

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

ANA CAROLINA IGAWA BARBOSA

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE POLÍGONO:
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O SEXTO ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Uberlândia
2018

ANA CAROLINA IGAWA BARBOSA

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE POLÍGONO:
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O SEXTO ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Odaléa Aparecida Viana.

Uberlândia
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

B238a Barbosa, Ana Carolina Igawa, 1982-
2018 Aprendizagem significativa do conceito de polígono: uma sequência
didática para o sexto ano do ensino fundamental / Ana Carolina Igawa
Barbosa. - 2018.
178 f. : il.

Orientadora: Odaléa Aparecida Viana.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de
Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e
Matemática.

Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1409>

Inclui bibliografia.

1. Ciência - Estudo ensino - Teses. 2. Geometria - Estudo e ensino
(Ensino fundamental) - Teses. 3. Geometria - Semiótica 4.
Poligonometria - Estudo e ensino (Ensino fundamental) - Teses. I.
Viana, Odaléa Aparecida. II. Universidade Federal de Uberlândia.
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III.
Título.

CDU: 50:37



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA – MESTRADO PROFISSIONAL



Ata da defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO junto ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional da Universidade Federal de Uberlândia.

Defesa de Dissertação de Mestrado Profissional/01-2018 PPGECM

Data: 06 de março de 2018

Discente: Ana Carolina Igawa Barbosa, matrícula 11512ECM010.

Título do Trabalho: “APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE POLÍGONO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL”.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática

Às quatorze horas do dia seis de março do ano de dois mil e dezoito, na Sala de Reunião de Videoconferência do Bloco C do Campus do Pontal, da Universidade Federal de Uberlândia, reuniu-se a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, assim composta: Professores Doutores: Odaléa Aparecida Viana (orientadora)/UFU; Marcelo Carlos de Proença/Universidade Estadual de Maringá; Vlademir Marim/UFU. Ressalta-se que o Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença participou da banca via Hangouts da cidade de Maringá – PR e a aluna e os outros membros da banca participaram in loco. Iniciando os trabalhos o presidente da mesa apresentou a Comissão Examinadora e a candidata, agradeceu a presença do público, e concedeu à discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação da Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa. A seguir, o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir a candidata. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu os conceitos finais.

Em face do resultado obtido, a Banca Examinadora considerou a candidata aprovada. Esta defesa de Dissertação de Mestrado Profissional é parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar, foram encerrados os trabalhos às 16 horas e 31 minutos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.

Profª. Dra. Odaléa Aparecida Viana
UFU

Prof. Dr. Vlademir Marim
UFU

Participação via Skype

Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença
UEM

Dedico este trabalho primeiramente a todos meus familiares, principalmente ao meu filho Pedro, aos meus pais, ao meu irmão Henrique e a todos aqueles que contribuíram de forma direta ou indireta para conclusão do mesmo.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me dar forças ao longo deste período.

À professora Dra. Odaléa Aparecida Viana, pelas orientações, leituras, cobranças e total competência e profissionalismo em seu trabalho. Pela experiência repassada e pelas reflexões possibilitadas ao longo de sua jornada como coordenadora do PIBID, professora na graduação e, posteriormente, no mestrado.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática por todas as reflexões e aprendizados proporcionados.

Aos professores Drs. Vlademir Marim e Marcelo Carlos de Proença por terem aceitado o convite em participar desta banca de mestrado e pelas contribuições realizadas.

Ao Subprojeto Matemática, do Programa de Iniciação de Bolsa à Docência (PIBID), da Faculdade de Ciências Integradas do Pontal (FACIP), da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) por terem contribuído com reflexões no processo de elaboração da sequência didática que compõe esta pesquisa. Além do apoio emocional durante a aplicação das atividades, especialmente às licenciandas e amigas Luciana e Cássia, que tanto me apoiaram e me incentivaram ao longo de todo este processo.

Aos meus pais João Flauzino e Tiemi e ao meu irmão Henrique por toda credibilidade, compreensão, paciência, amor, carinho e principalmente apoio ao longo de toda a minha vida.

Ao meu filho Pedro por me ensinar a ser mãe e a amar incondicionalmente me proporcionando nestes primeiros meses de vida um amor imensurável que jamais imaginei sentir por alguém.

Aos alunos do sexto ano que aceitaram esse desafio de participarem desta pesquisa, atuando comprometidamente no desenvolvimento das atividades.

Aos diretores, funcionários e colegas de trabalho que de uma forma ou de outra, me auxiliaram e organizaram toda parte burocrática para que este projeto fosse desenvolvido.

Enfim, a todos meus familiares, amigos e colegas parceiros que, de uma maneira ou de outra, ajudaram-me a realizar este sonho.

BARBOSA, A. C. I. **Aprendizagem significativa do conceito de polígono: uma sequência didática para o sexto ano do ensino fundamental**. 2018. 178f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1409>

RESUMO

O presente trabalho, caracterizado como pesquisa do professor, tem por objetivo analisar as contribuições de uma sequência didática conceitual - composta por uma sequência de atividades de reconhecimento, de definição, de análise de algumas propriedades, de construção e de classificação de polígonos – direcionada a alunos do sexto ano do ensino fundamental. Especificamente ainda se pretende descrever as atividades e sua aplicação na sala de aula; analisar a potencialidade significativa da sequência didática, especialmente a estrutura lógica e hierárquica das atividades propostas; analisar algumas características relativas ao aluno, como a predisposição e os conhecimentos prévios mobilizados durante a aplicação da sequência e, analisar as representações produzidas pelos alunos durante a aplicação da sequência (registros de representação semiótica). Além da descrição das atividades e de sua aplicação a 32 alunos na escola em que a pesquisadora atuava como professora foi analisada tanto as características do material como aquelas relativas aos alunos, tendo por base a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel e os aspectos mais específicos desta perspectiva teórica tratados por Juan Ignacio Pozo e que se referem ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos. Além disso, as produções escritas dos alunos ao longo das atividades foram analisadas como registros de representação semiótica conforme a teoria proposta por Raymond Duval. A partir da análise do material apresentado e das manifestações e produções dos alunos obtidos ao longo da aplicação da sequência, considerou-se que existem indicativos de que foram satisfeitas algumas condições para a aprendizagem significativa do conceito de polígono. Já em relação aos registros de representação semiótica considerou-se que a utilização de várias possibilidades de representações figurais parece ter possibilitado as apreensões e conduzido o raciocínio matemático necessário para aprendizagem em geometria. Após a aplicação e a análise dos dados obtidos neste trabalho, elaborou-se um produto educacional constituído por uma sequência didática sobre polígonos além de algumas orientações ao professor com o intuito de que possa vir a ser aplicada a alunos do sexto ao nono ano do ensino fundamental.

PALAVRAS CHAVE: Ensino de Geometria. Registros de representação semiótica. Apreensão significativa.

BARBOSA, A. C. I. **Meaningful learning of the polygon concept: a didactic sequence for the sixth year of elementary school**. 2018. 178f. Dissertation (Master in Science and Mathematics Teaching) - Federal University of Uberlândia, Uberlândia, 2018. Available at: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.1409>

ABSTRACT

The present work, characterized as teacher research, aims to analyze the contributions of a conceptual didactic sequence - composed by a sequence of activities of recognition, definition, analysis of some properties, construction and classification of polygons - directed to students of the sixth year of elementary school. Specifically it is still intended to describe the activities and their application in the classroom; analyze the significant potential of the didactic sequence, especially the logical and hierarchical structure of the proposed activities; analyze some characteristics related to the student, such as predisposition and prior knowledge mobilized during the application of the sequence and analyze the representations produced by the students during the application of the sequence (semiotic representation records). In addition to the description of the activities and their application to 32 students at the school where the researcher acted as teacher, both the characteristics of the material and those related to the students were analyzed, based on David Ausubel's theory of meaningful learning and the more specific aspects of this theoretical perspective treated by Juan Ignacio Pozo and that refer to the process of teaching and learning concepts. In addition, the written productions of students throughout the activities were analyzed as registers of semiotic representation according to the theory proposed by Raymond Duval. From the analysis of the presented material and the manifestations and productions of the students obtained along the application of the sequence, it was considered that there are indicatives that some conditions for the significant learning of the concept of polygon have been satisfied. Regarding the records of semiotic representation, it was considered that the use of several possibilities of figurative representations seems to have made possible the apprehensions and conducted the mathematical reasoning necessary for learning in geometry. After applying and analyzing the data obtained in this work, an educational product was made up of a didactic sequence on polygons and some orientations to the teacher with the intention that it could be applied to students from the sixth to the ninth year of teaching fundamental.

KEY WORDS: Geometry teaching. Records of semiotic representation. Meaningful learning. Polygon.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Condições necessárias para a aprendizagem significativa	35
Figura 03: (a) estrela entrelaçada; (b) estrela não entrelaçada	51
Figura 02: (a) polígono como contorno e (b) polígono como região interna e contorno	51
Figura 04: Apêndice A – Linhas poligonais e suas classificações preenchida por aluno	61
Figura 05: Apêndice A – Linhas poligonais abertas e fechadas preenchida por aluno	64
Figura 06: Apêndice A – Linhas poligonais simples e não simples preenchidas por aluno.....	66
Figura 07: Ficha de atividade 01 – linhas poligonais	67
Figura 08: Produções de desenhos com canudos e classificação das linhas	68
Figura 09: Mapas conceituais (a) representando a estrutura lógica da atividade, (b) quadro utilizado para representar a estrutura conceitual	69
Figura 10: Linhas utilizadas na elaboração do mapa conceitual	70
Figura 11: Primeira classificação do mapa conceitual	71
Figura 12: Classificação das figuras entre linhas poligonais fechadas e abertas.....	72
Figura 13: Classificação das figuras em simples e não simples	73
Figura 14: Classificação das figuras de acordo com o grupo de lados.....	74
Figura 15: (a) discussão sobre os elementos de um polígono (b) separação dos polígonos de acordo com o seu número de lados.....	74
Figura 16: Apêndice G preenchido por um dos alunos	75
Figura 17: Separação dos polígonos em convexos e não convexos	76
Figura 18: Mapa conceitual e classificações das figuras	78
Figura 19: Apêndice G preenchido, conceitos de polígonos convexos e não convexos	79
Figura 20: Ficha de atividade (apêndice H – polígonos convexos e não convexos).....	79
Figura 21: Objetos do mundo físico representados na forma de polígonos	80
Figura 22: Ficha de atividade (apêndice I – meu mundo poligonal).....	81

Figura 23: Polígonos regulares e não regulares (caderno de aluno).....	83
Figura 24: Apresentação em Power Point apresentada aos alunos sobre a atividade.....	85
Figura 25: Alunos tentando montar os quebra cabeças	87
Figura 26: (a) decomposição do polígono regular e classificação das peças (b) quebra cabeça poligonal produzido.....	87
Figura 27: Técnica de avaliação - definição do significado	93
Figura 28: Técnica de avaliação – identificação e categorização de exemplos.....	93
Figura 29: Produções próprias dos alunos.....	96
Figura 30: Exemplos de respostas que evidenciam aprendizagem memorística.....	97
Figura 31: Representação semiótica a partir de uma representação mental	100
Figura 32: Operação de reconfiguração identificada na atividade (a) quebra cabeça e (b) atividade dos canudos.....	102
Figura 33: Operação de desconstrução dimensional identificada na ficha de atividade B.....	103
Figura 34: Modificações posicionais realizadas na formação do quebra cabeça	104
Figura 10: Classificação das figuras em simples e não simples	20
Figura 21: Classificação das figuras de acordo com o grupo de lados.....	21
Figura 23 - (a) decomposição do polígono regular e classificação das peças (b) quebra cabeça poligonal produzido.....	32

LISTA DE QUADROS

Quadro 01: Os fatos e os conceitos como conteúdos de aprendizagem	33
Quadro 02: Diferenças entre as atitudes necessárias para a aprendizagem significativa e a aprendizagem memorística	34
Quadro 03: Vantagens e desvantagens dos tipos de avaliação da aprendizagem conceitual ..	43
Quadro 04: Classificação dos diferentes registros	46
Quadro 05: Distribuição das figuras em linhas poligonais e não poligonais	58
Quadro 06: Distribuição das figuras em linhas poligonais fechadas e abertas	62
Quadro 07: Distribuição das figuras em linhas poligonais simples e não simples	64

LISTA DE SIGLAS

APCN - Aplicativos de Propostas de Cursos Novos

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CBC – Currículo Básico Comum

EB – Educação Básica

EF – Ensino Fundamental

EM – Ensino Médio

FACIP – Faculdade de Ciências Integradas do Pontal

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

UFU – Universidade Federal de Uberlândia

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	15
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	20
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
3.1 O ensino de geometria plana, no ensino fundamental, de acordo com os documentos oficiais.....	27
3.2 Aprendizagem significativa	30
3.2.1 Aspectos gerais sobre a formação de conceitos	38
3.3 Os registros de representação semiótica	44
3.4 O conceito de polígono	50
4. CONTEXTO DA PESQUISA.....	53
4.1 Problema	53
4.2 Objetivos	53
4.3 Tipologia da pesquisa e coleta de dados	53
4.4 Contexto da pesquisa e participantes	54
4.5 Produto	55
5. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SUA APLICAÇÃO.....	57
Atividade 01 – Linhas poligonais e suas classificações.....	57
Atividade 02 – Desenhos com canudos	67
Atividade 03 - Mapa conceitual	68
Atividade 04 – Meu mundo poligonal	80
Atividade 05 – Polígonos regulares e não regulares	82
Atividade 06 – Quebra cabeça poligonal	84
6. ANÁLISES.....	88
6.1 A potencialidade significativa da sequência didática.....	88

6.2 As condições relativas aos alunos	93
6.3 Os registros de representação semiótica	97
6.3.1 As apreensões na aprendizagem de Geometria	100
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	105
REFERÊNCIAS	109
APÊNDICES	114
Produto Educacional	114
Apêndice A: Linhas poligonais e suas classificações	151
Apêndice B: Ficha de atividade – linhas poligonais e não poligonais.....	154
Apêndice C: Ficha de atividade – desenho com canudos	155
Apêndice D: Ficha de atividade – classificação dos canudos	156
Apêndice E: Mapa conceitual	157
Apêndice F: Figuras do mapa conceitual	158
Apêndice G: Polígono e suas classificações	159
Apêndice H: Ficha de atividade – Polígonos (convexos e não convexos).....	162
Apêndice I: Ficha de atividade – Meu mundo poligonal	163
Apêndice J: Polígonos regulares e não regulares para medir.....	164
Apêndice K: Ficha de atividade – Quebra cabeça poligonal	166
Apêndice L: Ficha de atividade – Classificação do quebra cabeça poligonal	172
Apêndice M: Moldes de polígonos regulares.....	178

INTRODUÇÃO

A escolha pela linha de pesquisa em Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática fez-se pelas inquietações da pesquisadora, enquanto licenciada e, posteriormente, professora supervisora do subprojeto Matemática do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Ciências Integradas do Pontal (PIBID/UFU/FACIP/Matemática).

Durante sua trajetória no programa, destaca-se a experiência vivenciada pela pesquisadora e pelos licenciandos do subprojeto na elaboração, aplicação e análise de sequências didáticas que objetivavam a aprendizagem significativa de alguns conceitos matemáticos, em especial os de geometria dos anos finais do ensino fundamental. Tinha-se como objetivo elaborar atividades com elementos diferenciados das dos livros didáticos em que os alunos pudessem utilizar materiais diversos e também valer-se de múltiplos registros (desenhos, símbolos, palavras), já que se considerava a importância das representações na apreensão da geometria.

Conforme definido por Viana (2015a), uma sequência didática conceitual – na concepção adotada pelo PIBID/UFU/FACIP/Matemática – é uma série de atividades a serem desenvolvidas com os alunos de uma determinada turma, com o objetivo de promover a aprendizagem significativa de conceitos (como foco) e também de procedimentos relativos a um conteúdo específico, além de favorecer atitudes favoráveis à matemática. A autora define algumas fases desta ação, que vão desde a escolha do tema até a avaliação final da sequência, processo esse que pode se estender de um a seis meses, dependendo do conteúdo trabalhado.

Concorda-se com Viana (2015a) quando esta afirma que a decisão de se trabalhar com as sequências didáticas no subprojeto do PIBID ocasionou algumas mudanças na prática da pesquisadora e também vários resultados considerados satisfatórios, mas também provocou dificuldades, angústias e inseguranças nos participantes do subprojeto.

Entre os temas trabalhados, destaca-se o processo de ensino e aprendizagem do conceito de polígono; este foi elencado para este trabalho por ter gerado muitas dificuldades¹ e também por envolver conhecimentos básicos da geometria elementar – importantes não apenas na matemática, mas em outras áreas de saber.

O conceito de polígono faz parte dos conteúdos de geometria tanto nos currículos dos

¹ Algumas dessas dificuldades foram relatadas em SOUZA et al (2014), em que se destaca a utilização de materiais concretos na formação do conceito de polígono.

anos iniciais quanto dos anos finais do ensino fundamental, sendo previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017)² e no Currículo Básico Comum – CBC (MINAS GERAIS, 2014).

Os PCN (BRASIL, 1998), ao destacar aspectos gerais acerca do ensino de geometria, sugere o uso de materiais manipulativos, de jogos, da resolução de problemas, da história da matemática, das construções com régua e compasso ou por meio de softwares, entre outros recursos. Na mesma linha a BNCC (BRASIL, 2016a, 2017), prevê que o trabalho com as figuras geométricas exige do aluno não apenas o reconhecimento, mas a capacidade de identificar e nomear propriedades e de relacioná-las entre si, de classificar e de construir figuras, além de realizar composições e transformações geométricas. Entre outras indicações para o ensino fundamental, o documento orienta que o aluno deve reconhecer e nomear polígonos de acordo com o seu número de lados, vértices e ângulos, diferenciar polígonos e não polígonos, classificar em regulares e não regulares e ainda determinar outros elementos e propriedades; sugere também que sejam utilizados materiais de desenho ou tecnologia digital na sala de aula.

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 51) destacam a importância do ensino de conceitos na escola, pois estes permitem ao aluno desenvolver um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que ele vive. Os conceitos fazem parte dos chamados conteúdos conceituais, que envolvem fatos, dados, conceitos e princípios. Além dessa categoria, o documento aponta os conteúdos procedimentais, que indicam um saber fazer, e também os atitudinais, que envolvem normas, valores e atitudes.

Neste trabalho, colocou-se foco na aprendizagem do conceito de polígono, apesar de se considerar a importância de procedimentos e de atitudes favoráveis à geometria, conforme indicam os trabalhos de Boiago, Cruz e Viana (2016); Viana e Oliveira (2010); Viana (2012); Rezende Filho et al (2014); Silva, Silva e Viana (2013) entre outros acerca do tema.

O conceito de polígono é classificado como um conceito científico, conforme Pozo (1998). O autor faz uma diferenciação entre conceitos cotidianos e científicos: enquanto os primeiros geralmente são adquiridos fora do contexto escolar, os segundos são objetos de instrução e pertencem a sistemas conceituais organizados, fazendo parte de uma hierarquia ou rede de conceitos.

² A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi homologada pelo ministro da Educação, Mendonça Filho no dia 20 de dezembro de 2017.

No processo de ensino e aprendizagem, o uso de mapas conceituais pode ajudar na definição dessa hierarquia já que, de acordo com Moreira (2006), eles indicam relações entre conceitos e são ferramentas para a organização e representação do conhecimento. Em geral, são diagramas bidimensionais formados por círculos contendo palavras, além de linhas, palavras ou frases que representam as relações entre esses conceitos.

Nas ações realizadas no PIBID/UFU/FACIP/Matemática os mapas conceituais foram largamente utilizados, conforme pode ser visto em Miranda e Viana (2011); Souza, Rodrigues e Viana (2014); e Souza et al (2014), entre outros. Na experiência de elaboração de sequências didáticas, a pesquisadora teve a oportunidade de utilizar mapas conceituais e estes fizeram parte do trabalho aqui apresentado.

Buscando suporte teórico à questão da aprendizagem de conceitos em geometria, verificou-se, por meio da revisão da literatura a respeito do tema, que várias pesquisas apontam para as dificuldades dos alunos nessa área de conhecimento – tais como Proença e Pirola (2009, 2011) – e que vários trabalhos sugerem metodologias diferenciadas para a prática do professor em sala de aula conforme apontam Silva, Boiago e Viana (2012); Souza et al (2014); Domingos (2010); Santos e Bairral (2015) dentre outros.

A aprendizagem de conceitos é tema recorrente de pesquisas no âmbito da psicologia da educação matemática. Conforme afirma Brito (2005, 2011), existem diferentes tipos de aprendizagem e diferentes formas de um conteúdo incorporar-se à estrutura cognitiva do sujeito. Um dos enfoques teóricos é a perspectiva cognitiva clássica da aprendizagem significativa proposta por David Ausubel na década de 60 e reiterada recentemente (AUSUBEL, 2003).

Ausubel (2003) discorre que a aprendizagem significativa é aquela que permite ao indivíduo relacionar os conhecimentos já adquiridos (conhecimentos prévios) com as novas informações recebidas pelo mesmo. Desta forma, é possível destacar duas condições para que a aprendizagem significativa ocorra: as relativas ao material e aquelas que dizem respeito ao próprio aprendiz. Quanto ao material, este deve ter uma estruturação lógica e ser apresentado com linguagem adequada. Entre as condições relativas ao aluno, destacam-se os conhecimentos prévios e a predisposição para empregar esforço cognitivo para atribuir significados e dar sentido ao conteúdo.

Desta forma, considera-se que haja tanto a necessidade de o professor planejar adequadamente o material didático – que deve ser organizado de maneira sequencial e lógica – quanto à de estimular a motivação do aluno para aprender significativamente.

Os PCN (BRASIL, 1998) e a BNCC (BRASIL, 2016a, 2017) também destacam a importância das diversas formas de representação dos conceitos matemáticos alegando que um dos objetivos da Matemática é desenvolver a capacidade de interpretar, descrever, representar e argumentar, fazendo uso de diversas linguagens e estabelecendo relações entre elas e diferentes representações. No trabalho que envolve figuras geométricas, a BNCC sugere que os alunos produzam registros pessoais para depois apropriar-se dos registros formais, evidenciando que a compreensão acerca de um objeto ou conceito perpassa a noção de que este pode ser representado de diferentes maneiras e que uma mesma representação pode ser associada a diferentes objetos (BRASIL, 2015).

A importância das representações na atividade cognitiva do aprendiz é tratada por Raymond Duval em sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a qual discorre que as representações utilizadas pelos alunos (desenhos, símbolos, gráficos, palavras) são essenciais à atividade cognitiva do aprendiz, desempenhando um papel primordial no processo de aprendizagem do indivíduo (DUVAL, 2009).

O autor discute que a análise das maneiras de um aluno formar, tratar e converter os chamados registros de representação semiótica produzidos nas tarefas de geometria constitui uma metodologia para se estudar as operações figurais, importantes na aprendizagem de conceitos desse conteúdo.

É vasta, no Brasil, a literatura que pondera sobre a importância das representações na aprendizagem da geometria e busca compreender a atividade cognitiva dos alunos por meio dos registros de representação semióticos produzidos; destacam-se os trabalhos de Calado e Barroso (2014); Moran (2014); Viana (2014); Viana (2015b) e Viana e Boiago (2015b).

A experiência da pesquisadora enquanto professora da rede pública permite considerar a importância dos aspectos teóricos aqui citados para a aprendizagem de conceitos geométricos. Planejar atividades que possam ser organizadas de acordo com mapas conceituais permite ao professor compreender a hierarquia dos conceitos e as relações entre eles, bem como verificar quais conhecimentos prévios necessitam ser mobilizados nos alunos com vistas à atribuição de significados. Já incentivar os alunos a escrever sobre conceitos matemáticos na linguagem discursiva, formando, tratando e convertendo registros de representação parecem contribuir para a aprendizagem da geometria.

Diante do exposto, a proposta do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática vem de encontro às inquietações e às experiências vivenciadas pela mestranda, especialmente no que tange à linha de pesquisa que enfoca os fatores psicológicos cognitivos

que influenciam a formação de conceitos em Geometria em suas múltiplas representações. A pesquisa, neste contexto, visa o desenvolvimento e aperfeiçoamento profissional, priorizando as ações direcionadas para a intervenção nas práticas de sala de aula e a elaboração de um produto educacional (GOMES, 2013).

Assim, com o intuito de contribuir com as pesquisas, as reflexões e as compreensões existentes acerca da aprendizagem da geometria e também de gerar um produto educacional, ressalta-se a pergunta norteadora desta pesquisa, fruto da breve revisão bibliográfica e dos estudos teóricos realizados e, principalmente, da experiência da autora enquanto professora do ensino básico: como uma proposta de ensino na forma de uma sequência didática direcionada a alunos do sexto ano do ensino fundamental pode contribuir para a aprendizagem do conceito de polígono?

De maneira mais específica, pretende-se responder: como a organização lógica e hierárquica das atividades pode tornar a sequência didática potencialmente significativa? Como a predisposição e a mobilização de conhecimentos prévios podem favorecer a atribuição de significados? Como os registros de representação produzidos pelos alunos podem evidenciar a atividade cognitiva específica da aprendizagem de polígono?

Assim, neste trabalho apresenta-se uma sequência didática para a aprendizagem do conceito de polígono composta por atividades de reconhecimento, de definição, de análise de algumas propriedades, de construção e de classificação de polígonos. Além da descrição das atividades e de sua aplicação a alunos do sexto ano do ensino fundamental da escola em que a pesquisadora atuava como professora.

Foram analisadas tanto as características do material como aquelas relativas aos alunos, tendo por base a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003) e os aspectos mais específicos desta perspectiva teórica tratados por Pozo (1998) e que se referem ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos. Além disso, as produções escritas dos alunos ao longo das atividades foram analisadas como registros de representação semiótica conforme a teoria proposta por Duval (2009, 2011, 2012).

O produto final desta pesquisa, vinculado ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, é constituído por uma proposta de ensino na forma de uma sequência didática – cujas atividades serão descritas de modo a auxiliar os professores no desenvolvimento de suas aulas – seguidas de uma breve fundamentação teórica além das reflexões oriundas da experiência de sua aplicação.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

É fundamental ao pesquisador ter clareza de seu problema de pesquisa e ter conhecimento, ainda que de forma parcial, das discussões realizadas acerca dos temas investigados, pois segundo Luna (1997) e Alves (1992) a revisão de literatura evidencia como as problemáticas do pesquisador têm sido abordadas por outros estudiosos, tendo como objetivos: iluminar o caminho a ser trilhado pelo pesquisador desde a definição do problema, a elaboração dos referenciais teóricos e metodológicos até a interpretação dos resultados; analisar até que ponto a pesquisa e o produto construído a partir dela avançaram em relação a outros de mesma natureza.

Nesse sentido, a presente pesquisa realizou uma breve busca no banco de teses, dissertações, artigos científicos e relatos de experiência, via Google Acadêmico, onde foi possível selecionar alguns trabalhos que continham a palavra polígonos no título; posteriormente, realizou-se a leitura dos resumos e optou-se por aqueles que mais se aproximavam das principais temáticas desta pesquisa: aprendizagem significativa, polígonos, material potencialmente significativo, mapas conceituais e registros de representação semiótica. Outros trabalhos foram selecionados a partir de leituras de textos das disciplinas cursadas no mestrado e também dos trabalhos lidos e publicados pelo PIBID/UFU/FACIP/Matemática, enquanto era licencianda e, posteriormente, professora supervisora.

Alguns autores discutiram a formação do conceito de polígonos junto a alunos e professores tanto do EF quanto do EM. Nessa linha, Proença e Pirola (2009) realizaram um estudo com o objetivo de investigar o conhecimento conceitual de polígonos de 76 alunos do ensino médio em termos de *atributos definidores*³ e exemplos e não exemplos. Foram utilizados como instrumentos de coleta de dados uma prova contendo duas questões sobre polígonos, um teste de atributos definidores e um teste de *exemplos e não exemplos*⁴,

³ “Um atributo é uma característica discriminável de um objeto ou evento que pode assumir valores diferentes, por exemplo, cor, forma, etc.” (KLAUSMEIER&GOODWIN, 1977 apud PROENÇA&PIROLA, 2009). Tem-se os atributos definidores (definem o conceito, por exemplo, polígonos são: segmentos de reta, figura simples, figura fechada e figura plana) e os atributos irrelevantes (não interferem na formação do conceito, por exemplo, cor, hachuras, bordas, tamanho, etc.)

⁴ Os exemplos são as figuras que contêm os atributos definidores próprios de um conceito e os não-exemplos são figuras que não apresentam todos os atributos definidores contidos nos exemplos. O uso de exemplos e não-exemplos é de extrema importância para formar um conceito em cada um dos níveis cognitivos, uma vez que permitem que o aluno não subgenere (triângulos equiláteros são os únicos exemplos de triângulos), e previne erros de supergeneralização - como denominar de triângulo uma pirâmide que possui faces laterais triangulares (KLAUSMEIER&GOODWIN, 1977 apud PROENÇA&PIROLA, 2009).

baseados na teoria de formação de conceitos de Klausmeier e Goodwin (1977). Os resultados evidenciaram que os participantes da pesquisa tiveram dificuldades em identificar atributos definidores de polígonos e discriminar exemplos de não exemplos, pois não conseguiram escrever, por meio de palavras, o conceito de polígono, talvez por não terem aprendido corretamente seus atributos definidores; apresentaram um maior conhecimento em relação à identificação de polígono ser uma figura formada por segmentos de reta e fechada; e apresentaram baixo desempenho na discriminação de exemplos básicos de polígonos, como quadrados e triângulos. Os autores concluem que foi insuficiente o conhecimento apresentado aos alunos sobre o conceito de polígono e que é necessário ao professor utilizar formas didáticas diferenciadas para o ensino de conceitos em sala de aula.

Outra pesquisa destes mesmos autores, Proença e Pirola (2011), teve como objetivo analisar o desempenho de alunos do ensino médio na identificação de exemplos e não exemplos de polígonos e poliedros, considerando atributos definidores e irrelevantes. Participaram da pesquisa 253 alunos, distribuídos em três séries do ensino médio de uma escola pública, que responderam um teste de exemplos e não exemplos. Posteriormente, foram selecionados seis alunos para serem entrevistados sobre seus conhecimentos a respeito dos exemplos e não exemplos. A análise também mostrou que os envolvidos na pesquisa tiveram dificuldades em identificar três atributos definidores de polígonos: figura plana, segmentos de reta e figura simples. Os resultados mostraram que os participantes obtiveram uma média baixa na tarefa que exigiu a identificação de exemplos e não exemplos de polígonos e poliedros. Evidenciou-se, de modo geral, que esses alunos apresentaram um conhecimento conceitual longe do esperado para esse nível de ensino.

Algumas ponderações foram realizadas a respeito das dificuldades que os participantes tiveram na identificação de exemplos e não exemplos de polígono e poliedro tais como: diferenciação de uma figura plana e não plana; conhecimento dos atributos definidores; e diferenciar polígonos de figuras que apresentam alguma linha curva como, por exemplo, círculo. Estas dificuldades, segundo os autores, necessitam ser trabalhadas em sala de aula e figuras tais como “figura estrelada” e círculo, não exemplos desses dois conceitos, precisam ser melhor exploradas na educação básica, pois foram aquelas que os alunos apresentaram menos frequência de identificação.

Os autores ainda ressaltam que quando um aluno é instigado a analisar, por exemplo, as características comuns de um conjunto de figuras planas, buscando a identificação de polígonos, o fato de procurar por características comuns (atributos definidores) pode auxiliá-

lo a desenvolver um pensamento que objetiva encontrar particularidades. Desta forma, é possível partir de exemplos e não exemplos para formalizar os exemplos de polígonos constituintes de tal conjunto.

Ainda é sugerido pelos autores, para a elaboração de um trabalho em sala de aula, que se realize inicialmente uma delimitação desses conceitos em termos de sua estrutura, ou seja, de suas características comuns (atributos definidores) e, posteriormente, que sejam elencados um conjunto de exemplos e um conjunto de não exemplos visando organizar atividades de identificação e discriminação de figuras, pois tarefas que levam os alunos a relacionarem a descrição de atributos definidores com suas respectivas figuras podem ser um importante exercício de aprendizagem.

Os resultados da pesquisa levam a salientar que situações com o uso de material manipulativo, construção de figuras planas e oportunidades de estabelecer semelhanças e diferenças entre as figuras parecem envolver os alunos e dar grandes contribuições à aquisição do conceito de polígono.

Outros autores abordam a formação conceitual de polígonos recomendando metodologias diversificadas tais como a utilização de materiais concretos, classificação e reclassificação de figuras, etc. com vistas à aprendizagem significativa. O trabalho de Souza et al (2014) apresenta o relato de uma sequência didática para a aprendizagem significativa de polígonos utilizando materiais manipuláveis, direcionada a alunos do sexto ano do ensino fundamental. A experiência fez parte das ações realizadas no âmbito do PIBID/UFU/FACIP/Matemática. As atividades contemplavam o uso de canudos (utilizados como segmentos de reta); mapas conceituais, e figuras (polígonos e não polígonos). O trabalho destaca algumas reflexões que foram realizadas durante a aplicação da sequência em que, a princípio, os materiais concretos pareciam não contribuir com a formação do conceito. Os autores ressaltam que: 1) as atividades de desenhar e recortar papel colorido na forma de polígonos pareceu ter levado os alunos a serem criativos e a identificar os elementos do conceito aprendido nas próprias construções; 2) foi possível notar a motivação dos alunos para trabalhar com os materiais e estabelecer as relações necessárias à formação dos conceitos, o que permitiu afirmar que o mais importante não foi o material, mas a discussão atrelada a ele; 3) foram percebidas algumas dificuldades em relação à utilização dos canudos para a construção dos polígonos, pois como a atividade foi aberta e os alunos poderiam construir qualquer tipo de figura, surgiram composições difíceis de serem classificadas pelos próprios licenciandos do PIBID.

Já o trabalho de Silva, Boiago e Viana (2012) apresentou uma experiência vivenciada por bolsistas do PIBID/UFU/FACIP/Matemática que consistiu no planejamento e aplicação de uma sequência didática, no tema polígonos, para alunos do sexto ano do ensino fundamental. As atividades tinham o objetivo de promover a elevação dos níveis de formação de conceitos, com base nos estudos de Klausmeier e Goodwin (1977). O trabalho fundamentou-se nas teorias psicológicas sobre formação de conceitos pautadas em Klausmeier e Goodwin (1977), Pozo (1998) e Ausubel (2003). As atividades foram aplicadas em uma escola municipal, englobando quatro sextos anos, atingindo aproximadamente 140 alunos e foram baseadas na separação de figuras em grupos distintos: polígonos e não polígonos; convexos e não convexos; e regulares e não regulares. Por meio da observação e da reflexão a partir das respostas dos alunos foi possível evidenciar: que no decorrer das atividades de separação os alunos conseguiram realizar algumas generalizações, dispondo figuras com características semelhantes em um mesmo grupo; a importância da utilização de exemplos e não exemplos no processo de formação de conceitos. Além disto, ainda discorreu-se que a organização lógica do material a partir dos conhecimentos prévios dos alunos pode ter contribuído para a aprendizagem significativa dos estudantes quanto ao conceito de polígonos.

Santos e Bairral (2015) apresentam o resultado de uma pesquisa de mestrado que buscou identificar e analisar noções que emergem na construção do conceito de polígonos mediante a utilização de fichas avaliativas, com a manipulação do Tangram e de outros materiais manipulativos e uma atividade com o Geogebra. A análise pautou-se na produção de alunos do sexto ano, do ensino fundamental, de uma escola pública do Estado do Rio de Janeiro. Os resultados elucidam ideias (desenhos, símbolos, figuras, linhas retas) dos discentes nas diferentes situações de aprendizagem implementadas e algumas relações (ter a forma de, ser parecido com) que emergiram em suas respostas e interações sobre o tema. Segundo os autores, a investigação contribui com a aula de matemática mediante a exemplificação de noções dos alunos que podem ser potencializadas pelo professor no trabalho com polígonos. Os autores concluíram que: 1) as atividades mobilizaram e potencializaram as ideias dos alunos na análise de formas variadas; 2) a interação assumiu um importante papel no desenvolvimento conceitual na medida em que os alunos foram continuamente convidados a compartilhar suas ideias mediante registros variados; 3) determinada resposta, ainda que não esteja correta, colabora com a possibilidade de capturar registros anteriores e de revisar ideias, relações e, conseqüentemente, conceitos envolvidos 4)

a discussão dos conhecimentos dos alunos, sejam matemáticos ou não, auxiliam na ampliação de significados, num movimento constante de ideias e de negociação de significados, contribuindo para que os alunos possam adquirir controle sobre a sua aprendizagem; 5) diferentes atividades e recursos didáticos mostram-se potenciais na medida em que contribuem com a emergência de diferentes aspectos conceituais.

