



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**PROJETO DE HIDROCICLONES USANDO OTIMIZAÇÃO
ROBUSTA E EVOLUÇÃO DIFERENCIAL**

Vitor Alves Garcia

Uberlândia - MG

2018



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



PROJETO DE HIDROCICLONES USANDO OTIMIZAÇÃO ROBUSTA E EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Vitor Alves Garcia

Orientadores: Luiz Gustavo Martins Vieira

Fran Sérgio Lobato

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Química, área de concentração em Pesquisa e Desenvolvimento de Processos Químicos.

Uberlândia – MG

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

G216p
2018

Garcia, Vitor Alves, 1992-

Projeto de hidrociclones usando otimização robusta e evolução diferencial [recurso eletrônico] / Vitor Alves Garcia. - 2018.

Orientadores: Luiz Gustavo Martins Vieira, Fran Sérgio Lobato.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.

Modo de acesso: Internet.

Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1227>

Inclui bibliografia.

Inclui ilustrações.

1. Engenharia química. 2. Hidrociclone. 3. Separação (Tecnologia).
4. Otimização combinatória. I. Vieira, Luiz Gustavo Martins, 1976- (Orient.). II. Lobato, Fran Sérgio, 1976- (Orient.). III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. IV. Título.

CDU: 66.0

Maria Salete de Freitas Pinheiro - CRB6/1262

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 10 DE JULHO DE 2018.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira
Orientador - PPGEQ/UFU

Prof. Dr. Fran Sérgio Lobato
Orientador - FEQUI/UFU

Profa. Dra. Marina Seixas Pereira
FEQUI/UFU

Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavallini Junior
FEMEC/UFU

Profa. Dra. Fernanda Falqueto Salvador
CCAE/UFES

Dedico este trabalho aos meus pais, irmã e toda minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelas oportunidades concedidas ao longo de minha vida e por sempre me guiar e proteger.

Aos meus queridos pais, Elton e Lília, e irmã, Ana Elisa, pelo amor, dedicação e por sempre me darem todo o apoio e incentivo necessário para alcançar minhas conquistas pessoais e profissionais. Muito obrigado por serem sempre a minha base e refúgio nos momentos de adversidade.

A minha namorada, Nathalia, pela paciência, companheirismo e suporte nos momentos difíceis.

A meus avós, tios e primos que sempre me motivaram a seguir em frente. Em especial a meu falecido avô, Sebastião, que me ensinou, através do exemplo, o valor da dedicação aos compromissos e responsabilidades.

A todos os meus amigos, pelos momentos de alegria e descontração durante estes dois anos, que ajudaram a amenizar as dificuldades da pós-graduação. Em especial a Tarcísio e Gustavo, pelo convívio diário e amizade durante este período.

A meus orientadores, Luiz Gustavo Martins Vieira e Fran Sérgio Lobato, que foram de imensa importância na execução deste trabalho e sempre estiveram dispostos a me ajudar com seus ensinamentos e direcionamento. Os conhecimentos passados por eles sobre hidrocyclonagem, otimização e pesquisa científica foram de grande contribuição para minha formação profissional.

Aos meus companheiros de pesquisa do laboratório LASER por compartilharem os momentos de trabalho comigo e torná-los mais agradáveis. Em especial a Yanne Novais Kyriakidis e Suélen Mara Gonçalves, pelos conhecimentos compartilhados e auxílio prestado. Ambas contribuíram imensamente para meu aprendizado sobre hidrocyclonagem e foram de fundamental importância para a execução dos experimentos.

Aos professores e funcionários da Faculdade de Engenharia Química que contribuíram de alguma forma para a concretização deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade concedida.

Por fim, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	iii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	v
RESUMO.....	vii
ABSTRACT.....	viii
Capítulo 1 – Introdução.....	1
1.1 – Objetivos.....	2
Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica.....	4
2.1 – Hidrociclos.....	4
2.1.1 – Famílias de Hidrociclos.....	6
2.1.2 – Funcionamento dos Hidrociclos.....	7
2.1.3 – Conceitos Fundamentais na Operação de Hidrociclos.....	8
2.1.3.1 – Concentração Volumétrica de Sólidos.....	9
2.1.3.2 – Número de Euler.....	9
2.1.3.3 – Razão de Líquido.....	9
2.1.3.4 – Eficiência Total e Eficiência Total Reduzida.....	10
2.1.3.5 – Eficiência Granulométrica e Eficiência Granulométrica Reduzida.....	10
2.1.3.6 – Diâmetro de Corte e Diâmetro de Corte Reduzido.....	11
2.1.4 – Trabalhos Anteriores Realizados sobre Hidrociclos.....	11
2.2 – Otimização.....	14
2.2.1 – Definição de um Problema de Otimização.....	15
2.2.2 – Categorias de Problemas de Otimização.....	15
2.2.2.1 – Métodos Clássicos ou Determinísticos.....	16
2.2.2.2 – Métodos Heurísticos ou Não Determinísticos.....	16
2.2.3 – Procedimento Geral para Solução de Problemas de Otimização.....	16

2.2.4 – Método da Evolução Diferencial.....	17
2.2.4.1 – Geração da População Inicial.....	19
2.2.4.2 – Aplicação do Operador de Cruzamento.....	19
2.2.4.3 – Aplicação do Operador de Seleção.....	21
2.2.4.4 – Atendimento ao Critério de Parada.....	21
2.2.5 – Otimização Multi-Objetivo.....	21
2.2.5.1 – Ótimo de Pareto.....	21
2.2.5.2 – Métodos para Tratamento de Problemas de Otimização Multi-Objetivo..	23
2.2.6 – Método da Evolução Diferencial para Problemas Multi-Objetivos.....	25
2.2.6.1 – Algoritmo MODE.....	25
2.2.6.2 – Inicialização do Algoritmo	25
2.2.6.3 – Operador de Ordenamento por <i>Rank</i>	26
2.2.6.4 – Operador de Truncamento das Soluções Não-Dominadas.....	26
2.2.6.5 – Operador de Seleção.....	27
2.2.7 - Otimização Robusta.....	27
2.2.7.1 – Regularização Robusta.....	29
2.2.7.2 – Medidas de Expectância e Variância.....	29
2.2.7.3 – Média Efetiva.....	30
2.2.7.4 – Aplicações de Otimização Robusta.....	31
Capítulo 3 – Metodologia.....	32
3.1 – Metodologia Computacional.....	33
3.1.1 – Estimativa de Modelos Empíricos de E_T , R_L e Eu	33
3.1.2 – Análise de Sensibilidade dos Modelos Nominais e Robustos.....	35
3.1.3 – Otimizações Multi-Objetivos Nominais e Robustas.....	36
3.2 – Metodologia Experimental.....	38
3.2.1 – Material Particulado.....	38
3.2.2 – Unidade Experimental.....	39

3.2.2.1 – Tanque de Armazenamento da Suspensão.....	40
3.2.2.2 – Bomba Centrífuga.....	40
3.2.2.3 – Medidor de Vazão.....	40
3.2.2.4 – Manômetro Digital.....	41
3.2.3 – Hidrociclones.....	41
3.2.4 – Procedimento Experimental.....	42
Capítulo 4 – Resultados e Discussão.....	44
4.1 – Modelos Otimizados de E_T , R_L e Eu Nominais e Robustos.....	44
4.2 – Análise Comparativa de Sensibilidade entre os Modelos Nominais e Robustos.....	47
4.3 – Resultados das Otimizações Multi-Objetivos Nominais e Robustas.....	48
4.3.1 – Otimizações Multi-Objetivos Usando Modelos Ajustados de Forma Nominal.....	49
4.3.1.1 – Caso 1: Minimização de R_L e Maximização de E_T	49
4.3.1.2 – Caso 2: Minimização de Eu e Maximização de E_T	51
4.3.1.3 – Caso 3: Minimização de Eu e Minimização de R_L	53
4.3.1.4 – Caso 4: Minimização de Eu , Minimização de R_L e Maximização de E_T ..	55
4.3.2 – Otimizações Multi-Objetivos Usando Modelos Ajustados de Forma Robusta.....	56
4.3.2.1 – Caso 1: Minimização de R_L e Maximização de E_T	57
4.3.2.2 – Caso 2: Minimização de Eu e Maximização de E_T	58
4.3.2.3 – Caso 3: Minimização de Eu e Minimização de R_L	60
4.3.2.4 – Caso 4: Minimização de Eu , Minimização de R_L e Maximização de E_T ..	62
4.3.3 – Comparaçāo entre as Otimizações Nominais Feitas com Modelo Nominal e Robusto.....	64
4.3.3.1 – Caso 1: Minimização de R_L e Maximização de E_T	64
4.3.3.2 – Caso 2: Minimização de Eu e Maximização de E_T	65
4.3.3.3 – Caso 3: Minimização de Eu e Minimização de R_L	66
4.3.3.4 – Caso 4: Minimização de Eu , Minimização de R_L e Maximização de E_T ..	67

4.4 – Resultados dos Testes Experimentais com os Hidrociclones Selecionados.....	69
4.4.1 – Caso 1: Máximo E_T e Mínimo R_L	69
4.4.2 – Caso 2: Máximo E_T e Mínimo E_u	70
4.4.3 – Caso 3: Mínimo R_L e Mínimo E_u	71
4.4.4 – Caso 4: Máximo E_T , Mínimo R_L e Mínimo E_u	71
4.4.5 – Desempenho dos Hidrociclones Construídos.....	73
Capítulo 5 – Conclusão.....	75
5.1 – Sugestões para Trabalhos Futuros.....	76
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	77

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Representação esquemática de um hidrociclone.....	5
Figura 2.2 – Representação esquemática do fenômeno de curto-círcuito.....	8
Figura 2.3 – Representação da base teórica do algoritmo ED.....	18
Figura 2.4 – Representações do espaço de objetivos e das curvas de Pareto para dois sistemas com diferentes objetivos.....	22
Figura 2.5 – Possíveis formas de distribuição de soluções nas proximidades da curva de Pareto.....	23
Figura 2.6 – Estrutura de ordenamento por <i>rank</i>	26
Figura 2.7 – Representação geométrica do conceito de distância de multidão.....	27
Figura 2.8 – Ilustração dos conceitos de solução ótima robusta e global.....	28
Figura 3.1 – Representação esquemática da metodologia empregada no trabalho.....	32
Figura 3.2 – Representação esquemática das otimizações multi-objetivos realizadas.....	38
Figura 3.3 – Unidade experimental de hidrocyclonagem.....	40
Figura 3.4 – Sensor (à esquerda) e display (à direita) do medidor de vazão mássica do tipo Coriolis usado na unidade de hidrocyclonagem.....	41
Figura 3.5 – Estrutura modular de montagem dos hidrocyclones.....	41
Figura 4.1 - Gráficos da média e do desvio padrão da função objetivo para os modelos nominal e robusto de E_T	47
Figura 4.2 - Gráficos da média e do desvio padrão da função objetivo para os modelos nominal e robusto de R_L	47
Figura 4.3 - Gráficos da média e do desvio padrão da função objetivo para os modelos nominal e robusto de Eu	48
Figura 4.4 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 1 usando os modelos estimados sem robustez.....	49
Figura 4.5 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 2 usando os modelos estimados sem robustez.....	51
Figura 4.6 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 3 usando os modelos estimados sem robustez.....	53

Figura 4.7 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 4 usando os modelos estimados sem robustez.....	55
Figura 4.8 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 1 usando os modelos estimados com robustez ($\delta = 0,10$).....	57
Figura 4.9 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 2 usando os modelos estimados com robustez ($\delta = 0,10$).....	59
Figura 4.10 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 3 usando os modelos estimados com robustez ($\delta = 0,10$).....	61
Figura 4.11 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 4 usando os modelos estimados com robustez ($\delta = 0,10$).....	62
Figura 4.12 – Resultados obtidos para as otimizações do Caso 1 considerando modelos nominais e robustos.....	64
Figura 4.13 – Resultados obtidos para as otimizações do Caso 2 considerando modelos nominais e robustos.....	65
Figura 4.14 – Resultados obtidos para as otimizações do Caso 3 considerando modelos nominais e robustos.....	66
Figura 4.15 – Resultados obtidos para as otimizações do Caso 4 considerando modelos nominais e robustos.....	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Relações geométricas das famílias de hidrociclones.....	7
Tabela 2.2 – Representação de diferentes formas de aplicação do operador de cruzamento no algoritmo ED.....	20
Tabela 2.3 – Principais métodos heurísticos de otimização por algoritmos evolutivos.....	24
Tabela 3.1 – Planejamento composto central ortogonal e valores das respostas Eu , R_L e E_T obtidos por Salvador (2017).....	34
Tabela 3.2 – Composição química do quartzito.....	39
Tabela 4.1 - Coeficientes estimados para a Eficiência Total considerando diferentes valores para o parâmetro de robustez.....	44
Tabela 4.2 - Coeficientes estimados para a Razão de Líquido considerando diferentes valores para o parâmetro de robustez.....	45
Tabela 4.3 - Coeficientes estimados para o Número de Euler considerando diferentes valores para o parâmetro de robustez	45
Tabela 4.4 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.4.....	50
Tabela 4.5 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.5.....	52
Tabela 4.6 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.6.....	54
Tabela 4.7 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.7.....	56
Tabela 4.8 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.8.....	58
Tabela 4.9 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.9.....	59
Tabela 4.10 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.10.....	61
Tabela 4.11 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.11.....	63
Tabela 4.12 - Função objetivo e coeficiente de determinação para os modelos referentes a E_T e R_L ajustados sem e com robustez.....	65
Tabela 4.13 - Função objetivo e coeficiente de determinação para os modelos referentes a Eu e E_T ajustados sem e com robustez.....	66
Tabela 4.14 - Função objetivo e coeficiente de determinação para os modelos referentes a Eu e R_L ajustados sem e com robustez.....	67
Tabela 4.15 - Função objetivo e coeficiente de determinação para os modelos referentes a Eu , R_L e E_T ajustados sem e com robustez.....	68

Tabela 4.16 - Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o Caso 1 usando modelos nominais.....	69
Tabela 4.17 – Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o Caso 1 usando modelos robustos.....	70
Tabela 4.18 – Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o Caso 2 usando modelos nominais.....	70
Tabela 4.19 – Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o Caso 2 usando modelos robustos.....	70
Tabela 4.20 – Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o Caso 3 usando modelos nominais.....	71
Tabela 4.21 – Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o Caso 3 usando modelos robustos.....	71
Tabela 4.22 - Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o Caso 4 usando modelos nominais.....	72
Tabela 4.23 - Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o Caso 4 usando modelos robustos.....	73
Tabela 4.24 - Desempenho experimental e calculado pelos modelos dos hidrociclo nes construídos.....	74

LISTA DE SÍMBOLOS

Cr	Probabilidade de cruzamento, $[M^0L^0T^0]$
Cva	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
Cvi	Concentração volumétrica de sólidos na corrente i , $[M^0L^0T^0]$
Cvu	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
Cwa	Concentração mássica de sólidos na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
Cwi	Concentração mássica de sólidos na corrente i , $[M^0L^0T^0]$
Cwu	Concentração mássica de sólidos na corrente <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
d_{50}	Diâmetro de corte, $[M^0L^1T^0]$
$d_{50'}$	Diâmetro de corte reduzido, $[M^0L^1T^0]$
$d_{63,2}$	Parâmetro de ajuste do modelo RRB, $[M^0L^1T^0]$
d_p	Diâmetro de partícula, $[M^0L^1T^0]$
D_c	Diâmetro da parte cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
D_i	Diâmetro do duto de alimentação do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
D_o	Diâmetro do tubo de <i>overflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
D_u	Diâmetro do orifício de <i>underflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
E_T	Eficiência total, $[M^0L^0T^0]$
E_T'	Eficiência total reduzida, $[M^0L^0T^0]$
Eu	Número de Euler, $[M^0L^0T^0]$
f	Função objetivo, $[M^0L^0T^0]$
F	Taxa de perturbação, $[M^0L^0T^0]$
G	Eficiência granulométrica, $[M^0L^0T^0]$
G'	Eficiência granulométrica reduzida, $[M^0L^0T^0]$
h	Comprimento da parte cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
H	Comprimento da parte côncica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$

L	Comprimento total do hidrociclone, [M ⁰ L ¹ T ⁰]
n	Parâmetro de ajuste do modelo RRB, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
N	Tamanho da população de soluções, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
N_{gen}	Número máximo de gerações, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
N_s	Número de amostras geradas nas vizinhanças de cada solução, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
p	Função densidade de probabilidade, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
Q_u	Vazão volumétrica da corrente de <i>underflow</i> , [M ⁰ L ³ T ⁻¹]
Q_a	Vazão volumétrica da corrente de alimentação, [M ⁰ L ³ T ⁻¹]
R_L	Razão de líquido, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
u_c	Velocidade de escoamento do fluido na seção cilíndrica, [M ⁰ L ¹ T ⁻¹]
W_a	Vazão mássica da corrente de alimentação, [M ¹ L ⁰ T ⁻¹]
W_u	Vazão mássica da corrente de <i>underflow</i> , [M ¹ L ⁰ T ⁻¹]
X	Fração mássica de partículas menores ou iguais do que d_p , [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
X_i	Variável i codificada, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]

Símbolos Gregos

β	Vetor de parâmetros dos modelos empíricos, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
δ	Parâmetro de robustez, [M ⁰ L ⁰ T ⁰]
$-\Delta P$	Queda de pressão, [M ¹ L ⁻¹ T ⁻²]
λ	Comprimento do tubo de <i>vortex finder</i> do hidrociclone, [M ⁰ L ¹ T ⁰]
θ	Ângulo da parte cônica do hidrociclone, [°]
ρ_l	Densidade do líquido, [M ¹ L ⁻³ T ⁰]
ρ_s	Densidade dos sólidos, [M ¹ L ⁻³ T ⁰]

RESUMO

Os hidrociclos são equipamentos versáteis amplamente utilizados na indústria para realizar a remoção ou classificação de uma fase discreta (líquida ou sólida) suspensa em uma fase contínua líquida, com base em um campo centrífugo, no tamanho e na densidade da fase discreta. Estes equipamentos, que são constituídos por uma parte cilíndrica e outra cônica, promovem o processo de separação através da ação de uma força centrífuga proveniente do movimento rotacional que a suspensão realiza dentro dele e têm o seu desempenho intimamente relacionado com as suas dimensões geométricas. O desempenho destes separadores pode ser quantificado através das respostas eficiência total (E_T), razão de líquido (R_L) e número de Euler (Eu), que representam o poder de classificação, de concentração e o consumo energético, respectivamente. Estas três respostas, normalmente, são objetivos conflitantes no projeto de hidrociclos, sendo assim faz-se necessário o uso de otimização para encontrar-se as configurações que produzem equipamentos com boa performance nos três objetivos. Além disso, para se ter confiabilidade nos resultados é importante adotar um critério de inserção de robustez na otimização, já que as dimensões dos hidrociclos podem não ser totalmente precisas, em função das limitações do processo de fabricação e dos desgastes que ocorrem com o tempo de operação. Diante disto, o presente trabalho busca realizar o projeto de hidrociclos de alto poder classificador e concentrador e baixo consumo energético, utilizando otimização robusta por evolução diferencial usando como base dados coletados experimentalmente. O efeito da inserção de robustez na geração dos modelos empíricos foi avaliado através da comparação entre os valores dos coeficientes de determinação e das funções objetivo empregadas dos modelos nominal e robusto, além da realização de uma análise comparativa de sensibilidade dos modelos. Foi constatado que o aumento no valor do parâmetro de robustez (δ) deteriora o valor do coeficiente de determinação e da função objetivo dos ajustes, além disso notou-se que para pequenos valores de δ os dois tipos de modelos são igualmente sensíveis a perturbações em seus parâmetros, já para valores maiores de δ o modelo robusto mostrou-se menos prejudicado. Os dois tipos de modelo foram utilizados para realizar-se a otimização das dimensões do hidrociclo, de forma nominal e robusta, considerando quatro estudos de caso: maximização de E_T e minimização de R_L (caso 1); maximização de E_T e minimização de Eu (caso 2); minimização de R_L e minimização de Eu (caso 3); maximização de E_T , minimização de R_L e minimização de Eu (caso 4). Os hidrociclos obtidos na otimização apresentam valores das respostas satisfatórios e dentro das faixas desejadas, constatou-se ainda que o aumento no valor do parâmetro de robustez da otimização promove o distanciamento das curvas em relação a curva nominal e causa uma concentração das soluções em uma determinada região do espaço dos objetivos, implicando em uma menor variedade de hidrociclos ótimos. Alguns dos hidrociclos otimizados obtidos foram selecionados para realização de testes experimentais com equipamentos de dimensões próximas a deles. Os resultados experimentais mostraram que os separadores testados obtiveram um bom desempenho.

Palavras-chave: separação sólido-líquido, hidrociclo, otimização, Evolução Diferencial, robustez

ABSTRACT

Hydrocyclones are versatile equipment largely used in industry to remove or classify a discrete phase (liquid or solid) mixed in a continuous liquid phase, based on a centrifugal field and on the discrete phase's size and density. These equipment, which are constituted by a cylindrical and a conical part, promote the separation process by the action of a centrifugal force that comes from the rotational movement of the mixture and they have their performance closely related to their geometric dimensions. The performance of these separators can be measured by the responses total efficiency (E_T), liquid ratio (R_L) and Euler number (Eu), which represent the classification and concentration capacity and the energy cost, respectively. These three responses are, normally, conflicting objectives in hydrocyclones project, therefore it is necessary to use an optimization method to find out the configurations that produce good performance equipment in all three characteristics. Besides that, it's important to adopt a robustness insertion criterion to reach reliable results, as hydrocyclone dimensions may not be totally accurate due to fabrication process limitations and wear that occur with operation. Faced with this, the purpose of this work is to project hydrocyclones with high classification and concentration capacity and low energy cost, using robust optimization by differential evolution technique basing on experimental data. The robustness introduction effect on the empirical models was evaluated through the comparison between the determination coefficient and objective function values of the nominal and robust models, besides the realization of a comparative analysis of models' sensibility. It was verified that an augmentation in the robustness parameter (δ) makes the value of determination coefficient and objective function get worse, besides that it was noticed that the two types of model were equally sensitive to parameter perturbation when the value of δ was low, however when the value of δ was high, the robust model was less impaired than the nominal one. Both models were used to execute the hydrocyclone dimensions optimization, with and without robustness, considering four cases: maximum E_T and minimum R_L (case 1); maximum E_T and minimum Eu (case 2); minimum R_L and minimum Eu (case 3); maximum E_T , minimum R_L and minimum Eu (case 4). The obtained hydrocyclones presented satisfying values of the concerning responses, inside the desired range, it was also verified that the augmentation in robustness parameter value causes the robust curves to distance from the nominal ones and it reduces the objectives space, which means a smaller optimum hydrocyclones variety. Some of the optimum hydrocyclones were chosen to be used as reference in experimental tests with equipment of similar dimensions to theirs. The experimental result showed that the tested separators had a good performance.

Keywords: solid-liquid separation, hydrocyclone, optimization, Differential Evolution, robustness

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Os hidrociclos são equipamentos amplamente empregados nas indústrias para promover a separação entre uma fase discreta (sólida ou líquida) e uma fase contínua (líquida). Tais equipamentos possuem diversos tipos de aplicações, como a classificação seletiva de sólidos, o espessamento e a pré-concentração de suspensões, a clarificação de fluidos, entre outras. Por isso, estes separadores são empregados em indústrias dos mais diversos setores, como o têxtil, o de extração e processamento de minérios, o químico, o petroquímico, o alimentício e o de biocombustíveis.

O processo de separação em hidrociclos ocorre por meio da sedimentação da fase discreta devido a ação de uma força centrífuga gerada pelo movimento helicoidal que a suspensão descreve dentro do equipamento. Dessa forma, as partículas maiores e mais densas que se sedimentaram e uma parcela do fluido saem pela parte inferior do equipamento, chamada de saída de *underflow*. Enquanto que as partículas menores e menos densas não sedimentadas e a maior parte do fluido são levadas por um vórtice interno ascendente em direção à saída superior do equipamento, denominada de *overflow*.

Para mensurar a performance de um hidrociclo quanto aos objetivos da separação, algumas variáveis respostas são utilizadas. A Eficiência total é uma delas, e está diretamente ligada ao poder de classificação do separador. Outra resposta normalmente utilizada para verificar o poder de concentração do hidrociclo é a razão de líquido, sendo que quanto menor é a razão de líquido, maior é o poder de concentração do separador. Por fim, têm-se o número de Euler que apresenta uma relação direta com o consumo energético do equipamento.

A busca por melhorias no desempenho de hidrociclos é objeto de estudo contínuo na literatura, sendo que diversos trabalhos já foram realizados com esse objetivo (VIEIRA, 2006; SILVA, 2012; SALVADOR, 2017; HWANG; CHOU, 2017; VAKAMALLA *et al.*, 2017; TANG *et al.*, 2017). A pesquisa por avanços na performance dos hidrociclos normalmente envolve mudanças nas variáveis operacionais e geométricas do separador, que são os fatores que mais influenciam o seu desempenho. O grande número de pesquisas com esta finalidade deve-se ao fato de que pequenas melhorias na performance desses equipamentos, pode resultar em um ganho econômico significativo para indústrias de diversos setores, como por exemplo na área de extração mineral, cuja atividade é altamente dependente da operação com hidrociclos.

Um dos desafios dos trabalhos científicos envolvendo hidrociclos é o alto grau de complexidade do escoamento da suspensão no interior do equipamento. A grande dificuldade em descrever o movimento feito pela mistura é devido ao alto nível de turbulência do escoamento, a formação e quebra de vórtices e a fenômenos de curto-circuito e de entrada de ar dentro do equipamento. Dessa forma, a descrição matemática do funcionamento dos hidrociclos, apesar de poder ser modelada pelas equações de Navier-Stokes, não pode ser resolvida analiticamente com as técnicas atualmente conhecidas. Assim, é possível recorrer-se a dois caminhos para descrever esta operação. Um deles é a resolução numérica de forma discreta das equações de Navier-Stokes através da fluidodinâmica computacional (CFD). A

outra opção é a estimativa de modelos empíricos das respostas com base em experimentos realizados.

Além disso, outro desafio na busca por evoluções nas operações de hidrociclo é o comportamento conflitante entre os indicadores de desempenho do separador. Normalmente, quando tenta-se obter uma melhora em um desses indicadores, acaba-se piorando pelo menos uma das outras duas respostas. Dessa forma, a busca por melhorias simultâneas no consumo energético e nos poderes de classificação e de concentração dos hidrociclos constitui um problema de otimização multi-objetivo.

Uma técnica de otimização atualmente muito utilizada, em função de sua simplicidade conceitual, fácil implementação, flexibilidade e boa qualidade dos resultados, é o método da Evolução Diferencial. A referida técnica de otimização consiste em um método heurístico no qual uma população inicial de soluções do problema de otimização é gerada e avaliada segundo os objetivos definidos, então aplica-se o operador de cruzamento dando origem a novos indivíduos na população, que são também avaliados. A seguir aplica-se o operador de seleção que escolhe os indivíduos mais bem avaliados para permanecer na população. Então, este procedimento é repetido até que um número máximo de gerações seja alcançado.

Tradicionalmente, na aplicação das técnicas de otimização não se considera a existência de perturbações nas variáveis independentes do sistema. Na prática, o que se observa é diferente, os sistemas estão constantemente sujeitos a perturbações em suas variáveis, sejam elas decorrentes de incertezas nas medições ou de oscilações e variações em função da natureza dinâmica da realidade. Nos hidrociclos, tais perturbações podem ser causadas por imprecisões de medida na fabricação do equipamento, desgaste devido ao tempo de uso do separador, incertezas das respostas associadas a procedimentos experimentais, entre outros. Dessa forma, as otimizações realizadas de forma nominal estão mais sujeitas a sofrerem com variações nas variáveis de projeto, o que dificulta a implementação das soluções ótimas na prática. Sendo assim, para evitar estas instabilidades na solução do problema, tornar a solução obtida mais confiável e facilitar sua implementação na prática, é interessante considerar-se a utilização de uma abordagem robusta do problema de otimização.

Na literatura atual de hidrociclos, são encontrados trabalhos envolvendo a estimativa de modelos empíricos das respostas (CHU *et al.*, 2000; MOGNON *et al.*, 2015; SALVADOR, 2017) e a otimização das dimensões geométricas e condições operacionais de hidrociclos (LOBATO *et al.*, 2011; SILVA, 2012; SILVA *et al.*, 2015). Contudo, tais trabalhos não consideram a utilização de uma metodologia robusta em sua execução, o que pode comprometer a confiabilidade dos resultados. Na estimativa de modelos empíricos, a inserção de robustez atenua as incertezas nos parâmetros do modelo decorrentes dos erros associados às medidas experimentais. Já na otimização das variáveis geométricas e operacionais dos hidrociclos, a utilização de uma metodologia robusta aumenta a confiança nos resultados obtidos facilitando a implementação deles na prática.

Tendo em vista a carência da literatura de trabalhos sobre otimização de hidrociclos envolvendo a utilização de uma metodologia robusta, são apresentados, a seguir, os objetivos desta dissertação.

1.1 - Objetivos

O objetivo geral desta dissertação foi aplicar a otimização robusta por Evolução Diferencial para projetar hidrociclos.

Por sua vez, os objetivos específicos deste trabalho foram:

- Estimar modelos do número de Euler, razão de líquido e eficiência total em função do diâmetro da parte cilíndrica, diâmetro do tubo de alimentação, diâmetro do duto de *overflow*, comprimento total e ângulo da parte cônica a partir dos dados do PCC de Salvador (2017) usando otimização nominal e robusta pelo algoritmo de ED e comparar os modelos gerados quanto a sensibilidade dos parâmetros;
- Realizar otimizações robustas por Evolução Diferencial para obter-se hidrociclores com baixos número de Euler, baixa razão de líquido e alta eficiência;
- Avaliar o efeito do aumento do parâmetro de robustez sobre os resultados da otimização e comparar os resultados obtidos usando-se os modelos estimados de forma robusta e nominal.
- Realizar experimentos com hidrociclores semelhantes aos obtidos pelas otimizações, a fim de verificar o desempenho dos separadores na prática.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - Hidrociclones

Os hidrociclones são equipamentos largamente aplicados na indústria para realizar separações do tipo sólido-líquido e líquido-líquido. Sua utilização teve início no final do século XIX, sendo usados para promover a separação de suspensões de areia e água e foi ampliada na década de 1940 com importantes aplicações nos processos de extração e processamento de minérios. Atualmente, os hidrociclones são empregados com sucesso na separação de partículas com tamanho entre 5 e 400 μm , sendo usados com diversas finalidades, como classificação seletiva, deslamagem, espessamento de suspensões, fracionamento, pré-concentração, recuperação de fluidos, entre outras (VIEIRA, 2006). Em função de suas múltiplas aplicações, os hidrociclones são empregados em diversos setores industriais, tais como o têxtil, o alimentício, o químico, o petroquímico, entre outros.

Além dos setores tradicionais citados, existem pesquisas que estudam a utilização de hidrociclones para separar micro-organismos presentes em suspensões. Um exemplo disso são os trabalhos de Habibian *et al.* (2008) e de Pinto *et al.* (2013), que estudam o uso da hidrociclogenação na produção de etanol, como substituta da etapa de centrifugação para separação de leveduras do produto de fermentação.

Os hidrociclones são constituídos por uma parte superior cilíndrica acoplada a uma parte inferior cônica. Apesar de sua simplicidade estrutural, o movimento feito pela suspensão no interior do separador, responsável pelo processo de separação, é altamente complexo. Tal complexidade deve-se ao alto nível de turbulência do movimento tridimensional da suspensão, a formação e quebra de vórtices e a inversões no sentido do escoamento. Por esta razão, apesar do movimento feito pela suspensão ser adequadamente modelado por equações diferenciais como as de Navier-Stokes, não é possível, com as técnicas atualmente conhecidas, resolver este sistema analiticamente. Dessa forma, diversos trabalhos buscam a resolução destas equações através de uma abordagem numérica discreta, usando técnicas de fluidodinâmica computacional (OLSON; VAN OMMEN, 2004; SILVA, 2012; SAMAEILI *et al.*, 2017; VAKAMALLA *et al.*, 2017; VEGA-GARCIA *et al.*, 2018), enquanto outros recorrem a estimativa de modelos empíricos para descrever a relação entre a performance do hidrociclo e suas variáveis geométricas e operacionais (CHU *et al.*, 2000; COELHO; MEDRONHO, 2001; MOGNON *et al.*, 2015; SALVADOR, 2017).

Os hidrociclones tradicionais apresentam uma corrente de alimentação, localizada na parte superior do cilindro e duas correntes de saída, sendo a saída de *underflow* encontrada na parte inferior do tronco de cone e a corrente de *overflow* situada no topo da parte cilíndrica do separador. Ao ser alimentada, a suspensão inicia um movimento tridimensional nas direções, angular, radial e axial, dando origem a um vórtice forçado que se dirige à saída de *underflow*. Nas proximidades do *underflow* parte da suspensão que não foi coletada inicia um movimento também tridimensional com sentido angular e axial inverso ao movimento anterior, originando um vórtice natural na parte central do hidrociclo em direção à saída de *overflow* (SVAROVSKY, 1984).

O tubo de *overflow* apresenta um curto prolongamento para o interior do corpo da seção cilíndrica, que recebe o nome de *vortex finder* (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006). Na Figura 2.1 são mostradas as localizações das correntes de entrada e saída do hidrociclone, assim como as principais dimensões de sua geometria, sendo D_c o diâmetro da parte cilíndrica, D_i o diâmetro do duto de alimentação, D_o o diâmetro do tubo de *overflow*, λ o comprimento do *vortex finder*, h e H são, respectivamente, os comprimentos da parte cilíndrica e da parte cônica, L é o comprimento total, D_u corresponde ao diâmetro do orifício de *underflow* e θ é o ângulo da parte cônica.

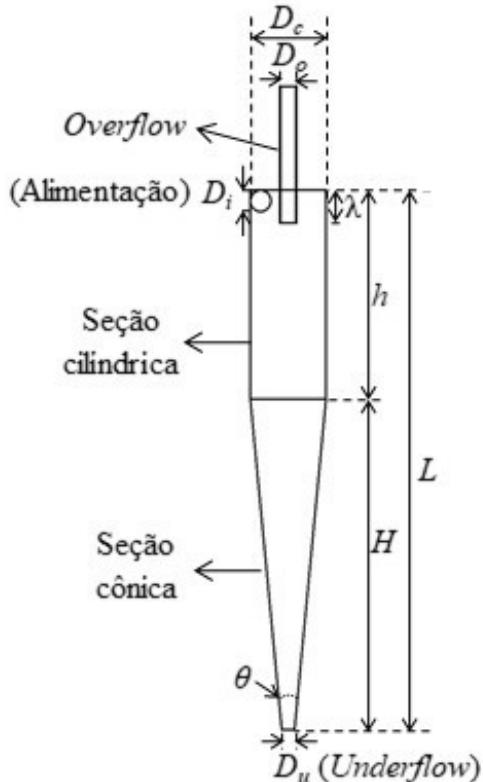


Figura 2.1 – Representação esquemática de um hidrociclone (Adaptado de Silva (2012)).

As dimensões geométricas dos hidrociclos estão intimamente ligadas às suas características de desempenho. Por exemplo, partes cilíndricas de menor diâmetro (D_c) resultam em um maior poder de classificação do hidrociclo, pois a menor seção disponível para o escoamento aumenta a velocidade da suspensão, que potencializa o campo centrífugo. Por outro lado, o aumento na velocidade de escoamento do fluido também eleva o consumo energético do equipamento (YANG *et al.*, 2015; NEESSE *et al.*, 2015; LEE, 2014). Outra variável que impacta no desempenho do hidrociclo é o comprimento da parte cilíndrica (h). Assim, maiores valores desta variável aumentam o tempo de residência da suspensão e o espaço no interior do hidrociclo. Como resultado têm-se maiores eficiências de separação e capacidades de processamento (FONTEIN *et al.*, 1962; SILVA *et al.*, 2015; MOKNI *et al.*, 2015).

O diâmetro do duto de alimentação (D_i) exerce forte influência sobre o consumo energético e a eficiência de separação dos hidrociclos. Esta dimensão apresenta uma relação inversamente proporcional com o consumo energético, pois quanto menor o diâmetro da alimentação, maior a velocidade de escoamento do fluido, que é diretamente proporcional ao consumo energético do equipamento (VIEIRA *et al.*, 2016; VIEIRA *et al.*, 2011). Já a relação entre D_i e a eficiência do hidrociclo é mais complexa. Primeiramente, a eficiência aumenta

com a redução de D_i , pois o aumento na velocidade da suspensão potencializa a ação centrífuga. Porém, a partir de um certo ponto, a redução de D_i começa a reduzir a eficiência de separação. Isto se deve ao fato de que a força centrífuga se torna tão elevada que começa a resultar na quebra das partículas, diminuindo o diâmetro das mesmas (VIEIRA *et al.*, 2016; STATIE *et al.*, 2001).

