

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ANIELLE GLÓRIA VAZ COELHO

**CONTRIBUIÇÕES DAS ATIVIDADES DE ENSINO PARA A COMPREENSÃO DO
CONCEITO DE PORCENTAGEM**

Uberlândia
2018

ANIELLE GLÓRIA VAZ COELHO

**CONTRIBUIÇÕES DAS ATIVIDADES DE ENSINO PARA A COMPREENSÃO DO
CONCEITO DE PORCENTAGEM**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Fabiana Fiorezi de Marco.

Uberlândia
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

C672c Coelho, Anielle Glória Vaz, 1992-
2018 Contribuições das atividades de ensino para a compreensão do
conceito de porcentagem / Anielle Glória Vaz Coelho. - 2018.
157 f. : il.

Orientadora: Fabiana Fiorezi de Marco.
Dissertação (mestrado Profissional) - Universidade Federal de
Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e
Matemática.

Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.545>
Inclui bibliografia.

1. Ciência - Estudo e ensino - Teses. 2. Matemática (Ensino
fundamental) - Teses. 3. Matemática - Filosofia - Teses. 4. Matemática
aplicada - Teses. I. Marco, Fabiana Fiorezi de. II. Universidade Federal
de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e
Matemática. III. Título.

CDU: 50:37

Glória Aparecida – CRB-6/2047

CONTRIBUIÇÕES DAS ATIVIDADES DE ENSINO PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM

Dissertação aprovada para a obtenção do título de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, pela banca examinadora formada por:

Uberlândia, 27 de março de 2018.

Prof^a. Dr^a. Fabiana Fiorezi de Marco (Orientadora)

Prof^a. Dr^a. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes

Prof^a. Dr^a. Cristiane Coppe de Oliveira

Aos meus pais, Helena e Vaz, por toda sabedoria, educação e amor, dedico esse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Início meus agradecimentos por Deus, por abençoar e guiar minhas escolhas.

A meus pais, Helena e Vaz, que me educaram na fé, transbordam sabedoria, amor e compaixão. Sempre me apoiando e lapidando o melhor de mim. Sem vocês, eu não estaria realizando esse sonho.

À Fabi, minha orientadora Prof^ª. Dr^ª. Fabiana Fiorezi de Marco, por todo aprendizado, carinho e confiança. Por seu exemplo de ética e cidadania. Por estar comigo desde a graduação, contribuindo brilhantemente com meu (nosso) ensino e sempre correspondendo às minhas expectativas humanas e profissionais. Pelas ricas, inúmeras e essenciais contribuições ao planejar, ler e reler minha dissertação. Por entender todos os meus momentos de insegurança, cansaço e preocupação. E por compartilhar comigo os belos momentos de conquistas, realizações e alegrias. Não tenho palavras para descrever o quanto você foi e é importante em minha vida pessoal e profissional. Muito obrigada!

Às professoras doutoras Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Cristiane Coppe de Oliveira e Regina Célia Grandó meus sinceros agradecimentos pela leitura cuidadosa, contribuições, sugestões e empenho, no exame de qualificação e defesa.

Aos meus amigos, professores e colegas do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, obrigada pelas inúmeras discussões, companhia, mensagens, lanches, viagens, conversas e compartilhamento de conhecimento, vocês me fortalecem.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia pelo apoio à participação em eventos.

Ao Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (GEPEMAPE) pelos ricos estudos teóricos sobre a Teoria Histórico-Cultural, ensino de Matemática e formação docente e, por contribuírem com minha pesquisa.

À professora Ana¹, à Escola Municipal em que ela trabalha e à seus dedicados alunos, protagonistas dessa pesquisa, por terem aceitado embarcar nessa pesquisa, expondo suas considerações e dúvidas, sempre com comprometimento, empenho, competência e sinceridade. E, principalmente, por todo aprendizado social, pessoal e profissional que me proporcionaram.

¹ Nome fictício atribuído à professora de Matemática das turmas em questão, com a qual dialogamos e a que nos referimos em nossa pesquisa.

A toda minha família, por encorajar-me em minhas escolhas, por comemorar minhas conquistas e por cuidar do meu emocional sempre que precisei.

Ao meu noivo, Marco Antônio, pelo amor, cumplicidade e compreensão.

A todos envolvidos direta e indiretamente à minha pesquisa, muito obrigada!

A aprendizagem pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que a cercam (VYGOTSKY, 2002, p.115).

RESUMO

Atualmente, é comum as crianças vivenciarem situações ligadas à Matemática Financeira, correção monetária, investimentos, entre outros cálculos em que se emprega a porcentagem. Além disso, o incentivo, principalmente pela mídia, ao consumo, a posse de bens materiais, insere-os em um movimento de contato constante com o dinheiro: descontos, taxas de impostos, estudo de estatísticas, em meio a outras possíveis situações emergentes do cotidiano que envolve porcentagem. Nós, educadores, muitas vezes não pensamos na apropriação do conceito de porcentagem e sim, a inserimos em meio ao ensino de frações e decimais. Nesse sentido, nesta pesquisa, busca-se investigar a seguinte questão: *Quais são as contribuições de atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental?* Na Teoria Histórico-Cultural, a ideia de que o homem, ao produzir conhecimento, modifica seu meio e modifica-se, estão baseadas as referências teóricas e metodológicas para nosso estudo e análise dos dados. Com base nessa premissa, como objetivo principal da pesquisa, pretendeu-se analisar possíveis contribuições das atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Uberlândia-MG. Para atingir nossos objetivos, investigamos o surgimento da porcentagem em Roma, nos aproximamos de como as propostas de ensino de porcentagem vem sendo apresentadas na literatura e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), nos apoiamos na Teoria Histórico-Cultural (VYGOTSKY, 1991, 2000, 2001, 2002), na atividade de ensino (MOURA, 2000, 2002, 2004, 2011, 2016) e sua relação com a teoria da atividade (LEONTIEV, 1978, 1983). A pesquisa teve sua origem no âmbito de um grupo de dimensão colaborativa, o “Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica” (GEPEMAPe), existente desde o ano de 2015, na Universidade Federal de Uberlândia, campus de Uberlândia-MG. Como instrumentos de produção e construção do material a ser analisado, utilizamos registro, individual e em grupo, das atividades desenvolvidas pelos alunos; registros no diário de campo da pesquisadora; áudio e vídeo das discussões ocorridas entre os protagonistas durante o caminhar e a produção das atividades e registros (fotos, filmagens e anotações) das ações dos alunos. Para analisar o material produzido no desenvolvimento da proposta, como aporte metodológico, recorreremos à ideia de episódios (MOURA, 2004), que propõe a escolha de momentos - frases escritas ou faladas, gestos e ações - que explicitam ações reveladoras do processo de formação dos sujeitos participantes. Nas análises dos episódios foram destacadas cenas que permitiram compreender todo o movimento do processo percorrido pelos alunos para a construção do conceito de porcentagem, considerações que possam contribuir com o ensino de tal conceito e, possivelmente, para a formação de professores que ensinam Matemática. Pelas análises realizadas foi possível inferir que compreender os conceitos de razão, de proporção e também operar com as quatro operações básicas envolvendo os números racionais são elementos importantes para que o conceito de porcentagem deixe de ser visto apenas como fração sendo parte do todo.

Palavras-chave: Porcentagem. Teoria Histórico-Cultural. Atividade de Ensino. Pesquisa Colaborativa. Educação Matemática.

ABSTRACT

Currently, it is usual that children experience situations related to Financial Mathematics, monetary adjustment, investments and another types of operations in which percentage is present. Furthermore, the incentive, by the mass communication, to consume and to acquire material assets constantly conducts these individuals to handle money: discounts, tax rates, statistic studies and many other dairy situations that involves percentage. We, as educators, frequently neglect the appropriation process of the percentage concept, and, instead to proceed in this way, we develop this theme during classes about fractions and decimal numbers. Thus, this research aims to investigate this following question: *Which are the contributions of teaching activities to the comprehension about the concept of percentage by students of the 8th degree from an elementary school?* Considering this question, this study is underpinned by the Historic-Cultural Theory, that postulates that the human being, when constructs knowledge, transforms his environment and, at the same time, changes itself. In this regard, these ideas guide our methodological approach as well the data analysis process in this research. Therefore, the main goal of this study is to analyze potential contributions of teaching activities to the understanding of the percentage concept by students of the 8th degree from a public elementary school in Uberlândia – MG, Brazil. In order to attain this aim, we have researched about the origination of the concept of percentage in Rome and have analyzed how the teaching of percentage has been discussed in the specific literature and in the federal educational document Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). In addition, this research is based on the Historic-Cultural Theory (VYGOTSKY, 1991, 2000, 2001, 2002), on the Teaching Activity (MOURA, 2000, 2002, 2004, 2011, 2016) and its relation with the Activity Theory (LEONTIEV, 1978, 1983). This research has started in the realm of a collaborative group of studies titled “Group of Studies and Research on Mathematics Teaching and Pedagogical Activity” (GPEMAPE, in Portuguese) that works since 2015, in the Federal University of Uberlândia – MG, Brazil. The produced and analyzed data were obtained from individual and collective registers about the activities executed by the students; registrations in the dairy notes of the researcher; audio and video files of discussions that occurred among the main actors in these process and the production of activities and recordings of the students actions (pictures, filming, and notes). In order to analyze all these files produced during the development of the proposed activities, is used the concept of “episodes” (MOURA, 2004), that suggests the selection of some moments – written or verbal sentences, gestures and actions – that demonstrate revealing actions of the education process of the participants. In the episodes analysis, some important scenes that permit to comprehend the entire path taken by the students during the process of the construction of percentage concept are emphasized. Likewise, some considerations that possibly contribute to the teaching of this concept and to the Mathematics teacher formation are highlighted. From the analyzes carried out it was possible to infer what is one of the concepts of reason, of proportion and also operate as four essential elements for the concept of lower order. They are essential if the concept of percentage is to be seen only as a fraction being part of the whole.

Keywords: Percentage. Historic-Cultural Theory. Teaching Activity. Collaborative Research. Mathematical Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Nossa compreensão de Atividade a partir da leitura de Leontiev (1983).....	65
Figura 2 - Situações Emergentes do Cotidiano	69
Figura 3- Movimento entre alunos ao vivenciar uma atividade de ensino	84
Figura 4 - Abel, Antônio, Arthur, Bruno e Matheus	106
Figura 5: Registro final do grupo 1	109
Figura 6 - Amanda, Ana, Bianca, Cristiane, Gabriela, Lanita, Leticia e Janaína.....	110
Figura 7: Registro final do grupo 2	111
Figura 8: Registro final do grupo 3	111
Figura 9 - José, Maria, Taliza, Vitória e Valeria	112
Figura 10: Primeiro registro do aluno José.....	113
Figura 11: Segundo registro do aluno José.....	114
Figura 12: Registro final do grupo 4	115
Figura 13 - Registro da professora Ana.....	123
Figura 14 - Registro da fala de José	123
Figura 15 - Planejamento final dos conselheiros do 8º ano.....	124
Figura 16 - Grupo 1: Configurando o Império	130
Figura 17 - Grupo 2: Configurando o Império	130
Figura 18 - Grupo 3: Configurando o Império	131
Figura 19 - Caminho percorrido pelos grupos.....	133

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Isolado sobre a História da Porcentagem	36
Quadro 2 - Levantamento das pesquisas que discutem o ensino de porcentagem no período de 2008 a 2016 no Brasil	40
Quadro 3 - Planos Genéticos de Desenvolvimento de Vygotsky	55
Quadro 4 - Descrição da Composição dos Grupos	84
Quadro 5 - Cronograma de execução das atividades	90
Quadro 6 - O Império de Augusto	100
Quadro 7 - Ocupando as Terras	103
Quadro 8 - Integrantes da Pesquisa	106
Quadro 9 - Estipulando taxas	117
Quadro 10 - Planos de taxas	119
Quadro 11 - Voltando ao Império	126
Quadro 12 - Desafio	132

LISTA DE SIGLAS

a.C - Antes de Cristo

AOE - Atividade Orientadora de Ensino

CEP - Comitê de Ética e Pesquisa

d.C. - Depois de Cristo

E.F. - Ensino Fundamental

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PET - Programa de Educação Tutorial

PIBIC - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica

PIBID - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

PNLD - Programa Nacional do Livro Didático

SARESP - Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

SDA - Situações Desencadeadoras de Aprendizagem

TCLE - Termo de Consentimento Livre Esclarecimento

THC - Teoria Histórico-Cultural

UFU - Universidade Federal de Uberlândia

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1 A Trajetória da Professora/Pesquisadora	17
1.2 O Ingresso no Mestrado Profissional na UFU e a Proposta deste Trabalho	22
1.3 A Estrutura e Organização do Trabalho	25
2. A PORCENTAGEM	28
2.1 A Porcentagem na História da Matemática	31
2.2 A Porcentagem nas Pesquisas	38
2.3 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Porcentagem	47
3. TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL	52
3.1 Contribuições Vygotskianas: Uma Aproximação à Abordagem Histórico-Cultural.....	52
3.1.1 Pensamento e Linguagem.....	53
3.1.2 Mediação	56
3.2 Implicações da Psicologia Histórico-Cultural para a Formação de Conceitos Matemáticos por meio da Atividade Orientadora de Ensino	59
3.3 A Teoria da Atividade: um olhar para as ideias de Leontiev.....	61
3.4 Atividade Orientadora de Ensino.....	66
4. OS MEANDROS DA PESQUISA.....	71
4.1 Caracterização da pesquisa	71
4.2 Discorrendo um pouco sobre questões éticas	75
4.3 Instrumentos de construção dos materiais analisados.....	76
4.4 Os protagonistas do GEPEMAPe: a constituição de um grupo de estudo colaborativo.....	77
4.5 Os protagonistas da pesquisa no ambiente escolar	80
4.5.1 A professora Ana.....	85
4.6 As atividades de ensino propostas: alguns desdobramentos.....	90
4.6.1 Atividade 1: Ampliando Território.....	90
4.6.2 Atividade 2: Ocupando as terras.....	92
4.6.3 Atividade 3: Estipulando taxas.....	94
4.6.4 Atividade 4: Voltando a Roma, e agora?.....	94
4.6.5 Atividade 5: Desafio!	98
4.7 A análise	98

5. EM BUSCA DE POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES DAS ATIVIDADES DE ENSINO PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM	100
Episódio 1 – Cena 1 – Ampliando o território	100
Episódio 1 – Cena 2 – Como ocupar as terras?	103
Episódio 2 – Cena 1 – Estipulando taxas.....	117
Episódio 2 – Cena 2 – Planos de taxas	119
Episódio 2 – Cena 3 – Voltando ao Império.....	126
Episódio 3 – Cena 1 - Analisando os porquês.	132
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	136
REFERÊNCIAS	139
ANEXO A.....	146
ANEXO B.....	147
ANEXO C.....	148
ANEXO D.....	149
ANEXO E.....	150

1. INTRODUÇÃO

Descrevo², aqui, parte da minha trajetória pessoal e profissional, pois acredito que são elementos significantes e importantes para que você, leitor, compreenda o motivo de minhas escolhas, quais caminhos percorri, as buscas e conflitos marcantes, até a decisão: quero ser professora de matemática na Educação Básica.

Considero que tais elementos foram essenciais para que eu definisse a proposta deste trabalho. Boas escolhas fizeram com que eu me apaixonasse pela Educação Matemática, uma realidade que estava distante dos meus planos iniciais. Em breve, contarei!

Posteriormente, apresento o mestrado profissional e suas implicações para meu desenvolvimento e aperfeiçoamento profissional. Em seguida, exponho algumas considerações para explicitar a problemática desta pesquisa, bem como objetivos, motivos e relevância. Por fim, descrevo a organização deste trabalho.

1.1 A Trajetória da Professora/Pesquisadora

O treino de algoritmos, ao invés da mobilização de práticas culturais matemáticas que permitam aos alunos produzirem significados próprios dos conceitos matemáticos, é uma problemática comum e grave, presente até os dias de hoje e evidenciada por vários autores, como Fiorentini e Lorenzato (2006), Marco (2009), Moretti (2007), Galperin (1989), entre outros.

Comigo não foi diferente! O ensino de matemática, muitas vezes, era feito de forma tradicional, que visava a explanação dos conceitos, a lógica de raciocínio, a demonstração e a realização de exercícios, em que a memorização de informações e de fórmulas apresentadas pelo professor de forma dissociada da realidade prática, era prioridade.

Mesmo inserida nesse contexto, minha preferência era pela matemática. As poucas demonstrações e contextos históricos despertavam, em mim, desejos de continuar as buscas. Porém, contagiada pelo paradoxo que é a profissão de professor, marcada pelo desprezo social e pelas condições salariais, somados à imaturidade, decidi, em 2009, que cursaria Engenharia Civil.

² Em especial, nesta seção, utilizo a primeira pessoa do singular, já que se trata da minha trajetória pessoal e profissional.

Aos 17 anos, ingressei no curso de Engenharia Civil em uma faculdade privada, próxima à minha cidade, Carmo do Paranaíba – MG. Adorava os cálculos e os fundamentos matemáticos, mas eu não me via naquele contexto. Ficava claro que eu não seria profissionalmente feliz.

Em busca de porquês e, mesmo mantendo o gosto pelas demonstrações, resolvi abandonar a engenharia. Iniciei, em 2010, o curso de Matemática, que sempre almejei, em Uberlândia – MG, na Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Pensei, a princípio, em optar pelo bacharelado, porém me deparei com uma realidade diferente: a opção bacharel ou licenciatura era feita apenas no quinto período do curso, o que contribuiu bastante para que eu pudesse conhecer ambas melhores. De acordo com o projeto pedagógico³ (PPCM), o curso de matemática, na modalidade bacharelado,

[...] deve apresentar uma estrutura flexível, qualificando os seus graduados para a continuidade de seus estudos em nível de pós-graduação, visando tanto o desenvolvimento de pesquisa científica, quer dentro ou fora do ambiente acadêmico, ou ainda a capacitação de profissionais que atuem no ensino superior (PPCM, 2005, p.13).

O Curso de Bacharelado deve garantir que seus egressos tenham:

a) uma sólida formação de conteúdos de Matemática; b) uma formação que lhes prepare para enfrentar os desafios das rápidas transformações da sociedade, do mercado de trabalho e das condições do exercício profissional. Com relação às competências e habilidades próprias do bacharel em Matemática, objetiva-se que este profissional tenha capacidades de: c) identificar, formular e resolver problemas na área de matemática pura e nas áreas de aplicação; d) interpretar as soluções encontradas dentro de um contexto global e social, explorando a criatividade e o raciocínio crítico no desempenho de suas funções dentro da sociedade; e) ocupar posições no mercado de trabalho, interagindo com equipes multidisciplinares, junto a engenheiros, físicos, economistas, biólogos e outros profissionais (PPCM, 2005, p.13).

Em contrapartida, o Curso de Licenciatura em Matemática tem como objetivo principal a formação de professores para a Educação Básica e, como objetivos específicos, direciona-se à formação de professores detentores:

a) de uma visão de seu papel social de educador, com capacidade de se inserir em diversas realidades e sensibilidade para interpretar as ações dos

³ Disponível em: <http://www.famat.ufu.br/node/156>. Acesso em: 20 jun. 2016.

educandos; b) de uma visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania; c) de uma visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, além da consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina (PPCM, 2005, p.12).

No que se refere às competências e habilidades do educador matemático, objetiva-se que o licenciado em Matemática possa:

d) analisar, selecionar e produzir materiais didáticos; e) analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica; f) desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos; g) perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente; h) contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica (PPCM, 2005, p.12).

Nesse sentido, ser professora parecia-me uma boa escolha. Foram muitas as oportunidades oferecidas pela Universidade e, dentre elas, pude vivenciar a realidade de projetos como PIBID⁴, PET⁵ e PIBIC⁶. Por meio deles, participei de vários eventos, publiquei artigos, conheci vários softwares, sites, plataformas e dispositivos matemáticos. Porém, o sentimento ainda era de falta, e eu ainda me perguntava: como irei atuar na formação do cidadão capacitando-o a compreender e transformar a realidade social, cultural, econômica e política brasileira? Como proporcionar um espaço de criação e reflexão?

E, apenas em 2013, quando tive a oportunidade de estagiar e desenvolver alguns projetos na Escola de Educação Básica (ESEBA) da UFU, tive certeza de que ser professora

⁴ O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) é uma iniciativa para o aperfeiçoamento e a valorização da formação de professores para a educação básica. O programa concede bolsas a alunos de licenciatura participantes de projetos de iniciação à docência desenvolvida por Instituições de Educação Superior (IES) em parceria com escolas de educação básica da rede pública de ensino. Para mais informações, acesse: <http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid>. Fui participante do PIBID durante o ano de 2011.

⁵ O Programa de Educação Tutorial (PET), do qual fui bolsista em 2012 e 2013, é um programa do governo federal brasileiro de estímulo à pesquisa e extensão universitárias, no nível de graduação. O programa é subordinado à Secretaria de Ensino Superior (SESu) do Ministério da Educação (MEC). Mais informações no site: <http://portal.mec.gov.br/pet>.

⁶ O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) visa a apoiar a política de Iniciação Científica desenvolvida nas Instituições de Ensino e/ou Pesquisa, por meio da concessão de bolsas de Iniciação Científica (IC) a estudantes de graduação integrados na pesquisa científica. Mais informações em: <http://cnpq.br/pibic>. Participei do PIBIC em 2013.

era meu principal objetivo. Professores compromissados, profissionais dedicados e alunos diversificados foram coadjuvantes em minha escolha pela licenciatura.

A partir dessa vivência, procurei aprofundar minhas leituras e buscar possibilidades para amenizar a realidade escolar: notas baixas, indisciplina, conflitos e conteúdos “sem aparentes atrativos para crianças” (MARCO, 2004, p. 01). Entendia que o ensino e a aprendizagem de matemática no Brasil apresentam, ainda hoje, necessidade de implementar ações metodológicas que explorem outros processos de aprendizagem do aluno para além do tradicional, encontrado na maioria das escolas brasileiras. No entanto, como isso seria possível?

Foi durante as disciplinas de estágio supervisionado e estagiando na ESEBA que surgiu a ideia de desenvolver o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) sobre números decimais. Para viabilizar a proposta do trabalho, eu e minha orientadora partimos de um estudo de observação e intervenção com análise interpretativa das manifestações dos alunos durante a criação de problemas⁷ e participação durante um jogo⁸.

Tal estudo apontou indícios de que a realização de jogos, formulação e resolução de problemas podem contribuir de modo significativo para a aprendizagem da matemática. Proporcionou, ainda, experiência como pesquisadora e como futura professora, favorecendo reflexões quanto aos materiais didáticos que podem auxiliar o professor e o processo de ensino, bem como no processo de aprendizagem.

Na sequência, no ano de 2014, participei de um processo seletivo para professora de matemática da Escola Educação Básica (ESEBA) e, com a aprovação, assumi o cargo. Recém-graduada, iniciando a carreira docente e fundamentada na realidade acadêmica com a qual convivi durante o meu curso de graduação, encontrei-me, algumas vezes, reproduzindo práticas que vivenciei na Universidade,

[...] definindo para meus alunos objetivos e metas que considerava importantes, mas que ao final percebia serem importantes apenas para mim, não para eles, pois, tais objetivos nada tinham a ver com os interesses dos meus alunos, o que ficava bem nítido na frequente constatação dos baixos níveis de desempenho escolar desses alunos (SILVA, 2011, p.18).

⁷COELHO, Anielle Glória Vaz.; MARCO, Fabiana Fiorezi de. Formulação de problemas no ensino de números decimais: o recorte de uma experiência. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 6, p. 20-36, 2015. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/994>. Acesso em: 01 ago. 2016.

⁸COELHO, Anielle Glória Vaz.; MARCO, Fabiana Fiorezi de. Explorando o jogo labirinto dos decimais: o recorte de uma experiência. In: **XII Encontro Nacional de Educação Matemática (XII ENEM/SBEM)**, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016. Disponível em: http://sbem.bruc.com.br/xiiem/pdf/5547_3222_ID.pdf. Acesso em: 01 ago. 2016.

Ministrei aulas para o Ensino Fundamental e Educação de Jovens e Adultos e participei como Membro da Equipe Multidisciplinar do Portal do Professor⁹ BIOE/SEB/MEC na elaboração/produção de aulas de Matemática (MATRIZ ENEM) e, em algumas delas, envolvendo tecnologias.

Os desafios enfrentados na docência, principalmente pelas expectativas que sempre nutri quanto ao ensino e à aprendizagem, eram constantes. Estava sempre buscando práticas que, a meu ver, eram diferenciadas, mas percebia que o envolvimento e o interesse dos alunos pela escola e pela matemática estavam aquém das minhas expectativas. Logo, persisti na busca por cursos de formação continuada.

Ainda em 2014, especializei-me em “Educação Inclusiva” e em “Orientação, Supervisão e Inspeção Escolar” pelo Centro Universitário Barão de Mauá – SP. Em 2015, iniciei a terceira especialização em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática pela Universidade Federal Fluminense (UFF).

Grande parte dos artigos, dissertações, teses, palestras, entre outros textos propostos para estudo, possibilitou maior proximidade ao refletir sobre processos didáticos atuais, críticas, comentários, tomando consciência sobre o nosso pensar e o nosso fazer. No entanto, perguntas inquietantes e reflexivas não haviam sido respondidas: Para que servem as escolas? Mas ela serve só para isso? Há diferenças entre desigualdade social, desigualdade na educação, educação e pobreza?

Contudo, as angústias resultantes das diferentes experiências que vivenciei no convívio com tais situações, das leituras e discussões, não se limitavam ao interior da escola, às suas relações ou dinâmica, mas se estendiam para além de seus muros (SILVA, 2011):

[...] passei a perceber esse distanciamento em uma dimensão mais ampla que correspondia à relação escola/aluno/sociedade, em meu ponto de vista complexa, especialmente, pelo desencontro entre as lógicas – escola e sociedade – em meio às quais se encontra o aluno. Desencontro percebido, sobretudo, pelo fato de que, de um lado o aluno, que, ao adentrar para a escola, leva consigo crenças, valores, uma linguagem própria, expectativas e sonhos, tanto dele quanto de sua família; do outro lado, a escola, com seus padrões, valores, linguagens, e acima de tudo seus objetivos, e que, naturalmente tenta impor aos alunos uma realidade que muitas vezes pode estar muito distante daquela que o aluno conhece e vivencia, principalmente

⁹ O portal é um espaço para você aluno e/ou professor acessar sugestões de planos de aula, baixar mídias de apoio, ter notícias sobre educação e iniciativas do MEC ou até mesmo compartilhar um plano de aula, participar de uma discussão ou fazer um curso. Para mais informações, acesse: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/perfil.html?id=285358>.

ao perceber que a bagagem de conhecimento e experiência que acumulou até aquele momento, suas habilidades, seus dons, suas expectativas não são consideradas como ponto de partida para seu desenvolvimento, nem ao menos encontram um espaço de diálogo nesse contexto (SILVA, 2011, p.23).

As reflexões sobre o papel da docência contribuíram para que eu entendesse, reconhecesse o limite do meu conhecimento e a importância de novas buscas que estabelecessem mediação das relações escola, aluno, professor, conhecimento, instrumentos, dentre outras. E, assim, decidi voltar para a Universidade para cursar o mestrado profissional.

1.2 O Ingresso no Mestrado Profissional na UFU e a Proposta deste Trabalho

As experiências até o ingresso no mestrado foram ricas e fundamentais, aprendi a buscar novas leituras dentro de temas na área da Educação e Educação Matemática, criei o hábito da leitura e escrita, uma prática que até então era abstrusa, e dialoguei com colegas acerca das muitas perguntas que elaborava e reelaborava na minha inicial jornada na escola.

A escolha pelo Mestrado Profissional, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática¹⁰, foi precisamente a fim de aprofundamento, formação continuada junto a outros profissionais para o exercício da prática profissional, visando a atender demandas percebidas durante a pouca experiência que tinha naquele momento, além de ser um programa que visa a “formar mestres comprometidos com a difusão do conhecimento em educação científica e tecnológica para o exercício em instituições de ensino de todos os níveis de escolaridade e em outros campos onde sejam possíveis trabalhos em educação científica e tecnológica” (PPGECM, 2013, p. 02).

Dentre as linhas de pesquisa, optei por “Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática” pela consonância entre a presente proposta de pesquisa e o foco da linha nos fatores psicológicos cognitivos, afetivos e sociais que influenciam diretamente o processo de ensino-aprendizagem das disciplinas, tanto da área de Ciências da Natureza como também da Matemática e suas Tecnologias, destacando a formação de conceitos, soluções de problemas, habilidades e atitudes.

Outros fatores que corroboraram para a escolha da linha de pesquisa supracitada foram:

¹⁰Disponível em: <http://www.ppgcem.ufu.br/node/58>. Acesso em: 20 jun. 2016.

- O envolvimento com as características da linha desde o período de graduação, desenvolvendo projeto de pesquisa sobre o papel de situações baseadas em jogos, resolução e formulação de problemas como auxiliares no aprendizado de alunos;

- Interesses por práticas que possibilitem o desenvolvimento dos aspectos do saber pensar conceitos matemáticos, e não somente enunciar fórmulas matemáticas, com o objetivo de verificar a aprendizagem do aluno e a qualidade de informar seus procedimentos e elaborações na resolução e formulação de problema delas decorrentes;

- Trabalhar como docente da Educação Básica ministrando aulas para o Ensino Fundamental.

Inicialmente, tratava-se de uma pesquisa sobre a prática pedagógica e as metodologias de ensino dos números racionais, em que a proposta procurava respostas ao problema expresso no seguinte questionamento: “Como a formulação e resolução de problema podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais com os alunos do sexto ano do Ensino Fundamental?”, buscando explorar o potencial papel construtivo, didático e criativo da formulação e resolução de problema tanto para os alunos quanto para o professor.

Entretanto, por meio de leituras nas disciplinas do mestrado e com o auxílio de alguns membros do Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (GPEMAPe)¹¹, essas ideias foram se modificando.

Senti necessidade de buscar, primeiramente, como o movimento de produção desse conhecimento aconteceu historicamente para dar resposta às necessidades humanas, ou, ainda, como surgiu aquele conceito de modo a satisfazer uma possível necessidade.

As indagações surgiram, pois pude concluir que, como professora e pesquisadora, era minha responsabilidade apropriar-me desse conceito como uma ferramenta, para, então, poder propor situações problemas aos alunos, ou seja, retirá-los do papel de observador passivo e fazer com que atuem na solução de problemas. De fato, “considerando que o conceito

¹¹O GPEMAPe é formado por pesquisadores e estudantes dos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) e em Educação (PPGED), ambos da Universidade Federal de Uberlândia. Suas ações agregam-se em vários projetos desenvolvidos, em especial, em parceria com escolas da Rede Pública Municipal e Estadual, aliando à pesquisa e ações de ensino e extensão. Os Membros do GPEMAPe têm participado de eventos em nível nacional e internacional. Desde o ano de 2014, firmou parceria com o Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPe-USP). Tem por objetivo principal desenvolver atividades de ensino que integrem os conhecimentos de pesquisadores da Universidade com os conhecimentos produzidos pelos professores da Educação Básica e licenciandos. Aqui, os principais envolvidos têm oportunidade de desenvolver estudos teóricos sobre a Teoria Histórico-Cultural, ensino de Matemática e formação docente, em nível de graduação e de pós-graduação. Para mais informações, acesse: <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/1512313974318192>.

representa uma conquista do homem e que para se chegar a um conceito, os indivíduos trabalharam em sua construção historicamente, aprender um conceito é uma forma a mais de o aluno intervir e interagir na sociedade” (MOURA, 2011, transcrição¹²).

Dentre os números racionais, elegemos¹³ o conceito de **porcentagem**, pois, por meio de pesquisas realizadas e detalhadas na próxima seção, observamos que a porcentagem aparece em meio ao ensino de frações e decimais, mas que nós, educadores, pelas leituras realizadas, não encontramos indícios de haver como objetivo a apropriação do conceito desse conteúdo.

Atualmente, é comum que as crianças vivenciem situações ligadas à Matemática Financeira, correção monetária, investimentos, entre outros cálculos em que se emprega a porcentagem. Além disso, o incentivo, principalmente pela mídia, ao consumo, a posse de bens materiais, insere-os em um movimento de contato constante com o dinheiro: descontos, taxas de impostos, estudo de estatísticas, em meio a outras possíveis situações emergentes do cotidiano.

Entendemos como situações emergentes do cotidiano situações-problema que “possibilitam à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela” (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p.14), ou seja, buscamos a passagem de um problema restrito para um problema coletivo de forma desafiadora e lúdica.

Entretanto, mesmo a porcentagem sendo de grande utilidade no mercado, para capitalizar empréstimos e aplicações, expressar índices inflacionários, taxas de descontos e aumentos, em nossas salas de aulas é comum vermos alunos demonstrando baixo interesse pelas aulas de Matemática Financeira, como discorreremos na primeira seção.

Em 2016, após alguns contratemplos, optamos por desenvolver a proposta de pesquisa às quartas, quintas e sextas-feiras, nas turmas de Ana¹⁴, professora integrante do GPEMAPe, respeitando sempre tempos e movimentos das salas de aulas da professora e da pesquisa. Foi nesse momento que a professora pesquisadora passou a ser, também, observadora.

¹² MOURA, Manoel Oriosvaldo de. Implicações da Psicologia Histórico-Cultural para a educação – Formação de conceitos matemáticos. In: SOUZA, M. P. R.; FACCI, M. (Orgs.). Coleção: Implicações Educacionais da Psicologia Histórico-Cultural. Lev Vigostski [DVD - Coletânea 4 vols.]. São Paulo: Atta Mídia e Educação, 2011.

¹³ Utiliza-se, doravante, a primeira pessoa do plural, já que se trata da pesquisadora junto à orientadora e/ou alguns membros do grupo supracitado.

¹⁴ Nome fictício atribuído à professora de Matemática das turmas em questão, com a qual dialogamos e a que nos referimos em nossa pesquisa.

Diante do exposto, esta pesquisa insere-se em um movimento de busca e investigação por alternativas e estratégias de ensino a fim de compreender o conceito de porcentagem com alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal de Uberlândia – MG.

Coadunamos com as ideias de Davydov (1982) quando alega haver necessidade de construção do conhecimento do professor e, por consequência, do aluno, uma vez que o professor pesquisador poderá refletir e adequar o ensino a alunos, refletindo sobre a realidade escolar e social.

A necessidade, do ponto de vista da pesquisa, surgiu a partir das nossas atividades pedagógicas com o ensino de Matemática de 6º a 9º anos do ensino fundamental, em que foi possível perceber que os alunos apresentam diversas dificuldades em compreender o conceito de porcentagem.

No próximo item, apresentamos uma descrição sintética da estrutura e organização do trabalho.

1.3 A Estrutura e Organização do Trabalho

Nesta pesquisa, elaboramos e propusemos quatro atividades de ensino¹⁵ (MOURA, 2002) sobre o conceito de porcentagem e um desafio.

A reunião dessas atividades compõe uma unidade didática sendo o produto desta pesquisa (Anexo E), que será divulgado por meio de artigos e cursos de formação para professores, com o intuito de discutir e refletir possibilidades de melhorar nossa atividade pedagógica e, quiçá, o Ensino de Matemática.

A pesquisa realizou-se em uma escola da rede municipal de ensino de Uberlândia – MG, onde contamos com a colaboração da professora regente de Matemática, Ana, integrante do grupo GEPEMAPE, que permitiu que propuséssemos as atividades em suas aulas. As atividades de ensino foram propostas para 104 alunos¹⁶ (quatro turmas) do 8º ano do ensino

¹⁵ Utilizamos o termo “Atividade de Ensino” para designar situações de ensino ou situações desencadeadoras de aprendizagem e não apenas para designar os processos psicológicos do professor, conforme relata Leontiev.

¹⁶ Gostaríamos, aqui, de justificar nossa escolha pelo termo “aluno”, que utilizaremos ao longo do texto, e não, “estudante”. Acreditamos que há diferença entre os termos e infelizmente não podemos caracterizar todos nossos alunos como estudantes, pois assistir às aulas é um processo coletivo e passivo, estudar é um processo solitário, individual e ativo (PIAZZI, 2013, 2009). Etimologicamente, a palavra aluno deriva do latim *alere*, que significa alimentar, nutrir, crescer, desenvolver, animar, fomentar, criar, sustentar, produzir e fortalecer. Estudante é a palavra que permite fazer referência a quem se dedica à apreensão (assimilação), à posta em prática e à leitura de conhecimentos sobre determinada ciência, disciplina ou arte, é aquele que procura além da escola. Referências: PIAZZI, Pierluigi. **Ensinando inteligência**. São Paulo: Aleph, 2009. ____ **Você é aluno ou estudante?** Disponível em: <https://youtu.be/yaa6oUwKvec>. Acesso em: 03 ago. 2016.

fundamental, com faixa etária entre 13 e 17 anos. Entretanto, somente uma turma com 22 alunos foi selecionada para análise neste estudo devido ao atendimento aos critérios estabelecidos, expostos na seção 3.

Em busca de contribuições com o processo de ensino e aprendizagem e respostas obtidas no dia a dia por meio das discussões, estudos e análises procuramos investigar a seguinte questão: **Quais são as contribuições de atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental?**

Na Teoria Histórico-Cultural, na ideia de que “o homem, ao produzir conhecimento, modifica seu meio e modifica-se” (MARCO, 2009, p. 22), estão baseadas as referências teóricas e metodológicas para nosso estudo e análise dos dados. Com base nessa premissa, como objetivo principal desta pesquisa, buscamos analisar possíveis contribuições das atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental. E pretendemos, como objetivo específico, investigar se as atividades de ensino tornar-se-ão atividades de aprendizagem.

Para que pudéssemos atingir nossos objetivos, este trabalho foi estruturado da seguinte maneira: na seção 2, dialogamos sobre o surgimento da porcentagem em Roma. Apresentamos, também, como as propostas de ensino de porcentagem vêm sendo apresentadas na literatura e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). Finalizamos a seção com as diferentes interpretações da porcentagem que podem ser conferidas aos números racionais sob forma fracionária e decimal.

