



Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Elétrica
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

ISABELA FRANÇA NOVAIS

**MODELAGEM DE TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA PARA
ESTUDOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA**

Uberlândia

2019

ISABELA FRANÇA NOVAIS

**MODELAGEM DE TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA PARA
ESTUDOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA**

Dissertação apresentada por Isabela França Novais
à Universidade Federal de Uberlândia para a
obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientador: José Rubens Macedo Junior

Assinatura do Orientador

Coorientador: Sérgio Ferreira de Paula Silva

Assinatura do Coorientador

Uberlândia

2019

Ficha Catalográfica Online do Sistema de Bibliotecas da UFU
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

N935
2019 Novais, Isabela França, 1995-
MODELAGEM DE TRANSFORMADORES DE POTENCIA PARA
ESTUDOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA [recurso eletrônico] /
Isabela França Novais. - 2019.

Orientador: José Rubens Macedo Junior.

Coorientador: Sérgio Ferreira de Paula Silva.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Pós-graduação em Engenharia Elétrica.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2019.2174>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia elétrica. I. Macedo Junior, José Rubens, 1972-,
(Orient.). II. Ferreira de Paula Silva, Sérgio, 1973-, (Coorient.). III.
Universidade Federal de Uberlândia. Pós-graduação em
Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDU: 621.3

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de acordo com o AACR2:

Gizele Cristine Nunes do Couto - CRB6/2091

Nelson Marcos Ferreira - CRB6/3074

Dedico este trabalho aos meus pais,
minha irmã e meu namorado, pelo estímulo,
carinho e compreensão.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades deste trabalho como também todas as que foram superadas durante o curso.

A Universidade Federal de Uberlândia, seu corpo docente e técnicos, em especial ao Rubens Aparecido que sempre esteve à disposição para ajudar sempre que necessário, o que foi de fundamental importância para a finalização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Sérgio Ferreira de Paula Silva que além de me co-orientar neste curso de mestrado, tem sido meu professor e orientador desde a graduação em meu trabalho de conclusão de curso. Além das inúmeras contribuições, sugestões, incentivo, ajuda, motivação, paciência e confiança depositada em mim, foram, sem dúvidas essenciais para a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Dr. José Rubens Macedo Junior pela oportunidade de me orientar neste trabalho, pelo incentivo, motivação, ajuda, trocas de conhecimentos e confiança, que foram fundamentais para a conclusão desta dissertação.

Ao meu pai, minha mãe e minha irmã, pela paciência, compreensão, amor que nunca faltou, incentivo nas horas difíceis e as palavras de apoio nas horas de desânimo. Obrigada por acreditar em mim e me ajudar a tornar a pessoa que sou hoje.

Às minhas madrinhas Ana e Eudete, que sempre torceram pelo meu sucesso profissional e pessoal, me apoiando e rezando por mim nas horas das dificuldades.

Ao meu namorado, Lucas, que esteve sempre ao meu lado me ajudando, acreditando em mim e me dando todo o apoio necessário sempre que precisei. Me escutando sempre, mesmo sem entender o que eu estava falando. Obrigada por tudo.

Ao Laboratório de Eficiência Energética, por todo suporte prestado durante a realização deste trabalho, principalmente à Fabiana por todo auxílio durante as dificuldades encontradas pelo caminho e ao Acriziomar pela ajuda na redação dos artigos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão de uma bolsa de estudos durante todo este curso de mestrado.

RESUMO

Transformadores de potência são fundamentais para a operação dos sistemas de energia elétrica, especialmente na transmissão e distribuição energética. Como estão localizados entre as fontes de energia e o consumo final, toda a corrente demandada passa por esse componente. Assim, em conjunto com as linhas/cabos, os transformadores de potência representam parcela significativa das perdas de energia neste caminho. Os modelos matemáticos atualmente utilizados nos estudos de fluxo de carga e fluxo harmônico utilizam equivalentes monofásicos e não consideram a contribuição do ramo de magnetização. Esta característica prejudica os estudos de perdas; estudos de sistemas desequilibrados e, também, não permite análises do fluxo das componentes harmônicas de sequência zero. Em um primeiro momento este trabalho apresenta um modelo transformador trifásico incorporando o neutro nas matrizes de admitância; a impedância de aterramento; diferentes tapes e o ramo magnetizante, sem considerar a não linearidade da corrente de magnetização. Após esta análise, e visando contribuir na determinação de um processo matemático para a determinação da corrente não linear de magnetização, para diferentes materiais magnéticos, foi realizado um estudo direcionado à obtenção do laço de histerese utilizando a teoria de Jiles–Atherton, considerando o aço silício de grão orientado e grão não-orientado como materiais magnéticos.

ABSTRACT

Power transformers are fundamental to the operation of electric power systems, especially in power transmission and distribution. As they are located between the sources of energy and the final consumption, all the current demanded goes through this component. Thus, together with the lines / cables, the power transformers represent a significant portion of the power losses in this path. The mathematical models currently used in the load flow and harmonic flow studies use single-phase equivalents and don't consider the contribution of the magnetization branch. This characteristic impairs the loss studies; makes unbalanced studies unfeasible, and also doesn't allow flow analysis of zero sequence harmonic components. At first, this work presents a three-phase transformer model incorporating the neutral in admittance matrices; grounding impedance; different tapes and the magnetizing branch, without considering the non-linearity of the magnetization current. After this analysis, and in order to contribute to the determination of a mathematical process for the determination of nonlinear magnetization current, for different magnetic materials, a study was conducted to obtain the hysteresis loop using the Jiles-Atherton theory, considering the steel grain oriented silicon and non-oriented grain as magnetic materials.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Aplicação de tensão no primário do transformador e seus efeitos.....	23
Figura 2.2 - Representação do transformador operando com carga.....	25
Figura 2.3 - Circuito Equivalente de Steinmetz	26
Figura 2.4 - Transformador com parâmetros referidos ao primário	29
Figura 2.5 - Circuito equivalente da operação à vazio	30
Figura 2.6 - Circuito Equivalente do Ensaio em Curto – Circuito.....	32
Figura 2.7 - Representação de um transformador trifásico	35
Figura 2.8 -Ligação estrela - estrela.....	37
Figura 2.9 - Ligação delta – delta.....	38
Figura 2.10 - Ligação Delta - Zigue-Zague.....	38
Figura 2.11 - Ligação Delta – Estrela	39
Figura 2.12 - Ligação Estrela – Delta	40
Figura 2.13 – Circuito equivalente de um transformador de três enrolamentos	43
Figura 2.14 - Ensaio em curto-circuito.....	44
Figura 2.15 - Circuito equivalente unifilar de um transformador de três circuitos	46
Figura 2.16 - Transformador com TAP no lado primário	48
Figura 2.17 - Transformador com TAP no secundário	49
Figura 3.1 - Representação de um transformador com dois enrolamentos.....	53
Figura 3.2 - Rede primitiva	55
Figura 3.3 – Diagrama de conexão trifásico de um transformador estrela aterrada-estrela aterrada	57
Figura 3.4 - Diagrama de conexão trifásico de um transformador estrela aterrada-delta	59
Figura 3.5 – Transformador trifásico de dois enrolamentos	60

Figura 3.6 - Diagrama de conexão trifásico de um transformador estrela aterrada-zigue-zague.....	61
Figura 3.7 - Modelagem do transformador trifásico.....	63
Figura 3.8 - Transformador com neutro aterrado	68
Figura 4.1 - Transformador monofásico operando a vazio.....	72
Figura 4.2 - Diagrama fasorial para o transformador a vazio	72
Figura 4.3 - Curva de magnetização de uma amostra de uma lâmina de aço silício M125-27 [36]......	75
Figura 4.4 - Um laço de histerese com a força coercitiva e a densidade de fluxo remanescente indicados.....	76
Figura 4.5 - Algoritmo do modelo de Jiles-Atherton	83
Figura 4.6 - Curva de histerese do material aço silício grão não orientado.....	85
Figura 4.7 - Curva de histerese do material aço silício grão orientado.....	86
Figura 4.8 - Forma de onda da corrente a vazio do transformador com material GNO	87
Figura 4.9 - Gráfico do Espectro de Frequência da corrente a vazio do transformador com material GNO.....	88
Figura 4.10 - Forma de onda da corrente a vazio do transformador com o material GO	89
Figura 4.11 - Gráfico do Espectro de Frequência da corrente a vazio do transformador com o material GO	89
Figura 5.1 - Sistema simulado para diferentes TAPs	93
Figura 5.2 - Transformador monofásico de 25 KVA utilizado para realizar o ensaio a vazio.....	95
Figura 5.3 - Registrador Eletrônico Padrão RMS utilizado no experimento	96
Figura 5.4 - Dados de placa do transformador ensaiado	96
Figura 5.5 - Ensaio a vazio.....	97
Figura 5.6 - Forma de onda da corrente a vazio obtida no experimento	98
Figura 5.7 - Gráfico do Espectro de Frequência obtido da corrente a vazio	99
Figura 5.8 - Curva de histerese do material GNO com campo coercitivo reduzido .	101
Figura A.1 - Dentes do núcleo do transformador.....	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Valores de K para diferentes tipos de ligações	36
Tabela 3.1 - Tipos de Conexões	65
Tabela 4.1 [37] - Ordem das taxas de impurezas, tamanho dos grãos, campo coercitivo das lâminas de aço silício GO e GNO. Fonte: [34].....	77
Tabela 4.2 - Parâmetros do transformador monofásico	84
Tabela 4.3 - Parâmetros do modelo da histerese por J-A	85
Tabela 5.1 - Resultado do Ensaio à Vazio das diferentes ligações.....	92
Tabela 5.2 - Resultados do Ensaio de Curto-Circuito das diferentes ligações	93
Tabela 5.3 - Resultados dos testes para diferentes TAPs	94
Tabela 5.4 - Resultados das simulações variando o valor da área e do comprimento do núcleo.....	100
Tabela A.1 - Parâmetros para escolha da densidade de corrente	109
Tabela A.2 - Parâmetros para determinação das perdas no ferro e no cobre em transformadores monofásicos	110
Tabela A.3 - Parâmetros para determinar o fator 'C'	110
Tabela A.4 - Parâmetros para a escolha do índice "Ab"	113

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ϕ	Fluxo Magnético
V_n	Tensão nominal
Z_m	Impedância magnetizante
$\cos \phi_0$	Fator de potência a vazio
A_e	Área transversal efetiva da secção que está sendo modelada
H_e	Campo efetivo de Weiss
I_{CC}	Corrente de curto-circuito
I_p	Componente ativa da corrente a vazio
I_q	Componente reativa da corrente a vazio
I_0	Corrente a vazio
I_1	Corrente no primário
M_S	Magnetização de saturação
M_{irr}	Componente de magnetização irreversível
M_{rev}	Componente de magnetização reversível
N_1	Número de espiras do primário
N_2	Número de espiras do secundário
P_{CC}	Potência de curto-circuito
R_m	Resistência magnetizante
R_{mag}	Relutância do circuito magnético do núcleo
R_1	Resistência do primário
R_2	Resistência do secundário
S_1	Potência Aparente no primário
S_2	Potência Aparente no secundário
V_{CC}	Tensão de curto-circuito

V_1	Tensão no primário
V_2	Tensão no secundário
X_m	Reatância magnetizante
e_1	Derivada do fluxo em relação ao tempo
$f p_o$	Fator de potência resultante
Φ_{disp2}	Fluxo de dispersão
Φ_2	Fluxo de reação
A.T	Alta tensão
B	Densidade de fluxo magnético
B.T	Baixa tensão
CA	Energia Elétrica Alternada
DHT	Distorção harmônica total
F.E.M	Força Eletromotriz
FEELT	Faculdade de Engenharia Elétrica
FFT	Transformada rápida de Fourier
GNO	Aço silício grão não orientado
GO	Aço silício grão orientado
H	Intensidade do campo
J-A	Jiles - Atherton
l	Comprimento do circuito magnético
M	Magnetização
$N_1.I_0$	Força magnetomotriz
P_0	Perdas no núcleo (Histerese e Foucault)
pu	Por Unidade
R_e	Relutância do núcleo
SSEP	Simulador de Sistemas Elétricos de Potência
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
f	Frequência

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	16
INTRODUÇÃO	16
CAPÍTULO 2	21
TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA.....	21
2.1 <i>Princípio Básico de Funcionamento de Transformadores Monofásicos</i>	22
2.2 <i>Transformadores Trifásicos</i>	34
2.3 <i>Transformadores de Três Enrolamentos</i>	43
2.4 <i>Transformadores com TAP</i>	47
CAPÍTULO 3	51
MODELAGEM TRIFÁSICA DE TRANSFORMADORES DE DOIS ENROLAMENTOS.....	51
3.1 <i>Introdução</i>	51
3.2 <i>Matriz de Transferência de Transformadores Trifásicos</i>	53
3.3 <i>Modelos para Conexões Comuns de Transformadores</i>	55
3.2 <i>Redução de Kron</i>	66
3.2 <i>Transformadores com Neutro Aterrado</i>	68
3.3 <i>Transformadores com TAP</i>	69
CAPÍTULO 4	71
MODELAGEM DO RAMO MAGNETIZANTE CONSIDERANDO A HISTERESE	71
4.1 <i>Corrente de magnetização de transformadores de dois enrolamentos</i>	72
4.2 <i>Princípios magnéticos</i>	74
4.3 <i>Perdas relacionadas ao material ferromagnético</i>	76
4.4 <i>O modelo de Jiles - Atherton</i>	78
4.4.1 <i>Aplicação do modelo</i>	84
4.4.1.1 <i>Considerações Finais sobre as simulações</i>	89
CAPÍTULO 5	91
AVALIAÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS.....	91

5.1 Modelagem com a presença do ramo magnetizante no domínio da frequência	91
5.2 Modelagem considerando a histerese	94
5.2.1 Ensaio em Laboratório	95
5.2.2 Considerações sobre o ensaio	99
CAPÍTULO 6	102
CONCLUSÃO	102
REFERÊNCIAS	105
ANEXO A – PROJETO DE UM TRANSFORMADOR MONOFÁSICO	109
A.1 Dados do Núcleo	109
A.2 Enrolamentos	112
A.2.1 Enrolamentos B.T	114
A.3 Cálculo dos pesos das partes ativas, das perdas e do rendimento	115

CAPÍTULO 1

Introdução

As grandes mudanças no setor elétrico brasileiro e mundial requerem transformações na forma de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Em conjunto com o custo da energia e, conseqüentemente, o custo de operação dos sistemas elétricos de potência, estas mudanças demandam estudos mais elaborados, que permitam análises precisas e realísticas, possibilitando um melhor planejamento dos investimentos necessários à manutenção dos níveis de qualidade do fornecimento de energia elétrica exigidos pelos consumidores modernos.

Em conjunto com os condutores elétricos, os transformadores são o meio para conduzir a energia entre a fonte e o consumo final, ou seja, estão em série com a carga. Isto significa que toda a corrente circula pelos mesmos e, conseqüentemente, quanto maior a resistência destes, maior a perda decorrente do seu funcionamento.

De acordo com um estudo realizado pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), as perdas de tais máquinas somavam em 2007, por dia, um custo médio de R\$ 6.336.429,00, o que corresponde a ordem de 22.169,3 MWh de energia, acarretando em R\$ 285,82/MWh [1]. A utilização de transformadores monofásicos 0,5% mais eficientes, bem como a utilização de transformadores trifásicos 0,38% mais eficientes acarretaria em uma economia anual de cerca de 600 milhões de reais, o

que corresponderia em uma economia de energia de 2 GWh [1]. Portanto, a magnitude destas perdas demonstra que transformadores eficientes são uma excelente opção para a conservação de fontes preciosas de energia e para a redução de custos operacionais da indústria, ao passo que auxilia na conservação do meio ambiente.

Idealmente o sistema elétrico opera com tensões equilibradas, mas para que isto ocorra, as cargas a ele ligadas também devem ser equilibradas. No entanto, na realidade, o sistema opera com tensões entre fases desequilibradas devido à complexidade da rede. Além disso, a não-linearidade do sistema e seus componentes agrega maior dificuldade aos estudos de comportamento do sistema [2].

O comportamento não linear do núcleo dos transformadores se deve ao fato dos fenômenos agregados aos materiais ferromagnéticos como a saturação e a histerese magnética. O modelo teórico do núcleo do transformador deve incluir além dos efeitos das não linearidades, os fenômenos relacionados à influência da frequência [3]. Este modelo é de fundamental importância nos estudos de fenômenos de ferrorressonância, corrente de magnetização, perdas, bem como distorções harmônicas.

Os modelos matemáticos de transformadores têm como objetivo representar por meio de equações lineares e não lineares os processos físicos. Para os sistemas elétricos de potência, a literatura apresenta diversas abordagens sobre modelos de transformadores trifásicos e monofásicos [4], modelagem trifásica com a inserção do ramo magnetizante [5], [6], modelos de histerese magnética [7], modelos de histerese ferromagnética [8], dentre outros tipos de modelagem existente.

Nos estudos de transformadores é comum desprezar os efeitos das perdas por histerese e a presença de correntes parasitas (Foucault), mesmo que seja considerada a curva de magnetização. Geralmente, os transformadores são

modelados em sistemas computacionais levando em conta apenas as suas características lineares como indutância, capacitância e resistências. No entanto, a histerese presente no núcleo dos transformadores possui características não lineares que acabam sendo desprezadas no momento da sua modelagem.

A modelagem da histerese magnética é uma atividade complexa. Os modelos de Preisach [9] e Jiles – Atherton [8] são os mais utilizados atualmente e possibilitam a formação de novos modelos. O primeiro é mais complexo e impossibilita a sua utilização em tempo real, já o segundo é mais simples e mais usual, além de demandar menor esforço computacional, o que possibilita a sua utilização em tempo real.

Portanto, apesar de bastante conhecidos, os transformadores constituem-se uma excelente oportunidade de estudo com vistas à identificação de possibilidades de economia ou mesmo recomendações quanto à melhor tecnologia a ser utilizada por estes equipamentos.

Nos projetos de novos sistemas elétricos e na avaliação dos existentes, a simulação digital constitui uma ferramenta essencial ao trabalho do engenheiro. No entanto, devido à praticidade de modelagem e o menor esforço computacional, os sistemas elétricos de grande porte, em sua maioria, ainda utilizam modelagem trifásica equilibrada em sua análise e, desta forma, consideram sistemas monofásicos (sequência positiva) para a resolução dos problemas. Esta condição despreza os diferentes tipos de conexões, os acoplamentos e os possíveis desequilíbrios entre as fases.

Os sistemas computacionais atuais possuem capacidade de processamento e armazenamento que permitem a simulação trifásica de grandes sistemas de potência. Esta propriedade permite a realização de estudos mais precisos, mas esbarra em

novos obstáculos, como a dificuldade de convergência dos algoritmos, preparados para sistemas monofásicos, e a adaptação dos modelos monofásicos em trifásicos.

Neste contexto, esta dissertação visa apresentar adaptações do modelo tradicional de um transformador de potência de dois enrolamentos. Em um primeiro momento, foi realizado um estudo em transformadores trifásicos no domínio da frequência incorporando o neutro nas matrizes de admitâncias e considerando a impedância de aterramento; os possíveis tapes e o ramo magnetizante, visando estudos de fluxo de carga, curto-circuito, fluxo-harmônico e perdas. Em um segundo momento, foi feito um estudo em transformadores de potência monofásicos incorporando a histerese magnética presente no núcleo. Além da representação destes parâmetros, o estudo busca contribuir para obtenção de sistemas mais estáveis, com menor tempo de processamento.

Para facilitar a compreensão deste trabalho, além deste capítulo esta dissertação contém mais cinco capítulos e um apêndice que serão descritos sucintamente a seguir.

Capítulo 2 apresenta os fundamentos teóricos acerca dos transformadores, desde a sua invenção até como são modelados nos dias atuais. Os principais conceitos, suas características físicas, os tipos de ensaios (curto-circuito e a vazio), transformadores monofásicos e trifásicos, além dos tipos de conexões dos transformadores trifásicos.

No capítulo 3 é apresentado o tipo de modelagem trifásica no domínio da frequência utilizada neste trabalho considerando o ramo magnetizante, incorporando o neutro nas matrizes de admitâncias e considerando a impedância de aterramento, além os possíveis tapes (fixo e automático).

No capítulo 4 é apresentado os fenômenos harmônicos presentes no núcleo dos transformadores e suas principais fontes geradoras, o modelo proposto para histerese magnética através do método de Jiles – Atherton.

O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos a partir de simulações e experimentos laboratoriais. Estes resultados são analisados e discutidos detalhadamente.

O capítulo 6 apresenta as conclusões acerca do desenvolvimento deste trabalho, bem como as principais contribuições e principais dificuldades enfrentadas no decorrer do estudo proposto. Além disto, são feitas sugestões para trabalhos futuros.

O apêndice A apresenta o detalhamento de um projeto de um transformador monofásico de 25 kVA, 7,967 kV de tensão de entrada e 120 V de tensão de saída.

CAPÍTULO 2

Transformadores de Potência

Em 1831, o pesquisador *Michael Faraday* realizou um experimento com duas bobinas envoltas por fios de cobre envolvendo um único núcleo de material ferromagnético. Uma das bobinas foi conectada a uma bateria através de uma chave e a outra conectada a um galvanômetro. Este experimento permitiu observar que o ponteiro do galvanômetro se desloca no instante que a chave é fechada ou aberta e, enquanto a chave está fechada a corrente resultante é nula, independentemente do valor da tensão aplicada, não há deslocamento do ponteiro [10].

Devido ao experimento, a Lei de Faraday é regida pela seguinte frase: “Em qualquer condutor de eletricidade submetido a um campo magnético variável no tempo, tem-se em seus terminais a indução de uma tensão elétrica proporcional à taxa de variação desse campo no tempo” [10].

Os transformadores são máquinas elétricas que convertem, através da ação do campo magnético, a energia elétrica alternada (CA) com determinada tensão em energia elétrica CA com outro nível de tensão baseada na Lei de Faraday. Mantem-se, assim, inalteradas todas as características elétricas da saída em relação à entrada [11]. As características que são mantidas com a utilização dos transformadores são a forma de onda da tensão e corrente, o ângulo de fase, a sequência das fases, entre outras.

Os transformadores por serem máquinas estáticas (não possuem partes móveis), apresentam pequenas perdas no ferro do núcleo, nos enrolamentos e nas partes metálicas. Assim, apresentam alto rendimento e, conseqüentemente, a potência de entrada é semelhante à potência de saída [12].

O sistema elétrico mundial não existiria sem a invenção dos transformadores de potência, pois, com a sua falta, a geração de grandes blocos de energia distante dos centros de consumo se tornaria inviável. Esta dificuldade é justificada pela necessidade de se gerar energia na tensão de consumo, o que implicaria em correntes elevadas a serem transportadas, resultando em condutores de seções elevadas com grande volume de cobre (ou alumínio) e grandes perdas de energia [11].

2.1 Princípio Básico de Funcionamento de Transformadores Monofásicos

O transformador é um equipamento estático, ou seja, sem partes que se movimentam, e que tem a função de transferir energia de um terminal ao outro em corrente alternada (CA), em uma mesma frequência. O lado que recebe a potência a ser transferida é nomeado de primário e o lado destinado à entrega de energia é chamado de secundário. A transferência de potência entre o lado primário e o secundário é realizada por indução eletromagnética [13].

De acordo com a lei de Lenz-Faraday uma tensão será induzida em seus terminais (F.E.M – força eletromotriz) sempre que houver um movimento relativo entre um campo magnético e o condutor.

Quando existe um campo magnético variável, pode-se afirmar que ocorrerá a indução de corrente quando uma espira condutora está estática ou quando se coloca um circuito em movimento dentro de um campo magnético constante.

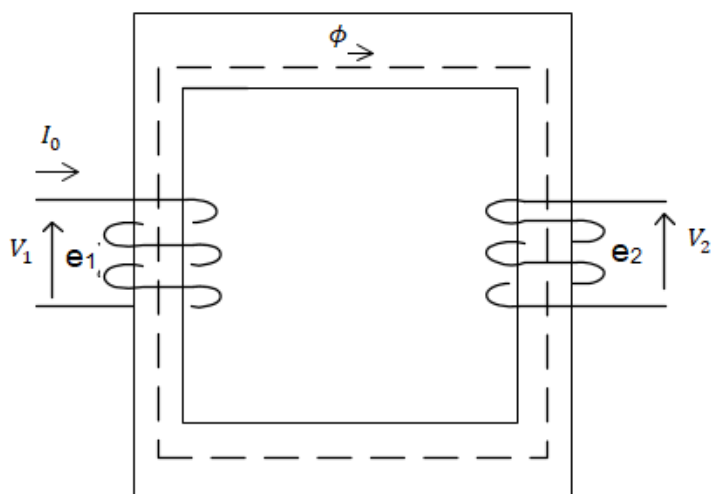


Figura 2.1 - Aplicação de tensão no primário do transformador e seus efeitos

De acordo com a Figura 2.1, devido a aplicação de uma tensão alternada v_1 na bobina primária, há a formação de um fluxo magnético no núcleo. Nestas condições, circulará uma corrente a vazio de intensidade I_0 , como a tensão é variável no tempo a corrente também será variável. Através da Lei de Ampère, tem-se:

$$Hl = N_1 I_0 \quad (2.1)$$

Onde:

H – intensidade do Campo;

l – comprimento do circuito magnético;

$N_1 I_0$ – força magnetomotriz.