Outra variável geométrica que exerce uma influência significativa no desempenho dos hidrociclos é o diâmetro do tubo de *overflow* (D_o), também chamado de diâmetro do *vortex finder*. A redução desta dimensão provoca um aumento na eficiência de separação, porém eleva o custo energético da operação e diminui a concentração da corrente de *underflow* (VIEIRA; BARROZO, 2014; TANG *et al.*, 2015).

O comprimento do *vortex finder* (λ) também apresenta um efeito sobre a performance do hidrociclo, apesar de já ter sido reportado na literatura que esta influência não é tão significativa quanto a de seu diâmetro (TANG *et al.*, 2015; NI *et al.*, 2018). A relação entre o comprimento do *vortex finder* e a eficiência de separação depende do tamanho das partículas suspensas na fase líquida. Wang e Yu (2008) observaram que, para partículas maiores e mais densas, o aumento de λ provocou um aumento na eficiência, já para partículas menores e menos densas foi constatado o contrário. Tal comportamento é explicado pelo fato de que, para partículas mais pesadas, um comprimento de *vortex finder* maior evita o curto circuito entre a alimentação e a saída de *overflow*. Já para partículas leves, maiores comprimentos do tubo de *vortex finder* encurtam o vórtice interno formado na parte central do hidrociclo, o que diminui a probabilidade de captura de partículas finas deste vórtice (WANG; YU, 2008; NI *et al.*, 2017).

Além das variáveis mencionadas, o diâmetro do orifício de *underflow* (D_u) e o ângulo da seção cônica (θ) também têm uma influência considerável sobre a performance de um hidrociclo. O aumento no diâmetro de *underflow* eleva a eficiência de separação e o consumo energético e torna a corrente de *underflow* menos concentrada (NI *et al.*, 2016; GHODRAT *et al.*, 2013). Enquanto que ângulos da seção cônica menores aumentam a eficiência do separador e, por isso, normalmente utilizam-se hidrociclos com ângulos θ menores que 25° (SVAROVSKY, 1984; NI *et al.*, 2016; YAMAMOTO *et al.*, 2016; HWANG; CHOU, 2017).

Dessa forma, os hidrociclos são classificados em famílias dependendo das relações geométricas entre suas diferentes partes.

2.1.1 – Famílias de Hidrociclos

As famílias de hidrociclos são conjuntos de equipamentos que mantêm entre si uma proporção única e exclusiva das dimensões geométricas do separador com relação ao diâmetro da parte cilíndrica (SVAROVSKY, 1984). Dessa forma, as relações D_i/D_c , D_o/D_c , λ/D_c , L/D_c e o ângulo θ da parte cônica definem uma família.

Existem diversas famílias de hidrociclos, entre elas podem ser citadas a de Bradley, Rietema, Krebs, Demco, Hi-Klone, Mosley, AKW, RW e Warman. As principais relações geométricas referentes a essas famílias são mostradas na Tabela 2.1.

As relações geométricas de cada família são muito importantes no processo de separação, pois estão diretamente relacionadas com suas características de desempenho. Segundo Svarovsky (2000), maiores dimensões da parte cilíndrica favorecem a capacidade de processamento enquanto que as grandezas que conferem resistência ao escoamento contribuem para uma maior eficiência de separação, sendo assim uma parte cônica longa e de ângulo θ pequeno favorecem a eficiência. Tradicionalmente, a família Rietema é conhecida por apresentar equipamentos cujo comprimento da parte cilíndrica é maior que o da parte cônica e com ângulo θ grande, sendo uma família de hidrociclos de alta capacidade de processamento

e baixo gasto energético ($Eu = 1200$). Já a família Bradley apresenta equipamentos com a parte cônica mais longa e com ângulo θ pequeno, sendo hidrociclos de alta eficiência de separação, porém de gasto energético elevado ($Eu = 7500$).

Tabela 2.1 – Relações geométricas das famílias de hidrociclos (SVAROVSKY, 1984; CRUZ, 2008).

Família	D_i/D_c	D_o/D_c	λ/D_c	L/D_c	θ
AKW	0,200	0,320	0,800	6,240	15º
BRADLEY	0,133	0,200	0,330	6,85	9º
DEMCO I	0,217	0,500	1,000	4,70	25º
DEMCO II	0,244	0,313	0,833	3,90	20º
HI-KLONE	0,175	0,250	0,920	5,60	10º
KREBS	0,267	0,159	-	5,874	12,7º
MOSLEY I	0,154	0,214	0,570	7,43	6º
MOSLEY II	0,160	0,250	0,570	7,71	6º
RIETEMA	0,280	0,340	0,400	5,00	20º
RW 2515	0,200	0,320	0,800	6,24	15º
WARMAN	0,290	0,200	0,310	4,00	15º

2.1.2 – Funcionamento dos Hidrociclos

O princípio básico de separação de fases em um hidrociclo é a sedimentação centrífuga gerada pelo movimento rotacional da suspensão. Após o fluido ser alimentado de forma tangencial na entrada do equipamento, ele inicia um movimento angular, que gera um campo centrífugo responsável pela divisão da suspensão em duas correntes. As partículas sólidas maiores e mais densas são coletadas na corrente de *underflow*, por serem mais suscetíveis à ação centrífuga, enquanto que as partículas menores são induzidas pela força de arraste a migrar para o vórtice interno junto com a maior parte da fase líquida, sendo descarregada na corrente de *overflow* (SVAROVSKY, 1984). Contudo, é necessária uma descrição mais detalhada do escoamento da suspensão dentro do hidrociclo para compreender-se a trajetória do fluido, que é determinante no desempenho do equipamento.

As forças atuantes nas partículas durante seu escoamento dentro do separador são as forças geradas pelo movimento rotacional, pelo empuxo e pelo arraste. A velocidade terminal das partículas é determinada pelo balanço dessas forças e seu módulo tem uma relação direta com o tamanho e a forma das mesmas. Sendo assim, partículas maiores e mais densas experimentam uma força centrífuga maior e são direcionadas às paredes do equipamento, ao atingi-la essas partículas são induzidas a seguir um movimento descendente e são consideradas coletadas, saindo pela corrente de *underflow*. Já as partículas menores e menos densas não têm tempo suficiente para chegar às paredes do hidrociclo antes da mistura chegar ao *underflow*. Dessa forma, estas partículas deslocam-se, então, para o vórtice interior, de movimento ascendente, e são coletadas no duto de *overflow* (SCHAPEL; CHASE, 1998). Esta inversão no movimento da mistura é chamada de *vortex breakdown* e faz com que as partículas não coletadas no *underflow*, sejam levadas ao *overflow* no topo da parte cilíndrica, juntamente com a maior parte do fluido (SVAROVSKY, 1984).

Existem alguns fenômenos que ocorrem no processo de separação em hidrociclores que prejudicam o desempenho da operação. São eles a ocorrência de curto-circuito entre a suspensão alimentada e a saída de *overflow*, e a formação de uma coluna de ar na parte central do equipamento chamada de *air core* (SVAROVSKY, 2000).

O curto-circuito de partículas acontece devido a presença de uma região de turbulência nas proximidades da parede externa do *vortex finder*. Esse fluxo caótico se forma em função do gradiente de pressão formado e da diferença de tamanho entre o *vortex finder* e o vórtice interno ascendente (SOUZA *et al.*, 2000). Neste fenômeno indesejável, a suspensão alimentada passa por um caminho preferencial, sem passar pelo processo de separação, saindo diretamente pela corrente de *overflow*, e carregando consigo partículas grandes e densas, o que compromete a eficiência e poder de classificação do hidrociclo. A Figura 2.2 mostra o caminho do curto-circuito feito pela suspensão, quando as condições são propícias para este fenômeno.

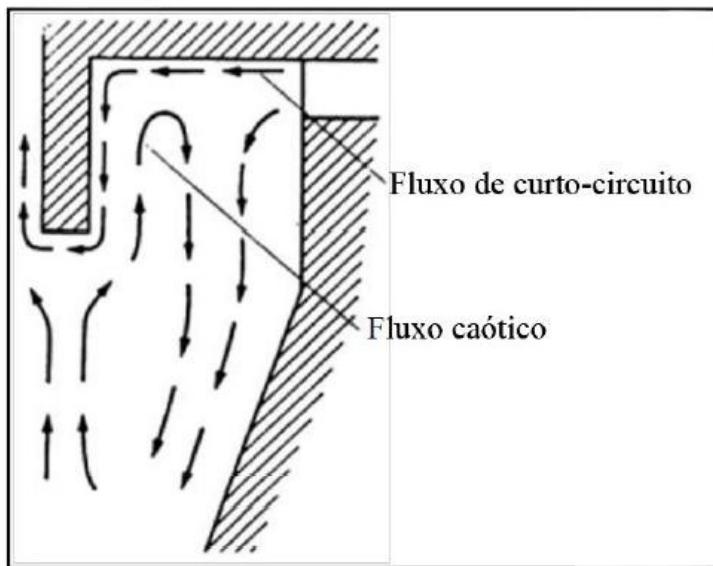


Figura 2.2 – Representação esquemática do fenômeno de curto-circuito (Adaptado de Silva (2012)).

Para evitar a ocorrência de curto-circuito na hidrociclagem, deve-se definir o comprimento do *vortex finder* de forma adequada. Tubos de *vortex finder* muito curtos favorecem a ocorrência deste fenômeno, portanto este acessório deve ser minimamente longo para impedir que o curto-circuito ocorra (WANG; YU, 2008).

Por sua vez, o *air core* corresponde a um vórtice de ar que se forma no eixo central do hidrociclo e que afeta negativamente seu desempenho. Este vórtice apresenta uma estrutura instável, o que afeta o fluxo de partículas, o caráter permanente e a homogeneidade do escoamento, de forma a prejudicar a eficiência da operação (XU *et al.*, 2013).

A formação do *air core* ocorre devido a formação de uma zona de baixa pressão no eixo central do hidrociclo, que induz a entrada de ar pelo orifício de *underflow* e saída pelo *overflow*. Já foram realizados trabalhos que buscavam soluções para eliminar a formação do *air core*. Chu *et al.* (2004) e Sripriya *et al.* (2007) conseguiram evitar a ocorrência deste fenômeno por meio da inserção de uma haste sólida no eixo central do hidrociclo.

2.1.3 – Conceitos Fundamentais na Operação de Hidrociclos

A avaliação do desempenho de separação ou classificação de partículas na operação de hidrociclagem é feita pela observação de algumas variáveis relacionadas com o processo

de divisão de fluxos e de quantidade de matéria entre as correntes de *underflow* e *overflow* que ocorre na operação. Assim, para uma melhor compreensão deste processo, são descritas, a seguir, os principais conceitos relacionados a operação de hidrociclonagem, sendo eles: concentração volumétrica, número de Euler, razão de líquido, eficiência total de separação, eficiência total de separação reduzida, diâmetro de corte e diâmetro de corte reduzido.

2.1.3.1 – Concentração Volumétrica de Sólidos (Cvi)

A concentração volumétrica de sólidos indica a razão do volume de sólidos pelo volume de suspensão em uma corrente. O sub índice “ i ” indica a corrente a que se refere a concentração volumétrica, sendo comumente usadas as representações Cva e Cvu para as concentrações volumétricas na alimentação e no *underflow*, respectivamente. A expressão para o cálculo da concentração volumétrica é dada pela Equação 2.1, na qual ρ_s corresponde à densidade do material sólido na suspensão, ρ_l é a densidade do líquido e Cwi é a concentração mássica de sólidos na corrente “ i ”.

$$Cvi = \frac{1}{\left[\frac{\rho_s}{\rho_l} \left(\frac{1}{Cwi} - 1 \right) + 1 \right]} \quad (2.1)$$

2.1.3.2 – Número de Euler (Eu)

O número de Euler é um adimensional que indica o consumo energético do equipamento. Ele relaciona a queda de pressão local pela energia cinética por volume (SVAROVSKY, 1981). Portanto, números de Euler elevados indicam uma alta queda de pressão para uma determinada vazão, o que implica um alto consumo de energia na separação, que é uma condição indesejada. O número de Euler é dado pela seguinte expressão:

$$Eu = \frac{(-\Delta P)}{\frac{\rho_l u_c^2}{2}} \quad (2.2)$$

Sendo $-\Delta P$ a queda de pressão no equipamento, ρ_l a densidade do líquido, e u_c a velocidade média de escoamento da suspensão na parte cilíndrica, que é calculada pela razão entre a vazão volumétrica da suspensão na alimentação (Q_a) e a área da seção transversal na parte cilíndrica, como mostrado na Equação 2.3.

$$u_c = \frac{4Q_a}{\pi D_c^2} \quad (2.3)$$

2.1.3.3 – Razão de Líquido (R_L)

A razão de líquido (R_L) corresponde a fração de líquido inicialmente alimentada no hidrociclone que sai pela corrente de *underflow*. Na operação com hidrociclos, a ação centrífuga não é o único fator responsável pelo processo de separação. Uma parcela deve-se ao simples ato de dividir a corrente de alimentação em duas (*underflow* e *overflow*) (SILVA, 1989). Portanto parte da massa de sólidos é separada devido ao arraste dessas partículas pelo líquido para a corrente de *underflow*. A este fenômeno, dá-se o nome de “efeito T” e ele é quantificado pela razão de líquido (R_L). A expressão para o cálculo de R_L é dada pela Equação 2.4, na qual Q_u representa a vazão volumétrica de suspensão na corrente de *underflow*.

$$R_L = \frac{Q_u(1 - Cvu)}{Q_a(1 - Cva)} \quad (2.4)$$

A razão de líquido está relacionada com o poder de classificação e de concentração dos hidrociclos. Caso a vazão de líquido no *underflow* seja grande, uma maior quantidade de sólidos será coletada, obtendo-se uma maior eficiência de separação. Todavia, os sólidos coletados estarão a uma baixa concentração. Portanto, se o objetivo da operação for a obtenção de um produto concentrado, baixas razões de líquido devem ser visadas, e neste caso a eficiência tende a ser também mais baixa.

2.1.3.4 – Eficiência Total (E_T) e Eficiência Total Reduzida (E'_T)

A eficiência total (E_T) corresponde ao percentual mássico de sólidos alimentados ao equipamento que são coletados na corrente de *underflow*, independente se a coleta deste material se deu por arraste devido ao “efeito T” ou pela ação centrífuga de fato. A expressão que representa a eficiência total é dada pela Equação 2.5, na qual C_{wu} e C_{wa} são as concentrações mássicas de sólidos nas correntes de *underflow* e de alimentação, respectivamente, e W_u e W_a são as vazões mássicas dessas correntes (CHU *et al.*, 2002; VIEIRA, 2006).

$$E_T = \frac{C_{wu} W_u}{C_{wa} W_a} \quad (2.5)$$

A eficiência total reduzida (E'_T), por sua vez, corresponde ao percentual mássico de sólidos alimentados ao hidrociclo que são coletados no *underflow* devido somente à ação centrífuga, não considerando os sólidos coletados devido ao “efeito T”. Dessa forma a expressão de E'_T é dada pela Equação 2.6, na qual o efeito do arraste na divisão de corrente, representado pela razão de líquido (R_L), é subtraído da eficiência total (CHU *et al.*, 2002; VIEIRA, 2006).

$$E'_T = \frac{E_T - R_L}{1 - R_L} \quad (2.6)$$

2.1.3.5 – Eficiência Granulométrica (G) e Eficiência Granulométrica Reduzida (G')

A eficiência granulométrica (G) está relacionada ao poder de separação do hidrociclo considerando um determinado tamanho de partícula. Dessa forma, esta variável representa a probabilidade que uma partícula de um tamanho específico tem de ser coletada no *underflow*. Por essa razão, a curva de eficiência granulométrica é também chamada de curva de distribuição de probabilidade (CHU *et al.*, 2004). A eficiência granulométrica relaciona a eficiência total (E_T) com a variação dos tamanhos de partícula após a operação de hidrociclonagem. Ela é calculada pelo produto da eficiência total pela relação entre as distribuições de frequência dos tamanhos das partículas das correntes de *underflow* (dX_u) e alimentação (dX_a), como mostrado na Equação 2.7.

$$G = E_T \frac{dX_u}{dX_a} \quad (2.7)$$

Assim como a eficiência total reduzida, a eficiência granulométrica reduzida (G') leva em consideração as partículas de um determinado tamanho capturadas devido somente à ação centrífuga, descontando o “efeito T”. Dessa forma, o efeito da razão de líquido é desconsiderado no cálculo de G' , conforme mostrado na Equação 2.8.

$$G' = \frac{G - R_L}{1 - R_L} \quad (2.8)$$

2.1.3.6 – Diâmetro de Corte (d_{50}) e Diâmetro de Corte Reduzido ($d_{50'}$)

O diâmetro de corte (d_{50}) está relacionado com o poder de classificação do hidrociclone. Esta variável corresponde ao diâmetro de partícula que apresenta eficiência granulométrica igual a 50%, ou seja, cuja probabilidade de ser coletada no *underflow* é de 50% (SVAROVSKY, 2000). Partículas maiores que o diâmetro de corte apresentam uma probabilidade de coleta maior que 50% e as menores têm probabilidade de serem coletadas abaixo de 50%.

Por sua vez, o diâmetro de corte reduzido ($d_{50'}$) desconsidera o “efeito T” na coleta dos sólidos e é definido como sendo o tamanho de partícula que possui eficiência granulométrica reduzida de 50%. Em outras palavras, é o tamanho de partícula que apresenta 50% de chance de ser coletada no *underflow*, caso não houvesse coleta de sólidos pelo efeito de divisão de correntes, e a separação ocorresse exclusivamente devido a ação centrífuga do hidrociclone.

2.1.4 – Trabalhos anteriores realizados sobre hidrociclos

A demanda da indústria por mais eficiência e menores custos nos processos tem impulsionado a pesquisa científica no sentido de otimizar equipamentos e sistemas industriais. Dessa forma, diversos estudos foram feitos nos últimos anos com o objetivo de promover melhorias nos hidrociclos. A Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI-UFU) possui tradição em pesquisas com hidrociclos, tendo uma grande contribuição no conhecimento produzido sobre este tema com diversos trabalhos desenvolvidos.

Dentre os trabalhos mencionados pode-se citar Vieira (2006) que buscou estudar a influência das dimensões de diferentes partes de um hidrociclo filtrante no desempenho do mesmo, usando a técnica de superfície de resposta e técnicas de fluidodinâmica computacional. Foram escolhidas como variáveis a serem estudadas o diâmetro do duto de alimentação (D_i), o diâmetro do tubo de *overflow* (D_o), o comprimento total (L) e o ângulo da seção cônica (θ). As respostas do hidrociclo avaliadas foram a eficiência total, a razão de líquido, o número de Euler e o diâmetro de corte. Diante disso, Vieira (2006) verificou que o aumento do comprimento total e dos diâmetros do duto de alimentação e do tubo de *overflow* reduziram o número de Euler, aumentando a capacidade de processamento. Já a redução do ângulo do tronco de cone e do diâmetro de *overflow* favoreceram maiores valores da eficiência total.

Em seguida Almeida (2008) deu sequência ao trabalho iniciado, analisando a influência do diâmetro do orifício de *underflow* e do comprimento do *vortex finder* no desempenho do hidrociclo filtrante. Os resultados obtidos experimentalmente e por simulação via CFD mostraram que o aumento do comprimento do *vortex finder* implica em maiores números de Euler. Já a eficiência total atingia maiores valores quando comprimentos intermediários do *vortex finder* eram utilizados. Por fim, a razão de líquido não é afetada por esta variável. Almeida (2008) verificou ainda que maiores diâmetros do orifício de *underflow* implicam em maiores razões de líquido, maiores eficiências, menores diâmetros de corte e menores números de Euler, reduzindo o consumo energético do equipamento.

A próxima etapa foi realizada por Façanha (2012) que ao invés de utilizar a parte cônica filtrante, como havia sido feito nos trabalhos anteriores, usou a parte cilíndrica como meio poroso. Este novo tipo de hidrociclo foi comparado com os convencionais e com os de parte cônica filtrante. Dessa forma, os resultados de Façanha (2012) mostraram que o hidrociclo cilíndrico-filtrante tende a apresentar menor número de Euler que o hidrociclo cônico-filtrante, e este, por sua vez, apresenta menor número de Euler que o hidrociclo

convencional sob as mesmas condições de dimensão e de operação. Em relação a razão de líquido, os hidrociclones cônico-filtrante e cilíndrico-filtrante apresentaram decréscimos em relação ao hidrociclone convencional. Por fim, para a eficiência total reduzida, o hidrociclone cilíndrico-filtrante apresentou uma redução e o cônico-filtrante apresentou um aumento em relação ao hidrociclone convencional.

Salvador (2013) estudou o efeito de utilizar-se ambas as partes (cilíndrica e cônica) filtrantes, além de avaliar o efeito da permeabilidade do meio filtrante e do diâmetro de *underflow* no desempenho do hidrociclone. Os resultados obtidos por Salvador (2013) mostraram que o uso de meios filtrantes de alta permeabilidade gera números de Euler maiores que os hidrociclos convencionais, enquanto que o uso de meios porosos de baixa permeabilidade resulta em números de Euler menores que os de hidrociclos convencionais. Além disso, foi observado que independente da presença e posição do meio filtrante, o aumento do diâmetro do orifício de *underflow* resulta na redução do número de Euler.

Além dos trabalhos com hidrociclos filtrantes, na FEQUI-UFU também foram realizados trabalhos envolvendo hidrociclos convencionais usando uma abordagem de otimização dos equipamentos usando algoritmos heurísticos. Entre eles pode-se citar Silva (2012), que baseando-se nos resultados experimentais de Vieira (2006), utilizou o algoritmo de Evolução Diferencial associado à técnica de superfície de resposta para otimizar as variáveis D_i/D_c , D_o/D_c , L/D_c e θ . Neste estudo foram considerados três diferentes casos de otimização: o caso 1 tinha como objetivo obter-se um hidrociclone de máxima eficiência, o caso 2 visava a obtenção de um equipamento concentrador com mínima razão de líquido e o caso 3 buscava um separador energeticamente eficiente com um número de Euler mínimo. Dessa forma, foram obtidos três hidrociclos ótimos, cada um com suas características associadas ao caso de otimização pelo qual foi gerado.

Silva (2014) deu continuidade à abordagem de Silva (2012), aplicando o método de Evolução Diferencial associado à técnica de superfície de resposta para hidrociclos cônico-filtrantes. As relações geométricas consideradas foram as mesmas empregadas no trabalho de Silva (2012) (D_i/D_c , D_o/D_c , L/D_c e θ), assim como os três casos de otimização realizados. Além disso, a influência do diâmetro do *underflow* (D_u) e do comprimento do *vortex finder* (λ) foi avaliado para os três hidrociclos ótimos obtidos. Concluiu-se que o efeito de D_u e λ varia entre os hidrociclos ótimos, devido às grandes diferenças nos tamanhos das seções cônicas e cilíndricas entre eles.

Gonçalves (2016) analisou a influência da concentração da alimentação e do diâmetro do *underflow* para o hidrociclone filtrante otimizado por Silva (2014) com número de Euler mínimo. Esta avaliação foi feita através de um planejamento fatorial de 3 níveis das variáveis do hidrociclone filtrante. Os resultados obtidos mostraram que o hidrociclone testado apresenta alta capacidade de processamento e baixa razão de líquido, independente das condições operacionais empregadas. Observou-se ainda que maiores diâmetros do *underflow* provocam aumentos no número de Euler, razão de líquido e eficiência total, e deixam a corrente de *underflow* menos concentrada. Já o aumento na concentração volumétrica de sólidos da alimentação provoca uma diminuição no número de Euler e na eficiência, e um aumento na concentração da corrente de *underflow*.

Por fim, Salvador (2017) executou um planejamento composto central para quatro diferentes categorias de hidrociclos (convencional, parte cônica filtrante, parte cilíndrica filtrante e ambas as partes filtrantes), envolvendo as variáveis geométricas D_i/D_c , D_o/D_c , L/D_c e θ e as respostas medidas eram o número de Euler, a eficiência total, a razão de líquido, o diâmetro de corte e a concentração volumétrica de sólidos no *underflow*. Com os resultados

experimentais obtidos, foram ajustados modelos para cada uma das respostas e foi feita a otimização por Evolução Diferencial da geometria dos separadores das quatro categorias. As otimizações foram feitas considerando três diferentes objetivos otimizados individualmente, sendo eles: a maximização da eficiência total, a minimização da razão de líquido e a minimização do número de Euler. Assim, foram obtidos doze hidrociclos ótimos no total, sendo três de cada uma das quatro categorias, e estes separadores foram testados experimentalmente. Os resultados dos testes mostraram que de fato os hidrociclos ótimos apresentam altos desempenhos, acima dos hidrociclos do PCC.

Além dos trabalhos desenvolvidos na FEQUI-UFU, pesquisadores de diversas partes do mundo também realizam trabalhos envolvendo melhorias no desempenho de hidrociclos. Muitos deles envolvem testes experimentais e simulações por CFD que buscam otimizar as variáveis geométricas e operacionais envolvidas no processo e até mesmo propor mudanças estruturais nos separadores.

Dentre os trabalhos mencionados pode-se citar o de Hwang e Chou (2017), que estudaram o efeito do uso de três diferentes tipos de *vortex finder* sobre o desempenho de um hidrociclo. O tipo A consistia em um *vortex finder* tradicional com diferentes espessuras de parede. O tipo B, por sua vez, apresentava um tronco de cone acoplado a parte externa do tubo de *vortex finder* tradicional, de forma que o diâmetro da circunferência da parte superior do tronco de cone era menor que o da parte inferior. Por fim, o tipo C era semelhante ao B, porém com o tronco de cone acoplado ao tubo de forma invertida. Os troncos de cone dos *vortex finders* dos tipos B e C apresentavam tamanhos variados.

Hwang e Chou (2017) avaliaram, através de técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD), os desempenhos de hidrociclos com cada um dos *vortex finders* estudados. Assim, foi constatado que tubos de *vortex finder* com paredes mais espessas resultaram em maiores eficiências de separação, mas também em maior consumo energético. Observou-se ainda que a inserção do tronco de cone na parte externa do tubo de *vortex finder* elevou a eficiência e reduziu o diâmetro de corte das partículas. Por fim, concluiu-se que a melhor geometria de *vortex finder* para as condições consideradas foi a do tipo C, seguida pelo tipo B e por último as geometrias do tipo A.

Vakamalla *et al.* (2017) também executaram um trabalho de busca por melhorias no desempenho de hidrociclos usando fluidodinâmica computacional. No referido trabalho foram propostos separadores com diferentes particularidades geométricas. O primeiro hidrociclo proposto apresentava uma parte da seção côncica com inclinação de 20° e outra parte com inclinação de 10°, além disso apresentava também um *vortex finder* cônico. Foram propostos ainda um hidrociclo de geometria convencional e um separador com *vortex finder* cônico e ângulo da seção côncica pequeno. Além deste, foram também modelados hidrociclos iguais aos três citados, porém com uma haste na parte central, que tinha como objetivo reduzir a turbulência. Por fim, o último design proposto eram um separador com a parte convergente parabólica.

Vakamalla *et al.* (2017) testaram o desempenho dos hidrociclos usando CFD e constataram que todos os designs modificados apresentaram altas velocidades tangenciais, baixos diâmetros de corte e alta nitidez de separação. Além disso, foi verificado que os hidrociclos com múltiplos ângulos da seção côncica e com ângulos desta seção pequenos que apresentavam tubo de *vortex finder* cônico tiveram menos partículas pesadas fazendo curto-circuito e saindo pelo *overflow*. Por fim, constatou-se que a inserção da haste na parte central dos hidrociclos de fato reduziu a turbulência do escoamento, reduzindo a quantidade de partículas finas que saíam pelo *underflow*.

Tang *et al.* (2017) verificaram o efeito do diâmetro do duto de alimentação sobre a nitidez e eficiência de separação do hidrociclone. Para isso, foram testados hidrociclos com diferentes diâmetros de alimentação através de simulações realizadas por CFD. Os resultados obtidos mostraram que a eficiência aumentou para diâmetros do duto de alimentação menores. Já a nitidez de separação apresentou uma faixa deste diâmetro para a qual seu valor era adequado. Para valores do diâmetro de alimentação muito pequenos, a nitidez era comprometida pela alta eficiência total que capturava até mesmo partículas muitos finas para a saída de *underflow*, o que comprometia a classificação das partículas. Já para diâmetros muito grandes, a eficiência de coleta era tão baixa, que partículas grandes também saiam pelo *overflow*, prejudicando a nitidez de separação.

Vega-Garcia *et al.* (2018) realizaram um estudo composto por uma parte experimental e outra envolvendo fluidodinâmica computacional, no qual visava-se o estabelecimento de um método eficiente para projeto de hidrociclos por impressão 3D. Primeiramente, foram construídos hidrociclos por impressão 3D, e estes foram testados experimentalmente e comparados com seus equivalentes construídos de cerâmica. Os resultados mostraram uma proximidade muito grande entre o desempenho dos hidrociclos dos dois materiais. Dessa forma foi executado um planejamento fatorial usando hidrociclos fabricados por impressão 3D com o objetivo de investigar a influência dos diâmetros do orifício de *underflow* e do tubo de *vortex finder* sobre a eficiência e a concentração de sólidos no *underflow*. Os resultados experimentais mostraram que um aumento no diâmetro do *vortex finder* eleva a concentração de sólidos, porém ao custo da diminuição da eficiência. Já o aumento do diâmetro do duto de *underflow* resultava em maior eficiência de separação, porém com menor concentração dos sólidos recuperados.

Além dos testes experimentais, Vega-Garcia *et al.* (2018) implementaram um modelo em CFD para simular o escoamento em hidrociclos. Tal modelo foi validado com base nos experimentos do planejamento fatorial e foi usado para simular hidrociclos que apresentavam a parte convergente com um formato parabólico. O desempenho dos hidrociclos com design parabólico foi comparado com o tradicional formato cônico, via CFD e mostrou melhorias em relação ao modelo tradicional. Estes novos hidrociclos foram, então, fabricados por impressão 3D e as melhorias previstas foram confirmadas experimentalmente. Os hidrociclos de paredes parabólicas apresentaram uma melhoria de 10% na eficiência e um aumento de 0,2 na concentração de sólidos recuperados, em comparação com os hidrociclos de paredes cônicas.

2.2 - Otimização

A otimização é, de forma abrangente, o ato de melhorar aquilo que já existe, encontrar a forma mais eficiente de se realizar um procedimento, uma tarefa, um processo, etc., ou mesmo encontrar o ponto ideal de conciliação entre custo e benefício. Segundo Saramago (1999) a otimização tem como objetivo a possibilidade de se determinar a melhor configuração de projeto sem ter que testar todas as possibilidades e, além disso, possui vantagens como diminuir o tempo dedicado ao projeto, permitir o tratamento simultâneo de um grande número de variáveis e restrições de difícil representação gráfica e viabilizar a obtenção de algo melhor a um custo mais baixo.

A aplicação da otimização é bastante ampla, e uma infinidade de problemas de diferentes áreas do conhecimento podem ser otimizados. No campo da indústria e dos processos químicos podem ser citados vários exemplos onde a otimização pode ser empregada, como no projeto de plantas e equipamentos, no ajuste de modelos a dados experimentais da planta, no

estudo da logística para determinação do local de construção da planta, no escalonamento de tanques para armazenagem de matéria-prima e produtos, entre outros (SECCHI, 2001).

2.2.1 – Definição de um Problema de Otimização

Para elaborar-se um problema de otimização são necessários três elementos principais. São eles: funções objetivo, variáveis de projeto e restrições (VANDERPLAATS, 1999; SECCHI, 2001).

As funções objetivo representam as características do sistema que se deseja melhorar. Matematicamente, estas características correspondem a funções dependentes das variáveis de projeto. A definição das funções objetivo exige um grande conhecimento do processo que se deseja otimizar e é uma etapa de extrema importância para que a otimização seja bem-sucedida (SECCHI, 2001).

As variáveis de projeto, também chamadas de variáveis independentes, de busca ou de decisão, são os fatores que quando modificados influenciam nos valores das funções objetivo. O número de variáveis de projeto está ligado ao número de graus de liberdade do sistema, ou seja, o número de variáveis que existem a mais do que equações (SECCHI, 2001). Todo problema de otimização deve possuir grau de liberdade maior ou igual a 1, caso contrário não há variáveis de projeto que possam ser modificadas para realizar-se a melhoria do sistema.

As restrições são características do problema de otimização que são matematicamente dependentes das variáveis de busca e que delimitam os valores das funções objetivo a determinadas regiões do espaço de projeto. Elas podem ser classificadas em restrições de desigualdade, de igualdade ou laterais. As restrições de desigualdade definem uma região do espaço de projeto na qual o valor da função de restrição deve ser maior ou igual, ou menor ou igual a um determinado valor. Já as restrições de igualdade fixam a função de restrição a um dado valor para uma região estabelecida do espaço de projeto. Por fim, as restrições laterais definem intervalos que limitam o valor de cada variável de projeto (VANDERPLAATS, 1999).

A definição matemática de um problema de otimização é feita por pelo menos uma função objetivo, pelas funções de restrição e pelas variáveis de projeto, como mostrado nas Equações 2.9 e 2.10 (DEB, 2001):

$$\min f_m(x), m = 1, 2, \dots, M \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} g_j(x) \leq 0, & j = 1, 2, \dots, J \\ h_k(x) = 0, & k = 1, 2, \dots, K \\ x_i^{\inf} \leq x_i \leq x_i^{\sup}, & i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.10)$$

Nas Equações 2.9 e 2.10, x é o vetor de n variáveis de projeto $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, x_i^{\inf} e x_i^{\sup} correspondem, respectivamente, aos limites inferior e superior do intervalo de validade definido para a variável de projeto x_i e as J desigualdades $g_j(x)$ e as K igualdades $h_k(x)$ representam as funções de restrição que constituem o problema. As M funções $f_m(x)$ correspondem às funções objetivo do problema, as quais se deseja minimizar.

2.2.2 – Categorias de Problemas de Otimização

Os problemas de otimização podem ser classificados em duas categorias quanto ao tipo de abordagem usada resolver o problema. A primeira é a abordagem clássica ou determinística e a segunda corresponde às técnicas ditas heurísticas ou não determinísticas.

2.2.2.1 – Métodos Clássicos ou Determinísticos

Os métodos clássicos são baseados no cálculo diferencial e apresentam larga aplicabilidade na literatura (AUGUSTINE *et al.*, 2012; LIMBRUNNER *et al.*, 2013; OKONKWO; AGUNWAMBA, 2016). Neste tipo de abordagem a busca pela solução ocorre a partir de um ponto inicial que vai sendo atualizado na direção do ponto ótimo por meio do cálculo de gradientes das funções objetivo que indicam a direção em que a atualização deve ocorrer.

A grande utilização deste tipo de técnica se deve ao avanço nos recursos computacionais e no cálculo diferencial, nos últimos anos. Entretanto, a abordagem clássica apresenta algumas limitações e problemas de robustez quando se trata de problemas que envolvem funções objetivo ou de restrição descontínuas, variáveis de projeto discretas ou quando existem pontos de máximo ou mínimo locais para as funções objetivo (SARAMAGO, 1999).

Dentre os métodos clássicos, pode-se citar como exemplo as técnicas: Programação Sequencial Linear (SLP), Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) e Programação Quadrática Sequencial (SQP).

2.2.2.2 – Métodos Heurísticos ou Não Determinísticos

Já as técnicas heurísticas são métodos de busca pela solução do problema de otimização baseados em processos encontrados na natureza, como a seleção natural e a genética de populações. Neste tipo de abordagem a busca pela solução do problema inicia-se pela geração de uma população aleatória de pontos, que são atualizados a cada geração de forma a manter somente as melhores soluções na população.

Este tipo de técnica apresenta como vantagens a sua simplicidade conceitual e a ausência da necessidade de realização de cálculos de derivada das funções para encontrar a direção de busca. Além disso, por não investirem todo o esforço computacional em um único ponto, as técnicas heurísticas têm maior facilidade para tratar problemas com pontos ótimos locais. Contudo, normalmente os métodos desta categoria exigem um maior número de avaliações das funções objetivo que as técnicas clássicas (SARAMAGO, 1999; COELHO, 2003).

Tem-se como exemplo de métodos heurísticos de otimização as técnicas: Recozimento Simulado, Busca Tabu, Colônia de Formigas, Sistema Imunológico Artificial, Enxame de Partículas e Evolução Diferencial.

2.2.3 – Procedimento Geral para Solução de Problemas de Otimização

Quando se trata de otimização não há um algoritmo geral que seja robusto o suficiente para ser aplicado de forma eficaz a todos os problemas. A escolha do método a ser aplicado depende da natureza da função objetivo (linear ou não linear, discreta ou contínua), das características das restrições (igualdade, desigualdade ou lateral) e da quantidade de variáveis dependentes e independentes.

