



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

PAULO BALDUINO FLABES NETO

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E NUMÉRICA DOS MECANISMOS
DE GERAÇÃO DE RUÍDO EM ESCOAMENTOS CISALHANTES
LIVRES**

UBERLÂNDIA

2018

PAULO BALDUINO FLABES NETO

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E NUMÉRICA DOS MECANISMOS DE GERAÇÃO
DE RUÍDO EM ESCOAMENTOS CISALHANTES LIVRES

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte

Coorientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

UBERLÂNDIA – MG

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

F568i
2018 Flabes Neto, Paulo Balduino, 1987-
Investigação matemática e numérica dos mecanismos de geração de ruído em escoamentos cisalhantes livres [recurso eletrônico] / Paulo Balduino Flabes Neto. - 2018.

Orientador: Marcus Antônio Viana Duarte.

Coorientador: Aristeu da Silveira Neto.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2019.314>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia mecânica. 2. Aeroacústica. 3. Ruido aerodinâmico. 4. Cisalhamento. I. Duarte, Marcus Antônio Viana, 1959- (Orient.). II. Silveira Neto, Aristeu da, 1955- (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

Maria Salete de Freitas Pinheiro - CRB6/1262

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Bloco 1M, Sala 212 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902
Telefone: (34) 3239-4282 - www.posgrad.mecanica.ufu.br - secposmec@mecanica.ufu.br

**ATA****ATA DE DEFESA DE TESE****NÚMERO DE ORDEM: 261****DATA: 19/12/2018**

Às quatorze horas do dia dezanove de dezembro de dois mil e dezoito, no Anfiteatro do Laboratório de Mecânica dos Fluidos, Bloco 5P, Campus Santa Mônica, reuniu-se a Banca Examinadora composta pelos professores Dr. Marcus Antonio Viana Duarte (Orientador), Dr. Aristeu da Silveira Neto (Coorientador), Dr. Francisco José de Souza, Dr. Odenir de Almeida da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, Dr. Márcio Teixeira Mendonça do Centro Técnico Aeroespacial/Instituto de Aeronáutica e Espaço, Dr. Taygoara Felamingo de Oliveira da Universidade de Brasília, sob a presidência do primeiro, a fim de desenvolver o processo de avaliação da tese intitulada ***“Investigação Matemática e Numérica dos Mecanismos de Geração de Ruído em Escoamentos Cisalhantes Livres”***, apresentada pelo aluno **PAULO BALDUINO FLABES NETO**, matrícula número 11423EMC011, em complementação aos requisitos determinados pelo Regimento do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica para obtenção do título de Doutor. Após discorrer sobre seu trabalho, o candidato foi arguido pelos membros da Banca, diante das comunidades universitária e externa. Em seguida, a tese foi avaliada em seção privada pelos membros da Banca que, ao encerrar o processo, consideraram-na:

() Aprovada

(x) Aprovada com modificações a serem submetidas para a aprovação do orientador.

() Aprovada com modificações a serem submetidas para a aprovação da banca.

() Reprovada

conferindo ao aluno, em caso de aprovação, o título de Doutor em Engenharia Mecânica, Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações, Linha de Pesquisa: Dinâmica de Sistemas Mecânicos. As demandas complementares observadas pelos examinadores deverão ser satisfeitas no prazo máximo de 60 dias, para dar validade a esta aprovação. Para constar, lavrou-se a presente ata, que vai assinada pelo presidente e demais membros da Banca.

Membros:

Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte (Orientador) UFU

Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto (Coorientador) UFU

Prof. Dr. Francisco José de Souza UFU

Prof. Dr. Odenir de Almeida UFU

Prof. Dr. Márcio Teixeira Mendonça CTA/IAE

Uberlândia, 19 de dezembro de 2018



Documento assinado eletronicamente por **Marcus Antonio Viana Duarte, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/12/2018, às 17:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Aristeu da Silveira Neto, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/12/2018, às 17:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Taygoara Felamingo de Oliveira, Usuário Externo**, em 19/12/2018, às 17:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Márcio Teixeira de Mendonça, Usuário Externo**, em 19/12/2018, às 17:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Francisco José de Souza, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/12/2018, às 20:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Odenir de Almeida, Professor(a) do Magistério Superior**, em 20/12/2018, às 17:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0901695** e o código CRC **77EDDB9E**.

FLABES NETO, P. B. **Investigação matemática e numérica dos mecanismos de geração de ruído em escoamentos cisalhantes livres**. 2018. 187 f. Tese (Tese em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

RESUMO

Esta tese tem o intuito de ampliar os conhecimentos dos mecanismos físicos responsáveis pela transformação das energias dos escoamentos turbulentos em energia acústica, além de identificar e interpretar os termos das equações que modelam a geração do ruído aerodinâmico. Nesse sentido, o trabalho contribui ao apresentar a decomposição do tensor de Lighthill em seis termos e interpretando-os, afim de compreender a física modelada por cada um. Tal contribuição também se dá no desenvolvimento de métodos numéricos baseados em diferenças finitas otimizadas para a solução dos escoamentos do tipo camada de mistura temporal e camada de mistura espacial. Os métodos numéricos foram otimizados utilizando os Algoritmos Genéticos com o objetivo de reduzir os erros de dispersão e difusão numérica, dessa forma obteve-se um estêncil de sete pontos para o cálculo das derivadas espaciais e um estêncil de quatro estágios para o cálculo das derivadas temporais, ambos com coeficientes otimizados. Os principais desafios encontrados na implementação do código computacional foram as condições de contorno não reflexivas baseadas nas equações características de Navier-Stokes que, por possuir particularidades relativas a cada fronteira do domínio dificultam sua implementação generalizada. Por fim, é apresentada a investigação do campo acústico gerado pelos escoamentos do tipo camadas de mistura temporal e espacial e suas relações com o desenvolvimento da fluidodinâmica. Do ponto de vista da produção sonora observa-se que o pareamento das vorticidades é um dos principais mecanismos de geração do som em escoamentos a baixo número de Mach, sendo o termo que modela a energia cinética líquida e o termo ligado à modelagem do movimento rotacional do fluido, ambos originados no tensor de Lighthill, os que mais contribuem no ruído total medido no campo distante dos dois tipos de escoamentos estudados.

PALAVRAS-CHAVE: Aeroacústica, Ruído aerodinâmico, Fluido-Acústica, Escoamentos cisalhantes livres, Geração sonora.

FLABES NETO, P. B. **Mathematical and numerical investigation of noise source mechanisms in free shear flows**. 2018. 187 f. Tese (Tese em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

ABSTRACT

This thesis aims to broaden the knowledge of the physical mechanisms responsible for transforming the energies of turbulent flows into acoustic energy, as well as to identify and interpret the terms of the equations that model the generation of aerodynamic noise. In this sense, the work contributes by presenting the decomposition of the tensor of Lighthill in six terms and interpreting them in order to understand the physics modeled by each one. The contribution of the work also occurs in the development of numerical methods based on finite differences optimized for the solution of the flows of the type of temporal mixing layer and of the spatial mixing layer. Numerical methods were optimized using Genetic Algorithms to reduce numerical dispersion and diffusion errors, thus obtaining a seven-point stencil for calculating spatial derivatives and a four-stage stencil for calculating time derivatives, both with optimized coefficients. The main challenges encountered in the implementation of the computational code were the non-reflexive boundary conditions based on the Navier-Stokes characteristic equations that, because they have particularities related to each domain boundary, makes it difficult to implement them generically. Finally, the investigation of the acoustic field generated by the temporal and spatial mixing layer flows and their relations with the development of fluid dynamics is presented. From the point of view of the sound production, it is observed that the vorticity equations are one of the main mechanisms of sound generation in low Mach number flows, the term that is the model of the net kinetic energy and the term connected to the modeling of the rotational movement of the fluid, both of which originate in the Lighthill tensor, which contribute most to the total noise measured in the distant field of the two types of flows studied.

KEYWORDS: Aeroacoustics, Aerodynamic noise, Fluid-acoustics, Free shear flows, Sound generation.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	ESCOAMENTOS CISALHANTES LIVRES E SUAS CLASSIFICAÇÕES	14
	1.1.1 Camada de mistura temporal	14
	1.1.2 Camada de mistura espacial	16
1.2	OBJETIVOS.....	18
	1.2.1 Objetivo geral	18
	1.2.2 Objetivos específicos	18
1.3	ORGANIZAÇÃO DA TESE	18
2	A AEROACÚSTICA DESDE 1952	20
2.1	DÉCADAS DE 1950 A 1970	21
	2.1.1 Teoria de Lighthill	21
	2.1.2 Pós publicações de Lighthill	25
2.2	DÉCADAS DE 1980 A 2000	27
	2.2.1 Aeroacústica Computacional (CAA).....	27
	2.2.2 Métodos numéricos da CAA.....	30
	2.2.3 Condições de contorno não reflexivas (NRBC).....	31
	2.2.4 Interações aeroacústicas não-lineares.....	32
2.3	TENDÊNCIAS ATUAIS.....	33
	2.3.1 Aplicações industriais.....	33
	2.3.2 Computação de alto desempenho.....	35
3	FENOMENOLOGIA DA TURBULÊNCIA NOS FLUIDOS	37
3.1	INTRODUÇÃO.....	38
3.2	CARACTERIZAÇÃO DA TURBULÊNCIA.....	40
3.3	ESCALAS DA TURBULÊNCIA.....	46
4	GERAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE RUÍDO NOS ESCOAMENTOS TURBULENTOS	51
4.1	CARACTERIZAÇÃO DO SOM	52

4.2	O SOM AERODINÂMICO.....	56
4.3	GERAÇÃO DO RUÍDO AERODINÂMICO	60
4.3.1	Ruído de mistura turbulenta	60
4.4	PROPAGAÇÃO DO RUÍDO AERODINÂMICO	63
4.5	MEDIDAS DE CONTROLE DO RUÍDO AERODINÂMICO	66
4.6	RUÍDO EM ESCOAMENTOS CISALHANTES LIVRES.....	69
5	MODELO MATEMÁTICO	71
5.1	INTERPRETAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA FLUIDODINÂMICA	72
5.1.1	Equação da continuidade.....	72
5.1.2	Equação vetorial de Navier-Stokes	73
5.1.3	Equação da energia	75
5.1.4	Equações constitutivas.....	76
5.2	ANÁLISE DA EQUAÇÃO DE PROPAGAÇÃO DA ONDA SONORA.....	77
5.2.1	Equações constitutivas do modelo de propagação sonora	77
5.2.2	Equação da onda acústica em meio homogêneo e barotrópico.....	78
5.3	DEDUÇÃO E INVESTIGAÇÃO DA EQUAÇÃO DE Lighthill.....	83
6	MODELO NUMÉRICO.....	92
6.1	ESQUEMA PADRÃO DE DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS	93
6.2	DIFERENÇAS FINITAS OTIMIZADAS NO DOMÍNIO DO NÚMERO DE ONDA	95
6.2.1	Otimização dos coeficientes a_p por algoritmos genéticos	99
6.2.2	Diferenças finitas para frente e para trás	102
6.2.3	Caso teste espacial.....	105
6.3	ESQUEMA PADRÃO DE RUNGE-KUTTA.....	109
6.4	RUNGE-KUTTA OTIMIZADO NO DOMÍNIO DO NÚMERO DE ONDA.....	111
6.4.1	Otimização dos coeficientes b_p por algoritmos genéticos	114
6.4.2	Caso teste temporal	118
6.5	CONDIÇÃO DE CONTORNO NÃO REFLEXIVA (CCNR).....	119
6.5.1	CCNR na saída (<i>outflow</i>)	122

6.5.2	CCNR na entrada (<i>inflow</i>)	123
6.5.3	Caso teste da CCNR.....	124
6.6	FILTRO.....	127
6.6.1	Caso teste do filtro	130
6.7	IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL	131
6.7.1	Problema <i>benchmark</i>	132
6.7.2	Resultados	134
7	ESTUDO DE CASOS	136
7.1	CAMADA DE MISTURA TEMPORAL.....	137
7.1.1	Modelo físico	137
7.1.2	Estudo de convergência de malha	139
7.1.3	Sincronização das vorticidades com o ruído no campo distante	142
7.1.4	Análise dos espectros de frequência e número de onda.....	146
7.1.5	Termos do tensor de Lighthill	151
7.2	CAMADA DE MISTURA ESPACIAL	158
7.2.1	Modelo físico	158
7.2.2	Análise dos resultados no campo próximo	160
7.2.3	Análise das interações dos campos distante e próximo.....	165
7.2.4	Termos do tensor de Lighthill	168
8	CONCLUSÕES	171
	REFERÊNCIAS	178

1 INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

O ganhador do Prêmio Nobel de Fisiologia, Robert Kock, previu em 1910 que “*um dia o homem terá que lutar contra o ruído assim como lutou contra a cólera e a peste*”, época em que os efeitos do ruído sobre a saúde e o bem-estar do ser humano começavam a ser estudados. Em 2011, a Organização Mundial de Saúde (OMS) publicou um relatório quantificando os problemas de saúde como resultado da exposição a altos níveis de ruído, trazendo como consequência a menor expectativa de vida dos que se sujeitam a esse mal.

Nos últimos cinco anos pesquisas evidenciaram que o ruído não causa apenas irritação, distúrbios do sono ou redução na qualidade de vida, mas também contribui para maior prevalência de importantes fatores de risco de hipertensão arterial e problemas cardiovasculares (MUNZEL et al., 2014; KASSOMENOS et al., 2014). Min e Min (2017) encontraram uma associação significativa entre a exposição à altos níveis de ruído e a subsequente incidência de infertilidade masculina.

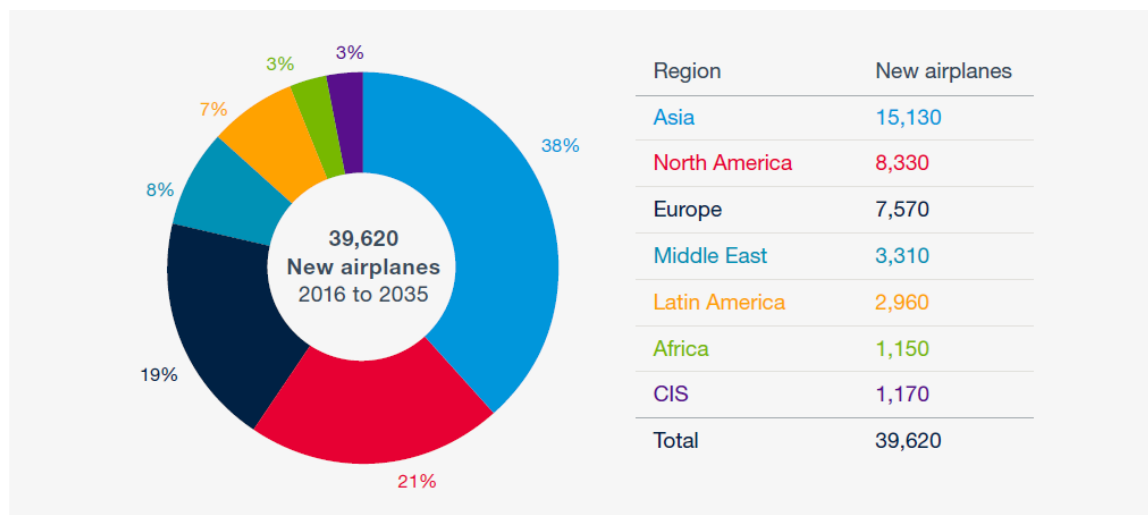
Um dos grandes vilões na geração de altos níveis de ruído são máquinas e equipamentos industriais, incluindo os meios de transporte. O setor industrial mundial pressionado pela mudança imposta pelo mercado consumidor e por novas regulamentações ambientais, sofreu expressiva transformação na cultura de crescimento econômico nas últimas décadas. Essa mudança é evidenciada ao realizar um paralelo entre os requisitos de projeto de certo produto do passado comparado com um atual: antigamente, bastava o produto desenvolver bem a função a qual foi concebido para diferenciar-se no mercado, hoje este cenário mudou e para que um novo produto ganhe o mercado consumidor, ele deve possuir bom desempenho, gerar o mínimo de impacto ambiental aliado ao aumento de eficiência energética.

Este cenário aplica-se, por exemplo, na indústria aeronáutica comercial, a qual vem sofrendo frequente crescimento no setor, limitado, no entanto, por questões ambientais. O consumo de combustível das aeronaves, a emissão de gases nocivos ao ambiente, e especialmente, o ruído, são alguns dos efeitos indesejados na operação de aeronaves (SILVA, 2011).

Recentemente, a Boeing divulgou a *Market Outlook 2016-2035* (Boeing.com), uma estimativa da demanda de crescimento mundial da frota de aeronaves. Segundo a empresa, em 2014 haviam aproximadamente 21.600 aeronaves em serviço em todo

o mundo, número que espera ser dobrado até o ano de 2035. No gráfico 1.1 é apresentada esta estimativa de crescimento dividida por continentes, onde observa-se a Ásia como o principal mercado em ascensão, com previsão de crescimento de 38%, contra 7% da América Latina. Previsões que devem ser modificadas com o anúncio recente da fusão com a brasileira Embraer.

Gráfico 1.1 – Estimativa da Boeing para crescimento da frota de aviões até 2035.



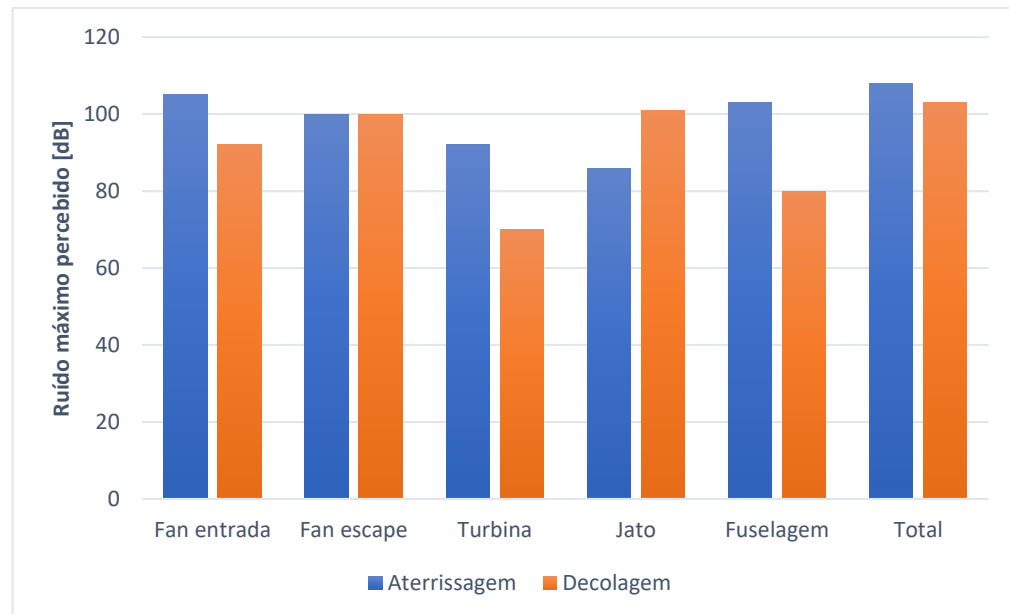
Fonte: Boeing.com¹.

Aliado ao crescimento da indústria aeronáutica, observa-se o aumento do impacto sonoro promovido pelas aeronaves na comunidade lindeira aos aeroportos, sendo que o principal contribuinte para o campo sonoro irradiado pelas aeronaves é o ruído devido à propulsão (KHORRAMI; LI; CHOUDHARI, 2001). Cada componente do motor, como *fan*, turbina e compressor, podem ter contribuições significativas no ruído total, tanto os níveis de ruído tonal quanto de banda larga.

No gráfico 1.2, é apresentada a relação entre a geração de ruído na decolagem e aterrissagem de uma aeronave e, através dele, observa-se que o ruído gerado pelo jato de exaustão das turbinas contribui em grande parte no ruído total percebido pelo receptor, principalmente durante o procedimento de decolagem. Tal ruído é gerado devido a interação dos gases de escape em alta velocidade, com o ar ambiente, formando uma camada de cisalhamento entre os fluidos.

¹ Disponível em: <<http://www.boeing.com/commercial/market/long-term-market/traffic-and-market-outlook>>. Acesso em: 24/06/2018.

Gráfico 1.2 – Fontes de geração de ruído de aeronaves.



Fonte: Modificado de Khorrami, Li e Choudhari (2001).

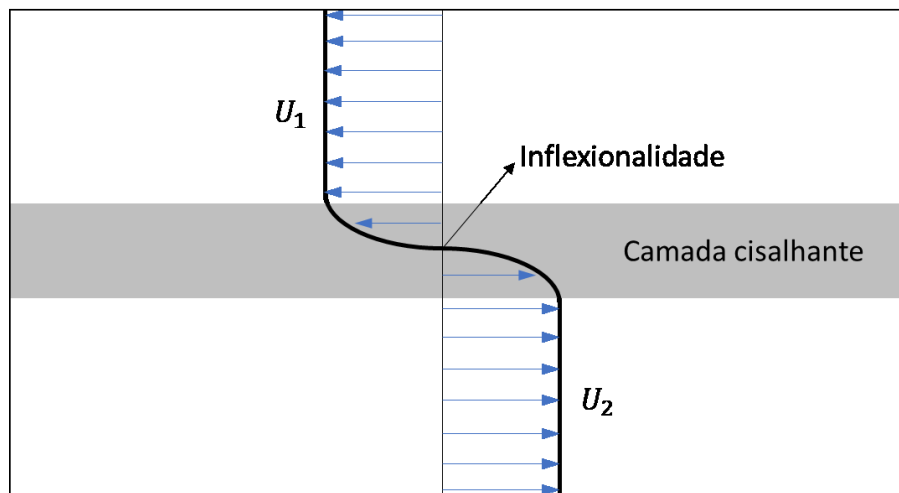
1.1 ESCOAMENTOS CISALHANTES LIVRES E SUAS CLASSIFICAÇÕES

Os escoamentos cisalhantes livres são caracterizados pela ausência de paredes ou barreiras que podem interferir no desenvolvimento da turbulência. Assim sua dinâmica está ligada às interações entre fluidos de diferentes quantidades de movimento linear. Tais escoamentos são classificados em quatro subgrupos denominados: camada de mistura temporal, camada de mistura espacial, jatos e esteiras, porém nessa tese abordar-se-á somente os dois primeiros. O processo de transição à turbulência tem a mesma origem nestes quatro subgrupos, mas cada um possui características particulares que justifica tal subclassificação.

1.1.1 Camada de mistura temporal

Considere duas correntes paralelas de fluidos com velocidades U_1 e U_2 de mesma direção, mas sentido opostos, como apresentado no esquema 1.3. Devido aos efeitos viscosos do fluido, surge uma camada na região de contato das duas correntes, onde o fluido é submetido a esforços cisalhantes. Esta é a condição inicial para que, dada uma perturbação externa, o escoamento inicie o regime de produção de instabilidade fluidodinâmicas que amplificam-se ao longo do tempo, levando à mistura das duas correntes de fluido.

Esquema 1.3 – Campo de velocidade do escoamento tipo camada de mistura temporal.

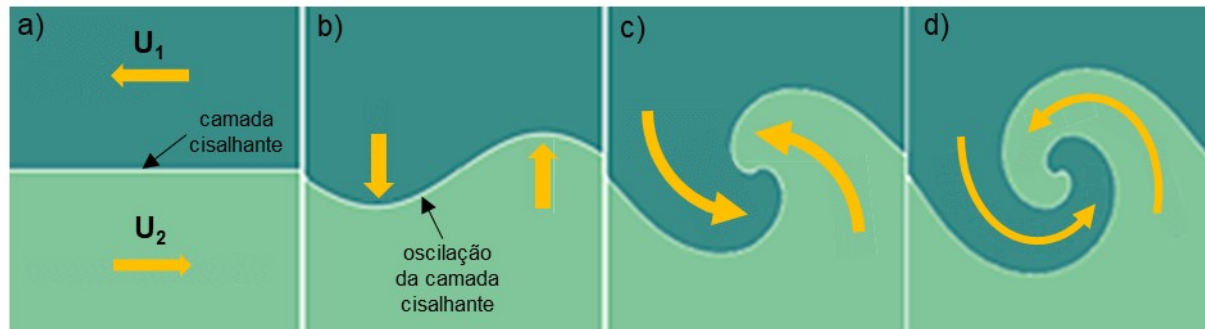


Fonte: Autoria própria.

Com base na teoria de estabilidade linear, um dos requisitos para o surgimento de instabilidades fluidodinâmicas é a presença de um ponto de inflexão (escoamentos bidimensionais) ou uma linha de inflexão (escoamentos tridimensionais) no campo de velocidade. Outras quatro condições, apresentadas por Fjortoft (1950), definem as premissas matemáticas para que um escoamento laminar se torne turbulento.

Nos escoamentos do tipo camada de mistura temporal o processo de transição à turbulência se inicia a partir da oscilação da camada cisalhante como mostrado nos desenhos 1.4a e 1.4b, tal oscilação é caracterizada por um comprimento de onda "escolhido" dentre todos os comprimentos de onda possíveis de oscilação do escoamento, que possui taxa de amplificação máxima. Em seguida, o vale e a crista da oscilação inicial adentram nas correntes U_2 e U_1 velocidades, respectivamente. Neste momento, os vales são transportados para a direita enquanto as cristas são transportadas para a esquerda, culminando no enrolamento da onda e na origem de estruturas rotacionais no escoamento. Este processo é denominado de enrolamento das vorticidades e é representado nos desenhos 1.4c e 1.4d.

Desenho 1.4 – Camada de mistura em desenvolvimento temporal.



Fonte: Modificado de Brockmann-consult.de².

A sequência temporal de formação apresentada no desenho 1.4 se estende indefinidamente na direção horizontal, e assim, ao lado da estrutura observada em tal desenho surgem outras através do mesmo processo descrito. As estruturas turbilhonares formadas ao longo da direção horizontal, iniciam um movimento de giro em pares, denominado pareamento das vorticidades, e enquanto giram em torno de uma órbita comum às duas estruturas, vão difundindo quantidade de movimento linear.

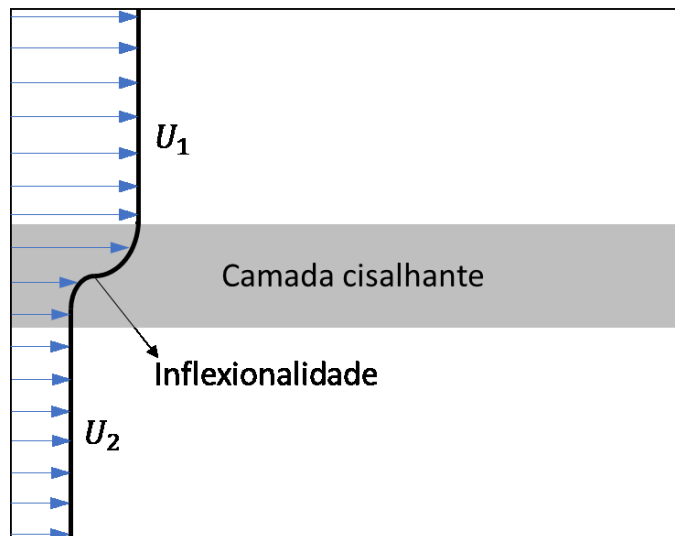
Vale ressaltar que o surgimento dos comprimentos de onda que compõem o espectro turbulento ocorre de forma concomitante, porém com taxas de amplificação diferentes. O pareamento requer a presença de um número de onda sub-harmônico do modo com maior taxa de amplificação. Isso implica que, no momento do aparecimento do primeiro comprimento de onda (oscilação inicial da camada cisalhante), vários outros comprimentos de onda já surgiram, mas como possuem taxas de amplificação menores que a oscilação inicial, ainda não se apresentaram. Cada um desses comprimentos de onda descrevem a mesma dinâmica de enrolamento e pareamento descritas.

1.1.2 Camada de mistura espacial

Nos escoamentos do tipo camada de mistura espacial, a geração das instabilidades também se inicia pela presença do campo de velocidade inflexional. A condição inicial é apresentada no esquema 1.5, no qual observa-se duas correntes paralelas de fluidos com velocidades U_1 e U_2 de mesma direção e sentido, mas de módulos diferentes.

² Disponível em: <<https://www.brockmann-consult.de/CloudStructures/kelvin-helmholtz-instability-description.htm>>. Acesso em 25/06/2018.

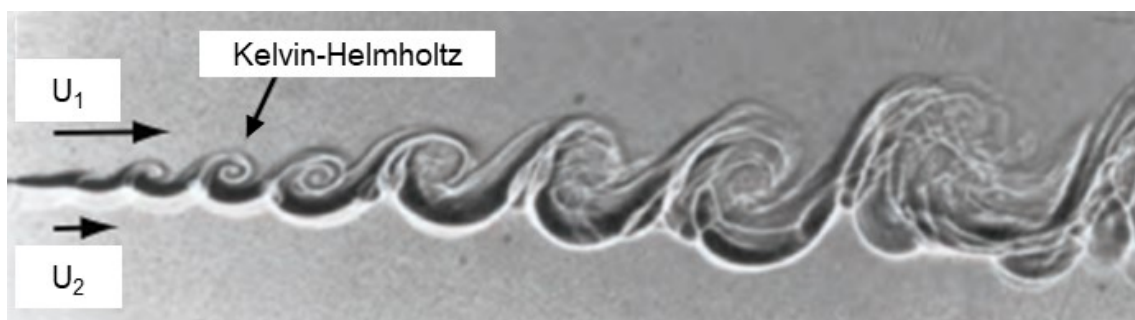
Esquema 1.5 – Campo de velocidade do escoamento tipo camada de mistura espacial.



Fonte: Autoria própria.

A transição à turbulência inicia-se de maneira semelhante à camada de mistura temporal, com os processos de enrolamento e pareamento das vorticidades. Porém, enquanto que na mistura temporal as estruturas turbilhonares amplificam-se com o tempo, na mistura espacial tais estruturas amplificam-se à medida que são transportadas espacialmente pelo escoamento. Na figura 1.6 é apresentada a visualização material do escoamento de duas correntes gasosas, de velocidades U_1 e U_2 , onde é observada a formação das instabilidades de Kelvin-Helmholtz e a amplificação das estruturas turbilhonares à medida que as correntes se desenvolvem.

Figura 1.6 – Camada de mistura em desenvolvimento espacial.



Fonte: Modificado de Van Dyke (1982).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Desde 1952 vários grupos de pesquisados vem estudando a geração de ruído aeroacústico porém, de certa forma, o problema ainda não está fechado. Esta tese tem o intuito de ampliar o conhecimento dos mecanismos físicos responsáveis pela transformação das energias dos escoamentos turbulentos em energia acústica, contribuindo através da decomposição do tensor de Lighthill em seis termos e interpretando-os, afim de compreender a física modelada por cada um. Além do desenvolvimento de métodos numéricos baseados em diferenças finitas otimizadas utilizando os Algoritmos Genéticos. O estudo será feito nos escoamentos do tipo camada de mistura temporal e camada de mistura espacial a baixo Reynolds.

1.2.2 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram cumpridos:

- Compreender a física dos mecanismos de geração e propagação de ruído nos escoamentos cisalhantes livres;
- Análise do termo fonte da equação de Lighthill, buscando compreender de maneira mais clara a física modelada;
- Desenvolvimento de métodos numéricos baseados em diferenças finitas otimizadas para a solução de escoamentos compressíveis;
- Implementação computacional de uma rotina em linguagem C++;
- Solução dos escoamentos do tipo camada de mistura temporal e espacial bidimensionais;
- Análise e investigação do campo acústico gerado por cada tipo de escoamento em estudo e sua relação com a fluidodinâmica modelada.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Do ponto de vista de Lighthill (DEBNATH, 1999):

“Dinamicistas dos fluidos são divididos em engenheiros hidráulicos, que observam coisas que não podem ser explicadas, e matemáticos, que explicam coisas que não podem ser observadas.”

Nesse sentido, a presente tese pretende observar os fenômenos da aeroacústica como um engenheiro hidráulico e explicá-los como um matemático, e assim realizar o “casamento” dos modelos teóricos com a física percebida na geração de ruído nos escoamentos turbulentos.

Como se trata de um assunto que, intrinsecamente, fornece certa dificuldade para exemplificações e analogias claras, pode acontecer imprecisões na reprodução da concepção do fenômeno para o texto, porém o autor vê isso como algo inevitável pois, a palavra é um modelo das ideias, visto que são passíveis de erros, não no sentido de erros gramaticais, mas sim erros no processo de transcrição das ideias em texto. Pois isso, os recursos de desenhos esquemáticos, gráficos e fotos, serão utilizadas quando houver tal dificuldade.

A tese está dividida em oito capítulos, o capítulo 2 apresentará uma revisão bibliográfica sobre a evolução da aeroacústica nas últimas seis décadas, descrevendo desde suas origens até as tendências de pesquisa atuais. No capítulo 3 é mostrada a visão fenomenológica da turbulência nos fluidos, com intuito de chamar atenção para algumas das características que definem a turbulência. O capítulo 4 é dedicado ao estudo dos fundamentos da geração e propagação sonora nos escoamentos turbulentos. Nos capítulos 5 e 6, são apresentados, interpretados e analisados os modelos matemático e numérico, respectivamente, nos quais esta tese é estabelecida. O capítulo 7 apresenta estudos de caso da geração de ruído nos escoamentos do tipo camada de mistura temporal e espacial, e por fim, as conclusões e expectativas futuras são descritas no capítulo 8.

2 A AEROACÚSTICA DESDE 1952

2 A AEROACÚSTICA DESDE 1952

O britânico Michael James Lighthill, considerado um dos grandes matemáticos do século XX e pioneiro da aeroacústica, estabeleceu dois períodos de desenvolvimento desta área, chamadas pelo autor de “eras de ouro” da aeroacústica (LIGHTHILL, 1993). O primeiro período inicia-se com sua publicação de 1952, sendo este o texto propulsor para a compreensão e investigação dos mecanismos envolvidos na geração de ruído aerodinâmico. A partir da década de 90, restrições a impactos ambientais gerados por aeronaves começaram a ser impostas por agências reguladoras da aviação civil, fazendo com que engenheiros da área unissem esforços com o propósito de redução dos níveis de ruído das aeronaves em operação e, conseqüentemente, o desenvolvimento e evolução de novos projetos, dando assim início ao segundo período de desenvolvimento da aeroacústica. Baseada nesta concepção de “eras” de Lighthill, este capítulo será dividido em três tópicos, sendo que o primeiro e o segundo serão dedicados a apresentar os trabalhos de maior relevância na primeira e segunda “eras de ouro” da aeroacústica, respectivamente, e o terceiro tópico terá como objetivo citar as principais tendências atuais da área, relacionando-as com a computação de alto desempenho e os principais métodos numéricos utilizados.

2.1 DÉCADAS DE 1950 A 1970

2.1.1 Teoria de Lighthill

No mesmo ano em que a primeira aeronave comercial com propulsão a jato foi colocada em operação, Lighthill (1952) publicou o trabalho intitulado como *On Sound Generated Aerodynamically I General Theory*, no qual o autor apresenta os primeiros passos para a formulação matemática do termo de geração do ruído aerodinâmico. Em 1954, ele deu continuidade à sua pesquisa com a publicação *On Sound Generated Aerodynamically II - Turbulence as a Source of Sound*, surgindo, assim, uma nova área de conhecimento, denominada aeroacústica. Esta área tem como objeto de estudo o som gerado por escoamentos turbulentos e suas interações com estruturas, incluindo efeitos de refração, difração e propagação da onda sonora. A Eq. (2.1) apresenta a equação de Lighthill, uma das equações mais importantes da

aeroacústica, que ficou conhecida como “Analogia Acústica de Lighthill”, e será deduzida no capítulo 5 desta tese.

$$\underbrace{\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho'}_{\text{propagação sonora}} = \underbrace{\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}}_{\text{transformações de energia}} \quad (2.1)$$

onde:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j - \tau_{ij} + \delta_{ij}(p - c_0^2 \rho) \quad (2.2)$$

O lado esquerdo da Eq. (2.1) modela a propagação da onda acústica em um meio homogêneo, em termos da flutuação de massa específica (ρ') e a constante de velocidade de propagação do som (c_0). A expressão no lado direito dessa mesma equação denota o duplo divergente sobre o tensor T_{ij} , denominado tensor de Lighthill, que é composto pelo tensor de fluxo de quantidade de movimento ($\rho u_i u_j$), tensor das tensões viscosas (τ_{ij}) e o traço do tensor de geração de entropia $\delta_{ij}(p - c_0^2 \rho)$, como apresentado na Eq. (2.2). Portanto, o duplo divergente de T_{ij} modela as transformações de energias do escoamento em energia acústica.

Nenhuma simplificação é feita para deduzir a Eq. (2.1), então esta é uma equação exata, que expressa, entre outros fenômenos, a geração das ondas sonoras nos escoamentos cisalhantes livres. Contudo, tal equação não pode ser tratada realmente como uma equação da onda em acústica linear, uma vez que o lado direito da equação contém termos do próprio campo acústico a ser determinado, ou seja, o termo fonte depende da solução da própria equação.

Assim, para resolvê-la, a analogia acústica propõe a independência dos dois lados da equação, de forma que se resolve, *a priori*, o campo fluidodinâmico, obtendo os resultados necessários para calcular o tensor T_{ij} , o qual entra, em seguida, como excitação do campo acústico. Para proceder com a solução do campo fluidodinâmico de forma independente do campo acústico, Lighthill propôs algumas hipóteses simplificadoras:

- A energia das flutuações do campo acústico é mínima quando comparada à energia do escoamento, assim, a onda sonora não é capaz de perturbar o escoamento. Para o ruído gerado por escoamentos em

campo aberto esta hipótese é razoável, porém em aplicações onde há ressonância de cavidade acústica, como no caso de instrumentos musicais de sopro, a perturbação da onda sonora no campo fluidodinâmico é passível de ocorrer;

- Logo após a onda sonora ser gerada, ela propaga no interior do escoamento, onde o campo de velocidade média causa o fenômeno da refração da onda sonora. A solução do campo fluidodinâmico de forma independente do campo acústico não considera tal fenômeno;
- A turbulência se desenvolve livre de corpos imersos no escoamento, assim a teoria não considera nenhum efeito de interação da onda sonora com barreiras, tais como reflexão, difração ou absorção.

Portanto, estas hipóteses descrevem um campo acústico homogêneo inicialmente em repouso que é perturbado pelo tensor T_{ij} .

Motivado por acreditar que o principal mecanismo de geração do ruído aerodinâmico, a baixo Mach, é devido à “mistura turbulenta do escoamento”, Lighthill notou que para escoamentos a números de Reynolds suficientemente altos, a contribuição do termo não linear $\rho u_i u_j$ predomina sobre os termos τ_{ij} e $\delta_{ij}(p - c_0^2 \rho)$. Assim, o tensor T_{ij} foi aproximado apenas pelo termo não linear e assim o lado direito da Eq. (2.1) é reescrito por:

$$\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \cong \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (2.3)$$

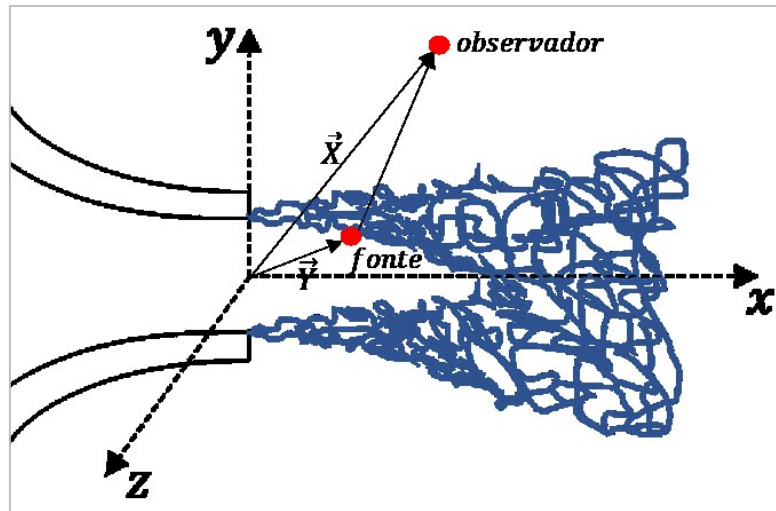
A expressão do lado direito da Eq. (2.3) é significativa somente na região interior do escoamento, onde tem-se flutuações espaciais não uniformes, fora desta região o modelo reduz à equação homogênea de propagação da onda sonora linear.

Nas hipóteses adotadas, a Eq. (2.4) é solução para a Eq. (2.1),

$$\rho'(\vec{X}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_V \frac{1}{|\vec{X} - \vec{Y}|} \left[\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \left(\vec{Y}, t - \frac{|\vec{X} - \vec{Y}|}{c_0} \right) \right] dV \quad (2.4)$$

onde \vec{X} e \vec{Y} são os vetores posição do observador e da fonte, respectivamente, com relação à origem do sistema de coordenadas, como mostrado no desenho 2.1.

Desenho 2.1 – Vetores posição do observador e fonte utilizados para integração do tensor T_{ij} .



Fonte: Autoria própria.

A Eq. (2.4) é uma integral aplicada a todo o volume em que o tensor T_{ij} é não nulo, sendo que as flutuações de massa específica são calculadas no ponto correspondente ao observador. Este ponto deve estar posicionado em uma região distante da geração de ruído de maneira a ser considerado como campo afastado (*far field*), o qual é caracterizado por:

- Ser afastado suficiente para que não haja influência do campo médio de velocidade na propagação da onda acústica;
- Estar a uma distância maior que $(2\pi)^{-1}$ vezes o comprimento de onda da menor frequência sonora a ser calculada.

Um dos interesses da aeroacústica é conhecer como a intensidade acústica irradiada por um escoamento varia segundo os parâmetros de velocidade e geometria que o definem. Ao aplicar a análise dimensional à solução (2.4), para um escoamento do tipo jato, Lighthill obteve que a intensidade acústica irradiada varia segundo a oitava potência da velocidade e o quadrado do diâmetro de um jato, ou seja, a sensibilidade à geração de ruído é bem maior com relação à velocidade do que com a variação do diâmetro do jato.

Esta análise é um dos mais importantes resultados provenientes da teoria de Lighthill, que ficou conhecida como “Lei da Oitava Potência”, e possibilitou às aeronaves com propulsão a jato reduções de ruído através do aumento do diâmetro da turbina e diminuição da velocidade de escape.

2.1.2 Pós publicações de Lighthill

Após as publicações de Lighthill (LIGHTHILL, 1952, 1954), uma série de variações de sua teoria da analogia acústica começou a surgir na tentativa de ampliar a aplicação da formulação apresentada, considerando novos efeitos na propagação da onda acústica e propondo modificações nos termos da equação.

Curle (1955) procedeu de forma semelhante à metodologia de Lighthill, separando os termos de propagação da onda acústica linear, dos termos fonte, surgindo a “Analogia Acústica de Curle”. A formulação apresentada por ele propôs uma extensão da teoria de Lighthill ao considerar a influência do ruído gerado pela presença de corpos rígidos estacionárias no interior do escoamento. Essa influência é modelada adicionando o gradiente do vetor $P_i = p\vec{n} - \vec{n}\tau_{ij}$ ao termo fonte da equação de Lighthill, onde \vec{n} denota o vetor unitário normal à superfície do corpo, P_i é a força por unidade de área que a superfície do corpo exerce sobre o fluido, o qual descreve a influência de dois efeitos: (i) reflexão e difração da onda sonora nos contornos do corpo e, (ii) geração de fontes do tipo dipolo na superfície do corpo.

Na analogia acústica apresentada por Phillips (1960), surge um novo termo advectivo no lado esquerdo da Eq. (2.1), que traduz, parcialmente, a influência da velocidade média do escoamento sobre a propagação do som. Dessa forma, a equação apresentada por ele é válida para a propagação da onda sonora em um meio não quiescente, pois a velocidade do som passa a ter uma dependência espacial.

Os trabalhos de Ffowcs-Williams (1963, 1965) e Ffowcs-Williams e Maidanik (1965), sugeriram um novo mecanismo para descrever a geração de ruído por escoamentos transônicos e supersônicos, chamado de “Radiação de Ondas de Mach”. Segundo os autores, para jatos de velocidades próximas à do som, o ruído gerado pelas ondas de Mach passa a ser dominante sobre o ruído de mistura turbulenta. Para essa situação a intensidade acústica irradiada varia segundo a terceira potência da velocidade do jato. Como consequência, deduz-se que ocorre um processo de saturação dos mecanismos de transformação de energia cinética em acústica quando a velocidade do jato parte de valores subsônicos, em que a

intensidade acústica segue a lei da oitava potência de Lighthill, para valores supersônicos, em que a intensidade acústica é proporcional à terceira potência da velocidade do jato.

Uma analogia acústica alternativa que diferenciou da linha de concepção do termo fonte de Lighthill foi apresentada por Powell (1964), e reformulada por Howe (1975), em que o campo de vorticidade é proposto como a fonte responsável pela geração das ondas sonoras em escoamentos cisalhantes livres.

Partindo das mesmas equações que Lighthill se baseou, Ffowcs-Williams e Hawkings (1969) estenderam a teoria do som aerodinâmico para prever o ruído gerado por superfícies em movimento, como hélices e pás. Os resultados apresentam um operador de propagação da onda acústica idêntico ao da teoria de Lighthill, porém o termo fonte contempla, além do vetor P_i de Curle, um termo adicional que consiste na derivada temporal de $\rho \vec{v} \vec{n}$, onde \vec{v} é o vetor velocidade de descolamento da superfície e \vec{n} o vetor normal a esta.

Os resultados de Curle (1955) podem ser vistos como um caso especial da teoria de Ffowcs-Williams e Hawkings, pois no caso em que $\vec{v} = 0$ (superfície em repouso), a equação de Curle é encontrada. A metodologia apresentada por Ffowcs-Williams e Hawkings é também considerada um marco na história da aeroacústica, pois fornece a base do desenvolvimento do controle de ruído de máquinas rotativas, como rotores de helicópteros, pás de propulsão e ventiladores. Nestas aplicações o mecanismo de geração do ruído aerodinâmico se dá principalmente por fontes do tipo monopolo e dipolo, diferente das fontes quadripolo dos jatos, como introduzido por Lighthill.

Utilizando os resultados de Phillips (1960), Lilley (1973) corrigiu o operador de propagação da onda acústica, apresentado na equação Lighthill, para considerar os efeitos gerados pelo gradiente de velocidade de um escoamento. O autor realizou a linearização das equações do escoamento médio de um jato, dando origem a uma versão da teoria de Lighthill que incluía os efeitos de refração da onda sonora.

Nas décadas de 50 a 70 também houve significativo progresso na caracterização do ruído aerodinâmico através de experimentos materiais, destacando os trabalhos de Lassiter e Hubbard (1952), Mawardi e Dyer (1953), Davies, Fisher e Barratt (1963), Bradshaw, Ferriss e Johnson (1964), Krishnappa e Csanady (1969) e Tanna (1977).

2.2 DÉCADAS DE 1980 A 2000

Até o início da década de 80 as pesquisas do ruído gerado aerodinamicamente foram dedicadas à concepção das analogias acústicas, firmando-se como linha de pesquisa dentro da aeroacústica, que ainda geram novas metodologias, como por exemplo os trabalhos de Goldstein (2003) e Morfey e Wright (2007).

No final dos anos 80 e início dos 90, agências reguladoras da aviação civil iniciaram políticas de restrição a impactos ambientais gerados pelo transporte aéreo, impondo limites aos níveis sonoros gerados pelas aeronaves comerciais durante os procedimentos de pouso e decolagem, iniciando assim a segunda “Era de Ouro da Aeroacústica”. Nesta época, vários autores dedicaram suas pesquisas aos problemas ligados ao ruído de modernas turbinas de transporte civil, turbinas de decolagem vertical e transporte supersônico e hipersônico. Wells (1991) e Wells e Han (1993), investigaram a fundo o ruído gerado por pás de propulsão supersônicas, analisando os efeitos de alteração da torção geométrica e afilamento das pás.

2.2.1 Aeroacústica Computacional (CAA)

Atenção especial deve ser dada às abordagens numéricas para resolver problemas de fluidodinâmica, pois impulsionadas pelo desenvolvimento de novos métodos computacionais capazes de solucionar a dinâmica dos escoamentos com menor custo computacional e aliado ao avanço de *hardware* da época, a Dinâmica de Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics - CFD*) firmou-se como campo de pesquisa capaz de explorar problemas que até o momento as soluções eram impensáveis, especialmente em aerodinâmica computacional.

Na mão de engenheiros competentes, a *CFD* tornou-se uma ferramenta confiável para previsão da movimentação de fluidos e sua interação com estruturas, sendo inconcebível o futuro da engenharia sem a aplicação desta ferramenta. Neste contexto, a Aeroacústica Computacional (*Computational Aeroacoustics - CAA*), surge como nova frente de pesquisa que visa o desenvolvimento de métodos numéricos para previsão da geração de ruído por escoamentos aerodinâmicos.

A análise dos resultados computacionais permite que o investigador revele novos mecanismos de geração do ruído aerodinâmico e novos fenômenos de propagação da onda acústica, sendo, portanto, uma forma de obter maior

entendimento sobre a física do problema, que culmina em inovações tecnológicas para a mitigação do ruído.

Sabendo que as aplicações dos métodos de *CFD* são bem-sucedidas para a classe de problemas a que foram concebidas, como aplicações que envolvem escoamentos incompressíveis, levanta-se o questionamento se os métodos de *CFD* podem ser utilizados na solução de problemas da aeroacústica. A resposta mais correta para esse questionamento, segundo Tam (2006), é que deve-se fazer algumas adequações para que os mesmos métodos sejam empregados na aeroacústica. As principais razões para não utilizá-los diretamente estão nas diferentes naturezas e objetivos dos dois problemas, que serão apresentados a seguir:

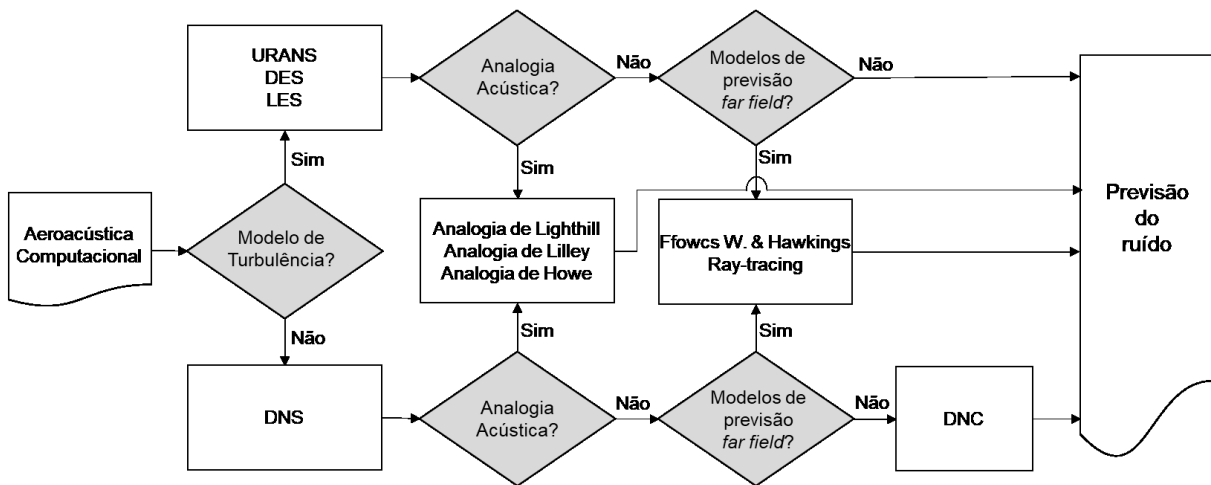
- I. Em muitos problemas de fluidodinâmica, a energia cinética do escoamento se concentra nas grandes escalas da turbulência (baixas frequências) e assim, com métodos apropriados para resolver as grandes escalas e modelar as pequenas, consegue-se excelentes resultados. Por outro lado, o som aerodinâmico cobre largas faixas de frequência e, muitas vezes, com ruídos tonais de alta frequência e amplitude dominante.
- II. Métodos de *CFD* baseados em médias temporais fornecem resultados independentes do tempo, porém problemas de aeroacústica envolvem a geração e propagação da onda sonora, que são completamente dependentes do tempo.
- III. Existe uma grande disparidade de ordem de grandeza da relação entre as flutuações acústicas e aerodinâmicas, ou seja, a amplitude das ondas sonoras é muito pequena quando comparada às flutuações do campo de velocidade. Segundo Bailly (2004), esta disparidade é da ordem de 10^{-4} a 10^{-3} para o campo de velocidade, e da ordem de 10^{-2} para o campo de pressão, considerando um jato de Mach igual a 0,9.
- IV. Os resultados de interesse da aeroacústica são a energia e o espectro de ruído em uma região distante da geração, o que implica na necessidade de utilizar esquemas de solução numérica da propagação da onda acústica com baixos erros de dispersão e dissipação numérica.

Por essas razões, houve a necessidade do desenvolvimento independente da CAA, que iniciou na metade da década de 90 e, durante este período, grandes

avanços foram realizados, tanto na concepção de novas metodologias, quanto na capacidade de aplicação a problemas industriais.

As metodologias de solução numérica dos problemas de aeroacústica podem ser classificadas de três formas: segundo a utilização de modelos de solução da turbulência, segundo a aplicação das analogias acústicas e o uso de modelos de solução do ruído no campo distante (*far field*), conforme mostrado no fluxograma 2.2.

Fluxograma 2.2 – Metodologias para solução da aeroacústica computacional.



Fonte: Modificado de Colonius e Lele (2004).

Iniciando no lado esquerdo do fluxograma, para resolver a fluidodinâmica do escoamento de um problema de aeroacústica, pode-se utilizar, ou não, modelos de turbulência, com por exemplo: *Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes* (URANS), *Detached Eddy Simulation* (DES) ou *Large Eddy Simulation* (LES). Caso não seja utilizado modelos de turbulência, todas as escalas da turbulência são resolvidas, esta abordagem é conhecida como *Direct Numerical Simulation* (DNS).

Com a fluidodinâmica resolvida, pode-se utilizar as analogias acústicas, denominadas de abordagens híbridas, as quais resolvem os campos de velocidade e acústico de forma independente, sendo caracterizados por uma dependência temporal dos resultados da fluidodinâmica e o campo sonoro irradiado, como exemplo pode-se citar as analogias de Lighthill (1952), Lilley (1973), Howe (1975), entre outras.

Em seguida, caso não sejam utilizadas as analogias acústicas, os dados de saída da fluidodinâmica podem ser fornecidos a um modelo de previsão de ruído no campo distante. Tal modelo utiliza os campos de flutuação da massa específica, velocidade e pressão como excitação do campo acústico e, assim, propagam as

ondas sonoras considerando efeitos de refração e reflexões em corpos sólidos presentes entre a fonte e o observador. Como exemplo, tem-se os métodos de propagação de Ffowcs-Williams & Hawkings (1969) e o método de traçados de raios, ou *Ray tracing* (ILÁRIO et al., 2017).

Por fim, sem a utilização de modelos de previsão do campo distante, os campos aerodinâmico e acústico devem ser calculados simultaneamente através da solução das equações de Navier-Stokes para escoamentos compressíveis. Se todas as escalas da turbulência forem resolvidas (DNS), a previsão do ruído é chamada, segundo Baily (2004), de Cálculo Direto do Ruído (*DNC – Direct Noise Computation*).

Caso seja utilizado algum modelo de turbulência, a previsão do ruído irá depender de cada abordagem utilizada. Se for utilizado LES, por exemplo, as baixas frequências do espectro de ruído irradiado serão calculadas e, por outro lado, as frequências mais altas serão função do modelo sub-malha.

2.2.2 Métodos numéricos da CAA

Em virtude na natureza física dos problemas de aeroacústica, os métodos de CAA devem lidar com a propagação de ruído de altas frequências. Assim, para que a solução seja praticável com a capacidade de processamento computacional atual, a aeroacústica demanda esquemas numéricos que resolvam o problema utilizando a discretização do domínio espacial com poucos pontos por comprimento de onda.

Do ponto de vista de métodos numéricos, tal ideia torna-se um grande desafio, pois um método de segunda ordem padrão de *CFD* necessita de 18 a 25 pontos por comprimento de onda para garantir precisão aceitável da solução aeroacústica (TAM, 2012). Tal possibilidade implicaria em um número muito grande de pontos da malha, inviabilizando a solução. Como consequência, grande parte do esforço de trabalhos voltados à Aeroacústica Computacional estão relacionados ao desenvolvimento de esquemas numéricos que forneçam resultados com alto grau de precisão sem onerar o custo computacional.

Uma abordagem bastante utilizada na aeroacústica para o desenvolvimento de novos métodos numéricos para o cálculo de derivadas é a análise do erro no domínio do número de onda, a qual proporciona uma forma efetiva de quantificar os erros de dispersão e difusão das soluções discretizadas. Como consequência, os coeficientes dos métodos de diferenças finitas, baseados na série de Taylor, são otimizados no sentido de reduzir os erros numéricos, sem aumentar o tamanho do estêncil,

resultando nos métodos denominados de diferenças finitas otimizadas. No capítulo 6 esta abordagem será apresentada e analisada com mais detalhes.

