

**POLLYANA FERNANDES BENTO**

**MODELO DINÂMICO E TERMODINÂMICO PARA  
MOTOR LINEAR DE PISTÃO LIVRE**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**2019**

**POLLYANA FERNANDES BENTO**

**MODELO DINÂMICO E TERMODINÂMICO PARA  
MOTOR LINEAR DE PISTÃO LIVRE**

**Dissertação** apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Transferência de Calor e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. Solidônio R. de Carvalho

Co-orientador: Prof. Dr. Marcelo Braga dos Santos

**UBERLÂNDIA - MG  
2019**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

BB478m Bento, Pollyana Fernandes, 1993-  
2019 Modelo dinâmico e termodinâmico para motor linear de pistão livre  
[recurso eletrônico] / Pollyana Fernandes Bento. - 2019.

Orientador: Solidônio Rodrigues de Carvalho.

Coorientador: Marcelo Braga dos Santos.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2019.339>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia mecânica. 2. Gerador a motor de pistão livre. 3.  
Gerador a motor de pistão livre - Modelos matemáticos. I. Carvalho,  
Solidônio Rodrigues de, 1978-, (Orient.). II. Santos, Marcelo Braga dos,  
1974-, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

---

CDU: 621

Maria Salete de Freitas Pinheiro - CRB6/1262

Aos meus pais, Tânia e Sidilaine, que me deram a vida e pelo amor incondicional.  
À minha amada irmã pelo apoio e suporte.

*Se vi mais longe foi por estar de pé  
sobre ombros de gigantes. -Isaac  
Newton*

## AGRADECIMENTO

Nunca realizamos um trabalho solitário, pois sempre somos auxiliados, seja com ideias, com compreensão, com conselhos sinceros ou com o silêncio caridoso. Por isso agradeço:

Aos meus pais, Tânia e Sidilaine, por todo o ensinamento que me trouxe até aqui. Pelo amor, apoio, suporte e carinho para que mais essa fase fosse completada. A minha irmã Estefânia por me ajudar e aconselhar nos momentos difíceis.

Ao meu orientador Prof. Dr. Solidônio Rodrigues de Carvalho, pela oportunidade de desenvolver pesquisa no LTCM, pela orientação, paciência e por todo apoio e auxílio prestado.

Ao co-orientador, Prof. Dr. Marcelo Braga dos Santos, pela contribuição e dedicação prestados ao longo do trabalho.

Ao meu amigo Roger pela paciência, compreensão e empenho em me ajudar e auxiliar na conclusão deste estudo.

À minha amiga Carol pela sua amizade e por ser solidária, generosa, compreensiva e por me proporcionar condições para o término deste trabalho.

À minha psicóloga Karla, por ter me dado todo o suporte, por me ajudar a acreditar em mim mesma e por não ter medido esforços para que eu fosse capaz de atingir a conclusão deste trabalho.

Aos meus amigos e colegas o meu muito obrigada, pelas incontáveis explicações, ajuda, companheirismo e incentivo.

Agradeço a todos os professores que tive desde o ciclo básico até hoje, pelos ensinamentos e por contribuírem para o meu crescimento profissional e pessoal.

À UFU e a Faculdade de Engenharia Mecânica por possibilitarem a minha formação.

Aos órgãos de fomento CAPES, CNPq e FAPEMIG pelo apoio financeiro.

A cima de tudo agradeço a DEUS, que me deu força para enfrentar todas as dificuldades e desafios encontrados no decorrer deste trabalho, e que na sua infinita bondade abençoa todos os dias da minha vida e que me proporciona os melhores momentos.

## SUMÁRIO

CAPÍTULO I.....	17
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
CAPÍTULO II .....	20
<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>20</b>
2.1 Introdução .....	20
2.2 Histórico.....	21
2.3 Motor de pistão-livre .....	22
2.4 Dinâmica do pistão .....	23
2.5 Princípio de funcionamento do motor de pistão livre.....	23
2.6 Configurações do motor de pistão livre.....	24
2.6.1. Único pistão com uma única câmara de combustão.....	25
2.6.2. Pistão duplo com duas câmara de combustão .....	25
2.6.3. Pistão oposto.....	26
2.7 Frequência de operação .....	27
2.8 Partida do motor.....	28
2.9 Controle de ignição .....	28
2.10 Processo de combustão .....	28
2.10.1. Otimização da Combustão.....	29
2.10.2. Ignição por compressão de carga homogênea .....	29
2.10.3. Operação multi-combustível .....	30
2.11 Aplicação de cargas aos motores de pistão-livre.....	30
2.12 Gerador elétrico linear de pistão livre.....	32
2.13 Trabalhos da literatura envolvendo gerador elétrico linear de pistão livre.....	33
2.14 Aplicação comercial de motores de pistões livres em automóveis.....	36
2.14.1. General Motors .....	36
2.14.2. Volvo .....	37
2.14.3. Honda .....	37
2.14.4. Centro Aeroespacial Alemão.....	37
2.14.5. Toyota.....	39
CAPÍTULO III.....	40
<b>DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO</b>	



<b>E NUMÉRICO</b> .....	40
3.1. Introdução .....	40
3.2. Modelo Dinâmico .....	40
3.3. Modelo Termodinâmico .....	43
3.4. Processo de liberação de calor a volume constante .....	47
3.5. Aproximação linear da pressão nos cilindros .....	49
3.6. Equação de vibração forçada .....	51
3.7. Representação por espaço de estado .....	54
3.8. Modelo Numérico .....	54
3.9. Validação do modelo .....	56
3.10. Análise do modelo .....	60
<b>CAPÍTULO IV</b> .....	65
<b>DESENVOLVIMENTO DO MODELO POLITRÓPICO</b> .....	65
4.1. Introdução .....	65
4.2. Processo Politrópico .....	65
4.3. Modelo matemático com coeficiente politrópico variável .....	66
4.4. Modelo Numérico .....	69
4.5. Modelo não-linear politrópico .....	71
4.6. Comparação entre o modelo com coeficiente politrópico constante e variável .....	74
<b>CAPÍTULO V</b> .....	79
<b>ESTUDO PARAMÉTRICO</b> .....	79
<b>5.1. Introdução</b> .....	79
<b>5.2. Variação da pressão de admissão</b> .....	79
<b>5.3. Variação da eficiência de combustão</b> .....	82
<b>CAPÍTULO VI</b> .....	86
<b>CONCLUSÃO</b> .....	86
<b>CAPITULO VI</b> .....	91
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	91

## LISTA DA FIGURAS

<b>Figura 1. 1</b> - Comparação entre os motores: a) Motor alternativo convencional; b) Motor a pistão livre. ....	17
<b>Figura 1. 2</b> – Gerador a motor de pistão livre. Fonte: adaptado Xiao et al (2010). ....	18
<b>Figura 2. 1</b> - Características essenciais de um motor a pistão livre. Fonte: adaptado Aichlmayr (2002). ....	22
<b>Figura 2. 2</b> - Sequência de operação do motor de pistão livre. Fonte: adaptado Aichlmayr (2002). ....	24
<b>Figura 2. 3</b> - Motor de pistão único. Fonte: adaptado Raide et.al (2007). ....	25
<b>Figura 2. 4</b> - Motor de pistão duplo. Fonte: adaptado Raide et.,al (2007). ....	25
<b>Figura 2. 5</b> - Motor de pistão oposto com mecanismo de sincronização. Fonte: adaptado Raide et.al (2007). ....	26
<b>Figura 2. 6</b> - Características das cargas do motor de pistão livre. Fonte: adaptado Aichlmayr (2002). ....	31
<b>Figura 2. 7</b> - Ilustração do protótipo do gerador de motores de pistão livre desenvolvido na Universidade de Virgínia Ocidental. Fonte: adaptado Mikalsen e Roskilly (2007). ....	32
<b>Figura 2. 8</b> - O gerador linear de pistão livre (FKLG). Fonte: Braun,(2014). ....	38
<b>Figura 2. 9</b> - Protótipo do gerador linear de pistão livre (FKLG) –um novo tipo de extensor de alcance para veículos movidos a eletricidade. Fonte: Braun,2014. ....	38
<b>Figura 2. 10</b> - Protótipo do gerador linear de pistão livre desenvolvido pela Toyota (FPEG). Fonte: Hewitt, 2014. ....	39
<b>Figura 3. 1</b> - Diagrama de corpo livre do FPEG. ....	41
<b>Figura 3. 2</b> - Características geométricas do FPEG. ....	41
<b>Figura 3. 3</b> - Sistema de vibração forçada. ....	42
<b>Figura 3. 4</b> - Sistema de vibração forçada. ....	44
<b>Figura 3. 5</b> - Ciclo de operação do FPEG. ....	45
<b>Figura 3. 6</b> - Onda retangular e primeiro modo de sua série de Fourier. Aptado Jia. et al., 2016. ....	51
<b>Figura 3. 7</b> - Parâmetros geométricos do FPEG. ....	55
<b>Figura 3. 8</b> - Fluxograma do modelo numérico implementado. ....	56
<b>Figura 3. 9</b> - Frequência natural característica do FPEG. ....	57
<b>Figura 3. 10</b> - Comparação entre o presente trabalho ( $f = 20$ Hz) e dados de Jia et al. (2016), ( $f = 20$ Hz). ....	58
<b>Figura 3. 11</b> - Variação da velocidade pelo: a) Deslocamento; b) Tempo. ....	59
<b>Figura 3. 12</b> - Variação da força resultante pelo: a) Deslocamento; b) Tempo. ....	59
<b>Figura 3. 13</b> - Variação do volume em cada cilindro pelo deslocamento. ....	62
<b>Figura 3. 14</b> - Potência mecânica e elétrica do FPEG. a) Potência mecânica. b) Potência elétrica. ....	63
<b>Figura 3. 15</b> - Variação da: a) Temperatura; b) Pressão; c) Força; d) Volume pelo tempo. ....	64
<b>Figura 4. 1</b> - Deslocamento do pistão. ....	67
<b>Figura 4. 2</b> - Ciclo de funcionamento ideal da FPEG. ....	68
<b>Figura 4. 3</b> - Fluxograma do algoritmo. ....	70

<b>Figura 4. 4</b> - Variação do coeficiente politrópico. ....	71
<b>Figura 4. 5</b> - Variação: a) Pressão vs. Tempo; b) Temperatura vs. Tempo; c) Volume vs. Tempo; d) Força vs. Tempo. ....	72
<b>Figura 4. 6</b> - Variação da: a) Força vs. Deslocamento; b) Pressão vs. Deslocamento. ....	73
<b>Figura 4. 7</b> - Elevação da: a) Força; b) Pressão na extremidade do deslocamento ..... 74	74
<b>Figura 4. 8</b> - Variação do: a) Deslocamento do pistão vs. Tempo; b) Velocidade vs. Tempo. ....	75
<b>Figura 4. 9</b> - Comparação dos ciclo médio a) Pressão vs. Deslocamento; b) Temperatura vs. Deslocamento. ....	76
<b>Figura 4. 10</b> - Velocidade vs. Deslocamento. ....	76
<b>Figura 4. 11</b> – Representação a) Força vs. Tempo; b) Energia do FPEG. ....	77
<b>Figura 4. 12</b> - Potência: a) Elétrica; b) Mecânica. ....	77
<b>Figura 5. 1</b> - Influência da pressão: a) Massa de combustível; b) Calor liberado; c) Eficiência de conversão; d) Rendimento; e) Frequência natural. ....	80
<b>Figura 5. 2</b> - Eficiência Termoelétrica em função: a) $P_0$ e $\alpha$ ; b) $P_0$ e $fc$ . ....	81
<b>Figura 5. 3</b> - Eficiência termoelétrica para cada eficiência de combustão: a) $\eta=0.4$ ; b) $\eta=0.5$ ; c) $\eta=0.6$ ; d) $\eta=0.7$ ; e) $\eta=0.8$ ; f) $\eta=0.9$ . ....	83
<b>Figura 5. 4</b> - Velocidade vs. Deslocamento. ....	84
<b>Figura 5. 5</b> - Variação: a) Pressão Máxima do Cilindro Direito vs. Eficiência de Combustão.; b) Pressão Máxima do Cilindro Esquerdo vs. Eficiência de Combustão; c) Deslocamento máximo vs. Eficiência de Combustão. ....	85

## LISTA DA TABELAS

<b>Tabela 3. 1</b> - Analogia entre um amortecedor de mola em massa e um sistema FPEG. Adaptado Jia et al. 2016.....	43
<b>Tabela 3. 2</b> - Parâmetros do protótipo apresentado por Jia et al. (2016).....	55
<b>Tabela 3. 3</b> - Parâmetros assumidos no primeiro protótipo.....	56
<b>Tabela 4. 1</b> - - Coeficiente politrópico. ....	65
<b>Tabela 4. 2</b> - Parâmetros de simulação.....	71
<b>Tabela 4. 3</b> - Comparação de desempenho dos modelos com coeficiente politrópicos: .....	75
<b>Tabela 5. 1</b> – Melhor desempenho para cada eficiência de combustão. ....	84

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Latinas

$A$	Matriz de Massa	
$A_B$	Área da superfície do cilindro	$[m^2]$
ABB	Asea Brown Boveri	
$AFR$	Relação estequiométrica ar/combustível	
$B$	Matriz das propriedades mecânicas	
$c$	Coefficiente de amortecimento	
$c_{crit}$	Amortecimento crítico	
$C_{mag}$	Amortecimento elétrico	
$C_{mec}$	Amortecimento mecânico	
CR	Taxa de compressão	
$C_v$	Calor específico a volume constante	$[J/kgK]$
$D$	Diâmetro	$[m]$
DLR	<i>Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt</i>	
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>	
$f$	Frequência	$[Hz]$
$f_c$	Fator de proporcionalidade	
$f_{cor}$	Fator de correção	
$f_e$	Força no cilindro esquerdo	
$f_d$	Força no cilindro direito	
$F$	Força resultante	$[N]$
$F_0$	Força resultante	
$F_d$	Força no cilindro direito	$[N]$
$F_e$	Força no cilindro esquerdo	$[N]$
$F_f$	Força de atrito	$[N]$
$F_{mag}$	Força magnética do gerador linear	$[N]$
FKLG	<i>Freikolbenlineargenerator</i>	
FPEC	<i>Free Piston Energy Converter</i>	
FPEG	<i>Free-Piston Engine Generator</i>	

GM	General Motors	
HCCI	Ignição por Compressão de Carga Homogênea	
ICE	Motor de combustão interna	
$k$	Constante elástica da mola	
$K_t$	Fator proporcional do ar de admissão	
KTH	Instituto Real de Tecnologia	
$L_c$	Comprimento de folga	[m]
$L_s$	Comprimento da posição de equilíbrio do pistão	[m]
$m$	Massa	[kg]
$m_{ar0}$	Massa de ar inicial	[kg]
$m_{ar}$	Massa de ar parcial	[kg]
$m_{comb}$	Massa de combustível	[kg]
$n$	Ordem do sistema	
$NO_x$	Óxidos de nitrogênio	
Open FOAM	<i>Open Field Operation and Manipulation</i>	
$P_0$	Pressão no cilindro na posição de equilíbrio	[kPa]
$P_d$	Pressão do cilindro direito	[kPa]
$P_e$	Pressão do cilindro esquerdo	[kPa]
$p_{comb}$	Pressão devido à liberação de calor	[kPa]
PMI	Ponto Motor Inferior	
PMS	Ponto Motor Superior	
$p_{vol}$	Pressão do cilindro devido a mudança de volume	[kPa]
$Q_{in}$	Calor liberado do processo de combustão	[J]
$Q_{LHV}$	Poder calorífico inferior	[J/kg]
$R$	Constante Universal dos gases	$\left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$
SIGMA	<i>Société Industrielle Générale de Mécanique Appliquée</i>	
SNL	<i>Sandia National Laboratories</i>	
$t$	Tempo	[s]
$T_0$	Temperatura inicial	[K]
$V$	Volume do cilindro	[m <sup>3</sup> ]
$V_0$	Volume do cilindro na posição de equilíbrio	[m <sup>3</sup> ]
$V_c$	Volume de folga	[m <sup>3</sup> ]

$V_e$	Volume no cilindro esquerdo	$[m^3]$
$V_d$	Volume no cilindro direito	$[m^3]$
$x$	Deslocamento	$[m]$
$\dot{x}$	Velocidade	$[m/s]$
$\ddot{x}$	Aceleração	$[m/s^2]$
$z$	Variável de estado	
$W$	Trabalho	$[J]$
WVU	<i>West Virginia University</i>	

### Letras Gregas

$\sigma$	Função unitária	
$\gamma$	Coefficiente politrópico	
$\eta$	Eficiência de combustão	
$\Delta p_{cm}$	Aumento de pressão durante o processo de liberação de calor	$[kPa]$
$\omega$	Frequência natural angular	$[Hz]$
$\omega_n$	Frequência natural angular	$[Hz]$
$\Delta U$	Varição da energia interna	$[J]$
$\Delta T$	Varição da temperatura	$[k]$

BENTO, F.P. **Modelo Dinâmico e Termodinâmico para Motor Linear de Pistão Livre**. 2019. 94 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil.

## RESUMO

Tema de diversas pesquisas acadêmicas e algumas aplicações na indústria, às máquinas lineares apresentam grande potencial para substituir motores convencionais de combustão interna. A possibilidade da minimização da perda de energia e maximização da potência torna o estudo dessas máquinas de suma importância, para um aproveitamento energético eficiente e viável. O gerador a motor de pistão livre (FPEG- Free-Piston Engine Generator) é considerado uma alternativa de mecanismo não convencional de geração de energia elétrica, sendo a combinação direta de um motor de pistão livre com o um gerador linear. O objetivo desse trabalho é implementar e desenvolver um modelo matemático e numérico de um gerador linear de pistão livre. A modelagem consistiu no desenvolvimento de um modelo termodinâmico, que obtém a pressão no interior da câmara de combustão, e um modelo dinâmico de um sistema de massa de mola, que define a pressão no interior da câmara de combustão como a força de excitação. O acoplamento de ambos os modelos permitiu o estudo e simulação do ciclo térmico, bem como a análise dos seguintes parâmetros: parâmetros geométricos do motor, pressão, cargas, forças e montagem massa / mola. Os resultados obtidos foram satisfatórios quando comparados aos dados obtidos na literatura científica.

---

**Palavras chave:** motor a pistão livre, gerador a motor a pistão livre, modelagem numérica.



BENTO, F.P. **Dynamic and Thermodynamic Model for Free Piston Linear Engine**. 2019. 94f. Masters dissertation, Federal University of Uberlandia, Uberlandia, Brazil.

### ABSTRACT

Subject of several academic research and some applications in the industry, linear machines have great potential to replace conventional internal combustion engines. Such machines make it possible to minimize losses and maximize power, therefore, the study of these machines is of paramount importance for efficient and feasible energy utilization. The direct combination of a free piston engine with a linear generator is called free-piston engine generator (FPEG). It is considered an alternative non-conventional electric power generator. This work aims to develop a mathematical and numerical model of a linear free-piston generator. The modeling consisted of the development of a thermodynamic model, which gives the pressure inside the combustion chamber, and a dynamic model of a spring mass system, which defines the force due to the pressure inside the combustion chamber as excitation. The coupling of both models allowed the study and simulation of the thermal cycle, as well as the analysis of the following parameters: geometric parameters of the engine, pressure, loads, forces and mass / spring assembly. The results obtained were satisfactory when compared to data obtained in the scientific literature.

---

**Keywords:** *free piston engine, free-piston engine generator, numerical modeling.*

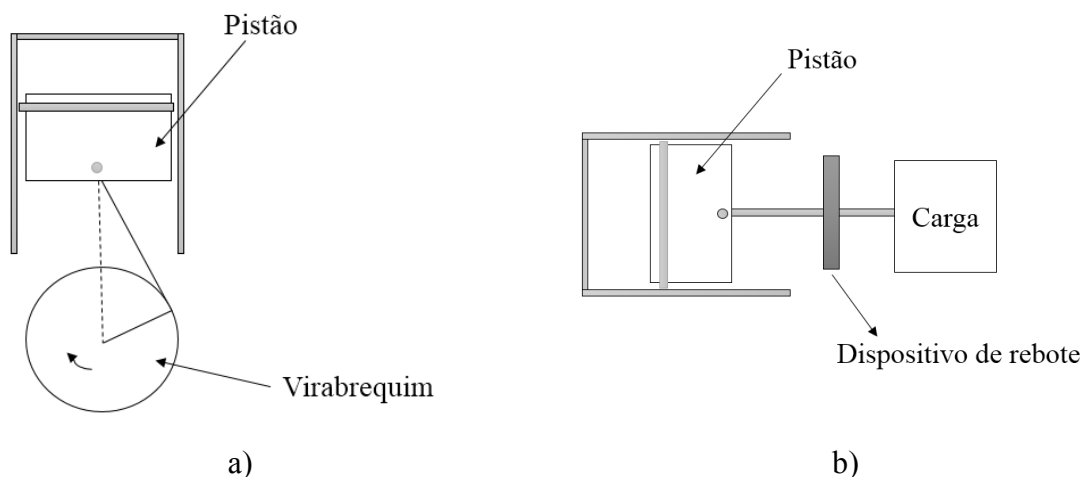
# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Desde a invenção e comercialização dos motores de combustão interna, diversas configurações de motores alternativos foram propostas com o objetivo de melhorar a eficiência de combustão e reduzir as emissões de gases de escape. Para resolver e superar tais problemas, vários novos conceitos de dispositivos de conversão de energia e métodos de combustão foram investigados.

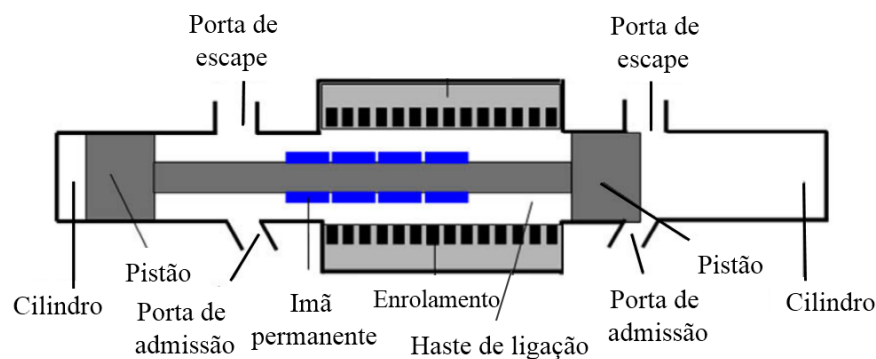
Entre estes dispositivos, encontra-se o gerador a motor de pistão livre (FPEG- *Free-Piston Engine Generator*). O FPEG é um dispositivo de conversão de energia, composto pela combinação direta de um motor linear de pistão livre e um gerador elétrico linear.

O termo pistão livre é comumente utilizado para distinguir o motor linear de um motor de virabrequim rotativo. O pistão é considerado "livre", pois seu movimento não é restringido pela posição do virabrequim, mas é determinado apenas pela interação entre as forças atuantes no volume de controle. A Fig. 1.1 demonstra a comparação entre o motor alternativo convencional e o moto linear.



**Figura 1. 1** - Comparação entre os motores: a)Motor alternativo convencional; b)Motor a pistão livre.

A configuração do FPEG consiste em duas câmaras de combustão, localizadas em extremidades opostas do motor e interligadas por uma haste, conforme representado na Fig.1.2. A combustão ocorrerá dentro de cada câmara, alternativamente, empurrando o pistão para trás e para frente. Nesta haste é acoplado o gerador linear de energia elétrica, que com o movimento linear da haste converte a energia mecânica em energia elétrica.



**Figura 1. 2** – Gerador a motor de pistão livre. Fonte: adaptado Xiao et al (2010).

O FPEG apresenta muitas vantagens potenciais, isto é, componentes reduzidos, alta eficiência de conversão de energia, alta densidade de potência e resposta transitória rápida. Segundo Xiao et al. (2010), diversas pesquisas sobre a utilização e construção do FPEG vêm sendo abordadas. A maioria dos pesquisadores tende a adaptar modelos ideais e simplificados de motores convencionais para simular o gerador linear de pistão-livre.

Um dos principais impulsionadores desses esforços de pesquisa é, sem dúvida, o potencial dos motores de pistão livre para fornecer um gerador de energia elétrica compacto e eficiente para veículos elétricos híbridos. (Hanipah et al., 2015).

O gerador a motor de pistão livre herda a capacidade de taxa de compressão variável com menos modificações em comparação com o motor de virabrequim convencional, portanto, é adequado para operação com vários combustíveis (Rinderknecht, 2013).

Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo descrever a operação dinâmica de um FPEG de pistão duplo, com o intuito de obter uma compreensão das características operacionais do motor.

Para tanto, pretende-se implementar e validar um modelo dinâmico e térmico que descreva as características de movimento e a liberação de calor. O modelo então será linearizado de forma que o sistema seja representado por uma equação de vibração forçada com

amortecimento viscoso. Além disso, as aproximações da constante elástica da mola e da frequência natural podem ser obtidas. Com base na equação dinâmica de vibração forçada, a solução para o deslocamento e velocidade podem ser calculadas para o sistema. A validação do modelo implementado ao longo do presente de trabalho será realizada usando dados disponíveis na literatura científica.

Inicialmente, o sistema será simulado como um modelo isentrópico e adiabático. Posteriormente, o modelo será alterado para um sistema com ciclo politrópico, com o intuito de garantir uma aproximação real do funcionamento do motor. Desta forma, será feita a comparação entre ambos os ciclos.

As características geométricas do FPEG, serão definidas e mantidas constantes durante todo o trabalho. Adicionalmente, o modelo possibilita a simulação de parâmetros como: a pressão de admissão, a carga do gerador elétrico, a força resultante e o ciclo térmico. Assim, sob esses parâmetros térmicos e geométricos, o melhor desempenho para esta configuração de máquina será obtido.

Para alcançar os objetivos propostos, apresenta-se no Capítulo II uma revisão contemplando os seguintes assuntos: histórico dos motores de pistão livre, a dinâmica e as características do motor de pistão livre e por fim o gerador elétrico de pistão livre. Apresenta-se ainda no Capítulo II conceitos e trabalhos científicos relacionados ao tema.

No Capítulo III, será implementado e validado o modelo matemático/numérico proposto por Jia et al. (2016).

O capítulo IV traz a alteração do modelo linear isentrópico para o modelo politrópico. O resultados de ambos os modelos são apresentados e o comparativo entre os dois ciclos é retratado.

