

Universidade Federal de Uberlândia - UFU  
Faculdade de Engenharia Elétrica  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica



Algoritmo memético paralelo baseado em  
ilhas com busca local Lin- Kernighan para  
solução do problema de roteamento de  
veículos heterogêneos em duas fases  
inspirado em um modelo de distribuição  
usado por atacadistas.

André Bevilaqua

Uberlândia – MG

2019



**André Bevilaqua**

Algoritmo memético paralelo baseado em ilhas com busca local Lin- Kernighan para solução do problema de roteamento de veículos heterogêneos em duas fases inspirado em um modelo de distribuição usado por atacadistas.

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: PhD. Keiji Yamanaka

Uberlândia – MG  
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

B571a      Bevilaqua, André, 1990-  
2019      Algoritmo memético paralelo baseado em ilhas com busca local Lin-Kernighan para solução do problema de roteamento de veículos heterogêneos em duas fases inspirado em um modelo de distribuição usado por atacadistas [recurso eletrônico] / André Bevilaqua. - 2019.

Orientador: Keiji Yamanaka.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2019.5>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia elétrica. 2. Veículos. 3. Comércio atacadista. 4. Logística empresarial. 5. Algoritmos. 6. Modelagem de processos. I. Yamanaka, Keiji, 1956-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

---

CDU: 621.3



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

## ATA DE DEFESA

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Elétrica				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 238, COPEL				
Data:	26 de abril de 2019	Hora de início:	14:00	Hora de encerramento:	17:20
Matrícula do Discente:	11513EEL009				
Nome do Discente:	André Bevilaqua				
Título do Trabalho:	Algoritmo memético paralelo baseado em ilhas com busca local Lin- Kernighan para solução do problema de roteamento de veículos heterogêneos em duas fases inspirado em um modelo de distribuição usado por atacadistas.				
Área de concentração:	Processamento da Informação				
Linha de pesquisa:	Inteligência Artificial				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Estudo e aplicação de técnicas de inteligência computacional no tratamento de problemas complexos.				

Reuniu-se no Anfiteatro 1E da Faculdade de Engenharia Elétrica, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta: Professores Doutores: Igor Santos Peretta - FEELT/UFU, Thiago Alves de Queiroz - UFG, Gerson Flávio Mendes de Lima - ULBRA, Keiji Yamanaka - FEELT/UFU, orientador(a) do(a) candidato(a).

Iniciando os trabalhos o(a) presidente da mesa, Dr(a). Keiji Yamanaka, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato(a), agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado(a).

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de **Doutor**.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.

Documento assinado eletronicamente por **Igor Santos Peretta, Professor(a) do Magistério Superior**, em 29/04/2019, às 15:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Keiji Yamanaka, Membro de Comissão**, em 29/04/2019, às 15:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Thiago Alves de Queiroz, Usuário Externo**, em 29/04/2019, às 16:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Gerson Flavio Mendes de Lima, Usuário Externo**, em 05/05/2019, às 22:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://www.sei.ufu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1166690** e o código CRC **87296BC2**.

*Este trabalho é dedicado aos meus pais Olisses e Neuza, minha noiva Samila  
meu irmão Diego e minha tia Nelcita, que sempre me apoiaram e tiveram paciência  
durante o desenvolvimento desta pesquisa.*





---

# Agradecimentos

Agradeço a todos que, direta ou indiretamente, auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

Em especial ao grupo de pesquisa em Inteligência Artificial, liderado pelo professor Keiji Yamanaka, que sempre auxiliaram com opiniões relevantes para o desenvolvimento.



Commitment is an act, not  
a word.

*Jean-Paul Sartre*



# Resumo

Bevilaqua, A. **Algoritmo memético paralelo baseado em ilhas com busca local Lin- Kernighan para solução do problema de roteamento de veículos heterogêneos em duas fases inspirado em um modelo de distribuição usado por atacadistas..** 106 p. Tese – Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia - UFU, 2019.

Esta tese trata de um Problema de Roteamento de Veículos em Dois Níveis enfrentado por uma empresa brasileira do mercado atacadista. Problemas de roteamento de veículos com mais de um nível existem em contextos nos quais a carga é movimentada passando por estruturas intermediárias (por exemplo, centros de distribuição, satélites, etc) antes de chegar ao destino. O primeiro nível do problema tratado aqui envolve escolher um veículo de primeiro nível, de um conjunto heterogêneo, que sai de um depósito em direção a uma instalação de transbordo intermediária (chamada de satélite) para servir um conjunto de veículos de segundo nível. Depois disso é necessário criar um conjunto de rotas para todos os veículos, também heterogêneos, que sairão dos satélites para visitar os clientes. A solução proposta é um Algoritmo Memético Paralelo Baseado em Ilhas com Busca Local Lin-Kernighan. Para verificar a eficiência do algoritmo, primeiramente ele foi testado em um contexto de problema de roteamento de veículos heterogêneos de um nível a partir de um *benchmark* conhecido. Posteriormente, as instâncias foram adaptadas e usadas para validar o contexto de dois níveis. Por fim, foram criadas novas instâncias com dados reais normalizados para verificar o algoritmo em um contexto mais realista. Em todos os casos o algoritmo foi comparado com os resultados da ferramenta comercial Localsolver usada na solução de problemas de otimização. Foram obtidos importantes resultados para o algoritmo e também análises reveladoras das características do problema tratado. Por fim, são apresentados trabalhos futuros que visam melhorar a exploração do problema proposto.

**Palavras-chave:** Problema de Roteamento de Veículos em Dois Níveis, Frotas Heterogêneas, Algoritmo Memético Baseado em Ilhas, Lin-Kernighan, Mercado Atacadista.



# Abstract

Bevilaqua, A. **Parallel Island Based Memetic Algorithm with Lin-Kernighan Local Search for a real-life Two-Echelon Heterogeneous Vehicle Routing Problem based on Brazilian Wholesale Companies.** 106 p. Ph.D. Thesis – Faculty of Electrical Engineering, Federal University of Uberlândia, 2019.

This thesis deals with a Two-Echelon Fixed Fleet Heterogeneous Vehicle Routing Problem faced by Brazilian wholesale companies. Vehicle routing problems with more than one phase consider situations in which freight is moved through some intermediate facilities (e.g., cross-docks or distribution centers) before reaching its destination. The first phase of the problem dealt here is to choose a first-level vehicle, from an heterogeneous set, that will leave a depot and reach an intermediate uncapacitated facility (satellite) to serve a set of second-level vehicles. After that, it is necessary to define routes for smaller vehicles, also from an heterogeneous set, that will visit a set of customers departing from and returning to a satellite. The solution proposed here is an efficient island based memetic algorithm with a local search procedure based on Lin-Kernighan heuristic. In order to attest the algorithm's efficiency, first it was tested in single echelon heterogeneous fleet vehicle routing benchmark instances. After that the instances were adapted for two-echelon context and used for validation alongside with real world instances created using normalized real data. Localsolver tool was also executed for comparison purposes. Promising results (which corroborate results obtained on the real problem) and future works are presented and discussed.

**Keywords:** Two-Echelon Vehicle Routing Problem, Heterogeneous Fleet, Island Based Memetic Algorithm, Lin-Kernighan, Wholesale Companies.





---

## Lista de ilustrações

Figura 1 – Demonstração do impacto de atividades de transporte no custo logístico para empresas exibido no trabalho (RESENDE P. ; SOUSA, 2017) . . . . .	25
Figura 2 – Distribuição do uso dos modais de transporte no Brasil apresentado no trabalho (RESENDE P. ; SOUSA, 2017) . . . . .	26
Figura 3 – Exemplo de uma solução para o Problema de Roteamento de Veículos de Dois Níveis do artigo (GONZALEZ-FELIU J.; GUIDO, 2008) . . . .	33
Figura 4 – Exemplo de agrupamento na primeira parte da solução proposta em (CRAINIC, 2008) . . . . .	35
Figura 5 – Exemplo de codificação para o problema 2E-VRP proposta em (ZHONG X. ; JIANG, 2017) . . . . .	39
Figura 6 – Estrutura do problema 2E-VRP com a variante de última milha apresentado em (ZHOU L. ; BALDACCI, 2018) . . . . .	39
Figura 7 – Codificação da solução para a estrutura de problema apresentada na Figura 6 da pesquisa (ZHOU L. ; BALDACCI, 2018) . . . . .	40
Figura 8 – Esquema de solução para um problema de roteamento de veículos heterogêneos usando um algoritmo memético proposto no artigo (MA-TEI O. ; POP, 2015) . . . . .	41
Figura 9 – Codificação das rotas de segundo nível de um 2E-VRP apresentada em (WANG K.; LAN, ) . . . . .	42
Figura 10 – <i>Framework</i> ilustrativo dos componentes do problema 2E-HVRP inspirado no modelo de distribuição da empresa atacadista estudada . . . .	54
Figura 11 – Exemplo de cromossomo para o problema 2E-HVRP . . . . .	66
Figura 12 – Exemplo de computação da avaliação individual de dois veículos de segundo nível. . . . .	68
Figura 13 – Exemplo de cruzamento feito na frota de veículos de segundo nível. . .	70
Figura 14 – Exemplo de mutação aplicado nas frotas de primeiro e segundo nível. .	71
Figura 15 – Exemplo de reparo de sobrecarga pela troca de tipos de veículos . . . .	72

Figura 16 – Exemplo de um movimento "opt" com duas arestas apresentado no artigo (HELSGAUN, 2000) . . . . .	73
Figura 17 – Ilustração do processo de busca por solução otimizada localmente e aplicação do algoritmo LK . . . . .	74
Figura 18 – Exemplo de um cromossomo codificado em apenas uma estrutura. . . .	76
Figura 19 – Comparativo da distribuição de satélites, clientes e depósito entre uma instância adaptada da literatura e uma baseada em dados reais. .	84
Figura 20 – Comparativo da dispersão de demandas dos clientes em uma instância adaptada da literatura e uma baseada em dados reais. . . . .	85
Figura 21 – Histograma comparativo do número e volume das demandas nas instâncias 20 e 26. . . . .	85
Figura 22 – Demonstração da análise de sensibilidade do algoritmo AMPI-LK com relação ao número de ilhas. . . . .	87
Figura 23 – Demonstração da análise de sensibilidade do algoritmo AMPI-LK com relação ao número imigrantes para trocar. . . . .	88
Figura 24 – Demonstração da análise de sensibilidade do algoritmo AMPI-LK com relação ao número gerações. . . . .	89
Figura 25 – Ilustração de seis rotas de segundo nível e uma de primeiro nível para a instância adaptada de índice 13. . . . .	95
Figura 26 – Ilustração para um conjunto de rotas de segundo nível saindo de dois satélites diferentes. . . . .	96
Figura 27 – Ilustração de rotas na instância com dados reais de índice 26. . . . .	97

---

## Lista de tabelas

Tabela 1	– Revisão das Abordagens para Solução de Variantes do 2E-VRP . . . . .	44
Tabela 2	– Definições e Notações da Estrutura do 2E-HVRP . . . . .	58
Tabela 3	– Características das instâncias do problema HVRP . . . . .	80
Tabela 4	– Características das instâncias do problema 2E-HVRP . . . . .	81
Tabela 5	– Média da Melhor Avaliação com e sem o Uso da Busca Local em Instâncias com Números Diferentes de Clientes. . . . .	87
Tabela 6	– Comparativo dos melhores resultados obtidos usando o AMPI-LK comparado com as melhores soluções conhecidas da literatura para as instâncias de HVRP do artigo (TAILLARD, 1999) . . . . .	91
Tabela 7	– Comparativo das melhores e média das melhores soluções obtidas pelo Algoritmo Memético da pesquisa (MATEI O. ; POP, 2015), do Localsolver e do AMPI-LK . . . . .	92
Tabela 8	– Comparativo do melhor e da média dos resultados obtidos por Lo- calsolver e AMPI-LK para as instâncias adaptadas do artigo (TAIL- LARD, 1999) no contexto 2E-HVRP-FD . . . . .	92
Tabela 9	– Comparativo do melhor e da média dos resultados obtidos por Lo- calsolver e AMPI-LK para as instâncias adaptadas do artigo (TAIL- LARD, 1999) no contexto 2E-HVRP-D . . . . .	92
Tabela 10	– Comparativo do melhor e da média dos resultados obtidos por Lo- calsolver e AMPI-LK para as instâncias 2E-HVRP-D baseadas em dados reais . . . . .	94



---

## Lista de abreviaturas e siglas

ABCGA	- Colônia de Formigas Artificial com Algoritmo Genético
AG	- Algoritmo Genético
ALNS	- Busca Adaptativa em Vizinhança de Grande Porte
AMPI-LK	- Algoritmo Memético Paralelo Baseado em Ilhas com Busca Local de Lin-Khernighan
BATA	- Meta-Heurística com Limite de Aceitação Adaptativo
2E-HVRP	- Problema de Roteamento de Veículos Heterogêneos em Dois Níveis
2E-VRP	- Problema de Roteamento de Veículos em Dois Níveis
2E-LRP	- Problema de Localização de Instalações de Roteamento de dois-Níveis
2E-VRPSPD	- Problema de Roteamento de Veículos em Dois Níveis com Coleta e Entrega Simultânea
GRASP	- Busca Gulosa Aleatória e Adaptativa
HCG	- Geração Heurística de Colunas
HMPG	- Algoritmo Genético Híbrido com Múltiplas Populações
HRTR	- Algoritmo de Viagem Ponto-a-Ponto
HVRP	- Problema de Roteamento de Veículos Heterogêneos
[HGSADC	- Algoritmo Genético Híbrido com Controle Adaptativo de Diversidade
LNS	- Busca em Vizinhança de Grande Porte

LK	- Lin-Khernighan
MAMP	Algoritmo de Memorização Adaptativo com Múltiplos Inícios
MEDS	- Sistema de Transporte em Múltiplos-Níveis
MDVRP	- Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos-Depósitos
MOPSO	Otimização Multi Objetivo por Enxame de Partículas
NSGA-II	- Algoritmo Genético com Seleção Não-Dominante
SGVNS	- Algoritmo de Busca Enviesada Generalizada em Vizinhaça Variável
TTRP	- Roteamento de Caminhões com Reboque
VND	- Descida em Vizinhaça Variável
VND-LS	- Descida em Vizinhaça Variável com Busca Local

---

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>25</b>
1.1	Motivação	27
1.2	Objetivos	28
1.2.1	Objetivos Específicos	28
1.3	Contribuições	28
1.4	Organização do Trabalho	29
<b>2</b>	<b>Revisão da Literatura e Ferramentas Computacionais</b>	<b>31</b>
2.1	Conceitos e Soluções para Sistemas de Transporte com Múltiplos Níveis	31
2.1.1	Problema de Roteamento de Veículos em Dois-Níveis	32
2.1.2	Métodos Exatos	34
2.1.3	Algoritmos Heurísticos para Problemas de Roteamento de Dois Níveis	36
2.1.3.1	Heurísticas de Trajetória Simples	36
2.1.3.2	Heurísticas Baseadas em População para 2E-VRP	38
2.1.4	Resumo dos Conceitos Apresentados na Revisão	43
2.2	Ferramentas e Técnicas Computacionais Utilizadas	45
2.2.1	Algoritmos Genéticos	45
2.2.2	Método Caixa Preta para Solução de Otimização: Localsolver	48
2.2.3	<i>Waikato Environment for Knowledge Analysis</i> (WEKA)	49
<b>3</b>	<b>Estrutura do Problema</b>	<b>51</b>
3.1	Características Gerais do 2E-HVRP	51

3.2	Modelagem Matemática para o 2E-HVRP . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Algoritmo Memético Paralelo Baseado em Ilhas com Busca Local</b>	
	<b>Lin-Kernighan (AMPI-LK) para o 2E-HVRP . . . . .</b>	<b>63</b>
4.1	Representação de Soluções - Cromossomo . . . . .	65
4.2	População Inicial . . . . .	66
4.3	Função de Avaliação para o 2E-HVRP . . . . .	67
4.3.1	Função de Avaliação Local . . . . .	67
4.3.2	Função de Penalização . . . . .	68
4.4	Seleção . . . . .	69
4.5	Cruzamento . . . . .	69
4.6	Mutação . . . . .	70
4.7	Reparo de Sobrecarga Estocástico . . . . .	71
4.8	Estrutura <i>Hashmap</i> como Suporte Para Busca Local com Lin-Kernighan . . . . .	72
4.9	Modelo de Ilhas para o Algoritmo AMPI-LK . . . . .	74
4.10	Estratégias Ineficientes para o 2E-HVRP Estudado . . . . .	75
4.10.1	Representação da Solução por Vetor Gigante . . . . .	76
4.10.2	Geração de População Baseada em Agrupamento . . . . .	76
4.10.3	Geração de População com Otimização de Tipos de Veículos . . . . .	77
4.10.4	Operador de Cruzamento com Heurística de Melhor Escolha para Reinserção . . . . .	77
4.10.5	Armazenamento de Rotas Entre Execuções . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Resultados e Discussões . . . . .</b>	<b>79</b>
5.1	Construção do <i>Benchmark</i> . . . . .	79
5.1.1	Criação das Instâncias do Problema . . . . .	81
5.1.2	Análise das Instâncias do 2E-HVRP . . . . .	83
5.2	Análise de Sensibilidade de Operadores . . . . .	86
5.3	Resultados para o HVRP e 2E-HVRP . . . . .	90
<b>6</b>	<b>Conclusões, Trabalhos Futuros e Produção Científica . . . . .</b>	<b>99</b>
6.1	Trabalhos Futuros . . . . .	101



6.2	Produção Científica . . . . .	102
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>103</b>



## Introdução

A demanda por produtos nos mais diversos contextos é crescente. De acordo com (CAXITO, 2014), uma implicação prática dessa demanda crescente é a necessidade de planejamento logístico para que o produto chegue até o cliente, seja ele uma pessoa física ou uma empresa.

Segundo informações de (RESENDE P. ; SOUSA, 2017) o Brasil é um país com altos custos logísticos para empresas. Alguns fatores que levam a isso são: infraestrutura deficitária, burocracia envolvida em questões como o descarregamento em portos, impostos elevados, entre outras. Além disso, de 2014 até 2017 a representatividade deste custo no que tange ao faturamento total as empresas é crescente. Em 2014 o custo logístico representava 11.52% do faturamento enquanto em 2017 esse valor já é de 12.37%. Aprofundando a análise desse cenário pode-se perceber que os custos com transporte e distribuição dentro de cidades, como demonstrado na Figura 1, representam a maior fatia do custo. Além disso, a Figura 2 mostra que o uso do modal rodoviário no Brasil representa 75% de todos os transportes realizados, mostrando que a eficiência do transporte em rodovias e dentro de cidades deve ser maximizada para tentar mitigar o custo logístico para as empresas.

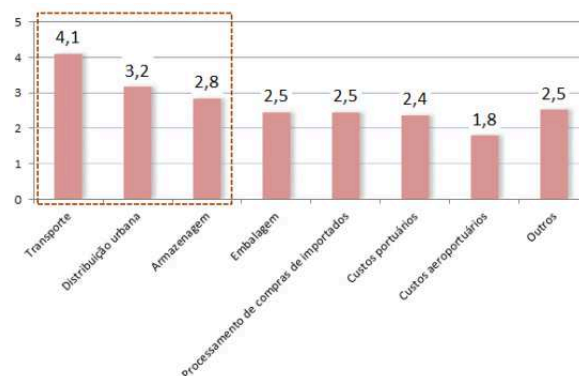


Figura 1: Demonstração do impacto de atividades de transporte no custo logístico para empresas exibido no trabalho (RESENDE P. ; SOUSA, 2017) .

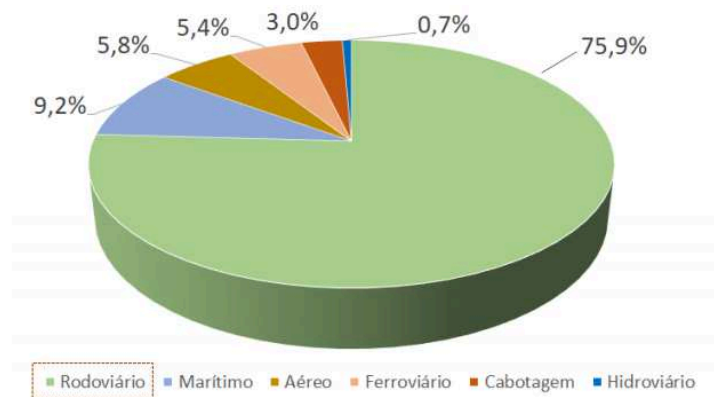


Figura 2: Distribuição do uso dos modais de transporte no Brasil apresentado no trabalho (RESENDE P. ; SOUSA, 2017) .

De acordo com (CAXITO, 2014) algumas das principais necessidades de planejamento logístico das empresas envolvem armazenamento e transporte. Em ambos os casos, pode-se dividir tais etapas em categorias relacionadas, por exemplo, com o tipo de transporte que será realizado, estrutura do local de armazenamento, etc. Neste contexto, os transportes realizados em múltiplos níveis vêm ganhando destaque crescente.

Em um sistema de transporte de múltiplos níveis a mercadoria sai de um depósito e passa por uma ou mais etapas de consolidação intermediária antes de chegar ao destino. As instalações intermediárias onde se realiza as etapas de consolidação recebem o nome de satélites. Essa estrutura de sistema de transporte é considerada extremamente eficiente com relação a diminuição de custos. Entretanto, é fundamental que as empresas que adotam essa estratégia se atentem ao planejamento da distribuição de forma a otimizar o uso das estruturas e dos veículos, como demonstrado nas pesquisas (GONZALEZ-FELIU J.; GUIDO, 2008) e (CRAINIC et al., 2010).

De acordo com as pesquisas (GONZALEZ-FELIU J.; GUIDO, 2008) e (PERBOLI G.; TADEI, 2011) os sistemas de transporte de múltiplos níveis são úteis em diversos contextos reais, por exemplo: distribuição de produtos de hipermercados e farmácias, comércio eletrônico, distribuição de jornais e revistas e logística de grandes cidades. A quantidade de estruturas ou suas localizações na rede, bem como, o roteamento da frota ou a alocação de clientes a estruturas intermediárias são algumas das decisões importantes a serem tomadas nesse contexto. Os artigos (CUDA R. ; GUASTARROBA, 2015) e (DONDO R. ; MÉNDEZ, 2011) apresentam as leis de trânsito, impacto ambiental, qualidade de entrega e melhor gerenciamento de frota como motivações para adotar o modelo de transporte com múltiplos níveis.

Dentre as heurísticas já utilizadas em problemas de dois níveis pode-se destacar: a Busca Gulosa Aleatória e Adaptativa (do inglês, *greedy randomized adaptive search procedure*

[GRASP]) do artigo (CRAINIC T. G. ; MANCINI, 2013), a Busca em Vizinhança de Grande Porte (do inglês, *large neighborhood search*[LNS]) utilizada no artigo (BREUNIG U.; SCHMID, 2016), Busca Adaptativa em Vizinhança de Grande Porte (do inglês, *adaptive large neighborhood search*[ALNS]) proposta no artigo (HEMMELMAYR V. C. ; CORDEAU, 2012), e a combinação das heurísticas GRASP e LNS utilizada no artigo (ZHENG Z.; XU, 2014). Todas as estratégias citadas, de acordo com a nomenclatura apresentada na pesquisa (PAYDAR M. M. ; SAIDI-MEHRABAD, 2013), podem ser classificados como busca de trajetória única, ou seja, lidam com uma solução por iteração do processo de busca.

As meta-heurísticas baseadas em população também se mostram importantes no contexto de problemas de transporte de dois níveis. Por exemplo, a colônia de formigas artificial com algoritmo genético (do inglês, *Artificial Bee Colony Genetic Algorithm* [ABCGA]) utilizada na pesquisa (ZHONG X. ; JIANG, 2017), o algoritmo genético com seleção não-dominante (do inglês, *non-dominated sorting genetic algorithm* [NSGA-II]) e a otimização por enxame de partículas (do inglês, *particle swarm optimization* [MOPSO]) propostos no artigo (ESMAEILI M. ; SAHRAEIAN, 2018), o Algoritmo Genético com Múltiplas Populações (do inglês, *Hybrid Multi-Population Genetic metaheuristic* [HMPG]) demonstrado na pesquisa (ZHOU L. ; BALDACCI, 2018), dentre outras.

## 1.1 Motivação

Nesta tese o foco é dado a um problema de roteamento de veículos heterogêneos de dois níveis (do inglês, *two-echelon heterogeneous fleet vehicle routing problem* [2E-HVRP]) inspirado na rede de distribuição de uma empresa atacadista brasileira. A estrutura do problema é composta por um depósito (que armazena todas as mercadorias), um conjunto de satélites (que não tem infraestrutura física para armazenar bens) que são usados em atividades de transbordo, um conjunto de veículos heterogêneos de primeiro nível (que transportam mercadorias entre o depósito e os satélites) e um conjunto de veículos de segundo nível (que ficam disponíveis nos satélites para receber mercadorias e transportar até os clientes finais). Ambas as frotas contam com um número limitado de veículos e também de tipos.

Uma das principais motivações da empresa para adotar o modelo de transporte de dois níveis é atender as regulamentações sobre tráfego de veículos em grandes cidades brasileiras. A escolha por apenas um depósito com estrutura física de armazenamento decorre da grande diferença entre adequações fiscais necessárias para cada um dos estados brasileiros. A posição dos satélites é dinâmica e a escolha passa por parcerias com postos de gasolina que, ao fornecerem áreas para transbordo, são beneficiados pelo direito de abastecer as frotas. A parceria reduz diversos custos que surgiriam caso fosse necessário construir uma estrutura física para armazenamento. Entretanto, o roteamento dos dois níveis precisa

ser feito com uma estratégia global para garantir a máxima eficiência na combinação de veículos de primeiro e segundo nível e também as melhores rotas nos dois níveis.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral desta tese é o desenvolvimento de um algoritmo genético eficiente para solução do problema de roteamento de veículos heterogêneos em duas fases com satélites sem capacidade de armazenamento.

### 1.2.1 Objetivos Específicos

- Realizar o levantamento das informações sobre a rede de transporte usada na empresa atacadista estudada.
- Criar a modelagem matemática do problema para formalizar o contexto do estudo.
- Desenvolver uma estratégia de codificação de indivíduos que favoreça a implementação de melhorias de desempenho no algoritmo.
- Criar um operador de cruzamento eficiente na manutenção da diversidade dos indivíduos.
- Comparar o algoritmo com propostas da literatura e com um *solver* comercial.

