

GUILHERME HENRIQUE OLIVEIRA SILVA

**DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE UM
EQUIPAMENTO DE BAIXO CUSTO PARA
MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2018

GUILHERME HENRIQUE OLIVEIRA SILVA

**DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE UM
EQUIPAMENTO DE BAIXO CUSTO PARA MEDIÇÃO DE
VIBRAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecatrônica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **BACHAREL EM ENGENHARIA MECATRÔNICA**.

Área de Concentração: Instrumentação e Processamento Digital de Sinais.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Mendes Finzi Neto

UBERLÂNDIA - MG

2018

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida.

Aos meus pais, por acreditarem em mim e terem me apoiado ao longo de toda a Graduação.

À minha irmã Roberta, por sempre estar ao meu lado, especialmente nos momentos de dificuldade.

Ao professor Dr. Roberto Mendes Finzi Neto, por me orientar ao longo do período de desenvolvimento deste trabalho, indicando os melhores caminhos para a sua realização e sempre pronto a esclarecer dúvidas.

Ao professor Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Junior, por ter me acolhido no Laboratório de Mecânica de Estruturas “Prof. José Eduardo Tannus Reis” (LMEst), o que abriu as portas para este trabalho.

Aos alunos pesquisadores do LMEst, em especial ao Lucas, à Izabela e ao Leandro, por estarem sempre solícitos a me ajudar.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de utilizar os recursos necessários à pesquisa, em especial os laboratórios.

RESUMO

O presente trabalho propõe um equipamento capaz de medir vibrações satisfatoriamente, mas que ao mesmo tempo seja de baixo custo. Para tanto, foi feita primeiramente uma revisão bibliográfica nos temas pertinentes, a saber: vibrações mecânicas, para se compreender o fenômeno mensurado; processamento digital de sinais (com destaque para a Transformada Rápida de Fourier), para se propor um método de validação; e efeito piezelétrico, para se compreender o funcionamento do sensor e, pois, utilizá-lo. Feito isto, foi projetado um sistema de condicionamento de sinais apropriado para este tipo de sensor, o qual foi fabricado em uma placa de circuito impresso. Ao fim, o equipamento proposto foi montado em um excitador eletromecânico – cuja frequência de vibração é programada e, portanto, conhecida –, e seu sinal foi comparado ao de um acelerômetro comercial em um analisador de sinais, cujos resultados validaram a proposição deste trabalho.

ABSTRACT

The following work proposes a device capable of measuring mechanical vibrations properly, but with a low cost at the same time. To do so, a bibliographical review was first made on the pertinent themes, namely: mechanical vibrations, in order to understand the phenomenon measured; digital signal processing (especially the Fast Fourier Transform), in order to propose a validation method; and piezoelectric effect, in order to understand the operation of the sensor and, therefore, to use it. After this, an appropriate signal conditioning system was designed for this type of sensor, which was manufactured on a printed circuit board. At the end, the proposed equipment was mounted on an electromechanical exciter - whose frequency of vibration is programmed and therefore known - and its signal was compared to that of a commercial accelerometer in a signal analyzer, whose results validated the proposition of this work.

Keywords: Accelerometer, Vibrations, Digital Signal Processing, Piezoelectric, FFT.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I – FUNDAMENTOS DE VIBRAÇÕES MECÂNICAS.....	2
1.1 – Vibrações Mecânicas	2
CAPÍTULO II – PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS	5
2.1 – Transformadas de Fourier.....	5
2.2 – O processo de amostragem.....	8
2.2.1 – Efeito da função de amostragem	10
2.2.2 – Efeito da função janela.....	13
CAPÍTULO III – A TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER	21
3.1 – A FFT de base 2 (radix-2)	21
CAPÍTULO IV – SENSOR PIEZOELÉTRICO	25
4.1 – Funcionamento	25
4.2 – Condicionamento de sinal	26
CAPÍTULO V – IMPLEMENTAÇÃO	31
5.1 – Placa de Circuito Impresso do Condicionador de Sinal	31
CAPÍTULO VI – TESTE E ANÁLISE	35
6.1 – Equipamentos utilizados.....	35
6.2 – Sensibilidade relativa.....	37
6.3 – FFT no <i>Dynamic Signal Analyzer</i>	39
CAPÍTULO VII – CONCLUSÕES	49
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	50
ANEXO 1 – FFT NO ARDUINO DUE	52
ANEXO 2 – PROGRAMA PARA CÁLCULO DA FFT NO ARDUINO DUE	54

INTRODUÇÃO

As vibrações mecânicas podem apresentar-se como um verdadeiro problema em muitas aplicações de Engenharia, tanto causando danos estruturais, às vezes permanentemente, quanto limitando suas operações – como ao se observar as frequências de ressonância para limitar a velocidade de rotores, por exemplo. Este fenômeno precisa, portanto, ser medido confiavelmente, pois seus resultados serão utilizados em técnicas de monitoramento da integridade estrutural, técnicas de balanceamento, laudos e vistorias de máquinas, dentre outros usos.

Uma vez entendida a necessidade de medição, surge a questão sobre qual equipamento utilizar. Encontra-se no mercado uma grande variedade de sensores, cujos preços variam enormemente – mesmo entre aqueles com as mesmas características (*range* de frequência e de amplitude, etc.). Surge, portanto, a necessidade de comparar estes equipamentos – e, se preciso for, projetar outros sistemas, como o propõe este trabalho – para que o melhor custo-benefício seja atingido onde se precise medir vibrações mecânicas.

Dado tudo isto, este trabalho põe como objetivo o desenvolvimento de um equipamento de baixo custo para medição de vibrações mecânicas utilizando um sensor piezelétrico, o qual é sensivelmente mais barato que um sistema de medição (acelerômetro) comercial.

O Capítulo I traz um breve estudo sobre os fundamentos de vibrações mecânicas, necessário para a compreensão do fenômeno a ser medido. O Capítulo II aborda o processamento digital de sinais, em especial quanto ao papel das funções transformadas e às questões envolvidas na amostragem e conversão analógico-digital de um sinal. O Capítulo III faz uma revisão da provavelmente mais conhecida ferramenta de análise de sinais no domínio da frequência, a transformada rápida de Fourier. O Capítulo IV aborda o sensor piezelétrico, suas características e o condicionamento de seu sinal. O Capítulo V traz o desenvolvimento do sistema proposto, projetando o circuito elétrico segundo o estudado no capítulo anterior, além de projetar também a placa de circuito impresso que o conterá. O Capítulo VI, por fim, engloba os testes realizados e a análise dos dados adquiridos, enquanto o Capítulo VII traz as conclusões obtidas.

Espera-se, ao fim deste trabalho, que a sua contribuição se dê no fato de que o sistema proposto seja tão bom quanto o comercial, de forma que futuras aprimorações do projeto e possíveis aplicações possam ser feitas confiavelmente e com um baixo custo.

CAPÍTULO I

FUNDAMENTOS DE VIBRAÇÕES MECÂNICAS

1.1– Vibrações Mecânicas

O modelo mais simples para se estudar vibrações, e ao mesmo tempo extremamente significativo, é aquele com um grau de liberdade, composto por uma massa rígida m , uma rola com rigidez k e um amortecedor com coeficiente de amortecimento c .

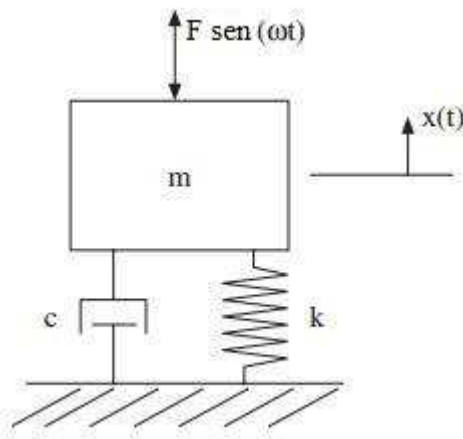


Figura 1.1 – Sistema massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade. (VANCE; ZEIDAN; MURPHY, 2010 – Adaptada pelo autor)

Se uma força senoidal é aplicada à massa, o movimento será regido pela seguinte equação diferencial

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \text{ sen}(\omega t) \quad (1.1)$$

Tem-se, pois, duas soluções: i) a solução particular e ii) a solução homogênea (sem excitação) – de forma que a soma das duas soluções dê a solução completa.

Assumindo um sistema linear, a solução particular segue a força de excitação $F(t)$ com uma amplitude X_p e uma fase ϕ . Assim $x_p(t) = X_p \text{ sen}(\omega t + \phi)$. Derivando-se esta equação e substituindo-a na equação do movimento, chega-se que a solução particular é a Eq. (1.2):

$$x_p(t) = F \frac{\text{sen}(\omega t + \phi)}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (1.2)$$

Caso fosse um sistema não amortecido ($c = 0$), vê-se que existiria um valor de ω que anularia o denominador e tornaria infinita a amplitude da resposta. A esse valor dá-se o nome de frequência natural não amortecida e ele é dado pela Eq. (1.3)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.3)$$

A resposta homogênea de vibração ($F = 0$) pode ser escrita na forma da Eq. (1.4)

$$x_h(t) = Ae^{st} \quad (1.4)$$

onde s é dado por $s = \lambda + i\omega_d$ e é chamado de autovalor.

Utilizando a propriedade dos exponenciais na Eq. (1.4), tem-se a Eq. (1.5)

$$x_h(t) = Ae^{\lambda t} e^{i\omega_d t} \quad (1.5)$$

com a Eq. (1.6)

$$e^{i\omega_d t} = \cos(\omega_d t) + i \operatorname{sen}(\omega_d t) \quad (1.6)$$

onde ω_d é a frequência natural amortecida, dada pela Eq. (1.7):

$$\omega_d = \frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2 \quad (1.7)$$

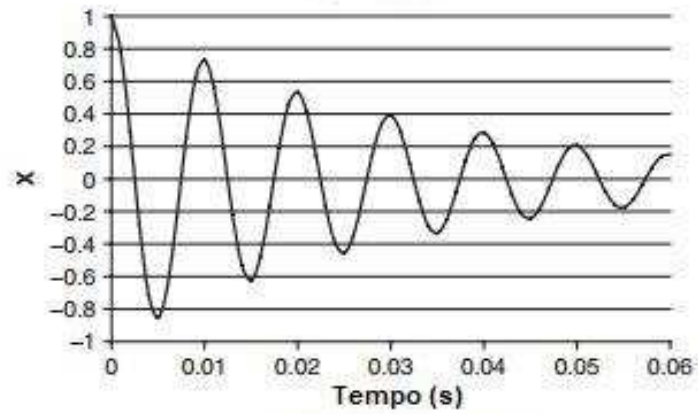
Dadas as devidas condições de contorno – condições de posição e velocidade iniciais, neste caso –, a equação diferencial pode ser resolvida, como se segue pela Eq. (1.8).

$$x_h(t) = \frac{v_0}{\omega_n} \operatorname{sen}(\omega_n t) + x_0 \cos(\omega_n t) \quad (1.8)$$

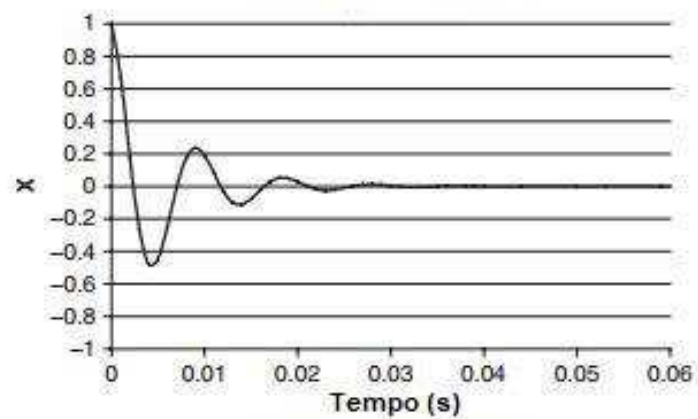
A parte real do autovalor ($\lambda = -c/2m$) determina o quão rápido a vibração é amenizada. Geralmente este valor é convertido em uma razão de amortecimento $\zeta = c/c_{cr}$, onde $c_{cr} = 2m\omega_n$. Assim, a Eq. (1.9) é

$$\zeta = -\frac{\lambda}{\omega_n} \quad (1.9)$$

A Fig. (1.2) a seguir mostra a amplitude da resposta (X) para dois valores de ζ , dadas a posição e a velocidade iniciais nulas (somente a solução particular).



(a) Amortecimento de 5%



(b) Amortecimento de 25%

Figura 1.2 – Amplitude da resposta à uma excitação forçada. (a) $\zeta = 0,05$ e (b) $\zeta = 0,25$. (VANCE; ZEIDAN; MURPHY, 2010)

Pode-se, finalmente, escrever a solução completa nas Eq. (1.10) e (1.11).

$$x(t) = x_p(t) + x_h(t) \quad (1.10)$$

$$x(t) = F \frac{\text{sen}(\omega t + \phi)}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} + \frac{v_0}{\omega_n} \text{sen}(\omega_n t) + x_0 \cos(\omega_n t) \quad (1.11)$$

CAPÍTULO II

PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

2.1 – Transformadas de Fourier

Dada a sua excepcional importância no Processamento Digital de Sinais, este capítulo se inicia com uma sucinta descrição das funções que compõem as Transformadas de Fourier.

Dada uma função periódica, $x(t)$, com período fundamental ω_0 [rad/s], esta pode ser decomposta em termos de senos e cossenos.

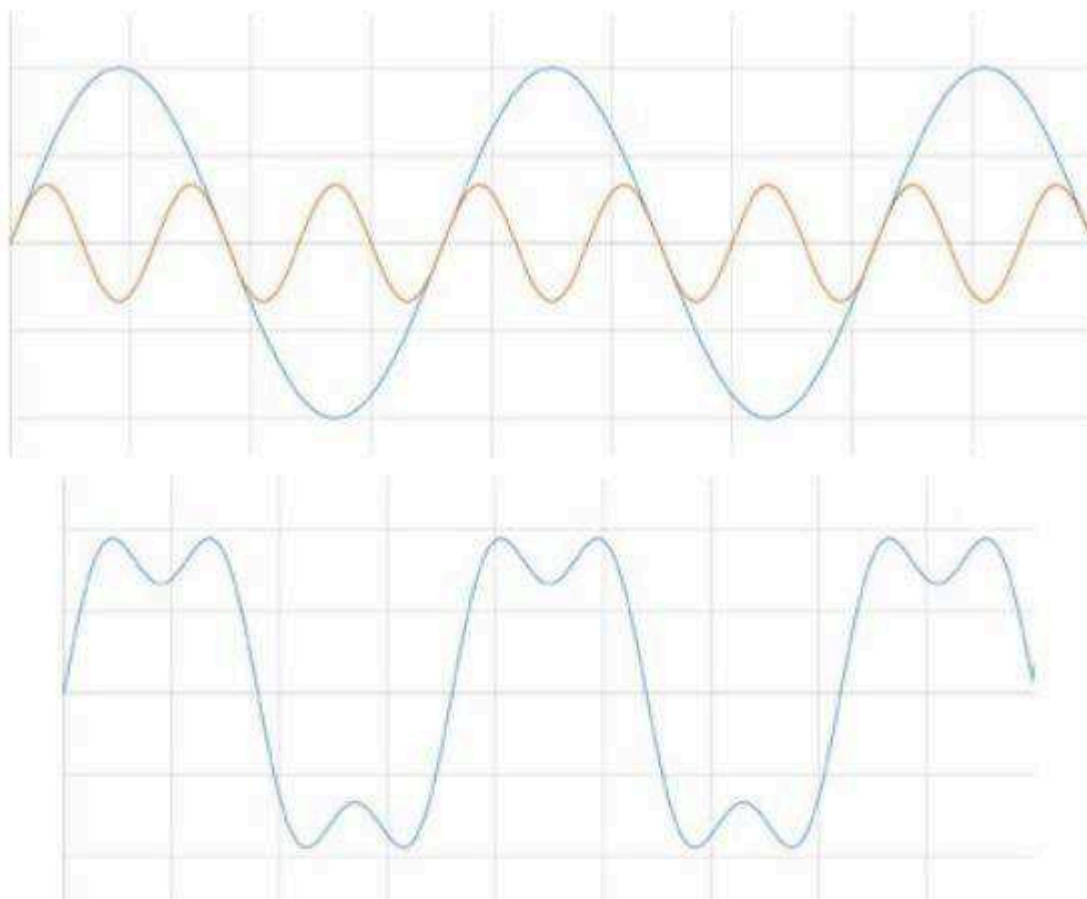


Figura 2.1 – No gráfico superior estão representados dois sinais periódicos; no gráfico inferior, o resultado da soma destes sinais, que apresentará não uma, mas duas frequências presentes. (National Instruments [11])

Dado que $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \text{sen}(\omega t)$, a função $x(t)$ pode ser escrita como na Eq. (2.1):

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2.1)$$

onde X_n é o coeficiente complexo de Fourier dado pela Eq. (2.2):

$$X_n = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(\tau) e^{jn\omega_0\tau} d\tau \quad (2.2)$$

A equação mostra que X_n é obtido integrando-se em um período fundamental T , pois a integração pode começar em um tempo arbitrário t e deve ir até $t + T$, embora usualmente se comece em $t = 0$ ou $t = -T/2$. Os coeficientes X_n (Eq. (2.3) e Eq. (2.4)) ocorrem em pares conjugados, e seu n -ésimo componente é chamado de *n-ésimo harmônico*.

$$X_n = a_n + jb_n \quad (2.3)$$

$$X_n = a_n - jb_n = X_n^* \quad (2.4)$$

Pode ocorrer, porém, que o sinal $x(t)$ tenha seu período de duração T mas não se repita a cada T , e sim a cada T_0 . O período fundamental é, portanto, dado pela Eq. (2.5):

$$T_0 = \beta T \quad (2.5)$$

onde β é um valor qualquer, indicando maior ou menor proximidade de reinício do ciclo.

A frequência fundamental é, agora, dada na Eq. (2.6):

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\beta T} \quad (2.6)$$

Isto leva a se definir a Transformada de Fourier Transiente, onde T_0 é tomado como tendendo ao infinito e $X(\omega) = X_n T_0$ é o novo coeficiente de Fourier. Assim, a Eq. (2.2) se torna a Eq. (2.7).

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.7)$$

E $x(t)$ é pela Eq. (2.8), a saber,

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.8)$$

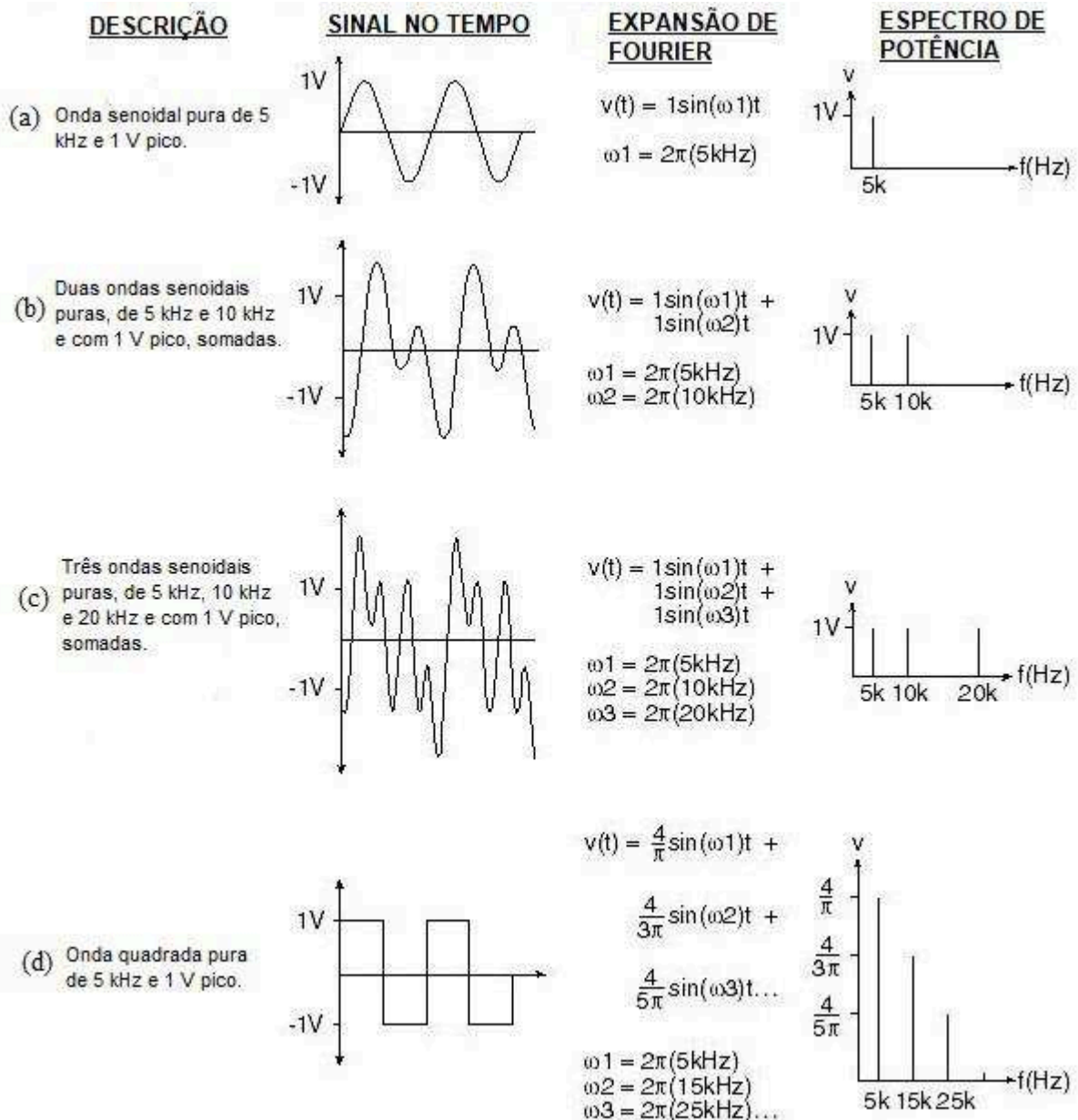


Figura 2.2 – Representação dos sinais contínuos e das frequências presentes encontradas pela Transformada de Fourier. Em (a) um sinal senoidal com frequência de 5 kHz; em (b) a soma de dois sinais senoidais com frequências de 5 e 10 kHz; em (c) a soma de três sinais senoidais com frequências de 5, 10 e 20 kHz; em (d) um sinal de onda quadrada com frequência de 5 kHz. (DATAQ Instruments [12] – Adaptada pelo autor)

Como, no entanto, serão trabalhos sinais discretos, é salutar definir a Transformada de Fourier em termos discretos. Um sinal discreto também pode ser descrito em termos de somas de senos e cossenos, a saber, pela Eq. (2.9),

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j\frac{2\pi nk}{N}} \quad (2.9)$$

onde $X(k)$ é o coeficiente de Fourier dado pela Eq. (2.10):

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad (2.10)$$

As Eq. (2.9) e (2.10) formam o par da Transformada de Fourier Discreta, cuja analogia com o par de Eq. (2.1) e (2.2) é evidente.