Apresenta-se no Capítulo V um estudo dos efeitos da carga, da posição de ignição e da pressão de admissão no desempenho do FPEG.

As principais conclusões e propostas de trabalhos futuros são definidas no Capítulo VI.

# CAPÍTULO II

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Introdução

Fatores como as mudanças climáticas, a escassez de combustíveis fósseis e o aperfeiçoamento da legislação ambiental conduziram a um crescente interesse e busca por fontes de energia renováveis e mecanismos não convencionais, tanto no meio acadêmico quanto industrial (Li et al. 2010).

O gerador a motor de pistão livre (FPEG- *Free-Piston Engine Generator*) é considerado uma alternativa de mecanismo não convencional de geração de energia elétrica, sendo a combinação direta de um motor de pistão livre com um gerador linear (Li et al. 2008).

Os motores de pistão livre, após terem sido abandonados em meados dos anos 60, vêm ganhando novamente destaque como uma alternativa aos motores convencionais. Os principais problemas encontrados neste tipo de máquina eram o controle do pistão, como a velocidade e o deslocamento, e a garantia que o processo de combustão ocorresse de forma alternada sem falhas. Com o avanço da tecnologia, principalmente na área de controle, tais problemas que não tinham solução há 50 anos vem sendo resolvidos.

De acordo com Li et al. (2010), uma das características principais desse tipo de motor é a comunicação direta entre o pistão e o gerador elétrico, ou seja, não há componentes mecânicos ou rotativos interligando as partes do motor. Trata-se de um novo conceito de motor de combustão interna, mais leve e eficiente.

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo matemático e numérico de um gerador linear de pistão livre. A dissertação irá tratar basicamente do desenvolvido de modelos termodinâmicos e dinâmicos. O acoplamento de ambos possibilitará a simulação de parâmetros como pressão, ciclo térmico, cargas e forças

Para um melhor entendimento sobre gerador de motor de pistão livre, apresenta-se na sequência uma revisão bibliográfica relacionada ao motor de pistão livre.

## 2.2 Histórico

Originalmente proposto por Pescara (1928), os motores de pistão livre desenvolveram-se rapidamente entre 1930 e 1960. Neste período, outros empreendedores, como os Junkers na Alemanha, também trabalharam em máquinas de pistão livre. Posteriormente, diversas patentes foram propostas. A estrutura simples e com baixa fricção tornaram o motor de pistão livre atrativo. As aplicações mais frequentes foram em compressores e geradores de gás.

Segundo Mikalsen e Roskilly (2007), a patente original de Pescara descreveu um compressor de ar de ignição por faísca de pistão único, porém a patente procurou proteger um grande número de aplicações que utilizasse o princípio de pistão livre.

Os compressores de ar a pistão livre desenvolvidos pela empresa Junkers foram usados pela marinha alemã durante a Segunda Guerra Mundial, fornecendo ar comprimido para o lançamento de torpedos (Mikalsen e Roskilly,2008a).

Na década de 1940, os motores de pistão livre foram utilizados como geradores de gás. Os geradores de gás livre (ou gaseificadores) são motores de pistão livre que alimentam gás quente para uma turbina elétrica. Esse conceito foi empregado em usinas marítimas e estacionárias, sendo o modelo mais bem sucedido desenvolvido pela *Société Industrielle Générale de Mécanique Appliquée* (SIGMA) na França (Mikalsen e Roskilly,2008a).

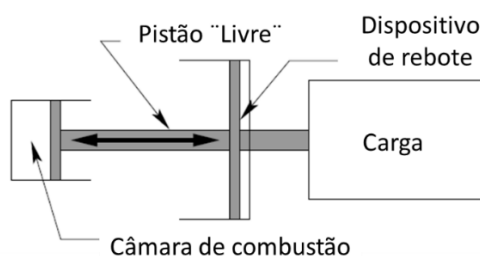
A aplicação de motores de pistão livre na indústria automotiva foi promovido no período de 1952 a 1961. Tanto a General Motors quanto a Ford desenvolveram protótipos de veículos com geradores de gás a pistão livre de pequena escala como motores principais, mas nenhum deles ultrapassou o estágio do protótipo (Mikalsen e Roskilly,2008a).

Segundo Xiao et al. (2010), o emprego de máquinas de pistão livre foi gradualmente abandonado na década de 1960, devido à maturidade dos motores convencionais baseado nos ciclos Otto e Diesel. No entanto, mesmo após serem abandonados por 50 anos, vários grupos de pesquisadores retomaram o interesse por tais máquinas sob a forma de pistão livre hidráulico e gerador linear de pistão livre.

### 2.3 Motor de pistão-livre

De acordo com Mikalsen et al. (2010), o motor a pistão livre é um motor de combustão linear, no qual o pistão é acoplado diretamente a um dispositivo de carga e o seu movimento não é restrito cinematicamente, como nos motores convencionais, mas o pistão é livre para mover-se apenas pela interação das forças atuantes sobre ele.

Embora os motores de pistão livre possam assumir diversas configurações, conforme Aichlmayr (2002), todos eles apresentam os seguintes componentes: câmara de combustão, dispositivo de rebote/ressalto (dispositivo de armazenamento de energia) e carga (dispositivo absorvente de energia). A Figura 2.1 ilustra os componentes fundamentais deste motor.



**Figura 2. 1-** Características essenciais de um motor a pistão livre. Fonte: adaptado Aichlmayr (2002).

Na câmara de combustão ocorre a queima do combustível injetado no sistema, sendo a fonte de energia do motor. Técnicas convencionais de combustão, como ignição por faísca ou combustão por compressão, têm sido utilizadas, porém, ultimamente tem havido um crescente interesse em utilizar a Ignição por Compressão de Carga Homogênea (HCCI) devido às propriedades específicas do motor de pistão livre (Hasson ,2006).

O dispositivo de ressalto, também denominado dispositivo de rebote, é responsável por armazenar parte da energia produzida durante o processo de expansão. Essa energia é utilizada para inverter a direção de movimento do pistão. Assim, fornecendo a força necessária para a compressão dos gases para o próximo processo de combustão.

A maior parcela da energia produzida pelo processo de combustão é aproveitada pela carga do sistema, que utiliza a energia cinética em algum trabalho útil como, por exemplo, em um compressor de ar, em uma bomba hidráulica ou em um gerador de energia elétrica. Desta forma, conforme apresentado por Hasson (2006), a parcela de energia que sobra após perdas, devido ao atrito e ao dispositivo de rebote, é absorvida pela carga.

De acordo com Mikalsen et al. (2010), uma das principais vantagens da utilização desses motores é a compressão variável, que permite otimizar o processo de combustão, possibilitando, assim, a utilização de diferentes combustíveis. Além disso, outras características importantes do motor a pistão livre incluem o comprimento de curso variável, a necessidade de controle ativo do movimento do pistão, as possíveis reduções nas perdas de fricção, a simplicidade mecânica e a flexibilidade operacional.

## **2.4 Dinâmica do pistão**

As principais diferenças entre os motores convencionais e o motor a pistão livre derivam do controle do movimento do pistão e do armazenamento de energia.

Os motores convencionais possuem um conjunto de manivelas, composto pela biela e pelo virabrequim, os quais garantem o controle e conversão do movimento linear do pistão em rotação. Enquanto que nos motores de pistão livre, conforme apresentado por Mikalsen e Roskilly (2007), o movimento do motor em qualquer ponto do ciclo é determinado pela soma das forças que atuam sobre ele. Uma vez que não há restrições cinemática no motor, biela e virabrequim, o deslocamento do pistão é totalmente dependente do processo de combustão que ocorre de forma alternada em cada cilindro.

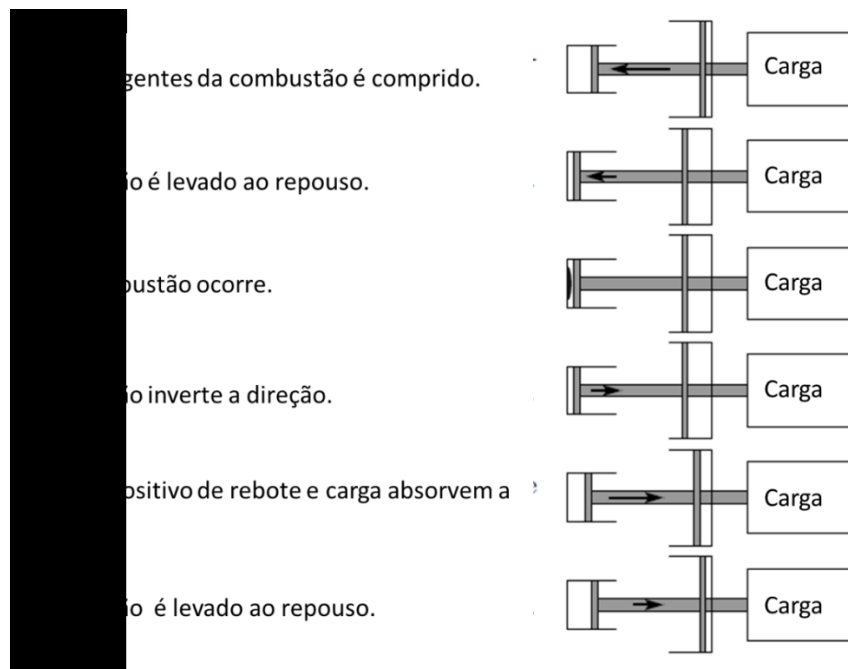
Portanto, a interação dessas forças deve ser organizada de forma a garantir o melhor desempenho do motor em diferentes tipos de operação. Atualmente, um dos maiores desafios para o desenvolvimento de motores de pistão livre encontra-se no sistema de controle exato do movimento do pistão em conjunto com a carga do sistema (Mikalsen et al. 2010).

## **2.5 Princípio de funcionamento do motor de pistão livre**

Em seu trabalho Aichlmayr (2002) descreveu a operação do motor a pistão livre conforme as transferências de energia ocorrem durante seu funcionamento. Assim, de acordo com a Fig. 2.2, supõem-se que o movimento inicial do pistão seja da direita para a esquerda, comprimindo a mistura de gases, portanto, a energia é transferida do pistão para o fluido Fig. 2.2 (a). A transferência de energia é completa quando o pistão atinge o ponto morto superior e sua velocidade é zero Fig. 2.2 (b). Com o processo de combustão, energia é adicionada ao



volume de controle Fig. 2.2 (c). A energia térmica proveniente da combustão é convertida em energia cinética. Desse modo o pistão se move da esquerda para a direita Fig. 3.4 (d). Durante o processo de expansão, considera-se que uma parte da energia é absorvida pela carga e o restante é absorvido pelo dispositivo de rebote, a dissipação de energia por atrito e calor são negligenciados Fig. 2.2 (e). No ponto morto inferior o pistão atinge a velocidade zero. Assim a transferência de energia está completa Fig. 2.2 (f). Posteriormente, a energia armazenada no dispositivo de rebote é devolvida ao pistão, desta forma o pistão é acelerado para esquerda e o ciclo se repete.



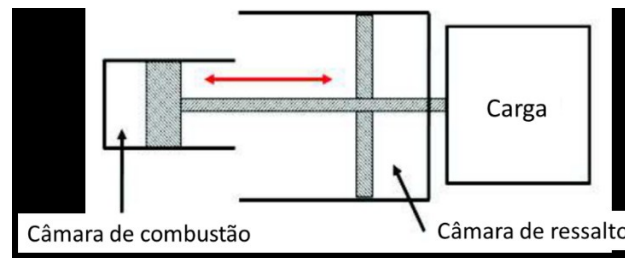
**Figura 2. 2** - Sequência de operação do motor de pistão livre. Fonte: adaptado Aichlmayr (2002).

## 2.6 Configurações do motor de pistão livre

Conforme apresentado por Mikalsen e Roskilly (2007), os motores a pistão livre são divididos em três categorias de acordo com a configuração pistão/cilindro: pistão simples, pistões duplos e pistão oposto. Abaixo segue-se uma descrição das diferentes categorias de motores a pistão livre.

### 2.6.1. Único pistão com uma única câmara de combustão

Segundo Mikalsen e Roskilly (2007), o motor a pistão único consiste essencialmente em três partes: um cilindro de combustão, um dispositivo de carga e um dispositivo de ressalto para armazenar a energia necessária para comprimir a próxima carga do cilindro, como mostrado na Fig. 2.3.



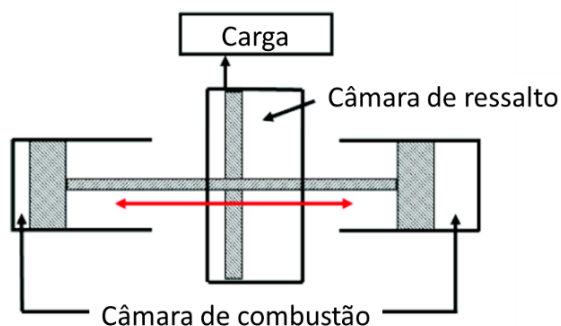
**Figura 2. 3** - Motor de pistão único. Fonte: adaptado Raide et..al (2007).

Em alguns motores um cilindro hidráulico é utilizado como dispositivo de carga e ressalto, enquanto que em outros projetos, o dispositivo de ressalto e carga são separados, como por exemplo, um gerador elétrico e uma câmara de rejeição de gás (Mikalsen e Roskilly, 2007).

A característica mais favorável desse modelo é possuir alta capacidade de controle em comparação às demais categorias de motores de pistão livre, além disso, são simples e possuem câmaras de combustão que são de fácil resfriamento. Outra vantagem é que o dispositivo de rebote pode permitir controlar e regular a taxa de compressão e o comprimento do curso, entretanto, essa configuração não é intrinsecamente balanceada.

### 2.6.2. Pistão duplo com duas câmara de combustão

A segunda configuração é conhecida como pistão duplo ou câmara de combustão dupla, como mostrado na Fig. 2.4.



**Figura 2. 4** - Motor de pistão duplo. Fonte: adaptado Raide et.,al (2007).

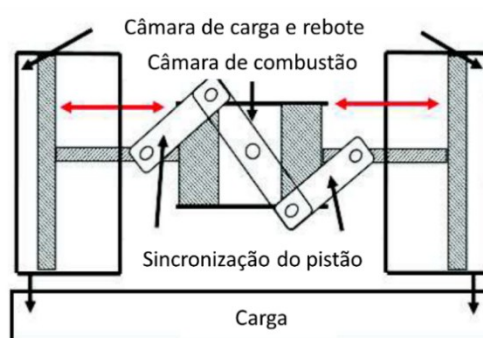
Nesse motor não é utilizado um dispositivo de rebote, uma vez que a força de rebote advém da expansão dos gases de uma das câmaras de combustão, que proporciona o trabalho necessário para produzir o processo de compressão no outro cilindro. Assim, permitindo um dispositivo simples, compacto e com maior relação potência/peso.

Um dos problemas encontrados nesse tipo de configuração é o controle do movimento do pistão, em comprimento e a taxa de compressão. Devido ao processo de combustão em um cilindro que proporciona a compressão no outro, uma vez que pequenas variações na combustão gera forte influência na próxima compressão (Mikalsen e Roskilly, 2007).

A categoria de pistão duplo é foco de grande parte das pesquisas recentes da tecnologia de motores de pistão livre. Vários projetos de pistão duplo foram propostos e alguns protótipos surgiram, ambos com saída de energia hidráulica e elétrica.

### 2.6.3. Pistão oposto

A configuração deste tipo de motor consiste em duas unidades simples de pistão e uma câmara de combustão em comum. Cada pistão requer um dispositivo de rebote e o mecanismo de carga pode ser acoplado a um ou a ambos os pistões. A Fig. 2.5 mostra um motor a pistão oposto acoplado a um dispositivo de sincronização mecânica (Mikalsen e Roskilly, 2007).



**Figura 2. 5** - Motor de pistão oposto com mecanismo de sincronização. Fonte: adaptado Raide et.al (2007).

Segundo Mikalsen e Roskilly (2007), os primeiros motores a pistão livre (1930 - 1960) empregaram essencialmente o princípio do pistão oposto, para assegurar um movimento simétrico, os dois pistões são ligados mecanicamente. Essa configuração serve como base para vários sistemas de compressores de ar e mais tarde para os geradores de gás em plantas de grandes escalas.

A principal vantagem dessa configuração consiste em seu projeto equilibrado e com menos vibração, quando se utiliza pistões de massas idênticas. A posição da câmara de combustão reduz a perda de calor, o que permite a eliminação unidirecional dos gases de escape, proporcionando, assim, alta eficiência na eliminação. Porém, o carregamento térmico é comparativamente grande e o resfriamento líquido é essencial (Mikalsen e Roskilly, 2007).

Segundo Aichlmayr (2002), a limitação mais importante está na necessidade da sincronização dos pistões, que pode ser feita por meio de uma ligação mecânica ou contração semelhante, assim, assegurando que as câmaras de escape sejam abertas no momento e sequência apropriado. Outra desvantagem é a necessidade de um conjunto duplo de componentes principais o que torna o motor mais robusto e complicado.

## **2.7 Frequência de operação**

Conforme apresentado por Jia et al. (2015), o comportamento dinâmico do motor de pistão livre, que possua câmara de rebote preenchida a gás, pode ser representado por um sistema massa-mola. Considera-se que a pressão exercida pelo gás na câmara de rebote (cilindro) tenha comportamento semelhante a uma mola, dessa forma a pressão representa a constante elástica da mola.

Desta forma, um análogo mecânico do sistema massa - mola pode ser usada para interpretar o comportamento dos motores de pistão livre. Por exemplo, um pistão livre oscila em uma "frequência natural" que está relacionada à "rigidez" das molas. Portanto, quando a carga e a intensidade do processo de combustão aumentam, essas molas se tornam "mais rígidas" e a velocidade de operação tende a aumentar. Por outro lado, a frequência de oscilação diminui com a carga leve. Assim, a frequência de oscilação do sistema depende da massa do pistão, do processo de combustão e da carga. Além disso, assume-se que a massa do pistão é fixa, então a velocidade do pistão e as localizações dos pontos mortos dependem exclusivamente do processo de combustão e da carga (Aichlmayr, 2002).

Tal como acontece com todos os dispositivos de conversão de energia cíclica, uma frequência de funcionamento mais elevada conduz a uma densidade de potência mais elevada, desde que a frequência aumentada não tenha um efeito prejudicial em outros aspectos do funcionamento do motor (Carter e Wenchner, 2003).

## **2.8 Partida do motor**

Os motores convencionais iniciam seu funcionamento por meio de estímulos externos capazes de produzir uma rotação mais alta que a rotação mínima de funcionamento do motor. Essa rotação, quando atingida ou superada, permite que o motor funcione por si só. Entretanto, o motor de pistão livre não pode ser acionado ao longo de várias revoluções, como os motores convencionais. Assim, outros métodos de partida devem ser implementados.

Dois métodos distintos podem ser utilizados para inicializar o motor a pistão livre. No primeiro método, energia é cedida ao pistão de forma a impulsioná-lo até que ele atinja o ponto morto superior, o segundo método concentra-se em alternar o movimentando do pistão, para frente e para trás, até que ele alcance uma compressão suficiente. Este último pode ser conseguido se o dispositivo de carga puder ser executado como motor elétrico, por exemplo, com uma máquina elétrica ou um cilindro hidráulico. Se a estratégia de impulso for usada, é crucial que o motor dê partida no primeiro curso e que o sistema de controle do motor seja capaz de manter o motor funcionando depois disso (Mikalsen e Roskilly, 2007).

## **2.9 Controle de ignição**

Nos motores de pistão livre não há dispositivo de armazenamento de energia, como nos motores convencionais, que no caso de falha de ignição/combustão o dispositivo fornecerá força suficiente para o próximo processo de compressão. Desta forma, se o motor não conseguir compressão suficiente ou se outros fatores que influenciam a combustão como a ignição, injeção e a própria combustão virem a falhar, o motor poderá parar.

Segundo Mikalsen e Roskilly (2007), embora isso tenha sido frequentemente mencionado como um problema potencial em pesquisas teóricas sobre a viabilidade de motores a pistão livre, tais problemas não são mencionados por nenhum dos trabalhos experimentais relatados em motores de pistão livre.

## **2.10 Processo de combustão**

Conforme apresentado por Mikalsen e Roskilly (2007) a combustão nos motores a pistão livre concede alta velocidade ao pistão em torno do ponto morto superior (PMS). Essa

característica garante maior velocidade ao ar e o aumento do nível de turbulência no cilindro, o que beneficia a mistura ar-combustível e melhora a taxa da reação e a velocidade da chama. A alta aceleração do pistão logo após o PMS leva a uma rápida expansão, e reações químicas dependentes do tempo, como a formação de NO<sub>x</sub>, são potencialmente minimizadas.

Como resultado das características operacionais específicas, a transferência de calor no cilindro também será diferente entre o motor a pistão livre e os motores convencionais. A rápida expansão do curso proporciona menos tempo disponível para a transferência de calor dos gases quentes para a parede do cilindro, mas o aumento do movimento do gás no cilindro pode ter o efeito oposto e aumentar a taxa de transferência de calor (Mikalsen e Roskilly, 2007).

Uma das características principais desses motores é que o processo de combustão influencia diretamente na velocidade de expansão, devido à configuração do motor. Desta forma, alterações no processo de combustão e na pressão podem modificar a velocidade de expansão em mais rápida ou mais lenta.

#### 2.10.1. Otimização da Combustão

A otimização da combustão nesses motores pode ser alcançada através da compressão variável que o motor pode operar. Se um sistema de controle do movimento do pistão for instalado e este for suficientemente preciso, a taxa de compressão pode ser regulada durante a operação do motor. Assim, podendo atingir o melhor desempenho em termos de eficiência e/ou emissões.

#### 2.10.2. Ignição por compressão de carga homogênea

Os motores homogêneos de ignição por compressão de carga (HCCI), ganharam muita atenção devido à sua capacidade de combinar as vantagens de dois tipos de motores de combustão interna convencionais, motores de ignição por centelha e motores de ignição por compressão (Zhang, et al., 2015).

Conforme apresentado por Mikalsen e Roskilly (2007) esses motores comprimem o ar pré-misturado com combustível até se auto inflamar, resultando em uma combustão muito rápida, mas com controle inadequado do tempo de ignição. O motor a pistão livre é bem adequado para isso, pois os requisitos para o controle preciso do tempo de ignição são menores do que nos motores convencionais. As vantagens potenciais do HCCI incluem altas eficiências

devido à combustão próxima do volume constante e a possibilidade de queimar misturas pobres para reduzir as temperaturas do gás e, portanto, alguns tipos de emissões.

### 2.10.3. Operação multi-combustível

De acordo com Mikalsen e Roskilly (2007) a configuração do motor a pistão livre, torna-o bem adequado para operação com múltiplos combustíveis. A taxa de compressão variável combinada com a tecnologia moderna do motor, como a injeção de combustível variável e o sincronismo de válvula, permitem que o motor a pistão livre funcione satisfatoriamente em uma ampla gama de combustíveis. Além disso, elevados gradientes de pressão, resultantes da combustão, elevam as forças e acelerações e, conseqüentemente, há maior exigência mecânica no motor.

## **2.11 Aplicação de cargas aos motores de pistão-livre**

Nos motores à pistão livre é necessário que a carga integrada ao equipamento seja compatível com o dispositivo.

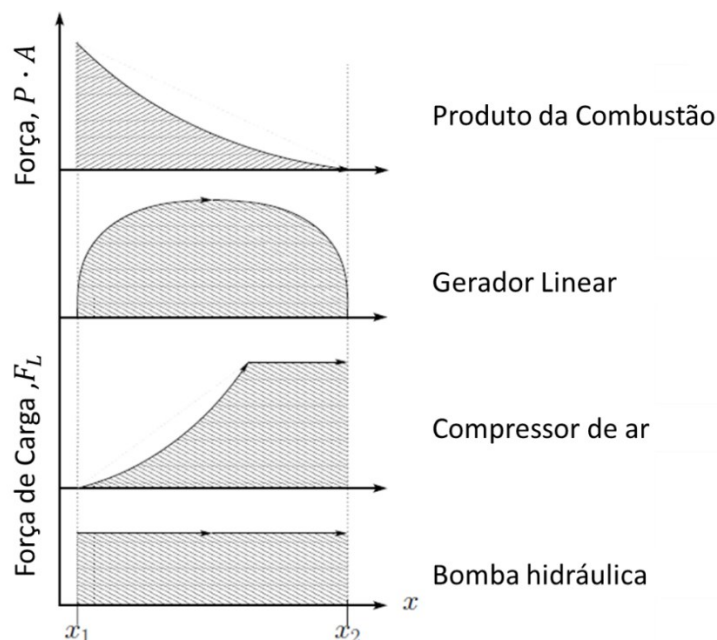
Denomina-se carga, os mecanismos que são acoplados às máquinas lineares para que esse conjunto se torne um único equipamento. A carga transforma a energia mecânica provida pelos dispositivos lineares em trabalho útil que irá desempenhar determinada função.

Segundo Mikalsen e Roskilly (2007) as cargas que são acopladas aos motores de pistão livres devem ser capazes de interagir com o pistão dinamicamente, por meio de um balanço de força e não restringirem a cinemática do mesmo. Além disso, devem ser levados em conta os efeitos secundários devido a aceleração e a transferência de calor entre o pistão e o dispositivo de carga. Assim, apenas certo tipo de carga é compatível com este tipo de máquina.

Para que o sistema geral do motor seja eficiente, essas cargas devem ser lineares e capazes de fornecer uma conversão de energia eficaz. Um dos desafios para o desenvolvimento dos motores a pistão livre é possibilitar que máquinas lineares possuam desempenho equivalente a fontes de energia rotativa, como motores de combustão interna e turbinas na geração de energia elétrica.

Algumas cargas apresentadas por Mikalsen e Roskilly (2007), que satisfazem esses requisitos, incluem: bombas hidráulicas lineares, compressores de ar lineares e alternadores lineares:

- As bombas hidráulicas operam com alta pressão de descarga de fluido, muitas vezes incompressíveis, o que acarreta em um baixo movimento de massa. Essas unidades apresentam alta eficiência e flexibilidade operacional. A força de carga de uma bomba hidráulica é aproximadamente constante devido à pressão de descarga, conforme ilustrado na Fig. 2.6.



