

JÉFFERSON SILVA BARBOSA

**ANÁLISE DE MODELOS TERMOHIDRODINÂMICOS
PARA MANCAIS DE UNIDADES GERADORAS
FRANCIS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2018

JÉFFERSON SILVA BARBOSA

**ANÁLISE DE MODELOS TERMOHIDRODINÂMICOS PARA MANCAIS
DE UNIDADES GERADORAS FRANCIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Aldemir Ap. Cavalini Jr.

Coorientador: Prof. Dr. Valder Steffen Jr.

UBERLÂNDIA – MG

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

B238a Barbosa, Jéfferson Silva, 1991-
2018 Análise de modelos termohidrodinâmicos para mancais de unidades
Geradoras Francis / Jéfferson Silva Barbosa. - 2018.
92 f. : il.

Orientador: Aldemir Aparecido Cavalini Junior.
Coorientador: Valder Steffen Junior.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1146>
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Mancais - Teses. I. Cavalini
Junior, Aldemir Aparecido, 1983- II. Steffen Junior, Valder. III.
Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

Maria Salete de Freitas Pinheiro – CRB6/1262



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA



ALUNO: Jéfferson Silva Barbosa

NÚMERO DE MATRÍCULA: 11612EMC008

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

LINHA DE PESQUISA: Dinâmica de Sistemas Mecânicos

PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL MESTRADO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:

“Análise de Modelos Termohidrodinâmicos para Mancais de Unidades Geradoras Francis”

ORIENTADOR: Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Júnior

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Valder Steffen Júnior

A Dissertação foi **APROVADA** em reunião pública, realizada no Anfiteatro G do Bloco 50, Campus Santa Mônica, em 27 de março de 2018, às 14:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME	ASSINATURA
Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Júnior	UFU
Prof. Dr. Valder Steffen Júnior	UFU
Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte	UFU
Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto	UFU
Prof. Dr. Gregory Bregion Daniel	UNICAMP

Uberlândia, 27 de março de 2018

Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter se mostrado justo e misericordioso em todos os momentos da minha vida.

Aos meus pais, Jair e Irene, pelo apoio incondicional. Palavras não bastam para demonstrar todo o meu amor e gratidão a vocês, e assim, dedico-vos este trabalho. Aos meus irmãos, Juliene e Giovane, por toda confiança depositada em mim e por sempre me motivarem a persistir nesta caminhada. À Barbara Rech por sua paciência, envolvimento e motivação, determinantes para levar este trabalho até o fim.

Ao grande amigo, professor e orientador Aldemir, por todo apoio e envolvimento neste trabalho. Exemplo de profissional, dedicado e apaixonado pelo o que faz, é digno de tudo que conquistastes até aqui, e, sem dúvida, terás uma caminhada gloriosa nesta vida. Ao professor Valder Steffen Jr, cuja coorientação foi fundamental à realização deste trabalho.

Aos meus grandes amigos do Laboratório de Mecânica das Estruturas, LMEst-UFU, por toda amizade que foi construída ao longo desses anos. Aos meus companheiros de trabalho Tobias, Adriano, Arinan, João Marcelo e de forma especial ao Leonardo por suas valiosas contribuições à realização deste trabalho. À querida Luciene por sempre auxiliar-nos nas questões administrativas.

À Universidade Federal de Uberlândia e ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica pela oportunidade concedida para realização do curso e pelo comprometimento de todos os seus membros, empenhados em manter a excelência deste programa.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia – Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT – EIE), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), por todo o auxílio financeiro proporcionado. À todas as empresas envolvidas no projeto de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) o qual este

trabalho está inserido, CERAN, CPFL, BAESA, ENERCAN e Foz do Chapecó por todo suporte financeiro.

Barbosa, J. S., **Análise de Modelos Termohidrodinâmicos para Mancais de Unidades Geradoras Francis**. 2018. 92 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

O presente trabalho dedica-se à modelagem computacional dos mancais hidrodinâmicos que compõem uma unidade geradora de energia elétrica do tipo Francis. Para representar o comportamento dinâmico desses mancais utiliza-se uma abordagem termohidrodinâmica, na qual os efeitos térmicos devido ao atrito viscoso presente no filme de óleo são computados por meio da solução simultânea das equações de Reynolds e da energia. Utilizando-se de hipóteses simplificadoras, os quatro mancais hidrodinâmicos presentes na unidade geradora são analisados, sendo eles: mancal combinado segmentado axial e segmentado radial, mancal segmentado radial intermediário e mancal cilíndrico radial. A discretização das equações diferenciais parciais obtidas nos modelos matemáticos dos mancais é realizada utilizando o método dos volumes finitos. Para verificar a coerência dos resultados numéricos obtidos no presente trabalho, utiliza-se as informações presentes nos memoriais de cálculo do fabricante e os dados extraídos do sistema de monitoramento da unidade geradora. Os resultados obtidos neste trabalho mostram-se promissores, visto que apresentam boa correlação com as informações extraídas dos memoriais de cálculo do fabricante e dos registros do sistema de monitoramento. É importante ressaltar que o presente trabalho foi desenvolvido no contexto do projeto de P&D *Modelagem Robusta para o Diagnóstico de Defeitos em Unidades Geradoras* (02476-3108/2016), realizado pela ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) em parceria com a Universidade Federal de Uberlândia e com o financiamento das empresas CERAN, BAESA, ENERCAN e Foz do Chapecó.

Palavras Chave: Mancais hidrodinâmicos. Modelos termohidrodinâmicos. Unidades Geradoras Francis.

Barbosa, J. S., **Analysis of Thermohydrodynamic Models for the Bearings of Francis Hydropower Units**. 2018. 92 f. M.Sc. Dissertation - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brazil.

ABSTRACT

This work is dedicated to the computational modeling of the hydrodynamic bearings present in a Francis hydropower unit. In order to represent the dynamic behavior of these bearings, a thermohydrodynamic approach is used, in which the thermal effects due to the viscous friction of the oil film are computed through the simultaneous solution of the Reynolds and energy equations. Using simplifying hypotheses, the four hydrodynamic bearings of the hydropower unit are analyzed, namely a combined thrust and guide tilting-pad bearing, an intermediate guide tilting-pad bearing, and a cylindrical guide bearing. The discretization of the partial differential equations of the bearings is performed by using the finite volume method. In order to verify the consistency of the numerical results obtained in the present work, the results provided by the manufacturer were used, as well as the experimental data measured by the monitoring system of the hydropower unit. The obtained results demonstrated to be promising since they have a good correlation with the information extracted from the manufacturer and experimentally. It is worth mentioning that the present work was developed under the R&D project *Robust Modeling for the Diagnosis of Defects in Generating Units* (02476-3108/2016) conducted by ANEEL (Brazilian Electric Energy Agency). This project is carried out at the Federal University of Uberlândia, Brazil, with the financial support of the companies CERAN, BAESA, ENERCAN, and Foz do Chapecó.

Keywords: Hydrodynamic Bearings. Thermohydrodynamic models. Francis Hydropower Units.

Lista de Símbolos

A	Matriz dos coeficientes para o cálculo da temperatura
$a, b \text{ e } c$	Coefficientes da equação da viscosidade
B_j	Referencial auxiliar
B'_j	Referencial móvel
B''_j	Referencial móvel-curvilíneo
B_P	Vetor termo fonte para o cálculo da pressão
C	Folga radial do mancal cilíndrico radial
C	Matriz dos coeficientes para o cálculo da pressão
c_p	Calor específico do óleo
e	Excentricidade dimensional
E	Excentricidade adimensional
F_{hx}	Componente da força hidrodinâmica na direção X do mancal cilíndrico radial
F_{hz}	Componente da força hidrodinâmica na direção Z do mancal cilíndrico radial
F_X	Componente da força hidrodinâmica na direção X do mancal segmentado radial
$F_{x_{m_i}}$	Força hidrodinâmica na direção x'' do referencial B''_j
F_Y	Força hidrodinâmica resultante no mancal segmentado axial
$F_{y_{m_i}}$	Força hidrodinâmica na direção y do referencial $l(r, \theta, y)$
F_Z	Componente da força hidrodinâmica na direção Z do mancal segmentado radial
$F_{z_{m_i}}$	Força hidrodinâmica na direção z'' do referencial B''_j
h_h	Espessura do filme de óleo dimensional
\bar{h}_h	Espessura adimensional do filme de óleo
h_s	Espessura do segmento do mancal segmentado radial
h_0	Folga radial no mancal segmentado radial
$l(X, Y, Z)$	Referencial inercial localizado no centro dos mancais radiais
$l(r, \theta, y)$	Referencial inercial localizado no segmento do mancal segmentado axial
ISO VG 68	Tipo de óleo utilizado nos mancais
k_t	Condutividade térmica do óleo

L	Comprimento do segmento do mancal segmentado radial
L_h	Comprimento do mancal cilíndrico radial
M_{R_i}	Momento atuante no segmento do mancal segmentado radial
M_x	Momento atuante na direção x do mancal segmentado axial
M_z	Momento atuante na direção z do mancal segmentado axial
MDF	Método das Diferenças Finitas
MVF	Método dos Volumes Finitos
O_E	Centro do eixo
O_P	Centro de rotação do pivô
O_S	Centro do segmento do mancal segmentado radial
Pe	Número de Peclet
p_h	Pressão hidrodinâmica dimensional
\bar{p}_h	Pressão hidrodinâmica adimensional
$\bar{\mathbf{p}}_h$	Vetor de pressão
Q_{mist}	Vazão de mistura do óleo
Q_{rep}	Vazão de reposição de óleo no mancal cilíndrico radial
Q_2	Vazão de óleo recirculante no mancal cilíndrico radial
r	Coordenada da direção radial do referencial $I(r,\theta,y)$
\bar{r}	Coordenada adimensional da direção radial do referencial $I(r,\theta,y)$
r_1	Raio interno do segmento do mancal segmentado axial
r_2	Raio externo do segmento do mancal segmentado axial
R	Raio do eixo
r_{piv}	Raio do pivô do mancal segmentado axial
\bar{r}_{piv}	Raio do pivô do mancal segmentado axial adimensional
R_S	Raio do segmento do mancal segmentado radial
T	Temperatura
T	Vetor de temperatura
T_{cuba}	Temperatura da cuba de óleo
T_0	Temperatura de referência
T_2	Temperatura do óleo recirculante no mancal
T_{rep}	Temperatura do óleo de reposição
t	Tempo
\bar{t}	Tempo adimensional
THD	Modelo termohidrodinâmico

u	Velocidade do fluido na direção \bar{x} do mancal cilíndrico radial e x'' do mancal segmentado radial
\bar{u}	Velocidade do fluido adimensionalizada na direção \bar{x} no mancal cilíndrico radial e x'' do mancal segmentado radial
U	Componente de velocidade circunferencial do fluido
v	Velocidade do fluido na direção \bar{z} no mancal cilíndrico radial e z'' do mancal segmentado radial
\bar{v}	Velocidade do fluido adimensionalizada na direção \bar{z} no mancal cilíndrico radial e z'' do mancal segmentado radial
v_θ	Velocidade do fluido na direção circunferencial do mancal segmentado axial
v_r	Velocidade do fluido na direção radial do mancal segmentado axial
x	Coordenada nas direções \bar{x} no mancal cilíndrico radial, x'' no mancal segmentado radial. Eixo auxiliar do segmento do mancal segmentado axial
x_r	Posição do centro do eixo na direção X para o mancal cilíndrico radial; coordenada da posição do centro do eixo para o mancal segmentado radial no referencial auxiliar B_j
X_r	Posição do centro do eixo na direção X para o mancal segmentado radial
\dot{x}_r	Velocidade do centro do eixo na direção X
$\dot{\bar{x}}_r$	Velocidade do centro do eixo na direção X adimensionalizada
\bar{x}	Coordenada nas direções \bar{x} no mancal cilíndrico, x'' no mancal segmentado radial, adimensionalizada.
x'	Eixo x' do referencial B'_j
x''	Eixo x'' do referencial B''_j
X''	Eixo coordenado com origem no centro do segmento do mancal segmentado radial
w	Velocidade do fluido na direção \bar{y} no mancal cilíndrico radial e y'' do mancal segmentado radial
\bar{w}	Velocidade do fluido adimensionalizada na direção \bar{y} no mancal cilíndrico radial e y'' do mancal segmentado radial
\mathbf{X}	Vetor contendo as variáveis de projeto
z	Coordenada nas direções \bar{z} no mancal cilíndrico radial, z'' no mancal segmentado radial; eixo auxiliar do segmento do mancal segmentado axial

u	Velocidade do fluido na direção \bar{x} do mancal cilíndrico radial e x'' do mancal segmentado radial
\bar{u}	Velocidade do fluido adimensionalizada na direção \bar{x} no mancal cilíndrico radial e x'' do mancal segmentado radial
U	Componente de velocidade circunferencial do fluido
v	Velocidade do fluido na direção \bar{z} no mancal cilíndrico radial e z'' do mancal segmentado radial
\bar{v}	Velocidade do fluido adimensionalizada na direção \bar{z} no mancal cilíndrico radial e z'' do mancal segmentado radial
v_θ	Velocidade do fluido na direção circunferencial do mancal segmentado axial
v_r	Velocidade do fluido na direção radial do mancal segmentado axial
x	Coordenada nas direções \bar{x} no mancal cilíndrico radial, x'' no mancal segmentado radial. Eixo auxiliar do segmento do mancal segmentado axial
x_r	Posição do centro do eixo na direção X para o mancal cilíndrico radial; coordenada da posição do centro do eixo para o mancal segmentado radial no referencial auxiliar B_j
X_r	Posição do centro do eixo na direção X para o mancal segmentado radial
\dot{x}_r	Velocidade do centro do eixo na direção X
$\dot{\bar{x}}_r$	Velocidade do centro do eixo na direção X adimensionalizada
\bar{x}	Coordenada nas direções \bar{x} no mancal cilíndrico, x'' no mancal segmentado radial, adimensionalizada.
x'	Eixo x' do referencial B'_j
x''	Eixo x'' do referencial B''_j
X''	Eixo coordenado com origem no centro do segmento do mancal segmentado radial
w	Velocidade do fluido na direção \bar{y} no mancal cilíndrico radial e y'' do mancal segmentado radial
\bar{w}	Velocidade do fluido adimensionalizada na direção \bar{y} no mancal cilíndrico radial e y'' do mancal segmentado radial
\mathbf{X}	Vetor contendo as variáveis de projeto
z	Coordenada nas direções \bar{z} no mancal cilíndrico radial, z'' no mancal segmentado radial; eixo auxiliar do segmento do mancal segmentado axial

z_r	Posição do centro do eixo na direção Z para o mancal cilíndrico radial; coordenada da posição do centro do eixo para o mancal segmentado radial no referencial auxiliar B_j
Z_r	Posição do centro do eixo na direção Z para o mancal segmentado radial
\dot{z}_r	Velocidade do centro do eixo na direção Z
$\dot{\bar{z}}_r$	Velocidade do centro do eixo na direção Z adimensionalizada
\bar{z}	Coordenada nas direções \bar{z} no mancal cilíndrico radial, z'' no mancal segmentado radial, adimensionalizada.
z'	Eixo z' do referencial B'_j
z''	Eixo z'' do referencial B''_j
Z''	Eixo coordenado com origem no centro do segmento do mancal segmentado radial
α	Ângulo de rotação do segmento do mancal segmentado radial
α_h	Posição angular do centro do eixo
$\dot{\alpha}$	Velocidade angular do segmento
α_r	Ângulo de rotação do segmento do mancal segmentado axial em torno do eixo x
α_p	Ângulo de rotação do segmento do mancal segmentado axial em torno do eixo z
β	Posição angular medida no referencial B''_j
β_s	Ângulo de abrangência do segmento do mancal segmentado radial
φ	Posição angular do pivô no mancal segmentado radial
ρ	Massa específica do óleo
μ	Viscosidade do óleo
μ_0	Viscosidade de referência
$\bar{\mu}$	Viscosidade adimensional
ξ, η	Mudança de variável para a resolução da equação da energia
θ	Coordenada na direção θ do referencial $l(r, \theta, y)$. Posição angular medida no referencial $l(X, Y, Z)$ no mancal cilíndrico radial
$\bar{\theta}$	Coordenada na direção θ do referencial $l(r, \theta, y)$ adimensionalizada
θ_0	Ângulo de abrangência do segmento do mancal segmentado axial
θ_{pivo}	Posição angular do pivô do mancal segmentado axial
Ω	Velocidade de rotação do eixo

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	IV
RESUMO	VI
ABSTRACT	VII
LISTA DE SÍMBOLOS	VIII
SUMÁRIO	XII
CAPÍTULO I	1
INTRODUÇÃO	1
<i>1.1. Contextualização do estudo</i>	<i>1</i>
<i>1.2. Contribuições prévias ao estudo desta dissertação</i>	<i>3</i>
<i>1.3. Objetivos do Estudo</i>	<i>5</i>
<i>1.4. Organização do Trabalho</i>	<i>5</i>
CAPÍTULO II	8
MANCAIS HIDRODINÂMICOS	8
CAPÍTULO III	16
MODELOS TERMOHIDRODINÂMICOS PARA MANCAIS HIDRODINÂMICOS	16
<i>3.1 Mancal hidrodinâmico cilíndrico radial</i>	<i>16</i>
<i>3.2 Mancal hidrodinâmico segmentado radial (tilting-pad)</i>	<i>30</i>
<i>3.3 Mancal hidrodinâmico segmentado axial</i>	<i>40</i>
<i>3.4 Determinação da posição de equilíbrio para cada um dos mancais</i>	<i>48</i>
<i>3.4.1 Posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais</i>	<i>48</i>
<i>3.4.2 Posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos segmentados radiais</i>	<i>50</i>
<i>3.4.3 Posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos segmentados axiais</i>	<i>51</i>
CAPÍTULO IV	54
RESULTADOS NUMÉRICOS	54
<i>4.1 Mancais hidrodinâmicos presentes na UG</i>	<i>54</i>
<i>4.1.1 Mancal guia da UG – Mancal hidrodinâmico cilíndrico radial</i>	<i>56</i>

4.1.2 <i>Mancais guia da UG: Mancal hidrodinâmico segmentado radial</i>	62
4.1.3 <i>Mancal de escora da UG: Mancal hidrodinâmico segmentado axial</i>	70
CAPÍTULO V	83
CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1. Contextualização do estudo

A utilização de técnicas de simulação computacional aplicada a sistemas rotativos constitui uma ferramenta fundamental, tanto na análise quanto no projeto dos elementos destes sistemas. Neste contexto, a abordagem de sistemas multifísicos torna-se necessária devido à complexidade destas máquinas. Além disso, diante de um mercado cada vez mais competitivo, a busca por sistemas mais eficientes e, conseqüentemente, mais rentáveis, motivam as pesquisas relacionadas à redução das manutenções corretivas em detrimento das técnicas preditivas. Neste caso, o comportamento dinâmico da máquina é analisado durante a operação, reduzindo assim os riscos de falhas catastróficas. Segundo Meggiolaro (1996), não são raras as situações em que a obtenção de resultados experimentais, bem como a extração de informações diretamente a partir dos sinais medidos, são procedimentos dispendiosos e de alto custo, associados à dificuldade de acesso aos pontos de medição e às condições em que as mesmas são realizadas.

Os mancais constituem um dos subsistemas mais críticos de um rotor. Sua influência sobre o desempenho, vida útil e segurança da máquina não pode ser ignorada. Segundo Vance; Zeidan; Murphy (2010), muitos dos problemas enfrentados em sistemas rotativos podem ser atribuídos à concepção e aplicação dos mancais. Assim, a compreensão dos fenômenos físicos que os circundam é essencial para fazer a escolha adequada segundo as exigências da máquina. Mesmo para equipamentos já em operação, a alteração/modificação dos mancais representa um dos meios mais eficazes, diretos e econômicos para melhorar o desempenho dinâmico do sistema.

Devido à alta capacidade de carga, os mancais hidrodinâmicos são comumente utilizados em máquinas rotativas de grande porte. Por exemplo, são componentes fundamentais de unidades geradoras (UG) de usinas hidroelétricas (Fig. 1.1). É importante ressaltar que, devido à presença do filme de óleo, o efeito do amortecimento em mancais hidrodinâmicos é mais acentuado do que em mancais de rolamento, o que é benéfico em máquinas que passam por velocidades críticas durante partidas e paradas.

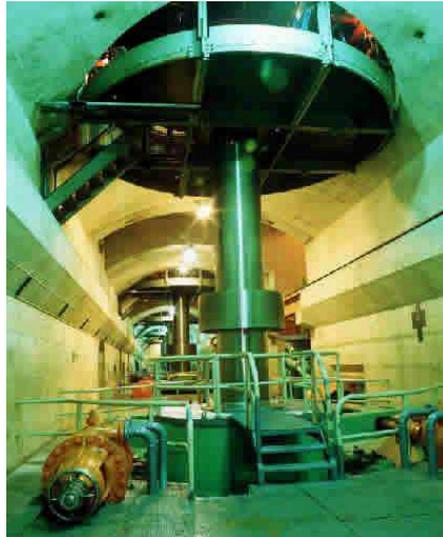


Figura 1.1 – Unidade geradora de usina hidroelétrica (disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/460422761883423095/>).

Estes mancais operam em um regime dito hidrodinâmico, já que a formação do filme de lubrificante que separa o eixo do mancal não depende da introdução do fluido sobre pressão (MEGGIOLARO, 1996). A pressão no filme é obtida pelo movimento entre as duas superfícies (formação de uma cunha convergente de bombeamento) a uma velocidade suficiente para separá-las, tendo em vista o carregamento aplicado.

Devido ao cisalhamento das camadas do fluido, parte da energia cinética é transformada em energia térmica, que por sua vez resulta na elevação da temperatura do fluido. Assim, para se obter um modelo mais representativo do mancal é preciso considerar a variação da viscosidade do fluido, visto que o valor desta propriedade pode ser reduzido com o aumento da temperatura. Esta abordagem na qual os efeitos térmicos são incorporados ao cálculo das forças de sustentação nos mancais hidrodinâmicos denomina-se modelo termohidrodinâmico (THD).

No caso específico das UGs de usinas hidroelétricas, a aplicabilidade dos mancais hidrodinâmicos justifica-se principalmente devido à magnitude dos esforços de sustentação gerados nos mancais durante a operação. Em UGs que utilizam rotores verticais, os esforços radiais e axiais são suportados por mancais do tipo guia (ou radial) e de escora (ou axial), respectivamente.

Com relação à geometria destes mancais, estes podem ser fixos (Fig. 1.2c) ou segmentados, também denominados *tilting-pad* (Fig. 1.2a e 1.2b). Os mancais segmentados possuem maior estabilidade, permitindo operar em rotações mais elevadas, possuindo assim maior aplicação na indústria.



Figura 1.2 – Tipos de mancais hidrodinâmicos: a) Mancal hidrodinâmico segmentado axial (disponível em: <http://www.kceng.com/thrust-bearings>); b) Mancal hidrodinâmico segmentado radial (disponível em: <https://www.waukbearing.com/images/gallery/en-after14-1.jpg?ts=1355197953>); c) Mancal hidrodinâmico cilíndrico (disponível em: <http://www.kceng.com/a-series-journal-bearings/>).

Diante do exposto, este trabalho dedica-se à análise de modelos THD aplicados aos mancais hidrodinâmicos cilíndrico radial, segmentado radial (ou guia) e segmentado axial (mancal de escora ou *thrust*) que compõem uma UG do tipo Francis instalada na unidade de Castro Alves, pertencente à Companhia Energética Rio das Antas (CERAN). Este trabalho foi desenvolvido no contexto do projeto de P&D *Modelagem Robusta para o Diagnóstico de Defeitos em Unidades Geradoras* (02476-3108/2016), realizado pela ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) em parceria com a Universidade Federal de Uberlândia e com o financiamento das empresas CERAN, BAESA, ENERCAN e Foz do Chapecó.

1.2. Contribuições prévias ao estudo desta dissertação

No Laboratório de Mecânica de Estruturas “José Eduardo Tannús Reis” da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia (LMEst-FEMEC-UFU), diversos trabalhos de pesquisa em dinâmica de rotação e mancais hidrodinâmicos vêm sendo desenvolvidos ao longo dos anos.

Riul (1988) realizou em seu trabalho de mestrado um estudo teórico e experimental acerca de mancais hidrodinâmicos cilíndricos, utilizando o método das diferenças finitas para solução da equação de Reynolds. Os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do mancal foram determinados. Realizou-se também neste trabalho o projeto de um dispositivo experimental e três técnicas de identificação desses coeficientes foram propostas, comparando os valores determinados experimentalmente com aqueles calculados via simulação computacional.

No âmbito da dinâmica de rotação, Simões (2006) desenvolveu um trabalho relacionado ao controle ativo de vibrações em rotores flexíveis, utilizando transdutores piezelétricos do tipo pilha nos mancais de um rotor horizontal. Saldarriaga (2007) analisou técnicas de controle passivo de vibrações em máquinas rotativas utilizando materiais viscoelásticos.

Morais (2010) avaliou o comportamento dinâmico de máquinas rotativas com eixos flexíveis na presença de não-linearidades com o objetivo de identificar parâmetros variantes no tempo. Koroishi (2013) avaliou o desempenho de técnicas de controle ativo de vibrações em uma máquina rotativa dotada de um mancal híbrido (mancal de rolamento com atuadores eletromagnéticos). Cavalini Jr (2013) propôs técnicas de monitoramento da integridade estrutural (*SHM – Structural Health Monitoring*) com o objetivo de identificar trincas transversais nos eixos de máquinas rotativas, onde é importante destacar a aplicação da técnica da Impedância Eletromecânica para este fim. Também neste trabalho, Cavalini Jr (2013) avaliou os efeitos do amortecimento introduzido pelos mancais hidrodinâmicos no comportamento do eixo na presença de trincas transversais.

Alves (2015) investigou o controle ativo e semiativo de vibrações em rotores flexíveis utilizando liga com memória de forma na suspensão. Nesta análise, uma suspensão contendo fios de liga com memória de forma tracionados foi adaptada à base do mancal de base flexível. Os resultados obtidos mostram as potencialidades da utilização de ligas com memória de forma no controle passivo e semiativo de vibrações em rotores.

Carvalho (2017) propôs uma nova abordagem para a técnica de balanceamento de rotores baseada no modelo matemático, considerando as incertezas que afetam o balanceamento. Estes parâmetros incertos foram tratados no modelo matemático utilizando a técnica do Hipercubo Latino. Os resultados obtidos mostram que o balanceamento robusto é mais eficiente quando comparado com a técnica tradicional.

Sousa Jr. (2017) investigou o comportamento dinâmico de um rotor submetido a uma excitação pela base. O modelo teórico foi determinado a partir das equações de Lagrange e do método dos elementos finitos. Resultados experimentais foram obtidos a partir de uma bancada de testes constituída. Neste caso, uma boa correlação entre os resultados teóricos e experimentais foi verificada.

O presente trabalho contribui com o desenvolvimento de modelos para mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais, segmentados radiais e segmentados axiais dentro de uma abordagem termohidrodinâmica. Nos estudos de Riul (1988), Cavalini Jr (2013), dentre outros trabalhos desenvolvidos no LMEst, os modelos referentes aos mancais hidrodinâmicos desprezavam os efeitos térmicos. Assim, os modelos desenvolvidos no contexto deste trabalho somam importantes contribuições para o avanço nas pesquisas sobre mancais hidrodinâmicos.

1.3. Objetivos do Estudo

Como objetivo geral do presente trabalho destaca-se a análise do modelo THD aplicada a mancais hidrodinâmicos radiais e axiais por meio da solução simultânea da equação de Reynolds e da equação da energia. A partir desta solução, torna-se possível determinar a pressão máxima, a espessura mínima e a temperatura máxima do filme de óleo, parâmetros estes que são críticos quanto à capacidade de carga do mancal.

Inseridas em um contexto maior, as análises realizadas neste trabalho são parte de um projeto de P&D no qual uma ferramenta robusta para o diagnóstico de defeitos em UGs é construída a partir de um modelo matemático do sistema. Deste modo, os modelos referentes aos mancais hidrodinâmicos desenvolvidos neste trabalho foram incorporados ao modelo de elementos finitos da UG considerada.

1.4. Organização do Trabalho

Esta dissertação é apresentada em cinco capítulos para melhor desenvolvimento dos assuntos abordados.

O presente capítulo tem como objetivo contextualizar o tema desta dissertação, assim como apresentar os trabalhos que vêm sendo desenvolvidos no LMEst nestes últimos anos, além dos objetivos do presente estudo.

O Capítulo II apresenta uma revisão bibliográfica sobre a modelagem matemática de mancais hidrodinâmicos, tanto para mancais radiais quanto para mancais axiais, destacando os trabalhos que apresentam ser importantes para a realização desta dissertação.

O Capítulo III apresenta a formulação matemática do modelo THD para cada um dos mancais hidrodinâmicos encontrados na UG em estudo, destacando as hipóteses adotadas.

O Capítulo IV é dedicado à apresentação e discussão dos resultados numéricos obtidos. Este capítulo destaca os detalhes referentes à geometria e à condição de operação para cada um dos mancais.

O Capítulo V é dedicado às conclusões gerais do trabalho e às perspectivas para trabalhos futuros.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO II

MANCAIS HIDRODINÂMICOS

No estudo de máquinas rotativas, o domínio das propriedades mecânicas das partes que as compõem é de grande importância para a análise do seu comportamento dinâmico. Os mancais são componentes fundamentais dos sistemas rotativos, visto que este elemento acopla superfícies que possuem movimento relativo entre si, podendo ser esse movimento tanto de rotação quanto de translação (NORTON, 2004).

Com a evolução tecnológica dos meios de produção, o mercado tornou-se cada vez mais competitivo, exigindo maior eficiência e produtividade, maximizando o rendimento geral das plantas industriais. No caso específico dos mancais, grandes avanços ocorreram na lubrificação, a fim de minimizar o atrito entre as partes girantes, aumentando assim a eficiência e a vida útil desses componentes. Os estudos na área de lubrificação, com destaque aos trabalhos de Petrov (1883), Tower (1883;1885) e Reynolds (1886), permitiram o desenvolvimento de um modelo de lubrificação denominado hidrodinâmico.

Utilizando procedimentos experimentais e trabalhando de forma independente, Tower (1883;1885) e Petrov (1883) fizeram as primeiras análises sobre lubrificação hidrodinâmica. Tower (1883;1885) observou o efeito da pressão hidrodinâmica no filme de lubrificante enquanto que Petrov (1883) postulou que a natureza do atrito em um mancal se deve ao cisalhamento do fluido, sendo a viscosidade a propriedade dominante ao se considerar o atrito (PINKUS, 1987).

O desenvolvimento teórico do modelo de lubrificação hidrodinâmica deve-se a Osborne Reynolds (1886). O modelo matemático proposto por Reynolds é representado por uma equação diferencial parcial não homogênea, com coeficientes variáveis e de difícil solução analítica (PINKUS, 1987).

Para obter a solução analítica da equação obtida, Reynolds propôs o conceito de mancal infinitamente longo, no qual o gradiente de pressão em uma das direções é desprezado. A partir dos estudos iniciais de Reynolds, Sommerfeld (1904) publicou pela primeira vez a solução analítica da equação de Reynolds, desprezando as perdas de lubrificante nas extremidades do mancal e o gradiente de pressão na direção axial.

A evolução dos modelos matemáticos de mancais hidrodinâmicos aliada ao desenvolvimento de métodos computacionais mais eficazes possibilitou a análise mais realista acerca do comportamento dinâmico destes sistemas. O modelo inicialmente proposto

por Reynolds parte da hipótese simplificadora de que a viscosidade é constante em todo o filme de óleo. Assim, os efeitos térmicos devido ao movimento entre as camadas de fluido não são considerados. Com o objetivo de obter um modelo mais representativo, no qual os efeitos térmicos são considerados, deu-se início ao desenvolvimento de modelos THD para mancais hidrodinâmicos.

Cope (1949) publicou o primeiro trabalho no qual o efeito térmico foi considerado no modelo matemático de mancais. Nesta análise, a equação da energia foi resolvida sob a hipótese simplificadora de temperatura constante na direção radial do mancal e desprezando as trocas de calor por condução entre o filme e as partes metálicas (eixo e mancal). Assim, determinou-se a distribuição de temperatura no filme de óleo.

Ocvirk (1952) utilizou a hipótese de mancal curto, no qual o gradiente de pressão na direção circunferencial é desprezado, para obter a solução analítica para a equação de Reynolds. Apesar das simplificações aplicadas ao modelo, parâmetros importantes como a pressão máxima, potência dissipada e capacidade de carga puderam ser determinados nas duas abordagens (VIEIRA, 2015).

A evolução da capacidade de processamento dos computadores e dos métodos numéricos de solução permitiram a avaliação de modelos matemáticos mais complexos de mancais hidrodinâmicos. Assim, Pinkus (1956) utilizou o Método das Diferenças Finitas (MDF) para resolver a equação de Reynolds em sua forma completa, tanto para mancais circulares, elípticos (PINKUS, 1956) e trilobulares (PINKUS, 1958).

Em se tratando da modelagem de mancais hidrodinâmicos axiais, conforme descrito por Vieira (2015), Sternlicht e Maginniss (1957) foram os primeiros a aplicar o MDF para resolver a equação de Reynolds para mancais axiais. Neste caso, foi considerada uma expressão matemática para a espessura do filme de óleo que relaciona os comprimentos radial e circunferencial dos segmentos. Pinkus (1958) também solucionou a equação de Reynolds aplicando o MDF para mancais axiais, partindo, porém, de uma expressão matemática para a espessura do filme lubrificante que varia linearmente apenas com o comprimento circunferencial do segmento.

Em uma análise mais elaborada, Hunter e Zienkiewicz (1960) abordaram a equação da energia considerando a temperatura do filme variando ao longo da espessura do filme de óleo. Diferentemente do modelo proposto por Cope (1949), no qual foram adotadas apenas condições de contorno do tipo adiabática, neste modelo testou-se diferentes condições de contorno (adiabática e isotérmica). Por meio da comparação dos resultados obtidos, concluiu-se que a viscosidade não apresenta variação na direção radial, uma conclusão equivocada como foi mostrado posteriormente (DANIEL, 2012).