Dado também um sinal discreto $x(n)$, pode-se definir igualmente a Transformada de Fourier de Tempo Discreto, isto é, pela Eq. (2.11)

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-jn\omega} \quad (2.11)$$

cuja inversa é a Eq. (2.12)

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{jn\omega} d\omega \quad (2.12)$$

Vê-se que a Eq. (2.11) é função de uma variável contínua, ω , assim como a Eq. (2.7), de forma que o par de Eq. (2.11) e (2.12) se mostra claramente análogo ao par (2.7) e (2.8).

2.2 – O processo de amostragem

Seja $x(t)$ um sinal contínuo no tempo, com período T . Tal sinal é amostrado com conversor analógico-digital em incrementos de tempo igualmente espaçados, de forma a se reconstruir o sinal discreto, $f(t)$.

Para se fazer tal conversão, no entanto, duas outras funções são pertinentes: a função janela (*window function*), $w(t)$, e a função de amostragem (*sample function*), $s(t)$. A primeira controla o tamanho da amostragem por período T e a segunda controla o momento em que cada amostra é coletada. A Fig. (2.3) mostra o processo de amostragem descrito acima.

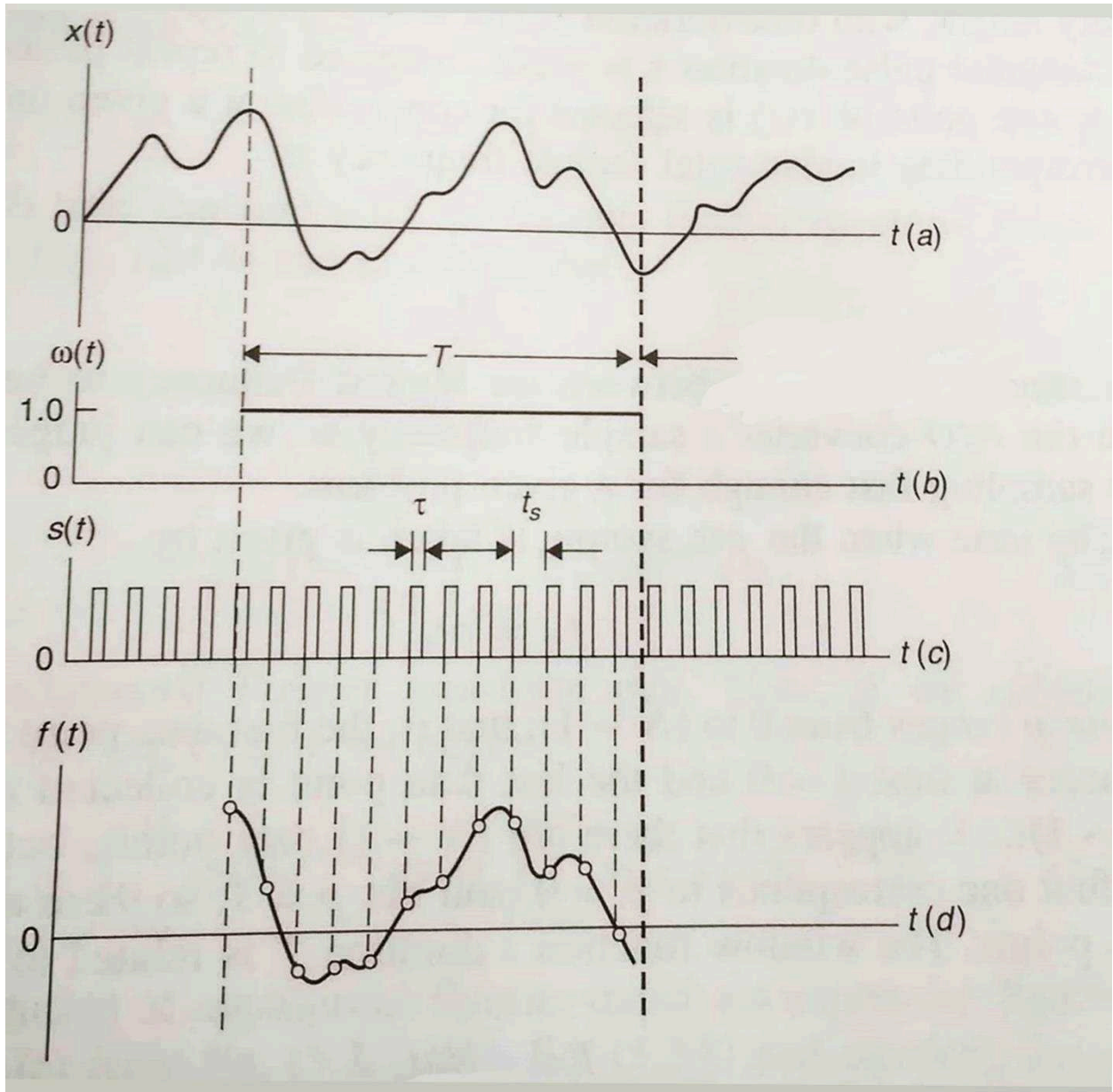


Figura 2.3 – Processo de amostragem mostrando: em (a) o sinal contínuo; em (b) a função janela, definindo o período de amostragem; em (c) a função de amostragem; em (d) o sinal obtido pela multiplicação das funções. (MCCONNELL, VAROTO, 2008 – Adaptada pelo autor)

A função de amostragem consiste basicamente em pulsos unitários com tamanho τ e espaçamento de t_s segundos. Assim, a frequência de amostragem é

$$f_s = \frac{1}{t_s} \tag{2.13}$$

O tempo em que a n -ésima amostra é coletada é

$$t_p = p t_s \tag{2.14}$$

onde n varia entre 0 e $(N-1)$. Dado que a primeira amostra é coletada em $t = 0$, tem-se na verdade N amostras e, assim, o período de duração da função de janelamento é

$$T = (N)t_s \quad (2.15)$$

Tal período controla a frequência fundamental do analisador de frequência, a saber, $f_0 = 1/T$.

A saída digitalizada é, portanto, a multiplicação do sinal analógico pelas funções de janelamento e amostragem. Ou seja,

$$f(t) = x(t)w(t)s(t) \quad (2.16)$$

Embora o resultado das multiplicações na equação (2.16) fique evidente no domínio do tempo (como pode ser visto pela Fig. (2.3)), os resultados no domínio da frequência não o são – ao menos à primeira vista. Isto se deve principalmente ao fato de uma multiplicação no tempo equivaler a uma convolução na frequência e vice-versa.

Se, pois, dois sinais são multiplicados, $y(t) = y_1(t)y_2(t)$, a transformada de Fourier, pela propriedade da convolução, será

$$Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} [Y_1(\omega) * Y_2(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_1(\nu)Y_2(\omega - \nu) d\nu \quad (2.17)$$

onde ν é uma variável qualquer, em frequência.

2.2.1 – Efeito da função de amostragem

A fim de avaliar os efeitos da função de amostragem, a função de janelamento será momentaneamente desconsiderada. Desta forma o sinal digital reconstruído é dado pela Eq. (2.18).

$$f(t) = x(t)s(t) \quad (2.18)$$

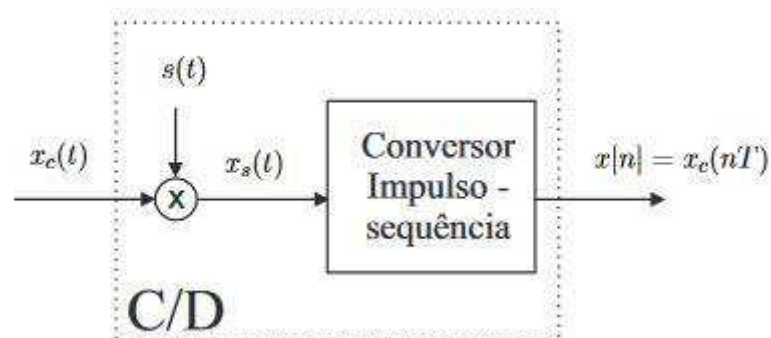


Figura 2.4 – Representação da equação (2.18), onde $x_s(t)$, na figura, é $f(t)$, na equação. (HIRUTI, 2017)

A amostragem de um sinal qualquer é mostrado na Fig. (2.5), onde se vê que quanto maior o número de pulsos, mais o sinal discreto se aproxima do contínuo.

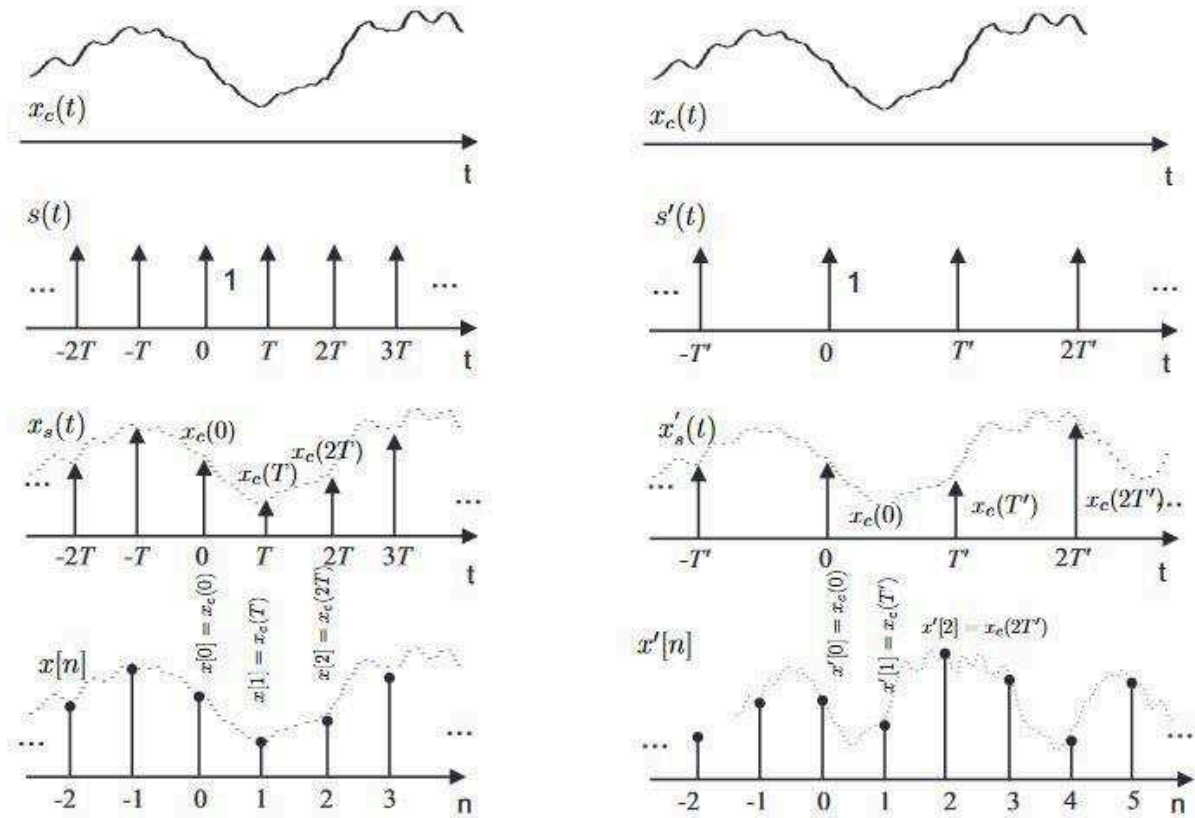


Figura 2.5 – Representação do mesmo sinal sendo discretizado por duas funções de amostragem, cuja diferença está no número de pulsos por período. (HIRUTI, 2017)

A transformada de Fourier de $f(t)$ é a Eq. (2.19), a saber,

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} [X(\omega) * S(\omega)] \quad (2.19)$$

Mas a função de amostragem é descrita como pela Eq. (2.20):

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (2.20)$$

Cuja transformada de Fourier é a Eq. (2.21)

$$S(\omega) = \frac{2\pi}{t_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \quad (2.21)$$

Então a Eq. (2.19) torna-se a Eq. (2.22)

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * \frac{2\pi}{t_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) = \frac{1}{t_s} X(\omega) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \quad (2.22)$$

O que resulta na Eq. (2.23)

$$F(\omega) = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s) = \omega_s X(\omega) + \omega_s X(\omega - \omega_s) + \omega_s X(\omega + \omega_s) + \dots \quad (2.23)$$

Ou seja, o espectro $F(\omega)$ do sinal reconstruído é composto por cópias do espectro $X(\omega)$ do sinal contínuo, espaçadas em $\pm n\omega_s$ e com sua amplitude multiplicada por ω_s (ou $1/t_s$)

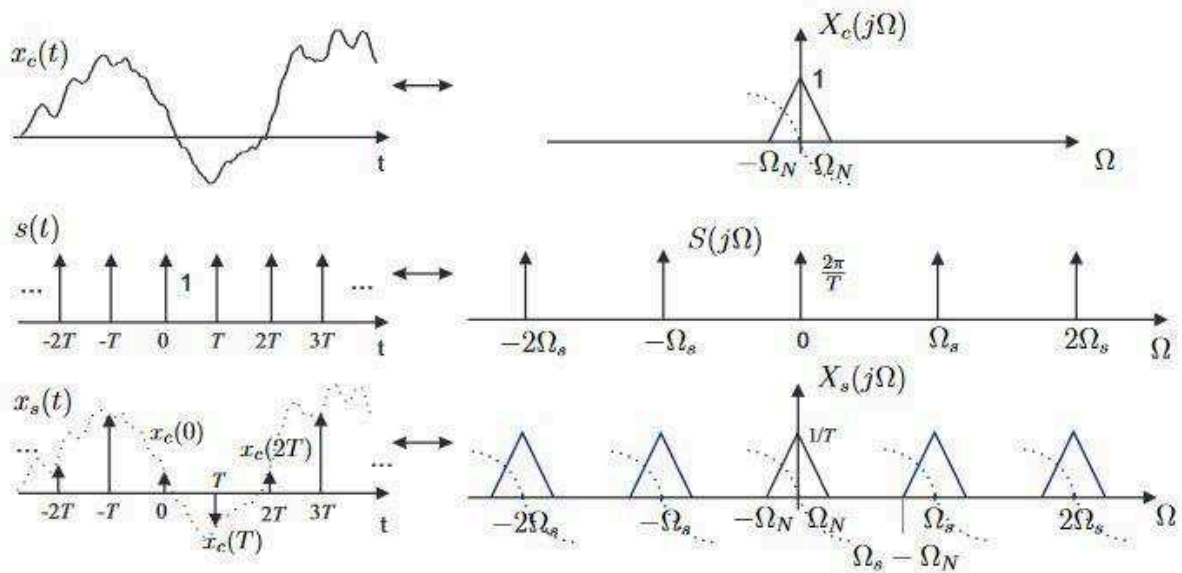


Figura 2.6 – Representação da equação (2.33), mostrando os espectros espelhados e a amplitude multiplicada por ω_s (representado na imagem por $1/T$). (HIRUTI, 2017)

Vê-se, com o descrito acima, que a relação entre as frequências presentes no sinal original e a frequência de amostragem não pode ser arbitrária, pois, para que um sinal possa ser totalmente reconstruído, as cópias dos espectros centradas em $\pm n\omega_s$ não podem se sobrepor. Isto somente pode ocorrer se a máxima frequência do sinal for menor que metade da frequência de amostragem – ou, de outra forma, se a frequência de amostragem for no mínimo duas vezes maior que a maior frequência presente no sinal. Este é o chamado *Teorema de Nyquist*, dado pela Eq. (2.24):

$$\omega_s > 2\omega_{m\acute{a}x} \quad (2.24)$$

Caso este teorema não seja obedecido, ocorrerá a sobreposição dos espectros e ter-se-á o chamado efeito *aliasing*.

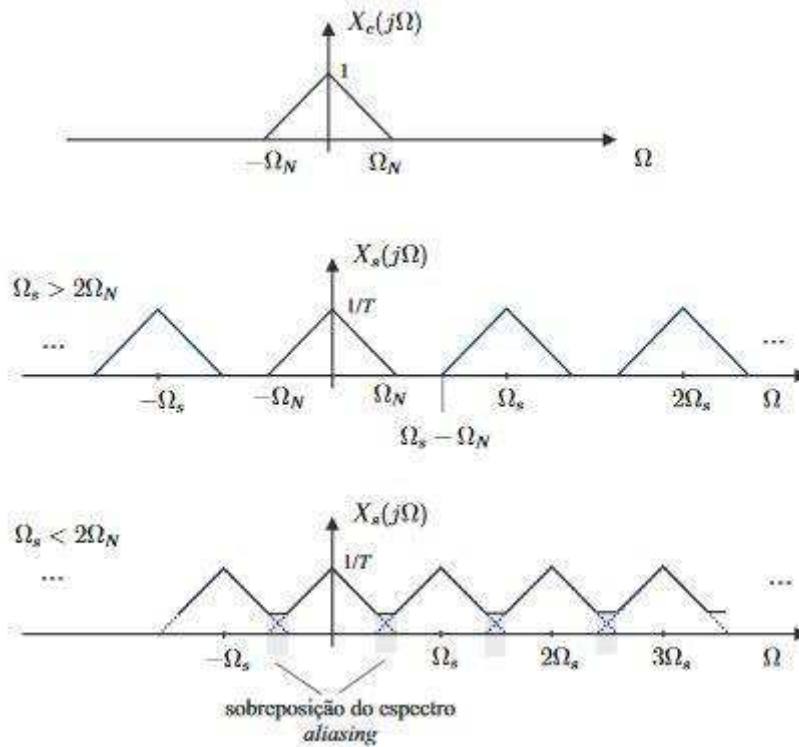


Figura 2.7 – Representação do efeito *aliasing*. (HIRUTI, 2017)

2.2.2 - Efeito da função janela

Ao se calcular a transformada de Fourier, se supõe que o sinal seja periódico e, portanto, os componentes em frequência da transformada serão múltiplos das frequências do sinal. Ocorre, porém, que em muitos casos o sinal apresenta descontinuidades e/ou distorções, tendo seu período alterado; há a possibilidade de que não seja amostrado um ciclo inteiro, mas um valor fracionário do ciclo; e, por fim, há o fato de que alguns sinais não são periódicos.

Para analisar os problemas trazidos por estes tipos de sinais, é preciso observar, da Transformada Discreta de Fourier, que o n -ésimo elemento discreto do sinal é dado pela Eq. (2.25).

$$n = N \frac{f_n}{f_s} \quad (2.25)$$

onde f_n é a frequência do n -ésimo elemento.

A somatória da Transformada Discreta de Fourier, dada pela equação (2.9), deixa evidente que ela é feita com valores inteiros – sendo, portanto, n um valor inteiro. Vendo-se a clara possibilidade de que a razão entre as frequências f_n e f_s não seja inteira, surge a questão de como a Transformada consegue representar a amplitude do valor transformado. Eis que ela “divide” entre os elementos inteiros mais próximos – diminuindo, assim, a amplitude do pico e alargando a banda, dando a impressão que a resposta “vazou”.

Tal problema é chamado de *vazamento espectral*, e é para solucioná-lo que a função janela é utilizada, dentre outras razões. A fim de se ver sua utilização, seja o sinal dado pela Eq. (2.26),

onde a multiplicação do sinal analógico pela função de amostragem (trem de impulsos), $x(t)s(t)$, já foi explicada na seção anterior.

$$f(t) = x(t)s(t)w(t) \quad (2.26)$$

No caso mais simples, a função janela é simplesmente $w(t) = 1$, com duração T . A transformada de Fourier de $w(t)$ é a Eq. (2.27)

$$W(\omega) = \frac{\text{sen}(\omega T/2)}{(\omega T/2)} = \text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \quad (2.27)$$

onde $\text{sinc}()$ é a chamada função *seno cardinal*.

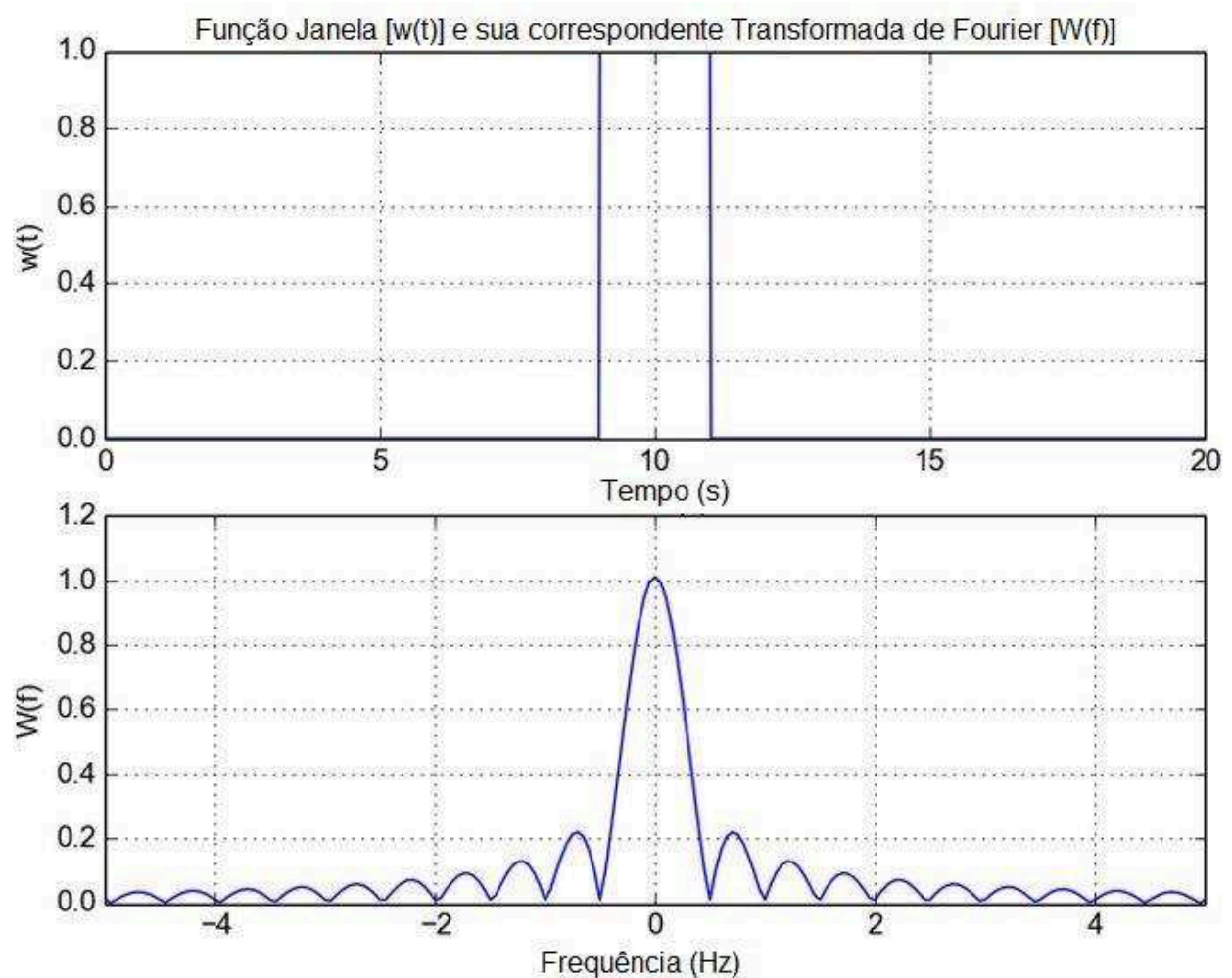


Figura 2.8 – Exemplo de utilização de uma função janela retangular entre os tempos 9 e 11 segundos ($w(t)$, na imagem), e sua correspondente transformada de Fourier ($W(f)$, na imagem), a função $\text{sinc}()$. (AHMAD, 2015 – Adaptada pelo autor)

Se a janela da Fig. (2.8) for aplicada, por exemplo, em uma função $x(t) = \cos(2\pi(2t))$, cuja frequência é 2 Hz, o resultado será o mostrado na Fig. (2.9).