Já a potencialidade significativa do material didático foi discutida por Viana (2011) para conceituar as figuras geométricas espaciais. O trabalho teve como objetivo avaliar o conhecimento de alunos do curso de Pedagogia acerca dos principais conceitos relativos à geometria espacial básica; identificar conceitos subsunçores relevantes para a aprendizagem significativa; identificar a estrutura conceitual interna relativa ao tema e organizar um material de aprendizagem; identificar alguns processos mentais relativos à aprendizagem significativa a partir de atividades de descobrimento/exposição de atributos criteriosais em materiais concretos representando formas geométricas. O trabalho pauta-se na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, Novak, Hanesian (1980); Ausubel (2000); Brito (2001) e Klausmeier (1977). Participaram do trabalho seis alunos do Curso de Pedagogia de uma universidade federal. O trabalho foi dividido em três partes: prova de nomeação e descrição de propriedades das principais figuras geométricas espaciais; elaboração de um mapa conceitual que visava favorecer a confecção de material potencialmente significativo; e intervenção didática por meio de quatro sessões semanais (classificação e reclassificação de sólidos geométricos). A autora conclui que: 1) a avaliação do conhecimento prévio dos alunos e a organização hierárquica do conteúdo são imprescindíveis para a confecção de material apropriado, para a elaboração da sequência de atividades e para a metodologia a ser adotada em um processo de ensino de aprendizagem significativa; 2) a mediação do professor pode levar os estudantes a refletir sobre suas ideias e compará-las com as dos colegas, de forma a favorecer os processos cognitivos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa (aspectos imprescindíveis para a aprendizagem significativa subordinada, superordenada ou combinatória) permitindo a produção de sentidos na realização dessas tarefas.

Outra pesquisa que também discorre acerca de materiais potencialmente significativos é a apresentada por Viana e Boiago (2015a) que teve por objetivo analisar a organização lógica de um material didático na forma de uma sequência didática para a aprendizagem significativa, por recepção verbal, de procedimentos relativos à área de figuras geométricas planas. A sequência didática foi destinada a alunos da terceira série do ensino médio de um instituto federal de educação, evidenciando-se a apresentação de trinta slides dinâmicos que

direcionavam os diálogos a serem estabelecidos entre o professor e os alunos e simulavam ações de composição e decomposição de figuras. Foram analisadas: a mobilização do conhecimento prévio; os processos de diferenciação progressiva, reconciliação integradora; consolidação e a linguagem. Considerou-se que o material tem características que o classificam como potencialmente significativo, pois favorecia o estabelecimento das relações entre os conhecimentos novos e aqueles que já existem na estrutura cognitiva dos alunos; também satisfaz as condições que dizem respeito à mobilização do conhecimento (organizadores prévios); aos processos de diferenciação progressiva, reconciliação integradora, consolidação e à linguagem. Além disto, a opção pela animação dos slides e a complementação da linguagem utilizada pelo professor pode contribuir para que o tratamento dado ao tema favoreça a atribuição de significados aos procedimentos envolvidos.

Outros autores discutiram os registros de representação semiótica envolvendo o conceito de polígonos junto a livros didáticos, alunos e professores das séries iniciais. Nessa linha, o trabalho de Calado e Barroso (2014) apresenta uma pesquisa realizada em livros didáticos que aborda o conteúdo de Geometria, do ponto de vista das representações semióticas de Duval (2003) que foi dividida em três partes: estudo do referencial teórico; estudo da organização didática do conteúdo estruturante Geometria pautado nos PCN e nas Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná, de 2008; e finalmente, uma pesquisa em livros didáticos acerca dos diferentes tipos de representações para alguns conteúdos específicos de Geometria, tais como segmento de reta, polígonos, circunferências e poliedros. Em relação ao conceito de polígonos, dos nove livros analisados constatou-se que 5 contemplavam o estudo de polígonos; 4 apresentavam ao menos dois tipos de representação semiótica (língua natural e registro figural); e apenas 2 solicitavam ao aluno que realizasse ao menos uma conversão de registro. As autoras ponderam que, embora a utilização de diferentes registros de representação e suas conversões seja ainda deficiente em alguns livros didáticos analisados, a geometria plana é representada por meio de sua representação figural e da língua natural. E ainda ressaltam que o professor, ao ter conhecimento da importância das várias representações para um mesmo objeto matemático, poderá proporcionar experiências diversificadas ao aluno se desvencilhando sutilmente da dicotomia livro-quadro.

Já outros autores discutiram a teoria dos registros de representação semiótica para explicar a atividade cognitiva dos sujeitos em tarefas de geometria. Dentre alguns, destaca-se a pesquisa de doutorado de Moran (2014) sobre as apreensões perceptivas, operatórias e discursivas em representações de figuras geométricas. Foram estudados os registros figurais

produzidos por professores de Matemática da Educação Básica em atividades de resolução de problemas de Geometria utilizando Materiais Manipuláveis, Softwares de Geometria (GeoGebra e Cabri 3D) e as Expressões Gráficas. Segundo a autora, as apreensões podem ser diferentes dependendo do registro figural em que ela acontece. As operações de reconfiguração, por exemplo, que podem ser desenvolvidas em uma figura, nem sempre se fazem evidentes e um dos motivos para isso pode ser a não congruência entre os enunciados e o registro figural utilizado. A autora ressalta ainda que é de extrema importância para o ensino que em atividades de geometria o aluno conheça as várias possibilidades de representações figurais para que, de acordo com a atividade proposta, possa escolher aquela que heurísticamente proporciona maiores apreensões e conduz ao raciocínio matemático final.

Boiago e Viana (2015b) analisam em seu trabalho as sequências utilizadas por alunos em atividades de desenho geométrico a partir de logotipos figurais. As construções, feitas no Geogebra por estudantes do ensino médio, foram analisadas na perspectiva dos registros de representação semiótica de Duval (2009, 2011a, 2011b, 2012). Foram identificadas as operações mereológicas de reconfiguração e de desconstrução dimensional. Considerou-se que o *software* permite interpretar e construir figuras envolvendo os diferentes tipos de apreensão em geometria e que as atividades de desenho possibilitaram um melhor entendimento de alguns processos cognitivos específicos da atividade geométrica. Puderam ser analisadas as operações mereológicas de reconfiguração: foi possível verificar que, na identificação das unidades figurais, os alunos trataram os registros de duas maneiras: por demarcação dos contornos das figuras (representações figurais) ou por designação verbal (representações discursivas). Além disto, percebeu-se que a atividade requereu as transformações necessárias para o desenvolvimento do pensamento matemático: o tratamento e a conversão de registros de representações semióticas.

A breve revisão bibliográfica aqui exposta possibilitou compreender algumas possibilidades de trabalho com vistas à aprendizagem significativa de polígonos e à análise dos registros de representação semiótica.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 O ensino de geometria plana, no ensino fundamental, de acordo com os documentos oficiais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) foram elaborados com o intuito de difundir os princípios da reforma curricular e orientar os professores na busca de novas abordagens e metodologias. Além disto, os PCN ainda visavam traçar, na época em que foram elaborados, um novo perfil para o currículo, pautando-se em competências básicas para a inserção dos jovens na vida adulta, em orientações para os professores quanto ao significado do conhecimento escolar em relação à contextualização, à interdisciplinaridade, ao raciocínio lógico e à capacidade de aprender.

Segundo o documento, o currículo necessita estar sempre em movimento contínuo de construção, possibilitando revisões e aperfeiçoamentos com base no entendimento do processo de ensino e aprendizagem e nas experiências advindas da prática do professor.

De acordo com os PCN (BRASIL,1998) os conceitos geométricos são essenciais no currículo de Matemática, visto que por meio deles o aluno pode desenvolver habilidades que lhe permita compreender, descrever e representar as formas oriundas de seu cotidiano. O trabalho com noções geométricas estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades, etc. – o que contribui também para a aprendizagem de números e medidas – e pressupõe a exploração de situações em que sejam necessárias, entre outras ações, a aplicação de propriedades das figuras e as construções geométricas com régua e compasso.

Outro aspecto relevante levantado pelo documento é que a Geometria pode ser considerada como um campo produtivo de situações que, ao serem exploradas, favorecem não apenas a formação de conceitos e de procedimentos nessa área, mas também a capacidade de resolver problemas.

Nesse sentido, considera-se que se os trabalhos com os conceitos geométricos fossem realizados por meio da exploração das formas dos objetos do mundo físico e também de obras de artes, de esculturas, de pinturas, de desenhos e de artesanatos, isso proporcionaria uma aprendizagem mais significativa da Geometria, além de permitir um estabelecimento de conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998).

Ainda segundo o documento, o professor necessita realizar um trabalho efetivo de incentivo à observação, solicitando aos alunos que descrevam semelhanças e diferenças entre

as formas, que realizem atividades como compor e decompor figuras, que percebam a simetria como característica de alguma figura e não de outras, etc.

Ao completarem os ciclos I e II do ensino fundamental (atuais primeiro ao quinto ano), o documento propõe que os alunos sejam capazes de conhecer e nomear formas elementares tanto da geometria plana quanto da espacial, além de reconhecer parte de suas propriedades e algumas classificações.

Para o ciclo III (atuais sexto e sétimo anos) os PCN (BRASIL, 1998) sugerem que o aluno, ao distinguir figuras bidimensionais de tridimensionais, saiba descrever suas principais características, estabelecendo relações entre elas e utilizando vocabulário próprio. Além disso, é indispensável também que o aluno aprenda a identificar polígonos e outras figuras, números de lados de um polígono, eixos de simetria de um polígono, paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados, etc.

Já no ciclo IV (atuais oitavo e nono anos) exige-se um trabalho mais efetivo com os triângulos envolvendo congruências e semelhanças e, com as áreas de polígonos e círculos.

Outro documento que também orienta a organização dos conteúdos de acordo com o grau de escolaridade é a BNCC cujo objetivo é sinalizar percursos de aprendizagem e desenvolvimento dos estudantes ao longo da Educação Básica – ressalta-se que o documento foi homologado em 2017 (BRASIL, 2015, 2016a, 2017).

Segundo a BNCC, para obter sucesso tanto em Matemática quanto em Geometria, é necessário que o estudante consiga atribuir sentido para os conceitos que são aprendidos na escola. Para isto, há orientação para que o professor crie situações que envolvam contextos diversos (sociais e científicos) nos quais o estudante não veja de imediato a solução, sendo necessária a elaboração de hipóteses de resolução, a “testagem” e a validade dessas hipóteses, as modificações necessárias e assim por diante. Isto permitiria o desenvolvimento de certo tipo de raciocínio próprio da atividade matemática necessário para a compreensão dos conceitos e de suas relações – o que o documento denomina de “fazer matemática”.

O documento ainda ressalva que um mesmo objeto matemático pode ser representado de diferentes maneiras e que uma mesma representação pode ser associada a diferentes objetos. Um exemplo seria a representação simbólica $\frac{3}{4}$ que pode significar três partes de um inteiro dividido em quatro partes iguais, ou uma relação entre três e quatro, ou uma divisão de três objetos em quatro partes iguais, ou ainda, a probabilidade de 75%.

Assim, a BNCC discorre que o refinamento destas representações, para objetos matemáticos específicos, é elaborado pouco a pouco pelo estudante e cabe ao professor

provocar o estudante a utilizar suas próprias representações – situação denominada por “desenvolvimento de registros de representação pessoais”. Finalmente, o aluno faria a “apropriação de registros formais”, ou seja, as representações simbólicas próprias da matemática (BRASIL, 2015).

Desta forma, a aprendizagem em Matemática demandaria ao aluno três momentos distintos e ordenados: o primeiro é o fazer matemática; o segundo é desenvolver registros de representação pessoais para que finalmente, se aproprie dos registros formais, no terceiro momento (BRASIL, 2016a, 2017).

No que tange à Geometria, o documento ressalta que o estudo deste tema necessita ser visto como continuação e consolidação das aprendizagens anteriores, em especial em relação às construções geométricas com uso de materiais de desenho e/ou de tecnologias digitais e à compreensão de características e propriedades das figuras geométricas e seus usos em diversas áreas do conhecimento (BRASIL, 2016a, 2017).

Em relação ao trabalho com as figuras geométricas nos anos finais do ensino fundamental, o documento ressalta que os alunos poderão, a partir da observação e da identificação das figuras, estudá-las mais profundamente, compreendendo suas propriedades e suas relações, construindo-as com o uso de materiais de desenho e/ou de *softwares* de geometria dinâmica.

Para o sexto ano, sobre o tema polígonos, a BNCC prevê que o aluno necessita reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros; identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão de classes entre eles.

Para o sétimo ano, o aluno necessita calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares sem o uso de fórmulas e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas a situações como na construção de mosaicos e de ladrilhamentos, na confecção de ferramentas e peças mecânicas, entre outros.

Para o oitavo ano prevê-se a construção de polígonos regulares por meio do reconhecimento de mediatriz de segmento e mediatriz de um ângulo como lugares geométricos, utilizando-se instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica.

Finalmente, para o nono ano espera-se que o aluno seja capaz de elaborar demonstrações simples entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal; de estabelecer relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na

circunferência; de reconhecer triângulos semelhantes; de demonstrar relações métricas do triângulo retângulo; de construir polígonos regulares; de determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer; e de reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Já o documento que define os conteúdos de matemática a serem trabalhados nas escolas estaduais de Minas Gerais é o Currículo Básico Comum – CBC – em que verifica-se que o trabalho com figuras planas concentra-se no sexto ano: nesta etapa o aluno deve reconhecer as principais propriedades dos triângulos isósceles e equiláteros e de alguns quadriláteros; identificar segmento, ponto médio de um segmento, triângulo e seus elementos, polígonos e seus elementos, circunferência, disco, raio, diâmetro, corda, retas tangentes e secantes; identificar ângulo como mudança de direção; identificar retas concorrentes, perpendiculares e paralelas; reconhecer e descrever objetos do mundo físico utilizando termos geométricos; reconhecer a altura de um triângulo relativa a um de seus lados; construir com régua e compasso retas paralelas e perpendiculares e ponto médio de um segmento; e utilizar as expressões algébricas utilizando medidas de ângulo, comprimento, área e volume (MINAS GERAIS, 2014).

Para o sétimo ano, o documento prevê a continuidade de todas as habilidades descritas para o sexto além do desenvolvimento da construção de triângulos utilizando régua e compasso.

Para o oitavo ano acrescentam-se as habilidades relacionadas aos ângulos formados por duas paralelas e uma transversal e à congruência de triângulos.

E, finalmente, no nono ano trabalha-se com atividades relativas aos conceitos de semelhança de triângulos, ao Teorema de Tales e ao Teorema de Pitágoras.

Considera-se que a leitura dos objetivos e orientações constantes nos PCN, BNCC e CBC pode dar elementos para o professor organizar sua prática educativa elencando metodologias e materiais adequados de modo a ser significativa a aprendizagem dos conteúdos propostos pelos documentos.

3.2 Aprendizagem significativa

Documentos tais como os PCN, a BNCC e o CBC do Estado de Minas Gerais discorrem acerca dos conteúdos, de geometria, essenciais da grade curricular das escolas. Na perspectiva de Coll (1998, p. 12) conteúdo pode ser definido como “o conjunto de

conhecimentos ou formas culturais cuja assimilação e apropriação pelos alunos são consideradas essenciais para o desenvolvimento e socialização”.

Estes documentos propõem um ensino em que os conteúdos sejam vistos como um meio para que o aluno possa desenvolver as capacidades que lhe permitam produzir e usufruir de bens culturais, sociais e econômicos. Nesta perspectiva, os documentos demandam uma reflexão acerca da seleção de conteúdos e também uma busca de novos significados para os mesmos, ampliando-os para além de fatos e conceitos, incluindo assim, procedimentos, valores e atitudes.

Coll (1998), baseado em estudos anteriores da psicologia educacional, separou os conteúdos em: conceituais (que envolvem fatos e princípios); os procedimentais (que indicam um saber fazer, ou seja, um conjunto de ações, ordenadas e orientadas para a execução de uma tarefa) e as atitudinais (que envolvem normas e valores).

Assim, para que os conteúdos exerçam um papel importante na concretização das intenções educativas, entende-se que, no processo de apropriação do conhecimento, a aprendizagem necessita ser significativa para o aluno (POZO, 1998).

Desta forma, o conhecimento de qualquer área, seja científica ou não, requer informação e muitas dessas consistem em dados ou fatos e para que esta informação adquira significado, os alunos necessitam dispor de conceitos para poder interpretá-los. Segundo Pozo (1998), é de extrema importância que os alunos conheçam dados e fatos relevantes referentes a um determinado tipo de assunto, mas estes somente terão significado se forem situados dentro de um sistema de conceitos. Por exemplo, a informação que o ângulo reto mede 90° é um dado; a que os sistemas de numeração foram distintos de acordo com a civilização é um fato; já o entendimento das regras do sistema de numeração decimal e a análise dos ângulos internos de um polígono referem-se a conceitos.

Os estudos de Pozo (1998) tratam especificamente dos processos de ensino e aprendizagem de conceitos curriculares e têm como base a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel⁵. Este autor define os conceitos como sendo objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos comuns de critérios comuns e que são representados por meio de algum símbolo ou signo (AUSUBEL, 2003).

Pozo (1998) diferencia dois tipos de conceitos: os científicos e os cotidianos. Os conceitos científicos distinguem-se dos conceitos cotidianos por acrescentarem a pertinência a

⁵ Neste texto serão feitas referências a estes dois autores, dependendo da especificidade das explicações dadas por eles.

sistemas conceituais organizados, por não ser um elemento isolado e fazer parte de uma hierarquia ou rede de conceitos (POZO, 1998).

Pozo (1998) discorre que, dentre os conceitos científicos que são ensinados na escola, é possível realizar uma distinção entre princípios ou conceitos estruturadores (conceitos muito gerais, de um alto nível de abstração, que costumam ser subjacentes à organização conceitual de uma área, ex. a igualdade em matemática) e os conceitos específicos (constituem a lista habitual de conteúdos conceituais). A relação existente entre os princípios e os conceitos específicos situa-se dentro de uma organização hierárquica do conhecimento científico, sendo os princípios conceitos mais gerais e abstratos encontrados na parte superior da hierarquia, enquanto os conceitos específicos seriam conceitos subordinados a esses princípios.

A partir dos conceitos e das categorias – estabelecidas – é possível reconhecer classes de objetos aos quais podemos atribuir características semelhantes além de certas alterações, caso contrário qualquer objeto seria uma realidade nova, diferente e imprevisível, pois os conceitos permitem organizar a realidade para posteriormente poder prevê-la.

Desta forma, para aprender um conceito é necessário o estabelecimento de relações significativas com outros conceitos, pois quanto mais entrelaçada estiver a rede de conceitos que uma pessoa possui sobre uma determinada área maior será a sua capacidade de estabelecer relações significativas e, portanto, de compreender os fatos próprios desta área.

Pozo (1998) afirma que os fatos, os dados e os conceitos são adquiridos a partir de processos de aprendizagem diferentes que requerem atitudes distintas em relação à aprendizagem.

Os dados e os fatos são aprendidos de modo memorístico e se baseiam numa atitude ou orientação passiva em relação à aprendizagem, na qual o aluno aguarda que os objetivos, as atividades e os fins da aprendizagem sejam definidos externamente. Este tipo de aprendizagem é chamada de mecânica ou memorística onde é possível evidenciar uma carência de significados e sentidos, ou seja, há pouca associação com os conceitos relevantes que o aluno possui.

Diferentemente da aprendizagem de dados e fatos a aquisição de conceitos requer uma atitude ou orientação mais ativa com respeito à própria aprendizagem, na qual o aluno necessita ter mais autonomia na definição de seus objetivos, suas atividades e seus fins (POZO, 1998).

Segundo Ausubel (2003), a aprendizagem de conceitos necessita acontecer de modo significativo. De acordo com a teoria proposta pelo autor, aprendizagem significativa é o

processo que permite que uma nova informação recebida pelo aluno se relacione com um aspecto relevante de sua estrutura cognitiva. A nova informação pode, nesse processo, interagir com uma estrutura de conhecimento específica, na qual existem os chamados conceitos subsunçores e, dessa forma, modificar, ampliar ou complementar o conhecimento já existente.

Uma pessoa adquire um conceito quando é capaz de dotar de significado um material ou uma informação que lhe é apresentada, ou seja, quando é capaz de compreender esse material e de traduzi-lo em suas próprias palavras (AUSUBEL, 2003; POZO, 1998).

O Quadro 01 resume de forma sintetizada as diferenças mais importantes entre fatos e conceitos do ponto de vista da aprendizagem.

Quadro 01. Os fatos e os conceitos como conteúdos de aprendizagem

	Aprendizagem de fatos e dados	Aprendizagem de conceitos
Consiste em	Cópia literal	Relação com conhecimentos anteriores (prévios)
É alcançada por	Repetição (aprendizagem memorística)	Compreensão (aprendizagem significativa)
É adquirida	De uma só vez	Gradativamente
É esquecida	Rapidamente sem revisão	Mais lenta e gradativamente

Fonte: POZO, 1998, p. 27

Em primeiro lugar, os fatos e dos dados são aprendidos de modo literal, já os conceitos são aprendidos a partir das relações que o indivíduo realiza a partir de conhecimentos prévios que já possui. Em segundo lugar, a aquisição do conhecimento de fatos e dados baseia-se na memorização (repetição) enquanto que a compreensão de conceitos necessita fazer sentido, ou seja, ser significativa.

Em terceiro lugar, o processo de compreensão de dados ou fatos é um processo que não admite graus intermediários, enquanto que de conceitos é gradual e é justamente este caráter gradual da compreensão que determina a seleção e a sequência de conteúdos conceituais no currículo.

E, finalmente, os fatos e os dados também se diferem em relação ao esquecimento, pois fatos ou dados tendem a ser facilmente esquecidos se deixarmos de revisá-los ou praticá-los; já com relação àquilo que é compreendido, talvez com o tempo vá se apagando e a compreensão passe a ficar difusa e deformada, mas o esquecimento de conceitos não é repentino nem total quanto o de dados.

Ausubel (2003) ressalta ainda que na aprendizagem mecânica ou memorística o sujeito estabelece relações restritas e aleatórias; já na significativa, o mesmo estabelece relações

amplas e não aleatórias (AUSUBEL, 2003).

Desta forma, é possível perceber que a aprendizagem significativa e a mecânica tendem a produzir resultados distintos, ressaltando-se que não se trata de uma dicotomia, mas de duas formas de aprender que coexistem e se complementam em diversos contextos escolares (AUSUBEL, 2003).

Os dois tipos de aprendizagem afetam não apenas os processos envolvidos, mas também o tipo de motivação requerida e as atitudes dos alunos diante da aprendizagem (POZO, 1998). No Quadro 02 destacam-se algumas diferenças relevantes entre as atitudes necessárias para a aprendizagem significativa e a aprendizagem memorística.

Quadro 02: Diferenças entre as atitudes necessárias para a aprendizagem significativa e a aprendizagem memorística

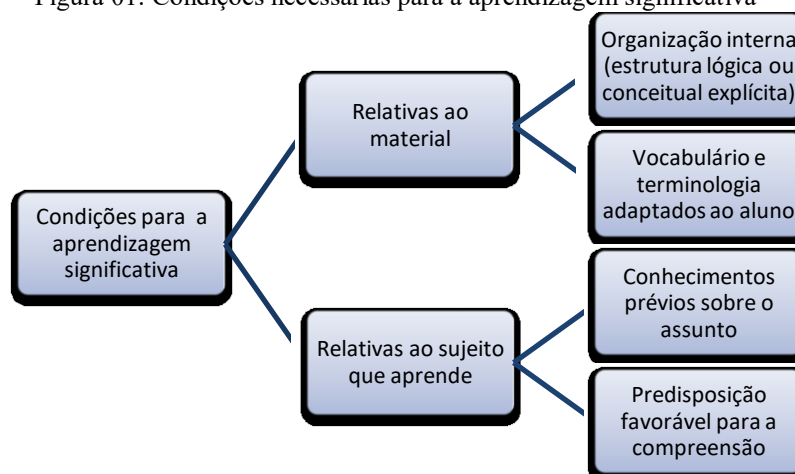
Aprendizagem significativa	Aprendizagem memorística
<ul style="list-style-type: none"> • Esforço deliberado para relacionar os novos conhecimentos com conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva. 	<ul style="list-style-type: none"> • Nenhum esforço para integrar os novos conhecimentos com os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva.
<ul style="list-style-type: none"> • Orientação para aprendizagens relacionadas com experiências, fatos ou objetos 	<ul style="list-style-type: none"> • Orientação para aprendizagens não relacionadas com experiências, fatos ou objetos.
<ul style="list-style-type: none"> • Envolvimento afetivo para relacionar os novos conhecimentos com aprendizagens anteriores. 	<ul style="list-style-type: none"> • Nenhum envolvimento afetivo para relacionar os novos conhecimentos com aprendizagens anteriores.

Fonte: POZO, 1998, p. 33

Ressalta-se que os requisitos necessários para que haja uma possível aprendizagem significativa de conceitos são muito mais exigentes do que as condições necessárias para a aprendizagem memorística, pois compreender é psicologicamente mais complexo do que simplesmente memorizar (POZO, 1998).

De acordo com Ausubel (2003), existem duas condições necessárias para que a aprendizagem seja significativa: uma relativa ao material a ser aprendido e outra relativa ao sujeito que aprende. Pozo (1998) alerta que, caso as condições não sejam satisfeitas, mesmo que o objetivo da tarefa seja a compreensão, é provável que ela acabe produzindo principalmente a memorização. A Figura 01 resume as condições necessárias para a aprendizagem significativa.

Figura 01: Condições necessárias para a aprendizagem significativa



Fonte: POZO, 1998 p. 36

Ausubel (2003) ressalta que o material necessita possuir uma organização interna, isto é, os elementos que o compõem devem estar organizados em uma estrutura lógica e conceitual explícita, e não apenas sobrepostos. Além disso, é preciso que seja apresentado por meio de um vocabulário e de uma terminologia adequados ao aluno. Além da organização do material a ser aprendido, é necessário que as conexões entre os temas sejam explicitadas aos sujeitos visando facilitar a percepção da estrutura conceitual a ser aprendida.

Para que seja possível desenvolver um trabalho focado na aprendizagem de conceitos, é conveniente que as atividades se baseiem em procedimentos que o aluno já conheça ou domine de certa forma, pois se o professor avaliar o conhecimento conceitual do aluno por meio de procedimentos que não foram suficientemente ensinados terá dificuldades em encontrar as falhas no rendimento do aluno, já que estas podem ter natureza conceitual, procedimental ou ambas (AUSUBEL, 2003).

Para que o material seja potencialmente significativo, segundo Ausubel (2003), este necessita mobilizar ideias âncoras relevantes e promover uma interação entre estas e os novos significados, ou seja, o sujeito necessita mobilizar seus conhecimentos prévios sobre o material a ser aprendido. Os conhecimentos prévios dos alunos se diferem quanto à área do conhecimento e também quanto à sua natureza, pois, de acordo com Pozo (1998, p. 39), “alguns conhecimentos são mais conceituais e outros, mais procedimentais; uns mais descritivos e outros, mais explicativos; uns mais gerais e outros, mais específicos, etc”.

Algumas características relevantes sobre conhecimento prévio, apresentadas por Pozo (1998), são: construções pessoais dos alunos, ou seja, possuem coerência do ponto de vista individual, mas não necessariamente do ponto de vista científico; são bastante estáveis e

resistentes à mudança; possuem um caráter implícito sendo descobertos nas atividades ou previsões; são compartilhadas por outras pessoas, sendo possível reunir em tipologias e, buscam a utilidade mais do que a “verdade”.

O conhecimento prévio, segundo Pozo (1998), pode ter origem a partir de três tipos de concepções: as espontâneas – formadas na tentativa de dar significado às atividades cotidianas, sendo mais frequente no âmbito das Ciências Naturais; as transmitidas socialmente – formadas a partir do meio social, de cujas ideias o aluno se impregna, sendo mais frequentes no âmbito das Ciências Sociais e as analógicas – que ocorrem por meio da ativação de um pensamento analógico utilizado para dar significado a algo, são mais frequentes nas disciplinas formais, mas também em outras matérias, quando se trata de assuntos muito afastados da realidade social ou perceptiva dos alunos.

Segundo Pozo (1998), existem diferentes maneiras de diagnosticar o conhecimento prévio do sujeito que aprende, tais como: a aplicação de questionários; a resolução de situações-problema e as entrevistas, individuais ou coletivas. Uma das justificativas para a avaliação do conhecimento prévio dos alunos é que esta permite conhecer as ideias principais destes a respeito de determinado assunto e, assim, o professor pode planejar melhor a sequência didática.

A avaliação do conhecimento prévio é importante para o próprio sujeito, pois permite ao mesmo tomar consciência dos conceitos e procedimentos já formados na sua estrutura cognitiva, justificar suas crenças, refletir sobre elas, resolver contradições, organizar ideias, comparar seus pontos de vista por meio de discussões em grupo, de modo a favorecer também a aprendizagem de procedimentos e de atitudes.

Desta forma, segundo Ausubel (2003), um material potencialmente significativo também pode ser aprendido por meio da memorização (caso o mecanismo da aprendizagem do aprendiz não seja significativo). As tarefas de aprendizagem por memorização podem relacionar-se com a estrutura cognitiva, mas de forma aleatória e restrita, não resultando na aquisição de novos significados.

A aprendizagem significativa não pode ser considerada como sinônimo de aprendizagem de material significativo, uma vez que este processo é próprio do aprendiz. O material de aprendizagem pode ser constituído de componentes significativos, mas cada um dos componentes, de uma tarefa da aprendizagem, não é “logicamente” significativo (AUSUBEL, 2003).

Em relação ao sujeito que aprende é necessário que este possa relacionar o material de aprendizagem com a estrutura de conhecimento que ele já possui, ou seja, é necessária uma predisposição favorável para a compreensão, para a procura do sentido e do significado da aprendizagem (AUSUBEL, 2003). Desta forma, não se podem analisar separadamente características do material e das condições dos sujeitos aprendizes, pois uma condição para que a aprendizagem seja significativa é a motivação no empenho do esforço deliberado e intencional para a compreensão.

Pozo (2003) cita que as experiências de situações nas quais suas ideias não foram reconhecidas pelo professor, a falta de confiança em suas capacidades, as atitudes desfavoráveis com relação à atividade ou ao objeto seriam alguns motivos pelos quais o aluno não empenharia esforços para a aprendizagem significativa.

Conforme já mencionado, o sujeito que aprende – além de dispor de conhecimentos prévios potencialmente relacionados com o material que necessita compreender – deve realizar um esforço deliberado e intencional de forma a relacionar a nova informação contida no material com os conhecimentos prévios de que dispõe. Em outras palavras, é necessário, segundo Coll (1988 apud POZO, 1998) que o aluno não somente procure o significado da tarefa mas que tente encontrar sentido no que está aprendendo, pois compreender conceitos requer aproximar-se das tarefas de aprendizagem com determinadas atitudes, ou seja, envolver-se em certo tipo de atividades ou procedimentos de aprendizagem como fazer-se perguntas, comparar, relacionar alguns conceitos com outros, representá-los mediante um esquema ou mapa conceitual, etc.

Em relação a estes fatores, pode-se dizer que a aprendizagem significativa está vinculada a uma motivação⁶ mais intrínseca na medida em que a aprendizagem e a compreensão constituem numa meta satisfatória em si mesma, mas para que o sujeito possa atingir esta meta é necessário que as atividades de aprendizagem/ensino facilitem a relação entre os conhecimentos prévios e a nova informação. Tal facilitação é a condição mais relevante que necessita ser cumprida pelas atividades de aprendizagem/ensino dirigidas à compreensão (POZO, 1998).

⁶ A aprendizagem significativa está vinculada a uma motivação intrínseca, enquanto a aprendizagem memorística relaciona-se à motivação extrínseca. Na perspectiva de Guimarães (2001) a motivação pode ser: intrínseca (quando o sujeito escolhe ou realiza uma determinada atividade por ter interesse próprio, por considerá-la atraente e pela satisfação em realizá-la), e extrínseca (quando o sujeito realiza uma atividade apenas para cumprir uma determinada obrigação em atendimento a pressões externas, seja para obter recompensas e demonstrar competências ou para evitar castigos e punições).

3.2.1 Aspectos gerais sobre a formação de conceitos

Com relação ao desenvolvimento dos conceitos nas crianças, Ausubel (2003) faz a diferenciação entre a formação e a assimilação de conceitos. Na formação conceptual, a criança, por meio da experiência empírico-concreta, adquire um significado por meio de um processo indutivo de descoberta dos atributos criteriosais do conceito, mediante exemplos particulares desse conceito que favorecem a generalização. Ao atingir a idade escolar, a maioria dos conceitos seria adquirida por meio do processo de assimilação conceptual, ou seja, a retenção de um novo significado adquirido tem ligação com ideias âncoras da estrutura cognitiva. Desta forma, para que ocorra a assimilação, um conceito potencialmente significativo, seria assimilado por meio de novas combinações de referentes disponíveis na estrutura cognitiva da criança.

De acordo com Ausubel (2003), o processo de aprendizagem significativa refere-se não só aos conceitos, mas às representações e às proposições. Na aprendizagem de representações – que se aproxima da aprendizagem por memorização – há aquisição de vocabulário que pode ser prévia, em que as palavras representam fatos ou objetos reais e não categorias, ou posterior à formação dos conceitos. Já a aprendizagem de proposições consiste em adquirir o significado de novas ideias que se expressam em uma frase ou oração que contenha dois ou mais conceitos. Um exemplo de proposição em geometria é que a soma dos ângulos externos de um polígono mede 360^0 .

Considerando-se que grande parte dos conhecimentos seja adquirida por processos de diferenciação, integração e combinação de conceitos existentes na estrutura cognitiva do sujeito, Ausubel (2003) define três formas de assimilação: aprendizagem subordinada, superordenada ou combinatória.

Na aprendizagem subordinada, a nova ideia que está sendo aprendida se encontra hierarquicamente subordinada a uma preexistente na estrutura cognitiva. Denomina-se de inclusão derivativa quando a nova informação *a* é vinculada à ideia estabelecida *A* e representa um exemplo específico ou ilustrativo, mas não se mudam os atributos do critério do conceito *A*, apenas reconhecem-se novos exemplos como relevantes. Já a inclusão é correlativa se for uma extensão, elaboração, modificação, qualificação ou limitação de ideias anteriormente aprendidas.

Na aprendizagem subordinante, a nova informação pode se relacionar com ideias subordinadas menos inclusivas e já estabelecidas na estrutura cognitiva: estas passam a ser

reconhecidas como exemplos mais específicos da ideia nova mais geral – que abrange as ideias subordinadas anteriores. A aprendizagem subordinante em geral decorre do raciocínio indutivo, quando o aprendiz sintetiza as ideias componentes do material apresentado.

Na aprendizagem combinatória a proposição potencialmente significativa não se relaciona nem com ideias nem subordinantes nem subordinadas, mas pode relacionar-se a uma combinação de conteúdos mais ou menos relevantes da estrutura. É possível que a nova incorporação de novos conceitos no mesmo nível hierárquico possa culminar na necessidade de diferenciá-los ou integrá-los dentro de um novo conceito mais geral.

Independente das três formas das formas de assimilação, Ausubel (2003) menciona que o professor é responsável por proporcionar as atividades que favoreçam a ativação de uma ideia ou conhecimento prévio dos alunos, de modo que eles possam organizar e dar sentido às situações de aprendizagem.