A seção 3 refere-se aos aportes teóricos, da teoria Histórico-Cultural (VYGOTSKY¹⁷, 1991, 2000, 2001), da teoria da atividade orientadora de ensino (MOURA, 2000, 2002, 2004, 2011) e sua relação com a teoria da atividade (LEONTIEV, 1978, 1983). Apresentamos, na seção 4, os meandros da pesquisa, como se desenvolveu nossa proposta para o ensino de porcentagem, as descrições das atividades, os instrumentos escolhidos e utilizados durante a pesquisa, uma breve apresentação dos participantes e da professora Ana.

As análises dos episódios das atividades estão expostas na seção 5, em que destacamos cenas que nos permitiram compreender todo o movimento do processo percorrido e nos deram a possibilidade de responder nossa pergunta norteadora.

¹⁷ O nome do autor apresenta diversas grafias decorrentes das diferentes traduções de suas obras. Optamos por utilizar apenas Vygotsky por aparecer com mais frequência em nossas leituras.

Por fim, buscamos possíveis considerações a fim de contribuir com o ensino do conceito de porcentagem e, quem sabe, coma formação de professores de Matemática.

2. A PORCENTAGEM

O homem não está evidentemente subtraído ao campo da ação das leis biológicas. O que é verdade é que as modificações biológicas hereditárias não determinam o desenvolvimento sócio-histórico do homem e da humanidade (LEONTIEV, 1978, p. 264).

Coadunamos com as ideias de Moura et al. (2010) de que, por meio do movimento do social, é possível a apropriação de conceitos e significações pelo sujeito, ou seja, “dá-se a apropriação da experiência social da humanidade” (p. 208). E, ainda, concordando com os autores, acreditamos que a aprendizagem não ocorre espontaneamente e apenas a partir das condições biológicas do sujeito, mas mediada culturalmente.

Nesse sentido, buscávamos, na literatura, por pesquisas que tivessem como objetivo o ensino de conceitos, referentes ao 6º ano do ensino fundamental: número, fração e decimal (números racionais). Em meio às nossas investigações, verificamos que o conceito de porcentagem parece ter sido esquecido pelos historiadores e nós, professores. Há pesquisas que objetivam a apropriação do conceito de número (ROMANATTO, 1987; KAMII, 1982; MOURA, 1992, entre outros), fração (CARAÇA, 1984; PRADO, 2000; CATALANI, 2002; RODRIGUES, 2015, entre outros) e decimal (BEHR, POST, 1992; ROMANATTO, 1997; VIEIRA, 2005, entre outros). Entretanto, averiguamos que o mesmo não aconteceu quando buscávamos pelo conceito de porcentagem.

Procurávamos por propostas que evidenciassem o conceito na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, que representa o movimento de produção de conhecimento que aconteceu para dar respostas às necessidades humanas, ou seja, os sujeitos em atividade no sentido de responder e satisfazer uma necessidade que produzem conhecimento e significação. Queríamos algo que fizesse com que o aluno compreendesse que aquilo que ele está estudando foi produzido a partir de necessidades humanas.

Acreditamos que a falta desse movimento e, conseqüentemente, do conceito de porcentagem acontece por ele estar atribuído às representações dos números racionais e por dar responsabilidade ao professor de se apropriar desse conceito como uma ferramenta, sendo mais comum o ensino de técnicas, fórmulas e memorizações. Contudo, é possível constatar, em diversas pesquisas apresentadas nesta seção, as dificuldades dos alunos para entender ideias e situações que envolvem porcentagem, o que pode estar relacionado à não apropriação do conceito.

Turci (2015), recentemente, pôde comprovar a falta de interesse e baixo desempenho dos alunos. Em seu trabalho, buscou desenvolver a autonomia dos alunos em relação às escolhas que farão durante sua vida, fazendo-as de maneira consciente e planejada. Entre as buscas, detectou o baixo índice de acertos nas questões de porcentagens de um simulado realizado em uma escola estadual do interior do Estado de São Paulo em nonos anos do Ensino Fundamental, e concluiu que

[...] a maioria não gostava e criava até mesmo uma barreira para estudar porcentagem, não se sentindo capazes de aprender. É possível que essas barreiras sejam provenientes do formalismo na apresentação do conteúdo em aulas tradicionais. Uma abordagem teórica e centralizada no professor poderia distanciar o aluno do conteúdo. Além disso, quando se falava em porcentagem nessas salas, antes mesmo de se apresentar um exercício ou explicação, as reclamações eram frequentes (TURCI, 2015, p. 30).

Por essa razão, muitas vezes nos questionamos sobre a possibilidade de transpor essa realidade. No entanto, como isso seria possível?

Marco (2004, p. 01) sustenta que

Ao refletirmos sobre o estado atual da Educação no Brasil, deparamos, na maioria das vezes, com uma realidade sem aparentes atrativos para crianças, adolescentes e adultos: uma educação considerada por eles desagradável e desinteressante. Entretanto, é possível encontrarmos experiências e investigações que têm buscado redimensionar crenças e valores, com o propósito de transpor o estado atual da Educação.

Nesse sentido, acreditamos que a atual situação da aprendizagem de conceitos matemáticos no Brasil apresenta uma necessidade de propor ações metodológicas que explorem outros processos de aprendizagem do aluno para além do tradicional, encontrado na maioria das escolas brasileiras.

Frisamos que há necessidade de propor ações metodológicas na aprendizagem de conceitos, junto aos conteúdos, pois acreditamos que

[...] o conteúdo tem aparecido como elemento principal nas propostas de ensino. É ele o elemento mais concreto para o professor quando organiza uma atividade de ensino. Por ser o elemento mais concreto, o mais evidente, o professor assume como tendo um fim em si mesmo, **deixando de relevar seu movimento de criação e de todos os problemas que o foram engrenando no processo de sistematização realizado pela humanidade.** Dessa forma, esquece-se o valor do conteúdo como síntese e como elemento importante para a busca de novas soluções a partir de novos patamares para

o conhecimento (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 14 – grifo nosso).

Por conseguinte, pensamos que o Ensino de Matemática, proposto de forma tradicional, priorizando apenas a lógica de raciocínio, memorização de informações e fórmulas, apresentadas, muitas vezes, pelo professor de uma forma abstrata, dissociada da realidade prática, pode comprometer a qualidade da aprendizagem, pois os conteúdos escolares são incertos, mutáveis, “justamente pelo fato de o conjunto de problemas, vividos pelo homem, sofrerem constantes modificações” (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 15), sejam políticos, ideológicos ou no campo do conhecimento.

Nesse sentido, concordamos com ideias de Powell e López (1995, p. 9-10), ao afirmarem que, no modelo de ensino tradicional,

[...] encontram-se poucas, se é que existem, situações em que se pede explicitamente que os estudantes reflitam sobre a Matemática que estejam a “fazer”, sobre o que pensam da Matemática ou mesmo sobre eles próprios em relação à disciplina. Pelo contrário, os resultados das reflexões de outras pessoas são narrados aos estudantes a quem se pede simplesmente para memorizá-los.

Desse modo, acreditamos que

Os professores devem promover a educação participativa. Os alunos devem ser estimulados de todas as maneiras a deixarem de serem espectadores passivos que se sentam em suas carteiras e ouvem inertes a transmissão do conhecimento. Esse tipo de passividade esmaga a criatividade, a liberdade e o espírito empreendedor (CURY, 2007, p. 62).

Nesse cenário, e ao almejarmos analisar de que forma as atividades de ensino podem auxiliar para a compreensão do conceito de porcentagem, para o planejamento das atividades, tentamos buscar, na história, algumas respostas para: Quais eram as necessidades humanas para surgir tal conceito? Quando apareceu? Como aconteceu seu desenvolvimento? Quais os possíveis nexos deste conceito? Por que a escolha de “por cento” e não “por dez”, “por cinco”, além de outras possíveis necessidades vivenciadas pela humanidade?

Nosso intuito, nesta seção, é compreender o desenvolvimento de nossos ancestrais, desde a pré-história, passando por todos os processos de surgimento, apogeu e declínio de civilizações (IFRAH, 1998) sobre o conceito de porcentagem, que serão apresentados nesta

seção. Abordamos, além da porcentagem na História da Matemática, a porcentagem na literatura e nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

2.1 A Porcentagem na História da Matemática

O uso dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 nos parece em geral tão evidente que chegamos quase a considerá-lo como uma aptidão inata do ser humano, como algo que lhe aconteceria do mesmo modo que andar ou falar (IFRAH, 1998, p. 9).

Com a porcentagem, não parece ser diferente. Nós, professores, damos importância ao conceito de fração e decimal e consideramos, a partir dele, a porcentagem como consequência direta. Porém, acreditamos que é preciso recordar como se deu esse aprendizado, como foi inventado e desenvolvido. Mesmo que de modo fragmentado, esperamos encontrar convergências e entender generalizações adotadas atualmente. Entendemos, portanto, que todo conceito tem uma história, a história de sua criação.

Esta não é, assim, uma história **abstrata e linear**, como se imagina às vezes, e erradamente, a história da Matemática: uma sucessão impecável de conceitos encadeados uns aos outros. Ao contrário, é a história das **necessidades e preocupações de grupos sociais** ao buscar recensear seus membros, seus bens, suas perdas, seus prisioneiros, ao procurar datar a fundação de suas cidades e de suas vitórias utilizando os meios disponíveis, às vezes empíricos, como o entalhe, às vezes estranhamente mitológicos, como no caso dos egípcios (IFRAH, 1998, p. 10– grifo nosso).

Nesse contexto, e por meio de pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, “entendemos a escola como o local social privilegiado para a apropriação dos conhecimentos historicamente produzidos pela humanidade” (PERLIN; LOPES, 2013, p. 2).

Frente a esse entendimento, julgamos importante que sejam realizados em sala de aula resgates históricos sobre acontecimentos e conceitos matemáticos para que, possivelmente, ocorra uma melhor compreensão deles (RODRIGUES, 2015). Assim, buscamos compreender melhor o movimento histórico que originou o conceito de porcentagem para que pudéssemos desenvolver nossa proposta, pois, de acordo com Moura (2010), as ações do professor devem ser organizadas de forma intencional para atingir uma finalidade.

É preciso ressaltar que fizemos pesquisas em vários livros intitulados ou que continham a expressão “História da Matemática” e, em muitos deles¹⁸, não encontramos o movimento histórico referente à porcentagem. Acreditamos que isso se justifica pelo fato de que muitas descobertas podem não estar para sempre asseguradas e, na maioria das vezes, “a história é caótica, tumultuada, cheia de avanços fulgurantes e de recaídas” (IFRAH, 1998, p. 11).

Temos que considerar, também, o fato de a história da porcentagem ser praticamente anônima, apesar de sua importância, pois

[...] os próprios inventores estão certamente perdidos para sempre. Talvez porque as invenções remontem a uma antiguidade muito remota. Talvez, ainda, porque estas invenções geniais foram feitas por homens relativamente humildes, que não tinham direito a registro. Talvez, enfim, porque elas são o produto de práticas coletivas, e não poderiam ser atribuídas de modo preciso a ninguém (IFRAH, 1998, p. 11).

Com esse entendimento, iniciamos pelos estudos de Contador (2012). Esse autor, em seu livro “Matemática, uma breve história”, aborda, de forma clara e atraente, parte dos conceitos matemáticos atuais a ponto de torná-los agradáveis e compreensíveis. Apresentar como um determinado conceito foi criado e a evolução até os dias atuais é o principal objetivo de sua obra.

Segundo Contador (2012, p. 145), foi o “imperador romano Augusto quem, criou um imposto sobre todas as mercadorias vendidas, o valor deste imposto era $\frac{1}{100}$, (além, é claro, dos já existentes $\frac{1}{20}$ e $\frac{1}{25}$) sobre compra e venda de escravos”. Porém, de acordo com o autor, foi a partir do século XV que se criaram símbolos representativos para porcentagem e passaram a ser utilizados em operações comerciais para o cálculo de juros, imposto, lucros, entre outros.

Note que todas as frações com facilidade eram redutíveis a centésimos. Durante o século XV o número **100 se tornou a base** para os cálculos de percentuais, se encontra em documentos desta época expressões como *20p100* para vinte por cento, *x p cento* para dez por cento e *VI p C 0* para

¹⁸ História da matemática, de Rubens. G. Lintz (1999); História da Matemática, de Maria José Aragão (2009); Contando a história da matemática, de Oscar Guelli (1992); Curso de história da matemática; origens e desenvolvimento do cálculo, de Margaret E. Baron (1985); A magia da “Matemática”: atividades investigativas, curiosidades e história da matemática, de Ilydio Pereira de Sá (2010); Introdução à história da matemática, de Howard Eves (1997, 2004); História da matemática, de Carl B. Boyer (1974); Uma história da matemática, de Florian Cajori (2007); História de um martim-pescador e de um martim matemático: propriedades da multiplicação: resolução de problemas: estatística, de Oscar Guelli (1999), entre outros livros.

seis por cento. Depois se firmaram os cálculos comerciais na sociedade [...] (CONTADOR, 2012, p. 146 – grifo nosso).

Contador (2012) explica que o símbolo atual % pode ter sua origem ligada a um manuscrito italiano anônimo, datado de 1425, em que o autor escreveu:

P  ou, ainda: 

Depois, em 1650, aparece a escrita:

per 

No lugar do símbolo, mais tarde o “per” foi suprimido apenas por:



E, com o tempo, passou-se a escrever:

%

Entendemos, então, que Contador (2012) parte das descobertas mais primitivas do conhecimento humano relacionado aos números e expõe não só a evolução do homem nessa área, como também a evolução dos conceitos matemáticos até o fim do período medieval.

Em contrapartida, no livro “Temas e Problemas Elementares”, Lima et al. (2005) abordam alguns dos principais tópicos ensinados no 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. A teoria é apresentada de modo inteligível, porém breve, sendo logo acompanhada de exercícios que ilustram variadas aplicações dos temas estudados a situações concretas. Em relação à porcentagem, os autores apresentam, de início, a definição:

Uma porcentagem é uma fração de denominador 100. Assim, “cinco por cento” escreve-se 5% e significa “cinco centésimos”, isto é, $5\% = 5/100$. Sempre que se diz “cinco por cento” está-se pensando em 5% de uma determinada grandeza. Isto significa um vigésimo dessa grandeza, pois $5/100=1/20$. Nem toda porcentagem pode ser simplificada assim: 37% são $37/100$ e fim (LIMA et al., 2005, p. 20).

Em relação ao símbolo, de forma precisa, os autores argumentam que ele

[...] resultou de sucessivas abreviações e deformações da expressão “por cento”, usada por comerciantes venezianos e genoveses. Nos problemas de

porcentagem são três os elementos fundamentais: o valor básico, a taxa de porcentagem e a porcentagem do valor básico (LIMA et al., 2005, p. 21).

A explicação é concisa e não traz como o movimento aconteceu, porém concordamos com os autores ao afirmarem que o uso de porcentagem está tão arraigado na linguagem do dia a dia que é muito conveniente ter em mente os significados de algumas delas:

- 100% = tudo;
- 50% = metade;
- 25% = a quarta parte;
- 20% = um quinto;
- 10% = um décimo;
- 5% = um vigésimo;
- 4% = um vinte e cinco avos;
- 2% = dois centésimos;
- 1% = um centésimo.

Além disso, “outras porcentagens dão uma idéia aproximada” (LIMA et al., 2005, p. 21). Assim, por exemplo:

- 60% = pouco mais da metade;
- 40% = pouco menos da metade;
- 30% = quase um terço.

E por fim, analisam e exemplificam o fato de existirem porcentagens superiores a 100%:

Muitas vezes não faz sentido falar em porcentagens superiores a 100%. Por exemplo: não tem cabimento pleitear 120% de abatimento no preço de um objeto. Mas o mesmo objeto pode ter seu preço aumentado em 200%. Em casos assim, costuma ocorrer na mídia, com muita frequência, o seguinte tipo de erro: um artigo, que algum tempo atrás custava 140 reais, é hoje vendido por 420 reais. Como $420 = 3 \times 140$, é comum ler ou ouvir que o preço sofreu um aumento de 300%. Isto é incorreto. É verdade que ele custa 3 vezes mais, porém o aumento foi de $420 - 140 = 280 = 2 \times 140$ reais, portanto de 200% (LIMA et al., 2005, p. 21).

Entendemos que Lima et al. (2005) não estavam preocupados com a construção e a apropriação do conceito, e, sim, sua utilização. Porém, divergentemente, de acordo com eles, procuravam “motivar e justificar a presença dos mesmos no currículo” (contracapa).

Outro autor que aborda a porcentagem é Berlinghoff (2008). Em seu livro “A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas”, traz perguntas do tipo: De onde veio a Matemática? Quem pensou em todos aqueles símbolos algébricos e por quê? Qual a história por trás dos números negativos? ... do sistema métrico? ... das equações quadráticas? ... dos senos e cossenos? Entre outras inquietudes.

É acessível a professores, alunos e a qualquer um que esteja curioso sobre as ideias da História da Matemática, pois tem um estilo informal e agradável.

Segundo Berlinghoff (2008), a utilização de porcentagem vem desde a época do Império Romano (27 a.C. a 476 d.C.), quando o imperador Augusto (27 a.C. a 14 d.C.) impunha uma taxa de 1/100 sobre negócios realizados em leilões.

O termo por cento (para toda centena) como o nome para frações com denominador 100 começou com a **aritmética comercial** dos séculos XV e XVI, quando era comum citar taxas de juros de **centésimo**. Tais costumes persistiram nos negócios, reforçados nos Estados Unidos por um sistema monetário baseado em dólares e *centavos* (centésimos de dólares). Isso garantiu a continuação do uso das porcentagens como um ramo especial da aritmética decimal (BERLINGHOFF, 2008, p. 90-91 - grifo nosso).

Já o símbolo de porcentagem só apareceu muito mais tarde.

O símbolo de porcentagem evoluiu ao longo de diversos séculos, começando como uma abreviação à mão para “por 100” em cerca de 1430, e gradualmente sendo transformado em “por 0/0” em cerca de 1650, a seguir simplesmente para “0/0” e finalmente para o sinal “%”, que usamos atualmente (BERLINGHOFF, 2008, p. 91).

Para facilitar nosso entendimento, optamos por inserir, em um quadro, os principais dados históricos encontrados a fim de verificar se eles foram suficientes para responder nossas perguntas iniciais: Quais eram as necessidades quando surgiu a porcentagem? Quando apareceu? Como aconteceu a evolução? Quais os possíveis nexos desse conceito? Porque da escolha “por cento” e não “por dez”, “por cinco”?

Quadro 1 - Isolado sobre a História da Porcentagem

Autor	Surgimento	Necessidade	Base 100	Símbolo	Curiosidades
Contador (2012)	Imperador Romano Augusto	Imposto de 1/100 sobre a venda de escravos	Século XV	Manuscrito italiano em 1425: 'P  →  1650: <i>per</i>  →  Hoje: %	No século XV, esse símbolo passou a ser utilizado em operações comerciais para o cálculo de juros, impostos, lucros, entre outros.
Lima et al. (2005)	Não encontramos.	Não encontramos.	Não encontramos.	Resultou de sucessivas abreviações e deformações da expressão “por cento”, usada por comerciantes venezianos e genoveses.	Muitas vezes não faz sentido falar em porcentagens superiores a 100%.
Berlinghoff (2008)	Império Romano Augusto (27 a.C. a 476 d.C.)	Taxa de 1/100 sobre negócios realizados em leilões.	Começou com a aritmética comercial dos séculos XV e XVI	Abreviação à mão para “por 100” em cerca de 1430, e gradualmente sendo transformado em “por 0/0” em cerca de 1650, a seguir simplesmente para “0/0” e, finalmente, para o sinal “%”, que usamos atualmente.	Tais costumes persistiram nos negócios, reforçados nos Estados Unidos por um sistema monetário baseado em dólares e centavos (centésimos de dólares).

Fonte: Elaboração da pesquisadora.

Ao estudarmos a história do surgimento da porcentagem, pudemos entender que os registros não nos dão todas as informações que buscávamos, como, por exemplo, o motivo da utilização exata da base 100 e como foram evoluindo as necessidades de taxas e impostos.

Contudo, após as pesquisas, acreditamos que a porcentagem é uma aplicação decorrente da criação do número decimal e é uma extensão do sistema de escrita numérica hindu criada apenas para números naturais. Sabemos que a base dez foi escolhida pela humanidade por causa dos dez dedos das mãos, e daí se origina o caráter decimal que determina o sistema de numeração, tanto para a contagem de quantidades inteiras quanto de quantidades fracionárias (CARAÇA, 1951).

Nessa via, o sistema de escrita numérica algorítmica hindu é, por sua vez, a transposição dos princípios abacistas – aritmética (cálculo simples- manipulação de pedras) da contagem do “chão areia” (ábaco=areia) para o “chão” papel (IFRAH, 1998).

Para escapar do complicado cálculo com a notação fracionária, os matemáticos franceses e ingleses dos séculos XVIII e XIX (os dois países que dominaram o comércio nesse período) criaram a notação decimal, que é a extensão do princípio das ordens e classes para os números maiores que zero e menores que um. Entre esses números, há os que são racionais – os decimais exatos e as dízimas periódicas – e os que são irracionais – as dízimas não periódicas (HOGBEN, 1970).

O uso financeiro e comercial da notação decimal incide principalmente nas duas ordens (casas) decimais, consideradas significativas para os sistemas monetários (BERLINGHOFF, 2008). Assim como nos Estados Unidos (BERLINGHOFF, 2008), no Brasil não se criam notas nem moedas além dos centavos, o que pode vir a justificar a base 100 na porcentagem.

Mesmo sabendo que nossa moeda tem apenas duas casas decimais, ou seja, centavos, é possível encontrar os “milavos”, com a inserção de uma terceira casa após a vírgula. Coadunamos com a ideia de Lima (2016, preprint) de que os “milavos” são invenção dos criativos donos de postos de gasolina brasileiros, os quais deveriam ser fiscalizados, visto que não existe tal moeda. Essa criação é provavelmente, uma forma de enganar o consumidor, atraindo a clientela sem conceder uma verdadeira vantagem econômica.

A fixação das transações financeiras nas duas ordens decimais – décimos e centésimos – gerou os centavos. A porcentagem é, possivelmente, um momento dessa fixação, quando os “centavos” da notação fracionária (cem avos) se convertem em “por cem” ou “por cento” (LIMA, 2016, preprint).

Essas conexões foram necessárias, pois, a todo tempo, questionamo-nos sobre a natureza da Matemática e, por consequência, seus conteúdos que podem estar relacionados a necessidades sociais, fantasias, especulações e até mesmo ao desejo de prever.

Destarte, assumimos que, para o desenvolvimento desta pesquisa, também foi indispensável a unidade entre o lógico e o histórico. O lógico-histórico mostra como eles se originaram das abstrações feitas pelos homens a partir da elaboração de outros conceitos formais (SOUSA, 2004) e contribuíram na elaboração das atividades de ensino, pois recorremos ao surgimento das taxas em Roma.

Este caminho

[...] contém os inesperados e as novas qualidades de que fala Caraça (1998), que são gerados a partir dos movimentos presentes nos problemas da vida das diversas culturas. Tais movimentos, analisados com o olhar de hoje, são históricos, porém, não são lineares, pois contêm a incerteza, a mutabilidade e a fluência do pensar humano (LANNER DE MOURA; SOUSA, 2005, p. 12).

Por esse motivo é que os movimentos estudados na porcentagem são considerados, por nós, lógico-históricos.

2.2 A Porcentagem nas Pesquisas

Nossos olhos e nossos ouvidos são capazes de perceber espécies distintas a grande distância, mas para poder medir à distância o homem teve de construir para si novos órgãos sensoriais, tais como o astrolábio, o telescópio e o microfone. Teve de idealizar balanças capazes de acusar diferenças de peso a que nossas mãos são insensíveis. E, a cada novo progresso na evolução dos instrumentos de medição, o homem teve de apurar os instrumentos da linguagem das grandezas. À medida que a capacidade de invenção humana passava, da contagem de rebanhos e estações, à construção de templos e à orientação de navios em mares, sem carta, da pilhagem e do curso marítimo a máquinas movidas pela força da matéria morta, novas linguagens de grandezas foram fazendo o seu aparecimento. Civilizações erguem-se e perecem. A cada novo passo, uma cultura mais primitiva e menos rebuscada irrompe através das barreiras dos hábitos mentais e contribui para a gramática da medição com novas regras, embora traga, dentro de si mesma, limitações ao seu desenvolvimento e a inevitabilidade da evolução final. A história da Matemática é realmente o espelho da civilização (HOGBEN, 1970, p. 37-38).

Nesta seção, nosso objetivo principal foi conhecer as pesquisas que fazem interface com a Educação Matemática e a porcentagem. Obter indicadores teóricos e discussões que

emergem das pesquisas sobre esse conteúdo, apresentando um panorama dos estudos realizados e também por se inscrever como delineador para pesquisas e discussões futuras.

Esta seção está estruturada em três vertentes: (1) Objetivos das pesquisas existentes; (2) Metodologia; e (3) Referencial teórico e descrição de algumas considerações acerca das análises feitas por nós a partir do mapeamento obtido.

As pesquisas estão disponibilizadas em meio eletrônico (internet), localizadas no Banco de Teses e Dissertações da CAPES¹⁹, e alguns sites das instituições que oferecem programas de pós-graduação em Educação, Educação Matemática, Matemática e áreas afins.

Inicialmente, buscamos por descritores acerca dos números racionais, tais como “fração”, “frações”, “decimal”, “decimais”, “racional”, “racionais” e “porcentagem”. Porém, constatamos que as inúmeras pesquisas que envolvem frações e (ou) decimais não abrangem o conceito ou estudo de porcentagem. Nesse sentido, optamos por limitar a busca alguns descritores, especificamente “porcentagem”, “percentagem²⁰”, “educação financeira”, “matemática financeira” e “conceito de porcentagem”.

Encontramos e analisamos seis estudos, sendo todos dissertações, o que consideramos um elemento quantitativo importante a ser observado, visto que não identificamos teses produzidas sobre esse conceito.

O quadro 2 apresenta, quantitativamente, as pesquisas de nosso estudo.

¹⁹ Disponível em: <http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/>. Acesso em: 10 jul. 2016.

²⁰ “O vocábulo “percentagem” foi adaptado do termo inglês *percentage*. Este, por sua vez, teria sido originado de *per cent*, derivado do latim *per centum*. Segundo o *Dicionário Houaiss*, o termo *percentage*, o mais antigo, teria sido adotado na Língua Portuguesa ainda no século 19, a partir de 1858. “Porcentagem”, por sua vez, é considerado um abasileiramento surgido da locução “por cento”, de uso corrente na língua portuguesa. Apesar de possivelmente ter sido cunhada no Brasil, a palavra também é utilizada em Portugal, por influência do termo *pourcentage*, do idioma francês. Ambos, portanto, são corretos, mas nos léxicos mais modernos, como o *Michaelis*, *porcentagem* tem remissão para *percentage*, o que denota preferência por essa última forma”. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/106/qual-a-diferenca-entre-porcentagem-e-percentagem>. Acesso em: 2017.

Quadro 2 - Levantamento das pesquisas que discutem o ensino de porcentagem no período de 2008 a 2016 no Brasil

Classificação	Ano/Instituição	Autor (a) e Orientador(a)	Título
1 ^a	2008/ Universidade Estadual Paulista - Campus Rio Claro - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática	Paulo Henrique Herminio e Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic	Matemática financeira – um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem
2 ^a	2011/ Universidade Federal de Pernambuco - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação	Michaelle Renata Moraes De Santana e Dra. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental
3 ^a	2012/ Universidade Federal do Rio de Janeiro - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática	María Alicia Venegas Thayer e Dra. Claudia Coelho de Segadas Vianna	O dilema da transparência dos recursos em sala de aula: Uso do quadro-negro e da informação de jornal para o ensino de porcentagem no primeiro nível médio da educação de adultos no Chile
4 ^a	2013/ Universidade Federal de Santa Catarina - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica	Suelen Maggi Scheffer Vieira e Dr. Mércies Thadeu Moretti	Registros semióticos em porcentagem: análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados
5 ^a	2014/ Universidade Federal de Ouro Preto - Mestrado Profissional em Educação Matemática	Gelindo Martineli Alves e Dr. Milton Rosa	As contribuições da etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8º ano do ensino fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da educação financeira
6 ^a	2015/ Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP - Programa de Mestrado Profissional em Matemática	Bruno de Moraes Turci e Dra. Miriam Cardoso Utsumi	Um estudo sobre o uso de webquests para revisar conteúdos matemáticos

Fonte: Elaboração da pesquisadora.

Herminio (2008) relata que sua pesquisa é fruto de muitas indagações sobre a Matemática Financeira ensinada na escola, e, dentre elas, destaca: (1) Será que os alunos gostariam de adquirir conhecimentos sobre Matemática Financeira? (2) Como os professores abordam esse tema de estudo? (3) Qual é a relevância desse trabalho para os alunos de acordo com a visão docente?

Para tentar respondê-las, realizou um estudo introdutório sobre o início das relações comerciais e financeiras em nossa humanidade:

A origem do comércio entre os povos data do período das grandes civilizações, tendo como cenário a Mesopotâmia, o Egito, a Pérsia, os Fenícios, a Grécia antiga e o Império Romano. Destes, os que mais se destacaram foram os Fenícios. A origem dos Fenícios ainda é desconhecida. Segundo o historiador grego Heródoto (484 a.C. - 425 a.C.), eles teriam vindo através do Oceano Índico. Já os estudiosos modernos discordam disso e acreditam que, já há 5000 anos a.C., eles teriam migrado da região entre o Mar Morto e o Mar Vermelho. Segundo diversos historiadores, a origem do comércio está diretamente relacionada à história da Fenícia, uma antiga região habitada por um povo de artesãos, navegadores e comerciantes, que se estendia pelo território que mais tarde seria o Líbano, e por parte da Síria e da Palestina (HERMINIO, 2008, p. 32).

Também procurou abordar alguns aspectos sobre a história dessas relações em nosso país:

As exigências de resultados positivos no ensino e aprendizagem da Matemática vêm se configurando, neste início do século XXI, em três destacados, embora não separados, campos: um interno à Matemática no que diz respeito ao uso das competências e habilidades na Matemática formal e escolar; outro social, no qual é preciso habilidade para usar matemática com direcionamento e sentido social; e um terceiro, epistemológico, fundamentado no poder pessoal sobre o uso, a produção e a validação dos significados e conhecimentos. Isso nos leva a pensar em termos de determinadas competências e habilidades que são requeridas ao ensino e à aprendizagem de matemática: autonomia; iniciativa; pensamento crítico; criatividade; capacidade de trabalhar em grupo; capacidade de argumentação; capacidade de resolver problemas, quer na inclusão, ou não, dos relacionamentos da Matemática à História da Matemática ou qualquer outra área de conhecimento (HERMINIO, 2008, p. 30).

Além disso, de forma concisa, o autor ressaltou a história da Matemática Financeira, destacando a origem das relações comerciais na humanidade e no Brasil, a origem dos bancos e atividades bancárias, advertindo sobre o primeiro banco do Brasil e a origem das moedas.

Analizou a maneira como os livros didáticos de Matemática traziam e trazem o conteúdo de Matemática Financeira no contexto da Matemática Escolar, assim como a opinião de professores com relação a esse conteúdo:

O assunto Matemática Financeira não possui tradição no ensino de Matemática por não ser ministrado sistematicamente nas escolas de 2º Grau. Por causa dessa falta de tradição, talvez haja alguma resistência com relação à sua introdução nos conteúdos atualmente ensinados. [...] Como vemos aqui, a proposta reconhece que a Matemática Financeira não tem sido um dos focos de ensino das escolas de Ensino Médio. Porém, na sequência, na mesma página, a proposta anima os professores a mudar essa postura: “É chegado o momento em que nós, educadores, precisamos ousar modificar situações instaladas e promover ações que mudem posturas, diante da crise do sistema educacional vigente” (HERMINIO, 2008, p. 45).

Ao abordar os livros didáticos, o autor destacou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), a proposta curricular oficial para o Ensino de Matemática do estado de São Paulo, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (PCESP) e a Matemática Financeira, tratando sobre Matemática Financeira e cidadania, a Educação Matemática Crítica e a formação do cidadão enquanto aluno:

Pensando objetivamente em Matemática Financeira, pode-se, através dela, fazer com que os nossos alunos aprendam a ser melhores na exigência de seus direitos, a entender melhor o que se passa nas relações comerciais existentes no meio social em que estão inseridos, além de poder entender as muitas questões que envolvem tantas desigualdades que hoje presenciamos (HERMINIO, 2008, p. 54).

Como metodologia de ensino-aprendizagem, o autor optou por Resolução de Problemas seguindo as ideias Polya, por meio do livro “How to solve it”. Expôs outras linhas e etapas a fim de elaborar sua proposta e concluiu que de fato, “o conhecimento matemático deve emergir da experiência com a resolução de problemas, experiência essa que engloba processos como a exploração do contexto, a elaboração de novos algoritmos, a criação de modelos ou a própria formulação de problemas” (HERMINIO, 2008, p. 64).

Na sequência, e concordando com Romberg (1992), o autor definiu o propósito de sua pesquisa, ou seja, desenvolver uma proposta de Ensino Introdutório de Matemática Financeira Escolar para o Ensino Médio, por meio da Resolução de Problemas, que possa ajudar a refletir sobre a sociedade em que vivemos. Mediante as conclusões do autor, destacamos quando ele relata os porquês de o trabalho ter sido gratificante e considerar ter havido aprendizado:

Tudo isso só foi possível porque o professor-pesquisador trabalhou em parceria com os alunos e eles entenderam seu papel no decorrer da aplicação do Projeto de Ensino. Por isso, acreditamos que é necessário ao professor de matemática ultrapassar o conforto de uma ética apenas da convicção, onde a integridade pessoal encontra-se garantida, mas não conduz a ações efetivas, aportando-se em uma ética da responsabilidade, onde crescemos junto com o crescimento dos riscos e encargos que assumimos (HERMINIO, 2008, p. 229).

O segundo trabalho é de Santana (2011) e teve como objetivo refletir e identificar como professores do Ensino Fundamental de escolas públicas concebem o ensino de probabilidade.

A autora pondera que a formação básica em probabilidade torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros, pois a sociedade contemporânea requer habilidades que permitam uma leitura ampla da realidade e capacidades de intervenção nas ações sociais.

O quadro teórico do trabalho foi composto da análise de diversas pesquisas, identificando as diferentes tendências quanto às noções básicas de probabilidade a serem abordadas no Ensino Fundamental. Lopes (1998, p. 12-13) argumenta que:

Não basta ao cidadão entender as porcentagens expostas em índices estatísticos como o crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego, [...] é preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões.

Tais considerações direcionaram Santana (2011) a um repensar do currículo de matemática para a Escola Básica.

Para compreender como se dá a construção de um conceito, fundamentou-se na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud, envolvendo uma diversidade de conteúdos como, por exemplo, os conceitos de fração, razão, porcentagem, chance, acaso, entre outros.

Como procedimento metodológico, propôs uma entrevista semiestruturada, realizada com oito professores, quatro dos anos iniciais e quatro dos anos finais, que responderam ao instrumento de pesquisa relacionado a concepções probabilísticas.

Por meio desse estudo, foi possível, segundo a autora, obter informações referentes às concepções dos professores, relacionando-as com suas formações iniciais. Nesse contexto, a pesquisa revelou que, ao menos para esses participantes, professores do Ensino Fundamental

exploram pouco os conceitos probabilísticos em suas salas de aula e que, durante suas formações iniciais, não foram oferecidos elementos formativos que incorporassem saberes e práticas possibilitadoras do desenvolvimento de abordagens educativas que orientassem o ensino das noções básicas de probabilidade em sala de aula.

De modo geral, afirma que há indícios de que a formação inicial influencia na construção de concepções quanto ao ensino de probabilidade e de que se faz necessário possibilitar, durante o processo de formação de professores, discussões referentes à probabilidade, de forma que os docentes adquiram autonomia para trabalhar com esse conceito, favorecendo uma aprendizagem significativa dos seus alunos.

Constatamos que, ao longo da pesquisa, a autora buscou analisar concepções e conhecimentos de professores do Ensino Fundamental sobre a Probabilidade, verificando quais noções os professores consideram ser necessárias na construção desse conceito, revelando dúvidas e incompreensões no que se refere às noções básicas na construção do conceito de probabilidade, porém não desenvolveu ou almejou uma proposta que buscasse o movimento e apropriação desse conceito.

A terceira análise é de Venegas Thayer (2012), que realizou uma pesquisa associada ao uso do quadro-negro e da informação de jornal para o ensino de porcentagem em turmas do primeiro nível de ensino médio da Educação de Adultos no Chile. As análises, teórica e prática, foram realizadas sob a perspectiva de recurso-em-uso, desenvolvidas por Jill Adler (2000).

Segundo a autora, a proposta de Adler convida a ampliar nossa noção de recurso, a nos questionar sobre quais realmente são os recursos existentes na aula de Matemática e ter consciência de que a efetividade deles recai no uso deles, em harmonia com as particularidades do contexto em que se desenvolve o processo de ensino e aprendizagem.

A proposta introduz duas noções: de hibridização dos conteúdos curriculares e das práticas pedagógicas e de transparência com sua dupla função de visível e invisível. Para realizar a conexão entre teoria e prática, a autora estruturou a pesquisa seguindo as fases da engenharia didática por se tratar de uma metodologia de pesquisa caracterizada por sua validação interna, isto é, na confrontação entre a análise a priori e a análise a posteriori de uma sequência didática.

Durante a experimentação, de acordo com a autora, foi possível analisar diversos momentos de aula a partir da ótica da transparência, o que permitiu enriquecer a compreensão da proposta de Adler, ao mesmo tempo em que ela olhou de forma crítica suas decisões em

relação a como o uso do quadro-negro e da informação de jornal responde ou não às particularidades que caracterizam a Educação de Adultos no Chile.

Nesse trabalho, em especial, acreditamos que a falta de conhecimento sobre razão e proporção prejudicou o desenvolvimento do conceito de porcentagem, pois, de acordo com Venegas Thayer:

Em relação ao ensino de porcentagem, devemos ser críticos quanto ao período escolhido para a realização da experimentação. Foi evidente que os alunos não contavam com os conhecimentos mínimos sobre cálculo **proporcional** para desenvolver o **conceito** de porcentagem sob essa perspectiva (2012, p.153 – grifo nosso).

