UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL

UNIDADE DIDÁTICA PARA FORMAÇÃO DOCENTE ACERCA DE CONJUNTOS

Mestranda:

Neiva de Castro Cardoso Andraus

Orientador:

Prof. Dr. Vlademir Marim

Prezados Professores

Acreditando no potencial do docente e na premissa de que ele tem nas mãos o poder de efetuar mudanças significativas em questões sociais e culturais por meio da educação, pois a matéria-prima de seu trabalho são os alunos, as quais envolvem cognitude, afetividade que podem ser motivadas e incentivadas na construção do conhecimento. Como educadores e pesquisadores, colocamo-nos em um processo reflexivo sobre os princípios educacionais e a necessidade de ressignificá-los.

Assim, esta unidade didática objetiva sugerir aos docentes mais estudos sobre conjuntos, e opções envolvendo perspectivas metodológicas de resolução de problemas articuladas ao conteúdo de conjuntos numéricos, utilizando material que poderá ser potencialmente significativo para o ensino da Matemática. A referida unidade didática perpassará as seguintes etapas:

Como fase introdutória, a parte 1 discorrerá sobre *Percepções sobre resolução de problemas*, que poderá favorecer resultados relevantes no desenvolvimento de habilidades e competências no ensino da Matemática. Esta metodologia foi recomendada pelo *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM),* em meados de 1980, e preconiza que não se deve medir esforços para incentivar o desenvolvimento de habilidades para resolver problemas com eficiência. Esse documento aborda também a necessidade de formar os indivíduos para lidarem com problemas especiais com os quais irão se deparar em suas carreiras, ou seja, envolver a aplicação da Matemática no mundo real.

A parte 2 colocará em foco as *Concepções sobre conjuntos* que devem estabelecer relações, priorizar representações, transpor a linguagem usual para linguagem Matemática, utilizar a linguagem algébrica e correlacionar-se com outros conteúdos, tais como: equações, inequações, funções, probabilidade, contagem, resolução de problemas e outros. Na proposição de atividades sobre conjuntos, serão perpassados os conceitos básicos, as operações, as representações de problemas por meio de diagramas de Venn Euler e as curiosidades apresentados nas etapas a seguir.

A parte 3 abordará *Representações de conjuntos,* tendo como proposta apresentar algumas atividades do 1º ano do Ensino Médio sobre o conteúdo de conjunto e suas representações, com o objetivo de subsidiar o professor no que se refere à aplicação de conceitos básicos, para depois trabalhar com resolução de problemas, articulada a conjuntos, utilizando a linguagem Matemática.

A parte 4 discorrerá sobre *Operações com conjuntos e intervalos*, o professor formador terá oportunidade de propor diversos tipos de representações de conjuntos: lei de formação, intervalos, representação na reta numérica e diagramas, adaptados a partir das atividades dos professores participantes da pesquisa (registrado no diário de bordo). As atividades sugeridas visam colaborar com o professor na sondagem de conceitos prévios e assim subsidiar a aplicação da metodologia de resolução de problemas a ser apresentada em fases subsequentes.

Pensando nas operações com conjuntos, suas articulações com as representações por meio de diagrama e seu contexto histórico, no item 4.1, sugerem-se as *Curiosidades sobre o Diagrama de Venn Euler*. Essas curiosidades que têm como objetivo propiciar ao professor formador a utilização de abordagens histórico-culturais em suas práticas, pois o acesso à gênese dos conteúdos pode favorecer uma relação profícua à aprendizagem do grupo. A relação da história com a Matemática depara com interesses da época em que foi escrita, tendo em vista a construção do conhecimento, caracterizado pelo processo de investigação histórica. A Matemática é parte cultural da humanidade e se constitui como ciência por meio de informações do passado para concretizar seu caráter científico no presente – daí a importância dos seus estudos.

Problema não é + problema é apresentado na parte 5, cuja finalidade é resolver situações-problema, utilizando reproduções por meio do Diagrama de Venn-Euler, contextualizando-as por meio de material manipulável (cordas ou barbantes) para o aluno entender como se articula a resolução de problemas com a representação de diagramas. A análise do erro também é priorizada nesta etapa.

A última parte exibe a proposta *Ler para interpretar, escrever e resolver problemas*. Diante das complexas competências para resolver problemas em Matemática, elegemos as habilidades de ler, interpretar, escrever e resolver problemas como aquelas que compõem para seu aperfeiçoamento. Nesse sentido, propõem-se diversos tipos de problemas que podem ser utilizados nas aulas de Matemática. Destacamos os problemas convencionais e não convencionais, sob um olhar investigativo, como forma de promover o desenvolvimento do pensamento crítico.

Esses problemas abordarão: (a) organização das tiras de problemas; (b) colocação do título a partir do problema dado; (c) lacunas a serem completadas; (d) apresentação da solução para o aluno criar o problema; (e) análise de gráfico e construção do diagrama; (f) comparação de problemas; (g) apresentação de um menu para o aluno escolher qual conta resolve; (h) solicitação para que o aluno leia o problema e termine-o formulando a pergunta; (i) resolução do problema.

Este produto sugere um trabalho de formação docente articulado com o professor da Educação Básica, visando o desenvolvimento de habilidades, no sentido de despertar a interação de ambos. As situações-problema apresentadas nesta unidade didática oportunizarão ao professor formador o processo mediacional nas ações do grupo. Isto poderá acontecer quando for incentivada a leitura, a formação de conceitos, a escrita, a interpretação, as discussões, a coleta de dados, a seleção de informações relevantes, o trabalho em equipe, a busca de estratégias de resolução, as hipotetizações e as ações para finalizar resultados. Assim, espera-se que este material possa subsidiar o docente em suas práticas e criar possibilidades de enriquecer ainda mais suas aulas.

Etapas & Temas

Pauta de Formação

A Pauta de Formação refere-se ao desenvolvimento das atividades desta unidade didática, envolvendo as ações a serem implementadas, os objetivos a serem alcançados, bem como o cronograma dessas atividades. Nessa estrutura serão abordados alguns tópicos, como: a) Você sabia que – refere-se a textos sobre conteúdos, já estudados anteriormente, tendo como finalidade rever conceitos prévios; b) construindo juntos – onde o professor formador e os participantes interagem em parceria para resolverem as atividades; c) curiosidades – aborda contexto histórico do conteúdo de diagrama de Venn Euller; d) contextualizando – procura situar o leitor no contexto que envolve os conceitos; e) discussão – espaço destinado à troca de ideias e socialização; f) sugestão complementar – indica atividades que possam enriquecer e aprofundar os conteúdos; g) problematizando – proposta de situações-problemas que levem os integrantes a ler, interpretar e resolver problemas; h) painel de destaques – mural organizado pelo professor formador, no qual são pontuadas as ideias centrais de discussão do grupo; i) painel coletivo – desenvolvido ao final de cada atividade a fim de obter dados sobre a construção do conhecimento.

Pauta de Formação			
Atividades	**Ações**	**Objetivos**	**Tempo**
1 - Percepção sobre resolução de problemas	Texto informativo sobre a metodologia de resolução de problemas.	Abordar fundamentos teóricos sobre a metodologia de resolução de problemas para que os integrantes compreendam sua importância no processo de ensino e aprendizagem.	20 minutos
2 - Concepções sobre conjuntos	Texto informativo sobre o contexto de conjuntos numéricos.	Conceituar e apresentar o contexto histórico sobre conjuntos numéricos.	20 minutos
3 - Representações de conjuntos numéricos Atividade 3 – conjuntos numéricos	_ Você sabia que: Texto informativo; _ Construção de cartões; _Vídeo: alfabetização numérica; _ Roda de conversa; _ Reta numérica animada; _ Sugestões complementares: vídeo sobre o π (PI) e outros.	Ampliar possibilidades referentes à utilização de notação simbólica básica da teoria de conjuntos; identificar os conhecimentos prévios sobre o tema abordado; revisar noções básicas desse conteúdo.	90 minutos
4 - Operações com conjuntos Atividade 4.1 – texto informativo	_ Você sabia que: leitura do texto informativo; _ Painel de destaques; _ Construindo juntos; _ Operações (união, intersecção e diferença).	Propiciar o uso da linguagem Matemática; utilizar as operações com conjuntos como reconhecimento de diferentes campos numéricos.	50 minutos
Atividade 4.2 – Curiosidades sobre o diagrama de Venn Euler – Quebra-cabeça	_ 1ª Curiosidade sobre o diagrama de Venn Euler − montar um quebra-_ cabeça em forma de cartão (Figura 1); _ Contextualizando; _ Atividade complementar.	Oportunizar ao professor formador e ao grupo o contato com o contexto histórico cultural dos conceitos sobre diagrama de Venn Euler.	30 minutos
Atividade 4.3 Curiosidade sobre as Princesas e diagramas	_ 2ª Curiosidade − Apresentação do texto Princesas e diagramas (Adaptação); _ Contação de história; _ Discussão; _ Sugestão complementar.	Incentivar os participantes a realizar contação de história; e promover o acesso do contexto histórico do conteúdo de conjuntos, especificamente representações por meio do Diagrama de Venn Euler.	30 minutos
Atividade 4.4 Representações com Intervalos	_ Comparação das situações-problemas I e II da seção problematizando; _ Transposição da linguagem usual para a linguagem matemática; _ Provocações e discussão sobre intervalos limitados e ilimitados; _ Possíveis representações de intervalos limitados e ilimitados; _ Sugestão Complementar − resolução de atividade retirada do caderno do aluno do professor 2.	Propor atividades que auxiliem os integrantes a perceberem por meio de situações-problemas as representações de conjuntos em forma de notação, de representação algébrica e geométrica; e identificar intervalos limitados e ilimitados.	30 minutos
Atividade 4.5 Operações com intervalos	_ Construindo juntos − desenvolver com os participantes as representações de operações com intervalos alternando a ordem dessas operações; _ Descubra as operações; _ Sugestões complementares.	Operar com intervalos; e resolver problemas numéricos.	

