



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL



**ANÁLISE DO
DIMENSIONAMENTO DE UMA
PONTE EM VIGAS MÚLTIPLAS
(PONTE EM GRELHA) EM
CONCRETO PROTENDIDO**

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientador: Doutor Arquimedes Diógenes Ciloni

Aluna: Larissa Rodrigues Dutra

Uberlândia-MG

2019

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
- FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL -**

Larissa Rodrigues Dutra

**ANÁLISE DO DIMENSIONAMENTO DE
UMA PONTE EM VIGAS MÚLTIPLAS
(PONTE EM GRELHA) EM CONCRETO
PROTENDIDO**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado a Faculdade de Engenharia Civil (FECIV) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Doutor Arquimedes Diógenes Ciloni

Uberlândia – MG

2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Doutor Arquimedes Diógenes Ciloni pela orientação e paciência, por aceitar os desafios de uma “mentoria à distância” e por me atender sempre que necessário.

Agradeço também à minha mãe, a meu irmão e ao meu namorado pelo apoio constante e compreensão nos momentos de dificuldade.

RESUMO

Este trabalho busca unir os conceitos de pontes e concreto protendido por meio do projeto de uma longarina de ponte em grelha construída com o sistema de pós-tração. Para isso, foi feita uma adaptação do projeto didático proposto pelos professores Fernando Rebouças Stucchi e Kalil José Skaf, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, considerando o novo modelo de cálculo do coeficiente de impacto disposto na ABNT NBR 7188:2013. Além disso, as longarinas foram solidarizadas por uma transversina intermediária, permitindo assim a utilização do Processo de Leonhardt. A partir da comparação entre o projeto original e o trabalho aqui desenvolvido, pôde-se perceber que a simplificação da linha de influência proposta por Leonhardt não gera grandes interferências nos resultados, além de salientar a importância da consideração do novo modelo de cálculo do coeficiente de impacto. Percebeu-se uma variação na força cortante da seção do apoio devido ao coeficiente de impacto nesta seção. Além disso, tem-se uma pequena variação nos momentos devidos à carga permanente e às cargas variáveis, que podem ser devido à aplicação do Processo de Leonhardt.

PALAVRAS CHAVES: Concreto protendido. Ponte em vigas múltiplas. Processo de Leonhardt.

ABSTRACT

This work seeks to unite the concepts of bridges and prestressed concrete through a project of a girder of a bridge in multiple stringers constructed with the post-traction system. For that, an adaptation of the project proposed by professors Fernando Rebouças Stucchi and Kalil José Skaf, from the Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, was made considering the new calculation model of the impact coefficient established in ABNT NBR 7188: 2013. In addition, the stringers were joined by an intermediate transverse, thus allowing the use of the Leonhardt Process. From the comparison between the original project and the work developed here, it can be seen that the simplification of the line of influence proposed by Leonhardt does not generate major interferences in the results, besides emphasizing the importance of considering the new model of calculation of the coefficient of impact. A variation in the shear force of the bearing section was observed due to the impact coefficient in this section. In addition, there is a small variation in the moments due to the permanent load and variable loads, which may be due to the application of the Leonhardt Process.

KEYWORDS: Prestressed concrete. Bridge in multiple stringers. Leonhardt Process.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Veículo tipo descrito na ABNT NBR 7188:2013.....	15
Figura 2 - Posição mais desfavorável do veículo tipo.....	15
Figura 3 - Deformação da transversina fictícia apoiada em longarinas.	17
Figura 4 - Distribuição das tensões normais e de flexão em z.	20
Figura 5 - Núcleo central de inércia de seção retangular.	21
Figura 6 - Ponte do Galeão no Rio de Janeiro.....	24
Figura 7 - Ponte Presidente Dutra em Juazeiro.	25
Figura 8 - Esquema de protensão com aderência posterior.....	26
Figura 9 - Diagrama tensão-deformação simplificado para aços de protensão.....	27
Figura 10 - Diagrama força de protensão x tempo para peça protendida pós-tracionada.	28
Figura 11 - Seção submetida à protensão, momento fletor externo e excentricidades da força P.....	29
Figura 12 - Tensões no estado em vazio.	30
Figura 13 - Limite para o fuso.....	31
Figura 14 - Tensões no estado em serviço.	31
Figura 15 - Região do fuso limite.....	33
Figura 16 - Seção transversal no meio do vão.....	33
Figura 17 - Detalhes da viga A (nos apoios) e B (no meio do vão).	34
Figura 18 - Vão longitudinal.	34
Figura 19 - Detalhe do encontro.....	34
Figura 20 - Vista superior.....	35
Figura 21 - Consideração da laje colaborante para as vigas extremas V1 e V7.....	38
Figura 22 - Linha de influência transversal para a viga V1.	39
Figura 23 - Esquema estático final.....	40
Figura 24 - Seções nos décimos do vão (medidas em metros).	42
Figura 25 - Esquema para cálculo do trem-tipo.	42
Figura 26 - Trem-tipo longitudinal.....	42
Figura 27 - Diagrama de momento fletor (kNm).	44
Figura 28 - Diagrama de esforço cortante (kN).	44
Figura 29 - Envoltória para momento fletor (kNm).	44
Figura 30 - Envoltória para esforço cortante (kN).	44
Figura 31 - Traçado dos cabos.	50
Figura 32 - Esquema para cálculo das perdas por atrito.....	51
Figura 33 - Esquema para cálculo das perdas por encunhamento.....	52
Figura 34 - Variação de β_s (t).	59
Figura 35 - Variação de β_f (t).....	60
Figura 36 - Verificação para fase de fabricação.....	66
Figura 37 - Verificação para a fase de transporte 1.....	67
Figura 38 - Verificação para a fase de transporte 2.....	67
Figura 39 - Verificação para a fase de transporte 3.....	67
Figura 40 - Verificação para a fase de montagem 1.....	68
Figura 41 - Verificação para a fase de montagem 2.....	69
Figura 42 - Verificação para entrada em serviço 1.....	69
Figura 43 - Verificação para entrada em serviço 2.	70
Figura 44 - Verificação para combinação quase permanente de ações.	70
Figura 45 - Verificação para combinação frequente de ações.	70

Figura 46 - Traçado do fuso limite (medidas em metros).	72
Figura 47 - Disposição dos cabos de protensão (medidas em cm).....	73
Figura 48 - Traçado dos cabos de protensão (medidas em cm).	81
Figura 49 - Detalhamento da seção transversal (medidas em cm).	82
Figura 50 - Linhas de influência A (Processo de Fauchart) e B (Processo de Leonhardt).....	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores do coeficiente de majoração i .	19
Tabela 2 - Especificações para aço de armadura ativa.	26
Tabela 3 - Principais parâmetros da ponte.	35
Tabela 4 - Principais parâmetros dos materiais.	37
Tabela 5 - Peso próprio estrutural.	39
Tabela 6 - Sobrecarga permanente.	40
Tabela 7 - Resumo dos coeficientes de impacto.	42
Tabela 8 - Tabela I - Momentos fletores.	45
Tabela 9 - Tabela II - Esforços cortantes.	45
Tabela 10 - Combinações de serviço para momento fletor (kNm).	46
Tabela 11 - Combinações de serviço para esforço cortante (kN).	46
Tabela 12 - Características da seção homogeneizada.	49
Tabela 13 - Perdas por atrito.	51
Tabela 14 - Valores da fluência e retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.	57
Tabela 15 - Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração.	58
Tabela 16 - Valores de Ψ_{1000} , em porcentagem.	62
Tabela 17 - Resumo das perdas de protensão.	64
Tabela 18 - Resumo das tensões e forças de protensão efetivas.	64
Tabela 19 - Valores do coeficiente β_a .	65
Tabela 20 - Seleção das piores situações.	70
Tabela 21 - Fuso limite para estado em vazio.	71
Tabela 22 - Fuso limite para estado em serviço.	72
Tabela 23 - Parcela vertical da força de protensão.	77
Tabela 24 - Resumo das armaduras utilizadas.	80
Tabela 25 - Recomendações atendidas no detalhamento.	81
Tabela 26 - Diferenças encontradas entre o projeto original e o atual.	83
Tabela 27 - Diferenças encontradas entre o projeto original e o atual - continuação.	84

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Generalidades sobre o assunto	12
1.2 Justificativa	13
1.3 Objetivos	13
1.3.1 Objetivo geral	13
1.3.2 Objetivos específicos.....	14
1.4 Organização do trabalho.....	14
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	14
2.1 Cargas móveis em pontes rodoviárias	14
2.2 Processo de Leonhardt	16
2.3 Concreto protendido – comentários gerais.....	19
2.4 Concreto protendido – breve histórico	22
2.5 Protensão com aderência posterior.....	25
2.6 Aço de armadura ativa.....	26
2.7 Valores representativos da força de protensão	27
2.8 Fuso limite.....	29
2.8.1 Traçado do fuso limite.....	32
3 DIMENSIONAMENTO	33
3.1 Identificação do projeto.....	33
3.1.1 Dados do projeto	35
3.2 Características geométricas e mecânicas da seção transversal.....	37
3.2.1 Viga pré-moldada.....	37
3.2.2 Vigas extremas (V1 e V7).....	37
3.3 Aplicação do processo de Leonhardt.....	38
3.4 Determinação das cargas permanentes.....	39
3.4.1 Peso próprio estrutural (g_1)	39
3.4.2 Peso próprio da transversina	39
3.4.3 Sobrecarga permanente (g_2).....	40
3.4.4 Esquema estático final.....	40
3.5 Determinação do trem-tipo longitudinal	40
3.5.1 Coeficiente de impacto.....	40
3.5.2 Cálculo do trem-tipo.....	42
3.6 Esforços totais	43
3.6.1 Classificação da ponte e coeficientes de ponderação	43
3.6.2 Tabelas I e II.....	44

3.6.3 Combinações de serviço.....	46
3.7 Estimativa da protensão necessária.....	46
3.8 Cálculo da seção transversal da armadura ativa.....	48
3.9 Seção homogeneizada.....	49
3.10 Traçado dos cabos.....	49
3.11 Perdas de protensão.....	50
3.11.1 Perdas por atrito.....	50
3.11.2 Perdas por encunhamento.....	52
3.11.3 Perdas por encurtamento elástico do concreto.....	55
3.11.4 Perdas progressivas.....	56
3.11.4.1 Cálculo das idades fictícias.....	57
3.11.4.2 Espessura fictícia.....	57
3.11.4.3 Deformação específica por retração do concreto.....	58
3.11.4.4 Fluência do concreto.....	59
3.11.4.5 Coeficiente de relaxação do aço.....	61
3.11.4.6 Tensões iniciais na seção de concreto.....	62
3.11.4.7 Cálculo das perdas progressivas.....	63
3.11.5 Resumo das perdas de protensão.....	63
3.12 Resumo das tensões e forças de protensão efetivas ao longo do tempo.....	64
3.13 Análise das tensões normais na seção mais solicitada.....	64
3.13.1 Cálculo das tensões limites.....	65
3.13.2 Verificação de tensões no caso de combinações especiais.....	66
3.13.2.1 Fase de fabricação ($g_1 + P_0$).....	66
3.13.2.2 Fase de transporte 1 ($\beta a g_1 + P_0$; $\beta a = 0,8$).....	66
3.13.2.3 Fase de transporte 2 ($\beta a g_1 + P_0$; $\beta a = 1,3$).....	67
3.13.2.4 Fase de transporte 3 ($\beta a g_1 + P_0$; $\beta a = 1,4$).....	67
3.13.2.5 Fase de Montagem 1 ($g_1 + g_2 + \Psi q + P_0$; $\Psi = 0$).....	68
3.13.2.6 Fase de montagem 2 ($g_1 + g_2 + \Psi q + P_0$; $\Psi = 0,2$).....	69
3.13.3 Verificação de tensões para as combinações de utilização.....	69
3.13.3.1 Combinações de entrada em serviço 1 ($g_1 + g_2 + P_\infty$).....	69
3.13.3.2 Combinações de entrada em serviço 2 ($g_1 + g_2 + \Psi q + P_\infty$; $\Psi = 0,2$).....	69
3.13.3.3 Combinações quase permanente de ações ($g_1 + g_2 + \varphi \Psi_2 q + P_\infty$; $\Psi_2 = 0,3$)....	70
3.13.3.4 Combinação frequente de ações ($g_1 + g_2 + \varphi \Psi_1 q + P_\infty$; $\Psi_1 = 0,5$).....	70
3.13.4 Seleção das piores situações.....	70
3.14 Verificação de tensões ao longo do vão.....	71
3.14.1 Estado em vazio.....	71
3.14.2 Estado em serviço.....	71

3.14.3 Traçado do fuso limite.....	72
3.15 Disposição das armaduras ativas na seção transversal.....	72
3.16 Análise da resistência última à flexão	73
3.17 Segurança às solicitações tangenciais	77
3.18 Armadura de pele	80
3.19 Detalhamento	80
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	83
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	87
FOLHA DE ASSINATURAS.....	89

1 INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades sobre o assunto

Ao se deparar com desafios como transposições de rios ou vales, o homem precisou desenvolver estruturas que lhe permitisse superar tais obstáculos. Com o passar dos anos, surge o desejo e a necessidade de se vencer vãos cada vez maiores por meio de pontes e viadutos. A história da construção dessas obras de arte tem início já antes de Cristo, quando chineses e romanos construía abóbadas de pedra para transpor obstáculos.

“Em 1846, o filho do inventor da locomotiva, Robert Stephenson, construiu a Ponte Britannia, a primeira grande ponte em viga (seção celular de ferro forjado) com 141m de vão sobre o estreito de Menai, na Inglaterra.” (LEONHARDT, 1979). Logo depois começaram a surgir grandes pontes em treliças metálicas, seguidas das pontes pênséis. As gigantescas pontes em balanço permitiram a transposição de grandes vãos, como a ponte ferroviária sobre o Firth of Forth, na Escócia, no final do século XIX.

Apenas no começo do século XX deu-se início a utilização de um novo material na construção de pontes e viadutos, o concreto. O uso do concreto armado em pontes em vigas e em pórtico data de 1912, enquanto que as pontes em concreto protendido passaram a ser desenvolvidas somente a partir de 1938.

De acordo com Leonhardt (1983), o material concreto protendido começou a ser estudado em 1886 quando P. H. Jackson fez a primeira proposição de se pré-tensionar o concreto, no entanto, os ensaios realizados não tiveram êxito pois a protensão era perdida devido aos efeitos de retração e fluência do concreto, até então desconhecidos. Apenas em 1919, K. Wettstein fabricou pranchas de concreto com cordas de piano fortemente tensionadas em seu interior, sendo o primeiro a utilizar aço de alta resistência submetido à grandes tensões.

Contudo, a primeira formulação de hipóteses e descrição correta a respeito do concreto protendido foram estabelecidas em 1928 por Eugène Freyssinet, responsável pela execução da primeira obra em concreto protendido. Em 1941, Freyssinet projetou a ponte em pórtico biarticulado sobre o Marne em Lucancy (França), sendo que posteriormente outras cinco pontes do mesmo modelo foram construídas ao longo do rio Marne.

O aceleração das pesquisas e avanço do concreto protendido teve início a partir de 1949, devido à inúmeras aplicações deste material em pontes e grandes estruturas. Este processo levou a uma competição entre engenheiros e construtoras, o que acabou por contribuir com o desenvolvimento de novas técnicas de protensão. “Em 1950 realizou-se em Paris a primeira conferência sobre concreto protendido, onde posteriormente a *Fédération Internationale de la Précontrainte* (FIP) estabeleceu sua sede.” (LEONHARDT, 1983).

As principais vantagens oferecidas pelo uso do concreto protendido são:

- Possibilidade de se vencer maiores vãos com estruturas mais esbeltas, portanto com menor peso próprio, do que o concreto armado;
- Limitação das fissuras no concreto, ou mesmo a não fissuração do concreto, o que contribui para a durabilidade do material;
- Deformações muito pequenas;
- Elevada resistência à fadiga e;
- A característica de suportar consideráveis excessos de carga sem danos permanentes.

Essas peculiaridades levaram a disseminação do concreto protendido como alternativa ao concreto armado para construção de grandes obras, principalmente pontes e viadutos que precisam transpor grandes vãos. Dessa forma, o presente trabalho busca unir os conceitos de pontes e concreto protendido por meio de um projeto de uma longarina de ponte em grelha construída com o sistema de pós-tração.

1.2 Justificativa

Atualmente a engenharia civil busca vencer grandes desafios com projetos ousados de pontes, superando vãos cada vez maiores e ao mesmo tempo a procura de materiais e tecnologias que possibilitem avanços a baixos custos. Logo, faz-se evidente a importância da compreensão dos materiais utilizados nesses empreendimentos, dentre eles o concreto protendido. Além disso, este trabalho se justifica por contribuir com a comunidade acadêmica.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

O objetivo deste trabalho é adaptar o projeto didático proposto pelos professores Fernando Rebouças Stucchi e Kalil José Skaf, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo,

considerando o novo coeficiente de impacto disposto na ABNT NBR 7188:2013 (Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas). Além disso, a estrutura será solidarizada por uma transversina intermediária, permitindo assim a aplicação do Processo de Leonhardt.

1.3.2 Objetivos específicos

Como objetivos específicos deste trabalho têm-se:

- Comparar os resultados obtidos pelo Processo de Fauchart com aqueles encontrados pelo Processo de Leonhardt e;
- Verificar a influência do novo modelo de cálculo do coeficiente de impacto nos resultados.

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está dividido em 5 capítulos, de acordo com as etapas de pesquisa realizadas, iniciando-se com este capítulo introdutório (Capítulo 1), seguido do Capítulo 2, onde é apresentada uma revisão bibliográfica, compreendendo os tópicos referentes aos principais assuntos abordados neste trabalho.

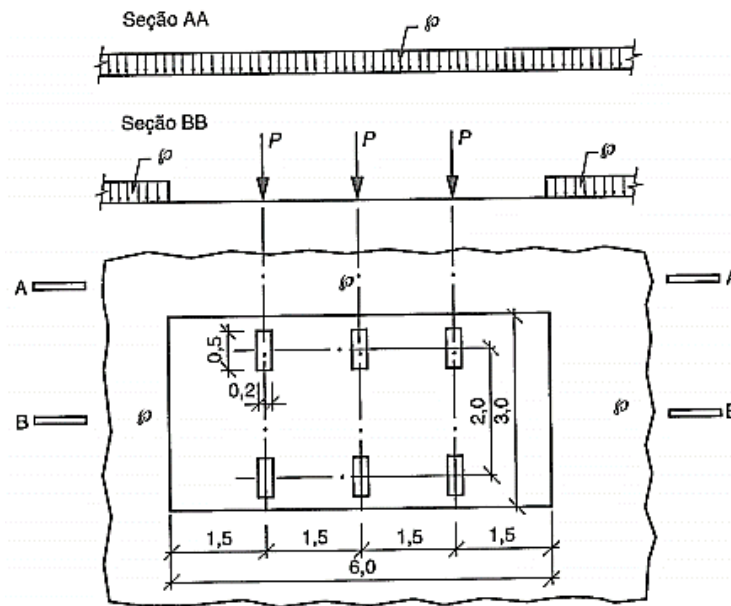
O Capítulo 3 contempla a adaptação do projeto proposto considerando o novo coeficiente de impacto e o enrijecimento da estrutura pela transversina intermediária. Já no Capítulo 4 tem-se uma breve discussão acerca dos resultados obtidos, enquanto que no Capítulo 5 são abordadas as principais conclusões que representam a síntese do conhecimento adquirido durante a realização deste trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Cargas móveis em pontes rodoviárias

A carga móvel rodoviária padrão, definida pela ABNT NBR 7188:2013, consiste em um veículo tipo de 450 kN de peso total, com seis rodas de 75 kN cada. Os três eixos de carga são afastados entre si de 1,50 m, com área de ocupação de 18 m². O veículo é ainda rodeado por uma carga uniformemente distribuída de 5 kN/m² e pode ser visualizado na Figura 1.

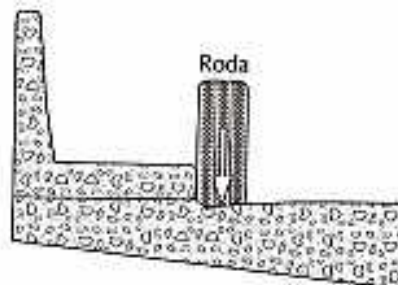
Figura 1 - Veículo tipo descrito na ABNT NBR 7188:2013.



Fonte: ABNT NBR 7188 (2013)

Para o cálculo dos efeitos causados pela carga móvel as rodas do veículo tipo devem ser colocadas na posição mais desfavorável da pista rodoviária, incluindo acostamentos e faixas de segurança. A carga distribuída também deve ser aplicada na posição mais desfavorável da seção transversal da ponte. Segundo Marchetti (2008), a obtenção dos esforços mais desfavoráveis se dá com a roda do veículo tipo encostada no guarda-rodas conforme Figura 2.

Figura 2 - Posição mais desfavorável do veículo tipo.



Fonte: Marchetti (2008)

Sobre o coeficiente de impacto, este é resultante da multiplicação de outros três coeficientes definidos pela ABNT NBR 7188:2013 conforme o seguinte:

- Coeficiente de impacto vertical (CIV)

O Coeficiente de impacto vertical vale 1,35 para estruturas com vão menor do que 10 metros. Para vãos entre 10 e 200 metros tem-se a Equação 1. Já para as estruturas com vãos superiores a 200 metros deve-se realizar um estudo específico para a consideração deste coeficiente.

$$CIV = 1 + 1,06 \times \left(\frac{20}{Liv + 50} \right) \quad (1)$$

Onde:

- Liv = vão em metros, conforme o tipo de estrutura.
 - Liv é a média aritmética dos vãos nos casos de vãos contínuos e;
 - Liv é o comprimento do próprio balanço para estruturas em balanço.

- Coeficiente do número de faixas (CNF)

Obtido conforme a Equação 2, este coeficiente não se aplica no dimensionamento de elementos estruturais transversais ao sentido do tráfego como lajes e transversinas.

$$CNF = 1 - 0,05 \times (n - 2) > 0,9 \quad (2)$$

Onde:

- n = número inteiro de faixas de tráfego rodoviário. Acostamentos e faixas de segurança não são considerados faixas de tráfego.

- Coeficiente de impacto adicional (CIA)

“Todas as seções dos elementos estruturais a uma distância horizontal, normal à junta, inferior a 5,0 m para cada lado da junta ou descontinuidade estrutural, devem ser dimensionadas com os esforços das cargas móveis majorados pelo coeficiente de impacto adicional”. (ABNT NBR 7188:2013). Os valores a serem adotados são de 1,25 para obras em concreto ou mistas, e 1,15 para obras em aço.

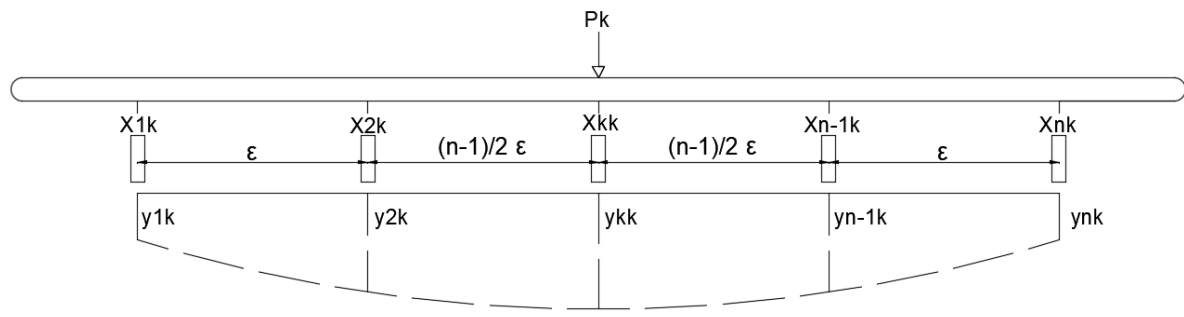
2.2 Processo de Leonhardt

O cálculo de uma grelha de ponte consiste em determinar como as cargas aplicadas sobre o tabuleiro se repartem entre as diversas vigas. De acordo com Martin (1981), o método de Leonhardt é um dos mais simples e interessantes instrumentos para o estudo das grelhas. Para a aplicação deste processo são admitidas as seguintes hipóteses:

- Vigas principais com momento de inércia constante e igualmente espaçadas;
- Vigas principais livremente apoiadas e;
- Viga transversal de inércia constante atuando nos pontos médios das vigas principais.