Na sequência, apresentamos o trabalho de Vieira (2013), em que a autora aborda que o conceito de porcentagem vai muito além do seu uso em questões puramente escolares, saindo desse âmbito para se tornar uma necessidade de cidadania. Para esse resgate, ela analisa algumas pesquisas que abordam significados dos números racionais para, então, adentrar na relação com a porcentagem e adotar ideias para o estudo em diferentes formas de representar.

Ideias não como uma categoria de significados, pois percebemos que a porcentagem está para além de puros significados em suas abordagens. Consideramos então que as noções dessas ideias não são disjuntas, ou seja, uma representação da linguagem da porcentagem está envolta de muitas ideias, às vezes por todas. [...] Neste sentido pensamos nas formas que a porcentagem está conceitualizada. Entretanto, também faremos uma revisão na literatura com o interesse de nos aproximarmos dos estudos que trabalharam com a porcentagem verificando também os afastamentos desta pesquisa para com os mesmos. Investigamos se existem orientações, ou não, para ensino da porcentagem nos documentos: NCTM e PCN e o que temos de propostas nos livros didáticos sobre nosso assunto (p. 29).

Os documentos oficiais analisados indicam, segundo a autora, uma importância para esse assunto, e um modo pelo qual é abordado é a resolução de problemas. Ela ressalta ter observado em livros didáticos e nas questões de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) um crescente interesse pelo uso de problemas triparticionados: problemas formulados em três partes, uma inicial, com informações que contextualizam o problema; outra intermediária, com tabelas, gráficos, figuras icônicas ou geométricas; e uma final, com perguntas a serem respondidas pelos alunos.

Por sua formulação, de acordo com a autora, os problemas triparticionados amplificam o fenômeno da não congruência semântica observado por Duval, em sua teoria de aprendizagem Matemática, que tomou por referência no trabalho. Nas sequências didáticas

formuladas, ela observou dificuldades acentuadas dos alunos quando da resolução desse tipo de problema, não havendo a apropriação do conceito de porcentagem:

Contudo, temos perspectivas de aprofundar as análises de questões relacionadas a não congruência semântica. Investigar se existe uma hierarquia de dificuldades ao tipo de registro utilizado na aprendizagem da porcentagem. Um descortinar que se inicia para futuras investigações (VIEIRA, 2013, p. 168).

Avançando, apresentamos o trabalho de Alves (2014), que teve como objetivo verificar as contribuições de atividades fundamentadas pelo Programa Etnomatemática e pela perspectiva sociocultural da História da Matemática para a formação da cidadania dos alunos, por meio do ensino e da aprendizagem de conteúdos da Educação Financeira propostos nas aulas de Matemática.

Para esse estudo, optou pela fundamentação teórica da Etnomatemática como um programa de pesquisa em história e filosofia da Matemática para possibilitar a realização de um elo entre os conhecimentos prévios e práticos dos alunos e o conhecimento institucionalizado escolar.

Foram desenvolvidos três blocos de atividades: no primeiro, foram desenvolvidos os conteúdos matemáticos de razão e proporção; no segundo bloco foram desenvolvidos os conteúdos matemáticos relacionados com o cálculo envolvendo porcentagem; e, no terceiro, houve a introdução ao conceito de juros.

A produção, a análise e a interpretação dos dados foram realizadas por meio da utilização da metodologia do estudo misto denominado QUAL+ quan, descritas pelo autor, por meio da qual os dados qualitativos e quantitativos foram produzidos, analisados e interpretados simultaneamente. Ainda foi utilizada a estatística descritiva para apresentar e analisar os dados quantitativos, bem como o estudo do tipo etnográfico aplicado à educação para produzir e analisar os dados qualitativos. Posteriormente, os dados qualitativos foram quantificados.

Os dados qualitativos foram quantificados e analisados qualitativamente, sendo apresentados com a utilização de quadros. O objetivo dessa abordagem foi fornecer, por meio da quantificação dos dados qualitativos e do diálogo dos resultados da análise com a literatura proposta, a interpretação dos resultados obtidos durante o processo da análise. Portanto o professor-pesquisador descreveu e analisou os dados coletados desde o início da pesquisa de campo, para a obtenção de informações mais precisas com relação ao desenvolvimento da cidadania nos participantes. Em vista

disso, os dados e as informações obtidas no processo de coleta foram utilizados para constatar a conexão entre o desenvolvimento da cidadania dos participantes e a utilização dos conteúdos da Educação Financeira, com atividades elaboradas na perspectiva do Programa Etnomatemática (ALVES, 2014, p. 280).

Os resultados, segundo o autor, apontaram para a necessidade de os professores desenvolverem atividades relacionadas com a Educação Financeira fundamentadas pelo Programa Etnomatemática e pela perspectiva sociocultural da História da Matemática para o desenvolvimento da cidadania dos alunos, para que possam superar os assédios das propagandas e do marketing.

Para ele, a abordagem proporcionou o desenvolvimento de ações educacionais que possibilitaram aos alunos a aquisição de conhecimentos matemáticos essenciais para auxiliá-los no exercício dos direitos e deveres que são intrínsecos ao desenvolvimento da cidadania.

Em relação às pesquisas analisadas, observamos que todas estabelecem interface entre Educação Matemática e porcentagem, porém verificamos que apenas Vieira (2013) estabelece a proposta com o intuito de construção do conceito de porcentagem. Em sua pesquisa, a construção ocorre por meio dos problemas triparticionados e registros semióticos, diferentemente de nossa proposta, em que visamos, por meio da teoria Histórico-Cultural, apreender o movimento histórico e quais foram as necessidades humanas para o surgimento das taxas (MOURA, 2004).

Nesse sentido, acreditamos que nossa proposta poderá contribuir para a área de Educação Matemática, pois visou a um trabalho colaborativo e mais significativo para o processo de ensinar e de aprender os conteúdos matemáticos e, em especial, a porcentagem. -

2.3 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)²¹ e a Porcentagem

É necessário [...], repensarmos e compreendermos qual o sentido de se estudar Matemática. Afinal de contas, a maneira, como ela é apresentada aos alunos hoje em dia, reflete estranheza e ausência de significação, ao invés de levar à sensação notória de que essa mesma Matemática que se aprende na escola está presente em nossa vida cotidiana. É claro que isso precisa ser corrigido. Então é de extrema importância que os alunos percebam, através de nós educadores, matemáticos, porque há tanta Matemática na vida em sociedade e porque eles devem estudá-la na escola (HERMINIO, 2008, p. 62).

²¹ É importante ressaltar que no momento de finalização da pesquisa, 2017, há um movimento de implementação da Base Nacional Curricular Comum (BNCC), que é “um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica”. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 2017.

O olhar para os PCN justifica-se por ser atualmente o documento oficial, de âmbito nacional, que orienta a organização curricular no Brasil e está presente em grande parte das escolas, em especial na escola onde a proposta foi desenvolvida, uma vez que se trata de uma instituição de âmbito municipal. Além disso, tal documento tem “a intenção de ampliar e aprofundar um debate educacional que envolva escolas, pais, governos e sociedade e dê origem a uma transformação positiva no sistema educativo brasileiro” (BRASIL, 1998, p. 5).

Nos PCN (BRASIL, 1998), não há um bloco direcionado exclusivamente para o ensino de porcentagem, porém suas representações estão presentes nos blocos “Números e Operações e Grandezas e Medidas”.

Para o estudo dos conteúdos apresentados no bloco Números e Operações, consideram “fundamental a proposição de situações-problema que possibilitem o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações” (BRASIL, 1998, p. 66). Nesse contexto, observamos que os nexos conceituais (proporção e razão) aparecem nos estudos dos números racionais, nas suas representações – fracionária e decimal –, os quais partem da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador. Porém, reafirmam que,

[...] a perspectiva do ensino não é desejável tratar isoladamente cada uma dessas interpretações. A consolidação desses significados pelos alunos pressupõe um trabalho sistemático, ao longo do terceiro e quarto ciclos, que possibilite análise e comparação de variadas situações-problema (BRASIL, 1998, p. 103).

De outro modo, relatam que é importante que os alunos percebam conexões.

A proporcionalidade, por exemplo, que já vem sendo trabalhada nos ciclos anteriores, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. Para a compreensão da proporcionalidade é preciso também explorar situações em que as relações não sejam proporcionais - os contra-exemplos (BRASIL, 1998, p. 84).

E, fortalecendo o vínculo dos significados dos racionais com a necessidade de existência das ideias da porcentagem e suas aplicações, sugere:

Uma interpretação diferente das anteriores é aquela em que o número racional é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, ou

seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com situações do tipo: 2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes e se conclui que $\frac{2}{3}$ da população da cidade é de imigrantes. Outras situações são as que envolvem probabilidades: a chance de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores é de $\frac{2}{10}$. Ainda outras situações ocorrem na abordagem de escalas em plantas e mapas (escala de 1cm para 100m: representada por 1:10.000 ou $\frac{1}{10.000}$). Também, a exploração da porcentagem (70 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol: $\frac{70}{100}$, 0,70 ou 70% ou ainda $\frac{7}{10}$ e 0,7) (BRASIL, 1998, p. 102).

Ainda no terceiro ciclo, é desejável que haja o desenvolvimento para argumentação, de modo que os alunos não se satisfaçam apenas com a produção de respostas a afirmações, mas assumam a atitude de sempre tentar justificá-las. Assim, inferem a importância da resolução de situações-problema que envolvem a ideia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não convencionais (BRASIL, 1998).

Segundo os PCN, tais estratégias e procedimentos

[...] não devem ser encarados apenas como aproximação metodológica para aquisição de um dado conceito, mas como conteúdos que possibilitem o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer, aplicáveis a distintas situações. Esse - saber fazer - implica construir as estratégias e os procedimentos, compreendendo os conceitos e processos neles envolvidos (BRASIL, 1998, p. 50).

Nesse sentido, concordamos com o documento, pois os procedimentos não são esquecidos tão facilmente.

Exemplos de procedimentos: resolução de uma equação, traçar a mediatriz de um segmento com régua e compasso, cálculo de porcentagens etc. As atitudes envolvem o componente afetivo - predisposição, interesse, motivação - que é fundamental no processo de ensino e aprendizagem. As atitudes têm a mesma importância que os conceitos e procedimentos, pois, de certa forma, funcionam como condições para que eles se desenvolvam. Exemplos de atitudes: perseverança na busca de soluções e valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação (BRASIL, 1998, p. 50).

A porcentagem é vista também nas diferentes interpretações do número racional:

[...] é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com situações do tipo: 2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes e se conclui que da população da cidade é de imigrantes. Outras situações são

as que envolvem probabilidades: a chance de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores é de Ainda outras situações ocorrem na abordagem de escalas em plantas e mapas (escala de 1cm para 100 m: representada por 1:10.000 ou 1/10.000). Também, a exploração da porcentagem (70 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol: 0,70 ou 70% ou ainda e 0,7) (BRASIL, 1998, p. 102).

Igualmente, ressaltamos a importância da porcentagem no Tratamento da Informação nos dias de hoje, tanto nos aspectos voltados para uma cultura básica quanto para a atividade profissional,

[...] se deve à abundância de informações e às formas particulares de apresentação dos dados com que se convive cotidianamente. [...] Por ser um campo que abarca uma ampla variedade de conteúdos matemáticos, o desenvolvimento desse bloco pode favorecer o aprofundamento, a ampliação e a aplicação de conceitos e procedimentos como porcentagem, razão, proporção, ângulo, cálculos etc. Esse estudo também favorece o desenvolvimento de certas atitudes, como posicionar-se criticamente, fazer previsões e tomar decisões ante as informações veiculadas pela mídia, livros e outras fontes (BRASIL, 1998, p. 134).

E, por fim, destacamos a porcentagem para ampliar a noção de probabilidade.

Pode-se partir de uma situação como: em 10 lançamentos de uma moeda deu 9 vezes cara, ou seja, 90% dos lançamentos. A partir dessa afirmação é possível explorar as seguintes situações: se a moeda for lançada mais 10 vezes, é provável que essa porcentagem se repita? e se o número de lançamentos for 1.000? ou 10.000? Qual é a porcentagem que deve dar em cada caso? (BRASIL, 1998, p. 137).

As respostas dos alunos podem evidenciar sua intuição a respeito de algumas ideias envolvidas na probabilidade e favorecem um trabalho de familiarização com a aplicação da porcentagem.

Em relação aos critérios de avaliação, o documento destaca que explicitam as expectativas de aprendizagem, considerando objetivos e conteúdos propostos para a Matemática no quarto ciclo. Desse modo, é preciso que o professor verifique,

[...] se o aluno é capaz de resolver situações problema (escalas, porcentagem e juros simples) que envolvem a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias como as regras de três; de representar, em um sistema de coordenadas cartesianas, a variação de grandezas envolvidas [...] (BRASIL, 1998, p.92).

Acreditamos que os PCN (1998) categorizam as ideias para a porcentagem e abordam sua importância em situações emergenciais do cotidiano (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998), o que contribuiu e fortaleceu nosso estudo. “A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa a oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela” (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 14).

Entendemos que tais situações podem ser trazidas pelos próprios alunos para a sala de aula mediante suas experiências pessoais, o que pode vir a caracterizar nossa busca por um movimento que considere os caminhos para a construção de um conceito, e não apenas repetição mecânica de exercícios.

Nessa via e pelo panorama apresentado, podemos inferir que há a necessidade de uma organização do ensino de porcentagem que promova a estruturação do pensamento aritmético, fomentando o ensino de porcentagem e que coloque o sujeito em movimento de apropriação do conhecimento, em que ele esteja em atividade.

Propusemo-nos, nesta seção, a elencar diferentes concepções sobre o ensino de porcentagem, presentes em documentos oficiais e pesquisas acadêmicas. Na próxima seção, apresentamos os referenciais teóricos que embasam nosso estudo. Buscamos, nesses referenciais, teorias e práticas pedagógicas que objetivem colocar o aluno em movimento, como protagonista da apropriação dos conhecimentos produzidos historicamente, em que o professor se coloque em atividade de ensino, a fim da construção do conhecimento teórico matemático.

3. TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Nesta seção, apresentamos os referenciais teóricos que embasam nosso estudo. Inicialmente, perpassamos por uma incursão teórica acerca do pensamento de Lev Semenovitch Vygotsky, estruturado coesamente na sua teoria do desenvolvimento humano, Teoria Histórico-Cultural (THC), com o escopo de identificar suas contribuições para o ensino e a aprendizagem.

Num primeiro momento, apresentamos considerações sobre o autor e o campo teórico, em que expomos de forma propedêutica as nuances deste campo de investigação, seus principais pensadores e abordagens científicas e/ou teóricas.

Na sequência, destacamos os aspectos históricos e teóricos da sua abordagem sobre o desenvolvimento humano e a gênese das funções psicológicas superiores, suas implicações no desenvolvimento mental da criança e contribuições para o processo de ensino e de aprendizagem escolar.

No terceiro momento do estudo aqui delineado, refinamos nosso olhar para o ensino, corroborando as ideias de Manoel Oriosvaldo de Moura em seus estudos sobre Atividade de Ensino e Atividade Orientadora de Ensino (AOE). À luz dessa teoria, inserimo-nos no movimento de organização do ensino, no qual tanto professor quanto alunos estão em atividade – o professor tem a necessidade de ensinar e o aluno a necessidade de aprender.

3.1 Contribuições Vygotskianas: Uma Aproximação à Abordagem Histórico-Cultural

[...] um problema deve surgir, que não possa ser solucionado a não ser que pela formação de um novo conceito (VYGOTSKY, 2001, p. 3).

Nesta seção, fundamentamo-nos principalmente no livro de Vygotsky “A construção do pensamento e da linguagem” ou “Pensamento e Linguagem”, tradução de Michliênne I. Rieteh. Essa obra oferece-nos a oportunidade de conhecer, na íntegra, questões fundamentais do pensamento infantil, concepções inteiramente novas para a época em que o livro foi escrito, articulações com o pensamento em um aparato conceitual bem organizado, sedimentando o processo infantil de aquisição da linguagem e do conhecimento por meio da visão epistemológica.

Além disso, Vygotsky valoriza o aluno, o professor, a ação pedagógica e a intervenção, abordando o papel do educador na formação do sujeito.

3.1.1 Pensamento e Linguagem

Vygotsky nasceu em 1896, na Bielorrússia, país que fez parte da extinta União Soviética, e morreu em 1934, de tuberculose, aos 37 anos. Sua família possuía uma excelente situação econômica. Formou-se em Direito, trabalhou como professor e pesquisador nas áreas de psicologia, pedagogia, filosofia, literatura, deficiência física e mental. Para tornar-se professor de literatura, fez seus estudos na Universidade de Moscou.

Com Leontiev e Lúria, formou um grupo de jovens intelectuais da Rússia pós-revolução que buscavam uma nova psicologia. Escreveu cerca de 200 trabalhos científicos que foram pontos de partida para inúmeros projetos de pesquisa posteriores. Os temas dessas publicações vão desde a neuropsicologia até a crítica literária, passando por deficiência, linguagem, psicologia e educação (OLIVEIRA, 2015).

Na concepção de Vygotsky, pensamento e linguagem têm origens diferentes.

Inicialmente o pensamento não é verbal e a linguagem não é intelectual. Suas trajetórias de desenvolvimento, entretanto, não são paralelas - elas cruzam-se. Em dado momento, a cerca de dois anos de idade, as curvas de desenvolvimento do pensamento e da linguagem, até então separadas, encontram-se para, a partir daí, dar início a uma nova forma de comportamento. É a partir deste ponto que o pensamento começa a se tornar verbal e a linguagem racional. Inicialmente a criança aparenta usar linguagem apenas para interação superficial em seu convívio, mas, a partir de certo ponto, esta linguagem penetra no subconsciente para se constituir na estrutura do pensamento da criança (VYGOTSKY, 2001, p. 3).

De acordo com Vygotsky (2001), as atividades cognitivas básicas do indivíduo ocorrem de acordo com sua história social e acabam se constituindo no produto do desenvolvimento histórico-social de sua comunidade. Portanto, as habilidades cognitivas e as formas de estruturar o pensamento do indivíduo não são determinadas por fatores congênitos.

Nesse sentido, o mundo psíquico, o funcionamento psicológico não está pronto previamente, ou seja, não é inato, não nasce com as pessoas, mas também não é recebida pelas pessoas como algo pronto. É resultado das atividades praticadas de acordo com os hábitos sociais da cultura em que o indivíduo se desenvolve.

Logo, a história da sociedade na qual a criança se desenvolve e a história pessoal dessa criança são fatores cruciais que vão determinar sua forma de pensar. Nesse processo de desenvolvimento cognitivo, a linguagem tem papel crucial na determinação de como a criança vai aprender a pensar.

Para um claro entendimento das relações entre pensamento e linguagem, é necessário que se entenda o processo de desenvolvimento intelectual de Vygotsky. Nessa via, destacamos, no quadro seguinte, quatro entradas de desenvolvimento que, juntas, caracterizariam o funcionamento psicológico do ser humano.

Filogênese: história da espécie humana;

Ontogênese: história do indivíduo da espécie;

Sociogênese: história cultural do meio cultural onde o sujeito está inserido;

Microgênese: aspecto mais microscópico do desenvolvimento.

Quadro 3 - Planos Genéticos de Desenvolvimento de Vygotsky

PLANO GENÉTICO	O QUE É?
Filogênese	<p>Diz respeito à história de uma espécie animal. Todas as espécies animais têm uma história própria e essa história da espécie define limites e possibilidades de funcionamento psicológico. Então, há coisas que somos capazes de fazer e outras que não somos capazes de fazer.</p> <p>Por exemplo, andamos, mas não voamos; somos bípedes; temos as mãos liberadas para outros tipos de atividades; temos uma determinada conformação da mão que permite movimentos finos, em pinça, uma coisa particular da espécie humana, muito importante. Temos a visão por dois olhos, que é a visão binocular. Temos um cérebro extremamente flexível, que se adapta a muitas circunstâncias diferentes; dependendo do que o ambiente fornecer, o cérebro vai se adaptando e funcionando de um determinado jeito.</p>
Ontogênese	<p>Significa o desenvolvimento do ser, de um indivíduo, de uma determinada espécie. Em cada espécie, o ser tem um caminho de desenvolvimento. Nasce, desenvolve-se, reproduz, morre, num ritmo determinado de desenvolvimento, com certa sequência. Está muito ligado à filogênese, porque os dois são de natureza muito biológica, dizem respeito à pertinência do homem à espécie. Por exemplo, a criança nasce e fica deitada, depois aprende a sentar, a engatinhar, a andar, e assim por diante. Existem vários elementos que são determinados pela passagem daquele indivíduo da espécie por uma sequência de desenvolvimento.</p>
Sociogênese	<p>É a história da cultura onde o sujeito está inserido. As formas de funcionamento cultural que interferem no funcionamento psicológico, que definem, de certa forma, o funcionamento psicológico em dois aspectos. Um, que a cultura funciona como um alargador das potencialidades humanas. Como já dito, o homem anda, mas não voa, agora voa porque criou o avião. E outro aspecto da história cultural é como cada cultura organiza o desenvolvimento de uma forma diferente. Desse modo, a passagem pelas fases do desenvolvimento é relida também, lida e relida pelas diferentes culturas de formas diferentes. Um exemplo bem importante é o da adolescência. A puberdade é um fenômeno biológico, todos os seres humanos passam pela puberdade, amadurece sexualmente, aparecem caracteres sexuais secundários que possibilitam a reprodução, mas a puberdade é compreendida historicamente de formas diferentes em cada cultura. Então, o conceito de adolescência é um conceito cultural, embora esteja assentado sobre um conceito biológico, que é a puberdade.</p>
Microgênese	<p>Diz respeito ao fato de que cada fenômeno psicológico tem sua própria história. Por isso, é micro, no sentido não necessariamente de pequeno, mas com foco bem definido. O micro é no sentido de um intervalo entre o não saber algo e o saber. Por exemplo, uma criança não sabe amarrar o sapato, com o tempo ela passa a saber amarrá-lo, ou seja, entre o saber e o não saber algo, um tempo passou. Então, podemos olhar de uma forma micro para a história desse fenômeno a fim de compreendê-lo. Como a criança aprendeu a amarrar o sapato, é a microgênese do aprender a amarrar o sapato. Ela é a porta aberta dentro da teoria para o não determinismo. Porque a filogênese e a ontogênese, de certa forma, carregam certo determinismo biológico, ou seja, o sujeito está atrelado às possibilidades da sua espécie, do seu momento, do seu desenvolvimento como ser daquela espécie. Na sociogênese, há certo determinismo em termos culturais, a cultura está definindo por onde você pode se desenvolver, dando também limites e possibilidades históricas de desenvolvimento. A microgênese faz com que olhemos como cada pequeno fenômeno tem a sua história e como ninguém tem uma história igual ao do outro. É a partir desse fenômeno que aparece a construção da singularidade de cada pessoa e a heterogeneidade entre os seres humanos.</p>

Fonte: Sistematização da pesquisadora. Adaptado de Oliveira (2015).

Nesse sentido, podemos inferir que não há alunos iguais, mesmo que sejam da mesma idade, pertençam à mesma classe social, ao mesmo bairro, entre outras aproximações, pois eles têm experiências diferentes, hábitos diferentes, dentre outros fatos e intermediações na história de cada um que vão definir a singularidade a cada momento de suas vidas.

3.1.2 Mediação

A invenção e o uso dos símbolos como meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico, tais como lembrar, comparar, relatar, escolher, é análoga à invenção e ao uso de instrumentos, no campo psicológico (VYGOTSKY, 1991). No caso do ser humano, a ideia básica de Vygotsky (2000) é a relação mediada do homem com o mundo.

As experiências mostram que o pensamento não se exprime em palavra, mas nela se realiza. Às vezes o pensamento não se realiza na palavra como acontece com a personagem de Uspienski²². Sabia ele o que queria pensar? Ele sabia, como se sabe, o que se deseja memorizar, só que a memorização não acontecia. Teria começado a pensar? Começará como se começa a memorizar. Mas terá atingido o pensamento como processo? A resposta só pode ser negativa. **O pensamento não é só externamente mediado por signos como internamente mediado por significados.** Acontece que a comunicação imediata entre consciências não é impossível só fisicamente, mas também psicologicamente. Isto só pode ser atingido por via indireta, por via mediata. Essa via é uma mediação interna do pensamento, primeiro pelos significados e depois pelas palavras. Por isso **o pensamento nunca é igual ao significado direto das palavras.** O significado medeia o pensamento em sua caminhada rumo à expressão verbal, isto é, o caminho entre o pensamento e a palavra é um caminho indireto, internamente mediatizado (p. 479 – grifo nosso).

Inferimos, portanto, que Vygotsky considera os instrumentos e os signos os principais elementos mediadores da atividade. A mediação por instrumentos é o fato de que nos relacionamos com as coisas do mundo usando ferramentas, ou instrumentos intermediários.

A função do instrumento é servir como condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente

²²A cena em que um infeliz andarilho, não encontrando palavras para exprimir um pensamento enorme que o domina, tortura-se de impotência e sai para orar aos santos e pedir a Deus que lhe dê entendimento; pois bem, essa cena deixa uma inexprimível sensação de angústia. [...] Neste exemplo, vê-se nitidamente o limite que separa um pensamento da palavra, intransponível, para o falante que separa o pensamento da linguagem. Se o pensamento coincidissem imediatamente em sua estrutura e em seu fluxo com a estrutura do fluxo da linguagem, o caso descrito por Uspienski seria impossível. Mas, em realidade, o pensamento tem a sua estrutura específica e o seu fluxo, e a passagem deste para a estrutura e para o fluxo da linguagem representa grandes dificuldades não só para a personagem da cena (VYGOTSKY, 2000, p. 475-476).

levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza (VYGOTSKY, 1991, p. 62).

Por exemplo, ao cortar um pão, uso uma faca. Ao cortar uma árvore, uso um machado, uma motosserra. Destarte, “esses instrumentos da tecnologia estão fazendo uma mediação entre minha ação concreta sobre o mundo e o mundo”(OLIVEIRA, 2015, transcrição).

O signo, por outro lado, “não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente” (VYGOTSKY, 1991, p. 62).

Os signos são formas posteriores de mediação que fazem uma mediação de natureza semiótica ou simbólica:

Fazem uma interposição entre o sujeito e o objeto do conhecimento, entre o psiquismo e o mundo, o eu e o objeto, o eu e o mundo, de uma forma que não é concreta, como fazemos com os instrumentos, mas de uma forma simbólica. Tem uma primeira forma de signos que ainda tem uma existência concreta (OLIVEIRA, 2015, transcrição).

As imagens (por exemplo, chapéu e vestido) nas portas dos banheiros masculinos e femininos são um signo. Algo que representa a ideia de masculino e feminino é compartilhado e todos tomam posse da informação de uma forma adequada.

O fato de eu mudar o anel de dedo para lembrar que tenho que telefonar para alguém, por exemplo, não é o próprio ato de telefonar, não está ligado ao ato de telefonar, mas é uma informação de natureza simbólica que está interposta entre a intenção de fazer alguma coisa e a própria ação. Então ainda é concreto, ainda está visível por outros, está marcado no mundo, fora de mim, mas não é de natureza instrumental, é de natureza simbólica, no sentido de que não age concretamente sobre as coisas, mas age no plano simbólico (OLIVEIRA, 2015, transcrição).

O outro plano em que aparecem os signos é o plano totalmente simbólico, internalizado, as coisas são postas para dentro do sistema psicológico e funcionam como mediadores, semióticos ou simbólicos, dentro do nosso sistema psicológico.

Os sistemas de signos [...], assim como o sistema de instrumentos, são criados pelas sociedades ao longo do curso da história humana e mudam a forma social e o nível de seu desenvolvimento cultural. [...] a internalização dos sistemas de signos produzidos culturalmente provoca transformações comportamentais e estabelece um elo entre as formas iniciais e tardias do desenvolvimento individual (VYGOTSKY, 1991, p. 8).

Para isso, aparece uma característica que é tipicamente humana, a possibilidade de representação mental, a possibilidade de transitar por um mundo que é só simbólico.

Os signos são construídos culturalmente, o sujeito inventa signos, desenvolve a capacidade de representação simbólica, inserida numa cultura que lhe fornece material para que desenvolva esse campo do simbólico. Por isso, “[...] embora a inteligência prática e o uso de signos possam operar independentemente em crianças pequenas, a unidade dialética desses sistemas no adulto humano constitui a verdadeira essência no comportamento humano complexo”(VYGOTSKY, 1991, p. 26).

O principal lugar cultural onde isso acontece é na linguagem. Todos os outros humanos têm uma linguagem e ela é o principal instrumento de representação simbólica de que os seres humanos dispõem.

Signos e palavras constituem para as crianças, primeiro e acima de tudo, um meio de contato social com outras pessoas. As funções cognitivas e comunicativas da linguagem tornam-se, então, a base de uma forma nova e superior de atividade nas crianças, distinguindo-as dos animais (VYGOTSKY, 1991, p. 31).

No caso da memória e da atenção, a inclusão de signos na percepção temporal não leva a um simples alongamento da operação no tempo, vai além, cria as condições para o desenvolvimento de um sistema único que inclui elementos efetivos do passado, presente e futuro. “Esse sistema psicológico emergente na criança engloba, agora, duas novas funções: as intenções e as representações simbólicas das ações propositadas. Essa mudança na estrutura do comportamento da criança relaciona-se às alterações básicas de suas necessidades e motivações” (VYGOTSKY, 1991, p. 41).

Somos capazes de abstrair, generalizar, classificar, e isso só é possível porque dispomos de um termo simbólico articulado, compartilhado e organizado por regras. O significado de cada palavra seria, então, uma generalização ou um conceito. E, como as generalizações e os conceitos são atos de pensamento, podemos considerar o significado como um fenômeno do pensamento.

A definição de conceitos nas crianças é um processo que está baseado nas suas lembranças.

Se você pergunta a uma criança o que é um caracol, ela dirá que é pequeno, que se arrasta no chão, que sai da "casa"; se você lhe pergunta o que é uma avó, ela pode muito bem responder, "ela tem um colo macio". Em ambos os casos, a criança expressa um resumo muito claro, das impressões deixadas

nela pelo tema em questão, e que ela é capaz de lembrar. O conteúdo do ato de pensar na criança, quando da definição de tais conceitos, é determinado não tanto pela estrutura lógica do conceito em si, como o é pelas suas lembranças concretas. Quanto a seu caráter, ele é sincrético e reflete o fato de o pensar da criança depender, antes de mais nada, de sua memória (VYGOTSKY, 1991, p. 57).

Nessa via, as relações entre desenvolvimento e aprendizagem são aspectos importantes da teoria do Vygotsky. A teoria permite reconhecer o indivíduo como um ser social, implicando, assim, que a aprendizagem escolar permita o desenvolvimento do aluno enquanto indivíduo. O desenvolvimento acontece de fora para dentro, devido à importância da cultura, da imersão do sujeito no mundo humano em volta dele.

Seguimos, agora, para a apresentação da Teoria da Atividade à luz das ideias de Moura e Leontiev.

3.2 Implicações da Psicologia Histórico-Cultural para a Formação de Conceitos Matemáticos por meio da Atividade Orientadora de Ensino

“O fato de ser professor diz que temos uma característica comum com outros sujeitos que têm como prática principal ensinar algo a alguém, isto é, para ser professor é necessária uma ação que visa transformar-se ao transformar outra pessoa, mudar o seu modo de ser e agir. Acreditamos que o sujeito, que é fruto de nossa ação educação, vai adquirir um certo conhecimento que vai lhe capacitar a agir de uma determinada forma no meio em que vive” (MOURA, 2002, p.144).

Moura (1992), em sua pesquisa sobre a construção do conceito de número, verificou a necessidade de um aporte teórico que possibilitasse compreender os processos de aprendizagem em movimento, os processos interativos em sala de aula. Nessa busca, encontrou em Vygotsky os pressupostos e princípios que seriam norteadores não só da pesquisa, como também do trabalho pedagógico.

Os estudos de Moura (1992, 2000, 2001, 2004, 2011) remetem-nos à necessidade da organização do ensino de forma intencional, uma vez que compreendemos a escola “como lugar social privilegiado para a apropriação de conhecimentos produzidos historicamente” (MOURA et al., 2010, p. 212).

O autor considera marcante e importante o pressuposto de que a aprendizagem, o modo como o sujeito apropria-se da cultura, ocorre em dois momentos: no movimento inter e intrapsíquicos e na organização de situações de ensino. No primeiro momento, acontece a

troca de conhecimento em um contexto intersíquico, ou seja, entre as relações sociais e o indivíduo, e, a seguir, há a apropriação pelo sujeito a partir do vivenciado nas relações sociais, que é o processo intrapsíquico. Nesse contexto, o papel do educador como mediador entre a cultura e o indivíduo é fundamental.

Nessa perspectiva, o desenvolvimento psíquico do homem realiza-se por meio do que Vygotsky (2001) chamou de processo de internalização. Segundo esse autor,

[...] as relações intrapsíquicas (atividade individual) constituem-se a partir das relações intersíquicas (atividade coletiva). É neste movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações, ou seja, dá-se a apropriação da experiência social da humanidade. Desta forma, podemos entender que a aprendizagem não ocorre espontaneamente e apenas a partir das condições biológicas do sujeito, mas mediada culturalmente (MOURA et al., 2010, p. 208).

O segundo momento é a organização de situações de ensino, em que o professor é mobilizador a fim de que a criança se proponha a aprender e que ela entre em atividade de aprendizagem ou atividade de estudo.

Nesse contexto, a atividade de aprendizagem é considerada um componente da atividade humana, orientada para a aquisição, não apenas de conceitos, generalização, análise, síntese, raciocínio teórico, pensamento lógico... mas também para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, subjetivo e social (FRANCO, 2009, p. 200).

O ensino deve ser visto como um promotor de situações-problema, ou seja, tirar o aluno do papel de observador passivo atuando na solução de problemas.

As experiências [...] demonstraram que a gênese dos conceitos é um processo criativo e não mecânico e passivo; que um conceito surge e toma forma no decurso de uma complexa operação orientada para a resolução do mesmo problema, e que a simples presença das condições externas que favorecem uma relação mecânica entre a palavra e o objeto não basta para produzir um conceito. Segundo este ponto de vista, o fator decisivo para a gênese dos conceitos é a chamada tendência determinante (VYGOTSKY, 2001, p. 50).

Nessa via, outro aspecto relevante é a seguinte questão: o que é o conceito?

Segundo Moura (2011), na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, o conceito encarna, representa o movimento de produção de conhecimento que aconteceu para dar resposta às necessidades humanas. Ou seja, são sujeitos em atividade no sentido de responder

e satisfazer uma necessidade que produz conhecimento e a este processo de significação, que também se torna conceito, dando outra dimensão ao professor, sobre como ele irá organizar a atividade de ensino de modo a dar movimento ao conceito, ou que o aluno compreenda que aquilo que ele está estudando foi produzido a partir das necessidades humanas, o que gera, ao professor, também, uma responsabilidade de se apropriar desse conceito como uma ferramenta.

O conceito representa uma conquista do homem e, para se chegar a ele, os indivíduos trabalharam em sua construção historicamente. Aprender um conceito é uma forma a mais de o aluno intervir e interagir na sociedade.

3.3 A Teoria da Atividade: um olhar para as ideias de Leontiev

A Teoria Histórico-Cultural tem seus fundamentos no materialismo histórico-dialético e nos permite estabelecer uma nova dimensão para o trabalho do professor, como sendo uma atividade orientada a um fim. Nesse contexto, é preciso que o professor busque o sentido do seu objeto, ou seja, qual o seu objeto e de que modo poderá alcançar ou fazer esse objeto.

Leontiev (1978) define atividade como sendo um processo psicológico em que a pessoa se dirige a um determinado objetivo que estimula o sujeito a executar essa atividade, isto é, o motivo.

Quando pensamos dessa forma em relação à atividade pedagógica, cria-se uma dimensão para o professor no sentido de como se estruturar a atividade de modo a estabelecer processos que levem o professor a cumprir um determinado objetivo ou à satisfação de uma necessidade (MOURA, 2000).

Segundo Marco (2009, p. 27), Leontiev “aborda atividade como uma unidade de formação na qual as necessidades emocionais e materiais dirigem a ação do sujeito”. E essa necessidade, de nós, educadores, à luz das ideias de Moura (2011), sempre é a apropriação de um conteúdo, conteúdo no sentido amplo, sendo um objetivo social, o que está em movimento.

Moura (1992), em sua pesquisa, com o intuito de levar a criança a compreender o conceito de número, colocou-a diante da necessidade de se apropriar desse conceito em uma atividade coletiva ou se colocando em relação ao outro.

A criança tinha a necessidade de controlar quantidades, e, para tanto, utilizou a lenda do Negrinho do Pastoreio²³:

O Negrinho do Pastoreio era um menino negro que vivia em uma fazenda. Era empregado de um homem rude, que tinha um filho muito “cargoso”, como uma mosca. Todas as madrugadas o Negrinho galopeava, e depois conduzia os animais ao pasto. À tarde sofria os maus tratos do filho do fazendeiro, que o judiava e ria. Um dia o Negrinho do Pastoreio, ao levar os animais ao pasto, percebeu que aumentava a quantidade de animais e dali algum tempo não saberia mais quantos animais deveria voltar para o curral. Mas o Negrinho do Pastoreio não sabia contar, no entanto, tinha certeza de que se algum animal não voltasse, ele seria castigado pelo fazendeiro. Então, como poderíamos ajudar o Negrinho do Pastoreio a encontrar uma forma de saber se todos os animais eram recolhidos para serem levados ao curral? (OLIVEIRA; GRANDO, 2007, p. 7).

O objetivo maior nessa história era identificar se os alunos eram capazes de criar estratégias para o controle da variação de quantidades, sendo possível estabelecer a correspondência biunívoca. A situação demonstra a necessidade de contar, registrar e comunicar suas quantidades (símbolos), aproximando o aluno das estratégias “experimentadas” pelo homem historicamente.

Para o professor, a ideia central seria a questão da historicidade, que é a perspectiva Histórico-Cultural. Tudo aconteceu ao longo do surgimento humano e foi sendo sistematizado, ou seja, as necessidades básicas geraram a produção de instrumentos tanto materiais quanto simbólicos (MOURA, 2011).