N_1 – Número de espiras do primário

A Equação (2.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$R_e \phi = N_1 I_0 \quad (2.2)$$

Em que:

R_e – relutância do núcleo;

ϕ - fluxo magnético.

De acordo com a equação acima, pode-se observar que a força magnetomotriz impulsiona o fluxo magnético pelo núcleo, que é limitado pela relutância. Portanto, como a corrente é variável no tempo, o fluxo magnético também será.

De uma forma geral, o transformador consiste de duas ou mais bobinas enroladas em torno de um núcleo ferromagnético comum. As bobinas geralmente não são conectadas entre si, contendo apenas a conexão pelo fluxo magnético dentro do núcleo. O enrolamento primário é ligado à fonte (ou que recebe a energia elétrica), já o enrolamento secundário (ou terciário) é ligado à carga. Os enrolamentos são constituídos por um material condutor, geralmente o cobre ou alumínio. O núcleo é designado à condução do fluxo magnético, assim é necessário que o seu material possua baixa relutância magnética para a redução das perdas por correntes de Foucault, geralmente, os materiais utilizados são o aço silício laminado ou o metal amorfo com base em aço.

2.1.1 Transformador em operação

Com o transformador trabalhando a vazio, a corrente I_0 promove a magnetização do núcleo e induz as tensões e_1 e e_2 . Quando o transformador está em operação no secundário haverá a circulação de uma corrente I_2 em seu enrolamento, cujo valor dependerá da carga Z_c .

De acordo com a lei de Ampère, I_2 criará um fluxo de reação Φ_2 e de dispersão Φ_{disp2} . Para continuar a magnetização do transformador, haverá uma compensação de fluxo primário, ou seja, será necessário que a rede suplemente a corrente I_0 exigida pelo transformador de modo a compensar o fluxo Φ_2 [14].

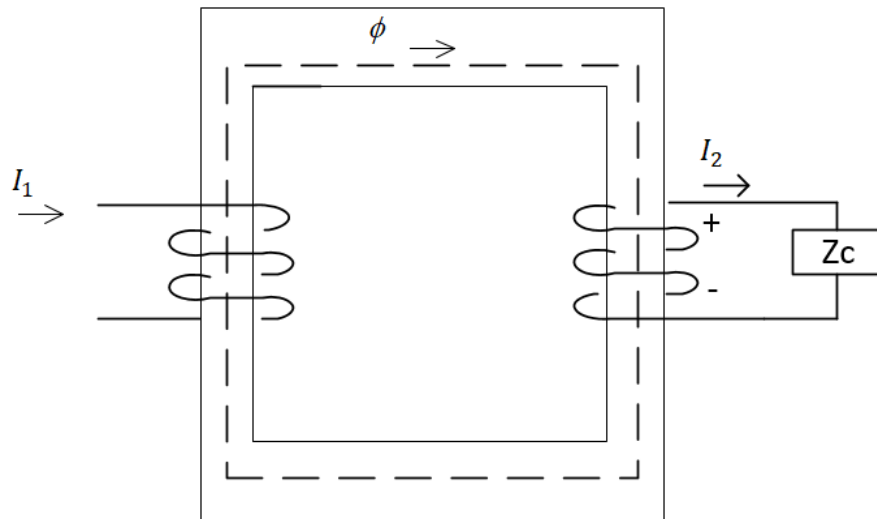


Figura 2.2 - Representação do transformador operando com carga

A corrente primária será:

$$I_1 = \sqrt{I_0^2 + I_2^2} \quad (2.3)$$

Na qual,

$$I_0 = \sqrt{I_1^2 - I_2^2} \quad (2.4)$$

Diante da Equação (2.4), é possível notar que sempre existirá uma corrente I_0 para qualquer condição de operação do transformador e ela será a responsável pela indução de e_1 e e_2 independente do regime da carga.

2.1.2 O modelo de Steinmetz

O transformador, por desempenhar um papel fundamental nos sistemas elétricos, sempre demandou a necessidade de uma representação por um circuito elétrico que traduzisse o comportamento das tensões e correntes em sua entrada e saída. Em conjunto com a representação no domínio da frequência, *Charles P. Steinmetz* [15], propôs uma modelagem matemática mais precisa de um

transformador monofásico. Este modelo foi obtido por meio da representação dos fenômenos observados em um transformador real, por elementos de circuitos elétricos colocados em série com um transformador ideal.

Os fenômenos observados são o aquecimento do núcleo do transformador, no qual seria representado por uma resistência elétrica; a existência da corrente de excitação para a produção e a manutenção do fluxo no núcleo, representada por uma indutância de magnetização; o aquecimento dos enrolamentos, representado pela inclusão de uma resistência no primário e outra no secundário; e por fim os fluxos de dispersão do primário e secundário representado por reatâncias de dispersão colocadas em série nos dois lados [15].

O equivalente de *Steinmetz* se aplica tanto para transformadores monofásicos, quanto para uma fase de um transformador trifásico, como pode ser observado pela Figura 2.1.

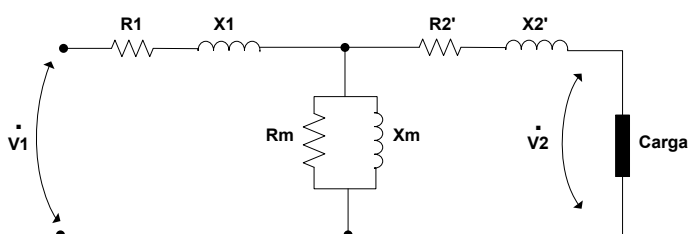


Figura 2.3 - Circuito Equivalente de Steinmetz

Na ilustração observa-se que são representadas as impedâncias do primário $\dot{Z}_1 (R_1 + jX_1)$, do secundário referida ao primário $\dot{Z}_2 (R_2' + jX_2')$ e do ramo de magnetização $\dot{Z}_M (R_M // jX_M)$. Os parâmetros do circuito de *Steinmetz* são obtidos a partir dos dados de placa do transformador e de dois ensaios: a vazio e em curto-circuito [11].

Com os estudos de *Steinmetz* conseguiu-se a junção dos elementos de um circuito linear mensurável, a elementos não lineares, no qual os valores são função

dos fenômenos que ocorrem no núcleo dos transformadores. A reatância de magnetização e a resistência equivalente de perdas no ferro não possuem existência física e são variáveis de acordo com o nível de saturação do núcleo, portanto dependem do valor do fluxo magnético e, conseqüentemente, da tensão que será aplicada ao transformador.

2.1.3 Relação de Transformação

A relação do número de espiras é denominada por K_N , que é dada pela relação das quedas de tensão internas nas bobinas do transformador.

$$K_N = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.5)$$

Para a operação a vazio, têm-se:

$$I_1 = I_2 \quad I_1 = I_0 \quad (2.6)$$

Diante disto, pode-se constatar que a queda de tensão é mínima:

$$V_1 \approx E_1 \quad (2.7)$$

Analogamente,

$$V_2 = E_2 \quad (2.8)$$

Assim,

$$K_N = \frac{E_1}{E_2} \cong \frac{V_1}{V_2} \quad (2.9)$$

A equação (2.9) é de fundamental importância, pois os valores de V_1 e V_2 são coletados nas medições. Desta forma, pode-se obter a relação de número de espiras.

2.1.4 Ensaio à Vazio

A operação a vazio de transformadores tem a finalidade de determinar as perdas no núcleo ou por histerese e Foucault (P_0), corrente a vazio (I_0), relação de

transformação, parâmetros do ramo magnetizante. Além dos elementos citados, permite que seja analisado o formato não senoidal da corrente a vazio e a corrente transitória de magnetização.

O ensaio a vazio ou “sem carga” é realizado aplicando-se tensão senoidal pura de valor eficaz nominal à frequência nominal do equipamento [11]. Mede-se tensão, corrente e potência, viabilizando assim, o cálculo dos parâmetros do ramo magnetizante, que representa as denominadas perdas a vazio, por Histerese Magnética e Foucault (correntes parasitas).

Quando ocorre este tipo de ensaio alimenta-se o transformador por um lado e o outro fica aberto, como pode ser observado pela Figura 2.2. Assim, os resultados obtidos estarão referidos ao lado em que a tensão e as medições forem realizadas. A razão de a tensão aplicada ser a tensão nominal é resultante da não linearidade do núcleo, pois os valores dos parâmetros do ramo magnetizante variam de acordo com a tensão aplicada [16]. Diante disto, o ensaio a vazio, geralmente, é realizado pelo lado de baixa tensão devido a maior facilidade de se obter a voltagem e para uma maior segurança do operador.

O ramo magnetizante é formado por uma resistência e uma reatância fictícia que representam de uma maneira geral a impedância magnetizante, que pode ser colocada ou no primário ou no secundário [16].

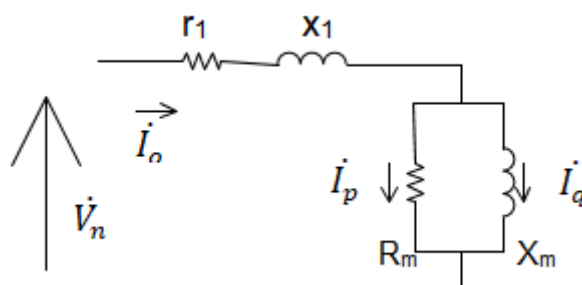


Figura 2.4 - Transformador com parâmetros referidos ao primário

A corrente (excitação ou a vazio I_0) que circula no circuito representado pela Figura 2.4 possui um valor muito pequeno, poucos percentuais da sua corrente nominal. Assim, as quedas de tensão na resistência e na reatância do enrolamento primário podem ser desprezadas [16]. Apesar desta propriedade, neste trabalho optou-se por não desprezar esta variação da tensão.

Com os resultados obtidos pelas medições determinam-se os parâmetros do ramo magnetizante, o percentual da corrente a vazio em relação à nominal do transformador e também as perdas no ferro, que possui normas nacionais e internacionais para a sua limitação [11].

Os transformadores com altos valores de corrente a vazio e perdas no ferro não são aceitos pelas concessionárias, pois causam a sobrecarga do sistema desnecessariamente. Normas nacionais e internacionais [17], [18], [19] são utilizadas para limitar os valores de sobrecarga. Estes limites são conservativos tanto para os usuários, quanto para os fabricantes, pois, os transformadores trabalhando acima dos limites estipulados pelas normas estão se tornando cada vez mais comuns no setor elétrico prejudicando-o como um todo.

Os cálculos para a determinação dos parâmetros são sempre realizados por fase, independentemente do tipo de ligação.

A impedância magnetizante é determinada considerando a condição de operação a vazio, $I_o \dot{Z}_1 \cong 0$, resumindo o circuito da Figura 2.4 na Figura 2.5.

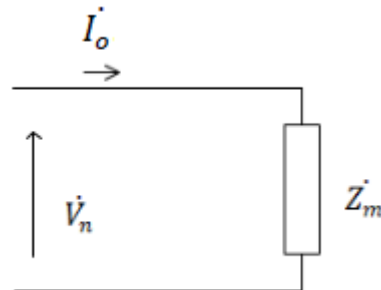


Figura 2.5 - Circuito equivalente da operação à vazio

De acordo com a Figura 2.5, calcula-se a impedância magnetizante pela Equação 2.10, onde \dot{V}_n é a tensão nominal, e \dot{I}_o é a corrente a vazio.

$$\dot{Z}_m = \frac{\dot{V}_n}{\dot{I}_o} [pu] \quad (2.10)$$

$$fp_o = \cos\phi_o = \frac{P_0}{V_n I_o} \quad (2.11)$$

(fp_o) é o fator de potência resultante e P_0 são as perdas no ferro. Com o valor da corrente a vazio e o fator de potência é possível determinar as componentes ativa e reativa da corrente a vazio.

$$I_p = I_o \cos\phi_o \quad (2.12)$$

$$I_q = I_o \sin\phi_o \quad (2.13)$$

Os elementos do ramo de magnetização não possuem existência física, assim a representação dos fenômenos pode ser feita com uma resistência em série com uma reatância ou uma resistência em paralelo com uma reatância, no entanto, em ambas a combinação deve ser igual a \dot{Z}_m .

Com os elementos em paralelo, determina-se a resistência de magnetização e a reatância de magnetização pelas equações a seguir.

$$R_m = \frac{P_0}{I_p^2} \quad (2.14)$$

$$X_m = \sqrt{Z_m^2 - R_m^2} \quad (2.15)$$

A modelagem apresentada considera que o ramo magnetizante produz uma corrente senoidal linear, o que não acontece na prática, esta será não senoidal e não linear com a tensão. Assim, devido às propriedades não lineares do circuito magnético, a forma de onda da corrente a vazio não será senoidal.

2.1.5 Ensaio de Curto-circuito

Não só para as concessionárias de energia elétrica, mas também para qualquer estudo de fluxo de potência é de fundamental importância o conhecimento da queda interna de tensão, já que através disto é possível indicar se o transformador tem a capacidade de manter a tensão constante para diferentes valores de carga. As condições fixadas como padrão pelas normas são referentes à plena carga ou com a carga igual à potência nominal do transformador, já que o valor da queda interna de tensão depende da carga.

O ensaio de curto-circuito permite a determinação exata desta queda, além da determinação das perdas por efeito Joule que são reguladas por normas nacionais e internacionais [18], [12].

No caso de transformadores de dois enrolamentos, este ensaio é realizado curto-circuitando os terminais de um dos enrolamentos, de preferência o de menor

tensão e aplicando-se tensão, à frequência nominal, no outro enrolamento, até que, circule pelo curto-circuito a corrente nominal [11].

Este procedimento possibilita o cálculo da impedância de curto-circuito, que caracteriza a impedância entre primário e secundário, composta por uma resistência em série com uma reatância indutiva, que por sua vez, traduzem as perdas Joulicas devido à circulação de corrente nominal pelos enrolamentos e as perdas por dispersão do fluxo magnético, respectivamente. Além disso, fornece a queda de tensão percentual provocada pelo equipamento quando alimenta uma determinada carga [16]. Este ensaio determina o valor da impedância percentual do transformador.

A tensão aplicada é pequena comparada com a tensão nominal, no entanto, possui um valor igual à queda de tensão interna do transformador quando circula a corrente nominal. Nessas circunstâncias, a corrente do ramo magnetizante é muito pequena comparada à que circula pelo curto e, por essa razão, o ramo magnetizante pode ser desprezado. Portanto, tem-se que o circuito elétrico equivalente da Figura 2.6

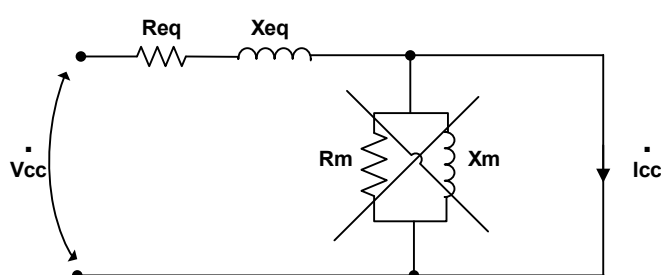


Figura 2.6 - Circuito Equivalente do Ensaio em Curto – Circuito

A resistência elétrica equivalente R_{eq} e a reatância indutiva equivalente X_{eq} correspondem, respectivamente, à soma das resistências e reatâncias de dispersão dos enrolamentos primário e do secundário referida ao primário. A impedância percentual do transformador é dada por Z_{eq} , informação contida na placa do mesmo.

$$R_{eq} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2 Z_B} [pu] \rightarrow Req = \frac{P_{cc}}{S_B} [pu] \quad (2.16)$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{cc}}{I_B Z_B} [pu] = \frac{V_{cc}}{V_B} [pu]. \quad (2.17)$$

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} [pu]. \quad (2.18)$$

Onde:

P_{cc} - Potência de Curto-Circuito em W;

I_{cc} - Corrente de Curto-Circuito em A;

V_{cc} - Tensão de Curto-Circuito em V.

Para este ensaio considera-se uma temperatura ambiente de 25°C. Durante a operação normal do transformador, este valor é bem mais alto em virtude das perdas Joulicas. Esta variação de temperatura afeta o valor da resistência dos enrolamentos, conseqüentemente afeta a impedância [16].

Para o funcionamento do transformador é necessário conhecer os valores dessas grandezas na sua temperatura de operação prevista para cada transformador (que depende da classe de temperatura do isolamento), não na temperatura ambiente. Assim, resistência R_{eq} deve ter seu valor corrigido para a temperatura de operação do transformador, já que, muito provavelmente no ato do ensaio, o equipamento está fora de sua temperatura operacional o que afeta a resistência elétrica dos enrolamentos, pois esta grandeza varia com a temperatura. A correção está prevista na norma técnica NBR5380/1993 [12], conforme (2.19).

$$R'_{eq} = R_{eq} \frac{\theta_1 + \alpha}{\theta_2 + \alpha} \quad (2.19)$$

Sendo:

θ_1 – Temperatura de referência, em °C

θ_2 – Temperatura do ensaio, em °C

α – Coeficiente de temperatura (234,5 para o cobre e 224 para o alumínio)

O coeficiente de temperatura se aplica também para as perdas em curto-circuito, pois variam linearmente com a resistência. A reatância de dispersão não varia em função da temperatura, assim o valor da impedância, na temperatura final, pode ser calculado utilizando a combinação do valor da impedância na temperatura ambiente com os valores da resistência nas duas temperaturas (inicial e final).

2.2 Transformadores Trifásicos

Nos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica utiliza-se normalmente sistemas CA trifásicos. Assim, faz-se necessário a compreensão como os transformadores desempenham seu papel nestes sistemas [11].

Os transformadores trifásicos podem resultar da ligação de três transformadores monofásicos ou de um transformador com núcleo de três colunas monofásicas. Os dois tipos (banco de transformadores monofásicos e um único transformador trifásico) são os mais utilizados na prática.

Os transformadores trifásicos possuem a vantagem de serem mais leves, mais eficientes, menores e apresentam um custo um pouco mais baixo [11]. Já o uso de um banco de três transformadores monofásicos possui a vantagem de cada unidade poder ser substituída separadamente, além de uma empresa de energia elétrica precisar manter de reserva apenas uma unidade de transformador monofásico, o que pode acarretar em um menor custo.

A figura a seguir mostra a representação de um transformador trifásico com as bobinas de cada enrolamento dispostas em uma única perna de núcleo magnético [20]. O núcleo magnético cria um caminho para o fluxo, além de garantir a sustentação mecânica do transformador.

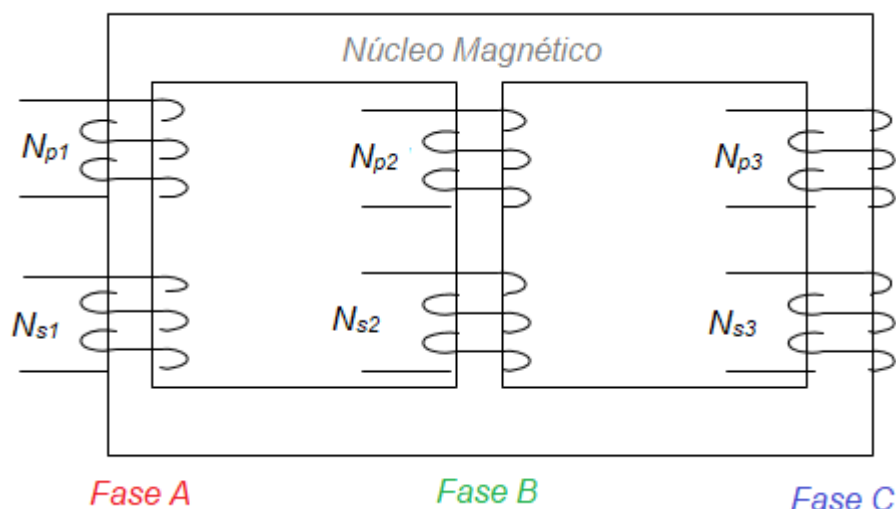


Figura 2.7 - Representação de um transformador trifásico

Existem três tipos de conexões possíveis: delta, estrela ou zigue-zague. As ligações Δ e Y são as mais comuns. A ligação zigue-zague é geralmente uma conexão secundária, a sua principal característica é afetar por igual e simultaneamente duas fases, pois, os seus enrolamentos são montados em pernas distintas seguindo uma ordem de permutação circular. Diante deste fato, torna a última ligação mais adequada para a utilização na presença de cargas desequilibradas.

Com estas conexões é possível realizar algumas combinações que possuem vantagens, desvantagens e aplicações que serão mostradas a seguir. As ligações trifásicas mais comuns são: delta - estrela, estrela - delta, delta – delta, estrela- estrela, delta – (Zigue-Zague), estrela – (Zigue-Zague).

Como forma de obter um padrão para a nomenclatura dos tipos de ligações, designa-se para as conexões em estrela, delta e zigue-zague o uso das letras Y, D ou Z para os enrolamentos de alta tensão e para os enrolamentos de média e baixa tensão y, d ou z [18].

2.2.1 Relação de transformação de transformadores trifásicos

Assim como já foi visto para os transformadores monofásicos, a relação de transformação real é definida como a relação entre as tensões primárias com as tensões secundárias [16], como foi mostrado na equação (2.9).

Para os transformadores trifásicos a relação de transformação segue o mesmo parâmetro, no entanto, devido à conexão dos enrolamentos esta relação não será igual para todos os casos.

Sendo assim, a relação entre K e K_N é realizada da seguinte maneira:

$$U_1 \approx E_1 \quad (2.20)$$

Analogamente,

$$U_2 = E_2 \quad (2.21)$$

Então,

$$K = K_N \quad (2.22)$$

$$K = \frac{U_1}{U_2} \quad (2.23)$$

Como há diversos tipos de ligações, para cada tipo de ligação haverá uma diferença entre a relação de transformação e a relação de espiras. A tabela (2.1) mostra os valores de K em relação a K_N para alguns tipos de ligações.

Tabela 2.1 - Valores de K para diferentes tipos de ligações

Ligação	Dd	Dy	Dz	Yy	Yd	Yz
K	K_N	$\frac{K_N}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{3}K_N$	K_N	$\sqrt{3}K_N$	$\frac{2}{\sqrt{3}}K_N$

2.2.2 Ligação Estrela – Estrela

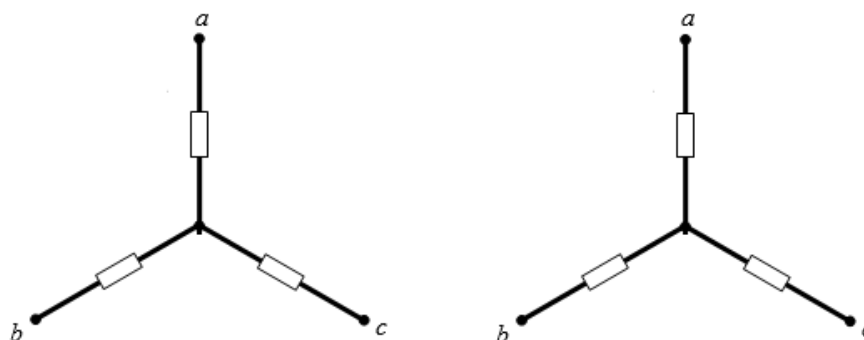


Figura 2.8 -Ligação estrela - estrela

Este tipo de ligação é mais indicado para sistemas de altas tensões. Os neutros têm a possibilidade de aterramento ou fornecer uma alimentação equilibrada a quatro fios. Caso ocorra a falta de uma fase de qualquer um dos lados, as duas remanescentes podem operar como transformador monofásico, com $1/\sqrt{3}$ da potência que operava trifásico [16]. Uma das desvantagens é a incapacidade de fornecer uma alimentação trifásica caso ocorra uma falta em uma fase do transformador.

Quando há ausência do aterramento do ponto central, esta ligação impossibilita a circulação de correntes cuja característica seja de sequência zero. No entanto, quando se aterra o neutro do primário e/ou do secundário, a circulação destas componentes se torna possível desde que a fonte ou a carga, dependendo do lado do aterramento do transformador, também esteja ligada em estrela com neutro aterrado [21].

2.2.3 Ligação Delta / Delta

É a ligação em que ambos os lados do transformador estão ligados em delta, como é possível observar na Figura 2.9. No caso de uma falta em uma das fases, as

duas remanescentes poderão ser operadas no estado de delta aberto para uma saída trifásica com $1/\sqrt{3}$ da potência anterior. Em relação às componentes de sequência zero, as correntes circulam somente no interior dos 'deltas' sendo eliminadas nas correntes de linha [16].

