

Yuri Von Cosmy Bottoli Rodrigues

**ANÁLISE DE UM MODELO EQUIVALENTE  
PARA UM GRUPO DE MOTORES DE  
INDUÇÃO TRIFÁSICOS UTILIZADOS EM  
SIMULAÇÕES ELETROMECÂNICAS**

Uberlândia – MG

2019



Yuri Von Cosmy Bottoli Rodrigues

# **ANÁLISE DE UM MODELO EQUIVALENTE PARA UM GRUPO DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS UTILIZADOS EM SIMULAÇÕES ELETROMECÂNICAS**

Dissertação apresentada por Yuri Von Cosmy Bottoli Rodrigues à Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Universidade Federal de Uberlândia – UFU  
Faculdade de Engenharia Elétrica – FEELT  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica  
Núcleo de Dinâmica de Sistemas Elétricos – NDSE

Orientador: Geraldo Caixeta Guimarães  
Coorientador: Adélio José de Moraes

Uberlândia – MG  
2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.**

---

- R696a Rodrigues, Yuri Von Cosmy Bottoli, 1990  
2019 Análise de um modelo equivalente para um grupo de motores de indução trifásicos utilizados em simulações eletromecânicas [recurso eletrônico] / Yuri Von Cosmy Bottoli Rodrigues. - 2019.  
  
Orientador: Geraldo Caixeta Guimarães.  
Coorientador: Adélio José de Moraes.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.  
Modo de acesso: Internet.  
Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2019.1271>  
Inclui bibliografia.  
Inclui ilustrações.  
  
1. Engenharia elétrica. 2. Motores elétricos de indução. 3. Energia - Conservação. 4. Máquinas elétricas. I. Guimarães, Geraldo Caixeta, 1954, (Orient.). II. Moraes, Adélio José de, 1954, (Coorient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

---

CDU: 621.3

Angela Aparecida Vicentini Tzi Tziboy – CRB-6/947

# Agradecimentos

Ao meu orientador Geraldo Caixeta Guimarães por sua competente orientação, apoio, incentivo e amizade na realização deste trabalho.

Ao meu coorientador Adélio José de Moraes pelas contribuições e esclarecimentos no decorrer desse trabalho.

Ao meu amigo Fernando Bento Silva, pela amizade e que esteve presente, ajudando e tirando dúvidas, sempre com suas inestimáveis sugestões, que auxiliaram muito na realização e finalização desse trabalho.

Ao meu amigo Victor Lucas Sousa Gomes pela amizade e que sempre ajudou quando precisava na realizações dos trabalhos.

A todos os amigos do laboratório de Dinâmica de Sistemas Elétricos, pelo convívio e companheirismo durante este tempo.

Aos servidores Rubens Aparecido Assunção e José Mário Menescal de Oliveira, pela amizade e por seus excelentes serviços prestados junto à Faculdade de Engenharia Elétrica.

Aos meus amigos do diretório acadêmico, pela amizade durante essa minha jornada por Uberlândia.

À WEG S.A. e ao colaborador da empresa Mateus Francesconi Da Boit pela colaboração e documentação dos motores utilizados nesse trabalho.

Ao CNPq pela bolsa concedida para realização dessa pesquisa.



*“Imaginação é mais importante que conhecimento.  
Conhecimento é limitado, a imaginação cerca o mundo”.*  
*(Albert Einstein)*



# Resumo

Este trabalho apresenta uma metodologia de agregação de motores de indução trifásicos em um barramento, seja comercial ou industrial, para reduzir os esforços de processamento computacional em simulações de dinâmica de sistemas elétricos. A formulação matemática dessa técnica, baseada na lei de conservação de energia, tanto elétrica como mecânica, é também apresentada. Os parâmetros de circuito equivalente e momentos de inércia dos vários motores utilizados nessa pesquisa foram cordialmente fornecidos pela WEG S.A. Isto foi importante para prover uma base sólida para analisar e comparar os desempenhos do grupo de motores com o motor agregado equivalente por meio de simulações computacionais do sistema elétrico sob alguns distúrbios. Os resultados obtidos exibidos graficamente por variáveis elétricas e mecânicas atestaram a eficiência da proposta apresentada.

**Palavras-chave:** agregação de motores, conservação de energia, dinâmica de sistemas elétricos, máquinas elétricas, motor de indução trifásico.



# Abstract

This work presents a methodology of aggregation of three-phase induction motors on a busbar, whether commercial or industrial, to reduce computational processing efforts in electrical system dynamics simulations. The mathematical formulation of such technique, based on the law of energy conservation, is also presented. The equivalent circuit parameters and moments of inertia of the various motors used in this research were cordially provided by WEG S.A. This was important to provide a solid basis for analyzing and comparing the performances of the group of motors with the equivalent aggregated motor by means of computer simulations of the electrical system under some disturbances. The results obtained graphically by electrical and mechanical variables confirmed the efficiency of the presented proposal.

**Keywords:** motor aggregation, energy conservation, dynamics of electrical systems, electric machines, three-phase induction motor.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Vista explodida do motor de indução trifásico. . . . .	30
Figura 2 – Vista em corte de um motor de indução de rotor bobinado. . . . .	31
Figura 3 – Dois polos, trifásico, máquina de indução simétrica conectada em estrela. . . . .	34
Figura 4 – Relação trigonométrica do circuito do rotor para o eixo dq0. . . . .	40
Figura 5 – Circuitos equivalentes de referência arbitrária para a máquina simétrica de indução trifásica. . . . .	43
Figura 6 – Circuito equivalente por fase de um motor de indução. . . . .	48
Figura 7 – Diagrama de fluxo de potência de um motor de indução. . . . .	48
Figura 8 – Curva de conjugado e velocidade de acordo com a classe de projeto NEMA. . . . .	53
Figura 9 – Curva de conjugado e velocidade de acordo com a categoria N, H e D. .	54
Figura 10 – Diagrama trifilar de um barramento de “n” motores. . . . .	58
Figura 11 – Diagrama trifilar de um barramento com o motor equivalente. . . . .	59
Figura 12 – Circuito equivalente por fase do barramento de “n” motores e do motor equivalente. . . . .	60
Figura 13 – Fonte de tensão programável trifásica. . . . .	69
Figura 14 – Parâmetros da fonte de tensão programável trifásica. . . . .	69
Figura 15 – Fonte de tensão trifásica. . . . .	70
Figura 16 – Parâmetros da fonte de tensão trifásica. . . . .	70
Figura 17 – Disjuntor trifásico. . . . .	71
Figura 18 – Parâmetros do disjuntor trifásico. . . . .	71
Figura 19 – Falta trifásica. . . . .	72
Figura 20 – Parâmetros da falta trifásica. . . . .	72
Figura 21 – Máquina assíncrona. . . . .	73
Figura 22 – Configuração da máquina assíncrona. . . . .	73
Figura 23 – Parâmetros da máquina assíncrona. . . . .	74
Figura 24 – Potência mecânica no $MIT_1^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	75
Figura 25 – Torque mecânico no $MIT_1^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	76
Figura 26 – Potência ativa no $MIT_1^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	77
Figura 27 – Potência reativa no $MIT_1^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	78
Figura 28 – Corrente no $MIT_1^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	79
Figura 29 – Potência mecânica no $MIT_2^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	80
Figura 30 – Torque mecânico no $MIT_2^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	81
Figura 31 – Potência ativa no $MIT_2^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	82
Figura 32 – Potência reativa no $MIT_2^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	83
Figura 33 – Corrente no $MIT_2^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	84

Figura 34 – Potência mecânica no $MIT_3^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	85
Figura 35 – Torque mecânico no $MIT_3^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	86
Figura 36 – Potência ativa no $MIT_3^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	87
Figura 37 – Potência reativa no $MIT_3^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	88
Figura 38 – Corrente no $MIT_3^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	89
Figura 39 – Potência mecânica no $MIT_4^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	90
Figura 40 – Torque mecânico no $MIT_4^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	91
Figura 41 – Potência ativa no $MIT_4^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	92
Figura 42 – Potência reativa no $MIT_4^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	93
Figura 43 – Corrente no $MIT_4^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	94
Figura 44 – Potência mecânica no $MIT_5^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	95
Figura 45 – Torque mecânico no $MIT_5^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	96
Figura 46 – Potência ativa no $MIT_5^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	97
Figura 47 – Potência reativa no $MIT_5^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	98
Figura 48 – Corrente no $MIT_5^{agr}$ na mudança de carga mecânica. . . . .	99
Figura 49 – Potência mecânica no $MIT_1^{agr}$ na VTCD. . . . .	101
Figura 50 – Torque mecânico no $MIT_1^{agr}$ na VTCD. . . . .	102
Figura 51 – Potência ativa no $MIT_1^{agr}$ na VTCD. . . . .	103
Figura 52 – Potência reativa no $MIT_1^{agr}$ na VTCD. . . . .	104
Figura 53 – Corrente no $MIT_1^{agr}$ na VTCD. . . . .	105
Figura 54 – Potência mecânica no $MIT_2^{agr}$ na VTCD. . . . .	106
Figura 55 – Torque mecânico no $MIT_2^{agr}$ na VTCD. . . . .	107
Figura 56 – Potência ativa no $MIT_2^{agr}$ na VTCD. . . . .	108
Figura 57 – Potência reativa no $MIT_2^{agr}$ na VTCD. . . . .	109
Figura 58 – Corrente no $MIT_2^{agr}$ na VTCD. . . . .	110
Figura 59 – Potência mecânica no $MIT_3^{agr}$ na VTCD. . . . .	111
Figura 60 – Torque mecânico no $MIT_3^{agr}$ na VTCD. . . . .	112
Figura 61 – Potência ativa no $MIT_3^{agr}$ na VTCD. . . . .	113
Figura 62 – Potência reativa no $MIT_3^{agr}$ na VTCD. . . . .	114
Figura 63 – Corrente no $MIT_3^{agr}$ na VTCD. . . . .	115
Figura 64 – Potência mecânica no $MIT_4^{agr}$ na VTCD. . . . .	116
Figura 65 – Torque mecânico no $MIT_4^{agr}$ na VTCD. . . . .	117
Figura 66 – Potência ativa no $MIT_4^{agr}$ na VTCD. . . . .	118
Figura 67 – Potência reativa no $MIT_4^{agr}$ na VTCD. . . . .	119
Figura 68 – Corrente no $MIT_4^{agr}$ na VTCD. . . . .	120
Figura 69 – Potência mecânica no $MIT_5^{agr}$ na VTCD. . . . .	121
Figura 70 – Torque mecânico no $MIT_5^{agr}$ na VTCD. . . . .	122
Figura 71 – Potência ativa no $MIT_5^{agr}$ na VTCD. . . . .	123
Figura 72 – Potência reativa no $MIT_5^{agr}$ na VTCD. . . . .	124

Figura 73 – Corrente no $MIT_5^{agr}$ na VTCD. . . . .	125
Figura 74 – Potência mecânica no $MIT_1^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	126
Figura 75 – Torque mecânico no $MIT_1^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	127
Figura 76 – Potência ativa no $MIT_1^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	128
Figura 77 – Potência reativa no $MIT_1^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	129
Figura 78 – Corrente no $MIT_1^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	130
Figura 79 – Potência mecânica no $MIT_2^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	131
Figura 80 – Torque mecânico no $MIT_2^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	132
Figura 81 – Potência ativa no $MIT_2^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	133
Figura 82 – Potência reativa no $MIT_2^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	134
Figura 83 – Corrente no $MIT_2^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	135
Figura 84 – Potência mecânica no $MIT_3^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	136
Figura 85 – Torque mecânico no $MIT_3^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	137
Figura 86 – Potência ativa no $MIT_3^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	138
Figura 87 – Potência reativa no $MIT_3^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	139
Figura 88 – Corrente no $MIT_3^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	140
Figura 89 – Potência mecânica no $MIT_4^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	141
Figura 90 – Torque mecânico no $MIT_4^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	142
Figura 91 – Potência ativa no $MIT_4^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	143
Figura 92 – Potência reativa no $MIT_4^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	144
Figura 93 – Corrente no $MIT_4^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	145
Figura 94 – Potência mecânica no $MIT_5^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	146
Figura 95 – Torque mecânico no $MIT_5^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	147
Figura 96 – Potência ativa no $MIT_5^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	148
Figura 97 – Potência reativa no $MIT_5^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	149
Figura 98 – Corrente no $MIT_5^{agr}$ no curto-círcuito sólido. . . . .	150



# **Lista de tabelas**

Tabela 1 – Velocidade síncrona em função do número de polos e da frequência. . . . .	31
Tabela 2 – Valores de $k$ em função da classe de projeto. . . . .	53
Tabela 3 – Valores de $k$ em função da categoria do motor. . . . .	55
Tabela 4 – Dados nominais dos motores. . . . .	65
Tabela 5 – Dados nominais dos motores. . . . .	65
Tabela 6 – Dados do circuito equivalente dos motores em $[\Omega]$ . . . . .	66
Tabela 7 – Parâmetros do circuito equivalente dos motores agregados. . . . .	67
Tabela 8 – Grandezas mecânicas e critério de homogeneidade dos motores agregados. .	67
Tabela 9 – Grandezas nominais do grupo de motores no barramento e do motor agregado. . . . .	68
Tabela 10 – Erros relativos das grandezas do grupo de motores e do motor agregado. .	68
Tabela 11 – Classificação das variações de tensão de curta duração. . . . .	100



# **Lista de abreviaturas e siglas**

agr	Agregado
bar	Barramento
CC	Corrente contínua
MIT	Motor de indução trifásico
P3f	Potência ativa trifásica
p.u.	Por unidade
Q3f	Potência reativa trifásica
RMS	Root mean square
VTCD	Variação de tensão de curta duração



# Lista de símbolos

$\eta$	Rendimento
$\mu_0$	Permeabilidade magnética do espaço livre
$\tau_{ind}$	Conjugado induzido
$\tau_{mec}$	Conjugado mecânico
$\omega_r$	Velocidade angular do rotor
$\omega_r^{agr}$	Velocidade angular do rotor do motor agregado
$\omega_{ri}$	Velocidade angular do rotor do motor de índice “ $i$ ”
$E_1$	Tensão interna do estator
$f$	Frequência da tensão aplicada
$FP$	Fator de potência
$FP^{agr}$	Fator de potência do motor agregado
$FP^{bar}$	Fator de potência do barramento
$f_r$	Frequência da tensão induzida no rotor
$g$	Comprimento mínimo do entreferro
$G$	Critério de homogeneidade
$H$	Constante de inércia da máquina
$I_1$	Corrente do estator
$\dot{I}_1^{agr}$	Fasor corrente do estator do motor agregado
$\dot{I}_{1i}$	Fasor corrente do estator do motor de índice “ $i$ ”
$I_2$	Corrente do rotor referida ao estator
$\dot{I}_2^{agr}$	Fasor corrente do rotor referido ao estator do motor agregado
$\dot{I}_{2i}$	Fasor corrente do rotor referido ao estator do motor de índice “ $i$ ”
$\dot{I}_{fe}^{agr}$	Fasor corrente que passa na resistência do ferro do motor agregado

$\dot{I}_{fei}$	Fasor corrente que passa na resistência do ferro do motor de índice “ $i$ ”
$I_m$	Corrente de magnetização
$I_n$	Corrente nominal do motor
$I_L$	Corrente de linha
$I_L^{agr}$	Corrente de linha do motor agregado
$I_L^{bar}$	Corrente de linha do grupo de motores no barramento
$\dot{I}_{rm}^{agr}$	Fasor corrente que passa na reatância de magnetização do motor agregado
$\dot{I}_{rmi}$	Fasor corrente que passa na reatância de magnetização do motor de índice “ $i$ ”
$I_p/I_n$	Relação de corrente de partida sobre a corrente nominal
$J$	Momento de inércia do rotor
$J_{agr}$	Momento de inércia do motor agregado
$J_i$	Momento de inércia do motor de índice “ $i$ ”
$l$	Comprimento axial do estator ou do rotor;
$L_{lr}$	Indutância de dispersão do rotor
$L_{ls}$	Indutância de dispersão do estator
$L_{mr}$	Indutância de magnetização do rotor
$L_{ms}$	Indutância de magnetização do estator
$L_{sr}$	Indutância mútua entre o estator e rotor
$n_{esc}$	Velocidade de escorregamento do motor
$n_s$	Velocidade do campo magnético girante do estator
$n_{si}$	Velocidade síncrona do motor de índice “ $i$ ”
$n_s^{agr}$	Velocidade síncrona do motor agregado
$n_r$	Velocidade do rotor
$n_r^{agr}$	Velocidade do rotor do motor agregado
$N_r$	Número de espiras por fase do rotor

$N_s$	Número de espiras por fase do estator
$P$	Número de polos
$P^{agr}$	Número de polos do motor agregado
$P_{3\phi}^{agr}$	Potência ativa do motor agregado
$P_{3\phi}^{bar}$	Potência ativa do grupo de motores no barramento
$P_{conv}$	Potência de conversão
$P_{entrada}$	Potência de entrada ou potência ativa trifásica da máquina
$P_{EF}$	Potência trifásica no entreferro
$P_{mec}$	Potência de saída mecânica nominal na ponta do eixo
$P_{meci}$	Potência mecânica do motor de índice “i”
$P_{mec}^{agr}$	Potência mecânica do motor agregado
$P_{mec}^{bar}$	Potência mecânica do grupo de motores no barramento
$P_{núcleo}$	Perdas trifásicas no núcleo
$P_{PCE}$	Perdas trifásicas no estator
$P_{PCR}$	Perdas trifásicas no rotor
$Q_{3\phi}^{agr}$	Potência reativa do motor agregado
$Q_{3\phi}^{bar}$	Potência reativa do grupo de motores no barramento
$r$	Raio interno do estator
$R_1$	Resistência do estator
$R_1^{agr}$	Resistência do estator do motor agregado
$R_{1i}$	Resistência do estator do motor de índice “i”
$R_2$	Resistência do rotor referida ao estator
$R_2^{agr}$	Resistência do rotor referida ao estator do motor agregado
$R_{2i}$	Resistência do rotor referida ao estator do motor de índice “i”
$R_c$	Resistência de perdas no ferro da máquina
$R_c^{agr}$	Resistência do ferro do motor agregado

$R_{ci}$	Resistência do ferro do motor de índice “ $i$ ”
$R_S$	Resistência de perdas suplementar do motor
$R_S^{agr}$	Resistência de perdas suplementares do motor agregado
$R_{Si}$	Resistência de perdas suplementares do motor de índice “ $i$ ”
$R_n$	Rotação nominal do motor
$s$	Escorregamento do motor expresso
$s^{agr}$	Escorregamento do motor agregado expresso
$S_{3\phi}^{agr}$	Potência aparente do motor agregado
$S_{3\phi}^{bar}$	Potência aparente do grupo de motores no barramento
$S_{sc}$	Potência aparente de curto circuito
$t$	Tempo
$T'_{do}$	Constante de tempo do rotor com o estator em circuito aberto
$T_e$	Torque eletromagnético
$T_L$	Torque mecânico ou da carga
$V_\phi$	Tensão terminal
$V_n$	Tensão nominal nos terminais do motor
$V_L$	Tensão de linha
$X_1$	Reatância de dispersão do estator
$X_1^{agr}$	Reatância de dispersão do estator do motor agregado
$X_{1i}$	Reatância de dispersão do estator do motor de índice “ $i$ ”
$X_2$	Reatância de dispersão do rotor referida ao estator
$X_2^{agr}$	Reatância de dispersão do rotor referida ao estator do motor agregado
$X_{2i}$	Reatância de dispersão do rotor referida ao estator do motor de índice “ $i$ ”
$X_m$	Reatância de magnetização
$X_m^{agr}$	Reatância de magnetização do motor agregado
$X_{mi}$	Reatância de magnetização do motor de índice “ $i$ ”

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>25</b>
<b>1.1</b>	<b>Apresentação do tema . . . . .</b>	<b>25</b>
<b>1.2</b>	<b>Revisão bibliográfica . . . . .</b>	<b>25</b>
<b>1.3</b>	<b>Motivação e objetivo . . . . .</b>	<b>26</b>
<b>1.4</b>	<b>Organização do texto . . . . .</b>	<b>27</b>
<b>2</b>	<b>MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>2.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>2.2</b>	<b>Aspectos Construtivos . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>2.3</b>	<b>Conceito de escorregamento do motor de indução . . . . .</b>	<b>32</b>
<b>2.4</b>	<b>Modelagem do motor de indução no domínio d.q.0. . . . .</b>	<b>33</b>
2.4.1	Equações elétricas . . . . .	33
2.4.2	Equação do torque nas variáveis da máquina . . . . .	38
2.4.3	Equações de transformação para o circuito do rotor . . . . .	39
2.4.4	Equações de tensão nas variáveis do eixo de referência arbitrário . . . . .	41
2.4.5	Equação de conjugado nas variáveis do eixo de referência arbitrário . . . . .	46
<b>2.5</b>	<b>Círculo equivalente de um motor de indução operando em regime permanente . . . . .</b>	<b>47</b>
<b>2.6</b>	<b>Determinação prática dos parâmetros do círculo equivalente . . . . .</b>	<b>50</b>
2.6.1	Ensaio a vazio . . . . .	50
2.6.2	Ensaio de rotor bloqueado . . . . .	51
<b>2.7</b>	<b>Considerações finais . . . . .</b>	<b>55</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA DE AGRUPAMENTO DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>3.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>3.2</b>	<b>Metodologia . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>3.3</b>	<b>Considerações finais . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE COMPUTACIONAL DO MODELO . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>4.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>4.2</b>	<b>Dados utilizados . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>4.3</b>	<b>Cálculos computacionais . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>4.4</b>	<b>Simulações computacionais . . . . .</b>	<b>68</b>
4.4.1	Mudança de carga . . . . .	74
4.4.1.1	Caso de agregação: $MIT_1^{agr}$ . . . . .	74

4.4.1.2	Caso de agregação: $MIT_2^{agr}$	80
4.4.1.3	Caso de agregação: $MIT_3^{agr}$	85
4.4.1.4	Caso de agregação: $MIT_4^{agr}$	90
4.4.1.5	Caso de agregação: $MIT_5^{agr}$	95
4.4.2	Variação de tensão de curta duração - VTCD	100
4.4.2.1	Caso de agregação: $MIT_1^{agr}$	101
4.4.2.2	Caso de agregação: $MIT_2^{agr}$	106
4.4.2.3	Caso de agregação: $MIT_3^{agr}$	111
4.4.2.4	Caso de agregação: $MIT_4^{agr}$	116
4.4.2.5	Caso de agregação: $MIT_5^{agr}$	121
4.4.3	Curto-circuito sólido	125
4.4.3.1	Caso de agregação: $MIT_1^{agr}$	126
4.4.3.2	Caso de agregação: $MIT_2^{agr}$	131
4.4.3.3	Caso de agregação: $MIT_3^{agr}$	136
4.4.3.4	Caso de agregação: $MIT_4^{agr}$	141
4.4.3.5	Caso de agregação: $MIT_5^{agr}$	146
<b>4.5</b>	<b>Discussão dos resultados</b>	<b>151</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>153</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>155</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Apresentação do tema

Nos dias de hoje, o motor de indução é o mais importante uso final da energia elétrica gerada no Brasil, estima-se que, 62% a 68% da energia elétrica consumida nas indústrias (36,5% do consumo de energia elétrica nacional) é proveniente de força motriz, isto significa cerca de, aproximadamente, 25% do consumo de energia do país (FERREIRA, 2016).

Contudo, para que seja realizada a conexão de grandes consumidores no sistema elétrico das concessionárias, como no caso das indústrias, as mesmas solicitam um estudo do sistema elétrico industrial conectado ao seu sistema de potência, e o impacto que causam no mesmo, principalmente nos sistemas motrizes, tendo em vista que são o tipo de carga majoritária nas indústrias.

Como se necessita realizar estudos computacionais desses sistemas elétricos, empresas e instituições que produzem softwares de análise de sistemas de potência, como o instituto de pesquisa em energia elétrica (*Electric Power Research Institute — EPRI*), pesquisam meios de redução no tempo de processamento computacional nos programas que realizam as simulações computacionais para a análise de sistemas de potência. Como o motor de indução trifásico é um elemento muito presente nos sistemas industriais, o mesmo merece uma atenção maior, pois como o modelo do motor de indução trifásico é composto por um conjunto de equações diferenciais no tempo, acarreta-se, então, na necessidade de um poder maior de processamento para resolver estas equações diferenciais. Como existem vários motores em um sistema industrial, acaba-se tendo várias equações diferenciais para calcular, e com isso acarreta em um tempo maior de processamento, e caso exista uma forma de redução de um grupo de motores para uma máquina equivalente os softwares de análise de sistemas elétricos acabam reduzindo o tempo de processamento.

## 1.2 Revisão bibliográfica

A fim de contextualizar e expor a relevância do presente trabalho em relação aos trabalhos encontrados na literatura, será mostrado o levantamento do estado da arte de alguns trabalhos com temas semelhantes ao aqui proposto. Assim, serão apresentados a seguir alguns trabalhos que abordam este assunto.

Em um outro estudo, descrito por (ILICETO; CAPASSO, 1974), foram realizados estudos estatísticos sobre o comportamento do motor de indução através das grandezas

elétricas e mecânicas. O trabalho propõe que a constante de tempo de circuito aberto e a constante de inércia do motor equivalente são obtidos através de médias ponderadas, usando a potência nominal de cada motor como peso. Os autores também mostram através de investigações que a simulação da máquina só é viável se a constante de inércia for maior que metade da constante de tempo de circuito aberto da máquina.

Em um outro trabalho, proposto por (HAKIM; BERG, 1976), o modelo de representação de dois motores de indução por um único motor equivalente, tem a estrutura idêntica de um circuito equivalente aproximado de um motor de indução trifásico simétrico, colocando-se assim o ramo magnetizante nos terminais do motor, isto é, despreza-se as impedâncias do estator. Esta metodologia tem como inconveniente, uma aproximação desnecessária, retirando-se a impedância do estator, e a forma de obtenção da constante de inércia equivalente somente dá resultados satisfatórios, se e somente se as máquinas forem dinamicamente coerentes.

Os autores (ROGERS; MANNO; ALDEN, 1984), utilizam modelos linearizados para representar um sistema industrial em dois tipo de cargas, as estáticas e as eletrodinâmicas, onde são descritas em relação a variações de potência ativa e reativa. A agregação dos motores é realizada através de equações linearizadas, onde, são equacionadas através de variações das tensões e correntes de eixo direto e quadratura, e variações na constante de inércia da máquina.

Em (TALEB; AKABABA; ABDULLAH, 1994), é descrito um método de agrupamento de máquinas utilizando-se o circuito que representa o transiente do motor de indução, pois esse modelo é largamente dependente da constante de inércia e da constante de tempo de circuito aberto da máquina. Utilizando-se o teorema de Thévenin e algumas propriedades transitórias do motor de indução, pode-se então determinar os parâmetros da máquina equivalente, pois os motores são representados por um circuito série da reatância transitória e da tensão variável do rotor em função do ângulo da máquina expressa em radianos elétricos e relativo à referência de fase da tensão.

### 1.3 Motivação e objetivo

Como mencionado outrora, os motores trifásicos representam um pouco mais da metade da demanda de uma instalação industrial, e como as concessionárias de energia solicitam estudos elétricos para conexão de grandes consumidores, torna-se importante a simulação computacional desse sistemas.

Desta forma, o objetivo deste trabalho é propor uma metodologia simples e eficaz para agregação de motores trifásicos de indução de gaiola de esquilo ou rotor bobinado em um barramento industrial, para fins de redução de processamento em simulações computacionais de sistemas elétricos de potência ou industriais. Essas simulações auxiliam

também, no estudo de coordenação de proteção e isolamento, dimensionamento elétrico e mecânico de barramentos e cabos elétricos e dimensionamento e análise mecânica de motores ligados em paralelo em maquinários.

## 1.4 Organização do texto

Este trabalho está organizado com a seguinte estrutura:

O Capítulo 1 apresenta a introdução que expõe o tema, a motivação e o objetivo proposto neste trabalho.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre motores de indução, onde são apresentados os aspectos construtivos, os equacionamentos existentes para a máquina e os tipos de ensaios. Utilizados nos Capítulos 3 e 4.

O Capítulo 3 mostra a metodologia de agregação de motores elétricos baseado na conservação de energia e os critérios para que possam ser realizados. Sendo que a agregação destes motores é utilizada nas simulações computacionais apresentadas no Capítulo 4.

O Capítulo 4 apresenta os dados utilizados, cordialmente fornecidos pela fabricante WEG S.A., os resultados dos cálculos computacionais para obtenção dos parâmetros da máquina agregada e as simulações computacionais. Neste sentido, são obtidas as figuras via simulação computacional, e estas apresentam as comparações das grandezas analisadas, entre o grupo de motores e o motor agregado.

O Capítulo 5 apresenta a conclusão e as considerações finais sobre o trabalho, onde são comentadas algumas particularidades sobre a eficiência e as grandezas analisadas da metodologia de agregação. Será apresentado também uma proposta de continuidade deste presente trabalho.



## 2 Motor de indução trifásico

### 2.1 Introdução

Uma máquina assíncrona é uma máquina de corrente alternada, cuja a velocidade do campo girante é proporcional à frequência da corrente de seu enrolamento de campo. Essas máquinas são denominadas assíncronas ou de indução porque a tensão do rotor é induzida nos enrolamentos do rotor em vez de ser fornecida por meio de uma conexão física de fios. A característica que diferencia um motor de indução dos demais é que não há necessidade de uma corrente de campo CC<sup>1</sup> para fazer a máquina funcionar (CHAPMAN, 2013).

Uma característica que distingue os motores de indução é que os mesmos são máquinas de excitação única. Embora essas máquinas sejam fabricadas tanto com um enrolamento de campo como com um enrolamento de armadura, em condições normais de utilização, a fonte de potência é conectada a um único enrolamento, denominado de enrolamento de campo. As correntes circulam no enrolamento de armadura por indução eletromagnética, o que cria por sua vez uma distribuição de força magnetomotriz que interage com a distribuição de força magnetomotriz de campo para produzir conjugado líquido unidirecional. A frequência da corrente induzida no condutor do rotor é dada pela velocidade do rotor na qual está submetida. Contudo, a relação entre a velocidade do rotor e a frequência da corrente de armadura é tal que dá uma distribuição ampère-espira resultante que é estacionária em relação a distribuição do campo. Como resultado, a máquina de indução com excitação única é capaz de produzir conjugado a qualquer velocidade abaixo da velocidade síncrona. Por este motivo, a máquina de indução é classificada como uma máquina assíncrona (TORO, 2013).

Baseado no estudo da máquina assíncrona, este capítulo analisa os aspectos construtivos, equacionamentos e os ensaios de curto-circuito e a vazio que objetivam obter os parâmetros do circuito equivalente, que servirá para realização das simulações computacionais realizadas nesse trabalho.

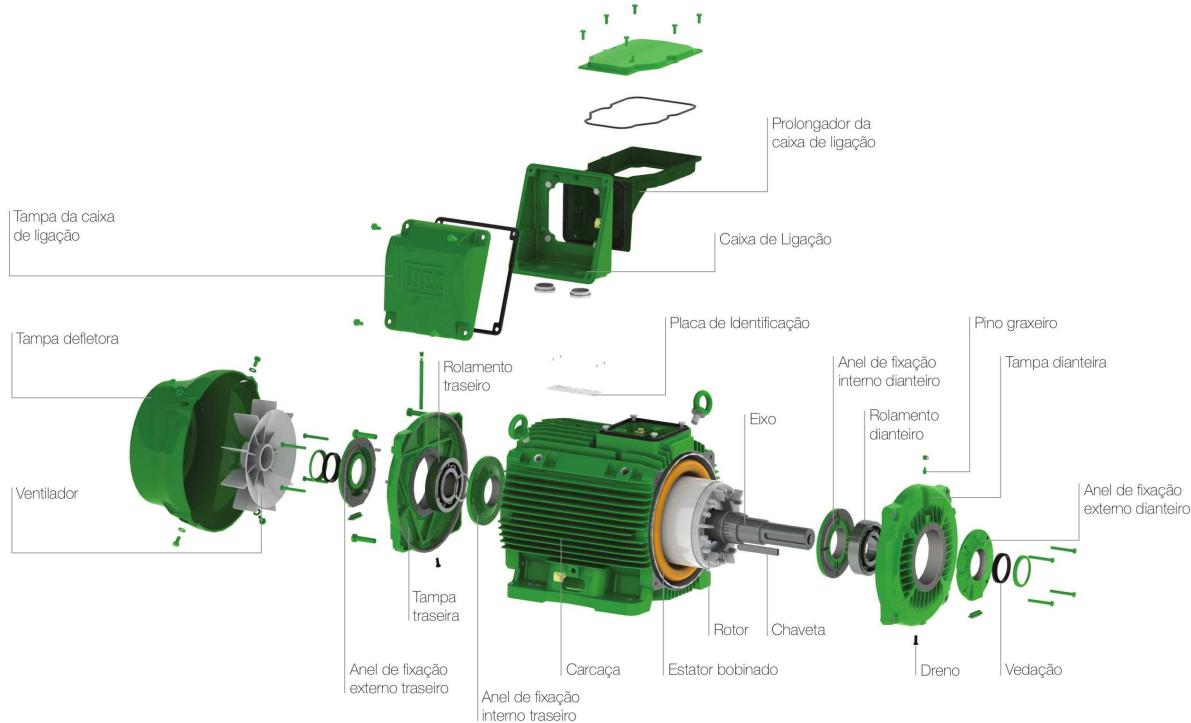
### 2.2 Aspectos Construtivos

O motor de indução trifásico é composto fundamentalmente por duas partes, o estator e o rotor, conforme é apresentado na figura 1.

---

<sup>1</sup> Campo magnético gerado por uma corrente contínua.

Figura 1 – Vista explodida do motor de indução trifásico.



Fonte: (WEG, [200-?]a).

O estator por sua vez é composto pela: carcaça — que é a estrutura de suporte do conjunto de construção robusta em ferro fundido, aço ou alumínio injetado, resistente à corrosão e normalmente com aletas para dissipação de calor; núcleo de chapas de aço magnético na qual o estator bobinado está enrolado; e estator bobinado — que são três conjuntos iguais de bobinas, uma para cada fase, formando um sistema trifásico equilibrado ligado à rede trifásica de alimentação, onde no mesmo é produzido no entreferro um campo magnético que gira na velocidade síncrona. Essa velocidade é determinada pelo número de polos do estator e pela frequência da tensão aplicada ao bobinado trifásico. A equação 2.1 da velocidade síncrona é dada por:

$$n_s = \frac{120f}{P} \quad (2.1)$$

Onde:

$n_s$  é a velocidade do campo magnético girante do estator em [rpm];

$f$  é a frequência da tensão aplicada em [Hz];

$P$  é o número de polos;

Nota-se que o número de polos do motor deverá ser sempre par, para as frequências e número de polos usuais, as velocidades síncronas são dadas pela tabela 1.

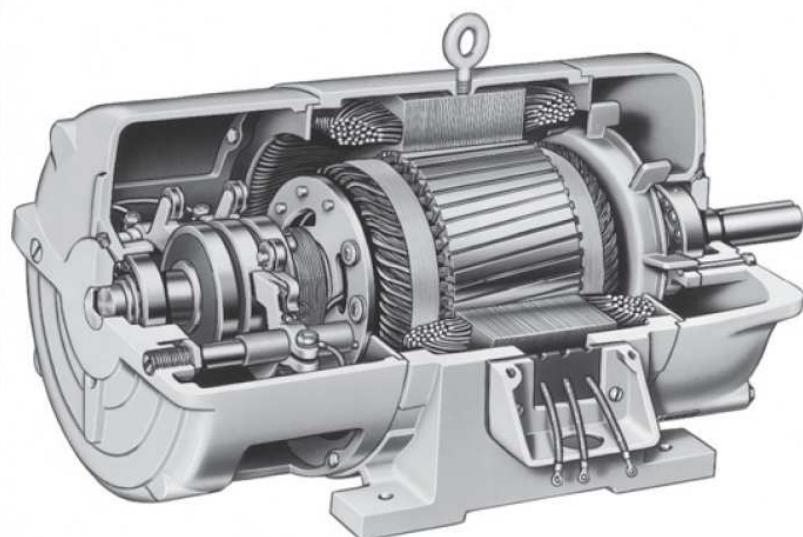
Tabela 1 – Velocidade síncrona em função do número de polos e da frequência.

Número de polos	Velocidade síncrona em rpm	
	60 Hertz	50 Hertz
<b>II</b>	3600	3000
<b>IV</b>	1800	1500
<b>VI</b>	1200	1000
<b>VIII</b>	900	750
<b>X</b>	720	600

Fonte: (WEG, [200-?]b).

O rotor do motor de indução pode ser construído de duas formas distintas, sendo que um deles é denominado rotor gaiola de esquilo e o outro denominado rotor bobinado. O rotor bobinado é um conjunto completo de enrolamentos trifásicos que são similares ao enrolamento do estator bobinado. As três fases dos enrolamentos do rotor são usualmente conectadas em estrela e suas três terminações são conectadas aos anéis deslizantes no eixo do rotor, como mostrado na figura 2. O rotor do tipo gaiola de esquilo consiste em uma série de barras condutoras que estão encaixadas dentro de ranhuras na superfície do rotor e postas em curto-círcuito em ambas as extremidades por meio de anéis de curto-círcuito, como mostrado na figura 1 (CHAPMAN, 2013). As outras partes que constituem o rotor são o eixo, que é responsável por transmitir a potência mecânica desenvolvida pelo motor, e o núcleo de aço magnético. As outras partes que constituem o motor de indução trifásico são a tampa dianteira e traseira, ventilador, tampa deflectora, caixa de ligação e rolamentos como mostrado na figura 1.

Figura 2 – Vista em corte de um motor de indução de rotor bobinado.



Fonte: (CHAPMAN, 2013).

## 2.3 Conceito de escorregamento do motor de indução

Nos motores de indução, é movimento relativo do rotor em relação ao campo magnético do estator que produz uma força eletromotriz induzida nos enrolamentos do rotor. Entretanto, há um limite superior finito para a velocidade do motor. Se o rotor do motor de indução estivesse rotacionando na velocidade síncrona, não existiria, portanto, movimento relativo entre o campo girante e o rotor, e não haverá uma força eletromotriz induzida no rotor. Se a força eletromotriz induzida fosse igual a zero, então não haveria corrente nem campo magnético no rotor. Sem o campo magnético no rotor, não existiria conjugado induzido e o rotor perderia velocidade como resultado das perdas por atrito. Portanto, o motor de indução pode ganhar velocidade até próximo da velocidade síncrona, mas sem nunca alcançá-la, pois assim, perderia o seu princípio de funcionamento físico. Observa-se também, que os campos magnéticos do rotor e do estator giram em sincronismo, ao passo que o próprio rotor gira a uma velocidade inferior (CHAPMAN, 2013).

Como o comportamento de um motor de indução depende da tensão e da corrente do rotor, muitas vezes é mais lógico falar em velocidade relativa. Definimos, como sendo a velocidade de escorregamento, a diferença entre a velocidade síncrona e a velocidade do rotor, a velocidade de escorregamento é dada pela equação 2.2 (CHAPMAN, 2013).

$$n_{esc} = n_s - n_r \quad (2.2)$$

Onde:

$n_{esc}$  é a velocidade de escorregamento do motor em [rpm];

$n_s$  é a velocidade síncrona definida pela equação 2.1 em [rpm];

$n_r$  é a velocidade do rotor em [rpm];

Uma forma útil e prática usado para descrever o movimento relativo é o escorregamento, que é a velocidade relativa expressa em uma base por unidade ou porcentagem. Logo, definimos o escorregamento pela equação 2.3, dada por:

$$s = \left( \frac{n_s - n_r}{n_s} \right) 100\% \quad (2.3)$$

Onde:

$s$  é o escorregamento expresso em [pu] ou [%];

$n_s$  é a velocidade síncrona definida pela equação 2.1 em [rpm];

$n_r$  é a velocidade do rotor em [rpm];

Para a máquina assíncrona operando como motor, os valores do escorregamento ficam entre  $s = 0$  (rotor na velocidade síncrona) e  $s = 1$  (rotor bloqueado). A frequência da tensão induzida é diretamente proporcional a velocidade de escorregamento, uma vez

que definimos o escorregamento pela equação 2.3, a frequência do rotor pode ser expressa pela equação 2.4 dada por:

$$f_r = s \times f \quad (2.4)$$

Onde:

$f_r$  é a frequência da tensão induzida no rotor em [Hz];

$s$  é o escorregamento expresso em [pu];

$f$  é a frequência da tensão no estator em [Hz];

## 2.4 Modelagem do motor de indução no domínio d.q.0.

O comportamento eletromecânico e dinâmico dos motores assíncronos podem ser descritas por equações diferenciais que podem prever o desempenho das máquinas assíncronas diante de diversas situações de operação. Alguns enrolamentos da máquina são em função da posição mecânica do rotor e os coeficientes das equações diferenciais de tensão que descrevem o seu funcionamento.

Uma mudança de variáveis que é frequentemente usada para simplificar a complexidade das equações que serão apresentadas nesta seção. Assim, a transformação do domínio  $abc$  para o domínio  $dq0$  (transformada de Park) é frequentemente usada. Esta transformação ortogonal refere-se às variáveis da máquina a um eixo de referência que rotaciona a uma velocidade angular arbitrária. Todas as transformações conhecidas — referência síncrona, rotor e estacionária — são deduzidas a partir dessa transformação atribuindo-se a velocidade da rotação ao eixo de referência.

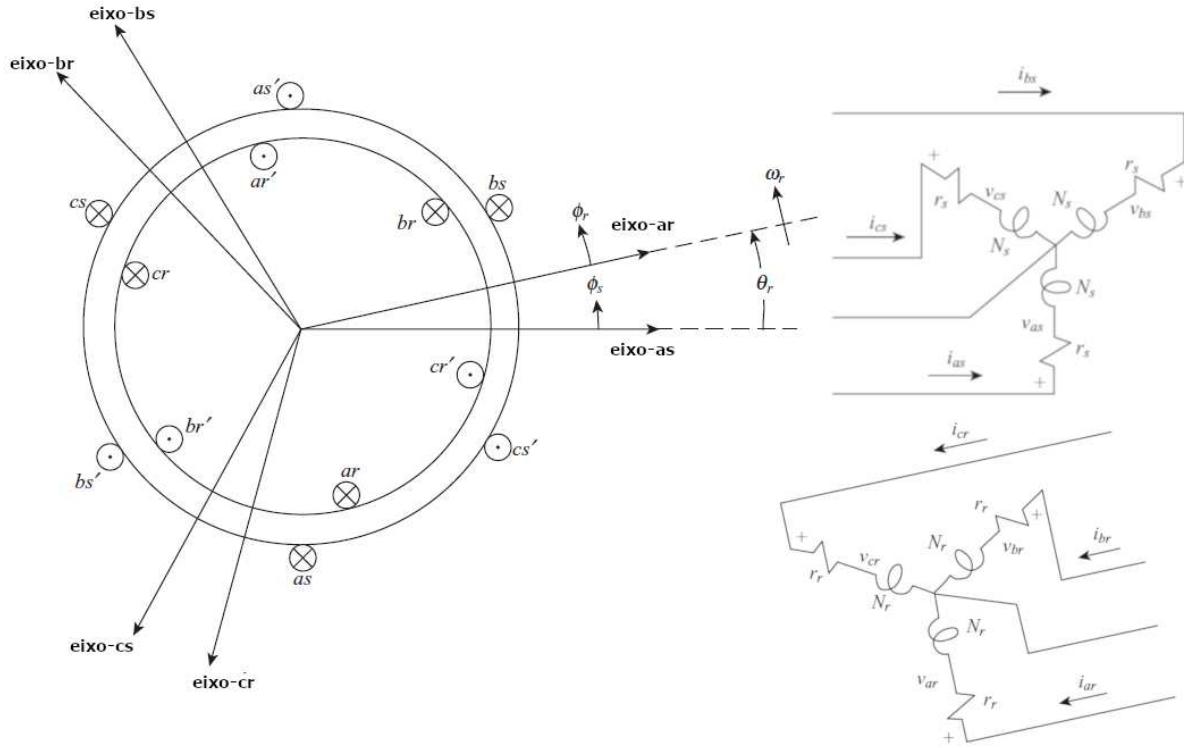
Assim, adota-se pela modelagem da máquina assíncrona no domínio  $dq0$ , devido à sua grande simplificação na aplicação em programas computacionais e nas mais diversas técnicas de controles utilizadas em máquinas, por exemplo o controle vetorial em inversores de frequência. As simulações computacionais apresentadas no Capítulo 4 são realizadas no *software* Simulink/MATLAB® que utiliza o modelo da máquina assíncrona, segundo modelo descrito por (KRAUSE et al., 2013), no domínio  $dq0$ .

### 2.4.1 Equações elétricas

A máquina de indução trifásica como mostrado na figura 3 possui três enrolamentos no estator distribuídos  $120^\circ$  mecânicos entre si, e o rotor é feito da mesma forma. Os subscritos  $s$  e  $r$  referenciam o estator e o rotor respectivamente.

As equações diferenciais de tensão da máquina podem ser expressas pelas equações 2.5 e 2.6, dadas por:

Figura 3 – Dois polos, trifásico, máquina de indução simétrica conectada em estrela.



Fonte: (KRAUSE et al., 2013).

$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abcs} + \frac{d\lambda_{abcs}}{dt} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{v}_{abcr} = \mathbf{r}_r \mathbf{i}_{abcr} + \frac{d\lambda_{abcr}}{dt} \quad (2.6)$$

Considerando-se que os índices  $s$  e  $r$  são as variáveis relacionadas aos enrolamentos do estator e do rotor respectivamente. As matrizes de resistências  $r_s$  e  $r_r$  são matrizes dadas por:

$$\mathbf{r}_s = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{r}_r = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Considerando,

$$(\mathbf{f}_{abcs})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}] \quad (2.9)$$

$$(\mathbf{f}_{abcr})^T = [f_{ar} \quad f_{br} \quad f_{cr}] \quad (2.10)$$

Em que  $f$  representa as variáveis de tensão, corrente e fluxo da máquina. A equação para os fluxos concatenados, tanto para o estator e tanto para o rotor são representadas pela equação 2.11, dadas por:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ (\mathbf{L}_{sr})^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}_{abcr} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Desconsiderando a indutância mútua entre os enrolamentos do estator e entre os enrolamento do rotor, tem-se:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Sendo,

$$L_{ms} = \left(\frac{N_s}{P}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{g} \quad (2.15)$$

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{P}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{g} \quad (2.16)$$

$$L_{sr} = \frac{N_s}{P} \frac{N_r}{P} \frac{\pi \mu_0 r l}{g} \quad (2.17)$$

Onde,

- $L_{ms}$  é a indutância de magnetização do estator;
- $L_{mr}$  é a indutância de magnetização do rotor;
- $L_{sr}$  é a indutância mútua entre o estator e rotor;
- $L_{ls}$  é a indutância de dispersão do estator;
- $L_{lr}$  é a indutância de dispersão do rotor;
- $P$  é o número de polos;
- $N_s$  é o número de espiras por fase do estator;
- $N_r$  é o número de espiras por fase do rotor;
- $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do espaço livre;
- $g$  é o comprimento mínimo do entreferro;
- $r$  é o raio interno do estator;
- $l$  é o comprimento axial do estator ou do rotor;

Aparentemente a indutância mútua entre um rotor do tipo gaiola de esquilo e o estator não pode ser expressa pela equação 2.17. Entretanto, na maioria dos casos, um enrolamento distribuído uniformemente pode ser representado adequadamente pela componente fundamental e pode, entretanto, ser representado por um enrolamento trifásico equivalente.

Referenciando todas as variáveis do rotor para o estator por uma relação de espira apropriada, temos:

$$\mathbf{i}'_{abcr} = \frac{N_r}{N_s} \mathbf{i}_{abcr} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{v}'_{abcr} = \frac{N_s}{N_r} \mathbf{v}_{abcr} \quad (2.19)$$

$$\boldsymbol{\lambda}'_{abcr} = \frac{N_s}{N_r} \boldsymbol{\lambda}_{abcr} \quad (2.20)$$

O fluxo magnetizante e o fluxo mútuo, podem ser associados e descritos pela equação 2.21, dada por:

$$L_{ms} = \frac{N_s}{N_r} L_{sr} \quad (2.21)$$

Então podemos definir:

$$\mathbf{L}'_{sr} = \frac{N_s}{N_r} \mathbf{L}_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

A indutância de magnetização do rotor é dada pela equação 2.23.

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 L_{ms} \quad (2.23)$$

Definindo 2.24, a partir de 2.13 obtém-se 2.25, que é a matriz de indutância do rotor referenciada ao estator.

$$\mathbf{L}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \mathbf{L}_r \quad (2.24)$$

$$\mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L'_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L'_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Onde,

$$L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr} \quad (2.26)$$

Os fluxos concatenados podem agora ser expressos por:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}'_{sr} \\ (\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

As equações de tensão expressas em termos das variáveis da máquina referidas para o estator podem agora ser escritas por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abcs} \\ \mathbf{v}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s + \frac{d\mathbf{L}_s}{dt} & \frac{d\mathbf{L}'_{sr}}{dt} \\ \frac{d(\mathbf{L}'_{sr})^T}{dt} & \mathbf{r}'_r + \frac{d\mathbf{L}'_r}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Onde:

$$\mathbf{r}'_r = \left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 \mathbf{r}_r \quad (2.29)$$

### 2.4.2 Equação do torque nas variáveis da máquina

A energia armazenada no campo magnético é dada pela equação 2.30.

$$W_f = \frac{1}{2} (\mathbf{i}_{abcs})^T \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abcs} + (\mathbf{i}_{abcs})^T \mathbf{L}'_{sr} \mathbf{i}'_{abcr} + \frac{1}{2} (\mathbf{i}'_{abcr})^T \mathbf{L}'_r \mathbf{i}'_{abcr} \quad (2.30)$$

Desde que a máquina é assumida sendo magneticamente linear, a energia do campo  $W_f$  é igual a co-energia  $W_c$ . Considerando-se que a variação de energia mecânica em um sistema rotacional com entrada mecânica pode ser escrita por:

$$dW_m = -T_e d\theta_{rm} \quad (2.31)$$

onde  $T_e$  é o torque eletromagnético positivo para ação motora (torque de saída) e  $\theta_{rm}$  é o atual deslocamento angular do rotor. Os fluxos concatenados, correntes,  $W_f$ , e  $W_c$ , são todas expressas em função do deslocamento angular elétrico  $\theta_r$ . Desde que,

$$\theta_r = \left( \frac{P}{2} \right) \theta_{rm} \quad (2.32)$$

onde  $P$  é o número de polos da máquina, então

$$dW_m = -T_e \left( \frac{2}{P} \right) d\theta_r \quad (2.33)$$

Entretanto, para considerar uma máquina de  $P$  número de polos, o conjugado eletromagnético pode ser dado por:

$$T_e(\mathbf{i}, \theta_r) = \left( \frac{P}{2} \right) \frac{\partial W_c(\mathbf{i}, \theta_r)}{\partial \theta_r} \quad (2.34)$$

Desde que  $\mathbf{L}_s$  e  $\mathbf{L}'_r$  não são em função de  $\theta_r$ , substituindo  $W_f$  de 2.30 em 2.34 obtém-se o conjugado eletromagnético em Newton metros [Nm].

$$T_e = \left( \frac{P}{2} \right) (\mathbf{i}_{abcs})^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} [\mathbf{L}'_{sr}] \mathbf{i}'_{abcr} \quad (2.35)$$

Na forma expandida da equação 2.35, temos:

$$T_e = - \left( \frac{P}{2} \right) L_{ms} \left\{ \left[ i_{as} \left( i'_{ar} - \frac{1}{2} i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{cr} \right) + i_{bs} \left( i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{ar} - \frac{1}{2} i'_{cr} \right) + i_{cs} \left( i'_{cr} - \frac{1}{2} i'_{br} - \frac{1}{2} i'_{ar} \right) \right] \sin \theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ i_{as} (i'_{br} - i'_{cr}) + i_{bs} (i'_{cr} - i'_{ar}) + i_{cs} (i'_{ar} - i'_{br}) \right] \cos \theta_r \right\} \quad (2.36)$$

Na expressão 2.36, o conjugado é positivo para operação como motor e negativo para operação como gerador, a velocidade e o conjugado da máquina são relacionados pela equação 2.37. Vale ressaltar que, se o conjugado mecânico for positivo, o fluxo de potência será para dentro da máquina, indicando sua operação como motor, como mostrado na figura 3, se for negativo, o fluxo de potência terá sentido para fora da máquina, indicando sua operação como gerador.

$$T_e = J \left( \frac{2}{P} \right) \frac{d\omega_r}{dt} + T_L \quad (2.37)$$

Onde,

$J$  é o momento de inércia do rotor em  $[\text{kgm}^2]$  ou  $[\text{Js}^2]$ ;

$\omega_r$  é a velocidade angular do rotor em  $[\text{rad/s}]$ ;

$T_L$  é o torque mecânico ou da carga em  $[\text{Nm}]$ ;

### 2.4.3 Equações de transformação para o circuito do rotor

Em análises de máquinas de indução, se faz necessário transformar as variáveis associadas aos enrolamentos simétricos do rotor para o eixo de referência arbitrário  $dq0$ . O subscrito  $r$  indica as variáveis, os parâmetros, e a transformação associada com o circuito do rotor, como mostrado na figura 4, assim define-se a equação 2.38.

