



**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**



ANA CAROLINA DIAS DE OLIVEIRA TROIANO

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE TRANSFERÊNCIA DE
CALOR E SUAS APLICAÇÕES**

Uberlândia
2018

Ana Carolina Dias de Oliveira Troiano

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE TRANSFERÊNCIA DE
CALOR E SUAS APLICAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Químico, sob a orientação dos professores Fábio de Oliveira Arouca e Fran Sérgio Lobato.

Uberlândia
2018

Resumo

O estudo dos fenômenos de transporte caracteriza uma linha de pesquisa com grande aplicabilidade em diferentes campos de ciência e engenharia. Em se tratando do fenômeno de transferência de calor, inúmeras são as aplicações que podem ser encontradas, dentre as quais pode-se citar a transferência de calor em reatores, colunas de destilação, secadores, entre outras. A análise física destes problemas, cuja formulação depende das hipóteses consideradas, requer a resolução de modelos matemáticos com diferentes níveis de complexidade (sistema de equações algébricas, sistema de equações diferenciais, integro-diferenciais e algébrico-diferenciais) e que dificilmente apresentam solução analítica. No contexto acadêmico, o tratamento destes problemas nas diferentes disciplinas dos cursos de graduação em engenharia não é uma tarefa trivial, visto a estrutura disponibilizada pelas universidades e devido à dificuldade inerente em se trabalhar com métodos numéricos. Diante do que foi apresentado, a presente proposta tem por objetivo desenvolver um ambiente gráfico para o tratamento de problemas de transferência de calor para fins de auxílio da disciplina de Fenômenos de Transporte. Para essa finalidade considera-se o software Scilab®, ambiente de programação que apresenta código fonte com livre acesso, como plataforma para o desenvolvimento das rotinas computacionais. A partir dos resultados obtidos com o uso da plataforma GUI (*Graphical User Interface*) é possível concluir que o desenvolvimento deste tipo de ferramenta auxiliará os docentes da disciplina de Fenômenos de Transporte em relação à análise física tanto dos problemas de transferência de calor em sólidos quanto dos diagramas de Gurney-Lurie sem a preocupação com o desenvolvimento de rotinas computacionais específicas para essa finalidade.

Palavras-chave: Transferência de calor, Scilab, Interface Gráfica.

Abstract

The study of transport phenomena characterizes an area with various applications in different fields of science and engineering. In the case, in heat transfer phenomenon innumerable applications that can be found, such as the heat transfer in reactors, distillation columns, dryers, among others. The physical analysis of these problems, whose mathematical formulation depends on hypotheses considered, requires the resolution of models with different levels of complexity (algebraic equations system, differential equations system, integro-differential system and differential algebraic system), and which difficultly present analytical solution. In academic context, the treatment of these problems in different disciplines of engineering undergraduate courses is not a trivial task, given the structure available by universities and due to inherent difficulty in working with numerical methods. In this contribution, the aim is development of a graphical environment for the treatment of heat transfer problems in disciplines of Transport Phenomena. For this purpose, it is considered the Scilab® software, a programming environment that presents source code with free access, as platform for the development of computational routines. From the results obtained by using the GUI (Graphical User Interface), it is possible to conclude that the development of this type of platform will help the professors of Transport Phenomena in relation to physical analysis both of the problems of heat transfer in solids and of the charts of Gurney Lurie without the concern with the development of specific computational routines.

Key words: Heat transfer, Scilab, Graphical Interface.

Lista de Figuras

Figura 1: Interface gráfica para Transferência de Calor em um Sólido (Fonte: Autor).	17
Figura 2: Solução gráfica para o problema de Transferência de Calor em Sólido (Fonte: Autor).	19
Figura 3: Solução gráfica para $t_o=30$ (Fonte: Autor).	19
Figura 4: Valores para o parâmetro α utilizados para simulação (Fonte: Autor).	20
Figura 5: Análise de sensibilidade para o parâmetro α (Fonte: Autor).	21
Figura 6: Valores da densidade utilizados para simulação (Fonte: Autor).	21
Figura 7: Análise da sensibilidade para a densidade (Fonte: Autor).	22
Figura 8: Valores do volume utilizados para (Fonte: Autor).	23
Figura 9: Análise da sensibilidade para o volume (Fonte: Autor).	24
Figura 10: Valores da capacidade calorífica utilizados para simulação (Fonte: Autor).	25
Figura 11: Análise da sensibilidade para a capacidade calorífica (Fonte: Autor).	25
Figura 12: Valores da área utilizados para simulação (Fonte: Autor).	26
Figura 13: Análise da sensibilidade para a área (Fonte: Autor).	26
Figura 14: Valores da temperatura inicial utilizados para simulação (Fonte: Autor).	27
Figura 15: Análise da sensibilidade para a temperatura inicial (Fonte: Autor).	27
Figura 16: Valores da temperatura ambiente utilizados para simulação (Fonte: Autor).	28
Figura 17: Análise da sensibilidade para a temperatura ambiental (Fonte: Autor).	28
Figura 18: Valores de pontos de discretização utilizados para simulação (Fonte: Autor).	29
Figura 19: Análise da sensibilidade para o número de discretização (Fonte: Autor).	29
Figura 20: Representação esquemática do mecanismo de transferência de calor por condução para uma placa plana com temperatura inicial T_0 (Fonte: Núñez-Esquer et al., 2005).	30
Figura 21: Representação esquemática do mecanismo de transferência de calor por condução para um cilindro (Fonte: Núñez-Esquer et al., 2005).	32
Figura 22: Representação esquemática do mecanismo de transferência de calor por condução para uma esfera (Fonte: Núñez-Esquer et al., 2005).	33
Figura 23: Interface gráfica para o Diagrama de Gurney Lurie (Fonte: Autor).	35
Figura 24: Caixa de entrada da interface para valores de Bi (Fonte: Autor).	36
Figura 25: Decisão a respeito Bi infinito (Fonte: Autor).	39
Figura 26: Diagrama de Gurney-Lurie placa plana gerado com Bi infinito (Fonte: Autor).	40
Figura 27: Diagrama de Gurney-Lurie para cilindro infinito considerando diferentes valores para Bi (Fonte: Autor).	40
Figura 28: Diagrama de Gurney-Lurie para esfera considerando diferentes valores para Bi (Fonte: Autor).	41
Figura 29: Análise da temperatura ou do tempo (Fonte: Autor).	42
Figura 30: Determinação da temperatura ou do tempo conhecendo-se os outros parâmetros de entrada (Fonte: Autor).	42
Figura 31: Análise de temperatura- $Bi=0,2$ (Fonte: Autor).	43
Figura 32: Análise de temperatura- $Bi=0,5$ (Fonte: Autor).	43
Figura 33: Análise de temperatura $\varphi=1$ (Fonte: Autor).	44
Figura 34: Análise do tempo - $Bi=0,2$ (Fonte: Autor).	44
Figura 35: Análise do tempo - $Bi=2$ (Fonte: Autor).	44
Figura 36: Solução de um problema de transferência de energia em esferas - $Bi=20$ e $N=10$ (Fonte: Autor).	46
Figura 37: Perfil de temperatura para $Bi=10$ e $N=10$ (Fonte: Autor).	47
Figura 38: Análise de sensibilidade variando Bi (Fonte: Autor).	48

Lista de Tabelas

Tabela 1: Descrição das seções da interface Transferência de Calor	18
Tabela 2: Descrição das seções da interface Gurney-Lurie.....	36

Lista de Símbolos

A	Área de troca térmica
Bi	Número de Biot
C_p	Calor específico
h	Tamanho do passo de integração
i	Contador
k_i	Parâmetros do Método de Runge-Kutta 4ª Ordem
L	Comprimento característico
N	Número de pontos de discretização
R	Raio do cilindro
r	Coordenada geométrica
T	Temperatura no instante t
t	Tempo
T_0	Temperatura inicial
t_0	Valor inicial da variável independente
T_∞	Temperatura ambiente
T_a	Temperatura ambiente
V	Volume do corpo
x	Coordenada geométrica
y_0	Valor inicial da variável dependente
y_n	Valor da variável dependente
y_{n+1}	Valor atualizado da variável dependente
α	Coefficiente de transferência de calor na Eq (1) e difusividade térmica nas demais
θ	Adimensional de temperatura
P	Densidade
τ	Adimensional de tempo
Φ	Parâmetro da interface (Diagrama Gurney Lurie)
φ	Adimensional de posição

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	11
2.1	A Didática nas Instituições de Ensino Superior	11
2.2	Transporte de Energia	12
2.3	Ferramentas de Auxílio em Fenômenos de Transporte.....	12
2.4	O Scilab e a Ferramenta GUI (<i>Graphical User Interface</i>).....	13
3	APLICAÇÕES	15
3.1	Transferência de Calor em Sólidos	15
3.2	Diagramas de Gurney Lurie	30
3.3	Determinação dos Perfis de Transferência de Calor Temporal e Espacial em Esferas.....	44
4	CONCLUSÕES.....	49
5	REFERÊNCIAS	50

1 INTRODUÇÃO

Em linhas gerais, pode-se afirmar que todo e qualquer fenômeno em engenharia demanda um profundo estudo para que o mesmo possa ser implementado na prática, isto é, que a sociedade possa usufruir das suas benesses. Especificamente no caso do estudo dos fenômenos de transferência de calor, observa-se uma grande gama de aplicações que podem ser desenvolvidas, como por exemplo, nas usinas de geração de calor (térmicas, elétricas, nucleares e solares), e na integração energética em indústrias, com destaque para os processos que envolvem reatores, secadores, para citar algumas. Para essa finalidade, o entendimento dos fenômenos envolvidos tem grande importância, não só no que tange a parte experimental, mas também a análise numérica do modelo, bem como a forma como os seus parâmetros influenciam os perfis obtidos com a simulação do mesmo.

No contexto acadêmico, o estudo dos mecanismos de transferência de massa, calor e quantidade de movimento configura-se como uma das áreas mais importantes dos diferentes cursos de engenharias. Apesar da grande relevância, observa-se um elevado índice de reprovação das disciplinas de Fenômenos de Transporte. Dentre os pontos que corroboram para esse índice negativo pode-se destacar a dificuldade do entendimento físico do fenômeno em análise e da dificuldade associada com a resolução destes tipos de problemas. Para este último ponto destaca-se a inerente dificuldade dos discentes dos diversos cursos de engenharia no que tange a programação de rotinas para a resolução analítica ou numérica destes problemas. Neste cenário, o desenvolvimento de metodologias que auxiliem o discente no entendimento dos diferentes fenômenos envolvidos configura um tema de pesquisa de relevância no que tange o contexto didático.

Na literatura especializada existe uma grande variedade de *softwares* com o objetivo de simular os diferentes fenômenos que podem ser encontrados na natureza. Em engenharia química, um dos principais representantes é o simulador EMSO (*Environment for Modeling, Simulation and Optimization*). O EMSO é um ambiente gráfico que permite a modelagem matemática de processos complexos em regime transiente ou estacionário apenas com a seleção e acoplamento de modelos (em blocos). Adicionalmente é possível ainda desenvolver novos modelos utilizando a linguagem de modelagem própria do simulador ou utilizar modelos já existentes a partir do EMSO *Model Library* (EML), que possui uma série de modelos de equipamentos industriais e é totalmente aberta e personalizável. Apesar da grande aplicabilidade do EMSO, a interação usuário-código ainda é um obstáculo no que tange a sua aplicabilidade em sala de aula. Nesta mesma linha também pode-se citar os *softwares* ANSYS®, FLUENT® e COMSOL®. Todavia, estes são *softwares* que exigem licenças para a sua aplicação em problemas de grande complexidade e, além disso, a aquisição das licenças não permite que o usuário tenha acesso ao código fonte. Neste caso, alterações para estudos de caso com outras características das oferecidas por estes *softwares* não podem ser avaliadas.

Diante do que foi apresentado, a presente proposta tem por objetivo principal o desenvolvimento de um ambiente gráfico usando o *software* Scilab®, uma plataforma com código de livre acesso, para auxílio aos discentes do curso de graduação em Engenharia Química na disciplina de Fenômenos de Transporte e tendo como ênfase o estudo dos mecanismos de transferência de calor. Como objetivos secundários pode-se citar: *i*) avaliar a sensibilidade dos parâmetros considerados em cada estudo de caso; *ii*) avaliar a influência dos parâmetros dos métodos numéricos considerados em cada tipo de problema; *iii*) proporcionar aos docentes e discentes do curso de graduação em Engenharia Química uma melhor interação durante as aulas e *iv*) apresentar aos discentes estratégias numéricas para a resolução de problemas de engenharia com maior complexidade usando o *software* Scilab®. Cabe ressaltar que o presente trabalho não tem o objetivo de descrever aspectos relacionados à implementação do referido ambiente gráfico, mas sim aplicá-los para o desenvolvimento de interfaces que auxiliem os discentes no que tange a simulação de estudos de caso em engenharia química.

Esta proposta está estruturada como segue. No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica. Já no capítulo 3 são apresentados os resultados obtidos com a aplicação em três estudos de casos clássicos em engenharia química, a saber, a simulação da transferência de calor em sólidos, a elaboração dos Diagramas de Gurney Lurie e a simulação do mecanismo de transferência de calor em esferas. Finalmente, as conclusões são apresentadas no último capítulo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 A Didática nas Instituições de Ensino Superior

Uma das maiores preocupações no que tange o ensino em engenharia nas Instituições de Ensino Superior (IES) é minimizar a distância do que o docente ensina e o que o discente assimila (Rangel, 2011), visto que o sucesso ou o fracasso de um aprendizado está diretamente ligado à forma didática com que o mesmo é transposto (Pantoja e Silva, 2007). Neste contexto, é importante criar estratégias para facilitar a transposição do conhecimento.

Ademais, tendo em vista a busca dos acadêmicos por uma profissão, deve-se analisar o modelo de ensino atual para que o mesmo se adeque às exigências do mercado de trabalho, e que o conhecimento repassado não se resume apenas às avaliações finais, mas forme profissionais qualificados para exercer, e exercer bem, aquilo que lhe será conferido (Pantoja e Silva, 2007). Nesta mesma linha, o conceito de conhecimento pedagógico de conteúdo, proposto por Shulman (1986), diz respeito à capacidade do professor em transformar o conteúdo específico em matéria absorvível pelos discentes e que é utilizado em cursos de licenciaturas como possibilidade de formação para docentes.

De forma geral, observa-se que todos os esforços dedicados no avanço da didática nas IES ainda se mostram tímidos frente aos inúmeros problemas encontrados, como por exemplo, ao número crescente de evasão dos cursos superiores. Segundo Silva Filho et al. (2007), esse é um mal que assola os sistemas de ensino causando perdas econômicas, sociais e acadêmicas, sendo uma fonte de ociosidade de profissionais, espaço físico e equipamentos. Os autores ainda afirmam que as causas para esse fenômeno são as mais variadas possíveis e, por muito tempo, usou-se apenas da falta de recursos financeiros para justificar essa evasão. Todavia, atualmente sabe-se que questões de ordem acadêmica, baixa expectativa quanto à sua formação e ao mercado de trabalho também são motivos para o aumento da evasão escolar nas IES (Silva Filho et al., 2007).

Em se tratando dos cursos de engenharia, é impossível falar de evasão sem mencionar a inerente dificuldade associada às disciplinas e a complexidade destes cursos, os quais andam atrelados com a falta de infraestrutura física (laboratórios, salas de aula, material de auxílio à aula e para os laboratórios), falta de apoio por parte dos docentes, a falta de uma formação pré-universitária adequada em matemática e física (Barbosa, Mezzomo e Loder, 2011), além das sucessivas reprovações que acabam por desmotivar ainda mais os alunos (Perecmanis, 2002).

Felizmente, as instituições de ensino não estão insensíveis a essas realidades, visto que inúmeros esforços têm sido dedicados para reverter essa situação, dentre as quais pode-se citar o Projeto Motivação, idealizado pela Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia em 2015 e que objetivou oferecer

tutores para acompanhamento e atendimento psicológico a alunos com dificuldades (Tedeschi, 2018). Além deste tipo de iniciativa, deve-se ressaltar a importância do desenvolvimento de materiais didáticos (simulações em softwares, estudo de casos ou exercícios resolvidos) para auxiliar os discentes no que tange a compreensão dos diferentes fenômenos envolvidos nas disciplinas dos cursos de graduação.

2.2 Transporte de Energia

O estudo dos mecanismos de transporte de energia caracteriza uma área de grande aplicabilidade no meio industrial e no meio acadêmico. Isto se deve ao grande número de observâncias que podem ser desenvolvidas a partir do conhecimento dos fenômenos em análise. Para essa finalidade, o uso de modelos matemáticos para a representação dos fenômenos configura-se como uma ferramenta de grande importância nos dias atuais. Todavia, devido à complexidade destes fenômenos, os modelos que os representam são naturalmente compostos por sistemas de equações diferenciais parciais e que, em sua grande maioria, requerem o uso de microcomputadores associados às técnicas numéricas para que os mesmos possam ser simulados. Como um dos exemplos mais desafiadores da área de Fenômenos de Transporte, pode-se citar os problemas modelados pelas equações de Navier-Stokes via Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD, *Computational Fluid Dynamics*). Problemas dessa classe são conhecidos por exigirem elevados tempos de processamento devido à aplicação de técnicas numéricas apropriadas (Piccoli, 2009).

Além disso, há que se considerar que o aprendizado nas disciplinas dos cursos de graduação em engenharia passa pelo entendimento de como os modelos que representam os diferentes fenômenos são formulados, simulados e influenciados por seus parâmetros. Neste cenário, conforme comentado por Toval e Flores (1987), as simulações numéricas podem viabilizar aos discentes construir, com suas imaginações, modelos de sistemas físicos que, muitas vezes, não seriam possíveis apenas com a explanação do docente ou por meio da leitura de manuais. Além disso, também é importante ressaltar que o emprego de modelos para a representação dos diferentes fenômenos torna possível estudar dinâmicas relacionadas com os mesmos, visto que em muitas situações, a elaboração de experimentos pode ser inviável devido a questões financeiras, tempo de operação e até mesmo a falta de segurança. No contexto acadêmico, Otoni (2004), em sua obra *O uso de Simuladores e as Estruturas Cognitivas*, reitera que a simulação dá vida às aulas, visto que a maioria dos discentes estima trabalhar com essas ferramentas, pois “aprendem fazendo”.