5 - Problema não é + problema Atividade 5: Representação de Problema com utilização de cordas ou barbantes	_ Apresentação do problema por meio de xerox ou Datashow; _ Simulação do problema com a utilização de corda ou barbante na representação por meio de diagrama; _ O grupo pode optar por outros processos resolutivos; _ Registro por meio de colagem com barbante; _ Trabalho com erro.	Propor situação-problema na qual o grupo utilizará material manipulável (cordas ou barbantes) para reproduzir o problema por meio de simulação ou encenação; priorizar o registro.	30 minutos
6 - Ler para interpretar, escrever e resolver problemas Atividade 6.1 – Problemas em forma de tiras	_ Apresentar o texto em forma de tiras de problemas; _ Organizar o texto do problema de maneira lógica e sequencial; _ Definir a estratégia de resolução _ Trabalhar com o erro.	Desenvolver a habilidade de ler e interpretar textos, enfatizando a coerência textual e a articulação da pergunta com o restante do texto.	30 minutos
Atividade 6.2 – Elaborar a pergunta final	_ Apresentar o problema e deixar que o resolvedor elabore a pergunta final; _ Propor um painel com todas as perguntas norteadoras da resolução; _ Discutir as resoluções possíveis no coletivo.	Envolver o resolvedor na elaboração do problema; e induzir os integrantes a perceberem como a pergunta está articulada aos dados do problema.	30 minutos
Atividade 6.3 – Elaborar o problema a partir do diagrama	_ Apresentar um diagrama de Venn com dados numéricos para que o resolvedor elabore a situação problema; _ Trocar entre o grupo as produções escritas para que os colegas avaliem; _ Discutir o erro e reorganizar os dados em busca da solução correta.	Elaborar o problema a partir da resolução, tendo em vista a hipotetização, a definição de estratégias; incentivar o registro por meio da transposição da linguagem matemática para linguagem usual; e, fomentar a criatividade.	30 minutos
Atividade 6.4 – Qual alternativa responde à pergunta final do problema?	_ Analisar a pergunta norteadora do problema e os dados expostos pela representação do diagrama concernente a esta pergunta; _ Avaliar qual das alternativas apresentadas corresponde à representação de diagrama que atende à pergunta norteadora; _ Solicitar que os integrantes se organizem em duplas ou trios para discutir o significado de cada alternativa apresentada no menu de resoluções. Posteriormente os mesmos socializarão com o grupo, a justificativa da opção escolhida com relação às demais alternativas.	Analisar as informações dadas articulá-las ao raciocínio lógico dedutivo e à pergunta norteadora do problema.	30 minutos
Atividade 6.5 – Problema de leitura e interpretação gráfica	_ Dividir os alunos em duplas, propor a situação-problema; _ Organizar a leitura compartilhada e discutir os dados expostos; _ Solicitar que os alunos resolvam o problema; _ Trocar as soluções entre duplas distintas para conferir as resoluções.	Ampliar habilidades de leitura, interpretação e produção de gráficos; desenvolver habilidades de questionar levantar e verificar hipóteses; e procurar relações entre os dados apresentados.	30 minutos

Atividade 6.6 – Problema para completar lacunas	_ Apresentar o problema aos integrantes do grupo; _ Solicitar a leitura silenciosa e que completem as lacunas; _ Pedir a resolução do mesmo pelo método que preferirem; _ Sugerir que os integrantes em duplas ou trios elaborem outro problema similar e troquem as resoluções entre os resolvedores; _ Socializar as produções, as dificuldades encontradas no preenchimento das lacunas e resoluções.	Incentivar a leitura e interpretação; e desenvolver habilidade de realizar articulações entre as informações apresentadas no texto.	30 minutos
Atividade 6.7 – Comparação de métodos resolutivos	_ Apresentar os enunciados e as respectivas resoluções dos problemas I e II, por meio de folha xerocopiada, e solicitar a resolução de cada problema apresentado por diferente método resolutivo. O problema I (figura 15) deverá ser resolvido por meio de diagrama e o problema II (figura 16) por meio de operações numéricas; _ Posteriormente, o professor formador poderá incitar o grupo a se manifestar por meio de apontamentos coletivos. Os participantes poderão ressaltar as diferenças e semelhanças nos processos resolutivos e seus respectivos graus de dificuldade.	Comparar os problemas elaborados por dois professores participantes da pesquisa; analisar a metodologia desenvolvida no processo resolutivo; e propor técnicas diferenciadas na resolução de problemas similares e a análise de soluções.	60 minutos
7 - Proposta de avaliação	Painel coletivo organizado pelo professor formador.	Avaliar a construção do conhecimento; sanar possíveis dúvidas; e direcionar o planejamento das próximas atividades.	30 minutos

1 – Percepções sobre resolução de problemas

Diante de tantas nuances que envolvem a Matemática, o professor precisa buscar alternativas viáveis para construir o conhecimento de forma a alcançar resultados significativos. Nesse cenário educativo, adotamos a metodologia da resolução de problemas para a construção da unidade didática, que poderá favorecer resultados relevantes no desenvolvimento de habilidades e competências no ensino da Matemática.

Marco (2004) ressalta a capacidade que o homem tem de resolver problemas no cotidiano, pois podem surgir situações imprevistas nas quais ele necessita levantar hipóteses, definir estratégias e empreender ações.

Nessa retórica, um dos precursores da metodologia de resolução de problemas foi Pólya (1977), que aborda quatro etapas para resolver um problema, as quais têm elencado estudos deste tema desde então: a) compreender o problema, perceber o que é necessário; b) observar as interconexões entre os dados, como as variáveis se relacionam para estabelecer a estratégia de resolução; c) executar a estratégia ou plano de resolução; d) realizar uma reflexão sobre a resolução, rever e discutir o processo.

Nos fins dos anos 1970, a resolução de problemas ganhou espaço em diversas partes do mundo e começou então o movimento a favor do ensino de resolução de problemas. Em 1980, nos Estados Unidos, foi editado o *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, com o objetivo de fortalecer o movimento da Educação Matemática e, nesse contexto, uma das recomendações era que não se aferissem esforços no sentido de incentivar o desenvolvimento de habilidades para resolver problemas com eficiência. Nesse cenário, era preciso preparar os indivíduos para tratar com problemas diários com os quais se deparariam em suas carreiras, ou seja, envolver a aplicação da Matemática no mundo real (ONUCHIC,1999).

De acordo com a autora, na metodologia de resolução de problemas, o resolvedor tanto aprende Matemática resolvendo problema, como aprende Matemática para resolver problemas. Nessa conjectura, a resolução de problemas pode ser articulada ao ensino do conteúdo de conjuntos numéricos, por meio de uma unidade didática, que envolve situações dilemáticas, abstrações, hipotetizações, construções e representações.

2. Concepções sobre conjuntos numéricos

Nos estudos realizados sobre conjuntos numéricos é necessário estabelecer relações, priorizar representações, transpor a linguagem usual para a linguagem Matemática, utilizar a linguagem algébrica, correlacioná-los com equações, inequações, funções, probabilidade, contagem e resolução de problemas, dentre outros.

Nesse sentido, a conceitualização de Souza (2010) aborda conjuntos como coleções de elementos classificados a partir de certas características. O autor apresenta vários objetivos do estudo de conjuntos numéricos, dentre os quais podemos destacar: a) compreender e consolidar o conceito de conjuntos; b) identificar e representar os conjuntos utilizando diferentes formas (chaves, diagramas, intervalos e lei de formação); c) realizar as operações de união interseção e diferença de conjuntos; d) resolver problemas aplicando os conceitos associados a conjuntos; e) representar números e intervalos na reta numérica.

Nessa conjectura, Pierini, Valentim e Cardoso (2012) discorrem sobre a inserção do conteúdo de conjuntos numéricos no currículo escolar, em meados do século XX, essa inserção foi influenciada pelo Movimento da Matemática Moderna. As autoras ressaltam a importância de esse conteúdo estar articulado com o cotidiano do aluno; entretanto, muitas vezes os discentes perpassam a educação básica sem dominar as habilidades básicas da temática.

De acordo com Dante (2011), o percurso histórico da teoria de conjuntos numéricos percorreu um longo período de descobertas e pesquisas que se iniciou com os conjuntos naturais, inteiros e racionais para se chegar aos números irracionais.

A princípio, até o século V antes de Cristo, os gregos só utilizavam os números naturais e as razões entre eles, e acreditavam que esses números eram suficientes para comparar grandezas da mesma espécie: área, volume, segmentos de retas e outros. Posteriormente, percebeu-se que havia segmentos de retas cuja medida não correspondia a nenhuma razão entre dois números naturais, o que significava que a reta numérica continha pontos desconhecidos – esses novos números foram denominados irracionais. Essa realidade se tornou fonte de estudos e a construção dos conjuntos numéricos foi amplamente pesquisada por muitos matemáticos até o século XIX, quando Georg Cantor (1845 - 1918) definiu a teoria dos conjuntos.

Segundo Iezzi et al. (2010), a noção de conjuntos numéricos é aceita intuitivamente e, por isso, é chamada noção primitiva. Ela foi usada primeiramente por Georg Cantor (1845-1918), matemático nascido em São Petersburgo, que passou a maior parte de sua vida na

Alemanha. O autor descreve também as representações do diagrama de Venn, no qual John Venn (1834-1923), matemático e lógico inglês, utilizou uma região plana delimitada por uma linha fechada e não entrelaçada para representar interiormente os elementos de um conjunto.

O tema sobre conjuntos numéricos é apresentado nos Conteúdos Básicos Curriculares (CBC, 2008) do estado de Minas Gerais, e faz parte do bloco de números e operações do Ensino Fundamental e Médio. Também é referenciado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, de acordo com Brasil (1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018).