Nesse sentido, coadunando com as ideias de Leontiev, podemos inferir que o conhecimento humano é gerado pela atividade intelectual, em que o pensamento se define como o “processo de reflexo consciente da realidade, nas suas propriedades, ligações e relações objectivas, incluindo mesmo os objetos inacessíveis à percepção sensível imediata” (1978, p. 84).

Para elucidar, apresentamos o clássico exemplo sobre atividade: a caçada primitiva coletiva:

A caçada coletiva é a atividade, a caça o seu **objeto**, e a fome da presa é o seu **motivo**. Quando os batedores fazem barulho para assustar o veado, o bater das suas mãos é uma **operação**, e o bater como um todo é uma **ação** dentro da atividade da caça, motivada pela fome a ser satisfeita pela

²³ Disponível em: <<http://www.ifolclore.com.br>>. Acesso em: 2017. A história do Negrinho do Pastoreio é uma lenda na versão do Sul do Brasil que foi adaptada por vários pesquisadores e historiadores.

realização da atividade. Essa ação de fazer barulho tem como objetivo assustar o veado. No entanto, o objetivo contradiz o objeto e o motivo da atividade, que é apanhar o animal e distribuir e consumir a comida. A ação dos batedores é parte da atividade na base do seu saber consciente de que eles assustam o veado para que ele possa ser apanhado. Isto implica que a **consciência** humana tem um aspecto representacional mediador e mobilizador. A ação dos batedores só é possível na condição de representar a ligação entre o objetivo da sua ação e o motivo da atividade cooperativa. Eles precisam ser capazes de representar relações entre objetos, mesmo sendo irrelevantes para as suas necessidades reais, ou então eles continuarão simplesmente por si próprios e dessa forma muitas vezes falhando na obtenção do objeto. As suas consciências específicas e particulares são constituídas através do seu conteúdo, o qual tem como elementos os significados. Através dos **significados** eles são capazes de representar a relação entre o motivo e o objetivo da ação; desta forma eles implicam-se na atividade; faz sentido para os batedores. Uma atividade distingue-se de outra principalmente pelo seu objeto e motivo. Isto pode ser a chave para nos apercebermos do desenvolvimento da atividade da seguinte forma. Se, por exemplo, um batedor descobrir que é divertido bater, se ele começa a bater pelo seu belo prazer, ele está motivado pelo bater; o bater é um objeto apropriado; ele produz uma nova atividade a partir de uma antiga ação. Uma ação pode, portanto, desenvolver-se numa atividade pela aquisição de um motivo, e a nova atividade pode ela própria subdividir-se num conjunto de ações. Por outro lado, uma atividade pode tornar-se uma ação se o seu motivo se desvanecer, e pode integrar-se noutra atividade. Da mesma forma, uma ação pode evoluir para uma operação, capaz de cumprir várias ações (LEONTIEV, 1983, p. 76).

Desse modo, entendemos que uma situação pode ser caracterizada como atividade quando abarca os seguintes elementos: objeto, motivo, operação/ação e objetivo, sendo que o objeto e o motivo devem sempre coincidir dentro de uma atividade (LEONTIEV, 1983).

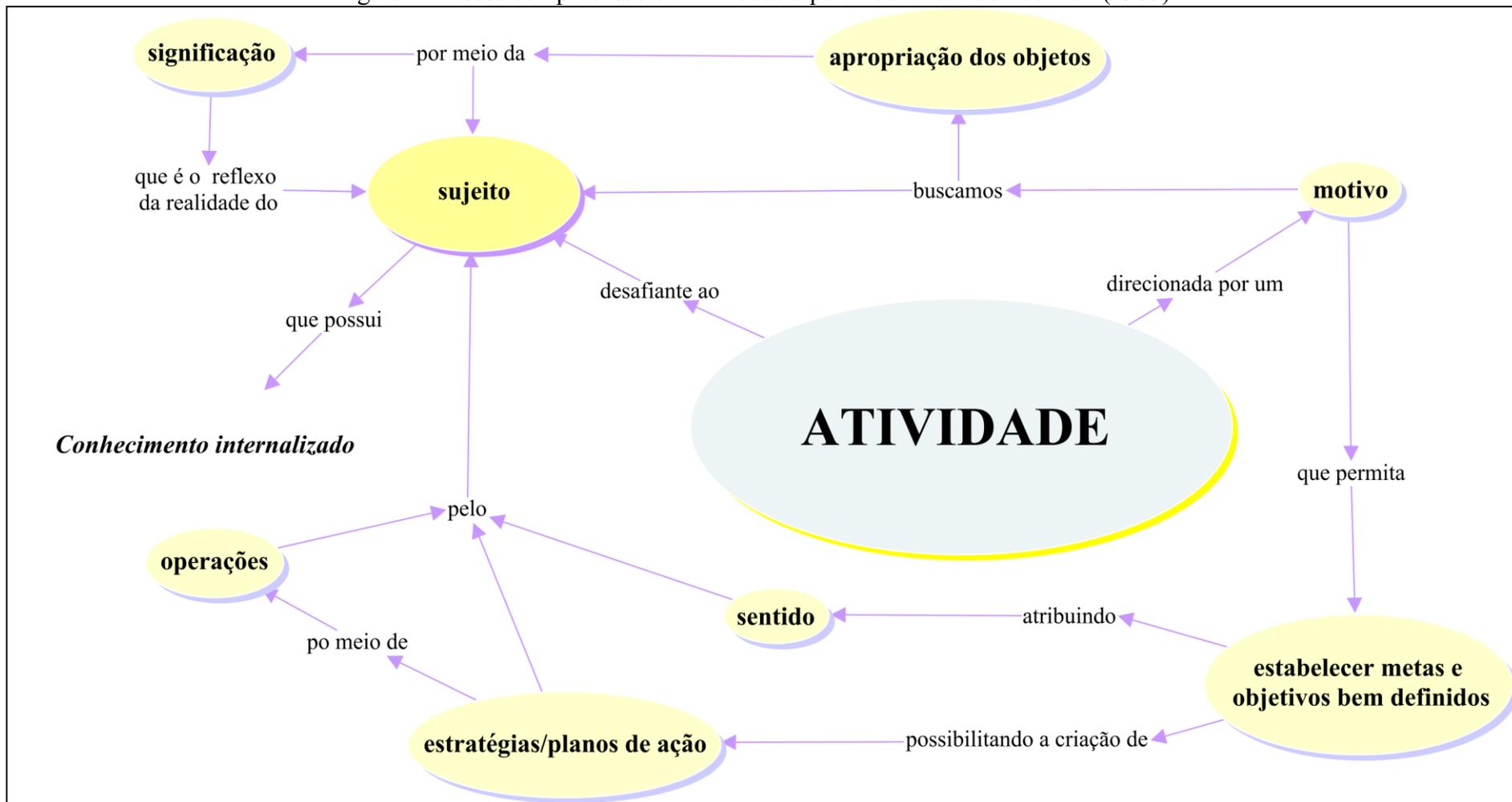
O direcionamento da atividade é seu motivo, ou seja, não pode haver atividade sem motivo, “o conceito de motivo se relaciona com o conceito de atividade” (LEONTIEV, 1983, p. 83). Mediante essa reflexão, “podemos dizer que um sujeito se encontra em atividade quando o objetivo de sua ação coincide com o motivo de sua atividade, e esta deverá satisfazer uma necessidade do indivíduo e do grupo em sua relação com o mundo, procurando atingir um objetivo” (MARCO, 2009, p. 28).

Portanto, acreditamos que a ação é “o processo que se subordina à representação daquele resultado que haverá de ser alcançado, quer dizer, o processo subordinado a um objetivo consciente” (LEONTIEV, 1983, p. 83), ou seja, é o componente básico da atividade, é um meio de realizar a atividade e, conseqüentemente, de satisfazer o motivo. Essa ação é sempre orientada para um objetivo e, desse modo, “também o conceito de objetivo se relaciona com o conceito de ação” (LEONTIEV, 1983, p. 83).

Assim sendo, a ação orienta-se para um objetivo, “está relacionada aos objetivos conscientes para os quais ela se dirige, a operação está relacionada com as condições da ação, isto é, as operações constituem as formas de realização de uma ação” (MARCO, 2009, p. 28), isto é, o meio pelo qual uma ação é realizada.

Podemos representar tais definições no seguinte mapa:

Figura 1 - Nossa compreensão de Atividade a partir da leitura de Leontiev (1983)



Fonte: Sistematização da pesquisadora

Entendemos que “o significado é de conhecimento histórico e social”, são descobertas, interações e relações objetivas, e que o sentido “é pessoal e depende da experiência Histórico-Cultural de cada sujeito” (OLIVEIRA; GRANDO, 2007, p. 2).

Inferimos, portanto, que o produto da coletividade, da ação humana, a partir de uma necessidade do homem é a linguagem:

A linguagem não desempenha apenas o papel meio de comunicação entre os homens, ela é também um meio, uma forma da consciência e do pensamento humanos, não destacado ainda da produção material. Torna-se a forma e o suporte da generalização consciente da realidade. Por isso, quando, posteriormente, a palavra e a linguagem se separam da actividade prática imediata, as significações verbais são abstraídas do objecto real e só podem, portanto, existir como facto de consciência, isto é, como pensamento (LEONTIEV, 1978, p. 87).

As significações estão refletidas e fixadas nessa linguagem, o que possibilita a assimilação à experiência humana generalizada e reflexiva. Nas palavras de Leontiev, “a significação mediatiza o reflexo do mundo pelo homem na medida em que ele tem consciência deste, isto é, na medida em que o seu reflexo do mundo se apóia na experiência da prática social e a integra” (1978, p. 95).

Dando continuidade ao conceito de atividade e tendo em vista a necessidade de pensarmos em instrumentos para a organização de nosso trabalho docente, voltamos nosso olhar a Moura acerca da atividade no contexto escolar.

3.4 Atividade Orientadora de Ensino

Segundo Moura (2000, p. 24), a atividade “é regida por uma necessidade que permite o estabelecimento de metas bem definidas” e tem como objetivo “organizar uma sequência de conteúdos escolares que permitem cumprir com determinado objetivo educacional” (MOURA, 2000, p. 22).

Na proposição de tal sequência, deve-se haver a mediação, em que “nós modificamos objeto, nós modificamos sujeito e nós modificamos ferramentas”(MOURA, 2011, transcrição).

Um exemplo citado pelo autor é o objeto “faca”, o sujeito que passa a faca em uma pedra e vê que é possível afiá-la modifica-se e também modifica o instrumento. Ele também modifica o modo de usar a faca em outro momento, que não é mais só para cortar a carne,

poderá ser utilizada também para derrubar uma árvore. Nesse sentido, a perspectiva da mediação está presente nos sujeitos e nas ferramentas.

Esse movimento aconteceria por meio do conceito de atividade orientadora de ensino (AOE), que é:

[...] aquela que se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. É atividade orientadora porque define elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo, justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão (MOURA, 2002, p. 155).

O professor não detém necessariamente todo o conhecimento, que pressupõe uma interação com outro, que tem sua história, seus conhecimentos, suas ideologias. Ele tem um objetivo e constrói suas ações a partir desse objetivo. Nesse processo de interação, ele sabe o começo, define as ações, os instrumentos, mas não sabe o fim (MOURA, 2011).

Assim, entendemos que a AOE é concebida como uma unidade formadora entre as atividades de ensino e as de aprendizagem.

A atividade de ensino “revela toda a complexidade da realidade objetiva vivida pelos sujeitos” e tem a intencionalidade como uma particularidade, o que “imprime uma responsabilidade ímpar aos que organizam o ensino” (MOURA, 2001, p. 155-156).

Coadunamos com as ideias de Moura e acreditamos que a intencionalidade é o principal componente da ação educativa, o que nos faz olhar para dentro da escola e dimensionar metas ou objetivos que podem vir a gerar impacto numa realidade imediata. “Lembrar o quanto um diretor de escola tem o poder de ditar os rumos de sua comunidade escolar pode nos convencer do quanto as definições de objetivos são desencadeadoras de ações que influenciam as comunidades educativas” ou “lembrar que os indivíduos não podem viver isolados e que para satisfazer suas necessidades atuam em determinados grupos” (2001, p. 156) pode nos ajudar a retomar, avançar e entender o conceito de atividade.

Nesse sentido, “a atividade de ensino quase sempre está associada à ideia de busca do professor por um modo de fazer com que o estudante aprenda um determinado conteúdo escolar” (MOURA, 2000, p. 23). A ação coletiva auxilia para modificar comportamentos, “alterar algum aspecto da realidade”, como “construir uma ferramenta, realizar uma

intervenção”, ou seja, proporciona mudanças aos sujeitos ao adquirirem novas competências e valores (MOURA, 2001, p. 157).

Por sua vez, a atividade de aprendizagem possibilita a apropriação dos conhecimentos teóricos e pode ser “considerada um componente da atividade humana, orientada para a aquisição, não apenas de conceitos, generalização, análise, síntese, raciocínio teórico, pensamento lógico [...] mas também para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, subjetivo e social” (FRANCO, 2009, p. 200).

Nessa via, “não há sentido na atividade de ensino se ela não se concretiza na atividade de aprendizagem, por sua vez, não existe a atividade de aprendizagem intencional se ela não se dá de forma consciente e organizada por meio da atividade de ensino” (MOURA et al., 2010, p. 100).

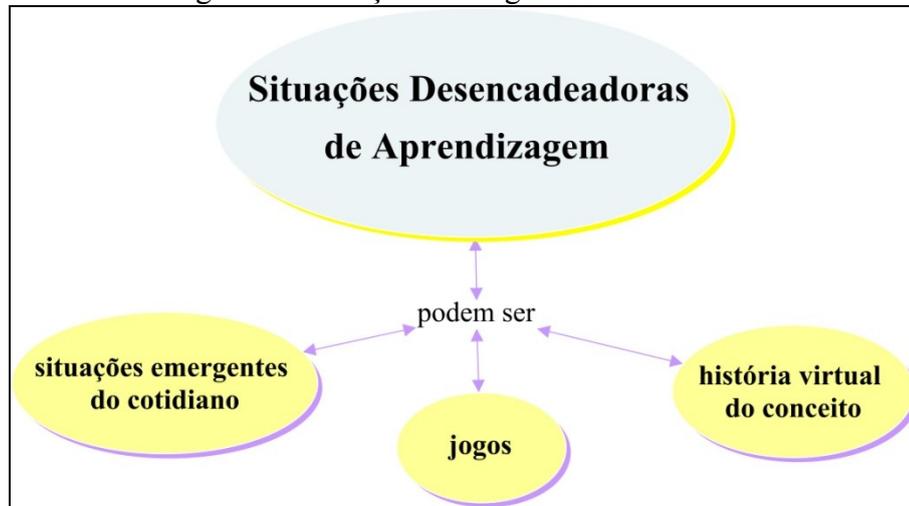
Portanto, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), sendo unidade formadora entre as atividades de ensino e as de aprendizagem, tem uma necessidade: ensinar!

[...] tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; elege instrumentos auxiliares no ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende (MOURA, 2001, p. 155).

Acerca da matemática, especificamente, Moura e Lanner de Moura (1998) elencam três elementos importantes para desencadear o processo de aprendizagem: os jogos, as situações emergentes do cotidiano e a história virtual do conceito.

Tais elementos, representados na figura a seguir, são definidos por eles como situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) e caracterizam o momento em que o aluno é convidado a resolver um problema desencadeador de aprendizagem.

Figura 2 - Situações Emergentes do Cotidiano



Fonte: Sistematização da pesquisadora.

Sobre as situações emergentes do cotidiano, Moura e Lanner de Moura (1998) compreendem como experiências e situações pessoais que podem ser trazidas pelos próprios alunos para a sala de aula. Aqui, o professor poderá auxiliar e/ou gerar a necessidade de buscar soluções. “A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa a oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela” (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 14).

O problema desencadeador, emergente do cotidiano ou não, pode ter vínculo com a história do conceito, denominada pelos autores como história virtual do conceito. Virtual, pois é uma história que poderia ter acontecido na humanidade, como, por exemplo, a do Negrinho do Pastoreio. Caracteriza-se por

[...] uma proposta metodológica que busca responder eficientemente por esta formação em que se incorpora o valor do conhecimento como elemento propulsor de busca de novos conhecimentos e que procura colocar em prática o pressuposto educacional de que é necessário fazer com que a criança perceba o valor do conhecimento produzido na humanidade como elemento de sua formação de cidadania (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 14).

E, por fim, pode ser uma situação de jogo, por exemplo, o boliche. O sujeito coloca-se diante de uma necessidade de controlar quantidades e, ao fazer isso, também está vivenciando uma situação, que é a necessidade de fazer uma relação de quantidade e representação dessa

quantidade, é o movimento das quantidades que precisa ser controlado. Esse movimento foi o que moveu o homem para controlar as quantidades (MOURA, 2011).

Portanto, o jogo, para se constituir em atividade de aprendizagem, “deve cumprir o papel de auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, permitir o desenvolvimento operatório do sujeito” (MOURA, 1992, p. 47). Nessa via, o jogo deve ser auxiliar no processo de apreensão de um conceito.

Mediante o exposto, inferimos que a AOE deve ser considerada na sua concretude, pois permite interação dos sujeitos, mediação, negociação de significados, troca de experiências, solução coletiva de problemas e modificações perante um objeto de conhecimento.

Na próxima seção, categorizaremos nossa pesquisa, os princípios éticos que adotamos e apresentaremos o espaço onde a proposta aconteceu, seus protagonistas e as atividades de ensino que foram propostas.

4. OS MEANDROS DA PESQUISA

Nas seções anteriores, discutimos os aspectos teóricos de nosso estudo. Apresentamos a Teoria Histórico-Cultural, fizemos um resgate histórico sobre a porcentagem ao longo das necessidades humanas, abarcando diferentes concepções de ensino, as pesquisas já realizadas e as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Nesta seção unimos a metodologia, apresentamos os dados e primeiros resultados, deste modo, entendemos meandros como sendo nossos caminhos emaranhados, intrigas, inquietações, desvios, sucessos, insucessos e percursos.

Inicialmente, apresentamos nossa metodologia de pesquisa caracterizando-a sob a pesquisa colaborativa, com abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1999); retomamos nossa questão de pesquisa e nossos objetivos; apresentamos os princípios éticos adotados neste estudo (BOGDAN; BIKLEN, 1999; FIORENTINI; LORENZATO, 2006), os instrumentos que tivemos em mãos para a observação do fenômeno em movimento, bem como os critérios estabelecidos para conseguirmos definir nossos protagonistas; nosso isolado (CARAÇA, 1951), as atividades de ensino propostas aos alunos e, por fim, nossa proposta para análise do material obtido.

4.1 Caracterização da pesquisa

O ingresso no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, juntamente com o grupo de pesquisa GEPEMAPE e minhas inquietações, levou-nos a pensar uma pesquisa que trouxesse a possibilidade da formação conceitual da porcentagem para alunos do 8º ano do ensino fundamental por meio de atividades de ensino em que, à medida que a proposta fosse vivenciada pelos alunos, adquirisse também o caráter de atividades de aprendizagem, conforme discutimos na seção 2.

A reunião dessas atividades compôs o produto desta pesquisa²⁴ divulgado por meio de artigos com o intuito de discutir e refletir possibilidades de contribuir com nossa atividade pedagógica e, quiçá, com o Ensino de Matemática.

²⁴ O artigo 31, parágrafo 2, que dispõe o Regulamento do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional explicita que o Trabalho de Conclusão Final de Curso deve ter caráter de aplicação de conhecimentos já produzidos pela pesquisa em ensino de Ciências ou da Educação Matemática e gerar um produto educativo e disseminável para outros profissionais. Disponível em: <http://www.ppgecm.ufu.br/sites/ppgecm.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Pep0513.pdf>. Acesso em: 2018. Portanto, destacamos que o produto educativo desta pesquisa está anexado ao final da dissertação.

Mediante as reflexões, nossa questão de pesquisa foi: Quais são as contribuições de atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental?

Como objetivo principal desta pesquisa, procuramos analisar possíveis contribuições das atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental. E, como ações desenvolvidas para atingir os objetivos, buscamos:

- Organizar uma unidade didática que permita cumprir com o objetivo da compreensão conceitual de porcentagem;
- Investigar as ações dos alunos frente às atividades de ensino e analisar se elas se tornarão atividades de aprendizagem.

A investigação, conforme relatamos na introdução, foi proposta no âmbito de uma escola pública municipal da cidade de Uberlândia/MG, com 104 alunos do 8º ano do ensino fundamental, com faixa etária entre 13 e 17 anos, no ano de 2016. Contamos com a colaboração da professora Ana, integrante do grupo GEPEMAPe, a qual permitiu que propuséssemos as atividades em suas aulas.

A abordagem desta pesquisa aproxima-se do que usualmente é denominado qualitativa, visto que tomamos a sala de aula como nosso campo de investigação, entendendo-a como um “ambiente natural”, o que nos aproxima das características de uma pesquisa de enfoque qualitativo, conforme Bogdan e Biklen (1999, p. 16), em que utilizaremos

[...] a expressão *investigação qualitativa* como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objectivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. Ainda que os indivíduos que fazem investigação qualitativa possam vir a seleccionar questões específicas à medida que recolhem os dados, a abordagem à investigação não é feita com o objectivo de responder a questões prévias ou de testar hipóteses.

A investigação qualitativa no campo da educação, apesar de possuir “uma longa e rica tradição”, só recentemente (séc. XXI) tem sido reconhecida. Ressaltamos e concordamos com os autores ao dizer que as características dessa herança nos auxiliam a compreender a nossa metodologia por meio de um contexto histórico (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 17).

Para esses autores, a investigação qualitativa apresenta cinco características a serem observadas, sobre as quais passamos a discorrer relacionando-as à nossa pesquisa.

As atividades por nós realizadas durante a pesquisa foram organizadas e aconteceram na escola, observando-se o movimento realizado pelos alunos, bem como suas ações. Essa é a primeira característica apontada por Bogdan e Biklen (1999):

Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, construindo o investigador o instrumento principal. Os investigadores introduzem-se e despendem grandes quantidades de tempo em escolas, famílias, bairros e outros locais tentando elucidar questões educativas. Ainda que alguns investigadores utilizem equipamento vídeo ou áudio, muitos limitam-se exclusivamente a utilizar um bloco de apontamentos e um lápis. Contudo, mesmo quando se utiliza o equipamento, os dados são recolhidos em situação e complementados pela informação que se obtém através do contacto directo (p. 47).

Nessa via, privilegiamos, essencialmente, “a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação” (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 16). As causas exteriores são consideradas de importância secundária. Nossas estratégias mais representativas da investigação qualitativa ilustram-se na observação da pesquisadora, registros escritos e sistemáticos e, por fim, complementado com outros tipos de dados, como registros dos alunos, textos (fundamentação teórica), filmagens e fotografias.

No decorrer do registro desta dissertação, procuramos apresentar uma escrita que relate e analise a realidade dos alunos frente a seu movimento de apropriação do conhecimento, contemplando, assim, a segunda característica de uma pesquisa qualitativa:

A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação. Os dados incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registros oficiais. Na sua busca de conhecimento, os investigadores qualitativos não reduzem as muitas páginas contendo narrativas e outros dados a símbolos numéricos. Tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 48).

Por meio dessa característica, esperamos estabelecer uma compreensão mais minuciosa e esclarecedora do nosso objeto de estudo.

A terceira característica, “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 49), remete-nos ao cuidado tomado por nós durante o planejamento das atividades de ensino,

em que buscamos investigar como ocorre o processo de estruturação e formação do conceito de porcentagem:

Como é que as pessoas negociam os significados? Como é que se começaram a utilizar certos termos e rótulos? Como é que determinadas noções começaram a fazer parte daquilo que consideramos ser o “senso comum”? Que história natural da actividade ou acontecimentos que pretendemos estudar? [...] As técnicas quantitativas conseguiram demonstrar, recorrendo a pré e pós-testes que as mudanças se verificam. As estratégias qualitativas patentearam o modo como as expectativas se traduzem nas actividades, procedimentos e interacções diários(BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 49).

Essa característica indica o interesse no movimento de apropriação do conhecimento dos alunos. Em momento algum de nossa pesquisa estávamos com conclusões previamente definidas ou buscávamos comprovar alguma resposta já pré-estabelecida. Nossos resultados das atividades de ensino nem sempre foram os planejados por nós, professoras, o que particulariza a atividade de ensino: sabemos o começo, definimos as ações, os instrumentos, mas não sabemos o fim (MOURA, 2011).

À medida que as atividades foram propostas, desenvolvidas, observadas e analisadas pudemos tecer algumas inferências, o que assinala a quarta característica de uma investigação qualitativa:

Investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. Não recolhem dados ou provas com o objectivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstracções são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando. Uma teoria desenvolvida deste modo procede de "baixo para cima" (em vez de "cima para baixo"), com base em muitas peças individuais de informação recolhida que são inter-relacionadas. É o que se designa por teoria fundamentada (Glaser e Strauss, 1967). Para um investigador qualitativo que planeie elaborar uma teoria sobre o seu objecto de estudo, a direcção desta só se começa a estabelecer após a recolha dos dados e o passar de tempo com os sujeitos. Não se trata de montar um quebra-cabeças cuja forma final conhecemos de antemão. Está-se a construir um quadro que vai ganhando forma à medida que se recolhem e examinam as partes. O processo de análise dos dados é como um funil: as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo. O investigador qualitativo planeia utilizar parte do estudo para perceber quais são as questões mais importantes. Não presume que se sabe o suficiente para reconheceras questões importantes antes de efectuar a investigação (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 50).

E, por fim, ao buscarmos sentido as ações dos sujeitos de nossa pesquisa e nas análises dos dados observados, propendemos à última característica, “o significado é de importância vital na abordagem qualitativa”. Ela “faz luz sobre a dinâmica interna das situações, dinâmica esta que é frequentemente invisível para o observador exterior” (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 50-51).

Diante do exposto, estabelecemos estratégias, procedimentos e ações (MOURA, 2004) que nos permitissem conduzir esta investigação qualitativa. Para isso, foi preciso estabelecer e buscar alguns princípios éticos, apresentados brevemente.

4.2 Discorrendo um pouco sobre questões éticas

Seguindo as ideias Bogdan e Biklen (1999, p.77), acreditamos ser muito importante pensar em uma prática ética, principalmente relativa à investigação com sujeitos humanos. Deve-se haver o consentimento informado e a proteção dos sujeitos contra quaisquer danos.

Nesse sentido, abordamos os “princípios éticos” propostos pelos autores e ressaltamos que:

- As identidades dos sujeitos foram protegidas: lançamos mão do uso de pseudônimos para nos referirmos aos sujeitos a fim de que não lhes causemos “qualquer tipo de transtorno ou prejuízo”;

O anonimato deve contemplar não só o material escrito, mas também com relatos verbais da informação recolhida durante as observações. O investigador não deve revelar a terceiros informações sobre os seus sujeitos e deve ter particular cuidado para que a informação que partilha no local da investigação não venha a ser utilizada de forma política ou pessoal (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 77).

- Os sujeitos e a instituição²⁵ foram informados quanto aos objetivos da investigação e seu consentimento²⁶ obtido, sendo também informados que seriam realizadas gravações de áudio e vídeo;

Comprometemo-nos em apresentar, nesta pesquisa, os resultados da investigação, prevalecendo os movimentos reais de constituição deste estudo, uma vez que “a característica mais importante de um investigador deve ser sua devoção e fidelidade aos dados que obtém” (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 77).

²⁵A Declaração da Instituição Coparticipante encontra-se nos anexos.

²⁶O Termo de Consentimento Livre Esclarecimento (TCLE) encontra-se nos anexos.

Orientadas por tais princípios, afirmamos, portanto, que houve consentimento dos envolvidos, preservação da identidade e da integridade deles, mínima interferência do pesquisador no ambiente e cuidados na divulgação dos dados (FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Ademais, comprometemo-nos em apresentar neste estudo os rumos que de fato foram assumidos em seu decorrer. Sendo assim, cumprimos com os procedimentos solicitados pelo Comitê de Ética e Pesquisa da Universidade Federal de Uberlândia (CEP/UFU), obtendo a aprovação desse órgão para darmos prosseguimento ao nosso estudo.

Nesse sentido, apresentamos, na próxima seção, os instrumentos utilizados para a realização de nossa pesquisa.

4.3 Instrumentos de construção dos materiais analisados

Como instrumentos de produção e construção do material a ser analisado nesta pesquisa, tivemos:

- Registro, individual e em grupo, das atividades desenvolvidas pelos alunos;
- Registros no diário de campo da pesquisadora;
- Áudio e vídeo das discussões ocorridas entre os protagonistas durante o caminhar e a produção das atividades;
- Registros (fotos, filmagens e anotações) das ações dos alunos no decorrer das atividades;
- Entrevista com a professora Ana.

Apresentamos aos alunos a proposta e relatamos (professora Ana e a pesquisadora) nossos objetivos, destacando a participação da pesquisadora como observadora em que visávamos a compreender e a dialogar sobre as reflexões, anseios, inquietações e sentimentos com as atividades que estavam sendo desenvolvidas.

Enquanto Ana interagiu com a classe, procurávamos acompanhar o movimento natural dos alunos, suas dúvidas e anseios. As interações entre os alunos foram registradas no diário de campo da pesquisadora. Todos os registros, já mencionados, permitiram o olhar acurado da pesquisadora, visando à busca de aspectos relevantes a esta pesquisa.

A seguir, apresentamos os protagonistas de nosso estudo.

4.4 Os protagonistas do GEPEMAPe: a constituição de um grupo de estudo colaborativo

O Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (GEPEMAPe) iniciou-se em 2015 e,

[...] tem por objetivo principal desenvolver atividades de ensino que integrem os conhecimentos de pesquisadores da Universidade com os conhecimentos produzidos pelos professores da Educação Básica e licenciandos. Os envolvidos têm oportunidade de desenvolver estudos teóricos sobre a Teoria Histórico-Cultural, ensino de Matemática e formação docente, em nível de graduação e de pós-graduação (<https://gepemapeufu.wixsite.com/gepemape>. Acesso em 15 de dezembro de 2017).

O grupo é formado por pesquisadores e estudantes de pós-graduação dos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) e em Educação (PPGED) da Universidade Federal de Uberlândia. Suas ações agregam-se em vários projetos desenvolvidos, especialmente em parceria com escolas da Rede Pública Municipal e Estadual, aliando-se à pesquisa e a ações de ensino e extensão.

Nesse sentido, entendemos que a pesquisa apresentada neste texto desenvolveu-se no âmbito de um grupo de dimensão colaborativa existente desde o ano de 2015, no interior da Universidade Federal de Uberlândia, campus de Uberlândia-MG. Desde esse ano, o objetivo principal da constituição do grupo foi a criação de um ambiente propício para o desenvolvimento de pesquisas *na e sobre* a prática pedagógica (NACARATO; GRANDO, 2009).

Atualmente²⁷, o grupo é composto por cinco professores, todos mestrandos e uma pós-doutora. A participação é sempre voluntária, ocorrendo entradas e saídas de professores ao final de cada semestre. Há época da realização dessa pesquisa, o grupo era composto por quatro mestrandos e uma pós-doutora.

Os encontros do grupo acontecem quinzenalmente, por três horas. Nesse espaço, acontecem estudos teóricos, , análise de registros produzidos pelos alunos nas diversas pesquisas, relatos sobre aulas na educação básica realizadas pelos professores participantes, entre outras ações. Coadunamos com as ideias de Nacarato e Grandó ao afirmarem que:

²⁷Dezembro de 2017.

[...] a constituição de grupos vinculados a uma temática específica do saber matemático propicia, de certa forma, um debate mais direcionado, possibilitando uma produção coletiva de saberes docentes pelos participantes, que podem ser traduzidos nos diferentes campos e temáticas do ensino da matemática (2009, p. 2).

Enfatizamos que esta pesquisa colaborativa foi a primeira a ser compartilhada, problematizada e refletida com o grupo, o que inicialmente desafiou os integrantes, gerou estranhamentos, impasses, adaptações, novas aprendizagens e, conseqüentemente, novos conhecimentos profissionais. (NACARATO et al., 2006). Ressaltamos que um grupo colaborativo nem sempre é fácil de instituir e de manter em movimento, mas, quando se estabelece com um objetivo e um programa de trabalho claramente assumidos, pode gerar belos frutos.

Acreditamos que, devido às adaptações e aos estranhamentos supracitados, a colaboração ativa, planejamento conjunto, interdisciplinaridade entre outras ações que envolvem um coletivo, não é uma prática comum em todos os ambientes escolares. Porém, entendemos que tais intervenientes com o intuito de realização de um dado trabalho careceriam ser uma prática diária, visto que a “colaboração constitui uma estratégia fundamental para lidar com problemas que se afiguram demasiado pesados para serem enfrentados em termos puramente individuais” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 43).

Adotar estratégias de trabalho colaborativo contribui para reconhecer, cada vez mais, a complexidade e a natureza problemática dos processos educativos e, concomitantemente, buscar solucioná-los. Em razão disso,

A colaboração tem-se revelado importante em campos como o desenvolvimento de projetos curriculares ou a realização de projetos de intervenção educativa centrados em problemas específicos como a tóxico dependência, questões ambientais ou a salvaguarda do patrimônio. Sendo as organizações escolares frequentemente marcadas por uma leitura rígida do currículo e portadoras de uma cultura institucional caracterizada pelo individualismo e a hierarquia é, muitas vezes, extremamente difícil ao professor realizar um projeto educativo sem contar com a colaboração de outros intervenientes, igualmente professores ou com outros papéis no sistema. Se tudo isto é verdade para os projetos educativos em geral, muito mais o será para os projetos de investigação sobre a prática, cuja concepção, desenvolvimento e divulgação envolvem um conjunto alargado e diversificado de atitudes e competências e se deparam, na maior parte dos casos, com muitos e inesperados obstáculos (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 44).

Nos últimos anos, principalmente no campo da Educação Matemática, muito se tem discutido e pesquisado sobre o trabalho colaborativo.

Mas, afinal, o que entendemos por grupo colaborativo? Coadunamos com as ideias de Fiorentini ao relatar que a prática dos grupos colaborativos é

[...] marcada, de um lado, pelo compartilhamento de experiências e problemas relativos à prática pedagógica de ensinar e aprender Matemática em sala de aula e aos múltiplos constrangimentos e possibilidades de trabalho docente nas escolas públicas e privadas locais; e, de outro, pela realização de leituras, reflexões, investigações e escritas sobre esse modo de ser-estar professor e professora de matemática nas escolas atuais, socializando com os demais professores as lições e aprendizagens (2009, p. 236-237).

Nesse sentido, Hookey, Neal e Donoahé (1997), traduzidos por Boavida e Ponte, (2002, p.52), a partir da sua experiência num projeto colaborativo, indicam cinco tipos de tarefas a fim de facilitar o estabelecimento e desenvolvimento do trabalho conjunto nos quais nos incluimos:

- Iniciar uma relação de trabalho, o que inclui a negociação de como, por que e quando trabalhar em conjunto;
- Determinar propósitos vantajosos para o trabalho em comum;
- Estabelecer contextos de apoio, que passa, nomeadamente, por negociar apoios junto das direções das escolas;
- Manter uma relação de trabalho, o que requer enfrentar ambiguidades e negociar questões que surjam durante o trabalho conjunto;
- Expandir os propósitos iniciais do trabalho, de modo a permitir diferentes possibilidades de desenvolvimento profissional individual.

Desse modo, acreditamos que há ajuda mútua na execução de tarefas, visando a atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo, o qual tem sido potencializador em nossas práticas de ensino, aprendizagem e também enriquecedor no quesito profissional, em nossa formação quanto professores.

4.5 Os protagonistas da pesquisa no ambiente escolar

A professora pesquisadora encontrava-se, em 2014 e 2015, no cargo de Professora Substituta do Ensino Fundamental em uma escola federal da cidade de Uberlândia – MG. No ano de 2016, já com a proposta de pesquisa definida, mudou-se para Carmo do Paranaíba – MG, passando a lecionar em uma escola privada para o Ensino Médio nas segundas e terças-feiras.

Após esses contratemplos, optamos por desenvolver a proposta nas turmas de Ana (nas quartas, quintas e sextas-feiras), respeitando sempre tempos e movimentos das turmas e da pesquisa. Foi nesse momento que a professora pesquisadora passou a ser exclusivamente observadora.

Pela prática docente, observamos que nem sempre há consenso entre os professores sobre a utilização de problemas ou a apropriação do conceito de porcentagem no 8º ano. Possivelmente, porque esse conteúdo está inserido na base curricular dos anos anteriores, no currículo do 6º e 7º anos, na maioria das escolas, inclusive onde foi proposta esta pesquisa. Esse conteúdo contém indicativos de mera revisão nos livros didáticos analisados e nas orientações dos PCN para o 8º ano, como abordamos na segunda seção.

Porém, conversando com Ana e com o grupo GEPEMAPe, vimos que a porcentagem muitas vezes é lecionada de uma única forma como, por exemplo, a numérica (10%), sem ao menos haver entendimento desse conceito, o que nos motivou a propô-lo em suas turmas de 8º ano.

Além disso, ressaltamos, também, que, embora haja algumas pesquisas vinculadas ao assunto porcentagem, ele é tratado ainda restritamente, e, como constatamos, há poucas pesquisas abordando o conceito, sendo que nenhuma esteve voltada para o movimento histórico.

Durante os encontros do GEPEMAPe, combinamos que trabalharíamos com o conceito de porcentagem nessas turmas, planejando quinzenalmente as atividades de ensino desenvolvidas, dentre outras abordagens feitas no grupo.

Inicialmente, firmamos a parceria com a professora Ana para o desenvolvimento da pesquisa, combinamos, apresentamos e esclarecemos a proposta para direção da escola²⁸, objetivos e uma previsão de cronograma necessário para a realização das observações das ações diretamente vinculadas aos alunos.

²⁸ A pesquisa foi autorizada pela escola, que já dispõe de autorização de imagem dos responsáveis dos alunos.

