SAMUEL ANÍSIO NUNES SILVA

ANÁLISE DE *BURST* POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM DISCO PALHETADO



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2018

SAMUEL ANÍSIO NUNES SILVA

ANÁLISE DE *BURST* POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM DISCO PALHETADO

Projeto de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **BACHAREL em ENGENHARIA AERONÁUTICA.**

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Dr. Tobias Souza Morais

UBERLÂNDIA - MG 2018

ANÁLISE DE *BURST* POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM DISCO PALHETADO

Projeto de conclusão de curso **APROVADO** pelo Colegiado do Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Tobias Souza Morais Universidade Federal de Uberlândia

Profa. Dra. Núbia, dos Santos Saad Universidade Federal de Uberlândia

Eng. Leonardo Campanine Sicchieri Universidade Federal de Uberlândia

UBERLÂNDIA - MG

2018

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Olívio e Heloísa, por todo amor e carinho que me dão, assim como pelo apoio na minha carreira acadêmica. O meu obrigado também aos meus irmãos, Olívio Filho e Pedro, pelo suporte e pela fraternidade. Agradeço também ao meu amigo João, por me aconselhar em momentos difíceis. Ao meu orientador Prof. Tobias, pelo ensinamento e pela paciência para que esse trabalho pudesse ser desenvolvido. Por fim, agradeço à Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pelas oportunidades de crescimento que tive durante toda a minha graduação.

SILVA, S. A. N. Análise de *Burst* por Simulação Numérica de um Disco Palhetado. 2018.41f. Projeto de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil.

RESUMO

Um disco palhetado é um dos componentes que está sujeito a esforços periódicos que podem gerar falhas internas ao disco. O interesse pela simulação numérica que envolve disco palhetado rotativo é restringir os limites de velocidade e tensões para garantir sua integridade estrutural. A falha de *burst* é o rompimento do disco rotativo em diversas partes se as tensões internas do disco forem superiores às tensões da resistência do seu material. Portanto, este trabalho propõe determinar a velocidade de rotação em que ocorre o *burst* de um disco palhetado através de simulação numérica utilizando o software *Ansys*[®].

Palavras chave: mecânica dos materiais, modelagem numérica, *burst* de disco palhetado, velocidade de disco rotativo

SILVA, S. A. N. Burst Analysis Numerical Simulation of Bladed Disk. 2018. 41 pages. Graduation Project, Federal University of Uberlandia, Uberlandia, Brazil.

ABSTRACT

The interest in numerical simulation of rotative bladed disks is to narrow the velocity and stress limits to guarantee their structural integrity. A bladed disk is a component that is under periodic forces that can cause internal failure. The burst failure is the bladed disk rupture due a high speed rotational velocity if the internal stress is superior than the resistance of the material. This paper aims to find the rotational velocity that causes the burst failure in a bladed disk through numerical simulation in Ansys.

Keywords: mechanical of materials, numerical modeling, bladed disk burst, rotational disk velocity

LISTA DA TABELAS

Tabela 1 - Propriedades da geometria e do material da análise do disco com furo central de	
espessura constante	11
Tabela 2 - Valores das tensões analíticas para velocidade de rotação de 28.250 RPM	13
Tabela 3 - Resultados da análise computacional de disco rotativo	14
Tabela 4 - Propriedades da geometria e do material da análise do disco palhetado.	18
Tabela 5 – Resultados da análise computacional de disco palhetado	19
Tabela 6 - Dados da curva S-N	24

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diferentes fases da vida em fadiga (Fonte: SCHIJVE, 2001).	3
Figura 2 - Ciclo de vida em fadiga.	3
Figura 3 - Representação das tensões atuantes em um elemento de disco com furo central.	4
Figura 4 - Geometria do disco com furo central.	11
Figura 5 - Modelo do disco com furo central de espessura constante.	12
Figura 6 - Gráfico das tensões analíticas em função do raio.	13
Figura 7 - Gráfico de Von Mises com a variação da velocidade de rotação quando r = ra.	14
Figura 8 - Resultado da simulação de disco com furo central com 28.250 RPM	15
Figura 9 - Gráfico de comparação de Von Mises com a variação da Velocidade de Rotação.	16
Figura 10 - Geometria do disco palhetado.	17
Figura 11 - Disco palhetado com elementos de massa.	18
Figura 12 - Representação da conexão do elemento de massa.	18
Figura 13 - Modelo do disco palhetado	19
Figura 14 - Resultado da simulação de disco palhetado com 22.000 RPM	20
Figura 15 - Gráfico de comparação entre modelo analítico e simulação do disco palhetado.	22
Figura 16 - Curva S-N linearizada	25
Figura 17 - Tensão alternada equivalente para 22.000 RPM	26
Figura 18 - Número de ciclos para 22.000 RPM	26
Figura 19 - Fator de Segurança para 22.000 RPM	26

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

A	Constante	
b	Espessura do disco	[m]
<i>C</i> ₁	Constante de integração	
<i>C</i> ₂	Constante de integração	
d	Densidade	$[kg/m^3]$
dF_i	Força na parte inferior	[N]
dF_s	Força na parte superior	[N]
dF_l	Força na parte lateral	[N]
е	Espessura	[m]
Ε	Módulo de elasticidade	[MPa]
E_m	Espessura média	[m]
m	Massa	[kg]
m_s	Massa do disco sem palheta	[kg]
m_p	Massa do disco com palheta	[kg]
r	Raio	[m]
r_a	Raio interno	[m]
r_b	Raio externo	[m]
r_p	Raio do disco palhetado (método analítico)	[m]
U	Velocidade tangencial	[m/s]
u	Deslocamento	[m]
V_{s}	Volume do disco sem palheta	$[m^3]$
V_p	Volume do disco com palheta	$[m^3]$