Como já discorrido anteriormente, a aprendizagem significativa de conceitos dentro do âmbito escolar, ocorre a partir de duas dimensões: a primeira refere-se ao tipo de aprendizagem realizada pelo aluno (significativa ou memorística); e a segunda está relacionada à estratégia de instrução planejada, pelo professor, visando estimular a aprendizagem que vai da aprendizagem por recepção até a aprendizagem por descoberta, na perspectiva de Ausubel (2003).

Na aprendizagem por recepção o conteúdo do que está por aprender apresenta-se ao aprendiz em forma acabada, dado na forma de proposições e não na de problemas. A tarefa de aprendizagem não envolve qualquer descoberta independente por parte do aluno: este apenas necessita compreender e lembrar o conteúdo de maneira a ficar disponível e reproduzível numa data futura. Por outro lado, na aprendizagem pela descoberta o aluno necessita em primeiro lugar descobrir este conteúdo, a partir da criação de proposições que representam soluções para os problemas criados, ou passos sucessivos para a resolução dos mesmos.

Na perspectiva de Ausubel (2003) a aprendizagem por recepção nem sempre é um processo passivo; pelo contrário, exige ação e reflexão do aprendiz e é facilitada pela organização dos materiais e das experiências de ensino. Analogamente, a aprendizagem por descoberta não é necessariamente ativa ou significativa, pois necessita ser adaptada às condições da aprendizagem significativa.

Ausubel (2003) ainda discorre que em ambos os casos é necessário que o professor incentive a ativação dos conhecimentos prévios; a tomada de consciência dos aprendizes em relação às suas próprias ideias; o estabelecimento de conexões entre os conhecimentos prévios

e a organização conceitual do conteúdo; e proporcione condições para os estudantes darem sentido às tarefas que realizam.

Outro fator facilitador da aprendizagem significativa tanto por recepção como por descoberta é a linguagem, pois

“ [...] aumentando-se a a manipulação de conceitos e de proposições, através das propriedades representacionais das palavras, e aperfeiçoando compreensões subverbiais emergentes na aprendizagem por recepção e pela descoberta significativas, clarificam-se tais significados e tornam-se mais precisos e transferíveis (AUSUBEL, 2003, p. 5).

Ainda, na perspectiva do referido autor, a linguagem desempenha um papel integral e operativo (processo) no raciocínio e não meramente comunicativo, pois sem a linguagem, provavelmente, a aprendizagem seria rudimentar.

A aprendizagem por recepção verbal, de acordo com Ausubel (2003), não é necessariamente memorizada ou passiva na medida em que se utilizem métodos de ensino expositivos baseados na aprendizagem por recepção significativa; este processo exige no mínimo, três requisitos: (1) uma análise cognitiva que deve ser realizada para constatação de quais os aspectos mais relevantes presentes na estrutura cognitiva do aprendiz para que o novo material seja potencialmente significativo; (2) algum grau de reconciliação com as ideias existentes na estrutura cognitiva do aluno, ou seja, reconhecimento de semelhanças e de diferenças e também a resolução de contradições reais ou aparentes entre conceitos e proposições novos e já enraizados; e (3) reformulação do material em termos de antecedentes intelectuais particulares e do vocabulário do aprendiz.

A natureza do processo e as condições da aprendizagem por recepção significativa ativa exigem um tipo de ensino expositivo que reconheça os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora nos materiais de instrução (AUSUBEL, 2003).

O princípio da diferenciação progressiva – que leva o sujeito a diferenciar os significados das ideias – reconhece que a aprendizagem, a retenção e organização das matérias são hierárquicas por natureza, procedendo de cima para baixo em termos de abstração, generalidade e inclusão. Já a reconciliação integradora – em que o sujeito busca integrar os significados, delineando as diferenças e as similaridades entre ideias relacionadas – é realizada a partir de uma ação simbiótica entre as ideias relevantes e as novas ideias.

Ambos os princípios podem embasar as estratégias de ensino desde que estas promovam a identificação das semelhanças e as diferenças entre as novas ideias e as ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do sujeito. Uma metodologia pautada nestes

princípios pode fazer uso dos mapas conceituais que permitem “explorar, explicitamente, relações entre proposições e conceitos, evidenciar semelhanças e diferenças significativas e reconciliar inconsistências reais ou aparentes” (MOREIRA, 2006, p. 16), além de servirem como instrumentos de avaliação.

A metodologia de mapas conceituais foi desenvolvida por Joseph D. Novak, baseada na teoria da aprendizagem significativa, tendo como base o princípio de que o armazenamento das informações ocorre a partir da organização dos conceitos e suas relações hierarquicamente das mais gerais para as mais específicas.

De acordo com Novak e Cañas (2010) os mapas conceituais são diagramas dimensionais que indicam relações entre conceitos, são ferramentas gráficas que visam organizar e representar o conhecimento em uma determinada área. Podem seguir um modelo hierárquico no qual conceitos mais inclusivos são escritos em caixa e ficam no topo da hierarquia (parte superior do mapa) e conceitos específicos, pouco abrangentes, ficam na base (parte inferior). Além disto, devem conter os elementos básicos que são: as palavras que expressam o conceito, conectadas umas às outras por meio de palavras ou frases de ligação (conectivos), formando frases (proposições), de modo a mostrar uma organização hierárquica.

Segundo Moreira (1986), os mapas conceituais podem ser construídos em três formatos: unidimensional (são apenas alguns conceitos dispostos de forma vertical); bidimensional (apresentam disposição vertical e horizontal), e tridimensional (apresentam os conceitos e as relações em três dimensões). Os mapas bidimensionais são os mais utilizados por serem mais completos que os mapas unidimensionais e mais simples de serem interpretados do que os mapas tridimensionais.

A utilização dos mapas conceituais tem se constituído uma ferramenta de ação pedagógica bastante difundida no ensino de diversos temas, pois permite que um conjunto de conceitos seja apresentado aos alunos, a partir do estabelecimento de relações entre eles, ou seja, os mapas conceituais permitem que o conhecimento seja exteriorizado e podem possuir diferentes finalidades como na aprendizagem, na avaliação, na organização e na representação do conhecimento (FREITAS FILHO, 2007).

Desta forma, cabe ao professor apropriar-se das metodologias existentes de maneira a promover a aprendizagem dos alunos. Outro aspecto da aprendizagem significativa a ser entendido pelo professor diz respeito ao processo de retenção do conhecimento.

Os novos significados desempenham um papel fundamental no aumento da estabilidade do conhecimento, bem como no aumento da força de dissociabilidade associada,

pois estes resultam da ligação dos mesmos conhecimentos prévios mais estáveis que lhes correspondem (AUSUBEL, 2003).

Segundo Ausubel (2003), os conhecimentos prévios se alteram de forma variável no processo interativo, quer com as novas ideias de instrução com as quais interagem, quer com os novos significados emergentes às quais estão ligadas no armazenamento da memória. Ressalta-se ainda que a história da aprendizagem significativa não termina com a aquisição de novos significados: segue-se uma retenção ou um esquecimento pois tudo que se aprende pode ser retido ou esquecido.

O processo de retenção, de acordo com Ausubel (2003), evidencia um processo de ligação entre os novos significados com os conhecimentos prévios correspondentes ao intervalo da memória. No entanto, os conhecimentos adquiridos de forma dissociada por meio da reprodução funcionam como ideias âncoras apenas por algum tempo limitado – a não ser que sejam bem apreendidos por meio da repetição ou do ensaio – ocorrendo o esquecimento ou uma redução gradual em relação às ideias âncoras em questão.

Nesse sentido, a eficácia da aprendizagem significativa reside em duas características principais: a não arbitrariedade (a nova ideia não interage com qualquer conhecimento prévio que exista na estrutura cognitiva, mas com conhecimentos especificamente relevantes) e a substantivação (é o caráter não literal, isto é, o aprendiz não faz uma internalização *ipsis literis*, mas sim matizada com significados pessoais), em que a aprendizagem por recepção significativa exerce um papel essencial para as retenções, pois o armazenamento de um conhecimento do aprendiz – quer dentro ou fora da sala de aula – depende de colocações verbais potencialmente estruturadas como fonte de conclusões e relações entre os conhecimentos prévios e os novos significados produzidos pelos mesmos.

Em síntese, Pozo (1998) ressalta algumas ideias importantes que visam fomentar a aprendizagem significativa por meio da relação entre conhecimentos prévios e novos materiais: (1) o ensino de conceitos necessita partir dos conhecimentos prévios com os quais os alunos possuem; (2) é necessário elaborar atividades de aprendizagem e ensino que ativem estes conhecimentos prévios; (3) é necessário fomentar, por meio dessas atividades, a reflexão dos alunos sobre suas próprias ideias, permitindo que tomem consciência das mesmas; (4) as ideias, apresentadas pelos alunos, necessitam ser recebidas como uma ponte para a aprendizagem conceitual, pois os alunos aprendem por meio delas; (5) não se trata de suprimir, reprimir ou fazer com que o aluno abandone suas próprias ideias, mas, permitir a ele que as use, para que a partir delas sejam desenvolvidas novas concepções, próximas as das

cientificamente aceitas; (6) a compreensão necessita ser algo progressivo, gradual, ou seja, a mudança conceitual permite a modificação de uma estrutura por outra, de uma concepção implícita por outra explícita e mais avançada.

Ainda segundo o referido autor, avaliar a compreensão torna-se mais difícil do que medir o nível de lembrança. Desta forma o autor apresenta algumas técnicas de avaliação da aprendizagem conceitual indicando em cada caso as suas vantagens e os perigos potenciais, conforme é apresentado no Quadro 03:

Quadro 03: Vantagens e desvantagens dos tipos de avaliação da aprendizagem conceitual

Técnica de avaliação da aprendizagem conceitual	Vantagens	Desvantagens
Definição do significado (trata-se de solicitar ao aluno que gere ou produza uma definição do significado de um conceito)	<ul style="list-style-type: none"> - É fácil criar perguntas; - é fácil, porém enganoso, medir a correção das respostas se o professor dispuser de critérios claros com os quais possa realizar comparações. 	<ul style="list-style-type: none"> - Pode induzir a acreditar que os alunos não compreenderam conceitos que na realidade compreenderam (falsos erros); - se os critérios de correção não forem bons, pode-se cometer o inverso, ou seja, aceitar definições que não refletem nenhuma compreensão, mas uma aprendizagem literal e memorística de uma definição previamente proporcionada (falsos acertos).
Reconhecimento da definição (trata-se de uma técnica de múltipla escolha - conhecida como "exame tipo teste" - no qual o aluno necessita reconhecer o significado de um conceito entre várias possibilidades)	<ul style="list-style-type: none"> - Produz níveis de rendimentos melhores do que a definição do significado; - facilidade de correção; - caso seja bem planejado proporcionará informação significativa sobre os erros mais comuns cometidos na sua compreensão (não diferenciação entre conceitos afins ou persistência de ideias intuitivas prévias). 	<ul style="list-style-type: none"> - Construir ou elaborar questionários com opções de respostas significativas (para o professor e para o aluno) que não sejam meros "distratores"; - as opções alternativas podem distrair o aluno e não proporcionar informação sobre as dificuldades de compreensão; - aprendizagem memorística se a resposta correta for uma reprodução fiel e literal da definição previamente trabalhada - podem produzir um conhecimento fragmentário e pouco relacionado. - a pouca interferência de aspectos procedimentais pode produzir uma deteriorização destas habilidades por não serem exercitadas.
Exposição temática (trata-se de uma técnica na qual o aluno necessita realizar uma composição ou exposição organizada, escrita normalmente, sobre determinada área conceitual, podendo ser genérica ou específica de relacionar dois ou mais conceitos)	<ul style="list-style-type: none"> - Induz o aluno a relacionar entre si conceitos de modo significativo; - a comparação, o estabelecimento de semelhanças e diferenças, a procura de analogias e de contra exemplos são técnicas e procedimentos favorecidos. - promove o uso de procedimentos de expressão oral e escrita. 	<ul style="list-style-type: none"> - o aluno reproduzir respostas "corretas" aprendidas anteriormente, desta forma, deve-se discorrer sobre a necessidade do mesmo utilizar suas próprias palavras, exemplos, vivências, analogias, etc.; - pode representar problemas durante a avaliação devido a carga procedimental (expressão oral e escrita) caso esta ainda não tenha sido adquirida pelos alunos.
Identificação e a	- Avalia a aprendizagem por meio	- O aluno pode simplesmente repetir

<p>categorização de exemplos (trata-se de solicitar ao aluno, por meio de técnicas de evocação ou de reconhecimento, que identifique exemplos ou situações relacionadas com um conceito, os erros são muito informativos e proporcionarão indícios para melhoras o ensino desses conceitos)</p>	<p>da ativação do conhecimento e, evita o risco da simples memorização. - avalia a capacidade de generalização de um conceito adquirido a novas situações, caso os exemplos sejam diferentes dos abordados em atividades anteriores.</p>	<p>exemplos apresentados anteriormente, neste caso, será necessário que a avaliação contenha casos ou situações nunca apresentadas. - o problema da generalização é que pode ser reduzida à medida que os contextos de aprendizagem e da avaliação tornam-se diferentes.</p>
<p>Aplicação à solução de problemas (trata-se de apresentar aos alunos situações-problema cuja solução exigisse a ativação de conceitos aprendidos anteriormente).</p>	<p>- É o tipo de avaliação mais completo, pois permite no mínimo a exposição e a categorização, além de auxiliar a consolidar procedimentos dirigidos à inferência e à solução de problemas.</p>	<p>- Não é fácil encontrar situações problemáticas viáveis e interessantes para os alunos; - não é fácil avaliar as repostas dos alunos, desta forma, o rendimento é afetado fundamentalmente pela habilidade no uso de procedimentos específicos para a solução de problemas.</p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Pozo (1998), p. 64-68

Cada um desses tipos de avaliação proporciona, segundo Pozo (1998), uma informação diferente sobre a forma como os conceitos foram adquiridos pelos alunos e, sem sombra de dúvida, a avaliação mais completa seria aquela que recorre a múltiplos critérios ou métodos complementares. Desta forma, as atividades avaliativas necessitam ser concebidas como uma continuação das atividades de aprendizagens necessitando estar intimamente ligadas a elas.

O mais conveniente para se avaliar o conhecimento conceitual, segundo Pozo (1998), seria durante o desenvolvimento das próprias atividades de aprendizagem que poderiam incluir todas ou algumas das técnicas discorridas no Quadro 03, pois o processo de avaliação necessita começar com uma análise dos conhecimentos prévios dos alunos e continuar durante o próprio processo de aprendizagem. O autor ainda discorre que a avaliação direcionada à mensuração de níveis finais de rendimento acaba sendo reduzida a um mero processo de qualificação.

3.3 Os registros de representação semiótica

Segundo Duval (2009), não é possível realizar o estudo dos fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação, pois não existe conhecimento que possa ser mobilizado por um sujeito sem que se ocorra uma atividade de representação.

Em sua obra, *Semiósis e Pensamento Humano* (2009), Duval discorre sobre três

retomadas da utilização das representações ao longo das pesquisas sendo a primeira: a representação mental a partir dos trabalhos de Piaget sobre *A Representação do mundo da criança* (1924-1926), no qual foram realizados estudos a partir das crenças e as explicações das crianças pequenas em relação aos fenômenos naturais e psíquicos, cujo método empregado para se realizar o estudo das representações mentais era especificamente um método de conversa. Já em 1937, na obra *O Nascimento da inteligência na criança*, Piaget recorre à outra noção de representação, evocação dos objetos ausentes, de forma a caracterizar o último dos estágios da inteligência sensorial-motora. Desta forma, segundo Duval (2009), a teoria piagetiana do desenvolvimento da inteligência se articula em torno da oposição entre o plano da ação e o da representação.

A segunda, a representação interna ou computacional a partir de 1955 – 1960, com as teorias privilegiando o tratamento, por um sistema, das informações recebidas de forma a produzir uma resposta adaptada. Neste sentido, a noção de representação torna-se, então, essencial como forma sob a qual uma informação pode ser descrita e considerada em um sistema de tratamento, tratando-se de uma “codificação da informação” (DUVAL, 2009).

E, a terceira, a representação semiótica, há uma dezena de anos no quadro dos trabalhos sobre a aquisição de conhecimentos matemáticos e sobre os consideráveis problemas de aprendizagem nesta área. As representações semióticas são relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou os gráficos cartesianos e podem ser convertidas em representações “equivalentes” em outro sistema semiótico e ainda tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza (DUVAL, 2009).

Segundo Duval (2012) os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos físicos. Desta forma, é necessário atribuir representantes para os mesmos e o tratamento destes está diretamente associado ao sistema de representação semiótico utilizado. Assim, é imprescindível a distinção entre um objeto e sua representação quando se pretende compreender a matemática.

Desta forma, as representações mentais compreendem um conjunto de imagens, e mais globalmente, nas conceitualizações que um indivíduo associa a um objeto, ou uma situação (DUVAL, 2012).

Já as representações semióticas, na perspectiva de Duval, são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e funcionamento. São exemplos os gráficos, os esquemas, os variados tipos de escritura para os números, as figuras geométricas, as escritas algébricas para

expressar relações e operações, a própria linguagem natural, entre outras (DUVAL, 2012).

Acerca do paradoxo cognitivo do pensamento matemático Duval (2012) aponta que a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser maior do que a apreensão conceitual, pois a atividade matemática torna-se possível apenas por meio das representações semióticas.

Definindo registro como “um campo de variação de representação semiótica em função de fatores cognitivos que lhe são próprios” (Duval, 2012, p.266), o autor classificou as formas discursiva e não discursiva dos registros de representação semiótica, além de distinguir que alguns registros são monofuncionais ou algoritmizáveis, pois necessitam de tratamentos mais específicos e formais, enquanto que outros, os multifuncionais, são mais amplos e utilizados em diferentes domínios. Tanto a distinção quanto a classificação podem ser evidenciadas a partir do Quadro 04 abaixo:

Quadro 04: Classificação dos diferentes registros

REGISTROS	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
MULTIFUNCIONAIS (não algoritmizáveis)	Língua Natural Associações verbais (conceituais) <ul style="list-style-type: none"> ✓ Forma de raciocinar argumentos a partir de observações, de crenças; ✓ Dedução válida a partir de definição ou de teoremas. Duas modalidades de produção: oral/escrita	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3) <ul style="list-style-type: none"> ✓ Apreensão operatória e não somente perspectiva; ✓ Construção com instrumentos.
	Representações auxiliares transitórias para as operações livres ou externas	
MONOFUNCIONAIS (algoritmizáveis)	Sistemas de escrita: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Numéricas; ✓ Algébricas; ✓ Cálculo. Uma modalidade de produção: escrita	Gráfico cartesiano: <ul style="list-style-type: none"> ✓ mudanças de coordenadas; ✓ interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2011, p. 118)

Assim, a caracterização de uma atividade matemática, do ponto de vista cognitivo, diferencia-se das demais ciências pelo fato do conhecimento matemático possibilitar mobilizar no mínimo dois registros de representação simultaneamente ou ainda permitir trocas, a todo o momento, de registro de representação (DUVAL, 2012).

Duval (2010) discorre que o fato de o aluno ter acesso apenas a um tipo de registro de representação pode limitar sua capacidade de reconhecer outras representações, impedindo-o de utilizar seus conhecimentos prévios e, conseqüentemente, de adquirir novos

conhecimentos, pois uma determinada representação para um objeto pode evidenciar ou ainda inibir certas características deste e, com isso, dificultar a aprendizagem de alguns conceitos.

As representações semióticas não servem apenas como um meio para que o indivíduo possa exteriorizar suas representações mentais de forma a se tornarem visíveis ou acessíveis ao outro, pois elas são de extrema importância para a atividade cognitiva do pensamento. Desta forma, Duval (2012) discorre que não há hierarquia entre as representações semióticas e as representações mentais.

Duval (2012) define dois conceitos para explicar as relações existentes entre os registros de representação semiótica e as representações mentais: a semióse (apreensão ou a produção de uma representação semiótica) e a noésis (apreensão conceitual de um objeto matemático) e ainda ressalta que os dois conceitos são inseparáveis, ou seja, não há noésis sem semióse “enquanto houver vontade de ensinar matemática” (DUVAL, 2012, p. 270).

Para que um sistema de representação possa se constituir em um registro de representação semiótica este necessita atender a três características essenciais estritamente ligadas à semiósis: formação, conversão e tratamento (DUVAL, 2012).

A formação é a representação de um registro dado, compreendendo a enunciação de uma frase, a composição de um texto, o desenho de uma figura geométrica, a elaboração de um esquema, etc. Nesta etapa, “ocorre a seleção de relações e de dados no conteúdo a representar que se faz em função de unidades e de regras de formação que são próprias do registro cognitivo no qual a representação é o produto” (DUVAL, 2012, p. 271), podendo ser compreendida como uma tarefa de descrição, quando comparadas.

O tratamento de uma representação compreende a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada, sendo compreendida como uma transformação interna a um registro. Duval (2012) discorre que existem regras de tratamentos próprios para cada tipo de registro, por exemplo, a reconfiguração, constitui-se em um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas que por meio de numerosas operações fornece ao registro de figuras o seu papel heurístico e a anamorfose, que também é uma forma de tratamento aplicada a toda representação figural.

A conversão de uma representação é a transformação desta em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. Neste sentido, a conservação é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter) (DUVAL, 2012). Como exemplos de conversão, tem-se a ilustração que compreende a conversão de uma representação linguística em uma

representação figural; a descrição é a conversão de uma representação não verbal (esquema, figura, gráfico) em uma função linguística.

Duval (2011) traz uma fundamentação específica para a atividade cognitiva na aprendizagem da geometria. De acordo com o autor, as figuras geométricas se constituem em registros de representação semiótica específicos na medida em que as operações figurais são as que permitem transformar uma figura em outra visando aparecer uma solução ou até mesmo produzir um contra exemplo.

As figuras geométricas se diferem de todas as outras representações devido ao fato de existirem várias maneiras de reconhecer as formas ou unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer umas exclua a possibilidade de reconhecer outras (DUVAL, 2011).

Duval (2011) considera que a atividade em geometria contempla três processos cognitivos cujas funções epistemológicas são: visualização que compreende a exploração heurística de uma situação complexa seja por observação ou por verificação subjetiva; construção que contempla o processo por instrumentos de configurações que permitem se constituir em um modelo, a partir do qual ações e resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados e raciocínio compreende o processo do discurso para a prova e a explicação.

A visualização de uma figura, na concepção de Duval (2011), perpassa a percepção visual, pois “ver” uma figura é reconhecer imediatamente as formas, ou seja, seus contornos fechados justapostos, superpostos e separados. Desta forma, para que seja possível “ver uma figura ou desenho matematicamente” é necessário modificar o olhar sem que a representação no papel seja modificada.

Segundo Duval (2011), para analisar o funcionamento cognitivo dessa mudança de olhar é necessário considerar a dimensão dessas unidades figurais: espaço tridimensional (3D), espaço bidimensional (2D), espaço unidimensional (1D) ou ainda pontos (0D). Para o autor, a mudança de uma dimensão para outra implica em um salto cognitivo considerável. Ainda, é ressaltado que a unidade figural da dimensão superior se impõe imediatamente à percepção, bloqueando o reconhecimento de todas as unidades figurais de dimensão inferior que ela envolve e que acabam por se fundir visualmente. Desta forma, para que seja possível ver geometricamente uma figura é necessário operar uma desconstrução dimensional das formas reconhecidas imediatamente em outras formas não reconhecidas, isto sem que nada mude a figura original.

As condições prévias para a descrição dos tratamentos pertinentes ao registro das

figuras geométricas exige uma análise semiótica para a determinação de unidades de base constituintes deste registro, das possibilidades de articulação das figuras e da modificação das figuras obtidas. (DUVAL, 2004). Quando estes tratamentos são feitos de maneira consciente, permitem que a figura cumpra sua função heurística.

Para Duval (2009), as atividades matemáticas direcionadas à geometria apresentam-se em apenas dois registros: a linguagem natural e a representação figural. Na língua materna é possível enunciar teoremas e definições e, conseqüentemente descrever; já as figuras permitem visualizar algumas das propriedades dos conceitos.

Duval (2009) discorre que, na geometria, para se realizar uma conversão entre registros é necessário que haja simultaneidade e interação entre os tratamentos figurais e discursivos, de modo que haja uma coordenação entre os tratamentos na língua natural e na figural. Desta forma, transitar entre os vários registros de representação trabalhando com conversões auxilia no entendimento no que se pretende ensinar.

Duval (2004) ressalta que um dos maiores problemas no ensino da matemática é que a coordenação necessária entre os tratamentos figurais e os tratamentos discursivos só acontece em pouquíssimos alunos, inclusive depois de muitos anos de educação básica e média.

Segundo Duval (2012) o trabalho com geometria nos remete às figuras, que conseqüentemente possuem propriedades heurísticas a serem exploradas, as quais podem ser representadas de diferentes formas e o aluno torna-se suscetível a interpretações distintas. Estas interpretações recebem o nome de apreensões e as diferencia em dois níveis. No primeiro, o sujeito opera o reconhecimento das diferentes unidades figurais que são distintas dentro de uma figura dada e, no segundo, o sujeito realiza modificações mereológicas, óticas, posicionais, das unidades figurais reconhecidas e da figura dada.

O primeiro nível, segundo Duval (2012), está diretamente ligado à percepção, e compreende três formas de apreensão:

- ✓ sequencial – quando o aluno percebe que a reprodução de uma figura depende de propriedades ou de um instrumento;
- ✓ perceptiva de formas – é possível evidenciar duas reações contraditórias no contato do aluno com uma figura a partir de um contexto: uma imediata (apreensão perceptiva de formas) e outra controlada pela interpretação dos elementos figurais, pois a figura representada possui uma estrutura perceptiva autônoma que para ser interpretada dependerá da congruência semântica entre a figura e o enunciado.

- ✓ discursiva – corresponde à interpretação das unidades figurais enfatizando-se a articulação dos enunciados baseados em uma rede estruturada semanticamente de propriedades do objeto.

Já o segundo nível, das apreensões operatórias, tem como característica as operações que o aluno realiza; desta forma, a apreensão operatória corresponde às modificações e/ou transformações possíveis na figura inicial de modo a auxiliar na resolução de algum problema. As modificações podem ser: mereológica (compreende a divisão de uma figura em várias subfiguras), ótica (corresponde as transformações de aumentar, diminuir ou deformar uma figura transformando-a em outra, de modo que seja vista como imagem da primeira) e posicional (correspondem às modificações que tratam do deslocamento em relação a um referencial, como deslocar, rotacionar, refletir).

Duas classes de operações são definidas na chamada apreensão operatória de uma figura (ou tratamento figural): as operações mereológicas de reconfiguração e de desconstrução dimensional. As operações mereológicas de reconfiguração apoiam-se na percepção; elas permitem modificações ou decomposições da figura em unidades figurais de mesma dimensão.

Já as operações de desconstrução dimensional das formas $nD \rightarrow (n - 1)D$ permitiriam “ver” matematicamente, ou seja, operar sobre “as formas que reconhecemos imediatamente em outras formas que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura afixada” (Duval, 2011, p.87). No caso de uma figura tridimensional ($3D$), a desconstrução refere-se a identificar, por exemplo, as faces bidimensionais ($2D$) de um poliedro. No caso de uma figura plana ($2D$), a identificar, por exemplo, os lados de um polígono ($1D$).

Neste trabalho, a teoria de Duval será utilizada para analisar as produções dos alunos nas tarefas que compõem a sequência didática. Serão analisados os processos de formação, tratamento e conversão dos registros de representação semiótica que designam a atividade cognitiva específica da aprendizagem do conceito de polígono.

3.4 O conceito de polígono

Proença (2008) e Domingos (2010) discutem sobre as diferentes definições sobre o conceito de polígonos, destacando, especificamente, dois casos:

- a) Se lhe fosse apresentado as Figuras 02(a) e 02(b) e perguntado se elas correspondem a polígonos, qual seria a sua resposta?

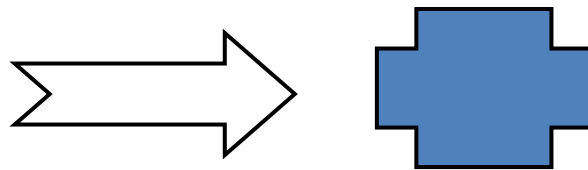


Figura 02: (a) polígono como contorno e (b) polígono como região interna e contorno

- b) E se lhe fosse apresentada as Figuras 03(a) e 03(b) e repetida a mesma pergunta: essas figuras correspondem a polígonos?

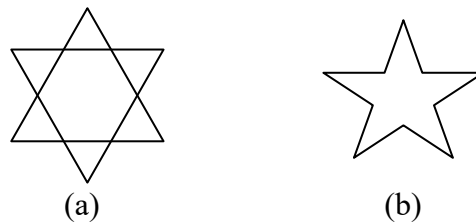


Figura 03: (a) estrela entrelaçada; (b) estrela não entrelaçada

Para as duas perguntas a resposta seria: depende da definição de polígonos que está sendo discutida (DOMINGOS, 2010), pois essa variação nas definições desses autores parece indicar que isso pode depender da interpretação de cada um (PROENÇA 2008).

A Figura 02(a) indica que um polígono é uma linha poligonal fechada em que as extremidades coincidem e a Figura 02(b) corresponde à união de uma linha poligonal fechada simples com sua região interna. Portanto, concluímos que, em uma delas, o termo polígono refere-se a uma região do plano limitada por um contorno e na outra, só o contorno é considerado polígono (Domingos, 2010).

Em relação às Figuras 03(a) e 03(b), Proença (2008) discorre que Dolce e Pompeo (1993) apresentam uma definição de polígono, da qual a figura entrelaçada é um exemplo e Barbosa (1985) explicita que os lados do polígono somente se interceptam em suas extremidades indicando que a figura estrelada não é um exemplo desta classe.

Além destas definições abordadas, realizou-se uma breve busca em alguns livros didáticos, do acervo da pesquisadora, a fim de identificar como alguns autores tratavam a definição de polígono.

Mori e Onaga (2012) em seu livro do sexto ano apresentam alguns exemplos de linhas poligonais e linhas não poligonais. Em seguida, apresenta a definição para linha poligonal “*é uma figura plana formada por segmentos de reta, em que dois segmentos de reta consecutivos não estão sobre uma mesma reta*” (p. 138). Exibe poucos exemplos discorrendo sobre linhas poligonais abertas e fechadas e apenas um exemplo de linha poligonal fechada simples, e define polígono como “*uma figura geométrica plana formada por uma linha poligonal*

fechada simples” (p. 139). E, posteriormente, discorre acerca dos elementos dos polígonos e suas classificações em convexos e não convexos, e regulares. Todos os exemplos são apresentados diretamente ao aluno.

Souza e Pataro (2012) em seu livro do sexto ano apresenta algumas obras de arte contendo figuras e já discorre que estas correspondem a polígonos. Logo em seguida define polígono como “*as formas geométricas planas cujo contorno é fechado e formado por segmentos de reta que não se cruzam são chamadas polígonos*” (p. 180). Posteriormente, discorre sobre os elementos de um polígono e suas classificações em relação ao número de lados, vértices e ângulos internos; polígonos convexos e não convexos e polígonos regulares. Todos os exemplos são diretamente apresentados ao aluno.

Bianchini (2015) também inicia a abordagem de polígonos por meio de uma obra de arte, de onde retira algumas linhas, poligonais e não poligonais. Em seguida, define linha poligonal e apresenta alguns exemplos; apresenta exemplos de linhas poligonais abertas e fechadas, simples e não simples. E, finalmente define polígono como “*toda linha poligonal fechada simples*” (p. 249). Depois discorre sobre polígonos convexos e não convexos; os elementos de um polígono e a classificação em relação ao número de lados e ângulos. O autor não aborda polígonos regulares.

Silveira (2015) inicia a sessão apresentando um mosaico de onde retira linhas poligonais e não poligonais. Em seguida, discorre sobre linhas poligonais simples e não simples, abertas e fechadas por meio de desenhos e, posteriormente define polígono como “*uma linha poligonal fechada simples com sua região interna*” (p. 222). Depois aborda polígonos convexos e não convexos, os elementos de um polígono e a classificação considerando número de lados. O autor, assim como Bianchini (2015) não discorre sobre polígonos regulares.

Desta forma é possível evidenciar que todos os autores aqui descritos - Mori e Onaga (2015), Bianchini (2015), Silveira (2015) e Souza e Pataro (2012) consideram como exemplo de polígono como o contorno da estrela não entrelaçada e, apenas Silveira (2015) discorre sobre a região interna.

Considerando as discussões a respeito de polígonos, esta pesquisa assumirá a seguinte definição: é uma linha poligonal fechada simples.

4. CONTEXTO DA PESQUISA

4.1 Problema

Destaca-se a pergunta norteadora desta pesquisa: como uma proposta de ensino na forma de uma sequência didática direcionada a alunos do sexto ano do ensino fundamental pode contribuir para a aprendizagem do conceito de polígono? Assim como as perguntas mais específicas que esta pesquisa pretende responder: como a organização lógica e hierárquica das atividades pode tornar a sequência didática potencialmente significativa? Como a predisposição e a mobilização de conhecimentos prévios podem favorecer a atribuição de significados? Como os registros de representação produzidos pelos alunos podem evidenciar a atividade cognitiva específica da aprendizagem de polígono?

4.2 Objetivos

Esta pesquisa tem por objetivo geral analisar as contribuições de uma sequência didática conceitual, direcionada a alunos do sexto ano do ensino fundamental, para a aprendizagem do conceito de polígono.

Especificamente, pretende-se:

- a) descrever as atividades e sua aplicação na sala de aula;
- b) analisar a potencialidade significativa da sequência didática, especialmente a estrutura lógica e hierárquica das atividades propostas;
- c) analisar algumas características relativas ao aluno, como a predisposição e os conhecimentos prévios mobilizados durante a aplicação da sequência;
- d) analisar as representações produzidas pelos alunos durante a aplicação da sequência (registros de representação semiótica).

4.3 Tipologia da pesquisa e coleta de dados

A presente pesquisa foi realizada a partir de uma ação pedagógica da própria pesquisadora, podendo, assim, ser caracterizada como “pesquisa do professor”, conforme aponta Carneiro (2008). Segundo o autor, pesquisas realizadas pelo professor podem não possuir preocupação com a originalidade, a validade e o reconhecimento por uma comunidade

científica, mas sim ter caráter instrumental e utilitário e buscar o conhecimento da realidade, para transformá-la, visando à melhoria das práticas pedagógicas.

O trabalho pretendeu atingir as etapas descritas por Fiorentini e Lorenzato (2009) para este tipo de pesquisa: a escolha de um tema oriundo de inquietações do professor, uma justificativa, uma revisão bibliográfica, uma questão norteadora, uma teoria que sirva de base para as análises de sua prática, um referencial metodológico, uma ação didática e, posteriormente, uma análise dos dados, as considerações finais e, a partir disso, a geração de um material didático pedagógico.

Optou-se, nesta investigação, pela abordagem qualitativa e descritiva, conforme nomeação dada por Lüdke (2001), pois se tem a preocupação de explicar o fenômeno educativo que ocorre na sala de aula, ou seja, a organização e aplicação da sequência didática e algumas características relativas aos alunos no processo de aprendizagem do conceito de polígonos.

Devido ao contato direto da pesquisadora com o objeto pesquisado, o método de coleta de dados empregado foi a observação, conforme aponta Ludwing (2012). Optou-se por esta técnica, pois, segundo o autor, permite capturar a perspectiva dos sujeitos investigados, como o modo de pensar, de sentir, seus valores, etc., possibilitando ainda descobrir aspectos novos do problema da pesquisa.

Em relação ao registro das observações, foram utilizadas algumas gravações e anotações em folhas avulsas – estas foram realizadas pela pesquisadora após as aulas e também pelos licenciandos do PIBID/UFU/FACIP/Matemática que a acompanharam nos dias da aplicação da sequência didática. Ressalta-se que as anotações foram realizadas próximas aos momentos da observação, com a finalidade de evitar esquecimentos, conforme aponta Ludwing (2012). Como as atividades foram realizadas pelos alunos em fichas em folhas de papel, estas foram recolhidas para que as respostas dos alunos – palavras, símbolos, desenhos, etc – fossem analisadas pela pesquisadora.