Além dessas hipóteses, a transversina é admitida flexível, a laje é considerada apenas como uma parcela colaborante na inércia das vigas e desprezam-se os efeitos da torção do conjunto. O desenvolvimento a seguir baseou-se naquele exposto por Martin (1981). Admitindo-se uma transversina fictícia apoiada nos pontos médios de diversas longarinas, paralelas e igualmente espaçadas, sob a ação de uma carga P_k , há a deformação do conjunto, originando nos nós as reações: $X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{ik}, \dots, X_{nk}$. (Figura 3).

Figura 3 - Deformação da transversina fictícia apoiada em longarinas.



Fonte: Adaptado de Martin (1981)

Para o caso geral, fazendo $P_k = 1$, têm-se:

$$\begin{aligned} X_{1k} &= r_{1k} \\ X_{2k} &= r_{2k} \\ \dots & \dots \dots \dots \\ X_{ik} &= r_{ik} \\ \dots & \dots \dots \dots \\ X_{nk} &= r_{nk} \end{aligned}$$

Obtendo-se assim, a Equação 3.

$$r_{1k} + r_{2k} + \dots + r_{ik} + \dots + r_{nk} = \sum_{i=1}^{i=n} r_{ik} = 1 \quad (3)$$

Os valores de r_{ik} são denominados de coeficientes de repartição transversal, sendo a reação correspondente à longarina i quando a carga unitária atua na transversina em k . Tem-se então que a configuração da transversina deformada, originada pela carga $P_k = 1$, representa, também, a linha de influência do deslocamento vertical da longarina k , correspondente às infinitas posições da carga unitária atuante na transversina. Logo, os coeficientes de repartição transversal são as ordenadas dessa linha de influência.

A deformabilidade do conjunto e, portanto, os coeficientes de repartição transversal dependem, nos casos gerais, das seguintes grandezas:

- Relação entre as inércias da viga transversal (I_T) e das vigas principais (I_L) (Equação 4).

$$\eta = \frac{I_T}{I_L} \quad (4)$$

- Relação entre o afastamento recíproco das vigas principais (ϵ) e o vão correspondente (L) (Equação 5).

$$\lambda = \frac{\epsilon}{L} \quad (5)$$

Se as vigas principais forem iguais, igualmente espaçadas e de momento de inércia constante, os coeficientes de repartição transversal podem ser algebricamente determinados em função dos parâmetros η e λ , através da Equação 6.

$$\zeta = \frac{I_T}{I_L} \times \left(\frac{L}{2 \times \epsilon} \right)^3 \quad (6)$$

Onde:

- ζ = grau de rigidez da estrutura;
- L = comprimento da longarina;
- ϵ = afastamento recíproco das longarinas;
- I_L = momento de inércia das longarinas e;
- I_T = momento de inércia das transversinas.

Os coeficientes de repartição transversal foram tabelados para diversos valores do grau de rigidez, considerando seções transversais de até oito longarinas e com apenas uma transversina. Em casos onde há mais de uma transversina, estas podem ser substituídas por uma transversina única, fictícia, de momento de inércia igual a $i \times I_T$, admitindo que todas as vigas transversais tenham o mesmo momento de inércia. Os valores de i podem ser obtidos na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores do coeficiente de majoração i .

NÚMERO DE TRANSVERSINAS REAIS	i
1 ou 2	1,00
3 ou 4	1,60
5 ou mais	2,00

Fonte: Adaptado de Martin (1981)

2.3 Concreto protendido – comentários gerais

O concreto é um material conhecido por sua resistência às tensões de compressão, sendo mínima sua resistência à tração. O concreto protendido surge então como uma evolução do concreto armado, cuja ideia básica é a aplicação de tensões prévias de compressão na região da seção transversal da peça que será tracionada no momento de sua utilização. Assim, as tensões de tração finais são reduzidas pelas tensões de compressão pré-aplicadas, melhorando a eficiência do concreto quanto a solicitações de tração.

Outra característica inerente ao concreto armado é o aparecimento de fissuras na peça quando submetida a esforços de flexão. A aplicação do processo de protensão limita, ou mesmo impede, a fissuração do elemento de concreto, através da redução (ou eliminação) das tensões de tração nas seções críticas. Desse modo, melhora-se capacidade da peça aos esforços de flexão, torção e força cortante, aproveitando toda a capacidade resistente do concreto comprimido.

A ABNT NBR 6118:2014 traz a definição a seguir para elementos de concreto protendido:

Aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão, com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de ações de alta resistência no estado-limite último (ELU).

São apresentas ainda algumas características do concreto protendido que tornam seu uso vantajoso quando comparado ao concreto armado:

- Utilização de aços e concreto de alta resistência;
- Toda a seção transversal resiste às tensões;
- Os elementos de concreto protendido são mais leves e mais esbeltos;
- Eliminação das fissuras;
- Maior controle sobre as flechas e;
- Melhor resistência à esforços cortantes.

Já Hanai (2005) destaca que no momento da escolha entre concreto protendido e concreto armado deve-se considerar que não é em todas as situações que o uso de protensão é mais vantajoso para a estrutura. Como exemplo pode-se citar a execução de fundações e pilares sujeitos à compressão com pequena excentricidade.

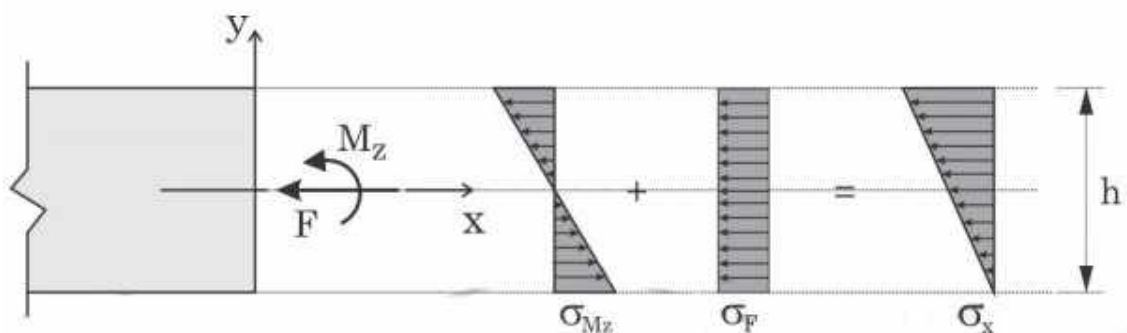
A seguir, será apresentado um pequeno resumo sobre o conceito de núcleo central de inércia, importante para o projeto de estruturas de concreto armado e protendido.

- **Núcleo central de inércia**

Na flexão composta observa-se que há uma mudança da posição da linha neutra conforme o centro de aplicação da carga varia. Dessa forma, o diagrama de tensões pode apresentar três formatos: bi-triangular (existência de tensões de tração e compressão, havendo um ponto de tensão nula), trapezoidal (linha neutra fora da seção, portanto, só há tensões de mesmo sinal) e triangular (há um ponto com tensão nula e o restante da seção com tensões de mesmo sinal).

Núcleo central de inércia é definido, portanto, como “o lugar geométrico da seção transversal tal que, se nele for aplicada uma carga de compressão F , toda a seção estará comprimida.” Propõe-se ainda que a determinação dessa região seja feita pela análise das distribuições das tensões na seção transversal, conforme exemplo proposto pela Figura 4.

Figura 4 - Distribuição das tensões normais e de flexão em z .



Fonte: Argenta (2012)

Pretende-se que as tensões de tração, causadas pela flexão, sejam iguais às tensões de compressão, de modo que a soma destas seja zero e assim toda a seção fique comprimida. Logo:

$$\frac{F}{A} = \frac{M_z \times y}{I_z}$$

Sendo que y é a distância da linha neutra até o ponto onde ocorre a maior tensão de tração de flexão causada pelo momento M_z , o qual surgiu da excentricidade do carregamento F , podendo ser escrito como $F \times e_y$. Assim, substituindo e reorganizando a equação tem-se:

$$e_y = \frac{I_z}{A \times y}$$

Do mesmo modo, para cálculo de e_z tem-se:

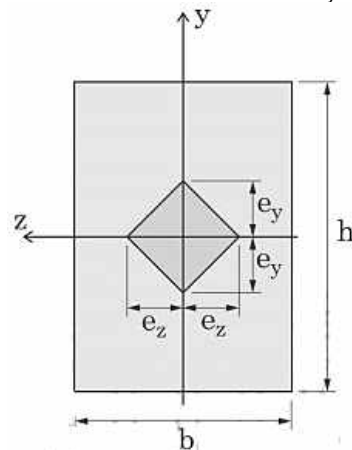
$$e_z = \frac{I_y}{A \times z}$$

Sendo que z é a distância da linha neutra até o ponto onde ocorre a maior tração de flexão causada pelo momento M_y . Para uma seção retangular tem-se os valores de e_y e e_z a seguir, bem como uma ilustração de seu núcleo central de inércia na Figura 5.

$$e_y = \frac{1}{6} \times h$$

$$e_z = \frac{1}{6} \times b$$

Figura 5 - Núcleo central de inércia de seção retangular.



Fonte: Argenta (2012)

Portanto, se uma carga de compressão for aplicada dentro do losango definido na Figura 5, só existirão tensões de compressão na seção transversal. Destaca-se, por fim, que neste trabalho os limites inferior e superior do núcleo central de inércia serão denominados de k_i e k_s respectivamente, atentando-se para o fato de que quando a carga for aplicada em k_i , o ponto de tensão nula estará localizado na borda superior da seção transversal e vice-versa.

2.4 Concreto protendido – breve histórico

A seguir será apresentado um breve histórico acerca da evolução do concreto protendido no mundo, de acordo com Veríssimo e César Junior (1998). Cabe destacar que as estruturas de concreto protendido são consideradas como um avanço, ou uma extensão, das estruturas de concreto armado. Dessa forma, a evolução desses dois materiais ocorre conjuntamente.

- 1824 – Criação do cimento Portland, na Inglaterra, dando início ao desenvolvimento do concreto armado e protendido. Nos anos seguintes os franceses e alemães também iniciaram a produção de cimento, buscando maneiras de melhorar a capacidade do concreto;
- 1855 – Fundação da primeira fábrica alemã de cimento Portland. No mesmo ano, o francês Lambot patenteou uma técnica para a fabricação de embarcações em concreto armado;
- 1867 – O francês Monier começou a fabricar vasos, tubos, lajes e pontes utilizando concreto com armadura de aço. Até então não eram conhecidas a fundo as funções estruturais das armaduras de aço no concreto;
- 1877 – O americano Hyatt reconheceu o efeito da aderência entre concreto e armadura, iniciando-se a utilização de barras de aço apenas nos lados tracionados das peças;
- 1886 – P. H. Jackson, americano de São Francisco, fez a primeira proposição de se pré-tensionar o concreto. No mesmo ano, o alemão Matthias Koenen desenvolveu um método de dimensionamento empírico para alguns tipos de construções em concreto armado;
- Final do século XIX – Surgiram diversas patentes de métodos de protensão, sem êxito. A protensão era perdida devido à fluência e retração do concreto, fenômenos desconhecidos na época;
- Início do século XX – Mörsch desenvolveu a teoria iniciado por Koenen através de ensaios. Os conceitos então elaborados constituíram, ao longo de décadas, os fundamentos da teoria do concreto armado;

- 1912 – Koenen e Mörsch reconheceram que o efeito de uma protensão reduzida era perdido com o decorrer do tempo, devido à retração e deformação lenta do concreto;
- 1919 – K. Wettstein fabricou, na Alemanha, painéis de concreto protendidos com cordas de piano, sendo o primeiro a utilizar aço de alta resistência submetido à grandes tensões;
- 1923 – R. H. Dill, americano de Nebraska, reconheceu a necessidade de se utilizar fios de alta resistência sob grandes tensões para superar as perdas de protensão;
- 1924 – O francês Eugene Freyssinet empregou a protensão para reduzir o alongamento de tirantes em galpões de grandes vãos;
- 1928 – Freyssinet apresentou o primeiro trabalho consistente sobre concreto protendido. O engenheiro pesquisou as perdas de protensão e concluiu que só é possível superá-las com a aplicação de elevadas tensões no aço. Destaca-se aqui a importância de Freyssinet no desenvolvimento do concreto protendido. Além de seu trabalho sobre este material, foi responsável pela invenção de métodos construtivos e equipamentos utilizados em sua execução;
- 1949 – Houve um aceleração no desenvolvimento do concreto protendido;
- 1950 – Realização, em Paris, da primeira conferência sobre concreto protendido. Surgiu, então, a *Federation Internationale de la Précontrainte* (FIP). Na mesma época surgiram as cordoalhas de fios. O sistema de colocar cabos de protensão em bainhas, no interior da seção transversal de concreto, possibilitando a protensão dos cabos com apoio no próprio concreto endurecido, assegurando a aderência posterior por meio da injeção de uma argamassa adequada de cimento, formou a base para a execução de pontes protendidas de grandes vãos.
- 1953 – Publicação da norma alemã de concreto protendido (DIN 4227);
- 1956 – Iniciou-se a racionalização dos métodos construtivos utilizando concreto protendido, principalmente em estruturas de pontes;

- 1978 – Publicação, pelo Comité Euro-Internacional du Betón (CEB/FIP), do Código Modelo para Estruturas de Concreto Armado e Concreto Protendido.

No Brasil:

- 1948 – Primeira obra em concreto protendido – ponte do Galeão (Figura 6), no Rio de Janeiro. Foi construída utilizando o sistema Freyssinet, sendo todo o material (aço, ancoragens e equipamentos) e até o projeto, importado da França;
- 1952 – A Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira deu início à fabricação do aço de protensão. Assim, a segunda obra do país em concreto protendido, a ponte de Juazeiro (Figura 7), já foi executada com aço brasileiro.

Figura 6 - Ponte do Galeão no Rio de Janeiro.



Fonte: AWA Comercial (2019)

Figura 7 - Ponte Presidente Dutra em Juazeiro.



Fonte: Gazeta AM (2019)

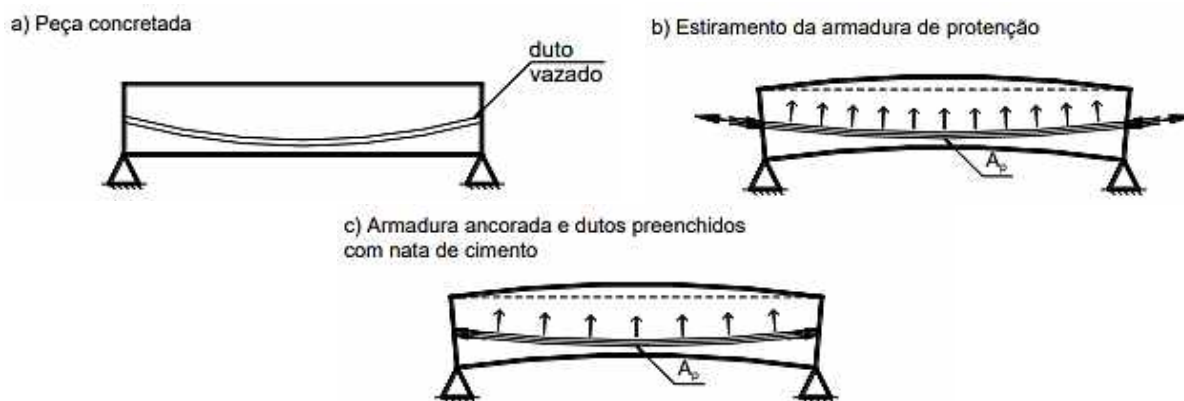
2.5 Protensão com aderência posterior

A ABNT NBR 6118:2014 traz a seguinte definição para este tipo de protensão:

Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizadas, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, criando posteriormente aderência com o concreto, de modo permanente, através da injeção das bainhas.

Para aplicação da protensão com aderência posterior, o elemento de concreto deve ser fabricado contendo dutos (bainhas) ao longo de seu comprimento. Posteriormente os aços de protensão (geralmente cordoalhas) são passados por dentro das bainhas, de uma extremidade a outra da peça. Assim que o concreto atinge a resistência adequada, a armadura de protensão fixada em uma das extremidades (ancoragem passiva) é tracionada por cilindros hidráulicos presentes na outra extremidade (ancoragem ativa). Ao final desta operação a força no cilindro hidráulico é relaxada, fazendo com que a armadura tracionada tente voltar a sua posição original (deformação nula), comprimindo o concreto. Por fim, preenche-se totalmente a bainha com uma pasta de cimento, de modo a proporcionar aderência do aço de protensão com o concreto da peça. A Figura 8 traz uma representação deste processo.

Figura 8 - Esquema de protensão com aderência posterior.



Fonte: Adaptado de Bastos (2018)

Hanai (2005) traz as vigas pré-moldadas de superestruturas de pontes como exemplo de peças fabricadas através do processo de protensão com aderência posterior. Estes elementos podem ser produzidos em canteiro de obras, no local da implantação, e depois transportados e posicionados sobre as travessas de apoios e pilares.

2.6 Aço de armadura ativa

São caracterizados pela elevada resistência e por não apresentarem patamar de escoamento. Esta elevada resistência é necessária para permitir grandes alongamentos em regime elástico e para compensar as perdas de protensão. Apresentam-se nas seguintes formas:

- Fios trefilados de aço, diâmetro de 3 a 8 mm, em rolos ou bobinas;
- Cordoalhas (fios enrolados em hélice, com 2, 3 ou 7 fios) e;
- Barras de aço-liga de alta resistência, laminadas a quente, com diâmetro maior, ou igual, a 12 mm, e com comprimento limitado.

Em relação à massa específica, coeficiente de dilatação térmica e módulo de elasticidade, a ABNT NBR 6118:2014 permite adotar os valores dispostos na Tabela 2.

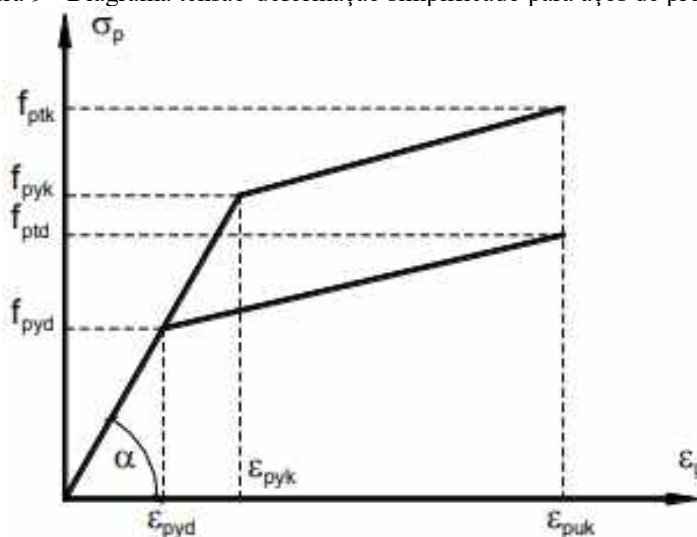
Tabela 2 - Especificações para aço de armadura ativa.

ESPECIFICAÇÕES	VALORES
Massa específica	7850 kg/m ³
Coefficiente de dilatação térmica	10 ⁻⁵ /°C (-20°C ≤ T ≤ 100°C)
Módulo de elasticidade	200 GPa para fios e cordoalhas

Fonte: autora

A ABNT NBR 6118:2014 especifica ainda que o diagrama tensão-deformação deve ser fornecido pelo fabricante ou obtido em ensaio realizado de acordo com a ABNT NBR 6349:2008. Na falta de dados, nos estados-limite de serviço e último, permite-se a utilização do diagrama simplificado exposto na Figura 9.

Figura 9 - Diagrama tensão-deformação simplificado para aços de protensão.



Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

Em relação ao tratamento podem ser:

- Aços de relaxação normal (RN) – São aços retificados por tratamento térmico que alivia as tensões internas de trefilação e;
- Aços de relaxação baixa (RB) – São aqueles que tem suas características elásticas melhoradas para reduzir as perdas de tensão por relaxação.

Tem-se o seguinte conceito de relaxação: é a perda de tensão com o tempo em um aço estirado, sob comprimento e temperatura constantes. Quanto maior a tensão ou a temperatura, maior a relaxação do aço.

2.7 Valores representativos da força de protensão

- **Força de protensão P_i na armadura**

Trata-se da força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração. Na pós-tração é a força aplicada antes da ancoragem com as cunhas.

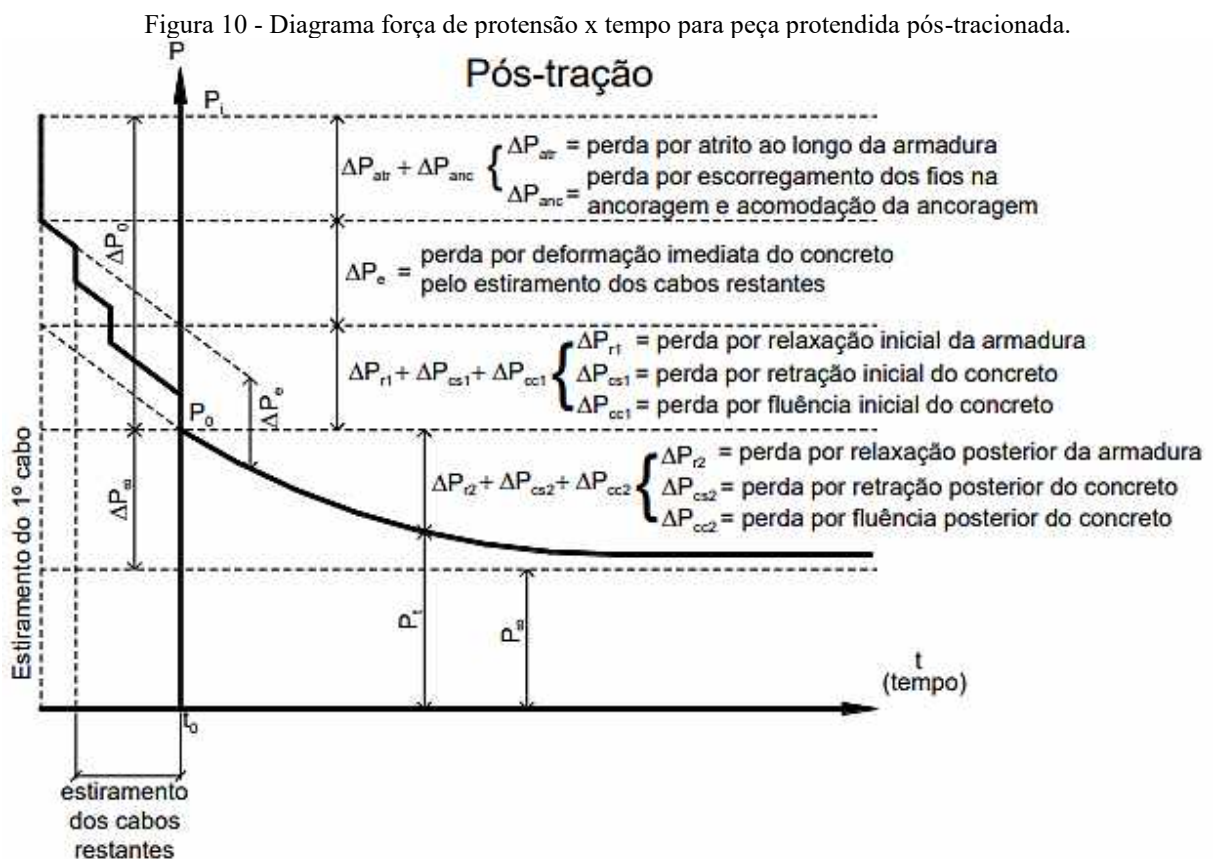
- **Força de protensão P_0 na armadura/concreto**

Trata-se do valor inicial da força de protensão transferida ao concreto ($t = 0$). Para a pós-tração é a força no cilindro hidráulico (P_i) subtraídas as seguintes perdas: atrito dos cabos nas bainhas, escorregamento dos fios ou cordoalhas na ancoragem, acomodação da ancoragem, deformação imediata do concreto devida aos cabos restantes, relaxação inicial da armadura ativa, retração e fluência inicial do concreto. P_0 é o valor da força de protensão antes das perdas progressivas, sendo imediatamente posterior à transferência da protensão ao concreto.