Houve uma grande receptividade por parte da professora e também dos alunos, o que ficou evidente em algumas falas nos primeiros contatos:

*Fessora, ela também é daquele lugar que você estuda, UFU, eu acho.
Professora²⁹, você vai ficar aqui por muito tempo?
Fessora, temos duas professoras de Matemática!!!
Fessora, se a gente comportar, ela vai vir mais vezes?*

O bairro onde a escola está situada originou-se da necessidade de expansão urbana, passando a integrar a periferia da cidade em um contexto de desenvolvimento e progresso da cidade de Uberlândia. A comunidade que se instalou no bairro tem sua origem bastante diversificada. Esse bairro recebeu pessoas de várias regiões do país e até mesmo da própria cidade de Uberlândia, gerando, assim, um bairro com uma vasta pluralidade cultural, com uma grande parcela da população em idade escolar e muito carente.

De acordo com relatos de membros da comunidade, a construção da escola foi uma luta e uma necessidade do lugar, pois as crianças tinham que se deslocar para outros bairros para estudar. Nessas circunstâncias, foram feitos inúmeros abaixo-assinados em favor da construção de uma escola no bairro, que se efetuou em 2002.

A escola é a única do bairro. Até então, apesar de muitos problemas e da falta de verbas, continua atendendo com qualidade e conta com a cooperação da comunidade e dos profissionais que se dispuseram a colaborar.

A ampliação física realizada em 2006, com a construção de três novas salas de aula e em 2007 e, com a construção de mais nove salas de aula, possibilitou a mudança de horários e, atualmente, a escola funciona em dois turnos regulares, sendo o 1º turno matutino, das 07h às 11h25min, com 21 salas do 1º ao 9º ano do ensino fundamental, e o 2º turno, vespertino, das 13h às 17h25min, contando com 21 salas do 1º ao 7º ano.

A realidade da escola é constituída por uma alta rotatividade e falta dos alunos. Infelizmente, uma característica das famílias é o alto índice de separação entre os cônjuges ou a tomada de guarda das crianças, feita por avós ou outros parentes que a justiça julga estarem mais aptos a educar do que os próprios pais. Assim, muitos alunos são transferidos no decorrer do ano letivo. Outro fator preocupante é o de vários alunos participarem do movimento sem-terra, residindo em uma fazenda invadida e ocupada por 15 mil pessoas

²⁹ Grande parte dos alunos, ao se referirem a Ana, falavam “fessora”, e, ao mencionar a pesquisadora, dizia “professora”. Acreditamos que seja por uma questão respeitosa de intimidade, confiança e liberdade.

desde 2012, o que por vezes influenciava na infrequência dos alunos. No ano de 2016, quando da realização da pesquisa, o pedido de reintegração de posse da área foi constante, outro fator que interferiu no sucesso escolar de vários alunos.

Ana, professora efetiva, no ano de 2016, encontrava-se responsável por ministrar aulas de matemática para os alunos dos cinco 8^{os} anos do ensino fundamental.

Ela relatou que parte dos alunos, de ambas as turmas, apresentavam dificuldades em compreender os conceitos matemáticos e a prática de apenas memorizar. Porém, esses alunos demonstravam interesse em aprender e considerava cópias do livro didático e memorização de fórmulas como castigo.

Nas atividades de ensino propostas, os alunos expressaram grande interesse pelo movimento nas aulas de Matemática: não receber as informações diretas, definições ou características dos conteúdos, mas terem que pensar sobre uma situação-problema e compartilhar esse pensamento com um grupo e (ou) com a classe.

Devido ao número de faltas e ao alto número de protagonistas, fez-se necessário utilizarmos o conceito de isolado, proposto por Caraça (1951), para que pudéssemos refinar o número de sujeitos de nossa pesquisa.

Na perspectiva de Caraça (1951), o isolado explica-se pela “impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo [realidade observada], o observador recorta, destaca, dessa totalidade, um conjunto de seres e fatos, abstraindo de todos os outros que com eles estão relacionados” (CARAÇA, 1951, p. 105). Refletimos muito até que conseguíssemos chegar ao nosso isolado, que apresentaremos a seguir.

Optamos por analisar apenas uma turma, que teve o menor número de rotatividade e a melhor frequência. Consideramos muito importante a fluência da proposta, já que alguns alunos não acompanharam seu início e outros participaram de algumas poucas atividades, não vivenciando a proposta como um todo.

Nessa via, os fatores que nos auxiliaram a eleger os critérios de seleção dos sujeitos da pesquisa foram: frequência constante nas aulas; ter apresentado suas reflexões nos registros escritos e socialização na turma; ter vivenciado as atividades propostas, ou seja, ter participado da maior parte do movimento da proposta das atividades de ensino. Entendemos que tais critérios nos permitiram um maior número de dados e conseqüentemente, uma análise mais apurada, visando contemplar nosso objetivo.

Assim, nosso isolado, como mencionamos, ficou determinado por uma turma do 8º ano composta por 22 alunos com faixa etária de 13 a 17 anos, regularmente frequentes de uma escola municipal da cidade de Uberlândia.

A turma possui 22 alunos matriculados, dos quais apenas dois são infrequentes. Logo, essa turma tem baixíssima rotatividade de alunos e, por isso, foi tomada para as análises. É uma turma agitada, participativa e gosta de desafios. José e Matheus são os alunos que se destacam quanto a participações e contribuições com a turma.

Ana desenvolveu, em 2014, nessa mesma escola, uma proposta de organização do ensino a fim de trilhar um caminho que pôde auxiliar na aprendizagem do conceito de frações para alunos do 6º ano do ensino fundamental (RODRIGUES, 2015).

Para as duas ocasiões (em 2014 e em 2016), Ana optou pela dinâmica, indivíduo-grupo-classe (LANNER DE MOURA et al., 2003) objetivando o compartilhamento de sentimentos, experiências, significados e conhecimentos em que, num primeiro momento, o indivíduo está no movimento do pensar individual sobre a situação-problema na qual está inserido e atribuir sentidos próprios a ela. Posteriormente, em pequenos grupos, poderá discutir suas ideias a fim de elaborar uma síntese coletiva que represente esse grupo e, por fim, é realizada a discussão no grupo-classe para encontrar uma possível solução ou a mais adequada – e que ocorreu mediada pela professora Ana, durante essa pesquisa.

Segundo Marco (2009),

O compartilhar significados e experiências com o outro constitui um momento muito importante na atividade de ensino, pois pode encaminhar para a resolução do problema coletivamente, mediante a análise de ideias e diferentes pontos de vista dos envolvidos no dinâmico processo de ensino e aprendizagem (p. 34).

Adaptando o esquema de Marco (2009), podemos representar essa dinâmica no seguinte mapa:

Figura 3- Movimento entre alunos ao vivenciar uma atividade de ensino



Fonte: Adaptado de Marco (2009, p. 35).

Pelo que tratamos na seção 3, dos fundamentos da Teoria da Atividade, vemos que os sujeitos em coletividade e sob as ações desencadeadas pela professora Ana poderiam colocar-se em atividade construindo significados e apreendendo o conceito de porcentagem, foco da intencionalidade de Ana.

Para a realização das atividades de ensino propostas, as composições de integrantes ficaram assim determinadas³⁰:

Quadro 4 - Descrição da Composição dos Grupos

DISCRIMINAÇÃO	NOMES DOS INTEGRANTES
	Turma 8º ano
Grupos	1. Abel, Antônio, Arthur, Bruno e Matheus 2. Amanda, Ana, Bianca, Cristiane e Marcelo 3. Gabriela, Lanita, Letícia, Janaína e André 4. José, Maria, Taliza, Vitória e Valeria
Equipe	Toda a turma

Fonte: Sistematização da pesquisadora

³⁰ A configuração apresentada ocorreu mediante as afinidades existentes entres os integrantes. A professora apenas determinou que o grupo não poderia ter mais que cinco integrantes. Reiteramos que esses são nomes fictícios, preservando, assim, a identidade dos alunos e também da professora.

4.5.1 A professora Ana

Elaboramos um roteiro de entrevista (anexo D) a fim de conhecer melhor a professora Ana e buscar entender sua relação com a Teoria Histórico-Cultural, suas necessidades enquanto docente, expectativas perante o ensino e a disciplina de matemática, sua formação acadêmica e trajetória profissional, bem como seus planos profissionais futuros.

Preparamos o roteiro da entrevista com perguntas abertas com o propósito de produzir as informações da forma mais explicativa possível, apresentando mais detalhes no percurso de formação, as necessidades profissionais, as expectativas diante do ensino da matemática, o ambiente escolar e familiar do aluno, entre outras informações relevantes referentes à atividade de ensino da professora e ao aprendizado dos alunos frente as propostas de ensino fundamentadas na THC, utilizada pela professora Ana.

Para a entrevista, solicitamos a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (anexo C), pedimos permissão para gravar a conversa, reafirmamos, durante a gravação, a liberdade para dizer o que pensa ser relevante e informamos que, após a transcrição da entrevista pela pesquisadora, ela seria submetida à professora Ana para que pudesse ler, acrescentar ou excluir alguma informação e, conseqüentemente, para possível aprovação. Encerramos agradecendo a disponibilidade e disponibilizamos espaço para comentários adicionais e/ou sugestões que pudessem contribuir com a pesquisa.

Ana³¹ tem 33 anos, é formada em Licenciatura em Matemática, mestre em Ensino de Ciências e Matemática e leciona há 12 anos. Já lecionou em todos os anos de ensino, exceto o superior. A escolha por ser professora de Matemática sempre foi sua única opção:

Eu gosto. Já tive oportunidade de trabalhar em outra área da Matemática, no financeiro de uma multinacional, mas não era minha praia, então, voltei para escola.³²

Ela cursou a Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Mestrado Profissional- na UFU e sua pesquisa foi desenvolvida no ensino de matemática, afinal é uma *premissa do mestrado profissional, o professor atuar em sala de aula.*

Ana morava em São Carlos – SP e mudou-se logo após a aprovação do mestrado e de um processo seletivo para se tornar efetiva na rede municipal de ensino de Uberlândia:

³¹ Dezembro de 2016.

³² Decidimos expor fragmentos da entrevista. Optamos, nesse caso, por segmentar algumas falas de Ana.

Bom, quando eu passei no concurso da prefeitura, na verdade quando eu vim prestar o concurso da prefeitura, eu ouvi algumas professoras dentro da sala onde eu estava fazendo a prova que iria ter o processo seletivo do mestrado, aí então fui procurar e fiz minha inscrição, sem nenhuma expectativa. Então, assim que saiu o resultado da prefeitura que eu tinha sido aprovada e que eu iria ser chamada, saiu também do mestrado, então foi tudo em conjunto. Eu mudei de São Carlos para cá em outubro, daí em março eu iniciei os dois.

Atualmente, ela leciona na rede pública de ensino e diz que é uma escolha.

[...] eu estudei no ensino público e eu entendo que a minha primeira obrigação é devolver o que o ensino público me deu e minha segunda obrigação é tentar ajudar o ensino público a ter um caminho melhor, uma qualidade melhor no ensino de matemática, enfim.

Perguntamos se, a partir dos estudos realizados no mestrado, a forma como ela organiza o ensino mudou. Ela relata que sim e acredita que tudo faz parte de um processo.

Mudou, claro!!! Bom, antes eu não tinha uma preocupação tão grande em mostrar para os alunos que é necessário fazer uma reconstrução de como surgiu aquele conceito ou, até mesmo, chegar ao conceito, não era tão importante como eu vejo hoje. Às vezes, em muitos conteúdos eu ficava limitada no procedimento, então, o mestrado me deu principalmente aporte teórico, porque hoje eu não consigo preparar uma aula sem pensar na teoria histórico-cultural, então, tudo eu faço pensando e lembrando dos estudos de Vygotsky, de Leontiev, Davidov e faço o máximo de relações possíveis. Tem alguns conteúdos que eu ainda tenho dificuldades, mas eu acho que faz parte do processo.

Questionamos, também, como ela organiza e desenvolve o ensino em Matemática e como ela descreveria sua aula:

Depois que minha aula foi pensada, eu tenho ela estruturada, tanto na minha cabeça quanto no meu caderno de anotações, eu vou para sala e começo a proposta. Geralmente eu lanço um problema, uma situação, que pode desencadear a discussão ou que dali tenha que fazer alguma coisa. Geralmente, num primeiro momento, eu peço para que eles façam sozinhos, aí depois eu os ponho em pequenos grupos para eles conversarem entre eles e depois a gente fecha o lance todo num grupão, a sala toda. Então, dificilmente, eu tenho uma aula só de exercícios. Na verdade esse ano eu

não tive. Porque tudo que eu fiz tinha algum tipo de discussão, desde o cálculo de um volume, até de polinômios, enfim, sempre tem um bate papo ali entre os alunos e eu.

Por meio dessa organização de ensino, Ana relata que não pode afirmar que houve impactos para a aprendizagem dos alunos, mas expõe que há indícios:

[...] sei lá, 70% da turma está comigo desde o sexto ano, hoje eles estão no oitavo ano, então eles têm este costume de aula, para os outros que chegaram este ano foi um baque muito grande, de não ter lista de exercícios, aulas de correção e tudo mais. Então eu acredito que sim, porque tem muita coisa que eles lembram que a gente fez lá no sexto ano e eles conseguem relacionar, fazem uma rede de conhecimento muito mais rápido e mais efetivo que os outros, então eu tenho indícios que isso sim beneficia o aprendizado para eles.

Ela acredita que cursar o mestrado foi forte e significativo, pois relata que

[...]tudo que eu vim estudando tem me feito pensar mais e mudar minha postura enquanto professora. No que eu quero ensinar, como eu vou ensinar e como que eu vou pensar aquela proposta de ensino. E aí eu acho que isso tem feito um pouco de diferença para os meninos, porque eles não tanto odeiam matemática, eles gostam até mais que gostavam antes, eles não enjoam assim: “aah, a professora de matemática chegou, aah”. Rola até uma felicidade, porque eles sabem que não vai ser uma aula de exercícios e de correção, enfim. Agora na questão da aprendizagem isso é muito difícil de afirmar. Consigo afirmar que há melhoras e que há mudanças, mas é difícil com toda certeza que aprendeu, acho que é uma afirmação complicada de se fazer.

Arguimos de que modo os alunos percebem esse tipo de organização do ensino e, segundo a professora Ana, eles já ficam preparados porque sabem que vai vir um problema para pensarem.

Então, é engraçado que num primeiro momento eles não abrem o caderno, eles esperam para ver o que eu vou falar. Às vezes coloco o desafio para eles de modo verbal, às vezes eu escrevo na lousa, enfim, e aí eles sabem que eles são livres para registrar de qualquer forma. Alguns nem anotam, ficam olhando para mim e esperam a hora que eu falo: “vai, junta aí, vamos ver os grupos”. Eles se juntam, começam a conversar e muitos continuam sem anotar. Às vezes, isso me incomoda um pouco porque eu queria que eles registrassem mais para eu ter mais dados né, para eu conseguir melhorar para eles e tudo, mas para eles é tão natural que escrever e registrar não tem tanta relevância. Não era muito que eu queria, mas

não vou bloquear esse modo deles pensarem e fazerem relação. E no final eles sabem que nós temos que chegar a uma conclusão daquilo. E que não tem uma só resposta válida, que várias podem estar válidas, escritas de formas diferentes, representadas de formas diferentes, pensadas com caminhos diferentes, mas que não é uma só. São poucas as situações que têm uma só, quando a gente vai definir um conceito, lógico né, o que é volume, sei lá... Qual é a regra para soma de monômios, por exemplos, eles tiveram que pensar para chegar naquela que a gente lê no livro e tudo mais. Então, para eles é natural, para quem está comigo há muito tempo, para os outros ainda tem um embate. Alguns se acostumaram muito rápido, porque eles gostaram dessa ideia, para outros não, eles ainda falam assim: “aah, não tem exercício, não usa o livro!”. Eu não uso o livro didático, então, alguns reclamam muito, é um processo, talvez se eles continuarem comigo no ano que vem, no nono ano, vai ser mais fácil e mais possível de ser vencido, mas eu não sei...

Por fim, ela expõe que cada aluno tem um momento, uma velocidade, são diferentes, o que pode dificultar a aprendizagem em alguns aspectos.

Cada menino é diferente, os 140 alunos (cinco turmas de 8º ano) são diferentes, cada um no seu tempo, no seu modo.

A professora, ao ser questionada sobre dificuldades encontradas no ensino de matemática, relata que:

Putz, rsrsrs, puxa, alguns eu vejo que lá no início, lá na alfabetização matemática, não rolou, porque quando ele pensa em adição, ele escreve um sinal que não tem nada a ver, nem uma cruzinha, um negócio parecido, ele põe um sinal lá qualquer que para ele faz sentido, mas não tem nada a ver com a linguagem matemática. Ele fala, por exemplo, que tem que aumentar e subtrair. Então, alguns, lá na relação do 1º ao 5º, não foi bacana e agora, puxa, é quase que impossível solucionar ou minimizar em alguns pontos, acho muito difícil com a estrutura que se tem hoje na educação pública.

Sobre as dificuldades conceituais, Ana afirma que:

Agora, tem alguns que têm dificuldade porque realmente não entendem o conceito daquele conteúdo. Não entendem porque nunca pensaram sobre isso ou só querem fazer o procedimento e a conta, para terminar rápido e esquece daquilo. Porque que a tabuada faz daquele jeito. Eu tenho aluno que há pouco tempo descobriu que poderia ser somatório sucessivo, para ele não fazia sentido, ele usava os truques, por exemplo, da tabuada do nove, de 0 a 0, depois de 9 a 0. São truquezinhos, eu acho que

essa coisa de ensinar com truques, é muito complicado, “ôh gente, tem um truque aqui”. Mais com mais, mais. Mas porque que é isso né!? Então, começa a fazer sentido do porquê que aquilo é daquela forma, ajuda a dar uma melhorada, eu acho que são os principais, em relação aos meus alunos.

Em relação ao ambiente familiar dos alunos que a escola atende, a professora diz:

Aah, isso pega muito! Eles não têm a cultura do estudo, 90% dos pais dos meus alunos são analfabetos, alguns terminaram o quinto ano, nenhum ensino médio, tampouco a universidade. A maior parte é morador do sem-terra que fica bem próximo da escola. Então, eles têm problemas de violência familiar, quase em todas as casas, difícil um que não tenha. A mãe que apanha, não tem pai, ou mora com a tia, vizinha, quem quis pegar na época, ou os pais usam drogas, mães prostitutas, o pai que arrumou uma mulher nova... o aluno só é mais um na casa, está só enfeitando. Então, tem casos brutais, é até cruel a maioria dos casos. Então, a escola é a melhor coisa, eles fogem de tudo!

Sobre a desvalorização familiar, Ana indica que:

Eles não dão nenhum valor, quando a escola liga “olha, tá faltando”, eles falam “e daí, ele não quer ir, eu não vou obrigar”. Alguns já têm processo na vara da infância e juventude, por negligência, alcoolismo, drogas, ...

Ao abordarmos a questão financeira e criminal, a professora relata que:

Às vezes eles têm que cuidar da casa, vender reciclados, procurar algum bico. E tem alguns que não vão à escola porque não querem, estão na vida criminal, já passaram muito da idade de estar no ano de ensino correto. É uma porcentagem pequena, mas quando estão na sala, causam um estrago, mesmo sem abrir a boca. A presença deles inibe os outros, por medo... ou querem bater de frente com o professor. Mas o índice de falta nas turmas é imenso!

Ana acredita que vale a pena insistir e continuar mesmo com todas as dificuldades e segue sua carreira acadêmica.

Bom, eu fui aprovada no doutorado, agora, estou esperando para ver como vai ser o ano que vem (2017), mas com certeza eu vou estar com duas turmas de nono ano. Eu vou pegar um afastamento parcial, no início. Então eu vou cursar o doutorado e terminar de formar os meus meninos. Vale a pena insistir com eles! Hoje alguns falam de faculdade, coisa que eu não ouvia, nunca!

4.6 As atividades de ensino propostas: alguns desdobramentos

As atividades de ensino que se seguem foram organizadas pela pesquisadora junto ao grupo GEPEMAPe ou adaptadas de outras pesquisas já realizadas e são apresentadas com seus objetivos, duração para seu desenvolvimento, nexos conceituais, na ordem cronológica em que foram propostas aos alunos nesta pesquisa. Tínhamos como objetivos nessas atividades gerar a necessidade em nossos alunos para que se constituíssem em atividade de aprendizagem, na perspectiva da atividade orientadora de ensino (MOURA, 2000). Assim, buscamos, nas situações desencadeadoras de aprendizagem, discutidas na seção 3, gerar nos alunos a necessidade de resolver um problema de modo a colocá-los numa situação semelhante à vivenciada historicamente.

A proposta de ensino foi desenvolvida em 2016, de acordo com o seguinte cronograma:

Quadro 5 - Cronograma de execução das atividades

ATIVIDADES DE ENSINO	EPISÓDIO(S)	CENA(S)	DURAÇÃO
Ampliando território	Conhecendo o império de Augusto	Estratégias de ampliação e o plano final a ser executado: a guerra	1 hora/aula
Ocupando as terras		Como ocupar as terras?	1 hora/aula
Estipulando taxas	Plano de taxas	Qual o nome da taxa a ser paga?	1 hora/aula
Voltando a Roma, e agora?		Taxas justas e tempo estimado	2 horas/aula
		Configurando o império	1 hora/aula
Desafio!	Situação problema em Roma	Analisando os porquês.	1 hora/aula

Fonte: Sistematização da Pesquisadora

Vejamos o detalhamento dessas atividades:

4.6.1 Atividade 1: Ampliando Território

Duração: 1 hora/aula (50 minutos)

Objetivo: identificar o contexto histórico da época proposta.

Desenvolvimento: os alunos pensaram individualmente e, posteriormente, foram convidados a socializar suas considerações.

Um imperador romano chamado Augusto, que esteve no poder por mais de 40 anos, queria ampliar seu território para aumentar o seu domínio. Seus conselheiros ofereciam diferentes sugestões, mas o imperador não se convencia sobre qual a melhor decisão. Dê a sua sugestão de como o imperador poderia ampliar seu território, compartilhando a ideia com a classe.

Nessa atividade, acreditávamos que, inicialmente, os alunos tenderiam a afirmar exatamente um valor de compra, imaginando como acontece hoje, por exemplo, comprar o outro terreno por uma determinada quantia de moedas, ouro, dinheiro e outras possibilidades, respostas exatas, numericamente fechadas. Contudo, logo no início, foi possível perceber que os alunos consideraram o contexto da época mencionada.

Apresentamos algumas falas iniciais que justificam nossa observação:

José: Lutava e comprava com moedas de ouro.

Professora: Qual argumento ele irá utilizar para comprar?

José: Guerreava e invadia.

Matheus: Pode colocar um espião antes de invadir.

Professora: Para que o espião?

Matheus: Para garantir que será um ataque bom.

Laníta: Mandá uma carta falsa.

Professora: Qual a intenção da carta?

Laníta: Manipular e enganar o outro dono.

José: Eles tinham exército, pode fazer uma guerra.

Professora: Como seria essa guerra?

José: Quem ganhar fica com a terra do outro.

Professora: Vocês são os conselheiros. Precisam de um plano infalível, mas qual?

Matheus: De noite e escondido?

Professora: Que tal turma?

María: De noite é melhor, já que vão estar dormindo.

Matheus: E também soldados.

Professora: Muitos ou poucos soldados?

María: Ahh, todos, se possível.

José: Soldados fortes, cavalos fortes, armaduras fortes.

Professora: Que tipo de armadura?

José: Escudo!!!

Matheus: Catapulta!!!

Talíza: Um dragão!!! Fessora, tinha dragão?

Professora: O que vocês acham?

Cristiane: Acho que tinha, porque é bem antigo isso neh?

Professora: Pode ser então.

Matheus: Essa guerra já é nossa!!!

José: Tá no papo!

Laníta: Não tem erro!

Como relatado neste recorte de diálogo, observamos que cada um definiu um plano de ação, compartilharam as ideias, optaram por uma guerra, executaram a guerra e venceram.

4.6.2 Atividade 2: Ocupando as terras

Duração: 1 hora/aula (50 minutos)

Objetivo: conduzir os alunos a perceber a importância de ocupar as terras e necessidade de divisões destas.

Desenvolvimento: os alunos pensaram individualmente e, em seguida, foram convidados a formar grupos de no máximo 5 componentes para socializarem suas considerações e elaborar uma síntese das conclusões individuais.

Depois de definir a melhor maneira para ampliar seu território, Augusto se deparou com outro problema: de que maneira o Império poderia ocupar essas terras para que dificultasse aos inimigos não as tomar?

Um lembrete que poderá ser útil: a sociedade da Roma Antiga era formada por Patrícios, Plebeus, Clientes, Escravos e Libertos e, de acordo com a classe social, possuíam pouco ou mais moedas. Registre suas ideias!

Patrícios: descendentes das primeiras famílias que povoaram Roma, os patrícios eram proprietários de terras e ocupavam importantes cargos públicos. Considerados cidadãos romanos, possuíam muita riqueza e escravos. No topo da pirâmide social romana, compunham a minoria da população.

Plebeus: formavam a maioria da sociedade romana. A Plebe era composta basicamente por pequenos comerciantes, artesãos e outros trabalhadores livres. Possuíam poucos direitos políticos e de participação na vida religiosa.

Clientes: embora livres, os clientes viviam "presos" aos patrícios, pois possuíam uma forte relação de dependência. Esta classe era formada basicamente por estrangeiros e refugiados pobres. Tinham apoio econômico e jurídico dos patrícios, porém lhes deviam ajuda em trabalhos e questões militares.

Escravos: camada sem nenhum direito social em Roma. Os escravos eram, em sua grande maioria, presos de guerra. Eram vendidos como mercadorias para patrícios e plebeus e não recebiam pagamentos pelo trabalho, mas apenas comida e roupas. Executavam tarefas pesadas e também serviam como serviçais domésticos. Na época do Império Romano, o número de escravos aumentou de forma extraordinária.

Libertos: ex-escravos que obtinham a liberdade por concessão de seus proprietários, por abandono ou até mesmo pela compra própria da liberdade. Geralmente trabalhavam para seu ex-dono³³.

Registraram os planos de ação, compartilharam com o grupo e definiram a melhor forma de cobrança para, então, compartilhar com a classe:

Professora: Depois de definir a melhor maneira para ampliar seu território, Augusto se deparou com outro problema.

Matheus: Ai aiai, outro problema! O que era?

Professora: De que maneira, o Império poderia ocupar estas terras, para que dificultasse aos inimigos não as tomar?

Antônio: Organizar a terra!

José: É, se não o inimigo vai lá e toma.

Professora: Como seria essa organização?

Matheus: Mandá os Patrícios pra lá, aí tá no papo.

José: Tá no papo por quê? Se ficar só Patrício lá o outro Imperador consegue fazer guerra e tomar da gente!

Matheus: Mandá todo mundo então, cria um bairro.

José: Tinha bairro?

María: Uai, pode ser uma vila então, será que era chamado de vila?

Antônio: Finge que pode.

Professora: Quem vocês mandariam morar lá? E como seria essa organização?

Nesse momento, individualmente, registraram por meio de desenhos e/ou escrita a organização das terras. Logo após, em pequenos grupos, definiram como e qual seria o plano de ação.

³³ Adaptado de: http://www.suapesquisa.com/imperioromano/sociedade_romana.htm. Acesso em: 01 jul. 2016.

4.6.3 Atividade 3: Estipulando taxas

Duração: 3 horas/aula (150 minutos)

Objetivos: discutir se a divisão de terras foi justa e criar taxas para cobrança.

Desenvolvimento: a atividade foi realizada pelos grupos e depois socializaram as ideias com toda a turma. Em seguida, a turma escolheu a melhor forma de cobrança.

O território do imperador romano Augusto foi ampliado, as novas terras foram ocupadas por parte da sociedade romana. Agora quem tinha um problema eram os cobradores do Império: eles precisavam cobrar uma taxa sobre as novas terras ocupadas, mas era necessário pensar na melhor forma para que não desagradasse ao imperador e que tanto Patrícios, quanto Plebeus, Clientes e Libertos pudessem pagar. Mas como fazer isso de forma justa para todos?

Nesse momento, a professora foi indagando:

Como fazer para ser justo para toda a população?

Este plano seria executado de quanto em quanto tempo? (diariamente, mensalmente, anualmente, entre outras possibilidades).

Qual o nome dessa taxa a ser paga?

Para as próximas atividades, objetivamos identificar se os alunos conseguiriam criar uma nova configuração de taxa, geral, a partir dos casos particulares.

4.6.4 Atividade 4: Voltando a Roma, e agora?

Duração: 1 hora/aula (50 minutos)

Objetivos: analisar as taxas para cobrança que foram criadas e configurar o império, ou seja, instituir uma taxa geral.

Desenvolvimento: a atividade foi realizada pelos grupos que socializaram as ideias. Em seguida, a turma escolheu a melhor configuração.

O território do imperador romano Augusto fora ampliado, as novas terras foram totalmente ocupadas por parte da sociedade romana, os cobradores do Império estabeleceram taxas sobre as novas terras ocupadas, as quais denominamos impostos, mas agora, surgiu um novo e último problema.

Os cobradores do Império junto aos conselheiros definiram três diferentes taxas (opção 1, 2 e 3) e ocupações de terras. O Imperador tinha a missão de optar por uma delas. Qual você acha que ele escolheria? Por quê?

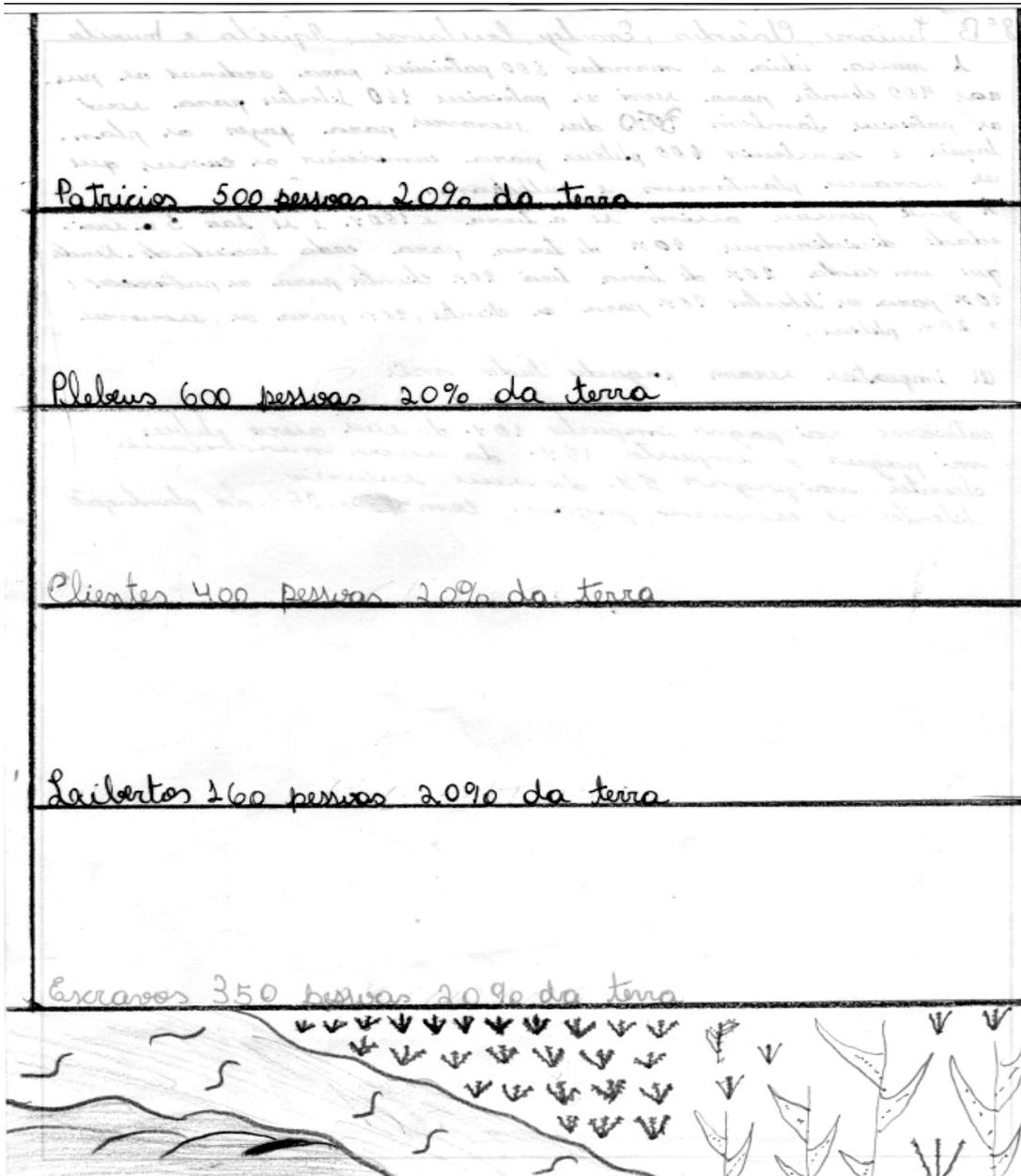
Opção 1:

Patricios: \$\$\$
 Plebeus: Comerciantes
 Usurários
 Libertos: ex-usurários
 Cunctos: Refugiados e prisioneiros
 trabalham p/ Patricios

Utinam
 Refugiados e prisioneiros 30%
 Plebeus 50%
 Libertos 50%
 Som cuidar da parte Religiosa
 Comercios
 Famulos 30%
 Patricios 100%
 Pensaram nisso inclusive para eles
 São os venditores

Patricios não ficam com uma grande parte para uma da terra
 Plebeus não pensaram em Meritório inclusive para eles
 Prisioneiros não ficam da parte fazenda
 libertos e refugiados também
 Plebeus não ficam com a parte também
 Plebeus não são agricultores
 e os Patricios venditores
 Libertos - não cuidar da religião de pais

Opção 2:



A nossa ideia é mandar 500 patrícios para ordenar, 400 clientes para servir os patrícios, 160 libertos para servir e também 350 escravos para plantações e construções. E 600 plebeus para o comércio.

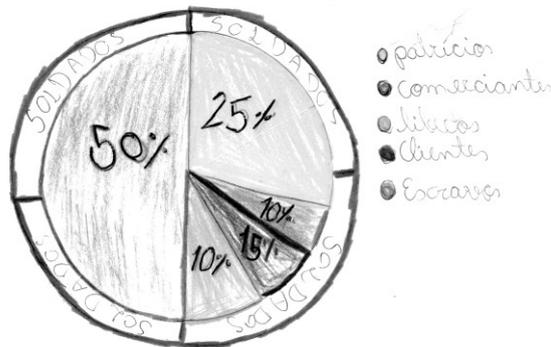
A gente pensou assim: se a terra é 100% e se são cinco classes, dividiremos 20% de terra para cada sociedade.

Os impostos serão pagos todo mês:

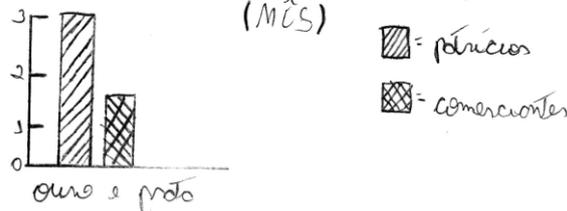
- Patrícios: 10% de seus ouros;
- Plebeus: 15% de suas mercadorias;
- Clientes: 5% do seu salário;
- Libertos e escravos: 25% da plantação.

Opção 3:

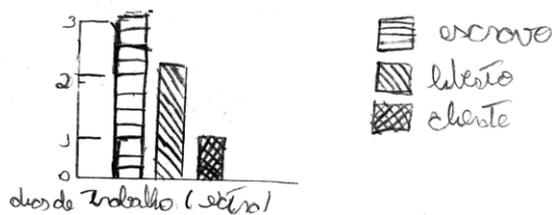
Em seu Augusto para ocupar sua nova terra, você poderia enviar 8 patrícios para segurança de todas aquelas operações, 200 libertos para servir os patrícios, 2.500 comerciantes para distribuir alimentos para o reino, 500 escravos para fazer as construções de terras, casas, comércio, etc... 500 clientes para fazer as plantações, 250 escravos para fazer as obras e 250 libertos para experiências com os armamentos e relíquias.



TAXAS DE IMPOSTOS (MÊS)



a cada uma unidade representa 100 circulos de prata (ouro) e em duas cores foi escolhido por ser mais ricos de todo o reino, de porque os outros não tem nem o que pagar.



O grafico acima representa horas (anos) de trabalho. Porque eles não consegue pagar os impostos do rei e a cada uma unidade representa 1 hora que não desconta do seu dinheiro uma vez ao mês.

CONFIGURANDO O IMPÉRIO...

Relembrando todo o processo, a guerra, a ocupação e as taxas, faça uma nova ilustração de como ficou o Império.

4.6.5 Atividade 5: Desafio!

Duração: 1 hora/aula (50 minutos).

Objetivo: analisar os registros frente a criação de problemas e possíveis interpretações do conceito de porcentagem.

Elabore um desafio (situação problema) relativo a essa configuração.

A seguir, apresentamos o caminho percorrido para as análises do material produzido durante a realização das atividades.

4.7 A análise

Para analisarmos o material produzido no desenvolvimento da unidade didática proposta e constituição dos indicadores da pesquisa, utilizamos como aporte metodológico a ideia de episódios, caracterizado por Moura (1992) como “aqueles momentos em que fica evidente uma situação de conflito que pode levar à aprendizagem do novo conceito” (MOURA, 1992, p.77).

A escolha dos episódios analisados, feita a partir das atividades, encontros, relatos e registros, foi no sentido de selecionar momentos que explicitaram ações reveladoras do processo de formação dos sujeitos participantes. Nas palavras do autor,

Os episódios poderão ser frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem cenas que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora. Assim, os episódios não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser uma afirmação de um participante de uma atividade não tendo impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poderá estar revelado em um outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo (MOURA, 2004, p. 276).

A fim de organizar e apresentar o material produzido estabelecemos dois eixos de análise: situações desencadeadoras de aprendizagem e ações e reflexões coletivas.

No primeiro eixo de análise, situações desencadeadoras de aprendizagem, buscamos analisar os movimentos gerados por tais situações e investigar em que medida a forma como estruturamos as situações desencadeadoras puderam evidenciar indícios de que os alunos se colocassem em atividade.