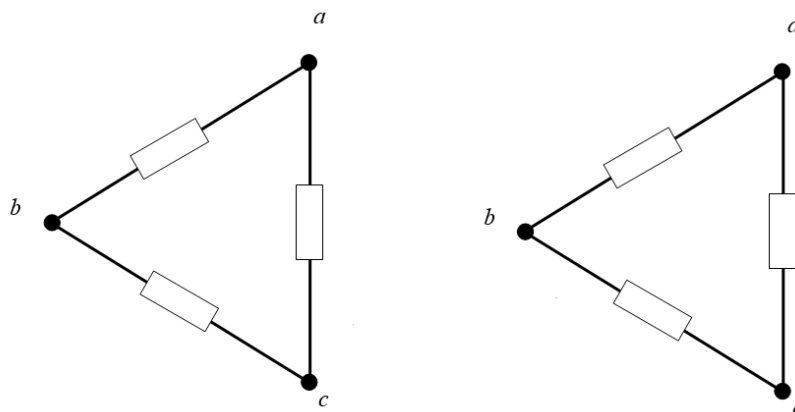


Figura 2.9 - Ligação delta – delta

Como desvantagem destaca-se a indisponibilidade dos neutros, os custos são maiores devido à maior dificuldade da construção das bobinas.

2.2.4 Ligação Delta / Zigue-Zague

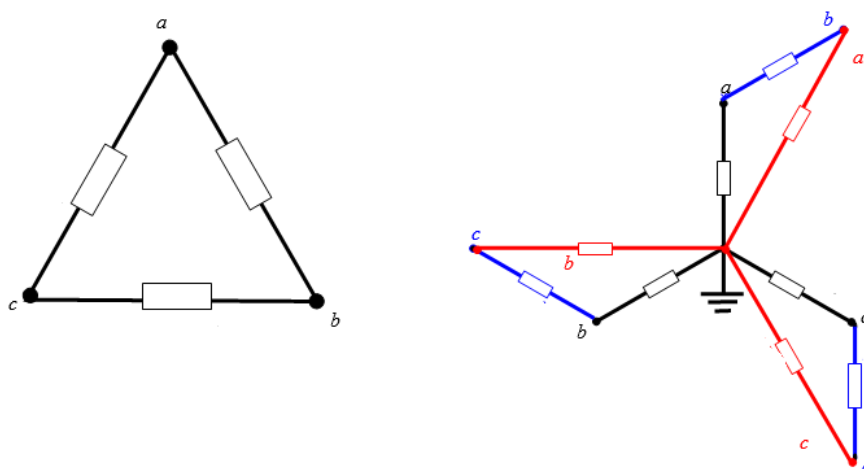


Figura 2.10 - Ligação Delta - Zigue-Zague

Nesta ligação o primário do transformador é ligado em delta e o secundário em zigue-zague. É geralmente utilizada em transformadores de distribuição quando se deseja obter quatro níveis de tensão no secundário, desde que tenha acesso aos terminais internos da conexão no secundário para poder transformá-la ocasionalmente em estrela [21].

Uma das vantagens desta ligação é a eliminação das componentes de sequência zero. As cargas equilibradas e desequilibradas podem ser alimentadas ao mesmo tempo, possuindo, assim, grande aplicação em sistemas de conversão estática, e por fim, o neutro do secundário pode ser aterrado ou utilizado para a alimentação de cargas [16]. Por outro lado, uma desvantagem é o caso de quando ocorrer uma falta em uma das fases, tornando inoperante o transformador trifásico.

2.2.5 Ligação Delta / Estrela

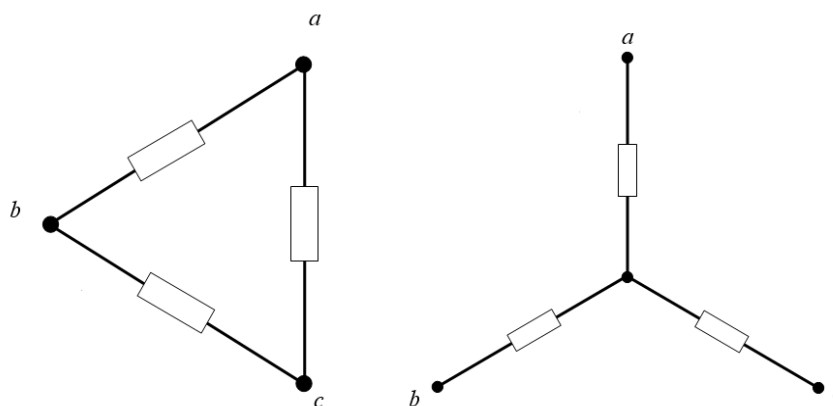


Figura 2.11 - Ligação Delta – Estrela

Esta conexão é bastante utilizada, seja pelo baixo custo, seja pela ausência de caminho para circulação das correntes de sequência zero. O menor custo é obtido quando o lado em delta é o de menor tensão, reduzindo a secção transversal dos condutores, já o lado de maior tensão é o que possui conexão em estrela o que

proporciona uma economia na isolação. Devido a este fator, esta ligação é mais indicada para subestações elevadoras de tensão [21].

Outra aplicação para este tipo de ligação é em transformadores de distribuição em que o neutro fica acessível, o que possibilita dois níveis de tensão (de linha e de fase), com alimentação a quatro fios e o aterramento do neutro.

Uma vantagem que pode-se observar é a alimentação de cargas equilibradas e desequilibradas simultaneamente, pois, o desequilíbrio em uma fase não provoca excesso de excitação nas demais fases [16],[21]. Por outro lado a ausência de uma fase torna o transformador inoperante [16].

2.2.6 Ligação Estrela / Delta

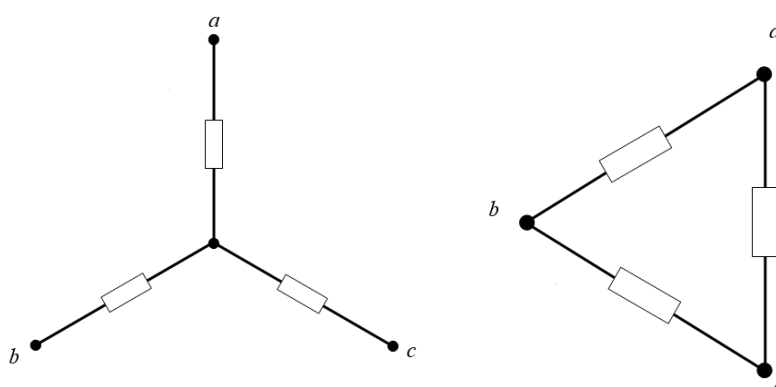


Figura 2.12 - Ligação Estrela – Delta

A fim de receber altas tensões da transmissão e as converterem para tensões a nível de distribuição [16], a principal aplicação para este tipo de ligação é para subestações abaixadoras de tensão, pois, geralmente são utilizadas em cidades.

Devido ao secundário em delta, as tensões de sequência zero são eliminadas pela circulação de corrente de sequência zero internamente nos transformadores. O neutro do primário neste tipo de ligação se mantém estável devido ao secundário estar em conexão delta. Assim, o neutro do primário pode ser aterrado.

Assim como nos transformadores com ligação delta – estrela, este tipo de ligação proporciona uma redução dos custos devido a menor secção transversal dos condutores no lado da conexão em delta e uma economia na isolação do lado da conexão em estrela [16].

As desvantagens presentes nesta ligação é a indisponibilidade do neutro no secundário para aterramento ou para uma possível alimentação a quatro fios, como também, devido a uma falta em uma das fases do transformador o torna inoperante.

2.2.7 Adaptação do Ensaio a Vazio

De acordo com o circuito magnético de um transformador trifásico, as correntes a vazio das três fases poderão apresentar: valores iguais para as correntes laterais e valor diferente para a fase central. Assim, calcula-se uma única corrente a vazio pela média aritmética dos três valores, conforme Equação (2.11).

$$I_0 = \frac{I_{01} + I_{02} + I_{03}}{3} \quad (2.24)$$

Para a determinação de Z_m , X_m e R_m utilizam as mesmas equações apresentadas para circuitos monofásicos, Equações (2.1), (2.5) e (2.6), com alguns cuidados a serem tomados como: a determinação destes parâmetros é feita por fase; as expressões utilizam tensões e correntes, assim conforme o tipo de conexão as grandezas por fase devem ser observadas; para a obtenção da potência de cada fase, a potência total (trifásica) obtida do ensaio deve ser dividida por três de acordo com a Equação (2.12).

$$P_0 = \frac{P_{0t}}{3} \quad (2.25)$$

2.2.8 Adaptação do Ensaio de Curto – Circuito

Como de costume, nos cálculos em sistemas elétricos de potência, é usual a análise de circuitos trifásicos por uma única fase e considera-se que as remanescentes são simétricas. Esta representação só seria possível para a conexão estrela, para os casos em que tem a conexão triângulo ou delta encontra-se sua estrela equivalente. Os parâmetros Z, X e R em ohms sofrem interferências de acordo com o tipo de ligação em que as três fases seriam conectadas. No entanto, em valores percentuais independem o tipo de conexão [16].

Considerando um transformador trifásico em que P_{cct} é a potência de curto-circuito total e que P_{cc} é a potência de curto-circuito de uma fase tem-se a seguinte equação.

$$P_{cc} = \frac{P_{cct}}{3} \quad (2.26)$$

$R\%$ é dado pela Equação (2.14).

$$R\% = \frac{P_{cct} I_n 100}{3 I_n^2 \frac{V_n}{\sqrt{3}}} = \frac{P_{cct}}{\sqrt{3} V_n I_n} 100 \quad (2.27)$$

Como $\sqrt{3} \cdot V_n \cdot I_n$ é igual à potência aparente trifásica nominal S_n , obtêm-se da Equação (2.14) o seguinte:

$$R\% = \frac{P_{cct}}{S_n} 100 \quad (2.28)$$

Já $Z\%$ é dado por:

$$Z\% = \frac{V_{cc}}{V_n} 100 \quad (2.29)$$

Onde V_{cc} é a tensão de curto – circuito entre as fases.

Para a correção de temperatura de transformadores trifásicos, utiliza-se a mesma equação que para transformadores monofásicos.

2.3 Transformadores de Três Enrolamentos

Os transformadores de três enrolamentos são utilizados com uma função especial. Encontram-se em centrais geradoras e em subestações e possuem aplicação também em transformadores ligados em Y-Y para a circulação da 3ª harmônica no terciário em delta [21].

Para cada fase deste tipo de transformador existem três enrolamentos o primário, o secundário e o terciário. Com o isso, o problema da transmissão de energia em diferentes níveis de tensão é resolvido com um único transformador [16].

Para os transformadores de três circuitos a potência fornecida ao primário corresponde à soma fasorial das potências do secundário e terciário [16].

2.3.1 Circuito Equivalente do Transformador de Três Enrolamentos

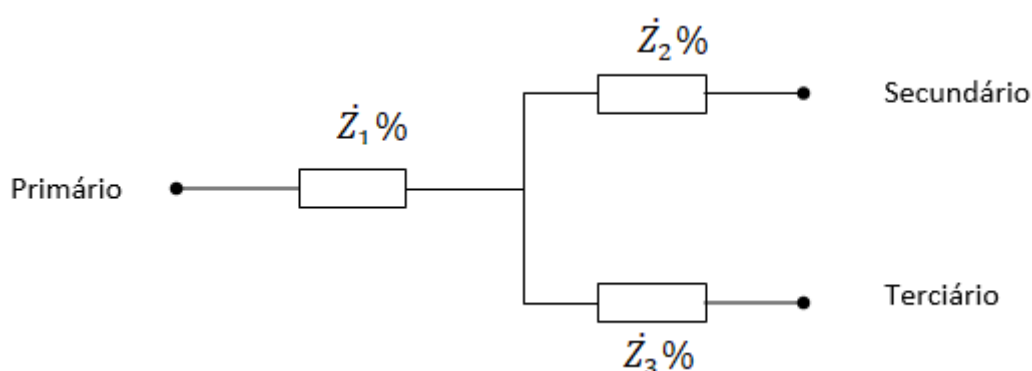


Figura 2.13 – Circuito equivalente de um transformador de três enrolamentos

Diferentemente dos transformadores de dois enrolamentos, o transformador em análise quando se alimenta o primário, podem-se conectar cargas tanto no

secundário tanto no terciário, ou em ambos os circuitos. No entanto para cargas conectadas no secundário, a impedância no transformador seria:

$$\dot{Z}_{12}\% = \dot{Z}_1\% + \dot{Z}_2\% \quad (2.30)$$

Para cargas conectadas no terciário, a impedância seria:

$$\dot{Z}_{13}\% = \dot{Z}_1\% + \dot{Z}_3\% \quad (2.31)$$

E entre o secundário e o terciário seria:

$$\dot{Z}_{23}\% = \dot{Z}_2\% + \dot{Z}_3\% \quad (2.32)$$

Assim, os valores de $\dot{Z}_{12}\%$, $\dot{Z}_{13}\%$, $\dot{Z}_{23}\%$ são valores referidos ao primário.

2.3.1.1 Ensaio em Curto-Circuito

Para a determinação das impedâncias percentuais, seriam realizados três ensaios de curto-circuito. O ensaio é realizado do mesmo modo para transformadores de dois circuitos. A partir dos resultados do ensaio, poderão ser determinados as impedâncias percentuais.

Para a determinação das impedâncias percentuais são seguidas três etapas.

- 1ª Etapa: Determinação de $Z_{12}\%$, em que se alimenta o primário com o secundário em curto-circuito e o terciário em aberto.

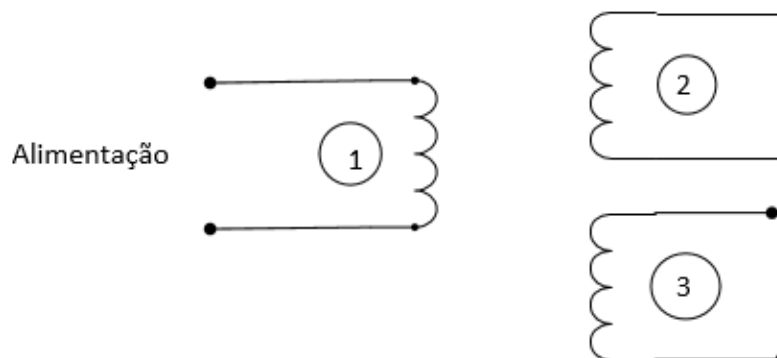


Figura 2.14 - Ensaio em curto-circuito

- 2ª Etapa: Determinação de $Z_{13}\%$, em que se alimenta o primário com o secundário em aberto e o terciário em curto-circuito.
- 3ª Etapa: Determinação de $Z'_{23}\%$, em que se alimenta o secundário, o primário fica aberto e o terciário em curto-circuito.

A fim de se obter o circuito equivalente representado na Figura 2.13, é necessário corrigir a impedância calculada para o primário. Esta correção se dá pela Equação 2.36. A explicação sobre o cálculo está relacionada com a relação entre potências.

$$\dot{Z}_{23}\% = Z'_{23}\% \frac{S_1}{S_2} \quad (2.33)$$

Em que:

- $\dot{Z}_{23}\%$ - Impedância entre os enrolamentos secundário e terciário referida ao primário
- $Z'_{23}\%$ - Impedância entre os enrolamentos secundário e terciário referida ao secundário
- S_1 - Potência aparente do primário
- S_2 - Potência aparente do secundário

Com o resultado de $\dot{Z}_{23}\%$ e tendo em mente a equação (2.32), obtêm-se um sistema de três equações com três incógnitas, o que possibilita obter $\dot{Z}_1\%$, $\dot{Z}_2\%$ e $\dot{Z}_3\%$. O resultado da solução do sistema é dado pelas equações a seguir:

$$\dot{Z}_1\% = \frac{Z'_{12}\% + Z'_{13}\% - Z'_{23}\%}{2} \quad (2.34)$$

$$\dot{Z}_2\% = \frac{Z'_{23}\% + Z'_{12}\% - Z'_{13}\%}{2} \quad (2.35)$$

$$\dot{Z}_3\% = \frac{Z'_{13}\% + Z'_{23}\% - Z'_{12}\%}{2} \quad (2.36)$$

Com base nas equações acima e nos resultados dos ensaios, é possível calcular as impedâncias do circuito elétrico equivalente do transformador de três circuitos.

2.3.2 Relação de Transformação

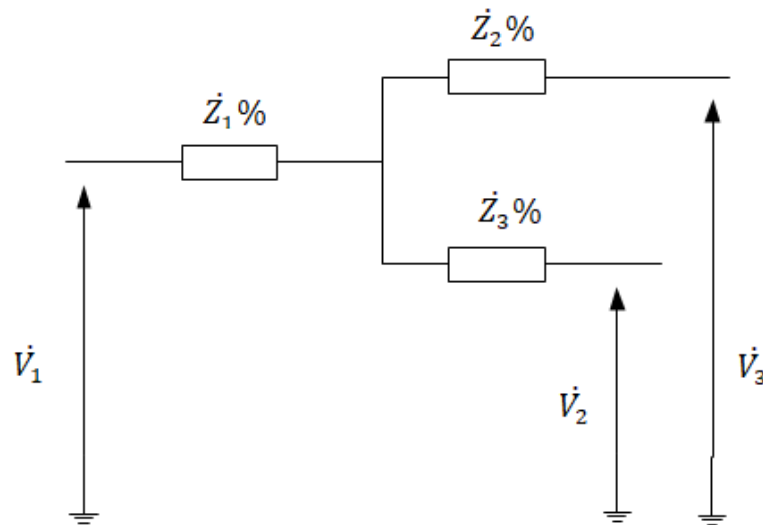


Figura 2.15 - Circuito equivalente unifilar de um transformador de três circuitos

Como se sabe do transformador de três circuitos, este terá três tensões distintas e a relação de transformação será mais específica. Para a sua determinação o ensaio a ser realizado é o ensaio a vazio [21].

Para a relação de transformação entre o primário e o secundário utiliza-se a seguinte equação:

$$K_{12} = \frac{E_1}{E_2} \quad (2.37)$$

Para a relação de transformação entre o primário e o terciário utiliza-se a seguinte equação:

$$K_{12} = \frac{E_1}{E_3} \quad (2.38)$$

Para a relação de transformação entre o secundário e o terciário utiliza-se a seguinte equação:

$$K_{12} = \frac{E_2}{E_3} \quad (2.39)$$

2.4 Transformadores com TAP

Os transformadores de potência estão equipados com TAP por aproximadamente 90 anos [22]. Esta ferramenta é utilizada para modificar sua relação de transformação para modificar a tensão para valores próximos à nominal. Alguns transformadores possuem mecanismos que possibilitam alterar automaticamente a sua relação de transformação mesmo sob carga. Estes mecanismos conseguem variar aproximadamente $\pm 10\%$ as relações de transformação.

Algumas aplicações para a utilização de TAP são fornecer uma tensão desejada para a carga, combater as quedas de tensão devido às cargas, neutralizar as alterações de tensão de alimentação e outras. Assim, a finalidade do TAP é regular a tensão de saída de um transformador alterando o número de espiras, e como consequência, alterando a relação de transformação [23].

A equação a seguir demonstra como manter a tensão secundária constante.

$$V_2 = \frac{V_1}{RT} \quad (2.40)$$

Basicamente a função do TAP é remover ou conectar alguma parte do enrolamento no lado da fonte ou no lado da carga. Este pode estar no lado primário ou secundário, preferencialmente ao lado de alta tensão, pois, o enrolamento de alta

tensão é colocado sobre o enrolamento de baixa tensão, portanto, é mais fácil acessar este enrolamento. Devido à alta tensão, a corrente neste enrolamento será menor do que no lado de baixa tensão, assim haverá menos desgastes do TAP [23].

2.4.1 TAP no Primário do Transformador

Quando colocado no lado primário temos o seguinte:

$$RT = \frac{N_s}{N_p} \quad (2.41)$$

$$V_2 = \frac{V_1}{RT} \quad (2.42)$$

Onde:

- N_s - Número de espiras no secundário
- N_p - Número de espiras no primário
- V_1 - Tensão no primário
- V_2 - Tensão no secundário

De acordo com as equações acima, se o número de espiras no primário diminuir, a relação de transformação irá aumentar e assim a tensão no secundário irá diminuir [24]. Para o oposto também servirá, aumentando o número de espiras no primário, ocorrerá uma diminuição da relação de transformação e assim aumenta a tensão no secundário.

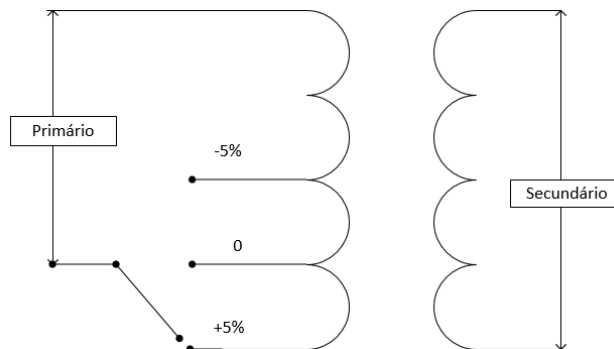


Figura 2.16 - Transformador com TAP no lado primário

A figura mostra o Tap no lado primário com *step* de 5%. Diante da imagem, podemos entender três situações:

- Em operação normal, o TAP estará em 0% para atender a tensão secundária próxima à nominal.
- Se a tensão de alimentação aumentar ou a corrente da carga diminuir, haverá um aumento na tensão de alimentação que é prejudicial. Assim, a posição da derivação no enrolamento primário, neste caso aumentará na direção positiva, + 5%, o que diminuirá o N_p . Com isto, aumentará a relação de transformação e assim a tensão no secundário será menor.
- Se a tensão da carga diminuir, o TAP muda para a direção negativa para aumentar o número de voltas no primário o que acarreta na diminuição da relação de transformação e por consequência a tensão no secundário aumentará.

2.4.2 TAP no Secundário do Transformador

Geralmente é utilizado em transformadores elevadores de tensão, onde o transformador de baixa tensão está no primário e o de alta no enrolamento secundário.

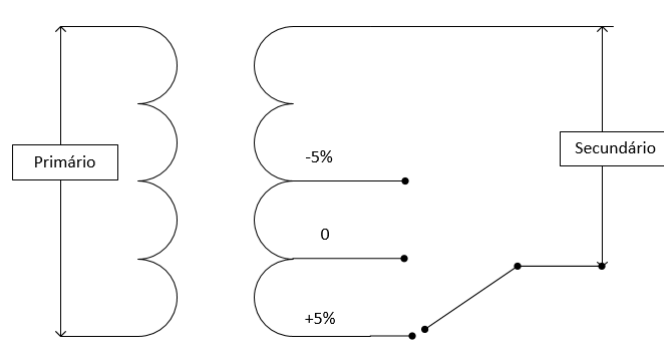


Figura 2.17 - Transformador com TAP no secundário

Neste tipo de transformador, acontece o inverso comparado com o TAP no lado primário. Para aumentar a tensão secundária, o TAP deve mover-se na direção positiva e se moverá na direção negativa para diminuir a tensão secundária.

CAPÍTULO 3

Modelagem Trifásica de Transformadores de Dois Enrolamentos

3.1 Introdução

O aparecimento de grandes computadores digitais nos anos 60, foi o necessário para o desenvolvimento de ferramentas para análise de sistemas de potência e através dela surge uma oportunidade de um fornecimento mais confiável e econômico, com um maior controle de frequência e de variação de tensão [5].

No decorrer dos anos seguintes, um dos grandes desafios foi a limitação da capacidade dos computadores que ainda eram pouco desenvolvidos, o que incentivou uma pesquisa mais eficiente em algoritmos.

Com os rápidos avanços na tecnologia, os transformadores passaram a ser projetados e dimensionados em software de simulação, que estabelecem modelos matemáticos dos comportamentos elétricos e eletromagnéticos para diferentes tipos de operações.

O desempenho dos simuladores e a qualidade dos resultados destes algoritmos são totalmente dependentes da modelagem dos componentes de um sistema elétrico. Estudos realizados no domínio da frequência, como fluxo de potência, fluxo harmônico e curto-circuito utilizam modelos matemáticos como os propostos por Steimetz comentados no capítulo anterior. A qualidade e precisão dos resultados extraídos de simuladores estão condicionadas ao nível de detalhamento

da modelagem. Naturalmente, modelos mais detalhados exigem um maior esforço computacional e este equacionamento foi fundamental nas últimas décadas.

A modelagem no domínio do tempo é constituída de uma integração de um intervalo tempo discreto. Diferentes programas podem utilizar técnicas iterativas ou solução direta através dos métodos numéricos, assim, o passo de tempo de simulação está relacionado com a estabilização e a precisão da solução. Devido aos erros de truncamento se acumularem, a solução pode divergir do valor esperado caso o tempo escolhido tenha sido inadequado. Por estas características, mesmo nos dias atuais, são restritos aos transitórios eletromagnéticos, principalmente devido à dificuldade de modelar e simular sistemas de médio e grande porte.