Tam e Webb (1993), utilizaram a metodologia acima citada para otimizar os coeficientes de diferenças finitas centradas aplicada ao cálculo de derivadas espaciais, enquanto que Hu, Hussaini e Manthey (1996) otimizaram os coeficientes para o cálculo de derivadas temporais. Kim e Lee (1996) aplicaram a mesma metodologia para otimizar os coeficientes do método de diferenças finitas compactas. Outras abordagens utilizadas na aeroacústica computacional baseiam-se em métodos pseudo-espectrais (JIANG-PING et al., 2002), (HUANG; ZHANG, 2006).

2.2.3 Condições de contorno não reflexivas (NRBC)

Além dos desafios numéricos para o cálculo preciso da acústica dos escoamentos, a aeroacústica computacional requer um tratamento criterioso das condições de contorno do problema, pois, muitas vezes, estes devem modelar uma situação de campo aberto, onde as ondas geradas pelo escoamento propagam-se livremente para o campo distante. Caso contrário, as reflexões promovidas pelas condições de contorno contaminariam a solução acústica, gerando resultados de reverberação no domínio analisado.

Diante desta demanda, observa-se na literatura científica uma linha de pesquisa dedicada ao desenvolvimento de condições de contorno não reflexivas (ou menos reflexivas), identificada pela sigla NRBC (*Non-Reflecting Boundary Condition*), que se baseia em três diferentes teorias:

- 1) Condições de contorno assintóticas;
- 2) Equações características de Navier-Stokes;
- 3) Condições de contorno absorventes.

Os precursores da primeira teoria são Bayliss e Turkel (1982), Hagstrom e Hariharan (1988), Tam e Webb (1993) e Tam e Dong (1996). Experimentos numéricos indicaram que as condições de contorno assintóticas possuem bom desempenho apenas quando as fontes sonoras do escoamento estão suficientemente distantes dos contornos do domínio, assim à medida em que essas fontes se deslocam em direção aos limites do domínio, a amplitude das ondas refletidas tende a aumentar.

Giles (1990) e Poinso e Lele (1992) iniciaram o desenvolvimento das condições de contorno baseadas nas equações características de Navier-Stokes, que

recentemente foram generalizadas para aplicações com LES (LODATO; DOMINGO; VERVISCH, 2008) e para esquemas numéricos que utilizam células fantasmas (MOTHEAU; ALMGREN; BELL, 2017). Essa abordagem tem grande eficiência para ondas com incidência aproximadamente perpendicular ao contorno, porém não garante bons resultados para ondas com incidência oblíqua.

Por fim, as condições de contorno absorventes baseiam-se na construção de uma camada de células nas fronteiras da malha capazes de atenuar a onda acústica à medida em que a mesma se propaga na direção do contorno do domínio, análogo ao efeito desenvolvido por uma espuma acústica instalada nas paredes de uma sala. A principal técnica utilizada nesta teoria é conhecida como PML (*Perfectly Matched Layer*), originalmente proposta para a solução de problemas numéricos de eletromagnetismo. Hu (2005) e Appelo, Hagstrom e Kreiss (2006) inicialmente desenvolveram esta técnica para as equações linearizadas de Euler com velocidade média uniforme, que em seguida foi estendida a condições de escoamento não uniformes.

A espessura da camada de PML depende, fundamentalmente, do comprimento de onda do som gerado pelo escoamento que, quanto maior o comprimento, maior a espessura atribuída. Assim, a principal vantagem da técnica PML é a de poder colocar os contornos próximos ao escoamento, reduzindo as dimensões do domínio físico, porém dependendo do comprimento de onda analisado, a camada de PML deve ser tão espessa que, o tamanho total do domínio (físico + PML) pode onerar o custo computacional.

2.2.4 Interações aeroacústicas não-lineares

Com a evolução das pesquisas na área de aeroacústica, autores iniciaram investigações mais aprofundadas no sentido de avaliar possíveis efeitos de não linearidade na propagação da onda acústica. Tam (1995) apontou que a maioria dos problemas nesta área são lineares, ou seja, a energia de perturbações acústicas produzidas pelas fontes de ruído aerodinâmico é pequena o suficiente para não alterar a dinâmica do escoamento, o que justifica a abordagem da analogia acústica de Lighthill.

Problemas de aeroacústica que envolvem interações não lineares entre os campos de velocidade e acústico do escoamento devem ser tratados como casos

especiais, pois nessas situações não se pode seguir a prática de solucionar a fluidodinâmica de forma independente da acústica.

Segundo Wells e Renaut (1997), para cada situação analisada deve-se, inicialmente, avaliar o nível de não linearidade presente, pois é impossível caracterizar de forma geral os problemas de aeroacústica em lineares ou não lineares, invíscidos ou dissipativos. Neste contexto, destaca-se os problemas em que ocorrem a interação do escoamento com cavidades fechadas que possuem frequências naturais próximas às frequências de flutuação aerodinâmica, o que implica no fenômeno de ressonância acústica. Como exemplo, Colonus, Basu e Rowley (1999) apresentaram a solução numérica, usando DNC, para o problema de ressonância da cavidade automotiva quando submetida a um escoamento transversal. Esta é uma situação comumente encontrada quando um veículo trafega em alta velocidade com uma das janelas parcialmente aberta. As instabilidades geradas pelo escoamento transversal à janela, excita os modos acústicos da cavidade do automóvel, que por sua vez, produz ondas sonoras de amplitude suficientemente alta para alterar a dinâmica do escoamento transversal, caracterizando a não linearidade do problema.

2.3 TENDÊNCIAS ATUAIS

Deve-se ressaltar o progresso significativo que os algoritmos de CAA apresentaram nos últimos cinco anos, expandindo suas aplicações a problemas industriais e desenvolvendo novas tecnologias para redução do ruído irradiado por máquinas e equipamentos.

2.3.1 Aplicações industriais

No setor da aviação, o ruído continua sendo um dos maiores desafios para os atuais projetos e, provavelmente, será para os projetos da próxima geração. Em 2016, a Boeing firmou parceria com a NASA com o objetivo de estudar o ruído da fuselagem de aeronaves durante as operações de pouso e decolagem. Durante o pouso, quando os motores estão operando em potência reduzida, o ruído da fuselagem da aeronave, incluindo o trem de pouso, pode ser maior que o ruído gerado pelas turbinas (MINAFRA, 2017). A figura 2.3 apresenta o campo de velocidade em torno do trem de pouso de um Boeing 777, resultado da simulação aeroacústica, onde os tons em verde e vermelho representam regiões de baixa e alta velocidade, respectivamente.

Figura 2.3 – Escoamento em torno do trem de pouso de um Boeing 777.



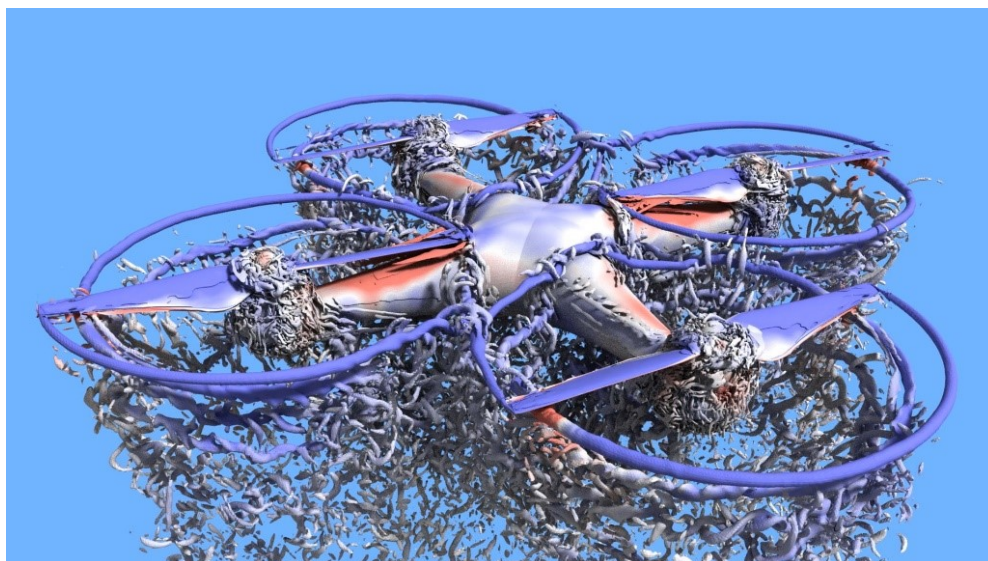
Fonte: *NASA's Ames Research Center.*

No setor de investigação e espionagem policial, observa-se a crescente utilização de quadricopteros, ou mais conhecidos como drones, para o monitoramento de criminosos em locais de difícil acesso, como mostrou a reportagem do programa de televisão Fantástico exibido em 28 de janeiro deste ano¹. Policiais usaram uma câmera instalada em um drone para acompanhar a movimentação de criminosos na Favela do Jacarezinho, Zona Norte do Rio, e conseguiram prender o chefe do tráfico da comunidade.

Drone é uma palavra inglesa que significa “zangão”, “zumbido”, na tradução literal para o português, e leva este apelido em função do seu ruído característico que gera durante o voo. Esta é uma característica totalmente reprovada pelos investigadores, pois a ideia desse veículo aéreo é ser o mais silencioso possível para passar despercebido aos ouvidos humanos. Pensando nisso, a DJI, famosa fabricante dos drones modelo Phantom, têm utilizado simulação aeroacústica para minimizar o impacto acústico de suas aeronaves não tripuladas. A figura 2.4 apresenta a simulação do campo de velocidade do modelo Phantom 3, tendo como resultado a complexa movimentação do ar devido à interação com os rotores do veículo e com a estrutura em forma de “X”.

¹ Disponível em: < <http://g1.globo.com/fantastico> >. Acesso em 03/07/2018.

Figura 2.4 – Escoamento em torno do drone modelo Phantom 3.



Fonte: NASA's Ames Research Center.

Voltando a atenção para o campo de pesquisa de novas metodologias numéricas para a simulação da aeroacústica, destaca-se os avanços nos esquemas numéricos de discretização espacial, como apresentado no trabalho de Zhang e Yao (2013), métodos de integração, condições de contorno não reflexivas (XU; LI; GUO, 2014) e modelos de impedância para simulação de banda larga de frequência (LI et al., 2014).

2.3.2 Computação de alto desempenho

Apesar da Lei de Moore ter previsto com sucesso o crescimento da velocidade de processamento dos computadores durante os últimos 40 anos, atualmente os ganhos de capacidade computacional estão sendo feitos utilizando uma metodologia diferente. Tradicionalmente, o aumento da velocidade de um processador (CPU) era alcançado reduzindo o tamanho dos circuitos integrados dos processadores, no entanto, a escala dos circuitos atuais estão em torno de 10 μm , escala em que a movimentação atômica começa a influenciar na dinâmica dos circuitos, gerando efeitos que são modelados pelas leis da física quântica (BARLAS, 2015). Como consequência, a velocidade dos processadores estagnou desde a última década de tal modo que ganhos de desempenho atuais estão sendo alcançados através dos circuitos de multiprocessadores, conhecidos como *multicores*, nos quais tarefas grandes são divididas em pequenas sub tarefas e processadas de forma paralela em cada *core* disponível na máquina (LELE; NICHOLS, 2014).

Há poucos anos, a unidade de processamento gráfico, chamada pela sigla GPU (*Graphics Processing Unit*), tinha como principal aplicação o processamento de imagens de vídeo para exibição na tela de computadores e TVs, porém, recentemente, sua utilização é observada para a realização de cálculos de ciências e engenharias. Estas placas possuem alto poder de processamento em paralelo e estão multiplicando-se no mercado a preços acessíveis, surgindo, dessa forma, a necessidade do desenvolvimento de métodos de solução numérica com capacidade de paralelização via GPU.

Esta tendência de utilização de GPU é exemplificada pela notícia de que a IBM, empresa do ramo de informática, colocou em operação em junho de 2018 o novo supercomputador mais poderoso do mundo (MULLER, 2018). A máquina é denominada de “Summit” e conta com 37 mil unidades de processamento, sendo 28 mil unidades gráficas (GPU) e 9 mil núcleos tradicional (CPU), juntos são capazes de realizar 200 petaflops, ou seja, 200 quatrilhões de cálculos em ponto flutuante por segundo.

Por outro lado, a utilização dos métodos de solução numérica de alta ordem dificulta o aproveitamento de computação paralela para solucionar problemas de aeroacústica, pois normalmente, quanto maior a ordem do método, maior o estêncil numérico para cálculo das derivadas espaciais, o que implica no aumento da interdependência dos pontos da malha e dificulta sua paralelização. Khanal, Saddington e Knowles (2017), apresentaram uma estratégia que busca maior eficiência de paralelização das soluções aeroacústica com a implementação de um método de quarta ordem baseado em diferenças finitas compactas otimizadas, malha estruturada multi-blocos e paralelização do domínio usando um tratamento especial das interfaces de cada subdomínio, baseado no método das características. Esse método consiste em reduzir uma equação diferencial parcial para uma família de equações diferenciais ordinárias, das quais a solução pode ser integrada a partir de alguns dados iniciais fornecidos em uma hipersuperfície adequada.

3 FENOMENOLOGIA DA TURBULÊNCIA NOS FLUIDOS

3 FENOMENOLOGIA DA TURBULÊNCIA NOS FLUIDOS

A compreensão dos conceitos fundamentais da física de produção do ruído de escoamentos cisalhantes passa pelo entendimento do fenômeno da turbulência nos fluidos. Assim, neste capítulo, serão descritas as principais características dos escoamentos turbulentos com um olhar fenomenológico do tema.

3.1 INTRODUÇÃO

A turbulência nos fluidos é um dos fenômenos ainda não totalmente resolvidos pela física moderna, pois não há uma teoria de fechamento que dê coerência e previsibilidade ao comportamento turbulento. O que existe são fragmentos de teorias que procuram entender e descrever as características da turbulência, sendo a equação de Navier-Stokes o principal meio matemático que ajuda a interpretar o comportamento dos fluidos. De acordo com uma história apócrifa (WISCOMBE, 2005), o físico alemão Werner Heisenberg, um dos pioneiros da mecânica quântica e que também contribuiu para as teorias dos escoamentos turbulentos, certa vez ressaltou as dificuldades e os desafios científicos oferecidos pelo tema na seguinte citação:

“Quando encontrar Deus, vou fazer-lhe duas perguntas: ‘Por que a relatividade?’ e ‘Porque a turbulência?’. Acredito que Ele terá a resposta somente para a primeira.”

Tal afirmação mostra as dificuldades e os desafios científicos oferecidos pelo tema. Tamanha complexidade fez com que a equação de Navier-Stokes fosse incluída no ano de 2000 como um dos sete problemas do Prémio Millennium apresentados pelo instituto *Clay Mathematics Institute* (CMI). O instituto oferece o prêmio de um milhão de dólares à correta solução de cada um dos problemas (MILLENNIUM PROBLEMS, 2017). O filme *Gifted* (no Brasil, *Um laço de amor*) de 2017, aborda essa temática dos sete problemas da CMI e narra a história dramática de uma garota de 7 anos intelectualmente dotada, filha de uma matemática que dedicou sua vida à solução da equação de Navier-Stokes.

Voltando um pouco no tempo, observa-se que os primeiros estudos sobre a origem da turbulência foram desenvolvidos por Osborne Reynolds e Lord Rayleigh no século XIX. Em 1883, Reynolds apresentou os resultados de uma investigação experimental sobre o que determina se um escoamento será direto ou sinuoso, referindo-se ao que chamamos hoje de escoamentos laminar e turbulento, respectivamente. Na mesma década, Lord Rayleigh verificou que a condição necessária para que um escoamento laminar se torne instável é a presença de um campo de velocidade com regiões de inflexão, porém hoje sabe-se que outras condições também devem existir para o surgimento de instabilidades no escoamento.

Ainda na mesma década, a turbulência foi representada na tela do pintor holandês Vincent van Gogh, denominada “A Noite Estrelada” de 1889 (figura 3.1). Há relatos de que tal obra foi pintada pelo artista a partir de imagens de sua memória visual, não correspondente a uma paisagem, o que torna essa obra ainda mais fascinante para cientistas, pesquisadores e amantes da dinâmica dos fluidos, pois há uma espantosa semelhança com o comportamento turbulento da atmosfera terrestre.

Figura 3.1 – Representação da turbulência na obra do pintor de Van Gogh.



Fonte: Wikipedia.org¹.

¹ Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/A_Noite_Estrelada>. Acesso em: 24/08/2016.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DA TURBULÊNCIA

Alguns autores procuram definir completamente o que vem a ser o escoamento turbulento, porém tais tentativas são, na maioria das vezes, falhas e/ou insuficientes. Sendo assim, a turbulência será descrita a seguir a partir de suas características principais.

Uma das primeiras características notadas na turbulência nos fluidos é que se trata de um processo altamente sensível, pois um escoamento inicialmente laminar, com Reynolds suficientemente alto, tende a tornar-se turbulento em decorrência de pequenas perturbações introduzidas pelo meio externo, dando à turbulência a característica de sistema caótico. Pode-se dizer que escoamentos turbulentos são a regra, enquanto que regimes não turbulentos são exceções na natureza. Como exemplificação, pode-se citar que a maior parte dos escoamentos encontrados em aplicações práticas de engenharia são classificados como turbulentos, o que gera motivação ao estudo e entendimento de suas características.

A segunda característica facilmente percebida na turbulência é a variação significativa do módulo, direção e sentido da velocidade das partículas de fluido do escoamento. Como consequência, a turbulência possui alta capacidade de convecção de propriedades físicas, como quantidade de movimento, massa e energia térmica, isto porque em regime laminar as partículas de fluido não têm oportunidade de se deslocarem na direção transversal às linhas de corrente (pela própria definição de linhas de correntes), enquanto que em escoamentos turbulentos, as partículas que carregam alta concentração de uma propriedade são rapidamente transportadas para regiões de baixa concentração da propriedade e vice-versa. Essa característica faz dos escoamentos turbulentos desejáveis em muitas aplicações, como em casos de problemas que envolvem mistura de ar combustível em câmaras de combustão ou processos de troca de energia interna entre fluidos, em que o regime turbulento traduz em alta eficiência da troca energética.

Uma propriedade importante dos escoamentos turbulentos é a multiplicidade de escalas das estruturas turbilhonares. Estas são as entidades que compõem os escoamentos turbulentos e fazem parte de uma complexa rede de trocas de energias do escoamento. A característica visual marcante no processo de formação das estruturas turbilhonares é o surgimento das famosas instabilidades de Kelvin-Helmholtz, presentes nos escoamentos do tipo cisalhantes livres. Na figura 3.2 é

apresentada a formação dessas instabilidades no céu próximo à estação de esqui de *Snowkasin*, no estado de *Utah* nos Estados Unidos. A ocorrência dessas instabilidades na atmosfera não é rara, porém, para que se possa visualizá-la, é necessária a presença de um traçador na região cisalhante do escoamento, que neste caso a natureza utilizou as próprias nuvens.

Figura 3.2 – Instabilidades de Kelvin-Helmholtz visualizadas na atmosfera.



Fonte: Facebook.com².

A turbulência também pode ser descrita pelo seu aspecto rotacional e tridimensional, ou seja, teoricamente não existe turbulência em um plano perfeitamente bidimensional, a equação de transporte de vorticidade mostra a necessidade de tridimensionalidade. Como forma de tentar demonstrar esta afirmação, pesquisadores desenvolveram experimentos materiais com o intuito de ensaiar escoamentos bidimensionais, como por exemplo um filme de mistura de água e sabão (RIVERA; VOROBIEFF; ECKE, 1998), (RUTGERS; WU; DANIEL, 2001). No entanto, mesmo nesse tipo de escoamento foi observada a geração de estruturas rotacionais, pois apesar da espessura do filme de água e sabão ser na ordem de décimos de milímetro, existe a interação da superfície do filme com o ar ambiente, formando a camada cisalhante que provoca instabilidades no interior do filme de água de sabão, resultando em turbulência.

As únicas maneiras de obter escoamentos rigorosamente bidimensional são através de soluções analíticas ou simulações computacionais que, nesses casos, os

² Disponível em: <<https://www.facebook.com/KevinEubankKSL5/posts/1525331691115342>>. Acesso em: 24/08/2016

resultados mostram comportamentos de escoamento não turbulento, pois não há a geração de estruturas turbilhonares de forma contínua no espectro de número de onda.

O aspecto rotacional da turbulência pode ser visualizado na movimentação do ar em torno das pontas das asas de uma aeronave, como mostrado na figura 3.3, onde o campo de velocidade inflexional faz surgir vorticidades no escoamento. Esse é um fenômeno bastante estudado pela indústria aeronáutica, visto que a energia rotacional presente na esteira deixada pela aeronave tem como efeito o maior consumo de combustível, o que obviamente deve ser minimizado.

Figura 3.3 – Estrutura turbilhonar deixada por uma aeronave.



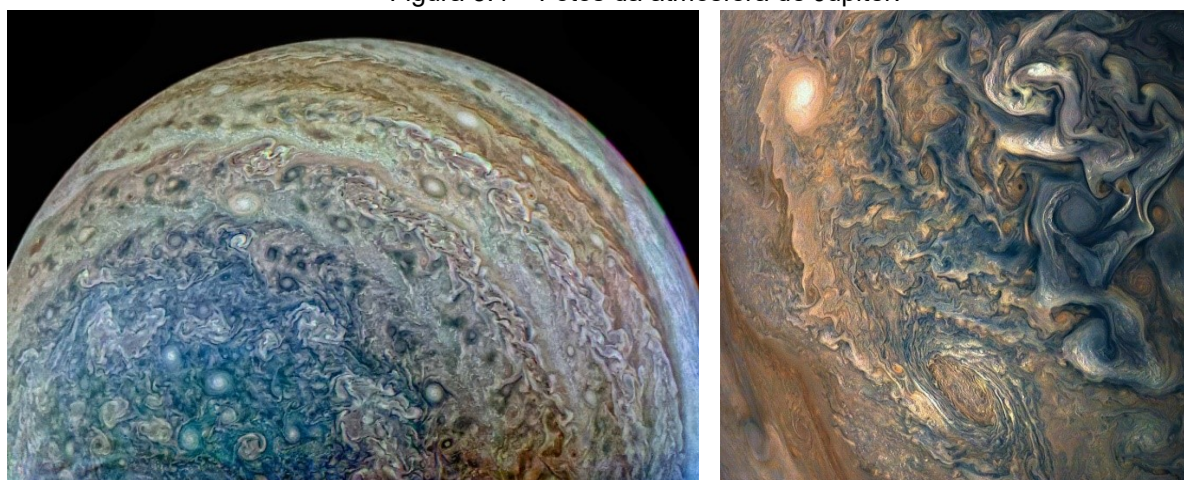
Fonte: Nuestroclima.com³.

Ainda como forma de caracterização da turbulência nos fluidos, pode-se descrevê-la como um fenômeno com capacidade de transformar a energia cinética do escoamento em outro tipo de energia, seja em energia térmica, conduzida pela ação da viscosidade do fluido, seja em energia acústica ou em qualquer outro tipo de energia ainda desconhecida pela ciência. Diversas aplicações práticas podem ser encontradas ilustrando essas transformações, como por exemplo, os amortecedores automotivos, os quais trabalham para converter a energia de deslocamento vertical do veículo em energia térmica através da movimentação do óleo de alta viscosidade confinado no interior de um reservatório, ou ainda, um instrumento de sopro utilizado por um músico, no qual ocorre a transformação da energia cinética do sopro em energia acústica, através do desprendimento periódico de vórtices.

³ Disponível em: <<http://radioalo.com.br/como-acontece-a-turbulencia-no-aviao/#.WZ9XuCiGNPZ>>. Acessado em: 24/08/2016

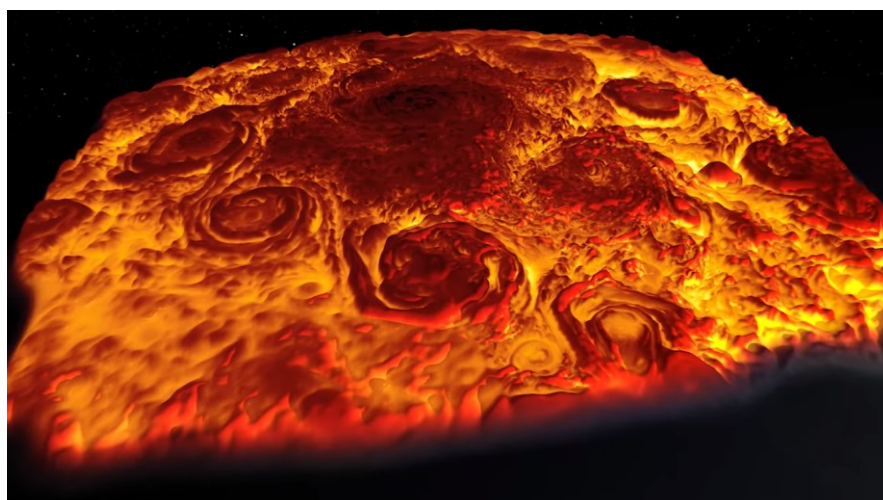
As características da turbulência apresentadas até o momento são, aparentemente, universais. Tal afirmação pode ser feita após visualizar o conjunto de imagens da superfície de Júpiter (figura 3.4) divulgadas pela NASA no início de 2018. São fotos feitas pela espaçonave Juno, enviada em 2011, que revelam a intensa atividade de sua atmosfera, que mais parecem pinturas de Van Gogh. O que deixa claro o comportamento turbulento dos gases que circundam o planeta gigante, semelhante ao que observamos nos escoamentos turbulentos aqui na Terra.

Figura 3.4 – Fotos da atmosfera de Júpiter.



Fonte: tnonline.uol.com.br⁴.

Figura 3.5 – Imagem de radiação infravermelha do polo Norte de Júpiter.



Fonte: br.sputniknews.com⁵.

⁴ Disponível em: <<https://tnonline.uol.com.br/noticias/mundo/72,452812,09,01,nasa-revela-segredo-de-jupiter-escondido-na-sua-atmosfera-veja-o-video.shtml>>. Acessado em: 15/03/2018.

⁵ Disponível em: <https://br.sputniknews.com/ciencia_tecnologia/2018041410985822-nasa-jupiter-ciclones-animacao-3d-video/>. Acessado em: 16/04/2018.

Além das belíssimas fotografias a atmosfera do planeta, nessa mesma missão foi possível captar imagens de radiação infravermelha que permitiram obter o mapa de temperatura dos polos do planeta Júpiter, conforme apresentado na figura 3.5. Nesta é mostrado o polo norte do planeta, onde a cor vermelha representa zonas de até -83°C e a cor amarela representa zonas de -13°C , destacando as imensas estruturas turbilhonares tridimensionais.

Todas as características da turbulência acima citadas, apresentam-se nesse trabalho de importância singular para referenciar o leitor ao conhecimento amplo do tema. Em teoria, tratando o conjunto dessas características, é possível chegar a uma aceção do tema em questão, porém ainda há muito o que ser desvendado sobre os escoamentos turbulentos, o que abre oportunidade para diversas frentes de estudo sobre a turbulência nos fluidos.

A experimentação material pode ser considerada uma das frentes de estudo e análise da turbulência. Porém, quando há a necessidade da execução de experimentos materiais, alguns fatores dificultam essa abordagem, como por exemplo, a alta sensibilidade às condições iniciais dos escoamentos a alto número de Reynolds, visto a impossibilidade do controle total do ensaio a ponto de repetir um mesmo *set* de condições iniciais. Mesmo isso sendo possível, as perturbações introduzidas durante o desenvolvimento do escoamento provocariam resultados finais diferentes. Contudo, sem dúvida, é um meio de investigação capaz de revelar muitas informações sobre os escoamentos turbulentos e indispensável para estabelecer bancos de dados estatísticos para validação de modelos. Um dos grandes defensores dos experimentos materiais foi o francês Henri Poincaré, que no século XIX, distinguia a física experimental da física matemática como formas totalmente diferentes de analisar os fenômenos naturais, segundo ele:

“O experimento é a única fonte de verdade. Apenas ele pode nos ensinar algo novo, apenas ele pode nos dar certezas. Esses são dois pontos que não podem ser questionados.”

Esta é uma afirmação no mínimo contraditória, vinda de um doutor em matemática e autor da Conjectura de Poincaré, um dos sete problemas apresentados

pela *Clay Mathematics Institute* e que permaneceu sem solução por mais de um século⁶.

Uma segunda abordagem baseia-se na aplicação de métodos analíticos para solução de equações diferenciais. Sohr (2001) explica que, para o caso da equação diferencial de Navier-Stokes, o estudo está relacionado à existência e unicidade de soluções generalizadas em espaços de funções vetoriais apropriadas através da utilização da formulação integral. Após a obtenção das soluções generalizadas, prova-se a regularidade das mesmas, ou seja, que as soluções pertencem a espaços vetoriais com derivadas de maior ordem, o que eventualmente leva-se a soluções contínuas quando as condições inicial e de contorno também são. Esses são os primeiros passos para estabelecer a existência de soluções exatas e explícitas.

Várias tentativas já foram feitas para solucionar analiticamente a equação de Navier-Stokes, sendo a mais recente, publicada em 2013 pelo matemático cazaque Mujtarbay Otelbayev (OTELBAEV, 2013), onde afirmava fornecer a existência e unicidade de uma solução no espaço tridimensional aplicada a um fluido incompressível sob condições de contorno periódicas. Na época, meios de comunicação de vários países, inclusive o Brasil, noticiaram o feito. No entanto, alguns meses após a publicação do artigo, Otelbaev admitiu ter cometido um erro em um dos passos da solução.

O matemático suíço Leonhard Euler foi um dos grandes apoiadores dos métodos analíticos para solução de problemas. Segundo Sautoy (2018), o desafio anual apresentado pela Academia de Ciências de Paris, em 1727, foi: "Qual a melhor maneira de organizar mastros num barco?". Apesar de Euler nunca ter colocado o pé num barco, ele se sentiu perfeitamente qualificado para calcular a melhor disposição dos mastros, e após apresentar a solução do desafio, declarou:

"Não me pareceu necessário confirmar esta teoria com experimentos práticos, porque ela deriva dos princípios mais seguros da matemática. Não há dúvida sobre sua validade e funcionamento na prática."

⁶ Em 2003, o matemático russo Grigori Perelman apresentou a solução deste problema, sete anos depois o CMI oficializou a solução do problema e preparou a entrega do prêmio, no entanto, segundo Ritter (2010), Grigori recusou a quantia milionária alegando que não era justo atribuir a solução apenas a ele.

Outra frente de estudos da turbulência, e a mais recente das três citadas, baseia-se na aplicação de métodos numéricos para solucionar as equações diferenciais. Nas últimas décadas, a evolução dos computadores digitais, cada vez mais rápidos e com maior capacidade de armazenamento, aliado ao desenvolvimento de novos métodos de solução numérica eficiente, fizeram com que problemas de escoamentos turbulentos fossem resolvidos com centenas de vezes mais graus de liberdade. Isto fez muitos pesquisadores da atualidade questionar a afirmação de Poincaré, pois com o poder de processamento, pós-processamento e visualização de dados atuais, os computadores podem ser considerados verdadeiros laboratórios de experimentos numéricos onde são descobertos novos fenômenos e até comprovados certos comportamentos que nunca tinham sido observados em experimentos materiais.

Percebe-se, portanto, que ainda existe muito a ideia de segregação dos tipos de abordagem para solução dos problemas de ciência e engenharia, no entanto, é preciso a observação da natureza juntamente com o desenvolvimento de modelos matemáticos e soluções numéricas para que o conhecimento sobre a turbulência nos fluidos possa evoluir. T tamanha complexidade exige a utilização de todas as linhas de estudos disponíveis, pois é conhecendo-se as partes que se entende o todo.

3.3 ESCALAS DA TURBULÊNCIA

A turbulência completamente desenvolvida nos fluidos é compreendida como o conjunto de estruturas turbilhonares cuja escala varia de forma contínua desde certa dimensão mínima até uma máxima, denominadas de escalas da turbulência. Cada escala é vista como uma entidade do escoamento, com características próprias de vorticidade, velocidade, energia, tempo e comprimento.

De forma análoga ao que é feito no estudo de sons, em que o ruído branco é formado pelo conjunto contínuo de frequências temporais, a turbulência completamente desenvolvida é formada pelo conjunto contínuo de frequências espaciais, ou números de onda (k), interpretado como a quantidade de vezes que a oscilação se repete na unidade de comprimento. Cada número de onda pode ser associado a uma escala do escoamento turbulento.

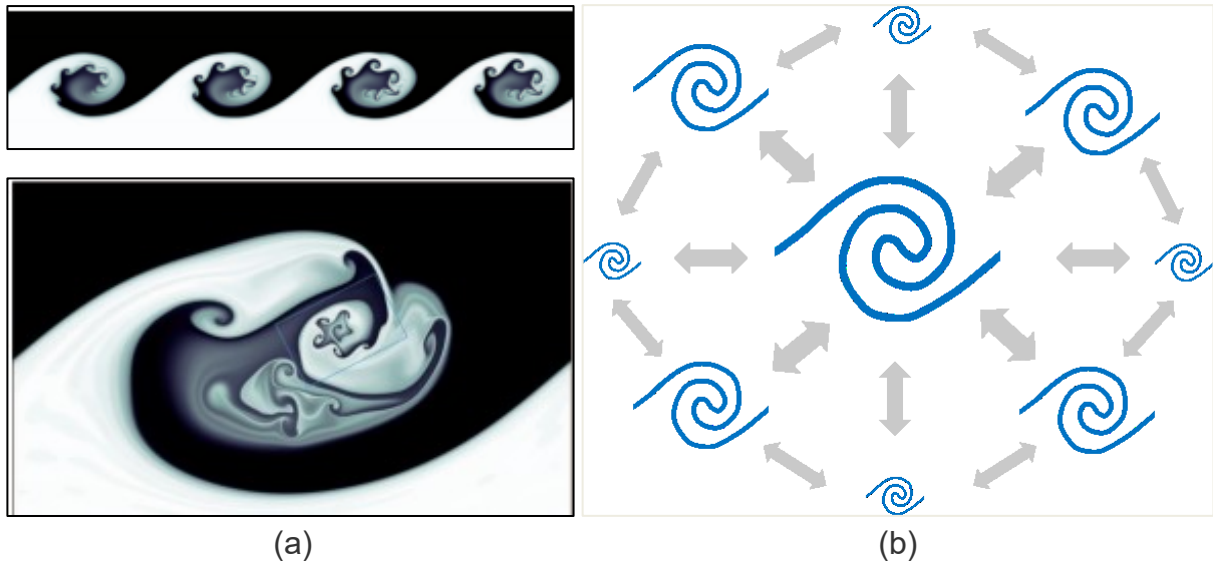
Richardson (1922) introduziu a ideia de energia cinética fluindo através das escalas da turbulência em forma de cascata. Segundo ele a energia cinética turbulenta

é injetada no escoamento através das grandes escalas, que por sua vez é transferida para as escalas intermediárias através de um processo invíscido, até que nas menores escalas do escoamento, denominadas de escalas de Kolmogorov, a energia cinética é completamente convertida em energia térmica por ação da viscosidade. Em escoamentos turbulentos totalmente desenvolvidos, toda energia cinética introduzida é convertida em outras energias, dessa forma, caso o escoamento comece a receber uma quantidade de energia maior, naturalmente o escoamento “fabrica” novas estruturas turbilhonares, ainda menores que as anteriores para assim aumentar a taxa de conversão de energia cinética em térmica, acústica e outras.

A hipótese de energias fluindo das maiores para as menores escalas representa uma simplificação da real interação das estruturas turbulentas, pois, equivocadamente, pode-se entender como um processo linear em que energia flui em uma só direção. Porém ao analisar as equações que modelam os escoamentos turbulentos, observa-se que se trata de um processo não linear de transferência de energias. Dessa forma, as maiores escalas podem transmitir energia para as menores que por sua vez retransmite para uma escala intermediária mas, em média, observa-se que a direção principal de transmissão de energia é das grandes para as pequenas escalas.

A ideia do processo não linear de transferência de energias é demonstrada na simulação de uma camada de mistura temporal com fluidos de massas específicas diferentes, apresentada na figura 3.6a. Observa-se que as instabilidades de Kelvin-Helmholtz de maior escala são constituídas de escalas menores, que por sua vez, são formadas por escalas ainda menores. Contudo, é possível um olhar sob o ponto de vista inverso, em que as menores escalas formam as escalas intermediárias, que por sua vez constituem as maiores escalas. Na verdade, os dois pontos de vista ocorrem simultaneamente, ou seja, uma escala forma e é formada por outras escalas do escoamento, o que fornece a ideia de não linearidade do sistema. Na figura 3.6b apresenta-se uma tentativa do autor de ilustrar a ideia de energia sendo transferida no escoamento turbulento, onde diferentes escalas do escoamento turbulento, representadas pelas formas em espiral, interagem entre si transmitindo e recebendo energias de forma simultânea.

Figura 3.6 – Distribuição de energia cinética turbulenta ao longo das escalas do escoamento.



Fontes: (a) Fontane *et al* (2008), (b) Autoria própria.

Kolmogorov (1941) identificou, através de uma simples análise dimensional, as menores escalas que podem existir em um escoamento turbulento completamente desenvolvido, as quais hoje levam o nome de escalas de dissipação viscosa de Kolmogorov. Para definir tal conceito, considera-se uma estrutura turbilhonar de um escoamento com fluido de viscosidade cinemática (ν), escala característica (l) e velocidade característica (ϑ). Assim, o número de Reynolds local é definido por,

$$Re = \frac{\vartheta l}{\nu}. \quad (3.1)$$

O termo no numerador traduz os efeitos inerciais do escoamento, ou seja, mede a tendência de uma estrutura turbilhonar interagir com outras estruturas, transmitindo energia cinética através do processo descrito anteriormente. O termo no denominador exprime os efeitos viscosos, os quais transformam energia cinética em energia térmica e também é responsável pela difusão viscosa de energia cinética.

No caso em que o número de Reynolds é menor que um, tem-se que os efeitos viscosos dominam os efeitos inerciais. Assim, pode-se imaginar que exista uma escala característica mínima (ℓ_d) na qual os efeitos viscosos passam a dominar os inerciais e, estruturas turbilhonares menores que ℓ_d são transformadas em energia térmica.

Pela teoria de Kolmogorov, demonstra-se que a menor estrutura presente em um escoamento turbulento é dada por,

$$\ell_d = \sqrt[4]{\frac{\nu^3}{\epsilon}}, \quad (3.2)$$

onde ϵ é a taxa de dissipação viscosa do escoamento.

De forma análoga, demonstra-se que as menores escalas de velocidade, vorticidade e de energia cinética são dadas pelas equações (3.3), (3.4) e (3.5), respectivamente.

$$\vartheta = \sqrt[4]{\nu\epsilon} \quad (3.3)$$

$$\omega = \sqrt[2]{\frac{\epsilon}{\nu}} \quad (3.4)$$

$$e = \sqrt[2]{\nu\epsilon} \quad (3.5)$$

Analisando, por outro lado, as maiores estruturas que podem estar presentes nos escoamentos turbulentos, a quais são compostas por um comprimento (L) e velocidade (U) características. Assim, pode-se definir as grandezas de tempo, vorticidade e energia cinética das grandes escalas, apresentadas nas equações (3.6), (3.7) e (3.8), respectivamente.

$$t = \frac{L}{U} \quad (3.6)$$

$$W = \frac{U}{L} \quad (3.7)$$

$$E = U^2 \quad (3.8)$$

Tendo como situação hipotética um escoamento totalmente desenvolvido, pode-se relacionar a taxa de dissipação viscosa nas pequenas escalas com as propriedades inerciais do escoamento das grandes escalas. Para isso, basta perceber que toda a energia cinética injetada no escoamento está sendo consumida pela dissipação viscosa, dessa forma ϵ é aproximado pela razão entre as grandezas de energia cinética e tempo das grandes escalas, como apresentado na Eq. (3.9).

$$\epsilon \approx \frac{U^2}{t} = \frac{U^3}{L} \quad (3.9)$$

Neste ponto, é possível manipular as nove equações definidas anteriormente de forma a encontrar relações que dizem muito sobre os escoamentos turbulentos, por exemplo, substituindo a Eq. (3.9) na Eq. (3.2), resulta na relação expressa pela Eq. (3.10) abaixo, a qual pode ser reescrita em termos do número de Reynolds, como mostrado na Eq. (3.11).

$$\ell_d = \sqrt[4]{\left(\frac{\nu}{U^3/L}\right)} \quad (3.10)$$

$$\frac{L}{\ell_d} = Re_L^{3/4} \quad (3.11)$$

Fixando o valor de L na última equação, observa-se que a medida que se aumenta o número de Reynolds, menores são as escalas de Kolmogorov. Esta análise está de acordo com as expectativas, visto que o aumento no número de Reynolds traduz em aumento da energia cinética injetada no escoamento.

Substituindo a Eq. (3.9) nas Eq. (3.3), (3.4) e (3.5), resulta nas expressões que relacionam as escalas de velocidade, vorticidade e energia cinética com o número de Reynolds, dadas nas equações (3.12), (3.13) e (3.14), respectivamente.

$$\frac{U}{\vartheta} = Re_L^{1/4} \quad (3.12)$$

$$\frac{W}{\omega} = \frac{1}{Re_L^{1/2}} \quad (3.13)$$

$$\frac{E}{e} = Re_L^{1/2} \quad (3.14)$$

Observa-se nessas equações que a razão entre as grandezas de velocidade e energia cinética das grandes com as pequenas escalas do escoamento são diretamente proporcionais ao número de Reynolds, enquanto que para a vorticidade a relação é inversa, isto é, quanto menor a escala da turbulência, maior a velocidade de rotação de uma partícula sobre seu próprio eixo.

4 GERAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE RUÍDO NOS ESCOAMENTOS TURBULENTOS

4 GERAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE RUÍDO NOS ESCOAMENTOS TURBULENTOS

A compreensão dos mecanismos físicos fundamentais que geram ruído em escoamentos turbulentos continua sendo um grande desafio mesmo após seis décadas de pesquisas intensas em aeroacústica. O assunto desperta interesse de engenheiros, cientista e pesquisadores em virtude das muitas aplicações que envolvem a geração de ruído como subproduto da fluidodinâmica. Como por exemplo em compressores, ventiladores, vasos de pressão e suas tubulações, turbinas de geração eólica e principalmente turbinas aeronáuticas. Pope (2000) dividiu o estudo dos escoamentos turbulentos em três categorias:

- i) **Descoberta:** estudo experimental (material ou computacional) que fornece informações qualitativas e quantitativas sobre a física de escoamentos particulares;
- ii) **Modelagem:** estudos teóricos com propósito de desenvolver modelos matemáticos que possam ser utilizados para prever o comportamento dos escoamentos turbulentos;
- iii) **Controle:** pesquisa destinada à criação de estratégias para manipular e controlar o escoamento médio ou as estruturas turbilhonares com finalidade específica, seja para aumentar a eficiência de algum processo ou mesmo reduzir a geração de ruído.

Este e os próximos três capítulos seguem as linhas de estudo da Descoberta e Modelagem, mais especificamente a respeito da geração e propagação das ondas sonoras nos escoamentos turbulentos, com o objetivo de produzir conhecimento sobre os mecanismos de transformação de energias do escoamento em energia sonora.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DO SOM

Conceitualmente, o som é caracterizado por pequenas flutuações de pressão em torno de uma pressão média, que se propagam de forma circuncêntrica no interior de um fluido em repouso (NORTON; KARCZUB, 2003). Do ponto de vista microscópico, pode ser compreendido como a transferência de energia de movimento

intermolecular, definido por uma velocidade de propagação que depende da inércia e da rigidez do fluido. Se por um lado a vibração é relacionada à propagação de ondas em meio sólido, por outro, o som é relacionado ao movimento da onda nos líquidos e gases. No entanto, nem toda energia de flutuação de pressão produz som, parte é consumida por movimentos oscilatórios locais que não propagam para o campo distante, o que sugere a concepção de uma eficiência de geração sonora.

Fisicamente, a eficiência de geração sonora está relacionada com o comprimento de onda e a dimensão da fonte que a gera, isto é, qualquer flutuação de pressão produzida por uma fonte com dimensão comparável à escala de comprimento da onda irradiada, é parcialmente balanceada pelo movimento oscilatório local. Quanto maior o comprimento de onda em comparação à dimensão da fonte, menos eficiente será a geração sonora (BERANEK; VÉR, 2006).

Sir John Leslie (*apud* RAYLEIGH, 1896, p. 239) estudou o fenômeno de geração sonora por uma superfície vibrante através de um notável experimento em que ele reduziu a potência de irradiação sonora de um sino ao adicionar hidrogênio no ambiente ao seu redor. A explicação foi dada mais tarde, por Stokes, da seguinte forma: a velocidade de propagação do som no hidrogênio é maior que no ar, conseqüentemente o comprimento de onda irradiado também é. Isso faz com que a amplitude de vibração do sino se aproxime da dimensão do comprimento de onda irradiado e, por fim, aumenta a energia consumida pelo movimento local do fluido. Isso fornece o conceito de eficiência de irradiação sonora devido a interação vibro-acústica.

Outro ponto relevante ao conceito do som está ligado à sensibilidade do sistema auditivo do ser humano. Usualmente, refere-se ao som como o fenômeno responsável pela sensação de audição, porém o termo som possui conotação bem mais ampla, já que a audição humana está limitada a uma faixa de frequência e amplitude da onda sonora que varia de acordo com a carga genética e idade da pessoa. Exemplo disso foi a discussão gerada nas redes sociais, em maio de 2018, como consequência de um áudio em que algumas pessoas ouvem a voz robotizada dizer “*Yanni*” e outras ouvem “*Laurel*”, sendo que o som produzido é o mesmo. Palavras com sonorização totalmente diferente, mas que causou desacordos entre amigos, que começaram a questionar a audição uns dos outros (SALAM, 2018).

Através de testes audiométricos (ISO 8253-1, 2010), é verificado que o sistema auditivo humano consegue detectar, em média, sons de frequência entre 20 Hz e 20

kHz, no entanto, flutuações de pressão de frequência fora desta faixa ainda sim são consideradas como som, denominados de infrassons, quando abaixo de 20 Hz, e ultrassons, quando acima de 20 kHz (BISTAFA, 2006).

Ao que se refere à amplitude, a menor flutuação de pressão que o ouvido humano consegue perceber, denominada de limiar da audibilidade, é da ordem de 2×10^{-5} Pa. Por outro lado, a flutuação de pressão capaz de provocar dor, chamada de limiar de dor auditiva, é da ordem de 60 Pa. Observa-se que o ouvido consegue captar amplitudes de flutuações de pressão num intervalo com diferença de seis ordens de grandeza entre o mínimo e o máximo, conferindo a este órgão uma larga “faixa de medição”. É por esse motivo que, matematicamente, prefere-se trabalhar com amplitude sonora em escala logarítmica, pois desta forma a faixa de amplitude é reduzida a apenas duas ordens de grandeza ao aplicar a Eq. (4.1). Tal equação calcula o Nível de Pressão Sonora (*NPS*) em decibels [dB], onde p'_{rms} é o valor eficaz das flutuações de pressão sonora e p_{ref} é a pressão sonora de referência, que corresponde ao liminar da audibilidade ($20 \mu Pa$).

$$NPS = 10 \times \log_{10} \left(\frac{p'_{rms}}{p_{ref}} \right)^2 = 20 \times \log_{10} \left(\frac{p'_{rms}}{p_{ref}} \right) \quad (4.1)$$

Outro motivo para trabalhar com o *NPS* é que essa escala traduz a sensação subjetiva de amplitude do som. De fato, como verificou o engenheiro Harvey Fletcher nos laboratórios da *Bell Telephone*, 1 dB é a mínima variação de amplitude sonora que o sistema auditivo consegue detectar (BISTAFA, 2006). A Eq. (4.1) também leva a compreender que níveis de pressão sonora abaixo de zero decibels não são audíveis ao ser humano normal, por outro lado, níveis acima de 140 dB já fornecem sensação de dor.

Na dedução das equações que modelam o movimento dos fluidos é comum utilizar o conceito de volume de controle infinitesimal fixo. Matematicamente, tal volume deve ser tomado infinitamente pequeno para que os termos diferenciais das equações sejam rigorosamente válidos. No entanto, algumas propriedades relacionadas nessas equações só têm sentido físico quando considerada uma quantidade mínima de matéria, isto é, o volume de controle deve ser grande o suficiente para conter um número mínimo de moléculas que traduzem a propriedade

analisada. Por exemplo, a viscosidade do fluido traduz efeitos de movimentação a nível molecular para o nível macroscópico através do conceito de resistência que o fluido oferece ao cisalhamento. É de se esperar, portanto, que deve-se ter quantidade mínima de moléculas interagindo para criar este efeito macroscópico e assim ser considerado como uma real propriedade do fluido.

Neste cenário, surge a concepção de partícula elementar de fluido, a qual é de importância fundamental na dedução e interpretação do sistema de equações diferenciais que modela a dinâmica dos fluidos, inclusive na geração de ruído. No sistema de eixos cartesianos, a partícula elementar de fluido é concebida como volume cúbico fixo suficientemente grande para que o número de moléculas contidas no seu interior permaneça estatisticamente constante, mesmo com a intensa movimentação por suas fronteiras, e pequena suficiente para que as propriedades possam variar espacialmente de maneira contínua e assim permitir a aplicação do cálculo diferencial.

Flutuações de pressão causadas pela passagem da onda acústica implicam, necessariamente, em flutuações de velocidade. Dessa forma, a velocidade das partículas de fluido está associada à grandeza física chamada impedância característica do meio (z), que é definida como a razão entre o valor eficaz de pressão sonora em um dado ponto e o valor eficaz de velocidade das partículas no mesmo ponto, como apresentado na Eq. (4.2). A razão é igual ao produto da massa específica do fluido pela velocidade de propagação do som.

$$z = \frac{p'_{rms}}{u'_{rms}} = \rho_0 c_0 \quad (4.2)$$

Já a amplitude de deslocamento δ da partícula de fluido correspondente à propagação de uma onda acústica de frequência f é dada por:

$$\delta = \frac{|u'_{rms}|}{2\pi f}. \quad (4.3)$$

Utilizando essas três últimas equações (4.1, 4.2 e 4.3), pode-se calcular as amplitudes de flutuação de pressão, velocidade e deslocamento da partícula de fluido associadas a determinado nível de pressão sonora. Por exemplo, considere uma onda

sonora harmônica com frequência de 1 kHz, propagando no ar ambiente, onde a massa específica é $\rho_0 = 1,22 \text{ kg/m}^3$ e a velocidade de propagação do som é $c_0 = 342 \text{ m/s}$, tem-se que para o nível de pressão sonora (*NPS*) de 120 dB, as amplitudes de pressão, massa específica, velocidade e deslocamento correspondem a:

- $p'_{rms} = 20 \text{ Pa}$;
- $u'_{rms} = 4,8 \times 10^{-2} \text{ m/s}$;
- $\delta = 7,6 \times 10^{-6} \text{ m}$.

Nota-se que mesmo para o *NPS* correspondente ao limiar de dor auditiva, as variáveis do campo acústico possuem amplitudes de flutuação muito pequenas, justificando o processo de linearização das equações da dinâmica dos fluidos para encontrar a equação de propagação da onda sonora em meio homogêneo.

Existem várias áreas de conhecimento que tratam o conceito de som de forma distinta ao que foi exposto neste trabalho. Por exemplo, a acústica geométrica trata as ondas sonoras como feixes de raios acústicos que se propagam segundo os princípios da óptica geométrica, ou a psicoacústica, que trata o som como as reais sensações auditivas interpretadas pelo cérebro. No presente trabalho, o som será tratado de acordo com a definição original feita na acústica, que diz que sons são pequenas flutuações de pressão que se propagam num meio elástico e que podem ser detectadas pelo ouvido humano.

4.2 O SOM AERODINÂMICO

Lighthill (1952) definiu o som gerado aerodinamicamente como sendo um subproduto da dinâmica dos escoamentos, distinto do som produzido pela vibração de superfícies sólidas. Em contrapartida, na opinião de Beranek e Vér (2006), o som produzido por escoamentos instáveis e pela interação destes com estruturas sólidas é o som aerodinâmico. Ferreira (2013) narrou que, do ponto de vista da Aeroacústica, o som aerodinâmico é uma diminuta parte da energia proveniente do escoamento com flutuações das variáveis de campo, que se converte em energia acústica e se propaga pelo meio. Nota-se as várias tentativas de definir o som com origem nos escoamentos

instáveis, no entanto, ao invés de tentar defini-lo, nesta seção será apresentada a natureza do som aerodinâmico.

Em escoamentos com baixo número de Reynolds, as forças viscosas desempenham papel significativo na dinâmica de desenvolvimento de instabilidades, reduzindo a taxa de amplificação das perturbações e não permitindo que se manifestem no escoamento, consequentemente apenas uma faixa de frequência terá taxa de crescimento significativa. Nessas circunstâncias, as instabilidades que se manifestam tendem a ser relativamente regulares, isto é, as frequências induzidas terão um padrão periódico, que por sua vez produzirão ondas sonoras também periódicas (FFOWCS WILLIAMS; LIGHTHILL, 1971). Este tipo de som é encontrado em diversas aplicações práticas, como o som produzido por um apito ou por uma flauta, e nesses casos, o som é um efeito (do escoamento) desejado e indispensável.

Em muitas outras aplicações, o som aerodinâmico pode ser visto como um subproduto indesejado do processo principal, como por exemplo: sopradores de ar quente, utilizados em banheiros públicos para secagem das mãos, geram níveis de pressão sonora que, no mínimo, provocam desconforto acústico; ou o fluxo de vapor a alta pressão no interior de uma tubulação industrial, que geram níveis de ruído capazes de induzir perda auditiva nos colaboradores; ou ainda o som ensurdecido dos gases de escape dos motores aeronáutica, que prejudica o sono da comunidade lindeira aos aeroportos. Nesse cenário em que o som aerodinâmico é malquisto, ele é melhor denominado por ruído aerodinâmico. A origem do ruído aerodinâmico está relacionada aos escoamentos a altos números de Reynolds, nos quais as forças inerciais dominam as forças viscosas.

Lighthill (1952) lista três formas em que energia cinética pode ser convertida em energia acústica, destacando que cada forma é menos eficiente que a anterior, principalmente na geração de ruído em baixas frequências:

- i) Forçando a massa de ar de uma região fixa a flutuar, como acontece com o estouro de um balão;
- ii) Variando a quantidade de movimento em uma região fixa, que pode ser exemplificada pela irradiação sonora de uma superfície em movimento vibratório;
- iii) Forçando a taxa de fluxo de quantidade de movimento linear através de uma superfície a variar, caso que se enquadra o ruído gerado por escoamentos cisalhantes livres.

Percebe-se que o som com origem nos escoamentos cisalhantes livres é a forma menos eficiente de geração sonora. De fato, a energia cinética do escoamento de um jato a Mach 0,9 é cerca de dez mil vezes a energia sonora irradiada (BAILLY, 2004).

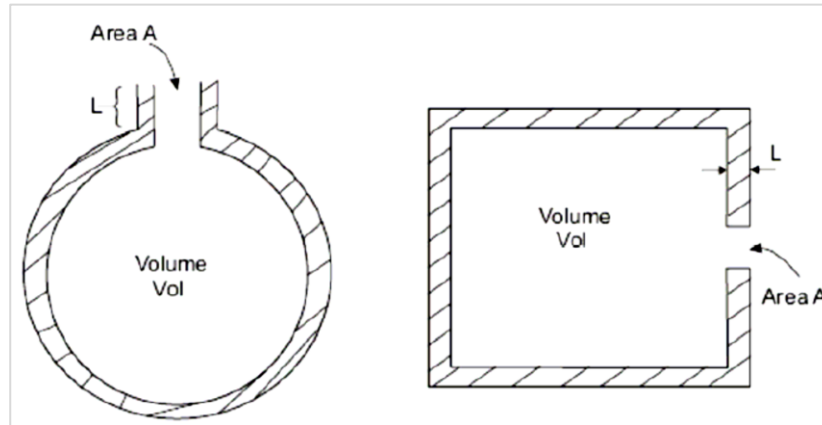
De forma análoga à eficiência de irradiação sonora devido a interação vibro-acústica, descrita na seção anterior, é natural imaginar que parte das flutuações de pressão no interior de escoamentos turbulentos não se propagam em forma de som, surgindo, dessa forma, o conceito de eficiência de irradiação sonora devido a interação fluido-acústica. Exemplo disso é: se um microfone for posicionado bem próximo a certo fluxo de ar, ele irá detectar grandes amplitudes de ruído, mas que se tratam do movimento oscilatório local, que não se propaga para o campo distante. Por esta razão, é preferível chamar essa oscilação local de pseudossom, sendo o prefixo pseudo utilizado para evidenciar que este não se propaga em forma de ondas sonoras.

Uma das formas de alterar a eficiência da interação fluido-acústica é com a presença de ressonadores acústicos no interior de escoamentos. Uma garrafa vazia, por exemplo, pode funcionar como ressonador, que por consequência de sua geometria é chamado de “Ressonador de Helmholtz”. A inércia da porção de ar presente no “pescoço” da garrafa e a rigidez devido a compressibilidade do volume de ar no “corpo” da garrafa definem um sistema massa-mola de um grau de liberdade, que está associado a uma frequência de ressonância acústica ω . Essa frequência é obtida aplicando a 2ª Lei de Newton ($\vec{F} = m\vec{a}$) à massa de ar presente no pescoço da garrafa,

$$p'A = (\rho_0AL) \ddot{x} \quad (4.4)$$

onde p' são as oscilações de pressão no corpo da garrafa, \ddot{x} a aceleração da massa de ar no pescoço, A e L referem-se à geometria da garrafa conforme esquema 4.1.