No segundo eixo referimo-nos às ações e reflexões coletivas desenvolvidas pelos estudantes, pois acreditamos no desenvolvimento do pensamento do sujeito por meio das interações coletivas (VYGOTSKY, 1989) permitindo-lhes compartilhar conhecimentos e modificar suas ações. Por meio deste eixo, buscamos analisar se nossa organização do ensino possibilitou aos estudantes colocarem-se em atividade de aprendizagem, em um ambiente de atividade coletiva, assim como buscamos analisar se os estudantes compreenderam o objeto de sua aprendizagem.

Nessa seção apresentamos o movimento que percorremos para delinear nossos eixos de análise, respaldadas nos princípios éticos que elencamos, nos possibilitando direcionar nossa investigação para os indícios de apropriação do conhecimento teórico dos protagonistas de nossa pesquisa.

Na próxima seção apresentamos as análises do material produzido em nosso estudo, na busca de compreendermos como as atividades de ensino que propusemos podem auxiliar na compreensão do conceito de porcentagem.

5. EM BUSCA DE POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES DAS ATIVIDADES DE ENSINO PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM

Em busca de possíveis contribuições e por meio dos eixos de análise supracitados, dialogamos com a teoria e a prática vivenciada em sala de aula para analisar a situação desencadeadora de aprendizagem (SDA) e as ações e reflexões coletivas, compostas pelos episódios e cenas (MOURA, 2004) selecionados.

Concordamos com Moura, Araújo, Moretti, Panossian e Ribeiro (2010) ao destacarem que a SDA visa a gerar a necessidade de apropriação do conhecimento no aluno, em um movimento onde ele busque resolver problemas que o coloquem em atividade de aprendizagem.

Desse modo, buscamos identificar no contexto da época da Roma Antiga como o uso de uma situação problema, a história virtual do conceito, pode refletir em situações emergentes do cotidiano (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998).

No primeiro episódio, cena 1, conhecendo o império de Augusto, buscamos compreender: i) os planos e ações criados pelos alunos a partir da história virtual do conceito retratada na primeira e segunda cenas; e ii) as estratégias de ampliação e ocupação das terras.

Episódio 1 – Cena 1 – Ampliando o território

Quadro 6 - O Império de Augusto

ATIVIDADES DE ENSINO	EPISÓDIO(S)	CENA(S)	DURAÇÃO
Ampliando território	Conhecendo o império de Augusto	Estratégias de ampliação e o plano final a ser executado: a guerra	1 hora/aula
Ocupando as terras		Como ocupar as terras?	1 hora/aula

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Esta cena foi desenvolvida oralmente para que os alunos pudessem identificar o contexto da época proposta. A professora Ana apresentou a seguinte história virtual:

***Professora:** Estamos na Roma Antiga, por volta de 14 a.C. Existia um imperador romano chamado Augusto, que esteve no poder por mais de 40 anos. Ele queria ampliar seu território para aumentar o seu domínio, ficar cada vez mais forte e poderoso. Seus conselheiros ofereciam diferentes sugestões, mas o imperador não se*

convência sobre qual a melhor decisão. Dê a sua sugestão de como o imperador poderia ampliar seu território, compartilhando a ideia com a classe.

Os alunos pensaram individualmente e, posteriormente, foram convidados a socializar suas reflexões em pequenos grupos. Nessa atividade, acreditávamos que, inicialmente, os alunos tenderiam a afirmar exatamente um valor de compra, imaginando como acontece hoje. Por exemplo, comprar um terreno por uma determinada quantia de moedas, ouro, dinheiro e outras possibilidades, ou seja, respostas exatas.

Para surpresa da professora e da pesquisadora, os alunos optaram por realizar uma guerra. Para elucidar esta situação e justificar a afirmação, apresentamos o seguinte diálogo³⁴:

Professora: Como ampliar o território?

José : Expulsava o povo.

Professora: Como iria expulsar?

Matheus: Tomava a terra.

Professora: Eu chego e mando todos saírem?

Matheus: Não, guerreava.

José : Lutava e comprava com moedas de ouro.

Professora: Qual argumento ele irá utilizar para comprar?

José : Guerreava e invadia, tinha muita guerra naquela época.

Professora: Mas como seria essa guerra?

Cristiane: Tinha que treinar os soldados, montar um exército?

Professora: O que mais?

Janaina: Tem que ter um escudo.

Ana: Cavalos.

Amanda: Um plano de fuga seria bom também.

Professora: Então como seria nosso plano, vamos elaborar?

Matheus: Pode colocar um espião antes de invadir.

Professora: Para que o espião?

Matheus: Para garantir que será um ataque bom.

Lanita: Manda uma carta falsa.

Professora: Qual a intenção da carta?

Lanita: Manipular e enganar o outro dono.

José : Eles tinham exército, pode fazer uma guerra.

Professora: Como seria essa guerra?

José : Quem ganhar fica com a terra do outro.

Professora: Vocês são os conselheiros. Precisam de um plano infalível, mas qual?

Matheus: De noite e escondido?

María: De noite é melhor, já que vão estar dormindo.

³⁴ Reiteramos que os nomes são fictícios, preservando, assim, a identidade dos alunos e também da professora.

Matheus: De madrugadaínia vai ser melhor!

Professora: Muitos ou poucos soldados?

María: Ahh, todos, se possível.

José : Soldados fortes, cavalos fortes, armaduras fortes.

Professora: Que tipo de armadura?

José : Escudo!!!

Matheus: Catapulta!!!

Janaína: Flecha!!!

Talíza: Um dragão!!! Fessora, tinha dragão?

Professora: O que vocês acham?

Cristiane: Acho que tinha, porque é bem antigo isso neh?

Matheus: Essa guerra já é nossa!!!

Talíza: O dragão pode ser nosso plano de fuga.

Professora: Pode ser ,turma?

Turma: A maioria aceitou.

Professora: Então vamos falar todo nosso plano para o Augusto.

José : Tá no papo! Vamos chegar atacando!

Lanita: Não tem erro!

Mediante esse trecho de falas, podemos inferir que alguns alunos se sentiram mobilizados a resolver o problema apresentado e imediatamente optaram por uma guerra, o que é comum entre eles, visto que vivenciam diariamente a questão de desigualdade do acesso e ocupação de terras. Como já mencionado, a grande maioria dos alunos dessa escola é moradora de um assentamento sem-terra e vivenciam lutas governamentais que impõem a realização de uma política de assentamentos rurais. Em outras palavras, podemos entender que a participação em lutas governamentais de que algumas famílias desses alunos fazem parte tornou a situação proposta pela professora e pesquisadora algo emergente do cotidiano (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998).

Podemos inferir que as relações sociais vividas por esses alunos e socializadas em sala de aula puderam mobilizar os colegas a participarem da atividade proposta, tomando para si a necessidade do imperador Augusto, apresentada na história virtual proposta. Nessa perspectiva, recorremos a Leontiev (1978), que descreve que:

[...] as aquisições do desenvolvimento histórico das aptidões humanas não são simplesmente dadas aos homens nos fenômenos objetivos da cultura material e espiritual que os encarnam, mas estão aí apenas postas. Para se apropriar destes resultados, para fazer deles as suas aptidões, “os órgãos da sua individualidade”, a criança, o ser humano, deve entrar em relação com os fenômenos do mundo circundante através doutros homens, isto é, num processo de comunicação com eles. Assim, a criança aprende a atividade

adequada. Pela sua função, este processo é, portanto, um processo de educação (p. 272).

Cada grupo definiu um plano de ação, compartilhou as ideias e os estudantes optaram, coletivamente, por uma guerra, executando-a e vencendo-a.

Diante da situação proposta, inferimos que a professora proporcionou aos alunos a necessidade de apropriação da situação-problema, propiciando que as ações dos alunos fossem “realizadas em busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem – a apropriação dos conhecimentos” (MOURA et al., 2010, p. 101).

Por meio da cena analisada, inserida na atividade 1, acreditamos que a situação apresentada aos alunos permitiu que aderissem a um movimento de aprendizagem, ou seja, percebemos que a história virtual proposta desencadeou a necessidade de resolução do problema apresentado.

Episódio 1 – Cena 2 – Como ocupar as terras?

Quadro 7 - Ocupando as Terras

ATIVIDADES DE ENSINO	EPISÓDIO(S)	CENA(S)	DURAÇÃO
Ampliando território	Conhecendo o império de Augusto	Estratégias de ampliação e o plano final a ser executado: a guerra	2 horas/aula
Ocupando as terras		Como ocupar as terras?	1 hora/aula

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Com o intuito de conduzir os alunos a perceber a importância de ocupar as terras e a necessidade de suas divisões, a professora continuou a história:

Professora: *Ganhamos a guerra, o Augusto gostou do plano! Mas agora havia outro problema.*

Turma: *Aaaaáhh!!!*

Professora: *Ele fez a guerra, conseguiu novas terras. Qual seria o novo problema? Alguém se arrisca?*

Matheus: *Aí aí aí, outro problema! O que era?*

Antônio: *Vingança?*

Professora: *Se ele deixar a terra vazia, será fácil tomá-la novamente?*

Ana: *Vaaá! Tem que cercar a terra.*

Professora: *Então, esse é o novo problema do Augusto. De que maneira, o Império poderia ocupar estas terras, para que dificultasse aos inimigos as tomar?*

Antônio: *Organizar a terra!*

José : *É, se não o inimigo vai lá e toma.*

Pelas falas de Ana, Antônio e José, percebemos o interesse em desvendar e resolver o novo problema. Nesse sentido, consideramos que

[...] a história virtual do conceito é uma proposta metodológica que busca responder eficientemente por esta formação em que se incorpora o valor do conhecimento como elemento propulsor de busca de novos conhecimentos e que procura colocar em prática o pressuposto educacional de que é necessário fazer com que a criança perceba o valor do conhecimento produzido pela humanidade, como elemento de sua formação de cidadania (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 14).

Por meio da intencionalidade da professora, percebemos que os alunos sentiram necessidade em resolver o novo problema. “Esse movimento não é individual, mas fundamentalmente coletivo e responsável pela constituição da cultura” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2016, p. 21).

Nesse processo, a professora continuou questionando e mobilizando os alunos a fim de planejar as ações e analisar as relações sociais sistematizadas:

Professora: *Como seria essa organização? Qual a função de cada um?*

Antônio: *Tem que ir morar lá!*

Professora: *Isso mesmo! Mas naquela época a sociedade da Roma Antiga era formada por Patrícios, Plebeus, Clientes, Escravos e Libertos e, de acordo com a classe social, possuíam pouca ou mais moedas.*

A professora explicou as diferenças entre as classes e fez um breve registro na lousa:

Patrícios: descendentes das primeiras famílias que povoaram Roma, os patrícios eram proprietários de terras e ocupavam importantes cargos públicos. Considerados cidadãos romanos, possuíam muita riqueza e escravos. No topo da pirâmide social romana, compunham a minoria da população.

Plebeus: formavam a maioria da sociedade romana. A Plebe era composta basicamente por pequenos comerciantes, artesãos e outros trabalhadores livres. Possuíam poucos direitos políticos e de participação na vida religiosa.

Clientes: embora livres, os clientes viviam "presos" aos patrícios, pois possuíam uma forte relação de dependência. Esta classe era formada basicamente por estrangeiros e refugiados pobres. Tinham apoio econômico e jurídico dos

patrícios, porém lhes deviam ajuda em trabalhos e questões militares.

Escravos: camada sem nenhum direito social em Roma. Os escravos eram, em sua grande maioria, presos de guerra. Eram vendidos como mercadorias para patrícios e plebeus e não recebiam pagamentos pelo trabalho, mas apenas comida e roupas. Executavam tarefas pesadas e também serviam como serviçais domésticos. Na época do Império Romano, o número de escravos aumentou de forma extraordinária.

Libertos: ex-escravos que obtinham a liberdade por concessão de seus proprietários, por abandono ou até mesmo pela compra própria da liberdade. Geralmente trabalhavam para seu ex-dono³⁵.

Professora: *Agora vocês são o Augusto. Escreva ou desenhe em uma folha seu plano. Quem vai? O que cada uma irá fazer? Quantos vão?*

Matheus: *Manda os Patrícios pra lá, aí tá no papo.*

José: *Tá no papo por quê? Se ficar só Patrício lá o outro Imperador consegue fazer guerra e tomar da gente!*

Matheus: *Manda todo mundo então, cria um bairro.*

José : *Tinha bairro?*

Maria: *Uai, pode ser uma vila, então, será que era chamado de vila?*

Antônio: *Finge que pode.*

Professora: *Então vamos registrar! Quem vocês mandariam morar lá? E como seria essa organização?*

Janaína: *Pode pôr um rei?*

Professora: *Registre sua ideia e depois vamos discutir!*

Bruno: *Tinha moedas ou dinheiro?*

Turma: *Moedas!*

Podemos compreender essa discussão como uma atividade. As ações da professora desencadearam a necessidade de os alunos estarem em atividade, uma atividade de estudo³⁶ (DAVYDOV, 1999). Os alunos tinham a necessidade de organizar a terra para não ser invadida por outros; e os motivos dos alunos coincidiram com o seu objetivo: ocupar as terras para não serem invadidas. E, para que houvesse a ocupação das terras, as ações dos alunos configuraram-se como operações.

³⁵ Adaptado de: http://www.suapesquisa.com/imperioromano/sociedade_romana.htm. Acesso em: 01 jul. 2016.

³⁶ Entendemos que atividade de estudo (Davidov) e atividade de aprendizagem (Moura) são sinônimos, com o sentido de uma aprendizagem que decorre de uma atividade de ensino escolar, intencional, sistematizada e organizada, que objetiva à formação do pensamento teórico.

Nesta transformação do objeto está forçosamente latente o elemento criativo, o caráter educativo-atuante constituidor da aprendizagem daqueles conhecimentos, que se referem ao objeto da experimentação. Lá onde o mestre cria sistematicamente na sala de aula as condições que exijam dos alunos a obtenção de conhecimentos sobre o objeto por meio da experimentação com este, é onde as crianças deparam com as tarefas que exigem delas a realização da atividade de estudo (DAVYDOV, 1999, p. 2).

Os alunos pensaram individualmente e, em seguida, foram convidados a formar grupos³⁷ de, no máximo, cinco componentes para socializarem suas reflexões. A seguir, apresentamos a distribuição dos alunos nos grupos (Quadro 8):

Quadro 8 - Integrantes da Pesquisa

DISCRIMINAÇÃO	NOMES DOS INTEGRANTES
	Turma 8º ano
Grupos	1. Abel, Antônio, Arthur, Bruno e Matheus
	2. Amanda, Ana, Bianca, Cristiane e Marcelo
	3. Gabriela, Lanita, Letícia, Janaína e André
	4. José, Maria, Taliza, Vitória e Valeria

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Grupo 1

Figura 4 - Abel, Antônio, Arthur, Bruno e Matheus



Fonte: Registro da pesquisadora

³⁷ A turma possui 22 alunos matriculados, dos quais apenas dois são infrequentes (André e Marcelo). Logo, essa turma tem baixíssima rotatividade de alunos e, por isso, foi tomada para as análises. É uma turma agitada, participativa e que gosta de desafios. José e Matheus são os alunos que se destacam quanto a participações e contribuições com a turma.

Formaram o grupo e iniciaram o seguinte diálogo:

Abel: Como vamos fazer?

Matheus: Tem que pensar nas quantidades de pessoas primeiro.

Bruno: Ah, escreve aí então um tanto.

Antônio: Os plebeus tinham mais poder que os patrícios?

Matheus: Não, acho que não, deixa eu ver aqui.

Nesse momento, consultaram seus registros referentes às classes sociais e voltaram ao plano de ação:

Arthur: Vamos colocar quantos patrícios então? É mais ou menos?

Matheus: Tem que ser menos que a quantidade de escravos.

Bruno: Ah, coloca 50 patrícios e 40 escravos, tem mais gente mandando do que trabalhando, não é?

Matheus: Acho que não, mas pode colocar.

Abel: Quem trabalha mais são os escravos, libertos e clientes, então, é só colocar mais ou menos o mesmo tanto que patrícios e plebeus.

Arthur: Pode, vamos mandar então 50 patrícios, 60 plebeus, 40 escravos, 20 libertos e 70 clientes.

Matheus: Tem muita gente para mandar, mas deixa, vamos desenhar agora.

Por meio desse diálogo, entendemos que apenas Matheus possui o conceito de realidade coerente (DUARTE, 2013) com a visão de mundo, onde há maior quantidade de pessoas com menor poder aquisitivo, ou seja, uma visão de organização da sociedade de acordo com a realidade que vivencia. Os demais parecem acreditar que há maior número de pessoas com maior poder aquisitivo ou que há um equilíbrio entre as classes sociais.

Dentro das discussões desse grupo, houve compartilhamento de informações, colaboração e cooperação, não sendo detectados, por nós, conflitos (confronto) na aprendizagem, visto que, mesmo discordando das quantidades de pessoas, Matheus preferiu manter as quantidades sugeridas pelo grupo.

Matheus: Vamos desenhar agora.

Bruno: Antes tem que escrever o que cada um vai fazer.

Abel: E colocar quantidades também.

Matheus: Os Patrícios tomam conta das terras, escreve aí, Bruno.

Arthur: Quem vai construir as casas?

Matheus: Divide, 20 escravos, 10 clientes e 5 libertos ficam responsáveis pelas construções.

Abel: O que falta?

Matheus: Plantação, limpeza, montagem de armas, hum...

Bruno: Nossa, é muita coisa.

Arthur: 10 escravos e 20 clientes ficam para o plantio. 30 clientes e 10 libertos para limpeza.

Matheus: 20 escravos e 20 libertos para a montagem de armas.

Arthur: Não, é muito! Deixa 10 e 5.

Matheus: Pode ser.

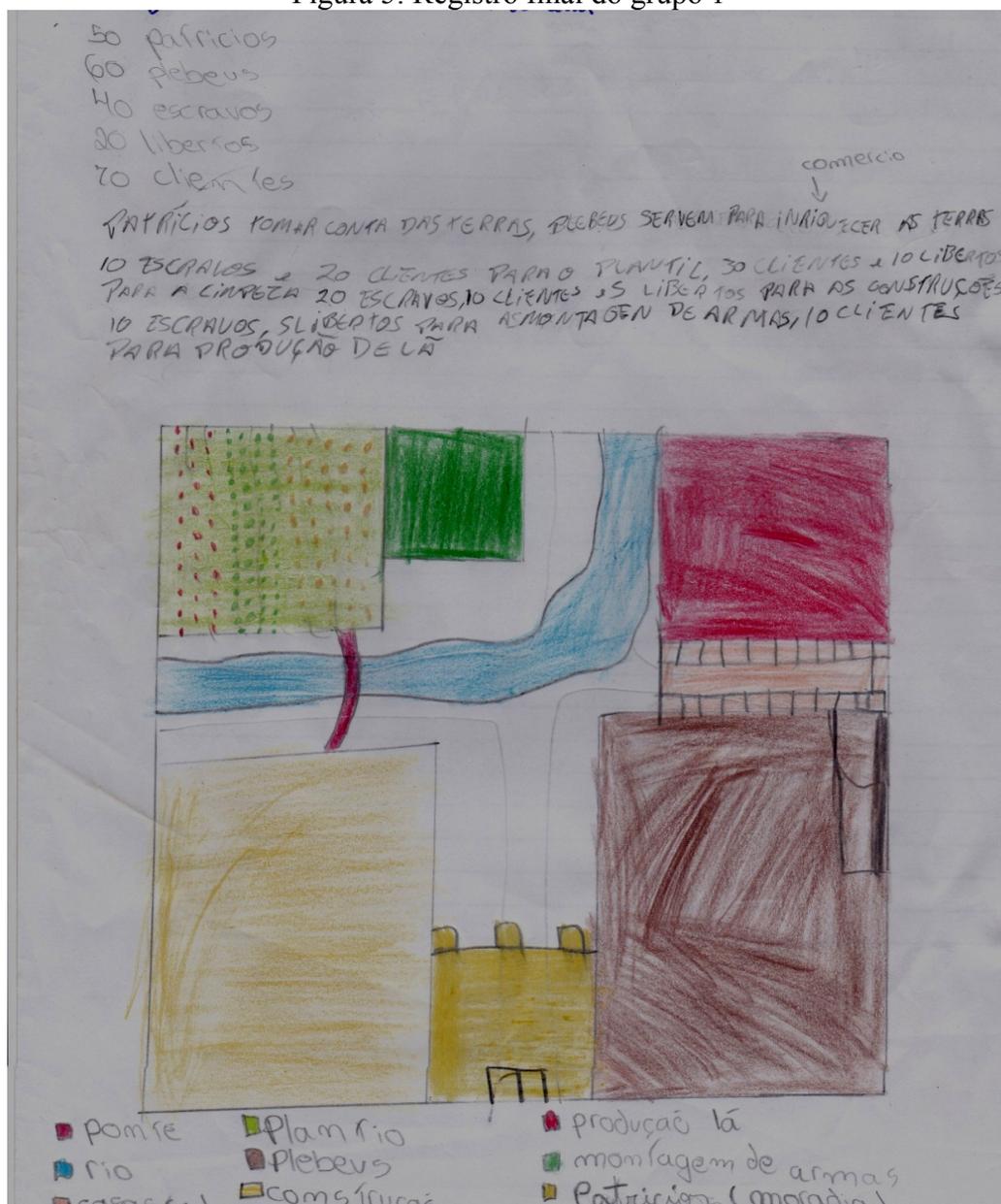
Bruno: E os Plebeus servem para enriquecer as terras por meio do comércio.

Matheus: Tá, agora é o desenho.

O grupo registrou as quantidades de pessoas e começou o desenho referente à configuração da terra. Os estudantes socializaram ideias e diferentes formas de desenhar a planta da terra, mas Matheus, que já havia pensado em um modelo, apresentou aos colegas, que o aceitaram.

Após concluir o desenho, Matheus explicou à professora suas ideias e o que cada desenho representava. Ela pediu que inserissem uma legenda ou escrita explicando o que cada elemento constante do desenho significava. O grupo optou pela legenda (figura 5).

Figura 5: Registro final do grupo 1



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Por meio dos diálogos e do desenho, é possível inferir que o trabalho do grupo 1 foi, sem dúvida, a ação comum dos alunos, orientada pela professora a fim de resolverem o problema proposto: “Como ocupariam as terras?”. Porém, acredita-se que a configuração apresentada está na riqueza da individualidade (DUARTE, 2013) cultural de Matheus.

O ser humano, ao produzir os meios para a satisfação de suas necessidades básicas de existência, ao produzir uma realidade humanizada pela sua atividade, humaniza a si próprio, posto que a transformação objetiva é acompanhada da transformação subjetiva. A atividade de trabalho cria, portanto, uma realidade humanizada tanto objetiva quanto subjetivamente.

Ao se apropriar da natureza, transformando-a para satisfazer suas necessidades, o ser humano objetiva-se nessa transformação. Por sua vez, essa atividade humana objetivada nos produtos e fenômenos culturais passa a ser ela também objeto de apropriação pelo homem, isto é, o ser humano deve se apropriar daquilo que de humano ele criou (DUARTE, 2013, p. 26-27).

A individualidade depende das relações sociais nas quais cada ser humano está inserido, “trata-se de um processo onde simultaneamente o indivíduo se apropria e se objetiva” (DUARTE, 2013, p. 148). Nesse sentido, Matheus pensou em uma configuração de terra essencialmente cultural, onde havia plantio, rio e produções.

Grupo 2 e Grupo 3

Figura 6 - Amanda, Ana, Bianca, Cristiane, Gabriela, Lanita, Letícia e Janaína



Fonte: Registro da pesquisadora

Em ambos os grupos, notamos que os alunos preocuparam-se apenas em responder às perguntas propostas: “Como seria a organização das terras?” e “Qual a função de cada classe?”. Inicialmente, desenharam a terra em formato irregular, dividiram-na sem utilizar critérios de tamanhos e localizações e inseriram as quantidades de pessoas e atribuições de cada classe (figuras 7 e 8).

Acreditamos que os registros das alunas refletem suas experiências sociais ou até mesmo a falta delas. Nesse sentido, Leontiev (1978, p. 95), acerca da significação, afirma que essa “mediatiza o reflexo do mundo pelo homem na medida em que ele tem consciência deste, isto é, na medida em que o seu reflexo do mundo se apóia na experiência da prática social e a integra”.

Possivelmente, as alunas não relacionaram a distribuição retangular que utilizamos atualmente para lotes, casas e bairros ou não se apoiaram nas experiências da prática social. Porém, responderam à pergunta proposta, criaram um novo modelo de império, e nós atingimos nosso objetivo: “retomar os processos de apropriação da cultura humana e o papel do coletivo na constituição dos sujeitos” (MOURA et al., 2016, p. 94) por meio da SDA.

Grupo 4

Figura 9 - José, Maria, Taliza, Vitória e Valeria



Fonte: Registro da pesquisadora

No grupo 4, José iniciou registrando sua ideia enquanto as meninas dialogavam:

Talíza: Quem vai escrever? Quem vai desenhar? É melhor dividir.

Valéria: Tem que desenhar ou pode só escrever.

Vitória: Vamos escrever.

Maria: Eu escrevo.

Enquanto as meninas registravam suas ideias, José continuava desenhando (figura 10):

Figura 10: Primeiro registro do aluno José



Fonte: Registro da pesquisadora

Nesse momento, não com o intuito de interromper, mas de fomentar ou até mesmo de criar uma discussão entre José e as colegas de grupo, a professora questionou:

Professora: José, você já apresentou sua ideia às meninas?

José: Ainda não. Elas estão escrevendo e eu desenhando.

Professora: Mas será que seu desenho condiz com o registro delas?

José: Não sei.

Professora: Então, que tal vocês apresentarem, conversarem e depois registrarem a ideia final?

Maria: Pode! Já terminamos aqui.

José: Primeiro eu pensei em dividir a terra em tamanhos iguais para cada classe.

Professora: Grupo, vocês acham que podemos garantir que essas terras estão divididas em tamanhos iguais?

Talíza: Acho que sim.

Valéria: *Você mediu?*

Vitória: *Está parecendo que sim.*

José: *Para garantir, tenho que medir a área, eu não medi.*

Professora: *Isso mesmo! Então como podemos fazer?*

José: *Ah, é melhor eu desenhar diferente, um embaixo do outro.*

Professora: *Aproveite as linhas do caderno, o que acha?*

José: *É, pode ser, mas tem que deixar um espaço para plantação e para o rio.*

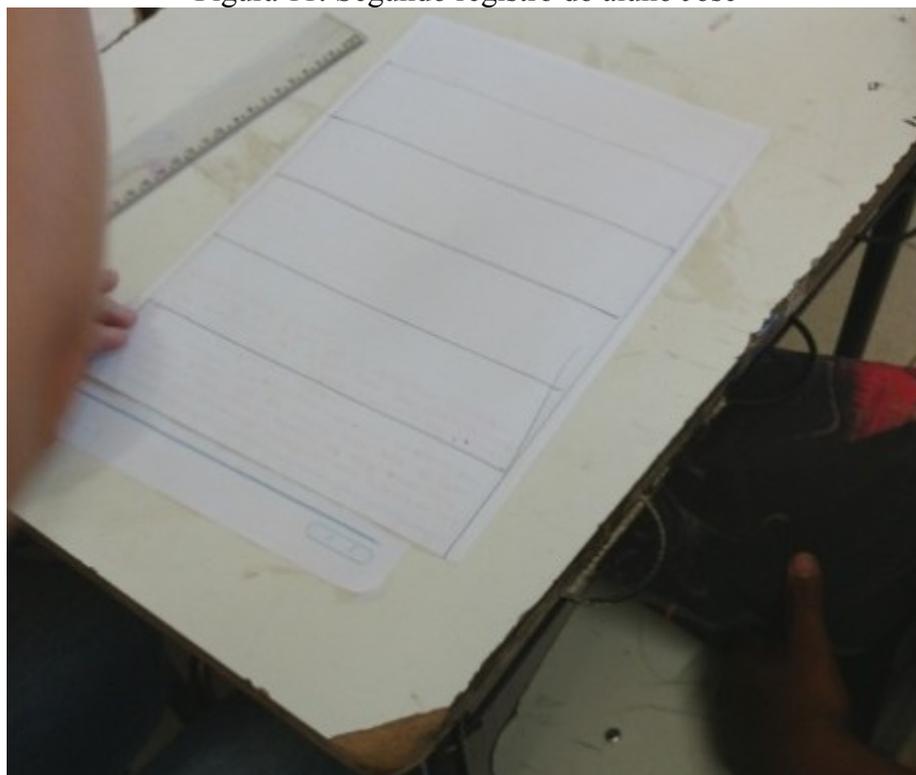
Talíza: *Rio?*

José: *É, vou fazer um rio. Os escravos tinham que buscar água no rio para regar as plantações.*

Talíza: *Nem pensei nisso, legal!*

José refez seu desenho (figura 11) e o grupo resolveu manter a quantidade de pessoas determinadas pelas meninas, 500 patrícios, 600 plebeus, 400 clientes, 160 libertos e 350 escravos.

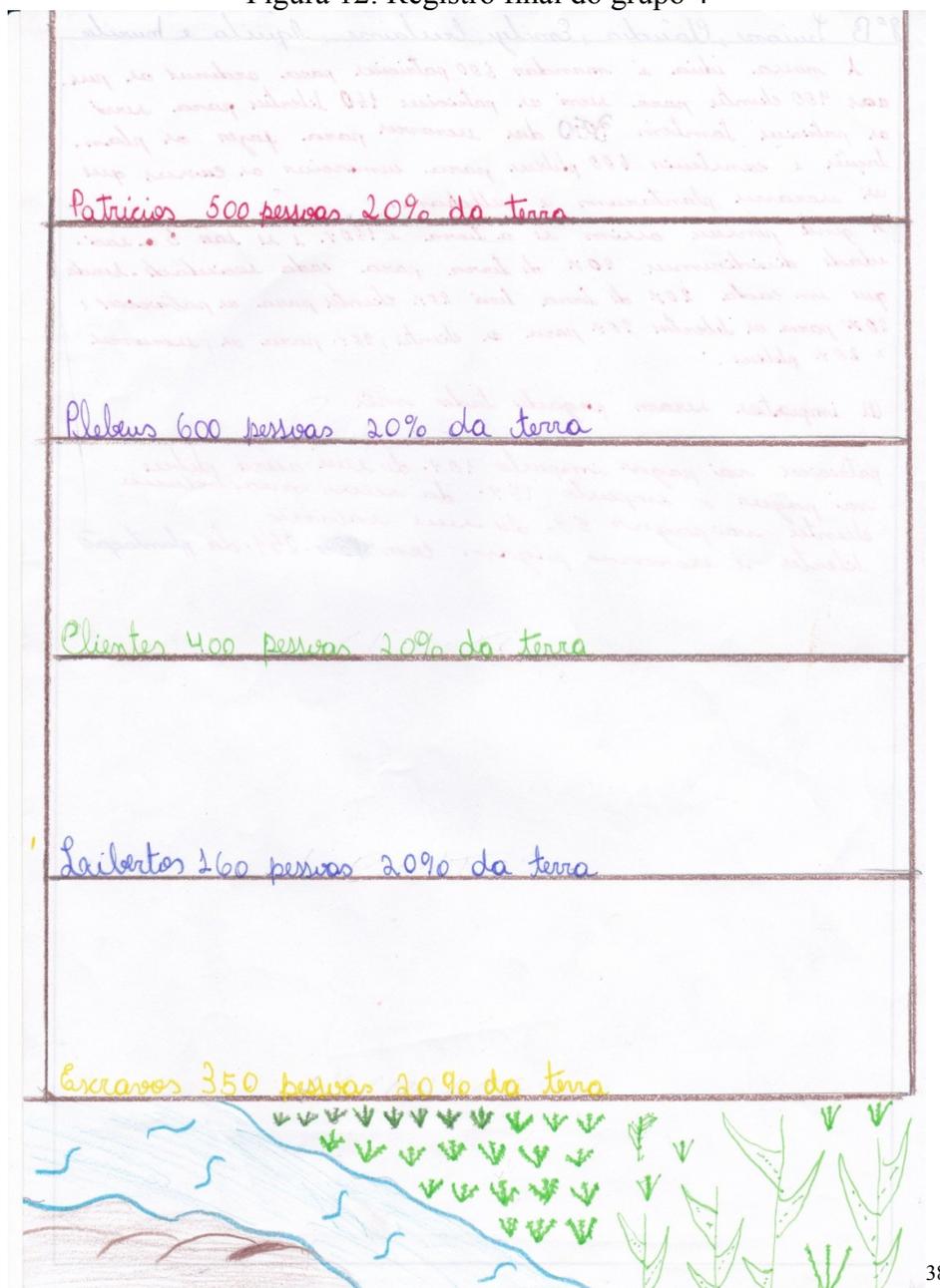
Figura 11: Segundo registro do aluno José



Fonte: Registro da pesquisadora

No momento em que Maria registrava (figura 12), José pediu que os escravos fossem colocados no último lote, próximo ao rio, pois assim facilitaria a captação de água e o cuidado com as plantações.

Figura 12: Registro final do grupo 4



38

Fonte: Arquivo da pesquisadora

A fala de José nos remete a Davydov (1988) quando infere que,

[...] embora o pensamento das crianças tenha alguns traços em comum com o pensamento dos cientistas, artistas, filósofos da moral e teóricos do direito, os dois não são idênticos. As crianças em idade escolar não criam conceitos, imagens, valores e normas de moralidade social, mas apropriam-se deles no processo da atividade de aprendizagem. Mas, ao realizar esta atividade, as

³⁸ A escrita “20% da terra” foi inserida após a atividade 3. Nesse momento, não haviam discutido sobre as taxas. Além disso, destacamos que a folha está com marcas vermelhas, isso aconteceu pois os alunos utilizaram o verso para registrar as quantidades e atribuições de cada classe.

crianças executam ações mentais semelhantes às ações pelas quais estes produtos da cultura espiritual foram historicamente construídos. Em sua atividade de aprendizagem, as crianças reproduzem o processo real pelo qual os indivíduos vêm criando conceitos, imagens, valores e normas (DAVYDOV, 1988, p. 21-22).

Podemos considerar que, mediante essa DAS, os alunos estiveram em atividade cujo objetivo principal constituiu-se em “refletir sobre o papel das gerações passadas na criação de saberes que hoje usufruem comodamente” (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 13), além de pensar sobre os contextos sociais e culturais da época proposta.

Portanto, nesse grupo, notamos que a problemática apresentada aos alunos provocou um ambiente de exploração de ideias, de sua socialização para a formulação de uma resposta ao novo problema da história virtual apresentada.

Notamos, ainda, que a atividade proposta desencadeou ações de reflexão nos alunos, principalmente nas meninas, pois permitiu o conflito de ideias em busca da tomada de uma solução feita em comum acordo pelo grupo 4.

Assim que todos os grupos terminaram os registros, pedimos que um aluno de cada grupo apresentasse aos demais colegas a fim de ampliar ideias e reformular futuras propostas. A partir da fala da aluna Ana, referindo-se à imagem do grupo 4, avigoramos a importância do momento de apresentações das imagens:

Ana: Nossa, eles desenharam um rio e nossa terra não tem rio. Como nossa plantação irá sobreviver?

Desse modo, concordamos com Moura e Lanner de Moura (1998) quando inferem que

[...] a atividade de ensino de matemática coloca o sujeito diante de situações desafiadoras que o farão organizar um conjunto de conhecimento que possui, com o propósito de solucionar o conflito causado pela necessidade de resolver o problema para o qual não dispõe, de forma imediata, de conhecimentos já prontos para solucionar (p. 12).

No geral, percebemos que a atividade permitiu que os alunos se colocassem na posição de protagonistas, buscando apenas orientações com a professora. Discutiram e conjecturaram diferentes caminhos até a tomada de decisão. Podemos inferir que, por meio dessa história virtual do conceito, os alunos puderam pensar sobre o movimento da vida, situar historicamente e refletir sobre questões sociais.

Na sequência, apresentamos a análise do Episódio 2, dividido em três cenas. Nesse episódio, nosso olhar esteve voltado para elencar indícios das contribuições da história virtual

do conceito mediante a perspectiva de SDA, evidenciando sua potencialidade para a reflexão dos alunos quanto ao movimento de registrar quantidades, elaborar taxas, analisar as taxas para cobrança que foram criadas pelos colegas e como configuraram o império.

Episódio 2 – Cena 1 – Estipulando taxas

Quadro 9 - Estipulando taxas

ATIVIDADES DE ENSINO	EPISÓDIO(S)	CENA(S)	DURAÇÃO
Estipulando taxas	Plano de taxas	Qual o nome da taxa a ser paga?	1 hora/aula
		Taxas justas e tempo estimado	2 horas/aula
Voltando a Roma, e agora?		Configurando o império	1 hora/aula

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Com o intuito de discutir se a divisão de terras foi justa, a professora continuou a história:

Professora: *Após compartilharem suas imagens, podemos dizer que a divisão de terras foi justa para todos?*

Matheus: *Ah, depende!*

Professora: *Dê um exemplo, Matheus.*

Matheus: *Justa para nós ou justa para o Imperador? Porque o grupo 4 desenhou terra de mesmo tamanho para todas as classes, não sei se o imperador iria gostar.*

Professora: *O que vocês acham turma? Como acontecesse atualmente?*

José: *Hoje não é dividido em partes iguais, uns tem mais e outros menos, mas eu preferi colocar o mesmo tanto para cada classe.*

Cristiane: *É, cada um escolhe se vai ser justa para as classes ou para o imperador.*

Professora: *Beleza, cada grupo cria seu critério de justiça então, pode ser?*

Turma: *Sim!*

Neste trecho de falas percebemos o desenvolvimento cognitivo, pois há relação do sujeito com meio físico e social, mediados por instrumentos e signos. E é “nesse movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações, ou seja, que se dá a apropriação da experiência social da humanidade” (MOURA, 2016, p.95).

Agora com objetivo de criar um nome para a(s) taxa(s) de cobrança, a professora prosseguiu:

Professora: *Ótimo turma, temos outro problema!*

Ana: *O que será agora?*

Matheus: *Por enquanto resolvemos tudo, manda ver!*

Tais falas nos levam a compreender que a aprendizagem quando ocorre de forma “sistemática, intencional e organizada” (MOURA, 2016, p.104), possibilita despertar nos alunos mais interesse e participação. A esse respeito, Vygotsky (2002) afirma que:

[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança. (p. 117-118)

Nesse sentido, é possível compreender o papel fundamental do objeto de ensino que deverá se transformar em objeto de aprendizagem ao aproximarmos os alunos a um determinado conhecimento.