**Figura 2. 6** - Características das cargas do motor de pistão livre. Fonte: adaptado Aichlmayr (2002).

- Os geradores elétricos geralmente possuem uma massa móvel e ímãs permanentes, os quais fornecem ou direcionam o fluxo magnético que gera energia elétrica dentro da máquina. Os geradores normalmente são compactos e a eficiência elétrica é alta. A força de carga de uma máquina elétrica de ímã permanente acoplada a uma carga puramente resistiva será proporcional à velocidade do eixo deslizante, embora outros projetos ou a implementação de eletrônicos de potência possam permitir variações.
- Os compressores de ar de pistão livre possuem curso variável, operando em níveis alternados de carga, o que pode levar a fraca eficiência volumétrica. Caso o compressor



esteja operando com a pressão atmosférica, é necessário um grande cilindro de compressão, resultando em um componente grande e pesado. Entretanto operações com pistões de compressor escalonado podem operar com multi estágio. A força de carga é aproximadamente constante quando as válvulas estão abertas em direção ao final do curso.

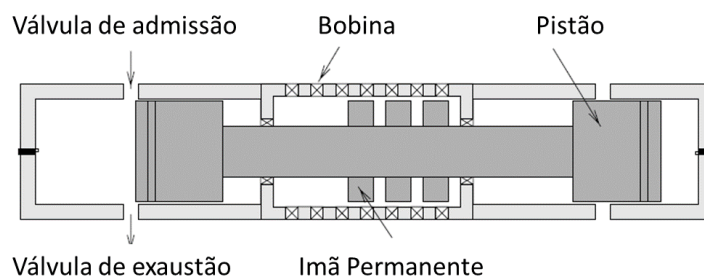
## 2.12 Gerador elétrico linear de pistão livre

Segundo Mikalsen e Roskilly (2007), uma das aplicações dessas máquinas é o gerador de motor de pistão livre (FPEG- *Free-Piston Engine Generator*), que integra um motor de combustão linear a um gerador elétrico linear em uma única unidade.

O princípio de operação consiste na retirada de energia do combustível de forma similar a um motor de carro convencional. Entretanto, o movimento linear dos pistões é convertido em eletricidade diretamente.

O motor linear de pistão livre é constituído por dois conjuntos cilindro/pistão opostos conectados por uma haste. A combustão da mistura ar-combustível acontece de forma alternada em cada cilindro. A expansão dos gases em uma das câmaras proporciona a compressão no outra, promovendo assim o movimento linear do pistão.

O gerador elétrico linear é composto por ímãs permanentes que são acoplados à haste do pistão. Assim, com o seu movimento linear e alternado, os ímãs se deslocam no interior de um conjunto de bobinas, gerando eletricidade. A Figura 2.7 esquematiza um gerador linear.



**Figura 2. 7** - Ilustração do protótipo do gerador de motores de pistão livre desenvolvido na Universidade de Virgínia Ocidental. Fonte: adaptado Mikalsen e Roskilly (2007).

A simplicidade do motor de pistão livre comparado à tecnologia convencional é uma das forças motrizes por trás de muitos dos recentes desenvolvimentos de motores de pistão livre. A

eliminação do mecanismo de manivela reduz significativamente o número de peças e a complexidade de um motor a pistão livre, o que potencialmente proporciona várias vantagens (Mikalsen e Roskilly,2007).

### **2.13 Trabalhos da literatura envolvendo gerador elétrico linear de pistão livre**

Diversas pesquisas sobre a utilização e construção do FPEG foram desenvolvidas nos últimos anos. A maioria dos pesquisadores tende a adaptar modelos ideais e simplificados de motores convencionais para simular o gerador linear de pistão-livre. A seguir apresentam-se, em ordem cronológica, de trabalhos envolvendo a aplicação de motores a pistão livre em geradores lineares, que auxiliaram no presente estudo.

Baruah (1988) apresentou uma modelagem e simulação detalhada de um motor de pistão livre com um cilindro, e comparou a unidade a um motor convencional. Descobriu-se que o motor de pistão livre tem claras vantagens sobre os motores convencionais em termos de formação de emissões de óxido nítrico, com uma redução de até 50%. Não foram encontradas vantagens termodinâmicas, e os níveis de emissões de monóxido de carbono foram comparáveis entre os dois motores.

Goldsborough et al. (1999) fizeram pesquisas no *Sandia National Laboratories* (SNL) e analisaram as características operacionais de estado estacionário de um motor de pistão livre. Foi adotado um modelo termodinâmico, com cinética química detalhada, e submodelos de transferência de calor. O hidrogênio foi usado como combustível. A simulação identificou os parâmetros críticos que afetam o desempenho do motor e sugeriram as possíveis melhorias em comparação com os motores convencionais de combustão interna. No entanto, a validação do modelo de motor a pistão livre foi difícil devido aos limitados dados experimentais disponíveis do protótipo.

Pesquisadores da *West Virginia University* (WVU) descreveram o desenvolvimento de um gerador de motor a pistão livre com ignição. Foi proposto um protótipo de motor com potência elétrica máxima de 316 W a 23,1 Hz, com diâmetro de 36,5 mm e um curso máximo de 50 mm (Atkinson et al. 1999).

Um projeto do *Free Piston Energy Converter* (FPEC), financiado pela Comissão Europeia desde 2002, investigou o tema da FPEG destinado ao desenvolvimento de uma nova tecnologia eficiente e adequada para a propulsão de veículos, unidades auxiliares de energia e

geração de energia distribuída. O protótipo funcionou com combustível diesel e foi empregado principalmente em uma célula de teste utilizada para a validação dos problemas específicos do FPEG. No entanto, não há muitos dados de teste relatados até agora (Jia, et al. 2015).

Pavel et al. (2006) da Universidade Técnica Tcheca descreveram a modelagem e o controle de um gerador de pistão livre. O modelo foi baseado em processos termodinâmicos simplificados. Foram adaptados suposições de gás e processo reversível ideal. Apesar das simplificações do modelo, os resultados das simulações mostraram boa concordância com o sistema real. No entanto, o desenvolvimento de uma identificação termodinâmica mais precisa foi sugerido para trabalhos futuros.

Mikalsen (2010) da Universidade de Newcastle, propuseram um projeto de FPEG de cilindro único e com câmara de rejeição preenchida com gás. Simularam seu desempenho de trabalho e discutiram os efeitos da alteração dos parâmetros de operação. Eles modelaram o motor usando o kit de ferramentas de CFD de motores *Open FOAM* e também apresentaram uma estratégia de controle de movimento preditivo.

Li et al. (2010) apresentaram em seu trabalho uma simulação numérica do FPEG. Utilizando o Matlab/Simulink o gerador linear foi acoplado com sucesso ao motor a pistão livre, estabelecendo, assim, um modelo numérico completo. O modelo do gerador linear foi validado por análise de elementos finitos. O modelo usado foi capaz de demonstrar a força propulsora corretamente. Após o processo de modelagem, foi realizada uma comparação entre o FPEG e o tradicional motor de combustão interna (ICE). Os efeitos de várias pressões de admissão, massas móveis, posições de ignição e cargas também foram investigados.

Xiao et al. (2010) estabeleceram um modelo numérico do FPEG. A frequência natural de oscilação do sistema foi obtida a partir desse modelo. Um programa de simulação foi desenvolvido em Matlab/Simulink para resolver as equações propostas, e os resultados da simulação mostraram um FPEG de vibração forçada com rigidez e coeficiente de amortecimento variáveis.

Um protótipo de FPEG a quatro tempos de pistão simples foi desenvolvido por Xu e Chang (2010). O motor foi projetado e fabricado com base em um motor alternativo existente de quatro tempos e foi modificado para operar como um motor a pistão livre de quatro tempos e conectado a uma máquina elétrica linear. Neste protótipo, uma mola mecânica foi conectada ao conjunto do pistão, operando como um dispositivo de "retorno ou rebote" para inverte o movimento do pistão e comprimir a mistura de gases. Um dispositivo reversível de armazenamento de energia foi integrado para acumular a energia elétrica. O funcionamento

estável do protótipo foi relatado com uma potência de saída (elétrica) média de 2,2 kW e eficiência de geração de 32%.

Mao et al. (2011), no Instituto de Tecnologia de Pequim, realizaram uma simulação numérica do FPEG e estimaram: a frequência de operação do motor, a dinâmica do pistão, a pressão do gás no cilindro, a temperatura, a eficiência indicada pelo motor, a potência de saída do sistema e a influência dos parâmetros na operação do FPEG. Além disso, também conduziam uma simulação do processo de exaustão e combustão. O objetivo era discutir as influências dos principais parâmetros do processo de exaustão e a influência do movimento do pistão no processo de combustão.

Jia et al. (2014) propuseram um novo método de inicialização do motor por ressonância mecânica. Um modelo de controle em malha fechada foi desenvolvido e implementado em um protótipo FPEG que foi conduzido por uma máquina linear com uma força motriz constante. Investigações numéricas e experimentais foram realizadas. Os resultados mostram que, uma vez que a força motora linear tenha superado a força de atrito inicial, tanto a pressão no cilindro como a amplitude do movimento do pistão aumentariam gradualmente pela ressonância até atingir o ponto para a ignição. Com uma força fixa do motor de 110N, dentro de 0,8 segundo, a pressão máxima no cilindro pode atingir 12 bar, a taxa de compressão pode chegar a 9: 1 e o motor está pronto para a ignição. Os resultados demonstraram que é possível iniciar o FPEG por ressonância mecânica com uma força motora constante na direção do movimento.

Jia et al. (2016) descreveram em seu trabalho a operação dinâmica de um FPEG de pistão duplo, com o objetivo de obter a compreensão das características de oscilação do pistão. Considerou-se que a variação da pressão era influenciada por dois fatores: liberação de calor devido ao processo de combustão e pelo movimento do pistão. O FPEG foi representado por um equação dinâmica, a qual foi simplificada para um sistema de vibração forçada de um grau liberdade e com amortecimento viscoso. A analogia entre um amortecedor de massa e um sistema FPEG foi expressa, e a solução para o sistema de vibração pode ser resolvida. O modelo foi validado com sucesso em relação aos dados experimentais obtidos a partir de um protótipo.

Jia et al. (2017) utilizaram um modelo numérico de resposta rápida para investigar as possíveis perturbações em um gerador de motor de pistão livre (FPEG), ou seja, variações de ciclo a ciclo do motor, falha de ignição e mudança de carga elétrica imediata. Durante a operação do motor, pode ocorrer uma perturbação ou várias perturbações simultaneamente. Identificando diferentes tipos de perturbações do sistema com tempos específicos ocorrendo, a influência no sistema foi caracterizada. Variáveis de controle, tecnicamente viáveis, foram

identificadas e acopladas em um projeto de controle de sistema para minimizar o impacto de cada tipo de distúrbio.

## **2.14 Aplicação comercial de motores de pistões livres em automóveis**

Um dos principais impulsionadores nas pesquisa sobre o FPEG é, sem dúvida, o potencial desses motores em fornecer um gerador de energia compacto e eficiente para veículos elétricos híbridos (Hanipah et al., 2014). Assim, existe um significativo interesse acadêmico no conceito de motor a pistão livre, e inúmeros grupos relataram suas pesquisas sobre vários aspectos em torno dessa tecnologia, Entretanto, a apresentação de informações do desenvolvimento comercial dessas máquinas é escasso.

A diferença entre a grande divulgação de informações de pesquisas sobre FPEG no meio acadêmico e comercial, pode se basear nos diferentes objetivos entre os grupos de pesquisas. Pesquisadores acadêmicos naturalmente procuram disseminar suas descobertas mais amplamente, entretanto, os pesquisadores comerciais tendem a proteger os detalhes de sua propriedade intelectual devido ao sigilo comercial ou por pedidos de patentes (Hanipah et al. 2014).

Esta seção tem como objetivo identificar e apresentar alguns sistemas de motores a pistão livre desenvolvidos para sistemas de tração de veículos elétricos híbridos. A análise fundamenta-se principalmente em informações de patentes publicadas por grandes empresas e conceitos de mecanismo de pistão livre que provavelmente estão mais próximos do estágio comercial.

### **2.14.1. General Motors**

Pedidos de patentes da General Motors descrevem conceitos de pistão opostos operando em um ciclo de dois tempos. A produção de energia elétrica é alcançada por uma máquina elétrica integrada, com os ímãs permanentes sendo incorporados nos pistões e os enrolamentos da bobina integrados na carcaça do cilindro (Hanipah et al., 2014).

A primeira geração de motores a pistão livre usava a sincronização mecânica, esta solução da GM visava usar as câmaras de retorno e o atrito devido as força elétrica para sincronizar e controlar os dois pistões (Najt et al., 2013). Os ímãs permanentes são incorporados

no pistão e pela presença de ar em torno do conjunto, tanto do pistão como dos ímãs, ambos operam em uma boa temperatura. O curso do pistão pode ser controlado pela frenagem elétrica ou pela pressão da câmara de ressalto.

#### 2.14.2. Volvo

Segundo Hanipah et al., (2015) a Volvo Technology Corporation participou de um projeto financiado pela Comissão Europeia sobre tecnologia de motores a pistão livre, juntamente com o Instituto Real de Tecnologia (KTH), a *Asea Brown Boveri* (ABB) e a Universidade Chalmers. Essa colaboração resultou em várias publicações acadêmicas das instituições envolvidas.

Em uma patente de Lindgärde (2010) é descrito um método de controle de um gerador de motor de pistão livre, do tipo pistão duplo, por uma força eletromagnética exercida sobre uma massa móvel.

Devido a problemas potenciais que podem surgir do acoplamento dos cilindros, a patente sugeriu uma estratégia de desacoplamento pelo controle de força (Lindgärde,2010). O algoritmo de controle proposto envolve a previsão da força eletromagnética necessária para atender ao perfil de movimento predeterminado do pistão com base no monitoramento da energia cinética (ou velocidade) ao longo do curso.

#### 2.14.3. Honda

A Honda descreveu um gerador de motor de pistão livre, com um único pistão e ignição por faísca de quatro tempos com uma mola mecânica. O movimento do pistão, devido a expansão dos gases da combustão, fornece a energia cinética que é parcialmente armazenada como energia potencial pela mola mecânica, que é comprimida durante o curso de exaustão e alongada na compressão, respectivamente. O processo de indução não é explicado, mas pode ser alcançado com a ajuda do motor linear.

#### 2.14.4. Centro Aeroespacial Alemão

Cientistas do Centro Aeroespacial Alemão (*Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt-DLR*) desenvolveram um gerador linear de pistão livre para veículos movidos a eletricidade, denominados pelo pesquisadores por *Freikolbenlineargenerator* (FKLG). O FKLG emprega a

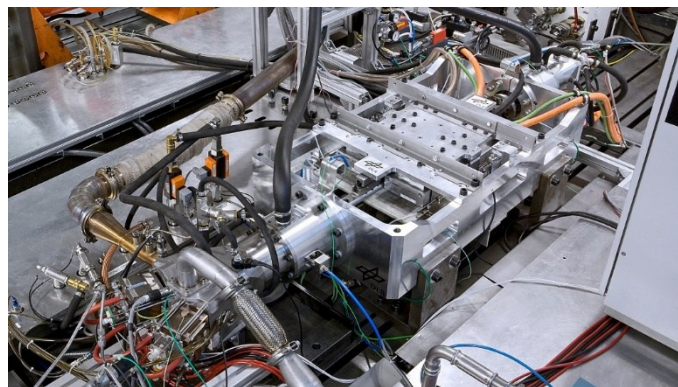
mesma tecnologia do FPEG e é utilizado em carros elétricos, quando a bateria do carro descarrega o veículo aciona o dispositivo FKLK.

Pesquisadores do Instituto DLR de Conceitos Veiculares, em Stuttgart, demonstraram a viabilidade dessa tecnologia em uma bancada de testes desenvolvida especificamente para esse fim. Por meio da instalação de uma “mola a gás”, os pesquisadores da DLR conseguiram, pela primeira vez, operar este sistema de maneira estável. O sistema de controle desenvolvido pelos engenheiros da DLR é capaz, por exemplo, de controlar com precisão o movimento do pistão dentro de um décimo de milímetro. Ao mesmo tempo, reconhece as variações no processo de combustão e as corrige. A Fig. 2.8 apresenta o FKLK.



**Figura 2. 8** - O gerador linear de pistão livre (FKLG). Fonte: Braun,(2014).

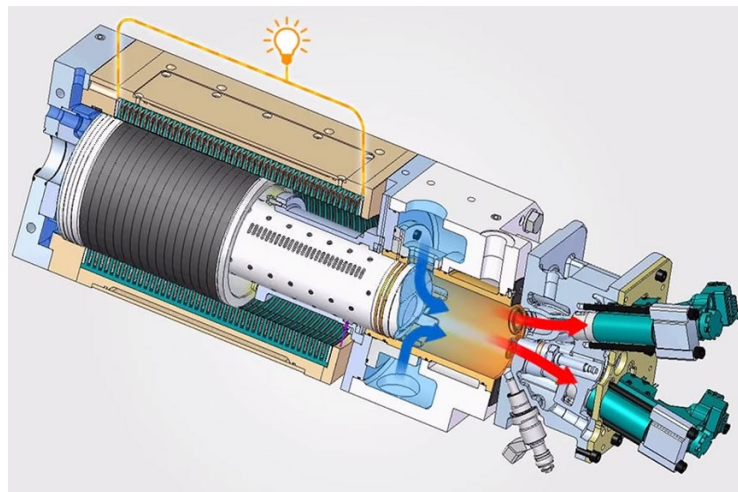
Extensores de alcance excepcionalmente eficientes, como o gerador linear de pistão livre, são mais do que apenas unidades de energia de emergência. O gerador linear de pistão livre possibilita equipar os veículos elétricos com uma bateria muito menor, ao mesmo tempo em que obtém o benefício ideal da mobilidade movida a eletricidade. Curtas distâncias de até 50 quilômetros, na cidade, por exemplo, podem ser cobertas usando apenas energia elétrica; para distâncias mais longas, o extensor de alcance assume o controle. Proporciona a autonomia de um motor de combustão. Como uma tecnologia de ponta, torna os veículos elétricos uma opção atraente para o público em geral. A Figura 2.9 mostra o protótipo do FKLK.



**Figura 2. 9** - Protótipo do gerador linear de pistão livre (FKLG) - um novo tipo de extensor de alcance para veículos movidos a eletricidade. Fonte: Braun,2014.

### 2.14.5. Toyota

A equipe *Toyota Central R&D Labs* trabalha em um protótipo de motor a pistão livre, com movimento alternativo dentro de um motor compacto e fino, com 10 KW de potência, alta eficiência e flexibilidade no uso de combustíveis. O fabricante japonês garante que dois desses motores, que atingiriam 20 kW de potência, seriam capazes de mover qualquer veículo atual dos segmentos B ou C a uma velocidade de cruzeiro de 120 km/h.



**Figura 2. 10** - Protótipo do gerador linear de pistão livre desenvolvido pela Toyota (FPEG).  
Fonte: Hewitt, 2014.

Este sistema proporciona uma série de vantagens sobre os motores de combustão do ciclo Otto, que são utilizados como extensores de autonomia, como: baixa fricção, baixas vibrações e, acima de tudo, uma eficiência térmica que atinge 42%. O sistema de potência seria composto pelo FPEG, pelo motor elétrico de tração, que seria sempre responsável pelo movimento das rodas e uma bateria que seria recarregada pela rede elétrica, quando o carro fosse parado e por meio do extensor quando ele estiver em funcionamento, dependendo da energia restante neles.

O protótipo, que foi submetido a testes de uso intensivo, alcançou uma operação estável por mais de quatro horas sem necessidade de lubrificação ou resfriamento. O próximo passo que a equipe de pesquisa enfrentará é a melhoria da geração de energia e a realização de uma análise quantitativa da eficiência energética.



## CAPÍTULO III

### DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO E NUMÉRICO

#### 3.1. Introdução

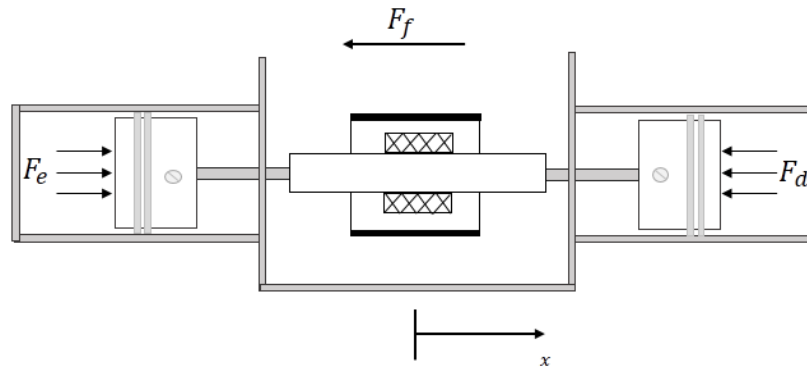
Neste capítulo será implementado o modelo matemático proposto por Jia et al. (2016) em seu trabalho: “*A fast response free-piston engine generator numerical model for control applications*”. Posteriormente, os resultados obtidos na simulação do presente trabalho serão comparados com os dados disponíveis na literatura para a validação do modelo.

#### 3.2. Modelo Dinâmico

Segundo Mikalsen e Roskilly (2007), o controle do movimento do motor a pistão livre em qualquer ponto do ciclo é determinado pela soma das forças que atuam sobre ele. Desse modo, o movimento do pistão obedece à segunda lei de Newton e a aceleração do pistão é determinada como:

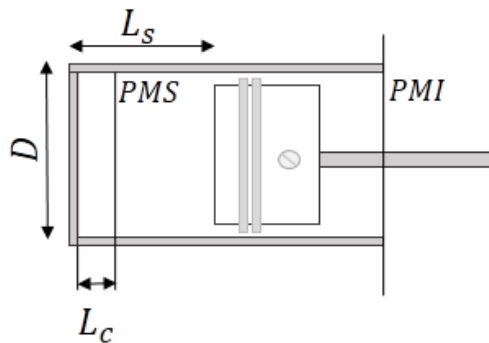
$$\sum \vec{F} = m \cdot \ddot{x} \quad (3.1)$$

onde  $\sum \vec{F}$  representa todas as forças aplicadas no pistão,  $m$  a massa móvel, composta por: pistão, haste e carga. A aceleração é representado por  $\ddot{x}$ , o diagrama do corpo livre é apresentado na Fig.3.1.



**Figura 3. 1** - Diagrama de corpo livre do FPEG.

A Fig. 3.2 ilustra o pistão do cilindro esquerdo na posição de equilíbrio, o ponto motor superior do cilindro é representado por *PMS*, o ponto motor inferior *PMI*, *D* é o diâmetro, *L<sub>c</sub>* é o comprimento da folga e *L<sub>s</sub>* é o comprimento da posição de equilíbrio do pistão. As mesmas configurações são aplicadas ao cilindro direito.



**Figura 3. 2** - Características geométricas do FPEG.

As forças atuantes no sistema, conforme esquematizado na Fig. 3.1, são: a força dos gases no cilindro direito (*F<sub>d</sub>*), a força dos gases no cilindro esquerdo (*F<sub>e</sub>*) e a força de atrito (*F<sub>f</sub>*) devido ao amortecimento viscoso e a força eletromagnética. Assim, a Eq. (3.1), torna-se:

$$\vec{F}_d + \vec{F}_e + \vec{F}_f = m \ddot{x} \quad (3.2)$$

A força resultante da ação do gás e a pressão no cilindro são função do deslocamento do motor, logo:

$$\vec{F}_d = P_d A_B \quad (3.3)$$

$$\vec{F}_e = P_e A_B \quad (3.4)$$

onde  $\vec{F}_d$  é a força no cilindro direito,  $P_d$  é a pressão do cilindro direito,  $\vec{F}_e$  é a força no cilindro esquerdo,  $P_e$  é a pressão do cilindro esquerdo e  $A_B$  é a área da superfície do cilindro que é calculado por:

$$A_B = \frac{\pi D^2}{4} \quad (3.5)$$

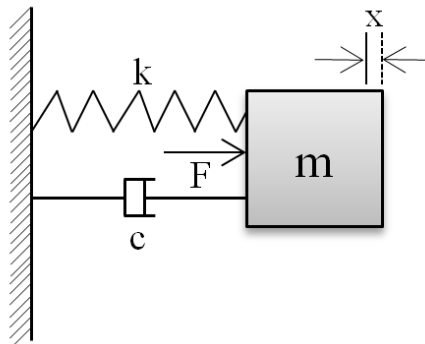
A força magnética é dependente da intensidade do campo magnético, da construção das bobinas (números de espiras), número de polos, corrente circulante no circuito e da velocidade de deslocamento do núcleo do gerador. Deste modo, as forças de origem eletromagnéticas são proporcionais a velocidade de deslocamento do núcleo do gerador. Combinando esta força de origem eletromagnética a força de amortecimento viscoso temos:

$$\vec{F}_f = (C_{mag} + C_{mec})\dot{\vec{x}} \quad (3.6)$$

onde  $C_{mag}$  é considerado o amortecimento devido a força eletromagnética e  $C_{mec}$  o amortecimento mecânico. Logo, a Eq. (3.1) pode ser reescrita por:

$$m\ddot{\vec{x}} = \vec{F}_d(x) + \vec{F}_e(x) + \vec{F}_f(\dot{x}) \quad (3.7)$$

Conforme apresentado por Jia et al. (2016), a Eq. (3.7) descreve um sistema não linear de um grau de liberdade, como ilustrado na Fig. 3.3.



**Figura 3.3** - Sistema de vibração forçada.

Se a força provinda do processo de combustão for simplificada adequadamente, a equação dinâmica do gerador de motor a pistão livre (FPEG) pode ser linearizada para um sistema de vibração forçada com amortecimento viscoso.

A Tabela 3.1 apresenta a equivalência entre o sistema massa-mola-amortecedor e o FPEG.

**Tabela 3. 1** - Analogia entre um amortecedor de mola em massa e um sistema FPEG. Adaptado Jia et al. 2016.

<b>Amortecedor massa-mola</b>	<b>Sistema FPEG</b>
Massa em movimento, <b><i>m</i></b>	Massa do conjunto do pistão e motor
Coefficiente de amortecimento, <b><i>c</i></b>	Força de carga do gerador linear
Constante da mola, <b><i>k</i></b>	Pressão no cilindro
Força de excitação, <b><i>F</i></b>	Energia liberada pela combustão

### 3.3. Modelo Termodinâmico

O ciclo termodinâmico do motor pode ser representado de modo simplificado pelos processos de compressão, combustão e expansão. Um volume de controle é usado para descrever os processos termodinâmicos e assume-se que não há passagem de massa entre os anéis do pistão. Assim, não há variação de massa no volume de controle.