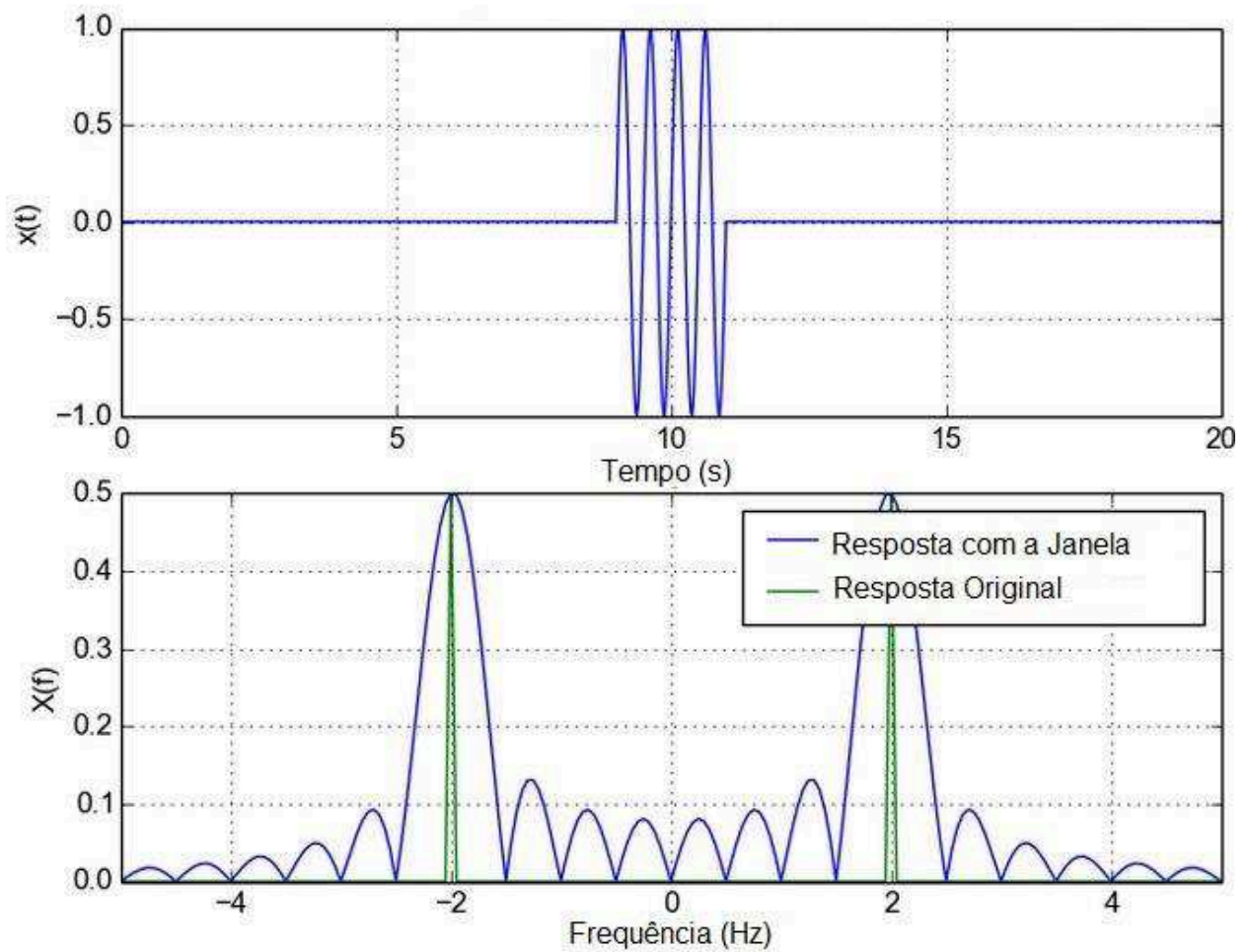


Figura 2.9 – Representação da função janela mostrada na Fig. (2.8), multiplicada por uma função $x(t) = \cos(2\pi(2t))$: em verde a transformada de Fourier do sinal $x(t)$ puro, e em azul a transformada de $x(t)w(t)$, ou seja, com a função janela aplicada. (AHMAD, 2015 – Adaptada pelo autor)

Esta primeira função janela, chamada de janela retangular, não trata especificamente do problema de vazamento. Há, contudo, diversas outras funções janela, dentre as quais se destacam a de *von Hann*, a de *Hamming*, a *Flat top*, a de *Blackman-Harris*, dentre outras.

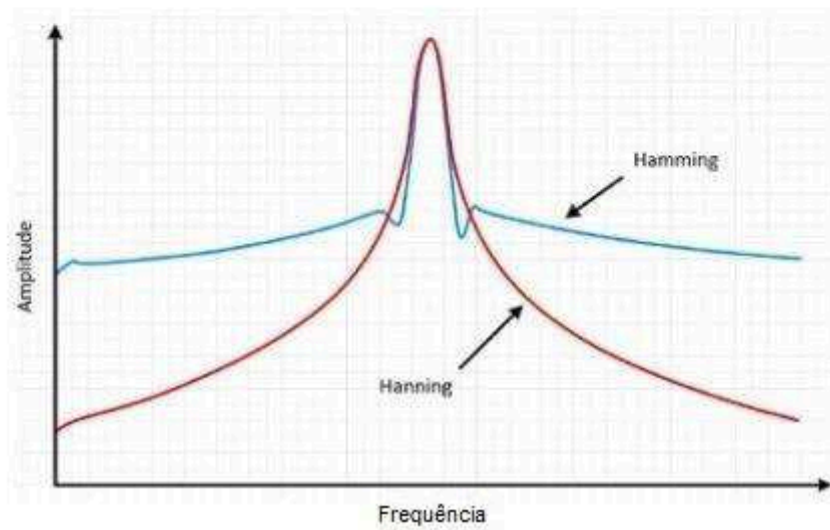
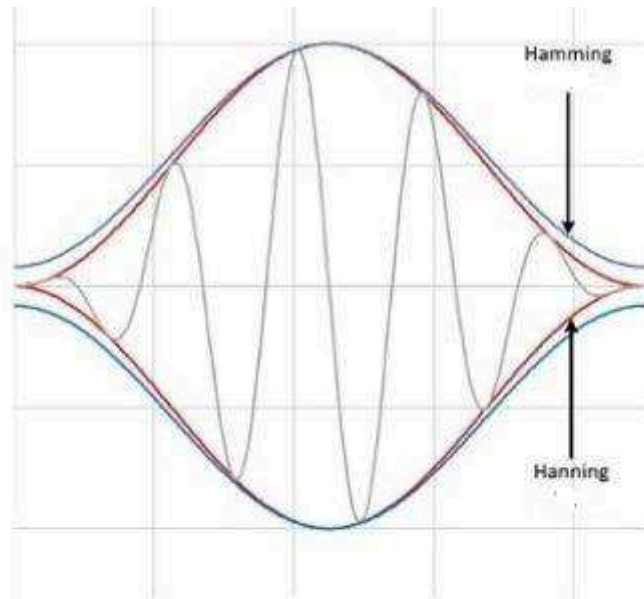


Figura 2.10 – Na parte superior, as janelas de *von Hann* e a de *Hamming* aplicadas ao sinal. No gráfico inferior, a transformada de Fourier das funções janelas citadas. (AHMAD, 2015 – Adaptada pelo autor)

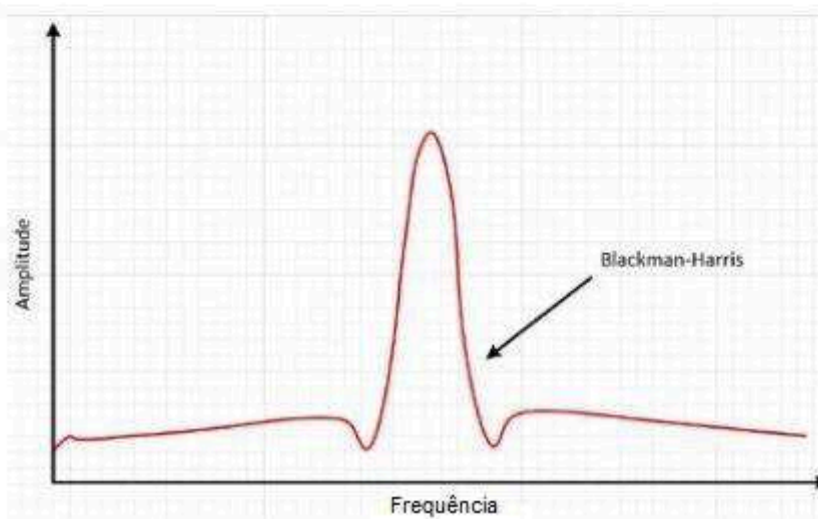
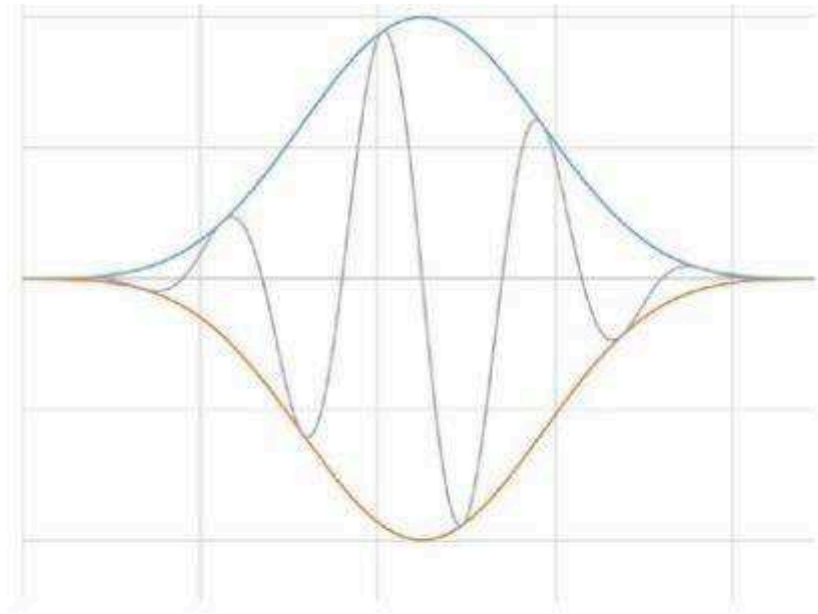


Figura 2.11 – Na parte superior, a janela de *Blackman-Harris* aplicada ao sinal. No gráfico inferior, a sua transformada de Fourier. (AHMAD, 2015 – Adaptada pelo autor)

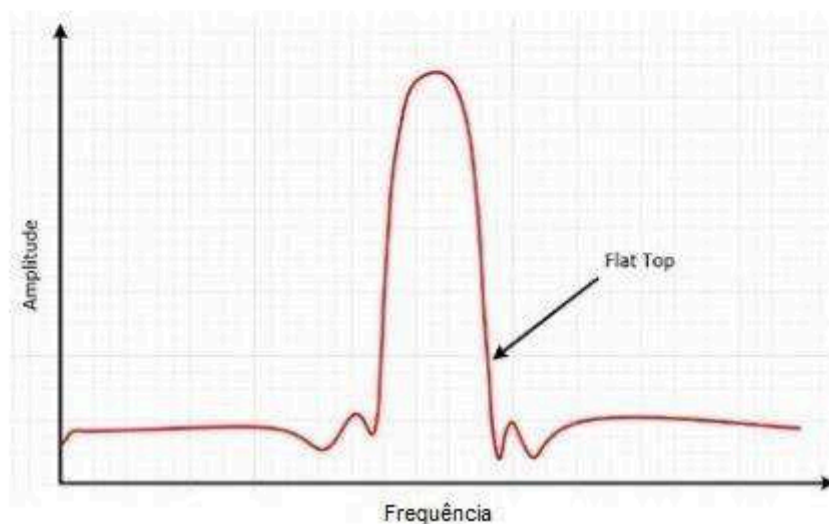
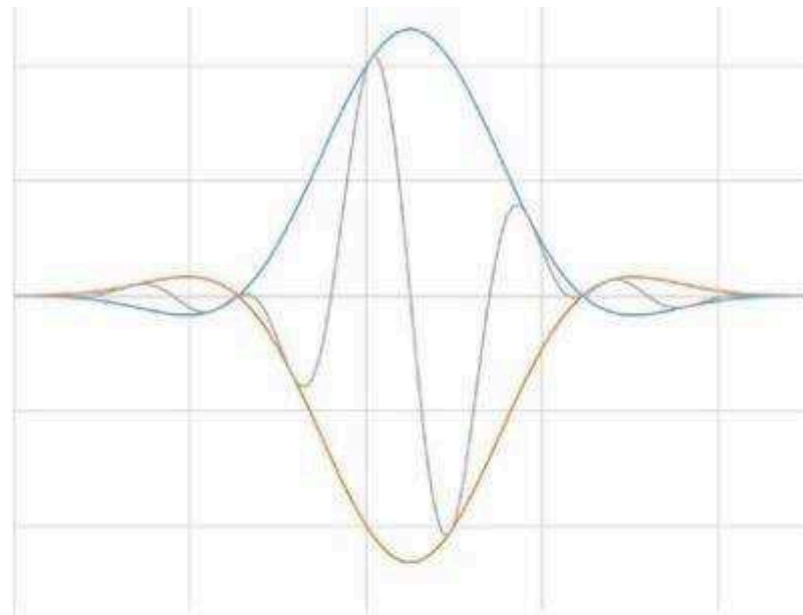


Figura 2.12 – Na parte superior, a janela *Flat Top* aplicada ao sinal. No gráfico inferior, a sua transformada de Fourier. (AHMAD, 2015 – Adaptada pelo autor)

Um exemplo de aplicação da função janela, com o intuito de diminuir o vazamento espectral, é mostrado a seguir. Observa-se na Fig. (2.12) que o sinal discreto não foi amostrado em um número inteiro de períodos e que, por isso, há uma diferença abrupta entre o início do sinal e o seu fim. Aplicando-se a janela de *Hamming*, esta descontinuidade é diminuída, e o início e fim do sinal tornam-se mais suaves.

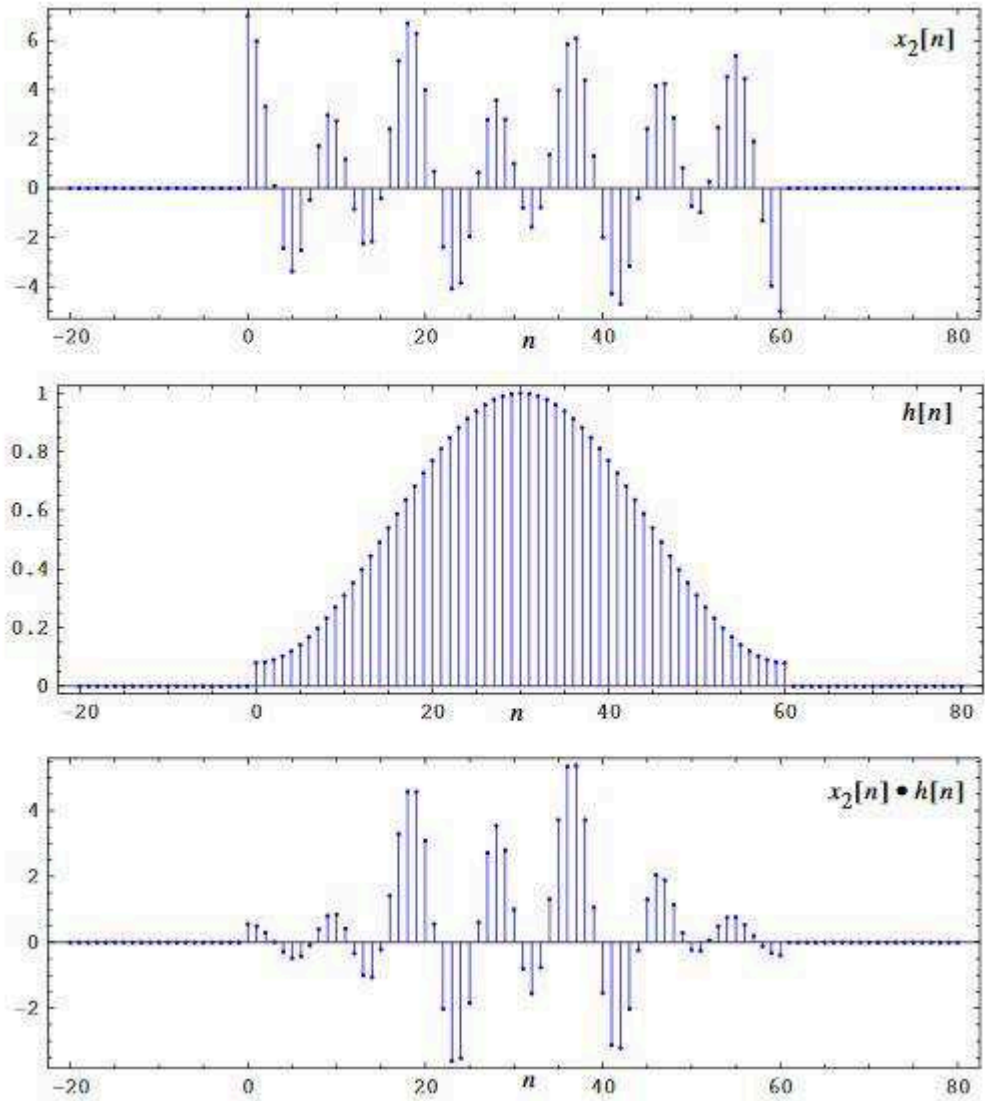


Figura 2.13 – Sinal discreto original, representado por $x_2[n]$, sendo multiplicado pela janela de *Hamming* ($h[n]$), resultando em início e fim mais suaves ($x_2[n]h[n]$), em relação ao sinal original. (*University of Florida* [14])

A Fig. (2.14) mostra a nítida diferença causada na transformada de Fourier pelo uso da função janela. No lado esquerdo, a Transformada de Tempo Discreto de Fourier (DTFT), e no lado direito, a Transformada discreta de Fourier (DFT). Vê-se que para $|f| > 3 \text{ Hz}$ havia picos no gráfico que não fazem parte do sinal, mas que são causados pelo vazamento espectral; com a aplicação da janela de *Hamming*, no entanto, estes picos são reduzidos à amplitude zero.

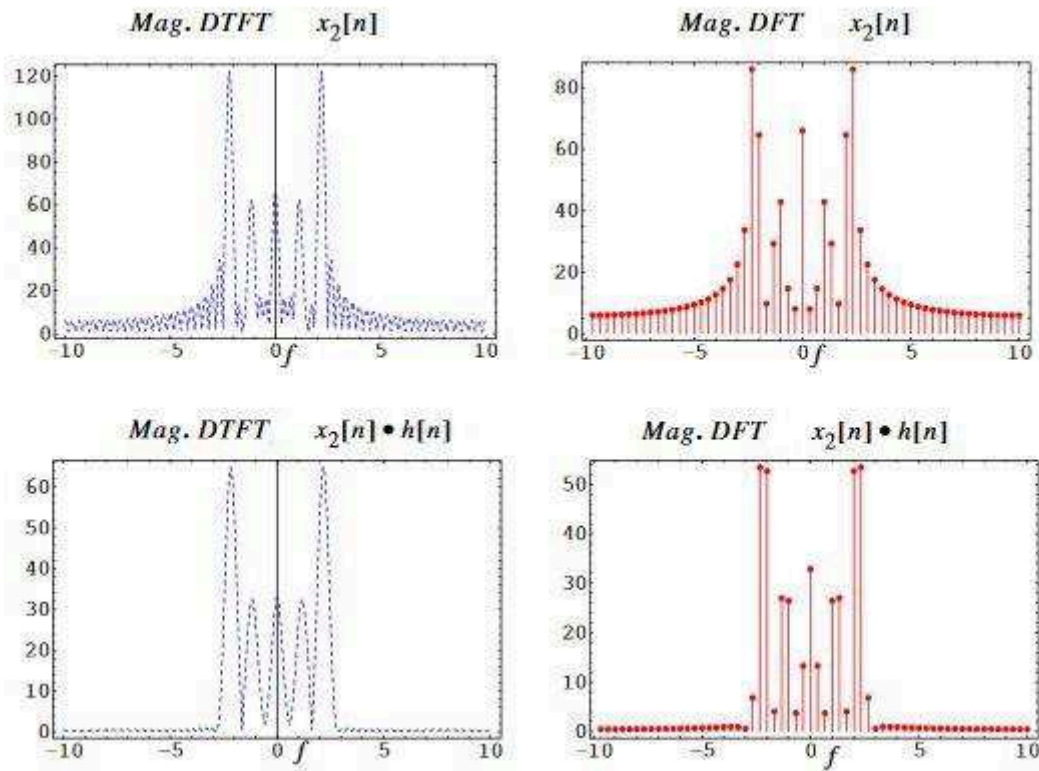


Figura 2.14 – Eficiência do janelamento: os picos de vazamento espectral para $|f| > 3$ Hz são reduzidos a aproximadamente zero. (University of Florida [14] – Adaptada pelo autor)

CAPÍTULO III

A TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

Dados os fundamentos do Processamento Digital de Sinais no capítulo anterior, pode-se então estudar o mais importante algoritmo (desta área) para este trabalho: a Transformada Rápida de Fourier, doravante chamada FFT (*Fast Fourier Transform*).