Um pouco mais tarde, Dowson (1962) publicou um trabalho importante no contexto de modelos THD. O autor estendeu a equação de Reynolds para casos mais gerais, nos quais o fluido, além de apresentar viscosidade variável, é considerado compressível (massa específica variável), obtendo-se assim um modelo mais abrangente.

De posse de um modelo THD generalista para análise de mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais, Dowson e March (1966) validaram experimentalmente o modelo proposto. No trabalho realizado por eles, constatou-se que o eixo poderia ser considerado isotérmico, por não apresentar variações expressivas de temperatura, e que o gradiente térmico ao longo da direção axial poderia ser negligenciado, visto que sua magnitude é muito inferior quando comparada ao gradiente radial (DOWSON et al., 1966).

Além da utilização do MDF para a solução numérica da equação de Reynolds, outros métodos de discretização foram explorados. O Método dos Volumes Finitos (MVF) consiste em um método de discretização de equações diferenciais parciais, muito utilizado em problemas que envolvem escoamento de fluidos. O MVF se baseia no balanço das propriedades do fluido no interior de um volume de controle. Assim, Castelli (1968) aplicou o MVF na solução da equação de Reynolds para mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais.

Visando reduzir o custo computacional da solução do modelo THD, no qual a equação de Reynolds e da energia estão acopladas, McCallion; Yousif; Lloyd (1970) propuseram um procedimento de solução no qual as equações que determinam o campo de pressão e temperatura são desacopladas e resolvidas separadamente. Neste modelo, os termos de pressão são negligenciados na equação da energia e, segundo os autores, os resultados obtidos foram comprovados experimentalmente de forma satisfatória.

Com relação aos modelos THD aplicados aos mancais axiais, diversos pesquisadores dedicaram-se à investigação sobre as condições de contorno impostas. Huebner (1974) concluiu que a temperatura do colar do eixo é praticamente igual à temperatura de entrada de lubrificante, utilizando a condição de contorno de temperatura prescrita para o colar. Tieu (1975) também utilizou em seus modelos essa mesma consideração. A aplicabilidade dessa condição de contorno já havia sido verificada teoricamente por Kettleborough (1967).

Para analisar a influência das propriedades térmicas do lubrificante e das condições de operação da máquina, Mitsui e Yamada (1979) utilizaram a equação da energia considerando apenas o termo difusivo na direção radial do fluido. O termo convectivo é considerado dominante na direção circunferencial, além da dissipação viscosa. Os resultados encontrados mostram que os campos de pressão e temperatura são fortemente dependentes das propriedades térmicas do lubrificante e das condições de operação.

Mitsui (1982a) analisou a influência das características geométricas do mancal cilíndrico radial nos campos de pressão e temperatura, verificando que a posição do pico de

temperatura no filme de óleo varia de acordo com a folga radial do mancal. Mitsui (1982b) determinou os coeficientes dinâmicos do mancal, isto é, os coeficientes de rigidez e amortecimento. Os resultados obtidos foram comparados satisfatoriamente com dados experimentais.

O aumento da quantidade de trabalhos publicados sobre modelos THD possibilitou análises mais complexas associadas ao tema. Logo no início da década de 80, Ferron; Frene; Boncompain (1983) incluíram em seus modelos a transferência de calor entre o filme de óleo e as partes envolventes (eixo e mancal), juntamente com a cavitação e a recirculação do lubrificante. Três anos mais tarde, Boncompain; Fillon; Frene (1986) analisaram os efeitos do escoamento reverso na entrada do lubrificante e da recirculação do fluxo de calor. Para solução das equações obtidas, foi utilizado o MDF e os resultados encontrados mostraram-se coerentes com dados experimentais.

Com o objetivo de obter um modelo ainda mais representativo para um mancal hidrodinâmico em operação, Heshmat e Pinkus (1986) analisaram como ocorre a mistura entre o lubrificante que entra no mancal e o filme de óleo já presente (renovação do lubrificante do filme). Os autores apresentaram equações teóricas para a temperatura da mistura e resultados experimentais, tanto para mancais radiais quanto axiais.

Han e Paranjpe (1990) resolveram as equações de THD utilizando o MVF, obtendo resultados mais precisos e estáveis, visto que este método de solução se baseia na equação da continuidade. Verificou-se neste trabalho que os campos de pressão e temperatura são influenciados significativamente pelas condições de contorno, ressaltando o cuidado que se deve ter ao adotá-las. Já em 1995, estes mesmos autores simularam um rotor em regime transiente e concluíram que o campo de temperatura varia consideravelmente com o tempo.

Visando comparar os campos de temperatura e pressão para os regimes laminar e turbulento, Bouard; Fillon; Frene (1996) implementaram diversos modelos de turbulência e verificaram que, em velocidades elevadas de rotação, as diferenças entre os picos de pressão e a distribuição de temperatura são significativas. Kang et al. (1996) aplicaram o MVF na solução da equação de Reynolds para mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais utilizando uma transformação de coordenadas para ajustar a malha computacional às descontinuidades do domínio físico.

Meggiolaro (1996) analisou em sua dissertação de mestrado a influência dos efeitos não lineares introduzidos pelos mancais hidrodinâmicos no comportamento dinâmico de um sistema rotativo. Utilizando a hipótese de mancais curtos, na qual a razão entre o comprimento e o diâmetro do mancal é menor que 0,5 (CHILDS, 1993), os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais foram determinados de forma analítica para evitar erros devido à linearização destes coeficientes.

Mancais com geometria variável (elípticos e multilobulares) surgiram da necessidade de evitar (reduzir) as instabilidades fluido-induzidas, intrínsecas de mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais, que ocorrem em altas velocidades (CASTRO, 2008). Quando a velocidade de rotação atinge valores superiores à velocidade crítica de precessão direta, ocorre o fenômeno denominado *oil whirl*. Para rotores que operam a velocidades de rotação ainda mais elevadas, superiores ao dobro da velocidade crítica de precessão direta, ocorre o fenômeno denominado *oil whip*. A utilização desses tipos de mancais em máquinas rotativas, apesar de não evitar a ocorrência dessas instabilidades, possibilitou que os sistemas operassem em velocidades de rotação mais elevadas (DANIEL, 2012).

Modelos THD também foram desenvolvidos para mancais segmentados radiais. Santos (1997) utilizou o MDF para resolver as equações de Reynolds e da energia de forma acoplada, determinando assim os campos de pressão e temperatura em cada segmento. Os resultados de Santos (1997) permitiram concluir que o modelo hidrodinâmico para mancais segmentados radiais é superdimensionado, visto que o valor máximo da pressão é significativamente maior do que o valor máximo calculado segundo o modelo THD.

Além dos mancais segmentados radiais analisados por Santos (1997), investigou-se também o efeito térmico em mancais segmentados radiais híbridos, isto é, mancais que possuem orifícios para injeção de fluido, cuja vazão, pressão e posição são variáveis de projeto. Nicoletti (1999) mostrou que a pressão de injeção de lubrificante e a posição dos orifícios influencia diretamente a distribuição de temperatura no mancal, pois essas variáveis influenciam a temperatura da mistura do lubrificante.

Segundo Vieira (2015), vários autores consideram as trocas de calor nas três direções, isto é, na direção circunferencial, radial e ao longo da espessura do filme de óleo, quando da análise de mancais axiais. Entretanto, negligenciam a condução e a convecção de calor em algumas direções, alegando que a influência nos resultados obtidos é pouco significativa. É comum nas análises THD de mancais axiais desprezar a troca de calor por condução na direção circunferencial, visto que a velocidade nesta direção é significativa. Desta forma, prevalecem os mecanismos advectivos para a troca de calor. Essa consideração foi adotada por Glavatskih et al. (2002) e verificada experimentalmente por Glavatskih (2001). Dobrica e Fillion (2005), Glavatskih e Fillion (2006), Ahmed et al. (2010), também utilizaram essa consideração em seus modelos.

Com o objetivo de obter modelos cada mais vez representativos para mancais hidrodinâmicos segmentados axiais, muitos pesquisadores investigaram os efeitos da deformação do segmento do mancal. A deformação ocorre devido a uma combinação entre a pressão atuante no segmento e o gradiente térmico o qual a mesma está sujeita. Esses modelos são conhecidos na literatura como modelo termoelastohidrodinâmicos (TEHD).

Heinrichson (2006), em sua tese de doutorado, elaborou um modelo TEHD tridimensional para um mancal segmentado axial comparando os efeitos da injeção de óleo a alta pressão e do rebaixo presente na região de injeção de óleo, conhecido como *pocket*. Os resultados obtidos mostram que, se corretamente dimensionadas, a injeção de óleo a alta pressão e a presença do *pocket* na superfície do segmento reduzem os níveis de atrito viscoso durante a operação do mancal. Dentre os trabalhos publicados sobre modelos TEHD, destacam-se os estudos de Heinrichson et al. (2007a; 2007b), Glavatskih et al. (2002), Ahmed et al. (2010) e Wodtke et al. (2013).

Daniel; Alves; Cavalca (2010) investigaram como os efeitos térmicos influenciam no comportamento dinâmico de um rotor. Nesta análise, os coeficientes dinâmicos foram obtidos para o modelo hidrodinâmico, isto é, modelo isotérmico, e para o modelo THD. Os resultados obtidos mostraram que, devido as variações de temperatura no filme, ocorre a variação das propriedades dinâmicas como frequência natural e amplitudes de vibração do sistema.

Partindo do modelo proposto por Dowson (1962) e fazendo as adaptações necessárias, Alves (2010) analisou o modelo THD aplicado a mancais cilíndricos planos. Por meio da aplicação do MDF foi possível obter a distribuição de pressão, temperatura e os coeficientes dinâmicos para mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais. Os resultados obtidos mostraram que os coeficientes dinâmicos são significativamente dependentes dos valores de temperatura, podendo alterar o comportamento dinâmico do rotor.

Daniel (2012) estendeu o modelo THD para os mancais segmentados radiais. Diferentemente do que foi analisado por Santos (1997) e Nicoletti (1999), o modelo proposto por Daniel (2012) levou em consideração a espessura do filme lubrificante, permitindo avaliar os efeitos térmicos e a distribuição de temperatura nesta região. Uma análise comparativa entre o modelo proposto por Russo (1999) e o modelo proposto por Daniel (2012) permite concluir que o último se mostra mais representativo, visto que as características dinâmicas foram determinadas levando em consideração os efeitos térmicos. Além disso, verificou-se a distribuição de pressão, as forças hidrodinâmicas, a posição de equilíbrio e a espessura mínima de filme de óleo em cada segmento do mancal.

Vieira (2015) analisou por meio de um modelo THD o comportamento dinâmico de mancais axiais com geometria fixa. O principal objetivo do seu trabalho foi estabelecer parâmetros geométricos que resultam na maior capacidade de carga axial no mancal. Os resultados experimentais foram obtidos por meio de uma bancada de testes montada com um turbocompressor permitindo avaliar o comportamento dinâmico em rotações muito elevadas e esforços axiais abruptos e elevados.

Como verificado nos estudos bibliográficos envolvendo modelagem matemática de mancais hidrodinâmicos, muitos pesquisadores ao longo dos anos têm se dedicado à busca

por modelos multifísicos nos quais diversos efeitos são avaliados simultaneamente. Este nível de abrangência é fundamental para se caracterizar de forma cada vez mais precisa o comportamento dinâmico dos mancais hidrodinâmicos. Os avanços obtidos na modelagem matemática dos mancais hidrodinâmicos foram viabilizados pela evolução dos métodos numéricos de solução das equações associadas, aliada ao aumento da capacidade de processamento dos computadores.

Para elaboração deste trabalho, destaca-se a valiosa contribuição de Daniel (2012), esta usada como referência para os modelos implementados. Destaca-se também a importante contribuição de Heinrichson (2006), baseado na qual foi feita a análise do mancal segmentado axial da UG, com as devidas simplificações necessárias.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO III

MODELOS TERMOHIDRODINÂMICOS PARA MANCAIS HIDRODINÂMICOS

A modelagem matemática de mancais hidrodinâmicos tem como objetivo determinar as forças de sustentação, a partir das características físicas e das condições de operação. Neste caso, os esforços são suportados por meio das forças hidrodinâmicas, as quais são determinadas a partir do campo de pressão gerado no filme de óleo. O campo de pressão hidrodinâmica, por sua vez, é obtido por meio da solução da equação de Reynolds deduzida a partir de simplificações nas equações de Navier-Stokes.

Na equação clássica proposta por Reynolds a temperatura do filme de óleo é considerada constante. Entretanto, sabe-se que devido ao movimento entre as camadas de fluido, parte da energia cinética é transformada em energia térmica, resultando em um aumento da temperatura do óleo, que por sua vez, reduz a viscosidade do lubrificante. Visando obter um modelo matemático mais realístico no qual os efeitos térmicos são considerados, Dowson (1962) solucionou conjuntamente a equação de Reynolds na sua forma modificada e a equação da energia.

Neste contexto, este capítulo é dedicado à descrição dos modelos THD implementados para os mancais hidrodinâmicos radiais e axiais presentes na UG considerada. Assim, são apresentadas as equações diferenciais que governam o comportamento dinâmico do filme de óleo, o método de discretização dessas equações e o procedimento de solução.

3.1 Mancal hidrodinâmico cilíndrico radial

A Fig. 3.1 apresenta o modelo físico do mancal hidrodinâmico cilíndrico radial e as suas principais características geométricas. Para a construção do modelo matemático, define-se X , Y e Z como sendo os eixos cartesianos do referencial inercial localizado no centro do mancal.

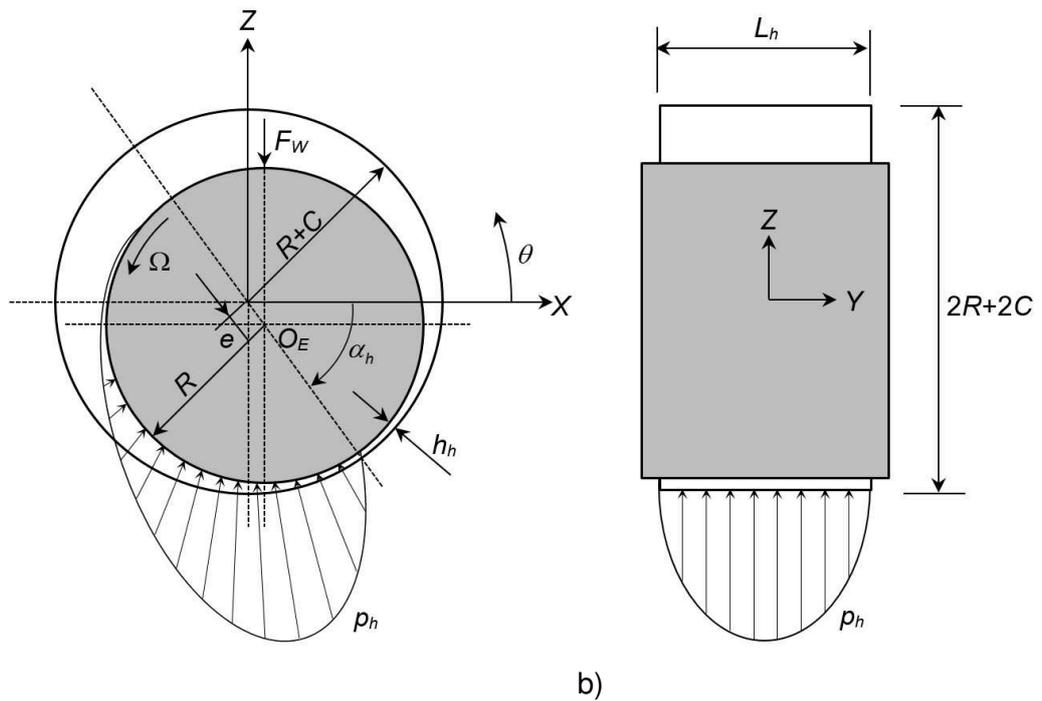


Figura 3.1 – Representação esquemática do mancal hidrodinâmico cilíndrico radial: a) Plano XZ; b) Plano ZY (Cavalini Jr, 2013).

Na Fig. 3.1 θ é a posição angular medida neste referencial, R é o raio do eixo, L_h é o comprimento do mancal, C é a folga radial, Ω é a velocidade de rotação do eixo, p_h é a pressão hidrodinâmica, O_E é o centro do eixo, h_h é a espessura do filme de óleo, F_w é a carga aplicada ao mancal, e é a excentricidade do eixo e α_h é a posição angular do centro do eixo.

A posição do centro do eixo ao longo das direções X e Z (x_r e z_r , respectivamente) pode ser expressa em função de e e α_h como mostra a Eq. (3.1). A espessura h_h do filme de óleo também é dada pela Eq. (3.1).

$$\begin{aligned} x_r &= e \cos \alpha_h, \\ z_r &= -e \sin \alpha_h, \\ h_h &= C - x_r \cos \theta - z_r \sin \theta. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Este modelo matemático de mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais é baseado no trabalho de Daniel (2012). A Eq. (3.2) mostra a equação de Reynolds modificada para um fluido Newtoniano incompressível, apresentada por Dowson (1962).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(F_2 \frac{\partial p_h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(F_2 \frac{\partial p_h}{\partial y} \right) = U \frac{\partial}{\partial y} \left[h_h - \frac{F_1}{F_0} \right] + \frac{\partial h_h}{\partial t}, \quad (3.2)$$

sendo U a componente de velocidade circunferencial do fluido na superfície do rotor, t é o tempo e

$$F_0 = \int_0^{h_h} \frac{1}{\mu} dz, \quad (3.3)$$

$$F_1 = \int_0^{h_h} \frac{z}{\mu} dz, \quad (3.4)$$

$$F_2 = \int_0^{h_h} \frac{z}{\mu} \left(z - \frac{F_1}{F_0} \right) dz. \quad (3.5)$$

Na Eq. (3.2) nota-se que a pressão hidrodinâmica é constante ao longo da direção z , ou seja, a pressão hidrodinâmica não varia ao longo da espessura do filme de óleo. Essa hipótese pode ser adotada devido à dimensão da folga radial ser muito pequena em relação ao comprimento e ao diâmetro do mancal. Diferentemente, é possível observar nas Eqs. (3.3) a (3.5) que a viscosidade do óleo μ varia ao longo da espessura do filme de óleo.

Com o objetivo de facilitar a solução do problema associado, a equação de Reynolds é transformada para sua forma adimensional segundo as relações mostradas na Eq. (3.6).

$$\begin{aligned} \bar{x}_r &= \frac{x_r}{C}, & \bar{z}_r &= \frac{z_r}{C}, & \dot{\bar{x}}_r &= \frac{\dot{x}_r}{\Omega C}, & \dot{\bar{z}}_r &= \frac{\dot{z}_r}{\Omega C}, \\ \bar{x} &= \frac{x}{2\pi R}, & \bar{y} &= \frac{y}{L_h}, & \bar{z} &= \frac{z}{h_h}, & t &= \frac{\bar{t}}{\Omega}, \\ \bar{\mu} &= \frac{\mu}{\mu_0}, & \bar{h}_h &= \frac{h_h}{C}, & \bar{p}_h &= \frac{p_h}{\mu_0 \Omega R^2} C^2, & E &= \frac{e}{C}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$F_0 = \frac{C \cdot \bar{h}_h}{\mu_0} \int_0^1 \frac{1}{\bar{\mu}} d\bar{z} = \frac{C \cdot \bar{h}_h}{\mu_0} \bar{F}_0, \quad F_1 = \frac{C^2 \cdot \bar{h}_h^2}{\mu_0} \int_0^1 \frac{\bar{z}}{\bar{\mu}} d\bar{z} = \frac{C^2 \cdot \bar{h}_h^2}{\mu_0} \bar{F}_1,$$

$$F_2 = \frac{C^3 \cdot \bar{h}_h^3}{\mu_0} \int_0^1 \frac{\bar{z}}{\bar{\mu}} \left(\bar{z} - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) d\bar{z} = \frac{C^3 \cdot \bar{h}_h^3}{\mu_0} \bar{F}_2,$$

onde μ_0 é a viscosidade de referência na temperatura de referência T_0 .

Substituindo as relações mostradas na Eq. (3.6) na Eq. (3.2), chega-se à:

$$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{x}} \right) + \left(\frac{R}{L_h}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right) = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] + \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t}. \quad (3.7)$$

A Eq. (3.7) trata-se de uma equação diferencial parcial que não pode ser resolvida analiticamente. Assim, métodos numéricos de solução são utilizados para determinar o campo de pressão atuante no mancal. Primeiramente, é preciso discretizar a equação de Reynolds a fim de transformá-la em uma equação algébrica. Existem diversos métodos de discretização disponíveis na literatura, como o MVF (MALISKA, 2004). A Fig. 3.2 apresenta a malha obtida por meio da discretização do domínio físico do mancal cilíndrico utilizando o MVF. As direções \bar{x} , \bar{y} e \bar{z} (formas adimensionais) adotadas para o mancal cilíndrico também são apresentadas na Fig. 3.2.

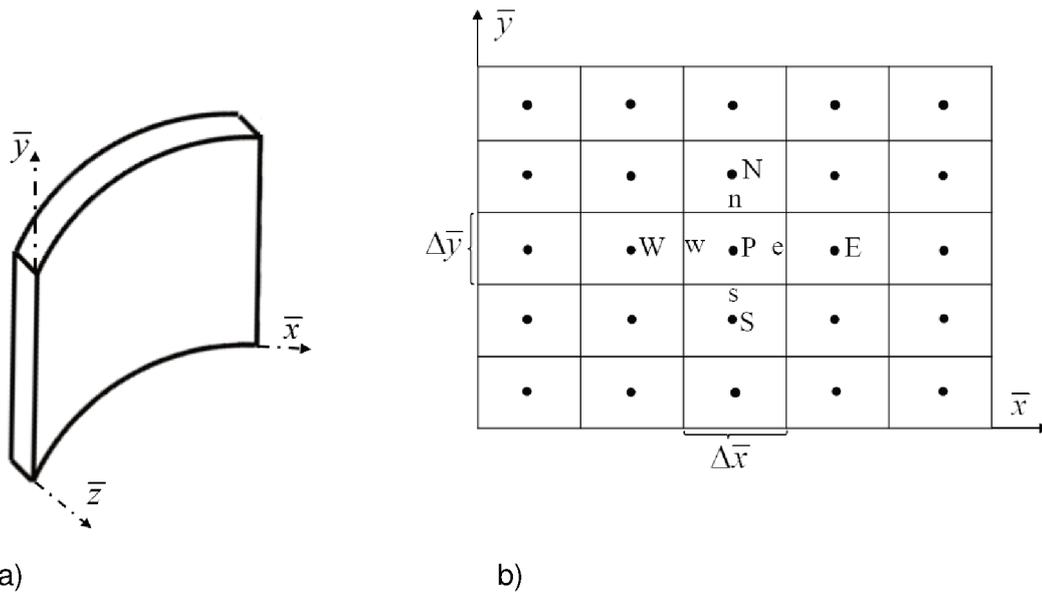


Figura 3.2 – Discretização do domínio via MVF: a) Representação tridimensional; b) malha discretizada.

O processo de discretização da Eq. (3.7) é dividido em quatro partes para melhor exposição da técnica aplicada, como mostra a Eq. (3.8).

$$\underbrace{\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{x}} \right)}_A + \underbrace{\left(\frac{R}{L_h}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right)}_B = \underbrace{\left(\frac{1}{2\pi}\right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right]}_C + \underbrace{\left(\frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} \right)}_D \quad (3.8)$$

Aplicando o MVF nos termos A, B, C e D da Eq. (3.8), obtém-se:

Termo A:

$$\begin{aligned}
& \int_s^e \int_w^e \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \right) d\bar{x} d\bar{y} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_s^e \left[\left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \right) \Big|_e - \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \right) \Big|_w \right] d\bar{y} = \\
& = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \left[\bar{F}_{2e} \bar{h}_{he}^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \Big|_e - \bar{F}_{2w} \bar{h}_{hw}^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \Big|_w \right] \Delta \bar{y}, \\
& \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \Big|_e = \frac{\bar{p}_{hE} - \bar{p}_{hP}}{\Delta \bar{X}}, \quad \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \Big|_w = \frac{\bar{p}_{hP} - \bar{p}_{hW}}{\Delta \bar{X}}, \\
& \left[\frac{\bar{F}_{2e} \bar{h}_{he}^3 \Delta \bar{y}}{(2\pi)^2 \Delta \bar{X}} \right] \bar{p}_{hE} + \left[\frac{\bar{F}_{2w} \bar{h}_{hw}^3 \Delta \bar{y}}{(2\pi)^2 \Delta \bar{X}} \right] \bar{p}_{hW} - \left[\frac{(\bar{F}_{2e} \bar{h}_{he}^3 + \bar{F}_{2w} \bar{h}_{hw}^3) \Delta \bar{y}}{(2\pi)^2 \Delta \bar{X}} \right] \bar{p}_{hP}. \tag{3.9}
\end{aligned}$$

Termo B:

$$\begin{aligned}
& \int_s^e \int_w^e \left(\frac{R}{L_h} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right) d\bar{x} d\bar{y} = \left(\frac{R}{L_h} \right)^2 \int_w^e \left[\left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_n - \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_s \right] d\bar{x} = \\
& = \left(\frac{R}{L_h} \right)^2 \left[\bar{F}_{2n} \bar{h}_{hn}^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \Big|_n - \bar{F}_{2s} \bar{h}_{hs}^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \Big|_s \right] \Delta \bar{x}, \\
& \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \Big|_n = \frac{\bar{p}_{hN} - \bar{p}_{hP}}{\Delta \bar{y}}, \quad \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \Big|_s = \frac{\bar{p}_{hP} - \bar{p}_{hS}}{\Delta \bar{y}}, \\
& \left[\frac{\bar{F}_{2n} \bar{h}_{hn}^3 R^2 \Delta \bar{x}}{L_h^2 \Delta \bar{y}} \right] \bar{p}_{hN} + \left[\frac{\bar{F}_{2s} \bar{h}_{hs}^3 R^2 \Delta \bar{x}}{L_h^2 \Delta \bar{y}} \right] \bar{p}_{hS} - \left[\frac{(\bar{F}_{2n} \bar{h}_{hn}^3 + \bar{F}_{2s} \bar{h}_{hs}^3) R^2 \Delta \bar{x}}{L_h^2 \Delta \bar{y}} \right] \bar{p}_{hP}. \tag{3.10}
\end{aligned}$$

Termo C:

$$\begin{aligned}
& \int_s^e \int_w^e \left(\frac{1}{2\pi} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] d\bar{x} d\bar{y} = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \int_s^e \left\{ \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] \Big|_e - \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] \Big|_w \right\} d\bar{y} = \\
& = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \int_s^e \left[\bar{h}_{he} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1e}}{\bar{F}_{0e}} \right) - \bar{h}_{hw} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1w}}{\bar{F}_{0w}} \right) \right] d\bar{y}, \\
& \left(\frac{\Delta \bar{y}}{2\pi} \right) \left[\bar{h}_{he} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1e}}{\bar{F}_{0e}} \right) - \bar{h}_{hw} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1w}}{\bar{F}_{0w}} \right) \right]. \tag{3.11}
\end{aligned}$$

Termo D:

$$\int\int_{s_w}^n \left(\frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} \right) d\bar{x}d\bar{y},$$

$$\frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} = \frac{1}{\Omega C} \frac{\partial h_h}{\partial t} = -\dot{\bar{x}}_r \cos \theta - \dot{\bar{z}}_r \sin \theta, \quad (3.12)$$

$$\int\int_{s_w}^n \left(\frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} \right) d\bar{x}d\bar{y} = -(\dot{\bar{x}}_r \cos \theta + \dot{\bar{z}}_r \sin \theta) \Delta \bar{x} \Delta \bar{y}.$$

Agrupando as equações obtidas a partir dos termos *A*, *B*, *C* e *D*, chega-se à:

$$C_P \bar{p}_{hP} + C_E \bar{p}_{hE} + C_W \bar{p}_{hW} + C_N \bar{p}_{hN} + C_S \bar{p}_{hS} = B_P, \quad (3.13)$$

na qual,

$$C_E = \left[\frac{\bar{F}_{2e} \bar{h}_{he}^3 \Delta \bar{y}}{(2\pi)^2 \Delta \bar{x}} \right], \quad C_W = \left[\frac{\bar{F}_{2w} \bar{h}_{hw}^3 \Delta \bar{y}}{(2\pi)^2 \Delta \bar{x}} \right], \quad C_N = \left[\frac{\bar{F}_{2n} \bar{h}_{hn}^3 R^2 \Delta \bar{x}}{L_h^2 \Delta \bar{y}} \right],$$

$$C_S = \left[\frac{\bar{F}_{2s} \bar{h}_{hs}^3 R^2 \Delta \bar{x}}{L_h^2 \Delta \bar{y}} \right], \quad C_P = -(C_E + C_W + C_N + C_S), \quad (3.14)$$

$$B_P = \left(\frac{\Delta \bar{y}}{2\pi} \right) \left[\bar{h}_{he} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1e}}{\bar{F}_{0e}} \right) - \bar{h}_{hw} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1w}}{\bar{F}_{0w}} \right) \right] - (\dot{\bar{x}}_r \cos \theta + \dot{\bar{z}}_r \sin \theta) \Delta \bar{y} \Delta \bar{x}.$$

A Eq. (3.13) é aplicada a todos os volumes internos da malha discretizada. Diante disto, ao percorrer todos os volumes finitos da malha um sistema linear é obtido, como mostra a Eq. (3.15).

$$C_{(i,j)} \bar{p}_{h(i,j)} + C_{(i,j+1)} \bar{p}_{h(i,j+1)} + C_{(i,j-1)} \bar{p}_{h(i,j-1)} + C_{(i+1,j)} \bar{p}_{h(i+1,j)} + C_{(i-1,j)} \bar{p}_{h(i-1,j)} = B_{P(i,j)}, \quad (3.15)$$

onde *i* e *j* representam a posição do centro do volume finito analisado na malha discretizada nas direções \bar{x} e \bar{y} , respectivamente. As condições de contorno para a pressão são dadas por:

$$\begin{cases} \bar{p}_h(1, \theta) = 0, \\ \bar{p}_h(0, \theta) = 0, \\ \bar{p}_h(\bar{y}, 0) = \bar{p}_h(\bar{y}, 2\pi) = 0, \\ \bar{p}_h(\bar{y}, \theta) < 0 \Rightarrow \bar{p}_h(\bar{y}, \theta) = 0. \end{cases} \quad (3.16)$$

Por meio da solução da Eq. (3.15), obtém-se o campo de pressão hidrodinâmica no mancal. Existem diversos métodos para a solução de sistemas lineares disponíveis na literatura. Com o objetivo de se obter uma solução com menor custo computacional, neste trabalho optou-se pela solução direta do sistema linear. Este método consiste em:

- Construir a matriz de coeficientes de acordo com a disposição dos volumes finitos na malha discretizada;
- Construir um vetor contendo os termos fonte de acordo a disposição dos volumes;
- Obter o vetor contendo os valores pontuais de pressão hidrodinâmica por meio do produto entre a inversa da matriz dos coeficientes e o vetor termo fonte.

Matematicamente, tem-se:

$$\bar{\mathbf{p}}_h = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}_P, \quad (3.17)$$

onde $\bar{\mathbf{p}}_h$ é o vetor de pressão, \mathbf{C} é a matriz de coeficientes e \mathbf{B}_P é o vetor termo fonte.

Para determinar a distribuição de temperatura no filme de óleo, aplica-se a equação da energia observando as seguintes hipóteses:

- As variações da massa específica ρ , da condutividade térmica k_t e do calor específico c_p do óleo com relação a temperatura são desprezadas;
- Somente a variação da viscosidade μ do óleo em função da temperatura é computada;
- A variação da temperatura do óleo ao longo da direção y do mancal é desprezada.

Assim, a equação da energia é descrita de forma bidimensional e é dada por:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k_t \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \mu \Phi \quad (3.18)$$

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2,$$

onde u , v e w são as velocidades do fluido ao longo das direções x , z e y do mancal, respectivamente (veja a Eq. (3.28)), e T é a temperatura do filme de óleo.

Por meio da solução da Eq. (3.18), determina-se a distribuição de temperatura no filme de óleo. Semelhante ao procedimento utilizado para a solução da equação de Reynolds, recorre-se à discretização da equação da energia aplicando o MVF. Entretanto, a discretização do domínio físico para a solução da Eq. (3.18) não se dá de forma direta. A formulação clássica do MVF é deduzida a partir de coordenadas cartesianas, cuja aplicação para casos de malha não uniforme depende de uma transformação de coordenadas. Diante desta situação, a discretização da equação da energia baseia-se nas considerações feitas por Daniel (2012). A Fig. 3.3 ilustra uma situação na qual o domínio físico não uniforme (Fig. 3.3a) é transformado em um domínio computacional uniforme (Fig. 3.3b), onde ξ e η são as coordenadas adimensionais do mancal. O domínio computacional uniforme é então discretizado via MVF, como mostra a Fig. 3.3c.