Professora: *Ok, vamos lá!*

O território do imperador romano Augusto foi ampliado, as novas terras foram ocupadas por parte da sociedade romana. Agora quem tinha um problema eram os cobradores do Império: eles precisavam cobrar uma taxa sobre as novas terras ocupadas, mas era necessário pensar na melhor forma para que não desagradasse ao imperador e que tanto Patrícios, quanto Plebeus, Clientes e Libertos pudessem pagar. Qual nome podemos atribuir para essa taxa?

A atividade foi realizada por toda a turma e gerou algumas discussões:

Talíza: *Dinheiro!*

Professora: *O nome da taxa seria dinheiro ou eles pagariam em dinheiro?*

Matheus: *Mas na época não era moedas?*

Professora: *O que vocês acham?*

A maioria da turma concordou que naquela época não havia dinheiro e sim, moedas de ouro.

José: *O nome da taxa pode ser imposto, igual é hoje.*

Professora: *Bacana, o imposto é uma taxa então?*

José: *Sim.*

Antônio: *Mas nem todos pagam imposto.*

Professora: *Dê um exemplo.*

Antônio: *Quem mora aqui no Glória, não paga aluguel, nem imposto da terra.*

Professora: *Como chama esse imposto da terra?*

Vitória: *É IPTU, fessora?*

Professora: *Sim! Imposto predial e territorial urbano, IPTU.*

José: Não pagamos aluguel, mas pagamos imposto até em uma balinha de 10 centavos. Então pagamos também!

Antônio: É, se for pensar por este lado, tá certo!

José reside no assentamento sem terras, possui ricas experiências sociais e culturais, está sempre compartilhando suas ideias e enriquecendo a aula, o que nos leva a ressaltar a importância da atividade de ensino na escola como espaço de aprendizagem:

A natureza particular da atividade de ensino, que é a máxima sofisticação humana inventada para possibilitar a inclusão dos novos membros de um agrupamento social em seu coletivo, dará a dimensão da responsabilidade dos que fazem a escola como espaço de aprendizagem e apropriação da cultura humana elaborada, bem como do modo de prover os indivíduos, metodologicamente, de formas de apropriação e criação de ferramentas simbólicas para o desenvolvimento pleno de suas potencialidades. (MOURA, 2016, p. 94)

A professora continuou:

Professora: Então nossa taxa chamará imposto?

Turma: Siiim!

Professora: Perfeito! Aguardem as próximas cenas.

Valéria: O que será que vem agora?

Episódio 2 – Cena 2 – Planos de taxas

Quadro 10 - Planos de taxas

ATIVIDADES DE ENSINO	EPISÓDIO(S)	CENA(S)	DURAÇÃO
Estipulando taxas	Plano de taxas	Qual o nome da taxa a ser paga?	2 horas/aula
		Taxas justas e tempo estimado	2 horas/aula
Voltando a Roma, e agora?		Configurando o império	1 hora/aula

Fonte: Elaboração da pesquisadora

Nesta cena, nosso objetivo era criar taxas para cobrança. A atividade foi realizada pelos grupos, que socializaram as ideias com toda a turma. Em seguida, a turma escolheu a melhor forma de cobrança.

A atividade iniciou com a professora lançando um novo problema:

O território do imperador romano Augusto foi ampliado, as novas terras foram ocupadas por parte da sociedade romana. Agora, quem tinha um problema eram os cobradores do Império: eles

precisavam cobrar uma taxa, ou melhor, imposto sobre as novas terras ocupadas, mas era necessário pensar na melhor forma para que não desagradasse ao imperador e que tanto Patrícios, quanto Plebeus, Clientes e Libertos pudessem pagar. Mas como fazer isso de forma justa para todos?

Bianca: Professora, é só falar um valor então?

Matheus: Um tanto de moedas?

José: Mas os escravos não recebiam moedas, como pagariam em moedas?

Professora: Pode ser em moedas, vocês vão escolher!

Em relação aos escravos, como fazer para ser justo para toda a população?

Há outra forma de os escravos pagarem?

Este plano seria executado de quanto em quanto tempo (diariamente, mensalmente, anualmente, entre outras possibilidades)?

A seguir, apresentamos as taxas criadas por cada grupo.

Grupo 1:

imposto 1.500

patrícios = 1 mil moedas de ouro

libertos = 1 moeda de bronze

comerciantes = 1 moeda de prata e um terço do lucro de eles vendiam

escravos = 2 h de trabalho no campo

clientes = 6 moedas de bronze e 1 de prata

Os impostos serão cobrados de 2 em 2 meses e o rei mandava alguns soldados para cobrar os impostos na terra, quem não pagava era chutado.

Grupo 2:

dos escravos: de cada construção de 3 dias de
 trabalho um imposto pago.
 dos Plebeus: metade do que seu rendimento
 dos Sítios: 10% do rendimento e metade das
 plantações.
 dos Patrícios: 50% do ganho.
 dos clientes: metade do que eles compram.
 A taxa do imposto vai ser cobrada de
 mês em mês

Grupo 3:

Escravos: eles trabalham a tarde
 de noite e de manhã descansava.
 Plebeus = eles trabalham com seus comércios por uns
 que eles pagaram seus impostos.
 Sítios = ele irá pagar os seus impostos
 cobrados ao pessoal que irá trabalhar em na
 terra.
 Libertos = eles irá pagar os impostos com
 a construção de casa.
 Patrícios = 50% ^{dos rendimentos} por mês
 Plebeus = 30% do ganho de seus
 Sítios = 10% ^{de rendimento} do tempo que ele irá
 Libertos = 20% ^{de tempo} de construir a casa
 Clientes = 3% ^{dos produtos} por mês que eles compram
 Escravos = 15% ^{de tempo} os escravos pagaram 21 dias 5% para
 gastar

Grupo 4:

A nossa ideia é mandar 500 patrícios para ordenar os puz
 400 clientes para servir os patrícios 160 libertos para servir
 os patrícios também 350 dos escravos para fazer os plan-
 tações e construir 600 plebeus para comerciar as coisas que
 os escravos plantaram e colhiam.

A gente pensou assim: se a terra é 100% e se são 5 a. so-
 ciedade dividiremos 20% de terra para cada sociedade. sendo
 que em cada 20% de terra tem 20% clientes para os patrícios,
 20% para os libertos, 20% para os clientes, 20% para os escravos
 e 20% plebeus.

Os impostos serão pagos todo mês

patrícios vai pagar imposto 10% do seu ouro plebeus
 vai pagar o imposto 15% do seu mercadorias
 clientes vai pagar 5% do seu salário
 libertos e escravos pagam com 25% da plantação

Grupo 4³⁹: A nossa ideia é mandar 500 patrícios para ordenar, 400 clientes para servir os patrícios, 160 libertos para servir e também 350 escravos para plantações e construções. E 600 plebeus para o comércio.

A gente pensou assim: se a terra é 100% e se são cinco classes, dividiremos 20% de terra para cada sociedade.

Os impostos serão pagos todo mês:

Patrícios: 10% de seus ouros;

Plebeus: 15% de suas mercadorias;

Clientes: 5% do seu salário ;

Libertos e escravos: 25% da plantação (grifos nossos).

É possível perceber que apenas o grupo 1 não inseriu porcentagens para estipular as taxas e impostos. Após socializarem as ideias com toda a turma, tivemos indícios de possíveis porquês. A aluna Vitória, integrante do grupo 4, leu seus registros, e José explicou:

José: Primeiro dividimos a terra, 20% de terra para cada sociedade.

Abel, integrante do grupo 1, questionou:

Abel: Como assim, 20%?

José: A gente pensou assim: se a terra é 100% e se são cinco classes, dividimos 20% de terra para cada sociedade.

Abel: Ah, é como se fosse hectare? 20 para cada?

José: Não, 20% é uma parte, e 100 é a parte toda.

Talíza: É um pouco menos da metade, entendeu?

Abel: Não sei se entendi.

³⁹ Para melhor compreensão, transcrevemos o texto do grupo e ajustamos desvios gramaticais.

Por meio de outro diálogo, percebemos que não apenas Abel, mas a maioria dos alunos não entendia o conceito de porcentagem, mesmo tendo inserido nos registros. Para eles, 100 e 20 eram valores fixos, inteiros.

Professora: *Eu percebi que outros grupos optaram por porcentagem, vocês poderiam explicar?*

Laníta: *A gente colocou 50% para os Patrícios, é a metade. No restante, colocamos um pouco menos da metade, e depois menos ainda?*

Professora: *O que significa “porcentagem”?*

José: *É uma variação?*

Professora: *O que significa “75%”?*

José: *75 sobre 100.*

Laníta: *Mais da metade?*

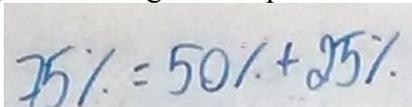
Nesse momento, a sala se manteve em silêncio.

Professora: *Vamos analisar. Mais da metade, quanto?*

Laníta: *50+25.*

Professora: *Assim?*

Figura 13 - Registro da professora Ana



$$75\% = 50\% + 25\%$$

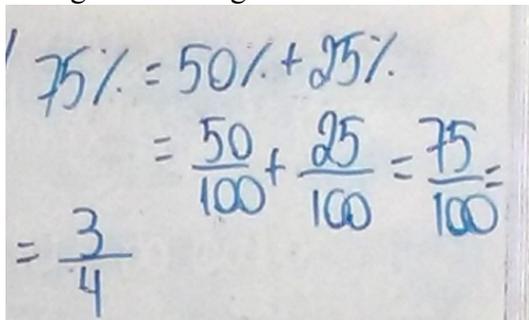
Fonte: Arquivo da pesquisadora

José: *Podê transformar em fração, são três quartos.*

Abel: *Três quartos?*

José: *É só simplificar.*

Figura 14 - Registro da fala de José



$$\begin{aligned} 75\% &= 50\% + 25\% \\ &= \frac{50}{100} + \frac{25}{100} = \frac{75}{100} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Matheus: *Então de 4 moedas ele daria 3? Ou de 100 daria 75?*

Abel: Acho que é.

Bianca: Confuso, mas acho que tô começando a entender!

Pelo diálogo, é possível compreender que, para a maioria dos alunos, a porcentagem está estabelecida como valor fixo ou “dão uma idéia aproximada” (LIMA et al., 2005, p. 21), como, por exemplo, 60% = pouco mais da metade; 40% = pouco menos da metade; 30% = quase um terço, dentre outros.

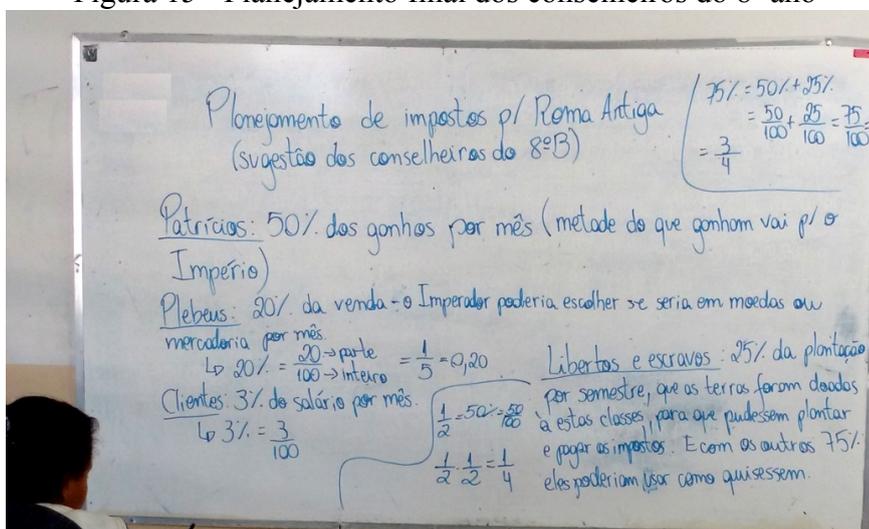
Porém, para José, a porcentagem é uma medida de razão com base 100. Ao tentar explicar seus registros e seu raciocínio para os colegas, entendemos que houve trabalho coletivo, pois apresentou seus conhecimentos prévios e eles foram aproveitados à medida que aconteciam as interações. Desse modo, ele lançou mão do que sabia para propor a melhor forma de resolver o problema coletivo (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998).

Destarte, o diálogo acima estabelecido pelos alunos sobre compreender o que é porcentagem leva-nos a inferir que

[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com outras pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança (VYGOTSKY, 1989, p. 101).

Após compartilhar as ideias e taxas de cada grupo, solicitamos aos grupos que criassem uma nova configuração de taxa, geral, a partir dos casos particulares. A professora foi registrando as sugestões na lousa (figura 15), até chegarem a um consenso:

Figura 15 - Planejamento final dos conselheiros do 8º ano



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Patrícios

- 50% dos ganhos por mês (metade do que ganham vai para Império).

Alguns alunos sentiram necessidade de registrar que 50% seria a metade dos ganhos. Tais alunos, no início da atividade, não sabiam o significado de porcentagem, mas, após as propostas da professora, parece-nos que têm uma ideia aproximada desse conceito e não mais entendem a porcentagem como um valor fixo, como confirma a fala da aluna Vitória:

Vitória: 50% do que ganham, não é fessora? Se ganhar 1000 moedas, ele dará 500 para o Imperador e não 50 moedas.

Nesse momento, concordamos com Vygotsky (2002, p. 115), ao inferir que a aprendizagem “pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que a cercam”.

Cientes

- 3% do salário por mês

Plebeus

- 20% da venda.
- O Imperador poderia escolher se seria em moedas ou mercadoria.

Os Plebeus eram responsáveis pelo comércio, por isso, os alunos concluíram que o Imperador poderia querer alimentos em vez de moedas, já que ganharia moedas de outras classes. Tais conclusões estão mais próximas da realidade social e cultural dos alunos.

Embora o sujeito possa se apropriar dos mais diferentes elementos da cultura humana de modo não intencional, não abrangente e não sistemático, de acordo com suas próprias necessidades e interesses, é no processo de educação escolar que se dá a apropriação de conhecimentos, aliada à questão da intencionalidade social, o que justifica a importância da organização do ensino (MOURA et al., 2016, p. 102 - grifo nosso).

Libertos e escravos

- 25% da plantação por semestre.
- As terras deveriam ser doadas a estas classes, para que pudessem plantar e pagar os impostos.
- Os outros 75% da plantação eles poderiam usar como quiser.

Os libertos e escravos não tinham salário fixo, então os alunos concluíram que eles teriam de ficar responsáveis pelas plantações, e, para isso, deveriam ter terras próprias e boas para o plantio.

Episódio 2 – Cena 3 – Voltando ao Império

Quadro 11 - Voltando ao Império

ATIVIDADES DE ENSINO	EPISÓDIO(S)	CENA(S)	DURAÇÃO
Estipulando taxas	Plano de taxas	Qual o nome da taxa a ser paga?	2 horas/aula
		Taxas justas e tempo estimado	2 horas/aula
Voltando a Roma, e agora?		Configurando o império	1 hora/aula

Fonte: Elaborado pesquisadora

Mouraet al. (2016, p.106) destacam que “em um processo de apropriação do conhecimento teórico, entendido como objeto da aprendizagem, estruturam-se as operações do pensamento”, ou seja, abstração, generalização e formação de conceitos. Nesse sentido, o objeto da atividade era voltar a Roma e configurar o Império, analisar as taxas para cobrança que foram criadas e verificar possíveis indícios sobre a compreensão em relação ao conceito de porcentagem.

Professora: *O território do imperador romano Augusto fora ampliado, as novas terras foram totalmente ocupadas por parte da sociedade romana. Os cobradores do Império estabeleceram taxas sobre as novas terras ocupadas, as quais denominamos impostos, mas agora, surgiu um novo problema.*

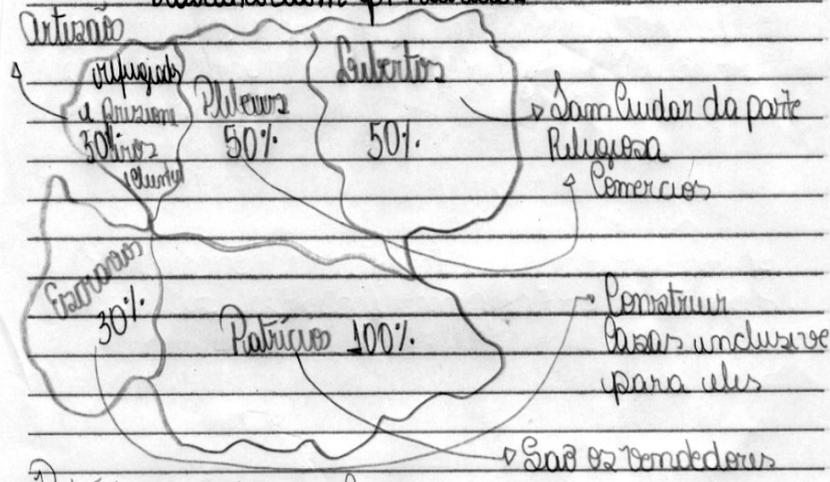
Os cobradores do Império, junto aos conselheiros definiram três diferentes taxas (opção 1, 2 e 3) e ocupações de terras.

O Imperador tinha a missão de optar por uma delas. Qual você acha que ele escolheria? Por quê?

Relembrando todo o processo, a guerra, a ocupação e as taxas, faça uma nova ilustração de como ficou o Império.

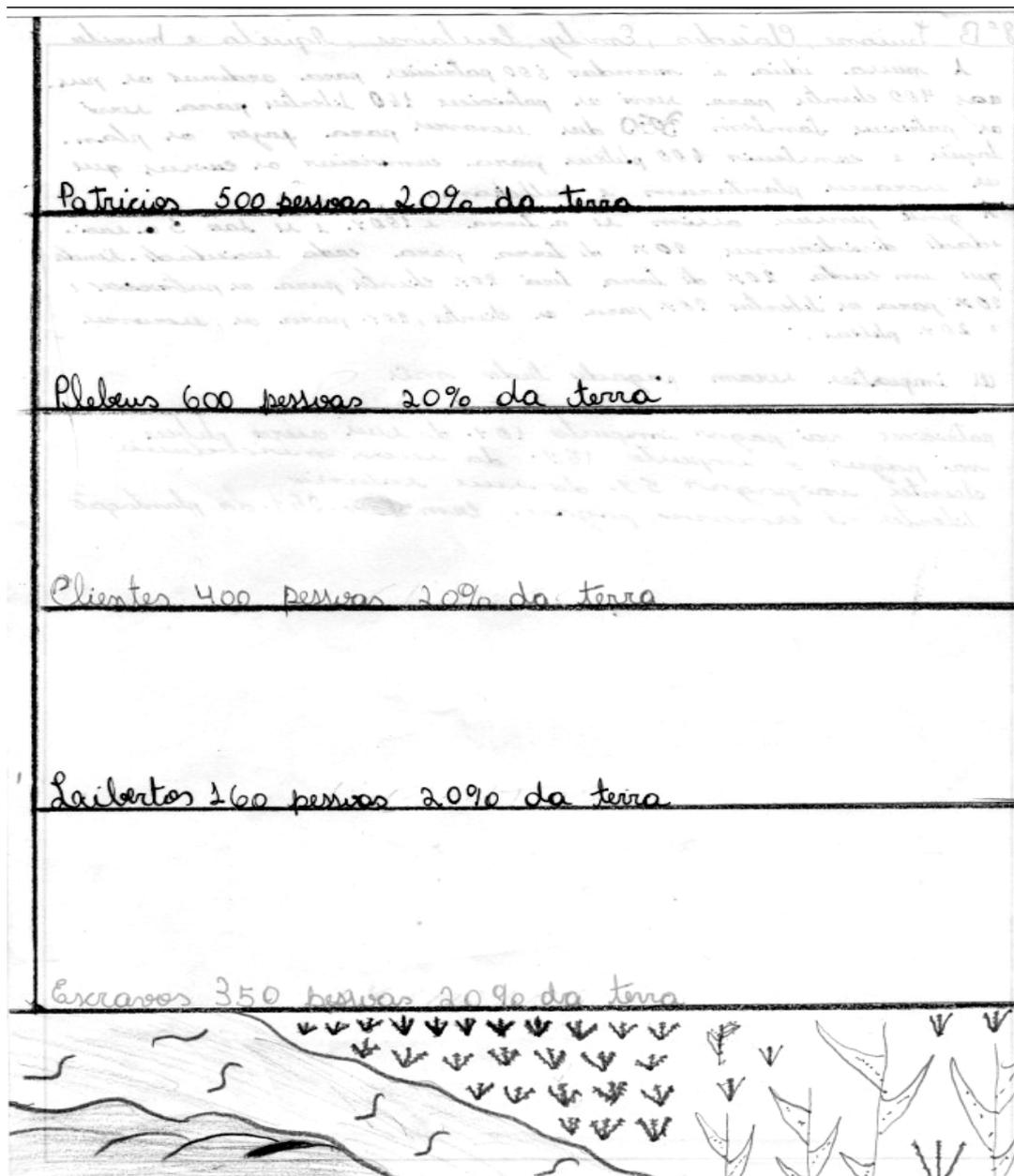
Opção 1:

Patricios: \$\$\$
 Plebeus: Comerciantes
 Uscenares
 Libertos: ex-uscenares
 Cuncti: vulgares e pravaenares
 trabalham p/ Patricios



Patricios são ligados com uma grande parte para a parte da religião.
 Plebeus são permitidos de mercadorias uncluzire para eles
 pravaenares são ligados da pravaenares fazendeiros
 e vulgares também
 famulos são ligados de cuidar também
 Plebeus são ligados agricultores
 e os Patricios venditores
 Libertos - são cuidar da religião de pais

Opção 2:



A nossa ideia é mandar 500 patrícios para ordenar, 400 clientes para servir os patrícios, 160 libertos para servir e também 350 escravos para plantações e construções. E 600 plebeus para o comércio.

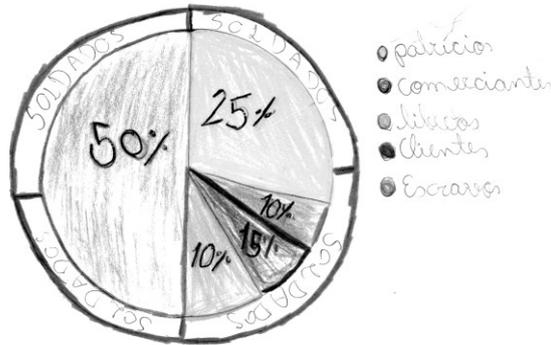
A gente pensou assim: se a terra é 100% e se são cinco classes, dividiremos 20% de terra para cada sociedade.

Os impostos serão pagos todo mês:

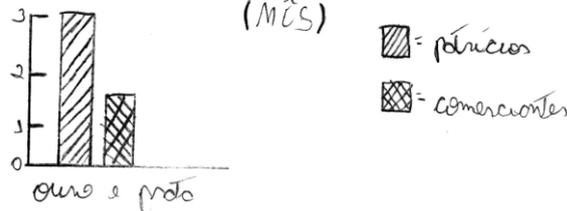
- Patrícios: 10% de seus ouros;
- Plebeus: 15% de suas mercadorias;
- Clientes: 5% do seu salário;
- Libertos e escravos: 25% da plantação.

Opção 3:

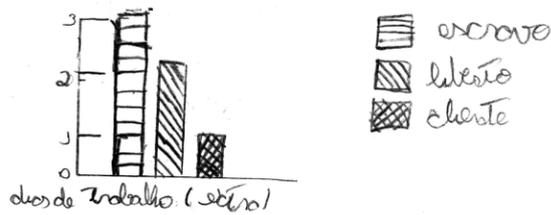
Em seu Augusto para ocupar sua nova terra, você poderia enviar 8 patrícios para segurança de todas aquelas operações, 200 libertos para servir os patrícios, 2.500 comerciantes para distribuir alimentos para o reino, 500 escravos para fazer as construções de terras, casas, comércio, etc... 500 clientes para fazer as plantações, 250 escravos para fazer as obras e 250 libertos para experiências com os armamentos e relíquias.



TAXAS DE IMPOSTOS (MCS)



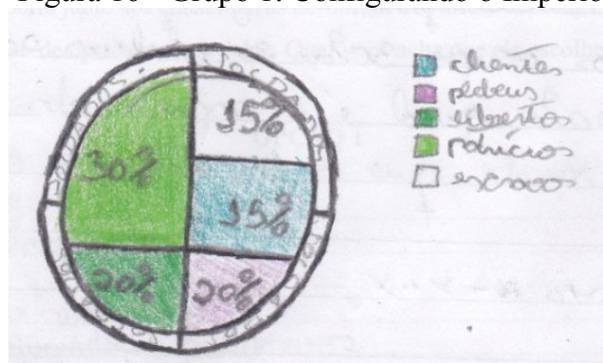
a cada uma unidade representa 100 circulos de prata (ouro) e em duas horas foi recolhido por ser mais raras de todo o reino, de porque os outros não tem nem o que pagar.



O gráfico acima representa horas (semana) de trabalho. Porque eles não conseguem pagar os impostos do rei e a cada uma unidade representa 1 hora que não desconta do seu descanso uma vez ao mês.

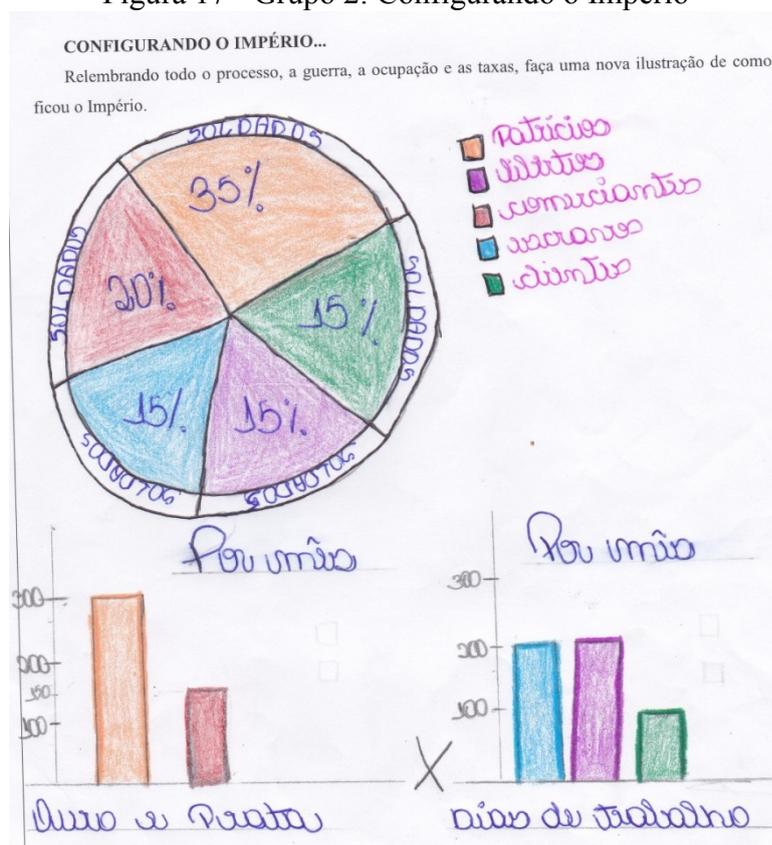
Os grupos 1, 2 e 3 optaram por fazer uma configuração semelhante à opção 3.

Figura 16 - Grupo 1: Configurando o Império



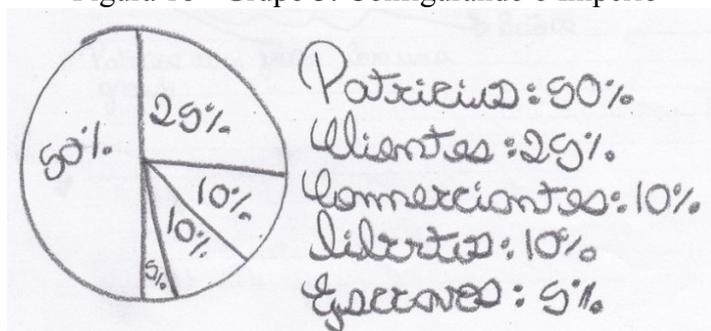
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 17 - Grupo 2: Configurando o Império



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 18 - Grupo 3: Configurando o Império



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Pela análise das imagens (figuras 16, 17 e 18) percebemos a porcentagem aparece em todos os registros dos grupos, porém com ideias de aproximação, um pouco menos e um pouco mais. No grupo 1, os alunos representaram 30%, 20%, 20%, 15% e 15%, totalizando 100%. No grupo 2, representaram 35%, 20%, 15%, 15% e 15%, totalizando 100%. Igualmente, no grupo 3, representaram 50%, 25%, 10%, 10% e 5%, totalizando 100%.

Após os registros e diálogos ocorridos entre os grupos durante todo o processo de discussão do problema desencadeador, buscando solucionar as situações apresentadas, parece-nos que atribuíram uma nova qualidade à solução das situações, expandindo suas respostas e inserindo o símbolo de porcentagem. Acerca dessa nova qualidade Moura e Lanner de Moura (1998) alegam que

[...] a atividade, por colocar os sujeitos em ação, em que a solução do problema envolve negociação, forçará a troca de conhecimentos através da partilha de saberes necessários para se chegar a um consenso sobre o ganhador e o perdedor. É essa busca de consenso que colocará em movimento o conjunto de saberes individuais e valores culturais que serão partilhados. Isso levará o próprio grupo a um novo nível de compreensão da realidade e a um conjunto de valores que agora são coletivos e, por isso, são novos pontos de partida para novas buscas de solução em situações de ensino em que a classe estará envolvida como um todo (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 13).

Parece-nos que tais discussões mobilizaram os alunos para que demonstrassem um início de compreensão para a elaboração sobre o conceito de porcentagem ao desenvolver a proposta. Porém, acreditamos que para atividades futuras, seria necessário elaborar situações que envolvessem construção dos conceitos de razão e proporção, os quais chamaremos de nexos conceituais da porcentagem.

Baseando em Sousa (2004), entendemos que os nexos conceituais da porcentagem ou de um conceito qualquer, são estruturas fundamentadoras do mesmo. Nesta via, o lógico do

conceito é o pensar de suas ações por meio da perspectiva histórico-cultural. Entendemos que ao investigar este fenômeno em movimento, é possível inferir que a notação fracionária tem origem na regularidade das contagens, nas sequências numéricas (variação constante) e daí se origina o pensamento baseado no par ordenado (razão, proporção). Este par aplicado aos centavos gera o conceito “porcentagem” que é o algoritmo da proporcionalidade aplicado aos centavos.

A porcentagem opera com o par ordenado [inteiro (total ou todo), fração (parte do todo)] criando para si duas notações específicas: o inteiro é 1 e as partes são centavos; o inteiro é 100 e as partes são números naturais menores que 100 (LIMA; MOISÉS, 1998).

Portanto, concluímos que olhar o lógico-histórico da porcentagem é olhar a necessidade de compreensão dos nexos conceituais desta, concebidos por nós como a proporção e a razão.

Episódio 3 – Cena 1 - Analisando os porquês.

Quadro 12 - Desafio

ATIVIDADES DE ENSINO	EPISÓDIO(S)	CENA(S)	DURAÇÃO
Desafio!	Situação problema em Roma	Analisando os porquês.	1 hora/aula

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Nesta atividade tínhamos como objetivo principal analisar os registros frente à criação de problemas e possíveis interpretações do conceito de porcentagem. Para criar um novo problema, os alunos precisavam organizar tudo que sabiam e, então, elaborar o texto, dando-lhe sentido e estrutura.

***Professora:** Elabore um desafio (situação problema) relativo a essa configuração (atividade anterior).⁴⁰*

A seguir, apresentamos o caminho percorrido pelos grupos:

⁴⁰Situação apresentada no episódio 3.

Figura 19 - Caminho percorrido pelos grupos

LANÇANDO DESAFIOS!

Elabore um desafio relativo a essa configuração, em que você escreve um desafio que relacione a configuração escolhida anteriormente, sem explicitar a resposta. Este desafio poderá ser proposto para outras turmas.

O imperador Augusto votou dividindo as terras usando assim o total das terras de 100%. Sabendo disso os patrícios ficaram com 35% a menos da metade das terras. Os escravos, libertos e clientes ficaram com o mesmo tanto de terras, usando disso eles ficaram com 35% abaixo da metade. Os comerciantes ficaram com 35% a menos de 35%. Sabendo disso, com qual porcentagem de terras ficou cada classe?

Relacionando o conteúdo da equação tenho uma terra dividida em 5 que totaliza 100% sabemos que os patrícios ocupam 30%, os plebeus 20%, os libertos 20% que é o espaço dos escravos e clientes sendo que o espaço dos mesmos

Com a divisão das terras, dividida em 5 partes, como foi dividida as terras para os patrícios, libertos, comerciantes, libertos, escravos, sendo que as terras das 5 partes de 100% de terras?

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Observamos que os três grupos elaboraram problemas que envolvia o inteiro (100%) e nenhum optou por continuar a história ou explorar outras situações que não tinham sido propostas. Podemos inferir que nosso objetivo não foi alcançado, pois acreditávamos “[...] que os alunos fizessem um problema parecido com os que havíamos apresentado, contudo “nem

sempre os alunos têm essa mesma concepção, o que cria um impasse para ambos” (CHICA, 2001, p.158).

Ademais, alguns alunos relataram nunca ter criado um problema, o que nos leva a concordar com Chica (2001, p.158) ao inferir que “essa primeira produção deve ser encorajada para que possa servir de alavanca para escritas mais livres, valorizando o que foi conseguido e criando um ambiente acolhedor e, ao mesmo tempo, de reflexão sobre o que foi feito”. Além disso,

É importante utilizarmos diferentes tipos de problemas-modelo em nossas propostas, especialmente os não convencionais⁴¹, para que os alunos possam desenvolver diferentes formas de pensar, além da aritmética. Tal atividade estimula os raciocínios divergente, indutivo e lógico-dedutivo, ao mesmo tempo que amplia o repertório textual do aluno com diferentes linguagens e representações nas aulas de matemática (CHICA, 2001, p. 158).

Após essa proposta visávamos refletir junto aos alunos suas criações, permitir que retirassem dúvidas, apresentassem os textos, debatessem sobre outras possibilidades, incompreensões, semelhanças e diferenças e até mesmo reelaborassem os problemas.

Porém, infelizmente, neste período em que propusemos a atividade, deparávamos com contextos externos e internos que inviabilizaram o processo de continuidade do desenvolvimento das ideias e conceitos que almejavamos, como paralisações e greve de professores na rede municipal, onde nossa pesquisa se desenvolvia.

Por tudo que foi exposto nessa seção, nossos dados nos direcionam a acreditar que os estudantes se apropriaram do conceito de porcentagem ao pensarmos no inteiro e na fração como parte do todo.

Porém, ao refletirmos sobre a compreensão da porcentagem como proporcionalidade e outras representações racionais, entendendo que não houve nova qualidade de compreensão desse conceito. Essa nossa inferência pode ser confirmada por Alves (2016) quando aponta que

As análises realizadas permitiram compreender que, ao propormos situações desencadeadoras que oferecem aos estudantes a possibilidade de criar, dialogar e apreender conceitos matemáticos por meio de uma necessidade, eles conseguem atribuir significado e apropriar-se de conceitos matemáticos historicamente produzidos. Os diálogos que apresentamos ao longo dessa análise nos remetem a pensar a necessidade da postura do professor como

⁴¹ Problemas sem solução, com mais de uma solução, com excesso de dados, de lógica, entre outros (CHICA, 2001, p.103).

mobilizador no ambiente escolar, buscando instigar seus estudantes, não apresentando respostas conclusivas as suas indagações, mas sim promovendo questionamentos que desencadeiam soluções às perguntas de seus escolares (p.143).

Na próxima seção, direcionamos nosso olhar às considerações acerca de nossa pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O olhar retrospectivo para nosso estudo requer atentar para a interrogação principal que nos motivou a desenvolvê-lo: “Quais são as contribuições de atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental?”. Para respondê-la foi preciso analisar o caminho que trilhamos.

O arcabouço para o surgimento dessa interrogação foi a necessidade de compreendermos os processos de ensino da pesquisadora e de aprendizagem dos alunos. Com base nessa premissa, como objetivo principal desta pesquisa, buscávamos analisar possíveis contribuições das atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental. Como objetivo específico, pretendemos investigar se as atividades de ensino se tornariam atividades de aprendizagem.

Para planejar as atividades e alcançar tais objetivos, estudamos os fundamentos teóricos advindos da Teoria Histórico-Cultural, Teoria da Atividade e Atividade de Ensino presentes nas obras de Vygotsky, Leontiev, Davidov, Moura, entre outros integrantes dessa perspectiva que visa apropriação do conhecimento a partir da interação com o mundo material e com outros homens.

Consideramos que a partir do estudo e definição dos pressupostos teóricos, pudemos definir nossas ações mobilizadoras, eleger instrumentos mediadores e agir, buscando nos envolver em um processo de ensino e de aprendizagem. Tais ações contribuíram para o caminhar da proposta, fomentando os diálogos dos alunos, da professora Ana e a estruturação do conceito abordado.

Na composição desse cenário, não deixamos de aludir o elemento principal, os alunos participantes da pesquisa. No espaço entre a atividade interpessoal e intrapessoal, houve atividade coletiva, pois tais alunos sentiram necessidade de resolver situações desencadeadoras da aprendizagem, repartiram ações e operações iniciais e, compartilharam ideias. Houve também compreensão mútua, reflexões e críticas a fim de desenvolver um trabalho comum.

Respondendo à nossa questão de investigação, entendemos que as atividades de ensino elaboradas e propostas contribuíram com a aprendizagem dos alunos, pois estes demonstraram estar em atividade de aprendizagem ao interagirem nas situações propostas,

compartilharam sentimentos, experiências, significados e puderam atribuir sentidos próprios a cada situação proposta.

Ao analisarmos as imagens e registros apresentados no episódio 2 (dois) e questões elaboradas no episódio 3 (três), pudemos refletir sobre a compreensão do conceito de porcentagem pelos alunos e acreditamos que conseguiram compreender o conceito de porcentagem ao pensarmos apenas no inteiro e na fração como parte do todo.