Sendo assim, a literatura recomenda que sejam seguidas as seguintes etapas para analisar e solucionar um problema de otimização (EDGAR *et al.*, 2001):

Etapa 1: Analisar o problema e identificar suas variáveis de projeto e características (número de graus de liberdade);

Etapa 2: Definir as características do sistema que se deseja otimizar, ou seja, as funções objetivo dependentes das variáveis identificadas na etapa 1;

Etapa 3: Definir expressões matemáticas que validam o processo e que relacionam variáveis de entrada e respostas. Inclusão das restrições de igualdade, desigualdade ou laterais (balanços de massa e energia, equações constitutivas ou empíricas, limites operacionais, faixa de validade de variáveis, etc.);

Etapa 4: Caso o problema seja muito complexo, pode-se tentar dividir-lo em problemas menores ou deixá-lo mais simples por meio da adoção de hipóteses simplificadoras;

Etapa 5: Aplicar uma técnica de otimização adequada ao problema;

Etapa 6: Analisar os resultados, verificando a sensibilidade das respostas com relação a mudanças nos parâmetros do processo, do algoritmo utilizado e das hipóteses adotadas.

As etapas 1, 2 e 3 correspondem ao procedimento de formulação do problema, no qual define-se as variáveis de projeto, as funções objetivo e as restrições. A etapa 4 sugere que o problema seja simplificado. Isto pode ser feito através da eliminação de variáveis de projeto que não afetem significativamente a função objetivo, mediante uma análise física, matemática ou da importância da variável para o problema (análise de sensibilidade). Uma outra maneira de simplificar o sistema é através do uso de restrições de igualdade para as variáveis que se deseja eliminar. A etapa 5 consiste na resolução de fato do problema de otimização, ou seja, é a busca pelo ponto ótimo. Esta etapa normalmente envolve o uso de computadores para processar o algoritmo escolhido, que geralmente utiliza processos iterativos. O sucesso da técnica escolhida dependerá de sua metodologia e da estimativa inicial adotada. A etapa 6 corresponde, em um primeiro momento, à verificação do atendimento às condições necessárias e suficientes para a obtenção da solução do problema de otimização, e posterior análise da sensibilidade dos resultados obtidos com relação a variações nos parâmetros do processo, do algoritmo e das hipóteses adotadas na construção do problema (VANDERPLAATS, 1999; EDGAR *et al.*, 2001).

2.2.4 – Método da Evolução Diferencial

A técnica de otimização por Evolução Diferencial (ED) foi apresentada à comunidade científica em 1997, no segundo ICEO (*International Contest on Evolutionary Optimization*). Neste evento, a performance da técnica foi testada usando diversas funções matemáticas de diferentes graus de complexidade e dificuldade de otimização (LOBATO *et al.*, 2012). Neste mesmo ano, foi publicado o artigo de Storn e Price (1997) que consolidou o lançamento do método: “*Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces*”. A partir de então a técnica se difundiu e passou a ter um uso crescente em trabalhos científicos, até se tornar um dos principais métodos heurísticos existentes. Sua larga aplicação se deve ao fato de que, além de ter as vantagens já mencionadas dos algoritmos heurísticos, a técnica de ED é de fácil implementação, tem uma grande capacidade de encontrar o ótimo global e é flexível para tratar problemas com diferentes tipos de variáveis e restrições.

Dentre os trabalhos recentes envolvendo a aplicação do método da Evolução Diferencial, pode-se citar Sharma e Rangaiah (2013) que obtiveram bons resultados com o uso de um algoritmo híbrido envolvendo a técnica de evolução diferencial para a otimização de três processos químicos, sendo eles: alquilação, Williams-Otto e fermentação.

Kumar *et al.* (2011) usaram com sucesso o algoritmo de Evolução Diferencial para determinar as constantes estequiométricas e de equilíbrio de um processo de extração reativa de ácido propiônico usando tri-n-butil fosfato dissolvido em n-decano e 1-decanol.

Vakili *et al.* (2011) aplicaram a técnica de Evolução Diferencial para encontrar as condições operacionais ótimas de um reator de produção de dimetil éter para maximizar a síntese do produto desejado. Devido aos bons resultados obtidos com a técnica, Vakili *et al.* (2012) aplicaram novamente o método de Evolução Diferencial. Desta vez para otimizar as condições operacionais de um reator com membrana acoplada para produção simultânea de dimetil éter e hidrogênio. Assim, os resultados obtidos mostraram que, novamente, a técnica de otimização apresentou bom desempenho.

Os trabalhos citados mostram a larga aplicabilidade da técnica de Evolução Diferencial, além de evidenciar a qualidade do método, que, de forma geral, é bem-sucedida na solução de problemas de otimização de diversas áreas da ciência e tecnologia (DAS *et al.*, 2016).

A característica marcante do algoritmo de Evolução Diferencial quando comparado a outros algoritmos genéticos é a forma como os novos indivíduos são gerados para atualizar a população de candidatas à solução. Este procedimento é feito a partir de operações vetoriais, que estão representadas na Figura 2.3.

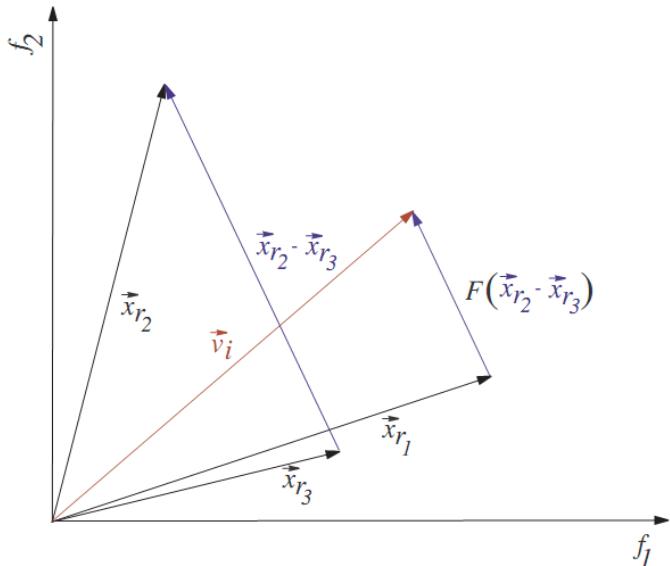


Figura 2.3 – Representação da base teórica do algoritmo ED (Price *et al.*, 2005).

Considerando os três vetores aleatórios da população mostrados na Figura 2.3, \vec{x}_{r_1} , \vec{x}_{r_2} e \vec{x}_{r_3} , um deles é tomado como genitor principal (\vec{x}_{r_1}), e os outros dois são considerados os genitores secundários (\vec{x}_{r_2} e \vec{x}_{r_3}). Assim, a subtração vetorial dos genitores secundários \vec{x}_{r_2} e \vec{x}_{r_3} é feita e o resultado é multiplicado por um fator de ponderação F , gerando um vetor com módulo diferente do vetor originado pela subtração. Recomenda-se que o valor de F esteja entre 0,2 e 2,0 (STORN; PRICE, 1995). Este novo vetor gerado é então somado ao genitor principal \vec{x}_{r_1} dando origem a um novo indivíduo, o vetor \vec{v}_i . O novo vetor é, então, avaliado segundo uma função de adaptação, que pode coincidir ou não com a função objetivo, e caso ele seja “melhor” que o genitor principal, ele o substitui, caso contrário o genitor principal é mantido na população.

O procedimento para resolução de problemas de otimização por ED é constituído de quatro etapas, que serão detalhadas a seguir: geração da população inicial, aplicação do

operador de cruzamento, aplicação do operador de seleção e atendimento do critério de parada do algoritmo.

2.2.4.1 – Geração da População Inicial

A geração dos indivíduos da população inicial no método ED, normalmente, acontece de forma randômica como na maioria dos algoritmos genéticos. O usuário define o tamanho da população (N) e o domínio das variáveis de projeto, então o algoritmo gera N vetores contendo um valor para cada variável dentro do domínio da mesma, sendo que cada vetor gerado corresponde a um indivíduo. Segundo a recomendação de Storn e Price (1995) o tamanho da população N deve ser um valor entre 5 e 10 vezes a quantidade de variáveis de projeto. A fórmula matemática para geração dos N indivíduos da população inicial é mostrada a seguir na Equação 2.11:

$$x_i^j = x_L^j + \text{rand}(x_U^j - x_L^j) \quad (2.11)$$

Nessa equação x_L^j e x_U^j correspondem respectivamente aos limites inferior e superior do domínio da variável de projeto j . O sub índice i indica o número do indivíduo na população e a função rand gera um número aleatório entre 0 e 1.

Existem também técnicas de geração da população inicial que não são randômicas. Abbass *et al.* (2001) utiliza distribuição gaussiana na geração da população inicial de forma que os indivíduos são gerados com base em uma média e em um desvio padrão determinados pelo usuário.

2.2.4.2 – Aplicação do Operador de Cruzamento

Após a geração da população inicial o algoritmo começa o processo evolutivo da população, para isso é necessária a geração de novos indivíduos, que acontece pela ação do operador de cruzamento. Este mecanismo ocorre através de operações vetoriais de soma, diferença e multiplicação por escalar (fator de ponderação F) como explicado anteriormente. A Equação 2.12 representa o equacionamento matemático desta operação (STORN; PRICE, 1995).

$$v_{i,g+1} = x_{r_1,g} + F \cdot (x_{r_2,g} - x_{r_3,g}) \quad (2.12)$$

Sendo $x_{r_1,g}$ o genitor principal, $x_{r_2,g}$ e $x_{r_3,g}$ os genitores secundários e $v_{i,g+1}$ o vetor gerado.

Durante a operação de cruzamento, pode ocorrer de alguma das variáveis de projeto do vetor gerado estar fora do intervalo de validade definido para ela, neste caso utiliza-se uma regra de reparo para modificar o valor da variável em questão para que este passe a ficar dentro dos limites estipulados. Considerando $v_{i,g+1}^k$ a k -ésima variável de projeto do vetor originado pela operação de cruzamento e cujo valor está fora da faixa estabelecida, a regra de reparo empregada no algoritmo ED é dada pela equação 2.13.

$$v_{i,g+1}^k = \begin{cases} \frac{x_{i,g}^k + x_L^k}{2} & \text{se } v_{i,g+1}^k < x_L^k \\ \frac{x_{i,g}^k - x_U^k}{2} & \text{se } v_{i,g+1}^k > x_U^k \end{cases} \quad (2.13)$$

Sendo $x_{i,g}^k$ a k -ésima variável de projeto da solução que se encontra na posição i da geração anterior à do vetor $v_{i,g+1}$.

Normalmente, os vetores genitores são escolhidos de forma aleatória entre os indivíduos da população. Contudo, existem outras formas de seleção destes vetores, como mostrado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Representação de diferentes formas de aplicação do operador de cruzamento no algoritmo ED (Storn e Price, 1995).

<i>Estratégia</i>	<i>Representação</i>	<i>Mecanismo de Mutação</i>
1	$x^{j+1} = x_{best}^j + F(x_\beta^j - x_\gamma^j)$	DE/Best/1/Exp
2	$x^{j+1} = x_\alpha^j + F(x_\beta^j - x_\gamma^j)$	DE/Rand/1/Exp
3	$x^{j+1} = x_{old}^j + F(x_{best}^j - x_{old}^j) + F(x_\gamma^j - x_\delta^j)$	DE/Rand-To-Best/2/Exp
4	$x^{j+1} = x_{best}^j + F(x_\alpha^j - x_\beta^j) + F(x_\gamma^j - x_\delta^j)$	DE/Best/2/Exp
5	$x^{j+1} = x_\rho^j + F(x_\alpha^j - x_\beta^j) + F(x_\gamma^j - x_\delta^j)$	DE/Rand/2/Exp
6	$x^{j+1} = x_{best}^j + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Best/1/Bin
7	$x^{j+1} = x_\rho^j + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Rand/1/Bin
8	$x^{j+1} = x_{old}^j + F(x_{best}^j - x_{old}^j) + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Rand-To-Best/2/Bin
9	$x^{j+1} = x_{best}^j + F(x_\gamma^j - x_\delta^j) + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Best/2/Bin
10	$x^{j+1} = x_\rho^j + F(x_\gamma^j - x_\delta^j) + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Rand/2/Bin

A convenção utilizada na coluna Mecanismo de Mutação da Tabela 2.2 é DE/X/Y/Z, sendo X o genitor principal, Y o número de pares de genitores secundários e Z o tipo de cruzamento. Assim, quando na posição X encontra-se “Best”, o melhor indivíduo da população (segundo a avaliação da função de adaptação) é selecionado como genitor principal, já quando encontra-se “Rand”, o genitor principal é escolhido de maneira aleatória. Em Z pode-se optar por “Bin” ou “Exp”, sendo que “Bin” indica cruzamento do tipo binomial e “Exp” representa cruzamento do tipo exponencial. Os sub índices α , β , γ e δ indicam indivíduos aleatórios da população e x_{best} e x_{old} referem-se, respectivamente, ao melhor indivíduo da geração anterior e a um indivíduo qualquer escolhido de forma randômica entre os vetores da geração anterior.

Uma vez que o vetor $v_{i,g}$ foi gerado, isso não implica que ele será, necessariamente, adicionado à população. Para determinar se o novo indivíduo será aceito, o teste mostrado na Equação 2.14 é realizado:

$$u_{i,g+1} = \begin{cases} v_{i,g+1} & \text{se } rand \leq Cr \\ x_{i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.14)$$

Primeiramente, um fator de cruzamento (Cr) com valor dentro do intervalo $[0, 1]$ deve ser previamente definido pelo usuário. Storn e Price (1995) aconselham que o valor deste parâmetro seja de pelo menos 0,1. Então, a cada novo indivíduo gerado, escolhe-se um número entre 0 e 1 de maneira aleatória por meio da função $rand$ e compara-se esse valor com o fator de cruzamento. Caso o número gerado seja menor ou igual a Cr o novo vetor é aceito, senão a solução anterior $x_{i,g}$ é mantida na população e o vetor gerado é descartado.

2.2.4.3 – Aplicação do Operador de Seleção

Uma vez concluída a etapa de cruzamento, o algoritmo passa para a operação de seleção, na qual os indivíduos são avaliados segundo uma função de adaptação (f), que em muitos casos coincide com a função objetivo, e baseado nessa avaliação, os melhores indivíduos são selecionados para serem copiados para a próxima geração.

O vetor $u_{i,g+1}$ proveniente da etapa de cruzamento é avaliado pela função de adaptação f , assim como o vetor $x_{i,g}$ que corresponde à solução já existente na população que se deseja substituir. Caso o novo vetor $u_{i,g+1}$ possua um melhor valor da função de adaptação que $x_{i,g}$, este é substituído por aquele na próxima geração da população, caso contrário o vetor original $x_{i,g}$ é mantido na nova geração. A operação de seleção é representada matematicamente pela Equação 2.15.

$$x_{i,g+1} = \begin{cases} u_{i,g+1} & \text{se } f(u_{i,g+1}) \leq f(x_{i,g}) \\ x_{i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.15)$$

2.2.4.4 – Atendimento ao Critério de Parada

O procedimento descrito anteriormente é repetido pelo algoritmo ED até que um determinado critério de parada seja satisfeito. A adoção deste critério tem como objetivo evitar um esforço computacional excessivo para alcançar a convergência do algoritmo. Usualmente, um número máximo de gerações é adotado como critério de parada para métodos heurísticos, porém outros critérios também podem ser adotados, como o tempo de processamento, um número máximo de avaliações da função objetivo ou até mesmo o monitoramento do usuário.

2.2.5 – Otimização Multi-Objetivo

É comum que em alguns problemas de otimização deseje-se melhorar mais de uma característica do sistema. Em problemas desse tipo faz-se necessária a definição de mais de uma função objetivo para representar as características a serem otimizadas. Problemas desse tipo são chamados de problemas de otimização multi-objetivo e estes são tratados de maneira diferente dos problemas mono-objetivos.

Os problemas multi-objetivos apresentam uma maior complexidade que os problemas mono-objetivos, pois além da existência do espaço das variáveis de projeto, há também o espaço dos objetivos formado pelos vetores de função objetivo $f(x)$, que contêm valores para as M funções objetivo do problema. Um outro aspecto que torna este tipo de problema mais complexo, é que a proximidade entre dois pontos no espaço de variáveis não implica, necessariamente, em proximidade no espaço dos objetivos. Além disso, a definição do ponto ótimo passa a não ser algo trivial e é mais um conceito do que uma definição (DEB, 2001; LOBATO, 2008). Normalmente, a escolha deste ponto dentro do espaço dos objetivos depende da avaliação do responsável pela tomada de decisão, pois mais de uma solução ótima é obtida, cada uma melhor em algum aspecto dos objetivos definidos. Sendo assim, cabe a quem avalia o problema escolher qual solução ótima é mais conveniente ao caso estudado, levando em conta fatores externos ao problema matemático como viabilidade econômica e limitações físicas e técnicas (DEB, 2001).

2.2.5.1 – Ótimo de Pareto

O conceito de ponto ótimo para problemas com múltiplos objetivos é baseado no que foi proposto por Vilfred Pareto e Francis Y. Edgeworth. Segundo essa definição, um ponto do espaço dos objetivos é considerado ótimo “se nenhum critério utilizado pode melhorar a

solução, sem piorar pelo menos um outro critério”. Sendo assim, pode-se classificar as soluções do espaço dos objetivos em dominadas e não-dominadas (OSYCZKA, 1984; LOBATO, 2008).

Para compreender o conceito de dominância, é necessário entender primeiro a definição dos operadores de Pareto. Considerando o vetor com M funções objetivo f_j , com $j = 1, 2, \dots, M$, o operador entre duas soluções $x_1 \triangleleft x_2$ indica que x_1 é melhor do que x_2 em um dado objetivo. Da mesma forma, $x_1 \triangleright x_2$ indica que x_1 é pior do que x_2 para um objetivo específico. O operador de negação do operador \triangleright é dado pelo símbolo $\not\triangleleft$. Assim, considera-se que uma solução x_1 domina uma solução x_2 (escrito matematicamente como $x_1 \leq x_2$) se forem satisfeitas as seguintes condições (OSYCZKA, 1984; LOBATO, 2008):

- A solução x_1 não é pior do que x_2 em nenhum dos M objetivos, isto é, $f_j(x_1) \not\leq f_j(x_2)$ para todo $j = 1, 2, \dots, M$;
- A solução x_1 é melhor que x_2 em pelo menos um dos M objetivos, isto é, $f_j(x_1) \triangleleft f_j(x_2)$ para pelo menos um valor de $j = 1, 2, \dots, M$.

Dessa forma, não há apenas um ponto ótimo para problemas multi-objetivos, mas sim um conjunto de soluções não-dominadas que dão origem a uma curva no espaço de objetivos chamada curva de ótimos de Pareto. A Figura 2.4 mostra a representação do espaço dos objetivos destacando a curva de Pareto para dois diferentes objetivos.

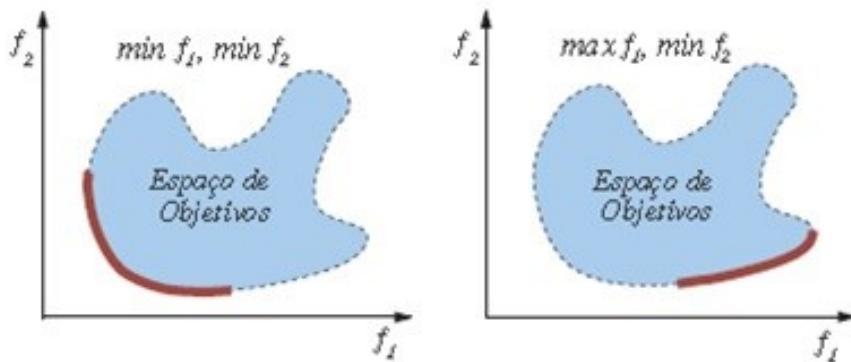


Figura 2.4 – Representações do espaço de objetivos e das curvas de Pareto para dois sistemas com diferentes objetivos (DEB, 2001).

O conjunto das soluções não-dominadas da curva de ótimos de Pareto apresentam algumas propriedades. São elas (DEB, 2001):

- Qualquer solução do conjunto não-dominado deve ser não-dominada em relação a qualquer outra solução do mesmo conjunto;
- Qualquer solução não contida no conjunto não-dominado deve ser dominada por, pelo menos, uma solução do conjunto não-dominado.

Quando se realiza uma otimização multi-objetivo, existem duas características que são desejáveis no conjunto de soluções encontradas. A primeira é que as respostas obtidas estejam o mais próximo possível da curva de Pareto, pois assim assegura-se a qualidade das soluções. A outra é que haja uma diversidade entre os valores dos objetivos das respostas, pois isto permite ao responsável pela tomada de decisão ter uma variedade maior de opções de soluções ótimas para escolher, cada uma mais ou menos comprometida com a qualidade de um objetivo (DEB, 2001). A Figura 2.5 (a) ilustra um conjunto de soluções sobre a curva de Pareto com boa distribuição das respostas, enquanto a Figura 2.5 (b) exibe um conjunto de soluções sobre a

curva de Pareto com distribuição concentrada em apenas algumas regiões, o que restringe as possibilidades do usuário na escolha de qual solução implementar na prática.

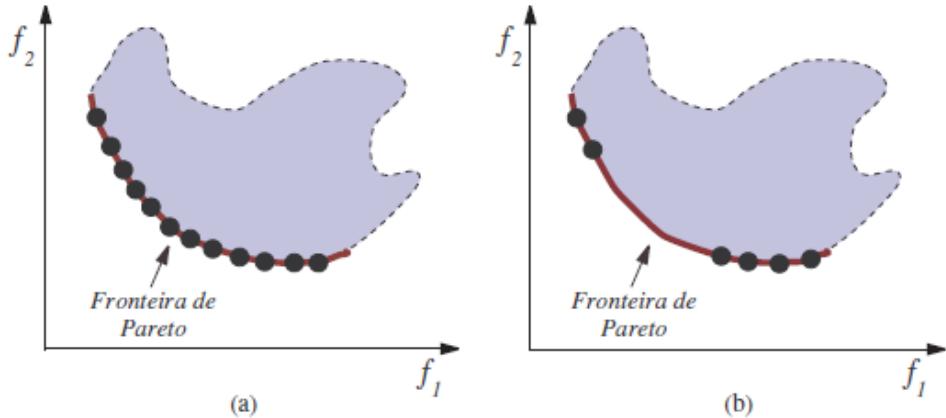


Figura 2.5 – Possíveis formas de distribuição de soluções nas proximidades da curva de Pareto (DEB, 2001).

2.2.5.2 – Métodos para Tratamento de Problemas de Otimização Multi-Objetivo

Na literatura existe uma grande variedade de métodos para tratamento dos problemas de otimização multi-objetivo. Dentre essas técnicas algumas são de grande simplicidade e são, portanto, muito populares e outras são mais modernas e apresentam maior complexidade, sendo mais adequadas a problemas de maior grau de dificuldade. Algumas das principais técnicas para tratamento de problemas de otimização multi-objetivo são mostradas a seguir.

Método da soma ponderada

Esta técnica é considerada o método mais popular para lidar com problemas de otimização multi-objetivo. Ela consiste de um método no qual as M funções objetivo $f_i(x)$ são agregadas em uma só função $f(x)$ que pondera os pesos de cada uma conforme mostrado na Equação 2.16, possibilitando a aplicação de métodos convencionais de resolução de problemas mono-objetivos nas demais etapas da otimização.

$$f(x) = \sum_{i=1}^M w_i f_i(x) \quad (2.16)$$

Em que os pesos w_i obedecem a seguinte relação:

$$\sum_{i=1}^M w_i = 1 \quad (2.17)$$

A qualidade dos resultados obtidos a partir desta abordagem são altamente dependentes dos valores de w_i e estes valores são apenas ponderações, não refletem necessariamente a importância de cada objetivo (OSYCZKA, 1984). Caso deseje-se que os valores de w_i representem o grau de importância de cada objetivo é necessário que as funções objetivo tenham as mesmas unidades, para isso pode-se fazer a normalização das mesmas. A expressão da função $f(x)$ com normalização das funções objetivo é mostrada na Equação 2.18.

$$f(x) = \sum_{i=1}^M w_i f_i(x) c_i \quad (2.18)$$

Sendo c_i as constantes normalizadoras de cada função que Osyczka (1984) recomenda que sejam dadas pela Equação 2.19 para obter-se melhores resultados.

$$c_i = \frac{1}{f_i^*} \quad (2.19)$$

O termo f_i^* corresponde ao valor da i -ésima função objetivo otimizada individualmente.

Uma limitação desta técnica é que ela só é recomendável para problemas que apresentam o espaço dos objetivos com conformação convexa. Para problemas não convexos não há nenhuma garantia de que será obtida uma curva de Pareto bem distribuída (OSYczka, 1984). Além disso, existe uma forte dependência dos resultados obtidos com os valores adotados para os pesos w_i , ou seja, valores diferentes de w_i conduzem a soluções diferentes para o problema, dessa forma cabe ao projetista executar o procedimento variando os valores dos pesos de cada função e escolher a solução mais adequada baseado em sua experiência e conhecimento do problema (STADLER, 1995; DAS; DENNIS, 1997; MOREIRA, 2015).

Outros algoritmos heurísticos de otimização multi-objetivo baseados em processos evolutivos podem ser encontrados na literatura. A Tabela 2.3 reúne os principais dentre eles, mostrando resumidamente para cada um as vantagens e desvantagens, o mecanismo que garante diversidade às soluções e a tarefa de aptidão, que corresponde à forma utilizada para classificar e selecionar os indivíduos de cada geração.

Tabela 2.3 – Principais métodos heurísticos de otimização por algoritmos evolutivos (Adaptado de Lobato (2008)).

Algoritmo	Tarefa de aptidão	Mecanismo de diversidade	Vantagens	Desvantagens
NSGA II: <i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II</i> (DEB et al., 2000)	Ordenamento dos indivíduos baseado no nível de não dominância	Distância da multidão	Bem testado e eficiente, com boa diversidade das soluções	Distância da multidão é aplicada apenas para o espaço dos objetivos e pode levar a perda de soluções potenciais em alguns casos
SPEA II: <i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i> (ZITZLER et al., 2000)	Ordenamento baseado na força dos dominadores	Densidade baseada no k -ésimo vizinho mais próximo	Bem testado e evita a perda de soluções extremas	Alto custo computacional
PMOGA: <i>Pareto Multi-Objective Optimization Genetic Algorithm</i> (CASTRO, 2001)	Ordenamento baseado no conceito de dominância	Operadores de adição, exclusão e otimização individual	Rápida convergência no tratamento de problemas discretos	Não trabalha com codificação real
MODE: <i>Multi-Objective Differential Evolution</i> (BABU et al., 2005)	Ordenamento baseado na não dominância das soluções	Distância da multidão	Trabalha com variáveis discretas e reais	Maior tempo de processamento quando comparado ao NSGA II

Neste trabalho, optou-se pela utilização do algoritmo MODE apresentado na Tabela 2.3. Assim, esta técnica é descrita com maiores detalhes dentro do tópico sobre o método da Evolução Diferencial para problemas multi-objetivos apresentado a seguir.

2.2.6 – Método da Evolução Diferencial para Problemas Multi-Objetivos

A técnica de Evolução Diferencial, criada por Storn e Price (1995), se tornou uma técnica consagrada em pouco tempo, sendo utilizada na resolução de problemas mono-objetivos em diversos trabalhos (STORN ,1999; PANHER; HAMEYER, 2000; KAPADI; GUDI, 2004; LOBATO; STEFFEN JR, 2006; LOBATO *et al.*, 2007 a; LOBATO *et al.*, 2007 b; KUMAR *et al.*, 2011; VAKILI *et al.*, 2011; SILVA, 2012). A crescente expansão da aplicação desta técnica evidencia o seu potencial e isto motivou Babu *et al.* (2005) a propor uma abordagem para a otimização de problemas multi-objetivos usando o método da Evolução Diferencial.

O algoritmo MODE (*Multi-objective Optimization Differential Evolution*) implementado por Babu *et al.* (2005) foi modificado por Lobato (2008), tendo como características o uso dos operadores de ordenamento por *rank*, truncamento das soluções não-dominadas e seleção na busca pelas soluções ótimas de Pareto. Cada um desses operadores será apresentado nas seções seguintes, assim como a sequência de etapas do algoritmo.

2.2.6.1 – Algoritmo MODE

O algoritmo MODE necessita dos seguintes parâmetros, fornecidos pelo usuário, para ser executado: Número máximo de gerações (N_{gen}), número de variáveis de projeto (V), domínio de cada uma das V variáveis de projeto ($x_L^i \leq x^i \leq x_U^i$), número de objetivos (N_{obj}), tamanho da população (N), probabilidade de cruzamento (Cr) e taxa de perturbação (F).

De maneira simplificada, a sequência de passos executada pelo algoritmo é mostrada a seguir (LOBATO, 2008):

Etapa 1: Gera-se randomicamente a população inicial de soluções com N indivíduos, cada um deles é avaliado segundo as funções objetivo. Caso haja alguma violação dos limites estipulados para as variáveis de busca, são utilizadas as regras de reparo mostradas na Equação 2.13 para corrigir as soluções problemáticas;

Enquanto o número máximo de gerações (N_{gen}) não é atingido executa-se:

Etapa 2: Aplica-se o operador de cruzamento, selecionando aleatoriamente as combinações de pais, para gerar outros N indivíduos, que são adicionados à população inicial, dando origem à população P^1 com $2N$ soluções;

Etapa 3: Classifica-se a população P^1 usando o operador de ordenamento por *rank* e elimina-se as soluções muito próximas entre si através do operador de truncamento das soluções não-dominadas, então aplica-se o operador de seleção que elimina as N soluções dominadas e origina a população P^2 com N indivíduos;

A saída do algoritmo corresponde ao conjunto de soluções não-dominadas obtido ao alcançar-se o número máximo de gerações (N_{gen}). As próximas seções detalham os operadores empregados no algoritmo.

2.2.6.2 – Inicialização do Algoritmo

A inicialização do MODE é feita através da geração randômica dos N indivíduos da população inicial, de forma idêntica à inicialização do algoritmo de ED tradicional.

2.2.6.3 – Operador de Ordenamento por *Rank*

O operador de ordenamento das soluções por *rank* empregado no MODE foi desenvolvido por Deb *et al.* (2000). As soluções são avaliadas segundo as funções objetivo e então são classificadas segundo o critério de dominância de Pareto, aquelas consideradas como não-dominadas são retiradas da população e são classificadas como *rank* 1. Com os indivíduos restantes na população realiza-se uma nova classificação segundo o critério de dominância e as soluções consideradas não-dominadas nessa nova população são tidas como de *rank* 2, sendo também removidas da população. O procedimento de classificação pelo critério de dominância é novamente realizado com a população remanescente para determinar os indivíduos de *rank* 3, removê-los da população e dar continuidade ao processo, que só é finalizado quando todos os indivíduos estiverem classificados dentro de algum *rank*.

A Figura 2.6 ilustra a estrutura de ordenamento por *rank*, que, segundo Silva (2004), contribui para uma maior diversidade das soluções no espaço de busca, por favorecer a evolução das curvas ao invés de pontos individuais.

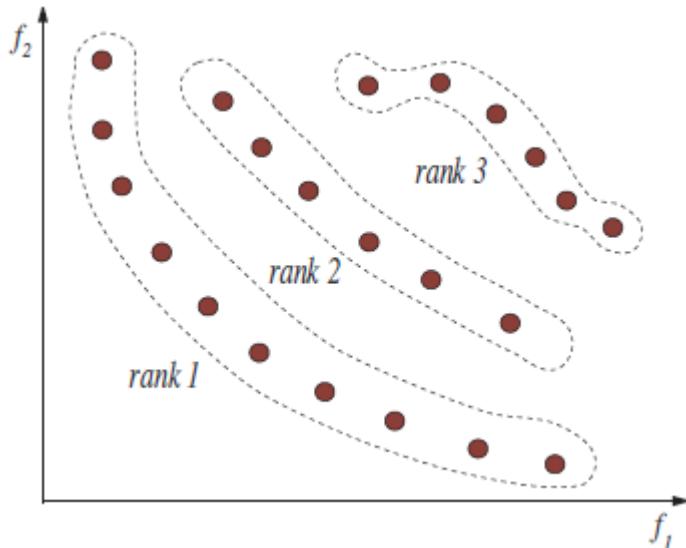


Figura 2.6 – Estrutura de ordenamento por *rank* (Adaptado de Lobato (2008)).

2.2.6.4 – Operador de Truncamento das Soluções Não-Dominadas

No desenvolver do processo evolutivo do algoritmo, o número de soluções não-dominadas pode aumentar muito, o que implica no aumento do tempo de processamento do algoritmo. Sendo assim, faz-se necessária a aplicação de um operador para reduzir a quantidade de indivíduos existentes, que no MODE é o operador de truncamento. Este operador tem como objetivo eliminar as soluções não-dominadas que estão muito próximas entre si, favorecendo a diversidade das soluções obtidas, uma vez que é preferível, ao final do processo evolutivo, uma curva de Pareto com indivíduos bem distribuídos do que uma curva com uma grande quantidade de pontos concentrados em regiões específicas (DEB, 2001).

O operador de truncamento do MODE usa o método da distância da multidão para garantir a diversidade das soluções no processo evolutivo. Resumidamente, este mecanismo consiste em, após aplicar o operador de ordenamento por *rank*, calcular a distância entre os indivíduos da população e seus vizinhos mais próximos no espaço dos objetivos, eliminando soluções muito próximas umas das outras.

Para calcular a distância da multidão d_i para cada solução, primeiro atribui-se $d_i = 0$ para todos os indivíduos dentro de um mesmo rank, então, para cada uma das funções objetivo $m = 1, \dots, M$, ordena-se decrescentemente as soluções na lista I^m segundo o valor da função objetivo f_m . Em seguida atribui-se para cada solução extrema (mínima e máxima) em cada um dos M objetivos valor infinito para a distância de multidão. Por fim calcula-se as distâncias da multidão para cada indivíduo segundo a Equação 2.20, que assegura que as soluções mais afastadas apresentem maiores valores de d_i .

$$d_{I_i^m} = d_{I_i^m} + \frac{f_m^{I_{i+1}^m} - f_m^{I_{i-1}^m}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \quad (2.20)$$

Sendo I_i^m o i -ésimo indivíduo ordenado segundo o objetivo m , $f_m^{I_{i+1}^m}$ e $f_m^{I_{i-1}^m}$ são os valores dos vizinhos de I_i^m na m -ésima função objetivo e f_m^{\max} e f_m^{\min} são, respectivamente, os valores máximo e mínimo encontrados para a função objetivo m entre os indivíduos.

A distância da multidão d_i de um indivíduo i representa uma estimativa do perímetro do cuboide formado entre seus vizinhos mais próximos, como mostrado na Figura 2.7, que ilustra geometricamente o conceito de distância da multidão de uma solução i . Quanto mais afastada de seus vizinhos for a solução i , maior será o cuboide correspondente a ele. Para as soluções extremas o cuboide gerado é infinito.

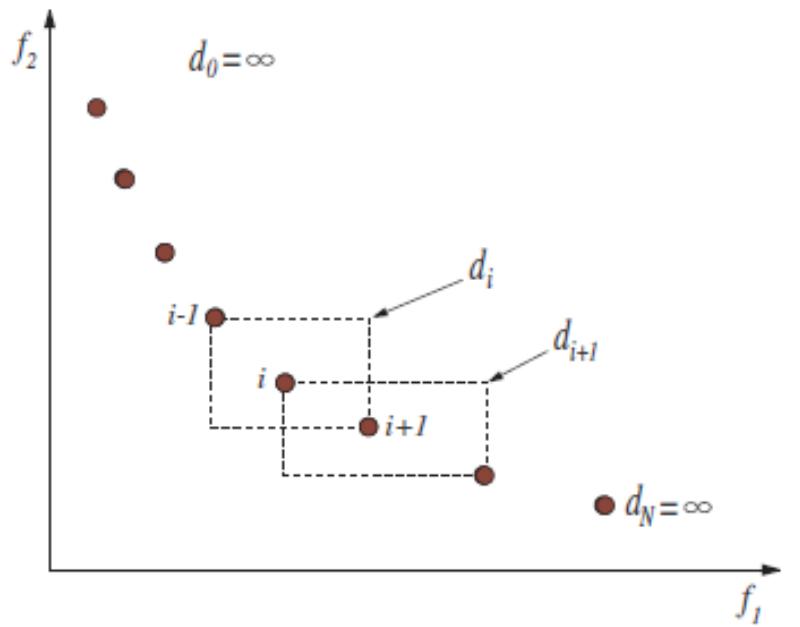


Figura 2.7 – Representação geométrica do conceito de distância de multidão (Adaptado de Lobato (2008)).

2.2.6.5 – Operador de Seleção

No processo de otimização, as soluções que permanecerão na população são escolhidas com base em seu *rank*, tendo prioridade os indivíduos de menor rank. Dessa forma, primeiro são selecionados os indivíduos de *rank* 1, em seguida os de *rank* 2 e assim sucessivamente, até que o número N de indivíduos na população seja atingido.

2.2.7 – Otimização Robusta

Tradicionalmente, nos problemas de otimização não é considerada a existência de perturbações nas variáveis de projeto ou nos parâmetros do problema. Na prática sabe-se que

na implementação de um sistema de engenharia sempre há uma determinada incerteza nas medidas, além da possibilidade de oscilações e pequenas mudanças de alguns parâmetros do sistema (temperatura, pressão, umidade, desgaste de componentes, etc.) em função da natureza dinâmica da realidade. Sendo assim, os problemas a serem otimizados podem apresentar perturbações nas variáveis de busca que afetam de maneira significativa a resposta dos objetivos desejados do sistema (LEIDEMER, 2009; CUNHA et al., 2016).