## 1.3 Contribuições

Uma análise detalhada dos problemas abordados nas pesquisas utilizando soluções de trajetória única e baseadas em população culminou no desenvolvimento do Algoritmo Memético Paralelo Baseado em Ilhas com Busca Local de Lin-Khernighan (AMPI-LK), utilizado como estratégia de otimização para o 2E-HVRP desta pesquisa. O método tem forte capacidade de exploração global do espaço de busca proporcionada pelo algoritmo genético, preserva a diversidade genética utilizando imigração de indivíduos entre ilhas e refina as soluções com a estratégia de busca local de Lin-Kernighan (LK). A representação de soluções expande os conceitos já observados na literatura permitindo uma visão intuitiva de todos os veículos e estruturas do problema. Além disso, a estrutura favorece a implementação de avaliações parciais, cruzamento baseado em cópia de rotas, mutações e buscas locais. Para viabilizar computacionalmente a adoção do algoritmo de Lin-Kernighan também foi proposta uma estratégia de memorização de avaliações. A manutenção de indivíduos não factíveis foi feita por meio de penalidade e auxilia na diversidade genética. Os resultados obtidos demonstram que o algoritmo obteve sucesso em termos de velocidade e otimização.

As maiores contribuições da pesquisa são:

- Oito instâncias para o problema 2E-HVRP adaptadas a partir do benchmark da pesquisa (TAILLARD, 1999).
- Seis instâncias para o problema 2E-HVRP inspiradas nos dados reais da empresa atacadista estudada.
- Uma representação de cromossomo modificada e inspirada a partir do artigo de (WANG K.; LAN, ). Ao contrário da função de decodificação usada no artigo para gerar rotas de primeiro nível a partir de um conjunto de rotas de segundo nível, nesta pesquisa os dois níveis estão representados no cromossomo.
- A utilização da penalidade em indivíduos para aumentar o espaço de soluções (considerando as inactíveis durante a evolução). Ao contrário das pesquisas (ZHOU L. ; BALDACCI, 2018) e (WANG K.; LAN, ), não foi criada uma função unificada que considerasse avaliação e penalidade. Um método de seleção em duas fases foi usado para avaliar isoladamente os dois valores.
- Uma extensão para o algoritmo de cruzamento proposto na pesquisa (WANG K.; LAN, ) que permite sobrecarga nos veículos e uma função de correção que diminui a penalidade sem necessariamente tornar as soluções factíveis. O conjunto da estratégia de representação, cruzamento e função de correção se mostra útil para tratar veículos heterogêneos.
- O uso do algoritmo de Lin-Kernighan produz resultados comparáveis aos apresentados na pesquisa (MATEI O. ; POP, 2015) que adota seis diferentes heurísticas de busca local. A estratégia de memorização baseada em *hashmap* permite diminuir a complexidade computacional do algoritmo.
- Uma demonstração da competitividade do algoritmo no problema de roteamento de veículos heterogêneos com um e dois níveis.

## 1.4 Organização do Trabalho

O restante desta tese tem a seguinte divisão de conteúdos: o Capítulo 2 é dedicado às principais iniciativas de solução encontradas na literatura para problemas de dois níveis e as técnicas e ferramentas computacionais utilizadas na tese, o Capítulo 3 discute o contexto do problema explorado e as principais restrições consideradas, o Capítulo 4 apresenta as etapas do algoritmo desenvolvido, no Capítulo 5 são apresentados os principais resultados obtidos na pesquisa e as conclusões e trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 6.





---

## Revisão da Literatura e Ferramentas Computacionais

A revisão apresentada neste capítulo é dividida da seguinte forma: primeiramente são apresentados os principais conceitos relacionados com problemas de transporte de dois níveis e as técnicas recentemente publicadas para solucionar problemas neste contexto, posteriormente são apresentados os conceitos gerais sobre as principais técnicas e ferramentas computacionais utilizadas nessa tese.

### 2.1 Conceitos e Soluções para Sistemas de Transporte com Múltiplos Níveis

Um sistema de transporte de cargas é composto de dois elementos principais, a origem (uma fábrica ou uma empresa de distribuição, por exemplo) e o destino (um atacadista, um varejista ou o próprio cliente final). Já termo Cadeia de Suprimentos (do inglês, *Supply Chain*[SC]) se refere a um sistema composto de diferentes níveis, sendo que cada par de níveis envolve uma etapa de transporte, normalmente chamada de nível. (CUDA R. ; GUASTAROBÁ, 2015)

Sistemas de transporte podem ser categorizados como diretos e indiretos. O primeiro tipo engloba sistemas onde não existem instalações intermediárias, ao contrário dos indiretos, que envolvem chegar a uma ou mais instalações intermediárias antes de entregar a carga ao destinatário. A categorização mais ampla para sistemas indiretos é o termo Sistema de Transporte em Múltiplos-Níveis (do inglês, *Multi-Echelon Distribution Systems* [MEDS]). Neste contexto, o problema mais importante para a presente pesquisa é uma especialização do problema geral com apenas dois níveis. (CUDA R. ; GUASTAROBÁ, 2015)

Os problemas de transporte em dois-níveis envolvem a saída da carga de sua origem,

o transporte até uma instalação intermediária na qual a carga pode ser armazenada, consolidada ou passar por uma operação de transbordo. Nesse tipo de sistemas de transporte, diversas características podem influenciar no problema, tornando-o mais complexo de ser tratado quando comparado com um problema de transporte direto. Seguindo a convenção de diversos autores citados, as instalações intermediárias são nomeadas satélites.

Nesta pesquisa, o principal enfoque é dado aos problemas de roteamento e suas peculiaridades no contexto de dois-níveis, particularmente no caso de problemas com veículos heterogêneos e instalações intermediárias sem estrutura física para armazenamento de bens. O Problema de Roteamento de Veículos em Dois-Níveis (do inglês, *Two-Echelon Vehicle Routing Problem* [2E-VRP]) pode ser classificado com relação ao tipo de decisão:

- Decisões estratégicas: relacionadas com a escolha da localização e número de estruturas físicas e demais componentes da rede de distribuição.
- Decisões táticas: alocação de clientes às estruturas intermediárias e roteamento da frota.

A escolha por decisões estratégicas ou táticas é o ponto principal para categorizar problemas como Localização de Instalações de Roteamento de dois-níveis (do inglês, *Two-Echelon Location Routing Problems* [2E-LRP]), Roteamento de Veículos de dois-níveis (do inglês, *Two-Echelon Vehicle Routing Problems* [2E-VRP]), ou Roteamento de Caminhões com Reboque (do inglês, *Truck and Trailer Routing Problems* [TTRP]). O segundo problema, 2E-VRP, é o mais importante para o contexto desta pesquisa.

Apesar do crescente interesse por problemas relacionados com transporte de múltiplos níveis, a revisão sistemática apresentada no artigo (CUDA R. ; GUASTAROBÁ, 2015) mostra que apenas um trabalho foi desenvolvido com foco nas diversas características reais que podem influenciar na estrutura desse tipo de problema. O trabalho desenvolvido por (CRAINIC T. G. ; RICCIARDI, 2009) cria modelos considerando sincronização, programação, múltiplos depósitos, *tours* múltiplos, frota heterogênea (em ambos os níveis) e janela de tempo, entretanto, apesar de discutir alguns algoritmos, nenhum resultado de implementação é demonstrado.

A atualidade do tema e a carência de exploração de variantes dos problemas de transporte de dois níveis são foco do restante dessa revisão, que tem como objetivo situar o leitor sobre o contexto do problema, as principais estratégias de solução e contextos reais já explorados.

### 2.1.1 Problema de Roteamento de Veículos em Dois-Níveis

O 2E-VRP básico é composto por:

- um conjunto de veículos para cada um dos níveis;
- um conjunto de clientes;
- um conjunto de satélites;
- um depósito principal;

Cada um dos clientes tem uma demanda associada e os veículos de cada nível tem uma capacidade fixa e homogênea. Considera-se que os satélites são estruturas físicas onde os veículos de primeiro nível podem descarregar a carga que vem do depósito principal e que posteriormente será consolidada em um ou mais veículos de segundo nível para chegar até os clientes. Uma carga não pode ser dividida para ser transportada até os clientes. Para o transporte da carga até os satélites, duas abordagens são usadas: a primeira não permite que um satélite seja atendido por mais de um veículo (nesse caso, a demanda de um satélite não pode superar a capacidade dos veículos de primeiro nível), a segunda permite que mais de um veículo de primeiro nível atendam um mesmo satélite.

A figura 3 mostra um exemplo de solução para o 2E-VRP. Os círculos representam clientes, os triângulos representam os satélites e o quadrado representa o depósito. A referida solução é composta por duas rotas de nível 1, ligando o depósito e um ou mais satélites e quatro rotas de nível 2, ligando cada um dos satélites a uma sequência de clientes.

Diversos autores citam que o trabalho desenvolvido em (GONZALEZ-FELIU J.; GUIDO, 2008) foi o ponto de partida da classe 2E-VRP. No referido trabalho os autores apresentam uma formulação baseada em fluxo para o problema. Depois disso são criadas inequações que são usadas na relaxação do modelo.

Os testes realizados no artigo, utilizando um solver comercial, são feitos em instâncias de até 50 clientes combinando diferentes distribuições de satélites e clientes.

Na década seguinte à publicação do artigo (GONZALEZ-FELIU J.; GUIDO, 2008) algumas novas abordagens para o 2E-VRP foram apresentadas, em sua maioria com a mesma estrutura de problema já descrita. As principais pesquisas neste contexto são apresentadas nas próximas seções com a seguinte divisão: pesquisas que propõe algoritmos matemáticos e pesquisas que estudam métodos heurísticos de trajetória única ou heurísticas baseadas em população.

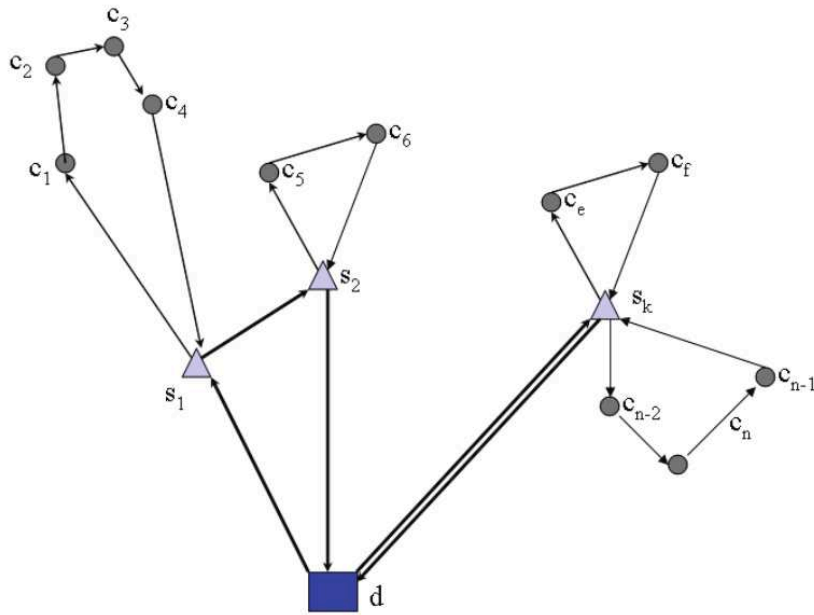


Figura 3: Exemplo de uma solução para o Problema de Roteamento de Veículos de Dois Níveis do artigo (GONZALEZ-FELIU J.; GUIDO, 2008)

### 2.1.2 Métodos Exatos

Uma característica comum em pesquisas relacionadas a problemas combinatórios é a introdução de modelagens e soluções matemáticas iniciais que abrem e formalizam a estrutura de um campo de estudo. Posteriormente, soluções baseadas em heurísticas são propostas para permitir a solução de instâncias maiores do problema. Para o contexto desta tese o foco são as soluções heurísticas, portanto, esta seção apresenta três trabalhos que fazem uso de métodos exatos para a solução de problemas de roteamento de dois níveis e as demais iniciativas das seções posteriores são dedicadas a estratégias heurísticas.

O artigo (CRAINIC, 2008) apresenta uma versão básica do 2E-VRP com frota homogênea e nenhuma restrição prática adicional. Para a solução desse problema o autor se baseia na decomposição das fases, ou seja, os dois níveis são tratados separadamente. Primeiramente, um algoritmo é utilizado para agrupar os clientes em relação aos satélites, como pode ser visto na figura 4. Esse agrupamento é refinado em uma etapa posterior que é destacada como negativamente impactante no desempenho computacional da estratégia.

Depois da fase de agrupamentos, o segundo nível é solucionado como um Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos-Depósitos (do inglês, *Multi-Depot Vehicle Routing Problem* [MDVRP]). Nesse caso, cada conjunto composto por um satélite e uma sequência de clientes pode ser visto como um VRP separado. Durante a solução do MDVRP são computadas as demandas associadas a cada satélite. Após a solução do MDVRP, solucionase o primeiro nível (análogo a um VRP simples) do problema sabendo a demanda de

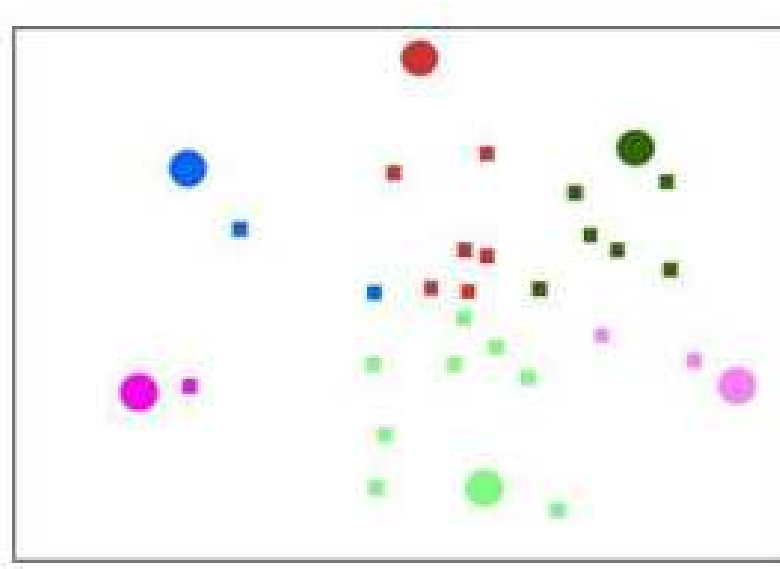


Figura 4: Exemplo de agrupamento na primeira parte da solução proposta em (CRAI-NIC, 2008)

cada satélite. Como última etapa do procedimento apresentado, os autores propõe três heurísticas para otimização de rotas da solução encontrada.

Os resultados obtidos pela heurística baseada em agrupamentos são comparados com o desempenho de algoritmos exatos. Como esperado, o algoritmo exato é capaz de computar em tempo razoável as soluções para instâncias pequenas (até 21 clientes), para instâncias maiores o método heurístico se mostra mais robusto e eficiente. É importante destacar que o sistema de distribuição em dois níveis é considerado claramente mais eficiente no que diz respeito aos gastos na etapa de transporte, entretanto, é levantada a necessidade de comparar tal economia com os gastos para construção da infraestrutura física das instalações intermediárias.

A solução apresentada no artigo (PERBOLI G.; TADEI, 2011) também é baseada na decomposição dos níveis do problema. Os autores apresentam uma modelagem baseada em fluxo para o 2E-VRP demonstram uma heurística baseada em soluções matemáticas (do inglês, *math-based heuristic solution*) para o problema.

O funcionamento do método segue os seguintes passos:

- Por meio da relaxação (com uma série de inequações) e um solver comercial, cria uma lista com as melhores combinações de clientes atendidos por satélites.
- Para cada uma das soluções da lista:

Seleciona cada satélite com seu conjunto de clientes e forma uma instância de um VRP.

Considera os conjuntos de satélites e o depósito e forma outro VRP.

Soluciona os VRP's de forma isolada por meio de um solver comercial com tempo de processamento pré-fixado.

Computa o custo total da solução para o 2E-VRP somando os custos de cada um dos VRP's.

Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios com relação a velocidade e qualidade das soluções, entretanto, a maior instância avaliada é composta de 51 clientes. Como dito anteriormente, as estratégias baseadas em algoritmos exatos são comumente aplicadas a instâncias pequenas de problema, devido a limitação no número de computações realizáveis de forma a obter soluções exatas para problemas combinatórios complexos.

O artigo de (BALDACCIO R.; MINGOZZI, 2013) apresenta uma solução matemática que pode ser considerada a de maior sucesso para o contexto básico do 2E-VRP. A estrutura da solução conta com um procedimento de delimitação (do inglês, *bounding procedure*) baseado em programação dinâmica e um algoritmo para decomposição do problema em múltiplos PRV's por meio de relaxação contínua e inteira do problema com restrições laterais. A maior relevância do trabalho diz respeito aos resultados obtidos em instâncias de até 100 clientes (maiores do que as comumente tratadas até então) e também pela capacidade do algoritmo de resolver de forma ótima 144 das 207 instâncias testadas.

A formalização obtida para tratar problemas de forma exata é muito importante como base para pesquisas que buscam soluções heurísticas. Outros métodos exatos relevantes para problemas de transporte com múltiplos níveis podem ser encontradas na revisão apresentada em (CUDA R. ; GUASTAROLA, 2015).

### 2.1.3 Algoritmos Heurísticos para Problemas de Roteamento de Dois Níveis

As demais estratégias apresentadas no decorrer desta revisão estão divididas entre algoritmos heurísticos de trajetória simples e heurísticas baseadas em população. Como explicado anteriormente, de acordo com a nomenclatura apresentada na pesquisa (PAYDAR M. M. ; SAIDI-MEHRABAD, 2013), heurísticas de trajetória única lidam com uma solução por iteração do processo de busca enquanto as baseadas em população lidam com um conjunto de soluções durante cada uma das iterações.

#### 2.1.3.1 Heurísticas de Trajetória Simples

Dentre as heurísticas não baseadas em população, destaca-se a heurística ALNS apresentada no artigo (HEMMELMAYR V. C. ; CORDEAU, 2012). A premissa da solução

se baseia em operadores de destruição e reparo (aplicáveis a rotas, satélites e clientes) que são sucessivamente aplicados, tendo como suporte um "pool" temporário de soluções. Diferentemente das estratégias mais comuns até esse momento, os autores realizaram testes para instância de 2E-LRP e 2E-VRP com até 200 clientes e 10 satélites. Os resultados obtidos mostraram que a performance de soluções heurísticas é mais robusta mesmo em maiores instância e a qualidade das soluções geradas é competitiva.

Na esteira das soluções heurísticas não baseadas em população está o procedimento GRASP combinado com o algoritmo de Descida em Vizinhança Variável (do inglês, *Variable Neighborhood Descent* [VND]), proposto na pesquisa (ZHENG Z.; XU, 2014).

A abordagem proposta combina uma fase de construção de soluções por meio da heurística GRASP que é considerada um bom método para exploração global do espaço de estados do problema. Entretanto, as soluções geradas na primeira fase podem e, de acordo com os autores, comumente estão em um dos diversos ótimos locais do problema. Por esse motivo uma segunda fase de otimização é obtida com um procedimento de busca local baseado no algoritmo VND.

O espaço de busca explorado para obter as soluções iniciais está restrito à regiões factíveis devido ao alto custo computacional envolvido em corrigir soluções infactíveis. A codificação de uma solução é obtida com a geração de uma permutação entre todos os clientes (simulando uma solução para o problema do caixeiro viajante) e uma fase de separação dessa permutação em vários pequenos subgrupos de clientes (cada um deles análogo a um problema de roteamento de veículos) associados a um satélite. Na fase de otimização, os subgrupos formados após a separação passam por uma fase de busca local para otimizar a sequência de visitas.

A heurística GRASP+VND apresentou resultados superiores a outras heurísticas da literatura com relação a tempo de execução e qualidade das soluções em instâncias de até 50 clientes. Os autores pontuam ainda que a simplicidade de implementação pode ser considerada como uma vantagem do método.

Ao contrário dos demais artigos citados, o trabalho desenvolvido em (BELGIN O. ; KARAOGLAN, 2018) aborda o problema de roteamento de veículos em dois níveis com coleta e entrega simultânea (do inglês, *two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery problem* [2E-VRPSPD] ). Os autores apresentam a modelagem matemática do problema e também um conjunto de inequações. O método proposto é uma heurística de Descida em Vizinhança Variável com busca local (VND-LS) similar à solução proposta no artigo (ZHENG Z.; XU, 2014). Para realizar os testes as instâncias utilizadas no artigo (CRAINIC, 2008) são adaptadas para o contexto de coleta e entrega.

A breve revisão apresentada mostra que a decomposição do problema em variantes menos complexas é uma estratégia frequentemente utilizada para reduzir a complexidade. Além disso, diversos autores apresentam modelagens e relaxações diferentes para a mesma estrutura básica de problema, indicando que o problema tem diversas características que podem ser exploradas sob diferentes perspectivas em busca de metodologias eficientes. Também é possível observar nas pesquisas que não são utilizadas estruturas complexas para representar uma solução completa para o problema, a maioria das soluções são baseadas em estratégias construtivas que produzem partes da solução combinando algoritmos exatos e heurísticas até a composição de uma solução completa. Após os primeiros anos de pesquisa na área, as heurísticas começaram a surgir como uma importante alternativa para tratar instâncias maiores e algumas variantes do problema básico. O sucesso das heurísticas está frequentemente relacionado com etapas de busca local, indicando que o caráter altamente combinatório do problema aumenta a dificuldade de lidar com ótimos locais.

A próxima seção é dedicada aos métodos heurísticos baseados em população. As estratégias utilizadas para representar o problema recebem atenção especial por influenciarem nas decisões tomadas durante o desenvolvimento do algoritmo dessa pesquisa.

### 2.1.3.2 Heurísticas Baseadas em População para 2E-VRP

A pesquisa (ZHONG X. ; JIANG, 2017) utiliza o ABCGA como estratégia de solução para o 2E-VRP sem restrições adicionais. A contribuição mais relevante do artigo para essa pesquisa é a codificação de solução proposta, que abrange todas as etapas do problema em apenas uma estrutura.

A codificação proposta pelos autores é baseada em um vetor bidimensional de  $2+n_s$  linhas (sendo  $n_s$  o número de satélites utilizados na solução). A primeira linha é composta pelas rotas de primeiro nível da solução, a segunda linha contém informações sobre a demanda acumulada nos satélites e as demais linhas se referem ao conjunto de rotas que partem de cada satélite. A estrutura da codificação pode ser vista na Figura 5.

A sequência de passos para a solução do problema combina uma fase de geração de rotas para primeiro e segundo nível por meio do algoritmo de colônia de formigas, fases de melhoria por meio de operadores de destruição/reparo aplicados a clientes e satélites e uma fase de otimização das rotas de segundo nível por meio de operadores genéticos de seleção, cruzamento e mutação. Considerando que algoritmos genéticos são considerados primordialmente eficientes para exploração global do espaço de busca, como pode-se verificar nos cenários explorados no livro (JONG, 2006), a estratégia de aplicar operadores genéticos apenas para otimizar rotas de segundo nível parece não ser a mais adequada. Entretanto, o algoritmo proposto obteve resultados bastante positivos quando comparado



com os trabalhos (HEMMELMAYR V. C. ; CORDEAU, 2012) e (ZHENG Z.; XU, 2014) em instâncias de até 51 clientes.

<i>dep0</i>	<i>sat2</i>	<i>dep</i>	<i>sat1</i>	<i>dep</i>	<i>dep0</i>									
		0		0										
0	1150	0	1100	0	0									
	0		0											
<i>sat-1</i>	<i>cus1</i>	<i>cus 2</i>	<i>cus 5</i>	<i>cus 7</i>	<i>cus 9</i>	<i>cus 6</i>	<i>sat-1</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>sat-1</i>
								3	4	11	13	10	8	
<i>sat -</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus -2</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>cus</i>	<i>sat -</i>			
2	16	14	12	15	18		17	20	21	19	2			

Figura 5: Exemplo de codificação para o problema 2E-VRP proposta em (ZHONG X. ; JIANG, 2017)

Uma variante recentemente abordada pela pesquisa (ZHOU L. ; BALDACCI, 2018) diz respeito a distribuição na última milha. Neste contexto, os autores exploram o 2E-VRP no qual os clientes podem optar por receber seu produto em casa ou buscá-lo em uma instalação intermediária próximo. Esta categoria de problema de transporte está diretamente relacionada com o comércio eletrônico. A estrutura do problema pode ser vista na Figura 6, onde os quadrados representam os depósitos, os triângulos são os satélites, os círculos são os clientes e os hexágonos são as instalações de coleta. A estratégia de solução proposta é um HMPG.

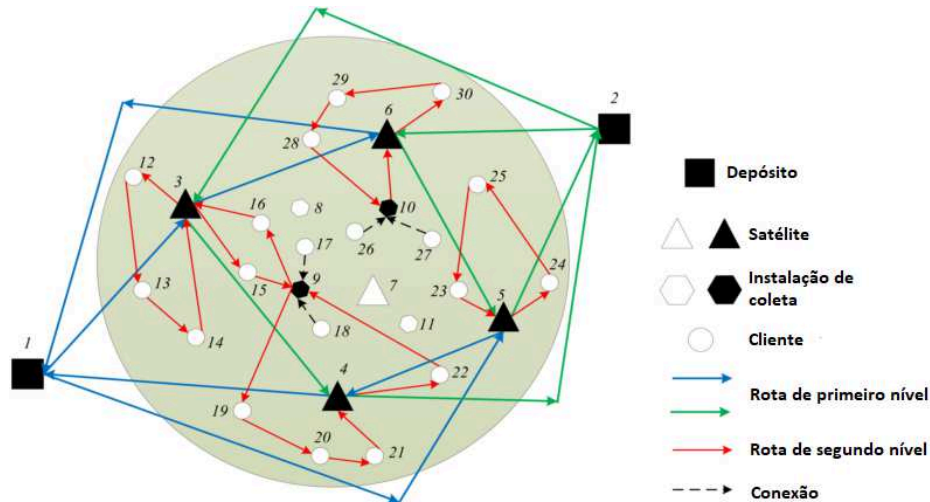


Figura 6: Estrutura do problema 2E-VRP com a variante de última milha apresentado em (ZHOU L. ; BALDACCI, 2018)

A codificação de soluções proposta na pesquisa se baseia em três estruturas principais, como pode ser observado na Figura 7 que mostra uma solução para a estrutura apresentada na Figura 6. O primeiro vetor tem os valores destacados em amarelo representando de qual depósito partem as primeiras rotas e a sequência de valores são os satélites visitados a

partir daquele depósito, com o valor 0 sendo usado para separar as rotas. A matriz de três linhas tem, na primeira linha, os satélites que atendem cada um dos clientes da terceira linha e a segunda linha representa qual a opção de entrega escolhida para os clientes, com os valores diferentes de zero indicando que aquele cliente escolheu pegar seu pedido em uma das instalações de coleta. O terceiro vetor apresenta a mesma estrutura do primeiro, porém, para permutações de clientes e satélites (em amarelo), também com o valor 0 sendo utilizado para separar as rotas.