Considera-se que a variação de pressão dentro dos cilindros é influenciada por dois fatos:

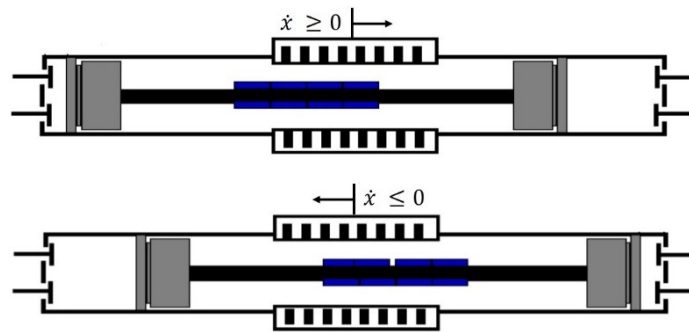
1. Liberação de energia referente à combustão da mistura ar-combustível, denotado por  $p_{comb}$ .
2. Alteração do volume do cilindro causada pelo movimento do pistão,  $p_{vol}$ ;

Assim, a pressão em cada cilindro pode ser definida como:

$$p = p_{vol} + p_{comb} \cdot \sigma \quad (3.8)$$

onde  $p$  é a pressão em cada cilindro e  $\sigma$  função unitária.

No início da combustão a elevação da pressão é muito pequena, assim, a compressão continuará até que a pressão dos gases sobre o êmbolo seja o suficiente para inverter a direção do pistão e iniciar o processo de expansão. Quando a combustão ocorre no cilindro esquerdo à expansão dos gases proporciona ao pistão movimento da esquerda para direita, a combustão no cilindro direito o movimento será o contrário, da direita para esquerda, conforme ilustrado na Fig. 3.4.



**Figura 3.4** - Sistema de vibração forçada.

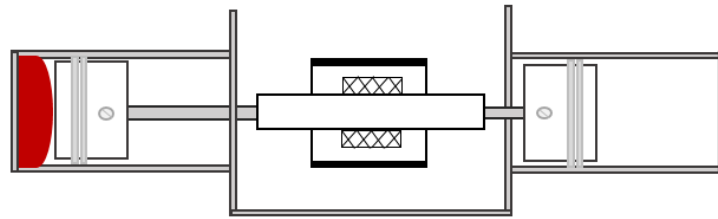
Conforme apresentado por Jia et al. (2016) uma função unitária  $\sigma$  é introduzida para ativar/desativar a influência da liberação de calor para ambos os cilindros, como mostrado nas Eqs. (3.9) e (3.10):

$$\sigma_e = \begin{cases} 1, & \dot{x} \geq 0 \\ 0, & \dot{x} < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

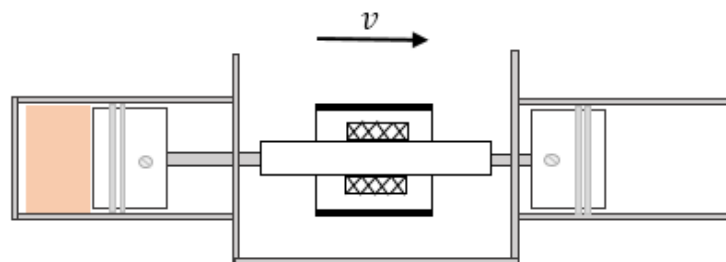
$$\sigma_d = \begin{cases} 0, & \dot{x} \geq 0 \\ 1, & \dot{x} < 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

O subscrito  $e$  e  $d$  indicam os valores referentes aos cilindros esquerdo e direito, respectivamente.

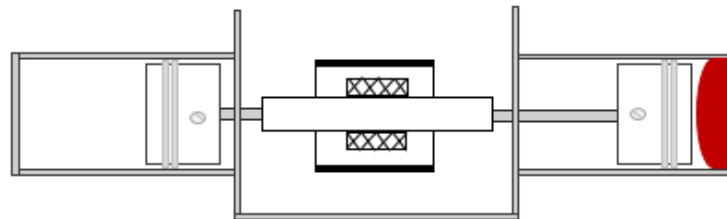
De acordo com Jia et al. (2016), caso não seja considerado no modelo termodinâmico nenhuma transferência de calor para as paredes do cilindro e não haja nenhum vazamento de gás através dos anéis do pistão, o ciclo ideal de operação do FPEG pode ser descrito por dois processos adiabáticos conectados por um processo de liberação de calor a volume constante, conforme apresentado na Fig. 3.5.



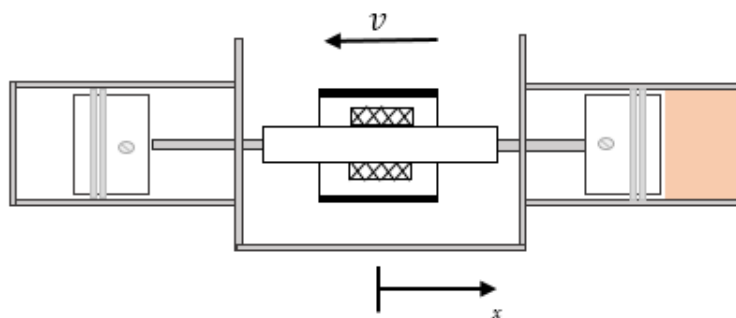
Combustão da mistura ar-combustível a volume constante no cilindro esquerdo.



Expansão dos produtos da combustão no cilindro esquerdo e compressão da mistura ar-combustível no cilindro direito.



Combustão da mistura ar-combustível a volume constante no cilindro direito.



Expansão dos produtos da combustão no cilindro direito e compressão da mistura ar-combustível no cilindro esquerdo.

**Figura 3.5** - Ciclo de operação do FPEG.

Deste modo, a alteração da pressão devido ao movimento do pistão, no cilindro esquerdo e direito, é expressa por:

$$p_{vol} = P_0 \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma \quad (3.11)$$

$$V_0 = L_s \cdot A_B \quad (3.12)$$

onde  $P_0$  é a pressão no cilindro na posição de equilíbrio, e é assumida igual à pressão ambiente,  $V_0$  é o volume do cilindro na posição de equilíbrio,  $V$  é o volume do cilindro,  $\gamma$  é o coeficiente politrópico, assumido como constante. O volume da câmara esquerda ( $V_e$ ), e da câmara direita ( $V_d$ ), é dado pela Eq. (3.13) e Eq. (3.14):

$$V_e = (L_s + x) \cdot A_B \quad (3.13)$$

$$V_d = (L_s - x) \cdot A_B \quad (3.14)$$

A variação da pressão no cilindro devido à liberação de calor pode ser expressa como:

$$p_{comb} = \Delta p_{cm} \left( \frac{V_c}{V} \right)^\gamma \quad (3.15)$$

$$V_c = L_c \cdot A_B \quad (3.16)$$

onde  $\Delta p_{cm}$  é o aumento de pressão durante o processo de liberação de calor a volume constante, o valor é o mesmo tanto para o lado direito quanto para o esquerdo, e  $V_c$  é o volume de folga. Uma vez que, somente a combustão que ocorre a volume constante e o  $p_{comb}$  representa alteração da pressão devido a esse processo, o  $\Delta p_{cm}$  proporciona a variação da pressão e do volume no cilindro, conforme apresentado na Eq. (3.15)

Substituindo as Eq. (3.3) a Eq.(3.11) na Eq. (3.1) e (3.2) e as multiplicando pela área, consegue-se calcular a força em cada cilindro:

$$F_e = A_B \cdot \left( p_0 \left( \frac{L_s}{L_s - x} \right)^\gamma + \Delta p_{cm} \left( \frac{L_c}{L_s - x} \right)^\gamma \cdot \sigma_e \right) \quad (3.17)$$

$$F_d = A_B \cdot \left( p_0 \left( \frac{L_s}{L_s + x} \right)^\gamma + \Delta p_{cm} \left( \frac{L_c}{L_s + x} \right)^\gamma \cdot \sigma_d \right) \quad (3.18)$$

### 3.4. Processo de liberação de calor a volume constante

Assim, como adotado nos motores do ciclo Otto, considera-se no FPEG que a liberação de calor ocorra a volume constante. Dessa forma, é possível obter a variação da pressão decorrente do processo de combustão. Aplica-se a primeira lei da termodinâmica no volume de controle:

$$\Delta U = Q_{in} - W \quad (3.19)$$

onde  $\Delta U$  é a variação da energia interna da carga no cilindro,  $Q_{in}$  é a quantidade de calor liberado no processo de combustão e  $W$  é o trabalho realizado pelos gases no cilindro.

Como o processo de combustão ocorre a volume constante, não há variação do volume; logo, o trabalho realizado pelos gases é zero. Portanto, todo o calor liberado do processo de combustão é utilizado para aumentar a energia interna do gás no cilindro:

$$\Delta U = Q_{in} \quad (3.20)$$

Considerando-se que a massa de ar inicial  $m_{ar0}$ , que entra no cilindro, seja a quantidade máxima admitida, pode-se definir pela lei dos gases ideais que:

$$P_0 V_0 = m_{ar0} R T_0 \quad (3.21)$$

Quando o motor é operado com uma quantidade de massa parcial e não a total, o valor da massa admitida é:

$$m_{ar} = K_t \cdot m_{ar0} \quad (3.22)$$

onde  $K_t$  é um fator proporcional, que assume valores entre [0 – 1] e é função da abertura da válvula de admissão, eficiência volumétrica, etc. Presume-se que o motor seja operado na relação estequiométrica ar/combustível ( $AFR_t$ ). A massa de combustível  $m_{comb}$  na mistura é:

$$m_{comb} = m_{ar} / AFR_t \quad (3.23)$$



Substituindo as Eq.(3.12) a Eq.(3.23), tem-se:

$$m_{comb} = k_t \cdot \frac{P_0 V_0}{RT_0 AFR} \quad (3.24)$$

Conforme apresentado por Jia et al. (2016), a energia liberada pela combustão ( $Q_{in}$ ) é calculada a partir da massa de combustível ( $m_{comb}$ ), o poder calorífico inferior do combustível, denotado por  $Q_{LHV}$  e a eficiência da combustão  $\eta$ :

$$Q_{in} = m_{comb} \cdot Q_{LHV} \cdot \eta \quad (3.25)$$

Substitui-se a Eq.(3.24) na Eq.(3.25) e assume-se que  $H_u = Q_{LHV} \cdot \eta$ , a quantidade de calor total liberada é expressa por:

$$Q_{in} = k_t \cdot H_u \frac{P_0 V_0}{RT_0 AFR} \quad (3.26)$$

Considera-se que a mistura ar-combustível e os produtos da combustão tenha comportamento de gás ideal. Uma vez que, a concentração de massa de combustível ( $m_{comb}$ ) comparada com a massa de ar ( $m_{ar}$ ) é pequena. Desta forma, a mistura é tida como o gás ideal e o aumento da energia interna eleva à temperatura da mistura gasosa, conforme especificado na Eq. (3.27):

$$\Delta U = C_v(m_{ar} + m_{comb})\Delta T \quad (3.27)$$

onde  $C_v$  é o calor específico a volume constante,  $\Delta T$  é o aumento da temperatura da mistura.

Aplica-se a lei do gás ideal à mistura ar-combustível no cilindro:

$$\Delta p_{cm} V_c = (m_{ar} + m_{comb})R\Delta T \quad (3.28)$$

Usando as Eqs. (3.28) a (3.30), o aumento de pressão  $\Delta p_{cm}$  pode ser expresso como:

$$\Delta p_{cm} = k_t \cdot H_u \frac{P_0 V_0}{C_v T_0 AFR V_c} \quad (3.29)$$

A taxa de compressão geométrica esperada do motor de pistão livre CR é definido por:

$$CR = \frac{V_0}{V_c} = \frac{L_s}{L_c} \quad (3.30)$$

Portanto:

$$\Delta p_{cm} = k_t \cdot H_u \frac{P_0 CR}{C_v T_0 AFR} \quad (3.31)$$

### 3.5. Aproximação linear da pressão nos cilindros

Para que a equação do movimento do gerador linear de pistão livre possa ser representada por um sistema massa-mola-amortecedor é necessário linearizar as expressões não lineares presentes na equação das forças impostas ao sistema.

Conforme Jia et al. (2016) utilizaram em seu trabalho, a série de Taylor é escolhida como ferramenta de linearização e é expandida em torno do ponto de equilíbrio do sistema, conforme apresentado na Fig. 3.1:

$$x = 0 \quad (3.32)$$

Assim:

$$f_e(x) = \left( P_0 \left( \frac{L_s}{L_s + x} \right)^\gamma + \Delta p_{cm} \left( \frac{L_c}{L_s + x} \right)^\gamma \cdot \sigma_e \right) \quad (3.33)$$

$$f_d(x) = \left( P_0 \left( \frac{L_s}{L_s - x} \right)^\gamma + \Delta p_{cm} \left( \frac{L_c}{L_s - x} \right)^\gamma \cdot \sigma_d \right) \quad (3.34)$$

As séries de Taylor para as Eq. (3.33) e (3.34) são dadas por:

$$f_e(x) = f_e(0) + \frac{f'_d(0)}{1!}x + \frac{f''_e(0)}{2!}x^2 + \frac{f_e^3(0)}{3!}x^3 + \dots \quad (3.35)$$

$$f_d(x) = f_d(0) + \frac{f'_d(0)}{1!}x + \frac{f''_d(0)}{2!}x^2 + \frac{f_d^3(0)}{3!}x^3 + \dots \quad (3.36)$$

Deseja-se, uma aproximação linear, portanto, todos os termos a partir da segunda ordem das eEqs. (3.35) e (3.36) são desprezados.

De acordo com Jia et al. (2016), a expansão de Taylor de primeira ordem fornece um desempenho razoável em tais problemas. Apesar do erro no valor médio introduzido pelo método, a tendência global e o período são semelhantes. As aproximações lineares são apresentadas nas Eqs. (3.37) e (3.38):

$$f_e(x) = a_{0e} + a_{1e} \quad (3.37)$$

$$f_d(x) = a_{0d} + a_{1d} \quad (3.38)$$

onde:

$$a_{0e} = f(0) \quad (3.39)$$

$$a_{1e} = \frac{f'(0)}{1!} \quad (3.40)$$

Assim:

$$a_{0e} = P_0 + \Delta p_{cm} \left(\frac{L_c}{L_s}\right)^\gamma \cdot \sigma_e \quad (3.41)$$

$$a_{1e} = - \left( \frac{\gamma P_0}{L_s} + \Delta p_{cm} \frac{\gamma L_c^\gamma}{L_s^{\gamma+1}} \right) \cdot \sigma_e \quad (3.42)$$

$$a_{0d} = P_0 + \Delta p_{cm} \left(\frac{L_c}{L_s}\right)^\gamma \cdot \sigma_d \quad (3.43)$$

$$a_{1d} = \frac{\gamma P_0}{L_s} + \Delta p_{cm} \frac{\gamma L_c^\gamma}{L_s^{\gamma+1}} \cdot \sigma_d \quad (3.44)$$

Então as aproximações lineares da força do gás no cilindro Eqs. (3.17) e (3.18) são:

$$F_d(x) = \left( P_0 + \Delta p_{cm} \left( \frac{L_C}{L_S} \right)^\gamma \cdot \sigma_d \right) A_B - \left( \frac{\gamma P_0}{L_S} + \Delta p_{cm} \frac{\gamma L_C^\gamma}{L_S^{\gamma+1}} \cdot \sigma_d \right) A_B \cdot x \quad (3.45)$$

$$F_e(x) = \left( P_0 + \Delta p_{cm} \left( \frac{L_C}{L_S} \right)^\gamma \cdot \sigma_e \right) A_B + \left( \frac{\gamma P_0}{L_S} + \Delta p_{cm} \frac{\gamma L_C^\gamma}{L_S^{\gamma+1}} \cdot \sigma_e \right) A_B \cdot x \quad (3.46)$$

### 3.6. Equação de vibração forçada

Substituindo as Eqs. (3.6), (3.45) e (3.46) na Eq. (3.7), tem-se:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + (C_{mag} + C_{mec})\dot{x} + \left( \frac{2\gamma P_0 A}{L_S} + \frac{\Delta p_{cm} A \gamma L_C^\gamma}{L_S^{\gamma+1}} (\sigma_e + \sigma_d) \right) x \\ = \Delta p_{cm} A_B \left( \frac{L_C}{L_S} \right)^\gamma (\sigma_e - \sigma_d) \end{aligned} \quad (3.47)$$

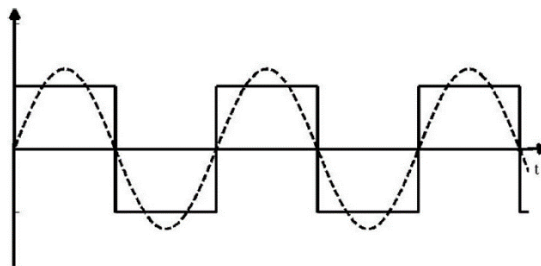
Como a combustão ocorre de forma alternada em cada cilindro, conforme já apresentado nas Eqs. (3.9) e (3.10), tem-se:

$$\sigma_d + \sigma_e = 1 \quad (3.48)$$

e

$$\sigma_e - \sigma_d = \begin{cases} 1, & \dot{x} \geq 0 \\ -1, & \dot{x} < 0 \end{cases} \quad (3.49)$$

De acordo com Jia et al. (2016) a onda retangular da excitação pode ser descrita por uma série de Fourier. Se a posição inicial do pistão é assumida como estando no seu ponto morto superior esquerdo, e a combustão ocorre no cilindro esquerdo, então a comparação de  $(\sigma_e - \sigma_d)$  com o primeiro modo de sua série de Fourier é demonstrada na Fig. 3.6.



**Figura 3. 6** - Onda retangular e primeiro modo de sua série de Fourier. Aptado Jia. et al., 2016.

O primeiro modo de  $(\sigma_e - \sigma_d)$  é definido como:

$$\sigma_e - \sigma_d \approx \frac{4}{\pi} \text{sen } \omega t \quad (3.50)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular dos instantes que ocorrem o processo de combustão em cada cilindro. Finalmente, substituindo  $(\sigma_e + \sigma_d)$  e  $(\sigma_e - \sigma_d)$  na Eq. (3.47), obtém-se:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + (C_{mec} + C_{mag}) \cdot \dot{x} + \left( \frac{2\gamma P_0 A}{L_S} + \frac{\Delta p_{cm} A \gamma L_c^\gamma}{L_S^{\gamma+1}} (1) \right) x \\ = \Delta p_{cm} A_B \left( \frac{L_c}{L_S} \right)^\gamma \left( \frac{4}{\pi} \text{sen } \omega t \right) \end{aligned} \quad (3.51)$$

Logo:

$$m\ddot{x} + c \cdot \dot{x} + kx = F_0 \text{sen } \omega t \quad (3.52)$$

onde:

$$k = \frac{2\gamma P_0 A}{L_S} + \Delta p_{cm} \frac{\gamma L_c^\gamma A}{L_S^{\gamma+1}} \quad (3.53)$$

$$F_0 = \frac{4}{\pi} \Delta p_{cm} A_B \left( \frac{1}{CR} \right)^\gamma \quad (3.54)$$

$$c = C_{mag} + C_{mec} \quad (3.55)$$

O coeficiente de amortecimento elétrico ( $C_{mag}$ ) é determinado em função do amortecimento crítico do sistema dinâmico, conforme apresentado pela Eq.(3.56):

$$C_{mag} = f_c \cdot c_{crit} \quad (3.56)$$

sendo:

$$c_{crit} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} \quad (3.57)$$

onde  $f_c$  é um fator de proporcionalidade, que pode assumir valores entre 0,1 e 0,7.

Verifica-se que devido a componentes reduzidos e forças laterais mínimas do pistão, a perda por fricção do FPEG operada em qualquer ciclo do motor é baixa, o que é relatado como sendo cerca de 10% da potência indicada para o motor convencional alternativo (Heywood,1998). Desse modo, o coeficiente mecânico é estipulado como 10% do amortecimento elétrico, assim:

$$C_{mec} = 0,1 \cdot C_{mag} = 0,1 \cdot f_c \cdot 2m\omega_n \quad (3.58)$$

Assim, o modelo dinâmico é linearizado e assume a mesma forma de um sistema massa-mola – amortecedor com vibração forçada de um único grau de liberdade. Onde  $k$  é a rigidez da mola,  $c$  é o coeficiente de amortecimento; a excitação  $F_0 \text{sen } \omega t$  é uma força contínua cuja magnitude  $F_0$  varia sinusoidalmente com o tempo.

Ainda é necessário definir alguns parâmetros característico do sistema de vibração forçada com amortecimento viscoso como, por exemplo, a frequência natural angular ( $\omega_n$ ):

$$\omega_n = \sqrt{k/m} = \sqrt{\left( \left( \frac{2\gamma P_0 A}{L_S} + \Delta p_{cm} \frac{\gamma L_c^\gamma A}{L_S^{\gamma+1}} \right) / m \right)} \quad (3.59)$$

Conforme apresentado por Jia et al. (2016), pressupõe-se que a combustão ocorra quando o pistão atinge seu ponto morto superior, a frequência de ignição deve ser a mesma que um sistema de massa-mola do FPEG, a fim de manter a operação estável. Assim:

$$\omega_n = \omega \quad (3.60)$$

Portanto, a solução da Eq. (3.51) é obtida por meio da teoria de vibração e o deslocamento do sistema de um grau de liberdade, com amortecimento é submetida a uma excitação externa conforme Fig. 3.3 é definido por:

$$x = \frac{F_0 \cos \omega_n t \ 2\gamma p_0 A_B}{c\omega_n} \quad (3.61)$$

onde  $F_0$ ;  $\omega_n$  e  $c$  podem ser obtidos a partir das equações. (3.54), (3.59) e (3.55) respectivamente.

### 3.7. Representação por espaço de estado

Os sistemas dinâmicos podem ser representados por equações que descrevem univocamente as relações entre as variáveis de entrada e as variáveis de estado. A representação dinâmica é feita por um sistema de ordem  $2n$ , usando  $2n$  equações diferenciais de primeira ordem, onde  $n$  é o número de graus de liberdade

Desta forma, considere o sistema mecânico mostrado na Fig. 3.2 como um sistema linear. A força externa  $F_0$  é a entrada do sistema e o deslocamento  $x$  é a saída. Assim, o sistema é definido por uma entrada e uma saída.

Para a definição das equações no espaço de estado, precisa-se das Eqs. (3.62) e (3.63):

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \quad (3.62)$$

$$m\dot{x} - m\dot{x} = 0 \quad (3.63)$$

O valor das constantes  $c$ ,  $k$  e  $F_0$  foram definidas anteriormente. Deste modo as Eqs. (3.62) e (3.63) podem ser reescritas em uma forma de equação de estado vetor-matriz como:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & k \\ -m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

onde as matrizes e vetores podem ser representados por:

$$A\{\dot{z}\} + B\{z\} = \{F_0\} \quad (3.65)$$

As variáveis de estado  $\{z\}$  são:

$$\{z\} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

### 3.8. Modelo Numérico

Utilizou-se, o software Matlab para resolver a equação dinâmica obtida pela junção do modelo térmico e dinâmico do FPEG. Empregou-se a rotina de integração numérica Ode 45, a

função é baseada no método de Runge-Kutta para a solução de equações diferenciais ordinárias. O 45 na função é devido a rotina utilizar o método de integração de ordem 4 e 5.

O passo de tempo utilizado foi de 0,003 s e o tempo de simulação total de operação do FPEG foi de 3s. A Equação (3.64) foi reescrita conforme apresentado na Eq. (3.67), e o deslocamento e a velocidade do sistema puderam ser obtidos.

$$\{\dot{z}\} = A^{-1}(\{F_0\} - B\{z\}) \quad (3.67)$$

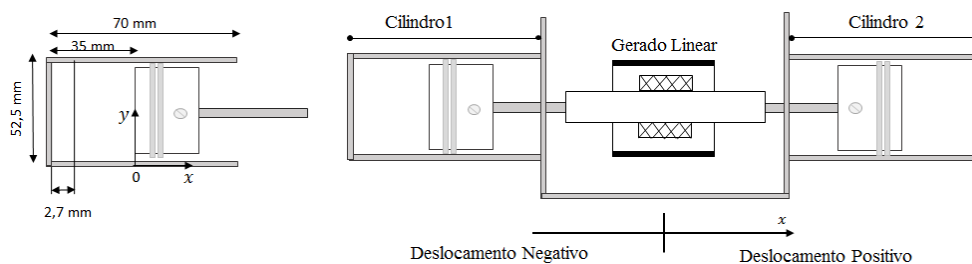
Empregou-se, o protótipo apresentado por Jia et al. (2016) para a validação do modelo matemático/numérico. Os parâmetro de entrada da simulação são exibidos na Tab. 3.2.

**Tabela 3. 2** - Parâmetros do protótipo apresentado por Jia et al. (2016).

Parâmetro	Valor
Diâmetro (D)	52,5 mm
Máximo do curso	70,0 mm
Curso ( $L_s$ )	35,0 mm
Massa (m)	5 kg
Coefficiente da força ( $c$ )	395 $N/(ms^{-1})$
Temperatura ambiente ( $T_0$ )	25°C
Pressão de admissão ( $P_0$ )	101,325 kPa
Fator de proporcionalidade ( $k_t$ )	1

Assume-se, um valor constante para o coeficiente de amortecimento ( $c$ ), representado pelo coeficiente da força da carga. O coeficiente está em função dos parâmetros operacionais do gerador linear.

A Figura 3.7 retrata os parâmetros geométricos, bem como os eixos de referência e as disposições dos cilindros e pistões que foram utilizados como referência nas simulações.