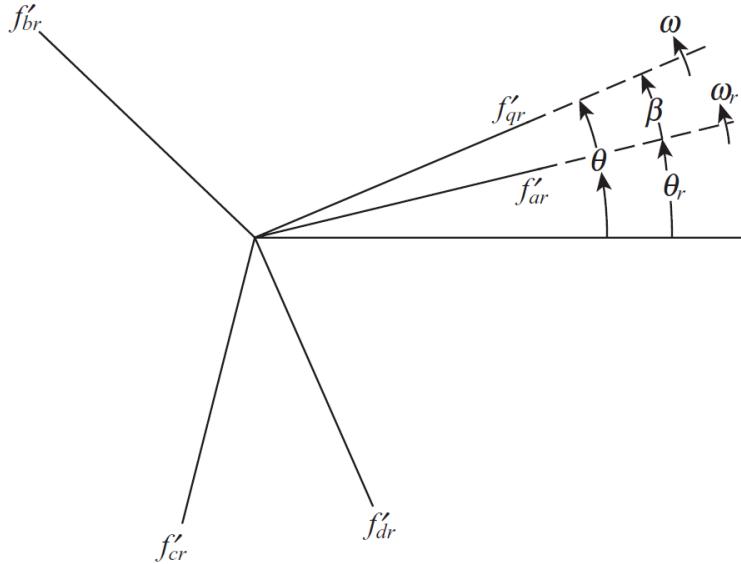
$$\mathbf{f}'_{qd0r} = \mathbf{K}_r \mathbf{f}'_{abcr} \quad (2.38)$$

Onde,

$$(\mathbf{f}'_{qd0r})^T = [f'_{qr} \quad f'_{dr} \quad f'_{0r}] \quad (2.39)$$

$$(\mathbf{f}'_{abcr})^T = [f'_{ar} \quad f'_{br} \quad f'_{cr}] \quad (2.40)$$

Figura 4 – Relação trigonométrica do circuito do rotor para o eixo dq0.



Fonte: (KRAUSE et al., 2013).

$$\mathbf{K}_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos \left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \beta & \sin \left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin \left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\beta = \theta - \theta_r \quad (2.42)$$

A posição angular e a velocidade angular de  $\theta_r$  são definidas pela equação 2.43.

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \quad (2.43)$$

A matriz inversa de 2.41 é dada por,

$$(\mathbf{K}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 1 \\ \cos \left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin \left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos \left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin \left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

O subscrito  $r$  indica as variáveis, os parâmetros, e a transformação associada ao circuito do rotor. Embora essa mudança de variáveis não precise de interpretação física, é conveniente visualizar essas equações de transformações como relações trigonométricas entre as quantidades vetoriais, como mostrado na figura 4.

É claro que as equações de transformação para os circuitos do rotor são as equações de transformação para circuitos estacionários, com  $\beta$  usado como deslocamento angular do referencial arbitrário ao invés de  $\theta$ . As equações de transformação para circuitos do estator e do rotor são casos especiais de uma transformação para todos os circuitos, estacionários ou rotativos.

#### 2.4.4 Equações de tensão nas variáveis do eixo de referência arbitrário

Considerando as análises feitas nos itens anteriores, e sabendo a forma das equações de tensão no referencial arbitrário (KRAUSE et al., 2013), tem-se:

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{qd0s} + \omega \boldsymbol{\lambda}_{dqs} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{qd0s}}{dt} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{v}'_{qd0r} = \mathbf{r}'_r \mathbf{i}'_{qd0r} + (\omega - \omega_r) \boldsymbol{\lambda}'_{dqr} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}'_{qd0r}}{dt} \quad (2.46)$$

Onde,

$$(\boldsymbol{\lambda}_{dqs})^T = [\lambda_{ds} \quad -\lambda_{qs} \quad 0] \quad (2.47)$$

$$(\boldsymbol{\lambda}'_{dqr})^T = [\lambda'_{dr} \quad -\lambda'_{qr} \quad 0] \quad (2.48)$$

Aplicando as equações de transformação 2.49 e 2.38 em 2.11, resulta em 2.50.

$$\mathbf{f}_{dq0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{f}_{abcs} \quad (2.49)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} (\mathbf{K}_r)^{-1} \\ \mathbf{K}_r (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_r \mathbf{L}'_r (\mathbf{K}_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{qd0s} \\ \mathbf{i}'_{qd0r} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Sendo,

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Onde,

$$L_M = \frac{3}{2} L_{ms} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{K}_r \mathbf{L}'_r (\mathbf{K}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & L'_{lr} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & L'_{lr} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} (\mathbf{K}_r)^{-1} = \mathbf{K}_r (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Expandindo as equações 2.45 e 2.46, obtém-se as equações de tensão dadas pelas equações 2.55 a 2.60.

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + \frac{d\lambda_{qs}}{dt} \quad (2.55)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + \frac{d\lambda_{ds}}{dt} \quad (2.56)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{d\lambda_{0s}}{dt} \quad (2.57)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + \frac{d\lambda'_{qr}}{dt} \quad (2.58)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + \frac{d\lambda'_{dr}}{dt} \quad (2.59)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + \frac{d\lambda'_{0r}}{dt} \quad (2.60)$$

Substituindo 2.51, 2.53 e 2.54 em 2.50, obtém-se as expressões para o fluxo concatenado. Em sua forma expandida dadas por:

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + L_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.61)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + L_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.62)$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (2.63)$$

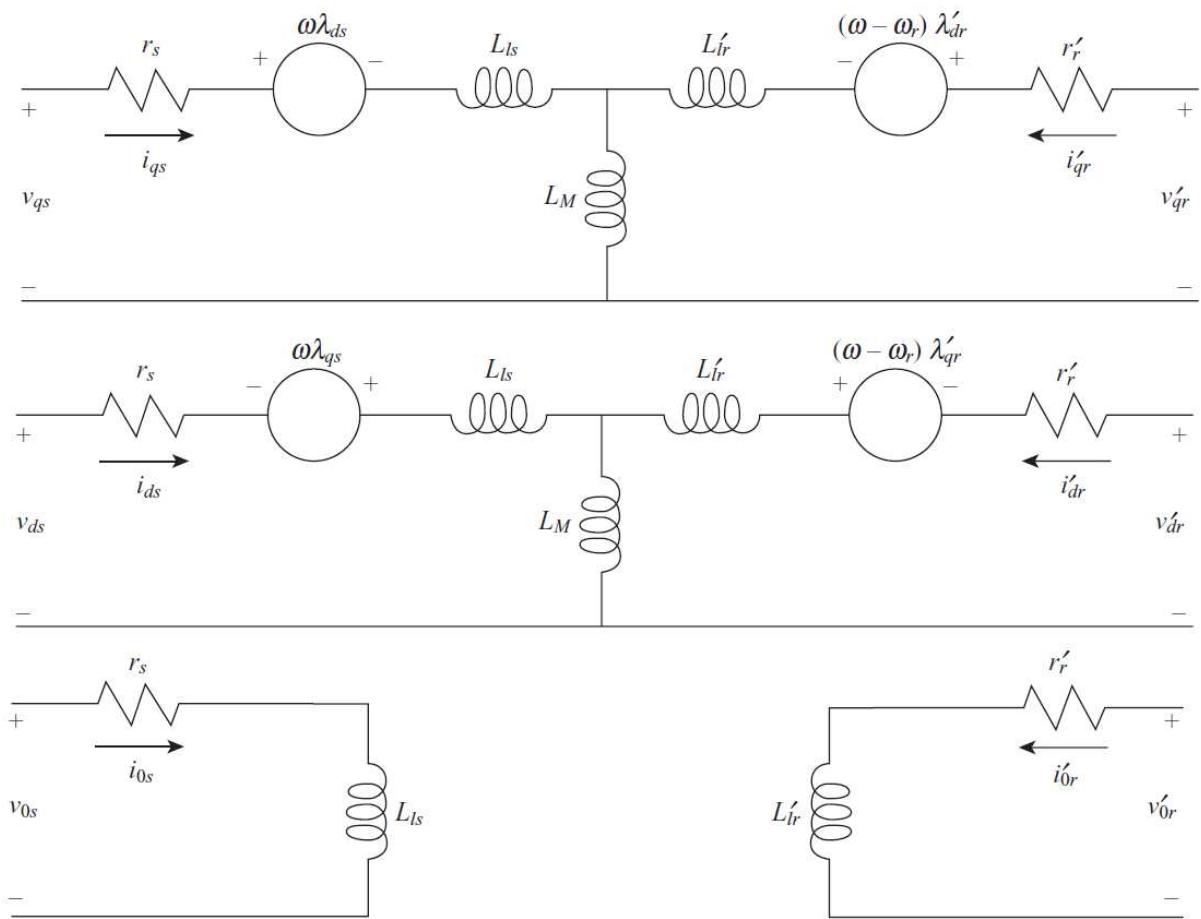
$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + L_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.64)$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + L_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.65)$$

$$\lambda'_{0r} = L'_{lr} i'_{0r} \quad (2.66)$$

As equações de tensão e fluxo concatenado são representadas por seu circuito equivalente, conforme mostrado na figura 5.

Figura 5 – Circuitos equivalentes de referência arbitrária para a máquina simétrica de indução trifásica.



Fonte: (KRAUSE et al., 2013).

Escrevendo as equações de tensão de 2.55 a 2.60 e do fluxo concatenado 2.61 a 2.66 em função das reatâncias, adquire-se as equações de tensão e fluxo concatenado dadas pelas equações 2.67 a 2.78.

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{qs}}{dt} \quad (2.67)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{ds}}{dt} \quad (2.68)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{0s}}{dt} \quad (2.69)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{qr}}{dt} \quad (2.70)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{dr}}{dt} \quad (2.71)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{0r}}{dt} \quad (2.72)$$

Onde  $\omega_b$  é a velocidade angular elétrica usada como base para calcular as reatâncias indutivas.

$$\psi_{qs} = X_{ls} i_{qs} + X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.73)$$

$$\psi_{ds} = X_{ls} i_{ds} + X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.74)$$

$$\psi_{0s} = X_{ls} i_{0s} \quad (2.75)$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr} i'_{qr} + X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.76)$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr} i'_{dr} + X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.77)$$

$$\psi'_{0r} = X'_{lr} i'_{0r} \quad (2.78)$$

Quando as correntes são selecionadas como variáveis independentes, cada equação no domínio  $dq$  de tensão, contém duas variáveis de corrente. Se as correntes são selecionadas como variáveis independentes e os fluxos concatenados são substituídos por correntes, as equações de tensão tornam-se:

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{0s} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s \frac{p}{\omega_b} X_{ss} & \frac{\omega}{\omega_b} X_{ss} & 0 & \frac{p}{\omega_b} X_M & \frac{\omega}{\omega_b} X_M & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_b} X_{ss} & r_s + \frac{p}{\omega_b} X_{ss} & 0 & -\frac{\omega}{\omega_b} X_M & \frac{p}{\omega_b} X_M & 0 \\ 0 & 0 & r_s + \frac{p}{\omega_b} X_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{p}{\omega_b} X_M & \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) X_M & 0 & r'_r + \frac{p}{\omega_b} X'_{rr} & \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) X'_{rr} & 0 \\ -\left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) X_M & \frac{p}{\omega_b} X_M & 0 & -\left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) X'_{rr} & r'_r + \frac{p}{\omega_b} X'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r'_r + \frac{p}{\omega_b} X'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Onde,

$$p = \frac{d}{dt} \quad (2.80)$$

$$X_{ss} = X_{ls} + X_M \quad (2.81)$$

$$X'_{rr} = X'_{lr} + X_M \quad (2.82)$$

Os fluxos concatenados de 2.73 a 2.78 podem ser expressos por 2.83:

$$\begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ss} & 0 & 0 & X_M & 0 & 0 \\ 0 & X_{ss} & 0 & 0 & X_M & 0 \\ 0 & 0 & X_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ X_M & 0 & 0 & X'_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & X_M & 0 & 0 & X'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Se os fluxos concatenados são selecionados como variáveis independentes, então 2.83 pode ser resolvido por correntes e escrito como:

$$\begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} X'_{rr} & 0 & 0 & -X_M & 0 & 0 \\ 0 & X'_{rr} & 0 & 0 & -X_M & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D}{X_{ls}} & 0 & 0 & 0 \\ -X_M & 0 & 0 & X_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & -X_M & 0 & 0 & X_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{D}{X'_{lr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

Onde,

$$D = X_{ss}X'_{rr} - X_M^2 \quad (2.85)$$

Quando os fluxos concatenados são selecionados como variáveis independentes, cada equação no domínio  $dq$  de tensão contém apenas uma derivada do fluxo concatenado. Esta propriedade faz ser mais conveniente fazer a implementação da simulação computacional da máquina de indução com ligações de fluxo como as variáveis de estado em vez de corrente. Assim, fazendo a substituição das correntes dadas em 2.84 nas equações 2.67 a 2.72, obtém-se a matriz 2.86, que relaciona fluxo e tensão.

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{0s} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega}{\omega_b} & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_b} & \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_s}{X_{ls}} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & 0 & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & 0 \\ 0 & -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & -\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r'_r}{X'_{lr}} + \frac{p}{\omega_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

Para a máquina de indução com rotor de gaiola de esquilo, as tensões do rotor são consideradas como sendo nulas ou zero, isso se deve pelo fato dos enrolamentos do circuito do rotor estarem em curto-circuito.

#### 2.4.5 Equação de conjugado nas variáveis do eixo de referência arbitrário

A expressão para o conjugado ou torque eletromagnético em função das variáveis  $dq$  pode ser obtida por substituição das equações de transformação em 2.35, resultando em 2.87.

$$T_e = \left( \frac{P}{2} \right) [(\mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{i}_{qd0s}]^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} [\mathbf{L}'_{sr}] (\mathbf{K}_r)^{-1} \mathbf{i}'_{qd0r} \quad (2.87)$$

A equação 2.87 pode ser simplificada realizando-se alguns cálculos considerando as variáveis em referência ao rotor e sendo a máquina equipada com rotor de gaiola de esquilo. O conjugado eletromagnético pode ser calculado por 2.88. A velocidade e a posição mecânica são relacionadas pelas equações 2.89 e 2.90, respectivamente.

$$T_e = \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{P}{2} \right) (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) \quad (2.88)$$

$$\omega_m = \left( \frac{2}{P} \right) \omega_r \quad (2.89)$$

$$\frac{d}{dt} \theta_m = \omega_m \quad (2.90)$$

## 2.5 Circuito equivalente de um motor de indução operando em regime permanente

O modelo por fase do circuito equivalente da máquina de indução é dada pela figura 6. Por meio deste circuito equivalente, pode-se determinar as perdas na máquina e a potência mecânica no eixo de acordo com o fluxo de potência mostrado na figura 7. A notação em letras maiúsculas representam que as grandezas estão em regime permanente.

Na figura 6 tem-se que:

$V_\phi$  é a tensão terminal em [V];

$R_1$  é a resistência do estator em [ $\Omega$ ];

$X_1$  é a reatância de dispersão do estator em [ $\Omega$ ];

$I_1$  é a corrente do estator em [A];

$R_c$  é a resistência de perdas no ferro da máquina em [ $\Omega$ ];

$X_m$  é a reatância de magnetização em [ $\Omega$ ];

$I_m$  é a corrente de magnetização em [A];

$E_1$  é a tensão interna do estator em [V];

$R_2$  é a resistência do rotor referida ao estator em [ $\Omega$ ];

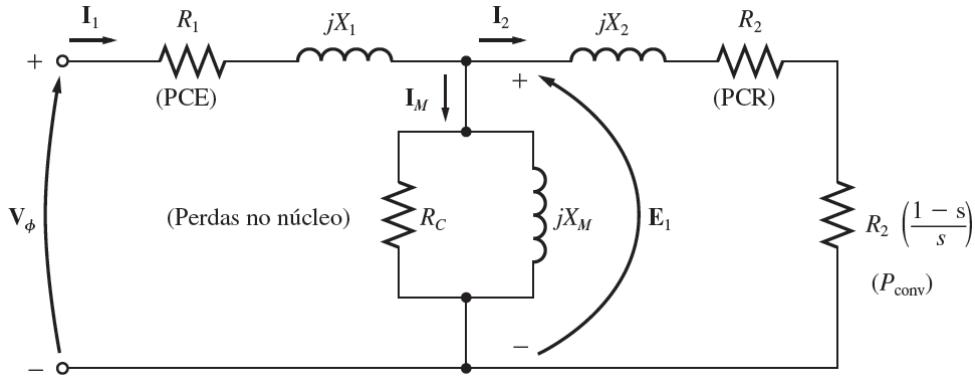
$X_2$  é a reatância de dispersão do rotor referida ao estator em [ $\Omega$ ];

$s$  é o escorregamento dado em 2.3;

$I_2$  é a corrente do rotor referida ao estator em [A];

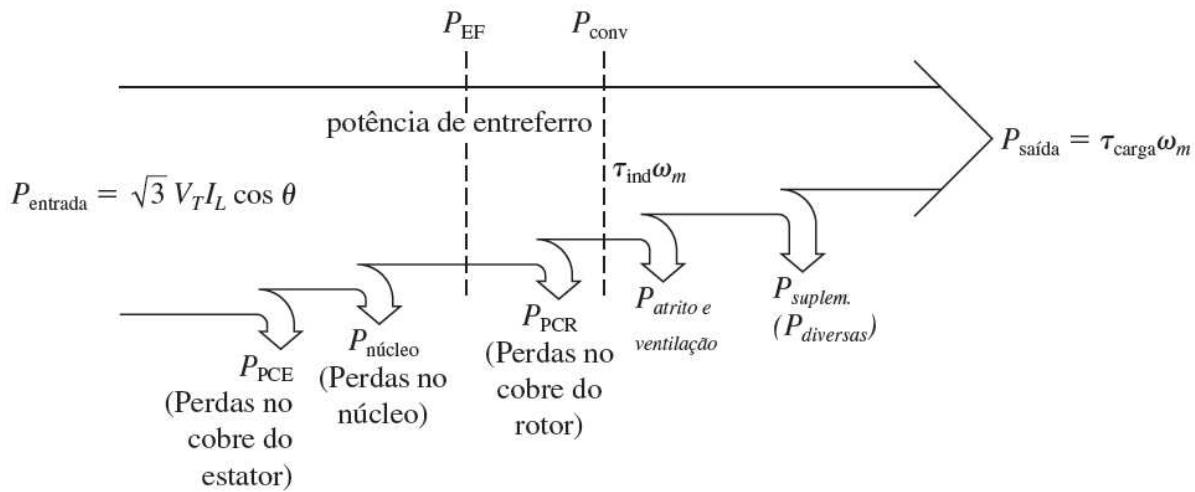
De acordo com o circuito equivalente da figura 6 e o diagrama da figura 7, a potência de entrada de um motor de indução é na forma de tensões e correntes trifásicas. As primeiras perdas no motor se encontram na perda de potência no enrolamento do estator ( $P_{PCE}$ ), depois certa parcela de potência é perdida como histerese e corrente parasita no ferro da máquina ( $P_{núcleo}$ ). A potência restante nesse ponto é transferida ao rotor da máquina através do entreferro entre o estator e o rotor, sendo denominada de potência de entreferro ( $P_{EF}$ ) da máquina. Após essa potência ser transferida ao rotor, uma parte dessa potência é perdida como perdas no enrolamento do rotor ( $P_{PCR}$ ) e o restante é convertido da forma elétrica para mecânica ( $P_{conv}$ ). Porém, tem que subtrair as perdas mecânicas ( atrito e ventilação) ( $P_{AeV}$ ) e as perdas suplementares ( $P_{suplem}$ ). A potência restante é a saída do motor ou potência mecânica na ponta do eixo da máquina ( $P_{mec}$ ) (CHAPMAN, 2013).

Figura 6 – Circuito equivalente por fase de um motor de indução.



Fonte: (CHAPMAN, 2013)

Figura 7 – Diagrama de fluxo de potência de um motor de indução.



Fonte: (CHAPMAN, 2013)

A potência de entrada é a potência ativa trifásica e é dada por:

$$P_{\text{entrada}} = \sqrt{3} V_L I_L \cos(\theta) \quad (2.91)$$

As perdas trifásicas no estator são dadas por:

$$P_{PCE} = 3I_1^2 R_1 \quad (2.92)$$

As perdas trifásicas no núcleo são dadas por:

$$P_{núcleo} = 3 \frac{E_1^2}{R_c} \quad (2.93)$$

A potência trifásica no entreferro são dadas por:

$$P_{EF} = P_{entrada} - P_{PCE} - P_{núcleo} \quad (2.94)$$

$$P_{EF} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s} \quad (2.95)$$

As perdas trifásicas no rotor são dadas por:

$$P_{PCR} = 3I_2^2 R_2 \quad (2.96)$$

A potência de conversão é dada por:

$$P_{conv} = P_{EF} - P_{PCR} \quad (2.97)$$

$$P_{conv} = 3I_2^2 R_2 \left( \frac{1-s}{s} \right) \quad (2.98)$$

Com base nas equações 2.95 e 2.96, existe uma relação entre a potência no entreferro e as perdas no rotor, e são dadas por:

$$P_{PCR} = sP_{EF} \quad (2.99)$$

Dado pelas equações 2.97 e 2.99 obtém-se:

$$P_{conv} = (1-s)P_{EF} \quad (2.100)$$

Se as perdas por atrito e ventilação e as perdas suplementares forem conhecidas, a potência mecânica de saída poderá ser obtida por:

$$P_{mec} = P_{conv} - P_{AeV} - P_{suplem} \quad (2.101)$$

O conjugado induzido pode ser dado por:

$$\tau_{ind} = \frac{P_{conv}}{\omega_m} \quad (2.102)$$

$$\tau_{ind} = \frac{P_{EF}}{\omega_s} \quad (2.103)$$

O conjugado mecânico é dado por:

$$\tau_{mec} = \frac{P_{mec}}{\omega_m} \quad (2.104)$$

O rendimento da máquina é dado por:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{entrada}} \quad (2.105)$$

Existe um parâmetro mecânico de motores elétricos que é diretamente relacionado à geometria e material do rotor, que é o momento de inércia ( $J$ ) da máquina, e podemos definir também a constante de inércia ( $H$ ), que é a energia cinética armazenada na velocidade de rotação do rotor sobre a potência aparente nominal da máquina e são dadas por (STEVENSON, 1986):

$$H = \frac{1}{2} J \frac{\omega_r^2}{|S_{máq}|} \quad (2.106)$$

## 2.6 Determinação prática dos parâmetros do circuito equivalente

### 2.6.1 Ensaio a vazio

O ensaio a vazio de um motor de indução fornece dados sobre à corrente de excitação e às perdas a vazio. Geralmente, este ensaio é realizado com frequência nominal e tensões trifásicas equilibradas com valores nominais, aplicadas aos terminais do estator (FITZGERALD; JR.; UMANS, 2006). As seguintes medidas são obtidas no ensaio: tensão de fase a vazio ( $V_{vz}$ ), corrente de linha a vazio ( $I_{vz}$ ), potência ativa trifásica de entrada a vazio ( $P_{vz}$ ) e a resistência ( $R_1$ ) do estator medida após um tempo de funcionamento a vazio para conseguir obter equilíbrio térmico da máquina. Desprezando-se as perdas no núcleo e as perdas do rotor, as perdas rotacionais ( $P_{rot}$ ) podem ser dadas por:

$$P_{rot} = P_{vz} - 3R_1 I_{vz}^2 \quad (2.107)$$

Como o escorregamento a vazio é muito pequeno, a resistência do rotor ( $R_2/s$ ) refletida é muito elevada. A combinação em paralelo dos ramos da magnetização e do rotor torna-se então, ( $jX_m$ ). Consequentemente a reatância aparente ( $X_{vz}$ ), medida nos terminais do estator é muito proxima de ( $X_1 + X_m$ ), que é a reatância própria ( $X_{11}$ ), sendo dada por:

$$X_{vz} = X_{11} = X_1 + X_m \quad (2.108)$$

A potência reativa a vazio pode ser dada por:

$$Q_{vz} = \sqrt{(3V_{vz}I_{vz})^2 - P_{vz}^2} \quad (2.109)$$

A reatância a vazio  $X_{vz}$  pode ser calculada por:

$$X_{vz} = \frac{Q_{vz}}{3I_{vz}^2} \quad (2.110)$$

## 2.6.2 Ensaio de rotor bloqueado

O ensaio de rotor bloqueado de um motor de indução fornece os dados sobre as impedâncias de dispersão. O ensaio é realizado de modo que o rotor não possa girar, sendo o escorregamento, portanto, igual a unidade, e tensões polifásicas equilibradas são aplicadas aos terminais do estator, de modo que as correntes elétricas que circulam nestes enrolamentos possuam valores nominais (FITZGERALD; JR.; UMANS, 2006).

Assim, as seguintes medidas são obtidas: a tensão de fase de rotor bloqueado ( $V_{bl}$ ), a corrente de linha de rotor bloqueado ( $I_{bl}$ ), a potência ativa trifásica de entrada ( $P_{bl}$ ) e a frequência do ensaio de rotor bloqueado ( $f_{bl}$ ). Sendo que as correntes deste ensaio devem ser mantidas próximas de seus valores nominais, devido ao fato das reatâncias de dispersão serem afetadas de modo significativo pela saturação magnética.

Com as medidas obtidas, a reatância de rotor bloqueado pode ser encontrada da potência reativa de rotor bloqueado, dada por:

$$Q_{bl} = \sqrt{(3V_{bl}I_{bl})^2 - P_{bl}^2} \quad (2.111)$$

A reatância de rotor bloqueado, corrigida para a frequência nominal, pode ser calculada por:

$$X_{bl} = \left( \frac{f}{f_{bl}} \right) \left( \frac{Q_{bl}}{3I_{bl}^2} \right) \quad (2.112)$$

Onde:

$f$  é a frequência da tensão de alimentação em funcionamento nominal, dada em [Hz];

$f_{bl}$  é a frequência da tensão de alimentação no ensaio de rotor bloqueado, dada em [Hz];

Sendo que os efeitos da frequência são desprezados em motores abaixo de 25HP, assim a impedância de rotor bloqueado pode ser medida na frequência nominal, logo a relação ( $f/f_{bl}$ ) na equação 2.112 é igual a unidade. Sendo que a (IEEE:112-2017, 2018) sugere que no ensaio de rotor bloqueado, utiliza-se no máximo até 25% da frequência e corrente nominal do motor.

A resistência de rotor bloqueado ( $R_{bl}$ ), a reatância de dispersão do rotor ( $X_2$ ) e a resistência do rotor ( $R_2$ ), são dadas respectivamente pelas equações 2.113 a 2.115 (FITZGERALD; JR.; UMANS, 2006), dadas por:

$$R_{bl} = \frac{P_{bl}}{3I_{bl}^2} \quad (2.113)$$

$$X_2 = (X_{bl} - X_1) \left( \frac{X_{vz} - X_1}{X_{vz} - X_{bl}} \right) \quad (2.114)$$

$$R_2 = (R_{bl} - R_1) \left( \frac{X_2 + X_{vz} - X_1}{X_{vz} - X_1} \right)^2 \quad (2.115)$$

A reatância de dispersão do rotor ( $X_2$ ), dada pela equação 2.114, existe um parâmetro que é desconhecido, que é a reatância de dispersão do estator ( $X_1$ ). Como não é possível determinar ( $X_1$ ) e ( $X_2$ ) por medições adicionais, existe portanto, uma razão que relaciona ambas reatâncias por uma constante  $k$  (FITZGERALD; JR.; UMANS, 2006) (IEEE:112-2017, 2018), dada por:

$$\frac{X_1}{X_2} = k \quad (2.116)$$

Onde:

$k$  é a constante adimensional que relaciona ( $X_1$ ) e ( $X_2$ ) e que é dependente da classe de projeto da máquina;

A norma NEMA MG 1 divide os motores em 6 classes de projeto diferentes (SILVA, 2015), que são:

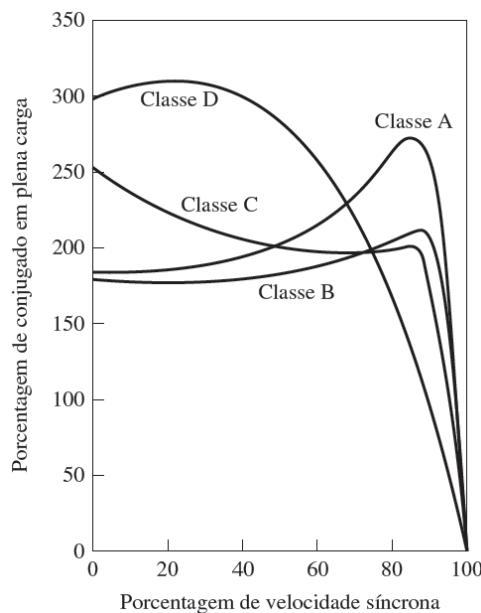
- Classe B: os motores dessa categoria são considerados padrão e são utilizados na maioria das aplicações. Possuem conjugado de partida e fator de potência altos. Podem ser encontrados em ventiladores, bombas e maquinários diversos;
- Classe A: possuem conjugado de partida igual e corrente de partida mais elevado que da classe B. Esse tipo de máquina é recomendada para cargas com grande variação, como exemplo, máquinas injetoras;
- Classe C: possuem conjugado de partida maior que o da classe A e B, em torno de 250% do conjugado nominal. São utilizados em cargas com alto conjugado de partida e que solicitam velocidade constante, por exemplo, esteiras transportadoras;
- Classe D: possuem o mais alto conjugado de partida, e consequentemente, uma baixa corrente de partida. Operam com escorregamentos elevados, em torno de 5% a 13%. São usados em aplicações com alto conjugado de partida, por exemplo, prensas de

perfuração, estampagem ou corte. Nessas aplicações o motor acelera gradativamente um volante de grande inércia até a velocidade plena, quando então efetua a operação.

- Classe E: são motores de classe B com alta eficiência e;
- Classe F: são motores com conjugado e corrente de partida mais baixos que o da classe B. São utilizados em cargas com baixo conjugado de partida;

A figura 8 mostra a curva de conjugado e velocidade de acordo com as classes de projeto NEMA A, B, C e D.

Figura 8 – Curva de conjugado e velocidade de acordo com a classe de projeto NEMA.



Fonte: (CHAPMAN, 2013).

A tabela 2, mostra os valores de  $k$  recomendados pela padronização (IEEE:112-2017, 2018) para cada classe de motor de indução.

Tabela 2 – Valores de  $k$  em função da classe de projeto.

<b>Motor</b>	<b><math>k</math></b>
Classe A	1.00
Classe B	0.67
Classe C	0.43
Classe D	1.00
Rotor bobinado	1.00

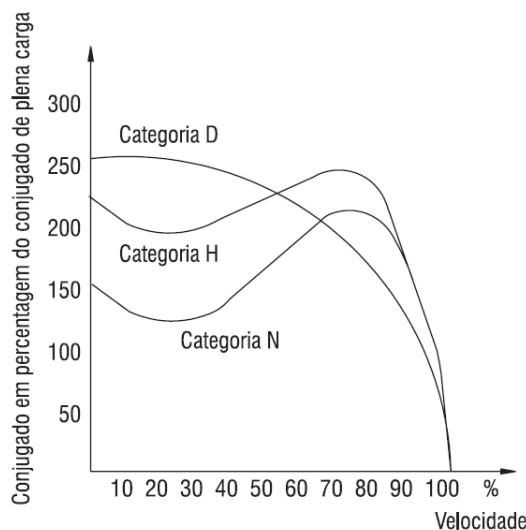
Fonte: (IEEE:112-2017, 2018).

A norma ABNT NBR 17094-3, divide, conforme suas características de torque em relação a velocidade e corrente de partida, os motores de indução trifásicos em cinco categorias, sendo elas, N, H, D, NY e HY (WEG, [200-?]b) (ABNT, 2018).

- Categoria N: Conjugado de partida normal, corrente de partida normal e baixo escorregamento. Constituem a maioria dos motores encontrados e acionam cargas normais, por exemplo, bombas e ventiladores.
- Categoria H: Conjugado de partida alto, corrente de partida normal e baixo escorregamento. Usados para cargas que exigem maior conjugado de partida, por exemplo, peneiras, britadores e transportadores carregadores.
- Categoria D: Conjugado de partida alto, corrente de partida normal, alto escorregamento, geralmente maior de 5%. Usados em prensas excêntricas, onde a carga apresenta picos periódicos.
- Categoria NY: São semelhantes que da categoria N, porém, previstos para partida estrela-triângulo.
- Categoria HY: São semelhantes que da categoria H, porém, previstos para partida estrela-triângulo.

A figura 9 mostra a curva de conjugado e velocidade de acordo com a categoria dos motores, N, H e D.

Figura 9 – Curva de conjugado e velocidade de acordo com a categoria N, H e D.



Fonte: (WEG, [200-?]b).

A tabela 3 mostra os valores de  $k$ , recomendados pela norma ABNT NBR 17094-3 em função da categoria da máquina (ABNT, 2018).

Tabela 3 – Valores de  $k$  em função da categoria do motor.

<b>Motor</b>	<b><math>k</math></b>
Categoria D	0.78
Categoria N	0.68
Categoria H	0.58
Rotor bobinado	0.78

Fonte: (ABNT, 2018).

## 2.7 Considerações finais

Este capítulo abordou os aspectos construtivos, os parâmetros, o equacionamento e os ensaios que cercam as máquinas de indução. Buscando trazer os conceitos conhecidos na literatura teórica e técnica e que servirão de base para o desenvolvimento dos capítulos posteriores.

O próximo capítulo tratará sobre a teoria de agregação do modelo dinâmico de motores de indução trifásicos, que será o pilar fundamental de concretização desse trabalho e das posteriores simulações computacionais.



# 3 Metodologia de agrupamento de motores de indução trifásicos

## 3.1 Introdução

Este capítulo tem a finalidade de mostrar a metodologia de agregação de motores de indução trifásico, utilizada afim de se obter uma única máquina equivalente para fins de redução de processamento em simulações computacionais. Ressalta-se que essa metodologia propõe-se a analisar o sistema elétrico à montante do grupo de motores ou um grupo de motores conectados a mesma carga e o sistema elétrico conectada no mesmo, e não um motor específico ao grupo de máquinas elétricas.

## 3.2 Metodologia

Em (AREE, 2013), é proposto uma simples e eficiente técnica baseada na lei de conservação de energia. Neste trabalho, o autor busca obter um único circuito equivalente de um grupo de motores de indução, sendo este circuito em regime permanente apresentado na figura 6.

Considerando-se um grupo de motores conectados ao mesmo barramento, como mostrado na figura 10, e deseja-se obter o motor equivalente como mostrado na figura 11. A figura 12 mostra o circuito equivalente por fase das figuras 10 e 11. Na metodologia de agrupamento considera-se que todos os parâmetros do circuito equivalente e o momento de inércia do motor são conhecidos.

Com os parâmetros do circuito equivalente, a corrente de entrada, as potências aparente, ativa e reativa de todos os motores podem ser calculados. Logo, a potência aparente absorvida pelo motor equivalente é igual a soma das potências aparentes absorvidas por cada motor do grupo que se deseja obter a máquina agregada. Assim a corrente do estator, magnetização<sup>1</sup> e do rotor do motor equivalente é dada na sua forma complexa por:

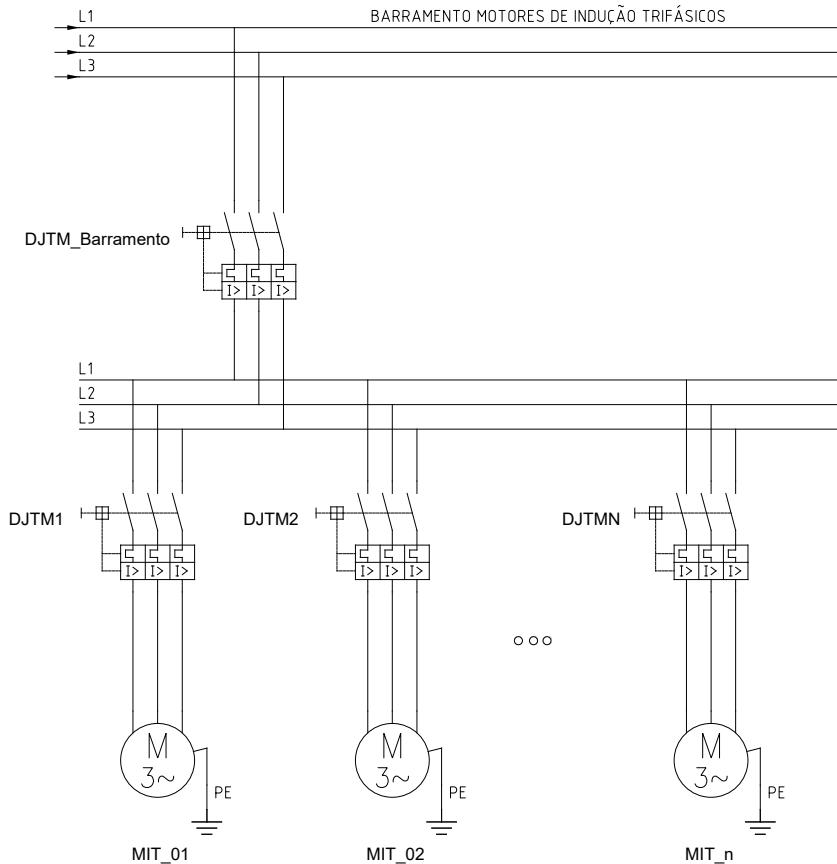
$$\dot{I}_1^{agr} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_{1i} \quad (3.1)$$

$$\dot{I}_{fe}^{agr} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_{fei} \quad (3.2)$$

---

<sup>1</sup> A corrente de magnetização é dividida em duas partes, a corrente que passa na resistência do ferro  $I_{fe}$  e a que passa na reatância de magnetização  $I_{rm}$ .

Figura 10 – Diagrama trifilar de um barramento de “n” motores.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$\dot{I}_{rm}^{agr} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_{rmi} \quad (3.3)$$

$$\dot{I}_2^{agr} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_{2i} \quad (3.4)$$

Onde:

$\dot{I}_1^{agr}$  é o fasor corrente do estator do motor agregado em [A];

$\dot{I}_{fe}^{agr}$  é o fasor corrente que passa na resistência do ferro do motor agregado em [A];

$\dot{I}_{rm}^{agr}$  é o fasor corrente que passa na reatância de magnetização do motor agregado em [A];

$\dot{I}_2^{agr}$  é o fasor corrente do rotor referido ao estator do motor agregado em [A];

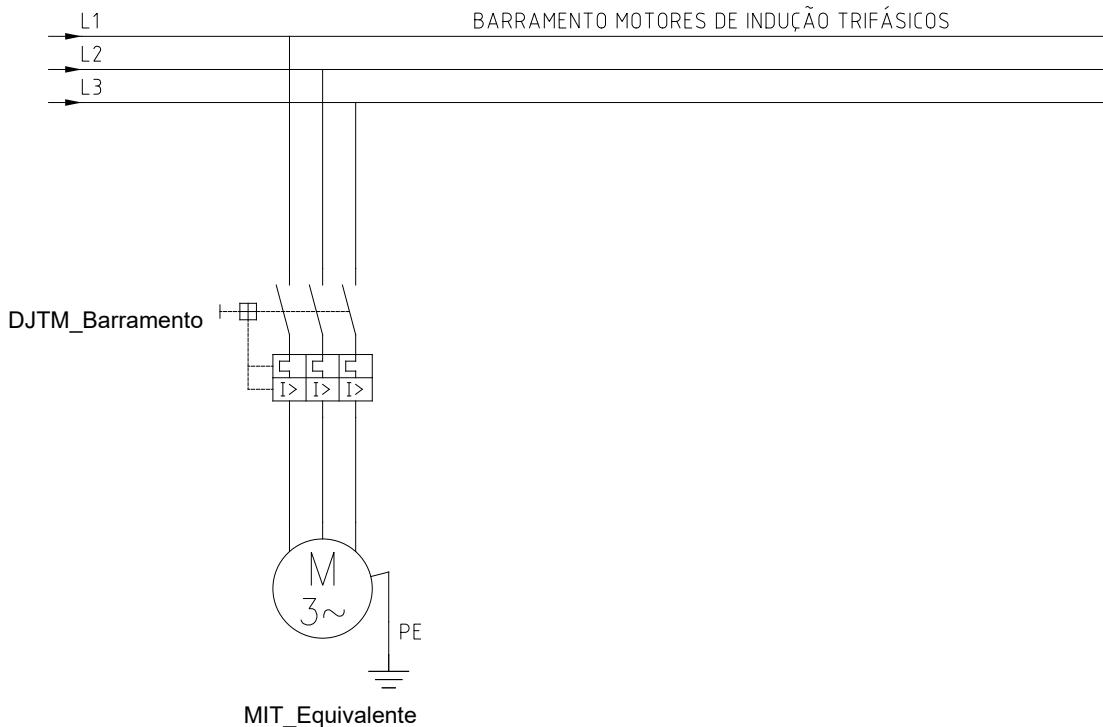
$\dot{I}_{1i}$  é o fasor corrente do estator do motor de índice “i” em [A];

$\dot{I}_{fei}$  é o fasor corrente que passa na resistência do ferro do motor de índice “i” em [A];

$\dot{I}_{rmi}$  é o fasor corrente que passa na reatância de magnetização do motor de índice “i” em [A];

$\dot{I}_{2i}$  é o fasor corrente do rotor referido ao estator do motor de índice “i” em [A];

Figura 11 – Diagrama trifilar de um barramento com o motor equivalente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Baseando-se na conservação de energia, a soma das perdas ativas e da energia armazenada no campo magnético de cada ramo do circuito equivalente de todos os motores é igual as perdas ativas e a energia armazenada no campo magnético do motor equivalente, logo, os parâmetros do circuito equivalente do motor agregado são dadas por:

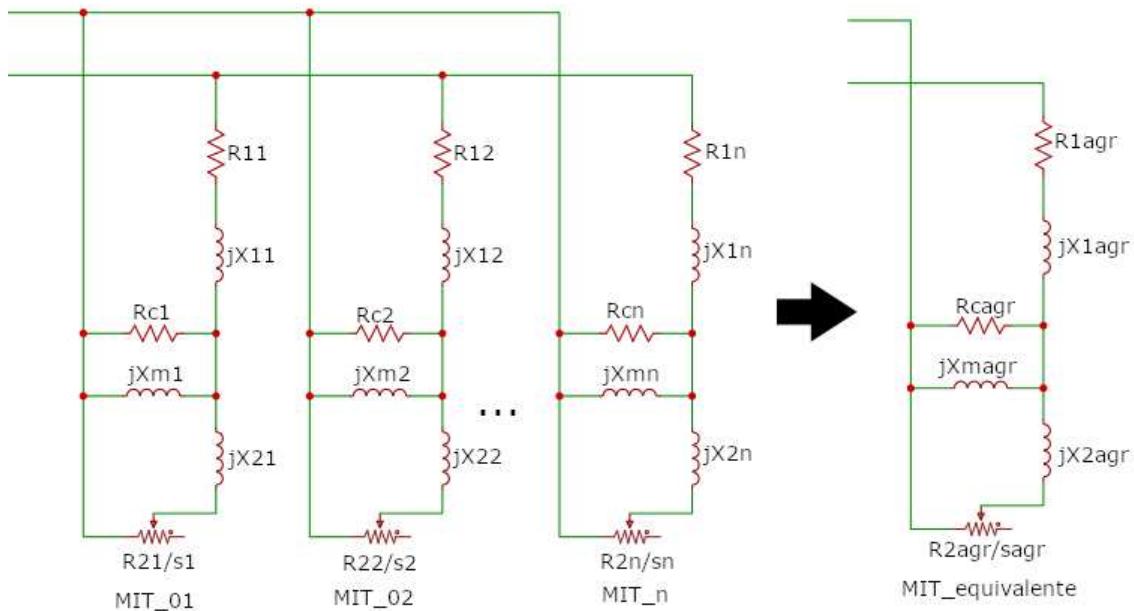
$$R_1^{agr} = \frac{\sum_{i=1}^n [R_{1i} |\dot{I}_{1i}|^2]}{|\dot{I}_1^{agr}|^2} \quad (3.5)$$

$$X_1^{agr} = \frac{\sum_{i=1}^n [X_{1i} |\dot{I}_{1i}|^2]}{|\dot{I}_1^{agr}|^2} \quad (3.6)$$

$$R_c^{agr} = \frac{\sum_{i=1}^n [R_{ci} |\dot{I}_{fei}|^2]}{|\dot{I}_{fe}^{agr}|^2} \quad (3.7)$$

$$X_m^{agr} = \frac{\sum_{i=1}^n [X_{mi} |\dot{I}_{rmi}|^2]}{|\dot{I}_{rm}^{agr}|^2} \quad (3.8)$$

Figura 12 – Circuito equivalente por fase do barramento de “n” motores e do motor equivalente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$R_2^{agr} = \frac{\sum_{i=1}^n [R_{2i} |I_{2i}|^2]}{|I_2^{agr}|^2} \quad (3.9)$$

$$X_2^{agr} = \frac{\sum_{i=1}^n [X_{2i} |I_{2i}|^2]}{|I_2^{agr}|^2} \quad (3.10)$$

Onde:

$R_1^{agr}$  é a resistência do estator do motor agregado em  $[\Omega]$ ;

$X_1^{agr}$  é a reatância de dispersão do estator do motor agregado em  $[\Omega]$ ;

$R_c^{agr}$  é a resistência do ferro do motor agregado em  $[\Omega]$ ;

$X_m^{agr}$  é a reatância de magnetização do motor agregado em  $[\Omega]$ ;

$R_2^{agr}$  é a resistência do rotor referida ao estator do motor agregado em  $[\Omega]$ ;

$X_2^{agr}$  é a reatância de dispersão do rotor referida ao estator do motor agregado em  $[\Omega]$ ;

$R_{1i}$  é a resistência do estator do motor de índice “i” em  $[\Omega]$ ;

$X_{1i}$  é a reatância de dispersão do estator do motor de índice “i” em  $[\Omega]$ ;

$R_{ci}$  é a resistência do ferro do motor de índice “i” em  $[\Omega]$ ;

$X_{mi}$  é a reatância de magnetização do motor de índice “i” em  $[\Omega]$ ;

$R_{2i}$  é a resistência do rotor referida ao estator do motor de índice “i” em  $[\Omega]$ ;

$X_{2i}$  é a reatância de dispersão do rotor referida ao estator do motor de índice “i” em  $[\Omega]$ ;

Vale ressaltar que, como os parâmetros do circuito equivalente foram disponibilizados pela WEG S.A., a mesma representa as perdas suplementares através de uma resistência de perdas suplementares ( $R_S$ )<sup>2</sup> e o parâmetro agregado do mesmo é dado por:

$$R_S^{agr} = \frac{\sum_{i=1}^n [R_{Si} |\dot{I}_{2i}|^2]}{|\dot{I}_2^{agr}|^2} \quad (3.11)$$

Onde:

$R_S^{agr}$  é a resistência de perdas suplementares do motor agregado em [ $\Omega$ ];

$R_{Si}$  é a resistência de perdas suplementares do motor de índice “ $i$ ” em [ $\Omega$ ];

O escorregamento do motor agregado pode ser encontrado pela equação 3.12, dada por:

$$s^{agr} = \frac{P_{PCR}^{agr}}{P_{EF}^{agr}} \quad (3.12)$$

Onde:

$$P_{EF}^{agr} = \sum_{i=1}^n [P_{3\phi i} - P_{PCEi} - P_{NUi}] \quad (3.13)$$

$$P_{PCR}^{agr} = \sum_{i=1}^n [3(R_{2i} + R_{Si}) |\dot{I}_{2i}|^2] \quad (3.14)$$

$s^{agr}$  é o escorregamento do motor agregado em [pu] ou [%];

$P_{EF}^{agr}$  é a potência de entreferro do motor agregado em [W];

$P_{3\phi i}$  é a potência ativa trifásica de entrada do motor de índice “ $i$ ” em [W];

$P_{PCEi}$  são as perdas trifásicas no estator do motor de índice “ $i$ ” em [W];

$P_{NUi}$  são as perdas trifásicas no núcleo do motor de índice “ $i$ ” em [W];

$P_{PCRi}$  são as perdas trifásicas no rotor do motor de índice “ $i$ ” em [W];

Como a velocidade síncrona é calculada utilizando o número de polos do motor, se os motores que serão agregados tiverem diferentes números de polos, os mesmos não poderão ser agregados. Para solucionar esse problema, um número fictício de polos para o motor agregado foi calculado para que a velocidade síncrona do motor agregado possa ser determinada. O número fictício de polos do motor agregado pode ser dado por (KUNAKORN; BANYATNOPPARAT, 2009):

$$P^{agr} = \frac{120f \sum_{i=1}^n P_{meci}}{\sum_{i=1}^n [n_{si} P_{meci}]} \quad (3.15)$$

Onde:

$P^{agr}$  é o número de polos do motor agregado;

<sup>2</sup> A WEG S.A. integra a resistência de perdas suplementares como sendo parte do circuito do rotor.

$n_{si}$  é a velocidade síncrona do motor de índice “*i*” em [rpm];

$P_{meci}$  é a potência mecânica do motor de índice “*i*” em [W] ou [HP];

Assim, a velocidade síncrona e a velocidade do rotor podem ser dadas respectivamente por:

$$n_s^{agr} = \frac{120f}{P_{agr}} \quad (3.16)$$

$$n_r^{agr} = n_s^{agr}(1 - s^{agr}) \quad (3.17)$$

Onde:

$n_s^{agr}$  é a velocidade síncrona do motor agregado em [rpm];

$n_r^{agr}$  é a velocidade do rotor do motor agregado em [rpm];

A potência mecânica de saída do motor agregado é assumida como sendo igual a soma das potências mecânicas de saída de cada motor (PILLAY; SABUR; HAQ, 1996), dada por:

$$P_{mec}^{agr} = \sum_{i=1}^n P_{meci} \quad (3.18)$$

Onde,

$P_{mec}^{agr}$  é a potência mecânica do motor agregado em [W] ou [HP];

$P_{meci}$  é a potência mecânica do motor de índice “*i*” em [W] ou [HP];

A potência mecânica do motor agregado pode também ser calculada através do circuito equivalente por fase do motor agregado como mostrado na figura 12, dada por:

$$P_{mec}^{agr} [\text{W}] = 3 \left| \dot{I}_2^{agr} \right|^2 (R_S^{agr} + R_2^{agr}) \left( \frac{1 - s^{agr}}{s^{agr}} \right) \quad (3.19)$$

Considerando a conservação da energia cinética armazenada na velocidade de rotação do rotor de cada motor, o momento de inércia do motor agregado pode ser dado por (PILLAY; SABUR; HAQ, 1996):

$$J^{agr} = \sum_{i=1}^n \frac{\left[ J_i (\omega_{ri})^2 \right]}{(\omega_r^{agr})^2} \quad (3.20)$$

Onde:  $J^{agr}$  é o momento de inércia do motor agregado em [ $\text{kgm}^2$ ];

$J_i$  é o momento de inércia do motor de índice “*i*” em [ $\text{kgm}^2$ ];

$\omega_r^{agr}$  é a velocidade angular do rotor do motor agregado em [rad/s];

$\omega_{ri}$  é a velocidade angular do rotor do motor agregado em [rad/s];

Existe um critério de agregação que identifica se o grupo de motores a ser agregado é homogêneo (PILLAY; SABUR; HAQ, 1996), e são dadas por:

$$G = H\gamma\alpha \quad (3.21)$$

$$\gamma = \frac{(X_1 + X_2)}{R_1 + (R_2 + R_S)} \quad (3.22)$$

$$\alpha = \frac{X_m}{(R_2 + R_S)} \quad (3.23)$$

Onde:

$H$  é a constante de inércia do motor em [s];

$R_S$  é a resistência de perdas suplementar do motor em [ $\Omega$ ];

O grupo é homogêneo se

$$1 \leq \left( \frac{G_{MAX}}{G_{MIN}} \right) \leq 2,5 \quad (3.24)$$

Onde:

$G_{MAX}$  é o maior valor do critério de homogeneidade  $G$  calculado em cada máquina no grupo;

$G_{MIN}$  é o menor valor do critério de homogeneidade  $G$  calculado em cada máquina no grupo;

Analizando o critério de homogeneidade observa-se que, se motores iguais forem agregados a razão ( $G_{MAX}/G_{MIN}$ ) vai ser igual a unidade, onde o mesmo seria o caso perfeito e não teria erros significativos do sistema original e o sistema agregado no regime transitório. Caso as máquinas, principalmente forem mais divergentes em suas constantes de inércia, a razão ( $G_{MAX}/G_{MIN}$ ) vai sendo maior que a unidade e os erros entre o sistema original e o agregado no regime transitório vão sendo maiores. Visto que os fenômenos transitórios eletromecânicos estão intrinsecamente relacionados ao momento de inércia dos motores.

