

MON
620.171.5
S586d
TES/UFU

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**

**DETERMINAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES
EM FUROS CIRCULARES
DE PLACAS PLANAS CISALHADAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia, por Rouverson Pereira da Silva, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

620.171.5 S586d /TES/FU
DIRBI/UFU 07732/95



1000022712

Banca Examinadora:

Prof. Ph.D. Henner Alberto Gomide

(Orientador - UFU)

Prof. Dr. Perrin Smith Neto

(UFU)

Prof. Dr. Paulo Roberto Cetlin

(UFMG)

Uberlândia, julho de 1995

... "Nunca me esquecerei deste acontecimento
na vida de minhas retinas tão fatigadas"...

Carlos Drummond de Andrade

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA	
DIRBI - DIRETORIA DE BIBLIOTECAS	
Procedência	—
Valor F.C.	Doação
Rec.	1,95
C.F.D.	—
N. F.S.	—
Reg.	7732/99. Data 16 10 95
Vol.	Ex. 1

FU-00005721-9

Aos meus pais José Pereira
e Nilza, dedico.

AGRADECIMENTOS

Existem pessoas e instituições que muito colaboraram para a realização deste trabalho, às quais reafirmo sinceros agradecimentos:

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo suporte financeiro;

Aos funcionários da oficina mecânica da UFU pelo empenho e colaboração;

Aos companheiros Alberto Abdu, Alessandro Farias, Carlos José de Siqueira, Danilo Amaral, Elmo Medeiros e demais colegas do curso de Mestrado, pelo apoio e amizade ;

Ao professor Perrin Smith Neto pela sugestão do tema;

A Paulo Monteiro, grande amigo e incentivador;

Aos meus pais e irmãos, que apesar da distância, sempre se fizeram presentes;

Ao professor Henner Alberto Gomide, pelas informações fornecidas e pela dedicação na orientação deste trabalho, e

A Deus, que é a síntese de tudo.

DETERMINAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM FUROS CIRCULARES DE PLACAS PLANAS CISALHADAS

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	x
LISTA DE SÍMBOLOS	xii
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - TÉCNICAS UTILIZADAS	8
2.1 - Fotoelasticidade Plana	8
2.2 - Fotoelasticidade Tridimensional	10
2.3 - Análise Numérica - Elementos Finitos	11
2.4 - Considerações Complementares	12
3 - PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS	14
3.1 - Desenvolvimento e Construção do Sistema de Carga	14
3.2 - Geometria da Placa	16
3.3 - Ensaio Preliminares	19
3.3.1 - Cisalhamento Puro	19
3.3.2 - Fotoelasticidade Plana	20
3.3.3 - Fotoelasticidade Tridimensional	23
4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	30
4.1 - Fotoelasticidade Tridimensional	30
4.1.1 - Obtenção do Material	31
4.1.2 - Carregamento do Modelo e Resultados	35
4.2 - Fotoelasticidade Plana	40
4.2.1 - Preparação do Material	41
4.2.2 - Realização dos Ensaio e Resultados Obtidos	43

5 - ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS	49
5.1 - Solicitação Múltipla	49
5.2 - Solicitação de Cisalhamento Puro/Moldura	57
6 - DISCUSSÃO	62
6.1 - Considerações Gerais	62
6.2 - Solicitação de Cisalhamento Puro	64
6.3 - Solicitações Múltiplas	69
7 - CONCLUSÃO E SUGESTÕES	73
7.1 - Conclusão	73
7.2 - Sugestões	
8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	76
9 - ANEXOS	82
9.1 - Anexo I - Extrapolação das Ordens de Franja para o Contorno de Furos Circulares - Fotoelasticidade Tridimensional	82
9.2 - Anexo II - Distribuição das Tensões no Contorno de Furos Circulares, obtidas através de Fotoelasticidade Tridimensional	89
9.3 - Anexo III - Mapa das Isocromáticas Medidas ao Longo das Linhas Radiais e Extrapoladas para o Contorno dos Furos - Fotoelasticidade Plana	97
9.4 - Anexo IV - Arquivo de Entrada Utilizado no Programa ANSYS 5.0	101

SILVA, R. P.; "Determinação da Concentração de Tensões em Furos Circulares de Placas Planas Cisalhadas", Uberlândia, 1995.

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo da concentração de tensões no contorno de furos circulares em placas planas cisalhadas, utilizando as técnicas da fotoelasticidade e de elementos finitos. Como parâmetro de estudo, investigou-se a localização de furos circulares nas placas, definidos pela relação do tamanho do furo/largura da placa, d/a , e pela excentricidade, L/a . Para atingir o objetivo proposto, foi idealizado um sistema composto de quatro barras de aço articuladas, que constituem um sistema de carga para a aplicação de cisalhamento puro nas placas. Para este carregamento os resultados obtidos experimentalmente foram monitorados com os resultados obtidos pela análise numérica de elementos finitos. Paralelamente, placas similares com furos, foram submetidas a solicitação combinada de cisalhamento e compressão biaxial, sendo as concentrações de tensões obtidas por fotoelasticidade tridimensionalou técnica de congelamento das tensões. Os resultados foram também monitorados pelos obtidos numericamente por elementos finitos, para as mesmas condições de carregamento. Nestes estudos, importantes resultados são apresentados e discutidos, e correlacionados com dados bibliográficos, relativos à flambagem de placas com furos circulares.

PALAVRAS-CHAVE: Cisalhamento Puro, Concentração de Tensões, Fotoelasticidade, Furos, Placas Cisalhadas.

SILVA, R. P.; "Determination of Stress Concentration in Circular Holes of Shear Flat Plates", Uberlândia, 1995.

ABSTRACT

This work presents the study of the stress concentration around circular holes on shear flat plates, with the photoelasticity technique and the numerical analysis of finite elements. The parameter investigated was the circular hole locations, defined by ratio of hole diameter to plate width, d/a , and by eccentricity of the hole with respect to the centre of the plate, L/a . To achieve this purpose a test assembly was idealized with four articulated steel members, to apply the shear loading on the plates. The experimental results obtained for this loading were monitored with the results of the numerical analysis of finite elements. In addition, similar plates with circular holes, were loaded to shear in combination with biaxial compression, where the stress concentration were obtained by three-dimensional photoelasticity or stress freezing technique. The results were also monitored by finite elements, in the same loading conditions. In this studies, important results are presented and discussed, and compared with results published by other works, concerning the buckling of plates with circular holes.

KEY-WORDS:

Pure Shear, Stress Concentrations, Photoelasticity, Holes, Shear Plates.

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
2.1 - Desenho esquemático do polariscópio de transmissão	13
3.1 - Aspecto geral do sistema de carga	15
3.2 - Detalhes do sistema de carga	16
3.3 - Geometria da placa / furo	17
3.4 - Placa submetida a cisalhamento puro e tensões máximas no contorno do furo	20
3.5 - Placa carregada no sistema de carga I - fotoelasticidade plana	21
3.6 - Distribuição das tensões no contorno de um furo circular centralmente localizado	22
3.7 - Distribuição das tensões no contorno de um furo circular	23
3.8 - Falha da placa por flambagem	24
3.9 - Distribuição das tensões no contorno de um furo circular	
a) Placa com furo no centro: 1- Furo Principal; 2- Furo-padrão	
b) Placa com furo na mediatriz das diagonais:	
1- Furo Principal; 2- Furo-padrão	25
3.10 - Esforços atuantes no modelo - Fotoelasticidade tridimensional	26
3.11 - Sistema de carga II	27
3.12 - Distribuição das tensões em uma placa - Sistema de carga II	28
3.13- Sistema de carga III	29

4.1 - Tratamento térmico: primeiro e segundo períodos de cura	33
4.2 - Variação do valor de franja com a temperatura	34
4.3 - Carregamento da placa no forno fotoelástico	36
4.4 - Linhas radiais traçadas para leitura das ordens de franja	37
4.5 - Variação da posição do furo	38
4.6 - Valores dos máximos fatores de concentração de tensões no contorno de furos circulares, usando fotoelasticidade tridimensional	39
4.7 - Variação da concentração de tensões no contorno de furos circulares usando, fotoelasticidade tridimensional	40
4.8 - Posição de máxima tensão no contorno de furos circulares	43
4.9 - Equipamentos utilizados na realização dos testes, usando fotoelasticidade plana	44
4.10 - Variação da posição do furo	45
4.11 - Variação das máximas tensões na diagonal de compressão	47
4.12 - Variação das máximas tensões na mediatriz das diagonais	47
4.13 - Variação das máximas tensões na diagonal de tração	48
5.1 - Fator de concentração de tensões para um furo no centro:	
a) Fotoelasticidade tridimensional	51
b) Elementos finitos	51
5.2 - Elementos triangular e quadrilateral	52
5.3 - Elemento rígido	52
5.4 - Elemento de rótula	52
5.5 - Malha utilizada para simulação de solitação múltipla: compressão biaxial e força de tração na moldura, e sistema referencial de coordenada	53

5.6 - Distribuição da tensão principal σ_θ para uma placa com furo circular centralmente localizado	54
5.7 - Variação do fator de concentração de tensões	56
5.8 - Concentração de tensões no contorno de furos circulares, usando elementos finitos	56
5.9 - Modelo utilizado para simulação em cisalhamento puro/moldura	58
5.10 - Distribuição das tensões de Von-Mises (σ_{VM}) para uma placa com furo circular centralmente localizado	58
5.11 - Variação das máximas tensões na diagonal de compressão	60
5.12 - Variação das máximas tensões na mediatriz das diagonais	60
5.13 - Variação das máximas tensões na diagonal de tração	61
6.1 - Percentual de variação de um furo com excentricidade $e=0,4$ em relação ao furo no centro da placa, localizados ao longo da diagonal de compressão	68
6.2 - Percentual de variação de um furo com excentricidade $e=0,4$ em relação ao furo no centro da placa, localizados ao longo da diagonal de tração	68
6.3 - Percentual de variação de um furo com excentricidade $e=0,4$ em relação ao furo no centro da placa, localizados ao longo da mediatriz das diagonais	69
9.1.1 - Posições estudadas	82
9.1.2 - Linhas radiais para leitura das ordens de franja	82
9.1.3 - Variação das ordens de franja para a placa 1	83
9.1.4 - Variação das ordens de franja para a placa 2	84

9.1.5 - Variação das ordens de franja para a placa 1	85
9.1.6 - Variação das ordens de franja para a placa 4	86
9.1.7 - Variação das ordens de franja para a placa 4a	87
9.2.1 - Posições estudadas	89
9.2.2 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placa 1	90
9.2.3 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 2 e 3	91
9.2.4 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 4 e 4a	92
9.2.5 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 5 e 6	93
9.2.6 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 7 e 7a	94
9.2.7 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 8 e 9	95
9.2.8 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 10 e 10a	96
9.3.1 - Extrapolação das ordens de franja para o contorno do furo localizado no centro da placa	97
9.3.2 - Extrapolação das ordens de franja para o contorno do furo localizado na diagonal de compressão, posição A1	98
9.3.3 - Extrapolação das ordens de franja para o contorno do furo localizado na diagonal de tração, posição B1	98
9.3.4 - Extrapolação das ordens de franja para o contorno do furo localizado na mediatriz das diagonais, posição C1	99

LISTA DE TABELAS

TABELA	PÁGINA
Tabela 3.1 - Seqüência de ensaios realizados - Fotoelasticidade Tridimensional	18
Tabela 3.2 - Seqüência de ensaios realizados - Fotoelasticidade plana	18
Tabela 4.1 - Propriedades da resina 100 CY-205 / 30MA / 20PA à temperatura crítica	35
Tabela 4.2 - Valores das máximas tensões no contorno de furos circulares para um carregamento de cisalhamento/ compressão uniforme	39
Tabela 4.3 - Propriedades da resina XGY 1109 / HY 943 à temperatura ambiente	42
Tabela 4.4 - Valores das máximas tensões e dos fatores de concentração de tensões no contorno de furos circulares	46
Tabela 5.1 - Valores das máximas tensões no contorno de furos circulares	55
Tabela 5.2 - Valores das máximas tensões e dos fatores de concentração de tensões no contorno de furos circulares, usando elementos finitos	59

Tabela 9.1.1 - Valores das máximas ordens de franja para o contorno dos furos circulares	88
Tabela 9.3.1 - Valores das máximas ordens de franja para o contorno dos furos circulares, para uma carga aplicada de 500 N	99
Tabela 9.3.2 - Valores das máximas ordens de franja para o contorno dos furos circulares, para uma carga aplicada de 1000 N	100
Tabela 9.3.3 - Valores das máximas ordens de franja para o contorno dos furos circulares, para uma carga aplicada de 1500 N	100

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO		UNIDADE
a	Largura da placa	mm
d	Diâmetro do furo	mm
k	fator de concentração de tensões - Fotoelasticidade tridimensional	
k _m	fator de concentração de tensões para a mediatriz das diagonais - Fotoelasticidade tridimensional	
k _t	fator de concentração de tensões para as diagonais de tração/compressão - Fotoelasticidade tridimensional	
k ₁	fator de concentração de tensões - Fotoelasticidade plana	
e	Excentricidade do furo	
t	Espessura do modelo ou fatia	mm
A	Diagonal de compressão	
B	Diagonal de tração	
C	Mediatriz das diagonais	
E	Módulo de elasticidade	MPa
F	Força aplicada	N

K	Constante ótica do material	N/mm
K_o	Constante ótica do material em relação à tensão	N/mm
L	Distância do centro do furo ao centro da placa	mm
N	Ordem de franja	
Q	Figura de mérito	
T_c	Temperatura crítica	°C
α	Ângulo entre a diagonal de compressão e a linha imaginária que une o centro do furo ao	
ϕ	Isoclínicas	graus
ν	Razão de Poisson	
	centro da placa	graus
$\sigma_{\text{cmáx}}^i$	Tensão principal máxima no contorno do furo i	
$\sigma_{\text{máx}}^p$	Tensão principal máxima no contorno do furo padrão	
σ_1, σ_2	Tensões principais no estado plano de tensões	MPa
τ_{xy}	Tensões cisalhantes	MPa
σ_{VM}	Tensão de Von-Mises	MPa

CAPÍTULO 1

1 - INTRODUÇÃO

Uma placa pode ser definida como um sólido delimitado por duas superfícies planas, onde a distância entre elas, a sua espessura, é pequena comparada às outras dimensões [1]. De acordo com Szilard [2], as placas podem ser classificadas, segundo a ação estrutural, em placas rígidas ou simplesmente placas, membranas, placas flexíveis e placas espessas. Placas quadradas e retangulares são freqüentemente utilizadas em uma variedade de estruturas, como plataformas de aço de grande porte, navios e aeronaves. Como almas de vigas cheias, essas placas são submetidas a tensões cisalhantes uniformes. Freqüentemente, há a necessidade de se efetuar furos nessas placas devido à necessidade de passagem de tubos, dutos ou equipamentos, bem como para permitir o acesso a serviços e inspeções ou ainda para permitir uma redução do peso da estrutura. A presença de furos na estrutura altera sensivelmente a distribuição de tensões nas placas e conseqüentemente provoca uma concentração de tensões na região onde se localizam, ocasionando um decréscimo na capacidade de carga da estrutura. O número de furos, suas formas e dimensões relativas às dimensões globais das placas, bem como a sua localização, são algumas das variáveis encontradas pelos projetistas. Quando a facilidade de acesso torna-se o principal critério para a seleção dos furos, estes nem sempre podem estar localizados no centro da placa, estabelecendo-se como variável de projeto a excentricidade do furo.

Dentre os métodos utilizados para a determinação da distribuição de tensões destacam-se os métodos analítico, numérico e experimental. O método analítico constitui-se de uma abordagem matemática do problema

através dos conceitos da "Teoria da Elasticidade". Os métodos numéricos baseiam-se na substituição das equações diferenciais por correspondentes equações em diferenças finitas ou elementos finitos. Por sua vez, os métodos experimentais permitem um estudo "in loco" do problema e o monitoramento dos parâmetros obtidos analítica ou numericamente. Dentre os métodos experimentais, as técnicas da extensometria e da fotoelasticidade são atualmente bastante utilizadas, sendo que o método da fotoelasticidade possibilita a determinação do campo de tensões em estruturas dentro de condições próximas da realidade, enquanto que o método da extensometria fornece uma distribuição das tensões ponto a ponto.

A primeira análise de placas cisalhadas perfuradas foi desenvolvida por Wang [3], que aplicou a função de tensão de Airys no domínio da placa, mostrando que a concentração de tensões aumenta rapidamente com a relação d/a , sendo d o diâmetro do furo e a a largura da placa. A estabilidade de placas finas perfuradas submetidas a cisalhamento foi investigada por Rockey et alii [4], que usaram o método de elementos finitos para estabelecer a relação entre a carga de flambagem elástica e o tamanho do furo para duas condições de contorno, engastamento e apoio simples. Uenoya e Redwood [5], usando programas de elementos finitos, calcularam o campo de tensões e deformações devido a cargas de cisalhamento, em placas retangulares com e sem furos. Estas expressões foram inseridas na expressão de energia de Rayleigh-Ritz e, minimizando a energia potencial do sistema, eles determinaram a capacidade de flambagem destas placas cisalhadas em condições de contorno de apoio simples e engastamento. Estas soluções dão excelentes resultados para placas com pequenas perfurações. Entretanto quando a relação d/a tornou-se maior do que 0,7, o número limitado de termos usados nas séries de aproximação de Fourier produziram resultados inesperados, pois para placas engastadas,

aumentando o tamanho do furo além deste limite, a resistência à flambagem elástica aumentou ao invés de diminuir. Apesar disto, os resultados de Uenoya e Redwood mostram que qualquer perfuração circular em uma placa cisalhada tem um efeito significativo sobre a sua estabilidade. Martin et alii [6] utilizando o programa de análise estrutural NISA 83, investigaram os parâmetros que afetam a capacidade crítica elasto-plástica de flambagem em placas quadradas com furos circulares sob tensões de cisalhamento puro. Oliveira [7] desenvolveu um programa de elementos finitos, associado ao método de Rayleigh-Ritz, que permite analisar placas retangulares com e sem furos, submetidas a cargas uniformes de cisalhamento nos contornos, além de cargas atuando no plano da placa. O tamanho do furo circular centralmente localizado, a posição do furo para um diâmetro constante e a variação da espessura da placa, foram considerados como parâmetros que afetam a resistência de placas retangulares. Ainda no contexto da análise numérica em elementos finitos de placas cisalhadas, Lee e Kantekar [8] analisaram a flambagem elástica de vigas de aço perfuradas, variando a forma e o tamanho dos furos localizados centralmente. Seus resultados mostram que a resistência à flambagem elástica de uma placa circundada por molduras rígidas pode ser estimada assumindo que seus contornos são fixados. Uma contribuição ao estudo de flexão de placas cisalhadas foi fornecida por Yuan e Miller [9], que desenvolveram um novo tipo de elemento finito melhorado, enquanto Yuan e Dogaki [10], utilizando o método de diferenças finitas, determinaram a distribuição de tensões no estágio pré flambagem em placas de aço de longarinas, submetidas a um carregamento parcial no contorno, combinado com momento fletor no plano e/ou força cisalhante no plano.

A utilização de técnicas experimentais para análise de furos em placas cisalhadas tem sido pouco explorada. Neste campo, recentemente Smith Neto e Stiemer [11] investigaram, através da técnica da

extensometria, o comportamento à flambagem de placas quadradas de aço com furos circulares, comparando os resultados obtidos com previsões teóricas. Seus resultados mostraram que a capacidade elasto-plástica em flambagem aumenta do centro para os bordos da placa na sua diagonal de tração. Ainda quanto ao comportamento à flambagem, Naranayan e Chow [12] estudaram a capacidade crítica de placas finas de aço contendo furos circulares e quadrados, observando como parâmetros de projeto o tamanho do furo e a excentricidade de sua localização. Eles também apresentaram fórmulas aproximadas para o cálculo dos coeficientes de flambagem em cisalhamento e um método para predição da carga crítica das vigas. Uma análise de fotoelasticidade tridimensional em placas grossas foi realizada por Issa e Maamoun [13], que determinaram a distribuição de tensões críticas e a variação da concentração de tensões através da espessura de furos elípticos.

Vários trabalhos enfocam a distribuição de tensões ao redor de furos em placas sob outras condições de carregamento. Neste aspecto, Stanley e Day [14] estudaram a distribuição de tensões em placas finas com furos oblíquos sob tração uniaxial, utilizando o método fotoelástico de congelamento das tensões [15]. Também analisando placas sob tração uniaxial, Mirza e Ansari [16] utilizando modelos fotoelásticos, obtiveram resultados de distribuição de tensões na vizinhança de furos retangulares contendo em seu interior, inserções de outros materiais. Estes resultados foram posteriormente comparados com resultados obtidos por Mirza [17] em uma análise de elementos finitos. Bradfield et alii [18], aplicando cargas biaxiais de compressão em placas retangulares de aço estrutural, mediram o efeito de pequenas tensões transversais sobre a resistência longitudinal, comparando estes resultados experimentais com outros obtidos por elementos finitos e diferenças finitas. Lee et alii [19] realizaram testes descrevendo o comportamento e a resistência máxima de

placas de aço com furos no centro, sujeitas a momento fletor no plano e a cisalhamento. Neste contexto, Lee [20] desenvolveu um modelo teórico baseado no campo de tensões e no mecanismo de carregamento observados experimentalmente. Uma outra análise analítica foi realizada por Folias [21] que investigou o campo de tensões na vizinhança da interseção de um furo circular com o contorno livre de uma placa fina.

Devido a sua grande importância, fatores de concentração de tensões são determinados em vários tipos de estruturas e carregamentos. Neste aspecto, Stenberg e Sadowsky [22] apresentam uma solução tridimensional para a concentração de tensões no contorno de um furo cilíndrico em uma placa infinita de espessura arbitrária, utilizando uma modificação do método de Ritz na teoria da elasticidade. Ibrahim e McCaliion [23] obtiveram através de soluções numéricas, novos resultados para fatores de concentração de tensões em entalhes, filetes e furos circulares em placas submetidas a cargas uniaxiais de tração. Aplicando o método da equação integral de contorno em análises tridimensionais de tensões lineares elásticas, Abdul-Mihsein et alii [24] avaliaram alguns problemas de concentração de tensões associados com furos circulares oblíquos em placas planas, sujeitas a um carregamento de tração no plano. Utilizando técnicas fotoelásticas, Freire [25] determinou fatores de concentração de tensões para placas e eixos com entalhes simétricos e circunferenciais em U, sujeitos a combinações de esforços de flexão e tração para as placas e de flexão e torção para os eixos. Trabalhando também no contexto da determinação da concentração de tensões, porém no regime plástico, Jarvonicky [26] utilizou a técnica da fotoplasticidade para observar a expansão da região plástica e para avaliar os fatores de concentração de tensões em furos utilizando um material fotoplástico à base de celulóides.

A proposta deste trabalho é a aplicação da técnica experimental da fotoelasticidade bidimensional, à temperatura ambiente, no estudo da concentração de tensões no contorno de furos circulares em placas quadradas cisalhadas com as extremidades engastadas, observando como variável a excentricidade da localização do furo. Foi desenvolvido um sistema de carga que, à partir de uma solicitação de tração em uma das diagonais do modelo, é capaz de simular esforços cisalhantes nas bordas da placa, obtendo-se um carregamento aproximado de cisalhamento puro. São apresentados também os resultados obtidos através do método numérico de elementos finitos com o programa ANSYS [27], sendo realizada uma análise comparativa da concentração de tensões obtida pelos dois métodos. Como complemento deste trabalho, é apresentado um estudo da distribuição das tensões no contorno de furos circulares, em placas submetidas a um carregamento mais complexo com predominância de compressão biaxial e cisalhamento, obtido com a técnica da fotoelasticidade tridimensional, e com o método de elementos finitos através do programa de análise estrutural ANSYS. Para atingir os objetivos propostos, foram utilizados dois materiais fotoelásticos nacionais, sendo um desenvolvido por Oliveira [28], para uso em fotoelasticidade bidimensional e outro desenvolvido por Gomide e Cernosek [29] para a análise fotoelástica com o congelamento de tensões.

Assim, este trabalho inicia com a apresentação no capítulo 2, de um resumo teórico das técnicas experimentais e numérica utilizadas e, a seguir, no capítulo 3, são relatados os procedimentos experimentais empregados para a análise fotoelástica, apresentando-se os sistemas de cargas desenvolvidos, a geometria dos modelos utilizados e os ensaios preliminares efetuados para a verificação da simulação de cisalhamento puro nas placas. No capítulo 4 são apresentados os resultados experimentais obtidos e uma análise preliminar dos mesmos. O capítulo 5

apresenta os procedimentos utilizados na análise numérica e os resultados obtidos com as diferentes simulações desta análise. O capítulo 6 traz uma discussão comparativa dos resultados experimentais e numéricos obtidos, apresentando também uma análise da variação da posição do furo circular em comparação com resultados de outros autores. O capítulo 7 mostra as conclusões do trabalho e apresenta algumas sugestões para trabalhos futuros. Para uma melhor ilustração do trabalho, os anexos I e III apresentam as curvas de extrapolação das ordens de franja para o contorno de furos circulares, através das técnicas de fotoelasticidade tridimensional e plana respectivamente, enquanto que o anexo II apresenta a distribuição dos fatores de concentração de tensões no contorno de furos circulares, obtidas com a técnica da fotoelasticidade tridimensional. Finalizando o trabalho, o anexo IV mostra um modelo do arquivo computacional utilizado na análise por elementos finitos.

CAPÍTULO 2

2 - TÉCNICAS UTILIZADAS

Neste trabalho foram utilizadas técnicas para a análise de tensões utilizando-se os métodos experimental e numérico. Assim, este capítulo apresenta um resumo teórico das técnicas da fotoelasticidade plana e tridimensional e do método de elementos finitos.

A fotoelasticidade é uma técnica experimental de grande utilidade para a análise de tensões e deformações, sendo largamente utilizada em situações em que a estrutura em estudo possui geometria e/ou condições de carregamento bastante complexas. Nestas situações os métodos analíticos são de difícil aplicação, sendo até mesmo, em alguns casos, inviáveis. A análise de tensões por fotoelasticidade constitui-se de um método simples e versátil, capaz de fornecer dados precisos sobre as regiões mais solicitadas da peça ou estrutura em análise, ou seja, sobre a zona de concentração de tensões. Também os métodos numéricos, dentre eles o de elementos finitos, apresentam bons resultados podendo, também, ser aplicados em estruturas de geometria e/ou condições de contorno mais complexas. A utilização destas duas técnicas neste trabalho teve também como objetivo, o monitoramento dos resultados de uma técnica em relação à outra.

2.1 - Fotoelasticidade Plana

A fotoelasticidade se baseia na descoberta de David Brewster que, um pedaço de vidro quando tensionado e examinado em um campo de luz

polarizada que o atravesse, surge uma configuração colorida devida às tensões [15, 30, 31]. Esta técnica pode ser aplicada tanto em estados planos ou tridimensionais de tensões

A análise em fotoelasticidade plana requer a construção de modelos planos de material transparente, homogêneo, linear, isotrópico e que possua certas propriedades óticas, das quais a dupla refração temporária ou anisotropia ótica do material, quando submetido a um estado de tensões ou deformações, é de fundamental importância.

Em estudos utilizando fotoelasticidade plana, modelos similares são construídos e neles são aplicadas cargas simulando as cargas reais da estrutura ou peça. Os efeitos óticos resultantes da aplicação das cargas são observados em um campo de luz polarizada, produzido por um equipamento denominado polariscópio [15, 30, 31]. Utilizando-se uma fonte de luz branca, os efeitos óticos se manifestam como faixas coloridas denominadas isocromáticas, enquanto que para luz monocromática os efeitos óticos se manifestam como uma série alternada de faixas pretas e brancas que tem um número de ordem em um ponto, dependendo da intensidade da carga. As faixas ou ordens de franja estão relacionadas com o estado de tensões no modelo através da "Lei Ótica das Tensões" que é dada pelas relações:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{K_\sigma \cdot N}{t} = 2 \cdot \tau_{\text{máx}} \quad (2.1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \text{sen} 2\phi = \frac{K_\sigma \cdot N}{2 \cdot t} \cdot \text{sen} 2\phi \quad (2.2)$$

Em fotoelasticidade plana, de acordo com as equações (2.1) e (2.2), isocromática (N) é o lugar geométrico dos pontos de tensão cisalhante máxima ($\tau_{\text{máx}}$) constante. Contando o número de franjas e multiplicando sua ordem pela constante ótica do material (K_σ), a distribuição da tensão cisalhante máxima é igual à metade da diferença das tensões principais

$(\sigma_1 - \sigma_2)$ não nula. Uma vez que o estado de tensões crítico em um modelo plano ocorre freqüentemente no contorno livre de furos, filetes ou entalhes, onde uma das tensões principais é nula, o método fotoelástico torna-se um excelente meio para determinar a distribuição das tensões ou fator de concentração de tensões, associados a estas superfícies. Em pontos no interior do modelo plano, valores individuais para as tensões principais não podem ser obtidos diretamente das observações óticas, sem a utilização de dados suplementares ou emprego de métodos numéricos [15, 30, 31].

2.2 - Fotoelasticidade Tridimensional

Os modelos utilizados em fotoelasticidade plana são carregados à temperatura ambiente e, sendo elásticos, a configuração de franjas desaparece quando o carregamento é retirado. A partir da década de 40, com o desenvolvimento da técnica de "congelamento de tensões", a fotoelasticidade passou então a ser aplicada em problemas tridimensionais. Esta técnica se baseia no fato de alguns polímeros apresentarem comportamento bifásico, possuindo uma forte estrutura elástica ou rede molecular, que não é afetada pelo calor, sendo os espaços preenchidos por uma massa de moléculas fracamente ligadas que amolece com o aquecimento [32, 33]. Quando o modelo aquecido é carregado, a estrutura molecular elástica suporta a carga e é deformada elasticamente sem impedimento. No resfriamento, a massa maleável na qual a estrutura molecular está imersa se torna "congelada", mantendo a estrutura quase na mesma condição de deformação, quando a carga é removida. O efeito ótico é, do mesmo modo, substancialmente retido e não é prejudicado pelo corte do modelo em fatias. Desta forma, um modelo tridimensional pode então ser cortado em finas fatias ou planos na região de interesse e cada uma

destas fatias ou planos podem ser examinados no polariscópio de maneira análoga àquela utilizada para os modelos planos. Assim, as equações (2.1) e (2.2) são válidas para qualquer plano retirado do modelo tridimensional. A obtenção de três fatias ou planos passando por um mesmo ponto do modelo, permite escrever um conjunto de seis equações que, infelizmente não são linearmente independentes. Para a completa obtenção dos valores individuais das tensões é necessário utilizar, como na fotoelasticidade plana, dados suplementares ou empregar métodos numéricos [15].