Diante do exposto, o método de simulação mais utilizado é o fundamentado no domínio da frequência. Este fato se dá por estes programas não exigirem conhecimentos muito detalhados do sistema em estudo. Geralmente, permitem especificar uma fonte de tensão ou corrente harmônica baseadas em medições do sistema real [25].

Matematicamente, a simulação no domínio da frequência, na maioria dos algoritmos, consiste em resolver a Equação 3.1 do sistema.

$$[I_n] = [Y_n][V_n] \quad (3.1)$$

Devido às características dos simuladores no domínio da frequência e as propriedades dos sistemas de geração e transmissão, os estudos destas redes desconsideram os desequilíbrios existentes e, portanto, são baseados em modelos monofásicos para representar um sistema trifásico equilibrado. Do ponto de vista de fluxo de potência, esta simplificação não apresenta erros significativos, enquanto que para estudos de curto-circuito desequilibrados e fluxo harmônico estes modelos não

representam adequadamente o comportamento destes complexos elétricos. Devido a uma maior presença de desequilíbrios entre as fases, estudos mais detalhados de sistemas de distribuição necessitam de uma modelagem trifásica. Uma alternativa bastante utilizada é o emprego de componentes simétricas na análise de curtos-circuitos ou mesmo fluxo harmônico. Esta técnica exige a elaboração e simulação de três sistemas unifilares distintos (sequência positiva, negativa e zero) e, devido a esta característica, exige arranjos matemáticos para a correta modelagem de sistemas trifásicos, como por exemplo, a defasagem angular entre primário e secundário de um transformador.

De acordo com estas ponderações, por ser mais simples e eficiente para os resultados que se deseja alcançar, a modelagem utilizada no decorrer deste capítulo será realizada no domínio da frequência e trifásica desequilibrada.

3.2 Matriz de Transferência de Transformadores Trifásicos

Em geral, transformadores trifásicos possuem em um único núcleo e seus enrolamentos são acoplados. Em geral, transformadores trifásicos com dois enrolamentos consiste em seis bobinas acopladas [5]. A Figura (3.1) mostra um transformador básico de dois enrolamentos.

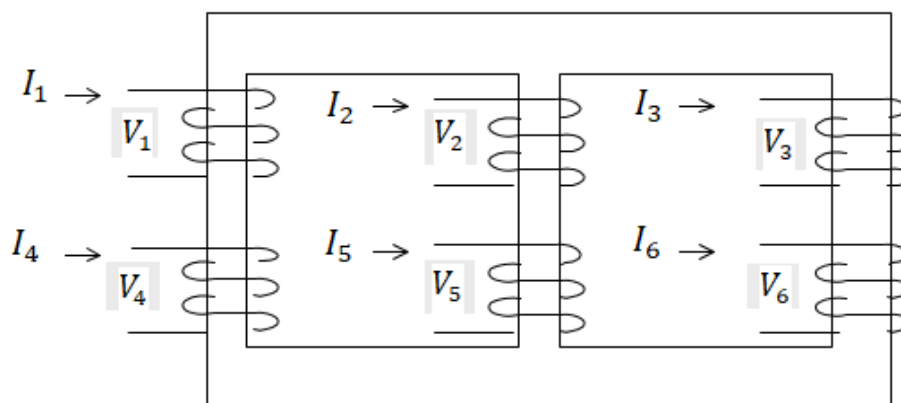


Figura 3.1 - Representação de um transformador com dois enrolamentos

A matriz primitiva pode ser representada por uma matriz de admitâncias primitivas que tem a sua forma geral por:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} & y_{36} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} & y_{46} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} & y_{56} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} & y_{64} & y_{65} & y_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Os elementos da matriz $[Y]$ podem ser medidos diretamente, energizando uma bobina e curto-circuitando a outra. Para o cálculo de $[Y]$ utiliza-se a seguinte equação:

$$y_{ki} = \frac{I_k}{V_i} \quad (3.3)$$

Assumindo que os caminhos dos fluxos são simetricamente distribuídos para todos os enrolamentos, a equação pode ser simplificada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_p & y'_m & y'_m & -y_m & y''_m & y''_m \\ y'_m & y_p & y'_m & y''_m & -y_m & y''_m \\ y'_m & y'_m & y_p & y''_m & y''_m & -y_m \\ -y_m & y''_m & y''_m & y_s & y'''_m & y'''_m \\ y''_m & -y_m & y''_m & y'''_m & y_s & y'''_m \\ y''_m & y''_m & -y_m & y'''_m & y'''_m & y_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Onde:

- y_p - Admitância própria dos enrolamentos primários de cada fase ($y_{11} = y_{22} = y_{33}$)
- y_s - Admitância própria dos enrolamentos secundários de cada fase ($y_{44} = y_{55} = y_{66}$)
- y'_m - Admitância mútua entre o enrolamento primário de uma fase e primário de outra fase ($y_{12} = y_{13} = y_{23}$)
- y''_m - Admitância mútua entre o enrolamento primário de uma fase e o secundário de outra fase
- y'''_m - Admitância mútua entre o enrolamento secundário de uma fase e o secundário de outra fase

Para três bancos monofásicos os valores do primário são efetivamente zero. Em transformadores trifásicos os valores correspondentes aos enrolamentos primários, representam acoplamentos de interface parasita, e possuem efeitos notáveis. Esse efeito pode ser observado pelos circuitos equivalentes de componentes simétricos [5].

Os valores da Equação (3.4) estão disponíveis, estes representam a rede primitiva que deve ser utilizada [5]. Se o acoplamento entre as fases pode ser ignorado, então o acoplamento entre o primário e o secundário é modelado como monofásico, dando origem à matriz primitiva.

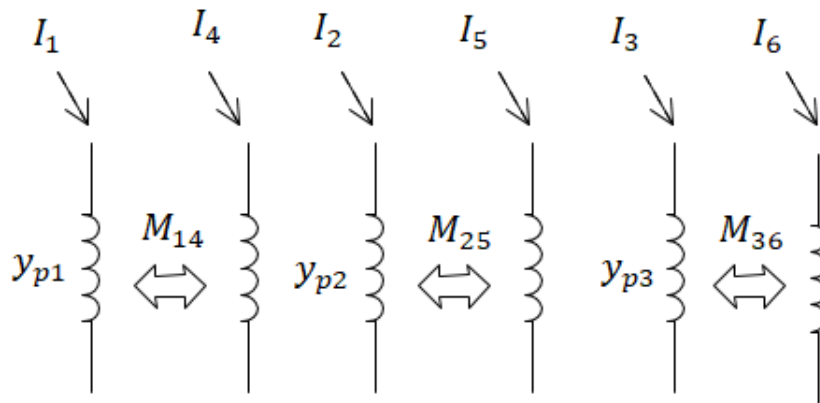


Figura 3.2 - Rede primitiva

Assim, a nova matriz de admitâncias é representada por

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{p1} & & & & & \\ & y_{p2} & & & & \\ & & y_{p3} & & & \\ -M_{41} & & & y_{s4} & & \\ & -M_{52} & & & y_{s5} & \\ & & -M_{63} & & & y_{s6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

3.3 Modelos para Conexões Comuns de Transformadores

A matriz de admitâncias para qualquer transformador trifásico de dois enrolamentos pode ser formada pelo método linear de transformação.

A título de exemplificação, considera-se a formação da matriz de admitâncias de um transformador com uma conexão estrela-estrela ambas com o neutro aterrado. A matriz de conexão é originada da derivação real da rede. Para o transformador estrela-estrela, como pode ser observado na Figura 3.3, a matriz de conexão [C] relaciona as tensões de ramificação com as tensões do nó (3.6).

$$[Y_{abcn}] = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} & Y_{an} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{bn} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} & Y_{cn} \\ Y_{na} & Y_{nb} & Y_{nc} & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A matriz de transferência entre o barramento primário (índice 1) e o secundário (índice 2) de um transformador trifásico de dois enrolamentos ($[Y_{12}]$) constitui-se por quatro submatrizes primárias que equivalem ao primário ($[Y_{pp}]$), ao secundário ($[Y_{ss}]$), e aos acoplamentos entre ambos ($[Y_{ps}]$ e $[Y_{sp}]$), na qual as equações foram baseadas em [5].

$$[Y_{12}] = \begin{bmatrix} [Y_{pp}] & [Y_{ps}] \\ [Y_{sp}] & [Y_{ss}] \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

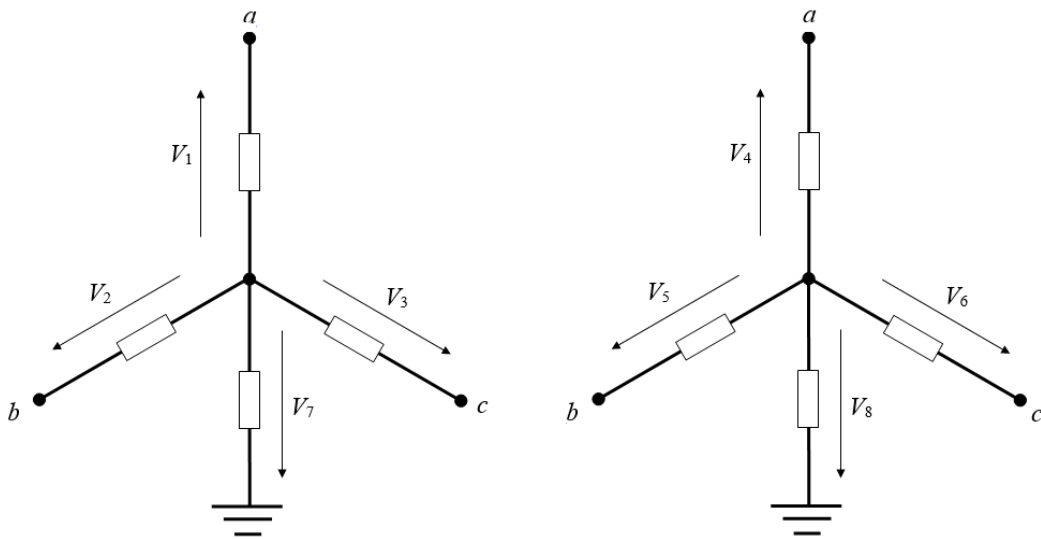


Figura 3.3 – Diagrama de conexão trifásico de um transformador estrela aterrada-estrela aterrada

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & \\ & & & & 1 & & & & \\ & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_n^P \\ V_n^S \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

A matriz de admitância nodal $[Y]_{NODAL}$ é dada por:

$$[Y]_{NODAL} = [C]^T [Y]_{PRIM} [C] \quad (3.9)$$

Substituindo $[C]$:

$$[Y]_{NODAL} = [Y]_{PRIM} \quad (3.10)$$

Assim tem-se:

$$\begin{matrix}
 [C]^T & & [Y]_{PRIM} \\
 \left[\begin{array}{cccccc}
 1 & & & & & \\
 & 1 & & & & \\
 & & 1 & & & \\
 & & & 1 & & \\
 & & & & 1 & \\
 -1 & -1 & -1 & & & 1 \\
 & & & -1 & -1 & -1 \\
 & & & & & & 1
 \end{array} \right] & \cdot & \left[\begin{array}{cccc}
 y & & -y & \\
 & y & & -y \\
 -y & & y & \\
 & -y & & y \\
 & & -y & y \\
 & & & & y
 \end{array} \right]
 \end{matrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{matrix}
 [C]^T \cdot [Y]_{PRIM} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 y & & -y & \\
 & y & & -y \\
 -y & & y & -y \\
 & -y & & y \\
 & & -y & y \\
 -y & -y & -y & y \\
 y & y & y & -y
 \end{array} \right]
 \end{matrix} \quad (3.12)$$

$$\begin{matrix}
 [C]^T [Y]_{PRIM} [C] \\
 \left[\begin{array}{cccccc}
 y & & -y & & -y & y \\
 & y & & -y & -y & y \\
 & & y & & -y & y \\
 -y & & & y & y & -y \\
 & -y & & y & y & -y \\
 & & -y & & y & -y \\
 -y & -y & -y & y & y & 3y \\
 y & y & y & -y & -y & -3y
 \end{array} \right]
 \end{matrix} \quad (3.13)$$

Agora em uma outra visão, observa-se o enrolamento estrela aterrada – delta na Figura 3.4.

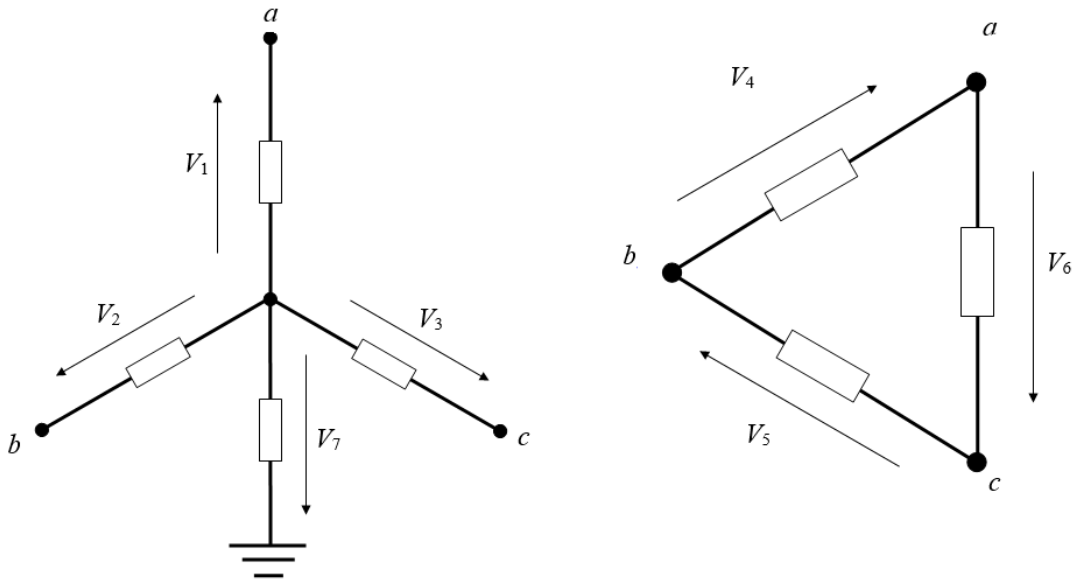


Figura 3.4 - Diagrama de conexão trifásico de um transformador estrela aterrada-delta

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & -1 & & \\ & & & & 1 & -1 & \\ & & & -1 & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_n^P \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Utilizando (3.9), tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & -1 & & \\ & & & -1 & 1 & -1 & \\ & & & & -1 & 1 & \\ -1 & -1 & -1 & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ y \\ -y \\ -y \\ -y \\ -y \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ y \\ -y \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$[C]^T [Y]_{PRIM} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} y & & -y & & & \\ & y & & & -y & \\ & & y & & & -y \\ -y & & y & y & & -y \\ y & -y & & -y & y & \\ & y & -y & & -y & y \\ -y & -y & -y & y & y & y \end{bmatrix} \\
 & [C]^T \cdot [Y]_{PRIM} \cdot [C] \\
 & \begin{bmatrix} y & & -y & y & & -y \\ & y & & -y & y & -y \\ & & y & y & & -y & -y \\ -y & & y & 2y & -y & -y \\ y & -y & & -y & 2y & -y \\ & y & -y & -y & -y & 2y \\ -y & -y & -y & & & 3y \end{bmatrix} \tag{3.17}
 \end{aligned}$$

Ademais, se a admitância primitiva estiver expressa em pu, o primário e o secundário terão 1 pu, o modelo do transformador estrela-delta deve ter incluso, na relação de transformação, o $\sqrt{3}$ [5]. Assim, as submatrizes que relacionam o primário e o secundário devem ser divididas por $\sqrt{3}$ e a submatriz referente ao secundário por 3. Em geral, qualquer transformador trifásico de dois enrolamentos pode ser representado usando duas bobinas acopladas, como ilustrado pela figura abaixo.

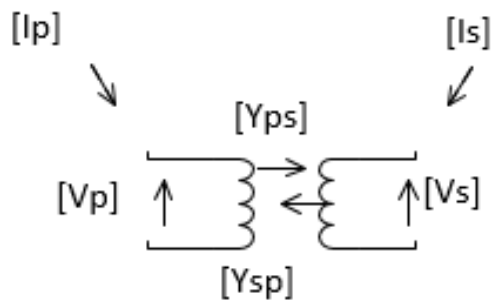


Figura 3.5 – Transformador trifásico de dois enrolamentos

Para transformadores com enrolamentos zig-zague a modelagem será um pouco diferente, como pode ser observado pela Figura 3.6.

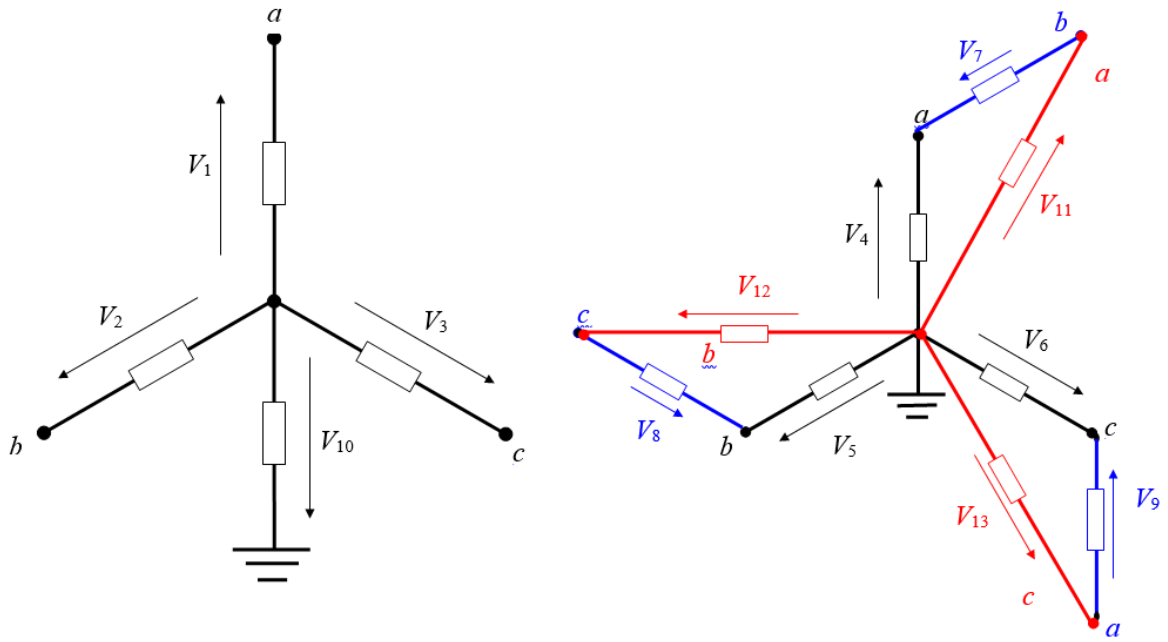


Figura 3.6 - Diagrama de conexão trifásico de um transformador estrela aterrada- zig-zague

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_{11} \\ V_{12} \\ V_{13} \\ V_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & -1 & -1 \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^P \\ v_b^P \\ v_c^P \\ V_a^S \\ V_b^S \\ V_c^S \\ V_{a1}^S \\ V_{b1}^S \\ V_{c1}^S \\ V_n^P \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & -1 & -1 \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix}^{[C]^T} \cdot \begin{bmatrix} y & & -y & & \\ & y & & -y & \\ -y & & y & & -y \\ & -y & & y & \\ & & -y & & y \end{bmatrix}^{[Y]_{PRIM}} \tag{3.19}$$

$$[C]^T [Y]_{PRIM} \tag{3.20}$$

$$\begin{bmatrix}
y & & -y & & -y & & -y & & \\
& y & & -y & & -y & & -y & \\
& & y & & -y & & -y & & \\
-y & y & & y & y & -y & -y & & y \\
& -y & y & & y & y & -y & -y & y \\
y & & -y & y & & y & -y & & -y & y \\
-y & -y & -y & y & y & y & y & y & y & 3y
\end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix}
[C]^T & [Y]_{PRIM} & [C]
\end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix}
y & & -y & -y & y & & y & \\
& y & & -y & -y & y & y & \\
& & y & -y & y & & -y & y \\
-y & -y & -y & 3y & y & y & y & -3y \\
-y & & y & y & y & -y & -y & -y \\
y & -y & & y & -y & y & -y & -y \\
& y & -y & y & -y & -y & y & -y \\
y & y & y & -3y & -y & -y & -y & 3y
\end{bmatrix}
\quad (3.21)$$

Na ligação do tipo Zigue-Zague, a matriz de admitância sofre algumas alterações. No qual é realizado um algoritmo para que ocorram as mudanças para esta ligação.

Os termos K_1 e K_2 são usados para corrigir os parâmetros na matriz $[Y]_{NODE}$.

$$K_1 = \frac{-\sin \alpha}{\sin -120^\circ} \quad (3.22)$$

$$K_2 = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)}{\tan -120^\circ} \quad (3.23)$$

Sendo α o defasamento angular desejado para o transformador.

A matriz $[Y]_{NODAL}$ é multiplicada por uma nova matriz que corrige os parâmetros de acordo com os ângulos, mostrada a seguir:

$$\begin{bmatrix} & & k1 & k2 & & \\ & & k2 & k1 & & \\ k1 & k2 & (k1^2+k2^2) & (k1.k2) & (k1.k2) & \\ k2 & k1 & (k1.k2) & (k1^2+k2^2) & (k1.k2) & \\ & k2 & k1 & (k1.k2) & (k1^2+k2^2) & \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

3.3.1 – Inserção do Ramo Magnetizante

Para representar o ramo de magnetização na modelagem trifásica, optou-se por criar uma barra fictícia entre o primário e o secundário, semelhante à modelagem monofásica. No entanto, neste caso, entre o primário e a barra fictícia é inserido um transformador trifásico (sem o ramo de magnetização), o mesmo ocorre entre a barra fictícia e o secundário, conforme ilustrado pela Figura 3.7 O ramo de magnetização é inserido na forma de uma carga à barra fictícia.

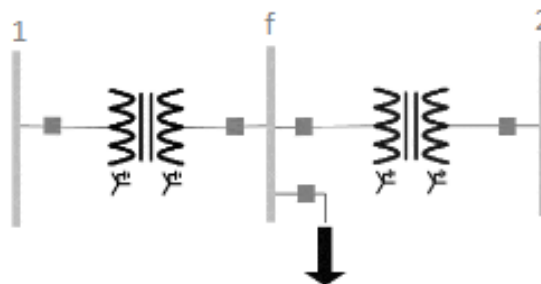


Figura 3.7 - Modelagem do transformador trifásico

Utilizando esta metodologia, a matriz de transferência entre o primário e secundário resulta em uma matriz de ordem 12x12. Esta será formada a partir de submatrizes como mostrado por (3.24), onde o índice f indica a barra fictícia.

$$[Y_{12}] = \begin{bmatrix} [Y_{pp}] & [Y_{pf}] & [Y_{ps}] \\ [Y_{fp}] & [Y_{ff}] & [Y_{fs}] \\ - & [Y_{sf}] & [Y_{ss}] \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Cabe ressaltar que a conexão do secundário do transformador entre o primário e a barra fictícia sempre será estrela aterrada, o mesmo ocorre para a conexão primária do transformador entre a barra fictícia e o secundário. O ramo de magnetização é modelado na forma de uma carga, também, conectada em estrela aterrada. Assim, a barra fictícia sempre possui uma conexão com a referência (terra). Esta opção tem por objetivo a minimização de problemas de convergência nos algoritmos de fluxo de carga quando há presença de conexões sem vinculação à terra, como as conexões Delta e estrela isolada.

Portanto, as submatrizes $[Y_{fp}]$, $[Y_{pf}]$, $[Y_{fs}]$ e $[Y_{sf}]$ representam os transformadores conectados entre as barras primária e fictícia e fictícia e secundária, e dependem da conexão adotada nos respectivos enrolamentos. O ramo de magnetização é modelado pela submatriz $[Y_{ff}]$, conforme (3.25).

$$[Y_{ff}] = \begin{bmatrix} Y_m & - & - & -Y_m \\ - & Y_m & - & -Y_m \\ - & - & Y_m & -Y_m \\ -Y_m & -Y_m & -Y_m & 3Y_m \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

A configuração do primário e do secundário do transformador na matriz $([Y_{12}])$, irá depender do tipo de conexão. Com exceção da conexão zigue-zague, quatro submatrizes são suficientes para representar as outras conexões do primário e secundário.

As submatrizes devem ser corrigidas de acordo com as mudanças das tensões, devido ao tipo de conexão. A tabela na sequência traduz estas alterações.