Para lidar com sistemas desse tipo, faz-se necessário a utilização de uma metodologia que busque por um ponto ótimo que além de apresentar um bom desempenho no que se refere as respostas desejadas, seja também pouco sensível a perturbações nas variáveis do sistema. Dessa forma os resultados obtidos na otimização tendem a ser mais confiáveis. Esta abordagem é definida como otimização robusta e foi proposta originalmente por Taguchi (1984). As soluções encontradas por este tipo de metodologia são chamadas de pontos ótimos robustos. A Figura 2.8 permite uma melhor compreensão do conceito e ilustra as diferenças entre as soluções ótimas global e robusta.

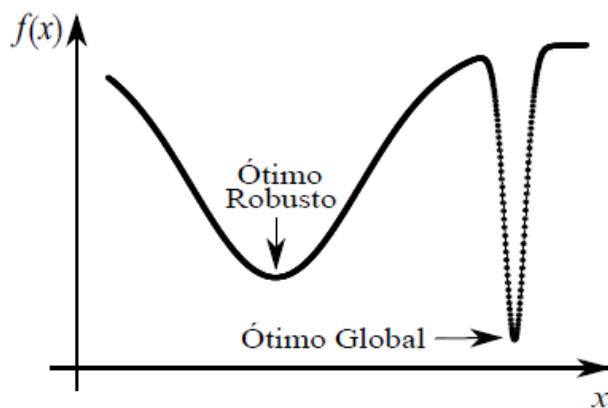


Figura 2.8 – Ilustração dos conceitos de solução ótima robusta e global (DEB; GUPTA, 2006).

Na Figura 2.8 deseja-se minimizar $f(x)$ que é a função objetivo do problema e x é a única variável de projeto do sistema. Observa-se que duas soluções ótimas podem ser obtidas, uma correspondendo a um ponto de ótimo global, que seria obtida com a aplicação de técnicas convencionais de otimização, mas que é altamente sensível a perturbações na variável de projeto, e a outra que consiste em um ótimo local da função objetivo e que é pouco sensível a pequenas variações de x , sendo considerada uma solução ótima robusta.

A metodologia de otimização robusta ocorre pela inserção de parâmetros de incerteza nas funções objetivo e nas restrições do problema. Considerando a função objetivo genérica $f(x)$, o parâmetro de robustez δ é inserido na função da maneira mostrada na Equação 2.21.

$$f = f(x + \delta) \quad (2.21)$$

Segundo Beyer e Sendhoff (2007) existem três maneiras para tratar-se as incertezas inseridas pelo parâmetro δ , a determinística, a probabilística e a possibilística. No tratamento determinístico define-se o intervalo de variação da incerteza δ , no método probabilístico são definidas medidas de probabilidade de um evento ocorrer e no método possibilístico define-se medidas de lógica *Fuzzy* que descrevem a possibilidade de determinado evento ser plausível ou aceitável. Na maioria das otimizações que envolvem sistemas de engenharia, utiliza-se a abordagem determinística (MOREIRA, 2015).

Existem diferentes formas de incorporar-se o parâmetro de robustez no problema de otimização e assim torná-lo um problema de otimização robusta, estas diferentes formas são chamadas de medidas de robustez. A seguir são apresentadas algumas das medidas de robustez utilizadas.

2.2.7.1 – Regularização Robusta

Considerando uma função objetivo f que se deseja minimizar, a regularização robusta é definida como (LEWIS, 2002):

$$\tilde{f}(x, \xi) = \max_{\delta \in B(x, \xi)} f(\delta) \quad (2.22)$$

Sendo $B(x, \xi)$ um círculo com centro em x e de raio ξ , ou seja, corresponde a uma vizinhança do ponto x cujo tamanho é determinado pelo parâmetro de regularização ξ . Resumidamente, a função $\tilde{f}(x, \xi)$ nada mais é do que o maior valor da função objetivo f encontrado para os pontos da vizinhança definida de x . O processo de otimização robusta ocorre, então, pela minimização desta função $\tilde{f}(x, \xi)$.

Contudo, esta medida de robustez é considerada ineficiente em função da grande complexidade das funções objetivo e restrições que envolvem os problemas de otimização em engenharia, sendo necessária uma técnica mais avançada para lidar com este tipo de problema. Além disso, valores muito grandes do parâmetro ξ tendem a resultar em soluções robustas de baixa qualidade, tornando-as sem utilidade (BEYER; SENDHOFF, 2007; MOREIRA, 2015).

2.2.7.2 – Medidas de Expectância e Variância

Segundo Branke (2002), Paenk *et al.* (2006) e Deb e Gupta (2006), as principais medidas de robustez envolvem uma integral sobre os parâmetros de incerteza associados às variáveis de projeto e às funções objetivo. No caso da medida de expectância, a integral representa uma média ponderada dos valores das funções objetivo, sendo que os pesos são as funções densidade de probabilidade dos parâmetros de robustez, representadas pelo termo $p(\delta)$. No uso da medida de expectância como técnica de inserção de robustez, considera-se que os parâmetros de robustez têm distribuição estatística conhecida, e normalmente adota-se uma distribuição normal com média zero e desvio padrão pequeno definido pelo usuário (JIN; SENDHOFF, 2003).

Para uma explicação mais específica da medida de expectância, considera-se a função objetivo f . A medida de incorporação de robustez denominada medida de expectância é definida pela função f_{exp} mostrada na Equação 2.23.

$$f_{exp}(x, \delta) = \int f(x + \delta) p(\delta) d\delta \quad (2.23)$$

Ao comparar-se a função objetivo original com a função de robustez, observa-se que f_{exp} é contínua onde f é descontínua e f_{exp} é derivável onde f é apenas contínua. Por essa razão, o gráfico da função f_{exp} apresenta maior suavidade, o que impede a existência de picos muito estreitos, tornando as soluções ótimas encontradas a partir da otimização desta função mais robustas.

Outras medidas de robustez podem ser utilizadas adicionalmente à medida de expectância, como é o caso das medidas de dispersão, que são utilizadas para definir aspectos de robustez em aplicações específicas, por exemplo na busca de regiões ótimas do tipo platô (MOREIRA, 2015).

Uma medida de dispersão usualmente utilizada é a medida de variância. Para uma melhor definição desta medida de dispersão, considera-se a função objetivo f . A medida de

inserção de robustez denominada medida de variância é definida pela função f_{var} exibida na Equação 2.24.

$$f_{var}(x, \delta) = \int (f(x + \delta) - f(x))^2 p(\delta) d\delta \quad (2.24)$$

Sendo que, assim como na Equação 2.24, o termo $p(\delta)$ corresponde à função de densidade de probabilidade dos parâmetros de robustez δ associados às variáveis de projeto x .

A busca de soluções ótimas robustas usando as medidas de expectância e de variância são, em muitos casos, um problema multi-objetivo, pois, muitas das vezes, a robustez e a qualidade da função objetivo são conflitantes, isto é, a melhora de um implica na piora do outro. Assim, recomenda-se buscar uma conciliação entre a robustez e a qualidade da função objetivo da solução. Jin e Sendhoff (2003) propõem que um problema de otimização multi-objetivo envolvendo as medidas de expectância e/ou variância e as funções objetivo originais deve ser formulado para obter-se o ponto ótimo robusto do problema. Nessa abordagem são possíveis diferentes combinações de objetivos:

- Minimização dos objetivos originais e das medidas de expectância ligadas a eles;
- Minimização dos objetivos originais e das medidas de variância ligadas a eles;
- Minimização das medidas de expectância e variância.

2.2.7.3 – Média Efetiva

Deb e Gupta (2006) propuseram uma medida de incorporação de robustez na qual, ao invés de considerar-se a distribuição estatística dos parâmetros de robustez conhecida, supõe-se que eles estão uniformemente distribuídos dentro de um intervalo simétrico. Esta medida é chamada de média efetiva.

Para compreender melhor o método da média efetiva, considera-se um problema de otimização da função objetivo f . A medida de robustez chamada de média efetiva é definida pela função f_{eff} mostrada na Equação 2.25.

$$f_{eff}(x, \delta) = \frac{1}{|B_\delta(x)|} \int_{y \in B_\delta(x)} f(y) dy \quad (2.25)$$

Sendo que $B_\delta(x) = \{y = (y_1, \dots, y_n); y_i \in [x_i - \delta_i, x_i + \delta_i], i = (1, 2, \dots, n)\}$ é a δ -vizinhança de um ponto x e $|B_\delta(x)|$ é o hipervolume desta vizinhança, y corresponde a um ponto da vizinhança de x dentro do raio δ . As integrais definidas são avaliadas numericamente a partir de um número N_s (definido pelo usuário) de pontos gerados aleatoriamente dentro dos limites da δ -vizinhança de x . Tais avaliações aumentam significativamente o custo computacional deste procedimento, uma vez que para cada indivíduo de cada geração faz-se necessário o cálculo das funções objetivo em N_s pontos (DEB; GUPTA, 2006).

Para realizar-se esta rotina de avaliação das integrais, pode-se utilizar o método de Monte Carlo, que apresenta um bom desempenho e um tempo de execução aceitável quando o problema não envolve um número muito grande de variáveis de projeto (JIN; SENDHOFF, 2003; PAENK *et al.*, 2006), porém quando se trata de sistemas cuja quantidade de variáveis envolvidas é grande, a técnica do Hipercubo Latino apresenta um melhor desempenho e é recomendada (DEB; GUPTA, 2006; MOREIRA, 2015).

Podem ser encontrados na literatura estudos recentes que aplicam a otimização robusta usando a medida da média efetiva para finalidades dentro do contexto da engenharia. Cunha *et al.* (2016) associam o conceito de média efetiva à técnica de evolução diferencial em uma otimização multi-objetivo de um processo de alquilação que visava a maximização do lucro do

processo e do número de octanos produzidos. Silveira *et al.* (2016) realizaram um estudo de determinação dos parâmetros cinéticos de secagem usando otimização nominal e robusta a fim de comparar o desempenho dos dois métodos. O problema tratado no trabalho em questão era mono objetivo e aplicou-se o algoritmo de evolução diferencial para resolução do sistema, tanto na abordagem nominal quanto na robusta. Pelos resultados apresentados ambos procedimentos levaram a estimativas satisfatórias dos parâmetros cinéticos de secagem, contudo os parâmetros determinados pela otimização robusta eram menos sensíveis a perturbações nas condições do sistema, por outro lado esta abordagem levava a um maior esforço computacional, como era de se esperar.

2.2.7.4 – Aplicações de Otimização Robusta

Nos últimos anos, uma grande quantidade de trabalhos envolvendo a aplicação de otimização robusta foram publicados. Sendo assim, podem ser encontradas na literatura aplicações deste tipo de técnica para resolver problemas de diversas áreas, como o setor de logística, de engenharia e de sistemas de energia.

Na área de logística, têm-se como exemplo o trabalho de Ang *et al.* (2012), que utilizaram a otimização robusta para resolver o problema de um sistema de armazenamento de cargas unitárias, envolvendo fornecimento e demanda de produtos variáveis. Werners e Wuelfing (2010) realizaram um trabalho de otimização similar de um sistema de transportes internos de um centro de triagem de encomendas.

No setor de engenharia, Salimi e Lowther (2016) aplicaram robustez na otimização do design de um motor de imã permanente interno (PMI). Como variáveis de projeto foram consideradas a profundidade, espessura e largura do imã. Já a definição das funções objetivo foi feita para dois casos. No primeiro, os objetivos considerados foram o torque médio e a oscilação do torque. E no segundo caso, os objetivos foram a maximização da eficiência e a minimização do volume do imã permanente. A otimização robusta foi satisfatoriamente eficaz na resolução dos problemas, contudo a um custo computacional elevado.

No setor energético, o trabalho de Ribas *et al.* (2010) destaca-se pelo uso de uma metodologia robusta de otimização para desenvolver um modelo de planejamento estratégico da cadeia de abastecimento de petróleo e seus derivados. Neste trabalho foram consideradas como variáveis fontes de incerteza a produção de petróleo bruto, a demanda por produtos derivados de petróleo e os preços do mercado. O estudo foi feito com o objetivo de maximizar o lucro obtido com a produção de petróleo no Brasil nos 10 anos seguintes.

Os trabalhos citados deixam clara a tendência de realização de trabalhos de otimização envolvendo robustez, em função da maior confiança e qualidade dos resultados obtidos. Contudo, ainda são escassos os trabalhos envolvendo robustez no contexto da engenharia química, sobretudo relacionados com hidrociclos. Sendo assim, fica clara a importância deste trabalho, cuja metodologia é apresentada a seguir.

Capítulo 3

METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a metodologia empregada no desenvolvimento deste trabalho, que foi dividida em duas partes, uma computacional e outra experimental.

Resumidamente, o procedimento realizado iniciou-se com a estimativa dos parâmetros de modelos das respostas de um hidrociclone em função das variáveis geométricas do equipamento, usando o método de otimização por evolução diferencial com e sem robustez. Em seguida, foi feita uma análise de sensibilidade dos modelos nominais e robustos, a partir da inserção de perturbações nas variáveis geométricas. A etapa seguinte, foi a realização de otimizações multi-objetivos nominais e robustas, a partir dos modelos estimados com e sem robustez, para encontrar as configurações geométricas de hidrociclos que apresentassem os melhores desempenhos operacionais. Além disso, foi feita uma análise comparativa entre os hidrociclos obtidos a partir dos modelos estimados com e sem robustez. Por fim, a última etapa foi a realização de experimentos com alguns dos hidrociclos ótimos obtidos, a fim de verificar os seus desempenhos. O procedimento descrito é mostrado esquematicamente na Figura 3.1.

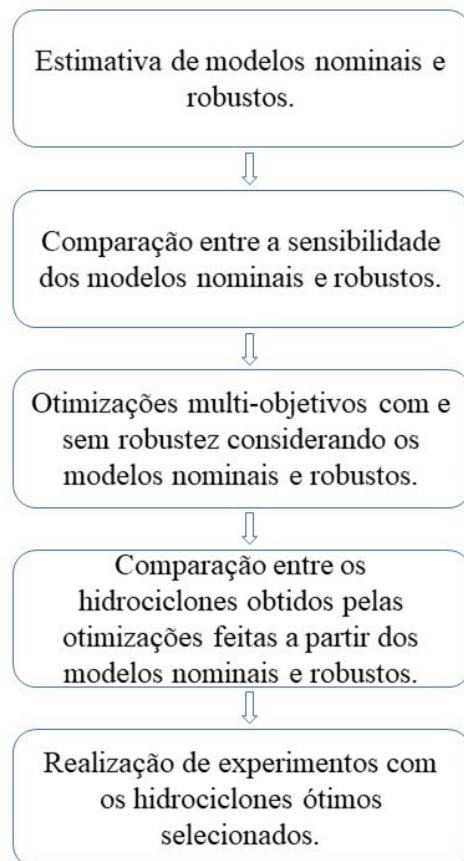


Figura 3.1 – Representação esquemática da metodologia empregada no trabalho.

3.1 – Metodologia Computacional

3.1.1 – Estimativa de Modelos Empíricos de E_T , R_L e Eu

Para estimar os modelos das respostas E_T , R_L e Eu em função das variáveis dimensionais de um hidrociclone, utilizou-se os resultados experimentais obtidos por Salvador (2017). No referido trabalho, foi construído um planejamento composto central (PCC) ortogonal com 5 réplicas no ponto central, ortogonalidade (α) igual a 1,66 e que considerou como variáveis o ângulo da parte cônica (θ) e as relações geométricas do diâmetro do duto de alimentação (D_i), diâmetro do tubo de *overflow* (D_o) e comprimento total (L) com o diâmetro da parte cilíndrica (D_c). Estas variáveis foram codificadas segundo as equações de 3.1 a 3.4 para que pudesse ser realizado o PCC.

$$X_1 = \frac{\frac{D_i}{D_c} - 0,21}{0,05} \quad (3.1)$$

$$X_2 = \frac{\frac{D_o}{D_c} - 0,27}{0,05} \quad (3.2)$$

$$X_3 = \frac{\frac{L}{D_c} - 5,8}{1,1} \quad (3.3)$$

$$X_4 = \frac{\theta - 14,5}{3,3} \quad (3.4)$$

Salvador (2017) realizou os experimentos de seu PCC usando valores constantes para o diâmetro da parte cilíndrica (D_c), comprimento do *vortex finder* (λ) e diâmetro do duto de *underflow* (D_u), que eram iguais a 30, 12 e 5 mm, respectivamente. Os experimentos foram conduzidos a uma pressão de 147 kPa em suspensão aquosa de quartzito a concentração volumétrica de sólidos de 1% e densidade do sólido igual a 2,67 g/cm³. Nestes experimentos, foram aferidos a eficiência total (E_T), a razão de líquido (R_L) e o número de Euler (Eu). O PCC de Salvador (2017), assim como os resultados obtidos para as respostas medidas, são mostrados na Tabela 3.1.

No presente trabalho utilizou-se os resultados do PCC de Salvador (2017) mostrado na Tabela 3.1 para estimar os parâmetros dos modelos empíricos para as respostas E_T , R_L e Eu em função das variáveis geométricas codificadas X_1 , X_2 , X_3 e X_4 . Os modelos propostos são de segunda ordem e apresentam a forma da Equação 3.5, na qual Y corresponde à variável resposta (Eu , R_L ou E_T), X é o vetor das variáveis independentes e β é o vetor dos parâmetros do modelo que se deseja estimar.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^4 \beta_i X_i + \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i < j} \sum_j^4 \beta_{ij} X_i X_j \quad (3.5)$$

Para realizar a estimativa dos parâmetros dos modelos, foram feitas otimizações nas quais se visava a minimização da função objetivo f mostrada na Equação 3.6, na qual o termo n_{exp} corresponde ao número de experimentos e os termos Y_i^{exp} , Y_i^{cal} e Y_{max}^{exp} são, respectivamente, o valor experimental da resposta analisada, o valor da resposta estimado pelo modelo proposto e o maior valor experimental da resposta em questão.

$$f = \sum_{i=1}^{n_{exp}} \frac{(Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{(Y_{max}^{exp})^2} \quad (3.6)$$

Tabela 3.1 – Planejamento composto central ortogonal e valores das respostas E_T , R_L e Eu obtidos por Salvador (2017).

	X_1	X_2	X_3	X_4	Eu	R_L	E_T
H₁	-1	-1	-1	-1	5402	30,95	82,36
H₂	-1	-1	-1	1	4839	28,43	88,63
H₃	-1	-1	1	-1	4315	33,04	85,11
H₄	-1	-1	1	1	3719	29,17	77,28
H₅	-1	1	-1	-1	4060	7,45	76,08
H₆	-1	1	-1	1	3548	9,10	71,91
H₇	-1	1	1	-1	3394	12,61	79,61
H₈	-1	1	1	1	2934	9,95	67,13
H₉	1	-1	-1	-1	2176	30,06	85,76
H₁₀	1	-1	-1	1	1884	29,26	83,44
H₁₁	1	-1	1	-1	1696	33,48	86,20
H₁₂	1	-1	1	1	1400	29,77	80,59
H₁₃	1	1	-1	-1	1272	8,48	73,40
H₁₄	1	1	-1	1	1099	9,58	66,32
H₁₅	1	1	1	-1	1056	12,92	76,66
H₁₆	1	1	1	1	868	11,04	66,10
H₁₇	-1,66	0	0	0	6270	17,44	75,92
H₁₈	1,66	0	0	0	1153	18,93	73,98
H₁₉	0	-1,66	0	0	2741	42,12	80,21
H₂₀	0	1,66	0	0	1314	10,26	70,24
H₂₁	0	0	-1,66	0	3080	14,86	79,54
H₂₂	0	0	1,66	0	1538	18,76	76,10
H₂₃	0	0	0	-1,66	1994	19,93	79,93
H₂₄	0	0	0	1,66	1864	15,93	75,81
H₂₅	0	0	0	0	1835	18,43	74,87
H₂₅	0	0	0	0	1847	18,29	73,52
H₂₅	0	0	0	0	1848	18,29	74,41
H₂₅	0	0	0	0	1845	18,56	71,75
H₂₅	0	0	0	0	1840	18,49	71,73

A qualidade dos ajustes obtidos foi mensurada através do coeficiente de determinação r^2 , que foi estimado pela Equação 3.7, na qual o termo \bar{Y} corresponde ao valor médio das respostas calculadas pelo modelo ajustado e é calculado através da Equação 3.8.

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (\bar{Y} - Y_i^{cal})^2} \quad (3.7)$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{exp}} Y_i^{cal}}{n_{exp}} \quad (3.8)$$

As otimizações realizadas para ajustar-se os parâmetros dos modelos foram feitas de forma nominal e robusta utilizando a técnica de evolução diferencial. Para o caso robusto, foi aplicado o conceito de média efetiva à técnica de otimização para considerar-se a sensibilidade dos parâmetros na determinação dos modelos. Dessa forma, os ajustes robustos foram feitos considerando diferentes valores do parâmetro de robustez δ , sendo eles: 0,5%, 1%, 2,5%, 5%, 10%, 25% e 50%.

Para determinar-se os parâmetros do algoritmo de otimização por evolução diferencial, foi realizado um estudo paramétrico, no qual se verificou os valores dos parâmetros do algoritmo que produziam uma população aproximadamente homogênea ao final do processo evolutivo com um esforço computacional mínimo. Além disso, o número de amostras geradas nas vizinhanças dos indivíduos (N_s), para avaliação das soluções nos casos robustos, foi testado até encontrar-se um valor de N_s que apresentasse reprodutibilidade para repetidas execuções do algoritmo. Com isso, chegou-se aos parâmetros que foram empregados nas otimizações dos modelos, que foram:

- Tamanho da população (N): 50 indivíduos;
- Número máximo de iterações (N_{gen}): 500;
- Número de amostras nas vizinhanças (N_s): 25 pontos;
- Fator de perturbação (F): 0,5;
- Probabilidade de cruzamento (Cr): 0,8;
- Faixa de busca dos parâmetros: $-2000 < \beta_i < 2000$.

Na determinação de cada modelo, o algoritmo foi executado 10 vezes para o caso nominal e para os casos robustos com diferentes valores de δ . Dessa forma foram selecionados os valores dos parâmetros que forneciam o menor valor da função objetivo e, além disso, foram calculados os desvios padrões entre as 10 execuções para cada um dos valores de δ em cada um dos modelos ajustados.

3.1.2 – Análise de Sensibilidade dos Modelos Nominais e Robustos

Após a determinação dos modelos de E_T , R_L e E_u , foi feita uma análise comparativa da sensibilidade entre os modelos estimados de forma nominal e os estimados de forma robusta. O objetivo desta análise era de observar a diferença no comportamento dos dois tipos de modelos frente a perturbações nos parâmetros β .

Dessa forma, foi construído um algoritmo que, dado um valor de perturbação (δ), gerava 100 amostras aleatórias em torno do vetor de parâmetros dos modelos β , sendo que as amostras geradas estavam dentro do intervalo $[\beta \cdot (1 - \delta), \beta \cdot (1 + \delta)]$. A função objetivo f mostrada na Equação 3.6 era então avaliada para cada um dos pontos gerados nas vizinhanças dos vetores β , usando como base para essa avaliação os pontos experimentais da Tabela 3.1, e a média e o desvio padrão de f era calculado. No algoritmo, foram consideradas perturbações δ de 0,5%, 1%, 2,5%, 5%, 10%, 25% e 50%. O procedimento descrito foi feito para os modelos

nominais e robustos de E_T , R_L e Eu , e a média e o desvio padrão de f dos dois tipos de modelos foram comparadas para cada valor de δ .

3.1.3 – Otimizações Multi-Objetivos Nominais e Robustas

Nesta etapa do trabalho, foram feitas otimizações multi-objetivos usando o algoritmo MODE (LOBATO, 2008) para encontrar hidrociclos que correspondessem às soluções dos seguintes casos de problemas de otimização:

- **Caso 1:** maximizar E_T e minimizar R_L ;
- **Caso 2:** maximizar E_T e minimizar Eu ;
- **Caso 3:** minimizar R_L e minimizar Eu ;
- **Caso 4:** maximizar E_T , minimizar R_L e minimizar Eu .

Para realizar as otimizações, foram utilizados como funções objetivo os modelos das respostas E_T , R_L e Eu estimados na etapa 3.1.1. As otimizações foram feitas considerando duas categorias dos modelos estimados: os modelos ajustados de forma nominal e os modelos determinados com robustez considerando o parâmetro $\delta = 10\%$.

As variáveis de projeto consideradas na otimização foram as variáveis das relações geométricas codificadas X_1 , X_2 , X_3 e X_4 mostradas nas equações de 3.1 a 3.4. Os limites estabelecidos para estas variáveis correspondem à faixa de validade do PCC de Salvador (2017), a partir do qual foram ajustados os modelos usados como funções objetivo. A faixa de validade das variáveis de projeto é exibida na inequação 3.9.

$$-1,66 \leq X_i \leq 1,66 ; (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.9)$$

Além dos limites estabelecidos para as variáveis de projeto, foram também arbitradas restrições para os valores das variáveis respostas, que correspondem a faixas desejáveis operacionalmente para as respostas eficiência total, razão de líquido e número de Euler do hidrociclo. As restrições adotadas para essas respostas são mostradas nas equações de 3.10 a 3.12.

$$70\% \leq E_T \leq 100\% \quad (3.10)$$

$$0\% \leq R_L \leq 10\% \quad (3.11)$$

$$0 \leq Eu \leq 5000 \quad (3.12)$$

Por fim, foi adotada ainda uma restrição para assegurar que o comprimento total do hidrociclo (L) fosse maior que o comprimento da parte cônica (H), garantindo assim a existência da parte cilíndrica e a viabilidade de concepção do hidrociclo. Tal restrição é mostrada na Equação 3.13.

$$L > H \quad (3.13)$$

O comprimento H do tronco de cone está geometricamente relacionado com o diâmetro da parte cilíndrica (D_c), o diâmetro do orifício de *underflow* (D_u) e o ângulo θ da parte cônica. Tal relação é definida pela Equação 3.14, que é obtida através de cálculos trigonométricos simples.

$$H = \frac{D_c - D_u}{2 \tan(\theta/2)} \quad (3.14)$$

Substituindo-se a Equação 3.14 na Equação 3.13, dividindo os dois lados da equação resultante por D_c , colocando as variáveis sob a forma codificada X_i e substituindo-se os valores de D_c e D_u (30 e 5 mm, respectivamente) têm-se a restrição escrita sob a forma da Equação 3.15.

$$X_3 > \frac{0,379}{\tan(1,65 X_4 + 7,25)} - 5,273 \quad (3.15)$$

As otimizações foram executadas de maneira nominal e robusta. Nos casos robustos, foi acoplado ao algoritmo o conceito de média efetiva para levar em conta a sensibilidade a perturbações das soluções e foram considerados diferentes valores do parâmetro de robustez δ , sendo eles: 5%, 10% e 25%.

Os parâmetros do algoritmo de evolução diferencial robusto adotados nas otimizações foram escolhidos após a realização de um estudo paramétrico similar ao que foi feito na otimização dos modelos das variáveis respostas. Os valores empregados para esses parâmetros foram:

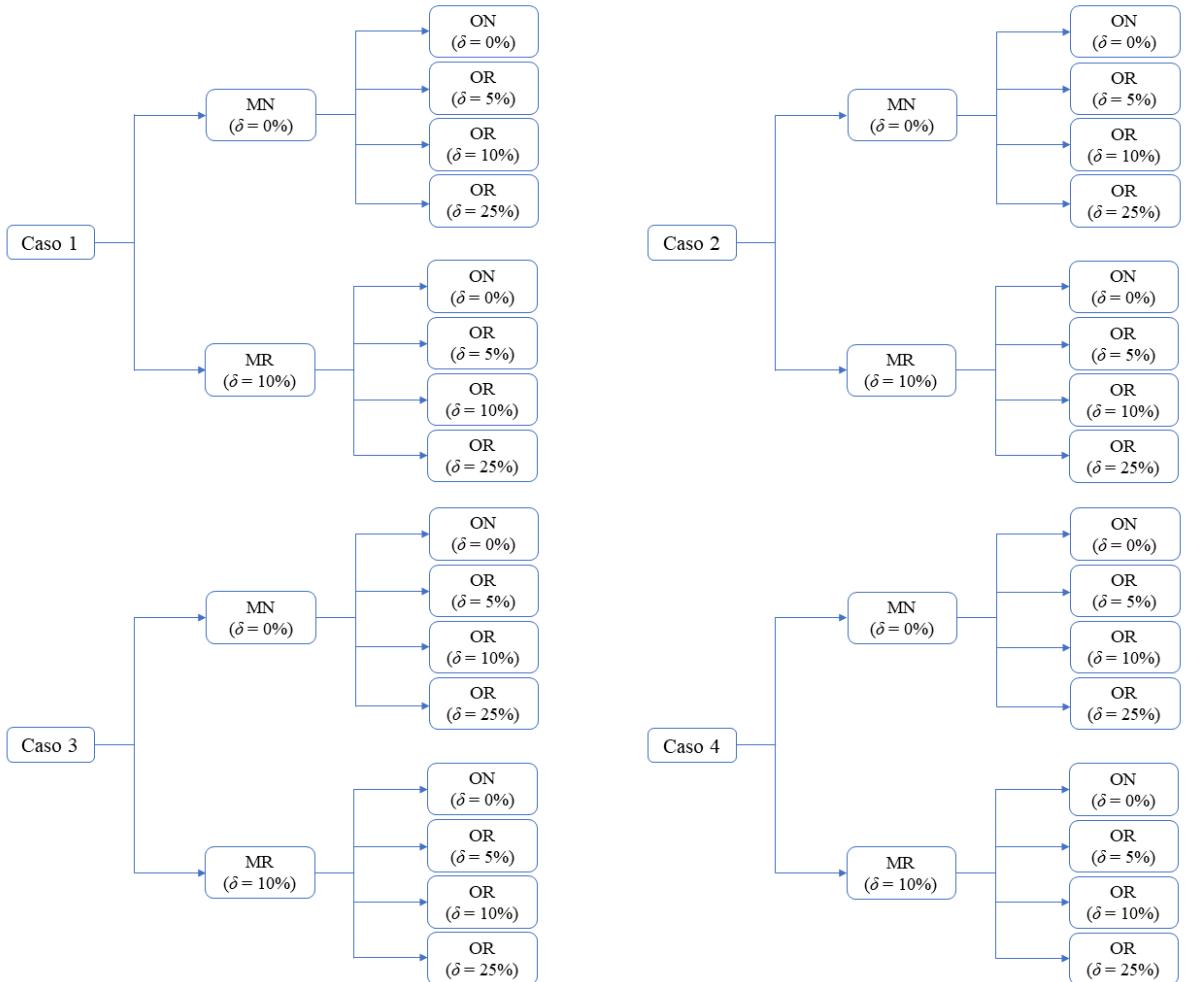
- Tamanho da população (N): 100 indivíduos;
- Número máximo de iterações (N_{gen}): 500;
- Número de amostras nas vizinhanças (N_s): 250 pontos;
- Fator de perturbação (F): 0,9;
- Probabilidade de cruzamento (Cr): 0,9;

A Figura 3.2 esquematiza resumidamente todo o procedimento realizado nesta etapa de otimizações multi-objetivos do trabalho. Para cada um dos casos estabelecidos, foram feitas as otimizações nominal e robustas com diferentes valores do parâmetro δ (0%, 5%, 10% e 25%), considerando como funções objetivo os modelos das variáveis respostas obtidos de maneira nominal e os modelos obtidos de forma robusta considerando um valor de $\delta = 10\%$.

Após a realização das otimizações, alguns dos hidrociclos obtidos foram selecionados para realização de testes experimentais afim de verificar seu desempenho real. Dentre as curvas de Pareto geradas, foram escolhidas para seleção dos hidrociclos a serem testados as curvas geradas pela otimização nominal e pela otimização robusta com parâmetro de robustez δ igual a 10% para cada um dos 4 casos e para cada categoria de modelo (ajustado de forma nominal e robusta).

Dentre as curvas selecionadas para os casos 1, 2 e 3, foi estabelecido que o critério de seleção do hidrociclo a ser construído de cada curva seria aquele que apresentasse o melhor valor da resposta que não foi considerada na otimização. Ou seja, no caso 1, como os objetivos eram maximizar E_T e minimizar R_L , selecionou-se o hidrociclo pertencente a cada curva de Pareto com menor valor de E_u , de maneira similar, foram selecionados os hidrociclos com menor R_L para as curvas do caso 2 e os de maior E_T para o caso 3.

Para as curvas selecionadas do caso 4, optou-se por escolher os pontos que apresentavam o melhor valor de cada objetivo, dessa forma selecionou-se para cada curva 3 pontos, um contendo o maior valor de E_T da curva, outro que apresentava o menor valor de R_L da curva e o terceiro contendo o menor valor de E_u . Os pontos selecionados são mostrados no Capítulo 4.



MN: Modelo ajustado de forma nominal

MR: Modelo ajustado de forma robusta

ON: Otimização nominal

OR: Otimização robusta

Figura 3.2 – Representação esquemática das otimizações multiobjetivos realizadas.

3.2 – Metodologia Experimental

3.2.1 – Material Particulado

O material particulado utilizado nos experimentos foi o quartzito, que é o mesmo material utilizado por Salvador (2017) na execução do PCC mostrado na Tabela 3.1 que foi usado como base para construção dos modelos usados nas otimizações deste trabalho. Este material foi fornecido pela ANEX mineração, sediada em Itabirito-MG, que realizou a determinação da composição química do material a partir de análises de espectrometria de raios X. A composição do quartzito utilizado nos experimentos é mostrada na Tabela 3.2.

O quartzito é formado a partir de uma rocha coesa, com estrutura cristalina densa e organizada, de forma que a força entre as partículas torna este material altamente resistente (SANTOS *et. al.*, 2014). Por esta razão, o quartzito é um ótimo material para ser usado em operações de hidrociclonagem, uma vez que sua alta dureza, resistência a quebra e estabilidade

preservam o tamanho original das partículas, o que proporciona uma classificação do material por tamanho mais precisa.

Tabela 3.2 – Composição química do quartzito (determinada pela ANEX mineração).

<i>Especie Química</i>	<i>Composição (%)</i>
SiO ₂	95,45
TiO ₂	0,08
Al ₂ O ₃	3,56
Fe ₂ O ₃	0,04
CaO	0,01
MgO	0,01
Na ₂ O	0,20
K ₂ O	0,65

A preparação do material particulado foi feita através da moagem do sólido em um moinho de bolas para que o material atingisse uma faixa de distribuição granulométrica desejada. As partículas deveriam ser finas para que não houvessem partículas grosseiras que atrapalhassem a comparação de desempenho dos hidrociclos que seriam testados. Assim, foram realizadas bateladas em um moinho que continha um vaso cerâmico de 20 cm de diâmetro e 30 cm de altura, a uma rotação de 23 rpm, com 75 bolas de cerâmica de aproximadamente 4 cm de diâmetro cada uma. Após isso, amostras representativas de quartzito foram coletadas para realizar-se a análise granulométrica e de densidade do material moído.

A distribuição granulométrica do material particulado foi obtida por meio do analisador de partículas por difração a *laser* da empresa Malvern modelo Microplus. A dimensão característica fornecida pelo equipamento era o diâmetro volumétrico das partículas. Com os dados da análise de distribuição granulométrica foi feito um ajuste seguindo o modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB), usando o software Statistica®. O coeficiente de determinação r^2 do ajuste foi de 0,98912 e os parâmetros do ajuste $d_{63,2}$ e n foram, respectivamente, 17,72 e 1,09. A Equação 3.13 mostra o modelo RRB ajustado.

$$X = 1 - \exp\left(-\left(\frac{d_p}{17,72}\right)^{1,09}\right) \quad (3.16)$$

A densidade do quartzito foi determinada usando a técnica de picnometria com deslocamento de gás Hélio. O valor encontrado para de densidade do material foi de 2,74 g/cm³.

3.2.2 – Unidade Experimental

Os ensaios experimentais foram conduzidos na unidade de hidrociclonagem do Laboratório de Separação e Energias Renováveis (LASER) da Faculdade de Engenharia Química da UFU. A referida unidade é composta pelos seguintes equipamentos que estão destacados na Figura 3.3: um tanque de armazenamento da suspensão (1), um agitador mecânico para promover a homogeneização da mistura (2), uma bomba centrífuga para fornecer energia para o escoamento do fluido (3), um medidor de vazão do tipo Coriolis (4), um manômetro digital (5) e um hidrociclo (6). Cada um destes elementos será detalhado nas próximas subseções.