Sua aplicação transcorre da seguinte forma: a) no primeiro ciclo (anos iniciais da alfabetização) ocorrem as noções iniciais de conjuntos; b) no segundo ciclo (4° e 5° anos) esses conceitos são aprofundados e são introduzidos os conjuntos dos números naturais; c) no terceiro ciclo (6º e 7º anos) há o estudo dos números naturais, inteiros e racionais; d) no quarto ciclo (8° e 9°), além dos conjuntos citados anteriormente, são abordados os números irracionais e reais. Ao término da educação básica, o aluno deve identificar, construir e utilizar diferentes representações dos números naturais, inteiros, racionais e reais.

No Ensino Médio esta temática é referenciada na matriz do ENEM (2018), no que tange ao subtópico de Matemática e suas tecnologias; assim, preconiza-se o estudo de "operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem" (MATRIZ DE REFERÊNCIA ENEM, 2018).

O termo conjuntos abarca a vida social do ser humano, que se constitui por meio de associações e agrupamentos. Os conjuntos numéricos abrangem a vida educacional do estudante desde os primeiros anos da Educação Infantil e se estende até a Educação Superior, passando por graus sucessivos de aprendizagem e perspectivas.

.

3. Representações de conjuntos numéricos

Atividade 3 – Conjuntos

Objetivos

Ampliar as possibilidades referentes à utilização de notação simbólica básica da teoria de conjuntos; identificar os conhecimentos prévios sobre o tema abordado; revisar noções básicas desse conteúdo.

Orientações

O professor formador organizará as seguintes ações: a) apresentar o texto "Conjuntos Numéricos", da seção 'Você sabia'. A seguir, por meio de xerox ou Datashow, organizar a leitura compartilhada e, por meio da metacognição, socializar com os participantes os conceitos dos diversos tipos de conjuntos (N, Z, Q, I, R); b) separar os participantes em cinco filas, cada uma representando um tipo de conjunto, distribuir cartões em branco e solicitar que todos escrevam um elemento do seu tipo de conjunto no cartão; c) montar um varal com cordão, distribuir clipes e, de maneira aleatória, solicitar que coloquem os números em forma sequencial no varal, construindo, assim, a reta numérica. Se o professor achar pertinente, poderá fornecer alguns cartões para serem inseridos na reta numérica, como, por exemplo, dízimas, pi, raiz quadrada de números primos, números em notação científica, caso esses números não sejam sugeridos pelo grupo; e) apresentar o vídeo da nova escola: Alfabetizando com os números. Disponível em: http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/numerosreais/video_alfabitazacao.html; f) organizar uma roda de conversa para discutir o vídeo, ressaltando a presença dos números no dia a dia e suas quantificações e representações ao longo da história e a influência dos povos (gregos, babilônios e outros); g) demonstração da construção da reta dos números reais por meio da animação dos números reais e a reta real. Disponível em: http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/numerosreais/animacao_reta_real.htm. e h) sugerir vídeos complementares que possam propiciar o aprofundamento do tema.

Você sabia que...

Conjuntos Numéricos

A noção de conjunto numérico é bastante simples e fundamental na Matemática. A partir dos conceitos sobre conjuntos podemos expressar todos os conceitos matemáticos.

Um conjunto nada mais é do que uma coleção qualquer de objetos. Por exemplo:

- Conjunto das estações do ano: E = {Primavera, Verão, Outono, Inverno}
- Conjunto dos números primos: B = {2, 3, 5, 7, 11, 13...}.

Cada item dentro de um conjunto é um elemento desse conjunto.

A ideia dos conjuntos numéricos segue uma ordem de acordo com a história da Matemática. Ou seja, à medida que a matemática foi avançando, foi necessária a criação de novos conceitos e, com isso, foram surgindo vários conjuntos de números.

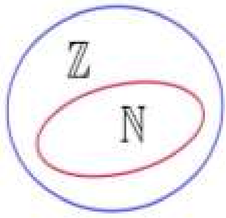
Conjunto dos números naturais (N)

O número zero é o primeiro elemento desse conjunto. O sucessor de cada número nesse conjunto é igual à soma dele mesmo com uma unidade.

N={0,1,2,3,4,5,6,...}

Conjunto dos números inteiros(z)

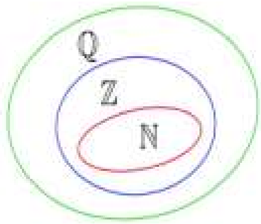
Em determinada época da história, fez-se necessária a criação de números que representassem "perdas" ou "dívidas". Surgiram, assim, os números negativos. Esses números negativos, junto com os números naturais, formam o conjunto dos números inteiros:



Z={...,−3,−2,−1,0,1,2,3,...}

Conjunto dos números racionais (Q)

Com a necessidade de descrever partes de algo inteiro, surgiram as frações. Quando adicionamos as frações aos números inteiros, obtemos os números racionais. São exemplos de números racionais:



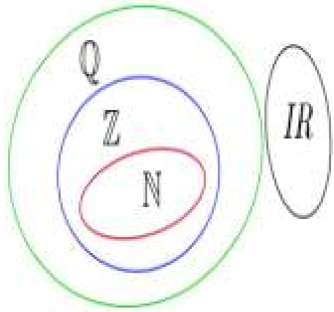
Q={−1,−25,43,5,...}

Formalmente, um número racional é todo aquele que pode ser escrito na forma de uma fração. Assim, Q = { $\frac{a}{b}$, onde a ∈ Z, b ∈ Z, b ≠ 0}.

Conjunto dos números irracionais (IR)

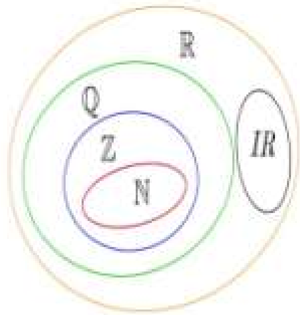
O conjunto dos números irracionais é composto por todos os números que não são possíveis de se descrever como uma fração. É o caso das raízes não exatas, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, do número π, do logaritmo neperiano e outros.

Este conjunto não está contido em nenhum dos outros três, ou seja, nenhum número irracional é racional, inteiro ou natural e nenhum número natural, inteiro ou racional é irracional.



Conjunto dos números reais (R)

Da reunião do conjunto dos números racionais com os números irracionais obtemos o conjunto dos números reais. Podemos dizer que o conjunto dos números reais é formado por todos os números que podem ser localizados em uma reta numérica. Assim, todo número que é irracional é real, como os naturais, inteiros e racionais.



(texto do site da InfoEscola, Navegando e Aprendendo)

Sugestões complementares

Trabalhar com recursos tecnológicos, no laboratório de informática – acessar:

a) História do π 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510... Disponível em: http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/numerosreais/pi.html; Acesso em: 26 mar. 2018.

b) Números Decimais. Disponível em: http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/numerosreais/video_decimais.html; Acesso em: 26 mar. 2018.

c) É possível Ensinar Frações para vida. Disponível em: http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/numerosreais/video_fracoes.html. Acesso em: 26 mar. 2018.

4. Operações com conjuntos

Atividade 4.1 – Texto informativo

Objetivos

Propiciar o uso da linguagem Matemática e utilizar as operações com conjuntos como reconhecimento de diferentes campos numéricos.

Orientações

O professor formador poderá sugerir as seguintes ações: a) organizar a divisão da sala em três grupos, apresentar, por meio de xerox ou Datashow, o texto para leitura compartilhada; b) após leitura e discussão do texto da seção 'Você sabia', solicitar que o primeiro grupo exponha os destaques da união de conjuntos, o segundo grupo, os enfoques da intersecção, e o terceiro grupo, os aspectos da diferença de conjuntos; c) organizar um painel de destaques na lousa, de acordo com as explanações e discussões de cada grupo; d) revisar os diversos tipos de conjuntos apresentados no texto, de acordo com as exemplificações do painel e trabalhar a seção Construindo juntos, iniciando as operações e, com a ajuda dos integrantes dos grupos, desenvolver o processo resolutivo. Neste momento, o docente poderá introduzir as representações por meio de diagramas; e) a seguir apresentar a curiosidade sobre o diagrama de Venn Euler por meio de um quebra-cabeça em forma de cartão, para o aluno organizar (figura 1) e conferir com o modelo original; f) pesquisar na internet, na seção Atividade complementar, no que tange à imagem proposta e ao contexto histórico; e g) apresentar a segunda curiosidade sobre as representações por meio de diagramas de Venn Euller, que aborda o texto Princesas e diagramas, referindo-se à lógica e às quatro proposições de Aristóteles.

Você sabia que...

Operações com Conjuntos

Operações com conjuntos são realizadas com elementos que formam uma coleção: união, intersecção e diferença.

a) A união de conjuntos corresponde à junção dos elementos dos conjuntos dados. É a união dos elementos dos dois conjuntos onde os elementos repetidos aparecem uma única vez.

- Exemplo: Dados os conjuntos A = {c, a, r, e, t} e B = {a, e, i, o, u}, represente o conjunto união (A U B).

O conjunto união será: A U B = ?????

b) A intersecção de conjuntos corresponde aos elementos que se repetem nos conjuntos dados. Ela é representada pelo símbolo $\cap$. Quando dois conjuntos não apresentam elementos em comum, dizemos que a intersecção entre eles é um conjunto vazio.

- Exemplo: Dados os conjuntos A = {c, a, r, e, t} e B = {a, e, i, o, u}, represente o conjunto intersecção $A \cap B$

O conjunto intersecção será: $A \cap B$ = ????

c) A diferença de conjuntos é representada pelos elementos de um conjunto que não aparecem no outro conjunto. Dados dois conjuntos A e B, o conjunto diferença é indicado por A - B (lê-se A menos B).

- Exemplo: Dados os conjuntos A= {a, b, c, d, e, f} e B = {d, e, f, g, h}, indique o conjunto diferença entre eles.

Para encontrar a diferença, primeiro devemos identificar quais elementos pertencem ao conjunto A e que também aparecem ao conjunto B. Os elementos d e f pertencem a ambos os conjuntos. O conjunto diferença de A menos B será dada por: A – B = ?