Esquema 4.1 – Exemplos do ressonador de Helmholtz.



Fonte: Santos (2006).

A massa de ar dentro do corpo da garrafa sofre uma transformação adiabática e reversível. Considerando o ar como gás perfeito e aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica ao volume da garrafa pode-se escrever que,

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dVol}{Vol} \quad (4.5)$$

onde $\gamma = c_p/c_v$ e Vol o volume do corpo da garrafa. Através da linearização da Eq. (4.5) tem-se que $dp \approx p'$ e $dVol \approx Ax$, resultando em,

$$\frac{p'}{p} = -\gamma \frac{Ax}{Vol} \quad (4.6)$$

e substituindo a Eq. (4.6) na Eq. (4.4) tem-se,

$$\ddot{x} + \frac{\gamma \cdot A \cdot p}{\rho_0 \cdot Vol \cdot L} x = 0. \quad (4.7)$$

Utilizando a equação dos gases perfeitos e a definição de velocidade do som ($c_0 = \sqrt{\gamma RT}$), pode-se reescrever essa última equação como,

$$\ddot{x} + \frac{c_0^2 A}{Vol \cdot L} x = 0. \quad (4.8)$$

Esta última é a equação que modela um sistema vibratório massa-mola de um grau de liberdade, cuja frequência de ressonância é calculada por,

$$\omega = c_0 \sqrt{\frac{A}{Vol.L}} \quad (4.9)$$

Assim, ao excitar a garrafa com um sopro próximo ao bocal, flutuações de pressão no interior do fluxo de ar que possuem frequência igual à frequência de ressonância acústica da garrafa, Eq. (4.9), serão amplificadas e irradiadas de forma eficiente. O mecanismo gerador de som em instrumentos musicais é o mesmo apresentado no parágrafo anterior, onde tubos com diferentes comprimentos ressoam em diferentes frequências (FFOWCS WILLIAMS; LIGHTHILL, 1971). Escoamentos com a presença de bolhas produzem som, principalmente porque as bolhas funcionam como ressonadores cuja frequência varia segundo o diâmetro das mesmas. Nesses três casos analisados, observa-se pseudossom tornando-se som audível por efeito dos ressonadores.

4.3 GERAÇÃO DO RUÍDO AERODINÂMICO

O ruído gerado por escoamentos cisalhantes livres é associado a uma série de fenômenos que se manifestam de acordo com as propriedades de número de Mach e o nível de geração de entropia que os definem. Os principais mecanismos são: ruído de mistura turbulenta e ruído de ondas de choque. Nessa tese, é feito o estudo do mecanismo de geração do ruído de mistura turbulenta, descrito a seguir.

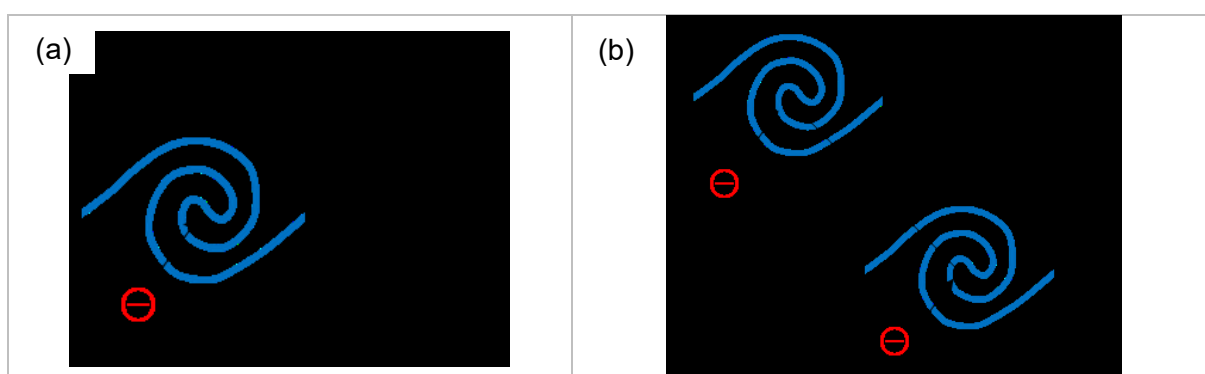
4.3.1 Ruído de mistura turbulenta

Este mecanismo de geração de ruído é descrito por Song (2013) como o ruído produzido por consequência da mistura turbulenta do fluido, caracterizada pelos movimentos de enrolamento e pareamento dos vórtices. Nota-se nessa descrição uma tentativa insuficiente de explicar o ruído de mistura turbulenta, por isso deseja-se compreender de que forma a dinâmica das vorticidades interage com o campo acústico para gerar ondas sonoras.

Analisando um vórtice isolado, sabe-se que o movimento rotacional do fluido faz surgir no centro do vórtice uma região de baixa interação molecular. Tal região é

produzida pela ação da força centrífuga que atua nas partículas de fluido e arrastam as mesmas para a periferia do centro de giro, produzindo deformação local no campo de pressão. Nesse caso, a deformação traduz-se em pressão negativa (relativa à pressão ambiente), denotada por p^{\ominus} no esquema 4.5(a). Na situação de pareamento dos vórtices, esquema 4.5(b), são observadas duas regiões de baixa pressão que se referem ao movimento dos dois vórtices. O giro desses em torno de uma órbita comum, denotada por c_c , faz com que o fluido ao seu redor seja submetido a regiões com diferentes níveis de pressão de maneira alternada, o que produz flutuações temporais na pressão ambiente. Flutuações de pressão em torno de uma pressão média é característica de produção sonora que é irradiada em forma de ruído. Portanto esse é o mecanismo físico que explica a fonte de excitação do ruído de mistura turbulenta.

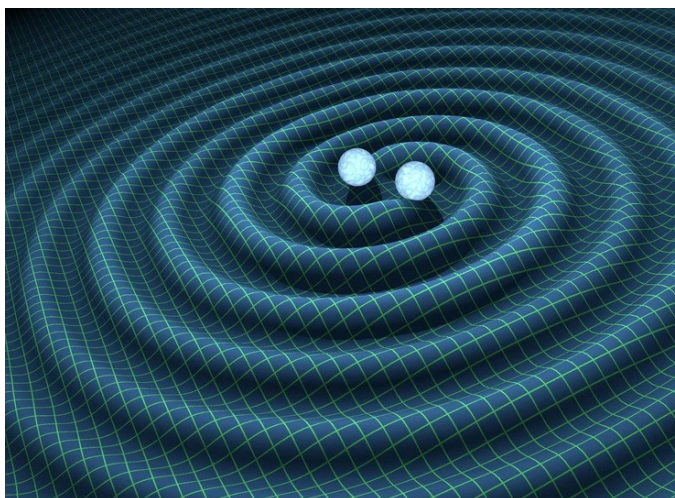
Esquema 4.5 – (a) Movimento de uma vorticidade isolada; e (b) pareamento de vorticidades.



Fonte: Autoria própria.

O mecanismo de produção do ruído de mistura turbulenta é análogo à geração de ondas gravitacionais durante a fusão de um par de estrelas (figura 4.6), previstas pelo físico alemão Albert Einstein e medidas experimentalmente pela primeira vez em setembro de 2015 (ABBOTT et al., 2016). Segundo Einstein, todo corpo com massa produz deformação no espaço-tempo ao seu redor que, no caso das estrelas, essa deformação é que dá origem ao que chamamos de gravidade. Durante a fusão de estrelas, os dois corpos entram em movimento de giro sob uma órbita comum, semelhante ao processo de pareamento de vorticidades. Esse movimento produz flutuações no campo gravitacional ao redor da órbita comum às duas estrelas, gerando as famosas ondas gravitacionais.

Figura 4.6 – Colisão de duas estrelas de nêutrons gerando ondas gravitacionais.



Fonte: Time.com¹

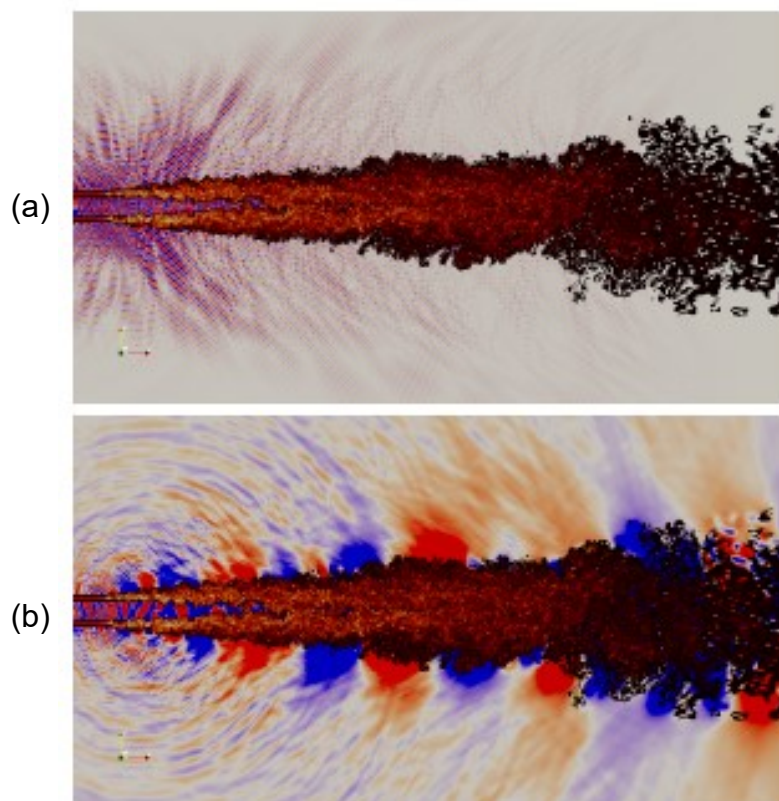
As frequências das ondas sonoras irradiadas pelos escoamentos são as mesmas frequências de flutuação das variáveis de pressão ou massa específica do escoamento. Isso significa que o espectro do som, medido no campo distante, e o espectro das flutuações de pressão (ou massa específica), medido no interior do escoamento, possuem a mesma banda de frequência, só se diferem em termos de amplitude por consequência da eficiência de irradiação sonora devido a interação fluido-acústica. O tensor de Lighthill (T_{ij}) descreve o termo fonte de geração do ruído em escoamentos cisalhantes livres, como foi visto no capítulo 2 esse tensor é formado pelo duplo divergente das variáveis da fluidodinâmica. A amplitude das ondas sonoras irradiadas são proporcionais à magnitude de T_{ij} e, por outro lado, a frequência é proporcional à taxa de variação temporal da magnitude desse tensor, isto é, quanto maior essa taxa maior será a frequência do ruído gerado.

Naja-yazdi (2011) aplicou filtragem digital ao campo acústico gerado por um jato subsônico sendo os resultados mostrados no gráfico 4.7. Os tons em laranja e azul representam o campo acústico e os tons em vermelho e marrom representam o campo de vorticidade. No gráfico 4.7(a) observa-se o resultado do campo acústico após aplicar um filtro passa-alta, e no gráfico 4.7(b) um filtro passa-baixa. Nota-se que o ruído de alta frequência é gerado próximo ao bocal de saída do jato, onde é observado a presença de vorticidades em escalas menores e, o ruído de baixa

¹ Disponível em: < <http://time.com/4217820/gravitational-waves-history/>>. Acesso em: 28/03/2018.

frequência é gerado em regiões mais a jusante do escoamento, onde tem-se a presença de escalas maiores da vorticidade.

Gráfico 4.7 – Simulação numérica de um jato compressível mostrando a geração de ruído de altas (a) e baixas (b) frequências.



Fonte: Naja-yazdi (2011).

4.4 PROPAGAÇÃO DO RUÍDO AERODINÂMICO

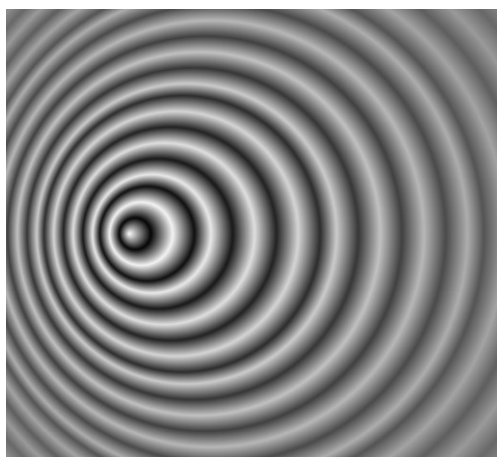
Além dos mecanismos de geração do som, a teoria do som aerodinâmico também tem como objeto de estudo a propagação da onda sonora até o ponto receptor. Tal propagação desenvolve uma função importante, porém complexa, na solução do problema de aeroacústica. A maioria das teorias clássicas de aeroacústica são dedicadas à solução da propagação do som em meio homogêneo e em repouso, porém quando um movimento relativo do meio é considerado, uma reformulação do problema de geração, irradiação e propagação do som é necessário (SILVA, 2011).

O movimento do meio produz efeito de anisotropia no ambiente, uma vez que a velocidade do som depende da direção de propagação com relação a direção de escoamento médio do fluido. Se adicionasse a essa situação um meio heterogêneo, isto é, a velocidade do som variando de um ponto para outro, dever-se-ia levar em

consideração outros fenômenos, como refração e espalhamento da onda sonora. Esta é uma situação comumente encontrada em problemas de aeroacústica de jatos, onde o som inicialmente propaga-se no interior do escoamento turbulento do jato, o qual é anisotrópico e heterogêneo, e em seguida propaga-se em meio homogêneo e isotrópico até atingir o receptor.

As estruturas turbilhonares dos escoamentos cisalhantes livres, que pela hipótese acima são origem ao ruído de mistura turbulenta, são advectadas pelo campo de velocidade média do escoamento, o que caracteriza um problema de fontes sonoras móveis. O movimento modifica a intensidade e a simetria do campo sonoro irradiado além de deslocar o espectro de ruído para regiões de frequências mais altas ou mais baixas, dependendo do sentido de emissão das fontes. Esses são modelados pelo fator de Doppler $(1 - M\cos\theta)$, onde $M\cos\theta$ é a velocidade de convecção das fontes baseada no número de Mach e no ângulo de movimento em relação ao eixo axial do jato. Na figura 4.8 são representadas as ondas sonoras produzidas por uma fonte monopolo que se desloca da direita para a esquerda a velocidade subsônica. Pela escala de cores, observa-se o aumento da amplitude das ondas sonoras irradiadas à frente da fonte, assim como a maior proximidade das frentes de ondas, indicando o aumento da frequência sonora.

Figura 4.8 – Campo sonoro irradiado por uma fonte monopolo em movimento.



Fonte: megacurioso.com.br²

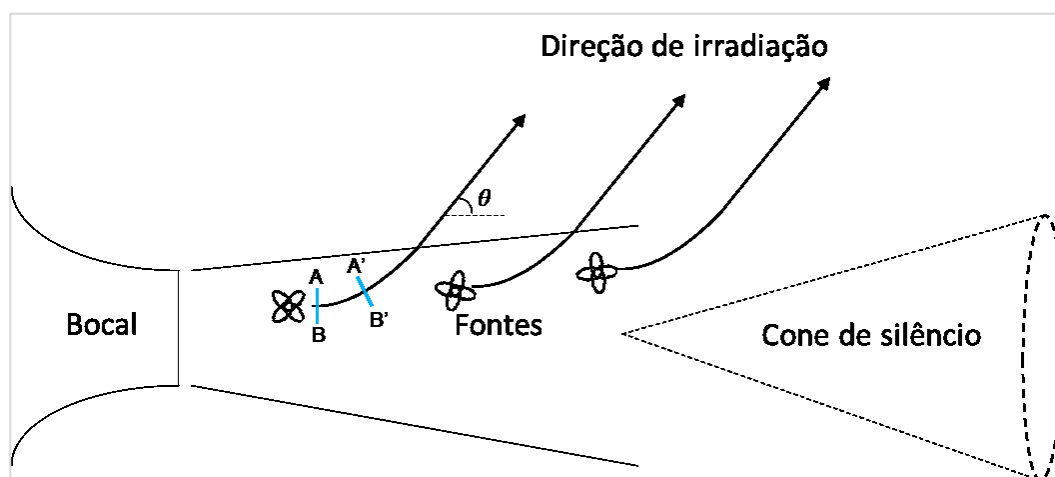
Uma vez irradiada, a onda sonora deve se propagar no interior do jato antes de atingir o meio uniforme. O campo de velocidade média do jato gera ainda outro efeito

² Disponível em: < <https://www.megacurioso.com.br/fisica-e-quimica/36003-voce-sabe-o-que-e-o-efeito-doppler-.htm>>. Acesso em 10/07/2018.

sobre a onda acústica, denominado de refração. Este é um fenômeno ondulatório que ocorre quando frentes de onda sonora encontram meios não estacionários de diferentes velocidades. Nesse momento há a variação da velocidade de propagação das ondas sonoras e a variação do comprimento de onda de maneira a conservar a frequência.

A onda sonora irradiada por cada fonte de ruído é refratada à medida em que essa se propaga no interior do escoamento. Esse efeito é causado pela interação das frentes de onda com o campo de velocidade média do escoamento. No esquema 4.9 é representada uma frente de onda AB imersa no interior de um jato, sendo que o ponto A se move a velocidade igual à do som somada à velocidade de escoamento do jato no mesmo local, sendo que o mesmo é válido para o ponto B. No caso de jatos isotérmicos, a velocidade do som nos pontos A e B são iguais, porém a velocidade média do escoamento em B é maior que em A. Assim a frente de onda é defletida no sentido anti-horário, tomando a forma de A'B', sendo que esse mecanismo atua durante toda a propagação da onda dentro do jato. Para o caso de jatos quentes, esse efeito é potencializado, pois o ponto B passa a assumir velocidade do som maior que o ponto A em decorrência do gradiente de temperatura negativo na direção radial do jato.

Esquema 4.9 – Esquema mostrando a refração da onda sonora no interior do jato.



Fonte: Autoria própria.

A principal consequência da refração da onda sonora no interior dos jatos é o surgimento de uma região com baixo nível de ruído, comumente chamada de cone de silêncio do jato, por se tratar de uma região em formato de cone que possui nível

relativamente menor de ruído. Por outro lado, este efeito gera aumento da intensidade do ruído irradiado a uma direção preferencial, próxima de $\theta = 40^\circ$, a qual depende essencialmente dos gradientes de velocidade e temperatura, além da frequência da onda sonora.

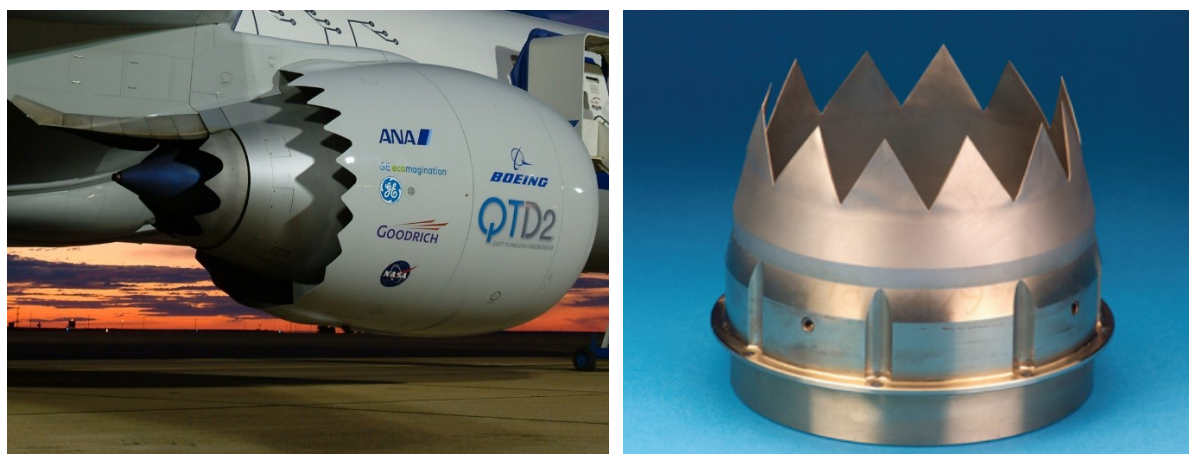
Na década de 60 o fenômeno do cone de silêncio de jatos foi amplamente investigado por Atvars, Schubert e Ribner (1965) que demonstraram experimentalmente a presença dessa região de baixo nível de ruído em um escoamento isotérmico de ar comprimido. Por outro lado, Grande (1965) desenvolveu um estudo experimental utilizando fonte monopolo emitindo tom puro no interior do jato de nitrogênio a -180°C . Nesse caso o gradiente de temperatura da direção radial é positivo levando à refração das ondas sonoras no sentido horário, oposto ao mostrado na Fig. (4.9), assim seus resultados mostraram o aumento significativo da intensidade sonora na direção logo à frente do jato.

4.5 MEDIDAS DE CONTROLE DO RUÍDO AERODINÂMICO

Nas últimas três décadas, grande parte da redução do ruído irradiado por aeronaves comerciais ocorreu devido ao aumento do diâmetro das turbinas propulsoras aliado à redução da velocidade de exaustão do jato de maneira a manter o mesmo empuxo da turbina. Pois, como foi visto no capítulo 2, a “Lei da Oitava Potência” de Lighthill descreve que a irradiação acústica do jato é proporcional a oitava potência da velocidade e ao quadrado do diâmetro de exaustão (LIGHTHILL, 1952). Tal modificação causou reduções da ordem de 20 dB no ruído gerado, porém, ainda insuficientes para atender ao atual mercado consumidor e regulamentações ambientais.

Outra medida de controle do ruído aerodinâmico gerado pelas turbinas a gás é a utilização de bocais recartilhados, mais conhecidos como chevrons, os quais possuem uma geometria característica na circunferência de saída do bocal, como apresentado na figura 4.10.

Figura 4.10 – Utilização dos chevrons em turbinas aeronáuticas.



Fonte: aviacao.org³.

O princípio de funcionamento dos chevrons não está relacionado diretamente com a redução da geração do ruído, mas no deslocamento da energia acústica de baixas para altas frequências. Funciona da seguinte maneira: o perfil recartilhado causa efeitos de intensificação da mistura turbulenta dos gases de escape com o ar ambiente fazendo com que as maiores escalas do escoamento tenham duas dimensões reduzidas, o que concentra a energia turbulenta em escalas menores. Conseqüentemente, o espectro do ruído irradiado também é deslocado para frequências mais altas e, até este ponto não há nenhum efeito de redução de ruído. Porém sabe-se que na propagação de ondas sonoras ocorre o efeito de amortecimento viscoso do ar, e quanto menor o comprimento da onda sonora, mais amortecida ela será. Tomando as comunidades em torno dos aeroportos como ponto receptor do ruído, ao descolar o espectro do ruído irradiado para as altas frequências, os chevrons fazem com que mais energia sonora seja convertida em calor durante a propagação, reduzindo o impacto no ponto receptor. Do ponto de vista do passageiro da aeronave, os chevrons também ajudam a reduzir o ruído dentro da cabine pois o isolamento acústico da fuselagem é maior nas altas frequências.

Castelain et al. (2008) gerou o mesmo efeito produzido pelos chevrons ao injetar micro jatos ao longo de toda circunferência do bocal de saída do jato principal, como mostrado na figura 4.11. Essa técnica resultou na redução de 1,5 dB do ruído total irradiado.

³ Disponível em: < <http://www.aviacao.org/news/propulsores-com-geometria-variavel-para-reduzir-ruídos/>>. Acesso em 10/07/2018.

Figura 4.11 – Redução de ruído do jato principal pela injeção de micro jatos.



Fonte: Castelain et al. (2008).

Estratégias de controle ativo de ruído também são estudadas para mitigação do ruído aerodinâmico e nessa temática destaca-se o trabalho teórico de Wei e Freund (2005). Os autores simularam numericamente a irradiação sonora de uma camada de mistura espacial submetida a atuadores virtuais que produzem perturbações de forma a reduzir o impacto sonoro no campo distante. Através da otimização do sinal produzido pelos atuadores, a intensidade sonora total no campo distante foi reduzida em 11 dB. Esse é um excelente resultado dado que a potência requerida pelos atuadores foi muito pequena.

Levando o resultado acima para o contexto de estudo dos mecanismos de geração do ruído aerodinâmico, teve-se uma ótima oportunidade para comparar a dinâmica do escoamento nas condições com e sem o controle ativo. Contudo, a expectativa foi frustrada, pois a comparação resultou em alterações sutis na evolução e pareamento das vorticidades, na energia cinética turbulenta, taxa de espalhamento, dentre outras variáveis de campo. Do ponto de vista pessimista, tal comportamento evidencia, mais uma vez, a característica caótica da geração de ruído nos escoamentos turbulentos, mas na perspectiva do otimista, o resultado é uma validação de que é possível realizar o controle do ruído aerodinâmico sem alterar a fluidodinâmica do escoamento.

4.6 RUÍDO EM ESCOAMENTOS CISALHANTES LIVRES

Bogey, Bailly e Juvé (2000) desenvolveram um código computacional para determinar o campo acústico gerado pelo escoamento do tipo camada de mistura espacial no domínio bidimensional e em regime subsônico. Os autores implementaram as equações que modelam a fluidodinâmica dos escoamentos compressíveis utilizando LES (*Large Eddy Simulation*) como modelo de turbulência. Os resultados mostram que os padrões de radiação fornecidos pela analogia de Lighthill concordam com o campo acústico diretamente computado usando LES, exceto pela ausência de efeitos de convecção e de refração nos resultados fornecidos pela integral da equação de Lighthill. Com relação aos mecanismos de geração de ruído os autores perceberam que os pares de vórtices geram ruído apenas na frequência de pareamento dos vórtices. Além disso, as frentes de ondas acústicas devido ao pareamento dos vórtices interagem sem gerar descontinuidade ou interferência, sendo o padrão de geração típico de uma fonte do tipo quadripolo rotativa.

O ruído da camada de mistura espacial no domínio bidimensional também foi estudado por Billson, Eriksson e Davidson (2005) porém, nesse caso, os autores utilizaram uma metodologia híbrida (analogia acústica) para prever o campo acústico. As equações de Euler foram utilizadas para resolver a propagação acústica e os termos fonte de geração de ruído foram resolvidos via equações que modelam os escoamentos compressíveis. O modelo numérico baseia-se nos esquemas de Tam e Webb (1993) na discretização espacial e Runge-Kutta de quarta ordem na discretização espacial. Os resultados obtidos através das simulações diretas e as soluções das equações propostas no trabalho tiveram boa correlação. Segundo os autores, mesmo quando os termos fontes são baseados apenas nas flutuações de velocidade e todos os outros efeitos de instabilidades são negligenciados, a solução apresenta-se quase exatamente a mesma que para os termos de fonte completos. O que implica que a principal fonte de som nesse escoamento são as flutuações de vorticidade.

Magnat e Gloerfelt (2014) investigaram os efeitos de duas considerações comumente feitas em soluções de problemas de aeroacústica: massa específica constante e a obtenção do termo fonte de Lighthill considerando o escoamento

incompressível. A análise foi feita na camada de mistura espacial considerando domínio bidimensional e regime subsônico. Os resultados apontaram que: a consideração de massa específica constante pode ser feita para condições de escoamento isotérmico e subsônico; os resultados do termo fonte de Lighthill utilizando os campos de velocidade obtidos ao considerar o escoamento incompressível apresentaram boa correlação com os resultados considerando o escoamento compressível. Porém, tais conclusões são válidas apenas para a região onde o termo fonte é não-nulo, pois as interações construtivas e destrutivas da onda acústica no campo distante não são modeladas.

As emissões acústicas em escoamentos do tipo camada de mistura temporal foram estudadas por Fortuné, Lamballais e Gervais (2004). Os autores modelaram o problema no domínio tridimensional considerando condição não isotérmica e regime subsônico. Destaca-se nos resultados apresentados no trabalho que o termo $p - c_0^2 \rho$ do tensor de Lighthill, comumente desprezado em simulações aeroacústicas, foi responsável por uma parcela considerável do ruído total simulado no campo distante. Tal conclusão deve-se a geração de entropia na mistura das correntes de fluido não isotérmicas.

Cabana, Fortuné e Jordan (2008) também investigaram o ruído gerado pela camada de mistura temporal, porém, nesse caso, considerou-se condição isotérmica. Analisando o campo próximo de geração de ruído no domínio do número de onda, os autores concluíram que é possível entender melhor por que e quando certas estruturas turbilhonares se tornam eficientes na produção de som, pois existe uma linha tênue que divide estruturas com baixa e alta eficiência de radiação acústica.

5 MODELO MATEMÁTICO

5 MODELO MATEMÁTICO

Box e Draper (1987) chamam atenção para uma questão fundamental na utilização de modelos com o objetivo de compreender e prever o comportamento de sistemas reais: *“Lembre-se de que todos os modelos estão errados, a questão prática é quão errados eles podem estar para não serem úteis”*. Nota-se uma visão pessimista do autor nessa citação, sob outro ponto de vista poder-se-ia dizer que os modelos não são exatos e cabe ao pesquisador avaliar o nível de fidelidade com o sistema modelado. O primeiro passo para obter bons modelos é a compreensão do significado físico das equações matemáticas e suas limitações. Seguindo esta premissa, neste capítulo serão apresentadas, interpretadas e analisadas as equações diferenciais que modelam o movimento dos fluidos newtonianos e a geração do ruído aerodinâmico.

5.1 INTERPRETAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA FLUIDODINÂMICA

A dedução matemática das equações com as quais modela-se a fluidodinâmica será considerada familiar para o leitor, assim não serão repetidas aqui, dando ênfase à compreensão e interpretação física das mesmas.

5.1.1 Equação da continuidade

Na Eq. (5.1) é apresentada a equação diferencial da conservação de massa nos fluidos que é frequentemente chamada de equação da continuidade, pois requer apenas que a massa específica e a velocidade sejam funções contínuas para deduzi-la. Este requisito é atendido ao considerar sua aplicação sobre uma partícula elementar de fluido fixa por onde massa transpassa por suas fronteiras,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0. \quad (5.1)$$

Essa equação fornece a simples ideia de que a taxa de variação da massa contida na partícula de fluido é justificada por um fluxo líquido de massa por suas fronteiras diferente de zero. Para variar a massa contida na partícula é necessário que a condição de compressibilidade do fluido seja atendida, pois caso o fluido seja considerado incompressível, a Eq. (5.1) se resume apenas ao divergente do vetor

velocidade igual a zero. Como a aeroacústica está relacionada à geração e propagação de ondas sonoras, necessariamente deve-se considerar os escoamentos como compressíveis.

5.1.2 Equação vetorial de Navier-Stokes

A equação de balanço da quantidade de movimento linear, relaciona os campos de pressão, massa específica e velocidade de um fluido. Pode ser deduzida aplicando a segunda lei de Newton à uma partícula elementar de fluido, que resulta na seguinte equação,

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{V}\vec{V}) = -\vec{\nabla}p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\tau} \quad (5.2)$$

em que $\bar{\tau}$ é o tensor das tensões viscosas. Quando este tensor é relacionado de forma linear com a taxa de deformação do fluido, este é conhecido como newtoniano e a equação do balanço da quantidade de movimento linear refere-se à equação de Navier-Stokes. Assumindo a hipótese de Stokes, de que a pressão mecânica e a pressão termodinâmica são equivalentes, $\bar{\tau}$ é calculado por:

$$\bar{\tau} = \mu(\vec{\nabla}\vec{V} + (\vec{\nabla}\vec{V})^T) - \frac{2}{3}\mu(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})\bar{I} \quad (5.3)$$

onde $()^T$ e \bar{I} denotam a transposta do tensor entre parênteses e o tensor identidade, respectivamente. A interpretação da Eq. (5.2) é dada, da esquerda para a direita, como a taxa de variação da quantidade de movimento linear por unidade de massa contida na partícula de fluido $\partial(\rho\vec{V})/\partial t$ somada ao fluxo líquido de quantidade de movimento linear que atravessa suas fronteiras $\vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{V}\vec{V})$, devendo ser igual à força resultante que atua sobre a partícula. A força resultante é o efeito da interação de dois tipos de forças: forças de corpo e forças de superfície.

As forças de corpo têm origem em campos externos, isto é, campo gravitacional, campo magnético, potencial elétrico e levam o nome de “corpo”, pois agem sobre toda a massa da partícula de fluido. Para efeitos de geração e propagação do som, essas forças podem ser desconsideradas, por isso não foram incluídas na Eq. (5.2). As forças de superfície atuam sobre as seis faces da partícula de fluido, o

que dão origem às tensões devidas à pressão (termo $\vec{\nabla}p$) e às tensões viscosas (termo $\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau}$). Considerando um sistema de coordenadas cartesianas, essas forças podem ser reunidas no tensor $\bar{\sigma}$, como mostradas na Eq. (5.4). Nota-se que as tensões devido à pressão são de mesmo módulo e atuam somente na direção normal às faces do volume de controle elementar.

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Aplicando a regra do produto aos termos do lado esquerdo da Eq. (5.2) e utilizando a equação da continuidade, estes termos podem ser reescritos como segue:

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{V}\vec{V}) = \rho \left(\underbrace{\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}}_{local} + \underbrace{(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V}}_{advectiva} \right) \quad (5.5)$$

Os dois termos entre parênteses do lado direito desta equação modelam a aceleração total da partícula de fluido que é composta pela aceleração local e pela advectiva. A aceleração local está relacionada à condição do escoamento ser estacionário ou não estacionário e a aceleração advectiva modela escoamentos que se desenvolvem em regiões onde se tem um campo de velocidade variando no espaço. Este resultado fornece uma nova interpretação para a equação de Navier-Stokes que se aproxima da interpretação normalmente realizada no movimento de corpos rígidos. Nesse caso, a nível elementar, a massa contida na partícula de fluido multiplicada por sua aceleração total (temporal e espacial) é igual à resultante das forças de corpo e de superfície.

A aceleração advectiva pode ser reescrita de acordo com a Eq. (5.6) e fornece a compreensão da aceleração em termos do movimento de translação e um de rotação da partícula de fluido. A aceleração $\vec{\omega} \times \vec{V}$ corresponde à aceleração que um observador experimenta ao se mover com uma partícula de fluido que rotaciona com velocidade angular igual a $\vec{\Omega} = \frac{1}{2}\vec{\omega}$.

$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = \underbrace{\frac{\vec{\nabla}|\vec{V}|^2}{2}}_{\text{translação}} + \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{V}}_{\text{rotação}} \quad (5.6)$$

onde $\vec{\omega}$ denota o vetor vorticidade.

Perceba que a equação de Navier-Stokes é uma equação vetorial, ou seja, ela possui três equações escalares, uma para cada direção do vetor no espaço \mathbb{R}^3 . É por esta razão que alguns autores preferem referir a ela como “equações de Navier-Stokes”, no plural.

5.1.3 Equação da energia

A equação da energia aplicada ao fluido em movimento refere-se à primeira lei da termodinâmica em nível elementar, a qual estabelece que: a energia total (cinética + potencial + interna) de uma partícula de fluido é alterada somente mediante a produção de trabalho e/ou calor. No decorrer da dedução desta equação as energias cinética e potencial são simplificadas da formulação, resultando apenas em uma relação de energia interna específica e , como mostrado a seguir,

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho e \vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} T) - p \vec{\nabla} \cdot \vec{V} + \phi \quad (5.7)$$

onde ϕ denota uma função que fornece a potência específica de conversão de energia cinética em energia térmica pela ação da viscosidade.

Esta equação é válida para fluidos newtonianos, compressíveis ou não, sob efeito de condução térmica, exceto nos casos onde há transferência significativa de energia térmica por radiação. Os termos desta equação são interpretados, da esquerda para a direita, como: a taxa de variação da energia interna contida na partícula elementar de fluido $\partial(\rho e)/\partial t$ somada ao fluxo líquido de energia interna por suas fronteiras $\vec{\nabla} \cdot (\rho e \vec{V})$, deve ser igual à transferência líquida de energia térmica por difusão pelas faces da partícula, termo $\vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} T)$ somada à $-p \vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ e ϕ , os quais modelam a potência específica de conversão de energia por compressão/expansão da partícula de fluido e a potência específica de dissipação viscosa, respectivamente.

O termo $p \vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ é compreendido ao considerar a partícula de fluido como um volume deformável e, dessa forma, o divergente da velocidade é interpretado como a

dilatação volumétrica da partícula, que multiplicada pela pressão fornece a potência específica de conversão de energia por compressão/expansão da partícula de fluido. O último termo, ϕ , modela a potência específica de transformação das energias do escoamento em energia térmica pela ação das forças cisalhantes aplicadas nas seis faces da partícula, função dos gradientes de velocidade no escoamento.

5.1.4 Equações constitutivas

As três expressões apresentadas formam as equações diferenciais básicas com as quais modelam-se a dinâmica dos fluidos, resumidas a seguir,

$$\begin{aligned}
 \text{Continuidade:} \quad & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \\
 \text{Navier-Stokes:} \quad & \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\tau} \\
 \text{Energia interna:} \quad & \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho e \vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} T) - p \vec{\nabla} \cdot \vec{V} + \phi.
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Analisando estas cinco equações observa-se que relacionam o total de sete variáveis, são elas: ρ , u , v , w , p , e , e T , assim são necessárias duas outras relações para fechar o modelo. Tais relações são obtidas por meio de dados empíricos ou por expressões algébricas, deduzidas através de observações materiais, que relacionam o estado termodinâmico do fluido, chamadas de equações constitutivas. Para fluidos simples, uma equação de estado pode ser expressa de maneira que o número de propriedades independentes necessárias para definir o estado do fluido sejam dois. Portanto, é necessário obter duas expressões do tipo:

$$p = p(\rho, T) \quad e = e(p, T). \tag{5.9}$$

Para problemas em que as propriedades de condutividade térmica κ e viscosidade μ , entre outras, não são constantes com relação às variáveis, deve-se obter novas relações, tais como:

$$\kappa = \kappa(\rho, T) \quad \mu = \mu(p, T). \tag{5.10}$$

5.2 ANÁLISE DA EQUAÇÃO DE PROPAGAÇÃO DA ONDA SONORA

Nesta seção serão utilizados princípios físicos para descrever o som matematicamente, e assim obter a equação com a qual modela-se a propagação da onda acústica. Neste caso, haverá o cuidado de deduzir as equações, pois contribuirá na identificação dos termos relacionados às fontes sonoras fundamentais de geração do ruído aerodinâmico. Inicialmente é preciso deduzir algumas equações constitutivas, que fornecerão suporte para o fechamento do modelo acústico.

5.2.1 – Equações constitutivas do modelo de propagação sonora

Considerando um fluido compressível simples, na ausência de efeitos de movimento ou gravitacional, a primeira lei da termodinâmica por unidade de massa, para uma mudança de estado, é escrita como (VAN WYLEN; SONNTAG; BORGNAKKE, 2003):

$$\delta q = \delta e + \delta w. \quad (5.11)$$

Admitindo um processo reversível, pode-se escrever

$$\begin{aligned} \delta q &= T ds \\ \delta w &= p dv = p d\left(\frac{1}{\rho}\right). \end{aligned} \quad (5.12)$$

Substituindo estas duas últimas relações na Eq. (5.11) resulta que

$$T ds = de + p d\left(\frac{1}{\rho}\right). \quad (5.13)$$

Utilizando a equação anterior pode-se obter as seguintes equações de estado

$$p = \rho^2 \left(\frac{\partial e}{\partial \rho}\right)_s \quad (5.14)$$

$$T = \left(\frac{\partial e}{\partial s} \right)_\rho \quad (5.15)$$

onde os subscritos s e ρ indicam que estas quantidades são constantes na operação expressa entre colchetes.

Como tem-se $p = p(\rho, s)$, pode-se escrever ainda que

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho ds. \quad (5.16)$$

A velocidade que o som se propaga em um fluido é definida por

$$c_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s}. \quad (5.17)$$

Para um gás ideal pode-se deduzir a seguinte equação de estado,

$$p = \rho RT \quad (5.18)$$

que substituindo na Eq. (5.17) encontra-se a expressão que aproxima a velocidade do som em gases perfeitos,

$$c_0 = \sqrt{\gamma RT} \quad (5.19)$$

onde $R = c_p - c_v$, sendo c_p e c_v o calor específico a pressão e volume constante, respectivamente, e $\gamma = c_p/c_v$ o coeficiente de expansão adiabática. Se a velocidade do som c_0 é a mesma para qualquer posição do domínio analisado, o meio é dito homogêneo, e se a massa específica depende apenas da pressão, o meio é dito barotrópico.

5.2.2 Equação da onda acústica em meio homogêneo e barotrópico

A dedução da equação da onda acústica é baseada nas equações diferenciais que modelam a dinâmica dos fluidos, Eq. (5.8), e nas equações constitutivas desenvolvidas na subseção anterior. No entanto, será feita a linearização destas

equações baseando-se na seguinte hipótese: a amplitude máxima de flutuação das variáveis que descrevem a onda acústica é muito pequena, assim o processo de propagação pode ser considerado linear na grande parte dos problemas práticos. Realizando a linearização da equação da continuidade, Eq. (5.1), e de Navier-Stokes, Eq. (5.2), e considerando o meio estagnado, obtém-se:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u}' = 0 \quad (5.20)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} + \vec{\nabla} p' = 0. \quad (5.21)$$

O resultado da linearização da equação de estado Eq. (5.16), utilizando a definição de velocidade do som Eq. (5.17) e considerando o meio homogêneo e barotrópico, é

$$p' = c_0^2 \rho'. \quad (5.22)$$

Calculando a derivada temporal da equação da continuidade linearizada, Eq. (5.20), subtraindo do divergente da equação de Navier-Stokes linearizada, Eq. (5.21) e utilizando a Eq. (5.22) para eliminar ρ' da equação resultante, obtém-se a equação homogênea da onda acústica linear em termos das flutuações de pressão:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 p' = 0. \quad (5.23)$$

Em razão do conceito que define o som, é comum escrever a equação da onda sonora em termos das flutuações de pressão (p') como variável dependente, como foi feito. Porém, esta equação também pode ser expressa em função das flutuações de massa específica ρ' :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = 0 \quad (5.24)$$

Para interpretar os termos da equação da onda acústica linear, inicialmente é necessário compreender o significado físico do operador Laplaciano. Para isso, considere uma variável bidimensional $\psi(x, y)$ e seu Laplaciano, dado por

$$\nabla^2\psi = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right). \quad (5.25)$$

Se a direção x for discretizada em elementos Δx de valor unitário, a primeira derivada é aproximada por diferenças finitas de primeira ordem por

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} \approx \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta x} = \psi_{i+1} - \psi_i. \quad (5.26)$$

A segunda derivada é aproximada tomando este resultado e subtraindo da derivada do ponto anterior,

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \approx \frac{\frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta x} - \frac{\psi_i - \psi_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}. \quad (5.27)$$

Repetindo este mesmo procedimento para a direção y , resulta que o Laplaciano de $\psi(x, y)$ é aproximado por

$$\nabla^2\psi \approx \psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1} - 4\psi_{i,j}. \quad (5.28)$$

Dividindo ambos os lados dessa equação por quatro, resulta

$$\frac{\nabla^2\psi}{4} \approx \frac{\psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1}}{4} - \psi_{i,j}. \quad (5.29)$$

Portanto, nesta última equação observa-se que o Laplaciano é proporcional à diferença entre o valor da variável ψ na posição (i, j) e a média dos valores vizinhos. O que leva a percepção de que este operador “mede” a concentração, ou o excesso, da variável contida na partícula de fluido com relação às partículas ao seu redor.

Retornando à equação da onda acústica, Eq. (5.23), agora pode-se interpretá-la da seguinte forma: a taxa com que a taxa temporal da pressão na partícula

elementar de fluido $\partial^2 p' / \partial t^2$, é justificada pela concentração de pressão nesta partícula $c_0^2 \nabla^2 p'$, ou seja, é proporcional à diferença entre a pressão na partícula e a média das pressões nas partículas vizinhas, e a constante de proporcionalidade é c_0^2 . Assim, a Eq. (5.17) pode ser interpretada como uma medida da rapidez com a qual a pressão é alterada com relação à variação da massa específica. Em suma, essa equação modela a propagação das flutuações de pressão ou massa específica em um fluido quiescente, sendo que este movimento é sustentado pelo meio de propagação somente se as escalas de espaço-tempo satisfizerem o balanço expresso na equação da onda acústica, Eq. (5.23). A transformada de Fourier desta equação pode ajudar a ilustrar este balanço das escalas no espaço-tempo:

$$\begin{aligned}\omega^2 p' &= c_0^2 |\vec{k}|^2 p' \\ \omega p' &= c_0^2 |\vec{k}| p',\end{aligned}\tag{5.30}$$

onde ω é a frequência em radianos e \vec{k} é o vetor número de onda.

A Eq. (5.30) é conhecida como relação de dispersão da onda e estabelece que para haver a propagação as escalas de flutuações temporais ω devem coincidir com as escalas espaciais multiplicadas pela velocidade do som no meio. Quando uma região do espaço é excitada por flutuações que não satisfazem este critério, a propagação não é suportada pelo meio e as oscilações decrescem exponencialmente. Neste ponto, define-se a velocidade de fase v_f , que relaciona a frequência e o número de onda da propagação da seguinte forma:

$$v_f = \frac{\omega}{k}.\tag{5.31}$$

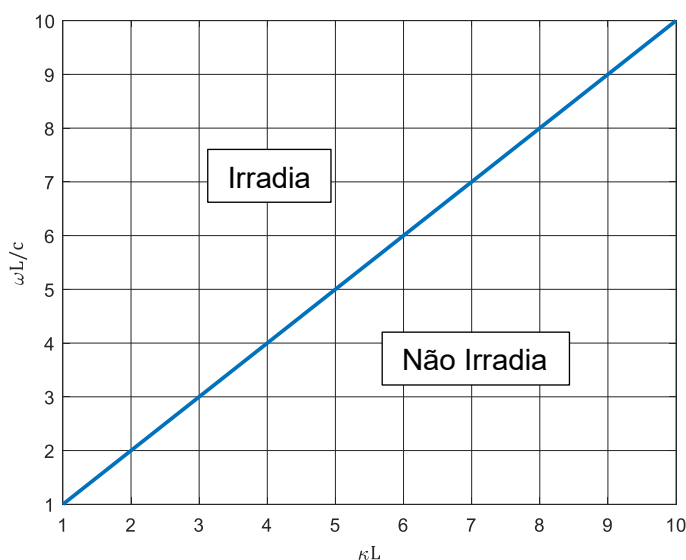
Como \vec{k} é um vetor, tem-se uma velocidade de fase para cada direção do espaço, assim, com o intuito de entender a origem desta equação, considere uma onda harmônica no espaço-tempo somente na direção x , dada por $y(x, t) = \cos(k_x x - \omega t)$. Após um tempo t , a fonte gerou $\omega t / 2\pi$ oscilações, neste mesmo tempo a frente de onda inicial propagou uma distância x para longe da fonte. Para que o número de oscilações na distância x coincida com as oscilações geradas pela fonte no tempo t , deve-se ter, $k_x x = \omega t$. Caso esta seja uma propagação suportada pelo meio, a relação x/t é igual à velocidade do som, então:

$$\frac{\omega}{k_x} = \frac{x}{t} = c_0. \quad (5.32)$$

Esses conceitos são essenciais para compreender os mecanismos pelos quais um escoamento gera flutuações de pressão (ou massa específica) que irradiam ondas sonoras, pois a condição para que isso ocorra é que a velocidade de fase da fonte de excitação deve ser maior que a velocidade do som no meio, em outras palavras, deve-se ter uma velocidade de fase supersônica ($v_f > c_0$).

A Eq. (5.32) pode ser adimensionalizada utilizando o comprimento característico L do escoamento e assim desenhar o gráfico 5.1, no qual observa-se a reta em azul que separa as regiões do espaço-tempo em que a fonte possui condições de irradiar, ou não, ondas sonoras. Para os pontos sobre a reta, correspondem à condição para propagação da onda no meio.

Gráfico 5.1 – Regiões de irradiação e não irradiação da fonte sonora.

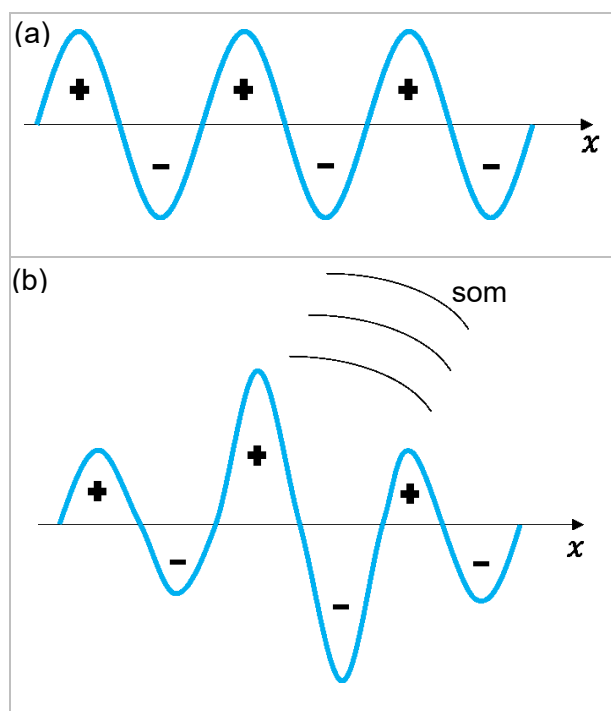


Fonte: Autoria própria.

Uma outra forma de visualizar este mecanismo de irradiação é através do conceito de modulação espacial da onda sonora. Considere um escoamento que gere flutuações de pressão no espaço sob duas situações, como mostrado no desenho 5.2. Na situação (a) as flutuações produzidas, representadas pelos sinais positivos e negativos, são homogêneas ao longo da direção x , levando ao cancelamento mútuo no decorrer do espaço-tempo. Por outro lado, na situação (b), as amplitudes das

flutuações de pressão são moduladas no espaço, conseqüentemente há o cancelamento incompleto das regiões de compressão e rarefação do meio, levando à produção líquida de energia, que irradia em forma de ondas sonoras caso a velocidade de fase dessa modulação seja supersônica.

Desenho 5.2 – Geração de som pela modulação da onda no espaço.



Fonte: Autoria própria.

5.3 DEDUÇÃO E INVESTIGAÇÃO DA EQUAÇÃO DE Lighthill

Os trabalhos publicados por M. James Lighthill (Lighthill, 1952, 1954) são considerados como o marco não apenas do início da investigação do ruído aerodinâmico, mas também como o nascimento da aeroacústica (TAM, 1998a).

Lighthill estava interessado na investigação do seguinte problema: dado as flutuações de um escoamento aerodinâmico, como estimar o som irradiado. O que ele fez foi rearranjar a equação da continuidade (Eq. 5.1) e a equação de Navier-Stokes (Eq. 5.2) com o objetivo de encontrar os termos que modelam a propagação da onda acústica linear, pois assim, todos os termos remanescentes da equação encontrada seriam o termo fonte, responsáveis pela geração do campo sonoro. Lighthill procedeu derivando a equação da continuidade com relação ao tempo e aplicando o divergente à equação de Navier-Stokes para obter as equações (5.33) e (5.34), respectivamente.

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (5.33)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V})] = -\nabla^2 p + \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau}] \quad (5.34)$$

Subtraindo a Eq. (5.34) da Eq. (5.33) resulta:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V})] = \nabla^2 p - \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau}] \quad (5.35)$$

Seguindo o objetivo inicial, soma-se a expressão $-c_0^2 \nabla^2 \rho'$ em ambos os lados da Eq. (5.35), e após isolar os termos de variação de massa específica do lado esquerdo, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V})] + \nabla^2 p - \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau}) - c_0^2 \nabla^2 \rho' \quad (5.36)$$

A massa específica ρ pode ser escrita como a soma de sua média e flutuações ($\rho = \rho_0 + \rho'$) e como ρ_0 não varia no tempo, o primeiro termo a esquerda da Eq. (5.36) pode ser reescrito apenas em função de ρ' , como segue:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V})] + \nabla^2 p - \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau}) - c_0^2 \nabla^2 \rho'. \quad (5.37)$$

Colocando o operador divergente em evidência, resulta na equação de Lighthill:

$$\underbrace{\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho'}_{\text{propagação sonora}} = \underbrace{\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V} - \bar{\tau}) + \vec{\nabla} \cdot (p' - c_0^2 \rho')]}_{\text{transformações de energia}} \quad (5.38)$$

Neste ponto o objetivo de Lighthill foi cumprido, no lado esquerdo da Eq. (5.38) foram obtidos os termos que modelam a propagação da onda acústica linear, então,

do lado direito, restam os termos responsáveis pela transformação de energias do escoamento em energia acústica (fonte).

Essa técnica de rearranjo das equações com a finalidade de explicitar as fontes geradoras do campo acústico descrevendo a conexão entre o som gerado por um escoamento e suas causas, é conhecida como Analogia Acústica de Lighthill. A expressão “analogia” refere-se à ideia de transformar a geração de ruído de um escoamento turbulento em um meio quiescente com uma excitação externa, ou seja, a situação real é análoga a um meio homogêneo em repouso excitado por fontes sonoras fundamentais.

Lighthill descreveu que o lado direito da Eq. (5.38) modela o comportamento de fontes sonoras do tipo quadripolo, as quais têm origem nos escoamentos cisalhantes livres. Porém, de uma análise superficial dessa expressão pode-se observar que existe muita informação física envolvida, que excede o simples comportamento de uma fonte quadripolo. Dessa forma, deseja-se compreender a natureza dos termos que modelam as transformações de energia da Eq. (5.38), com o objetivo de fornecer um embrião de conhecimento sobre a origem do ruído nos escoamentos cisalhantes livres.

Primeiramente, divide-se a expressão do lado direito da Eq. (5.38) em três termos, como apresentado na Eq. (5.39), os quais serão analisados e interpretados a seguir:

$$\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V} - \bar{\tau}) + \vec{\nabla}(p' - c_0^2 \rho')] = \overbrace{\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V})]}^{\text{I}} - \overbrace{\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau})}^{\text{II}} + \overbrace{\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla}(p' - c_0^2 \rho')]}^{\text{III}}. \quad (5.39)$$

Iniciando pelo termo III, tem-se que:

$$\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla}(p' - c_0^2 \rho')] = \nabla^2(p' - c_0^2 \rho'). \quad (5.40)$$

Note, pela Eq. (5.22), que para um meio homogêneo e barotrópico, a relação $p' = c_0^2 \rho'$ é satisfeita, e nestas condições o termo III seria nulo. Essa relação foi encontrada assumindo um processo isoentrópico, e a não igualdade $p' \neq c_0^2 \rho'$ implica que o escoamento desenvolve-se com produção de entropia. Portanto, o Laplaciano deste termo modela o excesso de produção de entropia em um ponto com relação aos seus vizinhos nas direções xx , yy e zz , do espaço cartesiano. Como III encontra-

se no termo fonte da equação da propagação da onda acústica, acredita-se que a produção não uniforme e instável de entropia é um dos meios de geração de ondas sonoras nos escoamentos não isotérmicos.

No termo II, observa-se o duplo divergente sobre o tensor $\bar{\tau}$, que pode ser reescrito como:

$$-\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau}) = -\frac{\partial^2 \tau_{xx}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{yy}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \tau_{zz}}{\partial z^2} - 2 \left(\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial y \partial z} \right). \quad (5.41)$$

Na equação de Navier-Stokes, $\bar{\tau}$ foi interpretado como as tensões de origem viscosa que atuam sobre as seis faces da partícula elementar de fluido, as quais se opõem à formação e amplificação das estruturas turbilhonares. Analisando a equação (5.41), observa-se essa mesma dinâmica, porém, neste caso, o tensor $\bar{\tau}$ se opõem à geração da onda sonora, reduzindo sua potência.

Ao analisar o termo I, é observado que também trata-se de um duplo divergente sobre um tensor, que neste caso é tensor $\rho \vec{V} \vec{V}$, escrito como:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} \vec{V}) = \frac{\partial^2 \rho u u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho v v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho w w}{\partial z^2} + 2 \left(\frac{\partial^2 \rho u v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \rho u w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \rho v w}{\partial y \partial z} \right) \quad (5.42)$$

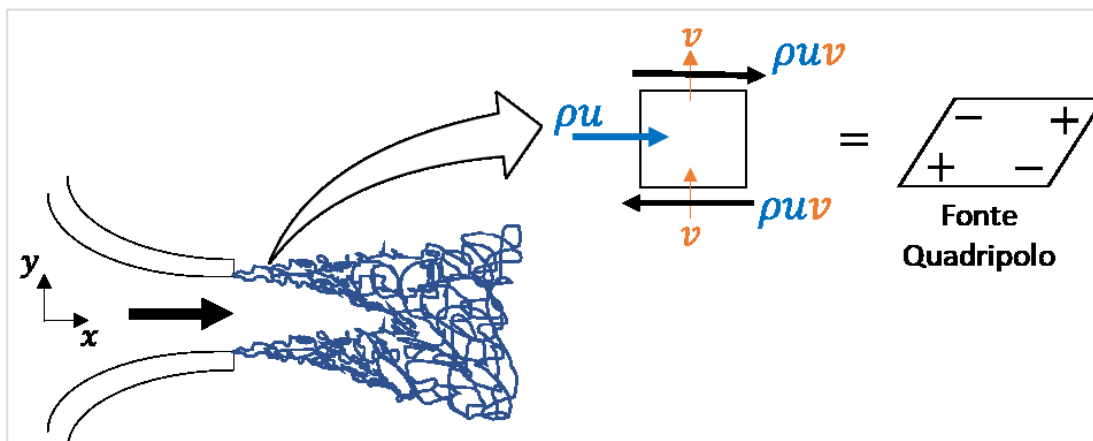
A dimensão do tensor $\rho \vec{V} \vec{V}$ é dada a seguir, sendo que a unidade obtida corresponde à grandeza quantidade de movimento linear (q.m.l.).

$$[\rho \vec{V} \vec{V}] = \left[\frac{kg}{m^3} \times \frac{m}{s} \times \frac{m}{s} \right] = \left[\frac{\left(\frac{kg}{s} \right) / s}{m^2} \right] \quad (5.43)$$

Utilizando este resultado e lembrando que o tensor $\rho \vec{V} \vec{V}$ pode ser reescrito, empregando notação de Einstein, como $\rho u_i u_j$, leva-se à seguinte interpretação: o termo I modela a taxa que a q.m.l. da direção i atravessa uma área unitária na direção j , ou seja, trata-se de um fluxo de q.m.l. através das faces de uma partícula de fluido.