2.3 - Análise Numérica - Elementos Finitos

Métodos numéricos podem oferecer uma valiosa assistência para a solução de uma série de problemas em análise estrutural. Dentre os métodos numéricos, o método de elementos finitos, por sua rápida convergência e pela facilidade com que permite o manuseio de estruturas geometricamente complexas, tem sido bastante utilizado [17]. Neste método, a resposta de um sistema contínuo é simulada por um modelo composto de um número finito de elementos discretos, os quais são interconectados em pontos nodais onde são estabelecidas as condições de continuidade e equilíbrio. O método de elementos finitos está baseado em princípios de energia, discretizados por aproximações elementares do campo total de energia.

Para se obter a distribuição de tensões em um meio contínuo através do método de elementos finitos deve-se seguir uma seqüência pré-estabelecida [33]. Inicialmente, o meio contínuo é dividido através de linhas ou superfícies imaginárias, em um determinado número de elementos finitos. Como o número de conexões entre um contorno imaginário e os seus elementos adjacentes é infinito, torna-se necessário, então, considerar os elementos interconectados em uma quantidade discreta de pontos nodais

em seus contornos, definindo-se assim, a geometria do modelo. Um segundo passo consiste na escolha de um conjunto de funções para definir, univocamente, o estado de deslocamento dentro de cada elemento finito em função dos deslocamentos dos pontos nodais. Estes deslocamentos são as principais incógnitas a serem calculadas em uma análise estrutural, sendo os outros parâmetros, tais como deformações e tensões, derivados dos mesmos. Uma vez alcançado este estágio, atinge-se a segunda etapa, que trata do procedimento para a solução do sistema completo. A obtenção de dados relativos à simulação numérica do modelo, pode ser feita através da utilização de programas de análise estrutural em elementos finitos, como o programa ANSYS [27], que possibilita a determinação do estado de tensões e deformações em vários tipos de análises estruturais.

2.4 - Considerações Complementares

De um modo geral, a técnica fotoelástica apresenta algumas vantagens em relação a outros métodos experimentais:

- permite a visualização e a obtenção do campo de tensões;
- permite a determinação de tensões em estruturas de formas complexas.

Como principal desvantagem do método fotoelástico pode-se citar, no caso da fotoelasticidade plana e tridimensional, a necessidade da construção de modelos.

A fotoelasticidade requer, em sua aplicação, materiais e equipamentos específicos, dentre os quais pode-se citar o polariscópio de transmissão, que permite a visualização da distribuição das tensões no modelo. Este equipamento consiste de uma fonte luminosa, uma placa polarizadora (P), duas placas retardadoras de um quarto de onda (Q_1 e Q_2) e um analisador (A). Quando essas placas são dispostas convenientemente em

um sistema com escalas calibradas, permitindo o movimento sincronizado das placas, pode-se obter os parâmetros fotoelásticos para a determinação do estado de tensões no modelo plano ou fatias retiradas do corpo tridimensional [15,30,31]. A figura 2.1 mostra o esquema de um polariscópio de transmissão.

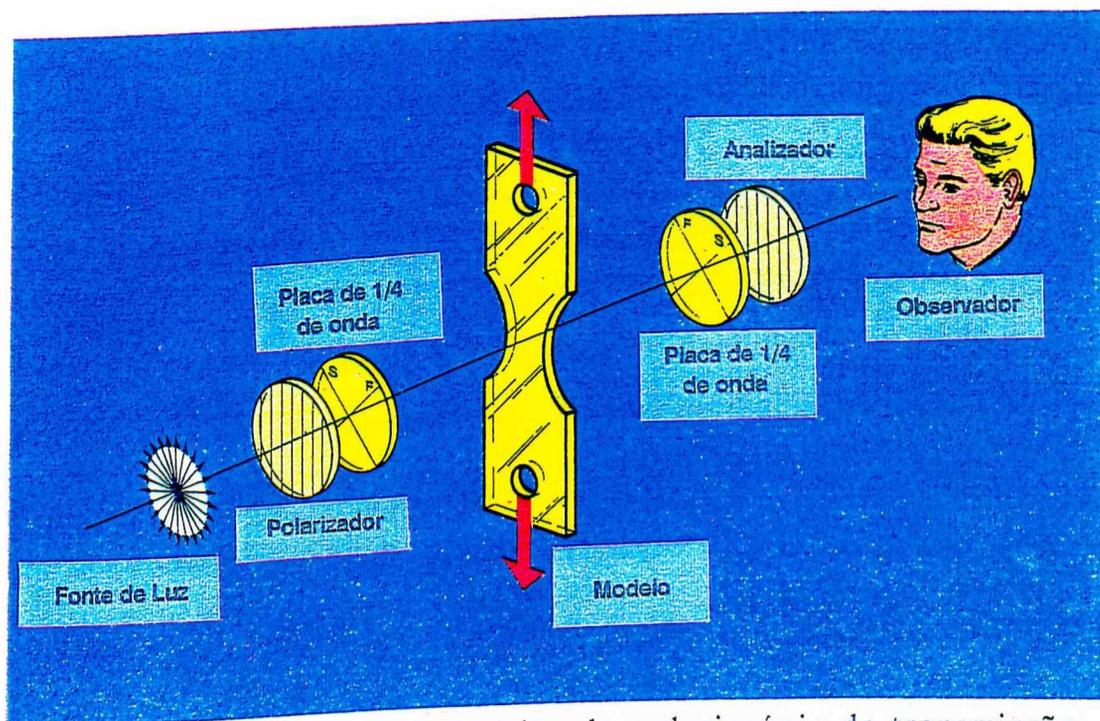


Figura 2.1 - Desenho esquemático do polariscópio de transmissão

CAPÍTULO 3

3 - PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são apresentadas as etapas referentes aos procedimentos experimentais realizados para a obtenção das tensões nos modelos, compreendendo a concepção do sistema de carga, a definição da geometria dos modelos e a escolha dos parâmetros para a análise. São, também, relatados os ensaios preliminares realizados para a avaliação do carregamento aplicado pelo sistema de carga.

3.1 - Desenvolvimento e Construção do Sistema de Carga

Para atingir os objetivos propostos, foi desenvolvido um sistema de carga que possibilitasse a simulação de cisalhamento puro nas placas a serem estudadas. Este sistema de carga, denominado sistema de carga I, foi baseado em um sistema similar usado por Smith Neto e Stiemer [11], no estudo de flambagem em placas cisalhadas de aço.

O mecanismo idealizado, mostrado na figura 3.1, é constituído de barras de aço 1020 interligadas entre si por parafusos condutores, de modo a formar um sistema articulado de quatro barras iguais, possuindo os cantos chanfrados para evitar qualquer restrição no espécimen durante o carregamento. Foram usadas barras de aço de 225 x 27 x 6,35 mm, proporcionando a análise de placas de 160 x 160 mm de dimensões úteis. Na parte interna das barras, em contato com o modelo fotoelástico, colou-se uma lixa para aumentar o atrito com a placa, evitando deste modo o

deslizamento entre estas superfícies. A fixação das barras e a transferência do carregamento para as bordas da placa é assegurada através de parafusos laterais, que podem ser visualizados na figura 3.2. Foram efetuados seis furos, de diâmetro de 5 mm, em cada lateral das placas a serem testadas, de modo a permitir a sua fixação às barras articuladas do sistema de carga. O sistema foi concebido de tal forma a ser solicitado por uma força de tração, em uma das diagonais da placa, transferindo tensões cisalhantes através das barras articuladas às bordas da placa. Dentre as principais características do sistema desenvolvido, destacam-se:

- a) a possibilidade de avaliar placas de diversas espessuras, através da alteração do comprimento dos parafusos condutores;
- b) dimensões reduzidas, possibilitando o uso dentro do forno fotoelástico para o congelamento de tensões;
- c) a simplicidade do sistema, permitindo a simulação de tensões cisalhantes puras.

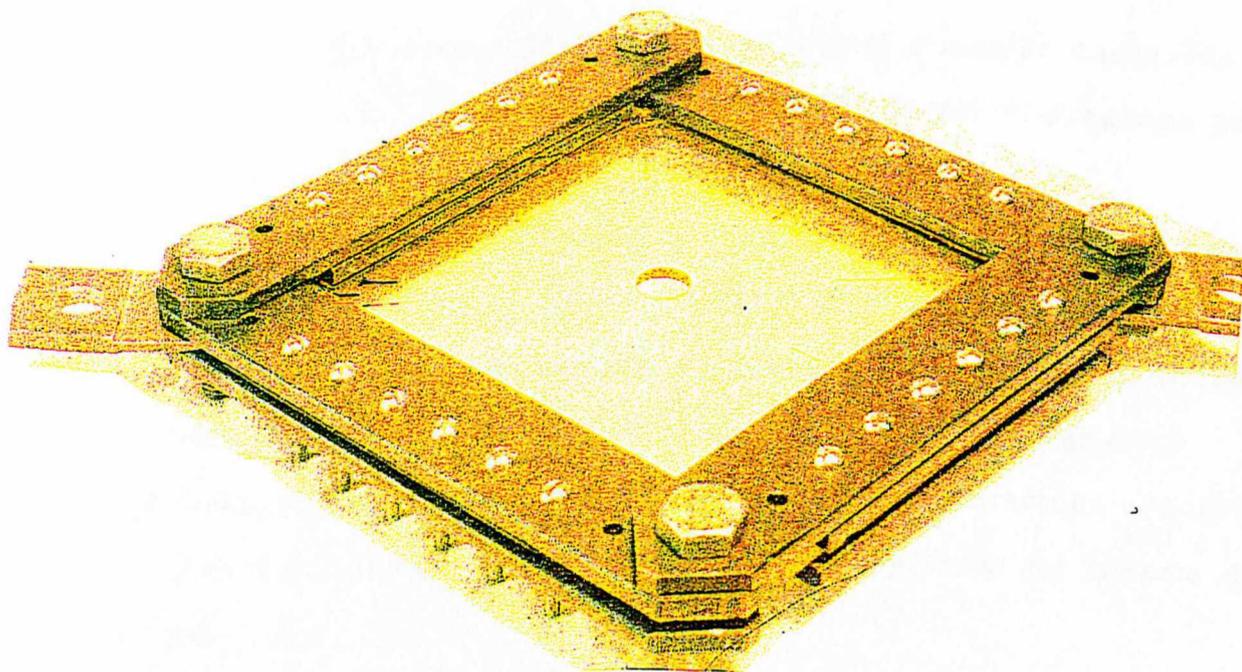


Figura 3.1 - Aspecto geral do sistema de carga

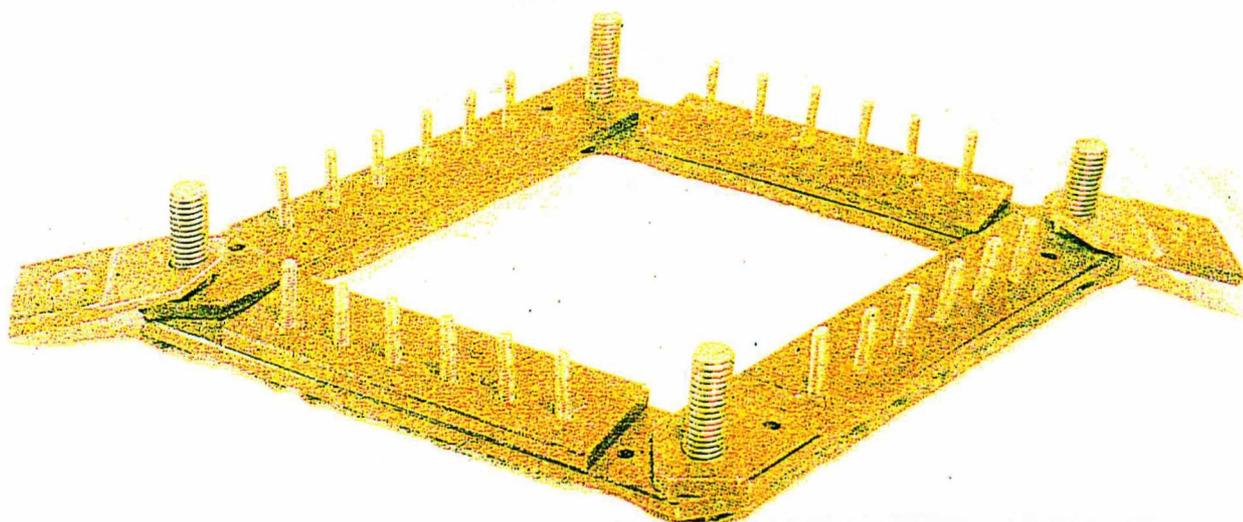


Figura 3.2 - Detalhes do sistema de carga

3.2 - Geometria da Placa

Na realização deste trabalho foram utilizadas placas de dimensões de 210 x 210 x 5 mm. Algumas definições [11,12] foram empregadas para identificar os parâmetros estudados, sendo:

- **Excentricidade do furo (e):** é a razão entre a distância do centro do furo ao centro da placa e a largura da placa ($e = L/a$);
- **Diagonal de tração:** diagonal da placa coincidente com a direção de aplicação de uma força de tração no sistema de carga I;
- **Diagonal de compressão:** diagonal da placa coincidente com a direção de aplicação de uma força de compressão no sistema de carga I;
- **Mediatriz das diagonais:** linha que divide ao meio a região entre as diagonais da placa.

Na seleção e localização dos furos foram utilizados três parâmetros, sendo, a razão entre o diâmetro do furo e a largura da placa, mantida constante ($d/a = 0,10$), a excentricidade do furo e o ângulo formado pela diagonal de compressão e uma linha imaginária que une o centro do furo ao centro da placa (α). Na figura 3.3 apresenta-se a geometria da placa e os parâmetros considerados.

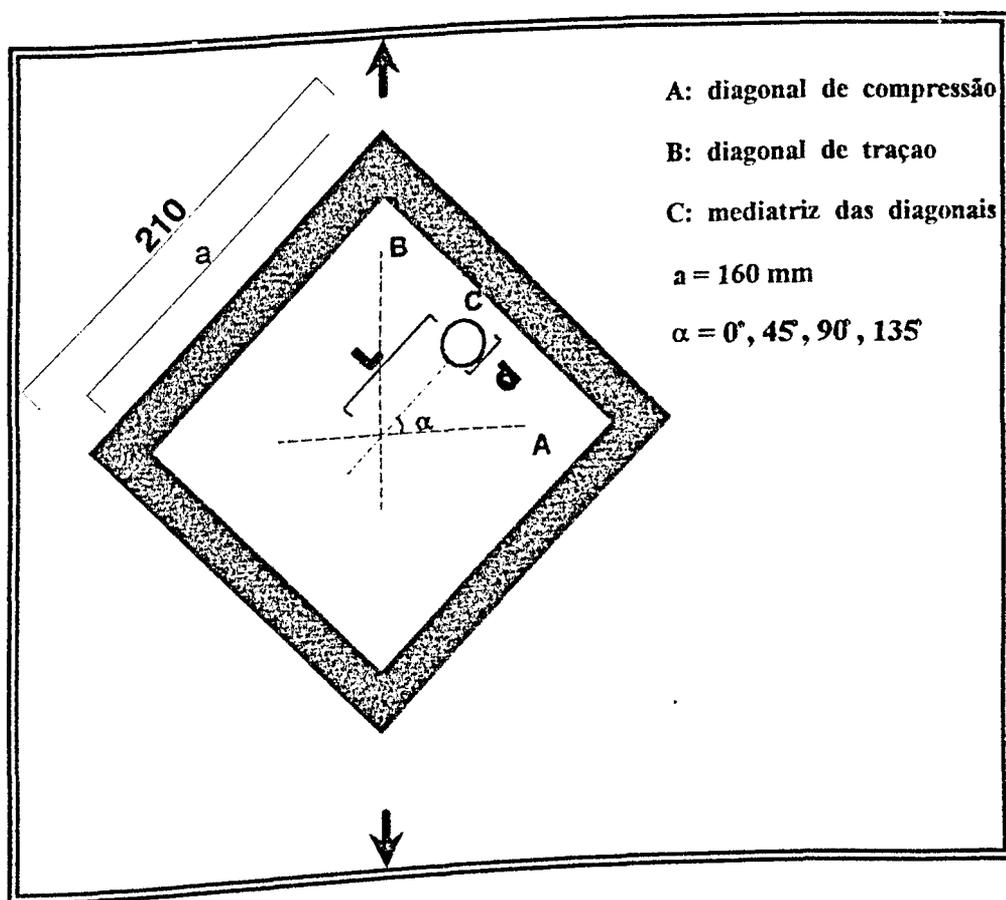


Figura 3.3 - Geometria da placa / furo

Visando uma maior facilidade na identificação dos diversos ensaios realizados, denominou-se de linhas A, B e C, a diagonal de compressão, de tração e a mediatriz das diagonais, respectivamente. Com esta

denominação, as placas foram então numeradas de acordo com as posições dos furos, conforme mostram as tabelas 3.1 e 3.2. Estabelecida a posição do furo a ser analisada, a execução dos mesmos nas placas de material fotoelástico foi realizada sob lubrificação constante, rotação na faixa de 630 rpm e avanço da ferramenta de corte de aproximadamente 2 mm/min, controlado manualmente. Estes procedimentos evitam o aquecimento excessivo da placa, que pode ocasionar o aparecimento de tensões térmicas e/ou imperfeições no contorno do furo.

Tabela 3.1 - Seqüência de ensaios realizados - fotoelasticidade tridimensional

α	L (mm)	$e = L/a$
0° / 45° / 90° / 135°	0,0	0,0
	32,0	0,2
	64,0	0,4
	96,0	0,6

Tabela 3.2 - Seqüência de ensaios realizados - fotoelasticidade plana

α	L (mm)	$e = L/a$
0° / 45° / 90° / 135°	0,0	0,00
	8,0	0,05
	16,0	0,10
	24,0	0,15
	32,0	0,20
	40,0	0,25
	48,0	0,30
	56,0	0,35
	64,0	0,40

3.3 - Ensaio Preliminares

É sabido que um orifício existente em uma placa, provoca um efeito de caráter localizado em sua distribuição de tensões [36]. Deste modo, nesta etapa do trabalho estudou-se inicialmente este efeito para um furo circular localizado no centro da placa.

Com o objetivo de verificar o comportamento do sistema de carga idealizado, foram realizados testes experimentais usando fotoelasticidade plana e tridimensional, para um furo no centro da placa, e foram comparados seus resultados com a distribuição de tensões obtidas através de uma análise teórica [34, 35].

3.3.1 - Cisalhamento Puro

Na figura 3.4 é representada uma placa submetida a uma solitação uniforme de valor S , com uma compressão na direção x e uma tração na direção y , sendo x e y os eixos coordenados de um sistema de coordenadas retangulares. Se um pequeno orifício circular é efetuado no centro da placa, a distribuição de tensões na vizinhança do orifício será sensivelmente alterada. Entretanto, sabe-se que, pelo princípio de Saint-Venant [34,35], a variação das tensões é desprezível a grandes distâncias do centro da placa, em comparação com o raio r do orifício. Este tipo de carregamento possibilita uma situação de cisalhamento puro em um elemento no interior da placa, sendo as tensões circunferenciais na borda do orifício dadas pela equação:

$$\sigma_{\theta} = S - 2.S.\cos 2\theta - [S - 2.S.\cos(2\theta - \pi)] \quad (3.1)$$

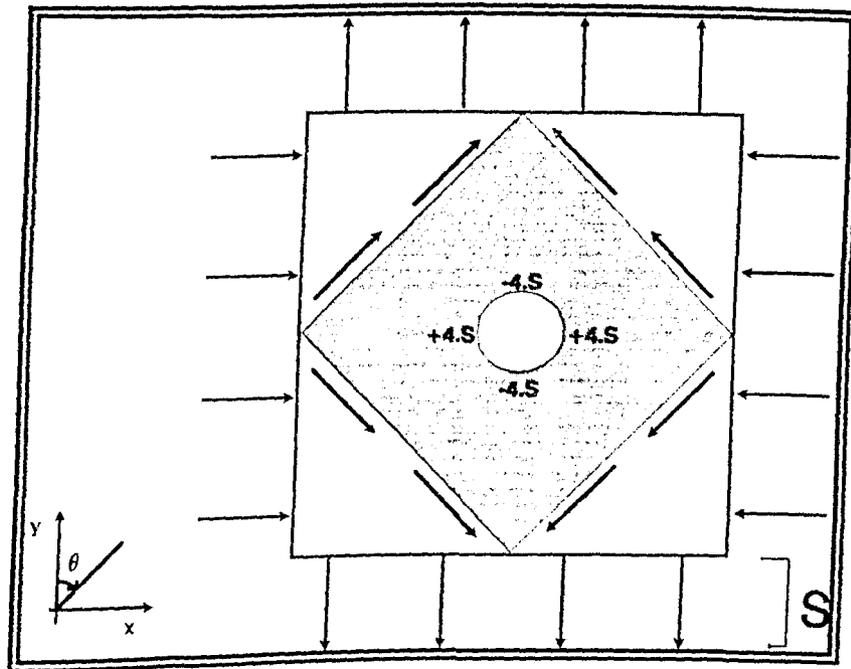


Figura 3.4 - Placa submetida a cisalhamento puro e tensões máximas no contorno do furo

Para $\theta = \pi/2$ ou $\theta = 3\pi/2$, obtém-se $\sigma_\theta = 4.S$ e para $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$, obtém-se $\sigma_\theta = -4.S$. Assim, para uma placa sujeita a cisalhamento puro, a máxima tensão circunferencial no contorno do orifício é quatro vezes a tensão aplicada.

3.3.2 - Fotoelasticidade Plana

Inicialmente o sistema de carga I foi testado à temperatura ambiente em uma máquina universal de testes MTS 810, com controle da força aplicada. Para tanto utilizou-se uma placa de material fotoelástico próprio para o uso em fotoelasticidade plana, com um furo circular centralmente localizado. Com este procedimento tornou-se possível a identificação visual do campo de tensões no contorno do furo e a verificação da

ocorrência de provável cisalhamento puro no modelo, constatando-se uma boa aproximação com o resultado esperado, obtido da teoria da elasticidade [34, 35]. Na figura 3.5 são representados os esforços qualitativos atuantes na placa para um carregamento com o sistema de carga I.

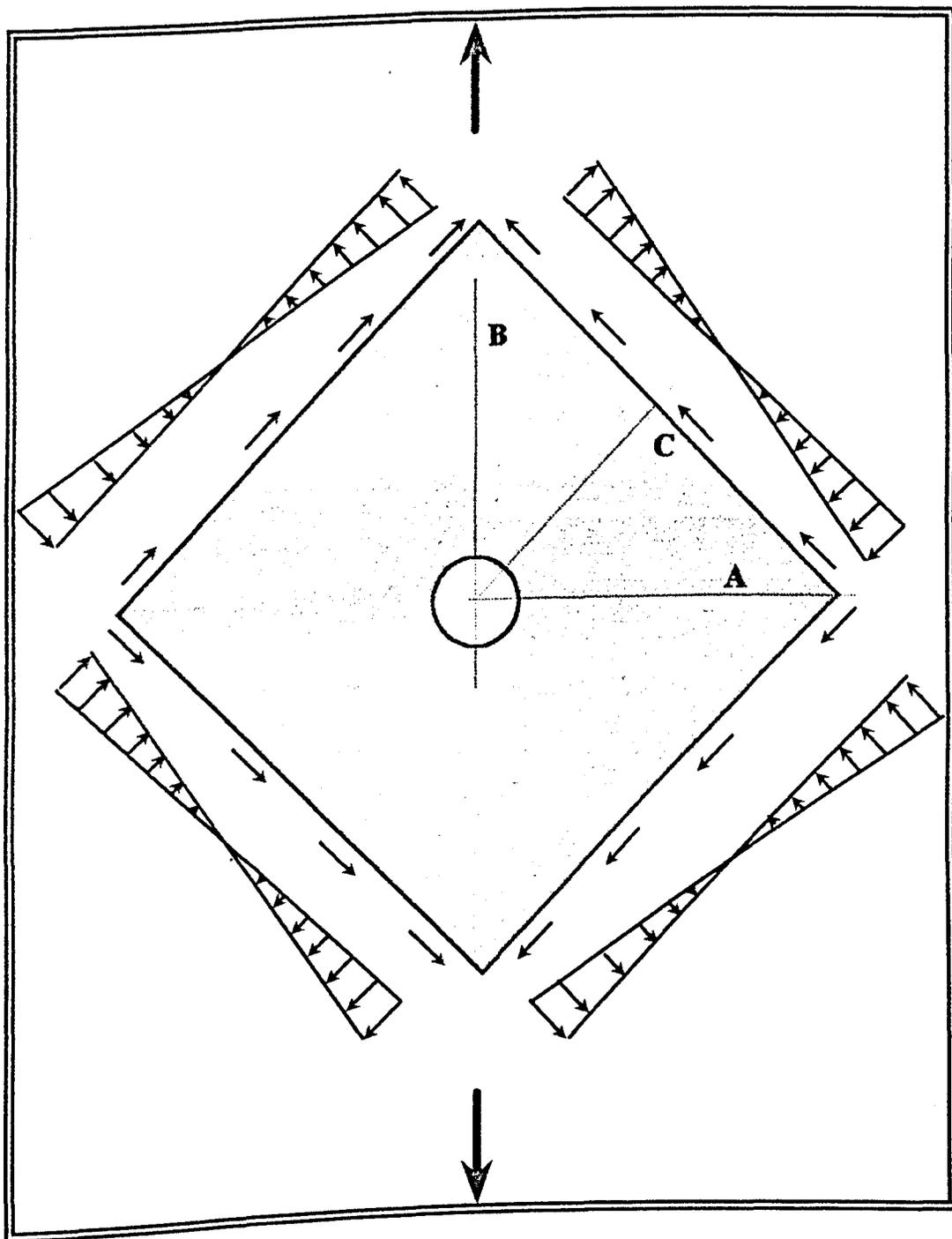


Figura 3.5 - Placa carregada no sistema de carga I - Fotoelasticidade plana

Embora tenham sido detectadas componentes de tração e de compressão neste carregamento, observou-se que, a distribuição das tensões no contorno de um furo circular centralmente localizado, se aproxima bastante do efeito esperado para cisalhamento puro, como pode ser visto na figura 3.6. Outros autores [11, 12] utilizaram sistemas similares no estudo de flambagem em placas submetidas a cisalhamento puro.

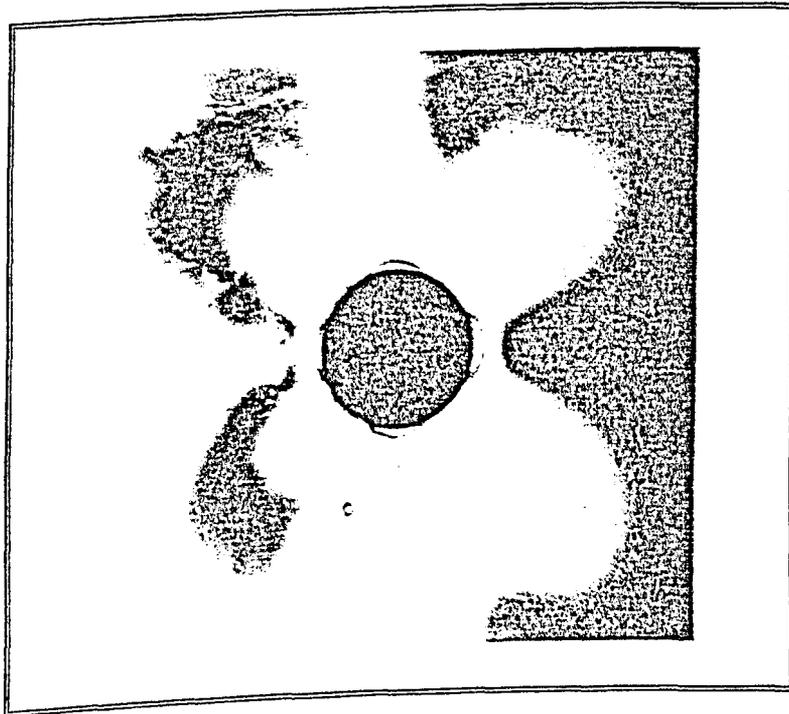


Figura 3.6 Distribuição das tensões no contorno de um furo circular centralmente localizado

Independente do valor da carga aplicada no sistema de carga, a distribuição das tensões obtidas pode ser vista na figura 3.7. Os valores quantitativos das tensões no contorno do furo foram obtidos usando-se a equação 3.1 e a técnica de extrapolação das ordens de franja para o contorno livre. Pode-se observar que a posição de máximas tensões de compressão e de tração estão localizadas nas mesmas posições do modelo teórico de cisalhamento puro, sendo a relação destes valores igual a 0,991,

ou seja, aproximadamente igual a 1. Este resultado demonstra a possibilidade de utilização deste sistema de carga, na simulação do cisalhamento puro com razoável aproximação.