Construindo juntos

Sempre que necessário, retorne aos textos e aos exemplos anteriores para auxiliar no processo de resolução. O exercício a seguir foi retirado das atividades do professor 1. O professor, juntamente com o grupo, realizará as operações de união, intersecção e diferença de conjuntos e suas respectivas representações por meio de diagramas.

Conjunto A = {0, 1, 2, 3}   B = {0, 2, 4, 6}

Atividade 4.2 - Curiosidades sobre o diagrama de Venn Euler – quebra-cabeça

Objetivo

Oportunizar ao professor formador e aos participantes o contato com o contexto histórico cultural dos conceitos sobre diagrama de Venn Euler, pois o acesso à gênese dos conteúdos pode propiciar uma relação profícua à aprendizagem.

Figura 1: Imagem do quebra-cabeça do diagrama de Venn

Fonte: Produção dos próprios autores

Contextualizando

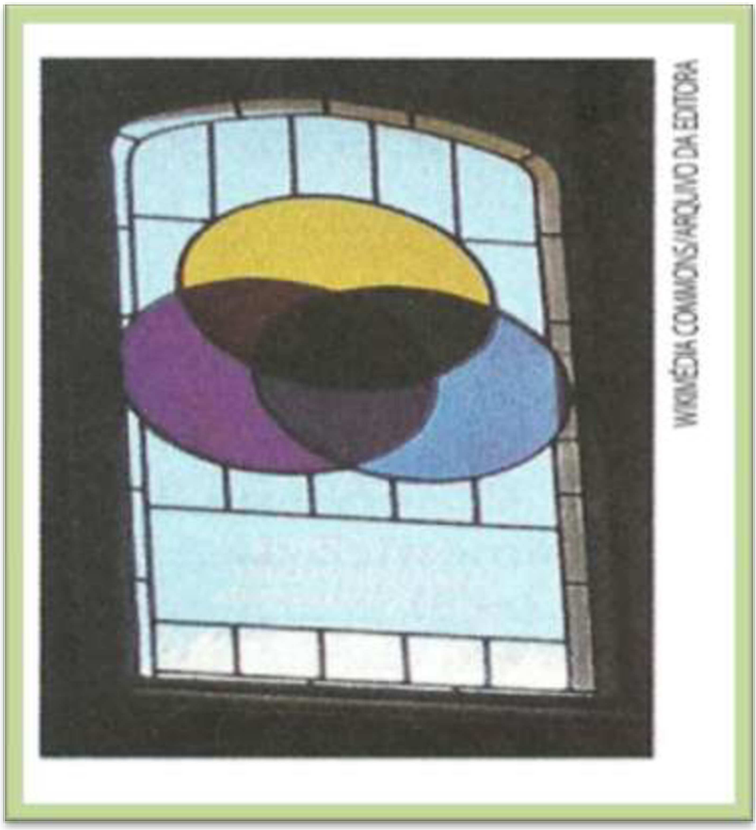
Para representar as operações com conjuntos – união, intersecção e diferença de conjuntos – pode-se utilizar os diagramas de Euler-Venn. Estes tipos de representação de conjuntos recebem este nome em referência ao lógico inglês *John Venn* (1834-1923), que a utilizou em seu livro *Symbolic logic,* em 1894.

Na figura a seguir, vemos as janelas da faculdade de *Gonville e Caius* (Universidade de *Cambridge*), que homenageia *John Venn,* estudante e professor da instituição. (DANTE, 1999, p. 35).

Sugestão complementar

Acessar a internet para visualizar as janelas da faculdade de *Gonville e Caius* e pesquisar a temática. *Site* sugerido: 18TTP://www.techtudo.com.br/noticias/noticia/2014/08/john-venn-criador-dos-diagramas-de-conjuntos-e-tema-de-doodle-do-google.html

Figura 2: Homenagem a *John Venn,* diagrama de *Venn* nas janelas da faculdade de *Cambridge*



Fonte: DANTE, 2010, P. 35.

Atividade 4.3 – Curiosidade sobre as Princesas e diagramas

Objetivo

Incentivar os participantes a realizar contação de história e promover o acesso do contexto histórico do conteúdo de conjuntos, especificamente representações por meio do Diagrama de Venn Euler.

Orientações

O professor formador solicitará aos integrantes a seguintes ações: a) apresentar o texto Princesas e diagramas por meio de xerox ou Datashow; b) direcionar os integrantes para que façam a leitura compartilhada; c) organizar a contação de história – um membro ou um grupo preparará a história com antecedência (narrador, personagens e outros).

O texto a seguir, intitulado Princesas e Diagramas de Machado (2000), mostra que o suíço *Leonhard Euler* já utilizava representações por meio de diagrama quase um século antes de John Venn.

Texto Princesas e Diagramas (Adaptação)

Figura 3: Imagem do texto Princesas e Diagramas

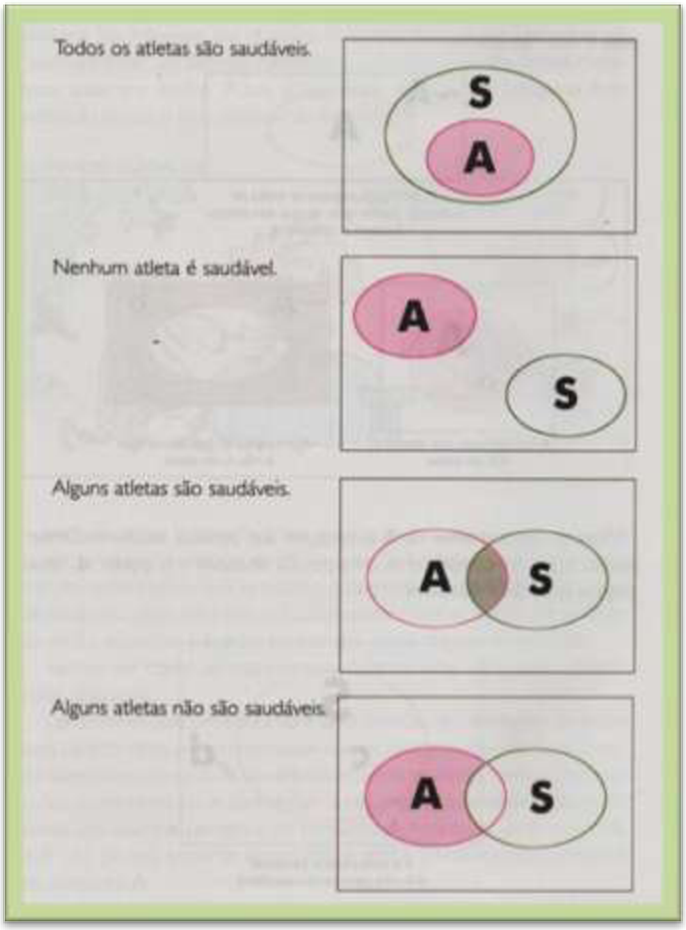
Fonte: MACHADO 2000, P. 16. (Livro: lógica? É lógico!)

Um famoso matemático suíço, *Leonhard Euler* (1707- 1783), que na época ministrava aulas em Berlim, um século antes já havia utilizado representações como estas, em suas cartas a uma princesa da corte alemã, A*nhalt-Desseau*, que se interessava por questões filosóficas. A ela *Euler* dedicou um livro intitulado Cartas a uma princesa da Alemanha.

Segundo Machado (2000), nas referidas cartas, Euler procurava explicar à princesa o significado das quatro proposições básicas da classificação de Aristóteles. Para verificar o que se podia ou não concluir a partir delas, utilizou-se os desenhos que ficaram conhecidos como diagrama de *Venn.*

Sentenças como "Atletas são saudáveis" podem ser chamadas de proposições categóricas de Aristóteles, que as dividiu em quatro tipos: (a) afirmação universal – todos os atletas são saudáveis; (b) negação universal – nenhum atleta é saudável; (c) afirmação particular – alguns atletas são saudáveis ou existem atletas saudáveis; (d) negação particular – alguns atletas não são saudáveis ou existem atletas não saudáveis.

Figura 4: Exemplos de como *Leonhard Euler* utilizou os desenhos para representar as quatro proposições categóricas de Aristóteles



Fonte: MACHADO, 2000, p. 18. (Livro: lógica? É lógico!)

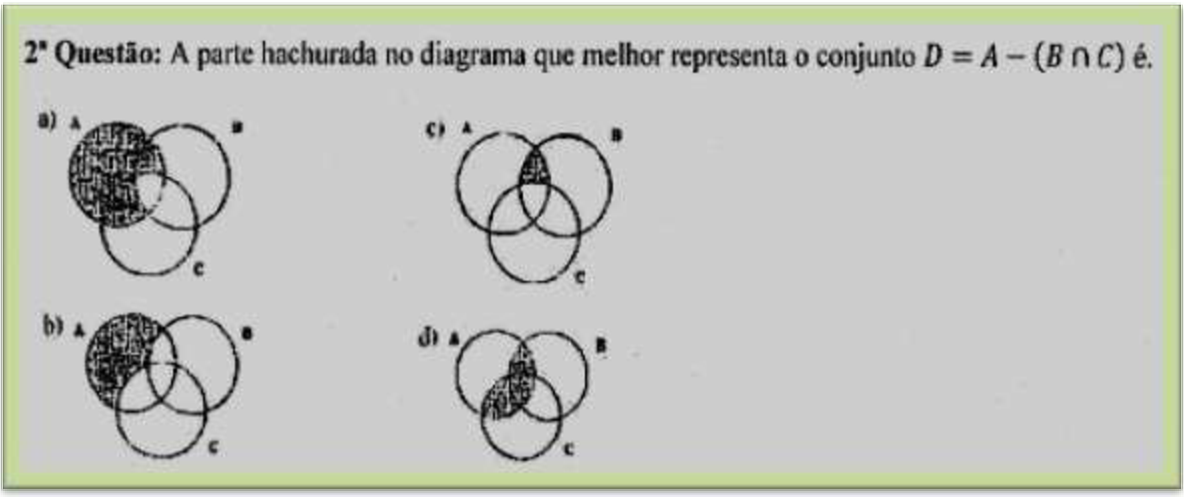
Discussão

Discutir o significado das proposições de Aristóteles e suas representações por meio de diagramas, tais como: todos os atletas são saudáveis; nenhum atleta é saudável; alguns atletas são saudáveis ou existem atletas saudáveis; e alguns atletas não são saudáveis ou existem atletas não saudáveis. O professor formador poderá direcionar a discussão do grupo no intuito de contemplar a transposição da linguagem usual para a linguagem matemática e também suas diferentes representações.