### 3.3 Considerações finais

Este capítulo abordou a metodologia de agregação de motores de indução trifásicos, visando obter-se os parâmetros do circuito equivalente, escorregamento, número de polos, velocidade síncrona, velocidade mecânica, potência mecânica e momento de inércia do motor agregado, também é obtido o critério de homogeneidade, afim de saber se o motor agregado vai responder satisfatoriamente no regime transitório, quando comparado a um grupo de motores individuais.

O próximo capítulo tratará sobre os resultados dos cálculos computacionais e as simulações computacionais realizadas no *software* Simulink/MATLAB®, utilizando-se os dados dos parâmetros do circuito equivalente fornecidos pela WEG S.A., a metodologia apresentada neste capítulo e a modelagem do motor apresentada no Capítulo 2.



# 4 Análise computacional do modelo

## 4.1 Introdução

Este capítulo apresenta as análises computacionais, onde será comparado o sistema original do grupo de motores e o motor agregado, observando-se os parâmetros elétricos e mecânicos, visando assim validar a proposta do trabalho. Os cálculos e as simulações computacionais foram realizadas no *software* Simulink/MATLAB®. Para a realização dos cálculos de agregação e simulações computacionais, foram utilizados os dados dos motores cordialmente fornecidos pela fabricante de motores elétricos WEG S.A..

## 4.2 Dados utilizados

Os dados dos parâmetros do circuito equivalente, potência nominal, tensão nominal, corrente nominal, rotação nominal, frequência, relação  $I_p/I_n$ , número de polos, fator de potência, rendimento, escorregamento e momento de inércia dos motores foram fornecidos pela WEG S.A. e são apresentados nas tabelas a seguir. As tabelas 4 e 5 mostram os dados nominais dos motores e a tabela 6 mostra os dados dos parâmetros do circuito equivalente das máquinas.

Tabela 4 – Dados nominais dos motores.

Motor	$P_{mec}$ [kW/HP]	$V_n$ [V]	$I_n$ [A]	$R_n$ [rpm]	f [Hz]
M1	11/15	380/660	20,5/11,8	3525	60
M2	15/20	380/660	28,4/16,3	3540	60
M3	7,5/10	380/660	14,7/8,47	1765	60
M4	11/15	380/660	21,8/12,5	1760	60
M5	75/100	380/660	140/80,7	1780	60

Fonte: (WEG, 2018)

Tabela 5 – Dados nominais dos motores.

Motor	$I_p/I_n$	P	$FP_{100\%}$	$\eta_{100\%}$ [%]	s [%]	$J$ [kgm <sup>2</sup> ]
M1	8,5	2	0,89	91,5	2,08	0,0305
M2	7,4	2	0,87	92,2	1,67	0,0553
M3	8,2	4	0,84	92	1,94	0,0563
M4	8,3	4	0,83	92,4	2,22	0,0672
M5	8,5	4	0,85	95,5	1,11	1,01

Fonte: (WEG, 2018)

Tabela 6 – Dados do circuito equivalente dos motores em  $[\Omega]$ .

Motor	$R_1$	$X_1$	$R_c$	$X_m$	$R_2$	$X_2$	$R_s$
M1	0,5999	1,8848	1995,926	81,0016	0,5196	2,5443	0,1717
M2	0,4975	1,7151	1921,669	66,4205	0,311	2,2196	0,1241
M3	1,1664	3,019	2784,538	93,8908	0,7447	3,5491	0,2376
M4	0,767	2,0461	1912,589	65,6592	0,5173	2,5075	0,1725
M5	0,0571	0,3223	462,7432	10,8168	0,0374	0,4970	0,0192

Fonte: (WEG, 2018)

Onde,

 $P_{mec}$  é a potência de saída mecânica nominal na ponta do eixo em [kW] e [HP]<sup>1</sup>; $V_n$  é a tensão nominal nos terminais do motor em [V]; $I_n$  é a corrente nominal do motor em [A]; $R_n$  é a rotação nominal do motor em [rpm]; $I_p/I_n$  é a relação de corrente de partida sobre a corrente nominal e indica quantas vezes maior é a corrente de partida em relação a corrente nominal;

### 4.3 Cálculos computacionais

Nessa seção serão apresentados os resultados dos cálculos apresentados no Capítulo 3 para obtenção dos parâmetros agregados dos motores equivalentes, comparando-se valores de corrente de linha, potências aparente, ativa e reativa, fator de potência e potência mecânica entre o sistema original e o sistema agregado em regime permanente. Foram calculados os erros relativos das grandezas elétricas e mecânicas em regime permanente para fins de comparação. Além dos cálculos para obtenção dos parâmetros agregados, foi calculado o critério de homogeneidade, afim de se saber se o sistema agregado responderá satisfatoriamente em comparação ao original no regime transitório. Os motores estão conectados a um barramento com tensão de linha de 660V e frequência de 60Hz, e foram divididos em cinco casos de agregação.

Para realização dos cálculos computacionais, foi implementado um algoritmo para automatizar os cálculos para obtenção dos parâmetros do circuito equivalente, valores nominais das grandezas elétricas e mecânicas, critério de homogeneidade e erros relativos. Compreende-se aqui como  $MIT_1^{agr}$  o motor agregado referente ao agrupamento de dois motores M5,  $MIT_2^{agr}$  o agrupamento dos motores M3 e M4,  $MIT_3^{agr}$  o agrupamento dos motores M1 e M2,  $MIT_4^{agr}$  o agrupamento dos motores M1 e M4, e  $MIT_5^{agr}$  o agrupamento dos motores M3 a M5, todos referentes as tabelas 4, 5 e 6.

<sup>1</sup> O fabricante utiliza o *horse power* métrico que é igual o cavalo vapor e não o *horse power* do sistema britânico

As tabelas 7 e 8, mostram os resultados dos cálculos dos parâmetros do circuito equivalente por fase, grandezas mecânicas e critério de homogeneidade dos motores agregados.

Tabela 7 – Parâmetros do circuito equivalente dos motores agregados.

	<b>MIT<sub>1</sub><sup>agr</sup></b>	<b>MIT<sub>2</sub><sup>agr</sup></b>	<b>MIT<sub>3</sub><sup>agr</sup></b>	<b>MIT<sub>4</sub><sup>agr</sup></b>	<b>MIT<sub>5</sub><sup>agr</sup></b>
$R_1^{agr}$ [Ω]	0,02855	0,46302	0,27207	0,34578	0,055953
$X_1^{agr}$ [Ω]	0,16115	1,2213	0,90195	0,98814	0,25501
$R_c^{agr}$ [Ω]	231,3716	1133,8264	979,0674	976,7414	328,6375
$X_m^{agr}$ [Ω]	5,4084	38,639	36,4957	36,266	8,4513
$R_2^{agr}$ [Ω]	0,0187	0,30631	0,19832	0,25937	0,036694
$X_2^{agr}$ [Ω]	0,2485	1,476	1,1883	1,2633	0,37571
$R_S^{agr}$ [Ω]	0,0096	0,10058	0,072185	0,086118	0,016393

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 8 – Grandezas mecânicas e critério de homogeneidade dos motores agregados.

	<b>MIT<sub>1</sub><sup>agr</sup></b>	<b>MIT<sub>2</sub><sup>agr</sup></b>	<b>MIT<sub>3</sub><sup>agr</sup></b>	<b>MIT<sub>4</sub><sup>agr</sup></b>	<b>MIT<sub>5</sub><sup>agr</sup></b>
$P_{mec}^{agr}$ [HP]	205,9763	26,4289	35,66	32,0781	129,4053
$s^{agr}$ [%]	1,1111	2,1162	1,8513	2,154	1,318
$P^{agr}$	4	4	2	2,6822	4
$n_s^{agr}$ [rpm]	1800	1800	3600	2684,3199	1800
$n_r^{agr}$ [rpm]	1780	1761,9092	3533,3543	2626,4987	1776,2752
$J^{agr}$ [kgm <sup>2</sup> ]	2,02	0,12355	0,085864	0,085111	1,1358
$G_{MAX}/G_{MIN}$	1	1,3095	2,3323	2,659	11,5232

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para fins de comparação foram calculados as grandezas elétricas e mecânica no barramento do grupo de motores e do motor agregado como mostrado na tabela 9. A tabela 10 mostra o resultado do cálculo dos erros relativos das grandezas elétricas e mecânica do barramento dos motores e do motor agregado, utilizando-se a equação 4.1.

$$\text{erro relativo} = \left( \frac{\text{grandeza barramento} - \text{grandeza agregado}}{\text{grandeza barramento}} \right) 100\% \quad (4.1)$$

Onde na tabela 9, temos:

$P_{mec}^{bar}$  é a potência mecânica do grupo de motores no barramento em [kW];

$S_{3\phi}^{bar}$  é a potência aparente trifásica do grupo de motores no barramento em [kVA];

$P_{3\phi}^{bar}$  é a potência ativa trifásica do grupo de motores no barramento em [kW];

$Q_{3\phi}^{bar}$  é a potência reativa trifásica do grupo de motores no barramento em [kvar];

$I_L^{bar}$  é a corrente de linha do grupo de motores no barramento em [A];

$FP^{bar}$  é o fator de potência do grupo de motores no barramento;

Tabela 9 – Grandezas nominais do grupo de motores no barramento e do motor agregado.

	$\text{MIT}_1^{\text{agr}}$	$\text{MIT}_2^{\text{agr}}$	$\text{MIT}_3^{\text{agr}}$	$\text{MIT}_4^{\text{agr}}$	$\text{MIT}_5^{\text{agr}}$
$P_{\text{mec}}^{\text{bar}}$ [kW]	151,4953	19,4403	26,2287	23,5971	95,188
$S_{3\phi}^{\text{bar}}$ [kVA]	186,7116	24,6676	31,553	29,091	118,023
$P_{3\phi}^{\text{bar}}$ [kW]	157,1976	20,8498	27,7503	25,1907	99,4486
$Q_{3\phi}^{\text{bar}}$ [kvar]	100,7479	13,1825	15,017	14,5505	63,5564
$I_L^{\text{bar}}$ [A]	163,776	21,638	27,678	25,518	103,529
$FP^{\text{bar}}$	0,84193	0,84523	0,87948	0,86593	0,84262
$P_{\text{mec}}^{\text{agr}}$ [kW]	151,4953	19,4384	26,2279	23,5934	95,1774
$S_{3\phi}^{\text{agr}}$ [kVA]	186,7116	24,6645	31,5515	29,0925	118,0184
$P_{3\phi}^{\text{agr}}$ [kW]	157,1976	20,8476	27,7493	25,1868	99,440
$Q_{3\phi}^{\text{agr}}$ [kvar]	100,7479	13,1801	15,0157	14,5602	63,5613
$I_L^{\text{agr}}$ [A]	163,776	21,635	27,676	25,519	103,524
$FP^{\text{agr}}$	0,84193	0,84525	0,87949	0,86575	0,84258

Fonte: Elaborado pelo autor.

 $P_{\text{mec}}^{\text{agr}}$  é a potência mecânica do motor agregado em [kW]; $S_{3\phi}^{\text{agr}}$  é a potência aparente do motor agregado em [kVA]; $P_{3\phi}^{\text{agr}}$  é a potência ativa do motor agregado em [kW]; $Q_{3\phi}^{\text{agr}}$  é a potência reativa do motor agregado em [kvar]; $I_L^{\text{agr}}$  é a corrente de linha do motor agregado em [A]; $FP^{\text{agr}}$  é o fator de potência do motor agregado;

Tabela 10 – Erros relativos das grandezas do grupo de motores e do motor agregado.

	$\text{MIT}_1^{\text{agr}}$	$\text{MIT}_2^{\text{agr}}$	$\text{MIT}_3^{\text{agr}}$	$\text{MIT}_4^{\text{agr}}$	$\text{MIT}_5^{\text{agr}}$
$\text{Erro } I_L [\%]$	0	0,012732	0,0048901	0,0051456	0,0039001
$\text{Erro } S_{3\phi} [\%]$	0	0,012732	0,0048901	0,0051456	0,0039001
$\text{Erro } P_{3\phi} [\%]$	0	0,010487	0,0037889	0,015398	0,0086249
$\text{Erro } Q_{3\phi} [\%]$	0	0,018349	0,0086504	0,066695	0,007667
$\text{Erro } FP [\%]$	0	0,0022455	0,0011012	0,020543	0,004725
$\text{Erro } P_{\text{mec}} [\%]$	0	0,0098885	0,0029786	0,01583	0,011103

Fonte: Elaborado pelo autor.

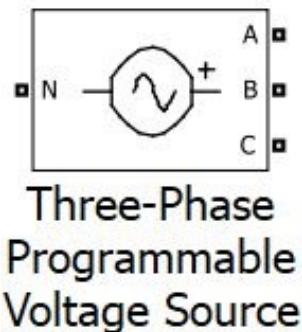
## 4.4 Simulações computacionais

Nessa seção serão apresentadas as simulações computacionais e serão analisados distúrbios elétricos e mecânicos, que são: mudança de carga mecânica, variação de tensão de curta duração e curto-círcuito sólido, utilizando-se a teoria e equacionamento que representa a dinâmica das máquinas assíncronas apresentadas no Capítulo 2. As simulações

foram divididas em cinco casos de agregação e os resultados serão mostrados nas subseções a seguir.

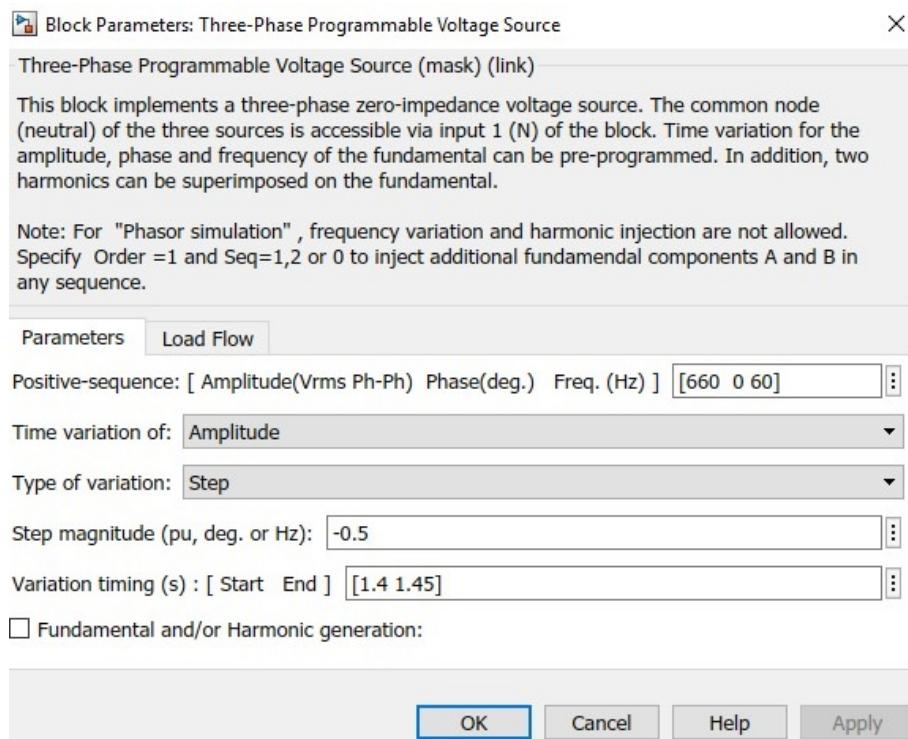
As simulações computacionais foram realizadas no programa Simulink/MATLAB®, com os elementos da biblioteca SimPowerSystems™. As figuras 13 a 23 mostram alguns elementos da biblioteca SimPowerSystems™ e seus respectivos parâmetros, todos utilizados nas simulações apresentadas nas sub-subseções seguintes.

Figura 13 – Fonte de tensão programável trifásica.



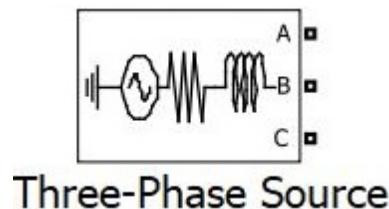
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 14 – Parâmetros da fonte de tensão programável trifásica.



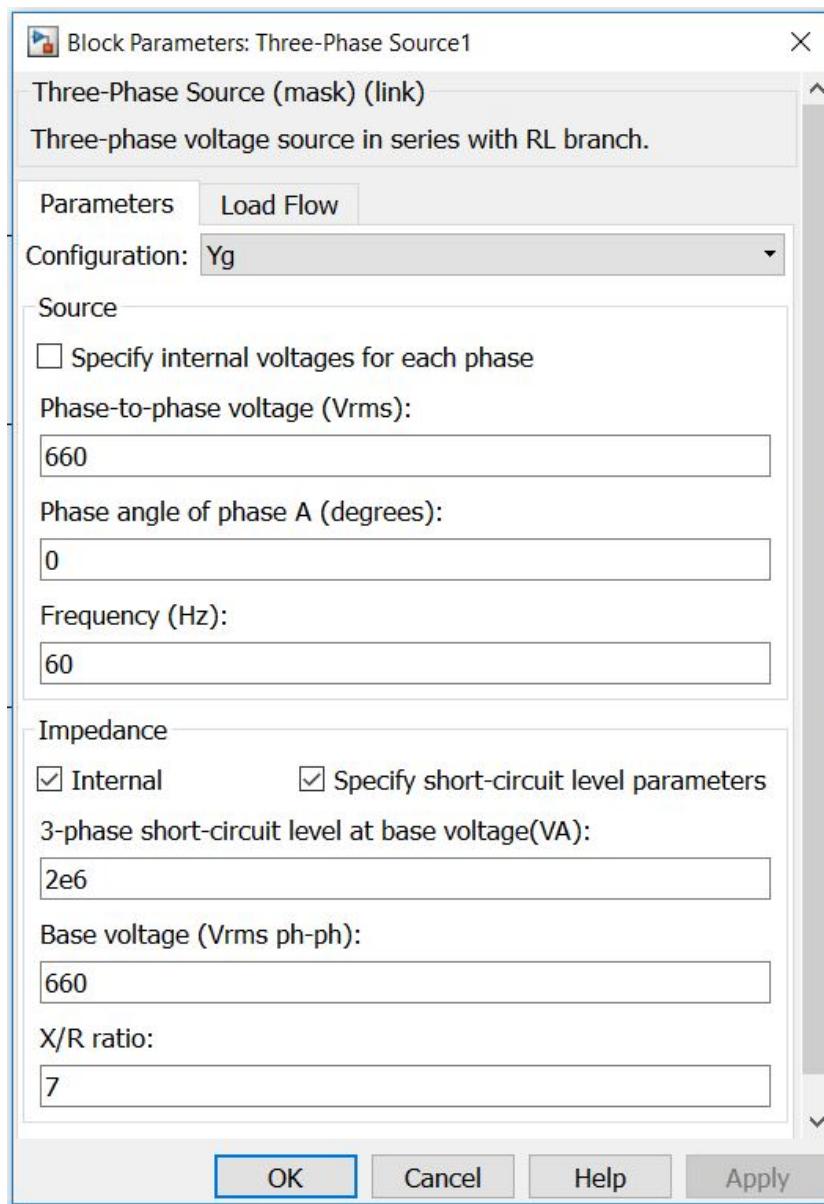
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 15 – Fonte de tensão trifásica.



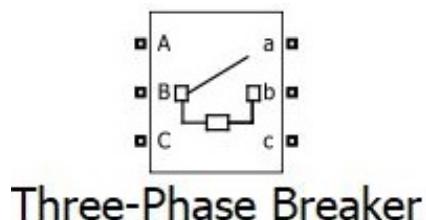
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 16 – Parâmetros da fonte de tensão trifásica.



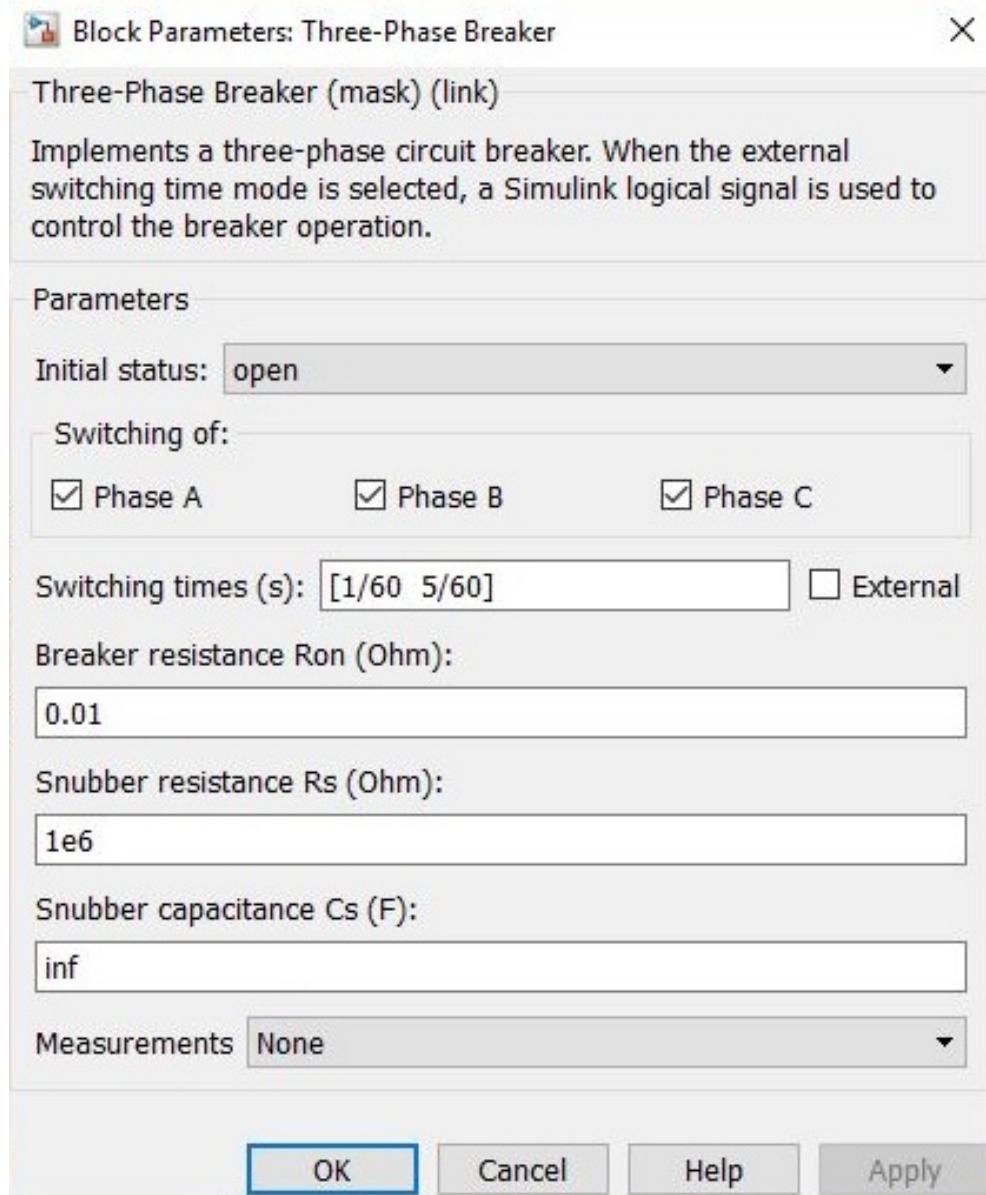
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 17 – Disjuntor trifásico.



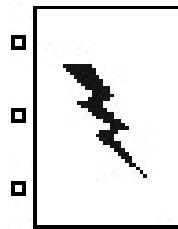
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 18 – Parâmetros do disjuntor trifásico.



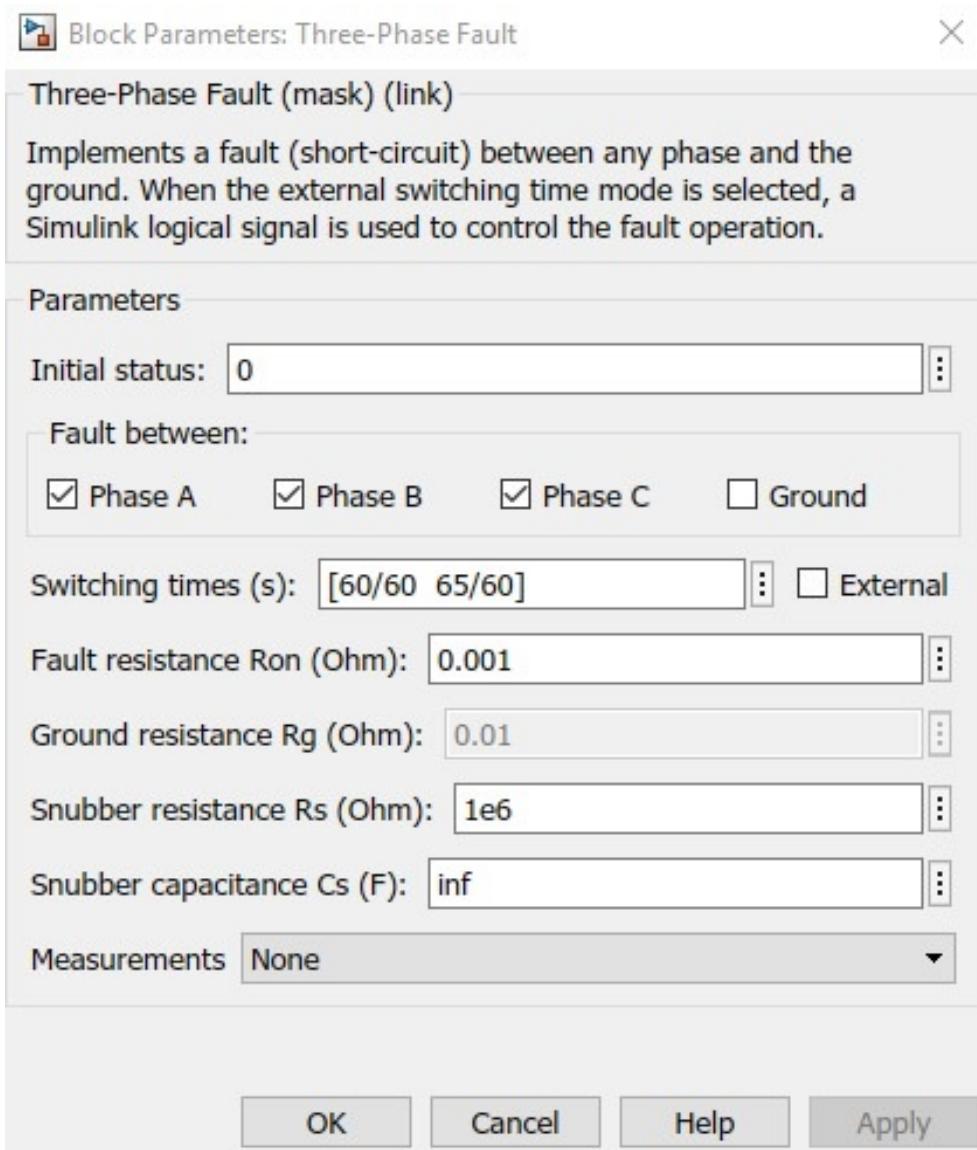
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 19 – Falta trifásica.



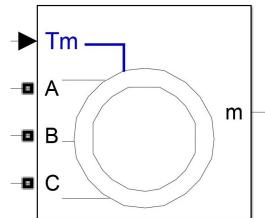
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 20 – Parâmetros da falta trifásica.



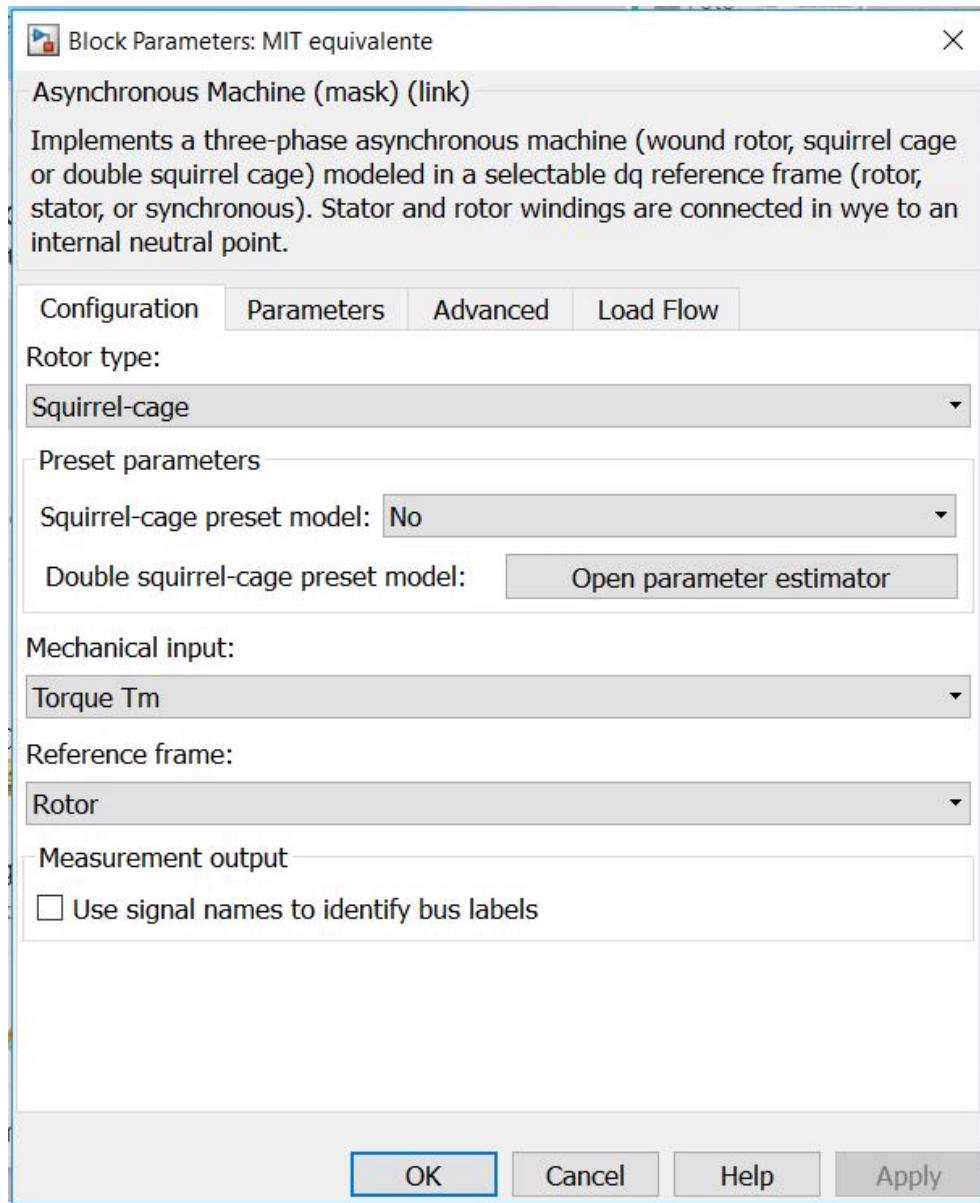
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 21 – Máquina assíncrona.



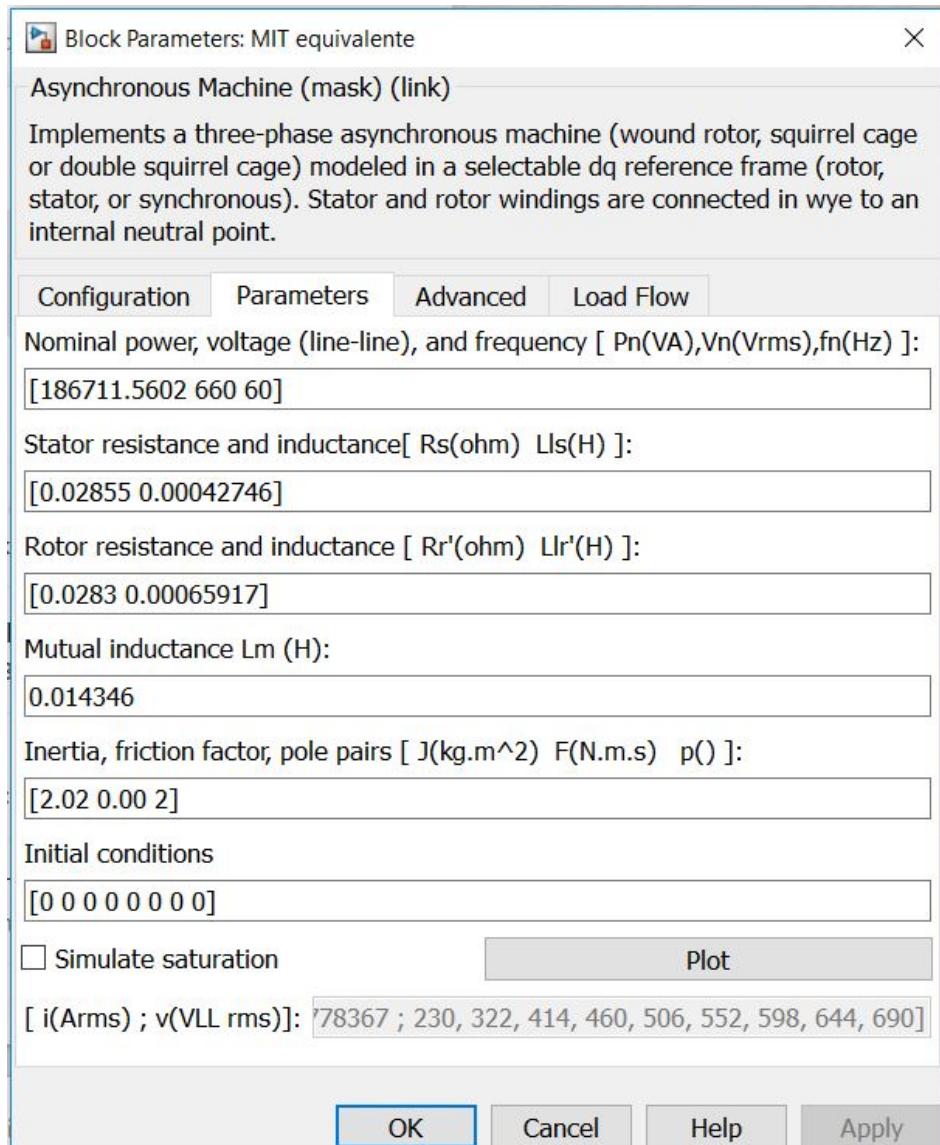
Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 22 – Configuração da máquina assíncrona.



Fonte: Simulink/MATLAB®.

Figura 23 – Parâmetros da máquina assíncrona.



Fonte: Simulink/MATLAB®.

#### 4.4.1 Mudança de carga

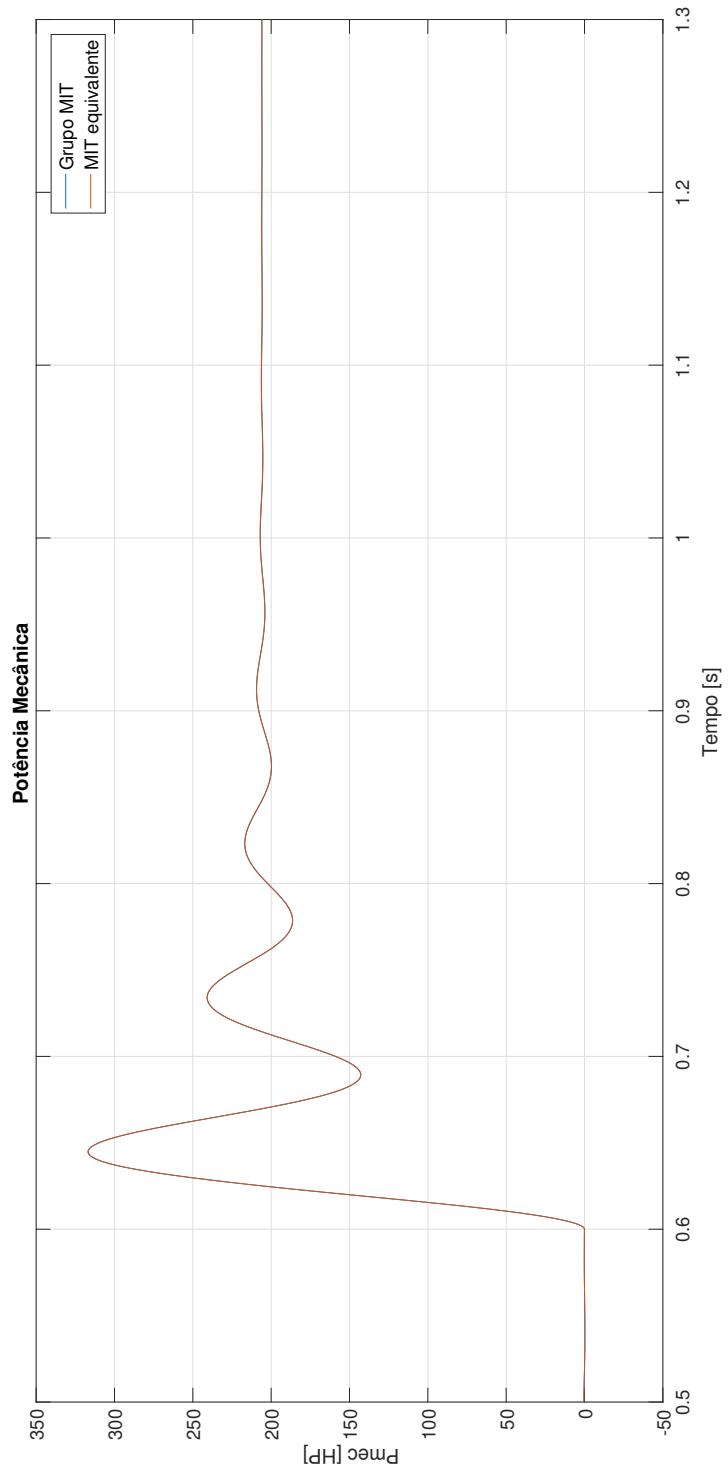
Em todos os casos de agregação analisados, o grupo de motores e o motor agregado saem da condição de operação a vazio, e em  $t=0,6[s]$  é aplicado o torque nominal, onde passam pelo regime transitório e estabilizam-se no regime permanente.

##### 4.4.1.1 Caso de agregação: $MIT_1^{agr}$

Na agregação dos motores  $MIT_1^{agr}$ , obteve-se os melhores resultados, onde o critério de homogeneidade é igual a unidade e que não há diferença entre o grupo de motores e o motor agregado, tanto nas grandezas elétricas, como nas grandezas mecânicas.

A figura 24 mostra os transitórios das potências mecânicas durante a mudança de carga onde o grupo de motores e o motor agregado alcançam o valor máximo de 315[HP] em  $t=0,64[\text{s}]$  e estabilizam-se em 205,97[HP], possuindo os mesmos valores tanto no transitório, quanto no regime permanente.

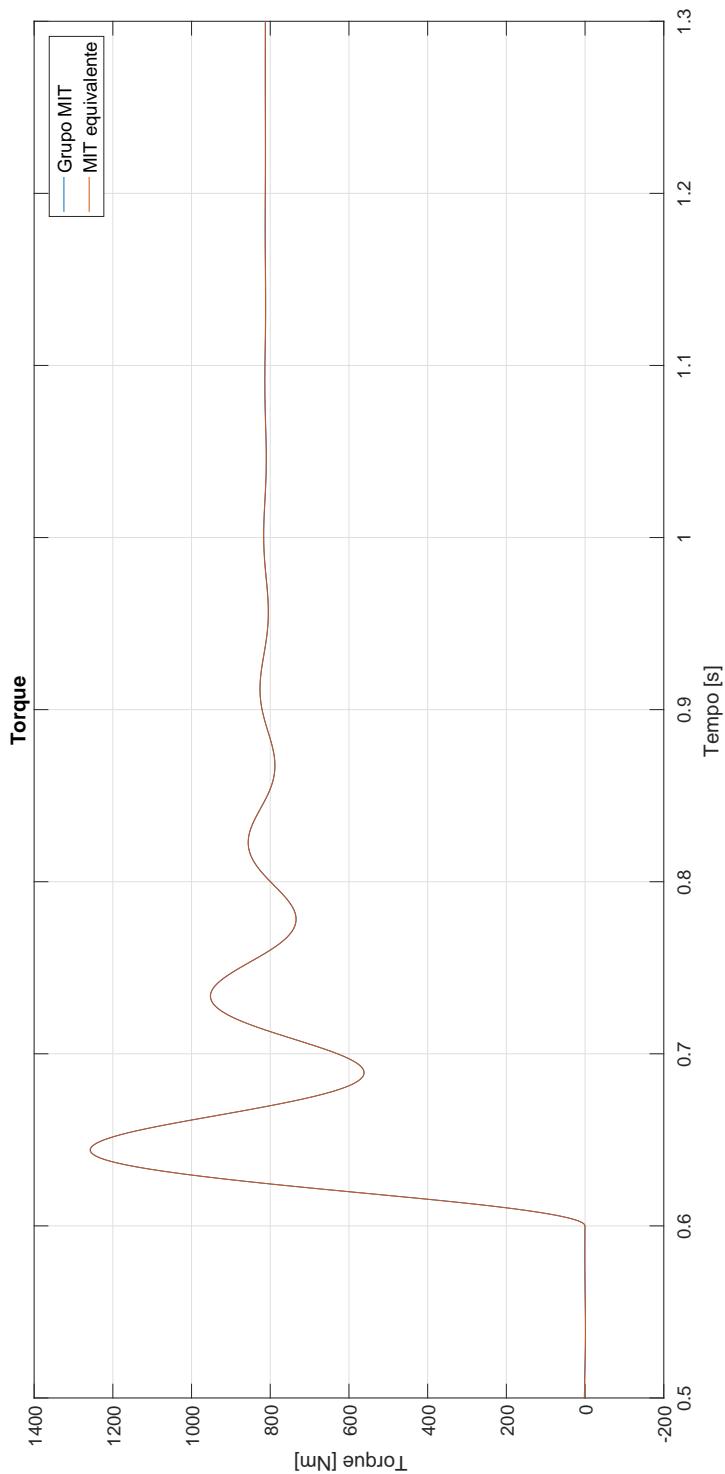
Figura 24 – Potência mecânica no  $MIT_1^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento dos torques mecânicos durante a mudança de carga para o grupo de motores e o motor agregado é apresentado na figura 25. Percebe-se nesta figura que, que os torques mecânicos alcançaram o valor máximo de 1250[Nm] no instante  $t=0,64[s]$ , e em regime permanente se estabilizaram em 800[Nm].

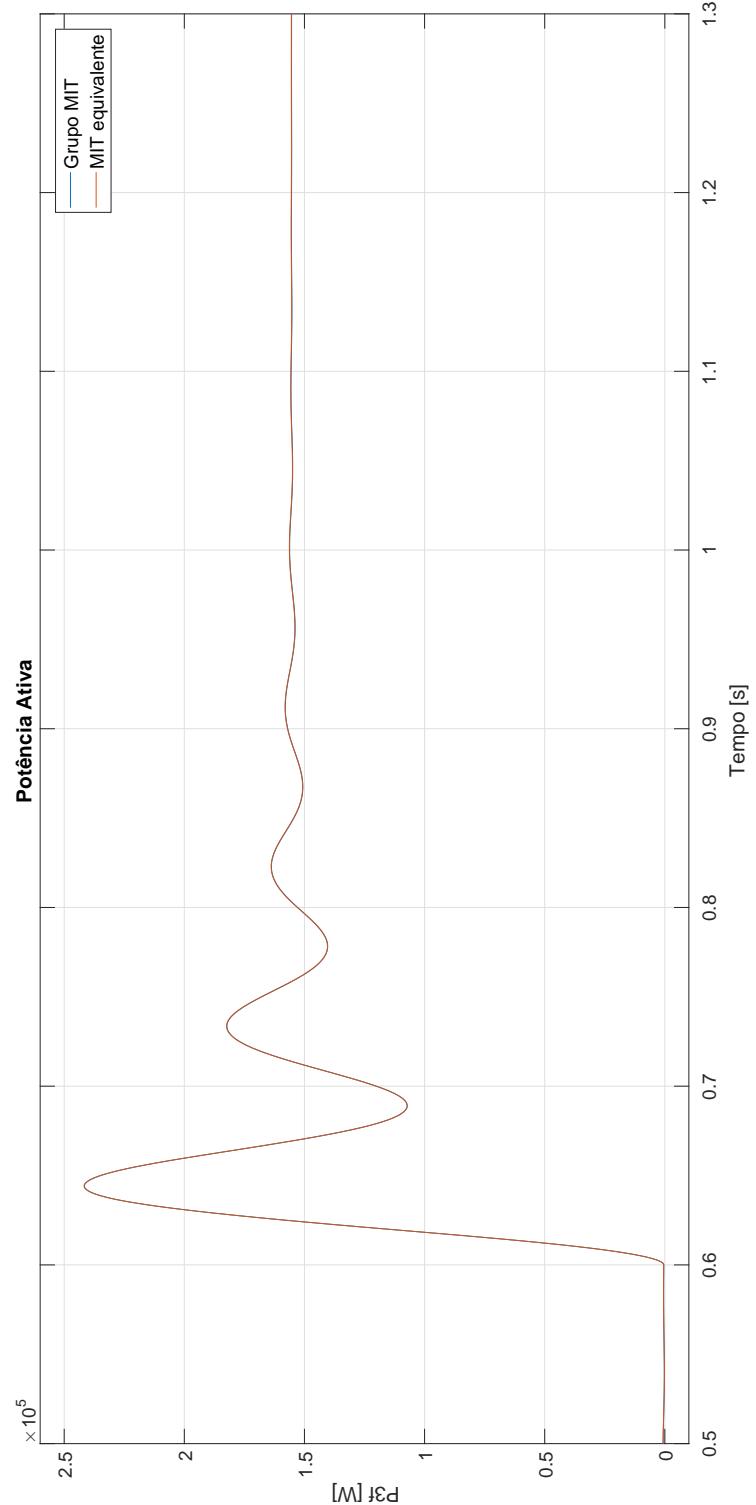
Figura 25 – Torque mecânico no  $MIT_1^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se pela figura 26, o transitório das potências ativas trifásica durante as mudança de carga onde o grupo de motores e o motor agregado alcançam o valor máximo de 240[kW] em  $t=0,64[\text{s}]$  e em regime permanente se estabilizou em 157,2[kW].

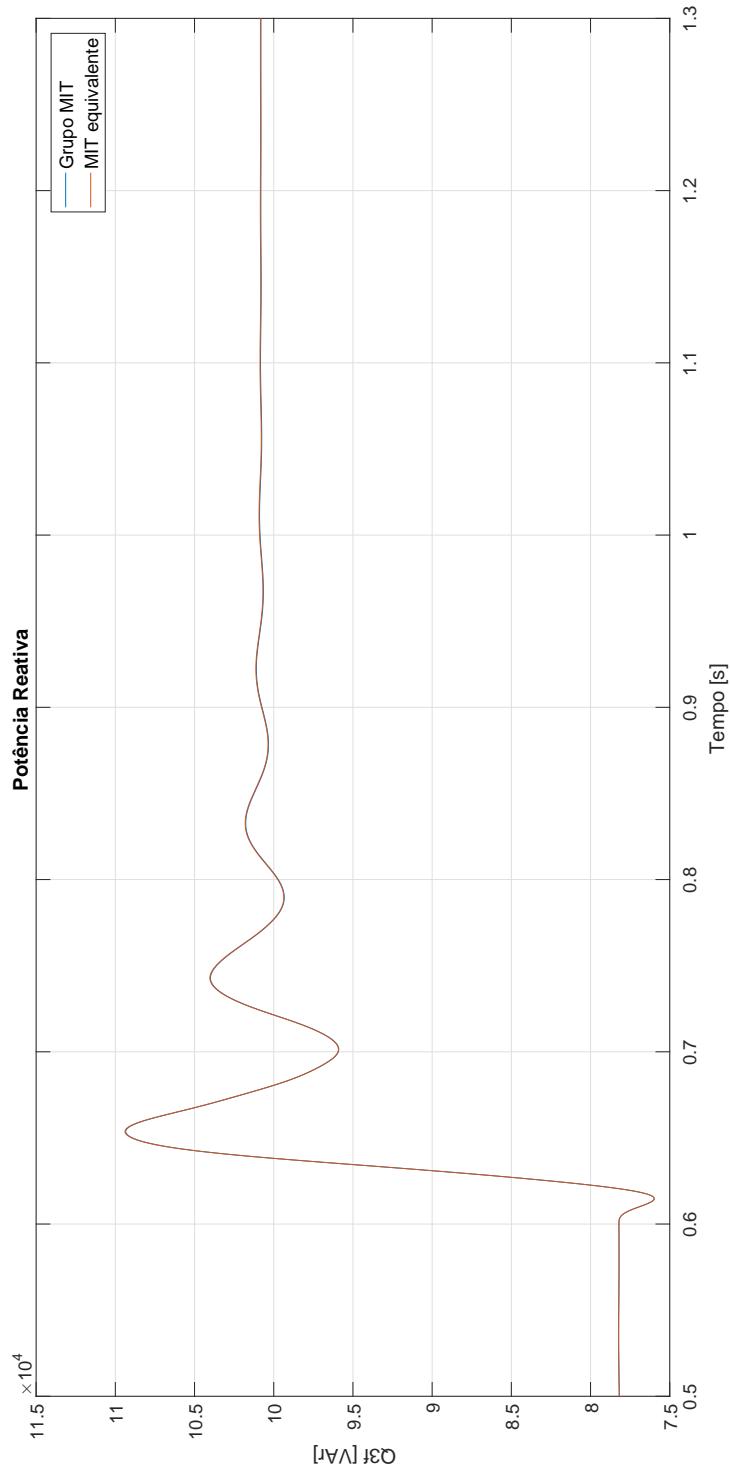
Figura 26 – Potência ativa no  $MIT_1^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 27 mostra o transitório das potências reativas trifásica durante a mudança de carga onde o grupo de motores e o motor agregado alcançam o valor máximo de 109[kvar] no instante  $t=0,64[s]$  e oscilam coerentemente até o regime permanente em 100,74[kvar].

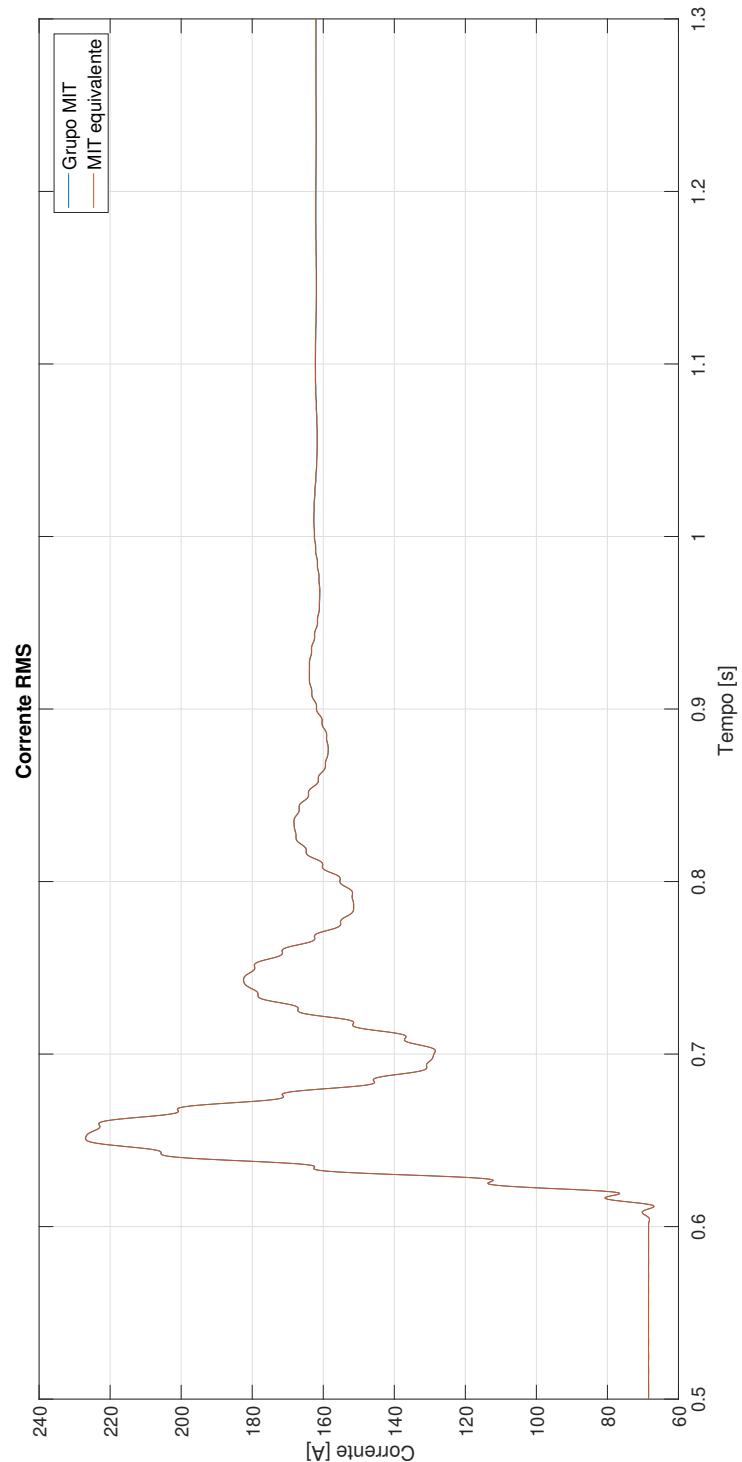
Figura 27 – Potência reativa no  $MIT_1^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 28 o transitório das correntes RMS, que durante a mudança de carga foi observado que o grupo de motores e o motor agregado alcançaram o valor máximo de 225[A] em  $t=0,65[\text{s}]$  e oscilam coerentemente até o regime permanente, onde estabilizam-se em 163,776[A].