2.3 Ferramentas de Auxílio em Fenômenos de Transporte

Na tentativa de contribuir com o avanço no que tange o processo ensino-aprendizagem, vários softwares têm sido desenvolvidos nas últimas décadas. Dentre estes pode-se citar o *Computational Fluid Dynamics on the Internet*, CFDnet, que é um programa da simulação da dinâmica de fluidos que permite ao estudante configurar, resolver e deslumbrar problemas de fluxo de fluidos (Militzer et al., 2000). Segundo os

autores, a utilização do CFDnet tem sido integrada ao plano curricular de Dinâmica de Fluidos em duas universidades canadenses. Absi et al. (2011), na tentativa de incentivarem os alunos da disciplina de Fenômenos de Transporte, desenvolveram uma metodologia inovadora baseada em jogos. Nesta, os discentes foram encorajados a trabalhar com situações reais e que correspondem a aplicações de mecânica de fluidos, bem como testá-las de forma a comprovar os conceitos teóricos adquiridos em sala de aula. Tal metodologia, segundo os estudos realizados, gerou motivação e o desempenho dos discentes melhorou. Neste mesmo contexto, Cutlip et al. (1998) expõe soluções para problemas típicos da Engenharia Química considerando para essa finalidade seis diferentes *softwares*, a saber, o OFFICE EXCEL[®] (Microsoft Corporation), o MAPLE[™] (Waterloo Maple, Inc.), o MATHCAD[™] (Mathsoft, Inc.), o MATLAB[®] (Mathworks, Inc.), o MATHEMATICA[®] (Wolfram Research, Inc.) e POLYMATH[®] (Cutlip e Shacham, 1998). Como resultados, os autores concluíram que cada um destes se sobressaía em um determinado aspecto, tais como a apresentação dos resultados ou a flexibilidade da linguagem utilizada. Também podem ser encontradas aplicações considerando os *softwares* EMSO, o ANSYS[®], o FLUENT[®] e COMSOL[®], sendo que os últimos três exigem licenças para a sua utilização, além de não permitirem o acesso ao código fonte.

2.4 O Scilab e a Ferramenta GUI (*Graphical User Interface*)

Dentre as inúmeras possibilidades de linguagens de programação disponíveis na literatura, o Scilab[®] (*Scientific Laboratory*), proposto e desenvolvido em meados de 1990, configura-se como um dos mais promissores. Esta linguagem de programação é um ambiente gráfico utilizado para o desenvolvimento de rotinas computacionais para diferentes aplicações. O Scilab[®] é mantido por pesquisadores do *Institut de Recherche en Informatique et en Automatique*, o INRIA, através do Projeto MÉTALAU (*Méthods, algorithmes et logiciels pour l'automatique*) e a *Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, a ENPC (<http://w-rocq.inria.fr/scilab/>). Como principais características pode-se citar o fato deste ser gratuito (*free software*) e com distribuição do código fonte (*open source software*) (<http://www.scilab.org>). Em meados de 2003, o Scilab[®] passou a ser mantido por um consórcio de empresas e instituições francesas denominado de Consórcio Scilab.

Em linhas gerais, o Scilab[®] permite que o usuário defina diferentes tipos de operações, com uma extensa gama de funções matemáticas. Este apresenta interação com outras linguagens de programação, além de uma sofisticada estrutura de dados, uma biblioteca gráfica 2-D e 3-D, a integração de equações diferenciais ordinárias e equações algébrico-diferenciais, controle clássico e robusto, pacotes para otimização, processamento de sinais e imagens, arquitetura paralela, dentre outras funções. Mais recentemente, o Scilab[®] lançou a ferramenta GUI (*Graphical User Interface*), a qual permite que o usuário crie interfaces gráficas para auxiliar a entrada de parâmetros e a apresentação dos resultados. Neste caso, com a implementação de uma interface, o usuário pode usufruir dos benefícios de uma dada rotina sem ter que, necessariamente, conhecer aspectos específicos da implementação da mesma. Assim, para os usuários

que tem alguma dificuldade no que diz respeito à implementação, o desenvolvimento de uma interface representa uma vantagem bem interessante. Finalmente, cabe ressaltar que, o uso desta ferramenta não impede o usuário de avaliar os aspectos de implementação, visto que a rotina fica disponível.

3 APLICAÇÕES

O presente capítulo tem por objetivo apresentar os resultados obtidos com o desenvolvimento da interface gráfica a três tradicionais estudos de caso em engenharia química, a saber, as simulações dos mecanismos de transferência de calor em sólidos e a elaboração dos Diagramas de Gurney Lurie. Neste contexto, foram utilizados, para cada aplicação, diferentes estratégias numéricas para a resolução destes estudos de caso. Assim, oportunamente, em cada uma destas será apresentada a metodologia empregada. Cabe enfatizar que, mesmo que um determinado estudo de caso tenha solução analítica, neste trabalho sempre será adotada uma estratégia numérica para a simulação dos problemas propostos.

3.1 Transferência de Calor em Sólidos

A primeira aplicação considera a modelagem de um corpo sólido inicialmente à temperatura T_0 e que, repentinamente, é exposto ao ar a uma temperatura T_∞ .

Modelagem Matemática do Problema de Interesse

Para a formulação matemática deste estudo de caso, as seguintes hipóteses são consideradas (Souza-Santos, 2008):

- Assume-se que a taxa de transferência de energia por radiação é desprezível frente à convecção para outras superfícies ou para o ambiente;
- A temperatura do ar ao redor do corpo permanece constante e igual a T_∞ ;
- Não há reação química ou qualquer outra fonte de geração de energia no corpo;
- Na faixa de temperatura em que o processo ocorre, não há mudança de fase;
- A condutividade térmica é alta e não varia muito na faixa de temperatura do processo;
- As propriedades físicas e geométricas são consideradas constantes;
- A única variável independente relevante neste processo é o tempo.

Diante destas hipóteses, a equação a seguir representa o mecanismo de transferência de calor no sólido em questão:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\alpha A}{\rho V C_p} (T - T_\infty) \quad (1)$$

$$T(t=0) = T_0 \quad (2)$$

em que T , T_∞ e T_0 representam a temperatura em um instante de tempo t , a temperatura do ambiente e a temperatura inicial, respectivamente. Além disso, ρ é a densidade, C_p é

o calor específico, A é a área de troca térmica, V é do volume do corpo e α é o coeficiente de transferência de calor.

Metodologia Numérica

Para resolução do problema apresentado será empregado o Método de Runge-Kutta, visto que trata-se de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem. A família de métodos de Runge-Kutta consiste de relações matemáticas propostas para aproximar numericamente a solução de uma equação diferencial ordinária em pontos discretizados do domínio de interesse. Estes métodos têm como objetivo aumentar a precisão dos tradicionais métodos de primeira ordem, contudo, sem a necessidade do uso direto de informações sobre derivadas superiores da função a ser integrada. Neste caso, estes podem ser facilmente obtidos a partir da expansão em série de Taylor em relação a uma ordem especificada pelo usuário. Como mencionado por Motta e Silva (2011), a popularidade desses métodos é baseada em sua precisão e na sua relativa facilidade de implementação.

Neste contexto, será apresentado Métodos de Runge-Kutta de 4ª ordem (MRK4ª). Assim, considere o seguinte problema de valor inicial:

$$y' = f(t, y) \quad (3)$$

$$y(t_0) = y_0 \quad (4)$$

Para essa equação diferencial de primeira ordem de valor inicial apresentada, o MRK4ª atualiza o valor da variável dependente y_{n+1} a partir do conhecimento de y_n , dos limites de integração e do número de pontos de discretização definidos pelo usuário. Essa relação é dada como:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (5)$$

em que h é o tamanho do passo de integração e os parâmetros k_i ($i=1, 2, 3, 4$) são determinados em relação a avaliação da função f no ponto (t_n, y_n) , isto é:

$$k_1 = f(t_n, y_n) \quad (6)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) \quad (7)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) \quad (8)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3) \quad (9)$$

O valor da variável independente no ponto $n+1$ é computado a partir do conhecimento do valor da mesma no ponto n e de h , isto é; $t_{n+1}=t_n+h$.

Em resumo, conhecendo-se o valor inicial para as variáveis dependente (y_0) e independente (t_0), dos limites de integração ($t_0 \leq t \leq t_\infty$) e do número de pontos de

discretização (N), e conseqüentemente o valor de h ($((t_\infty - t_0)/(N-1))$), pode-se integrar o sistema descrito pelas Equações (3) e (4).

Interface Gráfica – Simulação do Processo

Após a resolução do problema em questão considerando a metodologia descrita, foi desenvolvida uma interface (ver a Figura 1), para que o usuário possa entrar com os parâmetros do modelo (T_∞ , T_0 , ρ , C_p , A , V , α e t_∞) e do MRK4ª ordem (N) de forma que o modelo que representa o processo de transferência de calor possa ser simulado.

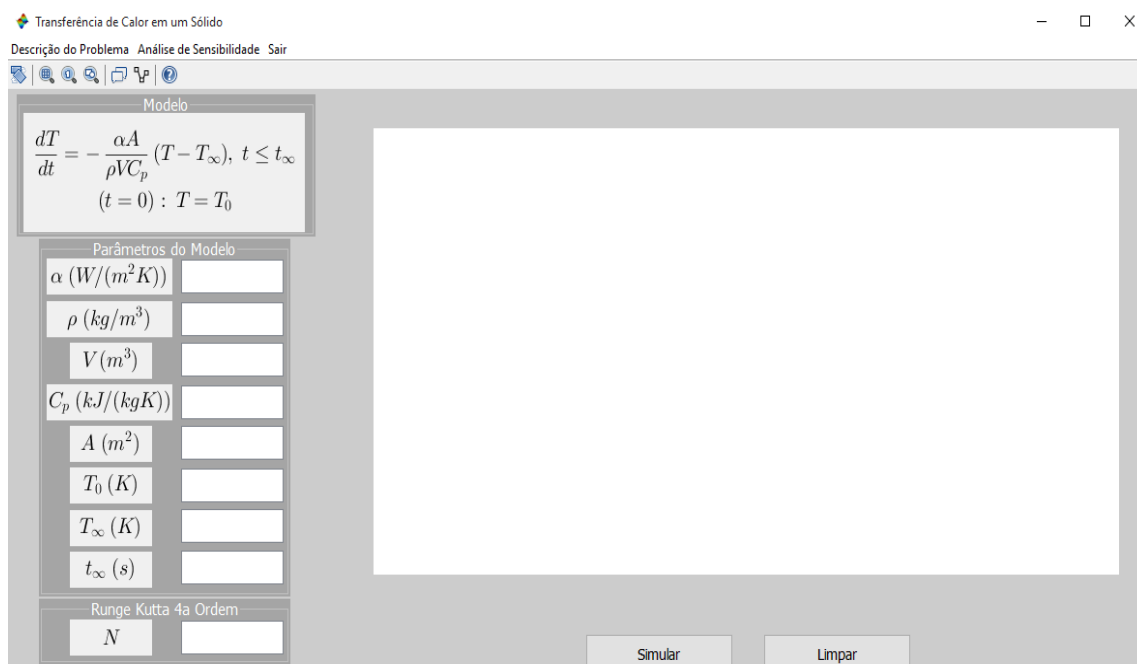


Figura 1: Interface gráfica para Transferência de Calor em um Sólido (Fonte: Autor).

Cabe ressaltar que na primeira aba desta interface, encontram-se três botões, a saber, o de “Descrição do Problema” que apresenta, como o próprio nome se refere, a descrição matemática do problema de interesse, o botão “Análise de Sensibilidade” para a realização da análise de sensibilidade dos parâmetros do mesmo e de um botão “Sair”, para fechar o código.

De forma geral, todas as funcionalidades desta interface são listadas na Tabela 1. Na mesma observa-se que o usuário pode simular o modelo considerando diferentes configurações de entrada, bem como realizar a análise de sensibilidade de um parâmetro em particular (os outros são considerados constantes e com valores definidos previamente pelo usuário). Para essa finalidade, considere os parâmetros de entrada apresentados na Figura 2. Com estes parâmetros, ao clicar no botão “Simular” obtêm-se o perfil de temperatura na janela ao lado. Para este caso em particular, percebe-se que partindo de uma temperatura inicial igual a 290 K, o sólido alcança a temperatura de 500 K, que é a temperatura de estado estacionário. Isso já era de se esperar visto que, na Equação (1), a condição em que este processo alcança o estado estacionário é dada por $T=T_\infty$. Neste caso, fisicamente, o perfil obtido com a simulação do processo está coerente com o esperado.

Tabela 1: Descrição dos itens presentes na interface para a resolução do problema de transferência de calor em sólidos.

Item	Descrição
	Apresentação física (hipóteses, parâmetros e unidades) e matemática do problema de interesse;
	Modelo matemático;
	Permite realizar uma análise da sensibilidade dos parâmetros do problema. Para selecionar o parâmetro desejado, basta clicar no botão “Análise de Sensibilidade”;
	Ao clicar no parâmetro que se deseja realizar a análise de sensibilidade, o usuário pode escolher os valores para a realização desta análise. Em seguida ele pode clicar no botão “OK” e simular o modelo para os valores definidos;
	Número de pontos de discretização considerados no MRK4ª ordem;
	Exemplo de como é realizada a entrada dos parâmetros para a simulação. Se desejar, o usuário pode modificar os mesmos ou até mesmo realizar uma análise de sensibilidade, conforme o botão “Análise de Sensibilidade”;
	Após especificar os parâmetros de entrada, o usuário pode simular o modelo, apresentado na área de plotagem;
	É possível limpar a área de plotagem clicando nesse botão.

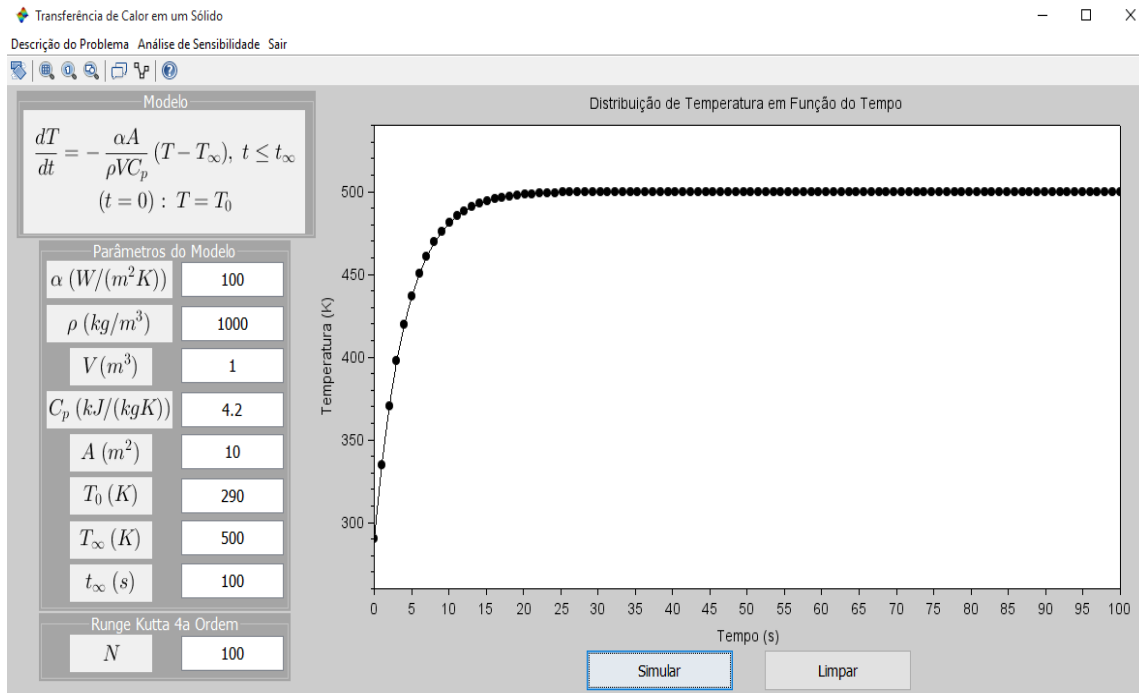


Figura 2: Solução gráfica para o problema de transferência de calor em sólido considerando um tempo total de 100 s (Fonte: Autor).

Na Figura 2 é possível notar ainda que o tempo necessário para alcançar o estado estacionário é muito menor do que 100 s definidos. Assim, o usuário pode escolher outro valor para esse parâmetro e simular novamente o problema. Por exemplo, se for escolhido um tempo de 30 s, o processo pode ser simulado novamente, conforme a Figura 3.

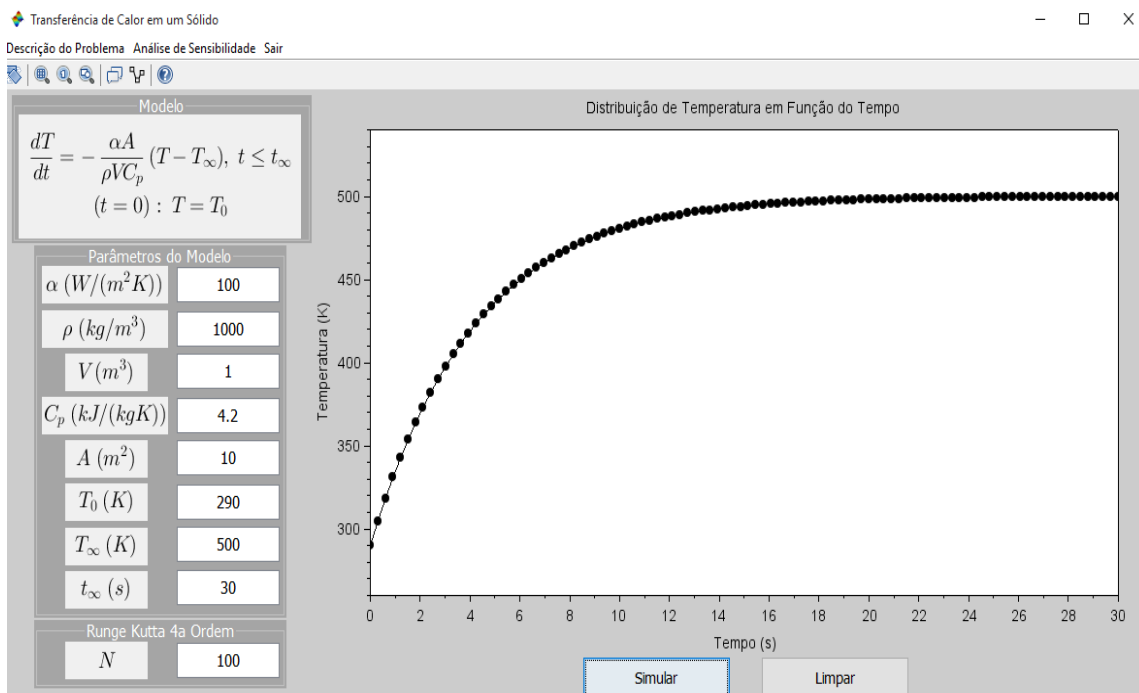


Figura 3: Solução gráfica para o problema de transferência de calor em sólido considerando um tempo total de 30 s (Fonte: Autor).