- **Força de protensão $P_\infty(x)$**

Trata-se da força de protensão após terem ocorridos todas as perdas. Pode ser determinado pela força P_0 subtraídas as perdas progressivas posteriores como retração e fluência do concreto e relaxação da armadura ativa.

Os valores representativos da força de protensão servem de orientação na verificação dos esforços solicitantes e para a execução da protensão na obra ou na fábrica. A Figura 10 ilustra estes valores ao longo do tempo para peças protendidas pós-traçadas.



2.8 Fuso limite

Este processo é muito utilizado em casos onde a força de protensão é praticamente constante ao longo do vão, ou seja, não há interrupção de cabos, sendo todos ancorados nas extremidades da peça. Neste método, são estabelecidos limites para a excentricidade da força de protensão, onde o fuso limite é uma faixa dentro da altura da peça, na qual as armaduras ativas devem se situar para que os limites de tensões normais sejam respeitados.

A Figura 11 exemplifica uma seção transversal submetida à momento fletor externo e à força de protensão. A excentricidade advinda do momento fletor pode ser encontrada pela Equação 7, enquanto a tensão causada pela força P é calculada pela Equação 8.

$$e_m = \frac{M}{P} \quad (7)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A} + P \times \frac{(e_p - e_m)}{W} \quad (8)$$

Figura 11 - Seção submetida à protensão, momento fletor externo e excentricidades da força P.



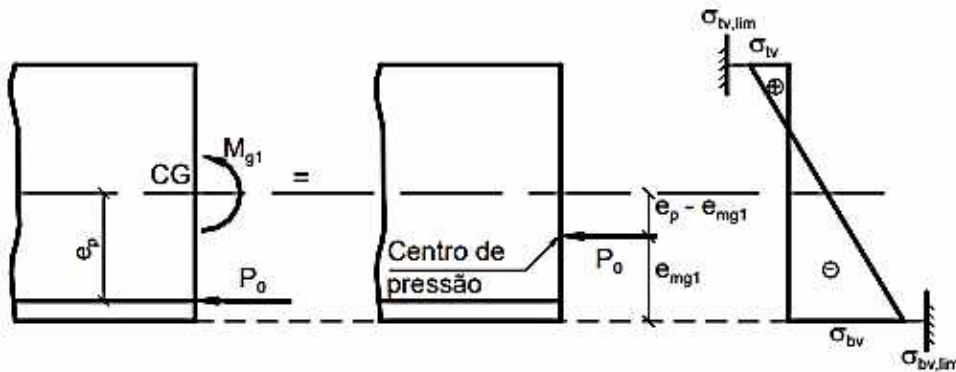
Fonte: Bastos (2018)

Portanto, selecionando as duas situações mais desfavoráveis encontradas na verificação das tensões na seção mais solicitada, sendo uma do estado em vazio e uma do estado em serviço, tem-se os desenvolvimentos a seguir.

- **Estado em vazio**

Considerando que a situação mais desfavorável para o estado em vazio seja aquela ocasionada pela ação do peso próprio e da protensão antes das perdas, tem-se o centro de pressão indicado na Figura 12. (Sendo M_{g_1} o momento fletor externo devido à carga g_1).

Figura 12 - Tensões no estado em vazio.



Fonte: Bastos (2018)

- Borda inferior crítica

Para a borda inferior como a crítica tem-se:

$$e_{mg1} = \frac{M_{g1}}{P_0} \qquad \sigma_{bv} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 \times (e_p - e_{mg1})}{W_b}$$

Sendo a_{bv} o valor limite de $(e_p - e_{mg1})$, ou seja, a excentricidade limite do centro de pressão que ocorre quando $\sigma_{bv} = \sigma_{bv,lim}$ tem-se:

$$\frac{P_0}{A} + \frac{P_0 \times a_{bv}}{W_b} = \sigma_{bv,lim} \rightarrow \frac{P_0}{A} + \frac{P_0}{A} \times \left(\frac{A}{W_b} \right) \times a_{bv} = \sigma_{bv,lim}$$

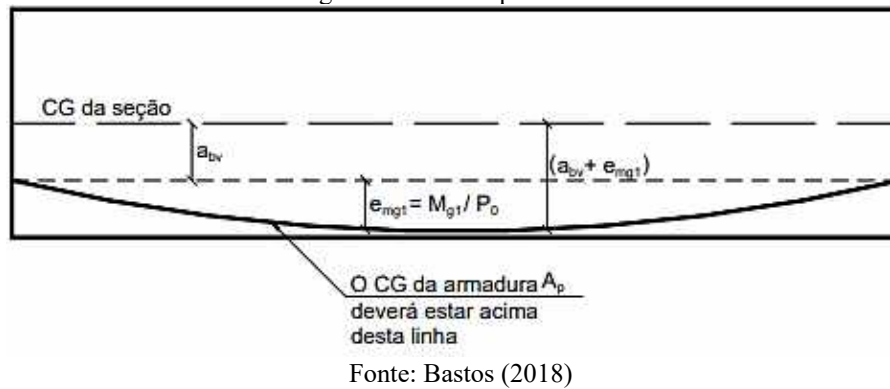
Sendo e_{kb} a excentricidade limite do núcleo central de inércia da seção, com a qual uma força normal aplicada produz tensão nula na borda inferior; $P_0/A = \sigma_{cg0}$ e $A/W_b = -1/e_{kb}$ tem-se:

$$a_{bv} = e_{kb} \times \left(1 - \frac{\sigma_{bv,lim}}{\sigma_{cg0}} \right)$$

Considerando o sinal de todos os parâmetros, tem-se a Equação 9, a qual deve ser obedecida para que a tensão limite na borda inferior seja respeitada. A Figura 13 mostra o limite para o fuso no estado em vazio, considerando a borda inferior como crítica.

$$e_p \leq a_{bv} + e_{mg1} \tag{9}$$

Figura 13 - Limite para o fuso.



- Borda superior crítica

Para a borda superior como a crítica tem-se:

$$\sigma_{tv} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 \times (e_p - e_{mg1})}{W_t}$$

Quando $\sigma_{tv} = \sigma_{tv,lim}$ e então $a_{tv} = (e_p - e_{mg1})$ tem-se:

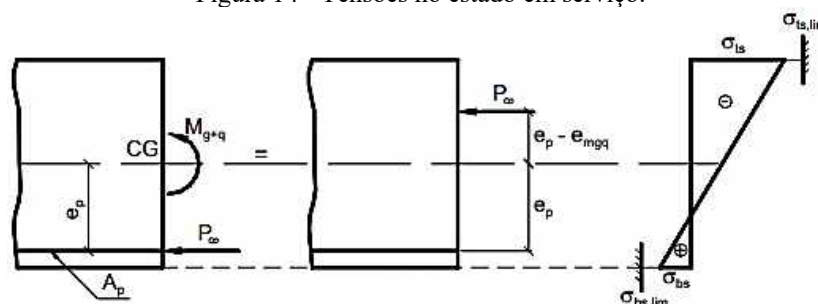
$$a_{tv} = e_{kt} \times \left(1 - \frac{\sigma_{tv,lim}}{\sigma_{cg0}} \right)$$

Entre os valores de a_{tv} e a_{bv} , deve-se escolher o mais desfavorável para determinar o limite da armadura ativa.

• Estado em serviço

Considerando que a situação mais desfavorável para o estado em serviço seja aquela ocasionada pela protensão após as perdas, pela carga permanente total e pela sobrecarga variável, tem-se o centro de pressão indicado na Figura 14.

Figura 14 - Tensões no estado em serviço.



Fonte: Bastos (2018)

- Borda inferior crítica

Para a borda inferior como a crítica tem-se:

$$\sigma_{bs} = \frac{P_{\infty}}{A} + \frac{P_{\infty} \times (e_p - e_{mgq})}{W_b}$$

Quando $\sigma_{bs} = \sigma_{bs,lim}$ e então $a_{bs} = (e_p - e_{mgq})$ tem-se:

$$a_{bs} = e_{kb} \times \left(1 - \frac{\sigma_{bs,lim}}{\sigma_{cg\infty}} \right)$$

- Borda superior crítica

Para a borda superior como a crítica tem-se:

$$\sigma_{ts} = \frac{P_{\infty}}{A} + \frac{P_{\infty} \times (e_p - e_{mgq})}{W_t}$$

Quando $\sigma_{ts} = \sigma_{ts,lim}$ e então $a_{ts} = (e_p - e_{mgq})$ tem-se:

$$a_{ts} = e_{kt} \times \left(1 - \frac{\sigma_{ts,lim}}{\sigma_{cg\infty}} \right)$$

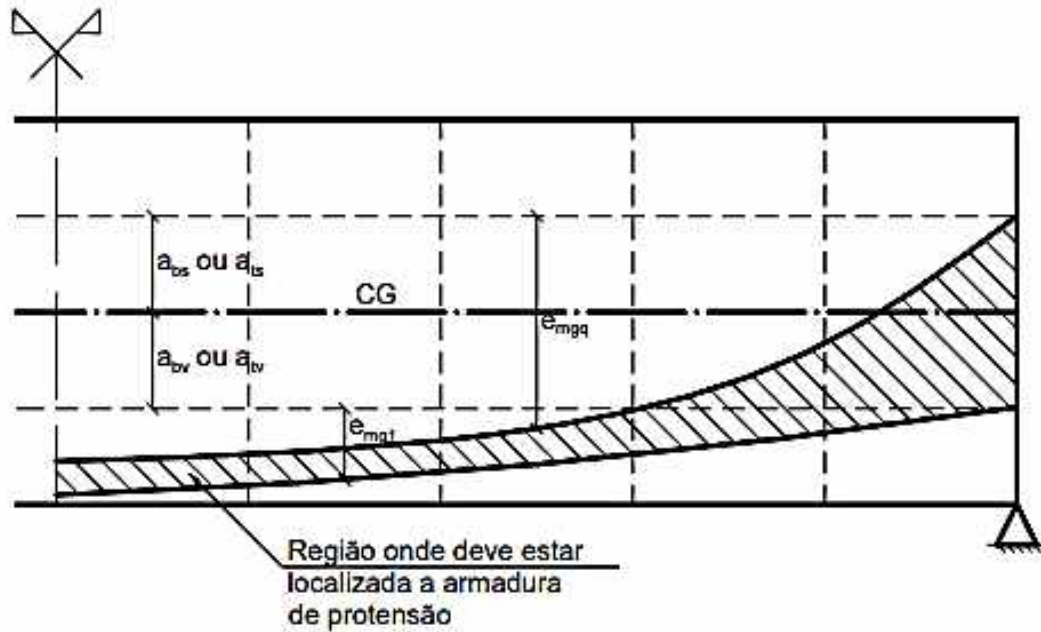
Novamente escolhe-se o mais desfavorável entre os valores de a_{ts} e a_{bs} para determinar o limite da armadura ativa a partir da Equação 10.

$$e_p \geq a_{bs} \text{ ou } a_{ts} + e_{mgq} \tag{10}$$

2.8.1 Traçado do fuso limite

Após obtidos os esforços em diversas seções transversais e com os resultados calculados conforme exposto anteriormente, pode-se desenhar o diagrama correspondente ao fuso limite, como mostra a Figura 15. Nota-se que seria necessário variar a excentricidade da armadura de protensão ao longo da peça.

Figura 15 - Região do fuso limite.



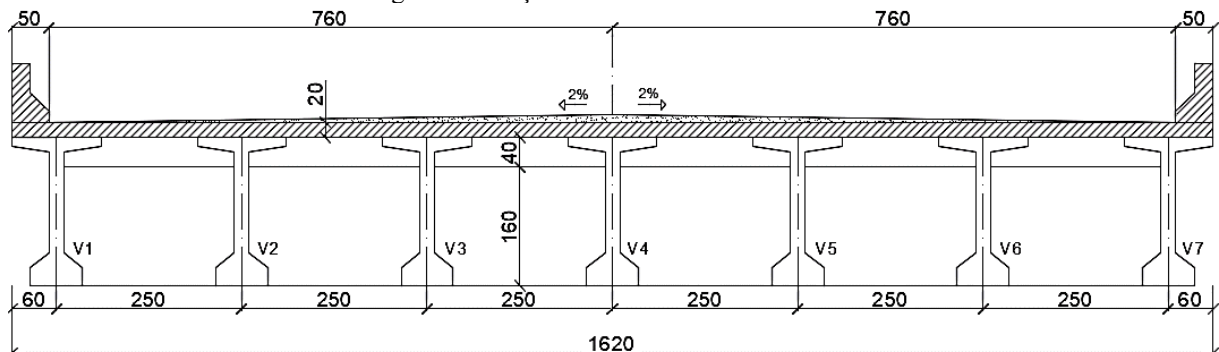
Fonte: Bastos (2018)

3 DIMENSIONAMENTO

3.1 Identificação do projeto

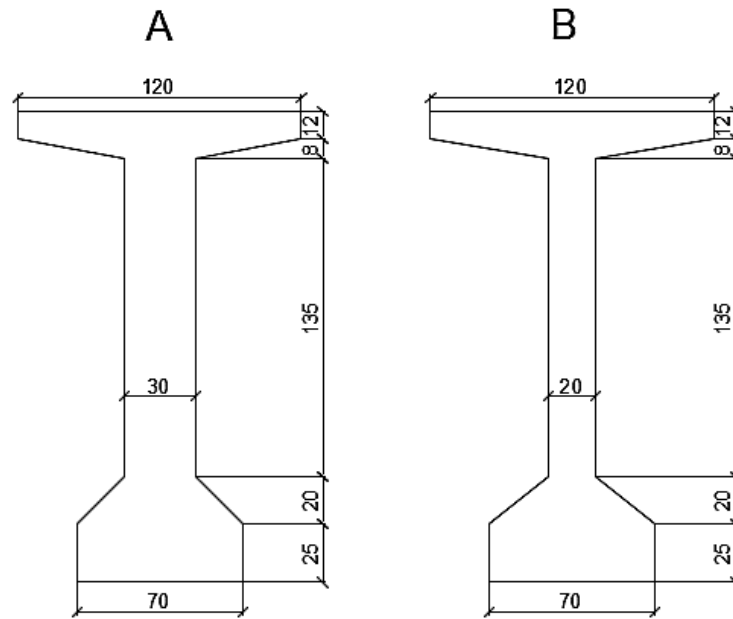
Trata-se de uma ponte rodoviária classe 45 construída em grelha, composta por sete vigas pré-moldadas. A seção transversal no meio do vão está disposta na Figura 16, enquanto que os detalhes das vigas utilizadas para o vão e para os apoios encontram-se na Figura 17. Destaca-se que no presente trabalho será apresentado o dimensionamento da viga V1.

Figura 16 - Seção transversal no meio do vão.



Fonte: Adaptado de Stucchi e Skaf (2006)

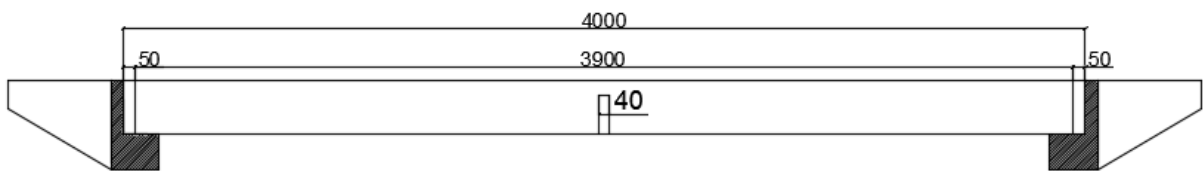
Figura 17 - Detalhes da viga A (nos apoios) e B (no meio do vão).



Fonte: Adaptado de Stucchi e Skaf (2006)

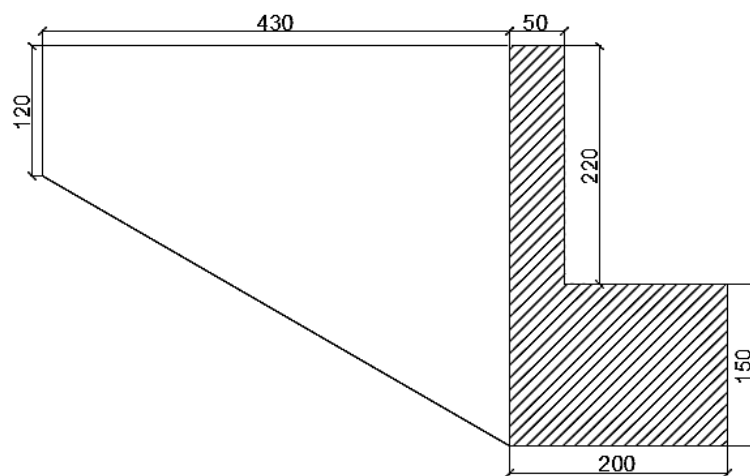
O vão longitudinal da ponte está disposto na Figura 18 e o detalhe do encontro na Figura 19. Por fim, tem-se a vista superior da ponte a ser dimensionada (Figura 20).

Figura 18 - Vão longitudinal.



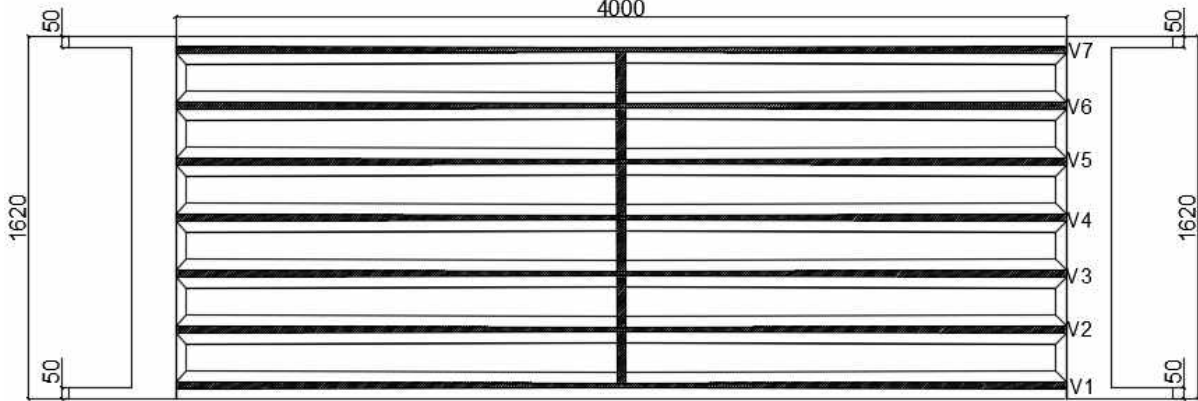
Fonte: Adaptado de Stucchi e Skaf (2006)

Figura 19 - Detalhe do encontro.



Fonte: autora

Figura 20 - Vista superior.
4000



Fonte: autora

Ressalta-se ainda que todas as medidas estão em centímetros.

3.1.1 Dados do projeto

A Tabela 3 traz os dados principais da ponte.

Tabela 3 - Principais dados da ponte.

Vão principal (m)	39
Longarinas	7
Classe	45
Pista (m)	16,20

Fonte: autora

- Do item 8.2.8 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se a Equação 11 para cálculo do módulo de elasticidade inicial para concretos com f_{ck} entre 20 MPa e 50 MPa.

$$E_{ci} = \alpha_E \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \quad (11)$$

Onde α_E vale 1,2 devido ao material basalto ser utilizado como agregado graúdo nos concretos da região de Uberlândia/MG (adotado por se tratar de um projeto didático). Do mesmo item tem-se a Equação 12 para cálculo do módulo de deformação secante.

$$E_{cs} = \alpha_i \times E_{ci} \quad (12)$$

Onde α_i é obtido pela Equação 13.

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \times \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (13)$$

- Do item 8.2.9 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se a Equação 14 para o cálculo do módulo de elasticidade transversal.

$$G_c = E_{cs}/2,4 \quad (14)$$

- Do item 8.2.5 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se as Equações 15 e 16 para o cálculo da resistência média do concreto à tração (f_{ctm}) e da resistência característica inferior à tração do concreto ($f_{ctk,inf}$), respectivamente.

$$f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3} \quad (15)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ct,m} \quad (16)$$

- Da ABNT NBR 7483:2004 tem-se a Equação 17 para o cálculo da resistência ao escoamento do aço de armadura ativa.

$$f_{pyk} = 0,9 \times f_{ptk} \quad (17)$$

Do item 9.6.3.4.2 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se a Equação 18 para o cálculo da relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto.

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}} \quad (18)$$

No entanto, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, pode ser adotado módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de deformação secante E_{cs} . Assim, foi utilizado o módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs}) ao invés do módulo de elasticidade tangente inicial (E_{ci}) no cálculo da relação entre módulos descrita acima.

A Tabela 4 mostra um resumo dos principais dados dos materiais a serem utilizados, definidos de acordo com as recomendações da ABNT NBR 6118:2014 e ABNT NBR 7483:2004.

Tabela 4 - Principais dados dos materiais.

MATERIAL			
CONCRETO		AÇO CP190 RB	
f_{ck} (MPa)	35	f_{ptk} (MPa)	1900
E_{ci} (MPa)	39756	f_{pyk} (MPa)	1710
E_{cs} (MPa)	35283,5	E_p (MPa)	200000
G_c (MPa)	14701,5	RELAÇÃO ENTRE MÓDULOS	
f_{ctm}	3,2		
$f_{ctk,inf}$	2,25	α_p	5,7

Fonte: autora

3.2 Características geométricas e mecânicas da seção transversal

3.2.1 Viga pré-moldada

A partir do programa AutoCAD foram obtidos os seguintes resultados para a seção transversal no meio do vão:

- Área: $A = 7350 \text{ cm}^2$;
- Centro de gravidade: $y_{cg} = 100,46 \text{ cm}$; $y_i = 100,46 \text{ cm}$; $y_s = -99,54 \text{ cm}$;
- Momento de inércia: $I = 38844751,58 \text{ cm}^4$;
- Módulo de resistência da fibra inferior: $W_i = 386668,84 \text{ cm}^3$;
- Módulo de resistência da fibra superior: $W_s = -390242,63 \text{ cm}^3$;
- Borda inferior do núcleo central de inércia: $k_i = 53,09 \text{ cm}$;
- Borda superior do núcleo central de inércia: $k_s = -52,61 \text{ cm}$.