Letras Gregas

β	Força inercial	[N]
ε _r	Deslocamento radial	[m/m]
ε_t	Deslocamento transversal	[m/m]
μ	Constante de Poisson	
ρ	Densidade	$[kg/m^3]$
σ_a	Tensão alternada	[MPa]
σ_{esc}	Tensão de escoamento	[MPa]
σ_m	Tensão média	[MPa]
σ_r	Tensão radial	[MPa]
$\sigma_{r_{m lpha x}}$	Tensão radial máxima	[MPa]
σ_t	Tensão transversal	[MPa]
$\sigma_{t_{m lpha x}}$	Tensão transversal máxima	[MPa]
σ_{ultima}	Tensão do limite de resistência	[MPa]
σ_v	Tensão pelo critério de Von Mises	[MPa]
ω	Velocidade de rotação	[RPM]

Sumário

CAPÍT	ULO I	1
INTRO	DUÇÃO	1
CAPÍT	ULO II	2
REVIS	ÃO BIBLIOGRÁFICA	2
2.1	Burst	2
2.2	Fadiga e Mecânica da Fratura	2
2.3	Desenvolvimento teórico das equações de tensões e deformações de disco rotativo	4
CAPÍT		11
ANÁL	ISE DE TENSÕES PARA DISCO ROTATIVO	11
3.1	Modelo	11
3.2	Resultado Analítico	12
3.3	Resultados da Simulação	14
CAPÍT		17
ANÁL	ISE PARA DISCO PALHETADO	17
4.1	Modelo	17
4.2	Método Implícito	19
CAPÍT	ULO V	24
ANÁL	ISE DE FADIGA	24
5.1	Análise de Fadiga – Simulação	25
5.2	Análise de Fadiga – Analítico	26
5.3	Discussão dos Resultados	27
CAPÍT		28
CONC	LUSÕES	28
CAPÍT		30
REFEI	RÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	30
APÊNI	DICE A	31
IMAG	ENS DA ANÁLISE DE BURST EM DISCO ROTATIVO	31
APÊNI	DICE B	34
IMAG	ENS DA ANÁLISE DE BURST EM DISCO PALHETADO	34

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Um disco palhetado é um componente muito importante na indústria aeronáutica. Ele faz parte do sistema propulsivo, funcionando com variadas velocidades de rotação e está sujeito a esforços periódicos de alta magnitude. Portanto, deve-se atentar aos esforços aos quais o disco está submetido, pois o próprio ciclo de funcionamento, desligar e ligar a aeronave, pode causar uma falha por fadiga.

Por ser um disco que rotaciona sob altas velocidades, pode acontecer o fenômeno do *burst*, que será explicado posteriormente neste trabalho, cuja característica é o rompimento do disco rotativo em diversas partes. Dessa forma, os fragmentos do disco podem atingir componentes essenciais para o funcionamento da aeronave, podendo até causar falhas catastróficas. Assim, são necessários estudos para que se consiga prever e evitar esses fenômenos para que se garanta a qualidade do voo e a segurança dos passageiros.

O objetivo deste trabalho é definir a velocidade de rotação máxima de um disco para que aconteça o fenômeno de *burst* através de simulação utilizando modelagem analítica e o software de elementos finitos, *Ansys*. Para que isso aconteça, definiram-se os seguintes aspectos:

- A velocidade de rotação para disco com furo central através de simulação numérica utilizando o *Ansys* para validar o modelo simulado;
- ii) A velocidade de rotação de *burst* através de método implícito do *Ansys*;
- iii) A análise de fadiga de disco palhetado para a velocidade de *burst*.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Burst

O *burst* é um fenômeno de ruptura causado em elementos rotativos devido às tensões internas geradas por uma velocidade de rotação. Em sua rotação, o material do disco é submetido a uma força centrípeta, que gera tensões internas nas direções radiais e tangenciais. O desenvolvimento matemático das tensões e deformações de um disco rotativo de espessura constante será abordado no Capítulo III. Essas tensões, em uma determinada velocidade, podem exceder o limite de escoamento do material, fazendo com que ele se expanda e aumente seu raio, com isso as forças centrípetas se elevam provocando a ruptura abrupta do disco.

É possível calcular a velocidade de *burst* através da comparação da tensão do limite de resistência do material com o critério de Von Mises das tensões radiais e tangenciais.

Segundo Koka e Krishnaswamy (2012), quando um disco está sob a ação de forças centrífugas, a maior tensão está localizada na circunferência do raio interno, sendo distribuída uniformemente por toda a região. Quando essa tensão está acima do limite de escoamento do material, trincas irão se formar no raio interno de maneira que, eventualmente, se propagarão gerando o rompimento do disco em três partes (com cerca de 120° cada parte).

2.2 Fadiga e Mecânica da Fratura

A fadiga pode ser dividida em duas partes: um período de iniciação e um período de propagação da trinca. Durante sua iniciação, uma trinca por fadiga pode ser iniciada em escala microscópica devido a esforços cíclicos, onde acontece o deslizamento de micro camadas do material. Após a formação da trinca, ocorre uma propagação até chegar a uma escala

macroscópica, fazendo com que o componente falhe quando o número de ciclo de vida em fadiga é atingido, o que caracteriza o período de propagação. A Figura 1 apresenta um modelo esquemático da propagação de trinca em um material (SCHIJVE, 2001, adaptado).



Figura 1 - Diferentes fases da vida em fadiga (Fonte: SCHIJVE, 2001).

O ciclo de tensão que o componente está submetido é muito importante para a análise de fadiga. Será abordado neste trabalho o ciclo em tração, que está representado pela Figura 2. Os parâmetros importantes demonstrados são: a tensão máxima $\sigma_{máx}$, que é a tensão de pico do ciclo; a tensão média σ_m , dada pela Equação 2.1; e a tensão alternada σ_a , dada pela Equação 2.2.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{min}}{2} \tag{2.1}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{min}}{2} \tag{2.2}$$



Figura 2 - Ciclo de vida em fadiga.