Interface Gráfica – Análise de Sensibilidade dos Parâmetros do Modelo

Conforme descrito na Tabela 1, ao clicar no botão “Análise de Sensibilidade”, o usuário pode optar por analisar qualquer um dos parâmetros de entrada do modelo em questão. Para essa finalidade, esta seção tem por objetivo apresentar a análise de cada um dos parâmetros. Os valores adotados em todas as simulações foram definidos a partir do trabalho de Souza-Santos (2008). Cabe ressaltar que as seguintes análises se aplicam apenas para as hipóteses adotadas. Em especial, a consideração de que a condutividade é alta e que o gradiente de temperatura não varia ao longo do sólido serão fundamentais para que as análises se tornem coerentes. Além disso, todos os outros parâmetros, com exceção do analisado, permanecerão constantes.

Influência do coeficiente de transferência de calor α (W/(m²K)): Para esta análise, primeiro foi escolhido via botão “Análise de Sensibilidade”, o item que corresponde a esse parâmetro, conforme a Figura 4.

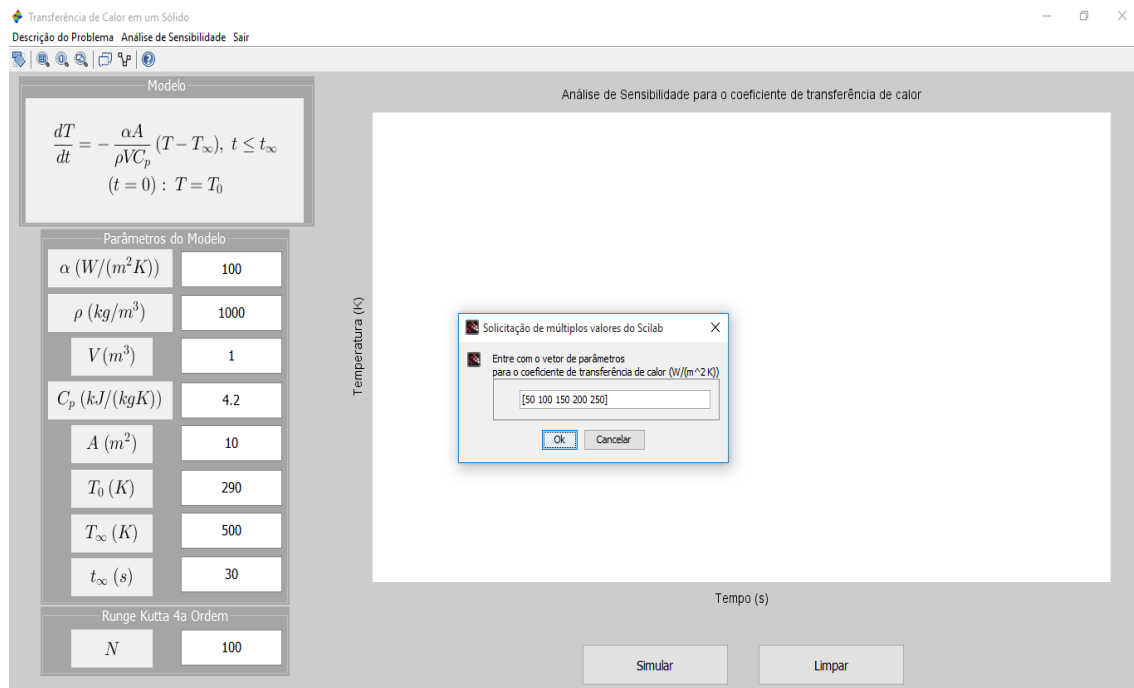


Figura 4: Valores definidos para o parâmetro α para a análise de sensibilidade (Fonte: Autor).

A partir da escolha destes valores (50; 100; 150; 200 e 250 W/(m²K)), o botão “OK” foi clicado de modo que a simulação, considerando cada um destes valores e os outros parâmetros definidos para os outros parâmetros, fosse realizada. Na Figura 5 é apresentado o resultado obtido para cada um destes parâmetros. Nesta figura é possível observar que, para um mesmo conjunto de parâmetros de entrada, o aumento de α favorece a obtenção da condição de estado estacionário, isto é, o processo ocorre de forma mais rápida. Este parâmetro está relacionado com a capacidade com que ocorre o

transporte de calor no material que apresenta estes valores de α , sendo que alterá-lo implica trocar de fluido.

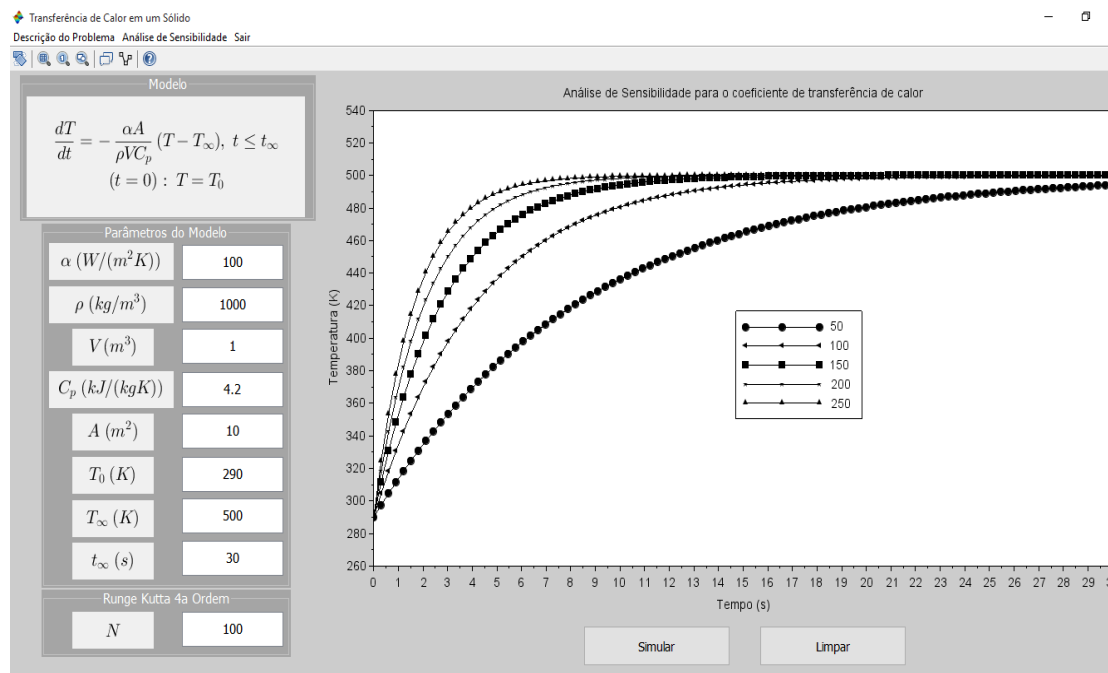


Figura 5: Análise de sensibilidade para o parâmetro α (Fonte: Autor).

Influência da Densidade ρ (kg/m^3): Da mesma maneira que a análise anterior, na Figura 6 são apresentados os valores definidos para a análise deste parâmetro (500; 1000; 2000; 3000; 4000 e 5000 kg/m^3).

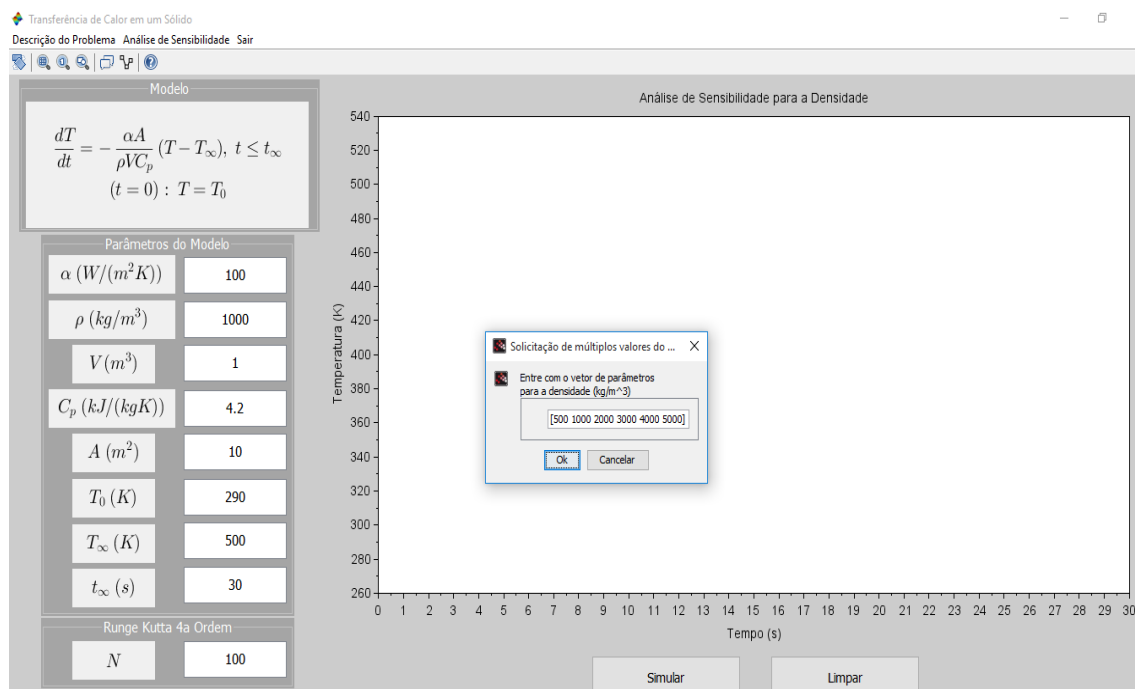


Figura 6: Valores definidos para o parâmetro ρ para a análise de sensibilidade (Fonte: Autor).

Na Figura 7 observa-se que o estado estacionário é alcançado, mais rapidamente, para valores menores de densidade. Ao se analisar a Equação (1) para a densidade e, mantendo-se os outros parâmetros constantes, percebe-se um aumento da “inclinação” da curva para menores valores de densidade. Em termos matemáticos, o aumento da densidade faz com que o termo $(\alpha A)/(\rho V C_p)$ reduza a sua contribuição, fazendo com que a dinâmica do processo seja reduzida. Fisicamente, como o aumento da densidade (para um volume constante), haverá maior quantidade de matéria para trocar calor sendo, neste caso, aceitável que o tempo necessário para a obtenção do estado estacionário seja maior.

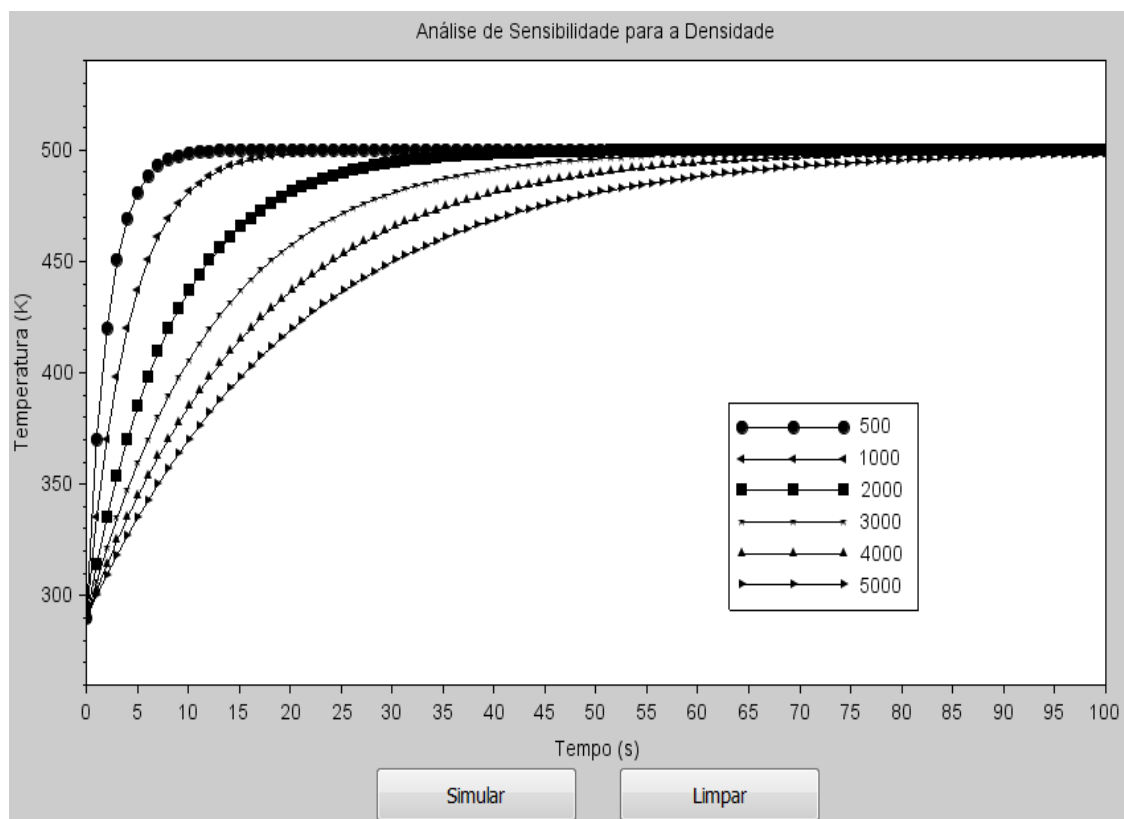


Figura 7: Análise da sensibilidade para o parâmetro ρ (Fonte: Autor).

Influência do Volume V (m^3): Para esta análise, considera-se diferentes valores para o volume (1; 2; 3; 4 e 5 m^3), conforme a Figura 8.

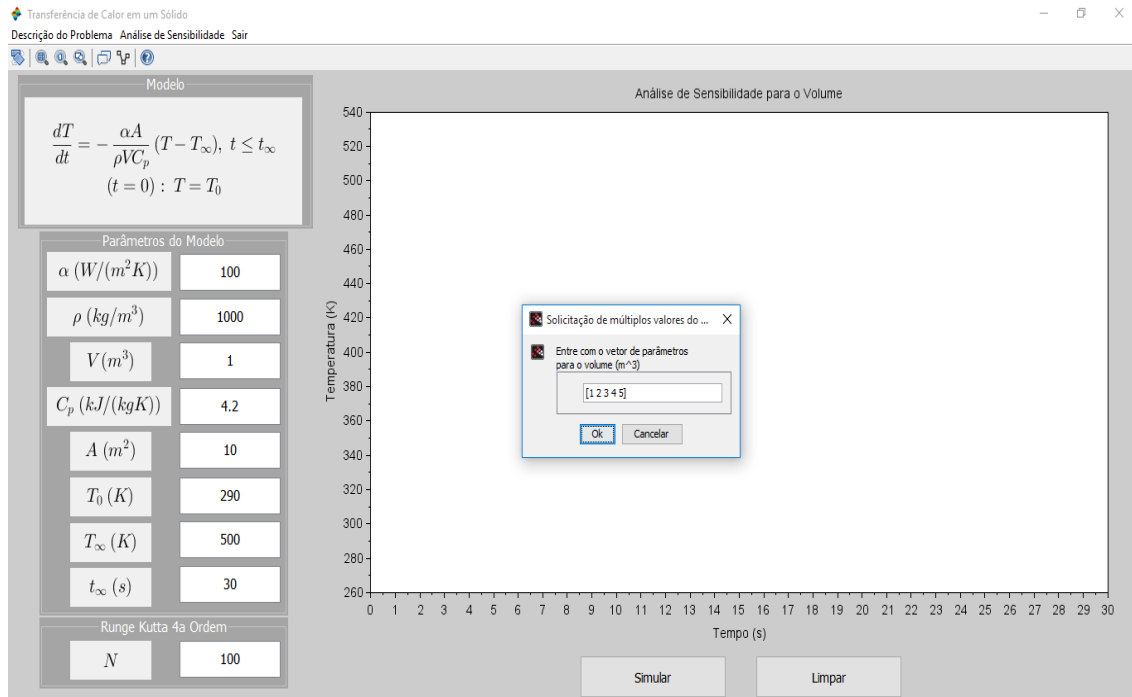


Figura 8: Valores definidos para o parâmetro V para a análise de sensibilidade (Fonte: Autor).

Já na Figura 9 são apresentados os perfis de temperatura considerando cada um dos volumes definidos. Nesta figura percebe-se, como esperado, quanto menor o volume do sólido, mais rápido o processo alcança o estado estacionário, isto é; mais rápida é a sua dinâmica. Do ponto de vista matemático, como o volume está no denominador da Equação (1), quanto maior o seu valor, menor será a sua contribuição no termo $(\alpha A)/(\rho V C_p)$ na equação diferencial, o que implica em uma dinâmica mais lenta em relação àquela com volume mínimo. Do ponto de vista físico, aumentar o volume ocasionará um gradiente de temperatura dentro do sólido, além de aumentar a resistência condutiva. Entretanto, como foi considerado que Bi é constante, esse aumento será compensado por uma redução na resistência convectiva, tornando tal análise coerente. Em outras situações, deve-se levar em conta que, em certo momento da análise, as resistências poderão não se equivaler, e aumentar ou diminuir o volume implicará em alterações no Bi .

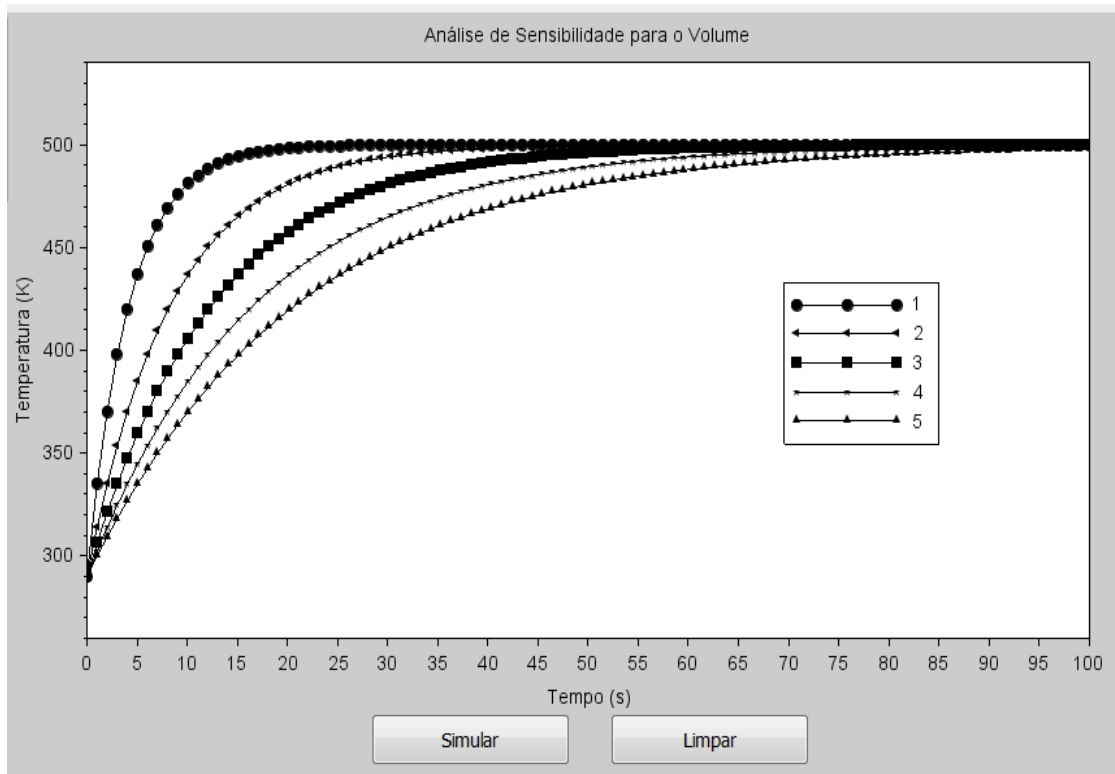


Figura 9: Análise da sensibilidade para o parâmetro V
(Fonte: Autor).