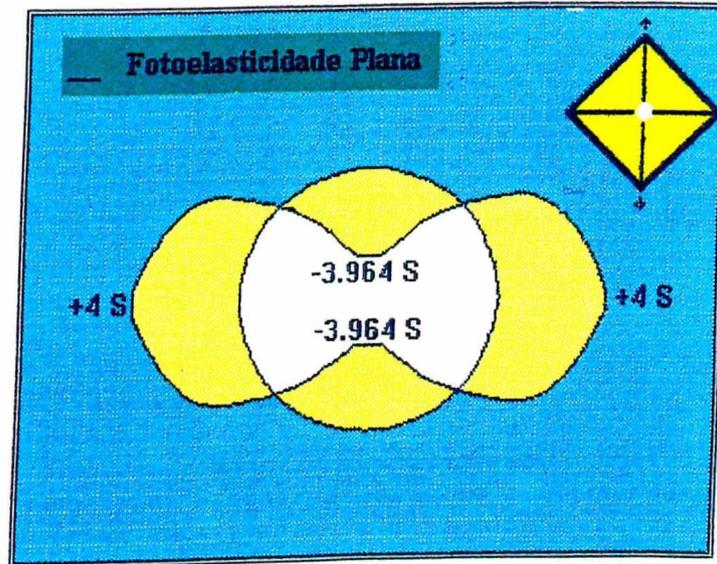


Figura 3.7 - Distribuição das tensões no contorno de um furo circular

3.3.3 - Fotoelasticidade Tridimensional

Também com o objetivo de testar o sistema de carga idealizado, foram realizados ensaios em placas de materiais próprios para o uso da técnica da fotoelasticidade tridimensional, com o congelamento de tensões [29], como será descrito adiante. O sistema de carga I foi então fixado no forno fotoelástico e à sua extremidade inferior colocou-se um peso morto para simular a força de tração, na direção de uma das diagonais da placa. Entretanto, os ensaios evidenciaram uma interessante configuração das franjas (tensões) devido à força de tração (peso morto) aplicada na estrutura e devido às forças de compressão biaxial provocadas pela

diferença de dilatação térmica entre o aço da estrutura metálica (moldura) e a resina fotoelástica. Esta restrição à dilatação provocou esforços de compressão-compressão no sentido dos dois eixos ortogonais da placa, que foram preponderantes aos demais esforços, acarretando a ocorrência de tensões de compressão em todo o contorno do furo circular. Como se sabe, o coeficiente de dilatação térmica do aço ($\alpha=1,15 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$) é menor que o da resina fotoelástica ($\alpha=6,87 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$) [37], o que é suficiente para provocar, no processo de congelamento de tensões, tensões residuais na placa. Estes tipos de tensões são de difícil quantificação e podem chegar a valores muito altos, levando a placa à instabilidade e à conseqüente falha por flambagem, como pode ser visto na figura 3.8. Entretanto, para modelos perfeitamente planos e simétricos, montados com razoável precisão no sistema de carga, é possível congelar as tensões no contorno do furo, como mostrado na figura 3.9.

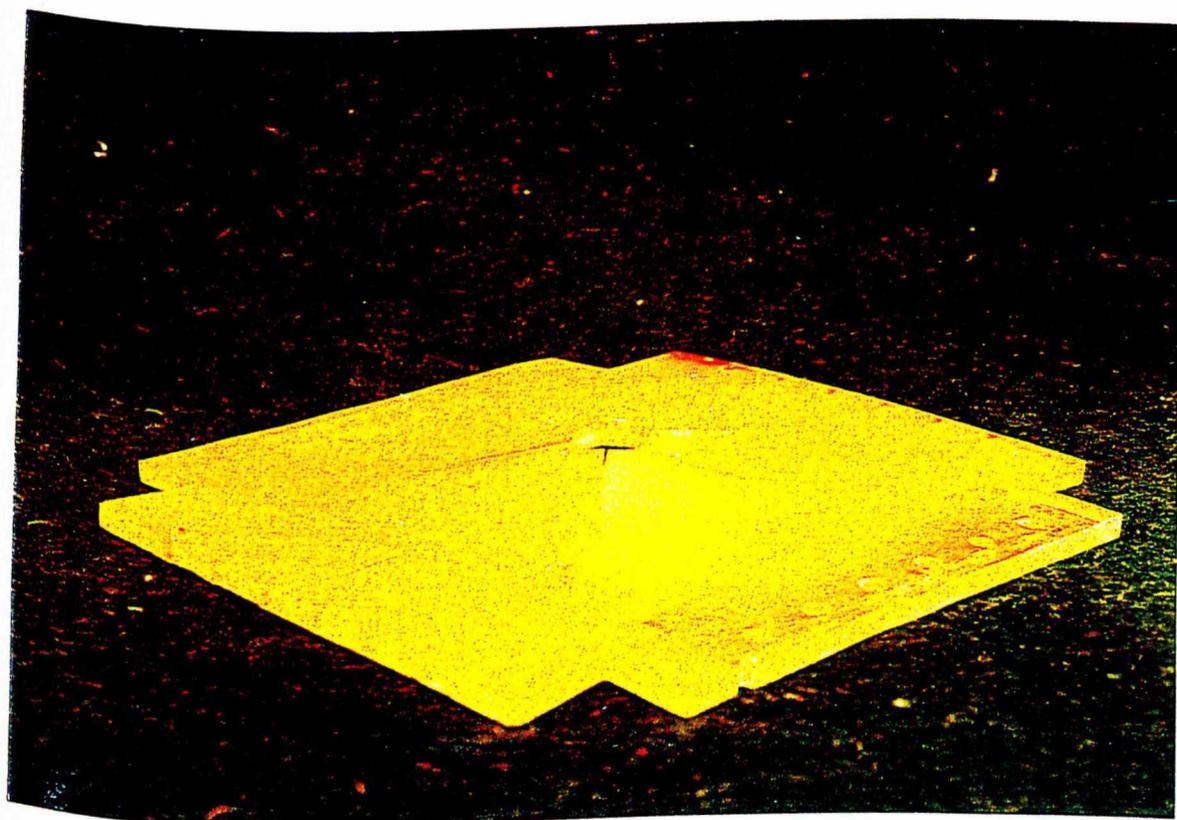
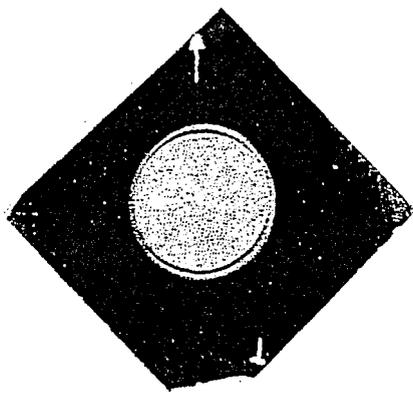
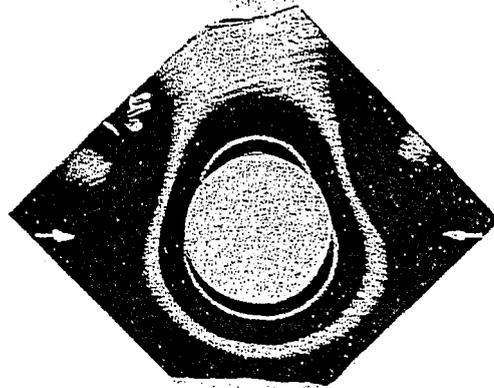


Figura 3.8- Falha da placa por flambagem

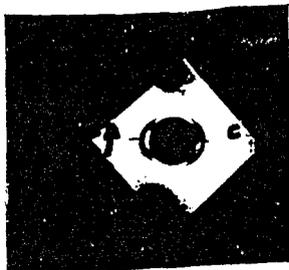
É interessante notar que, as solicitações complexas de carga na placa, ilustradas esquematicamente na figura 3.10, são compostas de cisalhamento nas bordas, compressão uniforme e esforços de tração/compressão devido à rigidez das barras articuladas. Apesar destas solicitações múltiplas, o efeito no contorno do furo apresenta uma influência marcante da solicitação de compressão.



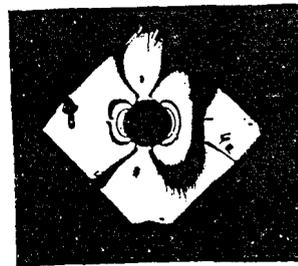
(a.1)



(b.1)



(a.2)



(b.2)

Figura 3.9 - Distribuição das tensões no contorno de um furo circular

a) Placa com furo no centro:

1 - Furo principal
2 - Furo-padrão

b) Placa com furo na mediatriz

das diagonais, posição 4a:
1 - Furo principal
2 - Furo-padrão

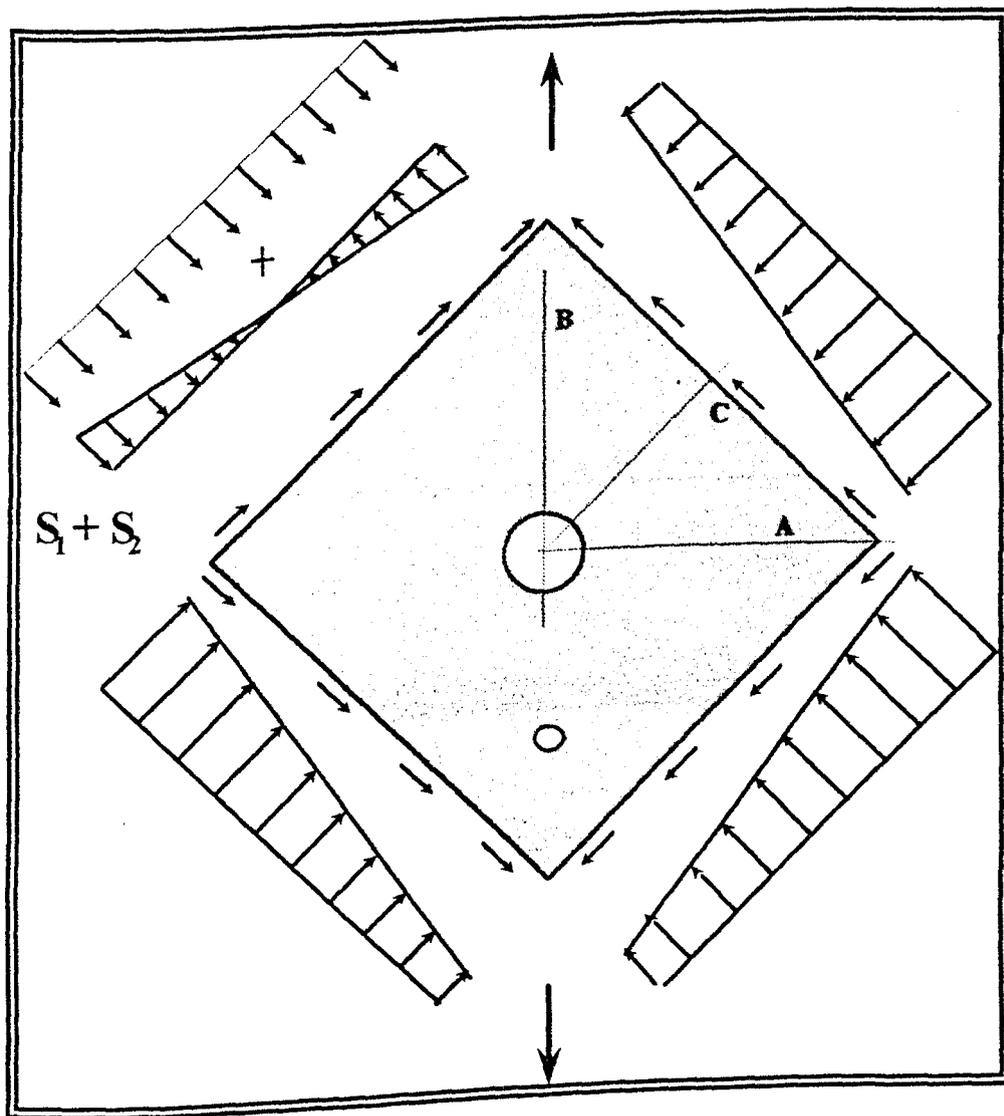


Figura 3.10 - Esforços atuantes no modelo - Fotoelasticidade tridimensional

Com a finalidade de se eliminar o efeito da compressão devido às diferenças de dilatações térmicas dos materiais da placa e do sistema de carga, e na tentativa de simulação de um carregamento de cisalhamento puro em fotoelasticidade tridimensional, construiu-se um outro sistema de carga em que a placa tivesse os contornos livres, ou seja, estivesse simplesmente apoiada. Este sistema, denominado sistema de carga II, é composto por quatro barras de aço com pequenos pinos laterais, sendo estas barras interligadas entre si por cabos de aço, formando um mecanismo. Estes cabos foram colocados em roldanas e um peso morto foi

aplicado no cabo inferior do sistema. Na figura 3.11 é mostrada uma vista geral do sistema de carga II, montado dentro do forno fotoelástico. Uma característica deste sistema é a liberdade de dilatação da placa, evitando desta maneira o surgimento de tensões residuais, indesejáveis no caso.

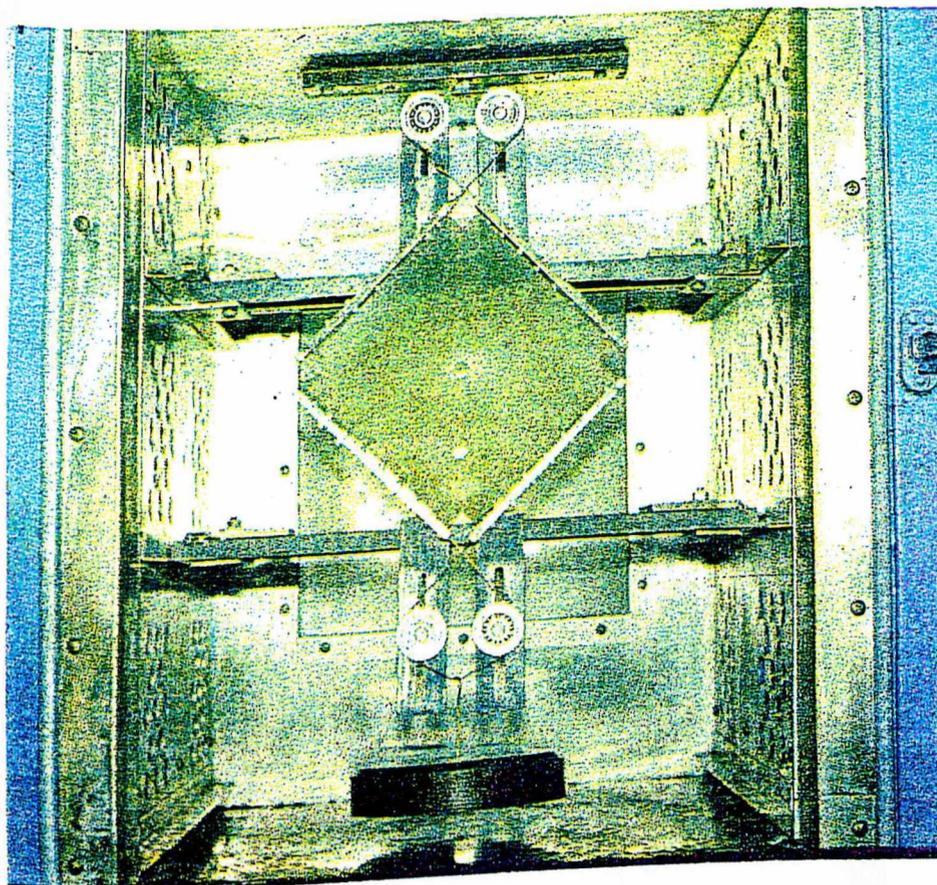


Figura 3.11 - Sistema de carga II

Através de uma análise visual qualitativa do campo de tensões, notou-se que a distribuição das tensões na placa ao redor de um furo circular, se assemelhava àquela fornecida pela teoria da elasticidade [34,35], como pode ser visto na figura 3.12. Entretanto, nesta mesma análise visual, detectou-se uma diferença entre as máximas tensões de

tração e de compressão ao redor do furo, mostrando a necessidade de aperfeiçoamento do sistema para a aplicação de um carregamento de cisalhamento puro. A inadequabilidade do sistema deveu-se também à diferença dos coeficientes de dilatação térmica das barras de aço e da resina fotoelástica, pois quando as barras de aço montadas nas laterais da placa foram trocadas por outras semelhantes de resina fotoelástica - sistema de carga III, (figura 3.13), a configuração obtida apresentou-se de forma mais próxima do esperado. Porém as barras não foram capazes de suportar o esforço aplicado, falhando antes mesmo do congelamento das tensões.

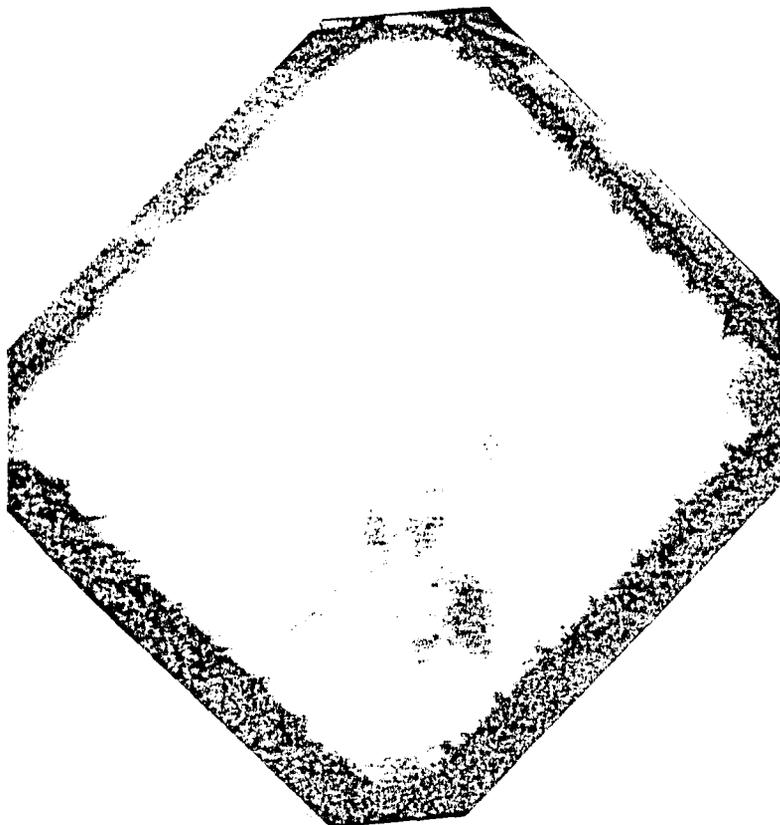


Figura 3.12- Distribuição das tensões em uma placa: sistema de carga II

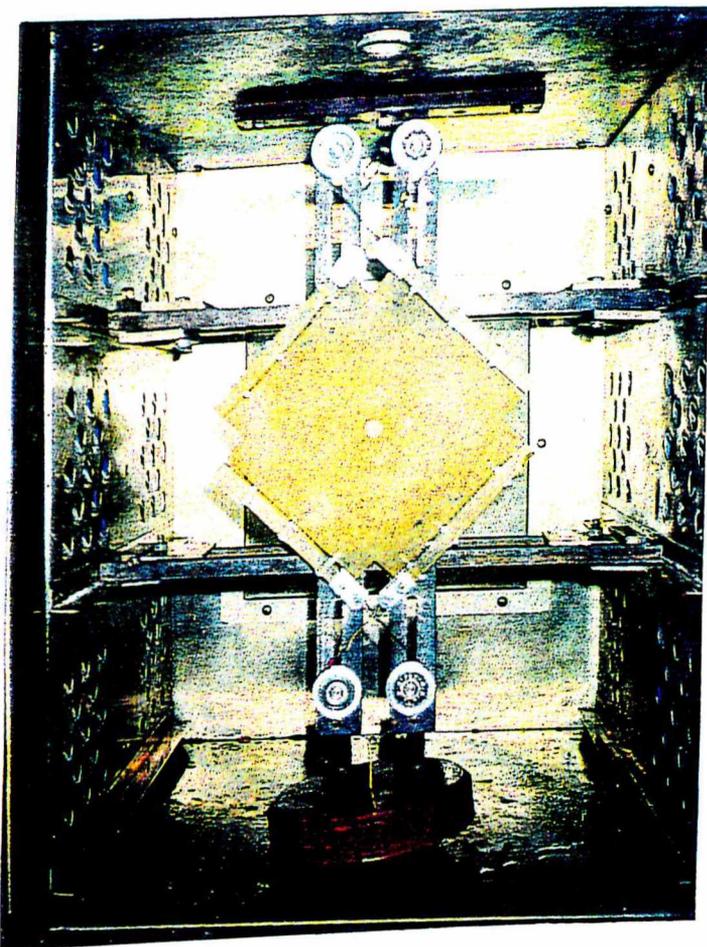


Figura 3.13 - Sistema de carga III

Estes dois últimos sistemas desenvolvidos apresentaram ainda uma dificuldade adicional em sua montagem, que além de se revelar bastante lenta, apresentou uma regulação complexa dos pinos laterais, observando-se ainda que a placa se tornou mais propícia à falha, devido à presença dos furos em suas laterais.

Diante das dificuldades encontradas, optou-se pela utilização do sistema de carga I na realização dos testes em fotoelasticidade tridimensional, pois apesar da não simulação do carregamento de cisalhamento puro, os resultados preliminares assim obtidos mostraram-se, em termos qualitativos, extremamente interessantes, e por isto serão explorados neste trabalho.

CAPÍTULO 4

4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para a obtenção dos resultados experimentais foram usados dois tipos de materiais fotoelásticos, próprios para a utilização em fotoelasticidade plana e tridimensional. O processo de obtenção e calibração destes materiais é apresentado neste capítulo, bem como os resultados experimentais obtidos para as placas com furos em diferentes posições. Estes resultados são expressos em termos do fator de concentração de tensões normalizados. Segundo Peterson [36], concentração de tensões é um aumento localizado das tensões existentes em uma peça sujeita a um determinado carregamento, devido a descontinuidades em sua geometria. A medida quantitativa da concentração de tensões é dada pelo fator de concentração de tensões, que pode ser obtido à partir do máximo valor de tensão encontrado na descontinuidade da peça, dividida por uma tensão nominal previamente definida.

4.1 - Fotoelasticidade Tridimensional

A técnica da fotoelasticidade tridimensional foi utilizada neste trabalho com o objetivo de se determinar a concentração de tensões no contorno de furos circulares de placas planas. Como descrito no Capítulo 3, os ensaios preliminares demonstraram que o sistema de carga desenvolvido não foi capaz de aplicar um carregamento de cisalhamento puro, como desejado. Mesmo assim, os testes em fotoelasticidade

tridimensional foram realizados, pois para um carregamento em que predominam solicitações de compressão biaxial, obtém-se uma interessante configuração da distribuição de tensões.

4.1.1 - Obtenção do Material

Nesta etapa do trabalho foi necessário a construção de moldes especiais para a fundição do material fotoelástico, que foram obtidos através da junção de placas quadradas de vidro, de 4 mm de espessura e dimensões de 250 x 250 mm, e perfis em U de alumínio de espessura de 10 mm, ambos recobertos com borracha de silicone RTV-B.

Em fotoelasticidade é de grande importância a escolha de um bom material para a confecção dos modelos, que deve apresentar as seguintes propriedades básicas [29]:

- a) **Boa transparência** - Esta propriedade permite uma classificação rápida do material pela simples observação;
- b) **Ausência de manchas** - O aparecimento de manchas deve-se a um índice de refração não uniforme, provocado por tensões residuais, que altera sensivelmente o meio isotrópico, o que acarreta sérios problemas, não permitindo a classificação do material quanto à sua utilização;
- c) **Elevada figura de mérito** - A figura de mérito é definida pela razão E/K , onde E é o módulo de elasticidade e K é a constante ótica do material; uma alta figura de mérito proporciona uma relativa igualdade entre a ordem de grandeza das deformações e deflexões no modelo e no protótipo;
- d) **Livre do efeito do tempo nas faces** - Este efeito é frequentemente causado pela absorção de umidade do ar nas faces do material;

Além destas propriedades outras também devem ser observadas, tais como isotropia, ausência de tensões residuais, linearidade da tensão-deformação e fácil usinabilidade.

Dentre os fatores que influenciam na obtenção de resultados usando a técnica da fotoelasticidade, pode-se citar a preparação dos moldes e a fundição dos materiais como sendo de vital importância. Por isto, deve-se dispensar especial atenção a estas duas etapas, seguindo-se cuidadosamente os procedimentos indicados.

Para o estudo usando a técnica da fotoelasticidade tridimensional, utilizou-se como material fotoelástico a resina desenvolvida por Gomide e Cernosek [29], que consiste em uma combinação da resina epoxi ou araldite F da CIBA (CY-205) com os anidridos maleico (MA) e ftálico (PA), na seguinte proporção:

- 100 partes em peso de resina (CY-205)
- 30 partes em peso de anidrido maleico (MA)
- 20 partes em peso de anidrido ftálico (PA)

Esta resina foi preparada através de uma seqüência baseada em trabalhos anteriores [29], destacando o aquecimento da resina epóxi pura até a temperatura de 180°C e a adição dos anidridos ftálico a 150°C (estado sólido) e maleico (estado líquido) a 70°C. Após a obtenção da mistura, a cura do material é feita em dois períodos bem definidos, denominados primeiro e segundo períodos de cura:

a- Primeiro período de cura - Este período do tratamento térmico, após a preparação da mistura, é iniciado com a fundição do material em moldes pré-aquecidos, permanecendo à temperatura de 70°C durante 48 horas, em forno pré-aquecido. Após este intervalo de tempo o material, já parcialmente curado, é retirado dos moldes à temperatura ambiente.

b- Segundo período de cura - Neste período, o material é submetido a uma seqüência de tratamento térmico, sofrendo inicialmente uma elevação de temperatura, a partir da temperatura ambiente (23°C), com variação de aproximadamente $5,5^{\circ}\text{C/h}$ até a temperatura de 160°C , mantida constante durante 48 horas. Em seguida faz-se um resfriamento lento, de $1,5^{\circ}\text{C/h}$, até a temperatura de 100°C , seguido de um resfriamento de aproximadamente 5°C/h até a temperatura ambiente.

Após este período de tratamento térmico, o material apresenta-se pronto para ser utilizado como material fotoelástico. Porém, antes de sua utilização, ele deve ser usinado para se adequar às dimensões desejadas para a placa. A figura 4.1 ilustra o tratamento térmico empregado, com os respectivos períodos de cura do material.

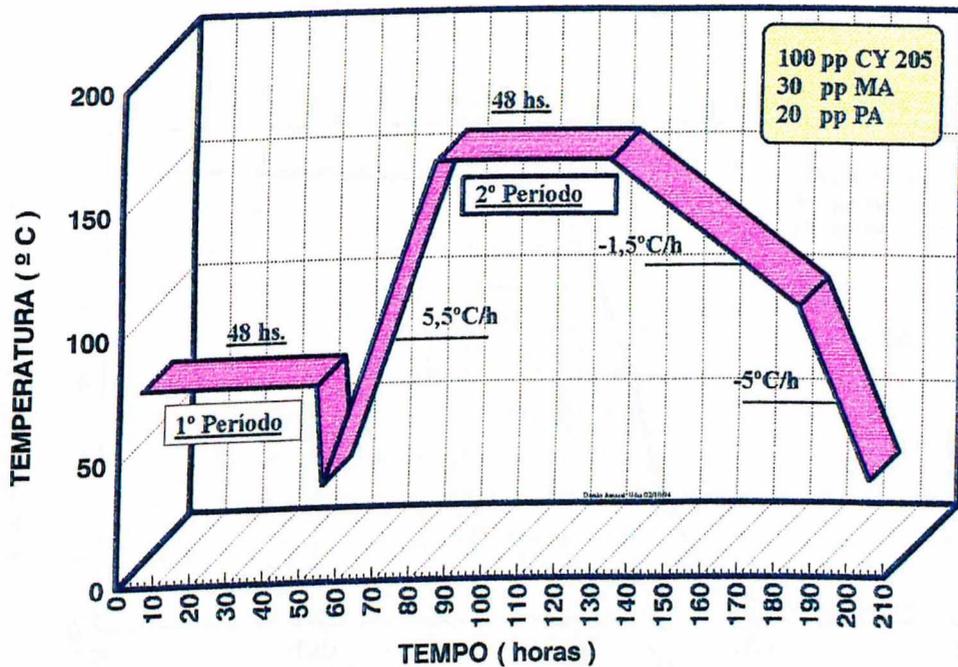


Figura 4.1 - Tratamento térmico: primeiro e segundo períodos de cura

Em uma análise de fotoelasticidade tridimensional, torna-se indispensável o conhecimento das propriedades do material utilizado à temperatura em que ocorre o congelamento das tensões, chamada de temperatura crítica (T_c). Na figura 4.2 é mostrada a variação do valor de franja em função da temperatura para o material fotoelástico usado. Esta temperatura é definida como sendo a temperatura correspondente ao ponto de interseção das tangentes à curva na parte inferior da mesma. Analogamente, a temperatura T_b é determinada na parte superior da curva, definindo-se o intervalo $T_c - T_b$ como sendo a zona de transição do material, na qual o mesmo sofre grandes variações em suas propriedades físicas [15, 29]. Outra propriedade importante nesta análise é a constante ótica do material (K), que é definida como sendo a carga que provoca uma franja por unidade de comprimento, segundo a direção de propagação da luz através do modelo. Estes valores, assim como também o módulo de elasticidade e a razão de Poisson foram obtidos através de métodos convencionais de calibração [28], e são apresentados na tabela 4.1.