A curva S-N é um parâmetro de comparação entre a tensão alternada e o número de ciclos de vida em fadiga, o qual representa o ciclo no qual o componente irá falhar. Essa curva

é obtida experimentalmente através de vários ensaios de tração. O ensaio consiste em submeter um corpo de prova a diferentes tensões (σ_a) e analisar o número de ciclos (N_f) no qual o corpo de prova irá se romper em cada tensão. A curva S-N pode ser representada através de uma equação devido a uma interpolação dos pontos obtidos no experimento, em escala log-log, dada por:

$$\sigma_a = D(2N_f)^x \tag{2.3}$$

Sendo D e x constantes originados da interpolação.

2.3 Desenvolvimento teórico das equações de tensões e deformações de disco rotativo

Para se realizar a análise de tensões e deformações em um disco rotativo, deve-se fazer algumas considerações iniciais com a finalidade de simplificar o modelo teórico desenvolvido. Assume-se, então, que o material é isotrópico e elástico, com módulo de elasticidade não variante com a temperatura. O coeficiente de *Poisson* é constante. Os efeitos das tensões axiais são desprezíveis, quando comparados com os das tensões radiais e tangenciais, pois a espessura do disco é muito menor do que o raio.

Dado um disco com furo central, de espessura *b*, raio interno r_a , raio externo r_b , pode-se isolar um elemento infinitesimal, com os planos axiais separados entrei si de um ângulo infinitesimal $d\theta$, ROSA (2006).



Figura 3 - Representação das tensões atuantes em um elemento de disco com furo central.

A força inercial que atinge o corpo durante a rotação é a força centrípeta, dada por:

$$\beta = dm \frac{U^2}{r} \tag{2.4}$$

sendo dm o elemento de massa e U a velocidade tangencial. A densidade ρ pode ser encontrada através da relação do volume V e do elemento de massa.

$$\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{dm}{bd\theta dr} \tag{2.5}$$

A velocidade tangencial é dada por:

$$U = \omega r \tag{2.6}$$

Isolando o elemento de massa da Equação 2.7 e substituindo o resultado, juntamente com a Equação 2.6 na Equação 2.4, encontra-se a força de inércia devido à velocidade de rotação para o elemento infinitesimal do disco com furo central.

$$\beta = \rho \omega^2 r^2 b d\theta dr \tag{2.7}$$

As outras forças atuantes no elemento são:

$$dF_i = rbd\theta\sigma_r \tag{2.8}$$

$$dF_{i} = rbd\theta\sigma_{r}$$
(2.8)

$$dF_{s} = (r + dr)(b + db)d\theta(\sigma_{r} + d\sigma_{r})$$
(2.9)

$$dF_{r} = drb\sigma_{r}$$
(2.10)

$$dF_l = drb\sigma_t \tag{2.10}$$

sendo, dF_i , dF_s e dF_l , as forças atuantes na superficie inferior, superficie inferior e nas laterais, respectivamente, do elemento destacado. A espessura b pode ser variante com o raio.

Aplicando o princípio de D'Alambert (que diz que as forças atuantes menos as forças inerciais do corpo são iguais a zero), tem-se:

$$\beta - dF_i + dF_s - 2dF_l sen\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$
(2.11)

Considerando que $sen\left(\frac{d\theta}{2}\right) = \frac{d\theta}{2}$, e substituindo as Equações 2.8, 2.9 e 2.10 na Equação 2.11, desprezando os termos infinitesimais de ordem superior, a equação geral do equilíbrio é dada pela Equação 2.12.

$$\frac{d}{dr}(rb\sigma_r) - b\sigma_t + \rho\omega^2 r^2 b = 0$$
(2.12)

Desenvolvendo o termo diferencial:

$$\frac{db}{dr}r\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr}rb + b\sigma_r - b\sigma_t + \rho\omega^2 r^2b = 0$$
(2.13)

Considerando uma deformação u, temos que as deformações específicas radiais e tangencias dadas por:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \tag{2.14}$$

$$\varepsilon_t = \frac{u}{r} \tag{2.15}$$

Pela Lei Fundamental da Elasticidade,

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu \sigma_t) \tag{2.16}$$

$$\sigma_r = E\varepsilon_r + \mu\sigma_t \tag{2.17}$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} (\sigma_t - \mu \sigma_r) \tag{2.18}$$

$$\sigma_t = E\varepsilon_t + \mu\sigma_r \tag{2.18}$$

Substituindo a Equação 2.19 na Equação 3.17:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-\mu^2)} \left(\varepsilon_r + \mu\varepsilon_t\right) \tag{2.20}$$

Substituindo a Equação 2.17 na Equação 2.19:

$$\sigma_t = \frac{E}{(1 - \mu^2)} \left(\varepsilon_t + \mu \varepsilon_r \right) \tag{2.21}$$

Substituindo as Equações 2.20 e 2.21 na Equação 2.13:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \left(\frac{1}{b}\frac{db}{dr} + \frac{1}{r}\right)\frac{du}{dr} + \left(\frac{\mu}{br}\frac{db}{dr} - \frac{1}{r^2}\right)u = -\frac{(1-\mu^2)}{E}\rho\omega^2 r$$
(2.22)

Considerando um disco de espessura constante, temos que $\frac{db}{dr} = 0$. Logo, a equação diferencial da deformação radial para disco com espessura constante é dada por:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{1}{r^2}u = -\frac{(1-\mu^2)}{E}\rho\omega^2 r$$
(2.23)

Sabendo a relação da equação diferencial:

$$\frac{d^{2}u}{dr^{2}} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{1}{r^{2}}u = \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d(ur)}{dr}\right)$$
(2.24)