Pode-se compreender o comportamento desse termo considerando um escoamento cisalhante livre no plano cartesiano, como mostrado no esquema 5.3.

Esquema 5.3 – Origem da fonte quadripolo nos escoamentos cisalhantes livres.



Fonte: Autoria própria.

A componente de q.m.l. da direção x , dada por ρu , transportada pela velocidade transversal v , resulta no transporte de q.m.l ρuv , que pode ser entendido como uma força que a partícula de fluido aplica no meio ao redor à mesma. Na face inferior da partícula de fluido, ρu está sendo transportada para seu interior, e na face superior ρu é transportado para o exterior, então, ρuv consiste em duas forças de sentidos contrários que atuam nas faces opostas da partícula de fluido, que efetivamente é uma fonte do tipo quadripolo.

Apesar desta interpretação ser elucidativa, pode-se considera-la simplista, pois em nenhum momento está sendo avaliada a interação da partícula de fluido em destaque no esquema 5.3 com suas vizinhas, e, o duplo divergente sobre o tensor $\rho \vec{V} \vec{V}$ leva a crer que esta interação é indispensável para o surgimento deste par de forças de sentidos opostos.

A fim de contribuir no esclarecimento do fenômeno, será feita uma nova interpretação matemática do termo $I (\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} \vec{V}))$, que segue:

- $\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} \vec{V}$: o divergente de $\rho \vec{V} \vec{V}$ expressa o fluxo líquido de q.m.l. em cada partícula de fluido do escoamento, que é uma grandeza contida na partícula de fluido, como foi analisado na equação de Navier-Stokes.
- $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} \vec{V})$: a aplicação de um segundo divergente calcula a diferença do fluxo líquido de q.m.l. entre partículas, assim, caso haja uma partícula com fluxo líquido diferente do obtido nas suas vizinhas, surge uma tensão nas suas faces, ou seja, o resultado de $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} \vec{V})$ é uma grandeza que está nas interfaces das partículas de fluido.

- A flutuações no tempo dessas tensões geram resultantes que tendem a girar a partícula, ora no sentido horário, ora no sentido anti-horário, e consequentemente produz flutuações do campo de pressão, pois as diagonais da partícula de fluido passam por sucessivas compressões e rarefações.

Sabe-se que ainda existe informação de natureza física envolvida no termo I. Portanto, com o objetivo de realizar uma investigação mais profunda, aplicou-se a regra do produto ao termo I, resultando nas expressões I_a e I_b , dadas a seguir.

$$\overline{\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} \vec{V})} = \overline{\vec{\nabla} \cdot [\vec{V} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V})]} + \overline{\vec{\nabla} \cdot [\rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}]} \quad (5.44)$$

Aplicando novamente a regra do produto nas expressões I_a e I_b , resulta nas equações (5.45) e (5.46), respectivamente, nas quais os termos I_{a1} , I_{a2} , I_{b1} e I_{b2} são interpretados em seguida.

$$\overline{\vec{\nabla} \cdot [\vec{V} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V})]} = \overline{\vec{\nabla} \cdot [\rho \vec{V} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V})]} + \overline{\vec{\nabla} \cdot [\vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{\nabla} \rho)]} \quad (5.45)$$

$$\overline{\vec{\nabla} \cdot [\rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}]} = \overline{\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\vec{\nabla} |\vec{V}|^2}{2} \right)} + \overline{\vec{\nabla} \cdot [\rho (\vec{\omega} \times \vec{V})]} \quad (5.46)$$

- Termo I_{a1} $\vec{\nabla} \cdot [\rho \vec{V} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V})]$:

Inicialmente é feita a análise das grandezas do termo I_{a1} . Na expressão $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})$ tem-se o divergente aplicado a um vetor, que resulta em um escalar; na expressão $\rho \vec{V}$ tem-se um escalar multiplicando um vetor, que resulta em um vetor. A multiplicação do escalar $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})$ pelo vetor $\rho \vec{V}$ resulta em um vetor, o qual após aplicar o divergente externo aos colchetes resulta em um escalar.

Para interpretar este termo considere a partícula de fluido como um volume deformável e, dessa forma, o divergente da velocidade $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ é compreendido como a dilatação volumétrica da partícula. Em escoamentos compressíveis a massa

específica ρ está relacionada com a pressão segundo uma equação de estado, como a equação dos gases perfeitos, dessa forma a multiplicação de ρ por $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ é análogo ao termo $-p\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ da equação da energia (Eq. 5.7), que traduz a ideia de produção de trabalho. Por fim, a multiplicação desse último pela velocidade \vec{V} e a aplicação do divergente externo aos colchetes modela a potência de conversão de energia por compressão/expansão da partícula de fluido em energia acústica.

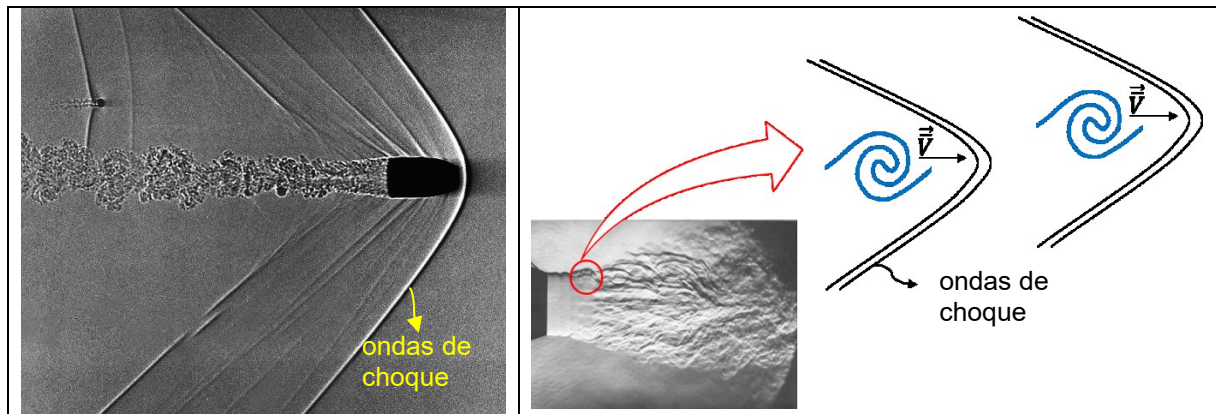
- Termo $I_{a2} \vec{\nabla} \cdot [\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}\rho)]$:

A análise das grandezas envolvidas nesse termo é feita da seguinte forma: na expressão $(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}\rho)$ tem-se o produto escalar do vetor velocidade pelo vetor gradiente da massa específica, que resulta em um escalar; a multiplicação desse último pelo vetor velocidade, externo aos parênteses, resulta em um vetor, o qual aplicando o divergente externo aos colchetes obtém-se um escalar.

A física modelada por este termo ainda não está clara para o autor, mas analisando o produto escalar $\vec{V} \cdot \vec{\nabla}\rho$ observa-se que o resultado é máximo quando o vetor velocidade tem mesma direção do vetor gradiente da massa específica. Esse último modela a concentração de massa em uma determinada região do espaço de fluido, que terá alto valor em módulo quando ocorrer deslocamentos de fluido a velocidades relativas próximas a Mach unitário, situação em que surgem as ondas de choque. Assim, levanta-se a seguinte hipótese: de forma análoga às ondas de choque formadas por um corpo rombudo deslocando-se a Mach próximo de um, tais ondas também são formadas por vorticidades sendo advectadas pelo campo de velocidade média a Mach próximo da unidade. No esquema 5.4 é apresentado uma tentativa de representação da analogia descrita, em que à esquerda observa-se a formação das ondas de choque no deslocamento de um projétil e à direita a representação da formação dessas ondas com a advecção das vorticidades de um jato de alto Mach.

Uma das motivações de acreditar que o termo $\vec{\nabla} \cdot [\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}\rho)]$ esteja relacionado à modelagem da produção sonora por ondas de choque é que na região de formação das mesmas, indicado pelas setas no esquema 5.4, do gradiente da massa específica $(\vec{\nabla}\rho)$ e a velocidade \vec{V} possuem grandes magnitudes.

Esquema 5.4 – Analogia da produção de ondas de choque pela advecção de vorticidades.



Fonte: Modificado de Van Dyke (1982).

- Termo $I_{b1} \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\vec{\nabla} |\vec{V}|^2}{2} \right)$:

A análise das grandezas resulta em: na expressão $|\vec{V}|^2$ tem-se o módulo do vetor velocidade ao quadrado, que resulta na soma de cada componente do vetor ao quadrado (escalar); já na expressão $\rho \frac{\vec{\nabla} |\vec{V}|^2}{2}$ observa-se o escalar ρ multiplicado pelo gradiente do escalar $|\vec{V}|^2$, da qual obtém-se um vetor como resultado e, aplicando o divergente externo aos parênteses resulta em um escalar.

No termo I_{b1} a expressão entre parênteses modela a energia cinética específica do escoamento. Ao aplicar o divergente externo conclui-se que I_{b1} descreve a energia cinética líquida contida na partícula elementar de fluido.

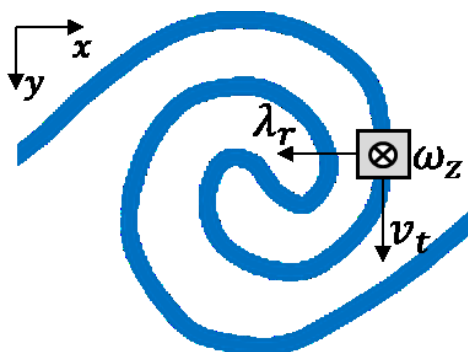
- Termo $I_{b2} \vec{\nabla} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{V})]$:

As grandezas relacionadas neste termo são: na expressão $\vec{\omega} \times \vec{V}$ tem-se o produto vetorial, que resulta em um vetor, que por sua vez é multiplicado pelo escalar massa específica, onde obtém-se um vetor, o divergente desse último resulta em um escalar.

Como foi visto na seção 5.1.2 desse capítulo a expressão $\vec{\omega} \times \vec{V}$ do termo $\vec{\nabla} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{V})]$ modela o vetor aceleração rotacional da partícula de fluido, chamado por alguns autores de vetor lambda ($\vec{\lambda}$). Analisando uma partícula de fluido presente numa vorticidade isolada do espaço bidimensional (figura 5.5), observa-se que o vetor resultado do produto vetorial de $\vec{\omega}$ pela velocidade tangencial (v_t) da partícula possui direção radial ao sentido de giro. A multiplicação dessa última pela massa específica

resulta em uma força que atua no sentido interno ou externo da vorticidade dependendo dos sentidos de $\vec{\omega}$ e v_t .

Esquema 5.5 – Partícula de fluido presente numa vorticidade isolada.



Fonte: Autoria própria.

Baseado no esquema 5.5 faz-se a seguinte analogia: no movimento circular de uma massa fixa em um barbante surge a tensão de tração no barbante que é responsável por manter a massa em movimento circular. Por outro lado, num escoamento com presença de vórtices, uma partícula de fluido no interior do vórtice possui movimento análogo ao da massa fixa no barbante, porém, no caso do fluido, quem mantém a partícula em movimento circular é o gradiente de pressão. Nesse caso deve-se compreender a relação entre o gradiente de pressão e o movimento rotacional de maneira não-linear, isto é, se o gradiente de pressão é alterado o movimento rotacional das partículas será modificado, mas se as partículas alteram o movimento, o gradiente de pressão também mudará. Dessa forma, a expressão $\rho(\vec{\omega} \times \vec{V})$ resulta em um vetor de sentido oposto ao vetor gradiente de pressão e, variações espaciais do primeiro, calculado por $\vec{\nabla} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{V})]$, induzem variações espaciais do gradiente de pressão que por sua vez geram flutuações temporais se considerar o escoamento instável. Tais flutuações no campo de pressão produzem ondas sonoras.

6 MODELO NUMÉRICO

6 MODELO NUMÉRICO

Um dos principais problemas da simulação numérica em aeroacústica é a disparidade entre a ordem de grandeza das escalas presentes no campo aerodinâmico e no campo acústico, tanto as escalas de comprimento quanto as de tempo. Esta é a razão que leva à necessidade de calcular as derivadas espaciais e temporais através de esquemas numéricos que apresentem baixos erros de dispersão e difusão numérica. Nesta tese o método das diferenças finitas será utilizado para aproximar as derivadas parciais, porém com uma abordagem diferente, tomando como base a metodologia apresentada por Tam (2012).

O método padrão das diferenças finitas é baseado na série de Taylor truncada até um determinado termo, o qual determina a ordem do esquema numérico. Assim, assume-se que um esquema de quarta ordem é melhor que um de segunda, que por sua vez é melhor que um de primeira ordem. Porém, tal classificação é no sentido qualitativo, pois não permite encontrar, por exemplo, quantos pontos por comprimento de onda são necessários na discretização do espaço-tempo para alcançar uma determinada acurácia na solução numérica. No sentido quantitativo, o que geralmente se faz, é a análise de convergência numérica, em que dada a razão de refinamento da malha, calcula-se a ordem de convergência média da solução discretizada e compara-se com a ordem do esquema numérico utilizado.

Neste capítulo, o método das diferenças finitas explícito será formulado nos domínios do número de onda (k) e da frequência (ω) para desenvolver o método das diferenças finitas otimizadas. Esta abordagem tem a finalidade de reduzir erros numéricos (dispersão e difusão) sem a necessidade de aumentar o tamanho do estêncil utilizado. Por fim, apresentam-se as metodologias utilizadas para implementar as condições de contorno não reflexivas ao domínio numérico assim como o procedimento de filtragem das soluções. O modelo numérico é então validado através de um problema *benchmark* de aeroacústica.

6.1 ESQUEMA PADRÃO DE DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS

Considere o eixo cartesiano x discretizado por uma malha de pontos igualmente espaçados Δx e i um inteiro que denota o índice do i -ésimo ponto da

malha. Aplicando a expansão em série de Taylor da função $f(x)$ considerando $\Delta x \rightarrow 0$, tem-se que

$$f_{i+1} = f_i + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i \Delta x + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i \frac{\Delta x^2}{2!} + \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right)_i \frac{\Delta x^3}{3!} + \left(\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right)_i \frac{\Delta x^4}{4!} + \dots \quad (6.1)$$

$$f_{i-1} = f_i - \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i \Delta x + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i \frac{\Delta x^2}{2!} - \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right)_i \frac{\Delta x^3}{3!} + \left(\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right)_i \frac{\Delta x^4}{4!} - \dots \quad (6.2)$$

Subtraindo (6.2) de (6.1), resulta

$$f_{i+1} - f_{i-1} = 2 \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i \Delta x + 2 \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right)_i \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots \quad (6.3)$$

Desprezando os termos de ordens maiores, o esquema padrão de diferenças finitas centradas de segunda ordem explícito aplicado no índice i é obtido,

$$\left[\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right]_i \simeq \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}. \quad (6.4)$$

Ao considerar mais termos da série, pode-se escrever os esquemas de quarta e sexta ordem, como apresentado nas equações (6.5) e (6.6), respectivamente.

$$\left[\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right]_i \simeq \frac{-f_{i+2} + 8f_{i+1} - 8f_{i-1} + f_{i-2}}{12\Delta x} \quad (6.5)$$

$$\left[\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right]_i \simeq \frac{f_{i+3} - 9f_{i+2} + 45f_{i+1} - 45f_{i-1} + 9f_{i-2} - f_{i-3}}{60\Delta x} \quad (6.6)$$

Generalizando, as diferenças finitas centradas da posição i são calculadas pela seguinte expressão,

$$\left[\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right]_i \simeq \frac{1}{\Delta x} \sum_{p=-N}^N a_p f_{i+p} \quad (6.7)$$

a qual denota um esquema antissimétrico ($a_p = -a_{-p}$) em relação à posição i , de $(2N + 1)$ pontos, onde a_p são os coeficientes da aproximação e $a_0 = 0$.

6.2 DIFERENÇAS FINITAS OTIMIZADAS NO DOMÍNIO DO NÚMERO DE ONDA

Caso o esquema numérico for baseado na expansão de $f(x)$ em série de Taylor, os coeficientes a_p assumem os valores até o termo N da série. Tais valores seriam ótimos caso fosse utilizado um número muito grande de termos, mas como a série é truncada, deduz-se que os coeficientes a_p devem assumir novos valores para atender melhor às expectativas de precisão no cálculo das derivadas.

Pois bem, os novos valores de a_p serão calculados de maneira que a transformada de Fourier do lado direito da Eq. (6.7) seja uma boa aproximação da transformada do lado esquerdo. Para isso, reescreve-se o termo f_{i+p} desta equação como $f(x + p\Delta x)$, em que x denota uma variável contínua, resultando em,

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \simeq \frac{1}{\Delta x} \sum_{p=-N}^N a_p f(x + p\Delta x). \quad (6.8)$$

Aplicando a transformada de Fourier a esta última e utilizando o teorema do deslocamento (do inglês, *shift theorem*), obtêm-se,

$$jk\tilde{f}(k) \simeq \frac{1}{\Delta x} \left[\sum_{p=-N}^N a_p e^{jpk\Delta x} \right] \tilde{f}(k) \quad (6.9)$$

onde $\tilde{f}(k)$ é a transformada de $f(x)$ no domínio do número de onda k e $j = \sqrt{-1}$.

Comparando o lado direito com o esquerdo da Eq. (6.9) pode-se definir k^* , o qual denota o número de onda efetivamente calculado pelo método das diferenças finitas, sendo ele uma estimativa do número de onda físico k ,

$$k \simeq k^* = \frac{-j}{\Delta x} \sum_{p=-N}^N a_p e^{jpk\Delta x}. \quad (6.10)$$

Como a Eq. (6.10) trata de um esquema centrado, os coeficientes a_p são antissimétricos ($a_0 = 0$ e $a_p = -a_{-p}$), então ela pode ser reescrita como,

$$k \simeq k^* = \frac{2}{\Delta x} \sum_{p=1}^N a_p \text{sen}(pk\Delta x) \quad (6.11)$$

que multiplicada por Δx resulta,

$$k\Delta x \simeq k^*\Delta x = 2 \sum_{p=1}^N a_p \text{sen}(pk\Delta x) \quad (6.12)$$

onde $k^*\Delta x$ é uma função periódica de $k\Delta x$ com período 2π . O produto de k por Δx resulta em uma grandeza adimensional, mas definido o espaçamento da malha Δx , esta grandeza passa a depender do número de onda. Portanto, daqui em diante quando referir à $k\Delta x$, entenda como o próprio número de onda k .

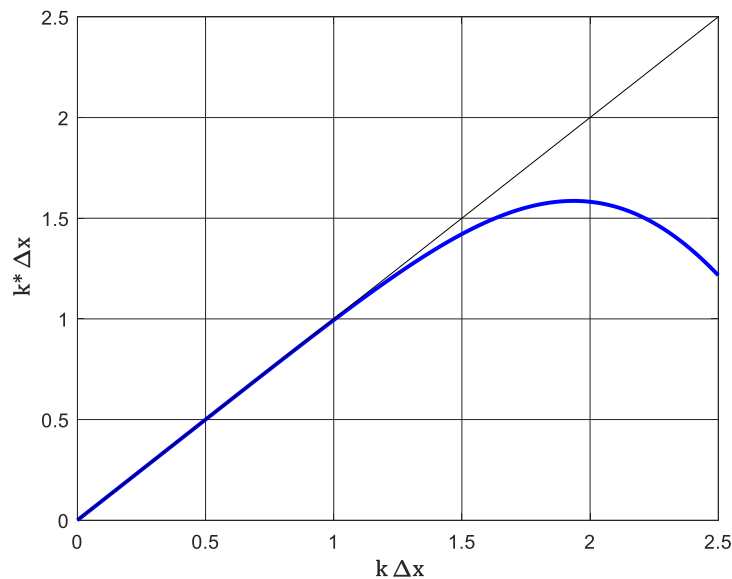
De forma análoga ao número de onda efetivo k^* , pode-se definir ω^* , que denota a frequência efetiva calculada pelo método de avanço temporal (Runge-Kutta, por exemplo), sendo uma aproximação da frequência física ω . Neste caso, considere uma malha uniforme com Δx fixo onde a velocidade de grupo teórica (v_g) em que o número de onda deve propagar no domínio computacional é dada pela derivada $v_g = d\omega/dk$, esta velocidade deve ser igual à velocidade do som no caso de um meio quiescente. Devido às diferenças entre k e a estimativa k^* no cálculo das derivadas espaciais e, às diferenças entre ω e ω^* no cálculo das derivadas temporais, alguns números de ondas propagam mais rápido ou mais lento que a velocidade do som, induzindo erros de dispersão numérica.

Segundo Tam (2012), quando um problema é resolvido no espaço-tempo discretizados, o nível de dispersão na solução pode ser quantificado através da diferença entre a velocidade de grupo teórica e a calculada numericamente, como mostrado na Eq. (6.13). Para que a velocidade de grupo seja igual à do som, deve-se ter as relações dk^*/dk e $d\omega^*/d\omega$ iguais a 1.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = c \frac{\frac{dk^*}{dk}}{\frac{d\omega^*}{d\omega}} \quad (6.13)$$

Primeiramente será tratado do cálculo das derivadas espaciais, para isso considere que $\omega^* = \omega$, ou seja, $d\omega^*/d\omega = 1$ na Eq. (6.13). Para o caso em que os coeficientes a_p assumem os valores da expansão em série de Taylor até $N = 3$ na Eq. (6.12), resultará no esquema padrão centrado de sexta ordem, o qual fornece aproximações $k^*\Delta x$ para os números de onda $k\Delta x$, cujo comportamento é mostrado no gráfico 6.1. Observa-se que para números de onda $k\Delta x < 1,25$, ou seja, comprimentos de onda $\lambda > 5,03\Delta x$, os desvios entre $k\Delta x$ e $k^*\Delta x$ apresentam ser baixos.

Gráfico 6.1 – Relação entre $k\Delta x$ e $k^*\Delta x$ para o esquema padrão de sexta ordem.

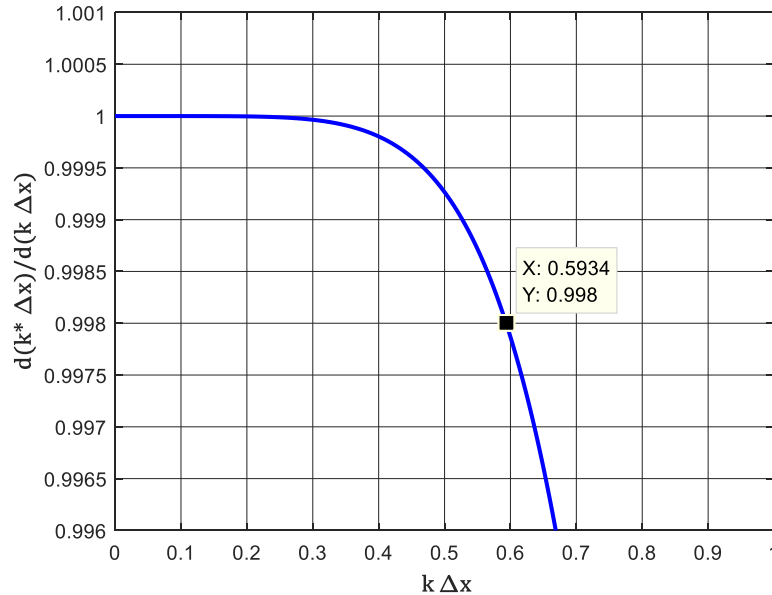


Fonte: Autoria própria.

Calculando a derivada da curva mostrada no gráfico 6.1 obtém-se a relação $d(k^*\Delta x)/d(k\Delta x)$, a qual indica o nível de dispersão de um esquema de cálculo das derivadas espaciais. No gráfico 6.2 é mostrado o comportamento de $d(k^*\Delta x)/d(k\Delta x)$ em função de $k\Delta x$ e, quanto mais próximo de 1 a curva em azul estiver, menores serão os erros de dispersão. Observa-se que para o número de onda $k\Delta x = 0,5934$, o desvio de $d(k^*\Delta x)/d(k\Delta x)$ com relação ao valor unitário é de -0,002. Isso significa que esse número de onda irá propagar 0,2% mais lento que a velocidade de grupo teórica, que

é o mesmo de dizer que após decorrer o tempo correspondente à propagação de 1000 espaçamentos Δx em uma malha uniforme, a onda correspondente a $k\Delta x = 0,5934$ estará no espaçamento 998.

Gráfico 6.2 – Relação entre $d(k^*\Delta x)/d(k\Delta x)$ e $k\Delta x$ para o esquema padrão de sexta ordem.



Fonte: Autoria própria.

Nota-se, portanto, que estamos diante de um problema de otimização, no qual deseja-se obter os valores dos coeficientes a_p de forma a minimizar os erros de dispersão numa banda de $k\Delta x$ mais larga possível. Em princípio, pode-se imaginar que trata-se de uma otimização multiobjetivo com objetivos antagônicos, pois quanto mais larga é a banda de número de onda otimizada, os erros de dispersão tendem a ser maiores. Por outro lado, pode-se facilmente transformar este problema em uma otimização com um único objetivo impondo uma banda de otimização para $k\Delta x$ e assim minimizar os erros de dispersão ou, ainda, impor uma cota superior do erro de dispersão e maximizar a largura da banda.

Na metodologia apresentada por Tam (2012), o autor combina os termos da série de Taylor com os termos da transformada de Fourier para eliminar o número de coeficientes a_p a serem otimizados, para dessa forma obtê-los através do cálculo analítico do mínimo da função erro de dispersão impondo a banda de otimização $0 \leq k\Delta x \leq 1,1$. Porém, nesta tese, deseja-se obter os valores ótimos dos a_p de forma independente da série de Taylor e impor uma cota superior do erro de dispersão para

maximizar a banda de $k\Delta x$ otimizada. Para isso, lança-se mão da utilização de um método de otimização, os algoritmos genéticos. *A priori*, pode-se imaginar que a utilização dos algoritmos genéticos para este caso seja um tanto demasiada, mas diante dos excelentes resultados que este método de otimização trouxe, com será visto a seguir, tal suposição é descartada.

6.2.1 Otimização dos coeficientes a_p por algoritmos genéticos

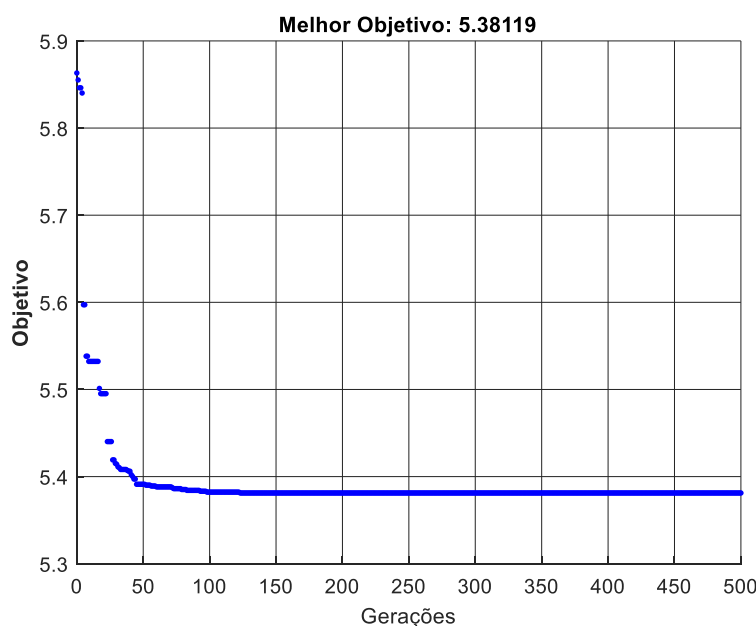
A aplicação dos algoritmos genéticos (AG) para solucionar problemas de otimização são ilimitadas e, devido a seu alto nível de robustez, podem ser utilizados desde a solução de problemas de logística de transporte de cargas até problemas de otimização geométrica, como apresentado por Flabes Neto (2013). Na Eq. (6.14) é apresentada a função objetivo implementada, a qual avalia os candidatos à solução ótima subtraindo 2π (período da função $k^*\Delta x$) do valor de $k\Delta x$ onde ocorre o erro máximo definido pela cota superior do erro de dispersão.

$$objetivo = 2\pi - k\Delta x|_{erro \leq erro_{max}} \quad (6.14)$$

Para efeitos de comparação e validação do aumento de desempenho na aplicação desta metodologia, N será igual a 3, que corresponde a um estêncil centrado de sete pontos, da mesma forma como foi apresentado por Tam (2012). Como os coeficientes a_p são antissimétricos e $a_0 = 0$, resulta em três variáveis de otimização, a_1 , a_2 e a_3 , as quais são as entradas da função objetivo. A otimização foi calculada utilizando uma população de 50.000 indivíduos e 500 gerações, a cota máxima do erro de dispersão foi de 0,1% e os intervalos de busca de cada coeficiente foram calculados impondo 30% de variação, para mais e para menos, nos valores dos coeficientes do método das diferenças finitas padrão de sexta ordem.

No gráfico 6.3 é mostrada a evolução do valor da função objetivo ao longo das gerações do algoritmo genético, na qual observa-se que o erro máximo foi reduzido até aproximadamente 5,381, que corresponde ao intervalo de $k\Delta x$ otimizado de zero a 0,902, tal valor foi atingido na geração 123 e permaneceu inalterado até o final da otimização.

Gráfico 6.3 – Evolução da função objetivo nas gerações do algoritmo genético.



Fonte: Autoria própria.

Os valores obtidos dos coeficientes otimizados por algoritmo genético são apresentados no quadro 6.1, os quais serão utilizados no cálculo das derivadas espaciais nos pontos internos do domínio.

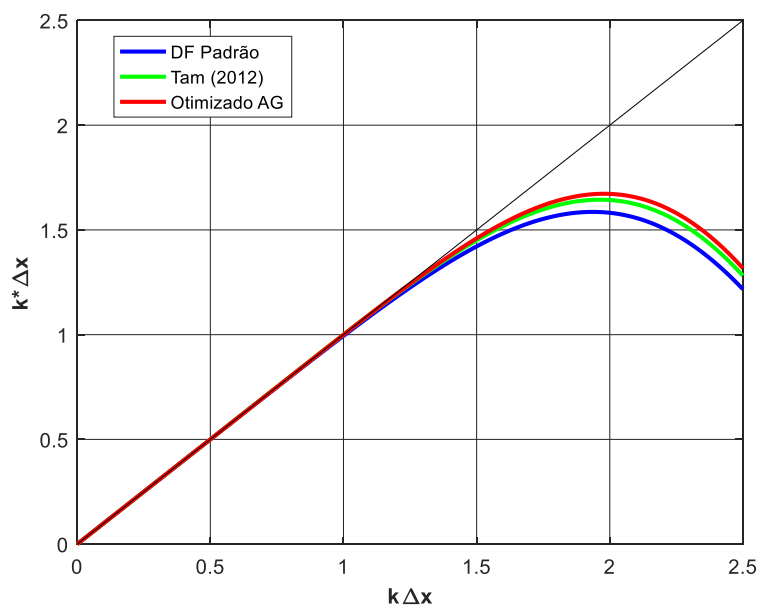
Quadro 6.1 – Coeficientes do estêncil central otimizado.

Coeficientes	Valores
$a_1 = -a_{-1}$	0.780219777214500
$a_2 = -a_{-2}$	-0.176077415344859
$a_3 = -a_{-3}$	0.024139658824662

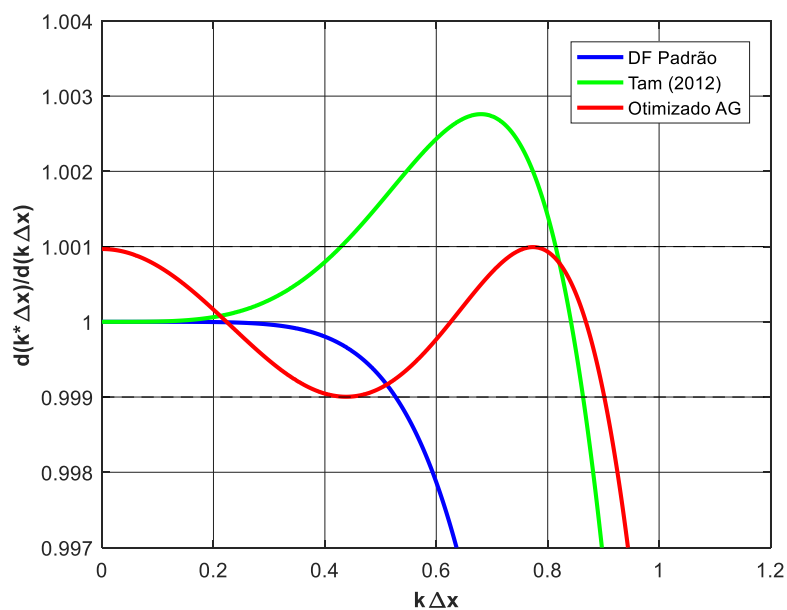
Fonte: Autoria própria.

No gráfico 6.4 são mostrados as relações dos números de onda efetivos $k^* \Delta x$ em função de $k \Delta x$ para três esquemas numéricos, sendo eles o obtido pela aplicação dos algoritmos genéticos, denominado de “Otimizado AG”, o estêncil de diferenças finitas padrão de sexta ordem, abreviado por “DF Padrão” e o apresentado por Tam (2012). Observa-se melhores resultados do “Otimizado AG” com relação aos outros dois esquemas numéricos em termos de largura de banda bem resolvida do número de onda.

A fim de analisar os erros de dispersão cometidos por cada esquema numérico, no gráfico 6.5 são mostradas as derivadas $d(k^* \Delta x)/d(k \Delta x)$ em função de $k \Delta x$ no intervalo de 0 a 1,2.

Gráfico 6.4 – Relações entre $k\Delta x$ e $k^*\Delta x$ para três esquemas numéricos.

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 6.5 – Relação entre $d(k^*\Delta x)/d(k\Delta x)$ e $k\Delta x$ para quantificação dos erros de dispersão.

Fonte: Autoria própria.

Nota-se que até o número de onda correspondente a $k\Delta x = 0,902$ o esquema “Otimizado AG” gera erros de dispersão menores que 0,1%, indicados pelas linhas tracejadas. Por outro lado, o “DF Padrão” calcula derivadas com esse mesmo nível de dispersão no intervalo $0 \leq k\Delta x \leq 0,527$, ou seja, houve o aumento de 71% na largura da banda de número de onda bem resolvido com a aplicação da metodologia proposta. No esquema de Tam (2012) os erros de dispersão superam os 0,1% no intervalo de 0,43 a 0,81 e logo em seguida assume valores cada vez maiores.

A ampliação na largura da banda de número onda com erros de dispersão menores que a cota máxima imposta foi conseguida à custa do aumento dos erros para os baixos números de onda, como pode ser observado no intervalo $0 \leq k\Delta x \leq 0,5$. Porém, ao calcular a integral dos erros cometidos por cada esquema numérico no intervalo de 0 a 0,902 resulta em 0,3533 para o “DF Padrão”, 0,0205 para o “Tam (2012)” e 0,0044 para o “Otimizado AG”. Portanto a energia dispersa é menor no esquema obtido pela otimização via algoritmos genéticos. A banda de número de onda $k\Delta x \leq 0,902$ corresponde aos comprimentos de onda $\lambda > 6,96\Delta x$, portanto, para atingir erros de dispersão menores que 0,1% com o esquema “Otimizado AG” é necessário a discretização do domínio com 6,96 pontos por comprimento de onda.

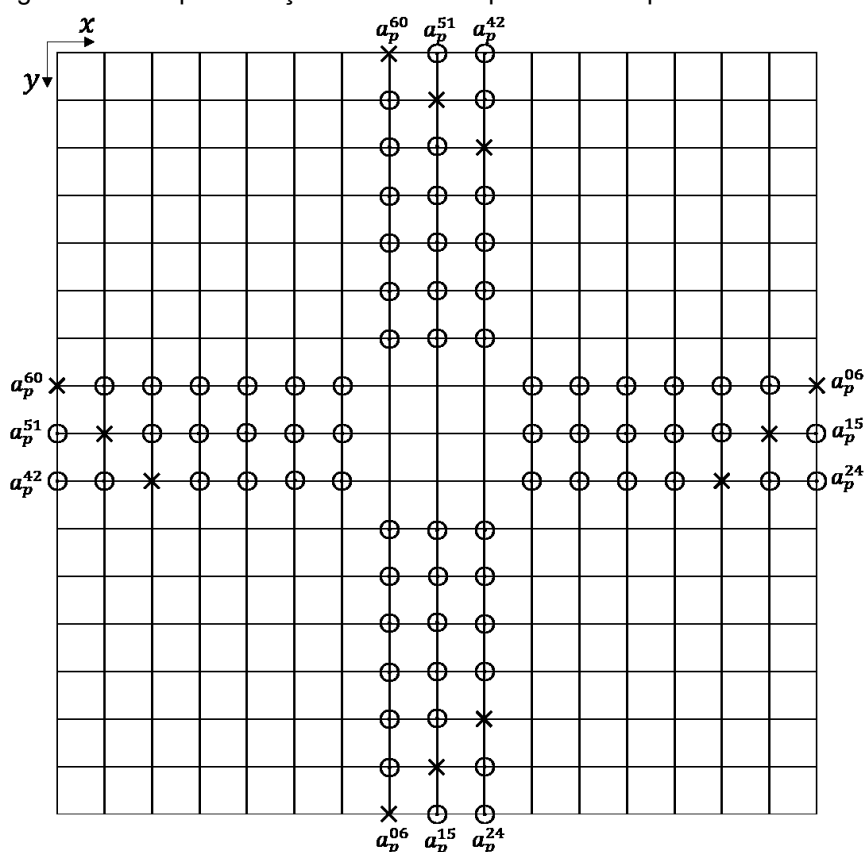
Pode-se imaginar, a princípio, que o aumento dos erros no intervalo inicial de número de onda é uma grande desvantagem na solução dos escoamentos visto que a maior parte da energia cinética turbulenta encontra-se nos baixos números de onda (grandes escalas). Porém, devido à eficiência de radiação na interação fluido-acústica, a energia sonora não se concentra, necessariamente, nas grandes escalas. Uma real desvantagem na otimização dos coeficientes de diferenças finitas é que, caso for utilizado o método de refinamento adaptativo da malha (do inglês *Adaptive Mesh Refinement – AMR*), pode ocorrer que o refino em uma determinada região do domínio resulte no aumento dos erros de dispersão para os números de onda em que $k\Delta x \leq 0,902$, porém sempre dentro da cota máxima de 0,1% de dispersão.

6.2.2 Diferenças finitas para frente e para trás

Tendo em vista o subitem anterior, o estêncil utilizado na malha interna do domínio é de sete pontos ($N = 3$), isso implica que nos pontos próximos aos contornos do domínio, distantes de três ou menos posições, um estêncil centrado não pode ser comportado. Portanto, nestes pontos, será utilizado o método das diferenças finitas para frente e para trás também com sete pontos, aplicando o rebatimento do estêncil a medida em que se aproxima do contorno, como mostrado na figura 6.6. O símbolo “x” representa o ponto onde é feito o cálculo da derivada e o símbolo “o” representa os pontos utilizados em tal cálculo. Nos seis estêncis apresentados, a_p^{60} , a_p^{51} , a_p^{42} , a_p^{06} , a_p^{15} e a_p^{24} , o subscrito p representa a posição do estêncil em que o coeficiente é multiplicado, similar ao esquema centrado e os dois valores no sobrescrito

representam os números de pontos utilizados à frente e atrás de onde é feito o cálculo da derivada (“x”), sendo à frente tomada como o sentido positivo do eixo coordenado.

Figura 6.6 – Representação dos estêncios para frente e para trás rebatidos.



Fonte: Autoria própria.

O cálculo das diferenças finitas para frente e para trás é generalizado pela seguinte expressão,

$$\frac{\partial f}{\partial x} \simeq \frac{1}{\Delta x} \sum_{p=-N}^M a_p^{MN} f(x + p\Delta x) \quad (6.15)$$

que denota um esquema assimétrico de $(M - N + 1)$ pontos.

Aplicando a transformada de Fourier a esta última, obtêm-se a Eq. (6.16),

$$jk\tilde{f}(k) \simeq \frac{1}{\Delta x} \left[\sum_{p=-N}^M a_p^{MN} e^{jpk\Delta x} \right] \tilde{f}(k) \quad (6.16)$$

da qual define-se o número de onda efetivo k^* calculado pelo método das diferenças finitas para frente e para trás:

$$k \simeq k^* = \frac{-j}{\Delta x} \sum_{p=-N}^M a_p^{MN} e^{jpk\Delta x} \quad (6.17)$$

Para efeito de exemplificação, considere $N = 0$ e $M = 2$, dessa forma o somatório da Eq. (6.17) é calculado como,

$$k \simeq k^* = \frac{-j}{\Delta x} (a_0^{20} + a_1^{20} e^{jk\Delta x} + a_2^{20} e^{2jk\Delta x}) \quad (6.18)$$

que utilizando da fórmula de Euler para números complexos, é reescrita como mostrado na Eq. (6.19).

$$k \simeq k^* = 1/\Delta x \left\{ \overbrace{a_1^{20} \text{sen}(k\Delta x) + a_2^{20} \text{sen}(2k\Delta x)}^{k_R^*} - j \left[\overbrace{a_0^{20} + a_1^{20} \cos(k\Delta x) + a_2^{20} \cos(2k\Delta x)}^{k_I^*} \right] \right\} \quad (6.19)$$

Conclui-se que pelo fato de o esquema ser assimétrico, resulta que o número de onda k^* calculado pela Eq. (6.17) é complexo, com parte real indicada por k_R^* e parte imaginária por k_I^* na Eq. (6.19). Como consequência, o método gera amortecimento ou amplificação numérica, dependendo do sentido de propagação da onda. Tal efeito torna-se claro ao analisar a Eq. (6.20) abaixo, na qual nota-se que a parte imaginária do número de onda efetivo (k_I^*) é expoente da função exponencial, responsável pelo efeito de amortecimento ou amplificação numérica.

$$e^{jp(k_R^* + jk_I^*)\Delta x} = e^{jpk_R^*\Delta x} e^{-pk_I^*\Delta x} = e^{-pk_I^*\Delta x} [\cos(pk_R^*\Delta x) + j\text{sen}(pk_R^*\Delta x)] \quad (6.20)$$

Adotando a mesma metodologia apresentada no subitem anterior, os coeficientes a_p^{MN} foram otimizados via algoritmos genéticos, resultando nos valores apresentados nos quadros 6.2 a 6.4.

Quadro 6.2 – Coeficientes dos estêncis a_p^{60} e a_p^{06} otimizados.

Coeficientes	Valores
$a_0^{60} = -a_0^{06}$	-2,425278240974832
$a_1^{60} = -a_{-1}^{06}$	5,812795197551695
$a_2^{60} = -a_{-2}^{06}$	-7,098030022948282
$a_3^{60} = -a_{-3}^{06}$	6,298904792041006
$a_4^{60} = -a_{-4}^{06}$	-3,610488175233914
$a_5^{60} = -a_{-5}^{06}$	1,182398932987532
$a_6^{60} = -a_{-6}^{06}$	-0,157297960026884

Fonte: Autoria própria.

Quadro 6.3 – Coeficientes dos estêncis a_p^{51} e a_p^{15} otimizados.

Coeficientes	Valores
$a_{-1}^{51} = -a_1^{15}$	-0,205515125615749
$a_0^{51} = -a_0^{15}$	-1,123457685326053
$a_1^{51} = -a_{-1}^{15}$	2,232050096267250
$a_2^{51} = -a_{-2}^{15}$	-1,453691945509056
$a_3^{51} = -a_{-3}^{15}$	0,776390310268875
$a_4^{51} = -a_{-4}^{15}$	-0,273094480098716
$a_5^{51} = -a_{-5}^{15}$	0,047363438552732

Fonte: Autoria própria.

Quadro 6.4 – Coeficientes dos estêncis a_p^{42} e a_p^{24} otimizados.

Coeficientes	Valores
$a_{-2}^{42} = -a_2^{24}$	0,056190519301166
$a_{-1}^{42} = -a_1^{24}$	-0,494075413286284
$a_0^{42} = -a_0^{24}$	-0,418809364043351
$a_1^{42} = -a_{-1}^{24}$	1,183432989187744
$a_2^{42} = -a_{-2}^{24}$	-0,431305927445097
$a_3^{42} = -a_{-3}^{24}$	0,123089523133575
$a_4^{42} = -a_{-4}^{24}$	-0,018483316430728

Fonte: Autoria própria.

6.2.3 Caso teste espacial

Com o objetivo de validar os resultados do esquema numérico obtido pela otimização por algoritmos genéticos, considere o problema de valor inicial descrito pela equação de onda convectiva no domínio unidimensional e a condição inicial $g(x)$, como mostrado na Eq. (6.21). As variáveis dessa equação foram adimensionalizadas

segundo a escala de comprimento Δx e a escala de tempo $\Delta x/c_0$, onde c_0 é a velocidade do som.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} u(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} u(t, x) = 0 \\ u(0, x) = g(x) \end{cases} \quad (6.21)$$

A solução exata desse problema é fornecida pela equação $u(t, x) = g(x - t)$, ou seja, consiste na condição inicial propagando no sentido positivo do eixo coordenado com velocidade adimensional de 1. Em particular, se a condição inicial for a função Gaussiana,

$$g(x) = 0,5 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x}{n_{\Delta x}} \right)^2 \right] \quad (6.22)$$

então a solução exata é,

$$u(t, x) = 0,5 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x - t}{n_{\Delta x}} \right)^2 \right] \quad (6.23)$$

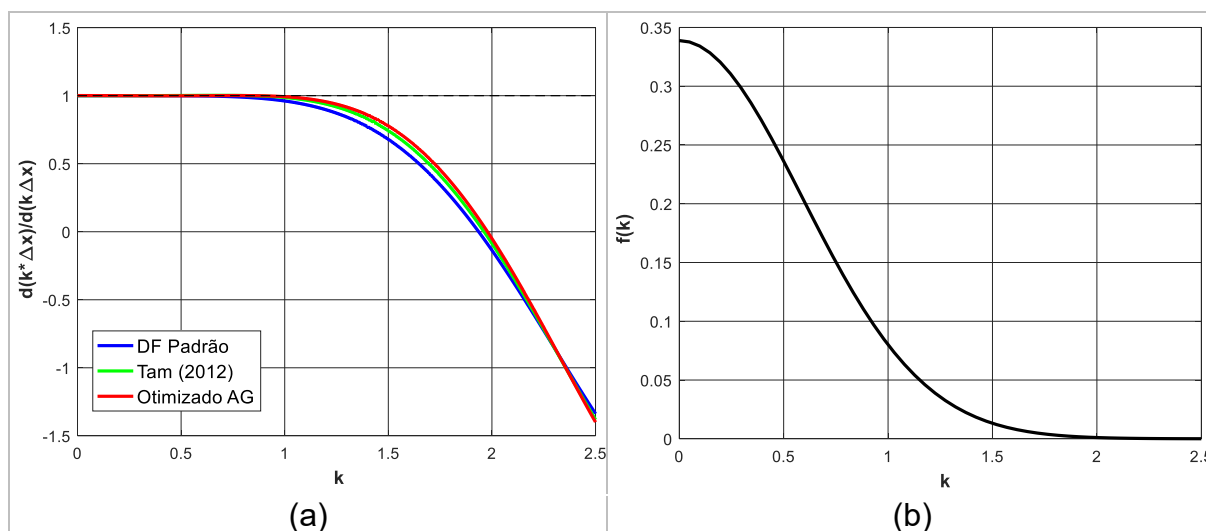
onde $n_{\Delta x}$ denota o número de espaçamentos Δx em que metade da forma Gaussiana é representada no domínio discreto e, quanto menor $n_{\Delta x}$ mais larga é a banda do espectro de número de onda excitado.

O problema dado pela Eq. (6.21) será resolvido de forma numérica utilizando os três esquemas apresentados nos subitens anteriores para calcular a derivada espacial, sendo eles “DF Padrão”, “Tam (2012)” e “Otimizado AG”. A derivada temporal será calculada pelo método de Adams-Bashforth de sexta ordem com $\Delta t = \Delta x/100$, conseqüentemente os erros numéricos introduzidos na solução serão, predominantemente, devido ao cálculo da derivada espacial.

Tomando $n_{\Delta x} = 2$ e $\Delta x = 1$, no gráfico 6.7(a) são apresentadas as relações de $d(k^* \Delta x)/d(k \Delta x)$ em função de $k \Delta x$ para os três esquemas numéricos estudados e no gráfico 6.7(b) é mostrado a transformada de Fourier da condição inicial gaussiana. Comparando esses dois gráficos nota-se que uma quantidade significativa de energia da condição inicial está situada em números de onda acima da banda resolvida com

erros de dispersão menores que 0,1%. Isso é feito com o intuito de simular condições críticas para os esquemas numéricos e assim verificar seu desempenho.

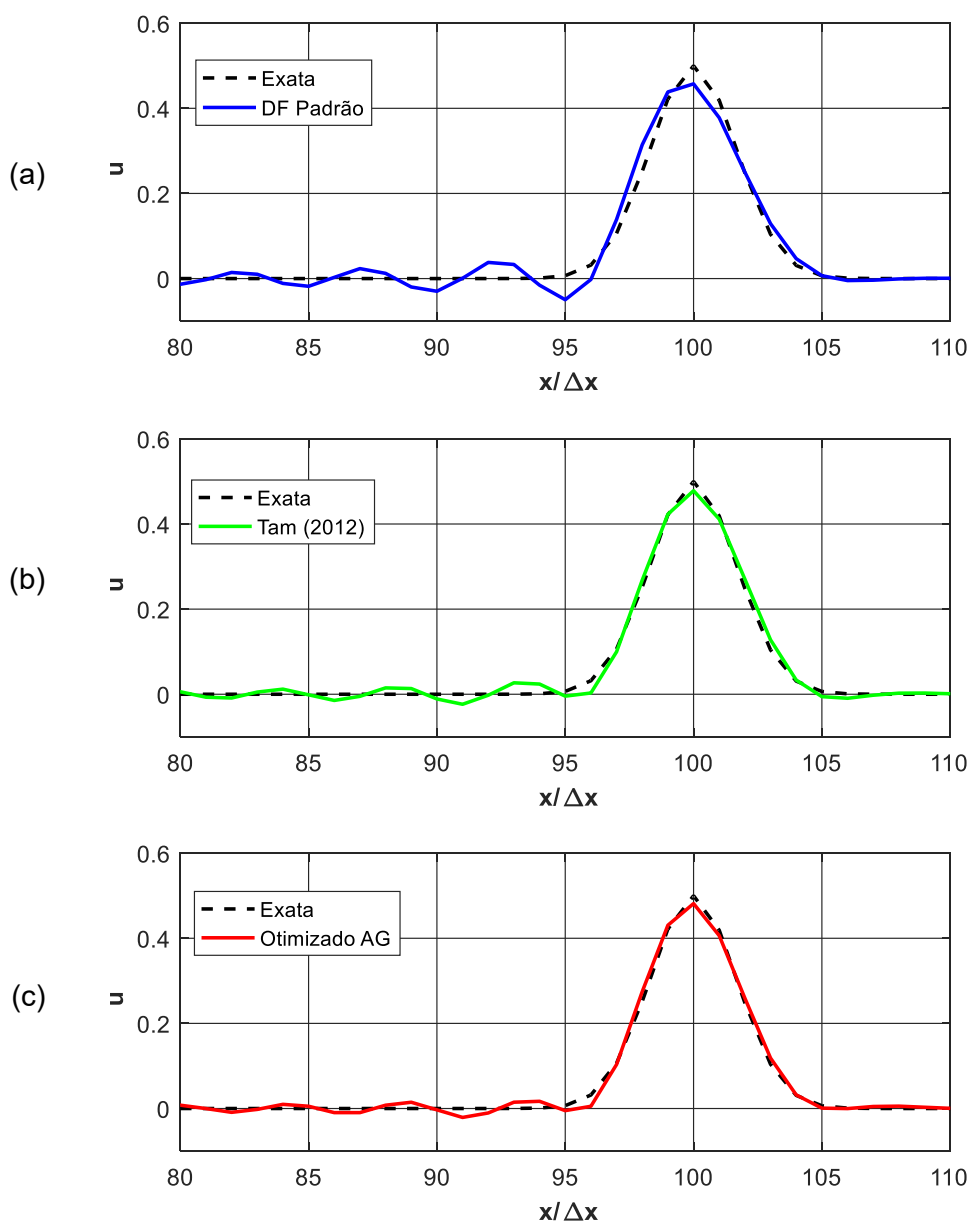
Gráfico 6.7 – Erros de dispersão dos três esquemas numéricos (a); Espectro de número de onda excitado pela condição inicial (b).



Fonte: Autoria própria.

Observa-se ainda no gráfico 6.7 que, para os números de onda acima de 1, aproximadamente, as três curvas estão abaixo da linha tracejada, indicando que nesta banda os números de onda irão propagar com velocidades mais baixas que a velocidade do som (c_0). Tal efeito é notado nas soluções apresentadas no gráfico 6.8 após 10.000 passos de tempo, em que o trem de ondas à esquerda do pulso gaussiano são os números de onda resolvidos com altos erros de dispersão e estão “atrasados” com relação grupo dos números de onda bem resolvidos. Este fenômeno numérico é mais pronunciado na subfigura (a), na qual foi utilizado diferenças finitas padrão de sexta ordem. Já nas subfiguras (b) e (c), onde são mostrados os resultados para os esquemas de Tam (2012) e o otimizado por algoritmos genéticos, respectivamente, observa-se melhores correlações com a solução exata.

Gráfico 6.8 – Comparação entre a solução exata (linha tracejada) e as soluções numéricas (a) diferenças finitas padrão de sexta ordem, (b) esquema apresentado por Tam (2012) e (c) otimizado por algoritmos genéticos.

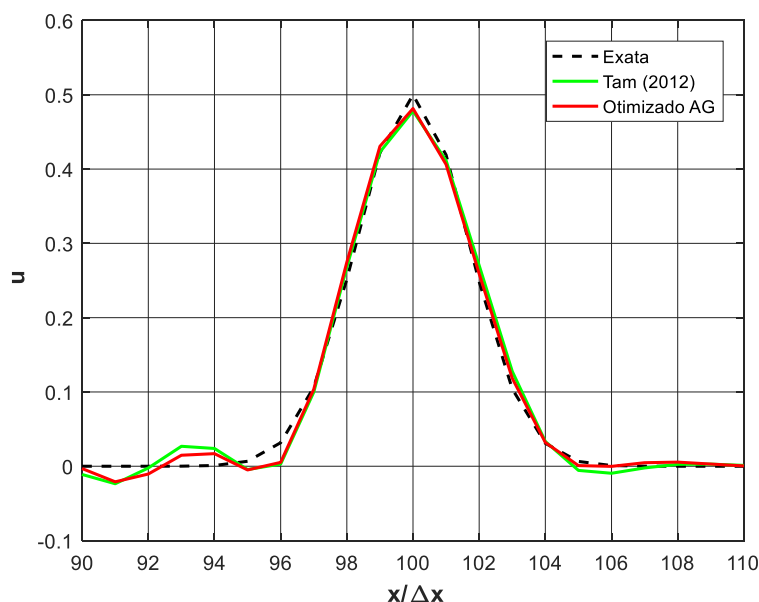


Fonte: Autoria própria.

Com o intuito de evidenciar o melhor desempenho da solução pelo esquema “Otimizado AG”, no gráfico 6.9 é apresentado a comparação com a solução pelo esquema de Tam (2012). Na solução pelo “Otimizado AG” observa-se amplitudes menores do trem de onda dispersos tanto à esquerda como à direita do pulso gaussiano, além da amplitude ligeiramente maior na posição $x/\Delta x = 100$, a qual indica que este esquema numérico dispersou menos energia. Portanto, o esquema

“Otimizado AG” será utilizado na solução dos escoamentos que serão analisados no Capítulo VII.

Gráfico 6.9 – Comparação entre a solução exata e as soluções numéricas por Tam (2012) e otimizado por algoritmos genéticos.