No entanto, não podemos inferir que houve compreensão da porcentagem como proporcionalidade e outras representações racionais, pois alguns alunos não sabiam operar com frações equivalentes, porção de uma fração, proporção e razão. Nessa via, a fim de melhor auxiliar a aprendizagem dos alunos, acreditamos que para atividades futuras, seria importante considerar a elaboração de situações que envolvessem construção dos conceitos de razão e proporção, os quais entendemos ser os nexos conceituais do conceito de porcentagem. Diante do exposto, acreditamos termos atingido o objetivo principal dessa pesquisa: analisar possíveis contribuições das atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental.

A fim de organizar e apresentar o material produzido estabelecemos dois eixos de análise: *situações desencadeadoras de aprendizagem* e *ações e reflexões coletivas*. No primeiro eixo de análise, situações desencadeadoras de aprendizagem, destacamos os movimentos e necessidades gerados pelo episódio 1 que versou sobre o conhecer do império de Augusto, os planos, ações e estratégias criados pelos alunos a partir da história virtual do conceito retratada na primeira e segunda cenas.

No segundo eixo referimo-nos às ações e reflexões coletivas desenvolvidas pelos alunos. Nesse eixo, destacamos o episódio 2 o qual evidenciou potencialidades para a reflexão dos alunos quanto ao movimento de registrar quantidades, elaborar taxas, analisar as taxas para cobrança que foram criadas pelos colegas e a configuração do novo império.

Esses eixos nos levaram a constatar indícios que sinalizam haver a necessidade de se pensar em atividades de ensino (MOURA, 2000) que envolvam os conceitos de razão e proporção para que possa ocorrer uma melhor compreensão do conceito de porcentagem, ou seja, compreensão da porcentagem como proporcionalidade e como representações racionais.

Tal constatação decorre do fato de os alunos dialogarem e registrarem a porcentagem utilizando apenas aproximações, por exemplo: “50% é metade, então 40% é um pouco menos da metade”. Ao final das propostas, se pedíssemos para calcular 50% de 300, iriam dizer 150, porém, se pedíssemos para calcular 40% de 300, fariam “é um pouco menos de 150”. Outro

indício que foi possível detectar a partir das falas e ações dos alunos foi o aspecto de ser importante compreender os conceitos de razão, de proporção e também operar com as quatro operações básicas envolvendo os números racionais, para que o conceito de porcentagem deixe de ser visto apenas como fração parte do todo.

Sabemos que as operações com números racionais estão presentes no currículo do 6º ano, porém acreditamos que a mecanização dos conteúdos, exposição de regras e incansáveis cálculos podem justificar as dificuldades dos alunos, pois possivelmente alguns não aprenderam o conceito de fração, as diferentes representações de um mesmo número fracionário – equivalências e comparação dos fracionários que se difere dos naturais.

É importante ressaltar que, ao se pensar em levar a outras turmas as atividades propostas nessa pesquisa, a nossa unidade didática, produto educacional, o professor orientador deverá repensar os planos de ação diante das dificuldades e necessidades dos alunos, elaborando e reelaborando sempre que preciso as ações e instrumentos a ser utilizados.

Para finalizar, enfatizamos que a pesquisa como um todo - estudo das teorias, planejamentos, objetivos e ações vinculados as atividades propostas -, resultou em aprendizado também para formação da professora-pesquisadora. Nos movimentos reflexivos da própria prática, não somente para o que estava sendo desenvolvido, foi possível repensar a prática docente de alguns anos como professora. Havia intencionalidade? Havia um olhar reflexivo às propostas desenvolvidas? Os alunos aprendiam conceitos ou decoravam regras?

Elaborar e desenvolver atividades de ensino começa se tornar uma prática diária e, como consequência, é possível perceber situações de aprendizagem em que os alunos exploram, dialogam, criam significados e aprendem conceitos matemáticos.

Desejamos que as atividades apresentadas nessa pesquisa juntamente com o estudo da Teoria Histórico-Cultural, da Atividade e Atividade de Ensino, se configurem como uma importante contribuição à área do ensino de matemática, pois integra o contexto de ensino e de aprendizagem de porcentagem, podendo também colaborar com a formação inicial e continuada de professores de matemática, criando uma situação de aprendizagem na qual possam vivenciar momentos de exploração e significação desse conceito matemático.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Gelindo Martineli. **As contribuições da etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8º ano do ensino fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da educação financeira**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. 357 f, 2014.
- ANDRINI Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**. 4ª Ed. Editora do Brasil, 2015.
- BEHR, Merlyn; POST, Thomas. Teaching rational number and decimal concepts. In: POST, T. (Ed), **Teaching mathematics in grades K-8: Research-based methods** (p. 201-248). Boston: Allyn and Bacon, 1992.
- BERLINGHOFF, William P. **A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas/ William P. Berlinghoff; Fernando Q. Gouvêa; tradução Elza Gomide, Helena Castro**. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática – Bianchini**. 8ª Ed. Editora: Moderna, 2015.
- BOAVIDA, Ana Maria; PONTE, João Pedro. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: _____ **Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas**, 43 – 55, 2002. Lisboa: GTI. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/261176711_Investigacao_colaborativa_Potencialidades_e_problemas> Acesso em: 14 fev. 2017.
- BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Edição Original: Qualltative Research for Educatlon. Porto, Portugal. Porto Editora, 1999. 335p.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2017: matemática – Ensino fundamental anos finais / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2016. 155 p.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998. 148 p.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Topografia Matemática, 1951.
- _____. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 2ª Ed. Lisboa: Gradiva, 1984.

CATALANI, Erica Maria Toledo. **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração**. (Dissertação de Mestrado). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2002.

CHICA, Cristiane Henriques Rodrigues. Por que Formular Problemas? In: SMOLE, Kátia Stocco Smole; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, p. 152-173. 2001.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história** – vol I. 5ª Ed: Livraria da Física, São Paulo, 2012, 541p.

CORTELLA, Mário Sérgio. **A escola e o conhecimento** – fundamentos epistemológicos e políticos. São Paulo: Cortez/Inst.Paulo Freire, 1998.

CURY, Augusto. **Treinando a emoção para ser feliz**. Rio de Janeiro: Sextante, 2007.

DAVYDOV, Vasily Vasilovich. **Tipo de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

_____. **La Psicología evolutiva y pedagogia en la URSS**. Tradução: SHUARE, M. Moscou: Editorial Progreso, 1987.

_____. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

_____. **O que é a atividade de estudo**. Escola inicial, São Paulo: Escola n. 7, 1999. p. 1-9.

DUARTE, N. **A individualidade para-si: contribuição a uma teoria histórico-social da formação do indivíduo**. 2ª ed. Campinas: Autores Associados, 2013.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FRANCO, Maria Laura Puglisi Barbosa. A atividade de aprendizagem: da origem a algumas de suas implicações. **Psicologia da Educação** (Impresso), v. 28, p. 197-205, 2011. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psie/n28/v28a11.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2016.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. Paz e Terra. São Paulo, 2010.

FUCHS, Angela Maria Silva; FRANÇA, Maira Nani; PINHEIRO, Maria Salete de Freitas. **Guia para normalização de publicações técnico-científicas**. Uberlândia: EDUFU, 2013.

GALPERIN, Piotr Yakovlevich. Organization of mental activity and effectiveness of learning. **Soviet Psychology**, Moscou, v. 27, n. 3, p. 65-82, may/june 1989c.

GAY, Mara Regina Garcia. **Projeto Araribá - Matemática**. 1ª Ed. Editora: Moderna, 2014.

HERMINIO, Paulo Henrique. **Matemática financeira** – um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/91115>. Acesso em: 19 jul. 2016.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática**: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos. Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

IFRAH, Georges. **Os números, história de uma grande invenção**/ Georges Ifrah: tradução Stella Maria de Freitas Senra: revisão técnica Antônio José Lopes, Jorge José de Oliveira. 9ª Ed.: Globo, São Paulo, 1998.

JAKUBOVIC, José; CENTURIÓN, Marília. **Matemática nos Dias de Hoje - Na Medida Certa**. 1ª Ed. Editora: Leya, 2015.

KAMII, Constance. A criança e o número: Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos/ **Number in preschool and kindergarden**, 1982. Trad. Regina A. de Assis. – 39ªed. Campinas, SP: Papirus, 2012. 112p.

LANNER DE MOURA, Anna Regina. **Movimento Conceitual em Sala de Aula**. Gestão Educacional, UNICAMP, março, 2003.

LANNER DE MOURA, Anna Regina; MACIEL, Domício Magalhães; CATALANI, Érica; FIOREZI, Fabiana; ALVES DE MELO, Gilberto Francisco; SOUSA, Maria do Carmo de; MISKULIN, Rosana Seguerra; MACHADO, Rosa Maria. Movimento conceitual em sala de aula. **XI CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática**, Vol. 1, p.1-15, Blumenau, SC, Brasil, 2003.

LANNER DE MOURA, Anna Regina; SOUSA, Maria do Carmo de. O lógico-histórico da álgebra não simbólica: dois olhares diferentes. **Zetetiké** — Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, v. 13, n.24, p.11-45, 2005.

LEONTIEV, Alexis Nikolaevich. **O desenvolvimento do psiquismo**. DUARTE, M. D. [Tradução]. Horizontes: Lisboa, 1978.

_____. **Actividad, consciência, personalidad.** 2ª reimpressão. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

LIMA, Elon Lages; WAGNER, Eduardo; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; MORGADO, Augusto Cezar de Oliveira. **Temas e Problemas Elementos.** 2ª Ed: SBM, Rio de Janeiro, 2005. 246p.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental:** uma análise curricular. Dissertação (Mestrado em Educação). UNICAMP, Campinas, 1998. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000133638&fd=y>. Acesso em: ago. 2016.

MARCO, Fabiana Fiorezi de. **Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2004. 141p.

_____. **Atividades computacionais de ensino na formação inicial do professor de matemática.** Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2009. 223p.

MARCO, Fabiana Fiorezi de; MOURA, Anna Regina Lanner de. O conceito matemático (re)significado no contexto da atividade de ensino na formação inicial de professores. **Contexto & Educação.** Editora Unijuí Ano 25 n° 84 Jul./Dez. 2010. p.161-186.

MASCIANO, Cristiane Ferreira Rolim. **O uso de jogos do software educativo Hércules e Jiló no mundo da matemática na construção do conceito de número por estudantes com deficiência intelectual.** 178 f., il. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

MORAES, Silvia Pereira Gonzaga de. **Aplicação do processo de ensino e aprendizagem em matemática:** contribuições da teoria histórico-cultural. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2008.

MORETTI, Vanessa Dias. **Professores de matemática em atividade de ensino:** uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **A construção do signo numérico em situação de ensino.** Tese Doutorado. São Paulo: FEUSP, 1992.

_____. **O educador matemático na coletividade de formação:** uma experiência com a escola pública. 2000. Tese (Livre Docência) – São Paulo, SP, Faculdade de Educação, USP, 2000.

_____. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, Amélia Domingues de; CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. (Orgs.). **Ensinar a ensinar:** didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002, p. 143- 162.

_____. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, Raquel Lazzari Leite (Org). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores.** São Paulo: Editora UNESP, 2004. p. 257-284

_____. Implicações da Psicologia Histórico-Cultural para a educação – Formação de conceitos matemáticos. In: SOUZA, M. P. R.; FACCI, M. (Orgs.). **Coleção: Implicações Educacionais da Psicologia Histórico-Cultural. Lev Vigotski [DVD - Coletânea 4 vols.]**. São Paulo: Atta Mídia e Educação, 2011.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de (org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2016. 205 p.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de; LANNER DE MOURA, Anna Regina. **Escola:** Um Espaço Cultural. Matemática na Educação Infantil: Conhecer, (re)criar - Um modo de lidar com as dimensões do mundo. São Paulo: Diadema/SECEL, 1998.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de; ARAÚJO, Elaine Sampaio; MORETTI, Vanessa Dias; PANOSSIAN, Maria Lúcia; RIBEIRO, Flávia Dias. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, 2010.

NACARATO, Adair Mendes; GRANDO, Regina Célia. Análise compartilhada de aulas: processo formativo na, da e sobre a docência. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.** Brasília, Distrito Federal. 2009. CD-ROM.

OLIVEIRA, Débora de; GRANDO, Regina Célia. Contando Histórias nas Aulas de Matemática: produção/mobilização de conceitos na perspectiva da resolução de problemas. **30ª Reunião Anual-Anped**, Caxambu/MG, 2007. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/contando.pdf. Acesso em: ago. 2016.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Vídeo (YouTube) – **Lev Vygotsky Coleção Grandes Educadores**, 2015. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=KwnIKDXeEdI>. Acesso em: 20 jun. 2016.

PERLIN, Patrícia. LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira. A necessidade histórica da criação das frações e a organização do ensino do professor dos anos iniciais. **VI Congresso Internacional de Ensino de Educação Matemática**, ULBRA, Canoas: Rio Grande do Sul, 2013.

PPCM. **Projeto Pedagógico do Curso de Matemática**. Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Matemática, Uberlândia, 2005. 50p. Disponível em: <http://www.famat.ufu.br/node/156>. Acesso em: 20 jun. 2016.

PPGECM. **Regulamento do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática**. Mestrado Profissional, Universidade Federal de Uberlândia, 2013. 10p. Disponível em: <http://www.ppgcem.ufu.br/node/58>. Acesso em: 20 jun. 2016.

PRADO, Esther Pacheco de Almeida. **Uma reflexão sobre formação de professores no ensino de Matemática**. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2000.

RODRIGUES, Carolina Innocente. **Uma proposta de ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental a partir da teoria histórico-cultural**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **A noção de número natural em livros didáticos de matemática: comparações entre textos tradicionais e modernos**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de São Paulo, São Carlos – SP, 1987.

RUBTSOV, Vitaly. Atividade coletiva e aquisição de conceitos teóricos de Física por escolares. In: GARNIER, Catherine; BEDNARZ, Nadine; ULANOVSKAYA, Irina. (Org.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista**. Escola russa e ocidental. Trad. Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b.

SANTANA, Michaelle Renata Moraes de. **O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SILVA, Márcia Rodrigues Luiz da. **Ensinar e aprender matemática em contextos de aceleração da aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, SP, 2011. 336 p.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. **Matemática – volume 3 – ensino médio**. 3ª ed.: Saraiva. São Paulo, 2003.

_____. **Matemática – volume 3 - ensino fundamental**. 3ª ed.: Saraiva. São Paulo, 2005.

SOUZA, Joamir; PATARO Patrícia Moreno. **Vontade de saber - matemática**. 3ª Ed. Editora: FTD, 2015.

SOUZA, Maria do Carmo de. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação. UNICAMP, Campinas, 2004. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000324284&fd=y>. Acesso em: 03 ago. 2016.

TURCI, Bruno de Moraes. **Um estudo sobre o uso de WebQuests para revisar conteúdos matemáticos**. Dissertação (Mestrado) - Universidade São Paulo, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Carlos, SP, 2015. 140 p.

VENEGAS THAYER, María Alicia. **O dilema da transparência dos recursos em sala de aula**: uso do quadro-negro e da informação de jornal para o ensino de porcentagem no primeiro nível médio de Educação de Adultos no Chile. Rio de Janeiro, 200p. Dissertação de Mestrado – Instituto de Matemática – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2012.

VIEIRA, Giancarla Beatriz. **Números Decimais**: Dificuldades Conceituais. Mestrado em Educação. Instituição de Ensino: Fundação Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo Biblioteca Depositária: UPF, 2005.

VYGOTSKY, Lev Semenovich, 1869-1934. **A construção do pensamento e da linguagem** / L. S. Vygotsky; tradução Paulo Bezerra. - São Paulo: Martins Fontes, 2000. - (Psicologia e Pedagogia) Título original: Michliêníe I. Rieteh.

_____. **Pensamento e Linguagem**. Edição Ridendo Castigat Mores. Versão para eBook, 2001. Disponível em: <http://ruipaz.pro.br/textos/pensamentolinguagem.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2016.

_____. **A formação social da mente**. 6. Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

_____. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991. Disponível em: http://chafic.com.br/chafic/moodle/file.php/1/Biblioteca_Virtual/Temas_educacionais/Lev._Vygotsky_-_A_formacao_social_da_mente.pdf. Acesso em: 20 ago. 2016.

ANEXO A**Declaração da instituição coparticipante**

Declaro estar ciente que o Projeto de Pesquisa “CONTRIBUIÇÕES DAS ATIVIDADES DE ENSINO PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM” será avaliado por um Comitê de Ética em Pesquisa e em concordar com o parecer ético emitido por este CEP, conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 466/12. Esta Instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos Participantes da pesquisa, nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Autorizo as pesquisadoras Anielle Glória Vaz Coelho e Fabiana Fiorezi de Marco realizar a(s) etapa(s) de construção dos dados da pesquisa com atividades orientadoras de ensino e seus subprojetos, que envolvem os alunos dos 8^{os} anos A, B, C, D e E utilizando-se da infraestrutura desta Instituição.

Diretor Escolar

Escola Municipal Odilon Custódio Pereira

____/____/2016

ANEXO B

Termo de consentimento livre e esclarecido – Alunos

Prezado (a) senhor (a), o (a) menor pelo qual o (a) senhor (a) é responsável está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada: “CONTRIBUIÇÕES DAS ATIVIDADES DE ENSINO PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM”, sob a responsabilidade das pesquisadoras Fabiana Fiorezi de Marco e Anielle Glória Vaz Coelho.

Nesta pesquisa, nós estamos buscando contribuições de atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem. O Termo de Assentimento para o menor será obtido pela pesquisadora Anielle Glória Vaz Coelho, e a pesquisa iniciará durante as aulas de matemática, realizadas na Escola Municipal Odilon Custodio Pereira, no ano letivo de 2016.

Na participação do (a) menor, ele (a) fará parte das atividades propostas em sala de aula, que serão filmadas – preservando sua identidade –, além dos registros por escrito realizados durante a atividade. Após a transcrição das gravações para a pesquisa, elas serão desgravadas. Em nenhum momento o (a) menor será identificado (a). Os resultados da pesquisa serão publicados e, ainda assim, a sua identidade será preservada. O (A) menor não terá nenhum gasto nem ganho financeiro por participar na pesquisa. O único risco da participação do (a) menor na pesquisa refere-se à identificação dos participantes. Porém a equipe se compromete a preservar as identificações deles. Em caso de filmagens, elas serão direcionadas apenas para mãos e ações dos participantes, não registrando os rostos. Para áudios e registros escritos, serão utilizados pseudônimos.

Os benefícios serão a contribuição para a área de Educação Matemática em números para o Ensino Fundamental, e os participantes poderão aprender sobre a história da porcentagem e suas aplicações para a sociedade. O (A) menor é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação. O (A) menor cuja participação não seja autorizada não sofrerá qualquer prejuízo nas suas atividades escolares.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com o (a) senhor (a), responsável legal pelo (a) menor.

Em caso de haver qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: Anielle Glória Vaz Coelho – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM)/ FAMAT UFU. Campus Santa Mônica - Bloco 1 A - Sala 207, Av. João Naves de Ávila, 2121, CEP: 38408-100 - Uberlândia – MG, telefone: 34 3230-9419. Poderá também entrar em contato com o Comitê de Ética na Pesquisa com Seres Humanos – Universidade Federal de Uberlândia: Av. João Naves de Ávila, nº 2121, bloco A, sala 224, Campus Santa Mônica – Uberlândia –MG, CEP: 38408-100; telefone: 34-32394131.

Uberlândia, ____ de _____ de 20__

Assinatura dos pesquisadores

Eu, responsável legal pelo (a) menor _____, consinto na sua participação no projeto citado acima, caso ele (a) deseje, após ter sido devidamente esclarecido.

Responsável pelo (a) menor participante da pesquisa

ANEXO C

Termo de consentimento livre e esclarecido – Professora

Você está sendo convidada para participar da pesquisa intitulada: “CONTRIBUIÇÕES DAS ATIVIDADES DE ENSINO PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE PORCENTAGEM”, sob a responsabilidade das pesquisadoras Fabiana Fiorezi de Marco e Anielle Glória Vaz Coelho.

Nesta pesquisa, nós estamos buscando contribuições de atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem. O Termo de Assentimento para o menor será obtido pela pesquisadora Anielle Glória Vaz Coelho, e a pesquisa iniciará durante as aulas de matemática, realizadas na Escola Municipal Odilon Custodio Pereira, no ano letivo de 2016.

O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido será obtido pela pesquisadora Anielle Glória Vaz Coelho junto à professora participante da pesquisa, no momento e local da entrevista.

Na sua participação, você será solicitada a participar de uma entrevista. A entrevista será gravada e, após a transcrição, será descartada. Ressaltamos que as transcrições da entrevista serão apresentadas a você para validação.

Em nenhum momento você será identificada. Os resultados da pesquisa serão publicados e, ainda assim, a sua identidade será preservada. Você não terá nenhum gasto nem ganho financeiro por participar da pesquisa. Os riscos consistem em você ter sua identidade revelada, mas asseguramos que todos os cuidados serão tomados no sentido de evitar que tal situação aconteça, como, por exemplo, substituir os nomes por siglas ou nomes fictícios. Os dados e as transcrições das respostas da entrevista serão armazenados em arquivos eletrônicos com senhas de acesso, os quais serão acessados somente pelos pesquisadores. Após a conclusão da pesquisa, essas transcrições serão descartadas.

Em caso de haver qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: Anielle Glória Vaz Coelho – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM)/ FAMAT UFU. Campus Santa Mônica - Bloco 1 A - Sala 207, Av. João Naves de Ávila, 2121, CEP: 38408-100 - Uberlândia – MG, telefone: 34 3230-9419. Poderá também entrar em contato com o Comitê de Ética na Pesquisa com Seres Humanos – Universidade Federal de Uberlândia: Av. João Naves de Ávila, nº 2121, bloco A, sala 224, Campus Santa Mônica – Uberlândia –MG, CEP: 38408-100; telefone: 34-32394131.

Uberlândia, de de 201.....

Prof.^a Dr.^a Fabiana Fiorezi de Marco – PPGECM/UFU
Pesquisadora (orientadora da pesquisa)

Prof.^a Anielle Glória Vaz Coelho – PPGECM /UFU
Pesquisadora (mestranda)

Eu aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecida.

Participante da pesquisa

ANEXO D

Roteiro da Entrevista com a Professora Ana

- 1- Qual sua idade?
- 2- Qual sua área de formação?
- 3- Qual é o seu tempo de docência?
- 4- Em quais anos já lecionou?
- 5- Por que optou pelo ensino de Matemática?
- 6- O ensino na rede pública é uma opção? Por quê?
- 7- Por qual Universidade e linha de pesquisa você optou no mestrado? Por quê?
- 8- Você acredita que, a partir dos estudos realizados no mestrado, a forma como você organiza o ensino mudou? Comente.
- 9- Como você organiza e desenvolve o ensino da sua disciplina? Como descreveria sua aula?
- 10- Você acredita que a forma como você organiza o ensino traz (trouxe) impactos para a aprendizagem dos alunos? Por quê?
- 11- Em sua prática, que relação você percebe entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento do estudante e do professor?
- 12- De que modo os alunos percebem este tipo de organização do ensino?
- 13- Você acredita que todos os alunos podem aprender o que se dispõe a ensinar? Explique.
- 14- A que você atribui as dificuldades de aprendizagem de determinados alunos?
- 15- Quais são seus planos futuros em relação à sua profissão?

Encerramento:

- Espaço para comentários adicionais, sugestões que possam contribuir com a pesquisa;
- Informar que, após a transcrição da entrevista pela pesquisadora, será apresentada para que possa ler, acrescentar ou excluir alguma informação;
- Agradecimentos.

Observações – início da entrevista:

- Informar a entrevistada sobre o projeto de pesquisa e esclarecer possíveis dúvidas;
- Solicitar a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE);
- Reafirmar à entrevistada a liberdade para dizer o que pensa ser relevante;
- Pedir permissão para gravar a conversa.

ANEXO E

PRODUTO EDUCACIONAL DA DISSERTAÇÃO

Anexar o produto educacional à dissertação é requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Apresentação

Este produto é fruto da dissertação de mestrado que se intitula “Contribuições das atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem”. A pesquisa registrada na dissertação foi produzida durante a participação no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática ofertado pela Universidade Federal de Uberlândia, sob a orientação da professora. Dra. Fabiana Fiorezi de Marco.

A pesquisa teve seu embasamento teórico nos estudos sobre as contribuições das atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem por alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Uberlândia-MG. Para atingir nossos objetivos, investigamos o surgimento da porcentagem em Roma, nos aproximamos de como as propostas de ensino de porcentagem vem sendo apresentadas na literatura e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), nos apoiamos na Teoria Histórico-Cultural (VYGOTSKY, 1991, 2000, 2001, 2002), na atividade de ensino (MOURA, 2000, 2002, 2004, 2011, 2016) e sua relação com a teoria da atividade (LEONTIEV, 1978, 1983).

A pesquisa teve sua origem no âmbito de um grupo de dimensão colaborativa, o - Grupo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática e Atividade Pedagógica (GEPEMAPE), existente desde o ano de 2015, na Universidade Federal de Uberlândia, campus de Uberlândia-MG.

Para analisar o material produzido no desenvolvimento da proposta, como aporte metodológico, recorreremos à ideia de episódios (MOURA, 2004), que propõe a escolha de momentos - frases escritas ou faladas, gestos e ações - que explicitam ações reveladoras do processo de formação dos sujeitos participantes.

A intenção desse produto é oferecer à comunidade matemática propostas de ensino que possam contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático, em especial compreender um pouco do movimento do processo percorrido pelos alunos para a construção

do conceito de porcentagem e considerações que possam contribuir com o ensino de tal conceito. Espera-se que a pesquisa e seu produto contribuam tanto para a formação inicial quanto para a continuada de professores de Matemática, especialmente para aqueles que atuam ou atuarão no processo de ensino e aprendizagem dos alunos da Educação Básica.

Por meio da pesquisa realizada foi possível inferir que compreender os conceitos de razão, de proporção e também operar com as quatro operações básicas envolvendo os números racionais são elementos importantes para que o conceito de porcentagem deixe de ser visto apenas como fração sendo parte do todo.

Ressalta-se que o produto aqui apresentado poderá sofrer alterações, considerando que os alunos podem apresentar outros resultados, discussões e análises, fazendo surgir outros desdobramentos, diferentes daqueles evidenciados durante a pesquisa.

Propostas de Ensino

As atividades de ensino que seguem foram organizadas pela pesquisadora junto ao grupo GEPEMAPE ou adaptadas de outras pesquisas já realizadas e são apresentadas com seus objetivos, duração para seu desenvolvimento, nexos conceituais, na ordem cronológica em que foram propostas aos alunos nesta pesquisa.

Tínhamos como objetivos nessas atividades gerar a necessidade em nossos alunos para que se constituíssem em atividade de aprendizagem, na perspectiva da atividade orientadora de ensino (MOURA, 2000). Assim, buscamos, nas situações desencadeadoras de aprendizagem, gerar nos alunos a necessidade de resolver um problema de modo a colocá-los numa situação semelhante à vivenciada historicamente.

A proposta de ensino foi desenvolvida de acordo com o seguinte cronograma:

ATIVIDADES DE ENSINO	EPISÓDIO(S)	CENA(S)	DURAÇÃO
Ampliando território	Conhecendo o império de Augusto	Estratégias de ampliação e o plano final a ser executado: a guerra	1 hora/aula
Ocupando as terras		Como ocupar as terras?	1 hora/aula
Estipulando taxas	Plano de taxas	Qual o nome da taxa a ser paga?	1 hora/aula
Voltando a Roma, e agora?		Taxas justas e tempo estimado	2 horas/aula
		Configurando o império	1 hora/aula
Desafio!	Situação problema em Roma	Analisando os porquês.	1 hora/aula

Fonte: Sistematização da Pesquisadora

Veja o detalhamento dessas atividades:

Atividade 1: Ampliando Território

Duração: 1 hora/aula (50 minutos)

Objetivo: identificar o contexto histórico da época proposta.

Desenvolvimento: os alunos devem pensar individualmente e, posteriormente, ser convidados a socializar suas considerações.

Um imperador romano chamado Augusto, que esteve no poder por mais de 40 anos, queria ampliar seu território para aumentar o seu domínio. Seus conselheiros ofereciam diferentes sugestões, mas o imperador não se convenciu sobre qual a melhor decisão. Dê a sua sugestão de como o imperador poderia ampliar seu território, compartilhando a ideia com a classe.

Nessa atividade, acreditávamos que, inicialmente, os alunos tenderiam a afirmar exatamente um valor de compra, imaginando como acontece hoje, por exemplo, comprar o outro terreno por uma determinada quantia de moedas, ouro, dinheiro e outras possibilidades, respostas exatas, numericamente fechadas. Contudo, logo no início, foi possível perceber que os alunos consideraram o contexto da época mencionada.

Apresentamos algumas falas iniciais que justificam nossa observação:

José: Lutava e comprava com moedas de ouro.

Professora: Qual argumento ele irá utilizar para comprar?

José: Guerreava e invadia.

Matheus: Pode colocar um espião antes de invadir.

Professora: Para que o espião?

Matheus: Para garantir que será um ataque bom.

Laníta: Manda uma carta falsa.

Professora: Qual a intenção da carta?

Laníta: Manipular e enganar o outro dono.

José: Eles tinham exército, pode fazer uma guerra.

Professora: Como seria essa guerra?

José: Quem ganhar fica com a terra do outro.

Professora: Vocês são os conselheiros. Precisam de um plano infalível, mas qual?

Matheus: De noite e escondido?

Professora: Que tal turma?

Maria: De noite é melhor, já que vão estar dormindo.

Matheus: E também soldados.

Professora: Muitos ou poucos soldados?

Maria: Ahh, todos, se possível.

José: Soldados fortes, cavalos fortes, armaduras fortes.

Professora: Que tipo de armadura?

José: Escudo!!!

Matheus: Catapulta!!!

Talíza: Um dragão!!! Fessora, tinha dragão?

Professora: O que vocês acham?

Cristiane: Acho que tinha, porque é bem antigo isso neh?

Professora: Pode ser então.

Matheus: Essa guerra já é nossa!!!

José: Tá no papo!

Laníta: Não tem erro!

Como relatado neste recorte de diálogo, observamos que cada um definiu um plano de ação, compartilharam as ideias, optaram por uma guerra, executaram a guerra e venceram.

Atividade 2: Ocupando as terras

Duração: 1 hora/aula (50 minutos)

Objetivo: conduzir os alunos a perceber a importância de ocupar as terras e necessidade de divisões destas.

Desenvolvimento: os alunos devem pensar individualmente e, em seguida, ser convidados a formar grupos de no máximo 5 componentes para socializarem suas considerações e elaborar uma síntese das conclusões individuais.

Depois de definir a melhor maneira para ampliar seu território, Augusto se deparou com outro problema: de que maneira o Império poderia ocupar essas terras para que dificultasse aos inimigos não as tomar? Um lembrete que poderá ser útil: a sociedade da Roma Antiga era formada por Patrícios, Plebeus, Clientes, Escravos e Libertos e, de acordo com a classe social, possuíam pouco ou mais moedas. Registre suas ideias!

Patrícios: descendentes das primeiras famílias que povoaram Roma, os patrícios eram proprietários de terras e ocupavam importantes cargos públicos. Considerados cidadãos romanos, possuíam muita riqueza e escravos. No topo da pirâmide social romana, compunham a minoria da população.

Plebeus: formavam a maioria da sociedade romana. A Plebe era composta basicamente por pequenos comerciantes, artesãos e outros trabalhadores livres. Possuíam poucos direitos políticos e de participação na vida religiosa.

Clientes: embora livres, os clientes viviam "presos" aos patrícios, pois possuíam uma forte relação de dependência. Esta classe era formada basicamente por estrangeiros e refugiados pobres. Tinham apoio econômico e jurídico dos patrícios, porém lhes deviam ajuda em trabalhos e questões militares.

Escravos: camada sem nenhum direito social em Roma. Os escravos eram, em sua grande maioria, presos de guerra. Eram vendidos como mercadorias para patrícios e plebeus e não recebiam pagamentos pelo trabalho, mas apenas comida e roupas. Executavam tarefas pesadas e também serviam como serviços domésticos. Na época do Império Romano, o número de escravos aumentou de forma extraordinária.

Libertos: ex-escravos que obtinham a liberdade por concessão de seus proprietários, por abandono ou até mesmo pela compra própria da liberdade. Geralmente trabalhavam para seu ex-dono⁴².

Na pesquisa desenvolvida, os alunos registraram os planos de ação, compartilharam com o grupo e definiram a melhor forma de cobrança para, então, compartilhar com a classe:

Professora: Depois de definir a melhor maneira para ampliar seu território, Augusto se deparou com outro problema.

Matheus: Ai aiaí, outro problema! O que era?

Professora: De que maneira, o Império poderia ocupar estas terras, para que dificultasse aos inimigos não as tomar?

Antônio: Organizar a terra!

José: É, se não o inimigo vai lá e toma.

Professora: Como seria essa organização?

Matheus: Mandá os Patrícios pra lá, aí tá no papo.

José: Tá no papo por quê? Se ficar só Patrício lá o outro Imperador consegue fazer guerra e tomar da gente!

Matheus: Mandá todo mundo então, cria um bairro.

José: Tinha bairro?

María: Uai, pode ser uma vila então, será que era chamado de vila?

Antônio: Finge que pode.

Professora: Quem vocês mandariam morar lá? E como seria essa organização?

Nesse momento, individualmente, registraram por meio de desenhos e/ou escrita a organização das terras. Logo após, em pequenos grupos, definiram como e qual seria o plano de ação.

⁴² Adaptado de: http://www.suapesquisa.com/imperioromano/sociedade_romana.htm. Acesso em: 01 jul. 2016.

Atividade 3: Estipulando taxas

Duração: 3 horas/aula (150 minutos)

Objetivos: discutir se a divisão de terras foi justa e criar taxas para cobrança.

Desenvolvimento: a atividade deve ser realizada pelos grupos e depois podem socializar as ideias com toda a turma. Em seguida, a turma escolhe a melhor forma de cobrança.

O território do imperador romano Augusto foi ampliado, as novas terras foram ocupadas por parte da sociedade romana. Agora quem tinha um problema eram os cobradores do Império: eles precisavam cobrar uma taxa sobre as novas terras ocupadas, mas era necessário pensar na melhor forma para que não desagradasse ao imperador e que tanto Patrícios, quanto Plebeus, Clientes e Libertos pudessem pagar. Mas como fazer isso de forma justa para todos?

Nesse momento, a professora pode indagar:

Como fazer para ser justo para toda a população?

Este plano seria executado de quanto em quanto tempo? (diariamente, mensalmente, anualmente, entre outras possibilidades).

Qual o nome dessa taxa a ser paga?

Para as próximas atividades, objetivamos identificar se os alunos conseguiriam criar uma nova configuração de taxa, geral, a partir dos casos particulares.

Atividade 4: Voltando a Roma, e agora?

Duração: 1 hora/aula (50 minutos)

Objetivos: analisar as taxas para cobrança que foram criadas e configurar o império, ou seja, instituir uma taxa geral.

Desenvolvimento: a atividade deve ser realizada pelos grupos que socializaram as ideias. Em seguida, a turma escolhe a melhor configuração.

O território do imperador romano Augusto fora ampliado, as novas terras foram totalmente ocupadas por parte da sociedade romana, os cobradores do Império estabeleceram taxas sobre as novas terras ocupadas, as quais denominamos impostos, mas agora, surgiu um novo e último problema.

Os cobradores do Império junto aos conselheiros definiram três diferentes taxas (opção 1, 2 e 3) e ocupações de terras. O Imperador tinha a missão de optar por uma delas. Qual você acha que ele escolheria? Por quê?

Configurando o império...

Relembrando todo o processo, a guerra, a ocupação e as taxas, faça uma nova ilustração de como ficou o Império.

Para encerrar este texto, que apresenta o produto associado ao desenvolvimento de uma pesquisa, espera-se que os leitores se sintam convidados e instigados a realizar a leitura na íntegra da dissertação que deu origem ao produto apresentado. A leitura do texto da dissertação possibilitará ao leitor vislumbrar os resultados obtidos pelos discentes participantes da pesquisa.

Desejamos que as atividades apresentadas nessa pesquisa juntamente com a leitura do texto, o estudo da Teoria Histórico-Cultural, da Atividade e Atividade de Ensino, se configurem como uma importante contribuição aos professores, pois integra o contexto de ensino e aprendizagem de porcentagem pode colaborar com a formação inicial e continuada ao criar uma situação de aprendizagem na qual possam vivenciar momentos de exploração e significação desse conceito matemático.

Referências

LEONTIEV, Alexis Nikolaevich. *O desenvolvimento do psiquismo*. DUARTE, M. D. [Tradução]. Horizontes: Lisboa, 1978.

_____. *Actividad, consciencia, personalidad*. 2ª reimpressão. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. *O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública*. Tese (Livre Docência) – São Paulo, SP, Faculdade de Educação, USP, 2000.

_____. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, Amélia Domingues de; CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. (Orgs.). *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002, p. 143- 162.

_____. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, Raquel Lazzari Leite (Org). *Trajetórias e perspectivas da formação de educadores*. São Paulo: Editora UNESP, 2004. p. 257-284

_____. Implicações da Psicologia Histórico-Cultural para a educação – Formação de conceitos matemáticos. In: SOUZA, M. P. R.; FACCI, M. (Orgs.). Coleção: *Implicações Educacionais da Psicologia Histórico-Cultural*. Lev Vigotski [DVD - Coletânea 4 vols.]. São Paulo: Atta Mídia e Educação, 2011.

VYGOTSKY, Lev Semenovich, 1869-1934. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

_____. *Pensamento e Linguagem*. Edição Ridendo Castigat Mores. Versão para eBook, 2001. Disponível em: <http://ruipaz.pro.br/textos/pensamentolinguagem.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2016.

_____. *A formação social da mente*. 6. Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002. _____.

_____. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 4.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991. Disponível em: http://chafic.com.br/chafic/moodle/file.php/1/Biblioteca_Virtual/Temas_educacionais/Lev._Vygotsky_-_A_formacao_social_da_mente.pdf. Acesso em: 20 ago. 2016.