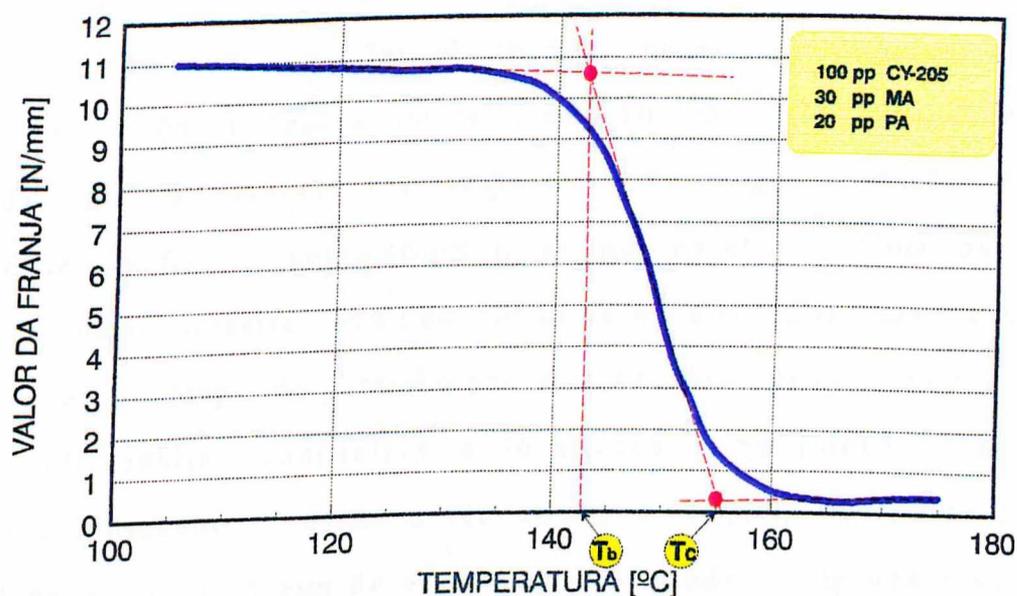


Figura 4.2 - Variação do valor de franja com a temperatura

Tabela 4.1- Propriedades da Resina CY 205 / 30 MA / 20 PA à temperatura crítica

Propriedade	Valor	Unidade
Módulo de Elasticidade	59	MPa
Razão de Poisson	0,40	---
Constante Ótica	0,485	N/mm
Temperatura Crítica	155	°C

4.1.2 - Carregamento do Modelo e Resultados

Após a preparação e calibração dos materiais, as placas foram confeccionadas, conforme já descrito, e montadas no sistema de carga (sistema I) para o congelamento das tensões. O carregamento foi feito dentro de um forno fotoelástico a uma temperatura 10°C acima da temperatura crítica, mantida constante por 30 minutos, sendo aplicada uma carga de 151 N, ao longo da diagonal de tração (figura 4.3). Deve ser ressaltado que, além deste carregamento, uma compressão biaxial também é imposta à placa, devido à dilatação térmica, como já mencionado.

Na seqüência, fez-se um resfriamento lento da placa, com a carga aplicada, até a temperatura ambiente. A carga é então removida, permanecendo fixa a anisotropia ótica no material. Uma das grandes vantagens da fotoelasticidade decorre do fato de ser esta uma técnica capaz de fornecer o campo de distribuição das tensões, propiciando através de uma rápida análise qualitativa a localização dos pontos com maiores tensões e indicando a região a ser estudada. Assim, retirou-se uma fatia central da placa, de 1 mm de espessura, mantendo inalterada a anisotropia fixada e realizou-se as leituras das ordens de franja nestas fatias. Visando obter com maior precisão, os valores das ordens de franja no contorno de

furos circulares, foram marcados oito pontos em direções radiais do furo, nos quais foram determinadas as respectivas ordens de franja, através do método de compensação de Tardy [15]. A partir destes valores lidos nas linha radiais, extrapolou-se as ordens de franjas para o contorno livre do furo, utilizando-se análises de regressão, como pode ser visto no anexo I.

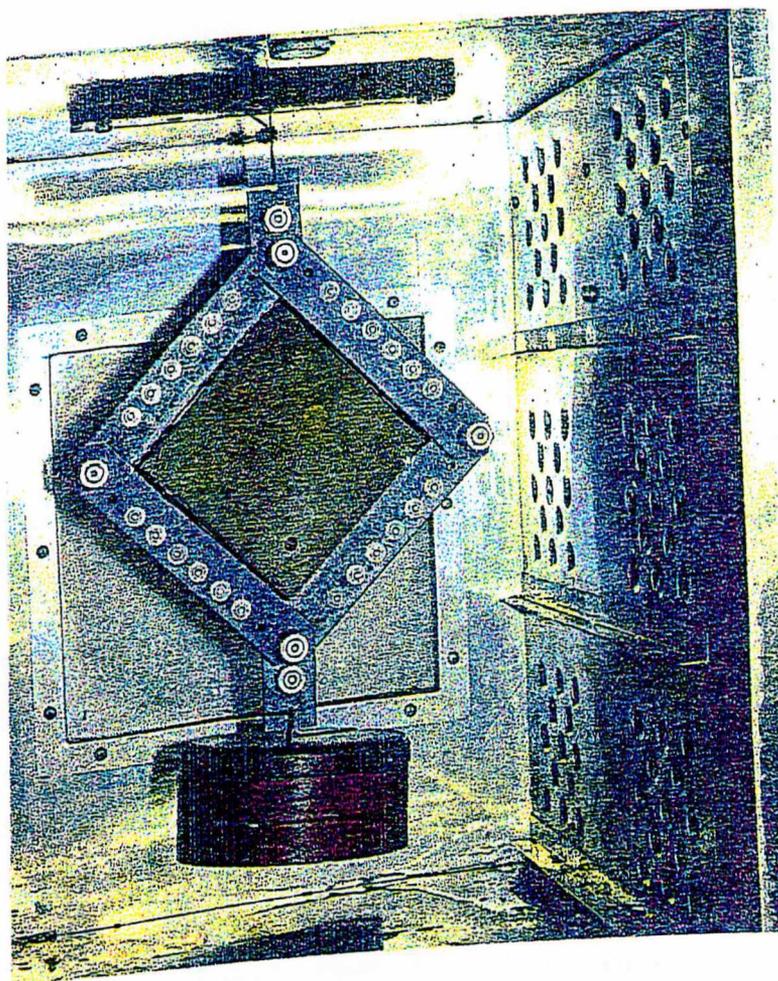


Figura 4.3 - Carregamento da placa no forno fotoelástico

Na figura 4.4 são apresentadas as linhas radiais e os respectivos pontos de leitura das tensões.

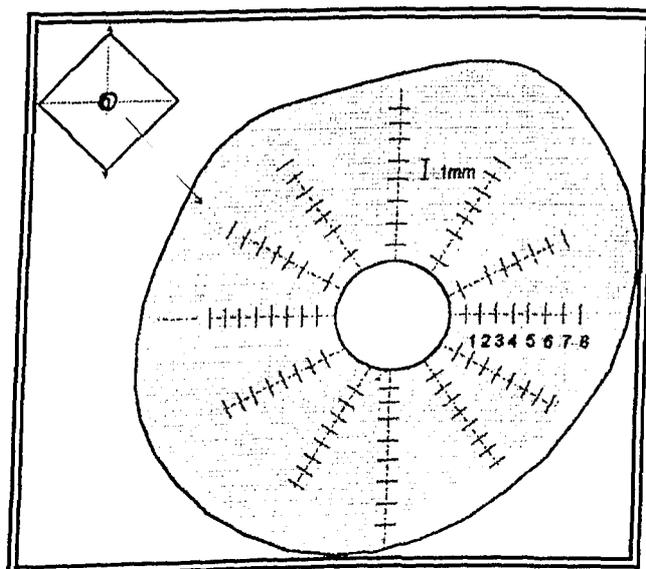


Figura 4.4 - Linhas radiais traçadas para leitura das ordens de franja

Devido à falta de uniformidade e ao desconhecimento dos valores dos carregamentos aplicados em cada ensaio, foram feitos pequenos furos em todos os modelos, sendo estes furos denominados de "furos-padrão". Estes furos foram localizados na diagonal de tração a 64 mm do centro da placa, com diâmetro de 10 mm, não interferindo na distribuição das tensões no furo principal. O objetivo deste procedimento foi o de normalizar as tensões encontradas do contorno dos furos principais, dividindo-se as tensões do contorno dos furos de cada modelo pela tensão máxima do respectivo furo-padrão, obtendo-se assim um fator de concentração de tensões:

$$k = \frac{\sigma_{cmax}^i}{\sigma_{max}^p} = \frac{N_{cmax}^i}{N_{max}^p} \quad (4.1)$$

onde:

σ_{cmax}^i : Tensão principal máxima no contorno do furo, na posição "i";

σ_{max}^p : Tensão principal máxima no contorno do furo padrão

A técnica de obtenção da franja máxima ou tensão principal máxima no furo-padrão foi a mesma usada para os furos principais estudados. Como mostrado na figura 3.9 (a.2 e b.2), a máxima tensão nos contornos dos furos-padrão está localizada em uma direção paralela à diagonal de compressão.

Na figura 4.5 é apresentada a variação das posições dos furos (tabela 3.1) e no anexo II são apresentados a distribuição da concentração de tensões no contorno dos diversos furos analisados. A tabela 4.2 fornece os máximos valores de tensões nos furos principal e padrão para as posições estudadas, bem como os valores dos máximos fatores de concentração de tensões obtidos. É importante ser lembrado que, como já mencionado no capítulo 3 (figura 3.10), a sollicitação dominante foi a de compressão uniforme ou compressão biaxial. Pode-se observar na figura 4.6 que, à medida que o furo se afasta do centro da placa, o fator de concentração de tensões aumenta, sendo este aumento ligeiramente maior na direção da mediatriz das diagonais, como pode ser visto também na figura 4.7.

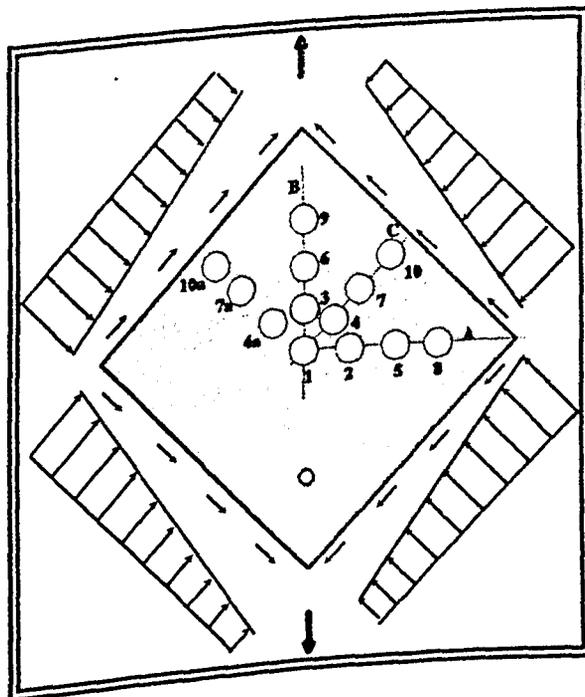


Figura - 4.5 - Variação da posição do furo

Tabela 4.2 - Valores das máximas tensões no contorno de furos circulares para um carregamento de cisalhamento/compressão uniforme

Posição do furo	σ_{ctmax}^i [MPa]	σ_{max}^p [MPa]	k
1	- 0,60	- 0,88	0,68
2	- 1,04	- 1,23	0,85
5	- 1,25	- 1,25	1,00
8	- 1,58	- 1,30	1,21
3	- 1,06	- 1,25	0,85
6	- 1,30	- 1,29	1,01
9	- 1,63	- 1,33	1,22
4	- 1,00	- 1,20	0,84
7	- 1,30	- 1,26	1,03
10	- 1,66	- 1,31	1,27
4a	- 1,45	- 1,72	0,84
7a	- 1,70	- 1,65	1,03
10a	- 1,82	- 1,43	1,27

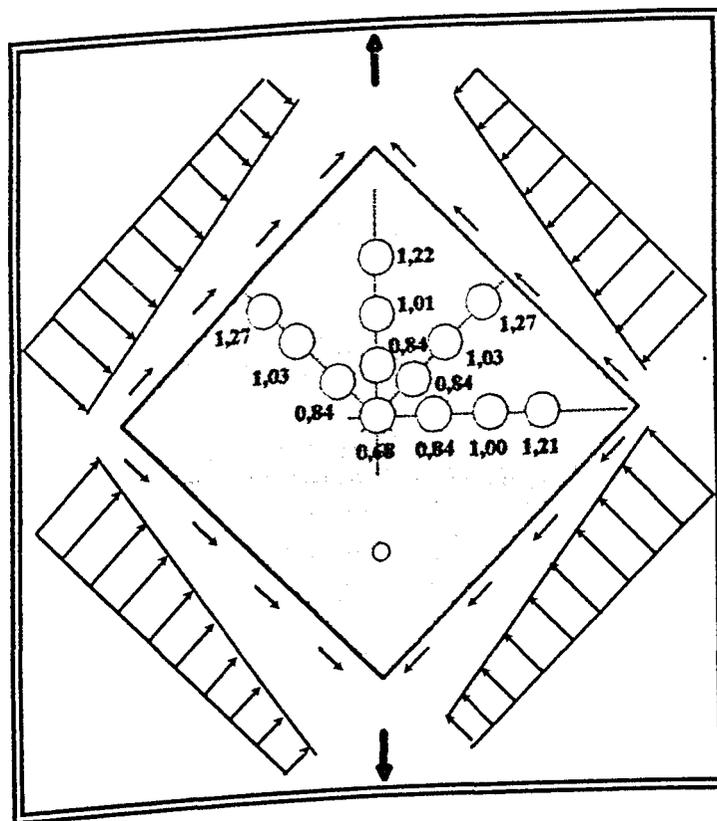


Figura 4.6 - Valores dos máximos fatores de concentração de tensões no contorno de furos circulares

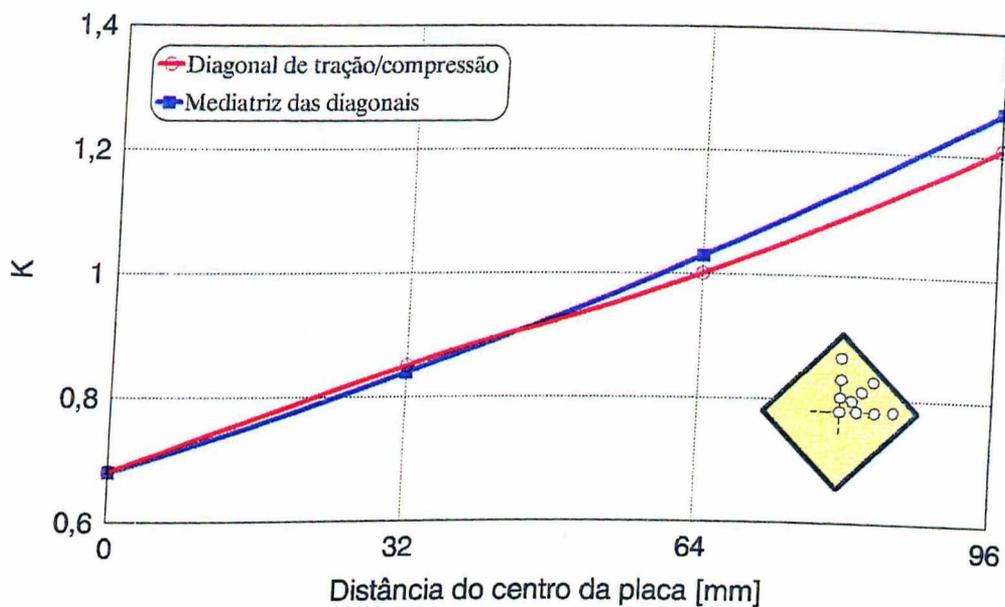


Figura 4.7 - Variação da concentração de tensões no contorno de furos circulares usando fotoelasticidade tridimensional

4.2 - Fotoelasticidade Plana

Com o objetivo de se obter a concentração de tensões no contorno de furos circulares de placas planas cisalhadas, utilizou-se a técnica da fotoelasticidade plana. Esta técnica permite uma análise não destrutiva dos modelos, possibilitando a reutilização dos mesmos quando necessário. Nesta etapa, o carregamento foi realizado através do sistema de carga I, como descrito no capítulo 3, montado em uma máquina universal de testes - MTS 810. A seguir, são descritos os procedimentos de obtenção do material fotoelástico, a realização dos ensaios e também são apresentados os resultados obtidos.

4.2.1 - Preparação do Material

Devido ao grande poder de adesão da resina epoxi durante o período de endurecimento, o material deve ser fundido em moldes especiais. Nesta fase, como na obtenção dos modelos tridimensionais, utilizou-se como molde uma placa de vidro revestida com uma fina camada de borracha de silicone RTV-B, dispensando o uso de agente desmoldante. As laterais utilizadas também foram confeccionadas com borracha de silicone, moldadas em cantoneiras de alumínio de perfis em U. Com o objetivo de eliminar o processo de usinagem das placas, como foi feito para o caso do estudo usando fotoelasticidade tridimensional, esta preparação teve um procedimento mais cuidadoso. Assim, a borracha de silicone, após preparada segundo as instruções do fabricante, foi colocada sobre a superfície de uma placa de vidro em quantidade suficiente para produzir uma camada de aproximadamente 1 mm de espessura. Em seguida, uma placa de acrílico flexível é pressionada sobre a placa de vidro, com pressão suficiente para espalhar a borracha uniformemente sobre a superfície do vidro, previamente impregnado com Primer 1200, propiciando uma perfeita aderência da borracha ao mesmo. Após um período de endurecimento da borracha de 24 horas, a placa de acrílico é retirada, produzindo uma superfície de borracha perfeitamente lisa. Com este processo, a superfície obtida para o material fotoelástico em contato com a placa vidro/borracha será também lisa, sendo a outra superfície definida pelo acabamento da superfície livre, dispensando usinagem e polimento da mesma. O controle da espessura é definido pelo perfeito nivelamento do molde e, tomando-se os cuidados necessários, o molde poderá ser reutilizado.

Após a preparação e posicionamento do molde, os componentes resina e endurecedor são pesados, misturados e vazados cuidadosamente.

Para o presente trabalho, foram confeccionados modelos planos de material fotoelástico, com espessura de 5 mm.

O material utilizado foi uma combinação de resina epoxi XGY 1109 com o endurecedor HY 943, na proporção de 100 partes em peso de resina com 30 partes em peso do endurecedor, recomendado por OLIVEIRA [28]. A obtenção de placas com espessura de 5 mm é feita à temperatura ambiente, entre 20°C e 23°C, sendo o tempo de pré-cura de aproximadamente quarenta minutos, quando então deve ser feita a desmoldagem da placa. Um segundo período de cura, que consiste em deixar o material durante 24 horas à temperatura de 70 °C , deve ser feito para consolidar as propriedades óticas e mecânicas do material.

Após a obtenção do material, determinou-se, através de ensaios de calibração [28], os valores de suas propriedades físicas, apresentadas na tabela 4.3.

Tabela 4.3- Propriedades da Resina XGY 1109 / HY 943 à temperatura ambiente

Propriedade	Valor	Unidade
Módulo de Elasticidade	3217	MPa
Razão de Poisson	0,373	---
Constante Ótica	13,5	N/mm
Temperatura Crítica	61	°C

4.2.2 - Realização dos Ensaios e Resultados Obtidos

Após a preparação do modelo e de sua fixação no sistema de carga, foram realizados os testes à temperatura ambiente, sendo a força de tração

aplicada ao sistema de carga através de uma máquina universal de testes MTS 810. Foram aplicadas três diferentes intensidades de carga, sendo que em cada uma delas foram obtidos os respectivos valores das ordens de franja. Como no caso da fotoelasticidade tridimensional (figura 4.3), o valor da franja no contorno do furo na posição de máximas tensões, foi obtido para cada força, por extrapolação, através de análise de regressão. As curvas de extrapolação podem ser vistas no anexo III. Estes valores foram normalizados para se obter σ/p sendo calculado o valor médio para cada modelo estudado, tendo em vista que as carga aplicadas, em todos os testes, foram de 500, 1.000 e 1.500 N.

Como a fotoelasticidade é uma técnica de campo contínuo, a identificação da posição de máximas tensões no contorno dos furos circulares é imediata. Neste estudo plano, apenas as máximas ordens de franja foram determinadas, sendo que para todas as posições de furo estudadas, o valor máximo foi encontrado para os ângulos $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$, como pode ser visto na figura 4.8.

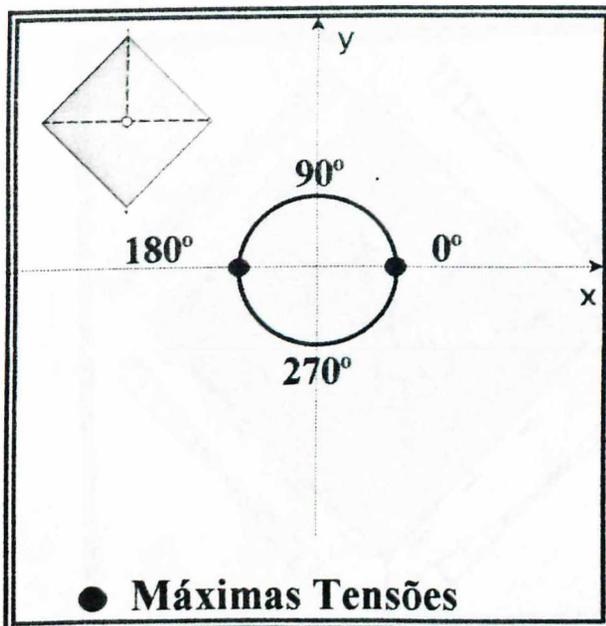


Figura 4.8 - Posição de máxima tensão no contorno dos furos circulares

do furo estudadas. Também com o objetivo de definir o fator de concentração de tensões (k_t), a relação σ/P para cada furo estudado foi dividida pela relação σ_0/P_0 no centro da placa, onde $P=P_0 = 1.000 \text{ N}$. Este procedimento, além de normalizar os resultados para comparação, permite também comparar com resultados de flambagem, encontrados em ensaios similares na bibliografia [11,12].

Foram usadas placas de igual geometria, com furos individuais posicionados ao longo das diagonais de tração/compressão e da mediatriz das diagonais. Em cada uma destas linhas, conforme mostrado na figura 4.10, foram feitos furos de 16 mm de diâmetro, distantes do centro da placa de 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56 e 64 mm, respectivamente. A análise de cada uma destas placas, como já descrito, permitiu a obtenção da variação da concentração das tensões ao longo das diagonais, linhas A e B, e da mediatriz C. Os valores das máximas tensões no contorno dos furos, normalizados para a carga $P = 1.000 \text{ N}$ são apresentados na tabela 4.4 e nas figuras 4.11 a 4.13 são mostrados os resultados obtidos.

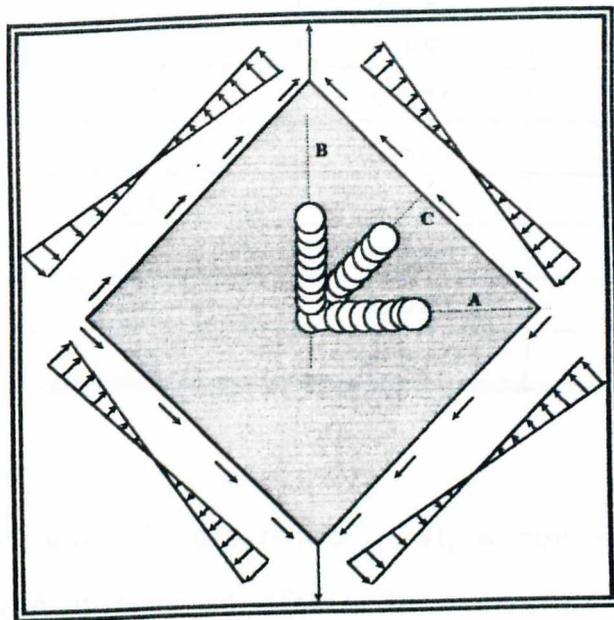


Figura 4.10 - Variação da posição do furo

Tabela 4.4 - Valores das máximas tensões e dos fatores de concentração de tensões no contorno de furos circulares usando fotoelasticidade plana

MEDIATRIZ DAS DIAGONAIS DIAGONAL DE TRAÇÃO DIAGONAL DE COMPRESSÃO

Posição do furo	$\sigma_{\text{cmáx}}^i$ [MPa]	k_1
1	5,428	1,00
A1	6,051	1,11
A2	5,902	1,09
A3	4,898	0,91
A4	4,712	0,87
A5	4,635	0,85
A6	4,329	0,80
A7	4,025	0,74
A8	3,827	0,70
B1	5,332	0,98
B2	6,221	1,15
B3	5,699	1,06
B4	5,321	0,98
B5	5,128	0,94
B6	4,930	0,91
B7	4,835	0,89
B8	4,715	0,87
C1	6,127	1,13
C2	5,898	1,09
C3	5,820	1,07
C4	5,601	1,04
C5	5,526	1,02
C6	5,130	0,94
C7	4,942	0,91
C8	4,725	0,87

Pode-se notar que, de um modo geral, a concentração de tensões diminui à medida que o furo se afasta do centro da placa. Entretanto,

existe uma região de transição próxima ao centro da placa, que varia de acordo com a direção da localização do furo.

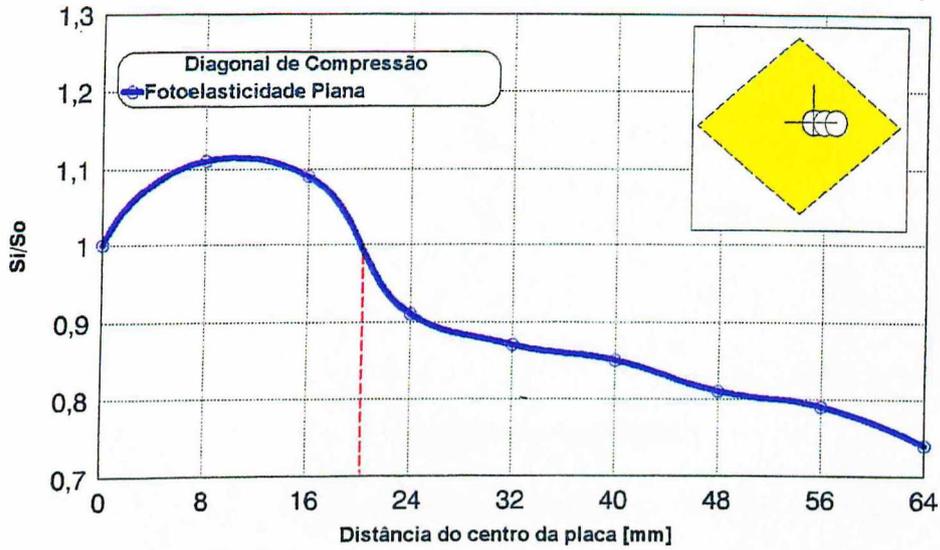


Figura 4.11 - Variação das máximas tensões na diagonal de compressão

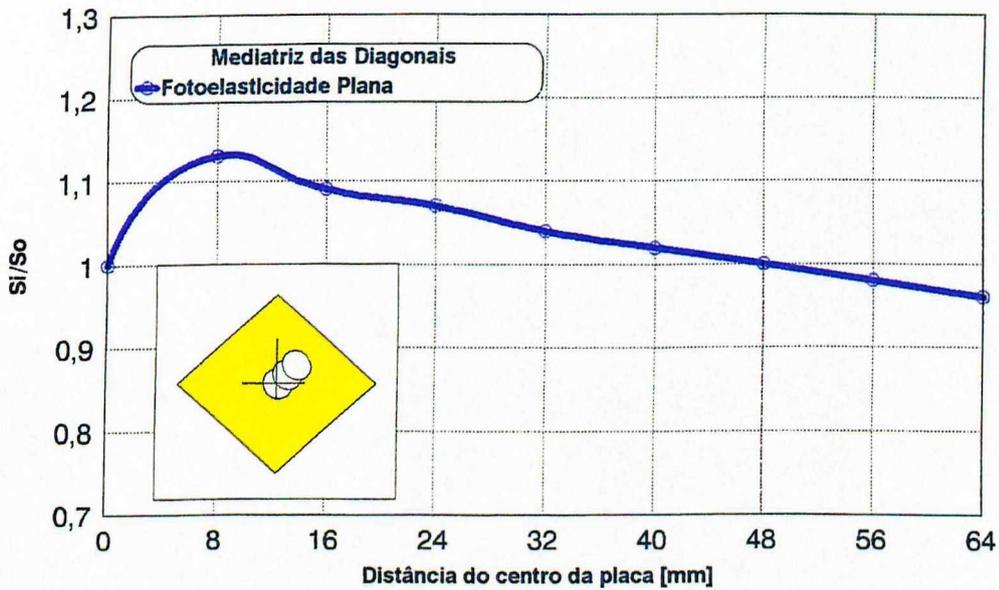


Figura 4.12 - Variação das máximas tensões na mediatriz das diagonais

CAPÍTULO 4

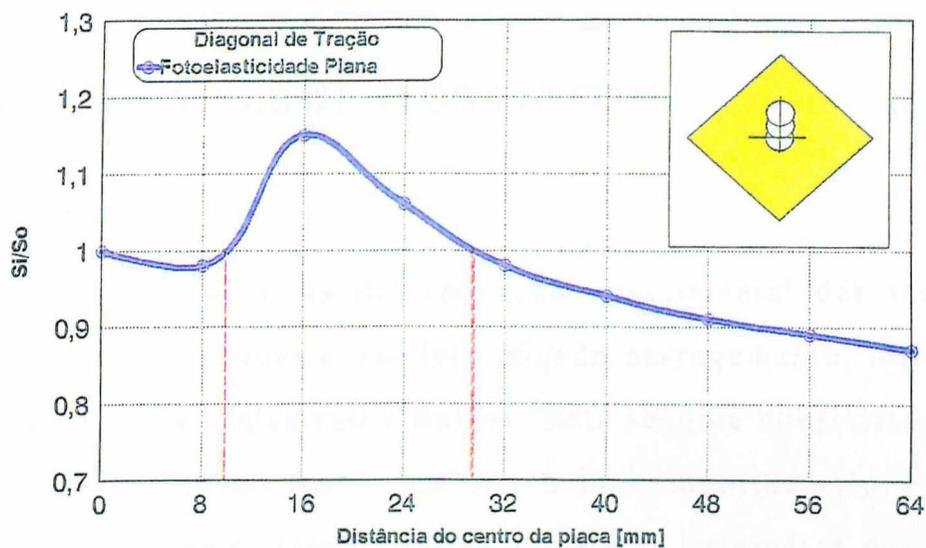


Figura 4.13 - Variação das máximas tensões na diagonal de tração

CAPÍTULO 5

5 - ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

Neste trabalho, além da determinação experimental das tensões em placas com furos submetidas a um determinado carregamento, utilizou-se a simulação numérica via elementos finitos. Esta técnica consiste em dividir o modelo a ser estudado em elementos cujo comportamento é de fácil compreensão, e a seguir, reconstitui-se o sistema original a partir destes elementos. Para atingir este objetivo, utilizou-se o programa de análise estrutural ANSYS [27], que possui uma vasta biblioteca de elementos que podem ser utilizados de acordo com a necessidade do problema a ser estudado. Assim, procurou-se os elementos que melhor se adaptassem à geometria e às condições de carregamento em estudo.