Comparando as Equações 2.23 e 2.24, conclui-se que:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d(ur)}{dr}\right) = -\frac{(1-\mu^2)}{E}\rho\omega^2 r \qquad (2.25)$$

Integrando a Equação 2.25 em relação ao raio:

$$\frac{1}{r}\frac{d(ur)}{dr} = -\frac{(1-\mu^2)}{E}\frac{\rho\omega^2 r^2}{2} + C_1$$
(2.26)

Sendo C_1 uma constante de integração. Multiplicando a Equação 2.26 por r:

$$\frac{d(ur)}{dr} = -\frac{(1-\mu^2)}{E}\frac{\rho\omega^2 r^3}{2} + C_1 r$$
(2.27)

O próximo passo é integrar a Equação 2.27 em relação ao raio, adotando C_2 como a constante de integração.

$$ur = -\frac{(1-\mu^2)}{E}\frac{\rho\omega^2 r^4}{8} + \frac{C_1 r^2}{2} + C_2$$
(2.28)

$$u = -\frac{(1-\mu^2)}{8E}\rho\omega^2 r^3 + \frac{C_1 r}{2} + \frac{C_2}{r}$$
(2.29)

Desenvolvendo o termo $\frac{d(ur)}{dr}$ da Equação 2.27 e isolando o termo $\frac{du}{dr}$ pode-se afirmar que:

$$\frac{du}{dr} = -\frac{(1-\mu^2)}{2E}\rho\omega^2 r^2 + C_1 - \frac{u}{r}$$
(2.30)

Substituindo as Equações 2.14 e 2.15 na Equação 2.20,

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-\mu^2)} \left(\frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r}\right)$$
(2.31)

Considerando uma constante A na forma:

$$A = \frac{E}{(1 - \mu^2)}$$
(2.32)

e substituindo as Equações 2.19, 2.30 e 3.32 na Equação 2.31:

$$\sigma_r = A \left(-\frac{3+\mu}{8A} \rho \omega r^2 + \frac{1+\mu}{2} C_1 - \frac{1-\mu}{r^2} C_2 \right)$$
(2.33)

As condições de contorno adotadas para a resolução desta equação é que a tensão radial é zero quando o raio é igual ao raio interno ou igual ao raio interno, ou seja, $r = r_a \rightarrow \sigma_r = 0$ e $r = r_b \rightarrow \sigma_r = 0$. Aplicando-as, é possível calcular os valores das constantes de integração.

$$C_1 = \frac{3+\mu}{4A(1+\mu)}\rho\omega^2(r_a^2 + r_b^2)$$
(2.34)

$$C_2 = \frac{3+\mu}{8A(1-\mu)}\rho\omega^2 r_a^2 r_b^2$$
(2.35)

Substituindo as Equações 2.34 e 2.35 na Equação 2.33:

$$\sigma_r = \frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 \left(r_a^2 + r_b^2 - \frac{r_a^2 r_b^2}{r^2} - r^2\right)$$
(2.36)

A Equação 2.36 representa a variação da tensão radial em função do raio. Substituindo as Equações 2.14 e 2.15 na Equação 2.21:

$$\sigma_t = \frac{E}{(1-\mu^2)} \left(\frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr}\right)$$
(2.37)

Substituindo as Equações 2.29, 2.30 e 2.32 na Equação 2.37:

$$\sigma_t = A \left(-\frac{1+3\mu}{8A} \rho \omega^2 r^2 + \frac{1-\mu}{2} C_1 + \frac{1-\mu}{r^2} C_2 \right)$$
(2.38)

Substituindo as Equações 2.34 e 2.35 na Equação 2.38:

$$\sigma_t = \frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 \left(r_a^2 + r_b^2 + \frac{r_a^2 r_b^2}{r^2} - \frac{1+3\mu}{3+\mu} r^2 \right)$$
(2.39)

A Equação 2.39 representa a variação da tensão tangencial em função do raio.

A tensão radial é máxima quando $r = \sqrt{r_a r_b}$ e a tensão tangencial é máxima quando $r = r_a$, da forma que se podem calcular as tensões máximas radiais e tangenciais da seguinte forma:

$$\sigma_{r_{máx}} = \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 (r_a^2 - r_b^2)^2$$
(2.40)

$$\sigma_{t_{max}} = \frac{3+\mu}{4} \rho \omega^2 \left(r_b^2 - \frac{1+\mu}{3+\mu} r_a^2 \right)$$
(2.41)

Utiliza-se o critério de Von Mises para um plano tensão, pois é um critério bem difundido em Mecânica dos Materiais. Dessa forma, o critério de Von Mises, para as tensões radiais e tangenciais no disco rotativo é dado por:

$$\sigma_{\nu} = \sqrt{\sigma_r^2 - \sigma_r \, \sigma_t + \sigma_t^2} \tag{2.42}$$

CAPÍTULO III

ANÁLISE DE TENSÕES PARA DISCO ROTATIVO

O objetivo desta análise é a validação dos parâmetros adotados para a simulação através da comparação de resultados do modelo simulado com os resultados analíticos.

3.1 Modelo

O modelo utilizado é o de um disco rotativo com furo central e espessura constante, como apresentado na Figura 4. O material utilizado nesta simulação é o aço estrutural, cujas propriedades foram retiradas na biblioteca do *Ansys*®. As dimensões do disco e as propriedades do material utilizado são apresentadas na Tabela 1.



Figura 4 - Geometria do disco com furo central.