**Figura 3. 7** - Parâmetros geométricos do FPEG.

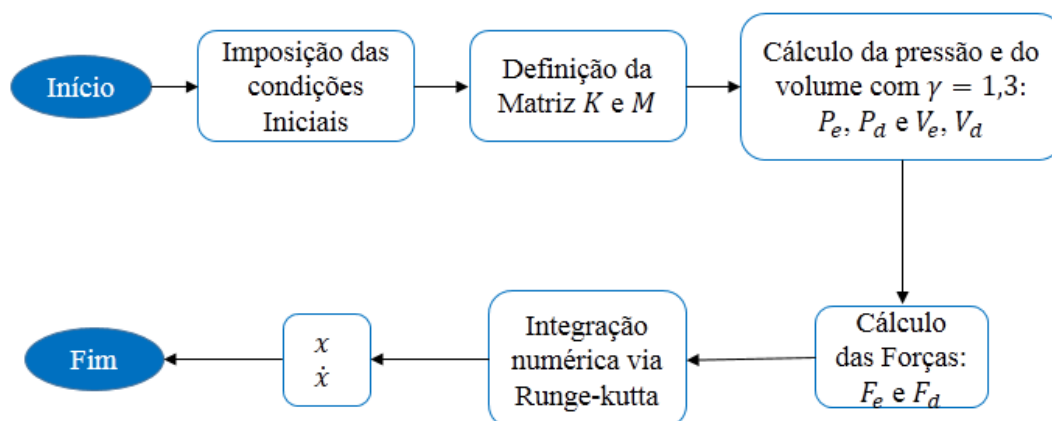


Adotou-se, como combustível a gasolina, e a taxa de compressão foi baseada nos resultados encontrados por Jia et al. (2014), em suas simulações do protótipo acima especificado. Os demais dados como comprimento de folga, razão ar-combustível (AFR), coeficiente politrópico, eficiência de combustão, poder calorífico inferior e calor específico a volume constante são definidos como variáveis de entrada, e os valores assumidos são apresentados na Tab. 3.3.

**Tabela 3. 3** - Parâmetros assumidos no primeiro protótipo.

Parâmetros	Valor
Câmara ( $L_c$ )	2,7 mm
Taxa de compressão ( $C_R$ )	13
AFR	14,7
Relação de capacidade térmica ( $\gamma$ )	1,3
Eficiência da combustão ( $\eta$ )	1
Poder calorífico inferior ( $Q_{LHV}$ )	42,5 kJ/kg
Calor específico a volume constante ( $C_v$ )	776 J/kg . K

Com todas as características definidas pode-se simular o modelo matemático e numérico e validá-los com os dados disponíveis em Jia et al. (2014). O fluxograma do modelo numérico implementado no software Matlab é representado na Fig. 3.8.



**Figura 3. 8** - Fluxograma do modelo numérico implementado.

### 3.9. Validação do modelo

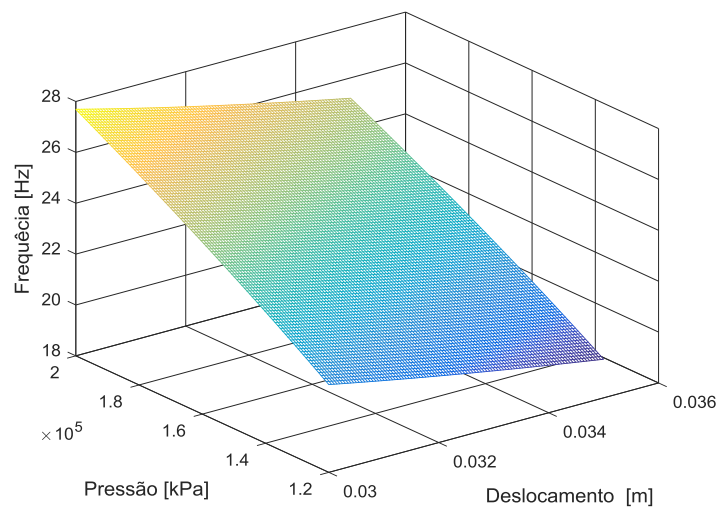
Comparou-se o modelo aqui desenvolvido com os dados apresentado por Jia et al. (2016), o tempo de simulação de funcionamento do FPEG foi de 0.3 s. No processo de simulação usu-

se um computador com as seguintes especificações: processador Intel Ivy Bridge Core i7 3.5Ghz 8MB e memória 16GB DDR3 1600MHz.

A frequência natural no FPEG está diretamente relacionada com os aspectos geométricos, como a massa e com a pressão de entrada. Os parâmetros geométricos e a massa do sistema gerador/pistão são características de projeto, as quais, após serem definidas não podem ser alteradas. Desta forma, a frequência natural do sistema pode ser modificada diretamente com a alteração do valor do curso do pistão e com a pressão de admissão.

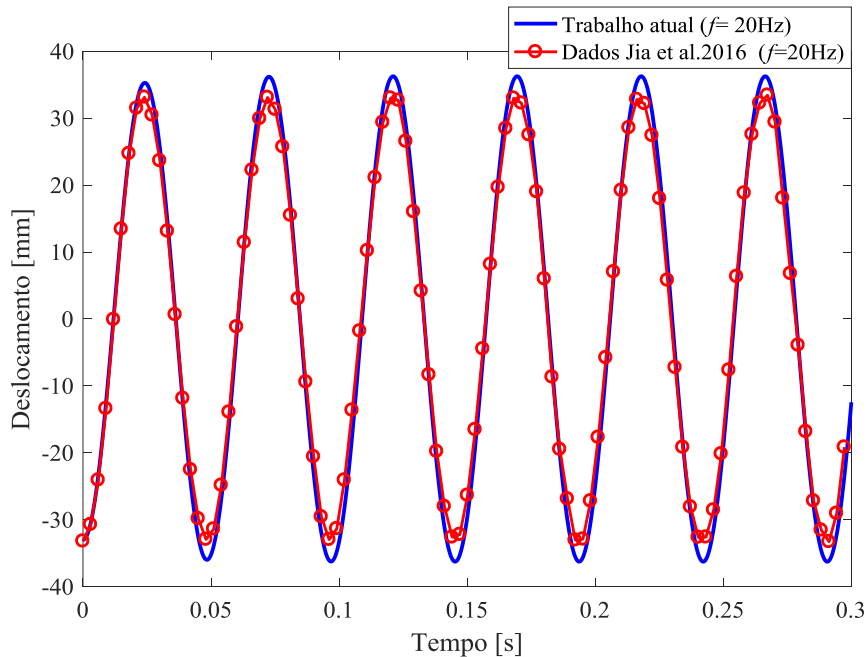
Todas as variáveis são ajustadas para intervalos apropriados, onde a pressão está entre 1,2 e 2 KPa e o curso do pistão está entre 0,03 e 0,036m. Assim, o FPEG tem um intervalo de taxa de compressão de 11 a 13,4. O mapa da frequência natural do FPEG é mostrado na Fig. 3.9 para um melhor entendimento.

Realizou-se, a simulação do FPEG em operação estável, de forma que a combustão alternada do motor fosse o suficiente para acionar o gerador linear, à vista disso, condições como partida do motor e falha de ignição não foram levadas em consideração.



**Figura 3. 9** - Frequência natural característica do FPEG.

A comparação entre os modelos computacionais do presente trabalho e do Jia et al. (2016) é mostrada na Fig. 3.10 Embora exista uma diferença entre as amplitudes da curva, pode-se observar que as frequências de simulação coincidem.



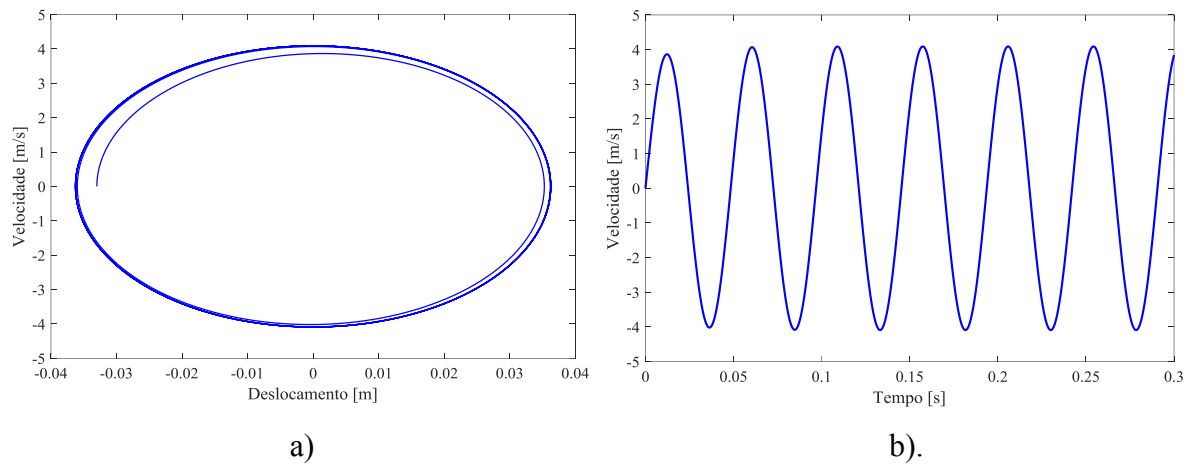
**Figura 3. 10** - Comparação entre o presente trabalho ( $f = 20$  Hz) e dados de Jia et al. (2016), ( $f = 20$  Hz).

A amplitude, representada no gráfico acima, descreve o deslocamento máximo que o pistão atinge. Obteve-se na simulação um deslocamento máximo de 36,3 mm enquanto que nos dados de referência o deslocamento obtido foi de 33,2 mm. A desigualdade de tais valores deve-se aos parâmetros adotados na simulação, que provavelmente são diferentes daqueles efetivamente utilizados no trabalho de referência. Além disso, as condições de contorno iniciais assumidas, como o ponto morto superior e a dimensão da câmara  $L_c$ , não são idênticas aos utilizados na literatura; todos esses parâmetros influenciam na força final aplicada nos cilindros de forma a alterar o deslocamento do pistão.

Adotou-se, inicialmente que o pistão esquerdo partia do ponto motor superior, na posição de -0,033m, e estava na eminência de iniciar o processo de expansão, de modo que a velocidade neste momento é zero.

A Figura. 3.11-a) traça a resposta do sistema sob a excitação de uma força com frequência 20 Hz. Na figura é descrito o diagrama de fase do motor, que possui o comportamento em forma elíptica, a linha em defasagem no interior da figura é o momento de início da simulação, fase transiente, conforme o motor completa vários ciclos o sistema entra em operação estável.

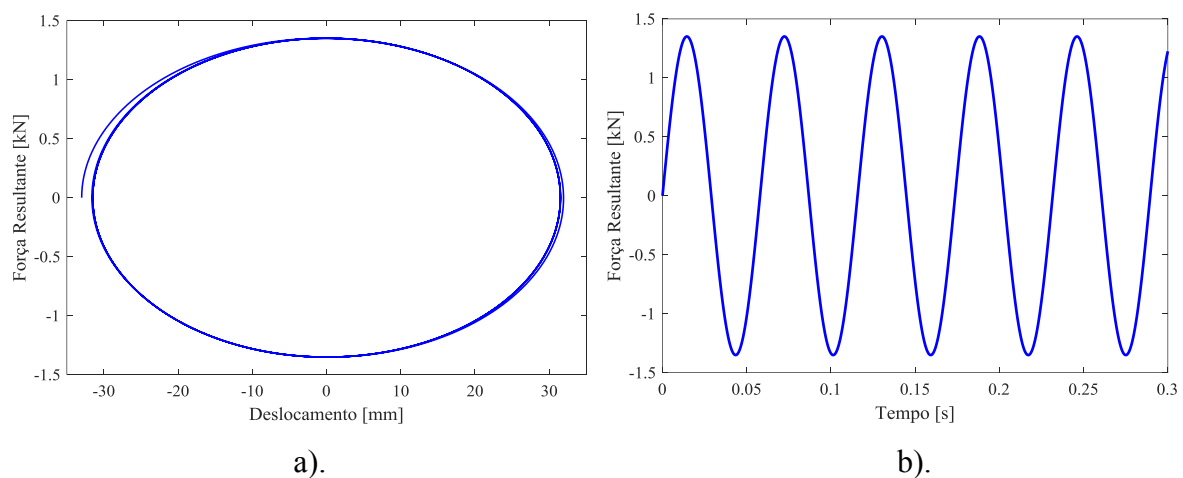
A Figura 3.11-b) ilustra a velocidade do pistão em função do tempo, a amplitude da velocidade oscila entre 4,09 m/s e -4,09 m/s, a velocidade média do pistão ficou em torno de 2,57 m/s.



**Figura 3.11** - Variação da velocidade pelo: a) Deslocamento; b) Tempo.

Percebe-se que o sistema após poucos segundos atinge seu regime permanente. Isto ocorre dado ao grande amortecimento introduzido pelas forças de origem eletromagnéticas.

A Figura 3.12-a), representa a variação da força pelo deslocamento, o comportamento do gráfico caracteriza uma força periódica e harmônica. A Figura 3.12-b), traz a variação da força resultante no decorrer do tempo, a amplitude máxima da força é de 1616,7 N a média ficou em 1023,3 N. O gráfico demonstra que a força resultante em um momento está orientada para o sentido positivo do eixo, da esquerda para a direita e em outro momento está no sentido negativo, da direita para esquerda. Logo, representado a alternância da combustão e por conseguinte a força resultante.



**Figura 3.12** - Variação da força resultante pelo: a) Deslocamento; b) Tempo.

Ao analisar as comparações entre os dados das simulações e dos testes disponíveis na literatura, pode-se concluir que o principal erro está no deslocamento final do pistão. A capacidade de movimentação do pistão é função da força aplicada sobre ele, ou seja, o processo de combustão influencia diretamente na amplitude do deslocamento do motor. Uma vez que, a maior parte dos parâmetros impostos foram de características térmicas, os erros encontrados são justificáveis e aceitáveis. Assim, considera-se que a equação dinâmica de vibração forçada de um grau de liberdade é robusta o suficiente para prever o desempenho real do motor.

### 3.10. Análise do modelo

Após a validação do modelo, foram realizadas simulações para análise termodinâmica, mecânica e elétrica do gerador linear de pistão livre. Alguns parâmetros analisados são determinados pelas Eq (3.68) a Eq. (3.73).

O trabalho permite calcular a variação de energia sofrida por um corpo ou a quantidade de energia que um corpo possui. O trabalho mecânico e elétrico pode ser obtido de acordo com a Eq.(3.68):

$$\tau = F \cdot d \quad (3.68)$$

onde  $F$  é a força resultando, podendo ser essa a força elétrica ou a força mecânica, e  $d$  a distância percorrida. Assim pode se obter o trabalho mecânico e elétrico conforme a força utilizada.

A eficiência de combustão é determinada pela relação entre o trabalho produzido e a energia recebida, como apresentado na Eq. (3.69).

$$\eta_{combustão} = \frac{\text{Trabalho útil}}{\text{Energia de entrada}} \quad (3.69)$$

Nesta análise, a energia do sistema vem do processo de combustão e o trabalho útil produzido é o deslocamento do pistão. A eficiência de combustão não foi calculada, para cada caso analisado  $\eta_{combustão}$  foi definida como variável de entrada.

A potência é definido como a quantidade de energia concedida ou consumida por unidade de tempo. A potência média, elétrica e mecânica, é dada pelo trabalho realizado em função da variação de tempo conforme apresentado da Eq.(3.70):

$$Pot = \frac{\tau}{\Delta t} \quad (3.70)$$

Desta forma, a potência elétrica e mecânica é obtida utilizando o trabalho de cada um, respectivamente.

A potência de combustível empregado é dado pela relação entre o calor liberado em cada câmara de combustão e a frequência de funcionamento do motor, de acordo com a Eq (3.71):

$$Pot_{combustível} = 2f_{frequência}Q_{in} \quad (3.71)$$

O rendimento mecânico de uma máquina é definido como a razão entre a potência útil de saída produzida pela máquina e a potência de entrada que lhe é fornecida, conforme a Eq. (3.72):

$$\eta_{mecânico} = \frac{Potência\ útil}{Potência\ entrada} = \frac{P_u}{P_t} \quad (3.72)$$

A potência útil do FPEG é a potência elétrica e a potência de entrada é a potência mecânica.

A eficiência de conversão termoelétrica é obtida através da relação entre a potência elétrica e a potencia de combustível utilizado, conforme indicado na Eq.(3.73)

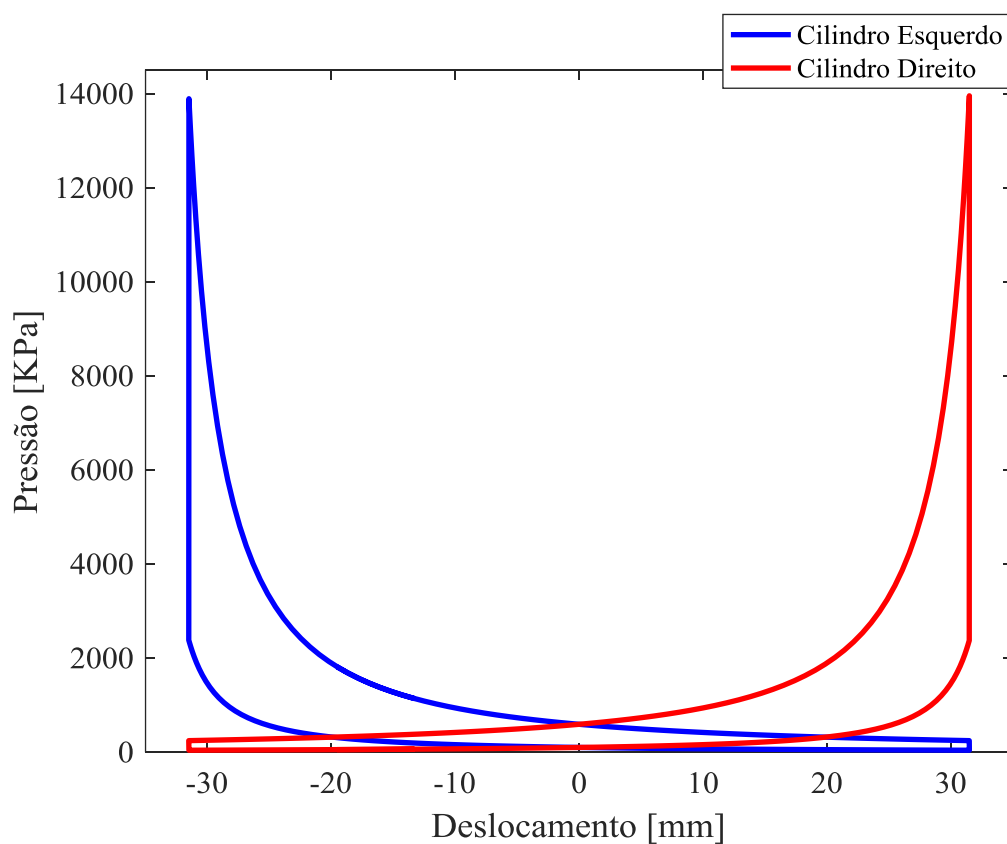
$$\eta_{conversão} = \frac{Potência\ eletrica}{Potência\ combutível} \quad (3.73)$$

Após a definição das variáveis de análise, alterou-se nessas simulações o coeficiente politrópico de 1,3 para 1,37, os demais parâmetros mantiveram-se os mesmos apresentados anteriormente. A alteração do coeficiente se faz necessária para impedir que a amplitude de deslocamento do pistão não exceda o limite físico da câmara.

O calor liberado durante o processo de combustão, anteriormente definido pela Eq. (3.26), foi de:  $Q_{in}=259,39$  J. A frequência de funcionamento do FPEG foi de 16,65 Hz, a potência do combustível utilizado foi de aproximadamente 8,64 kW.

O trabalho mecânico do gerador ficou em torno de 687,47 J e o trabalho elétrico em 627,31 J Além disso, pode-se obter o rendimento mecânico da máquina que foi de 91,25% e a eficiência de conversão termoelétrica foi de 24,2%.

A Figura 3.13 mostra a variação da pressão no cilindro esquerdo e direito durante o processo de combustão estável.

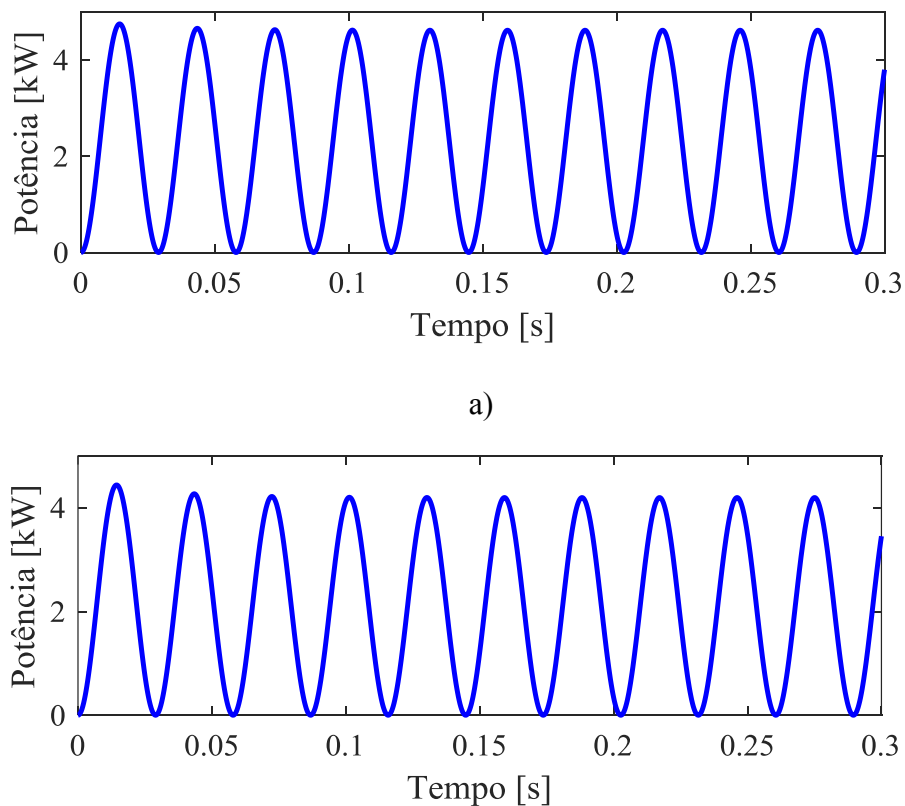


**Figura 3. 13** - Variação do volume em cada cilindro pelo deslocamento.

Assume-se, que no processo de exaustão e admissão a pressão do cilindro seja a mesma que a pressão ambiente, e o processo de combustão ocorra a volume constante.

A Figura 3.14-a) representa a potência mecânica do motor e a figura 3.14-b) a potência elétrica do gerador. A potência mecânica média do FPEG foi de 2,2916 kW e a elétrica foi de 2,091 kW.

Observa-se que a potência mecânica e elétrica possuem amplitudes aproximadas, ou seja, o mesmo valor. À vista disso, pode-se entender que há pouca perda de energia no sistema, uma vez que quase toda a energia mecânica do processo é transformada em energia elétrica.



**Figura 3. 14** - Potência mecânica e elétrica do FPEG. a) Potência mecânica. b) Potência elétrica.

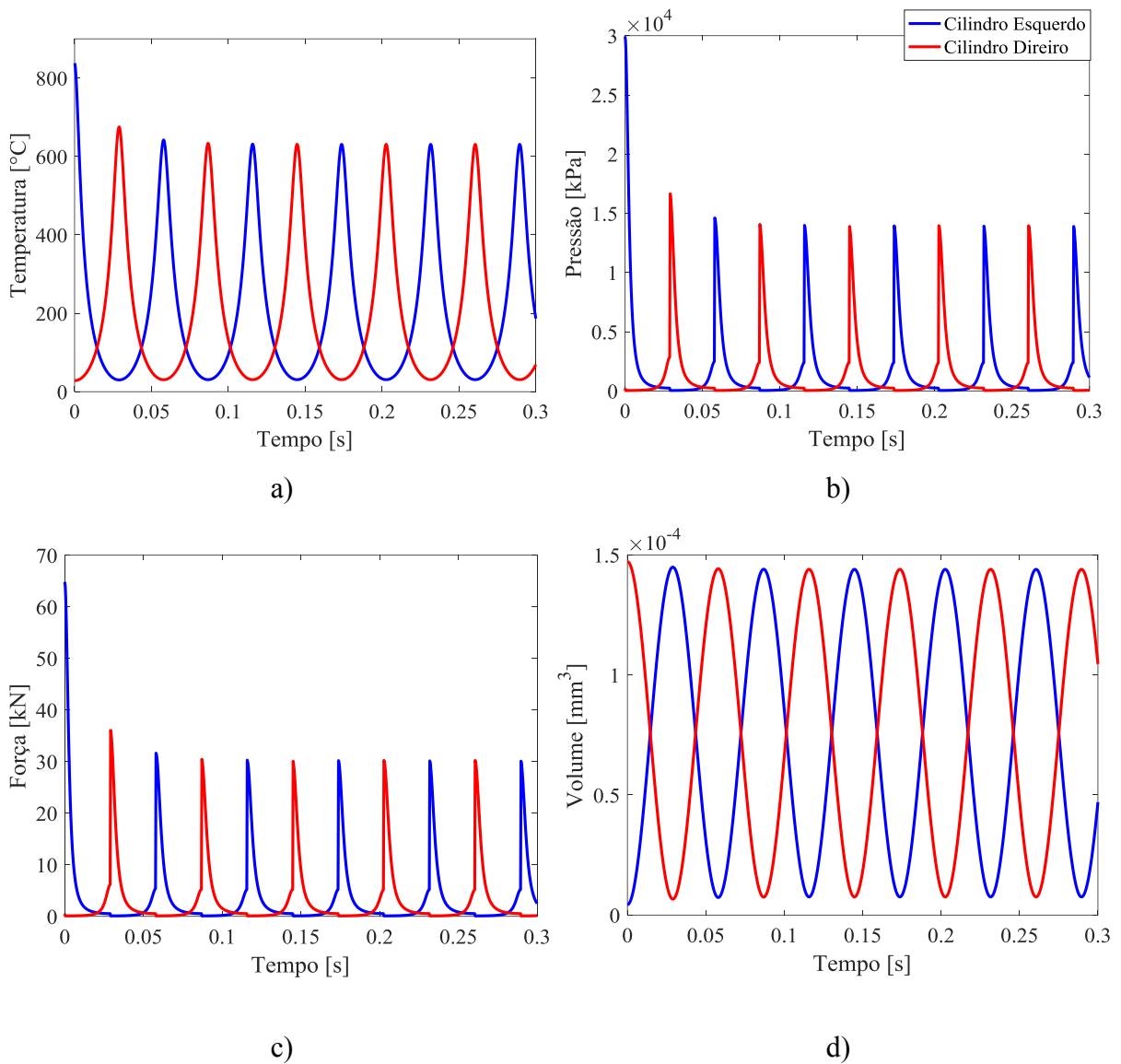
A Figura 3.15, permite a análise da temperatura, da pressão, da força e do volume em relação ao tempo. Os resultados obtidos demonstram que, enquanto um dos cilindros possui máxima temperatura, pressão e força e volume mínimo, o cilindro oposto possui valores inverso.