Sugestão complementar

O docente pode indicar exercícios similares ao da figura 5 para articular as diversas modalidades de operações.

Figura 5: Representações de operações com conjuntos



Fonte: Atividade do professor 2

Discutir o significado das operações com conjuntos de cada representação dos diagramas de Venn Euler apresentados na questão anterior.

Atividade 4.4 – Representações com intervalos

Objetivos

Propor atividades que induzam os integrantes a perceber, por meio de situações-problemas, as representações de conjuntos em forma de notação, de representação algébrica e geométrica.

Orientações

O professor formador poderá recomendar as seguintes ações: a) apresentar as situações-problemas I e II da seção problematizando, por meio de Datashow ou na lousa; b) discutir diferenças e igualdades no comparativo entre os dois problemas; c) construir um painel de destaques de acordo com as enumerações do grupo; d) incitar provocações sobre temperatura máxima e mínima, linguagem matemática abordada, noções de intervalo finito e infinito e o símbolo que os representam (infinito, menor que, maior que, menor ou igual, maior ou igual); e) construir coletivamente as possíveis representações de intervalo limitado e ilimitado.

Problematizando

Situação I: No dia 12 de maio de 2009, a temperatura máxima na cidade de La Paz, na Bolívia, foi de 14°C e a temperatura mínima foi de -2°C. Qual foi a variação de temperatura em La Paz nesse dia?

Situação II: Um corpo lançado da terra ao espaço, com velocidade suficiente para escapar da órbita do nosso planeta, se não se chocar com outro corpo ou for atraído por ele, tenderá a se afastar cada vez mais da terra. Com isso, sua distância em relação a ela aumenta indefinidamente. Considerando o momento de lançamento desse corpo, as distâncias vão se situar no intervalo [o, ∞].

(STOCCO E DINIZ 2013, p. 25 - 26)

Discutir com os integrantes as situações I e II da seção Problematizando e direcionar o grupo a verificar as abordagens sobre os intervalos limitado e ilimitado, priorizando a transposição da linguagem usual para a linguagem Matemática.

Depois, o professor pode introduzir as representações de conjuntos por meio de intervalos, utilizando as informações dadas no problema. Por exemplo: Sendo T uma temperatura registrada em momento qualquer do dia, podemos dizer que T está dentro do intervalo -2°C a 14°C e representar essa variação por $-2°C \leq T \leq 14°C$. Observe que a notação de intervalo é utilizada porque não podemos enumerar todos os valores que estão entre -2°C e 14°C, visto que são infinitos.

As bolinhas cheias (•) nas extremidades das representações dos intervalos na reta significam que -2 e 14 pertencem a esse intervalo de temperaturas que pode ser representado também por [-2, 14].

Possíveis representações de intervalo limitado

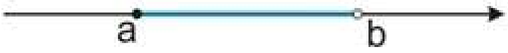
Intervalo fechado: números reais maiores ou iguais a a e menores ou iguais a b.

Intervalo: [a, b] Conjunto: $\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$

Intervalo aberto: números reais maiores do que a e menores do que b.

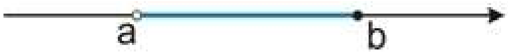
Intervalo:]a, b[Conjunto: $\{x \in R \mid a < x < b\}$

Intervalo fechado à esquerda: números reais maiores ou iguais a a e menores do que b.



Intervalo: [a, b[Conjunto: $\{x \in R \mid a \leq x < b\}$

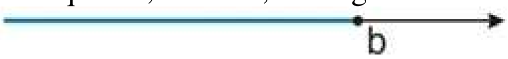
Intervalo fechado à direita: números reais maiores do que a e menores ou iguais a b.



Intervalo:]a, b] Conjunto: $\{x \in R \mid a < x \leq b\}$

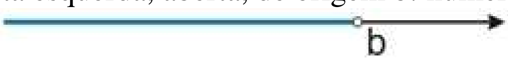
Possíveis representações de intervalos ilimitados

Semirreta esquerda, fechada, de origem b: números reais menores ou iguais a b.



Intervalo:]-∞ ,b] Conjunto: $\{x \in R \mid x \leq b\}$

Semirreta esquerda, aberta, de origem b: números reais menores que b.

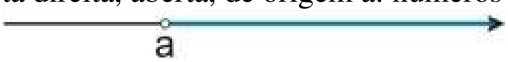


Intervalo:]-∞ ,b[Conjunto: $\{x \in R \mid x < b$

Semirreta direita, fechada, de origem a: números reais maiores ou iguais a a.

Intervalo: [a,+∞ [Conjunto: $\{x \in R \mid x \geq a\}$

Semirreta direita, aberta, de origem a: números reais maiores que a.



Intervalo:]a, +∞ [Conjunto: $\{x \in R \mid x>a\}$

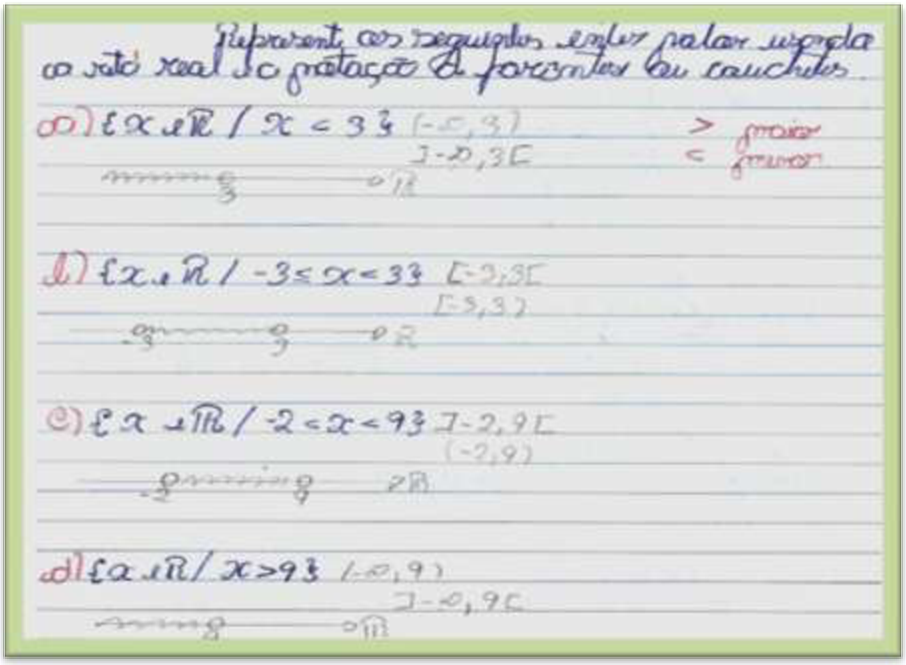
Reta numérica: números reais.

Intervalo:] - ∞ ,+∞ [Conjunto: R

Sugestão complementar

Solicitar a resolução do exercício a seguir, envolvendo intervalos limitados e ilimitados (Figura 6), a fim de compreender e diferenciar os conceitos da temática. Recomendam-se pesquisas de outros exercícios em livros ou internet sobre a temática.

Figura 6: Representação por meio de intervalos



Fonte: Atividade do professor 4

Atividade 4.5 – Operações com intervalos

Objetivos

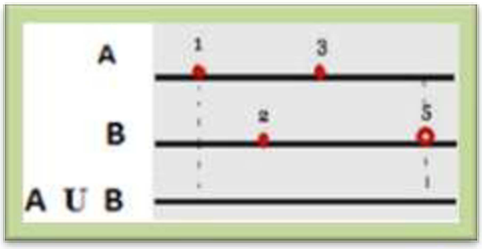
Identificar intervalos limitados e ilimitados; operar com intervalos; e resolver problemas numéricos.

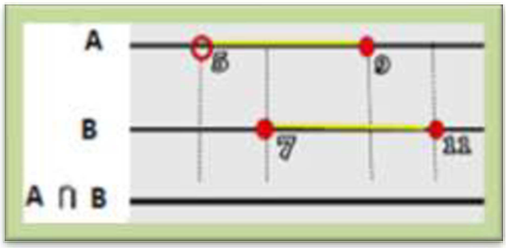
Orientações

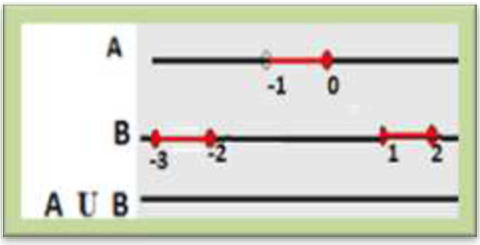
Sugere-se nesta seção, Construindo juntos, os seguintes passos: a) o professor inicia a atividade e incentiva os integrantes a resolver; b) caso haja dificuldades maiores, o professor resolve o primeiro exemplo, paulatinamente, recordando os conceitos abordados anteriormente; c) os resolvedores farão os demais exercícios do Descubra as operações; se necessário, o professor realiza intervenções.