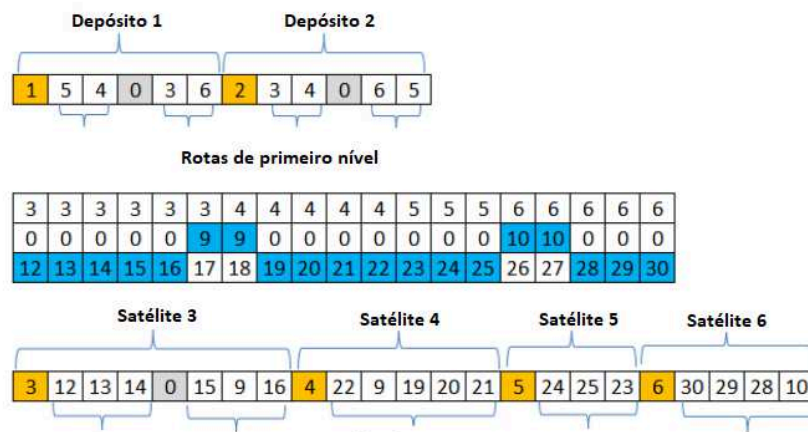


Figura 7: Codificação da solução para a estrutura de problema apresentada na Figura 6 da pesquisa (ZHOU L. ; BALDACCI, 2018)

A estrutura do algoritmo se baseia em um conjunto de populações das quais fazem parte somente indivíduos factíveis e uma população composta apenas por soluções infactíveis. Qualquer nova solução gerada é avaliada e direcionada para uma população factível ou infactível e, em momentos aleatórios durante a evolução, soluções infactíveis são usadas nos cruzamentos sob a premissa de inserção de variabilidade genética (objetivo também alcançado pelo uso de múltiplas populações independentes). Nove possibilidades de inserção e remoção de clientes, satélites e instalações intermediárias de coleta são usadas na estratégia de busca local que otimiza os indivíduos. Por fim, outra importante estratégia em algoritmos evolutivos aplicados a problemas com alto grau combinatório é a imigração, neste caso, o melhor indivíduo gerado entre todas as populações é compartilhado para as demais para auxiliar na convergência.

Apesar de considerar um problema de transporte de apenas um nível, o artigo (MATEI O. ; POP, 2015) apresenta um algoritmo genético combinado com heurísticas para criação de imigrantes que se mostra importante para essa pesquisa. O contexto explorado é de um problema de roteamento de veículos heterogêneos (do inglês, *Heterogeneous Vehicle Routing Problem* [HVRP]), no qual o grupo de veículos disponível para roteamento tem valores distintos para capacidade, custo fixo e custo variável.

No referido artigo são apresentadas estratégias heurísticas para criar imigrantes que vão compor a população, eliminando a necessidade de manter múltiplas populações no algoritmo. Além dessa estratégia, seis tipos de busca local são utilizadas para auxiliar na otimização das soluções. Os resultados obtidos pela pesquisa reforçam a importância da variabilidade gerada por imigrantes e das buscas locais como forma de melhorar a convergência do algoritmo. O esquema da solução apresentada é ilustrado na Figura 8 e é importante por ter apresentado sucesso em um contexto de frota heterogênea.

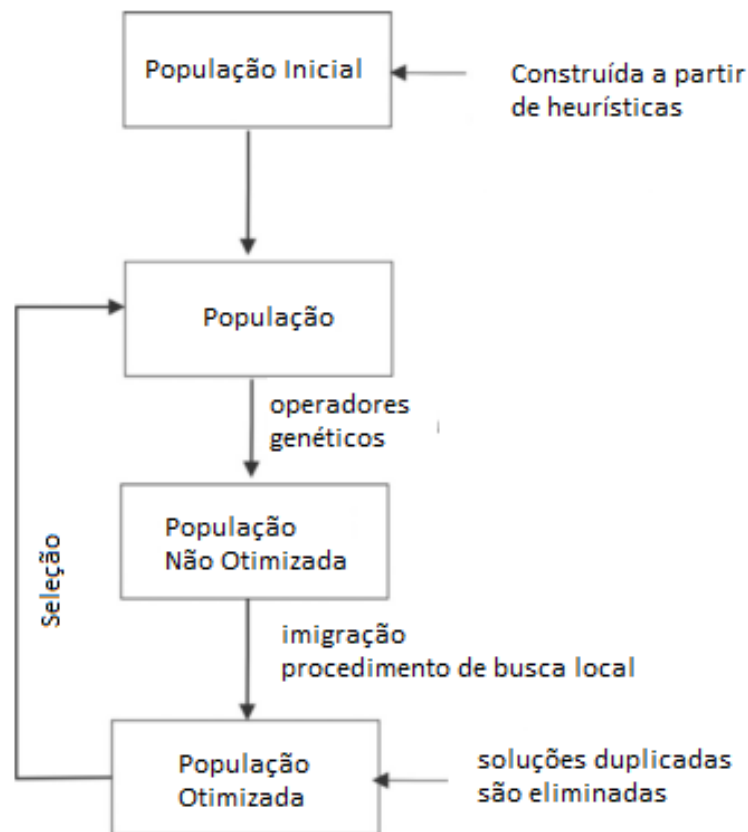


Figura 8: Esquema de solução para um problema de roteamento de veículos heterogêneos usando um algoritmo memético proposto no artigo (MATEI O. ; POP, 2015)

Outro artigo que não trata de uma variante do 2E-VRP, mas que também se mostra importante para este contexto, é o trabalho (VIDAL T. ; CRAINIC, 2012) que aborda o problema de roteamento de veículos periódico com múltiplos depósitos e restrições de duração de rota. Como visto anteriormente, vários autores adotam a estratégia de decompor o segundo nível de um 2E-VRP em MDVRP, tornando a solução do problema uma tarefa menos complexa. A estratégia apresentada é um algoritmo genético híbrido com controle adaptativo de diversidade (do inglês, *Hybrid Genetic Search with Adaptive Diversity Control* [HGSADC]).

Dentre os pontos mais importantes a serem destacados na abordagem estão:

- O uso de um grande vetor com a permutação dos clientes como estratégia de representação de rotas (utilizando um valor específico com terminador de rotas).
- Separação de populações factíveis e infactíveis para garantia de diversidade.
- Um conjunto de heurísticas de busca local para melhoria das rotas geradas.
- Utilização do conceito de penalidade para os indivíduos que não atendem todas as restrições do problema.

Os autores explicam que a representação de indivíduos usada, apesar de simples, exige medidas complexas para segmentação, para evitar que a transformação do "tour" em várias rotas não produza combinações ruins. O uso de soluções não factíveis, as buscas locais e a penalização de indivíduos são consideradas estratégias bem sucedidas para convergência.

A pesquisa (ESMAEILI M. ; SAHRAEIAN, 2018) utiliza a estratégia NSGA-II para um 2E-VRP multiobjetivo. O problema abordado considera a minimização de custos de transporte, tempo de espera de clientes e emissão de CO<sub>2</sub>. A estratégia NSGA-II é comparada com a estratégia MOPSO.

A representação de soluções é feita por dois vetores de permutações, com satélites e depósito para o primeiro nível e satélites e clientes para o segundo nível. O resultados obtidos demonstram que com o crescimento das instâncias a seleção não dominante do algoritmo NSGA-II faz com que a performance do método seja muito mais eficiente do que a do MOPSO, principalmente devido ao aumento da diversidade genética.

Por fim, a pesquisa (WANG K.; LAN, ) apresenta um algoritmo genético para solucionar um 2E-VRP com demandas estocásticas. Na Figura 9 pode-se observar a estrutura de representação de soluções proposta pelos autores. Cada um dos vetores dinâmicos mostrados representa uma rota de segundo nível, sendo que o primeiro e o último valor são referentes ao satélite de onde a rota parte e onde ela termina. Essa representação é a mais intuitiva dentre as apresentadas nessa revisão. Os autores utilizaram ainda uma função que gera as rotas de primeiro nível com base nas de segundo nível, ou seja, as rotas dos veículos que saem do depósito em direção aos satélites só são geradas quando é necessário calcular a avaliação de uma solução.

Os autores apresentam ainda uma estratégia de cruzamento baseado em cópia de rotas que é aderente ao referido modelo de representação e que serviu como base para a estratégia apresentada no capítulo 4 desta pesquisa. As operações de mutação são baseadas em dois tipos de buscas locais que são escolhidas estocasticamente para melhorar as soluções.

1	9	16	7	13	25	1
2	20	11	10	15	2	
3	22	19	21	3		
4	17	14	18	6	4	
5	8	24	12	26	5	

Figura 9: Codificação das rotas de segundo nível de um 2E-VRP apresentada em (WANG K.; LAN, )

#### 2.1.4 Resumo dos Conceitos Apresentados na Revisão

Um resumo da revisão apresentada pode ser visto na Tabela [2.1.4](#).

Tabela 1: Revisão das Abordagens para Solução de Variantes do 2E-VRP

Artigo	Tipo de Problema	Tipo de Frota	Modelo Matemático	Multi-Objetivo	Abordagem
(CRAINIC, 2008)	2E-VRP	Homogênea	Não	Não	Heurísticas Baseadas em Agrupamento
(PERBOLI G.; TADEI, 2011)	2E-VRP	Homogênea	Sim	Não	Heurísticas Matemáticas
(BALDACCI R.; MINGOZZI, 2013)	2E-VRP	Homogênea	Sim	Não	Algoritmo Exato
(HEMMELMAYR V. C. ; CORDEAU, 2012)	2E-VRP	Homogênea	Não	Não	Heurística de Busca de Vizinhaça Adaptativa
(ZHENG Z.; XU, 2014)	2E-VRP	Homogênea	Sim	Não	Busca Gulosa Aleatória e Adaptativa + Descida em Vizinhaça Variável
(BELGIN O. ; KARAOGLAN, 2018)	2E-VRPSPD	Homogênea	Sim	Não	Descida em Vizinhaça Variável + Busca Local
(ZHONG X. ; JIANG, 2017)	2E-VRP	Homogênea	Não	Não	Colônia de Formigas Artificial + Algoritmo Genético
(ZHOU L. ; BALDACCI, 2018)	MD-2E-VRP-DO	Homogênea	Sim	Não	Algoritmo Genético com Múltiplas Populações
(ESMAEILI M. ; SAHRAEIAN, 2018)	2E-VRP	Homogênea	Sim	Sim	Algoritmo Genético com Seleção Não-Dominante
(WANG K.; LAN, )	2E-VRPSD	Homogênea	Sim	Não	Algoritmo Genético + Buscas Locais

É importante notar que nenhuma das pesquisas mais relevantes até o presente momento considera frotas heterogêneas, a maioria utiliza objetivo simples (minimização de custos de transporte) e apresentam modelagens matemáticas. No que diz respeito as heurísticas de trajetória única e métodos exatos, a abordagem principal se baseia na decomposição das fases do problema. Os algoritmos baseados em população apresentam codificações de solução mais elaboradas, fazem uso de buscas locais, indivíduos imigrantes e permitem soluções infactíveis durante a evolução. Em todos os casos, os autores consideram que os satélites são capacitados, ou seja, não é necessário vincular exatamente a carga entre veículos de primeiro e segundo nível, pois as cargas ficam armazenadas em infraestruturas físicas nos satélites.

Com base nisso, a presente pesquisa cobre uma das carências da área por analisar um problema real vivenciado por empresas do ramo atacadista. A variante abordada tem como diferenciais as frotas heterogêneas nos dois níveis e os satélites não capacitados, que exigem a criação de uma nova abordagem para conectar os níveis. Os detalhes do problema abordado são descritos no Capítulo 3 enquanto os detalhes da solução são dados no Capítulo 4.

A Seção 2.2 descreve os conceitos básicos sobre a técnica de computação evolutiva essencial para o desenvolvimento da solução apresentada no Capítulo 4 e discorre brevemente sobre as ferramentas Localsolver e Weka.

## 2.2 Ferramentas e Técnicas Computacionais Utilizadas

Nesta seção, em primeiro lugar, são descritos os conceitos básicos sobre Algoritmos Genéticos (AG) e, posteriormente, são descritas as ferramentas Weka e Localsolver, utilizadas no decorrer do trabalho.

### 2.2.1 Algoritmos Genéticos

Como descrito nas pesquisas (GOLDBERG, 1989) e (RUSSELL S. J. ; NORVIG, 2009), a resolução de problemas por meio de busca é extensamente abordada na área de Inteligência Artificial. Essa abordagem se baseia na definição do problema e na definição de passos à serem executados por um agente em busca de uma solução para o problema. As buscas são divididas normalmente em buscas sem informação e com informação. As buscas sem informação trabalham gerando sistematicamente novos estados (de um problema modelado) e comparando-os com o objetivo. Porém, tais modelos se mostram bastante ineficientes na maioria dos problemas que envolvem um espaço de busca grande. Já as

buscas com informação, que utilizam conhecimentos específicos do problema, podem encontrar soluções mais eficientes varrendo grandes espaços de busca.

No contexto da presente pesquisa a definição de conjuntos de rotas para um problema de transporte é um exemplo de busca, que tem por objetivo varrer o espaço de estados constituído de todas as possíveis combinações de clientes e veículos para atender os clientes passando por depósitos e satélites. O espaço de busca descrito é consideravelmente complexo devido a quantidade exponencial de combinações (influenciadas diretamente pelos diferentes veículos das duas frotas e as demais restrições envolvidas), portanto, utilizar estratégias de busca matemáticas se torna complexo para instâncias grandes considerando muitas restrições reais.

Os Algoritmos Genéticos são inspirados pela biologia evolucionária e realizam buscas (com informação) que exploram o espaço de estados (do modelo de um problema) sem explorar de maneira sistemática cada caminho possível. As buscas são realizadas de forma global no espaço de estados. Como descrito na pesquisa (JONG, 2006), um AG é considerado um método altamente eficiente em varrer de forma global o espaço de busca de um problema, entretanto, costuma não apresentar a mesma eficiência em problemas que exigem ajustes finos nas soluções.

De maneira geral, um Algoritmo Genético codifica as variáveis de decisão de um problema como cadeias de caracteres de um alfabeto (ou alguma estrutura alternativa) de tamanho finito. Essas cadeias ou estruturas são conhecidas como cromossomos ou indivíduos e são candidatos a solucionar o problema. Cada parte da estrutura que representa um cromossomo é conhecido como gene e o valor de cada gene é um alelo. No problema do caixeiro viajante (amplamente conhecido na computação), por exemplo, teríamos um cromossomo sendo uma rota, as cidades seriam os genes e as distâncias seriam os alelos. Ou seja, no exemplo mais especializado de problema de transporte (por termos apenas um veículo percorrendo as cidades) temos um grande vetor que representa uma solução por meio da permutação de clientes. Quanto mais restrições são inseridas no problema, mais complexo tende a ser o modelo de representação adotado, como mostrado anteriormente neste capítulo. Essa codificação, por sua vez, tem influência direta nos operadores genéticos descritos a seguir.

Outro componente essencial para o funcionamento de um Algoritmo Genético é a função de avaliação (do inglês, *fitness function*). A função de avaliação é a maneira com a qual é possível determinar se uma solução é ou não boa para atingir os objetivos. As avaliações são usadas para guiar o algoritmo em busca de melhores soluções.

Todo o conceito de Algoritmos Genéticos se baseia na existência de uma população. Um número pré-definido de soluções candidatas à resolver o problema compõe a população do Algoritmo Genético. O tamanho da população do AG afeta diretamente na escalabilidade e o desempenho do algoritmo, sendo assim, é importante definir corretamente o tamanho



da população para resolução de um problema, lembrando que uma população pequena pode causar convergência prematura e uma grande pode causar desperdício de recursos computacionais. O impacto de diferentes tamanhos de população é demonstrado na pesquisa (JONG, 2006). Evoluções no contexto de AG's contemplam o uso de múltiplas populações que evoluem ao mesmo tempo e compartilham indivíduos, chamados de imigrantes, para melhorar a diversidade das soluções nas populações. Uma discussão mais aprofundada sobre esquemas de múltiplas populações e indivíduos imigrantes para o contexto desta tese pode ser vista nos Capítulos 4 e 5.1.

O trabalho (GOLDBERG, 1989) divide a execução de um Algoritmo Genético no seguintes passos:

- Inicialização:

O primeiro passo de execução é a criação de uma população inicial (normalmente em um processo aleatório). Em algumas situações é possível usar informações específicas do problema para gerar a população inicial.

- Avaliação:

Após a criação da população inicial, os indivíduos são avaliados e cada um recebe seu valor de fitness que será necessário em outros passos da execução.

- Seleção:

Nessa fase os indivíduos que serão usados na etapa de cruzamento são selecionados. Existem diversos procedimentos de seleção como, por exemplo, seleção por roleta, seleção estocástica, seleção ranqueada e seleção por torneio.

- Recombinação ou Cruzamento (do inglês, *crossover*):

Nessa etapa do processo duas ou mais (dependendo da estratégia de recombinação) partes dos pais selecionados na etapa anterior são recombinados com o objetivo de criar filhos (soluções) mais aptos para resolver o problema. Os filhos são uma mistura de características dos pais selecionados e a estratégia de recombinação escolhida define como soluções diferentes podem ser criadas.

- Mutação:

A etapa de recombinação envolve duas soluções candidatas, já a etapa de mutação ocorre aleatoriamente e modifica a estrutura de apenas uma solução candidata. Assim como a recombinação existem várias maneiras de se realizar a etapa de mutação em um Algoritmo Genético.

- Substituição:

Na etapa de substituição, os filhos criados por meio de seleção, recombinação e mutação substituem pais presentes na população. Assim como na seleção, na etapa de substituição existem diferentes métodos que podem ser adotados.

- Condição de Parada:

As etapas de 2 a 6 são repetidas até que uma condição de parada seja atingida pelo algoritmo. Dois exemplos de condição de parada são: número de gerações, quando se define um número fixo de gerações que serão executadas, e definição de uma função de avaliação, que quando atendida por uma solução candidata, provoca o término da execução do algoritmo.

Esclarecimentos mais aprofundados sobre Algoritmos Genéticos podem ser obtidos nos trabalhos (JONG, 2006) e (GOLDBERG, 1989).

### 2.2.2 Método Caixa Preta para Solução de Otimização: Local-solver

O artigo (BENOIST T. ; ESTELLON, 2011) apresenta uma versão inicial da ferramenta Localsolver, chamada de método de caixa preta para resolução de problemas combinatórios. De acordo com os autores, a ferramenta é guiada pelo seguinte princípio: a ferramenta deve ser compatível com os objetivos de um estudioso de problemas combinatórios, permitindo uma solução direta e eficiente que tem como pilar a modelagem do problema.

Para permitir a modelagem dos problemas combinatórios os autores foi desenvolvido um formalismo de modelagem nomeado programação de busca local (do inglês, *Local Search Programming* [LSP]). O formalismo é similar ao modelo de programação inteira 0-1, porém, também conta com alguns operadores matemáticos famosos, fazendo com que a ferramenta seja mais simples de ser utilizada por matemáticos e estudiosos práticos da área de pesquisa operacional.

Um modelo na linguagem LSP é constituído de: variáveis de decisão, variáveis intermediárias, restrições e objetivos. A definição dos componentes do modelo é feita por meio de operadores funcionais tornando a linguagem limpa e direta.

Outro componente essencial da ferramenta é a busca local autônoma que pode ser executada por um método padrão de busca descendente ou utilizando a heurística de recozimento simulado. A partir da definição da estratégia a ser usada na busca e do modelo que deve ser executado (com as restrições, objetivos e variáveis corretas) o programa executa de forma autônoma a busca por um número definido de iterações ou até um limite de tempo. Os autores afirmam que o objetivo da ferramenta é manter a busca em soluções

factíveis durante todas as iterações e executar intensas buscas locais para construção passo-a-passo de uma boa solução.

No Capítulo 5 são apresentados resultados da ferramenta que demonstram que a estratégia de manter a busca em espaço factível e a impossibilidade de realizar grandes configurações na heurística de solução podem ser impeditivos para o sucesso da ferramenta em contextos altamente combinatórios.

### 2.2.3 *Waikato Environment for Knowledge Analysis (WEKA)*

A ferramenta WEKA foi iniciada em um projeto do ano de 1992 com o objetivo de unificar o acesso a uma grande gama de ferramentas de aprendizado de máquina, como descrito no artigo (AL, 2009). Dentre os diversos algoritmos disponíveis na ferramenta, os mais relevantes para esta pesquisa são os utilizados em tarefas de agrupamento. Essa tarefa é particularmente importante devido à característica de múltiplos níveis de transporte relacionada ao problema tratado nesta tese, que demanda o posicionamento eficiente das estruturas intermediárias. Neste sentido, uma ferramenta que possui vários algoritmos de agrupamento simplifica a realização de testes que possam definir a estratégia mais relevante para o posicionamento das estruturas.

Ainda segundo os autores, a ferramenta ganhou destaque com o passar dos anos até se tornar uma referência para pesquisadores que buscam acesso a algoritmos de aprendizado de máquina que possam simplificar as pesquisas e gerar resultados replicáveis por outros autores. Este é outro ponto relevante para o contexto desta tese, considerando que ao referenciar o tipo de algoritmo utilizado para agrupamento e a configuração utilizada, permite-se que outros autores possam replicar e validar esta tarefa no contexto deste trabalho.

A *interface* gráfica do WEKA propicia o acesso a funcionalidades de limpeza de dados, seleção e configuração de diversos parâmetros de algoritmos de mineração de dados e até a visualização de gráficos dos resultados obtidos nas análises executadas.

Por fim, a principal motivação para utilizar a ferramenta no contexto desta pesquisa era garantir que demais pesquisadores pudessem validar os resultados dos agrupamentos criados para posicionar estruturas intermediárias nas instâncias do problema 2E-HVRP propostas nesta tese. Este contexto é detalhado no Capítulo 5.1 desta pesquisa.



---

## Estrutura do Problema

Este capítulo foi dividido em uma seção que apresenta as principais características do problema estudado e uma seção que formaliza a estrutura por meio de um modelo matemático.

### 3.1 Características Gerais do 2E-HVRP

O problema abordado nesta pesquisa envolve o roteamento de dois conjuntos de veículos: os de primeiro nível são responsáveis por levar mercadorias de um depósito central para um ou mais satélites (instalações intermediárias) que são usados para atividades de transbordo, os de segundo nível coletam as mercadorias dos veículos de primeiro nível, nos satélites, e leva até os clientes finais. O problema real conta ainda com uma terceira fase, onde diversos varejistas são atendidos nas cidades, entretanto, esta pesquisa trata apenas da fase de transporte entre depósito e satélites e entre satélites e as cidades onde diversos clientes seriam atendidos.

Algumas das motivações para estudar e otimizar a rede de distribuição descrita aqui são: diferenças entre os impostos de cada estado brasileiro, pedágios, custo envolvido em criar e manter infraestrutura física de satélites e regulamentações de tráfego em grandes cidades. Adotando a rede de distribuição com satélites não capacitados e conectando veículos de segundo e primeiro nível via transbordo direto é possível remanejar a rede de distribuição de forma mais fácil e também evitar vários custos que surgiriam se fossem usadas estruturas físicas.

O objetivo da otimização é diminuir a distância que os veículos de ambos os níveis precisam percorrer para abastecer os clientes. Se a empresa lidar com problemas de aumento de tráfego em cidades específicas, é possível remanejar os satélites próximos e melhorar o desempenho da rede.

A estratégia atual da empresa para lidar com o problema é criar separadamente as rotas dos dois níveis, sem considerar conjunto das etapas para computar o custo global do sistema. Além disso, para simplificar o roteamento, cada cidade (aqui chamada de cliente) é atribuída para um satélite de forma fixa. Mesmo com o comportamento dinâmico das compras em diferentes semanas, se um cliente está designado para um satélite, esse agrupamento não pode ser rompido para gerar rotas mais eficientes.

Outra simplificação observada durante o estudo é que os veículos de primeiro nível estão restritos a atender apenas um satélite. Para tornar essa estratégia viável, a demanda dos clientes é acumulada até que, no mínimo, o menor veículo de primeiro nível possa sair com uma ocupação alta para levar as mercadorias.

Com base no contexto descrito a partir das observações reais do problema enfrentado pela empresa, seguem os detalhes da estrutura do problema:

- A única estrutura física com capacidade de armazenamento de bens é o depósito principal, de onde partem todos os veículos de primeiro nível.
- O número de satélites é fixo e conhecido. O acordo feito entre a empresa e postos de combustível envolve a cessão de uma área de transbordo em troca do abastecimento de todos os veículos que passarem pelo satélite. Os próprios motoristas são responsáveis pelo transbordo entre veículos.
- Um conjunto de clientes com demanda fixa, não sendo permitido dividir a entrega para um cliente.
- Frotas de primeiro e segundo nível contam com informações sobre quantidade de tipos de veículos, número de veículos de cada tipo, limite de capacidade, custos fixos e variáveis. Não se fixou o número de veículos por satélite, ou seja, a frota pode ser distribuída como for necessário nos satélites.
- Rotas de primeiro nível são realizadas por veículos de primeiro nível que começam no depósito, passam por um ou mais satélites (realizando transbordo com um ou mais veículos de segundo nível) e retornam para o depósito. Mais de um veículo de primeiro nível pode ser enviado para um mesmo satélite e não existe uma definição sobre restrição de capacidade para os satélites.
- Uma rota de segundo nível começa em um satélite, passa por um ou mais clientes e retorna para o satélite de origem.
- Todas as rotas percorridas são simétricas. Caso fosse considerado o terceiro nível, de distribuição para cada um dos varejistas dentro das cidades, seriam usadas rotas assimétricas.