Fonte: Autoria própria.

6.3 ESQUEMA PADRÃO DE RUNGE-KUTTA

Voltando a atenção para os esquemas numéricos que calculam o avanço temporal das equações diferenciais, destaca-se dois grupos de métodos que podem ser utilizados para aproximar as derivadas temporais no domínio discretizado, sendo eles os métodos de passo simples e métodos de passo múltiplo. Os esquemas de Runge-Kutta e de Adams-Bashforth, são exemplos de métodos que são classificados como de passo simples e de passo múltiplo, respectivamente. Uma das diferenças entre eles refere-se à questão do custo computacional que, enquanto o primeiro grupo requer a solução apenas do passo anterior para avançar no tempo, o segundo necessita armazenar as soluções de dois ou mais passos de tempos anteriores, porém exige menos operações de ponto flutuante (FLOPS). Portanto, a decisão de utilizar os esquemas de um dos grupos é uma escolha entre utilizar mais processamento (CPU) e menos memória RAM ou vice-versa, além da estabilidade numérica fornecida pelo método. Nesse trabalho optou-se pela utilização dos métodos

de passo simples baseados no esquema explícito de Runge-Kutta, mas a metodologia que será apresentada a seguir pode ser estendida para os métodos de passo múltiplo.

Considere a dimensão do tempo dividida em subintervalos uniformes Δt , e n um inteiro que denota o índice do n -ésimo passo de tempo. Pode-se escrever a equação de evolução temporal como,

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = F(\vec{U}^n) \quad (6.24)$$

em que \vec{U}^n representa o vetor de variáveis no passo de tempo n e F a função que contém as derivadas espaciais. Para calcular a solução no passo de tempo $n + 1$, o esquema padrão de Runge-Kutta de quarta ordem avalia quatro vezes a função $F(\vec{U}^n)$ em tempos intermediários a n e $n + 1$, sendo essas avaliações denominadas de estágios. A Eq. (6.25) fornece a expressão geral do esquema de Runge-Kutta de quatro estágios,

$$\vec{U}^{n+1} = \vec{U}^n + \sum_{p=1}^4 w_p K_p. \quad (6.25)$$

onde:

$$\begin{cases} K_1 = F(\vec{U}^n)\Delta t \\ K_2 = F(\vec{U}^n + \beta_2 K_1)\Delta t \\ K_3 = F(\vec{U}^n + \beta_3 K_2)\Delta t \\ K_4 = F(\vec{U}^n + \beta_4 K_3)\Delta t \end{cases}$$

Os valores das constantes $w_1, w_2, w_3, w_4, \beta_2, \beta_3$ e β_4 são escolhidos de maneira que quando a Eq. (6.25) é expandida em série de Taylor a expressão do lado direito coincide com os termos da série truncada até o termo de quarta ordem. Para o esquema padrão de Runge-Kutta de quatro estágios as constantes assumem os seguintes valores:

$$w_1 = w_4 = \frac{1}{6}, \quad w_2 = w_3 = \frac{1}{3}, \quad \beta_2 = \beta_3 = \frac{1}{2}, \quad \beta_4 = 1. \quad (6.26)$$

De forma análoga ao cálculo das derivadas espaciais, os valores dos coeficientes apresentados na Eq. (6.26) seriam ótimos caso fosse utilizado um número muito grande de estágios no esquema de Runge-Kutta, ou seja, considerar mais termos na expansão em série de Taylor. Porém, como a série é truncada, deduz-se que tais coeficientes devem assumir novos valores para melhorar a precisão no avanço temporal da solução.

6.4 RUNGE-KUTTA OTIMIZADO NO DOMÍNIO DO NÚMERO DE ONDA

Uma alternativa para o cálculo dos coeficientes ótimos do esquema de Runge-Kutta foi proposta por Hu, Hussaini e Manthey (1996), denominado Runge-Kutta de Baixa Difusão e Dispersão (RKBDD), largamente utilizado na aeroacústica computacional. Na formulação do esquema RKBDD considera-se a equação de onda advectiva a seguir.

$$\frac{\partial}{\partial t} u(t, x) + c \frac{\partial}{\partial x} u(t, x) = 0 \quad (6.27)$$

Suponha que a derivada espacial da Eq. (6.27) seja aproximada por diferenças finitas de alta ordem, em seguida aplica-se a transformada de Fourier na dimensão x , resultando:

$$\frac{d}{dt} \tilde{u}(t, k^*) = -jck^* \tilde{u}(t, k^*) \quad (6.28)$$

onde $\tilde{u}(t, k^*)$ é a transformada de $u(t, x)$ no domínio do número de onda efetivo (k^*), c é a velocidade do som e j denota a unidade imaginária. Em seguida, utiliza-se o esquema de Runge-Kutta de quarta ordem (Eq. (6.25)) para calcular o avanço temporal da Eq. (6.28), em que neste caso $F(\tilde{u}) = -jck^* \tilde{u}$, resultando em,

$$\tilde{u}(t + \Delta t, k^*) = \tilde{u}(t, k^*) \left[1 + \sum_{p=1}^4 b_p (-jck^* \Delta t)^p \right] \quad (6.29)$$

onde

$$\begin{aligned}
b_1 &= \sum_{p=1}^4 w_p, & b_2 &= \sum_{p=2}^4 w_p \beta_p, \\
b_3 &= w_3 \beta_3 \beta_2 + w_4 \beta_4 \beta_3, & b_4 &= w_4 \beta_4 \beta_3 \beta_2.
\end{aligned} \tag{6.30}$$

Aplicando a transformada de Laplace à Eq. (6.29) e utilizando o teorema do deslocamento (*shift theorem*) tem-se

$$\tilde{u}(\omega, k^*) e^{-j\omega\Delta t} = \tilde{u}(\omega, k^*) \left[1 + \sum_{p=1}^4 b_p (-jck^*\Delta t)^p \right]. \tag{6.31}$$

Supondo $\tilde{u}(\omega, k^*) \neq 0$ pode-se simplificar este termo na última equação e assim após derivá-la com relação ao número de onda físico (k) obter

$$(-j\Delta t) e^{-j\omega\Delta t} \frac{d\omega}{dk} = \sum_{p=1}^4 p b_p (-jck^*\Delta t)^{p-1} (-jc\Delta t) \frac{dk^*}{dk}. \tag{6.32}$$

Reorganizando os termos dessa última e utilizando a expressão da Eq. (6.31), resulta na seguinte relação de dispersão para a equação de onda advectiva discretizada por Runge-Kutta de quarta ordem,

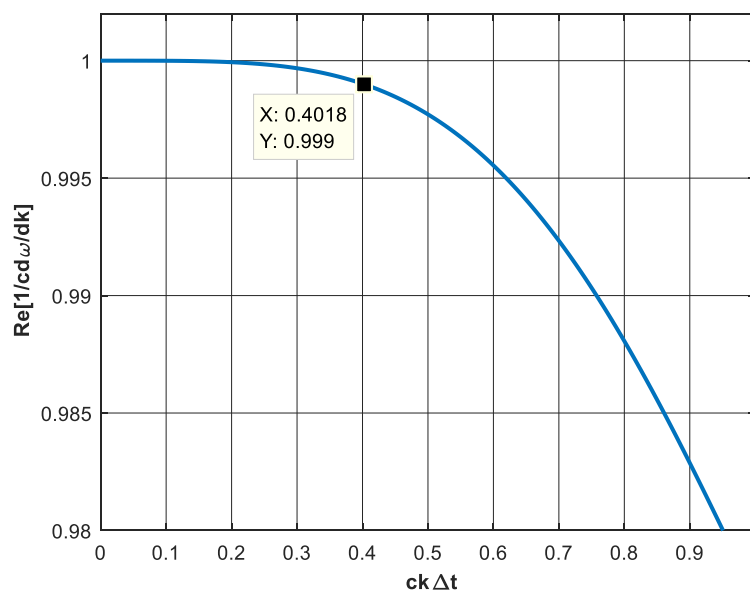
$$\frac{d\omega}{dk} = c \frac{[\sum_{p=1}^4 p b_p (-jck^*\Delta t)^{p-1}]}{[1 + \sum_{p=1}^4 b_p (-jck^*\Delta t)^p]} \frac{dk^*}{dk}. \tag{6.33}$$

Observa-se que mesmo se a derivada espacial for calculada de forma exata, ou seja, $dk^*/dk = 1$, a parte real da derivada $d\omega/dk$ não será igual à velocidade do som (c_0). Isso pois a divisão dos termos entre colchetes não é igual a 1 para qualquer número de onda. Portanto erros de dispersão numérica são introduzidos pelo esquema de Runge-Kutta.

Com o intuito de analisar isoladamente os erros de dispersão introduzido pelo esquema de avanço temporal, considera-se $dk^*/dk = 1$, o que implica em $k^* = k$, assim no gráfico 6.10 é mostrado a curva da parte real do adimensional $\frac{1}{c} d\omega/dk$ em função de $ck\Delta t$ para o esquema padrão de Runge-Kutta de quarta ordem. Observa-

se que erros de dispersão menores que -0,1% são obtidos no intervalo de $ck\Delta t < 0,4018$, acima deste valor a dispersão aumenta no sentido negativo do gráfico, indicando “atrasos” dos números de onda com relação à velocidade do som.

Gráfico 6.10 – Parte real de $\frac{1}{c}d\omega/dk$ em função de $ck\Delta t$ para o esquema padrão de Runge-Kutta de quarta ordem.



Fonte: Autoria própria.

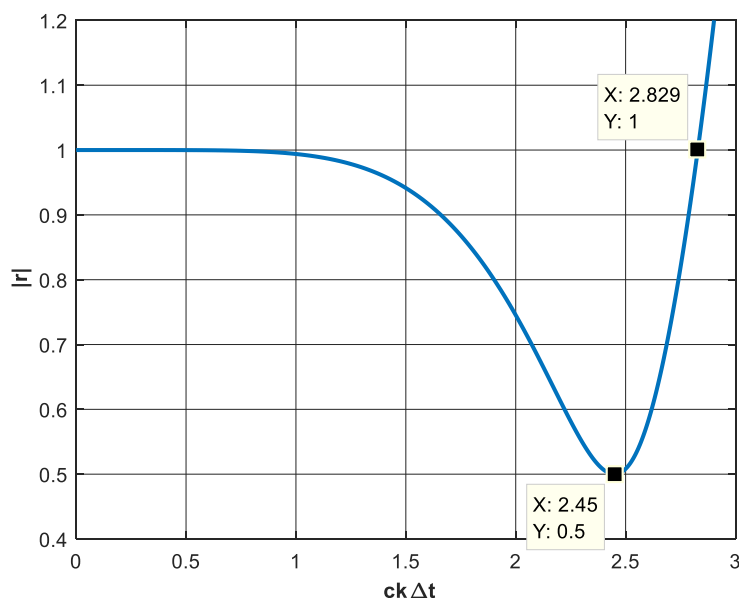
Além dos erros de dispersão, nota-se que a parte imaginária da derivada $d\omega/dk$ na Eq. (6.33) não é nula, assim o esquema numérico também deve lidar com erros de difusão ou amplificação numérica. Com o objetivo de analisar tais erros no esquema de Runge-Kutta de quarta ordem, utiliza-se a Eq. (6.29) para definir o fator de amplificação (r), calculado pela razão da solução no passo de tempo $n + 1$ pela solução no passo n , como mostrado a seguir.

$$r = \frac{\tilde{u}(t + \Delta t, k^*)}{\tilde{u}(t, k^*)} = 1 + \sum_{p=1}^4 b_p (-jck^*\Delta t)^p \quad (6.33)$$

O módulo de r representa a taxa de difusão/amplificação numérica e deve ser menor ou igual a 1 para que o esquema seja estável. Porém, $|r|$ também não deve ser muito menor do que 1 para que o esquema não seja excessivamente dissipativo. No gráfico 6.11 é mostrado a curva do módulo do fator de amplificação em função de

$ck\Delta t$, onde observa-se que para $ck\Delta t < 2,829$ o esquema é estável, com difusão máxima de 0,5, conforme indicado no gráfico.

Gráfico 6.11 – Módulo do fator de amplificação em função de $ck\Delta t$ para o esquema padrão de Runge-Kutta de quarta ordem.



Fonte: Autoria própria.

6.4.1 Otimização dos coeficientes b_p por algoritmos genéticos

Tendo em vista a metodologia de quantificação da dispersão e difusão do esquema de Runge-Kutta apresentada no item anterior, propõe-se otimizar os coeficientes b_p utilizando os algoritmos genéticos com o intuito de minimizar tais erros.

A função objetivo implementada é semelhante à utilizada na otimização dos coeficientes a_p das derivadas espacial (Eq. (6.14)), ou seja, avalia os candidatos à solução ótima subtraindo 2π do valor de $ck\Delta t$ onde ocorre o erro máximo definido pela cota superior do erro de dispersão. Porém, neste caso, é necessário impor restrições nos valores do módulo de fator de amplificação (r) conforme apresentado na Eq. (6.34), onde $Dissip_{max}$ denota a difusão máxima admitida no intervalo de $ck\Delta t$ prefixado.

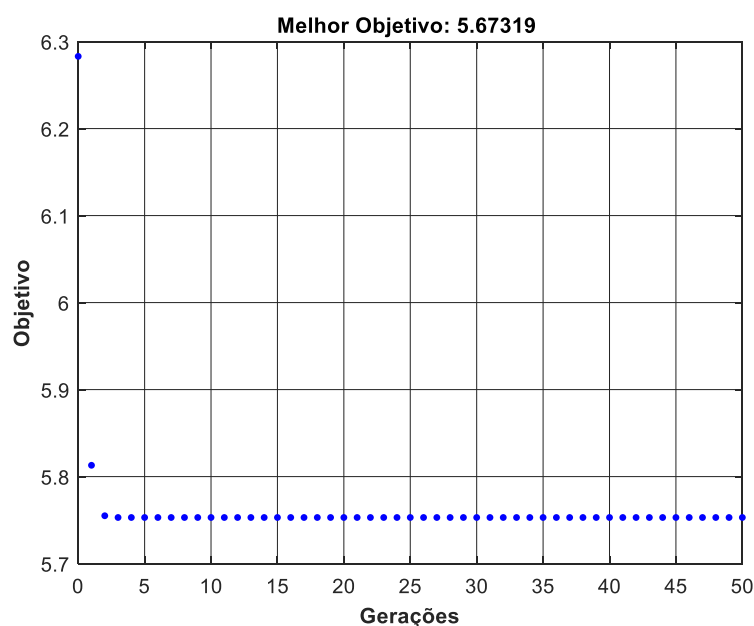
$$Dissip_{max} < |r| \leq 1 \quad (6.34)$$

O número de estágios no esquema otimizado por algoritmos genéticos será $p = 4$, o mesmo utilizado por Hu, Hussaini e Manthey (1996), isso confere ao

algoritmo quatro variáveis de otimização, b_1 , b_2 , b_3 e b_4 , as quais são entradas da função objetivo. O valor de $Dissip_{max}$ foi definido com base no esquema padrão de Runge-Kutta de quarta ordem, assim o fator de amplificação deve estar no intervalo $0,5 < |r| \leq 1$ para $ck\Delta t < 2,829$. Os parâmetros do algoritmo genético foram ajustados utilizando 100.000 indivíduos na população e 50 gerações, a cota máxima do erro de dispersão foi de 0,07% e os intervalos de busca de cada coeficiente foram obtidos impondo 10% de variação, para mais e para menos, nos valores dos coeficientes do esquema de Runge-Kutta de quarta ordem.

A evolução do valor da função objetivo em função das gerações do algoritmo genético é apresentada no gráfico 6.12, onde observa-se que logo nas primeiras gerações o erro máximo foi reduzido até aproximadamente 5,6732, que corresponde ao intervalo de $ck\Delta t$ otimizado de zero a 0,6102, tal valor permaneceu inalterado até o final da otimização.

Gráfico 6.12 – Evolução da função objetivo nas gerações do algoritmo genético.



Fonte: Autoria própria.

Os valores obtidos para os quatro coeficientes b_p otimizados são: $b_1 = 0,999316673352909$, $b_2 = 0,499934052482212$, $b_3 = 0,161663549003201$ e $b_4 = 0,040754468374164$, porém, para implementar este esquema é necessário obter os coeficientes β_p e w_p de acordo com a Eq. (6.30). Uma maneira simples de proceder este cálculo é manter os valores de β_p os mesmos do esquema padrão de Runge-

Kutta de quarta ordem e assim calcular os coeficientes w_p , dessa forma os resultados são apresentados no quadro 6.5.

Quadro 6.5 – Coeficientes do esquema de Runge-Kutta otimizado por AG.

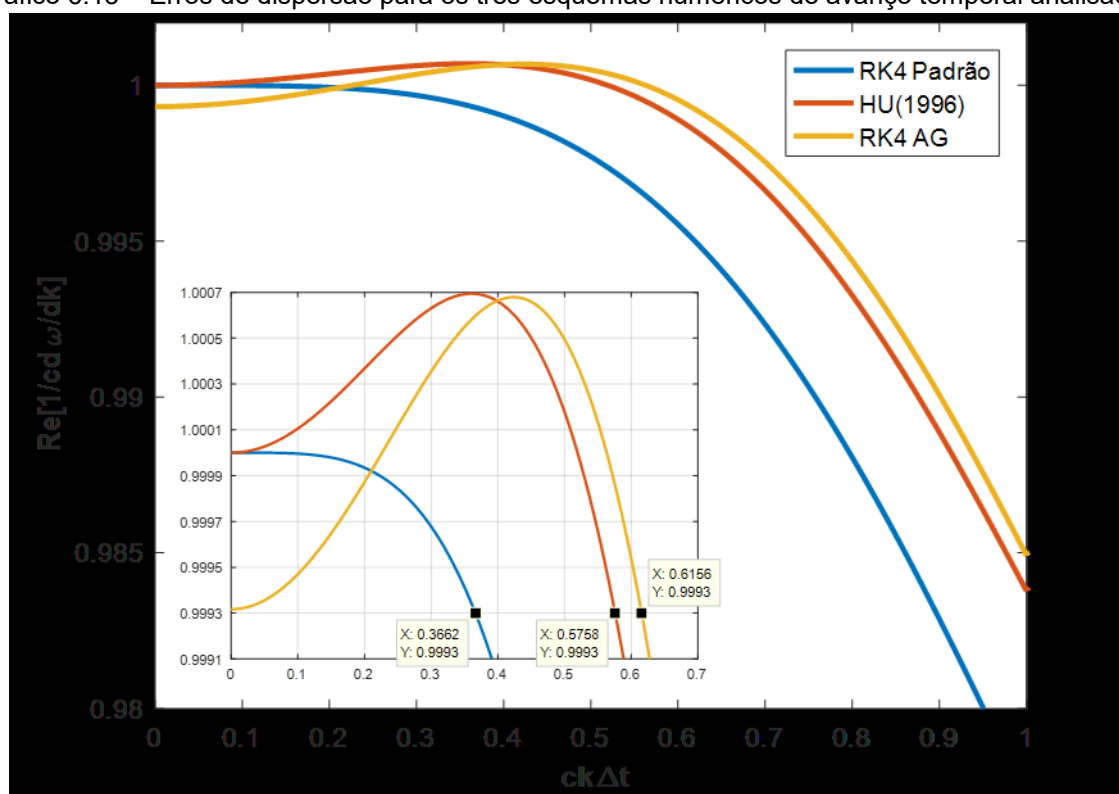
Coeficientes w_p	Coeficientes β_p
$w_1 = 0,162466441885141$	$\beta_2 = \beta_3 = 0,5$
$w_2 = 0,353213908951620$	$\beta_4 = 1$
$w_3 = 0,320618449019492$	
$w_4 = 0,163017873496656$	

Fonte: Autoria própria.

No gráfico 6.13 são apresentados os erros de dispersão em função de $ck\Delta t$, onde “RK4 Padrão”, “Hu (1996)” e “RK4 AG” referem-se ao esquema padrão de Runge-Kutta de quarta ordem, o esquema apresentado por Hu, Hussaini e Manthey (1996) e o otimizado por algoritmos genéticos, respectivamente. Na parte inferior esquerda do gráfico é mostrado o intervalo $0 \leq ck\Delta t \leq 0,7$ ampliado, no qual observa-se que até o número de onda correspondente a $ck\Delta t = 0,6156$ o esquema “RK4 AG” gera erros de dispersão menores que 0,07%. Por outro lado, o “HU (1996)” e o “RK Padrão” geram erros com esse mesmo nível de dispersão até $ck\Delta t = 0,5758$ e $ck\Delta t = 0,3662$, respectivamente. Portanto, com o esquema “RK4 AG” obteve-se um aumento da largura da banda de número de onda bem resolvido em 6,9% com relação à “HU (1996)” e 43% com relação à “RK4 Padrão”. Esta ampliação da largura da banda onda foi conseguido à custa do aumento dos erros para os baixos números de onda, como pode ser observado no intervalo $0 \leq ck\Delta t \leq 0,2$.

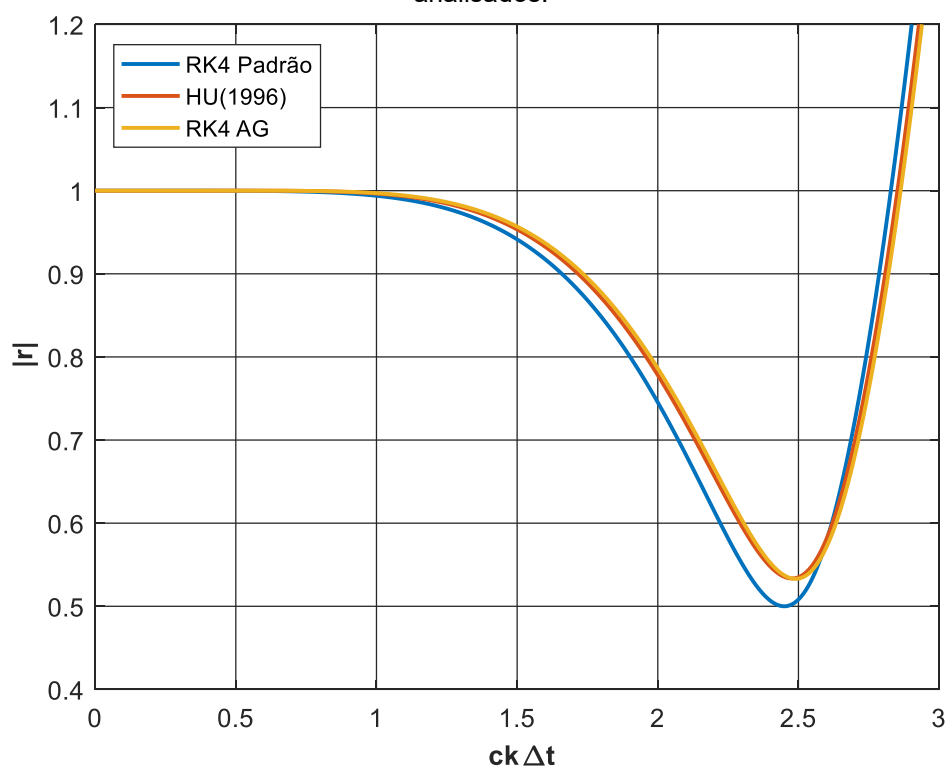
No gráfico 6.14 são mostrados os gráficos do módulo dos fatores de amplificação para o esquema padrão de Runge-Kutta de quarta ordem, o esquema apresentado por Hu, Hussaini e Manthey (1996) e o otimizado por algoritmos genéticos. Observa-se que a curva de $|r|$ do esquema “RK4 AG” se aproxima da curva do esquema “HU(1996)”, sendo que a primeira permanece abaixo do valor 1 até $ck\Delta t = 2,863$ e a segunda até $ck\Delta t = 2,852$, ou seja, a estabilidade o esquema “RK4 AG” é ligeiramente maior que o esquema de Hu, Hussaini e Manthey (1996).

Gráfico 6.13 – Erros de dispersão para os três esquemas numéricos de avanço temporal analisados.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 6.14 – Módulo do fator de amplificação para os três esquemas numéricos de avanço temporal analisados.



Fonte: Autoria própria.

6.4.2 Caso teste temporal

No caso teste temporal, deseja-se validar os resultados do esquema “RK4 AG” obtido pela otimização por algoritmos genéticos. Para isso, considere o problema de valor inicial descrito pela equação de onda advectiva unidimensional e a condição inicial dada pela função Gaussiana, como apresentado na Eq. (6.35), sendo a solução exata fornecida pela Eq. (6.36).

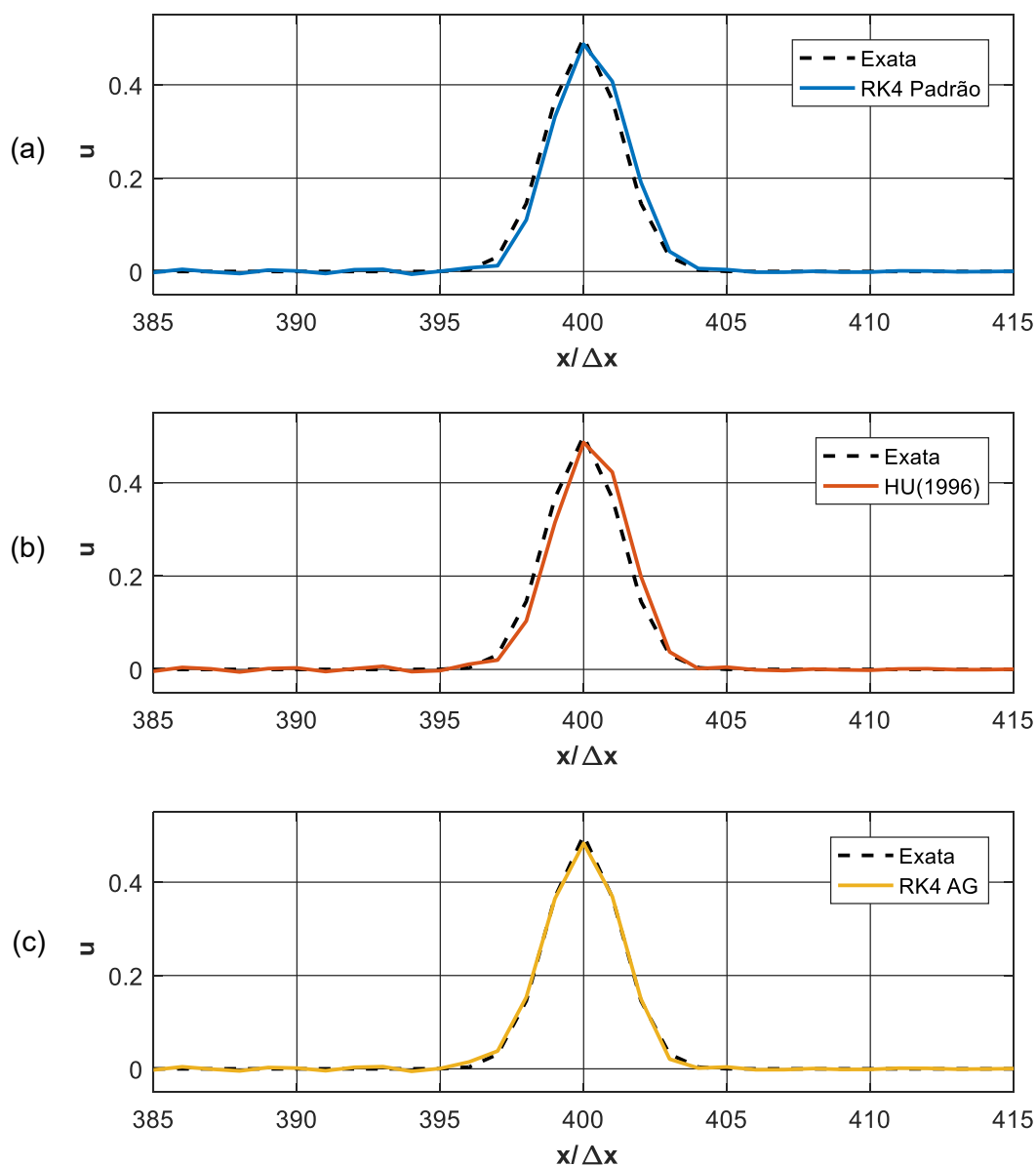
$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} u(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} u(t, x) = 0 \\ u(0, x) = 0,5 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x}{n_{\Delta x}} \right)^2 \right] \end{cases} \quad (6.35)$$

$$u(t, x) = 0,5 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x-t}{n_{\Delta x}} \right)^2 \right] \quad (6.36)$$

A derivada temporal $\partial u / \partial t$ será resolvida pelos esquemas “RK Padrão”, “HU(1996)” e “RK4 AG”, sendo a relação $\Delta t / \Delta x$ ajustada para 0,2. A derivada espacial $\partial u / \partial x$ é obtida pelo esquema padrão de diferenças finitas centradas com 15 pontos (décima quarta ordem), conseqüentemente os erros numéricos introduzidos na solução serão, principalmente, devido ao cálculo da derivada temporal.

Tomando $n_{\Delta x} = 2$ e $\Delta x = 1$ na Eq. (6.22), as soluções do problema resolvido pelos três esquemas de avanço temporal são apresentadas no gráfico 6.15 após 2.000 passos de tempo. Para este caso, nota-se níveis de dispersão numérica semelhantes nas subfiguras (a) e (b), onde foram utilizados os esquemas de Runge-Kutta padrão e o apresentado por Hu, Hussaini e Manthey (1996), respectivamente. Por outro lado, comparando as subfiguras (a) e (b) com a (c), observa-se nesta última que a curva de solução numérica fornecida pelo esquema “RK4 AG” correlaciona-se bem com a solução exata, evidenciando os bons resultados do processo de otimização dos coeficientes por algoritmos genéticos.

Gráfico 6.15 – Comparação entre a solução exata (linha tracejada) e as soluções numéricas (a) Runge-Kutta padrão de ordem 4, (b) Hu, Hussaini e Manthey (1996) e (c) Runge-Kutta de ordem 4 otimizado por algoritmos genéticos.



Fonte: Autoria própria.

6.5 CONDIÇÃO DE CONTORNO NÃO REFLEXIVA (CCNR)

Inevitavelmente o domínio computacional de simulações computacionais deve ser finito, por outro lado, em muitos problemas de aeroacústica as ondas sonoras geradas pelos escoamentos propagam-se livremente para o campo distante. Portanto, para modelar este tipo de situação deve-se utilizar condições de contorno que sejam “transparentes”, isto é, computacionalmente a propagação das ondas não é afetada pela presença dos contornos do domínio. Tal situação também pode ser interpretada

como uma condição de contorno que possui cem por cento de absorção, por isso é comumente denominada de Condição de Contorno Não Reflexiva (CCNR).

Nesta tese será utilizada a condição de contorno baseada nas equações características de Navier-Stokes (*Navier-Stokes characteristic boundary conditions*), conhecida pela sigla NSCBC. Esta técnica trabalha com a decomposição das equações que modelam a fluidodinâmica através de ondas características unidimensionais que propagam na direção perpendicular aos contornos, permitindo o controle numérico das ondas que entram e saem do domínio. Após o cálculo das ondas características nos pontos da malha contidos nos contornos, as variáveis são avançadas para o próximo passo de tempo a fim de fornecer valores limites para o cálculo dos pontos interiores (MOTHEAU; ALMGREN; BELL, 2017).

Considere as equações diferenciais que modelam os escoamentos compressíveis no espaço bidimensional expressas por

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} + \mathbf{G} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial y} = \mathbf{S}_Q, \quad (6.37)$$

onde $\mathbf{Q} = \{\rho, u, v, p\}$ é o vetor das variáveis fluidodinâmicas, \mathbf{F} e \mathbf{G} são matrizes definidas por

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} u & p & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & \frac{1}{\rho} \\ 0 & 0 & u & 0 \\ 0 & \rho c^2 & 0 & u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} v & 0 & \rho & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & \frac{1}{\rho} \\ 0 & 0 & \rho c^2 & v \end{bmatrix}, \quad (6.38)$$

em que $c = \sqrt{\gamma RT}$ é a velocidade do som. O termo fonte \mathbf{S}_Q é definido pela seguinte expressão

$$\mathbf{S}_Q = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{\rho} \tau_{xx} \\ \frac{1}{\rho} \tau_{xy} \\ (\gamma - 1) \left(\tau_{xx} u + \tau_{xy} v + \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) \end{array} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{\rho} \tau_{yx} \\ \frac{1}{\rho} \tau_{yy} \\ (\gamma - 1) \left(\tau_{yx} u + \tau_{yy} v + \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) \end{array} \right\}. \quad (6.39)$$

Através da diagonalização da matriz \mathbf{F} , a Eq. (6.37) pode ser reformulada em termos das ondas características unidimensionais que se propagam na direção x , resultando no seguinte sistema de equações

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \mathbf{S}_x \mathbf{\Lambda} \mathbf{S}_x^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} + \mathbf{G} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial y} = \mathbf{S}_Q, \quad (6.40)$$

onde $\mathbf{\Lambda} = \lambda \mathbf{I}_{4 \times 4}$ é a matriz identidade de dimensões 4x4 contendo os autovalores da equação, que é interpretada fisicamente como sendo a velocidade de propagação das ondas características que deixam ou adentram o domínio, sendo elas

$$\lambda_1 = u - c, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = u \text{ e } \lambda_4 = u + c. \quad (6.41)$$

A matriz \mathbf{S}_x e sua inversa \mathbf{S}_x^{-1} representam os autovetores da equação, definidos por

$$\mathbf{S}_x = \begin{bmatrix} \frac{1}{2c^2} & \frac{1}{c^2} & 0 & \frac{1}{2c^2} \\ -\frac{1}{2\rho c} & 0 & 0 & \frac{1}{2\rho c} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_x^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -\rho c & 0 & 1 \\ c^2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \rho c & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.42)$$

Denota-se a expressão $\mathbf{\Lambda} \mathbf{S}_x^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x}$ pelo vetor \mathbf{L} , o qual modela as variações de amplitude no tempo das ondas características (POINSOT; LELE, 1992).

$$\mathbf{L} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{S}_x^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} = \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda_1 \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \rho c \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \lambda_2 \left(c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ \lambda_3 \frac{\partial v}{\partial x} \\ \lambda_4 \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho c \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{Bmatrix}. \quad (6.43)$$

Seguindo o princípio da abordagem da NSCBC, deve-se fornecer um modelo para as expressões da Eq. (6.43) de modo a impor as propriedades físicas desejadas nos contornos do domínio. Substituindo a Eq. (6.43) na Eq. (6.40) resulta

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \mathbf{d} + \mathbf{G} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial y} = \mathbf{S}_Q, \quad (6.44)$$

em que o vetor \mathbf{d} é denominado de sistema local unidimensional segundo Poinso e Lele (1992), e calculado por

$$\mathbf{d} = \mathbf{S}_x \mathbf{L} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{c^2} \left[L_2 + \frac{1}{2}(L_1 + L_4) \right] \\ \frac{1}{2\rho c} (L_4 - L_1) \\ L_3 \\ \frac{1}{2} (L_1 + L_4) \end{array} \right\} \quad (6.45)$$

O sistema de equações Eq. (6.37) suporta a propagação de três tipos de ondas, sendo elas ondas de entropia, vorticidade e acústica. As ondas de entropia e vorticidade são convectadas a jusante pelo campo de velocidade média e, por outro lado, as ondas acústicas propagam-se em todas as direções no caso de escoamentos em regime subsônico. Assim, na fronteira do domínio onde tem-se uma condição de velocidade de entrada, as ondas de saída consistem apenas em ondas acústicas. Nas regiões de saída do escoamento as ondas são compostas pelos três tipos. Como consequência, deve-se desenvolver condições de contorno não reflexivas específicas para as entradas e saídas do escoamento, que na presente tese será tratado em regime subsônico. A seguir, são apresentados os modelos para as expressões da Eq. (6.43) para os contornos onde há a saída e a entrada do escoamento.

6.5.1 CCNR na saída (*outflow*)

Considere a condição não reflexiva sendo aplicada no contorno perpendicular ao eixo x de um domínio bidimensional cartesiano. Neste caso, somente uma onda característica que adentra o domínio é desconhecida, a qual é modelada por

$$L_\phi = K(p - p_{imp}) - (1 - \beta)\mathcal{T}_\phi, \quad (6.46)$$

em que $\phi = 1$ ou $\phi = 4$ caso o contorno estiver localizado no índice da malha correspondente a L_x ou 1, respectivamente, sendo que os outros valores de L devem ser calculados de acordo com a Eq. (6.43).

O termo p_{imp} refere-se à pressão que desejasse impor no contorno de saída e β é o parâmetro que controla a contribuição do termo transversal \mathcal{T}_ϕ . De acordo com o trabalho de Motheau, Almgren e Bell (2017), o termo transversal \mathcal{T}_ϕ é definido como

$$\mathcal{T}_1 = v \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho c \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \gamma p \frac{\partial v}{\partial y} \quad (6.47)$$

ou

$$\mathcal{T}_4 = v \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho c \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \gamma p \frac{\partial v}{\partial y}. \quad (6.48)$$

O parâmetro K da Eq. (6.46) é o coeficiente de relaxação, o qual controla a rapidez com que a pressão p_{imp} é imposta na solução, isto é, quanto maior o valor desse coeficiente mais rápido a solução atinge a pressão p_{imp} imposta, porém, maiores são os erros de dispersão introduzidos na solução. Na Eq. (6.49) é mostrado a expressão de cálculo do parâmetro K , sendo ζ uma constante usualmente ajustada para 0,25, como apresenta os resultados de Rudy e Strikwerda (1980).

$$K = \frac{\zeta c (1 - M^2)}{L_x} \quad (6.49)$$

Vale ressaltar que a escolha dos parâmetros ζ e β é altamente dependente do tipo de escoamento modelado, já o número de Mach (M) deve ser tomado como o valor local onde está impondo a condição de contorno ou valor médio de todo o contorno do escoamento de saída.

6.5.2 CCNR na entrada (*inflow*)

No contorno onde aplica-se a condição de contorno de entrada do escoamento existem os três tipos ondas (entropia, vorticidade e acústica) adentrando o domínio e somente uma saindo, a onda acústica. As amplitudes destas ondas são modeladas de acordo com as seguintes expressões

$$L_\phi = \eta_\phi \frac{\rho c^2 (1 - M^2)}{L_x} (u - u_{imp}) - \mathcal{T}_\phi, \quad (6.50)$$

$$L_2 = \eta_2 \frac{\rho c R}{L_x} (T - T_{imp}) - \mathcal{T}_2, \quad (6.51)$$

$$L_3 = \eta_3 \frac{c}{L_x} (v - v_{imp}) - \mathcal{T}_3, \quad (6.52)$$

onde η é o parâmetro análogo ao coeficiente K da Eq. (6.46), quanto maior seu valor mais rápido a solução atinge os valores de u_{imp} , T_{imp} e v_{imp} impostos em cada uma das três equações acima. O ideal é ajustar o valor de η o mais baixo possível, pois assim os erros de dispersão introduzidos nos instantes iniciais da solução são minimizados, porém impacta-se negativamente no custo computacional, já que a solução transiente perdura por mais tempo.

Novamente, se o contorno está localizado no índice da malha correspondente a L_x ou 1 os respectivos valores são $\phi = 1$ ou $\phi = 4$. As expressões para os termos transversais \mathcal{T}_1 e \mathcal{T}_4 são definidas nas equações (6.47) e (6.48), sendo os termos remanescentes \mathcal{T}_2 e \mathcal{T}_3 definidos como

$$\mathcal{T}_2 = v \left(c^2 \frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} \right) + c^2 \rho \frac{\partial v}{\partial y} - \gamma p \frac{\partial v}{\partial y} \quad (6.53)$$

$$\mathcal{T}_3 = v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (6.54)$$

6.5.3 Caso teste da CCNR

Com o propósito de validar a eficácia da condição de contorno não reflexiva baseada nas equações características de Navier-Stokes, considere o caso bidimensional de convecção de vorticidade, frequentemente utilizado para testar condições de contorno. A configuração desse problema consiste em uma vorticidade sendo advectada por um escoamento uniforme na direção de x em que as linhas de corrente iniciais são dadas pela função Ψ a seguir,

$$\Psi = \Gamma \exp\left(\frac{-r^2}{2R_v^2}\right) + U_0 y \quad (6.55)$$

onde Γ e R_v são a amplitude e o raio do vórtice, respectivamente, U_0 é a velocidade uniforme na direção x e $r = \sqrt{(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2}$ é a distância radial do centro do

vórtice localizado em $[x_v, y_v]$. Os campos iniciais de velocidade e pressão são calculados pelas equações (6.56) e (6.57), respectivamente,

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad (6.56)$$

$$p(r) = p_{amb} \exp \left[-\frac{\gamma}{2} \left(\frac{\Gamma}{cR_v} \right)^2 \exp \left(-\frac{r^2}{R_v^2} \right) \right] \quad (6.57)$$

e o correspondente campo de massa específica é dado por

$$\rho(r) = \frac{p(r)}{RT_{amb}}, \quad (6.58)$$

sendo p_{amb} e T_{amb} a pressão e temperatura ambiente, tomadas como constantes.

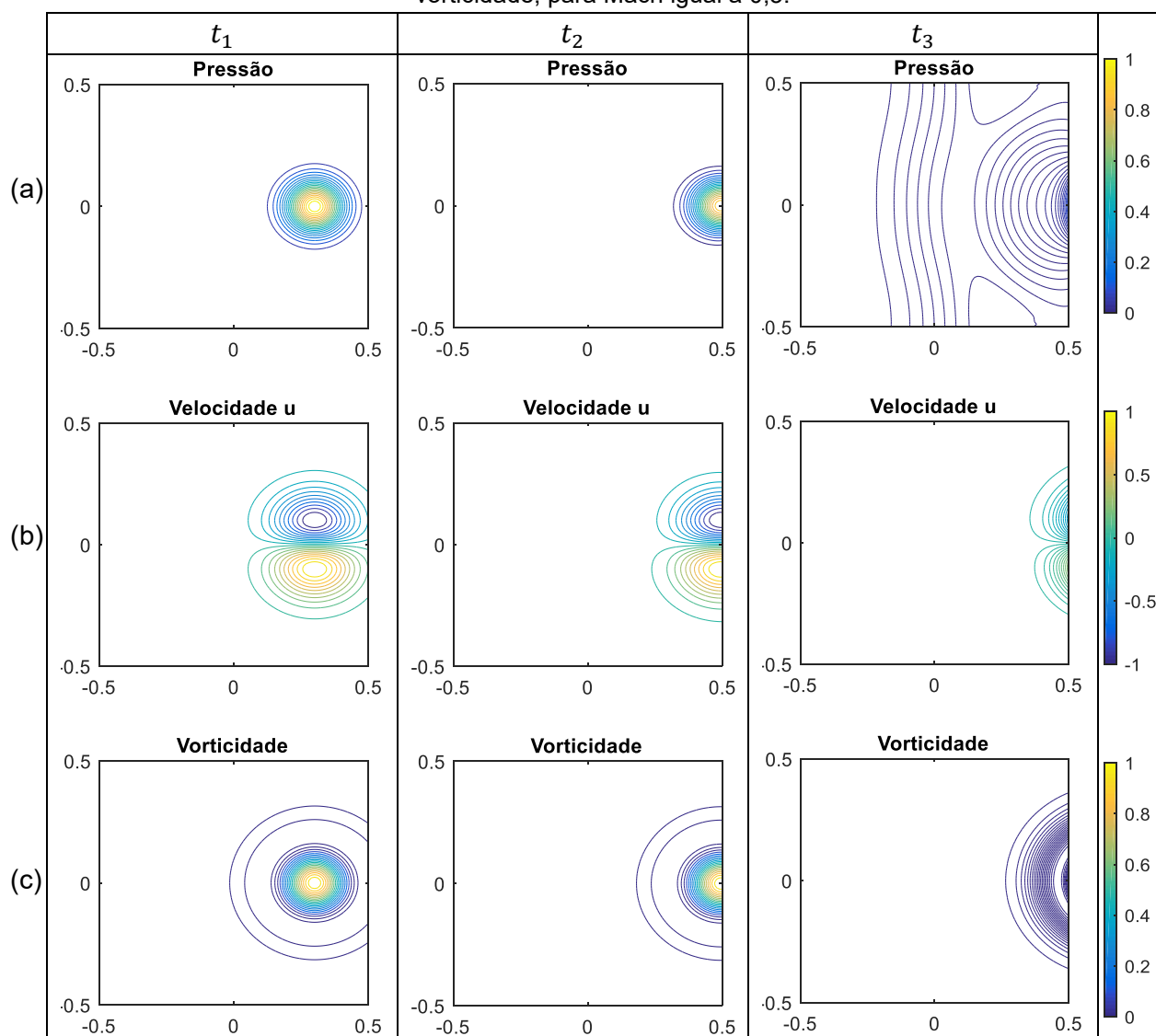
Neste presente caso teste, o domínio computacional é definido por uma região quadrada de lado $L = 0,013$ metros discretizado por 100×100 pontos. A temperatura e pressão ambiente são ajustadas para 300 K e 101,3 Pa, respectivamente. O vórtice está localizado no centro $[0, 0]$ do domínio, sendo $\Gamma = 0,05$, R_v é igual a 10% do tamanho do domínio L , a velocidade U_0 é ajustada para duas situações referentes a Mach é igual a 0,3 e 0,9 e o número Reynolds é fixado em 16600.

Na fronteira esquerda do domínio é imposta a condição de contorno não reflexiva referente à entrada do escoamento (*inflow*) e na fronteira direita é imposta a condição referente à saída do escoamento (*outflow*). Nas fronteiras superiores e inferiores é imposto a condição de contorno periódica. Os parâmetros que controlam a CCNR são ajustados para $\eta = 1$ (todos os η), $\zeta = 0,25$ e β é igual à média do número de Mach correspondente à região do contorno modelado, semelhante aos parâmetros ajustados no trabalho de Lodato, Domingo e Vervisch (2008).

No gráfico 6.16 é mostrado a evolução temporal dos contornos dos campos de pressão, velocidade u e vorticidade, normalizados segundo os valores máximos das respectivas condições iniciais. Nessa primeira situação, a velocidade uniforme U_0 é ajustada para o valor correspondente a Mach igual a 0,3. O tempo t_1 corresponde ao instante em que a onda de pressão inicia sua interação com a condição de contorno não reflexiva de saída. Os tempos t_2 e t_3 referem-se aos instantes intermediário e final

da interação da onda de pressão com contorno, respectivamente. Comparando o instante t_1 com o t_3 do campo de pressão, gráfico 6.16(a), tem-se que as amplitudes máximas das ondas incidente e refletida são de 1 e 0,062, respectivamente, isso equivale a 24 dB de redução relativa à onda incidente. No campo de velocidade essa redução é 37 dB (1 para 0,014) e no campo de vorticidade 22 dB (1 para 0,082).

Gráfico 6.16 – Evolução temporal dos campos de (a) pressão, (b) velocidade horizontal e (c) vorticidade, para Mach igual a 0,3.

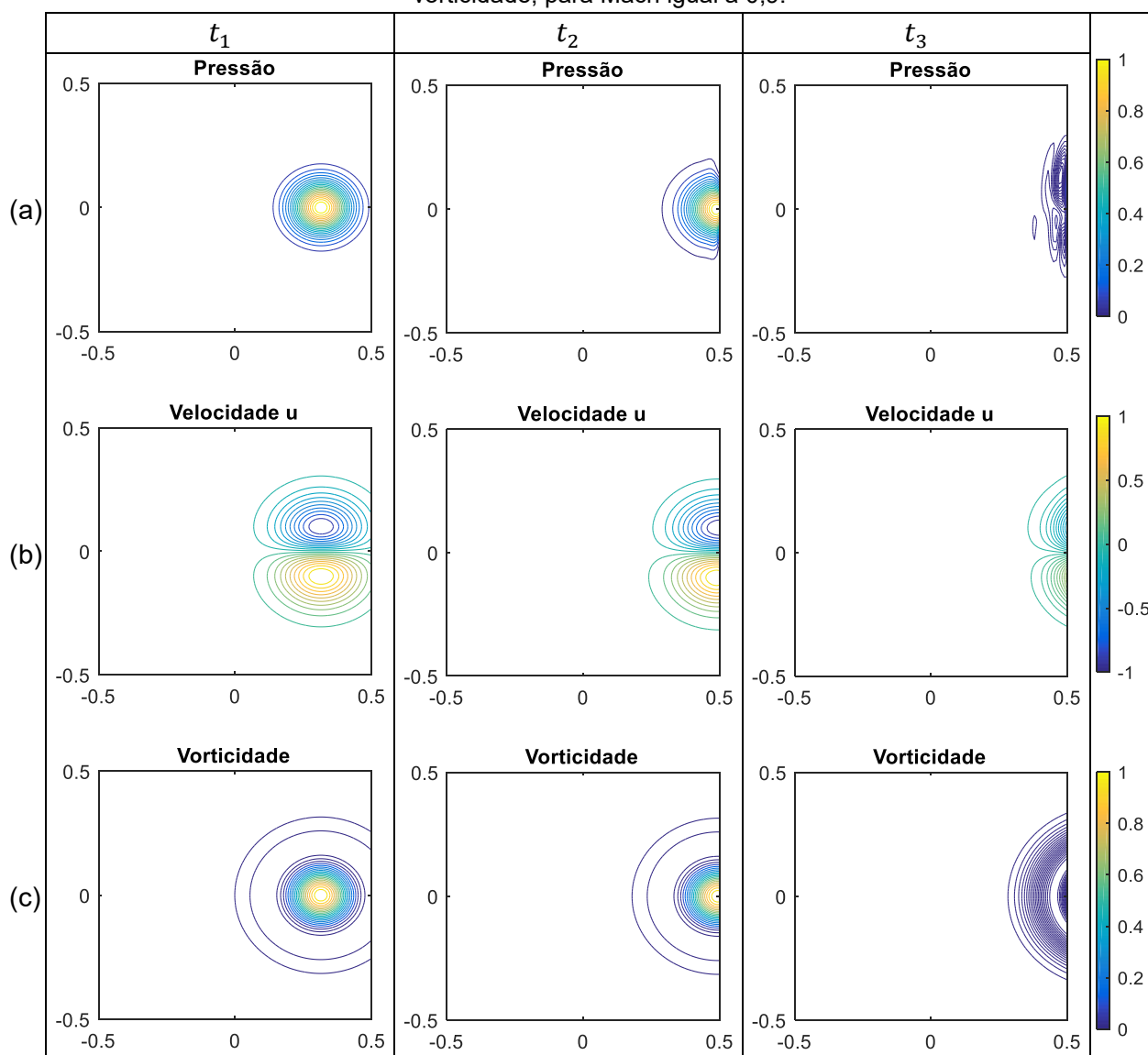


Fonte: Autoria própria.

Na segunda situação o valor da velocidade U_0 correspondente a Mach igual a 0,9 e os outros parâmetros do escoamento foram mantidos os mesmos. No gráfico 6.17 é apresentado a evolução temporal da pressão, velocidade u e vorticidade de maneira análoga ao que foi feito no gráfico 6.16. Nesse caso nota-se que o

desempenho da condição de contorno não reflexiva é ainda melhor, para o campo de pressão a redução relativa de amplitude das ondas incidente e refletida chegou a 38 dB (1 para 0,012) e nos campos de velocidade e vorticidade foi de 44 dB (1 para 0,004) e 34 dB (1 para 0,02), respectivamente.

Gráfico 6.17 – Evolução temporal dos campos de (a) pressão, (b) velocidade horizontal e (c) vorticidade, para Mach igual a 0,9.



Fonte: Autoria própria.

6.6 FILTRO

No início desse capítulo foi investigado sobre o comportamento do número de onda efetivo ($k^* \Delta x$) em função do número de onda físico ($k \Delta x$) quando utiliza-se o esquema de diferenças finitas para aproximar as derivadas espaciais, conforme

gráfico (6.1). Para os baixos números de onda tem-se que $k^*\Delta x \simeq k\Delta x$ e assim a derivada espacial é calculada de forma satisfatória. Por outro lado, para os altos números de onda os erros numéricos não são desprezíveis e podem dominar a solução. Tal análise sugere a divisão do espectro em baixos números de onda, onde $k^*\Delta x$ é aproximadamente igual a $k\Delta x$, e altos números de onda, em que os erros numéricos são dominantes. Para melhorar a qualidade da solução e evitar instabilidades numéricas, deve-se remover os altos números de onda da solução computacional assim que elas são geradas. Uma das formas de proceder é introduzindo a filtragem numérica que, nesta tese, seguirá a metodologia apresentada por Gaitonde e Visbal (2000).

Considere a variável u que denota a solução numérica não filtrada e o inteiro i que representa o índice do i -ésimo ponto da malha, assim a solução filtrada \hat{u} é calculada por

$$\alpha_f \hat{u}_{i-1} + \hat{u}_i + \alpha_f \hat{u}_{i+1} = \sum_{p=0}^N \frac{c_p}{2} (u_{i+p} + u_{i-p}) \quad (6.59)$$

onde c_p são os coeficientes do filtro em função do parâmetro α_f e N controla a ordem do filtro. No quadro 6.6 é mostrado como c_p se relaciona com α_f para filtros de segunda, quarta e sexta ordem.

Quadro 6.6 – Coeficientes dos filtros de 2ª, 4ª e 6ª ordens.

Ordem do Filtro	c_0	c_1	c_2	c_3
2ª	$\frac{1}{2} + \alpha_f$	$\frac{1}{2} + \alpha_f$	0	0
4ª	$\frac{5}{8} + \frac{3\alpha_f}{4}$	$\frac{1}{2} + \alpha_f$	$\frac{-1}{8} + \frac{\alpha_f}{4}$	0
6ª	$\frac{11}{16} + \frac{5\alpha_f}{8}$	$\frac{15}{32} + \frac{17\alpha_f}{16}$	$\frac{-3}{16} + \frac{3\alpha_f}{8}$	$\frac{1}{32} - \frac{\alpha_f}{16}$

Fonte: Autoria própria.

O parâmetro α_f pode assumir os valores fornecidos pela inequação $-0,5 < \alpha_f \leq 0,5$ e, nesse intervalo quanto maior o valor de α_f menos dissipativo o filtro se torna.

Portanto, a Eq. (6.59) representa um sistema tridiagonal de equações simultâneas que, por outro lado, pode ser resolvida facilmente de maneira explícita caso $\alpha_f = 0$.

O seguinte filtro explícito de sexta ordem foi escolhido para ser utilizado nos pontos internos da malha computacional

$$\hat{u}_i = \sum_{p=0}^3 \frac{c_p}{2} (u_{i+p} + u_{i-p}), \quad (6.60)$$

com coeficientes $c_0 = 11/16$, $c_1 = 15/32$, $c_2 = -3/16$ e $c_3 = 1/32$. Assim como foi feito para o esquema de diferenças finitas, a equação do filtro deve ser modificada para os pontos próximos aos contornos, conforme apresentado por Visbal e Gaitonde (2002). A Eq. (6.61) corresponde ao filtro de sexta ordem explícito aplicado aos pontos distantes de três e duas posições ($i = 2$ e $i = 3$) da fronteira esquerda da direção x .

$$\hat{u}_i = \sum_{p=1}^7 c_{p,i} u_p, \quad i = 2, 3 \quad (6.61)$$

onde os coeficientes $c_{p,2}$ são dados por

$$\begin{aligned} c_{1,2} &= \frac{1}{64}, & c_{2,2} &= \frac{29}{32}, & c_{3,2} &= \frac{15}{64}, & c_{4,2} &= \frac{-5}{16}, \\ c_{5,2} &= \frac{15}{64}, & c_{6,2} &= \frac{-3}{32}, & c_{7,2} &= \frac{1}{64}, \end{aligned} \quad (6.62)$$

e os coeficientes $c_{p,3}$ são dados por

$$\begin{aligned} c_{1,3} &= \frac{-1}{64}, & c_{2,3} &= \frac{3}{32}, & c_{3,3} &= \frac{49}{64}, & c_{4,3} &= \frac{5}{16}, \\ c_{5,3} &= \frac{-15}{64}, & c_{6,3} &= \frac{3}{32}, & c_{7,3} &= \frac{-1}{64}. \end{aligned} \quad (6.63)$$

Uma equação similar é aplicada aos pontos distantes de três e duas posições da fronteira direita do domínio, expressa como

$$\hat{u}_i = \sum_{p=0}^6 c_{N-p,i} u_{N-p}, \quad i = N - 1, N - 2 \quad (6.64)$$

onde N denota o número de pontos discretos da direção x e $c_{N-p,i}$ é dado por

$$c_{N-p,i} = c_{p+1,N-i+1}. \quad (6.65)$$

Os pontos localizados sobre as fronteiras esquerda e direita ($i = 1$ e $i = N$) não são filtrados. Para problemas multidimensionais, o filtro é aplicado de forma sequencial às direções cartesianas x , y e z em cada variável do problema logo após o avanço no tempo.