4.4 Contexto da pesquisa e participantes

A proposta de ensino foi descrita na forma de uma sequência didática, definida por Zabala (1998, p. 18), como “conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Como o objetivo é a aprendizagem do conceito de polígono, a proposta apresenta ainda traços das chamadas sequências didáticas conceituais

já que, conforme Viana (2015a, p. 78), estas pretendem “promover a aprendizagem significativa de conceitos (como foco) e também de procedimentos relativos a um conteúdo específico, além de favorecer atitudes favoráveis à matemática”.

A proposta foi escrita inicialmente no âmbito do PIBID/UFU/FACIP/Matemática devido ao fato de a pesquisadora ser supervisora e professora em uma das escolas parceiras do subprojeto. Ressalta-se ainda que os licenciandos (cinco alunos da universidade que são supervisionados pela pesquisadora) a acompanharam na aplicação das atividades, realizando anotações de aspectos observados durante a execução da proposta.

A pesquisa foi aplicada no município de Ituiutaba, localizado no interior de Minas Gerais, na Escola Estadual Coronel João Martins, nos horários em que a pesquisadora ministrava aulas na instituição e contemplou 32 discentes do sexto ano, do ensino fundamental, alunos da própria pesquisadora.

Os conceitos relativos a polígonos necessitam ser consolidados no sexto ano do ensino fundamental, conforme disposto em documentos oficiais tais como os PCN (BRASIL, 1998), o CBC de Matemática do EF (MINAS GERAIS, 2014), e a BNCC (BRASIL, 2015, 2016a,2017) – o que justifica a escolha pelo sexto ano.

A escolha desta instituição deu-se pelo fato de a autora ser professora efetiva de matemática nesta escola e também supervisora do PIBID/UFU/MATEMÁTICA/FACIP nesta mesma instituição. Uma das condições de participação do programa é que o mestrando esteja em efetivo exercício profissional, conforme pode ser constatado no parágrafo primeiro, do artigo 12, da Resolução nº 05/2013, do Conselho de Pesquisa e Pós-graduação (UFU, 2013) que dispõe sobre alteração e republica o Regulamento do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional.

4.5 Produto

Esta pesquisa gerou um material didático-pedagógico, denominado de produto educacional, de acordo com a Resolução nº 05/2013, do Conselho de Pesquisa e Pós-graduação (UFU, 2013) que dispõe sobre alteração e republica o Regulamento do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional e as orientações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES (BRASIL, 2009).

Esse produto educacional, apresentado na forma de uma sequência didática

implementada em condições reais de ensino, conforme disposto nas orientações para Aplicativos de Propostas de Cursos Novos (APCN) – da CAPES (BRASIL, 2016b), visa contribuir com a prática dos professores de matemática em espaços formais de ensino.

As atividades que compõem a sequência didática foram descritas de modo que professores de matemática possam adequá-las e aplicá-las em novos contextos e foram seguidas de uma breve fundamentação teórica além das reflexões oriundas da experiência de sua aplicação.

5. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SUA APLICAÇÃO

A sequência didática – que visava à formação do conceito de polígono a partir do conceito de linhas poligonais – continha seis atividades que envolviam o reconhecimento, a definição e a análise de propriedades (nomeação pelo número de lados, convexidade e regularidade). Pretendeu-se também favorecer o desenvolvimento da criatividade e de atitudes positivas em relação à geometria, o que, de certa forma, pareceu se distanciar do contexto apresentado em boa parte dos livros didáticos.

As atividades foram distribuídas ao longo de 15 aulas (50 minutos cada) e todas ministradas na própria sala de aula da professora duas vezes por semana, nos horários específicos destinados às aulas de geometria.

A seguir serão apresentadas as atividades, ressaltando seus objetivos, os materiais utilizados, os procedimentos realizados e alguns resultados.

Atividade 01 – Linhas poligonais e suas classificações

a) *Objetivo da atividade:*

- formar conceitos de linhas poligonais e linhas não poligonais; de linhas poligonais fechadas e abertas; de linhas poligonais simples e não simples a partir de exemplos e não exemplos.

b) *Materiais necessários:*

- material (apêndice A – linhas poligonais e suas classificações), ficha de trabalho (apêndice B), lápis, borracha, cola e caderno do aluno.

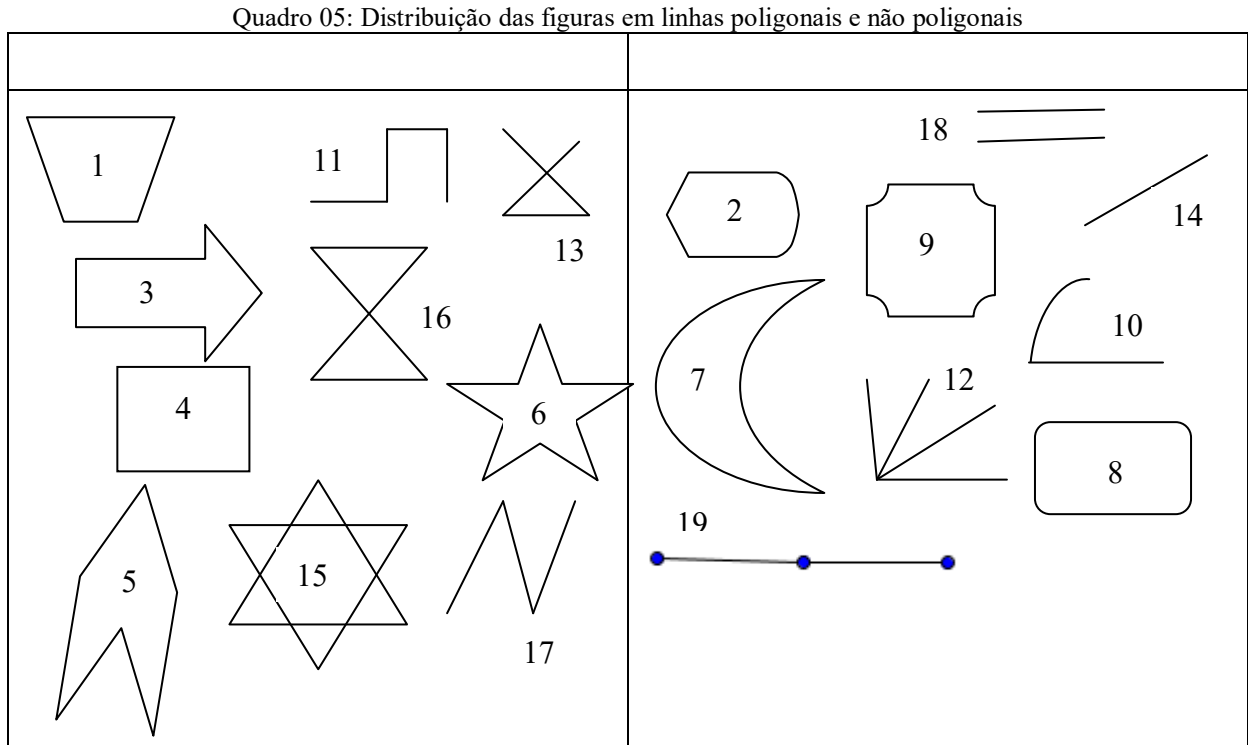
c) *Tempo de duração:* 4 aulas

d) *Descrição da atividade:*

A atividade foi aplicada em três partes e, para cada uma delas, foi distribuída uma parte do material (Apêndice A) e realizado praticamente o mesmo tipo de procedimento. A professora construía na lousa um quadro com duas colunas (representando dois grupos) e dispunha, inicialmente, uma ou duas figuras em cada coluna. A seguir, desenhava outra figura fora do quadro e indagava os alunos que deveriam decidir, a partir das características geométricas observadas, a qual grupo a figura pertencia. Após a disposição correta de todas as figuras, os grupos recebiam seus devidos nomes e os alunos preenchiam seus materiais.

Parte 1: Linhas poligonais e não poligonais

A professora construiu um quadro na lousa e desenhou, em uma coluna, a figura (1) representando uma linha poligonal; na outra coluna, a figura (2), uma linha não poligonal. O Quadro 05 mostra as figuras utilizadas.



Em seguida, desenhou outra figura, mas não a inseriu em nenhum dos grupos e por meio de discussões, os alunos tiveram que decidir a que grupo esta figura pertencia. A seguir, apresenta-se parte do diálogo:

Professora: Bem meninos, agora iremos ter que agrupar algumas figuras em dois grupos diferentes. Eu já fiz a primeira separação e agora quero que vocês decidam a que grupo as demais figuras irão pertencer. Vou desenhar uma figura de cada vez e teremos que decidir a que grupo esta nova figura irá pertencer observando algumas características comuns. Em qual grupo vocês colocariam a figura 3?

Vários alunos: No grupo 01.

Professora: Está certo o agrupamento, mas por que vocês decidiram pelo grupo 01 e não pelo 02?

Aluno A: Porque no outro grupo, a figura 02 tem curva e esta não tem.

Professora: Tudo bem, em um grupo a figura tem curva e no outro não, então do grupo 01, qual seria a característica destas duas figuras?

Aluno B: Todas as duas figuras tem "reta".

Aluno C: Reta não! É segmento de reta a gente já estudou essa coisa no começo do ano.

Professora: Então vamos lá, estas figuras são formadas por reta ou segmento de reta? Precisamos entrar num consenso, todo mundo concorda?

Alguém quer falar mais alguma coisa?

Aluno D: Eu lembro que a gente estudou que as retas eram infinitas, que não tinham nem começo e nem fim e nas figuras tem começo e tem fim, então retas não são, mas eu lembro que a gente ainda estudou duas coisas diferentes uma tinha começo e não tinha fim e a outra tinha começo e tinha fim, mas eu não lembro o nome direito, uma era segmento de reta, mas eu não sei qual destas duas coisas é.

Professora: Muito bom, a gente vai conseguir achar uma característica a partir disso. Alguém se lembra do que a colega está falando?

Aluno E: Eu lembro sim, o que era infinito eram as retas e o que tinha começo e tinha fim era segmento de reta, eu lembro porque errei na prova!

Risos

Professora: Risos. Então vamos lá! As retas são infinitas ou não?

Alunos: Infinitas.

Professora: E os segmentos de reta?

Alunos: Tem começo e tem fim.

Aluno E: Segmento de reta é como se a gente tirasse um pedaço da reta né?

Professora: Sim! Então estas figuras são formadas por retas ou segmentos de reta?

Alunos: Por segmentos de reta.

Professora: Então qual a característica das figuras do grupo 01?

Alunos: São formadas por segmentos de reta.

Em seguida, a professora desenhou a figura 3, do Quadro 05, na primeira coluna da tabela e as discussões dos agrupamentos das figuras da 4 até a 11 ficaram em torno de figuras que tinham apenas segmentos de reta e outras que tinham curvas ou eram arredondadas. As demais geraram outras discussões, evidenciadas a seguir:

Professora: E agora, onde iremos colocar a figura 12?

Alunos: No grupo 01!

Professora: E se eu disser que vocês estão errados?

Aluno E: Errado por quê? Ela também é formada só por segmentos de reta professora!

Professora: Então, mas ela pertence ao grupo 02 e não ao grupo 01.

Aluno E: Essa eu não entendi mesmo!

Professora: Quero que vocês tentem entender e me expliquem por que a figura 12 pertence ao grupo 02, mesmo sendo formada apenas por segmentos de reta.

(Silêncio na sala por um tempo, a discussão parou)

Professora: Vamos lá pessoal, nós já estudamos isto no comecinho do ano, vocês já esqueceram?

Aluno F: Eu não me lembro nem do que estudei ontem, risos...

Professora: Vocês se lembram dos números consecutivos? Vamos lá?

Aluno D: O consecutivo de 10 é 11, é sempre o número da frente.

Professora: Isto mesmo, o consecutivo nos dá a ideia de próximo e agora vamos trazer isto pra Geometria que vocês já estudaram!

Aluno E: Olhando pros desenhos, eu pensei assim, todas as figuras do grupo 01 eu consigo desenhar o segmento “da frente” sem tirar o lápis do lugar, já a figura 12 “pra mim” desenhar eu preciso tirar o lápis do lugar e começar de novo.

Professora: Estamos quase lá! Agora precisamos juntar as ideias de vocês.

Esse desenhar o segmento de reta “da frente” sem tirar o lápis do lugar com consecutivo.

Aluno D: O segmento “da frente” que ela falou é o mesmo que número consecutivo é o próximo segmento, então “pra mim” desenhar um segmento consecutivo eu não posso tirar o lápis do lugar.

Professora: Justamente! Dois segmentos são consecutivos quando se conectam em uma das suas extremidades. Todas as figuras do grupo 01 apresentam estas características, possuem segmentos de reta consecutivos?

Alunos: Sim!

As figuras 13, 14, 15, 16, 17 e 18 do Quadro 05, foram distribuídas corretamente e os alunos verbalizavam, durante a separação, a característica observada: segmentos de reta consecutivos e não consecutivos.

Na última figura, direcionou-se a discussão acerca de segmentos colineares e não colineares, conforme evidenciado no próximo diálogo.

Professora: E, finalmente, agora iremos classificar a última figura. Onde iremos colocar a figura 19?

Alunos: No grupo 01!

Professora: Risos.

Aluno F: Toda vez que a professora ri é porque a gente errou. Risos

Professora: Isto mesmo, vocês erraram de novo, a figura 19 pertence ao segundo grupo, agora quero saber por quê?

Aluno D: Ah professora, mas os segmentos são consecutivos por que ela não é do grupo 01?

Professora: Você está certo, os segmentos aqui também são consecutivos, mas tem outra característica aqui que faz ela não pertencer ao grupo 01. Qual será?

Silêncio na sala por um tempo.

Aluno F: Eu acho que é porque as figuras do grupo 01 têm mais de dois segmentos e as do grupo 02 não.

Professora: Realmente, as figuras do grupo 01 têm mais de dois segmentos, mas esta ainda não é a característica que justifica a classificação.

Aluno G: Todas as figuras do grupo 01 têm pontas.

Professora: Como assim pontas?

Aluno G: Assim, vem um segmento, uma ponta e outro segmento.

Aluno E: É mesmo tem uma ponta entre os segmentos.

Professora: Eu ainda não entendi essa ponta direito!

Aluno G: Quando tem o segmento o próximo eu preciso virar ele um pouco.

Professora: Hum, entendi agora! Mas esse virar, essa ponta, tem nome sabia? E vocês também já viram isso no início do ano, lá no primeiro bimestre quando a gente estudou reta, semirreta, segmento de reta, e segmentos de reta consecutivos.

Professora: Mais alguém quer complementar as ideias dos colegas? Ou lembra de mais alguma coisa?

Silêncio na sala novamente.

Professora: Essa ponta, que vocês estão dizendo que todas as figuras do grupo 01 possuem e a figura 19 não tem quer dizer que os segmentos das figuras do grupo 01 não são colineares e na figura 19 estes dois segmentos são colineares. Alguém lembra de segmentos colineares e não colineares?

Silêncio na sala novamente.

Professora: Colineares quer dizer mesma linha gente! Co significa mesmo e linear significa linha, lembraram?

Alunos: Sim!

Professora: Então vamos lá! A figura 19 apresenta segmentos colineares ou não colineares?

Aluno E: Todos os segmentos que estão desenhados na mesma "reta" são colineares.

Professora: Certinho! E as figuras do grupo 01 são colineares ou não colineares?

Alunos: Não colineares.

Professora: Por quê?

Aluno G: A professora ama um por que! rrsrrs São não colineares, por causa das pontas, se fossem colineares não ia ter ponta.

Professora: Todo mundo concorda? Quais são as características então das figuras do grupo 01?

Aluno D: São formadas por segmentos não colineares, porque tem pontas.

Professora: Só isso?

Aluno G: Não, tem os segmentos consecutivos também.

Professora: Justamente, então as figuras que formam o grupo 01, são constituídas por segmentos de retas, consecutivos e não colineares né?

Alunos: Sim!

Após a inserção da figura 19, foram dados os nomes aos dois grupos de figuras formados: linhas poligonais e linhas não poligonais.

Posteriormente, os alunos receberam a primeira folha do apêndice A, preencheram as lacunas e o quadro, conforme mostrado na Figura 04.

Figura 04: Apêndice A – Linhas poligonais e suas classificações preenchida por aluno

Linhas Poligonais

- Quando uma linha é formada apenas por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ela é chamada de linha poligonal.

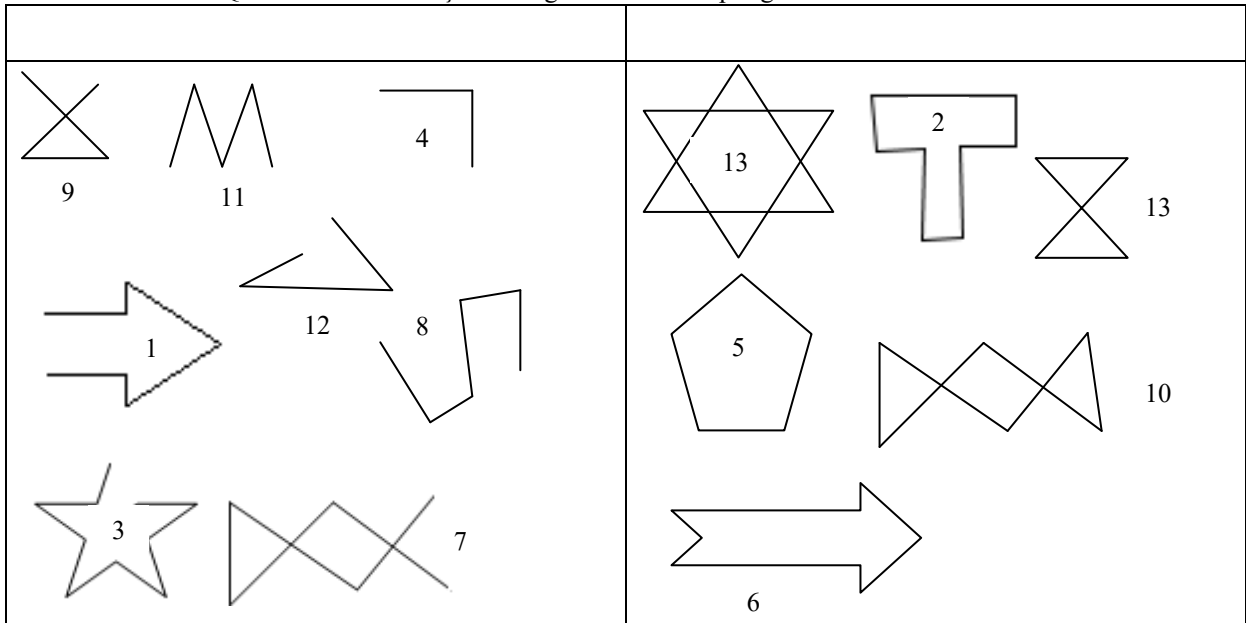
linha poligonal	linha não poligonal

Fonte: acervo da pesquisadora

Parte 2: Linhas poligonais fechadas e abertas

Analogamente à primeira parte, a professora também construiu um quadro na lousa, composto por duas colunas, onde dispôs as primeiras duas figuras 1 e 2, do Quadro 06, de modo a discorrer sobre linhas poligonais abertas e fechadas.

Quadro 06: Distribuição das figuras em linhas poligonais fechadas e abertas



Fonte: acervo da pesquisadora

Em seguida, a professora desenhou na lousa, fora do quadro, a figura 3, dando início às discussões.

Professora: Vamos lá meninos! Assim como na outra aula, hoje também iremos fazer a distribuição de figuras em dois grupos diferentes de acordo com as características comuns. Eu já coloquei aqui na lousa, as figuras 01 e 02, cada uma é de um grupo diferente. Agora eu quero que vocês decidam e argumentem também a que grupo irá pertencer a figura 03.

Aluno H: Ah! Essa até eu sei! É do grupo 1, porque ela não tá fechada, tá faltando um pedaço aí, igual a figura 1.

Professora: Nossa! Hoje até o “fulano” resolveu participar da aula! Risos.... É isso mesmo! A figura 3 pertence ao grupo 1 porque é aberta.

Aluno H: Mereço dez ponto! Risos...

Professora: Vamos voltar aqui no quadro pessoal, o colega disse que as figuras do grupo 1 estão abertas, faltando um pedaço todo mundo concorda?

Alunos: Sim!

Professora: E as figuras do grupo 2, são como?

Aluno E: Todas fechadas, não faltam nenhum pedaço.

Aluno G: Professora, sabe o que eu percebi também? Tem outra característica também!

Professora: Qual?

Aluno G: Tipo assim, na outra aula a gente falou de segmentos consecutivos né?

Professora: Sim

Aluno G: Então, na figura do grupo 2 os segmentos são consecutivos porque vem um atrás do outro, e também não estão na mesma linha por causa que tem ponta, e o que eu percebi ainda é que quando a gente desenha a figura a gente começa e termina no mesmo ponto não é?

Professora: Isso! A figura 2 é formada por segmentos de reta consecutivos e não colineares, mas as figuras do grupo 1 também são né! Agora isso que você falou faz sentido também, mas podemos melhorar um pouquinho essa fala. A figura 2 é uma linha poligonal fechada e a extremidade que a figura começa é a mesma que termina. Agora vamos ver se o que você disse vai valer para as próximas figuras ok?

As demais figuras foram distribuídas no quadro, sem muitas discussões já que as características foram levantadas já na terceira figura lançada, mas a aluna ao final discorreu sobre o questionamento levantado pela professora.

Aluno G: Professora eu percebi que é como eu te falei mesmo, pra desenhar a figura a extremidade do segmento que começa é o mesmo que termina, eu desenhei aqui e vi que vale pra toda figura fechada.

Professora: Certinho, isso vale pra toda linha poligonal fechada! Agora vamos lá, as figuras do grupo 01 possuem quais características?

Aluno E: São linhas poligonais e todas são abertas e as do grupo 02 são todas fechadas.

Professora: Ok! Então agora, aprendemos mais dois conceitos, de um lado temos as linhas poligonais abertas e de outro as linhas poligonais fechadas.

E, finalmente, os alunos receberam a segunda folha do apêndice A e a preencheram de acordo com o quadro construído na lousa, completando as lacunas faltantes, conforme mostra a Figura 05.

Figura 05: Apêndice A – Linhas poligonais abertas e fechadas preenchida por aluno

As linhas poligonais podem ser:

- Abertas quando são formadas por segmentos de segmentos de reta consecutivos e não colineares que não se fecham, ou seja, são abertas.
- Fechadas quando são formadas por segmentos de segmentos de reta consecutivos e não colineares que se fecham, ou seja, são fechadas.

ABERTAS	FECHADAS

Fonte: acervo da pesquisadora

Parte 3: Linhas poligonais simples e não simples

Analogamente as duas partes anteriores, a professora também construiu o quadro contendo as duas colunas e desenhou as figuras 1 e 2, do Quadro 07, representando uma linha poligonal simples e outra não simples como é mostrado no Quadro 07 abaixo.

Quadro 07: Distribuição das figuras: linhas poligonais simples e não simples

--	--

Fonte: acervo da pesquisadora

E novamente foram promovidas discussões acerca da classificação da figura 3. Nesta atividade, os alunos não discutiram tanto porque logo na terceira figura já perceberam as características comuns, destacando figuras que possuem segmentos que se cruzam (linhas poligonais não simples) e outras que não se cruzam (linhas poligonais simples), pois as características entre abertas e fechadas já foram discutidas na atividade anterior como é possível evidenciar no trecho do diálogo destacado em seguida.

Aluno H: Professora eu percebi que a figura do grupo 01 é aberta e a do grupo 2 é fechada, então eu colocaria a figura 3 no grupo 01 por ser aberta.

Professora: Hum está certo, esta é uma característica comum e coincidentemente a sua classificação também está certa, mas discutimos estas características de serem abertas ou fechadas na atividade anterior, nesta as características comuns são diferentes destas que você falou. A figura 3 faz parte do grupo 01, mas não é por esta característica. Vamos continuar olhando a próxima figura, a de número 04. Onde vocês a colocariam e por quê?

Aluno E: Ahhhh professora!!! Agora eu sei !!! Vamos colocar a figura 04 no grupo 02, porque olha lá, no grupo 01, as “retas” não se cruzam e no grupo 02 elas cruzam.

Professora: Ah??? Retas ??? Onde você está vendo retas?

Aluno E: Ah tanto faz, esqueci são segmentos de reta.

Professora: E aí turma? Alguém discorda da classificação da figura 04 no grupo 02, ou alguém aí faria outra classificação ou tem outra justificativa?

Alunos: Concordamos!

Professora: Vamos terminar então de classificar as demais figuras.

Ao final da classificação das figuras a professora apresentou aos alunos os conceitos de linhas poligonais simples e linhas poligonais não simples. Os alunos receberam a terceira folha do apêndice A e a preencheram de acordo com o quadro construído na lousa, completando as lacunas faltantes, conforme mostra a Figura 06.

Figura 06: Apêndice A – Linhas poligonais simples e não simples preenchidas por aluno

As linhas poligonais ainda podem ser:

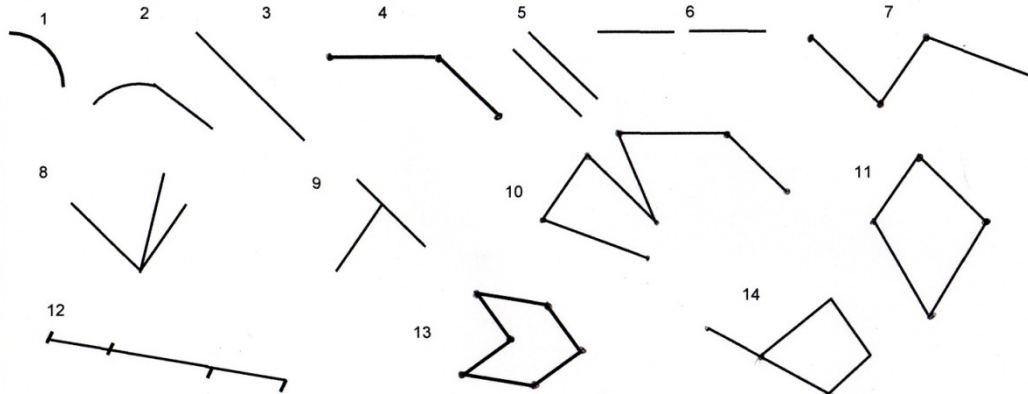
- simples quando são formadas por segmentos de reta que não convergem.
- não simples quando são formadas por segmentos de reta que se convergem.

SIMPLES	NÃO SIMPLES

Fonte: acervo da pesquisadora

Ao final, os alunos receberam e preencheram a ficha de atividade (apêndice B), na qual os alunos deveriam inicialmente classificar as linhas em poligonais e não poligonais, assim como discorrer discursivamente acerca do conceito de linhas poligonais e suas classificações, conforme é mostrado na Figura 07.

Figura 07: Ficha de atividade 01 – linhas poligonais



Classifique a partir da numeração, os desenhos em:

a) linha poligonal: 4, 7, 10, 11, 13

b) linha não poligonal: 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 12, 14

Agora responda:

a) O que são linhas poligonais? Do segmento de reta tem que ser consecutivos porém não pode ser
colineares.

b) Como elas podem ser? linha poligonal aberta das não formadas por segmentos de reta que não se fecham. <
linha poligonal fechada e não formadas por segmento de reta que se fecha, sendo os mesmos e desenhos
vão terminar o desenho. >

Fonte: acervo da pesquisadora

Atividade 02 – Desenhos com canudos

a) *Objetivo da atividade:*

- identificar linhas poligonais e classificá-las em abertas ou fechadas, simples ou não simples, por meio da decomposição de figuras.

b) *Materiais necessários:*

- fichas de atividade (apêndice C e D), cola, tesoura, canudos de diferentes cores, lápis, borracha e régua.

c) *Tempo de duração:* 2 aulas.

d) *Descrição da atividade:*

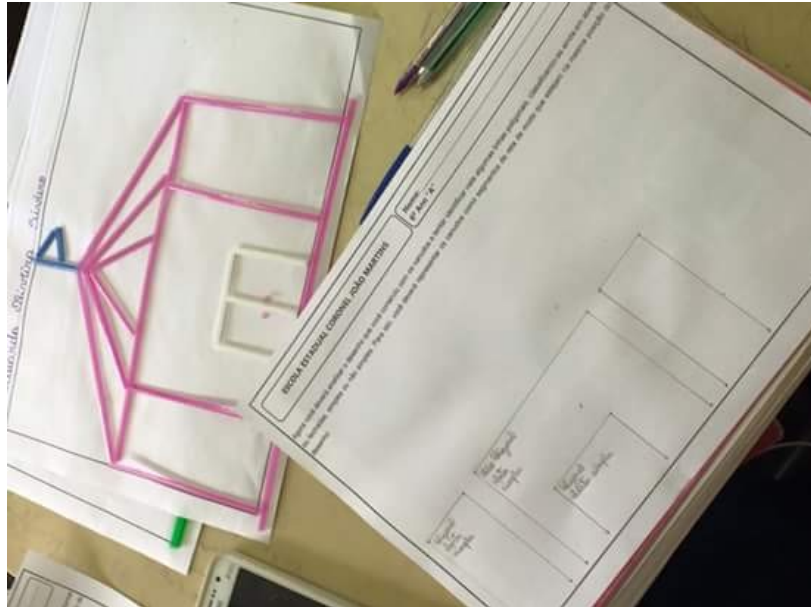
Em um primeiro momento, os alunos receberam a ficha de atividade (apêndice C) na qual construíram, individualmente, figuras a partir de canudos utilizando cola e tesoura. Posteriormente, estas figuras foram recolhidas pela professora e pelos licenciandos do PIBID de forma a serem analisadas as suas possíveis decomposições.

Em um segundo momento, os alunos receberam novamente suas respectivas fichas de atividades (apêndice C) – folha com os desenhos de canudos - e a ficha de atividade (apêndice D) na qual decompuseram – utilizando régua, lápis e borracha – a figura original em outras figuras identificadas como linhas poligonais abertas, fechadas, simples e não simples.

Finalmente, as fichas foram recolhidas para que posteriormente a professora pudesse analisar este material.

A Figura 08 ilustra uma produção da atividade realizada por um aluno.

Figura 08: Produções de desenhos com canudos e classificação das linhas



Fonte: acervo da pesquisadora.

Atividade 03 - Mapa conceitual

a) *Objetivo da atividade:*

- Classificar polígonos e não polígonos, polígonos convexos e não convexos a partir da utilização do mapa conceitual, como recurso didático.

b) *Materiais necessários:*

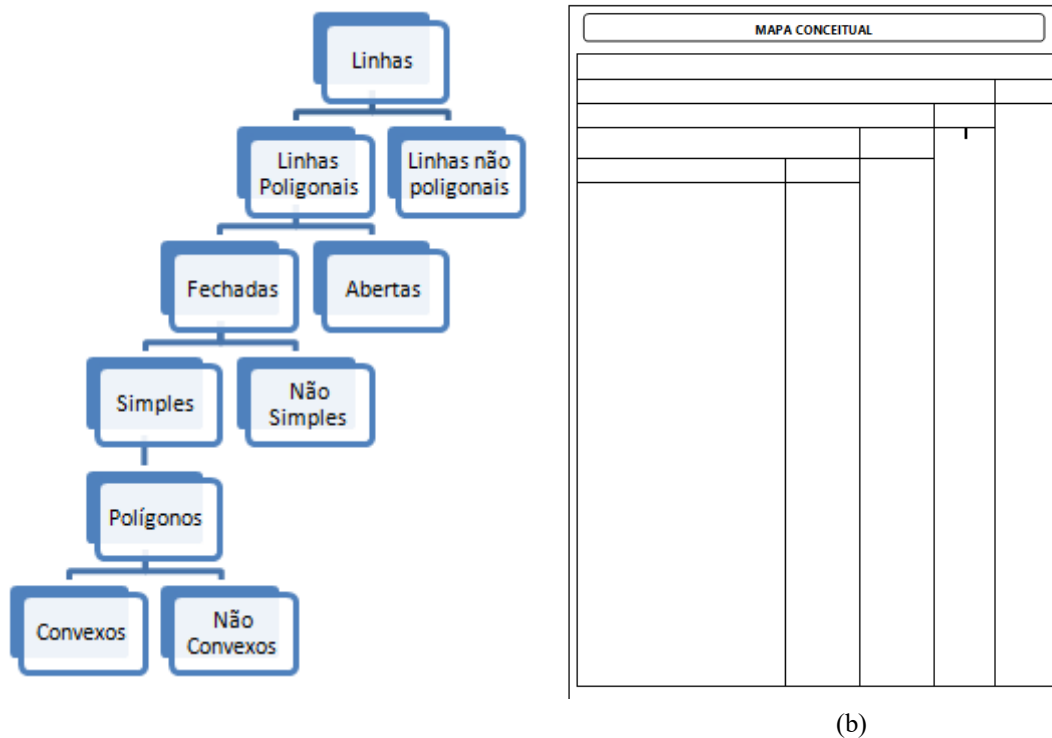
- material do aluno: ficha de atividade (apêndice E – mapa conceitual); envelope contendo 32 cartões numerados medindo 3cmx3cm em que estavam desenhadas linhas poligonais e não poligonais (apêndice F); cola; lápis; borracha; elementos dos polígonos (apêndice G); ficha de atividade (apêndice H – polígonos convexos e não convexos) e caderno do aluno;
- material do professor: cartaz contendo o mapa conceitual e figuras (apêndices E e F) em tamanho ampliado.

c) *Tempo de duração:* 3 aulas

d) *Descrição da atividade:*

Esta atividade utilizou como recurso didático o mapa conceitual, conforme apresentado na Figura 09(a), utilizando a classificação e a reclassificação das figuras contidas no envelope, representadas pela Figura 10.

Figura 09: Mapas conceituais (a) representando a estrutura lógica da atividade, (b) quadro utilizado para representar a estrutura conceitual



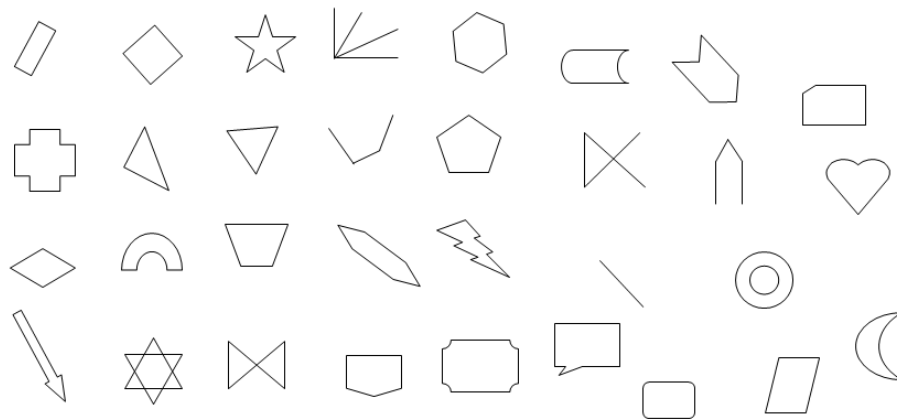
Fonte: acervo da pesquisadora

A professora fixou seu mapa conceitual, representado pela Figura 9(b), confeccionado na forma de cartaz, na parede e dispôs sobre sua mesa outros 32 cartões com as mesmas figuras contidas nos envelopes dos alunos, mas em tamanho 15cmx15cm para que pudessem ser vistos por todos os alunos durante as discussões.

Os alunos foram agrupados em grupos de quatro integrantes. Cada integrante recebeu seu mapa conceitual conforme apresentado na Figura 9(b) – apêndice E – e um envelope contendo os cartões com as figuras, representados pela Figura 10 – apêndice F –, estes foram sobrepostos na mesa de modo que as figuras ficassem voltadas para cima.

A professora solicitou aos alunos que observassem o grupo de figuras (Figura 10) e que tentassem agrupá-las em dois grupos distintos. Como já foram trabalhados vários conceitos na atividade 1, esperava-se que os alunos os utilizassem nesta atividade.