- Os caminhões não podem ter suas capacidades excedidas, ou seja, a soma das demandas transportadas por um veículo não podem exceder o limite definido para seu tipo.
- O cálculo de custo das rotas foi feito utilizando distância euclidiana.
- Considera-se que os veículos de primeiro nível precisam ser ligados aos veículos de segundo nível com os quais vai ser realizada a atividade de transbordo. Um veículo de segundo nível deve ter a integralidade de sua carga transportada no mesmo veículo de primeiro nível. Se fosse permitido dividir essa carga entre mais veículos, diversos problemas reais relacionados com carregamento, janelas de horário e outras restrições deveriam ser tratadas. Os trabalhos futuros apresentados no Capítulo 6 tratam de variações relacionadas com tais restrições.

A solução do problema tem como objetivo a minimização do custo global das duas frotas, que é computado pela soma dos custos fixos e variáveis de cada veículo de ambos os níveis. A formalização da estratégia de computação do custo está descrita no Algoritmo 1. A variável  $N_f$  representa a lista de veículos de primeiro nível, a variável  $N_s$  representa o conjunto dos veículos de segundo nível, a variável  $Route(y)$  representa o cliente ou satélite visitado na posição  $y$  da rota. A variável  $R_{dist}$  representa a distância total de uma rota enquanto a variável  $T_{cost}$  é usada para armazenar o somatório das distâncias de todas as rotas de primeiro e segundo nível.

Um *framework* dos componentes do problema tratado nesta tese é apresentado na Figura 10.

A modelagem matemática do problema é apresentada na seção 3.2 como um complemento para a descrição previamente demonstrada.

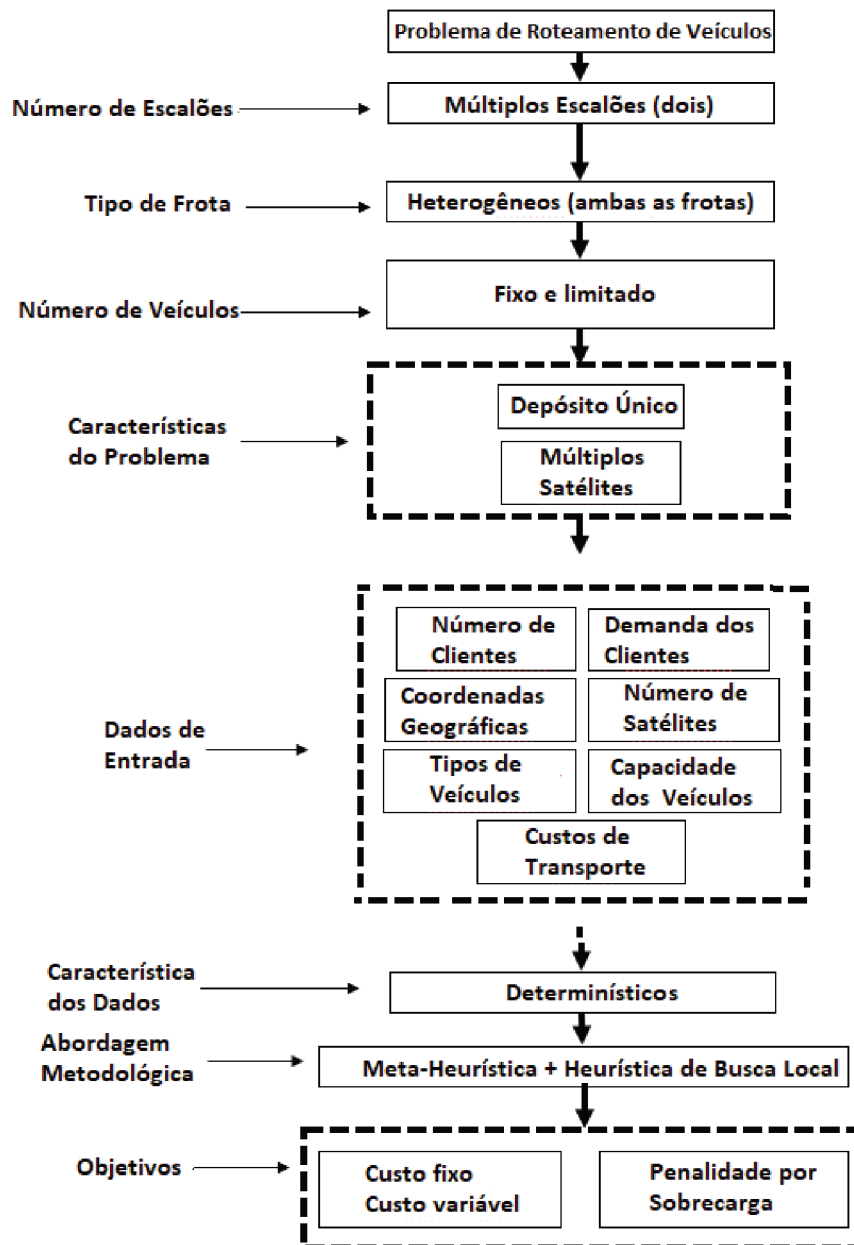


Figura 10: *Framework* ilustrativo dos componentes do problema 2E-HVRP inspirado no modelo de distribuição da empresa atacadista estudada



---

**Algoritmo 1** Pseudocódigo para computar o custo de uma solução

---

//percorre a lista de veículos de primeiro nível

**para**  $x \leftarrow 1$  **até**  $N_f$  **faça**

      $R_{dist} \leftarrow 0$ 

// percorre as rotas de primeiro nível (satélites + depósito)

**para**  $y \leftarrow 1$  **até**  $N_s + 1$  **faça**

          $R_{dist} \leftarrow euclidiana(Route(y) + Route(y + 1))$ 

     **fim para**

// Var representa o custo variável de um veículo

// Fix representa o custo fixo de um veículo

 $R_{dist} \leftarrow (R_{dist} * Var) + Fix$ 

      $T_{cost} \leftarrow T_{cost} + R_{dist}$ 
**fim para** // percorre a lista de veículos de segundo nível

**para**  $x \leftarrow 1$  **até**  $N_s$  **faça**

      $R_{dist} \leftarrow 0$ 

// percorre as rotas de segundo nível (clientes + satélites)

**para**  $y \leftarrow 1$  **até**  $N_c + 1$  **faça**

          $R_{dist} \leftarrow euclidiana(Route(y) + Route(y + 1))$ 

     **fim para**

      $R_{dist} \leftarrow (R_{dist} * Var) + Fix$ 

      $T_{cost} \leftarrow T_{cost} + R_{dist}$ 
**fim para**

 Retorna  $T_{cost}$ ;

---

## 3.2 Modelagem Matemática para o 2E-HVRP

O modelo matemático apresentado nesta seção é baseado nos trabalhos de (HEM-MELMAYR V. C. ; CORDEAU, 2012) e (BALDACCIO R.; BATTARRA, 2008). Como descrito no artigo (PERBOLI G.; TADEI, 2011), em problemas de transporte com dois níveis é fundamental que se defina uma estratégia para ligação dos dois níveis. Nesta tese o objetivo é ligar os dois níveis por meio da atribuição de um conjunto de veículos de segundo nível para realizarem transbordo com um veículo específico de primeiro nível, tendo em vista que não é possível armazenar, nem temporariamente, a carga de um veículo de primeiro nível nos satélites. Portanto, veículos de primeiro nível devem carregar integralmente a carga de clientes e essa carga também não pode ser dividida para mais de um veículo de segundo nível.

A Tabela 2 resume os componentes do modelo 2E-HVRP. Os principais componentes são:

- 1 O problema 2E-HVRP proposto pode ser descrito como um grafo não direcionado  $G = (V, A)$  onde  $V$  é um conjunto de vértices (composto de três subconjuntos mostrados nos itens 2, 3 e 4) e  $A$  é um conjunto de arestas.
- 2 O depósito  $V_0$  é o ponto de partida para os veículos de primeiro nível.
- 3 Um conjunto de satélites  $V_s = \{1, 2, \dots, n_s\}$  está disponível para a realização de atividades de transbordo. O número de satélites  $n_s$  é fixo e conhecido.
- 4 O conjunto de clientes  $V_c = \{1, 2, \dots, n_c\}$  é fixo e conhecido. O número de clientes é dado por  $n_c$  e cada um deles tem uma demanda associada  $d_i$  que não pode ser dividida.
- 5 A frota de primeiro nível é composta de  $t$  tipos diferentes de veículos, com  $T^1 = \{1, 2, \dots, t\}$ . Para cada tipo  $k \in T^1$ ,  $t_k$  veículos estão disponíveis no depósito, tendo uma capacidade  $Q_k$  que deve ser respeitada em qualquer solução que utilize o veículo, um custo fixo  $F_k$  e um custo variável (ou dependente)  $D_k$ . O custo fixo é uma representação de situações reais nas quais um veículo precisa ser contratado para exercer a atividade ou quando um funcionário terceirizado é contratado para dirigir esse veículo apenas quando ele é usado (caso mais similar ao deste estudo). Já o custo variável representa situações reais nas quais um veículo gasta mais combustível do que outro para percorrer a mesma distância, por diversas características relacionadas com o tipo de veículo.
- 6 A frota de segundo nível é composta de  $t$  tipos diferentes de veículos, com  $T^2 = \{1, 2, \dots, t\}$ . Para cada tipo  $l \in T^2$ ,  $t_l$  veículos estão disponíveis nos satélites (considera-se

que estão disponíveis em qualquer satélite), cada um com uma capacidade  $Q_l$ , um custo fixo  $F_l$  e um custo variável (ou dependente)  $D_l$ .

- 6 Uma rota de primeiro nível  $r_k$ , percorrida por um veículo  $k$ , começa no depósito  $V_0$ , visita um ou mais satélites (em cada um, serve um ou mais veículos de segundo nível) e retorna para o depósito. Não existem restrições de quantidade de veículos de primeiro nível que podem ser mandados para um satélite.
- 7 Uma rota de segundo nível  $r_l$ , percorrida por um veículo de segundo nível, parte de um satélite, passa por um ou mais clientes e retorna para o mesmo satélite.
- 8 As rotas são simétricas por contemplarem viagens realizadas em rodovias. Quando o modelo contempla viagens dentro de cidades, frequentemente adota-se um grafo dirigido como estrutura de representação, tendo em vista que algumas ruas não podem ser percorridas em ambos os sentidos. Essa situação é abordada no problema 2E-LRP apresentado no artigo (ZHAO Q.; WANG, 2017) e no problema 2E-VRP da pesquisa (HEMMELMAYR V. C. ; CORDEAU, 2012).
- 9 O custo entre um vértice  $i$  e um vértice  $j$  é dado por  $c_{ij}$ . Esse custo representa arestas entre depósito e satélite ou satélite para satélite (primeiro nível) ou ainda de satélite para cliente e entre clientes (segundo nível).
- 10 O somatório da demanda atendida por um veículo de primeiro nível  $k$  (soma das cargas de todos os veículos de segundo nível servidos) é representada por  $z^k$ .
- 11 O somatório da demanda atendida por um veículo de segundo nível  $k$  (soma das demandas dos clientes servidos) é representada por  $z^l$ .
- 12 A variável binária de fluxo  $x_{ij}^k$  recebe o valor 1 quando o aresta  $(i,j)$  é percorrido por um veículo de primeiro nível  $k$ .
- 13 A variável binária de fluxo  $x_{ij}^l$  recebe o valor 1 quando o aresta  $(i,j)$  é percorrido por um veículo de segundo nível  $l$ .
- 14 A variável de fluxo  $y_{ij}^k$  especifica a quantidade de carga que um veículo de primeiro nível  $k$  quando ele sai de um satélite  $i$  to para servir um conjunto de veículos de segundo nível no satélite  $j$ .
- 15 A variável de fluxo  $y_{ij}^l$  especifica a quantidade de carga que um veículo de segundo nível  $l$  quando ele sai de um cliente  $i$  para servir um cliente  $j$ .
- 16 A variável binária  $a_i^{kl}$  tem o valor 1 quando um veículo de primeiro nível  $k$  serve um veículo de segundo nível  $l$  em um satélite  $i$ .

Tabela 2: Definições e Notações da Estrutura do 2E-HVRP

$V_0$	Depósito
$V_s = \{1, 2, \dots, n_s\}$	Conjunto de satélites
$V_c = \{1, 2, \dots, n_c\}$	Conjunto de clientes
$T^1 = \{1, 2, \dots, t\}$	Conjunto de tipos de veículos de primeiro nível
$T^2 = \{1, 2, \dots, t\}$	Conjunto de tipos de veículos de segundo nível
$n_s$	Número de satélites
$n_c$	Número de clientes
$t^k$	Número de veículos de primeiro nível de tipo k disponíveis no depósito
$t^l$	Número de veículos de primeiro nível de tipo l disponíveis nos satélites
$Q_k$	Capacidade de um veículo de primeiro nível de tipo k
$Q_l$	Capacidade de um veículo de segundo nível de tipo l
$D_k$	Custo variável de um veículo de primeiro nível de tipo k
$D_l$	Custo variável de um veículo de segundo nível de tipo l
$F_k$	Custo fixo de um veículo de primeiro nível de tipo k
$F_l$	Custo fixo de um veículo de segundo nível de tipo l
$d_i$	Demanda do cliente i
$c_{ij}$	Custo da aresta (i, j)
$r_k$	Rota percorrida por um veículo de primeiro nível de tipo k
$r_l$	Rota percorrida por um veículo de segundo nível de tipo l
$z^k$	Somatório da carga de um veículo de primeiro nível de tipo k
$z^l$	Somatório da carga de um veículo de segundo nível de tipo l
$y_{ij}^k$	Carga de um veículo de primeiro nível de tipo k ao deixar um depósito ou satélite i para servir veículos de segundo nível em um satélite j
$y_{ij}^l$	Carga de um veículo de segundo nível de tipo l ao deixar um cliente ou satélite i para servir um cliente j
$x_{ij}^k$	Variável binária que recebe 1 se a aresta (i,j) é percorrido por um veículo de primeiro nível de tipo k
$x_{ij}^l$	Variável binária que recebe 1 se a aresta (i,j) é percorrido por um veículo de segundo nível de tipo l
$H_{ij}^1$	Fluxo na aresta de primeiro nível (i,j)
$H_{ijk}^2$	Fluxo na aresta de segundo nível (i,j) que vem do satélite k
$a_j^{kl}$	Variável binária que recebe 1 se um veículo de primeiro nível de tipo k serve um veículo de segundo nível de tipo l no satélite j
$G_j^k$	Variável binária que recebe 1 se um cliente $C_j$ é atendido a partir de um satélite k

A partir da estrutura mostrada para o problema, a Equação 3.1 formaliza a função para a avaliação da solução, considerando custos fixos e variáveis de ambas as frotas:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k \in T^1} F_k \sum_{j \in V_s} x_{0j}^k + \sum_{k \in T^1} \sum_{i, j \in V_s, i \neq j} c_{ij} x_{ij}^k D_k + \\ & \sum_{l \in T^2} F_l \sum_{h \in V_s, w \in V_c} x_{hw}^l + \sum_{l \in T^2} \sum_{h, w \in V_c, h \neq w} c_{hw} x_{hw}^l D_l \end{aligned} \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{l \in T^2} \sum_{i \in V_s \cup V_c} x_{ij}^l = 1, \quad \forall j \in V_c \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in V_s \cup V_c} x_{ip}^l - \sum_{j \in V_s \cup V_c} x_{pj}^l = 0, \quad \forall p \in V_c, \forall l \in T^2 \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in V_s} x_{0j}^k \leq t_k, \quad \forall k \in T^1 \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in V_s, j \in V_c} x_{ij}^l \leq t_l, \quad \forall l \in T^2 \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in V_s \cup V_c} y_{ij}^l - \sum_{p \in V_s \cup V_c} y_{jp}^l = d_j, \quad \forall j \in V_c, \quad \forall l \in T^2 \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in V_0 \cup V_s} y_{ij}^k - \sum_{p \in V_0 \cup V_s} y_{jp}^k = \sum_{l \in T^2} z^l a_j^{kl}, \quad \forall j \in V_s, \quad \forall k \in T^1 \quad (3.7)$$

$$y_{ij}^l \leq x_{ij}^l Q_l, \quad \forall i \in V_s, \forall j \in V_c, \forall l \in T^2 \quad (3.8)$$

$$y_{0i}^k \leq x_{ij}^k Q_k, \quad \forall i \in V_s, \forall k \in T^1 \quad (3.9)$$

$$y_{ij}^k \geq 0, \quad \forall i, j \in V_0 \cup V_s, i \neq j, \forall k \in T^1 \quad (3.10)$$

$$y_{ij}^l \geq 0, \quad \forall i, j \in V_s \cup V_c, i \neq j, \forall l \in T^2 \quad (3.11)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V_0 \cup V_s, i \neq j, \forall k \in T^1 \quad (3.12)$$

$$x_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V_s \cup V_c, i \neq j, \forall l \in T^2 \quad (3.13)$$

$$a_j^{kl} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in T^1, \forall l \in T^2, \forall j \in V_s \quad (3.14)$$

$$\sum_{i \in V_s \cup V_s, i \neq j} H_{ij}^1 - \sum_{i \in V_s \cup V_s, i \neq j} H_{ji}^1 = \begin{cases} L_j & j \neq depot \\ -L_j & j = depot \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\sum_{i \in V_c \cup ki \neq j} H_{ijk}^2 - \sum_{i \in V_c \cup ki \neq j} H_{jik}^2 = \begin{cases} G_j^k d_j & j \neq satélite \\ -L_j & j = satélite \end{cases} \quad (3.16)$$

Na formulação apresentada as restrições (3.2) e (3.3) definem que um cliente é visitado exatamente uma vez e que, se um veículo de segundo nível visita um cliente, ele também deve partir desse cliente para outro cliente ou um satélite.

As restrições (3.4) e (3.5) garantem que o número de veículos de primeiro nível de tipo k de segundo nível de tipo l não seja excedido.

A restrição (3.6) é de fluxo de mercadoria (do inglês, *commodity flow constraint*) e mostra que a diferença entre a quantidade de mercadoria que um veículo de segundo nível de tipo l carrega antes e depois de visitar um cliente é igual a demanda daquele cliente. A restrição de fluxo de mercadoria (3.7) especifica que a diferença na quantidade de carga de um veículo de primeiro nível de tipo k, antes e depois de visitar um satélite j, é igual a soma das cargas totais de todos os veículos de segundo nível atendidos por ele naquele satélite.

A restrição apresentada na Equação (3.8) garante que a quantidade de mercadorias carregadas por um veículo de segundo nível l ao deixar um satélite (primeiro vértice de uma rota de segundo nível) não excede a capacidade do mesmo. Da mesma forma, a Equação (3.9) define que a soma das cargas de veículos de segundo nível atendidos por um veículo de primeiro nível k não pode exceder sua capacidade.

As restrições (3.15) e (3.16) indicam que a diferença entre a demanda que sai e a que entra em um vértice é igual a demanda desse vértice, com exceção ao depósito, que tem como resultado a soma das demandas de todos os vértices e aos satélites, que tem como resultado o somatório das demandas dos clientes para os quais o transbordo foi feito naquele satélite. As restrições (3.15) e (3.16), respectivamente, impedem a presença de rotas que não contenham depósito ou satélites. Por exemplo, se existir uma rota de primeiro nível que passa pelos vértices  $i$ ,  $j$  e  $k$ , sendo que todos eles são satélites, não é possível obter valores que para as variáveis  $H_{ij}^1$ ,  $H_{jk}^1$  e  $H_{ki}^1$  que satisfaçam as restrições.

As restrições restantes definem não negatividade de valores para cargas de primeiro e segundo nível e especificam as variáveis binárias utilizadas.





---

# Algoritmo Memético Paralelo Baseado em Ilhas com Busca Local Lin-Kernighan (AMPI-LK) para o 2E-HVRP

O algoritmo proposto nesta tese pode ser usado tanto para solucionar o problema HVRP com apenas um nível quanto o com dois níveis. Para evitar repetição, apenas o método de dois níveis é detalhado, portanto, se o interesse for obter uma solução para um HVRP, deve-se apenas descartar os operadores usados para manipular frotas de primeiro nível (transbordo).

Um descrição geral de alto nível do escopo da solução é dada no Algoritmo 2. A referida abordagem começa pela geração de uma população inicial com  $N_i$  soluções. Durante o processo de evolução, aplica-se cruzamento, uma das três possibilidades de mutação pode ser aplicada (respeitando a taxa de mutação), executa a etapa de reparo de sobrecarga e, por último, tenta otimizar as rotas ainda não otimizadas. Durante a evolução, quando a melhor solução não muda por um número pré-definido de gerações, a taxa de mutação  $M_r$  aumenta até atingir um limite também pré-estabelecido  $M_l$ . O critério de parada é atendido se: o valor de  $M_l$  foi atingido e nenhuma variação de melhor solução foi encontrada ou um número pré-definido de gerações foi atingido.

---

**Algoritmo 2** Abordagem geral da estratégia AMPI-LK para o 2E-HVRP

---

Gera a população inicial

**enquanto** Enquanto critério de parada não é atingido **faça**

**para**  $x \leftarrow 1$   $N_i$  **faça**

*Seleciona dois indivíduos para cruzamento por torneio estocástico de duas fase*

*Executa cruzamento baseado em cópia de rotas com inserção aleatória de genes faltantes*

*Adiciona nos indivíduos na população*

*Remove as duas piores soluções*

**fim para**

**para**  $x \leftarrow 1$   $N_i$  **faça**

*Executa mutação intra-rotas para os veículos de primeiro nível limitado pela taxa de mutação*

*Executa mutação intra-rotas para os veículos de segundo nível limitado pela taxa de mutação*

*Utiliza o operador de mutação de satélites nas rotas de segundo nível limitado pela taxa de mutação*

**fim para**

**para**  $x \leftarrow 1$   $N_i$  **faça**

*Utiliza o operador de reparo de sobrecarga em ambas as frotas*

**fim para**

**para**  $x \leftarrow 1$   $N_i$  **faça**

*Executa a busca local Lin-Kernighan nas rotas que não estão no hashmap*

*Salva as rotas otimizadas no hashmap*

**fim para**

**fim enquanto**

Retorna a melhor solução encontrada;

---

## 4.1 Representação de Soluções - Cromossomo

Uma estratégia comum de representação de soluções no contexto de problemas de roteamento de veículos é a estratégia chamada por alguns autores de "vetor gigante", que consiste em uma grande permutação de clientes que representa a rota. Esta abordagem é comum para problemas de caixeiro viajante e, quando adotada em problemas com múltiplos veículos, necessita de uma estratégia para gerar as divisões na permutação. A pesquisa (MATEI O. ; POP, 2015) faz uso dessa representação para o contexto de um HVRP enquanto o artigo (ZHOU L. ; BALDACCI, 2018) também utiliza, mas no contexto de um 2E-VRP.

Apesar de ser uma estratégia simples de representação, o vetor de permutações costuma dificultar variações nos métodos de cruzamento, busca local e mutação. Por isso, esta tese expande a proposta apresentada em (WANG K.; LAN, ) para representar soluções, permitindo que sejam feitas variações nos outros operadores do algoritmo que dependem diretamente da representação escolhida.

O cromossomo proposto aqui utiliza um vetor para representar cada um dos veículos de segundo nível, composto por uma rota e o tipo do veículo utilizado. Um segundo vetor é dedicado aos veículos de primeiro nível, cada um deles é composto de uma sequência de índices de veículos de segundo nível e o tipo de veículo. Para identificar a rota percorrida por um veículo de primeiro nível, os satélites dos veículos de segundo nível (sem repetição) são buscados e sua ordem é otimizada por meio da busca local usando o algoritmo Lin-Kernighan. Como o número de satélites é reduzido quando comparado ao número de clientes, no começo da execução do algoritmo são produzidas combinações de satélites que são otimizadas e salvas na estrutura *hashmap*. Mais detalhes sobre o reaproveitamento de rotas otimizadas estão descritos na seção 4.8.

Um exemplo de cromossomo para um 2E-HVRP com 16 clientes, 2 satélites e um depósito é mostrado na Figura 11. A solução é composta de três veículos de segundo nível e dois de primeiro nível.

Um veículo de primeiro nível (tipo 1) é designado a transportar as cargas que serão transbordadas nos veículos 1 e 3 enquanto o outro é responsável pela carga do veículo 2.

A sequência de clientes atendidos nas rotas de segundo nível são: [3, 9, 15, 18, 7 and 8], [10, 11, 12, 16, and 4] and [14, 6, 17, 13 and 5]. Além disso, em amarelo estão os satélites de onde as rotas partem e em azul o tipo dos veículos utilizados.

## 4.2 População Inicial

A geração de população inicial é a primeira etapa de execução de qualquer algoritmo evolutivo. De acordo com o livro (JONG, 2006) esta etapa é crucial para a evolução das soluções. Quando se consegue gerar uma população inicial com alta variabilidade genética, a probabilidade de geração de boas combinações na etapa de cruzamento é aumentada.

Tendo em mente a importância da geração de uma população com boa variabilidade genética e recorrendo às estratégias citadas no Capítulo 2, a população inicial gerada aqui não se limita a soluções factíveis. A restrição de capacidade é relaxada considerando que a representação do conjunto de rotas desacopladas (em nível de estrutura de representação) permite visualizar os trechos factíveis e infactíveis de forma simples e direta.

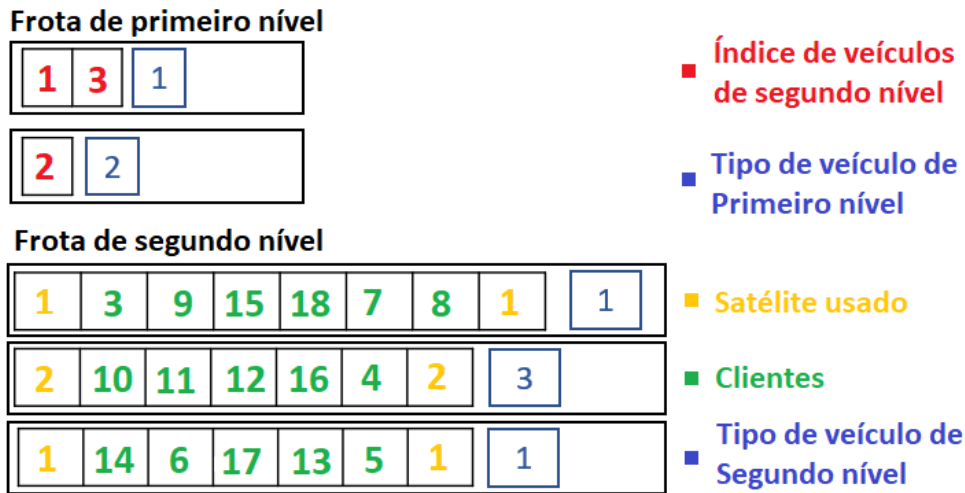


Figura 11: Exemplo de cromossomo para o problema 2E-HVRP

A geração de população inicial é feita sem nenhuma otimização, conforme descrito no Algoritmo 3. Cada veículo de segundo nível recebe um tipo, uma sequência de clientes e um satélite de forma aleatória. Define-se um limite de sobrecarga  $O$  que também é gerado de forma aleatória e pode-se atribuir clientes a rota do veículo enquanto a  $Carga\_Total$  (soma das demandas dos clientes atendidos por ele) dele não for maior que  $V_q$  (capacidade do veículo) somada ao limite percentual de sobrecarga  $O$ . O mesmo procedimento é usado para gerar a frota de primeiro nível, sendo necessário apenas substituir a lista de clientes por uma lista de veículos de segundo nível.