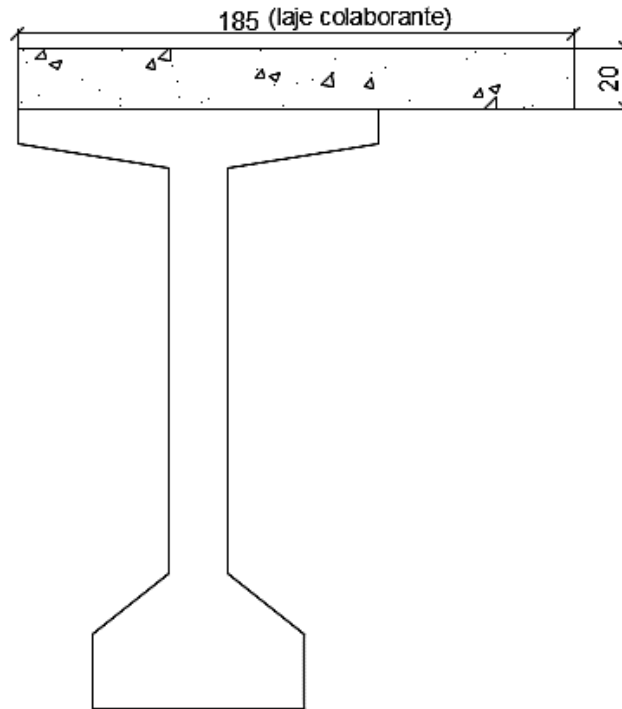
3.2.2 Viga extrema (V1)

Considerando os efeitos da laje colaborante para a viga extrema V1 no meio do vão (Figura 21), utilizando o programa AutoCAD foram obtidos os seguintes resultados:

- Área: $A = 11050 \text{ cm}^2$;
- Centro de gravidade: $y_{cg} = 137,14 \text{ cm}$; $y_i = 137,14 \text{ cm}$; $y_s = -82,86 \text{ cm}$;
- Momento de inércia: $I = 69927426,93 \text{ cm}^4$;
- Módulo de resistência da fibra inferior: $W_i = 509898,11 \text{ cm}^3$;

- Módulo de resistência da fibra superior: $W_s = -843922,60 \text{ cm}^3$;
- Borda inferior do núcleo central de inércia: $k_i = 76,73 \text{ cm}$;
- Borda superior do núcleo central de inércia: $k_s = -46,14 \text{ cm}$.

Figura 21 - Consideração da laje colaborante para as vigas extremas V1 e V7.



Fonte: autora

Vale ressaltar que devem ser considerados grampos na extremidade superior da viga para consolidar a ligação do tabuleiro com a longarina.

3.3 Aplicação do processo de Leonhardt

No processo de Leonhardt as transversinas são supostas flexíveis e deve ser calculado o grau de rigidez da estrutura conforme Equação 6 apresentada no item 2.2 deste trabalho. Assim, tem-se:

$$I_L = 38844751,58 \text{ cm}^4 = 0,3884 \text{ m}^4, \text{ obtido do software AutoCAD}$$

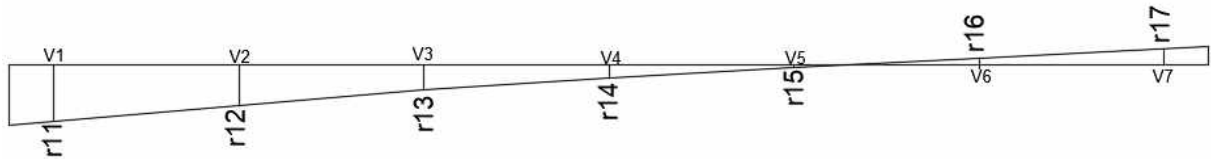
$$I_T = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{40 \times 160^3}{12} = 13653333,33 \text{ cm}^4 = 0,1365 \text{ m}^4$$

$$\zeta = \frac{0,1365}{0,3884} \times \left(\frac{39}{2 \times 2,5} \right)^3 = 167$$

Tem-se que 167 é mais próximo de 200 do que de 100, logo, da Tabela nº 4a dada por Martin (1981), tem-se a linha de influência disposta na Figura 22.

$$\begin{aligned} r_{11} &= 0,5; & r_{13} &= 0,226; & r_{15} &= 0,018; & r_{17} &= -0,148. \\ r_{12} &= 0,357; & r_{14} &= 0,114; & r_{16} &= -0,067 \text{ e;} \end{aligned}$$

Figura 22 - Linha de influência transversal para a viga V1.



Fonte: autora

3.4 Determinação das cargas permanentes

Para o cálculo das cargas permanentes utilizou-se o peso específico do concreto como 25 kN/m³ (ABNT NBR 7187:2003).

3.4.1 Peso próprio estrutural (g_1)

O peso próprio estrutural foi calculado a partir da Equação 19 e os resultados obtidos estão na Tabela 5.

$$g_1 = \gamma_c \times \text{Área}_{\text{vão}} \text{ ou } \text{Área}_{\text{apoi o}} \text{ ou } \text{Área}_{\text{laje}} \quad (19)$$

Tabela 5 - Peso próprio estrutural.

$g_{1,\text{vão}}$ (kN/m)	18,375
$g_{1,\text{apoi o}}$ (kN/m)	22,1
$g_{1,\text{laje}}$ (kN/m)	9,25

Fonte: autora

3.4.2 Peso próprio da transversina

O peso próprio da transversina foi calculado a partir da Equação 20.

$$P_t = V_t \times \gamma_c \quad (20)$$

Logo, $P_t = 0,4 \times 1,6 \times 1,25 \times 25 = 20 \text{ kN}$

3.4.3 Sobrecarga permanente (g2)

Referente à pavimentação, considerou-se o peso específico do asfalto como 24 kN/m^3 (ABNT NBR 7187:2003) e sua espessura como 10 cm. Além disso, foi prevista uma carga adicional de 2 kN/m^2 considerando um possível recapeamento. Já para o guarda-rodas, considerou-se sua área como $0,27 \text{ m}^2$. Os resultados encontrados estão disponíveis na Tabela 6.

Tabela 6 - Sobrecarga permanente.

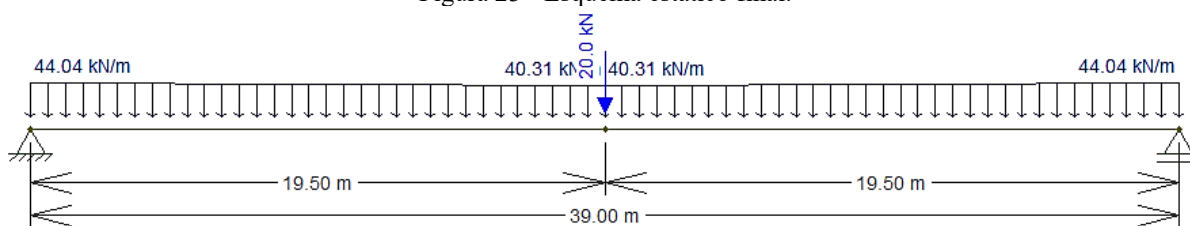
Pavimentação (kN/m)	3,24
Recapeamento (kN/m)	2,7
Guarda-rodas (kN/m)	6,75
Total g2 (kN/m)	12,69

Fonte: autora

3.4.4 Esquema estático final

O esquema estático final da viga, com todas as cargas permanentes inseridas, pode ser visualizado na Figura 23.

Figura 23 - Esquema estático final.



Fonte: autora

3.5 Determinação do trem-tipo longitudinal

Conforme as recomendações da ABNT NBR 7188:2013, o cálculo dos esforços devidos à carga móvel será feito considerando um trem-tipo Classe 450 kN, ou seja:

- $P = 75 \text{ kN}$ (para cada roda);
- $p = 5 \text{ kN/m}^2$ (outros veículos) e;
- $p' = 3 \text{ kN/m}^2$ (multidão).

3.5.1 Coeficiente de impacto

O coeficiente de impacto será calculado tomando por base as considerações da ABNT NBR 7188:2013, conforme a Equação 21.

$$\varphi = CIV \times CNF \times CIA \quad (21)$$

Onde:

- CIV = coeficiente de impacto vertical;
- CNF = coeficiente do número de faixas e;
- CIA = coeficiente de impacto adicional.

Para estruturas de vão entre 10 e 200 m (sendo o vão do presente trabalho de 39 m) tem-se a Equação 1 (item 2.1 deste trabalho) para o cálculo do coeficiente de impacto vertical. Logo, tem-se um coeficiente de impacto vertical igual a 1,238. Quanto ao coeficiente do número de faixas tem-se a Equação 2 (também no item 2.1 deste trabalho).

De acordo com DNER (1999), as larguras das faixas de rolamento geralmente adotadas variam entre 3,00 m e 3,60 m. Além disso, para acostamento externo tem-se que “nos trechos em obra-de-arte deverão, em princípio, ser mantidas as larguras dos acostamentos dos trechos adjacentes. A possibilidade de reduções parciais ou totais, especialmente nestes casos, deverá ser sempre considerada...” (DNER, 1999).

Portanto, para o presente trabalho, a largura da seção transversal de 16,20 m foi distribuída da seguinte maneira: dois guarda-corpos de 0,50 m, acostamentos externos de 0,60 m e quatro faixas de rolamento de 3,50 m. Assim, para quatro faixas de tráfego tem-se o coeficiente do número de faixas igual a 0,9.

Por fim, em relação ao coeficiente de impacto adicional, tem-se o valor de 1,25 para obras em concreto. Como este último coeficiente é aplicado somente nas seções contíguas (até 5 m) às juntas estruturais e descontinuidades (como nas extremidades), tem-se um coeficiente de impacto aplicado nas seções S_0 e S_1 , e outro coeficiente de impacto aplicado nas demais seções (sendo a viga dividida em décimos do vão conforme Figura 24). A Tabela 7 traz um resumo dos coeficientes de impacto a serem aplicados em cada seção.

Figura 24 – Seções nos décimos do vão (medidas em metros).



Fonte: autora

Tabela 7 - Resumo dos coeficientes de impacto.

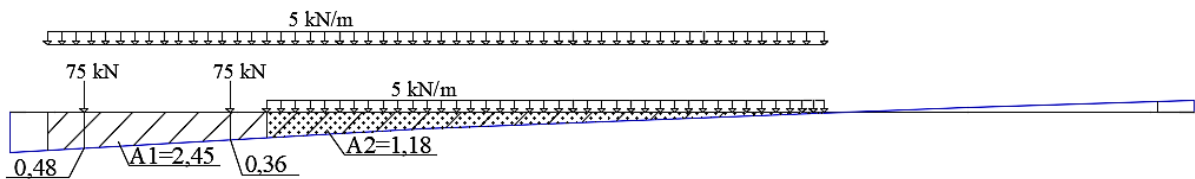
SEÇÃO	ϕ	SEÇÃO	ϕ	SEÇÃO	ϕ
S ₀	1,393	S ₂	1,114	S ₄	1,114
S ₁	1,393	S ₃	1,114	S ₅	1,114

Fonte: autora

3.5.2 Cálculo do trem-tipo

O cálculo do trem-tipo foi feito para a seção S₅, ou seja, no meio do vão, sendo utilizado o veículo tipo TB-450 especificado na ABNT NBR 7188:2013. A Figura 25 mostra o esquema para cálculo do trem-tipo.

Figura 25 - Esquema para cálculo do trem-tipo.



Fonte: autora

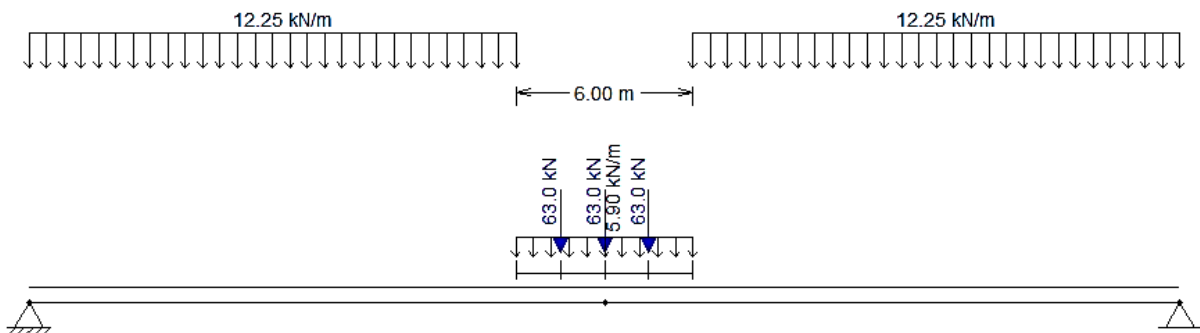
O resultado encontrado para o trem-tipo longitudinal está na Figura 26.

$$P^* = 75 \times (0,48 + 0,36) \rightarrow P^* = 63 \text{ kN}$$

$$P_a = 5 \times 1,18 \rightarrow P_a = 5,90 \text{ kN/m}$$

$$P_b = 5 \times 2,45 \rightarrow P_b = 12,25 \text{ kN/m}$$

Figura 26 - Trem-tipo longitudinal.



Fonte: autora

3.6 Esforços totais

3.6.1 Classificação da ponte e coeficientes de ponderação

De acordo com a ABNT NBR 8681:2003, tem-se diferentes coeficientes de ponderação para ações permanentes de acordo com a classificação da ponte entre grandes pontes ou pontes em geral. A norma traz a seguinte definição para grandes pontes: são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações permanentes. Assim, a partir da relação a seguir, chega-se à conclusão de que a ponte aqui dimensionada é uma ponte em geral.

$$\frac{g_1}{g_1 + g_2} = \frac{27,625}{27,625 + 12,69} = 0,6852 = 68,52\% < 75\%$$

Dessa forma, tem-se para o Estado Limite Último (ELU): $\gamma_g = 1,35$ e $1,0$ e $\gamma_q = 1,5$.

Já em relação ao Estado Limite de Serviço (ELS), a ABN NBR 8681:2003 traz as seguintes combinações:

- Combinação quase permanente de serviço (Equação 22)

$$F_{d,CQP} = \sum_{i=1}^m F_{g,ik} + \sum_{j=1}^n \Psi_{2,j} \times F_{q,jk} \quad (22)$$

- Combinação frequente de serviço (Equação 23)

$$F_{d,CF} = \sum_{i=1}^m F_{g,ik} + \Psi_1 \times F_{q,1k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2,j} \times F_{q,jk} \quad (23)$$

- Combinação rara de serviço (Equação 24)

$$F_{d,CR} = \sum_{i=1}^m F_{g,ik} + F_{q,1k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{1,j} \times F_{q,jk} \quad (24)$$

- Onde tem-se para pontes rodoviárias:

$$\Psi_1 = 0,5 \text{ e;}$$

$$\Psi_2 = 0,3.$$

3.6.2 Tabelas I e II

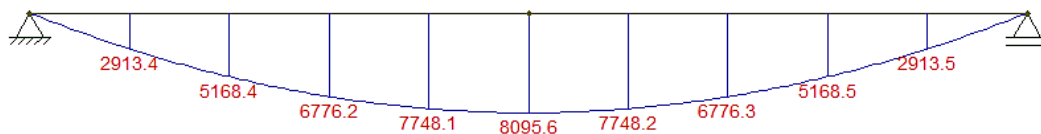
Os momentos fletores $M_{d,1}$ e $M_{d,2}$ e os esforços cortantes $V_{d,1}$ e $V_{d,2}$ foram obtidos a partir das Equações 25 e 26, considerando os coeficientes de ponderação adequados.

$$F_{d,1} = \gamma_{g(\text{desfavorável})} \times F_g + \gamma_q \times \varphi \times F_q \quad (25)$$

$$F_{d,2} = \gamma_{g(\text{favorável})} \times F_g + \gamma_q \times \varphi \times F_q \quad (26)$$

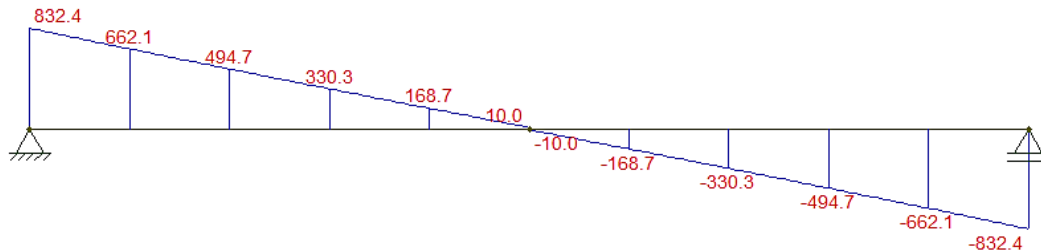
Todos os valores de M_g , M_q , V_g e V_q foram determinados com auxílio do *software* FTOOL. As Figuras 27, 28, 29 e 30 apresentam os diagramas de Momento Fletor e Força Cortante e as envoltórias fornecidas pelo programa. Já as Tabelas 8 e 9 trazem os resultados obtidos.

Figura 27 - Diagrama de momento fletor (kNm).



Fonte: autora

Figura 28 - Diagrama de esforço cortante (kN).



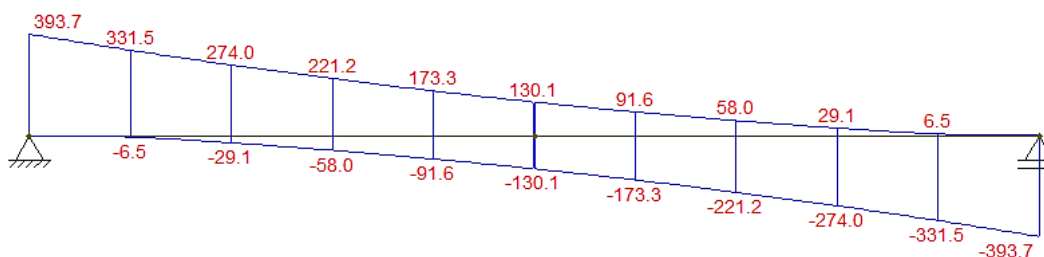
Fonte: autora

Figura 29 - Envoltória para momento fletor (kNm).



Fonte: autora

Figura 30 - Envoltória para esforço cortante (kN).



Fonte: autora

Tabela 8 - Tabela I - Momentos fletores.

SEÇÃO	Mg (kNm)	1,35*Mg (kNm)	Mq máx (kNm)	Mq mín (kNm)	1,5*φ*Mq máx (kNm)	1,5*φ*Mq mín (kNm)	Md1 (kNm)		Md2 (kNm)		Md máx (kNm)	Md mín (kNm)
							Mq máx	Mq mín	Mq máx	Mq mín		
S ₀	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
S ₁	2913,40	3933,09	1352,60	0,00	2826,21	0,00	6759,30	3933,09	5739,61	2913,40	6759,30	2913,40
S ₂	5168,40	6977,34	2394,00	0,00	4001,75	0,00	10979,09	6977,34	9170,15	5168,40	10979,09	5168,40
S ₃	6776,20	9147,87	3131,40	0,00	5234,36	0,00	14382,23	9147,87	12010,56	6776,20	14382,23	6776,20
S ₄	7748,10	10459,94	3582,30	0,00	5988,08	0,00	16448,01	10459,94	13736,18	7748,10	16448,01	7748,10
S ₅	8095,60	10929,06	3734,40	0,00	6242,32	0,00	17171,38	10929,06	14337,92	8095,60	17171,38	8095,60

Fonte: autora

Tabela 9 - Tabela II - Esforços cortantes.

SEÇÃO	Vg (kN)	1,35*Vg (kN)	Vq máx (kN)	Vq mín (kN)	1,5*φ*Vq máx (kN)	1,5*φ*Vq mín (kN)	Vd1 (kN)		Vd2 (kN)		Vd máx (kN)	Vd mín (kN)
							Vq máx	Vq mín	Vq máx	Vq mín		
S ₀	832,40	1123,74	393,70	0,00	822,62	0,00	1946,36	1123,74	1655,02	832,40	1946,36	832,40
S ₁	662,10	893,84	331,50	-6,50	692,66	-13,58	1586,49	880,25	1354,76	648,52	1586,49	648,52
S ₂	494,70	667,85	274,00	-29,10	458,01	-48,64	1125,86	619,20	952,71	446,06	1125,86	446,06
S ₃	330,30	445,91	221,20	-58,00	369,75	-96,95	815,66	348,95	700,05	233,35	815,66	233,35
S ₄	168,70	227,75	173,30	-91,60	289,68	-153,12	517,43	74,63	458,38	15,58	517,43	15,58
S _{5(e)}	10,00	13,50	130,10	-130,10	217,47	-217,47	230,97	-203,97	227,47	-207,47	230,97	-207,47
S _{5(d)}	-10,00	-13,50	130,10	-130,10	217,47	-217,47	203,97	-230,97	207,47	-227,47	207,47	-230,97

Fonte: autora

3.6.3 Combinações de serviço

As Tabelas 10 e 11 trazem as combinações de serviço: quase permanente, frequente e rara para os momentos fletores e esforços cortantes.

Tabela 10 - Combinações de serviço para momento fletor (kNm).

SEÇÃO	QUASE PERMANENTE		FREQUENTE		RARA	
	M máx	M mín	M máx	M mín	M máx	M mín
S ₀	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
S ₁	3478,64	2913,40	3855,47	2913,40	4797,54	2913,40
S ₂	5968,75	5168,40	6502,32	5168,40	7836,23	5168,40
S ₃	7823,07	6776,20	8520,99	6776,20	10265,78	6776,20
S ₄	8945,72	7748,10	9744,13	7748,10	11740,15	7748,10
S ₅	9344,06	8095,60	10176,37	8095,60	12257,15	8095,60

Fonte: autora

Tabela 11 - Combinações de serviço para esforço cortante (kN).

SEÇÃO	QUASE PERMANENTE		FREQUENTE		RARA	
	V máx	V mín	V máx	V mín	V máx	V mín
S ₀	996,92	832,40	1106,61	832,40	1380,82	832,40
S ₁	800,63	659,38	892,99	657,57	1123,87	653,05
S ₂	586,30	484,97	647,37	478,49	800,04	462,27
S ₃	404,25	310,91	453,55	297,98	576,80	265,67
S ₄	226,64	138,08	265,26	117,66	361,82	66,62
S ₅	53,49	-33,49	82,49	-62,49	154,98	-134,98

Fonte: autora

3.7 Estimativa da protensão necessária

Tratando-se de um projeto de pontes (ambiente úmido) tem-se da Tabela 6.1 da ABNT NBR 6118:2014 a classe de agressividade ambiental III. Já da Tabela 13.4 da mesma norma tem-se que a protensão pelo processo de pós-tração indicada é a limitada, a qual deve atender aos seguintes limites: ELS-F para combinação frequente e ELS-D para combinação quase permanente. Neste projeto será adotado 15 cm como a distância do centro da armadura ativa até a fibra inferior.