Figura 28 – Corrente no  $MIT_1^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



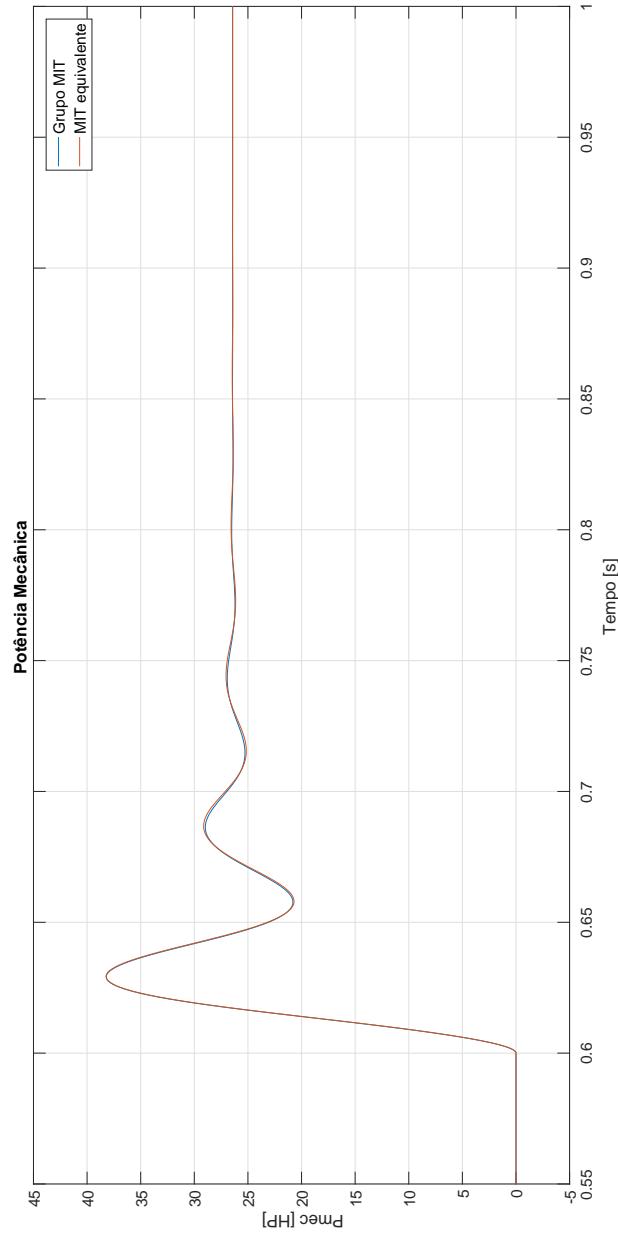
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.1.2 Caso de agregação: $MIT_2^{agr}$

Na agregação dos motores  $MIT_2^{agr}$ , o critério de homogeneidade é igual a 1,3095, onde o mesmo apresenta durante o transitório erros pequenos entre o sistema original e o agregado.

O transitório das potências mecânicas durante a mudança de carga podem ser observadas na figura 29, onde o grupo de motores e o motor agregado alcançam o valor máximo de 38[HP] no instante  $t=0,626[s]$  e oscilam com pequenas variações até o regime permanente, chegando aos valores das potências mecânicas de 26,42[HP].

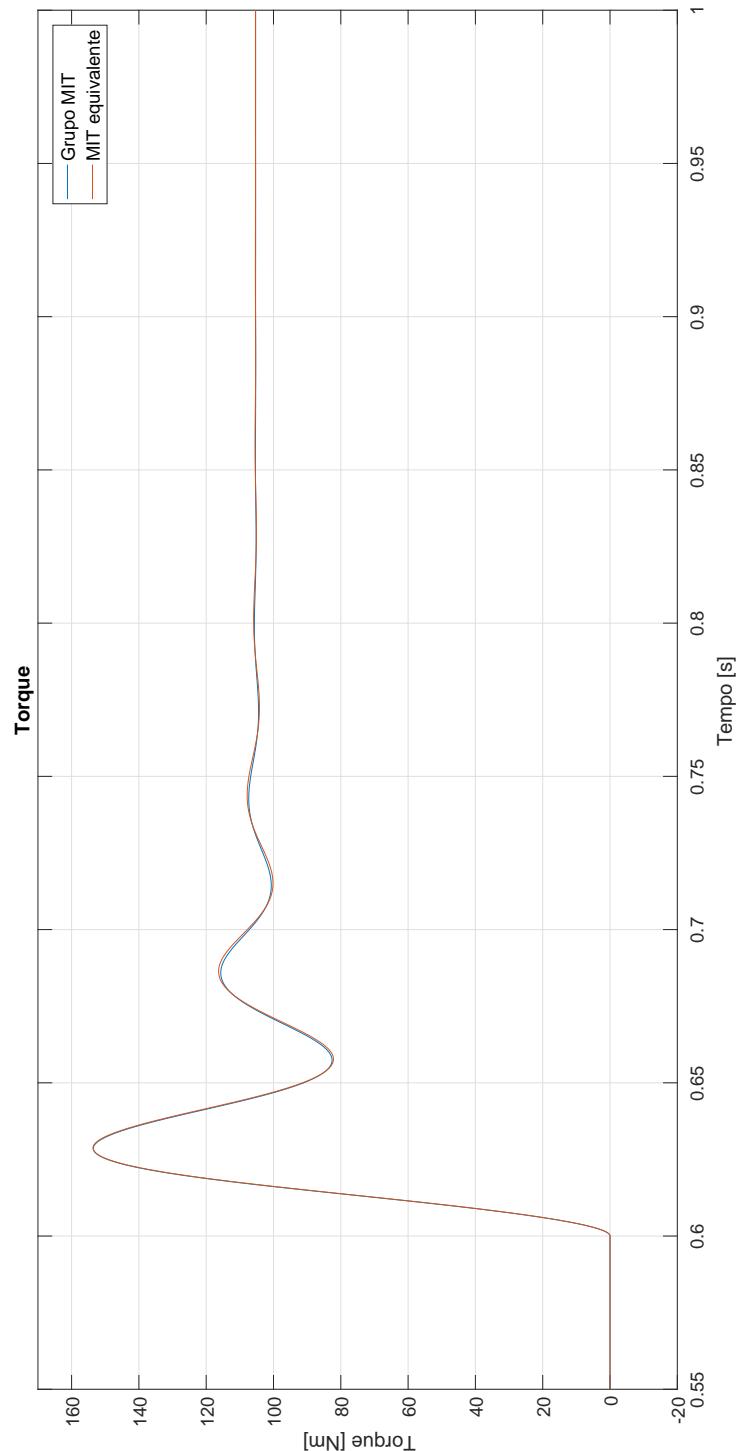
Figura 29 – Potência mecânica no  $MIT_2^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 30 mostra o transitório dos torques mecânicos durante a mudança de carga onde o grupo de motores e o motor agregado alcançam o valor máximo de 155[Nm] no instante de tempo  $t=0,626[\text{s}]$  e oscilam coerentemente e com pequenas variações até o regime permanente, alcançando o valor de 103[Nm].

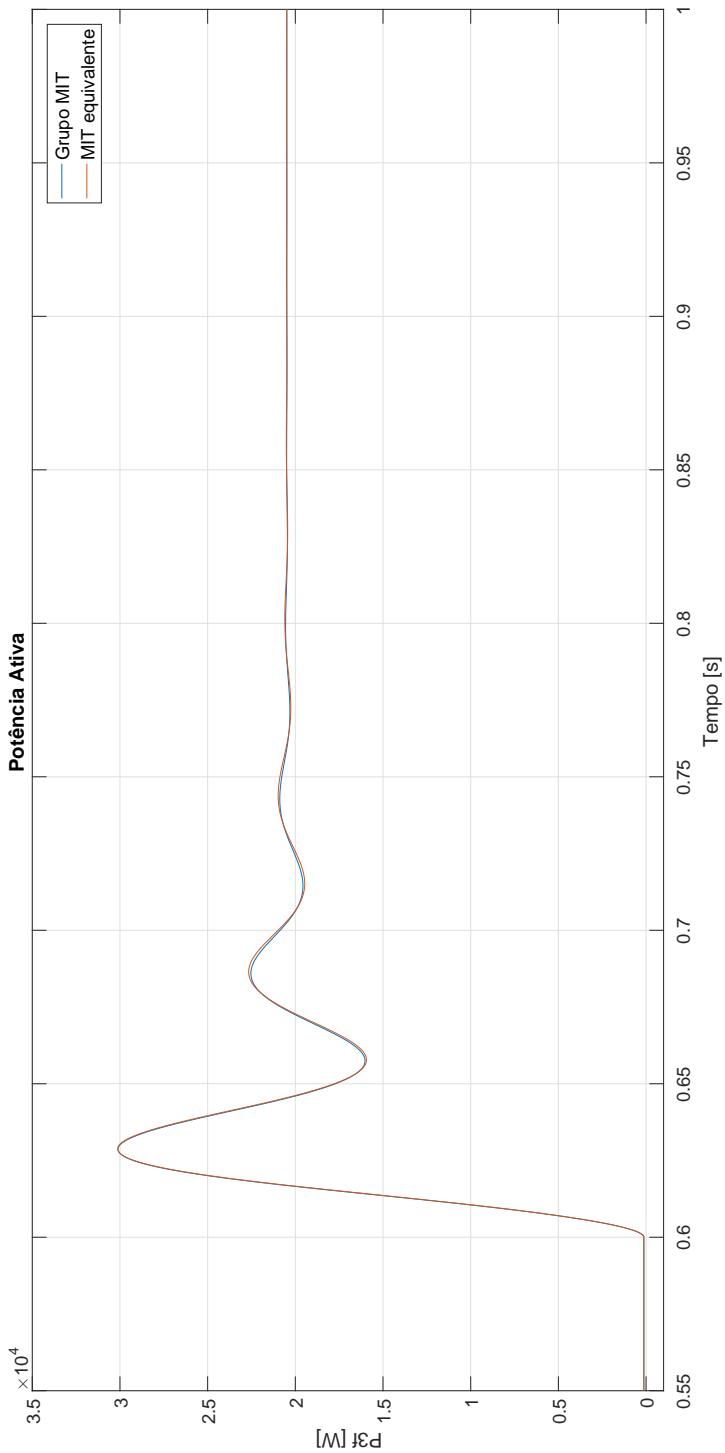
Figura 30 – Torque mecânico no  $MIT_2^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 31 que o transitório das potências ativas trifásica durante a mudança de carga alcançam o valor máximo de 30[kW] no instante  $t=0,626[\text{s}]$  e oscilam coerentemente e com pequenas variações até o regime permanente, estabilizando-se em 20,84[kW].

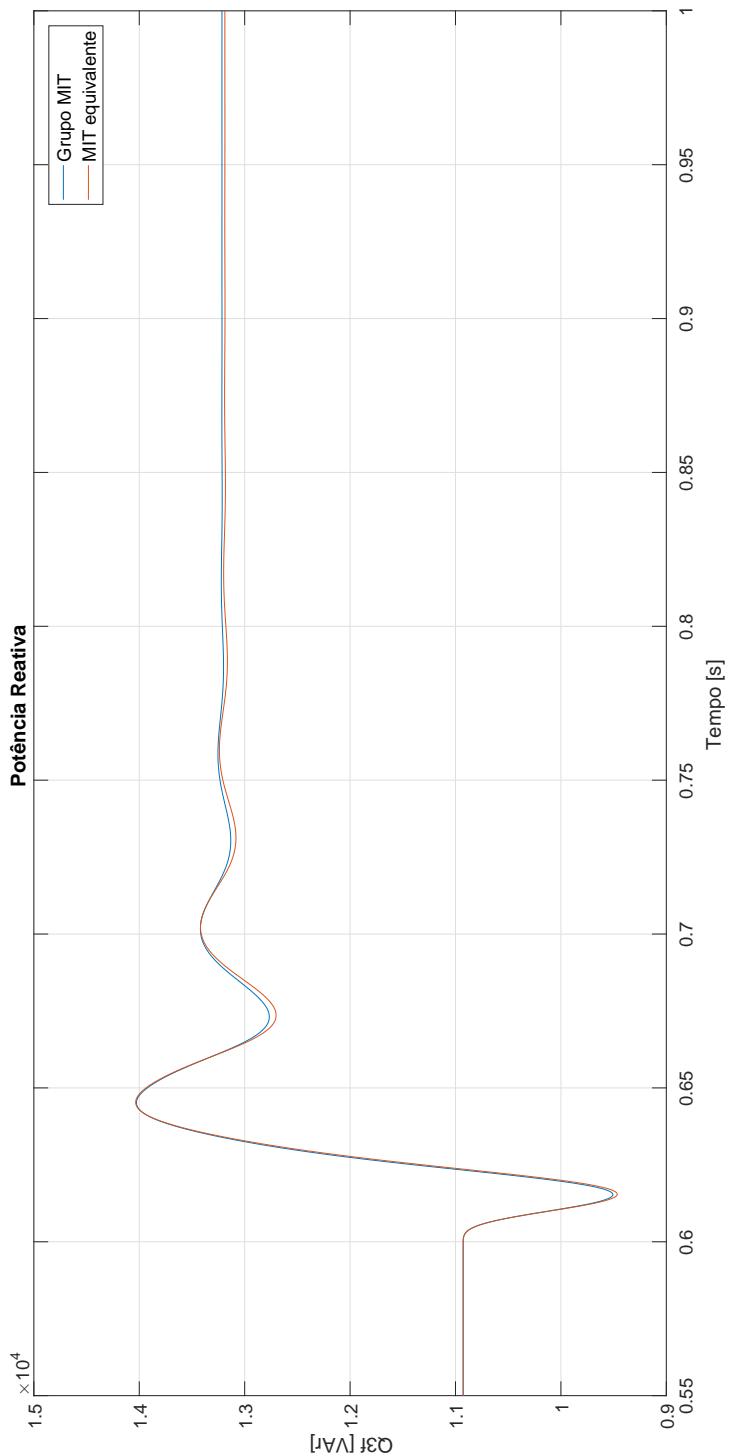
Figura 31 – Potência ativa no  $MIT_2^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 32 observa-se o transitório das potências reativas trifásica durante a mudança de carga onde o grupo de motores e o motor agregado alcançam o valor máximo de 14[kvar] em  $t=0,645[\text{s}]$  e oscilam juntas e com pequenas variações até o regime permanente, estabilizando-se no valor de 13,18[kvar].

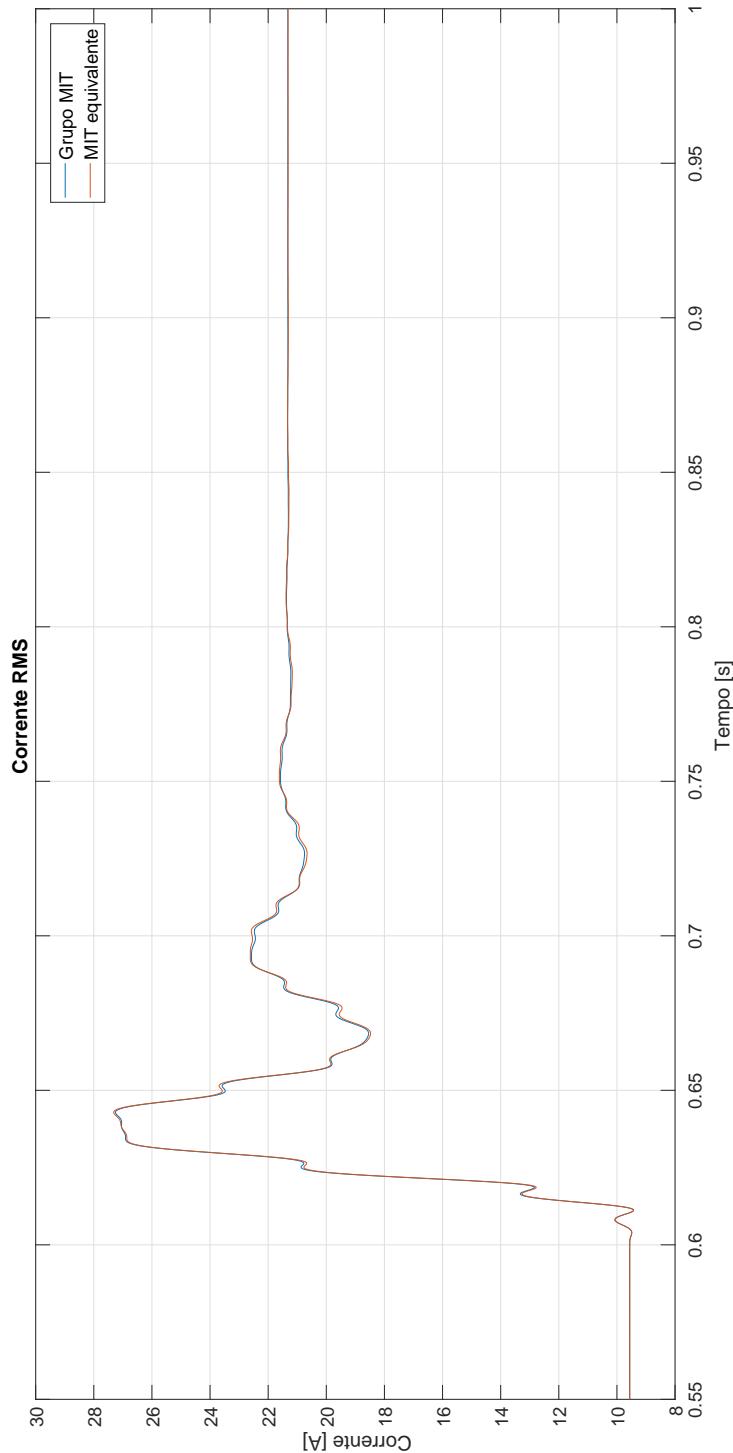
Figura 32 – Potência reativa no  $MIT_2^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O transitório das correntes eficazes são mostradas na figura 33, onde verifica-se que as correntes RMS durante a mudança de carga do grupo de motores e do motor agregado alcançam o valor máximo de 27,5[A] em  $t=0,64[\text{s}]$  e oscilam coerentemente e com pequenas variações até o regime permanente, estabilizando-se no valor de 21,63[A].

Figura 33 – Corrente no  $MIT_2^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



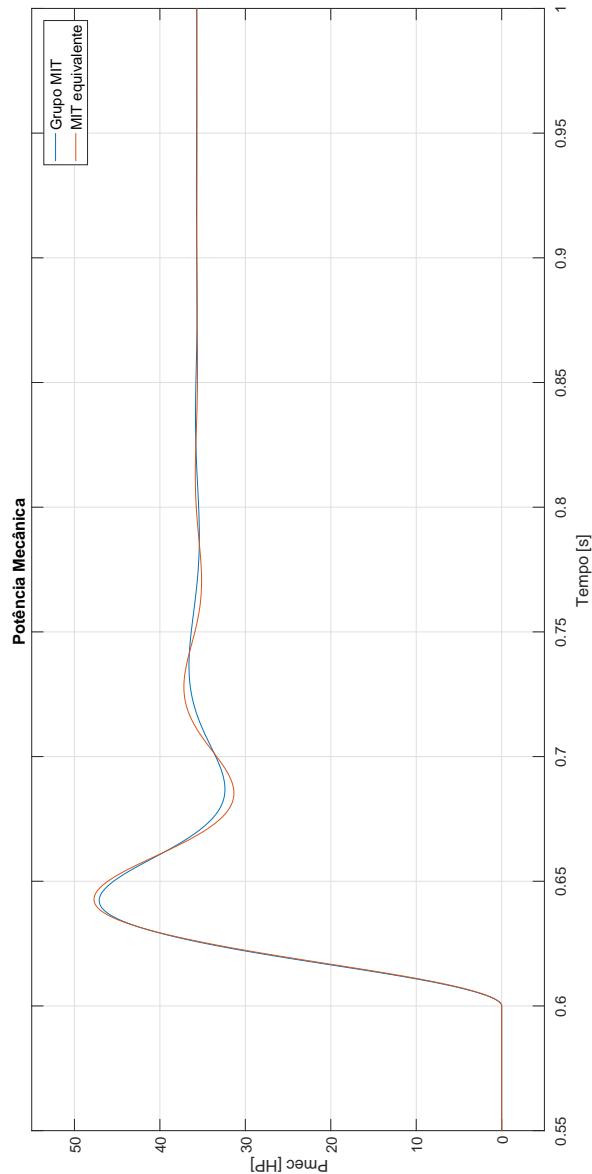
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.1.3 Caso de agregação: $MIT_3^{agr}$

Na agregação dos motores  $MIT_3^{agr}$ , onde o critério de homogeneidade é igual a 2,33, onde o mesmo apresenta erros maiores entre o sistema original e o agregado, pois o critério de homogeneidade está próximo do limite aceitável que é de 2,5.

Nota-se que o comportamento do transitório das potências mecânicas, apresentada na figura 34, durante a mudança de carga onde o grupo de motores alcança o valor máximo de 46[HP] em  $t=0,64[s]$  e o motor agregado alcança o valor máximo de 47HP em  $t=0,64[s]$ , apresentando assim o erro percentual de 1,33%, e oscilam com variações aceitáveis até o regime permanente estabilizando-se em 35,66[HP].

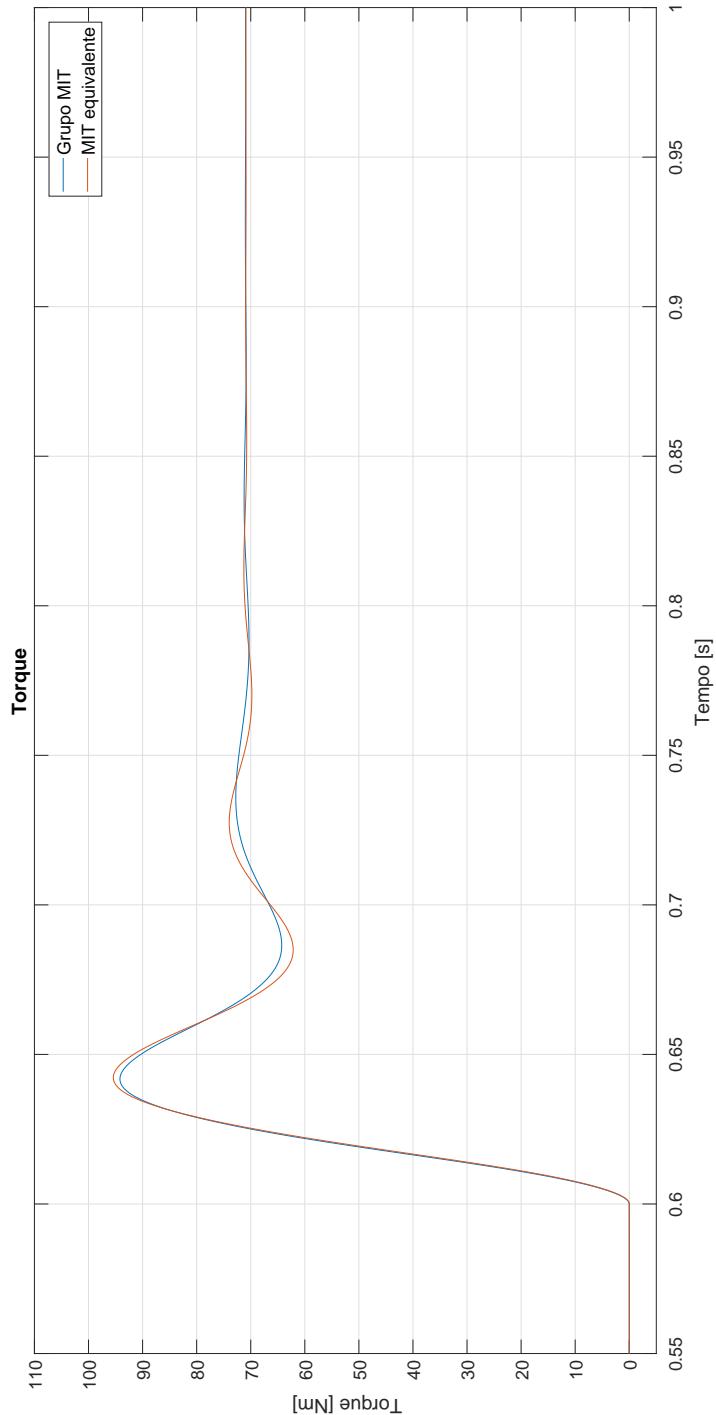
Figura 34 – Potência mecânica no  $MIT_3^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 35, o transitório dos torques mecânicos durante a mudança de carga, onde o grupo de motores alcança o valor máximo de 94[Nm] no instante  $t=0,64[\text{s}]$  e o motor agregado alcança o valor máximo de 95[Nm] em  $t=0,64[\text{s}]$ , apresentando assim o erro percentual de 1,33%, e oscilam com variações aceitáveis até o regime permanente, estabilizando-se em 70[Nm].

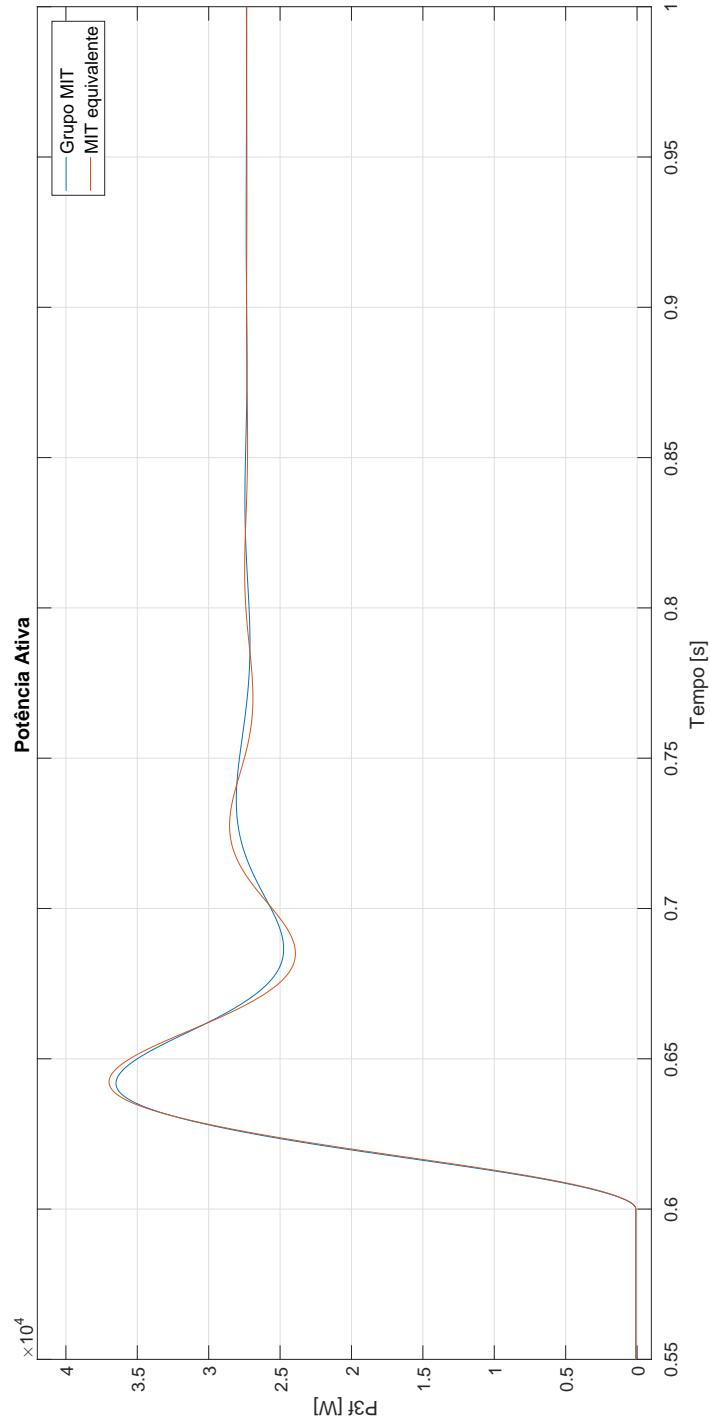
Figura 35 – Torque mecânico no  $MIT_3^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 36 apresenta o transitório das potências ativas trifásica durante a mudança de carga onde o grupo de motores alcança o valor máximo de 36[kW] em  $t=0,64[s]$  e o motor agregado alcança o valor máximo de 37[kW] em  $t=0.64[s]$ , apresentando assim o erro percentual de 1,37%, e oscilam com variações aceitáveis até o regime permanente, estabilizando-se em 27,75[kW].

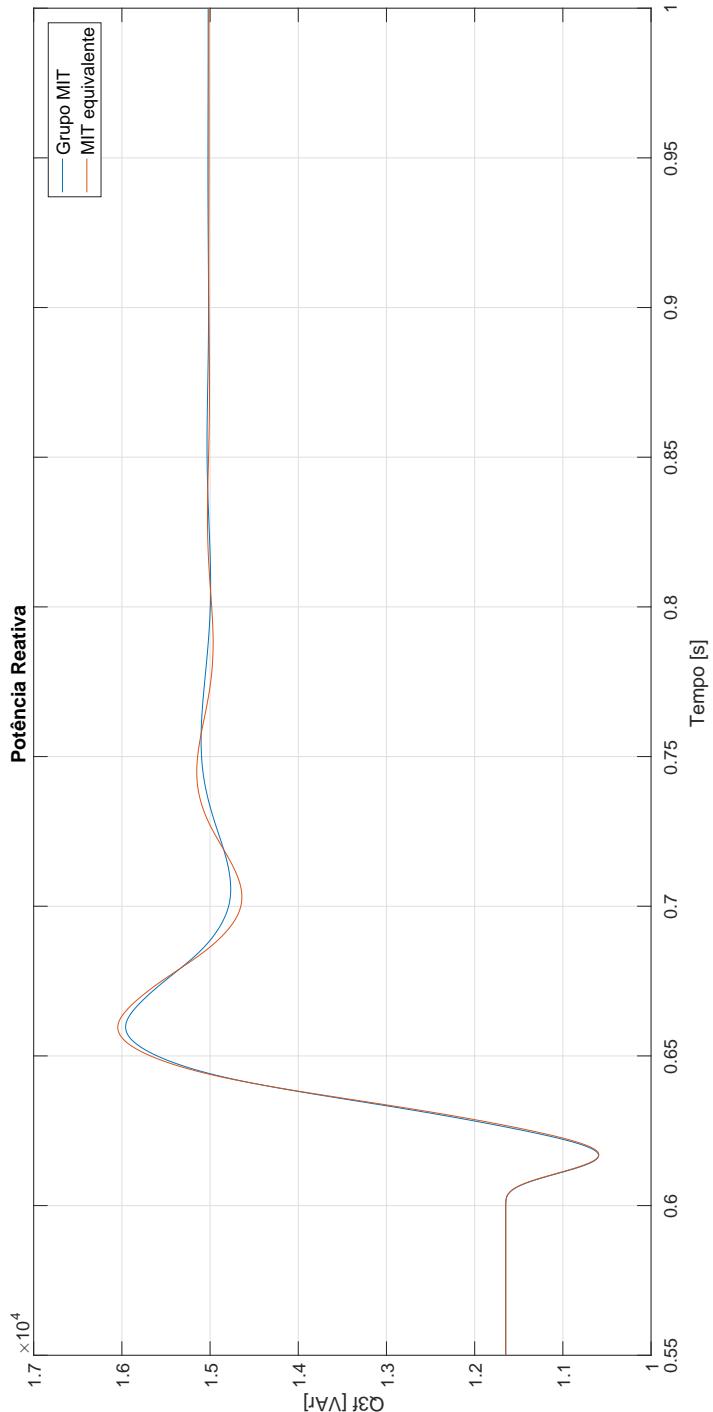
Figura 36 – Potência ativa no  $MIT_3^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento das potências reativas trifásica é apresentada na figura 37, onde, durante a mudança de carga o grupo de motores alcançam o valor máximo de 15,9[kvar] em  $t=0,656[\text{s}]$  e o motor agregado alcança o valor máximo de 16[kvar] no instante  $t=0,656[\text{s}]$ , apresentando assim o erro percentual de 0,56%, e oscilam com variações aceitáveis até o regime permanente no valor de 15,01[kvar].

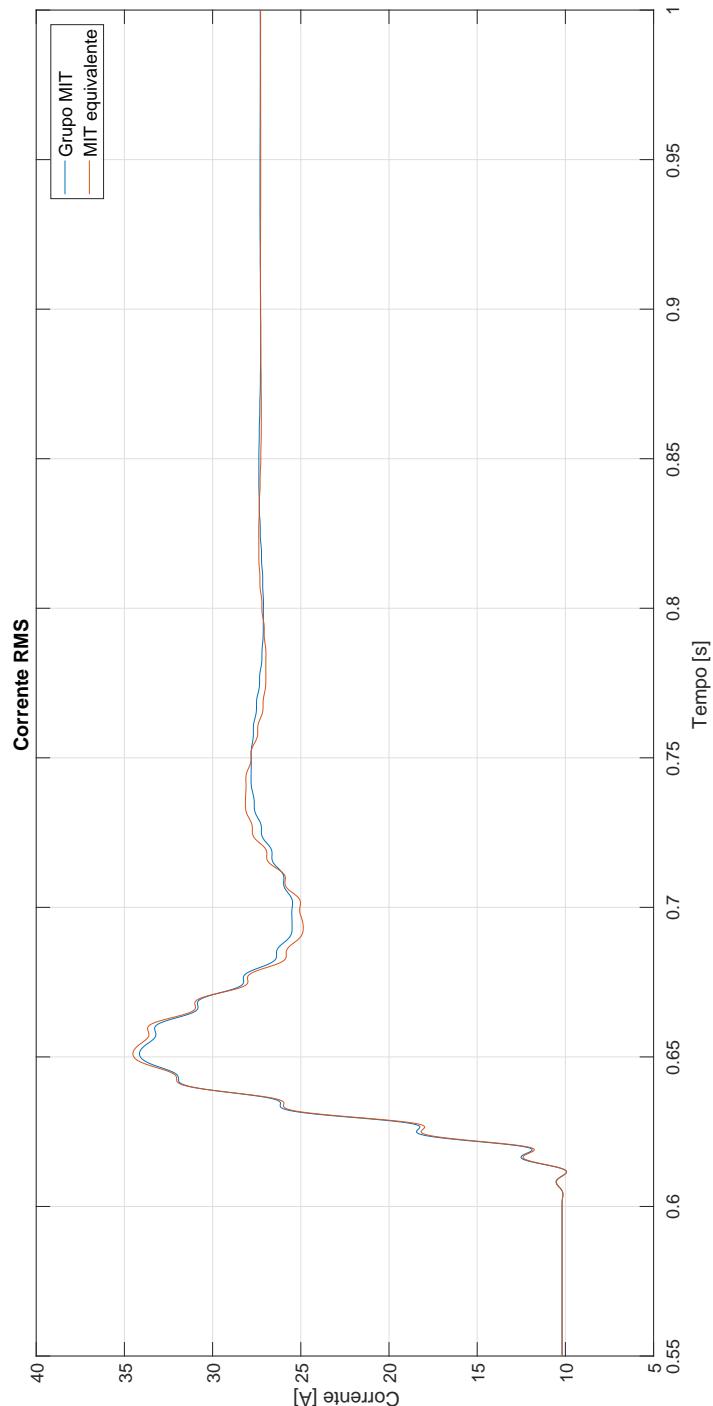
Figura 37 – Potência reativa no  $MIT_3^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 38 mostra o transitório das correntes RMS durante a mudança de carga onde o grupo de motores alcança o valor máximo de 33,5[A] em  $t=0,651[\text{s}]$  e o motor agregado alcança o valor máximo de 34[A] no instante  $t=0,651[\text{s}]$ , apresentando assim o erro percentual de 1,08%, e oscilam com variações aceitáveis até o regime permanente no valor de 27,67[A].

Figura 38 – Corrente no  $MIT_3^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



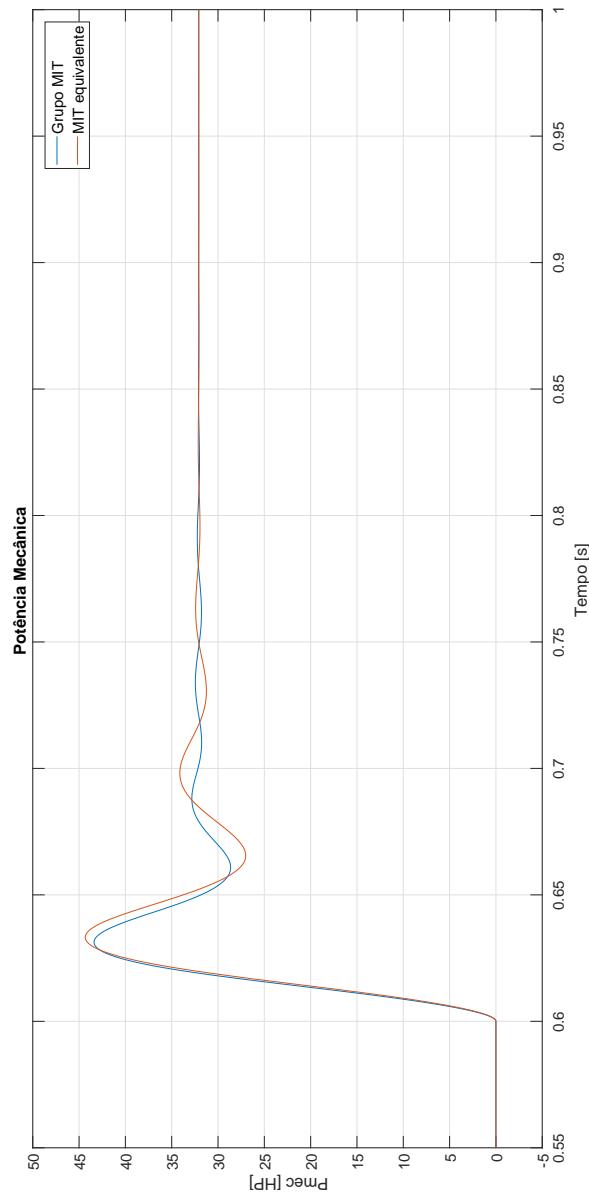
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.1.4 Caso de agregação: $MIT_4^{agr}$

Na agregação dos motores  $MIT_4^{agr}$ , o critério de homogeneidade é igual a 2,65, onde o mesmo apresenta erros inaceitáveis no regime transitório entre o sistema original e o agregado, pois ultrapassou o critério de homogeneidade.

Verifica-se na figura 39, que o transitório das potências mecânicas durante a mudança de carga, onde o grupo de motores alcança o valor máximo de 43[HP] em  $t=0,63[s]$  e o motor equivalente alcança o valor máximo de 44,5[HP] no instante  $t=0,635[s]$ , apresentando assim o erro percentual de 3,63%, e oscilam incoerentemente até o regime permanente, estabilizando-se em 32[HP].

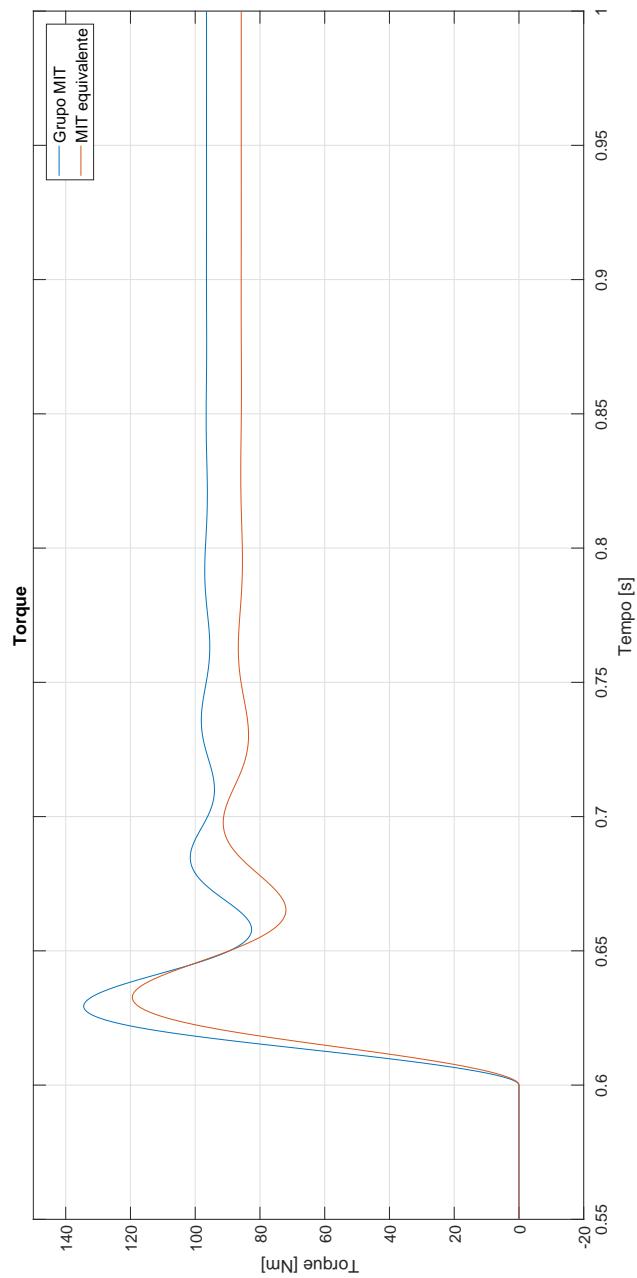
Figura 39 – Potência mecânica no  $MIT_4^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento do transitório dos torques mecânicos durante a mudança de carga é apresentada na figura 40, onde o grupo de motores alcança o valor máximo de 135[Nm] no instante  $t=0,626[\text{s}]$  e o motor equivalente alcança o valor máximo de 120[Nm] em  $t=0,63[\text{s}]$  e oscilam incoerentemente e com valores muito divergentes dos torques instantâneos durante o regime transitório, visto que em regime permanente a plena carga tem-se valores diferentes de torque, onde o grupo de motores e o motor agregado estabilizam em 96,48[Nm] e 85,77[Nm] respectivamente, apresentando assim o erro percentual de 11,11%.

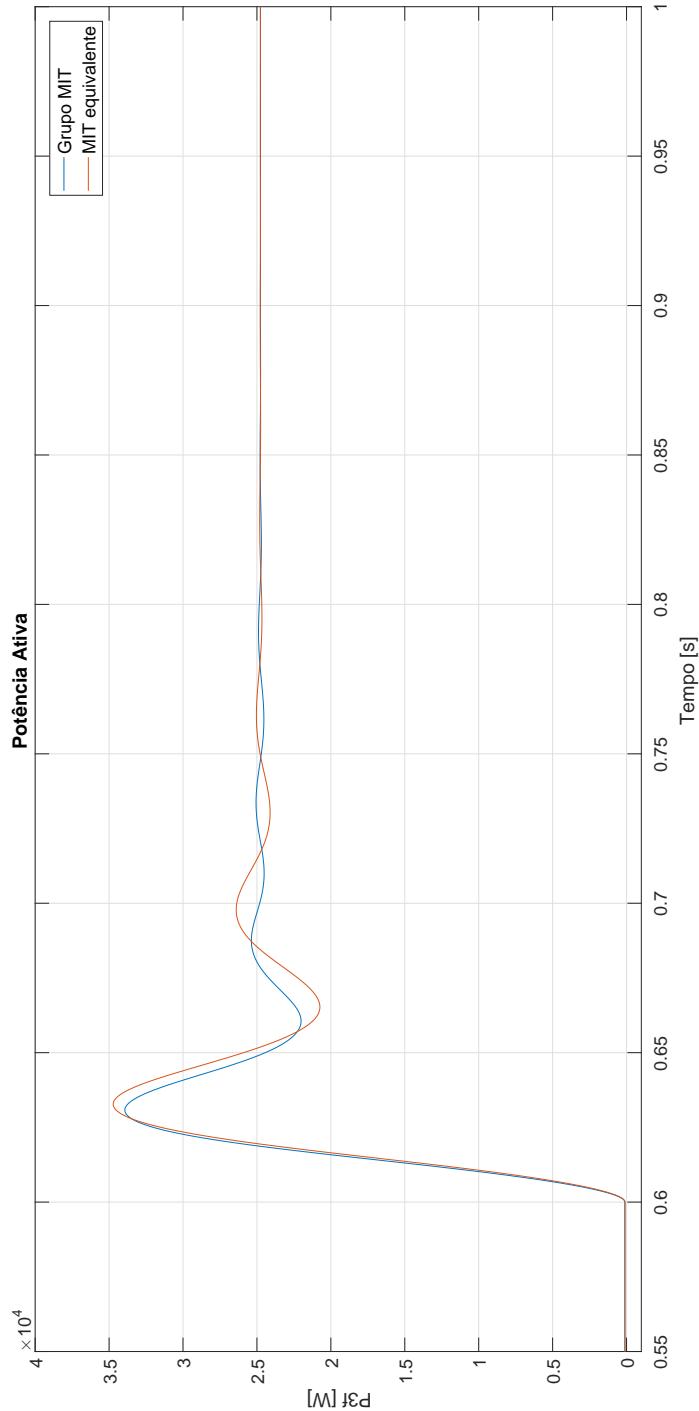
Figura 40 – Torque mecânico no  $MIT_4^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 41, que o transitório das potências ativas trifásica durante a mudança de carga, em que o grupo de motores alcança o valor máximo de 33[kW] no instante  $t=0,63[s]$  e o motor equivalente alcança o valor máximo de 34,5[kW] em  $t=0,635[s]$ , apresentando assim o erro percentual de 4,7%, e oscilam incoerentemente até o regime permanente, onde ambos estabilizam-se em 25[kW].

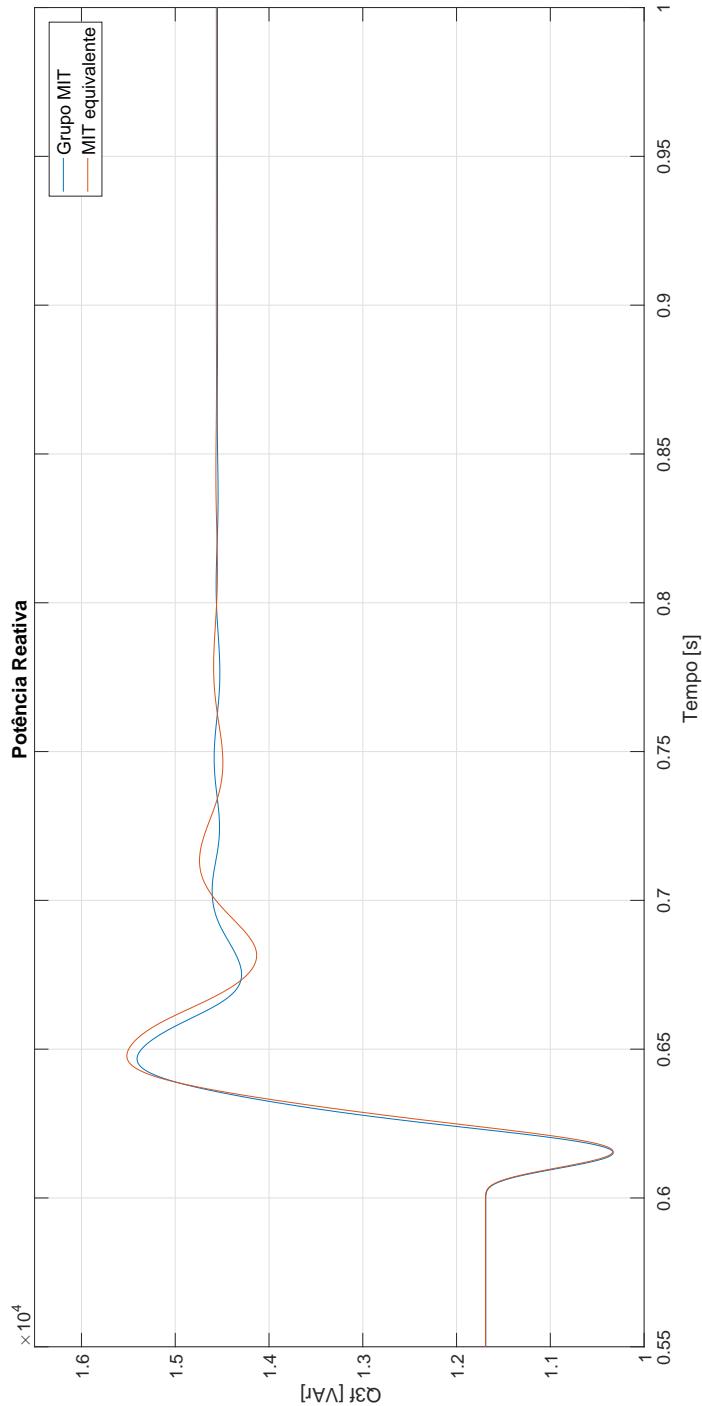
Figura 41 – Potência ativa no  $MIT_4^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 42, que o transitório das potências reativas trifásica durante a mudança de carga, em que o grupo de motores alcançam o valor máximo de 15,4[kvar] e o motor equivalente alcança o valor máximo de 15,5[kvar], ambos em  $t=0,645[\text{s}]$ , apresentando assim o erro percentual de 1,11%, e oscilam incoerentemente até o regime permanente, ambas estabilizando-se em 14,5[kvar].

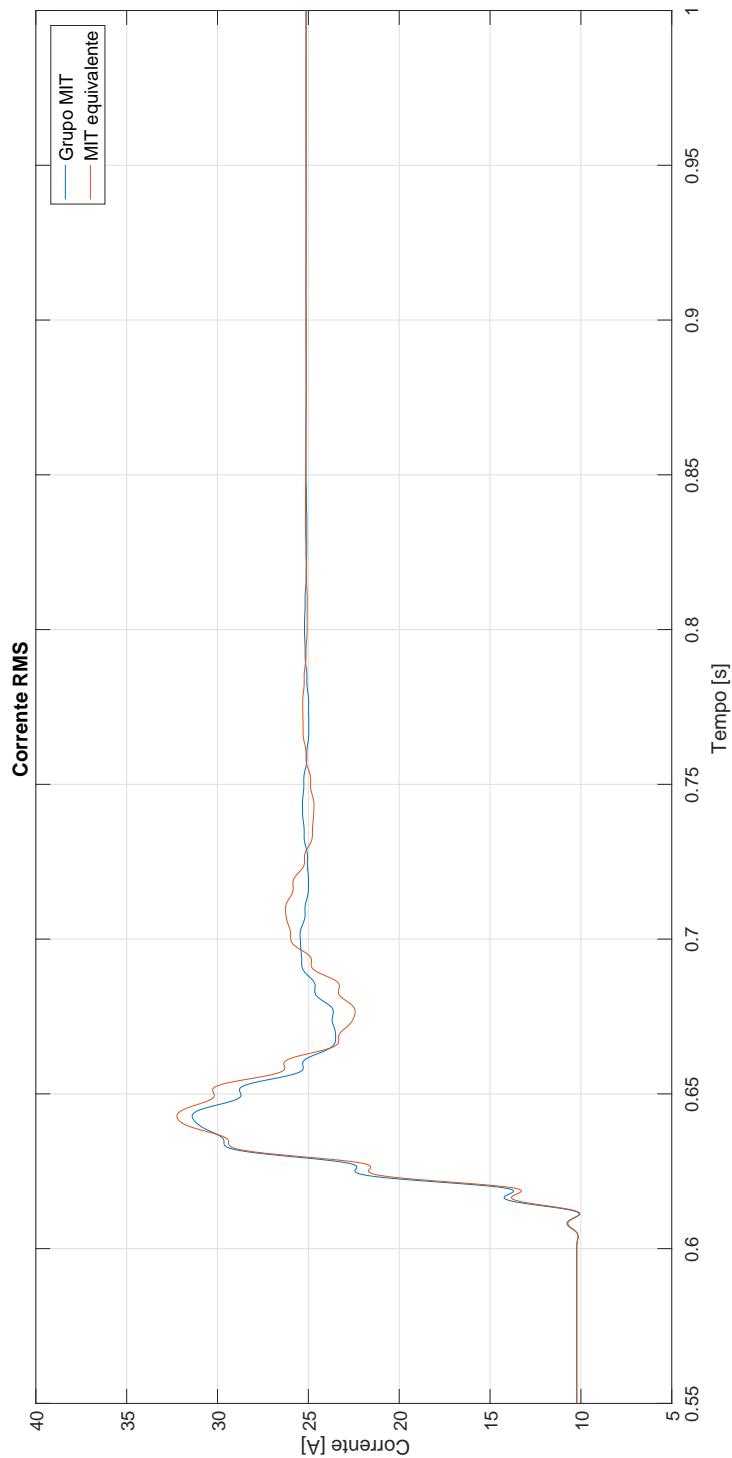
Figura 42 – Potência reativa no  $MIT_4^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se pela figura 43 que o transitório das correntes RMS, durante a mudança de carga, onde o grupo de motores alcança o valor máximo de 31,38[A] e o motor equivalente alcança o valor máximo de 32,22[A] ambos em  $t=0,64[s]$ , apresentando assim o erro percentual de 2,67%, e oscilam incoerentemente até o regime permanente de 25,5[A].