Se fosse considerado que existe um limite de veículos disponíveis em cada satélite, o procedimento seria alterado apenas com a separação das listas de veículos disponíveis entre seus respectivos satélites. Entretanto, decisões de localização de satélites e alocação de veículos a eles não foi tratada no contexto deste projeto.

**Algoritmo 3** Pseudocódigo para geração da lista de veículos de segundo nível

---

```

 $V \leftarrow N_v$  //inicializa um vetor de veículos de segundo nível
 $C \leftarrow$  [lista de clientes]
 $T \leftarrow$  [lista de veículos de segundo nível por tipo]
 $O \leftarrow \text{random}(\text{Limit})$  //define um percentual aceitável de sobrecarga
shuffle( $C$ ), //embaralha os clientes
shuffle( $T$ ), //embaralha os veículos
enquanto size( $C$ ) > 0 faça
     $V \leftarrow T$  //insere o tipo do veículo
    //verifica a capacidade
    enquanto  $\text{Carga\_Total} \leq V_q + O$  faça
         $V \leftarrow C$  //insere os clientes na rota
        remove( $C$ ) //remove o cliente já inserido da lista de clientes
    fim enquanto
 $V \leftarrow \text{random}(N_s)$  //gera aleatoriamente o índice do satélite
i++
fim enquanto
Retorna  $V$ 

```

---

## 4.3 Função de Avaliação para o 2E-HVRP

A função de avaliação utilizada nesta pesquisa está formalizada no Algoritmo 1, apresentado no Capítulo 3. Cada veículo de ambos os níveis tem um custo fixo e um custo variável associados e a avaliação do indivíduo é obtida a partir do somatório desses custos em ambas as frotas.

Neste contexto, é importante salientar que diversas variações na função de avaliação poderiam ser realizadas se outras características reais do problema fossem usadas como restrição. Entretanto, o foco desta tese é apresentar de forma genérica a estrutura do problema enfrentado e suas implicações no contexto da otimização do sistema transporte em dois níveis.

### 4.3.1 Função de Avaliação Local

Outra estratégia utilizada nesta pesquisa que têm relação direta com o modelo de cromossomo utilizado é a função de avaliação local, aplicada exclusivamente nos veículos de segundo nível. O principal objetivo desta abordagem é a melhoria do desempenho do cruzamento, permitindo que os melhores veículos (combinação de ordem das visitas com o tipo de veículo usado) tenham mais chance de ser preservados em novas soluções.

A implementação dessa estratégia é simples quando o cromossomo permite a visualização isolada dos componentes da solução. Durante a computação da avaliação de uma solução,

cada veículo de segundo nível computado recebe uma avaliação baseada na distância percorrida dividido pelo número de clientes atendidos. O resultado dessa ponderação é chamado de distância média por cliente. Em etapas posteriores, ao avaliar as soluções para aplicar operadores como mutação e cruzamento, é possível ter uma ideia clara dos veículos mais eficientes quando além de estarem próximos da ocupação máxima, possuem uma distância média por cliente mais baixa.

Essa estratégia é particularmente útil quando se lida com frotas heterogêneas, casos em que é necessário fazer uma boa combinação de demandas considerando limite de carga, mas também uma boa relação das distâncias percorridas entre clientes. Uma ilustração da função de avaliação local é dada na Figura 12.

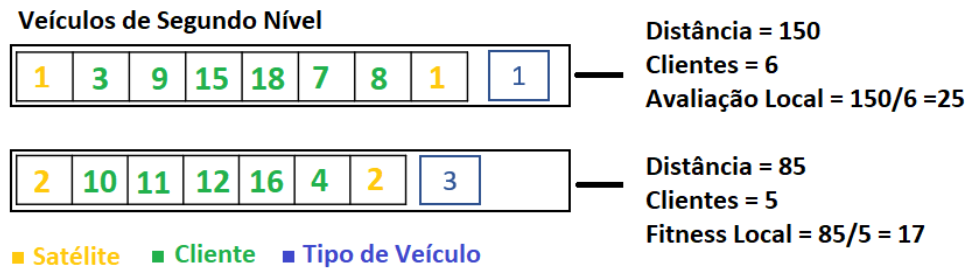


Figura 12: Exemplo de computação da avaliação individual de dois veículos de segundo nível.

### 4.3.2 Função de Penalização

Como explicado anteriormente, várias pesquisas convergem sobre a importância da manutenção de indivíduos ineficazes durante o processo de busca. Um indivíduo considerado ineficaz é aquele que não atende alguma das restrições do problema. No caso de problemas de transporte com frotas heterogêneas, é muito comum que uma combinação de clientes gere uma rota válida se atendida por um veículo de tipo X e uma rota inválida quando atendida por um veículo de tipo Y, devido às diferentes capacidades dos mesmos.

A penalização de indivíduos utilizada aqui é válida para ambas as frotas. O valor da penalidade dada a um veículo é o percentual de carga excedente no mesmo. Dessa forma, a penalidade total de um indivíduo é dada pelo somatório dos excedentes de todos os veículos em ambas as frotas. Além disso, cada veículo com excedente recebe uma *flag* que o identifica para ser alvo de operadores como mutação e reparo.

## 4.4 Seleção

A estratégia de seleção adotada nesta tese é um torneio de duas fases. Na seleção por torneio, descrita no livro (JONG, 2006) como um método estocástico, são selecionados  $T$  indivíduos aleatoriamente da população e dentre eles, é designado como vencedor aquele de melhor avaliação. No contexto desta pesquisa, o vencedor é aquele com menor sobrecarga total e menor custo total das rotas.

Como visto no Capítulo 2, alguns autores defendem o uso da estratégia de seleção não dominante para evitar que os indivíduos ineficazes sejam muito rapidamente extintos da população, garantindo assim a preservação de diversidade para melhorar o desempenho do método. Esta abordagem não foi utilizada no algoritmo proposto, entretanto, é elencada como um dos trabalhos futuros que podem produzir importantes resultados no contexto do problema 2E-HVRP.

## 4.5 Cruzamento

O esquema de cruzamento utilizado nesta tese é adaptado da estratégia apresentada no artigo (WANG K.; LAN, ). A Figura 13 apresenta um esquema ilustrativo do cruzamento proposto aplicado na frota de segundo nível entre dois indivíduos. O primeiro passo é escolher  $X$  veículos para serem copiados de um dos indivíduos. Após a escolha do número, deve-se utilizar alguma métrica para definir quais serão copiados. O exemplo demonstrado na Figura 13 é estocástico, foram escolhidos veículos aleatórios para serem copiados. Após a cópia, os veículos do pai 2 são varridos e os clientes que já foram copiados são removidos. Após a remoção, os veículos são considerados como genes excedentes, que devem ser inseridos no filho. Enquanto ainda não se atingiu o limite de veículos (lembrando que a frota tratada é limitada), os veículos são copiados. Se o limite foi atingido e ainda existem veículos, os clientes vão sendo retirados e posicionados, preferencialmente, sem gerar sobrecarga nos veículos que já fazem parte do filho.

A escolha do número de veículos deve ser cuidadosa pois, se muitos veículos forem copiados, a tendência é que isso leve a uma convergência prematura das soluções, já quando poucos veículos são copiados, genes bons podem não ser preservados levando a uma convergência ruim.

A função de avaliação local é aplicável neste contexto para garantir que pelo menos o veículo com maior número de clientes e melhor relação de distância por número de clientes atendidos seja preservado, o que auxiliaria na geração de boas rotas para veículos com maior capacidade.

Por fim, ao contrário da estratégia usada por (WANG K.; LAN, ), nenhum estudo sobre heurísticas para reinserção dos genes excedentes foi feito, principalmente, porque em fases posteriores as novas rotas geradas passam por uma busca local que otimiza sua ordem, então não é necessário verificar a melhor ordem durante o cruzamento. A única tentativa realizada durante o cruzamento é a de não gerar grandes sobrecargas na reinserção dos genes excedentes, entretanto, essa não é uma restrição.

Para geração da frota de primeiro nível, a mesma estratégia é usada. Um número de veículos de primeiro nível é selecionado para cópia, os índices referentes aos veículos de segundo nível já copiados são retirados dos veículos do pai 2, os veículos excedentes são copiados e, se o limite for ultrapassado, os índices de veículos de segundo nível restantes são distribuídos nas rotas.

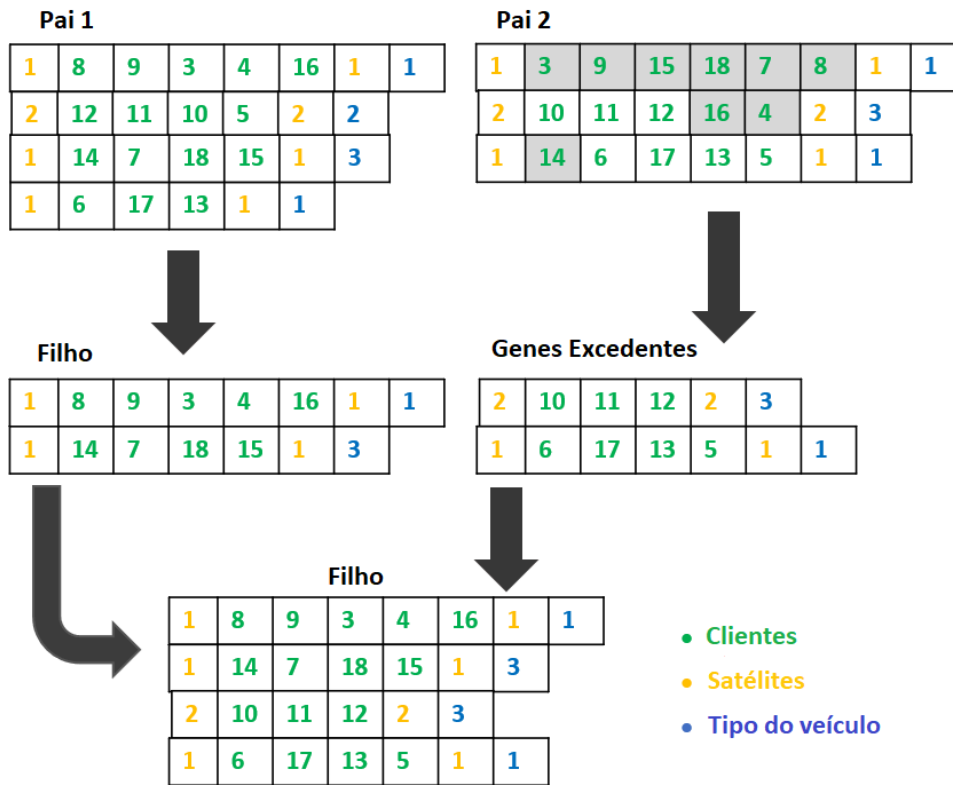


Figura 13: Exemplo de cruzamento feito na frota de veículos de segundo nível.

## 4.6 Mutação

Considerando a importância da diversidade genética para o sucesso de um Algoritmo Evolutivo, o operador de mutação tem papel central na estratégia. Outras

Duas categorias básicas de operadores de rotas observadas nas pesquisas apresentadas no capítulo 2 são: intra-rotas e inter-rotas. No caso desta pesquisa, realizar mutações



intra-rotas é desnecessário pois a busca local garante a otimização dos veículos nas rotas.

A Figura 14 ilustra o procedimento de mutação inter-rotas usado nesta pesquisa. A operação consiste em seleccionar X índices de clientes em dois veículos de segundo nível distintos ou X índices de veículos de segundo nível em dois veículos de primeiro nível. Após a escolha dos índices, realiza-se a troca deles entre os veículos seleccionados.

Outro operador de mutação utilizado consiste em seleccionar um veículo de segundo nível e trocar o satélite a partir do qual sua rota é iniciada, essa troca é feita estocasticamente.



Figura 14: Exemplo de mutação aplicado nas frotas de primeiro e segundo nível.

## 4.7 Reparo de Sobrecarga Estocástico

Devido a opção de não limitar a busca apenas por soluções factíveis é necessário criar um operador que possa diminuir de forma suave a sobrecarga nos veículos. Se fosse criado um operador que forçasse qualquer solução infactível a ser completamente reparada, a manutenção de diversidade seria perdida.

O reparo de sobrecarga é feito seguindo o procedimento abaixo, ilustrado na Figura 15:

- Veículos com sobrecarga são identificados após a mutação.
- Enquanto um reparo bem sucedido (que resulta em alguma diminuição da sobrecarga total no indivíduo) não é realizado ou um número limite de tentativas não é atingido:

Dois veículos são seleccionados, um com sobrecarga e um que não atingiu limite de capacidade.

Verifica se a troca dos tipos dos veículos diminui a sobrecarga.

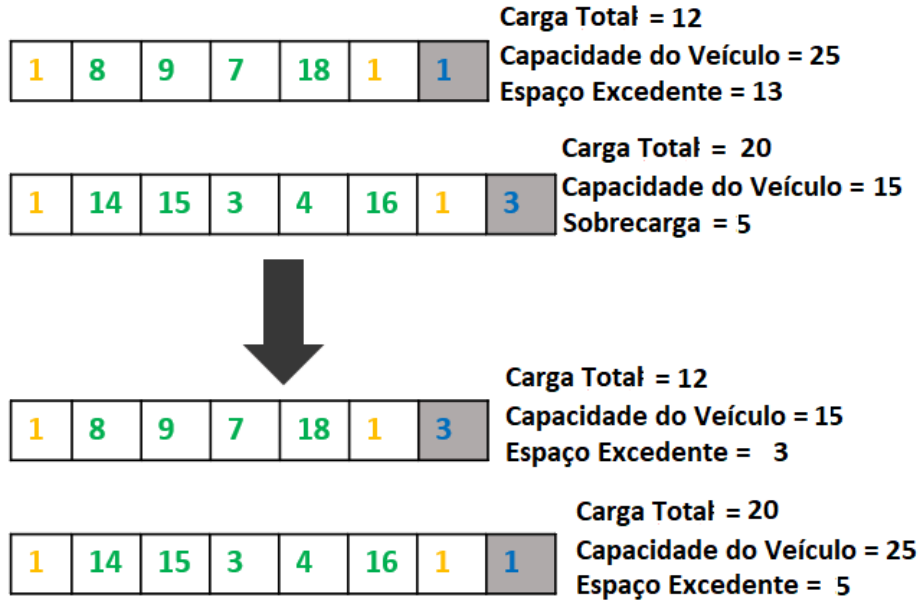


Figura 15: Exemplo de reparo de sobrecarga pela troca de tipos de veículos

## 4.8 Estrutura *Hashmap* como Suporte Para Busca Local com Lin-Kernighan

Como descrito no Capítulo 2, problemas de transporte frequentemente exigem que buscas locais sejam combinadas com heurísticas e meta-heurísticas para uma melhor convergência. Muitas das pesquisas que reforçam essa percepção propõe um conjunto de buscas que, quando combinadas, garantem uma varredura eficiente do espaço de busca local.

Nesta tese, o algoritmo de Lin-Kernighan foi escolhido como estratégia de busca local devido ao seu grande sucesso na solução de problemas de transporte. Seu potencial de otimização contempla várias estratégias de busca local baseadas em movimentos "opt", sendo que a estratégia principal é a tentativa de aplicar sequencialmente movimentos dessa natureza com 2, 3, 4 até N arestas. Ou seja, define-se um limite para o tamanho dos movimentos a serem testados e realiza-se sequencialmente tais movimentos em busca de uma rota otimizada. Nesta tese, foi criada uma implementação em Java do referido algoritmo com base nos conceitos apresentados em (HELSGAUN, 2000) que demonstra melhorias com relação a complexidade computacional do algoritmo por meio de nove refinamentos que evitam a repetição de soluções, avaliam o ganho de movimentos sequenciais para estimar se ainda são necessários novos movimentos, evitam a quebra de sequenciais de arestas que foram inseridas após um movimento "opt", entre outras. Portanto, a utilização do referido artigo como guia para a implementação do algoritmo busca mitigar alguns pontos negativos sofridos pela estratégia quando não se limita os movimentos possíveis.

Um exemplo de movimento "opt" é mostrado na Figura 16, onde as arestas  $(t_3, t_4)$  e  $(t_1, t_2)$  são substituídas por  $(t_4, t_1)$  e  $(t_3, t_2)$ .

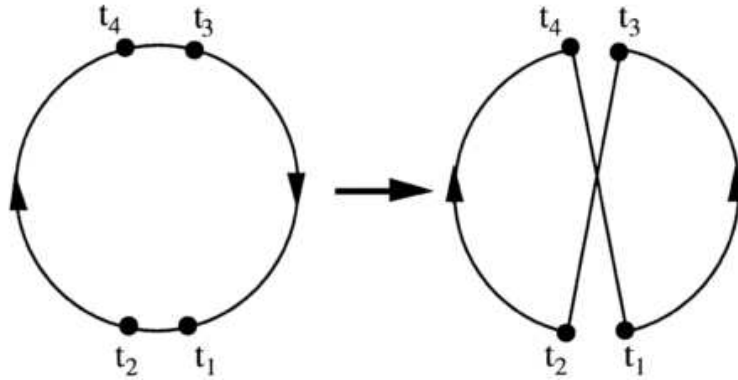


Figura 16: Exemplo de um movimento "opt" com duas arestas apresentado no artigo (HELGAUN, 2000)

Mesmo com o algoritmo implementado seguindo regras de melhoria da eficiência, para diminuir o impacto de tempo ao adotar a estratégia de busca local citada, foi utilizada uma estratégia de memorização de boas soluções que diminui o número de execuções do LK.

A busca local é realizada em gerações aleatoriamente selecionadas. Cada uma das rotas dos veículos de segundo nível passam pelo algoritmo para geração da rota otimizada e, após a otimização, as rotas são salvas em um *hashmap*. A Figura 17 ilustra o funcionamento da estratégia. Quando uma rota de segundo nível é recebida para otimização, a rota é ordenada e realiza-se uma busca na estrutura *hashmap*, se a rota não for encontrada, o algoritmo LK é utilizado para gerar a otimização e a rota otimizada é armazenada como valor enquanto sua chave é a rota ordenada, caso contrário, a rota otimizada é retornada. O Algoritmo 4 mostra o passo-a-passo da estratégia usada para realizar otimizações locais.

---

**Algoritmo 4** Pseudocódigo para execução da busca local

---

$H$  //estrutura *hashmap* contendo as rotas já otimizadas

$R \leftarrow route$  // rota de um veículo recebida como entrada

$R_s \leftarrow sort(V)$

**se** contains( $H, R_s$ ) **então** // se a rota ordenada é encontrada no *hashmap*

$R_o \leftarrow (get(H, V))$  // pega a rota otimizada

**senão**

$R_o \leftarrow LK(V)$  //otimiza a rota utilizando o algoritmo Lin-Kernighan

add( $H, R_s, R_o$ ) //salva a rota otimizada ( $R_o$ ) com a rota ordenada como chave ( $R_s$ )

**fim se**

Retorne ( $R_o$ )

---

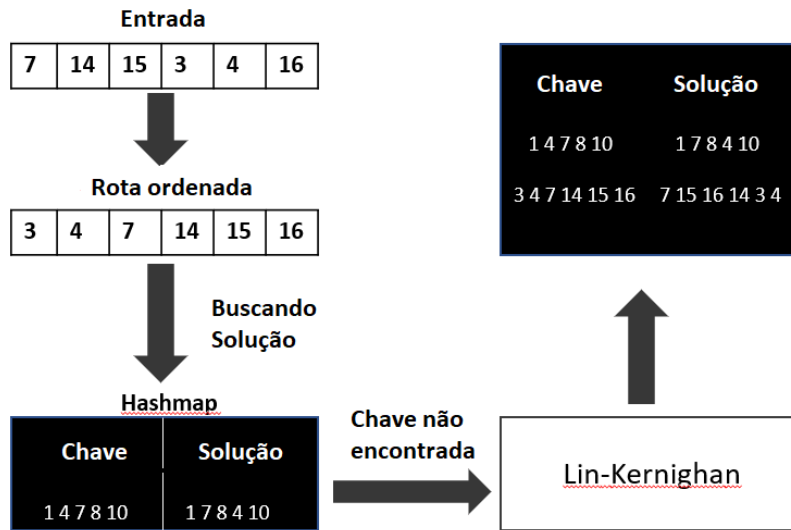


Figura 17: Ilustração do processo de busca por solução otimizada localmente e aplicação do algoritmo LK

A utilização da estrutura *hashmap* faz com que, em situações nas quais a chave é encontrada, o tempo computacional despendido seja igual ao tempo da busca  $O(1)$  somado ao tempo da ordenação da rota  $O(n \log(n))$ . Também é importante enfatizar que, devido modelo de cromossomo adotado, diversas soluções distintas compartilham trechos idênticos. Conforme as gerações avançam, o número de buscas bem sucedidas aumenta e a necessidade de realizar buscas locais se torna menor, diminuindo o tempo computacional e garantindo rotas otimizadas.

As rotas de primeiro nível, que sempre tem o mesmo ponto de partida e chegada (depósito principal) e um conjunto de satélites, foram tratadas de uma forma ligeiramente diferente das rotas de segundo nível. Sabendo que o número de satélites disponíveis é pequeno (no contexto do problema estudado nesta tese), ao iniciar o algoritmo realiza-se a montagem de todas as possíveis combinações de satélites e aplica-se o algoritmo LK para otimizá-las. Portanto, as rotas de primeiro nível formadas durante a execução do algoritmo sempre são buscadas com sucesso na estrutura *hashmap*. Ainda assim, a criação de agrupamentos de satélites poderia ser usada (em caso de um grande número de satélites) para gerar as combinações mais prováveis e realizar a otimização no começo da execução. Neste caso, as rotas que não forem criadas no início serão menos comuns e podem ser otimizadas conforme forem sendo geradas durante a execução do algoritmo.

## 4.9 Modelo de Ilhas para o Algoritmo AMPI-LK

O uso de indivíduos imigrantes é uma estratégia de sucesso para diversos contextos nos quais algoritmos evolutivos são utilizados como técnica de otimização. Especificamente

no contexto de problemas de transporte de dois níveis, como mostrado no Capítulo 2. A estratégia de imigração usada nesta tese é elitista e baseada em um modelo paralelo de ilhas, ou seja, diversas populações estão ativas paralelamente e os indivíduos compartilhados entre elas são sempre os melhor avaliados.

A implementação do modelo de ilhas é baseada nos seguintes passos:

- As  $N$  ilhas são inicializadas de forma paralela, cada uma sendo executada por uma *thread* independente.
- Cada uma das ilhas executa um algoritmo genético independente.
- Uma estrutura é inicializada para armazenar os indivíduos imigrantes separados por sua ilha de origem durante a execução.
- Periodicamente, em gerações distintas, as ilhas inserem indivíduos na estrutura que armazena os imigrantes.
- Nas gerações escolhidas para ocorrer imigração uma ilha é selecionada aleatoriamente para buscar os indivíduos de outras ilhas na estrutura e incorporá-los em sua população.

O gatilho para ocorrência de imigração é baseado na identificação da diminuição da diversidade nas populações (por meio da dispersão dos valores de avaliação). Ou seja, quando nota-se que uma ilha está apresentando baixa diversidade nas avaliações de seus indivíduos ela é escolhida para o processo de imigração.

Uma discussão mais aprofundada sobre o impacto teórico de modelos de imigração pode ser vista no Capítulo 2 ou nos trabalhos (WHITLEY D ;RANA, 1999) e (JONG, 2006). Para o contexto dessa pesquisa, uma demonstração do impacto da técnica na convergência pode ser verificada no Capítulo 5.

## 4.10 Estratégias Ineficientes para o 2E-HVRP Estudado

Durante o desenvolvimento do algoritmo apresentado neste capítulo diversas estratégias foram testadas em busca de uma heurística robusta e eficiente para problemas de transporte com frotas heterogêneas em um ou dois níveis. Portanto, esta seção é dedicada a apresentar as principais estratégias que não surtiram o efeito desejado.

### 4.10.1 Representação da Solução por Vetor Gigante

A primeira estratégia para codificação usada foi o "circuito gigante", inspirada no artigo (MATEI O. ; POP, 2015), no qual utiliza-se uma estrutura para armazenar a permutação de clientes com a inserção de caracteres delimitadores para identificar isoladamente as rotas dentro da estrutura. A Figura 18 mostra a referida representação com as rotas: "1-5-3", "4-2" e "7-6-8". Esta estrutura faz com que seja necessário uma boa estratégia para inserir os delimitadores na permutação para permitir uma boa diversidade das rotas criadas. Nesta pesquisa, a inserção aleatória de delimitadores foi mais eficiente em relação a diversidade dos indivíduos. Na representação para o problema em dois níveis, cada rota recebe também um satélite, de forma aleatória.

Outro ponto importante é a forma de representar os diferentes tipos de veículos. A estratégia abordada aqui foi, durante a avaliação, computar a demanda total das rotas e considerar o tipo de veículo que irá atender como o que melhor se encaixa, ou seja, sem sobrecarga e deixando o menor espaço vazio possível. Portanto, não foi mantida uma representação para a sequência dos tipos de veículo e foi permitida a sobrecarga durante a evolução. Da mesma forma, para o problema em dois níveis foi criada uma função de decodificação para identificar as demandas totais dos satélites e atribuir os veículos de primeiro nível priorizando o melhor encaixe para evitar que um veículo de primeiro nível precise fazer transbordo em mais de um satélite. O modelo de cruzamento utilizado para essa representação é de dois pontos, frequentemente observado na literatura e que pode ser verificado no artigo (MATEI O. ; POP, 2015) .