Além dos equipamentos mencionados, a unidade experimental conta com duas válvulas e um registro, que também estão evidenciados na Figura 3.3. O registro indicado por i é usado para abrir e fechar a passagem de suspensão do reservatório para a bomba, sendo importante no processo de escorvamento para acioná-la. Com o sistema em funcionamento, a

vazão bombeada é dividida em duas linhas, uma de *by-pass* (A) e a outra de alimentação do hidrociclone (B). A linha de *by-pass* auxilia no ajuste da vazão da linha de alimentação, e as vazões são ajustadas manualmente através da válvula globo V1 e da válvula gaveta V2.



Figura 3.3 – Unidade experimental de hidrociclonagem (Reproduzido de Salvador (2013)).

3.2.2.1 – Tanque de Armazenamento da Suspensão

O reservatório empregado para armazenar a mistura sólido-líquido é feito de polietileno e possuía uma capacidade volumétrica de 250 L. O tanque possui um agitador mecânico com inversor de frequência de 1,5 cv instalado para promover a homogeneização da suspensão e um par de chicanas posicionadas nas proximidades da parede para evitar a formação de vórtices durante a agitação.

3.2.2.2 – Bomba Centrífuga

A bomba centrífuga utilizada é da marca Weir Minerals do modelo 1,5/1B-AH e apresenta alta resistência a abrasão e corrosão, sendo apropriada para promover o bombeamento da suspensão de água e quartzo. Ela possui uma potência de 5 cv que é suficiente para fazer com que o escoamento da suspensão na unidade chegassem à pressão desejada.

3.2.2.3 – Medidor de Vazão

O medidor de vazão mássica da marca Metroval do modelo RHM08-3FS1PN foi instalado na linha de alimentação do hidrociclone. Este equipamento é constituído por duas partes: o sensor de medição de vazão do tipo Coriolis e o *display* para o qual os dados são transmitidos e mostrados na tela. As duas partes do equipamento são mostradas na Figura 3.4. A faixa de operação do medidor de vazão é de 300 a 1800 kg/h e o aparelho suporta pressões de até 15,5 bar.



Figura 3.4 – Sensor (à esquerda) e display (à direita) do medidor de vazão mássica do tipo Coriolis usado na unidade de hidrociclonagem (Reproduzido de Salvador (2013)).

3.2.2.4 – Manômetro Digital

O manômetro digital do tipo Bourdon foi instalado imediatamente na entrada da alimentação do hidrociclone afim de medir a queda de pressão dentro do separador. Como as descargas do hidrociclone *underflow* e *overflow* estavam a pressão atmosférica, o valor indicado pelo manômetro correspondia a queda de pressão dentro do separador. Esse medidor de pressão apresenta uma faixa de operação de 0 a 7 bar.

3.2.3 - Hidrociclones

A construção dos hidrociclones ótimos selecionados para serem testados experimentalmente, foi feita de maneira modular, ou seja, as diferentes peças dos separadores eram acopladas umas às outras como mostrado na Figura 3.5. O tubo de *overflow* (1) e o duto de alimentação (2) eram acoplados ao cilindro (3) e este, por sua vez, era conectado ao tronco de cone (4). Por fim, o orifício de *underflow* (5) era ajustado a parte inferior do tronco de cone.



Figura 3.5 – Estrutura modular de montagem dos hidrociclones.

As peças eram mantidas conectadas por meio de sistemas de rosca ou de travas mecânicas e era utilizada uma resina de silicone nas junções entre as partes cilíndrica e cônica e entre o tronco de cone e o duto de *underflow* para evitar vazamentos nessas regiões.

Nesse processo de construção dos hidrociclos, foi feito um levantamento prévio das diferentes peças disponíveis no LASER, que eram fabricadas em latão ou alumínio. Com isso, verificou-se aquelas que mais se aproximavam das dimensões obtidas para cada um dos hidrociclos a serem testados. As dimensões dos hidrociclos selecionados assim como os tamanhos das peças que mais se aproximavam destas dimensões e que foram usadas na montagem desses separadores são mostrados no capítulo 4. O comprimento do *vortex finder* dos dutos de *overflow* (λ), o diâmetro dos cilindros (D_c) e o diâmetro da saída de *underflow* (D_u) foram mantidos os mesmos valores empregados nos experimentos do PCC de Salvador (2017), sendo respectivamente 12, 30 e 5 mm.

3.2.4 – Procedimento Experimental

O procedimento experimental empregado neste trabalho iniciava-se pela montagem do hidrociclo a ser testado e o mesmo era acoplado a unidade experimental. O tanque era preenchido com aproximadamente 200 L da suspensão de água e quartzito, que apresentava uma concentração volumétrica do material particulado de 1%.

O acionamento da unidade iniciava-se ligando o agitador mecânico para promover a homogeneização da suspensão. Então posicionava-se as válvulas globo e gaveta nas posições adequadas e abria-se o registro que ficava após a saída do tanque para promover o afogamento da bomba centrífuga, que era então acionada. Na sequência, a posição das válvulas do by-pass e da alimentação do hidrociclo eram ajustadas para regular a vazão de suspensão que passava pelo separador até que a pressão indicada pelo manômetro fosse de 1,47 bar, que corresponde a mesma queda de pressão empregada nos experimentos de Salvador (2017).

Uma vez que a pressão indicada pelo manômetro estava estável no valor desejado, iniciava-se a coleta dos dados experimentais. A primeira etapa era medição da temperatura que era usada na determinação da viscosidade e densidade do fluido. Em seguida, lia-se a medida indicada no display do medidor de vazão e registrava-se a vazão mássica da alimentação. A corrente de *underflow* tinha sua vazão mássica aferida por gravimetria, de forma que se coletava uma amostra dessa corrente, media-se o tempo de coleta e pesava-se a massa coletada em uma balança semi-analítica com precisão de $\pm 0,01$ g. A vazão da corrente de *overflow* era determinada pelo balanço de massa total no hidrociclo, uma vez que o equipamento operava em estado estacionário.

Após a determinação das vazões, amostras das correntes de alimentação e do *underflow* eram coletadas, pesadas e armazenadas em uma estufa a 105 °C por 24 horas. Após esse período, o bêquer era novamente pesado para determinar-se a massa de sólido seco de cada amostra e assim obter-se a concentração de cada corrente. Este procedimento era realizado em triplicata.

Além disso, alíquotas da alimentação e do *underflow* eram também coletadas para determinar-se a distribuição granulométrica do material particulado dessas correntes. As amostras coletadas eram analisadas no aparelho Mastersizer Microplus da marca Malvern, que utiliza uma técnica baseada na difração de raios laser para determinar a distribuição granulométrica do material. Na operação do aparelho, inicialmente calibrava-se o sistema óptico do equipamento através da medida do “branco”, que era uma mistura de água com dispersante e era utilizada como referencial para a demais medidas. O dispersante utilizado era o hexametafosfato de sódio, também conhecido como Calgon, na concentração de 1 g/L. Com

o equipamento calibrado, realizava-se a análise das amostras, que eram adicionadas ao bêquer contendo a mistura de água com Calgon e, então, eram submetidas a um banho ultrassônico por 30 segundos para que os aglomerados de partículas fossem desfeitos. Os dados das análises fornecidos pelo mastersizer eram na forma de diâmetros de partícula por suas respectivas frações cumulativas. Esses dados foram enviados a uma planilha eletrônica e os parâmetros do modelo RRB foram determinados por regressão não-linear usando o software Statistica®.

Capítulo 4

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os modelos otimizados das respostas E_T , R_L e Eu estimados a partir dos resultados do PCC de Salvador (2017), bem como, a análise comparativa de sensibilidade dos parâmetros dos modelos gerados por otimização nominal e robusta. Além disso são mostrados os resultados das otimizações multi-objetivos nominais e robustas para os 4 casos estudados e os hidrociclones construídos e testados experimentalmente a partir dessas otimizações. Por fim, os resultados experimentais obtidos com os hidrociclones são exibidos.

4.1 – Modelos Otimizados de E_T , R_L e Eu Nominais e Robustos

Nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 são mostrados os parâmetros (β) dos modelos otimizados (Equação 3.5) obtidos para a eficiência total, a razão de líquido e o número de Euler, respectivamente, considerando diferentes valores do parâmetro de robustez (δ). Em cada linha das tabelas, para cada valor de δ , são exibidos o valor do parâmetro na parte superior e o desvio padrão entre as 10 execuções do algoritmo logo abaixo. Além dos parâmetros β , nas tabelas são também mostrados os valores da função objetivo f (Equação 3.6), os quais se deseja que sejam mínimos, e o valor do coeficiente de determinação r^2 .

Tabela 4.1 - Coeficientes estimados para a Eficiência Total (E_T) considerando diferentes valores para o parâmetro de robustez (δ). (continua)

	0% ¹	0,5%	1%	2,5%	5%	10%	25%	50%
β_0	73,25794 0,00187 ²	73,26559 0,01263	73,22311 0,01887	73,13606 0,05416	72,75425 0,12137	71,90346 0,32883	66,80179 0,84486	54,08928 1,37421
β_1	-0,59698 0,00095	-0,59803 0,00885	-0,58495 0,00970	-0,58979 0,02392	-0,59369 0,03761	-0,59979 0,07952	-0,11041 0,53589	-0,61113 0,80148
β_2	-5,05389 0,00080	-5,05150 0,00538	-5,07134 0,01484	-5,05528 0,03171	-5,05769 0,05376	-5,00408 0,12486	-4,82188 0,50981	-3,99605 1,09751
β_3	-0,69326 0,00101	-0,68783 0,00487	-0,68985 0,01591	-0,68188 0,02276	-0,67419 0,04711	-0,72131 0,14257	-0,59737 0,46414	-0,21525 1,31345
β_4	-2,35351 0,00113	-2,35309 0,00539	-2,36913 0,01245	-2,33385 0,03579	-2,34572 0,04956	-2,17675 0,11893	-2,56347 0,48299	-2,41068 0,92424
β_{11}	0,61326 0,00125	0,61510 0,00604	0,62325 0,01017	0,62330 0,02775	0,77512 0,06792	1,03084 0,15583	2,83655 0,53364	4,65956 1,51715
β_{22}	0,71275 0,00157	0,71000 0,00472	0,73364 0,01807	0,72370 0,02441	0,85176 0,09451	1,04163 0,19270	2,60170 0,51157	7,09832 0,78588
β_{33}	1,65460 0,00139	1,65550 0,01210	1,67793 0,01168	1,66951 0,03156	1,88524 0,07918	1,95465 0,18659	3,20626 0,29054	6,21636 1,29822
β_{44}	1,67352 0,00120	1,68057 0,01206	1,66607 0,01230	1,73270 0,03498	1,76149 0,08038	2,02879 0,17647	3,52546 0,34228	6,41600 1,16709
β_{12}	-0,92865 0,00120	-0,92744 0,01144	-0,93960 0,01532	-0,93174 0,03653	-1,04171 0,10607	-0,77343 0,14271	-0,60380 0,77580	1,12613 1,25417
β_{13}	0,65563 0,00123	0,67566 0,00894	0,67858 0,01305	0,60984 0,02725	0,61201 0,04779	0,82375 0,12583	-0,03871 0,49925	1,47360 1,50888
β_{14}	-0,45953 0,00137	-0,46270 0,00629	-0,46092 0,01265	-0,48888 0,04158	-0,43818 0,08107	-0,47997 0,14602	-0,28424 0,49632	0,49467 1,27761
β_{23}	0,79997 0,00112	0,80749 0,00803	0,79609 0,01442	0,80702 0,03234	0,74579 0,06566	1,03045 0,15300	1,32868 0,46339	1,24490 1,13560

Tabela 4.1 - Coeficientes estimados para a Eficiência Total (E_T) considerando diferentes valores para o parâmetro de robustez (δ). (conclusão)

	0% ¹	0,5%	1%	2,5%	5%	10%	25%	50%
β_{24}	-1,54920 0,00076 ²	-1,55014 0,00577	-1,54133 0,01411	-1,54393 0,02741	-1,54140 0,06074	-1,25597 0,15087	-1,63184 0,32539	-3,30248 1,29993
β_{34}	-1,82373 0,00176	-1,83754 0,00938	-1,81371 0,00951	-1,83109 0,03503	-1,79142 0,07082	-1,76100 0,09237	-1,99158 0,59621	-0,67261 1,58128
f	0,00908 $4,1 \times 10^{-8}$	0,00924 $4,1 \times 10^{-7}$	0,00972 $2,2 \times 10^{-6}$	0,01312 $1,2 \times 10^{-5}$	0,02508 $5,5 \times 10^{-5}$	0,07217 0,00018	0,35782 0,00289	1,05102 0,01554
r^2	0,92740	0,92739	0,92736	0,92721	0,92537	0,91299	0,66513	-0,52426

¹ Melhor valor da função objetivo obtido nas 10 execuções e 2 Desvio padrão referente a função objetivo nas 10 execuções.

Tabela 4.2 - Coeficientes estimados para a Razão de Líquido (R_L) considerando diferentes valores para o parâmetro de robustez (δ).

	0% ¹	0,5%	1%	2,5%	5%	10%	25%	50%
β_0	18,42910 0,00136 ²	18,41184 0,00852	18,41429 0,01257	18,36524 0,03498	18,37182 0,03469	18,05917 0,14221	16,35478 0,28581	14,13450 0,48441
β_1	0,29487 0,00082	0,29241 0,00299	0,28886 0,00811	0,31374 0,01997	0,29695 0,02226	0,22470 0,07080	0,38191 0,16531	0,25553 0,24437
β_2	-10,03494 0,00162	-10,04489 0,00459	-10,03835 0,00891	-10,04689 0,01809	-10,05310 0,04127	-10,08844 0,04190	-9,57722 0,15681	-8,98364 0,36221
β_3	1,16802 0,00089	1,17294 0,00433	1,16667 0,00423	1,16382 0,02311	1,19803 0,03323	1,11749 0,05199	1,22859 0,20741	0,81950 0,20616
β_4	-0,89758 0,00127	-0,89837 0,00210	-0,90258 0,00731	-0,91891 0,01874	-0,92112 0,03415	-0,78278 0,08638	-0,84739 0,23062	-0,65789 0,31308
β_{11}	-0,10152 0,00111	-0,09506 0,00327	-0,10000 0,01060	-0,06405 0,01695	-0,06882 0,03519	0,05155 0,09028	0,76859 0,19188	1,94829 0,46130
β_{22}	2,80602 0,00081	2,81274 0,00613	2,80803 0,00941	2,81621 0,01930	2,81416 0,01956	2,93584 0,05994	3,10022 0,19752	3,80891 0,39303
β_{33}	-0,59946 0,00104	-0,59727 0,00552	-0,58924 0,00634	-0,56768 0,02335	-0,56895 0,03756	-0,53972 0,08999	0,10581 0,14445	0,19117 0,43082
β_{44}	-0,19205 0,00130	-0,18818 0,00299	-0,19677 0,00558	-0,22335 0,01784	-0,18339 0,03721	-0,12331 0,02730	0,30337 0,14171	0,65860 0,45756
β_{12}	0,12054 0,00122	0,11735 0,00444	0,11667 0,00859	0,16156 0,02006	0,08943 0,03681	0,08349 0,05395	-0,11554 0,19286	0,48012 0,45162
β_{13}	0,06381 0,00107	0,05456 0,00460	0,05880 0,00679	0,06401 0,01429	0,02509 0,04906	-0,04357 0,06084	0,20449 0,20855	-0,35103 0,29428
β_{14}	0,13411 0,00138	0,13531 0,00377	0,13395 0,00641	0,14054 0,01615	0,15135 0,03678	0,18571 0,05258	0,10317 0,18923	0,93079 0,46368
β_{23}	0,32052 0,00106	0,31654 0,00287	0,32493 0,00716	0,32406 0,01570	0,26941 0,04547	0,33717 0,06163	0,30377 0,15743	0,19519 0,42638
β_{24}	0,56945 0,00101	0,56981 0,00581	0,57755 0,01165	0,59206 0,01784	0,54436 0,03450	0,58276 0,07974	0,64608 0,15777	0,57393 0,21121
β_{34}	-0,72215 0,00122	-0,71570 0,00350	-0,72879 0,00693	-0,72772 0,01190	-0,67278 0,05019	-0,80508 0,06530	-0,40267 0,22556	-0,85625 0,38234
f	0,00211 $7,4 \times 10^{-8}$	0,00216 $7,3 \times 10^{-7}$	0,00232 $3,8 \times 10^{-6}$	0,00343 $1,2 \times 10^{-5}$	0,00734 $5,6 \times 10^{-5}$	0,02263 $2,5 \times 10^{-4}$	0,12236 $8,4 \times 10^{-4}$	0,39217 0,00466
r^2	0,99842	0,99841	0,99841	0,99836	0,99833	0,99768	0,98358	0,92997

¹ Melhor valor da função objetivo obtido nas 10 execuções e 2 Desvio padrão referente a função objetivo nas 10 execuções.

Tabela 4.3 - Coeficientes estimados para o Número de Euler (Eu) considerando diferentes valores para o parâmetro de robustez (δ). (continua)

	0% ¹	0,5%	1%	2,5%	5%	10%	25%	50%
β_0	1857,70970 0,03162 ²	1857,61810 0,80554	1855,05220 1,37115	1859,5844 3,81928	1850,4188 3,40887	1998,18700 2,73248	1998,40000 8,02870	1990,90230 3,96924
β_1	-1360,04325 0,01455	-1360,98910 0,43241	-1359,6054 1,17219	-1359,5299 2,49130	-1359,6444 5,25590	-1360,63150 5,72337	-1327,23540 10,40206	-1251,72120 29,15469

Tabela 4.3 - Coeficientes estimados para o Número de Euler (Eu) considerando diferentes valores para o parâmetro de robustez (δ). (conclusão)

	0% ¹	0,5%	1%	2,5%	5%	10%	25%	50%
β_2	-444,63931 0,02387 ²	-444,35161 0,45570	-444,35028 0,59564	-441,38861 2,87860	-445,88699 3,75013	-441,18469 6,79522	-432,29035 20,05821	-438,10340 26,66164
β_3	-346,57152 0,01376	-346,07796 0,47983	-347,86672 1,05599	-344,02527 1,88085	-340,47772 6,28160	-349,80655 8,83613	-340,99281 22,64655	-316,31473 36,27808
β_4	-153,14804 0,01382	-153,30902 0,51110	-152,94058 0,48886	-151,63382 2,01729	-156,44930 5,39568	-163,30495 6,06764	-141,54916 13,76779	-102,28601 26,82761
β_{11}	662,09115 0,01978	662,35583 0,39662	662,14293 1,15727	661,84317 2,54599	661,31934 4,41956	622,65433 6,56931	662,83543 15,82076	680,67151 28,87466
β_{22}	50,89553 0,01819	50,32466 0,47352	50,25088 0,83962	50,94334 2,23413	50,55239 6,07903	36,75636 8,19325	29,51524 21,48053	71,28521 36,18409
β_{33}	153,05252 0,01825	153,08848 0,59153	154,33598 0,63790	154,70115 2,11859	157,79733 4,67949	143,14555 7,43539	181,13742 23,80291	160,91393 27,62664
β_{44}	15,27000 0,01564	15,71511 0,65858	15,05909 0,83093	9,87368 3,33187	12,36596 5,86053	-18,45947 6,12498	-2,77238 15,97084	45,29594 34,05358
β_{12}	92,40073 0,01055	93,06032 0,62959	90,17103 1,08542	91,16354 2,18286	87,82757 6,62141	88,59113 8,45546	90,87096 15,69653	78,24175 26,99839
β_{13}	129,61176 0,01521	130,14968 0,50673	129,20600 1,08248	130,74097 1,59241	132,59369 5,28333	125,56159 5,14946	117,38140 13,20836	184,98481 29,58310
β_{14}	73,69006 0,01792	73,79428 0,42158	71,37490 0,76518	71,97821 2,78148	66,43089 6,21735	76,90951 8,16373	43,33735 21,84444	70,09918 42,28216
β_{23}	90,29327 0,01886	90,37660 0,48428	90,88138 1,18073	83,80342 2,70437	87,87510 2,36158	98,41652 5,96083	107,09257 14,86577	125,93693 53,73067
β_{24}	25,96576 0,01665	25,95631 0,68609	25,38014 1,66354	26,88731 2,72101	29,69273 4,41851	33,70117 10,54919	112,57747 14,73695	-5,79421 37,32324
β_{34}	0,12434 0,02075	0,61641 0,58543	1,68018 1,52865	0,65452 2,55820	-0,53954 8,29750	-7,36622 8,47271	19,94707 19,29566	-31,42955 32,16308
f	0,00001 $6,4 \times 10^{-10}$	0,00001 $6,3 \times 10^{-7}$	0,00001 $1,5 \times 10^{-6}$	0,00001 $1,3 \times 10^{-5}$	0,00001 $7,8 \times 10^{-5}$	0,00002 0,00012	0,00005 0,00082	0,00017 0,00367
r^2	0,99158	0,99158	0,99157	0,99155	0,99150	0,98822	0,98098	0,96497

1 Melhor valor da função objetivo obtido nas 10 execuções e 2 Desvio padrão referente a função objetivo nas 10 execuções.

Observando-se as tabelas 4.1, 4.2 e 4.3, nota-se que a medida que se aumenta a magnitude do parâmetro de robustez δ o valor da função objetivo também aumenta, mostrando que o custo da inserção de robustez no problema de otimização é a depreciação do valor da função objetivo. Para pequenos valores de δ o aumento do valor da função objetivo é muito pequeno, porém quando o valor deste parâmetro aumenta muito, a diferença entre os valores da função objetivo para os casos nominal e robusto assume um valor significativo, não tão próximo de zero, que seria o valor ideal.

Comparando-se o parâmetro de determinação r^2 entre as respostas, nota-se que os modelos mais bem ajustados foram, em ordem, o da razão de líquido e do número de Euler, seguido pelo modelo da eficiência total, que apresentou valores de r^2 significativamente menores que o das outras duas respostas. Observa-se ainda que o valor de r^2 também diminui à medida que se aumenta o parâmetro δ para todas as respostas ajustadas, mas em especial para a eficiência total, que é a resposta que sofre a maior diminuição do valor do coeficiente de determinação. De maneira geral, observa-se que a inserção de robustez com pequenos valores de δ na estimativa dos parâmetros pouco afeta a qualidade dos modelos. Deve-se apenas ter cuidado quando se trata da eficiência total, em que um valor de δ grande pode gerar um modelo que pouco explica a variabilidade dos dados experimentais.

Um outro fator que é afetado pelo aumento de δ é o desvio padrão entre os parâmetros do modelo e a função objetivo de cada uma das execuções do algoritmo. Quanto maior é o valor

de δ , maior é o desvio entre as execuções. Esse comportamento deve-se ao fato de que nos casos robustos, o cálculo da média efetiva envolve a geração e avaliação de pontos aleatórios nas vizinhanças das soluções sendo os limites dessas vizinhanças determinados pela magnitude do parâmetro δ . A medida que o valor deste parâmetro aumenta, as amostras aleatórias geradas nas vizinhanças das soluções distanciam-se cada vez mais, aumentando as diferenças entre os modelos encontrados em cada execução do algoritmo.

4.2 – Análise Comparativa de Sensibilidade entre os Modelos Nominais e Robustos

Nas figuras 4.1, 4.2 e 4.3 são mostrados os comportamentos frente a perturbações da média e do desvio padrão das funções objetivo f , usadas na estimativa dos modelos nominais e robustos das respostas E_T , R_L e E_u , respectivamente. Como mencionado na sessão anterior, foram consideradas perturbações δ das magnitudes de 0,5%, 1%, 2,5%, 5%, 10%, 25% e 50% na geração das vizinhanças em torno dos pontos do PCC da Tabela 3.1.

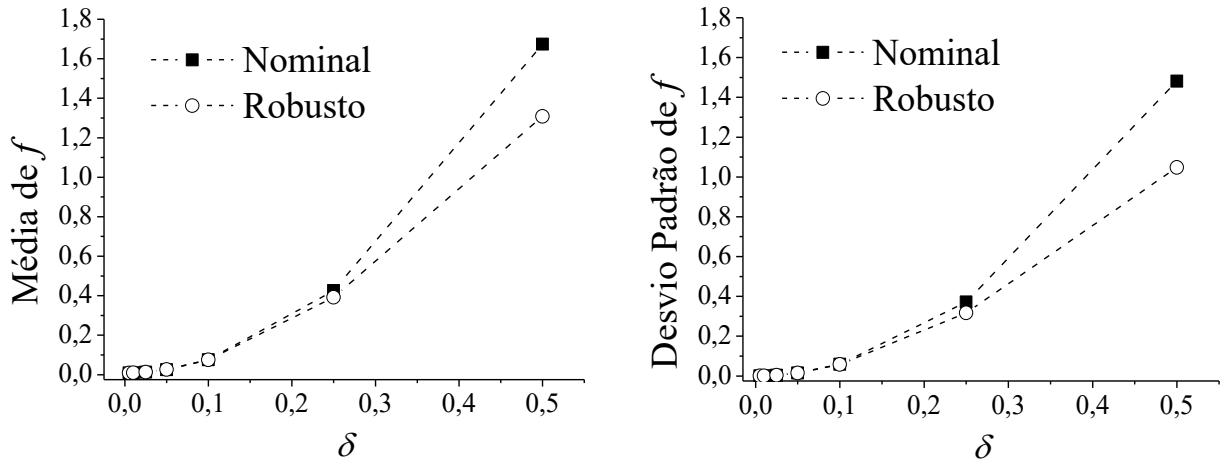


Figura 4.1 - Gráficos da média e do desvio padrão da função objetivo para os modelos nominal e robusto de E_T .

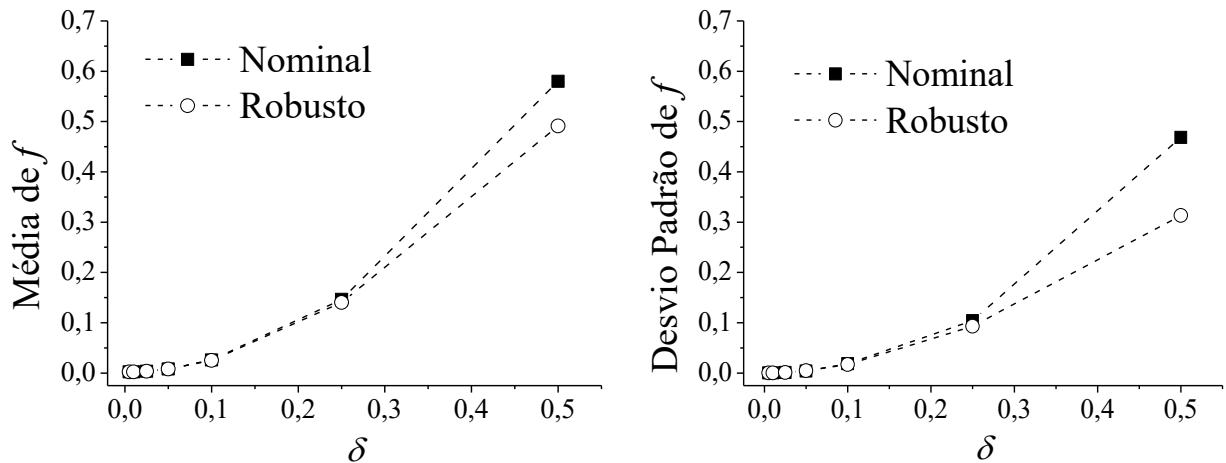


Figura 4.2 - Gráficos da média e do desvio padrão da função objetivo para os modelos nominal e robusto de R_L .

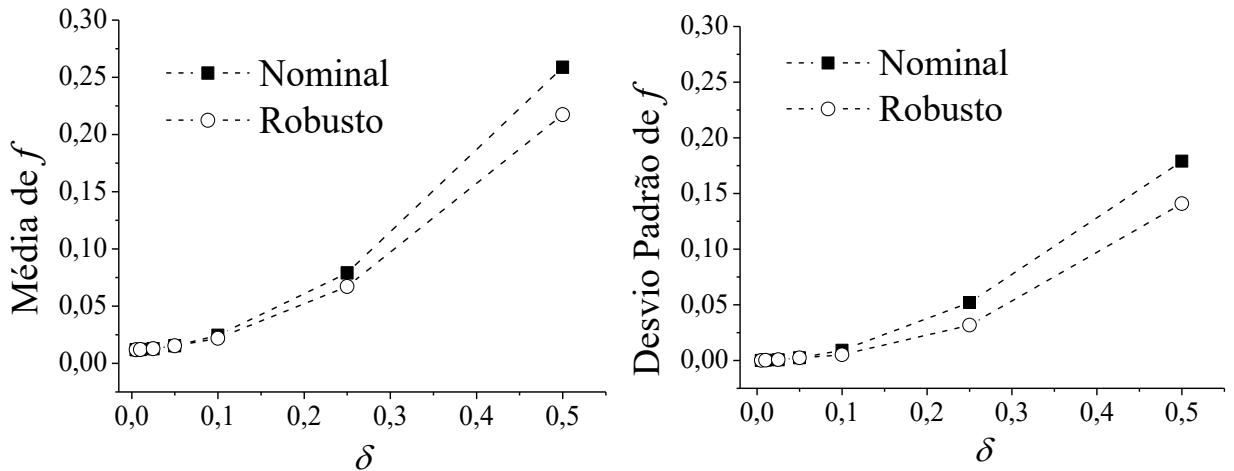


Figura 4.3 - Gráficos da média e do desvio padrão da função objetivo para os modelos nominal e robusto de Eu .

Observando-se as Figuras 4.1 a 4.3, nota-se que as maiores diferenças nos valores de média e desvio padrão de f entre os modelos nominal e robusto ocorrem para a eficiência total, seguida pela razão de líquido e as menores diferenças acontecem para número de Euler. Tal fato indica que o modelo da eficiência total é o mais sensível a perturbações em seus parâmetros, o que significa que caso os parâmetros do modelo não sejam bem ajustados pode-se obter resultados pouco coincidentes com o que se observa na realidade. Por outro lado, os modelos da razão de líquido e número de Euler, principalmente, mostraram-se pouco sensíveis a variações em seus parâmetros. Sendo assim, esses modelos são pouco afetados por imprecisões em suas estimativas.

De modo geral, os gráficos exibidos mostram que à medida que a perturbação nos parâmetros dos modelos aumenta, o valor da média e do desvio padrão da função objetivo do modelo robusto é menos deteriorado que o do modelo nominal. Este fato deixa evidente que o modelo robusto é menos sensível às perturbações que o modelo nominal. Todavia, quando a magnitude da perturbação é pequena, não há grandes diferenças entre os resultados robustos e nominais nas figuras. Essas diferenças só se tornam visíveis nos gráficos a partir de um δ de aproximadamente 25%. Mesmo assim, existem diferenças, mesmo que mínimas, entre a sensibilidade dos modelos nominais e robustos, de forma que os modelos robustos são menos afetados pelas perturbações.

4.3 - Resultados das Otimizações Multi-Objetivos Nominais e Robustas

Nesta seção são apresentados os resultados das otimizações multi-objetivos nominais e robustas para os quatro casos estudados usando os modelos otimizados de forma nominal e robusta.

Primeiramente, são mostrados os resultados das otimizações usando os modelos ajustados sem robustez dos quatro casos apresentados. Em seguida, os resultados das otimizações dos casos estudados usando os modelos ajustados de forma robusta são exibidos. Por fim, as curvas de Pareto das otimizações nominais com modelos nominais e robustos são plotadas em um mesmo gráfico para cada um dos quatro casos, a fim de verificar-se as diferenças entre os resultados obtidos usando os dois tipos de modelos como funções objetivo das otimizações.

4.3.1 – Otimizações Multi-Objetivos Usando Modelos Ajustados de Forma Nominal

4.3.1.1 – Caso 1: Minimização de R_L e Maximização de E_T

A Figura 4.4 apresenta as Curvas de Pareto nominal ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05; \delta = 0,10; \delta = 0,25$) obtidas utilizando os modelos ajustados sem robustez para o caso 1.

Nesta figura observa-se o caráter conflitante dos objetivos, isto é, maximizar E_T implica na maximização de R_L e, da mesma forma, a minimização de R_L implica na minimização de E_T . Além disso, também se observa que na medida que o valor de δ aumenta, existe um distanciamento das Curvas de Pareto robustas em relação à Curva de Pareto nominal. Este comportamento já era esperado, pois quando se insere robustez ao problema de otimização, obtém-se uma maior confiabilidade nos resultados, todavia, por meio da deterioração da Curva de Pareto em relação ao seu valor nominal (sem robustez). Para este estudo de caso também se observa um encurtamento das curvas de Pareto para maiores valores de δ , isto é, na medida em que o valor de δ aumenta tem-se uma concentração das soluções em uma determinada região do espaço de objetivos. Na prática, isto significa um número menor de combinações de geometrias para os hidrociclos.

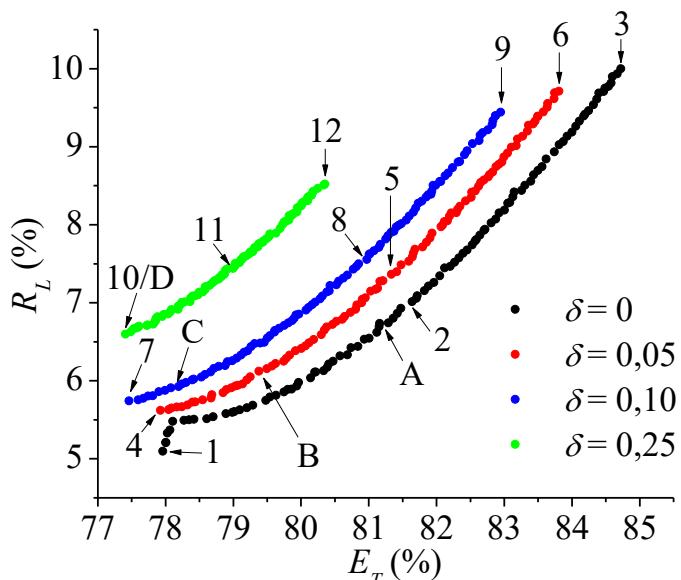


Figura 4.4 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 1 usando os modelos estimados sem robustez.

Na Figura 4.4, os pontos 1, 4, 7 e 10 priorizam a minimização de R_L , enquanto que os pontos 3, 6, 9 e 12 priorizam a maximização de E_T . Já os pontos 2, 5, 8 e 11 buscam uma solução de compromisso para garantir uma alta eficiência e uma razão de líquido baixa ao mesmo tempo. Os pontos indicados por letras correspondem aos pontos de melhor valor da resposta que não foi otimizada, neste caso o número de Euler (Eu), sendo que na curva de Pareto com $\delta=0,25$, esse ponto coincide com o hidrociclo de menor razão de líquido. Os pontos citados são apresentados na Tabela 4.4.

Analizando-se a Tabela 4.4, percebe-se que a diferença no valor da E_T entre os pontos selecionados de cada curva é pequena (variação menor que 10%), quando comparado com a diferença no valor da R_L (variação de até 50%). Tal observação mostra que a eficiência total entre os hidrociclos otimizados é próxima e pouco varia entre eles, ao contrário da razão de líquido, que a depender do hidrociclo otimizado escolhido pode apresentar grandes variações.

Tabela 4.4 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.4.

	Ponto	X_1 D_i/D_c	X_2 D_o/D_c	X_3 L/D_c	X_4 θ	$E_T(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0$	1	-1,159 0,152	1,167 0,328	-1,654 4,014	-0,772 11,945°	77,96	5,09	4985
	2	-1,296 0,145	1,030 0,322	-1,659 4,008	1,657 19,985°	81,64	7,01	5000
	3	-1,187 0,151	0,500 0,295	-1,660 4,007	1,660 19,995°	84,72	10,00	4982
	A	-1,292 0,145	1,104 0,325	-1,659 4,008	1,656 19,981°	81,16	6,73	4947
$\delta=0,05$	4	-1,329 0,144	1,658 0,353	-1,660 4,007	1,617 19,852°	77,92	5,62	4771
	5	-1,214 0,149	0,972 0,319	-1,658 4,009	1,660 19,995°	81,34	7,36	4783
	6	-1,140 0,153	0,554 0,298	-1,658 4,009	1,660 19,995°	83,81	9,71	4809
	B	-1,277 0,146	1,365 0,338	-1,658 4,009	1,654 19,975°	79,50	6,00	4757
$\delta=0,10$	7	-1,269 0,147	1,645 0,352	-1,656 4,012	1,607 19,819°	77,46	5,74	4595
	8	-1,166 0,152	0,948 0,317	-1,658 4,009	1,658 19,988°	80,97	7,55	4656
	9	-1,099 0,155	0,607 0,300	-1,658 4,009	1,656 19,981	82,95	9,44	4660
	C	-1,247 0,148	1,532 0,347	-1,656 4,012	1,658 19,988°	78,39	5,76	4579
$\delta=0,25$	10/D	-1,047 0,158	1,315 0,336	-1,657 4,010	1,660 19,995°	77,41	6,60	4122
	11	-1,032 0,158	1,040 0,322	-1,660 4,007	1,654 19,975°	79,00	7,44	4230
	12	-0,999 0,160	0,805 0,310	-1,657 4,010	1,654 19,975°	80,35	8,52	4267

Na Tabela e na Figura 4.4, também se nota que os pontos de menor valor do número de Euler tendem a se aproximar dos pontos de menor razão de líquido e eficiência total, a medida que o parâmetro de robustez aumenta. Tal comportamento é um reflexo da diminuição na diversidade dos hidrociclos ótimos obtidos à medida que se aumenta este parâmetro, o que força cada vez mais a aproximação do separador de menor valor do número de Euler com o hidrociclo de menor razão de líquido. Contudo, a variação no número de Euler entre os pontos destacados de cada curva é pequena (variação menor que 4%).