O primeiro algoritmo do tipo FFT foi desenvolvido por Cooley e Tukey em 1965. Desde então, inúmeros trabalhos têm sido publicados neste âmbito, sempre buscando a otimização dos algoritmos.

3.1 – A FFT de base 2 (radix-2)

O primeiro passo para se calcular a FFT é dividir a sequência $x(n)$, de tamanho N , em duas partes, cada parte com tamanho $N/2$: uma com os índices pares e outra com os ímpares, dados pelas Eq. (3.1) e (3.2).

$$g(n) = x(2n) \quad (3.1)$$

$$h(n) = x(2n + 1) \quad (3.2)$$

com $n = 0, 1, \dots, N/2$.

Então pode-se escrever as Eq. (3.3) e (3.4):

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n) e^{-\frac{j2\pi k(2n)}{N}} + e^{-\frac{j2\pi k}{N}} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n + 1) e^{-\frac{j2\pi k(2n+1)}{N}} \quad (3.3)$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n) W_N^{2nk} + W_N^k \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n + 1) W_N^{2nk} \quad (3.4)$$

Mas a Eq. (3.5) dá a seguinte relação:

$$W_N^{2nk} = e^{-\frac{j2\pi k2n}{N}} = e^{-\frac{j2\pi kn}{\frac{N}{2}}} = W_{\frac{N}{2}}^{nk} \quad (3.5)$$

E a Eq. (3.4) se torna a Eq. (3.6):

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n) W_N^{\frac{nk}{2}} + W_N^k \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n+1) W_N^{\frac{nk}{2}} \quad (3.6)$$

Separando a Eq. (3.6) em duas subpartes, $Y(k)$ e $Z(k)$, tem-se que $Y(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n) W_N^{\frac{nk}{2}}$ é a DFT da sequência de índices pares e $Z(k) = W_N^k \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n+1) W_N^{\frac{nk}{2}}$ é a DFT da sequência de índices ímpares. Assim, seja a Eq. (3.7):

$$X(k) = Y(k) + W_N^k Z(k) \quad (3.7)$$

Ademais, seja a Eq. (3.8):

$$W_N^{k+N/2} = W_N^k W_N^{N/2} = -W_N^k \quad (3.8)$$

E a Eq. (3.9)

$$W_N^{\frac{N}{2}} = e^{-j2\pi} = 1 \quad (3.9)$$

Tomando as Eq. (3.7), (3.8) e (3.9), pode-se escrever a Eq. (3.10), a saber:

$$X(k + N/2) = Y(k) - W_N^k Z(k) \quad (3.10)$$

Desta maneira, o método de cálculo da FFT está definido a partir das Eq. (3.7) e (3.10). Vê-se que dois elementos distintos da sequência da Transformada, $X(k)$ e $X(k + N/2)$, foram obtidos a partir dos mesmos valores, $Y(k)$ e $Z(k)$. Isto quer dizer que muitas operações aritméticas, necessárias no método tradicional, foram substituídas por apenas uma multiplicação e duas adições complexas. De fato, como mostra (OLIVEIRA, 2013), em termos de complexidade computacional, a DFT possui ordem $O(N^2)$, pois necessita de N multiplicações e $N - 1$ somas, ambas complexas; a FFT, contudo, necessita de $\frac{1}{2}N \log_2 N$ multiplicações complexas e $N \log_2 N$ somas complexas.

As operações das Eq. (3.7) e (3.9) são chamadas de borboleta ou *butterfly*.

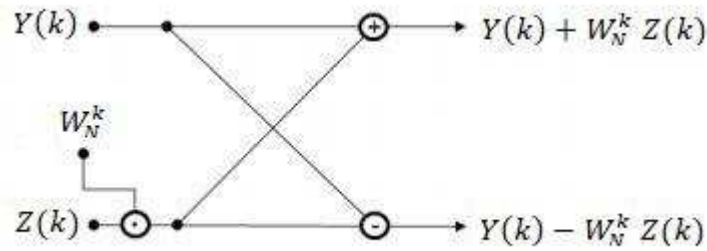


Figura 3.1 – Grafo representando uma operação *butterfly* da FFT. (MELO, 2009)

Uma forma eficiente de separar a sequência $x(n)$ em índices pares e ímpares é utilizar a chamada permutação com inversão de bits ou *bit-reverse*. Nesta operação o índice do elemento no vetor (em binário) é invertido, e aquela posição do vetor passa a ser ocupada pelo elemento do índice resultante da inversão. Por exemplo, em uma sequência de 8 elementos, $x(4)$ possui originalmente o elemento de índice 4 (100 em binário); após a inversão, $x(4)$ terá o elemento de índice originalmente 1 (001 em binário, é o inverso de 100). A Fig. (3.4) ilustra este exemplo.

n	Binário	Binário com <i>bit</i> invertido	n'
0	000	000	0
1	001	100	4
2	010	010	2
3	011	110	6
4	100	001	1
5	101	101	5
6	110	011	3
7	111	111	7

Figura 3.2 – Tabela mostrando o exemplo do sinal com 8 elemento. Após o *bit-reversing*, vê-se que os novos quatro primeiros elementos do vetor são aqueles que antes estavam nos índices pares (0,4,2,6); os quatro últimos, por sua vez, estavam nos índices ímpares (1,5,3,7). (HAYES, 1999 – Adaptada pelo autor)

As multiplicações *butterfly* para este exemplo também são mostradas na Fig. (3.3).

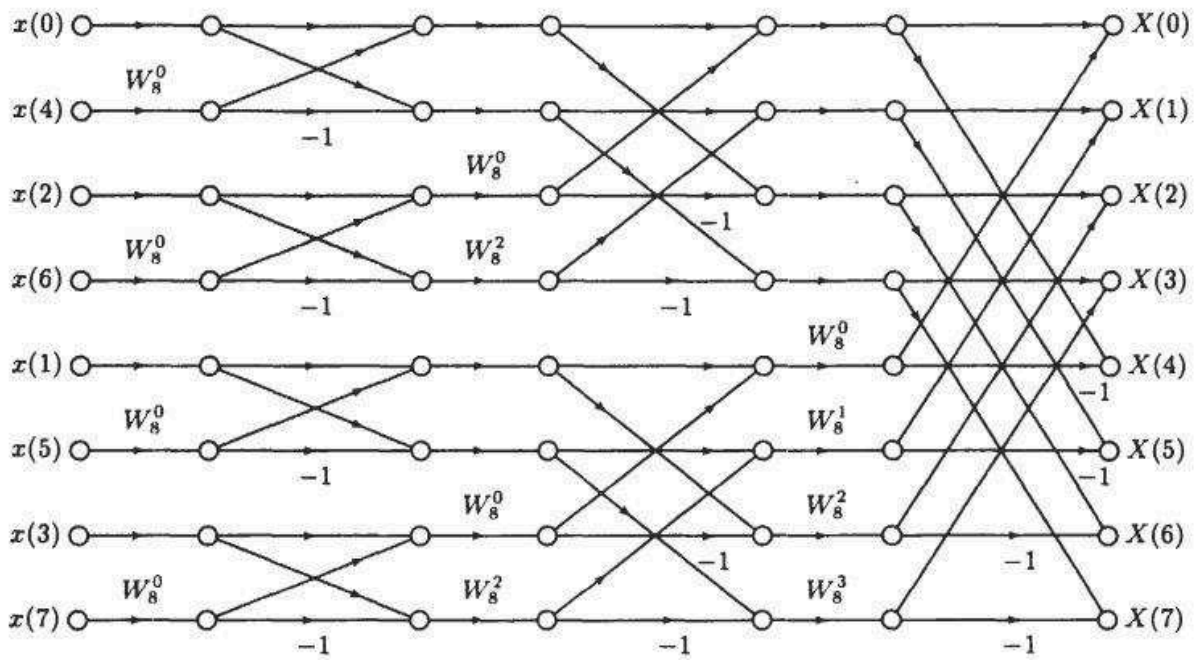


Figura 3.3 – Grafos mostrando a operação completa do cálculo da FFT do exemplo de 8 elementos. (HAYES, 1999)

Como a sequência original foi dividida em duas partes, este método de cálculo da FFT é chamado de base 2 ou *radix-2*, e esta operação de divisão da sequência é chamada de *dizimação no tempo*.

CAPÍTULO IV

SENSOR PIEZOELÉTRICO

O acelerômetro é certamente o instrumento mais utilizado quando se trata de vibrações. Outros tipos de transdutores, como aqueles que medem velocidade ou deslocamento, apresentam maiores limitações do que os acelerômetros – tais como tamanho, peso e, principalmente, a faixa de frequência utilizável.

Há dois grupos de acelerômetros: os que conseguem medir aceleração constante – chamados *DC-response* e cujos tipos mais comuns são os capacitivos e os piezoresistivos; e aqueles que são próprios apenas para aceleração variante – chamados *AC-response* e encontrados no tipo piezoelétrico.

Dentre todos os tipos, porém, o piezoelétrico é o mais comum, pois é aquele que combina o maior número de características favoráveis para a maioria das aplicações, tais como alta sensibilidade, elevada frequência de ressonância, além de ser o mais durável entre todos os tipos. Este será, portanto, o acelerômetro escolhido para a aplicação neste trabalho.

4.1 – Funcionamento

Simplificadamente, o princípio piezoelétrico é aquele segundo o qual dado material transforma uma tensão mecânica em tensão elétrica, ou vice-versa. Este material é geralmente um cristal de quartzo ou uma cerâmica piezoelétrica, ou menos comumente um cristal *tourmaline* ou niobato de lítio.

Os acelerômetros piezoelétricos possuem basicamente três tipos de configuração, a saber, compressão isolada, compressão *single-ended* e cisalhamento.

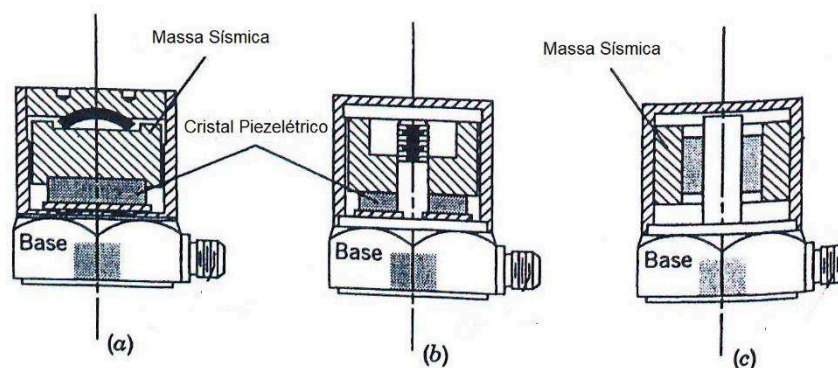


Figura 4.1 – Modelos de acelerômetro piezoelétrico: (a) compressão isolada. (b) compressão *single-ended*. (c) cisalhamento. (MCCONNELL; VAROTO; 2008 – Adaptada pelo autor)

Como pode ser visto, há em todos os modelos três elementos comuns: a base, a massa sísmica e o cristal piezoelétrico. O último, no entanto, é o menos sensível às deformações da estrutura na qual ele está montado, pois o cristal não está em contato direto com a base. Como a intenção de um acelerômetro não é medir deformações, esta última configuração é a mais utilizada.

O modelo mecânico do acelerômetro pode ser facilmente deduzido ao se considerar duas massas (a da base e a sísmica) unidas por um conjunto mola-amortecedor (o cristal piezoelétrico), resultando em um modelo vibratório de segunda ordem, cuja dinâmica é bastante conhecida.

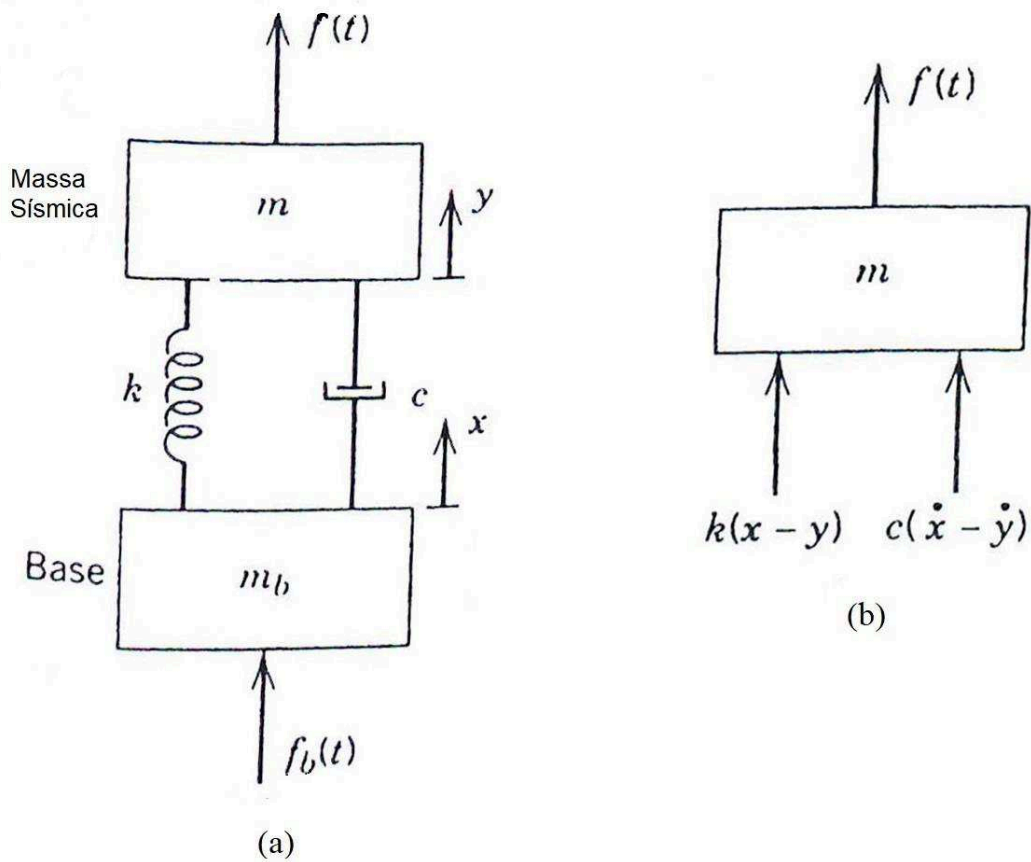


Figura 4.2 – Modelo mecânico de um acelerômetro. (a) desenho esquemático. (b) diagrama de corpo livre. (MCCONNELL; VAROTO; 2008 – Adaptada pelo autor)

4.2 – Condicionamento de sinal

Os sensores piezoelétricos são eletricamente modelados como uma fonte de carga elétrica paralelamente a um capacitor e a um resistor, ou como uma fonte de tensão ligada a um conjunto resistor-capacitor paralelos.

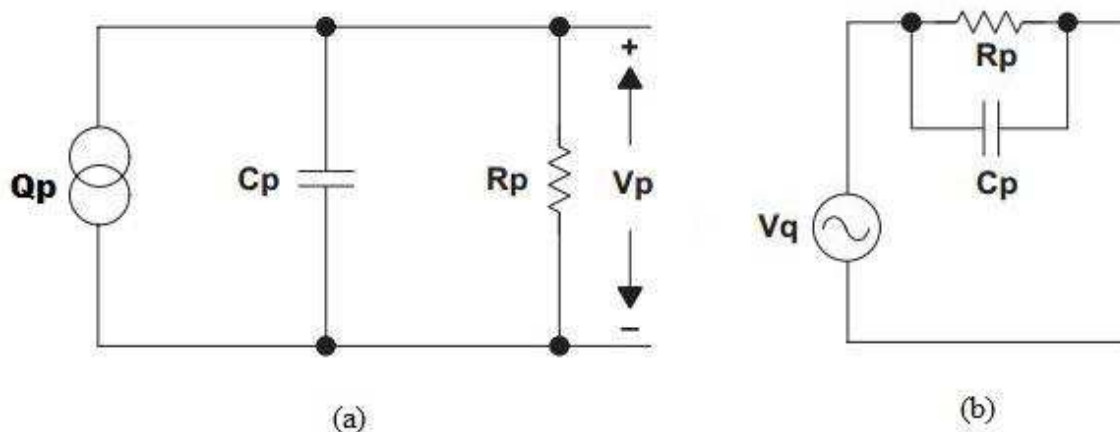


Figura 4.3 – Modelos esquemáticos do sensor piezoelétrico. (a) fonte de carga elétrica Qp . (b) fonte de tensão Vq . (KARKI, 2000)

onde Qp é a sensibilidade, em pC/g (com $g = 9,81 m/s^2$).

Uma vez que a sensibilidade é muito baixa e a saída do sensor é de alta impedância, é necessário amplificar este sinal e transformá-lo em uma saída de baixa impedância para que o conversor analógico-digital possa amostrá-lo corretamente.

Como a resistência interna é muito grande (na ordem de $G\Omega$), praticamente não flui corrente neste resistor, e assim a tensão de saída do sensor é a Eq. (4.1):

$$Vp = \frac{Qp}{Cp} \tag{4.1}$$

Sabe-se que os microcontroladores não permitem a entrada de sinais analógicos com valores negativos, o que leva à necessidade de um *offset* do sinal do acelerômetro. Para tanto, o sinal de entrada do amplificador operacional será somado a um valor igual à metade de sua alimentação ($V_{cc}/2$), o que requer um resistor em paralelo ao sensor para se ter o correto *bias*.

Utilizando-se a configuração não inversora de um amplificador operacional, e com base nos parágrafos anteriores, o condicionador de sinal do acelerômetro piezoelétrico é mostrado na Fig. (4.4).

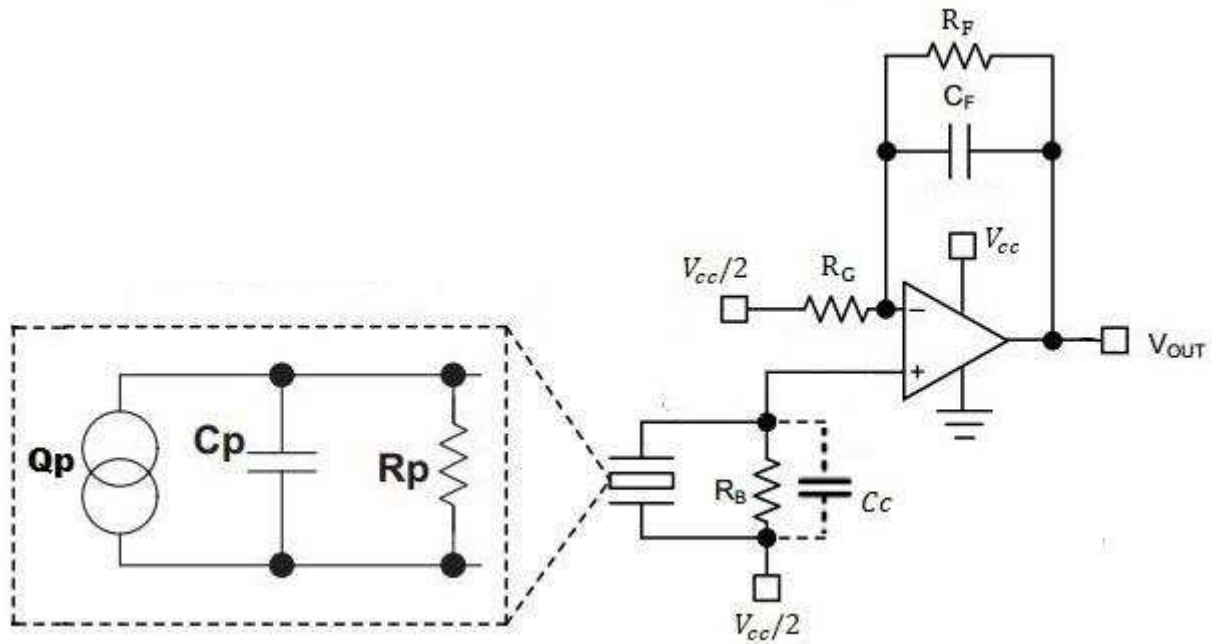


Figura 4.4 – Esquema do condicionador de sinal. (SIEGEL; MARTINEZ; 2017 – Adaptada pelo autor)

A saída do condicionador é a Eq. (4.2):

$$V_o = \frac{Q_p}{C_p + C_c} * \left[1 + \frac{R_f}{R_g} \right] + \frac{V_{cc}}{2} \quad (4.2)$$

Algumas observações são pertinentes. Em primeiro lugar, foi-se adicionado um capacitor à realimentação, de forma a se formar um filtro passa-baixa, como se demonstrará a seguir. Em segundo lugar, foi-se considerada também a capacitância do cabo, C_c , pois ela se soma à do sensor. Ademais, os resistores R_f e R_g são utilizados para se definir o ganho do amplificador.

Para se analisar o condicionador no domínio da frequência, deve-se recorda, pela Eq. (4.3), que

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (4.3)$$

e, pela Eq. (4.4), que

$$I = C * \frac{dV}{dt} \quad (4.4)$$

e, pela Eq. (4.5), que

$$I = \frac{V}{R} \quad (4.5)$$

Aplicando a Transformada de Laplace às equações 4.3 e 4.4, e considerando o regime transitório insignificante – isto é, o sinal está em regime permanente AC, no qual $s = \sigma + j\omega$ se torna $s = j\omega$ –, tem-se, na Eq. (4.6), que

$$I = j\omega Q \quad (4.6)$$

e, na Eq. (4.7), que

$$I = C(j\omega V) \quad (4.7)$$

Assim, considerando que o amplificador operacional seja ideal – impedância de entrada infinita e, portanto, corrente de entrada igual a zero –, e sabendo que o ganho não inversor é igual a $1 + R_f/R_g$, tem-se a Eq. (4.8), a saber:

$$V_o = \frac{\frac{R_s * R_b}{R_s + R_b} * j\omega Q}{1 + j\omega \frac{R_s * R_b}{R_s + R_b} * (C_s + C_c)} * \left[\frac{R_f}{R_g} + 1 \right] \quad (4.8)$$

Da Eq. 4.8 vê-se que o condicionador de sinal fornece um filtro passa-banda, cujas frequências de corte – f_{pb} do filtro passa-baixa e f_{pa} do filtro passa-alta – são dadas nas Eq. (4.9) e (4.10).

$$f_{pa} = \frac{1}{2\pi * \frac{R_s * R_b}{R_s + R_b} * (C_s + C_c)} \quad (4.9)$$

e

$$f_{pb} = \frac{1}{2\pi R_f C_f} \quad (4.10)$$

Desta forma, deve-se escolher cuidadosamente os valores dos componentes, a fim de se operar dentro da banda de passagem e, ao mesmo tempo, obter o ganho desejado.