Figura 43 – Corrente no  $MIT_4^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



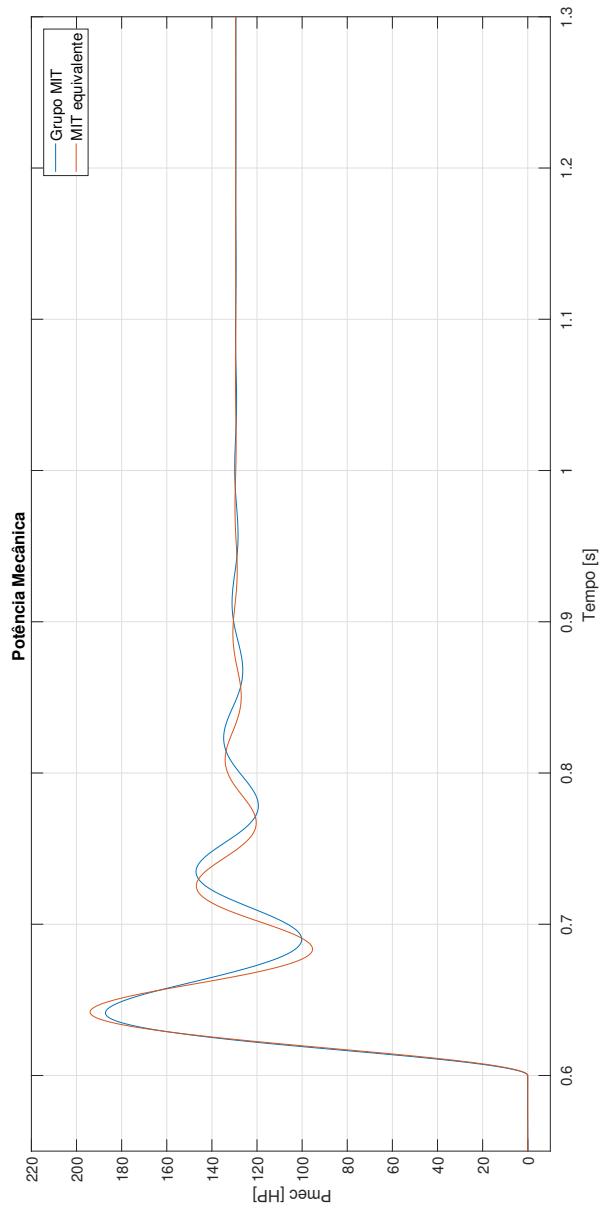
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.1.5 Caso de agregação: $MIT_5^{agr}$

Na agregação dos motores  $MIT_5^{agr}$ , o critério de homogeneidade é igual a 11,52, onde o mesmo apresenta erros inaceitáveis no regime transitório entre o sistema original e o agregado, pois o mesmo ultrapassou o critério de homogeneidade.

O comportamento do transitório das potências mecânicas é apresentado na figura 44, durante a mudança de carga o grupo de motores alcançam o valor máximo de 187,1[HP] e o motor equivalente alcança o valor máximo de 194[HP], ambos em  $t=0,64[s]$ , apresentando assim o erro percentual de 3,68%, e oscilam incoerentemente até o regime permanente, estabilizando-se em 129,40[HP].

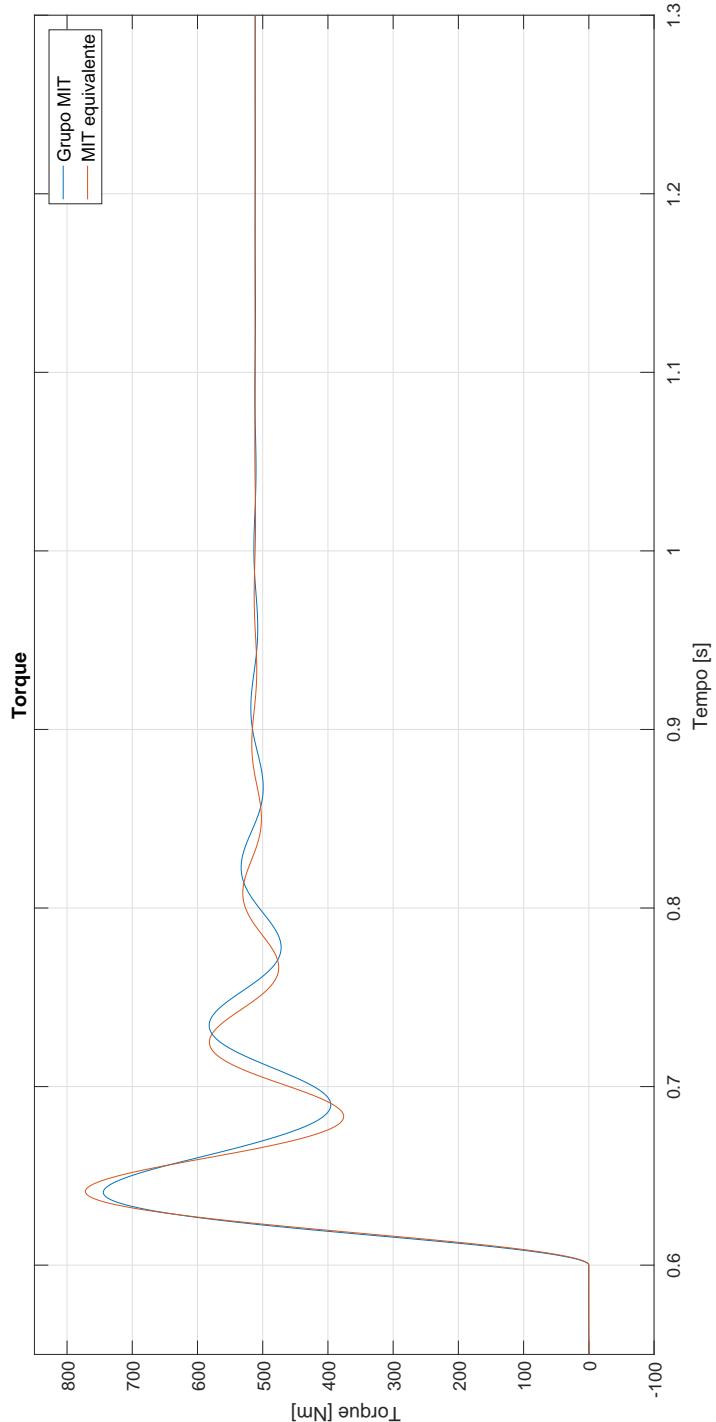
Figura 44 – Potência mecânica no  $MIT_5^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que o comportamento do transitório dos torques mecânicos, apresentada na figura 45, que durante a mudança de carga o grupo de motores alcançam o valor máximo de 743,8[Nm] e o motor equivalente alcança o valor máximo de 771,7[Nm] ambos em  $t=0,64[\text{s}]$ , apresentando assim o erro percentual de 3,75%, e oscilam incoerentemente até o regime permanente, estabilizando-se em 500[Nm].

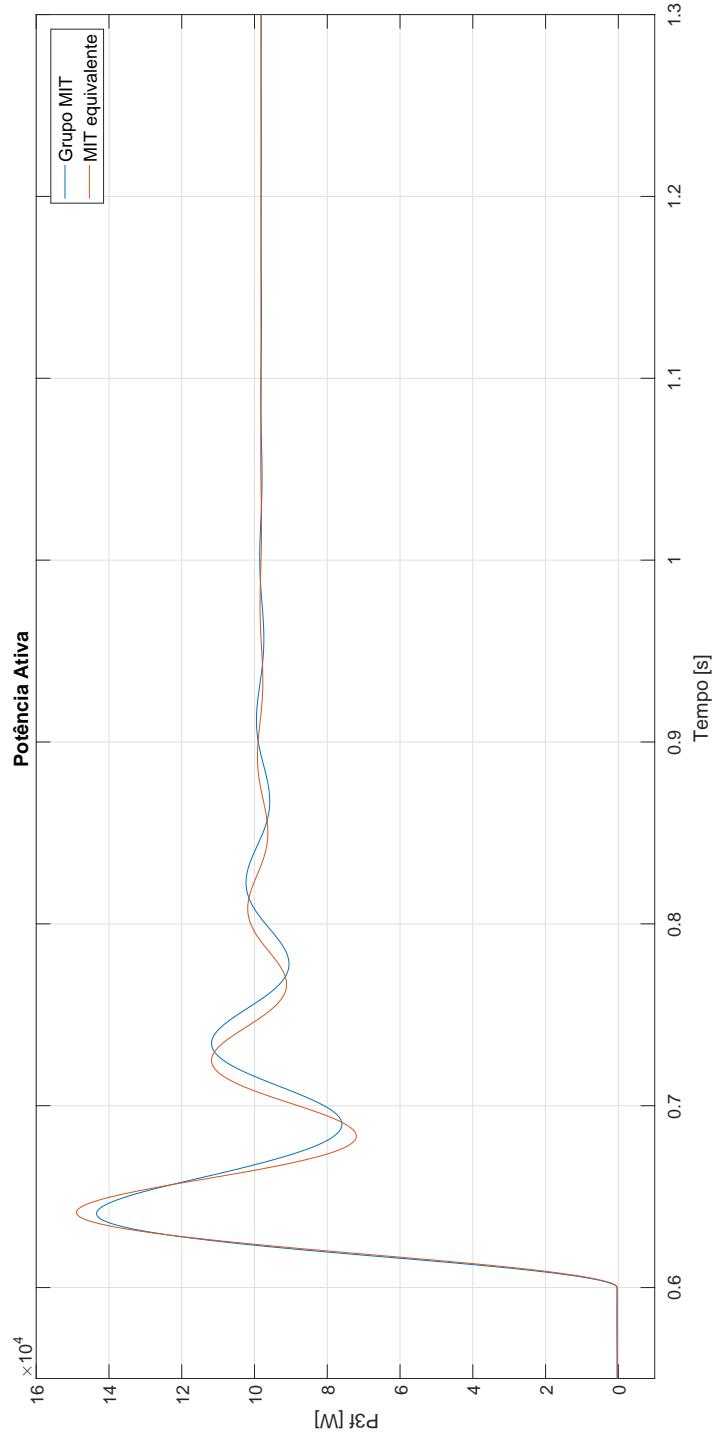
Figura 45 – Torque mecânico no  $MIT_5^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 46 apresenta o transitório das potências ativas trifásica durante a mudança de carga, onde o grupo de motores alcançam o valor máximo de 143,3[kW] e o motor equivalente alcança o valor máximo de 148,9[kW] ambos no instante  $t=0,64[s]$ , apresentando assim o erro percentual de 3,91%, e oscilam incoerentemente até o regime permanente de 99,44[kW].

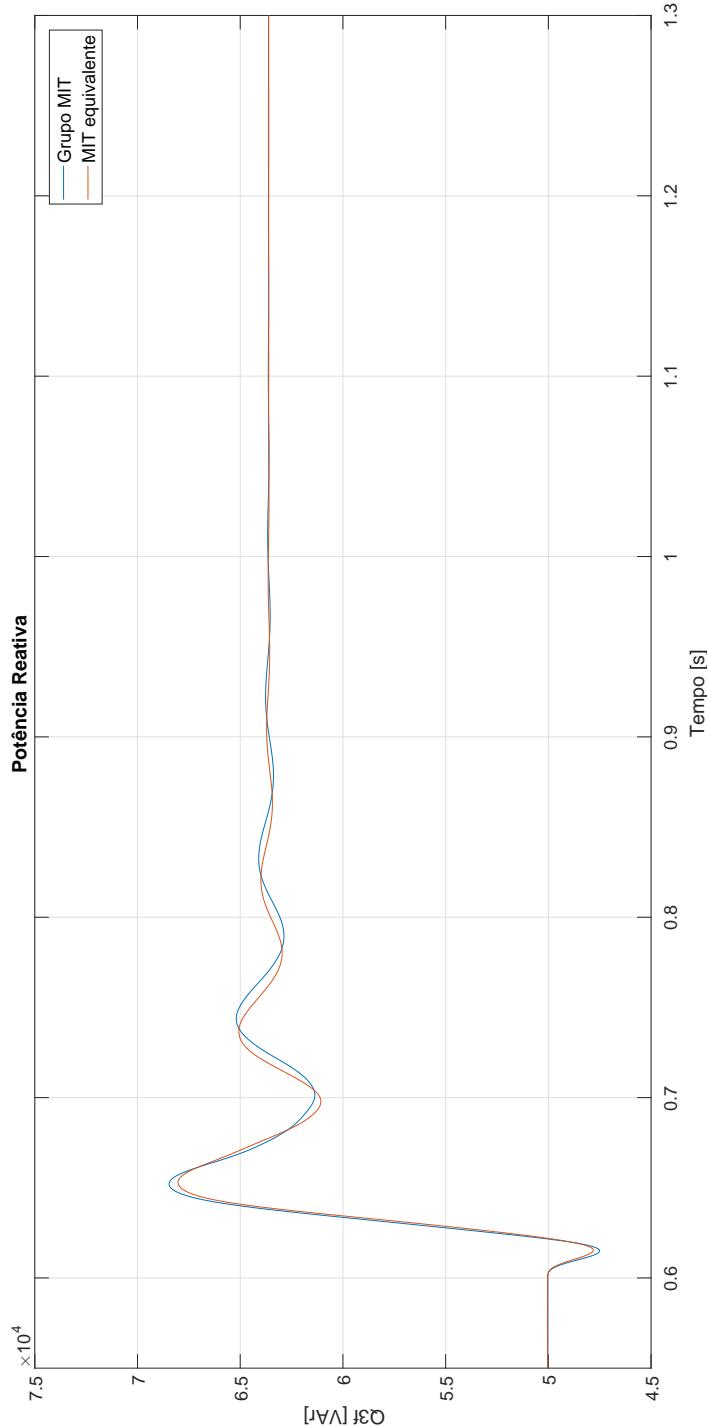
Figura 46 – Potência ativa no  $MIT_5^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 47, que durante a mudança de carga, o grupo de motores alcançam o valor máximo de 68,4[kvar] e o motor equivalente alcança o valor máximo de 68[kvar] ambos em  $t=0,65[\text{s}]$ , apresentando assim o erro percentual de 0,63%, durante o transitório das potências reativas trifásicas, e oscilam incoerentemente até o regime permanente, estabilizando-se em 63,55[kvar].

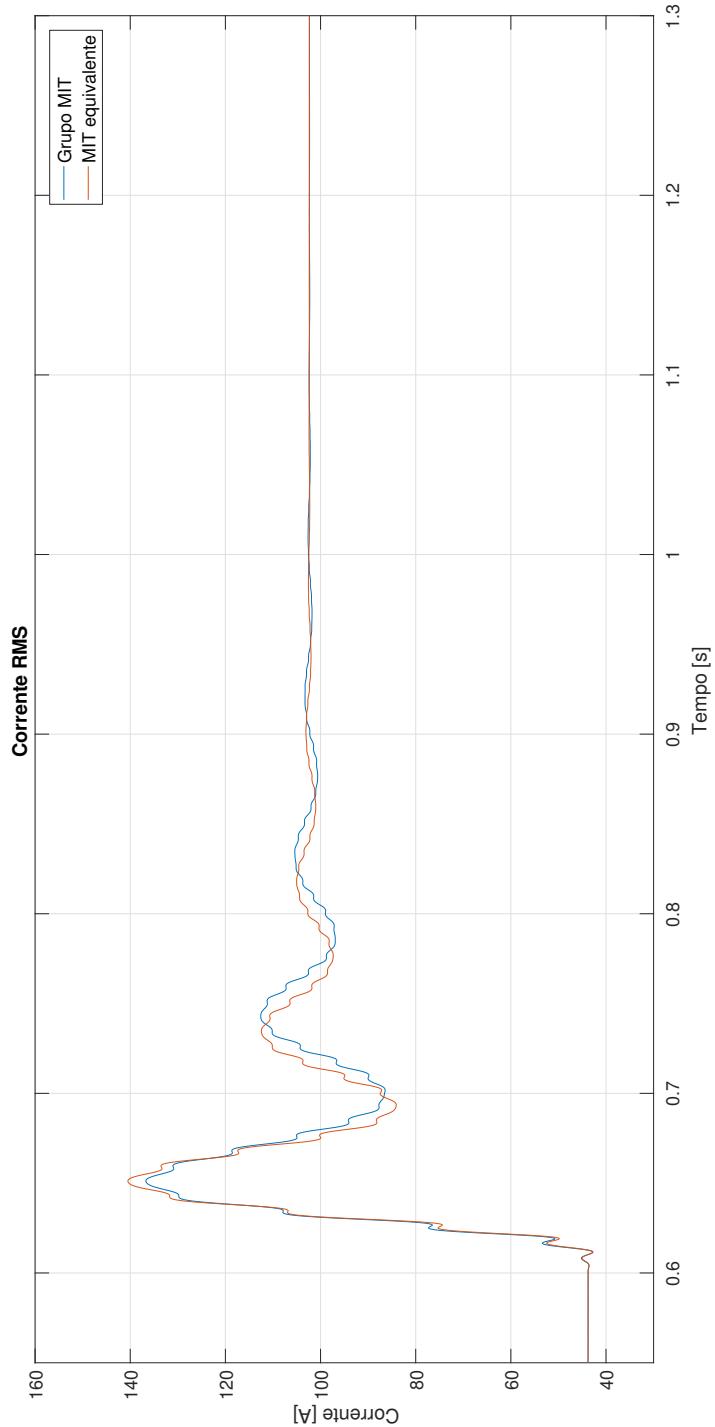
Figura 47 – Potência reativa no  $MIT_5^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se na figura 48 que os transitórios das correntes RMS durante a mudança de carga, onde o grupo de motores alcançam o valor máximo de 136,7[A], e o motor equivalente alcança o valor máximo de 140,5[A] ambos em  $t=0,65[\text{s}]$ , apresentando assim o erro percentual de 2,78%, e oscilam de forma não coerente entre si até o regime permanente, onde estabilizam em 103,52[A].

Figura 48 – Corrente no  $MIT_5^{agr}$  na mudança de carga mecânica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.2 Variação de tensão de curta duração - VTCD

Segundo (BRASIL, 2018), as variações de tensão de curta duração (VTCD) são desvios significativos na amplitude do valor eficaz da tensão durante um intervalo de tempo inferior a três minutos.

De acordo com (BRASIL, 2018), as variações de tensão de curta duração são classificadas em variação momentânea de tensão e variação temporária de tensão, e descritas de acordo com a tabela 11.

Tabela 11 – Classificação das variações de tensão de curta duração.

<b>Classificação</b>	<b>Denominação</b>	<b>Duração da Variação</b>	<b>Amplitude da tensão (valor eficaz) em relação à tensão de referência</b>
Variação Momentânea de Tensão	Interrupção Momentânea de Tensão	Inferior ou igual a três segundos	Inferior a 0,1[pu]
	Afundamento Momentâneo de Tensão	Superior ou igual a um ciclo e inferior ou igual a três segundos	Superior ou igual a 0,1 e inferior a 0,9[pu]
	Elevação Momentânea de Tensão	Superior ou igual a um ciclo e inferior ou igual a três segundos	Superior a 1,1[pu]
Variação Temporária de Tensão	Interrupção Temporária de Tensão	Superior a três segundos e inferior a três minutos	Inferior a 0,1[pu]
	Afundamento Temporária de Tensão	Superior a três segundos e inferior a três minutos	Superior ou igual a 0,1 e inferior a 0,9[pu]
	Elevação Temporária de Tensão	Superior a três segundos e inferior a três minutos	Superior a 1,1[pu]

Fonte: (BRASIL, 2018)

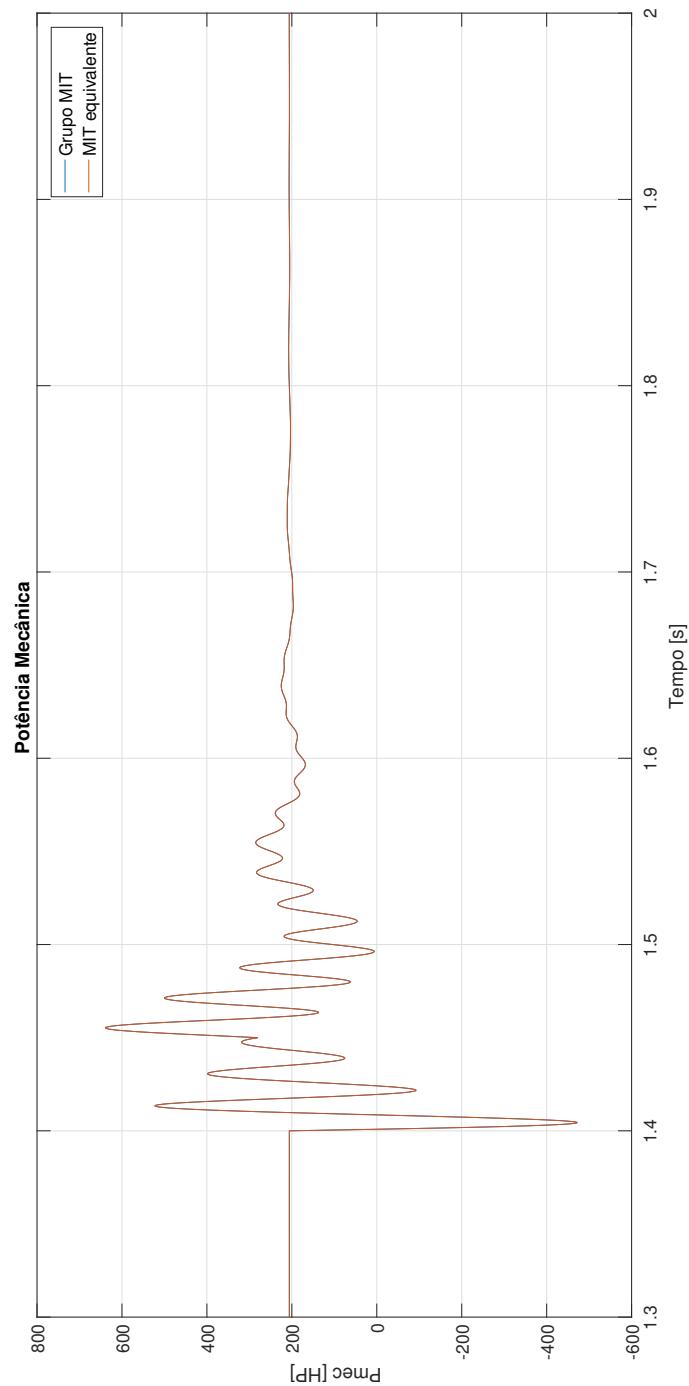
No estudo de variação de tensão de curta duração, foi simulado um afundamento momentâneo de tensão, pois, de acordo com a tabela 11, o mesmo deve possuir uma duração durante o afundamento superior ou igual a um ciclo de tensão alternada e inferior ou igual a três segundos e que a amplitude da tensão eficaz em relação à tensão de referência deve ser superior ou igual a 0,1[pu] e inferior a 0,9[pu]. Portanto, para análise, considerou-se para todos os casos de agregação um afundamento de 0,5[pu] da tensão eficaz durante 0,05[s], e a mesma ocorre no barramento dos motores como mostrado na figura 10.

Em todos os casos a variação de tensão de curta duração inicia-se em  $t=1,4[s]$  e termina em  $t=1,45[s]$ . Nessa subseção os valores do critério de homogeneidade são os mesmos adotados na subseção 4.4.1.

#### 4.4.2.1 Caso de agregação: $MIT_1^{agr}$

O comportamento do transitório das potências mecânicas é apresentada na figura 49, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, no instante  $t=1,45[\text{s}]$ , quando a tensão nominal é reestabelecida, estabilizando-se em 205,97[HP].

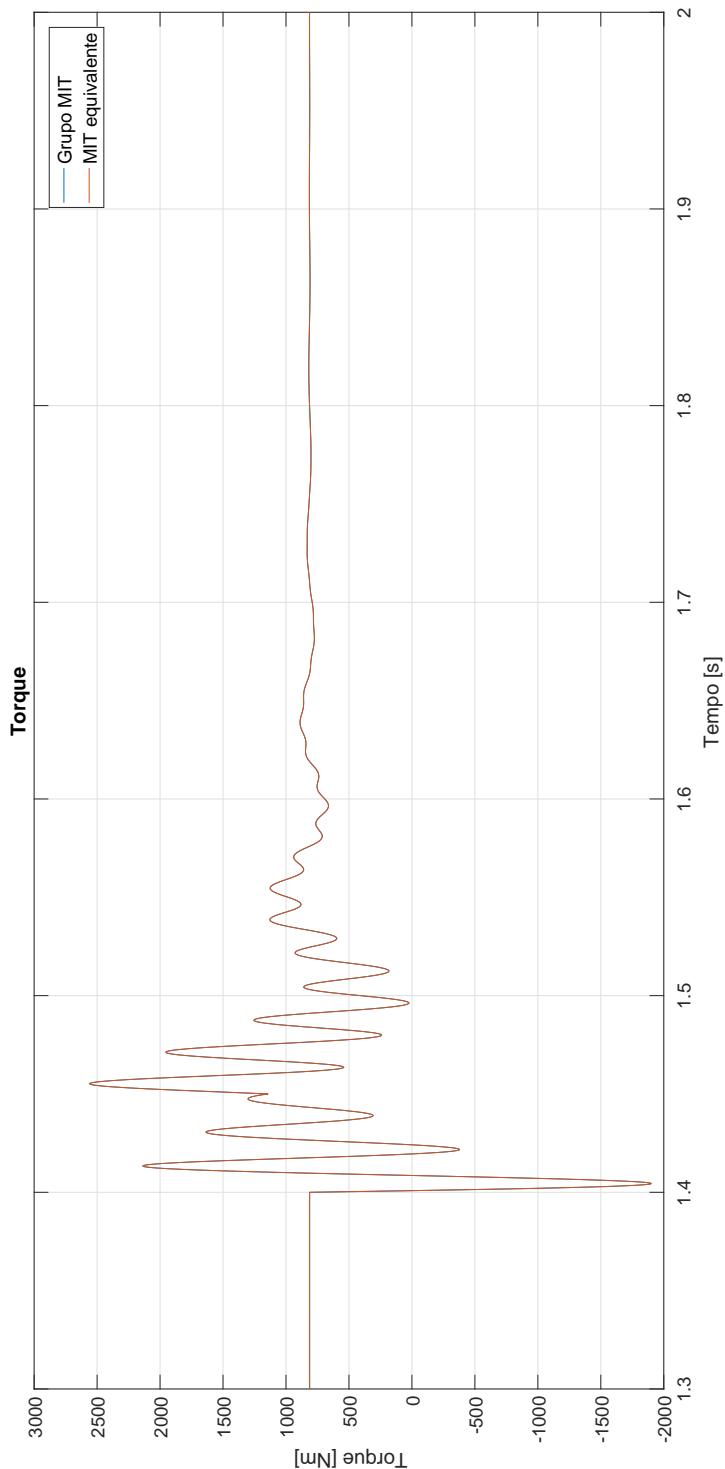
Figura 49 – Potência mecânica no  $MIT_1^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 50 apresenta o transitório dos torques mecânicos durante a VTCD, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, alcançando o valor máximo de 2500[Nm], quando a tensão nominal é reestabelecida em  $t=1,45[s]$ , e ambos estabilizam em 800[Nm].

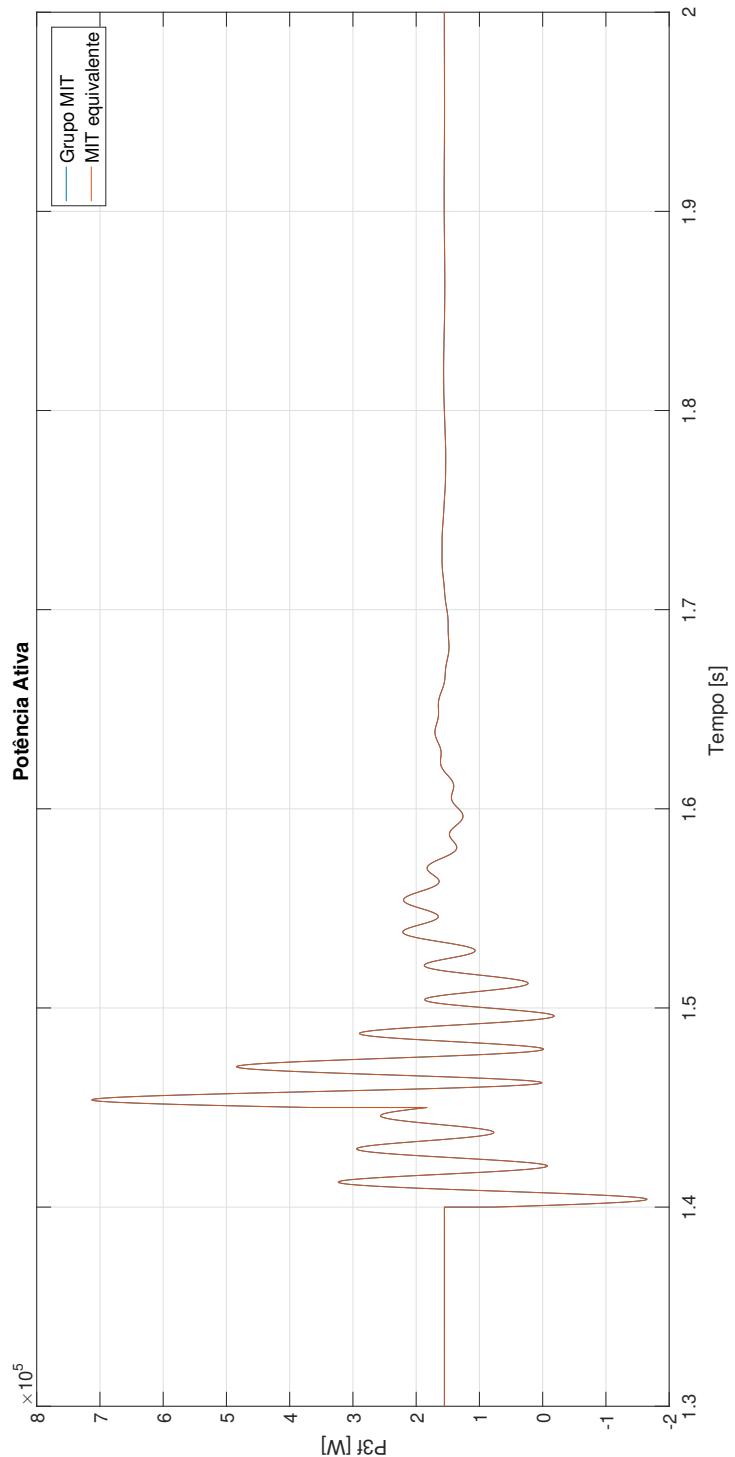
Figura 50 – Torque mecânico no  $MIT_1^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento das potências ativas trifásica durante o transitório é apresentada na figura 51, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, alcançando o valor máximo de 700[kW], quando a tensão nominal é reestabelecida e estabilizam-se em 157,2[kW].

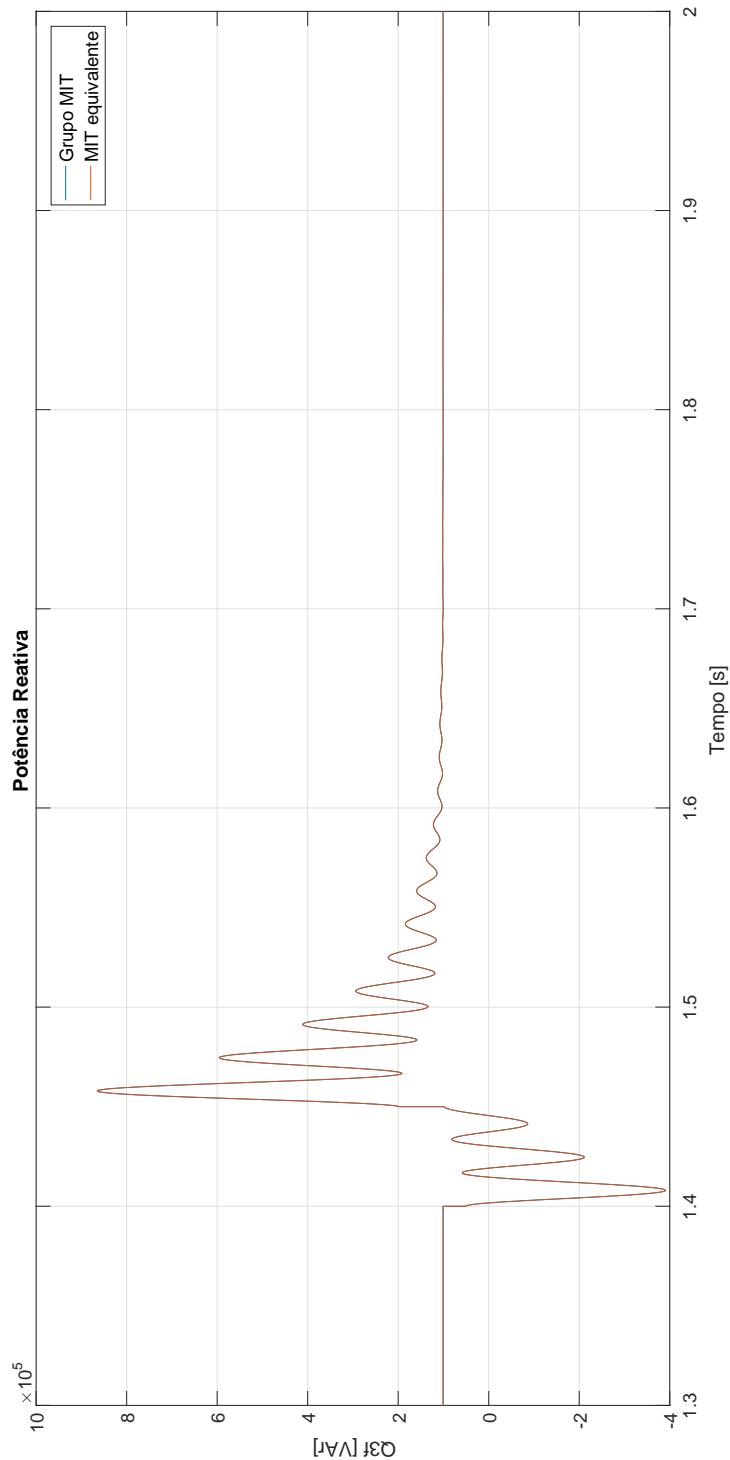
Figura 51 – Potência ativa no  $MIT_1^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 52 o transitório das potências reativas trifásica do grupo de motores e do motor equivalente, onde os mesmos oscilam coerentemente durante a VTCD e após, alcançando o valor máximo de 840[kvar] quando a tensão é reestabelecida no instante  $t=1,45[\text{s}]$ , e após o transiente estabilizam-se no regime permanente em 100[kvar].

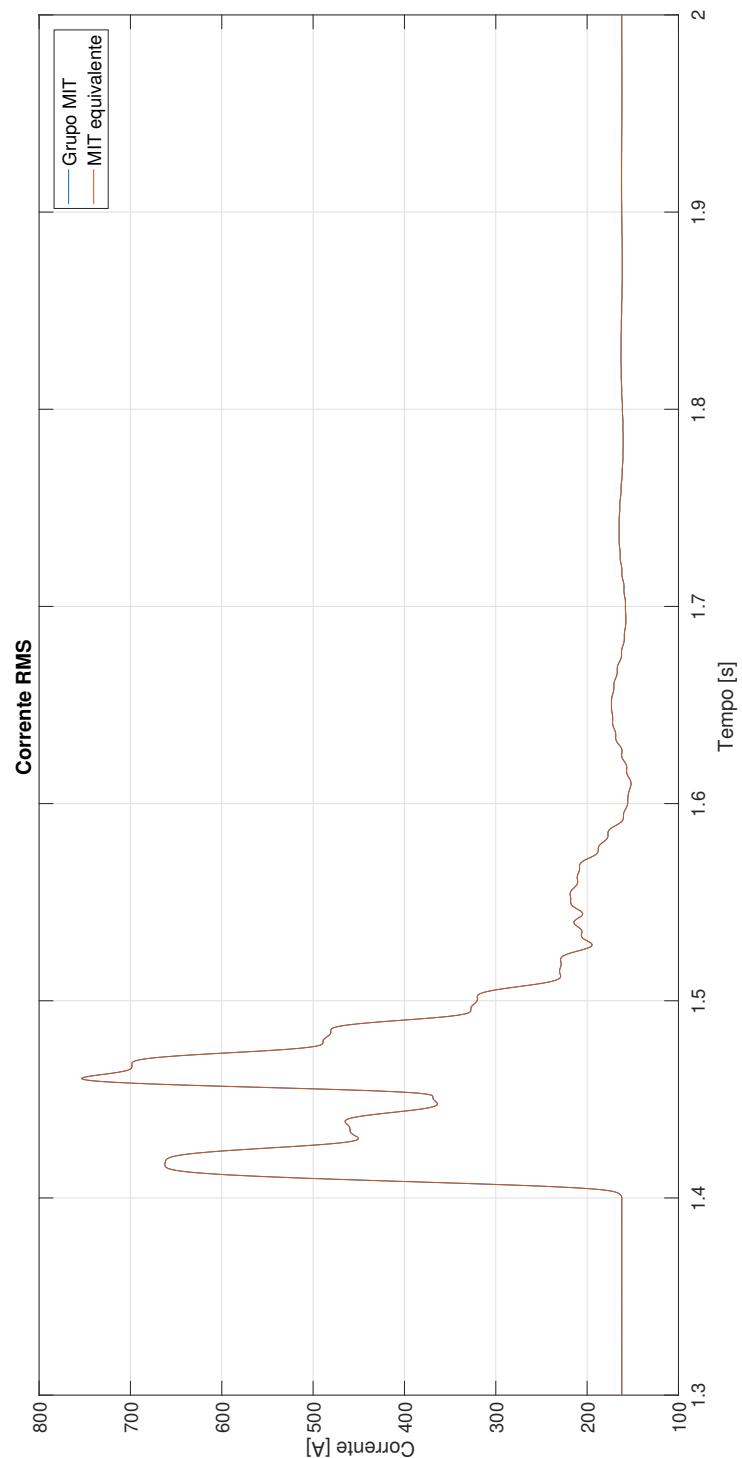
Figura 52 – Potência reativa no  $MIT_1^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 53 apresenta o transitório das correntes RMS durante a VTCD, onde o sistema original e o agregado comportam-se coerentemente durante a VTCD e após, alcançando o valor máximo de 750[A] quando a tensão nominal é reestabelecida e ambas estabilizam-se no regime permanente em 163,776[A].

Figura 53 – Corrente no  $MIT_1^{agr}$  na VTCD.

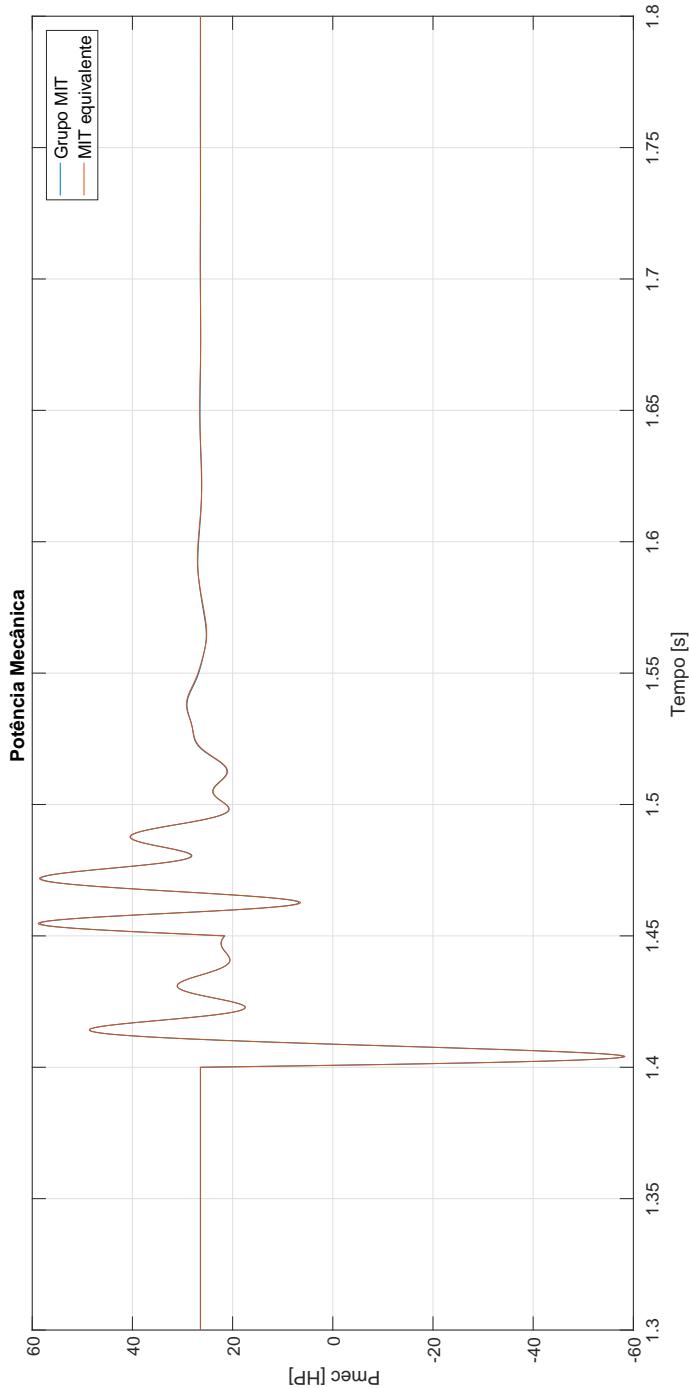


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.2.2 Caso de agregação: $MIT_2^{agr}$

O comportamento das potências mecânicas é apresentada na figura 54, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, alcançando o valor máximo de 59[HP] quando a tensão nominal é reestabelecida, e estabilizam-se em 26,42[HP].

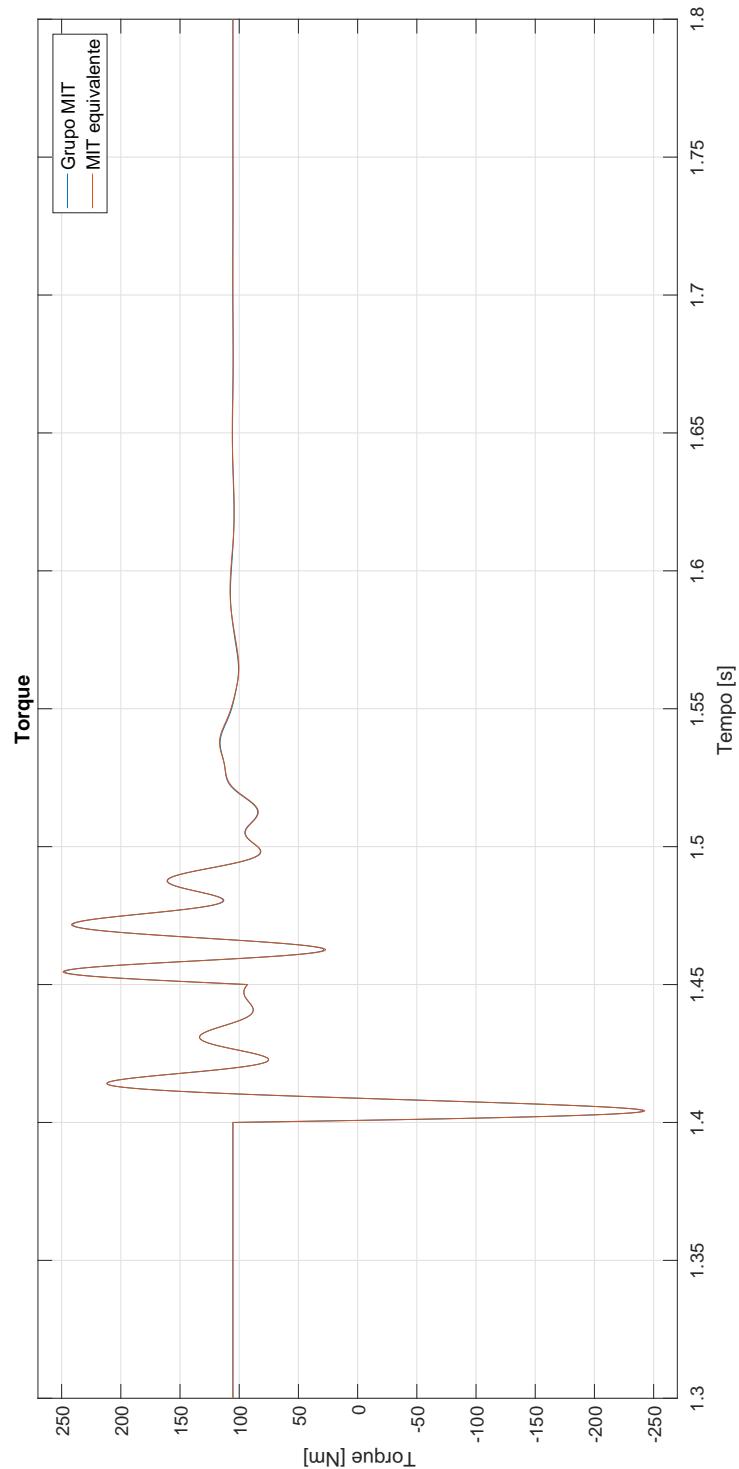
Figura 54 – Potência mecânica no  $MIT_2^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 55 apresenta o transitório dos torques mecânicos durante a VTCD, no qual o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, alcançando o valor máximo de 250[Nm] quando a tensão nominal é reestabelecida, e estabilizam-se em 103[Nm].

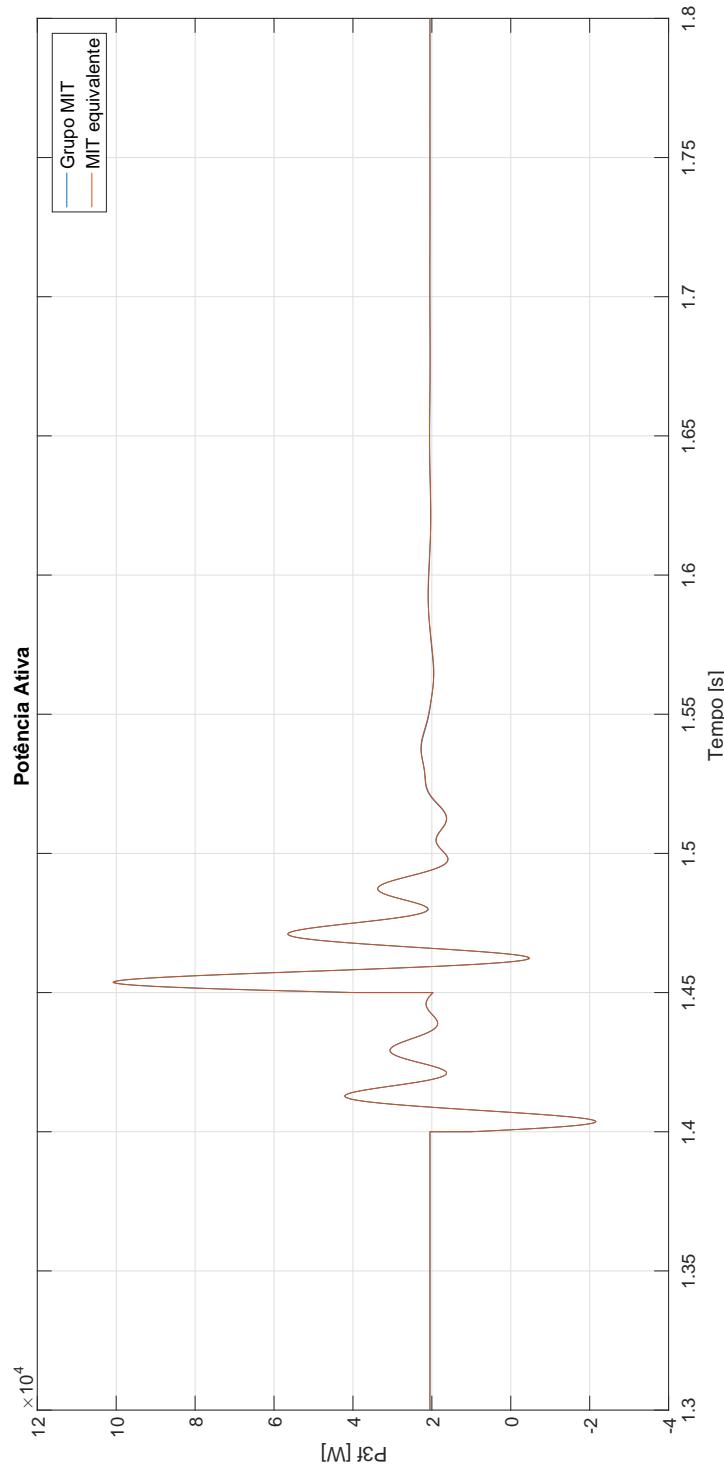
Figura 55 – Torque mecânico no  $MIT_2^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 56, onde mostra o transitório das potências ativas trifásica durante a VTCD, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, quando a tensão nominal é reestabelecida, alcançou o valor máximo de 100[kW] e depois estabilizou no regime permanente de 20,84[kW].

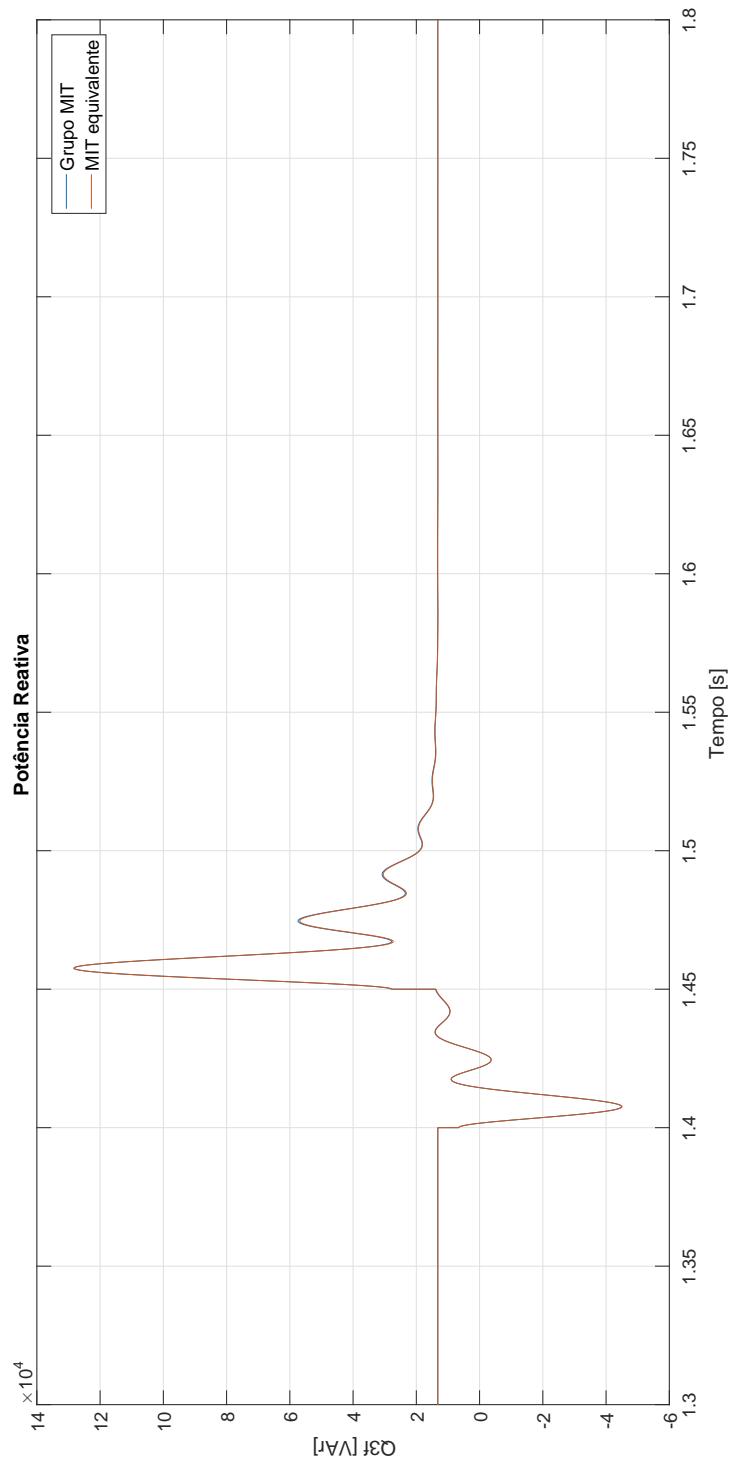
Figura 56 – Potência ativa no  $MIT_2^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 57 apresenta o transitório das potências reativas trifásica durante a VTCD, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, alcançando o valor máximo de 130[kvar] quando a tensão nominal é reestabelecida, e estabilizam-se no regime permanente em 13,18[kvar].