A temperatura máxima atingida no cilindro esquerdo e direito são respectivamente 837,92 °C e 675, 2 °C. A pressão máxima atingida na câmara esquerda é de 299 bar e na direita 166,6 bar e a máxima força para cada foi de 64,82 kN e 36,06 kN.

Impõem-se que a combustão se inicia no cilindro esquerdo, portanto, o traço em azul representa o cilindro esquerdo, no qual está ocorrendo a queima da mistura ar/combustível. Tendo o maior valor da temperatura, da pressão e da força enquanto que o volume na câmara atinge o valor mínimo, uma vez que a mistura foi comprida para a combustão.

No cilindro direito, representado pela curva em vermelho, a temperatura, a pressão, a força atingem o menor valor possível e o volume está na sua capacidade máxima, devido expansão e exaustão dos gases. Os picos de pressão coincidem com os picos das forças em cada câmara, visto que a força resultante vem da variação da pressão em cada cilindro.





**Figura 3. 15** - Variação da: a)Temperatura; b)Pressão; c)Força; d) Volume pelo tempo.

A Figura 3.15-d mostra a variação do volume em cada câmara, tendo a mesma oscilação da temperatura e da pressão. Deste modo, enquanto um dos cilindros possui volume máximo o outro possui volume mínimo.

Na ilustração fica evidente a alternância da curva de cada cilindro, entre os limites máximos e mínimos para temperatura, pressão e força; caracterizando a combustão alternada em cada cilindro.

# CAPÍTULO IV

## DESENVOLVIMENTO DO MODELO POLITRÓPICO

### 4.1. Introdução

Neste capítulo o modelo linear isentrópico apresentado e implementado no capítulo III será alterado para um modelo politrópico. Para tanto serão utilizadas as relações termodinâmicas e a lei dos gases ideais.

### 4.2. Processo Politrópico

O termo “politrópico” é utilizado para descrever uma transformação termodinâmica reversível de um gás, normalmente considerado ideal, em sistema aberto ou fechado que envolva transferência de calor e trabalho. Nesse processo a relação entre a pressão e o volume pode ser descrita analiticamente por:

$$PV^n = \text{Constante} \quad (4.1)$$

onde  $P$  é a pressão,  $V$  o volume e  $n$  representa o coeficiente politrópico. Os processos isotérmicos, adiabáticos, isocóricos e isobáricos são casos particulares dos processos politrópicos e seus coeficientes podem assumir os valores apresentados na Tab. 4.1:

**Tabela 4. 1-** - Coeficiente politrópico.

$n = 0$	Isobárico
$n = 1$	Isotérmico
$n = \gamma = C_p/C_v$	Adiabático
$n = \mp\infty$	Isocórico

Os processos reais, como a compressão de um gás numa máquina, por exemplo, não são normalmente nem isotérmicos, nem adiabáticos puros. Eles são a combinação entre estes dois casos (politrópico), e pode ser descrito por:

$$1 < n < \gamma. \quad (4.2)$$

O modelo apresentado anteriormente descreve um processo ideal, sendo adiabático e isentrópico, uma vez que se assumiu que o coeficiente politrópico fosse constante e seu valor foi estimado pela relação entre o calor específico a pressão ( $C_p$ ) e volume constante ( $C_v$ ), assim:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \approx 1.37 \quad (4.3)$$

Os resultados obtidos pelo processo ideal se distanciam dos processos reais de compressão e expansão dos gases. Desta forma, deseja-se adaptar o equacionamento para o processo politrópico, para uma aproximação mais aprimorada do comportamento real do sistema.

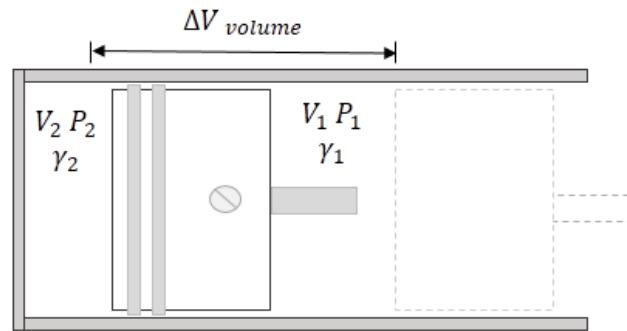
### 4.3. Modelo matemático com coeficiente politrópico variável

O modelo apresentado no capítulo anterior utilizou-se da segunda lei de Newton para o somatório das forças e a equação foi linearizada, utilizando uma expansão em série de Taylor, em função dos parâmetros termodinâmicos e transformada numa equação dinâmica de vibração forçada.

Neste modelo, a força de excitação do sistema é a resultante entre as forças devido as pressões do cilindro direito e esquerdo. A força é aplicada diretamente na equação dinâmica de vibração forçada. Os demais componentes da equação são os mesmos apresentados nas Eqs. (3.53) a (3.55) do capítulo anterior. Além disso, o coeficiente politrópico, antes mantido constante agora, é variável para cada posição do pistão.

Para cada variação de volume, as propriedades dos gases sofrem alterações em função de uma nova pressão, temperatura e volume. À vista disso, é possível calcular o coeficiente politrópico a cada instante para a mistura presente nos dois cilindros.

A Figura 4.1 ilustra a alteração das propriedades dos gases conforme o pistão se desloca.



**Figura 4. 1** - Deslocamento do pistão.

Considera-se, que o gás presente em todas as fases do ciclo é o ar atmosférico e que inicialmente o coeficiente politrópico seja constante, podendo assim obter a temperatura no ponto pela relação:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad (4.4)$$

onde adotou-se  $\gamma=1.37$ . Após obter a temperatura dos gases, utilizou-se o pacote de banco de dados térmico HOT para Matlab (Martin, (2010)), e o coeficiente politrópico foi determinado em função da temperatura calculada e da composição química do ar.

O ar atmosférico é composto principalmente por Nitrogênio e Oxigênio. O primeiro ocupa 78% da atmosfera e o segundo, 21%. O restante é ocupado pelo Gás Carbônico (1%) e pelos Gases Nobres (0,03%). Neste trabalho, considerou-se que o ar é composto por 21% de oxigênio e 79% de Nitrogênio, os gases em menor quantidade foram incorporados a parcela do Nitrogênio.

Realizou-se, uma outra modificação no modelo, além das descritas acima, o algoritmo apresentado no capítulo III não permite prever o momento e a posição exata em que ocorre a combustão. Permite somente supor que, quando a velocidade do pistão no cilindro esquerdo for maior ou igual a zero, e para o cilindro direito, for menor ou igual a zero, o processo de combustão já tenha ocorrido.

Nessas condições a função unitária  $\sigma$ , definida anteriormente pelas Eqs. (3.9) e (3.10), é ativada. De forma que o  $\Delta p_{cm}$ , que é a variação da pressão devido ao processo de combustão, é utilizado no cálculo da força resultante no cilindro e por conseguinte da velocidade e do deslocamento do pistão.

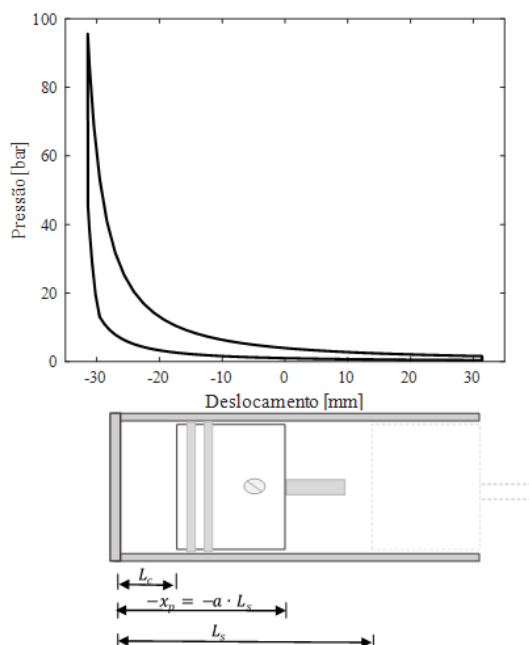
É importante ressaltar que a compressão continua mesmo após a queima de combustível, o pistão inverte o sentido da velocidade, somente quando a pressão dos gases no êmbolo forem suficiente para mudar o sentido do deslocamento. Desta forma, mesmo após o início da combustão, o pistão se desloca no sentido do processo de compressão e não de expansão.

Em virtude de não saber a posição exata e a distância percorrida pelo pistão no sentido do processo de compressão, mesmo após a liberação de calor, definiu-se a posição  $x_p$  como a posição a partir da qual inicia-se a combustão e  $L_c$  o comprimento máximo.

Esse intervalo representa a posição, onde a combustão ocorre, e os pontos onde o comportamento do pistão ainda é no sentido do processo de compressão, mesmo após a liberação de calor. Assim, pode-se definir pela Eq. (4.5) o valor de  $x_p$ :

$$x_p = \alpha \cdot L_s \quad (4.5)$$

sendo que  $\alpha$  representa a relação entre a posição do pistão e o comprimento total do cilindro. Desta forma, quando  $\alpha$  assume o valor de 1 significa que o pistão está na posição máxima do curso, assim como, quando  $\alpha$  alfa vale 0.5 o pistão encontra-se na metade do cilindro. A Fig. (4.2), demonstra a caracterização desse intervalo.



**Figura 4. 2 -** Ciclo de funcionamento ideal da FPEG.

Ao observar a Fig. 4.2, pode-se entender que na posição  $x_p$ , a combustão ocorre e que  $L_c$  é deslocamento máximo que o pistão pode atingir. Deste modo, no intervalo entre  $x_p$  e  $L_c$ , assume-se, que o aumento da pressão devido a combustão varia linearmente entre a ignição e a inversão do sentido do movimento do pistão. Isto é, o  $\Delta p_{cm}$  é zero na ignição, posição  $x_p$ , e máximo na de inversão do movimento do pistão.

Deste modo, se faz necessário a implementação de um fator de correção que permita a caracterização correta do intervalo e a variação linear da influência da combustão na pressão. A Eq. (4.6) descreve o fator de correção que foi adicionada as Eqs. (3.17) e (3.18):

$$f_{cor} = \frac{x + \alpha \cdot L_s}{(L_s + (\alpha - 1))} \quad (4.6)$$

Quando o pistão inverte o sentido da sua velocidade, se tem a certeza que houve a liberação de calor, e a pressão exercida pelos gases no êmbolo é o suficiente pra proporcionar o deslocamento do pistão no sentido do processo de expansão. Logo o fator de correção não é utilizado, ou seja, não há mais a variação linear de  $\Delta p_{cm}$  o seu valor máximo é considerado.

Assim, pode-se concluir que, com a inserção do fator de correção, a dinâmica do pistão é condicionado por dois casos possíveis de velocidade, Eqs.(3.9) e (3.10), e por uma condição de velocidade e deslocamento, representada pelas Eqs: (4.7) e (4.8), para o cilindro esquerdo e direito, respectivamente:

$$\dot{x} < 0 \text{ e } L_c < x \leq -x_p \quad \begin{cases} f_{cor} = \frac{x + \alpha \cdot L_s}{(L_s + (\alpha - 1))} \\ \sigma_e = 1 \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\dot{x} > 0 \text{ e } x_p < x \leq -L_c \quad \begin{cases} f_{cor} = \frac{x + \alpha \cdot L_s}{(L_s + (\alpha - 1))} \\ \sigma_d = 1 \end{cases} \quad (4.8)$$

#### 4.4. Modelo Numérico

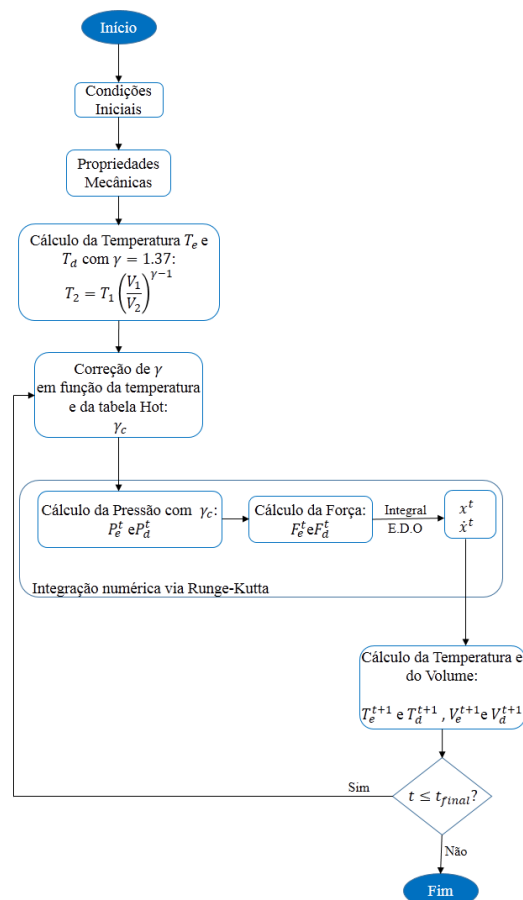
Utilizou-se, novamente o software Matlab para a implementação do algoritmo e o tempo de simulação para cada caso foi de 0,3 s. Simulou-se, dois casos: um com o coeficiente politrópico variável e outro constante. As condições iniciais são imposta ao sistema e as

matrizes K e M são definidas. Posteriormente, a temperatura do gás é estimada utilizando  $\gamma = 1,37$ .

A partir da temperatura e dos dados termodinâmicos obtidos das tabelas HOT (Martin,2010), o coeficiente politrópico é calculado, ou seja, estima-se a temperatura dos gases como se o sistema tivesse comportamento isentrópico e com essa temperatura em conjunto com a composição química do ar, determina-se o coeficiente politrópico.

A pressão em cada cilindro é calculada e, por conseguinte a força resultante. Deste modo, o sistema pode ser integrado e a velocidade e deslocamento são determinados. Novamente, utilizou-se a função Ode 45. O passo de tempo empregado foi de 0,003 s e o tempo de simulação total de operação do FPEG foi de 3s.

O fluxograma do algoritmo utilizado na implementação numérica do modelo não-linear com coeficiente politrópico variável está representado na Fig. 4.3, os sobescritos  $t$  representam o tempo atual e o  $t + 1$  o tempo futuro.



**Figura 4.3** - Fluxograma do algoritmo.

Os parâmetros geométricos utilizados em ambas simulações são os mesmos empregados no capítulo III. As propriedades e os fatores diferentes utilizados estão apresentados na Tab. (4.2).

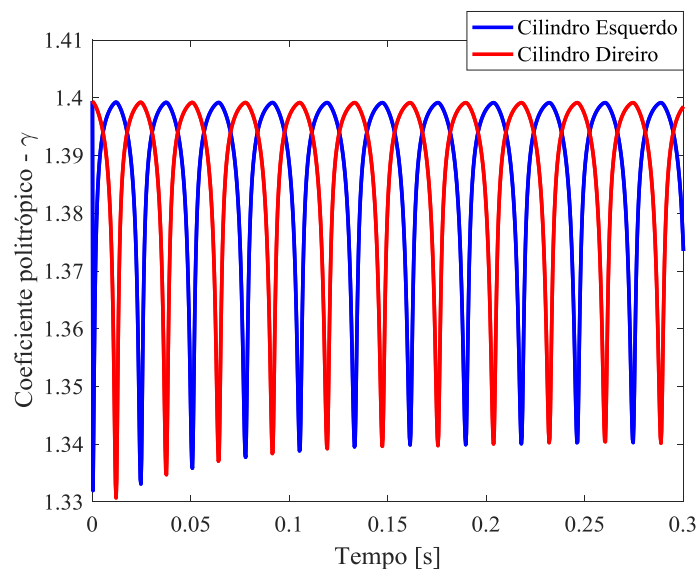
**Tabela 4. 2** - Parâmetros de simulação.

Parâmetro	Valor
$\alpha$	0,85
$f_c$	0,3
$\gamma$	1,37
$C_{mag}$	281,76
$C_{mec}$	28,18
C	309,94
AFR	14,7
Eficiência da combustão ( $\eta$ )	0,6
Calor específico a volume constate ( $C_v$ )	718 J/kg K

Desta forma, com todo os parâmetros definidos é possível utilizar o modelo matemático/numérico desenvolvido.

#### 4.5. Modelo não-linear politrópico

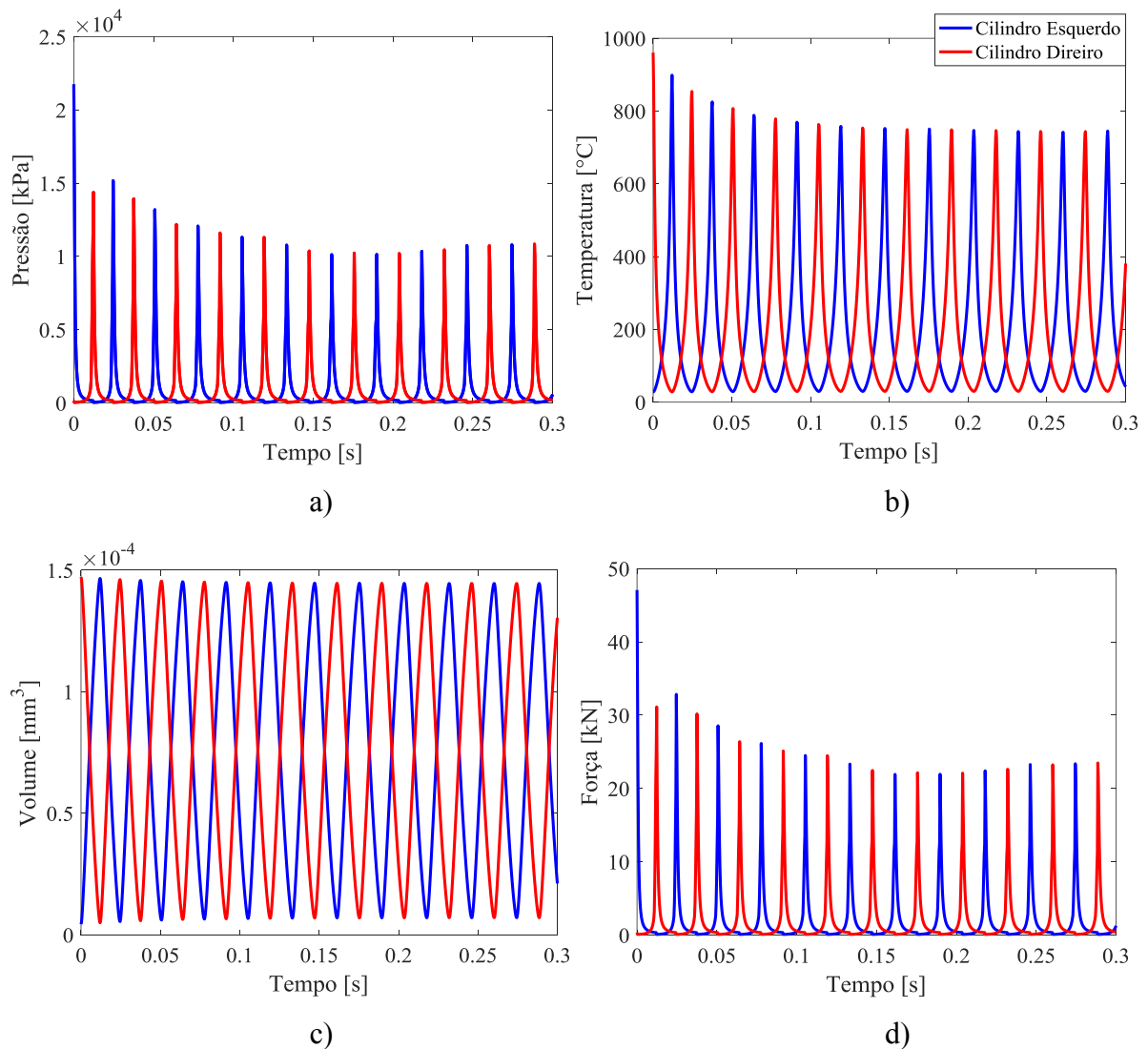
A média do coeficiente politrópico da câmara esquerda e direita foram de 1,3951 e 1,3949. A Figura 4.4 ilustra a variação do coeficiente para cada cilindro no decorrer do tempo.



**Figura 4. 4** - Variação do coeficiente politrópico.



A Figura 4.5 mostra a variação da pressão, da temperatura, do volume e da força para cada cilindro no decorrer do tempo.



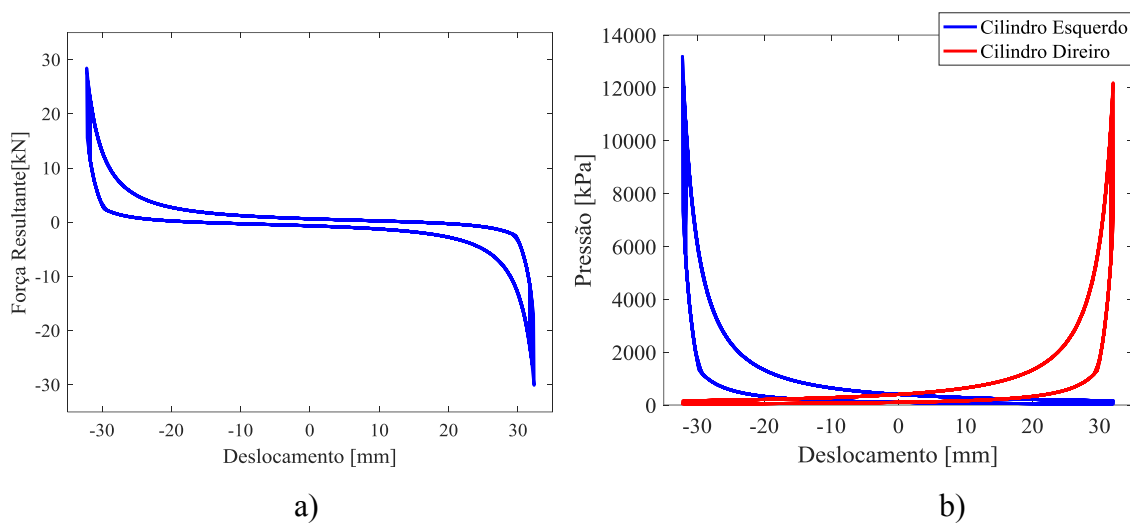
**Figura 4.5** - Variação: a) Pressão vs. Tempo; b) Temperatura vs. Tempo; c) Volume vs. Tempo; d) Força vs. Tempo.

Observa-se, em relação ao cilindro esquerdo, que em  $t = 0$  a pressão, a temperatura, e a força possuem o seu valor máximo e o volume possui o menor valor, devido as condições iniciais que são impostas na simulação. Considerou-se que o pistão esquerdo estava na posição  $x = -0,033$ , e a velocidade zero  $v = 0$ .

Desconsiderando os pontos iniciais e analisando a partir do período em que o regime estável é alcançado, entre 0,05 e 0,1 s de operação da máquina, a temperatura e a pressão máximas atingidas no cilindro direito foi de 807,07°C e 13938kPa e no esquerdo 788,4315 °C

e 13191 kPa. A força resultante o volume máximo do cilindro esquerdo foi de 28,555kN e de  $1,4524 \times 10^{-4} \text{ mm}^3$  e no cilindro direito 26,3821 kN e  $1,4551 \times 10^{-4} \text{ mm}^3$ .

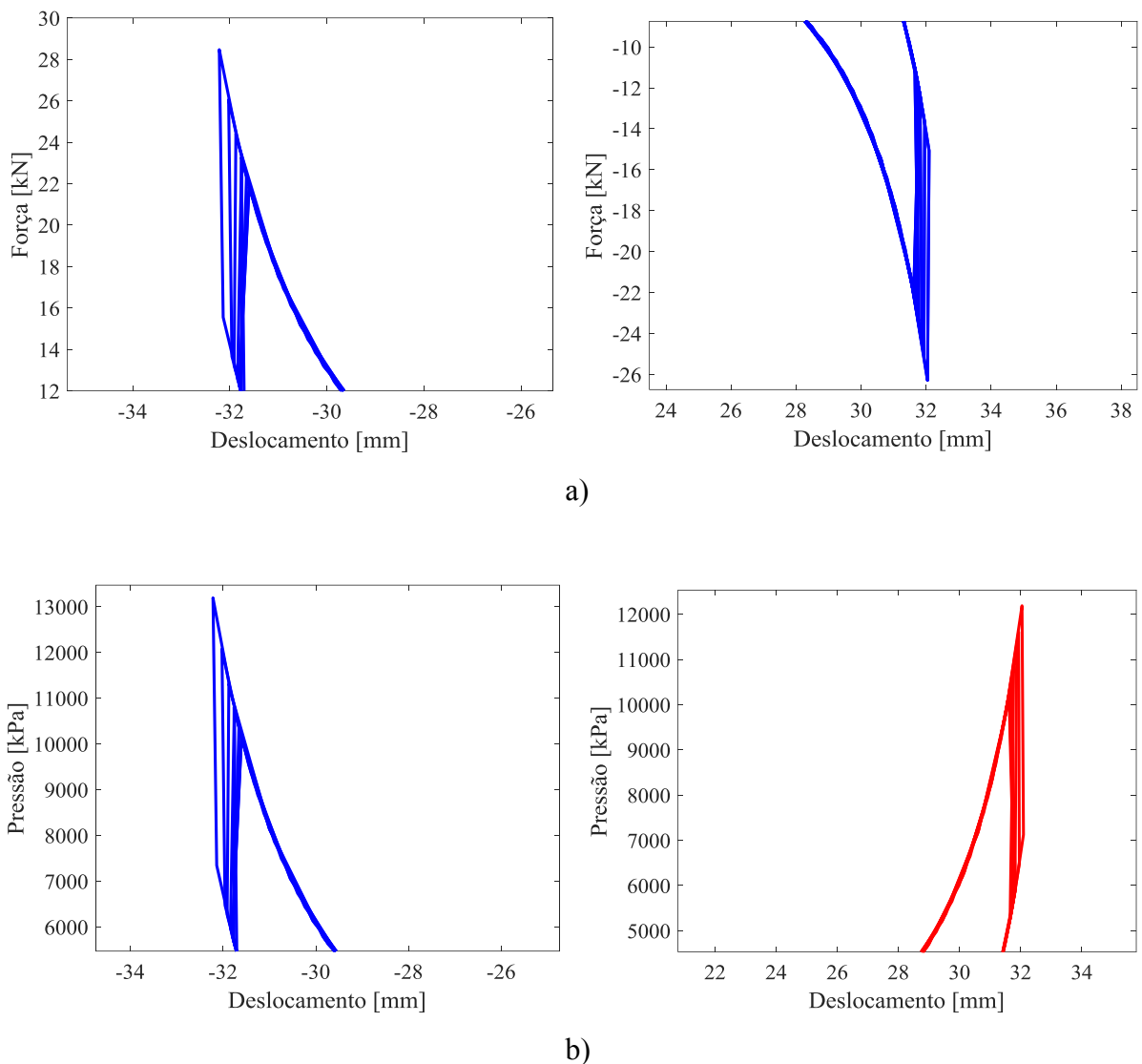
A Figura 4.6 -a), representa a variação da força resultante pelo deslocamento. Observa-se, comparando a imagem 4.6 -a ) e 4.6 -b), que o maior valor da pressão do cilindro esquerdo coincide com a posição em que a força resultante positiva atinge o seu valor máximo, ou seja, a explosão do lado esquerdo gera uma força positiva. O deslocamento do pistão neste caso é da esquerda para a direita.