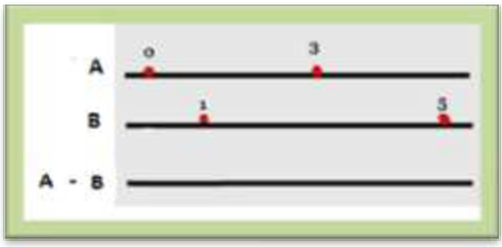
Construindo juntos

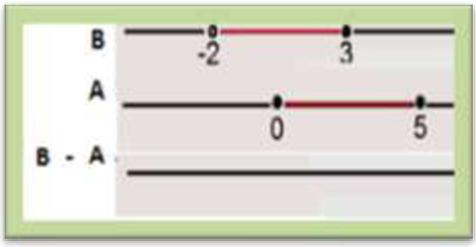
Sempre que necessário, retorne aos textos e aos exemplos anteriores, para auxiliar no processo de resolução.



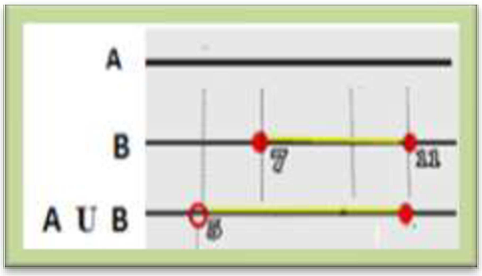


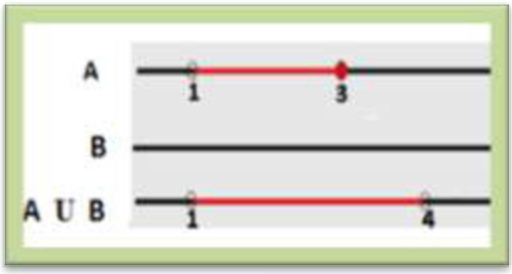


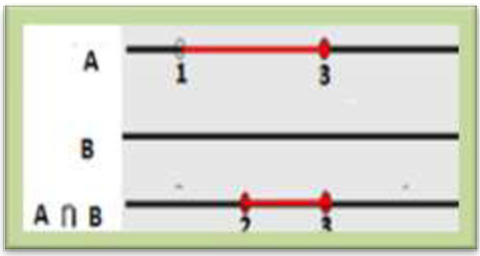


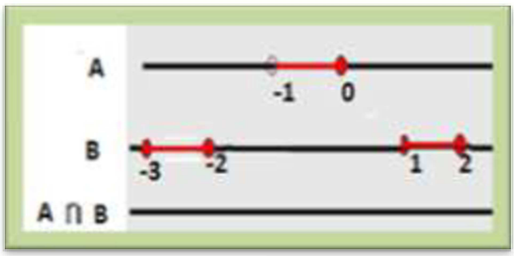


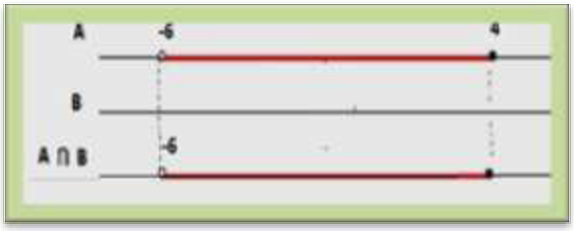
Descubra as operações











(Imagens retiradas do Google, operações com intervalos)

Sugestões complementares

Propor aos resolvedores que escolham e resolvam de forma errada uma das alternativas anteriores e depois troquem com um colega para que este encontre e corrija o erro. Organizar uma produção escrita relatando o que aprendeu sobre intervalos, noções de finito e infinito, operações e representações de conjuntos.

5. Problema não é + problema

A atividade em foco envolve a resolução de problema articulado com o contexto diário do resolvedor, apresenta uma situação-problema a ser desenvolvida através da representação do Diagrama de Venn-Euler, contextualizando-os com material manipulável (cordas ou barbantes). Objetiva levar os participantes a entender como se articula a resolução de problemas com a representação de diagramas. A análise do erro também é priorizada nesta etapa.

Atividade 5: Representação de problema com utilização de cordas ou barbantes

Objetivo

Propor uma situação-problema na qual o grupo, por meio de utilização de material manipulável (cordas ou barbantes), reproduzirá o problema mediante simulação ou encenação.

Orientações

O professor formador organizará os seguintes passos: a) apresentar o problema para o grupo, por cópia impressa ou no Datashow, pedir que façam a leitura silenciosa, e depois a leitura oral compartilhada, para discussão.

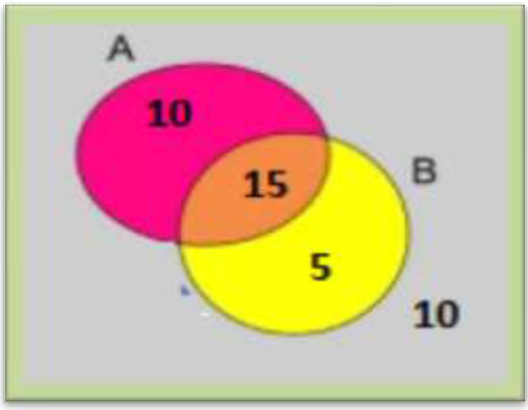
Uma avaliação com duas questões foi aplicada a uma classe com quarenta alunos. Quinze alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Quantos alunos erraram as duas questões? (Brasil Escola, 2017)

b) organizar os integrantes em grupos para simular o problema apresentado, de maneira a distribuir alguns comandos: pessoa responsável por dividir os grupos, quantidade de cordas a serem utilizadas em cada problema, quem será responsável pelo registro; c) solicitar aos integrantes que se agrupem segundo as informações da questão dada; d) disponibilizar cordas ou barbantes (que podem ser de cores diferentes) para que façam a organização dos grupos conforme os acertos das questões; e) organizar o registro por meio de colagem com barbante.

A interferência do professor deve ser mínima, apenas de orientação: os resolvedores devem ser os protagonistas neste processo. Se partirem apenas de dois grupos, possivelmente verificarão que alguns alunos acertaram as duas questões e, no entanto, haverá necessidade de nova organização, onde ocorra o processo de intersecção dos dois conjuntos. Acredita-se que possivelmente chegarão ao modelo de solução da figura 7. Ressalta-se que o grupo poderá optar por outros processos resolutivos.

Resolução:

Figura 7: Solução da atividade 5.1 por meio do Diagrama de Venn Euller



Fonte: Brasil Escola, adaptação

O registro do processo de resolução é muito importante, por isso, solicite aos integrantes que registrem no caderno ou diário de bordo, por meio de colagem de barbante ou desenho, todo o processo resolutivo da atividade proposta.

Discussão

Propor a socialização das resoluções por meio de um painel de soluções na lousa, apresentando com muita ética os acertos e erros, incentivando os alunos a manifestar e justificar suas posições. Solicitar a produção de um texto sobre os erros e acertos apresentados no painel de discussão.

6. Ler para interpretar, escrever e resolver problemas

As atividades a seguir destinam-se para o desenvolvimento das habilidades de ler, interpretar, escrever e resolver problemas, como componentes para seu aperfeiçoamento. Nesse sentido, propõem-se diversos tipos de problemas que podem ser utilizados nas aulas de Matemática.

Atividade 6.1 – Problemas em forma de tiras

Objetivo

Desenvolver a habilidade de ler e interpretar textos, enfatizando a coerência textual e a articulação da pergunta com o restante do texto.

Orientações

Nesta tática de leitura, os integrantes, em grupo ou individualmente, recebem o problema em forma de tiras, que deverão ser organizadas de forma sequencial e lógica para então definir a estratégia de resolução, que poderá ser por representação do diagrama de Venn ou outros processos resolutivos.

Um instituto entrevistou 1000 indivíduos

que 500 pessoas rejeitavam o partido B;

perguntando sobre sua rejeição aos partidos A e B

Verificou-se que 600 pessoas rejeitavam o partido A e que 200 pessoas não rejeitavam nenhum partido

O número de indivíduos que rejeitavam os dois partidos é:

Após a organização das tiras, o problema apresentará o seguinte enunciado:

Um instituto entrevistou 1000 indivíduos, perguntando sobre sua rejeição aos partidos A e B. Verificou-se que 600 pessoas rejeitavam o partido A; que 500 pessoas rejeitavam o partido B; e que 200 pessoas não rejeitavam nenhum partido. Qual o número de indivíduos que rejeitavam os dois partidos? (SOUZA, 2010, p. 22).

Resolução:

Sendo

U = Conjunto de pessoas entrevistadas

A = Pessoas que rejeitavam o partido A e B

B= Pessoas que rejeitavam o partido B

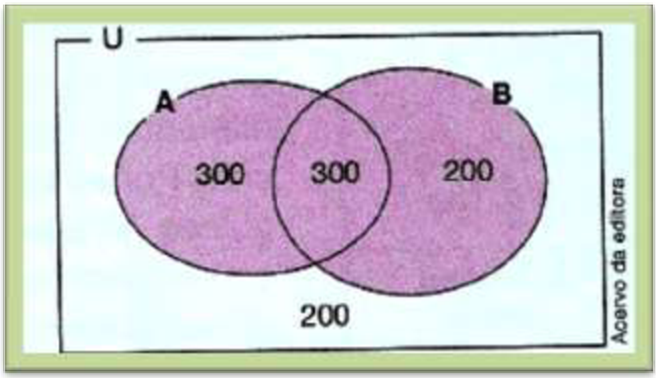
Logo: n(U) = 1000 n(A) = 600 n(B) = 500

Como 200 pessoas não rejeitavam nenhum partido, temos:

n(A U B) = n(A) + n(B) – (A ∩ B) = 800 = 600 + 500 - (A ∩ B)

n(A ∩ B) = 600 + 500 – 800 = 300

Figura 8: Representação do diagrama de Venn da questão 1



Fonte: (SOUZA, 2010, p. 22)

O resolvedor poderá elaborar um pequeno texto sobre a representação Matemática do diagrama da figura 8 e do processo de resolução por operações apresentado anteriormente. Ressalta-se que os integrantes têm liberdade de optar pelos métodos resolutivos.