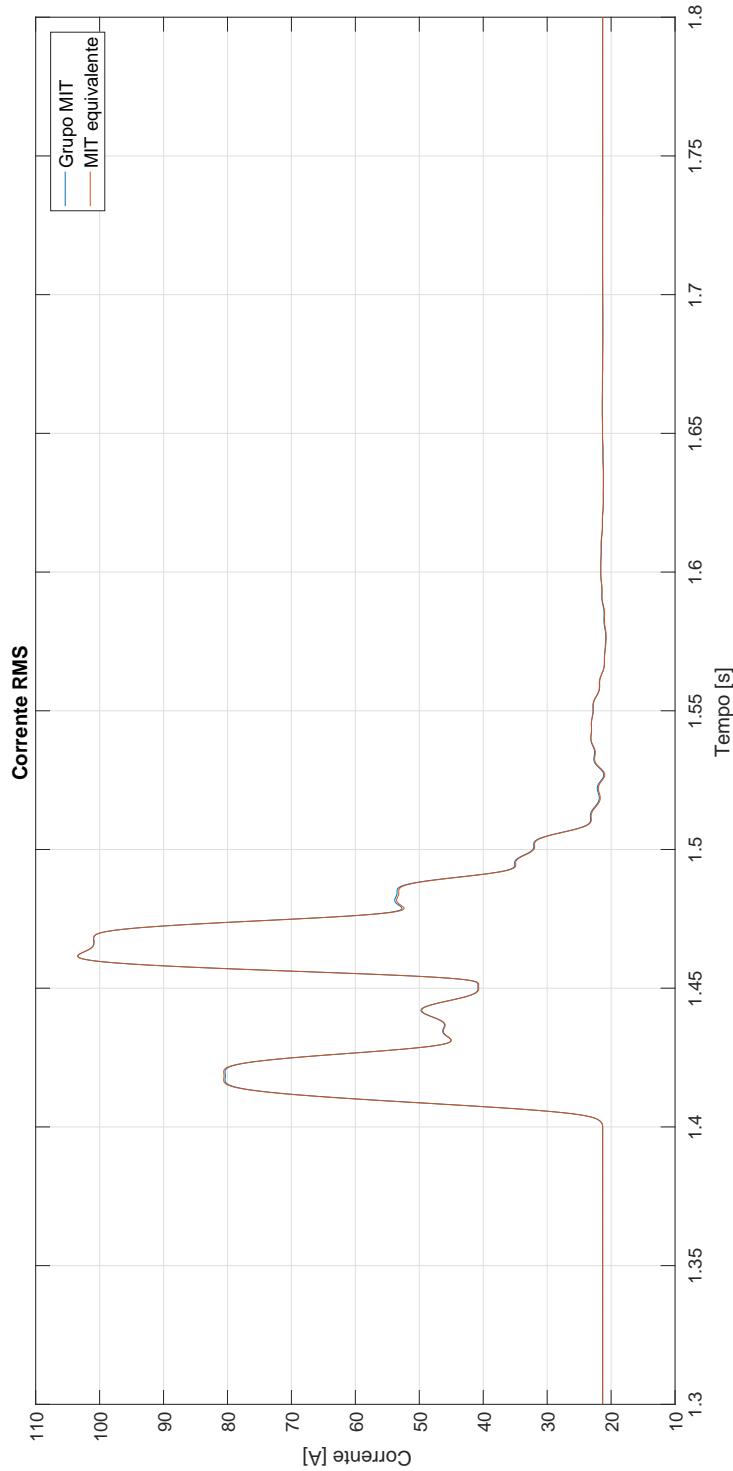
Figura 57 – Potência reativa no  $MIT_2^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 58 que durante a VTCD as correntes RMS do sistema original e do sistema agregado alcançaram o valor máximo de 80[A], e após a VTCD ambos alcançam o valor máximo de 103,5[A], quando a tensão nominal é reestabelecida, e no regime permanente estabilizaram-se em 21,63[A].

Figura 58 – Corrente no  $MIT_2^{agr}$  na VTCD.

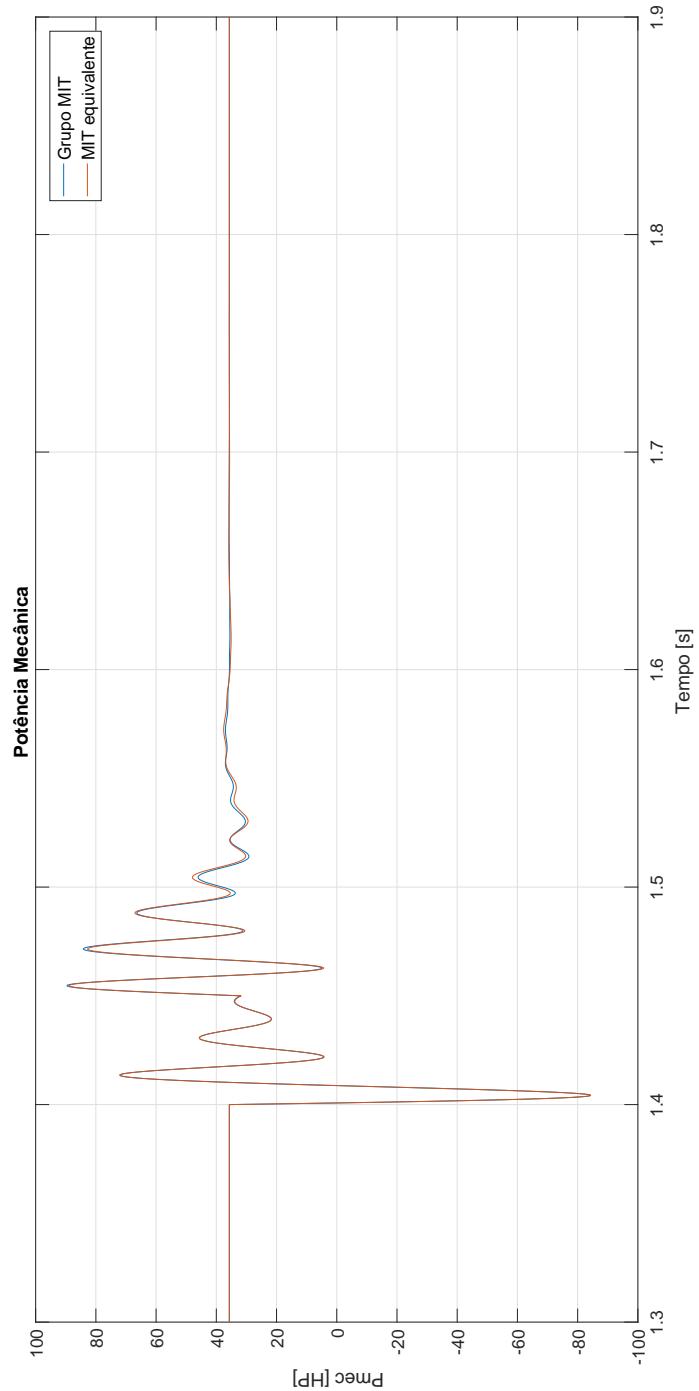


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.2.3 Caso de agregação: $MIT_3^{agr}$

A figura 59 apresenta o transitório das potências mecânicas durante a VTCD, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, mas com pequenas variações e alcançando o valor máximo de 90[HP] quando a tensão nominal é reestabelecida, e no regime permanente estabilizam-se em 35,66[HP].

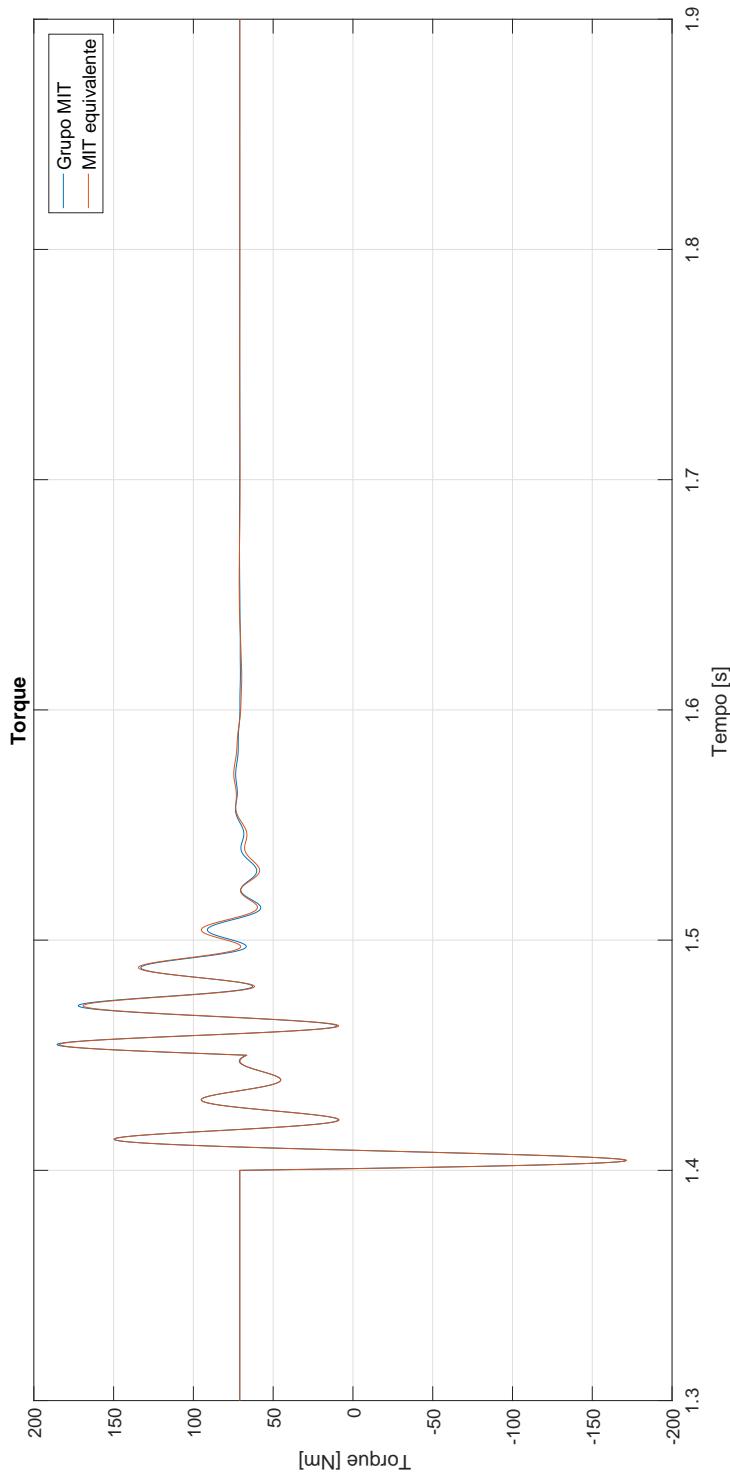
Figura 59 – Potência mecânica no  $MIT_3^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento dos torques mecânicos é apresentado na figura 60, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, com pequenas variações, alcançando o valor máximo de 175[Nm], quando a tensão nominal é reestabelecida e após estabilizando-se no regime permanente de 70[Nm].

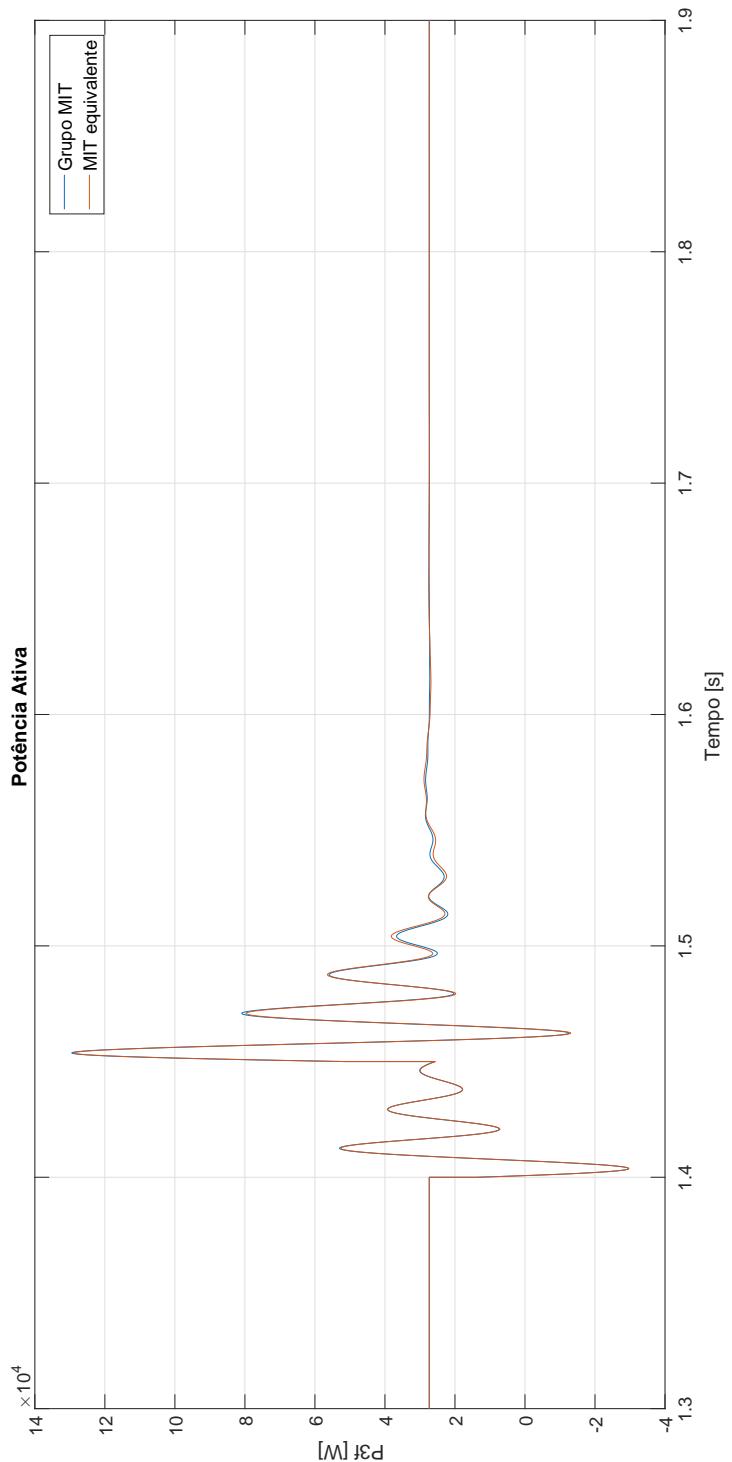
Figura 60 – Torque mecânico no  $MIT_3^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento das potências ativas trifásica é apresentada na figura 61, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD e após, com pequenas variações, alcançando o valor máximo durante o transitório de 130[kW] quando a tensão nominal é reestabelecida, e no regime permanente estabilizou-se em 27,75[kW].

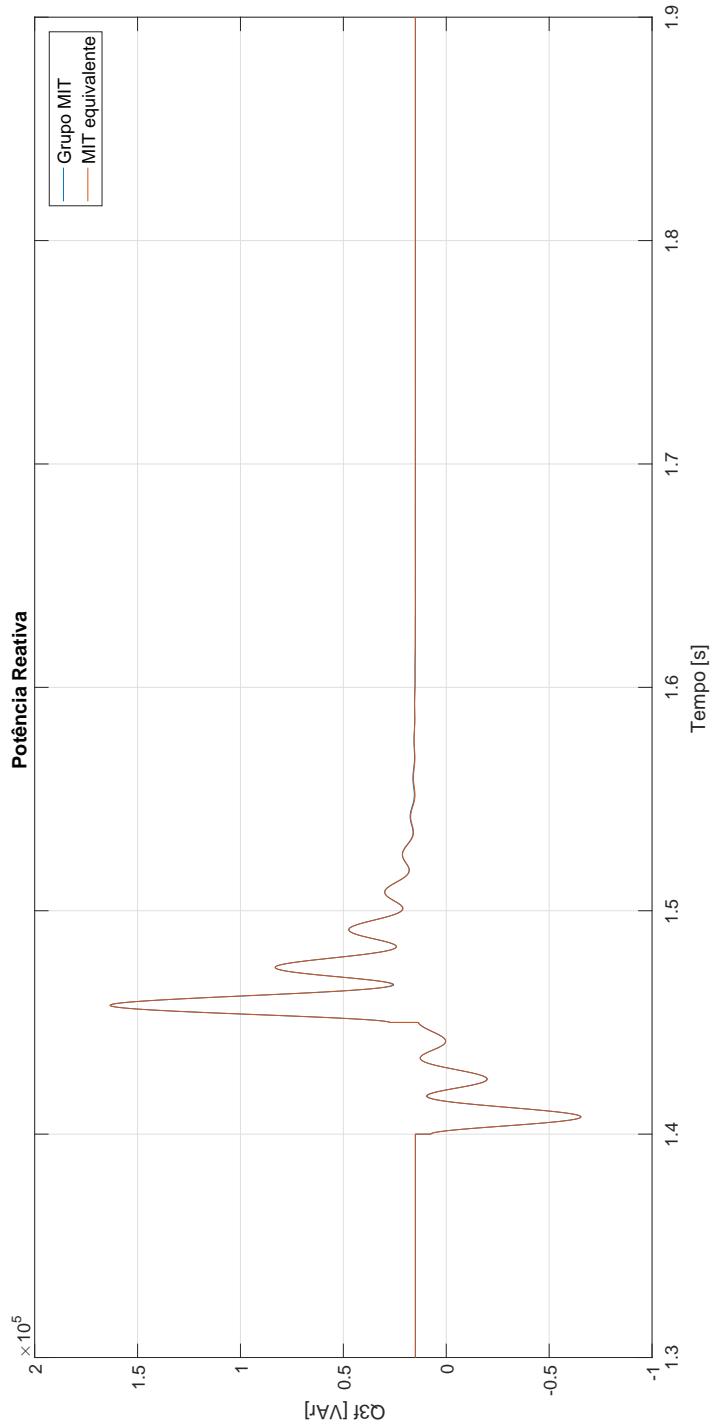
Figura 61 – Potência ativa no  $MIT_3^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 62 que as potências reativas trifásica durante a VTCD alcançam o valor mínimo de -70[kvar], indicando que, por um curto intervalo de tempo, o grupo de motores e o motor equivalente entregam à fonte energia reativa, e após quando a tensão nominal é reestabelecida ambos alcançam o valor máximo de 170[kvar], estabilizando-se em seguida no regime nominal de 15,01[kvar].

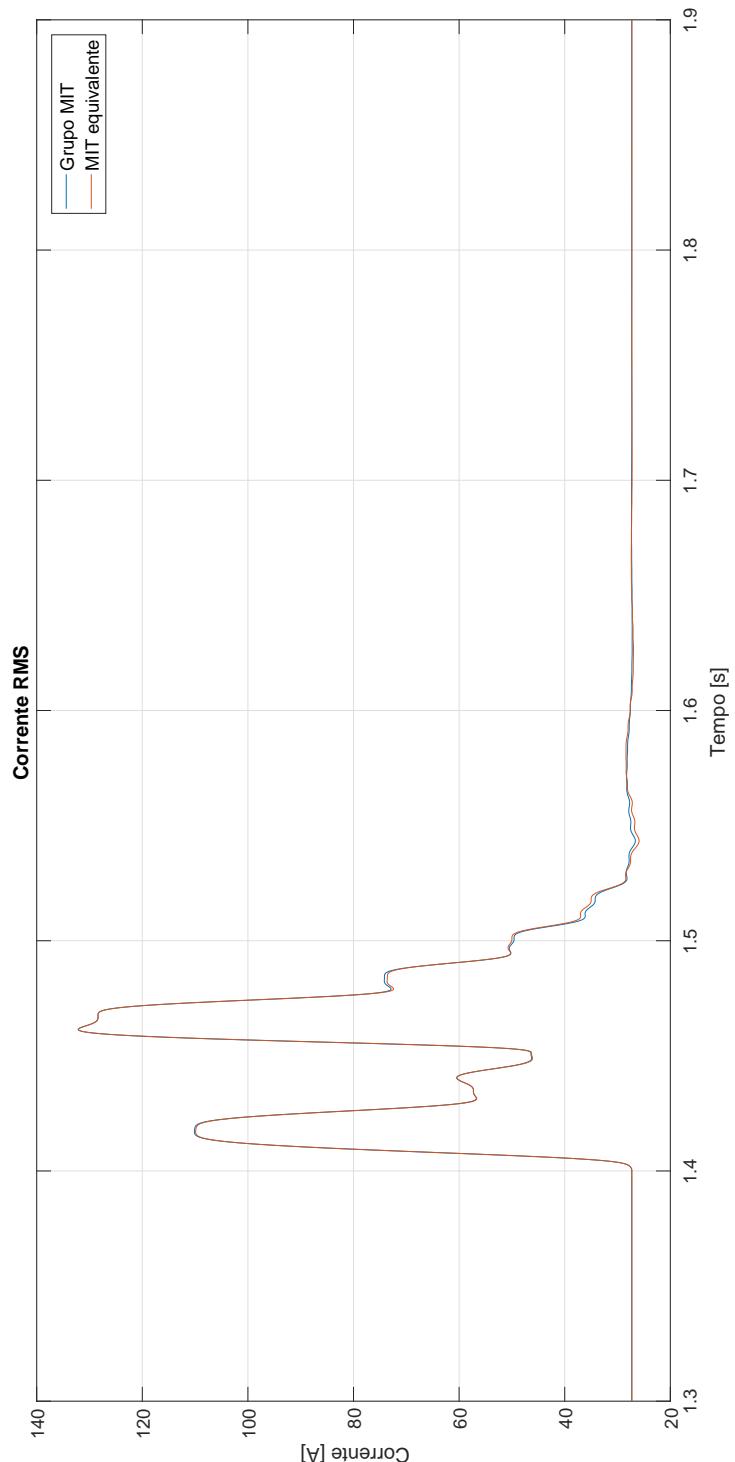
Figura 62 – Potência reativa no  $MIT_3^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 63 apresenta o transitório das correntes RMS durante a VTCD, onde o sistema original e o agregado alcançam o valor máximo de 110[A] durante a VTCD, e após alcançando o valor máximo de 130[A], quando a tensão nominal é reestabelecida, onde estabilizam no regime permanente no valor de 27,67[A].

Figura 63 – Corrente no  $MIT_3^{agr}$  na VTCD.

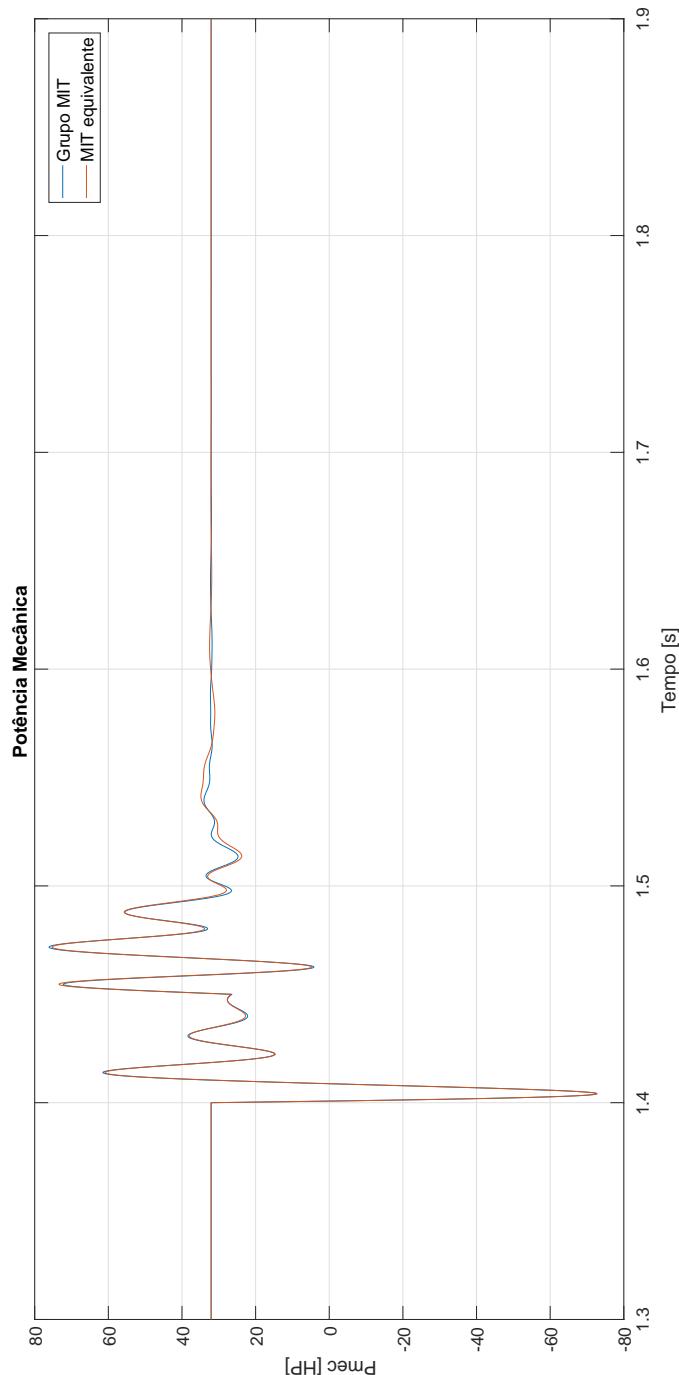


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.2.4 Caso de agregação: $MIT_4^{agr}$

A figura 64 apresenta o transitório das potências mecânicas durante a VTCD. Nota-se nessa figura que o grupo de máquinas e o motor agregado alcançam o valor máximo de 76[Nm] após a tensão nominal ser reestabelecida em  $t=1,45[s]$ , e após o transiente estabilizam no regime permanente no valor de 32[HP].

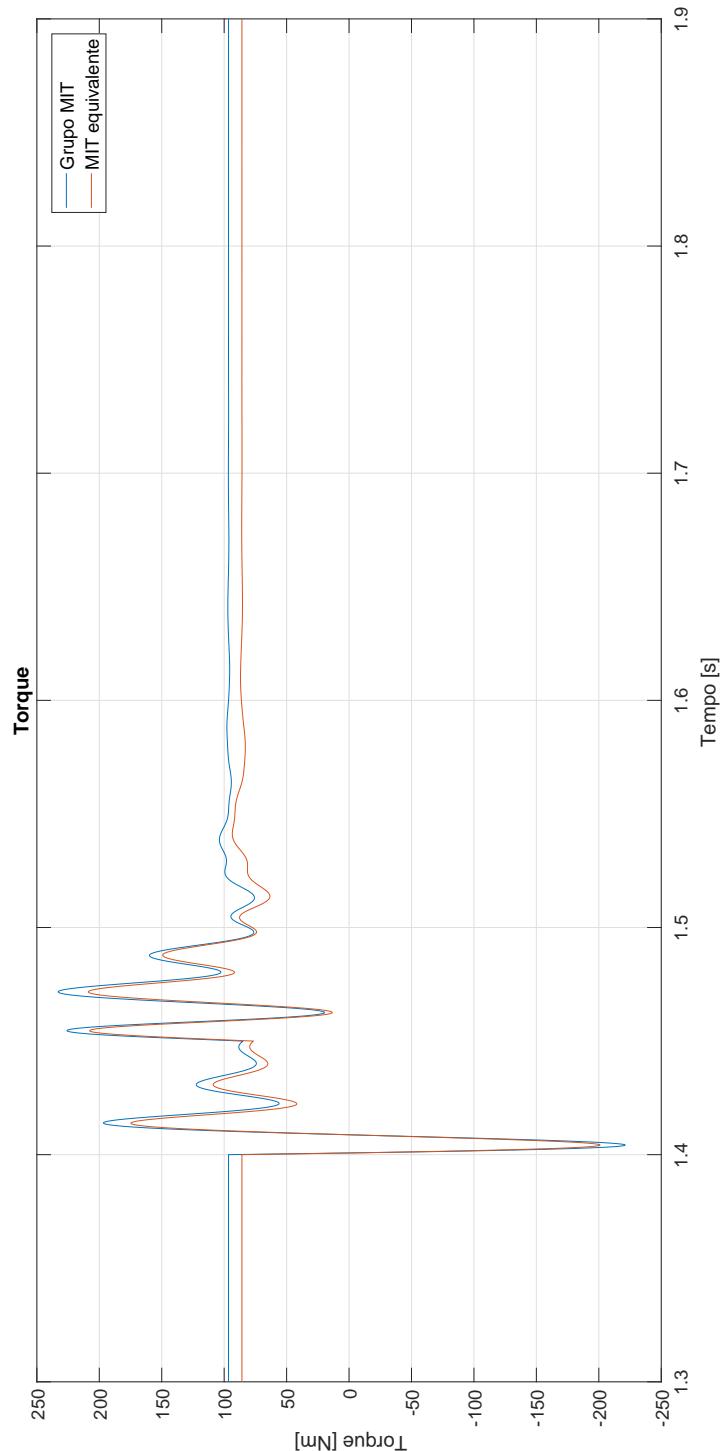
Figura 64 – Potência mecânica no  $MIT_4^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 65 que os torques mecânicos do grupo de motores e do motor agregado durante a VTCD não possuem os mesmos valores nem no regime transitório e nem no regime permanente, pois como a potência de saída de ambos os sistemas são iguais mas com velocidades do rotor distintas, acaba acarretando em valores distintos de torque.

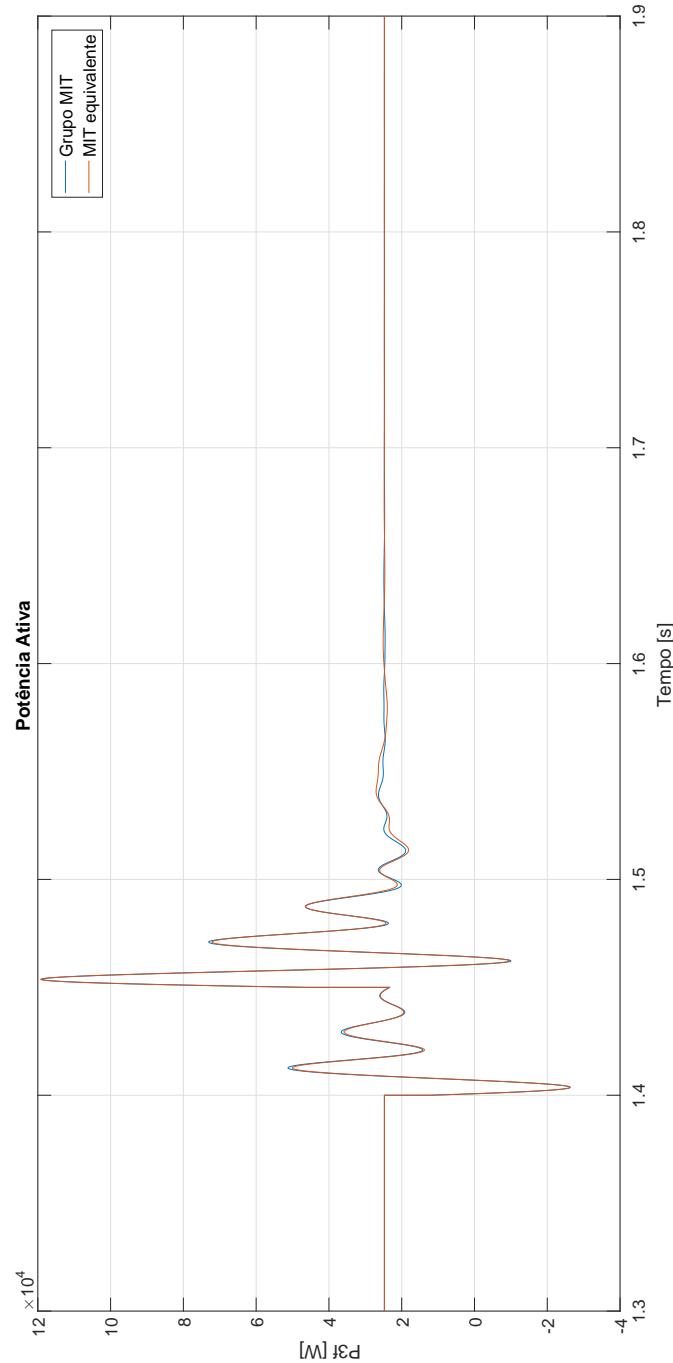
Figura 65 – Torque mecânico no  $MIT_4^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento das potências ativas trifásica é apresentada na figura 66, onde o grupo de motores e a máquina agregada alcançam o valor máximo de 50[kW], e obtendo os mesmos valores durante a VTCD, e após a VTCD alcançam o valor máximo de 120[kW] no instante  $t=1,45[s]$ , sendo que no final do transitório, quando a tensão nominal é reestabelecida, acabam tendo pequenas diferenças, porém aceitáveis para a análise, e estabilizam-se no regime permanente no valor de 25[kW].

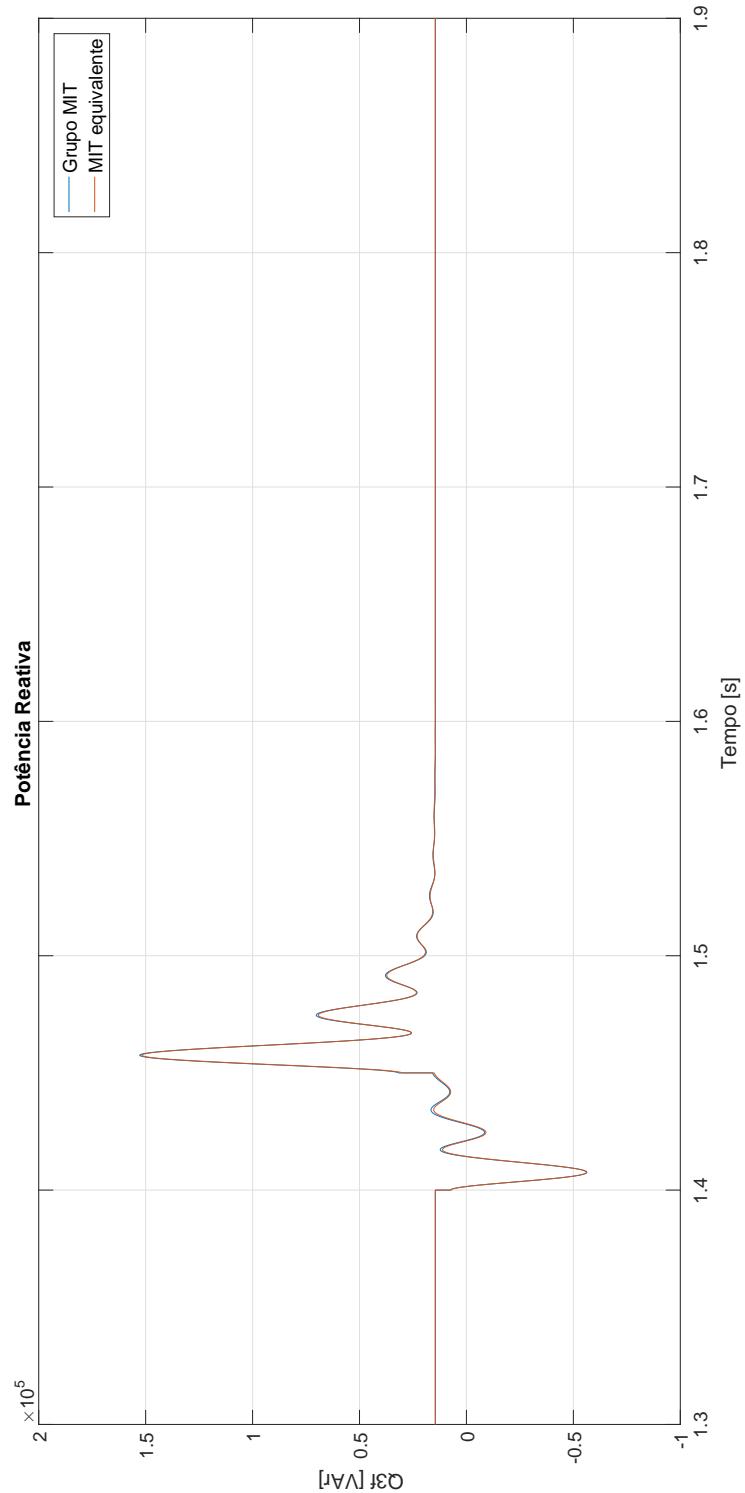
Figura 66 – Potência ativa no  $MIT_4^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 67 apresenta o comportamento das potências reativas trifásica, onde após a VTCD, o grupo de motores e o motor agregado alcançam o valor máximo de 150[kvar], e após o transitório estabilizam no regime permanente em 14,5[kvar].

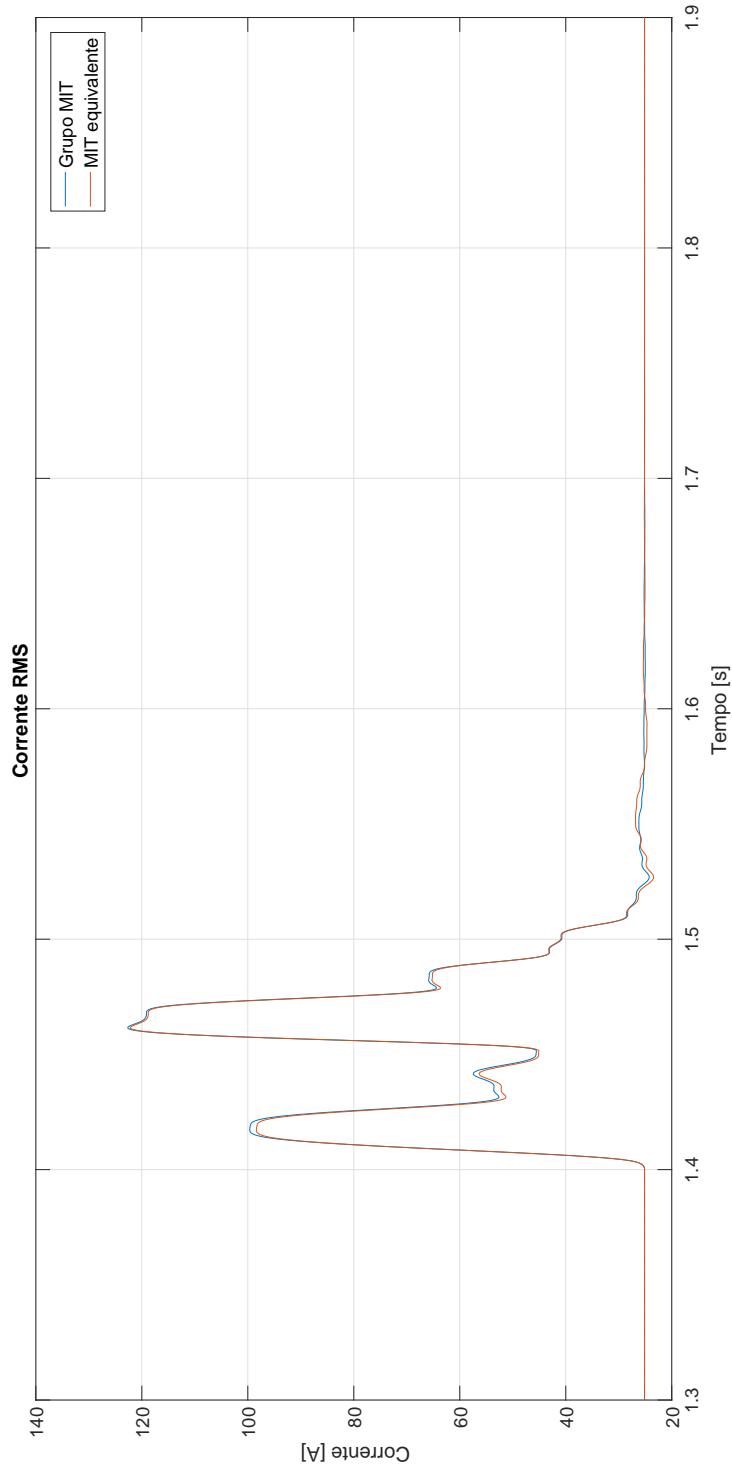
Figura 67 – Potência reativa no  $MIT_4^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 68 que durante a VTCD as correntes RMS do sistema original e do sistema agregado alcançaram o valor máximo de 100[A], e após a VTCD ambos alcançam o valor máximo de 122[A] quando a tensão nominal é reestabelecida, e após o transiente estabilizam-se no regime permanente no valor de 25,5[A].

Figura 68 – Corrente no  $MIT_4^{agr}$  na VTCD.

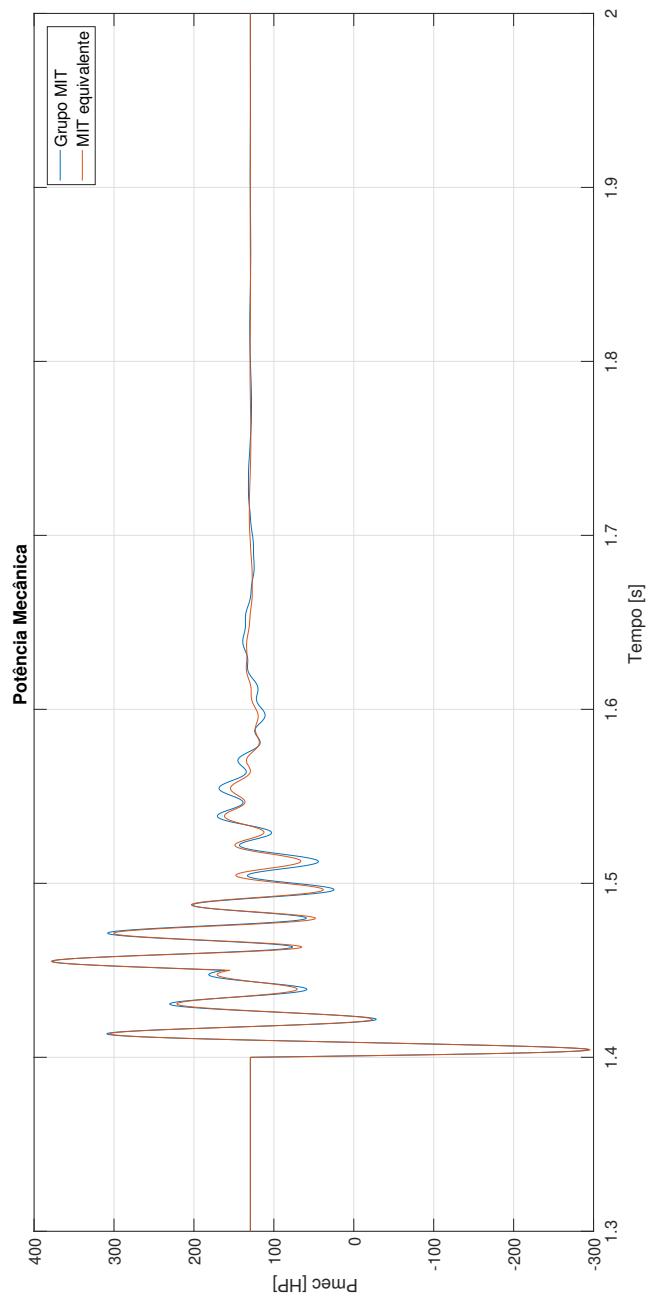


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.2.5 Caso de agregação: $MIT_5^{agr}$

Verifica-se na figura 69, que as potências mecânicas do grupo de motores e do motor agregado oscilam coerentemente durante a VTCD, e após, quando a tensão nominal é reestabelecida os mesmos alcançam o valor máximo durante o transitório de 370[HP], onde também é observado que no fim do transitório o motor agregado obtém valores diferentes de potência mecânica em comparação com o sistema original, e na condição de regime permanente estabilizou-se em 129,40[HP].

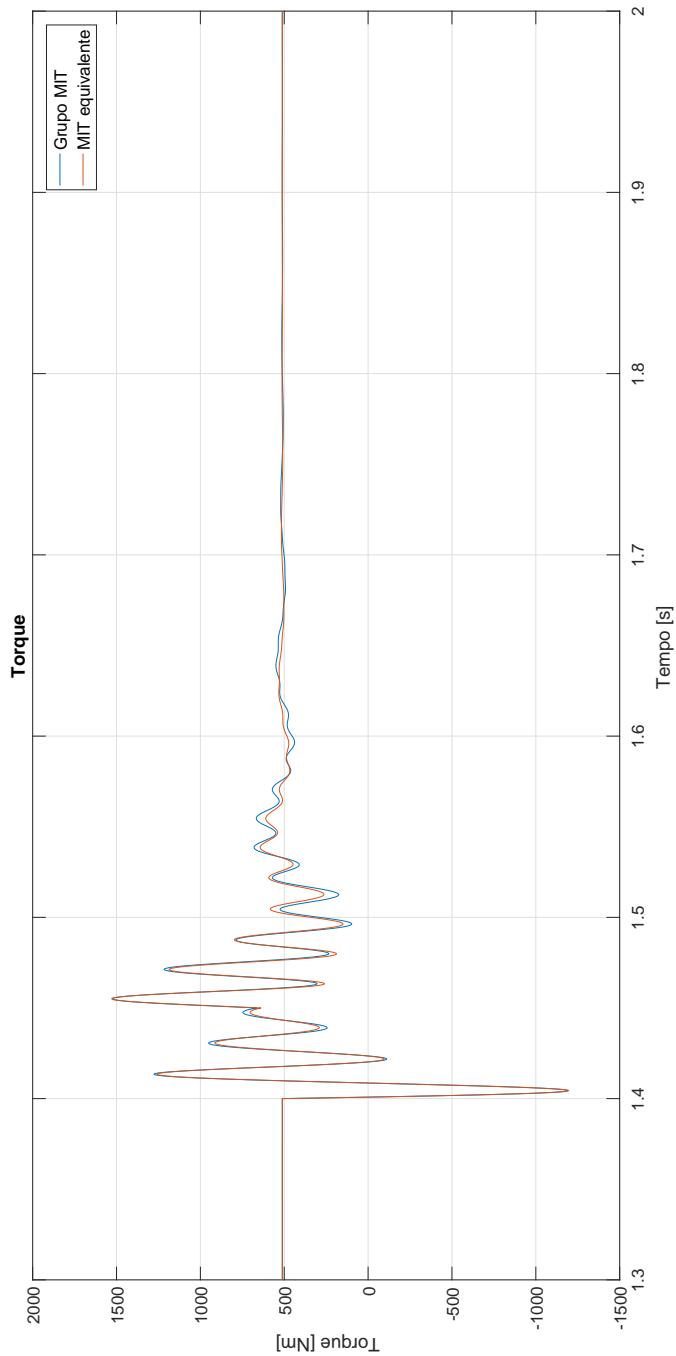
Figura 69 – Potência mecânica no  $MIT_5^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 70 apresenta o comportamento dos torques mecânicos durante a VTCD, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente e com pequenas variações nos picos durante a VTCD, e após o transitório da VTCD, quando a tensão nominal é reestabelecida, alcançam o valor máximo de 1500[Nm], sendo que os valores de torque são mais divergentes no final do transitório, e na condição de regime permanente estabilizam-se em 500[Nm].

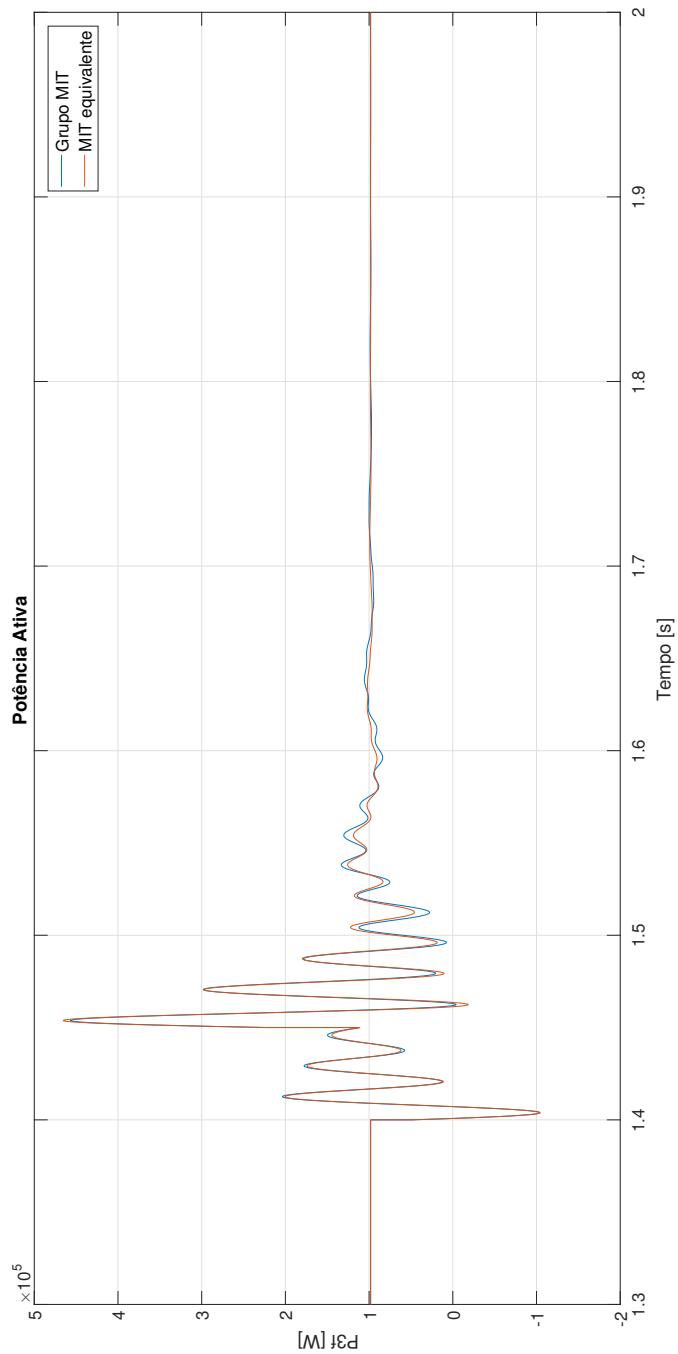
Figura 70 – Torque mecânico no  $MIT_5^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento das potências ativas trifásica é apresentada na figura 71, onde o grupo de máquinas e o motor agregado alcançam o valor máximo de 200[kW] e obtendo-se os mesmos valores durante a VTCD, e após a VTCD alcançam o valor máximo de 460[kW] no instante  $t=1,45[\text{s}]$ , sendo que no final do transitório, quando a tensão nominal é reestabelecida, acabam tendo diferenças entre si, e no regime permanente estabilizam-se em 99,44[kW].

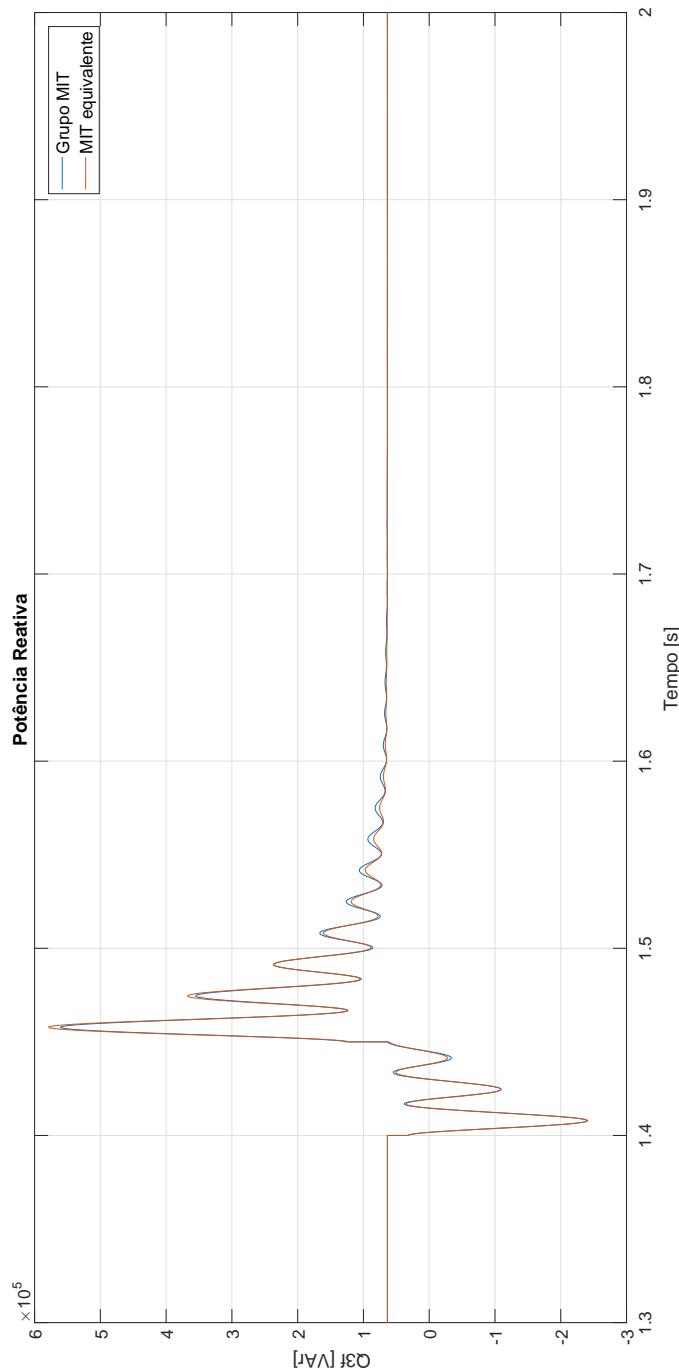
Figura 71 – Potência ativa no  $MIT_5^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 72 apresenta o comportamento das potências reativas trifásica durante a VTCD, onde o sistema original e o agregado oscilam coerentemente durante a VTCD, e após o transitório da VTCD, quando a tensão nominal é reestabelecida, o sistema agregado e o original alcançam o valor máximo de 578[kvar] e 560[kvar] respectivamente, apresentando assim o erro percentual de 3,23%, e na condição de regime permanente estabilizou-se em 63,55[kvar].