Ainda observando a Tabela 4.4, percebe-se que os hidrociclos otimizados obtidos no estudo de caso 1 apresentam, de maneira geral, uma relação D_i/D_c baixa, um D_o/D_c de valores intermediários a altos e uma proporção L/D_c próxima do limite inferior do intervalo de validade desta variável ($-1,66 < X_i < 1,66$), enquanto que o valor do ângulo θ é próximo do limite superior do intervalo de validade para esta variável, com exceção do hidrociclo 1. Percebe-se ainda que os pontos de mínimo R_L em cada caso, ou seja, os pontos 1, 4, 7 e 10, são os que apresentam as maiores relações D_o/D_c . Quanto aos pontos que apresentam E_T máxima (3, 6, 9 e 12), estes apresentam os menores valores de D_o/D_c em cada curva. Tais observações demonstram que a

diminuição do diâmetro do tubo de *overflow* aumenta a eficiência, porém aumenta também a razão de líquido do hidrociclone. As demais variáveis de projeto não apresentam grandes diferenças entre os pontos para este estudo de caso.

4.3.1.2 – Caso 2: Minimização de Eu e Maximização de Et

A Figura 4.5 apresenta as Curvas de Pareto nominal ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05; \delta = 0,10; \delta = 0,25$) obtidas utilizando os modelos ajustados sem robustez para o caso 2.

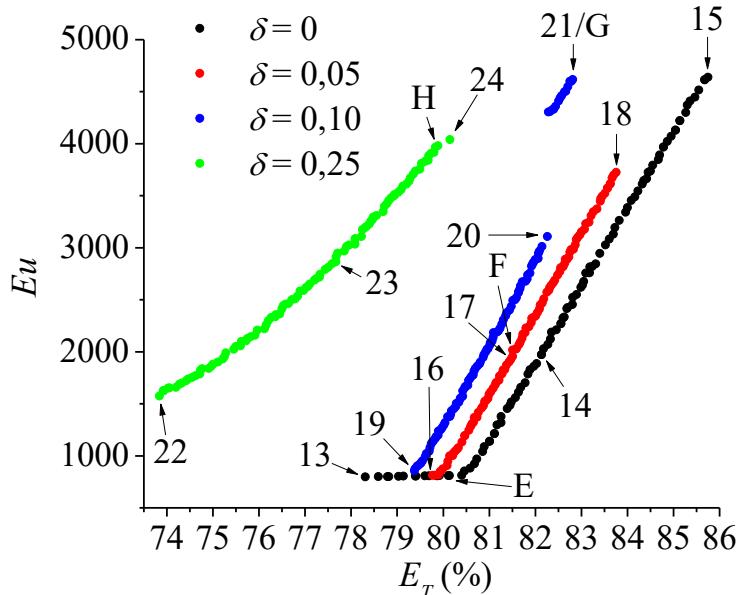


Figura 4.5 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 2 usando os modelos estimados sem robustez.

Nesta figura também se observa o caráter conflitante dos objetivos, isto é, o aumento de Et implica no aumento de Eu e a redução de Eu implica na redução de Et . Além disso, assim como ocorre para o caso 1, o aumento do parâmetro δ afasta as curvas de Pareto robustas em relação à curva de Pareto nominal.

Na Figura 4.5 e também na Tabela 4.5 tem-se a seleção de alguns pontos. Os de numeração iguais a 13, 16, 19 e 22 são os que buscam a minimização do Eu . Já os pontos 15, 18, 21 e 24 priorizam a maximização da Et . Além destes, os pontos 14, 17, 20 e 23 são os que buscam o compromisso entre os dois objetivos. Por fim, os pontos E, F, G e H são os pontos de menor valor da razão de líquido, a resposta que não foi considerada na otimização.

Na Tabela 4.5 é possível observar que a variação do valor da Et (variação menor que 10%) entre os pontos selecionados de cada curva é menos significativa que a diferença entre os valores encontrados para o Eu (variação de até 85%). Portanto, em termos práticos, os hidrociclos otimizados apresentam eficiências totais próximas, porém números de Euler altamente variados entre os separadores.

De maneira geral, é possível observar pela Tabela 4.5 que os hidrociclos obtidos apresentam valores próximos do limite superior para a relação D_o/D_c , valores intermediários para a relação L/D_c , valores próximos do valor mínimo para θ e valores variados para a relação D_i/D_c . O único caso destoante é quando $\delta = 0,25$, neste caso a relação D_o/D_c apresenta valores medianos a altos, a proporção L/D_c apresenta valores baixos, próximos do valor mínimo definido para esta variável ($-1,66 < X_i < 1,66$) e o ângulo θ apresenta valores elevados, próximos do limite superior do intervalo definido para esta dimensão. Tal comportamento deve-se ao fato

de que, para um parâmetro de robustez de 0,25, que é um valor consideravelmente elevado, os resultados da otimização passam a ser afetados de maneira significativa pela inserção de robustez.

Por fim, nota-se ainda que, com exceção dos pontos da curva com $\delta = 0,25$, de forma geral, os pontos que apresentam Eu mínimo em cada caso são aqueles com maior D_i/D_c e menor L/D_c , enquanto os pontos cuja E_T é máxima são aqueles com menor D_i/D_c e maior L/D_c . Este comportamento é justificado pelo fato de que menores diâmetros do duto de alimentação implicam em uma maior velocidade média do escoamento, o que potencializa a ação centrífuga favorecendo o processo de separação, porém eleva a perda de carga no hidrocicloone, aumentando seu consumo energético. Já o comprimento total favorece a eficiência à medida que seu valor aumenta, por implicar em um maior tempo de residência da suspensão dentro do separador. As demais variáveis de projeto não apresentam grandes variações entre os pontos das curvas.

Tabela 4.5 – Hidrociclos selecionados da Figura 4.5.

	Ponto	X_1 D_i/D_c	X_2 D_o/D_c	X_3 L/D_c	X_4 θ	$E_T(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0$	13	0,972 0,259	1,655 0,353	0,276 6,098	-1,492 9,561°	78,31	9,94	797
	14	-0,363 0,192	1,660 0,353	0,463 6,300	-1,659 9,009°	82,14	9,99	1973
	15	-1,461 0,137	1,659 0,353	0,724 6,582	-1,659 9,009°	85,75	10,00	4639
	E	0,971 0,259	1,660 0,353	0,274 6,096	-1,656 9,019°	80,11	9,83	810
$\delta=0,05$	16	0,991 0,260	1,660 0,353	0,254 6,074	-1,647 9,048°	79,77	9,79	813
	17	-0,346 0,193	1,659 0,353	0,387 6,218	-1,659 9,009°	81,51	9,81	1956
	18	-1,140 0,153	1,656 0,353	0,534 6,377	-1,659 9,009°	83,76	9,80	3723
	F	-0,379 0,191	1,658 0,353	0,377 6,207	-1,659 9,009°	81,74	9,78	2013
$\delta=0,10$	19	0,738 0,247	1,656 0,353	0,195 6,011	-1,658 9,012°	79,38	9,60	858
	20	-0,891 0,165	1,652 0,353	0,384 6,215	-1,656 9,019°	82,27	9,59	3106
	21/G	-1,097 0,155	0,625 0,301	-1,659 4,008	1,655 19,978°	82,81	9,22	4616
$\delta=0,25$	22	0,494 0,235	0,984 0,319	-1,641 4,028	1,657 19,985°	73,84	8,34	1573
	23	-0,438 0,188	0,870 0,314	-1,660 4,007	1,656 19,981°	77,67	8,32	2864
	24	-0,930 0,164	0,783 0,309	-1,653 4,015	1,633 19,905°	80,14	8,45	4038
	H	-0,916 0,164	0,819 0,311	-1,657 4,010	1,648 19,955°	79,89	8,26	3981

4.3.1.3 – Caso 3: Minimização de Eu e Minimização de R_L

A Figura 4.6 apresenta as Curvas de Pareto nominal ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05; \delta = 0,10; \delta = 0,25$) obtidas utilizando os modelos ajustados sem robustez para o caso 3. Assim como observado nos estudos de caso anteriores, nesta figura é possível perceber-se o caráter conflitante dos objetivos, ou seja, a medida que se minimiza R_L aumenta-se o valor de Eu e a diminuição de Eu também provoca o aumento de R_L . Além disso, também se observa que o aumento do valor do parâmetro de robustez faz com que exista a deterioração das curvas robustas em relação à curva nominal, isto é, quanto maior a confiabilidade que se deseja, maior tende a ser o distanciamento entre as curvas nominal e robusta. Ademais, também pode ser percebida uma redução nas curvas de Pareto com o aumento do valor do parâmetro de robustez, o que implica em um número menor de combinações de geometrias para os hidrociclos.

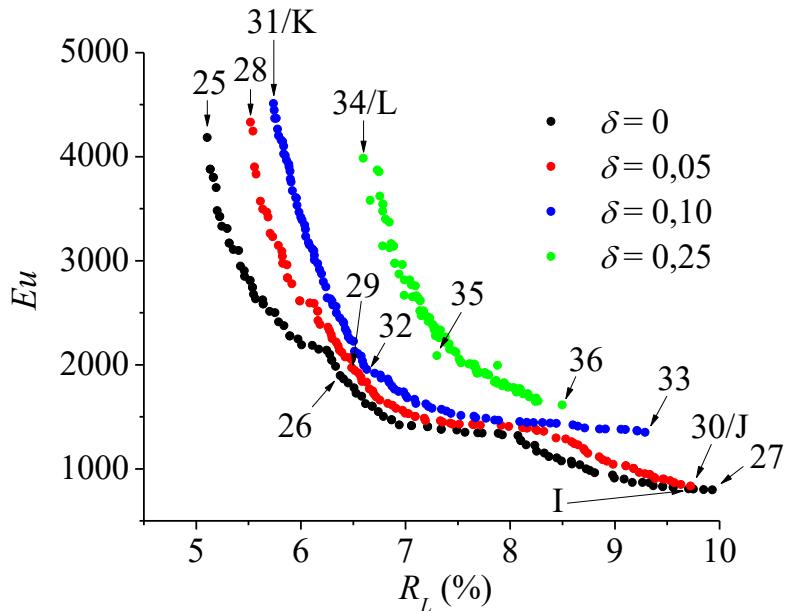


Figura 4.6 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 3 usando os modelos estimados sem robustez.

Na Figura 4.6, os pontos 25, 28, 31 e 34 são os que priorizam menores valores para R_L , enquanto que os pontos 27, 30, 33 e 36 são os que priorizam menores valores de Eu . Já os hidrociclos 26, 29, 32 e 35 são os que buscam o compromisso entre os dois objetivos. Por fim, os pontos I, J, K e L correspondem aos pontos que possuem os maiores valores de E_T em cada curva. Todos estes pontos mencionados são detalhados na Tabela 4.6.

Analizando-se os pontos apresentados na Tabela 4.6, percebe-se que a amplitude de variação de ambos os objetivos em cada curva, diferentemente do observado para os dois primeiros estudos de caso, não são tão distintos. Mesmo assim, a variação de Eu em cada curva (variação menor que 85%) é maior que a variação de R_L (variação menor que 50%). Dessa forma, os hidrociclos ótimos apresentam diferenças consideráveis entre si para estas duas respostas.

Na Tabela 4.6, também se nota que os pontos de maior eficiência total são próximos ou coincidem com os pontos de menor número de Euler e maior razão de líquido, para as curvas com valores de δ iguais a 0 e 0,05. Já para as curvas com parâmetros de robustez iguais a 0,10 e 0,25, os pontos de maior eficiência coincidem com os hidrociclos de menor razão de líquido e maior número de Euler. Tal fato mostra a influência da inserção de robustez sobre os

resultados obtidos. Todavia, a variação na eficiência total entre os pontos selecionados é pequena (variação menor que 11%).

Tabela 4.6 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.6.

	Ponto	X_1 D_i/D_c	X_2 D_o/D_c	X_3 L/D_c	X_4 θ	$E_T(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0$	25	-0,886 0,166	1,191 0,330	-1,659 4,008	-0,752 12,011°	76,85	5,11	4185
	26	0,005 0,210	1,619 0,351	-1,657 4,010	1,323 18,879°	70,97	6,38	1897
	27	0,910 0,256	1,654 0,353	0,272 6,094	-1,480 9,601°	78,17	9,93	798
	I	0,944 0,257	1,655 0,353	0,214 6,031	-1,612 9,164°	79,33	9,70	808
$\delta=0,05$	28	-0,936 0,163	1,126 0,326	-1,647 4,021	-0,728 12,090°	77,07	5,52	4332
	29	-0,074 0,206	1,647 0,352	-1,650 4,018	1,471 19,369°	71,47	6,49	1972
	30/J	0,825 0,251	1,622 0,351	0,207 6,024	-1,659 9,009°	79,86	9,72	835
$\delta=0,10$	31/K	-1,243 0,148	1,658 0,353	-1,656 4,012	1,554 19,644°	77,25	5,74	4510
	32	-0,072 0,206	1,651 0,353	-1,654 4,014	1,637 19,918°	72,02	6,63	1955
	33	0,703 0,245	0,924 0,316	-1,350 4,342	1,658 19,988°	72,68	9,29	1349
$\delta=0,25$	34/L	-1,017 0,159	1,324 0,336	-1,655 4,013	1,633 19,905°	78,30	6,60	3985
	35	-0,100 0,205	1,293 0,335	-1,648 4,020	1,641 19,932°	74,51	7,30	2087
	36	0,439 0,232	0,992 0,320	-1,648 4,020	1,622 19,869°	74,89	8,50	1613

Observando-se os valores das variáveis de projeto na Tabela 4.6, nota-se que de maneira geral, a variável D_o/D_c apresenta valores elevados. O ângulo θ apresenta valores variados para as curvas com parâmetro de robustez iguais a 0 e 0,05, e valores elevados, próximos ao limite superior do intervalo de validade desta variável, para as curvas com δ igual a 0,10 e 0,25. Para as relações D_i/D_c e L/D_c , os valores obtidos são altamente variáveis entre os pontos. Nota-se que, de maneira geral, os hidrociclones com R_L mínima são os que apresentam menores valores das relações D_i/D_c e L/D_c , enquanto que os hidrociclones com Eu mínimo são os que apresentam os maiores valores para estas duas variáveis de projeto. Esse comportamento ocorre pelo fato de que um maior diâmetro do duto de alimentação implica em uma velocidade média de escoamento menor, e um comprimento total maior resulta em um maior espaço no interior do hidrociclone. Ambos os fatos citados resultam na diminuição das perdas de carga no equipamento, reduzindo sua exigência energética.

Ressalta-se ainda que a diferença entre os valores de L/D_c dos hidrociclos de cada curva com mínimo R_L e mínimo Eu diminui a medida que o parâmetro de robustez é aumentado. Tal fato indica a redução na diversidade das soluções, causada pela inserção de robustez.

4.3.1.4 – Caso 4: Minimização de Eu , Minimização de R_L e Maximização de E_T

A Figura 4.7 apresenta as Curvas de Pareto nominal ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05; \delta = 0,10; \delta = 0,25$) obtidas utilizando os modelos ajustados sem robustez para o caso 4. Nesta figura, o gráfico (a) exibe a visão tridimensional do espaço dos objetivos, enquanto que os gráficos (b), (c) e (d) mostram a visão dos planos bidimensionais deste espaço, tomando os objetivos dois a dois.

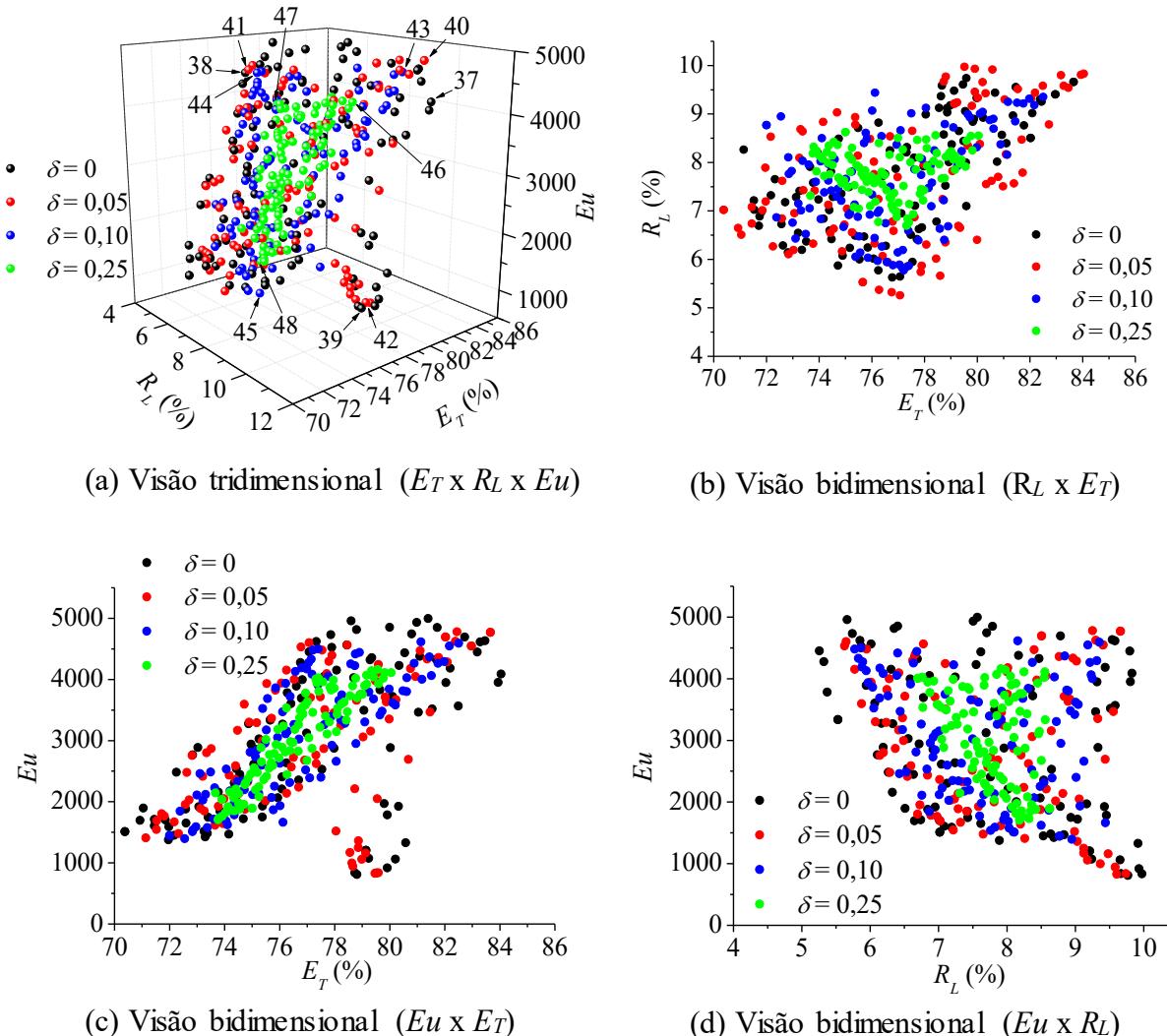


Figura 4.7 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 4 usando os modelos estimados sem robustez.

Observa-se na Figura 4.7 que o aumento do valor do parâmetro de robustez implica na concentração dos pontos que fazem parte das Curvas de Pareto em uma determinada região do espaço de objetivos. Na Tabela 4.7 são apresentados alguns pontos selecionados da Figura 4.7. Os pontos 37, 40, 43 e 46 priorizam a maximização de E_T . Já os pontos 38, 41, 44 e 47 priorizam a minimização de R_L . Por fim os pontos 39, 42, 45 e 48 priorizam a minimização de Eu .

Na Tabela 4.7, nota-se que a resposta que apresenta maior variação entre os pontos de uma mesma curva é o número de Euler, com uma variação de até 85%, seguida pela razão de

líquido, com uma variação menor que 50%, e finalmente a eficiência total com uma variação menor que 15%. Na prática, isto significa que os hidrociclos otimizados apresentam eficiências próximas, porém razões de líquido e números de Euler significativamente variáveis entre eles.

Tabela 4.7 – Hidrociclos selecionados da Figura 4.7.

	Ponto	X_1 D_i/D_c	X_2 D_o/D_c	X_3 L/D_c	X_4 θ	$E_T(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0$	37	-1,275 0,146	1,652 0,353	0,579 6,425	-1,614 9,158°	84,05	9,83	4088
	38	-0,986 0,161	1,171 0,329	-1,643 4,026	-0,714 12,137°	77,07	5,26	4451
	39	1,003 0,260	1,627 0,351	0,209 6,026	-1,565 9,320°	78,81	9,77	809
$\delta=0,05$	40	-1,134 0,153	0,563 0,298	-1,651 4,017	1,653 19,971°	83,66	9,66	4770
	41	-1,239 0,148	1,629 0,351	-1,656 4,012	1,418 19,194°	76,77	5,63	4532
	42	0,833 0,252	1,652 0,353	0,176 5,990	-1,656 9,019°	79,46	9,61	830
$\delta=0,10$	43	-1,100 0,155	0,631 0,302	-1,605 4,067	1,652 19,968°	82,50	9,35	4593
	44	-1,228 0,149	1,613 0,351	-1,659 4,008	1,556 19,650°	77,21	5,77	4479
	45	0,608 0,240	0,979 0,319	-1,386 4,303	1,642 19,935°	72,55	8,95	1394
$\delta=0,25$	46	-0,963 0,162	0,806 0,310	-1,641 4,028	1,614 19,842°	80,05	8,55	4109
	47	-1,014 0,159	1,280 0,334	-1,658 4,009	1,582 19,736°	77,32	6,70	4006
	48	0,305 0,225	1,056 0,323	-1,658 4,009	1,596 19,783°	73,76	8,18	1705

Analizando-se os valores das variáveis de projeto dos hidrociclos selecionados na Tabela 4.7, percebe-se que, de maneira geral, os hidrociclos ótimos do caso 4 apresentam a relação D_o/D_c com valores de intermediários a altos, até as proximidades do limite superior desta variável. O valor da relação L/D_c apresenta valores de intermediários a baixos, próximos do limite inferior desta dimensão. O valor do ângulo θ é altamente variável entre os pontos, assim como o valor da relação D_i/D_c . Observa-se na tabela, que os pontos de E_T máxima apresentam baixos valores da relação D_i/D_c em cada curva. Enquanto que os pontos com R_L mínima apresentam os menores valores da variável L/D_c de cada curva, valores também baixos de D_i/D_c e valores elevados de D_o/D_c . Já os pontos de Eu mínimo são os que apresentam os maiores valores de D_i/D_c e apresentam valores também elevados de D_o/D_c em cada curva.

4.3.2 – Otimizações Multi-Objetivos Usando Modelos Ajustados de Forma Robusta

Nesta sessão, uma análise similar à da sessão 4.3.1 é feita para os mesmos quatro casos, porém os resultados analisados provêm das otimizações nominais ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05$;

$\delta = 0,10$; $\delta = 0,25$) realizadas usando os modelos de E_T , R_L e Eu ajustados com robustez de $\delta = 10\%$.

4.3.2.1 – Caso 1: Minimização de R_L e Maximização de E_T

Na Figura 4.8 tem-se as Curvas de Pareto nominal ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05$; $\delta = 0,10$; $\delta = 0,25$) para a otimização do caso 1.

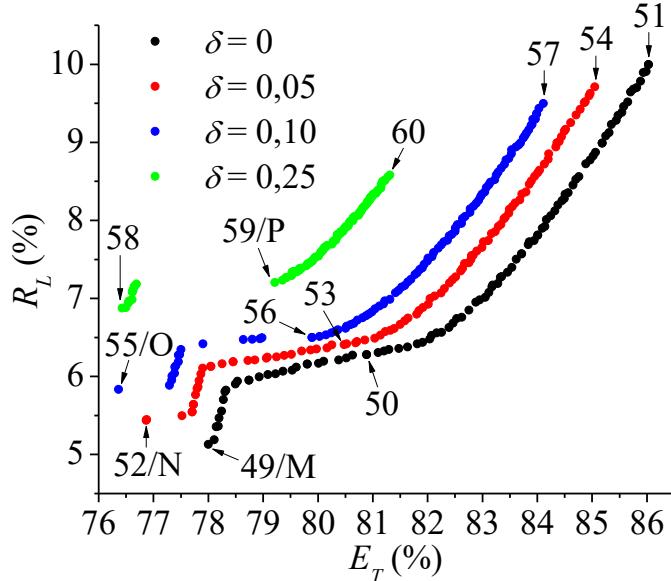


Figura 4.8 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 1 usando os modelos estimados com robustez ($\delta = 0,10$).

Nesta figura observa-se, independentemente da curva analisada (nominal ou robusta), um comportamento similar entre elas. Além disso, na medida em que o parâmetro de robustez é aumentado, as Curvas de Pareto robustas vão se distanciando da curva de Pareto nominal e, consequentemente, os resultados robustos tendem a se deteriorar em relação aos nominais. Por fim, percebe-se também o comportamento de encurtamento das curvas de Pareto com o aumento do parâmetro de robustez que se observou para os casos com modelo nominal.

A Tabela 4.8 apresenta os pontos marcados das curvas de Pareto da Figura 4.8 para cada valor de δ . Os pontos 49, 52, 55 e 58 priorizam a minimização de R_L , enquanto os pontos 51, 54, 57 e 60 são os que priorizam a maximização de E_T . Já os pontos 50, 53, 56 e 59 são os que representam um bom compromisso entre os dois objetivos. Por fim, os hidrociclos designados por M, N, O e P são aqueles que apresentam o melhor valor da resposta que não foi otimizada, neste caso o menor valor de Eu .

Na Tabela 4.8 percebe-se que a variação no valor de R_L em cada curva (de até 50%) é mais significativa do que a variação de E_T (menor que 10%), da mesma forma que ocorreu nos casos com modelos nominais. Sendo assim, os hidrociclos ótimos apresentam na prática eficiências totais próximas, mas razões de líquido variadas.

Os pontos de menor valor do número de Euler de cada curva, com exceção do ponto P, coincidem com os pontos de razão de líquido mínima, indicando que ao priorizar-se uma baixa razão de líquido ao invés de uma eficiência mais elevada, o número de Euler tende também a ser mais baixo.

Tabela 4.8 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.8.

	Ponto	X_1 D_i/D_c	X_2 D_o/D_c	X_3 L/D_c	X_4 θ	$E_T(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0$	49/M	-1,137 0,153	1,152 0,328	-1,658 4,009	-0,762 11,978°	78,00	5,13	4938
	50	-1,426 0,139	1,659 0,353	-1,660 4,007	1,565 19,680°	80,89	6,28	5000
	51	-1,215 0,149	0,573 0,299	-1,660 4,007	1,659 19,991°	86,03	10,00	4978
$\delta=0,05$	52/N	-0,919 0,164	1,118 0,326	-1,659 4,008	-0,726 12,097°	76,87	5,44	4343
	53	-1,348 0,143	1,637 0,352	-1,659 4,008	1,596 19,783°	80,48	6,41	4767
	54	-1,173 0,151	0,628 0,301	-1,659 4,008	1,653 19,971°	85,05	9,71	4825
$\delta=0,10$	55/O	-0,847 0,168	1,073 0,324	-1,653 4,015	-0,659 12,319°	76,37	5,84	4167
	56	-1,282 0,146	1,638 0,352	-1,657 4,010	1,605 19,813°	79,89	6,50	4568
	57	-1,122 0,154	0,674 0,304	-1,655 4,013	1,658 19,988°	84,11	9,50	4649
$\delta=0,25$	58	-0,864 0,167	0,935 0,317	-1,652 4,016	-0,598 12,521°	76,43	6,88	4287
	59/P	-1,054 0,157	1,304 0,335	-1,653 4,015	1,646 19,948°	79,21	7,20	4105
	60	-1,015 0,159	0,885 0,314	-1,659 4,008	1,655 19,978°	81,32	8,58	4240

A Tabela 4.8 também mostra que, assim como na otimização com modelos nominais, de maneira geral, os hidrociclones obtidos no caso 1 apresentam baixos valores da relação D_i/D_c , a variável D_o/D_c com valores de medianos a altos, a proporção L/D_c muito pequena, próxima ao valor mínimo da variável e o ângulo θ do tronco de cone com valores variantes. Nota-se que os pontos com menor R_L em cada curva são os que apresentam maior diâmetro do duto de alimentação, grandes diâmetros do duto de *overflow* e os menores valores do ângulo θ . Já os pontos que apresentam maior E_T são aqueles de menor diâmetro do tubo de *overflow*, de duto de alimentação com pequeno diâmetro e, na maioria dos casos, de ângulo θ próximo do valor máximo.

4.3.2.2 – Caso 2: Minimização de Eu e Maximização de E_T

A Figura 4.9 apresenta as Curvas de Pareto nominal ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05$; $\delta = 0,10$; $\delta = 0,25$) obtidas utilizando os modelos ajustados com robustez para o caso 2. De forma geral, observa-se que na medida em que o parâmetro de robustez aumenta, existe o afastamento das soluções robustas em relação a solução nominal. Além disso, nesta figura percebe-se algumas descontinuidades nas curvas, que são decorrentes da limitação da região de busca das variáveis X_i e das restrições impostas às respostas do problema.

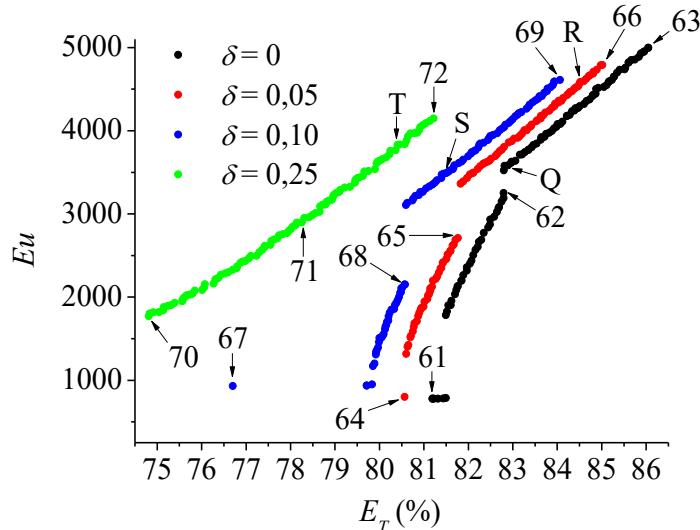


Figura 4.9 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 2 usando os modelos estimados com robustez ($\delta = 0,10$).

A Tabela 4.9 apresenta alguns pontos selecionados da Figura 4.9. Os pontos 61, 64, 67 e 70 são os que apresentam os menores valores de Eu em suas respectivas curvas. Os pontos 62, 65, 68 e 71 são os que representam um bom compromisso entre os objetivos considerados. E por fim, os pontos 63, 66, 69 e 72 são os que apresentam maiores valores de ET em cada curva. Além destes pontos, são também mostrados na tabela os pontos Q, R, S e T, que correspondem aos hidrociclos de menor razão de líquido em suas respectivas curvas.

Nesta tabela observa-se que a variação de Eu entre os pontos extremos de uma mesma curva (até 85%) é mais significativa do que a variação de ET (menor que 10%). Em outras palavras, os hidrociclos ótimos deste caso apresentarão eficiências totais próximas entre si e números de Euler variados.

Observa-se ainda na Tabela 4.9, que de maneira geral o valor da relação D_o/D_c foi de mediano a alto, a relação L/D_c apresentou valores de medianos a baixos e para D_i/D_c e θ obteve-se valores variáveis entre cada ponto. Nota-se que os pontos com Eu mínimo exibem, de maneira geral, valores altos de D_i/D_c , os maiores valores para D_o/D_c , valores relativamente elevados de L/D_c e ângulos θ pequenos, com exceção da curva com $\delta=0,25$, na qual o ponto com mínimo Eu apresenta ângulo θ elevado. Já os pontos de ET máxima apresentam os menores valores de D_i/D_c e D_o/D_c , valores muito baixos de L/D_c e ângulos θ grandes, próximos do limite superior desta dimensão.

Tabela 4.9 – Hidrociclos selecionados da Figura 4.9. (continua)

	Ponto	$X_1 D_i/D_c$	$X_2 D_o/D_c$	$X_3 L/D_c$	$X_4 \theta$	$ET(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0$	61	1,058 0,263	1,659 0,353	0,381 6,211	-1,656 9,019°	81,19	9,93	778
	62	-0,955 0,162	1,641 0,352	0,433 6,268	-1,660 9,005°	82,79	10,00	3250
	63	-1,223 0,149	0,576 0,299	-1,659 4,008	1,660 19,995°	86,05	9,97	4997
	Q	-0,685 0,176	0,638 0,302	-1,658 4,009	1,659 19,991°	82,81	9,89	3577

Tabela 4.9 – Hidrociclos selecionados da Figura 4.9. (conclusão)

	Ponto	X_1 D_i/D_c	X_2 D_o/D_c	X_3 L/D_c	X_4 θ	$E_T(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0,05$	64	0,878 0,254	1,655 0,353	0,349 6,177	-1,658 9,012°	80,57	9,82	799
	65	-0,720 0,174	1,658 0,353	0,389 6,220	-1,659 9,009°	81,77	9,85	2708
	66	-1,165 0,152	0,627 0,301	-1,659 4,008	1,657 19,985°	85,02	9,69	4789
	R	-1,097 0,155	0,644 0,302	-1,656 4,012	1,660 19,995°	84,85	9,63	4597
$\delta=0,10$	67	0,575 0,239	1,636 0,352	0,280 6,102	-1,651 9,035°	76,70	9,63	931
	68	-0,434 0,188	1,656 0,353	0,309 6,134	-1,659 9,009°	80,57	9,63	2151
	69	-1,116 0,154	0,680 0,304	-1,659 4,008	1,659 19,991°	84,06	9,40	4610
	S	-0,673 0,176	0,738 0,307	-1,659 4,008	1,651 19,965°	82,03	9,33	3497
$\delta=0,25$	70	0,254 0,223	1,071 0,324	-1,648 4,020	1,655 19,978°	74,81	8,49	1771
	71	-0,463 0,187	0,936 0,317	-1,653 4,015	1,647 19,952°	78,26	8,51	2898
	72	-0,994 0,160	0,867 0,313	-1,653 4,015	1,633 19,905°	81,22	8,49	4148
	T	-0,851 0,167	0,918 0,316	-1,659 4,008	1,654 19,975°	81,77	8,34	3808

4.3.2.3 – Caso 3: Minimização de Eu e Minimização de R_L

A Figura 4.10 apresenta as Curvas de Pareto nominal ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05$; $\delta = 0,10$; $\delta = 0,25$) obtidas utilizando os modelos ajustados com robustez para o caso 3. Nesta figura é possível observar que o aumento do valor do parâmetro de robustez faz com exista a deterioração das Curvas de Pareto robustas em relação à Curva de Pareto nominal. Além disso, observa-se que neste caso também existe a redução no tamanho das curvas com o aumento do parâmetro δ . Sendo assim, uma configuração de projeto mais confiável implica em um número menor de configurações de hidrociclos.

Na Tabela 4.10 são apresentados alguns pontos selecionados da Figura 4.10. Os pontos 73, 76, 79 e 82 são os que apresentam os menores valores para a R_L , porém são os que apresentam os maiores Eu em cada curva. Os pontos 74, 77, 80, e 83 são aqueles que representam um bom compromisso entre todos os objetivos. Por fim, os pontos 75, 78, 81 e 84 são os que apresentam os menores valores para o Eu , porém são também que apresentam os maiores valores para a R_L . Além destes pontos, foram destacados também os pontos U, V, W e X que correspondem aos hidrociclos com maior valor de E_T em cada uma das curvas.

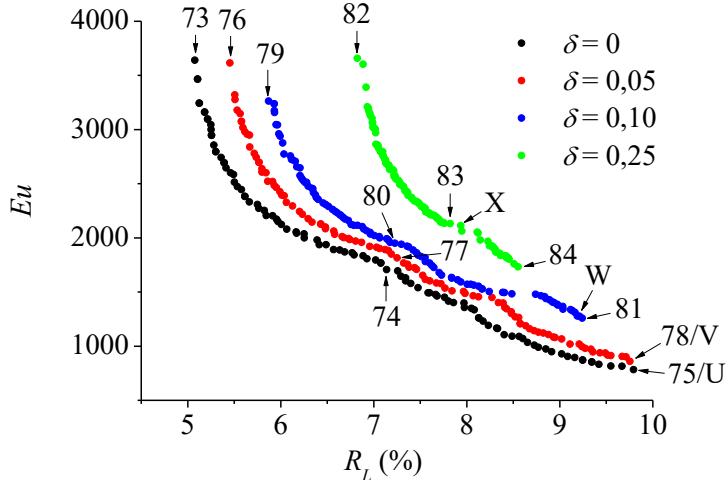


Figura 4.10 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 3 usando os modelos estimados com robustez ($\delta = 0,10$).