**Figura 4. 6** - Variação da: a) Força vs. Deslocamento; b) Pressão vs. Deslocamento.

De mesmo modo, o cilindro direito, o pico de pressão tem a mesma posição onde ocorre o máximo da força resultante negativa. A força que advém da explosão no cilindro direito, direciona o pistão em um movimento da direita para a esquerda, devido a isso, a orientação da força é no sentido negativo do eixo x.

Percebe-se, que a força e a pressão varia durante todo o cursor do pistão, possuindo módulo máximo nas extremidades e mínimo no centro. Nas extremidades de cada curva, nos pontos de limite de deslocamento, observa-se a presença de sucessivas linhas que mostram a região em que ocorre a combustão, tendo assim uma elevação da pressão e da força, como mostrado na Figura 4.7.



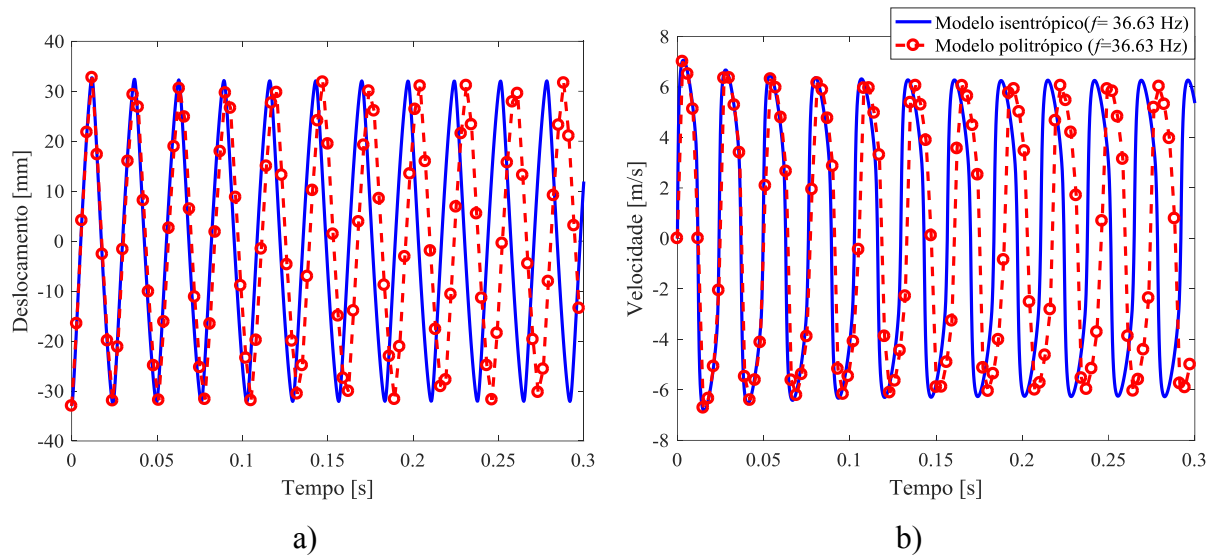
**Figura 4. 7** - Elevação da: a) Força; b) Pressão na extremidade do deslocamento

Em vista disso, foi implementado o fator de correção de forma que o modelo representasse de forma mais eficiente o processo de combustão.

#### 4.6. Comparação entre o modelo com coeficiente politrópico constante e variável

A frequência natural é calculada pela formulação definida por Jia et al. (2016) em seu trabalho, e apresentado na Eq. (3.57). Após a definição de  $k$  calcula-se a frequência natural e consequentemente a frequência natural angular ( $\omega_n$ ). A frequência de funcionamento de ambos os modelos foram de 36,63Hz.

A velocidade média do modelo politrópico foi de 4,67 e do isentrópico 4,87 m/s. O deslocamento máximo de ambos foi de 32,7 mm, como ilustrado na Fig. 4.8.



**Figura 4.8** - Variação do: a) Deslocamento do pistão vs. Tempo; b) Velocidade vs. Tempo.

A diferença entre os dois ciclos, mesmo tendo o FPEG trabalhado na mesma frequência, advém da força resultante calculada, que é em função do coeficiente politrópico. A constante elástica da mola ( $k$ ), também depende do valor que  $\gamma$  assume, ou seja, para cada coeficiente politrópico atribui-se um novo valor ao parâmetro  $k$ . Porém, para simplificação do problema,  $k$  é calculado no início do algoritmo e mantido constante durante toda a simulação.

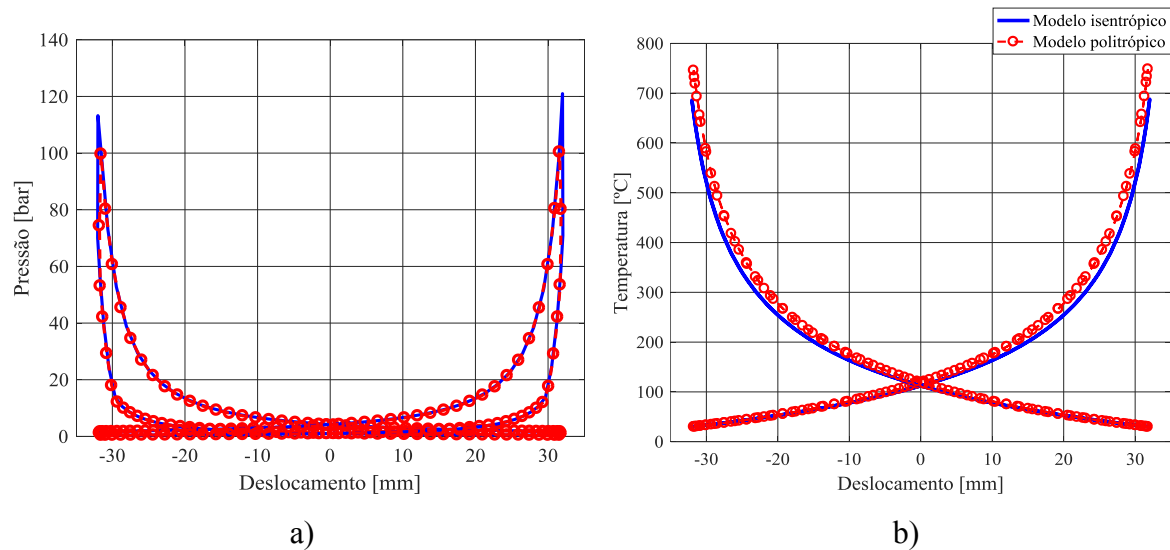
Utilizou-se novamente a gasolina como combustível, a Tabela 4.3 compara o desempenho dos dois casos analisados:

**Tabela 4.3** - Comparação de desempenho dos modelos com coeficiente politrópicos:

	Constante	Variável
Calor liberado ( $Q_{in}$ )	155,63 [J]	155,63 [J]
Potência do combustível	11,4016[kW]	11,4016[kW]
Trabalho mecânico	2,4757[kJ]	2,2724 [kJ]
Trabalho elétrico	2,2108[kJ]	2,0491 [kJ]
Rendimento	89,30%	90,17%
Eficiência termoeletrica	64,64%	59,91%

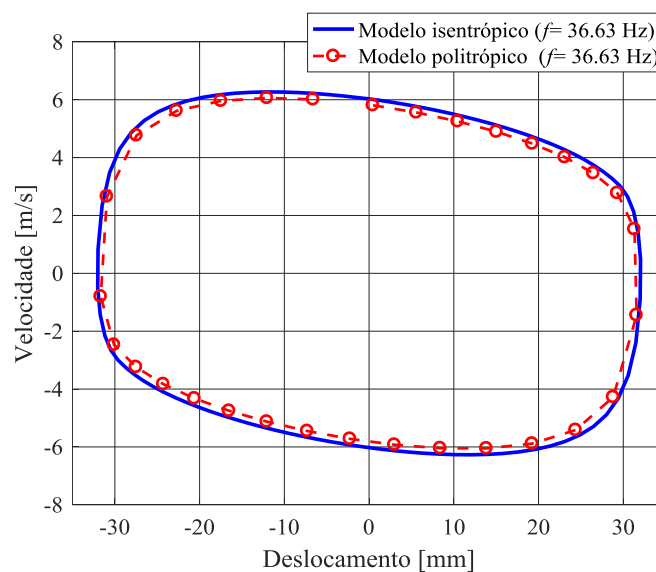
Calculou-se, o ciclo médio para os dois casos analisados. Estimou-se, os pontos médios baseado em todos os ciclos completos, que apresentavam a mesma quantidade de pontos, dentro do tempo total simulado.

A Figura 4.9 ilustra a comparação entre a pressão e a temperatura do ciclo médio do sistema com coeficiente politrópico constante e variável.



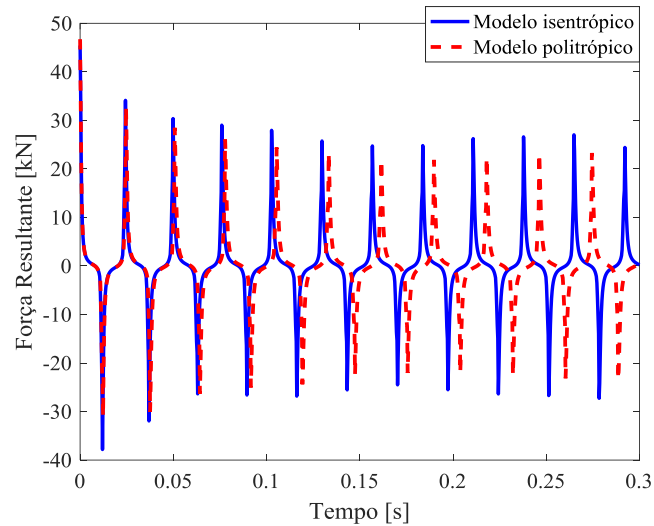
**Figura 4. 9** - Comparação dos ciclo médio a) Pressão vs. Deslocamento; b) Temperatura vs. Deslocamento.

Observa-se, que o ciclo isentrópico possui maiores módulos de temperaturas e pressão para o mesmo deslocamento. O diagrama de fase para ambos os modelos está representado na Fig. 4.10, percebe-se que o ciclo com coeficiente politrópico variável possui amplitudes menores de deslocamento e velocidade.



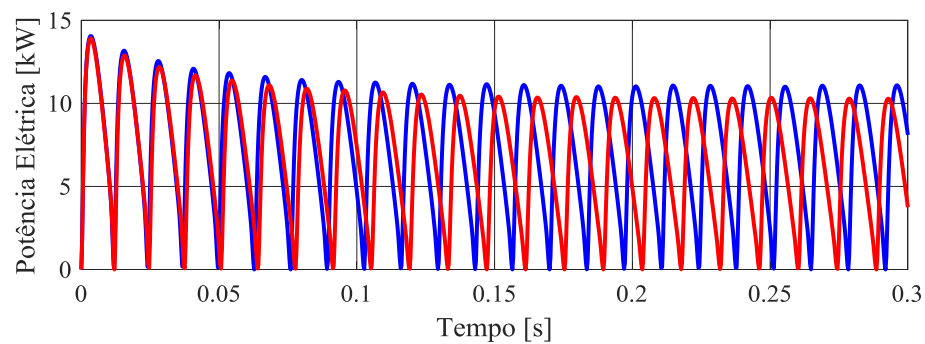
**Figura 4. 10** - Velocidade vs. Deslocamento.

A força resultante do ciclo médio do FPEG está ilustrada na Fig. 4.11. A amplitude da força do modelo isentrópico é maior do que o politrópico, sendo a maior amplitude de 34,13 kN e 32,76 kN respectivamente.

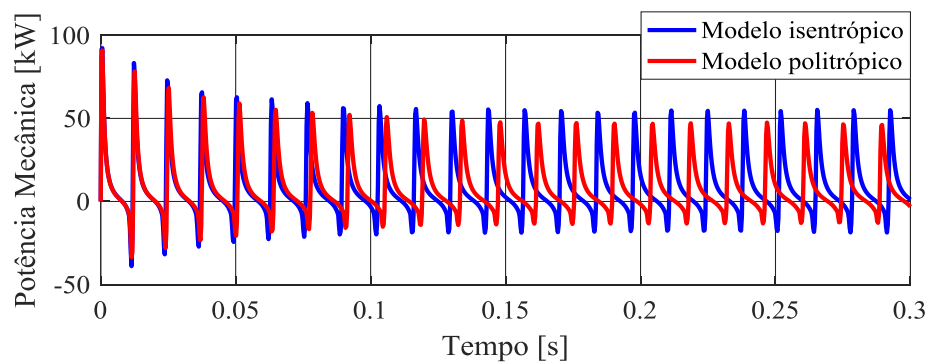


**Figura 4. 11** – Representação a) Força vs. Tempo; b) Energia do FPEG.

A potência elétrica e mecânica do sistema está ilustrada na Fig. 4.12.



a)



b)

**Figura 4. 12** - Potência: a) Elétrica; b) Mecânica.

Observa-se a diferença de amplitude entre e a potência mecânica e elétrica, o que reitera a perda de energia.

A potência mecânica média do modelo isentrópico foi de 8,25 kW e do politrópico de 6,8302 kW. A potência elétrica média foi de 7,37 kW e 6,83 kW, respectivamente.

Observa-se que a perda de energia no sistema, ou seja, a energia mecânica do sistema não é totalmente transformada em energia elétrica, havendo dissipação de energia no sistema devido a introdução do coeficiente de amortecimento viscoso

# CAPÍTULO V

## ESTUDO PARAMÉTRICO

### 5.1. Introdução

Nesta seção, os efeitos da carga, posição de ignição e pressão de admissão são investigados para este tipo de motor. As mudanças na eficiência de conversão termoelétrica, no deslocamento e no de pico de pressão são ilustradas com a mudança dessas variáveis. As características geométricas do FPEG são mantidas constantes em todas as análises e o modelo estudado é o politrópico.

### 5.2. Variação da pressão de admissão

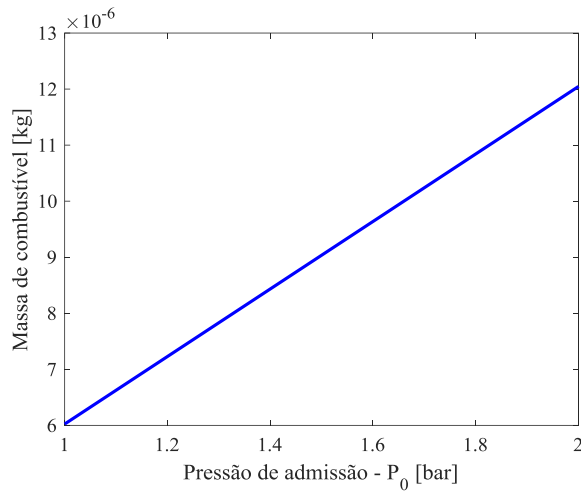
Considerou-se, inicialmente que a pressão de admissão ( $P_0$ ) é a mesma que a pressão atmosférica, à vista disso, deseja-se alterar a pressão inicial do FPEG e ver as modificações no seu funcionamento e desempenho.

De acordo com a formulação apresentada no capítulo III, a pressão de admissão altera diretamente o valor da frequência natural, da massa de combustível e do calor gerado na combustão e por consequência na eficiência de conversão da energia química em energia elétrica.

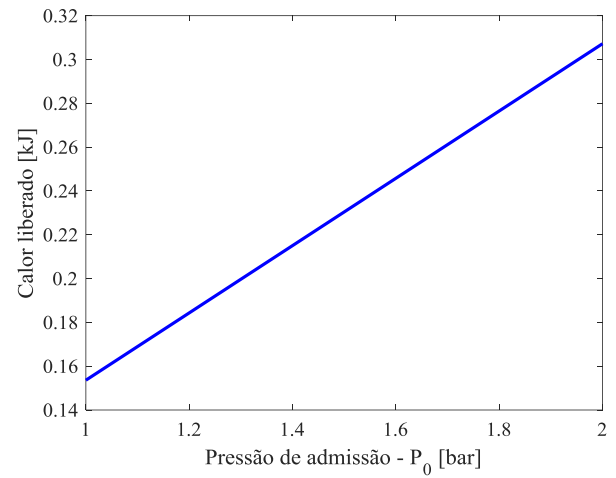
A princípio somente a  $P_0$  foi alterada, os demais parâmetros foram mantidos constantes e estão listados na Tab. 4.2.

A Fig 5.1 traz a variação da massa de combustível, do calor total liberado, da eficiência termoelétrica e do rendimento mecânico em função da alteração da pressão. Atribui-se valores a pressão inicial entre 100 KPa a 200kPa.

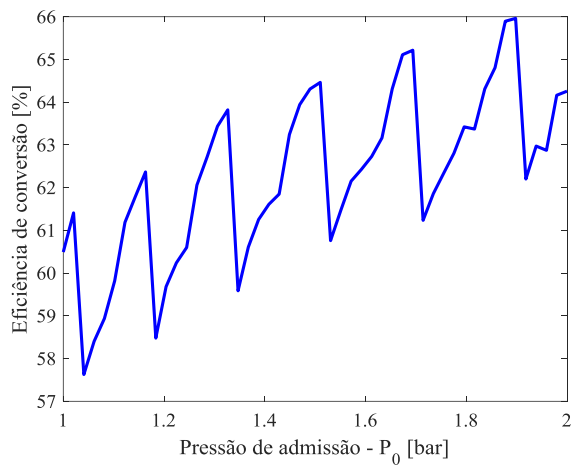




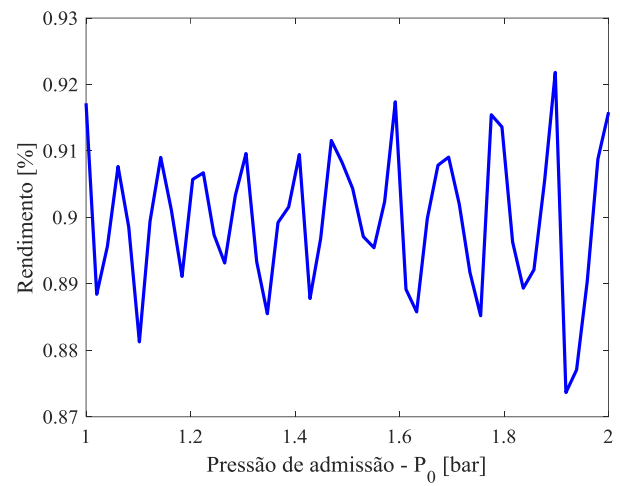
a)



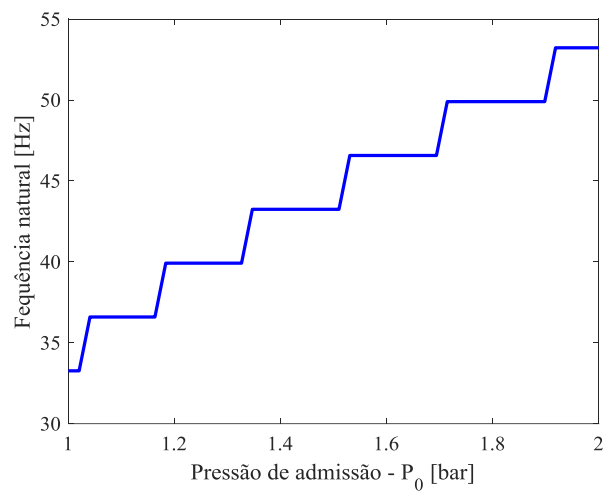
b)



c)



d)



e)

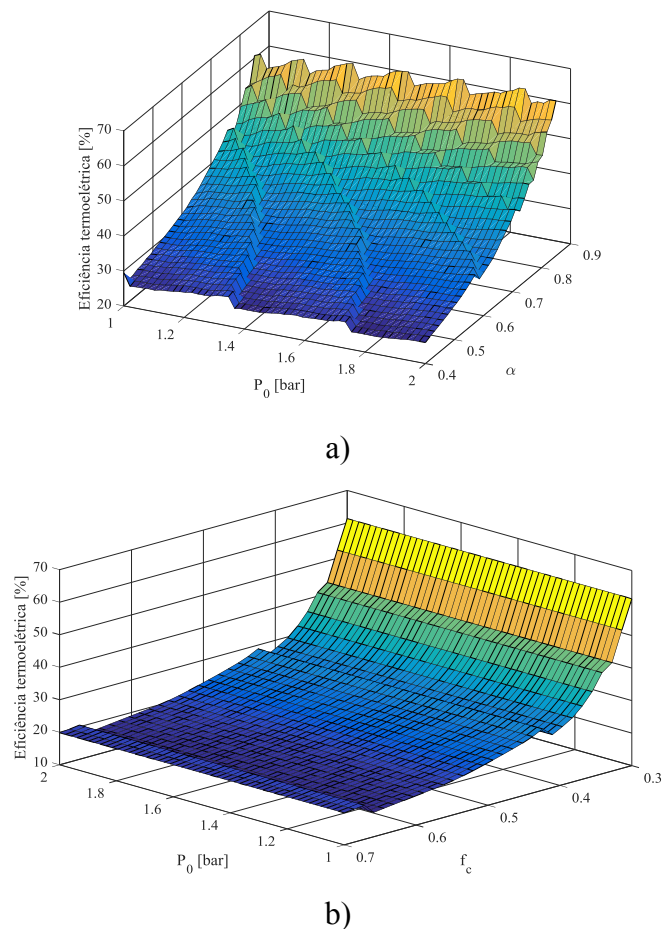
**Figura 5. 1** - Influência da pressão: a) Massa de combustível; b) Calor liberado; c) Eficiência de conversão; d) Rendimento; e) Frequência natural.

Observa-se nas Fig. 5.1-a) e 5.1-b) o crescimento linear da massa de combustível utilizado e do calor liberado em função do aumento da pressão de admissão. Enquanto que nas Figs. 5.1-c) e 5.1-d) apresentam a variação da eficiência termoelétrica e do rendimento mecânico, ambos apresentam comportamento de pico e depressões em seus valores para a alteração da pressão. Na Figura 5.1-e) mostra que a frequência natural do sistema tende a aumentar com o aumento da pressão de admissão, entretanto, há ponto que a frequência decai.

Em seguida para cada valor estipulado para a pressão o fator de proporcionalidade ( $f_c$ ), e  $\alpha$  são variados.

A alteração do fator de proporcionalidade  $f_c$  implica diretamente no valor do amortecimento mecânico e elétrico. À vista disso, o coeficiente de amortecimento do sistema é variado para cada valor de  $f_c$ .

Na Fig 5.2 a pressão foi modificada em cinquenta pontos diferentes e  $f_c$  e  $\alpha$  em trinta pontos.



**Figura 5. 2** - Eficiência Termoelétrica em função: a)  $P_0$  e  $\alpha$ ; b)  $P_0$  e  $f_c$ .

A variável  $\alpha$ , que representa a relação entre a posição do pistão e o comprimento total do cilindro, influencia na determinação do ponto  $x_p$ . A variação da pressão devido a combustão inicia-se na posição  $x_p$  e varia linearmente até o pistão atingir a posição  $L_c$ . Desta forma, a modificação de  $\alpha$  altera a posição do início da combustão.

Analisa-se, que na Fig. 5.2-a) os maiores valores de eficiência termoelétrica encontram-se na parte do gráfico que possui maiores valores de pressão de admissão e de  $x_p$ , uma vez que a posição  $x_p$  é em função de  $\alpha$ . Percebe-se na curva no plano xz os mesmos picos e depressões presentes na Fig 5.1-c) e Fig.5.1-b).

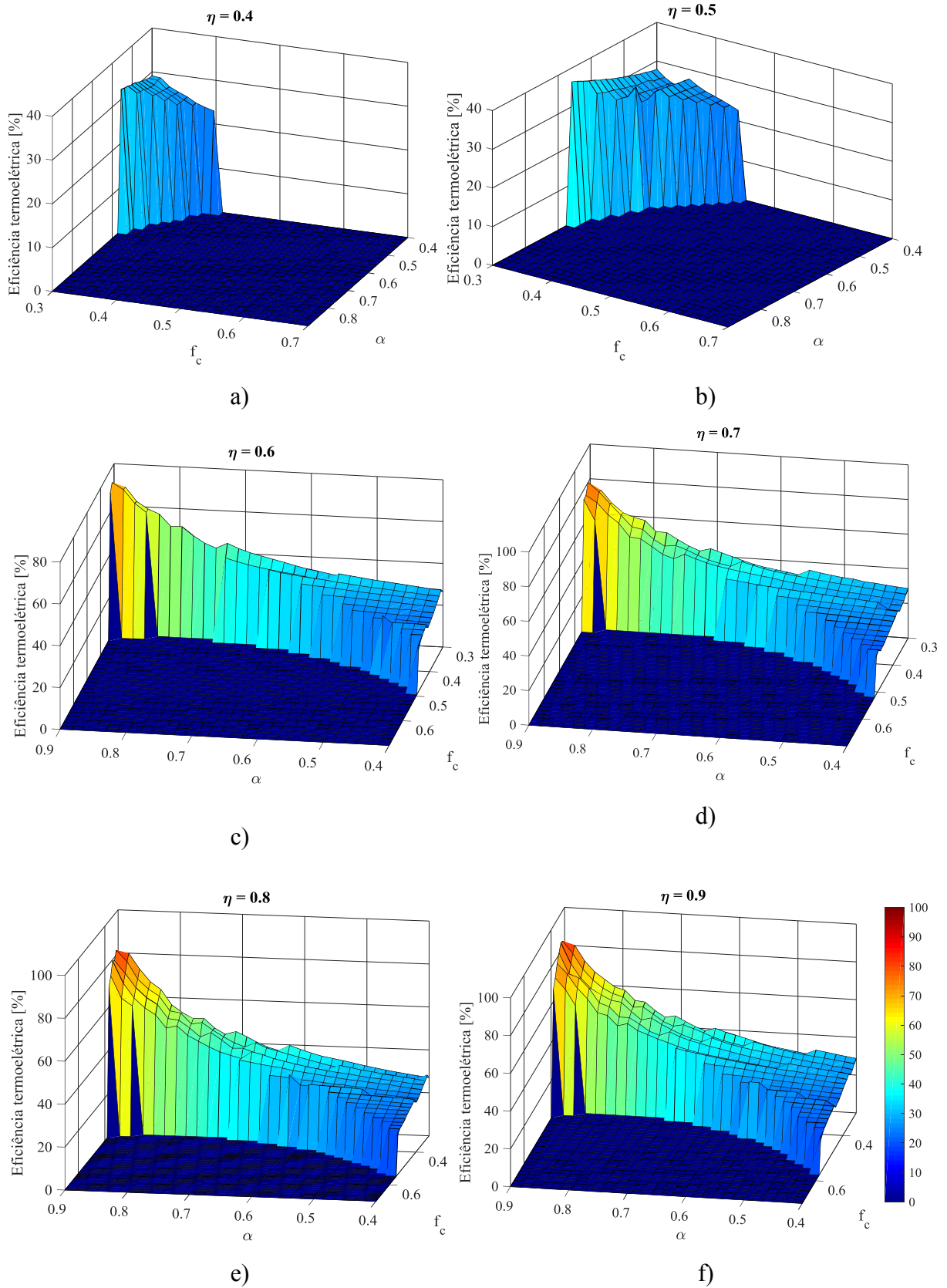
A Fig. 5.2-b) mostra que a pressão de admissão tem pouca influência em relação a variação do fator de proporcionalidade da carga, sendo uma reta com a variação de  $P_0$  e possuindo maiores valores na eficiência com o  $f_c$  menor.