Tabela 1 - l	Propriedades d	a geometria e (do material	da análise d	lo disco cor	n furo cent	ral de espessura
constante							

Geometria					
Propriedade	Símbolo	Valor			
Raio interno	r _a	15 <i>mm</i>			
Raio externo	r_b	90 mm			
Espessura	b	20 mm			

Material					
Propriedade	Símbolo	Valor			
Módulo de Elasticidade	Ε	2 <i>x</i> 10 ¹¹ <i>Pa</i>			
Coeficiente de Poisson	μ	0.3			
Densidade	ρ	7850 kg/m^3			
Tensão de escoamento	σ_{esc}	250 MPa			
Tensão do limite de resistência	σ_{ultima}	460 MPa			

A Figura 5 mostra o modelo adotado na simulação. A malha utilizada possui 91.651 nós e 60.910 elementos, com refinamento na região do raio interno para melhor precisão dos resultados, uma vez que essa é a região de maior interesse. A condição de contorno utilizada foi a ligação de toda a superfície do raio interno com um ponto remoto no centro restringindo a rotação e a translação em qualquer eixo. O esforço aplicado é a velocidade rotacional no eixo y. Dessa forma, fizeram-se diversas simulações, com várias velocidades, para se encontrar as respectivas tensões utilizando o critério de Von Mises.



Figura 5 - Modelo do disco com furo central de espessura constante.

3.2 Resultado Analítico

Utilizando as propriedades do modelo de disco com furo central de espessura constante, avaliou-se os valores analíticos da tensão radial, tangencial e de Von Mises, através das Equações 2.36, 2.39 e 2.42, respectivamente, para uma velocidade de rotação constante de 28.250 RPM. A Figura 6 mostra como as tensões se comportam em relação ao raio.

Pode-se perceber que a tensão radial é nula no raio interno e no raio externo, possuindo valor máximo quando o raio é 36,7 *mm*, sendo crescente antes deste ponto e decrescente após ele. A tensão tangencial possui um valor máximo no raio interno e possui uma curva decrescente

com o aumento do raio. A tensão de Von Mises possui comportamento similar à tensão tangencial, possuindo um valor máximo no raio interno e valores decrescentes com o aumento do raio. A Tabela 2 apresenta uma relação dos valores das tensões em três posições do disco.



Figura 6 - Gráfico das tensões analíticas em função do raio.

r = 15 mm			
Tensão radial	0 MPa		
Tensão tangencial	461,8 MPa		
Tensão Von Mises	461,8 MPa		
r = 36,7 mn	1		
Tensão radial	159,4 MPa		
Tensão tangencial	251,3 MPa		
Tensão Von Mises	220,2 МРа		
r = 90 mm			
Tensão radial	0 MPa		
Tensão tangencial	110,1 MPa		
Tensão Von Mises	110,1 MPa		

Tabela 2 - Valores das tensões analíticas para velocidade de rotação de 28.250 RPM

O limite de resistência para o aço estrutural adotado é 460 *MPa*. A tensão de Von Mises máxima obtida analiticamente é 461,8 *MPa*, que é ligeiramente superior à tensão do limite de resistência. Portanto, pode-se afirmar que em 28.250 RPM, o disco sofrerá uma falha por *burst*.

Outra abordagem é analisar as tensões de Von Mises máxima no raio interno, a qual pode ser calculada pela Equação 2.42, para diferentes velocidades de rotação, como mostrado na Figura 7. O ponto destacado é um ponto próximo da velocidade crítica do *burst*. Percebe-se que a tensão de Von Mises aumenta com o aumento de velocidade, pois o aumento da velocidade gera um aumento das forças de inércia e, consequentemente, aumento das tensões.



Figura 7 - Gráfico de Von Mises com a variação da velocidade de rotação quando r = ra.

3.3 Resultados da Simulação

Para a análise de simulação, fizeram-se diversas análises de tensões para diferentes velocidades de rotação, começando em 5.000 RPM até uma velocidade de 35.000 RPM. A Tabela 3 apresenta os valores encontrados nos pontos de máximo e mínimos de Von Mises para todas as velocidades que foram feitas as simulações.

Tabela 5 - Resultados da ananse computacional de disco rotativo				
Velocidade (RPM)	Von Mises Mínimo [<i>MPa</i>]	Von Mises Máximo [<i>MPa</i>]		
5.000	3,4213	14,515		
7.500	7,6979	32,66		
10.000	13,685	58,062		
12.500	21,383	90,722		
15.000	30,791	130,64		
17.500	41,911	177,81		

Tabela 3 - Resultados da análise computacional de disco rotativo

20.000	54,74	232,25
22.500	69,281	293,94
25.000	85,532	362,89
27.500	103,49	439,09
28.250	109,22	463,37
30.000	123,17	522,56
32.500	144,55	613,28
35.000	167,64	711,26

A Figura 8 apresenta o resultado da análise para a velocidade de 28.250 RPM, a qual encontra-se a velocidade de *burst* analítica. As imagens das outras análises estão presentes no Apêndice A deste trabalho.



Figura 8 - Resultado da simulação de disco com furo central com 28.250 RPM

Na Figura 8, pode-se perceber que o valor da tensão de Von Mises diminui com o aumento do raio, atingindo o máximo no raio interno (463,37 *MPa*) e o mínimo no raio externo (109,22 *MPa*). Comparado ao modelo teórico, obtiveram-se 0,34% de variação para a tensão máxima e 0,80%, para a tensão mínima. Pode-se afirmar, então, que a velocidade de *burst* para o modelo teórico é também de 28.250 *RPM*.

A Figura 9 apresenta um gráfico de Von Mises com a variação da velocidade de rotação, quando o raio é igual ao raio interno, comparando os resultados analíticos com os resultados obtidos através do *Ansys*[®]. Os valores encontrados são muito próximos, o que confirma que o modelo simulado é coerente com a teoria adotada neste trabalho, ou seja, os parâmetros da simulação (condição de contorno, esforços aplicados, densidade do material) estão validados.



Figura 9 - Gráfico de comparação de Von Mises com a variação da Velocidade de Rotação.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE PARA DISCO PALHETADO

Fez-se uma simulação computacional para analisar as tensões resultantes de uma rotação de um disco palhetado através do método implícito através de uma análise estática estrutural do *Ansys*.