6.6.1 Caso teste do filtro

Considere o mesmo problema de onda advectiva unidimensional descrito na seção 6.2.3 ($\partial u / \partial t + \partial u / \partial x = 0$) e a condição inicial $g(x)$ dada pela função degrau, também conhecida por função de *Heaviside*, conforme a expressão a seguir,

$$g(x) = H(x + M) - H(x - M) \quad (6.66)$$

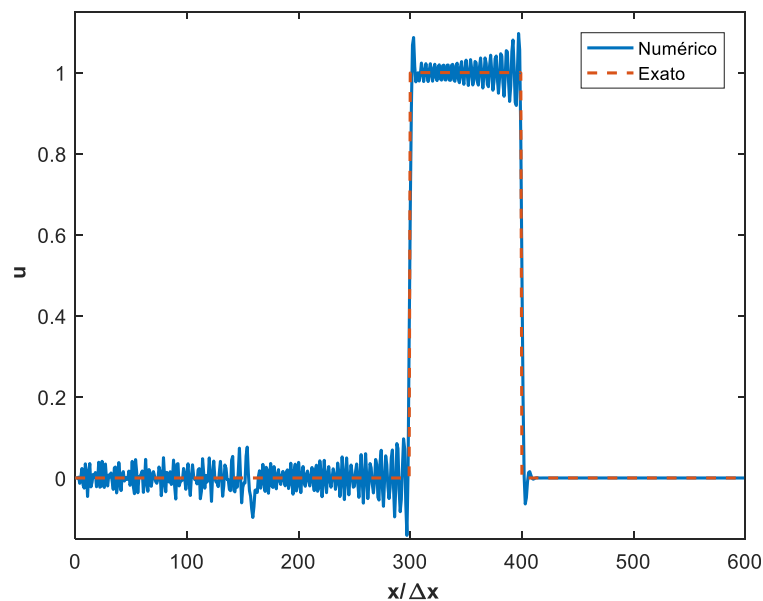
onde $H(x)$ é a função degrau unitário e M é uma constante positiva que controla a largura do degrau. A solução exata é,

$$u(t, x) = H(x - t + M) - H(x - t - M) + H(x + t + M) - H(x + t - M) \quad (6.67)$$

As derivadas espaciais e temporais desse problema foram calculadas através dos esquemas numéricos otimizados por algoritmos genéticos, desenvolvidos nos tópicos anteriores. Assim, tomando $M = 50$, no gráfico 6.18 é mostrada a solução numérica sem a aplicação do filtro comparada com a solução exata após 2000 passos de tempo. Como pode ser visualizado, a solução numérica é contaminada por erros caracterizados por oscilações de altos números de onda.

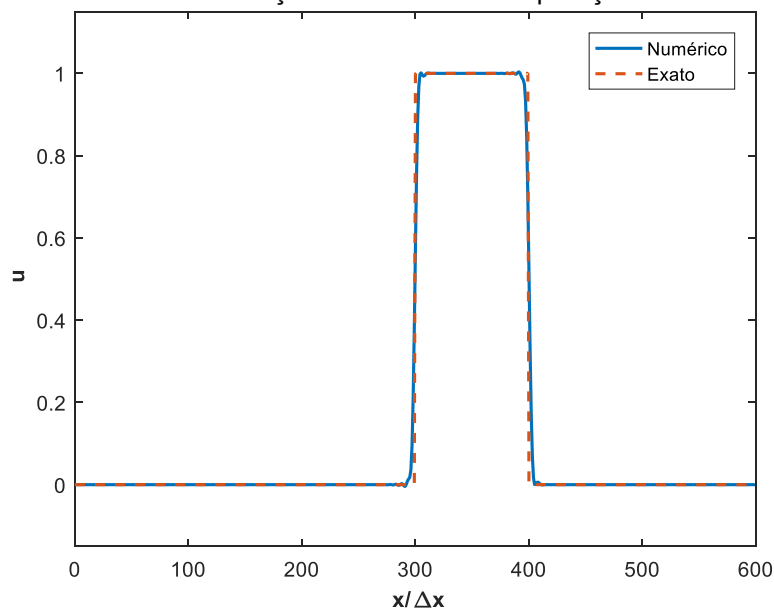
A solução considerando a aplicação do filtro à variável $u(t, x)$ ao final de cada passo de tempo é mostrada no gráfico 6.19, onde observa-se que as oscilações de altos valores de k foram removidas do resultado, exceto nas regiões de descontinuidade, onde tem-se uma mudança brusca da função. Neste caso a solução numérica tem boa correlação com a solução exata do problema.

Gráfico 6.18 – Solução numérica sem a aplicação do filtro.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 6.19 – Solução numérica com a aplicação do filtro.



Fonte: Autoria própria.

6.7 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

Até o momento neste capítulo, cada metodologia numérica desenvolvida e apresentada foi submetida a casos teste, formados por aplicações dos métodos à problemas simples com o objetivo de validá-los e compreender melhor seu funcionamento. Pois bem, para validar a implementação computacional completa do

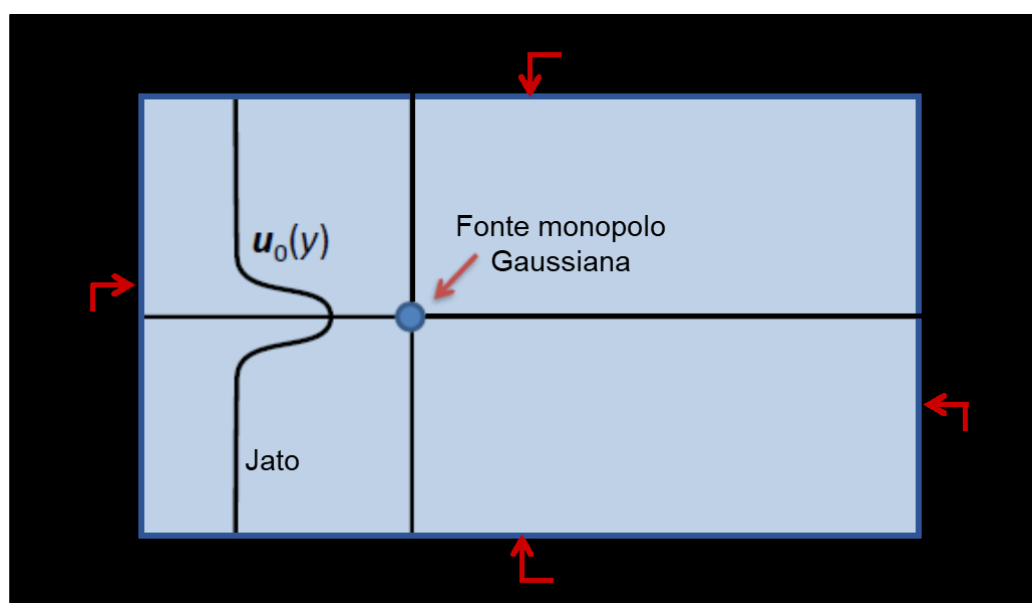
modelo aeroacústico em linguagem C++, deseja-se aplica-lo à solução de um caso teste que forneça condições de corroborar os resultados acústicos da metodologia.

A NASA realizou uma série de workshops de aeroacústica computacional com o objetivo de desenvolver soluções *benchmarks* que possam ser utilizados como validação de metodologias e códigos computacionais. No quarto Workshop, Agarwal, Morris e Mani (2004) apresentaram a solução analítica de um problema modelado pelas equações de Euler linearizadas e caracterizado por uma fonte sonora irradiando ruído no interior de um jato bidimensional. Tal modelo investiga a propagação de ondas acústicas submetidas a gradientes de velocidade do domínio cartesiano, como será visto a seguir.

6.7.1 Problema *benchmark*

Este caso teste é constituído por uma fonte acústica do tipo monopolo que gera flutuações de pressão com frequência $\omega_0 = 76 \text{ rad/s}$ no ponto localizado sobre o eixo axial de um jato com número Mach $M = 0,76$. O domínio computacional possui dimensões em metros de $[x_{min}, x_{max}] \times [y_{min}, y_{min}] = [-250, 225] \times [0, 100]$ e a amplitude da fonte tem distribuição Gaussiana em torno da origem do sistema de coordenadas, conforme mostrado na figura 6.20.

Figura 6.20 – Modelo físico do problema benchmark analisado.



Fonte: Autoria própria.

Nas fronteiras do domínio são aplicadas as condições de contorno não reflexivas (CCNR) baseadas nas equações características de Navier-Stokes, seguindo as equações apresentadas na seção 6.5 deste capítulo.

Considerando o fluido como um gás perfeito e o jato com escoamento paralelo ao eixo x , o sistema de equações diferenciais dado pela Eq. (6.68) modela o problema em questão,

$$L\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t}, \vec{x}\right) \vec{U}(\vec{x}, t) = \vec{S}(\vec{x}) \cos(\omega_0 t) \quad (6.68)$$

onde

$$L = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}(y) \frac{\partial}{\partial x} & \bar{\rho}(y) \frac{\partial}{\partial x} & \frac{d\bar{\rho}(y)}{dy} + \bar{\rho}(y) \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}(y) \frac{\partial}{\partial x} & \frac{d\bar{u}(y)}{dy} & \frac{1}{\bar{\rho}(y)} \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}(y) \frac{\partial}{\partial x} & \frac{1}{\bar{\rho}(y)} \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \gamma p_0 \frac{\partial}{\partial x} & \gamma p_0 \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}(y) \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (6.69)$$

$$\vec{U} = \begin{Bmatrix} \rho \\ u \\ v \\ p \end{Bmatrix}, \quad \vec{S} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Lambda(x, y) \end{Bmatrix}, \quad (6.70)$$

em que $\Lambda(x, y) = A \exp(-B_x x^2 - B_y y^2)$ descreve a distribuição Gaussiana de aplicação da excitação da fonte. As variáveis médias, denotadas pela barra sobrescrita (\bar{u} , $\bar{\rho}$), são dadas pelas seguintes equações,

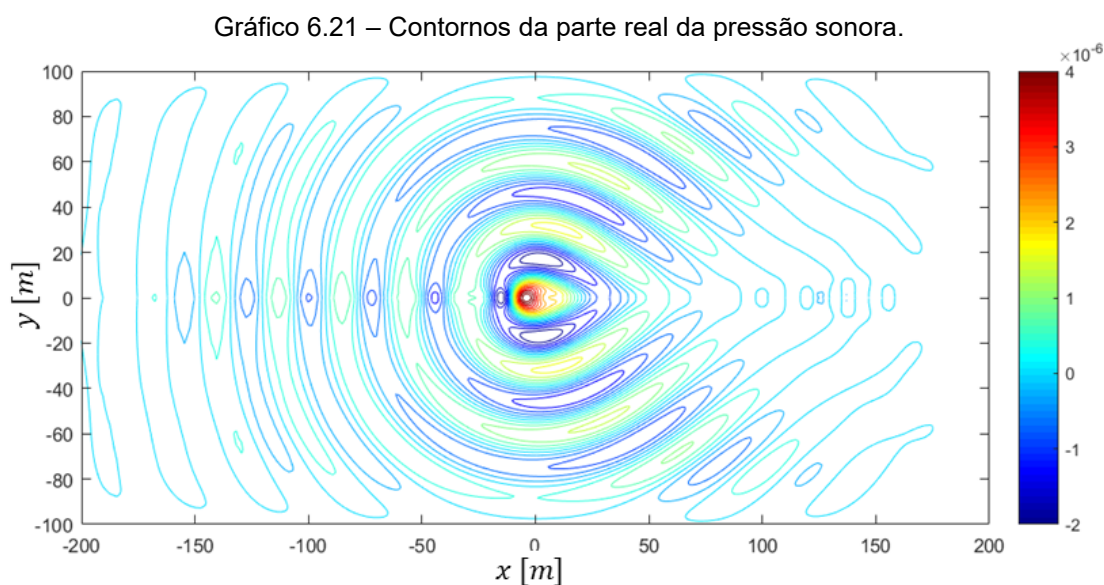
$$\bar{u}(y) = u_{max} e^{-\ln(2)(y/b)^2} \quad (6.71)$$

$$\frac{1}{\bar{\rho}(y)} = -\frac{1}{2} \frac{\gamma - 1}{\gamma p_0} [\bar{u}(y) - u_{max}] \bar{u}(y) + \frac{1}{\rho_j u_{max}} \bar{u}(y) + \frac{1}{\rho_0} \frac{u_{max} - \bar{u}(y)}{u_{max}}. \quad (6.72)$$

Os parâmetros são ajustados para $p_0 = 1,033 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\rho_j = 0,6 \text{ kg/m}^3$, $T_j = 600 \text{ K}$, $\gamma = 1,4$, $R = 287 \text{ m}^2/\text{Ks}^2$, $b = 1,3 \text{ m}$, $A = 0,001 \text{ kg/ms}^3$, $B_x = 0,04 \ln(2) \text{ m}^{-2}$, $B_y = 0,32 \ln(2) \text{ m}^{-2}$, $u_{max} = Mc$, onde c é a velocidade do som calculada por $c = \sqrt{\gamma RT_j}$. O filtro de sexta ordem apresentado na seção 6.6 deste capítulo é aplicado nas variáveis ρ , u , v e p ao final de cada passo de tempo.

6.7.2 Resultados

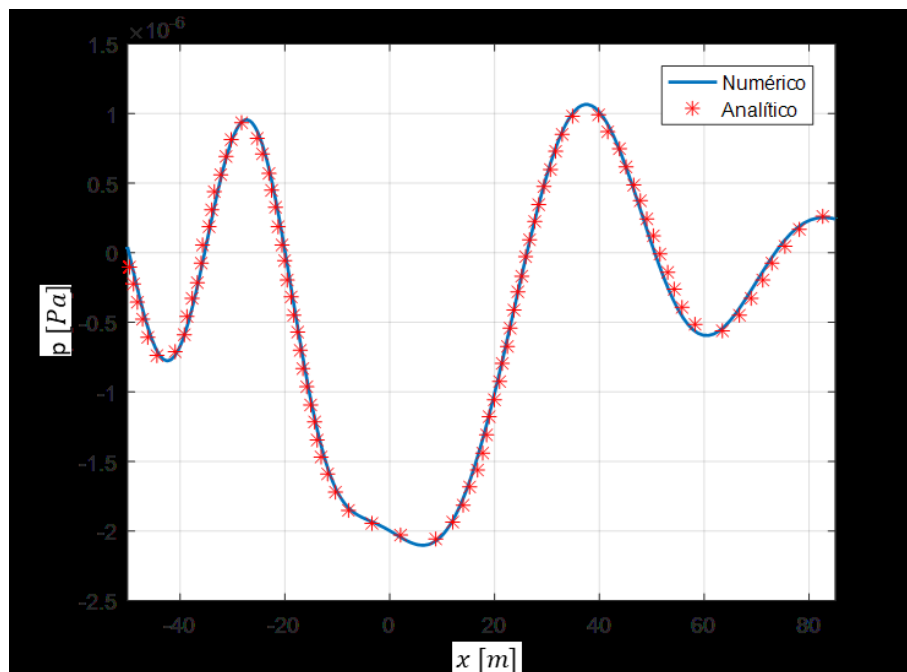
No gráfico 6.21 é apresentado o resultado numérico dos contornos da parte real das flutuações de pressão. Na coordenada (0,0) observa-se a fonte monopolo irradiando ondas sonoras, as quais sofrem refração à medida que propagam na região com gradiente de velocidade. À direita da fonte nota-se a formação do “cone de silêncio”, onde os níveis sonoros são reduzidos e a aproximadamente 45° do eixo axial do jato, observa-se a ocorrência dos valores máximos.



Fonte: Autoria própria.

A pressão nos pontos localizados em $y = 15 \text{ m}$ são então comparados à solução analítica fornecida por Agarwal, Morris e Mani (2004). Tal comparação é apresentada no gráfico 6.22 e mostra que o resultado numérico possui boa correlação com o analítico. Dessa forma, a implementação computacional do modelo numérico proposto foi considerada como validada.

Gráfico 6.22 – Validação do resultado numérico através do resultados analítico de Agarwal, Morris e Mani (2004).



Fonte: Autoria própria.

7 ESTUDO DE CASOS

7 ESTUDO DE CASOS

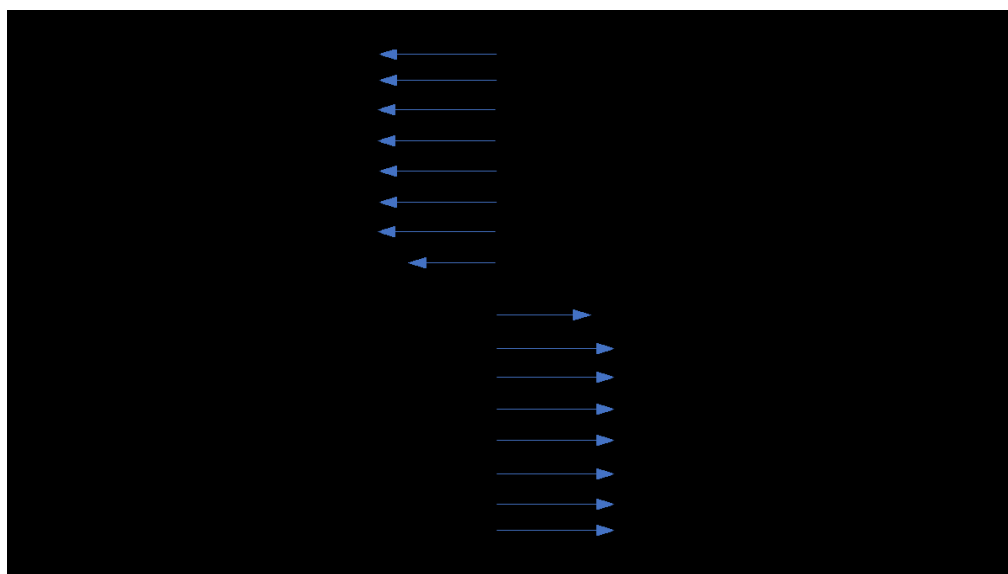
Análises e investigações numéricas acerca da geração sonora em dois tipos de escoamento cisalhantes livres: camada de mistura temporal e camada de mistura espacial são apresentadas neste capítulo. Os resultados da fluidodinâmica e do campo acústico no espaço bidimensional serão analisados no domínio do tempo, da frequência e do número de onda para caracterizar, sob vários pontos de vista, o comportamento da produção de energia acústica pelos escoamentos. Inicialmente os escoamentos são resolvidos por meio da metodologia de Simulação Direta do Ruído (SDR) e, em seguida, é utilizada a abordagem híbrida para obter a contribuição dos termos do tensor de Lighthill no ruído total medido no campo distante. Apesar da natureza acadêmica dos escoamentos estudados, eles são úteis para identificação e compreensão dos fenômenos físicos que são percebidos em casos mais realistas.

7.1 CAMADA DE MISTURA TEMPORAL

7.1.1 Modelo Físico

O primeiro tipo de escoamento a ser analisado é a camada de mistura temporal, caracterizada pela espessura de vorticidade δ_0 e pela velocidade característica $U_0 = (U_2 - U_1)$, em que U_1 e U_2 são as velocidades das correntes de fluido, conforme ilustrado no esquema 7.1.

Esquema 7.1 – Modelo físico da camada de mistura temporal.



Fonte: Autoria própria.

O fluido é considerado como o ar ambiente sob condição isotérmica, pressão atmosférica ($p_{atm} = 1,033 \times 10^5 Pa$) e massa específica $\rho = 1,22 kg/m^3$. O número de Reynolds é fixado em 500 e o número de Mach (M) foi ajustado para duas situações, sendo elas $M = 0,3$ e $M = 0,9$.

O domínio tem dimensões relativas $L_x = 30\delta_0$ e $L_y = 60\delta_0$. Nas fronteiras foram aplicadas condições de contorno do tipo periódicas nos contornos paralelos ao eixo y e condição de contorno não reflexiva (CCNR) nos contornos paralelos ao eixo x usando a metodologia baseada nas equações características de Navier-Stokes. O campo de velocidade inicial foi definido utilizando o seguinte perfil de tangente hiperbólica,

$$u(y) = \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_0}\right). \quad (7.1)$$

Os campos de pressão e massa específica iniciais foram definidos como constantes e iguais aos valores do meio ambiente. As condições iniciais de velocidade foram perturbadas adicionando os perfis $\check{u}(x, y)$ e $\check{v}(x, y)$ conforme Eq. (7.2), os quais consistem às oscilações fundamentais e duas sub-harmônicas da camada de mistura,

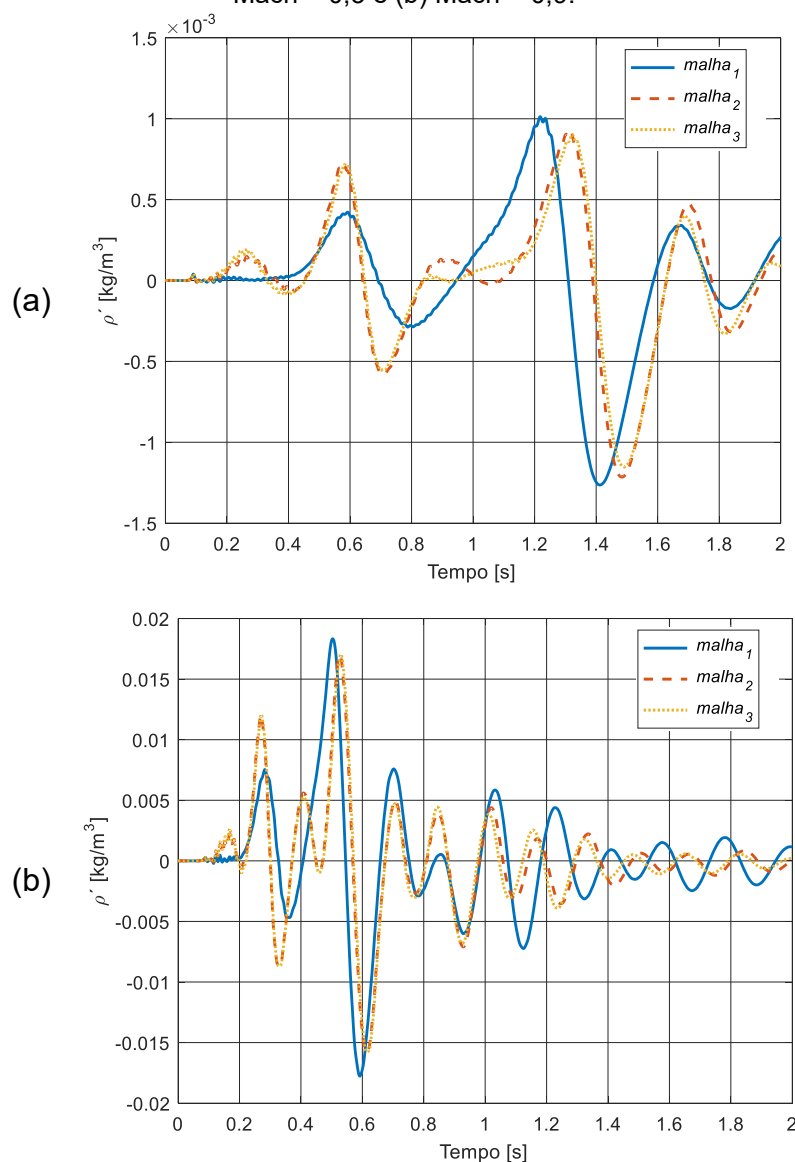
$$\begin{aligned} \check{u}(x, y) &= Ae^{-\sigma\left(\frac{y}{\delta_0}\right)^2} \frac{\sigma L_x y}{\pi \delta_0^2} \left[\text{sen}\left(\frac{8\pi}{L_x} x\right) + \frac{1}{8} \text{sen}\left(\frac{4\pi}{L_x} x\right) + \frac{1}{16} \text{sen}\left(\frac{2\pi}{L_x} x\right) \right] \\ \check{v}(x, y) &= Ae^{-\sigma\left(\frac{y}{\delta_0}\right)^2} \left[\text{cos}\left(\frac{8\pi}{L_x} x\right) + \frac{1}{8} \text{cos}\left(\frac{4\pi}{L_x} x\right) + \frac{1}{16} \text{cos}\left(\frac{2\pi}{L_x} x\right) \right] \end{aligned} \quad (7.2)$$

onde $A = 0,025(U_1 - U_2)$ e o parâmetro σ , o qual modela o decaimento das perturbações ao longo da direção y , foi definido como 0,05, conforme mostrado por Fortuné, Lamballais e Gervais (2004). O modelo numérico utilizado segue a metodologia apresentada no capítulo 6, sendo o passo de tempo calculado para satisfazer a condição de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) igual a 0,1. Por fim, um microfone virtual foi posicionado sobre o contorno não reflexivo superior e na metade da dimensão do domínio em x para captação do sinal acústico no campo distante.

7.1.2 Estudo de convergência de malha

Inicialmente realizou-se o estudo de convergência de malha, em que os resultados do sinal sonoro medido no campo distante foram analisado para três diferentes níveis de refinamento da malha, denominadas de *malha*₁, *malha*₂ e *malha*₃. A *malha*₁ é formada por $(n_x, n_y) = (128, 256)$ pontos, a *malha*₂ por $(n_x, n_y) = (256, 512)$ pontos e a *malha*₃ por $(n_x, n_y) = (512, 1024)$, nestas condições tem-se que o número pontos por comprimento da camada cisalhante δ_0 é de 4, 8 e 16, respectivamente. Os resultados no domínio do tempo para as situações de Mach igual a 0,3 e 0,9 são apresentados no gráfico 7.2 para dois segundos de simulação.

Gráfico 7.2 – Evolução temporal do som no campo distante para três resoluções de malha: (a) Mach = 0,3 e (b) Mach = 0,9.



Fonte: Autoria própria.

Primeiramente, observa-se diferença significativa no resultado fornecido pela *malha*₁ comparado com as curvas das duas outras malhas, por outro lado nota-se pequenas diferenças entre os resultados das malhas 2 e 3, considerando ambos os casos de Mach analisados. No gráfico 7.2(a), no intervalo de tempo entre 0,2 e 0,4 segundos, e no gráfico 7.2(b), no intervalo entre 0,1 e 0,2 segundos, observa-se o primeiro movimento ascendente de flutuação da onda sonora nas malhas 1 e 2, no entanto, este comportamento não é visto na *malha*₁. Analisando a evolução do campo de vorticidades do escoamento foi notado que estes intervalos precedem o início do pareamento de vorticidades, isto é, a fase de enrolamento das vorticidade, dessa forma, a *malha*₁ parece não possuir resolução suficiente para captar a geração de ruído em tal fase.

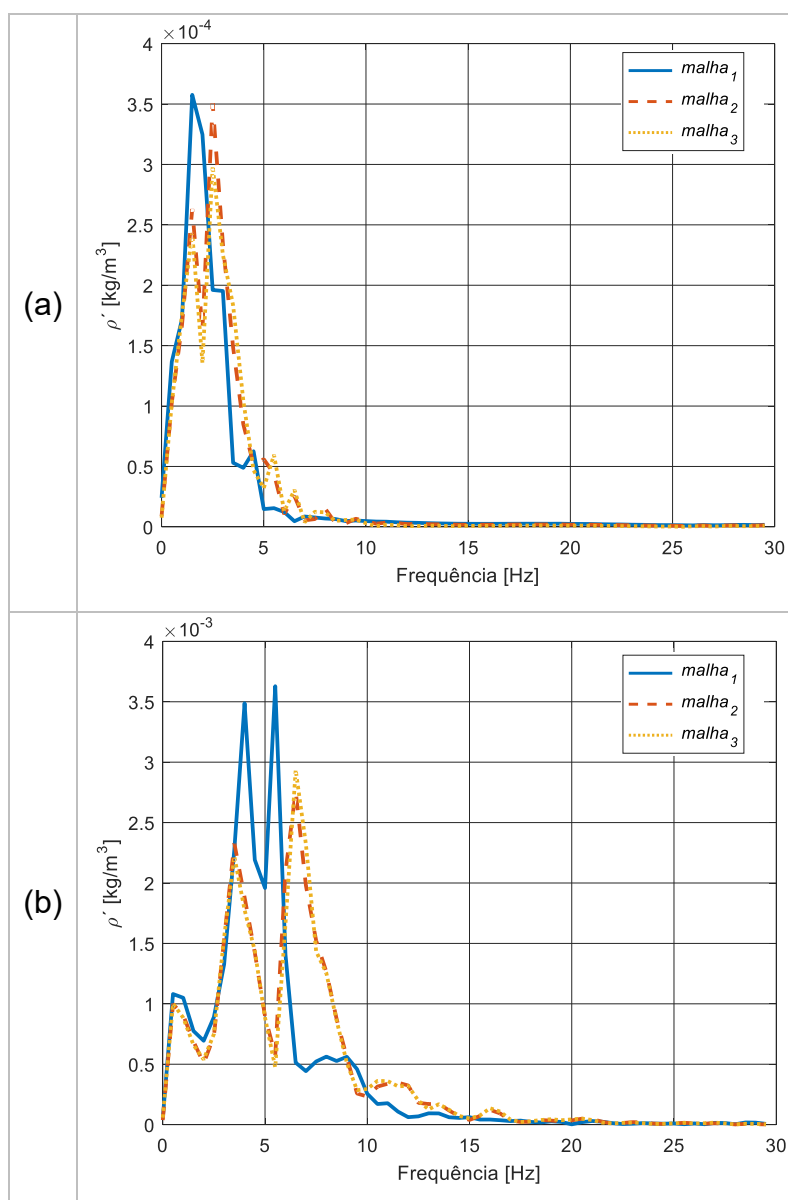
A partir do início do pareamento até o final da simulação percebe-se diferenças significativas na fase e amplitude do ruído calculado pela *malha*₁ com relação às malhas 2 e 3, sugerindo que a geração de ruído no pareamento das vorticidades também não é captado em sua plenitude pela *malha*₁. Comparando os resultados obtidos pelas malhas 2 e 3, a única região onde observa-se discrepância dos resultados está localizada no intervalo de 0,8 a 1,2 segundos do gráfico 7.2(a), onde a *malha*₂ apresenta um período de oscilação enquanto na *malha*₃ é observado apenas o movimento ascendente. Analisando o campo de vorticidades percebeu-se que este intervalo corresponde ao fim do primeiro e início do segundo pareamento das vorticidades.

Os resultados obtidos nas três malhas foram transformados para o domínio da frequência com resolução de 0,5 Hz e são apresentados no gráfico 7.3. O espectro de ruído apresentado pela *malha*₁ difere bastante do espectro das outras malhas, tanto em termos de amplitude, quanto em termos das frequências onde os picos se localizam. Por outro lado, o conteúdo espectral apresentado na *malha*₂ se assemelha ao da *malha*₃, assim conclui-se que a resolução da *malha*₁ é insuficiente para descrever o comportamento aeroacústico do escoamento para ambas as condições de Mach analisadas e, por questões de custo computacional, escolheu-se a *malha*₂ para realizar as análises subsequentes.

Importante notar que a maior frequência com amplitude ainda percebida no gráfico 7.3(b) localiza-se em aproximadamente 15 Hz. Esta onda discretizada na malha mais grossa (*malha*₁) possui 190 pontos por comprimento onda, ou seja, a onda acústica está muito bem representada na forma discreta por esta quantidade de

pontos. Essa informação sugere que diferenças apontadas nos resultados de cada malha não advêm da falta de resolução na captação do fenômeno de propagação da onda sonora, mas sim das estruturas turbilhonares que as geram e, conseqüentemente, confirma a hipótese de que a ordem de grandeza do comprimento da onda sonora é muito maior que a dimensão da estrutura turbilhonar que a gera.

Gráfico 7.3 – Ruído no campo distante no domínio da frequência, (a) para Mach 0,3 e (b) para Mach 0,9.



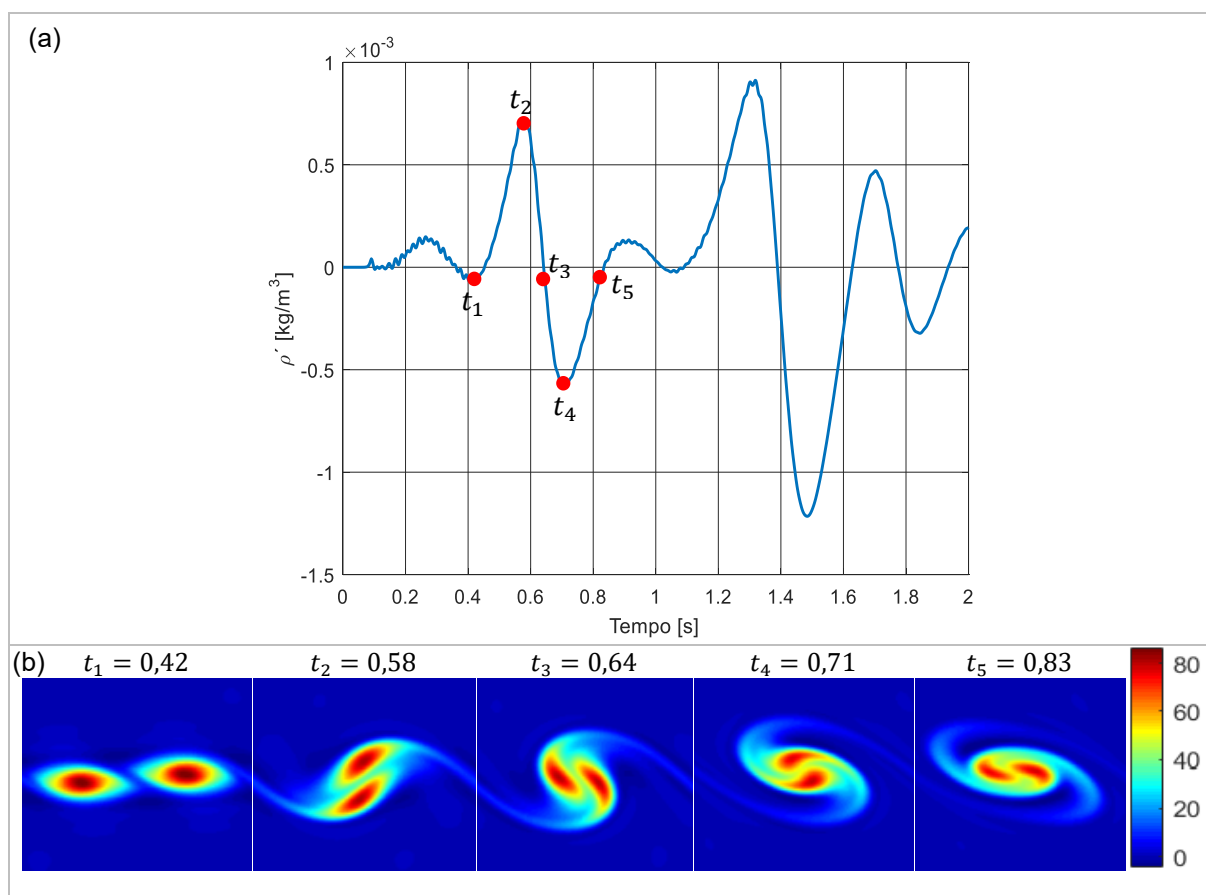
Fonte: Autoria própria.

7.1.3 Sincronização das vorticidades com o ruído no campo distante

O ruído gerado pelo escoamento só é medido no campo distante, assim há um atraso da medição do som com relação aos eventos que ocorrem na região de cisalhamento do fluido. A fim de sincronizar esses eventos, foi feita a correção de tal atraso considerando o tempo que a onda sonora demora para percorrer a distância do ponto de cisalhamento do fluido até o ponto de medição, essa distância corresponde à metade do comprimento do domínio na direção y .

No gráfico 7.4(a) é apresentado a evolução temporal do ruído para a condição de Mach 0,3 com cinco instantes de tempo (t_1 a t_5) indicados pelos pontos em vermelho, os quais correspondem aos eventos no campo de vorticidades mostrados no gráfico 7.4(b), já considerando o tempo de propagação da onda.

Gráfico 7.4 – (a) Onda sonora medida no campo distante e (b) evolução temporal das vorticidades para Mach 0,3.



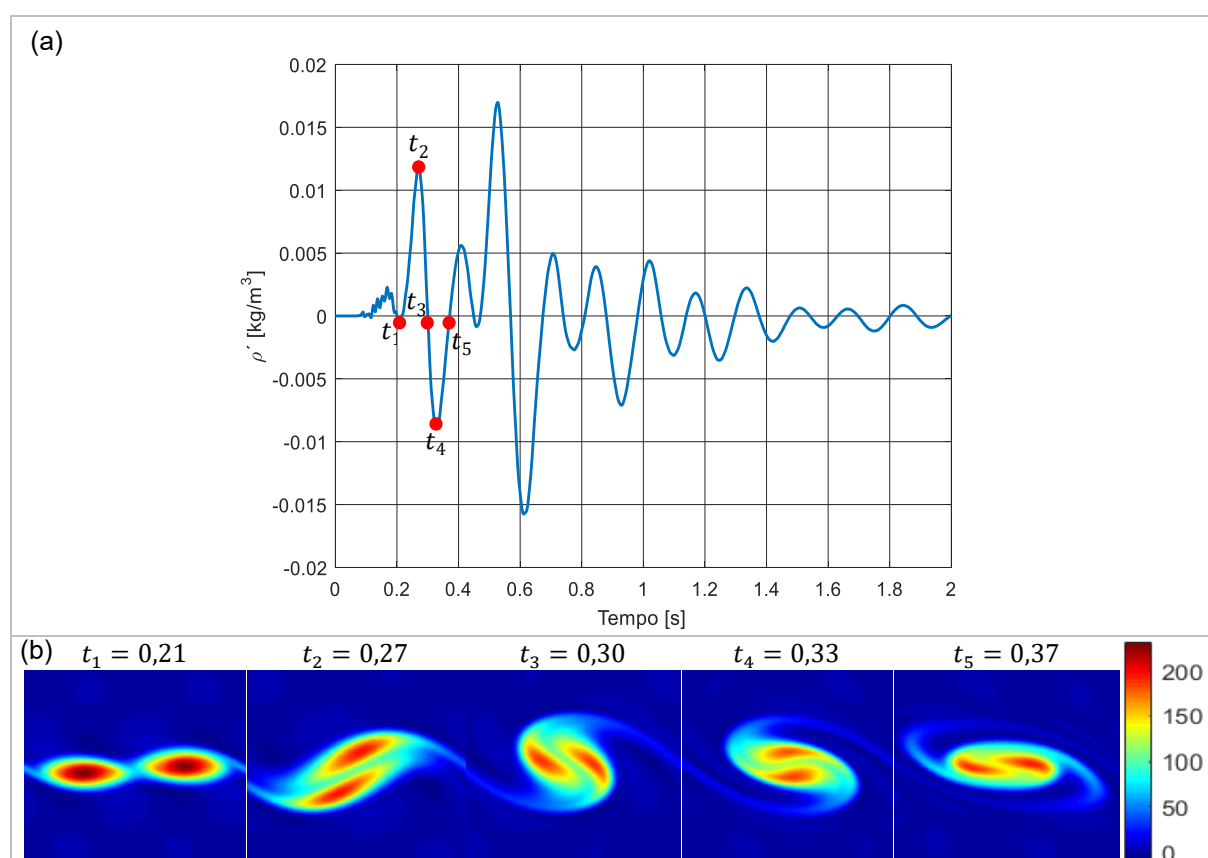
Fonte: Autoria própria.

Comparando os gráficos 7.4 (a) e (b) observa-se que no instante t_1 as vorticidades estão aproximadamente alinhadas na horizontal. Esse é o instante de

início do pareamento e que será o marco inicial onde se estabelece como giro zero das vorticidades que por sua vez corresponde à fase zero do ruído. No instante t_2 , nota-se que as vorticidades rotacionaram cerca de 90° no sentido anti-horário, que condiz à fase de 90° no gráfico de ruído ou o ponto de máximo positivo deste período de oscilação. No instante t_3 o pareamento das vorticidades completa meia volta, ou 180° de giro, que mais uma vez concorda com à fase de 180° do ruído. Para os instantes t_4 e t_5 este comportamento se repete até a finalização de um giro completo das vorticidades para enfim fundir-se em uma única estrutura. Após o tempo t_5 , a estrutura vortical faz ainda mais um giro para em seguida iniciar um novo pareamento com a estrutura vizinha, não mostrada no gráfico.

Esse mesmo comportamento é observado para a condição de Mach igual a 0,9, porém com um período para o giro completo das vorticidades bem mais curto, como apresentado no gráfico 7.5.

Gráfico 7.5 – (a) Onda sonora medida no campo distante e (b) evolução temporal das vorticidades para Mach 0,9.



Fonte: Autoria própria.

Pela visualização da escala de cores, nota-se que as amplitudes de vorticidade para esta condição de Mach é cerca de três vezes maior que as amplitudes para condição de Mach 0,3 (gráfico 7.4), que também se reflete no resultado do ruído medido. Após o tempo t_5 no gráfico 7.5, ocorre mais um pareamento de vorticidades, o qual finaliza o primeiro giro em torno de 0,7 segundos, a partir do qual não é observado mais pareamentos até o final da simulação. Ressalta-se que no segundo final de simulação a amplitude da onda sonora parece se comportar como um movimento oscilatório amortecido.

Vale ressaltar que, como o número de Reynolds escolhido para simular esse escoamento é baixo, espera-se que as estruturas turbilhonares sejam difundidas rapidamente e, conseqüentemente o som gerado. Esse efeito pode ser visualizado na sequência de tempos t_1 a t_5 do gráfico das vorticidade e do ruído, gráfico 7.5, em que as escalas de cores rapidamente caminham em direção à amplitude zero (azul) concomitantemente à amplitude do ruído medido. Após análises dos gráficos 7.4 e 7.5, percebe-se que a fase da onda sonora gerada pelo escoamento está relacionada ao movimento das vorticidades durante o pareamento, o que evidencia a relação direta das estruturas rotacionais do escoamento com a geração do ruído aerodinâmico. Percebe-se também que, com o aumento do número de Mach, houve o acréscimo do nível de ruído gerado.

Para visualizar a interação instantânea da fluidodinâmica do escoamento com o som irradiado, nos gráficos 7.6 e 7.7 são apresentados os contornos do campo de vorticidade no intervalo $5 \leq y/\delta_0 \leq 5$ sobrepostos ao correspondente campo do divergente do vetor velocidade ($\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$), para Mach igual a 0,3 e 0.9, respectivamente. O campo de $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ está ligado diretamente ao campo acústico, sendo uma forma de visualizar a propagação das ondas sonoras.

Gráfico 7.6 – Contornos do campo de vorticidade sobreposto ao campo do divergente do vetor velocidade para a situação de Mach 0,3.

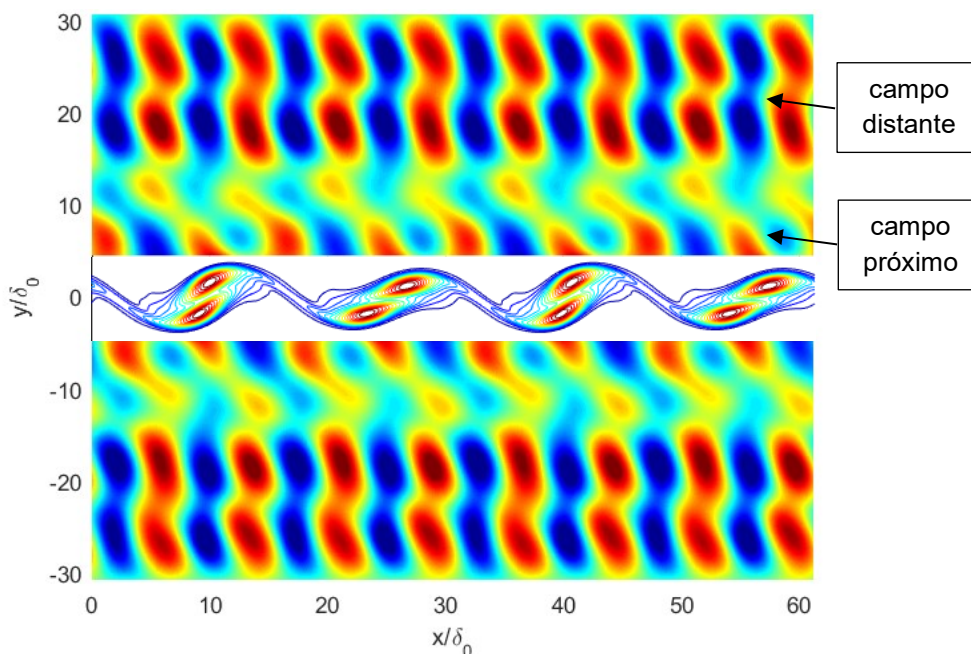
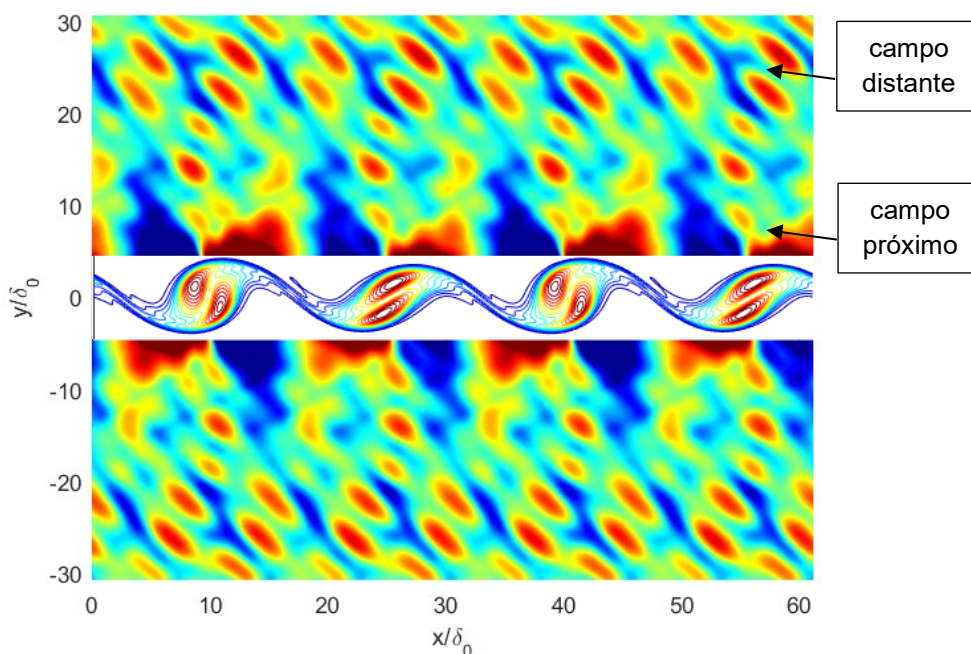


Gráfico 7.7 – Contornos do campo de vorticidade sobreposto ao campo do divergente do vetor velocidade para a situação de Mach 0,9.



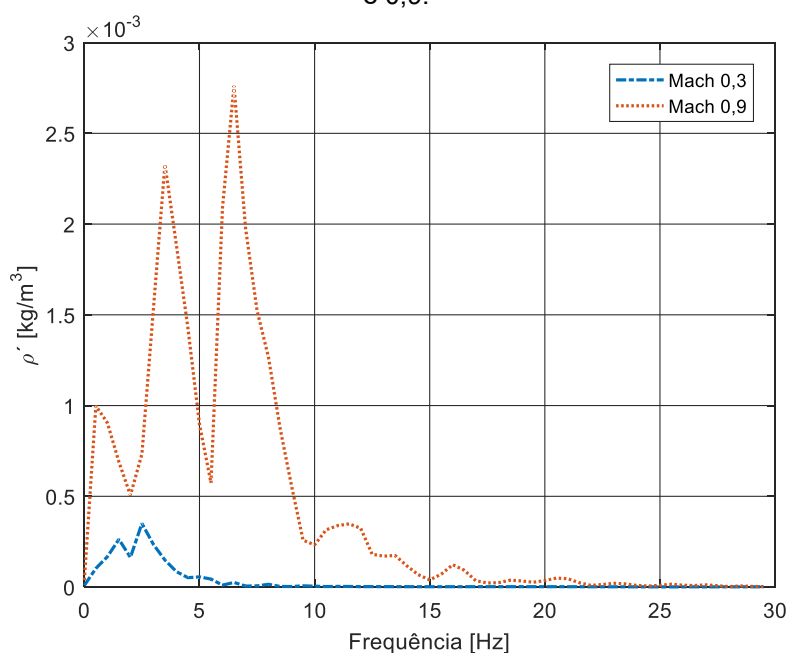
Inicialmente percebe-se a formação do campo próximo na região de $-15 \leq y/\delta_0 \leq 15$, onde há a geração do pseudossom e do campo distante na região $y/\delta_0 > 15$, onde há a propagação da onda sonora. Comparando esses dois últimos gráficos,

observa-se no campo sonoro que o conteúdo espectral da condição de Mach 0,9 é maior que para Mach 0,3, essa afirmação pode ser feita devido à maior quantidade de modos de oscilação que são visualizados no gráfico 7.6 quando relacionado ao gráfico 7.7.

7.1.4 Análise dos espectros de frequência e número de onda

Com o objetivo de analisar melhor o acréscimo do nível de ruído gerado com o aumento do número de Mach, no gráfico 7.8 é apresentado a comparação dos espectros sonoros medidos pelo microfone virtual para as duas condições de Mach simuladas. Observa-se que a energia sonora irradiada pelo escoamento a Mach 0,9 é cerca de uma ordem de grandeza maior que para Mach 0,3, em termos do nível de pressão sonora tem-se um aumento de 21 dB.

Gráfico 7.8 – Espectro do ruído medido no campo distante para os casos de Mach igual a 0,3 e 0,9.



Fonte: Autoria própria.

Além da amplitude, nota-se também uma banda de frequência mais larga no escoamento com Mach mais alta. Pode-se identificar dois picos predominantes para Mach 0,3, localizados em 1,5 e 2,5 Hz e três picos predominantes na curva de Mach 0,9, localizados em 0,5, 3,5 e 6,5 Hz. Considerando a amplitude mínima de 10^{-4} kg/m^3 , há um aumento de 250% na largura da banda de ruído irradiado para a condição de Mach 0,9 relativa a 0,3.

O resultado apresentado no gráfico 7.8 leva a construir a hipótese de que na situação com número de Mach maior o escoamento produziu maior quantidade de estruturas turbilhonares, isto é, surgiram novos números de onda que irradiam ruído. Entretanto, o número de Reynolds é o mesmo ($Re = 500$) para as duas situações e, portanto, o espectro de número de onda gerado deve ser o mesmo. Portanto, rejeita-se tal hipótese.

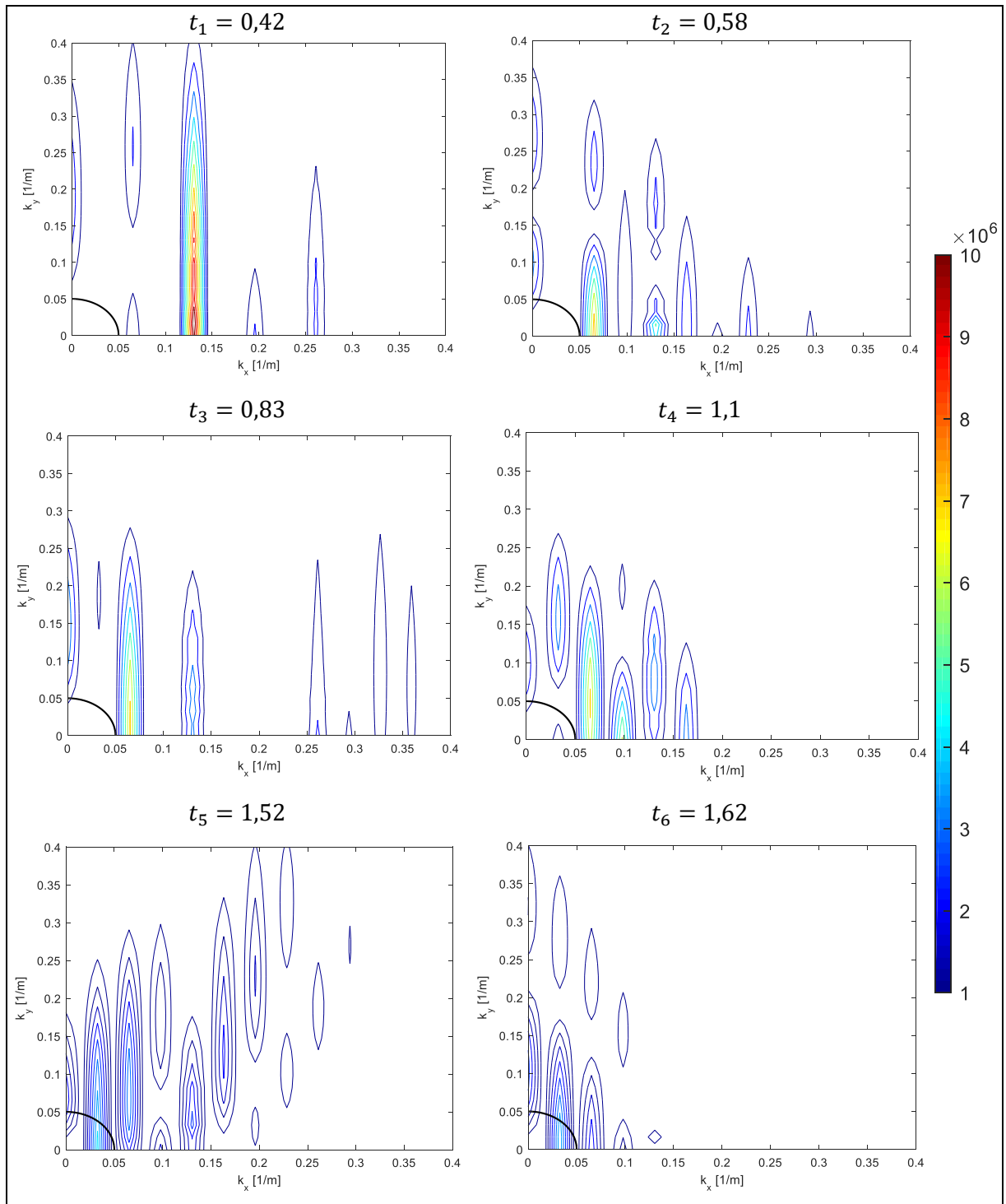
O que explica o aumento da largura do espectro de ruído é a hipótese de que o escoamento possui maior eficiência de transformação da energia cinética em sonora à medida que aumenta-se o número de Mach. Em outras palavras, acredita-se que as estruturas turbilhonares são as mesmas para as duas situações de Mach, o que muda é a capacidade de que cada uma possui de produzir ruído a partir da energia disponível. Para validar essa segunda hipótese, a seguir é apresentada a análise dos números de onda do escoamento.

Utilizando o conceito de velocidade de fase, apresentado na Eq. (3.34), a condição de irradiação sonora ($v_f > c$) é utilizada para identificar a região do espectro de número de onda em que o duplo divergente do tensor de Lighthill irradia ruído.

Os gráficos 7.9 e 7.10 a seguir mostram espectros de número de onda para seis instantes de tempo do desenvolvimento do escoamento, sendo o número de onda da direção x plotado em função do número de onda da direção y . A condição de irradiação é desenhada pela curva em preto nos cantos inferiores esquerdos de cada subfigura. Para Mach 0,3 a condição de irradiação é calculada utilizando a frequência característica presente no espectro de ruído obtidos no campo distante ($\omega = 15,7 \text{ rad}$), que resulta em um número de onda $\vec{k} = 0,05$ e, assim, a condição para a fonte irradiar ruído é $k_x^2 + k_y^2 < 0,05$. Para a condição de Mach 0,9 a frequência característica é $\omega = 40,8 \text{ rad}$ e a condição de irradiação é $k_x^2 + k_y^2 < 0,12$.

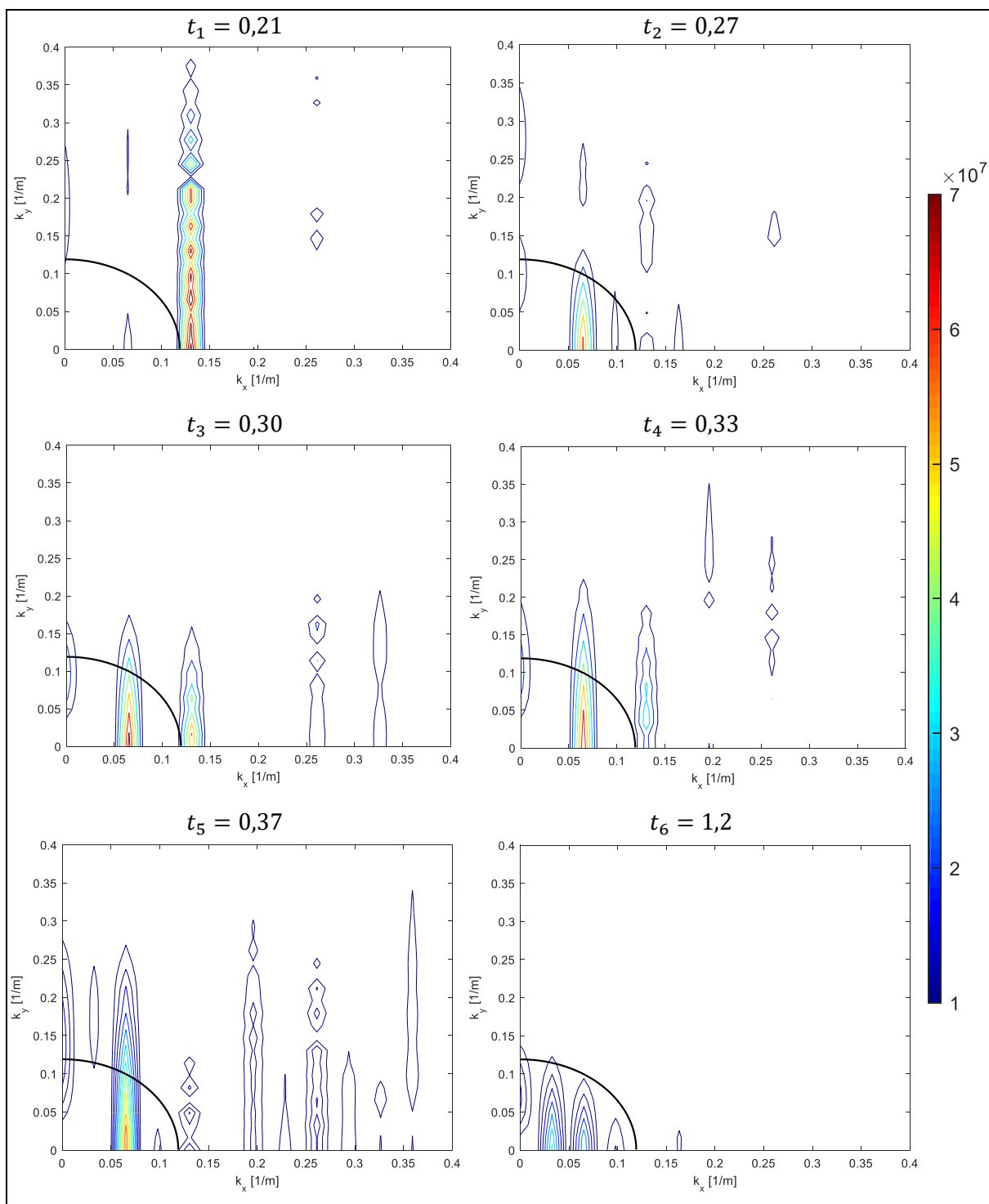
No gráfico 7.9 observa-se que nos instantes de tempo t_1 a t_4 há a presença de números de onda com amplitude elevada, principalmente no tempo t_1 , porém nota-se que uma pequena parcela do espectro satisfaz a condição $k_x^2 + k_y^2 < 0,05$. A partir do tempo t_5 tem-se números de onda no interior do quarto de círculo, porém com baixa amplitude de excitação, visualizada pela escala de cores.