### 5.3. Variação da eficiência de combustão

O intuito deste seção é verificar qual é a melhor combinação entre a eficiência térmica ( $\eta$ ), o coeficiente de proporcionalidade ( $f_c$ ) e parcela do curso total do cilindro ( $\alpha$ ) que garantem o melhor desempenho do FPEG.

A eficiência de combustão varia entre 40% a 90%, durante a simulação mantém-se a eficiência constante e altera-se  $f_c$  e  $\alpha$  em conjunto. O coeficiente de proporcionalidade pode assumir valores ente 0,3 e 0,7, enquanto que  $\alpha$  está entre 0,4 a 0,9. Para cada um desses limites foram criados trinta pontos, desta forma para cada caso analisado são gerados 900 modos de operação para o FPEG. Conforme a Fig. 5.3:

Somente os casos que possuem modos de operação aceitáveis, dentro das características geométricas do motor, foram plotados. Os demais pontos a eficiência termoelétrica foi considera zero. As condições impostas para algumas eficiências de combustão não foram o suficiente para garantir o pleno funcionamento do motor. A Fig. 5.3 traz a eficiência termoelétrica para cada caso analisado.



**Figura 5.3** - Eficiência termoeétrica para cada eficiência de combustão: a)  $\eta=0.4$ ; b)  $\eta=0.5$ ; c)  $\eta=0.6$ ; d)  $\eta=0.7$ ; e)  $\eta=0.8$ ; f)  $\eta=0.9$ .

Identifica-se, que com o aumento da eficiência de combustão, a eficiência termoelétrica também aumenta. Além disso, a quantidade de modos de operação são maiores.

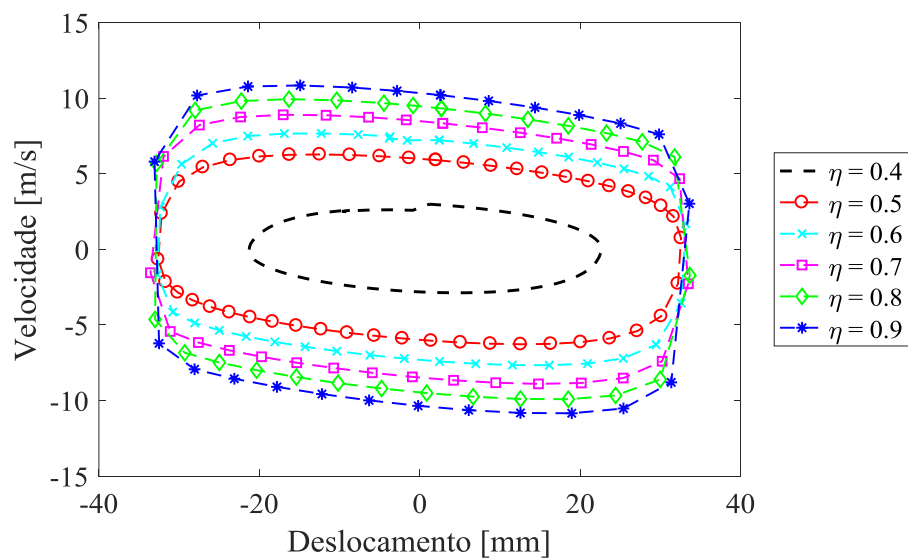
Para cada gráfico representado na Fig. 5.3 foi extraído o ponto que apresenta maior eficiência de conversão, as especificações para cada ponto estão representados na Tab. 5.1.

**Tabela 5. 1** – Melhor desempenho para cada eficiência de combustão.

$\eta$	$f_c$	$\alpha$	Frequência de funcionamento	Eficiência de conversão	Rendimento	Velocidade Média
0,4	0,3	0,9	23,28 [Hz]	43,44 [%]	93,02 [%]	2,50 [m/s]
0,5	0,3	0,9	36,6 [Hz]	71,42 [%]	90,76 [%]	4,79 [m/s]
0,6	0,3	0,9	46,57 [Hz]	76,77 [%]	88,62 [%]	6,05 [m/s]
0,7	0,3	0,9	53,22[Hz]	83,55[%]	88,31 [%]	7,17 [m/s]
0,8	0,3	0,9	59,88 [Hz]	86,02 [%]	91,80 [%]	8,08 [m/s]
0,9	0,3	0,9	66,53 [Hz]	86,83 [%]	94,00 [%]	8,92 [m/s]

Nota-se, que os pontos com desempenho maior possuem o mesmo  $f_c$  e  $\alpha$ . Dentre todos os casos analisados o que apresenta melhor desempenho é o com eficiência de combustão de 90%.

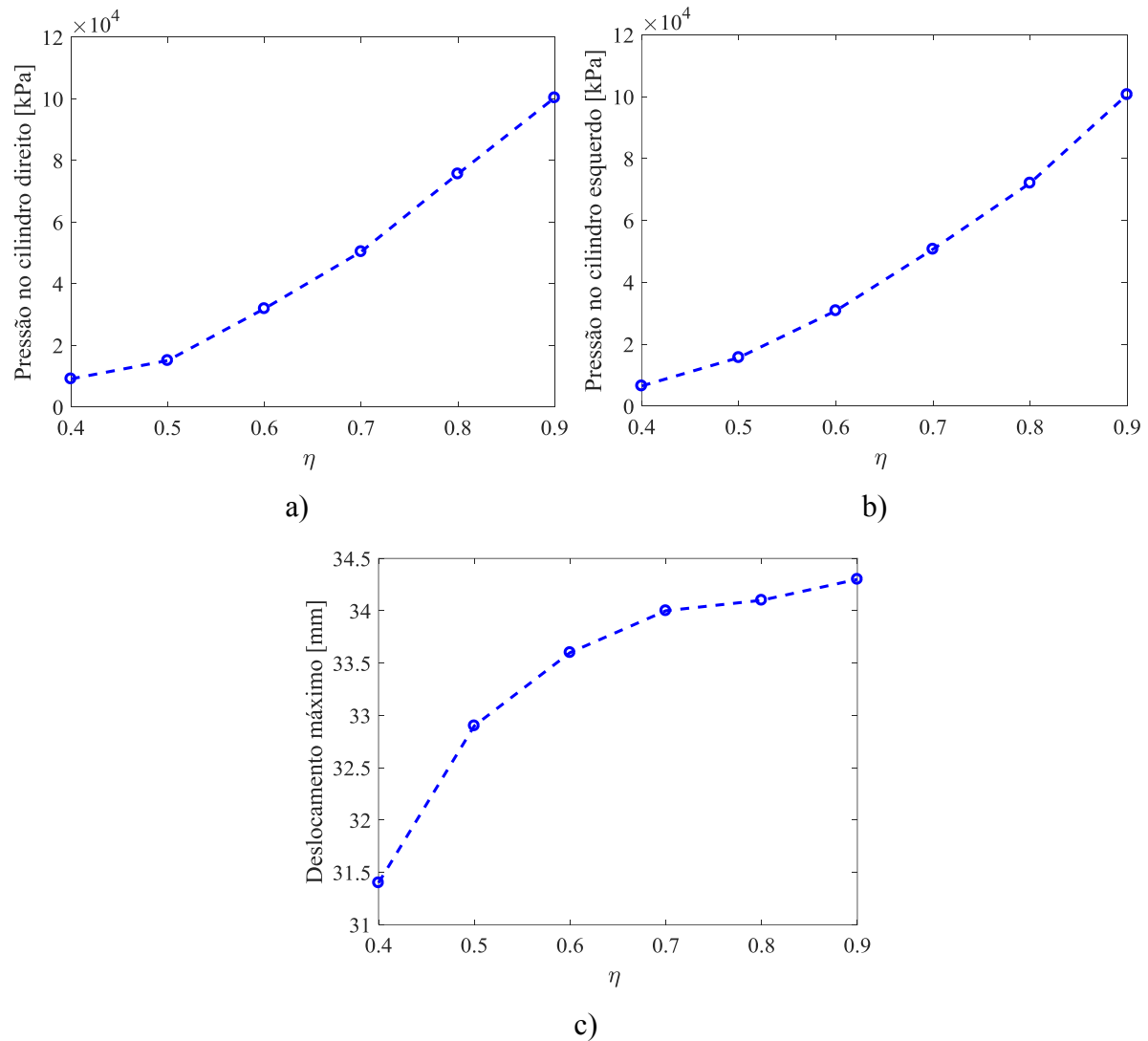
O diagrama de fase está ilustrado na Fig. 5.4, e reforça a melhor performance do modelo com  $\eta = 0,9$ , possuindo assim a maior velocidade e deslocamento em comparação aos demais casos.



**Figura 5. 4** - Velocidade vs. Deslocamento.

Na Fig. 5.5 estão representados os picos de pressão e de deslocamento para eficiência simulada.

Observa-se, o crescimento do pico de pressão e do deslocamento com a eficiência até atingir seu máximo. O ponto de maior amplitude das duas variáveis coincide com o que possui melhor performance para os parâmetros analisados.



**Figura 5. 5** - Variação: a) Pressão Máxima do Cilindro Direito vs. Eficiência de Combustão.; b) Pressão Máxima do Cilindro Esquerdo vs. Eficiência de Combustão; c) Deslocamento máximo vs. Eficiência de Combustão.

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSÃO

O presente trabalho tinha como intuito a implementação de um modelo matemático e numérico que descrevesse o comportamento termodinâmico e dinâmico do gerador linear de pistão livre (FPEG). A modelagem tinha como propósito descrever o comportamento do sistema por meio da equação de vibração forçada com amortecimento viscoso. À vista disso, através de métodos matemáticos/computacionais e dados disponíveis na literatura científica foi possível compreender, implementar e manusear o modelo aqui proposto.

No primeiro momento, realizou-se um estudo sobre o funcionamento e a modelagem de máquinas lineares, que envolvesse tanto a parte dinâmica como o ciclo térmico do motor. Com a finalidade de compreender a formulação matemática/numérica e também os métodos para a implementação. Obteve-se uma modelagem que representa o FPEG como um sistema massa-mola, sendo a força de excitação a resultante do processo alternado de combustão que ocorre em cada cilindro.

O modelo implementado foi baseado e validado de acordo com os dados numéricos e experimentais disponível no trabalho desenvolvido por de Jia et al. (2016), e notou-se uma boa concordância entre a comparação dos resultados obtidos na simulação do presente trabalho e dos dados disponíveis na literatura.

Ressalta-se que todos os problemas citados anteriormente foram resolvidos numericamente usando o software Matlab. Empregou-se a rotina de integração numérica Ode 45, a função é baseada no método de Runge-Kutta para a solução de equações diferenciais ordinárias. O passo de tempo utilizado foi de 0,003 s e o tempo de simulação total de operação do FPEG foi de 3s. Usou-se um computador com as seguintes especificações: processador Intel Ivy Bridge Core i7 3.5Ghz 8MB e memória 16GB DDR3 1600MHz.

Simulou-se, um modelo linear e isentrópico, onde o funcionamento do FPEG é descrito pelo processo de combustão a volume constante e interligado por dois processos adiabático, a compressão e a expansão.

Pode-se, concluir que o processo de combustão controla o funcionamento final e a convergência do FPEG. De acordo com o modelo matemático e com base em dados da literatura, a frequência de combustão pode ser ajustada alterando o tempo de ignição, massa de combustível, pressão de admissão, etc. Assim, todos esses métodos poderiam ser usados para alterar a frequência de operação do motor. O mapa de frequência mostra os valores possíveis da frequência natural do sistema para dados de entrada previamente estabelecidos, portanto, é possível explorar o efeito de ressonância.

Ao analisar a comparação dos resultados, observa-se a discrepância inicial entre a frequência do modelo simulado e o protótipo. A desigualdade entre as curvas é devido a simplificações do modelo termodinâmico e a linearização da força resultante. A diferença de amplitude deve-se aos valores dos parâmetro adotados na simulação, que podem ser diferentes daqueles efetivamente utilizados no trabalho que foi tomado como referência.

Adotou-se, como condição inicial que o pistão esquerdo, parte de posição  $-0,033\text{m}$ , na eminência de começar a expansão e a velocidade correspondente é zero. Deste modo, percebe-se que o sistema converge para um valor ao longo de um curto tempo de resposta, ou seja, a velocidade e deslocamento máximo descreve a convergência do sistema e o regime permanente do motor ocorre em um curto prazo de tempo. Assim, não importa o estado inicial, sua trajetória sempre atinge o limite sob excitação periódica. Portanto, manter uma excitação é crucial para esse mecanismo.

Após a validação do modelo, foram realizadas simulações para a análise térmica, mecânica e elétrica do gerador linear a pistão livre. Pode-se, obter o rendimento mecânico da máquina que foi de 91,25% e a eficiência de conversão termoelétrica foi de 24,2%. Observou-se que a potência mecânica média do FPEG foi de 2,2916 kW e a elétrica foi de 2,091 kW. À vista disso, pode-se entender que há pouca perda de energia no sistema, de forma que quase toda a energia mecânica do sistema é transformada em energia elétrica.

Os resultados obtidos pelo processo ideal, isentrópico, não representa de forma completa os processos reais de compressão e expansão. Desse modo, alterou-se o modelo para um processo politrópico.



O coeficiente politrópico do sistema foi simulado de forma constante e variável, ou seja, ciclo isentrópico e politrópico. Posteriormente, comparou-se o funcionamento e desempenho de ambos os ciclos.

Verificou-se que tanto o ciclo isentrópico como o politrópico possuem o mesmo comportamento, tendo a mesma frequência e deslocamento máximo, divergindo na velocidade média do pistão, na temperatura máxima e pressão. Sendo o modelo isentrópico o detentor dos maiores módulos.

A comparação do desempenho de cada configuração do FPEG foi realizada por meio de um algoritmo desenvolvido e implementado que retornava o ciclo médio do sistema em análise. Percebeu-se, que o modelo isentrópico possui eficiência termoelétrica de 5% acima do modelo politrópico, utilizando a mesma quantidade de calor e combustível, sendo as eficiências termoelétrica de 64,64% e 59,91% respectivamente.

O digrama de fase de ambos os ciclos possui formato elíptico, reforçando que os dois modelos possuem o mesmo comportamento. A amplitude do deslocamento e velocidade se distingue e a inclinação da curva é em virtude da aceleração do pistão.

Ao confrontar o modelo linear com o modelo não-linear, nota-se que o desempenho do segundo modelo é melhor, mesmo sendo ambos simulados como isentrópico. Considera-se que tal diferença é devido a linearização da força, assim impactando no resultado final da força resultante.

Na última seção do trabalho, apresentou-se o impacto da mudança de algumas variáveis no funcionamento do motor, sendo esses parâmetros: o efeito de carga, a posição  $x_p$  e a pressão de admissão.

Nota-se, que conforme a pressão de admissão aumenta a massa de combustível e consequentemente o calor liberado aumentam de forma linear. No entanto, a eficiência de conversão e o rendimento mecânico não possuem um comportamento linear, oscilando entre mínimos e máximos, porém, de forma geral ambas as curvas possuem uma inclinação positiva. Logo, conforme a  $P_0$  cresce, a tendência da eficiência e do rendimento é aumentar, frequência do sistema possui o mesmo comportamento do rendimento.

A pressão de admissão também é avaliada juntamente com o fator de proporcionalidade  $f_c$  e o parâmetro  $\alpha$ . Percebe-se, que a eficiência termoelétrica atinge maiores módulos para menores fatores de proporcionalidade, uma vez que esse fator está diretamente ligado a representação da carga do gerador linear. Assim, quanto menor a carga, menor resistência o gerador oferece ao movimento do pistão. Entretanto, para o parâmetro  $\alpha$ , quanto maior seu

valor, melhor é a eficiência do sistema. Dessa forma, o comprimento de folga  $L_c$  é minimizado e a presença de erros da posição onde ocorre a combustão também decai.

Por último, para cada eficiência térmica proposta variou-se os parâmetros  $f_c$  e  $\alpha$  e obteve-se a eficiência de conversão para o ciclo analisado. Verificou-se que conforme a eficiência de combustão é elevada, a combinação entre os parâmetros analisados fornece mais configurações de funcionamento. Dentre os casos analisados o que apresentou melhor desempenho, é o com eficiência de combustão com 90%.

Conclui-se, finalmente que o trabalho desenvolvido atingiu os objetivos propostos. A resposta do FPEG foi simplificado para ser representado por um sistema de vibração forçada massa-mola com amortecimento viscoso e um grau de liberdade.

Os parâmetros de desempenho do motor de pistão livre são altamente interconectados e a alteração de um parâmetro de projeto influenciará em muitas variáveis operacionais. Um  $C_r$  adequado também pode ser selecionado não apenas para garantir a ignição, mas também para ampliar a tolerância da composição em combustíveis renováveis.

O modelo proposto se destaca pela simplicidade e flexibilidade, o que permite a sua implementação e utilização no desenvolvimento do controle dinâmico do pistão. Além disso, o modelo revela que o FPEG opera em um princípio ressonante, sendo, então, útil para a seleção de parâmetros no processo de projeto do FPEG.

Os motores a pistão livre (FPEs) são conhecidos por terem uma maior eficiência térmica (40–50%), e a eficiência de combustão simulado no presente trabalho, abrange outros valores. A finalidade do estudo era implementar e avaliar o desempenho da máquina para diferentes variáveis.

A transferência de calor dos gases para a parede do cilindro foram ignoradas, além disso, considerou-se que a combustão ocorresse a volume constante, assim, não produzindo trabalho. Desconsiderou-se, também o tempo de combustão, o modelo permite somente estabelecer o intervalo onde a combustão possa ocorrer, tornando o modelo neste aspecto impreciso. A taxa de queima de combustível e o fluxo de massa também não são analisados.

Sob este aspecto propõe-se para trabalhos futuros:

- Modelo termodinâmico mais abrangente;
- Consideração da variação da massa no sistema;
- Simulação com outros combustíveis;
- Exploração das características ressoantes do modelo;
- Calcular o ciclo de Carnot;

- Simular o ciclo com outras cargas;
- Consideração do tempo de combustão e taxa de queima de massa.

## CAPITULO VI

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AICHLMAYR, Hans Thomas. **Design considerations, modeling, and analysis of micro-homogeneous charge compression ignition combustion free-piston engines**. 2002. Tese de Doutorado. University of Minnesota.
- BELL, I. H. et al. Pure and pseudo-pure fluid thermophysical property evaluation and the open-source thermophysical property library CoolProp. **Industrial & engineering chemistry research**, v. 53, n. 6, p. 2498-2508, 2014. <https://doi.org/10.1021/ie4033999>
- BARUAH, P. C. A free-piston engine hydraulic pump for an automotive propulsion system. **SAE transactions**, p. 1214-1230, 1988. <https://doi.org/10.4271/880658>
- BRAUN, PETER. Why ‘Free Piston’ engine could power your next plug-in hybrid, 2014. Disponível em: <<https://www.digitaltrends.com/cars/road-rave-free-piston-engines-power-next-plug-hybrid/>>. Acesso em: 07 jan. 2019.
- CARTER, Douglas; WECHNER, Edward. **The free piston power pack: Sustainable power for hybrid electric vehicles**. SAE Technical Paper, 2003. <https://doi.org/10.4271/2003-01-3277>
- GONG, Xun et al. **Modeling and predictive control of free piston engine generator**. In: American Control Conference (ACC), 2015. IEEE, 2015. p. 4735-4740.

- GOLDSBOROUGH, S. Scott; VAN BLARIGAN, Peter. **A numerical study of a free piston IC engine operating on homogeneous charge compression ignition combustion**. SAE Technical Paper, 1999. <https://doi.org/10.4271/1999-01-0619>
- HANIPAH, M. Razali; MIKALSEN, R.; ROSKILLY, A. P. Recent commercial free-piston engine developments for automotive applications. **Applied Thermal Engineering**, v. 75, p. 493-503, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2014.09.039>
- HANSSON, Jörgen. **Analysis and control of a hybrid vehicle powered by free-piston energy converter**. 2006. Tese de Doutorado. KTH.
- HEYWOOD, John B. et al. Internal combustion engine fundamentals. 1988
- HEWITT, John. Toyota develops high-efficiency ‘free piston’ no-crankshaft combustion engine...to power an EV, 2014. Disponível em:<  
<https://www.extremetech.com/extreme/185789-toyota-develops-high-efficiency-free-piston-no-crankshaft-combustion-engine-to-power-an-ev>>. Acesso em: 07 jan. 2019.
- JIA, Boru et al. Investigation of the starting process of free-piston engine generator by mechanical resonance. **Energy Procedia**, v. 61, p. 572-577, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2014.11.1173>
- JIA, Boru et al. An experimental investigation into the starting process of free-piston engine generator. **Applied Energy**, v. 157, p. 798-804, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.02.065>
- JIA, Boru et al. A fast response free-piston engine generator numerical model for control applications. **Applied energy**, v. 162, p. 321-329, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.10.108>
- JIA, Boru et al. Disturbance analysis of a free-piston engine generator using a validated fast-response numerical model. **Applied energy**, v. 185, p. 440-451, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.10.143>

- LI, Qingfeng; XIAO, Jin; HUANG, Zhen. Simulation of a two-stroke free-piston engine for electrical power generation. **Energy & fuels**, v. 22, n. 5, p. 3443-3449, 2008. <https://doi.org/10.1021/ef800217k>
- LI, Q.-F.; XIAO, Jin; HUANG, Zhen. Parametric study of a free piston linear alternator. **International Journal of Automotive Technology**, v. 11, n. 1, p. 111-117, 2010. <https://doi.org/10.1007/s12239-010-0015-3>
- LINDGARDE, Olof. **Method and system for controlling a free-piston energy converter**. U.S. Patent n. 7,721,686, 25 maio 2010.
- MAO, Jinlong et al. Multi-dimensional scavenging analysis of a free-piston linear alternator based on numerical simulation. **Applied Energy**, v. 88, n. 4, p. 1140-1152, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2010.10.003>
- MARTIN, Christopher Reed. HOT thermal database package for Matlab and Octave, 2010. 22f. Department of Mechanical Engineering Virginia Tech
- MAX, Erland. FPEC, Free piston energy converter. In: **Proceedings of the 21st Electric Vehicle Symposium & Exhibition, EVS. 2005**.
- MIKALSEN, R; ROSKILLY, A. P. A review of free-piston engine history and applications. **Applied Thermal Engineering**, v. 27, n. 14-15, p. 2339-2352, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2007.03.015>
- MIKALSEN, R.; ROSKILLY, A. P. The design and simulation of a two-stroke free-piston compression ignition engine for electrical power generation. **Applied Thermal Engineering**, v. 28, n. 5-6, p. 589-600, 2008a. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2007.04.009>
- MIKALSEN, R.; ROSKILLY, A. P. Performance simulation of a spark ignited free-piston engine generator. **Applied Thermal Engineering**, v. 28, n. 14-15, p. 1726-1733, 2008b.

<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2007.11.015>

MIKALSEN, R.; JONES, E.; ROSKILLY, A. P. Predictive piston motion control in a free-piston internal combustion engine. **Applied Energy**, v. 87, n. 5, p. 1722-1728, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2009.11.005>

NAJT, Paul M.; DURRETT, Russell P.; GOPALAKRISHNAN, Venkatesh. **Opposed free piston linear alternator**. U.S. Patent n. 8,616,162, 31 dez. 2013.

NEMECEK, P.; VYSOKY, O. Control of two-stroke free-piston generator. In: **Proceeding of the 6th Asian control conference**. 2006.

PAVEL, Němeček; MICHAL, Šindelka; ONDŘEJ, Vysoký. Modeling and Control of Linear Combustion Engine. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 37, n. 22, p. 305-310, 2004. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)30361-0](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)30361-0)

RAIDE, V. et al. Existing State of Art of free-piston Engines. **Agronomy Research**, v. 15, n. S1, p. 1204-1222, 2017.

RINDERKNECHT, Frank. A highly efficient energy converter for a hybrid vehicle concept-focused on the linear generator of the next generation. In: **Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)**, 2013 8th International Conference and Exhibition on. IEEE, 2013. p. 1-7. <https://doi.org/10.1109/EVER.2013.6521533>

XIAO, JIN; LI, QINGFENG; HUANG, ZHEN. Motion characteristic of a free piston linear engine. **Applied energy**, v. 87, n. 4, p. 1288-1294, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2009.07.005>

XU, Zhaoping; CHANG, Siqin. Prototype testing and analysis of a novel internal combustion linear generator integrated power system. **Applied Energy**, v. 87, n. 4, p. 1342-1348, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2009.08.027>

ZHANG, Chen; LI, Ke; SUN, Zongxuan. Modeling of piston trajectory-based HCCI combustion enabled by a free piston engine. **Applied Energy**, v. 139, p. 313-326, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2014.11.007>