Serão feitas da seguinte forma:

Tabela 3.1 - Tipos de Conexões

Conexão	$[Y_{PP}]$	$[Y_{SS}]$	$[Y_{PS}], [Y_{SP}]$
$Y_T - Y_T$	$[Y_I]$	$[Y_I]$	$-[Y_I]$
$Y_T - Y$	$[Y_I]$	$[Y_I]$	$-[Y_I]$
$Y_T - D$	$[Y_I]$	$[Y_{II}]$	$[Y_{III}]/\sqrt{3}$
$Y_T - Z$	$[Y_I]$	$[Y_{IV}]$	$-[Y_I]$
$Y - Y$	$[Y_I]$	$[Y_I]$	$-[Y_I]$
$Y - Y_T$	$[Y_I]$	$[Y_I]$	$-[Y_I]$
$Y - D$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_{II}]$	$[Y_{III}]/\sqrt{3}$
$Y - Z$	$[Y_I]$	$[Y_{IV}]$	$-[Y_I]$
$D - D$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_{II}]/3$	$-[Y_{II}]/3$
$D - Y_T$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_I]$	$[Y_I]$
$D - Y$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_I]$	$[Y_I]/\sqrt{3}$
$D - Z$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_{IV}]$	$-[Y_I]$
$Z - Y_T$	$[Y_{IV}]$	$[Y_I]$	$-[Y_I]$
$Z - Y$	$[Y_{IV}]$	$[Y_I]$	$-[Y_I]$
$Z - D$	$[Y_{IV}]$	$[Y_{II}]/3$	$-[Y_I]$

As submatrizes para a correção das tensões são apresentadas nas equações a seguir:

$$[Y_I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$[Y_{II}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$[Y_{III}] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$[Y_{IV}] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Para título de exemplificação, será demonstrado formação da matriz $[Y_{12}]$ do transformador com a conexão D- Y_T .

$$[Y_{12}] = \begin{bmatrix} \frac{[Y_{II}]}{\sqrt{3}} & \frac{[Y_{III}]}{\sqrt{3}} & [Y_I] \\ \frac{[Y_{III}]}{\sqrt{3}} & [Y_{rm}] & -[Y_I] \\ - & -[Y_I] & [Y_I] \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

A submatriz $[Y_{rm}]$ representa onde será inserido o ramo de magnetização e a junção entre o secundário do primeiro transformador com o primário do segundo transformador, que é a barra fictícia.

3.2 Redução de Kron

A redução de Kron está presente na teoria de circuitos, pois, com esta ferramenta é possível obter um circuito equivalente menor. Geralmente irá ser utilizada na análise de circuitos resistivos com interações de larga escala [26].

Quando aplicado à matriz de impedâncias de um circuito, a redução de Kron é chamada de “operador de falta” [27]. Esta ferramenta é de crucial importância em sistemas de energia para se obter modelos estáticos e dinâmicos equivalentes reduzidos para estudos de fluxo de potência [26] ou na redução de modelos algébricos diferencial e circuitos RLC para assim diminuir matricialmente modelos dinâmicos [28]. Entretanto, a porção de rede reduzida deve levar em conta o efeito elétrico do restante do sistema conectado.

Uma descoberta para aplicação da redução de Kron está nas redes de energia inteligentes através de medições fasoriais sincronizadas [29]. É importante também para a modelagem de ordem reduzida, análise e simulação eficiente de motores de indução e eletrônica de potência.

Para esta modelagem, como a barra fictícia não traz informações relevantes aos estudos de sistemas elétricos de potência, do ponto de vista computacional é melhor que a matriz resultante seja reduzida para uma de ordem [8,8], representando o equacionamento entre primário e secundário.

Essa ferramenta matemática permite “eliminar” barras ou nós passivos, ou seja, os que estão conectados a cargas representadas por impedância e que não estejam diretamente interligados às fontes geradoras [9].

A redução é efetuada, para uma matriz quadrada de ordem [n,n], o k-ésimo nó pode ser eliminado recalculando ou substituindo os outros elementos das “n – 1” linhas e colunas seguindo a Equação (3.34).

$$Y'_{ij} = Y_{ij} - \frac{Y_{ik} - Y_{kj}}{Y_{kk}} \quad (3.32)$$

Onde:

$$i = 1,2,\dots,k-1,k+1,\dots,n, \quad e \quad j = 1,2,\dots,k-1,k+1,\dots,n.$$

Em sua forma matricial, a redução de Kron é representada de acordo com a Equação (3.35).

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{A[m,m]} & Y_{B[m,(n-m)]} \\ Y_{C[(n-m),m]} & Y_{D[(n-m),(n-m)]} \end{bmatrix}_{[n,n]} \quad (3.33)$$

Desta forma, podemos reduzi-la aos primeiros “m” nós de acordo com a Lei de Ohm [30]. Assim, as conexões de rede podem ser eliminadas ou substituídas através da nova matriz de admitância:

$$[Y_{NOVA}] = Y_A - Y_B Y_D^{-1} Y_C \quad (3.34)$$

Assim, na modelagem apresentada neste capítulo após a redução de Kron, a matriz admitância se resume na matriz Y' .

$$[\dot{Y}'_{12}] = \begin{bmatrix} [\dot{Y}'_{pp}] & [\dot{Y}'_{ps}] \\ [\dot{Y}'_{sp}] & [\dot{Y}'_{ss}] \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Para exemplificar, a matriz de admitâncias de um transformador conectado em estrela aterrado em ambos os enrolamentos (D-Y_t) resulta da seguinte fórmula:

$$[Y'_{12}] = \begin{bmatrix} \frac{[Y_{II}]}{\sqrt{3}} & [Y_I] \\ \frac{[Y_{III}]}{\sqrt{3}} & -[Y_I] \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

3.2 Transformadores com Neutro Aterrado

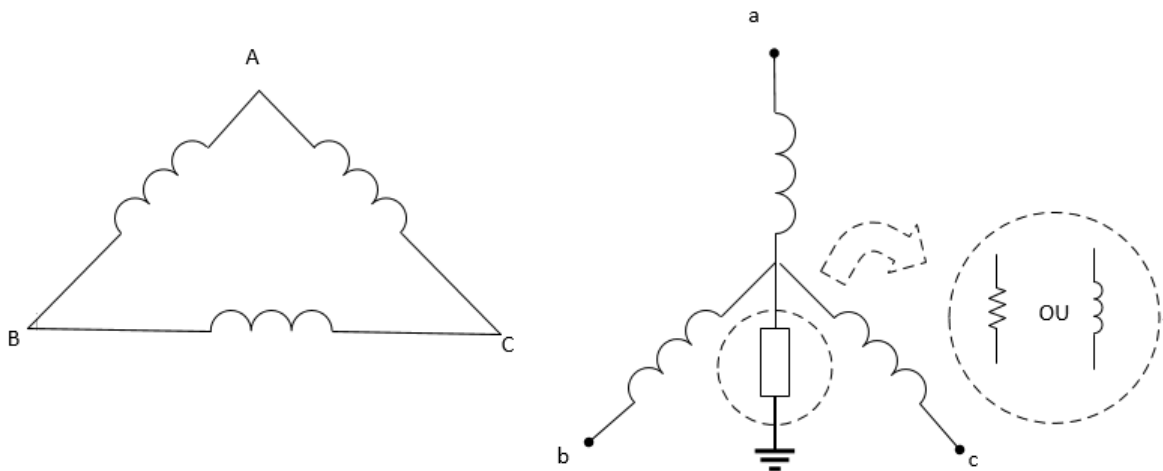


Figura 3.8 - Transformador com neutro aterrado

O aterramento do neutro nos transformadores irá depender bastante da finalidade e da sua aplicação. A principal função do neutro aterrado é que o retorno

seja um ponto sem tensão, além de ser o único caminho para as tensões e correntes à terra [31].

Sistemas com neutro aterrado pode diminuir os valores de falta fase-terra além de evitar sobretensões transitórias e temporárias.

Para transformadores com o primário aterrado, a admitância de aterramento é adicionada na submatriz Y'_{pp} , enquanto que para impedância de aterramento no secundário, a mesma é adicionada à submatriz Y'_{ss} . Para tanto, a admitância de aterramento é somada na diagonal principal destas submatrizes.

3.3 Transformadores com TAP

Com as grandes variações que ocorrem com as cargas nos sistemas elétricos de potência, os módulos das tensões irão sofrer interferência com este fenômeno. Se não houver a atuação de dispositivos de controle, com o aumento ou a redução do carregamento, as tensões podem alcançar níveis não seguros o que acarreta prejuízo ao equipamento como também aos consumidores e à rede elétrica [32]. O módulo 8 do PRODIST [33], determina limites para as variações da tensão operem de forma confiável e não afetem de modo a causar danos na rede.

Como alternativa para coordenar estas mudanças, os TAPs dos transformadores são frequentemente usados para controlar a tensão de uma barra. No entanto, deve-se avaliar os limites operacionais dos TAPs considerando os métodos de solução do fluxo de potência para se obter um ponto operacional mais próximo da operação real do sistema [32].

A incorporação dos dispositivos de controle de tensão pode ser feita de duas maneiras: com TAP fixo ou com TAP automático.

3.3.1 Transformadores Trifásicos com TAP Fixo

Para transformadores com o TAP fixo no primário a matriz $[Y']$ sofre algumas alterações que são mostradas na equação (3.39).

$$[Y'_{12}] = \begin{bmatrix} \frac{[Y'_{pp}]}{Tap^2} & \frac{[Y'_{ps}]}{Tap} \\ \frac{[Y'_{sp}]}{Tap} & [Y'_{ss}] \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Para transformadores com TAP fixo no secundário, a matriz $[Y']$ passa pela seguinte operação:

$$[Y'_{12}] = \begin{bmatrix} [Y'_{pp}] & \frac{[Y'_{ps}]}{Tap} \\ \frac{[Y'_{sp}]}{Tap} & \frac{[Y'_{ss}]}{Tap^2} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

3.3.2 Transformadores Trifásicos com TAP Automático

Na modelagem apresentada, para cada interação do fluxo de carga o TAP pode ser alterado de acordo com a tensão a ser controlada. Assim, caso a tensão desejada não esteja dentro de limites pré-determinados, o TAP é majorado ou reduzido de acordo com o valor e quantidade de TAPs disponíveis.

CAPÍTULO 4

Modelagem do Ramo Magnetizante Considerando a Histerese

A corrente de magnetização dos transformadores de potência possui características não lineares, esta afirmação está fundamentada na forma de onda da corrente que não é idêntica à da tensão aplicada. Estas diferenças são devido às distorções harmônicas presentes nesta corrente.

Nos transformadores, as distorções harmônicas são decorrentes da não linearidade entre o fluxo magnético e a corrente de excitação [16]. As correntes harmônicas produzidas pelos transformadores, muito embora de pequena amplitude quando comparadas com as cargas por ele supridas, principalmente nos níveis mais elevados de tensão, podem representar parcela significativa das distorções harmônicas totais de corrente e tensão. Cabe destacar, que a ANEEL por meio do módulo 8 dos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional [33], e o ONS por meio do Submódulo 2.8 – Procedimentos de Rede [34] indicam limites para as distorções harmônicas de tensão. Esta propriedade justifica a correta modelagem desta corrente de magnetização, possibilitando análises relativas ao fluxo das distorções harmônicas pelo sistema elétrico de potência e suas consequências.

4.1 Corrente de magnetização de transformadores de dois enrolamentos

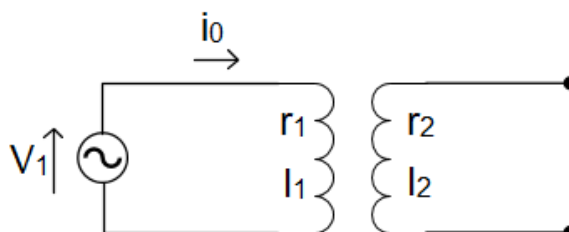


Figura 4.1 - Transformador monofásico operando a vazio

Como forma de suprir as perdas e para a produção do fluxo magnético, a corrente a vazio no primário é absorvida pela rede, cuja magnitude pode ser na ordem de 6% da corrente nominal. A i_0 é decomposta em uma componente ativa (i_p), que é responsável pelas perdas no núcleo, e uma componente reativa (i_q), que é responsável pela produção do fluxo principal.

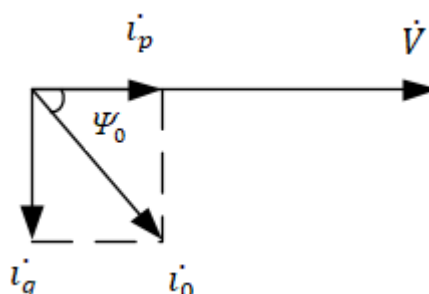


Figura 4.2 - Diagrama fasorial para o transformador a vazio

Como pode ser observado na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, a componente i_p está em fase com V , sendo responsável pela potência ativa dissipada no núcleo. Já a componente i_q , como está perpendicular ao fasor V , é responsável pela produção do fluxo magnético.

Os diagramas fasoriais são utilizados para grandezas senoidais, assim admitiu-se que a forma de onda da corrente a vazio seria senoidal. No entanto, devido às

propriedades do circuito magnético, que são não lineares, a forma de onda de i_0 será não senoidal.

Na análise da geração de harmônicos, como o objetivo é analisar as formas de onda, a **Erro! Fonte de referência não encontrada.** indica um transformador trabalhando a vazio. No circuito primário, é determinada a seguinte equação:

$$V_1 = r_1 i_0 + l_1 \frac{di_0}{dt} + N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (4.1)$$

Em que:

$$l_1 \frac{di_0}{dt} \quad - \text{Queda de tensão devido ao efeito do fluxo de dispersão}$$

$$N_1 \frac{d\phi}{dt} = e_1 \quad - \text{Força contraeletromotriz instantânea induzida pelo fluxo principal}$$

Sendo V_1 uma forma de onda senoidal, e_1 conseqüentemente também será. Como e_1 é derivada do fluxo em relação ao tempo, este também irá apresentar uma forma de onda senoidal, no entanto, com uma defasagem de $\pi/2$ radianos [16].

A força eletromotriz, na sua forma instantânea, necessária para a formação do fluxo é dada por:

$$\phi R_{mag} = N_1 i_q \quad (4.2)$$

$$i_q = \frac{\phi R_{mag}}{N_1} \quad (4.3)$$

Onde:

$$R_{mag} \quad - \text{Relutância do circuito magnético do núcleo}$$

$$i_q \quad - \text{Parcela da corrente } i_0 \text{ responsável pela produção do fluxo magnético}$$

O fluxo magnético possui uma forma de onda senoidal, o número de espiras do transformador é constante, porém a relutância varia de acordo com os estados de

saturação do núcleo [16]. Assim, a parcela da corrente i_q não é senoidal, o que se justifica a forma de onda distorcida de i_0 .

4.2 Princípios magnéticos

Praticamente todos os transformadores utilizam materiais ferromagnéticos para darem forma e direcionarem os campos magnéticos. O campo resultante nestes materiais é mais ou menos ordenado de acordo com as suas características de magnetização M (ampères por metro), ou seja, da resposta deste material ao campo aplicado.

A relação entre a intensidade de campo H (mensurada em A/m) e a magnetização M é dada pela equação a seguir, onde μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo ($\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} [H/m]$) e B é a densidade de fluxo magnético, em teslas T.

$$B = \mu_0(H + M) \quad (4.4)$$

A suscetibilidade magnética de um material X_m é a habilidade de aumentar o número das linhas de fluxo que passam pelo mesmo, dependendo da possibilidade e da capacidade de orientação dos elétrons (*spins*). Para o vácuo, a $X_m = 0$.

$$X_m = \frac{M}{H} \quad (4.5)$$

A permeabilidade relativa de um material μ (webers por ampère espira metro) é dada pela soma da suscetibilidade do material e dos efeitos da distribuição do fluxo magnético no vácuo.

$$\mu = \mu_0(1 + X_m) \quad (4.6)$$

Os domínios magnéticos são vários 'spins' de elétrons orientados em uma mesma direção de cristal de ferro, este termo definido por Weiss em 1906 [35]. A magnetização do material ocorre pela movimentação e rotação dos domínios.

Idealmente, a saturação do material é atingida quando os ‘spins’ do material se alinham na mesma direção, tendo um mesmo sentido para o vetor de magnetização M de cada domínio.

Para estabelecer uma curva B versus H de um material ferromagnético inicialmente desmagnetizado, aplica-se, gradativamente, uma força magnetomotriz, resultando em um acréscimo na densidade de fluxo, mas não de forma linear. Quando H atinge um valor próximo ao conhecido como “joelho da curva” (ponto X marcado na curva), a densidade de fluxo cresce mais suavemente e tende a saturar à medida que H cresce.

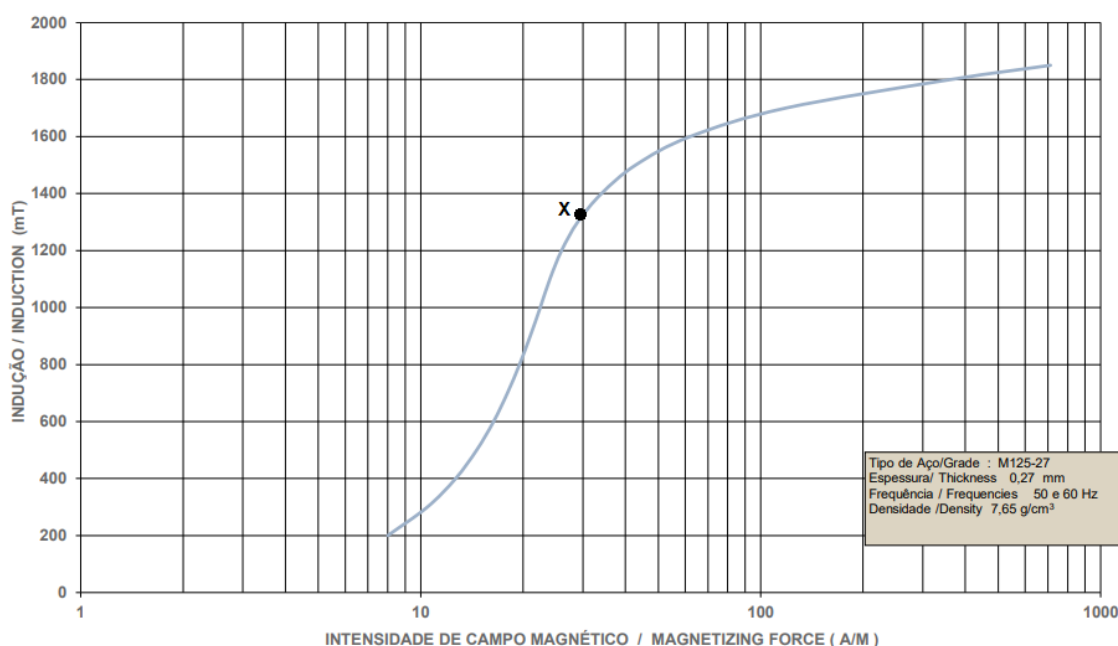


Figura 4.3 - Curva de magnetização de uma amostra de uma lâmina de aço silício M125-27 [36].

Com uma saturação parcial, o ponto x marcado na Figura 4.3 passa a ser representado na Figura 4.4, no qual ocorre a redução de H em x . Diante disto, os fenômenos da histerese magnética ficam evidentes e não é possível retornar à curva original (Figura 4.3). Assim, H é invertido e retorna a zero completando o laço de

histerese. A força magnetomotriz necessária para reduzir B a zero é identificada como força coercitiva (H_c).

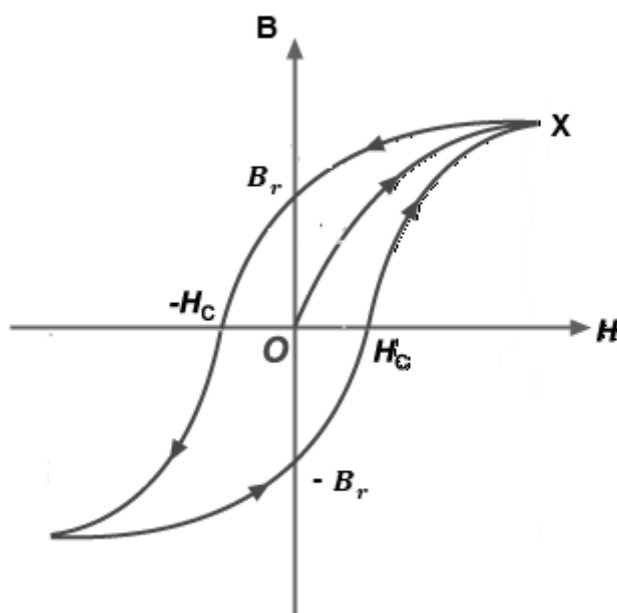


Figura 4.4 - Um laço de histerese com a força coercitiva e a densidade de fluxo remanescente indicados.

4.3 Perdas relacionadas ao material ferromagnético

As perdas relacionadas ao material ferromagnético, conhecidas como perdas por histerese, estão relacionadas às discontinuidades das paredes dos domínios magnéticos, ou seja, são fortemente influenciadas pelos parâmetros estruturais dos materiais, tais como impurezas, as pressões internas, os tamanhos e as ligações dos grãos e todas as imperfeições térmicas e mecânicas presentes nos materiais [35], [37], [38].

As proporções das perdas de potência dissipadas em lâminas de aço Fe-Si variam de acordo com o tipo de material, para lâminas de grão orientado (GO) tais perdas representam até 40% das perdas totais. Já para as lâminas de grão não orientado (GNO) as perdas por histerese atingem 70% das perdas totais. Essa diferença se dá em razão da taxa de impureza, que são menos elevadas nas lâminas

GO, e ao tamanho dos grãos que são menores nas lâminas GNO. Um elevado grau de silício, mas não tão alto por questões metalúrgicas, permite reduzir o campo coercitivo e por consequência as perdas por histerese. Isto está relacionado à diminuição das constantes de anisotropia e de magnetostrição do material, que facilitam o deslocamento das paredes dos domínios magnéticos [39].

Tabela 4.1 [37] - Ordem das taxas de impurezas, tamanho dos grãos, campo coercitivo das lâminas de aço silício GO e GNO. Fonte: [34]

Impurezas (%)	Grãos Orientados	Grãos Não Orientados
Carbono	Menos de 0,003	0,005
Enxofre	0,02	0,008
Manganês	0,08	0,05
Oxigênio	Menos de 0,01	0,01
Chumbo	-	0,015
Grãos [μm]	De 1000 a 5000	Menos de 350
Quantidade de Si (%)	3 a 4,5	1 a 3
H_c [A/m]	6 a 10	25 a 80

O campo coercitivo H_c , possui uma dificuldade de predição que está relacionada à complexidade da estrutura metalúrgica do material magnético, além da impossibilidade de quantificar todos os parâmetros que influenciam o H_c . Do ponto de vista quantitativo das perdas por histerese, a determinação exata deste parâmetro é um caminho difícil, porém seria adequado para uma análise qualitativa de materiais sob o enfoque de perdas. Há uma relação em consideração ao tamanho dos grãos, de tal forma que o campo coercitivo diminui para grãos maiores, enquanto grãos maiores tendem a aumentar as correntes induzidas [37], [39]. Ou seja, quando os grãos possuem um tamanho maior, os domínios magnéticos são maiores e as correntes induzidas criadas pelos movimentos das paredes também aumentam.

Normalmente, o campo coercitivo é estimado a partir do ciclo de histerese obtido da saturação do material [37]. O modelo mais utilizado anteriormente na literatura para a obtenção do curva de histerese era o de Preisach [9], onde o material é subdividido em domínio elementares definido por um ciclo retangular. A

complexidade deste conduziu diversos pesquisadores a publicarem outros modelos, como o modelo de Krasnoselskii-Pokrovskii [40], ou modelo K-P, que é uma generalização do modelo de Preisach [9] através da introdução de operador contínuo. Outro modelo é o de Langevin, que é descreve a teoria matemática do paramagnetismo [37]. Além do modelo de Weiss que descreve a interação entre os domínios magnéticos e o conceito de campo magnético efetivo [7].

Devido à complexidade e dificuldade de se obter a curva de histerese dos materiais ferromagnéticos o modelo adotado neste trabalho foi o de Jiles- Atherton, que terá sua metodologia exposta adiante.

4.4 O modelo de Jiles - Atherton

O trabalho de Jiles e Atherton foi influenciado, dentre outros pesquisadores, pelas ideias de Maxwell, Weidemann, Ewing e Lagevin. O modelo descreve a não linearidade do núcleo baseado nas propriedades do material magnético, que utiliza as teorias físicas da movimentação das paredes dos domínios na interpretação da mudança de magnetização do material. Assim, o modelo proposto por Jiles-Atherton (J-A) possui fundamentos físicos que explicam o comportamento magnético dos materiais [8], [41], [42].

Os parâmetros de entrada requeridos por J–A são: magnetização de saturação; energia térmica; constante de flexão do domínio; constante anisotrópico do domínio; e interdomínio de acoplamento. Estes parâmetros são adquiridos através do material do transformador [43].