Essa abordagem conseguiu representar de forma satisfatória o problema com apenas um nível, entretanto, para o problema em dois níveis foram observados problemas com relação a convergência prematura. A média dos melhores resultados observados era frequentemente pior do que as soluções obtidas pela ferramenta Localsolver e motivou o desenvolvimento de outra forma de representação para a qual pudessem ser criados operadores específicos para melhoria da diversidade (como demonstrado anteriormente neste capítulo).

1	5	3		4	2		7	6	8
---	---	---	--	---	---	--	---	---	---

Figura 18: Exemplo de um cromossomo codificado em apenas uma estrutura.

### 4.10.2 Geração de População Baseada em Agrupamento

Outra estratégia que apresentou resultados insatisfatórios nesta tese foi a de gerar uma população inicial baseada em agrupamentos. Como demonstrado no Capítulo 2 diversas pesquisas utilizam uma fase de agrupamento para atribuir clientes a satélites

específicos, evitando combinações de clientes muito distantes a determinados satélites. A partir do sucesso dessas estratégias, foi implementada uma geração de população inicial baseada em agrupamentos. Os resultados obtidos foram, em média 8% piores do que quando foi adotada a estratégia estocástica, mesmo com a adoção do modelo de imigração. Esse fato pode ser explicado pela diminuição da diversidade das combinações, forçando o algoritmo a ficar restrito a um ótimo local.

#### 4.10.3 Geração de População com Otimização de Tipos de Veículos

A permissão de sobrecarga durante a evolução foi uma estratégia pensada para manutenção da diversidade das soluções, entretanto, foi implementada uma função heurística de melhor escolha para atribuir os tipos de veículos com melhor adequação de capacidade para as rotas de primeiro e segundo nível. O objetivo era diminuir a sobrecarga média das soluções iniciais do algoritmo. Os resultados demonstraram que a sobrecarga média foi reduzida para as primeiras gerações, entretanto, essa função pode ser considerada indiferente, pois, com o decorrer das gerações o operador de cruzamento promove o aumento de sobrecargas. A conclusão é que, com relação a sobrecargas, a combinação do operador de reparo com as mutações e o operador de cruzamento é o que permite soluções de maior qualidade pela manutenção da diversidade com soluções factíveis e infactíveis durante todo o processo.

#### 4.10.4 Operador de Cruzamento com Heurística de Melhor Escolha para Reinserção

Durante a etapa de cruzamento, como descrito anteriormente, os clientes de algumas rotas são separados e precisam ser reinseridos em rotas já existentes. A melhor opção encontrada nesta pesquisa foi a de reinserção aleatória, entretanto, foi testada a possibilidade de reinserção na melhor escolha, como feito na pesquisa (WANG K.; LAN, ). Os clientes selecionados para reinserção eram reinseridos com a seguinte estratégia:

- Verifica a demanda do cliente.
- Encontra o veículo que tem espaço vazio mais próximo ao da demanda do cliente.
- Busca no veículo escolhido no passo anterior, sequencialmente, a posição com menor distância para o cliente ser inserido.
- Insere o cliente e atualiza a avaliação individual.

Essa abordagem aumenta o número de verificações feitas durante o cruzamento, portanto, aumenta a complexidade computacional. Entretanto, ela não foi mantida pelos

seguintes problemas: ao inserir o cliente na melhor posição possível, antecipamos o trabalho realizado pela função de busca local, além disso, a função de diminuição de sobrecarga já é responsável melhorar a atribuição de tipos de veículos para atender uma rota. Portanto, realizar essa verificação durante o cruzamento insere mais complexidade e não melhora os resultados já obtidos pelo algoritmo. Além disso, o operador de mutação aplicado após o cruzamento pode modificar uma rota que havia sido gerada. Por esses motivos, essa função heurística de reinserção de clientes durante o cruzamento não foi utilizada.

#### 4.10.5 Armazenamento de Rotas Entre Execuções

Uma última estratégia testada com o objetivo de melhorar a solução se baseia em preservar sequencias de clientes com boa avaliação local (explicada na seção 4.3.1). A premissa da função de avaliação local criada é identificar rotas com baixa média de distância nas arestas. Considerando um ambiente real de uma empresa atacadista, vários roteamentos são feitos em uma semana, pois os clientes realizam compras periodicamente e precisam ser atendidos. Devido a isso, várias vezes um mesmo grupo de clientes precisa ser atendido e suas posições, normalmente, não se alteram, apenas as demandas são diferentes em roteamentos consecutivos. Pensando nisso, foi criada uma estratégia para salvar rotas boas (uma sequência de vértices com baixa média de distância por aresta) em arquivos de texto. Essas rotas eram inseridas aleatoriamente em indivíduos durante a geração de população inicial quando novas execuções do algoritmo eram feitas para cada um dos *benchmarks*, ou seja, a expectativa era que indivíduos melhores fossem gerados já na população inicial aproveitando boas partes de uma solução obtida em execuções anteriores.

Essa estratégia foi responsável por melhorar bastante a qualidade das soluções iniciais geradas, tanto no que tange ao custo das soluções quanto na ocupação dos veículos sem gerar sobrecarga. Entretanto, nota-se que essa estratégia também promove a convergência prematura, devido a perda de diversidade da população. É importante frisar que todas as ilhas tiveram suas populações iniciais melhoradas pela estratégia, o que provavelmente fez com que os bons indivíduos de ilhas diferentes fossem similares. Por isso, mesmo com o uso de imigrantes a diversidade buscada não foi atingida.

Para ter uma melhor perspectiva sobre essa abordagem é necessário realizar combinações de aumento de mutação, estratégia de imigração não elitista e a inserção de rotas memorizadas apenas em parte das ilhas, promovendo a manutenção de diversidade entre ilhas que receberam e que não receberam essas rotas na população inicial.



---

## Resultados e Discussões

Os resultados apresentados neste capítulo estão divididos em três partes, primeiramente é detalhada a construção das instâncias do 2E-HVRP utilizado, em segundo lugar são demonstradas algumas análises de sensibilidade sobre o efeito dos principais operadores usados para a convergência do algoritmo, por fim, são apresentados os resultados do algoritmo AMPI-LK em instâncias do HVRP e do 2E-HVRP.

### 5.1 Construção do *Benchmark*

As principais características do problema abordado aqui, que são consideradas um diferencial com relação aos problemas de transporte em dois níveis observados na literatura, são: a presença de satélites sem infraestrutura de armazenamento e as frotas heterogêneas em dois níveis.

Durante a construção das instâncias de teste para o problema 2E-HVRP, foram buscadas duas características principais: gerar instâncias com configurações de veículos e clientes (demandas e posicoes) similares ao que é abordado em datasets relevantes da literatura e gerar outro conjunto de instâncias que fosse mais similar ao que foi observado no problema real vivenciado na empresa.

A metodologia adotada para avaliar o algoritmo AMPI-LK foi:

- Um conjunto de instâncias de um problema HVRP (frota heterogênea com apenas um nível) com até 100 clientes apresentado na pesquisa (TAILLARD, 1999) e que é uma das principais referências para as pesquisas que tratam de problemas de frota heterogênea.
- As mesmas instâncias da pesquisa citada foram adaptadas para o contexto de 2E-HVRP para que fosse possível manter uma dispersão de clientes (e demandas) e

Tabela 3: Características das instâncias do problema HVRP

	$N_d$	$N_c$	$T_v$
13	1	50	6
14	1	50	3
15	1	50	3
16	1	50	3
17	1	75	4
18	1	75	6
19	1	100	3
20	1	100	3

também dos dados de veículos. Assim, é possível cobrir uma situação próxima do que já é observado na literatura.

- Seis novas instâncias foram criadas a partir de dados reais normalizados. Dessa forma, é possível cobrir uma dispersão de clientes e dados de veículos de uma forma mais similar ao contexto real.
- A ferramenta Localsolver, descrita no Capítulo 2, foi utilizada para modelar e solucionar as instâncias do problema HVRP e 2E-HVRP. O objetivo do teste é fornecer ao leitor um meio para compreender melhor os resultados obtidos pelo AMPL-LK, principalmente nas instâncias de dois níveis, para as quais não era possível estabelecer um comparativo com resultados da literatura.

Na Tabela 3 são apresentadas as configurações das instâncias 13 a 20 do artigo (TAILLARD, 1999). As demais instâncias entre 1 e 12 contam com menos clientes e não foram usadas nessa pesquisa. A coluna  $N_d$  mostra o número de depósitos a coluna  $N_c$  mostra o número de clientes e a coluna  $T_v$  mostra a quantidade de tipos diferentes de veículos disponíveis.

Já na Tabela 4 são apresentadas as configurações das instâncias adaptadas, 13 a 20, e das novas instâncias 21 a 26, no contexto do problema 2E-HVRP. A coluna  $N_d$  mostra o número de depósitos, a coluna  $N_s$  mostra o número de satélites, a coluna  $N_c$  mostra o número de clientes, a coluna  $T_p$  mostra a quantidade de tipos diferentes de veículos de primeiro nível e a  $T_s$  mostra a quantidade de tipos de veículos de segundo nível.

A configuração utilizada na ferramenta Localsolver faz com que a otimização realizada seja feita por meio de uma técnica de Recozimento Simulado. A opção por um *solver* baseado em heurística e não por uma ferramenta matemática como comparativo se deve ao sucesso restrito apenas a pequenas instâncias obtidos por modelos exatos no contexto de problemas de dois níveis, como demonstrado no Capítulo 2.

Tabela 4: Características das instâncias do problema 2E-HVRP

	$N_d$	$N_s$	$N_c$	$T_p$	$T_s$
13	1	3	50	3	6
14	1	3	50	3	3
15	1	3	50	3	3
16	1	3	50	3	3
17	1	4	75	3	4
18	1	4	75	3	6
19	1	5	100	3	3
20	1	5	100	3	3
21	1	4	125	5	5
22	1	4	125	5	5
23	1	4	125	5	5
24	1	4	125	5	5
25	1	4	125	5	5
26	1	4	125	5	5

É importante ressaltar que foi considerado comparar o desempenho do algoritmo em instâncias de problemas 2E-VRP sem frotas heterogêneas, que são os problemas mais comuns abordados na literatura de dois níveis, entretanto, houve bastante dificuldade na obtenção dessas instâncias, tendo em vista que a maioria dos autores criam suas próprias bases de dados. Outro problema com essa abordagem seria o fato de não existir dados sobre frotas heterogêneas, que são consideradas muito mais complexas (e importantes em contextos reais) do que as que contam apenas com frotas homogêneas, como descrito nos artigos de (MATEI O. ; POP, 2015) e (PENNA P. H. V. ; SUBRAMANIAN, 2017).

O processo de criação das instâncias para o problema é apresentado na Seção 5.1.1.

### 5.1.1 Criação das Instâncias do Problema

As instâncias do problema HVRP do trabalho (TAILLARD, 1999) tem a seguinte estrutura:

- Um depósito central sem demanda e com valores de latitude e longitude.
- Um conjunto de clientes com índice, latitude, longitude e demanda.
- Um conjunto de veículos com dados sobre tipo, volume, custo fixo e custo variável associados e quantidade disponível.

O problema ao ser transformado para o contexto 2E-HVRP tem a seguinte estrutura:

- Um depósito sem demanda, com dados sobre latitude e longitude.

- Um conjunto de satélites sem demanda nem capacidade de armazenamento e com dados sobre latitude e longitude.
- Um conjunto de clientes com índice, latitude, longitude e demanda.
- Um conjunto de veículos de primeiro nível com tipo, volume, custo fixo, custo variável e número disponível.
- Um conjunto de veículos de segundo nível (idênticos aos já existentes no *benchmark*. Com dados sobre tipo, volume, custo fixo, custo variável e número disponível.

Como dito anteriormente, as instâncias originais não contam com satélites. Portanto, duas principais decisões devem ser tomadas: quantos satélites serão criados e qual a localização dos mesmos.

Para decidir quantos satélites seriam necessários no contexto deste estudo, foi utilizado como base a pesquisa desenvolvida no artigo (CRAINIC et al., 2010). O contexto estudado pelos autores é para uma rede de distribuição de produtos em grandes cidades, ou seja, o depósito deve atender clientes de apenas uma cidade e os satélites estão posicionados com o objetivo de dividir as entregas dos clientes diminuindo a distância total percorrida pelos veículos de segundo nível.

Foi verificado o valor ótimo de número de clientes atendidos por satélite e ainda se as estruturas (depósito e satélites) deveriam ser posicionadas na parte mais periférica da cidade, em uma posição mais centralizada ou em posições aleatórias. Os resultados obtidos demonstram que um depósito mais afastado, com satélites mais centralizados e um número de 20 a 25 clientes atendidos por satélite se mostra ideal para o contexto estudado.

O estudo foi utilizado como referência para o número de satélites que seriam inseridos em cada uma das instâncias. Entretanto, não é possível afirmar que a configuração estudada pelos autores é igualmente eficiente no contexto desta pesquisa, tendo em vista que os transportes estudados aqui são feitos em distâncias muito maiores (existindo apenas um depósito para todo o país) tanto entre depósito e satélites quanto entre satélites e clientes. Um aprofundamento nas decisões de planejamento do problema 2E-HVRP estudado está contemplada nos trabalhos futuros desta tese.

O número de satélites nas instâncias 13 a 18 foi de 1 para cada 25 clientes, nas instâncias 19 e 20 foi 1 para cada 20 clientes e nas instâncias criadas a partir dos dados reais (21 a 26) foi de 1 para cada 30 clientes.

Após a decisão sobre o número de satélites que seriam inseridos nas instâncias foi necessário definir o posicionamento dos mesmo dentro da rede. Durante o estudo conduzido,

um algoritmo de agrupamento com algumas modificações para o contexto da empresa foi implementado para buscar a otimização do posicionamento dos satélites dentro da rede de transporte atual da organização. Utilizando o mesmo conceito aplicado na organização, o posicionamento dos satélites nas instâncias produzidas foi realizado por meio de um algoritmo de agrupamento que considerava a latitude e longitude dos clientes. Para tornar mais simples a reprodução da estratégia adotada aqui a ferramenta WEKA, detalhada no artigo (LIAO K.; GUO, 2008) e disponível para *download* em: <https://www.cs.waikato.ac.nz/ml/weka/downloading.html>, com o algoritmo de agrupamento *k-means* (com os parâmetros padrão) foi usada para gerar a latitude e longitude dos satélites. O procedimento exato adotado foi:

- Dividir o número de clientes pelo fator escolhido para a base (20, 25 ou 30).
- Executar o algoritmo *k-means* nos dados de clientes retirando a demanda e usando o número de satélites como número de *clusters* que serão gerados.
- Arredondar e adaptar os valores que por ventura forem iguais aos de algum cliente.

Como os dados de veículos de segundo nível foram aproveitados nas instâncias adaptadas, foi necessário inserir apenas os dados de veículos de primeiro nível nessas instâncias. O padrão notado nos dados das instâncias existentes é que, conforme a capacidade (volume) aumenta, o custo fixo por unidade de volume também aumenta enquanto o custo variável cai. O padrão observado foi preservado na frota de primeiro nível, que têm tantos tipos de veículos quanto os de segundo nível e o menor veículo da frota de transbordo tem as mesmas características do maior da frota de entrega (situação observada no estudo de casos).

As características dos veículos das frotas das instâncias reais são baseadas nos dados normalizados obtidos durante o estudo, portanto, não seguem as mesmas proporções observadas nas instâncias da literatura.

### 5.1.2 Análise das Instâncias do 2E-HVRP

Para aprofundar a compreensão da diferença entre as instâncias criadas e as baseadas na literatura, uma análise foi realizada na instância 20 (adaptada) que conta com 100 clientes, 5 satélites e 1 depósito e na instância 26 (criada) que é composta de 125 clientes, 4 satélites, 1 depósito.

A Figura 19 ilustra a diferença na dispersão de clientes, satélites e depósito nas duas instâncias. Como esperado, a instância criada com dados reais, mesmo normalizada, conta com clientes mais concentrados em áreas específicas, ao contrário da instância adaptada que

tem clientes distribuídos de forma uniforme. Neste aspecto, foi observado nos resultados obtidos para as instâncias 13 até 20 (adaptadas) que os satélites eram utilizados de forma mais uniforme nas soluções, ao contrário das instâncias reais, que normalmente tinham satélites pouco usados e outros sobrecarregados. Se esse comportamento se refletir na realidade de uma rede de transporte com satélites não capacitados, existe uma alta probabilidade de que as tarefas de transbordo sejam impactadas gerando atraso no processo. Entretanto, ainda são necessários testes mais aprofundados para entender esse comportamento, tendo em vista que não foram utilizadas restrições de tempo nessa pesquisa.

Ainda sobre a dispersão de clientes é importante ressaltar que, como o algoritmo *k-means* foi executado apenas com dados de latitude e longitude, os satélites também podem ficar em uma posição que faça com que não exista um equilíbrio da quantidade de clientes próximos a cada satélite. Por exemplo, na Figura 19 é possível perceber que o satélite mais a direita na instância 26 tem um pequeno grupo de clientes próximos. Nesse caso, soluções que utilizem o referido satélite como ponto de partida de muitas rotas provavelmente vão ter um custo muito mais alto. Por esse motivo é importante um trabalho futuro que tenha como foco o posicionamento de estruturas intermediárias para ter a real dimensão das soluções para a dispersão de clientes de cada instância.

Com relação as demandas dos clientes a Figura 20 mostra que na instância 26 a quantidade de clientes com demandas altas é superior ao que ocorre na instância 20. Ambas as instâncias tem uma boa quantidade de clientes com demandas pequenas como pode ser visto no histograma das demandas ilustrado na Figura 21. Ao verificar a diferença citada, foi realizada uma análise para verificar o desvio padrão em ambas as instâncias. Na instância o resultado obtido foi de, aproximadamente, 9, enquanto na instância 26 o valor foi 19. A maior dispersão nas instâncias reais pode resultar em dificuldade para conseguir boas combinações de preenchimento de veículos, porém, isso também tem relação direta com as capacidades dos veículos da frota.

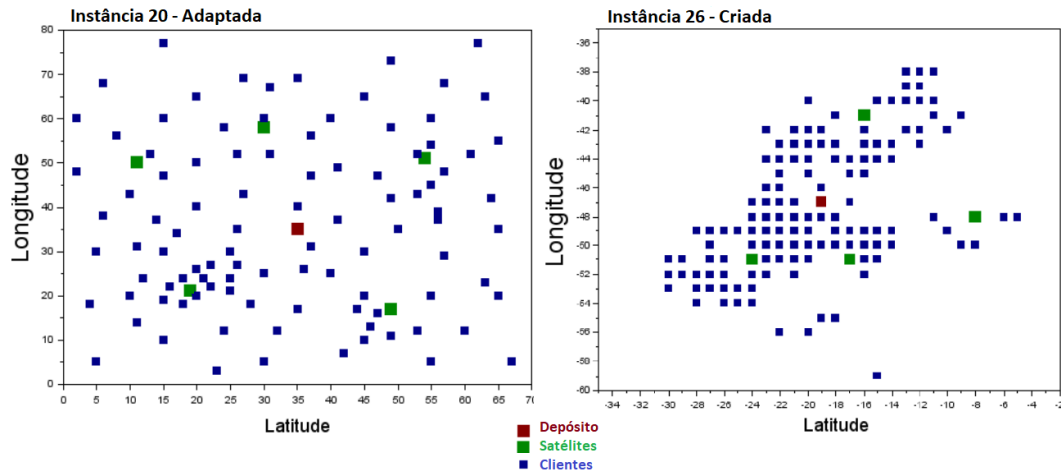


Figura 19: Comparativo da distribuição de satélites, clientes e depósito entre uma instância adaptada da literatura e uma baseada em dados reais.

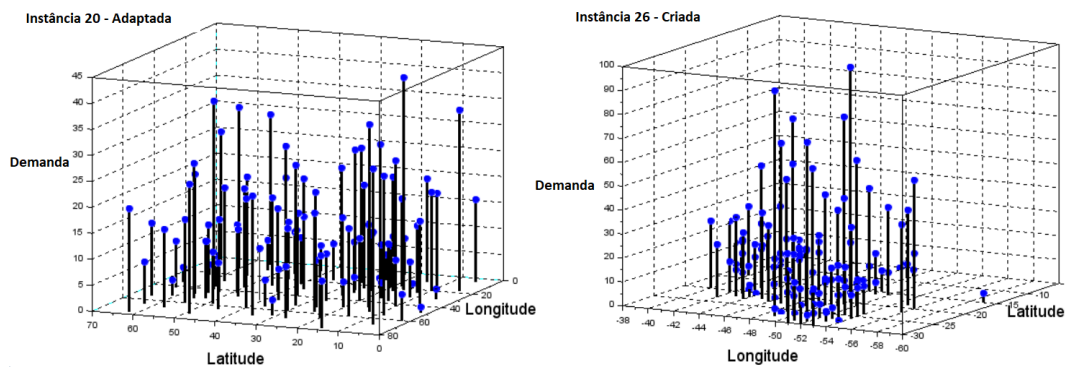


Figura 20: Comparativo da dispersão de demandas dos clientes em uma instância adaptada da literatura e uma baseada em dados reais.

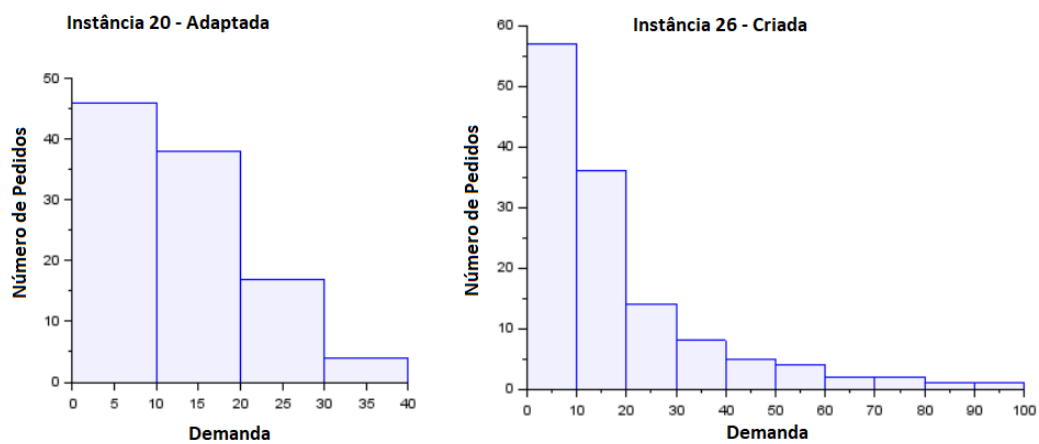


Figura 21: Histograma comparativo do número e volume das demandas nas instâncias 20 e 26.

Ainda se mostra necessário um estudo mais aprofundado, por exemplo, como o trabalho (CRAINIC et al., 2010), para que se possa estabelecer corretamente uma análise das vantagens e desvantagens de um sistema de transporte de dois níveis com satélites não capacitados. Entretanto, a análise das instâncias parece ser o suficiente para afirmar que esta tese cobriu problemas com características mais próximas ao real e também as comumente observadas na literatura.

As instâncias adaptadas e novas para o problema proposto podem ser acessadas no seguinte repositório da ferramenta *Gitlab*: <https://gitlab.com/PostGraduateAcademic/2E-HVRP-BENCHMARKS>.

No Capítulo 5 são apresentados os principais resultados obtidos com a aplicação do algoritmo apresentado no Capítulo 4 nas instâncias dos problemas HVRP e 2E-HVRP.

## 5.2 Análise de Sensibilidade de Operadores

Como descrito no Capítulo 2 os Algoritmos Evolutivos são extremamente eficientes em problemas altamente combinatórios, principalmente quando combinados com esquemas para preservação de diversidade e buscas locais.

Para demonstrar a efetividade de alguns operadores utilizados, foram realizados testes com a seguinte configuração: número de indivíduos igual a cinco vezes o número de clientes, taxa de cruzamento de 80%, taxa de mutação de 5%, 1500 gerações, 5% de indivíduos imigrantes sendo trocados sempre que for detectado estagnação na melhor avaliação por mais de 5 gerações. A estratégia de imigração foi elitista sem repetição de indivíduos, ou seja, os indivíduos selecionados para imigração (saindo de ilhas aleatoriamente escolhidas) não podem ter o mesmo valor de avaliação, dessa forma, busca-se a diversidade dos indivíduos imigrantes que são trocados entre as ilhas. Todos os resultados apresentados para as análises de sensibilidade foram obtidos com a média de 100 execuções.

Como esperado, o algoritmo AMPI-LK se mostrou altamente sensível à utilização da imigração. A Figura 22 mostra que, para todas as instâncias, o resultado médio do melhor *fitness* melhora conforme o número de ilhas aumenta. Para tornar mais clara a visualização, os dados da instância 26 estão multiplicados por 10. O aumento do esforço computacional de 1 para 8 ilhas é de aproximadamente 30%, entretanto, esse esforço tem uma relação forte com o número de núcleos físicos do processador utilizado. Com base nos dados apresentados, é possível afirmar que a utilização de indivíduos imigrantes no contexto dessa pesquisa tem uma importância tão grande quanto o que é documentado na maioria das pesquisas que tem como foco problemas de transporte de dois níveis. A estratégia de imigração (baseada em ilhas) também não comprometeu o desempenho computacional do algoritmo.