Figura 10: Linhas utilizadas na elaboração do mapa conceitual



Fonte: acervo do pesquisador

Foi dado um tempo para que os integrantes dos grupos discutissem sobre a divisão das figuras e as separassem em dois grupos distintos. Posteriormente, foram socializadas as divisões realizadas por cada grupo.

Professora: E aí meninos? Vocês conseguiram dividir as figuras em dois grupos distintos?

Alunos: Sim professora!

Professora: Agora vamos discutir então estas divisões, quero que alguns grupos nos digam como fizeram.

Grupo 01: Nós dividimos assim, tipo, de um lado as figuras que são linhas poligonais e de outro, as que não são linhas poligonais.

Professora: Ok, meninos! Algum outro grupo pensou diferente, ou fez uma outra classificação e quer mostrar para o restante da sala?

Todos os grupos disseram que fizeram a mesma classificação.

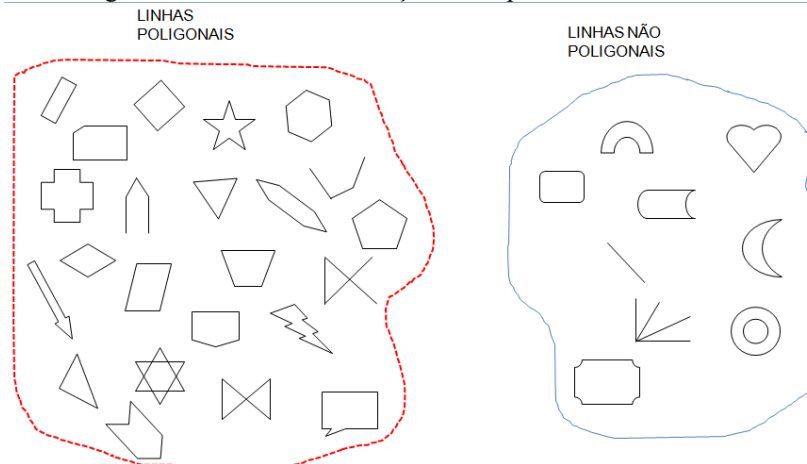
Grupo 03: Professora tem aquela figura que a gente discutiu que só tem segmento de reta, mas que não dava pra desenhar sem tirar o lápis do lugar.

Professora: Tem sim meninos, quero ver se vocês conseguiram classificá-la corretamente.

Como não houve outro tipo de separação a professora utilizando o seu cartaz colou a nomenclatura dos grupos (linhas poligonais e linhas não poligonais) na segunda linha do quadro.

Em seguida a professora conduziu as discussões para a classificação de todas as figuras, seguindo a ordem numérica destas, sendo possível ao final, distinguir as figuras que compunham cada grupo, conforme aponta a Figura 11.

Figura 11: Primeira classificação do mapa conceitual



Fonte: acervo da pesquisadora

Em seguida, as figuras que compunham o grupo das linhas não poligonais foram coladas pela professora em seu mapa conceitual, restando sobre a mesa apenas as linhas poligonais. Os alunos realizaram o mesmo procedimento utilizando seus próprios materiais (mapa conceitual e figuras).

Sobre a carteira restaram apenas as figuras que compunham o grupo das linhas poligonais. Novamente, a professora conduziu as discussões apresentadas pelos alunos, esperando que eles propusessem duas separações possíveis: abertas ou fechadas, ou ainda, simples e não simples (conceitos já trabalhados anteriormente), o que de fato ocorreu, conforme evidenciado no diálogo abaixo.

Professora: Vamos lá meninos, agora quero que vocês pensem em mais duas classificações, olhem para as figuras, discutam entre vocês e depois discutiremos todos juntos.

Passado um tempo...

Professora: Já deu tempo de todo mundo discutir as separações agora vamos ver se todo mundo fez igual ou se alguém pensou diferente.

Grupo 01: Nós separamos as figuras entre abertas e fechadas, igual a gente fez na outra aula de geometria.

Professora: Beleza! Algum grupo pensou diferente e fez outra classificação?

Grupo 03: A gente fez! A gente “separamos” assim, de um lado as que se cruzam e de outro as que não se cruzam.

Professora: Também está certo, mas vamos organizar a fala de vocês? Como se chamam as figuras que se cruzam? E as que não se cruzam?

Grupo 03: Ah, professora, o nome a gente “esquecemos”.

Grupo 01: Era assim quando se cruzam são não simples e quando não se cruzam são simples, nós gravamos os nomes porque as figuras simples são mais fáceis de desenhar e as não simples eram mais difíceis rsrs

Professora: Perfeito meninos! Mais alguém pensou em outra classificação?

Alunos: Não!!!

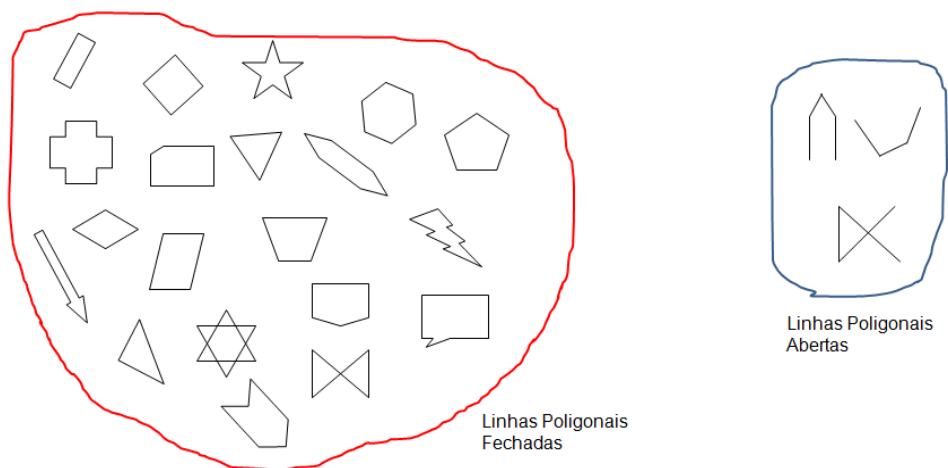
Professora: Certinho meninos era isso mesmo que eu queria que vocês

fizessem. Temos aqui duas classificações possíveis, o grupo 01, classificou como fechadas e abertas, e o grupo 03 como simples e não simples, só esqueceram o nome. Mas neste momento, eu vou querer manter a primeira classificação: fechadas e abertas, então vou dar um tempinho pra que todos os grupos consigam fazer a separação com calma. Os grupos que já realizaram a separação entre abertas e fechadas, por favor, confirmem suas figuras e os que ainda não fizeram façam agora pra podermos discutir agorinha a separação.

Após a separação ser realizada entre os membros do grupo analogamente à primeira separação, cada figura obedecendo a sua numeração foi discutida e classificada de acordo com suas propriedades comuns – serem abertas ou fechadas, onde ao final, foi possível obter os dois grupos distintos, conforme aponta a Figura 12.

Ao final, a terceira linha do quadro foi preenchida com as palavras fechada e aberta, respectivamente e as figuras que compunham o grupo das linhas poligonais abertas foram coladas no mapa conceitual, tanto no da professora, quanto nos dos alunos.

Figura 12: Classificação das figuras entre linhas poligonais fechadas e abertas



Fonte: acerco da pesquisadora

Após a separação entre abertas e fechadas, fez-se a terceira separação já antecipada pelos alunos do grupo 03, evidenciando-se o próximo diálogo:

Professora: Vamos retomar aqui, estas figuras que estão em cima da mesa possuem que características?

Grupo 02: São linhas poligonais.

Professora: Só isso?

Grupo 03: Não, também são fechadas, porque a gente acabou de colar as abertas.

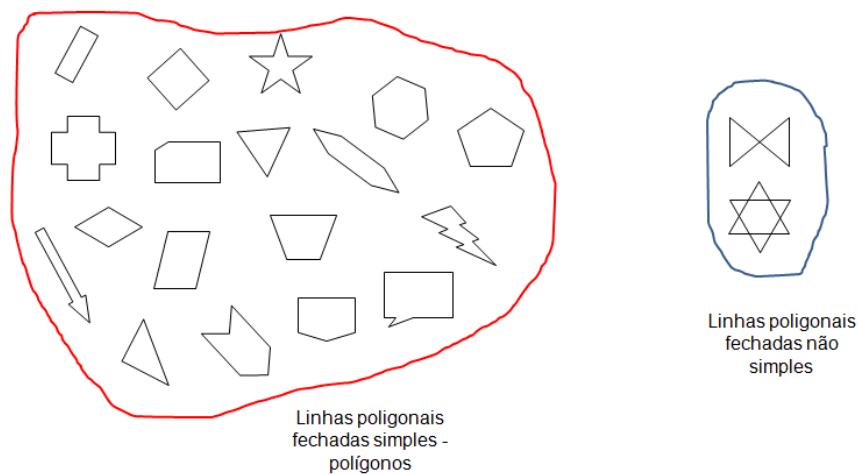
Professora: Justamente, então restaram apenas as linhas poligonais fechadas. Agora eu quero que vocês façam a próxima separação em dois grupos.

Grupo 03: Agora é a nossa! Vamos separar em simples e não simples.

Professora: Certo, vocês já tinham realizado a separação que eu queria, agora, vou dar um tempo para que cada grupo possa realizar a sua separação e agora começaremos a classificação geral da sala, discutindo as diferenças.

Analogamente as duas primeiras separações, deu-se a terceira. A professora juntamente com os alunos, separou figura por figura. Colando no mapa conceitual da professora as que pertenciam ao grupo das não simples, conforme ilustra a Figura 13.

Figura 13: Classificação das figuras em simples e não simples



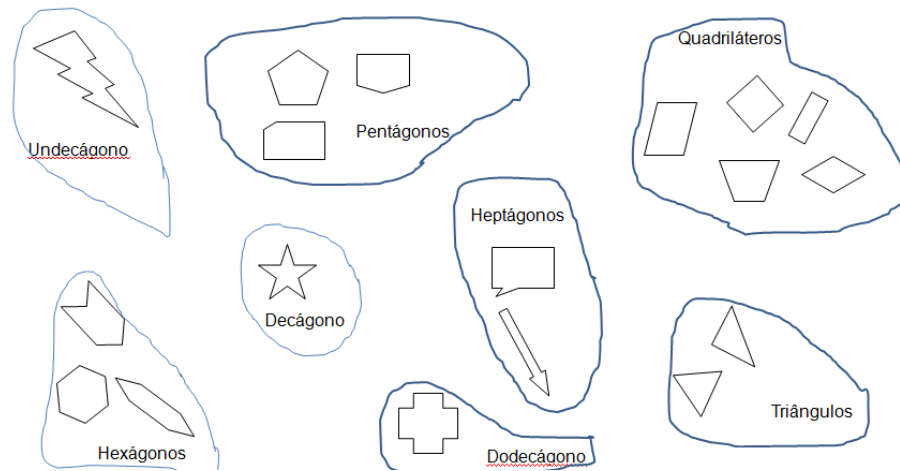
Fonte: acervo da pesquisadora

Não houve dificuldade durante esta separação e todas as figuras foram separadas corretamente. Assim como realizado anteriormente, após as discussões sobre a divisão dos grupos, os alunos preencheram o mapa conceitual, na quarta linha, com a classificação simples e não simples, respectivamente e colaram as figuras correspondentes ao grupo de linhas poligonais fechadas não simples.

Restou sobre a carteira apenas o grupo que possui a seguinte característica: são linhas poligonais, são fechadas e são simples. Coube à professora solicitar que estas características fossem ressaltadas e informar que este grupo de figuras receberia o nome de polígonos.

Ainda com os polígonos disponíveis sobre as carteiras, a professora solicitou aos alunos que agrupassem as figuras em outros grupos de livre escolha; esperava-se que eles fossem capazes de dividir as imagens em oito grupos, considerando o número de lados, conforme apresenta a Figura 14, porém os alunos não realizaram esta separação, fizeram grupos de quadrados, retângulos, triângulos entre outros.

Figura 14: Classificação das figuras de acordo com o grupo de lados

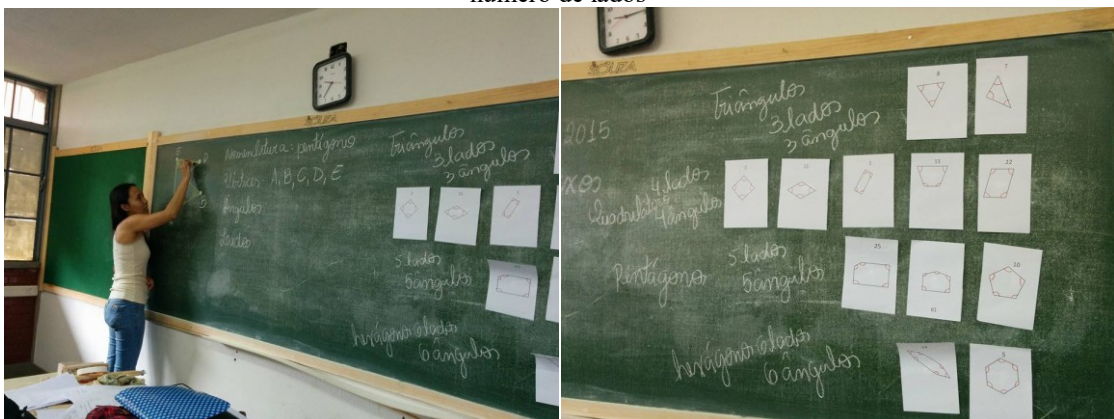


Fonte: acervo da pesquisadora

Desta forma, a professora solicitou a eles que separassem as figuras de acordo com os números de lados. Neste momento não foi necessário discorrer sobre o conceito de lado, pois ao longo do ano letivo já havia sido ressaltado em outras atividades.

Após a separação realizada pelos alunos em seus respectivos grupos, esta foi aberta para toda a sala. Para que fosse possível trabalhar esta parte da atividade, que envolvia a nomenclatura e os elementos do polígono, estes foram colados na lousa de acordo com o seu número de lados, conforme aponta a Figura 15.

Figura 15: (a) discussão sobre os elementos de um polígono (b) separação dos polígonos de acordo com o seu número de lados



15(a)

15(b)

Fonte: acervo da pesquisadora

Após a separação, os alunos receberam o material (apêndice G), que aborda a nomenclatura e os elementos de um polígono (lados, vértices e ângulos), o qual foi preenchido pelos alunos com o auxílio da professora, conforme destacado na Figura 16.

Figura 16: Apêndice G preenchido por um dos alunos
Toda linha poligonal fechada simples é denominada polígono.

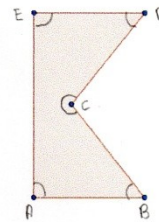
ELEMENTOS DE UM POLÍGONO

Nomenclatura: Pentágono

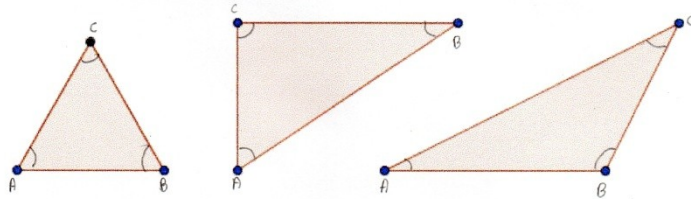
Vértices: A, B, C, D, E

Ângulos: \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , \hat{D} , \hat{E}

Lados: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DE} , \overline{EA}



NOMENCLATURA: Triângulo

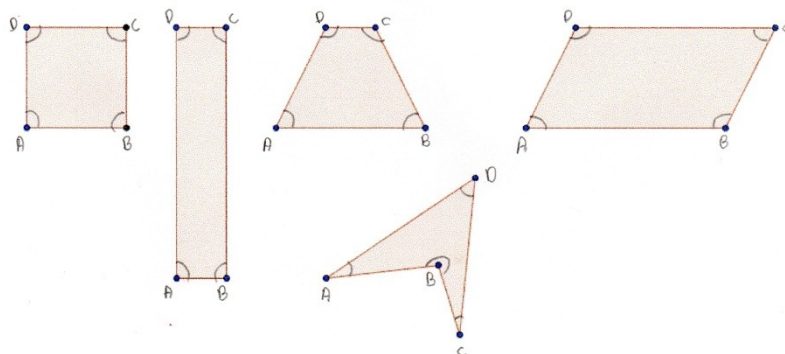


Elementos: 3 vértices: A, B, C

3 ângulos: \hat{A} , \hat{B} , \hat{C}

3 lados: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA}

NOMENCLATURA: Quadrilátero



Elementos: 4 vértices: A, B, C, D

4 ângulos: \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , \hat{D}

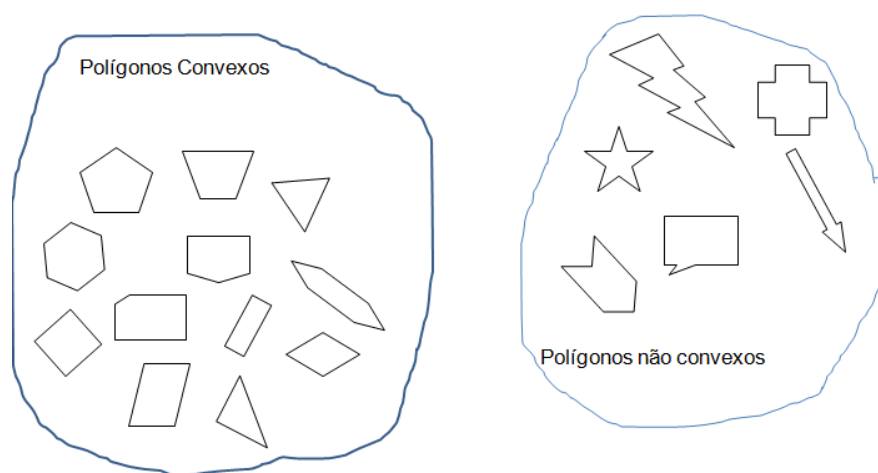
4 lados: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA}

Fonte: acervo da pesquisadora

Após o preenchimento da folha representada pela Figura 16, os polígonos foram guardados novamente nos envelopes para serem trabalhados em outra aula.

Em outro momento, estes mesmos polígonos foram trabalhados juntamente com o mapa conceitual. Novamente, os alunos foram agrupados em grupos de quatro integrantes. Inicialmente, os cartões com os polígonos foram dispostos sob a carteira e solicitados aos mesmos que realizassem uma nova separação em dois grupos distintos, de forma a se trabalhar os conceitos de convexos e não convexos, conforme mostra a Figura 17. Nesta etapa, os alunos ainda não haviam trabalhado com as propriedades que envolviam estas separações, assim, coube à professora conduzir as discussões, ressaltando que as separações partiram dos alunos e não dela.

Figura 17: Separação dos polígonos em convexos e não convexos



Fonte: acervo pessoal da pesquisadora

Os alunos por meio de discussões conseguiram separar corretamente quase todas as figuras em grupos distintos, dispendo erroneamente os triângulos e o hexágono irregular no grupo dos polígonos não convexos. Os diálogos a seguir mostram a discussão ocorrida.

Professora: Algum grupo conseguiu fazer a separação das figuras e quer começar a discussão?

Grupo D: A gente conseguiu. A gente “separamos” as figuras em dois grupos, os pontudos e os não pontudos, pensamos assim, as figuras que tem pontas, tipo as setas, a cruz, a estrela, os triângulos, o balão do gibi, e esse outro aqui achatado (hexágono irregular – cartão 27) nós o colocamos no grupo dos pontudos e os outros a gente deixou no outro grupo, que seriam os não pontudos.

Professora: Nossa meninos que legal esta separação que vocês fizeram, algum grupo pensou diferente.

Grupo B: Nós fizemos um pouco diferente professora.

Professora: Como vocês fizeram meninos?

Grupo B: Tipo a gente separou quase igual, só que a gente separou sendo bicudos e não bicudos, e deixamos os triângulos nos grupos dos não bicudos, o resto ficou igual professora, porque estes triângulos aqui a gente achou que não “tava muito bicudo” como as outras figuras.

Professora: Que ótimo gente, estou gostando de ver. Mais algum grupo que discutir o seu critério de separação com a gente? Ou um grupo quer convencer o outro sobre o problema dos triângulos, pois cada grupo colocou de forma diferente.

Grupo D: A gente fez assim e a gente pensa que tá certo.

Grupo B: A gente que fez certo, olha o triângulo não é bicudo não!

Percebe-se que os alunos conseguiram dispor as figuras utilizando critérios elaborados por eles mesmos e quase conseguiram realizar a separação em polígonos convexos e não convexos.

Como os dois grupos (B e D) realizaram a separação apresentando distinções e separando algumas figuras de forma incorreta - grupo D dispoindo os triângulos (cartões 7 e 8) no grupo dos polígonos não convexos – pontudos - e ambos dispoindo o hexágono irregular (representado pelo cartão 27) no grupo dos convexos, chamados por eles de grupos dos pontudos e dos bicudos, respectivamente, assim, para realizar a classificação correta foi necessária a intervenção da professora.

Professora: Muito bom, meninos! Os dois grupos que conseguiram fazer a separação estão de parabéns, os demais não quiseram participar nem da discussão, nem quiseram apresentar nada, então vamos partir da separação que os dois grupos apresentaram. Os dois grupos quase chegaram na separação que eu pretendia fazer, só que tem algumas figuras que estão em grupos errados. A característica que vocês apresentaram como bicudos e pontudos quase consegui realizar a separação correta. A separação que eu ainda quero tem que obedecer ao seguinte critério: “para quaisquer dois pontos que eu escolher dentro destes polígonos, o segmento de reta que liga estes dois pontos deve estar contido no polígono, que é a mesma coisa de estar dentro do polígono”. Então vocês precisam escolher pontos aí no polígono e ver se essa condição é válida para realizar a separação que vocês fizeram.

Após um tempo

Grupo B: Nós mudamos uma figura de lugar professora, colocamos essa aqui de seis lados (hexágono irregular em formato de seta – cartão 27) que estava no grupo dos bicudos no grupo dos não bicudos. O resto ficou igual.

Grupo D: Vocês fizeram errado de novo! Os triângulos são do grupo dos não bicudos, pega qualquer ponto ai e liga, vai estar tudo dentro da figura.

Grupo B: Espera aí

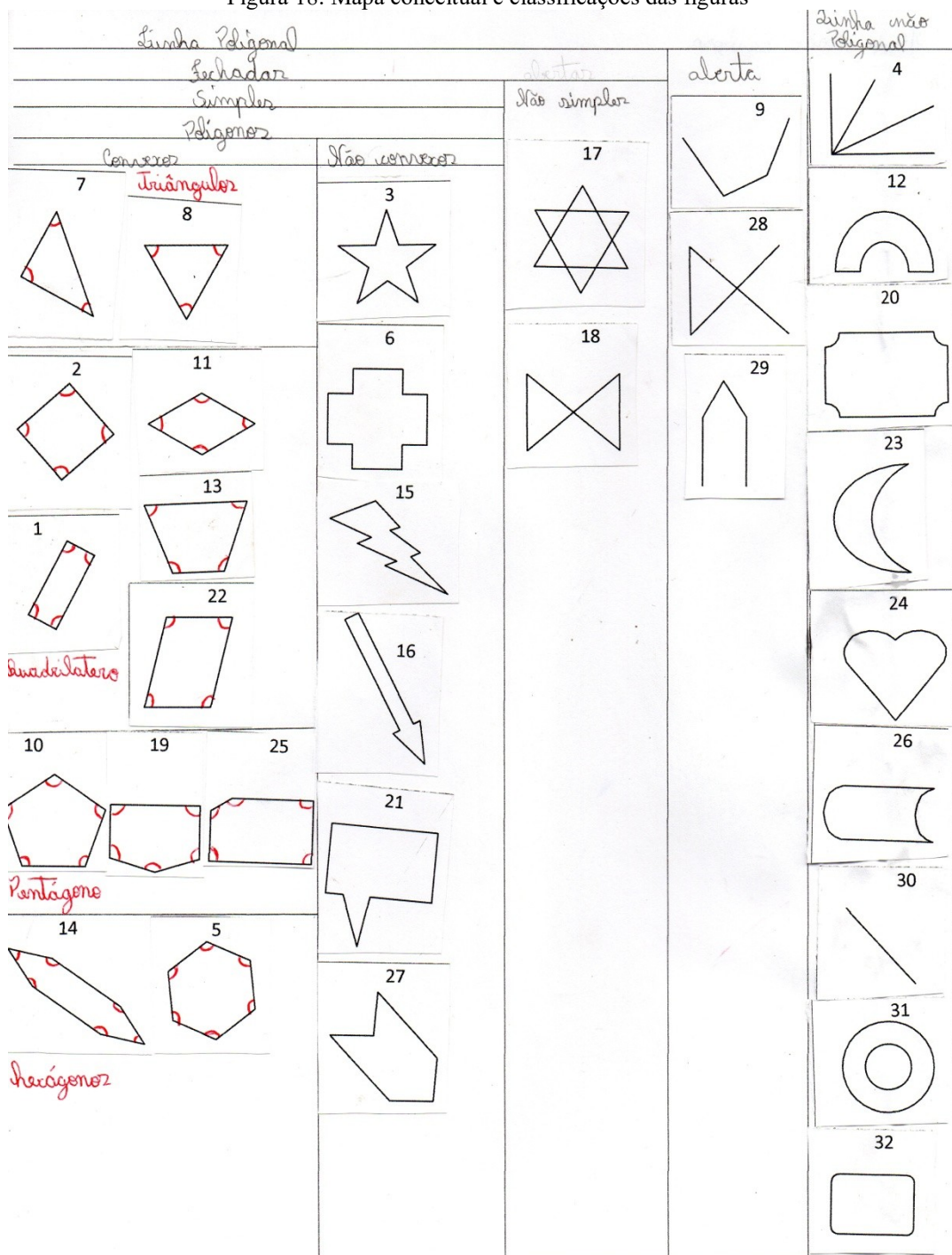
Grupo B: É mesmo professora a gente precisa colocar os triângulos no grupo dos não bicudos, a gente não tinha tentado com eles.

Grupo D: A gente só passou esse de seis lados (hexágono irregular – cartão 27) para o grupo dos não pontudos. O resto a gente manteve do jeito que tava antes.

Professora: Meninos, muito bom!!!! Vocês conseguiram separar direitinho as figuras, gostei muito da discussão. Então agora vamos nomear estes grupos, o grupo que vocês estão chamando de não pontudos ou não bicudos são chamados de polígonos convexos e o grupo dos pontudos ou bicudos de não convexos. A separação ficou perfeita!

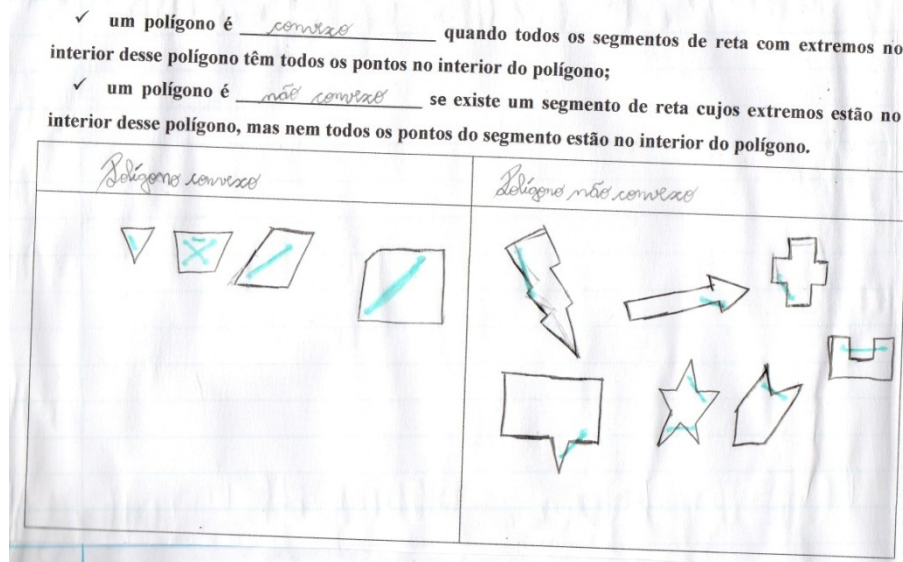
Após as discussões e a separação correta dos polígonos em convexos e não convexos, os alunos preencheram a última linha do mapa conceitual e colaram as figuras primeiramente os polígonos não convexos e, posteriormente, os polígonos convexos agrupando-os de acordo com o seu número de lados, vértices e ângulos, como é mostrado no mapa conceitual final, representado pela Figura 18 abaixo.

Figura 18: Mapa conceitual e classificações das figuras



Com o mapa completo, este foi colado no caderno do aluno, juntamente com o material do apêndice G e, finalmente, os alunos terminaram de preencher a ficha deste apêndice juntamente com a professora, conforme ilustra a Figura 19.

Figura 19: Apêndice G preenchido, conceitos de polígonos convexos e não convexos



Fonte: acervo da pesquisadora

Ao final, preencheram a ficha de atividade (apêndice H) que foi recolhida pela professora visando análise futura, a Figura 20 ilustra uma dessas fichas de atividades.

Figura 20: Ficha de atividade (apêndice H – polígonos convexos e não convexos)

Desenhe com a régua duas figuras que são polígonos, sendo uma convexa e outra não convexa e, duas figuras que não são polígonos (diferentes das figuras que a professora mostrou). Nos polígonos, identifique quais são os vértices, os lados, os ângulos internos e a nomenclatura em relação ao número de lados.

POLÍGONOS		NÃO POLÍGONOS
<p>POLÍGONO CONVEXO</p> <p>Nomenclatura: <u>Quadrilátero</u> Vértices: <u>A, B, C, D</u> Lados: <u>AB, BC, CD, DA</u> Ângulos: <u>Â, B̂, Ĉ, D̂</u></p>	<p>POLÍGONO NÃO CONVEXO</p> <p>Nomenclatura: <u>decaágono</u> Vértices: <u>A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L</u> Lados: <u>AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ, JK, KL, LA</u> Ângulos: <u>Â, B̂, Ĉ, D̂, Ê, F̂, Ĝ, Ĥ, Î, Ĵ, K̂, L̂</u></p>	

Agora responde: O que são polígonos? Polígonos são compostos por segmentos de reta, fechados e também simples.

Fonte: acervo da pesquisadora

Atividade 04 – Meu mundo poligonal

a) *Objetivo da atividade:*

- descrever o mundo físico por meio de representações geométricas, na forma de polígonos.

b) *Tempo de duração:* 1 aula

c) *Materiais necessários:*

- Notebook; datashow; apresentação em Power Point; ficha de atividade (apêndice I); régua, lápis e borracha.

d) *Descrição da atividade:*

Foram apresentadas aos alunos algumas representações de objetos na forma de polígonos, criados pelos integrantes do PIBID/UFU/FACIP/Matemática, por meio de uma apresentação de Power Point, como mostra a Figura 21.



Fonte: acervo da pesquisadora

Posteriormente, foi entregue aos alunos a ficha de atividade (apêndice I) e solicitado a cada aluno que imaginasse outro objeto do mundo físico, diferente dos apresentados, e o representasse na forma de polígono. A seguir, que destacasse os lados, vértices e ângulos internos, que classificasse o polígono em convexo ou não convexo, que o nomeasse em relação ao seu número de lados, vértices e ângulos internos.

Após a realização da tarefa, as fichas de atividades foram recolhidas para que pudessem ser analisadas nesta pesquisa.

A Figura 22 ilustra algumas destas fichas de atividades produzidas pelos alunos durante a atividade.

Figura 22: Ficha de atividade (apêndice I – meu mundo poligonal)

<p align="center">ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS</p>	<p>Nome: <u>Luísa Helena Barbosa</u> 6º Ano "A"</p>
<p>A partir da apresentação dos slides, com objetos na forma de polígonos, pense em um objeto e o desenhe na forma de polígono. E ao lado, destaque seus lados, vértices e ângulos e o classifique em convexo ou não convexo, regular ou não regular.</p>	
<p align="center">MEU MUNDO POLIGONAL</p>	<p align="center">LADOS, VÉRTICES, ÂNGULOS</p> <p>Nomenclatura: <u>Heptágono</u> Lados: <u>AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA</u> Ângulos: <u>A, B, C, D, E, F, G</u> Vértices: <u>A, B, C, D, E, F, G</u></p> <p><u>Não Convexo</u> <u>Não Regular</u></p>

<p align="center">ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS</p>	<p>Nome: <u>Rita de Cássia Martins Costa Souza - N.º 21</u> 6º Ano "A"</p>
<p>A partir da apresentação dos slides, com objetos na forma de polígonos, pense em um objeto e o desenhe na forma de polígono. E ao lado, destaque seus lados, vértices e ângulos e o classifique em convexo ou não convexo, regular ou não regular.</p>	
<p align="center">MEU MUNDO POLIGONAL</p>	<p align="center">LADOS, VÉRTICES, ÂNGULOS</p> <p>Nomenclatura: <u>Decágono</u> Lados: <u>AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ</u> Vértices: <u>A, B, C, D, E, F, G, H, I, J</u> Ângulos: <u>A, B, C, D, E, F, G, H, I, J</u></p> <p><u>Polígonos não convexo e não regular</u></p>

Atividade 05 – Polígonos regulares e não regulares

a) *Objetivo da atividade:*

- formar o conceito de polígonos regulares e não regulares utilizando instrumentos de medidas específicos.

b) *Tempo de duração:* 2 aulas

c) *Materiais necessários:*

- folha impressa contendo polígonos regulares e não regulares (apêndice J), régua, transferidor, lápis, borracha, tesoura, cola e caderno do aluno.

d) *Descrição da atividade:*

Os alunos receberam uma folha contendo polígonos numerados (apêndice J), desta vez, os polígonos não estavam recortados como na atividade do mapa conceitual. A professora solicitou aos mesmos que observassem as figuras e discorressem sobre possíveis características que pudessem separá-las em dois grupos.

Os alunos não conseguiram chegar a nenhuma classificação possível para separar as figuras em dois grupos distintos, o que era de se esperar. Assim, a professora solicitou aos alunos que medissem os lados dos polígonos e anotassem suas respectivas medidas nas figuras.

Nesta parte da atividade foi possível evidenciar que alguns dos alunos sequer sabiam medir os segmentos, não sabiam onde colocar a régua e tampouco como dar início ao procedimento. Assim, foi necessária a intervenção da professora e dos licenciando do PIBID, de forma individual, de forma a sanar as dificuldades encontradas pelos alunos.

Medidos os segmentos de todas as figuras a professora solicitou aos alunos se era possível com estas medidas agrupar as figuras em dois grupos diferentes.

Alguns alunos separaram de um lado as figuras que tinham segmentos que mediam 2cm de comprimento e, de outro, as que não tinham. A professora discorreu que esta ainda não era a separação que ela queria.

Assim, novamente foi solicitado aos alunos que medissem os ângulos internos dos polígonos e, assim como aconteceu no procedimento anterior, foi necessária a intervenção da professora e dos licenciandos para que conseguissem utilizar o transferidor e determinar a medida dos ângulos internos dos polígonos.