Influência da Capacidade Calorífica C_p (KJ/(Kg K)): Para a análise deste parâmetro foram considerados os seguintes: 1,8; 3,2; 4,2 e 6 kJ/kgK, conforme a Figura 10.

Já na Figura 11 são apresentados os perfis de temperatura considerando os valores definidos para este parâmetro. Nesta figura observa-se que a redução no valor de C_p favorece uma dinâmica mais “rápida”; isto é, quanto menor o seu valor, mais rápido o processo entra em regime estacionário. Como este parâmetro representa a relação entre a quantidade de calor fornecida a um corpo e a variação de temperatura do mesmo, e este parâmetro encontra-se no denominador (como a densidade e o volume), uma redução em seu valor implica no incremento do valor do termo $(\alpha A)/(\rho V C_p)$ e, conseqüentemente, na obtenção do estado estacionário em um tempo inferior ao requerido para maiores valores de C_p .

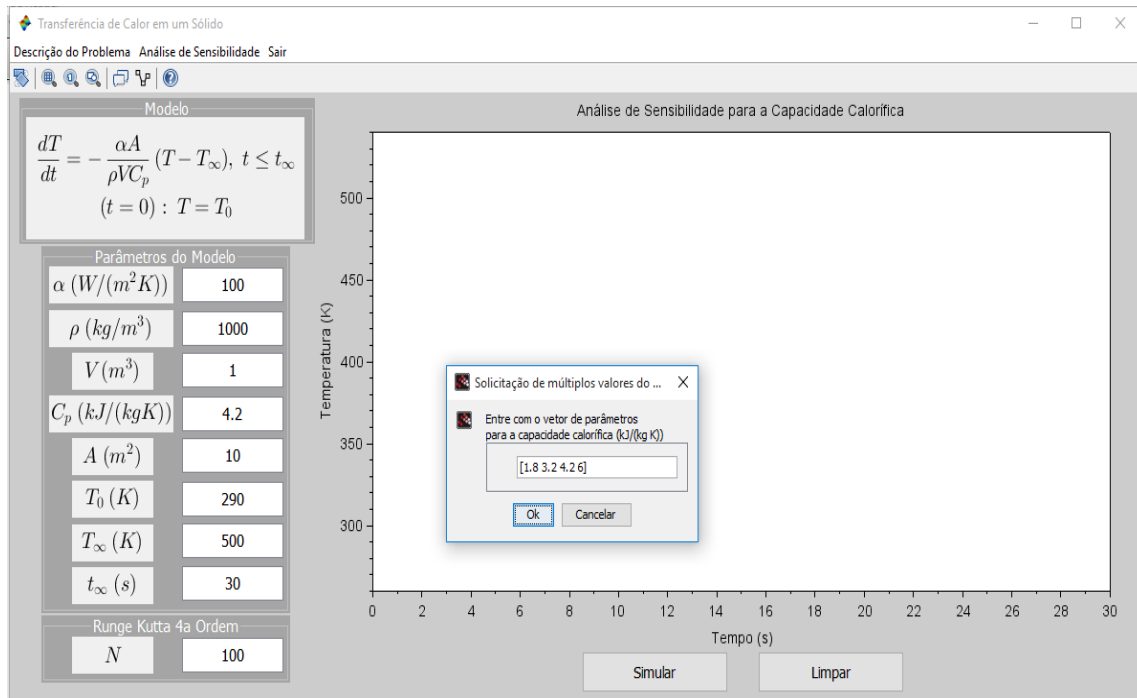


Figura 10: Valores definidos para o parâmetro C_p para a análise de sensibilidade (Fonte: Autor).

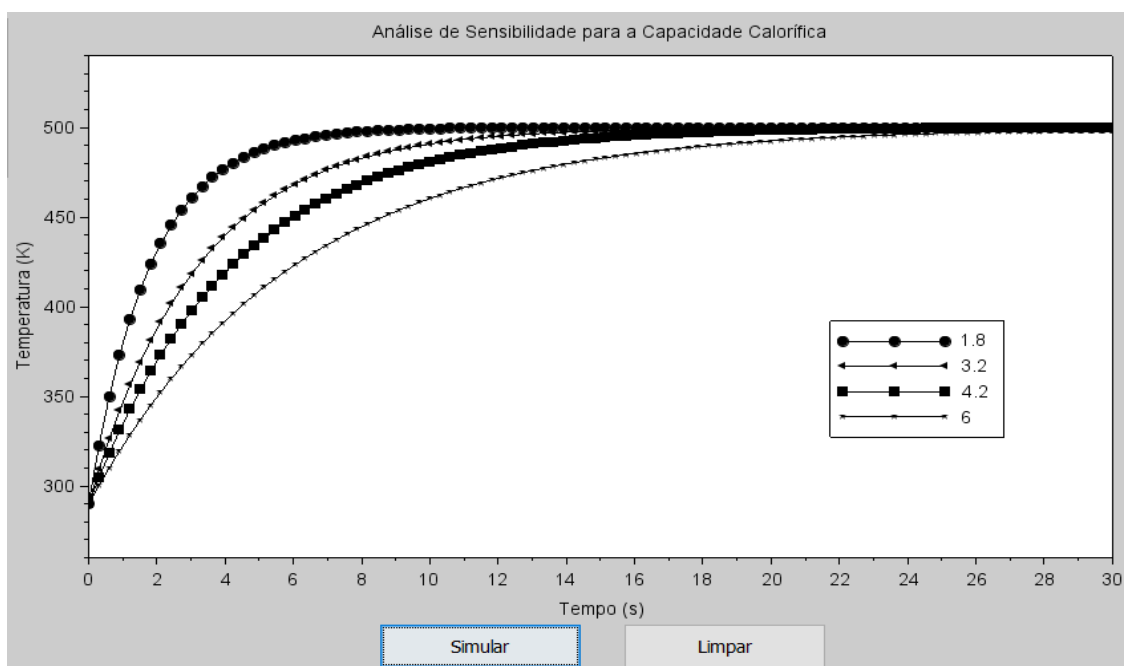


Figura 11: Análise da sensibilidade para o parâmetro C_p (Fonte: Autor).

Influência da Área de Troca Térmica A (m²): As Figuras 12 e 13 apresentam os parâmetros considerados nesta análise (10; 20; 30; 40 e 50 m²) e os respectivos perfis obtidos, respectivamente. Na Figura 13 observa-se que quanto menor a área de troca térmica, menor é o tempo necessário para a obtenção do estado estacionário, isto é; quanto menor a área, a priori, menor é o volume do sólido que será aquecido ou resfriado, o que favorece a obtenção do estado estacionário. Fisicamente, aumentar a área de troca térmica causará uma diminuição na resistência convectiva, mas, por outro

lado, levará a um aumento na resistência condutiva. Nesse trabalho, como Bi é constante e não há gradiente de temperatura ao longo do corpo, a Figura 13 representa coerentemente o resultado. Entretanto, caso essas hipóteses não sejam levadas em conta, um comportamento diferente poderá ser encontrado.

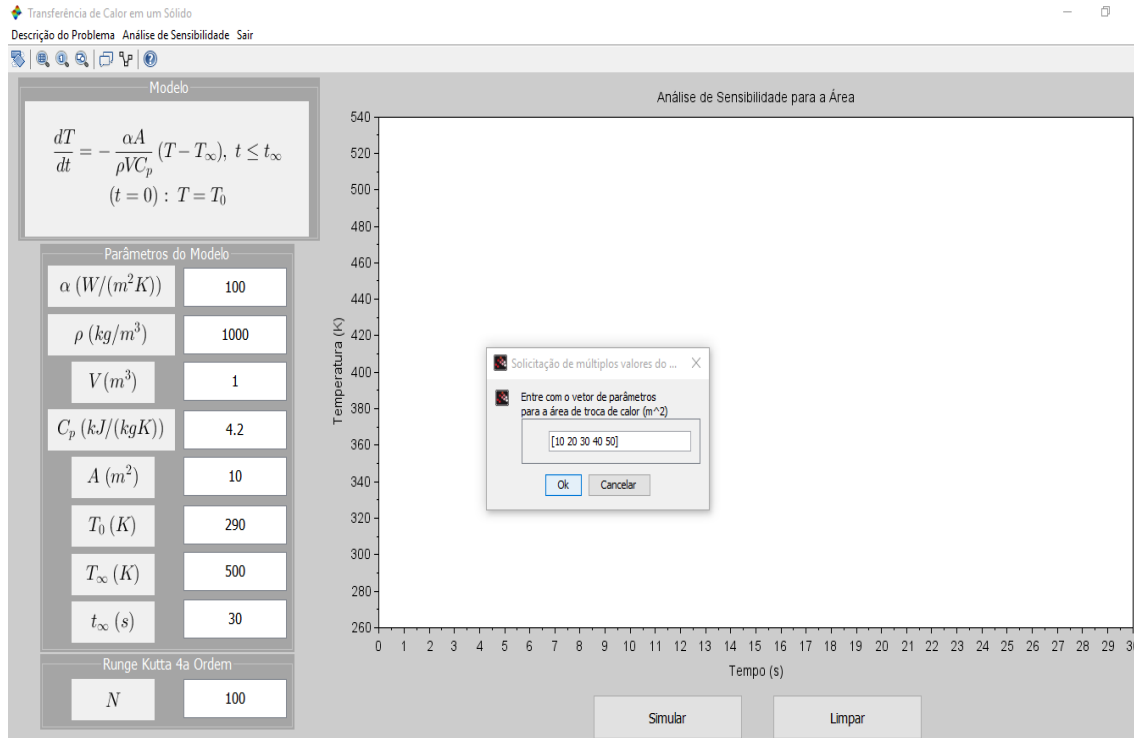


Figura 12: Valores definidos para o parâmetro A para a análise de sensibilidade (Fonte: Autor).

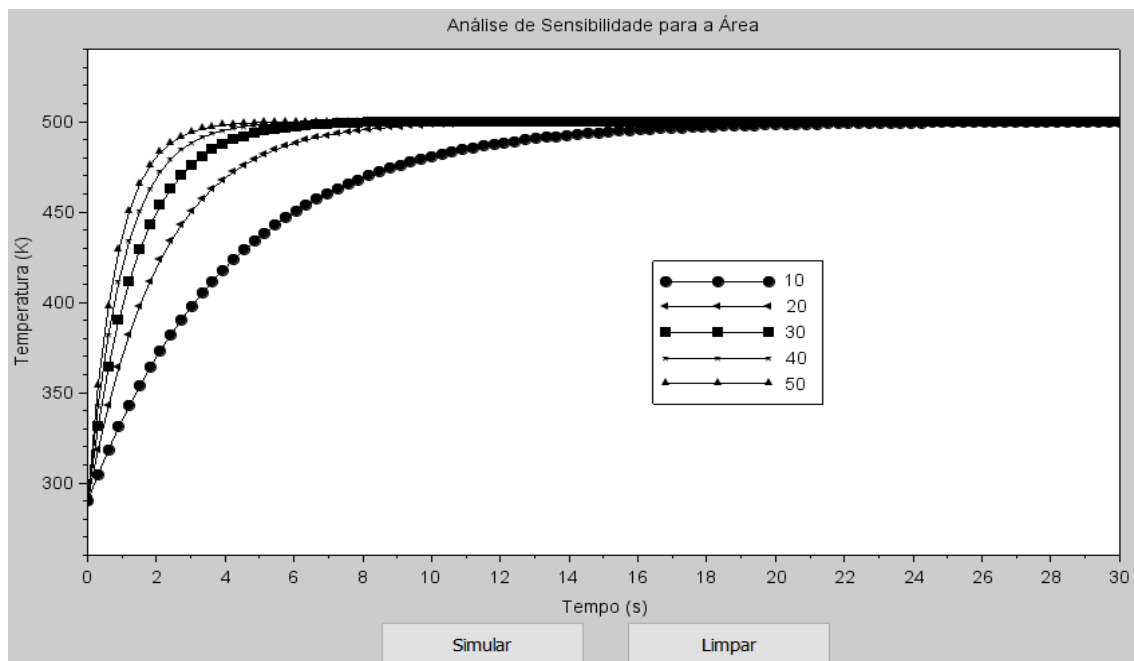


Figura 13: Análise da sensibilidade para o parâmetro A (Fonte: Autor).

Influência da Temperatura Inicial T_0 (K): A Figura 14 apresenta as temperaturas iniciais consideradas para esta análise (200; 250 e 300 K). Já na Figura 15 são apresentados os perfis para cada uma destas temperaturas. Neste caso, como esperado, quanto mais próximo T_0 for de T_∞ , mais rápida tende a ser a dinâmica do processo.

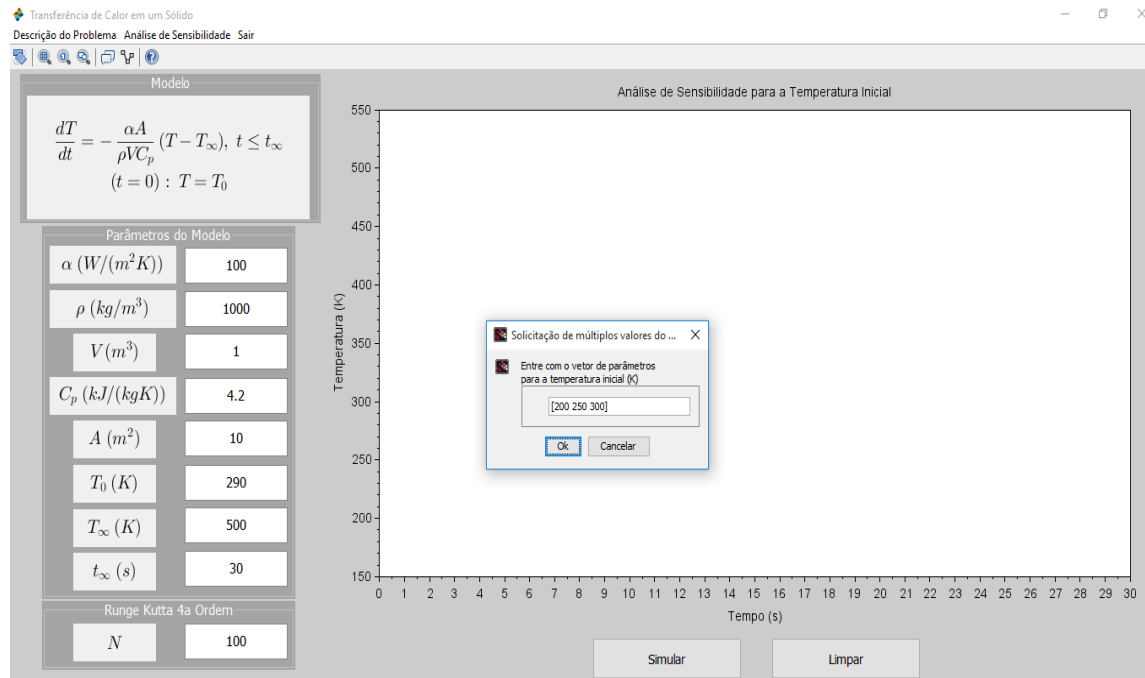


Figura 14: Valores definidos para o parâmetro T_0 para a análise de sensibilidade (Fonte: Autor).

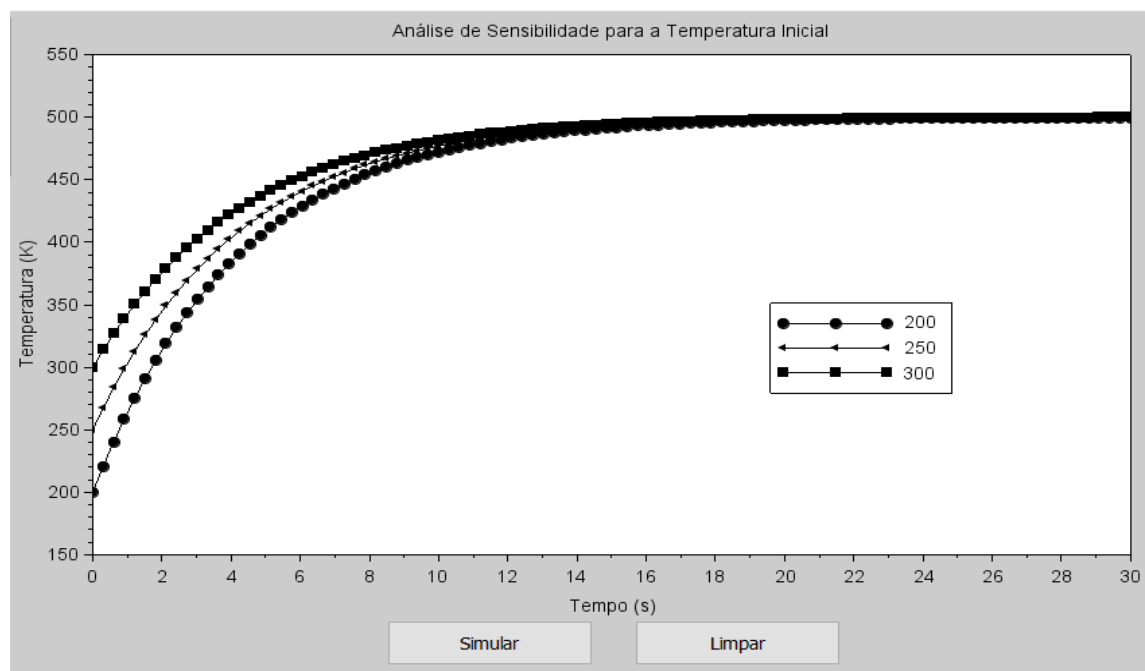


Figura 15: Análise da sensibilidade para o parâmetro T_0 (Fonte: Autor).