- **ELS-F – Combinação frequente de ações**

Este estado-limite de serviço é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,f}$. Sendo $f_{ctki nf} = 2,25$ MPa e considerando $f_{ct,f} = 1,2f_{ctki nf}$ para seções duplo T, tem-se $f_{ct,f} = 2,7$ MPa.

$$\sigma_{CF} = \frac{M_{CF}}{W_i} = \frac{10176,37}{0,51} \rightarrow \sigma_{CF} = 19953,67 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{CF} + \sigma_{P_{\infty,est}} \leq 2700 \rightarrow \sigma_{P_{\infty,est}} \leq -17253,67 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{P_{\infty,est}}{A_c} + \frac{P_{\infty,est} \times (y_i - d')}{W_i} \leq \sigma_{P_{\infty,est}} \rightarrow \frac{P_{\infty,est}}{1,105} + \frac{P_{\infty,est} \times (1,37 - 0,15)}{0,51} \leq -17253,67$$

$$\therefore P_{\infty,est} \leq -5233 \text{ kN}$$

Verificando a fibra superior:

$$\frac{M_{CF}}{W_s} + \frac{P_{\infty,est}}{A_c} + \frac{P_{\infty,est} \times (y_i - d')}{W_s} \geq 0,7f_{ck}$$

$$\frac{10176,37}{-0,844} + \frac{-5233}{1,105} + \frac{-5233 \times (1,37 - 0,15)}{-0,844} \geq -24500 \rightarrow -9228,77 \geq -24500 \rightarrow OK$$

- **ELS-D – Combinação quase permanente de ações**

Este estado-limite de serviço é caracterizado por ter um ou mais pontos da seção transversal com tensão normal nula, não havendo tração no restante da seção.

$$\sigma_{CQP} = \frac{M_{CQP}}{W_i} = \frac{9344,06}{0,51} \rightarrow \sigma_{CF} = 18321,69 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{CQP} + \sigma_{P_{\infty,est}} \leq 0 \rightarrow \sigma_{P_{\infty,est}} \leq -18321,69 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{P_{\infty,est}}{A_c} + \frac{P_{\infty,est} \times (y_i - d')}{W_i} \leq \sigma_{P_{\infty,est}} \rightarrow \frac{P_{\infty,est}}{1,105} + \frac{P_{\infty,est} \times (1,37 - 0,15)}{0,51} \leq -18321,69$$

$$\therefore P_{\infty,est} \leq -5557 \text{ kN}$$

Verificando a fibra superior:

$$\frac{M_{CQP}}{W_s} + \frac{P_{\infty,est}}{A_c} + \frac{P_{\infty,est} \times (y_i - d')}{W_s} \geq 0,7f_{ck}$$

$$\frac{9344,06}{-0,844} + \frac{-5557}{1,105} + \frac{-5557 \times (1,37 - 0,15)}{-0,844} \geq -24500 \rightarrow -8067,49 \geq -24500 \rightarrow OK$$

Logo, o valor adotado é: $P_{\infty,est} = -5560 \text{ kN}$

3.8 Cálculo da seção transversal da armadura ativa

Para armadura pós-tracionada, o valor de σ_{pi} deve respeitar os seguintes limites (item 9.6.1.2.1.b) da ABNT NBR 6118:2014:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74 \times f_{ptk} \\ 0,82 \times f_{pyk} \end{cases} \quad \text{para aços RB}$$

Adotando uma estimativa de perdas de 25% tem-se:

$$P_i = \frac{P_{\infty,est}}{0,75} = \frac{-5560}{0,75} \rightarrow P_i = -7413 \text{ kN}$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74 \times 190 \\ 0,82 \times 171 \end{cases} \rightarrow \sigma_{pi} \leq 140,2 \text{ kN/cm}^2$$

Logo:

$$A_{p_{est}} = \frac{P_i}{\sigma_{pi}} \rightarrow A_{p_{est}} = 52,87 \text{ cm}^2$$

Do item 8.4.1 da ABNT BBR 6118:2014 tem-se que as áreas nominais de fios e cordoalhas são utilizadas nos cálculos. Assim, considerando uma cordoalha CP – 190 RB 12,7 de área nominal de 1,014 cm² tem-se:

$$\frac{52,87}{1,014} = 52,14 \rightarrow 53$$

Para melhor distribuição das cordoalhas na estrutura e considerando que ainda irão ocorrer perdas, adotam-se, 5 cabos de 11Φ12,7 mm (55,77 cm²). Tem-se então $\sigma_{pi} = 132,93 \text{ kN/cm}^2$.

3.9 Seção homogeneizada

Para uma rigorosa avaliação de tensões e deformações em um elemento estrutural composto por dois materiais diferentes, é importante que se faça a compatibilização destes materiais na seção, transformando um deles em uma porção equivalente do outro. Em peças de concreto armado/protendido, usualmente converte-se a armadura em uma fração equivalente de concreto. Essa transformação é realizada por meio da Equação 27.

$$A_h = A_c + (\alpha_p - 1) \times A_p \quad (27)$$

Em geral há um aumento da seção transversal, sendo que o baricentro da seção homogeneizada é deslocado em direção ao baricentro da armadura ativa. Isso acaba resultando em uma diminuição de tensões, que contribui para um dimensionamento mais econômico. Destaca-se ainda que a não homogeneização da seção é um procedimento conservador aceitável.

Tem-se, portanto, para este trabalho, os resultados apresentados na Tabela 12. (Resultados obtidos com o auxílio do *software* AutoCAD).

Tabela 12 - Características da seção homogeneizada.

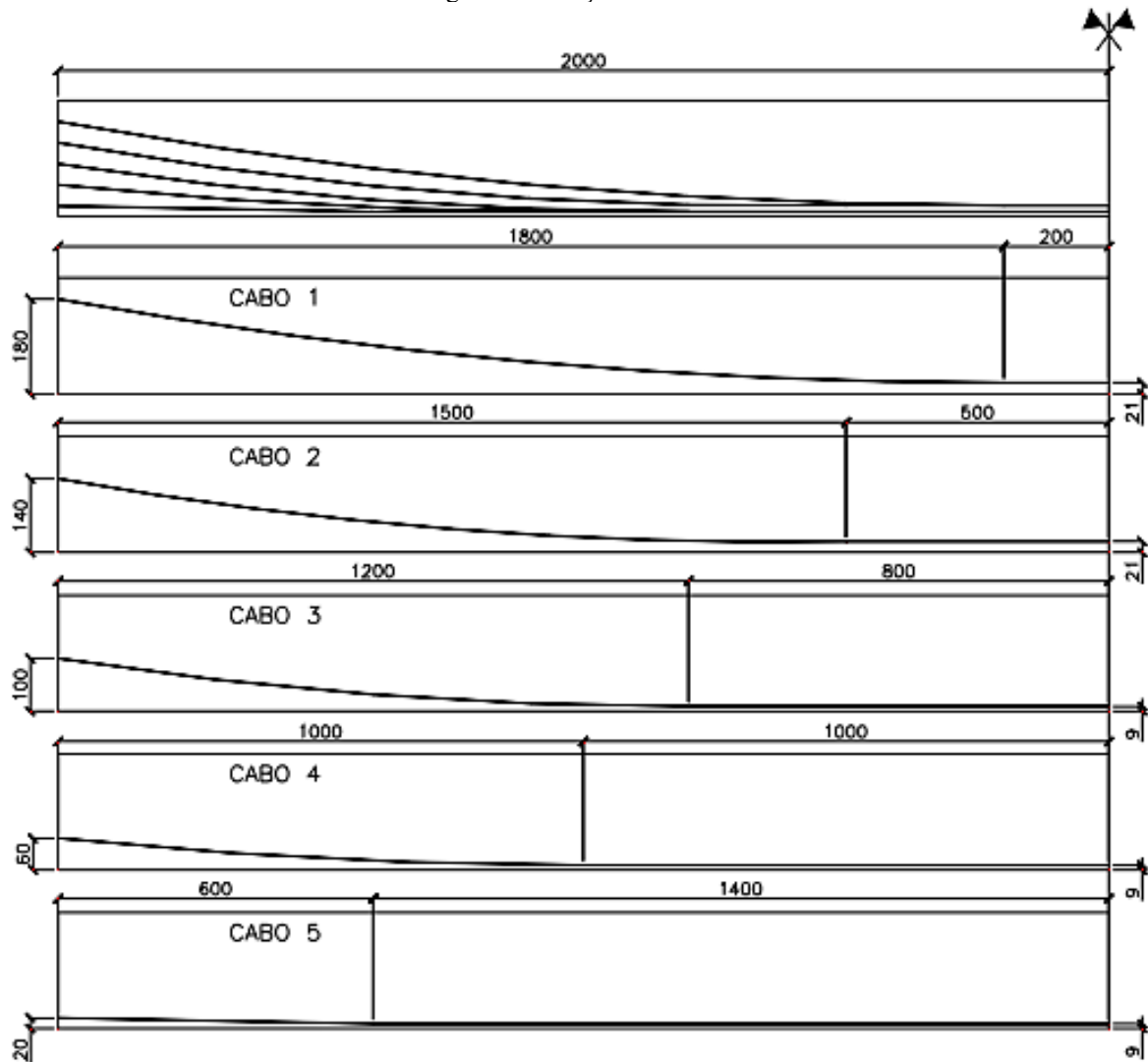
	VIGA V1	VIGA PRÉ-MOLDADA
A_h (cm²)	11312,12	7612,12
y_{ih} (cm)	134,31	97,52
y_{sh} (cm)	-85,69	-102,48
I_h (cm⁴)	73814185,03	40693301,93
W_{ih} (cm³)	549580,71	417281,60
W_{sh} (cm³)	-861409,56	-397085,30
k_{ih} (cm)	76,15	52,16
k_{sh} (cm)	-48,58	-54,82

Fonte: autora

3.10 Traçado dos cabos

Neste trabalho, por questões práticas, serão adotadas as mesmas disposições para os cabos consideradas pelos professores Fernando Rebouças Stucchi e Kalil José Skaf. Portanto, tem-se o traçado dos cabos na Figura 31.

Figura 31 - Traçado dos cabos.



Fonte: Stucchi e Skaf (2006)

3.11 Perdas de protensão

3.11.1 Perdas por atrito

Conforme item 9.6.3.3.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 pode-se determinar a perda por atrito a partir da Equação 28.

$$\Delta P_{(x)} = P_i \times [1 - e^{-(\mu \times \Sigma \alpha + kx)}] \quad (28)$$

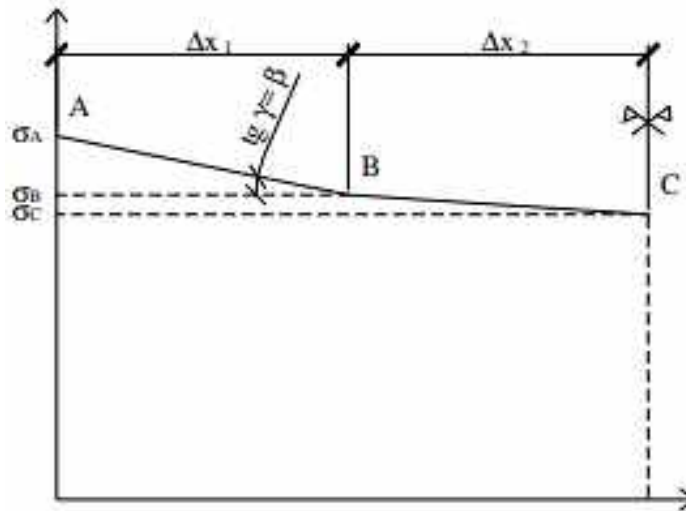
Onde:

- P_i = força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração;
- $\Sigma \alpha$ = soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x (em radianos);
- k = coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo. Na falta de dados experimentais, pode ser adotado o valor $0,01\mu$ (1/m);

- x = abscissa do ponto onde se calcula ΔP , medida a partir da ancoragem (em metros) e;
- μ = coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha. Na falta de dados experimentais, pode ser adotado como 0,20 entre cordoalhas e bainha metálica (em 1/radianos).

Considerando o esquema disposto na Figura 32, tem-se os resultados para perdas por atrito na Tabela 13.

Figura 32 - Esquema para cálculo das perdas por atrito.



Fonte: Stucchi e Skaf (2006)

Tabela 13 - Perdas por atrito.

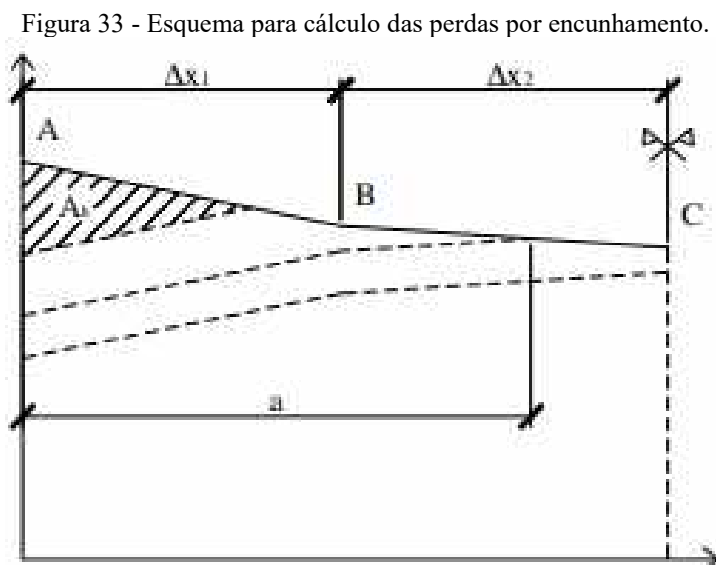
		x (m)	α (rad)	σ (MPa)
Cabo 1	A	-	-	1329,27
	B	18	0,177	1237,67
	C	20	0,177	1232,73
Cabo 2	A	-	-	1329,27
	B	15	0,159	1249,61
	C	20	0,159	1237,17
Cabo 3	A	-	-	1329,27
	B	12	0,152	1258,89
	C	20	0,152	1238,91
Cabo 4	A	-	-	1329,27
	B	10	0,082	1281,75
	C	20	0,082	1256,37
Cabo 5	A	-	-	1329,27
	B	6	0,0367	1303,81
	C	20	0,0367	1267,81

Fonte: autora

3.11.2 Perdas por encunhamento

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014 essas perdas devem ser determinadas experimentalmente ou adotados os valores indicados pelos fabricantes dos dispositivos de ancoragem. Neste trabalho adotou-se uma perda média por encunhamento de $\delta = 6$ mm.

A partir do esquema disposto na Figura 33 foi possível a obtenção das perdas por encunhamento de acordo com Stucchi e Skaf (2006).



Fonte: Stucchi e Skaf (2006)

- **Cabo 1**

Supondo $a \leq \Delta x_1$

$$\beta_1 = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{\Delta x_1} = \frac{1329,27 - 1237,67}{18} \rightarrow \beta_1 = 5,09 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta}{\beta_1}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006}{5,09}} \rightarrow a = 15,35 \text{ m} < 18 \text{ m} \rightarrow (OK)$$

$$P(l/2) = \sigma_c \times A_p = \frac{1232,73 \times 11 \times 101,4}{1000} \rightarrow P(l/2) = 1374,99 \text{ kN}$$

- **Cabo 2**

Supondo $a \leq \Delta x_1$

$$\beta_1 = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{\Delta x_1} = \frac{1329,27 - 1249,61}{15} \rightarrow \beta_1 = 5,31 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta}{\beta_1}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006}{5,31}} \rightarrow a = 15,03 \text{ m} > 15 \text{ m} \rightarrow (\text{NÃO OK})$$

Supondo $\Delta x_1 < a \leq l/2$

$$\beta_2 = \frac{\sigma_B - \sigma_C}{\Delta x_2} = \frac{1249,61 - 1237,17}{5} \rightarrow \beta_2 = 2,49 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta - \Delta x_1^2 \times (\beta_1 - \beta_2)}{\beta_2}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006 - 15^2 \times (5,31 - 2,49)}{2,49}}$$

$$\therefore \Delta x_1 < a = 15,07 \text{ m} \leq 20 \text{ m} \rightarrow (\text{OK})$$

$$P(l/2) = \sigma_C \times A_p = \frac{1237,17 \times 11 \times 101,4}{1000} \rightarrow P(l/2) = 1379,94 \text{ kN}$$

- **Cabo 3**

Supondo $a \leq \Delta x_1$

$$\beta_1 = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{\Delta x_1} = \frac{1329,27 - 1258,89}{12} \rightarrow \beta_1 = 5,87 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta}{\beta_1}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006}{5,87}} \rightarrow a = 14,30 \text{ m} > 12 \text{ m} \rightarrow (\text{NÃO OK})$$

Supondo $\Delta x_1 < a \leq l/2$

$$\beta_2 = \frac{\sigma_B - \sigma_C}{\Delta x_2} = \frac{1258,89 - 1238,91}{8} \rightarrow \beta_2 = 2,50 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta - \Delta x_1^2 \times (\beta_1 - \beta_2)}{\beta_2}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006 - 12^2 \times (5,87 - 2,50)}{2,50}}$$

$$\therefore \Delta x_1 < a = 16,91 \text{ m} \leq 20 \text{ m} \rightarrow (OK)$$

$$P(l/2) = \sigma_c \times A_p = \frac{1238,91 \times 11 \times 101,4}{1000} \rightarrow P(l/2) = 1381,88 \text{ kN}$$

• **Cabo 4**

Supondo $a \leq \Delta x_1$

$$\beta_1 = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{\Delta x_1} = \frac{1329,27 - 1281,75}{10} \rightarrow \beta_1 = 4,75 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta}{\beta_1}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006}{4,75}} \rightarrow a = 15,89 \text{ m} > 10 \text{ m} \rightarrow (\text{NÃO OK})$$

Supondo $\Delta x_1 < a \leq l/2$

$$\beta_2 = \frac{\sigma_B - \sigma_C}{\Delta x_2} = \frac{1281,75 - 1256,37}{10} \rightarrow \beta_2 = 2,54 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta - \Delta x_1^2 \times (\beta_1 - \beta_2)}{\beta_2}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006 - 10^2 \times (4,75 - 2,54)}{2,54}}$$

$$\therefore \Delta x_1 < a = 19,63 \text{ m} \leq 20 \text{ m} \rightarrow (OK)$$

$$P(l/2) = \sigma_c \times A_p = \frac{1256,37 \times 11 \times 101,4}{1000} \rightarrow P(l/2) = 1401,36 \text{ kN}$$

• **Cabo 5**

Supondo $a \leq \Delta x_1$

$$\beta_1 = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{\Delta x_1} = \frac{1329,27 - 1303,81}{6} \rightarrow \beta_1 = 4,24 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta}{\beta_1}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006}{4,24}} \rightarrow a = 16,82 \text{ m} > 6 \text{ m} \rightarrow (\text{NÃO OK})$$

Supondo $\Delta x_1 < a \leq l/2$

$$\beta_2 = \frac{\sigma_B - \sigma_C}{\Delta x_2} = \frac{1303,81 - 1267,81}{14} \rightarrow \beta_2 = 2,57 \text{ MPa/m}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \times \delta - \Delta x_1^2 \times (\beta_1 - \beta_2)}{\beta_2}} = \sqrt{\frac{200000 \times 0,006 - 6^2 \times (4,24 - 2,57)}{2,57}}$$

$$\therefore a = 21,06 \text{ m} > 20 \text{ m} \rightarrow (\text{NÃO OK})$$

Supondo $a = l/2$ ($a = 20 \text{ m}$)

$$\Delta \sigma = \frac{E_p \times \delta - (\beta_1 \times \Delta x_1^2 + 2 \times \beta_2 \times \Delta x_1 \times \Delta x_2 + \beta_2 \times \Delta x_2^2)}{\Delta x_1 + \Delta x_2}$$

$$\Delta \sigma = \frac{200000 \times 0,006 - (4,24 \times 6^2 + 2 \times 2,57 \times 6 \times 14 + 2,57 \times 14^2)}{6 + 14}$$

$$\therefore \Delta \sigma = 5,59 \text{ MPa}$$

$$P(l/2) = (\sigma_C - \Delta \sigma) \times A_p = \frac{(1267,81 - 5,59) \times 11 \times 101,4}{1000} \rightarrow P(l/2) = 1407,88 \text{ kN}$$

- **Protensão total após perdas por atrito e encunhamento**

$\Sigma P(l/2) = 6946,05 \text{ kN}$ (6,30% de perda).

3.11.3 Perdas por encurtamento elástico do concreto

O item 9.6.3.3.2.1 da ABNT NBR 6118:2014 diz que nos elementos estruturais com pós-tração, a protensão de cada um dos n grupos de cabos protendidos simultaneamente provoca uma deformação imediata do concreto e, conseqüentemente, afrouxamento dos cabos anteriormente protendidos. Esta perda média, por cabo, pode ser calculada conforme a Equação 29.

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_p \times (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) \times (n - 1)}{2 \times n} \quad (29)$$

Onde:

- α_p = relação entre E_p e E_{ci} ;
- σ_{cp} = tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de n cabos;
- σ_{cg} = tensão no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada com a protensão e;
- n = quantidade de cabos.

$$\sigma_{cg} = \frac{M_g}{I} \times e = \frac{3730,3}{0,407} \times \frac{0,8252}{1000} \rightarrow \sigma_{cg} = 7,56 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P}{A} + \frac{P}{I} \times e^2 = \frac{\left(\frac{-6946,05}{0,761} + \frac{-6946,05}{0,407} \times 0,8252^2\right)}{1000} \rightarrow \sigma_{cp} = -20,75 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_p = \frac{5,03 \times (-20,75 + 7,56) \times (5 - 1)}{2 \times 5} \rightarrow \Delta\sigma_p = -26,54 \text{ MPa}$$

$$P_0 = -6946,05 - \left(\frac{-26,54 \times 5 \times 11 \times 101,4}{1000}\right) \rightarrow P_0 = -6798,04 \text{ kN}$$

$$\sigma_{P_0} = \frac{P_0}{A_p} = -121,89 \text{ kN/cm}^2$$

- **Perdas imediatas no meio do vão** = 8,30% de perda.

3.11.4 Perdas progressivas

As perdas progressivas serão calculadas considerando o processo simplificado. Supondo: utilização de concreto de consistência plástica (abatimento de 8 cm); umidade relativa do ar (U) 70%; temperatura média diária do ambiente (T) 20°C; t_0 tempo inicial (10 dias); t_f tempo final (10000 dias, 27 anos, t_∞) e cimento Portland CP I (adotado o mesmo do projeto didático original).

3.11.4.1 Cálculo das idades fictícias

O item A.2.4.1 do Anexo A da ABNT NBR 6118:2014 diz que a idade fictícia é dada por $\alpha \times t_{ef}$ (em dias) quando o endurecimento é feito à temperatura ambiente de 20°C. Além disso, a norma traz a Tabela 14 para a obtenção do coeficiente α em casos de fluência e retração.

Tabela 14 - Valores da fluência e retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.

CIMENTO PORTLAND (CP)	α	
	FLUÊNCIA	RETRAÇÃO
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118 (2014)

Portanto, tem-se:

Idade fictícia para retração = $1 \times 10 = 10$ dias e;

Idade fictícia para fluência = $2 \times 10 = 20$ dias.

3.11.4.2 Espessura fictícia

O item A.2.4.2 do Anexo A da ABNT NBR 6118:2014 traz a Equação 30 para obtenção da espessura fictícia.

$$h_{f i c} = \gamma \times \frac{2 \times A_c}{u_{ar}} \quad (30)$$

Onde:

- γ = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente (U%) calculado conforme Equação 31.
- A_c = área da seção transversal e;
- u_{ar} = parte do perímetro externo da seção transversal em contato com o ar, admitido neste trabalho como todo o perímetro da seção exceto a extremidade superior (em contato com a laje), logo $u_{ar} = 580$ cm.