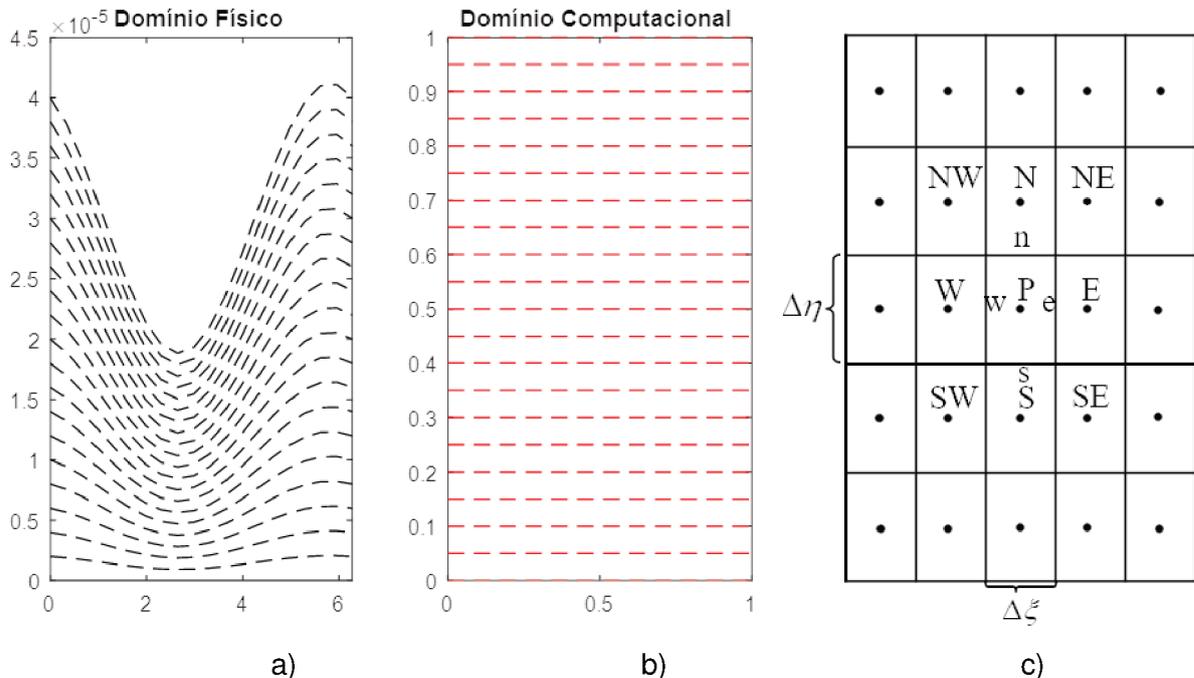


Figura 3.3 – Discretização da equação da Energia: a) domínio físico; b) domínio computacional; c) malha computacional discretizada (BARBOSA et al., 2017).

Assim, a Eq. (3.18) é reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{M}_e T_e - \dot{M}_w T_w + \dot{M}_n T_n - \dot{M}_s T_s = & \left[D_{11} \frac{\partial T}{\partial \xi} + D_{12} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_e - \left[D_{11} \frac{\partial T}{\partial \xi} + D_{12} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_w + \\ & + \left[D_{21} \frac{\partial T}{\partial \xi} + D_{22} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_n - \left[D_{21} \frac{\partial T}{\partial \xi} + D_{22} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_s + L \left[\hat{S} \right]_P \Delta A, \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde,

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{2\pi R}, & \eta &= \frac{z}{h_h}, \\ J_P &= \frac{1}{2\pi R h_{hp}}, & J_e &= \frac{1}{2\pi R h_{he}}, & J_w &= \frac{1}{2\pi R h_{hw}}, & J_s &= \frac{1}{2\pi R h_{hs}}, & J_n &= \frac{1}{2\pi R h_{hn}}, \\ U_e &= h_{he} \cdot u_e, & U_w &= h_{hw} \cdot u_w, & W_n &= 2\pi R \cdot w_n - \eta_n \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_n, & W_s &= 2\pi R \cdot w_s - \eta_s \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_s, \\ \dot{M}_e &= (\rho \cdot U)_e \Delta \eta, & \dot{M}_w &= (\rho \cdot U)_w \Delta \eta, & \dot{M}_n &= (\rho \cdot W)_n \Delta \xi, & \dot{M}_s &= (\rho \cdot W)_s \Delta \xi, \\ \alpha_{11e} &= h_{he}^2, & \alpha_{11w} &= h_{hw}^2, & \alpha_{12e} &= -\eta_e h_{he} \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_e, & \alpha_{12w} &= -\eta_w h_{hw} \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_w, & \alpha_{21n} &= -\eta_n h_{hn}^2 \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_n, \\ \alpha_{21s} &= -\eta_s h_{hs}^2 \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_s, & \alpha_{22n} &= (2\pi R)^2 + \left(\eta_n \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_n \right)^2, & \alpha_{22s} &= (2\pi R)^2 + \left(\eta_s \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_s \right)^2, \\ D_{11e} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_e \cdot \alpha_{11e} \cdot \Delta \eta, & D_{11w} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_w \cdot \alpha_{11w} \cdot \Delta \eta, \\ D_{12e} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_e \cdot \alpha_{12e} \cdot \Delta \eta, & D_{12w} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_w \cdot \alpha_{12w} \cdot \Delta \eta, \\ D_{21n} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_n \cdot \alpha_{21n} \cdot \Delta \xi, & D_{21s} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_s \cdot \alpha_{21s} \cdot \Delta \xi, \\ D_{22n} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_n \cdot \alpha_{22n} \cdot \Delta \xi, & D_{22s} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_s \cdot \alpha_{22s} \cdot \Delta \xi, \\ \hat{S} &= \frac{S}{J_P} = \frac{1}{J_P} \left(\frac{\mu}{c_p} \Phi \right), & \Delta A &= \Delta \xi \cdot \Delta \eta. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Para determinar a temperatura nas faces leste e oeste do volume de controle (e e w na Fig. 3.3c, respectivamente), aplica-se um processo de interpolação baseado no número de Peclet Pe , conforme exposto por Maliska (2004). Assim:

$$\begin{aligned}
Pe_e &= \frac{\rho \cdot u_e \cdot c_p \cdot R \cdot \Delta\theta}{k_t}, & Pe_w &= \frac{\rho \cdot u_w \cdot c_p \cdot R \cdot \Delta\theta}{k_t}, \\
\bar{\alpha}_e &= \frac{Pe_e^2}{10 + 2Pe_e^2}, & \bar{\alpha}_w &= \frac{Pe_w^2}{10 + 2Pe_w^2}, \\
\bar{\beta}_e &= \frac{1 + 0,005Pe_e^2}{1 + 0,05Pe_e^2}, & \bar{\beta}_w &= \frac{1 + 0,005Pe_w^2}{1 + 0,05Pe_w^2}.
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Para as faces norte e sul do volume, adota-se os valores de $\bar{\alpha}_s = \bar{\alpha}_n = 0$ e $\bar{\beta}_s = \bar{\beta}_n = 1$ visto que os efeitos difusivos são dominantes sobre os efeitos advectivos nesta direção. Portanto, tem-se:

$$\begin{aligned}
T_e &= \left(\frac{1}{2} + \bar{\alpha}_e\right)T_P + \left(\frac{1}{2} - \bar{\alpha}_e\right)T_E, & T_w &= \left(\frac{1}{2} + \bar{\alpha}_w\right)T_W + \left(\frac{1}{2} - \bar{\alpha}_w\right)T_P, \\
T_n &= \left(\frac{1}{2} + \bar{\alpha}_n\right)T_P + \left(\frac{1}{2} - \bar{\alpha}_n\right)T_N = \frac{T_P + T_N}{2}, \\
T_s &= \left(\frac{1}{2} + \bar{\alpha}_s\right)T_S + \left(\frac{1}{2} - \bar{\alpha}_s\right)T_P = \frac{T_S + T_P}{2},
\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial T}{\partial \xi}\right|_e &= \bar{\beta}_e \left(\frac{T_E - T_P}{\Delta\xi}\right), & \left.\frac{\partial T}{\partial \xi}\right|_w &= \bar{\beta}_w \left(\frac{T_P - T_W}{\Delta\xi}\right), \\
\left.\frac{\partial T}{\partial \eta}\right|_n &= \bar{\beta}_n \left(\frac{T_N - T_P}{\Delta\eta}\right) = \frac{T_N - T_P}{\Delta\eta}, & \left.\frac{\partial T}{\partial \eta}\right|_s &= \bar{\beta}_s \left(\frac{T_P - T_S}{\Delta\eta}\right) = \frac{T_P - T_S}{\Delta\eta}, \\
\left.\frac{\partial T}{\partial \eta}\right|_e &= \frac{T_N + T_{NE} - T_S - T_{SE}}{4\Delta\eta}, & \left.\frac{\partial T}{\partial \eta}\right|_w &= \frac{T_N + T_{NW} - T_S - T_{SW}}{4\Delta\eta}, \\
\left.\frac{\partial T}{\partial \xi}\right|_n &= \frac{T_E + T_{NE} - T_W - T_{NW}}{4\Delta\xi}, & \left.\frac{\partial T}{\partial \xi}\right|_s &= \frac{T_E + T_{SE} - T_W - T_{SW}}{4\Delta\xi}.
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Desta forma, a Eq. (3.19) pode ser escrita da seguinte forma:

$$A_P T_P + A_E T_E + A_W T_W + A_N T_N + A_S T_S + A_{SE} T_{SE} + A_{SW} T_{SW} + A_{NE} T_{NE} + A_{NW} T_{NW} = B_T, \tag{3.25}$$

sendo,

$$\begin{aligned}
A_E &= \dot{M}_e \left(\frac{1}{2} - \bar{\alpha}_e \right) - \frac{D_{11e}}{\Delta\xi} \bar{\beta}_e - \left(\frac{D_{21n} - D_{21s}}{4\Delta\xi} \right), \\
A_W &= -\dot{M}_w \left(\frac{1}{2} + \bar{\alpha}_e \right) - \frac{D_{11w}}{\Delta\xi} \bar{\beta}_w - \left(\frac{D_{21s} - D_{21n}}{4\Delta\xi} \right), \\
A_N &= \frac{\dot{M}_n}{4} - \frac{D_{22n}}{\Delta\eta} - \left(\frac{D_{12e} - D_{12w}}{4\Delta\eta} \right), \\
A_S &= -\frac{\dot{M}_s}{4} - \frac{D_{22s}}{\Delta\eta} - \left(\frac{D_{12w} - D_{12e}}{4\Delta\eta} \right), \\
A_{NE} &= -\left(\frac{D_{12e}}{4\Delta\eta} - \frac{D_{21n}}{4\Delta\xi} \right), \quad A_{SE} = \frac{D_{12e}}{4\Delta\eta} + \frac{D_{21s}}{4\Delta\xi}, \quad A_{NW} = \frac{D_{12w}}{4\Delta\eta} + \frac{D_{21n}}{4\Delta\xi}, \\
A_{SW} &= \frac{D_{12w}}{4\Delta\eta} + \frac{D_{21s}}{4\Delta\xi}, \quad A_P = -(A_E + A_W + A_N + A_S + A_{NE} + A_{SE} + A_{NW} + A_{SW}).
\end{aligned} \tag{3.26}$$

$$\tag{3.27}$$

O termo fonte da Eq. (3.19) refere-se à transformação viscosa. Para calcular essa energia dissipada é preciso determinar o campo de velocidade do fluido, segundo a Eq. (3.28).

$$\begin{aligned}
u &= \frac{\partial p_h}{\partial x} G_1 + \left(\frac{\Omega R}{F_0} - \frac{F_1}{F_0} \frac{\partial p_h}{\partial x} \right) G_0, \\
w &= -\int_0^{h_p} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz + \frac{\partial h_h}{\partial t}, \\
v &= \frac{\partial p_h}{\partial y} G_1 + \left(\frac{F_1}{F_0} \frac{\partial p_h}{\partial y} \right) G_0,
\end{aligned} \tag{3.28}$$

onde,

$$G_0 = \int_0^z \frac{1}{\mu} dz, \quad G_1 = \int_0^z \frac{z}{\mu} dz. \tag{3.29}$$

Determinado o campo de velocidade do fluido, é possível calcular o termo de dissipação viscosa Φ da Eq. (3.18). O procedimento adotado por Daniel (2012) consiste em obter Φ a partir de termos adimensionais, como mostra a Eq. (3.31).

$$\Phi_p = J_p^2 (\Omega R)^2 \bar{\Phi}_p, \tag{3.30}$$

na qual,

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_P = 2 \cdot & \left[\left(\mathbf{C} \cdot \bar{\mathbf{h}}_h \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \eta \cdot \mathbf{C} \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{h}}_h}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \right)^2 + \left(2\pi R \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} \right)^2 \right] + \\ & \left(2\pi R \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \mathbf{C} \cdot \bar{\mathbf{h}}_h \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} - \eta \cdot \mathbf{C} \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{h}}_h}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} \right)^2 + \\ & \left(\mathbf{C} \cdot \bar{\mathbf{h}}_h \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \eta \cdot \mathbf{C} \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{h}}_h}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \right)^2 + \left(2\pi R \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \right)^2, \end{aligned} \quad (3.31)$$

e

$$\bar{u} = \frac{u}{\Omega R}, \quad \bar{v} = \frac{v}{\Omega R}, \quad \bar{w} = \frac{w}{\Omega R}, \quad (3.32)$$

Assim, determina-se o termo fonte B_T da Eq. (3.25) por meio da Eq. (3.33).

$$B_T = J_P (\Omega R)^2 \frac{\mu_P}{C_p} \bar{\Phi}_P \Delta \eta \Delta \xi. \quad (3.33)$$

De modo semelhante ao procedimento de cálculo utilizado para determinar o campo de pressão hidrodinâmica, a Eq. (3.25) é aplicada a todos os volumes finitos internos da malha discretizada. Assim, o sistema linear correspondente é obtido, como mostra a Eq. (3.34)

$$\begin{aligned} A_{(i,j)} T_{(i,j)} + A_{(i,j+1)} T_{(i,j+1)} + A_{(i,j-1)} T_{(i,j-1)} + A_{(i+1,j)} T_{(i+1,j)} + A_{(i-1,j)} T_{(i-1,j)} + \\ A_{(i-1,j+1)} T_{(i-1,j+1)} + A_{(i-1,j-1)} T_{(i-1,j-1)} + A_{(i+1,j+1)} T_{(i+1,j+1)} + A_{(i+1,j-1)} T_{(i+1,j-1)} = B_{T(i,j)} \end{aligned} \quad (3.34)$$

As condições de contorno para utilizadas para o cálculo do campo de temperatura são dadas nas Eq. (3.35) a Eq. (3.38).

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad (3.35)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = 0, \quad (3.36)$$

$$T(0, \eta) = T_{mist}, \quad (3.37)$$

$$T(1, \eta) = T(0, \eta). \quad (3.38)$$

A condição de contorno descrita pela Eq. (3.35) refere-se à condição de contorno adiabática na fronteira entre o filme de óleo e a superfície do mancal, desprezando assim a troca de calor na interface. Esta mesma hipótese foi usada por Daniel (2012), apresentando resultados satisfatórios. A condição representada pela Eq. (3.36) refere-se à condição adiabática na fronteira entre o eixo e filme de óleo. Esta hipótese adotada neste trabalho, difere-se hipótese apresentada por Daniel (2012), no qual é considerada uma temperatura constante para o eixo. A hipótese adiabática foi escolhida neste trabalho devido à ausência de dados referentes à temperatura do eixo do rotor da UG considerada. A hipótese de mancal adiabático é conhecida na literatura como uma abordagem conservadora, visto que, o campo de temperatura calculado tende a apresentar valores mais elevados em comparação com outras hipóteses. A condição de contorno apresentada na Eq. (3.38) trata-se da condição de circularidade. Uma atenção especial é dada à condição de contorno expressa pela Eq. (3.37). Trata-se da condição que representa a mistura entre o fluxo de óleo frio do mancal e o óleo aquecido circulante no mancal.

A Fig. 3.4 ilustra a região de mistura no mancal, sendo T_2 e Q_2 a temperatura e a vazão do óleo circulante do mancal, T_{rep} e Q_{rep} a temperatura e a vazão de entrada do óleo e T_{mist} e Q_{mist} a temperatura e a vazão resultante da mistura, respectivamente.

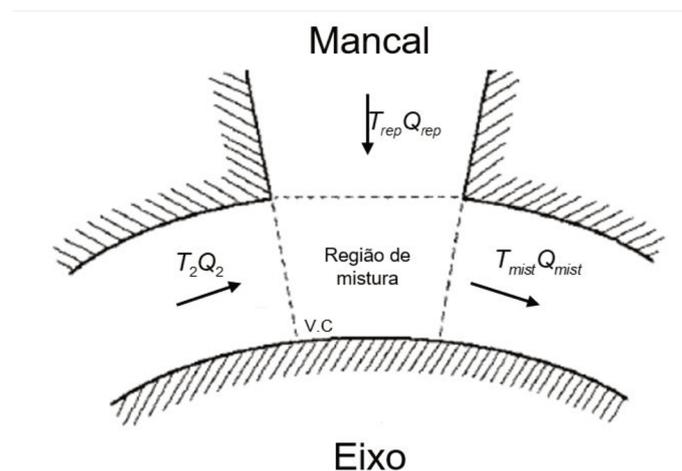


Figura 3.4 – Volume de controle para o balanço de energia (Adaptado de: Alves (2011)).

Seguindo os procedimentos de Alves (2011), obtém-se que:

$$T_{mist} = \frac{T_{rep}Q_{rep} + T_2Q_2}{Q_{mist}}, \quad (3.39)$$

$$Q_{mist} = Q_{rep} + Q_2.$$

De modo análogo ao procedimento de cálculo adotado para determinar o campo de pressão hidrodinâmica, o campo de temperatura pode ser obtido por meio da solução direta do sistema linear exposto na Eq. (3.40).

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_T, \quad (3.40)$$

onde \mathbf{T} é o vetor de temperatura, \mathbf{A} é a matriz de coeficientes e \mathbf{B}_T é o vetor termo fonte.

Conhecido o campo de temperatura do óleo, o campo de viscosidade é determinado. Seeton (2006), analisou diversas equações propostas por vários pesquisadores as quais relacionam a variação da viscosidade em função da temperatura. Dentre as equações propostas, a Eq. (3.41) foi utilizada neste trabalho para calcular a viscosidade do óleo em função da temperatura.

$$\mu = a \exp\left(\frac{b}{T + 273,15 + c}\right), \quad (3.41)$$

onde μ é a viscosidade do óleo [Pa.s], T é a temperatura [°C]. Para determinar os coeficientes a , b e c , a Eq. (3.41) é aplicada aos dados do óleo ISO VG 68, extraído do catálogo do fabricante, sendo $a=1,864 \times 10^{-9}$, $b=5499$, $c=0,8534$, os valores calculados.

Conhecido o campo de viscosidade, retorna-se novamente ao cálculo do campo de pressão e temperatura até que seja verificado convergência dos valores de temperatura. Com o campo de pressão determinado, determina-se então as forças de sustentação hidrodinâmica do mancal como mostra a Eq. (3.42).

$$F_{hx} = \int_0^{2\pi} \int_0^{L_h} p_h \cos \theta dx dy,$$

$$F_{hz} = \int_0^{2\pi} \int_0^{L_h} p_h \sin \theta dx dy, \quad (3.42)$$

$$F_h = \sqrt{F_{hx}^2 + F_{hz}^2}.$$

3.2 Mancal hidrodinâmico segmentado radial (*tilting-pad*)

A Fig. 3.5 representa o modelo físico de um mancal hidrodinâmico segmentado radial (*tilting-pad*) e algumas de suas características geométricas. Dos parâmetros destacados na Fig. 3.5, define-se que Ω é a velocidade de rotação do eixo, R é o raio do eixo, R_s é o raio do segmento, O_P , O_E e O_S são, respectivamente, os centros de rotação do pivô, centro do eixo e o centro do segmento, h_s , β_s e L são, respectivamente, a espessura, ângulo de abrangência e o comprimento do segmento, h_0 é a folga radial, φ é a posição angular do pivô, β é a posição angular no segmento, α é o ângulo de rotação do segmento em relação ao pivô. Os quatro referenciais destacados em Fig. 3.5 são expostos detalhadamente na Fig. 3.6.

Para o desenvolvimento do modelo matemático utilizou-se quatro sistemas de referência, conforme proposto por Russo (1999). O primeiro destes sistemas é posicionado no centro do mancal, sendo denominado como sistema inercial $I(X, Y, Z)$, conforme indica a Fig. (3.6a).

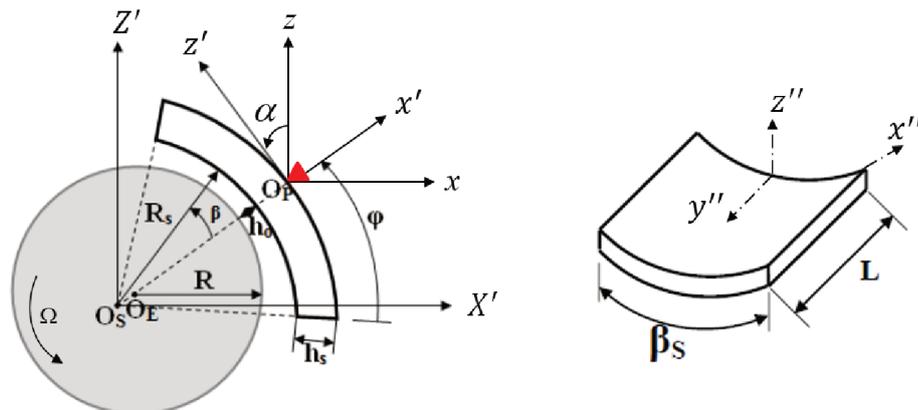


Figura 3.5 – Modelo físico de mancais hidrodinâmicos segmentados radiais (*tilting-pad*) (Adaptado de: Daniel (2012)).

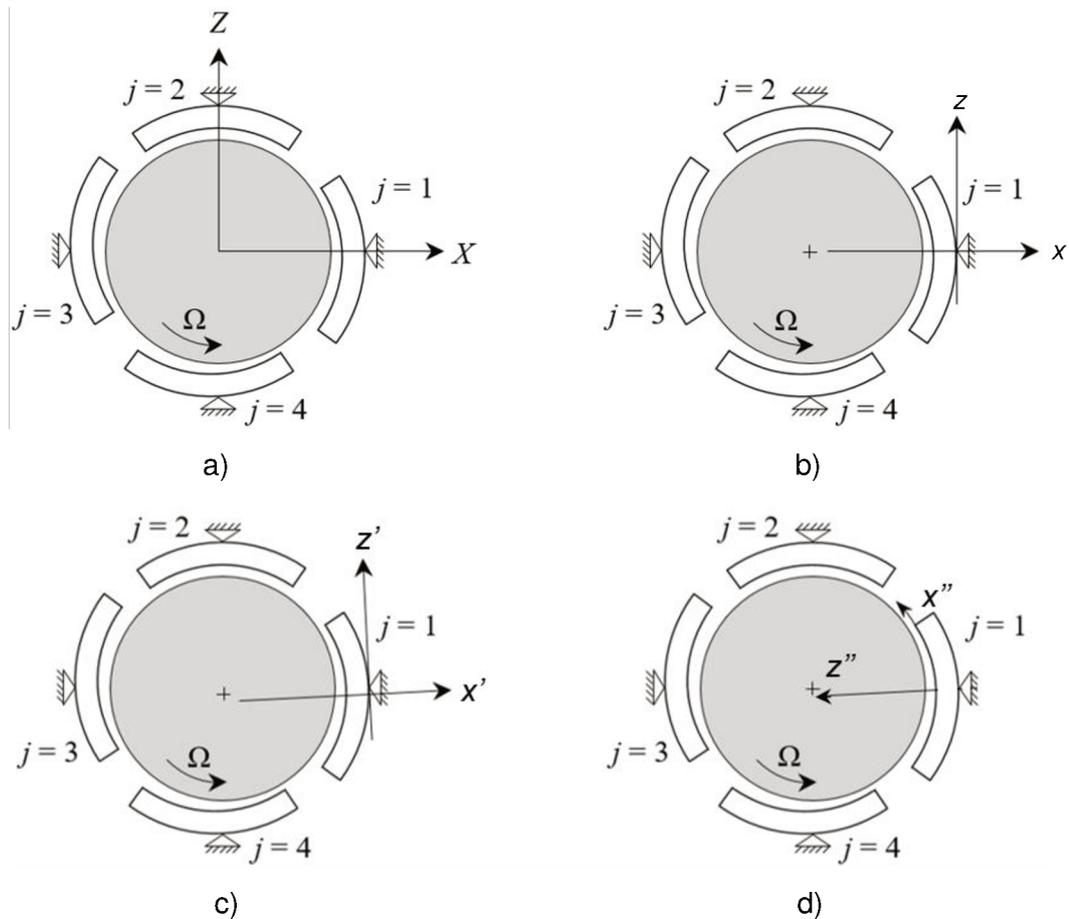


Figura 3.6 – Sistemas de referência: a) inercial; b) auxiliar; c) móvel; d) móvel curvilíneo. (Adaptado de: Cavalini Jr et al., 2016).

O segundo sistema indica o posicionamento do j -ésimo segmento no mancal, denominado sistema auxiliar $B_j(x_j, y_j, z_j)$, representado na Fig. (3.6b). O terceiro é um sistema auxiliar localizado em cada segmento, denominado sistema móvel, $B'_j(x'_j, y'_j, z'_j)$, e está indicado na Fig. (3.6c). O quarto sistema acompanha a superfície interna do segmento denominado referencial móvel curvilíneo $B''_j(x''_j, y''_j, z''_j)$ indicado na Fig. (3.6d).

Para mancais hidrodinâmicos segmentados radiais, a equação de Reynolds modificada apresentada na seção 3.1 (Eq. (3.2)) é aplicada a cada um dos segmentos. O procedimento de cálculo adotado neste modelo, baseado no trabalho de Daniel (2012), é semelhante ao aplicado aos mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais. Assim, nesta seção serão destacados os pontos principais da modelagem de mancais hidrodinâmicos segmentados que a diferencia da análise de mancais hidrodinâmicos de geometria fixa.

A Eq. (3.43) apresenta a expressão para a espessura do filme de óleo h_h obtida por Russo (1999).

$$h_h(\beta) = R_s - R - \left\{ \sin(\beta) [z_r + \alpha(R_s + h_s)] + \cos(\beta)(x_r + R_s - R - h_0) \right\}, \quad (3.43)$$

na qual x_r e z_r são a posição do centro do eixo no referencial auxiliar $B_j(x_j, y_j, z_j)$, nas direções x e z , respectivamente.

Com o objetivo de facilitar a solução do problema associado, a equação de Reynolds (Eq. (3.2)) é transformada para sua forma adimensional segundo as relações mostradas na Eq. (3.44).

$$\begin{aligned} \bar{x}_r &= \frac{x_r}{h_0}, & \bar{z}_r &= \frac{z_r}{h_0}, & \bar{x} &= \frac{x''}{\beta_s R_s}, & \bar{y} &= \frac{y''}{L}, & \bar{z} &= \frac{z''}{h_h}, \\ \dot{\bar{z}}_r &= \frac{\dot{z}_r}{\Omega h_0}, & \dot{\bar{x}}_r &= \frac{\dot{x}_r}{\Omega h_0}, & t &= \frac{\bar{t}}{\Omega}, & \bar{\mu} &= \frac{\mu}{\mu_0}, & \bar{h}_h &= \frac{h_h}{h_0}, \\ \bar{p}_h &= \frac{\rho_h h_0^2}{\mu_0 \Omega R_s^2}, & F_0 &= \frac{h_0 \cdot \bar{h}_h}{\mu_0} \int_0^1 \frac{1}{\bar{\mu}} d\bar{z} = \frac{h_0 \cdot \bar{h}_h}{\mu_0} \bar{F}_0, \\ F_1 &= \frac{h_0^2 \cdot \bar{h}_h^2}{\mu_0} \int_0^1 \frac{\bar{z}}{\bar{\mu}} d\bar{z} = \frac{h_0^2 \cdot \bar{h}_h^2}{\mu_0} \bar{F}_1, & F_2 &= \frac{h_0^3 \cdot \bar{h}_h^3}{\mu_0} \int_0^1 \frac{\bar{z} - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0}}{\bar{\mu}} d\bar{z} = \frac{h_0^3 \cdot \bar{h}_h^3}{\mu_0} \bar{F}_2, \end{aligned} \quad (3.44)$$

onde μ_0 é a viscosidade de referência na temperatura de referência T_0 .

Substituindo a Eq. (3.44) na Eq. (3.2), chega-se à:

$$\left(\frac{1}{\beta_s} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{x}} \right) + \left(\frac{R_s}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right) = \left(\frac{R}{\beta_s R_s} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] + \left(\frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{t}} \right) \quad (3.45)$$

Assim como a Eq. (3.7) obtida na seção 3.1, a Eq. (3.45) é uma equação diferencial parcial que não pode ser resolvida analiticamente. Recorre-se então ao MVF para discretizar a Eq. (3.45) e posteriormente resolvê-la por meio da aplicação do método direto de solução de sistemas lineares. A Eq. (3.45) é dividida em quatro partes para melhor compressão da aplicação do método, como mostra a Eq. (3.46)

$$\underbrace{\left(\frac{1}{\beta_s} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{x}} \right)}_A + \underbrace{\left(\frac{R_s}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right)}_B = \underbrace{\left(\frac{R}{\beta_s R_s} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right]}_C + \underbrace{\left(\frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{t}} \right)}_D \quad (3.46)$$

Aplicando o MVF nos termos A , B , C e D da Eq. (3.46), obtém-se:

Termo A:

$$\begin{aligned}
& \int_s^e \int_w^e \left(\frac{1}{\beta_s} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \right) d\bar{x} d\bar{y} = \left(\frac{1}{\beta_s} \right)^2 \int_s^e \left[\left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \right) \Big|_e - \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \right) \Big|_w \right] d\bar{y} = \\
& = \left(\frac{1}{\beta_s} \right)^2 \left[\bar{F}_{2e} \bar{h}_{he}^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \Big|_e - \bar{F}_{2w} \bar{h}_{hw}^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \Big|_w \right] \Delta \bar{y}, \\
& \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \Big|_e = \frac{\bar{p}_{hE} - \bar{p}_{hP}}{\Delta \bar{X}}, \quad \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \Big|_w = \frac{\bar{p}_{hP} - \bar{p}_{hW}}{\Delta \bar{X}}, \\
& \left[\frac{\bar{F}_{2e} \bar{h}_{he}^3 \Delta \bar{y}}{\beta_s^2 \Delta \bar{X}} \right] \bar{p}_{hE} + \left[\frac{\bar{F}_{2w} \bar{h}_{hw}^3 \Delta \bar{y}}{\beta_s^2 \Delta \bar{X}} \right] \bar{p}_{hW} - \left[\frac{(\bar{F}_{2e} \bar{h}_{he}^3 + \bar{F}_{2w} \bar{h}_{hw}^3) \Delta \bar{y}}{\beta_s^2 \Delta \bar{X}} \right] \bar{p}_{hP}. \tag{3.47}
\end{aligned}$$

Termo B:

$$\begin{aligned}
& \int_s^e \int_w^e \left(\frac{R_s}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right) d\bar{x} d\bar{y} = \left(\frac{R_s}{L} \right)^2 \int_w^e \left[\left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_n - \left(\bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_s \right] d\bar{x} = \\
& = \left(\frac{R_s}{L} \right)^2 \left[\bar{F}_{2n} \bar{h}_{hn}^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \Big|_n - \bar{F}_{2s} \bar{h}_{hs}^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \Big|_s \right] \Delta \bar{x}, \\
& \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \Big|_n = \frac{\bar{p}_{hN} - \bar{p}_{hP}}{\Delta \bar{y}}, \quad \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{y}} \Big|_s = \frac{\bar{p}_{hP} - \bar{p}_{hS}}{\Delta \bar{y}}, \\
& \left[\frac{\bar{F}_{2n} \bar{h}_{hn}^3 R_s^2 \Delta \bar{x}}{L^2 \Delta \bar{y}} \right] \bar{p}_{hN} + \left[\frac{\bar{F}_{2s} \bar{h}_{hs}^3 R_s^2 \Delta \bar{x}}{L^2 \Delta \bar{y}} \right] \bar{p}_{hS} - \left[\frac{(\bar{F}_{2n} \bar{h}_{hn}^3 + \bar{F}_{2s} \bar{h}_{hs}^3) R_s^2 \Delta \bar{x}}{L^2 \Delta \bar{y}} \right] \bar{p}_{hP}. \tag{3.48}
\end{aligned}$$

Termo C:

$$\begin{aligned}
& \int_s^e \int_w^e \left(\frac{R}{\beta_s R_s} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] d\bar{x} d\bar{y}, \\
& \left(\frac{R}{\beta_s R_s} \right) \int_s^e \left\{ \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] \Big|_e - \left[\bar{h}_h \left(1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] \Big|_w \right\} d\bar{y}, \\
& \left(\frac{R}{\beta_s R_s} \right) \int_s^e \left[\bar{h}_{he} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1e}}{\bar{F}_{0e}} \right) - \bar{h}_{hw} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1w}}{\bar{F}_{0w}} \right) \right] d\bar{y}, \tag{3.49} \\
& \left(\frac{R \cdot \Delta \bar{y}}{\beta_s R_s} \right) \left[\bar{h}_{he} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1e}}{\bar{F}_{0e}} \right) - \bar{h}_{hw} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1w}}{\bar{F}_{0w}} \right) \right].
\end{aligned}$$

Termo D:

$$\begin{aligned} \iint_{s_w}^e \left(\frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} \right) d\bar{x}d\bar{y}, \quad \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} &= \frac{\partial \left(\frac{h_h}{h_0} \right)}{\partial (t \cdot \Omega)} = \frac{1}{h_0 \cdot \Omega} \cdot \frac{\partial h_h}{\partial t}, \\ \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} &= \frac{1}{h_0 \cdot \Omega} \cdot \frac{\partial h_h}{\partial t} = \frac{1}{h_0 \cdot \Omega} \cdot \left[\frac{\partial h_h}{\partial x_r} \cdot \frac{\partial x_r}{\partial t} + \frac{\partial h_h}{\partial z_r} \cdot \frac{\partial z_r}{\partial t} + \frac{\partial h_h}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t} \right], \\ \frac{\partial h_h}{\partial x_r} &= -\cos(\beta) \quad \frac{\partial h_h}{\partial z_r} = -\sin(\beta) \quad \frac{\partial h_h}{\partial \alpha} = -\sin(\beta) \cdot (R_s + h_s), \\ \frac{\partial x_r}{\partial t} &= \dot{x}_r, \quad \frac{\partial z_r}{\partial t} = \dot{z}_r, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \dot{\alpha}, \\ \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} &= -\frac{1}{h_0 \cdot \Omega} \cdot \left[\cos(\beta) \cdot \dot{x}_r + \sin(\beta) \cdot \dot{z}_r + \sin(\beta) \cdot (R_s + h_s) \cdot \dot{\alpha} \right], \\ \iint_{s_w}^e \left(\frac{\partial \bar{h}_h}{\partial t} \right) d\bar{x}d\bar{y} &= -\frac{1}{h_0 \cdot \Omega} \cdot \left[\cos(\beta) \cdot \dot{x}_r + \sin(\beta) \cdot \dot{z}_r + \sin(\beta) \cdot (R_s + h_s) \cdot \dot{\alpha} \right] \Delta \bar{x} \Delta \bar{y}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Agrupando as equações obtidas a partir dos termos A, B, C e D, chega-se à:

$$C_P \bar{p}_{hP} + C_E \bar{p}_{hE} + C_W \bar{p}_{hW} + C_N \bar{p}_{hN} + C_S \bar{p}_{hS} = B_P, \quad (3.51)$$

na qual,

$$\begin{aligned} C_E &= \left[\frac{\bar{F}_{2e} \bar{h}_{he}^3 \Delta \bar{y}}{\beta_s^2 \Delta \bar{x}} \right], \quad C_W = \left[\frac{\bar{F}_{2w} \bar{h}_{hw}^3 \Delta \bar{y}}{\beta_s^2 \Delta \bar{x}} \right], \quad C_N = \left[\frac{\bar{F}_{2n} \bar{h}_{hn}^3 R_s^2 \Delta \bar{x}}{L^2 \Delta \bar{y}} \right], \\ C_S &= \left[\frac{\bar{F}_{2s} \bar{h}_{hs}^3 R_s^2 \Delta \bar{x}}{L^2 \Delta \bar{y}} \right], \quad C_P = -(C_E + C_W + C_N + C_S), \\ B_P &= \left(\frac{R \cdot \Delta \bar{y}}{\beta_s R_s} \right) \left[\bar{h}_{he} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1e}}{\bar{F}_{0e}} \right) - \bar{h}_{hw} \left(1 - \frac{\bar{F}_{1w}}{\bar{F}_{0w}} \right) \right] + \\ &\quad - \frac{1}{h_0 \cdot \Omega} \cdot \left[\cos(\beta) \cdot \dot{x}_r + \sin(\beta) \cdot \dot{z}_r + \sin(\beta) \cdot (R_s + h_s) \cdot \dot{\alpha} \right] \Delta \bar{x} \Delta \bar{y}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

A Eq. (3.51) é aplicada a todos os volumes internos da malha discretizada. Diante disto, ao percorrer todos os volumes finitos da malha um sistema linear é obtido, como mostra a Eq. (3.53).

$$C_{(i,j)}\bar{p}_{h(i,j)} + C_{(i,j+1)}\bar{p}_{h(i,j+1)} + C_{(i,j-1)}\bar{p}_{h(i,j-1)} + C_{(i+1,j)}\bar{p}_{h(i+1,j)} + C_{(i-1,j)}\bar{p}_{h(i-1,j)} = B_{P(i,j)}, \quad (3.53)$$

onde i e j representam a posição do centro do volume finito analisado na malha discretizada nas direções x'' e y'' , respectivamente. As condições de contorno para a pressão são dadas por:

$$\begin{cases} \bar{p}_h(1, \beta) = 0, \\ \bar{p}_h(0, \beta) = 0, \\ \bar{p}_h(\bar{y}, 0) = \bar{p}_h(\bar{y}, \beta_s) = 0, \\ \bar{p}_h(\bar{y}, \beta) < 0 \Rightarrow \bar{p}_h(\bar{y}, \beta) = 0. \end{cases} \quad (3.54)$$

Como exposto na seção 3.1, a solução da Eq. (3.53) pode ser obtida através do método direto para solução de sistema linear. Matematicamente, a solução para a Eq. (3.53) é obtida como mostra na Eq. (3.55).

$$\bar{\mathbf{p}}_h = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}_P, \quad (3.55)$$

onde $\bar{\mathbf{p}}_h$ é o vetor de pressão, \mathbf{C} é a matriz de coeficientes e \mathbf{B}_P é o vetor termo fonte.