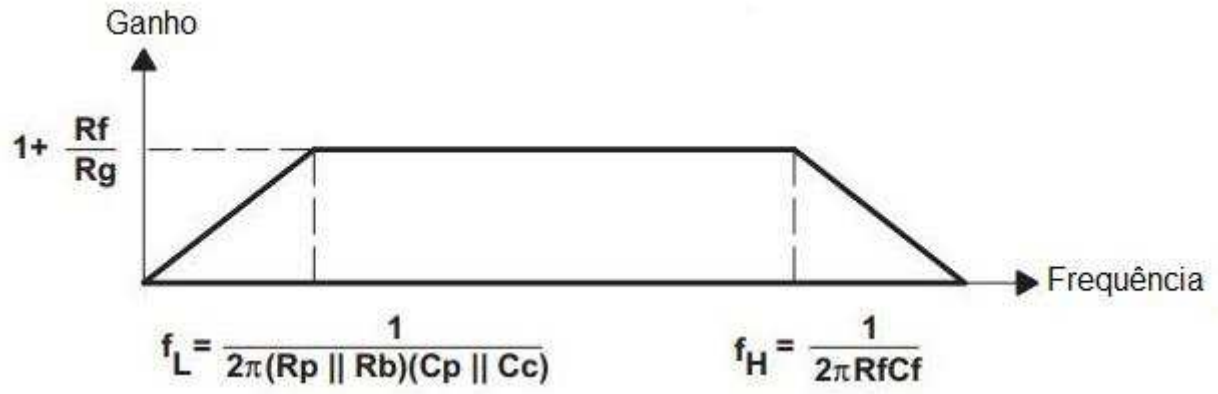


Figura 4.5 – Filtro passa-faixa criado pelo condicionador de sinal. (KARKI, 2000)

CAPÍTULO V

IMPLEMENTAÇÃO

O acelerômetro é certamente o instrumento mais utilizado quando se trata de vibrações. Outros tipos de transdutores, como aqueles que medem velocidade ou deslocamento, apresentam maiores limitações do que os acelerômetros – tais como tamanho, peso e, principalmente, a faixa de frequência utilizável.

5.1 – Placa de Circuito Impresso do Condicionador de Sinal

De acordo com a equação 4.1 e com os dados fornecidos pelo *datasheet* do sensor, a tensão de saída do acelerômetro escolhido é dado pela Eq. (5.1).

$$V_p = \frac{5}{350} \left[\frac{pC/g}{pF} \right] = 0,014286 \left[\frac{mV}{g} \right] \quad (5.1)$$

A fim de aumentar significativamente a sensibilidade do sensor, foi escolhido um ganho igual a 101, controlado pelos resistores R_f e R_g . Desconsiderando a capacitância do cabo, pois a trilha entre o sensor e o amplificador operacional é pequena, mas tomando a capacitância de entrada do amplificador dada no *datasheet*, a tensão de saída de do condicionador, com base na Eq. (4.2), é calculada pela Eq. (5.2):

$$V_o = \frac{5 * 10^{-12}}{(350 + 6) * 10^{-12}} * \left(1 + \frac{330 * 10^3}{3,3 * 10^3} \right) + \frac{5}{2} = 3,9185 \left[\frac{V}{g} \right] \quad (5.2)$$

Vale lembrar que esta tensão possui um *offset* de 2,5 volts, o qual será retirada no código da FFT para se ter a correta amplitude.

Quanto ao filtro passa-faixa, as frequências de corte são dadas pelas Eq. (4.8) e (4.9). No entanto, como $R_s \gg R_b$, a associação em paralelo se torna $(R_s * R_b)/R_s = R_b$, o que faz com que a Eq. (4.9) se torne, na prática, igual à Eq. (5.3)

$$f_{pa} = \frac{1}{2\pi * R_b * (C_s + C_c)} \quad (5.3)$$

Assim, com $R_b = 20 M\Omega$ e $C_f = 1000 pF$, as frequências de corte são dadas pelas Eq. (5.4) e (5.5).

$$f_{pa} = \frac{1}{2\pi * 20 * 10^6 * (350 + 6) * 10^{-12}} = 22 Hz \quad (5.4)$$

e

$$f_{pb} = \frac{1}{2\pi * 330 * 10^3 * 1000 * 10^{-12}} = 482 \text{ Hz} \quad (5.5)$$

Os valores de Rf e Cf forma escolhidos de tal forma que a frequência de corte ficasse um pouco acima de 450 Hz, pois a frequência de Nyquist para a taxa de amostragem utilizada (1 kHz) é de 500 Hz.

Ainda para garantir uma maior atenuação na faixa de corte, foi posto outro filtro passa-baixa de primeira ordem (filtro RC) na saída do amplificador, cuja frequência de corte, com $Rl = 39 \text{ k}\Omega$ e $Cl = 10 \text{ nF}$, é

$$f_{pb} = \frac{1}{2\pi * 39 * 10^3 * 10 * 10^{-9}} = 408 \text{ Hz} \quad (5.6)$$

Definidos todos os valores, pode-se desenhar o circuito esquemático em um *software* apropriado. Neste caso, o *software* escolhido foi o *Altium Designer* e o circuito é mostrado nas Fig. (5.1), (5.2) e (5.3).

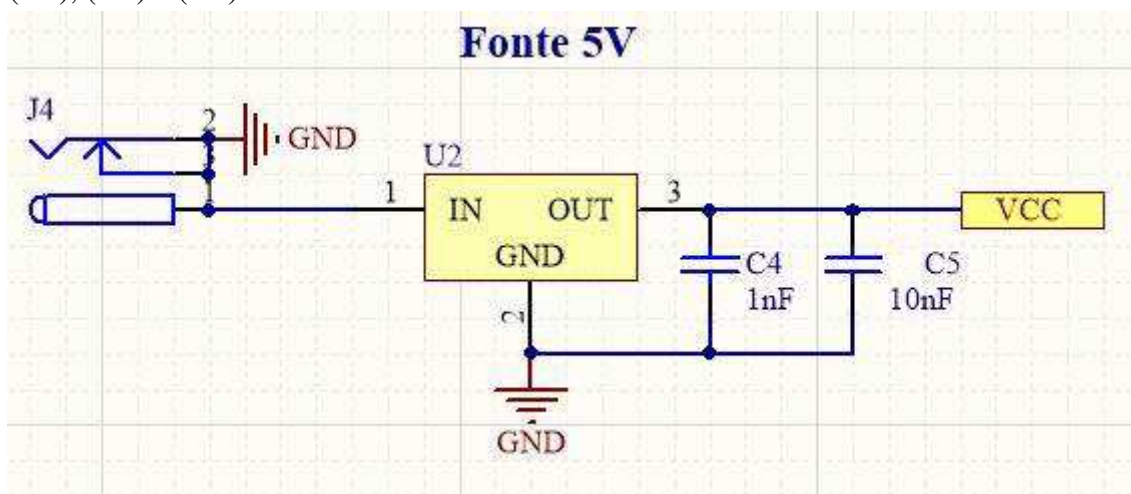


Figura 5.1 – Desenho esquemático da fonte de alimentação do circuito. (Elaborada pelo autor)

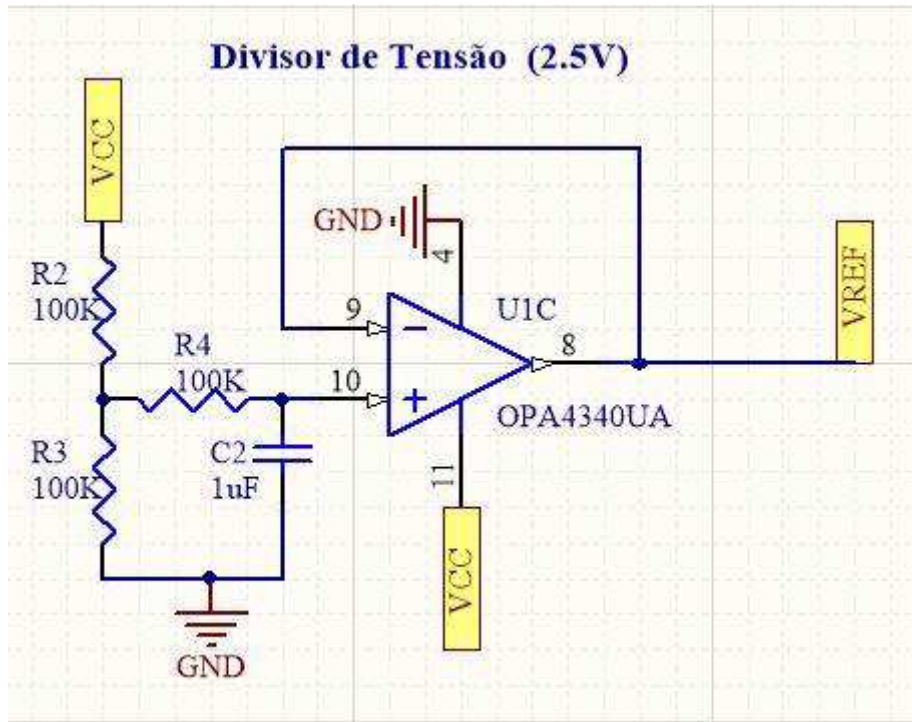


Figura 5.2 – Desenho esquemático do divisor de tensão, cuja saída (2,5 V) é o *offset* ou *bias* do condicionador de sinais. (Elaborada pelo autor)

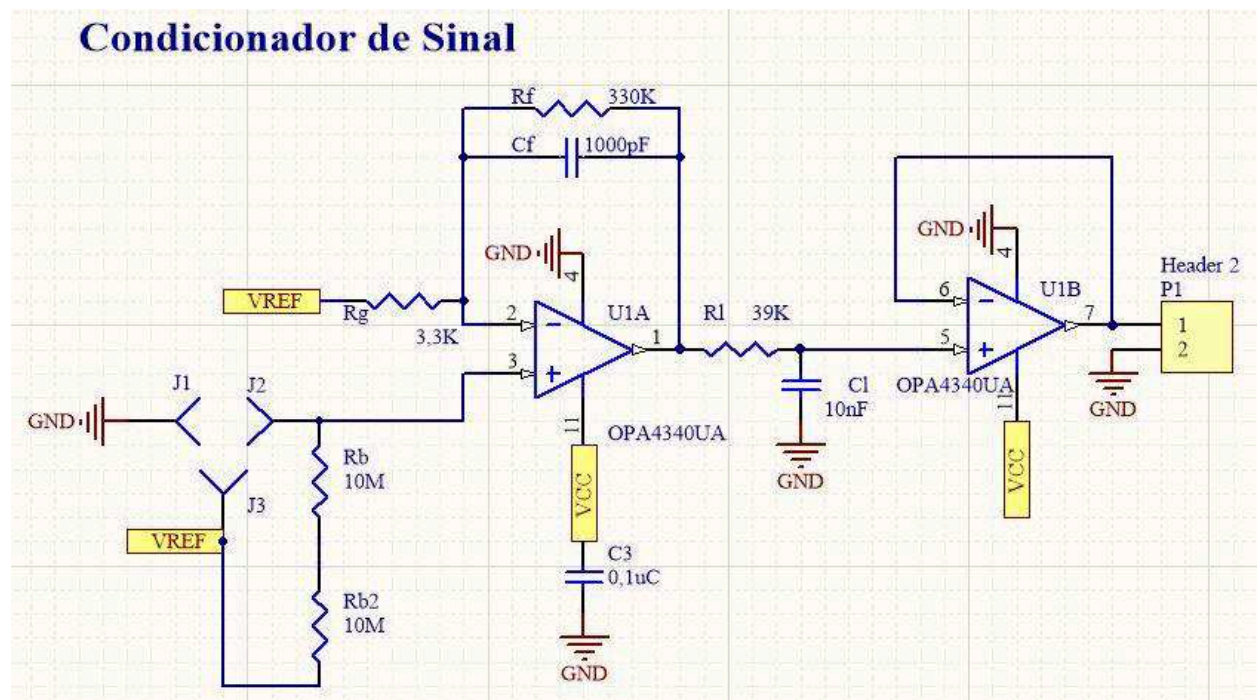


Figura 5.3 – Desenho esquemático do condicionador de sinais. (Elaborada pelo autor)

A placa de circuito impresso, a partir do circuito esquemático apresentado, é então mostrada nas Fig. (3.4) e (3.5).

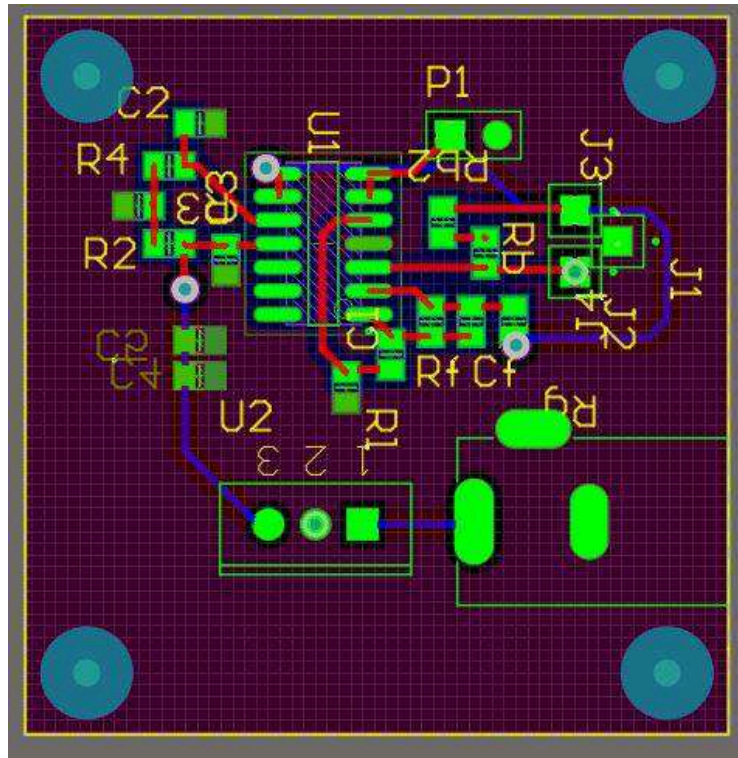


Figura 5.4 – *Layout* da placa de circuito impresso, com destaque para as trilhas da parte superior. (Elaborada pelo autor)

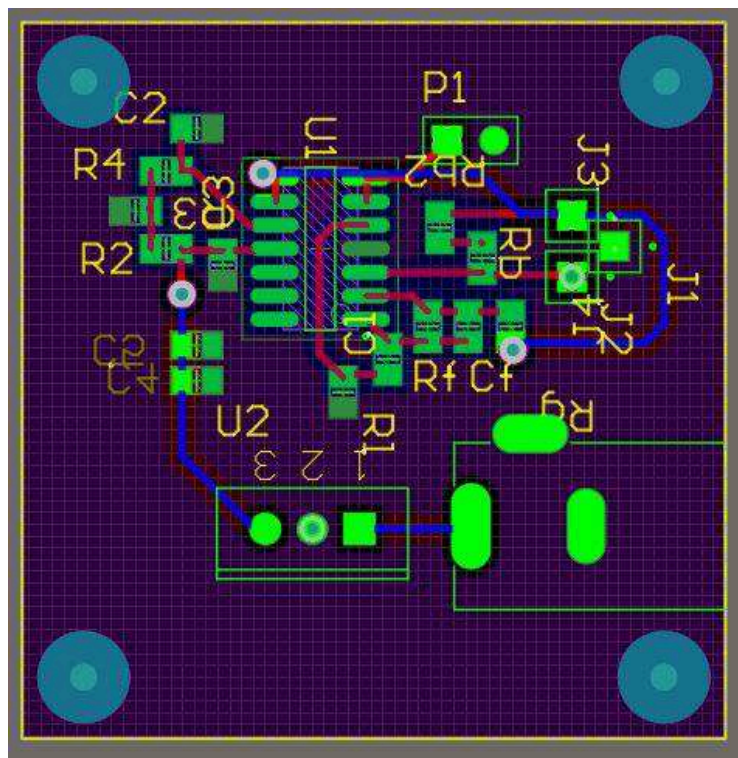


Figura 5.5 – *Layout* da placa de circuito impresso, com destaque para as trilhas da parte inferior. (Elaborada pelo autor)

CAPÍTULO VI

TESTE E ANÁLISE

6.1 – Equipamentos utilizados

O acelerômetro escolhido para a comparação foi o modelo 352C22 da marca *PCB Piezotronics*. Como todo sensor desta família ICP (*Integrated Circuit Piezoelectric*), ele já se encontra pronto para a utilização, com toda a eletrônica necessária já incorporada em seu *design*. Sua banda de frequência utilizável é entre 0 e 10 kHz, sua faixa de amplitude entre ± 500 g pico (± 4900 m/s² pico). Sua sensibilidade, por fim, é de ($\pm 15\%$) 10 mV/g – neste teste, especificamente, com o equipamento de número de série LW179656, é de 10,48 mV/g.

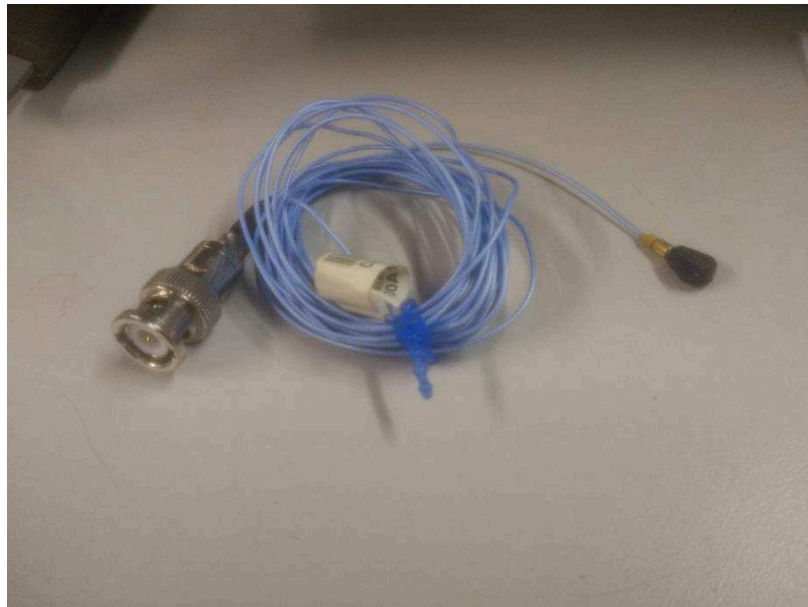


Figura 6.1 – Acelerômetro utilizado para comparação, modelo 352C22 da *PCB Piezotronics*. (Elaborada pelo autor)

Um analisador de sinais (*Dynamic Signal Analyzer*) – modelo 35670A da marca *Agilent* – foi utilizado tanto para gerar um sinal conhecido de vibração quanto para medir a resposta dos sensores a este sinal. O sinal gerado vai para o amplificador de potência da marca *Labworks Inc.*, modelo PA-138, para então alimentar o excitador eletromecânico (*shaker*) desta mesma marca, modelo ET-126.

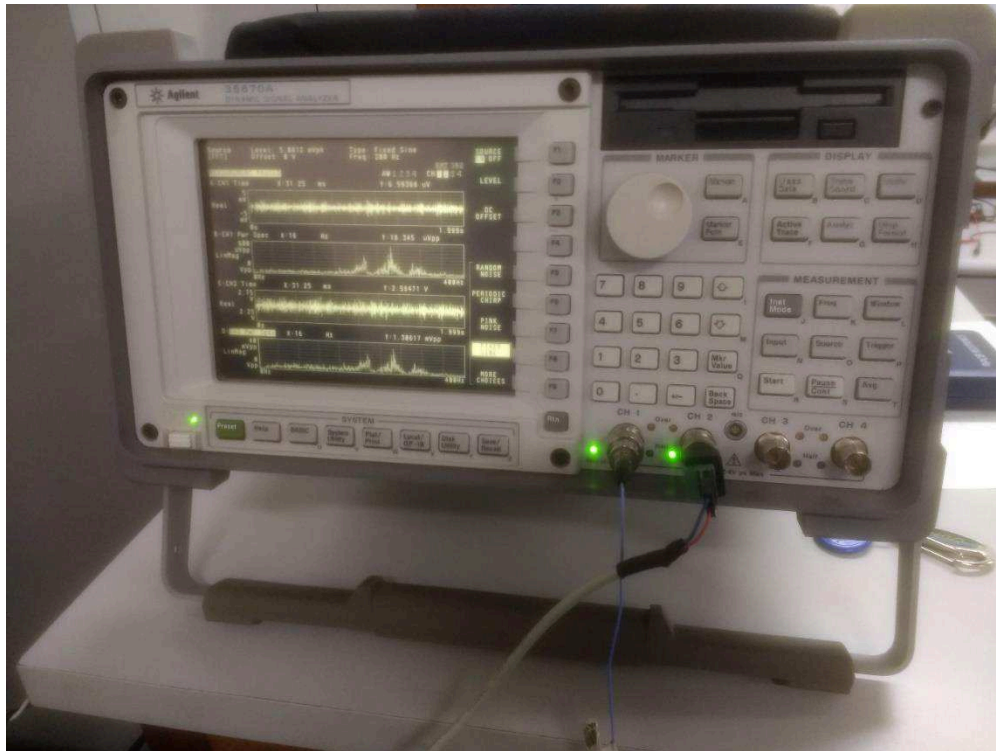


Figura 6.2 – Analisador de sinais utilizado. (Elaborada pelo autor)

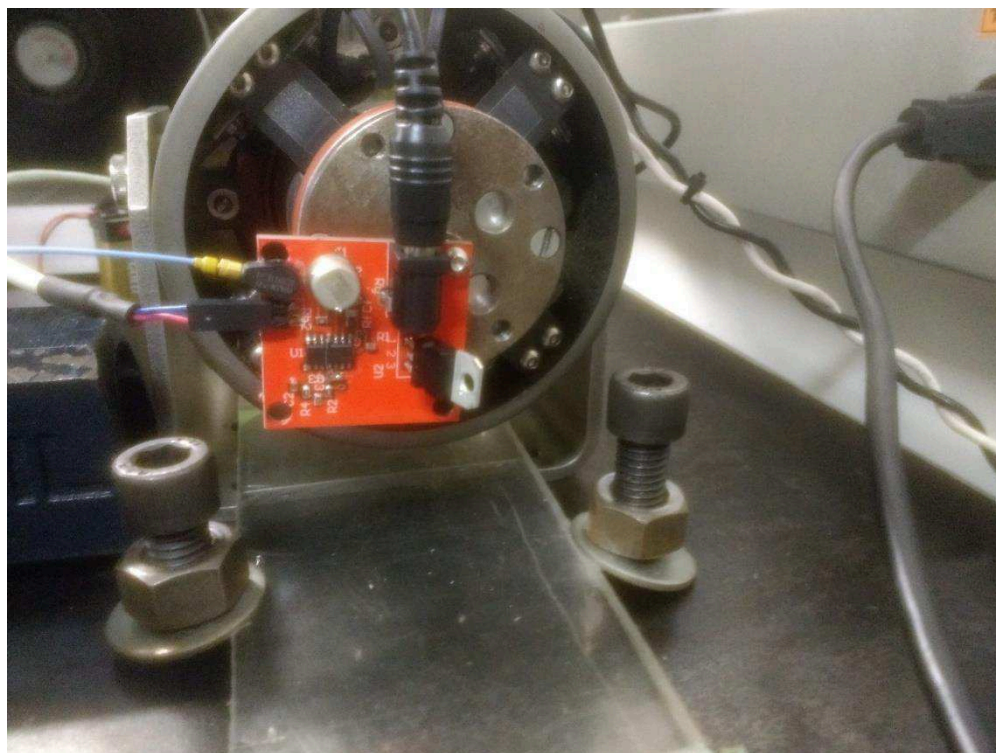


Figura 6.3 – Excitador eletromecânico com o sistema proposto e com o acelerômetro comercial. (Elaborada pelo autor)

Por fim, também a plataforma embarcada *Arduino Due* é utilizada neste trabalho, sendo esta a melhor plataforma, em termos de processamento, da marca *Arduino* – com 86 MHz de *clock* e um processador de 32 *bits*.