Tabela 4.10 – Hidrociclones selecionados da Figura 4.10.

	Ponto	X_1 D_i/D_c	X_2 D_o/D_c	X_3 L/D_c	X_4 θ	$E_T(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0$	73	-0,654 0,177	1,186 0,329	-1,657 4,010	-0,755 12,001°	75,78	5,08	3640
	74	0,246 0,222	1,487 0,344	-1,659 4,008	1,264 18,684°	71,77	7,14	1706
	75/U	0,958 0,258	1,648 0,352	0,324 6,150	-1,628 9,111°	80,38	9,79	783
$\delta=0,05$	76	-0,638 0,178	1,129 0,326	-1,650 4,018	-0,723 12,107°	75,74	5,45	3615
	77	0,176 0,219	1,390 0,340	-1,651 4,017	1,224 18,551°	72,31	7,25	1814
	78/V	0,925 0,256	1,395 0,340	0,125 5,935	-1,649 9,042°	79,59	9,75	859
$\delta=0,10$	79	-0,473 0,186	1,075 0,324	-1,653 4,015	-0,682 12,243°	75,19	5,87	3262
	80	0,452 0,233	0,863 0,313	-1,645 4,023	-0,692 12,209°	73,77	7,23	1951
	81	0,618 0,241	1,020 0,321	-0,576 5,178	-1,407 9,843°	75,46	9,24	1259
	W	0,589 0,239	1,025 0,321	-0,573 5,181	-1,427 9,777°	75,61	9,20	1275
$\delta=0,25$	82	-0,642 0,178	0,951 0,318	-1,650 4,018	-0,602 12,507°	75,97	6,82	3658
	83	0,265 0,223	0,822 0,311	-1,660 4,007	-0,544 12,699°	73,88	7,82	2131
	84	0,280 0,224	1,106 0,325	-1,656 4,012	1,642 19,935°	75,78	8,55	1732
	X	-0,025 0,209	1,188 0,329	-1,646 4,022	1,621 19,866°	76,08	7,92	2103

Ao analisar a Tabela 4.10, observa-se que a diferença na variação entre o Eu (até 80% de variação) e a R_L (até 50% de variação) não é tão discrepante quanto em outras aplicações. Assim, neste caso, os hidrociclones obtidos apresentam variações significativas entre si para ambas as respostas. Ainda na Tabela 4.10, nota-se que, na maioria dos casos, os pontos de maior eficiência total coincidem ou são próximos dos pontos de menor número de Euler e maior razão de líquido, sugerindo que ao dar-se prioridade para um baixo número de Euler ao invés de uma razão de líquido mínima, aumenta-se simultaneamente a eficiência do hidrociclone. Todavia, a variação na eficiência total entre os pontos selecionados é pequena (variação menor que 6%).

Observando a Tabela 4.10, nota-se que os hidrociclones selecionados apresentam, de maneira geral, a relação D_o/D_c alta, a relação L/D_c de mediana a baixa e as variáveis D_i/D_c e θ mostram-se com valores variáveis entre os pontos. De forma geral, é visível nesta tabela que, assim como ocorreu para a otimização do caso 3 com modelos nominais, os pontos com R_L mínima são os que apresentam as menores relações D_i/D_c e valores extremamente baixos para a variável L/D_c , já os pontos que apresentam o Eu mínimo são aqueles de maior D_i/D_c e L/D_c .

4.3.2.4 – Caso 4: Minimização de Eu , Minimização de R_L e Maximização de E_T

A Figura 4.11 apresenta as Curvas de Pareto nominal ($\delta = 0$) e robustas ($\delta = 0,05; \delta = 0,10; \delta = 0,25$) obtidas utilizando os modelos robustos para o caso 4. Nesta figura, o gráfico (a) exibe a visão tridimensional do espaço dos objetivos, enquanto que os gráficos (b), (c) e (d) mostram a visão dos planos bidimensionais deste espaço, tomando os objetivos dois a dois.

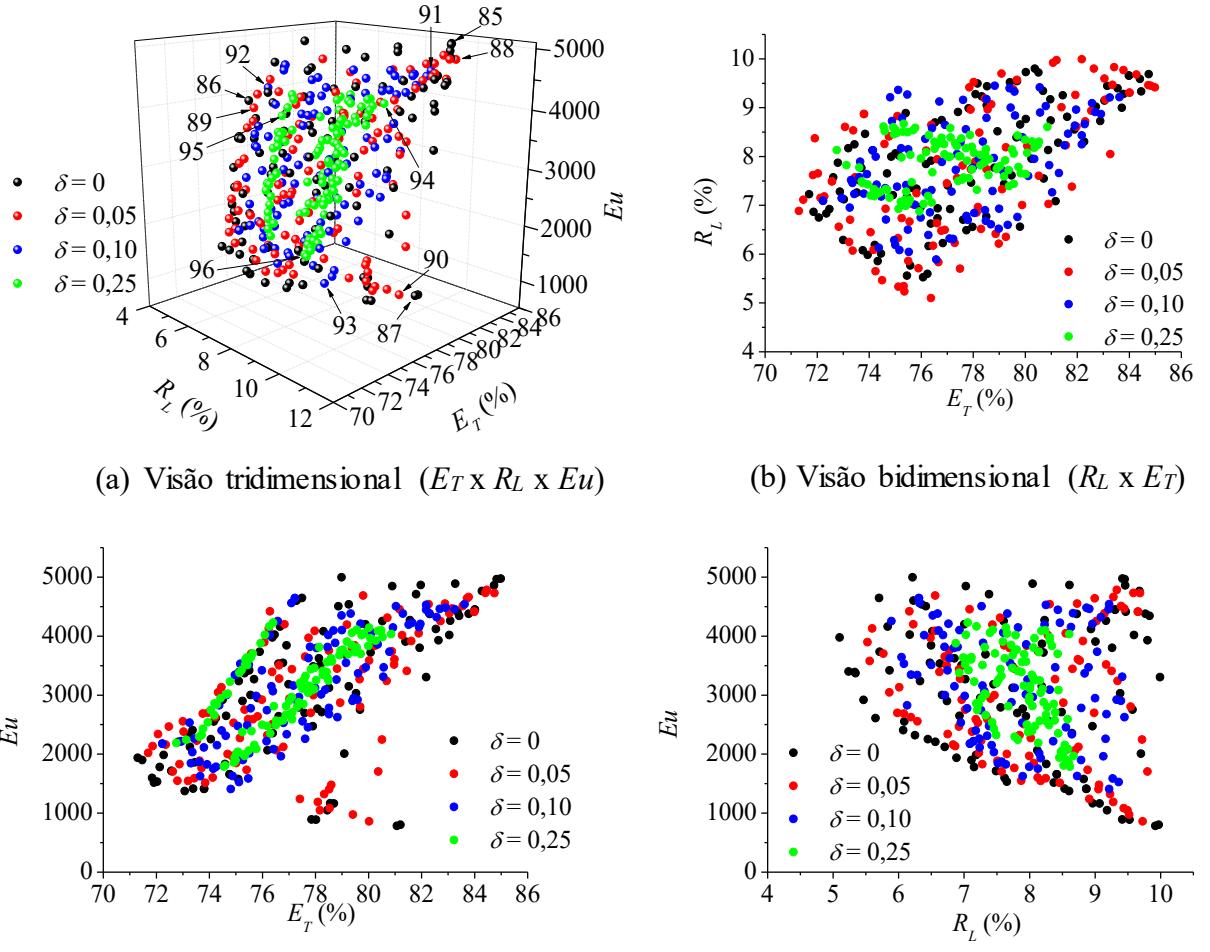


Figura 4.11 – Curvas de Pareto nominal e robustas para a otimização do Caso 4 usando os modelos estimados com robustez ($\delta = 0,10$).

Observa-se na Figura 4.11 que, assim como ocorreu para a otimização usando modelos sem robustez, o aumento do valor do parâmetro de robustez implica na concentração dos pontos que fazem parte das Curvas de Pareto em uma determinada região, isto é, a variedade de hidrociclos que atendem os critérios da otimização robusta é reduzida.

Na Tabela 4.11 são apresentados alguns pontos selecionados da Figura 4.11. Os pontos 85, 88, 91 e 94 priorizam a maximização de E_T . Já os pontos 86, 89, 92 e 95 priorizam a minimização de R_L . Por fim os pontos 87, 90, 93 e 96 priorizam a minimização de Eu .

Tabela 4.11 – Hidrociclos selecionados da Figura 4.11.

	Ponto	X_1 D_i/D_c	X_2 D_o/D_c	X_3 L/D_c	X_4 θ	$E_T(\%)$	$R_L(\%)$	Eu
$\delta=0$	85	-1,253 0,147	0,681 0,304	-1,606 4,066	1,659 19,991°	84,99	9,42	4975
	86	-0,789 0,171	1,171 0,329	-1,659 4,008	-0,758 11,991°	76,38	5,10	3978
	87	0,956 0,258	1,649 0,352	0,380 6,210	-1,658 9,012°	81,07	9,92	784
$\delta=0,05$	88	-1,149 0,153	0,637 0,302	-1,638 4,031	1,659 19,991°	84,75	9,69	4727
	89	-0,754 0,172	1,116 0,326	-1,647 4,021	-0,703 12,173°	76,07	5,52	3896
	90	0,688 0,244	1,647 0,352	0,304 6,128	-1,638 9,078°	80,02	9,73	861
$\delta=0,10$	91	-1,103 0,155	0,727 0,306	-1,649 4,019	1,654 19,975°	83,62	9,21	4540
	92	-0,889 0,166	1,060 0,323	-1,651 4,017	-0,660 12,315°	76,58	5,89	4255
	93	0,359 0,228	1,093 0,325	-0,481 5,281	-1,327 10,108°	74,81	9,21	1408
$\delta=0,25$	94	-0,953 0,162	0,886 0,314	-1,653 4,015	1,620 19,862°	80,85	8,61	4034
	95	-0,728 0,174	0,935 0,317	-1,658 4,009	-0,614 12,468°	75,93	6,87	3878
	96	0,238 0,222	1,073 0,324	-1,633 4,036	1,563 19,674°	74,55	8,61	1788

Na Tabela 4.11, nota-se que, similarmente ao caso de otimização com modelos nominais, a resposta que apresenta maior variação entre os pontos de uma mesma curva é o número de Euler, com uma variação de até 85%, seguida pela razão de líquido, com uma variação menor que 50%, e finalmente a eficiência total com uma variação menor que 11%. Na prática, isto significa que os hidrociclos otimizados apresentam eficiências próximas, porém razões de líquido e números de Euler significativamente variáveis entre eles.

Ao observar-se as geometrias obtidas na Tabela 4.11, nota-se que foram obtidos altos valores para a variável D_o/D_c , valores de medianos a baixos para L/D_c , e valores de magnitudes variadas para D_i/D_c e θ .

Percebe-se ainda na tabela que os pontos selecionados de cada curva que apresentam a E_T máxima são aqueles de menor D_i/D_c e D_o/D_c , estes pontos apresentam também valores extremamente baixos de L/D_c e o ângulo θ próximo do valor máximo. Os pontos de R_L mínima apresentam D_i/D_c baixo, D_o/D_c alto, ângulo θ pequeno e L/D_c extremamente baixo, próximo do limite inferior desta dimensão. Por fim, os pontos cujo Eu é mínimo apresentam, de maneira geral, os maiores valores de D_i/D_c , D_o/D_c e L/D_c , e o ângulo θ da parte cônica extremamente baixo. A única exceção ocorre para a curva com $\delta = 0,25$, em que o valor do parâmetro de robustez é suficientemente elevado a ponto de influenciar o resultado da otimização de forma a obter uma solução de mínimo número de Euler com um ângulo θ elevado.

4.3.3 – Comparação entre as Otimizações Nominais Feitas com Modelo Nominal e Robusto

Para avaliar o efeito dos dois diferentes tipos de modelos usados nas otimizações, as curvas de Pareto das otimizações nominais feitas com modelos nominais e robustos são plotadas juntas para cada um dos quatro casos estudados.

4.3.3.1 – Caso 1: Minimização de R_L e Maximização de E_T

A Figura 4.12 mostra as curvas de Pareto das otimizações nominais feitas com modelos nominais e robustos para o caso 1. Nesta figura, ambas as curvas apresentam comportamentos similares, contudo, para o intervalo em que a eficiência total está entre 78,5 e 82%, aproximadamente, existem discrepâncias entre as tendências das duas curvas. Estas diferenças se devem ao fato de que, apesar de ter sido considerado o mesmo conjunto de dados experimentais, cada um dos modelos foi estimado considerando diferentes condições, isto é, no modelo ajustado sem robustez, nenhuma informação sobre incertezas nos parâmetros foi considerada. Por outro lado, no modelo com robustez, foi considerado incerteza da ordem de 10% nos parâmetros estimados. Esta diferença entre os dois perfis se traduz nos valores da função objetivo e do coeficiente de determinação obtidos na estimativa dos modelos para cada um dos casos, conforme observado na Tabela 4.12.

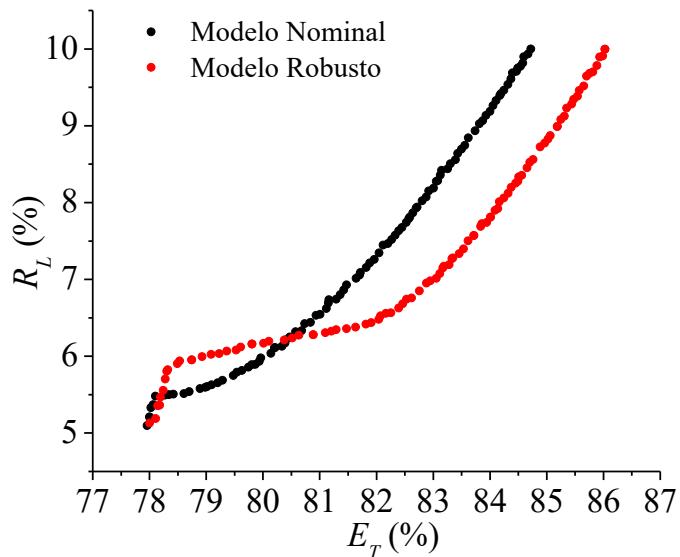


Figura 4.12 – Resultados obtidos para as otimizações do Caso 1 considerando modelos nominais e robustos.

Fisicamente, o modelo estimado com robustez apresenta uma E_T um pouco maior para uma determinada R_L quando comparada com a curva nominal, sendo este comportamento invertido para valores de E_T menores que aproximadamente 80,5%.

Tabela 4.12 - Função objetivo (f) e coeficiente de determinação (r^2) para os modelos referentes a E_T e R_L ajustados sem e com robustez.

	$f = \sum_{i=1}^{n_{exp}} \frac{(Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{(Y_{max})^2}$	$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (\bar{Y} - Y_i^{cal})^2}$		
	Nominal	Robusto	Nominal	Robusto
E_T	0,00908	0,07217	0,92740	0,91299
R_L	0,00211	0,02263	0,99842	0,99768

Na Tabela 4.12, observa-se que os valores da função objetivo para os modelos sem robustez são melhores tanto para a E_T quanto para a R_L quando comparados ao modelo robusto. Esta deterioração da função objetivo decorre da inserção de robustez à estimativa dos parâmetros do modelo. Ao observar-se os coeficientes de determinação dos modelos, percebe-se que apesar deste coeficiente ser um pouco maior para o modelo nominal eles não possuem uma grande diferença, indicando que ambos os modelos representam bem a variabilidade dos dados experimentais e são adequados para predizer os valores da E_T e da R_L em função das variáveis geométricas do hidrociclone.

4.3.3.2 – Caso 2: Minimização de Eu e Maximização de E_T

A Figura 4.13 apresenta as Curvas de Pareto obtidas pelas otimizações nominais do caso 2 considerando os modelos obtidos com e sem robustez.

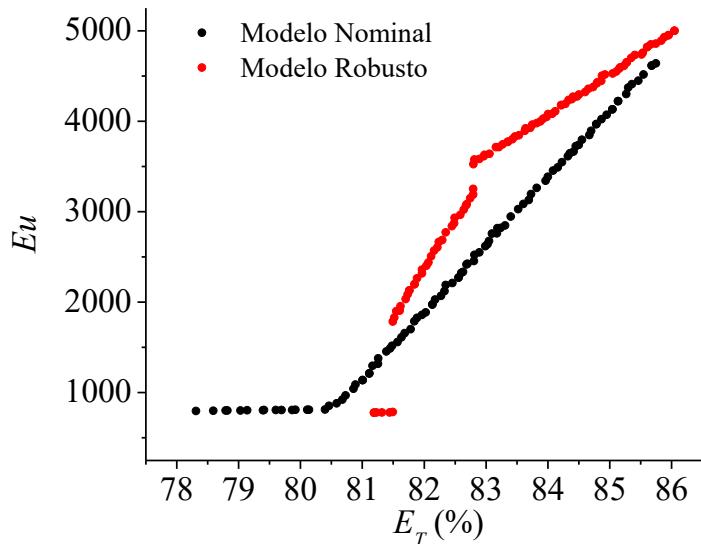


Figura 4.13 – Resultados obtidos para as otimizações do Caso 2 considerando modelos nominais e robustos.

Nesta figura percebe-se as diferenças entre os dois modelos, sendo que o ajustado com robustez apresenta descontinuidade em duas regiões do espaço de objetivos. Além disso, observa-se que o modelo robusto alcança maiores valores para E_T , todavia, às custas de maiores

valores para Eu . Em ambos os modelos se observa uma faixa para E_T em que Eu é constante. Isto se deve a ativação de uma ou mais restrições, o que limita a redução do valor de Eu . De forma geral, para um mesmo valor de E_T , a Curva de Pareto para o modelo ajustado com robustez resultou em maiores valores para Eu , exceto nos casos em que o valor de Eu é menor que aproximadamente 1500, onde o comportamento é invertido.

Conforme discutido no estudo de caso anterior, a diferença entre os dois perfis se traduz nos valores da função objetivo e do coeficiente de determinação obtidos para cada um dos casos, conforme observado na Tabela 4.13.

Tabela 4.13 - Função objetivo (f) e coeficiente de determinação (r^2) para os modelos referentes a Eu e E_T ajustados sem e com robustez.

$f = \sum_{i=1}^{n_{exp}} \frac{(Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{(Y_{max}^{exp})^2}$	$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (\bar{Y} - Y_i^{cal})^2}$			
Nominal	Robusto	Nominal	Robusto	
Eu	0,00001	0,00002	0,99158	0,98822
E_T	0,00908	0,07217	0,92740	0,91299

Na tabela, nota-se que o modelo nominal apresenta melhores valores da função objetivo e do coeficiente de determinação que o modelo robusto, todavia os valores destes parâmetros alcançados pelo modelo robusto são também satisfatórios e no caso do coeficiente de determinação as diferenças são muito pequenas entre os modelos tanto para Eu quanto para E_T , o que significa que ambos os modelos representam satisfatoriamente a variabilidade dos dados experimentais.

4.3.3.3 – Caso 3: Minimização de Eu e Minimização de R_L

A Figura 4.14 apresenta as Curvas de Pareto obtidas pelas otimizações nominais do caso 3 considerando os modelos obtidos com e sem robustez.

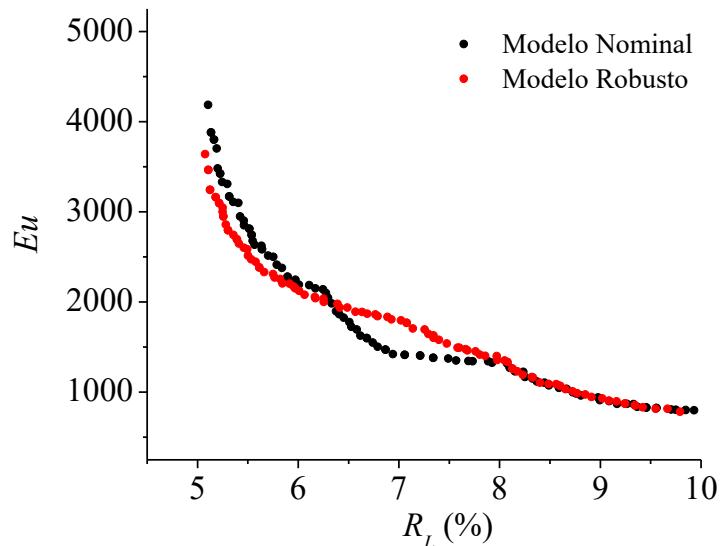


Figura 4.14 – Resultados obtidos para as otimizações do Caso 3 considerando modelos nominais e robustos.

Observa-se na Figura 4.14 que, para uma razão de líquido menor que aproximadamente 6,25%, a curva de Pareto obtida usando o modelo robusto apresenta um menor número de Euler para um dado valor de R_L quando comparada a curva obtida usando o modelo nominal. No entanto, para valores da razão de líquido entre 6,25 e 8%, aproximadamente, este comportamento é invertido, e a curva do modelo nominal apresenta menores valores de Eu que a curva do modelo robusto para uma determinada razão de líquido. Por fim, quando a razão de líquido é maior que aproximadamente 8%, as curvas tornam-se muito próximas, não havendo diferenças significativas em seus comportamentos.

A Tabela 4.14 apresenta os valores da função objetivo e do coeficiente de determinação obtidos para cada um dos casos analisados. Observando essa tabela, é possível entender a razão das diferenças entre as duas curvas de Pareto.

Tabela 4.14 - Função objetivo (f) e coeficiente de determinação (r^2) para os modelos referentes a Eu e R_L ajustados sem e com robustez.

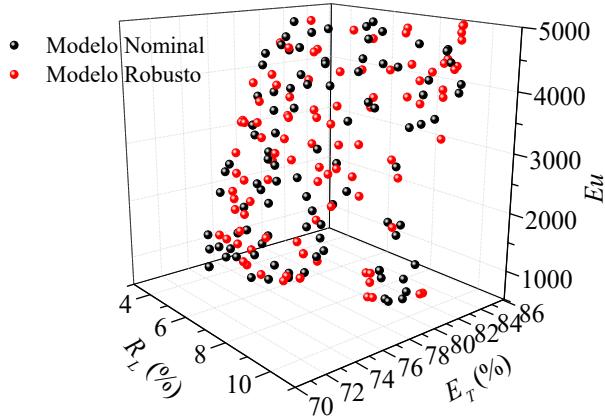
$f = \sum_{i=1}^{n_{exp}} \frac{(Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{(Y_{max}^{exp})^2}$	$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (\bar{Y} - Y_i^{cal})^2}$			
Nominal	Robusto	Nominal	Robusto	
Eu	0,00001	0,00002	0,99158	0,98822
R_L	0,00211	0,02263	0,99842	0,99768

Observa-se na Tabela 4.14 que os valores da função objetivo para o caso nominal são melhores que para o caso robusto, tanto para Eu quanto para a R_L , porém os valores apresentados pelos dois modelos são muito próximos. O mesmo acontece quando se analisa o coeficiente de determinação, que também apresenta valores próximos para os dois modelos nas duas respostas analisadas. Tal aproximação entre os valores da função objetivo e do coeficiente de determinação explicam a razão pela qual as curvas advindas dos modelos nominais e robustos apresentam apenas ligeiras diferenças. Sendo assim, tanto os modelos nominais quanto os robustos representam satisfatoriamente a variabilidade dos dados experimentais para a razão de líquido e o número de Euler.

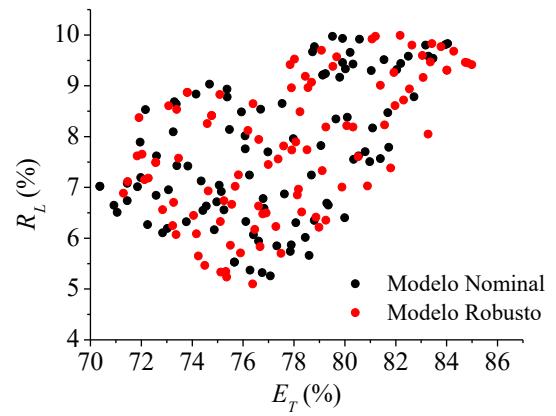
4.3.3.4 – Caso 4: Minimização de Eu , Minimização de R_L e Maximização de E_T

A Figura 4.15 apresenta as Curvas de Pareto obtidas pelas otimizações nominais do caso 4 considerando os modelos obtidos com e sem robustez. Nesta figura, o gráfico (a) exibe a visão tridimensional do espaço dos objetivos, enquanto que os gráficos (b), (c) e (d) mostram a visão dos planos bidimensionais deste espaço, tomando os objetivos dois a dois.

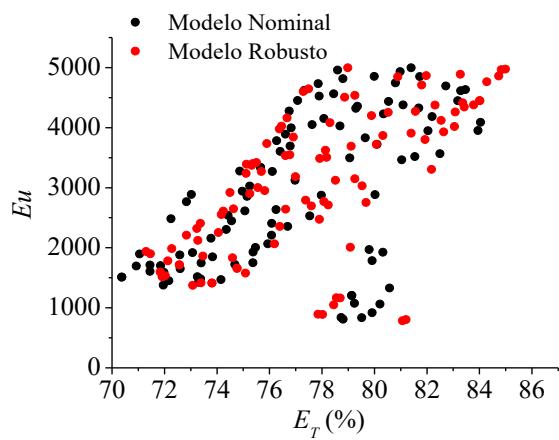
Ainda na Figura 4.15 nota-se que as curvas mantêm uma mesma tendência de comportamento, sendo similares, mas não idênticas. As diferenças entre as curvas podem ser entendidas observando-se os valores dos coeficientes de determinação e das funções objetivo usadas na estimativa dos modelos nominais e robustos para cada uma das três respostas analisadas, conforme mostra a Tabela 4.15.



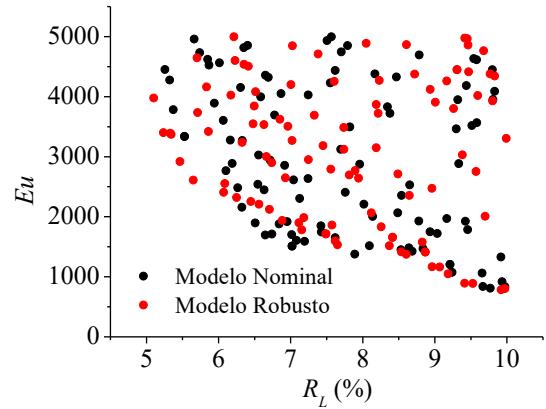
(a) Visão tridimensional ($E_T \times R_L \times Eu$)



(b) Visão bidimensional ($R_L \times E_T$)



(c) Visão bidimensional ($Eu \times E_T$)



(d) Visão bidimensional ($Eu \times R_L$)

Figura 4.15 – Resultados obtidos para as otimizações do Caso 4 considerando modelos nominais e robustos.

Na Tabela 4.15 fica visível que os valores da função objetivo são melhores para os modelos nominais do que para os robustos, nas três respostas analisadas, sendo que as maiores diferenças são observadas para a eficiência total. Contudo os valores apresentados pelo modelo robusto também são considerados satisfatórios. O coeficiente de determinação também se mostrou um pouco melhor para os modelos nominais, porém não existem grandes diferenças no valor deste parâmetro entre os dois modelos para nenhuma das três respostas em questão, sendo assim ambos são adequados para descrever a variabilidade dos dados experimentais.

Tabela 4.15 - Função objetivo (f) e coeficiente de determinação (r^2) para os modelos referentes a Eu , R_L e E_T ajustados sem e com robustez.

$f = \sum_{i=1}^{n_{exp}} \frac{(Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{(Y_{max}^{exp})^2}$	$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (Y_i^{exp} - Y_i^{cal})^2}{\sum_{i=1}^{n_{exp}} (\bar{Y} - Y_i^{cal})^2}$			
Nominal	Robusto	Nominal	Robusto	
Eu	0,00001	0,00002	0,99158	0,98822
R_L	0,00211	0,02263	0,99842	0,99768
E_T	0,00908	0,07217	0,92740	0,91299

4.4 – Resultados dos Testes Experimentais com os Hidrociclones Selecionados

Nesta seção são mostrados os hidrociclones que foram construídos a partir dos pontos selecionados das otimizações dos quatro casos estudados. Os separadores foram escolhidos dentre os pontos das curvas de Pareto das otimizações nominais ($\delta = 0$) e robusta com parâmetro de robustez $\delta = 0,10$. Este valor do parâmetro de robustez foi escolhido por ser um valor adequado às variações e incertezas nas variáveis geométricas de um hidrociclone. Foram selecionados os separadores obtidos tanto por otimização utilizando os modelos nominais quanto os obtidos usando os modelos robustos das respostas.

Como mencionado no Capítulo 3, para os casos 1, 2 e 3 os hidrociclones escolhidos foram os de melhor valor da resposta que não foi considerada na otimização de cada caso. Já para o caso 4, no qual as três respostas foram otimizadas, selecionou-se os hidrociclones que apresentavam o melhor valor para cada resposta. Os hidrociclones foram construídos utilizando-se as peças disponíveis que mais se aproximavam dos valores obtidos para os separadores escolhidos da otimização, sendo assim os equipamentos montados apenas se aproximavam dos selecionados, mas não eram idênticos.

As subseções a seguir detalham as dimensões dos hidrociclones selecionados e construídos em cada caso, sendo que as dimensões mostradas nas tabelas consideram um diâmetro da parte cilíndrica D_c igual a 30 mm, que é o mesmo tamanho dos cilindros disponíveis no LASER.

4.4.1 - Caso 1: Máximo E_T e Mínimo R_L

Na Tabela 4.16, são mostradas as dimensões dos hidrociclones ótimos obtidos para o caso 1 usando otimização com os modelos nominais. O hidrociclone A corresponde ao equipamento obtido pela otimização sem robustez e o separador C ao hidrociclone obtido usando robustez. Nesta tabela também são mostradas as dimensões das peças existentes no laboratório que mais se aproximam dos valores de cada parte dos hidrociclones ótimos obtidos e que foram utilizadas na montagem dos equipamentos que foram testados experimentalmente.

Tabela 4.16 - Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o caso 1 usando modelos nominais.

Hidrocic. otimizado	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ	Hidrocic. construído	$D_{i\ lab}$ (mm)	$D_{o\ lab}$ (mm)	L_{lab} (mm)	θ_{lab}
A	4,362	9,756	120,248	19,981°	i	4,75	9,5	132,3	19,9°
C	4,430	10,398	120,346	19,988°	ii	4,75	10,5	132,3	19,9°

Na tabela observa-se que os hidrociclones A e C deram origem a hidrociclones construídos diferentes (i e ii, respectivamente), indicando que neste caso a inserção de robustez influenciou de forma significativa o resultado da otimização. A diferença entre os hidrociclones i e ii gerados está no diâmetro do tubo de *overflow*, que é maior para o hidrociclone ii do que para i.

A Tabela 4.17 é similar à Tabela 4.16, porém nela estão representados os hidrociclones obtidos para a otimização do caso 1 considerando os modelos robustos. Os separadores M e O correspondem, respectivamente, aos equipamentos obtidos sem e com robustez na otimização.

Como pode ser visto na tabela, os hidrociclones M e O produziram o mesmo hidrociclone experimental (iii), o que mostra que para este caso a inserção de robustez na otimização não teve uma influência significativa a ponto de alterar o hidrociclone experimental

obtido. Contudo, observa-se que a robustez do modelo utilizado teve influência sobre os separadores obtidos, uma vez que os hidrociclos construídos da Tabela 4.17 são diferentes dos da Tabela 4.16.

Tabela 4.17 – Hidrociclos ótimos obtidos e construídos para o caso 1 usando modelos robustos.

Hidrocic. otimizado	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ	Hidrocic. construído	$D_{i\ lab}$ (mm)	$D_{o\ lab}$ (mm)	L_{lab} (mm)	θ_{lab}
M	4,595	9,828	120,281	11,978°	iii	4,75	9,5	139,7	11,3°
O	5,030	9,710	120,443	12,319°	iii	4,75	9,5	139,7	11,3°

4.4.2 - Caso 2: Máximo E_T e Mínimo E_u

De maneira similar ao que foi apresentado para o caso 1, a Tabela 4.18 apresenta os hidrociclos selecionados obtidos pelas otimizações do caso 2 usando os modelos nominais, assim como os hidrociclos que foram construídos a partir deles com as peças disponíveis no LASER. O hidrociclo E corresponde ao separador obtido por otimização sem robustez, enquanto que G é um equipamento originado pela otimização robusta.

Tabela 4.18 – Hidrociclos ótimos obtidos e construídos para o caso 2 usando modelos nominais.

Hidrocic. otimizado	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ	Hidrocic. construído	$D_{i\ lab}$ (mm)	$D_{o\ lab}$ (mm)	L_{lab} (mm)	θ_{lab}
E	7,757	10,590	182,878	9,019°	iv	7,6	10,5	175	9°
G	4,655	9,038	120,248	19,978°	v	4,75	9,0	132,3	19,9°

Pela tabela, nota-se que E e G originaram hidrociclos construídos diferentes, indicando que nesse caso a inserção de robustez na otimização teve um efeito importante. Comparando-se os hidrociclos E e G, percebe-se que eles apresentam diferenças significativas em todas as dimensões, por essa razão os equipamentos experimentais gerados por esses dois hidrociclos (iv e v, respectivamente) são formados por peças completamente diferentes.

Similarmente à Tabela 4.18, a Tabela 4.19 mostra os hidrociclos obtidos selecionados e os construídos para a otimização do caso 2, porém considerando os modelos robustos. Os hidrociclos Q e S são, respectivamente, os separadores selecionados obtidos por otimização nominal e robusta.

Tabela 4.19 – Hidrociclos ótimos obtidos e construídos para o caso 2 usando modelos robustos.

Hidrocic. otimizado	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ	Hidrocic. construído	$D_{i\ lab}$ (mm)	$D_{o\ lab}$ (mm)	L_{lab} (mm)	θ_{lab}
Q	5,273	9,057	120,281	19,991°	v	4,75	9,0	132,3	19,9°
S	5,291	9,207	120,248	19,965°	v	4,75	9,0	132,3	19,9°

Pela tabela, percebe-se que a inserção de robustez na otimização não tem um efeito importante no hidrociclo construído obtido, uma vez que Q e S deram origem a construção do mesmo hidrociclo (v). Por outro lado, ao comparar-se os hidrociclos da Tabela 4.19

com os da Tabela 4.18, nota-se que o separador gerado por Q (v) é diferente do separador construído a partir de E (iv), enquanto que os equipamentos experimentais gerados por G e S são iguais (v). Tal fato mostra que a utilização de modelos nominais ou robustos na otimização tem influência significativa na otimização nominal, porém esse efeito não é tão importante quando se trata da otimização robusta.

4.4.3 - Caso 3: Mínimo R_L e Mínimo E_u

A Tabela 4.20 exibe os hidrociclos selecionados, obtidos pelas otimizações do caso 3 considerando os modelos nominais, assim como os equipamentos construídos a partir desses hidrociclos. O separador I foi selecionado a partir da otimização nominal e o hidrociclo K foi obtido pela otimização robusta.

Tabela 4.20 – Hidrociclos ótimos obtidos e construídos para o caso 3 usando modelos nominais.

Hidrocic. otimizado	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ	Hidrocic. construído	$D_{i\ lab}$ (mm)	$D_{o\ lab}$ (mm)	L_{lab} (mm)	θ_{lab}
I	7,716	10,583	180,934	9,164°	iv	7,6	10,5	175	9°
K	4,436	10,587	120,346	19,644°	ii	4,75	10,5	132,3	19,9°

Nota-se que nesta situação, os hidrociclos I e K são diferentes e dão origem a hidrociclos construídos distintos (iv e ii, respectivamente). Tal fato mostra que a robustez teve uma influência significativa nesta otimização a ponto de gerar hidrociclos experimentais diferentes.

A Tabela 4.21 é similar à Tabela 4.20, porém os hidrociclos exibidos são aqueles selecionados das otimizações com modelos robustos. O separador U é o hidrociclo escolhido dentre os que foram obtidos sem robustez na otimização e W é o equipamento selecionado em meio aos que foram obtidos por otimização com robustez.

Tabela 4.21 – Hidrociclos ótimos obtidos e construídos para o caso 3 usando modelos robustos.

Hidrocic. otimizado	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ	Hidrocic. construído	$D_{i\ lab}$ (mm)	$D_{o\ lab}$ (mm)	L_{lab} (mm)	θ_{lab}
U	7,737	10,572	184,498	9,111°	iv	7,6	10,5	175	9°
W	7,184	9,638	155,435	9,777°	vi	7,6	9,5	175	9°

Na Tabela 4.21, observa-se que os hidrociclos U e W, por apresentarem diferenças significativas, originam hidrociclos experimentais diferentes, o que mostra a relevância do efeito de inserção de robustez na otimização para este caso. Por outro lado, o hidrociclo construído gerado por U (iv) é igual ao originado por I, indicando que para a otimização nominal do caso 3, o uso dos modelos nominais ou robustos não influencia no separador construído obtido. Já os hidrociclos K e W resultaram em hidrociclos experimentais diferentes (ii e vi, respectivamente), o que mostra que o modelo usado nas otimizações (nominal ou robusto) interfere de forma impactante na otimização robusta do caso 3.