Para determinar a distribuição de temperatura em cada segmento do mancal adota-se um procedimento semelhante àquele utilizado para mancais hidrodinâmicos cilíndricos. Novamente, destaca-se aqui os principais pontos que diferenciam a modelagem para mancais segmentados.

Assim, a equação da Energia mostrada na Eq. (3.18) é reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{M}_e T_e - \dot{M}_w T_w + \dot{M}_n T_n - \dot{M}_s T_s = \\ \left[D_{11} \frac{\partial T}{\partial \xi} + D_{12} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_e - \left[D_{11} \frac{\partial T}{\partial \xi} + D_{12} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_w + \\ + \left[D_{21} \frac{\partial T}{\partial \xi} + D_{22} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_n - \left[D_{21} \frac{\partial T}{\partial \xi} + D_{22} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_s + L [\hat{S}]_P \Delta A, \end{aligned} \quad (3.56)$$

onde,

$$\xi = \frac{x}{\beta_s R_s}, \quad \eta = \frac{z}{h_h},$$

$$\begin{aligned}
J_p &= \frac{1}{\beta_S R_S h_{hP}}, \quad J_e = \frac{1}{\beta_S R_S h_{he}}, \quad J_w = \frac{1}{\beta_S R_S h_{hw}}, \quad J_s = \frac{1}{\beta_S R_S h_{hs}}, \quad J_n = \frac{1}{\beta_S R_S h_{hn}}, \\
U_e &= h_{he} \cdot u_e, \quad U_w = h_{hw} \cdot u_w, \quad W_n = \beta_S R_S \cdot w_n - \eta_n \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_n, \quad W_s = \beta_S R_S \cdot w_s - \eta_s \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_s, \\
\dot{M}_e &= (\rho \cdot U)_e \Delta \eta, \quad \dot{M}_w = (\rho \cdot U)_w \Delta \eta, \quad \dot{M}_n = (\rho \cdot W)_n \Delta \xi, \quad \dot{M}_s = (\rho \cdot W)_s \Delta \xi, \\
\alpha_{11e} &= h_{he}^2, \quad \alpha_{11w} = h_{hw}^2, \quad \alpha_{12e} = -\eta_e h_{he} \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_e, \quad \alpha_{12w} = -\eta_w h_{hw} \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_w, \quad \alpha_{21n} = -\eta_n h_{hn}^2 \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_n, \\
\alpha_{21s} &= -\eta_s h_{hs}^2 \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_s, \quad \alpha_{22n} = (\beta_S R_S)^2 + \left(\eta_n \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_n \right)^2, \quad \alpha_{22s} = (\beta_S R_S)^2 + \left(\eta_s \left. \frac{\partial h_h}{\partial \xi} \right|_s \right)^2, \\
D_{11e} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_e \cdot \alpha_{11e} \cdot \Delta \eta, \quad D_{11w} = \frac{k_t}{c_p} \cdot J_w \cdot \alpha_{11w} \cdot \Delta \eta, \\
D_{12e} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_e \cdot \alpha_{12e} \cdot \Delta \eta, \quad D_{12w} = \frac{k_t}{c_p} \cdot J_w \cdot \alpha_{12w} \cdot \Delta \eta, \quad D_{21n} = \frac{k_t}{c_p} \cdot J_n \cdot \alpha_{21n} \cdot \Delta \xi, \\
D_{21s} &= \frac{k_t}{c_p} \cdot J_s \cdot \alpha_{21s} \cdot \Delta \xi, \quad D_{22n} = \frac{k_t}{c_p} \cdot J_n \cdot \alpha_{22n} \cdot \Delta \xi, \quad D_{22s} = \frac{k_t}{c_p} \cdot J_s \cdot \alpha_{22s} \cdot \Delta \xi, \\
\hat{S} &= \frac{S}{J_p} = \frac{1}{J_p} \left(\frac{\mu}{c_p} \Phi \right), \quad \Delta A = \Delta \xi \cdot \Delta \eta.
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Para determinar a temperatura nas faces do volume de controle aplica-se o processo de interpolação baseado no número de Peclet Pe , descrito na seção 3.1. Assim, a Eq. (3.56) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
A_p T_p + A_e T_e + A_w T_w + A_n T_n + A_s T_s + \\
A_{SE} T_{SE} + A_{SW} T_{SW} + A_{NE} T_{NE} + A_{NW} T_{NW} = B_T,
\end{aligned} \tag{3.58}$$

sendo,

$$\begin{aligned}
A_e &= \dot{M}_e \left(\frac{1}{2} - \bar{\alpha}_e \right) - \frac{D_{11e}}{\Delta \xi} \bar{\beta}_e - \left(\frac{D_{21n} - D_{21s}}{4\Delta \xi} \right), \\
A_w &= -\dot{M}_w \left(\frac{1}{2} + \bar{\alpha}_e \right) - \frac{D_{11w}}{\Delta \xi} \bar{\beta}_w - \left(\frac{D_{21s} - D_{21n}}{4\Delta \xi} \right), \\
A_n &= \frac{\dot{M}_n}{4} - \frac{D_{22n}}{\Delta \eta} - \left(\frac{D_{12e} - D_{12w}}{4\Delta \eta} \right), \quad A_s = -\frac{\dot{M}_s}{4} - \frac{D_{22s}}{\Delta \eta} - \left(\frac{D_{12w} - D_{12e}}{4\Delta \eta} \right), \\
A_{NE} &= -\left(\frac{D_{12e}}{4\Delta \eta} - \frac{D_{21n}}{4\Delta \xi} \right), \quad A_{SE} = \frac{D_{12e}}{4\Delta \eta} + \frac{D_{21s}}{4\Delta \xi},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{SW} &= \frac{D_{12w}}{4\Delta\eta} + \frac{D_{21s}}{4\Delta\xi}, & A_{NW} &= \frac{D_{12w}}{4\Delta\eta} + \frac{D_{21n}}{4\Delta\xi}, \\
A_P &= -(A_E + A_W + A_N + A_S + A_{NE} + A_{SE} + A_{NW} + A_{NW}).
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Semelhante ao procedimento adotado, o termo de dissipação viscosa é calculado a partir de termos adimensionais, como mostra a Eq. (3.60).

$$\Phi_P = J_P^2 (\Omega R)^2 \bar{\Phi}_P, \tag{3.60}$$

na qual,

$$\begin{aligned}
\bar{\Phi}_P &= 2 \cdot \left[\left(h_0 \cdot \bar{h}_h \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \eta \cdot h_0 \cdot \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\beta_s R_s \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} \right)^2 \right] + \\
&\quad \left(\beta_s R_s \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + h_0 \cdot \bar{h}_h \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} - \eta \cdot h_0 \cdot \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} \right)^2 + \\
&\quad \left(h_0 \cdot \bar{h}_h \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \eta \cdot h_0 \cdot \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\beta_s R_s \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \right)^2,
\end{aligned} \tag{3.61}$$

e

$$\bar{u} = \frac{u}{\Omega R}, \quad \bar{v} = \frac{v}{\Omega R}, \quad \bar{w} = \frac{w}{\Omega R}. \tag{3.62}$$

Assim, determina-se o termo fonte B_T da Eq. (3.58) por meio da Eq. (3.63).

$$B_T = J_P (\Omega R)^2 \frac{\mu_P}{c_p} \bar{\Phi}_P \Delta\eta \Delta\xi, \tag{3.63}$$

De modo semelhante ao procedimento de cálculo utilizado para determinar o campo de pressão hidrodinâmica, a Eq. (3.58) é aplicada a todos os volumes finitos internos da malha discretizada. Assim,

$$\begin{aligned}
A_{(i,j)} T_{(i,j)} + A_{(i,j+1)} T_{(i,j+1)} + A_{(i,j-1)} T_{(i,j-1)} + A_{(i+1,j)} T_{(i+1,j)} + A_{(i-1,j)} T_{(i-1,j)} + \\
A_{(i-1,j+1)} T_{(i-1,j+1)} + A_{(i-1,j-1)} T_{(i-1,j-1)} + A_{(i+1,j+1)} T_{(i+1,j+1)} + A_{(i+1,j-1)} T_{(i+1,j-1)} = B_{T(i,j)}
\end{aligned} \tag{3.64}$$

As condições de contorno utilizadas para o cálculo do campo de temperatura são dadas nas Eq. (3.65) a Eq. (3.68).

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad (3.65)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = 0, \quad (3.66)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0, \quad (3.67)$$

$$T(0, \eta) = T_{cuba}. \quad (3.68)$$

A condição de contorno descrita pela Eq. (3.65) refere-se à condição de contorno adiabática na fronteira entre o filme de óleo e a superfície do mancal, desprezando assim a troca de calor na interface. Esta mesma hipótese foi usada por Daniel (2012), apresentando resultados satisfatórios. A condição representada pela Eq. (3.66) refere-se à condição adiabática na fronteira entre o eixo e filme de óleo. Esta hipótese adotada neste trabalho, difere-se hipótese apresentada por Daniel (2012), no qual é considerada uma temperatura constante para o eixo. A hipótese adiabática foi escolhida neste trabalho devido à ausência de dados referentes à temperatura do eixo do rotor da UG considerada. A hipótese de mancal adiabático é conhecida na literatura como uma abordagem conservadora, visto que, o campo de temperatura calculado tende a apresentar valores mais elevados em comparação com outras hipóteses.

A condição de contorno apresentada na Eq. (3.67) trata-se da condição adiabática na saída do segmento. Esta hipótese foi utilizada por Daniel (2012) sobre a justificativa de que devido ao fluxo de óleo na saída do segmento, a troca de calor entre o óleo que sai do segmento com o óleo de entrada não ocorre próxima à saída do segmento, podendo então negligenciar a troca de calor na saída do segmento. A condição descrita pela Eq. (3.68) refere-se à condição de temperatura prescrita, na qual a temperatura na entrada do segmento é igual a temperatura do óleo de entrada.

De modo análogo ao procedimento de cálculo adotado para determinar o campo de pressão hidrodinâmica, o campo de temperatura pode ser obtido por meio da solução direta do sistema linear exposto na Eq. (3.64).

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_T, \quad (3.69)$$

onde \mathbf{T} é o vetor de temperatura, \mathbf{A} é a matriz de coeficientes e \mathbf{B}_T é o vetor termo fonte.

Conhecido o campo de temperatura do óleo, o campo de viscosidade pode ser determinado de acordo com a Eq. (3.41). Conhecido o campo de viscosidade, retorna-se novamente ao cálculo do campo de pressão e temperatura até que seja verificado convergência dos valores de temperatura. Com o campo de pressão determinado, obtêm-se então as forças de sustentação hidrodinâmica em cada segmento do mancal como mostra a Eq. (3.70).

$$\begin{aligned} F_{xm_j} &= \int_0^{\beta_s} \int_0^L p_{h_j}(x, y) \cdot \cos(\beta_j) \cdot dy \cdot dx, \\ F_{zm_j} &= \int_0^{\beta_s} \int_0^L p_{h_j}(x, y) \cdot \sin(\beta_j) \cdot dy \cdot dx. \end{aligned} \quad (3.70)$$

Na Eq. (3.70) é necessário também calcular o momento resultante em cada segmento (Eq. (3.71)) de modo que o momento resultante em cada segmento seja nulo.

$$M_{R_j} = F_{xm_j} \cdot (R_s + h_s), \quad (3.71)$$

onde F_{xm_j} e F_{zm_j} são as forças resultantes ao longo das direções x' e z' do j -ésimo segmento, respectivamente, e M_{R_j} é o momento resultante em cada segmento.

Determinadas as forças hidrodinâmicas em cada segmento que satisfazem a condição de equilíbrio de momento, calcula-se então as forças de sustentação resultantes F_X e F_Z ao longo das direções X e Z , respectivamente (referencial inercial $I(X, Y, Z)$), conforme mostra a Eq. (3.72). As forças de sustentação hidrodinâmica resultantes são calculadas por meio da soma das forças hidrodinâmicas de cada sapata, obtidas na Eq. (3.70).

$$\begin{aligned} F_X &= \sum_{j=1}^N [F_{xm_j} \cdot \cos(\varphi_j + \alpha_j)], \\ F_Z &= \sum_{j=1}^N [F_{zm_j} \cdot \sin(\varphi_j + \alpha_j)], \\ F_R &= \sqrt{F_X^2 + F_Z^2}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

3.3 Mancal hidrodinâmico segmentado axial

A Fig. (3.7a) representa o modelo físico do mancal de escora e algumas das suas características geométricas. Destaca-se na Fig. (3.7a) o raio interno e externo do segmento (r_1 e r_2 , respectivamente), a posição angular e radial do pivô (θ_{piv} e r_{piv} , respectivamente), o ângulo do segmento (θ_0), o ângulo de rotação do segmento no ponto de pivotamento em relação aos eixos x e z (α_r e α_p , respectivamente) e a espessura do filme de óleo h_h . O modelo matemático exposto no presente trabalho é baseado no modelo bidimensional adiabático proposto por Heinrichson (2006).

Devido as características geométricas do mancal, o sistema de coordenadas cilíndrico $l(r, \theta, Y)$ foi utilizado na modelagem matemática do problema. A Eq. (3.73) apresenta a equação de Reynolds modificada, no sistema de coordenadas cilíndrico, conforme exposto por Heinrichson (2006). De modo semelhante ao procedimento de cálculo já adotado, a equação de Reynolds é adimensionalizada segundo as relações expostas na Eq. (3.74).

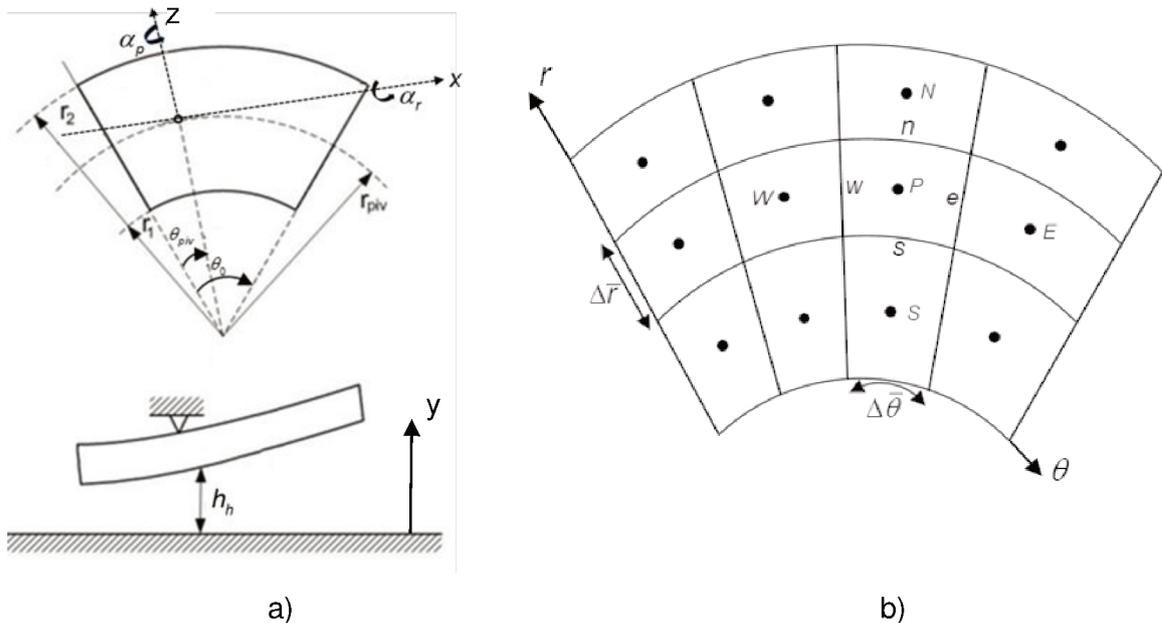


Figura 3.7 – Modelo físico de mancais hidrodinâmicos segmentados axiais: a) modelo físico do mancal de escora (Adaptado de: Heinrichson (2006)); b) malha discretizada usando o MVF.

$$\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{\bar{r} \cdot \bar{h}_h^3}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{r}} \right] + \frac{1}{\theta_0^2 \cdot \bar{r}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} \left[\frac{\bar{h}_h^3}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{\theta}} \right] = \frac{6}{\theta_0} \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{\theta}} + 12 \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{t}}, \quad (3.73)$$

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\theta_0}, \quad \bar{r} = \frac{r}{r_1}, \quad \bar{y} = \frac{y}{h_h}, \quad \bar{\alpha}_r = \alpha_r \frac{r_1}{h_0}, \quad \bar{\alpha}_p = \alpha_p \frac{r_1}{h_0},$$

$$t = \frac{\bar{t}}{\Omega}, \quad \bar{r}_{piv} = \frac{r_{piv}}{r_1}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \bar{p}_h = \frac{p_h \cdot h_0^2}{r_1^2 \cdot \Omega \cdot \mu_0}, \quad (3.74)$$

$$\bar{h}_h = \frac{h_h}{h_0} = 1 - \bar{\alpha}_r \left[\bar{r}_{piv} - \bar{r} \cdot \cos(\theta_0 (\bar{\theta} - \bar{\theta}_{piv})) \right] - \bar{\alpha}_p \cdot \bar{r} \cdot \sin(\theta_0 (\bar{\theta} - \bar{\theta}_{piv})).$$

A Eq. (3.73) trata-se de uma equação diferencial parcial que não possui solução analítica. Assim, o MVF é utilizado para determinar o campo de pressão hidrodinâmica do mancal. A discretização da malha física é ilustrada na Fig. (3.9b). Para melhor compreensão da metodologia utilizada, a Eq. (3.67) é dividida em termos *A*, *B*, *C* e *D*, como mostra a Eq. (3.75).

$$\underbrace{\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{\bar{r} \cdot \bar{h}_h^3}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{r}} \right]}_A + \underbrace{\frac{1}{\theta_0^2 \cdot \bar{r}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} \left[\frac{\bar{h}_h^3}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{\theta}} \right]}_B = \underbrace{\frac{6}{\theta_0} \frac{\partial \bar{h}_h^3}{\partial \bar{\theta}}}_C + \underbrace{12 \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{t}}}_D. \quad (3.75)$$

Aplicando-se o MVF em cada um dos termos da Eq. (3.75), obtém-se:

Termo A:

$$\begin{aligned} \int_s^e \int_w^e \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{\bar{r} \cdot \bar{h}_h^3}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{r}} \right] \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} \cdot d\bar{\theta} &= \left[\frac{\bar{r}_n \cdot \bar{h}_{hn}^3}{\bar{\mu}_n} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{r}} \Big|_n \right] \Delta\bar{\theta} - \left[\frac{\bar{r}_s \cdot \bar{h}_{hs}^3}{\bar{\mu}_s} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{r}} \Big|_s \right] \Delta\bar{\theta}, \\ \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{r}} \Big|_n &= \frac{\bar{p}_{hN} - \bar{p}_{hP}}{\Delta\bar{r}}, \quad \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{r}} \Big|_s = \frac{\bar{p}_{hP} - \bar{p}_{hS}}{\Delta\bar{r}} \\ \frac{\bar{r}_n \cdot \bar{h}_{hn}^3}{\bar{\mu}_n} \left(\frac{\bar{p}_{hN} - \bar{p}_{hP}}{\Delta\bar{r}} \right) \Delta\bar{\theta} &- \frac{\bar{r}_s \cdot \bar{h}_{hs}^3}{\bar{\mu}_s} \left(\frac{\bar{p}_{hP} - \bar{p}_{hS}}{\Delta\bar{r}} \right) \Delta\bar{\theta}. \end{aligned} \quad (3.76)$$

Termo B:

$$\begin{aligned} \int_s^e \int_w^e \frac{1}{\theta_0^2 \cdot \bar{r}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} \left[\frac{\bar{h}_h^3}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{\theta}} \right] \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} \cdot d\bar{\theta} &= \left[\frac{1}{\theta_0^2} \ln \left(\frac{r_n}{r_s} \right) \frac{\bar{h}_{he}^3}{\bar{\mu}_e} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{\theta}} \right] - \left[\frac{1}{\theta_0^2} \ln \left(\frac{r_n}{r_s} \right) \frac{\bar{h}_{hw}^3}{\bar{\mu}_w} \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{\theta}} \right], \\ \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{\theta}} \Big|_e &= \frac{\bar{p}_{hE} - \bar{p}_{hP}}{\Delta\bar{\theta}}, \quad \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{\theta}} \Big|_w = \frac{\bar{p}_{hP} - \bar{p}_{hW}}{\Delta\bar{\theta}} \\ \left[\frac{1}{\theta_0^2} \ln \left(\frac{r_n}{r_s} \right) \frac{\bar{h}_{he}^3}{\bar{\mu}_e} \left(\frac{\bar{p}_{hE} - \bar{p}_{hP}}{\Delta\bar{\theta}} \right) \right] &- \left[\frac{1}{\theta_0^2} \ln \left(\frac{r_n}{r_s} \right) \frac{\bar{h}_{hw}^3}{\bar{\mu}_w} \left(\frac{\bar{p}_{hP} - \bar{p}_{hW}}{\Delta\bar{\theta}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.77)$$

Termo C:

$$\int_s^e \int_w^e \frac{6}{\theta_0} \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{\theta}} \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} \cdot d\bar{\theta} = \frac{6}{\theta_0} \left(\frac{\bar{r}_n^2}{2} - \frac{\bar{r}_s^2}{2} \right) (\bar{h}_{he} - \bar{h}_{hs}). \quad (3.78)$$

Termo D:

$$\int_s^e \int_w^e 12 \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{t}} \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} \cdot d\bar{\theta} = 12 \cdot \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{t}} \cdot \left(\frac{\bar{r}_n^2}{2} - \frac{\bar{r}_s^2}{2} \right) \Delta \bar{\theta}. \quad (3.79)$$

Agrupando as equações obtidas a partir dos termos A, B, C e D, chega-se à:

$$C_P \bar{p}_{hP} + C_E \bar{p}_{hE} + C_W \bar{p}_{hW} + C_N \bar{p}_{hN} + C_S \bar{p}_{hS} = B_P, \quad (3.80)$$

onde,

$$\begin{aligned} C_E &= \frac{1}{\theta_0^2} \ln \left(\frac{\bar{r}_n}{\bar{r}_s} \right) \frac{\bar{h}_{he}^3}{\bar{\mu}_e} \frac{1}{\Delta \bar{\theta}}, & C_W &= \frac{1}{\theta_0^2} \ln \left(\frac{\bar{r}_n}{\bar{r}_s} \right) \frac{\bar{h}_{hw}^3}{\bar{\mu}_w} \frac{1}{\Delta \bar{\theta}}, \\ C_N &= \frac{\bar{r}_n \cdot \bar{h}_{hn}^3}{\bar{\mu}_n} \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \bar{r}}, & C_S &= \frac{\bar{r}_s \cdot \bar{h}_{hs}^3}{\bar{\mu}_s} \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \bar{r}}, \\ C_P &= -(C_E + C_W + C_N + C_S), \\ B_P &= \frac{6}{\theta_0} \left(\frac{\bar{r}_n^2}{2} - \frac{\bar{r}_s^2}{2} \right) (\bar{h}_{he} - \bar{h}_{hs}) + 12 \cdot \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{t}} \cdot \left(\frac{\bar{r}_n^2}{2} - \frac{\bar{r}_s^2}{2} \right) \Delta \bar{\theta}. \end{aligned} \quad (3.81)$$

A Eq. (3.80) é aplicada a todos os volumes internos da malha discretizada. Diante disto, ao percorrer todos os volumes finitos da malha um sistema linear é obtido, como mostra a Eq. (3.82).

$$C_{(i,j)} \bar{p}_{h(i,j)} + C_{(i,j+1)} \bar{p}_{h(i,j+1)} + C_{(i,j-1)} \bar{p}_{h(i,j-1)} + C_{(i+1,j)} \bar{p}_{h(i+1,j)} + C_{(i-1,j)} \bar{p}_{h(i-1,j)} = B_{(i,j)}, \quad (3.82)$$

onde i e j representam a posição do centro do volume finito analisado na malha discretizada nas direções r e θ , respectivamente. As condições de contorno para a pressão são dadas por:

$$\begin{cases} \bar{p}_h(1, \bar{\theta}) = 0, \\ \bar{p}_h(r_2/r_1, \bar{\theta}) = 0, \\ \bar{p}_h(\bar{r}, 0) = \bar{p}_h(\bar{r}, \theta_0) = 0, \\ \bar{p}_h(\bar{r}, \bar{\theta}) < 0 \Rightarrow \bar{p}_h(\bar{r}, \bar{\theta}) = 0. \end{cases} \quad (3.83)$$

Como exposto, a solução da Eq. (3.82) pode ser obtida através do método direto para solução de sistema linear. Matematicamente, a solução para a Eq. (3.82) é obtida como mostra na Eq. (3.84).

$$\bar{\mathbf{p}}_h = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}_P, \quad (3.84)$$

onde $\bar{\mathbf{p}}_h$ é o vetor de pressão, \mathbf{C} é a matriz de coeficientes e \mathbf{B}_P é o vetor termo fonte.

A determinação do campo de temperatura no interior do mancal segmentado axial é obtida através de uma metodologia semelhante àquela adotada para os outros mancais da UG considerada. A equação da Energia descrita em um sistema de coordenadas cilíndricas é apresentada na Eq. (3.85).

$$\underbrace{\rho \cdot c_p \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta}}_A + \underbrace{\rho \cdot c_p \cdot v_r \frac{\partial T}{\partial r}}_B = \underbrace{k_t \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)}_C + \underbrace{k_t \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}}_D + \underbrace{\mu \Phi}_E, \quad (3.85)$$

onde,

$$\Phi = \left(\frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right)^2. \quad (3.86)$$

sendo v_r e v_θ as velocidades nas direções radiais e tangenciais, respectivamente (veja a Eq. (3.87)). Neste caso, ρ , c_p , k_t são a massa específica, calor específico e condutividade térmica do fluido, respectivamente.

$$v_\theta = \frac{1}{r} \left(I_1 \frac{F_1 \cdot I_0}{F_0} \right) \frac{\partial p_h}{\partial \theta} + \Omega \cdot r \left(1 - \frac{I_0}{F_0} \right), \quad (3.87)$$

$$v_r = \left(I_1 - \frac{F_1 \cdot I_0}{F_0} \right) \frac{\partial p_h}{\partial r}.$$

onde,

$$\begin{aligned}
 I_0 &= \int_0^y \frac{1}{\mu} dy, & I_1 &= \int_0^y \frac{y}{\mu} dy, \\
 F_0 &= \int_0^{h_b} \frac{1}{\mu} dy, & F_1 &= \int_0^{h_b} \frac{y}{\mu} dy, \\
 F_2 &= \int_0^h \frac{y}{\mu} \left(y - \frac{F_1}{F_0} \right) dy.
 \end{aligned} \tag{3.88}$$

O campo de temperatura do filme de óleo é determinado por meio da solução da Eq. (3.85). Por tratar-se de uma equação diferencial parcial que não possui solução analítica, recorre-se novamente ao MVF aplicado aos termos A , B , C , D e E da Eq. (3.85).

As propriedades físicas do óleo nas faces dos volumes de controle são calculadas por meio de modelos de interpolação. Na direção radial, adota-se o esquema centrado de interpolação Eq. (3.89) devido à baixa magnitude da velocidade nesta direção. Já na direção circunferencial, adota-se o esquema *upwind* (MALISKA, 2004) devido à intensidade da velocidade nesta direção, como mostra a Eq. (3.90).

$$T_n = \frac{T_P + T_N}{2}, \tag{3.89}$$

$$T_s = \frac{T_P + T_S}{2},$$

$$\begin{aligned}
 T_e &= T_P, \\
 T_w &= T_W.
 \end{aligned} \tag{3.90}$$

Integrando cada um dos termos da Eq. (3.85) no volume de controle, obtém-se as seguintes expressões:

Termo A:

$$\int_{s_w}^n \int_{\theta}^e \rho \cdot c_p \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = \rho \cdot c_p \cdot v_\theta [T_e - T_w] \Delta r = \rho \cdot c_p \cdot v_\theta [T_P - T_W] \Delta r, \tag{3.91}$$

Termo B:

$$\begin{aligned}
& \int_{s_w}^{n_e} \rho \cdot c_p \cdot v_r \frac{\partial T}{\partial r} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = \rho \cdot c_p \cdot v_r \cdot r [T_n - T_s] \Delta\theta = \\
& = \rho \cdot c_p \cdot v_r \cdot r \cdot \Delta\theta \left(\frac{T_N + T_P}{2} \right) - \rho \cdot c_p \cdot v_r \cdot r \cdot \Delta\theta \left(\frac{T_P + T_S}{2} \right), \tag{3.92}
\end{aligned}$$

Termo C:

$$\begin{aligned}
& \int_{s_w}^{n_e} k_t \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = k_t \cdot \Delta\theta \left(r_n \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_n - r_s \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_s \right), \\
& \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_n = \left(\frac{T_N - T_P}{\Delta r} \right), \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_s = \left(\frac{T_P - T_S}{\Delta r} \right), \tag{3.93} \\
& k_t \cdot \Delta\theta \cdot r_n \left(\frac{T_N - T_P}{\Delta r} \right) - k_t \cdot \Delta\theta \cdot r_s \left(\frac{T_P - T_S}{\Delta r} \right).
\end{aligned}$$

Termo D:

$$\begin{aligned}
& \int_{s_w}^{n_e} k_t \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = k_t \ln \left(\frac{r_n}{r_s} \right) \left[\frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_e - \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_w \right], \\
& \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_e = \left(\frac{T_E - T_P}{\Delta\theta} \right), \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_w = \left(\frac{T_P - T_W}{\Delta\theta} \right), \tag{3.94} \\
& k_t \ln \left(\frac{r_n}{r_s} \right) \left(\frac{T_E - T_P}{\Delta\theta} \right) - k_t \ln \left(\frac{r_n}{r_s} \right) \left(\frac{T_P - T_W}{\Delta\theta} \right).
\end{aligned}$$

Termo E:

$$\int_{s_w}^{n_e} \mu \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right)^2 \right] \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = \mu \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right)^2 \right] \cdot r \cdot \Delta r \cdot \Delta\theta. \tag{3.95}$$

Substituindo as expressões obtidas para os termos *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, a Eq. (3.85) pode ser reescrita como:

$$A_P T_P + A_E T_E + A_W T_W + A_N T_N + A_S T_S = B_T, \tag{3.96}$$

onde,

$$\begin{aligned}
A_E &= -k_t \ln\left(\frac{r_n}{r_s}\right), & A_N &= \rho \cdot c_p \cdot v_r \cdot r \cdot \Delta\theta \cdot \frac{1}{2} - k_t \cdot \Delta\theta \cdot r_n \cdot \frac{1}{\Delta r}, \\
A_W &= -\rho \cdot c_p \cdot v_\theta \cdot \Delta r - k_t \ln\left(\frac{r_n}{r_s}\right), & A_S &= \rho \cdot c_p \cdot v_r \cdot r \cdot \Delta\theta \cdot \frac{1}{2} - k_t \cdot \Delta\theta \cdot r_s \cdot \frac{1}{\Delta r}, \\
A_p &= -(A_E + A_W + A_N + A_S), \\
B_T &= \mu \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 \right] \cdot r \cdot \Delta r \cdot \Delta\theta.
\end{aligned} \tag{3.97}$$

De modo semelhante ao procedimento de cálculo utilizado para determinar o campo de pressão hidrodinâmica, a Eq. (3.96) é aplicada a todos os volumes finitos internos da malha discretizada. Assim,

$$A_{(i,j)} T_{(i,j)} + A_{(i,j+1)} T_{(i,j+1)} + A_{(i+1,j)} T_{(i+1,j)} + A_{(i-1,j)} T_{(i-1,j)} + A_{(i,j-1)} T_{(i,j-1)} = B_{T(i,j)}. \tag{3.98}$$

As condições de contorno utilizadas para o cálculo do campo de temperatura são dadas pelas Eqs. (3.99) a Eq. (3.102).