A magnetização é composta de duas componentes, sendo uma reversível e a outra irreversível.

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (4.7)$$

Onde:

- M_{rev} - Magnetização reversível
 M_{irr} - Magnetização irreversível

A componente irreversível está relacionada à energia perdida do ciclo de histerese, além dos processos irreversíveis das paredes dos domínios e à sua rotação [44]. Já a componente reversível está diretamente relacionada com a energia armazenada na deformação reversível das paredes de domínio e na sua rotação. Este fenômeno geralmente acontece nos extremos do laço de histerese e na porção inicial da magnetização. A componente reversível está relacionada com a curva de Langevin [3].

O campo efetivo de Weiss é dado por:

$$H_e = H + \alpha M \quad (4.8)$$

De acordo com este modelo, a energia suprida ao material é igual a energia necessária para variar a magnetização anisterética, que é reversível, mais a energia que é perdida no ciclo de histerese, que é irreversível [2]. O modelo J-A utiliza a curva modificada de Langevin que é a magnetização anisterética.

$$M_{an} = M_s \left(\coth \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right) \quad (4.9)$$

Sendo:

- M_s - Magnetização de saturação
 a, α - Constantes que dependem do material
 H - Campo magnético aplicado

A proporção entre M_{rev} e M_{irr} é constante na curva H–M, assim a magnetização é dada por:

$$M = (1 - c)M_{irr} + cM_{an} \quad (4.10)$$

Esta proporção será dependente do material ($0 < c < 1$).

A equação da susceptibilidade diferencial irreversível, considerando a perda de energia durante a magnetização é dada por:

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (4.11)$$

Onde k é a energia média requerida para quebrar o confinamento dos domínios e $\delta = \text{sgn}(H)$, que é o parâmetro direcional identificado pelo sentido da magnetização [45]. No entanto, esta equação é válida somente para $k \neq 0$ e $k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr}) \neq 0$.

$$\delta = \begin{cases} -1, & \frac{dH}{dt} < 0 \\ 1, & \frac{dH}{dt} \geq 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

Das equações (4.1) a (4.9), obtêm-se:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1 - c) \left(\frac{dM_{irr}}{dH_e} \right) + c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right)}{1 - \alpha(1 - c) \left(\frac{dM_{irr}}{dH_e} \right) - \alpha c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right)} \quad (4.13)$$

Assim, esta equação permite calcular as variações da magnetização (M) em relação à intensidade magnética (H).

Segundo J-A, do ponto de vista da solução numérica para modelagem da histerese, é mais adequado que a resolução da componente de magnetização irreversível seja realizada primeiro para depois adicionar a componente de

magnetização reversível. Além disso, foi observado que soluções não físicas podem ser obtidas a partir da Equação (4.8), quando o campo magnético é reduzido da extremidade do laço [8], [2]. Quando isto ocorre, implica em um resultado negativo para a susceptibilidade diferencial, o que na realidade, os domínios magnéticos permanecem bloqueados na região de pinagem, e assim $dM_{irr}/dH = 0$. No entanto, a magnetização continua sofrendo alterações devido à componente reversível, até que cruze a curva de magnetização pura.

Os parâmetros que são utilizados no modelo proposto por Jiles–Atherton podem interferir diretamente na sua precisão e na capacidade de melhor representar o laço de histerese [8]. O método sugerido para a determinação dos parâmetros a , α , k e c são obtidos a partir de medições de algumas propriedades magnéticas do material como: susceptibilidade normal inicial; susceptibilidade sem histerese inicial; campo magnético coercitivo; susceptibilidade diferencial no ponto coercitivo; magnetização residual; e susceptibilidade diferencial para a magnetização residual.

O parâmetro M_s é obtido através da folha de dados do material ou através da leitura direta do valor máximo da magnetização presente no laço principal da curva de histerese de um determinado material [8].

A fim de comprovar a não linearidade da forma de onda da corrente a vazio, as técnicas apresentadas por J-A foram empregadas em um transformador com ciclo de histerese contido no Simulink do MATLAB.

Informações de geometria, parâmetros de comprimento e área da secção, para mapear o domínio magnético através das variáveis de densidade de fluxo e intensidade de campo são necessários para a simulação que serão calculadas a partir das Equações (4.14) e (4.15).

$$B = \Phi / A_e \quad (4.14)$$

$$fmm = l_e H \quad (4.15)$$

Sendo:

- A_e - Área transversal efetiva da secção que está sendo modelada
- l_e - Comprimento eficaz da secção que está sendo modelada
- fmm - Força magnetomotriz

A magnetização atua para aumentar a densidade magnética e o seu valor irá depender do valor atual e da história da força do campo H . Assim, o processo utiliza as equações de Jiles–Atherton para determinar M para qualquer momento.

No início do processo, a magnetização começa em zero, então têm-se $B = H = 0$. À medida que o campo magnético aumenta, a curva de histerese tende a aumentar positivamente. Assim, na reversão da taxa de variação de H , a curva segue negativa. A diferença entre as curvas positiva – indo e negativa – vindo se dá pela dependência de M na história da trajetória [46].

O algoritmo utilizado pelo software para a obtenção da magnetização M em função de H é visto a seguir:

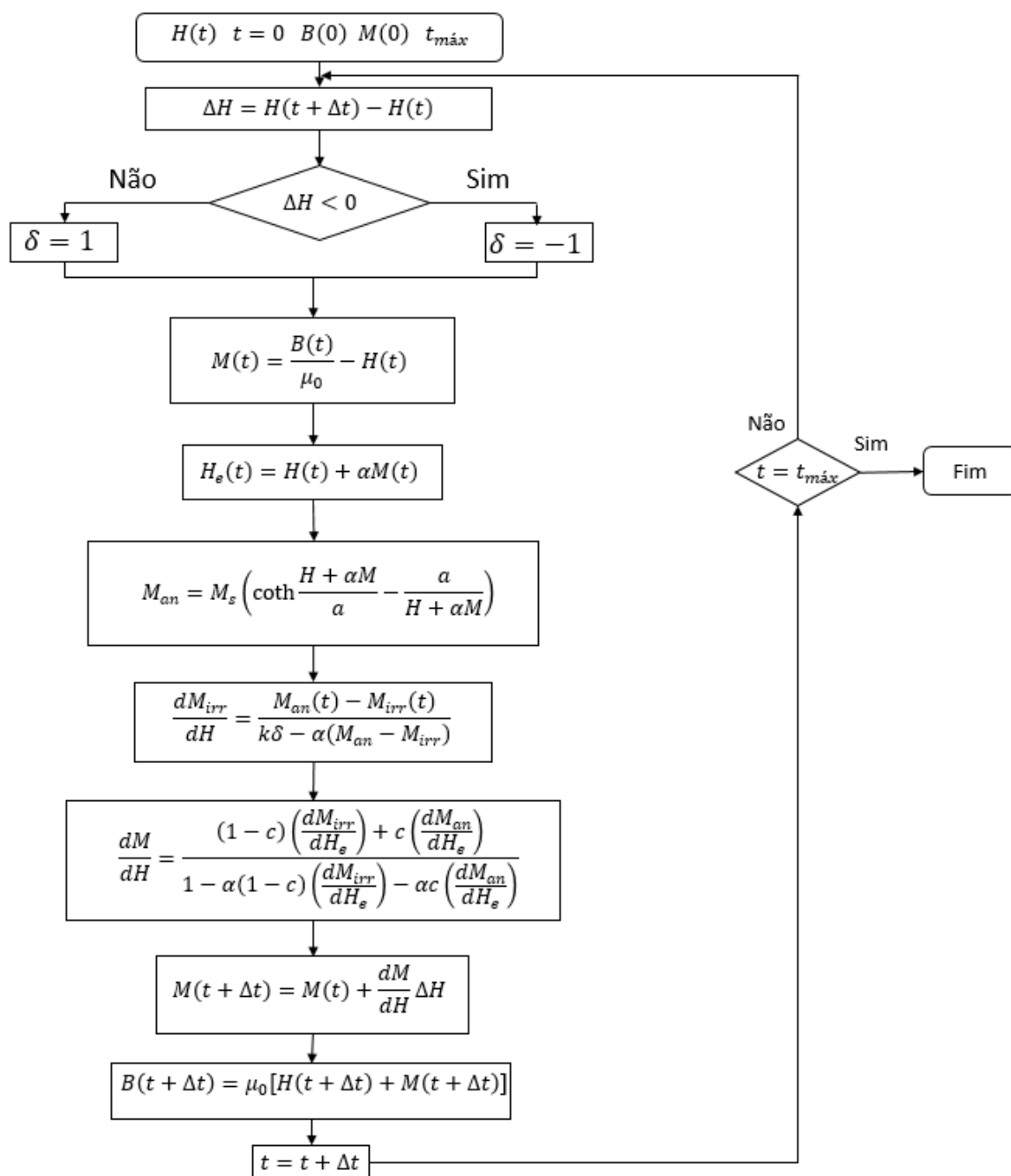


Figura 4.5 - Algoritmo do modelo de Jiles-Atherton

Após o tratamento dos dados pelo modelo de Jiles–Atherton, a corrente a vazio é adquirida seguindo as suas não linearidades de acordo com os diferentes tipos de materiais.

4.4.1 Aplicação do modelo

Nesta seção, será analisado o modelo matemático J-A em um transformador monofásico. Assim, será possível obter as formas de onda da corrente a vazio, a curva de histerese de dado material, a perda no núcleo e as harmônicas presentes na corrente a vazio.

Conforme as equações abaixo:

$$H = \frac{I}{Nl_m} \quad (4.16)$$

$$\Phi = B \text{Area} \quad (4.17)$$

$$V = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (4.18)$$

Onde N é o número de espiras e l_m é o comprimento do núcleo.

Usando o Simulink, o transformador de potência monofásico foi configurado de acordo com o projeto do Apêndice A, com os parâmetros apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Parâmetros do transformador monofásico

Parâmetros	Valores
V_1	120 V
V_2	7967 V
f	60 Hz
N1	41 espiras
N2	2708 espiras
l_m	1,24 m
Área	0,94 m ²

A simulação será realizada para diferentes tipos de materiais em um mesmo sistema que será composto por uma fonte de tensão alternada, um transformador monofásico e uma carga.

Os dados dos parâmetros do modelo de J–A foram adquiridos através do software Hystersoft[®] [47]. Para plotar as curvas de histerese no Matlab, o software possui uma biblioteca de livre acesso.

Os materiais utilizados nas simulações foram o aço silício grão orientado e grão não-orientado. O material GNO é fabricado pela Acesita do tipo E – 170 – 0,5 mm. O material GO é fabricado pela AK Steel do tipo H-0, 0,3 mm.

Tabela 4.3 - Parâmetros do modelo da histerese por J-A

Materiais	GNO	GO
M_s (A/m)	$1,59 \cdot 10^6$	$1,40 \cdot 10^6$
a (A/m)	129	18
α (A/m)	0,000221	0,000150
k (A/m)	51,30	23,58
c	$134 \cdot 10^{-3}$	$150 \cdot 10^{-3}$

Com os dados dos parâmetros de cada material foi possível plotar as curvas de histerese, como pode ser observado a seguir.

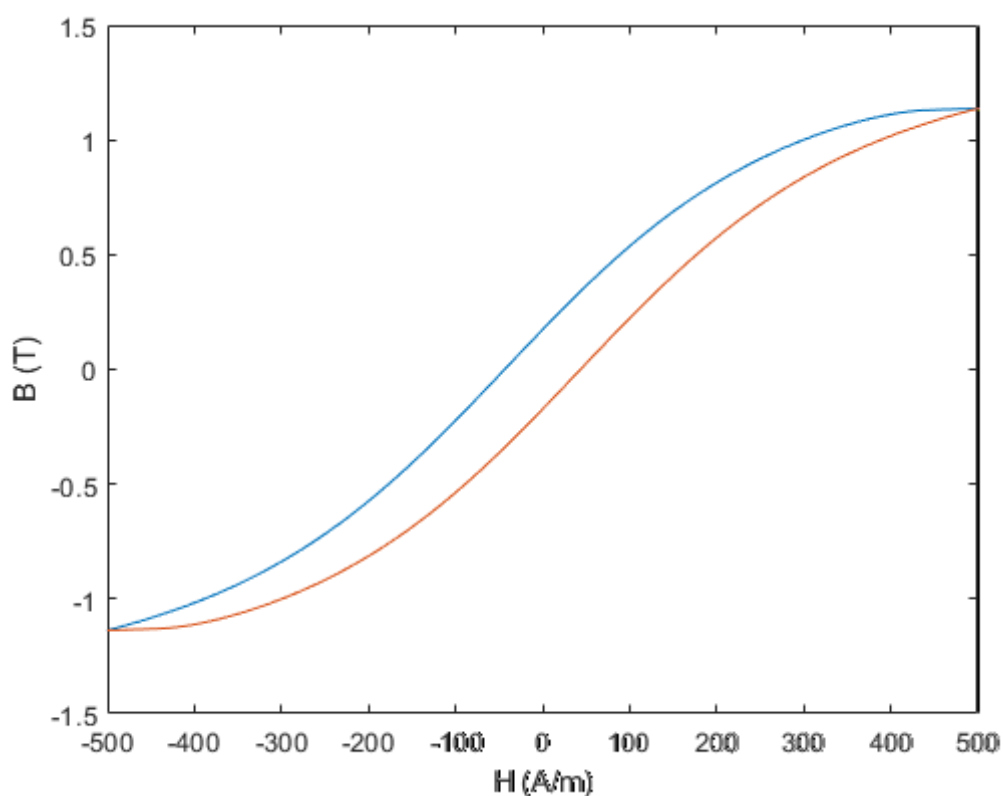


Figura 4.6 - Curva de histerese do material aço silício grão não orientado

A Figura 4.6 **Erro! Fonte de referência não encontrada.** mostra a relação entre a densidade de fluxo magnético B e a força magnetizante H de um aço elétrico grão não orientado. Observa-se que com um valor crescente de H , a curva tende a ficar horizontal à medida que o material tende à saturação.

A Figura 4.7 mostra a mesma relação para o aço silício de grão orientado. Observa-se que para uma densidade de fluxo em torno de 1,4 T, pode-se observar que o material está muito saturado.

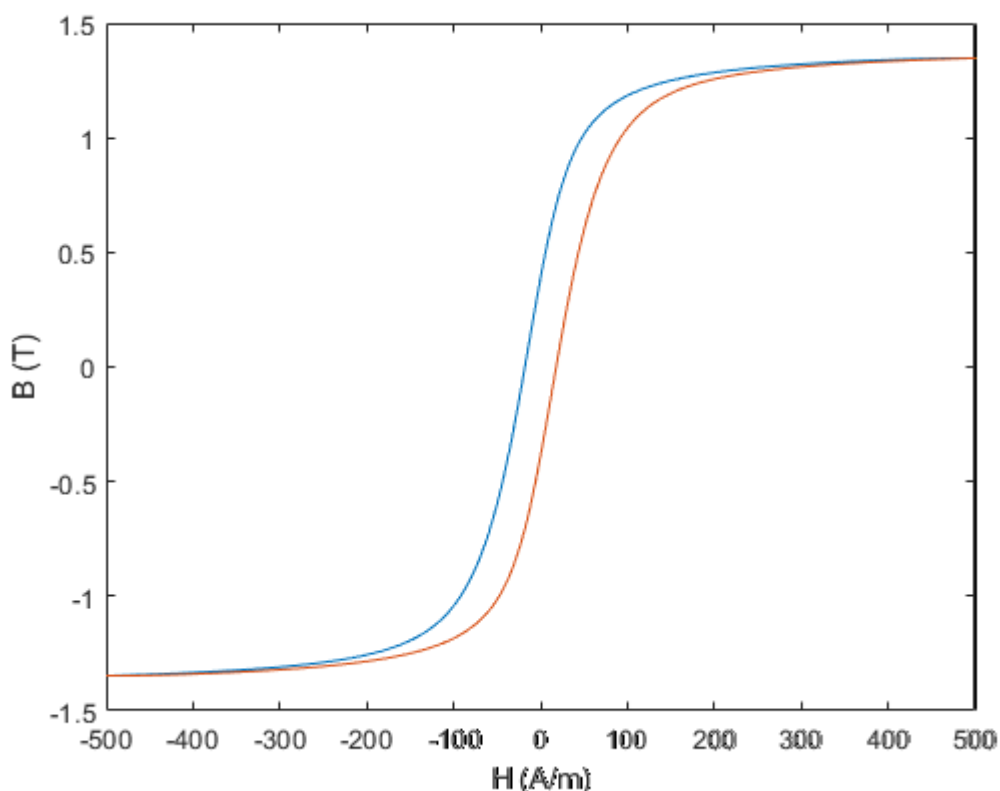


Figura 4.7 - Curva de histerese do material aço silício grão orientado

Como forma de análise do efeito da histerese na produção de um fluxo harmônico no núcleo dos transformadores de potência, a fonte de tensão alternada colocada no primário não possui distorção harmônica (fonte de tensão pura), assim a

forma de onda da corrente a vazio demonstra o efeito causado de acordo com cada tipo de material.

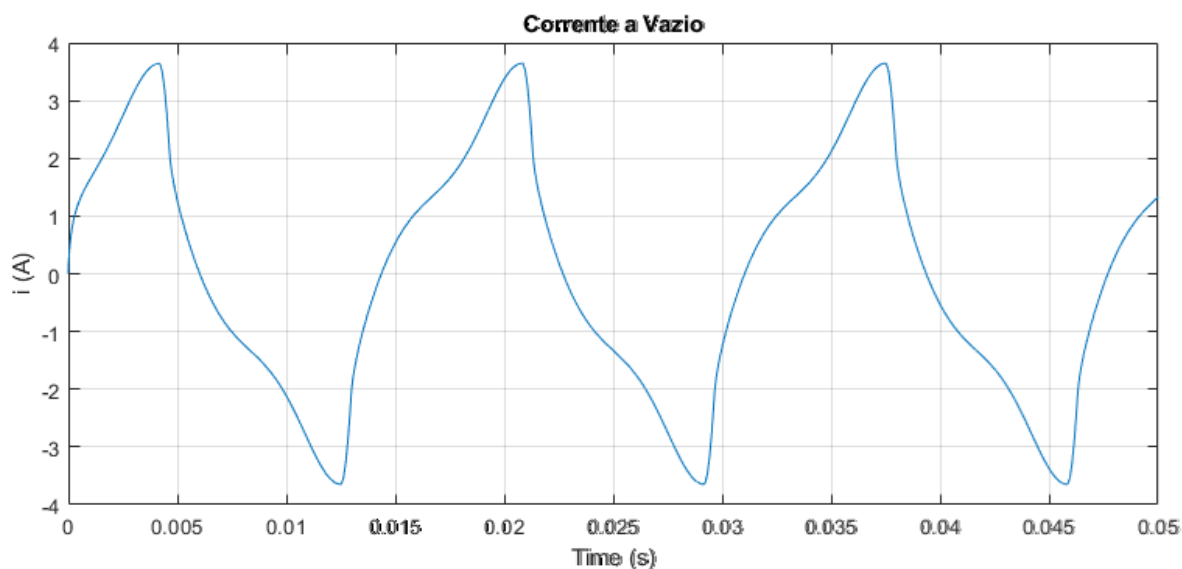


Figura 4.8 - Forma de onda da corrente a vazio do transformador com material GNO

De acordo com Figura 4.8, é possível observar que para o material GNO a corrente a vazio possui distorções harmônicas causadas pelo efeito da histerese presente no núcleo do transformador. A Transformada Rápida de Fourier (FFT) é uma aplicação típica para detectar a amplitude e frequência presentes no sinal da corrente. Na Figura 4.9, é notório a forte presença da terceira harmônica (29,3%), da quinta harmônica (8,64%), sétima harmônica (6,79%), nona harmônica (3,16%). A distorção harmônica total de corrente é de 32,26 % e a corrente eficaz é de 1,96 A.

A potência ativa total obtida na simulação foi de 139 W, valor correspondente às perdas à vazio do transformador analisado. O valor das perdas magnéticas depende das características físicas dos materiais, que para os aços elétricos GNO possui relação com a dispersão na orientação dos grãos.

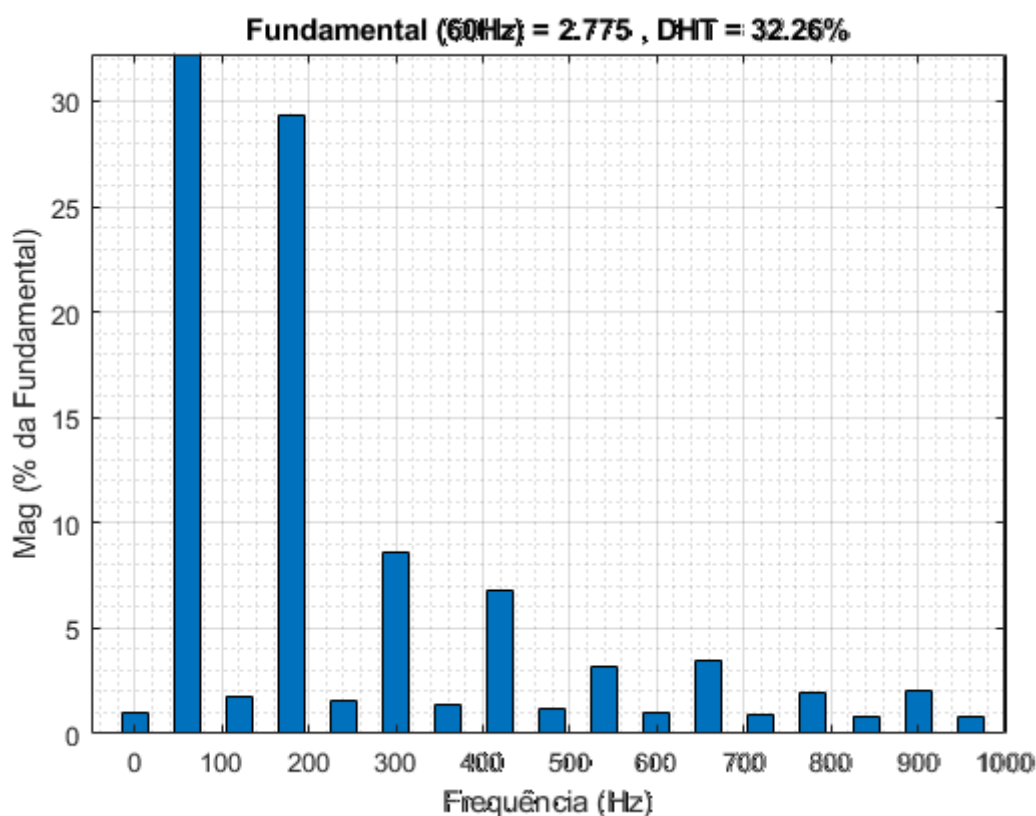


Figura 4.9 - Gráfico do Espectro de Frequência da corrente a vazio do transformador com material GNO

Da mesma forma, a Figura 4.10 evidencia a não linearidade do núcleo constituído de material GO. Novamente, utilizando a FFT, a terceira (22,48%), quinta (5,2%), sétima (2,29%) e nona (1,14%) ordens harmônicas estão presentes na corrente de excitação, conforme ilustrado pelo gráfico da Figura 4.11. A distorção harmônica total de corrente é de 23,20 % e a corrente eficaz é de 4,08 A.

A potência ativa total reduziu para 65,35 W. O aço elétrico GO possui direção altamente favorável à magnetização, o que acarreta menores perdas e elevada permeabilidade. Isto ocorre devido à estrutura atômica cúbica de corpo centrado dos cristais de silício e ferro.