Discussão

Promover a socialização envolvendo reflexões sobre a importância da coerência textual, a organização sequencial e lógica das frases, mediante a articulação da pergunta com o restante do texto. Propor discussão da análise do erro, na qual o resolvedor poderá rever suas estratégias, localizar o erro e reorganizar os dados, em busca de uma solução correta.

Atividade 6.2 – Elaborar a pergunta final

Objetivo

Envolver o resolvedor na elaboração do problema, deixando que a pergunta final fique a critério dele e induzir os integrantes a perceberem como a pergunta está articulada aos dados do problema.

Orientações

Leia atentamente o problema e termine-o, formulando você a pergunta para a resolução.

Dos 36 alunos da primeira série do Ensino Médio de certa escola, sabe-se que 16 jogam futebol, 12 jogam voleibol e 5 jogam futebol e voleibol. ____? (IEZZI, ET AL. 2010, p. 17).

Resolução: depende da pergunta do aluno

Discussão

Elaborar um painel com todas as perguntas norteadoras, discutir as prováveis resoluções em pequenos grupos e socializar as resoluções empreendidas no coletivo.

Atividade 6.3 – Elaborar o problema a partir do diagrama

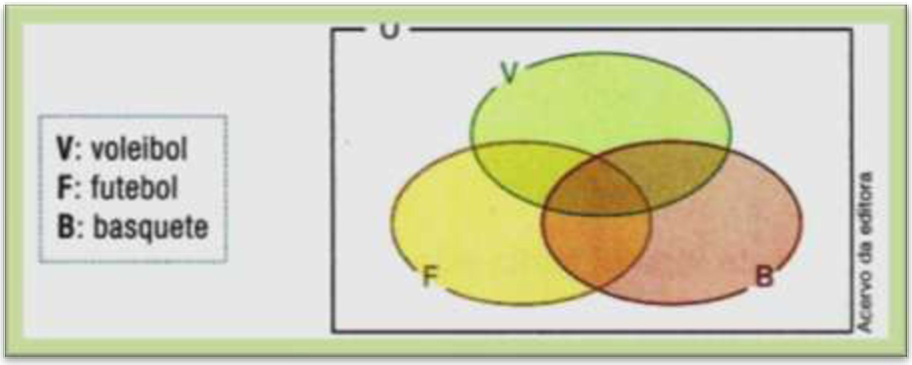
Objetivo

Elaborar o problema a partir da resolução apresentada, tendo em vista a hipotetização, a definição de estratégias; incentivar o registro por meio da transposição da linguagem matemática para linguagem usual; e fomentar a criatividade.

Orientações

A partir do diagrama proposto, elabore um problema envolvendo operações com conjuntos. Em seguida, troque esse problema com outro membro do grupo, para ambos resolverem. Ao final, verifique se as resoluções estão corretas.

Figura 09: Representação do diagrama da questão 9



Fonte: (SOUZA 2010 p. 25)

Resolução: depende da produção escrita do problema adotada pelo aluno

Discussão

Em duplas ou trios, discutir as soluções para que o resolvedor reflita sobre suas estratégias; caso haja erro, o mesmo deve ser localizado e reorganizado em busca da solução correta.

Atividade 6.4 – Menu de opções

Objetivo

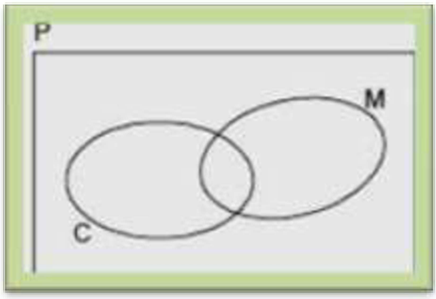
Priorizar a leitura e interpretação, analisar as informações dadas e articulá-las ao raciocínio lógico dedutivo; e, mediante o painel de opções, descobrir qual das alternativas atendem à pergunta norteadora.

Orientações

Expor o problema aos integrantes, pedir que façam a leitura e a análise do diagrama do problema, compreendendo o significado de cada conjunto P, M e C. Solicitar a apreciação de cada opção do menu de soluções e registrar o significado de cada uma delas, para descobrir qual delas atende à pergunta norteadora.

Em relação às pessoas presentes em uma festa, foi feito o diagrama abaixo, no qual temos:

Figura 10: Situação-problema da atividade 6.4



Fonte: Texto e imagens do problema retirado do site Saber Matemática

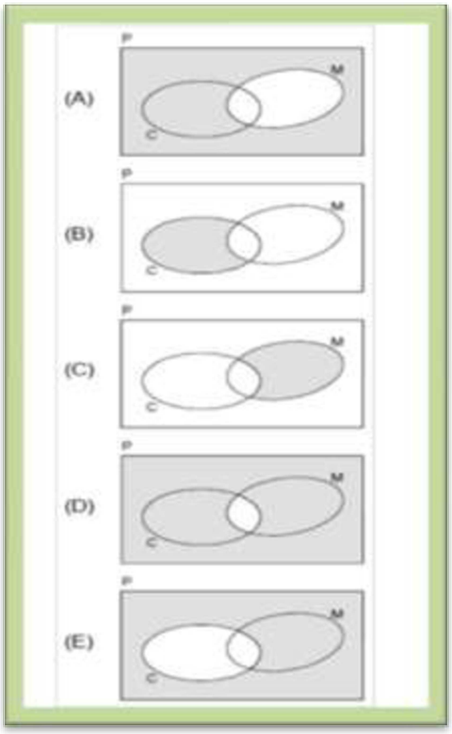
P: conjunto das pessoas presentes nessa festa;

M: conjunto dos presentes nessa festa que são do sexo masculino;

C: conjunto das crianças presentes nessa festa.

Assinale o diagrama em que o conjunto dos presentes na festa, que são do sexo feminino, está representado em cinza.

Figura 11: Menu de opções da atividade 4



Fonte: Site saber Matemática

Discussão

Após a resolução individual do exercício, solicitar que os integrantes se organizem em duplas ou trios para discutir o significado de cada alternativa apresentada no menu de resoluções. Posteriormente, os mesmos socializarão com o grupo a justificativa da opção escolhida com relação às demais alternativas.

Atividade 6.5 – Problema de leitura e interpretação gráfica

Objetivo

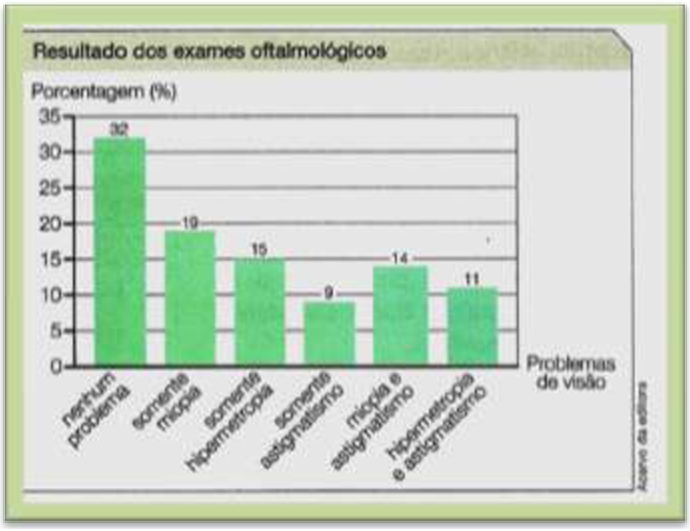
Ampliar as habilidades de leitura, interpretação e produção de gráficos; desenvolver habilidades de questionar, levantar e verificar hipóteses; e procurar relações entre os dados apresentados no problema.

Orientações

Dividir os resolvedores em duplas, propor a próxima situação-problema. Organizar a leitura compartilhada e discutir os dados apresentados no gráfico. Solicitar que os integrantes resolvam o problema e depois troquem as soluções entre duplas distintas para compartilhar as estratégias de resolução.

Em uma campanha oftalmológica foram realizados exames de vista em 2000 pessoas. Os resultados desses exames estão representados no gráfico a seguir.

Figura 12: Gráfico de exame oftalmológico



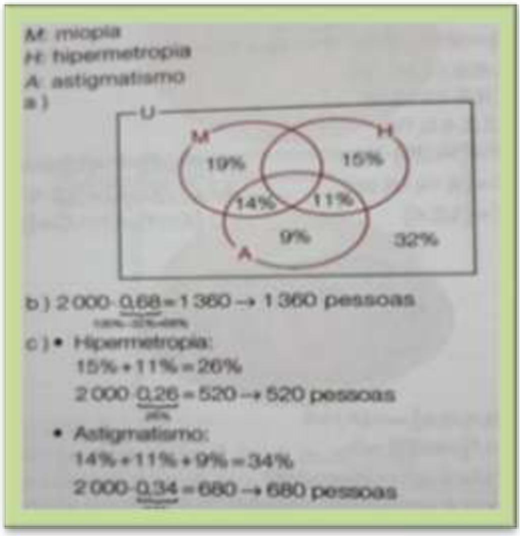
Fonte: (SOUZA, 2010, p. 25)

a) Faça um diagrama de Venn que represente os dados dos exames.

b) Quantas pessoas no total apresentaram algum problema de visão?

c) Quantas pessoas possuem hipermetropia? E astigmatismo?

Figura 13: Resolução da atividade 6.5



Fonte: (SOUZA, 2010, p. 104, manual do professor)

Discussão

Identificar os erros que ocorreram com frequência, selecionar alguns deles e montar uma atividade similar para que o grupo descubra onde está o erro e tente corrigi-lo por meio da discussão entre duplas ou trios.

Atividade 6.6 – Problema para completar lacunas

Objetivo

Incentivar a leitura e interpretação; desenvolver a habilidade em organizar articulações utilizando informações apresentadas no texto.

Orientações

Apresentar o problema, solicitar a leitura silenciosa e o preenchimento das lacunas. Organizar um painel na lousa com as respostas e então socializá-las no coletivo. Solicitar a resolução do problema, que pode ser por representação em diagrama ou outro processo de resolução.