5.1 - Solicitação Múltipla

O estudo experimental das placas com furos em diferentes posições, usando a técnica da fotoelasticidade tridimensional, mostrou que, apesar de submetidas a um carregamento complexo, as solicitações de compressão-compressão e cisalhamento foram predominantes. Esta última distribuição de tensões foi devida ao carregamento de tração aplicado na moldura, sistema de carga I, usado para simular cisalhamento puro, quando fotoelasticidade plana é usada. Desta forma, a simulação das cargas usando a técnica de elementos finitos foi realizada considerando estas solicitações,

como mostrado na figura 3.10. O carregamento utilizado nesta etapa, além das componentes de compressão-compressão nos eixos ortogonais da placa constou também da aplicação de um esforço de tração na direção de uma das diagonais da placa, conforme imposto na análise experimental.

Para a simulação deste carregamento usando o método de elementos finitos foi feita uma calibração para determinar a relação da força de tração aplicada na moldura e a sollicitação biaxial de compressão, provocada pela dilatação térmica. Para isto, usou-se o modelo com furo circular no centro da placa, cuja distribuição experimental das tensões é mostrada na figura 5.1-a. Assim, para uma carga constante de tração de 151 N aplicada no modelo experimental e com as propriedades físicas do material fotoelástico à temperatura crítica, variou-se no programa ANSYS o valor da sollicitação de compressão biaxial, até se obter uma distribuição de tensões semelhante à obtida experimentalmente. A figura 5.1-b mostra a distribuição usando elementos finitos, onde os valores já se encontram normalizados, da mesma forma que no estudo experimental. Este procedimento de calibração da sollicitação biaxial de compressão, permitiu determinar a força por unidade de área, $p=0,155$ MPa, parâmetro este utilizado juntamente com a força de tração $P=151$ N, para as outras posições do furo na placa.

O procedimento usado na técnica de elementos finitos e que originou os resultados da figura 5.1-b, constou da elaboração da geometria do modelo, definição dos seus nós e elementos e a caracterização das propriedades físicas do material. Assim, para simular a atuação do sistema de carga I, foram necessários a utilização de elementos triangulares e quadrilaterais para definir a geometria da placa e elementos rígidos no contorno da placa, em combinação com elementos de rótula, de modo a simular o sistema de carga projetado e o efeito da dilatação térmica. Estes elementos podem ser vistos nas figuras 5.2 a 5.4. Um outro fator considerado para a escolha do tipo de malha utilizada nesta análise foi a

existência do furo-padrão. Conforme descrito no capítulo anterior, nos ensaios em fotoelasticidade tridimensional, os modelos continham um furo-padrão destinado a normalizar as tensões obtidas. Assim, para possibilitar a comparação daqueles resultados com os obtidos em elementos finitos as placas, com diversas posições de furo, foram simuladas, também, com este furo-padrão em posição fixa, a mesma utilizada na análise fotoelástica tridimensional. Na figura 5.5 pode-se observar um modelo de malha completa utilizada na formulação do problema, mostrando os tipos de elementos, com os elementos de rótula nos vértices da figura.

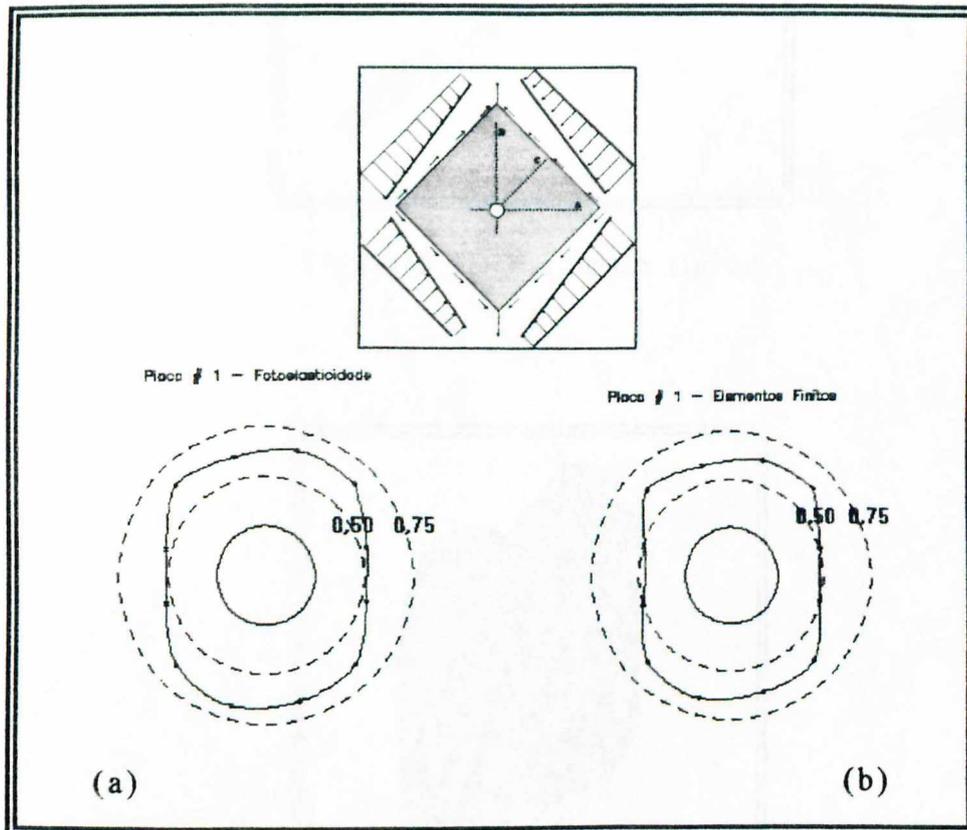


Figura 5.1 - Fator de concentração de tensões para um furo no centro:
 a) Fotoelasticidade tridimensional b) Elementos finitos

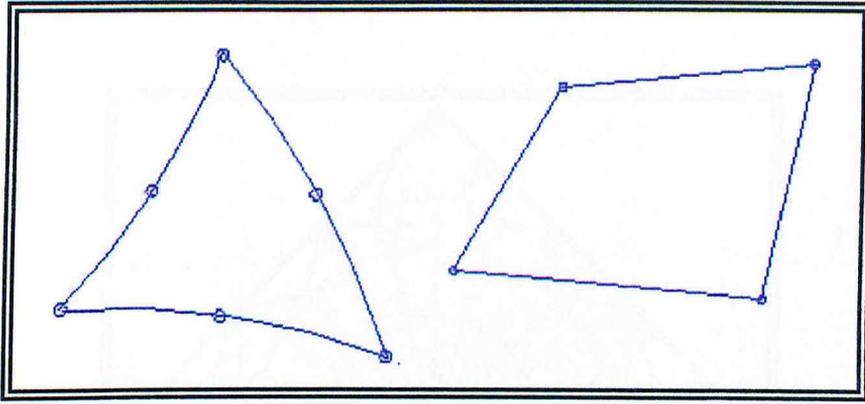


Figura 5.2 - Elementos triangular e quadrilateral

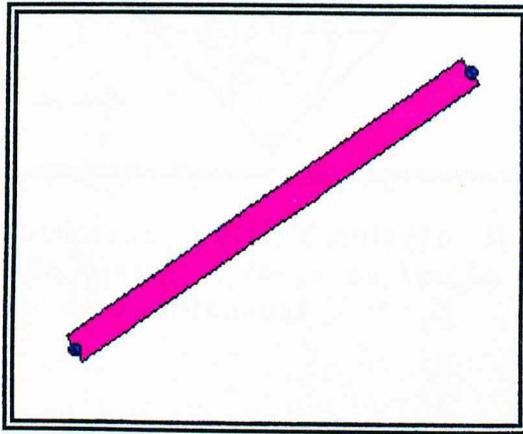


Figura 5.3 - Elemento rígido

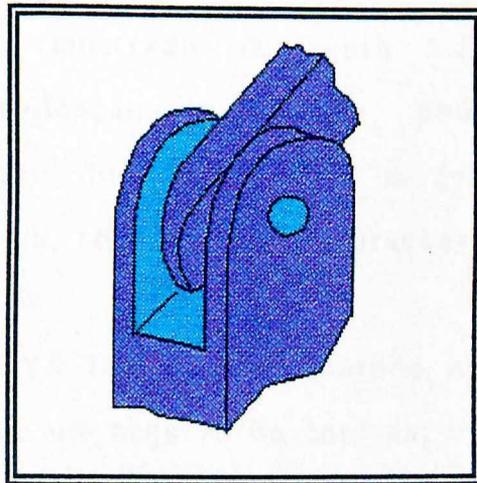


Figura 5.4 - Elemento de rótula

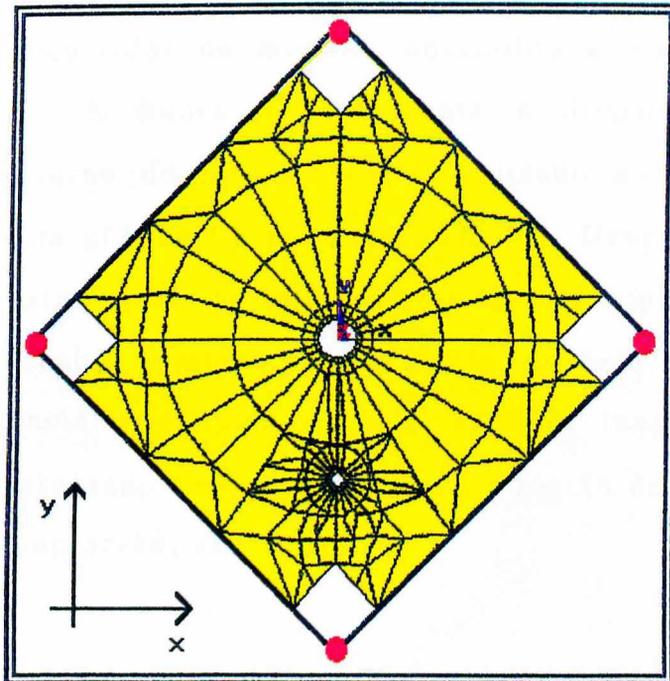


Figura 5.5 - Malha utilizada para simulação de solicitação múltipla: compressão biaxial e força de tração na moldura, e sistema referencial de coordenadas

O carregamento foi realizado através da aplicação de uma carga concentrada, $P = 151 \text{ N}$, em uma rótula da diagonal de tração, sendo a outra rótula mantida com restrições de deslocamento na direção y do sistema de referência, mostrado na figura 5.5. O carregamento foi completado com a aplicação de pressão, $p = 0,155 \text{ MPa}$, distribuída uniformemente ao longo do contorno do modelo. Como condição de simulação foram, também, restringidas as rotações de todas as rótulas em relação aos eixos x e y .

O programa ANSYS foi então executado em um microcomputador tipo PC 486, à partir de um arquivo de entrada, no qual foram fornecidos os dados relativos à geometria e propriedades físicas do modelo, as

restrições impostas e a condição de carregamento a ser aplicada. Este programa, além de fornecer resultados numéricos das tensões, deformações e deslocamentos ocorridos no modelo, possibilita a visualização gráfica destes parâmetros. A figura 5.6 apresenta a distribuição da tensão tangencial no contorno do furo circular localizado no centro da placa, fornecida pela saída gráfica do programa ANSYS. Deve-se observar que, como o presente estudo trata de um problema de estado plano de tensões, a distribuição das tensões principais no contorno do furo é definida apenas pela tensão tangencial ($\sigma_\theta = \sigma_1$ ou $\sigma_\theta = -\sigma_2$), sendo a tensão radial sempre zero. No caso apresentado na figura 5.6, toda a região do furo encontra-se com tensões de compressão, sendo $\sigma_\theta = -\sigma_2$.

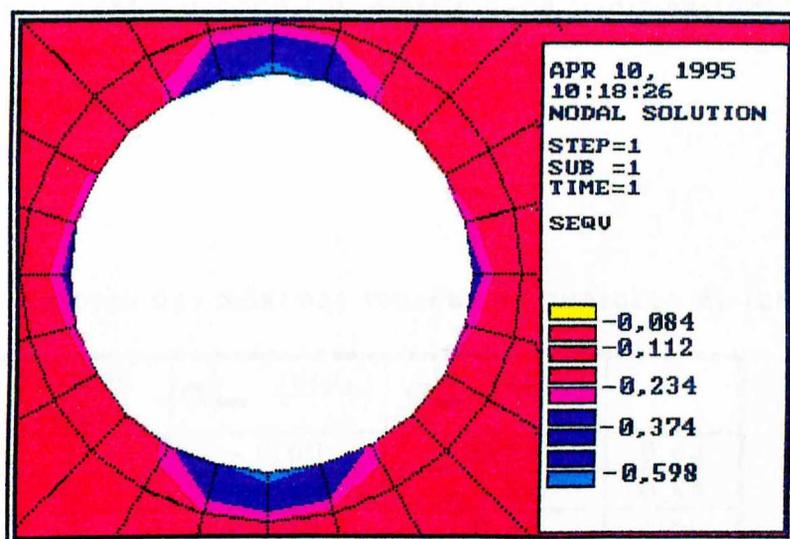


Figura 5.6- Distribuição da tensão principal σ_θ para uma placa com furo circular centralmente localizado

Para a simulação com o furo no centro da placa, com a geometria, definida no Capítulo 3 (item 3.2), e com as cargas como já definidas, os resultados mostrados na figura 5.6 apontam para um valor de tensão

máxima de $\sigma_{\text{cmax}}^i = -0,598$ MPa, localizado no contorno do furo ao longo da diagonal de tração (figura 5.1.b), coincidente com os valores obtidos pela fotoelasticidade (figuras 3.9.a.1 e 5.1.a). Por outro lado, a máxima tensão no furo-padrão ocorreu na posição definida pelo ângulo $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$ (figura 4.9), sendo $\sigma_{\text{max}}^p = 0,88$.

Na figura 5.7 são apresentados os valores dos máximos fatores de concentração de tensões obtidos para as diferentes posições dos furos, usando esta simulação numérica. Estes fatores foram obtidos dividindo-se os valores das tensões máximas nos contornos dos furos pela máxima tensão encontrada para o furo-padrão. Estes valores de tensões, mostrados na tabela 5.1, foram obtidos nos nós que compõem o contorno dos furos. Deve ser reforçado que as posições dos furos estudados foram as mesmas da análise experimental usando fotoelasticidade tridimensional.

Tabela 5.1 - Valores das máximas tensões no contorno de furos circulares

Posição do furo	σ_{cmax}^i [MPa]	σ_{max}^p [MPa]	K
1	- 0,60	- 0,88	0,68
2	- 0,74	- 0,88	0,84
5	- 0,88	- 0,88	1,00
8	- 1,03	- 0,88	1,17
3	- 0,74	- 0,88	0,84
6	- 0,88	- 0,88	1,00
9	- 1,03	- 0,88	1,17
4	- 0,75	- 0,88	0,85
7	- 0,91	- 0,88	1,03
10	- 1,10	- 0,88	1,24
4a	- 0,75	- 0,88	0,85
7a	- 0,91	- 0,88	1,03
10a	- 1,10	- 0,88	1,24

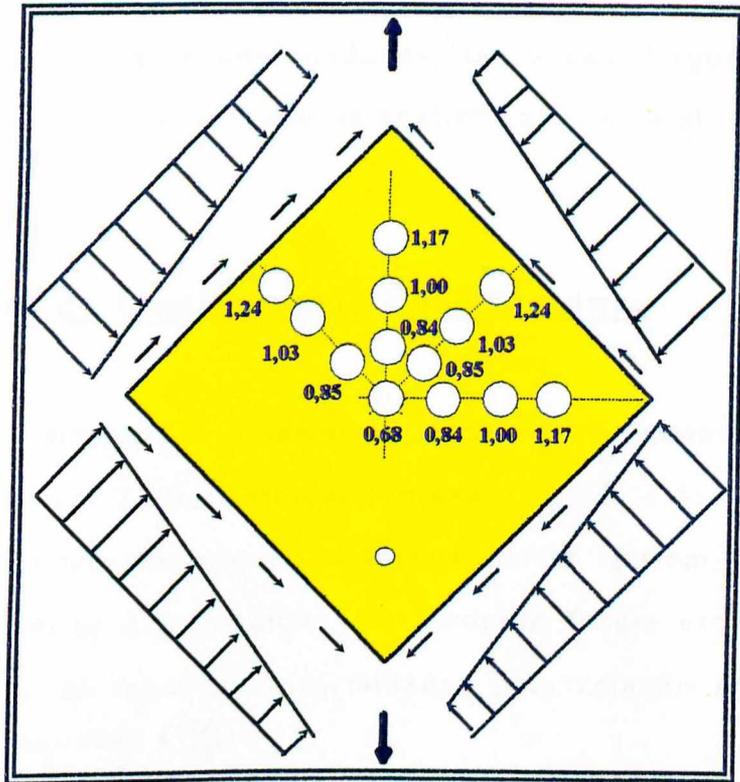


Figura 5.7 - Variação do fator de concentração de tensões

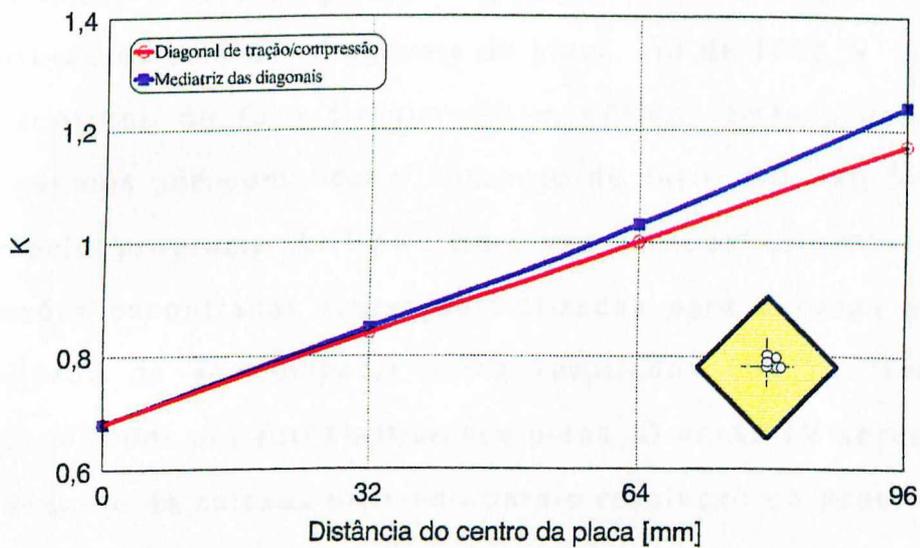


Figura 5.8- Concentração de tensões no contorno de furos circulares, usando elementos finitos

Pode-se observar nas figuras 5.7 e 5.8 que, o valor do fator de concentração de tensões aumenta à medida que o furo é afastado centro da

placa. Nota-se também que há pouca variação na concentração de tensões para posições de mesmas excentricidades, tanto nas diagonais como nas mediatrizes, fato também observado na análise experimental.

5.2 - Solicitação de Cisalhamento Puro/Moldura

Para a simulação numérica do carregamento aplicado experimentalmente em fotoelasticidade plana (figura 3.5), os elementos utilizados foram os mesmos descritos anteriormente. Porém, nesta análise, assim como na análise experimental, os modelos foram estudados sem o furo-padrão, sendo as tensões uniformizadas pela relação entre a tensão máxima e a carga aplicada (σ/p).

As propriedades físicas e fotoelásticas do material, à temperatura ambiente, foram determinadas através da calibração realizada durante a análise experimental. O carregamento aplicado na moldura, ou força de tração na direção de uma das diagonais da placa, foi de 1000 N. Assim, as tensões no contorno do furo circular foram obtidos através das tensões registradas nos nós que compõem o contorno do furo, que são fornecidas diretamente pelo programa ANSYS. Uma vez obtidos estes valores, as máximas tensões encontradas foram normalizadas para a carga aplicada, com a finalidade de se comparar estes resultados com os resultados experimentais, obtidos por fotoelasticidade plana. O anexo IV apresenta um exemplo do arquivo de entrada utilizado para a resolução do problema e na figura 5.9 é apresentada a malha utilizada para o modelo de uma placa com furo central.

As posições estudadas foram as mesmas utilizadas para a análise em fotoelasticidade plana. A figura 5.10 apresenta a distribuição de tensões para um furo circular localizado no centro da placa, obtida no programa

ANSYS, onde pode ser observado o valor da máxima tensão no contorno do furo (MX).

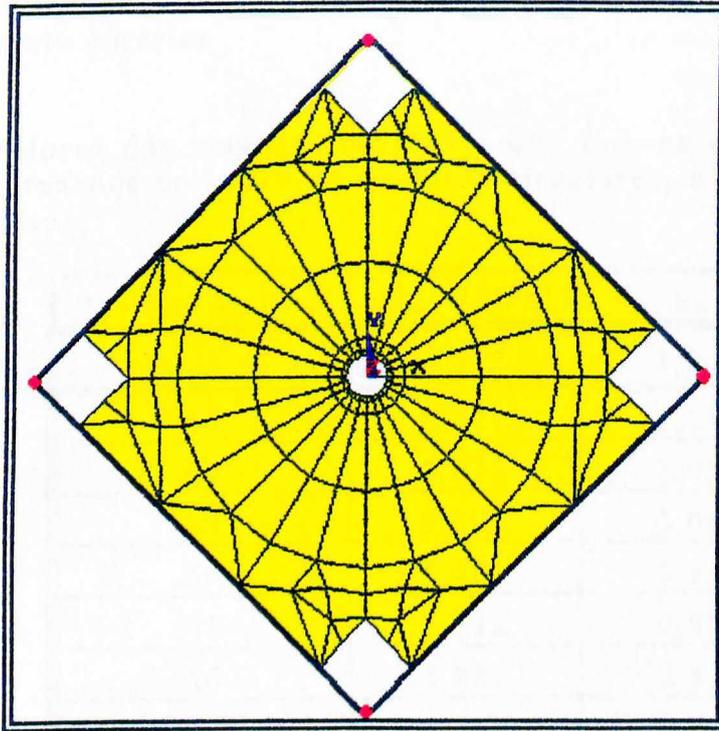


Figura 5.9 - Modelo utilizado para simulação em cisalhamento puro / moldura

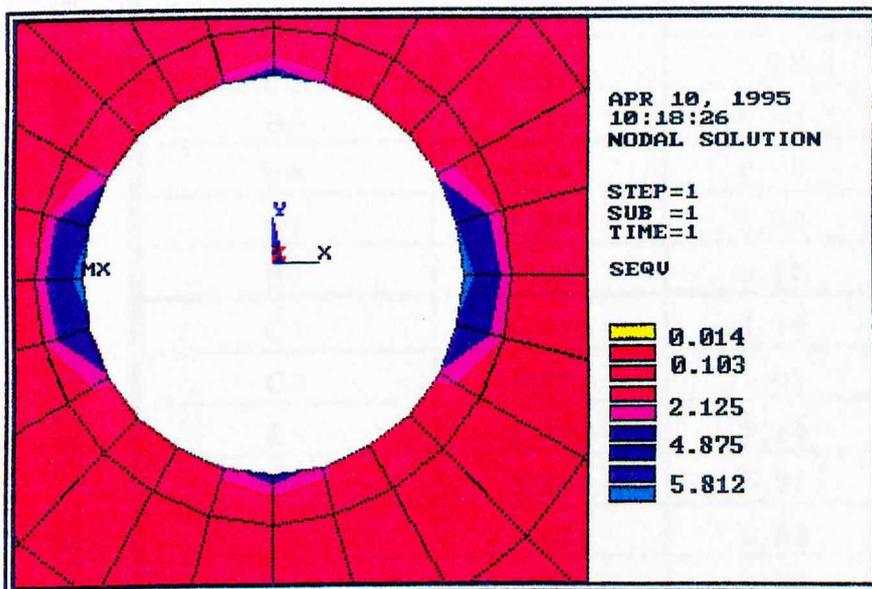


Figura 5.10- Distribuição da tensão de Von-Mises (σ_{VM}) para uma placa com furo circular centralmente localizado

Após obtidos os valores das máximas tensões normalizadas em cada posição do furo, mostrados na tabela 5.2, dividiu-se estes valores pelo valor da máxima tensão normalizada para uma placa com furo no centro, com a finalidade de se adimensionalizar os valores obtidos, conforme descrito no capítulo anterior.

Tabela 5.2 -- Valores das máximas tensões e dos fatores de concentração de tensões no contorno de furos circulares, usando elementos finitos

MEDIATRIZ DAS DIAGONAIS DIAGONAL DE TRACÇÃO DIAGONAL DE COMPRESSÃO

Posição do furo	$\sigma_{\text{máx}}^i$ [MPa]	k_1
1	5,812	1,00
A1	6,021	1,03
A2	5,835	1,00
A3	5,598	0,96
A4	5,401	0,93
A5	5,112	0,88
A6	4,841	0,83
A7	4,510	0,78
A8	4,302	0,74
B1	5,320	0,91
B2	6,040	1,03
B3	5,900	1,02
B4	5,762	0,98
B5	5,498	0,95
B6	5,397	0,93
B7	5,201	0,90
B8	5,121	0,88
C1	6,610	1,14
C2	5,896	1,09
C3	5,590	0,97
C4	5,304	0,91
C5	5,136	0,88
C6	4,925	0,84
C7	4,738	0,81
C8	4,515	0,77

Nas figuras 5.11 a 5.13 são mostrados os resultados adimensionalizados obtidos por esta simulação numérica.

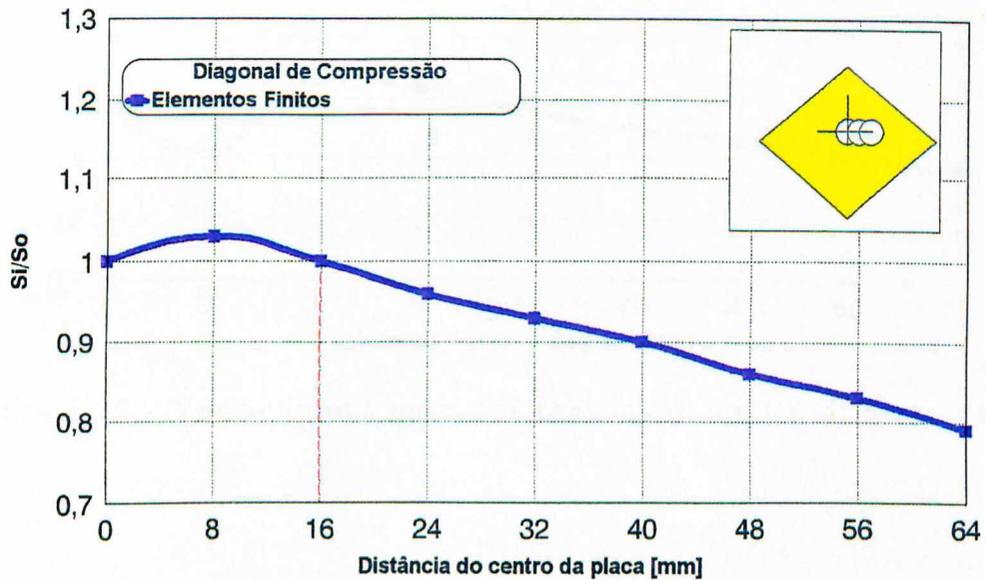


Figura 5.11 - Variação das máximas tensões na diagonal de compressão

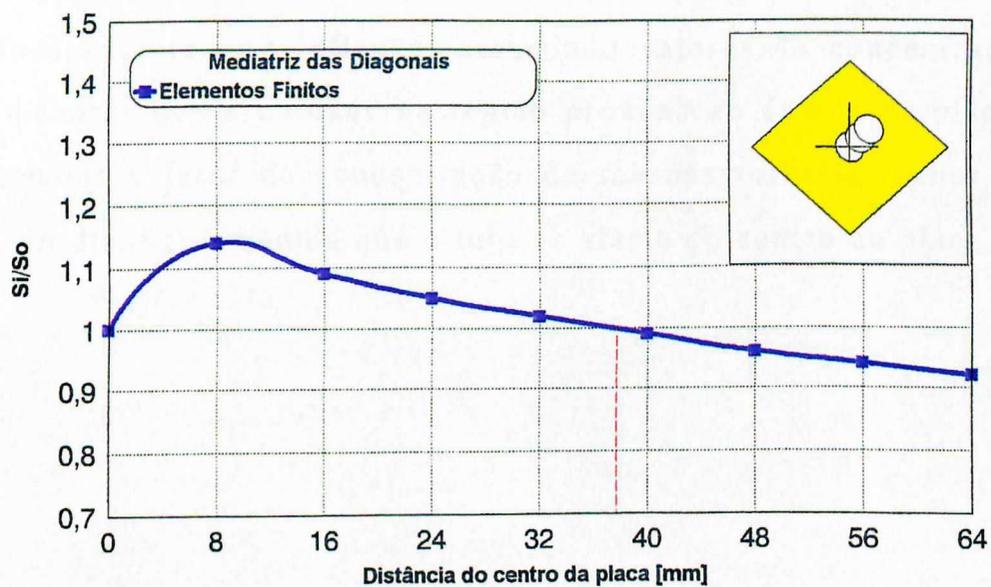


Figura 5.12 - Variação das máximas tensões na mediatriz das diagonais

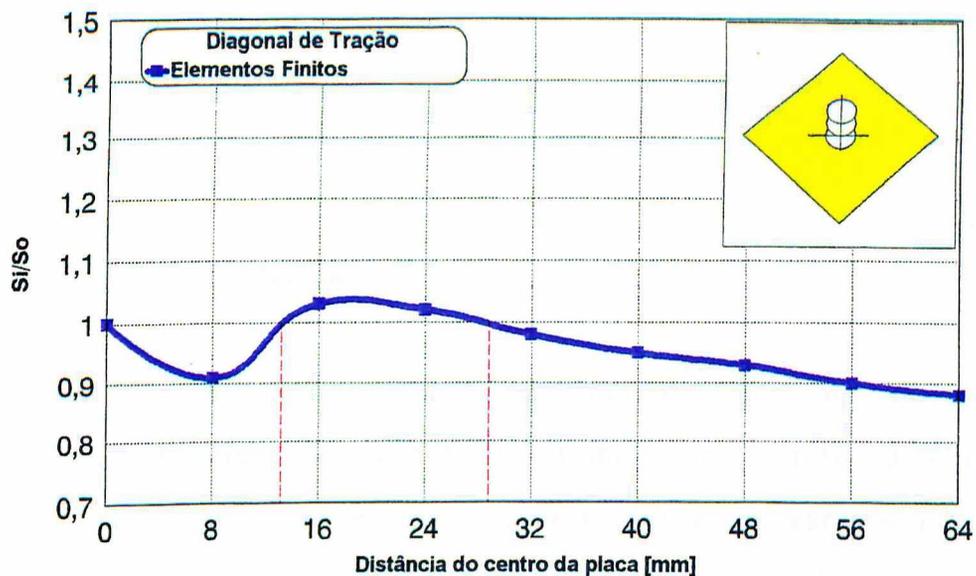


Figura 5.13 - Variação das máximas tensões na diagonal de tração

Observa-se nas figuras 5.11 a 5.13 um comportamento semelhante para as curvas da diagonal de compressão e da mediatriz das diagonais, atingindo o máximo valor de concentração de tensões para um furo localizado a 8 mm do centro da placa. Por outro, lado a curva da diagonal de tração apresenta uma inflexão, assumindo valores de concentração de tensões menores que a unidade na região próxima ao centro da placa. Em todas direções o fator de concentração de tensões torna-se menor que a unidade ou diminui à medida que o furo se afasta do centro da placa.