Gráfico 7.9 – Espectros de número de onda para seis instantes de tempo a Mach 0,3.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 7.10 – Espectros de número de onda para seis tempos a Mach 0,9.



Fonte: Autoria própria.

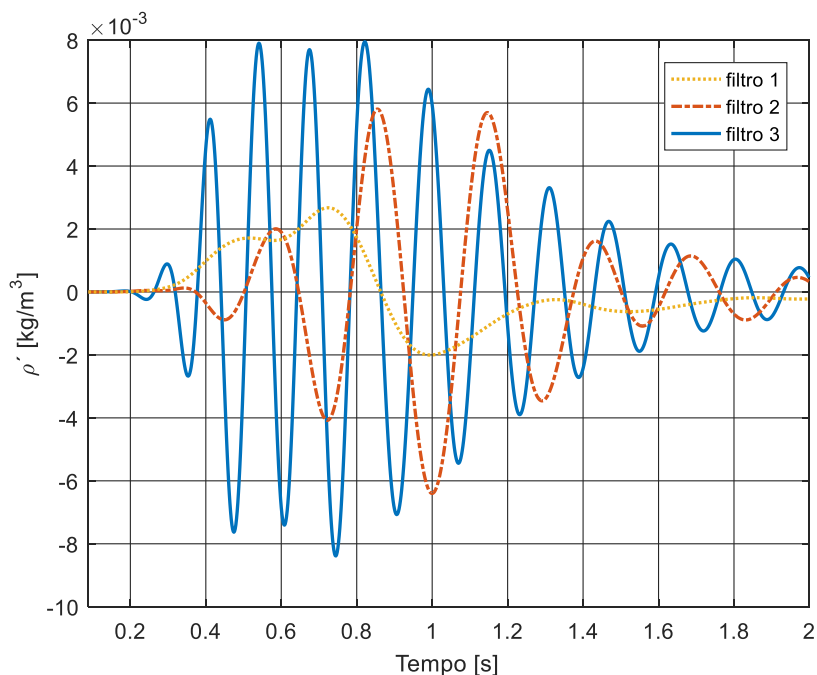
Por outro lado, no gráfico 7.10 pode-se visualizar que a partir do tempo t_2 há a presença de números de onda no interior da condição de alta eficiência de irradiação

sonora e, além disso, com alta amplitude de excitação comparada ao gráfico anterior (gráfico 7.9).

Portanto, da análise comparativa entre os gráficos 7.9 e 7.10 percebe-se duas situações principais. A primeira é com relação ao aumento da eficiência de irradiação sonora com o acréscimo do número de Mach, evidenciada já *a priori* pelo aumento do raio do quarto de círculo. A segunda se refere à amplitude dos números de onda, que na condição de Mach 0,9 é cerca de sete vezes a amplitude para Mach 0,3, o que leva a acreditar que o campo acústico está sendo excitado com maior energia.

Por fim, estudou-se como cada pico de frequência predominante do espectro de ruído comporta-se ao longo do tempo. Para isso, aplicou-se o filtro do tipo *Butterworth* de ordem 5 aos resultados na condição Mach 0,9. Foi utilizado um passa-baixa com frequência de corte em 2 Hz para isolar o pico de 0,5 Hz, denominado filtro 1, e dois passa-banda nos intervalos [2; 5] Hz e [5; 10] Hz, para isolar os picos de 3,5 e 6,5 Hz, denominados filtros 2 e 3, respectivamente. Os resultados são apresentados no gráfico 7.11 desconsiderando os segundos iniciais de viagem da onda acústica até o ponto de medição.

Gráfico 7.11 – Ruído após filtro 1: passa-baixa em 2 Hz, filtro 2: passa-banda em [2; 5] Hz e filtro 3: passa-banda em [5; 10] Hz.



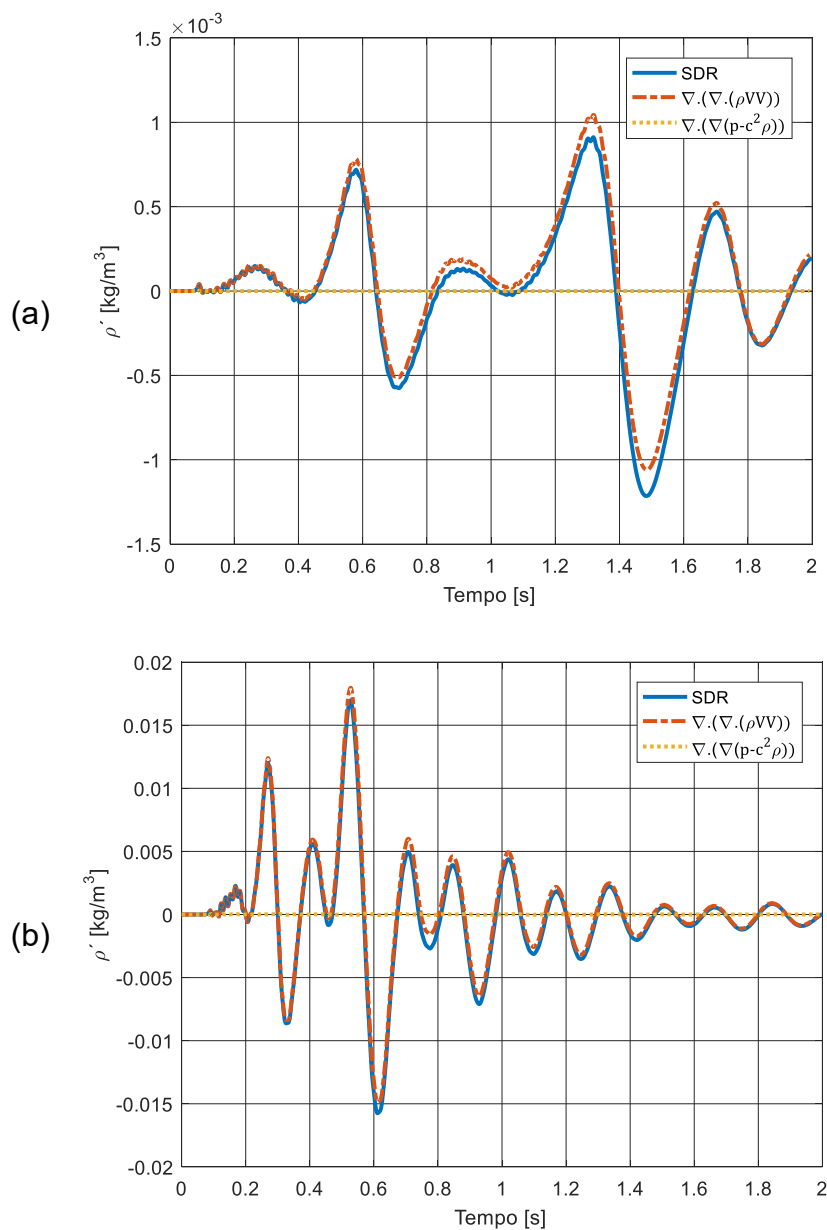
Fonte: Autoria própria.

Primeiramente, aos 0,2 segundos observa-se o início da geração de ruído pela banda resultante do filtro 3, que é seguida pela geração de ruído pela banda do filtro 1 e por fim a geração pela banda do filtro 2. Nota-se que para os três filtros há um intervalo de tempo que as amplitudes máximas de cada curva possuem tendência de amplificação, seguido de intervalos onde as amplitudes se tornam, aproximadamente, constantes e, por fim, são atenuadas gradativamente. Percebe-se, portanto, que, o ruído gerado nas bandas dos filtros 2 e 3 tem origem em estruturas turbilhonares coerentes e que o mesmo não pode ser afirmado para a banda do filtro 1. Nota-se também que nos primeiros instantes de tempo mostrados do gráfico o valor de ρ' é zero, o que leva a acreditar que a geração de ruído nestas três bandas analisadas não tem início com o desenvolvimento do escoamento, ou seja, não há geração de ruído nestas bandas de frequência na etapa de enrolamento das vorticidades. Um filtro passa-alta em 10 Hz, não mostrado no gráfico, permite concluir que nessa etapa é gerado ruído de frequências acima deste valor.

7.1.5 Termos do tensor de Lighthill

Utilizando a abordagem híbrida de simulação, os termos fonte do tensor de Lighthill (T_{ij}) foram simulados separadamente com o objetivo de quantificar suas contribuições no ruído total medido no campo distante. No gráfico 7.12 é mostrado os resultados para o termo I ($\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V})]$) e o termo III ($\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} (p - c_0^2 \rho)]$), comparados com a simulação direta do ruído (SDR), para as duas situações de Mach analisadas, sendo que o termo II, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau})$, responsável pela atenuação da geração do ruído, já está somado ao termo I. Nota-se que o termo III, o qual modela a geração sonora como efeito da produção de entropia, tem contribuição praticamente nula no ruído medido para os dois valores de Mach. Esse resultado já era esperado já que foi imposto a condição de escoamento isotérmico. Por outro lado, o termo I adere muito bem à curva da SDR, demonstrando sua alta contribuição na geração do ruído total e também validando a abordagem de simulação híbrida para esse caso. Diferenças nas amplitudes das curvas em azul e vermelho são atribuídas aos erros que a abordagem híbrida gera ao considerar o meio de propagação das ondas sonoras com velocidade média nula, o que não é o caso desse escoamento analisado.

Gráfico 7.12 – Simulação direta do ruído, termo não-linear e termo de entropia do tensor de Lighthill, para (a) Mach 0.3 e (b) Mach 0.9.

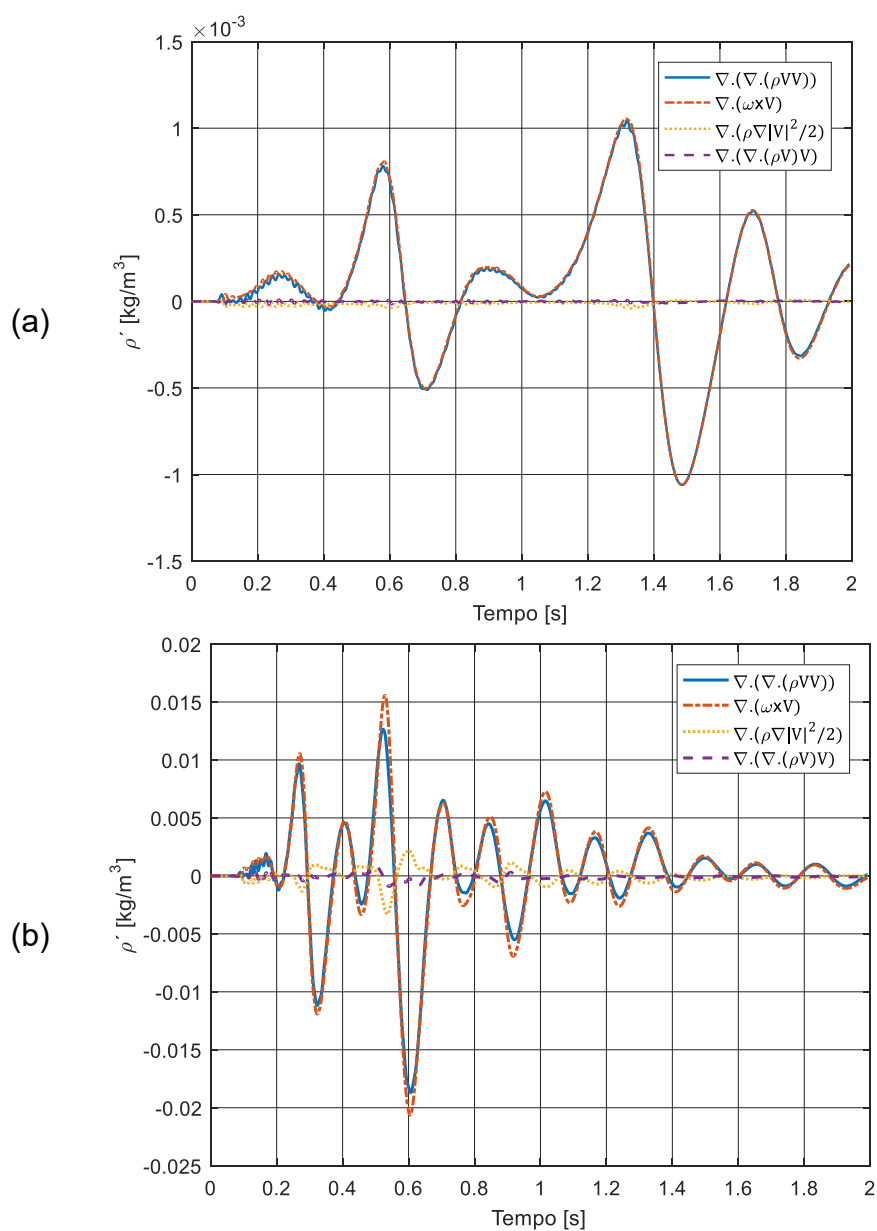


Fonte: Autoria própria.

Em seguida, analisou-se a contribuição dos termos I_a ($\vec{\nabla} \cdot [\vec{V} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V})]$), I_{b1} ($\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\vec{\nabla} |\vec{V}|^2}{2} \right)$) e I_{b2} ($\vec{\nabla} \cdot [\rho (\vec{\omega} \times \vec{V})]$), comparados ao termo I de origem ($\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V})]$). Os resultados são apresentados no gráfico 7.13 para as duas situações de Mach. No caso em que Mach é igual 0,3, gráfico 7.13(a), observa-se a contribuição quase absoluta do termo $\vec{\nabla} \cdot [\rho (\vec{\omega} \times \vec{V})]$. Por outro lado, para Mach igual a 0,9, gráfico 7.13(b), o termo $\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\vec{\nabla} |\vec{V}|^2}{2} \right)$ apresenta contribuições significativas no

ruído total. Nota-se também que o comportamento desse último termo parece se opor em fase ao termo $\vec{\nabla} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{V})]$, de maneira que ao somar estes dois termos o ruído total gerado é menor. O termo $\vec{\nabla} \cdot [\vec{V}\vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{V})]$, em linha tracejada de cor roxo, também tem uma contribuição maior para Mach 0,9 com relação a Mach 0,3, porém com amplitude bem inferior ao ruído total.

Gráfico 7.13 – Contribuição sonora dos termos I_a , I_{b1} e I_{b2} com relação ao termo I , para (a) Mach 0,3 e (b) Mach 0,9.

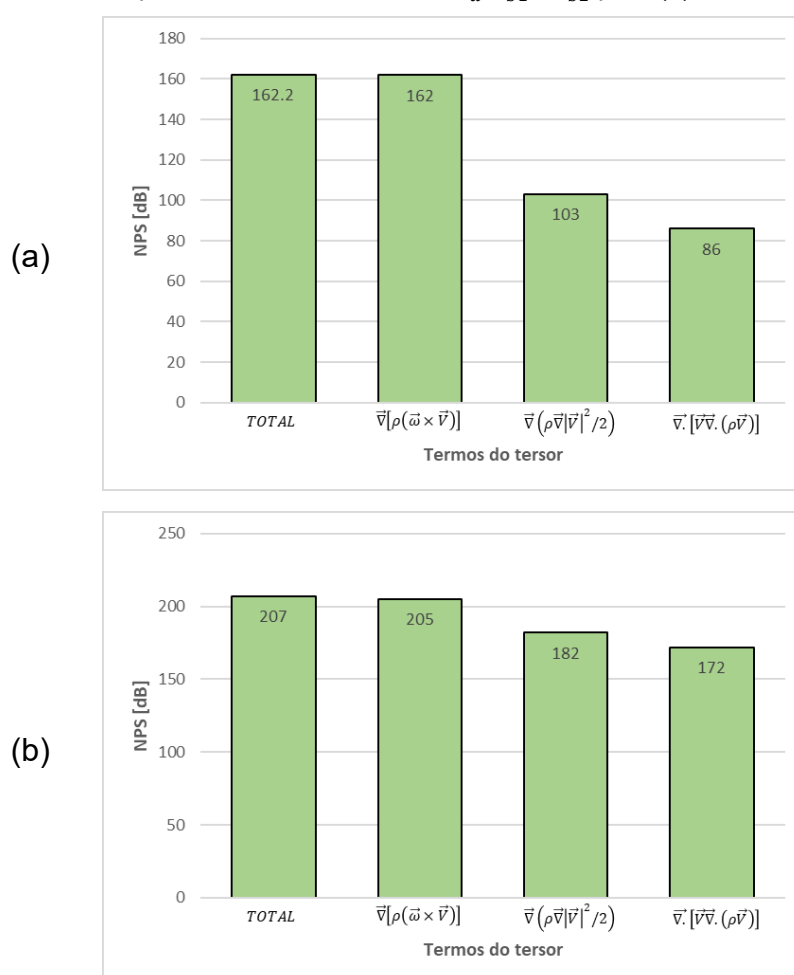


Fonte: Autoria própria.

Calculou-se, em seguida, os Níveis de Pressão Sonora (NPS), em decibéis, correspondentes aos sinais sonoros apresentados no gráfico 7.13 e os resultados são

mostrados no gráfico 7.14. No gráfico 7.14(a) tem-se os níveis sonoros para a condição de Mach 0,3 onde observa-se que o termo $\vec{v} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})]$ gera 162 dB dos 162,2 dB totais medidos no campo distante. Os termos $\vec{v} \cdot (\rho \vec{v} |\vec{v}|^2 / 2)$ e $\vec{v} \cdot [\vec{v} \vec{v} \cdot (\rho \vec{v})]$ são responsáveis por parcelas bem menores do ruído total, 103 dB e 86 dB, respectivamente. Os NPS na condição de Mach igual a 0,9 são apresentados no gráfico 7.14(b), sendo medido 207 dB para o ruído total, dos quais 205 dB são referentes ao termo $\vec{v} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})]$, 182 dB referente a $\vec{v} \cdot (\rho \vec{v} |\vec{v}|^2 / 2)$ e 172 dB devido ao termo $\vec{v} \cdot [\vec{v} \vec{v} \cdot (\rho \vec{v})]$. Portanto, nota-se que para as duas condições de Mach o termo $\vec{v} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})]$ é responsável por quase a totalidade do ruído gerado.

Gráfico 7.14 – Níveis de pressão sonora totais e de I_a , I_{b1} e I_{b2} para (a) Mach 0,3 e (b) Mach 0,9.



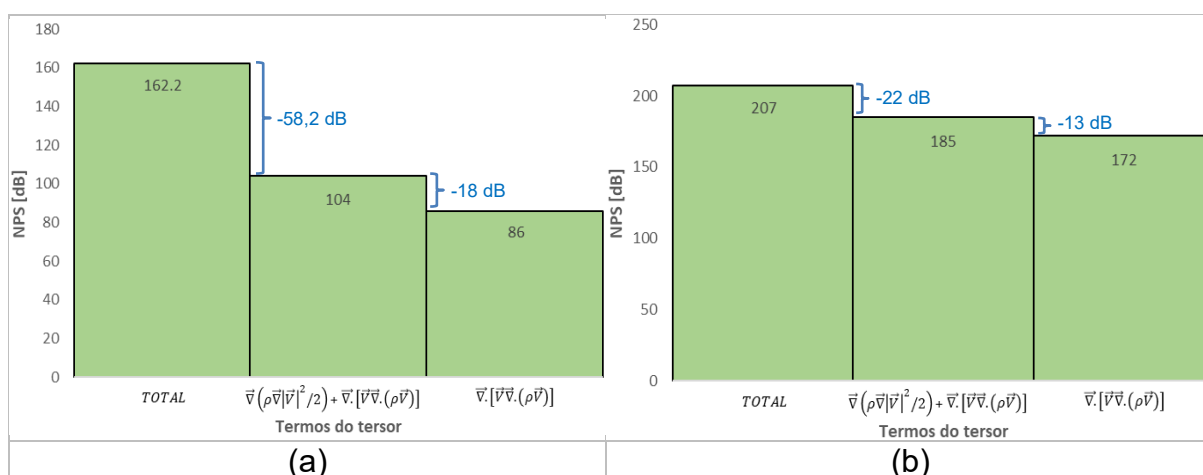
Fonte: Autoria própria.

Como o NPS é calculado em escala logarítmica, o nível de contribuição de cada um dos termos apresentada no gráfico 7.14 não pode ser interpretada de maneira

linear. Assim, para ilustrar graficamente o impacto do controle do ruído pela eliminação gradativa de cada termo, no gráfico 7.15 é apresentada o ruído acumulado para três situações, sendo elas: o NPS do ruído total, o NPS resultante da eliminação do termo $\vec{v} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})]$ e pela eliminação do termo $\vec{v} \cdot (\rho\vec{v}|\vec{v}|^2/2)$.

Observa-se que para Mach 0,3 o impacto da retirada de $\vec{v} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})]$ é de 58,2 dB que, por outro lado, é de 22 dB para a situação de Mach 0,9. Após a retirada do termo $\vec{v} \cdot (\rho\vec{v}|\vec{v}|^2/2)$ houve reduções de 18 dB e 13 dB para Mach 0,3 e 0,9, respectivamente. Conclui-se que o termo que modela a produção sonora associada às vorticidades possui contribuição dominante no ruído total medido no campo distante.

Gráfico 7.15 – Níveis de pressão sonora acumulados de I_a , I_{b1} e I_{b2} para (a) Mach 0,3 e (b) Mach 0,9.



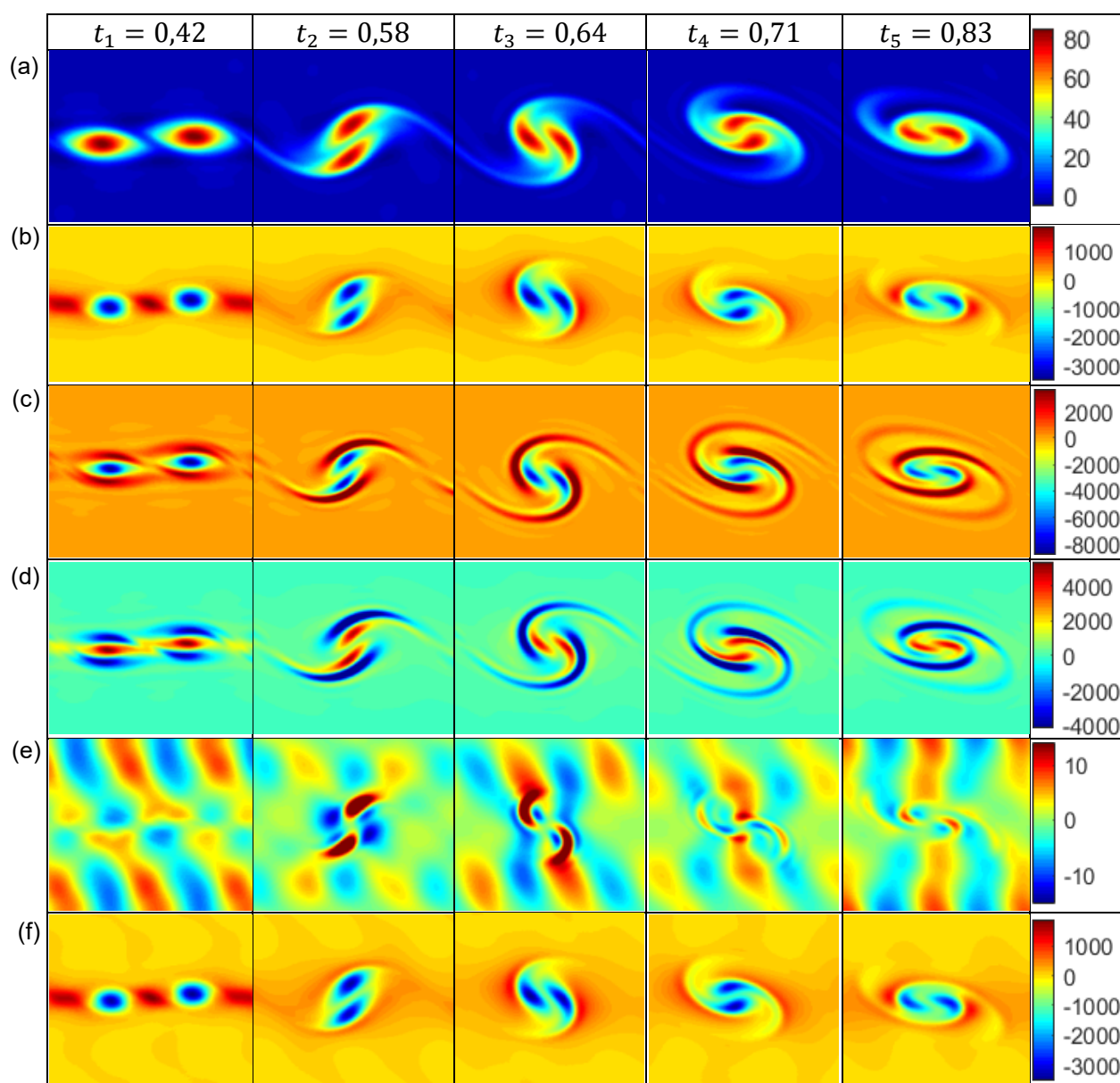
Fonte: Autoria própria.

Por fim, buscou-se analisar o comportamento dos termos do tensor de Lighthill na região de geração do ruído. No gráfico 7.16 é apresentada, para Mach 0,3, a evolução temporal de seis variáveis, sendo elas: (a) vorticidade, (b) termo $\vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \rho\vec{v}\vec{v})$, (c) termo $\vec{v} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})]$, (d) termo $\vec{v} \cdot (\rho\frac{\vec{v}|\vec{v}|^2}{2})$, (e) termo $\vec{v} \cdot [\vec{v}\vec{v} \cdot (\rho\vec{v})]$ e (f) Laplaciano da pressão. Os cinco instantes de tempo analisados são os mesmos observados no gráfico 7.4

Primeiramente, nota-se grande semelhança do termo $\vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \rho\vec{v}\vec{v})$, gráfico 7.16(b), com o Laplaciano da pressão, gráfico 7.16(f), em termos de amplitude e forma, evidenciando o acoplamento dessas duas grandezas físicas. A evolução das estruturas formadas pelos termos (c) e (d) também se assemelham, porém,

observando a escala de cores nota-se a oposição de sinais, ou seja, enquanto uma região do campo de (c) é positiva, esta mesma região no campo de (d) é negativa, mas que não se anulam, devido à diferença em amplitude. Em alguns momentos, principalmente no tempo t_2 , o termo (e) apresenta o mesmo aspecto de uma fonte quadripolo, com duas regiões de sinais positivos e negativos opostas entre si, que giram com o decorrer do pareamento das vorticidades.

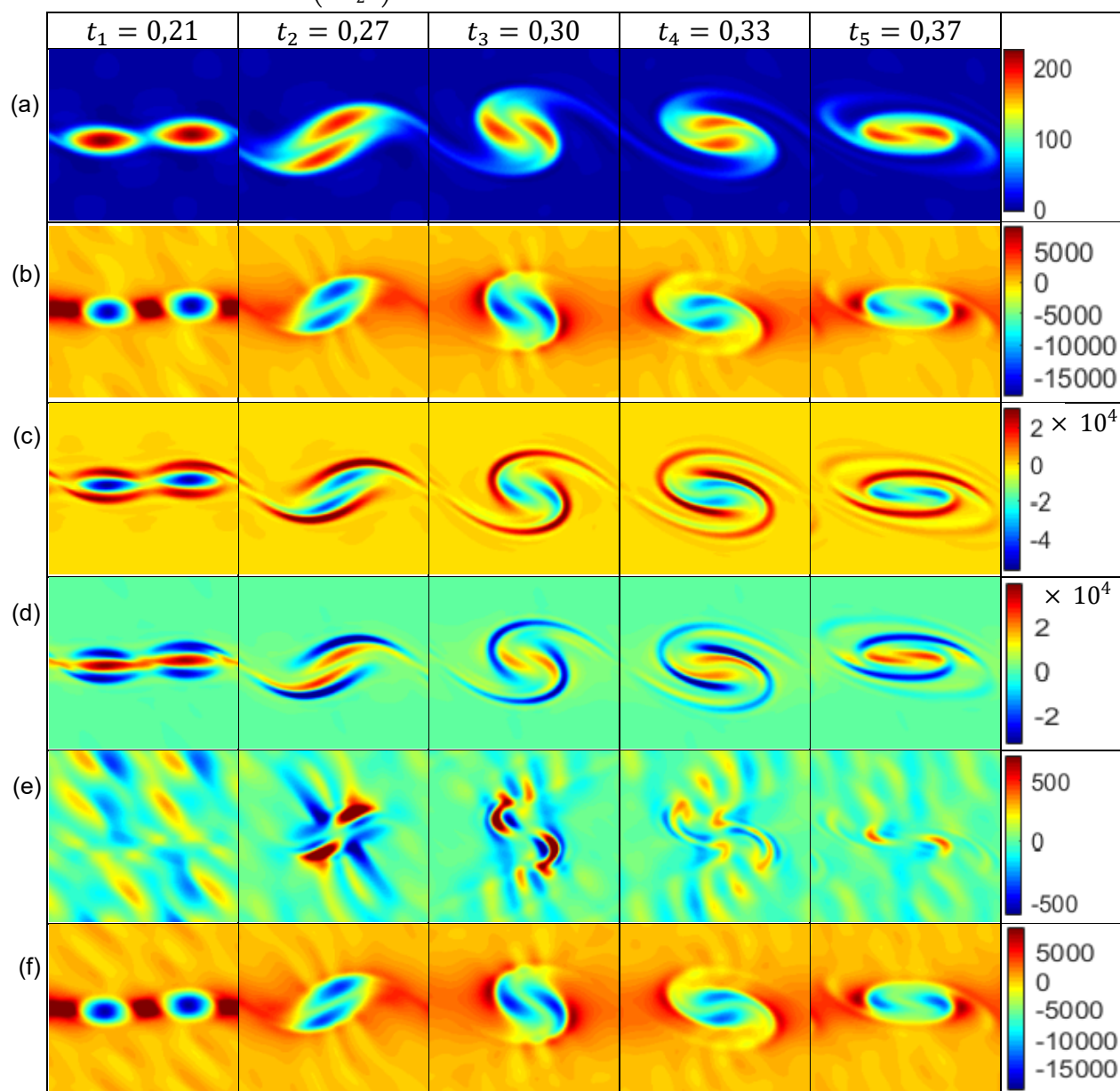
Gráfico 7.16 – Evolução temporal das variáveis: (a) vorticidade, (b) termo $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} \vec{V})$, (c) termo $\vec{\nabla} \cdot [\rho (\vec{\omega} \times \vec{V})]$, (d) termo $\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{|\vec{V}|^2}{2} \right)$, (e) termo $\vec{\nabla} \cdot [\vec{V} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V})]$ e (f) Laplaciano da pressão, para Mach 0,3.



Fonte: Autoria própria.

No gráfico 7.17 é apresentado a evolução temporal dessas variáveis, porém na condição de Mach 0,9. Observa um comportamento semelhante ao analisado na condição de Mach 0,3, mas com escalas de grandeza maiores.

Gráfico 7.17 – Evolução temporal das variáveis: (a) vorticidade, (b) termo $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} \vec{V})$, (c) termo $\vec{\nabla} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{V})]$, (d) termo $\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\vec{\nabla}|\vec{V}|^2}{2}\right)$, (e) termo $\vec{\nabla} \cdot [\vec{V} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V})]$ e (f) Laplaciano da pressão, para Mach 0,9.



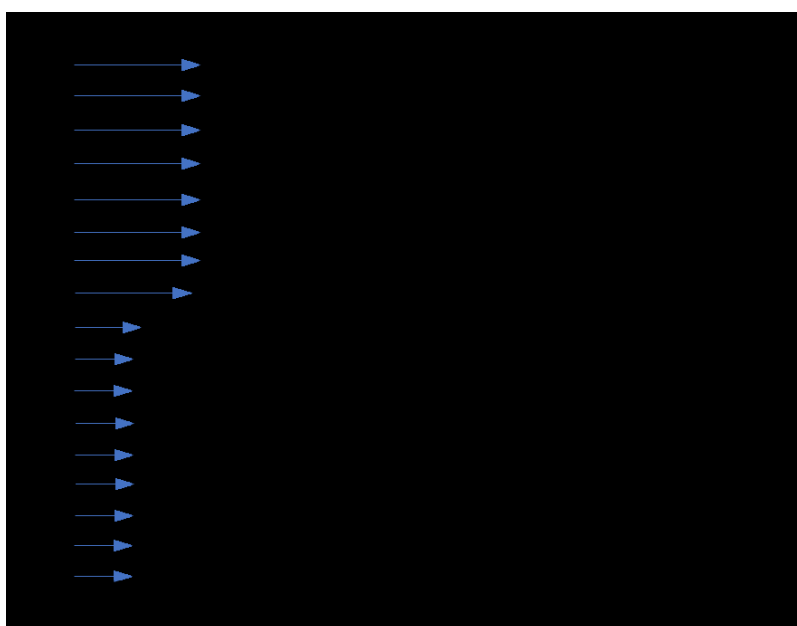
Fonte: Autoria própria.

7.2 CAMADA DE MISTURA ESPACIAL

7.2.1 Modelo físico

O segundo tipo de escoamento analisado é a camada de mistura espacial, caracterizada pelo comprimento inicial da camada cisalhante δ_0 e pela velocidade característica $U_0 = (U_1 + U_2)/2$, em que U_1 e U_2 são as velocidades das correntes de fluido, conforme ilustrado no esquema 7.18. Tal fluido é considerado como o ar ambiente sob condição isotérmica, pressão atmosférica ($p_{atm} = 1,033 \times 10^5 Pa$) e massa específica $\rho = 1,22 kg/m^3$. O número de Reynolds foi fixado em 15.000 e as velocidades das correntes U_1 e U_2 foram ajustadas para Mach igual a 0,5 e 0,15, respectivamente.

Esquema 7.18 – Modelo físico da camada de mistura espacial.



Fonte: Autoria própria.

O domínio possui dimensões relativas de $250\delta_0$ e $300\delta_0$ nas direções x e y , respectivamente, sendo discretizado utilizando $(n_x, n_y) = (1043, 2501)$ pontos. O escoamento foi simulado durante 0,07 segundos com passo de tempo relativo a CFL igual a 0,1. O campo de velocidade na direção x inicial foi introduzido utilizando o seguinte perfil,

$$u(y) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_0}\right). \quad (7.3)$$

A velocidade $v(x, y)$ é inicialmente nula e os campos de pressão e massa específica iniciais foram definidos como constantes e iguais aos valores médios do meio. Nas quatro fronteiras do domínio foram aplicadas condições de contorno não reflexivas (CCNR), sendo a condição *inflow* aplicada no contorno onde $x = 0$ e a condição *outflow* nas demais. Uma zona de amortecimento artificial foi introduzida nos últimos $100\delta_0$ do domínio em x , conforme ilustrado o esquema 7.18. Tal região tem a finalidade de reduzir a amplitude das flutuações aerodinâmicas antes de atingirem as fronteiras do domínio, minimizando as reflexões para o domínio físico que, portanto, o domínio físico se estende até $150\delta_0$. A zona de amortecimento é modelada através de termos adicionados às equações do modelo matemático, sendo nesta tese descritos como,

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = \dots - \frac{c\sigma(x, y)}{\Delta x} (\vec{U} - \bar{U}), \quad (7.4)$$

onde o vetor $\vec{U} = \{\rho, u, v, p\}$, \bar{U} são os valores médios das variáveis e $\sigma(x, y)$ é dado por,

$$\sigma(x, y) = \sigma_{max} \left(\frac{x - x_0}{x_{max} - x_0} \right)^2, \quad (7.5)$$

sendo $\sigma_{max} = 0,1$ e x_0 e x_{max} são as localizações do início e do final da zona de amortecimento.

Com o propósito de acelerar e controlar a transição do escoamento de laminar para rotacional são introduzidas perturbações na região próxima ao ponto de inflexão do perfil. As perturbações são adicionadas aos campos de velocidades u e v a cada passo de tempo conforme as seguintes equações,

$$u(x, y) = u(x, y) + A(t) \exp\left\{-\log(2) \left[\frac{x^2 + y^2}{2dx^2} \right]\right\}, \quad (7.6)$$

$$v(x, y) = v(x, y) - A(t) \exp\left\{-\log(2) \left[\frac{x^2 + y^2}{2dx^2} \right]\right\}, \quad (7.7)$$

onde dx é o espaçamento dos pontos da malha e $A(t)$ é calculado por

$$A(t) = 2 \times 10^{-4} \text{sen}(2\pi f_0 t) + 1 \times 10^{-4} \text{sen}(\pi f_0 t + \pi/2). \quad (7.8)$$

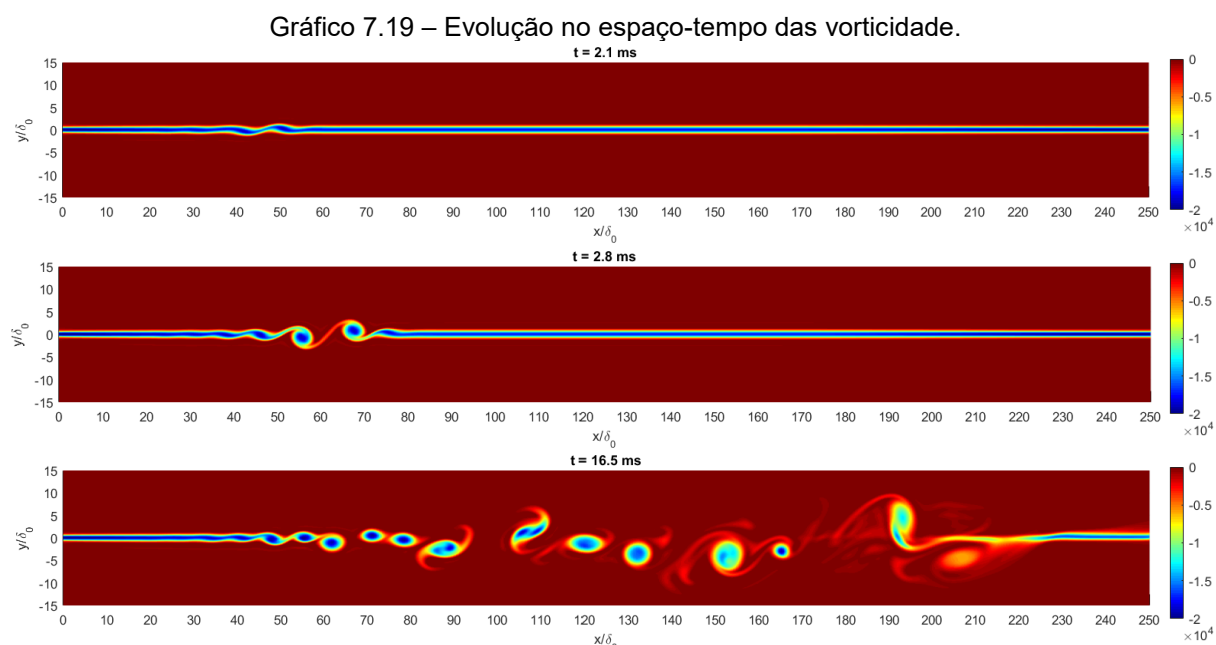
Nota-se na Eq. (7.8) que o escoamento é perturbado em duas frequências, a fundamental f_0 e o primeiro sub-harmônico $f_0/2$. Segundo Michalke (1964) a frequência f_0 corresponde à instabilidade mais amplificada, calculada através da seguinte expressão,

$$f_0 = 0,132 \frac{U_0}{\delta_0}. \quad (7.9)$$

7.2.2 Análise dos resultados no campo próximo

Inicialmente realizou-se a análise dos resultados no campo próximo à região de geração sonora, localizada em torno da camada cisalhante, onde ocorre os fenômenos fluidodinâmicos.

No gráfico 7.19 é mostrado a evolução do campo de vorticidades para três instantes da simulação, sendo eles $2,1 \text{ ms}$, $2,8 \text{ ms}$ e $16,5 \text{ ms}$. Com o intuito de facilitar a visualização gráfica o domínio na direção vertical foi limitado de $-15\delta_0$ a $15\delta_0$.



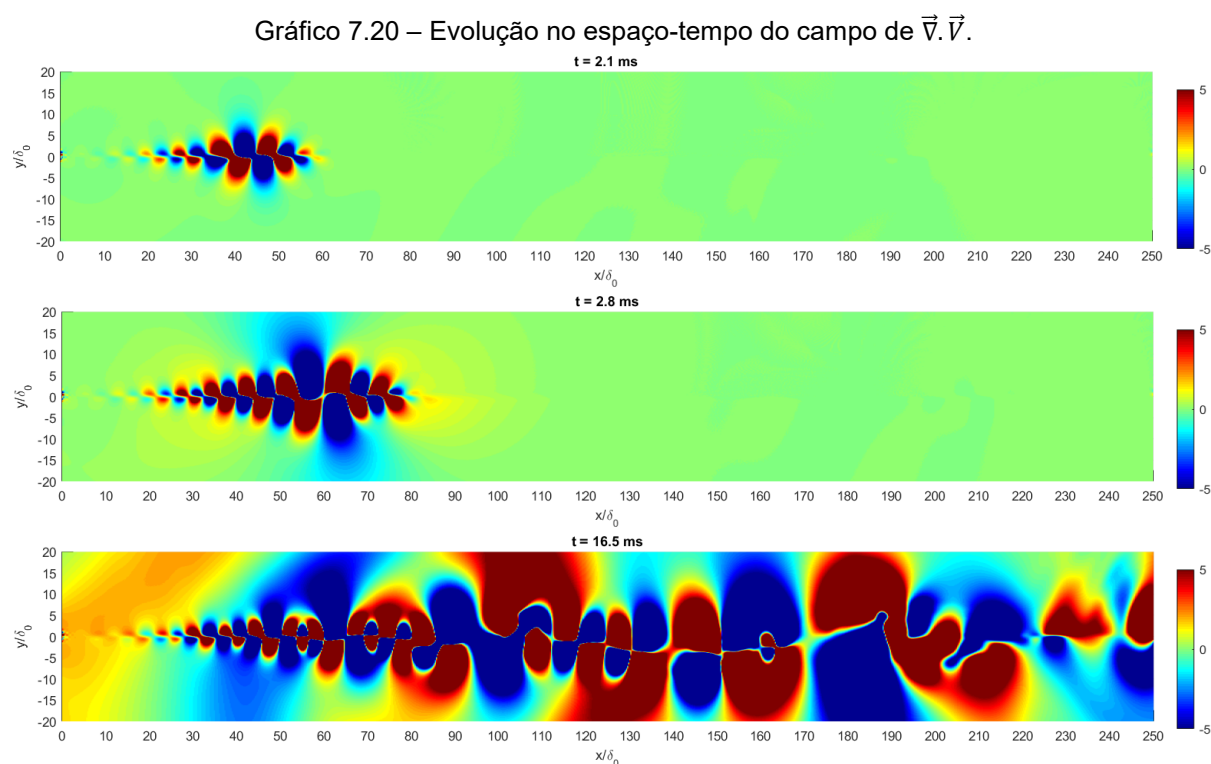
Fonte: Autoria própria.

No instante de $2,1 \text{ ms}$ nota-se a manifestação das primeiras oscilações da camada cisalhante, visualizadas próximo a $x = 40\delta_0$. No tempo de $2,8 \text{ ms}$ estas oscilações se enrolam para formar estruturas rotacionais próximo a $x/\delta_0 = 60$ seguidas por novas oscilações da camada cisalhante. Para o instante de $16,5 \text{ ms}$

observa-se o escoamento já desenvolvido onde pode-se ressaltar quatro fenômenos ocorrendo espacialmente ao longo da direção x , sendo eles:

- as oscilações da camada cisalhante caracterizadas pelas cristas e vales próximo a $x/\delta_0 = 35$;
- seguido do processo de enrolamento dessas cristas e vales próximo a $x/\delta_0 = 50$ que iniciam o pareamento das vorticidade próximo a $x/\delta_0 = 90$;
- por fim, na região do domínio onde $x/\delta_0 > 150$ observa-se que a amplitude das vorticidade são reduzidas até atingirem a condição de contorno, o que evidencia a atuação da zona de amortecimento.

No gráfico 7.20 é apresentado o divergente do vetor velocidade ($\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$) para os mesmos instantes de tempo apresentados no gráfico 7.19, sendo o domínio na direção vertical limitado de -20 a $20\delta_0$.



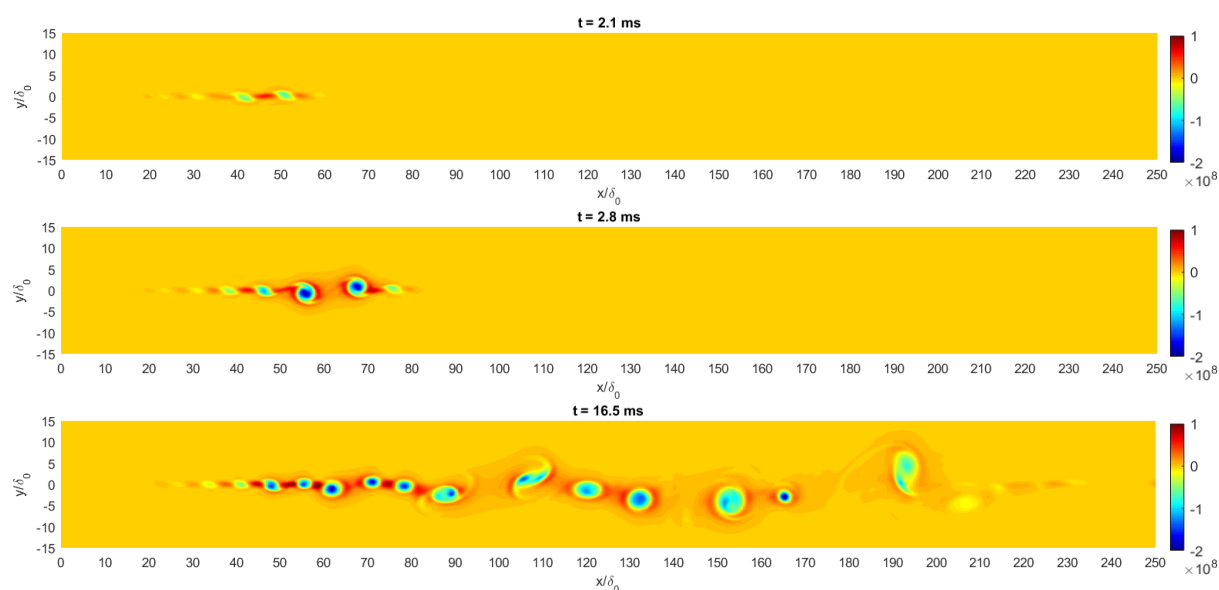
Fonte: Autoria própria.

No instante de $2,1 \text{ ms}$ observa-se que as primeiras oscilações da camada cisalhante se manifestam no campo de $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ como regiões que alternam entre positivas e negativas, traduzidas graficamente pelas cores em vermelho e azul alternadas ao longo da direção x . Tais regiões representam fluxos negativos e positivos de massa pelas fronteiras das partículas de fluido. Nota-se que os resultados abaixo de $y = 0$

são aproximadamente antissimétricos com relação aos resultados acima dessa linha, nesta situação de campos antissimétricos tem-se um estado em que não há geração sonora, ocorrendo apenas o balanço local das flutuações (pseudossom). Por outro lado, na segunda subfigura, relativa ao instante de $2,8 \text{ ms}$, nota-se na região próxima a $x/\delta_0 = 60$ que há um claro desbalanceamento dos resultados de $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ acima e abaixo de $y = 0$, caracterizando o instante de geração sonora. Por fim, na subfigura correspondente ao instante de $16,5 \text{ ms}$ é observado o escoamento desenvolvido com oscilações do divergente do vetor velocidade ao longo de toda camada cisalhante.

Ainda na região do campo próximo, calculou-se os campos do termo fonte $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ para os mesmos três instantes de tempo, os resultados são apresentados no gráfico 7.21. Ressalta-se o comportamento que assemelha-se ao observado no campo de vorticidade, gráfico 7.19 e, ainda nota-se que ao distanciar do eixo $y = 0$ rapidamente essa variável tende a valores nulos.

Gráfico 7.21 – Evolução de $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ no espaço-tempo.

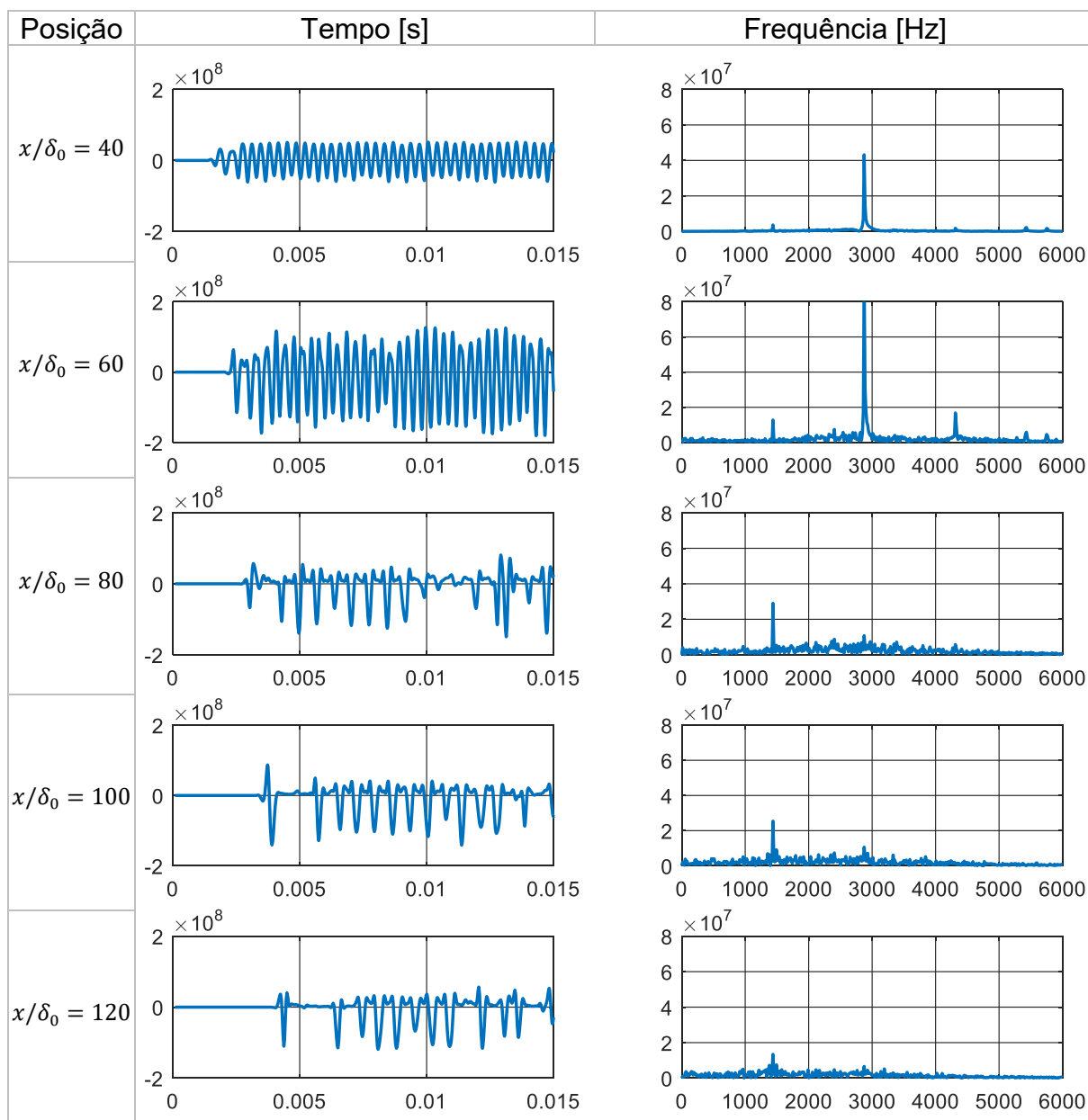


Fonte: Autoria própria.

Para analisar o sinal temporal e os respectivos espectros de frequência do termo fonte $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ e do termo de espacial de propagação da onda sonora ($c^2 \nabla^2 \rho'$) foram inseridas cinco sondas virtuais localizadas sobre o eixo central $y/\delta_0 = 0$ e ao longo da direção horizontal em $x/\delta_0 = 40, 60, 80, 100$ e 120 . Os resultados de $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ e $c^2 \nabla^2 \rho'$ para os primeiros 15 milésimos de segundos e os espectros de frequência de 0 a 6 kHz são apresentados nos gráficos 7.22 e 7.23, respectivamente.

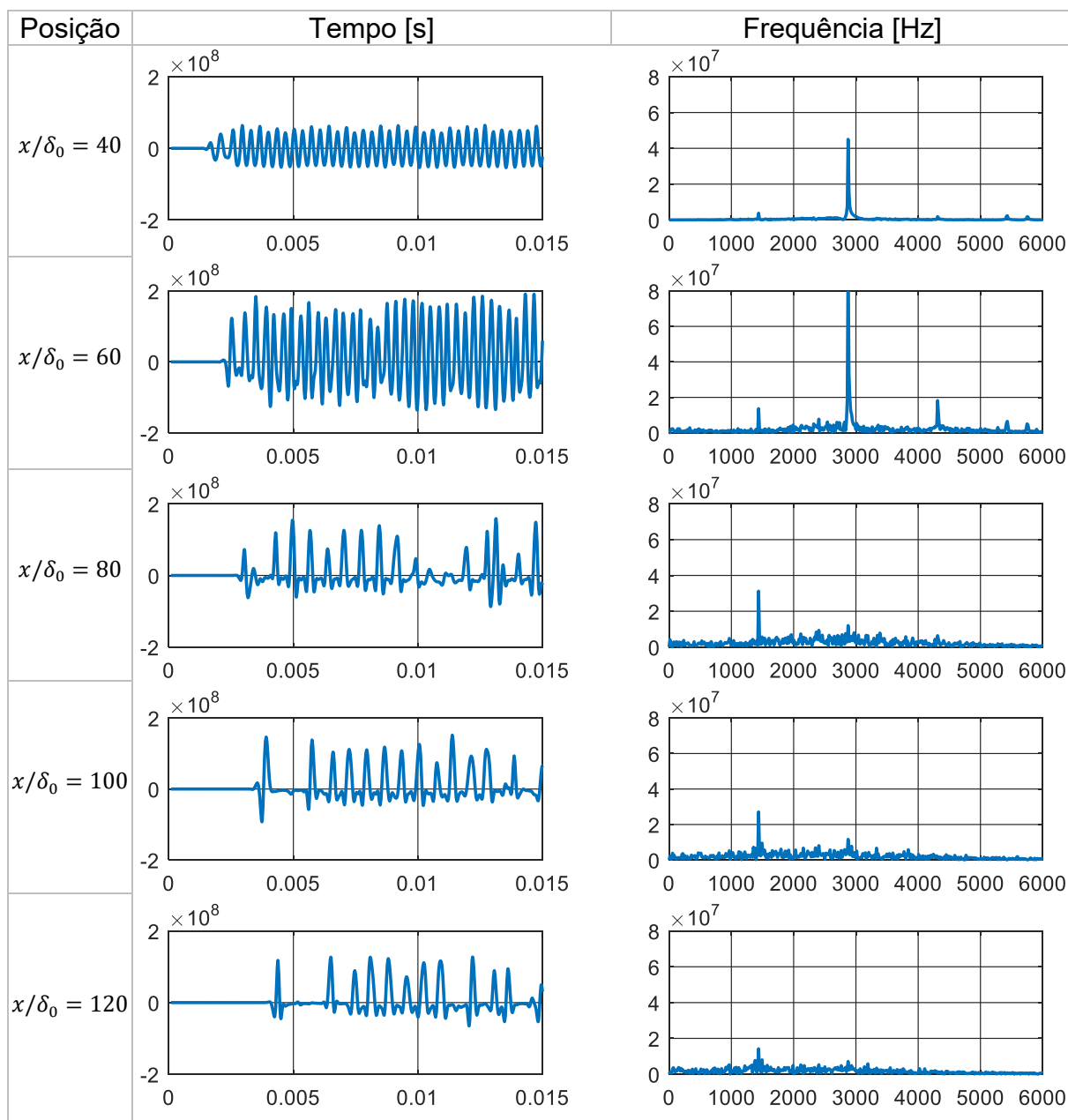
Os espectros de frequência são calculados considerando todo o tempo de simulação (0,07 s) resultando em resolução de 14 Hz.