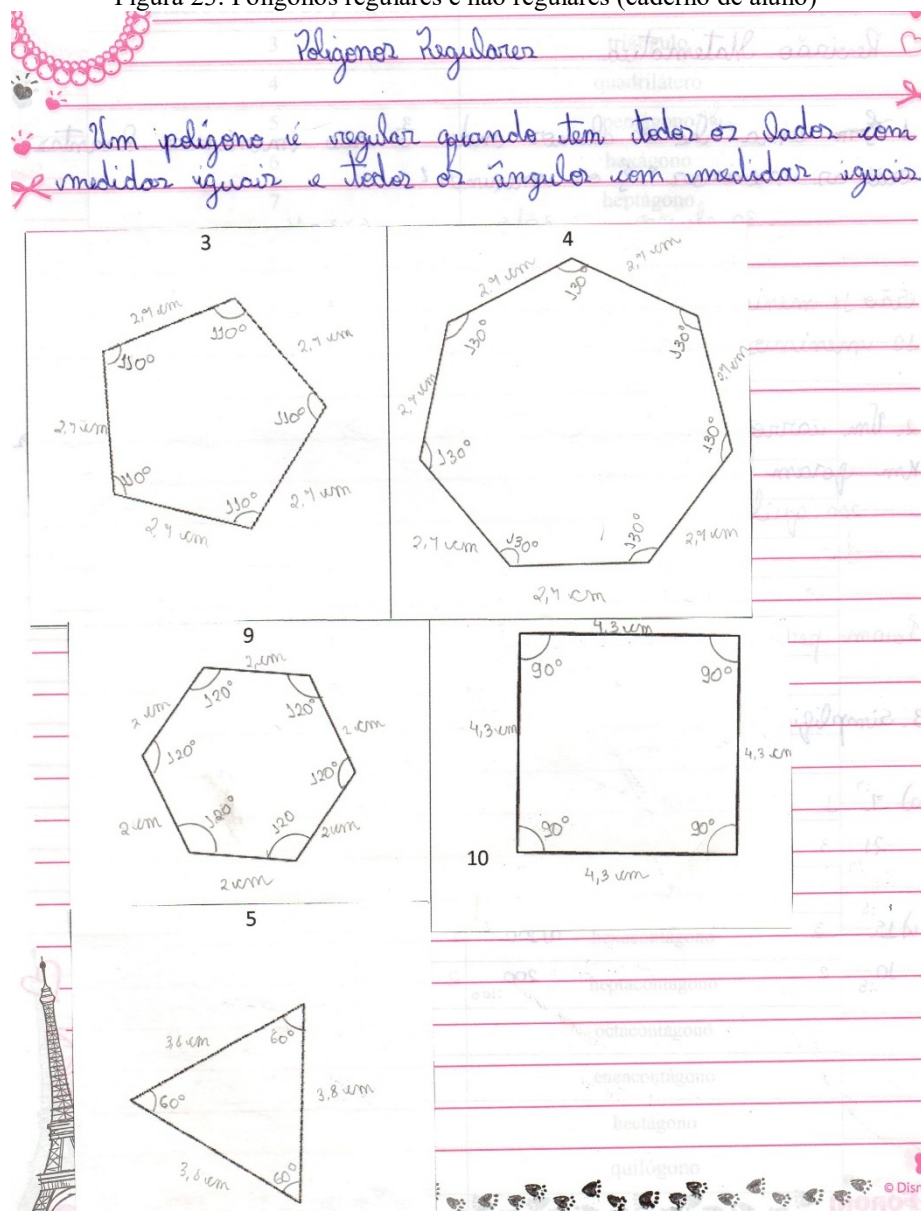
Após estes procedimentos a professora solicitou aos alunos que discorressem novamente sobre outra separação. Esperava-se, desta vez, que os alunos considerassem as

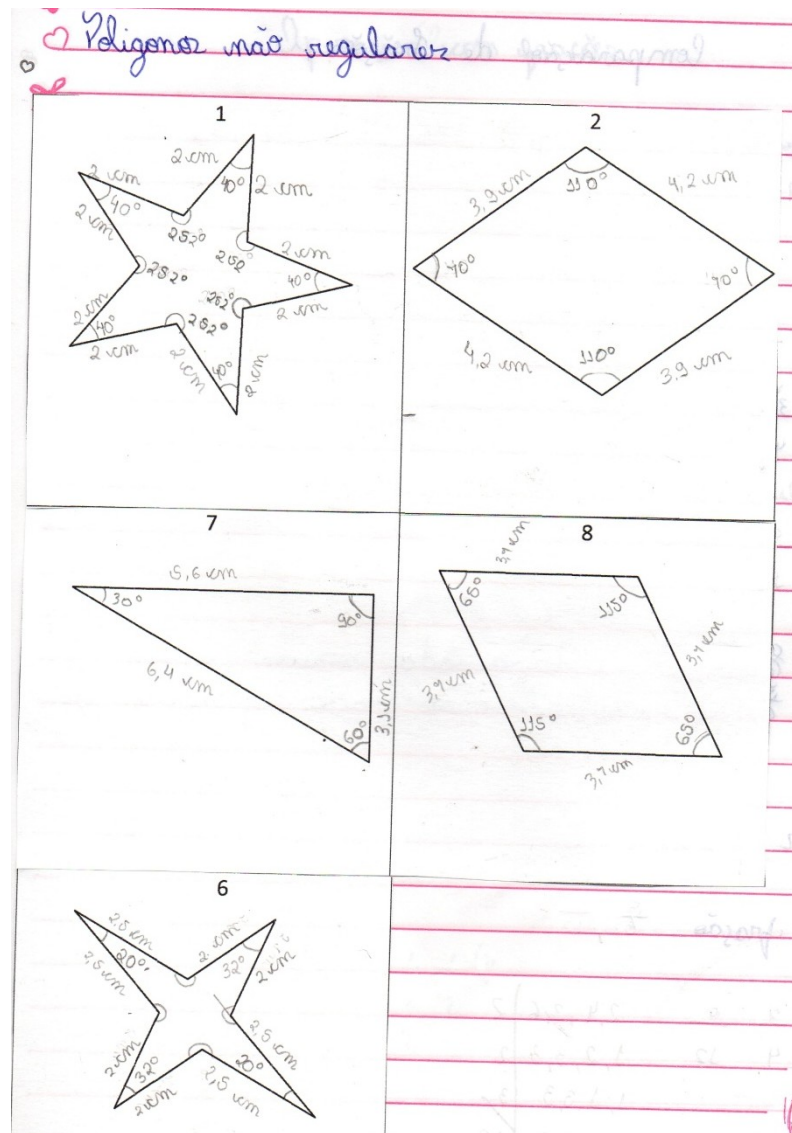
medidas de lados e ângulos iguais; caso isto não ocorresse, caberia à professora direcionar as discussões.

Realizada a separação correta a professora discorreu sobre o nome dos grupos: as figuras que tinham lados e ângulos internos com medidas iguais (congruentes) receberam o nome de polígonos regulares e as que não apresentavam estas características de polígonos não regulares.

Por fim, a formalização do conceito foi exposta, pelos alunos, na lousa que anotaram os conceitos no caderno, recortaram e colaram os polígonos em seus respectivos grupos, conforme ilustra a Figura 23.

Figura 23: Polígonos regulares e não regulares (caderno de aluno)





Fonte: acervo da pesquisadora

Atividade 06 – Quebra cabeça poligonal

a. *Objetivo da atividade:*

- avaliar os conceitos abordados nas atividade anteriores.

b. *Tempo de duração:* 3 aulas

c. *Materiais necessários:*

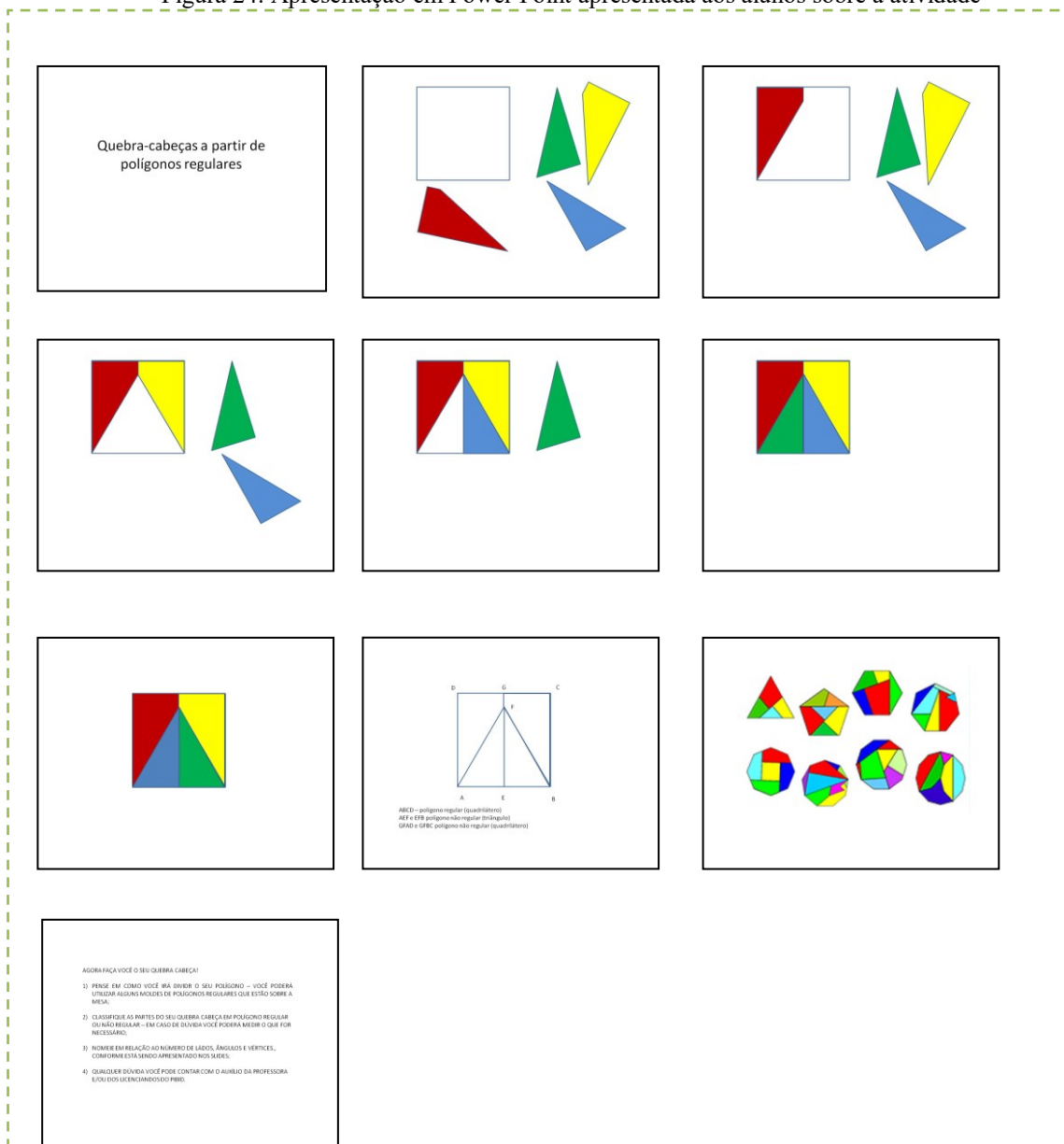
- notebook; datashow; apresentação em Power Point; 1 ficha de atividade (apêndice K – apresentação do quebra cabeça contendo nome do aluno e nome do polígono) impressa em papel cartão; 2 folhas da ficha de atividade (apêndice L – classificação da decomposição das peças do quebra cabeça) – uma em papel sulfite e outra em papel cartão; tesoura; lápis; borracha; moldes

de polígonos regulares (apêndice M) e sacos plásticos para armazenar as atividades dos alunos individualmente.

d. *Descrição da atividade:*

A apresentação da atividade foi realizada por meio de apresentação produzida em Power Point, conforme é apresentada na Figura 24.

Figura 24: Apresentação em Power Point apresentada aos alunos sobre a atividade



Fonte: acervo da pesquisadora

Foram formados grupos de três ou quatro alunos. Cada aluno recebeu, aleatoriamente, uma ficha de atividade (apêndice K) contendo um polígono regular. Foi solicitado ao aluno

que nomeasse o polígono em relação ao número de lados, vértices e ângulos internos (por exemplo, triângulo regular, quadrilátero regular, etc.) e que inserisse seu nome no campo respectivo, de modo a identificar sua produção. Esta ficha de atividade teve como intuito servir como molde para que os alunos pudessem sobrepor as peças nela de modo a obter a composição final.

Cada grupo recebeu também moldes de polígonos regulares (apêndice M) para que pudessem ser utilizados como moldes, caso os alunos, quisessem que polígonos regulares compusessem seus quebra cabeças. Além destes, cada aluno recebeu outra ficha (apêndice L) – impressa em papel sulfite – com o mesmo polígono que havia recebido anteriormente. Nesta ficha, o aluno teve que decompor seu polígono em outros polígonos, da forma que achasse mais conveniente, podendo inclusive utilizar os moldes de polígonos regulares que foram entregues anteriormente.

Os alunos receberam sacos plásticos, colocaram suas fichas de atividade nele e entregaram para a professora. Esta tirou cópia xerox da ficha de cada aluno (apêndice L) – que continha a decomposição do polígono regular – em papel cartão e inseriu esta folha no saco plástico de cada aluno.

Em outro momento, os alunos receberam novamente seu material e, inicialmente utilizaram a ficha (apêndice L), no papel sulfite, e classificaram as partes do seu quebra cabeça em polígonos regulares ou não regulares e nomearam em relação ao número de lados, ângulos e de vértices.

Foi necessário, nesta nova etapa, que a professora mostrasse novamente os slides produzidos para que os alunos se recordassem da atividade.

Realizado o preenchimento desta ficha, os alunos destacaram os ângulos internos do polígono que gerava todo o quebra cabeça e recortaram a folha xerocada em papel cartão de modo a constituir as peças do quebra cabeça.

O destaque dos ângulos internos do polígono gerador foi realizado de modo a auxiliar a montagem do quebra cabeça, na medida em que algumas decomposições geraram muitas peças.

Posteriormente, à confecção dos quebra cabeças os alunos puderam montar seus próprios quebra cabeças e trocá-los com outros alunos de modo a socializar as produções conforme aponta a Figura 25.

Figura 25: Alunos tentando montar os quebra cabeças



Fonte: acervo da pesquisadora

Os quebra cabeças puderam ser trocados entre os integrantes do grupo de modo a socializar a tarefa.

Algumas falas dos alunos puderam ser destacadas.

Aluno F: Eu gostei muito destas atividades, a gente nunca fez isso antes em nenhuma matéria, a aula “tá” muito mais legal.

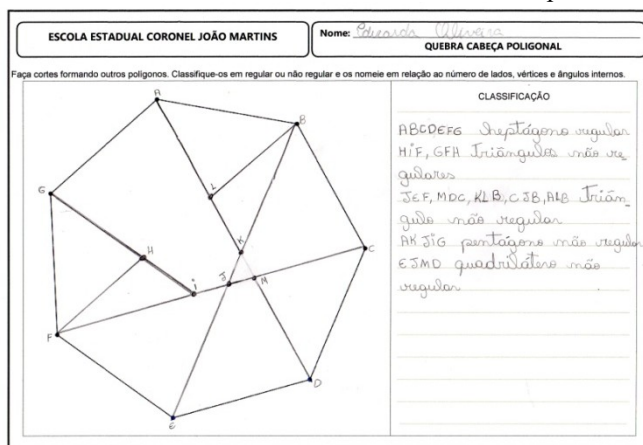
Aluno D: Toda aula podia ser assim, a gente aprende muito mais desse jeito do que ficar copiando um monte de “coisa” do quadro.

Aluno A: Eu gostei muito dessas aulas, todas poderiam ser assim, a gente teve um monte de atividade diferente e foi muito mais legal aprender assim.

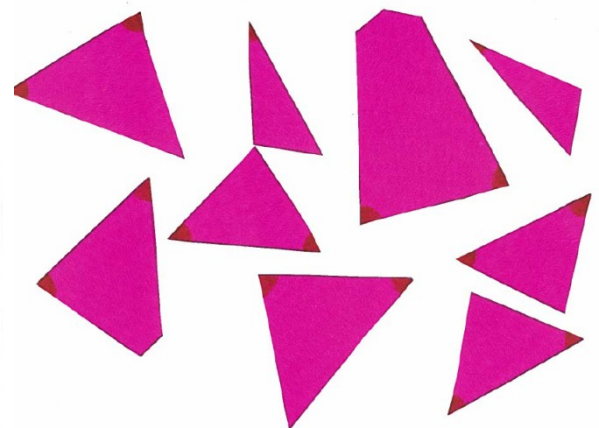
Aluno B: A atividade que eu mais gostei foi a do quebra cabeça, a gente aprendeu um monte de coisa e depois no final ainda pode brincar, mas tem uns que ficaram “difícil” de montar porque tem um monte de peça pequena.

As Figuras 26(a) e 26(b) destacam um dos kit's de quebra cabeças produzido nesta atividade.

Figura 26: (a) decomposição do polígono regular e classificação das peças (b) quebra cabeça poligonal produzido



(a)



(b)

Fonte: acervo da pesquisadora

6. ANÁLISES

Além da apresentação das atividades e de alguns resultados oriundos da aplicação da sequência didática conceitual, este trabalho teve, como um dos objetivos, analisar a potencialidade significativa da sequência didática, destacando a estrutura lógica e hierárquica das atividades propostas. Objetivou também analisar algumas características relativas ao aluno que devem ter favorecido a aprendizagem significativa do conceito de polígonos, destacando situações em que se evidenciaram a predisposição e a mobilização dos conhecimentos prévios durante a aplicação da sequência. Estas análises – expostas logo a seguir – referem-se às duas condições para que a aprendizagem significativa aconteça: a que se refere ao material a ser aprendido e a outra relativa ao sujeito que aprende. Segue também a análise de algumas representações produzidas durante as atividades, com base na teoria das representações semióticas, considerando a produção dos registros como uma característica relativa aos alunos e que direcionam o pensamento na atividade matemática.

6.1 A potencialidade significativa da sequência didática

A sequência didática elaborada para esta pesquisa envolveu três tipos de conteúdo, conforme classificação dos PCN (1998) e de Coll (1998): procedimentais, atitudinais e conceituais.

Os conteúdos procedimentais – caracterizados por Coll (1998) como um conjunto de ações ordenadas e orientadas – foram relativos à manipulação da régua e do transferidor, já que os alunos tinham que medir lados e ângulos dos polígonos para, posteriormente, classificá-los em regulares ou não regulares e também relativos à montagem do quebra cabeça encaixando-se os lados e os ângulos de forma a constituir o polígono regular.. Como foi verificado que nem todos dominavam esses procedimentos, a professora e os licenciandos do PIBID auxiliaram os alunos a posicionar os instrumentos e a fazer a leitura adequada das medidas, com explicações dadas na lousa e também de forma individual nas carteiras.

Foi possível verificar comportamentos que evidenciavam atitudes favoráveis ao longo do desenvolvimento das atividades, tais como, a participação durante as discussões permeadas e o envolvimento durante o preenchimento das fichas de registro, evidenciando assim conteúdos atitudinais.

E, finalmente, foram abordados conteúdos conceituais (fatos, dados e conceitos) relativos a linhas poligonais e a polígonos e suas classificações. Com base na definição de

conceitos proposta por Ausubel (2003) – que estes possuem atributos comuns de critérios comuns e podem ser representados por meio de símbolos ou signos – foram explorados o conceito de polígono a partir de seus atributos (linhas poligonais simples e fechadas, lados e ângulos) e, principalmente, as diversificadas representações simbólicas, estas registradas na lousa pela professora e nas fichas produzidas pelos alunos.

Em relação ao planejamento do material de aprendizagem, as atividades foram elaboradas obedecendo a uma organização interna hierárquica conceitual. Conforme Pozo (1998), os conceitos científicos pertencem a sistemas conceituais organizados e, por fazerem parte de uma hierarquia ou rede de conceitos, não podem ser ensinados como elementos isolados.

De acordo com o autor, é possível fazer uma distinção entre conceitos estruturadores (conceitos mais gerais) e os conceitos específicos, sendo que os mais gerais se encontram na parte superior da hierarquia, enquanto os conceitos específicos seriam conceitos subordinados a esses princípios. Desta forma, toda a sequência de atividades partiu do conceito mais geral de linhas (considerados como conhecimentos prévios) até contemplar conceitos mais específicos tais como polígonos convexos e não convexos, regulares e não regulares.

A opção por desenvolver a sequência didática a partir de um conjunto de figuras contendo exemplos e não exemplos foi tomada por que a cada figura apresentada era possível desencadear um tipo de específico de discussão de modo a resgatar conhecimentos prévios anteriormente trabalhados.

Conforme Pozo (1998) é importante avaliar o conhecimento prévio dos alunos a fim de conhecer as ideias principais acerca do assunto; o autor pondera ainda que existem diferentes maneiras de diagnosticá-lo, como a aplicação de questionários; a resolução de situações-problema e as entrevistas, individuais ou coletivas. Como a pesquisadora e professora da turma já havia trabalhado, ao longo do ano letivo, vários conceitos considerados âncoras para a aprendizagem de polígonos (ponto, reta, segmento de reta, ângulos), optou-se por conduzir o avanço das atividades por meio de perguntas direcionadas aos alunos que permitissem a eles relatar o que já sabiam, ou seja, as discussões geradas pela professora com seus alunos os induziam a resgatar a todo o momento os conhecimentos prévios necessários para o direcionamento das atividades.

O mapa conceitual adotado para direcionar as atividades foi baseado nas ideias de Moreira (2006) que afirma que no processo de ensino e aprendizagem o uso de mapas pode ajudar na definição da hierarquia conceitual, além de permitir a exploração de relações entre

conceitos, a evidência de semelhanças e diferenças significativas e a reconciliação de inconsistências reais ou aparentes. Vale salientar que o mapa bidimensional adotado continha conceitos mais inclusivos escritos em caixa no topo da hierarquia (linhas) e conceitos específicos, menos abrangentes, na parte inferior (polígonos convexos e não convexos), de modo a evidenciar a organização hierárquica.

Assim, considera-se que a sequência didática possuía uma organização interna, isto é, os conceitos não estavam apenas sobrepostos; havia a intenção de abordá-los a partir de uma estrutura lógica explícita, o que constitui uma característica de material potencialmente significativo, como pondera Ausubel (2003).

Cabe salientar ainda, que o vocabulário e a terminologia utilizados em cada atividade foram adaptados aos alunos na medida em que a maior parte das discussões partiu deles próprios. Coube à professora conduzir os diálogos de forma a auxiliar na formação dos conceitos, fazendo uso do vocabulário e da terminologia correta para cada representação. Como exemplo, cita-se o diálogo ocorrido na Atividade 1: ao dizer que as figuras eram formadas por retas, fez-se necessário discutir sobre os segmentos de retas, uma vez que estes eram os conhecimentos prévios necessários a serem mobilizados para o desenvolvimento da atividade. Outro exemplo é o encaminhamento dado à Atividade 3 (mapa conceitual), quando os alunos utilizaram o termo “bicudo” na identificação polígonos convexos e não convexos: o critério foi aceito, de início, para que fossem identificadas outras características da convexidade de polígonos.

Percebe-se, a partir dos diálogos estabelecidos, que a professora buscou mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos; a tomada de consciência dos aprendizes em relação às suas próprias ideias; o estabelecimento de conexões entre os conhecimentos prévios e a organização conceitual do conteúdo proporcionando as condições necessárias para que os estudantes pudessem dar sentido às tarefas que estavam realizando.

O uso da linguagem também foi essencial no desenvolvimento da sequência didática tanto no processo de elaboração quanto na aplicação. A linguagem permitiu, em diversas situações, que tanto a professora quanto o aluno manipulassem constantemente as representações, os conceitos e as proposições.

Segundo Ausubel (2003) a aprendizagem significativa de conceitos, dentro do âmbito escolar, ocorre a partir de duas dimensões, uma refere-se ao tipo de aprendizagem realizada pelo aluno (significativa ou memorística); e a segunda está relacionada à estratégia de instrução planejada, pelo professor, visando estimular a aprendizagem que vai da

aprendizagem por recepção até a aprendizagem por descoberta. Conforme se pode constatar na estrutura das atividades que compõe a sequência didática, tentou-se trabalhar com a estratégia de instrução por descoberta, na medida em que o conteúdo não era dado de início, pois se esperava que o aluno ordenasse e generalizasse suas ideias, no caso as relações entre os grupos de figuras e, só então, era apresentada a definição do conceito de polígono.

Porém, a sequência também apresenta traços da aprendizagem por recepção especificamente significativa, processo que, segundo Ausubel (2003) deve obedecer a, no mínimo, três requisitos. O primeiro é o levantamento dos conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem dos conceitos: neste caso, optou-se por iniciar a sequência por atividades que contemplassem os conceitos elementares de retas e curvas. O segundo requisito remete ao grau de reconciliação que o material de aprendizagem possibilita entre os conhecimentos novos e aqueles já enraizados: cada questionamento proposto pela professora tinha como objetivo fazer com que os alunos refletissem sobre suas ideias de modo a justificar suas crenças, a estabelecer relações de semelhança e diferença e a resolver contradições reais ou aparentes. E o terceiro indica o processo de formulação do material, em que foi necessário iniciar por conceitos elementares de retas e curvas, escolhendo cada figura que iria compor cada atividade, de modo que estas proporcionassem as discussões necessárias para a formação dos conceitos finais.

Foi possível verificar, assim como mencionado por Ausubel (2003), que a natureza do processo de instrução por recepção significativa exige um ensino expositivo que reconheça os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora no material de instrução.

Em relação ao processo de diferenciação progressiva, as atividades permitiam que os alunos diferenciassem os significados de suas ideias a partir do trabalho de classificação dos grupos de figuras. Como exemplos de diferenciação progressiva, cita-se a distinção entre as linhas – que podiam ser retas ou curvas, fechadas ou abertas, simples e não simples – na primeira atividade e a verificação do que ocorria com as medidas dos lados e dos ângulos nos vários polígonos apresentados na Atividade 05. Assim, o trabalho realizado favoreceu a organização hierárquica dos conceitos, num procedimento de cima para baixo em termos de abstração, generalidade e inclusão. Já a reconciliação integradora ocorreu nos momentos em que os alunos buscavam integrar os significados para formar os grupos de figuras com as mesmas características, por exemplo, os polígonos convexos, polígonos regulares etc.

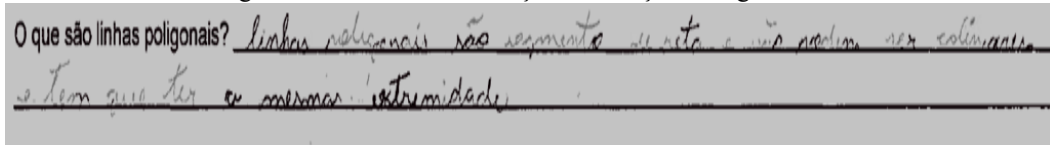
Na organização da sequência didática, houve preocupação em promover a aprendizagem representacional, já que o vocabulário específico da geometria foi evidenciado nas fichas de atividade e na linguagem utilizada pela professora. As atividades visavam à aquisição de vocabulário específico, podendo ter sido significativa para o aluno se este tiver conseguido realizar relações não arbitrárias – apesar de literais – entre as representações. Apesar de só ser possível utilizar vocabulário específico da geometria, buscou-se a atribuição de significados, por exemplo, a nomeação “segmento de reta” partiu da expressão “pedaço da reta” – surgida no diálogo estabelecido durante a aplicação da Atividade 01.

No que se refere à aprendizagem de proposições – em que novas ideias se expressam em uma frase ou oração que contenha dois ou mais conceitos – esta pode ter sido favorecida pela linguagem empregada na sequência. Quando o aluno disse, na definição de segmentos colineares, que “todos os segmentos que estão desenhados na mesma reta são colineares”, demonstra certo domínio da linguagem ao articular os conceitos de “segmento”, de “reta” e de “colineares” – ideias supostamente estabelecidas e relevantes existentes na sua estrutura cognitiva. Da mesma maneira, podem ser verificadas as fichas de atividade nas quais as conclusões das atividades eram apresentadas na forma de frases que continham relações entre vários conceitos e que deveriam ser preenchidas pelos alunos. Como exemplo, cita-se a frase: “um polígono é _____ quando todos os segmentos de reta com extremos no interior desse polígono têm todos os pontos no interior do polígono”.

As fichas de atividade utilizadas ao longo da sequência didática também puderam ser utilizadas como instrumentos para a avaliação fazendo-se uso, na perspectiva de Pozo (1998), de algumas técnicas de avaliação da aprendizagem conceitual tal como a definição do significado e a identificação e a categorização de exemplos, ambas evidenciadas nas fichas de atividade B (linhas poligonais e não poligonais) e H (polígonos - convexos e não convexos).

A partir da técnica de definição do significado, apresentada na Figura 27, foi possível evidenciar que alguns alunos produziram cópias literais da definição após as discussões acerca do conceito de linhas poligonais e não poligonais; já outros apresentaram o conceito com suas próprias palavras “*linhas poligonais são segmento de reta e não podem ser colineares e tem que tem a mesma extremidade*”, evidenciando que talvez tenha sido atribuído significado ao conceito.

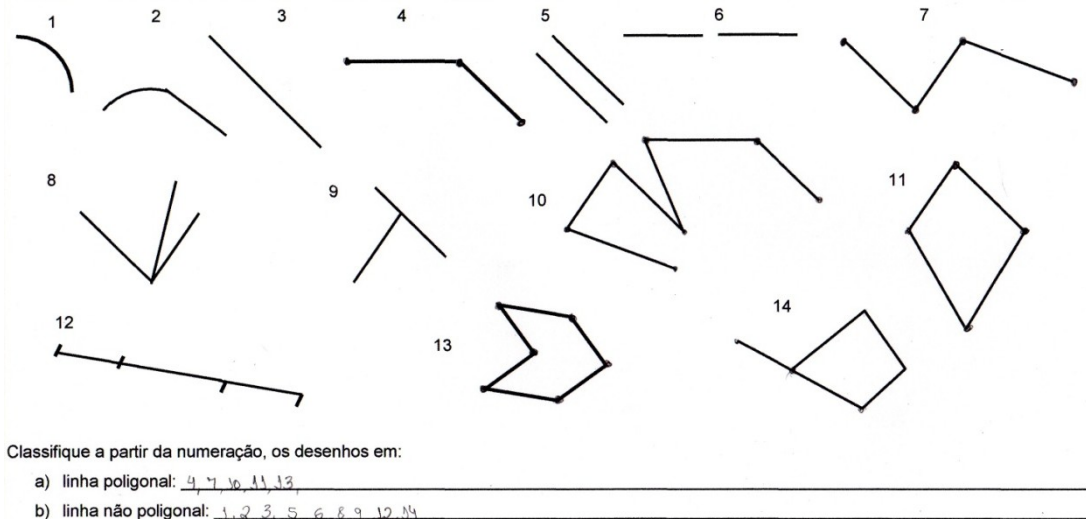
Figura 27: Técnica de avaliação - definição do significado



Fonte: acervo da pesquisadora

Já a atividade de identificação e categorização de exemplos, apresentada na Figura 28, visou avaliar a capacidade de generalização dos conceitos na medida em que alguns exemplos foram diferentes dos abordados nas atividades anteriores. Também foi possível evidenciar que alguns alunos apresentaram exemplos semelhantes aos já trabalhados pela professora e outros produziram seus próprios exemplos por meio da ativação do conhecimento.

Figura 28: Técnica de avaliação – identificação e categorização de exemplos



Fonte: acervo da pesquisadora

Mesmo sendo possível salientar as condições relativas ao material – que dizem respeito à organização lógica e hierárquica dos conceitos e das atividades e àquelas relativas ao vocabulário e à terminologia adequados aos alunos – para que ele seja potencialmente significativo, cabe ponderar que, de acordo com Ausubel (2003), aprendizagem significativa não pode ser considerada como sinônimo de aprendizagem de material significativo, na medida em que este processo é próprio do aprendiz. A segunda condição analisada, para que haja indícios de aprendizagem significativa, é relativa ao sujeito que aprende.

6.2 As condições relativas aos alunos

Segundo Ausubel (2003), a aprendizagem pode ocorrer de forma memorística ou significativa. A sequência didática apresentada foi elaborada com vistas à aprendizagem

significativa, na medida em que buscou a mobilização de conhecimentos prévios e a relação do conhecimento novo com ideias já existentes na estrutura cognitiva do sujeito.

Para aprender significativamente, é necessário que a nova informação interaja com estruturas específicas do conhecimento. Exemplifica-se que esta interação possa ter acontecido em diversos momentos, evidenciando-se as discussões das separações das figuras em categorias de exemplos e não exemplos das atividades 01, 03 e 05 em que foram tratados os temas relacionados a linhas poligonais e não poligonais, mapa conceitual e polígonos regulares e não regulares, respectivamente.

Ao longo do processo de elaboração da sequência didática buscou-se a atribuição de significados verdadeiros frente a cada conceito abordado e também a de sentido para todas as atividades realizadas, visando à compreensão dos conceitos. Para tal, os conceitos foram trabalhados de forma gradativa, almejando que o processo de aprendizagem fosse significativo.

A partir da estrutura de atividades apresentadas aos alunos e dos questionamentos realizados estes puderam ter acesso à aquisição de novas ideias frente aos conceitos e aos procedimentos – utilização da régua e do transferidor para medir os polígonos regulares e os não regulares – e relacioná-los aos conhecimentos relevantes em sua estrutura cognitiva, o que talvez possa ter originado significados verdadeiros. No entanto, cabe salientar que a estrutura de cada aprendiz é única; desta forma, todos os novos significados adquiridos são também obrigatoriamente únicos (AUSUBEL, 2003). Em outras palavras, cada sujeito aprendiz produziu um significado frente ao material na medida em que cada aluno produziu registros de representação únicos em suas respectivas fichas de registro.

Ausubel (2003) pondera que não se pode analisar separadamente características do material e das condições do sujeito aprendiz, na medida em que a motivação no empenho do esforço deliberado e intencional para a compreensão é uma das condições para que a aprendizagem seja significativa. Este esforço pode ser evidenciado em diversos momentos de discussões, na medida em que os alunos tentaram estabelecer relações entre os grupos de figuras, verbalizando suas propostas, discutindo entre os grupos as suas proposições.

Os alunos demonstravam buscar a atribuição de sentido às tarefas de aprendizagem com determinadas atitudes: faziam perguntas, comparavam as respostas, levantavam proposições, relacionavam as informações com outros conceitos etc. Seguindo as considerações de Coll (1998 apud POZO, 1998), os conceitos trabalhados não eram dados de

imediate, estes surgiam a partir das relações estabelecidas pelos alunos e conduzidas pela professora.

Pode-se dizer também, com base em Pozo (1998), que a compreensão dos conceitos trabalhados nas atividades demandou uma motivação mais intrínseca que extrínseca na medida em que o processo de aprendizagem exigiu dos alunos um esforço cognitivo pessoal para que pudessem estabelecer relações entre as figuras, participassem ativamente das discussões, preenchessem as fichas de registro, construíssem os quebra cabeças e, finalmente, tentassem montá-los corretamente.

A assimilação de conceitos – estes, por definição de Ausubel (2003), são objetos que possuem atributos específicos comuns e são designados pelo mesmo signo – deve ter sido favorecida pela linguagem e pelas figuras utilizadas na sequência, uma vez que as fichas de registro apresentaram muitos exemplos para polígonos, diferentes dos que foram abordados na sequência didática.

Em relação ao esforço cognitivo, também foi possível evidenciar que a maioria dos alunos empregou um esforço deliberado para relacionar os novos conceitos com os já existentes em sua estrutura cognitiva – condição para a aprendizagem significativa. Isso foi evidenciado nos diálogos ocorridos durante as discussões promovidas na tentativa de elencar semelhanças e diferenças no conjunto de figuras (atividades relacionadas a linhas poligonais e não poligonais; mapa conceitual e polígonos regulares). Também foi possível evidenciar o esforço nas demais atividades em que os alunos procuraram desenhar figuras (linhas poligonais, polígonos, polígonos convexos e não convexos) diferentes das apresentadas nas fichas e nos desenhos feitos na lousa pela professora.

Ressalta-se ainda que as atividades dos canudos, meu mundo poligonal e quebra cabeças além de auxiliarem a mobilizar os conhecimentos prévios para a assimilação dos conceitos visavam também promover atitudes favoráveis à geometria na medida em que, segundo Pozo (1998), requeriam atitudes necessárias para a aprendizagem significativa: esforço deliberado para relacionar os novos conhecimentos com conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva; orientação para aprendizagens relacionadas com experiências, fatos ou objetos; e envolvimento afetivo para relacionar os novos conhecimentos com aprendizagens anteriores.