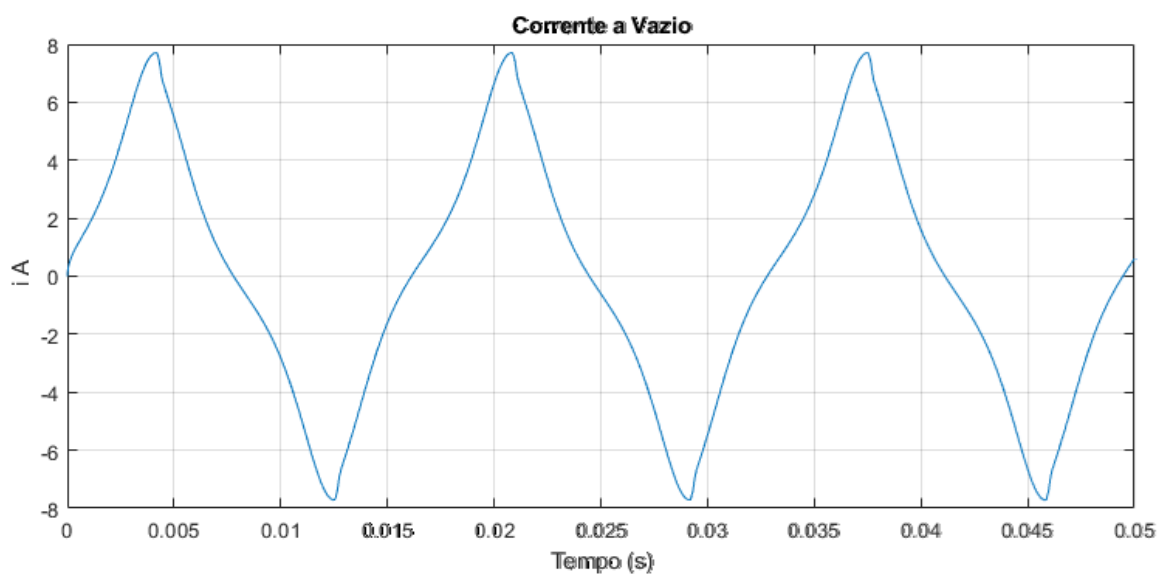


Figura 4.10 - Forma de onda da corrente a vazio do transformador com o material GO

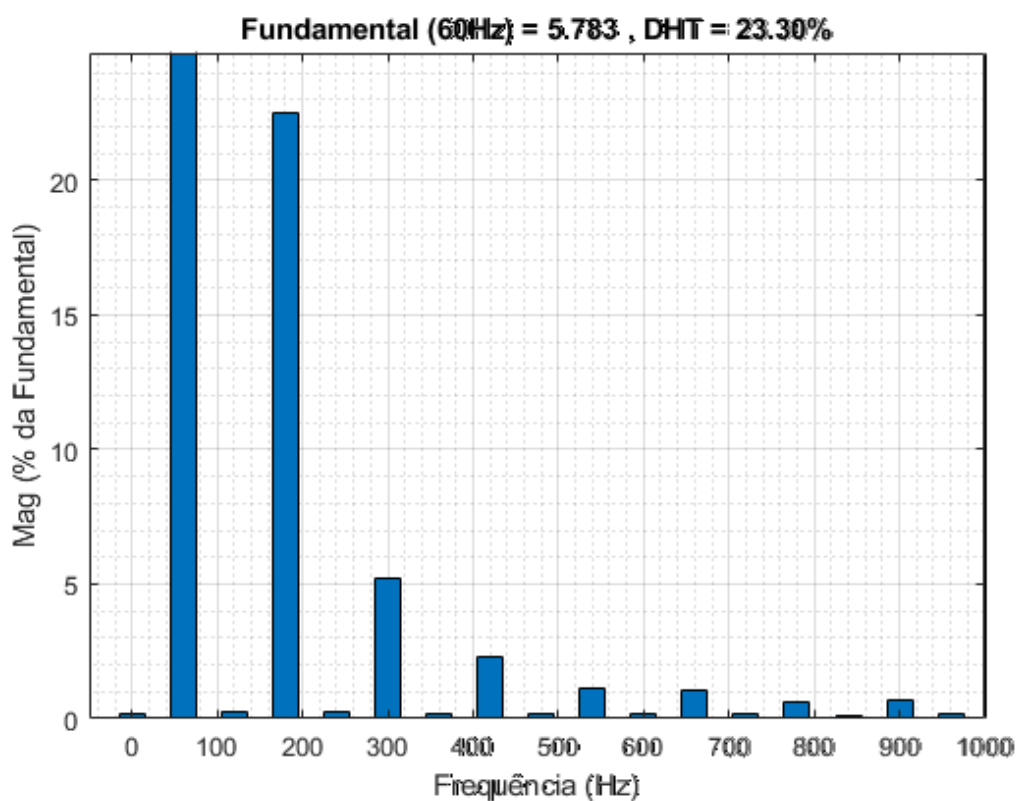


Figura 4.11 - Gráfico do Espectro de Frequência da corrente a vazio do transformador com o material GO

4.4.1.1 Considerações Finais sobre as simulações

De acordo com os resultados das simulações expostas, é possível notar que houve uma redução no percentual da distorção harmônica total de corrente de 32,26%

do aço GNO para 23,30% do aço GO, quando se compara um transformador com os mesmos parâmetros.

Em relação à corrente a vazio, o aço GNO possui uma corrente eficaz menor comparada ao aço GO.

Em relação às perdas, o transformador com o núcleo de aço GO teve uma redução de 47% quando comparado com o de aço silício GNO. Isso pode ser explicado pela presença de um átomo em cada aresta do cubo dos cristais da liga de silício e ferro, no qual as arestas são alinhadas na direção da laminação, facilitando a magnetização. Isto não ocorre nos materiais grão não orientados, já que os cristais estão alinhados aleatoriamente.

CAPÍTULO 5

Avaliação dos modelos matemáticos

5.1 Modelagem com a presença do ramo magnetizante no domínio da frequência

A implementação do modelo foi realizada no software SSEP (Simulador de Sistemas Elétricos de Potência) desenvolvido em linguagem Delphi. Toda a lógica da programação seguiu a modelagem exposta no Capítulo 3. O SSEP trabalha no domínio da frequência, sendo fundamentado na montagem da matriz de admitâncias com posterior aplicação de algoritmos de cálculo de fluxo de carga e fluxo harmônico.

Para a averiguação do modelo, foram realizados ensaios a vazio e curto-circuito. Os parâmetros hipotéticos utilizados foram: $S = 100 \text{ kVA}$, $P_0 = 0,5\%$, $I_0 = 1\%$, $P_{cc} = 1\%$ e $Z\% = 3$.

No ensaio de curto-circuito, tendo em vista a impedância percentual de 3% da tensão nominal do primário e secundário, foi colocada uma carga para simular um curto-circuito. Potência da carga 10 MVA e fator de potência 0,85, com impedância constante.

Para a ligação zigue-zague foram feitos os ensaios em três diferentes ângulos 10° , 15° e 20° .

Como é possível notar pela Tabela 5.1, não houve erro no ensaio a vazio nos diferentes tipos de ligações. O valor esperado foi o mesmo que o simulado, demonstrando que o modelo matemático representa o transformador considerado.

Tabela 5.1 - Resultado do Ensaio à Vazio das diferentes ligações

Ligação	Esperado	Simulado
Yt - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - Z (10°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - Z (15°)	P = 0,5 Kw	P = 0,5 kW
Yt - Z (20°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Z (10°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Z (15°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Z (20°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Z (10°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Z (15°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Z (20°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (10°) - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (15°) - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (20°) - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (10°) - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (15°) - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (20°) - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (10°) - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (15°) - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (20°) - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW

Na Tabela 5.2, é possível notar que assim como no ensaio a vazio não apresentou erros, no ensaio de curto-circuito o valor esperado foi o mesmo que o simulado.

Tabela 5.2 - Resultados do Ensaio de Curto-Circuito das diferentes ligações

Ligação	Esperado	Simulado
Yt - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - Z (10°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - Z (15°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - Z (20°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Z (10°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Z (15°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Z (20°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Z (10°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Z (15°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Z (20°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (10°) - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (15°) - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (20°) - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (10°) - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (15°) - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (20°) - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (10°) - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (15°) - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (20°) - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW

Para os testes com TAP Fixo, o sistema simulado corresponde ao da Figura 5.1 que possui: uma fonte de tensão, duas barras (barra 1 com 13.8 KV e barra 2 com 0.380 KV), um transformador com S= 112.5 KVA e fator de potência de 0.85.

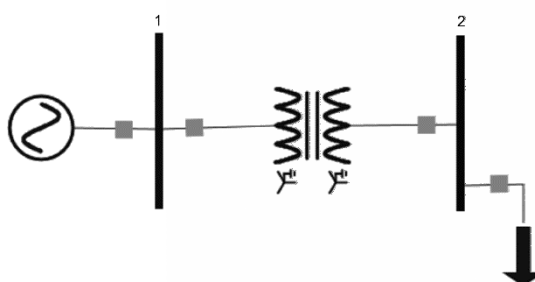


Figura 5.1 - Sistema simulado para diferentes TAPs

A primeira simulação foi realizada sem a presença do TAP, foi observado que a tensão no lado secundário caiu de 0,380 kV (valor nominal) para 0,350 kV devido à presença da carga.

Para o teste de TAP Fixo no lado primário a porcentagem de TAP 90% é aplicada, na Tabela 5.3 é possível observar que a tensão voltou para 0,380 KV. O mesmo procedimento acontece quando é colocado o TAP Fixo no secundário, mas com a porcentagem de 110%, obtendo o mesmo resultado. Assim, é possível concluir que o transformador com o TAP Fixo também apresentou bons resultados.

Tabela 5.3 - Resultados dos testes para diferentes TAPs

Sem TAP	TAP Primário	TAP Secundário
0,35 kV	0,38 kV	0,38 kV

Para os testes com o TAP Automático, foi utilizado o mesmo sistema da Figura 5.1 com os mesmos parâmetros. O mesmo ocorreu quando simulou o sistema sem a presença do TAP. Porém, quando adicionou o TAP Automático na barra 2 levou 3 TAPs com 2% de step para elevar a tensão para 0.370 KV. Novamente, o comportamento do modelo foi adequado.

5.2 Modelagem considerando a histerese

Neste tópico será realizado um experimento laboratorial para comprovar na prática os fenômenos da histerese presentes no núcleo dos transformadores e será feito uma análise dos resultados obtidos tanto na prática quanto nas simulações que foram realizadas no capítulo 4.

Para tanto utilizar-se-á um transformador monofásico com os mesmos parâmetros considerados no capítulo anterior, ou seja, os dados projetados foram utilizados tanto em simulações quanto em experimento laboratorial.

5.2.1 Ensaio em Laboratório

Para a realização do ensaio, neste trabalho, a escolha dos equipamentos e instrumentos foi baseada na disponibilidade dos mesmos no Laboratório de Ensaio de Transformadores da Faculdade de Engenharia Elétrica da UFU - FEELT. O ensaio foi realizado na frequência de 60 Hz, utilizando a tensão da rede. Sendo assim, o teste a vazio utilizou os seguintes equipamentos:

- Transformador de potência monofásico: com potência nominal de 25 KVA, tensão de entrada de 7967 V e de saída de 120 V, de fabricação nacional, com material ferro – silício grão não orientado. Como mostrado na Figura 5.2.



Figura 5.2 - Transformador monofásico de 25 KVA utilizado para realizar o ensaio a vazio

- Varivolt: Um equipamento eletromecânico baseado em uma bobina variável (autotransformador) que recebe uma tensão de entrada C.A fixa, própria da rede de 220 V, o qual o mesmo fornece em sua saída um valor de tensão C.A ajustável.

- Registrador Eletrônico padrão RMS: Um equipamento destinado ao registro das tensões, correntes, potências, harmônicas e oscilografias de sistemas elétricos de geração e distribuição, bem como circuitos de alimentação de máquinas elétricas. O programa ANAWIM é fornecido juntamente com o registrador.



Figura 5.3 - Registrador Eletrônico Padrão RMS utilizado no experimento

- Cabos: Necessários para interligar o transformador com a bancada.

Os dados de placa do transformador ensaiado podem ser observados na Figura 5.4.

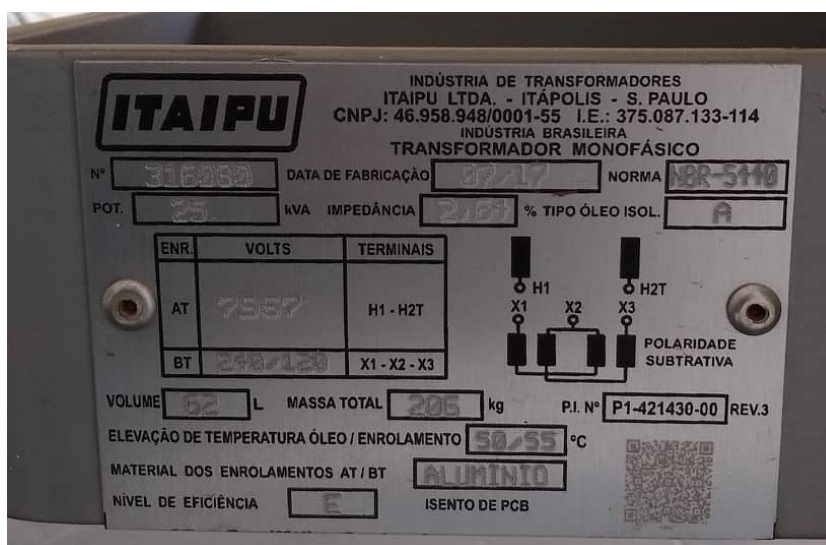


Figura 5.4 - Dados de placa do transformador ensaiado

O ensaio a vazio foi realizado no lado de baixa tensão para uma maior segurança na realização do teste. A ligação do ensaio pode ser observada na Figura 5.5. Após feita a montagem para a efetivação do ensaio, com o varivolt elevou-se a tensão até 120 V para poder observar os efeitos do ensaio.



Figura 5.5 - Ensaio a vazio

Após adquirir os dados pelo registrador eletrônico padrão RMS, o programa ANAWIN, que é uma ferramenta para ambiente Windows para a coleta e análise dos dados provenientes dos registradores RMS, o qual fornece os gráficos ciclo a ciclo da corrente a vazio em intervalos de tempo configurados pelo usuário, bem como as potências e tensões.

De acordo com a Figura 5.6, é possível observar que a corrente a vazio possui distorções harmônicas causadas pelo efeito da histerese presente no núcleo do transformador.

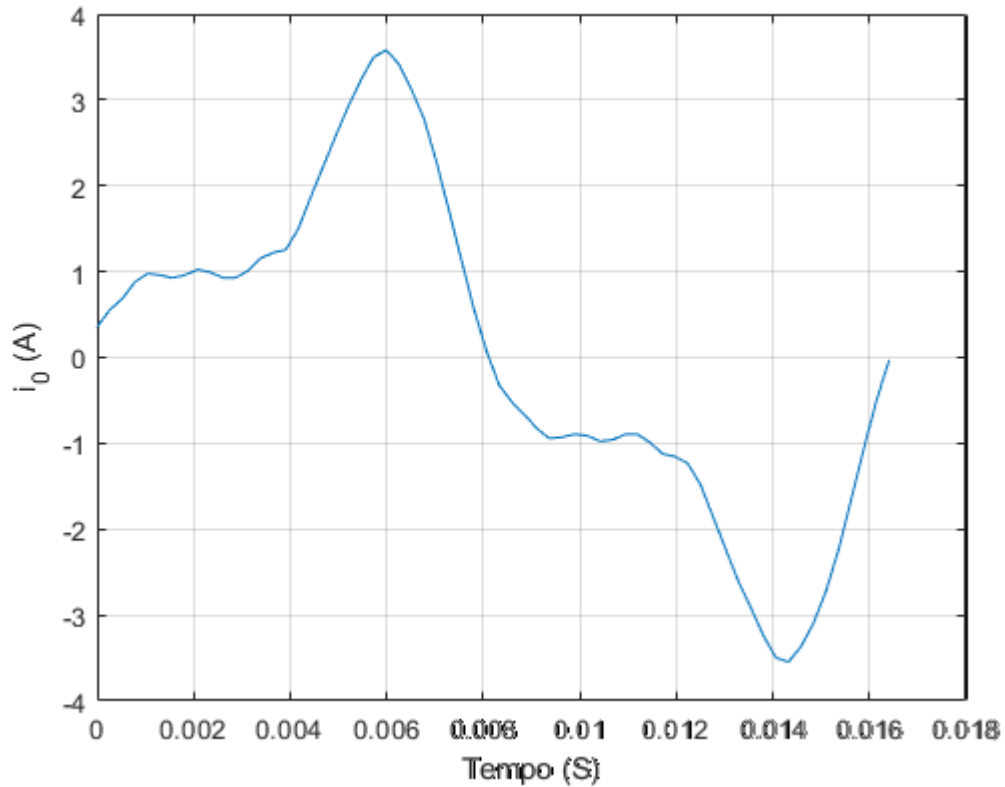


Figura 5.6 - Forma de onda da corrente a vazio obtida no experimento

Na Figura 5.7, é notório a forte presença da terceira harmônica (44,33%), da quinta harmônica (8,93%), sétima harmônica (0,21%), nona harmônica (0,71%). A distorção harmônica total de corrente é de 45,28 % e a corrente eficaz é de 1,88 A.

A Distorção Harmônica Total de Corrente é calculada da seguinte forma:

$$DHT = \sqrt{\frac{\sum I_h^2}{I_1^2}} 100\%$$

$$DHT = \sqrt{\frac{1,08^2 + 0,22^2 + 0,01^2 + 0,02^2 + 0,01^2 + 0,04^2 + 0,03^2}{2,43^2}} 100\% = 45,28\%$$

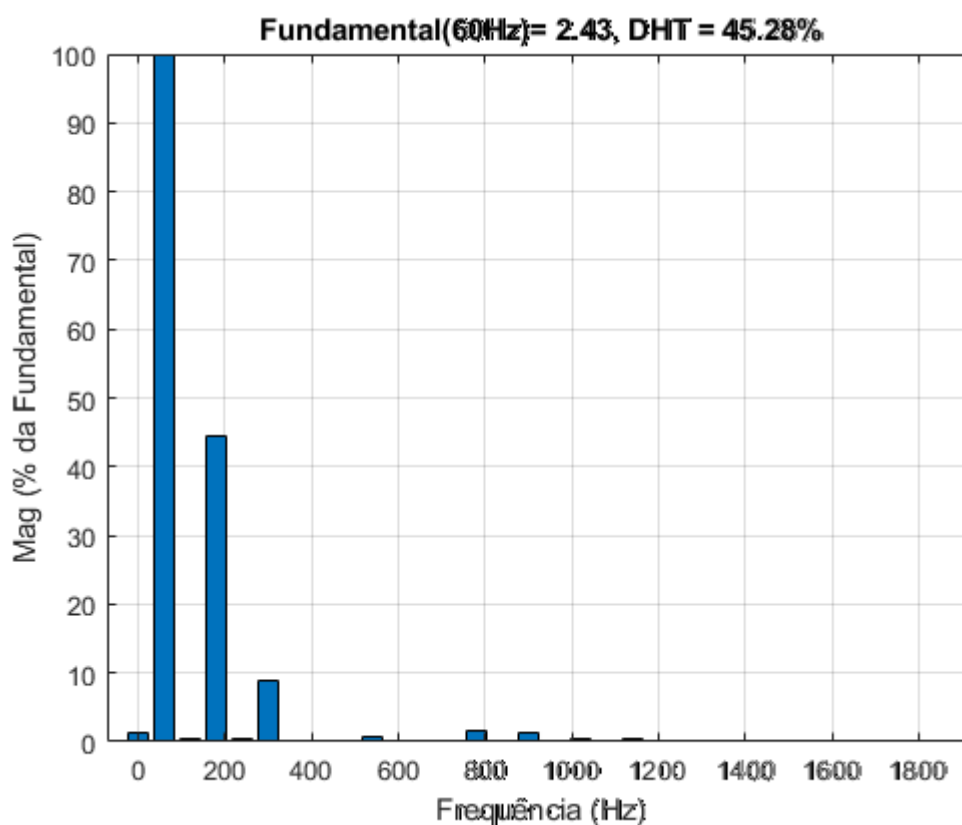


Figura 5.7 - Gráfico do Espectro de Frequência obtido da corrente a vazio

A potência medida durante a realização do ensaio a vazio foi de 95,52W.

5.2.2 Considerações sobre o ensaio

O transformador de potência monofásico utilizado nas simulações possui os mesmos parâmetros físicos e o mesmo núcleo (aço silício GNO) que o utilizado para experimento laboratorial. Na simulação a corrente a vazio possui um DHT de 32,26%, enquanto no experimento possui um DHT de 45,28%. Esta diferença pode ser justificada pela presença de uma distorção harmônica de tensão na ordem de 8% (de 3ª ordem) proveniente da tensão da rede.

A corrente eficaz da simulação (1,96 A) apresentou um erro relativo razoavelmente pequeno na ordem de 4,25% comparado com a corrente eficaz obtida laboratorialmente (1,88 A).

As potências ativas, que são equivalentes às perdas, apresentaram grande diferença entre a simulação e o experimento. Ressalta-se que, os parâmetros físicos do transformador monofásico foram calculados analiticamente pela autora da dissertação e o transformador em que foi realizado o experimento não. Assim, os valores do comprimento do núcleo e a área do mesmo, que tem forte influência nos resultados das perdas, não tem como comprovar que foram utilizados os mesmos valores.

A fim de tentar aproximar os valores das perdas do experimento com o da simulação, foi realizado um acréscimo e uma redução de 10% nos valores da área e do comprimento do núcleo para obter novos valores de perdas que serão demonstrados na tabela a seguir.

Tabela 5.4 - Resultados das simulações variando o valor da área e do comprimento do núcleo

Teste 1		Teste 2		Teste 3	
Área = 0.00848 (-10 %)	$l_m = 1.24$	Área = 0.01036 (+10 %)	$l_m = 1.24$	Área = 0.01036 (+10 %)	$l_m = 1.11$ (-10 %)
Perda = 140 W		Perda = 137.6 W		Perda = 123.1 W	

Com os resultados das simulações sintetizadas na Tabela 5.4, é possível notar que as perdas nas simulações mesmo variando o valor da área e do comprimento do núcleo não se aproximaram do valor obtido em laboratório.

Outro fator que influência nas perdas nos transformadores é o campo coercitivo H_c dos materiais, que são de difícil medição devido à complexidade da estrutura metalúrgica do material. O material ferromagnético do núcleo do transformador do experimento é GNO, no entanto, não se sabe qual o modelo nem a fábrica da lâmina. Nas simulações do capítulo 4, o aço GNO E-170 fabricado pela Acesita, possui um $H_c = 41,7$ [A/m]. Afim de reduzir as perdas, utilizou-se um $H_c = 30$ [A/m] (valor dentro da faixa indicada pela Tabela 4.1) e recalculou-se os parâmetros J-A. A nova curva

de histerese obtida é mostrada na Figura 5.8. De posse destes dados, a simulação foi refeita e as perdas obtidas foi de 102 W. Desse modo, é possível observar que os dados físicos do material utilizado têm forte influência nas perdas nos transformadores.

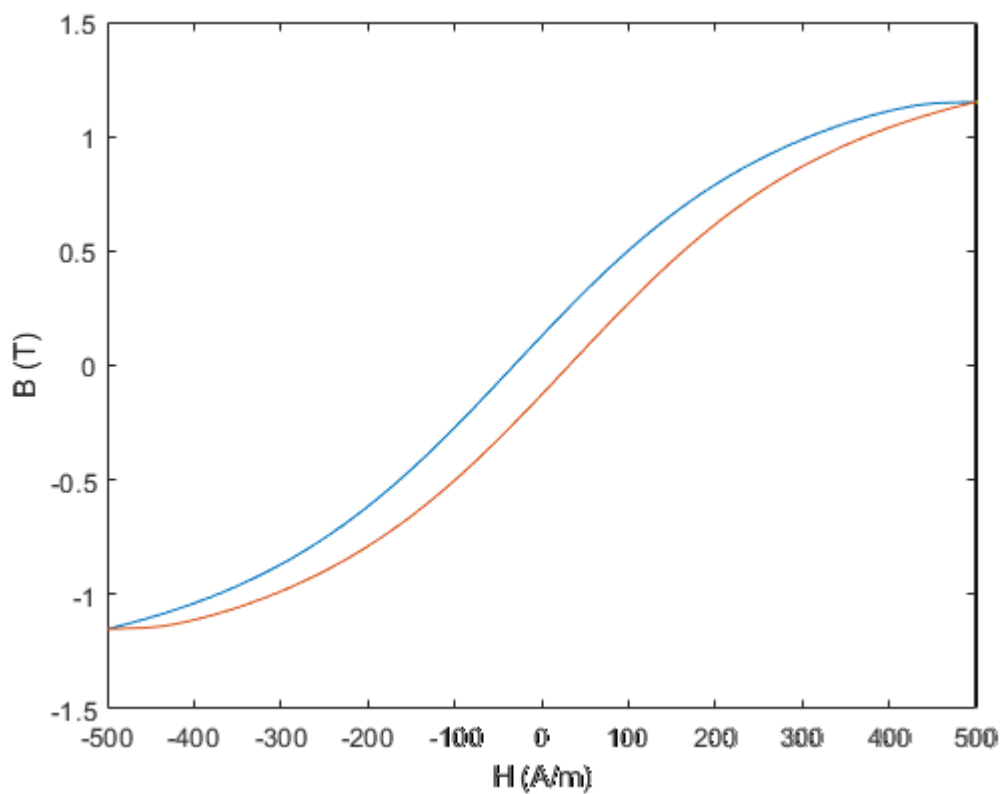


Figura 5.8 - Curva de histerese do material GNO com campo coercitivo reduzido

CAPÍTULO 6

Conclusão

O transformador de potência possui um papel imprescindível no setor elétrico, pois, é o grande responsável pela transferência em grande escala de energia a longas distâncias. Com tecnologias mais eficientes, é possível minimizar perdas e conseqüentemente ter um maior aproveitamento energético.