Um levantamento com 36 alunos de uma constatou que 25 acessam internet nos fins de , 12 acessam no meio da semana e 5 alunos não a internet. Quantos alunos acessam a internet durante toda a semana? (SOUZA, 2010, p. 24).

Resolução

F: acessam internet nos fins de semana

M: acessam internet no meio da semana

U: conjunto dos alunos.

Como 5 alunos não acessam internet, então $n(F \cup M) = n(U) - 5$

Logo $n(F \cup M) = n(F) + n(M) - n(F \cap M) \rightarrow 31 = 25 + 12 - n(F \cap M) \rightarrow n(F \cap M) = 6$.

Portanto, 6 alunos acessam a internet durante toda a semana

Sugestão complementar

Propor que os participantes se organizem em duplas ou trios para efetuarem a produção de um problema similar, abordando o seu contexto cultural, deixando lacunas para os colegas preencherem e resolverem.

Discussão

Socializar o grau de dificuldade encontrado nos preenchimentos das lacunas dos problemas apresentados pelos demais integrantes e o grau de dificuldade das resoluções. Pontuar juntamente com o grupo os erros mais frequentes e abstrair, por meio do diálogo, a causa desses erros.

Atividade 6.7 – Comparação de métodos resolutivos

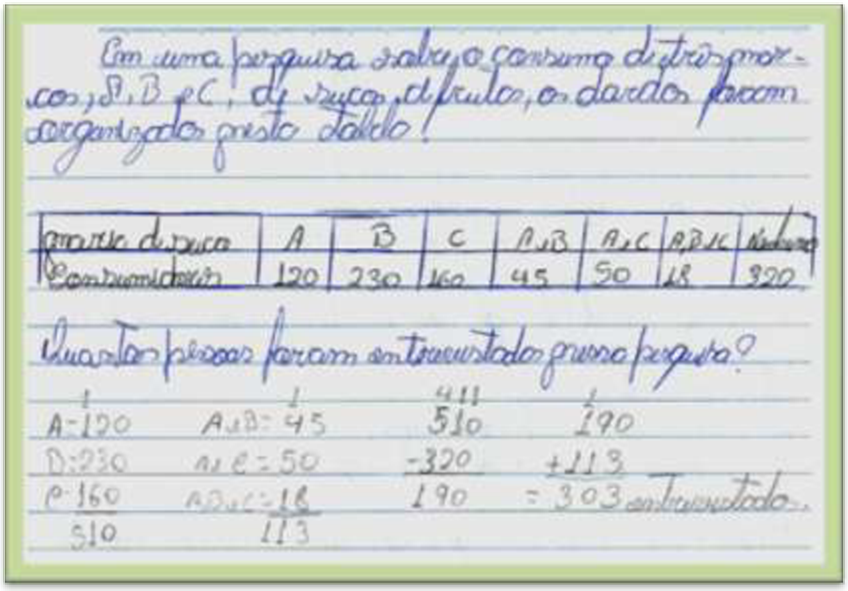
Objetivo

Comparar problemas elaborados por dois professores participantes da pesquisa e analisar a metodologia desenvolvida no processo resolutivo; incentivar a análise de técnicas diferenciadas na resolução de problemas similares.

Orientações

Distribuir cópias dos enunciados e suas respectivas resoluções dos problemas I e II, e solicitar a resolução de cada problema apresentado, por diferentes métodos resolutivos. O problema I (figura15) deverá ser resolvido por meio de diagrama e o problema II (figura 16), por meio de operações numéricas.

Figura 15: Problema resolvido por meio das operações de adição e subtração


Em uma pesquisa sobre o consumo de três marcas, A, B e C, de suco de fruta, os dados foram organizados nesta tabela!

Marca de suco	A	B	C	A,B	A,C	A,B,C	Nenhuma
Consumidores	120	230	160	45	50	18	320

Quantas pessoas foram entrevistadas nessa pesquisa?

A=120
B=230
C=160
510

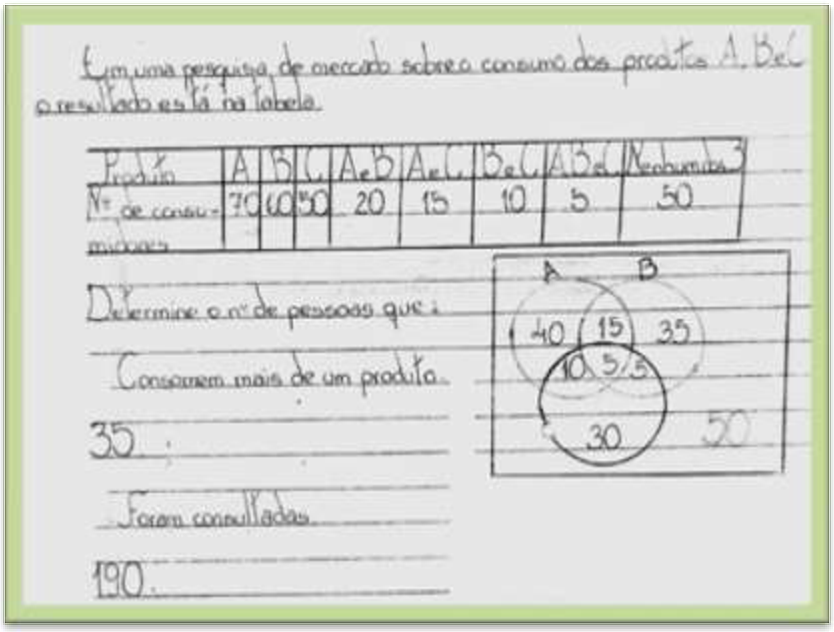
A,B=45
A,C=50
A,B,C=18
113

510
-320
190

190
+113
=303 entrevistado.

Fonte: Atividade do professor 4

Figura 16: Problema resolvido por meio de diagrama de Venn


Em uma pesquisa de mercado sobre o consumo dos produtos A, B e C o resultado está na tabela.

Produto	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C	Nenhum dos 3
Nº de consumidores	70	60	50	20	15	10	5	50

Determine o nº de pessoas que:

Consomem mais de um produto.

35.

Foram consultadas.

190.

Fonte: Atividade do professor 1

Discussão

A seguir, o professor formador poderá incitar o grupo a se manifestar por meio de apontamentos coletivos, e os participantes poderão ressaltar as diferenças e semelhanças nos processos resolutivos e seus respectivos graus de dificuldade.

Proposta de avaliação dos encontros – Painel coletivo

Essa proposta visa indicar pontos de observação durante a formação, que direcionem o professor formador a refletir sobre: a) o que o participante já sabia; b) o que o participante aprendeu; e c) sugestões e críticas. Cada aluno receberá uma folha xerocopiada para que anotem suas observações, com as perguntas: O que já sabia? O que aprendi? Sugestões e críticas. Podem ser realizadas alegorias como, por exemplo: Vou arrumar a casa, o que eu já tenho? O que devo adquirir para melhorar o ambiente? O que posso descartar ou melhorar?

A seguir, o professor formador procura ler as colocações pontuadas, organiza um painel coletivo para sanar dúvidas, efetuar intervenções e abrir espaço para a socialização dos integrantes quanto ao tema abordado, e sugestões.

Referências

BARROSO, J. M. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Moderna, 2010. v. 3.

Brasil Escola. <http://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-diagramas-venn-na-estatistica.htm > Acesso em: 29 abr. 2017.

BRASIL. (1998) **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF.

DANIEL, D. S. **Conjuntos Numéricos. Infoescola**. Disponível em: https://www.infoescola.com/matematica/conjuntos-numericos. Acesso em: 23 mar. 2018.

DANTE, L. R.. **Matemática contexto e aplicações.** 1 ed. São Paulo: Ática, 2010. v.1, p. 35.

FILHO, B. B.; SILVA, C. X. **Matemática - Aula por aula.** São Paulo: FTD, 2005. v. 1.

IEZZI, G. et al. **Matemática Ciências e Aplicações.** 6.ed. São Paulo: Saraiva, 2010.v. 1. p. 16 – 20.

InfoEscola, **Navegando e Aprendendo**. Disponível em:<https://www.infoescola.com/matematica/conjuntos-numericos/>. Acesso em: 23 mar. 2018.

MACHADO, N. J., 1947 – **Lógica? É lógico**!. São Paulo: Scipione, 2000. (coleção Vivendo a Matemática). p. 16 – 26.

MARCO, F. F. **Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2004. Cap. 1, p.12. Disponível em:<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000316327> Acesso em: 19 de abr. 2017.

Matriz de Referência ENEM 2018. Ministério da Educação Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf. Acesso em: 24 mar. 2018.

ONUCHIC, L. De La R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-218.

PIERINI, L. M.; VALENTIM, M. A. C.; CARDOSO, A. Brinquedos Numéricos: um jogo para o ensino dos conjuntos numéricos. In: Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 2012, Rio de Janeiro. **Anais** do SBIE 2012. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2012.

PÓLYA, G. Universidade de Princeton, EUA. Tradução de parte do livro How to solve it: A new aspectofthemathematicalmethod, publicado originalmente em Princeton, pela Princeton University Press, em 1945. Existe uma edição brasileira, intitulada **A arte de resolver problemas**, da Editora Interciência, Rio de Janeiro, 1977.

Saber Matemática. Disponível em: **<**http://sabermatematica.com.br/exercicios-resolvidos-diagrama-de-venn.html**>** 29 abr. 2017.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; **Matemática para compreender o Mundo Ensino Médio**. . 8. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. ISBN 978-85-472-0586-7.

SOUZA, J. R. **Coleção Novo Olhar**. 1, ed. São Paulo: FTD, 2010, p. 20 – 25, ISBN 978-85-322-7375-8

THYAGO , R. **Intervalo. Infoescola**. Disponível em: https://www.infoescola.com/matematica/intervalo/. Acesso em: 24 mar. 2018.