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_1} = 0, \tag{3.99}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_2} = 0, \tag{3.100}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0, \tag{3.101}$$

$$T(r,0) = T_{cuba}. \tag{3.102}$$

A Fig. 3.8 ilustra as condições de contorno utilizadas para determinar o campo de temperatura no mancal hidrodinâmico segmentado axial.

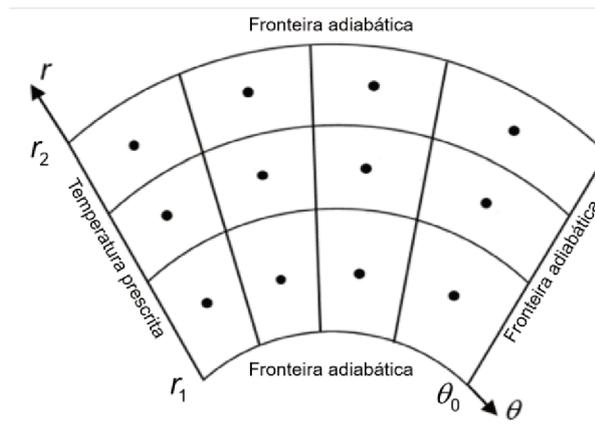


Figura 3.8 – Condições de contorno para o cálculo do campo de temperatura no mancal hidrodinâmico segmentado axial.

Conforme já mencionado, o modelo THD para mancal segmentado axial analisado neste trabalho baseia-se no modelo bidimensional adiabático proposto por Heinrichson (2006). As condições de contorno apresentadas em Eq. (3.99), Eq. (3.100) e Eq. (3.101) referem-se às condições adiabáticas. Na entrada do segmento ($\theta=0$), utiliza-se a condição de temperatura prescrita (Eq. (3.102)), visto que, o mancal encontra-se imerso em uma cuba de óleo e a temperatura na entrada de cada segmento pode ser considerada como a temperatura da cuba de óleo.

De modo análogo ao procedimento de cálculo adotado para determinar o campo de pressão hidrodinâmica, o campo de temperatura pode ser obtido pelo meio da solução direta do sistema linear exposto na Eq. (3.98). Assim,

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_T, \quad (3.103)$$

onde \mathbf{T} é o vetor de temperatura, \mathbf{A} é a matriz de coeficientes e \mathbf{B}_T é o vetor termo fonte.

Conhecido o campo de temperatura do óleo, o campo de viscosidade é determinado, assim como exposto na seção 3.1 e seção 3.2. Com o campo de viscosidade, retorna-se novamente ao cálculo do campo de pressão e temperatura até que seja verificado convergência dos valores de temperatura. Com o campo de pressão, determina-se então a força de sustentação hidrodinâmica em cada segmento do mancal como mostra a Eq. (3.104), na qual F_{ymj} é a força resultante axial na direção y do j -ésimo segmento. A força resultante F_y é calculada por meio do somatório das forças de cada um dos segmentos, sendo N o número de segmentos. Nota-se que, devido à direção do carregamento, a carga aplicada é dividida igualmente entre os segmentos. Assim, a força resultante pode ser obtida por meio do produto entre o número de segmentos e a força resultante do segmento, como mostra a Eq. (3.105).

Para mancais segmentados, é necessário também calcular o momento resultante em cada segmento (Eq. (3.106)), de modo que os momentos M_x e M_z resultantes devem ser nulos.

$$F_{ym_j} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_h \cdot r \cdot d\theta \cdot dr, \quad (3.104)$$

$$F_Y = \sum_{j=1}^N F_{ym_j} = N \cdot F_{ym_j}, \quad (3.105)$$

$$M_x = \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_h \cdot r^2 \cdot \sin(\theta - \theta_{piv}) \cdot d\theta \cdot dr, \quad (3.106)$$

$$M_z = \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_h \cdot r \left(r \cdot \cos(\theta - \theta_{piv}) - r_{piv} \right) \cdot d\theta \cdot dr.$$

3.4 Determinação da posição de equilíbrio para cada um dos mancais

Para mancais com geometria fixa, a busca pela posição de equilíbrio consiste em determinar a posição do centro do eixo, E (excentricidade adimensional, ver Eq. (3.6)) e α_h , a qual resulta no equilíbrio entre o carregamento externo aplicado e a força hidrodinâmica resultante. Para mancais segmentados, o problema torna-se mais complexo, pois, além de encontrar a posição de equilíbrio do eixo é necessário determinar também o ângulo de cada um dos segmentos do mancal, visto que neste tipo de mancal, além do equilíbrio de forças é necessário também se obter o equilíbrio de momento. Diante disso, os procedimentos para se determinar a posição de equilíbrio para cada um dos mancais são discutidos a seguir.

3.4.1 Posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos cilíndricos radiais

A busca pela posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos cilíndricos consiste em encontrar a posição do centro do eixo, em termos dos parâmetros adimensionais E e α_h , na qual o somatório das forças atuantes no eixo se anula. A Eq. (3.107) apresenta o vetor a ser determinado que satisfaz a função objetivo apresentada pela Eq. (3.108).

$$\mathbf{X} = [E \quad \alpha_h], \quad (3.107)$$

$$f_i = \mathbf{F}_w + \mathbf{F}_h \rightarrow 0. \quad (3.108)$$

Existem diversos métodos de otimização que podem ser utilizados na solução deste problema. Neste trabalho, foi utilizado o algoritmo de otimização *SQP* (*Sequential Quadratic Programming*) (VANDERPLAATS, 2007), pois trata-se de um problema com apenas duas variáveis de projeto, E e α_h , e apenas uma função objetivo. Neste caso, a solução para o problema é determinada em um tempo computacional relativamente curto usando o algoritmo *SQP*. A Fig. 3.9 apresenta o fluxograma referente ao procedimento de cálculo da posição de equilíbrio.

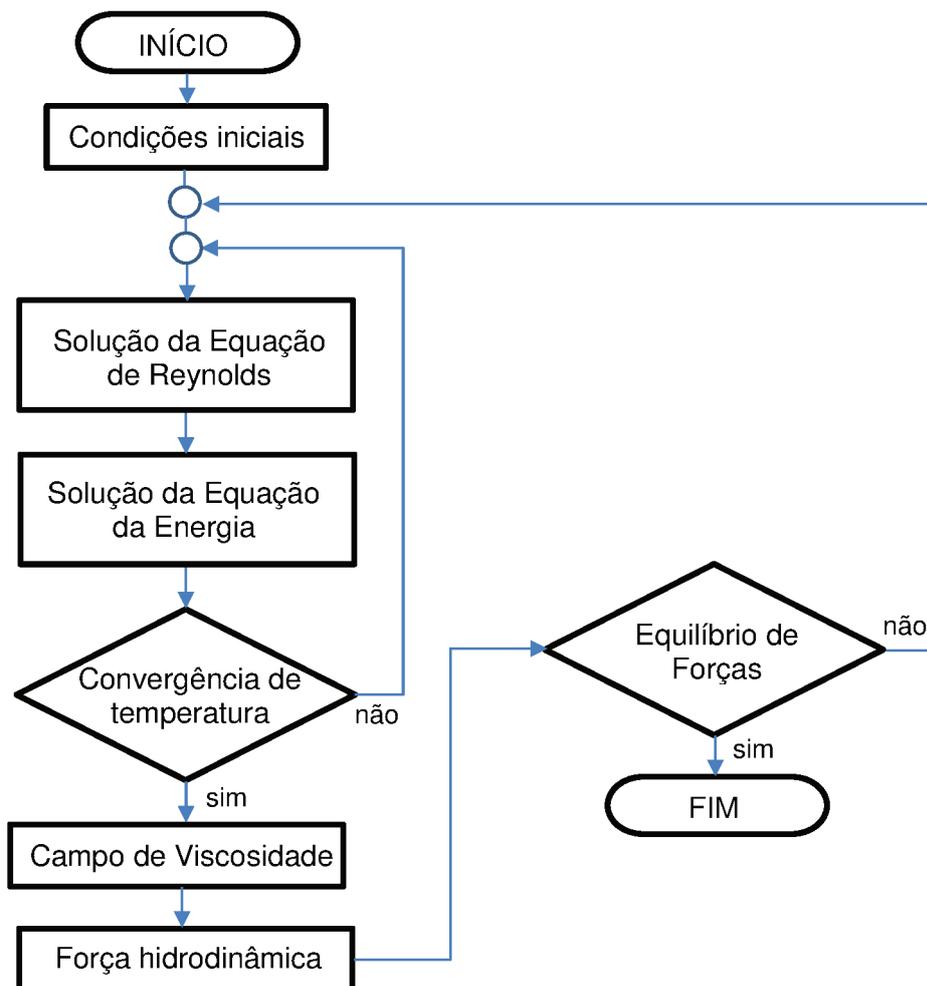


Figura 3.9 – Procedimento para determinar a posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos cilíndricos.

3.4.2 Posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos segmentados radiais

Para mancais segmentados radiais, a busca pelo ponto de equilíbrio consiste em determinar a posição do centro do eixo, X_r e Z_r , que resulta em um equilíbrio de forças no eixo, e em determinar o ângulo de cada um dos segmentos, α_n , que resulta no equilíbrio de momento em cada um dos segmentos. Neste trabalho, a busca pela posição de equilíbrio é dividida em duas etapas, utilizando dois métodos distintos.

A Eq. (3.109) apresenta o vetor contendo a posição do centro do eixo e a Eq. (3.110) mostra o vetor contendo a posição angular de cada um dos segmentos.

$$\mathbf{X}_1 = [X_r \quad Z_r] \quad (3.109)$$

$$\mathbf{X}_2 = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_N] \quad (3.110)$$

A função objetivo f_1 apresentada na Eq. (3.111) refere-se ao equilíbrio de forças atuantes no eixo e as funções objetivo f_2 a f_{N+1} apresentam as funções objetivo referentes ao equilíbrio de momento em cada um dos segmentos.

$$\begin{aligned} f_1 = \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_w \rightarrow 0 \quad f_2 = M_{R_1} = F_{xm_1} \cdot (R_S + h_S) \rightarrow 0 \\ f_3 = M_{R_2} = F_{xm_2} \cdot (R_S + h_S) \rightarrow 0 \quad \dots \quad f_{N+1} = M_{R_N} = F_{xm_N} \cdot (R_S + h_S) \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (3.111)$$

A estratégia adotada neste trabalho para solução deste problema multiobjectivo, utiliza o algoritmo de otimização *SQP* para encontrar o vetor \mathbf{X}_1 que satisfaça a função objetivo f_1 e o método de Newton-Raphson (Doughty, 1998; Acton, 1990) para encontrar \mathbf{X}_2 que satisfaça as funções objetivo f_2 a f_{N+1} descritas na Eq. (3.111). O procedimento de busca da posição de equilíbrio para o mancal hidrodinâmico segmentado radial é mostrado na Fig. 3.10.

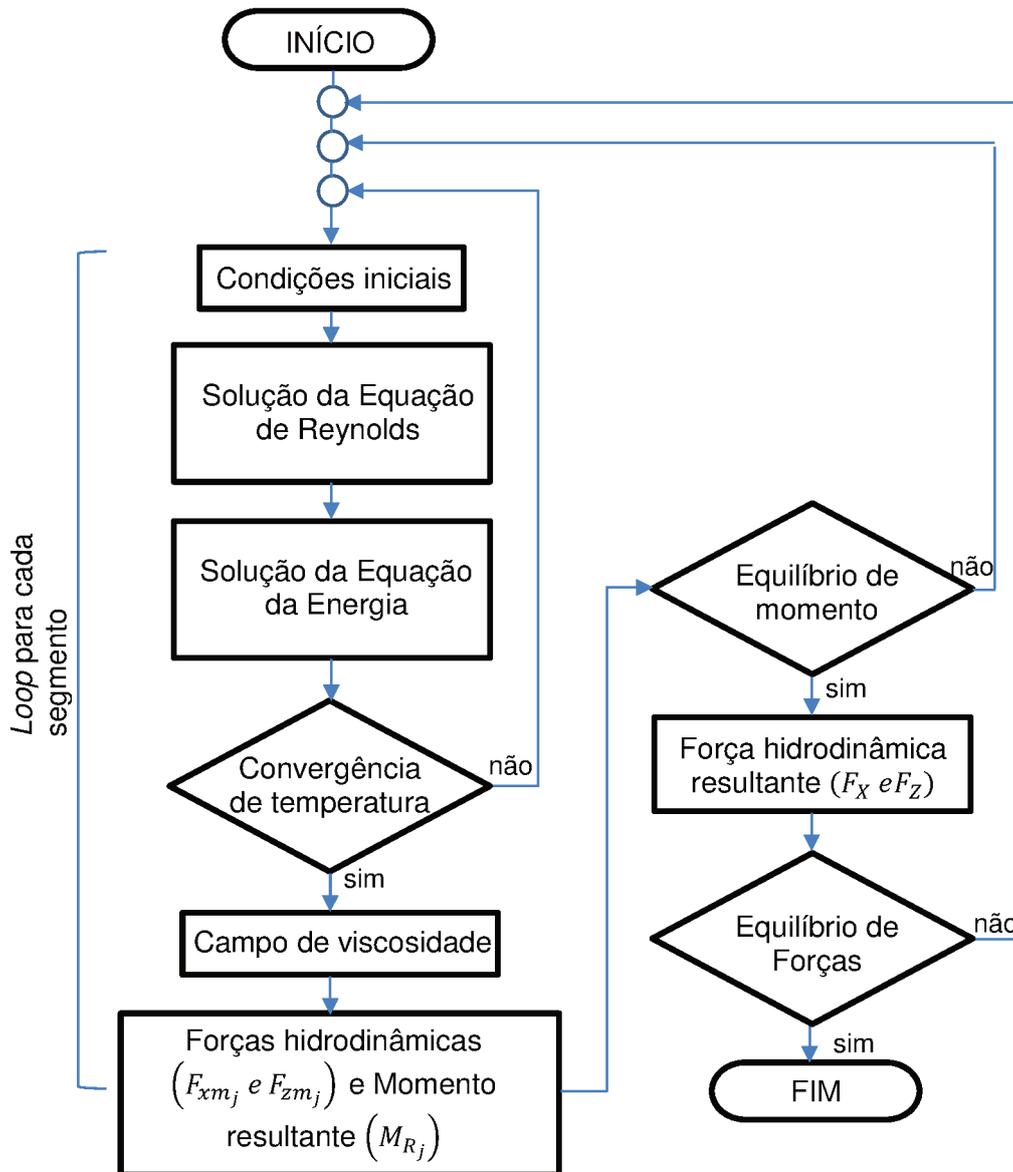


Figura 3.10 – Procedimento para determinar a posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos segmentados radiais.

3.4.3 Posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos segmentados axiais

Para mancais segmentados axiais, a busca pelo ponto de equilíbrio consiste em determinar a espessura do filme de óleo no pivô, h_0 , que resulta em um equilíbrio de forças axiais no eixo, e em determinar os ângulos de cada um dos segmentos, α_r e α_p , para que os momentos M_x e M_z sejam nulos. Assim, a Eq. (3.112) apresenta o vetor contendo as variáveis a serem determinadas para satisfazer as funções objetivo contidas na Eq. (3.113).

$$\mathbf{X} = [h_0 \quad \alpha_r \quad \alpha_p] \quad (3.112)$$

$$f_1 = \mathbf{F}_Y + \mathbf{F}_w$$

$$f_2 = M_x = \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_h \cdot r^2 \cdot \sin(\theta - \theta_{piv}) \cdot d\theta \cdot dr \rightarrow 0 \quad (3.113)$$

$$f_3 = M_z = \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_h \cdot r \left(r \cdot \cos(\theta - \theta_{piv}) - r_{piv} \right) \cdot d\theta \cdot dr \rightarrow 0$$

Para determinar o vetor \mathbf{X} , e assim determinar a posição de equilíbrio para o mancal hidrodinâmico segmentado axial, utiliza-se novamente o algoritmo *SQP*. A Fig. (3.11) apresenta o fluxograma referente ao procedimento de cálculo da posição de equilíbrio para o mancal hidrodinâmico segmentado axial.

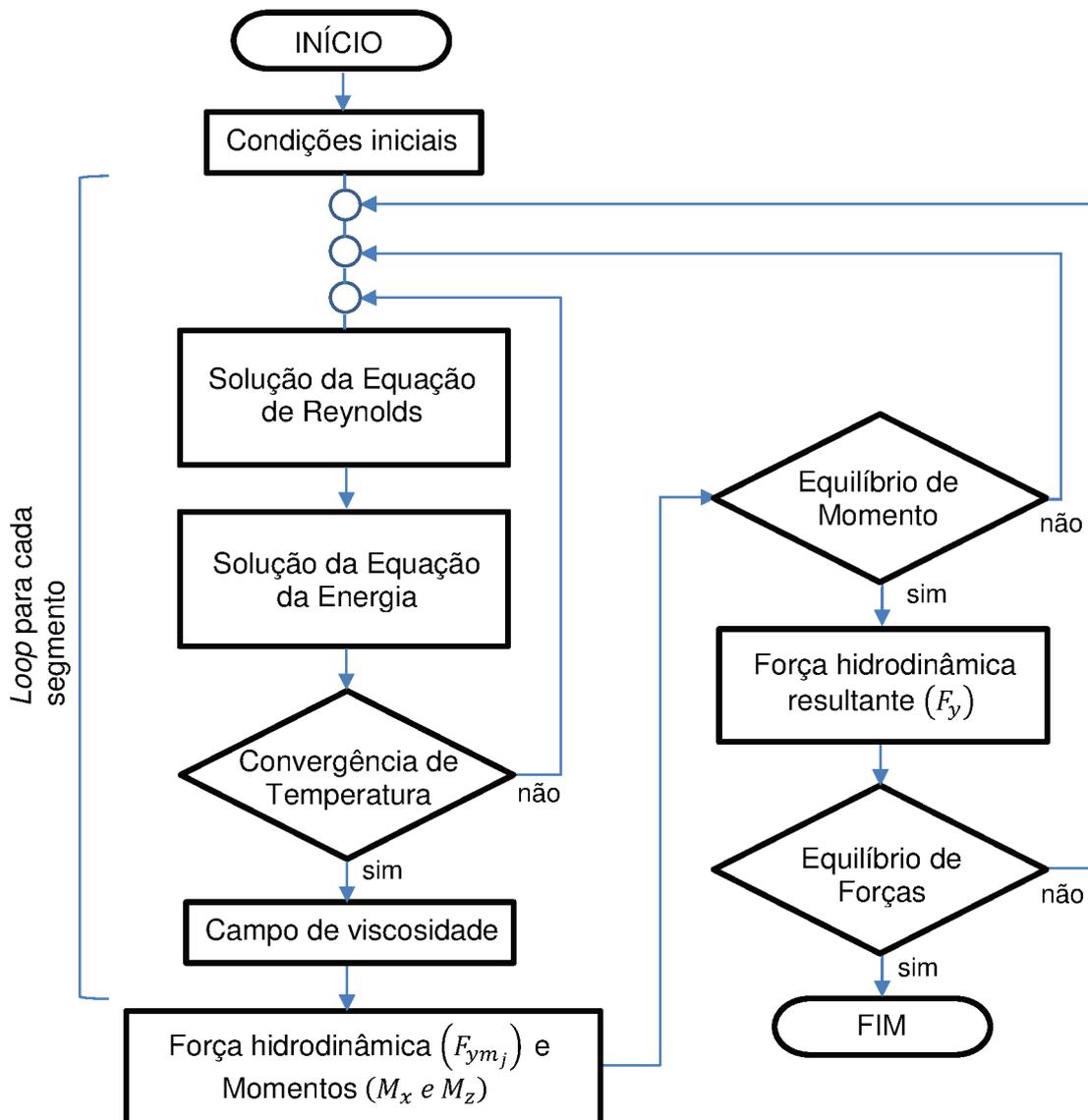


Figura 3.11 - Procedimento para determinar a posição de equilíbrio em mancais hidrodinâmicos segmentados axiais.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS NUMÉRICOS

Este capítulo é dedicado a apresentação e discussão dos resultados numéricos obtidos a partir da implementação dos modelos THD para os mancais hidrodinâmicos presentes na UG considerada. Existem particularidades referentes à geometria e lubrificação de cada um dos mancais, as quais serão detalhadas para melhor discussão dos resultados obtidos. É importante destacar que as condições de operação nas quais os mancais são analisados foram extraídas dos documentos fornecidos pelo fabricante da UG considerada. Conforme descrito no Capítulo III, o MVF foi utilizado para discretizar as equações diferenciais parciais obtidas no modelo matemático dos mancais. Por se tratar de um método de discretização, as análises de convergência da malha de volumes finitos utilizada para cada um dos mancais são igualmente apresentadas.

4.1 Mancais hidrodinâmicos presentes na UG

A Fig. 4.1a mostra a localização de cada um dos mancais presentes na UG considerada. Os mancais radiais presentes em UGs são comumente chamados de mancais guia e os mancais axiais são conhecidos como mancais de escora. Na UG considerada, o mancal guia superior e o mancal de escora estão dispostos em uma mesma cuba de óleo. Esta configuração recebe o nome de mancal combinado (Fig. 4.1b).

A UG considerada é do tipo turbina Francis com potência nominal de 44,58 MW e rotação nominal de 300 rpm. Esta UG possui um gerador com 24 polos, frequência nominal de 60 Hz, tensão nominal de 13.800 V, corrente nominal de 2.027,5 A e potência nominal de 48.461 kVA.

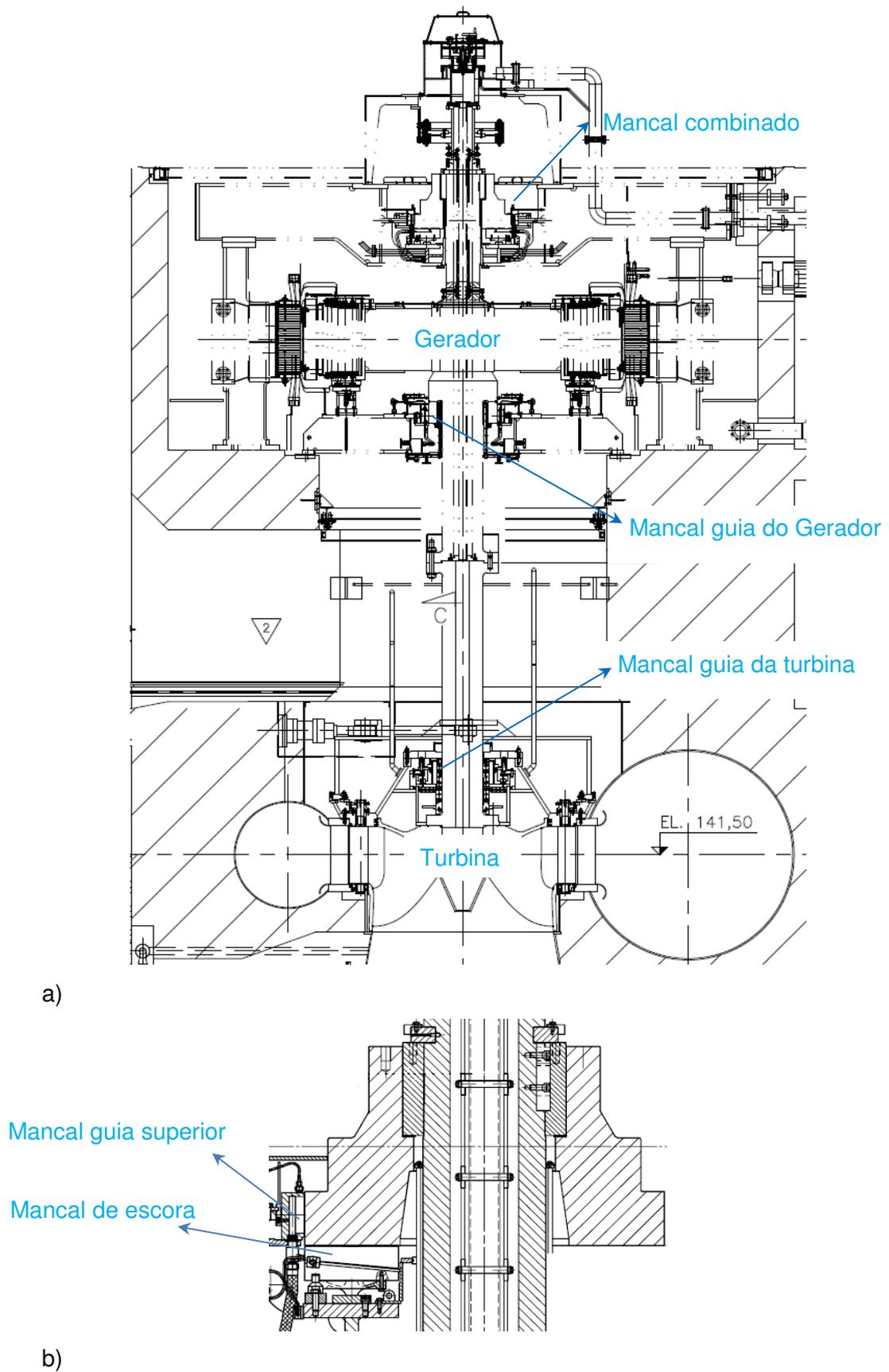


Figura 4.1 – Localização dos mancais hidrodinâmicos da UG: a) Disposição dos mancais na UG; b) Mancal combinado (esquema fornecido pelo fabricante).

Como mencionado, o rotor da UG considerada é suportado por quatro mancais hidrodinâmicos, destacados nas Figs. 4.1a e 4.1b. A Tab. 4.1 mostra a classificação de cada um dos mancais.

Tabela 4.1 – Classificação dos mancais presentes na UG.

Mancal	Esforço	Geometria	Nº de segmentos
Mancal guia da turbina	Radial	Cilíndrico	-
Mancal guia do gerador	Radial	Segmentado	6
Mancal guia superior	Radial	Segmentado	12
Mancal de escora	Axial	Segmentado	6

4.1.1 Mancal guia da UG – Mancal hidrodinâmico cilíndrico radial

Conforme destacado na Fig. 4.1a, na parte inferior da UG considerada, próximo à turbina, está localizado um mancal hidrodinâmico cilíndrico radial. A Fig. 4.2a apresenta um desenho ilustrativo de uma de suas partes (mancal bipartido).

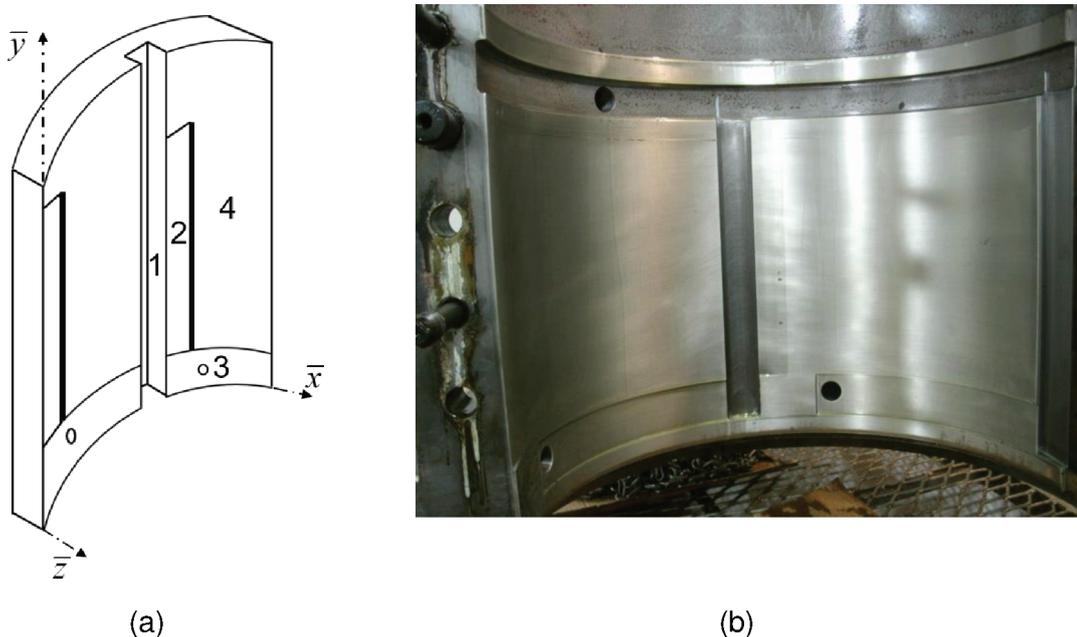


Figura 4.2 – Representação do mancal hidrodinâmico cilíndrico radial: a) Regiões importantes destacadas; b) Detalhe do mancal cilíndrico instalado na UG considerada.

A região 1 corresponde à região de mistura entre o óleo aquecido e o óleo frio que é injetado no mancal por meio do orifício destacado em 3. A região 2 corresponde a um rebaixo na forma de rampa por meio da qual o óleo proveniente na região de mistura escoar para a zona ativa do mancal, destacada em 4. É importante ressaltar que analisando o mancal

completo, existem quatro orifícios de injeção de óleo frio e quatro regiões de mistura e rampa. Devido ao rebaixo existente nas regiões 1, 2 e 3, considera-se que a pressão nessas regiões é nula, pois a espessura do filme de óleo é grande para gerar forças de sustentação do eixo da UG considerada. A Fig. 4.2b mostra a parte interna do mancal cilíndrico em análise. Os parâmetros relativos ao mancal cilíndrico são mostrados na Tab. 4.2.

Tabela 4.2 – Características geométricas e de operação do mancal cilíndrico da UG.

Parâmetros	Valores
Diâmetro interno	550,4 mm
Diâmetro do eixo	550 mm
Folga radial	200 μm
Comprimento da superfície de deslizamento	330 mm
Rotação nominal	300 RPM
Velocidade de disparo	583 RPM
Velocidade de rejeição de carga	510 RPM
Óleo do mancal	ISO VG 68
Viscosidade do óleo	Veja a Eq. (3.41)
Condutividade térmica do óleo	0,1316 J/sm°C
Calor específico do óleo	1890,8 J/kg°C
Massa específica do óleo	880,6 kg/m ³
Força radial – Sincronismo (carga nominal)	81,5 kN
Força radial – Disparo	188 kN
Força radial – Rejeição de carga	219 kN

O processo de implementação computacional do modelo matemático do mancal cilíndrico inicia-se com a análise de convergência de malha. Sabe-se que existe um número ótimo de volumes de controle para obter uma boa aproximação numérica dos resultados (pressão máxima, temperatura máxima, entre outros). Entretanto, o custo computacional relativo à solução do sistema de equações algébricas resultantes eleva-se de acordo com o número de volumes utilizados de modo não linear. Portanto, este procedimento tem como objetivo determinar o número mínimo de volumes utilizado na malha computacional que produza resultados satisfatórios com um tempo computacional aplicável.

O filme de óleo que forma o domínio físico do mancal cilíndrico é representado por meio de um domínio computacional composto pelas coordenadas x , y , ξ e η , conforme apresentado na seção 3.1 por meio das Figs. 3.2 e 3.3. Na análise de convergência de malha

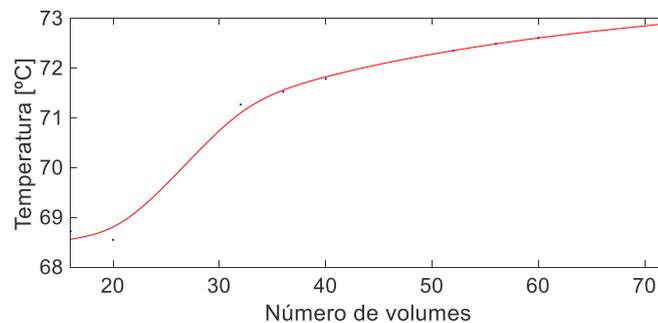
deste mancal, foi determinado o número de volumes de controle em cada uma destas direções.