Os modelos matemáticos dos transformadores devem representar as linearidades e não linearidades dos processos físicos por meios de equações. Uma das maiores vantagens dos modelos matemáticos é a possibilidade de se adequar ao modelo computacional e assim, poder representar o transformador com suas linearidades e não linearidades em simulações em tempo real sem que seja necessário maior esforço computacional e dessa maneira realizar estudos de desequilíbrios, curto-circuito, acoplamentos, dentre outros.

Neste trabalho é apresentado um modelo matemático para representar os transformadores de potência trifásicos incorporando o ramo magnetizante e o neutro na sua matriz de admitância. A modelagem foi feita no domínio da frequência para que pudesse ser realizado estudos de fluxo de potência, curto-circuito, perdas principalmente em cargas desequilibradas. A metodologia proposta foi incorporada no software SSEP, onde foram feitas simulações as quais foram comparadas com estudos analíticos, permitindo validar o modelo.

Na segunda etapa deste trabalho, foi estudado os fenômenos relacionados à histerese magnética presente no núcleo dos transformadores, no qual foi apresentado o modelo de Jiles – Atherton. A simulação foi realizada por meio do software Matlab no Simulink, onde foi montado um circuito contendo uma fonte de tensão alternada, um transformador monofásico de 25 KVA projetado no Apêndice A e uma carga. O núcleo do transformador foi modelado seguindo os parâmetros J-A para diferentes materiais (aço silício grão orientado e grão não orientado).

O método analítico de projeto de transformador pode apresentar algumas divergências quanto a um transformador físico, assim a comparação entre o transformador simulado e o físico pode apresentar algumas diferenças. O transformador de potência monofásico utilizado nos testes possui as mesmas características que o simulado, 25 KVA, $V_1 = 7,967$ kV, $V_2 = 0,120$ kV, mesma relação de transformação. No entanto, como o transformador utilizado no teste não foi projetado pela autora da dissertação, não pode ter absoluta certeza quanto alguns dados que tem forte influência nos resultados que é a área e o comprimento médio do circuito magnético. Assim, houve um pequeno erro entre as potências, em que o valor simulado foi maior que o medido. No entanto, a forma de onda da corrente a vazio e o valor da corrente eficaz foram satisfatórias.

Sendo assim, os modelos propostos tiveram resultados satisfatórios, o modelo de transformador trifásico de potência incorporando o ramo magnetizante e o neutro não apresentaram acréscimo no tempo computacional e convergiram. O modelo de Jiles–Atherton implementado no transformador monofásico apresentou as características da histerese magnética de acordo com os diferentes tipos de materiais em que o material aço silício grão orientado em relação às perdas e as distorções harmônicas de corrente possui uma vantagem em relação ao aço silício grão não

orientado. Com isto, o modelo apresentado é mais preciso e permite que seja realizado os cálculos de fluxo de potência, curto-circuito em cargas desequilibradas.

Em trabalhos futuros será visado representar o efeito da histerese magnética em transformadores trifásicos de potência no domínio da frequência, para estudos de fluxo de potência, curto – circuito e perdas em cargas desequilibradas. Realização de testes em transformadores de potência com o núcleo de aço silício grão orientado. Possíveis avaliações de perdas em transformadores de núcleo de ligas amorfas.

REFERÊNCIAS

- [1] C. A. Sanguedo, “Determinação das perdas técnicas dos transformadores de distribuição, com dielétrico líquido, instalados nas empresas concessionárias de energia no Brasil,” 2008.
- [2] R. P. França, “Modelo de proximidade ao laço principal de histerese expandido aplicado ao estudo da ferorrresonância em um transformador monofásico de potência,” Universidade Federal da Bahia, 2016.
- [3] M. L. Paranaguá Pinheiro, “Caracterização e Modelagem da Histerese e das Perdas Magnéticas em Aços Elétricos Através do SCaMMa,” 2016.
- [4] J. M. T. Marinho, “Simulação em Sistemas de energia elétrica com modelagem flexível-Monofásica e Trifásica,” 2008.
- [5] J. Wiley, John; Arrillaga, *Computer analysis of power systems*. .
- [6] I. F. Novais, A. A. P. Junior, and S. F. P. Silva, “Modeling Three-Phase Transformers,” no. 17, 2019. <https://doi.org/10.24084/repqj17.233>
- [7] L. A. L. De Almeida, “Modelo de Histerese para Transição ao Semicondutor-Metal em Filmes Finos de VO 2,” 2003.
- [8] D. C. Jiles and D. L. Atherton, “Theory of ferromagnetic hysteresis,” *J. Appl. Phys.*, vol. 55, no. 6, pp. 2115–2120, 1984. <https://doi.org/10.1063/1.333582>
- [9] P. F., “Über die magnetische Einwirkung,” *Haut*, vol. 277, pp. 277–302, 1935. <https://doi.org/10.1007/BF01349418>
- [10] W. H. Hayt, *Eletromagnetismo*, 7 Ed. 2011.
- [11] S. J. Chapman, *Fundamentos de Máquinas Elétricas*, no. c. 2013.
- [12] “ABNT, NBR. 5380 Transformadores de Potência-Método de Ensaio. 1993.,” 1993.
- [13] M. Ceraolo and D. Poli, *Magnetic Circuits and Transformers*. 1965.
- [14] P. M. Paulino, “Capítulo I Princípios básicos de transformadores de potência,” 1885.
- [15] C. P. Steinmetz, *Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena*, 3 ed. 1900.

- [16] J. C. De Oliveira, *Transformadores Teorias e ensaios*, 1ª. 1984.
- [17] T. Committee, O. The, and I. P. E. Society, *IEEE Guide for Loading Mineral-Oil-Immersed Transformers*, vol. IEEE Std C. 1995.
- [18] N. Tbcnicas, C. Brasileiro, E. Ce-, T. Nbr, S. Descriptor, and T. E. Norma, “NBR 5356 Transformador de Potência,” 1993.
- [19] “IEEE-Std-C57.00-2010-IEEE-Standard-for-General-Requirements-for-Liquid-Immersed-DistributionPowerand-Regulating-Transf.pdf.” .
- [20] J. J. Grainger and W. D. J. Stevenson, “Power System Analysis,” p. 777, 1994.
- [21] J. Aguiar, Adalton; Camacho, *Transformadores*, 3 Ed. 2014.
- [22] D. Dohnal, “On-load tap changers for power transformers,” *MR Knowl. Base*, p. 24, 2013.
- [23] J. Harlow, *Electric Power Transformer Engineering*. 2004. <https://doi.org/10.1109/MEI.2004.1307095>
- [24] B. Boost, “Transformer voltage control and Tap changing,” pp. 107–115.
- [25] D. de O. de Lima, “Modelação de redes de distribuição de energia elétrica com carregamento não linear, incluindo elementos de regulação e compensação,” Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho,” 2014.
- [26] F. Bullo, “Kron reduction of graphs,” pp. 1–28.
- [27] J. William N . Anderson, “Shorted Operators,” *Soc. Ind. Appl. Math. Stable*, vol. 20, no. 3, pp. 520–525, 1970. <https://doi.org/10.1137/0120053>
- [28] P. M. Honnell, *Kron ' s Methods and the Theoretical Foundation of the Matrix Computer*, no. 1. .
- [29] I. Dobson, F. Ieee, and S. L. Ave, “A cutset area concept for phasor monitoring,” 2010. <https://doi.org/10.1109/PES.2010.5589839>
- [30] M. Thesis and P. Li, “Power System Reduction,” 2016.
- [31] P. F. Costa, “Aterramento do neutro Capítulo II Avanços na especificação e aplicação dos resistores de aterramento do neutro dos sistemas elétricos industriais em média tensão,” 2014, pp. 60–63.
- [32] *Controle de Tensão através de Transformador com Tap Variável no Problema de Fluxo de Potência*. PUC - Rio.
- [33] ANEEL, “Módulo 8-Qualidade da Energia Elétrica Revisão Motivo da Revisão Instrumento de aprovação pela ANEEL Data de vigência,” 2018.
- [34] ONS, “Indicadores de Qualidade de Energia Elétrica – Frequência e Tensão,”

- vol. 0, pp. 1–15, 2009.
- [35] C. D. Cullity, B.D; Graham, *Introduction to magnetic materials*, 2^a Ed. .
- [36] Aperam, “Catálogo M125-27,” 2000. .
- [37] N. J. Batistela, “Caracterização e modelagem eletromagnética de lâminas de aço ao silício,” 2001.
- [38] P. I. Koltermann, “Cálculo de Campos magnéticos Considerando Histerese,” 2001.
- [39] M. Amar, “Caractérisation et Prédiction des Pertes dans les Tôles Fer Silicium Soumises à des Tensions Non-Sinusoïdales,” École Supérieure d’Électricité, Université Paris VI., 1994.
- [40] A. V. Krasnoselskiĭ, M. A. ;Pokrovskiĭ, “Systems with Hysteresis.” 1989. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-61302-9>
- [41] C. Guérin, K. Jacques, R. V. Sabariego, P. Dular, C. Geuzaine, and J. Gyselinck, “Using a Jiles-Atherton vector hysteresis model for isotropic magnetic materials with the finite element method, Newton-Raphson method, and relaxation procedure,” *Int. J. Numer. Model. Electron. Networks, Devices Fields*, vol. 30, no. 5, pp. 1–12, 2017. <https://doi.org/10.1002/jnm.2189>
- [42] R. Du and P. Robertson, “Dynamic jiles-atherton model for determining the magnetic power loss at high frequency in permanent magnet machines,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 6, 2015. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2014.2382594>
- [43] O. Özgönenel, K. R. I. Güney, Ö. Usta, and H. Dirik, “A novel three-phase transformer hysteresis model in MATLAB™ simulink,” *Turkish J. Electr. Eng. Comput. Sci.*, vol. 20, no. 4, pp. 479–492, 2012.
- [44] J. V. Leite, “Análise de Modelos Diferenciais de Histerese Magnética Considerando Laços Menores de Indução,” Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.
- [45] X. Li, “Mathematical Model for Current Transformer Based On Jiles-Atherton Theory and Saturation Detection Method,” *Univ. Kentucky*, vol. 89, pp. 1–73, 2016.
- [46] G. Almandoz, G. Ugalde, J. Poza, and A. Julia, “Matlab-Simulink Coupling to Finite Element Software for Design and Analysis of Electrical Machines,” *MATLAB - A Fundam. Tool Sci. Comput. Eng. Appl. - Vol. 2*, no. November 2014, 2012. <https://doi.org/10.5772/46476>

- [47] M. Dimian and P. Andrei, *Noise-Driven Phenomena in Hysteretic Systems (Signals and Communication Technology)*. 2013. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1374-5>
- [48] A. Martignoni, *Transformadores*. 1920.

ANEXO A – Projeto de um Transformador Monofásico

O primeiro passo para começar o projeto de um transformador monofásico é definir a tensão do primário e do secundário medida em V, a potência de saída medida em VA e qual a frequência da rede [48].

Para este trabalho foi definido um transformador monofásico de 60 Hz, $V_1 = 120\text{ V}$, $V_2 = 7967\text{ V}$ e $S_2 = 25\text{ kVA}$.

A.1 Dados do Núcleo

O valor da densidade de corrente, conforme a Tabela A.1 deverá ser considerado $d_m = 2,47\text{ A/mm}^2$ para a potência estipulada.

Tabela A.1 - Parâmetros para escolha da densidade de corrente

Valores da densidade de corrente para transformadores monofásicos							
d (A/mm ²)	Potência em KVA						
	10	15	25	37.5	50	75	100
Circuito A.T; d_m	2.43	2.43	2.47	2.41	2.4	2.3	2.2
Circuito A.T; d_M	2.82	2.82	2.78	2.78	2.75	2.5	2.4
Circuito B.T;	2.52	2.50	2.49	2.48	2.47	2.45	2.4

Assim, com o valor da densidade de corrente escolhido, a perda específica no cobre é dada por:

$$w_{cu} = 2,43d_m^2 = 2,43 \times 2,47^2 = 14,8\text{ W/kg}$$

Para a construção do núcleo a lâmina irá depender do material escolhido, que pode ser ferrosilício grão não-orientado e grão orientado, como também os de ligas amorfas. A título de exemplificação, os cálculos deste transformador serão realizados com o grão não orientado. Para a frequência de 60 Hz e a indução máxima $B_M =$

10000 gaus, apresenta uma perda específica de $w_{FE-10} = 0,81 W/kg$. A perda específica no ferro é dada por:

$$w_{fe} = w_{FE-10} \left(\frac{B_M}{10000} \right)^2 = 0,81 \left(\frac{14500}{10000} \right)^2 = 1,7 W/kg$$

Tabela A.2 - Parâmetros para determinação das perdas no ferro e no cobre em transformadores monofásicos

Perdas em Transformadores monofásicos		
Classe de 15 KV		
Potência KVA	Ferro	Cobre
10	70	225
15	110	290
25	130	420
37.5	160	590
50	200	775
75	270	1030
100	320	1280

De acordo com a Tabela A.2, para a dada potência as perdas no ferro é de $W_{FE} = 130 \text{ watts}$ e as perdas no cobre é de $W_{CU} = 420 \text{ watts}$.

Para o cálculo da seção do núcleo os valores do fator 'C' são dados pela tabela a seguir.

Tabela A.3 - Parâmetros para determinar o fator 'C'

Valores do fator 'C' para transformadores monofásicos							
Potência KVA	10	15	25	37.5	50	75	100
"C"	66	67	68	69	70	70	70

A seção do núcleo líquida é calculada da seguinte maneira:

$$S_{FE} = C \sqrt{\frac{W_2 10^5 \frac{W_{cu}}{W_{fe}}}{B_M f d \frac{W_{CU}}{W_{FE}}}} = 68 \sqrt{\frac{10 \times 10^5 \times \frac{14,8}{1,7}}{14500 \times 60 \times 2,47 \times \frac{420}{130}}} = 76,15 \text{ cm}^2$$

A seção bruta do núcleo é dada por:

$$s_b = \frac{S_{FE}}{F_e} = \frac{76,15}{0,93} = 81,88 \text{ cm}^2$$

Onde:

F_e - Fator de empilhamento das chapas, que para aço silício grão orientado é 0,93 e para aço silício grão não orientado é 0,9.

Devido o transformador possuir uma potência de 25 KVA, será utilizado um núcleo em cruz de três dentes.

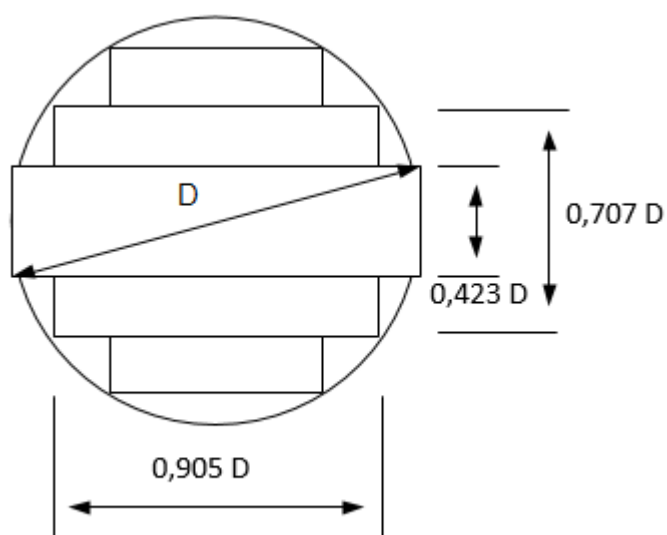


Figura A.1 - Dentes do núcleo do transformador

O diâmetro do núcleo é:

$$D = 1,21 \sqrt{s_b} = 1,21 \sqrt{81,88} = 10,95 \text{ cm}$$

$$D_1 = 0,423D = 0,423 \times 10,95 = 4,63 \text{ cm}$$

$$D_2 = 0,707.D = 0,707 \times 10,95 = 7,74 \text{ cm}$$

$$D_3 = 0,905.D = 0,905 \times 10,95 = 9,91 \text{ cm}$$

O isolamento entre os enrolamentos AT e BT é de 6 mm mais 6 mm de óleo. O isolamento entre o enrolamento BT e o núcleo é de 4 mm.

A área do núcleo é dada por:

$$Area = \pi r^2 = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \times 5,475^2 = 94,17 \text{ cm}^2$$

A.2 Enrolamentos

O valor do fluxo máximo é dado por:

$$\Phi_m = S_{FE} B_M = 76,15 \times 14500 = 1104175 \text{ maxwell}$$

Para o cálculo do número de espiras do enrolamento primário utiliza-se a seguinte fórmula:

$$N_1 = \frac{V_1 \cdot 10^8}{4,44 \Phi_{m.f}} = \frac{120 \times 10^8}{4,44 \times 1104175 \times 60} = 41 \text{ espiras}$$

Para o número de espiras do enrolamento secundário ocorre de maneira análoga:

$$N_2 = \frac{V_2 \times 10^8}{4,44 \Phi_{m.f}} = \frac{7967 \times 10^8}{4,44 \times 1104175 \times 60} = 2708 \text{ espiras}$$

A corrente no primário é obtida diretamente pela seguinte relação:

$$I_1 = \frac{S_1}{V_1} \quad (\text{A.1})$$

$$I_1 = \frac{25000}{120} = 208,33 \text{ [A]}$$

Para calcular a seção do fio do condutor, é necessário fixar a densidade de corrente. Utiliza-se a densidade de corrente no circuito de baixa tensão de acordo com a Tabela A.1. A seção do condutor do lado primário é dada por:

$$s_1 = \frac{I_1}{d_m} \text{ [mm}^2\text{]} \quad (\text{A.2})$$

$$s_1 = \frac{208,33}{2,49} = 83,67 \text{ [mm}^2\text{]}$$

O fio escolhido é o nº 000 (AWG) que a seção é de 85,3 mm² e o diâmetro de 10,4 mm. Esta seção é obtida pelo agrupamento paralelo de dois condutores de (5,77 x 7,28). O isolamento do condutor tem a espessura de 0,2 mm e o espaço entre eles deve ser de no mínimo de 0,1 mm.

A espessura da bobina é:

$$2 \cdot (5,77 + 0,4) + 0,1 = 12,4 \text{ mm}$$

Para o transformador trabalhar em sua tensão máxima, o número de Ampère-espiras que atua no núcleo é de:

$$2N_1I_1 = 2 \times 41 \times 208,33 \cong 17083,06$$

A altura da bobina depende do valor de A_b , que é escolhido de acordo com a tabela a seguir.

Tabela A.4 - Parâmetros para a escolha do índice "Ab"

Valores de A_b para transformadores monofásicos							
Potência KVA	10	15	25	37.5	50	75	100
A_b	320	420	520	580	620	620	620

A altura da bobina resulta em:

$$b = \frac{2N_1 I_1}{A_b} = \frac{2 \times 41 \times 208,33}{520} \cong 32,85 \text{ cm}$$

Nos transformadores com refrigeração a óleo, a distância mínima l_1 que deve separar os enrolamentos e o núcleo na cabeça das bobinas é:

$$l_1 = 1,3KV = 1,3 \times 15 = 19,5 \text{ mm} \cong 20 \text{ mm}$$

A altura da janela é:

$$H = b + 2l_1 = 328 + 2 \times 20 = 368 \text{ mm}$$

No enrolamento secundário, a corrente é dada por:

$$I_2 = \frac{S_2}{V_2} \quad (\text{A.3})$$

$$I_2 = \frac{25000}{7967} = 3,14 \text{ [A]}$$

A seção do condutor no secundário é:

$$s_2 = \frac{I_2}{d_m} \text{ [mm}^2\text{]} \quad (\text{A.4})$$

$$s_2 = \frac{3,14}{2,47} = 1,27 \text{ [mm}^2\text{]}$$

O fio escolhido é o nº 16 (AWG) que a seção é de $1,31 \text{ mm}^2$ e o diâmetro de $1,29 \text{ mm}$. O diâmetro do condutor isolado é de $1,29 + 0,15 = 1,44 \text{ mm}$.

A.2.1 Enrolamentos B.T

O enrolamento de baixa tensão possui um total de 2708 espiras distribuídas da seguinte forma:

6 bobinas com 360 espiras = 2160 espiras

2 bobinas com 274 espiras = 548 espiras

Total = 2708 espiras

As duas bobinas com 274 espiras possuem enrolamentos reforçados e estão colocadas nas cabeças do enrolamento.

As seis bobinas internas estão enroladas em duas seções, cada bobina possui $360/24 = 15$ camadas.

O diâmetro do condutor é de 1,44 mm.

O isolamento entre as camadas tem espessura de 0,1 mm e o isolamento externo tem a espessura de 0,3 mm.

A altura da bobina $h_1 = 24 \times 1,44 + 0,4 + 2 \times 0,3 = 35,56 \text{ mm} \cong 36 \text{ mm}$.

Largura da bobina $l'_1 = 15 \times 1,44 + 0,1 \times 15 + 2 \times 0,3 = 23,7 \text{ mm}$.

As duas bobinas, colocadas nas cabeças dos enrolamentos, com 274 espiras e isolamento reforçado devem possuir as mesmas dimensões das bobinas internas.

As oito bobinas são colocadas uma em cima da outra, ficando sobre elas a distância axial de $= \frac{328 - 8 \cdot 24}{7} = 19,4 \text{ mm}$.

A distância entre as bobinas BT e AT é:

$$l_3 = 0,6 \times KV = 0,6 \times 15 = 9 \text{ mm}$$

A.3 Cálculo dos pesos das partes ativas, das perdas e do rendimento

O comprimento médio do circuito magnético é dado por:

$$l_m = 2a + 2b + 0,5a\pi$$

$$l_m = 2 \times 328 + 2 \times 33,7 + 2 \times 328\pi = 1238 \text{ mm} = 123,8 \text{ cm}$$

O peso do ferro é dado por:

$$P_{FE} = 7,8 S_{FE} l_m 10^{-3} = 7,8 \times 76,15 \times 123,8 \times 10^{-3} = 73,5 \text{ kg}$$

O comprimento da espira média da bobina na alta tensão interna é:

$$l'_{cu2} = 2x46,3 + 2x77,4 + 2x99,1 + 2\pi(7 + 2,25) = 503 \text{ mm} = 0,503 \text{ m}$$

O comprimento da espira média da bobina de alta tensão externa é:

$$l''_{cu2} = 2x46,3 + 2x77,4 + 2x99,1 + 2\pi(7 + 12,4 + 10 + 23,7 + 10 + 2,25) = 856 \text{ mm} \\ = 0,856 \text{ m}$$

O comprimento da espira média do circuito A.T é:

$$l_{cu2} = \frac{0,503 + 0,856}{2} = 0,679 \text{ m}$$

O comprimento da espira média do circuito de baixa tensão é:

$$l_{cu1} = 2x46,3 + 2x77,4 + 2x99,1 + 2\pi(7 + 12,4 + 10 + 11,85) = 704 \text{ mm} = 0,704 \text{ m}$$

O peso do cobre do enrolamento de alta tensão é:

$$P_{cu1} = 8,9l_{cu1}N_1s_110^{-3} = 8,9x0,679x41x83,67x10^{-3} = 20,7 \text{ kg}$$

O peso do cobre do enrolamento de baixa tensão é:

$$P_{cu2} = 8,9l_{cu2}N_2s_210^{-3} = 8,9x0,704x2708x1,27x10^{-3} = 21,5 \text{ kg}$$

O cálculo das resistências ôhmicas das bobinas a 75° C:

$$r_1 = \frac{\rho l_{cu1}N_1}{s_1} = \frac{0,0216x0,679x41}{83,67} = 0,0071 \text{ ohms}$$

$$r_2 = \frac{\rho l_{cu2}N_2}{s_2} = \frac{0,0216x0,704x2708}{1,27} = 32 \text{ ohms}$$

As indutâncias dos enrolamentos são dadas por:

$$L_1 = \frac{0,4N_1^2}{b} \left(\frac{d}{2} l_{cum} + \frac{a_1}{3} l_{cu1} \right) 10^{-8} = \frac{0,4x41^2}{32,8} \left(\frac{0,34}{2} 6,91 + \frac{3,11}{3} 6,79 \right) 10^{-8}$$

$$L_1 = 1,68x10^{-6} \text{ henry}$$

$$L_2 = \frac{0,4N_2^2}{b} \left(\frac{d}{2} l_{cum} + \frac{a_2}{3} l_{cu2} \right) 10^{-8} = \frac{0,4x2708^2}{32,8} \left(\frac{0,34}{2} 6,91 + \frac{1,24}{3} 7,04 \right) 10^{-8}$$

$$L_2 = 3,63x10^{-3} \text{ henry}$$

Onde:

- a_1 - Espessura da bobina BT (cm)
- a_2 - Espessura da bobina AT (cm)
- d - Espessura do isolante entre as bobinas (cm)
- l_{cu1} - Comprimento médio da bobina BT (cm)
- l_{cu2} - Comprimento médio da bobina AT (cm)