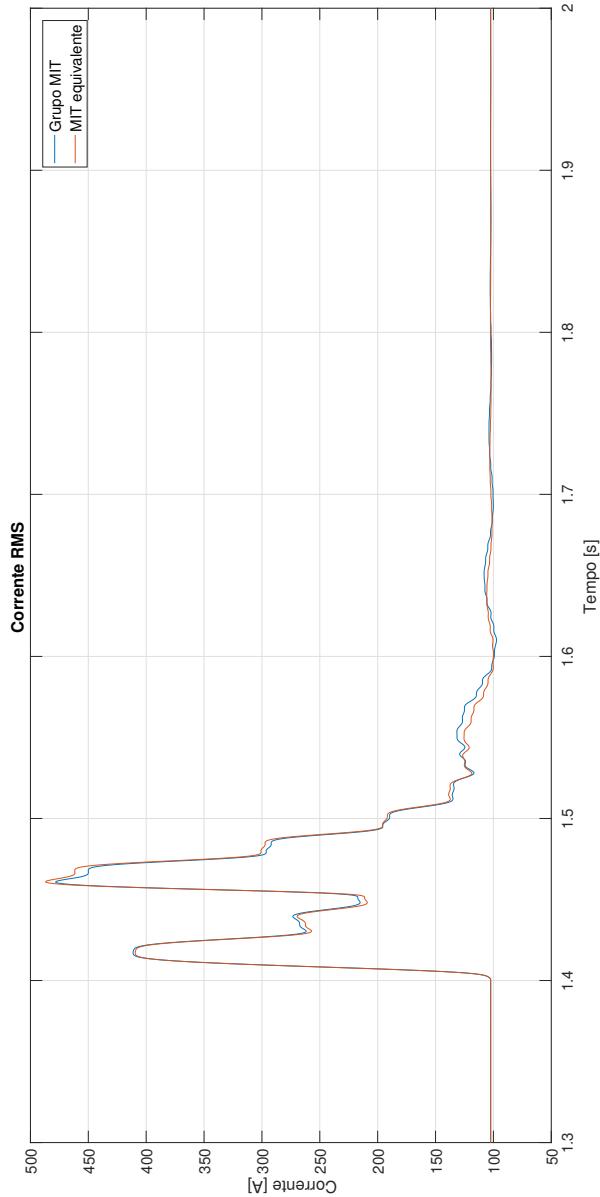
Figura 72 – Potência reativa no  $MIT_5^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se figura 73, que durante a VTCD as correntes RMS do sistema original e do sistema agregado alcançaram o valor máximo de 420[A], e após a VTCD o sistema agregado e o original alcançam o valor máximo de 486,8[A] e 478,2[A] respectivamente, apresentando assim o erro percentual de 1,8%, quando a tensão nominal é reestabelecida, e no regime permanente a corrente de ambas estabilizou-se em 103,52[A].

Figura 73 – Corrente no  $MIT_5^{agr}$  na VTCD.



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.3 Curto-circuito sólido

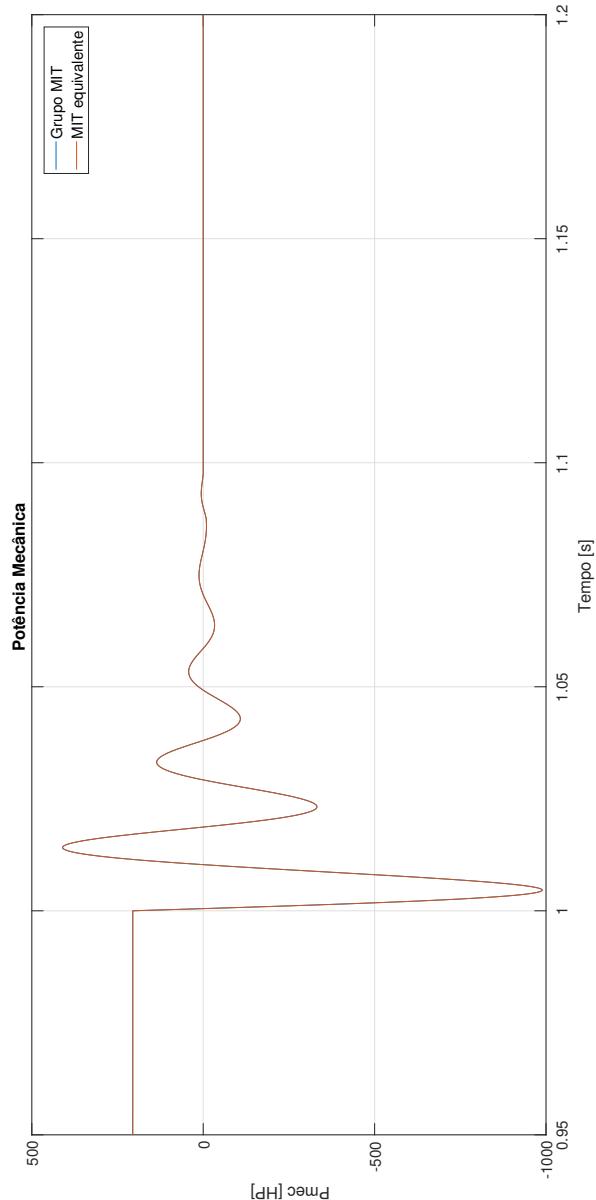
Em todos os casos analisados, a fonte de tensão trifásica do grupo de motores e do motor agregado possuem os seguintes parâmetros:  $V_L = 660[V]$ ,  $f = 60[Hz]$ ,  $S_{sc} = 2[MVA]$ ,

$V_{L,base} = 660[\text{V}]$  e  $X/R = 7$ . O disjuntor trifásico realiza o *trip* após 1,8 ciclos no qual ocorre o curto-círcuito sólido, sendo que a falta ocorre imediatamente após o disjuntor do barramento, conforme figura 10, e em todos os casos o grupo de máquinas e a máquina agregada estão em regime permanente a plena carga antes da falta trifásica.

#### 4.4.3.1 Caso de agregação: $MIT_1^{agr}$

A figura 74 apresenta o comportamento das potências mecânicas durante o curto-círcuito onde o grupo de motores e o motor agregado oscilam coerentemente durante o transitório que ocorre no instante  $t=1[\text{s}]$  à  $t=1,1[\text{s}]$  até pararem de funcionar.

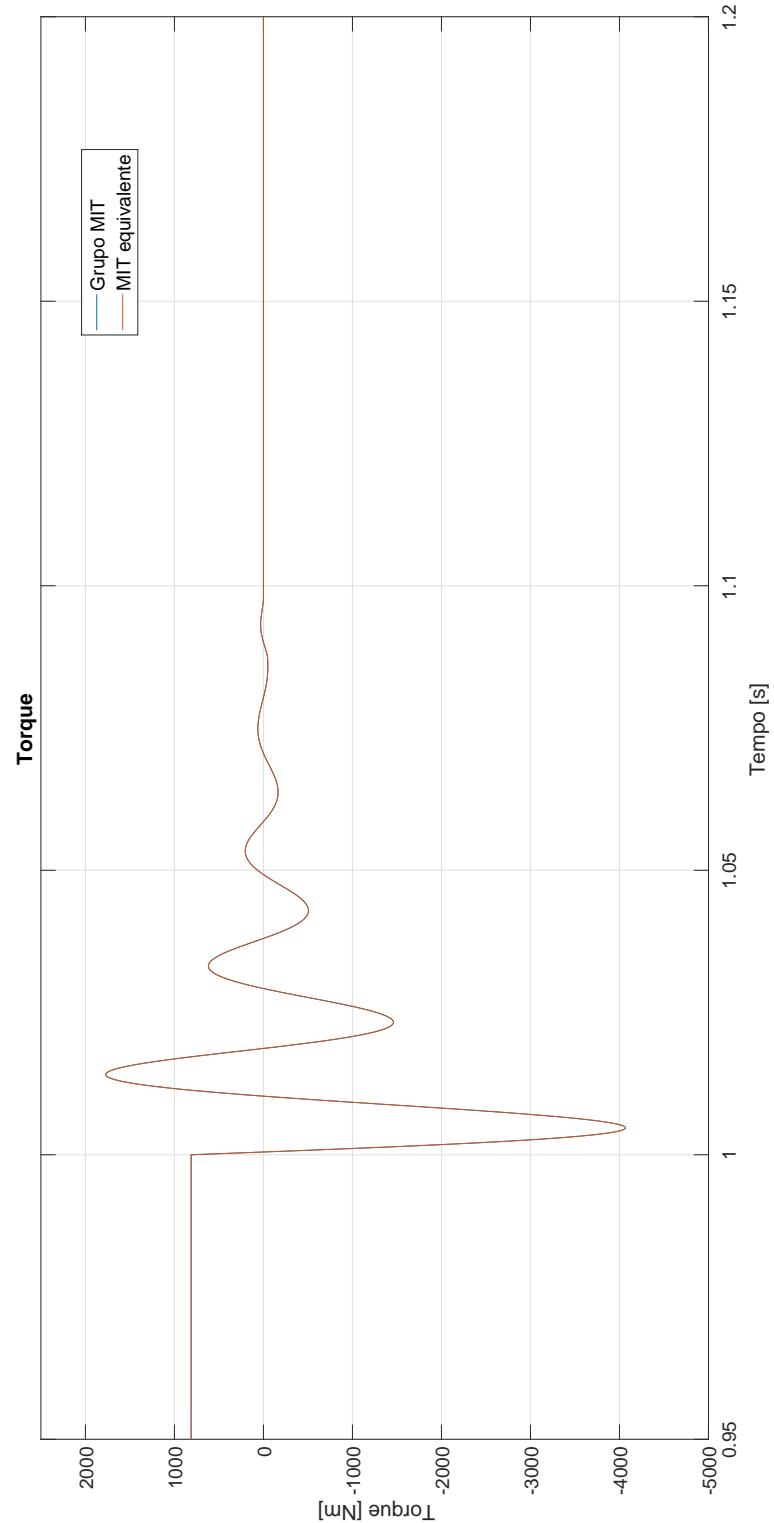
Figura 74 – Potência mecânica no  $MIT_1^{agr}$  no curto-círcuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 75, que os torques mecânicos do grupo de motores e da máquina agregada alcançaram o valor máximo de 1700[Nm] no transitório que ocorre entre os instantes  $t=1[s]$  e  $t=1,1[s]$  até pararem de funcionar.

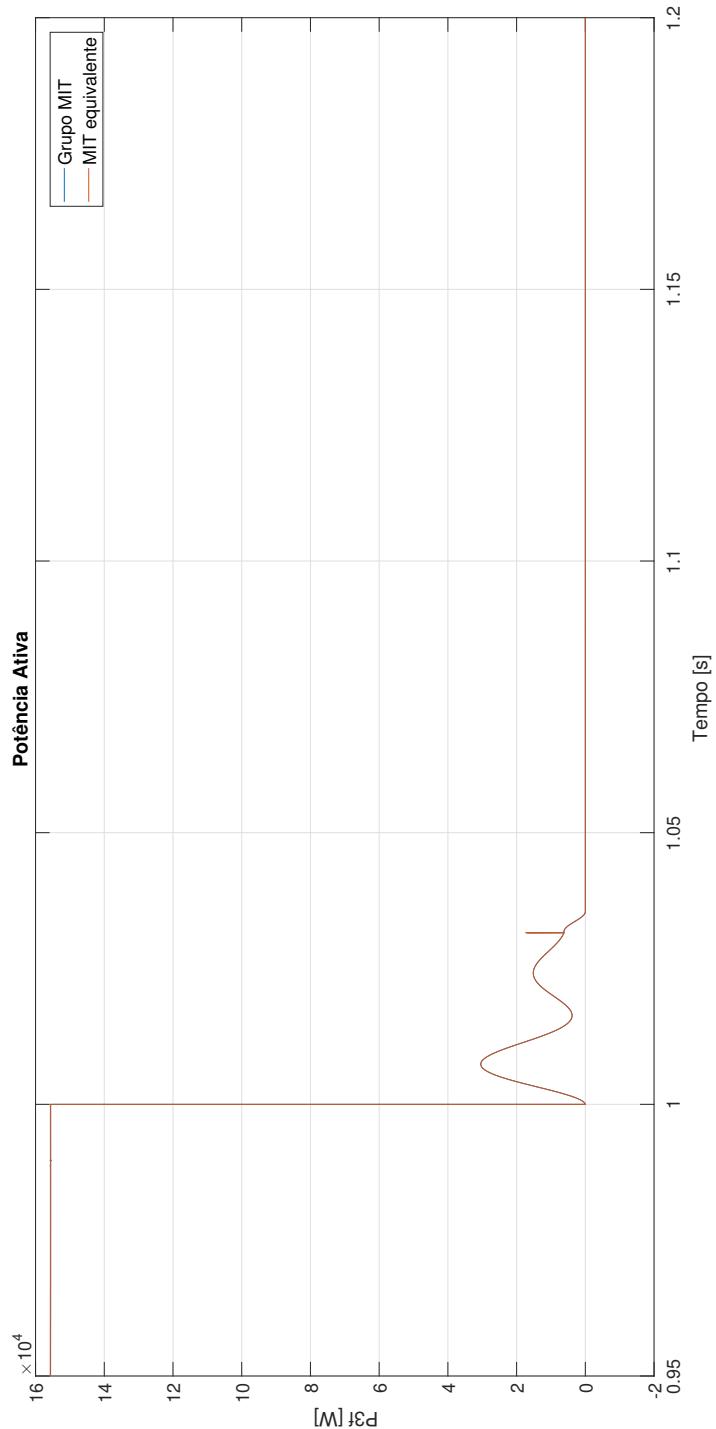
Figura 75 – Torque mecânico no  $MIT_1^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento das potências ativas trifásica é apresentada na figura 76, onde o grupo de motores e a máquina agregada estão vindo da condição de regime permanente e no instante  $t=1[s]$  no qual o ocorre o curto-circuito, oscilam coerentemente, sendo que no instante  $t=1,03[s]$  o disjuntor realiza o *trip*, e após o *trip* o grupo de máquinas e o motor agregado param de funcionar.

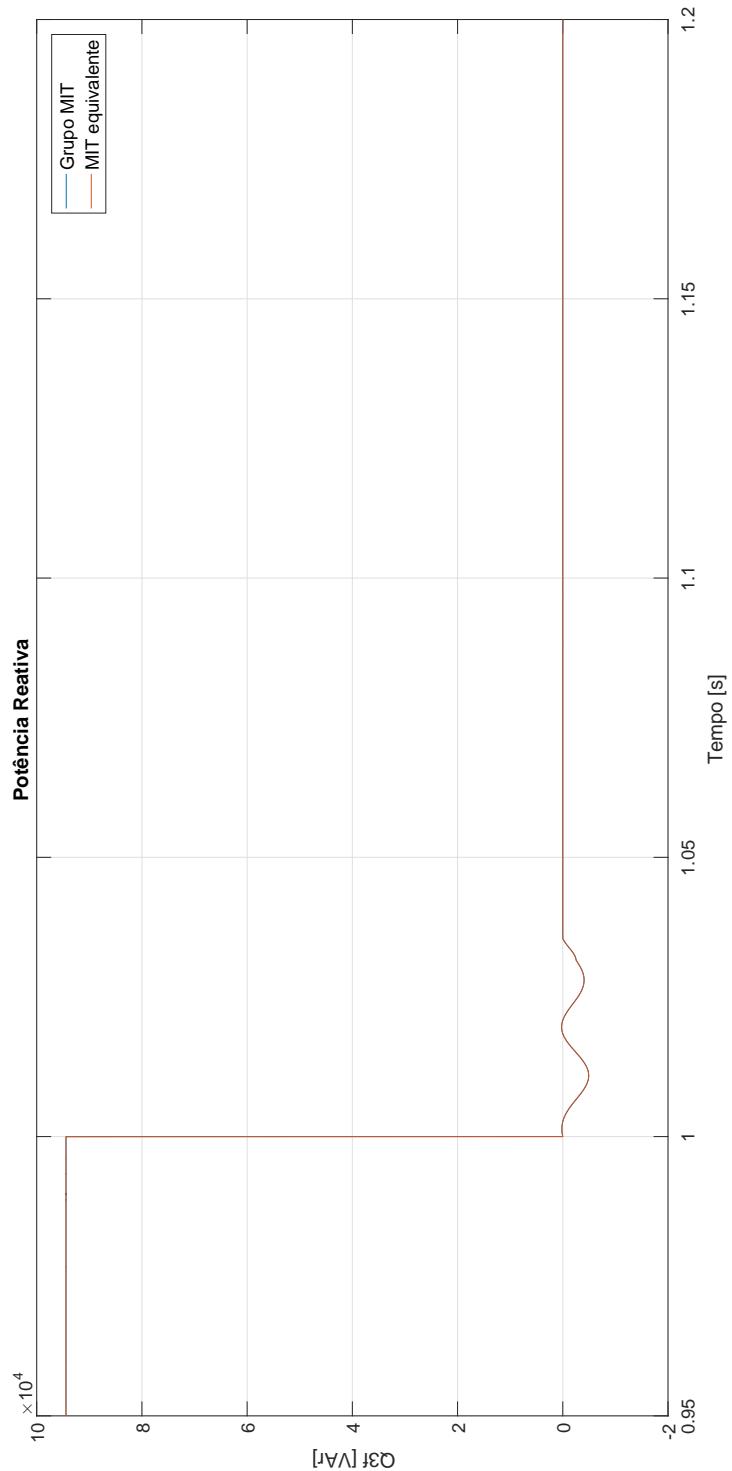
Figura 76 – Potência ativa no  $MIT_1^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 77 apresenta o comportamento das potências reativas trifásica durante o curto-circuito, onde percebe-se que durante o transitório o grupo de máquinas e a máquina agregada entregam potência reativa para o curto-círcito, e no instante  $t=1,035[\text{s}]$  ambas param de entregar energia reativa.

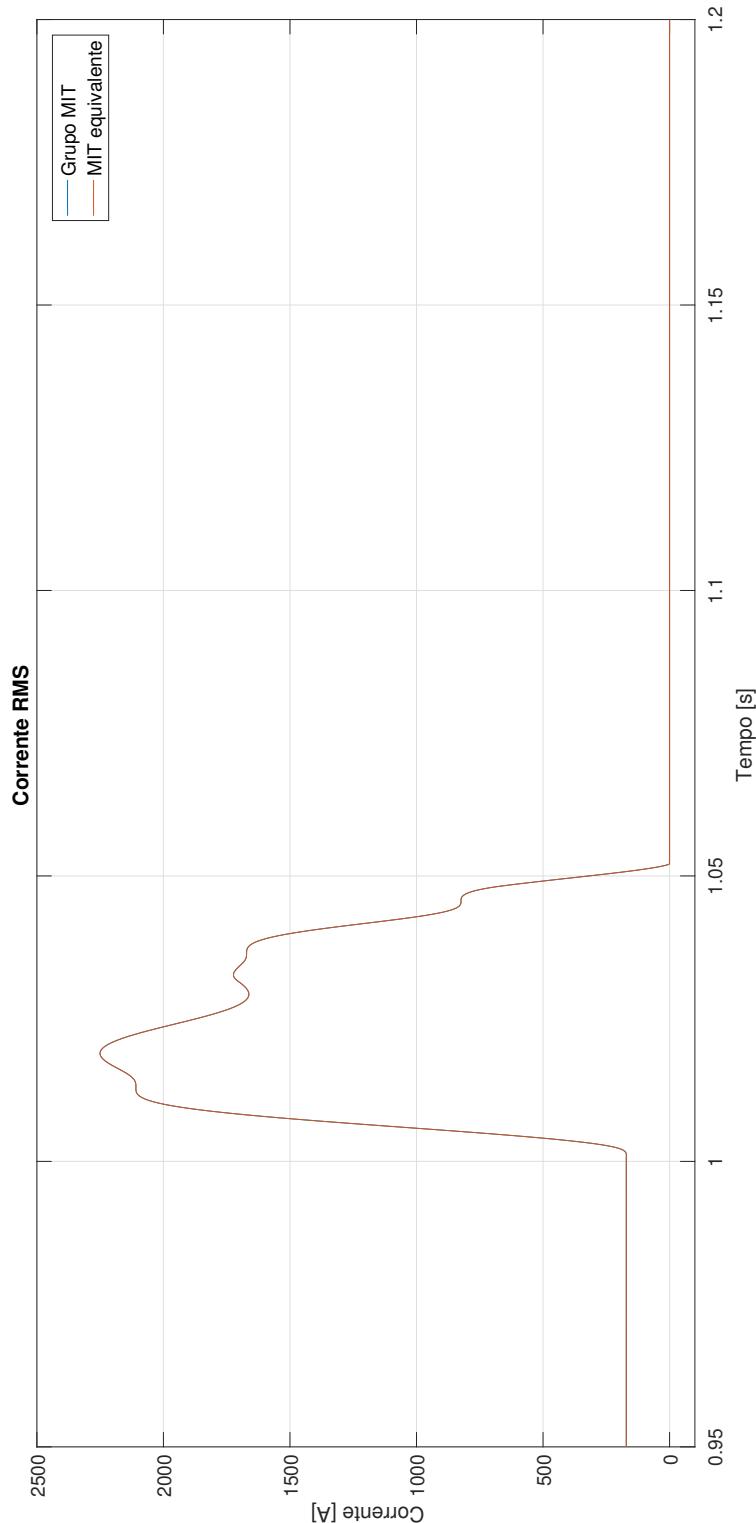
Figura 77 – Potência reativa no  $MIT_1^{agr}$  no curto-círcuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 78 que as correntes RMS do grupo de motores e do motor agregado, durante o curto-circuito, alcançam o valor máximo de 2250[A], e no instante  $t=1,055[\text{s}]$  a corrente cessa, indicando que o disjuntor isolou a falta.

Figura 78 – Corrente no  $MIT_1^{agr}$  no curto-circuito sólido.

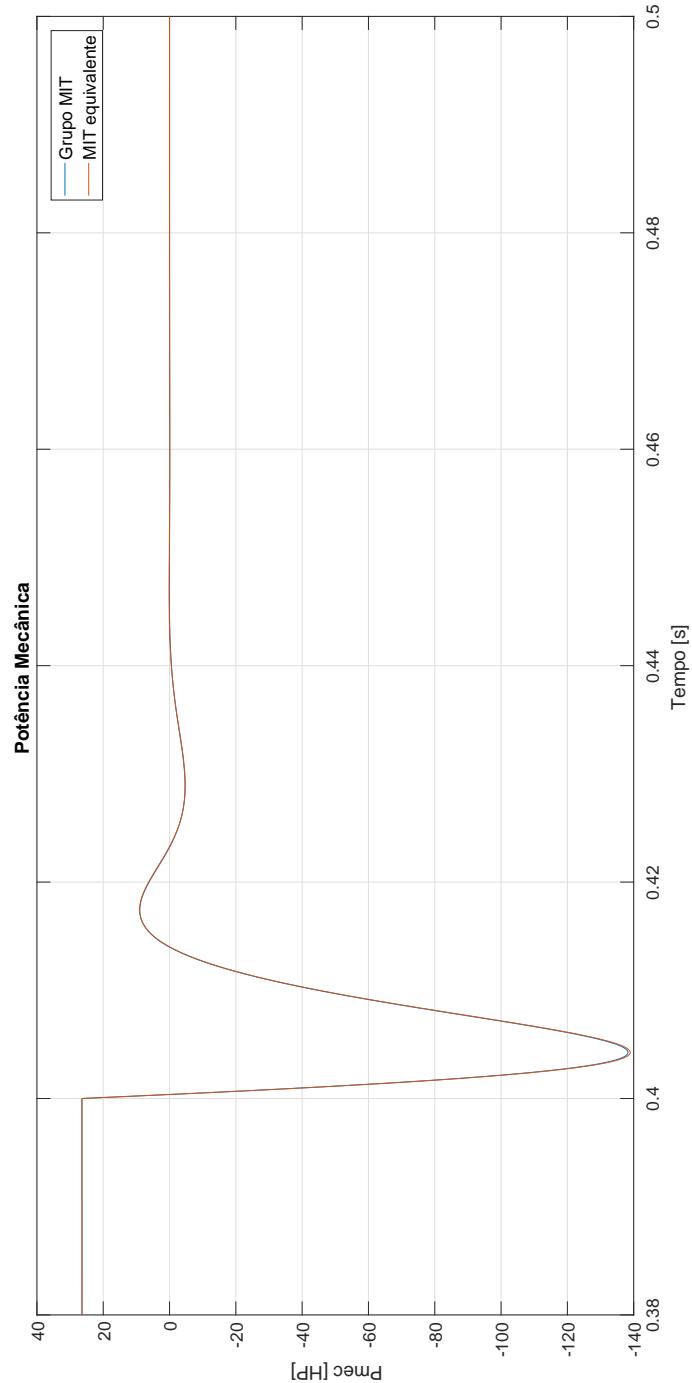


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.3.2 Caso de agregação: $MIT_2^{agr}$

A figura 79 apresenta o comportamento das potências mecânicas durante o curto-círcuito onde o grupo de motores e o motor agregado oscilam coerentemente durante o transitório, que ocorre do instante  $t=0,4[s]$  a  $t=0,45[s]$ , e após o transitório o grupo de máquinas e o motor agregado param de funcionar.

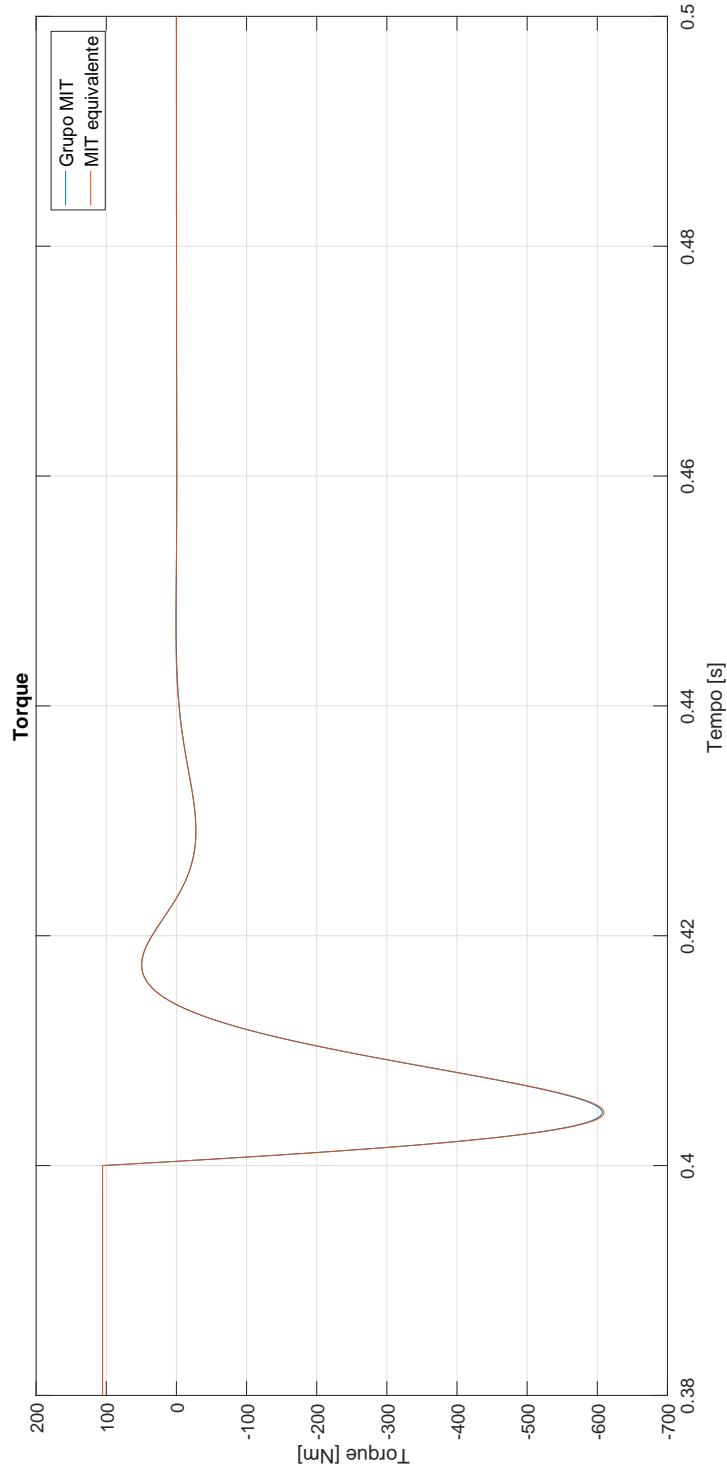
Figura 79 – Potência mecânica no  $MIT_2^{agr}$  no curto-círcuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento dos torques mecânicos durante o curto-circuito é apresentado na figura 80, onde o transitório ocorre do instante  $t=0,4\text{[s]}$  a  $t=0,45\text{[s]}$ , atingindo o valor mínimo de  $-610\text{[Nm]}$  e após o transitório o grupo de motores e a máquina agregada param de funcionar.

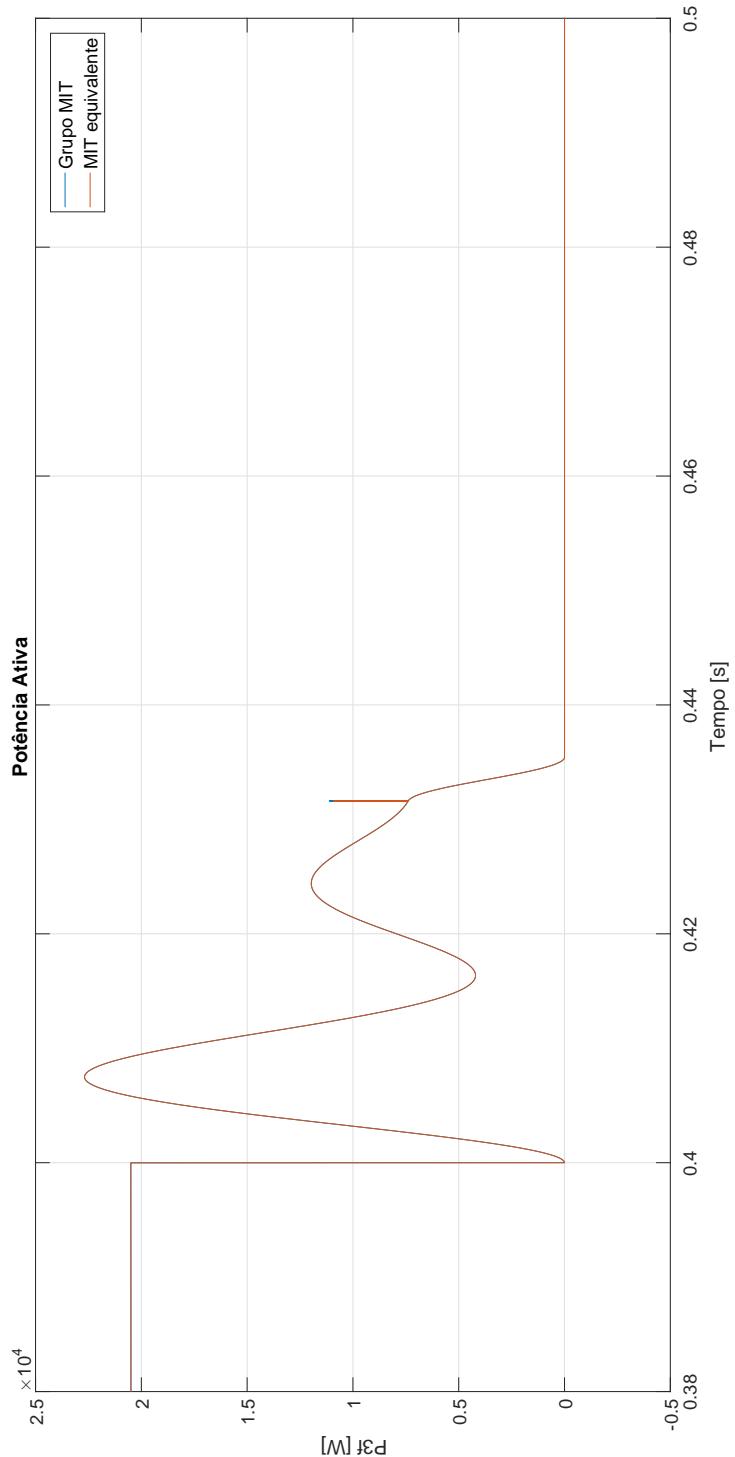
Figura 80 – Torque mecânico no  $MIT_2^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 81 que o transitório das potências ativas trifásica do grupo de motores e do motor agregado durante o curto-círcuito ocorre entre os instantes  $t=0,4[\text{s}]$  a  $t=0,435[\text{s}]$ , onde em  $t=0,43[\text{s}]$  o disjuntor abre o circuito, e após o transitório, o motor agregado e o grupo de máquinas param de funcionar.

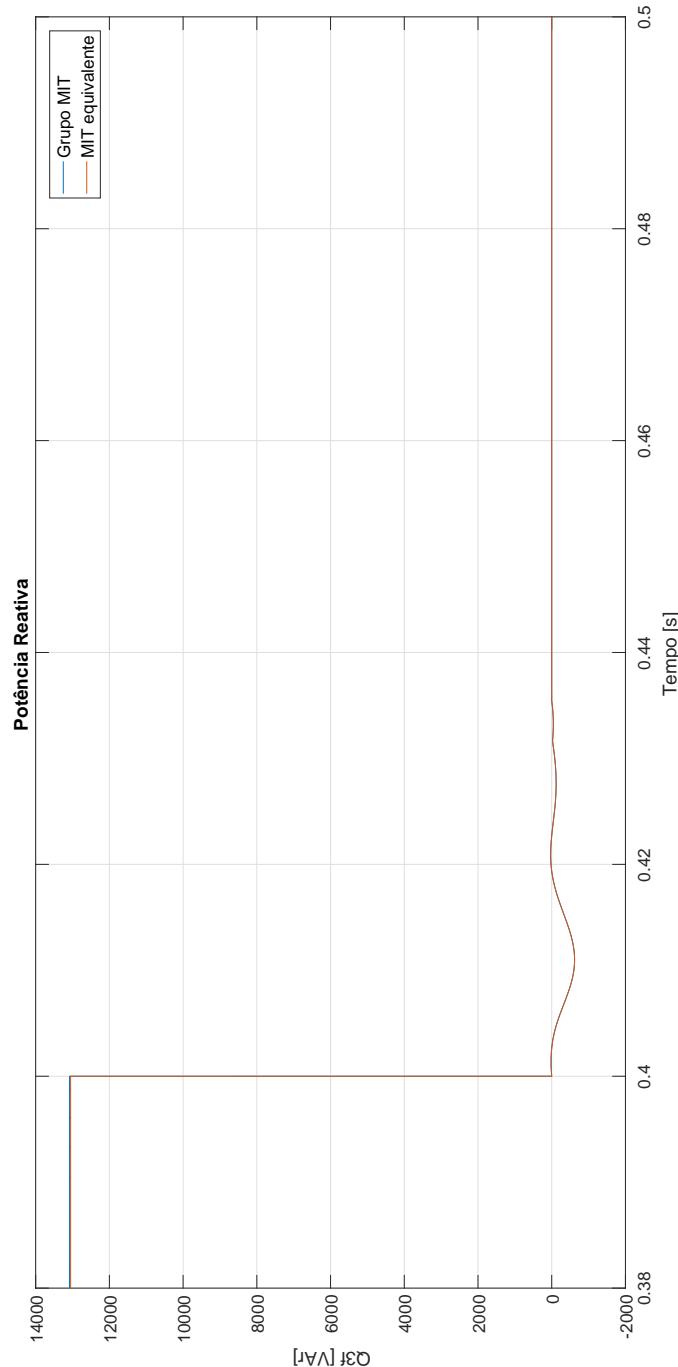
Figura 81 – Potência ativa no  $MIT_2^{agr}$  no curto-círcuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 82 apresenta o transitório das potências reativas trifásica do grupo de máquinas e do motor agregado durante o curto-círcuito, no qual ocorre entre os instantes  $t=0,4[s]$  a  $t=0,435[s]$ , nota-se também nesse gráfico que ambas entregam energia reativa para o curto-círcuito pois existem valores negativos de potência reativa no decorrer do transitório, e após o transitório o grupo de máquinas e o motor agregado param de funcionar.

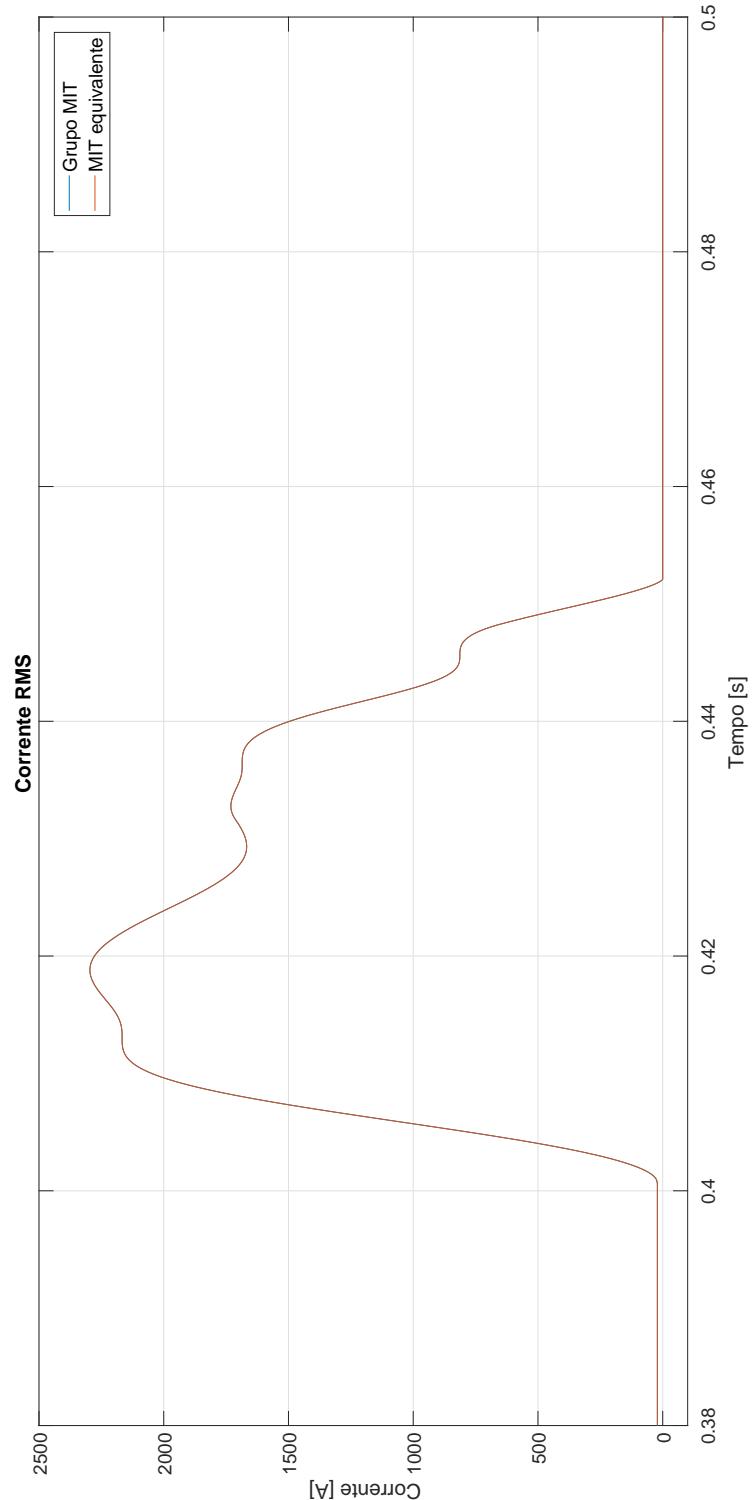
Figura 82 – Potência reativa no  $MIT_2^{agr}$  no curto-círcuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 83 que as correntes RMS do grupo de motores e do motor agregado durante o curto-circuito, que inicia em  $t=0,4\text{[s]}$ , alcançam o valor máximo de  $2250[\text{A}]$ , e no instante  $t=0,452\text{[s]}$  a corrente cessa, indicando que o disjuntor isolou a falta.

Figura 83 – Corrente no  $MIT_2^{agr}$  no curto-circuito sólido.

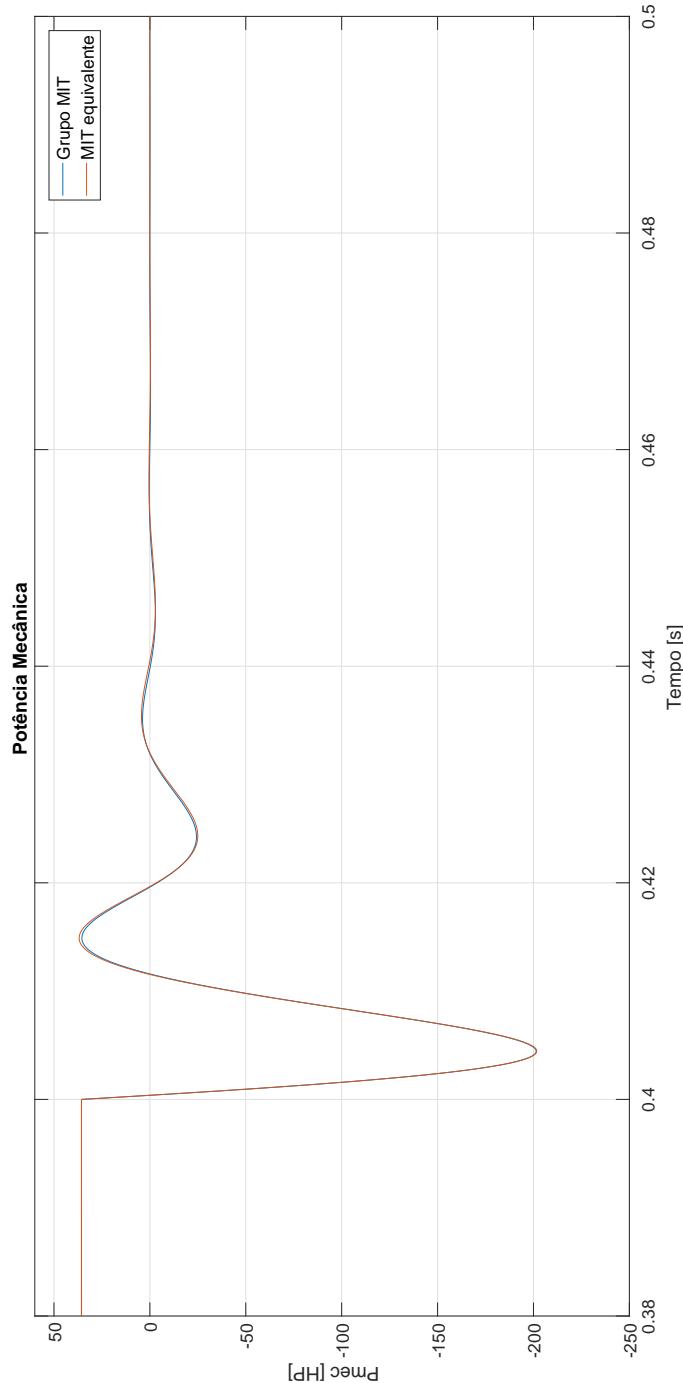


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.3.3 Caso de agregação: $MIT_3^{agr}$

O comportamento das potências mecânicas é apresentada na figura 84, onde o transitório do grupo de motores e da máquina agregada, causado pelo curto-circuito, inicia-se em  $t=0,4[{\text{s}}]$  e termina em  $t=0,46[{\text{s}}]$ , e após o transitório os mesmos pararam de funcionar.

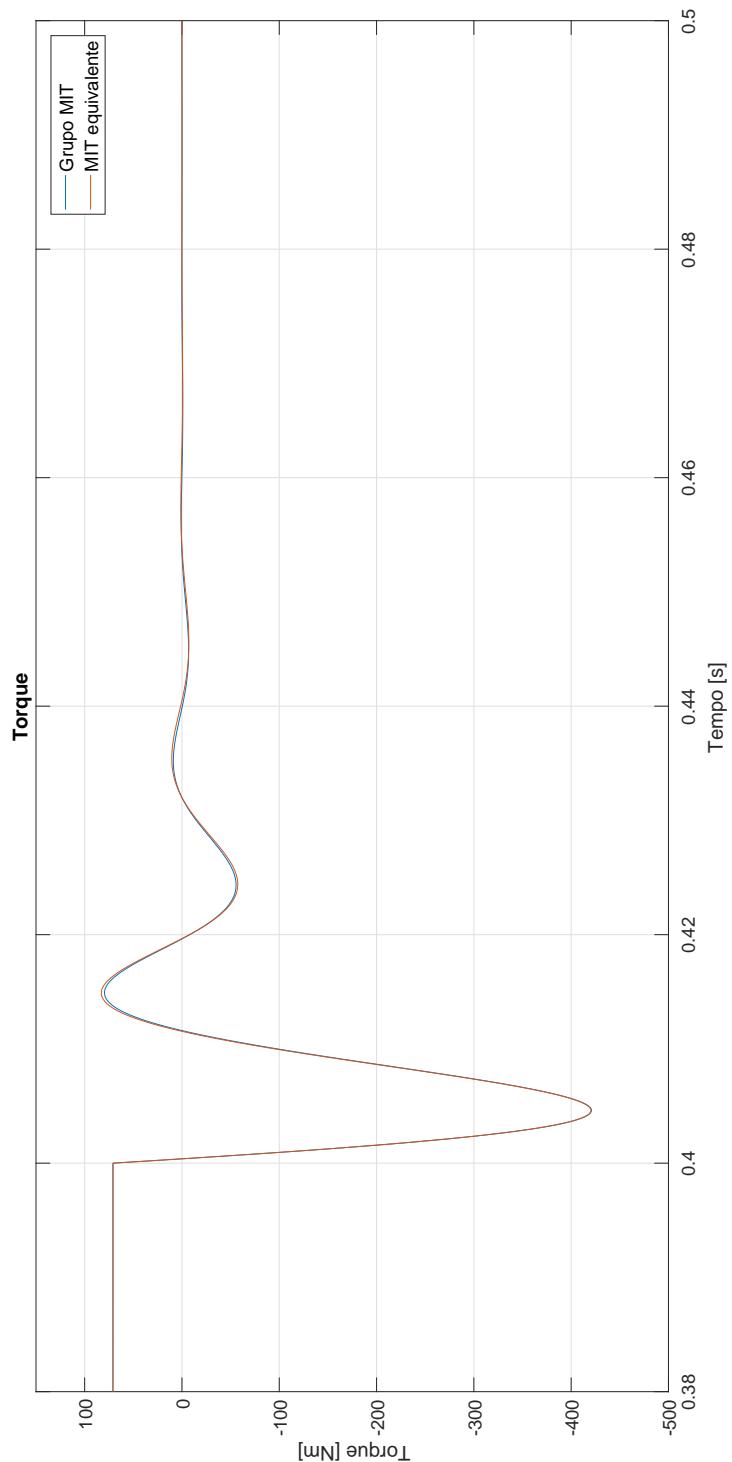
Figura 84 – Potência mecânica no  $MIT_3^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 85 apresenta o comportamento dos torques mecânicos do grupo de motores e do motor agregado durante o curto-circuito, onde o transitório ocorre do instante  $t=0,4[\text{s}]$  a  $t=0,46[\text{s}]$ , alcançando o valor mínimo de  $-425[\text{Nm}]$ , indicando assim que ambos perdem a velocidade bruscamente, e após o transitório os mesmos param de funcionar.

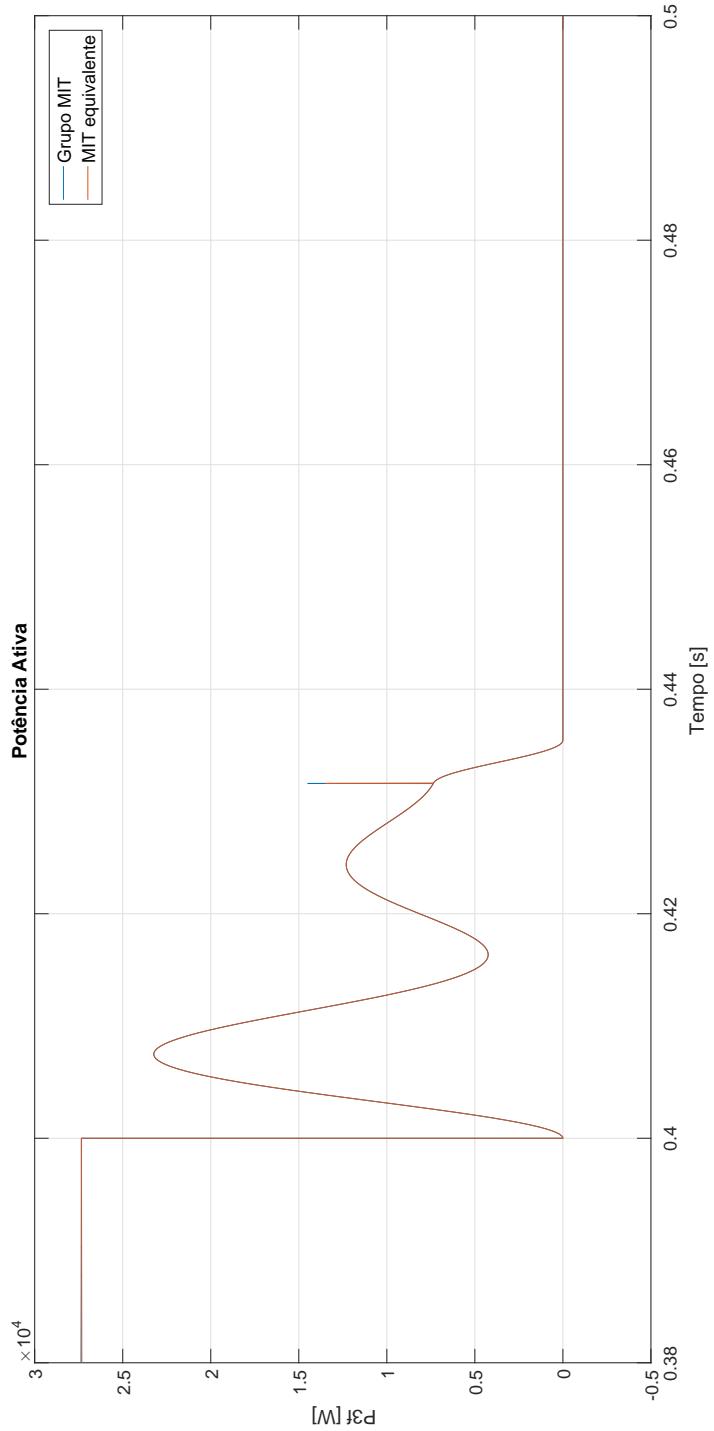
Figura 85 – Torque mecânico no  $MIT_3^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O transitório das potências ativas trifásica do grupo de motores e do motor agregado durante o curto-circuito é apresentada na figura 86. Nota-se nessa figura que o transitório ocorre do instante  $t=0,4[s]$  a  $t=0,435[s]$ , sendo que o disjuntor realiza o *trip* em  $t=0,43[s]$ , isolando assim a falta, e após o transitório o grupo de máquinas e o motor agregado param de operar.