4.4.4 - Caso 4: Máximo E_T , Mínimo R_L e Mínimo E_u

A Tabela 4.22 mostra os hidrociclos selecionados da otimização para o caso 4 usando modelos nominais, assim como os separadores construídos a partir destes equipamentos.

Os hidrociclos 37, 38 e 39 foram selecionados da otimização sem robustez e os separadores 43, 44 e 45 foram escolhidos dentre as soluções da otimização robusta. Os hidrociclos 37 e 43 são os hidrociclos de maior valor de E_T em suas respectivas populações de soluções ótimas. De maneira semelhante, 38 e 44 são os separadores de menor R_L dentro de suas respectivas populações de hidrociclos ótimos e 39 e 45 são os equipamentos de menor E_u entre os hidrociclos obtidos nas otimizações nominal e robusta, respectivamente.

Tabela 4.22 - Hidrociclos ótimos obtidos e construídos para o caso 4 usando modelos nominais.

Hidrocic. otimizado	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ	Hidrocic. construído	$D_{i\ lab}$ (mm)	$D_{o\ lab}$ (mm)	L_{lab} (mm)	θ_{lab}
37	4,388	10,578	192,760	9,158°	vii	4,75	10,5	175	9°
38	4,821	9,857	120,767	12,137°	iii	4,75	9,5	139,7	11,3°
39	7,805	10,541	180,772	9,320°	iv	7,6	10,5	175	9°
43	4,650	9,047	121,998	19,968°	v	4,75	9,0	132,3	19,9°
44	4,458	10,520	120,248	19,650°	ii	4,75	10,5	132,3	19,9°
45	7,212	9,569	129,094	19,935°	viii	7,6	9,5	132,3	19,9°

Pela Tabela 4.22, nota-se que os hidrociclos selecionados que priorizavam a maximização de E_T (37 e 43) deram origem a hidrociclos experimentais diferentes para os casos nominal e robusto (vii e v, respectivamente). Da mesma forma, os hidrociclos 38 e 44 deram origem à construção de separadores distintos, sendo eles iii e ii, respectivamente. Por fim, os hidrociclos 39 e 45 também produziram equipamentos diferentes para serem testados experimentalmente (iv e viii, respectivamente).

A Tabela 4.23 é similar à Tabela 4.22, porém mostra os hidrociclos selecionados e construídos a partir das otimizações do caso 4 utilizando os modelos robustos. Os hidrociclos 85, 86 e 87 foram selecionados da otimização sem robustez e os separadores 91, 92 e 93 foram escolhidos dentre as soluções da otimização robusta. Os hidrociclos 85 e 91 são os hidrociclos de maior valor de E_T em suas respectivas populações de soluções ótimas. De maneira semelhante, os separadores 86 e 92 são os de menor R_L dentro de suas respectivas populações de hidrociclos ótimos e 87 e 93 são os equipamentos de menor E_u entre os hidrociclos obtidos nas otimizações nominal e robusta, respectivamente.

Observando a Tabela 4.23, nota-se que os hidrociclos que priorizavam a minimização de E_u foram os únicos que originaram hidrociclos construídos diferentes entre si, enquanto o hidrociclo 87, proveniente a otimização nominal deu origem ao separador construído iv, o equipamento 93 produziu o hidrociclo experimental ix, evidenciando a maior significância do efeito de inserção de robustez na otimização neste caso. Estes hidrociclos construídos diferenciam-se pelos diâmetros do duto de alimentação e do tubo de *overflow*. Analisando similarmente para os outros pares nominal-robusto, observa-se que os hidrociclos de máximo E_T , 85 e 91, geraram o mesmo hidrociclo construído (v), assim como os separadores de mínimo R_L , 86 e 92, que produziram o mesmo equipamento (iii).

Tabela 4.23 - Hidrociclones ótimos obtidos e construídos para o caso 4 usando modelos robustos.

Hidrocic. otimizado	D_i (mm)	D_o (mm)	L (mm)	θ	Hidrocic. construído	$D_{i\ lab}$ (mm)	$D_{o\ lab}$ (mm)	L_{lab} (mm)	θ_{lab}
85	4,421	9,122	121,966	19,991°	v	4,75	9,0	132,3	19,9°
86	5,117	9,857	120,248	11,991°	iii	4,75	9,5	139,7	11,3°
87	7,734	10,574	186,312	9,012°	iv	7,6	10,5	175	9°
91	4,646	9,191	120,572	19,975°	v	4,75	9,0	132,3	19,9°
92	4,967	9,690	120,508	12,315°	iii	4,75	9,5	139,7	11,3°
93	6,839	9,740	158,416	10,108°	ix	6,3	9,5	175	9°

Comparando-se os hidrociclones equivalentes das tabelas 4.22 e 4.23, pode-se observar o efeito de robustez dos modelos usados nas otimizações. Analisando os hidrociclos de maior E_T da otimização nominal do caso 4 das duas tabelas, nota-se que 37 e 85 produziram hidrociclos experimentais diferentes (vii e v, respectivamente). Para os separadores de menor R_L das otimizações nominais das duas tabelas (38 e 86) os hidrociclos construídos produzidos são iguais (iii). O mesmo acontece para os hidrociclos de menor E_u das otimizações nominais das duas tabelas, 39 e 87, que dão origem ao hidrociclo experimental iv. Para as otimizações robustas das duas tabelas, os hidrociclos de maior E_T , 43 e 91, originaram o mesmo hidrociclo construído v. Já os separadores de menor R_L , 44 e 92, resultaram em hidrociclos experimentais diferentes (ii e iii, respectivamente). Por fim, para os separadores robustos de menor E_u das tabelas em questão, os hidrociclos construídos obtidos foram diferentes, enquanto 45 produziu o hidrociclo viii, 93 originou o separador experimental ix.

Assim, fica evidente que a inserção de robustez nos modelos usados nas otimizações do caso 4 tem uma influência significativa sobre os hidrociclos construídos.

Como pôde ser visto nas tabelas de 4.16 a 4.23, alguns dos hidrociclos ótimos selecionados deram origem ao mesmo hidrociclo usado experimentalmente, em função da proximidade de seus valores das dimensões geométricas. Atribui-se essa proximidade nas geometrias obtidas às rigorosas restrições adotadas, com o objetivo de obter-se hidrociclos de alta performance nas três respostas estudadas.

4.4.5 - Desempenho dos Hidrociclos Construídos

Os hidrociclos experimentais obtidos foram testados experimentalmente e os seus desempenhos também foram calculados pelos modelos robustos estimados, afim de que pudesse ser feita uma comparação entre as respostas obtidas das duas formas. A Tabela 4.24 mostra as respostas obtidas para cada hidrociclo construído.

Pela observação da Tabela 4.24, nota-se que as maiores discrepâncias entre os valores calculados pelo modelo e constatado experimentalmente ocorrem na resposta E_T , o que já era esperado uma vez que este modelo foi o que apresentou o menor coeficiente de determinação r^2 .

O maior valor de eficiência total experimental foi registrado pelo hidrociclo ix, que também apresentou um número de Euler baixo, porém a razão de líquido apresentada por este hidrociclo foi a maior dentre os hidrociclos testados, estando, todavia, abaixo do limite de 10% definido para esta resposta. O separador vii foi o que apresentou a menor razão de líquido,

mostrando-se um bom hidrociclone concentrador, com número de Euler relativamente alto comparado com os demais hidrociclos, mas dentro da faixa de restrição adotada, porém com eficiência total abaixo da faixa desejada e a menor dentre os equipamentos testados. O hidrociclone iv foi o separador construído que apresentou o menor número de Euler, sendo assim um equipamento econômico energeticamente, que apresentou também uma baixa razão de líquido, similar à do hidrociclone vii, tendo assim um alto poder concentrador, porém com uma eficiência total abaixo da faixa de restrição definida. Além do hidrociclone ix, o outro único hidrociclone construído que se mostrou dentro das restrições empregadas nas otimizações foi o hidrociclone iii, que apesar de ser o separador de maior número de Euler dentre os testados, encontra-se ainda dentro dos limites da restrição para esta resposta.

Por razões de indisponibilidade e incompatibilidade de peças, o hidrociclone ii não pôde ser construído para ser testado experimentalmente.

Tabela 4.24 - Desempenho experimental e calculado pelos modelos dos hidrociclos construídos.

Hidrociclone	$E_{T\text{mod}}(\%)$	$R_L\text{ mod}(\%)$	Eu_{mod}	$E_{T\text{exp}}(\%)$	$R_L\text{ exp}(\%)$	Eu_{exp}
i	79,07	8,81	3961	59,01	7,76	3206
iii	76,30	8,25	4354	70,09	7,78	3760
iv	79,14	9,02	816	68,97	5,67	1123
v	81,06	10,53	4143	64,91	7,61	3202
vi	79,75	11,38	1032	68,52	8,51	1166
vii	81,39	8,94	3563	58,70	5,65	3512
viii	72,73	10,05	1268	61,97	9,22	1939
ix	79,41	11,34	1779	76,66	9,27	1980

Capítulo 5

CONCLUSÃO

Neste trabalho foram estimados modelos empíricos de eficiência total, razão de líquido e número de Euler de hidrociclos em função das suas dimensões geométricas usando otimização nominal e robusta pelo algoritmo de evolução diferencial. Com os resultados obtidos pode-se concluir que os modelos gerados apresentaram bons valores do coeficiente de determinação, indicando que eles representam bem a variabilidade dos dados experimentais a partir dos quais eles foram gerados, exceto para a eficiência total que apresentou valores mais baixos do coeficiente de determinação, sobretudo para valores mais elevados do parâmetro de robustez. Desta forma, observou-se a partir de uma análise comparativa de sensibilidade entre modelos nominais e robustos que a inserção de robustez aumenta a confiabilidade dos modelos gerados, porém ao custo da deterioração do valor do coeficiente de determinação e da função objetivo usada na estimativa dos modelos.

Com a realização das otimizações nominais e robustas dos quatro casos estudados, pôde-se observar o caráter conflitante entre os três objetivos, ou seja, a melhora de um objetivo implica na deterioração dos outros. Além disso, observou-se nas otimizações o efeito do aumento do parâmetro de robustez da otimização sobre a curva de Pareto. A medida que o valor deste parâmetro aumenta, as curvas de Pareto afastam-se da curva nominal e os pontos concentram-se em regiões cada vez menores do espaço de objetivos, o que reflete o custo do ganho de confiabilidade nos resultados, que é a redução da variabilidade dos hidrociclos obtidos.

Na otimização do caso 1, no qual buscou-se uma eficiência total máxima e uma razão de líquido mínima, nota-se que os hidrociclos otimizados apresentam um pequeno diâmetro do duto de alimentação, um diâmetro do tubo de *overflow* mediano e um comprimento total pequeno. Os hidrociclos com menor razão de líquido são os que apresentam maior diâmetro do duto de *overflow*, enquanto que os com maior eficiência total são os que apresentam menor tamanho deste diâmetro.

Para o caso 2, no qual visou-se a maximização da eficiência total e a minimização do número de Euler, os resultados da otimização mostram que neste caso os hidrociclos devem ter um diâmetro do duto de *overflow* grande e um comprimento total mediano. Dentre estes hidrociclos os de maior eficiência foram os que apresentaram os menores diâmetros do duto de alimentação, enquanto que os de menor número de Euler foram os de maior diâmetro da alimentação.

No caso 3, concluiu-se que os hidrociclos de mínima razão de líquido e mínimo número de Euler, tendem a apresentar valores elevados do diâmetro do tubo de *overflow*. Dentre os hidrociclos deste caso, os que possuem menor razão de líquido são os que apresentam o diâmetro da alimentação e o comprimento total menores, e os que possuem os menores números de Euler são os de maior diâmetro do duto de alimentação e comprimento total.

Por fim, no caso 4, em que buscou-se otimizar os três objetivos simultaneamente, obteve-se hidrociclos com diâmetros do tubo de *overflow* elevados e comprimentos totais de medianos a baixos. Além disso, concluiu-se que para este caso, os separadores de maior

eficiência total tendem a apresentar os menores diâmetros do duto de alimentação, os equipamentos de menor razão de líquido possuem os menores comprimentos totais e apresentam baixos diâmetros da alimentação, já os separadores de menor número de Euler são os de maior diâmetro do duto de alimentação.

A comparação entre as curvas de Pareto nominais obtidas por otimização com modelos nominais e robustos mostrou que as curvas são semelhantes de modo geral, apresentando a mesma tendência e comportamento. Sendo assim, conclui-se que o uso de modelos robustos na otimização dos hidrociclos é mais vantajoso, uma vez que as curvas obtidas usando estes modelos são próximas às curvas obtidas com modelos nominais, e ganha-se confiabilidade nos resultados usando os modelos robustos.

Os testes experimentais realizados com os hidrociclos que se aproximavam dos equipamentos ótimos selecionados mostraram o alto desempenho dos separadores projetados por esta metodologia. A partir da comparação entre os resultados experimentais e calculados pelos modelos, pôde-se concluir que os modelos da razão de líquido e do número de Euler são boas opções para ter-se uma noção inicial da ordem de grandeza do valor real destas respostas, já o modelo para a eficiência total foi o que apresentou as maiores discrepâncias em relação ao valor real, o que já era esperado, uma vez que este modelo foi o que apresentou o menor coeficiente de determinação.

Por fim, a metodologia utilizada para projeto de hidrociclos mostrou-se eficaz, dando origem a separadores de alta eficiência, baixo consumo energético e alto poder concentrador. Os testes experimentais realizados com alguns desses equipamentos provaram o bom desempenho dos hidrociclos projetados pela metodologia proposta. Sendo assim, o método utilizado neste trabalho pode ser aplicado no projeto de hidrociclos em geral, com materiais particulados de diferentes tamanhos e variadas condições operacionais. Além disso, no projeto de hidrociclos, é recomendável o uso da metodologia robusta com parâmetro de robustez de 10%, uma vez este é um nível de incerteza adequado às imprecisões nas dimensões do equipamento.

5.1 – Sugestões para Trabalhos Futuros

Para os trabalhos futuros envolvendo a metodologia proposta, é recomendável que seja feito um novo ajuste dos modelos das respostas do hidrociclo, considerando outras formas de modelo ou outras técnicas de ajuste (por exemplo, Kriging), a fim de melhorar a qualidade do modelo obtido para a eficiência total. Dessa forma, as previsões deste modelo se tornarão mais próximas do que se observa na prática.

Além disso, recomenda-se que sejam construídos hidrociclos com as dimensões exatas dos separadores ótimos obtidos. Para isso sugere-se o uso de impressão 3D como uma técnica viável e de boa precisão na construção dos separadores. Dessa forma, poderá ser observado o desempenho real dos hidrociclos ótimos, uma vez que os experimentos realizados neste trabalho utilizaram equipamentos construídos que apenas aproximavam-se dos hidrociclos ótimos, mas não eram exatamente iguais a eles. Ademais, com os hidrociclos ótimos construídos poderá ser feita uma comparação experimental entre os hidrociclos obtidos por otimização robusta e nominal, com modelos ajustados de forma robusta e nominal.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbass, H. A.; Sarker, R.; Newton, C. Pde: A pareto frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems. In: Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computational. USA: IEEE. 2001.
<https://doi.org/10.1109/cec.2001.934295>

Almeida, C. A. K. Comportamento do hidrociclone filtrante frente às modificações no diâmetro de underflow e no tubo de vortex finder. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2008.

Ang, M.; Lim, Y.; Sim, M. Robust storage assignment in unit-load warehouses. Management Science, v. 58, p. 2114-2130. 2012.
<https://doi.org/10.1287/mnsc.1120.1543>

Augustine, N.; Suresh, S.; Moghe, P.; Sheikh, K. Economic dispatch for a microgrid considering renewable energy cost functions. IEEE PES Innovative Smart Grid Technology (ISGT), 2012, p. 1-7.
<https://doi.org/10.1109/isgt.2012.6175747>

Babu, B. V.; Chakole, P. G.; Mubeen, J. H. S. Multiobjective differential evolution (mode) for optimization of adiabatic styrene reactor. Chemical Engineering Science, v. 60, p. 4822-4837. 2005.
<https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.02.073>

Beyer, H. G.; Sendhoff, B. Robust optimization – A comprehensive survey. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 196, p. 3190-3218. 2007.
<https://doi.org/10.1016/j.cma.2007.03.003>

Branke, J. Evolutionary optimization in dynamic environments. Volume 3. Springer EUA. 2002.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4615-0911-0>

Castro, R. E. Otimização de estruturas com multi-objetivos via algoritmos genéticos. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro. 2001.

Chu, L. Y.; Chen, W. M.; Lee, X. Z. Effect of Structural Modification on Hydrocyclone Performance. Separation and Purification Journal, v. 21, p. 71-86. 2000.
[https://doi.org/10.1016/S1383-5866\(00\)00192-1](https://doi.org/10.1016/S1383-5866(00)00192-1)

Chu, L. Y.; Chen, W. M.; Lee, X. Z. Enhancement of Hydrocyclone Performance by Controlling the Inside turbulence Structure. Chemical Engineering Science. v. 57, n 1, p. 207-212. 2002.
[https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(01\)00364-5](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(01)00364-5)

Chu, L. Y.; Yu, W.; Wang, G. J.; Zhou, X. T.; Chen, W. M.; Dai, G. Q. Enhancement of hydrocyclone performance by eliminating the air core. *Chemical Engineering and Processing*, v. 43, p. 1441-1448. 2004.
<https://doi.org/10.1016/j.cep.2004.01.002>

Coelho, L. S. Fundamentos, potencialidades e aplicações de algoritmos evolutivos. Segunda edição. São Carlos – SP: Notas em Matemática Aplicada. 2003.

Coelho, M. A. Z.; Medronho, R. A. A Model for Performance Prediction of Hydrocyclones. *Chemical Engineering Journal*, v. 84, p. 7-14. 2001.
[https://doi.org/10.1016/S1385-8947\(00\)00265-5](https://doi.org/10.1016/S1385-8947(00)00265-5)

Cruz, O. C. Desempenho de um Hidrociclone de Geometria "Rietema" como Pré-filtro para Sistemas de Irrigação. 66 f. Tese (Doutorado em Agronomia) – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, UNESP, Jaboticabal, SP. 2008.

Cunha, L. G. S.; Silveira, G. S.; Lobato, F. S. Otimização multi-objetivo robusta aplicado ao projeto de um sistema de engenharia química. In: XXI Jornada em Engenharia Química, Uberlândia-MG, 2016. Anais... Uberlândia-MG, 2016. CD-ROM.

Das, I.; Dennis, J. E. A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for pareto set generation in multicriteria optimization problems. *Structural Optimization*, v. 14, p. 63-69. 1997.
<https://doi.org/10.1007/BF01197559>

Das, S.; Mullick, S. S.; Suganthan, P. N. Recent advances in differential evolution – An updated survey. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 27, p. 1-30. 2016.
<https://doi.org/10.1016/j.swevo.2016.01.004>

Deb, K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. First Edition. New York: Jhon Wiley & Sons, 2001.

Deb, K.; Agrawal, S.; Pratab, A.; Meyarivan, T. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. Kanpur- India, 2000.

Deb, K.; Gupta, H. Introducing robustness in multi-objective optimization. *Evolutionary Computation*. 14 (4). p. 463-494, 2006.
<https://doi.org/10.1162/evco.2006.14.4.463>

Edgar, T. F.; Himmelblau, D. M.; Ladson, L. S. Optimization of chemical process. Second Edition. New York: McGraw-Hill Chemical Engineering Series. 2001.

Façanha, J. M. F. Incorporação de um cilindro filtrante na separação sólido-líquido em hidrociclos. 83f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2012.

Fontein, F.; Van Kooy, J.; Leniger, H. The influence of some variables upon hydrocyclone performance. *British Chemical Engineering*, v. 7, p. 410-420. 1962.

Ghodrat, M.; Kuang, S. B.; Yu, A. B.; Vince, A.; Barnett, G. D.; Barnett, P. J. Computational study of the multiphase flow and performance of hydrocyclones: effects of cyclone size and spigot diameter. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 52, p. 16019-16031. 2013. <https://doi.org/10.1021/ie402267b>

Gonçalves, S. M. Efeito da concentração de sólidos e de variáveis operacionais no desempenho de um hidrociclo concentrador. 91 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2016.

Habibian, M.; Pazouki, M.; Ghanaie, H.; Abbaspour-Sani, K. Application of Hydrocyclone for Removal of Yeasts from Alcohol Fermentations Broth. *Chemical Engineering Journal*, v. 138, p. 30-34. 2008. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2007.05.025>

Hwang, K. J.; Chou, S. P. Designing vortex finder structure for improving the particle separation efficiency of a hydrocyclone. *Separation and Purification Technology*, v. 172, p. 76-84. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2016.08.005>

Jin, Y.; Sendhoff, B. Trade-off between performance and robustness: Na evolutionary multiobjective approach. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Lecture Notes in Computer Science. Volume 2632/2003*. 2003. https://doi.org/10.1007/3-540-36970-8_17

Kapadi, M. D.; Gudi, R. D. Optimal control of fed-batch fermentation involving multiple feeds using differential evolution. *Process Biochemistry*, v. 39, p. 1709-1721. 2004. <https://doi.org/10.1016/j.procbio.2003.07.006>

Kumar, S.; Datta, D.; Babu, B. V. Estimation of equilibrium parameters using differential evolution in reactive extraction of propionic acid by tri-n-butyl phosphate. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, v. 50, p. 614-622. 2011. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2011.03.004>

Lee, J. Separation of fine organic particles by a low-pressure hydrocyclone (LPH). *Aquacultural Engineering*, v. 63, p. 32-38. 2014. <https://doi.org/10.1016/j.aquaeng.2014.07.002>

Leidemer, M. N. Proposta de uma metodologia de otimização evolucionária robusta utilizando a transformada unscented aplicável a circuitos de RF/micro-ondas. Dissertação (Mestrado), Universidade de Brasília. 2009.

Lewis, A. Robust regularization. *Mathematical Programming*. 2002.

Limbrunner, J. F.; Vogel, R. M.; Chapra, S.C.; Kirshen, P. H. Classic optimization techniques applied to stormwater and nonpoint source pollution management at the watershed scale. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 139, p. 486-491. 2013.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0000361](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000361)

Lobato, F. S. Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia. Uberlândia-MG, 2008. 184f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG. 2008.

Lobato, F. S.; Lopes, L. C. O.; Steffen jr, V. Uma abordagem evolutiva baseada em modelos caóticos de busca associado ao algoritmo de evolução diferencial. In: 17º POSMEC – Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Uberlândia-MG. 2007a.

Lobato, F. S.; Silva Neto, A. J.; Steffen Jr, V. Um estudo comparativo usando evolução diferencial e reconhecimento simulado aplicado a um problema inverso de transferência radiativa. In: X Encontro de Modelagem Computacional, Nova Friburgo-RJ. 2007b.

Lobato, F. S.; Steffen JR, V. Uma metodologia híbrida para otimização usando evolução diferencial e programação sequencial quadrática. In: VII Simpósio de Mecânica Computacional – SIMMÉC, Araxá-MG, 2006. Anais... Araxá-MG, 2006. CD-ROM.

Lobato, F. S.; Steffen JR, V.; silva neto, A. J. Evolução diferencial (differential evolution). In: Técnicas de Inteligência Computacional Inspiradas na Natureza: Aplicação em Problemas Inversos em Transferência Radiativa. 2ª edição. São Carlos – SP, Brasil: SBMAC, 2012. Cap. 10, p. 107-118.

Lobato, F. S.; Vieira, L. G. M.; Barrozo, M. A. S. Estudo do desempenho de hidrociclos usando a metodologia de superfície de respostas e otimização multi-objetivo. In: XIV Encontro de Modelagem Computacional, Nova-Friburgo-RJ, 2011. Anais... Nova Friburgo-RJ, 2011.

Mognon, J. L.; Silva, J. M.; Bicalho, I. C.; Ataíde, C. H.; Duarte, C. R. Modular Mini-hydrocyclone Desilter Type of 30mm: An Experimental and Optimization Study. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 129, p. 145-152. 2015.
<https://doi.org/10.1016/j.petrol.2015.02.037>

Mokni, I.; Dhaouadi, H.; Bournot, P.; Mhiri, H. Numerical investigation of the effect of the cylindrical height on separation performances of uniflow hydrocyclone. *Chemical Engineering Science*, v. 122, p. 500-513. 2015.
<https://doi.org/10.1016/j.ces.2014.09.020>

Moreira, F. R. Otimização robusta multiobjetivo para o projeto de sistemas em engenharia. 246 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2015.

Neesse, T.; Dueck, J.; Schwemmer, H.; Farghaly, M. Using a high pressure hydrocyclone for solids classification in the submicron range. Minerals Engineering, v. 71, p. 85-88. 2015.
<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.10.017>

Ni, L.; Tian, J.; Zhao, J. Experimental study of the effect of underflow pipe diameter on separation performance of a novel de-foulant hydrocyclone with continuous underflow and reflux function. Separation and Purification Technology, v. 171, p. 270-279. 2016.
<https://doi.org/10.1016/j.seppur.2016.07.047>

Ni, L.; Tian, J.; Zhao, J. Experimental study of the relationship between separation performance and lengths of vortex finder of a novel de-foulant hydrocyclone with continuous underflow and reflux function. Separation Science and Technology, v. 52, p. 142-154. 2017.
<https://doi.org/10.1080/01496395.2016.1250780>

Ni, L.; Tian, J.; Song, T.; Jong, Y.; Zhao, J. Optimizing geometric parameters in hydrocyclone for enhanced separations: a review and perspective. Separation and Purification Reviews, p. 1-22. 2018.
<https://doi.org/10.1080/15422119.2017.1421558>

Okonkwo, U. N.; Agunwamba, J. C. Classical optimization of bagasse ash content in cement-stabilized lateritic soil. Nigerian Journal of Technology, v. 35, p. 481 – 490. 2016.
<https://doi.org/10.4314/njt.v35i3.3>

Olson, T. J.; Van Ommen, R. Optimizing Hydrocyclone Design Using Advanced CFD Model. Minerals Engineering, v. 17, p. 713-720. 2004.
<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2003.12.008>

Osyczka, A. Multicriterion optimization in engineering with fortran programs. First edition. England: Ellis Horwood Limited. 1984.

Paenke, I.; Branke, J.; Jin, Y. Efficient search for robust solutions by means of evolutionary algorithms and fitness approximation. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v. 10, p. 405-420. 2006.
<https://doi.org/10.1109/TEVC.2005.859465>

Pahner, U; Hameyer, K. Adaptative coupling of differential evolution and multiquadratics approximation for the tuning of the optimization process. IEEE Transactions on Magnetics, v. 36, p. 1047-1051. 2000.
<https://doi.org/10.1109/20.877621>

Pinto, A. A.; Bicalho, I. C.; Mognon, J. L.; Duarte, C. R.; Ataíde, C. H. Separation of *Saccharomyces cerevisiae* from Alcoholic Fermentation Broth by Two Commercial Hydrocyclones. Separation and Purification Technology, v. 120, p. 69-77. 2013.
<https://doi.org/10.1016/j.seppur.2013.09.013>

Price, K. V.; Storn, R. M.; Lampinen, J. A. Differential Evolution – A practical approach to global optimization. First Edition. Natural Computing Series: Springer Verlag. 2005.

<https://doi.org/10.1007/3-540-31306-0>

Ribas, G. P.; Hamacher, S.; Street, A. Optimization under uncertainty of the integrated oil supply chain using stochastic and robust programming. International Transactions in Operational Research, v. 17, p. 777-796. 2010.

<https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2009.00756.x>

Salimi, A.; Lowther, D. A. On the role of robustness in multi-objective robust optimization: application to an IPM motor design problem. IEEE Transactions on Magnetics, v. 52, n. 3, p. 1-4. 2016.

<https://doi.org/10.1109/TMAG.2015.2487969>

Salvador, F. F. Estudo experimental do comportamento de um hidrociclone com cone e cilindro filtrantes. 121 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2013.

Salvador, F. F. Otimização geométrica de hidrociclos com cilindros e cones permeáveis. 131 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2017.

Samaeli, M.; Hashemi, J.; Sabeti, M.; Sharifi, K. Modeling and Analyzing Hydrocyclone Performances. Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering, v. 36, n. 6, p. 177-190. 2017.

Santos, D. A.; Gurgel, M. T.; MOTA, A. F.; PAIVA, F. I. G. Extração mineral de quartzo e sua aplicabilidade na construção civil na cidade de Várzea-PB. HOLOS, v. 4, p. 89-100. 2014.
<https://doi.org/10.15628/holos.2014.1675>

Saramago, S. F. P. Métodos de otimização randômica: algoritmos genéticos e simulated annealing. Notas em Matemática Aplicada, v. 6, SBMAC, São Carlos - SP. 1999.

Schapel, S. C.; Chase, G. G. Modeling of Hydrocyclones Flows with Permeable Walls. Advances in Filtration and Separation Technology. v. 11, p. 33-36. 1998.

Secchi, A. R. Otimização de processos. Apostila: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. 165 p.

Sharma, S.; Rangaiah, P. G. An improved multi-objective differential evolution with a termination criterion for optimizing chemical processes. Computers and Chemical Engineering, v. 56, p. 155-173. 2013.

<https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2013.05.004>

Silva, C. M. Desenvolvimento de um algoritmo de otimização multiobjetivo usando algoritmos genéticos. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.

Silva, D. O. Hidrociclones: Um estudo de otimização e análise do efeito das variáveis geométricas utilizando técnicas experimentais e CFD. Uberlândia-MG, 2012. 189 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2012.

Silva, D. O.; Vieira, L. G. M.; Barrozo, M. A. S. Optimization of design and performance of solid-liquid separators: a thickener hydrocyclone. *Chemical Engineering and Technology*, v. 38, p. 319-326. 2015.
<https://doi.org/10.1002/ceat.201300464>

Silva, M. A. P. Hidrociclones de Bradley: Dimensionamento e análise de desempenho. 81 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, 1989.

Silva, N. K. G. Estudo de Otimização da Configuração do Hidrociclone Filtrante. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2014

Silveira, G. S.; Cunha, L. G. S.; Verro, W. S.; Lobato, F. S.; Arruda, E. B. Estimação de parâmetros em equações constitutivas para a determinação da cinética de secagem da maçã usando otimização robusta e o algoritmo de evolução diferencial. In: XXI Jornada em Engenharia Química, Uberlândia-MG, 2016. Anais... Uberlândia-MG, 2016. CD-ROM.

Souza, F. J.; Neto, A. S.; Barrozo, M. A. S. Simulação Numérica de escoamentos turbulentos em hidrociclones com modelagem submalha. II Escola Brasileira de Transição e Turbulência – ETT2000, Uberlândia, p. 358-368. 2000.

Sripriya, R.; Kaulaskar, M. D.; Chakraborty, S.; Meikap, B. C. Studies on the performance of a hydrocyclone and modeling for flow characterization in presence and absence of air core. *Chemical Engineering and Science*, v. 62, p. 6391-6402. 2007.
<https://doi.org/10.1016/j.ces.2007.07.046>

Stadler, W. Caveats and boons of multicriteria optimization. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, v. 10, p. 291-299. 1995.
<https://doi.org/10.1111/j.1467-8667.1995.tb00291.x>

Stacie, E. C.; Salcudean, M. E.; Gartshore, I. S. The influence of hydrocyclone geometry on separation and fibre classification. *Filtration and Separation*, v. 38, p. 36-41. 2001.
[https://doi.org/10.1016/S0015-1882\(01\)80380-3](https://doi.org/10.1016/S0015-1882(01)80380-3)

Storn, R. System design by constraint adaptation and differential evolution. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 3, p. 22-34. 1999.
<https://doi.org/10.1109/4235.752918>

Storn, R.; Price, K. Differential Evolution – A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. Berkeley, CA: International Computer Science Institute, 1995. 12 p. TR-95-012.

Storn, R.; Price, K. Differential Evolution – A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*. v. 11, n. 4, p. 341-359, 1997.

<https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>

Svarovsky, L. *Hydrocyclones*. Eastbourne, UK: Holt, Rinehart & Winston, 1984. 198p.

Svarovsky, L. *Solid-Liquid Separation*. 2nd ed. Butterworks, London. 1981.

Svarovsky, L. *Solid-Liquid Separation*. 4th edition. Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP: Butterworth-Heinemann, 2000. 554 p.

Taguchi, G. *Quality engineering through design optimization*. Kraus International Publications. New York. 1984.

Tang, B.; Xu, Y. X.; Song, X. F.; Sun, Z.; Yu, J. G. Numerical study on the relationship between high sharpness and configurations of the vortex finder of a hydrocyclone by central composite design. *Chemical Engineering Journal*, v. 278, p. 504-516. 2015.

<https://doi.org/10.1016/j.cej.2014.11.022>

Tang, B.; Xu, Y. X.; Song, X. F.; Sun, Z.; Yu, J. G. Effect of inlet configuration on hydrocyclone performance. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, v. 27, p. 1645-1655. 2017.

[https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(17\)60187-0](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(17)60187-0)

Vakamalla, T. R.; Koruprolu, V. B. R.; Arugonda, R.; Mangadoddy, N. Development of Novel Hydrocyclone Designs for Improved Fines Classification Using Multiphase CFD Model. *Separation and Purification Technology*, v. 175, p. 481-497. 2017.

<https://doi.org/10.1016/j.seppur.2016.10.026>

Vakili, R.; Rahimpour, M. R.; Eslamloueyan, R. Incorporating differential evolution (DE) optimization strategy to boost hydrogen and DME production rate through a membrane assisted single-step DME heat exchanger reactor. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v. 9, p. 28-38. 2012.

<https://doi.org/10.1016/j.jngse.2012.05.006>

Vakili, R.; Setoodeh, P.; Pourazadi, E.; Iranshahi, D.; Rahimpour, M. R. Utilizing differential evolution (DE) technique to optimize operating conditions of an integrated thermally coupled direct DME synthesis reactor. *Chemical Engineering Journal*, v. 168, p.321-332. 2011.

<https://doi.org/10.1016/j.cej.2011.01.032>

Vanderplaats, G. N. *Numerical optimization techniques for engineering design*. Third edition. USA: VR D INC. Colorado Springs. 1999.

Vega-Garcia, D.; Brito-Parada, P. R.; Cilliers, J. J. Optimising Small Hydrocyclone Design Using 3D Printing and CFD Simulations. *Chemical Engineering Journal*, v. 350, p. 653-659. 2018.
<https://doi.org/10.1016/j.cej.2018.06.016>

Vieira, L. G. M. Otimização de Processos de Separação em Hidrociclos Filtrantes. Uberlândia-MG, 2006. 297f. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2006.

Vieira, L. G. M.; Barrozo, M. A. S. Effect of vortex finder diameter on the performance of a novel hydrocyclone separator. *Minerals Engineering*, v. 57, p. 50-56. 2014.
<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.11.014>

Vieira, L. G. M.; Silva, D. O.; Barrozo, M. A. S. Effect of inlet diameter on the performance of a filtering hydrocyclone separator. *Chemical Engineering and Technology*, v. 39, p. 1406-1412. 2016.
<https://doi.org/10.1002/ceat.201500724>

Vieira, L. G. M.; Silvério, B. C.; Damasceno, J. J. R.; Barrozo, M. A. S. Performance of hydrocyclones with different geometries. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 89, p. 655-662. 2011.
<https://doi.org/10.1002/cjce.20461>

Wang, B.; Yu, A. B. Numerical study of the gas-liquid-solid flow in hydrocyclones with different configuration of vortex finder. *Chemical Engineering Journal*, v. 135, p. 33-42. 2008.
<https://doi.org/10.1016/j.cej.2007.04.009>

Werners, B.; Wuelfing, T. Robust optimization of internal transports at a parcel sorting center operated by Deutsche Post World Net. *European Journal of Operation Research*, v. 201, p. 419-426. 2010.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.02.035>

Wills, B. A.; Napier-Munn, T. *Wills' Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. 7th ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2006.

Xu, Y.; Song, X.; Sun, Z.; Tang, B.; Li, P.; Yu, J. Numerical investigation of the effect of the ratio of the vortex-finder diameter to the spigot diameter on the steady state of the air core in an hydrocyclone. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 52, p. 5470-5478. 2013.
<https://doi.org/10.1021/ie302081v>

Yamamoto, T.; Oshikawa, T.; Yoshida, H.; Fukui, K. Improvement of particle separation performance by new type hydrocyclone. *Separation and Purification Technology*, v. 158, p. 223-229. 2016.
<https://doi.org/10.1016/j.seppur.2015.12.020>

Yang, Q.; Lv, W. J.; Shi, L.; WANG, H. L. Treating methanol-to-olefin quench water by minihydrocyclone clarification and steam stripper purification. Chemical Engineering and Technology, v. 38, p. 547-552. 2015.
<https://doi.org/10.1002/ceat.201400429>

Zitzler, E.; Deb. K; Thiele, L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. Evolutionary Computation Journal. v. 8, n. 2, p. 125-148. 2000.
<https://doi.org/10.1162/106365600568202>