Influência da Temperatura Inicial T_∞ (K): Nas Figuras 16 e 17 são apresentados os parâmetros considerados nesta análise (500; 600 e 700 K) e os perfis obtidos, respectivamente. Para este modelo, como a temperatura estacionária é igual a T_∞ , partindo da mesma condição inicial, o estado estacionário corresponde a respectiva temperatura ambiente, conforme a Figura 17.

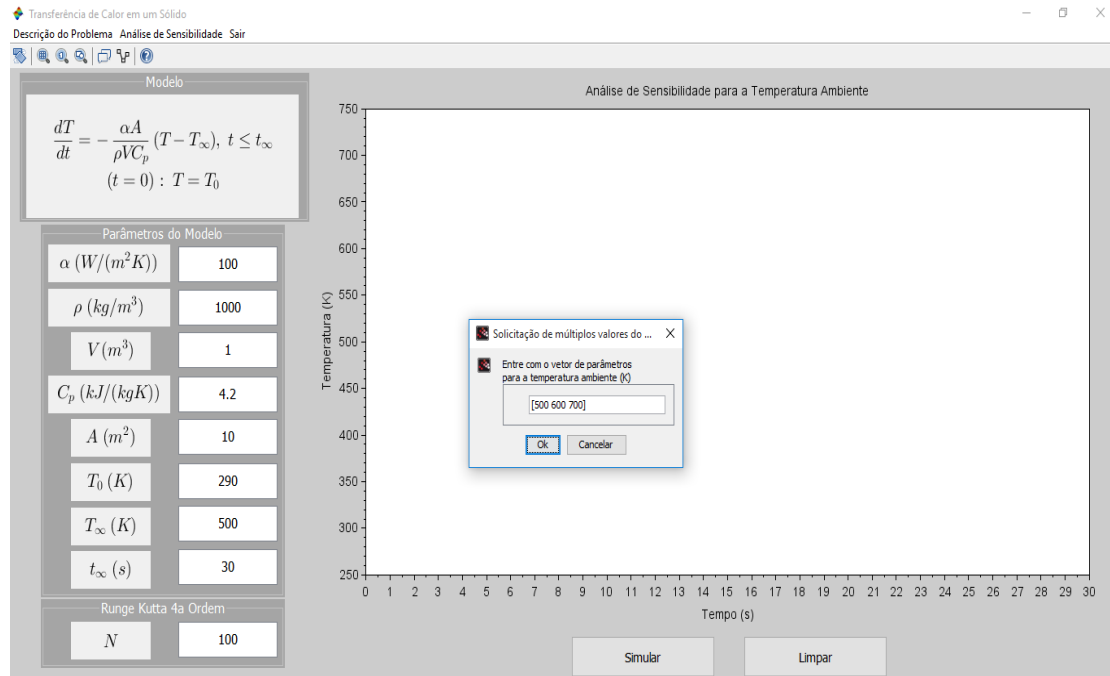


Figura 16: Valores definidos para o parâmetro T_∞ para a análise de sensibilidade (Fonte: Autor).

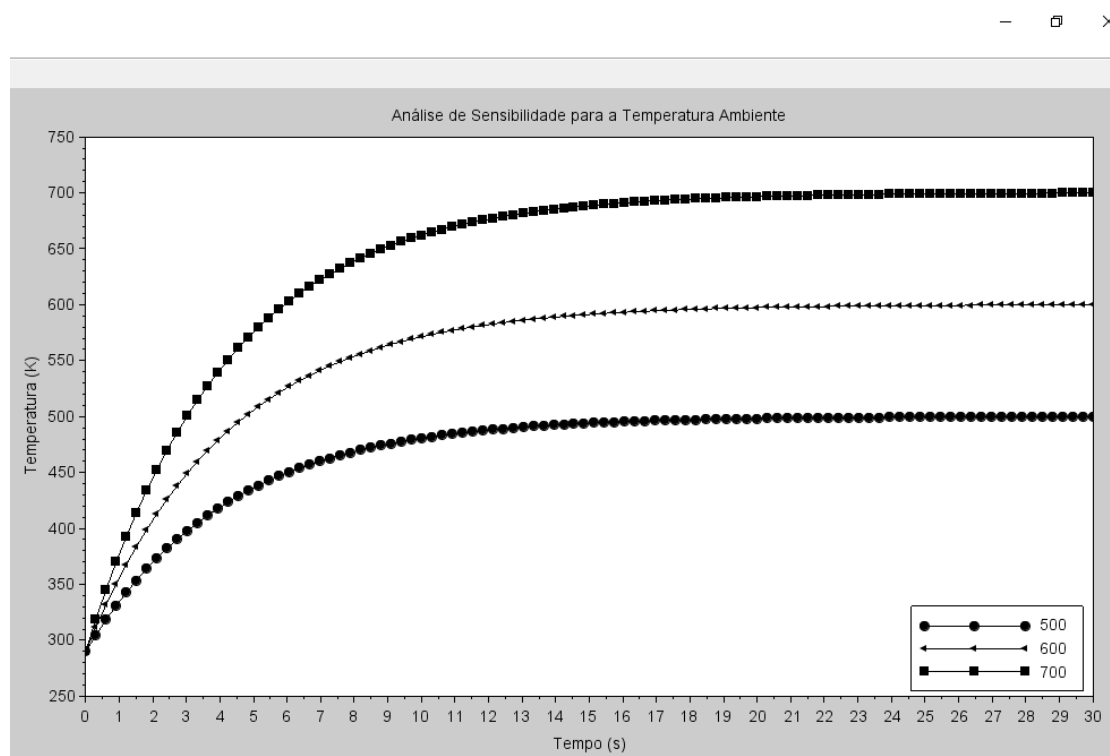


Figura 17: Análise da sensibilidade para o parâmetro T_∞ (Fonte: Autor)

Influência do Número de Pontos de Discretização N : Para esta análise considerou-se N igual a 25, 50, 100 e 250, conforme a Figura 18. Já na Figura 19 são apresentados os resultados para cada um destes valores. Nesta figura observa-se que, para o caso em análise, não existem diferenças significativas entre estes valores. Todavia, ressalta-se que este parâmetro influencia de forma significativa a qualidade da solução obtida pelo MRK 4ª ordem. Assim, é de se esperar que para estudos de caso mais complexos, que exista uma diferença significativa entre estes valores, sendo que os melhores resultados são obtidos com uma malha mais refinada, isto é, para maiores valores de N .

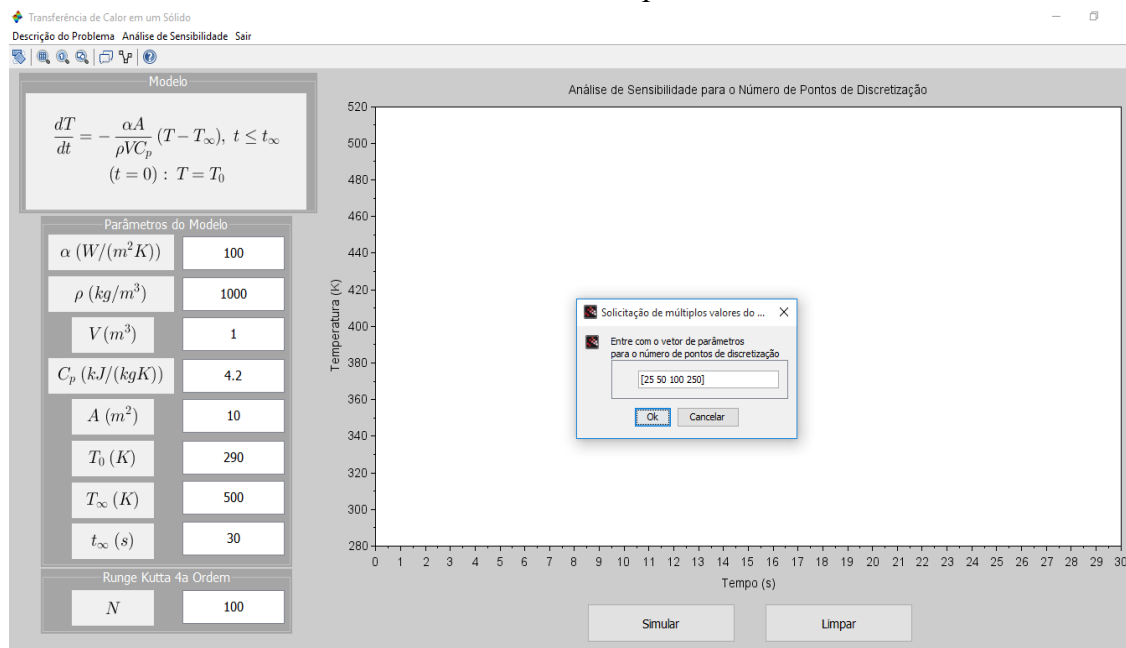


Figura 18: Valores definidos para o parâmetro N para a análise de sensibilidade (Fonte: Autor).

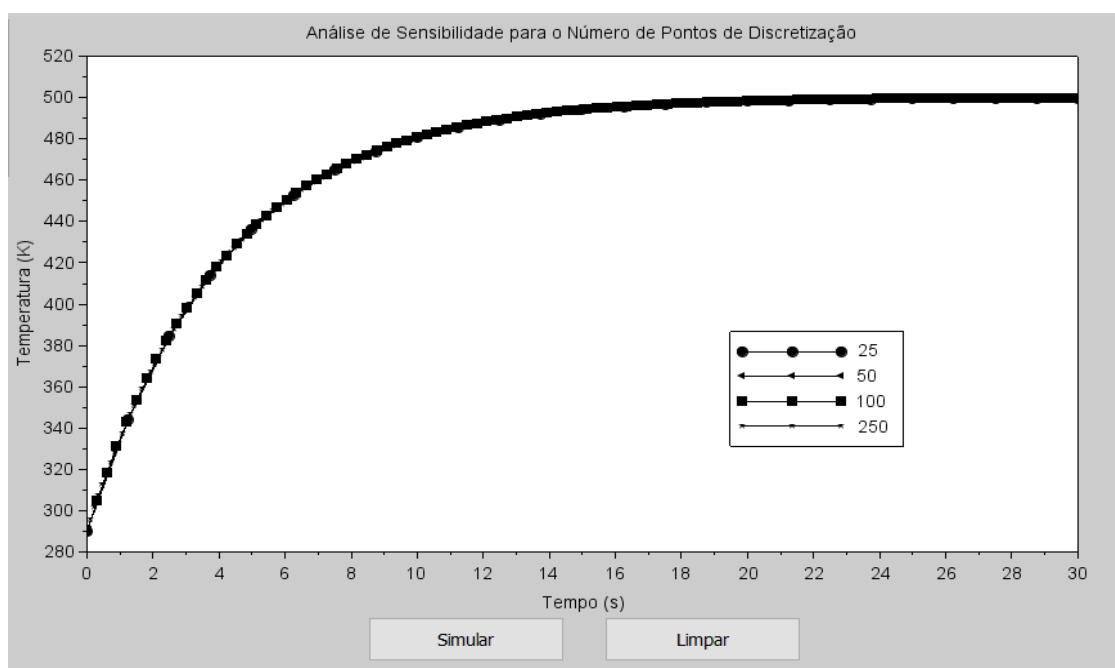


Figura 19: Análise da sensibilidade para o parâmetro N (Fonte: Autor).

3.2 Diagramas de Gurney Lurie

As cartas ou diagramas de Gurney-Lurie, publicados por H. P. Gurney e J. Lurie em 1923 (Pandharipande e Badhe, 2004), representam a solução do modelo matemático para o processo de condução de calor em estado não estacionário unidimensional considerando diferentes geometrias (placa plana, cilindro com comprimento infinito e esfera). De modo geral, seu uso é restrito aos casos em que (Pandharipande e Badhe, 2004): *i*) o sólido é homogêneo; *ii*) a difusividade térmica do objeto é constante; *iii*) não existe fonte de geração de calor; *iv*) possui uma única variável geométrica relevante; *v*) a temperatura inicial do processo é uniforme; *vi*) o sistema é forçado por uma mudança de temperatura do ambiente e *vii*) o processo é transiente.

A seguir são apresentados os modelos matemáticos de interesse, a saber, equações que representam a transferência de calor em uma placa plana, em um cilindro infinito e em uma esfera.

Modelagem Matemática dos Problemas de Interesse

Placa Plana: Considere uma placa plana com largura finita (L) e comprimento infinito, conforme a Figura 20.

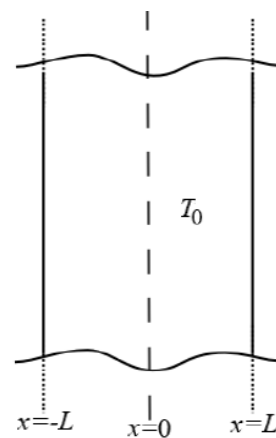


Figura 20: Representação esquemática do mecanismo de transferência de calor por condução para uma placa plana com temperatura inicial T_0 (Fonte: Núñez-Esquer et al., 2005).

Como o comprimento é bem maior frente à medida da largura, o fenômeno de condução de calor em estado transiente é dado pela seguinte equação diferencial parcial em uma única dimensão, x :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (10)$$

Para este estudo de caso são consideradas duas condições de contorno e uma condição inicial. A Equação (11) diz que o todo o fluxo de calor que chega em $x=0$ é nulo, isto é, para a geometria em análise, tem-se a condição de simetria. Já a Equação (12) representa a igualdade entre os mecanismos de calor por condução e convecção na

superfície da placa. Finalmente, a Equação (13) diz que no início da análise do processo toda a placa está em uma mesma temperatura.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad (x = 0, \forall t > 0) \quad (11)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{Bi}{L}(T - T_a), \quad (x = L, \forall t > 0) \quad (12)$$

$$T = T_0, \quad (t = 0, -L \leq x \leq L) \quad (13)$$

em que T é a temperatura, t é o tempo, x é a coordenada geométrica, α é difusividade térmica, Bi é o número de Biot (definido como hL/k , onde k é a condutividade térmica, L é o comprimento característico da placa e h é o coeficiente de transferência convectiva de calor), e T_a é a temperatura ambiente.

Considerando os seguintes grupos adimensionais: $\theta = \frac{T - T_a}{T_0 - T_a}$, $\varphi = \frac{x}{L}$ e $\tau = \frac{t}{L^2/\alpha}$, o modelo diferencial apresentado pode ser reescrito como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0, \quad (\varphi = 0, \forall \tau > 0) \quad (15)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = Bi\theta, \quad (\varphi = 1, \forall \tau > 0) \quad (16)$$

$$\theta = 1, \quad (\tau = 0, -1 \leq \varphi \leq 1) \quad (17)$$

em que θ , φ e τ representam a temperatura, a coordenada geométrica e o tempo adimensionais, respectivamente.

Cilindro: A Figura 21 apresenta um cilindro com comprimento infinito, raio igual a R e temperatura inicial igual a T_0 .

Para esta geometria, o modelo diferencial parcial, em uma única dimensão (r), e em estado transiente é dado pela seguinte relação:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (18)$$

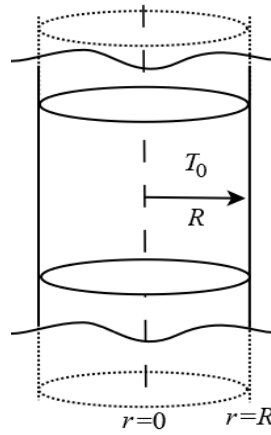


Figura 21: Representação esquemática do mecanismo de transferência de calor por condução para um cilindro (Fonte: Núñez-Esquer et al., 2005).

Para este estudo de caso são consideradas as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (r = 0, \forall t > 0) \quad (19)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{Bi}{R}(T - T_a), \quad (r = R, \forall t > 0) \quad (20)$$

$$T = T_0, \quad (t = 0, r \leq R) \quad (21)$$

em que T é a temperatura, t é o tempo, r é a coordenada geométrica, α é difusividade térmica, Bi é o número de Biot (definido como hR/k , onde k é a condutividade térmica, R é a largura e h é o coeficiente de transferência convectiva de calor), e T_a é a temperatura ambiente. Assim como no modelo anterior, a Equação (19) representa a condição de simetria (não existe fluxo de calor do centro em direção a superfície). Já a Equação (20) representa a igualdade entre os mecanismos de calor por condução e convecção na superfície do cilindro. Finalmente, a Equação (21) apresenta a condição inicial relacionada à temperatura inicial da placa.

Considerando os seguintes grupos adimensionais: $\theta = \frac{T - T_a}{T_0 - T_a}$, $\varphi = \frac{r}{R}$ e $\tau = \frac{t}{R^2 / \alpha}$,

o modelo diferencial apresentado pode ser reescrito como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0, \quad (\varphi = 0, \forall \tau > 0) \quad (23)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = Bi\theta, \quad (\varphi = 1, \forall \tau > 0) \quad (24)$$

$$\theta = 1, \quad (\tau = 0, \varphi \leq 1) \quad (25)$$

em que θ , φ e τ representam a temperatura, a coordenada geométrica e o tempo adimensionais, respectivamente.

Esfera: A Figura 22 apresenta uma esfera com raio R .

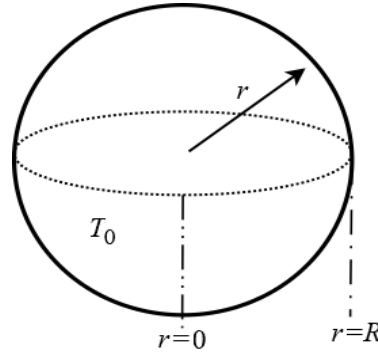


Figura 22: Representação esquemática do mecanismo de transferência de calor por condução para uma esfera (Fonte: Núñez-Esquer et al., 2005).

Negligenciando as influências dos ângulos de rotação e translação, o fenômeno de condução de calor na direção radial em estado transiente é representado pela seguinte equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (26)$$

Para este estudo de caso são consideradas as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (r = 0, \forall t > 0) \quad (27)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{Bi}{R}(T - T_a), \quad (r = R, \forall t > 0) \quad (28)$$

$$T = T_0, \quad (t = 0, r \leq R) \quad (29)$$

em que T é a temperatura, t é o tempo, r é a coordenada geométrica, α é difusividade térmica, Bi é o número de Biot (definido como hR/k , onde k é a condutividade térmica, R é o raio e h é o coeficiente de transferência convectiva de calor), e T_a é a temperatura ambiente. Assim como nas duas formulações anteriores, as Equações (27), (28) e (29) representam a condição de simetria, a igualdade entre os mecanismos de calor por condução e convecção e a temperatura inicial da esfera, respectivamente.