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 \times U) \quad (31)$$

Portanto, tem-se:

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 \times 70) = 1,45$$

$$h_{ficc} = 1,45 \times \frac{2 \times 1,131}{5,8} \rightarrow h_{ficc} = 0,566 \text{ m}$$

3.11.4.3 Deformação específica por retração do concreto

O item A.2.3.2 do Anexo A da ABNT NBR 6118:2014 traz a Equação 32 para o cálculo da retração entre os instantes t_0 e t .

$$\varepsilon_{cs}(t; t_0) = \varepsilon_{cs\infty} \times [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (32)$$

Onde:

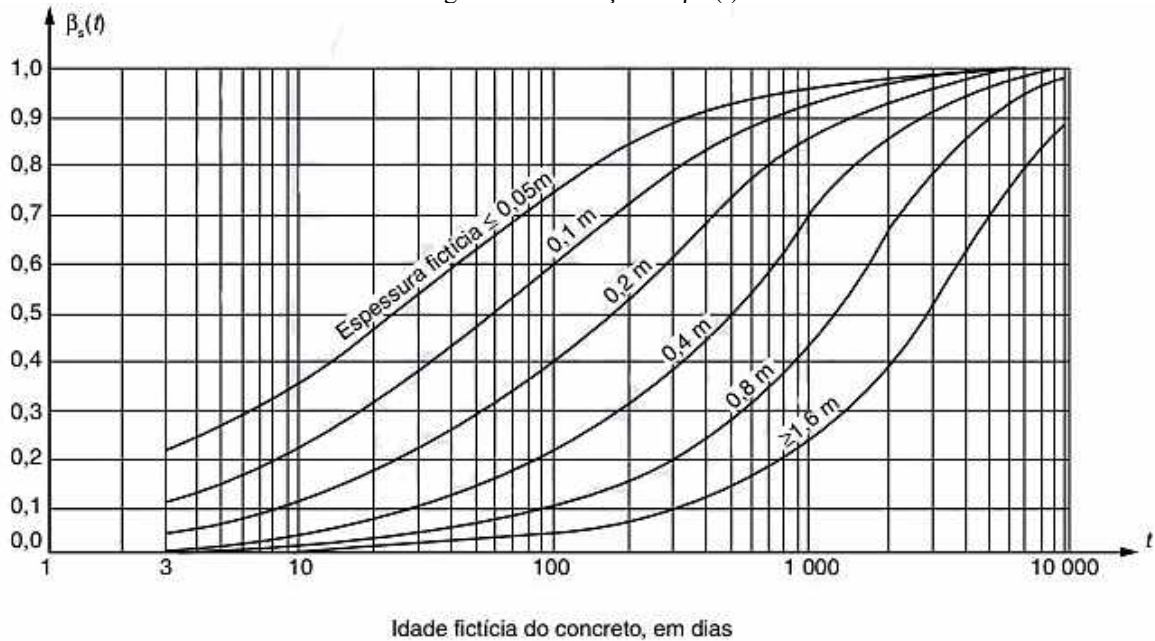
- $\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon 1_s \times \varepsilon 2_s$;
- $\varepsilon_{cs\infty}$ = valor final da retração;
- $\varepsilon 1_s$ = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e a consistência do concreto. (Obtido na Tabela 15);
- $\varepsilon 2_s$ = Coeficiente dependente da espessura fictícia. Obtido conforme Equação 33.
- $\beta_s(t)$ ou $\beta_s(t_0)$ = coeficientes relativos à retração, nos instantes t ou t_0 , dados na Figura 34;
- t = idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias e;
- t_0 = idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, em dias.

Tabela 15 - Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração.

Ambiente	Umidade U%	Fluência $\varphi 1_{c,a,c}$			Retração $10^4 \varepsilon 1_{s,b,c}$			γ^d
		Abatimento de acordo com a ABNT NBR NM 67						
		cm						
		0 - 4	5 - 9	10 - 15	0 - 4	5 - 9	10 - 15	
Na água	-	0,6	0,8	1	+ 1,0	+ 1,0	+ 1,0	30,0
Em ambiente muito úmido imediatamente acima da água	90	1,0	1,3	1,6	-1,9	-2,5	-3,1	5,0
Ao ar livre, em geral	70	1,5	2,0	2,5	-3,8	-5,0	-6,2	1,5
Em ambiente seco	40	2,3	3,0	3,8	-4,7	-6,3	-7,9	1,0

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118 (2014)

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2 \times h_{fic}}{20,8 + 3 \times h_{fic}} \quad (33)$$

Figura 34 - Variação de $\beta_s(t)$.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

Portanto, tem-se:

$$\varepsilon_{1s} = -5 \times 10^{-4}$$

$$\beta_s(10000) = 1$$

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2 \times 56,6}{20,8 + 3 \times 56,6} = 0,76705$$

$$\beta_s(10) = 0,04$$

$$\varepsilon_{cs}(10000; 10) = -5 \times 10^{-4} \times 0,76705 \times [1 - 0,04] = -3,68 \times 10^{-4}$$

3.11.4.4 Fluência do concreto

O item A.2.2.3 do Anexo A da ABNT NBR 6118:2014 traz a Equação 34 para a determinação do coeficiente de fluência.

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} + [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \times \beta_d \quad (34)$$

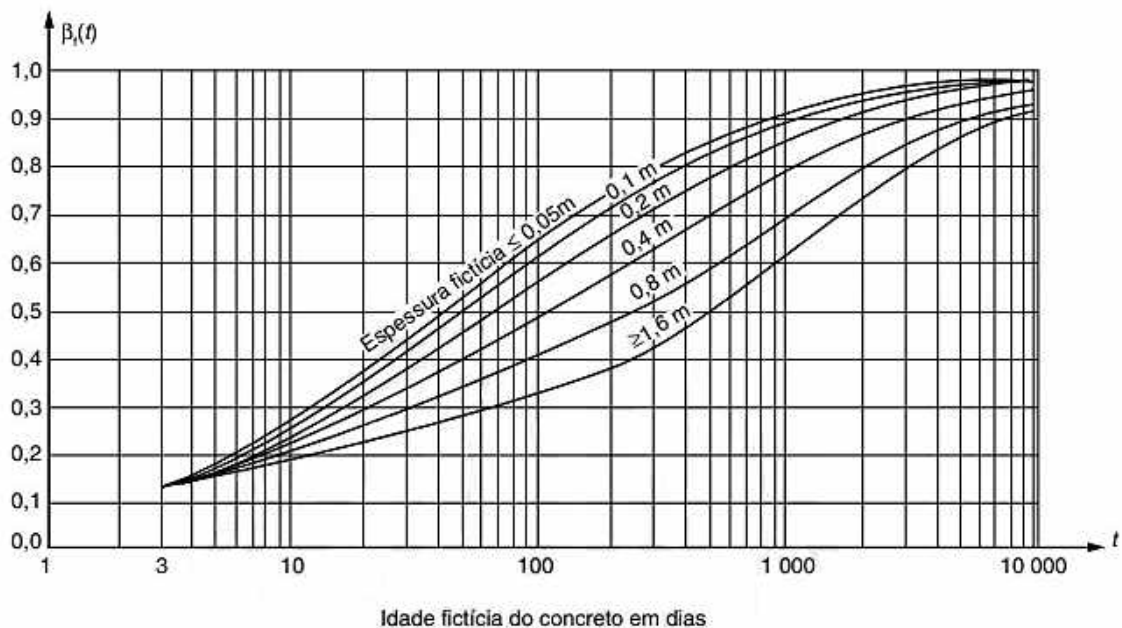
Onde:

- t = idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias;
- t_0 = idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, expressa em dias;

- $\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \times \varphi_{2c}$; valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classes C20 a C45;
- φ_{1c} = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente (U%) e da consistência do concreto. Obtido na Tabela 15;
- φ_{2c} = coeficiente dependente da espessura fictícia, obtido pela Equação 35;
- $\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$ = coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto. Obtido na Figura 35;
- $\varphi_{d\infty}$ = coeficiente de deformação lenta reversível considerado igual a 0,4 e;
- $\beta_d(t)$ = coeficiente relativo à deformação lenta reversível função do tempo $(t-t_0)$ decorrido após o carregamento. Obtido na Equação 36.
- φ_a = coeficiente de fluência rápida, determinado pela Equação 37 para concretos C20 a C45;

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (35)$$

Figura 35 - Variação de $\beta_f(t)$.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (36)$$

$$\varphi_a = 0,8 \times \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (37)$$

Onde:

- $\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$ = função do crescimento da resistência do concreto com a idade (β_1 , obtido na Equação 38).

$$\beta_1 = \exp\{s[1 - (28/t)^{1/2}]\} \quad [38]$$

Onde:

- $s = 0,25$ para concreto de cimento CP I e;
- t = idade efetiva do concreto, em dias.

Portanto, tem-se:

$$\beta_1 = \exp\{0,25[1 - (28/10)^{1/2}]\} = 0,845$$

$$\varphi_a = 0,8 \times [1 - 0,845] = 0,124$$

$$\beta_d(t) = \frac{10000 - 20 + 20}{10000 - 20 + 70} = 0,995$$

$$\varphi_{1c} = 2$$

$$\beta_f(10000) = 0,94$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + 56,6}{20 + 56,6} = 1,287$$

$$\beta_f(20) = 0,28$$

$$\varphi(10000,20) = 0,124 + 2 \times 1,287 + [0,94 - 0,28] + 0,4 \times 0,995 = 3,756$$

Por fim, tem-se:

$$\chi_c = 1 + 0,5 \times \varphi(t, t_0) \rightarrow \chi_c = 2,878$$

3.11.4.5 Coeficiente de relaxação do aço

Tem-se que, de acordo com o item 9.6.3.4.5 da ABNT NBR 6118:2014, para tensões menores que $0,5f_{ptk}$, considera-se que não há perda de tensão por relaxação. A norma traz ainda a Tabela 16 para obtenção de Ψ_{1000} .

Tabela 16 - Valores de Ψ_{1000} , em porcentagem.

σ_{p0}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{ptk}	0	0	0	0	0
0,6 f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde
RN é a relaxação normal;
RB é a relaxação baixa.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

$$\frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} = \frac{121,89}{190} = 0,642 > 0,5 \rightarrow \text{há perda de tensão por relaxação do aço}$$

Da Tabela 16, considerando cordoalhas de aço de relaxação baixa (RB), a partir de uma interpolação linear chega-se a $\Psi_{1000} = 1,804\% = 0,01804$ para $0,642f_{ptk}$.

Além disso, tem-se:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \times \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \rightarrow \Psi(10000, 10) = 0,0410$$

Cálculo do coeficiente de fluência do aço $\chi(t, t_0)$ (item 9.6.3.4.2 da ABNT NBR 6118:2014):

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] \rightarrow \chi(10000, 10) = 0,0419$$

Cálculo do coeficiente de relaxação do aço de protensão χ_p (item 9.6.3.4.2 da ABNT NBR 6118:2014):

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) \rightarrow \chi_p = 1,0419$$

3.11.4.6 Tensões iniciais na seção de concreto

Sabe-se que: $P_0 = -6798,04$ kN; $M_g = 8095,60$ kN·m; $e_p = 134,31 - 15 \rightarrow e_p = 119,31$ cm.

Tem-se ainda, do item 9.6.3.4.2 da ABNT NBR 6118:2014:

$$\eta = 1 + e_p^2 \times \frac{A_h}{I_h} \rightarrow \eta = 3,18$$

Cálculo da tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 ($\sigma_{c,p0g}$):

$$\sigma_{c,p0g} = \frac{M_g \times e_p}{I_h} + \frac{P_0}{A_h} \times \eta \rightarrow \sigma_{c,p0g} = -0,6034 \text{ kN/cm}^2$$

3.11.4.7 Cálculo das perdas progressivas

Cálculo da taxa de armadura:

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} \rightarrow \rho_p = 0,005047$$

Perda total:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{-\varepsilon_{cs}(t, t_0) \times E_p - \alpha_p \times \sigma_{c,p0g} \times \varphi(t, t_0) + \sigma P_0 \times \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \times \alpha_p \times \eta \times \rho_p}$$

$$\Delta\sigma_p(10000,10) = 187,30 \text{ MPa} = 15,37\% < 16,7\% (25 - 8,3) \rightarrow OK$$

Perda por retração: 57,76 MPa = 4,74%;

Perda por fluência: 89,46 MPa = 7,34%;

Perda por relaxação do aço: 40,08 MPa = 3,29%

Portanto:

$$\sigma P_\infty = \sigma P_0 - \Delta\sigma P \rightarrow \sigma P_\infty = 103,16 \text{ kN/cm}^2$$

$$P_\infty = \sigma P_\infty \times A_p \rightarrow P_\infty = 5753,23 \text{ kN} > 5560 \text{ kN} \rightarrow OK$$

3.11.5 Resumo das perdas de protensão

A Tabela 17 traz um resumo de todas as perdas de protensão calculadas.

Tabela 17 - Resumo das perdas de protensão.

Perdas imediatas	
Perdas por atrito e encunhamento (%)	6,30
Perdas por encurtamento do concreto (%)	2,00
Perdas progressivas	
Retração do concreto (%)	4,74
Fluência do concreto (%)	7,34
Relaxação do aço (%)	3,29
TOTAL	23,67

Fonte: autora

3.12 Resumo das tensões e forças de protensão efetivas ao longo do tempo

A Tabela 18 traz um resumo das tensões efetivas, bem como das forças de protensão efetivas, ao longo do tempo.

Tabela 18 - Resumo das tensões e forças de protensão efetivas.

Tensões efetivas (kN/cm²)	
σ_{P_i}	-132,93
σ_{P_0}	-121,89
σ_{P_∞}	-103,16
Forças efetivas (kN)	
P_i	-7413
P_0	-6798,04
P_∞	-5753,23

Fonte: autora

3.13 Análise das tensões normais na seção mais solicitada

Após a obtenção das forças de protensão, as tensões normais no concreto devem ser verificadas para as diversas etapas da peça como fabricação, transporte e montagem. É importante que para cada combinação analisada sejam verificados os limites referentes ao nível de protensão adotado, além de sempre verificar o ELS de compressão excessiva.

Do item 5.3.2 da ABNT NBR 9062:2017, tem-se que quando uma análise dinâmica não puder ser efetuada, a solicitação dinâmica pode ser considerada, de forma aproximada, por uma análise estática equivalente, adotando-se um coeficiente de amplificação dinâmica conforme Equação 39.

$$g_{eq,d} \geq \beta_a \times g_k \times \gamma_f \quad (39)$$

Onde:

- $g_{eq,d}$ = carga estática equivalente de cálculo permanente;
- g_k = carga estática característica permanente;
- γ_f = coeficiente de ponderação das ações e;
- β_a = coeficiente de amplificação dinâmica, obtido na Tabela 19.

Tabela 19 - Valores do coeficiente β_a .

SITUAÇÃO	β_a
Ocasião do transporte, com carga permanente em situação favorável	0,80
Ocasião do transporte, com carga permanente em situação desfavorável	1,30
Ocasião do saque da fôrma, manuseio no canteiro e montagem do elemento sob circunstâncias desfavoráveis	1,40

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 9062 (2017)

3.13.1 Cálculo das tensões limites

O item 17.2.4.3.2 da ABNT NBR 6118:2014 traz uma verificação simplificada na qual pode-se admitir, para segurança em relação ao estado-limite último no ato da protensão, que a peça esteja no estágio I. Além disso, tem-se que a tensão máxima de compressão não pode ser superior a 70% de f_{ckj} e a tensão máxima de tração não pode ultrapassar $1,2f_{ctm}$. Portanto, tem-se:

• Estado em vazio

$$f_{ckj} = \beta_1 \times f_{ck} = 0,845 \times 35 \rightarrow f_{ck10} = 29,58 \text{ MPa}$$

$$\therefore \sigma_{c_{lim}} = 0,7 \times 29,58 \rightarrow \sigma_{c_{lim}} = -20,70 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3} = 0,3 \times 29,58^{2/3} \rightarrow f_{ctm} = 2,87 \text{ MPa}$$

$$\therefore \sigma_{ct_{lim}} = 1,2 \times 2,87 \rightarrow \sigma_{ct_{lim}} = 3,44 \text{ MPa}$$

• Estado em serviço

$$\sigma_{c_{lim}} = 0,7 \times 35 \rightarrow \sigma_{c_{lim}} = -24,50 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3} = 0,3 \times 35^{2/3} \rightarrow f_{ctm} = 3,21 \text{ MPa}$$

$$\therefore \sigma_{ct_{lim}} = 1,2 \times 3,21 \rightarrow \sigma_{ct_{lim}} = 3,85 \text{ MPa (combi nação frequente)}$$

$$\therefore \sigma_{ct_{lim}} = 0 \text{ MPa (combi nação quase permanente)}$$

3.13.2 Verificação de tensões no caso de combinações especiais

3.13.2.1 Fase de fabricação ($g_1 + P_0$)

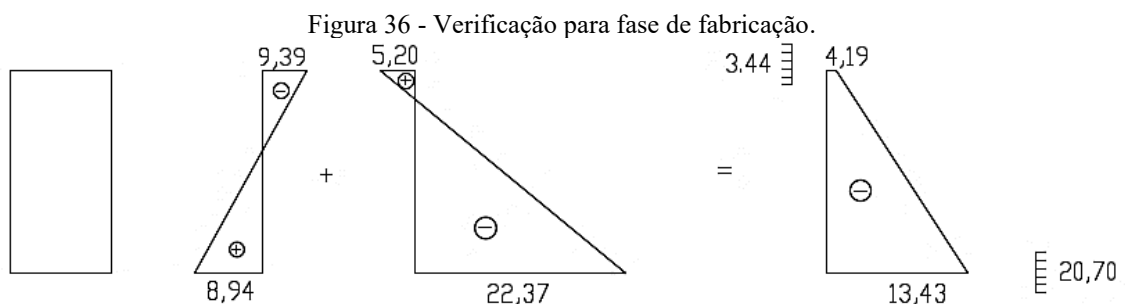
$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730,3}{0,4173 \times 1000} = 8,94 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730,3}{-0,3971 \times 1000} = -9,39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ip0} = - \left[\frac{P_0}{Ac_h} + \frac{P_0 \times ep_h}{Wi_h} \right] = - \left[\frac{6,79804}{0,7612} + \frac{6,79804 \times 0,8252}{0,4173} \right] = -22,37 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sp0} = - \left[\frac{6,79804}{0,7612} + \frac{6,79804 \times 0,8252}{-0,3971} \right] = 5,20 \text{ MPa}$$

A partir da Figura 36 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.

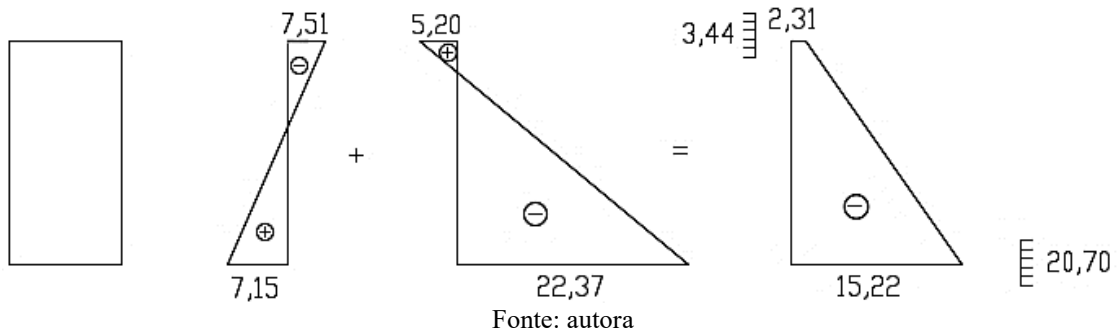


Fonte: autora

3.13.2.2 Fase de transporte 1 ($\beta_a g_1 + P_0$; $\beta_a = 0,8$)

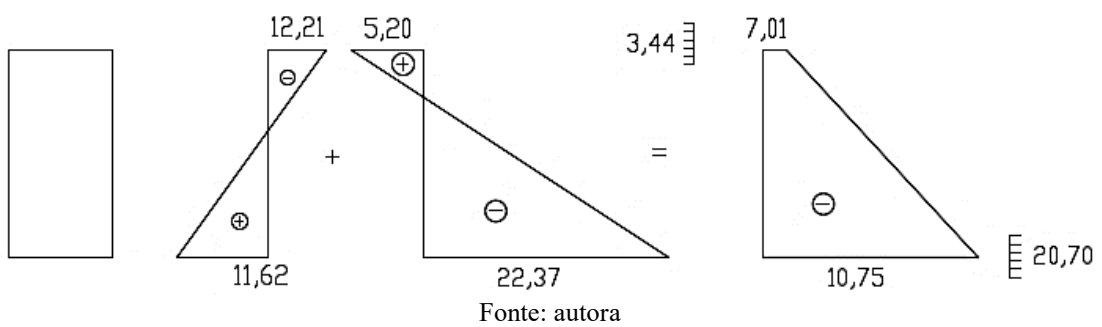
A partir da Figura 37 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.

Figura 37 - Verificação para a fase de transporte 1.

3.13.2.3 Fase de transporte 2 ($\beta_a g_1 + P_0$; $\beta_a = 1,3$)

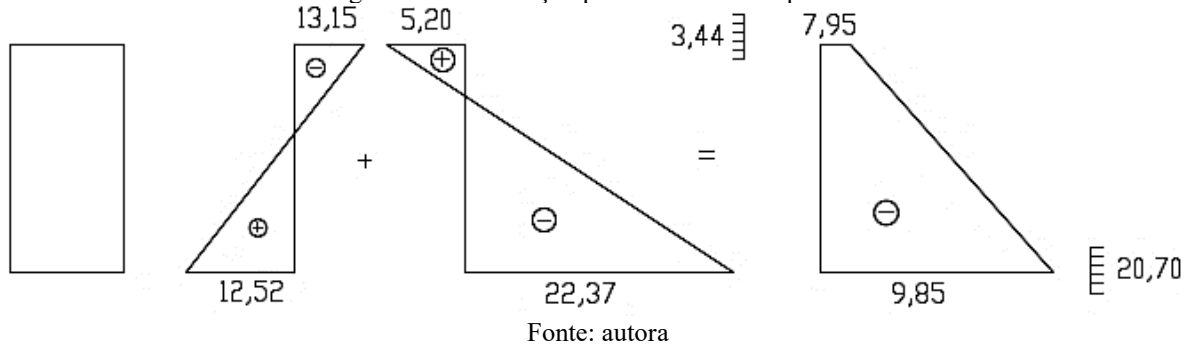
A partir da Figura 38 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.

Figura 38 - Verificação para a fase de transporte 2.

3.13.2.4 Fase de transporte 3 ($\beta_a g_1 + P_0$; $\beta_a = 1,4$)

A partir da Figura 39 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.

Figura 39 - Verificação para a fase de transporte 3.