6.2 – Sensibilidade relativa

Como já mencionado, a sensibilidade do sensor proposto é de 1,4185 V/g, ao passo que a do sensor comparado é de 10,48 mV/g. Desta forma, a sensibilidade relativa do primeiro sensor quanto ao segundo, S_{rel} , é teoricamente dada pela Eq. (6.1).

$$S_{rel} = \frac{1,4185}{0,01048} = 135,35 \quad (6.12)$$

A fim de se validar esta relação, foram utilizados no *shaker* 3 sinais senoidais de frequência 30, 50 e 100 Hz. Foram-se então coletadas amostras de cada um dos sensores, no domínio temporal e com 800 linhas de resolução, para que a sensibilidade pudesse ser validada.

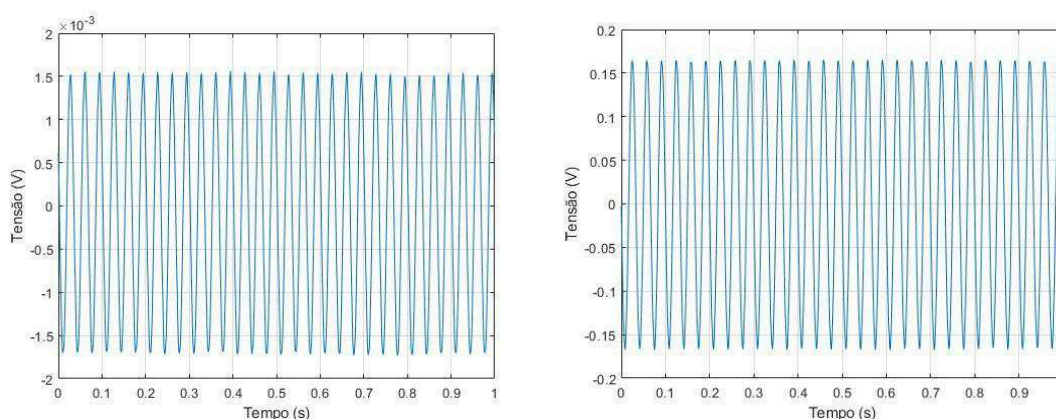


Figura 6.4 – Sinais amostrados pelo analisador. À esquerda, o sinal do acelerômetro comercial; à direita, o do sensor proposto. (Elaborada pelo autor)

Tendo as amostras de ambos os sensores para cada frequência, foi possível calcular o valor quadrático médio (RMS – *root mean square*) para cada medição. Assim, a sensibilidade relativa pode ser calculada pela Eq. (6.2).

$$S_{rel} = \frac{\text{Valor RMS do sensor proposto}}{\text{Valor RMS do sensor comercial}} \quad (6.2)$$

Utilizando a Eq. (6.2), os valores são

Tabela 6.1 – Sensibilidade relativa

Frequência (Hz)	Tensão RMS (V)		Sensibilidade relativa
	Sensor proposto	Sensor comercial	
30	0,1167	0,0011	101,6501
50	0,1413	0,0013	111,5427
100	0,1449	0,0013	109,8164
Média da sensibilidade relativa			107,6697

Vê-se que a sensibilidade relativa média difere cerca de 20% da teórica (equação 6.1). Tal fato deve-se principalmente à tolerância de valores das propriedades físicas dos componentes – os capacitores comuns variam entre 10 e 20% de tolerância; já os resistores têm valor típico de 5% –, fazendo com que sensibilidade do sistema proposto, altamente dependente destes valores, difira levemente do valor da equação 5.2 (a saber, 1,4185 V/g). Não se deve descartar a possibilidade de que o sensor comercial também não apresente a sensibilidade original, por conta de má utilização ou algo do tipo.

Desta forma, o valor da sensibilidade relativa foi adotado como 107,7 (conforme média da tabela 6.1), e os valores medidos pelo sensor comercial foram multiplicados por ele para correção de amplitude.

Tabela 6.2 – Sensibilidade relativa corrigida

Frequência (Hz)	Tensão RMS (V)		Razão entre os valores de tensão
	Sensor proposto (medida)	Sensor comercial (corrigida)	
30	0,1167	0,1237	0,9441
50	0,1413	0,1364	1,0360
100	0,1449	0,1420	1,0199

Nota-se, portanto, que os valores do sensor comercial foram devidamente corrigidos, dado que a porcentagem da razão entre eles e os do sensor proposto varia entre - 5% e + 3%.

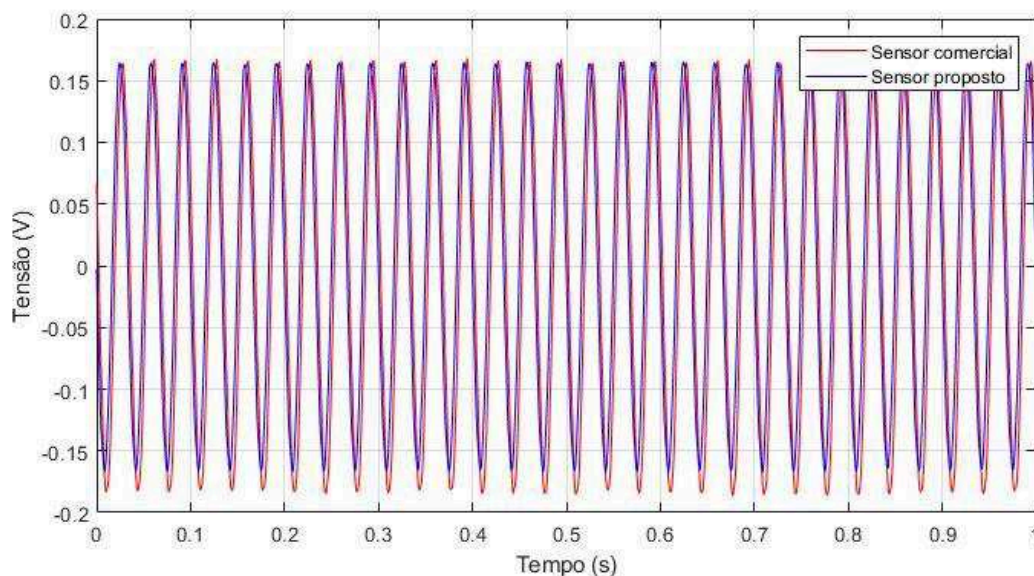


Figura 6.5 – Sinais amostrados: em vermelho, pelo sensor comercial (corrigido); em azul, pelo sensor proposto. (Elaborada pelo autor)

6.3 – FFT no *Dynamic Signal Analyzer*

Na seção anterior foi validada a medição de amplitude do sistema proposto neste trabalho, uma vez que, dado um valor de correção (sensibilidade relativa), as comparações encontraram no máximo 5% de divergência.

Esta seção se propõe, pois, a validar a capacidade do sensor proposto em medir vibrações corretamente – isto é, não somente medir as amplitudes corretas, mas o sinal como um todo, não o distorcendo. Para tanto, os melhores testes são aqueles que conseguem mostrar os componentes de frequência do sinal, pois as distorções podem manter a amplitude correta ao alterar as frequências presentes no sinal. O teste, portanto, utilizará a Transformada Rápida de Fourier como parâmetro de comparação.

Serão utilizadas tanto 400 quanto 800 linhas para cada medição, com a máxima frequência de análise de 400 Hz, pois o filtro passa-baixa do sistema desenvolvido tem a frequência de corte de 450 Hz.

Há diversas formas de se mostrar o resultado da FFT em um analisador de sinais. Pode-se, por exemplo, não se considerar a conversão de unidades do sensor, exibindo o resultado em função da tensão medida – volts pico, volts pico a pico, volts RMS, volts ao quadrado dividido pela frequência (V^2/Hz , também chamado densidade espectral), dentre outras formas. Se se quiser fazer a conversão, há ainda a possibilidade de usar as unidades do sensor (m/s^2 , por exemplo) ou o decibel (dB). Uma vez calculada a FFT, no entanto, essas conversões são puramente aritméticas, podendo ser realizadas tanto no analisador de sinais quanto em um programa de cálculo. Por isso, e pela facilidade de visualização e comparação, este trabalho utilizará a unidade de volts pico a pico (Vpp) para exibir seus resultados.

Após adquirir os valores calculados pelo analisador de sinais, uma rotina foi utilizada no *software* MATLAB para encontrar os valores dos picos e suas respectivas frequências.

Tabela 6.3 – Comparação dos valores de tensão de pico e de frequência a partir dos sensores utilizados, para 400 linhas de resolução.

400 linhas de resolução				
Frequência do <i>shaker</i> (Hz)	Valor do pico (V)		Frequência do pico (Hz)	
	Sensor comercial	Sensor proposto	Sensor comercial	Sensor proposto
30	0,1754	0,1660	30	30
50	0,1937	0,2011	50	50
100	0,2027	0,2067	100	100

Tabela 6.4 – Comparação dos valores de tensão de pico e de frequência a partir dos sensores utilizados, para 800 linhas de resolução.

800 linhas de resolução				
Frequência do <i>shaker</i> (Hz)	Valor do pico (V)		Frequência do pico (Hz)	
	Sensor comercial	Sensor proposto	Sensor comercial	Sensor proposto
30	0,1753	0,1658	30	30
50	0,1939	0,2010	50	50
100	0,2038	0,2075	100	100

O fato que possivelmente mais se faz notar nas tabelas 6.3 e 6.4 é que as frequências de pico são exatamente as mesmas tanto para a FFT feita a partir do sensor comercial quanto para aquela a partir do sensor proposto – isto é, se o sensor proposto por este trabalho distorce o sinal medido em relação ao sensor comercial, tal feito é de tamanha insignificância que o cálculo da FFT sequer o percebe.

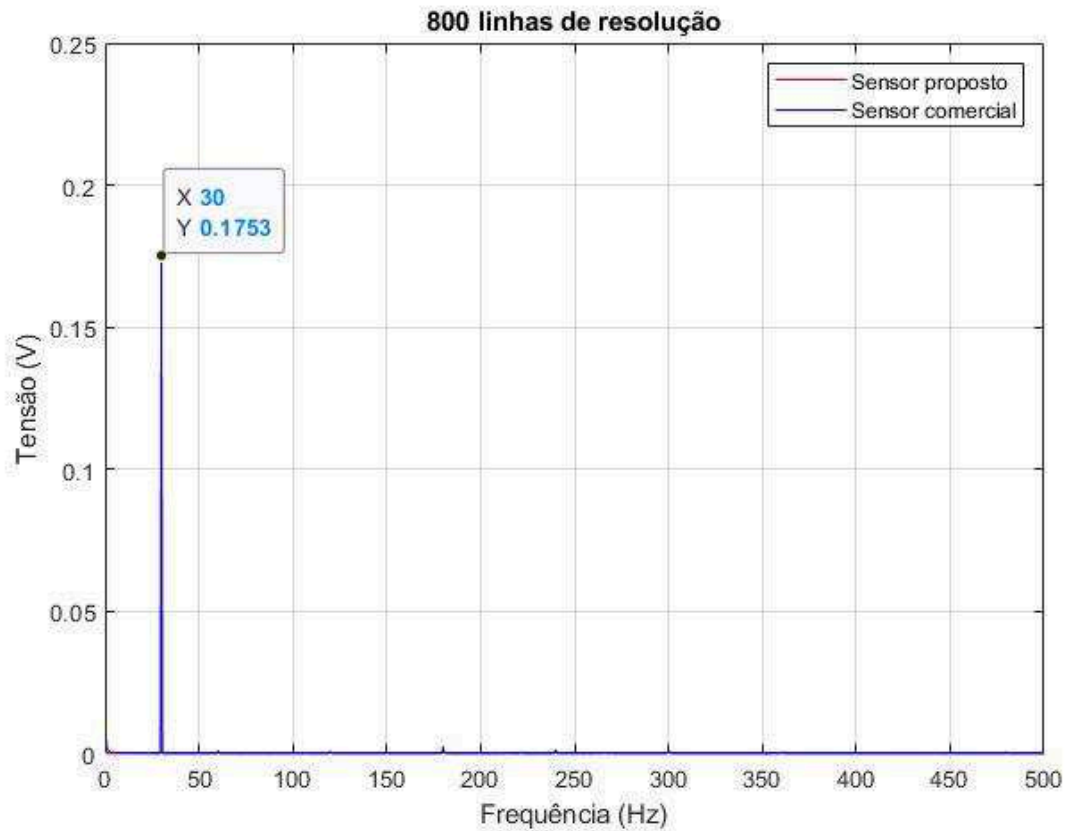


Figura 6.6 – FFT calculada pelo analisado dos sinais: em vermelho, obtido pelo sensor proposto; em azul, pelo sensor comercial. 800 linhas de resolução. (Elaborada pelo autor)

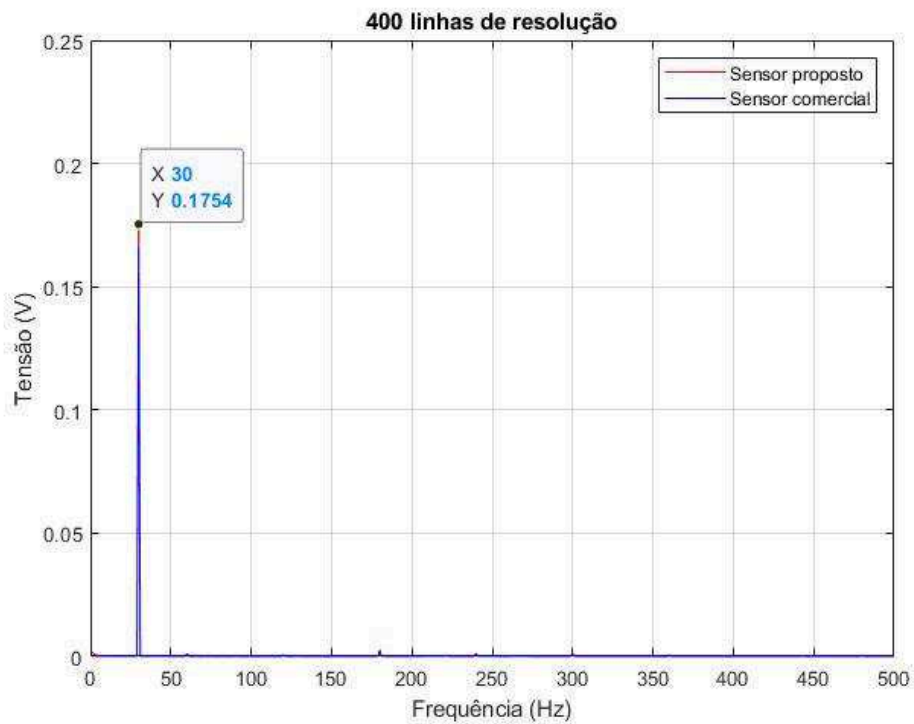


Figura 6.7 – FFT calculada pelo analisado dos sinais: em vermelho, obtido pelo sensor proposto; em azul, pelo sensor comercial. 400 linhas de resolução. (Elaborada pelo autor)

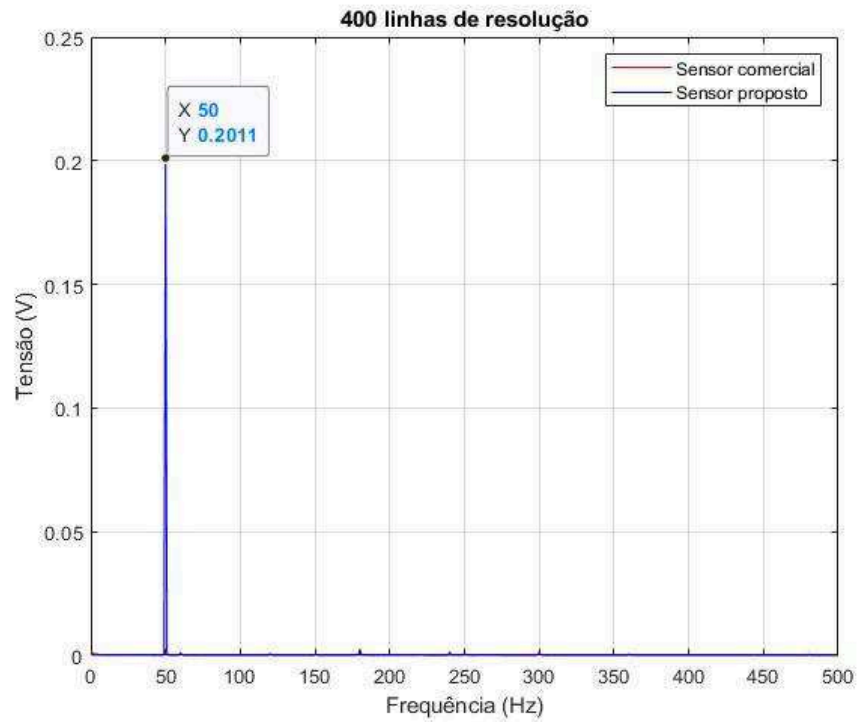


Figura 6.8 – FFT calculada pelo analisado dos sinais: em vermelho, obtido pelo sensor comercial; em azul, pelo sensor proposto. 400 linhas de resolução. (Elaborada pelo autor)

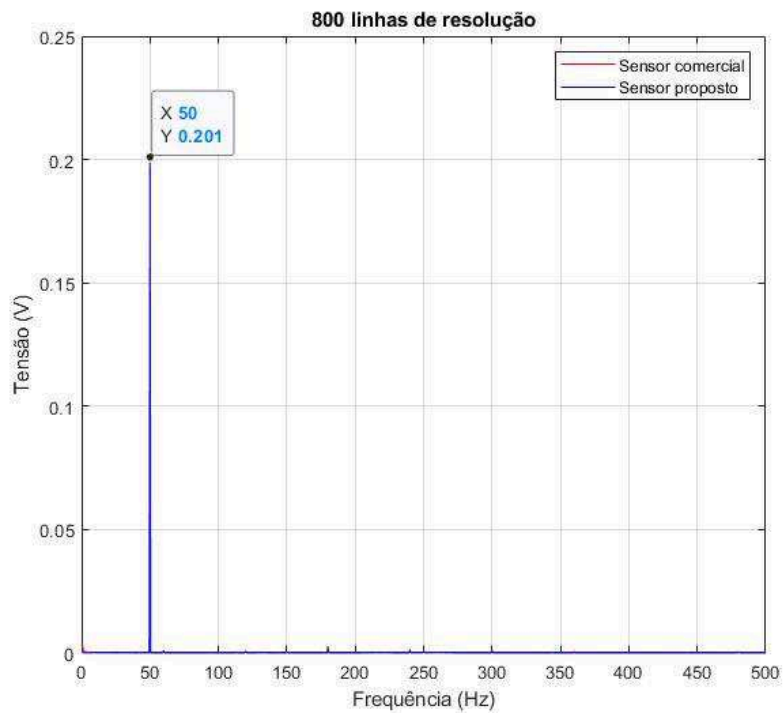


Figura 6.9 – FFT calculada pelo analisado dos sinais: em vermelho, obtido pelo sensor comercial; em azul, pelo sensor proposto. 800 linhas de resolução. (Elaborada pelo autor)

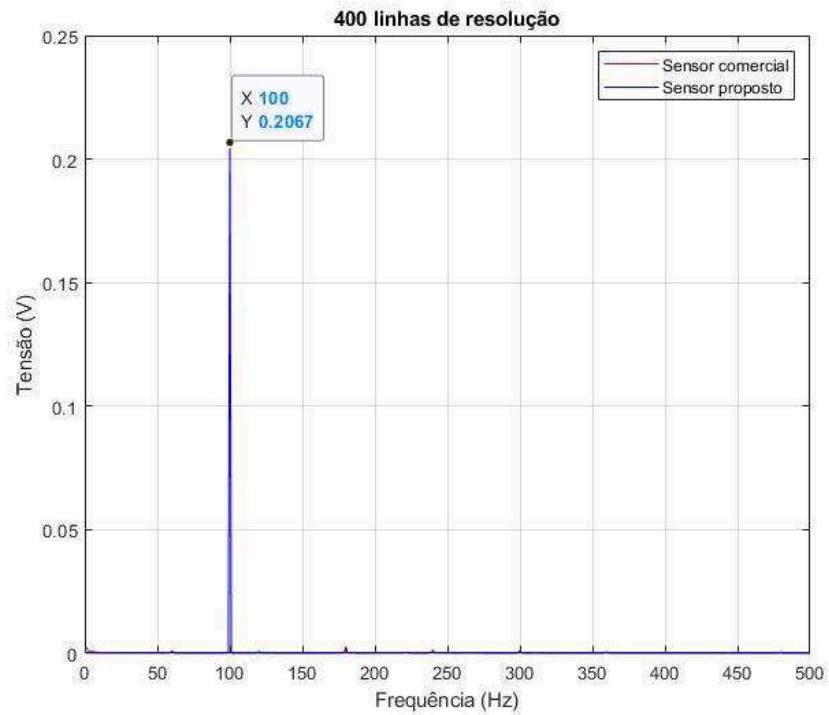


Figura 6.10 – FFT calculada pelo analisado dos sinais: em vermelho, obtido pelo sensor comercial; em azul, pelo sensor proposto. 400 linhas de resolução. (Elaborada pelo autor)