Considerando os mesmos grupos adimensionais definidos para o estudo de caso do cilindro, obtêm-se o seguinte modelo diferencial:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{\varphi} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \quad (30)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0, \quad (\varphi = 0, \forall \tau > 0) \quad (31)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = Bi\theta, \quad (\varphi = 1, \forall \tau > 0) \quad (32)$$

$$\theta = 1, \quad (\tau = 0, \varphi \leq 1) \quad (33)$$

em que θ , φ e τ representam a temperatura, a coordenada geométrica e o tempo adimensionais, respectivamente.

Metodologia Numérica

Para a resolução do modelo diferencial que descreve o fenômeno de transferência de calor por condução em cada uma das geometrias, será empregado o Método das Linhas. Basicamente, essa abordagem numérica consiste na transformação das equações diferenciais parciais originais em um sistema de equações diferenciais ordinárias através da discretização de apenas uma das variáveis independentes (geralmente a variável geométrica) do modelo original. Neste caso, definindo-se o domínio discretizado em termos da variável espacial, o novo sistema de equações pode ser integrado em relação à variável temporal. Assim, pode-se dizer que, em cada ponto discretizado na variável espacial, o sistema é integrado, isto é; para cada ponto discretizado acompanha-se a evolução temporal de um dado ponto do domínio da variável espacial (sensor numérico).

Por exemplo, para a geometria plana, a derivada parcial de segunda ordem com relação à variável espacial φ é aproximada considerando a fórmula de diferenças finitas para segunda ordem:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} = \frac{\theta_{i-1} - 2\theta_i + \theta_{i+1}}{\Delta \varphi^2} \quad (34)$$

Considerando a aproximação acima, o modelo original pode ser reescrito em termos do ponto genérico i ($i=1, \dots, N$, em que N é o número de pontos de discretização). Analogamente, a condição inicial e as condições de contorno podem ser reescritas em função de fórmulas de diferenças finitas para os pontos $\varphi=0$ e $\varphi=1$, conforme apresentado a seguir:

$$\theta_i = 1, \quad (i = 1, \dots, N) \quad (35)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0 \rightarrow \frac{\theta_1 - \theta_0}{\Delta \varphi} = 0 \rightarrow \theta_0 = \theta_1 \quad (36)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = Bi\theta \rightarrow -\frac{\theta_{N+1} - \theta_N}{\Delta \varphi} = Bi\theta_N \rightarrow \theta_{n+1} = -\frac{\theta_N (Bi\Delta \varphi - 1)}{\Delta \varphi} \quad (37)$$

Neste cenário, o problema original parcial foi transformado em um sistema de equações diferenciais ordinários onde a única variável independente é o tempo. Cabe ressaltar que os outros dois modelos também podem ser reescritos segundo este padrão. Além disso, o sistema de equações diferenciais pode ser resolvido utilizando o MRK 4ª ordem, cuja fundamentação teórica foi, brevemente, apresentada para a simulação do primeiro estudo de caso.

Interface Gráfica

Assim como descrito para o primeiro estudo de caso, o *layout* referente à interface gráfica para esta aplicação é apresentado na Figura 23.

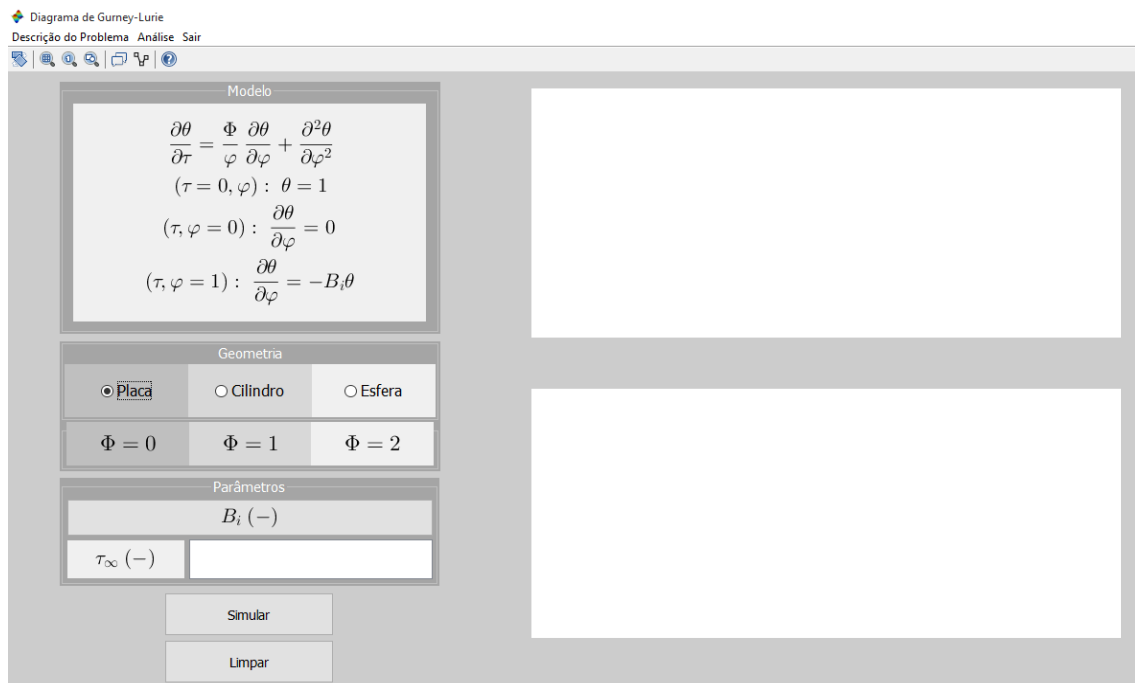


Figura 23: Interface gráfica para o Diagrama de Gurney Lurie (Fonte: Autor).

Nesta, é possível observar todos os parâmetros de entrada para o modelo, com destaque para o parâmetro Φ , que define o tipo de geometria analisada, a saber, se Φ for igual a zero tem-se uma placa plana. Caso Φ for igual a um tem-se um cilindro. Finalmente, o modelo diferencial terá como geometria uma esfera se Φ igual a dois. Para iniciar a construção do diagrama, o usuário deverá escolher qual a geometria desejada, clicando no espaço indicado para cada uma das disponíveis. Além disso, deverá clicar na seção “Parâmetros”, em “ Bi ”, sendo que o sistema informará a mensagem exibida na Figura 24. Nesta caixa de texto que surgirá, será possível o usuário entrar com os valores de Biot desejados para a operação. O usuário deverá informar o valor do tempo em que se deseja simular o problema em análise (τ_∞). Cabe enfatizar que nesta interface, o usuário também poderá estimar o valor da temperatura (ou um tempo) conhecendo-se um tempo (ou uma temperatura), bem como o tipo de

geometria, o número de pontos de colocação em um determinado valor para a geometria espacial.

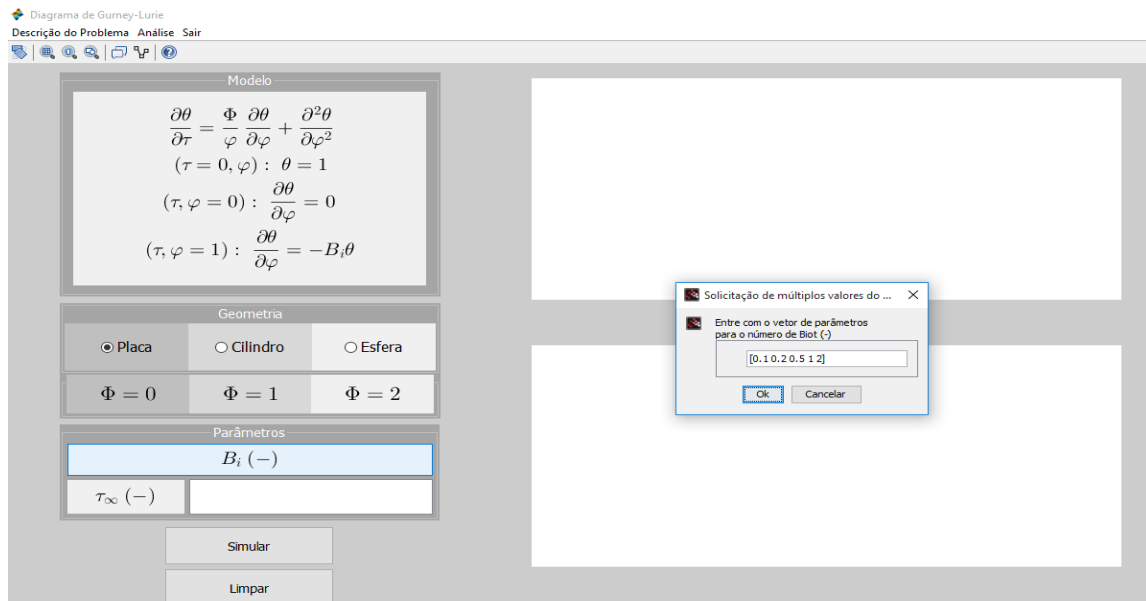


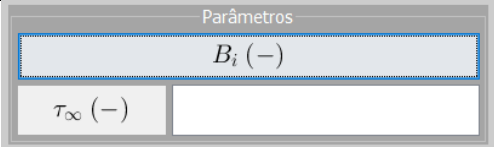
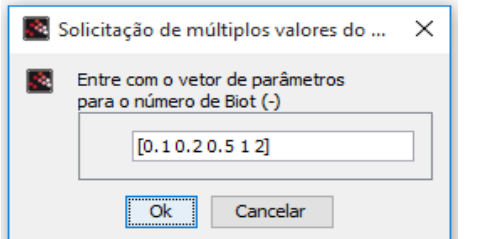
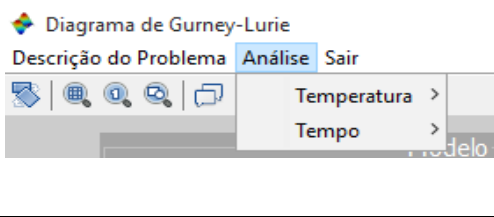
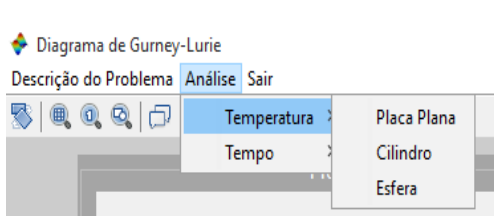
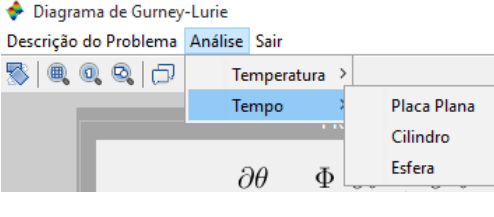
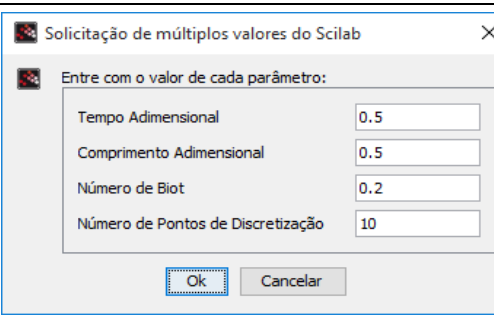
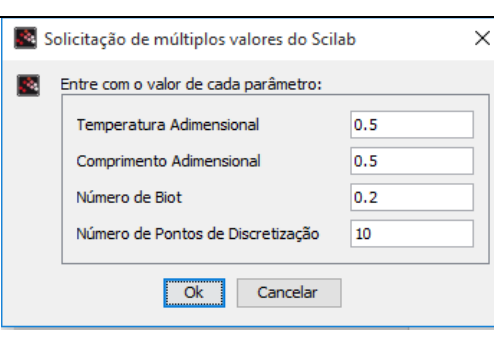
Figura 24: Definição dos valores que devem ser simulados para o número de Biot (Fonte: Autor).

Na Tabela 2 é apresentada uma breve descrição de cada item que compõe os parâmetros de entrada da interface. Cabe ressaltar que os botões com as mesmas funções já apresentadas para o primeiro estudo de caso, serão omitidos nesta tabela.

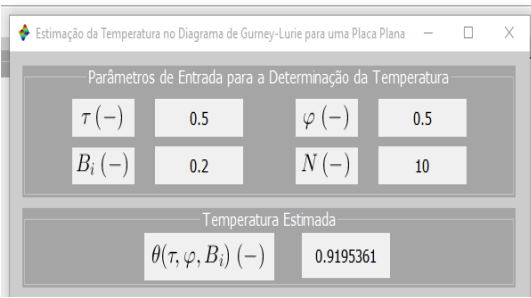
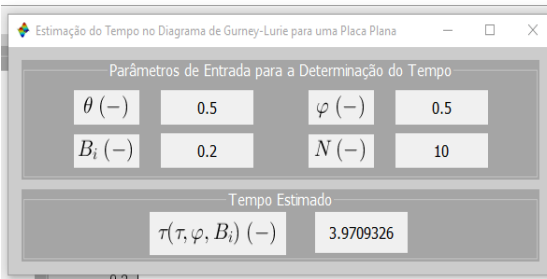
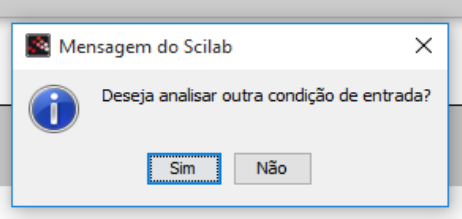
Tabela 2: Descrição dos itens contidos na interface para a elaboração dos Diagramas de Gurney-Lurie.

Seção	Descrição
Descrição do Problema	Ao clicar neste botão o usuário pode encontrar uma breve descrição do modelo, das hipóteses, as condições de contorno, e o Método das Linhas;
<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">Modelo</p> $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\Phi}{\varphi} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2}$ $(\tau = 0, \varphi) : \theta = 1$ $(\tau, \varphi = 0) : \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0$ $(\tau, \varphi = 1) : \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = -B_i \theta$ </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <p style="text-align: center;">Geometria</p> <p> <input checked="" type="radio"/> Placa <input type="radio"/> Cilindro <input type="radio"/> Esfera </p> <p> <input type="radio"/> $\Phi = 0$ <input type="radio"/> $\Phi = 1$ <input type="radio"/> $\Phi = 2$ </p> </div>	<p>Apresenta o modelo matemático utilizado;</p> <p>Aba onde o usuário escolhe o tipo de geometria ($\Phi=0$: placa plana, $\Phi=1$: cilindro ou $\Phi=2$: esfera);</p>

Continua na próxima página ...

	<p>Seção destinada a inserção dos parâmetros referentes ao número de Bi e ao tempo total de simulação (τ_{∞});</p>
	<p>Após clicar no botão “Bi” será solicitado ao usuário que entre com os valores para os quais se deseja fazer a análise;</p>
	<p>Permite a realização da análise da temperatura e do tempo para condições inseridas pelo usuário. Neste caso, pode-se determinar uma temperatura para um determinado tempo e vice-versa;</p>
	<p>Permite escolher para qual geometria se deseja calcular a temperatura, fornecido um tempo;</p>
	<p>Permite escolher para qual geometria se deseja calcular o tempo, dada uma temperatura;</p>
	<p>Janela onde o usuário pode entrar com os valores de cada parâmetro quando se deseja realizar uma análise, neste caso, da temperatura. Esta janela aparece logo após a escolha do tipo de geometria a ser analisada;</p>
	<p>Janela onde o usuário pode entrar com os valores de cada parâmetro quando se deseja realizar uma análise, neste caso, do tempo. Aparece logo após a escolha do tipo de geometria a ser analisada;</p>

Continua na próxima página ...

	<p>Janela onde são apresentados os resultados da análise realizada, neste caso, para a determinação da temperatura conhecendo-se um tempo;</p>
	<p>Janela onde são apresentados os resultados da análise realizada, neste caso, para a determinação do tempo conhecendo-se uma temperatura;</p>
	<p>Após apresentado o resultado da análise (de temperatura ou tempo), o usuário pode escolher analisar outra condição;</p>

Simulação

A Figura 25 apresenta a interface desenvolvida para o problema proposto com alguns parâmetros já definidos. Nesta figura, note que, ao clicar em “Simular”, a interface pergunta ao usuário se ele deseja avaliar o sistema também para Bi infinito. Este representa uma condição especial bem particular, isto é; para Bi infinito, θ é igual a zero para esta condição de contorno em qualquer geometria. Para essa finalidade, foram considerados os seguintes parâmetros: placa plana, Bi (0.1, 0.2, 0.5, 1 e 2), τ_∞ (10) e 100 pontos de discretização (definidos a partir de simulações preliminares).