4.1 Modelo

O modelo utilizou a geometria apresentada na Figura 10. Pode-se perceber que a geometria é similar à de um disco com furo central de espessura constante, por isso será utilizado os valores analíticos como comparação. Os pontos de divergência dos modelos serão discutidos após a obtenção dos resultados.



Figura 10 - Geometria do disco palhetado.

As tensões nas palhetas não são o objetivo de estudo deste trabalho, portanto, elas não serão analisadas. No entanto, a influência que elas causam nos esforços sofridos pelo disco são relevantes. Por isso, adicionaram-se vinte e cinco pontos de massa, representando todas as

palhetas que são conectadas ao disco. Cada ponto de massa foi conectado na região destacada em vermelho na Figura 12, a qual é a região de aplicação das forças de conexão, pois as palhetas tendem a gerar esforços nessa região quando estão submetidas às forças centrípetas.





Figura 11 - Disco palhetado com elementos de massa.

Figura 12 - Representação da conexão do elemento de massa.

As propriedades do disco palhetado e do material utilizado são apresentadas na Tabela 5. O material utilizado é o aço estrutural, cujas propriedades foram retiradas da biblioteca do *Ansys*®.

	Geometria	
Propriedade	Símbolo	Valor
Raio interno	r_a	15 mm
Raio externo	r_b	90 mm
Espessura	b	20 mm
Massa da palheta	-	21,912 <i>g</i>
Massa do disco (sem palhetas)	m _s	2,6248 kg
Massa do disco (com palhetas)	m_p	3,1726 kg
Volume	Vs	$3,3438E - 4 m^3$
	Material	
Propriedade	Símbolo	Valor
Módulo de Elasticidade	Ε	2E11 Pa
Coeficiente de Poisson	μ	0.3
Densidade	ρ	7850 kg/m^3
Tensão de escoamento	σ_{esc}	250 MPa
Tensão do limite de resistência	σ_{ultima}	460 MPa

Tabela 4 - Propriedades da geometria e do material da análise do disco palhetado.

4.2 Método Implícito

O objetivo desta análise é encontrar a velocidade de rotação crítica para o *burst* utilizando o método implícito do *Ansys*®, assim como comparar os resultados encontrados com o modelo analítico.

A malha (Figura 13) utilizada possui 193.835 nós e 126.118 elementos, com um refinamento da malha na região do raio interno para uma melhor precisão nos resultados. A condição de contorno utilizada foi a ligação de toda a superfície do raio interno com um ponto remoto no centro restringindo a rotação e a translação em qualquer eixo. O esforço que o disco está sofrendo é devido a uma velocidade rotacional. Esta simulação é muito próxima à realizada no Capítulo III, de forma que se possa garantir que dada essa configuração, se possam obter resultados confiáveis e válidos para um modelo que não possui desenvolvimento analítico devido à sua complexidade.



Figura 13 - Modelo do disco palhetado

De maneira similar, encontraram-se os valores de tensão de Von Mises máximos e mínimos para diversas velocidades, as quais estão presentes na Tabela 5. Como a tensão do limite de resistência do material é 460 *MPa*, a velocidade crítica para *burst* nesse caso é de 22.000 *RPM*, cuja tensão máxima de Von Mises é de 461, 17 *MPa*.

Thouse a second and a second and a second and a second a		
Velocidade (RPM)	Von Mises Mínimo [<i>MPa</i>]	Von Mises Máximo [MPa]
5.000	0,43668	23,821
7.500	0,98255	53,597
10.000	1,7467	95,283

Tabela 5 - Resultados da análise computacional de disco palhetado

12.500	2,7293	148,88
15.000	3,9302	214,39
17.500	5,3494	291,8
20.000	6,9869	381,13
22.000	8,4542	461,17
22.500	8,8429	482,37
25.000	10,917	595,52
27.500	13,21	720,58
30.000	15,721	857,54
32.500	18,45	1.006,4
35.000	21,398	1.167,2



Figura 14 - Resultado da simulação de disco palhetado com 22.000 RPM

A Figura 14 apresenta o resultado da simulação do disco palhetado na condição de velocidade crítica de *burst*. As demais imagens da simulação nas outras velocidades estão apresentadas no Apêndice B.

Na simulação, pode-se perceber que a tensão máxima se encontra no raio interno do disco. Na maior parte do disco, a tensão é decrescente com o aumento do raio. Nas extremidades, existe um aumento de tensão devido os esforços gerados pelas palhetas.

Para fazer uma análise teórica com maior veracidade possível, é necessário acrescentar a influência das palhetas.

A adição das palhetas aumenta a massa do sistema, fazendo com que as tensões sejam maiores, comparado a um modelo sem as palhetas, a uma determinada velocidade. No entanto, o modelo teórico no cálculo das tensões radiais e tangenciais não consideram a massa do sistema no equacionamento, mas a densidade do material, a qual é constante. Porém, pode-se relacionar que o comportamento da adição das palhetas é comparável a um aumento do raio

externo, ou seja, é como se o disco palhetado teórico fosse maior, por gerar maiores tensões. Através de uma relação de densidade constante, temos:

$$\frac{m_s}{V_s} = \frac{m_p}{V_p} \tag{4.1}$$

Sendo:

 m_s , a massa do disco sem palhetas (dada pela Tabela 4);

 m_p , a massa do disco com palhetas (dada pela Tabela 4);

 V_s , o volume do disco sem palhetas (dado pelo modelo);

 V_p , o volume do disco com palhetas (que considera o acréscimo do raio externo).