CAPÍTULO 6

6 - DISCUSSÃO

6.1 - Considerações Gerais

O conhecimento do problema de concentração de tensões em estruturas envolve, além do aspecto econômico de projeto, a segurança humana, na medida em que evita possíveis falhas em estruturas. Placas quadradas e retangulares, são utilizadas em uma variedade de estruturas tais como plataformas de aço de grande porte, navios, aeronaves e ainda como almas de vigas cheias, que podem ser submetidas a tensões cisalhantes uniformes, sendo então denominadas de placas cisalhadas. Frequentemente, há a necessidade de se efetuar furos nessas placas, objetivando, por exemplo, a passagem de dutos, tubos e equipamentos, ou ainda a redução de peso da estrutura. A presença de furos nas placas geralmente provoca a falha da estrutura por escoamento ou por flambagem, sendo estas falhas atribuídas à presença de altas tensões localizadas nestas regiões. Assim, visando um estudo desta concentração de tensões, utilizou-se neste trabalho as técnicas de análise de tensões por fotoelasticidade e por elementos finitos. A utilização conjunta destas técnicas permite um monitoramento de uma em relação à outra, assegurando uma maior confiabilidade aos resultados obtidos e permitindo, também, uma análise mais detalhada do problema em estudo.

Para o estudo de placas planas cisalhadas, normalmente são consideradas como variáveis de projeto os parâmetros envolvendo, a relação entre o diâmetro do furo e a largura da placa (d/a), a posição do furo, a sua forma e a espessura da placa. A análise conjunta destes

parâmetros torna-se bastante complexa e demorada. Assim, neste trabalho optou-se pela avaliação da influência da posição de furos circulares na concentração de tensões, mantendo-se os demais parâmetros constantes. Desta forma, a espessura da placa foi escolhida considerando-se a Teoria Clássica de Placas [2], que estabelece que a espessura da placa deve ser, pelo menos, dez vezes menor que a sua menor dimensão. Outro fator determinante na escolha da espessura da placa, é a espessura ideal para que um material possa ser utilizado em fotoelasticidade plana, que de acordo com Oliveira [28], deve estar entre 5 e 10 mm. Dentro destes aspectos, optou-se por uma espessura de 5 mm, mantida constante para todas as placas.

Por outro lado, a escolha de uma relação $d/a = 0,1$, objetivou a realização de um estudo em uma classe de furos denominados furos pequenos ($d/a \leq 0,1$), sobre a qual não existem muitos estudos realizados. Outro fator importante na definição desta relação decorre dos resultados obtidos por Naranayan e Chow [12] que, estudando o comportamento à flambagem de placas cisalhadas, afirmam que o coeficiente de flambagem é *"virtualmente insensível a localização dos furos para uma relação $d/a \leq 0,1$, quer estes estejam localizados na diagonal de tração ou na diagonal de compressão"*. Assim, para o estudo da localização do furo, considerou-se como variável a excentricidade dos furos ($e=L/a$), localizados nas diagonais de tração e de compressão e na mediatriz das diagonais. Os valores desta excentricidade foram variados de 0 a 0,40, com um incremento de 0,05, objetivando uma análise mais detalhada do comportamento da concentração de tensões ao longo das linhas em estudo, em uma região mais próxima ao centro da placa, uma vez que outros autores [7, 11, 12], em estudo de flambagem em placas cisalhadas utilizaram um incremento na excentricidade maior ou igual a 0,1. Segundo estes trabalhos, a excentricidade maior que 0,1 implica em um decréscimo do

coeficiente de flambagem, quando as placas possuem uma relação $d/a > 0,1$. porém, quando a relação d/a é igual a $0,1$, o coeficiente de flambagem é maior para um valor de excentricidade igual a $0,1$ do que para um furo localizado no centro da placa. Deste modo, um incremento menor na variação da excentricidade do furo possibilita uma análise mais pormenorizada da localização do furo em uma região próxima do centro da placa. Assim este procedimento procurou também fornecer dados mais detalhados sobre o comportamento de furos pequenos, pois segundo Naranayan e Chow [12], para furos pequenos o valor do coeficiente de flambagem não varia significativamente com a posição do furo quando localizado na diagonal de tração.

6.2 - Solicitação de Cisalhamento Puro

Uma vez estabelecidos os parâmetros do estudo, procurou-se idealizar um sistema de carga para a simulação de cisalhamento puro. Como pode ser visto na figura 3.5, apesar da existência de componentes de tração/compressão, o sistema idealizado fornece resultados experimentais próximos aos obtidos pela análise teórica de cisalhamento puro (figura 3.4). A figura 3.7 mostra a distribuição de tensões obtida com o sistema de carga desenvolvido, no contorno de um furo circular centralmente localizado, quando a fotoelasticidade plana é usada. A relação entre as máximas tensões de compressão e de tração no contorno do furo, obtida experimentalmente é igual a $0,991$, que é muito próxima da relação obtida teoricamente [34, 35], que é igual a 1 . Estes resultados demonstram que o sistema pode ser utilizado para simular, com razoável aproximação, a ocorrência de cisalhamento puro nas placas.

Assim, usando a técnica da fotoelasticidade plana e a geometria e posições dos furos definidas no Capítulo 4 (item 4.2.2), as máximas tensões ou máximos fatores de concentração de tensões foram determinados, através da normalização das tensões para uma placa com furo localizado no centro. Pela tabela 4.4, pode-se notar que há um decréscimo da concentração de tensões à medida que o furo é afastado do centro da placa. Na diagonal de compressão (A), a variação entre a concentração de tensões para um furo no centro da placa e para um furo a 64 mm do centro ($e=0,4$) é de 30%, enquanto que para um furo localizado na diagonal de tração ou na mediatriz das diagonais, esta variação é da ordem de 13%. A análise de elementos finitos (tabela 5.2) mostra que as variações são similares para a diagonal de compressão (26%) e para a diagonal de tração (12%), enquanto que para furos localizados ao longo da mediatriz das diagonais, esta variação é um pouco maior, sendo aproximadamente de 23%. Estes valores indicam que a concentração de tensões para a relação $d/a = 0,1$ é sensível à localização do furo, sendo esta sensibilidade mais acentuada quando o furo é localizado na diagonal de compressão. Analisando-se os resultados obtidos, pode-se observar na análise experimental que, o fator de concentração de tensões para furos localizados na diagonal de compressão (figura 4.11), aumenta com o aumento da distância do furo, até uma posição onde $d = 20$ mm ($e=0,125$), posição na qual a máxima tensão obtida é igual à máxima tensão para um furo centralmente localizado. À partir desta posição, o fator de concentração de tensões decresce à medida que o furo é afastado do centro da placa. A análise numérica (figura 5.11) mostra um comportamento similar ao obtido experimentalmente, sendo porém, a posição de máxima tensão ou de máxima concentração de tensões, correspondente a um furo localizado a uma distância de 8 mm do furo central. De forma similar, nas figuras 4.12 e 5.12, pode-se observar que, para a mediatriz das diagonais,

inicialmente o fator de concentração de tensões aumenta quando o furo é afastado do centro da placa, atingindo um valor máximo à uma distância de 8 mm ($e=0,05$) tanto para a análise fotoelástica quanto para a análise de elementos finitos. Após este ponto, na análise fotoelástica, os valores do fator de concentração de tensões decrescem com afastamento do furo do centro da placa, sendo que, até uma distância de 48 mm ($e=0,3$), as máximas tensões são maiores que a máxima tensão obtida para o furo central. Na análise numérica há uma tendência semelhante à da curva experimental, porém as máximas tensões são iguais para o furo no centro e a uma distância de 38 mm. Por outro lado, quando o furo está localizado na diagonal de tração, a máxima tensão verificada experimentalmente às distâncias de 10 mm e de 30 mm são iguais à máxima tensão de um furo centralmente localizado (figura 4.13). Após a distância de 30 mm, a concentração de tensões diminui quando o furo é afastado do centro da placa. É interessante notar que, existe uma região próxima ao centro da placa onde o fator de concentração de tensões passa por um valor menor que 1, atingindo em seguida um valor máximo à distância de 16 mm ($e=0,1$), à partir do qual a curva adquire uma tendência decrescente. Por sua vez, a análise numérica (figura 5.13), forneceu pontos de máximas tensões iguais ao do furo no centro para as distâncias de 14 mm e de 30 mm, enquanto que o máximo valor do fator de concentração de tensões ocorre à distância de 18 mm. Ressalta-se nesta diagonal, também, tendências similares quando fotoelasticidade e elementos finitos são usados.

Os resultados aqui obtidos condizem com os resultados encontrados por outros autores [6, 7, 11, 12] que, estudando o comportamento quanto à flambagem de placas planas cisalhadas, encontraram um aumento da resistência à flambagem com o aumento da distância do furo ao centro da placa. Em termos de concentração de tensões, estes resultados significam

que há um decréscimo da concentração de tensões com o afastamento do furo do centro da placa, conforme mostrado neste trabalho. De acordo com Naranayan e Chow [11], a falha de uma placa com furos excêntricos ocorre, geralmente, devido às ranhuras desenvolvidas ao longo de uma direção paralela à diagonal de compressão, ranhuras estas originadas pela alta concentração de tensões tangenciais presentes nesta posição. O presente trabalho mostra que, realmente, as máximas tensões são encontradas na direção paralela à diagonal de compressão (figura 4.8). Isto significa que na flambagem, os altos níveis de tensão plastificam estas regiões críticas, com conseqüente alteração das propriedades físicas do material, levando a estrutura à instabilidade.

No que se refere ao percentual de variação do fator de concentração de tensões ao longo de uma direção, os resultados obtidos podem ser comparados com os resultados de Martin et alii [6], que encontraram diferentes percentuais de variação na resistência à flambagem, quando o furo é localizado nas diagonais de compressão e de tração, sendo estas variações iguais a 50% e 17,6% respectivamente para uma excentricidade entre $e=0$ e $e=0,4$. Em um estudo semelhante ao realizado por Martin et alii, Oliveira [7] encontrou variações de 41,6%, 5% e 21,2% para as diagonais de compressão e de tração e para a mediatriz das diagonais, respectivamente. As figuras 6.1 a 6.3 mostram uma comparação entre estes percentuais, sendo os obtidos neste trabalho definidos em termos do decréscimo na concentração de tensões, e os outros definidos como aumento na resistência à flambagem.

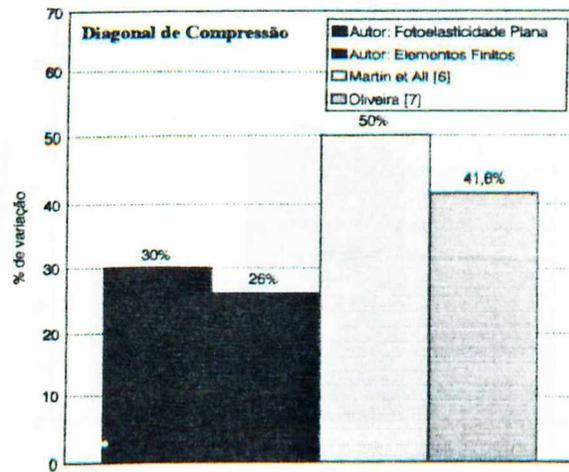


Figura 6.1 - Percentual de variação do fator de concentração de tensões e do coeficiente de flambagem em um furo com excentricidade $e=0,4$ em relação ao furo no centro da placa, localizados ao longo da diagonal de compressão

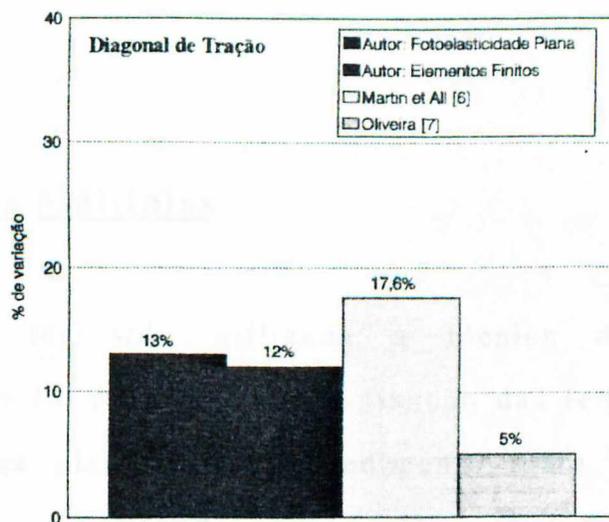


Figura 6.2 - Percentual de variação do fator de concentração de tensões e do coeficiente de flambagem em um furo com excentricidade $e=0,4$ em relação ao furo no centro da placa, localizados ao longo da diagonal de tração

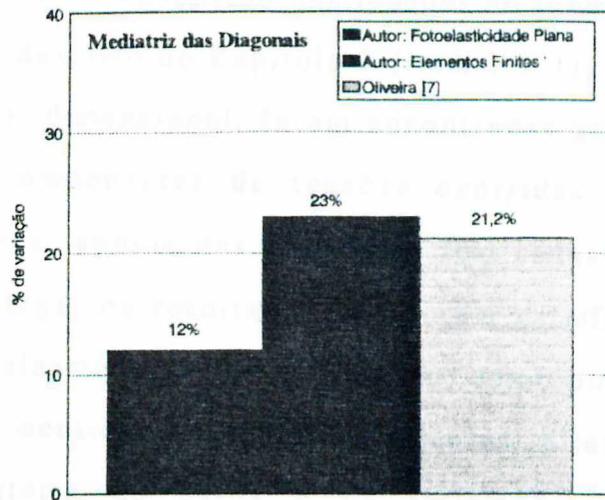


Figura 6.3 - Percentual de variação do fator de concentração de tensões e do coeficiente de flambagem em um furo com excentricidade $e=0,4$ em relação ao furo no centro da placa, localizados ao longo da mediatriz das diagonais

Convém ressaltar que os trabalhos de Martin et all e de Oliveira, foram desenvolvidos para furos com uma relação $d/a = 0,2$, o que pode justificar a diferença entre os resultados por eles obtidos e os observados no presente estudo.

6.2 - Solicitações Múltiplas

Apesar de ter sido utilizada a técnica da fotoelasticidade tridimensional, esta foi aplicada para a fixação das tensões na região dos furos de uma placa plana. Este procedimento, para placas de pequena espessura, permite a análise do estado plano de tensões na região dos furos. Esta técnica, da forma como foi usada, pode ser estendida para o

estudo de placas espessas, estado plano de deformações, permitindo assim avaliar a variação da distribuição das tensões ao longo da espessura.

Conforme descrito no Capítulo 3 (item 3.3.3), nos ensaios utilizando fotoelasticidade tridimensional, foram encontradas grandes dificuldades em se eliminar as componentes de tensões ocorridas devido ao efeito da dilatação térmica e, apesar das tentativas realizadas com diferentes tipos de sistemas de carga, os resultados não foram satisfatórios em termos de ocorrência de cisalhamento puro. Entretanto, como pode ser visto na figura 3.9, os efeitos ocasionados pelas diferentes dilatações térmicas dos materiais do sistema de carga e da resina fotoelástica, provocaram interessantes distribuições de tensões no contorno dos furos circulares, justificando desta forma, um estudo para este carregamento complexo. Assim, para a determinação de um fator de concentração de tensões, utilizou-se um furo-padrão, conforme já descrito no Capítulo 4 (item 4.1.2), possibilitando a normalização das tensões obtidas. Observando-se os valores apresentados na tabela 4.2, pode-se notar que, em todas as direções estudadas, o fator de concentração de tensões aumenta com o afastamento do furo do centro da placa. Porém, as diagonais de compressão e de tração apresentam uma variação entre os valores do fator de concentração de tensões de dada pela função $k_t = 0,68 + 0,94.e^{1,10}$ ou $k_t = 0,68 + 0,0035.L^{1,10}$, sendo e a excentricidade do furo ($e=L/a$) e L a distância do centro do furo ao centro da placa. Por sua vez as mediatrizes das diagonais apresentam variação dada pela equação $k_m = 0,68 + 1,02.e^{1,14}$ ou $k_m = 0,68 + 0,0032.L^{1,14}$. Na simulação através de elementos finitos, também detectou-se um acréscimo do fator de concentração de tensões, porém, com uma variação dada pelas equações $k_t = 0,68 + 0,86.e^{1,10}$ e $k_t = 0,68 + 0,0033.L^{1,10}$ nas diagonais e por $k_m = 0,68 + 1,01.e^{1,14}$ e $k_m = 0,68 + 0,0031.L^{1,14}$ nas mediatrizes, sendo estas equações em função da excentricidade (e) e da distância do furo ao centro da placa (L),

respectivamente. Pela figura 4.6, nota-se também que, há uma similaridade entre os máximos valores do fator de concentração de tensões, para furos que, mesmo localizados em direções diferentes, possuam a mesma excentricidade. Isto também pode ser visualizado na análise numérica (figura 5.7). Nas figuras 4.7 e 5.8 observa-se que os furos, quando localizados na mediatriz das diagonais, apresentam uma maior concentração de tensões do que quando localizados nas diagonais de compressão e de tração. Também pode-se notar que, para o furo nas diagonais de compressão e de tração, em uma distância de 64 mm do centro da placa, o fator de concentração de tensões é igual à unidade e, para a mediatriz das diagonais, ele é próximo da unidade. Esta distância ou posição do furo, é a mesma distância entre o furo-padrão e o centro da placa. Estes resultados constataam que para furos com relação $d/a < 0,1$, ou seja, furos menores que os utilizados neste trabalho ($d=16\text{mm}$), o fator de concentração de tensões não é afetado para o tipo de carregamento usado. Resultados similares foram encontrados por Naranayan [12], como já relatado.

Por outro lado, uma análise qualitativa da distribuição das tensões obtidas experimentalmente, mostrada no anexo II, possibilita algumas observações interessantes. Quando os furos foram localizados nas diagonais de tração e de compressão, o menor valor do fator de concentração de tensões ocorreu na direção da diagonal oposta à localização do furo. As curvas obtidas para estas diagonais apresentam um aspecto semelhante, defasadas de um ângulo de aproximadamente 90° (figura 9.2.3). À medida que o furo é afastado do centro da placa (figuras 9.2.5 e 9.2.7), existe uma tendência de diminuição deste ângulo de defasagem entre as curvas. Observando-se as curvas obtidas quando os furos foram localizados nas mediatrizes das diagonais (figuras 9.24, 9.26 e

9.28), nota-se que elas possuem um aspecto semelhante, confirmando desta maneira a simetria existente entre estas duas direções.

Neste trabalho, a utilização da técnica de elementos finitos visou a obtenção apenas dos valores das máximas tensões no contorno dos furos circulares (tabela 5.1). Para a compatibilização das duas técnicas de análise de tensões utilizadas, buscou-se determinar, partindo do valor da tensão cisalhante aplicada experimentalmente ($\tau = 0,133$ MPa), uma relação entre a tensão cisalhante e a tensão de compressão biaxial ($\sigma_c = 0,155$ MPa). Assim, os resultados apresentados mostram o comportamento da distribuição de tensões nos furos, para uma relação $\tau/\sigma_c = 0,85$. Esta relação pode ser alterada através da variação da tensão de compressão biaxial, bastando para isso a utilização de diferentes materiais fotoelásticos. Assim, como as tensões de compressão biaxial se originaram da diferença entre os coeficientes de dilatação térmica entre o aço da moldura e a resina fotoelástica, a mudança do material fotoelástico implicaria em uma alteração da diferença entre as dilatações ocorridas [37] e, conseqüentemente, nas tensões de compressão e na relação τ/σ_c .

CAPÍTULO 7

7 - CONCLUSÃO E SUGESTÕES

7.1 - Conclusão

Este trabalho objetivou a determinação da concentração de tensões em placas planas cisalhadas e, para cumprir este propósito foram realizados ensaios através da técnica da fotoelasticidade plana e da simulação numérica via elementos finitos. Também foram feitos ensaios com um carregamento de solicitações múltiplas - compressão biaxial e cisalhamento, utilizando a técnica da fotoelasticidade tridimensional com o congelamento de tensões e uma análise de elementos finitos. Com base nestes estudos e nas observações feitas no decorrer do trabalho, são apresentadas a seguir as principais conclusões.

- 1 - O sistema de carga desenvolvido, denominado de moldura e definido por quatro barras articuladas, permite a simulação de cisalhamento puro com razoável precisão.
- 2 - Para placas submetidas a cisalhamento puro com furos na relação $d/a = 0,1$ o fator de concentração de tensões diminui à medida que o furo se afasta do centro da placa.
- 3 - A concentração de tensões em placas planas submetidas a cisalhamento puro e com uma relação $d/a = 0,1$ é maior para

os furos circulares próximos ao centro da placa - $0 \leq e \leq 0,15-0,25$, do que a observada para um furo centralmente localizado, fato este não relatado na bibliografia consultada.

- 4 - As máximas tensões em furos circulares de placas planas cisalhadas foram encontradas ao longo de uma direção paralela à diagonal de compressão.
- 5 - Os resultados obtidos mostram que os pontos de máxima concentração de tensões nos furos coincidem com as posições de falha nos furos em placas submetidas a testes de resistência à flambagem, evidenciando que os pontos de altas tensões influenciam na instabilidade da estrutura.
- 6 - Para a relação $d/a = 0,1$, o percentual de variação da concentração de tensões em um furo com $e=L/a = 0,4$ em relação a um furo no centro é menor que o percentual de variação de resistência à flambagem de furos nas mesmas condições, mas com relação $d/a = 0,2$.
- 7 - Para placas submetidas a solicitações combinadas de cisalhamento e compressão-compressão na relação $\tau/\sigma_c = 0,85$, o fator de concentração de tensões em furos com relação $d/a = 0,1$, aumenta à medida que o furo afasta do centro da placa.
- 8 - Para estas solicitações combinadas e relação $d/a = 0,1$, o fator de concentração de tensões não varia para uma mesma distância radial do centro da placa, sendo este fato coerente com a conclusão de Naranayan e Chow [12]. Da mesma forma, para

diâmetros de furos menores que os usados neste trabalho ($d=16$ mm), ou para uma relação $d/a \leq 0,1$, o fator de concentração de tensões não é alterado.

7.2 - Sugestões

Algumas sugestões para trabalhos futuros são apresentadas a seguir.

- Como a relação $d/a > 0,1$ já foi bastante explorada, sugere-se estudos similares para a relação $d/a < 0,1$, para placas planas com furos, submetidas a cisalhamento puro;

- Desenvolver um sistema de carga para o uso da técnica de fotoelasticidade tridimensional, que assegure a aplicação de cisalhamento puro nas placas;

- Aplicação da técnica de fotoelasticidade tridimensional para o estudo de concentração de tensões em placas espessas, onde o estado plano de deformações fica evidenciado;

- Utilizar o sistema de carga desenvolvido e materiais para fotoelasticidade tridimensional com diferentes coeficientes de dilatação térmica para proporcionar uma variação na relação entre as tensões de compressão e de tração ($\tau/\sigma_c = 0,858$), aplicadas às placas.

CAPÍTULO 8

8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - TIMOSHENKO, S.P., Theory of Plates and Shells. 2ª Ed., New York, McGraw-Hill, 1959.
- [2] - SZIRLAD, R., Theory and Analysis of Plates - Classical and Numerical Methods, New Jersey, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1974.
- [3] - WANG, Chu-Kia, "Theoretical Analysis of Perforated Shear Webs", Presented at a Meeting of The ASME Cincinnati Section, Cincinnati, Ohio, Oct. 2-3, 1945.
- [4] - ROCKEY, K.C., ANDERSON, R.G. and CHEUNG, Y.K, "The Behaviour of Square Shear Webs Having a Circular Hole", Symp Thin Walled Steel Structures, University Colledge of Swansea, Crosby Lockwood and Sons Ltd., pp.148-169, 1969.
- [5] - UENOYA, M. and REDWOOD, R.G., "Elasto-Plastic Shear Buckling of Square Plates with Circular Holes", Computers and Structures, Pergamon Press Ltd., Vol. 8, pp. 291-300, 1978.
- [6] - MARTIN, A., STIEMER, S.F. and OSTERRIEDER, P., "Ultimate Load Capacity of Square Shear Plates with Circular

Perforations", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 15, n° 3, pp. 470-476, 1988.

- [7] - OLIVEIRA, E.R.F., Determinação da Capacidade Máxima de Placas Cisalhadas com Furos Circulares. Dissertação de Mestrado. Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Curso de pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFU, Uberlândia, 107 p. 1991.
- [8] - LEE, M.M. and KANTEKAR, A.G., "Elastic Shear Buckling of Perforated Webs in Plate Girders", The Structural Engineer, Vol. 67, n° 22, pp. 396-399. 1989.
- [9] - YUAN, Fuh-Gwo and MILLER, R.E., "Improved Rectangular Element for Shear Deformable Plates", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, n° 2, pp. 312-328. 1992.
- [10] - DOGAKI, M. NAKADE, A. & YONEZAWA, H., "Elastic Buckling Strength of Plate Girder Webs Under Combination of Partial Edge Loading, Bending Moment and Shearing Force", Technol. Rep. Kansai Univ., n° 29, p 159-174. Mar. 1987.
- [11] - SMITH NETO, P. and STIEMER, S.F., "Experimental Results from Buckling Behaviour of Steel Shear Plates", Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, Vol. XVI, n° 2, pp. 99-117, 1992.
- [12] - NARANAYAN, R. and CHOW, F.Y., "Experiments on Perforated Plates Subjected to Shear", Journal of Strain Analysis, Vol. 20, n° 1, pp.23-24, 1985.

- [13] - ISSA, S.S. and MAAMOUN, G.A., "Novel Photoelastic Approach in Analysis of Elliptical Holes in Thick Plates", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, n° 8, pp. 1631-1645 1992..
- [14] - STANLEY, P. and DAY, B.V., "Photoelastic Investigation of Stresses at an Oblique Hole in a Thick Falt Plate under Uniform Uniaxial Tension", Journal of Strain Analysis, Vol. 25, n° 3, pp. 157-175. 1990.
- [15] - DALLY, J.W. and RILEY, W.F., Experimental Stress Analysis, McGraw-Hill, 1978.
- [16] - MIRZA, S. and ANSARI, K., "On Stress Concentration in Rectangular Plates Having Rectangular Inserts", Experimental Mechanics, Vol. 14, n° 10, pp. 412-415. Oct. 1974.
- [17] - MIRZA, S., "Finite-element Analysis of Rectangular Plates with Rectangular Inserts", Experimental Mechanics, Vol. 16, n° 10, pp. 392-396. Oct. 1976.
- [18] - BRADFIELD, C.D., STONOR, R.W. and MOXHAM, K.E., "Tests of Long Plates Under Biaxial Compression", Journal of Construction Steel Research, 24, pp. 25-56. 1993.
- [19] - LEE, M.M.K., KANTEKAR, A.G. and LITTLE, G.H., "An Experimental Study of Perforated Steel Web Plates", The Structural Engineer, Vol. 67, n° 2, pp 27-38. Jan. 1989.

- [20] - LEE, M.M.K., "A Theoretical Model for Collapse of Plate Girders with Perforated Webs", The Structural Engineer, Vol. 68, n° 4, pp 72-80. Feb. 1990.
- [21] - FOLIAS, E.S., "The 3-D Stress Field at the Intersection of a Hole and a Free Surface", International Journal of Fracture, 35, pp. 187-194. 1987.
- [22] - STERNBERG, E. and SADOWSKY, M.A., "Three-Dimensional Solution for the Stresses Concentration Around a Circular Hole in a Plate of Arbitrary Thickness", Journal of Applied Mechanics, pp. 27-38. March, 1949.
- [23] - IBRAHIM, S.M. and McCALLION, H., "Elastic Stress Concentration Factors in Finite Plates Under Tensile Loads", Journal of Strain Analysis, Vol. I, n° 4, 306-312. pp. 1966.
- [24] - ABDUL-MIHSEIN, M.J., FENNER, R.T., and TAN, C.L., "Boundary Integral Equation of Elastic Stresses Around an Oblique Hole in a Flat Plate", Journal of Strain Analysis, Vol. 14, n° 4, pp. 179-185. 1979.
- [25] - FREIRE, J.L.F., Concentração de Tensões em Placas e Eixos com Entalhes em U Submetidos a Esforços Combinados Utilizando Técnicas Fotoelásticas. Dissertação de Mestrado. PUC-RJ, Rio de Janeiro, 1975. 88 p.