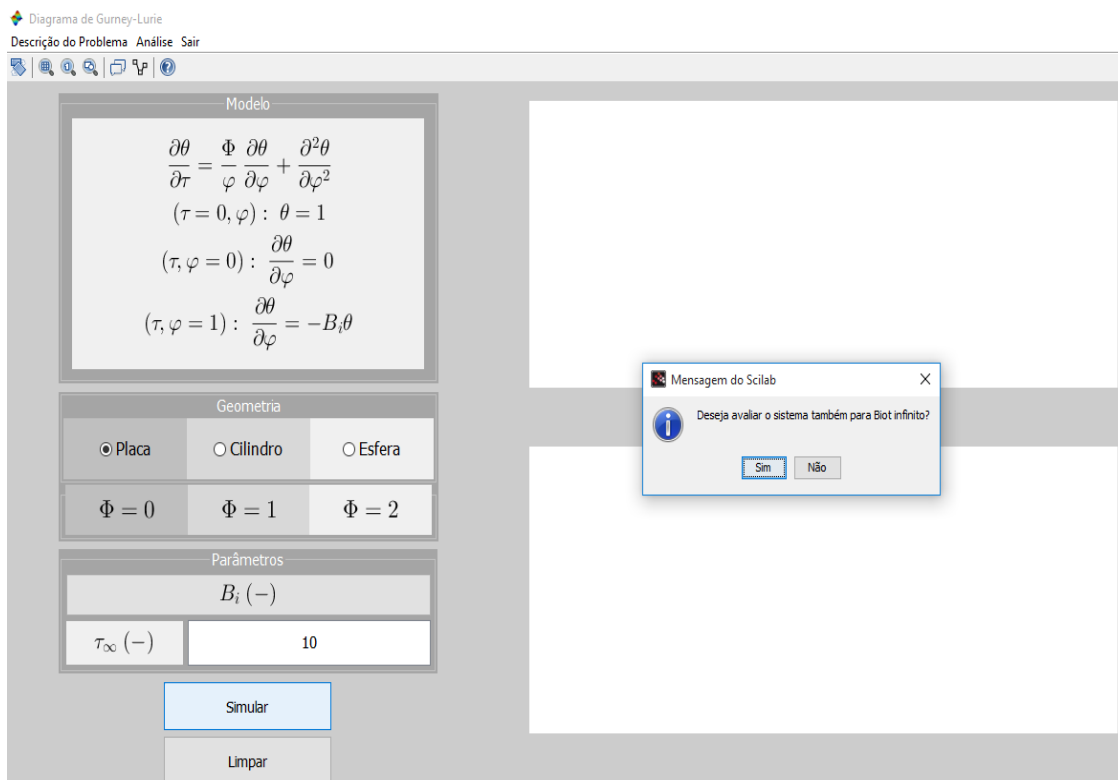
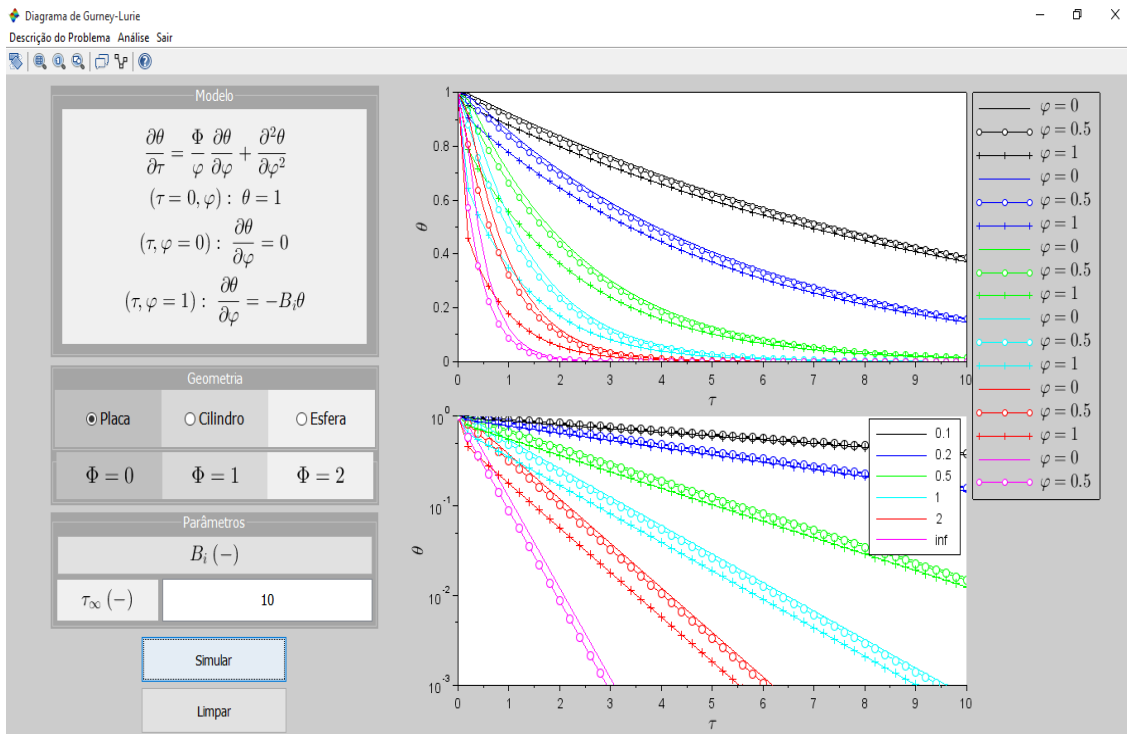
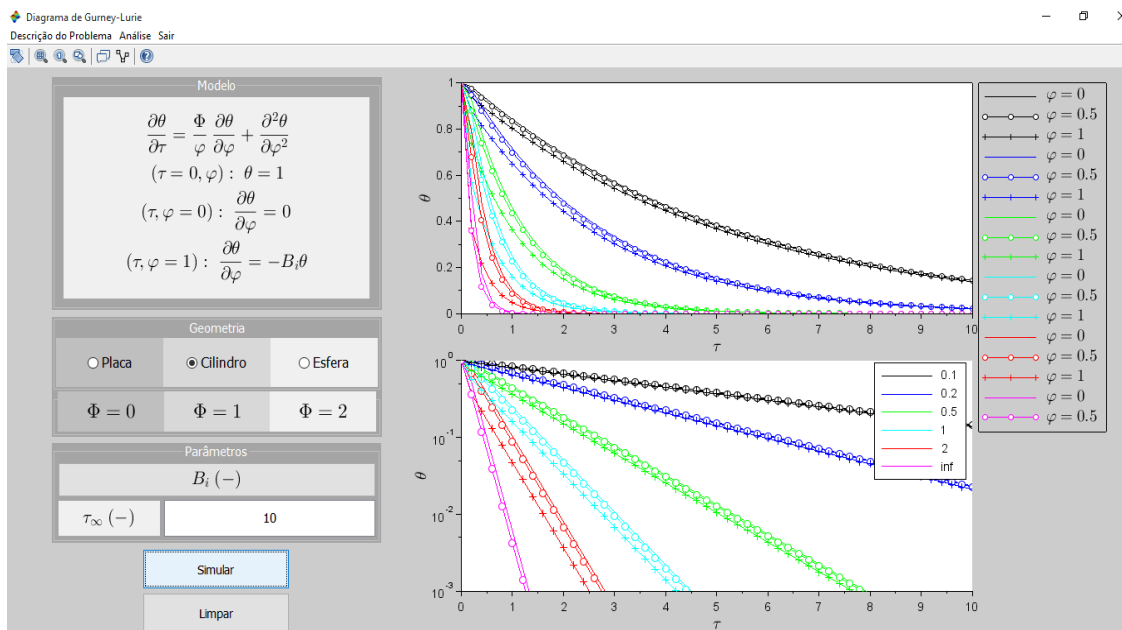


Figura 25: Interface em que o usuário deve escolher avaliar ou não Bi infinito (Fonte: Autor).

Já na Figura 26 são apresentados os perfis de temperatura adimensional considerando diferentes valores de Bi e determinados valores para a variável geométrica ($\varphi = [0, 0,5, 1]$). No gráfico superior tem-se a variável θ em escala normal e na inferior tem-se a mesma variável em escala logarítmica, como é tradicionalmente encontrado na literatura especializada. Além disso, para cada Bi define-se cores diferentes de forma que a influência deste parâmetro possa ser avaliada. Nesta figura observa-se que quanto maior for o valor de Bi mais rápido a temperatura alcança o estado estacionário. Isto já era esperado visto que maiores valores de Bi implicam em maiores valores para o coeficiente de transferência convectiva de calor ou menores valores para a condutividade térmica. Independentemente do valor do número de Bi , observa-se que os resultados obtidos são coerentes com os esperados fisicamente, visto que a temperatura se inicializa em $\theta=1$ e tende a condição em que $\theta=0$, isto é: a temperatura dimensional tende a se igualar a temperatura ambiente. É claro que, para o valor de τ_{∞} considerado (igual a 10), nem todos os valores de θ convergem para zero para todos os valores de Bi . Neste caso, o valor de τ_{∞} deve ser incrementado.



Similarmente, nas Figuras 27 e 28 são apresentados os perfis de temperatura para o cilindro infinito e para uma esfera, respectivamente. Os outros parâmetros considerados são os mesmos já definidos para a simulação anterior.



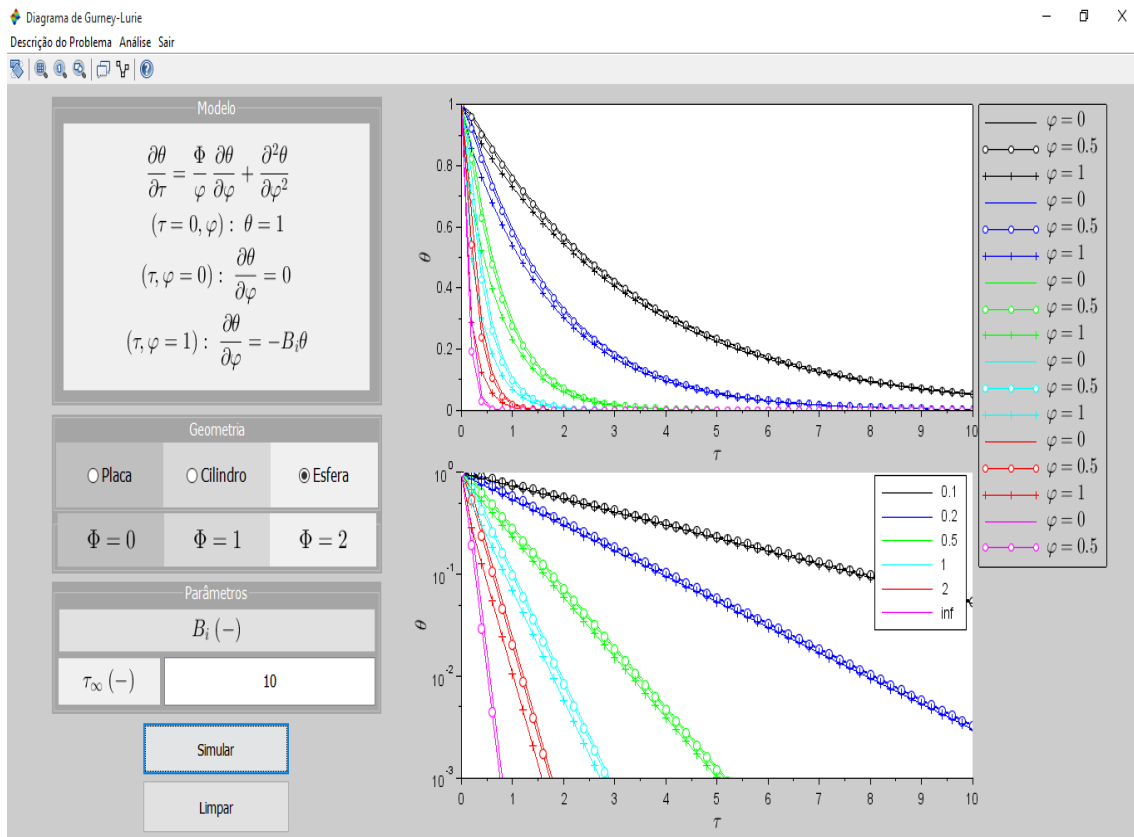
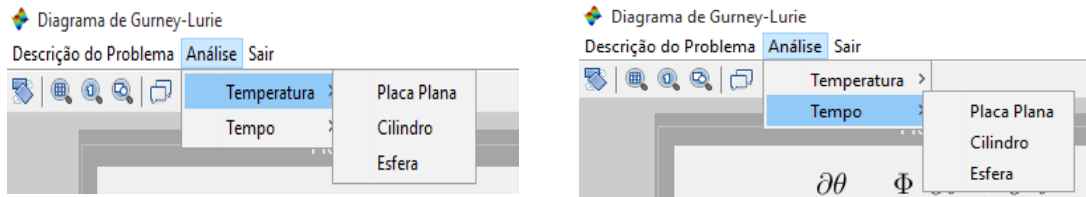


Figura 28: Diagrama de Gurney-Lurie para esfera considerando diferentes valores para Bi (Fonte: Autor).

Determinação da Temperatura ou do Tempo nos Diagramas de Gurney-Lurie

No contexto acadêmico, os Diagramas de Gurney-Lurie são utilizados no formato gráfico. Assim, o usuário destes tem que, a partir de determinadas condições de entrada, encontrar a resposta de interesse para aplicá-la no estudo de caso de interesse. Conforme mencionado anteriormente, uma das funcionalidades da rotina implementada é permitir que, conhecendo-se um conjunto de parâmetros de entrada, o usuário possa obter uma resposta sem a necessidade de recorrer ao diagrama. Neste caso, a principal vantagem seria a obtenção de uma solução mais precisa do que aquela obtida por meio de inspeção gráfica. Neste cenário, a presente seção tem por objetivo apresentar os resultados obtidos com a implementação de uma rotina para a predição da temperatura (ou do tempo) a partir do conhecimento do tempo (ou da temperatura), do número de Biot, da coordenada espacial e da geometria de interesse. Para essa finalidade, foi proposto um procedimento iterativo que consiste dos seguintes passos:

- Inicialmente, define-se qual o tipo de saída de interesse, isto é; deseja-se obter a temperatura ou o tempo, conforme a Figura 29;

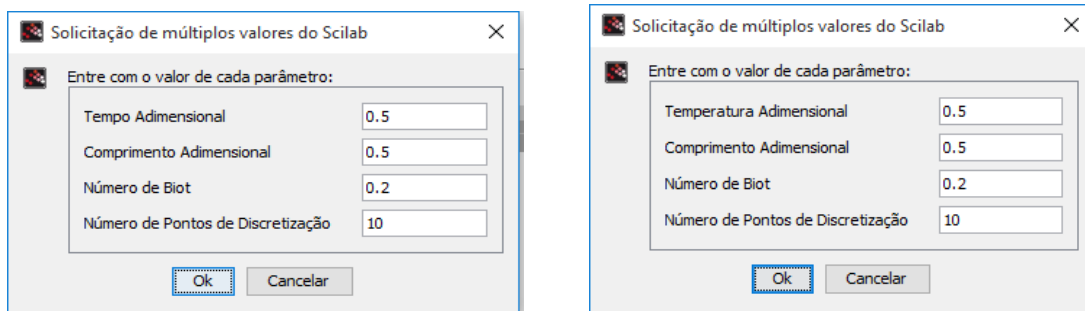


(a) Análise da Temperatura.

(b) Análise do Tempo.

Figura 29: Análise da temperatura ou do tempo (Fonte: Autor).

- Definida a resposta de interesse, o usuário deve entrar com a configuração que será empregada para a estimação da resposta pretendida. Para o caso da predição da temperatura, deve-se entrar com tempo, com o número de Biot, com a coordenada espacial e com a geometria de interesse (Figura 30a). Já para a determinação do tempo, deve-se entrar com a temperatura, com o número de Biot, com a coordenada espacial e com a geometria de interesse (Figura 30b);



(a) Determinação da Temperatura.

(b) Determinação do Tempo.

Figura 30: Determinação da temperatura ou do tempo conhecendo-se os outros parâmetros de entrada (Fonte: Autor).

- Em seguida, o programa é simulado considerando as condições especificadas. De posse da resposta, primeiramente interpola-se a saída em relação à variável espacial de forma que o valor definido pelo usuário seja alcançado. Após esta etapa, tem-se a saída adequada em termos da variável espacial. Na sequência, para o caso da predição da temperatura conhecendo-se o tempo, interpola-se a temperatura obtida até o tempo definido pelo usuário ser computado. Por outro lado, para o caso da predição do tempo, inicialmente define-se um tempo para qual o sistema será simulado. De posse desta informação, o procedimento de interpolação para a variável espacial e para a temperatura é aplicado. Caso o tempo definido inicialmente não seja o suficiente para obter a temperatura de interesse definida pelo usuário, a mesma é incrementada e o procedimento é repetido até que a condição de entrada seja avaliada.

Em resumo, a rotina desenvolvida permite avaliar os valores de temperatura ou do tempo, para determinadas condições de entrada especificadas pelo usuário. Para fins de ilustração, considere a transferência de calor em uma placa plana onde são conhecidas as seguintes condições de entrada: $\tau=0,5$; $\varphi=0,5$; $Bi=0,2$ e $N=10$. Assim, deseja-se

computar a temperatura θ relacionada com os parâmetros de entrada. Com os parâmetros de entrada definidos, o usuário executa programa, cuja solução é apresentada na Figura 31.

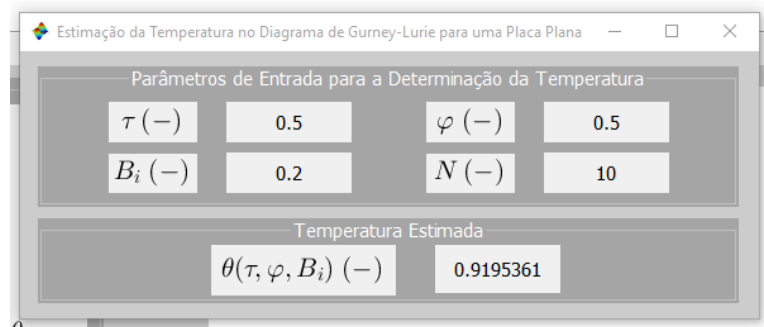


Figura 31: Determinação da temperatura para $\tau=0,5$; $\varphi=0,5$; $B_i=0,2$ e $N=10$ (Fonte: Autor).

Neste caso, observa-se que a temperatura (adimensional) encontra-se na faixa esperada ($0 \leq \theta \leq 1$), o que implica que a rotina implementada foi capaz de estimar o seu valor, todavia, sem o uso de inspeção gráfica. Similarmente, o mesmo procedimento pode ser adotado para diferentes configurações. Por exemplo, na Figura 32 apresenta a predição da temperatura considerando os seguintes parâmetros: $\tau=0,5$; $\varphi=0,5$; $B_i=0,5$ e $N=10$.

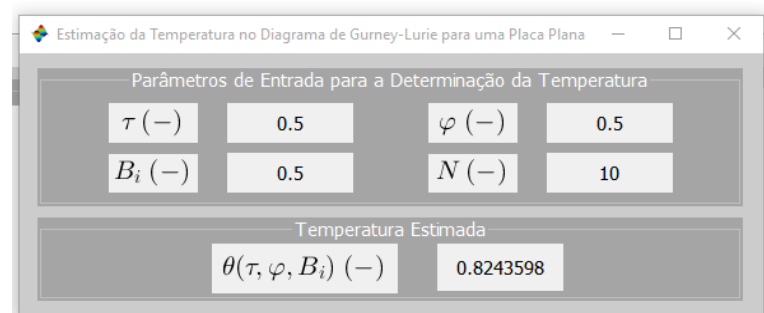


Figura 32: Determinação da temperatura para $\tau=0,5$; $\varphi=0,5$; $B_i=0,5$ e $N=10$ (Fonte: Autor).

Neste contexto, outras análises considerando a variação de outros parâmetros de entrada para a determinação da temperatura podem ser definidas. Por exemplo, na Figura 33 considera-se os seguintes parâmetros: $\tau=0,5$; $\varphi=1$; $B_i=0,2$ e $N=10$.

Parâmetros de Entrada para a Determinação da Temperatura			
$\tau (-)$	0.5	$\varphi (-)$	1
$B_i (-)$	0.2	$N (-)$	10
Temperatura Estimada			
$\theta(\tau, \varphi, B_i) (-)$	0.8541867		

Figura 33: Determinação da temperatura para $\tau=0,5$; $\varphi=1$; $B_i=0,2$ e $N=10$ (Fonte: Autor).

Em se tratando da predição do tempo, o mesmo procedimento pode ser adotado. Por exemplo, na Figura 34 considera-se os seguintes parâmetros: $\theta=0,5$; $\varphi=0,5$; $B_i=0,2$ e $N=10$. Já na Figura 35 foram adotados: $\theta=0,5$; $\varphi=0,5$; $B_i=2$ e $N=10$.