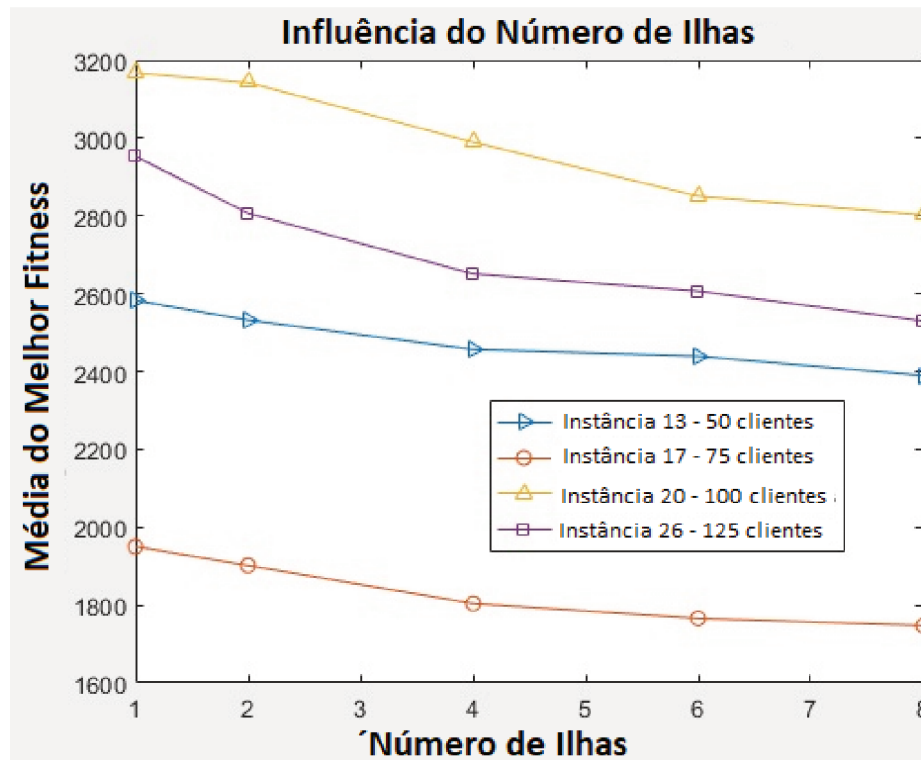


Figura 22: Demonstração da análise de sensibilidade do algoritmo AMPI-LK com relação ao número de ilhas.

Sabendo que a utilização de imigrantes realmente se mostra efetiva no contexto do problema estudado, buscou-se entender como a quantidade de imigrantes utilizados poderia impactar nos resultados do algoritmo. Na pesquisa (MATEI O. ; POP, 2015) foram testados cenários de até 500% de indivíduos imigrantes, entretanto, vale lembrar que a metodologia adotada pelos autores não envolvia populações evoluindo paralelamente, os indivíduos eram gerados por meio de heurísticas e inseridos em uma população de tamanho dinâmico. Mesmo assim, o aumento excessivo do número de imigrantes se mostra, no mínimo, ineficaz para melhoria da convergência. Para realizar os testes sobre imigrantes no contexto dessa tese, os parâmetros anteriormente descritos foram mantidos fixando o número de ilhas em 8 e variando o percentual de imigrantes de 5 a 20%. A Figura 23 mostra que, para todas as instâncias verificadas, a utilização de mais do que 5% de indivíduos imigrantes não surte efeito positivo na convergência. Portanto, a análise de sensibilidade do número de imigrantes complementa a do número de ilhas, demonstrando que inserção de diversidade nas populações é importante mas deve ser controlada para evitar estagnação.

Outra análise realizada diz respeito a sensibilidade do algoritmo com o uso ou não da busca local. Para realizar os testes os parâmetros anteriormente citados foram mantidos com 8 ilhas e 5% de indivíduos imigrantes. Foram escolhidas quatro instâncias com números diferentes de clientes para entender a influência da busca local conforme

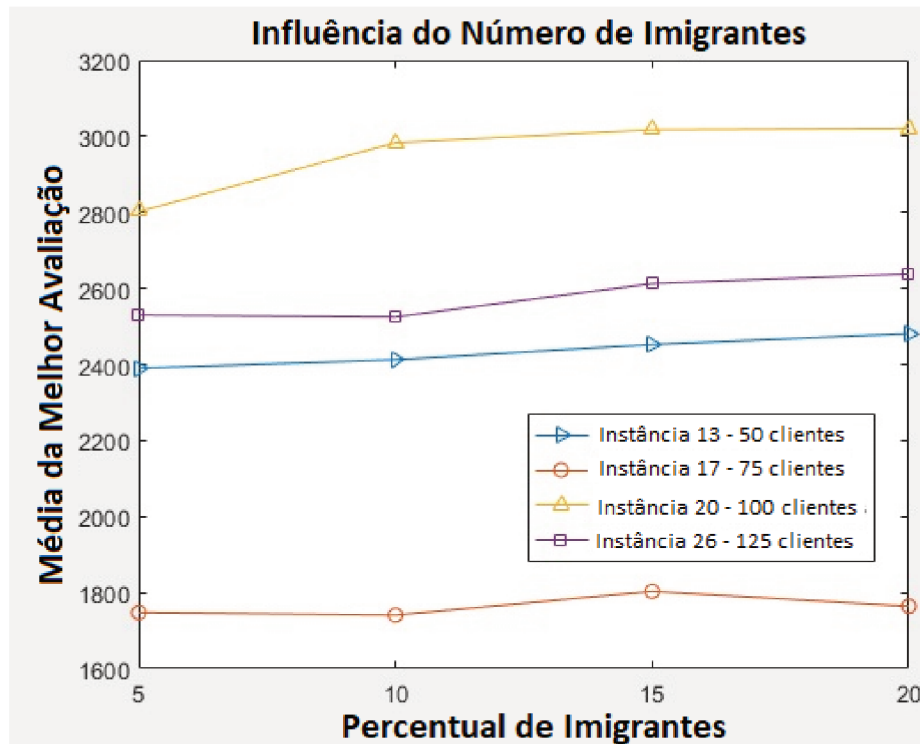


Figura 23: Demonstração da análise de sensibilidade do algoritmo AMPI-LK com relação ao número imigrantes para trocar.

aumenta-se a complexidade do problema. Seguindo a mesma tendência mostrada nas pesquisas citadas no Capítulo 2, os resultados demonstrados na Tabela 5 apresentam melhores avaliações com o uso da busca local em todas as instâncias testadas. Além disso, é possível perceber que quanto maior o número de clientes mais importante é o método de busca local. O percentual de melhoria da média das melhores soluções para a instância 13, que conta com 50 clientes, é de 3%, enquanto a melhoria para as instâncias 20 e 26 que contam, respectivamente, com 100 e 125 clientes é de mais de 12%.

Tabela 5: Média da Melhor Avaliação com e sem o Uso da Busca Local em Instâncias com Números Diferentes de Clientes.

	Clientes	Média da Melhor Avaliação com LK	Média da Melhor Avaliação sem LK	Diferença Percentual
Instância 13	50	2389	2460	3%
Instância 17	75	1747	1920	10%
Instância 20	100	2802	3167	13%
Instância 26	125	2530	2815	12%

Partindo da premissa que o problema abordado é altamente combinatório e, por consequência, as soluções geradas tem uma grande probabilidade de parar em mínimos locais, é necessário um número grande de iterações para garantir uma boa exploração do espaço de busca. A análise demonstrada na Figura 24 tem como objetivo verificar o impacto do aumento do número de gerações na média das melhores avaliações nas

mesmas quatro instâncias dos testes anteriores. Os parâmetros utilizados foram iguais aos anteriores, com a exceção do número de ilhas que foi fixado em 2 para diminuir o esforço computacional e tornar a execução do teste mais rápida. Os resultados obtidos indicam que o aumento do número de gerações é muito importante para a melhoria da convergência, entretanto, a partir das 1500 gerações o impacto positivo começa a não ser um diferencial tão importante.

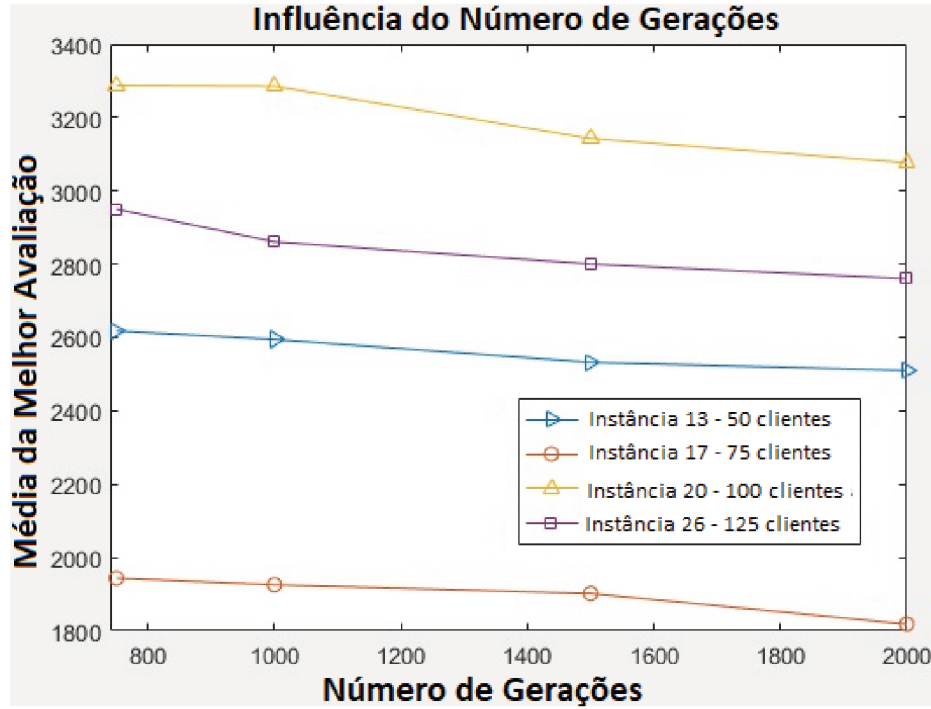


Figura 24: Demonstração da análise de sensibilidade do algoritmo AMPI-LK com relação ao número de gerações.

Outro operador proposto nesta tese que tem alta influência nos resultados do algoritmo é o operador de reparo. Como explicado no Capítulo 4, ele é utilizado para diminuir a sobrecarga nos veículos da solução, considerando que essa restrição é relaxada no operador de cruzamento e na geração da população inicial. Quando este operador não é utilizado, é comum que a grande maioria dos indivíduos da população esteja com pelo menos um veículo com sobrecarga. Para tentar melhorar essa avaliação, posteriormente será implementada uma estratégia de seleção não dominante.

Após a análise de sensibilidade dos principais operadores utilizados, a Seção 5.3 apresenta os resultados obtidos pela ferramenta Localsolver e pelo algoritmo AMPI-LK no contexto do HVRP e 2E-HVRP.

### 5.3 Resultados para o HVRP e 2E-HVRP

Todos os testes apresentados nesta seção seguem a abordagem do artigo (MATEI O. ; POP, 2015), que computa os resultados das análises a partir da média de 30 execuções

do algoritmo. A estrutura do algoritmo AMPI-LK foi projetada para ser executada em servidores, entretanto, os testes apresentados aqui foram realizados em um computador pessoal com a seguinte configuração: processador Intel Core I7 com frequência de 3.60 GHz e 16GB de memória RAM. A implementação foi feita na linguagem Java com JDK 1.8 para permitir a utilização do suporte a estruturas funcionais. O modelo de ilhas paralelas foi feito com suporte do *Framework Fork/Join*, que utiliza uma abordagem de divisão e conquista para melhorar o desempenho do processamento paralelo.

Como descrito anteriormente a ferramenta Localsolver utiliza a heurística de Recozimento Simulado para otimização. No artigo (MARTÍN M.; JUÁREZ-ROMERO; DÍAZ-PARRA, 2007) é demonstrado que a referida heurística sofre com problemas de ótimos locais quando não é feito um estudo aprofundado sobre os parâmetros de execução. Com base nos estudos realizados, a ferramenta Localsolver permite realizar a modelagem do problema por meio de uma linguagem própria, entretanto, não foi possível identificar como seria possível configurar detalhes da heurística de solução (define-se apenas o tempo limite). Por esse motivo, o tempo de execução limite utilizado para a ferramenta foi de 900 segundos, que é um tempo considerado aceitável pela equipe de logística da empresa estudada. Os tempos apresentados para a ferramenta nas tabelas comparativas são relativos ao momento em que foi encontrada a melhor solução. A expectativa com o limite de tempo maior para o algoritmo é permitir o maior número de tentativas para sair dos máximos locais.

Para o algoritmo AMPI-LK os parâmetros definidos foram: cinco vezes o número de clientes como tamanho da população, taxa de cruzamento de 85%, taxa de mutação variando de 5 a 35% (aumentando sempre que a melhor avaliação não muda por cinco gerações), 2000 gerações, 5% de indivíduos imigrantes elitistas (não repetidos) sendo trocados aleatoriamente sempre que houver muita proximidade entre a avaliação média e a melhor avaliação e 8 ilhas paralelas.

Na Tabela 6 são apresentados os dados comparativos do algoritmo AMPI-LK, da ferramenta Localsolver e das seguintes estratégias de solução documentadas para as instâncias do problema HVRP: geração heurística de colunas (do inglês, *heuristic column generation* [HCG]), apresentada no artigo (TAILLARD, 1999), meta-heurística com limite de aceitação adaptativo (do inglês, *backtracking adaptive threshold accepting metaheuristic* [BATA]), do artigo (TARANTILIS D.; KIRANOUDIS, 2004), algoritmo de viagem ponto-a-ponto (do inglês, *the record-to-record travel algorithm* [HRTR]), do artigo (LI P. ; GOLDEN, 2007), o algoritmo de memorização adaptativo com múltiplos inícios (do inglês, *the multistart adaptive memory programming* [MAMP]), demonstrado no artigo (LI X. ; TIAN, 2010) e o algoritmo de busca enviesada generalizada em vizinhança variável (do inglês, *skewed generalized variable neighborhood search* [SGVNS]) apresentado no artigo (DERBEL H. ; JARBOUI, 2017).

A primeira avaliação importante dos resultados da tabela é a eficiência do AMPI-LK, que foi capaz de encontrar seis dos oito melhores resultados para as instâncias testadas. Os resultados obtidos nas instâncias 18 e 20 são, respectivamente, 0,6 e 1,9% piores do que a literatura. Outra observação importante são os resultados obtidos pela ferramenta Localsolver que, apesar de não ter encontrado nenhum dos melhores resultados da literatura, conseguiu soluções aproximadamente 1% piores em muitos dos problemas. Esse resultado reforça que a ferramenta pode ser considerada um bom comparativo, sendo competitiva mesmo quando comparada com heurísticas mais complexas e específicas para o problema abordado.

Tabela 6: Comparativo dos melhores resultados obtidos usando o AMPI-LK comparado com as melhores soluções conhecidas da literatura para as instâncias de HVRP do artigo (TAILLARD, 1999)

Instância	n	HCG	BATA	HRTR	MAMP	Memetic	Localsolver	SGVNS	AMPI-LK
		Melhor	Melhor	Melhor	Melhor	Melhor	Melhor	Melhor	Melhor
13	50	3198.05	3199.96	3197.14	<b>3185.09</b>	<b>3185.09</b>	3237	<b>3185.09</b>	<b>3185.09</b>
14	50	10115.64	10111.39	<b>10107.53</b>	<b>10107.53</b>	<b>10107.53</b>	10127.60	<b>10107.53</b>	<b>10107.53</b>
15	50	3066.86	<b>3065.29</b>	<b>3065.29</b>	<b>3065.29</b>	3066.86	3068.6	<b>3065.29</b>	<b>3065.29</b>
16	50	3354.05	3345.52	3344.94	3278.96	3278.96	3350.89	<b>3265.41</b>	<b>3265.41</b>
17	75	2111.79	2111.01	<b>2076.96</b>	<b>2076.96</b>	<b>2076.96</b>	2109.1	<b>2076.96</b>	<b>2076.96</b>
18	75	3800.16	3776.35	<b>3743.58</b>	<b>3743.58</b>	<b>3743.58</b>	3875.00	<b>3743.58</b>	3765.67
19	100	<b>10417.51</b>	10423.83	10420.34	10420.34	<b>10417.51</b>	10870.34	10420.34	<b>10417.51</b>
20	100	4859.77	4856.35	4834.17	4834.17	4834.17	4882.9	<b>4760.68</b>	4851.43

Para verificar a robustez dos métodos no que diz respeito à dispersão dos resultados obtidos na otimização, foi realizada uma segunda análise com foco no desvio padrão do melhor resultado e a média dos melhores resultados obtidos. A Tabela 7 mostra que o Localsolver apresenta um desvio padrão consideravelmente menor que os outros dois algoritmos, mostrando que a ferramenta é robusta na obtenção de boas soluções. Apesar dos melhores resultados de dispersão obtidos pelo Localsolver, as duas outras abordagens, ambas baseadas em conceitos de algoritmos evolutivos, também se mostram robustas gerando resultados não muito distantes em sucessivas execuções.

Tabela 7: Comparativo das melhores e média das melhores soluções obtidas pelo Algoritmo Memético da pesquisa (MATEI O. ; POP, 2015), do Localsolver e do AMPI-LK

Instância	n	Localsolver			Memético			AMPI-LK		
		Melhor	Média	Desvio Padrão	Melhor	Média	Desvio Padrão	Melhor	Média	Desvio Padrão
13	50	3237	3283	3.54	3185.09	3201.45	16.36	3185.09	3198.29	12.34
14	50	10127.60	10133.90	0.52	10107.53	10112.36	4.83	10107.53	10120.4	3.76
15	50	3068.6	3072.9	0.78	3066.86	3072.53	2.83	3065.29	3073.8	1.98
16	50	3350.89	3358.54	1.12	3278.96	3352.27	36.65	3265.41	3325.7	25.13
17	75	2109.1	2112.4	0.72	2076.96	2103.54	13.29	2076.96	2125.5	7.53
18	75	3875.00	3905.10	1.56	3743.58	3764.82	10.62	3765.67	3785.3	4.25
19	100	10870.34	11078.2	14.31	10417.51	10420.77	1.63	10420.34	10487.53	8.33
20	100	4866.60	4882.9	8.85	4834.17	4852.26	18.09	4851.43	4882.91	22.56

Apesar dos importantes resultados indicando a eficiência e robustez dos algoritmos AMPI-LK e Localsolver nas instâncias do HVRP, o foco desta tese está no contexto de dois níveis desse problema. Portanto, as próximas avaliações dizem respeito aos resultados obtidos nas instâncias 2E-HVRP.

Para verificar a influência dos custos fixo e variável nos resultados obtidos, as instâncias adaptadas da literatura foram testadas de duas formas: primeiramente, os resultados apresentados na Tabela 8 mostram o custo das soluções obtidas considerando custos fixos e variáveis (ou, dependentes) (2E-HVRP-FD), enquanto a Tabela 9 mostra os resultados apenas considerando custos variáveis (2E-HVRP-D).

Tabela 8: Comparativo do melhor e da média dos resultados obtidos por Localsolver e AMPI-LK para as instâncias adaptadas do artigo (TAILLARD, 1999) no contexto 2E-HVRP-FD

Instância	n	AMPI-LK				Localsolver			
		Melhor	Média	Desvio Padrão	Tempo	Melhor	Média	*Tempo	Desvio Padrão
13	50	<b>6055.7</b>	6303.5	86.7	30 (s)	6381.3	6636	48 (s)	142.2
14	50	<b>24078</b>	24601.6	404.3	42 (s)	25936.8	26670.27	258 (s)	468.1
15	50	<b>6201</b>	6370.3	91.4	33 (s)	6308.6	6862.05	78 (s)	291.9
16	50	<b>6309.8</b>	6541.16	120	26(s)	6457.7	6707.25	122 (s)	121.6
17	75	<b>4008.2</b>	4329.4	141.5	43 (s)	4513.4	4694.95	312 (s)	97.7
18	75	<b>8207</b>	8524.03	105.3	60 (s)	9679.6	9843.95	430 (s)	169
19	100	<b>23936.8</b>	24335.9	306.3	61 (s)	24503.5	26201.78	445 (s)	706.3
20	100	<b>10707.9</b>	11317.7	103.8	62 (s)	11144.8	11457.68	378 (s)	340.3

Tabela 9: Comparativo do melhor e da média dos resultados obtidos por Localsolver e AMPI-LK para as instâncias adaptadas do artigo (TAILLARD, 1999) no contexto 2E-HVRP-D

Instância	n	AMPI-LK				Localsolver			
		Melhor	Média	Desvio Padrão	Tempo	Melhor	Média	Desvio Padrão	*Tempo
13	50	<b>2020.2</b>	2283.3	86.6	32 (s)	2276.1	2525.3	161.6	117 (s)
14	50	<b>761.9</b>	849	38.3	44 (s)	893.8	974.7	58	74 (s)
15	50	<b>1331.4</b>	1409.5	71.8	29 (s)	1529.6	1628.5	81.1	223 (s)
16	50	<b>1622.5</b>	1782.8	74.9	29 (s)	1752.6	1928.2	120.7	182 (s)
17	75	<b>1477.3</b>	1595	82.9	49 (s)	1703.2	1846.2	90.9	293 (s)
18	75	<b>2585.6</b>	2684.9	75.2	57 (s)	2890.7	3050.1	138.7	193 (s)
19	100	<b>1710.7</b>	1789.4	55.8	60 (s)	1968.4	2060.9	59.4	325 (s)
20	100	<b>2400.6</b>	2663.1	111.5	59 (s)	2612.5	2862.7	138.7	266 (s)

A análise dos resultados para os problemas 2E-HVRP-FD e 2E-HVRP-D demonstram que o desempenho do Localsolver se mostra menos eficiente em um contexto de problema mais complexo. Em todas as instâncias dos dois testes os resultados do algoritmo AMPI-LK são superiores. Essa diferença entre as duas abordagens de solução pode



tem relação a dificuldade do Localsolver de sair de ótimos locais pela impossibilidade de criar configurações específicas para a heurística de solução dentro da ferramenta. Outra explicação possível é sobre a forma de implementar a solução na linguagem da ferramenta, que pode não ter sido suficientemente boa para a abstração do problema com dois níveis.

O comparativo entre os melhores resultados obtidos pelas duas técnicas para o problema 2E-HVRP-FD mostra que apenas nas instâncias 17 e 18 a diferença foi maior do que 10%. Já no comparativo relativo ao problema 2E-HVRP-D, somente a instância 16 tem uma diferença percentual menor que 10% entre as melhores soluções. As diferenças citadas mostram que os custos fixos das frotas das instâncias adaptadas estão muito discrepantes quando comparados com os variáveis, dessa forma, as diferenças de custos das soluções são suavizadas. Quando são excluídos os custos fixos fica mais clara a diferença no potencial de otimização das duas estratégias e a vantagem do algoritmo AMPI-LK é ainda mais evidente.

No que tange ao desvio padrão, pode-se observar que o valor foi muito maior, para as duas estratégias, quando comparado com os dados mostrados para o HVRP. Entretanto, no contexto de dois níveis o algoritmo AMPI-LK se mostrou mais robusto, apresentando, em média, valores de desvio padrão mais controlados do que os da ferramenta Localsolver. Essa análise demonstra que o algoritmo foi capaz de tratar a alta complexidade combinatória do problema, provavelmente, devido aos mecanismos de manutenção de variabilidade e a correta configuração dos parâmetros.

Sobre a análise de tempo, fica claro que o tempo usado pela ferramenta Localsolver para encontrar a melhor solução é consideravelmente maior do que o resultado do AMPI-LK. As populações paralelas implementadas com base no *framework Fork/Join* e a estrutura *hashmap* permitiram manutenção de variabilidade e otimização local sem comprometer o desempenho computacional da estratégia, principalmente se for considerado a opinião dos especialistas de logística da empresa que consideraram um tempo de até cinco minutos aceitável para execução do algoritmo.

Para aprofundar a análise do desempenho dos dois algoritmos a Tabela 10 apresenta os resultados obtidos nas instâncias reais construídas a partir dos dados reais normalizados. É importante lembrar que, como descrito no Capítulo 5.1, as características de veículos, clientes e satélites das instâncias reais são consideravelmente diferentes das instâncias adaptadas.

Com relação ao tempo computacional, pode-se observar uma grande similaridade entre as maiores instâncias adaptadas (com 100 clientes) e as instâncias reais, que contam com 125 clientes. Portanto, o algoritmo AMPI-LK ainda se mostra robusto e eficiente com relação ao desempenho, continuando a apresentar resultados melhores que o Localsolver.

O desvio padrão observado para o algoritmo AMPI-LK reforçando a avaliação

de robustez do mesmo. Quando é analisada a distância percentual entre as melhores soluções dos dois algoritmos, percebe-se que quatro instâncias apresentaram mais de 18% de diferença favorecendo o AMPI-LK e as outras ficaram entre 10 e 13%. Isso demonstra que a complexidade das instâncias reais é maior do que as instâncias adaptadas, reforçando a ideia de que a distribuição de clientes de maneira uniforme simplifica decisões de posicionamento de satélites para otimização da rede de transporte. Esse resultado evidencia que o problema proposto nessa pesquisa ainda pode ser bastante explorado até se chegar a um entendimento completo dos impactos positivos e negativos da escolha por utilizar satélites não capacitados na rede de transporte. Essa percepção é reforçada por ter sido frequentemente observado que a discrepância de utilização dos satélites nas instâncias reais é muito superior ao que foi observado nas instâncias adaptadas.

Mesmo considerando que o problema ainda pode receber um aprofundamento maior, é inegável que a combinação da estratégia evolutiva com busca local e as otimizações explicadas surtiram efeito no tratamento do problema. Foi possível realizar as computações em tempos aceitáveis, obter uma boa variabilidade genética para evitar os ótimos locais e produzir um algoritmo robusto no que tange a proximidade dos resultados obtidos em múltiplas execuções. Muitas das estratégias adotadas tem relação direta com a proposta de codificação de soluções utilizada, o que também pode ser considerada como um resultado importante da pesquisa.

Tabela 10: Comparativo do melhor e da média dos resultados obtidos por Localsolver e AMPI-LK para as instâncias 2E-HVRP-D baseadas em dados reais

Instância	n	AMPI-LK				Localsolver			
		Melhor	Média	Desvio Padrão	Tempo	Melhor	Média	Desvio Padrão	*Tempo
21	125	<b>216.2</b>	231.8	12.3	69 (s)	242.3	292.3	25.4	169 (s)
22	125	<b>160.5</b>	174.3	10.1	56 (s)	212.8	237.9	16.6	138 (s)
23	125	<b>189.5</b>	199.1	9.6	64 (s)	232.4	282.4	28.5	215 (s)
24	125	<b>189.7</b>	196.7	7.8	65 (s)	242.7	282.18	16.2	386 (s)
25	125	<b>207.3</b>	217.4	12.3	60 (s)	253.1	283	15.9	278 (s)
26	125	<b>214.4</b>	226.7	11.4	62 (s)	247.3	270.4	11.5	332 (s)

Outra característica importante observada é que as rotas geradas são, costumeiramente, maiores do que o que seria desejável em uma situação real. Essa não foi uma restrição abordada, mas também teria uma grande influência na composição das frotas.