O volume de um disco será considerado por:

$$V_s = \pi (r_b^2 - r_a^2) E_m \tag{4.2}$$

$$V_p = \pi (r_p^2 - r_a^2) E_m$$
(4.3)

Sendo E_m a espessura média do disco, uma vez que a espessura do disco palhetado é variável. Através da Equação 4.2, pode-se encontrar o valor da espessura média do disco palhetado.

$$3,3438E - 4 = \pi(0,09^2 - 0,015^2)E_m \tag{4.4a}$$

$$E_m = 0.0135157 \ m$$
 (4.4b)

Substituindo as Equações 4.2 e 4.3 na Equação 4.1, tem-se:

$$\frac{m_s}{V_s} = \frac{m_p}{\pi (r_p^2 - r_a^2) E_m}$$
(4.5)

Substituindo os valores, tem-se:

$$\frac{2,6248}{3,3438E - 4} = \frac{3,1726}{\pi (r_p^2 - 0,015^2)0,0135157}$$
(4.6a)

Resolvendo a Equação 4.6a, podemos encontrar o valor do raio $r_p = 0,0987094 m$, que será utilizado na equação do modelo analítico. A adição das palhetas equivale a um aumento de 8,7094 mm do raio externo.

Na Figura 15, compara-se graficamente a tensão de Von Mises máxima para diferentes velocidades. No gráfico, notam-se tensões maiores na simulação do que no modelo analítico e a diferença aumenta com o aumento da velocidade. No modelo analítico, a tensão de Von Mises para 22.000 *RPM* é de 336,6 *MPa*. Comparando o modelo simulado e o analítico, obtém-se uma variação de 37%.



Figura 15 - Gráfico de comparação entre modelo analítico e simulação do disco palhetado.

A divergência dos resultados se dá por:

- i) O modelo analítico não considera variação de espessura e há variação de espessura no modelo simulado;
- ii) O modelo analítico não leva em consideração a influência das palhetas na concentração de tensão nas bordas do disco palhetado;
- iii) A geometria do disco palhetado nas extremidades é diferente da adotada pelo modelo teórico.

No entanto, alguns pontos a serem considerados para a validação do modelo são:

 i) Os comportamentos das tensões são coerentes: em todos os casos obtiveram-se tensões de máxima magnitude no furo central, diminuição da tensão com o aumento do raio e um aumento da tensão com o aumento da velocidade de rotação, mantendo raio constante;

- As análises realizadas nos Capítulos III e IV possuem as mesmas condições de contorno e aplicação da velocidade, utilizando o mesmo material e com tamanho da geometria similares. Como as análises do disco rotativo foram validadas com o modelo analítico adotado, pode-se inferir que, devido a essa similaridade de análise, o modelo para o disco palhetado é coerente e possui resultados confiáveis;
- iii) Embora a adição das palhetas seja um fator de divergência dos resultados encontrados no Capítulo V com o modelo analítico, é também um fator importante para gerar resultados mais próximas a aplicações reais.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DE FADIGA

A análise de fadiga analítica será realizada através da curva S-N do material. A Tabela 6 apresenta os valores de tensão e dos ciclos de vida em fadiga do material, cujos valores foram retirados da biblioteca do *Ansys*® para o aço estrutural.

Tabela 6 - Dados da curva S-N			
Número de ciclos	Tensão alternada (MPa)		
10	3999		
20	2827		
50	1896		
100	1413		
200	1069		
2000	441		
10000	262		
20000	214		
100000	138		
200000	114		
100000	86,2		

Tabela 6 - Dados da curva S-N

A equação da curva S-N, Equação 2.3, foi obtida através do Método de Mínimos Quadrados utilizando a função *polyfit* do Matlab. Para isso, transformou-se a equação da curva S-N em um polinômio utilizando propriedades operatórias de logaritmo. Dessa forma, pode-se encontrar a equação da curva S-N dada por:

$$\sigma_a = 5,7E09(2Nf)^{-0,3032} \tag{5.1}$$

A Figura 16 mostra graficamente os pontos dos dados da curva com a linearização.



5.1 Análise de Fadiga – Simulação

Nesta seção, abordar-se-á a análise de fadiga utilizando as ferramentas do *Ansys*. Algumas considerações iniciais adotadas:

- i) Utilizou-se o fator de concentração igual a um;
- ii) O carregamento utilizado foi do ciclo em tração, ilustrado pela Fig. 2;
- iii) A análise foi baseada nos dados da curva S-N;
- iv) A teoria de correção da tensão foi a de Goodman;
- v) A análise foi feita para a tensão de Von Mises para a velocidade de *burst* de 22.000 *RPM*;
- vi) As condições de contorno, assim como a malha, foram as mesmas adotadas na análise de tensões.

O valor máximo da tensão alternada encontrado foi de 462,34 *MPa* para esta velocidade, conforme apresentado na Figura 17. A figura revela que as maiores tensões estão concentradas na região do furo interno, o que acontece, pois é a região de maior tensão no disco, onde haverá a formação e propagação das trincas e, consequentemente, irá falhar por fadiga.



Figura 17 - Tensão alternada equivalente para 22.000 RPM

A Figura 18 mostra o número de ciclos da vida do componente. Neste estudo, com uma velocidade de 22.000 RPM, o disco irá falhar em 1769 ciclos.



Figura 18 - Número de ciclos para 22.000 RPM

A Figura 19 apresenta o fator de segurança, que é uma relação entre duas tensões, sendo uma delas a tensão aplicada e a outra uma tensão de segurança a critério do projetista, de forma que, se o fator de segurança for menor que 1, o componente irá falhar. O obtido para o fator de segurança é de 0,31484, o que indica a falha do componente.



5.2 Análise de Fadiga – Analítico

Utilizando a Equação 5.1, para a tensão alternada de 462,34 MPa, o disco palhetado iria falhar após $N_f = 3.966 \ ciclos$.