A análise de convergência de malha foi realizada adotando uma posição fixa para o centro do eixo ($x_r = 0$ e $z_r = -97,70 \mu\text{m}$) e avaliando os valores máximos da pressão e da temperatura a partir de uma quantidade inicial de volumes finitos na malha. Assim, aumentou-se o número de volumes na malha observando a diferença entre os resultados obtidos, como mostra a Eq. (4.1).

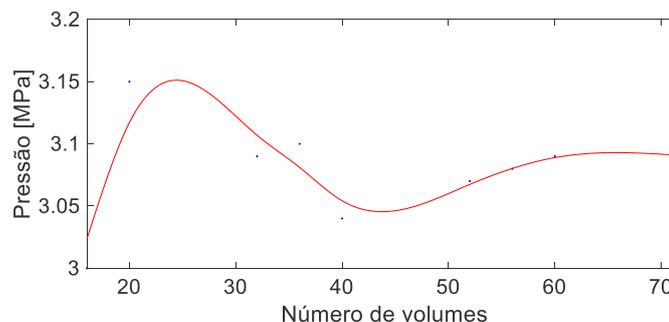
$$C = \frac{R_{\text{nov}} - R_{\text{anterior}}}{R_{\text{anterior}}} \quad (4.1)$$

onde R_{nov} representa a temperatura máxima (ou pressão máxima) obtida no filme de óleo considerando a nova discretização da malha e R_{anterior} é o valor correspondente à configuração anterior da malha. Neste trabalho, foi adotado que o número mínimo de volumes da malha é determinado quando a diferença entre os resultados for inferior a 1%.

Para o mancal hidrodinâmico cilíndrico em análise, a quantidade mínima de volumes encontrada foi 40 volumes nas direções x , y , ξ e η . A Fig. 4.3 mostra as curvas referentes à análise de convergência de malha.



a)



b)

Figura 4.3 – Análise de convergência de malha para o mancal guia da turbina: a) Convergência aplicada à temperatura máxima; b) Convergência aplicada à pressão máxima.

Com o número de volumes da malha computacional determinado, foi avaliada a posição de equilíbrio do eixo (α_h , E), pressão máxima do filme de óleo, temperatura máxima e espessura mínima do filme de óleo para três configurações diferentes de carregamento. Estas condições de carregamento foram utilizadas pelo fabricante na avaliação numérica destes mancais (ver Tab. 4.2). A força radial de sincronismo é observada na condição nominal de operação da máquina (rotação em 300 RPM). A força radial de disparo refere-se à situação de curto-circuito no gerador da UG, e neste caso a rotação da máquina atinge um valor máximo (conhecida como velocidade de disparo; rotação em 583 RPM). Outra configuração de carregamento analisada refere-se ao teste de rejeição de carga (rotação em 300 RPM). De acordo com Batista (2015), este teste consiste em abrir o disjuntor do gerador quando este está fornecendo potência à rede, a fim de verificar o desempenho dos reguladores de tensão e, principalmente, de velocidade.

A posição de equilíbrio do eixo (α_h , E), pressão máxima do filme de óleo, temperatura máxima e espessura mínima do filme de óleo para três configurações diferentes de carregamento são mostradas na Tab. 4.3. Os campos de pressão e temperatura do filme de óleo na condição de equilíbrio são apresentados nas Figs. 4.3 a 4.5 para os diferentes carregamentos aplicados.

Tabela 4.3 – Posições de equilíbrio do eixo no mancal cilíndrico da UG.

Força radial	α_h [°]	E	P_{max} [MPa]	T_{max} [°C]	h_{min} [µm]
Carga nominal (81,5 kN)	34,48	0,392	1,425	68,80	121,56
Disparo (188 kN)	36,97	0,437	3,425	108,85	112,61
Rejeição de carga (219 kN)	40,81	0,513	4,314	105,03	97,47

Nota-se nas Figs. 4.3a, 4.4a e 4.5a as regiões de pressão manométrica nula. Isso ocorre devido ao rebaixo existente nas regiões 1, 2 e 3 (veja a Fig. 4.2a), pois a espessura do filme de óleo é grande para gerar forças de sustentação do eixo da UG considerada. Nas Figs. 4.3b, 4.4b e 4.5b é possível observar as regiões de menor temperatura do filme de óleo. Essas regiões correspondem às regiões onde ocorre a mistura entre o óleo aquecido e o óleo frio.

Analisando os valores de pressão máxima obtida para carga nominal (81,5 kN) e para a rejeição de carga (219 kN), nota-se que a pressão máxima no filme de óleo aumenta em função do carregamento aplicado. Este resultado é esperado, visto que a força de sustentação hidrodinâmica é responsável por equilibrar o carregamento externo aplicado. A temperatura máxima do filme de óleo aumenta em função do carregamento aplicado, quando analisadas a carga nominal e de disparo. Consequentemente, a espessura mínima do filme de óleo, h_{min} , diminui e a excentricidade do eixo, E , aumenta.

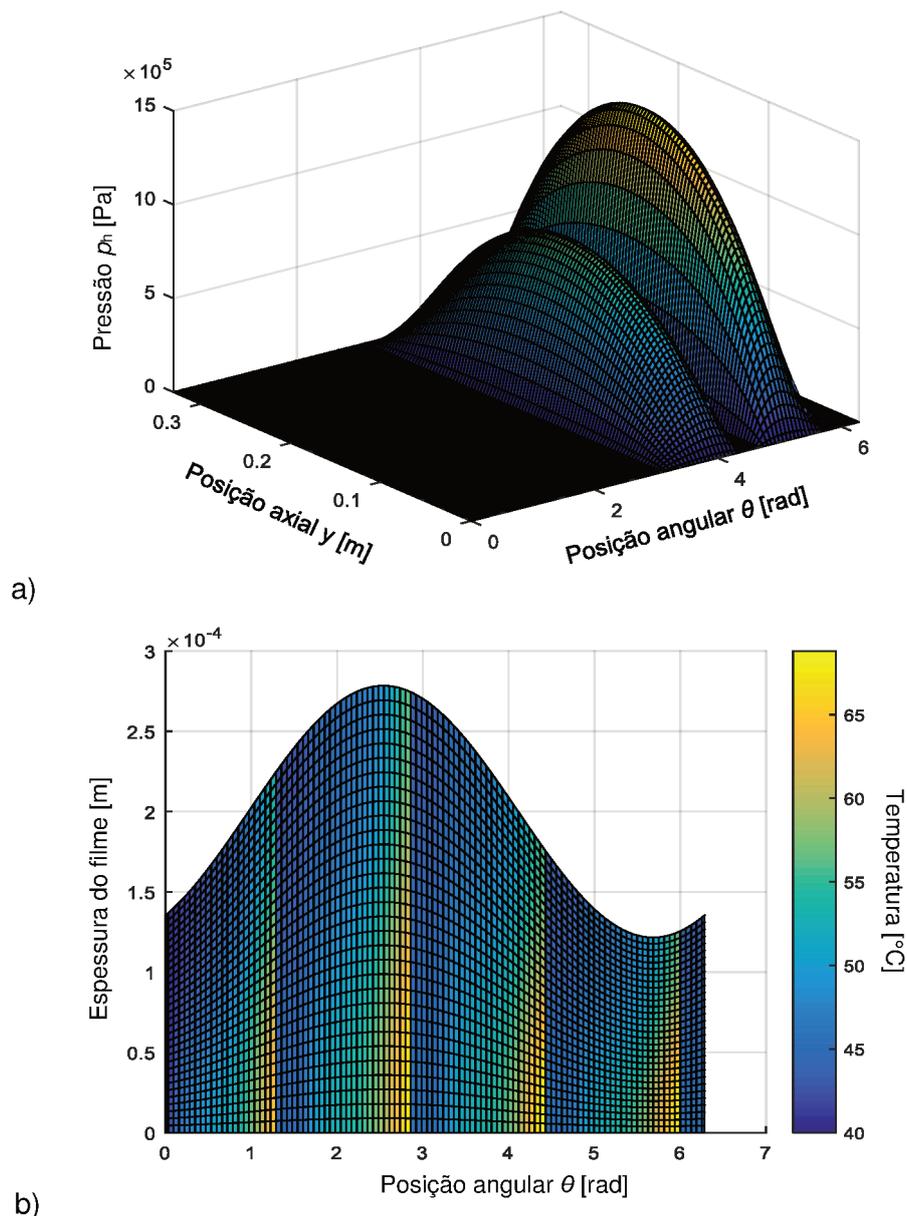
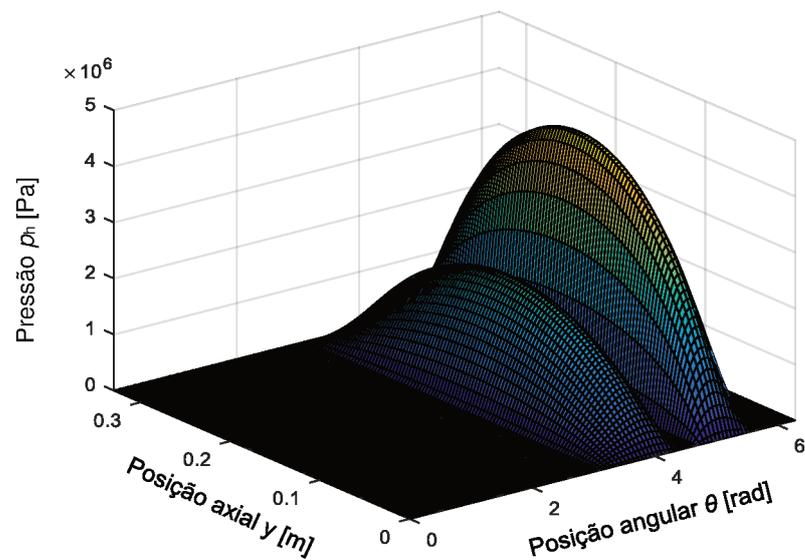


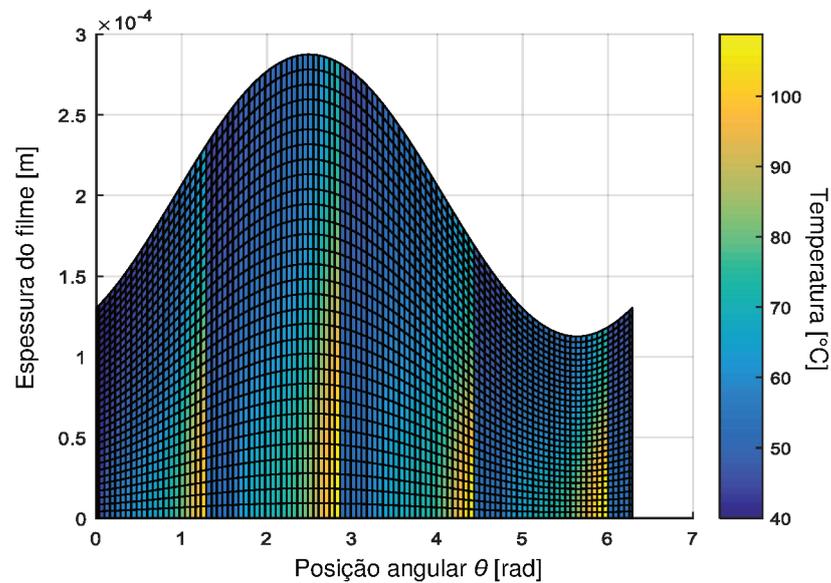
Figura 4.3 – Campos de pressão e temperatura para o carregamento de 81,5 kN: a) Campo de pressão; b) Campo de temperatura.

Esse efeito pode ser explicado pela redução da viscosidade do óleo em função da temperatura, visto que a posição de equilíbrio do eixo se afasta do centro do mancal com a redução da viscosidade do lubrificante.

Contudo, é possível observar que a temperatura diminui para a condição de rejeição de carga. O mesmo ocorre para a espessura mínima do filme de óleo. Isso pode ser associado com a mudança na velocidade do eixo para as condições de operação analisadas.



a)



b)

Figura 4.4 – Campos de pressão e temperatura para o carregamento de 188 kN: a) Campo de pressão; b) Campo de temperatura.

Apesar da indisponibilidade dos cálculos realizados pelo fabricante, medições obtidas diretamente na UG considerada mostraram uma amplitude de vibração de, aproximadamente, 30% da folga radial para o carregamento nominal aplicado no mancal cilíndrico (81,5 kN). O modelo implementado obteve uma excentricidade $E = 0,392$ (Tab. 4.3) aplicando o carregamento nominal no eixo, isto é 39,2 % de excentricidade. Desta forma, é possível verificar a coerência entre os resultados encontrados.

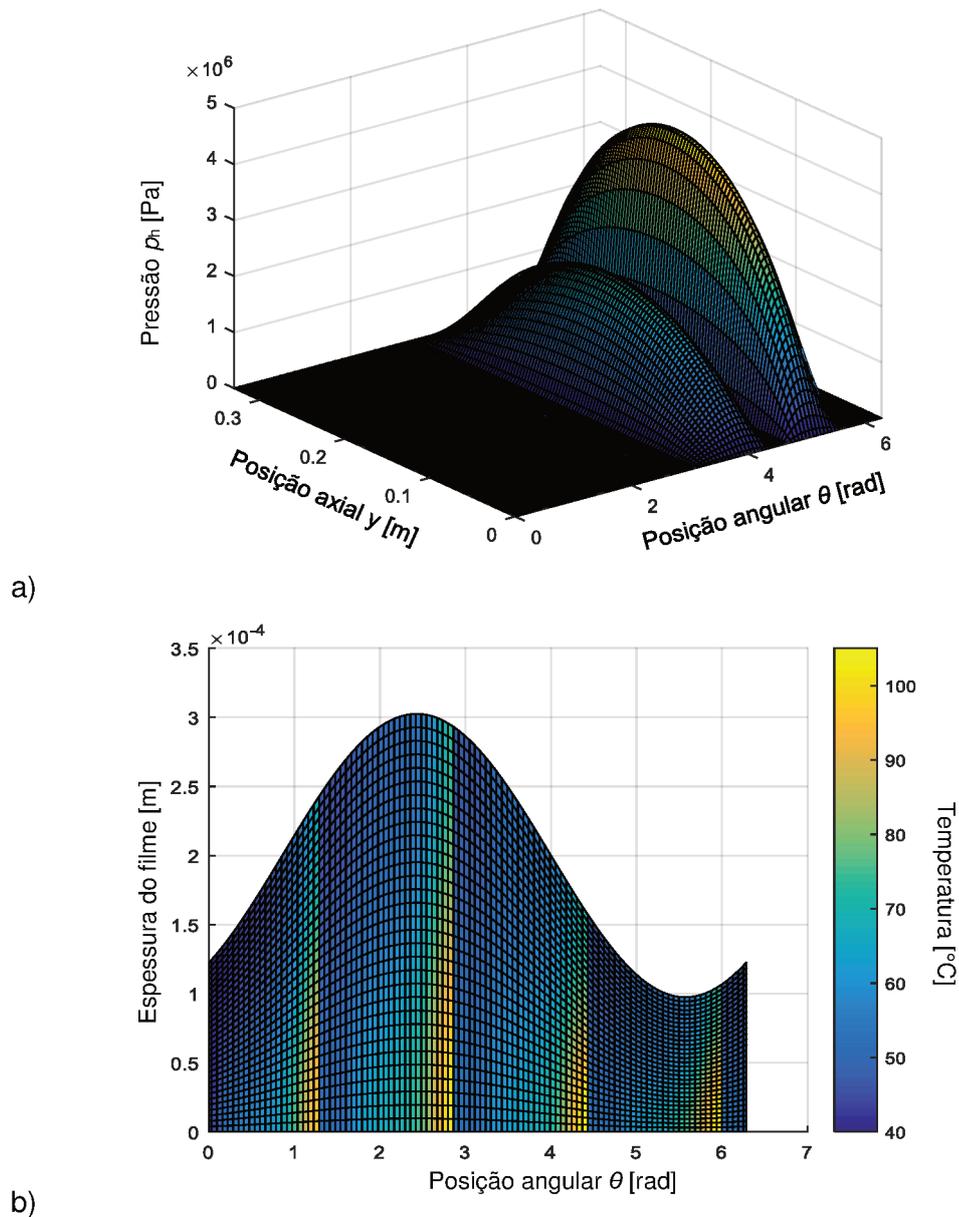
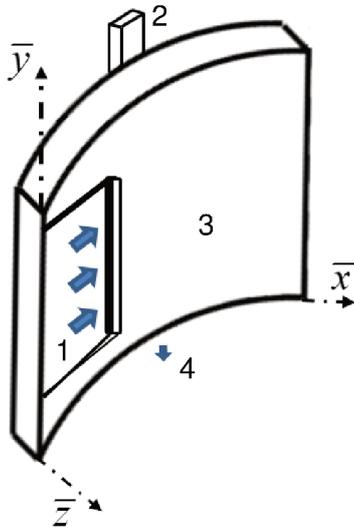


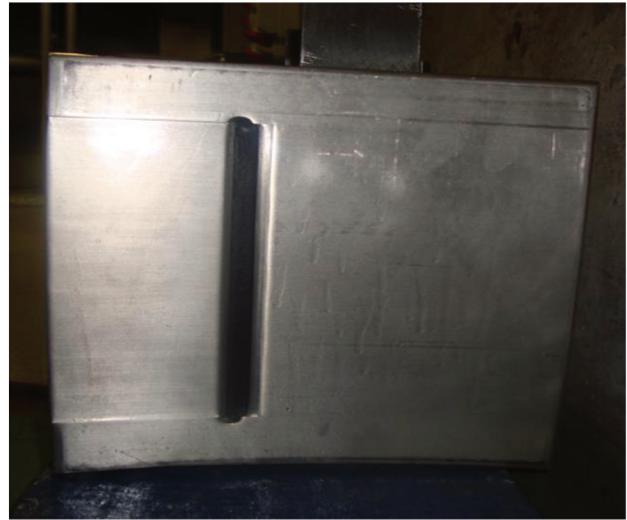
Figura 4.4 – Campos de pressão e temperatura para o carregamento de 219 kN: a) Campo de pressão; b) Campo de temperatura.

4.1.2 Mancais guia da UG: Mancal hidrodinâmico segmentado radial

Para suportar os esforços radiais da UG considerada, além do mancal guia da turbina analisado na seção 4.1.1, existem também dois mancais guia do tipo segmentado radial. O modelo matemático descrito na seção 3.2 para mancais hidrodinâmicos segmentados foi então aplicado destacando algumas particularidades referentes à lubrificação e à geometria das sapatas destes mancais. A Fig. 4.6a apresenta um desenho ilustrativo de um segmento dos mancais segmentados. É importante ressaltar que existem diferenças nas dimensões e quantidade de segmentos de cada um desses mancais. Contudo, os detalhes geométricos e de lubrificação são semelhantes.



a)



b)

Figura 4.6 – Representação do segmento do mancal hidrodinâmico segmentado radial: a) Regiões importantes destacadas; b) Detalhe do segmento do mancal segmentado radial instalado na UG considerada.

A região 1 corresponde à um rebaixo pelo qual parte do óleo escoa para o interior do segmento. Considera-se que nesta região a pressão manométrica é nula, pois o campo de pressão hidrodinâmica formado é praticamente nulo. O ponto de pivotamento do segmento é representado em 2. A região 3 refere-se à zona ativa do mancal, na qual se forma o campo de pressão hidrodinâmica. Na região 4 ocorre a saída do óleo do segmento. Os parâmetros geométricos e condições de operação do mancal guia do gerador são apresentados na Tab. 4.4. A Fig. 4.7 mostra o posicionamento dos pivôs de cada uma das sapatas do mancal e o carregamento radial aplicado (fornecido no memorial de cálculo do fabricante).

Semelhante ao procedimento adotado para a análise do mancal cilíndrico radial, foi realizada adotando uma posição fixa para o centro do eixo ($X_r=21,2 \mu\text{m}$ e $Z_r=0$) e avaliando os valores máximos da pressão e da temperatura, a partir de uma quantidade inicial de volumes na malha. Os valores determinados são: 50 volumes nas direções x , y e ξ e 30 volumes na direção η . A Fig. 4.8 mostra as curvas referentes à análise de convergência de malha.

Segundo as informações contidas no memorial de cálculo do fabricante, a carga radial aplicada ao mancal guia do gerador na condição nominal de operação é de 90,6 kN. Entretanto, não há informações referentes à direção de aplicação dessa força.

Tabela 4.4 – Características geométricas e de operação do mancal intermediário da UG considerada.

Parâmetros	Valores
Diâmetro interno do segmento	934 mm
Diâmetro do eixo	930 mm
Folga radial	250 μm
Comprimento do segmento	197 mm
Espessura do segmento	67 mm
Ângulo do segmento	25°
Posição do pivô (razão entre ângulo do pivô e segmento)	0,6
Número de segmentos	6
Distância entre os pivôs	60 graus
Posição angular do segmento #01	0 graus
Rotação nominal	300 RPM
Temperatura de entrada do óleo (saída do trocador de calor)	40 °C
Carga radial aplicada	90,6 kN

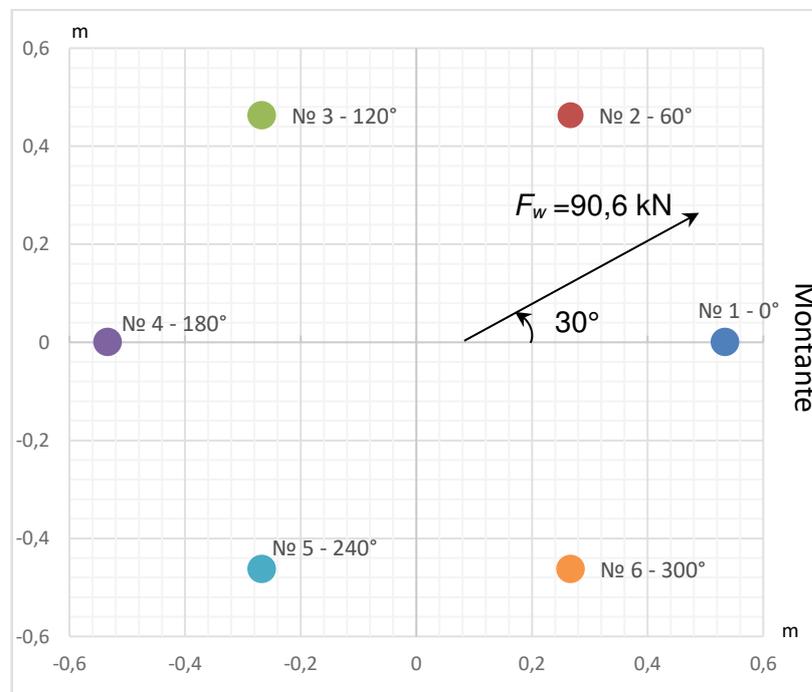


Figura 4.7 – Posição dos pivôs dos segmentos do mancal intermediário.

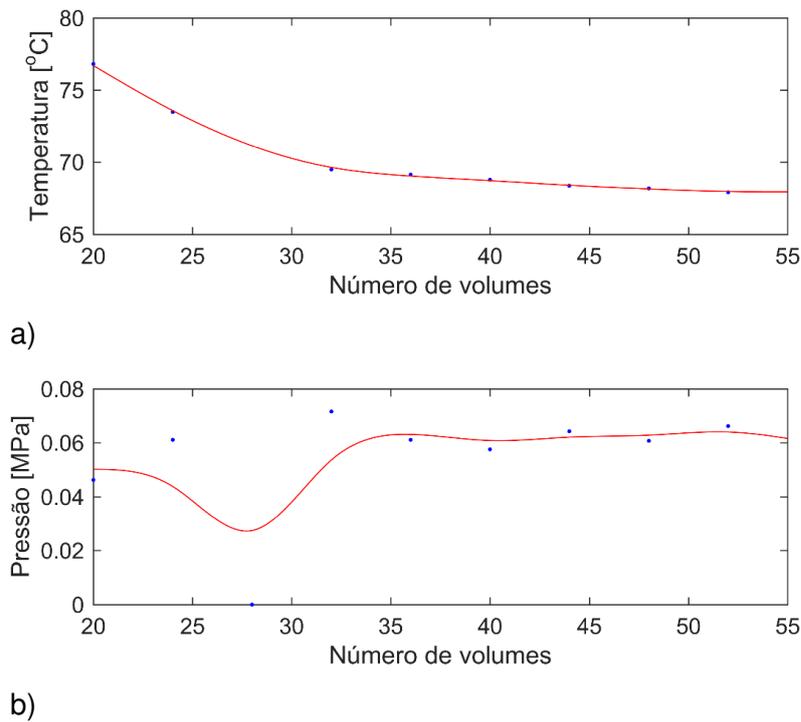


Figura 4.8 – Análise de convergência de malha para o mancal guia do gerador: a) Convergência aplicada à temperatura máxima; b) Convergência aplicada à pressão máxima.

Neste caso, duas direções distintas para a força radial foram verificadas. Inicialmente, a força radial foi aplicada na direção do pivô de um segmento (*load on pad*). Os resultados obtidos para esta configuração não apresentaram boa correlação com os resultados fornecidos pelo fabricante. Assim, verificou-se outra configuração de carregamento na qual a força radial é aplicada entre dois segmentos (*load between pad*; veja a Fig. 4.7). A Tab. 4.5 mostra os resultados obtidos na simulação computacional para o segmento mais carregado (segmento #1). Nota-se que os resultados apresentam boa correlação com os resultados mostrados pelo fabricante. Os campos de pressão e temperatura para cada um dos segmentos do mancal são mostrados nas Figs. 4.9 e 4.10, respectivamente.

Tabela 4.5 – Resultados obtidos para a sapata mais carregada do mancal guia do gerador.

Propriedade	Fabricante	Presente trabalho	Diferença relativa [%]
P_{max} [MPa]	4,761	4,767	0,13
T_{max} [°C]	52,84	56,40	6,74
h_{min} [μm]	72,70	75,67	4,09

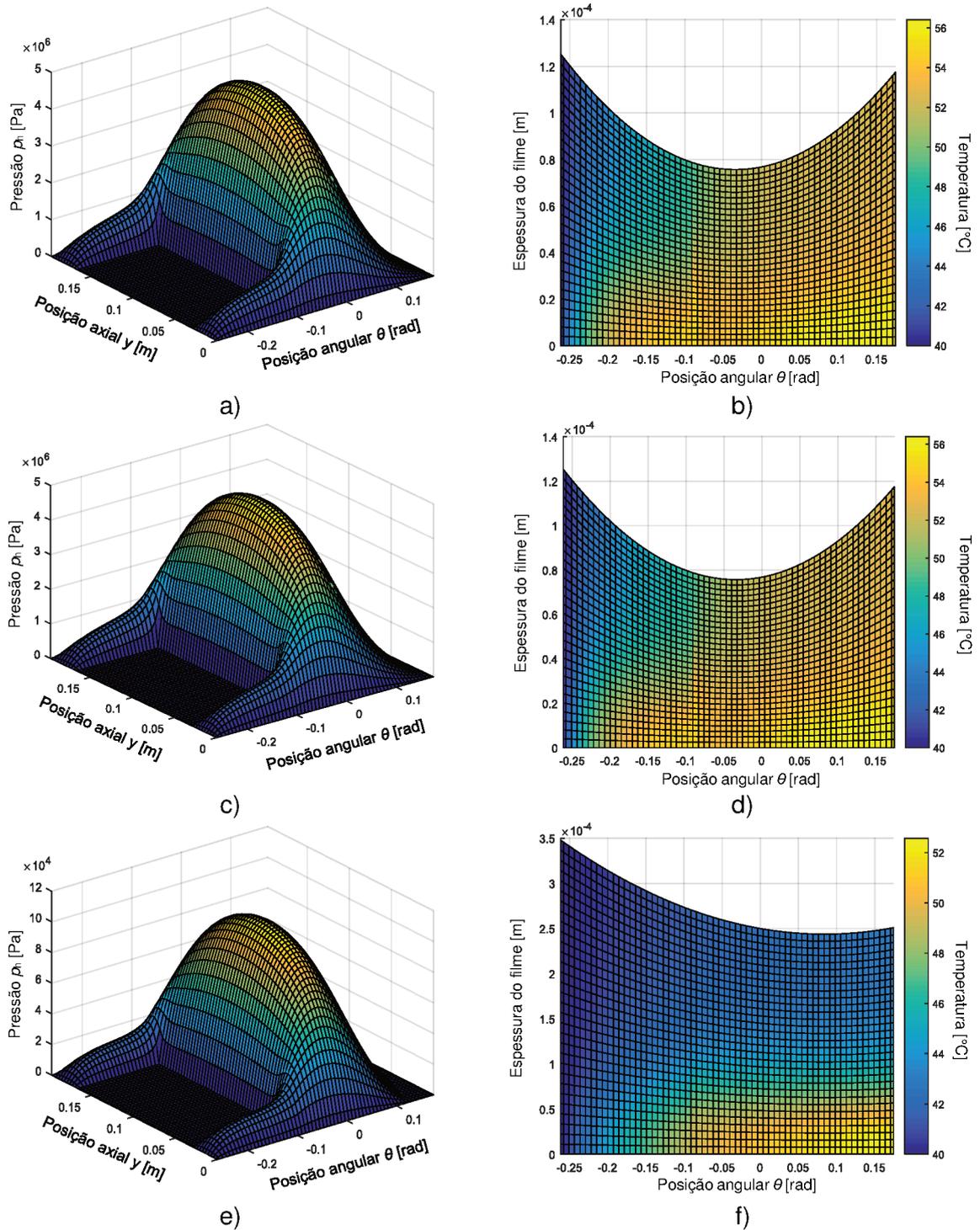


Figura 4.9 – Campos de pressão e temperatura obtidos para o mancal guia do gerador: a) Campo de pressão da sapata #01; b) Campo de temperatura da sapata #01; c) Campo de pressão da sapata #02; d) Campo de temperatura sapata #02; e) Campo de pressão da sapata #03; f) Campo de temperatura da sapata #03.

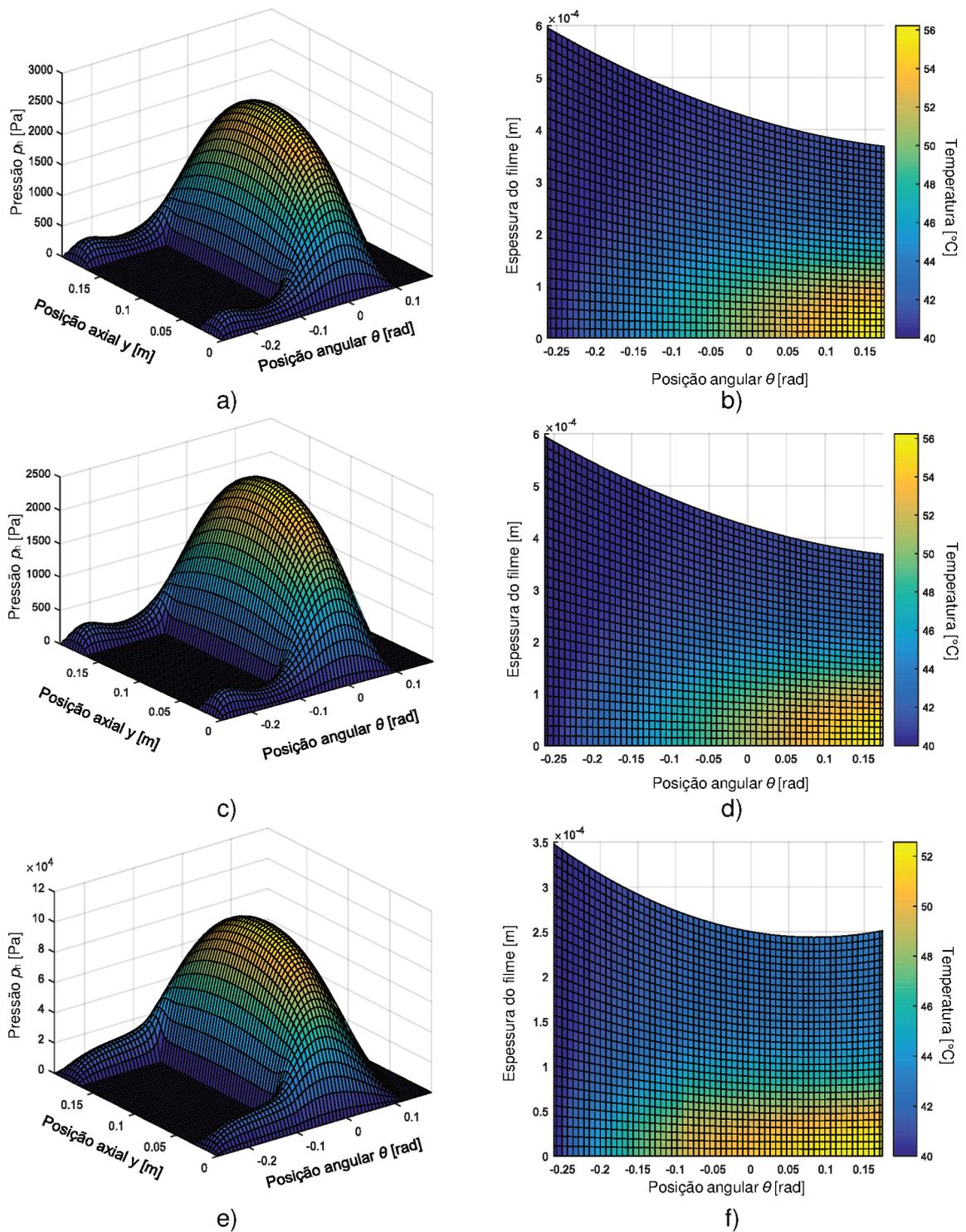


Figura 4.10 – Campos de pressão e temperatura obtidos para o mancal guia do gerador: a) Campo de pressão da sapata #04; b) Campo de temperatura da sapata #04; c) Campo de pressão da sapata #05; d) Campo de temperatura sapata #05; e) Campo de pressão da sapata #06; f) Campo de temperatura da sapata #06.