Por fim, durante o estudo conduzido na empresa, foi criado um algoritmo para visualização de posicionamento de satélites (relacionado com o algoritmo de agrupamento criado para posicionamento de satélites) e este mesmo algoritmo foi ampliado e reestruturado para produzir visualizações de roteamentos. O objetivo principal era que o algoritmo AMPI-LK produzisse rotas otimizadas e retornasse um arquivo (com uma formatação



pré-estabelecida) que pudesse ser aberto em uma ferramenta *web* para ser analisado em tempo real por especialistas em logística.

As Figuras 25 e 26 mostram dois subconjuntos de rotas de primeiro (rotas azuis) e segundo nível (rotas vermelhas) geradas para uma solução da instância adaptada de índice 13. A ferramenta de visualização permite que sejam escolhidas as rotas a serem mostradas. Se muitas rotas forem exibidas ao mesmo tempo o entendimento fica comprometido. Para tentar auxiliar na compreensão quando múltiplas rotas são exibidas foi adicionado a imagem de um caminhão em cada ponto visitado e, ao lado da imagem, adicionou-se um índice que representa a ordem escolhida para as visitas daquela rota. Além disso, foi criada uma opção para vincular a espessura das rotas e dos veículos com algum indicador de negócio. No caso das referidas ilustrações, a espessura das rotas está diretamente relacionada com o volume total da carga que será distribuída.

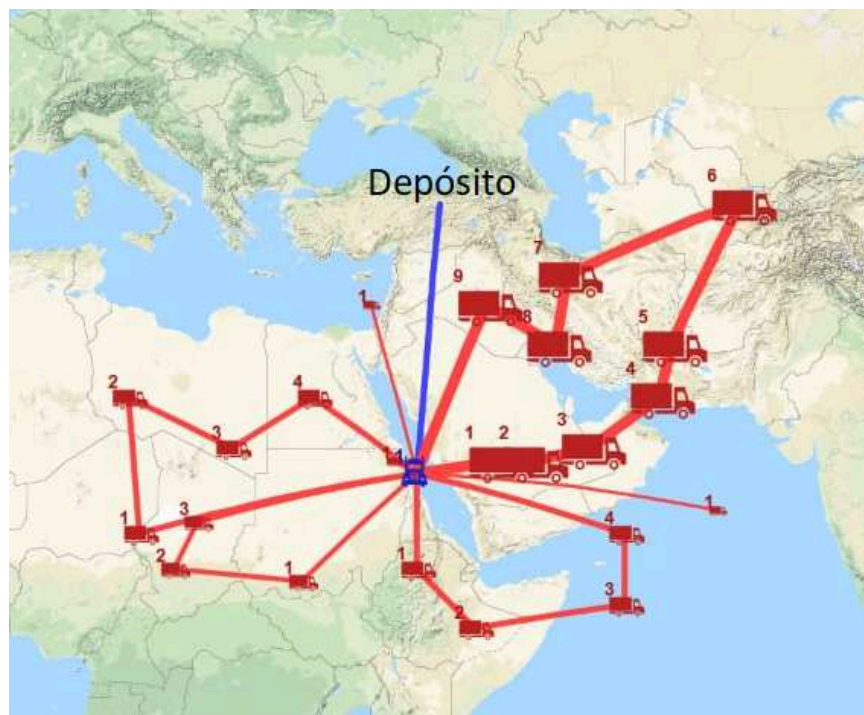


Figura 25: Ilustração de seis rotas de segundo nível e uma de primeiro nível para a instância adaptada de índice 13.

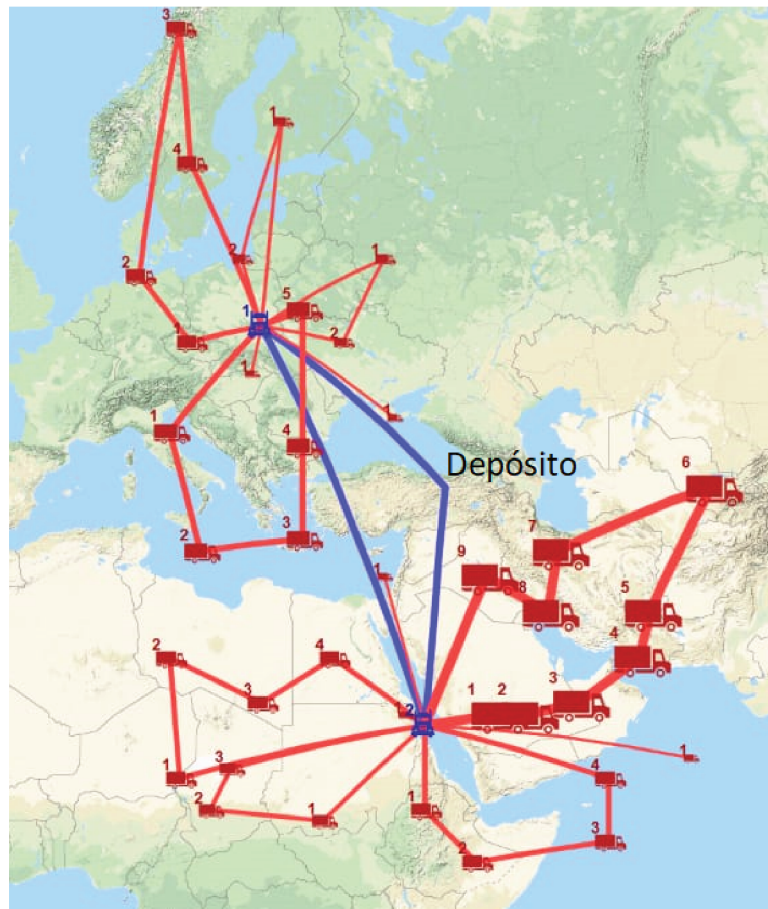


Figura 26: Ilustração para um conjunto de rotas de segundo nível saindo de dois satélites diferentes.

Já na Figura 27 são exibidos subconjuntos de rotas escolhidos para a instância real de índice 26. Pode-se perceber a já citada diferença na dispersão de clientes e a centralização dos envios em um satélite. Isso reforça a ideia de que um estudo mais aprofundado no posicionamento das estruturas intermediárias deve ser conduzido.

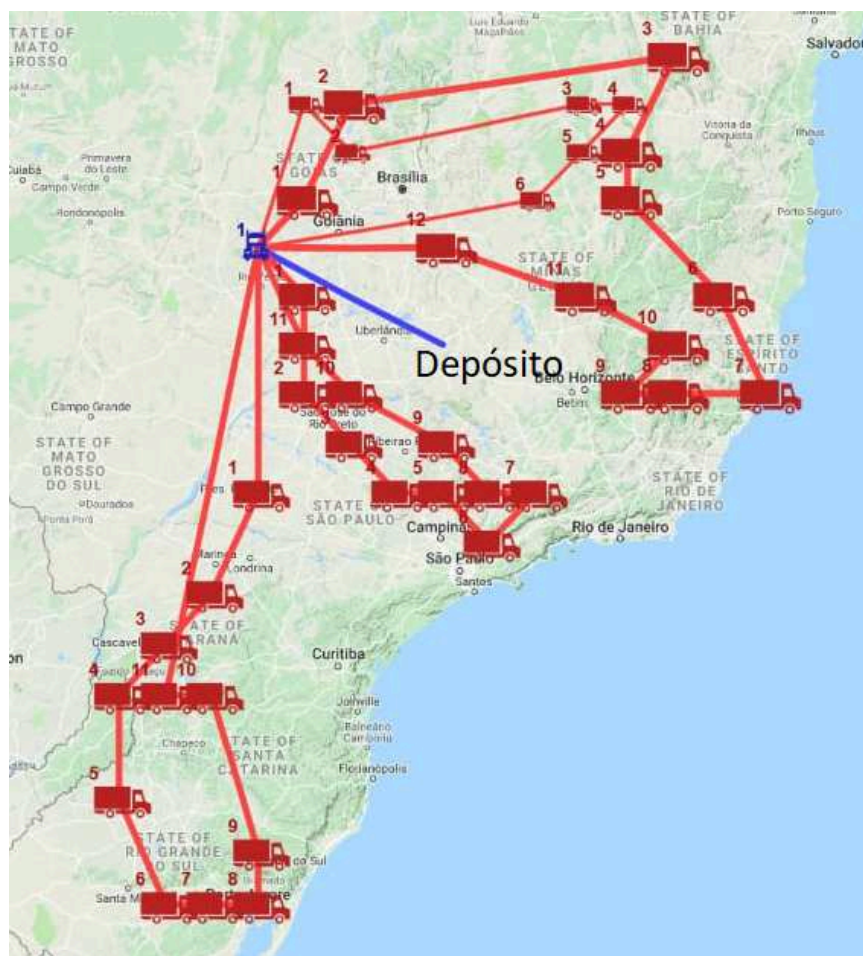


Figura 27: Ilustração de rotas na instância com dados reais de índice 26.

Em todas as imagens é possível perceber que a ferramenta propicia uma boa visualização das rotas que podem ser selecionadas dinamicamente pelo especialista. Ainda são necessários estudos aprofundados para melhorar as funcionalidades da visualização, por exemplo, permitindo que a espessura da rota seja vinculada ao indicador a cada visita, ou seja, começa relacionada ao volume total e a cada cidade que for visitada, diminui-se o volume descarregado e, conseqüentemente o tamanho da rota. Outras opções como, por exemplo, visualização do volume de transbordo feito em cada satélite também serão consideradas para melhorias futuras.



---

## Conclusões, Trabalhos Futuros e Produção Científica

Esta tese apresenta uma extensão do problema de roteamento de veículos heterogêneos baseada em um estudo de casos conduzido em uma empresa atacadista brasileira. O novo problema tem dois níveis, sendo o primeiro relacionado com a movimentação de veículos de transbordo entre um depósito com infraestrutura física e um conjunto de satélites sem infraestrutura física. O segundo nível contempla movimentações de veículos que realizam transbordo em satélites e visitam um conjunto de clientes para distribuição de mercadorias. A forma de ligar os dois níveis do problema, devido a não existência de área para armazenamento nos satélites, é a atribuição de um conjunto de veículos de segundo nível que realizarão transbordo da carga de um veículo de primeiro nível. O objetivo é definir o conjunto de rotas dos dois níveis de forma a reduzir o custo total, sempre levando em consideração frotas com número limitado de veículos heterogêneos.

Um novo *benchmark* composto de 8 instâncias adaptadas da literatura e 6 instâncias com dados reais normalizados foi criado. As instâncias possuem de 50 a 125 clientes, até 6 tipos diferentes de veículos de segundo nível e 3 tipos de veículos de primeiro nível.

A solução proposta é um algoritmo memético baseado em ilhas com otimização local de Lin-Kernighan. Indivíduos imigrantes são trocados para preservar diversidade, a codificação da solução é de alto nível e auxilia no desenvolvimento de diversas melhorias para o algoritmo. Em relação a literatura, o algoritmo apresentado nesta tese estende a forma de representação para permitir a visualização e manipulação das frotas de primeiro nível de uma forma conveniente para situações nas quais os satélites não podem armazenar mercadorias. Além disso, foi implementada uma forma estocástica para mitigar os efeitos de sobrecarga causados pela flexibilização ocorrida quando são aplicados os operadores genéticos de mutação e cruzamento. O algoritmo de busca local LK foi utilizado em conjunto com uma técnica de memorização que, em conjunto com a forma de representação, permite boa redução no tempo computacional. Por fim, a estrutura e as técnicas implementadas

nesta tese favorecem sua adoção em diversos contextos de problemas de transporte, pois o método de representação da solução permite implementar vários mecanismos que são aplicados em partes da solução, diferentemente do que ocorre quando a representação é feita em apenas uma estrutura (método bastante comum e reconhecido na literatura de problemas de transporte). Além disso, as análises de sensibilidade realizadas e as implementações que surtiram pouco efeito auxiliam no entendimento de como configurar um algoritmo evolutivo para o contexto de transporte sem que exista um desequilíbrio entre diversidade e convergência.

As análises realizadas demonstram que o modelo de ilhas paralelas adotado é muito importante para aumentar a diversidade e melhorar a convergência sem afetar substancialmente o tempo computacional para gerar soluções. O número de indivíduos imigrantes a ser trocado entre populações também não deve ser muito grande para que o efeito da diversidade não seja perdido. A importância da busca local cresce conforme o número de clientes atendidos aumenta, ou seja, maiores instâncias de problema exigem a utilização de métodos complementares para auxiliar na busca.

Os resultados obtidos pela ferramenta Localsolver demonstram sua competitividade e robustez no contexto do problema de roteamento de veículos heterogêneos de um nível, entretanto, quando o problema envolve dois níveis o desempenho de otimização é bem inferior ao obtido pelo AMPI-LK. Além disso, fica claro que as instâncias inspiradas em dados reais são mais complexas e tornam o Localsolver ainda menos eficiente em relação a qualidade das melhores soluções e desvio padrão dos resultados obtidos em múltiplas execuções.

O algoritmo AMPI-LK foi capaz de obter os melhores resultados já publicados em 6 das 8 instâncias do problema HVRP. No contexto 2E-HVRP a estratégia superou a ferramenta Localsolver em todos os cenários no que tange a qualidade de soluções, desvio padrão dos resultados de múltiplas execuções e tempo de execução. Além disso, a estrutura criada para codificação e os modelos de operadores utilizados podem ser reaproveitados sem grandes mudanças para absorver novas restrições que fariam com que o problema fosse mais similar à situação vivenciada no estudo de casos.

A apresentação de um modelo matemático para o problema em conjunto com a publicação das instâncias criadas abre espaço para iniciativas de outros pesquisadores em contribuir para explorar o cenário proposto.

A visualização *web* criada auxilia no entendimento da solução gerada, porém, ainda precisa de melhorias para comportar os diversos cenários de visualização que um problema com a complexidade do 2E-HVRP exige. O foco da visualização pode facilmente mudar de perspectiva, por exemplo, podem ser consideradas características relacionadas com clientes, veículos de ambos os níveis, distâncias, dados de transbordo nos satélites, etc.

Por fim, considera-se que os objetivos da pesquisa foram atingidos cobrindo uma carência da literatura com relação a problemas de transporte de dois níveis com frotas heterogêneas em ambos os níveis, tratando da configuração de estruturas intermediárias sem infraestrutura de armazenamento (que impacta em diversas fases do problema), apresentando um modelo adaptado para codificação e cruzamento que permite separar as partes do problema e criar operadores específicos para auxiliar na convergência e demonstrando a viabilidade de estratégias de manutenção da variabilidade e refino de soluções sem comprometer o desempenho computacional em instâncias da literatura, em novas instâncias adaptadas e em problemas inspirados em dados reais.

Apesar das contribuições, vários trabalhos futuros ainda são necessários para explorar corretamente a nova configuração de problema e estes são apresentados na Seção 6.1.

## 6.1 Trabalhos Futuros

Os trabalhos futuros necessários para aprimorar esta pesquisa estão divididos em duas principais áreas. Melhorias para o algoritmo e as análises propostas e aumento das restrições para contemplar mais situações reais no problema:

- Implementar um algoritmo de seleção não-dominante para o AMPI-LK com o objetivo de melhorar a manutenção da diversidade.
- Considerar características sobre janelas de tempo para entrega e transbordo.
- Transformar o problema para o contexto de três níveis, inserindo o roteamento dentro de cidades em uma etapa posterior ao segundo nível tratado aqui.
- Adaptar o algoritmo AMPI-LK para o contexto de localização de estruturas de roteamento, tornando possível identificar as peculiaridades do posicionamento de estruturas intermediárias quando são considerados cenários inspirados em dados reais.
- Comparar a otimização obtida nas instâncias reais posicionando satélites com redes neurais de agrupamento (que são capazes de realizar transformações multidimensionais em agrupamentos bidimensionais, por exemplo, características das entregas e posição das cidades serem transformadas em posição de satélites) e com o algoritmo *k-means* (mais indicado para transformações sempre bidimensionais).

## 6.2 Produção Científica

A estrutura de problema apresentada em conjunto com o algoritmo proposto foram utilizados na construção do artigo *Parallel Island Based Memetic Algorithm with Lin-Kernighan Local Search for a real-life Two-Echelon Heterogeneous Vehicle Routing Problem based on Brazilian Wholesale Companies* publicado no periódico científico *Applied Soft Computing*. No que tange à avaliação, como pode ser verificado na plataforma Sucupira mantida pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o periódico recebe qualis A1 em Ciência da Computação, A1 em Engenharias IV e A2 em Engenharias III, que são as principais áreas de estudo relacionadas com os conceitos desta tese.

Com relação ao modelo matemático do problema, um artigo está sendo preparado com a formalização mostrada nesta tese e a computação dos limites inferiores das instâncias do *benchmark* criado utilizando um *solver* matemático comercial.



## Referências

- AL, M. Hall et. The {WEKA} Data Mining Software: An Update. **{SIGKDD} Explorations.**, v. 11, n. 3, p. 10–18, nov 2009. ISSN 0272-9490. Disponível em: <http://www.sigkdd.org/explorations/issues/11-1-2009-07/p2V11n1.pdf>.
- BALDACCI R.; BATTARRA, M. V. D. Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles. In: **The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges**. Boston, MA: Springer US, 2008. v. 43, n. January, p. 3–27. ISBN 9780387777788. Disponível em: [https://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8\\_1](https://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8_1).
- BALDACCI R.; MINGOZZI, A. R. R. C. R. W. An Exact Algorithm for the Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem. **Oper. Res.**, v. 61, n. 2, p. 298–314, 2013. ISSN 0030-364X. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/23481831>.
- BELGIN O. ; KARAOGLAN, I. A. F. Two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: Mathematical model and heuristic approach. **Comput. Ind. Eng.**, v. 115, p. 1–16, 2018. ISSN 03608352. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2017.10.032>.
- BENOIST T. ; ESTELLON, B. . G. F. . M.-R. . N. K. Localsolver 1.x: a black-box local-search solver for 0-1 programming. **4OR**, v. 9, n. 3, p. 299, Mar 2011. ISSN 1614-2411. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10288-011-0165-9>.
- BREUNIG U.; SCHMID, V. H. R. V. T. A large neighbourhood based heuristic for two-echelon routing problems. **Computers Operations Research**, v. 76, p. 208 – 225, 2016. ISSN 0305-0548. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054816301459>.
- CAXITO, F. **Logística: Um Enfoque Prático**. São Paulo - SP: Saraiva, 2014. 328 p.
- CRAINIC, T. G. Clustering-Based Heuristics for the Two-Echelon Vehicle Routing Problem. n. November, 2008.
- CRAINIC, T. G. et al. Two-Echelon Vehicle Routing Problem: A satellite location analysis. **Procedia - Soc. Behav. Sci.**, v. 2, n. 3, p. 5944–5955, 2010. ISSN 18770428. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.04.009>.
- CRAINIC T. G. ; MANCINI, S. . P. G. . T. R. Grasp with path relinking for the two-echelon vehicle routing problem. v. 53, p. 113–125, 01 2013. Disponível em: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4614-6322-1\\_7](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4614-6322-1_7).

CRAINIC T. G. ; RICCIARDI, N. . S. G. Models for Evaluating and Planning City Logistics Systems. **Transp. Sci.**, v. 43, n. 4, p. 432–454, 2009. ISSN 0041-1655. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1090.0279>>.

CUDA R. ; GUASTARROBA, G. . S. M. G. A survey on two-echelon routing problems. **Comput. Oper. Res.**, Elsevier, v. 55, p. 185–199, 2015. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2014.06.008>>.

DERBEL H. ; JARBOUI, B. . B. R. A skewed general variable neighborhood search algorithm with fixed threshold for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. **Ann. Oper. Res.**, Springer US, jul 2017. ISSN 0254-5330. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10479-017-2576-2>>.

DONDO R. ; MÉNDEZ, C. A. . C. J. The multi-echelon vehicle routing problem with cross docking in supply chain management. **Comput. Chem. Eng.**, Elsevier Ltd, v. 35, n. 12, p. 3002–3024, 2011. ISSN 00981354. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2011.03.028>>.

ESMAEILI M. ; SAHRAEIAN, R. A multi-objective Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem for perishable products. **J. Ind. Syst. Eng.**, v. 11, n. 2013, p. 72–94, 2018.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. 1st. ed. [S.l.]: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989. ISBN 0201157675.

GONZALEZ-FELIU J.; GUIDO, P. T. R. V. D. The two-echelon capacitated vehicle routing problem To cite this version : The Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem. <**Halshs-00879447**>, 2008. Disponível em: <<https://ideas.repec.org/p/hal/wpaper/halshs-00879447.html>>.

HELSGAUN, K. An effective implementation of the lin-kernighan travelling salesman heuristic. **Eur. J. Oper. Res.**, v. 126, p. 106 – 130, 2000. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00284-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00284-2)>.

HEMMELMAYR V. C. ; CORDEAU, J. F. . C. T. G. An adaptive large neighborhood search heuristic for Two-Echelon Vehicle Routing Problems arising in city logistics. **Comput. Oper. Res.**, v. 39, n. 12, p. 3215–3228, 2012. ISSN 03050548. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cor.2012.04.007>>.

JONG, K. D. **Evolutionary Computation: A Unified Approach**. [s.n.], 2006. 272 p. ISBN 0262041944. Disponível em: <<http://mitpress.mit.edu/0262041944>>.

LI P. ; GOLDEN, F. . W. B. . L. E. . T. X. . A. P. A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. **Comput. Oper. Res.**, Elsevier Ltd, v. 34, n. 9, p. 2734–2742, 2007. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2010.02.004>>.

LI X. ; TIAN, P. . A. Y. P. An adaptive memory programming metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. **Transp. Res. Part E**, Elsevier Ltd, v. 46, n. 6, p. 1111–1127, 2010. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2010.02.004>>.

- LIAO K.; GUO, D. A Clustering-based approach to the capacitated facility location problem. **Trans. GIS**, v. 12, n. 3, p. 323–339, 2008. ISSN 13611682. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1467-9671.2008.01105.x>>.
- MARTÍN M., G. . C.-c. M. A. . Z.-J. C.; JUÁREZ-ROMERO, D.; DÍAZ-PARRA, O. Analysis of the Simulated Annealing Convergence in Function of the Standard Deviation and the Boltzmann Quotient for Scheduling Problems 1. n. January, p. 2006–2007, 2007.
- MATEI O. ; POP, P. C. . S. J. L. C. C. An improved immigration memetic algorithm for solving the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. **Neurocomputing**, v. 150, n. Part A, p. 58–66, 2015. ISSN 18728286. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.neucom.2014.02.074>>.
- PAYDAR M. M. ; SAIDI-MEHRABAD, M. A hybrid genetic-variable neighborhood search algorithm for the cell formation problem based on grouping efficacy. **Comput. Oper. Res.**, Elsevier, v. 40, n. 4, p. 980–990, 2013. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2012.10.016>>.
- PENNA P. H. V. ; SUBRAMANIAN, A. . O. L. S. . V. T. . P. C. A hybrid heuristic for a broad class of vehicle routing problems with heterogeneous fleet. **Ann. Oper. Res.**, Springer US, p. 1–70, 2017. ISSN 15729338. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-017-2642-9>>.
- PERBOLI G.; TADEI, R. . V. D. The Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem: Models and Math-Based Heuristics. **Transp. Sci.**, v. 45, n. 3, p. 364–380, 2011. ISSN 0041-1655. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1110.0368>>.
- RESENDE P. ; SOUSA, P. R. d. C. R. V. Q. A. **CUSTOS LOGÍSTICOS NO BRASIL**. 2017. Disponível em: <<https://www.fdc.org.br/conhecimento-site/nucleos-de-pesquisa-site/Materiais/pesquisa-custos-logisticos2017.pdf>>.
- RUSSELL S. J. ; NORVIG, P. **Artificial Intelligence: A Modern Approach**. Prentice Hall, 2009. 1132 p. ISBN 0136042597. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.artint.2011.01.005>>.
- TAILLARD, E. D. A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP. **RAIRO - Oper. Res.**, v. 33, n. 1, p. 1–14, jan 1999. ISSN 0399-0559. Disponível em: <<https://doi.org/10.1051/ro:1999101>>.
- TARANTILIS D.; KIRANOUDIS, C. . V. C. V. A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 152, p. 148–158, 01 2004. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00669-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00669-0)>.
- VIDAL T. ; CRAINIC, T. G. G. M. L. N. . R. W. A Hybrid Genetic Algorithm for Multidepot and Periodic Vehicle Routing Problems. **Oper. Res.**, v. 60, n. 3, p. 611–624, 2012. ISSN 0030-364X. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.1120.1048>>.
- WANG K.; LAN, S. Z. Y. A genetic-algorithm-based approach to the two-echelon capacitated vehicle routing problem with stochastic demands in logistics service. **J. Oper. Res. Soc.**, Palgrave Macmillan UK, v. 68, n. 11, p. 1409–1421. ISSN 14769360. Disponível em: <<https://doi.org/10.1057/s41274-016-0170-7>>.

WHITLEY D.; RANA, S. H. R. The island Model Genetic algorithm: On separability, population size and convergence. **CIT. J. Comput. Inf. Technol.**, v. 7, n. 1, p. 33–47, 1999. Disponível em: <<http://cit.fer.hr/index.php/CIT/article/view/2919>>.

ZHAO Q.; WANG, W. D. S. R. A heterogeneous fleet two-echelon capacitated location-routing model for joint delivery arising in city logistics. **Int. J. Prod. Res.**, Taylor & Francis, v. 7543, n. December, p. 1–19, 2017. ISSN 1366588X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1401235>>.

ZHENG Z.; XU, Y. X. W. S. . S. Z. Y. H. W. A Hybrid GRASP+VND heuristic for the two-echelon vehicle routing problem arising in city logistics. **Math. Probl. Eng.**, v. 2014, n. April 2014, 2014. ISSN 15635147. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2014/517467>>.

ZHONG X. ; JIANG, S. S. H. ABCGA Algorithm for the Two Echelon Vehicle Routing Problem. **Proc. - 2017 IEEE Int. Conf. Comput. Sci. Eng. IEEE/IFIP Int. Conf. Embed. Ubiquitous Comput. CSE EUC 2017**, v. 1, p. 301–308, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/CSE-EUC.2017.61>>.

ZHOU L. ; BALDACCI, R. . V. D. . W. X. A Multi-Depot Two-Echelon Vehicle Routing Problem with Delivery Options Arising in the Last Mile Distribution. **Eur. J. Oper. Res.**, Elsevier B.V., v. 265, n. 2, p. 765–778, 2018. ISSN 03772217. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2017.08.011>>.