- [26] - JAVORNICKY, J., "Plastic Stress and Strain Concentration Factors in a Strip with Hole or Notches Under Tension", Journal of Strain Analysis, Vol. 3, nº 1, pp. 39-49. 1968.
- [27] - ANSYS USER'S MANUAL for Revision 5.0, Vol. I, II, Swanson Analysis Systems, Inc., Dec. 23, 1992.
- [28] - OLIVEIRA, S.A.G., Desenvolvimento de Materiais para Fotoelasticidade de Reflexão. Dissertação de Mestrado. Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. UFU, Uberlândia, 1988.
- [29] - GOMIDE, H.A. and CERNOSEK, J., "Desenvolvimento de um Material para Fotoelasticidade Tridimensional", III Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, pp. 27 - 42. Dez., 1975.
- [30] - FROCHT, M.M., Photoelasticity, Vol. I, II, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1941
- [31] - DURELLI, A.J., and RILLEY, W.F., Introduction to Photomechanics, Prentice Hall, 1965.
- [32] ABDU, A.T., Estudo da Distribuição de Tensões na Mandíbula Humana Usando Fotoelasticidade Tridimensional. Dissertação de Mestrado. Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. UFU, Uberlândia, 1994.

- [33] - ZIENKIEWICZ, O.C., The Finite Element Method, McGraw-Hill, 3d. ed., 1977.
- [34] - TIMOSHENKO, S.P. and GOODIER, J.N., Teoria da Elasticidade. Ed, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1980.
- [35] - SOKOLNIKOFF, I.S., Mathematical Theory of Elasticity, 2d. ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1956.
- [36] - PETERSON, R.E., Stress Concentraion Design Factors, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1953.
- [37] - ALMEIDA, C.A., Desenvolvimento de um Material Fotoelástico com Multi Módulos de Elasticidade. Dissertação de Mestrado. PUC-RJ, Rio de Janeiro, 1976. 74 p.

9 - ANEXOS

ANEXO I

9.1 - ANEXO I

EXTRAPOLAÇÃO DAS ORDENS DE FRANJA PARA O CONTORNO DE FUROS CIRCULARES - FOTOELASTICIDADE TRIDIMENSIONAL

Neste anexo são mostradas as curvas de regressão, que proporcionaram a obtenção do valor da franja no contorno dos furos circulares. A figura 9.1.1 mostra as posições dos diversos furos estudados e a figura 9.1.2 apresenta as linhas radiais traçadas, sendo o ângulo entre duas linhas consecutivas igual a 30° . Para as posições em que o máximo valor da ordem de franja não se encontrava em uma destas linhas inicialmente traçadas, foram realizadas leituras em uma linha radial na direção da máxima tensão, obtendo-se desta forma o valor desejado neste estudo. As figuras 9.1.3 a 9.1.7 apresentam as curvas de extrapolação das ordens de franja para o contorno dos furos, nas posições 1, 2, 3, 4 e 4a respectivamente. Os valores obtidos para as demais posições estudadas são apresentados na tabela 9.1.1.

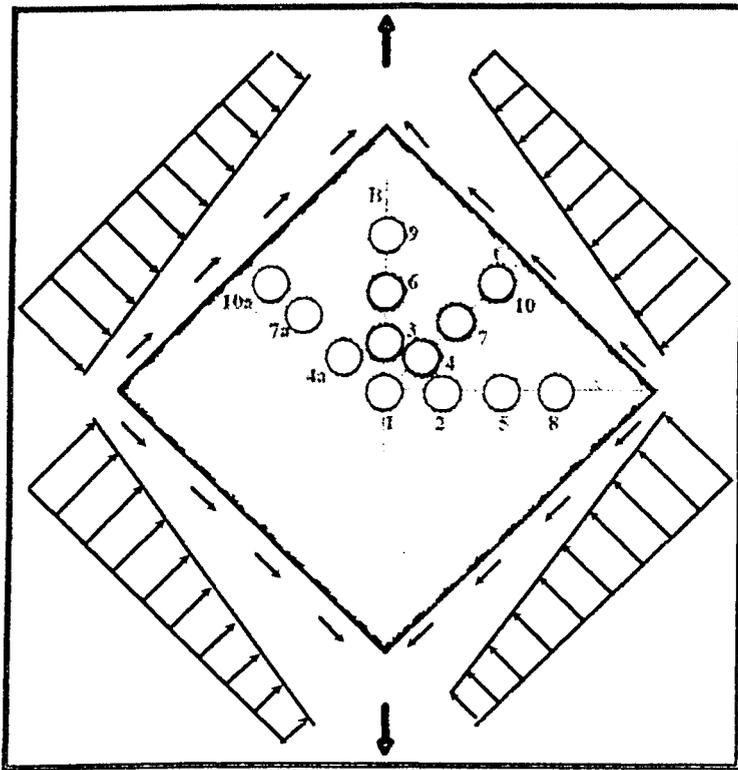


Figura 9.1.1 - Posições estudadas

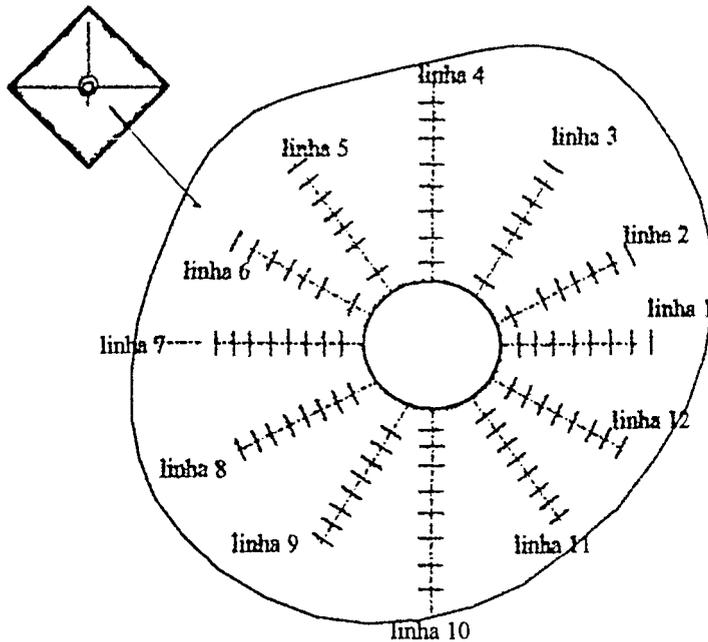


Figura 9.1.2 - Linhas radiais para leitura das ordens de franja

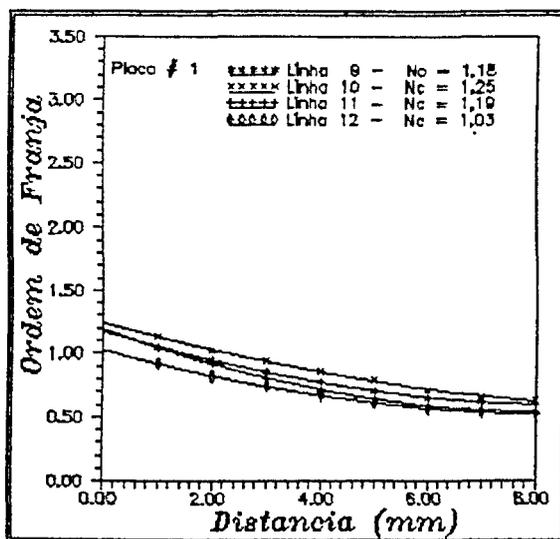
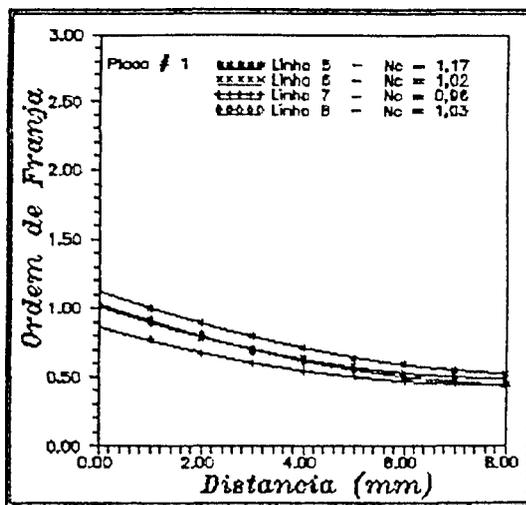
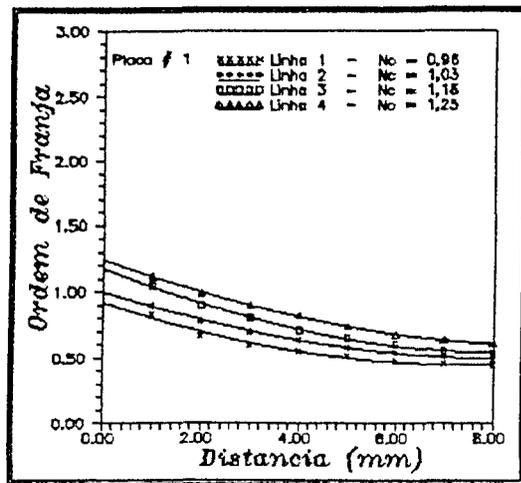


Figura 9.1.3 - Variação das ordens de franja para a placa 1

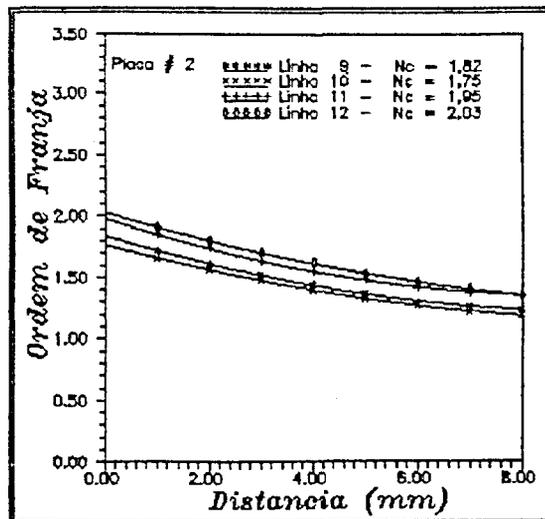
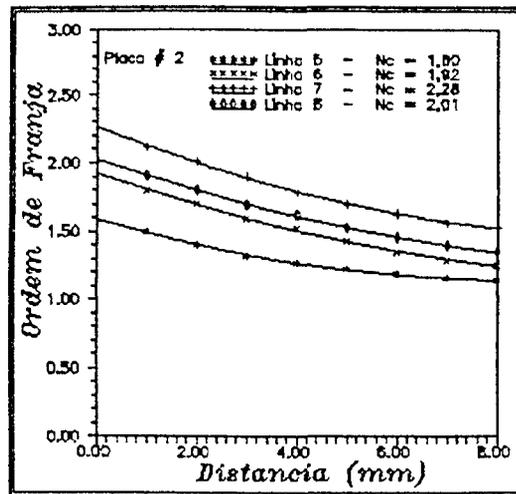
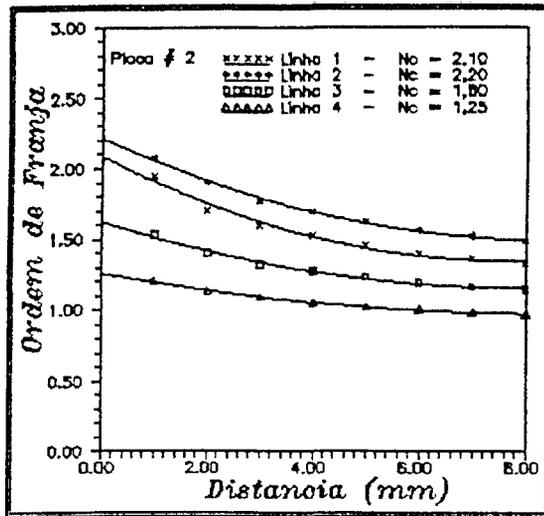


Figura 9.1.4 - Variação das ordens de franja para a placa 2

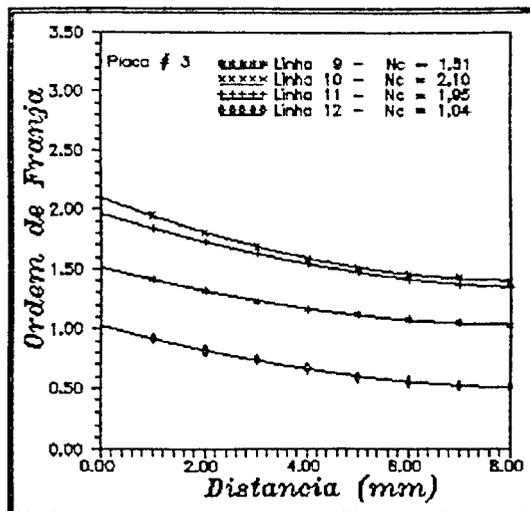
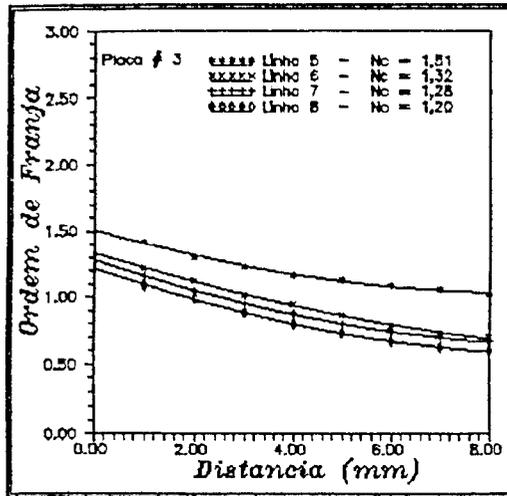
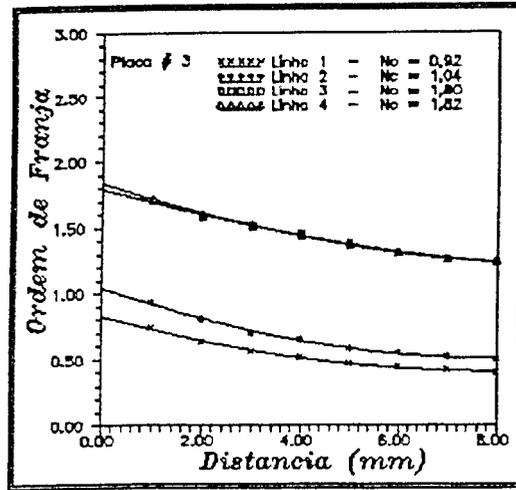


Figura 9.1.5 - Variação das ordens de franja para a placa 3

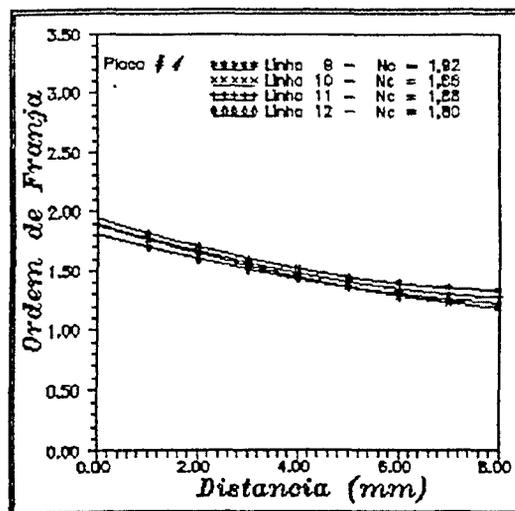
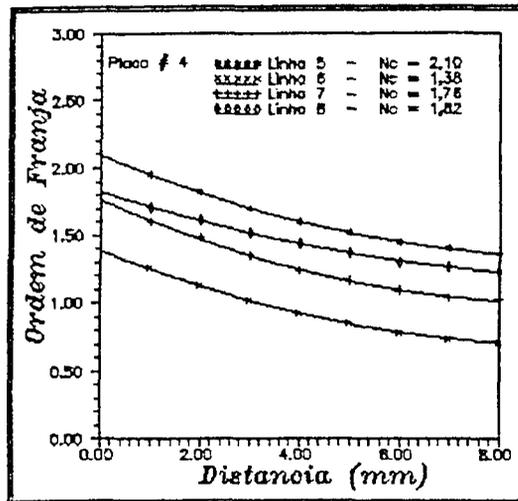
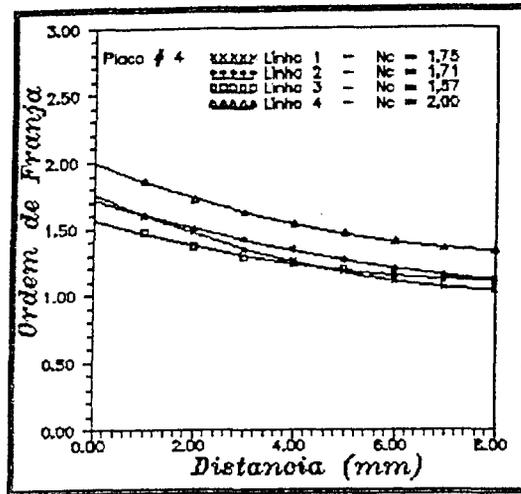


Figura 9.1.6 - Variação das ordens de franja para a placa 4

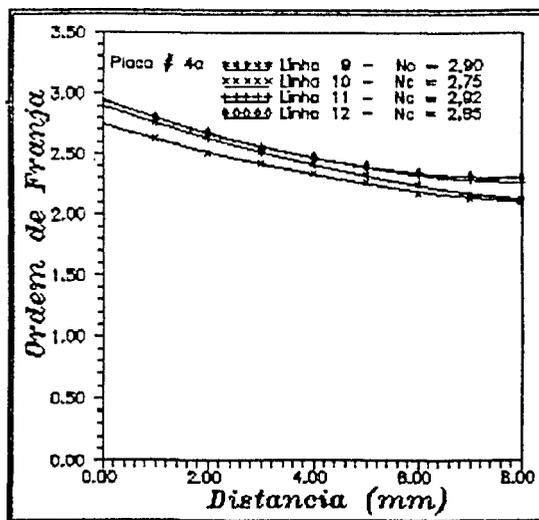
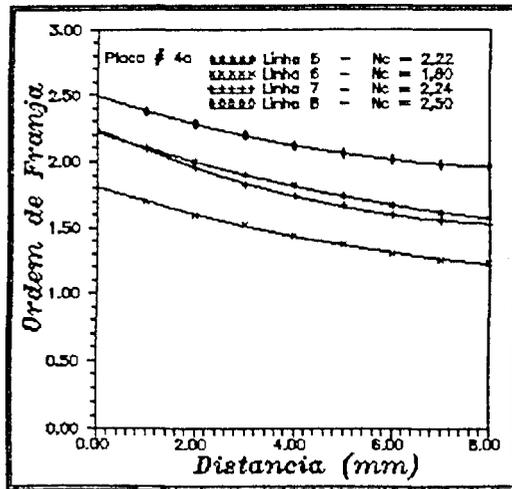
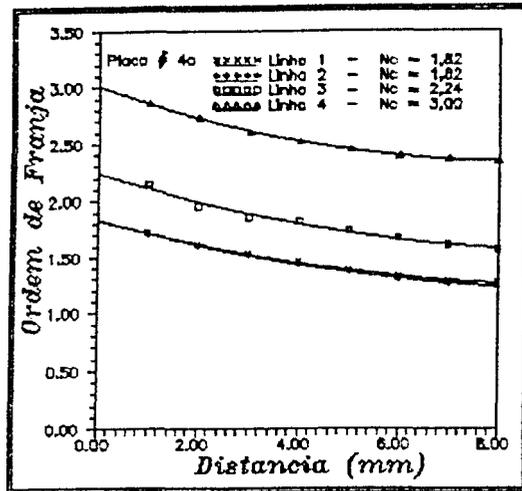


Figura 9.1.7 - Variação das ordens de franja para a placa 4

Tabela 9.1.1 - Valores das máximas rodens de franja para o contorno dos furos circulares

Ordem de Franja no Contorno do Furo								
Linha	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#7a	#10a
1	3,90	1,32	1,10	2,71	2,08	1,10	1,20	1,04
2	3,40	1,42	0,68	3,23	1,10	0,82	0,86	0,74
3	2,10	1,56	1,26	2,71	0,85	1,91	2,06	1,94
4	1,17	1,68	2,63	1,60	1,16	3,35	3,47	3,03
5	1,95	2,18	2,10	1,90	1,73	2,46	2,23	2,60
6	3,00	2,30	1,05	2,71	2,43	0,82	1,03	0,89
7	2,53	1,88	0,65	2,98	2,50	1,36	0,52	0,45
8	1,82	1,87	1,44	2,17	1,94	2,20	2,15	1,94
9	0,70	2,02	2,23	1,30	2,00	2,88	3,27	2,83
10	1,30	2,35	2,40	0,68	3,24	2,90	3,16	2,68
11	2,00	2,55	2,36	1,22	2,90	2,88	3,44	2,98
12	2,60	1,90	1,97	1,35	3,19	2,32	2,58	2,26

9.2 - ANEXO II

DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES NO CONTORNO DE FUROS CIRCULARES, OBTIDAS ATRAVÉS DE FOTOELASTICIDADE TRIDIMENSIONAL

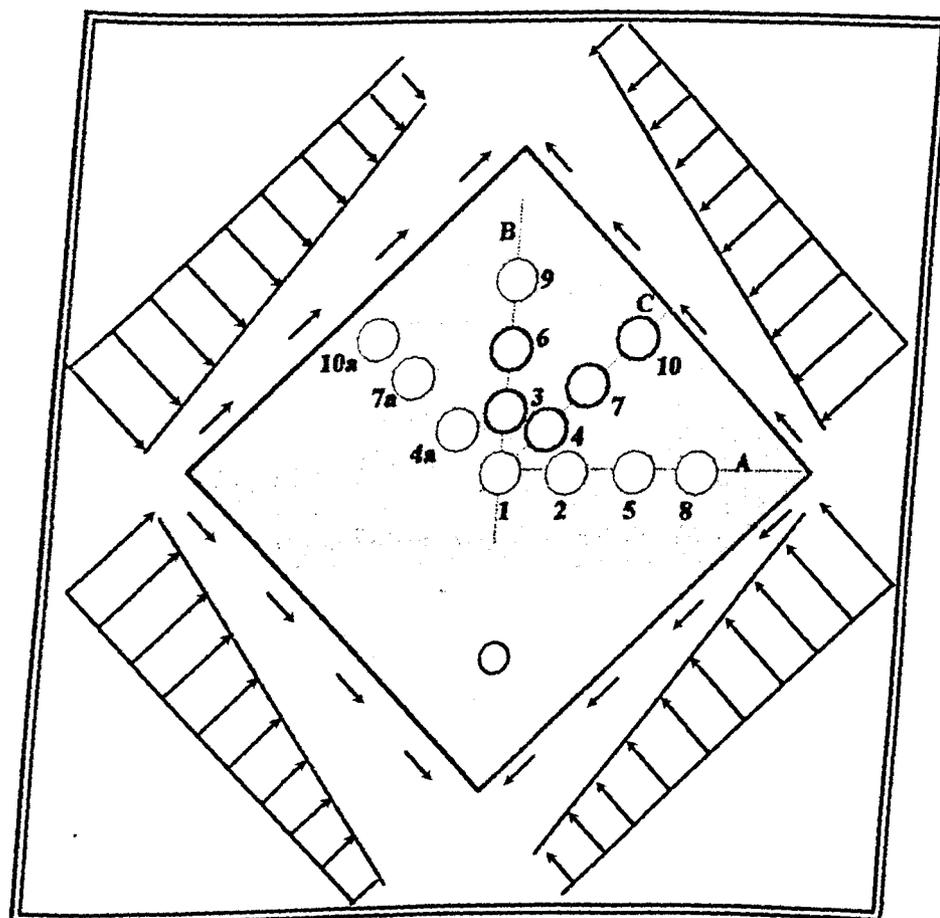


Figura 9.2.1 - Posições estudadas

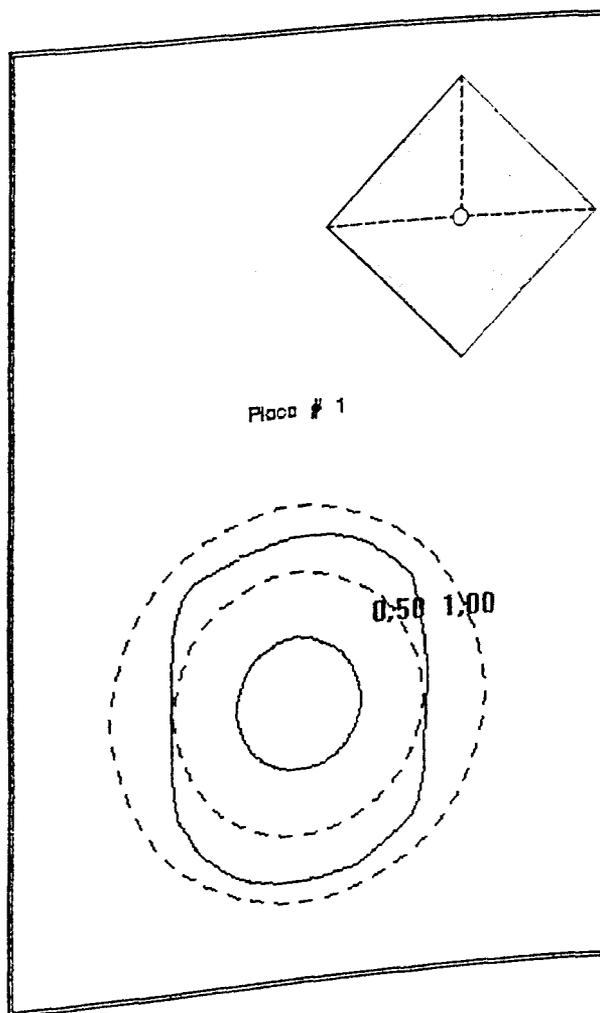


Figura 9.2.2 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões Placa 1

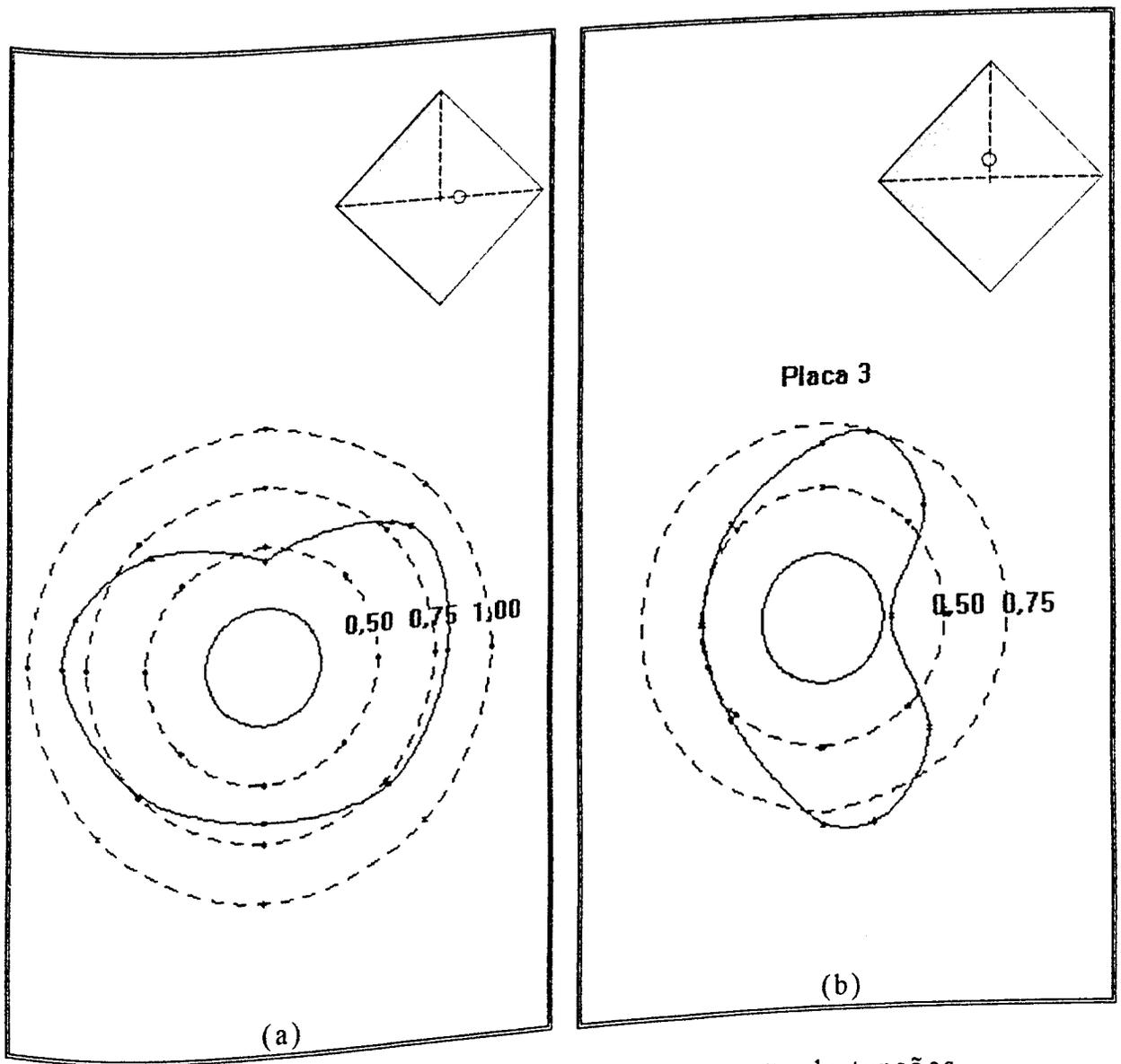


Figura 9.2.3 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões
Placas 2 e 3