Analisando os campos de pressão e temperatura mostrados nas Figs. 4.9 e 4.10 nota-se que na entrada do segmento a pressão hidrodinâmica é nula devido ao rebaixo pelo qual parte do óleo escoo para o interior do segmento (veja a Fig. 4.6). Em relação ao campo de temperatura é possível observar que a temperatura do filme de óleo aumenta na direção do escoamento e à medida que se aproxima do mancal. Entretanto, nos segmentos #1 e #2 a temperatura do filme de óleo aumenta logo após o rebaixo. Isto pode ser explicado devido ao gradiente de pressão elevado nesta região. Esse efeito é mais evidenciado nos segmentos mais carregados, pois o gradiente de pressão neste caso é mais significativo do que nos segmentos sujeitos a menor força radial.

A Tab. 4.6 mostra os parâmetros geométricos e de operação do mancal guia superior da UG considerada. A Fig. 4.11 mostra o posicionamento dos pivôs de cada um dos segmentos do mancal (fornecido no memorial de cálculo do fabricante).

Tabela 4.6 – Características geométricas e de operação do mancal guia superior.

Parâmetros	Valores
Diâmetro interno do segmento	1332 mm
Diâmetro do eixo	1325 mm
Folga radial	250 μm
Comprimento do segmento	160 mm
Espessura do segmento	85 mm
Ângulo do segmento	14 ^o
Posição do pivô (razão entre ângulo do pivô e segmento)	0,6
Número de segmentos	12
Distância entre os pivôs	30 graus
Posição angular do segmento #01	5 graus
Rotação nominal	300 RPM
Temperatura de entrada do óleo (saída do trocador de calor)	40 °C
Carga radial aplicada	58,2 kN

A análise de convergência deste mancal seguiu os mesmos procedimentos adotados para o mancal guia do gerador. Neste caso, adotou-se uma posição fixa para o centro do eixo ($x_r=81,19 \mu\text{m}$ e $z_r=7,1 \mu\text{m}$) avaliando os valores máximos da pressão e da temperatura do filme de óleo a partir de uma quantidade inicial de volumes na malha. O número de volumes obtidos são 50 nas direções x , y e ξ e 30 volumes na direção η . A Fig. 4.12 mostra as curvas referentes à análise de convergência de malha.

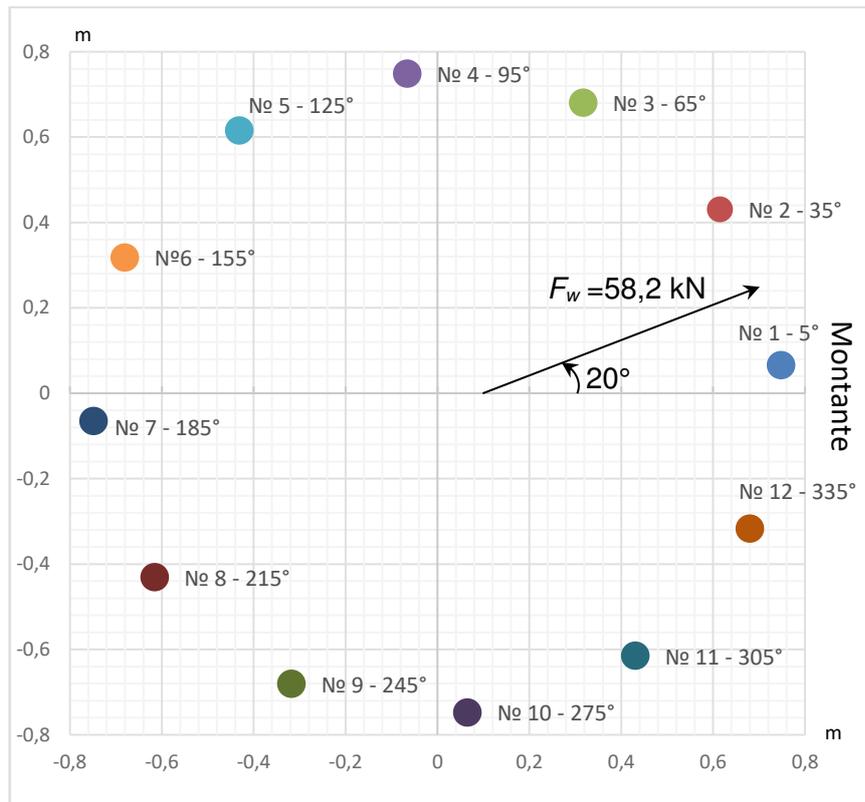


Figura 4.11 – Posição dos pivôs dos segmentos do mancal guia superior.

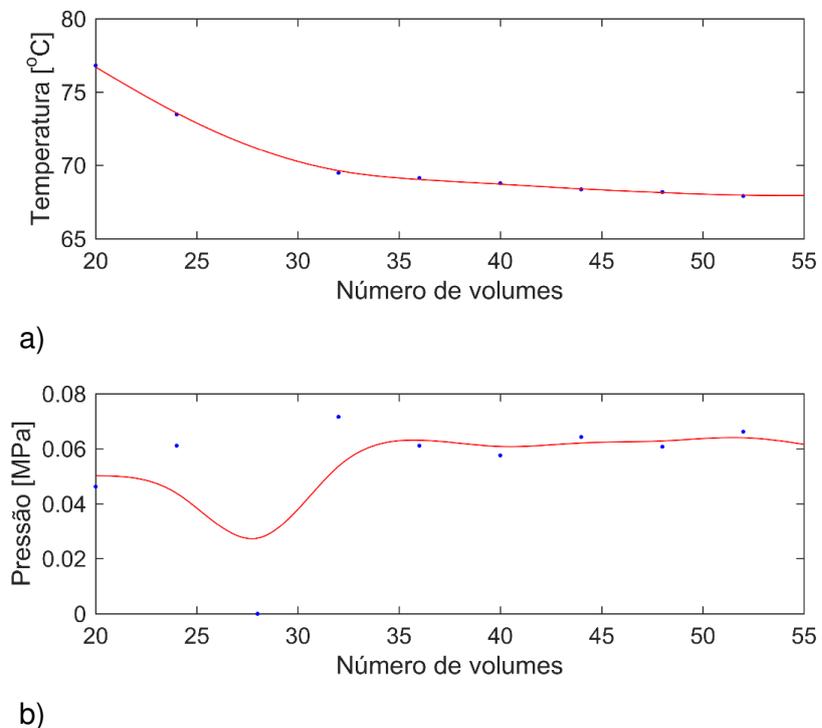


Figura 4.12 – Análise de convergência de malha para o mancal guia do gerador: a) Convergência aplicada à temperatura máxima; b) Convergência aplicada à pressão máxima.

Segundo as informações contidas no memorial de cálculo do fabricante, a carga radial aplicada ao mancal guia do gerador na condição nominal de operação é 58,2 kN. Novamente, não há informações referentes à direção de aplicação dessa força. Neste caso, optou-se por utilizar a mesma configuração utilizada para o mancal guia do gerador. A força radial foi aplicada entre dois segmentos (veja a Fig. 4.11). A Tab. 4.7 mostra os resultados obtidos na simulação computacional para a sapata mais carregada (segmento #01). Note que os resultados obtidos para o mancal guia superior não são tão próximos aos dados fornecidos pelo fabricante, como mostra a Tab. 4.7. Contudo, estes resultados são considerados aceitáveis devido à falta de informações do fabricante e dos resultados obtidos para o mancal guia do gerador. Os campos de pressão e temperatura para cada um dos segmentos do mancal guia superior são mostrados nas Figs. 4.13 a 4.16.

Tabela 4.7 – Pressão e temperatura máximas no mancal guia superior da UG.

Propriedade	Fabricante	Presente trabalho	Diferença relativa [%]
P_{max} [MPa]	2,59	3,754	44,94
T_{max} [°C]	47,49	63,85	34,45
h_{min} [μm]	106,9	64,07	40,07

Analisando os campos de pressão e temperatura mostrados nas Figs. 4.13 a 4.16 é possível observar os mesmos efeitos evidenciados para o mancal guia do gerador. Na entrada do segmento, a pressão hidrodinâmica é nula devido ao rebaixo pelo qual parte do óleo escoava para o interior do segmento (veja a Fig. 4.6). Em relação ao campo de temperatura, nota-se que a temperatura do filme de óleo aumenta na direção do escoamento e à medida que se aproxima do mancal. Entretanto, nos segmentos #1, #2, #3 e #12 é possível observar que a temperatura do filme de óleo aumenta logo após o rebaixo. Isso pode ser explicado devido ao gradiente de pressão elevado logo após o rebaixo. Esse efeito é mais evidenciado nos segmentos mais carregados, pois o gradiente de pressão neste caso é mais significativo do que nos segmentos sujeitos a menor força radial.

4.1.3 Mancal de escora da UG: Mancal hidrodinâmico segmentado axial

As características geométricas e de operação do mancal de escora da UG são dadas pela Tab. 4.8. Semelhante ao procedimento adotado para os mancais radiais, foi realizada inicialmente uma análise de convergência de malha adotando uma posição fixa para a espessura do óleo no pivô ($h_0 = 131,17 \mu\text{m}$) e avaliando os valores máximos da pressão e da temperatura, a partir de uma quantidade inicial de volumes na malha.

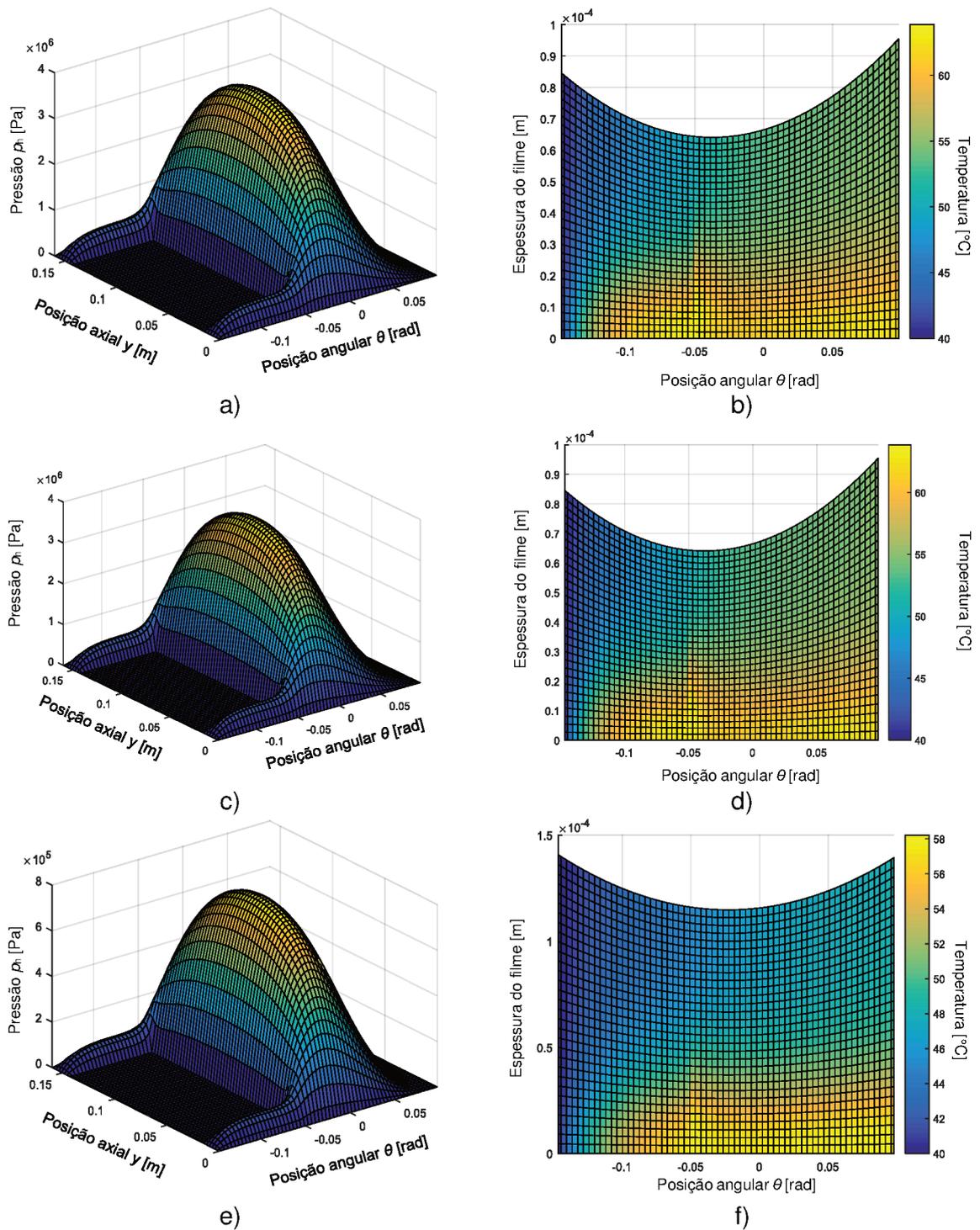


Figura 4.13 – Campos de pressão e temperatura obtidos para o mancal guia superior: a) Campo de pressão da sapata #01; b) Campo de temperatura da sapata #01; c) Campo de pressão da sapata #02; d) Campo de temperatura sapata #02; e) Campo de pressão da sapata #03; f) Campo de temperatura da sapata #03.

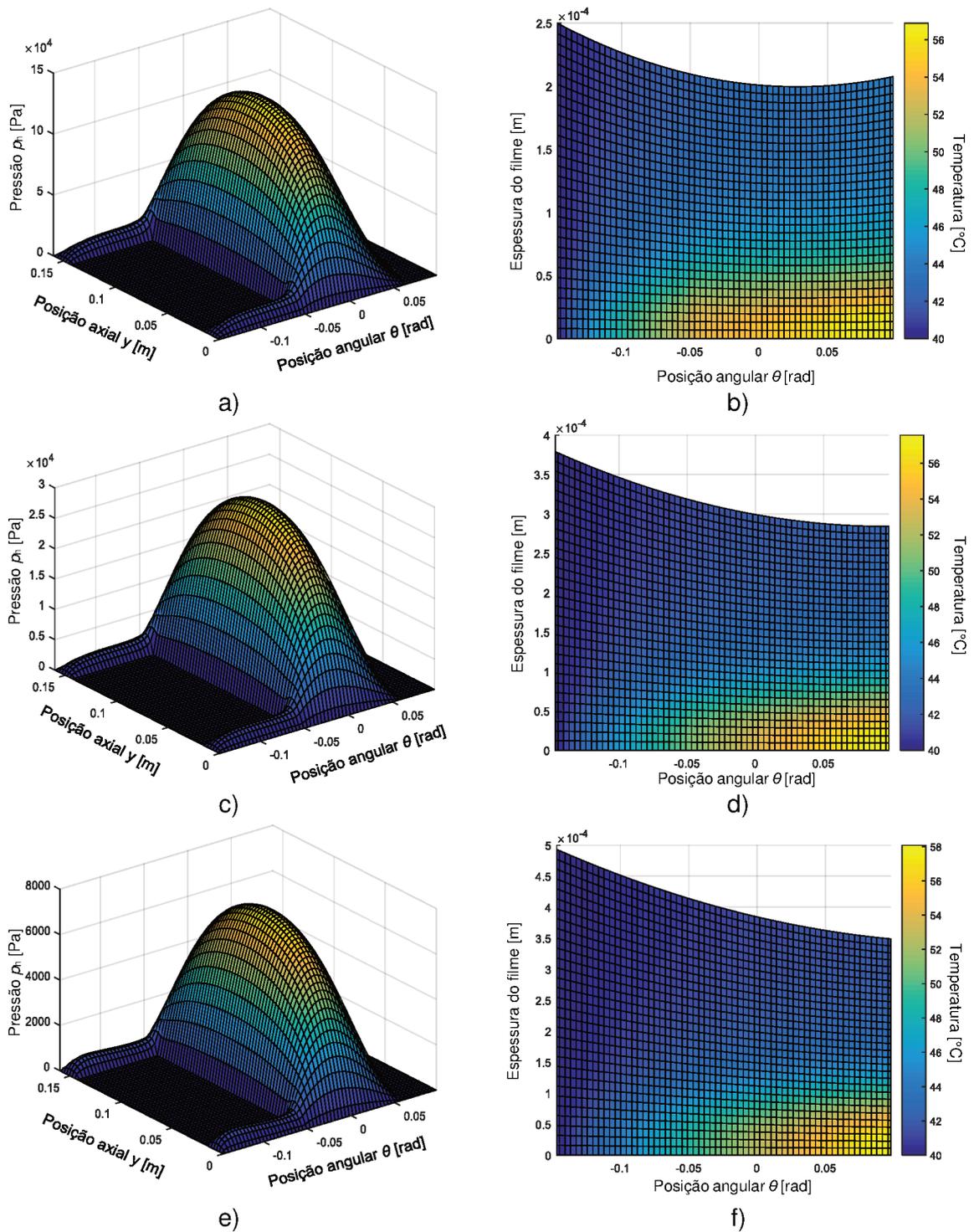


Figura 4.14 – Campos de pressão e temperatura obtidos para o mancal guia superior: a) Campo de pressão da sapata #04; b) Campo de temperatura da sapata #04; c) Campo de pressão da sapata #05; d) Campo de temperatura sapata #05; e) Campo de pressão da sapata #06; f) Campo de temperatura da sapata #06.

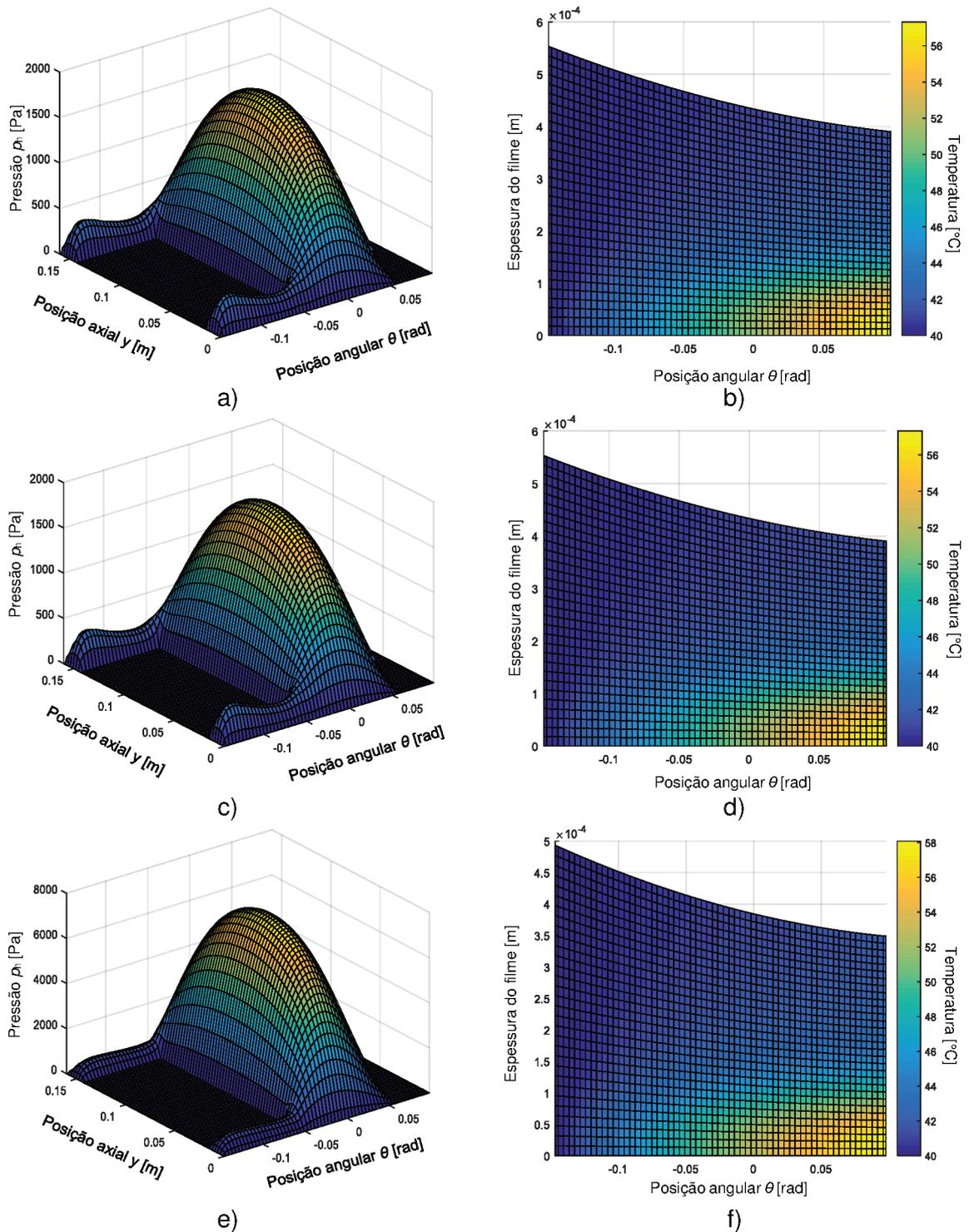


Figura 4.15 – Campos de pressão e temperatura obtidos para o mancal guia superior: a) Campo de pressão da sapata #07; b) Campo de temperatura da sapata #07; c) Campo de pressão da sapata #08; d) Campo de temperatura sapata #08; e) Campo de pressão da sapata #09; f) Campo de temperatura da sapata #09.

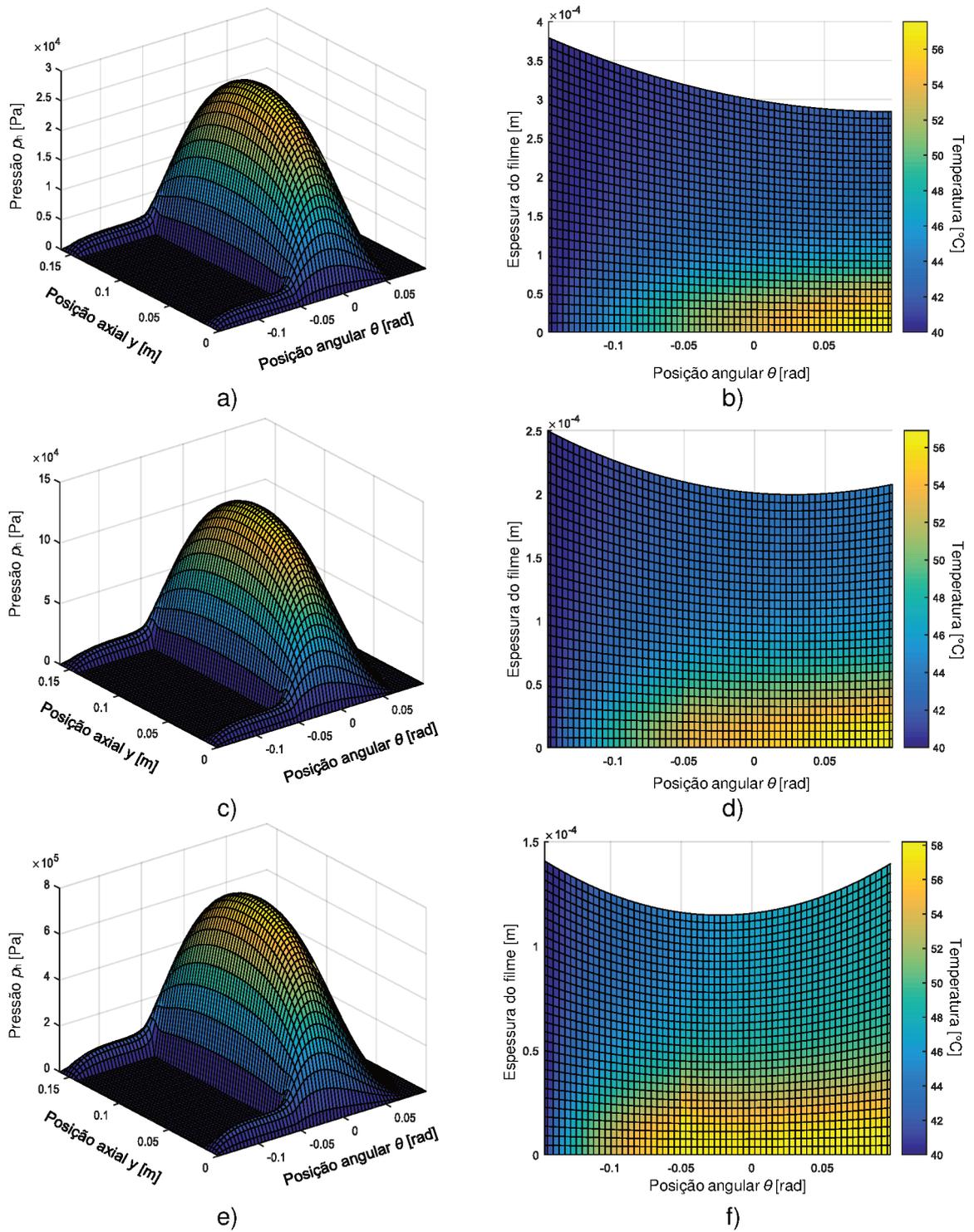
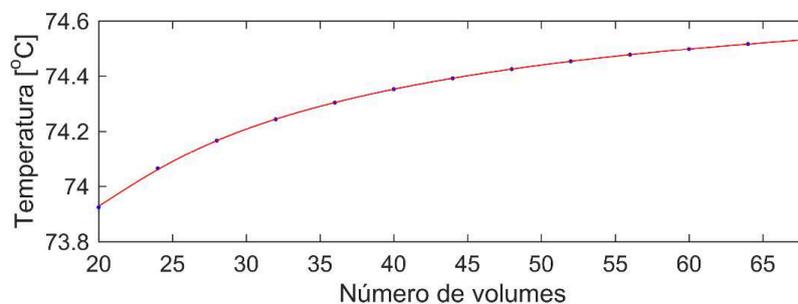


Figura 4.16 – Campos de pressão e temperatura obtidos para o mancal guia superior: a) Campo de pressão da sapata #10; b) Campo de temperatura da sapata #10; c) Campo de pressão da sapata #11; d) Campo de temperatura sapata #11; e) Campo de pressão da sapata #12; f) Campo de temperatura da sapata #12.

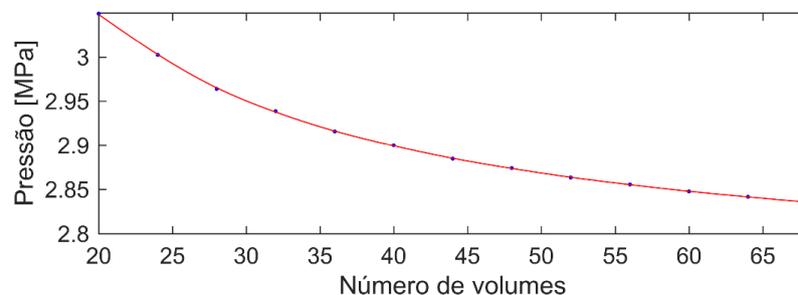
Tabela 4.8 – Características geométricas e de operação do mancal de escora da UG.

Parâmetros	Valores
Raio interno do segmento	310 mm
Raio externo do segmento	660 mm
Raio do pivô	485 mm
Ângulo do segmento	45°
Posição do pivô (razão entre ângulo do pivô e segmento)	0,6
Número de segmentos	6
Rotação nominal	300 RPM
Temperatura de entrada do óleo (saída do trocador de calor)	40 °C
Carregamento em rotação nominal	2300 kN
Carregamento com 50% da rotação nominal	1060 kN
Carregamento com 110% da rotação nominal	2300 kN
Carregamento com 10% da rotação nominal	1060 kN

Os valores determinados são 60 volumes nas direções r e θ e 20 volumes na direção y . A Fig. 4.17 mostra as curvas referentes à análise de convergência de malha.



a)



b)

Figura 4.17 – Análise de convergência de malha para o mancal de escora: a) Convergência aplicada à temperatura máxima; b) Convergência aplicada à pressão máxima.

As Tabs. 4.9 a 4.12 apresentam os resultados obtidos para quatro condições de operação distintas. É importante ressaltar que estas análises foram feitas considerando apenas uma das sapatas do mancal de escora. Assim, a carga aplicada foi dividida pelo número de sapatas.

Tabela 4.9 – Resultados obtidos 300 RPM e carregamento de 2300 kN.

Propriedade	Fabricante	Presente trabalho	Diferença relativa [%]
P_{max} [MPa]	6,90	6,93	0,43
T_{max} [°C]	69,25	64,51	6,84
h_{min} [μm]	58,79	50,65	13,85

Tabela 4.10 – Resultados obtidos 150 RPM e carregamento de 1060 kN.

Propriedade	Fabricante	Presente trabalho	Diferença relativa [%]
P_{max} [MPa]	3,15	3,21	1,90
T_{max} [°C]	55,01	53,38	2,96
h_{min} [μm]	73,75	71,44	3,13

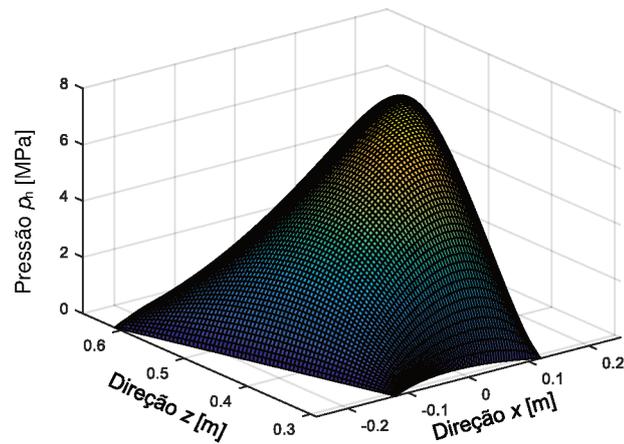
Tabela 4.11 – Resultados obtidos 330 RPM e carregamento de 2300 kN.

Propriedade	Fabricante	Presente trabalho	Diferença relativa [%]
P_{max} [MPa]	6,88	6,93	0,73
T_{max} [°C]	69,12	64,51	6,67
h_{min} [μm]	61,61	53,14	13,75

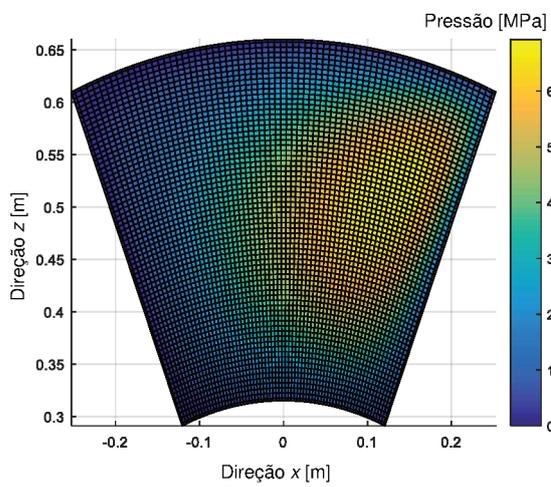
Tabela 4.12 – Resultados obtidos 30 RPM e carregamento de 1060 kN.

Propriedade	Fabricante	Presente trabalho	Diferença relativa [%]
P_{max} [MPa]	3,17	3,21	1,26
T_{max} [°C]	54,53	53,39	2,09
h_{min} [μm]	31,87	31,95	0,25

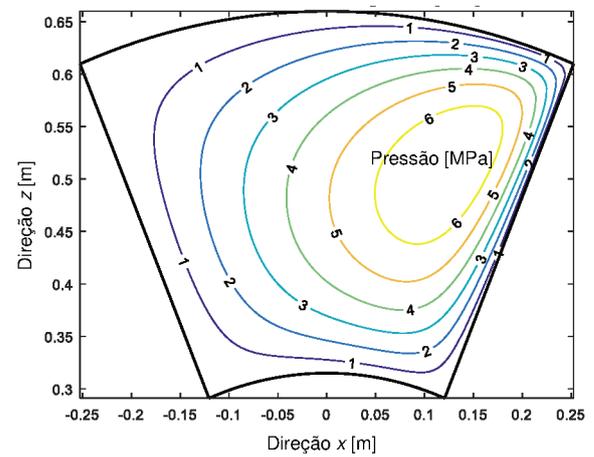
Para melhor visualização dos resultados, as Fig. 4.18, Fig. 4.20, Fig. 4.22 e Fig. 4.24 apresentam os campos de pressão para um segmento do mancal de escora, para diferentes valores de carga axial aplicada. As Fig. 4.19, Fig. 4.21, Fig. 4.23 e Fig. 4.25 apresentam os campos de temperatura para cada condição de operação do mancal.



a)

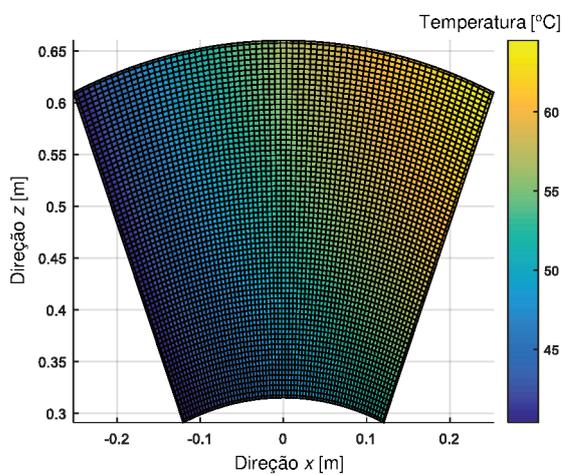


b)

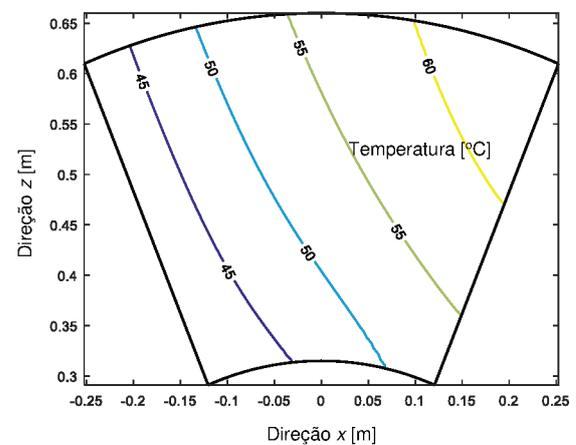


c)

Figura 4.18 – Pressão hidrodinâmica para 300 RPM e carregamento de 2300 kN: a) Campo de pressão tridimensional; b) Campo de pressão no plano $r\theta$; c) Linhas isobáricas.



a)



b)

Figura 4.19 – Distribuição de temperatura para 300 RPM e carregamento de 2300 kN: a) Campo de temperatura no plano $r\theta$; b) Linhas isotérmicas no segmento.