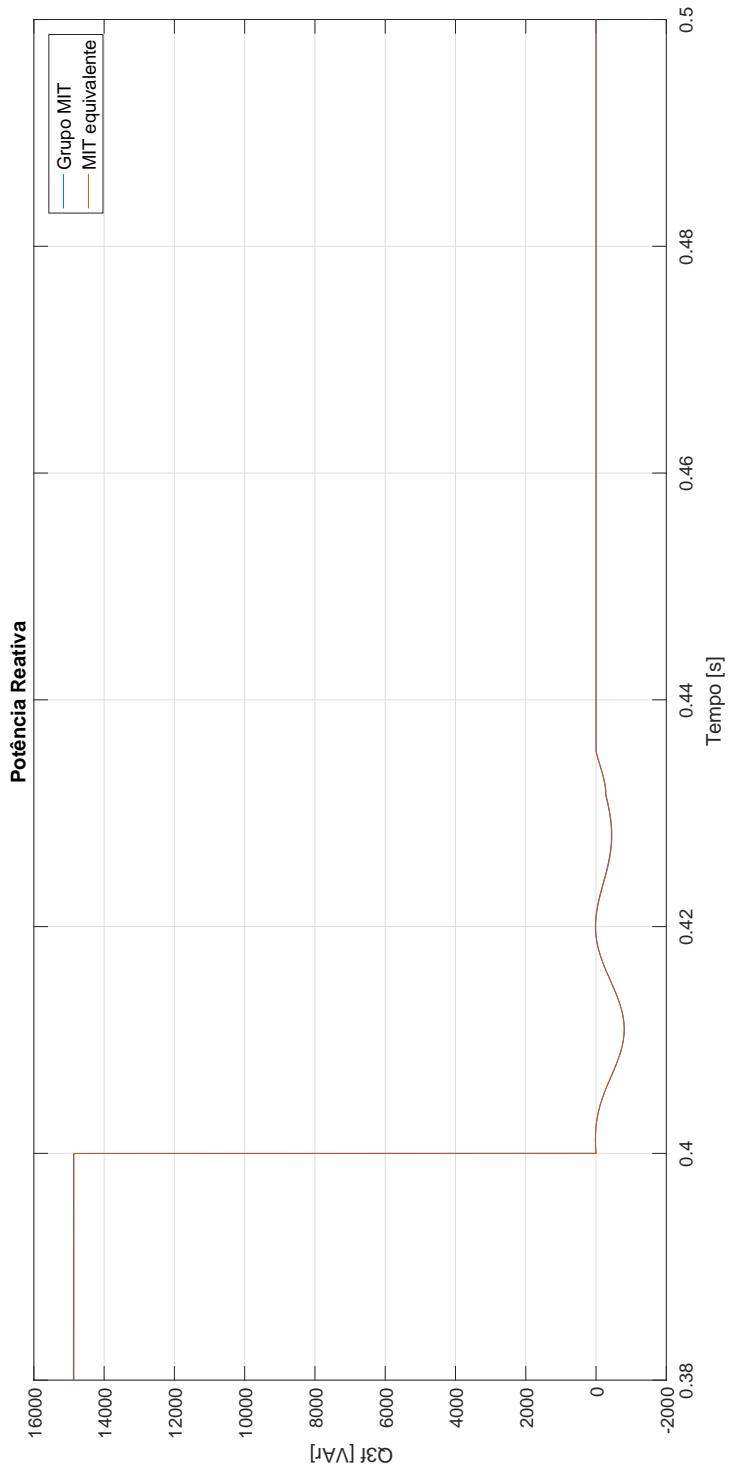
Figura 86 – Potência ativa no  $MIT_3^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 87 que o transitório das potências reativas trifásica durante o curto-circuito, acontece nos instantes  $t=0,4[s]$  a  $t=0,435[s]$ . Nota-se pelo gráfico que no tempo que ocorre o transitório, o grupo de máquinas e o motor agregado entregam energia reativa para o curto-circuito, e após o transitório ambas param de funcionar.

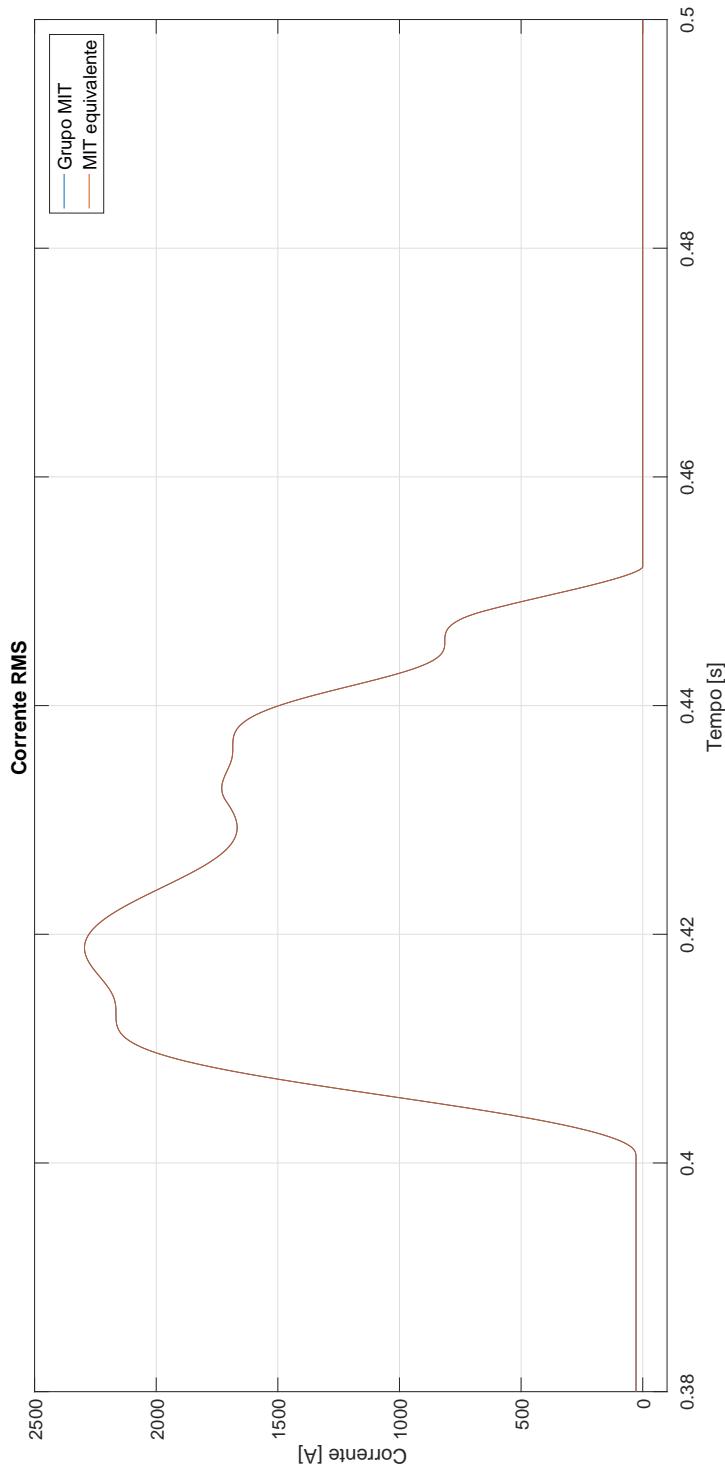
Figura 87 – Potência reativa no  $MIT_3^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 88 apresenta o comportamento das correntes RMS do grupo de máquinas e do motor agregado durante o curto-circuito, onde os mesmos alcançam o valor máximo de 2250[A] durante o transiente no qual ocorre entre os instantes  $t=0,4[s]$  e  $t=0,45[s]$ , e após esse instante a corrente cessa, indicando que o disjuntor isolou a falta.

Figura 88 – Corrente no  $MIT_3^{agr}$  no curto-circuito sólido.

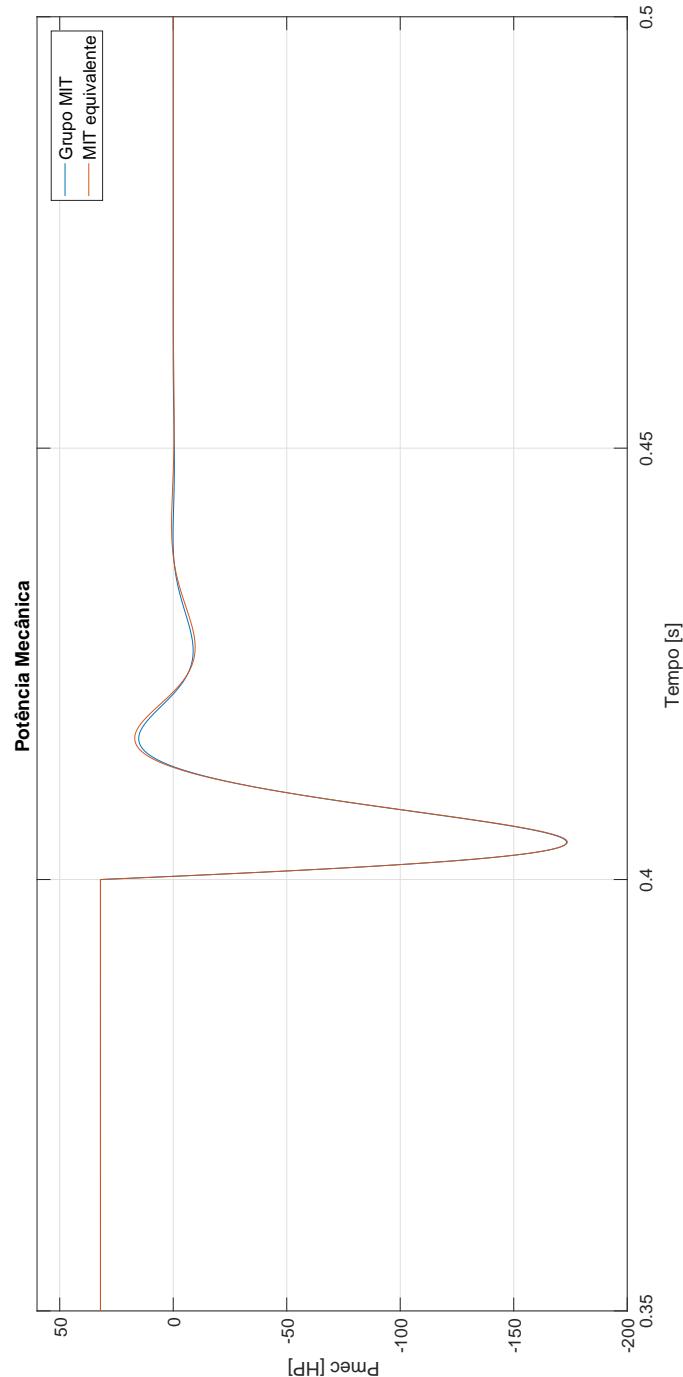


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.3.4 Caso de agregação: $MIT_4^{agr}$

O transitório das potências mecânicas do grupo de motores e do motor equivalente durante o curto-circuito é apresentado na figura 89. Nota-se nessa figura que o transitório inicia-se no instante  $t=0,4[s]$ , atingindo o valor mínimo de  $-175[\text{HP}]$ , e termina em  $t=0,45[\text{s}]$ , e após o transitório o grupo de máquinas e o motor agregado param de operar.

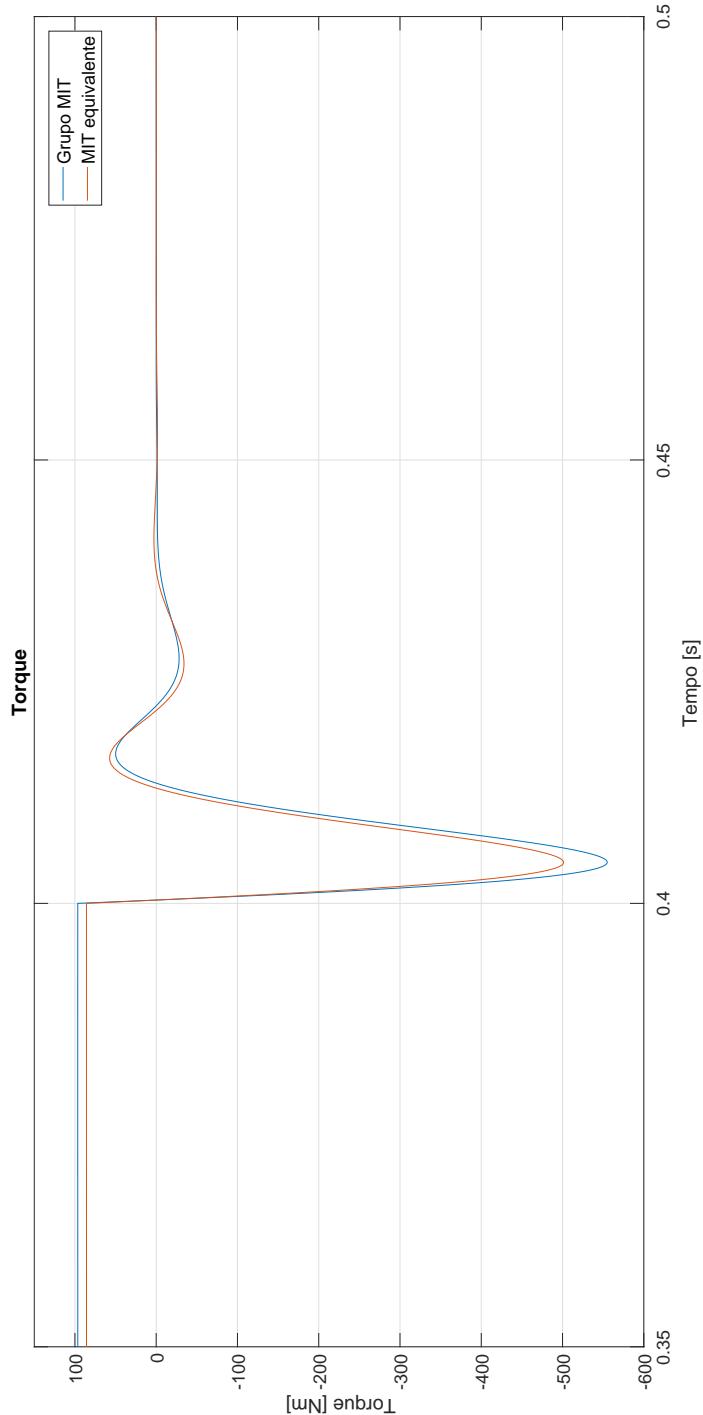
Figura 89 – Potência mecânica no  $MIT_4^{agr}$  no curto-círcuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento dos torques mecânicos são apresentados na figura 90, onde o grupo de motores e a máquina agregada possuem valores de torque distintos no regime permanente, no regime transitório o grupo de motores atingem o valor mínimo de  $-550\text{[Nm]}$  e a máquina agregada atinge o valor mínimo de  $-500\text{[Nm]}$ , e após o transiente ambas param de funcionar.

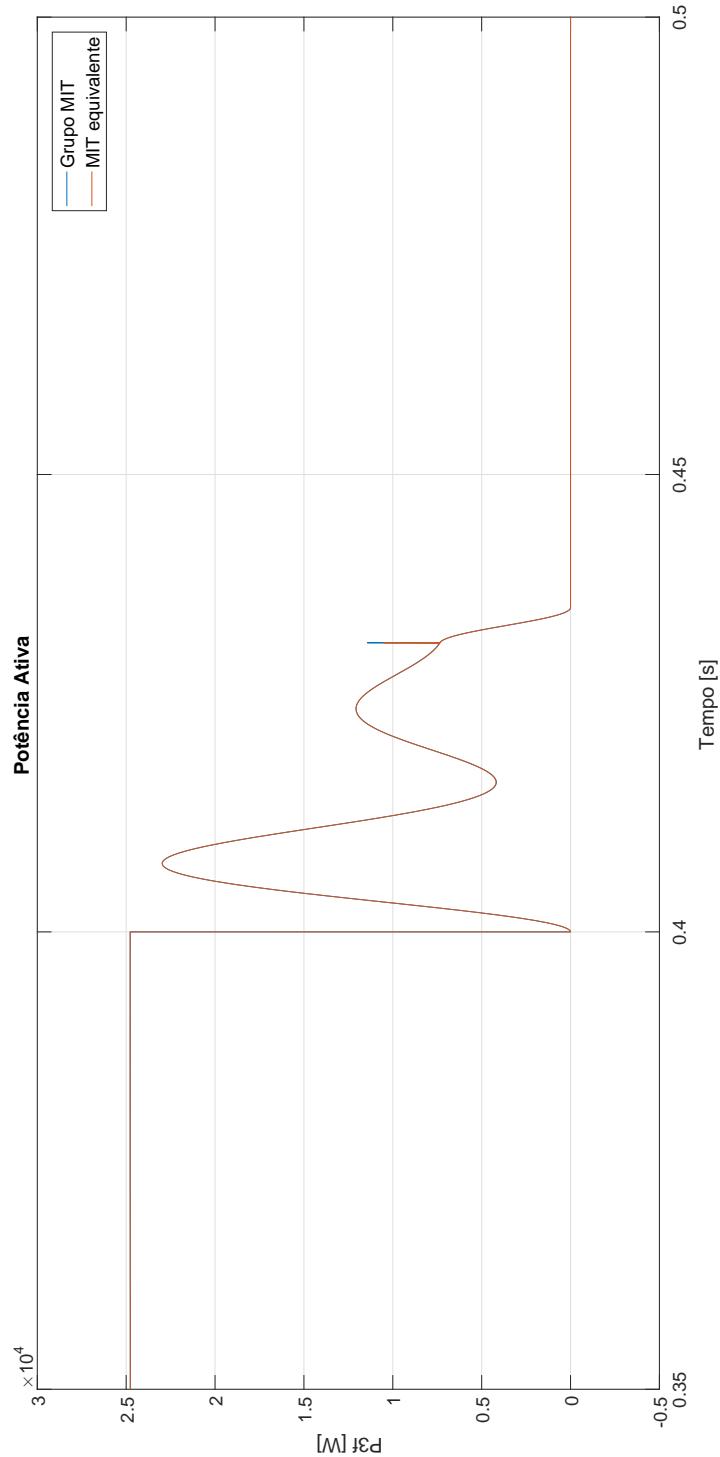
Figura 90 – Torque mecânico no  $MIT_4^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 91 apresenta o comportamento das potências ativas trifásica do grupo de motores e do motor agregado durante o curto-circuito, no qual o transitório provocado pelo mesmo ocorre nos instantes  $t=0,4[s]$  à  $t=0,435[s]$ , e após o transitório o grupo de máquinas e o motor agregado param de operar.

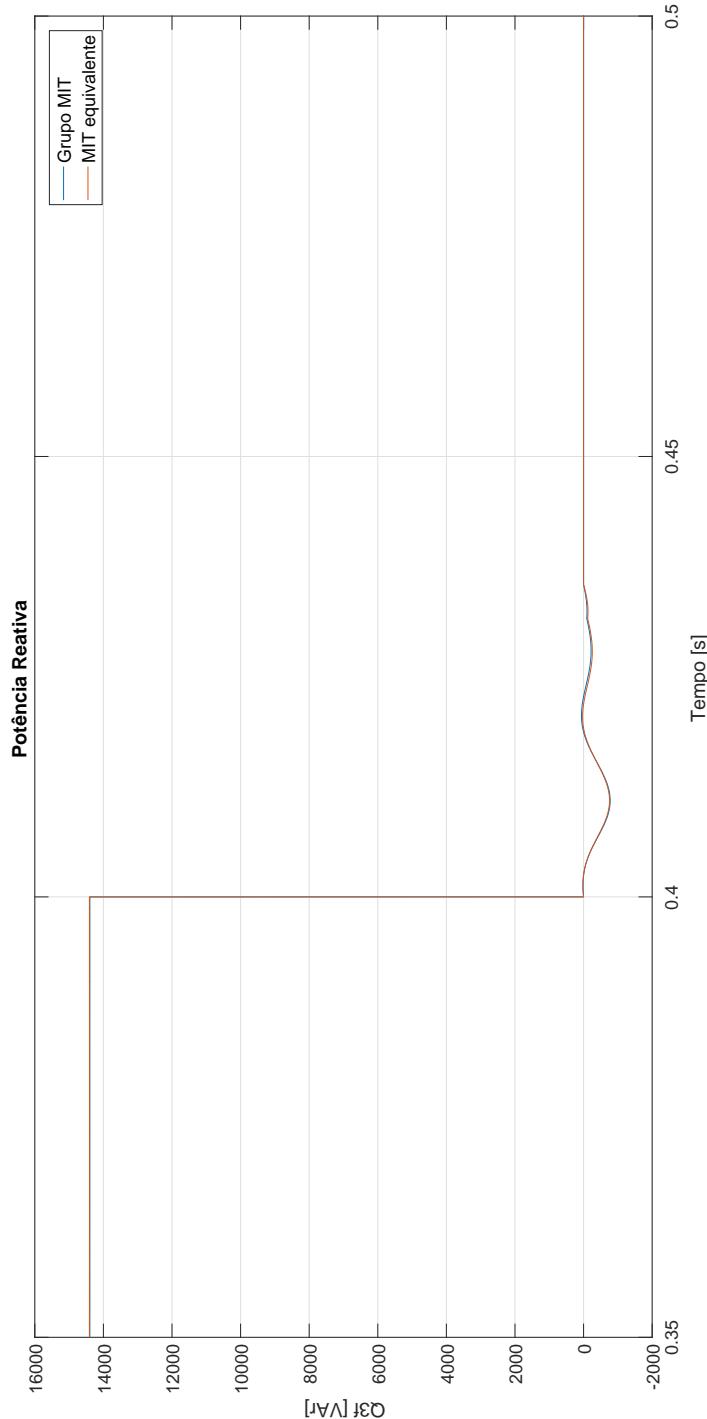
Figura 91 – Potência ativa no  $MIT_4^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O transiente das potências reativas trifásica do grupo de motores e da máquina agregada é apresentada na figura 92, no qual ocorre entre os instantes  $t=0,4[\text{s}]$  à  $t=0,435[\text{s}]$ , e após o transitório ambas param de funcionar. Nota-se nesse gráfico que durante o transiente o grupo de motores e o motor agregado entregam energia reativa para o curto-círcuito, pois observa-se valores negativos de potência reativa.

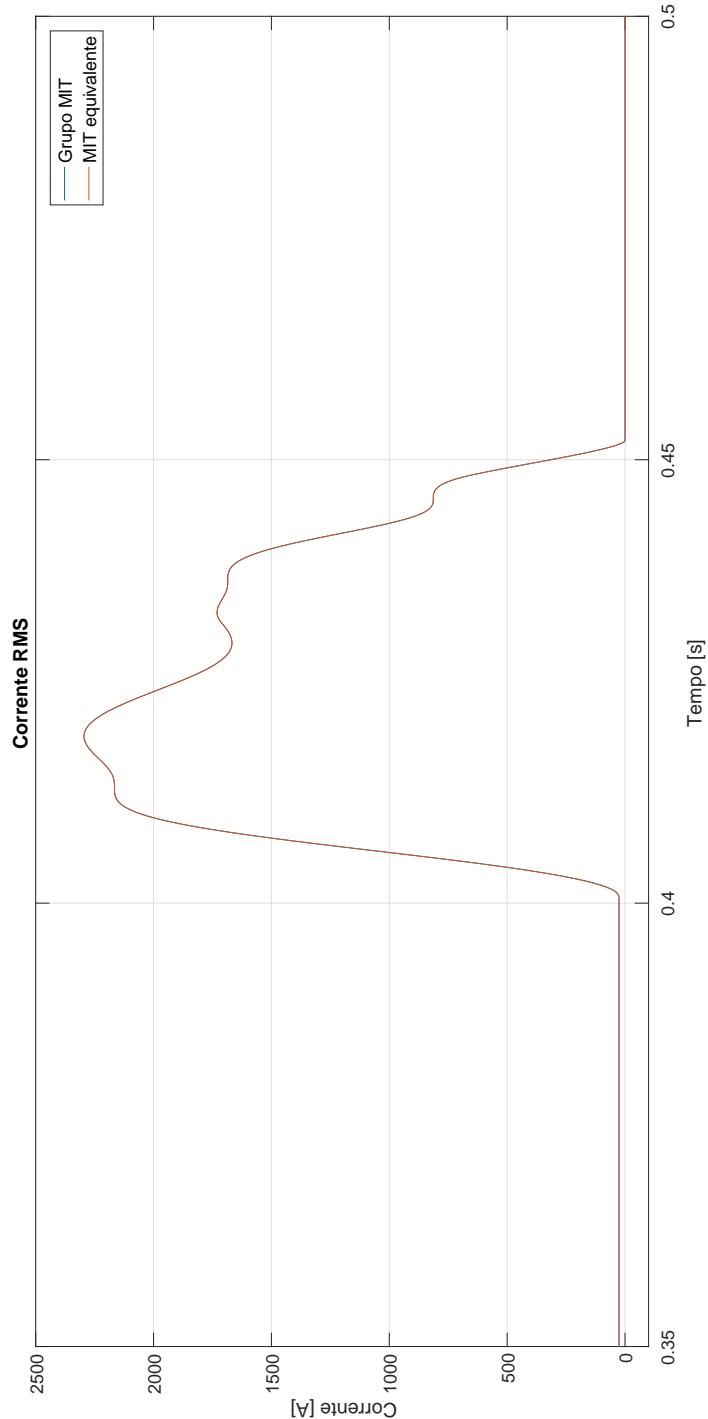
Figura 92 – Potência reativa no  $MIT_4^{agr}$  no curto-círcuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento das correntes RMS do grupo de motores e do motor agregado durante o curto-círcuito é apresentado na figura 93. Nota-se nesse gráfico que a corrente eficaz alcança o valor máximo de 2250[A] durante o transitório no qual inicia no instante  $t=0,4[s]$  e acaba no instante  $t=0,451[s]$ , e após esse instante a corrente cessa, indicando que o disjuntor isolou a falta.

Figura 93 – Corrente no  $MIT_4^{agr}$  no curto-círcuito sólido.

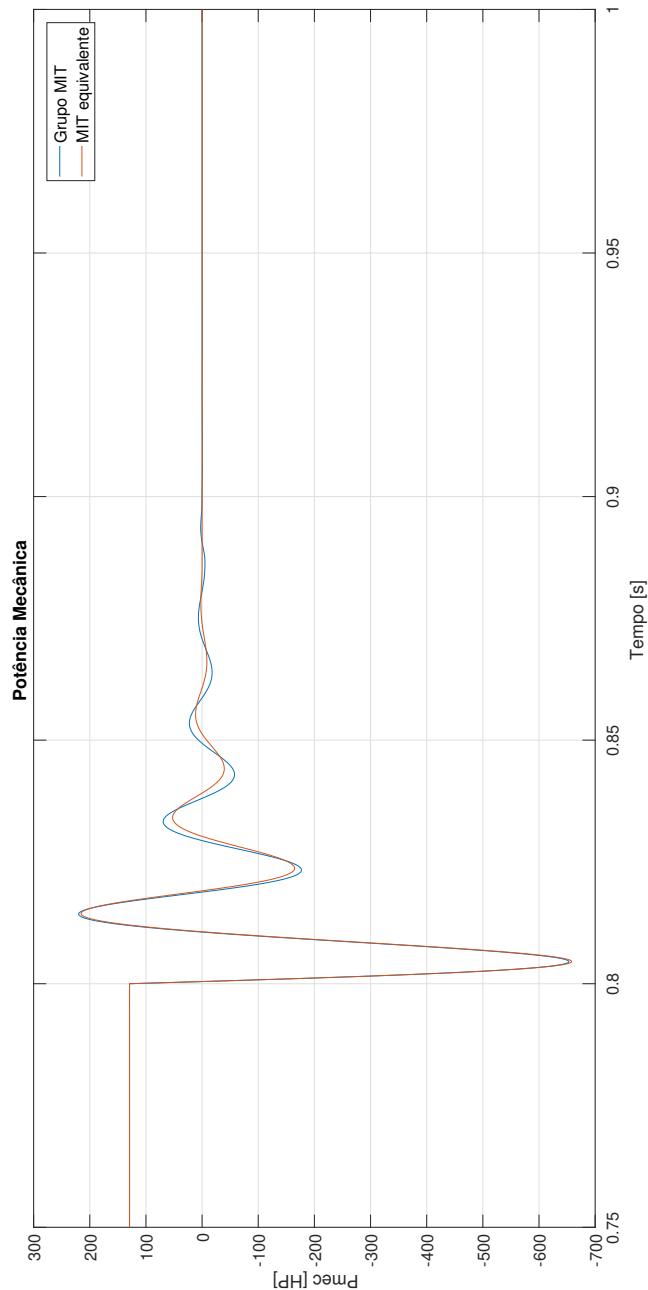


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4.3.5 Caso de agregação: $MIT_5^{agr}$

O comportamento das potências mecânicas do grupo de máquinas e do motor equivalente durante o curto-circuito é apresentado na figura 94. O transiente das potências mecânicas ocorre entre os instantes  $t=0,8[s]$  à  $t=0,9[s]$ , onde apresenta o valor mínimo de  $-650[\text{HP}]$  e o valor máximo de  $220[\text{HP}]$ . Podemos perceber pelo gráfico que o grupo de motores e a máquina agregada começam a ficar incoerentes no instante  $t=0,82[\text{s}]$ , e após o transitório ambas param de funcionar.

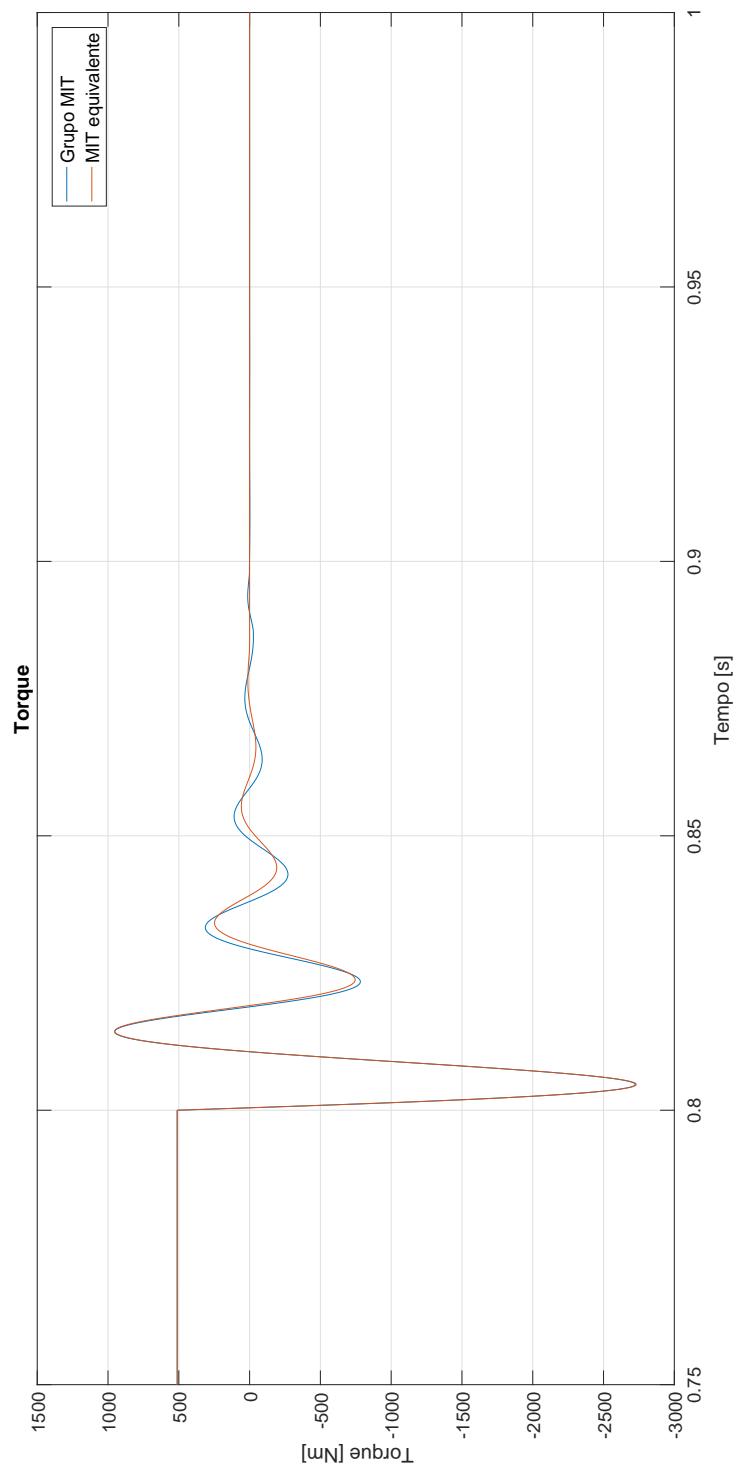
Figura 94 – Potência mecânica no  $MIT_5^{agr}$  no curto-círcuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 95 apresenta o gráfico dos torques mecânicos do grupo de máquinas e do motor agregado durante o curto-circuito, onde oscilam coerentemente no início e incoerentemente do instante  $t=0,82[\text{s}]$  até o fim do transitório no qual ocorre entre os instantes  $t=0,8[\text{s}]$  a  $t=0,9[\text{s}]$ , e após o transiente ambas param de operar.

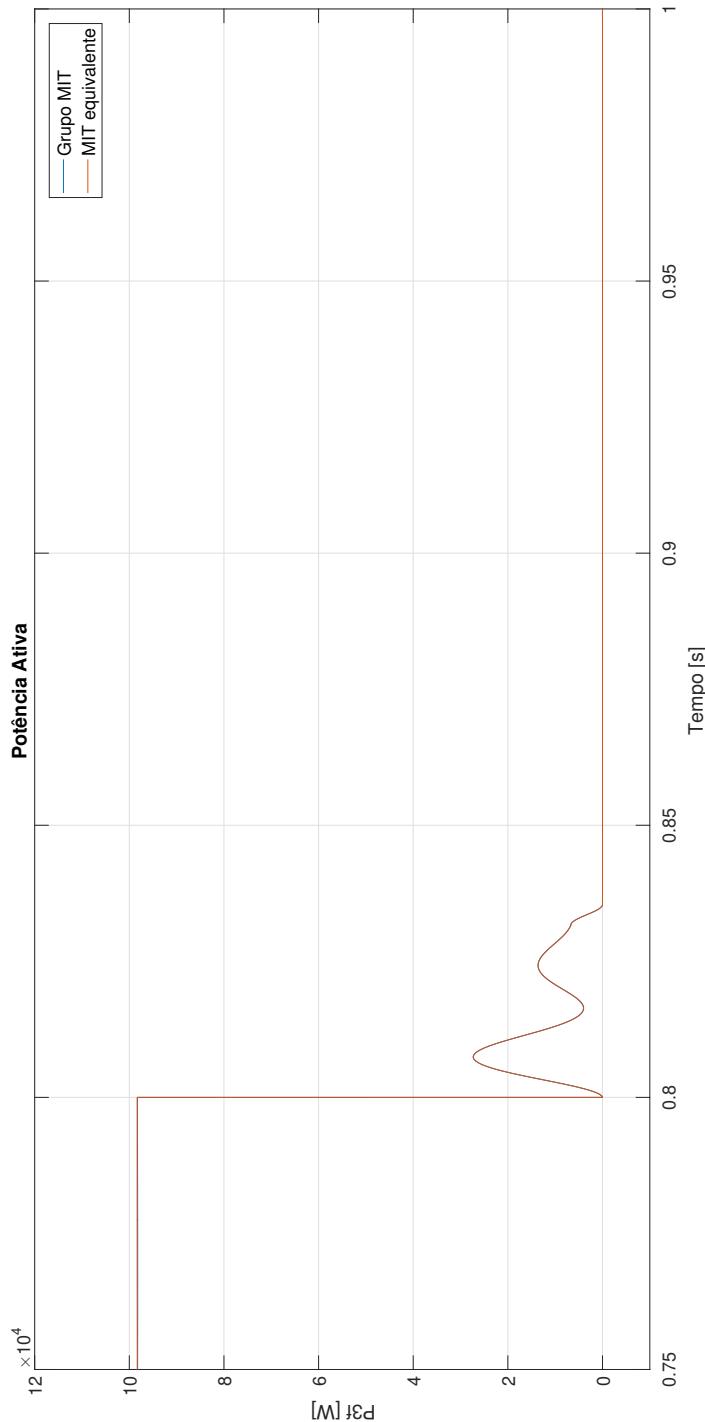
Figura 95 – Torque mecânico no  $MIT_5^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O transiente das potências ativa trifásica do grupo de máquinas e do motor agregado é apresentada na figura 96. Percebe-se nesse gráfico que o transitório ocorre entre os instantes  $t=0,8[\text{s}]$  à  $t=0,835[\text{s}]$ , sendo que o disjuntor realiza o disparo em  $t=0,83[\text{s}]$ , isolando a falta, e após o transiente das potências ativa trifásica, o grupo de motores e a máquina agregada param de funcionar.

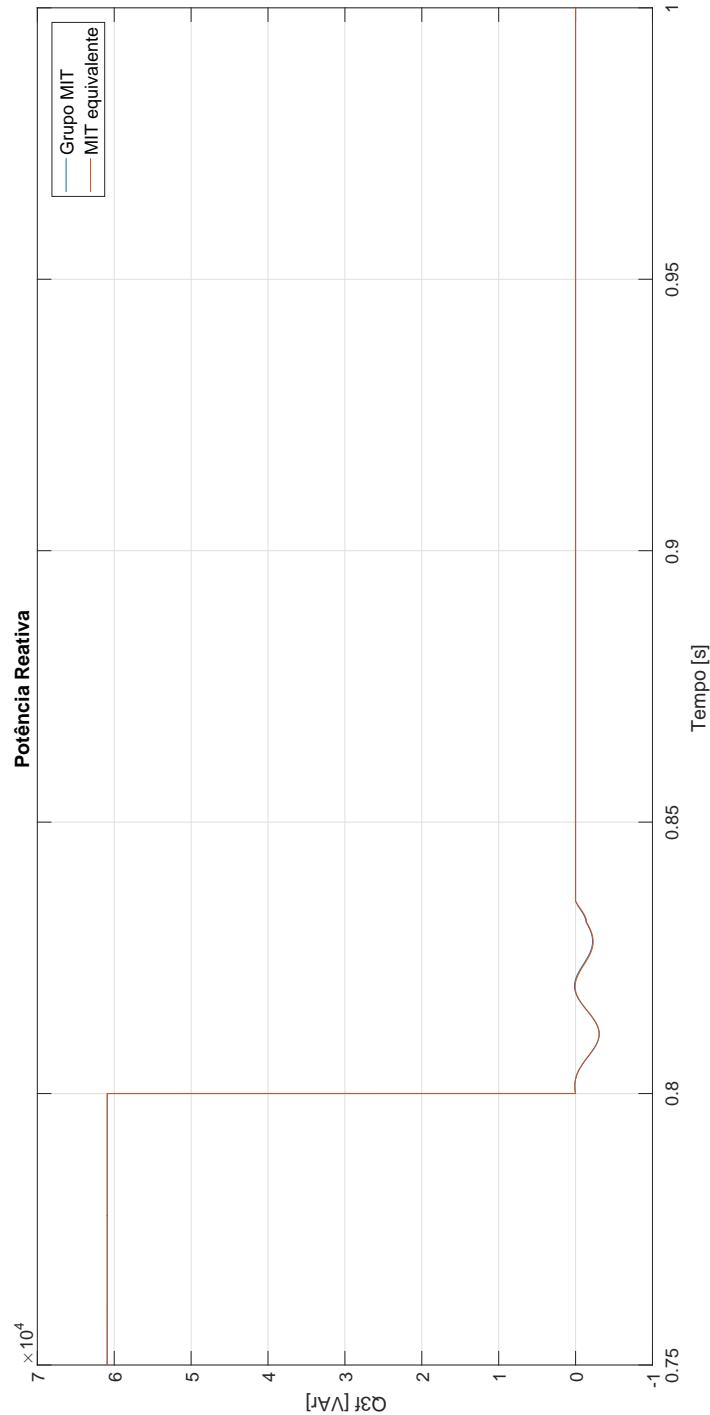
Figura 96 – Potência ativa no  $MIT_5^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se na figura 97, onde apresenta o transitório das potências reativas trifásica do grupo de motores e da máquina agregada durante o curto-circuito, no qual acontece entre os instantes de tempo  $t=0,8[s]$  a  $t=0,835[s]$ . Percebe-se nesse gráfico que no tempo no qual ocorre o transiente, o grupo de máquinas e o motor agregado transferem energia reativa para o curto-circuito, e após o transitório ambas param de operar.

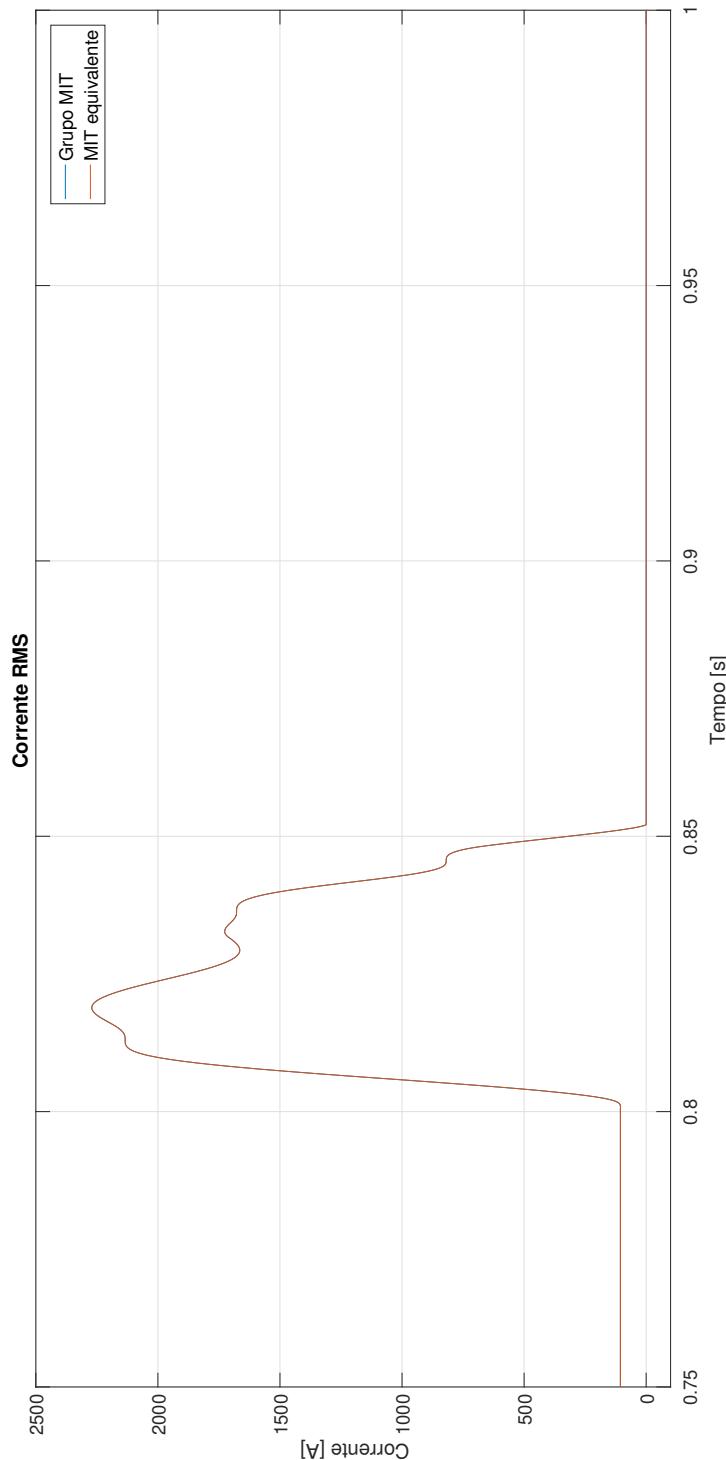
Figura 97 – Potência reativa no  $MIT_5^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 98 apresenta o transitório das correntes RMS do grupo de motores e do motor agregado durante o curto-circuito, onde os mesmos atingem o valor máximo de 2250[A] durante o transitório no qual ocorre entre os instantes  $t=0,8[s]$  e  $t=0,852[s]$ , e após o transiente, a corrente cessa, indicando que o disjuntor isolou o curto-circuito.

Figura 98 – Corrente no  $MIT_5^{agr}$  no curto-circuito sólido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 4.5 Discussão dos resultados

Na agregação  $MIT_3^{agr}$ , observa-se no caso da mudança de carga, que o sistema agregado apresenta variações em tempos diferentes em relação ao sistema original, porém totalmente aceitáveis para fins de análise. Nos casos de VTCD e curto-círcuito o modelo agregado e o sistema original comportam-se de maneira coerente.

Na agregação  $MIT_4^{agr}$ , observa-se no caso da mudança de carga, que o sistema agregado e o original são incoerentes. Na VTCD, observa-se que o sistema agregado se comporta de forma incoerente com o original no final do transitório, quando a tensão é reestabelecida, porém com poucas variações nos resultados exceto pelo torque mecânico. No curto-círcuito trifásico observa-se que o sistema original e o reduzido comportam-se de forma coerente em todas as grandezas analisadas. Observa-se também que o torque mecânico do modelo agregado em todos os casos não representa o sistema original, pois, pela metodologia adotada conservou-se a potência mecânica, e como as máquinas, tanto do sistema original como do modelo reduzido possuem velocidades síncronas diferentes, e consequentemente velocidades nominais do rotor muito distintas entre si, onde acabou acarretando em valores muito distintos de torque.

Na agregação  $MIT_5^{agr}$ , observa-se no caso da mudança de carga, onde o sistema agregado e o original oscilam incoerentemente em todas as grandezas analisadas. Na VTCD os sistemas agregados mostram ser incoerentes no final do transitório, quando a tensão nominal é reestabelecida. Na análise de curto-círcuito o sistema agregado é incoerente somente na potência mecânica e torque mecânico.



## 5 Conclusão

Este trabalho apresentou um estudo que possibilita a agregação de grupos de motores de indução trifásicos, baseados na conservação de energia de cada elemento da máquina, tanto elétrico como mecânico, e de cada máquina conectada ao barramento, utilizando-se apenas os parâmetros de regime permanente.

Para que seja validada a parte transitória do motor agregado, pois, como não é possível representar todos os motores de indução conectados no mesmo barramento por um único motor equivalente por causa da dinâmica do rotor, foi utilizado o critério de homogeneidade, afim de saber se o grupo de máquinas a serem agregadas são dinamicamente homogêneas e coerentes. Evidencia-se aqui que quando dois sistemas ou máquinas são coerentes, ambas oscilam harmonicamente no decorrer do transitório das mesmas.

Nas simulações computacionais observa-se que as agregações que se inseriram de melhor forma no critério de homogeneidade representaram bem o grupo de motores em todas as grandezas analisadas. As agregações que não se inseriram de melhor forma no critério de homogeneidade, acabaram não representando o sistema original em todos os casos analisados. Verifica-se também, que na agregação  $MIT_4^{agr}$  o torque mecânico do motor agregado não representa o sistema original, pois apresentam velocidades síncronas e rotóricas muito distintas entre motores do próprio grupo e o motor equivalente. Desta forma, destaca-se que agregação de máquinas de números de polos diferentes não representa o sistema original no torque mecânico e que tem grande influência na dinâmica do grupo de motores a serem agregados, pois, como possuem velocidades rotóricas diferentes e momentos de inércia distintos, os mesmos apresentam diferenças significativas no regime transitório pois acumulam energias cinéticas muito divergentes, mas pode representar nas outras grandezas, porém não nesse caso específico de agregação, porque o critério de homogeneidade não respeitou os limites impostos, onde seria o caso em que deveria ser o mais próximo do limite inferior.

No caso de agregação  $MIT_5^{agr}$ , observa-se que o motor  $M5$  que torna o sistema agregado e o original incoerente, visto que o  $MIT_2^{agr}$  contém os motores  $M3$  e  $M4$ , que também estão na agregação  $MIT_5^{agr}$ . Para efeito de caso, a constante de inércia da máquina  $M5$  é o fator preponderante para tornar o sistema incoerente.

Uma observação importante a se fazer, é que, como o motor agregado se torna uma máquina única, a mesma pode acabar perdendo bruscamente a velocidade e a estabilidade, enquanto que algumas ou nenhuma máquina do grupo perda a estabilidade. Por isto, quanto mais próximo da unidade o critério de homogeneidade estiver, melhor e mais eficaz será a agregação. Outro motivo de buscar ser o mais conservador possível no critério de

homogeneidade, é que, quando for aplicada esta metodologia em vários barramentos em um sistema industrial, os erros de cada agrupamento vão se somando e acaba-se obtendo resultados muito discrepantes nos regimes transitórios entre o sistema original e o agregado.

Como sugestão de trabalhos futuros, poderá ser realizado um estudo de acionamentos eletrônicos de grupo de máquinas, como por exemplo, o acionamento de multi-bombas em uma estação de tratamento de água através de inversores de frequência visando obter resultados semelhantes entre o sistema original e o sistema agregado.

## Referências

- AREE, P. Aggregating method of induction motor group using energy conservation law. *2013 10th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*, IEEE, 2013. <https://doi.org/10.1109/ECTICon.2013.6559506>. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/6559506/>>. Acesso em: 29 ago. 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 17094-3: Máquinas elétricas girantes parte 3: Motores de indução trifásicos - métodos de ensaio*. Rio de Janeiro, 2018. 121 p.
- BRASIL. *Agencia Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional — PRODIST Módulo 8 — Qualidade da Energia Elétrica*. [S.l.], 2018. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/documents/656827/14866914/M%C3%B3dulo\\_8-Revis%C3%A3o\\_10/2f7cb862-e9d7-3295-729a-b619ac6baab9](http://www.aneel.gov.br/documents/656827/14866914/M%C3%B3dulo_8-Revis%C3%A3o_10/2f7cb862-e9d7-3295-729a-b619ac6baab9)>. Acesso em: 26 nov. 2018.
- CHAPMAN, S. J. *Fundamentos de Máquinas Elétricas*. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- FERREIRA, C. A. *Motor Elétrico Preimum*. [S.l.], 2016. Disponível em: <<http://www.procelinfo.com.br/main.asp?View=%7B5A08CAF0-06D1-4FFE-B335-95D83F8DFB98%7D&Team=&params=itemsID=%7B60901FE5-F7C4-419D-9D8D-338FD5862F0E%7D;&UIPartUID=%7B05734935-6950-4E3F-A182-629352E9EB18%7D>>. Acesso em: 26 nov. 2018.
- FITZGERALD, A. E.; JR., C. K.; UMANS, S. D. *Máquinas Elétricas Com Introdução à Eletrônica de Potência*. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.
- HAKIM, M. M. A.; BERG, G. J. Dynamic single-unit representation of induction motor groups. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, 1976. <https://doi.org/10.1109/T-PAS.1976.32088>. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/1601690>>. Acesso em: 02 ago. 2018.
- IEEE:112-2017. *IEEE Std 112-2017 — IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*. [S.l.], 2018. <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.2018.8291810>. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/servlet/opac?punumber=8291808>>. Acesso em: 28 ago. 2018.
- ILICETO, F.; CAPASSO, A. Dynamic equivalents of asynchronous motor loads in system stability studies. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, 1974. <https://doi.org/10.1109/TPAS.1974.293897>. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/servlet/opac?punumber=10669>>. Acesso em: 29 ago. 2018.
- KRAUSE, P. et al. *Analysis of electric machinery and drive systems*. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013. <https://doi.org/10.1002/9781118524336>.
- KUNAKORN, A.; BANYATNOPPARAT, T. Representation of a group of three-phase induction motors using per unit aggregation model. *International Conference on Power Systems Transients*, 2009. Disponível em: <[http://www.ipstconf.org/papers/Proc\\_IPST2009/09IPST041.pdf](http://www.ipstconf.org/papers/Proc_IPST2009/09IPST041.pdf)>. Acesso em: 29 ago. 2018.

PILLAY, P.; SABUR, S. M. A.; HAQ, M. M. A model for induction motor aggregation for power system studies. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, 1996. [https://doi.org/10.1016/S0378-7796\(96\)01211-4](https://doi.org/10.1016/S0378-7796(96)01211-4). Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779696012114>>. Acesso em: 29 ago. 2018.

ROGERS, G. J.; MANNO, J. D.; ALDEN, R. T. H. An aggregate induction motor model for industrial plants. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, 1984. <https://doi.org/10.1109/TPAS.1984.318313>. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/4112575>>. Acesso em: 29 set. 2018.

SILVA, F. B. *Atenuação do afundamento de tensão em geradores síncronos isolados quando submetidos a partida direta de motores de indução*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica - UFU, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/14592/1/AtenuacaoAfundamentoTensao.pdf>>. Acesso em: 05 out. 2018.

STEVENSON, W. D. *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1986.

TALEB, M.; AKABABA, M.; ABDULLAH, E. A. Aggregation of induction machines for power system dynamic studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, 1994. <https://doi.org/10.1109/59.331467>. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/331467>>. Acesso em: 29 set. 2018.

TORO, V. D. *Fundamentos de máquinas elétricas*. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2013.

WEG. *Motor Trifásico W22 IR3 Premium*. [S.l.], [200–?]. Disponível em: <<http://www.rebobinadoraboavista.com.br/servicos.php>>. Acesso em: 18 set. 2018.

WEG. *Motores Elétricos: Guia de Especificação*. [S.l.], [200–?]. Disponível em: <<https://static.weg.net/medias/downloadcenter/h32/hc5/WEG-motores-eletricos-guia-de-especificacao-50032749-brochure-portuguese-web.pdf>>. Acesso em: 30 ago. 2018.

WEG. *Folha de dados: Motor Trifásico de Indução - Rotor de Gaiola*. [S.l.], 2018.