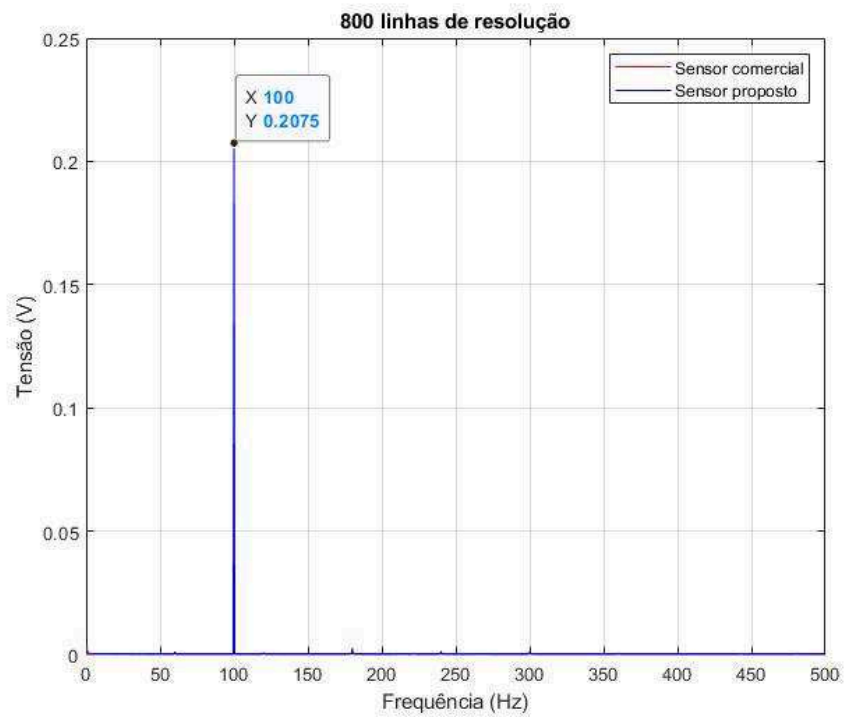


Figura 6.11 – FFT calculada pelo analisado dos sinais: em vermelho, obtido pelo sensor comercial; em azul, pelo sensor proposto. 800 linhas de resolução. (Elaborada pelo autor)

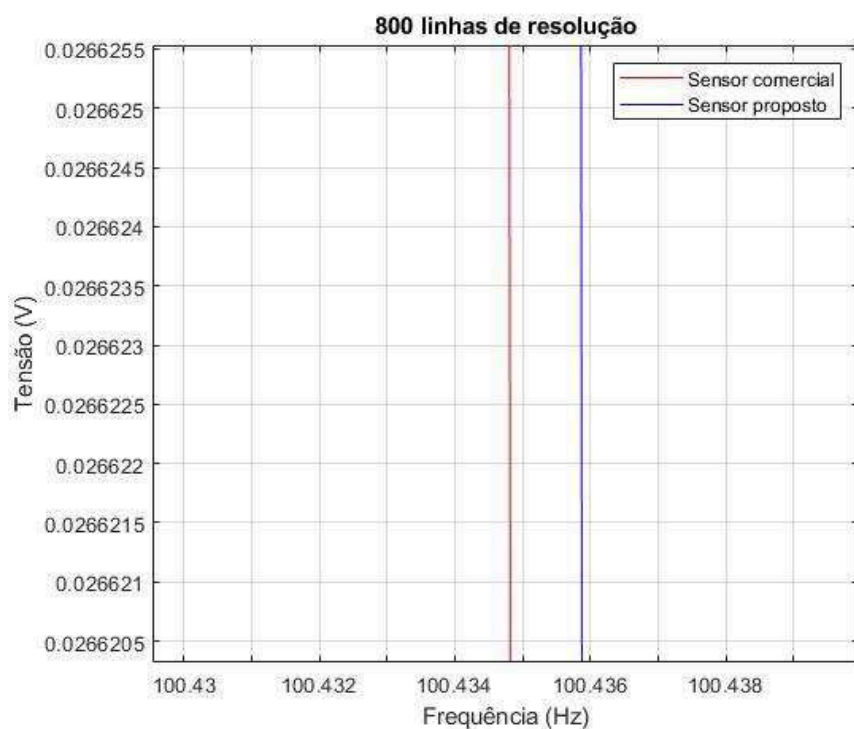


Figura 6.12 – Zoom da Fig. (6.11), mostrando o quão próximos estão os valores obtidos pelos sensores proposto (azul) e comercial (vermelho). (Elaborada pelo autor)

Fica demonstrado, portanto, que o sistema desenvolvido não apenas mensura a amplitude dos sinais corretamente, mas também seu deslocamento no tempo, ou seja, sua fase.

Uma vez validado o sistema com os sinais senoidais puros, pode-se testá-lo com um “ruído branco”, ou seja, um sinal gerado aleatoriamente. É usado, para tanto, o mesmo procedimento anterior: multiplicar a medida do sensor comercial pela sensibilidade relativa e comparar os valores do pico (validar amplitude do sinal) e da frequência (validar fase do sinal) obtidos por ambos os sensores.

Tabela 6.4 – Porcentagem entre dos valores calculados pelo sensor proposto em relação ao sensor comercial, para um sinal aleatório (ruído branco). 400 linhas de resolução.

400 linhas de resolução				
Frequências do <i>shaker</i> (Hz)	Valor do pico (V)		Frequência do pico (Hz)	
	Sensor comercial	Sensor proposto	Sensor comercial	Sensor proposto
Aleatórias	0,0293	0,0165	265	265
	56,3 %		100 %	

Tabela 6.5 – Porcentagem entre dos valores calculados pelo sensor proposto em relação ao sensor comercial, para um sinal aleatório (ruído branco). 800 linhas de resolução.

800 linhas de resolução				
Frequências do <i>shaker</i> (Hz)	Valor do pico (V)		Frequência do pico (Hz)	
	Sensor comercial	Sensor proposto	Sensor comercial	Sensor proposto
Aleatórias	0,0262	0,0153	262	262
	58,4 %		100 %	

Parece, à primeira vista, que o sensor proposto não funciona bem para sinais aleatórios – o que seria absurdo, dado que poucos sinais, nas aplicações industriais, são semelhantes à uma onda senoidal pura. Para se resolver a questão, é preciso primeiro analisar o comportamento do sinal no tempo.

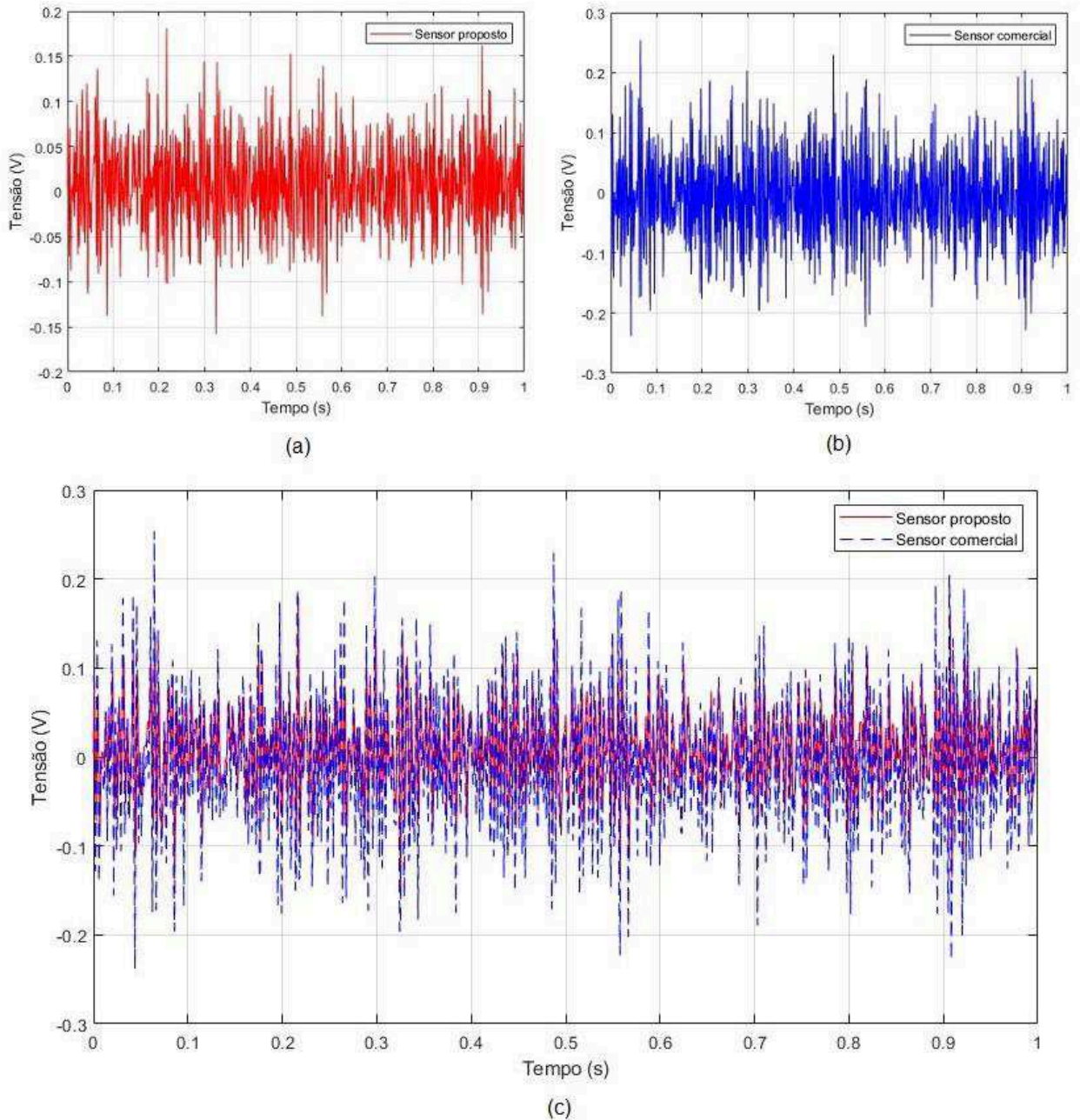


Figura 6.13 – Sinal medido pelo sensor: em (a), pelo sensor proposto; em (b), pelo comercial; e em (c) a sobreposição dos dois sinais, com o gráfico vermelho (contínuo) para (a) e azul (pontilhado) para (b). (Elaborada pelo autor)

Utilizando uma rotina no *software* MATLAB, foi verificado que o máximo valor de tensão é igual 0,1812 V. Como a diferença entre o valor desta amostra e o da anterior é de 0,1533 V e o intervalo de amostragem é de 1 ms (com 800 linhas de resolução e frequência máxima de 400 Hz, a frequência de amostragem é 1000 Hz e, portanto, o intervalo é de 1 ms entre as amostras), a velocidade de varredura (SR, *slew rate*) do amplificador deve ser, pela Eq. (6.3),

$$SR = \frac{V_{pico} - V_{ant. \text{ ou posterior}}}{\text{intervalo de amostragem}} = \frac{0,1812 - 0,02792}{0,2168 - 0,2158} \left[\frac{V}{ms} \right] = 153,3 [V/\mu s] \quad (6.3)$$

O amplificador utilizado, no entanto, possui um SR de $6 \text{ V}/\mu\text{s}$. Isto explica o fato de as frequências percebidas por ambos os sensores serem as mesmas, enquanto os valores de amplitude diferem em mais de 50 % no pico – ou seja, o amplificador operacional percebe a mudança da forma do sinal (frequência), mas não consegue ler corretamente uma mudança de tensão de tal amplitude no intervalo de tempo em que o analisador coleta as amostras.

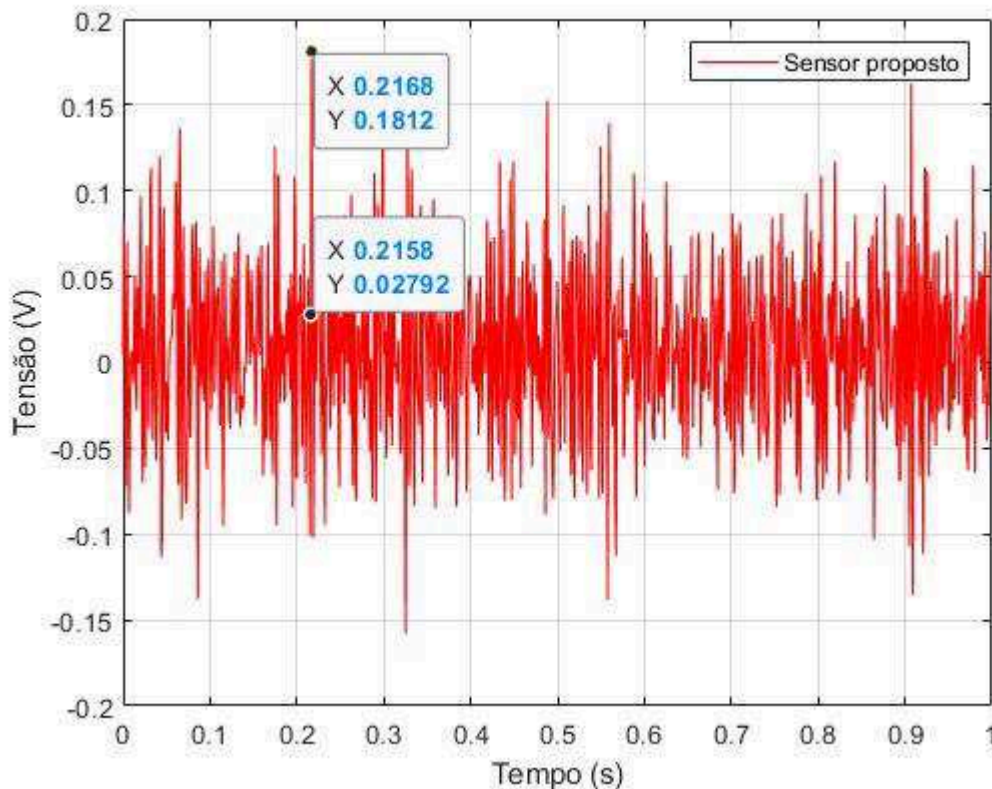


Figura 6.14 – Destaque para os valores utilizados na Eq. (6.3). (Elaborada pelo autor)

Como se vê na Fig. (6.14), os valores de tensão lidos em as altas frequências pelo sensor proposto são sistematicamente menores que aqueles do sensor comercial – por motivos explicados anteriormente. Para os valores de baixa frequência, contudo, os gráficos praticamente se sobrepõem, como nas análises dos sinais senoidais puros. Isto confirma, mais uma vez, a validação do sistema proposto – sendo a limitação da velocidade de varredura do amplificador operacional apenas um problema acidental, e não essencial, facilmente resolvível.

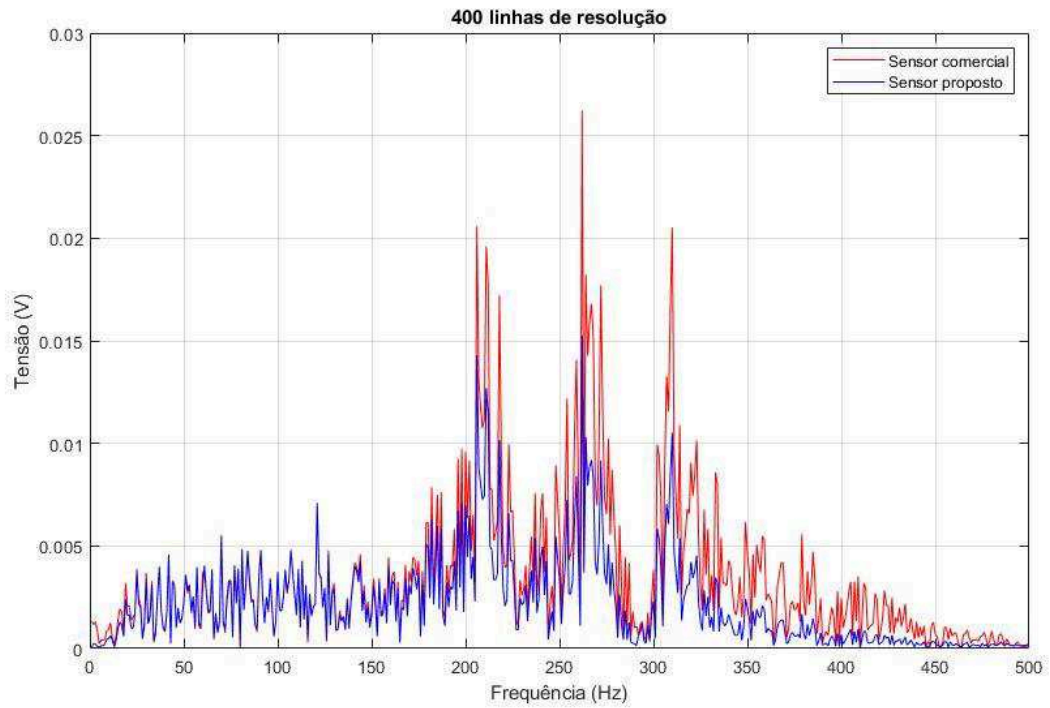


Figura 6.15 – FFT do sinal medido: em azul, pelo sensor proposto; em vermelho, pelo comercial. Atentar ao fato de que os valores praticamente se sobrepõem em baixa frequência. 400 linhas de resolução. (Elaborada pelo autor)

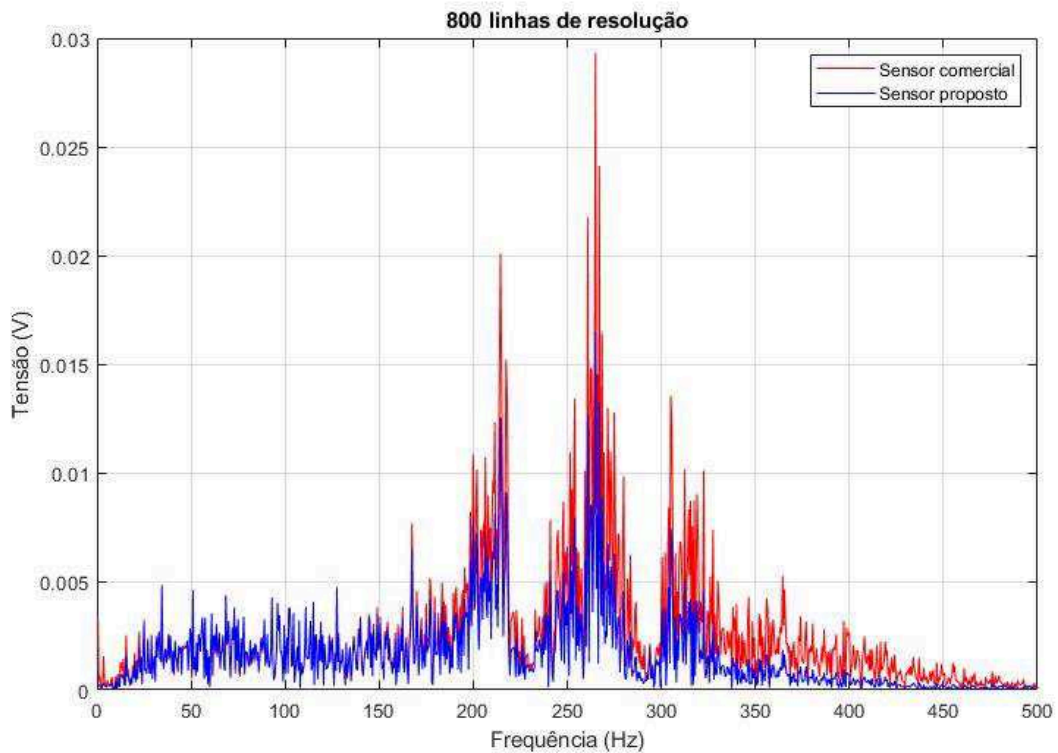


Figura 6.16 – FFT do sinal medido: em azul, pelo sensor proposto; em vermelho, pelo comercial. Atentar ao fato de que os valores praticamente se sobrepõem em baixa frequência. 800 linhas de resolução. (Elaborada pelo autor)

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES

Pode-se dizer que este projeto é de fato Mecatrônico, pois envolve suas três grandes áreas: a Mecânica (vibrações), a Elétrica (circuitos eletrônicos) e a Computação (sistemas embarcados e processamento digital de sinais).

A ideia de um sistema de medição de vibrações de baixo custo é realmente chamativa, dados os preços dos acelerômetros comerciais – principais sensores de vibração – estarem na faixa de alguns milhares de dólares. Ao se propor este trabalho, portanto, a intenção era que, funcionando tão bem quanto o comercial, o projeto desenvolvido custasse no máximo algumas centenas de reais. Isto de fato se deu: enquanto o acelerômetro comercial tem seu preço por volta de mil dólares americanos, o sistema aqui projetado não custa mais que cem dólares – uma economia de dez vezes, aproximadamente.

Entre os desafios encontrados durante a execução deste projeto, o maior certamente foi o desenvolvimento do condicionador de sinais. Testado primeiramente em uma *proto-board*, seus resultados não pareciam promissores – os cabos (*jumper*s), por exemplo, eram verdadeiras antenas injetando ruídos de 60 Hz (da rede elétrica) e de outros tipos. Insistiu-se, porém, que o projetado elétrico estava correto e, portanto, passou-se para o próximo passo, a placa de circuito impresso. Ainda esta não teve os resultados esperados à primeira vista, com bastante ruído no sinal. Analisados e corrigidos os erros, a última placa construída obteve o sucesso esperado, dando ao estudante a certeza de que alguns detalhes aparentemente pouco significantivos – a proximidade do capacitor de desacoplamento ao pino de entrada do circuito integrado, por exemplo, ou a qualidade da malha de aterramento e da distância entre os trilhos – são, na verdade, o segredo, por assim dizer, do projeto.

O sistema projetado mostrou cumprir perfeitamente seu objetivo, podendo ser utilizado em qualquer aplicação, seja industrial ou laboratorial. Isso não quer dizer, no entanto, que seu desenvolvimento está completo, pois, conforme se observa ao longo do texto deste trabalho, algumas melhorias podem ser realizadas. Entre elas, destacam-se: a utilização de componentes passivos com uma menor tolerância, como os capacitores cerâmicos multicamadas e os resistores de baixa tolerância; e a utilização de um amplificador operacional com uma maior velocidade de varredura.