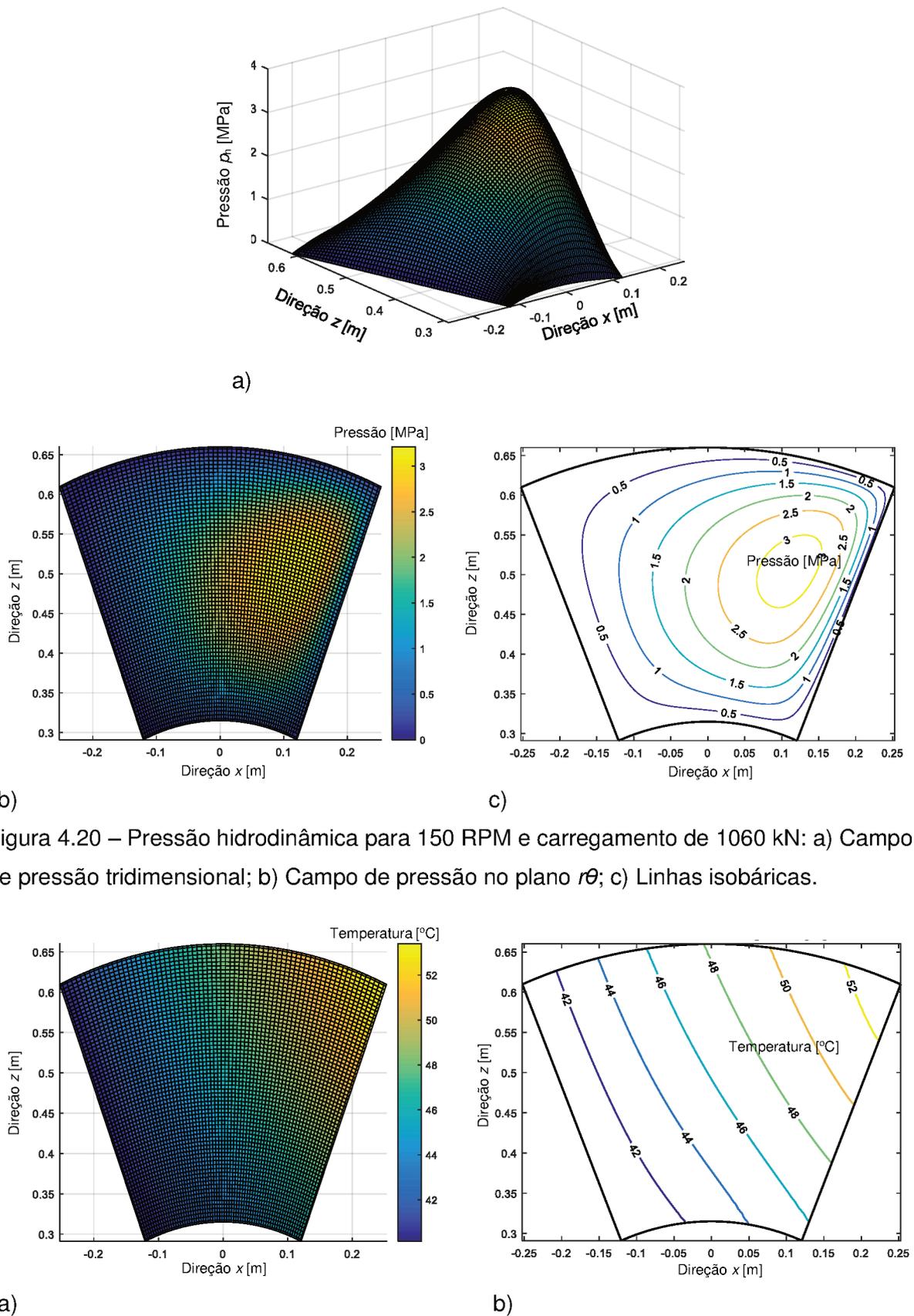
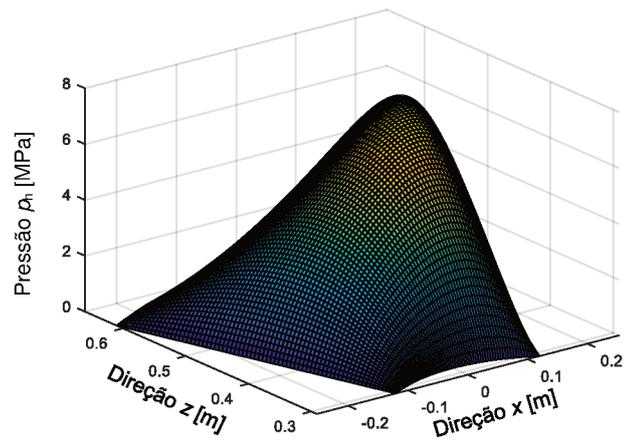
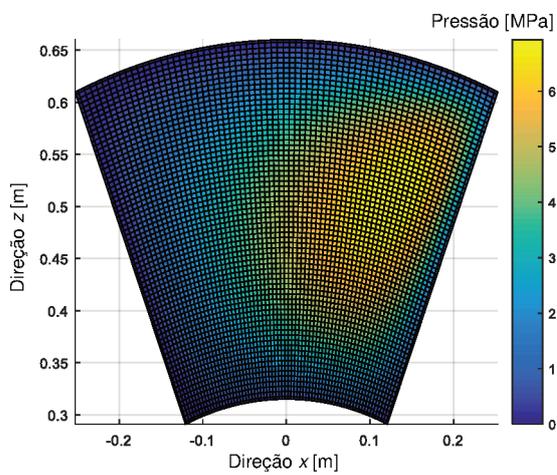


Figura 4.20 – Pressão hidrodinâmica para 150 RPM e carregamento de 1060 kN: a) Campo de pressão tridimensional; b) Campo de pressão no plano $r\theta$; c) Linhas isobáricas.

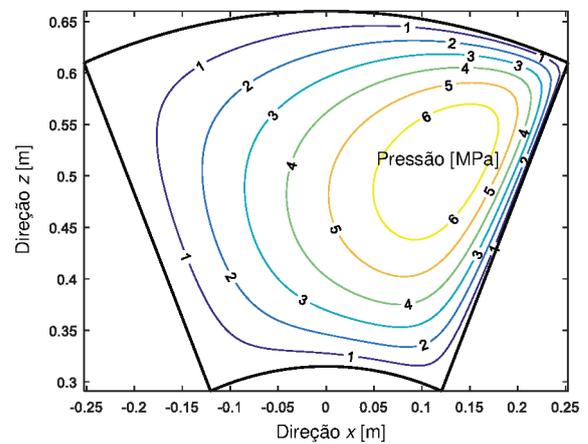
Figura 4.21 – Distribuição de temperatura para 150 RPM e carregamento de 1060 kN: a) Campo de temperatura no plano $r\theta$; b) Linhas isotérmicas no segmento.



a)

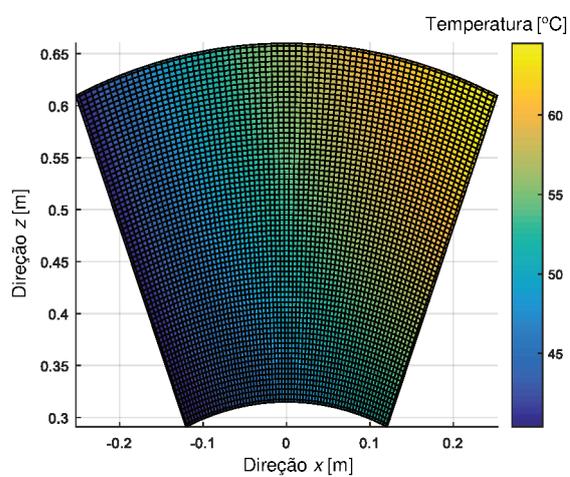


b)

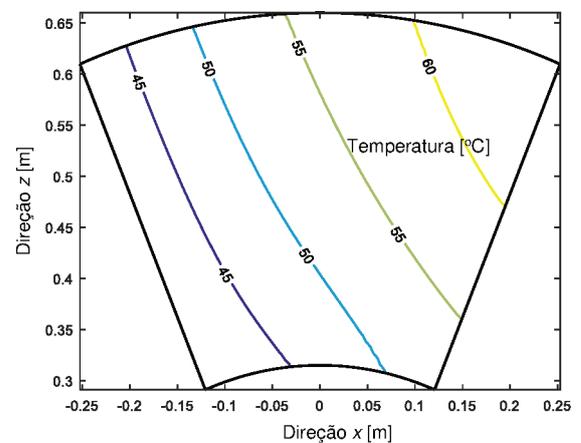


c)

Figura 4.22 – Pressão hidrodinâmica para 330 RPM e carregamento de 2300 kN: a) Campo de pressão tridimensional; b) Campo de pressão no plano $r\theta$; c) Linhas isobáricas.

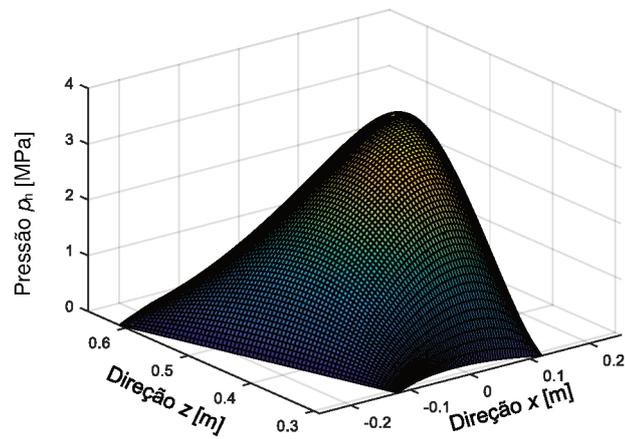


a)

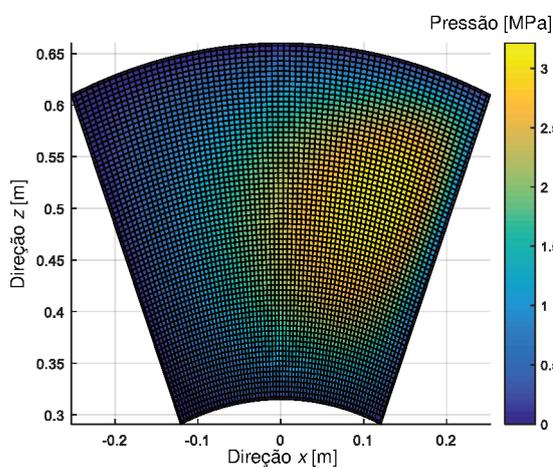


b)

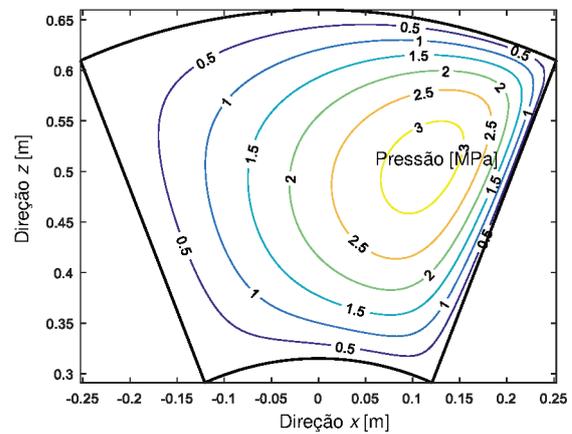
Figura 4.23 – Distribuição de temperatura para 330 RPM e carregamento de 2300 kN: a) Campo de temperatura no plano $r\theta$; b) Linhas isotérmicas no segmento.



a)

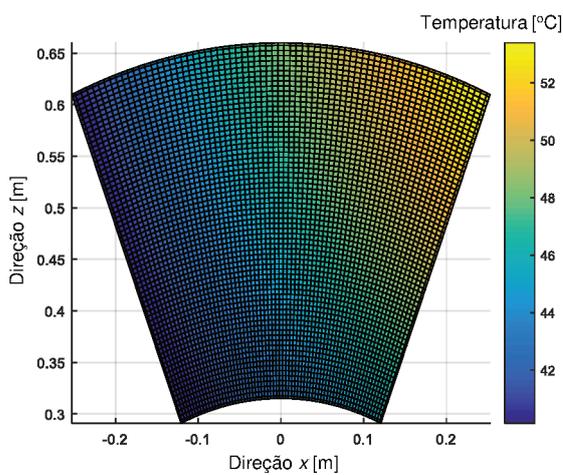


b)

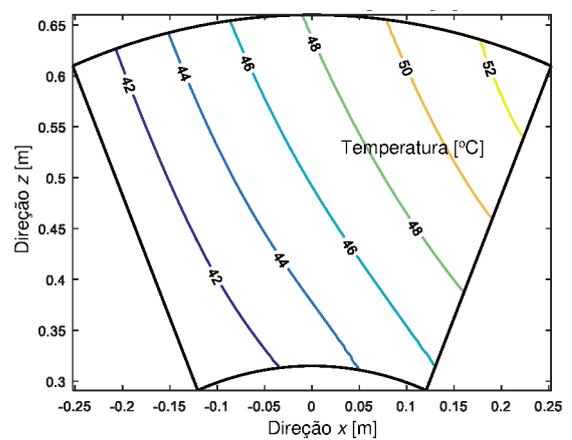


c)

Figura 4.24 – Pressão hidrodinâmica para 30 RPM e carregamento de 1060 kN: a) Campo de pressão tridimensional; b) Campo de pressão no plano $r\theta$; c) Linhas isobáricas.



a)



b)

Figura 4.25 – Distribuição de temperatura para 30 RPM e carregamento de 1060 kN: a) Campo de temperatura no plano $r\theta$; b) Linhas isotérmicas no segmento.

Analisando as distribuições de pressão e temperatura no segmento do mancal de escora, nota-se que tanto os valores de pressão máxima quanto os valores de temperatura máxima do filme de óleo aumentam em função do carregamento aplicado e da velocidade de operação. É possível observar nas Fig. 4.18, Fig. 4.20, Fig. 4.22 e Fig. 4.24 que a região de maior pressão está localizada a direita do segmento. Esse efeito deve-se ao sentido de rotação do eixo, isto é, a região de maior pressão é formada de acordo com o sentido de rotação. Com relação à distribuição de temperatura do filme de óleo no segmento, nota-se que, assim como ocorre com a pressão, os valores máximos de temperatura aumentam em função da velocidade de rotação e do carregamento aplicado. Observa-se por fim que a região de maior temperatura se forma na parte superior direita do segmento devido ao mecanismo de transferência de calor por advecção (componentes de velocidade v_{θ} e v_r).

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Nesta dissertação de mestrado foram analisados modelos THD dedicados aos mancais hidrodinâmicos encontrados em uma UG Francis. Inicialmente, a contextualização e os objetivos do trabalho foram apresentados. Em seguida, uma revisão bibliográfica acerca da modelagem matemática de mancais hidrodinâmicos foi descrita, evidenciando a evolução da complexidade dos modelos desenvolvidos ao longo dos anos. Foi mostrado que modelos cada vez mais representativos acerca do comportamento dinâmico dos mancais hidrodinâmicos foram sendo testados e implementados em diversos estudos sobre o tema.

As particularidades de cada um dos mancais hidrodinâmicos foram evidenciadas na construção dos modelos matemáticos associados. Para o mancal hidrodinâmico cilíndrico, além dos parâmetros operacionais, a força hidrodinâmica foi determinada a partir da posição do centro do eixo. Já para os mancais hidrodinâmicos segmentados, tanto radiais como axiais, a análise do modelo matemático foi mais complexa visto que, além da posição do centro do eixo, a força hidrodinâmica de sustentação depende da posição de equilíbrio de cada uma das suas sapatas. Portanto, para os mancais segmentados foi necessário determinar o ângulo de equilíbrio para cada segmento. O esforço computacional para esta análise se eleva com o número de segmentos.

Ainda a respeito da modelagem matemática, o procedimento para determinar a posição de equilíbrio para cada um dos mancais foi apresentado. Trata-se de um problema de otimização, sendo que para o mancal hidrodinâmico cilíndrico apenas o equilíbrio de forças é considerado na função objetivo. Assim, o algoritmo SQP mostrou-se eficiente para a solução do problema. Essa mesma estratégia foi adotada para a análise do mancal hidrodinâmico axial, visto que a solução é aplicada para um único segmento. A solução do problema consiste em determinar três parâmetros (h_0 , α_r , α_p) sendo o algoritmo SQP eficiente nesta aplicação.

Semelhantemente ao mancal axial, para mancais hidrodinâmicos segmentados radiais, além do equilíbrio de forças foi necessário obter o equilíbrio de momento em cada um dos segmentos. Neste caso, torna-se mais difícil obter a convergência da solução utilizando o algoritmo SQP para determinar todos os parâmetros do mancal simultaneamente. Como estratégia de solução, utilizou-se o algoritmo SQP juntamente com o método de Newton-Raphson para determinar a posição de equilíbrio do eixo e o ângulo de cada segmento. É

importante ressaltar que a solução da equação da energia juntamente com a equação de Reynolds trouxe dificuldades adicionais de convergência para o problema.

Na sequência, os resultados numéricos obtidos foram apresentados. Para o mancal hidrodinâmico cilíndrico, a análise dos resultados obtidos consistiu em avaliar a proximidade entre os valores calculados com o comportamento esperado. Assim, foram utilizadas algumas informações extraídas diretamente da UG em análise. Apesar das poucas informações disponíveis para essa verificação, os resultados foram similares. Em relação aos resultados numéricos referentes ao mancal guia intermediário, nota-se boa correlação com os resultados contidos nos memoriais de cálculo do fabricante. Com relação ao mancal guia superior, os resultados se mostraram um pouco mais distantes dos dados fornecidos pelo fabricante. Por outro lado, os resultados obtidos para o mancal segmentado axial foram similares aos apresentados pelo fabricante.

Assim sendo, pode-se destacar as seguintes contribuições desta dissertação de mestrado:

- Construção de um modelo THD para mancais hidrodinâmicos cilíndricos levando em consideração a mistura entre o óleo frio de reposição e o óleo recirculante no mancal, além dos rebaxos presentes neste mancal;
- Construção de um modelo THD para mancais hidrodinâmicos segmentados radiais, considerando o rebaixo presente em cada um dos segmentos do mancal;
- Construção de um modelo THD bidimensional para mancais hidrodinâmicos segmentados axiais;
- Desenvolvimento de uma rotina computacional que será incorporada à um modelo de elementos finitos para desenvolvimento de uma ferramenta para o diagnóstico de falhas em UGs.

Contudo, ainda há tópicos que precisam ser estudados na continuidade deste trabalho como, por exemplo:

- a) Avaliar outras condições de contorno mais representativas para os mancais hidrodinâmicos;
- b) Estender os modelos bidimensionais para o domínio tridimensional e avaliar as diferenças obtidas;
- c) Avaliar outras técnicas de otimização para determinar a posição de equilíbrio dos mancais hidrodinâmicos;
- d) Realizar a verificação experimental dos modelos implementados.

Durante a realização deste trabalho, as seguintes publicações foram realizadas ou estão sendo preparadas:

- Barbosa, J. S.; Cavalini Jr, A. A.; Steffen Jr, V., Modelos Matemáticos para Análise de Mancais Hidrodinâmicos Cilíndricos em Máquinas Rotativas, 2016. Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
- Barbosa, J. S.; Lobato, F. S.; Cavalini Jr, A. A.; Steffen Jr, V., Determinação da Posição de Equilíbrio em Mancais Hidrodinâmicos Cilíndricos Usando o Algoritmo de Evolução Diferencial, 2017. XX Encontro Nacional de Modelagem Computacional e VII Encontro de Ciência e Tecnologia de Materiais (XX ENMC VII ECTM 2017);
- Barbosa, J. S.; Sicchieri, L. C.; Silva, A. D. G.; Cavalini Jr, A. A.; Steffen Jr, V., Theoretical and Experimental Analysis of Hydrodynamic and Thermohydrodynamic Models of Cylindrical Bearings, 2017. 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2017).

Existem ainda outros dois artigos que resultam desta dissertação, submetidos ao congresso IFTOMM-Rotordynamics 2018. Tem-se também dois outros artigos que serão enviados oportunamente para revistas científicas indexadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACTON, F. S. **Numerical Methods that Work**. Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1990. 549p.

AHMED, S. A.; FILLON, M.; MASPEYROT, P., 2010, "Influence of Pad and Runner Mechanical Deformations on the Performance of a Hydrodynamic Fixed Geometry Thrust Bearing", **Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology**, Vol. 224, p. 305-315. <https://doi.org/10.1243/13506501JET651>

ALVES, D. S., **Investigação do Efeito Térmico no Comportamento Dinâmico de Mancais Hidrodinâmicos**. 2011. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Campinas, Campinas.

ALVES, M. T. S., **Vibration Control of Rotating Machines Using Shape Memory Alloy**. 2015. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

ATHAVALE, V. M.; PRZEKWAS, A. J., "A Finite Volume Numerical Method to Calculate Fluid Forces and Rotordynamic Coefficients in Seals", 28th Joint Propulsion Conference and Exhibit, 1992. <https://doi.org/10.2514/6.1992-3712>

BARBOSA, J. S.; SICCHIERI, L. C.; SILVA, A. D. G.; CAVALINI Jr, A. A.; STEFFEN Jr, V, "Theoretical and Experimental Analysis of Hydrodynamic and Thermohydrodynamic Models of Cylindrical Bearings", 24th International Congress of Mechanical Engineering, 2017.

BATISTA, J. C., **Metodologia para Ensaios de Modelo de Sistemas de Proteção de Geradores Síncronos Utilizando Simulador Digital em Tempo Real**. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

BONCOMPAIN, R.; FILLON, M.; FRENE, J., 1986, "Analysis of Thermal Effects in Hydrodynamics in Hydrodynamic Bearings", **Journal of Tribology**, Vol. 108, p. 219-294. <https://doi.org/10.1115/1.3261166>

BOUARD, L.; FILLON, M.; FRENE, J., 1996, "Comparison Between Three Turbulent Models-Application to Thermohydrodynamic performances of Tilting-Pad Journal Bearings", **Tribology International**, Vol. 29, p. 11-18. [https://doi.org/10.1016/0301-679X\(95\)00028-3](https://doi.org/10.1016/0301-679X(95)00028-3)

CARVALHO, V. N., **Balanceamento Robusto de Máquinas Rotativas com Eixos Flexíveis**. 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2017.41>

CASTELLI, V.; PIRVICS, J., 1968, "Review of Numerical Methods in Gas Bearing Film Analysis", **ASME Journal of Lubrication Technology**, Vol. 99, p. 777-792. <https://doi.org/10.1115/1.3601719>

CASTRO, H. F.; CAVALCA, K. L.; NORDMANN, R., 2008, "Whirl and Whip Instabilities in Rotor-bearing System Considering a Nonlinear Force Model", **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 317, p. 273-293. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.02.047>

CAVALINI Jr, A. A., **Detecção e Identificação de Trincas Transversais Incipientes em Eixos Horizontais Flexíveis de Máquinas Rotativas**. 2013. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

CAVALINI Jr, A. A.; DOURADO, A. G. S; LARA-MOLINA, F. A.; STEFFEN Jr, V., 2016, "Uncertainty Analysis of a Tilting-Pad Journal Bearing Using Fuzzy Logic Techniques", **Journal of Vibration and Acoustics**, Vol. 138, p. 061016-1 – 061016-10. <https://doi.org/10.1115/1.4034614>

CHILDS, D. **Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling and Analysis**. New Jersey: John Wiley & Sons, INC., 1993. 496p.

COPE, W. F., 1949, "A Hydrodynamic Theory of Film Lubrication", **Proc. Roy. Soc., Series A**, Vol. 99, p. 777-792.

DANIEL, G. B.; ALVES, D. S.; CAVALCA, K. L.; CRUZ, R. F., 2010, "Temperature Influence on the Equivalent Coefficients Estimation for Journal Bearings", **ASME**.

DANIEL, G. B., **Desenvolvimento de um Modelo Termohidrodinâmico para Análise em Mancais Segmentados**. 2012. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Campinas, Campinas.

DOBRICA, M.; FILLON, M., 2005, "Reynolds' Model Suitability in Simulation Rayleigh Step Bearing Thermohydrodynamic Problems", **Tribology Transactions**, Vol. 48, p. 522-530. <https://doi.org/10.1080/05698190500385088>

DOUGHTY, S. **Mechanics of Machines**. New York: John Wiley & Sons, INC. 1988. 467p.

DOWSON, D., 1966, "A Generalized Reynolds Equation for Fluid Film Lubrication", **International Journal of Mechanical Sciences**, Vol. 4, p. 159-170. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(62\)80038-1](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(62)80038-1)

DOWSON, D.; MARCH, C., 1966, "A Therhydrodynamic Analysis of Journal Bearings", **Proc. of the Institution of Mechanical Enginners**, Vol. 181, p. 117-126.

FERRON, J.; FRENE, C.; BONCOMPAIN, R., 1983, "A Study of the Therhydrodynamic Performance of a Plain Journal Bearing Comparison Between Theory and Experiments", **Transactions of the ASME**, Vol. 150, p. 422-428.

GLAVATSKIH, S. B.; FILLON, M., 2006, "TEHD Analysis of Thrust Bearings with PTFE- Faced Pads", **ASME Journal of Tribology**, Vol. 128, p. 49-58. <https://doi.org/10.1115/1.1843833>

GLAVATSKIH, S. B., 2001, "Steady State Performance Characteristics of a Tilting-Pad Thrust Bearing", **Journal of Tribology**, Vol. 123, p. 608-615. <https://doi.org/10.1115/1.1308041>

HAN, T.; PARANJPE, R. S., 1990, "A Finite Volume Analysis of the Thermohydrodynamic Performance of Finite Journal Bearing", **Journal of Tribology**, Vol. 112, pp 557-566. <https://doi.org/10.1115/1.2920293>

HEINRICHSON, N., **On the Design of Tilting-Pad Thrust Bearings**. 2006. Ph.D thesis. Technical University of Denmark, Lyngby.

HESHMAT, H.; PINKUS, O., 1986, "Mixing Inlet Temperatures in Hydrodynamic Bearings", **Journal of Tribology**, Vol. 108, p. 231-248. <https://doi.org/10.1115/1.3261168>

HUEBNER, K. H., 1974, "A Three-Dimensional Thermohydrodynamic Analysis of Sector Thrust Bearings", **ASLE Transactions**, Vol. 17, p. 62-73. <https://doi.org/10.1080/05698197408981439>

HUNTER, W. B.; ZIENKIEWICZ, O. C., 1960, "Effect of Temperature Variations Across the Lubricant Films in the Theory of Hydrodynamic Lubrication", **Journal Mechanical Engineering Science**, Vol. 2, p. 52-58. https://doi.org/10.1243/JMES_JOUR_1960_002_009_02

KANG, H. F.; RHIM, Y.; SUNG, K., 1996, "A Study of Oil-Lubricated Herringbone-Grooved Journal Bearings – Part 1: Numerical Analysis", **ASME Journal of Tribology**, Vol. 118, p. 906-911. <https://doi.org/10.1115/1.2831627>

KETTLEBOROUGH, C. F., 1967, "Poiseuille Flow with Variable Fluid Properties", **ASME J. Basic Eng**, Vol. 89, p. 666-674. <https://doi.org/10.1115/1.3609681>

KOROISHI, E. H., **Controle de Vibrações em Máquinas Rotativas Utilizando Atuadores Eletromagnéticos**. 2013. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

KOGURE, K.; FUKUI, S.; MITSUYA, Y.; KANEKO, R., 2008, "Design of Negative Pressure Slider for Magnetic Recording Discs", **ASME Journal of Lubrication Technology**, Vol. 105, p. 496-502. <https://doi.org/10.1115/1.3254649>

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004. 424p.

MCCALION, H.; YOUSIF, F.; LLOYD, T., 1970, "The Analysis of Thermal Effects in a Full Journal Bearing", **Journal of Lubrication Technology**, p. 578-587.

MEGGIOLARO, M. A., **Modelagem de Mancais Hidrodinâmicos na Simulação de Sistemas Rotativos**. 1996. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. <https://doi.org/10.17771/PUCRio.acad.19287>

MITSUI, J., 1982a, "A Study of the Lubricant Film Characteristics of Journal Bearings (Part 2, Effects of Various Design Parameter on Thermal Characteristics of Journal Bearings)", **Bulletin of the JSME**, Vol. 25, p. 1982-2017. <https://doi.org/10.1299/jsme1958.25.2010>

MITSUI, J.; YAMADA, T., 1979, "A Study of the Lubricant Film Characteristics of Journal Bearings (Part 1, A Thermohydrodynamic Analysis with Particular Reference to the Viscosity Variation within Lubricant Film)", **Bulletin of the JSME**, Vol. 22, p. 1419-1498. <https://doi.org/10.1299/jsme1958.22.1491>

MITSUI, J., 1982b, "A Study of the Lubricant Film Characteristics of Journal Bearings (Part 3, Effects of the Film Viscosity Variation on the Dynamic Characteristics of Journal Bearings) **Bulletin of the JSME**, Vol. 25, p. 2018-2029. <https://doi.org/10.1299/jsme1958.25.2018>

MORAIS, T. S., **Contribuição ao Estudo de Máquinas Rotativas contendo não Linearidades**. 2010. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

NICOLETTI, R., **Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados Híbridos – Teoria e Experimento**. 1999. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

NORTON, R. L. **Machine Design: An Integrated Approach**. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

PETROV, N. P., 1883, "Friction in Machines and the Effect of Lubricant", **Inzenernii Zhurnal**, Vol. 1, p. 71-140, Vol. 2, p. 228-279, Vol. 3, p. 377-436, Vol. 4, p. 535-564.

PINKUS, O., 1959, "Analysis and Characteristics of Three-Lobe Bearing", **Journal of Basic Engineering**, p. 49-55.

PINKUS, O., 1956, "Analysis of Elliptical Bearing", **Transactions of the ASME**, Vol. 78, p. 965-973.

PINKUS, O., 1959, "Analysis and Characteristics of Three-Lobe Bearing", **Journal of Basic Engineering**, p. 49-55.

PINKUS, O.; LYNN, W., 1958, "Solution of the Tapered-Land Sector Thrust Bearings", **Transactions of the ASME**, Vol. 80, p. 1510-1516.

REYNOLDS, O., 1886, "On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil", **Philosophical Transactions of Royal Society of London**, Vol. 177, p. 157-234. <https://doi.org/10.1098/rstl.1886.0005>

RIUL, J. A., **Estudo Teórico e Experimental de Mancais Hidrodinâmicos Cilíndricos**. 1988. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

RUSSO, F. H., **Identificação das Propriedades Dinâmicas de Mancais Segmentados Híbridos – Teoria e Experimento**. 1999. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SALDARRIAGA, M. V., **Atenuação de vibrações em Máquinas Rotativas Flexíveis Usando Materiais Viscoelásticos nos Suportes**. Universidade Federal de Uberlândia, 2007.

SANTOS, M. F., **Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados**. 1997. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SEETON, C. J., 2006, "Viscosity–temperature Correlation for Liquids", **Tribology Letters**, Vol. 22, p. 67-78. <https://doi.org/10.1007/s11249-006-9071-2>

SIMÕES, R. C., **Controle modal ótimo de um rotor flexível utilizando atuadores piezelétricos do tipo pilha**. Universidade Federal de Uberlândia, 2006.

SOMMERFELD, A., 1904, "Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung", **Zs. Math. and Phys.**, Vol. 50, p. 97-155.

SOUSA Jr, M. S., **Análise do Comportamento Dinâmico de Rotores Embarcados**. 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2017.42>

STERNLICHT B.; MAGINNISS F. J., 1957, "Application of Digital Computers to Bearing Design", **Transactions of the ASME**, Vol. 79, p. 1483-1493.

PINKUS, O., 1956, "Analysis of Elliptical Bearing", **Transactions of the ASME**, Vol. 78, p. 965-973.

TIEU, A. K., 1975, "A Numerical Simulation of Finite-Width Thrust Bearings, Taking into Account Viscosity Variation with Temperature and Pressure", **Journal of Mechanical Engineering Science**, Vol. 17, p. 1-10. https://doi.org/10.1243/JMES_JOUR_1975_017_003_02

TOWER, B., 1883, "First Report on Friction Experiments", **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, p. 632-659. https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1883_034_028_02

TOWER, B., 1885, "Second Report on Friction Experiments", **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, p. 58-70.

VANCE, J. M.; ZEIDAN, F. Y.; MURPHY, B. **Machinery Vibrations and Rotordynamics**. 2.ed. New Jersey: John Wiley & Sons, INC., 2010. 416p. <https://doi.org/10.1002/9780470903704>

VANDERPLAATS, G. N. **Multidiscipline Design Optimization**. Colorado: Vanderplaats Research & Development, INC., 2007.

VIEIRA, L. C., **Análise de um Modelo Termohidrodinâmico para Mancais Axiais**. 2015. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Campinas, Campinas.

WODTKE, M.; FILLON, M.; SCHUBERT, A; WASILCZUC, M., 2013, "Study of the Influence of Heat Convection Coefficient on Predicted Performance of a Large Tilting-Pad Thrust Bearing", **Journal of Tribology**, Vol. 135, p. 021702-1 – 021702-11.