3.13.2.5 Fase de Montagem 1 ($g_1 + g_2 + \Psi q + P_0$; $\Psi = 0$)

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730,3}{0,5496 \times 1000} = 6,79 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730,3}{-0,8614 \times 1000} = -4,33 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{iP0} = - \left[\frac{P_0}{Ac_h} + \frac{P_0 \times ep_h}{Wi_h} \right] = - \left[\frac{6,79804}{1,1312} + \frac{6,79804 \times 1,1931}{0,5496} \right] = -20,77 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sP0} = - \left[\frac{6,79804}{1,1312} + \frac{6,79804 \times 1,1931}{-0,8614} \right] = 3,41 \text{ MPa}$$

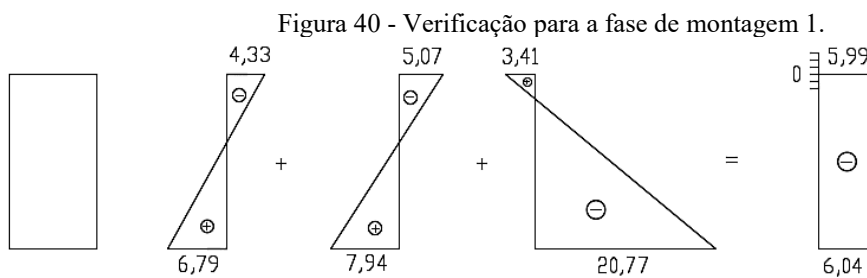
$$\sigma_{ig2} = \frac{M_{g2}}{W_{ih}} = \frac{4365,3}{0,5496 \times 1000} = 7,94 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sg2} = \frac{M_{g2}}{W_{sh}} = \frac{4365,3}{-0,8614 \times 1000} = -5,07 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{iq} = \frac{M_q}{W_{ih}} = \frac{3734,4}{0,5496 \times 1000} = 6,79 \text{ MPa}$$

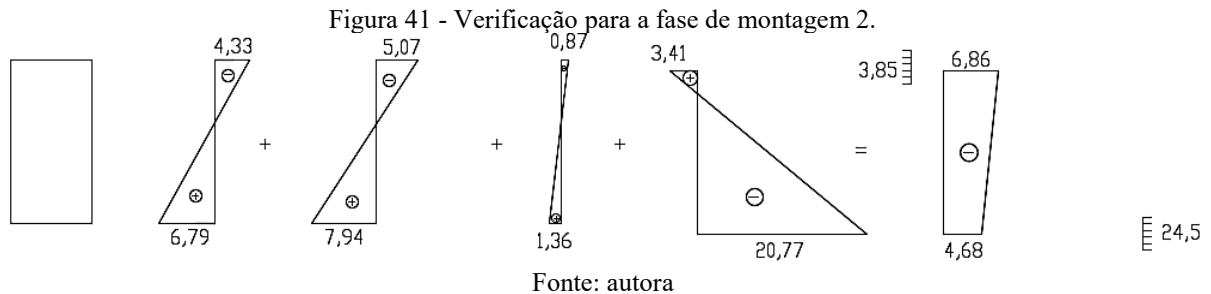
$$\sigma_{sq} = \frac{M_q}{W_{sh}} = \frac{3734,4}{-0,8614 \times 1000} = -4,34 \text{ MPa}$$

A partir da Figura 40 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.



3.13.2.6 Fase de montagem 2 ($g_1 + g_2 + \Psi q + P_0$; $\Psi = 0,2$)

A partir da Figura 41 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.



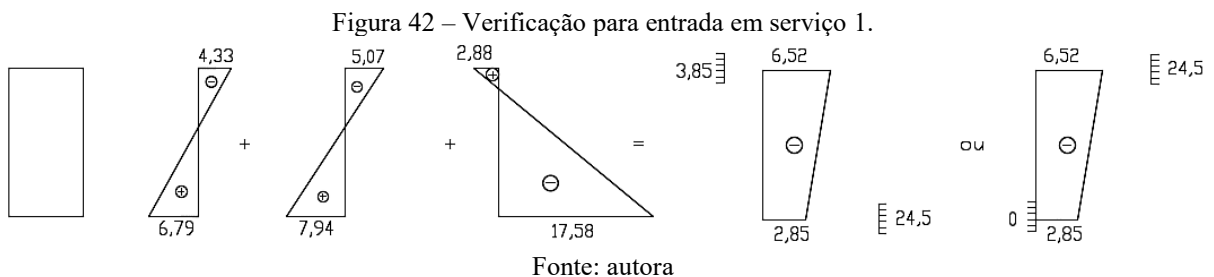
3.13.3 Verificação de tensões para as combinações de utilização

3.13.3.1 Combinações de entrada em serviço 1 ($g_1 + g_2 + P_\infty$)

$$\sigma_{iP_\infty} = - \left[\frac{P_\infty}{Ac_h} + \frac{P_\infty \times ep_h}{Wi_h} \right] = \left[\frac{5,75323}{1,1312} + \frac{5,75323 \times 1,1931}{0,5496} \right] = -17,58 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sP_\infty} = - \left[\frac{P_\infty}{Ac_h} + \frac{P_\infty \times ep_h}{Ws_h} \right] = \left[\frac{5,75323}{1,1312} + \frac{5,75323 \times 1,1931}{-0,8614} \right] = 2,88 \text{ MPa}$$

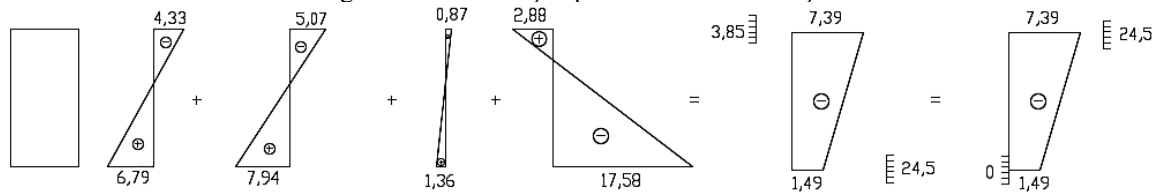
A partir da Figura 42 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.



3.13.3.2 Combinações de entrada em serviço 2 ($g_1 + g_2 + \Psi q + P_\infty$; $\Psi = 0,2$)

A partir da Figura 43 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.

Figura 43 - Verificação para entrada em serviço 2.

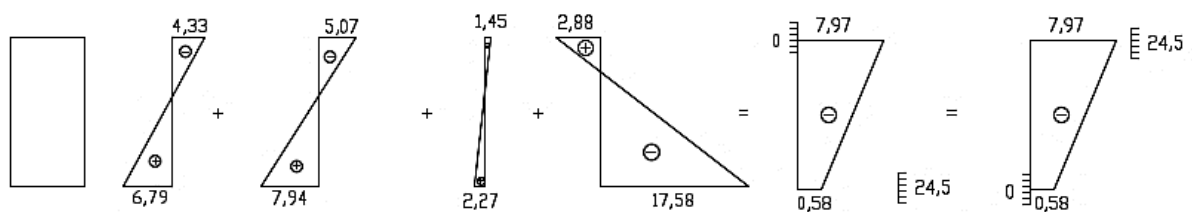


Fonte: autora

3.13.3.3 Combinações quase permanente de ações ($g_1 + g_2 + \varphi\Psi_2q + P_\infty$; $\Psi_2 = 0,3$)

A partir da Figura 44 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.

Figura 44 - Verificação para combinação quase permanente de ações.

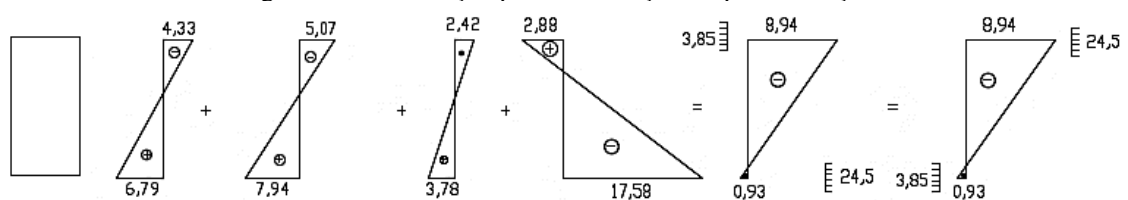


Fonte: autora

3.13.3.4 Combinação frequente de ações ($g_1 + g_2 + \varphi\Psi_1q + P_\infty$; $\Psi_1 = 0,5$)

A partir da Figura 45 percebe-se que os limites para a fibra inferior e para a fibra superior não foram atingidos, logo, a seção mais solicitada está verificada para esta combinação.

Figura 45 - Verificação para combinação frequente de ações.



Fonte: autora

3.13.4 Seleção das piores situações

Fazendo-se a análise de todas as combinações obtidas escolhe-se a pior situação dentre as combinações em vazio e a pior dentre as combinações em serviço (Tabela 20).

Tabela 20 - Seleção das piores situações.

Em vazio	Fase de transporte ($0,8g_1 + P_0$)
Em serviço	Combinação frequente de ações

Fonte: autora

3.14 Verificação de tensões ao longo do vão

3.14.1 Estado em vazio

- Borda inferior crítica

$$-20,70 = \frac{-6,79804}{0,7612} + \frac{-6,79804 \times a_{iv}}{0,4173} \rightarrow a_{iv} = 0,722 \text{ m}$$

$$e_p \leq 0,722 + e_{mg1}$$

- Borda superior crítica

$$3,44 = \frac{-6,79804}{0,7612} + \frac{-6,79804 \times a_{sv}}{-0,3971} \rightarrow a_{sv} = 0,723 \text{ m}$$

$$e_p \leq 0,723 + e_{mg1}$$

- Fuso limite

Para o estado em vazio serão adotados os valores de e_{pi} da Tabela 21.

Tabela 21 - Fuso limite para estado em vazio.

Seção	Mg1 (kN/m)	emg1 (m)	epi (m)	eps (m)
0	0,00	0,000	0,722	0,723
1	1098,48	0,162	0,884	0,885
2	1937,04	0,285	1,007	1,008
3	2524,80	0,371	1,093	1,094
4	2870,88	0,422	1,144	1,145
5	2984,24	0,439	1,161	1,162

Fonte: autora

3.14.2 Estado em serviço

- Borda inferior crítica

$$3,85 = \frac{-5,75323}{1,1312} + \frac{-5,75323 \times a_{is}}{0,5496} \rightarrow a_{is} = -0,854 \text{ m}$$

$$e_p \geq -0,854 + e_{mgq}$$

- Borda superior crítica

$$-24,5 = \frac{-5,75323}{1,1312} + \frac{-5,75323 \times a_{ss}}{-0,8614} \rightarrow a_{ss} = -2,907 \text{ m}$$

$$e_p \geq -2,907 + e_{mgq}$$

- Fuso limite

Para o estado em serviço serão adotados os valores de e_{pi} da Tabela 22.

Tabela 22 - Fuso limite para estado em serviço.

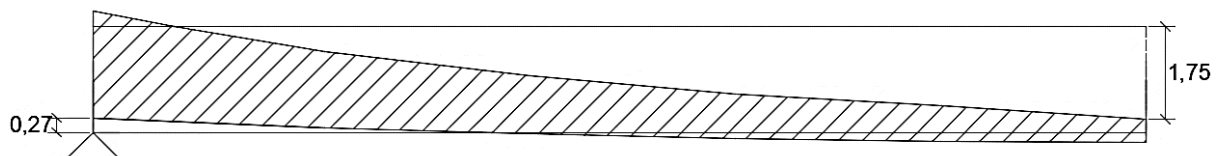
Seção	Mgq (kN/m)	emgq (m)	epi (m)	eps (m)
0	0,00	0,000	-0,854	-2,907
1	3855,47	0,670	-0,184	-2,237
2	6502,32	1,130	0,276	-1,777
3	8520,99	1,481	0,627	-1,426
4	9744,13	1,694	0,840	-1,213
5	10176,37	1,769	0,915	-1,138

Fonte: autora

3.14.3 Traçado do fuso limite

A Figura 46 mostra o traçado do fuso limite.

Figura 46 - Traçado do fuso limite (medidas em metros).



Fonte: autora

3.15 Disposição das armaduras ativas na seção transversal

Foram adotados cobrimento nominal de 4,5 cm e estribos de 10 mm. O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais deve obedecer às recomendações da ABNT NBR 6118:2014.

Direção horizontal:

$$a_h \geq \begin{cases} 20 \text{ mm;} \\ \text{diâmetro da barra;} \\ 1,2 \text{ vez a di mensão máxi macaracterística do agregado graúdo} \end{cases}$$

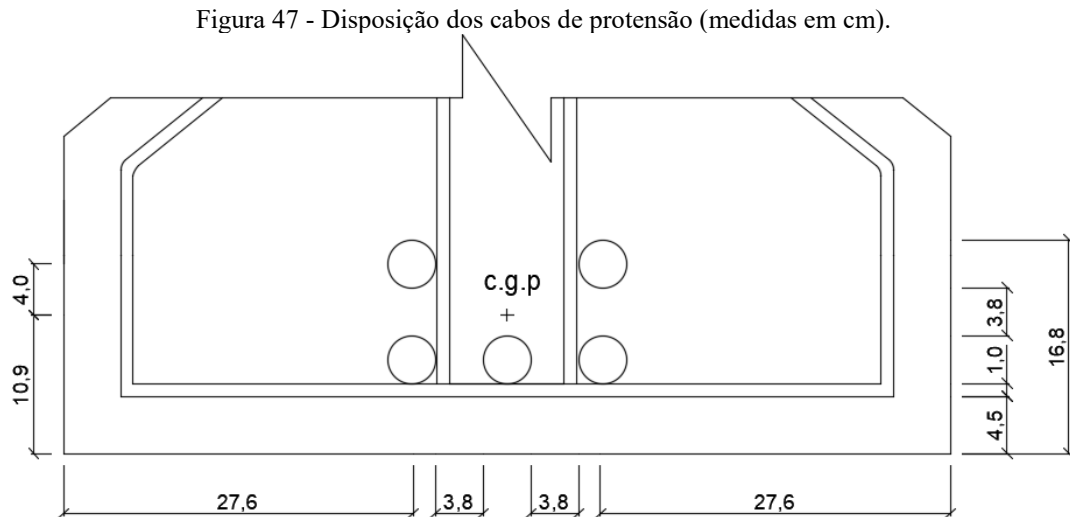
Direção vertical:

$$a_v \geq \begin{cases} 20 \text{ mm;} \\ \text{diâmetro da barra;} \\ 0,5 \text{ vez a di mensão máxi macaracterística do agregado graúdo} \end{cases}$$

Considerando uma área equivalente para cada cabo tem-se:

$$A_{cabo} = 11 \times 1,014 = 11,154 \text{ cm}^2 \rightarrow \phi = 3,77 \text{ cm}$$

Portanto, $a_h = a_v = 37,7 \text{ mm}$. A disposição dos cabos pode ser verificada na Figura 47.



Fonte: autora

3.16 Análise da resistência última à flexão

Tem-se:

$$E_{cs} = 35283,5 \text{ MPa};$$

$$I = 69927426,93 \text{ cm}^4;$$

$$\alpha_p = 5,7$$

$$A_c = 11050 \text{ cm}^2;$$

$$P_{\infty} = -5753,23 \text{ kN e};$$

- **Tensão no concreto ao nível da armadura de protensão**

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{\infty}}{A_c} + \frac{P_{\infty} \times ep^2}{I} = \frac{-5753,23}{11050} + \frac{(-5753,23) \times 126,24^2}{69927426,93} = -1,832 \text{ kN/cm}^2$$

- **Força de protensão para cálculo da deformação de pré-alongamento**

$$P_n = P_{\infty} + \alpha p \times A_p \times \sigma_{cp} = -5753,23 + 5,7 \times 55,77 \times (-1,832) = -6335,6 \text{ kN}$$

Considerando $\gamma_p = 0,9$ tem-se:

$$P_{nd} = \gamma_p \times P_n = 0,9 \times (-6335,6) = -5702 \text{ kN}$$

- **Deformação de pré-alongamento**

$$\varepsilon_{pnd} = \frac{|P_{nd}|}{A_p \times E_p} = \frac{|5702|}{55,77 \times 20000} = 0,00511 = 5,11 \text{ ‰}$$

- **Adotando a tensão na armadura de protensão**

$$\sigma_{pd} = f_{pyd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_s} = \frac{1710}{1,15} = 1487 \text{ MPa}$$

Supondo seção retangular de largura $b_w = b_f = 185 \text{ cm}$, tem-se a posição da linha neutra:

$$x = \frac{\sigma_{pd} \times A_p}{0,85 \times f_{cd} \times 0,8 \times b_w} = \frac{148,7 \times 55,77}{0,85 \times \frac{3,5}{1,4} \times 0,8 \times 185} = 26,37 \text{ cm}$$

$$0,8x \leq h_f \rightarrow 0,8 \times 26,73 = 21,10 \text{ cm} \leq 20 \text{ cm} \rightarrow \text{Falso}$$

Logo, a seção deve ser calculada como seção T. Recalculando a posição da linha neutra para seção T tem-se:

$$x = \frac{\sigma_{pd} \times A_p - 0,85 \times f_{cd} \times (b_f - b_w) \times h_f}{0,85 \times f_{cd} \times 0,8 \times b_w}$$

$$x = \frac{148,7 \times 55,77 - 0,85 \times \frac{3,5}{1,4} \times (185 - 20) \times 20}{0,85 \times \frac{3,5}{1,4} \times 0,8 \times 20} = 37,66 \text{ cm}$$

$$0,8x \geq h_f \rightarrow 0,8 \times 37,66 = 30,13 \text{ cm} \geq 20 \text{ cm} \rightarrow \text{Confirma seção T}$$

Supondo domínio 3 ou 4:

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{p1d}} = \frac{x}{d_p - x} \rightarrow \frac{3,5}{\varepsilon_{p1d}} = \frac{37,66}{209,1 - 37,66}$$

$$\varepsilon_{p1d} = 15,93 \text{ ‰} > 10 \text{ ‰} \rightarrow \text{Não é domínio 3 ou 4, e sim domínio 2.}$$

Supondo domínio 2:

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{p1d}} = \frac{x}{d_p - x} \rightarrow \frac{\varepsilon_{cd}}{10} = \frac{37,66}{209,1 - 37,66}$$

$$\varepsilon_{cd} = 2,20 \text{ ‰} < 3,5 \text{ ‰} \rightarrow \text{Confirma domínio 2.}$$

Fazendo $\varepsilon_{p1d} = 10 \text{ ‰}$ (valor máximo):

$$\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{pnd} + \varepsilon_{p1d} = 5,11 + 10 = 15,11 \text{ ‰}$$

Deformação de início de escoamento da armadura de protensão:

$$\varepsilon_{pyd} = \frac{f_{pyd}}{E_p} = \frac{1487}{200000} = 0,00744 = 7,44 \text{ ‰}$$

Do diagrama de tensão-deformação simplificado para aços de protensão exposto na Figura 9 do item 2.6 deste trabalho tem-se a seguinte relação:

$$\frac{f_{ptd} - f_{pyd}}{\varepsilon_{pud} - \varepsilon_{pyd}} = \frac{\Delta\sigma_{pd}}{\varepsilon_{pd} - \varepsilon_{pyd}}$$

Portanto:

$$\frac{1652 - 1487}{35 - 7,44} = \frac{\Delta\sigma_{pd}}{15,11 - 7,44} \rightarrow \Delta\sigma_{pd} = 45,92 \text{ MPa}$$

Por fim, para $\varepsilon_{pd} = 15,11 \text{ ‰}$, tem-se: $\sigma_{pd} = 1487 + 45,92 = 1532,92 \text{ MPa}$.

O momento fletor último é:

$$M_{ud} = 0,85f_{cd}(b_f - b_w)h_f(0,4x - 0,5h_f) + \sigma_{pd}A_p(d_p - 0,4x)$$

$$M_{ud} = 0,85 \frac{3,5}{1,4} (185 - 20)20(0,4 \times 37,66 - 0,5 \times 20) + 153,29 \times 55,77(209,1 - 0,4 \times 37,66)$$

$$M_{ud} = 16943,22 \text{ kNm}$$

$M_{ud} < M_{sd} = 17171,38 \rightarrow$ É necessária armadura passiva.

- **Cálculo da armadura passiva**

O momento a ser resistido pela armadura passiva é:

$$\Delta M = 17171,38 - 16943,22 = 228,16 \text{ kNm.}$$

Supondo $d_s = 212,6 \text{ cm}$ e utilizando CA-50 tem-se:

$$22816 = \frac{50}{1,15} \times A_s \times (212,6 - 0,4 \times 37,66) \rightarrow A_s = 2,66 \text{ cm}^2$$

- **Verificação da armadura mínima**

Do item 17.3.5.2.1 da ABNT NBR 6118:2014, tem-se que se deve respeitar a taxa mínima de armadura de 0,15%. Portanto:

$$A_{s,min} = \frac{0,15}{100} \times 11050 = 16,58 \text{ cm}^2$$

Logo, adotam-se $6\Phi 20\text{mm}$ ($18,85 \text{ cm}^2$).

3.17 Segurança às solicitações tangenciais

Para verificar a segurança às solicitações tangenciais é necessário encontrar a parcela da força cortante que é resistida pela componente vertical dos cabos protendidos. Dessa forma, as perdas de protensão na seção do apoio (local de maior esforço cortante) serão estimadas calculando as perdas por atrito e encunhamento e supondo que as perdas por encurtamento elástico do concreto e progressivas são iguais àquelas encontradas no meio do vão. Tem-se, portanto: $\Delta_{enc+prog} = 26,54 + 187,30 = 213,84$ MPa.

- **Parcela combatida pela componente vertical dos cabos de protensão**

Os resultados encontrados para todos os cabos estão dispostos na Tabela 23.

Tabela 23 - Parcela vertical da força de protensão.

Cabo	σ_{Pi} (MPa)	$\Delta\sigma_{at+enc}$ (MPa)	$\sigma_{P,at+enc}$ (MPa)	$\sigma_{P\infty}$ (MPa)	P_{∞} (kN)	αA (rad)	sen (αA)	$P_{\infty}\text{sen}(\alpha A)$ (kN)
1	1329,27	156,26	1173,01	959,17	1069,9	0,1770	0,176	188,4
2	1329,27	159,65	1169,62	955,78	1066,1	0,1590	0,158	168,8
3	1329,27	165,43	1163,84	950,00	1059,6	0,1520	0,151	160,4
4	1329,27	143,92	1185,35	971,51	1083,6	0,0820	0,082	88,8
5	1329,27	128,43	1200,84	987,00	1100,9	0,0367	0,037	40,4
SOMA								646,8

Fonte: autora

Tem-se, portanto: $V_{sd,m\acute{a}x} = 1946,36 - 0,9 \times 646,8 = 1364,24$ kN

Do item 17.4.1.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se que a Equação 40 deve ser verificada, para casos em que o efeito da componente tangencial da força de protensão é favorável.

$$A_p \times f_{pyd} + A_s \times f_{yd} \geq V_{sd} \quad (40)$$

Assim: $55,77 \times 148,7 + 18,85 \times 43,5 = 9112,97 \geq 1946,36 \rightarrow OK$

- **Verificação da diagonal comprimida**

Do item 17.4.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se as recomendações do Modelo de Cálculo I, adotado neste trabalho, para a verificação da segurança quanto às solicitações tangenciais. Supondo bainha injetada de 7 cm de diâmetro (adotada conforme projeto didático original):

$$\Phi > \frac{b_w}{8} \rightarrow 7 > \frac{30}{8}$$

Logo,

$$b_{w,ef} = b_w - 0,5\Phi = 30 - 0,5 \times 7 \rightarrow b_{w,ef} = 26,5 \text{ cm}$$

Deve ser verificada a relação:

$$V_{sd} \leq 0,27 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \times f_{cd} \times b_w \times d$$

$$V_{sd} \leq 0,27 \times \left(1 - \frac{35}{250}\right) \times \frac{3,5}{1,4} \times 26,5 \times 212,6 = 3270,48 \text{ kN}$$

$$1364,24 \text{ kN} \leq 3270,48 \text{ kN} \rightarrow OK$$

- **Parcela da força cortante resistida pelo concreto**

Ainda do item 17.4.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se as Equações 41 e 42.

$$V_c = \left(1 + \frac{M_0}{M_{d,máx}}\right) \times V_{c0} \leq 2 \times V_{c0} \quad (41)$$

$$V_{c0} = 0,6 \times f_{ctd} \times b_w \times d \quad (42)$$

Onde:

- M_0 = momento de descompressão.

Portanto, tem-se:

$$V_{c0} = 0,6 \times \frac{0,225}{1,4} \times 26,5 \times 212,6 = 543,27 \text{ kN}$$

$$M_0 = P_{\infty} \times (e - k_s) = 5753,23 \times (1,2624 - (-0,4614)) = 9917,42 \text{ kNm}$$

$$V_c = \left(1 + \frac{9917,42}{17171,38}\right) \times 543,27 = 857,04 \text{ kN}$$

- **Determinação das armaduras**

A parcela a ser resistida pelo aço é:

$$V_{sw} = V_{sd,m\acute{a}x} - V_c = 1364,24 - 857,04 = 507,2 \text{ kN}$$

Portanto, a armadura é dada por:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \times d \times f_{yd}} = \frac{507,2}{0,9 \times 212,6 \times 43,5} \times 100 = 6,09 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- **Verificação da armadura mínima**

Do item 17.4.1.1.1 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se a Equação 43 para verificação da área mínima para armadura transversal.