Para uma solução ainda mais completa quanto à medição de vibrações, sugere-se como trabalho futuro o desenvolvimento de um sistema de aquisição completo, com a utilização de um sistema embarcado próprio para tais processamentos (como o dsPIC33, por exemplo) e ainda outras soluções diversas, como o uso de uma rede de área local sem fio (WLAN – *wireless local area network*) para monitoramento da integridade estrutural do equipamento observado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] RANKINE, W. A. On the centrifugal force of rotating shafts. *Engineer* (London) 27:249 (1869).
- [2] JEFFCOTT, H. H. The lateral vibration of loaded shafts in the neighborhood of a whirling speed: the effect of want of balance. *Philosophical Magazine*, Ser. 6, 37:304 (1919).
- [3] VANCE, J.; ZEIDAN, F.; MURPHY, B. *Machinery vibration and rotordynamics*. 1. Ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2010.
- [4] GUNTER, E. J., Jr. *Dynamic Stability of Rotor-Bearings Systems*. NASA SP-113, 29 (1966).
- [5] LALANNE, M.; FERRARIS, G. *Rotordynamics Prediction in Engineering*. 1. Ed. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 1990.
- [6] PEREIRA, J. C. *Introdução à Dinâmica de Rotores*. 2005. 143p. Apostila – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.
- [7] Capítulo 1 – Resposta ao Desbalanço de Sistemas Rotativos. Disponível em: < https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/82903/mod_resource/content/1/Resposta_Desbalanco.pdf >. Acesso em novembro de 2017.
- [8] MCCONNELL, K. G.; VAROTO, P. S. *Vibration Testing*. 2. Ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- [9] HAYES, M. H. *Schaum's Outline of Theory and Problems of Digital Signal Processing*. 1. Ed. McGraw Hill, 1999.
- [10] HIGUTI, R. T. Amostragem e Reconstrução de Sinais. Disponível em: < http://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/ele1095_3_amostragem.pdf >. Acesso em novembro de 2017.
- [11] Understanding FFTs and Windowing. Disponível em: < <http://download.ni.com/evaluation/pxi/Understanding%20FFTs%20and%20Windowing.pdf> >. Acesso em novembro de 2017.
- [12] FFT (Fast Fourier Transform) Waveform Analysis. Disponível em: < <https://www.dataq.com/data-acquisition/general-education-tutorials/fft-fast-fourier-transform-waveform-analysis.html> >. Acesso em novembro de 2017.
- [13] The Discrete Fourier Transform, Part 4: Spectral Leakage. Disponível em: < http://www.jot.fm/issues/issue_2009_11/column2.pdf >. Acesso em novembro de 2017.
- [14] Spectral Leakage and Windowing. Disponível em: < https://mil.ufl.edu/nechyba/www/___eel3135.s2003/lectures/lecture19/spectral_leakage.pdf >. Acesso em novembro de 2017.
- [15] AHMAD, S. FFT Spectral Leakage and Windowing. Disponível em: < <http://saadahmad.ca/fft-spectral-leakage-and-windowing/> >. Acesso em novembro de 2017.

[16] MELO, Fábio Delicato Feijó de. Ferramenta de Apoio ao Ensino de Instrumento Musical. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia da Computação) – Departamento de Sistemas e Computação, UPE, Recife, 2009.

[17] OLIVEIRA, Raimundo Corrêa de. Novos Algoritmos Rápidos para Computação de Transformadas Discretas. Dissertação (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro de Tecnologia e Geociências, UFPE, Recife, 2013.

[18] TOMPKINS, Nicholas. Design Of A Machine Condition Monitoring System With Bluetooth Low Energy. Dissertação (Master of Science – Electrical Engineering) – University of North Texas, 2017.

[19] KARKI, James. Signal Conditioning Piezoelectric Sensors. Application Report – Texas Instrument Incorporated, 2000.

[20] AUPETIT, Nicolas. Signal conditioning for shock sensors. Application Note – STMicroelectronics, 2015.

[21] SIEGEL, Nathan. MARTINEZ, Gustavo. Motor Monitoring Using Wireless Vibration Sensor. Reference Design – Texas Instrument Incorporated, 2017.

ANEXO 1

FFT NO ARDUINO DUE

Embora o objetivo deste trabalho seja a validação do sensor proposto, e não do sistema de aquisição de seus sinais, achou-se por bem utilizar um sistema embarcado para também calcular a FFT dos sinais do sensor. Tal fato contribui para o melhor entendimento do Processamento Digital de Sinais, pois deve-se programar o Arduino, além de abrir horizontes para trabalhos futuros – substituindo, por exemplo, a placa Arduino por um sistema mais propriamente adequado à análise de sinais.

Dadas as limitações da placa – memória, número de núcleos do processador, qualidade do conversor analógico-digital (erro de quantização), dentre diversas limitações –, serão utilizadas 512 e 1024 amostras para o cálculo.

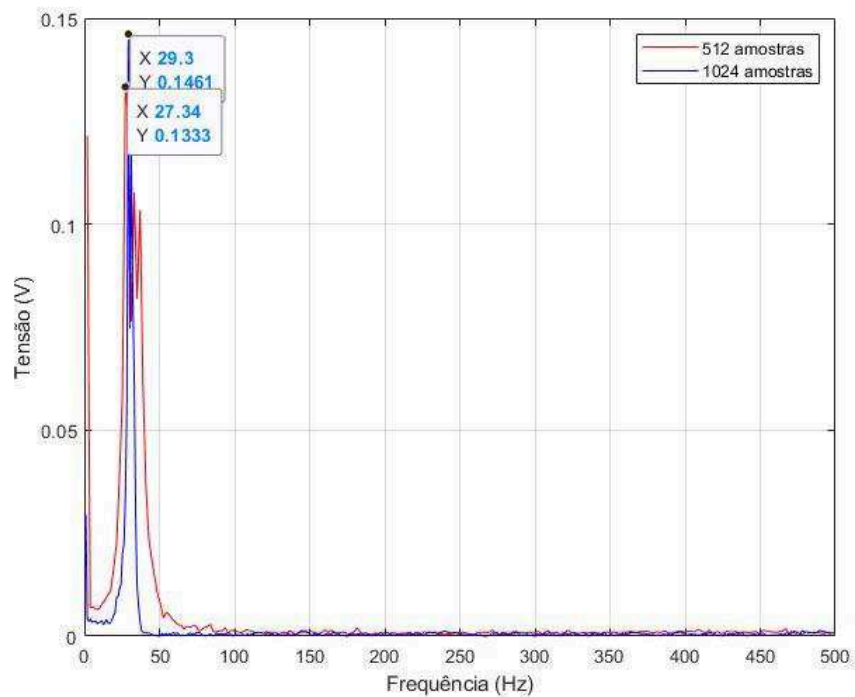


Figura 1 – Comparação da FFT calculada no *Arduino Due* com: 512 amostras, em vermelho; 1024 amostras, em azul.

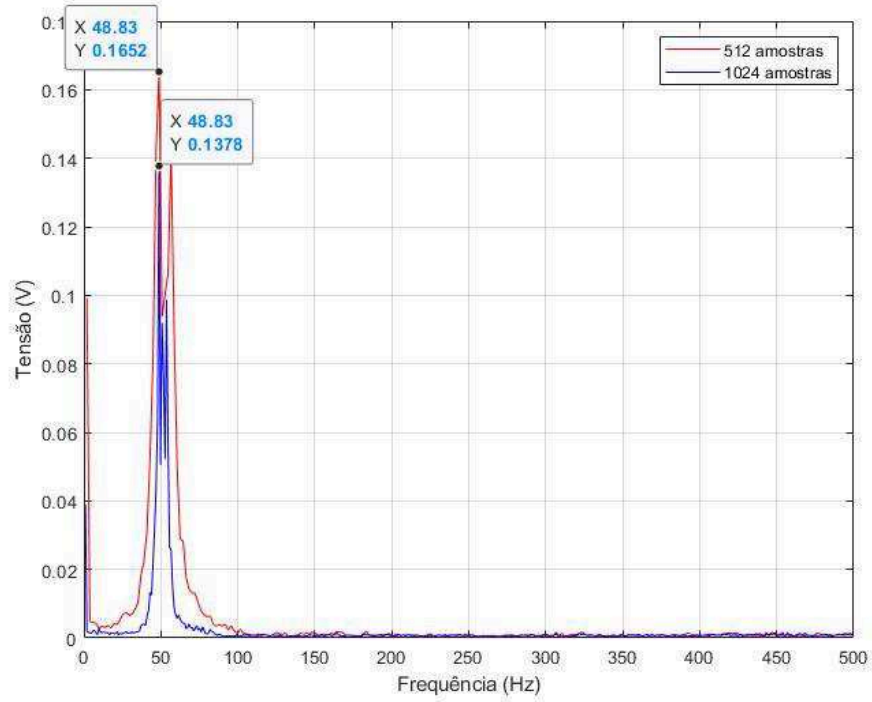


Figura 2 – Comparação da FFT calculada no *Arduino Due* com: 512 amostras, em vermelho; 1024 amostras, em azul.

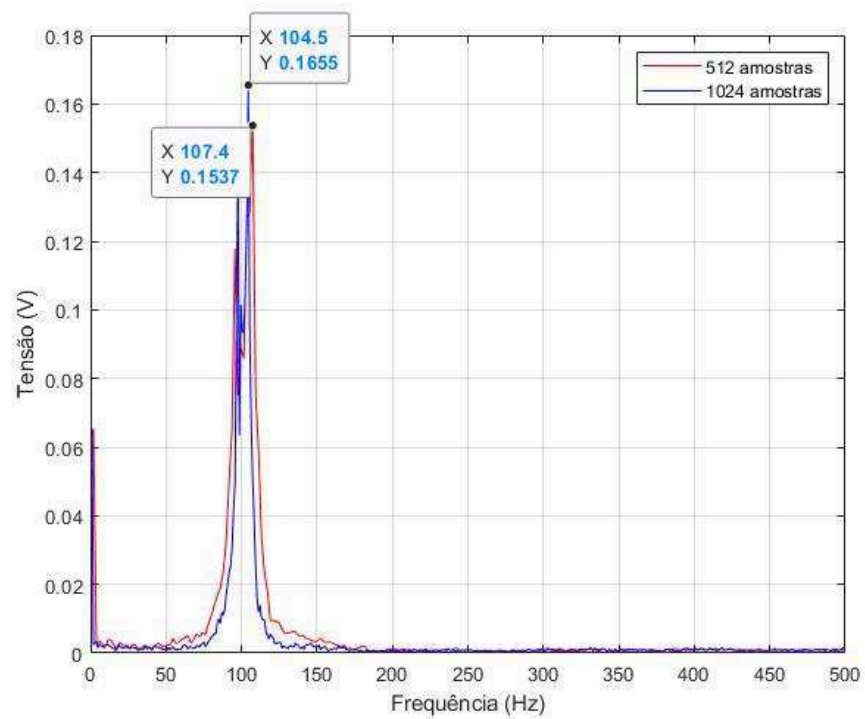


Figura 3 – Comparação da FFT calculada no *Arduino Due* com: 512 amostras, em vermelho; 1024 amostras, em azul.

ANEXO 2

PROGRAMA PARA CÁLCULO DA FFT NO ARDUINO DUE

```
#include <math.h>

#define SAMPLES 1024
#define LOG2_SAMPLES 10
#define SAMPLING_FREQUENCY 1000

#define N_WAVE 1024 // Tamanho das amostras da onda senoidal para os twiddle
factors
#define LOG2_N_WAVE 10 // log2(N_WAVE)

// Twiddle Factors para o cálculo da FFT
const short Sinewave[N_WAVE-N_WAVE/4] = {
    0, 201, 402, 603, 804, 1005, 1206, 1406,
    1607, 1808, 2009, 2209, 2410, 2610, 2811, 3011,
    3211, 3411, 3611, 3811, 4011, 4210, 4409, 4608,
    4807, 5006, 5205, 5403, 5601, 5799, 5997, 6195,
    6392, 6589, 6786, 6982, 7179, 7375, 7571, 7766,
    7961, 8156, 8351, 8545, 8739, 8932, 9126, 9319,
    9511, 9703, 9895, 10087, 10278, 10469, 10659, 10849,
    11038, 11227, 11416, 11604, 11792, 11980, 12166, 12353,
    12539, 12724, 12909, 13094, 13278, 13462, 13645, 13827,
    14009, 14191, 14372, 14552, 14732, 14911, 15090, 15268,
    15446, 15623, 15799, 15975, 16150, 16325, 16499, 16672,
    16845, 17017, 17189, 17360, 17530, 17699, 17868, 18036,
    18204, 18371, 18537, 18702, 18867, 19031, 19194, 19357,
    19519, 19680, 19840, 20000, 20159, 20317, 20474, 20631,
    20787, 20942, 21096, 21249, 21402, 21554, 21705, 21855,
```

22004, 22153, 22301, 22448, 22594, 22739, 22883, 23027,
23169, 23311, 23452, 23592, 23731, 23869, 24006, 24143,
24278, 24413, 24546, 24679, 24811, 24942, 25072, 25201,
25329, 25456, 25582, 25707, 25831, 25954, 26077, 26198,
26318, 26437, 26556, 26673, 26789, 26905, 27019, 27132,
27244, 27355, 27466, 27575, 27683, 27790, 27896, 28001,
28105, 28208, 28309, 28410, 28510, 28608, 28706, 28802,
28897, 28992, 29085, 29177, 29268, 29358, 29446, 29534,
29621, 29706, 29790, 29873, 29955, 30036, 30116, 30195,
30272, 30349, 30424, 30498, 30571, 30643, 30713, 30783,
30851, 30918, 30984, 31049, 31113, 31175, 31236, 31297,
31356, 31413, 31470, 31525, 31580, 31633, 31684, 31735,
31785, 31833, 31880, 31926, 31970, 32014, 32056, 32097,
32137, 32176, 32213, 32249, 32284, 32318, 32350, 32382,
32412, 32441, 32468, 32495, 32520, 32544, 32567, 32588,
32609, 32628, 32646, 32662, 32678, 32692, 32705, 32717,
32727, 32736, 32744, 32751, 32757, 32761, 32764, 32766,
32767, 32766, 32764, 32761, 32757, 32751, 32744, 32736,
32727, 32717, 32705, 32692, 32678, 32662, 32646, 32628,
32609, 32588, 32567, 32544, 32520, 32495, 32468, 32441,
32412, 32382, 32350, 32318, 32284, 32249, 32213, 32176,
32137, 32097, 32056, 32014, 31970, 31926, 31880, 31833,
31785, 31735, 31684, 31633, 31580, 31525, 31470, 31413,
31356, 31297, 31236, 31175, 31113, 31049, 30984, 30918,
30851, 30783, 30713, 30643, 30571, 30498, 30424, 30349,
30272, 30195, 30116, 30036, 29955, 29873, 29790, 29706,
29621, 29534, 29446, 29358, 29268, 29177, 29085, 28992,
28897, 28802, 28706, 28608, 28510, 28410, 28309, 28208,
28105, 28001, 27896, 27790, 27683, 27575, 27466, 27355,
27244, 27132, 27019, 26905, 26789, 26673, 26556, 26437,
26318, 26198, 26077, 25954, 25831, 25707, 25582, 25456,

25329, 25201, 25072, 24942, 24811, 24679, 24546, 24413,
24278, 24143, 24006, 23869, 23731, 23592, 23452, 23311,
23169, 23027, 22883, 22739, 22594, 22448, 22301, 22153,
22004, 21855, 21705, 21554, 21402, 21249, 21096, 20942,
20787, 20631, 20474, 20317, 20159, 20000, 19840, 19680,
19519, 19357, 19194, 19031, 18867, 18702, 18537, 18371,
18204, 18036, 17868, 17699, 17530, 17360, 17189, 17017,
16845, 16672, 16499, 16325, 16150, 15975, 15799, 15623,
15446, 15268, 15090, 14911, 14732, 14552, 14372, 14191,
14009, 13827, 13645, 13462, 13278, 13094, 12909, 12724,
12539, 12353, 12166, 11980, 11792, 11604, 11416, 11227,
11038, 10849, 10659, 10469, 10278, 10087, 9895, 9703,
9511, 9319, 9126, 8932, 8739, 8545, 8351, 8156,
7961, 7766, 7571, 7375, 7179, 6982, 6786, 6589,
6392, 6195, 5997, 5799, 5601, 5403, 5205, 5006,
4807, 4608, 4409, 4210, 4011, 3811, 3611, 3411,
3211, 3011, 2811, 2610, 2410, 2209, 2009, 1808,
1607, 1406, 1206, 1005, 804, 603, 402, 201,
0, -201, -402, -603, -804, -1005, -1206, -1406,
-1607, -1808, -2009, -2209, -2410, -2610, -2811, -3011,
-3211, -3411, -3611, -3811, -4011, -4210, -4409, -4608,
-4807, -5006, -5205, -5403, -5601, -5799, -5997, -6195,
-6392, -6589, -6786, -6982, -7179, -7375, -7571, -7766,
-7961, -8156, -8351, -8545, -8739, -8932, -9126, -9319,
-9511, -9703, -9895, -10087, -10278, -10469, -10659, -10849,
-11038, -11227, -11416, -11604, -11792, -11980, -12166, -12353,
-12539, -12724, -12909, -13094, -13278, -13462, -13645, -13827,
-14009, -14191, -14372, -14552, -14732, -14911, -15090, -15268,
-15446, -15623, -15799, -15975, -16150, -16325, -16499, -16672,
-16845, -17017, -17189, -17360, -17530, -17699, -17868, -18036,
-18204, -18371, -18537, -18702, -18867, -19031, -19194, -19357,

```
-19519, -19680, -19840, -20000, -20159, -20317, -20474, -20631,  
-20787, -20942, -21096, -21249, -21402, -21554, -21705, -21855,  
-22004, -22153, -22301, -22448, -22594, -22739, -22883, -23027,  
-23169, -23311, -23452, -23592, -23731, -23869, -24006, -24143,  
-24278, -24413, -24546, -24679, -24811, -24942, -25072, -25201,  
-25329, -25456, -25582, -25707, -25831, -25954, -26077, -26198,  
-26318, -26437, -26556, -26673, -26789, -26905, -27019, -27132,  
-27244, -27355, -27466, -27575, -27683, -27790, -27896, -28001,  
-28105, -28208, -28309, -28410, -28510, -28608, -28706, -28802,  
-28897, -28992, -29085, -29177, -29268, -29358, -29446, -29534,  
-29621, -29706, -29790, -29873, -29955, -30036, -30116, -30195,  
-30272, -30349, -30424, -30498, -30571, -30643, -30713, -30783,  
-30851, -30918, -30984, -31049, -31113, -31175, -31236, -31297,  
-31356, -31413, -31470, -31525, -31580, -31633, -31684, -31735,  
-31785, -31833, -31880, -31926, -31970, -32014, -32056, -32097,  
-32137, -32176, -32213, -32249, -32284, -32318, -32350, -32382,  
-32412, -32441, -32468, -32495, -32520, -32544, -32567, -32588,  
-32609, -32628, -32646, -32662, -32678, -32692, -32705, -32717,  
-32727, -32736, -32744, -32751, -32757, -32761, -32764, -32766,  
};
```

```
unsigned int sampling_period_us;
```

```
unsigned long microseconds;
```

```
short imaginaryNumbers[SAMPLES];
```

```
short realNumbers[SAMPLES];
```

```
void fix_fft(short fr[], short fi[], short m);
```

```
void setup() {
```

```

Serial.begin(115200);
pinMode(INPUT, 0);
sampling_period_us = round(1000000*(1.0/SAMPLING_FREQUENCY));
analogReadResolution(12);
}

void loop() {

    /* AMOSTRAGEM */
    for(int i=0; i<SAMPLES; i++)
    {
        microseconds = micros(); //Overflows after around 70 minutes!

        realNumbers[i] = analogRead(0) - 3103;
        imaginaryNumbers[i] = 0;

        while(micros() < (microseconds + sampling_period_us)){
            }
        }

    /* FFT */
    fix_fft(realNumbers, imaginaryNumbers, LOG2_SAMPLES);

    for (int k=0; k < (SAMPLES/2); k++)
    {
        realNumbers[k] = (realNumbers[k] * realNumbers[k] +
            imaginaryNumbers[k] * imaginaryNumbers[k]);
    }

    for(int i=0; i<(SAMPLES/2); i++)

```



```

{
    Serial.write(realNumbers[i]);    // Para enviar para o MATLAB
    //Serial.println(realNumbers[i], 1); // Para ver no Plotter Serial
}

}

void fix_fft(short fr[], short fi[], short m)
{
    long int mr = 0, nn, i, j, l, k, istep, n, shift;
    short qr, qi, tr, ti, wr, wi;

    n = 1 << m;
    nn = n - 1;

    if (n > N_WAVE) return -1;

    /* Decimação no tempo - Butterfly */
    for (m=1; m<=nn; ++m)
    {
        l = n;
        do
        {
            l >>= 1;
        } while (mr+l > nn);

        mr = (mr & (l-1)) + l;
        if (mr <= m) continue;

        tr = fr[m];
        fr[m] = fr[mr];
    }
}

```

```

fr[mr] = tr;
ti = fi[m];
fi[m] = fi[mr];
fi[mr] = ti;
}

l = 1;
k = LOG2_N_WAVE-1;

while (l < n)
{

long int c;
short b;

istep = 1 << l;
for (m=0; m<l; ++m)
{
j = m << k;
/* 0 <= j < N_WAVE/2 */
wr = Sinewave[j+N_WAVE/4];
wi = -Sinewave[j];

wr >>= 1;
wi >>= 1;

for (i=m; i<n; i+=istep)
{
j = i + l;

c = ((long int)wr * (long int)fr[j]);

```

```

c = c >> 14;
b = c & 0x01;
tr = (c >> 1) + b;

c = ((long int)wi * (long int)fi[j]);
c = c >> 14;
b = c & 0x01;
tr = tr - ((c >> 1) + b);

// ti = FIX_MPY(wr,fi[j]) + FIX_MPY(wi,fr[j]);
c = ((long int)wr * (long int)fi[j]);
c = c >> 14;
b = c & 0x01;
ti = (c >> 1) + b;

c = ((long int)wi * (long int)fr[j]);
c = c >> 14;
b = c & 0x01;
ti = ti + ((c >> 1) + b);

qr = fr[i];
qi = fi[i];
qr >>= 1;
qi >>= 1;

fr[j] = qr - tr;
fi[j] = qi - ti;
fr[i] = qr + tr;
fi[i] = qi + ti;
}
}

```

```
--k;  
l = istep;  
}  
}
```