5.3 Discussão dos Resultados

Alguns pontos a serem considerados:

- A variação do número de ciclos se dá, pois, o modelo analítico foi descrito através de uma linearização de apenas onze pontos, o que é estatisticamente indesejável, a equação encontrada não represente com muita precisão a curva S-N;
- Embora a variação do número de ciclos analítico e simulado seja de 55,9%, o número de ciclo foi muito maior do que 1 em ambos os casos. Isso que mostra que o componente irá falhar por causa do fenômeno do *burst* e não por fadiga, pois o burst é muito mais instantâneo quando comparado ao número de ciclos que o componente teria que ser submetido até a falha por fadiga.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho era determinar a velocidade de ruptura de um disco palhetado em uma falha de *burst*.

Primeiramente, fez-se um breve resumo sobre *burst* e fadiga, além do desenvolvimento das equações de tensões radiais e tangenciais em disco rotativo de espessura simples. Dessa forma, relacionaram-se os valores das tensões internas de acordo com a variação do raio e das velocidades que o disco está submetido.

Para um modelo de disco com furo central de espessura constante, a velocidade de 28.250 *RPM* é a velocidade com que irá acontecer a falha de *burst*. Analiticamente, esta velocidade gera uma tensão de 461,8 *MPa*. Na simulação numérica, a velocidade resulta em uma tensão de 463,37 *MPa*. Essa pequena variação mostra que a simulação possui resultados validados. Portanto, utilizando a mesma configuração da simulação de um disco com furo central de espessura constante, pode-se assumir que os resultados encontrados para uma geometria mais complexa são confiáveis.

A análise de *burst* para disco palhetado foi feita através de uma análise estática estrutural. Como a influência das palhetas são importantes neste trabalho, verificou-se que no método analítico, a adição das palhetas se comporta como um prolongamento do raio externo, cujo valor encontrado foi de um aumento de 8,7094 *mm*. O valor da velocidade de *burst* obtido foi de 22.000 *RPM*, com uma tensão de 461.17 *MPa*. O valor da análise teórica para a mesma velocidade foi de 336,6 *MPa*. Comparando o modelo simulado e o analítico, obtém-se uma variação de 37%. A diferença se dá, principalmente, pela diferença da geometria.

Também pelo método implícito, fez-se também uma análise de fadiga. A simulação encontrou valor máximo de tensão alternada de 462,34 *MPa* para a velocidade de 22.000 *RPM*. A análise de fadiga mostra que, na operação da velocidade de *burst*, o disco palhetado não irá falhar por fadiga, pois ele terá falhado primeiro por *burst*.

Sugestões para próximos trabalhos:

- i) Realizar a análise de *burst* através de metodologia explícita;
- ii) Comparar resultados obtidos com experimento de um disco palhetado;
- iii) Desenvolver metodologia analítica considerando a adição das palhetas.

CAPÍTULO VII

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KOKA, T. R.; KRISHNASWAMY, R. Three Dimensional Numerical Simulations for Estimation of Burst Speed of Gas Turbine Disk. 2012. Conference ACGT2012, Shanghai, China.

ROSA, F. R. Análise de Rotações Críticas em Discos Rotativos Montados sob Interferência. 2006. 114f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Brasil.

SCHIJVE, J. Fatigue of Structures and Materials. Kluwer Academic Publishers, pp. 7-42, 2001.

WALDREN, N. E., PERCY, M. J, MELLOR, P. B. Burst Strength of Rotating Discs. Publication of Institution of Mechanical Engineers Conference, Vol. 180, 1965.

APÊNDICE A

IMAGENS DA ANÁLISE DE BURST EM DISCO ROTATIVO

A imagens apresentadas neste anexo se referem aos resultados obtidos do Capítulo III.



Figura A1 - Resultado da simulação de disco com furo central com 5.000 RPM



Figura A2 - Resultado da simulação de disco com furo central com 7.500 RPM



Figura A3 - Resultado da simulação de disco com furo central com 10.000 RPM



Figura A4 - Resultado da simulação de disco com furo central com 12.500 RPM



Figura A5 - Resultado da simulação de disco com furo central com 15.000 RPM



Figura A6 - Resultado da simulação de disco com furo central com 17.500 RPM



Figura A7 - Resultado da simulação de disco com furo central com 20.000 RPM



Figura A8 - Resultado da simulação de disco com furo central com 22.500 RPM



Figura A9 - Resultado da simulação de disco com furo central com 25.000 RPM



Figura A10 - Resultado da simulação de disco com furo central com 27.500 RPM



Figura A11 - Resultado da simulação de disco com furo central com 30.000 RPM



Figura A12 - Resultado da simulação de disco com furo central com 32.500 RPM



Figura A13 - Resultado da simulação de disco com furo central com 35.000 RPM

APÊNDICE B

IMAGENS DA ANÁLISE DE BURST EM DISCO PALHETADO

A imagens apresentadas neste anexo se referem aos resultados obtidos do Capítulo IV, item 5.4.



Figura B1 - Resultado da simulação de disco palhetado com 5.000 RPM



Figura B2- Resultado da simulação de disco palhetado com 7.500 RPM



Figura B3- Resultado da simulação de disco palhetado com 10.000 RPM



Figura B4- Resultado da simulação de disco palhetado com 12.500 RPM



Figura B5- Resultado da simulação de disco palhetado com 15.000 RPM



Figura B7- Resultado da simulação de disco palhetado com 20.000 RPM



Figura B9- Resultado da simulação de disco palhetado com 25.000 RPM



Figura B11- Resultado da simulação de disco palhetado com 30.000 RPM



Figura B6- Resultado da simulação de disco palhetado com 17.500 RPM



Figura B8- Resultado da simulação de disco palhetado com 22.500 RPM



Figura B10- Resultado da simulação de disco palhetado com 27.500 RPM



Figura B12- Resultado da simulação de disco palhetado com 32.500 RPM



Figura B13- Resultado da simulação de disco palhetado com 35.000 RPM