Gráfico 7.22 – Amplitude no tempo e na frequência de $\partial^2 T_{ij} / \partial x \partial y$ para cinco posições na direção x/δ_0 e em $y/\delta_0 = 0$.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 7.23 – Amplitude no tempo e na frequência do termo espacial de propagação sonora ($c^2 \nabla^2 \rho'$) para cinco posições na direção x em $y/\delta_0 = 0$.



Fonte: Autoria própria.

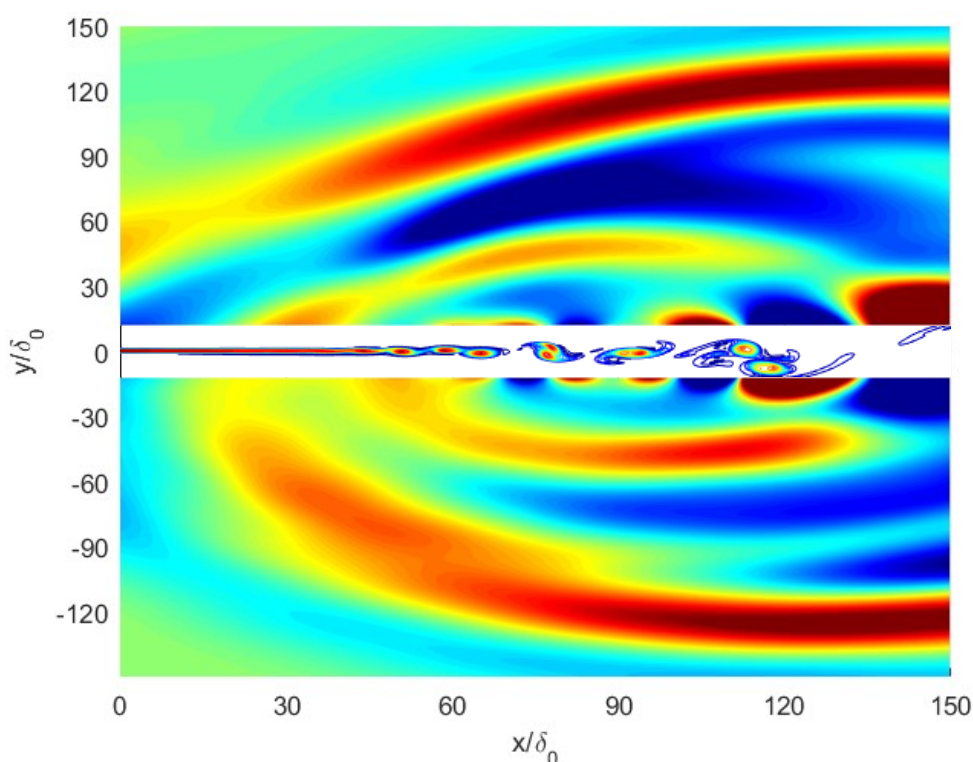
Primeiramente, observa-se que os resultados apresentados nos dois gráficos são muito semelhantes, destacando que as flutuações de $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$, gráfico 7.22, se concentram em duas frequências principais, a primeira próxima a 1500 Hz e a segunda próxima a 3000 Hz, nessas mesmas frequências observa-se os principais picos nos gráficos dos espectros de $c^2 \nabla^2 \rho'$, gráfico 7.23. A forma de onda no tempo de $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ e $c^2 \nabla^2 \rho'$ também se concordam, sendo as maiores amplitudes visualizadas nos gráficos das posições $x/\delta_0 = 40$ e 60.

Esses resultados sugerem que as frequências e o formato de onda das flutuações da fluidodinâmica, calculadas pelo termo $\partial^2 T_{ij} / \partial x \partial y$, são as mesmas do campo acústico, calculado pelo termo $c^2 \nabla^2 \rho'$, evidenciando a interação fluido-acústica.

7.2.3 Análise das interações dos campos distante e próximo

Em seguida realizou-se a análise dos resultados do ruído irradiado no campo distante, onde ocorre os efeitos de propagação das ondas sonoras geradas próximas à camada cisalhante. No gráfico 7.24 é apresentado os contornos do campo de vorticidade no intervalo $12 \leq y/\delta_0 \leq 12$ sobrepostos ao correspondente campo do divergente do vetor velocidade ($\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$) limitados apenas ao domínio físico, isto é, $0 \leq x/\delta_0 \leq 150$.

Gráfico 7.24 – Contornos do campo de vorticidade sobreposto ao campo do divergente do vetor velocidade.



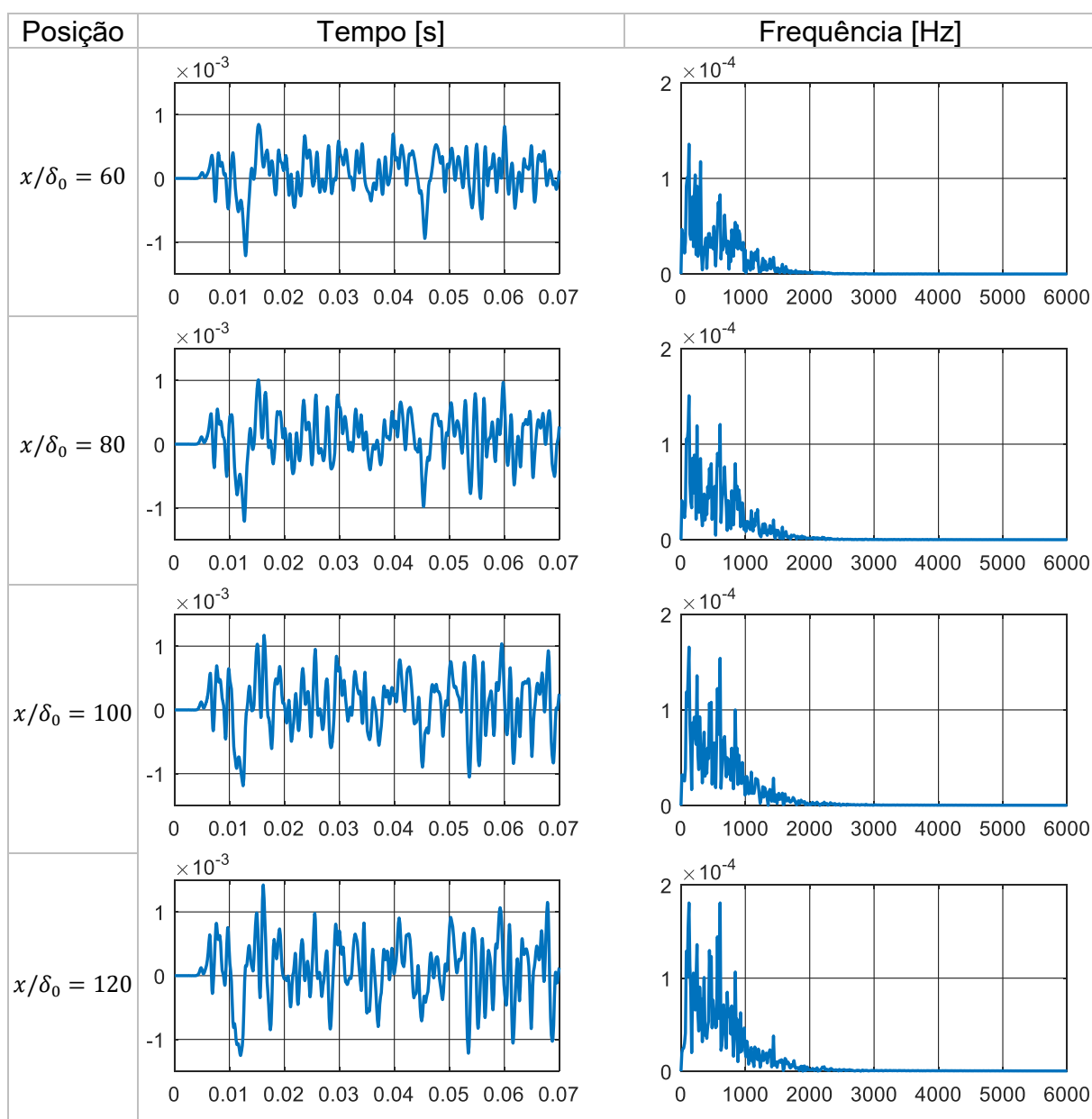
Fonte: Autoria própria.

Observa-se nos contornos de vorticidade as oscilações da camada cisalhante próximo a $x/\delta_0 = 50$, seguido do processo de enrolamento das cristas e vales próximo a $x/\delta_0 = 60$ e o início do pareamento das vorticidade próximo a $x/\delta_0 = 80$. Analisando o campo de $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ pode-se perceber pela curvatura das ondas sonoras irradiadas que

há uma certa região de origem, a qual coincide com a região de pareamento das vorticidades. Porém, não se pode afirmar que seja a única região de irradiação sonora.

Para captar o sinal sonoro no campo distante em termos das flutuações de massa específica (ρ') foram inseridos cinco microfones virtuais localizadas sobre o eixo central $y/\delta_0 = 150$ e ao longo da direção horizontal em $x/\delta_0 = 60, 80, 100$ e 120 . Os resultados para os 0,07 segundos de simulação e os respectivos espectros de frequência de 0 a 3 kHz são apresentados no gráfico 7.25.

Gráfico 7.25 – Amplitude do ruído em termos de ρ' medido em cinco posições na direção x e em $y/\delta_0 = 150$.

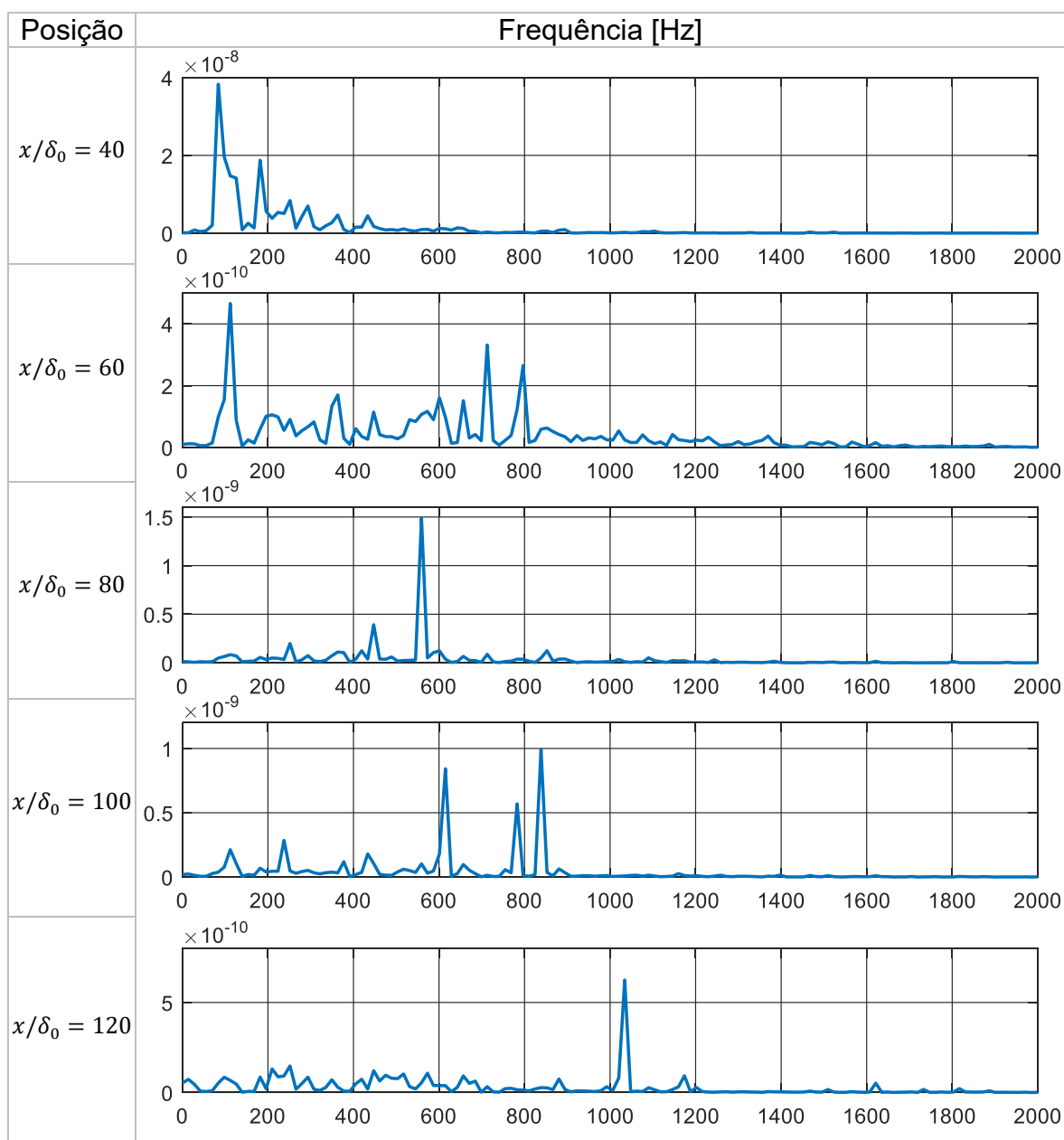


Fonte: Autoria própria.

Nota-se que os resultados para as quatro posições dos microfones são semelhantes, tanto nos gráficos do domínio do tempo quanto nos do domínio da frequência. Analisando os espectros de frequência ressalta-se que apesar de haver flutuações acima de 2000 Hz no campo próximo do termo fonte $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ (gráfico 7.22), o ruído irradiado do gráfico abaixo limita-se, principalmente, à banda do espectro menor que 2000 Hz. Isso sugere, novamente, a existência de uma faixa de frequência em que há maior eficiência de transformação da energia cinética em energia acústica.

Considerando a geração e propagação sonora do escoamento como um sistema de excitação e resposta. Como o ruído medido no campo distante não depende significativamente da posição de medição no campo distante, consideração que a resposta é única, assim tem-se um sistema de múltiplas entradas e uma saída. Sob esse ponto de vista deseja-se calcular as funções transferências entre os autos espectros do termo fonte $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ (entradas) e o ruído medido no campo distante (saída). Os resultados são apresentados no gráfico 7.26 na faixa de frequência até 2000 Hz e, pela grande diferença entre as ordens de grandeza de cada subfigura as amplitudes estão plotadas em escalas diferentes.

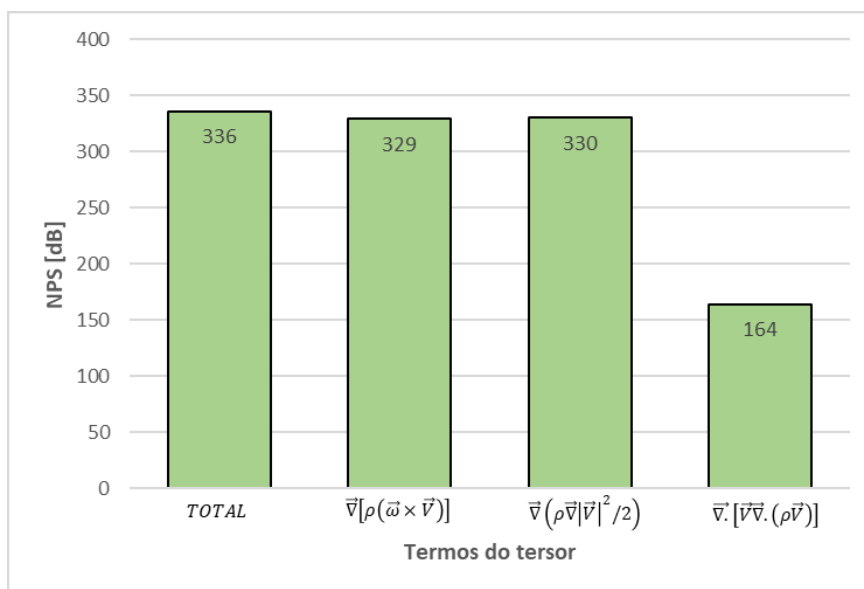
Observa-se que para cada posição x/δ_0 analisada existem regiões específicas do espectro em que a função transferência possui maiores amplitudes, isto é, conforme o escoamento se desenvolve na direção x , ondas sonoras de diferentes frequências são irradiadas.

Gráfico 7.26 – Funções Transferência entre $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ e o ruído medido no campo distante.

Fonte: Autoria própria.

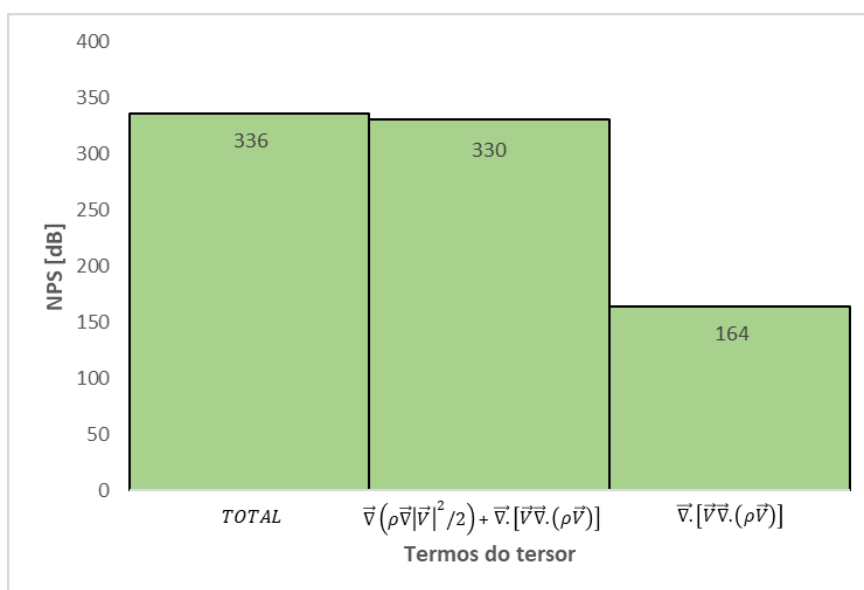
7.2.4 Termos do tensor de Lighthill

Os Níveis de Pressão Sonora (NPS), em decibéis, correspondentes aos níveis de ruído gerados por cada termo de $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ são mostrados no gráfico 7.27. Observa-se que os termos $\vec{v} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})]$ e $\vec{v} \cdot (\rho \vec{v} |\vec{v}|^2 / 2)$ são responsáveis por 329 e 330 dB dos 336 dB totais medidos no campo distante. O termo $\vec{v} \cdot [\vec{v} \vec{v} \cdot (\rho \vec{v})]$ gera uma parcela bem menor, 164 dB.

Gráfico 7.27 – Níveis de pressão sonora total e dos termos I_a , I_{b1} e I_{b2} .

Fonte: Autoria própria.

Os impactos do controle do ruído pela eliminação gradativa dos termos são apresentados no gráfico 7.28, sendo o ruído acumulado para três situações: o NPS do ruído total, o NPS resultante da eliminação do termo $\bar{v} \cdot [\rho(\bar{\omega} \times \bar{v})]$ e pela eliminação do termo $\bar{v} \cdot (\rho\bar{v}|\bar{v}|^2/2)$.

Gráfico 7.28 – Níveis de pressão sonora acumulados dos termos I_a , I_{b1} e I_{b2} .

Fonte: Autoria própria.

Observa-se que o impacto da retirada de $\vec{\nabla} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{V})]$ é de 6 dB e o impacto da retirada do termo anterior e do termo $\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{\nabla} |\vec{V}|^2 / 2)$ resulta na redução de 166 dB, evidenciando que o termo que modela a energia cinética líquida da partícula de fluido, $\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{\nabla} |\vec{V}|^2 / 2)$, possui contribuição dominante no ruído total medido no campo distante.

8 CONCLUSÕES

8 CONCLUSÕES

Neste capítulo realiza-se as conclusões relativas aos objetivos específicos inicialmente propostos, descrevendo a maneira que se trabalhou para atingi-los e os resultados obtidos, como segue:

- Física dos mecanismos de geração e propagação de ruído nos escoamentos cisalhantes livres

Esta tese se propôs estudar os mecanismos físicos envolvidos na geração e propagação de ruído nos escoamentos cisalhantes livres. Os dois principais tipos de ruído gerados são denominados: ruído de mistura turbulenta e ruído de ondas de choque, sendo que a tese considerou o ruído de mistura turbulenta como foco. O processo de compreensão e interpretação da dinâmica envolvida nesses fenômenos utilizou de observações dos resultados numéricos e analogias com sistemas cuja dinâmica já é conhecida.

Do ponto de vista da produção sonora concluiu-se que analisando uma vorticidade isolada, o movimento rotacional do fluido faz surgir no centro do vórtice uma região de baixa interação molecular, traduzindo em uma baixa pressão. No pareamento das vorticidades ocorre o giro das mesmas em torno de uma órbita comum, esse movimento faz com que o fluido ao seu redor seja submetido a regiões com diferentes níveis de pressão de maneira alternada, que conseqüentemente produz flutuações temporais na pressão ambiente. Flutuações de pressão em torno de uma pressão média é característica de produção sonora, sendo que parte dessas flutuações são consumidas em um movimento local e outra parte é irradiada em forma de som. A ideia de que parte das flutuações de pressão são consumidas localmente e parte torna-se, propriamente, ondas sonoras implica em uma eficiência sonora devida a interação fluido-acústica.

Partindo da hipótese de que as vorticidades dão origem ao ruído de mistura turbulenta, na irradiação sonora as estruturas turbilhonares dos escoamentos cisalhantes livres são advectadas pelo campo de velocidade média, o que caracteriza um problema de fontes sonoras móveis. O movimento da fonte altera a intensidade e a simetria do campo sonoro irradiado além de deslocar o espectro de ruído para

regiões de frequências mais altas ou mais baixas, dependendo do sentido de emissão das fontes.

No caminho de propagação, a onda sonora é refratada à medida em que se propaga no interior do escoamento. Esse efeito é causado pela interação das frentes de onda com o campo de velocidade média do escoamento. A principal consequência da refração da onda sonora no interior do escoamento é o surgimento de regiões em que a intensidade do ruído é alterada, como é o exemplo da região de cone de silêncio dos escoamentos do tipo jato, que leva esse nome por se tratar de uma região em formato de cone que possui nível relativamente menor de ruído.

- Termo fonte da equação de Lighthill

Foi proposta a investigação e análise do termo fonte da equação de Lighthill, buscando compreender a física modelada pela mesma. O desenvolvimento desse objetivo contou com uma revisão do cálculo diferencial e pesquisas relacionadas à interpretação dos operadores diferenciais. Dessa forma, o tensor $\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V} - \bar{\tau}) + \vec{\nabla}(p' - c_0^2 \rho')]$, fonte da equação de Lighthill, foi desmembrado em um total de seis termos, sendo eles: *termo II* = $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau})$, *termo III* = $\vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla}(p' - c_0^2 \rho')]$, *termo I_{a1}* = $\vec{\nabla} \cdot [\rho \vec{V} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V})]$, *termo I_{a2}* = $\vec{\nabla} \cdot [\vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{\nabla} \rho)]$, *termo I_{b1}* = $\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\vec{\nabla} |\vec{V}|^2}{2} \right)$ e *termo I_{b2}* = $\vec{\nabla} \cdot [\rho (\vec{\omega} \times \vec{V})]$. Para cada um foi feita sua interpretação e conexão com a produção do ruído aerodinâmico. Destaca-se os termos *I_{b1}* = $\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\vec{\nabla} |\vec{V}|^2}{2} \right)$ e *I_{b2}* = $\vec{\nabla} \cdot [\rho (\vec{\omega} \times \vec{V})]$, sendo que o primeiro sugere a produção de energia sonora a partir da energia cinética líquida contida na partícula elementar de fluido e o segundo parece estar ligada a geração sonora por meio do movimento rotacional do fluido, isto é, da resultante líquida do vetor lambda, resultado do produto vetorial $\vec{\omega} \times \vec{V}$, que aponta para o centro da vorticidade. Tal vetor modela a força responsável por manter a partícula de fluido em movimento circular que, flutuações na magnitude desse vetor, estão acopladas às flutuações no campo de pressão. Esses dois termos destacados julga-se ser os principais que modelam a produção do ruído de mistura turbulenta.

- Métodos numéricos para a solução computacional de escoamentos compressíveis

A próxima demanda proposta nessa tese está relacionada ao desenvolvimento de métodos numéricos de solução dos escoamentos compressíveis. Tal demanda surgiu após apurar que um dos principais problemas da simulação numérica em aeroacústica é a disparidade entre a ordem de grandeza das escalas presentes no campo aerodinâmico e no campo acústico, tanto as escalas de comprimento quanto as de tempo. Assim, o método das diferenças finitas explícito foi formulado nos domínios do número de onda e da frequência para desenvolver o método das diferenças finitas otimizadas.

Para o cálculo das derivadas espaciais foi utilizado um estêncil centrado de sete pontos para os pontos localizados no interior da malha e, para os pontos próximos aos contornos do domínio, utilizou-se estêncil de sete pontos rebatidos (diferenças finitas para frente e para trás). Os coeficientes dos métodos foram otimizados através dos Algoritmos Genéticos para dar origem ao estêncil denominado de “Otimizado AG”. Já o cálculo das derivadas temporais utilizou-se como base o método de Runge-Kutta de quatro estágios, sendo que os coeficientes que acompanham cada estágio foram otimizados via Algoritmos Genéticos, provindo no estêncil denominado de “RK4 AG”. Os dois estêncis desenvolvidos foram aplicados à solução de casos teste afim de validar seu desempenho atingido comparado a outros métodos já bem estabelecidos na literatura. Os resultados mostraram que os erros de dispersão e difusão numérica foram reduzidos com a utilização dos estêncis “Otimizado AG” e “RK4 AG”.

O estudo acerca das condições de contorno não reflexivas foi realizado afim de simular fronteiras do domínio computacional que sejam “transparentes”, isto é, computacionalmente a propagação das ondas não é afetada pela presença dos contornos do domínio. Nesta tese foi utilizada a condição de contorno baseada nas equações características de Navier-Stokes, formulada para os contornos de entrada e saída dos escoamentos. O caso teste proposto para a condição de contorno desenvolvida apresentou baixos níveis de reflexão das flutuações dos campos de pressão, velocidade e vorticidade, tanto para Mach 0,3 quanto para Mach 0,9.

Por fim, para melhorar a qualidade da solução e evitar instabilidades numéricas, observou-se a necessidade de remover os altos números de onda da solução computacional assim que elas são geradas. Uma das formas de proceder é

introduzindo a filtragem numérica que foi baseada em Gaitonde e Visbal (2000). Nessa tese foi utilizado o filtro de sexta ordem explícito e os resultados do caso teste mostraram alto desempenho na remoção dos altos números de onda, estabilizando a solução e melhorando sua qualidade.

- Implementação computacional e solução dos escoamentos

Após o desenvolvimento da metodologia de solução numérica foi feita a implementação computacional. Para efeitos de teste, inicialmente o código foi implementado em linguagem MATLAB, para que em seguida fosse escrito em linguagem C++. O principal desafio desta etapa foi a implementação das condições de contorno não reflexivas baseadas nas equações características de Navier-Stokes que, por causa de suas particularidades relativas a cada fronteira do domínio, o programa resulta em blocos de código bastante longos e específicos. Por outro lado, como as malhas utilizadas nas soluções dos escoamentos eram uniformes, os estêncis numéricos de solução das derivadas e o filtro foram implementados sem grandes problemas.

As simulações dos escoamentos foram feitas utilizando computador equipado com processador modelo i7-8700k da Intel, memória RAM de 32 GB e disco rígido de 2 TB. A camada de mistura temporal demandou cerca de três dias de processamento e a camada de mistura espacial cerca de duas semanas. Por outro lado, a etapa de pós processamento delongou alguns meses.

- Análise e investigação do campo acústico gerado nos escoamentos cisalhante livres

Estudos de caso relativos aos escoamentos do tipo camada de mistura temporal e espacial foram apresentados no capítulo 7. O estudo de cada escoamento seguiu um viés de investigação numérica, aplicando vários métodos de pós processamento e ferramentas gráficas para compreender os fenômenos envolvidos.

No estudo da camada de mistura temporal obteve-se, inicialmente, resultados relativos à análise de convergência de malha. A principal conclusão neste ponto foi que diferenças observadas nos resultados de três malhas com diferentes níveis de refinamento não advém da falta de resolução na captação do fenômeno de

propagação da onda sonora, mas sim das estruturas turbilhonares que as geram e, dessa forma, confirmou-se a hipótese formulada no início da tese de que a ordem de grandeza do comprimento da onda sonora é muito maior que a dimensão da estrutura turbilhonar que a produz. Em seguida foi feito o estudo da sincronização temporal do campo de vorticidades com o campo acústico produzido no qual percebeu-se que a fase da onda sonora gerada pelo escoamento está relacionada ao movimento das vorticidades durante o pareamento, o que evidencia a relação direta das estruturas rotacionais do escoamento com a geração do ruído aerodinâmico. Além disso, foi observado que com o aumento do número de Mach, houve o acréscimo do nível de ruído gerado. Esse efeito é explicado pela hipótese de que o escoamento possui maior eficiência de transformação da energia cinética em sonora à medida que aumenta-se o número de Mach, tendência que foi observada nos resultados apresentados no domínio do número de onda.

A análise da camada de mistura temporal foi encerrada com o estudo da contribuição sonora de cada termo do tensor de Lighthill no ruído total medido no campo distante, no qual observou-se que o termo $\vec{v} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})]$ é o principal responsável pela produção do ruído, seguido do termo $\vec{v} \cdot \left(\rho \frac{\vec{v}|\vec{v}|^2}{2}\right)$ que ainda tem uma contribuição considerável. A contribuição dos demais termos analisados são desprezíveis.

Em seguida foi feita a investigação da produção sonora no escoamento do tipo camada de mistura espacial, na qual foi evidenciada grande semelhança em termos visuais do campo do duplo divergente do tensor de Lighthill ($\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$) com o campo de vorticidades. Da análise do divergente do vetor velocidade ($\vec{v} \cdot \vec{v}$) notou-se que a região do campo próximo, onde manifesta-se o pseudossom, e a região do campo distante onde as ondas sonoras propagam. Sincronizando este último resultado com o campo de vorticidades foi verificado que as ondas sonoras tinham origem principalmente na região de desenvolvimento do escoamento onde ocorria o pareamento das vorticidades.

Considerando a geração e propagação sonora do escoamento como um sistema de múltiplas entradas e uma saída, calculou-se as funções transferências entre os autos espectros do termo fonte $\partial^2 T_{ij}/\partial x \partial y$ (entradas) e o ruído medido no campo distante (saída). Analisando os resultados, conclui-se que para cada posição do escoamento existem regiões específicas do espectro em que a função

transferência possui maiores amplitudes, isto é, conforme o escoamento se desenvolve, ondas sonoras de diferentes frequências são irradiadas.

O estudo da contribuição sonora de cada termo do tensor de Lighthill no ruído total medido no campo distante mostrou que, neste caso, o termo $\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\vec{\nabla} |\vec{V}|^2}{2} \right)$ possui contribuição dominante sobre os demais, seguido do termo $\vec{\nabla} \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{V})]$.

REFERÊNCIAS

- ABBOTT, B. p. et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. **Physical Review Letters**, [s.l.], v. 116, n. 6, p.1-16, 11 fev. 2016. American Physical Society (APS). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.116.061102>.
- AGARWAL, Anurag; MORRIS, Philip J.; MANI, Ramani. Calculation of Sound Propagation in Nonuniform Flows: Suppression of Instability Waves. **Aiaa Journal**, [s.l.], v. 42, n. 1, p.80-88, jan. 2004. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <https://doi.org/10.2514/1.619>
- ALMEIDA, O. de. **Aeroacoustics of Dual-stream Jets with Application to Turbofan Engines**. 2009. Tese de Doutorado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.
- APPELO, D., HAGSTROM, T., AND KREISS, G. Perfectly matched layers for hyperbolic systems: general formulation, well-posedness and stability. **SIAM J. Appl. Maths.**, **67**(1), 1–23, 2006. <https://doi.org/10.1137/050639107>
- ATVARIS, J. SCHUBERT, L. K.; RIBNER, H. S. Refraction of sound from a point source placed in an air jet. **J. Journal of the Acoustical Society of America**. v. 37, p. 168-170. jan. 1965. <https://doi.org/10.1121/1.1909297>
- BAILLY, C.; BOGEY, C.. Contributions of Computational Aeroacoustics to Jet Noise Research and Prediction. **International Journal Of Computational Fluid Dynamics**, [s.l.], v. 18, n. 6, p.481-491, ago. 2004. Informa UK Limited. <http://dx.doi.org/10.1080/10618560410001673498>.
- BALL, C. G.; FELLOUAH, H.; POLLARD, A. The flow field in turbulent round free jets. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 50, p. 1-26, abr. 2012. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2011.10.002>
- BARLAS, Gerassimos. **Multicore and GPU Programming: An Integrated Approach**. Waltham: Elsevier, 2015. 677 p.
- BAYLISS, A. AND TURKEL, E. Far field boundary conditions for compressible flows. **Journal of Computational Physics**, 48(2), 182–199, 1982. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(82\)90046-8](https://doi.org/10.1016/0021-9991(82)90046-8)
- BERANEK, L. L.; VÉR, I. L.. **Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications**. 2.ed. New Jersey: John Wiley & Sons. 2006. 966p.

BILLSON, Mattias; ERIKSSON, Lars-erik; DAVIDSON, Lars. Acoustic Source Terms for the Linearized Euler Equations in Conservative Form. **Aiaa Journal**, [s.l.], v. 43, n. 4, p.752-759, abr. 2005. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <https://doi.org/10.2514/1.12858>

BISTAFA, S. R.. **Acústica Aplicada ao Controle de Ruído**. 1.ed. São Paulo: Editora Blucher, 2006. 368p.

BOGEY, Christophe; BAILLY, Christophe; JUVÉ, Daniel. Numerical Simulation of Sound Generated by Vortex Pairing in a Mixing Layer. **Aiaa Journal**, [s.l.], v. 38, n. 12, p.2210-2218, dez. 2000. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <https://doi.org/10.2514/2.906>

BOX, George E. P.; DRAPER, Norman Richard. **Empirical model-building and response surfaces**. New York: John Wiley & Sons, 1987. 669 p.

BRADSHAW, P.; FERRISS, D. H.; JOHNSON, R. F.. Turbulence in the noise-producing region of a circular jet. **Journal Of Fluid Mechanics**, [s.l.], v. 19, n. 04, p.591-624, ago. 1964. Cambridge University Press (CUP). <https://doi.org/10.1017/S0022112064000945>

CASTELAIN, T. et al. Jet-Noise Reduction by Impinging Microjets: an Acoustic Investigation Testing Microjet Parameters. **Aiaa Journal**, [s.l.], v. 46, n. 5, p.1081-1087, maio 2008. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <http://dx.doi.org/10.2514/1.29411>

COLONIUS, Tim; BASU, Amit; ROWLEY, Clarence. Numerical investigation of the flow past a cavity. **5th Aiaa/ceas Aeroacoustics Conference And Exhibit**, [s.l.], p.1-10, 10 maio 1999. American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/6.1999-1912>

COLONIUS, Tim; LELE, Sanjiva K.. Computational aeroacoustics: progress on nonlinear problems of sound generation. **Progress In Aerospace Sciences**, [s.l.], v. 40, n. 6, p.345-416, ago. 2004. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.paerosci.2004.09.001>

CURLE, N. The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound. **Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences**. London, v. A 231, p. 505-514, abr. 1955. <https://doi.org/10.1098/rspa.1955.0191>

DAVIES, P. O. A. L.; FISHER, M. J.; BARRATT, M. J.. The characteristics of the turbulence in the mixing region of a round jet. **Journal Of Fluid Mechanics**, [s.l.], v. 15, n. 03, p.337-367, mar. 1963. Cambridge University Press (CUP). <https://doi.org/10.1017/S0022112063000306>

DEBNATH, Lokenath. Sir James Lighthill and modern fluid mechanics: a memorial tribute. **International Journal Of Mathematics And Mathematical Sciences**, [s.l.], v. 22, n. 4, p.667-688, 1999. Hindawi Limited. <http://dx.doi.org/10.1155/S0161171299226671>

FERREIRA, F. G. T. **Análise Aeroacústica de Jatos Coaxiais em Regime Subsônico**. 2013. 136 f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

FFOWCS WILLIAMS, J. E.; LIGHTHILL, M. J.. **Film Notes for Aerodynamic Generation of Sound**. University of London, 1971. 11p.

FFOWCS-WILLIAMS, J. E. On the development of Mach waves radiated by small disturbances. **Journal Of Fluid Mechanics**, v. 22, n. 01, p.49-55, maio 1965. Cambridge University Press (CUP). <https://doi.org/10.1017/S0022112065000575>

FFOWCS-WILLIAMS, J. E. The Noise from Turbulence Convected at High Speed. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences**. London, v. A255, p. 469-503, 1963. <https://doi.org/10.1098/rsta.1963.0010>

FFOWCS-WILLIAMS, J. E.; HAWKINGS, D. L. Sound generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion. **Phil. Trans. R. Soc.** London. 264(1151), 321–342. 1969. <https://doi.org/10.1098/rsta.1969.0031>

FFOWCS-WILLIAMS, J. E.; MAIDANIK, G. The Mach wave field radiated by supersonic turbulent shear flows. **Journal Of Fluid Mechanics**, v. 21, n. 04, p.641-657, abr. 1965. Cambridge University Press (CUP). <https://doi.org/10.1017/S0022112065000393>

FJORTOFT, R.. Application of integral theorems in deriving criteria of stability for laminar flows and for the baroclinic circular vortex. **Geophys.** Publ. 1950. Oslo 17, 1–52.

FLABES NETO, P. B.. **Uma metodologia para otimização geométrica de serpentinas de compressores herméticos**. 2013. 111 f. Dissertação (Mestrado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2013.

FONTANE, J. et al, Gallery of Fluid Motion. 2008.

FORTUNÉ, Véronique; LAMBALLAIS, Éric; GERVAIS, Yves. Noise radiated by a non-isothermal, temporal mixing layer. Part I: Direct computation and prediction using compressible DNS. **Theoretical And Computational Fluid Dynamics**, [s.l.], v. 18, n. 1, p.61-81, 17 set. 2004. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1007/s00162-004-0114-8>.

GAITONDE, Datta V.; VISBAL, Miguel R.. Pade-plusmn;-Type Higher-Order Boundary Filters for the Navier-Stokes Equations. **Aiaa Journal**, [s.l.], v. 38, n. 11, p.2103-2112,

nov. 2000. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <https://doi.org/10.2514/2.872>

GILES, M. B. Nonreflecting boundary conditions for Euler equation calculations. *AIAA J.*, **28**(12), 2050–2058, 1990. <https://doi.org/10.2514/3.10521>

GOLDSTEIN, M. E.. A generalized acoustic analogy. **Journal Of Fluid Mechanics**, v. 488, p.315-333, 10 jul. 2003. Cambridge University Press (CUP). <https://doi.org/10.1017/S0022112003004890>

GRANDE, E. Refraction of injected point source of sound by cold nitrogen jet, noting effects of temperature and velocity fields. **Journal of the Acoustical Society of America**. v. 38, p. 1063-1064. dez. 1965. <https://doi.org/10.1121/1.1909848>

HAGSTROM, T. AND HARIHARAN, S. I. Accurate boundary conditions for exterior problems in gas dynamics. **Math. Comput.**, 51, 581–597, 1988. <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-1988-0935075-7>

HOWE, M. S.. Contributions to the theory of aerodynamic sound with application to excess jet noise and the theory of the flute. **Journal of Fluid Mechanics**, 71: 625–673. 1975. <https://doi.org/10.1017/S0022112075002777>

HU, F. Q. A perfectly matched layer absorbing boundary condition for linearized Euler equations with a non-uniform mean-flow. **Journal Of Computational Physics**, **208**(2), 469–492, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2005.02.028>

HU, F. Q.; HUSSAINI, M. Y.; MANTHEY, J. L.. Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge–Kutta Schemes for Computational Acoustics. **Journal Of Computational Physics**, v. 124, n. 1, p.177-191, mar. 1996. Elsevier BV. <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0052>

HUANG, Xun; ZHANG, Xin. A Fourier Pseudospectral Method for Some Computational Aeroacoustics Problems. **International Journal Of Aeroacoustics**, v. 5, n. 3, p.279-294, set. 2006. SAGE Publications. <https://doi.org/10.1260/1475-472X.5.3.279>

ILÁRIO, Carlos R. S. et al. Prediction of jet mixing noise with Lighthill's Acoustic Analogy and geometrical acoustics. **The Journal Of The Acoustical Society Of America**, [s.l.], v. 141, n. 2, p.1203-1213, fev. 2017. Acoustical Society of America (ASA). <http://dx.doi.org/10.1121/1.4976076>.

ISO 8253-1:2010. Acoustics - Audiometric test methods -- Part 1: Pure-tone air and bone conduction audiometry.

JIANG-PING, He et al. A Pseudospectral Time-Domain Algorithm for Calculating the Band Structure of a Two-Dimensional Photonic Crystal. **Chinese Physics Letters**, v. 19, n. 4, p.507-510, 26 mar. 2002. IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/0256-307X/19/4/318>

KHANAL, Bidur; SADDINGTON, Alistair; KNOWLES, Kevin. An Efficiently Parallelized High-Order Aeroacoustics Solver Using a Characteristic-Based Multi-Block Interface Treatment and Optimized Compact Finite Differencing. **Aerospace**, [s.l.], v. 4, n. 2, p.29-40, 28 maio 2017. MDPI AG. <http://dx.doi.org/10.3390/aerospace4020029>.

KHORRAMI, M. R.; LI, F.; CHOUDHARI, M. A Novel Approach for Reducing Rotor Tip-Clearance Induced Noise In Turbofan Engines. In: AIAA/CEAS AEROACOUSTICS CONFERENCE, 7th, 2001, Maastricht. **Anais...**p. 2001-2148. <https://doi.org/10.2514/6.2001-2148>

KIM, Jae W.; LEE, Duck J.. Optimized compact finite difference schemes with maximum resolution. **Aiaa Journal**, [s.l.], v. 34, n. 5, p.887-893, maio 1996. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <https://doi.org/10.2514/3.13164>

KOLMOGOROV, A. N.. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers. **Proceedings Of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**. v. 434, n. 1890, p. 299-303, 1941. <https://doi.org/10.1098/rspa.1991.0075>

KRISHNAPPA, G.; CSANADY, G. T.. An experimental investigation of the composition of jet noise. **Journal Of Fluid Mechanics**, v. 37, n. 01, p.149-159, jun. 1969. Cambridge University Press (CUP). <https://doi.org/10.1017/S0022112069000462>

LASSITER, L. W.; HUBBARD, H. H. **Experimental studies of noise from subsonic jets in still air**, 1952. Technical Note.

LELE, S. K.; NICHOLS, J. W.. A second golden age of aeroacoustics? **Philosophical Transactions Of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 372, n. 2022, p.20130321-20130321, 14 jul. 2014. The Royal Society. <https://doi.org/10.1098/rsta.2013.0321>

LI, X.; JIANG, M.; GAO, J.; LIN, D.; LIU, L.; LI, X.. Recent advances of computational aeroacoustics. **Applied Mathematics And Mechanics**, v. 36, n. 1, p.131-140, 2015. Springer Science + Business Media. <https://doi.org/10.1007/s10483-015-1899-9>

LIGHTHILL, M. J. **Computational Aeroacoustics: The final panel discussion**. New York: Springer-Verlag. ed. JC Hardin, MY Hussaini, pp. 499–513, 1993.

LIGHTHILL, M. J. On Sound Generated Aerodynamically. I - General Theory. **Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences**. London, v. 211, n. 1107, p. 564-587. mar. 1952.

LIGHTHILL, M. J. On Sound Generated Aerodynamically. II - Turbulence as a Source of Sound. **Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences**. London, v. 222, n. 1148, p. 1-32, feb. 1954.

LILLEY, G. M.; MORRIS, P. J.; TESTER, B. J. On the Theory of Jet Noise and its Application. In: AIAA/CEAS AEROACOUSTICS CONFERENCE, 5th, Seattle. **Anais...**p. 73-987, 1973. <https://doi.org/10.2514/6.1973-987>

LODATO, Guido; DOMINGO, Pascale; VERVISCH, Luc. Three-dimensional boundary conditions for direct and large-eddy simulation of compressible viscous flows. **Journal Of Computational Physics**, [s.l.], v. 227, n. 10, p.5105-5143, maio 2008. Elsevier BV.

MARGNAT, Florent; GLOERFELT, Xavier. On compressibility assumptions in aeroacoustic integrals: A numerical study with subsonic mixing layers. **The Journal Of The Acoustical Society Of America**, [s.l.], v. 135, n. 6, p.3252-3263, jun. 2014. Acoustical Society of America (ASA). <http://dx.doi.org/10.1121/1.4875561>.

MAWARDI, Osman K.; DYER, Ira. On Noise of Aerodynamic Origin. **The Journal Of The Acoustical Society Of America**, v. 25, n. 3, p.389-395, maio 1953. Acoustical Society of America (ASA). <https://doi.org/10.1121/1.1907053>

MICHALKE, A.. On the inviscid instability of the hyperbolic tangent velocity profile. **Journal Of Fluid Mechanics**, [s.l.], v. 19, n. 04, p.543-556, ago. 1964. Cambridge University Press (CUP). <https://doi.org/10.1017/S0022112064000908>

MILLENNIUM PROBLEMS. Clay Mathematics Institute. Disponível em: <<http://www.claymath.org/millennium-problems>>. Acesso em: 23 de Ago. 2017.

MIN, Kyoung-bok; MIN, Jin-young. Exposure to environmental noise and risk for male infertility: A population-based cohort study. **Environmental Pollution**, [s.l.], v. 226, p.118-124, jul. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.envpol.2017.03.069>.

MINAFRA, K.. **Researchers Explore Aircraft Landing Gear Aerodynamics Through Supercomputer Simulations**. *NASA's Ames Research Center*. 2017. Disponível em: <<https://www.nasa.gov/ames/image-feature/nasa-highlights-simulations-at-supercomputing-conference-like-aircraft-landing-gear>>. Acesso em: 20 de Junho 2018.

MORFEY, C.I.; WRIGHT, M.c.m.. Extensions of Lighthill's acoustic analogy with application to computational aeroacoustics. **Proceedings Of The Royal Society A:**

Mathematical, Physical and Engineering Sciences, [s.l.], v. 463, n. 2085, p.2101-2127, 19 jun. 2007. The Royal Society. <https://doi.org/10.1098/rspa.2007.1864>

MOTHEAU, Emmanuel; ALMGREN, Ann; BELL, John B.. Navier–Stokes Characteristic Boundary Conditions Using Ghost Cells. **AIAA Journal**, [s.l.], v. 55, n. 10, p.3399-3408, out. 2017. <https://doi.org/10.2514/1.J055885>

MULLER, L.. **Novo supercomputador mais poderoso do mundo entra em operação nos EUA**. tecmundo.com.br. Disponível em: < <https://www.tecmundo.com.br/produto/131112-novo-supercomputador-poderoso-mundo-entra-operacao-eua.htm> >. Acesso em 20 de Julho de 2018.

MUNZEL, T. et al. Cardiovascular effects of environmental noise exposure. **European Heart Journal**, [s.l.], v. 35, n. 13, p.829-836, 9 mar. 2014. Oxford University Press (OUP). <http://dx.doi.org/10.1093/eurheartj/ehu030>.

NAJA-YAZDI, Alireza. **Large Eddy Simulation of Sound Generation by Turbulent Reacting and Nonreacting Shear Flows**. 2011. 248 f. Tese (Doutorado) - Curso de Mechanical Engineering, Department Of Mechanical Engineering, Mcgill University, Montreal, 2011. Cap. 5.

NORTON, M. P.; KARCZUB, D. G.. **Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers**. 2.ed. New York: Cambridge University Press, 2003. 631p. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139163927>

OTELBAEV, M.; DURMAGAMBETOV, A. A.; SEITKULOV, Ye. N.. Conditions for the existence of a global strong solution to a class of nonlinear evolution equations in a Hilbert space. **Proceedings Of The Steklov Institute Of Mathematics**, [s.l.], v. 260, n. 1, p.194-203, abr. 2008. Pleiades Publishing Ltd. <http://dx.doi.org/10.1134/s0081543808010148>

PHILLIPS, O. M. On the Generation of Sound by Supersonic Turbulent Shear Layers. **Journal of Fluid Mechanics**. Baltimore, v. 9, p. 1-28, mar. 1960. <https://doi.org/10.1017/S0022112060000888>

POINSOT, T. J. AND LELE, S. K. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. **Journal Of Computational Physics**, **101**(7), 104–129, 1992. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(92\)90046-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90046-2)

POPE, Stephen B.. Introduction: The study of turbulent flows. In: POPE, Stephen B.. **Turbulent Flows**. New York: Cambridge University Press, 2000. Cap. 1. p. 1-7.

POWELL, A. Theory of vortex sound. **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 36(1), p. 177-195, 1964. <https://doi.org/10.1121/1.1918931>

RAYLEIGH, JOHN WILLIAM STRUTT, BARON. **The Theory of Sound - Volume II.** New York: Macmillan and Co Ltd, 1896. 530p.

RICHARDSON, L. F.. **Weather Prediction by Numerical Process.** Cambridge: Cambridge University Press, 1922.

RITTER, M. **Russian mathematician rejects \$1 million prize.** Boston.com. 2010. Disponível em: <http://archive.boston.com/news/science/articles/2010/07/01/russian_mathematician_rejects_1_million_prize/>. Acesso em: 23 de Ago. 2017.

RIVERA, Michael; VOROBIEFF, Peter; ECKE, Robert E.. Turbulence in Flowing Soap Films: Velocity, Vorticity, and Thickness Fields. **Physical Review Letters**, [s.l.], v. 81, n. 7, p.1417-1420, 17 ago. 1998. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.1417>

RUDY, David H.; STRIKWERDA, John C.. A nonreflecting outflow boundary condition for subsonic navier-stokes calculations. **Journal Of Computational Physics**, [s.l.], v. 36, n. 1, p.55-70, jun. 1980. Elsevier BV. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(80\)90174-6](https://doi.org/10.1016/0021-9991(80)90174-6)

RUTGERS, M. A.; WU, X. L.; DANIEL, W. B.. Conducting fluid dynamics experiments with vertically falling soap films. **Review Of Scientific Instruments**, [s.l.], v. 72, n. 7, p.325, 2001. <https://doi.org/10.1063/1.1379956>

SALAM, M.. **Você ouve Laurel ou Yanni? Áudio vira 'vestido azul ou dourado' da vez.** Folha.uol.com.br. 2018. Disponível em: <<https://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2018/05/voce-ouve-laurel-ou-yanni-audio-vira-vestido-azul-ou-dourado-da-vez.shtml>>. Acesso em: 21 de Maio. 2018.

SANTOS, Gustavo Di Fiore dos. **A Methodology for Noise Prediction of Turbofan Engines.** 2006. 302 pages. Thesis of Doctor in Science – Aeronautics Institute of Technology, São José dos Campos.

SAUTOY, DU M. **Breve História da Matemática.** BBC. 2018. Disponível em: <<https://tecnologia.uol.com.br/noticias/bbc/2018/05/20/o-enigma-resolvido-ha-300-anos-pelo-matematico-leonhard-euler-e-que-hoje-nos-permite-navegar-na-internet.amp.htm>>. Acesso em: 22 de Maio 2018.

SILVA, C. R. I. **Development of a Novel RANS-based Method for the Computational Aeroacoustics of High Speed Jets.** 2011. 235 f. Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

SILVEIRA NETO, A.. In: TURBULÊNCIA: **ANAIIS DA I ESCOLA DE PRIMAVERA EM TRANSIÇÃO E TURBULÊNCIA**, 1, 1998, Rio de Janeiro. Coleção Cadernos de Turbulência. ABCM, 2002. p. 3-48.

SOHR, Hermann. The Navier-Stokes Equations. **Birkhäuser Advanced Texts Basler Lehrbücher**, [s.l.], p.1-43, 2001. Birkhäuser Basel.

SONG, Ge. **Sound generation by coherent structures in mixing layers**. 2013. 161 f. Tese (Doutorado) - Curso de Especialização em Acústica, Especialização em Acústica, École Nationale Supérieure D'arts Et Métiers, Paris, 2012.

TAM, C. K. W. AND DONG, Z. Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a non-uniform mean flow. **Journal Of Computational Acoustics**, 4(2), 175–201, 1996. <https://doi.org/10.1142/S0218396X96000040>

TAM, C.. **Computational Aeroacoustics: A Wave Number Approach** (Cambridge Aerospace Series). Cambridge: Cambridge University Press. 2012. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511802065>

TAM, Christopher K. W. Recent advances in computational aeroacoustics. **Fluid Dynamics Research**, v. 38, n. 9, p.591-615, set. 2006. IOP Publishing. <https://doi.org/10.1016/j.fluiddyn.2006.03.006>

TAM, Christopher K. W.. **Computational aeroacoustics: a wave number approach**. New York: Cambridge University Press, 2012. 481 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511802065>

TAM, Christopher K.w.; WEBB, Jay C.. Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics. **Journal Of Computational Physics**, [s.l.], v. 107, n. 2, p.262-281, ago. 1993. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1993.1142>.

TAM; C. K. W.. Computational aeroacoustics: Issues and methods. **AIAA Journal**. Florida. v. 33, n. 10, p.1788–96. out. 1995. <https://doi.org/10.2514/3.12728>

TANNA, H.k.. An experimental study of jet noise part I: Turbulent mixing noise. **Journal Of Sound And Vibration**, v. 50, n. 3, p.405-428, fev. 1977. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(77\)90493-X](https://doi.org/10.1016/0022-460X(77)90493-X)

Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência, Rio de Janeiro, 21 a 25 de setembro de 1998. Editores: Atila P. Silva Freire, Philippe P. P. Menut e Jian Su. Rio de Janeiro: ABCM, 2002. V., 292 p. (Coleção Cadernos de Turbulência. Turbulência; V. 1).

VAN DYKE, M. **An Album of Fluid Motion**. 1.ed. Stanford: Parabolic Press, 1982. 177p.

VAN WYLEN, G. J.; SONNTAG, R. E.; BORGNAKKE, C.. **Fundamentos da Termodinâmica**. 6.ed. São Paulo: Edgard Blucher. 2003. 577p.

VISBAL, Miguel R; GAITONDE, Datta V. On the Use of Higher-Order Finite-Difference Schemes on Curvilinear and Deforming Meshes. **Journal Of Computational Physics**, [s.l.], v. 181, n. 1, p.155-185, set. 2002. Elsevier BV. <https://doi.org/10.1006/jcph.2002.7117>

WEI, Mingjun; FREUND, Jonathan B.. A noise-controlled free shear flow. **Journal Of Fluid Mechanics**, [s.l.], v. 546, n. -1, p.123-152, 21 dez. 2005. Cambridge University Press (CUP). <https://doi.org/10.1017/S0022112005007093>

WELLS, Valana L.. Acoustic waveform singularities from supersonic rotating surface sources. **Aiaa Journal**, [s.l.], v. 29, n. 3, p.387-394, mar. 1991. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <https://doi.org/10.2514/3.10590>

WELLS, Valana L.; HAN, Arris. Geometrical and numerical considerations in computing advanced-propeller noise. **Journal Of Aircraft**, [s.l.], v. 30, n. 3, p.365-371, maio 1993. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). <https://doi.org/10.2514/3.46343>

WELLS, Valana L.; RENAUT, Rosemary A.. Computing Aerodynamically Generated Noise. **Annu. Rev. Fluid Mech.**, [s.l.], v. 29, n. 1, p.161-199, jan. 1997. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.29.1.161>

WISCOMBE, W. J. Scales, Tools and Reminiscences. In: MARSHAK, A.; DAVIS, A.. **3D Radiative Transfer in Cloudy Atmospheres**. 2.ed. Netherlands: Springer. 2005. p. 3-92. https://doi.org/10.1007/3-540-28519-9_1

XU, Jun; LI, Xiaodong; GUO, Yueping. Nonlinear absorption characteristics and micro flow physics of resonator under high sound intensity. **20th Aiaa/ceas Aeroacoustics Conference**, [s.l.], p.1-10, 13 jun. 2014. American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/6.2014-3353>

ZHANG, Jin-hai; YAO, Zhen-xing. Optimized explicit finite-difference schemes for spatial derivatives using maximum norm. **Journal Of Computational Physics**, [s.l.], v. 250, p.511-526, out. 2013. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2013.04.029>.