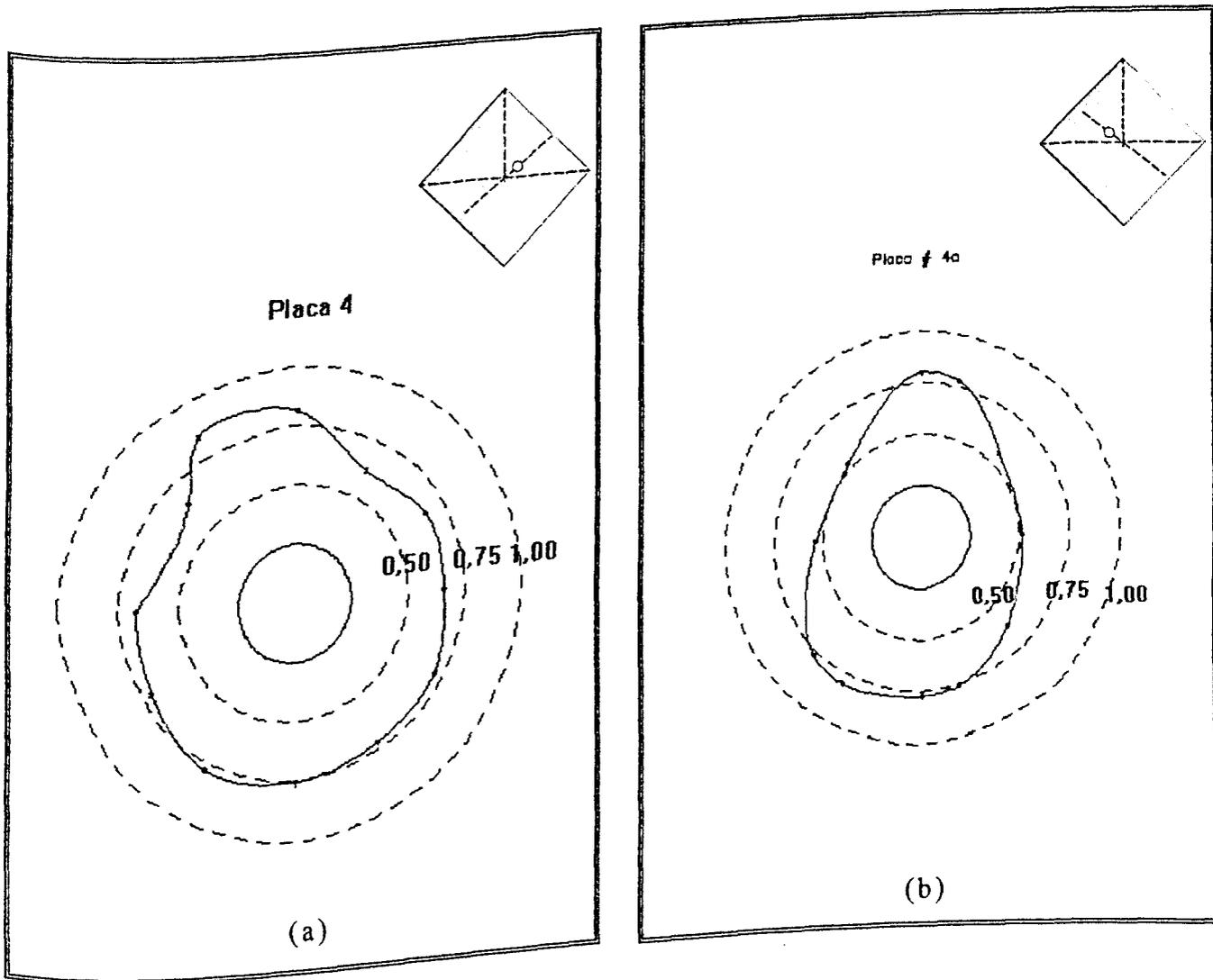


Figura 9.2.4 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões
Placas 4 e 4a

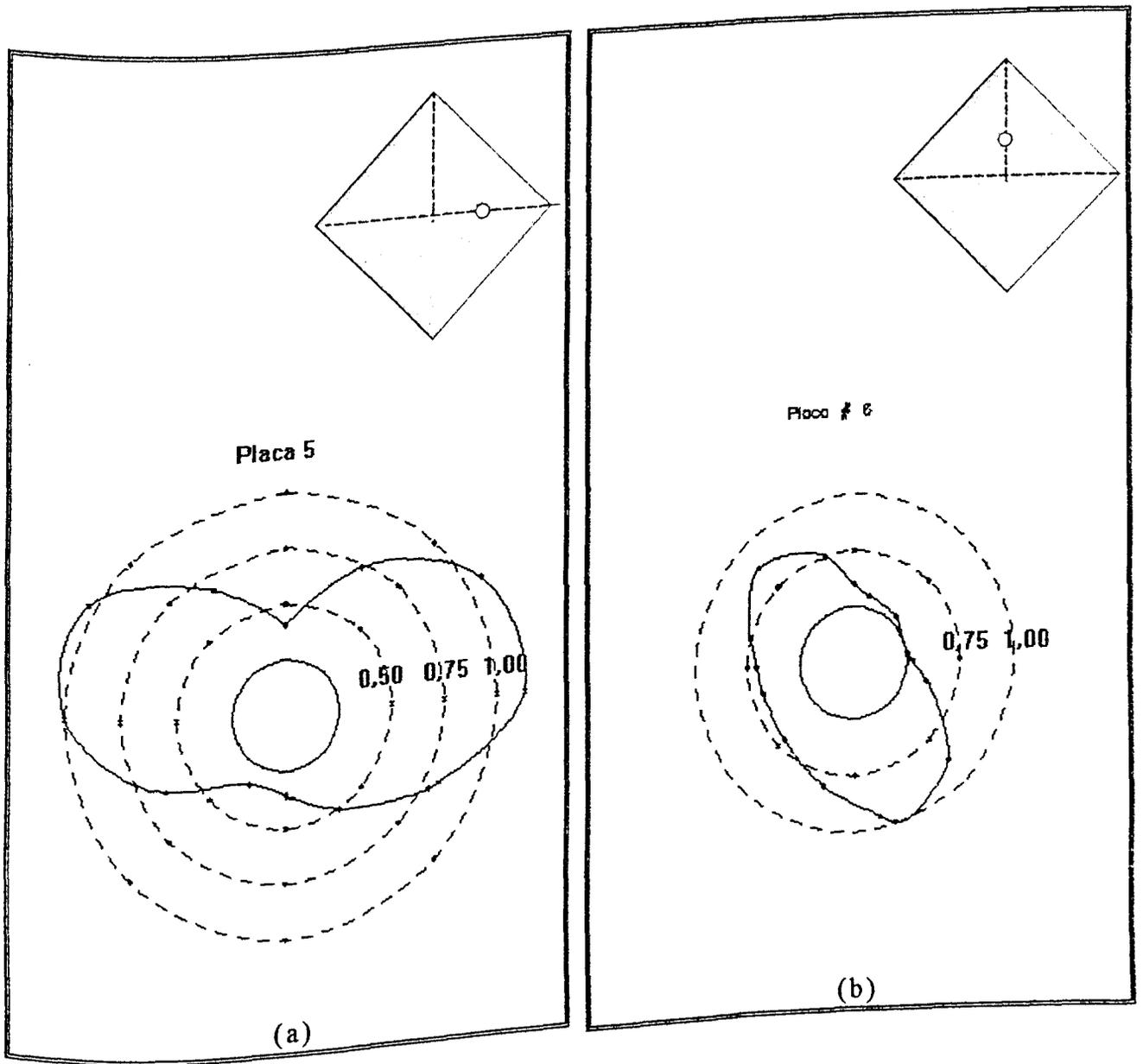


Figura 9.2.5 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões
Placas 5 e 6

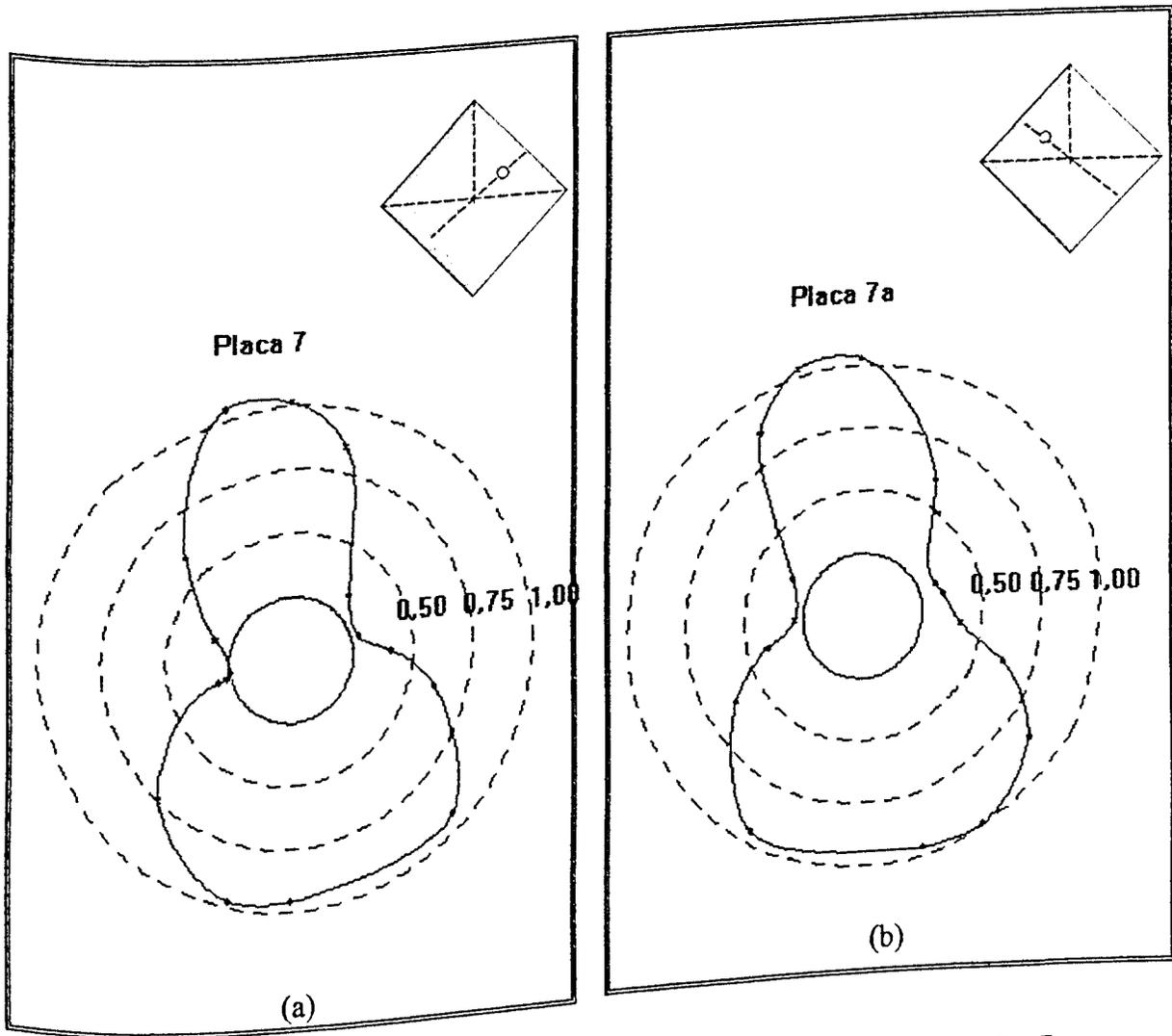


Figura 9.2.6 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 7 e 7a

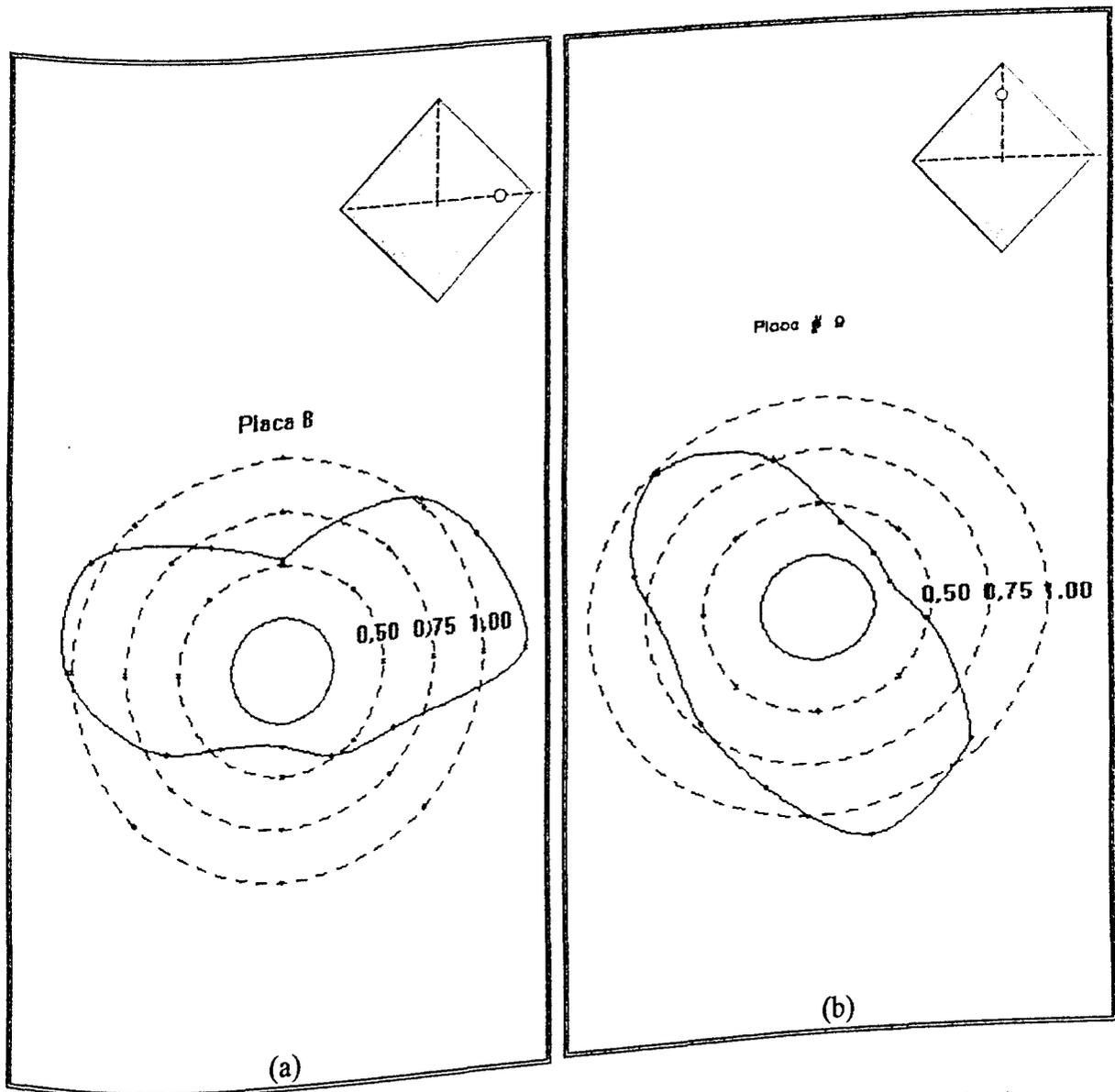


Figura 9.2.7 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 8 e 9

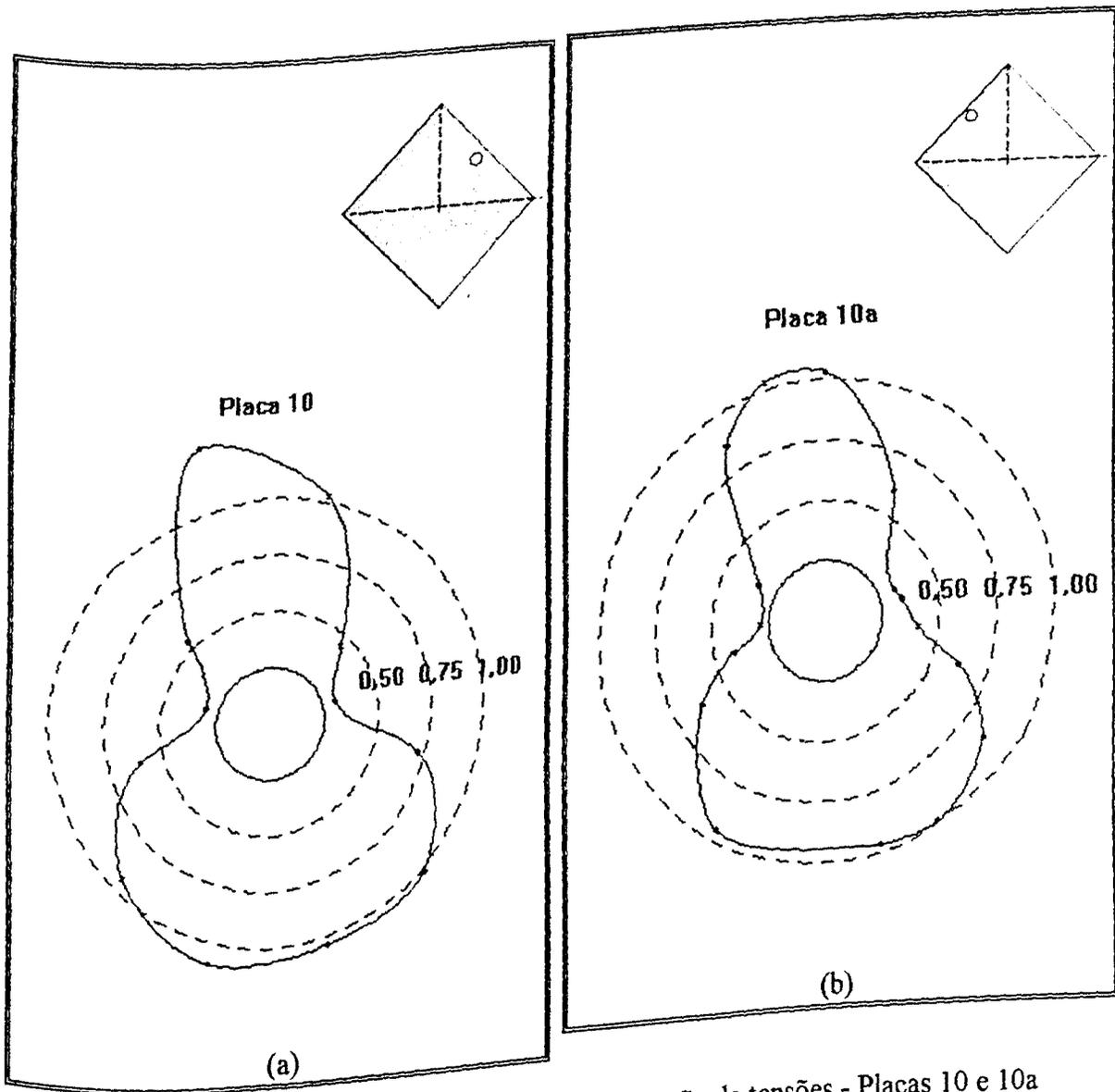


Figura 9.2.8 - Diagrama polar do fator de concentração de tensões - Placas 10 e 10a

ANEXO 3

9.3 - ANEXO III

MAPA DAS ISOCROMÁTICAS MEDIDAS AO LONGO DAS LINHAS RADIAIS E EXTRAPOLADAS PARA O CONTORNO DOS FUROS- FOTOELASTICIDADE PLANA

A seguir são mostradas algumas curvas de regressão do valor da franja no contorno dos furos circulares. As figuras 9.3.1 a 9.3.3 apresentam as curvas de extrapolação das ordens de franja para o contorno dos furos, na posição 1 das diagonais de compressão e de tração e da mediatriz das diagonais. Os valores obtidos para as demais posições estudadas são apresentados nas tabela 9.3.1 a 9.3.3.

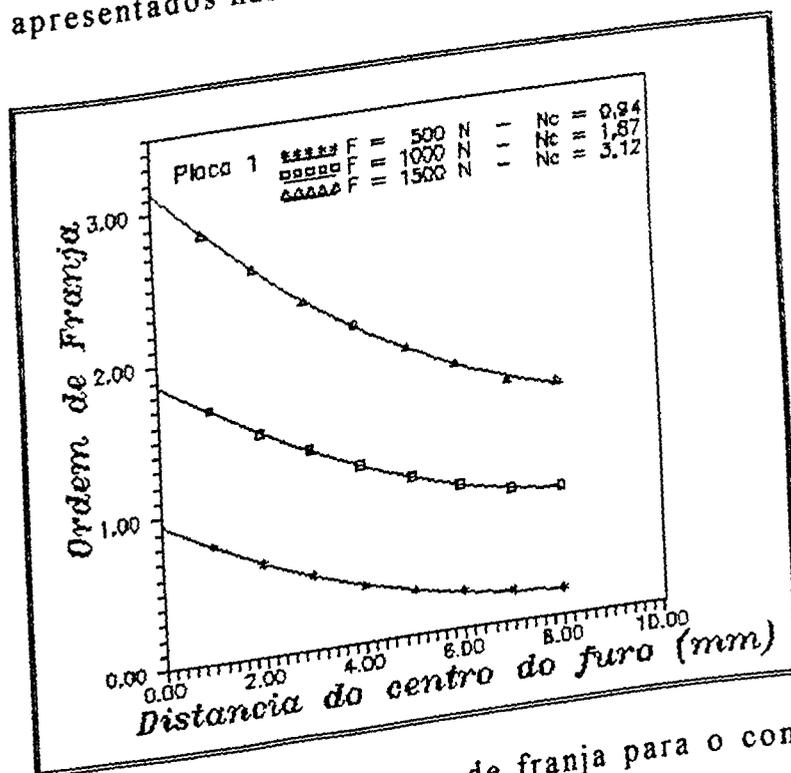


Figura 9.3.1 - Extrapolação das ordens de franja para o contorno do furo, localizado no centro da placa

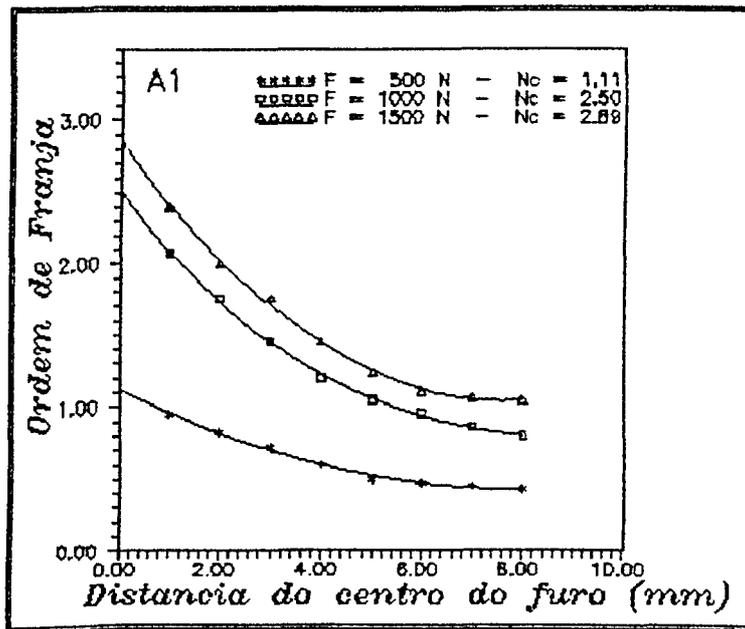


Figura 9.3.2 - Extrapolação das ordens de franja para o contorno do furo, localizado na diagonal de compressão, posição A1

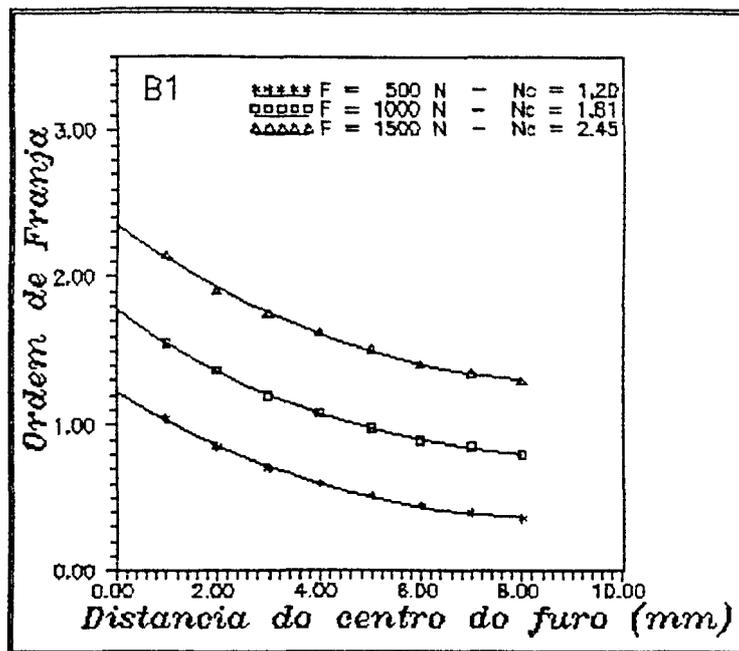


Figura 9.3.3 - Extrapolação das ordens de franja para o contorno do furo, localizado na diagonal de tração, posição B1

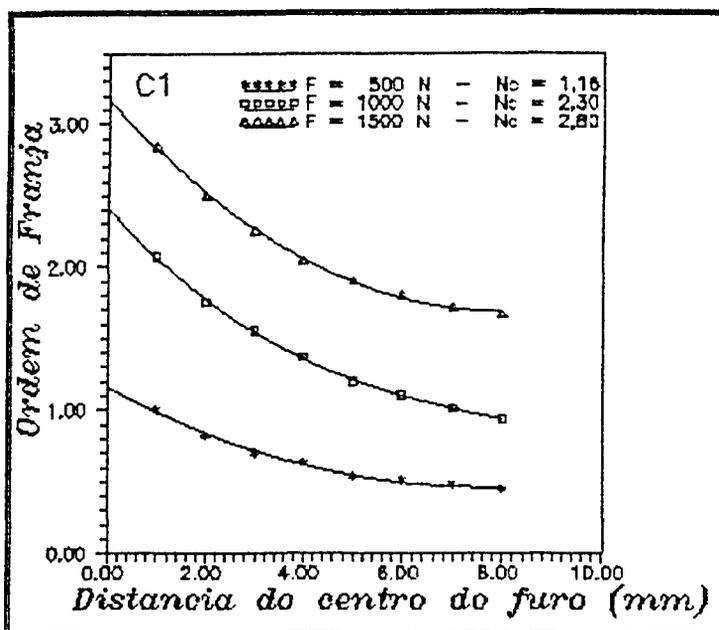


Figura 9.3.3 - Extrapolação das ordens de franja para o contorno do furo, localizado na mediatriz das diagonais, posição C1

Tabela 9.3.1 - Valores das máximas ordens de franja no contorno dos furos circulares, para uma carga aplicada de 500 N

Ordem de Franja no Contorno do Furo								
Linha/posição	1	2	3	4	5	6	7	8
Diagonal de compressão	1,11	1,06	1,04	0,88	1,36	0,80	0,74	0,97
Diagonal de compressão	1,20	1,31	0,82	0,90	1,04	0,91	1,07	1,06
Mediatriz das Diagonais	1,16	1,09	0,96	1,28	1,01	0,94	0,91	0,87

Tabela 9.3.2 - Valores das máximas ordens de franja no contorno dos furos circulares, para uma carga aplicada de 1000 N

Ordem de Franja no Contorno do Furo								
Linha/posição	1	2	3	4	5	6	7	8
Diagonal de compressão	2,53	2,65	1,98	1,73	1,53	1,59	1,48	1,50
Diagonal de compressão	1,81	2,28	1,65	1,36	1,89	1,81	1,77	1,65
Mediatriz das Diagonais	2,40	2,30	2,34	1,90	2,02	1,89	1,81	1,74

Tabela 9.3.3 - Valores das máximas ordens de franja no contorno dos furos circulares, para uma carga aplicada de 1500 N

Ordem de Franja no Contorno do Furo								
Linha/posição	1	2	3	4	5	6	7	8
Diagonal de compressão	2,89	2,69	2,54	2,38	2,03	2,38	2,22	2,34
Diagonal de compressão	2,45	2,90	2,55	2,38	2,57	2,72	2,50	2,24
Mediatriz das Diagonais	3,16	2,80	3,40	3,20	3,25	2,83	2,72	2,61

9.4 - ANEXO IV

ARQUIVO DE ENTRADA UTILIZADO NO PROGRAMA ANSYS 5.0

Arquivo: frame.log

/BATCH

/COM,ANSYS REVISION 5.0 ED 06:38:53 02/18/1994

/prep7

/title,placa #1 com "frame"

et,1,beam3

mp,ex,1,2.1e5

mp,nuxy,1,0.3

r,1,532,384104,38

et,2,combin7

mp,ex,2,2.1e5

mp,nuxy,2,0.3

r,2,2.1e5,2.1e5,2.1e5

et,3,42,,,3

mp,ex,3,3217

mp,nuxy,3,0.373

r,3,5

csys,0

k,1

k,2,8

k,3,,8
k,4,,15
k,5,15
k,6,75
k,7,,75
k,8,94.5
k,9,113.1,17.7
k,10,17.7,113.1
k,11,,94.5

csys,1
larc,2,3,1,8
l,2,5
l,3,4
larc,4,5,1,15
l,5,6,2
l,4,7,2
larc,6,7,1,75

csys,0
l,6,8,2
l,8,9,2
l,9,10,3
l,10,11,2
l,11,7,2
a,2,3,4,5
a,5,4,7,6
a,6,7,11,10,9,8

eshape,2
type,3
real,3
KESIZE,P50X,2

2

KESIZE,P50X,2

3

KESIZE,P50X,5

4

KESIZE,P50X,5

5

KESIZE,P50X,35

6

KESIZE,P50X,35

7

amesh,1,2,1

eshape,3

amesh,3

ARSYM,X,ALL

nummrg,node

nummrg,kp

ARSYM,Y,ALL

nummrg,node

nummrg,kp

n,220,,-130.8

n,230,,-130.8

n,240,130.8

n,250,130.8

n,260,,-130.8

n,270,,-130.8

n,280,-130.8

n,290,-130.8

type,2

real,2

e,220,230

e,240,250

e,260,270

e,280,290

type,1

real,1

e,230,138

e,138,142

e,142,141

e,141,140

e,140,240

e,250,40

e,40,41

e,41,42

e,42,38

e,38,260

e,270,88

e,88,92

e,92,91

e,91,90

e,90,280

e,290,183

e,183,184

e,184,185

e,185,181

e,181,220

fini

/solu

D,220,UZ,,,290,10

D,220,ROTX,,,290,10

D,220,ROTY,,,290,10

D,260,UX,,,270,10

D,240,U Y,,,290,10

D,220,U X,,,230,10

CNVTOL,m,100,.00001

F,220,FY,-500,,230,10

solve

fini

/post1

prnsol,s,prin