Parâmetros de Entrada para a Determinação do Tempo			
$\theta (-)$	0.5	$\varphi (-)$	0.5
$B_i (-)$	0.2	$N (-)$	10
Tempo Estimado			
$\tau(\theta, \varphi, B_i) (-)$	3.9709326		

Figura 34: Determinação do tempo para $\theta=0,5$; $\varphi=0,5$; $B_i=0,2$ e $N=10$ (Fonte: Autor).

Parâmetros de Entrada para a Determinação do Tempo			
$\theta (-)$	0.5	$\varphi (-)$	0.5
$B_i (-)$	2	$N (-)$	10
Tempo Estimado			
$\tau(\theta, \varphi, B_i) (-)$	0.7947861		

Figura 35: Determinação do tempo para $\theta=0,5$; $\varphi=0,5$; $B_i=2$ e $N=10$ (Fonte: Autor).

3.3 Determinação dos Perfis de Transferência de Calor Temporal e Espacial em Esferas

A última aplicação considera o modelo que representa a transferência de calor em uma esfera, cujas hipóteses são descritas a seguir (Bird et. al, 2004): *i*) a temperatura é função do tempo (regime transiente); *ii*) a variável independente de interesse é a radial; *iii*) as propriedades físicas constantes em todo o corpo; *iv*) não existe termo de geração de energia. Matematicamente, o modelo que representa esse processo é dado pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (38)$$

Para este estudo de caso são consideradas as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (r = 0, \forall t > 0) \quad (39)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{Bi}{R}(T - T_a), \quad (r = R, \forall t > 0) \quad (40)$$

$$T = T_0, \quad (t = 0, r \leq R) \quad (41)$$

em que T é a temperatura, t é o tempo, r é a coordenada geométrica, α é difusividade térmica, Bi é o número de Biot (definido como hR/k , onde k é a condutividade térmica, R é o raio e h é o coeficiente de transferência convectiva de calor), e T_a é a temperatura ambiente. Assim como nas duas formulações anteriores, as Equações (39), (40) e (41) representam a condição de simetria, a igualdade entre os mecanismos de calor por condução e convecção e a temperatura inicial da esfera, respectivamente.

Considerando os mesmos grupos adimensionais definidos para o estudo de caso do cilindro, obtêm-se o seguinte modelo diferencial:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{\varphi} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \quad (42)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0, \quad (\varphi = 0, \forall \tau > 0) \quad (43)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = Bi\theta, \quad (\varphi = 1, \forall \tau > 0) \quad (44)$$

$$\theta = 1, \quad (\tau = 0, \varphi \leq 1) \quad (45)$$

em que θ , φ e τ representam a temperatura, a coordenada geométrica e o tempo adimensionais, respectivamente.

Resolução Numérica

Por se tratar de uma equação diferencial parcial, também será considerado o Método das Linhas, descrito nas Equações (34)-(37), como metodologia para a resolução deste estudo de caso. Para a integração deste sistema, agora diferencial ordinário, será utilizado o Método de Runge Kutta 4ª ordem, conforme descrito nas Equações (5)-(9).

Interface Gráfica

Assim como outros estudos de caso apresentados anteriormente, também foi desenvolvida uma interface gráfica para a análise deste problema. Como está é similar as outras, os itens descritivos desta interface são similares aos já apresentados, e, para esta aplicação, não serão repetidos. A Figura 36 apresenta a interface gráfica para este estudo de caso.

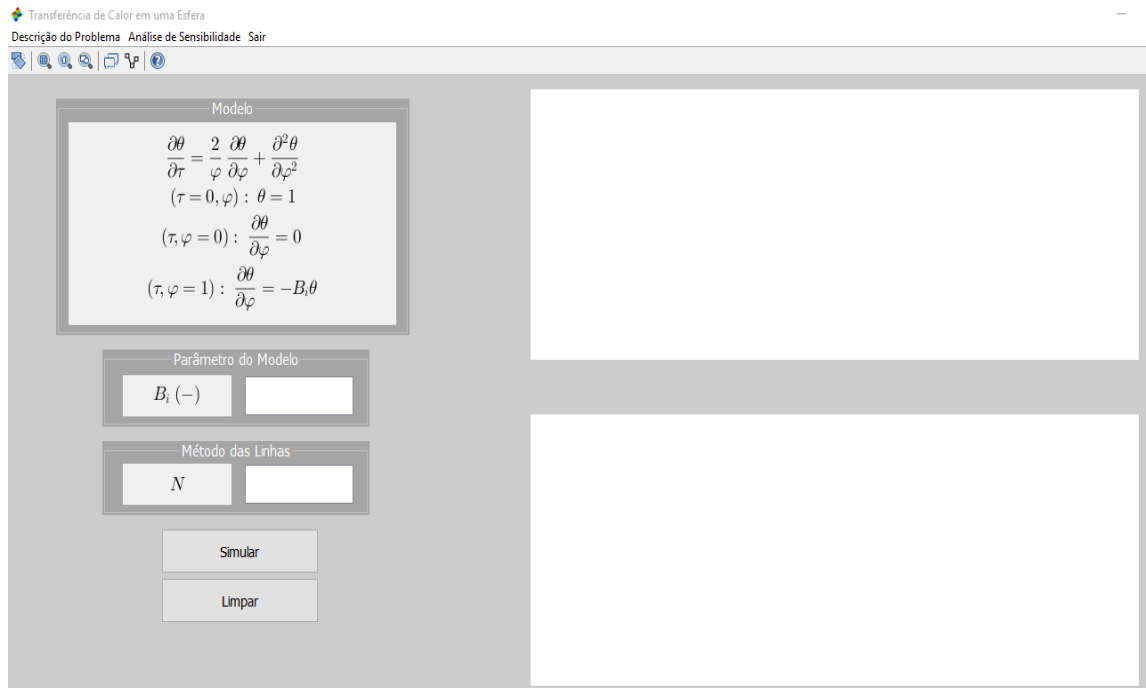


Figura 36: Interface gráfica desenvolvida para a transferência de calor em esferas (Fonte: Autor).

Simulação

Conforme descrito para as aplicações anteriores, primeiramente o usuário deverá entrar com os valores referentes ao número de Biot (Bi) e do número de pontos de discretização (N), respectivamente. Em seguida, deve-se clicar no botão “Simular”. Então, o perfil de temperatura em função da variável temporal, para diferentes valores discretizados da variável espacial (ver a parte superior da interface apresentada na Figura 36). Já na parte inferior da interface será apresentado o perfil de temperatura em função da variável espacial, considerando diferentes valores para a variável temporal. Na Figura 37 são apresentados os resultados obtidos considerando os seguintes parâmetros: $Bi=10$ e $N=10$.

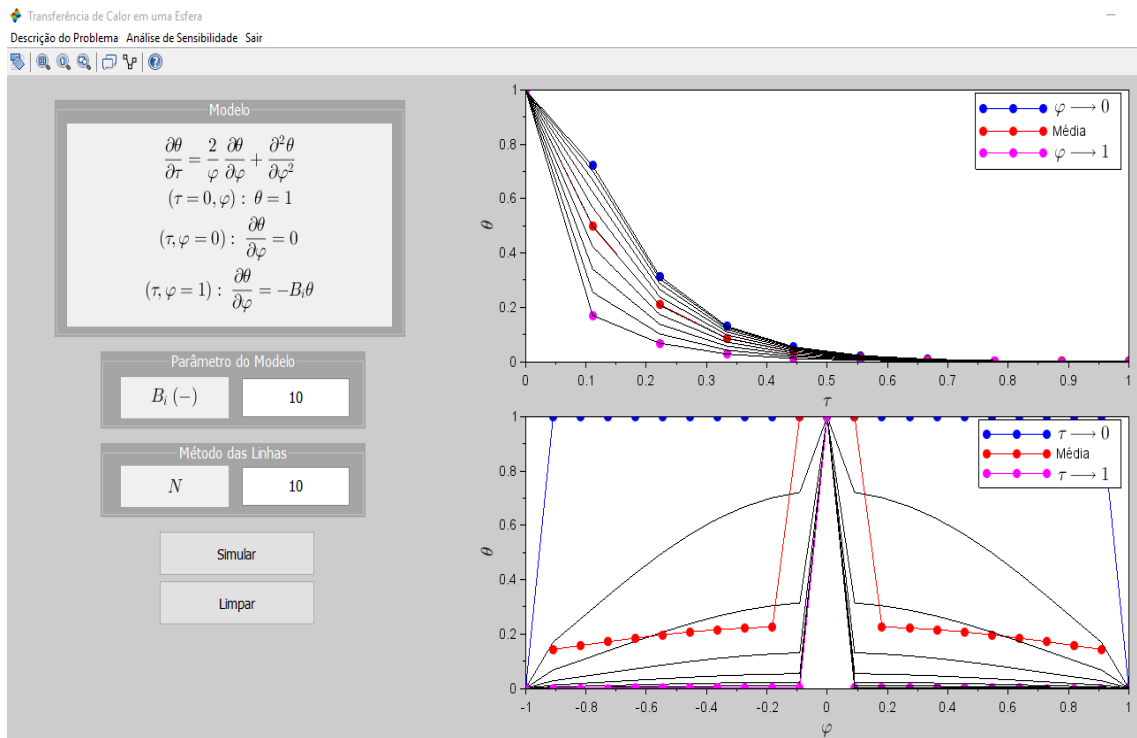


Figura 37: Perfis de temperatura em função do tempo (parte superior) e em função do raio (parte inferior) para $Bi=10$ e $N=10$ (Fonte: Autor).

Na Figura 37 (parte superior) é possível observar que o processo parte da condição em que θ é igual a unidade (condição inicial) e tende a θ igual a zero, que corresponde ao valor da temperatura ambiente. Assim, o processo tende a entrar em regime estacionário, o que em concordância com o esperado fisicamente, validando desta forma o código. Já na Figura 37 (parte inferior) observa-se os perfis de temperatura em função da variável espacial, para diferentes valores de tempo. Para a condição em que a variável espacial é igual a zero, tem-se o atendimento da condição de fluxo nulo, e em φ igual a um, tem-se a igualdade entre os mecanismos de calor por condução e convecção na superfície da placa. Nesta figura ressalta-se que são apresentados os resultados ao longo de todo o diâmetro da esfera, sendo que os mesmos foram plotados usando a simetria entre os eixos. Além disso, também enfatiza-se que o aumento no valor do parâmetro N fará com que a apresentação das curvas seja mais precisa, visto que o aumento deste parâmetro faz com que o número de equações diferenciais que devem ser integradas aumente, o que implica, na prática, no aumento da qualidade da solução obtida pela aproximação numérica considerada.

Análise de Sensibilidade

Similarmente, também pode-se executar o código com outras configurações para o número de Biot ou se o usuário preferir, clicar no botão “Análise de Sensibilidade” e avaliar a influência deste parâmetro nos perfis obtidos. Para essa finalidade, na Figura 38 é apresentado os perfis “médios” de temperatura considerando os seguintes valores para Bi iguais a 1, 2, 5, 10 e 50, respectivamente. De forma geral, observa-se que o aumento do valor deste parâmetro favorece a dinâmica do sistema no que tange a

obtenção do estado estacionário, isto é; quanto maior o valor do Bi , mais rápido o processo alcança o estado estacionário. Fisicamente, conforme discutido para o estudo de caso anterior, isto acontece porque este parâmetro relaciona o coeficiente de película com a condutividade térmica, ambos fatores que influenciam diretamente a dinâmica do processo.

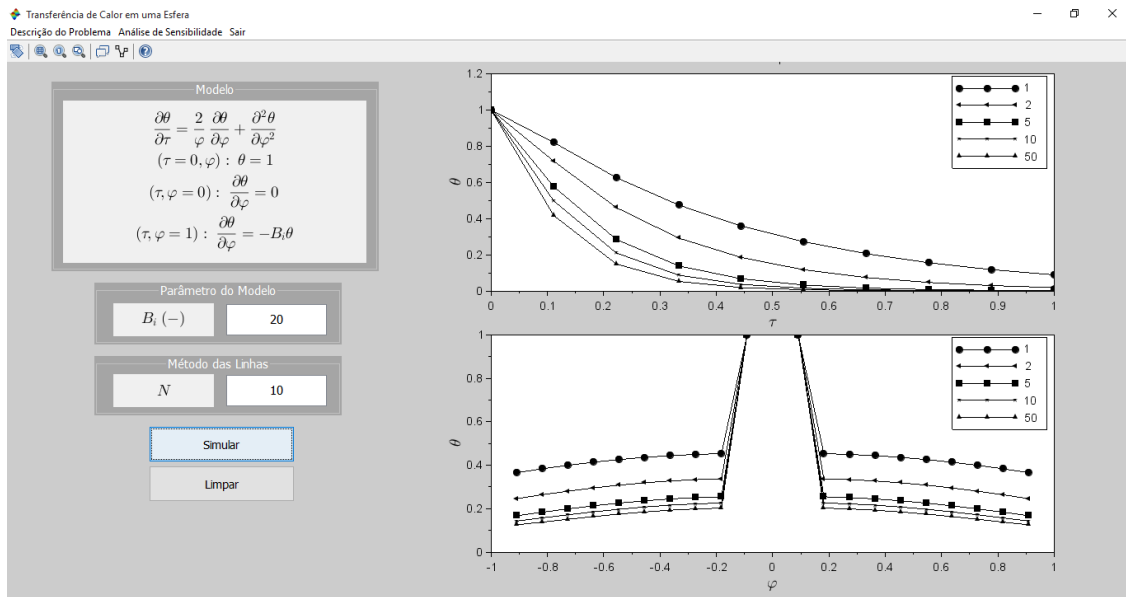


Figura 38: Análise de sensibilidade do parâmetro Bi para o problema da transferência de calor em esferas (Fonte: Autor).

4 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve por objetivo apresentar a resolução de alguns problemas clássicos em transferência de calor usando a ferramenta GUI (*Graphical User Interface*) do Scilab[®]. Com o uso desta ferramenta foi possível tornar mais amigável a entrada dos parâmetros, bem como a apresentação dos resultados obtidos em cada aplicação. Neste contexto, ao se evitar trabalhar diretamente com fundamentos relacionados a implementação, o usuário desta ferramenta poderá dedicar-se integralmente na análise física dos estudos de caso.

Do ponto de vista didático, ressalta-se que isto pode auxiliar os docentes em sala de aula, visto que estudos de caso mais complicados podem ser trabalhados em sala, sem que o docente tenha que se preocupar com as metodologias empregadas para a resolução dos mesmos, bem como com a parte de implementação.

Como propostas de trabalhos futuro pretende-se: *i*) incorporar testes para avaliar entradas de dados incoerentes física e matematicamente; *ii*) desenvolver interfaces para outros estudos de caso de interesse dos docentes do curso de graduação e pós-graduação em engenharia química e áreas afins e *iii*) desenvolver uma interface geral que proporcione ao usuário escolher qual estudo de caso será analisado.

5 REFERÊNCIAS

ABSI, R. Teaching Fluid Mechanics for Undergraduate Students in Applied Industrial Biology: from Theory to Atypical Experiments. **Journal of Engineering Education**, p. 550-558. 2011.

BARBOSA, P. V.; MEZZOMO, F.; LODER, L. L. Motivos de Evasão no Curso de Engenharia Elétrica: realidade e perspectivas. In: XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, Blumenau. **Anais...** Blumenau: COBENGE, 2011.

BIRD, R. Byron; LITHFOOT, Neil R; WARREN, E. **Fenômenos de Transporte 2**. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

CUTLIP, M. B.; SHACHAM, M. **Polymath**, version 4.1, Willimantic, 1998.

CUTLIP, M. B et al. **A collection of 10 numerical problems in Chemical Engineering solved by various mathematical software packages**. Eng Edu, v. 6, f. 3, 1998, p. 169-180

MILITZER, J.; BELL, T. A.; HAM, F.E. **CFDnet: A Tool for Teaching Fluid Dynamics over the Internet**: TICE 2000: Technologies of information and communication in education for engineering and industry. Troyes, 2000, p. 17-21.

MOTTA, Matheus C; SILVA, Rosana M da. Métodos de Runge-Kutta. In: Semana de matemática do CCT/UFCG, 6ª. 2011, Campo Grande.

NÚÑEZ-ESQUER, M.A; GARCILASO-VÉJAR, J.A; RUIZ-MANRÍQUEZ, A. Evaluación de esquemas de diferencia finita para la construcción de las cartas de Gurney-Lurie. **Revista Mexicana de Física** , v. 51, n. 2, p. 74-83, 2005.

OTONI, Luis. Educação Tecnológica - **O uso de Simuladores e as Estruturas Cognitivas**. PGIE/UFRGS e CEFET-RS. Disponível em: <http://cmi.cefetrs.tche.br/~ribeiro/teste.htm>. Acessado em 29/12/2004

PANDHARIPANDE, S.L; BADHE, Y.P. Artificial Neural Networks for Gurney-Lurie and Heisler charts. **Journal of the Institution of Engineers** . India, n. 84, p. 65-70, 2004. Chemical Engineering Division.

PANTOJA, Lígia Françoise Lemos; SILVA, Francisco Hermes Santos da. Engenharia didática: articulando um referencial metodológico para o ensino de matemática na EJA. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 4 - 4.

PERECMANIS, J. O efeito da adaptação à universidade nas aprovações no 1º. semestre. In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 8., 2002, Juiz de Fora. Trabalhos apresentados... Juiz de Fora, MG: UFJF, 2002.

PICCOLI, Guilherme Luiz. **Análise numérica na Engenharia do Vento Computacional empregando computação de alto desempenho e simulação de**

grandes escalas. 2009. Dissertação (Engenharia Mecânica) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL.

RANGEL, W.S. **Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: contribuições para a formação de professores de matemática.** Ouro Preto, MG, 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO.

SHULMAN, Lee S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **American Educational Research Association**, v. 15, n. 4, p. 4-14, Feb 1986.

SILVA FILHO, Roberto Leal Lobo, et al. "A evasão no ensino superior brasileiro." *Cadernos de pesquisa* 37.132 (2007): 641-659.

SOUZA-SANTOS, M. L. **Analytical and Apprximate Methods in Transport Phenomena.** CRC Press, Taylor & Francis Group, 2008. (A Series of Textbooks and Reference Books).

TEDESCHI, Giovanna. Engenharia Mecânica desenvolve projeto para motivação de estudantes.. **ComunicaUFU.** Uberlândia/MG, 08 Maio 2018. Disponível em:<<http://www.comunica.ufu.br/noticia/2018/05/engenharia-mecanica-desenvolve-projeto-para-motivacao-de-estudantes>>. Acesso em: 13 jul. 2018.

TOVAL, Ambrosio; FLORES, Mariano. **Computer systems simulation in education: description of an experience.** New York: Computers & Education, v. 2, 1987, p. 293-303.