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{0,2 \times f_{ctm} \times b_w \times \text{sen}\alpha}{f_{ywk}} \quad (43)$$

Portanto:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \left(\frac{0,2 \times 3,2 \times 30 \times 1}{500} \right) \times 100 = 3,84 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- **Escolha dos estribos**

O item 18.3.3.2 da ABNT NBR 6118:2014 traz recomendações para a escolha dos estribos. Quanto ao diâmetro destes, a norma traz a relação expressa pela Equação 44.

$$5 \text{ mm} \leq \Phi t \leq b_w/10 \quad (44)$$

Assim: $5 \text{ mm} \leq \Phi t \leq 30 \text{ mm} \rightarrow \Phi t = 10 \text{ mm}$

Como $V_{sd} = 1946,36 \text{ kN} < 0,67V_{rd2} = 2191,22 \rightarrow s_{m\acute{a}x} = 300 \text{ mm}$.

Adotando estribos simples tem-se: 2 barras de $10 \text{ mm} = 1,6 \text{ cm}^2$. Desse modo:

$$n = \frac{6,09}{1,6} = 3,81 = 4 \text{ estri bospor metro}$$

Logo, adotam-se $\Phi 10$ c/25 (6,40 cm²/m).

3.18 Armadura de pele

Do item 17.3.5.2.3 da ABNT NBR 6118:2014 tem-se as recomendações para obtenção da armadura de pele. Como a altura da viga é superior a 60 cm (220 cm), deve-se prever armadura de pele pela Equação 45.

$$A_{s,pele} = 0,10\% \times b_w \times h \leq 5 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (45)$$

Portanto:

$$A_{s,pele} = \frac{0,10}{100} \times 20 \times 220 = 4,40 \text{ cm}^2$$

Adotam-se, então, 6 $\Phi 10$ mm (4,71 cm²) por face. Logo, tem-se $\Phi 10$ c/16,5 (4,76 cm²/m), respeitando o espaçamento máximo de 20 cm.

3.19 Detalhamento

A disposição das armaduras na seção transversal foi feita de acordo com os itens 18.3.2.2, 17.2.4.1, 17.3.5.2.4 e 17.3.5.2.1 da ABNT NBR 6118:2014, além de recomendações práticas propostas por Leonhardt (1979). A Tabela 24 traz um resumo das armaduras utilizadas e a Tabela 25 expõe as recomendações que foram atendidas no detalhamento da peça. O posicionamento longitudinal dos cabos de protensão pode ser verificado na Figura 48 enquanto que o detalhamento da seção transversal no meio do vão está na Figura 49.

Tabela 24 - Resumo das armaduras utilizadas.

	Barras	Área
Armadura ativa	5 cabos de 11 $\Phi 12,7$ mm	55,77 cm ²
Armadura passiva	6 $\Phi 20$ mm	18,85 cm ²
Armadura de pele	6 $\Phi 10$ mm em cada face	4,76cm ² /m
Estribos	$\Phi 10$ c/25	6,40 cm ² /m
Estribos de contorno	$\Phi 10$ c/25	-
Armadura construtiva	$\Phi 10$ mm	-
Armadura de torção	$\Phi 20$ mm	-

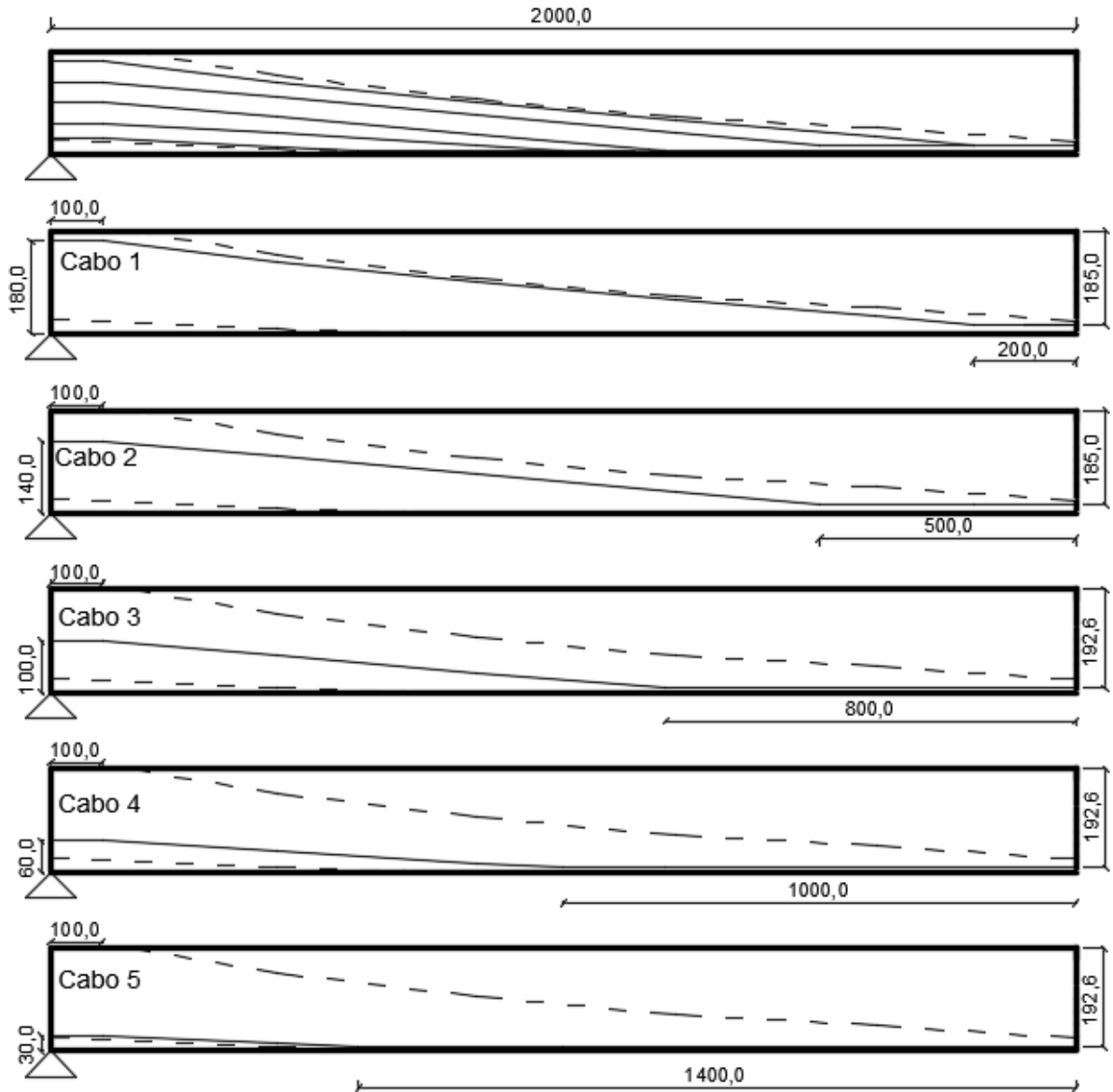
Fonte: autora

Tabela 25 - Recomendações atendidas no detalhamento.

RECOMENDAÇÕES		ESPAÇAMENTOS		
Cobrimento (cm)	4,5	ep mín (cm)	3,77	OK
Altura da última camada (cm)	18,25	ep máx (cm)	40	
Altura limite da última camada [0,2h] (cm)	44	ep adotado (cm)	5,25	
d'p (cm)	10,9	e mín (cm)	2	OK
d'p adotado (cm)	15	e máx (cm)	40	
Camada mais afastada de ycgp (cm)	7,35	e adotado (cm)	4,4	
Limite da camada mais afastada de ycgp [0,1h] (cm)	22	ÁREA DE AÇO		
dp (altura útil) (cm)	209,1	Atot máx (cm²)	442	OK
dp (altura útil) adotado (cm)	205	Atot (cm²)	74,62	

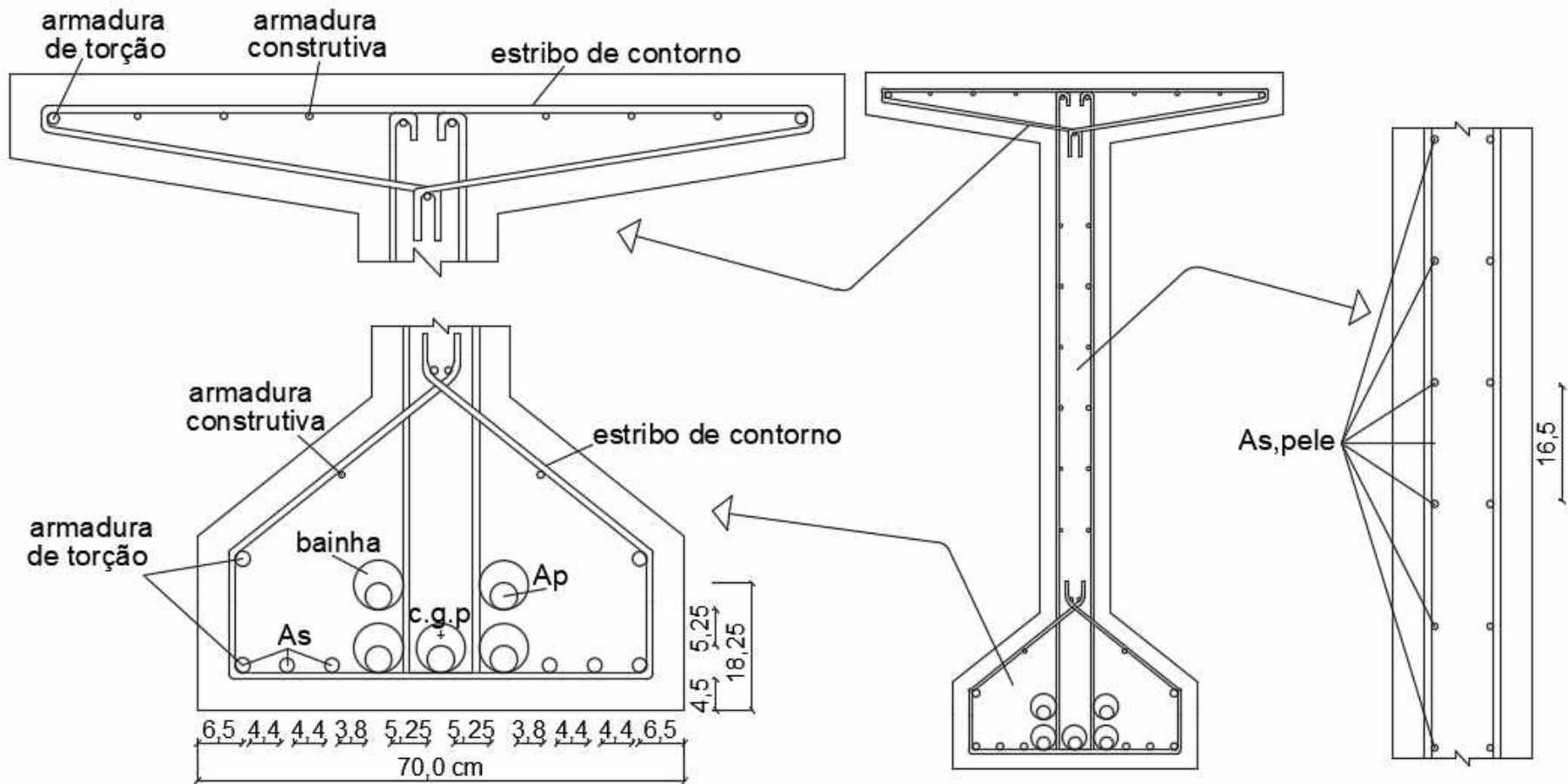
Fonte: autora

Figura 48 - Traçado dos cabos de protensão (medidas em cm).



Fonte: autora

Figura 49 - Detalhamento da seção transversal (medidas em cm).



Fonte: autora

Destaca-se que na Figura 48 a linha pontilhada representa as extremidades do fuso limite. Percebe-se então que o traçado dos cabos de protensão está adequado quanto a este critério.

Por fim, ressalta-se ainda que deveriam ser feitas as verificações quanto à fadiga e fissuração da estrutura. Entretanto, para que o trabalho não ficasse demasiado extenso, optou-se por não se realizar estas averiguações.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na adaptação do projeto proposto pelos professores Fernando Rebouças Stucchi e Kalil José Skaf, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, as longarinas foram solidarizadas por uma transversina intermediária, a qual acabou por enrijecer a estrutura e permitir a desconsideração dos efeitos da torção no dimensionamento. Desse modo foi possível a utilização do Processo de Leonhardt no lugar do Processo de Fauchart. Considerou-se também o novo modelo de cálculo para o coeficiente de impacto disposto na ABNT NBR 7188:2013, além do parâmetro α_E (em função da natureza do agregado) que influencia o módulo de elasticidade, especificado pela ABNT NBR 6118:2014.

As Tabelas 26 e 27 mostram um resumo das variações encontradas entre o projeto original e o trabalho aqui desenvolvido. Já a Figura 50 traz a diferença entre as linhas de influência encontradas pelo Processo de Fauchart e pelo Processo de Leonhardt.

Tabela 26 - Diferenças encontradas entre o projeto original e o atual.

PARÂMETRO	PROJETO ORIGINAL	PROJETO ATUAL		DIFERENÇA (%)	
Eci (MPa)	33130	39756		20	
Coeficiente de impacto (ϕ)	1,127	1,393 (S0 e S1)	1,114 (S2 a S5)	23,6 (S0 e S1)	-1,15 (S2 a S5)
Mg máx (S5) (kNm)	7783,49	8095,60		4,01	
Mq máx (S5) (kNm)	3795,60	3734,40		-1,61	
Mmáx ELU (S5) (kNm)	16201,11	17171,38		5,99	
Mmáx freq. (S5) (kNm)	9681,29	10176,37		5,11	
Mmáx qperm. (S5) (kNm)	8922,17	9344,06		4,73	
Vg máx (S0) (kN)	813,97	832,40		2,26	
Vq máx (S0) (kN)	391,82	393,7		0,48	
Vmáx ELU (S0) (kN)	1686,59	1946,36		15,40	

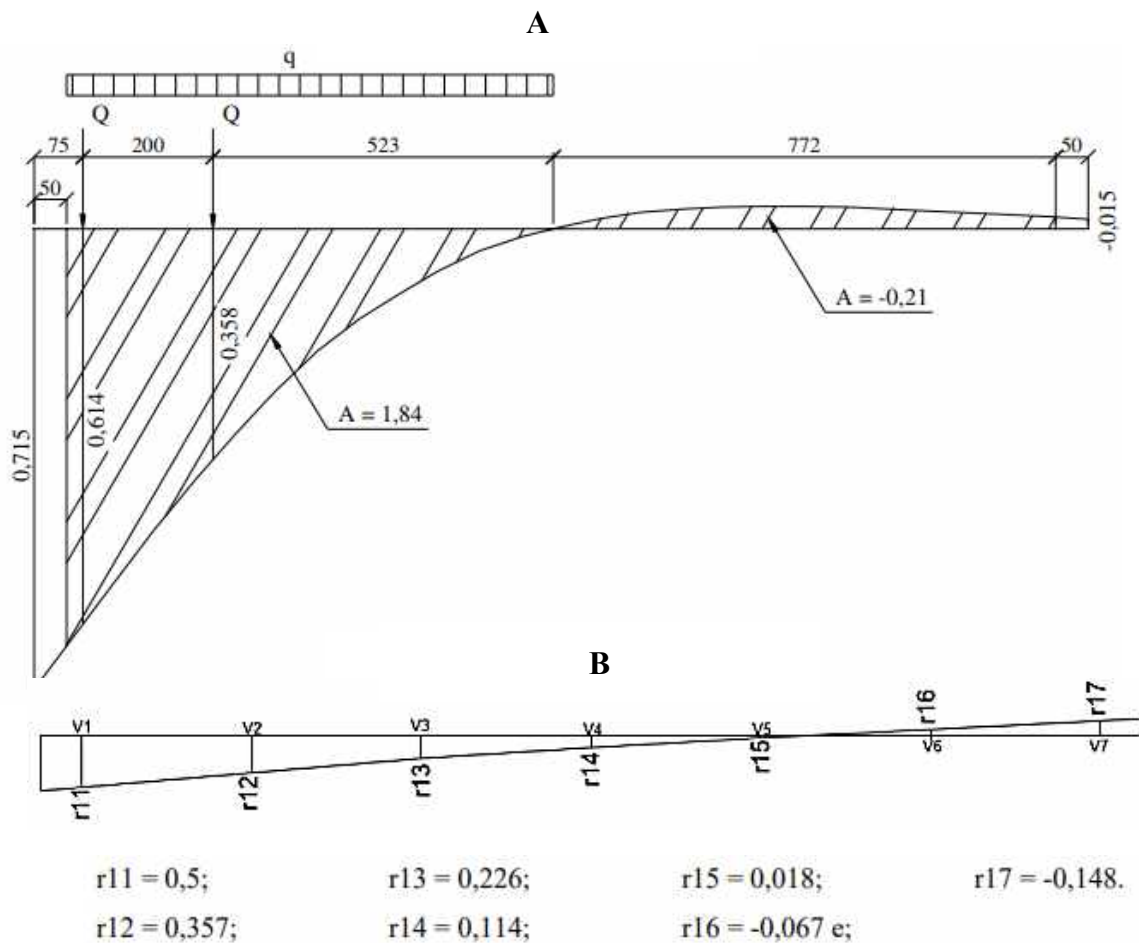
Fonte: autora

Tabela 27 - Diferenças encontradas entre o projeto original e o atual - continuação.

PARÂMETRO	PROJETO ORIGINAL	PROJETO ATUAL	DIFERENÇA (%)
V _{máx freq. (S₀) (kN)}	1009,88	1106,61	9,58
A _p (cm ²)	49,35	55,77	13,01
A _s (cm ²)	19,7	18,85	-4,31
Estribos (cm ² /m)	3,84	6,4	66,67

Fonte: autora

Figura 50 - Linhas de influência A (Processo de Fauchart) e B (Processo de Leonhardt).



Fonte: autora com adaptações de Stucchi e Skaf (2006)

Da Figura 50 fica clara a atuação da transversina como elemento enrijecedor da seção transversal, o que pode ser verificado pela diferença entre as linhas de influência. Naquela oriunda do Processo de Leonhardt os valores observados são menores do que os obtidos pelo Processo de Fauchart. Essa divergência faz com que o trem-tipo encontrado no projeto original seja maior do que o aqui calculado, de modo que o momento máximo devido a cargas variáveis para a seção mais solicitada sofreu uma redução de 1,61% neste trabalho. Em contrapartida, a carga concentrada da transversina causou um acréscimo de 4,01% no momento máximo devido a cargas permanentes.

Outra diferença evidente está no traçado das linhas, já que na estrutura enrijecida tem-se uma linha reta (pois os elementos estão solidarizados pela transversina) enquanto que o Processo de Fauchart gera linha de influência curva. Esta simplificação, no entanto, não causa grande interferência nos resultados, visto que a variação dos esforços encontrados foi pequena.

Em relação ao coeficiente de impacto percebe-se que o novo modelo de cálculo forneceu dois resultados, um para as seções S_0 e S_1 (1,393) e outro para as demais seções (1,114). Isso acontece pois o coeficiente de impacto adicional é considerado apenas até 5,0 metros de cada lado de juntas ou descontinuidades estruturais. Assim, na seção mais solicitada para momento fletor o coeficiente de impacto sofreu uma redução de 1,15% enquanto que na seção mais solicitada para esforço cortante houve um acréscimo de 23,6%. Considerando que o aumento foi mais considerável do que a diminuição, fica claro a importância de se calcular utilizando as disposições da ABNT NBR 7188:2013.

No que diz respeito à área de armadura ativa encontrada, nota-se um acréscimo de 13,01%. Isso aconteceu pois, devido ao peso próprio da transversina, a combinação quase permanente (predominante na estimativa de P_{∞}) para a seção mais solicitada pelo momento fletor aumentou 4,73%. Quanto aos estribos, o incremento na área encontrada foi ainda maior (66,67%), já que além da influência da transversina, a seção mais solicitada para esforço cortante está submetida a um coeficiente de impacto considerável (1,393).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da análise dos resultados obtidos neste trabalho, conclui-se que a simplificação da linha de influência (linear) para pontes em vigas múltiplas proposta por Leonhardt apresenta resultados adequados, e até mais conservadores, se comparadas ao Processo de Fauchart. Isso ocorre pois, por mais que a linha de influência obtida pelo Processo de Leonhardt apresente valores menores, a presença das transversinas leva a um acréscimo considerável da carga permanente. Dessa forma, acaba-se por encontrar maiores taxas de armadura ativa que, neste trabalho, permitiram a redução da área de armadura passiva por absorverem uma maior parcela do momento solicitante.

Por fim, em relação ao novo modelo de cálculo do coeficiente de impacto, fica clara a importância deste ao analisar o aumento dos esforços cortantes nas seções do apoio e, conseqüentemente, um acréscimo na área de estribos. Além disso, é possível a realização de projetos mais econômicos, já que são obtidos coeficientes de impacto diferentes para as seções no meio do vão (mais solicitadas pelo momento fletor) e próximas à juntas ou descontinuidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARGENTA, M.A. **Resistência dos materiais I**. Paraná: UFPR - Departamento de construção civil, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187**: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido: procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7483**: Cordoalhas de aço para concreto protendido: requisitos. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas: procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2017.

AWA COMERCIAL. **Efeitos da protensão e seus benefícios nas estruturas de concreto**. Disponível em: <<http://awacomercial.com.br/blog/efeitos-da-protensao-e-seus-beneficios-nas-estruturas-de-concreto/ponte-do-galeao-rio-de-janeiro/>>. Acesso em: junho, 2019.

BASTOS, P.S.de S. **Concreto protendido**: concreto protendido, 2018. 100 f. Notas de Aula.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE ESTRADAS DE RODAGEM. Manual de projeto geométrico de rodovias rurais. Rio de Janeiro: DNER, 1999.

GAZETA AM. **Ponte Presidente Dutra entre Petrolina/Juazeiro**. Disponível em: <<http://www.gazetaam.com/juazeiro/ponte-presidente-dutra-entre-petrolinajuazeiro-bahia-e-pernambuco/>>. Acesso em: junho, 2019.

HANAI, J.B. de. **Fundamentos do concreto protendido**. São Carlos: USP - Departamento de engenharia de estruturas, 2005.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto, v. 5: concreto protendido**. Rio de Janeiro: Interciência, 1983.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto, v. 6: princípios básicos da construção de pontes de concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1979.

MARCHETTI, O. **Pontes de concreto armado**. São Paulo: Editora Blucher, 2008.

MARTIN, F.J.S. **Cálculo de tabuleiros de pontes**. São Paulo: Livraria Ciência e Tecnologia Editora, 1981.

STUCCHI, F.R.; SKAF, K.J. **Pontes e grandes estruturas: projeto de superestrutura em concreto protendido**. São Paulo: USP - Departamento de estruturas e fundações, 2006.

VERÍSSIMO, G.de S; CÉSAR JUNIOR, K. M. L. **Concreto protendido: fundamentos básicos**. Viçosa: UFV – Departamento de engenharia civil, 1998.

FOLHA DE ASSINATURAS

Prof. Dr. Arquimedes Diógenes Ciloni (UFU)
Presidente/Orientador

Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera (UFU)

Prof. Dr. Gregório Sandro Vieira (UFU)

Uberlândia/MG, 04 de julho de 2019.