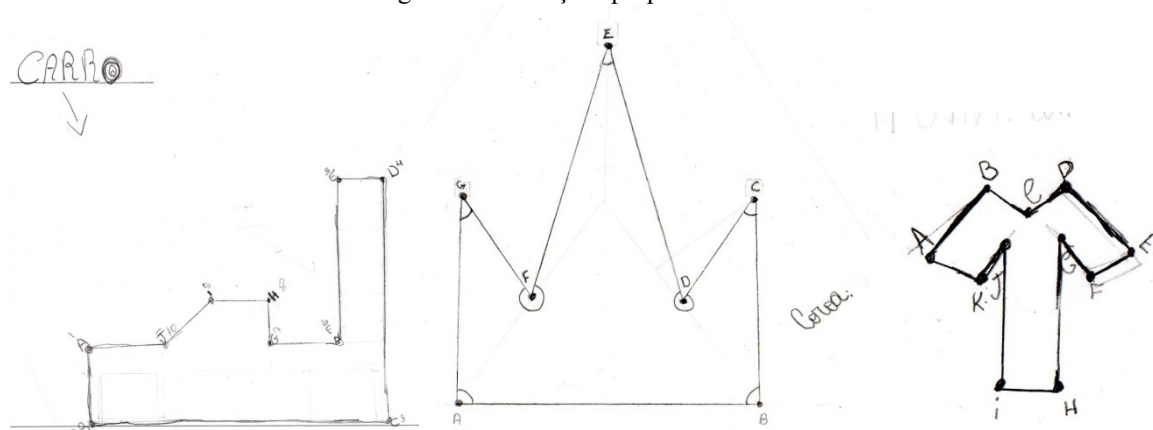
Note-se que tanto a atividade dos canudos quanto a do meu mundo poligonal levava os alunos a recordar experiências de manipulação de objetos, a evocar imagens mentais de objetos conhecidos e reproduzi-los na forma de segmentos de reta. Isso pode ter colaborado

para um envolvimento afetivo para que os alunos relacionassem os novos conhecimentos com aprendizagens anteriores.

Tanto essas duas atividades assim como a elaboração e montagem do próprio quebra cabeça pode ter levado os alunos a desenvolverem sentimentos de confiança em sua capacidade de aprender, característica das atitudes favoráveis à matemática e um dos objetivos dessa disciplina no ensino fundamental, assim como apontado pelos PCN e pela BNCC. Dessa forma, considera-se que as atividades citadas buscavam favorecer as atitudes necessárias para a aprendizagem significativa.

Foi possível observar que aqueles alunos que participavam ativamente tanto das discussões provocadas pela tarefa de separação das figuras (atividades 01 e 03, em que se destacaram as características semelhantes ou distintas das figuras, no caso linhas poligonais e não poligonais e o mapa conceitual, respectivamente) quanto dos procedimentos de medição de lados e de ângulos (atividade 05 – polígonos regulares e não regulares) foram, em sua maioria, os que preencheram as fichas de registro com figuras diferentes das apresentadas nas atividades e também os que apresentaram definições próprias para os conceitos abordados, representadas pela Figura 29. Parece, então, que nesses casos os conceitos trabalhados fizeram sentido e significado para os alunos.

Figura 29: Produções próprias dos alunos



Fonte: acervo da pesquisadora

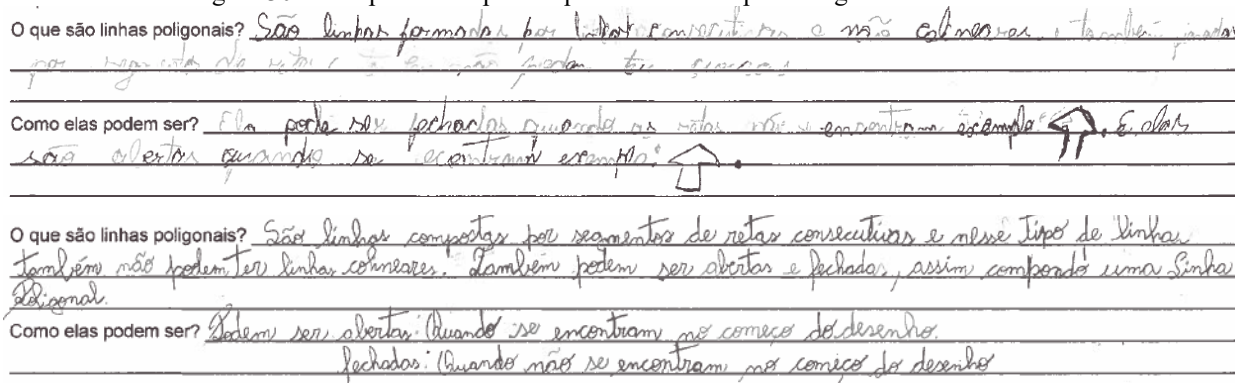
Estes mesmos alunos reproduziram falas como “*eu gostei muito dessas aulas, todas poderiam ser assim, a gente teve um monte de atividade diferente e foi muito mais legal aprender assim*” levam a supor que os alunos que participaram da experiência tenham desenvolvido tendências ou adquirido disposições favoráveis frente ao conteúdo de polígonos.

Diante do que foi constatado acerca: (a) da relação estabelecida constantemente entre o conceito novo e os conhecimentos prévios já existentes na estrutura cognitiva dos alunos;

(b) do esforço deliberado empregado e (c) da estrutura e da sequência das atividades, existem indicativos de que foram satisfeitas algumas condições para a aprendizagem significativa relativas ao aprendiz e ao material.

Por outro lado, percebeu-se também que outros alunos, minoritários, pouco participaram das discussões e das atividades que envolviam procedimentos e, conseqüentemente, preencheram as definições erroneamente ou apresentaram cópias literais dos conceitos (Figura 30). Ainda produziram figuras que não correspondiam às solicitadas nas fichas de atividade ou apresentaram figuras semelhantes àquelas abordadas nas atividades.

Figura 30: Exemplos de respostas que evidenciam aprendizagem memorística



Fonte: acervo da pesquisadora

A Figura 30 evidencia cópias quase literais do conceito de polígono apresentado em sala, assim como exemplos utilizados pela professora na atividade de linhas poligonais abertas e fechadas. Desta forma pode-se dizer que alguns alunos produziram relações restritas e aleatórias, o que pode evidenciar que uma minoria tenha aprendido de maneira mecânica ou memorística.

6.3 Os registros de representação semiótica

As análises feitas até aqui permitem concluir que a organização e a aplicação da sequência didática possuem características que atendem às perspectivas da aprendizagem significativa de conceitos. Para complementar as conclusões, foram consideradas a produção, tanto dos alunos como da professora, dos desenhos, figuras, símbolos, palavras e frases observadas na lousa e nas fichas de atividade e que podem ser analisados na perspectiva da teoria dos registros de representação semiótica.

Na perspectiva de Duval (2009), em que a matemática desempenha um papel primordial para o desenvolvimento dos alunos e de suas capacidades intelectuais, não existe conhecimento que possa ser mobilizado por um sujeito sem que se ocorra uma atividade de representação. Nesse sentido, a sequência didática apresentada baseou-se na perspectiva de que toda atividade matemática exige um registro de representação semiótica que contribua para o desenvolvimento da capacidade de raciocinar e de relacionar conteúdos matemáticos, o que pode ser percebido pela quantidade de desenhos, de figuras, de símbolos e de palavras.

Assim, ao longo da sequência didática a professora trabalhou com três tipos de representação: língua natural, geométrica e numérica. As representações ligadas à língua natural referem-se aos questionamentos e às respostas dos alunos, assim como as escritas produzidas por estes nas fichas de registro; as geométricas são as figuras produzidas tanto pela professora e por sua equipe, quanto pelos alunos ao longo das atividades e as numéricas correspondem às medidas dos elementos das figuras (lados e ângulos internos dos polígonos) de modo a classificá-las em regulares e não regulares.

Pode-se afirmar, com base em Duval (2012), que as representações utilizadas e referentes à língua natural são registros multifuncionais – em outras palavras, são registros que podem designar diferentes papéis na atividade matemática. Nesse sentido, nota-se que cada questionamento realizado pela professora e cada uma das respostas dadas pelos alunos – representações discursivas – pareciam desempenhar diferentes maneiras de raciocinar, na medida em que os indivíduos realizaram observações a partir de crenças distintas sobre um mesmo objeto. Como exemplo, seguem as representações discursivas utilizadas por um aluno: *“então, na figura do grupo 2 os segmentos são consecutivos porque vem um atrás do outro, e também não estão na mesma linha por causa que tem ponta, e o que eu percebi ainda é que quando a gente desenha a figura a gente começa e termina no mesmo ponto não é?...”*. Nota-se que essas representações semióticas não serviam apenas como um meio para o aluno exteriorizar suas representações mentais de forma a se tornarem visíveis ou acessíveis aos colegas, mas pareciam ter importância para o próprio pensamento.

No que se refere às figuras geométricas – representações não discursivas – é possível observar que elas podem receber mais de um nome e pertencer a uma determinada classe de figuras, por exemplo: um quadrado é um quadrilátero, é regular e é um polígono. Desta forma, as figuras geométricas criadas tanto pela professora como pelos alunos se constituíam, seguindo a perspectiva de Duval (2012), em registros multifuncionais com representação não discursiva.

Já as representações numéricas, no caso as medidas dos lados e dos ângulos internos – na atividade de classificação de polígonos em regulares e não regulares – podem ser considerados como registros monofuncionais com representação discursiva. Neste caso, partiu-se de registros multifuncionais com representações não discursivas (figuras que representavam os polígonos) e estas foram convertidas de modo a obter registros monofuncionais também discursivos.

Nesse sentido, por meio da análise dos dados foi possível verificar que as atividades que envolviam a separação de figuras em grupos (linhas poligonais, mapa conceitual e polígonos regulares) permitiram tanto à professora quanto aos alunos manipular registros de representação multifuncionais nas formas não discursiva e discursiva, na medida em que a partir de cada questionamento se discutia sobre as propriedades de cada forma geométrica com o intuito de realizar as devidas classificações. Assim, os questionamentos (representação discursiva) encaminharam as figuras geométricas (representações não discursivas), de modo a obter registros multifuncionais discursivos e não discursivos (mapa conceitual).

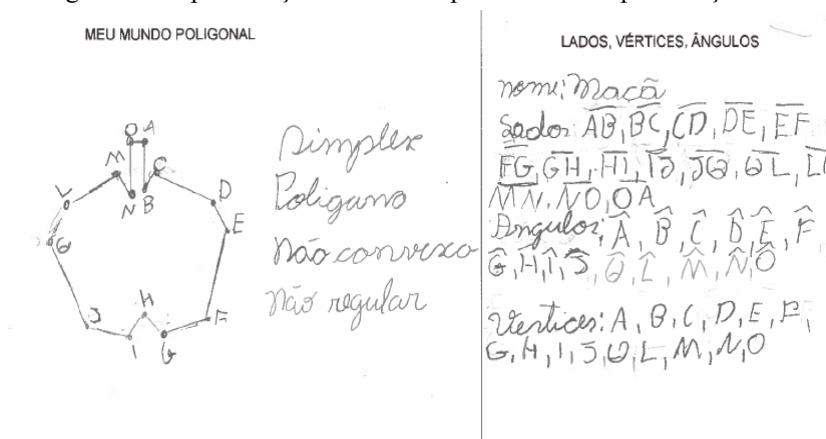
As representações constantes nas fichas de registros preenchidas pelos alunos podem ser denominadas de registros de representação semiótica, pois atendiam às características das atividades cognitivas ligadas à semiósis: formação, tratamento e conversão de uma representação identificável. Conforme já descrito, na constituição das fichas de registros partia-se de registros multifuncionais discursivos e, por meio de formação, tratamentos e conversões, obtinham-se registros multifuncionais não discursivos (figuras) ou registros multifuncionais discursivos (conceitos, classificações, nomenclaturas).

Cabe mencionar que as figuras utilizadas para compor a sequência didática podem ter proporcionado aos alunos a participação na formação dos seus próprios registros de representação semiótica, pois, além da apresentação de cada figura existiu um conjunto de indagações que talvez tenham permitido aos alunos participar do processo de seleção, do estabelecimento de relações e de dados presentes nos conteúdos a representar.

Parece que esse processo realizado juntamente com a professora, nas condições em que o estudo foi realizado, contribuiu para que os alunos tomassem consciência das regras de formação própria de um registro cognitivo, em que a representação foi o processo final.

A atividade 04, intitulada como Meu Mundo Poligonal, ilustra um exemplo de formação, já que o aluno faz uma representação mental de um objeto e a partir da seleção de unidades e regras de formação própria do registro cognitivo produz uma representação semiótica deste mesmo objeto, Figura 31.

Figura 31: Representação semiótica a partir de uma representação mental



Fonte: acervo da pesquisadora

A Figura 31 constituída por uma maçã construída na forma de polígono a partir de uma representação mental deste objeto parece indicar que o aluno selecionou as unidades figurais a serem utilizadas: pontos e segmentos de retas e a partir das regras de formação: linhas poligonais, fechadas e simples produziu um registro de representação semiótica para esta representação mental.

Outra atividade cognitiva que os alunos vivenciaram ao longo do processo de ensino e aprendizagem foi a de conversão. Foi possível evidenciar dois tipos de conversões, que segundo Duval (2012) foram a ilustração – conversão de uma representação linguística em uma representação figural – e a descrição – conversão de uma representação não verbal em uma função linguística.

Observa-se também que o desenvolvimento das atividades geométricas esteve apoiado em dois tipos de registros que podem ter auxiliado na compreensão: as figuras e a linguagem materna, o que pode ter possibilitado a apreensão conceitual do objeto matemático – processo denominado por Duval (2012) de nósis. Como as atividades permitiam aos alunos transitar entre os vários registros de representação por meio das conversões (ilustração e descrição) estas podem ter auxiliado no entendimento do que se pretendia ensinar.

6.3.1 As apreensões na aprendizagem de Geometria

As atividades também contemplaram os três processos cognitivos descritos por Duval (2011): visualização, construção e raciocínio, exemplificados a seguir.

A visualização compreende a exploração heurística de uma situação complexa. Para ver uma figura matematicamente é necessário modificar o olhar sem que a representação no papel seja modificada. Esse processo cognitivo pode ser evidenciado na atividade dos canudos, na qual os alunos, a partir de suas construções bidimensionais (2D), realizaram uma desconstrução dimensional para espaços unidimensionais (segmentos de reta) e pontos (0D) de modo a identificar linhas poligonais abertas, fechadas, simples ou não simples em suas próprias produções. Assim, para que fosse possível ver geometricamente estas linhas foi necessária uma desconstrução dimensional em outras formas sem que nada mudasse na figura original.

O processo de construção pode ser verificado em vários momentos, em especial quando os alunos se valeram de instrumentos como régua e transferidor para obter os modelos solicitados (polígonos, polígonos convexos, polígonos regulares, etc.). Neste processo, as ações e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados.

Já o raciocínio compreende o processo de discurso para a prova e para a explicação. Ressalta-se que a sequência didática não previa provas ou demonstrações nem explicações para a resolução de questões mais complexas, porém o processo cognitivo do raciocínio pode ser evidenciado a partir de algumas falas dos alunos tais como o trecho a seguir:

Aluno G: Professora eu percebi que é como eu te falei mesmo, pra desenhar a figura a extremidade do segmento que começa é o mesmo que termina, eu desenhei aqui e vi que vale pra toda figura fechada.

Neste trecho o aluno G tenta explicar um procedimento geral encontrado por ele para identificar linhas poligonais fechadas.

Considera-se que o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de polígonos evidenciado nesta sequência didática foi desenvolvido em quatro níveis de apreensão geométrica: sequencial, perceptiva de formas, discursiva e operatória.

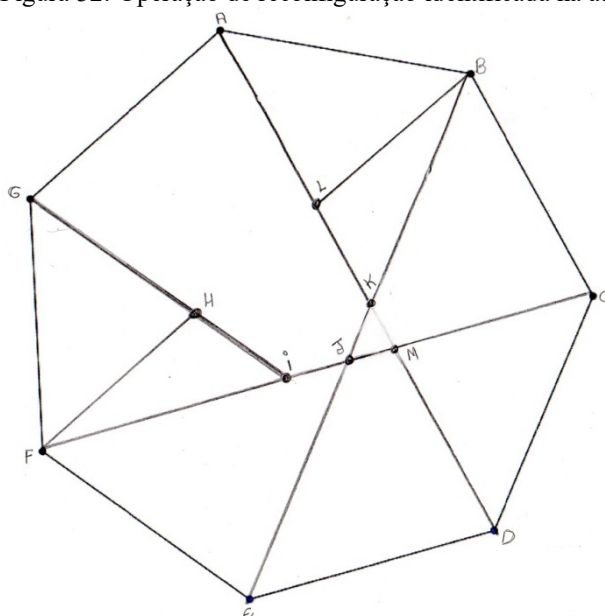
As atividades que envolviam construções geométricas requereram as três primeiras formas de apreensão: sequencial – na medida em que os alunos perceberam que a reprodução e/ou a construção das figuras dependiam de propriedades e de instrumentos (régua e transferidor); perceptiva – uma vez que as construções exigiram diversas passagens das dimensões D0 (pontos), D1 (segmentos de reta), D2 (polígonos ou não polígonos) e discursiva – durante a interpretação das unidades figurais (ponto, segmentos de retas, curvas, etc.) enfatizando-se a articulação com os enunciados e as propriedades do objeto a que se pretendia representar.

Já em relação às apreensões operatórias (ou tratamento figural) que segundo Duval (2012) são as operações que o aluno realiza na figura inicial de modo a auxiliá-lo na resolução de um problema ou no cumprimento de uma atividade, foi possível destacar modificações mereológicas, óticas e posicionais.

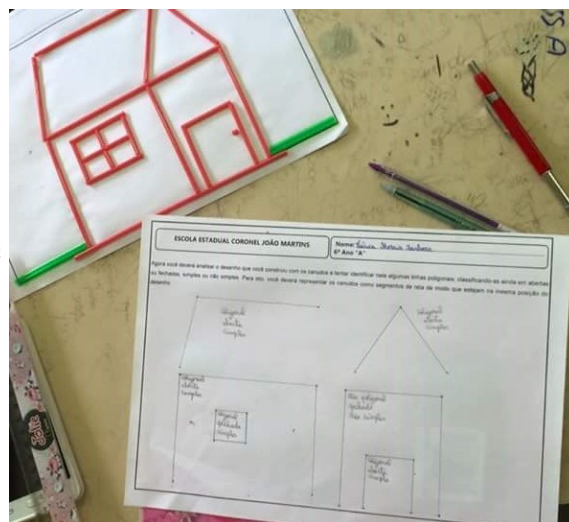
Dentre as modificações mereológicas que compreendem a divisão de uma figura em várias subfiguras foi possível destacar as operações de reconfiguração e de desconstrução dimensional.

As operações de reconfiguração que se apoiam na percepção permitindo modificações ou decomposições da figura em unidades figurais de mesma dimensão puderam ser evidenciadas nas atividades da elaboração do quebra cabeça, representada pela Figura 32(a), pois os alunos decompuseram o polígono regular (2D) em vários outros polígonos (2D) e, também na atividade que envolvia os canudos, Figura 32(b), na qual após a construção dos objetos (2D) solicitou-se aos alunos que identificassem em suas próprias representações linhas poligonais (2D) e as classificassem.

Figura 32: Operação de reconfiguração identificada na atividade (a) quebra cabeça e (b) atividade dos canudos



32(a)



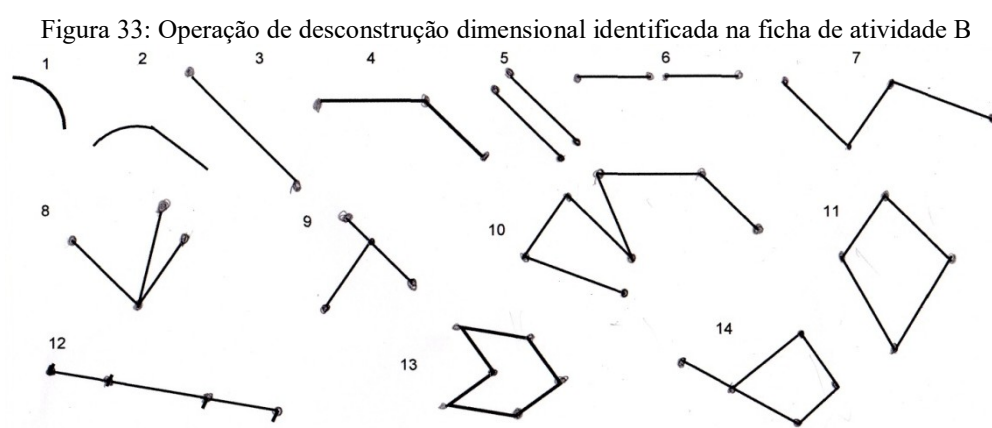
32(b)

Fonte: acervo da pesquisadora

Conforme apresentado na Figura 32(a), com o intuito de constituir as peças do quebra cabeça poligonal, o aluno decompôs o heptágono regular em sete polígonos distintos; já na Figura 32(b) o aluno decompôs a casa em linhas poligonais. Estas operações caracterizam a apreensão operatória, pautada na modificação mereológica de reconfiguração, pois não houve

mudança de dimensão a partir da figura inicial: em ambos os casos a dimensão da figura inicial era bidimensional e após as decomposições estas permaneceram na mesma dimensão.

Já as operações de desconstrução dimensional puderam ser evidenciadas nas atividades que envolviam as fichas de atividade (B e D) que solicitavam a classificação das linhas a partir de desenhos previamente destacados (Figura 33) e na identificação a partir de suas próprias representações, respectivamente, nas quais alguns alunos, a partir das linhas (2D), identificaram os segmentos de reta (1D) e os pontos de intersecção (0D) com a finalidade de classificá-las.



Fonte: acervo da pesquisadora

Na Figura 33 é possível evidenciar a apreensão operatória a partir de uma modificação mereológica que envolve a desconstrução dimensional: a partir das linhas poligonais (bidimensionais) o aluno identificou os segmentos de reta (unidimensionais) e os pontos (dimensão zero) com a finalidade de classificar as linhas em poligonais ou não poligonais.

As modificações óticas foram evidenciadas a partir das reproduções que os alunos fizeram da lousa para o caderno, realizando uma redução das figuras de modo que a segunda fosse vista como imagem da primeira.

As modificações posicionais que tratam do deslocamento em relação a um referencial também foram evidenciadas na atividade de montagem dos quebra cabeças (Figura 34). Nota-se que, para compor o quebra cabeça, os alunos precisavam modificar várias vezes as posições dos polígonos de modo a obter o polígono regular que dava origem às peças.

Figura 34: Modificações posicionais realizadas na formação do quebra cabeça



Fonte: acervo da pesquisadora

Dessa forma, considera-se que a sequência didática promoveu a formação, o tratamento e conversão de registros de representação semiótica, o que pode ter contribuído para a atividade cognitiva específica da aprendizagem em geometria, em especial do conceito de polígono.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Finalizando a apresentação deste trabalho, retoma-se a pergunta inicial da pesquisa: Como uma proposta de ensino na forma de uma sequência didática direcionada a alunos do sexto ano do ensino fundamental pode contribuir para a aprendizagem do conceito de polígono? Assim como as perguntas específicas: como a organização lógica e hierárquica das atividades pode tornar a sequência didática potencialmente significativa? Como a predisposição e a mobilização de conhecimentos prévios podem favorecer a atribuição de significados? Como os registros de representação produzidos pelos alunos podem evidenciar a atividade cognitiva específica da aprendizagem de polígono?

Para responder a estas perguntas, buscou-se, na literatura e nos documentos oficiais, alguns indicativos para o ensino básico da geometria e, especificamente, de polígonos. Proença e Pirola (2009) apontaram algumas dificuldades encontradas pelos alunos em relação à: (a) identificação das propriedades dos polígonos; (b) discriminação de exemplos e não exemplos; e (c) definição do conceito de polígono. Os pesquisadores atribuíram as dificuldades à metodologia de ensino e apontaram, como opções, a promoção de situações diversificadas de modo a levar o aluno a atribuir significado aos conceitos de polígono tais como (1) organizar grupos de figuras de polígonos e não polígonos para formalizar os exemplos constituintes do conjunto; (2) organizar atividades de identificação e discriminação de figuras; (3) fazer uso de materiais manipulativos dentre outras.

Já os documentos oficiais apontaram, entre outras indicações, para a necessidade de o estudante atribuir sentido para os conceitos que são aprendidos na escola e utilizar suas próprias representações para, então, se apropriar dos registros formais próprios da matemática (BRASIL, 2017).

Assim, a sequência didática elaborada e aplicada neste trabalho visava à aprendizagem significativa do conceito de polígono com base em duas perspectivas teóricas. Sintetizando, pode-se dizer que a primeira, concebida por Ausubel (2003), defende que, entre os fatores cognitivos mais importantes que influenciam a aprendizagem significativa, está o que o aprendiz já sabe. A segunda é apontada por Duval (2012) quando afirma que no processo de ensino e aprendizagem da matemática escolar, apesar de a apreensão dos objetos ser conceitual, a atividade cognitiva sobre esses objetos só é possível por meio das representações semióticas e que as transformações de representações em outras transformações semióticas estão no coração da atividade matemática.

Dessa forma, a análise realizada permite esboçar algumas conclusões acerca da aprendizagem significativa, assim como aquelas encontradas por Santos e Bairral (2015) e Viana (2011). Pode-se considerar que: a avaliação do conhecimento prévio dos alunos e a organização hierárquica do conteúdo foram imprescindíveis para a elaboração da sequência de atividades e para a metodologia a ser adotada; as atividades mobilizaram e potencializaram as ideias dos alunos; e a mediação do professor pôde levar os estudantes a refletir sobre suas ideias e compará-las com as dos colegas, favorecendo os processos cognitivos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora. Ainda destaca-se a maneira como as respostas erradas foram trabalhadas, já que estas desencadearam a mobilização de ideias âncoras, o estabelecimento de relações e, conseqüentemente, a assimilação dos conceitos e das proposições envolvidos.

Assim, a partir da análise tanto do material – em que se desatacaram a organização lógica e hierárquica dos conceitos e atividades e as questões relativas ao vocabulário empregado – quanto das manifestações e produções dos alunos – destacando a mobilização dos conhecimentos prévios e o esforço deliberado empregado –, os resultados mostraram que, de um modo geral e nas condições em que se deu a sequência existem indicativos de que foram satisfeitas as condições para a aprendizagem significativa do conceito de polígono.

Já em relação aos registros de representação semiótica, foi possível identificar, em todos os momentos da sequência didática, as duas formas de registros (figural e discursivo), o que ilustra a semiósis (que envolve a formação, os tratamentos figurais e a conversão) e a noésis – esta, de fato, indicando a apreensão conceitual do objeto matemático. Assim, da mesma forma como foi evidenciado por Calado e Barroso (2014), Moran (2014) e Boiago e Viana (2015b), a utilização de várias possibilidades de representações figurais parecem ter possibilitado as apreensões e conduzir o raciocínio matemático necessário para aprendizagem em geometria.

Um ponto interessante a ser destacado, após a aplicação da sequência didática, refere-se ao fato de os alunos brincarem nos intervalos de “Meu Mundo Poligonal” – atividade proposta nesta sequência – onde um aluno desenhava um objeto na forma de polígono e os demais tentavam adivinhar o objeto. Estas observações foram realizadas tanto pela professora quanto por sua equipe após a aplicação da sequência didática e evidencia, além da demonstração de atitudes positivas frente ao conteúdo, a diversidade de registros de representação semiótica produzidos – diferentes daqueles apresentados pela maioria dos livros didáticos e até mesmo dos que foram produzidos ao longo da sequência didática.

Pode-se dizer que, apesar da experiência enquanto professora já indicar um trabalho em sala de aula com metodologia parecida com a que foi utilizada na sequência didática elaborada e aplicada nesta pesquisa, foi a fundamentação teórica que trouxe segurança para traçar caminhos próprios para ensinar geometria no ensino fundamental.

Considera-se que elaborar uma sequência didática potencialmente significativa, ou seja, que mobilizasse conhecimentos prévios, que atendesse aos princípios de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, que promovesse a aprendizagem seja por recepção verbal seja pela descoberta, seja subordinada ou subordinante, que respeitasse hierarquia conceitual, que utilizasse uma linguagem e um vocabulário adequados e que ainda desenvolvesse atitudes favoráveis às atividades – permitindo a predisposição para a procura do sentido e do significado da aprendizagem – foi um dos maiores desafios enfrentados por esta pesquisadora. Não bastaram os textos lidos na licenciatura, no PIBID ou no mestrado profissional: foi necessária uma revisão e ampliação do conhecimento teórico para embasar a prática.

Envolver-se nas atividades, transcrever os diálogos, analisar as argumentações dos alunos, etc., ajudou a ter clareza acerca das inúmeras variáveis que influenciam a aprendizagem na sala de aula. Explorar as representações dos alunos, identificar os processos de formação, tratamento e conversão dos registros, analisar a forma discursiva e figural, bem como as apreensões e transformações produzidas ajudou a entender a atividade cognitiva dos alunos e a compreender algumas das suas dificuldades na aprendizagem da geometria. Propor atividades com canudos, produção de polígonos e de quebra cabeça e acompanhar o desenvolvimento de atitudes favoráveis à geometria, fez aumentar a responsabilidade enquanto professora que incentiva, que ouve, que dialoga, que motiva, que aguça a curiosidade dos alunos pelo conhecimento.

Convém ressaltar que os alunos participantes desta pesquisa já estavam acostumados com atividades parecidas com a sequência didática apresentada, devido à prática da professora e à experiência do PIBID, o que contribuiu para a aplicação das atividades, pois eles participaram ativamente das discussões, do desenvolvimento das atividades e do preenchimento das fichas de atividade de forma comprometida. Ainda assim, foi possível destacar uma melhora nos aspectos afetivos entre a turma, a professora e os licenciandos do PIBID na medida em que houve uma interação mais próxima entre toda a equipe durante a aplicação da sequência didática. Os alunos solicitavam que, no ano seguinte, ou seja, no sétimo ano, a professora e sua equipe os acompanhassem novamente alegando que as aulas

tenham sido muito diferentes das outras ministradas por outros professores da escola. Esse retorno dos alunos serviu como incentivo para a revisão das práticas empregadas e aumentou a certeza da necessidade de uma formação profissional continuada.

A sequência didática em questão pode ser aplicada por outros professores de matemática cabendo a eles adequá-la à sua realidade: o planejamento, o material, a linguagem e os questionamentos necessitam ser adaptados ao tempo de aprendizagem e ao nível conceitual em que se encontram seus alunos. Podem ser sugeridas outras atividades complementares, por exemplo, a elaboração de jogos pelos próprios alunos, em que sejam revisados o reconhecimento, a classificação e a nomeação dos polígonos.

Espera-se que o material aqui exposto possa vir a ser um possível norteador para a prática de ensino de geometria chegando ao alcance dos professores que ensinam matemática e que a ação pedagógica aqui proposta possa contribuir para a prática em sala de aula e de abrir caminhos para outras pesquisas da área da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALVES, A. J. A “**revisão da bibliografia**” em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis. Cadernos de Pesquisa, n. 81, 1992, p. 53-60.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.
- BIANCHINI, E. **Matemática - 6º ano**. 8ª edição. São Paulo: Moderna, 2015.
- BOIAGO, C. E. P.; CRUZ, G. S. G.; VIANA, O. A.. **Equação do segundo grau**: uma reflexão acerca do ensino de procedimentos nas aulas de matemática. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria Normativa/MEC nº 17, de 28 de dezembro de 2009**. Brasília: MEC, 2009. Disponível em: <http://semesp.org.br/portal/pdfs/juridico2010/Portarias/POTARIA_17_28_11_09.pdf>. Acesso em 06 de mar de 2017.
- BRASIL. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Distrito Federal, 2015.
- BRASIL. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Distrito Federal, 2016a. Disponível em <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em 20 de jan de 2017.
- BRASIL. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Distrito Federal, 2017. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em 02 de jan de 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Orientações para APCN – 2016**. Brasília: MEC, 2016b. Disponível em <https://www.capes.gov.br/images/documentos/Criterios_apcn_2016/Criterios_APCN_InterdisCIPLINAR.pdf>. Acesso em 06 de mar de 2017.
- BRITO, M. R. F. **Aprendizagem Significativa e a formação de conceitos na escola**. In: BRITO, M. R. F. (Org.). Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa. 2.ed. Florianópolis: Insular, 2005, p. 69-84.
- BRITO, M. R. F. **Psicologia da Educação Matemática**: ponto de vista. Educar em Revista, Curitiba; In Especial 1/2011, p. 29-45, 2011. Disponível em: <http://ojs.c3sl.ufpr.br/ojs/index.php/educar/article/viewFile/22594/14833>. Acesso em 10 de jan de 2017.
- CALADO, T. V.; BARROSO, M. M. **Um estudo em livros didáticos com base na teoria dos registros de representação semiótica para o ensino de geometria**. In: IX Encontro de Produção Científica e Tecnologia, 2014, Campo Mourão, Anais ... Campo Mourão: IX EPCT, 2014. Disponível em http://www.fecilcam.br/nupem/anais_ix_epct/PDF/TRABALHOS-

COMPLETO/Anais-CET/40.pdf. Acesso em 28 de nov de 2015.

CARNEIRO, V.C. **Contribuições para a Formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 29, p. 199-222, 2008.

COLL, C.; **Introdução**. In: COLL, C.; POZO, J. I; SARABIA, B.; VALLS, E. Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médica, p.11-16, 1998.

DOMINGOS, J. **Um estudo sobre polígonos a partir dos princípios de Van Hiele**. 2010. 272p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito do Santo, Vitória, 2010.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Tradução Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Ed. Peter Lang, 2004.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. (Levy, L. F.; Silveira, M. R. A., Trad.). São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas, São Paulo. Papirus, 2010, p.11- 33.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. (Moretti, M. T., Trad.). Revemat, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266 – 297, 2012. Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/.../view/19811322.2012v7n2p266>> Acesso em: 08 de fev de 2017.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª edição. Campinas: Autores Associados, 2009.

FREITAS FILHO, J. R de. **Mapas conceituais: estratégia pedagógica para construção de conceitos na disciplina química orgânica**. Ciências & Cognição, vol.12, dez. 2007, p. 86-95.

GOMES, S. C. **Ensino de trigonometria numa abordagem histórica: um produto educacional**. Bolema, Rio Claro, v. 27, n. 46, 2013, p. 563-577. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300015>

GUIMARÃES, S. É. R. **Motivação Intrínseca, extrínseca e o uso de recompensas em sala de aula**. In: BORUCHOVITH, E. BZUNECK, J. A. A motivação do aluno: Contribuições da Psicologia Contemporânea. Petrópolis: Vozes, 2001.

LÜDKE, M. **A complexa relação entre o professor e a pesquisa**. In: ANDRÉ, M. (Org.). O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores. Campinas: Papirus, 2001, p. 27-54.

LUDWING, A. C. W. **Fundamentos e prática de metodologia científica**. 2ª edição. Petrópolis: Vozes, 2012.

LUNA, S. V. **Planejamento de pesquisa: uma introdução - elementos para uma análise metodológica**. São Paulo: EDUC, 1997.

- MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação de Minas Gerais. **Matemática – Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental**. Belo Horizonte: SEEMG, 2014. Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/banco_objetos_crv/%7B4DA513B4-3453-4B47-A322-13CD37811A9C%7D_Matemática%20final.pdf>. Acesso em 06 de jan de 2017.
- MIRANDA, J. A.; VIANA, O. A. **Construindo conceitos de geometria: experiências no ensino fundamental de uma professora egressa do curso de matemática da FACIP**. In: II Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola, 2011, Ituiutaba. Anais ... Ituiutaba: II EMIE, 2011. Disponível em <http://www.emie.facip.ufu.br/sites/emie.facip.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Anexos_II_Encontro_Mineiro_Anais_Trabalho_24.pdf>. Acesso em 10 de dez de 2016.
- MORAN, Gabriela. **As apreensões em geometria: um estudo acerca de registros figurais**. In: XVIII Encontro Brasileiro de Estudantes em Educação Matemática, 2014. Anais ... Recife: XVIII EMBRAPEM, 2014. Disponível em <http://www.lematec.no-ip.org/CDS/XVIIIEMBAPEM/PDFs/GD9/moran9.pdf>. Acesso em 18 de dez de 2015.
- MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais**. Cad. Cat. Ens. Fis., Florianópolis, 3(1): 17-25, abr. 1986. Disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/download/7934/7300>>. Acesso em 20 de jan de 2016.
- MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Diagrama V**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Física, 2006.
- MORI, I.; ONAGA, D. S. **Matemática: ideias e desafios, 6º ano**. 17ª edição. São Paulo: Saraiva, 2012.
- NOVAK, J. D.; CANÃS, A.J. **A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los e usá-los**. Trad. de Luis Fernando Cerri. Práxis Educativa, Ponta Grossa, v.5, n.1, p. 9-29, jan.-jun. 2010. Disponível em: <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/1298/944>> Acesso em 05 fev 2018.
- PROENÇA, M. C. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2008.
- PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. **Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono**. Zetetiké, Campinas, v. 17, n. 31, jan/jun, 2009.
- PROENÇA, M. C. de, PIROLA, N. A. **O conhecimento de polígonos e poliedros: uma análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não-exemplos**. Ciência & Educação, v. 17, n. 1, 2011, p. 199-217. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132011000100013>
- POZO, J. I. Aprendizagem e o Ensino de Fatos e Conceitos In: COLL, C; POZO, J. I; SARABIA; VALLS, E. **Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes**. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998, p. 17-71.
- REZENDE FILHO, C. A.; RODRIGUES, G. G.; BARBOSA, A. C. I.; VIANA, O. A.. **Mudanças de atitudes em relação à matemática: uma experiência do subprojeto Pibid/Matemática/Pontal**. In: V Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola, 2014,

Uberlândia. Anais ... Uberlândia: V Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola. 2014.

SANTOS, R. T. dos; BAIRRAL, M. A. **Aspectos emergentes na construção do conceito de polígono por alunos do 6º ano de uma escola pública.** Santa Maria: VIDYA, v. 35, n. 1, jan/jun, 2015, p. 15-40.

SILVA, L. R.; BOIAGO, C. E. P.; VIANA, O. A. **Formação conceitual em geometria:** uma sequência didática proposta nas ações do PIBID. In: III Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola, 2012, Ituiutaba. Anais ... Ituiutaba: III EMIE, 2012. Disponível em <http://www.emie.facip.ufu.br/sites/emie.facip.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Anexos_III_Encontro_Mineiro_Anais_Trabalho_23.pdf>. Acesso em 16 de jan de 2017.

SILVA, R. M.; SILVA, B. A. R.; VIANA, O. A.. **Relações entre atitudes e concepções acerca da geometria.** In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática – SBEM – Retrospectivas e perspectivas, 2013, Curitiba. Anais ... Curitiba: XI ENEM, 2013.

SILVEIRA, E. **Matemática:** compreensão e prática – 6º ano. 3ª edição. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUZA, A. B.; BARBOSA, A. C. I.; SANTOS, L. C. A.; VIANA, O. A. **Materiais concretos no processo de formação conceitual de polígonos:** uma experiência que “não deu certo?”. In: V Encontro Mineiro sobre Investigação na Escola, 2014, Ituiutaba. Anais ... Ituiutaba: V EMIE, 2014. Disponível em <<http://www.emie.facip.ufu.br/node/44>>. Acesso em 12 de jan de 2017.

SOUZA, A. B.; RODRIGUES, G. G.; VIANA, O. A. **Estrutura conceitual para a aprendizagem significativa de função do primeiro grau:** uma análise de livros didáticos do ensino médio. In: V Encontro Nacional das Licenciaturas - Cadernos de Resumos, 2014, Natal. Anais ... Natal: V ENL, 2014, p. 2977-2978. Disponível em <<http://docplayer.com.br/21049475-Estrutura-conceitual-para-a-aprendizagem-significativa-de-funcao-do-primeiro-grau-uma-analise-de-livros-didaticos-do-ensino-medio.html>>. Acesso em 23 de nov de 2016.

SOUZA, J. R. de; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber matemática, 6º ano.** 2ª edição. São Paulo: FTD, 2012.

VIANA, O. A.; OLIVEIRA, C. C.. **Formação conceitual e desenvolvimento de competências e habilidades em álgebra e geometria elementar:** uma proposta de nivelamento para o curso de matemática. In: Cristiane Coppe de Oliveira; Vlademir Marim (Org.). Educação matemática: contextos e práticas docentes. Campinas: Alínea, v.1, 2010, p.292-300.

VIANA, O. A. **Conhecimentos prévios e organização de material potencialmente significativo para a aprendizagem da geometria espacial.** Ciência & Cognição, v. 16, 2011, p. 15-36.

VIANA, O. A. **Conhecimento e atitudes em relação à geometria:** comparação entre estudantes dos cursos de pedagogia e matemática. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2012, Recife. 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em educação matemática. Fortaleza: 2012.

VIANA, O. A. **Planificação e área total de paralelepípedo:** análise das representações semióticas de alunos do ensino básico. Ciência e Cognição, v. 19(3), 2014, p. 368-383.

VIANA, O. A. **O subprojeto Matemática Pontal e as seqüências didáticas conceituais.** In: **Interface entre teoria e prática na formação docente: reflexões sobre experiências no Pibid.** 1ª edição. São Carlos : Pedro & João Editores, v.1, 2015a, p.71-90.

VIANA, O. A. **Avaliação dos desenhos de planificação de figuras geométricas no ensino básico.** Estudos em Avaliação Educacional (Online), v.26, 2015b, p.838-871. Disponível em: <https://doi.org/10.18222/eaee.v26i63.2835>

VIANA, O. A.; BOIAGO, C. E. P. **Recepção verbal e material potencialmente significativo para a aprendizagem de procedimentos em geometria: área e perímetro de figuras planas.** EDUSK. Revista monográfica de educación skepsis org., n. 4. Calidad educativa: avances, aportaciones y retos. São Paulo: Editorial Skepsis, 2015a, p. 390-425.

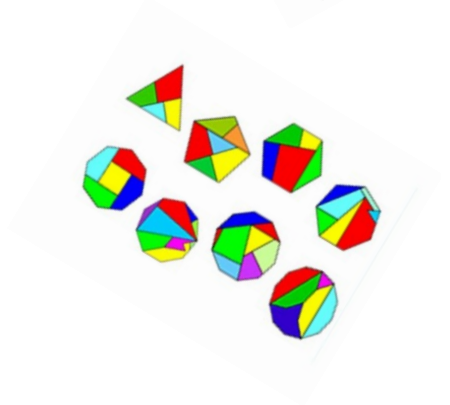
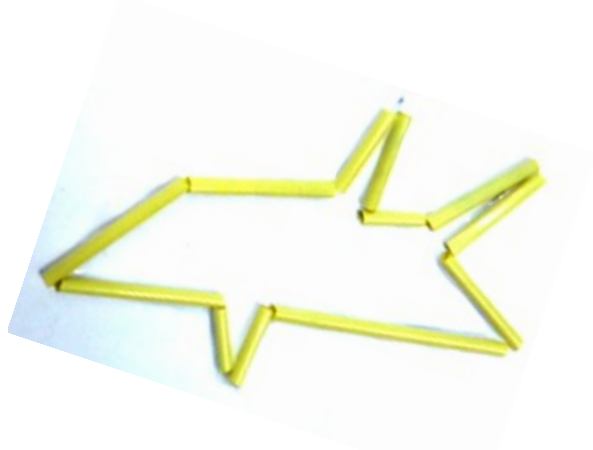
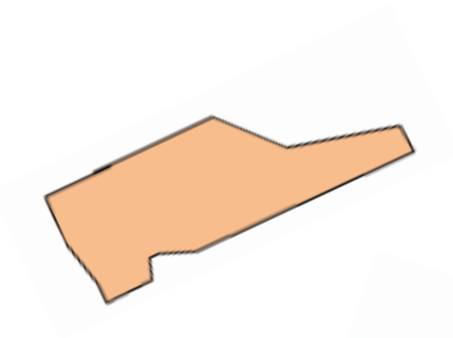
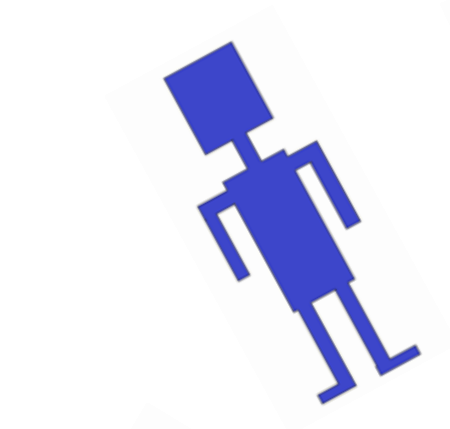
VIANA, O. A.; BOIAGO, C. E. P. **Registros de representação semiótica em atividades de desenho geométrico no Geogebra.** REVEMAT, Florianópolis, v.10, n.1, p. 162-182, 2015b. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n1p162>

UFU. Conselho de Pesquisa e Pós-Graduação. **Resolução N° 05/2013.** Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2013. Disponível em: <<http://www.ppgecm.ufu.br/sites/ppgecm.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Pep0513.pdf>>. Acesso em 26 de fevereiro de 2017.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa.** Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICES

PRODUTO EDUCACIONAL



**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO
CONCEITO DE POLÍGONO: UMA
SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O SEXTO ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**



**ANA CAROLINA IGAWA
BARBOSA**



**UBERLÂNDIA - MG
2018**

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL**

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE POLÍGONO:
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O SEXTO ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

ANA CAROLINA IGAWA BARBOSA

Produto Educacional da dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de pesquisa: ensino e aprendizagem em Ciências e Matemática

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Odaléa Aparecida Viana

UBERLÂNDIA - MG
2018

Sumário

INTRODUÇÃO	4
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	4
3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA	8
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	32
REFERÊNCIAS.....	34
APÊNDICES	

INTRODUÇÃO

Caro(a) Professor(a),

Este produto foi produzido no âmbito do Mestrado Profissional de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia e constitui-se parte da dissertação intitulada “Aprendizagem Significativa do Conceito de Polígono: Uma Sequência Didática para o Sexto Ano do Ensino Fundamental” defendida por esta autora. A pesquisa registrada na dissertação foi produzida durante a participação no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática ofertado pela Universidade Federal de Uberlândia.

A pesquisa pautou-se na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel e os aspectos mais específicos desta perspectiva teórica tratados por Juan Ignacio Pozo e que se referem ao processo de ensino e aprendizagem significativa de conceitos. Além disso, as produções escritas dos alunos ao longo das atividades foram analisadas como registros de representação semiótica conforme a teoria proposta por Raymond Duval.

Este produto apresenta-se como uma sequência didática conceitual para a aprendizagem de polígonos composta por seis atividades: de reconhecimento, de definição, de análise de algumas propriedades, de construção e de classificação de polígonos, além da descrição das atividades.

O trabalho foi direcionado ao sexto ano do ensino fundamental, mas pode ser aplicado, com algumas adequações, a estudantes no final do ensino fundamental. Espera-se que o produto possa contribuir para a prática do professor de matemática do ensino básico no tema polígonos. Acrescenta-se que as ações do professor, suas escolhas pedagógicas, a metodologia empregada e as formas de avaliação são frutos de suas próprias concepções e cada trabalho ao ser reaplicado pode ser melhorado a partir das reflexões advindas da aplicação necessitando inclusive ser adaptado ao contexto de cada turma.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este produto é composto por uma sequência didática conceitual que conforme definido por Viana (2015a) é uma série de atividades a serem desenvolvidas com os alunos de uma determinada turma, com o objetivo de promover a aprendizagem significativa de conceitos (como foco) e também de procedimentos relativos a um conteúdo específico, além de favorecer atitudes favoráveis à matemática. A autora define algumas fases desta ação, que vão

desde a escolha do tema até a avaliação final da sequência, processo esse que pode se estender de um a seis meses, dependendo do conteúdo trabalhado.

O conceito de polígono faz parte dos conteúdos de geometria tanto nos currículos dos anos iniciais quanto dos anos finais do ensino fundamental, sendo previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017)⁷ e no Currículo Básico Comum – CBC (MINAS GERAIS, 2014).

Os PCN (BRASIL, 1998), ao destacar aspectos gerais acerca do ensino de geometria, sugere o uso de materiais manipulativos, de jogos, da resolução de problemas, da história da matemática, das construções com régua e compasso ou por meio de softwares, entre outros recursos. Na mesma linha a BNCC (BRASIL, 2016a, 2017), prevê que o trabalho com as figuras geométricas exige do aluno não apenas o reconhecimento, mas a capacidade de identificar e nomear propriedades e de relacioná-las entre si, de classificar e de construir figuras, além de realizar composições e transformações geométricas. Entre outras indicações para o ensino fundamental, o documento orienta que o aluno deve reconhecer e nomear polígonos de acordo com o seu número de lados, vértices e ângulos, diferenciar polígonos e não polígonos, classificar em regulares e não regulares e ainda determinar outros elementos e propriedades; sugere também que sejam utilizados materiais de desenho ou tecnologia digital na sala de aula.

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 51) destacam a importância do ensino de conceitos na escola, pois estes permitem ao aluno desenvolver um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que ele vive. Os conceitos fazem parte dos chamados conteúdos conceituais, que envolvem fatos, dados, conceitos e princípios. Além dessa categoria, o documento aponta os conteúdos procedimentais, que indicam um saber fazer, e também os atitudinais, que envolvem normas, valores e atitudes.

Neste trabalho, colocou-se foco na aprendizagem do conceito de polígono, apesar de se considerar a importância de procedimentos e de atitudes favoráveis à geometria, conforme indicam os trabalhos de Boiago, Cruz e Viana (2016); Viana e Oliveira (2010); Viana (2012); Rezende Filho et al (2014); Silva, Silva e Viana (2013) entre outros acerca do tema.

O conceito de polígono é classificado como um conceito científico, conforme Pozo (1998). O autor faz uma diferenciação entre conceitos cotidianos e científicos: enquanto os

⁷ A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi homologada pelo ministro da Educação, Mendonça Filho no dia 20 de dezembro de 2017.

primeiros geralmente são adquiridos fora do contexto escolar, os segundos são objetos de instrução e pertencem a sistemas conceituais organizados, fazendo parte de uma hierarquia ou rede de conceitos.

No processo de ensino e aprendizagem, o uso de mapas conceituais pode ajudar na definição dessa hierarquia já que, de acordo com Moreira (2006), eles indicam relações entre conceitos e são ferramentas para a organização e representação do conhecimento. Em geral, são diagramas bidimensionais formados por círculos contendo palavras, além de linhas, palavras ou frases que representam as relações entre esses conceitos.

Nas ações realizadas no PIBID/UFU/FACIP/Matemática os mapas conceituais foram largamente utilizados, conforme pode ser visto em Miranda e Viana (2011); Souza, Rodrigues e Viana (2014); e Souza et al (2014), entre outros. Na experiência de elaboração de sequências didáticas, a pesquisadora teve a oportunidade de utilizar mapas conceituais e estes fizeram parte do trabalho aqui apresentado.

Buscando suporte teórico à questão da aprendizagem de conceitos em geometria, verificou-se, por meio da revisão da literatura a respeito do tema, que várias pesquisas apontam para as dificuldades dos alunos nessa área de conhecimento – tais como Proença e Pirola (2009, 2011) – e que vários trabalhos sugerem metodologias diferenciadas para a prática do professor em sala de aula conforme apontam Silva, Boiago e Viana (2012); Souza et al (2014); Domingos (2010); Santos e Bairral (2015) dentre outros.

A aprendizagem de conceitos é tema recorrente de pesquisas no âmbito da psicologia da educação matemática. Conforme afirma Brito (2005, 2011), existem diferentes tipos de aprendizagem e diferentes formas de um conteúdo incorporar-se à estrutura cognitiva do sujeito. Um dos enfoques teóricos é a perspectiva cognitiva clássica da aprendizagem significativa proposta por David Ausubel na década de 60 e reiterada recentemente (AUSUBEL, 2003).

Ausubel (2003) discorre que a aprendizagem significativa é aquela que permite ao indivíduo relacionar os conhecimentos já adquiridos (conhecimentos prévios) com as novas informações recebidas pelo mesmo. Desta forma, é possível destacar duas condições para que a aprendizagem significativa ocorra: as relativas ao material e aquelas que dizem respeito ao próprio aprendiz. Quanto ao material, este deve ter uma estruturação lógica e ser apresentado com linguagem adequada. Entre as condições relativas ao aluno, destacam-se os conhecimentos prévios e a predisposição para empregar esforço cognitivo para atribuir significados e dar sentido ao conteúdo.

Desta forma, considera-se que haja tanto a necessidade de o professor planejar adequadamente o material didático – que deve ser organizado de maneira sequencial e lógica – quanto à de estimular a motivação do aluno para aprender significativamente.

Os PCN (BRASIL, 1998) e a BNCC (BRASIL, 2016a, 2017) também destacam a importância das diversas formas de representação dos conceitos matemáticos alegando que um dos objetivos da Matemática é desenvolver a capacidade de interpretar, descrever, representar e argumentar, fazendo uso de diversas linguagens e estabelecendo relações entre elas e diferentes representações. No trabalho que envolve figuras geométricas, a BNCC sugere que os alunos produzam registros pessoais para depois apropriar-se dos registros formais, evidenciando que a compreensão acerca de um objeto ou conceito perpassa a noção de que este pode ser representado de diferentes maneiras e que uma mesma representação pode ser associada a diferentes objetos (BRASIL, 2015).

A importância das representações na atividade cognitiva do aprendiz é tratada por Raymond Duval em sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a qual discorre que as representações utilizadas pelos alunos (desenhos, símbolos, gráficos, palavras) são essenciais à atividade cognitiva do aprendiz, desempenhando um papel primordial no processo de aprendizagem do indivíduo (DUVAL, 2009).

O autor discute que a análise das maneiras de um aluno formar, tratar e converter os chamados registros de representação semiótica produzidos nas tarefas de geometria constitui uma metodologia para se estudar as operações figurais, importantes na aprendizagem de conceitos desse conteúdo.

É vasta, no Brasil, a literatura que pondera sobre a importância das representações na aprendizagem da geometria e busca compreender a atividade cognitiva dos alunos por meio dos registros de representação semióticos produzidos; destacam-se os trabalhos de Calado e Barroso (2014); Moran (2014); Viana (2014); Viana (2015b) e Viana e Boiago (2015b).

A experiência da pesquisadora enquanto professora da rede pública permite considerar a importância dos aspectos teóricos aqui citados para a aprendizagem de conceitos geométricos. Planejar atividades que possam ser organizadas de acordo com mapas conceituais permite ao professor compreender a hierarquia dos conceitos e as relações entre eles, bem como verificar quais conhecimentos prévios necessitam ser mobilizados nos alunos com vistas à atribuição de significados. Já incentivar os alunos a escrever sobre conceitos matemáticos na linguagem discursiva, formando, tratando e convertendo registros de representação parecem contribuir para a aprendizagem da geometria.

3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A proposta de sequência didática conceitual é composta por seis atividades que visam à formação conceitual de polígonos (envolvendo, especificamente, reconhecimento, definição e análise de propriedades: nomeação pelo número de lados, convexidade e regularidade) a partir do conceito de linhas poligonais. Além disto, as atividades também visam favorecer o desenvolvimento de atitudes favoráveis à geometria, uma vez que as atividades devem favorecer a criatividade dos alunos.

As atividades necessitam ser distribuídas ao longo de 15 aulas (50 minutos cada). A seguir, serão apresentadas as atividades, ressaltando seus objetivos, os materiais utilizados, os procedimentos a serem realizados, assim como algumas reflexões acerca da aplicação - resultados da dissertação.

Atividade 01 – Linhas poligonais e suas classificações

e) *Objetivo da atividade:*

- formar conceitos de linhas poligonais e linhas não poligonais, de linhas poligonais fechadas e abertas e, de linhas poligonais simples e não simples a partir de exemplos e não exemplos.

f) *Materiais necessários:*

- material (anexo A – linhas poligonais e suas classificações), ficha de trabalho (anexo B), lápis, borracha, cola e caderno do aluno.

g) *Tempo de duração:* 3 aulas

h) *Descrição da atividade:*

A atividade será aplicada em três partes e, para cada uma delas, será distribuída uma parte do material (Apêndice A) e realizado praticamente o mesmo tipo de procedimento. O professor construirá na lousa um quadro com duas colunas (representando dois grupos) e irá dispor, inicialmente, uma ou duas figuras em cada coluna. A seguir, desenhará outra figura fora do quadro e indagará os alunos que deverão decidir, a partir das características geométricas observadas, a qual grupo a figura pertencerá. Após a disposição correta de todas as figuras, os grupos receberão seus devidos nomes e os alunos preencherão seus materiais.

Os alunos receberão o material, do anexo A por partes, pois esta atividade será dividida em três partes que serão discorridas a seguir.

Parte 1: Linhas poligonais e não poligonais

Para esta atividade os alunos receberão a primeira folha do apêndice A. O professor construirá um quadro na lousa e desenhará, em uma coluna, a figura (1) representando uma linha poligonal; na outra coluna, a figura (2), uma linha não poligonal. O Quadro 01 mostra as figuras utilizadas.

Quadro 01: Distribuição das figuras em linhas poligonais e não poligonais

--	--

Fonte: acervo da pesquisadora

Em seguida, lançará outra figura, mas não a inserirá em nenhum dos grupos e por meio de discussões, os alunos terão que decidir a que grupo esta figura irá pertencer. Este procedimento será realizado até que todas as figuras sejam distribuídas na tabela. E por último serão preenchidas as lacunas, em itálico, apresentadas na folha como é mostrado a seguir. Caberá ao professor conduzir as discussões acerca das classificações das figuras a partir das proposições oriundas de seus próprios alunos. Desta forma, ressalta-se a necessidade do professor explorar algumas das possibilidades de questionamentos que podem surgir, examinando minuciosamente todas as figuras que compõe a atividade.

A seguir, é apresentando um trecho do diálogo ocorrido a partir da aplicação deste contexto:

Professora: Bem meninos, agora iremos ter que agrupar algumas figuras em dois grupos diferentes. Eu já fiz a primeira separação e agora quero que vocês decidam a que grupo as demais figuras irão pertencer. Vou desenhar uma figura de cada vez e teremos que decidir a que grupo esta nova figura

irá pertencer observando algumas características comuns. Em qual grupo vocês colocariam a figura 3?

Vários alunos: No grupo 01.

Professora: Está certo o agrupamento, mas por que vocês decidiram pelo grupo 01 e não pelo 02?

Aluno A: Porque no outro grupo, a figura 02 tem curva e esta não tem.

Professora: Tudo bem, em um grupo a figura tem curva e no outro não, então do grupo 01, qual seria a característica destas duas figuras?

Aluno B: Todas as duas figuras tem “reta”.

Aluno C: Reta não! É segmento de reta a gente já estudou essa coisa no começo do ano.

Professora: Então vamos lá, estas figuras são formadas por reta ou segmento de reta? Precisamos entrar num consenso, todo mundo concorda? Alguém quer falar mais alguma coisa?

Aluno D: Eu lembro que a gente estudou que as retas eram infinitas, que não tinham nem começo e nem fim e nas figuras tem começo e tem fim, então retas não são, mas eu lembro que a gente ainda estudou duas coisas diferentes uma tinha começo e não tinha fim e a outra tinha começo e tinha fim, mas eu não lembro o nome direito, uma era segmento de reta, mas eu não sei qual destas duas coisas é.

Professora: Muito bom, a gente vai conseguir achar uma característica a partir disso. Alguém se lembra do que a colega está falando?

Aluno E: Eu lembro sim, o que era infinito eram as retas e o que tinha começo e tinha fim era segmento de reta, eu lembro porque errei na prova!

Risos

Professora: Risos. Então vamos lá! As retas são infinitas ou não?

Alunos: Infinitas.

Professora: E os segmentos de reta?

Alunos: Tem começo e tem fim.

Aluno E: Segmento de reta é como se a gente tirasse um pedaço da reta né?

Professora: Sim! Então estas figuras são formadas por retas ou segmentos de reta?

Alunos: Por segmentos de reta.

Professora: Então qual a característica das figuras do grupo 01?

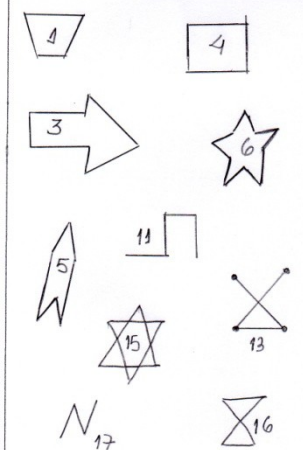
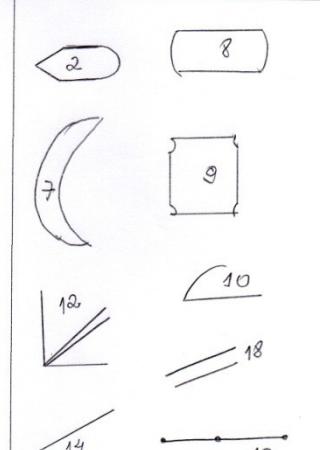
Alunos: São formadas por segmentos de reta.

Após as discussões e as separações das figuras os alunos irão receber a primeira folha do apêndice A e preencherão as lacunas e o quadro conforme mostrado na Figura 01.

Figura 01: Apêndice A – Linhas poligonais e suas classificações preenchida por aluno

Linhas Poligonais

- Quando uma linha é formada apenas por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ela é chamada de linha poligonal.

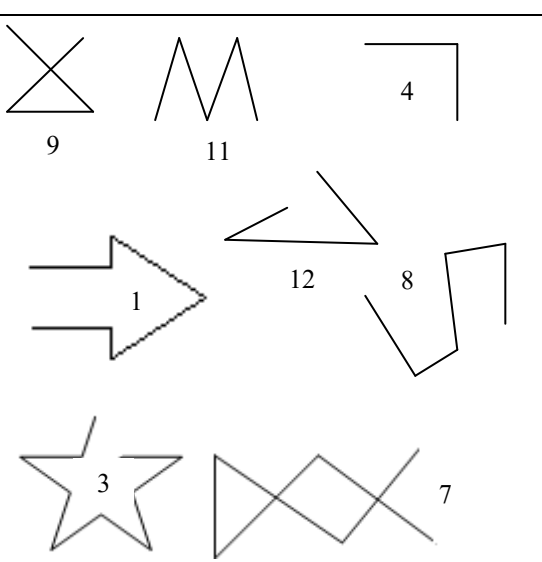
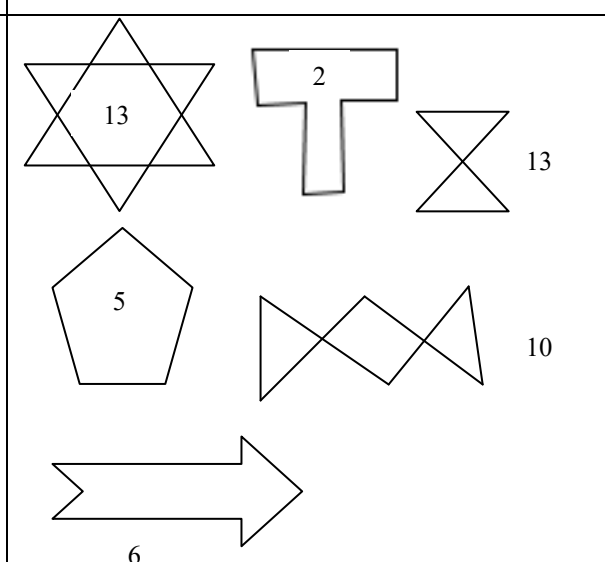
<i>linha poligonal</i>	<i>linha não poligonal</i>
	

Fonte: acervo da pesquisadora

Parte 2: Linhas poligonais fechadas e abertas

Analogamente à primeira parte, o professor também construirá um quadro na lousa, composto por duas colunas, onde irá dispor as primeiras duas figuras 1 e 2, do Quadro 02, de modo a discorrer sobre linhas poligonais abertas e fechadas.

Quadro 02: Distribuição das figuras em linhas poligonais fechadas e abertas

	
---	--

Fonte: acervo da pesquisadora

Em seguida, o professor desenhará na lousa, fora do quadro, a figura 3, dando início às discussões, conforme ocorrido na primeira etapa. A seguir, apresenta-se um trecho das falas oriundas da aplicação.

Professora: Vamos lá meninos! Assim como na outra aula, hoje também iremos fazer a distribuição de figuras em dois grupos diferentes de acordo com as características comuns. Eu já coloquei aqui na lousa, as figuras 01 e 02, cada uma é de um grupo diferente. Agora eu quero que vocês decidam e argumentem também a que grupo irá pertencer a figura 03.

Aluno H: Ah! Essa até eu sei! É do grupo 1, porque ela não tá fechada, tá faltando um pedaço aí, igual a figura 1.

Professora: Nossa! Hoje até o “fulano” resolveu participar da aula! Risos.... É isso mesmo! A figura 3 pertence ao grupo 1 porque é aberta.

Aluno H: Mereço dez ponto! Risos...

Professora: Vamos voltar aqui no quadro pessoal, o colega disse que as figuras do grupo 1 estão abertas, faltando um pedaço todo mundo concorda?

Alunos: Sim!

Professora: E as figuras do grupo 2, são como?

Aluno E: Todas fechadas, não faltam nenhum pedaço.

Aluno G: Professora, sabe o que eu percebi também? Tem outra característica também!

Professora: Qual?

Aluno G: Tipo assim, na outra aula a gente falou de segmentos consecutivos né?

Professora: Sim

Aluno G: Então, na figura do grupo 2 os segmentos são consecutivos porque vem um atrás do outro, e também não estão na mesma linha por causa que tem ponta, e o que eu percebi ainda é que quando a gente desenha a figura a gente começa e termina no mesmo ponto não é?

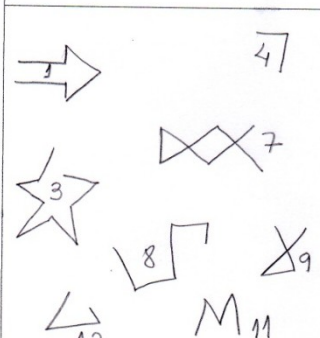
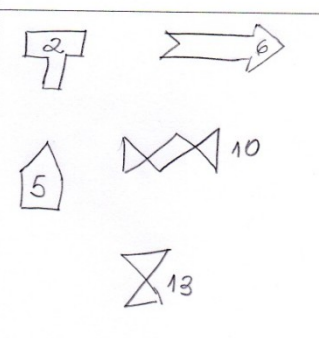
Professora: Isso! A figura 2 é formada por segmentos de reta consecutivos e não colineares, mas as figuras do grupo 1 também são né! Agora isso que você falou faz sentido também, mas podemos melhorar um pouquinho essa fala. A figura 2 é uma linha poligonal fechada e a extremidade que a figura começa é a mesma que termina. Agora vamos ver se o que você disse vai valer para as próximas figuras ok?

As demais figuras serão distribuídas no quadro e, ao final, os alunos receberão a segunda folha do apêndice A e a preencheram de acordo com o quadro construído na lousa, completando as lacunas faltantes, conforme mostra a Figura 02.

Figura 02: Apêndice A – Linhas poligonais abertas e fechadas preenchida por aluno

As linhas poligonais podem ser:

- Abertas quando são formadas por segmentos de segmentos de reta consecutivos e não colineares que não se fecham, ou seja, são abertas.
- Fechadas quando são formadas por segmentos de segmentos de reta consecutivos e não colineares que se fecham, ou seja, são fechadas.

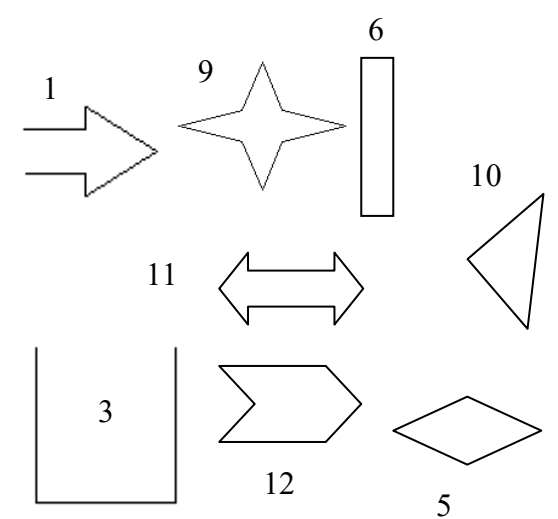
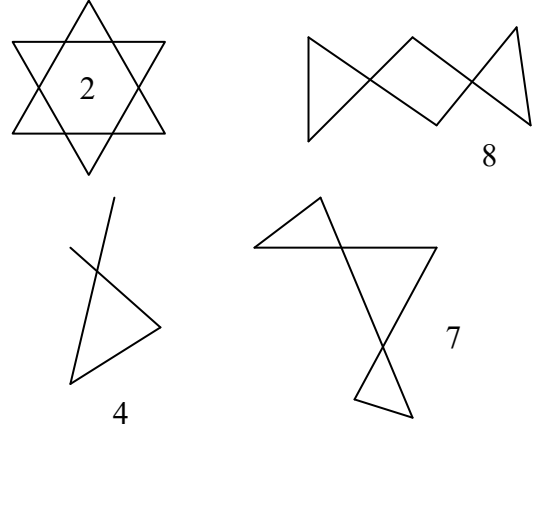
ABERTAS	FECHADAS
	

Fonte: acervo da pesquisadora

Parte 3: Linhas poligonais simples e não simples

Analogamente as duas partes anteriores, o professor também construirá o quadro contendo as duas colunas e desenhará as figuras 1 e 2, do Quadro 03, representando uma linha poligonal simples e outra não simples como é mostrado abaixo.

Quadro 03: Distribuição das figuras: linhas poligonais simples e não simples

	
---	--

Fonte: acervo da pesquisadora

E novamente serão promovidas discussões acerca da classificação da figura 3. Nesta atividade espera-se que as discussões sejam menos intensas na medida em que os conceitos de abertas e fechadas já foram discutidos na atividade anterior.

Ao final da classificação das figuras o professor apresentará aos alunos os conceitos de linhas poligonais simples e linhas poligonais não simples. Os alunos receberão a terceira folha do apêndice A e a preencherão de acordo com o quadro construído na lousa, completando as lacunas faltantes, conforme mostra a Figura 03.

Figura 03 - Apêndice A – Linhas poligonais simples e não simples preenchidas por aluno

As linhas poligonais ainda podem ser:

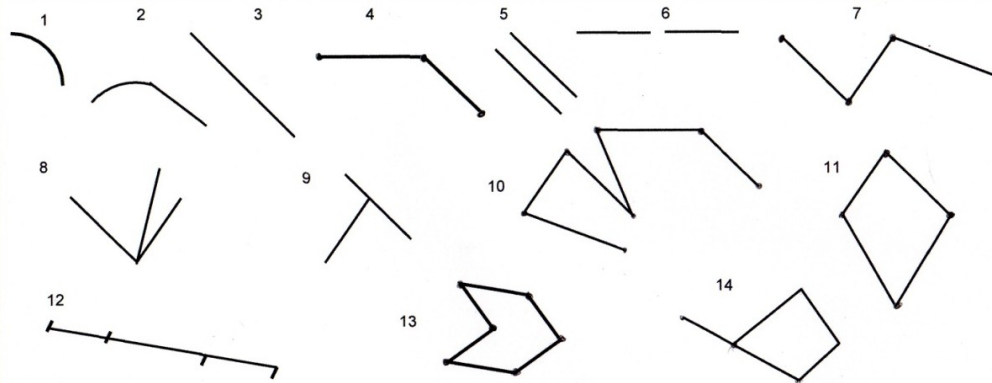
- simples quando são formadas por segmentos de reta que não se cruzam.
- não simples quando são formadas por segmentos de reta que se cruzam.

SIMPLES	NÃO SIMPLES

Fonte: acervo da pesquisadora

Ao final, os alunos receberão e preencherão a ficha de trabalho (apêndice B), na qual os alunos deverão inicialmente classificar as linhas em poligonais e não poligonais, assim como discorrer discursivamente acerca do conceito de linhas poligonais e suas classificações, conforme é mostrado na Figura 04.

Figura 04: Ficha de trabalho 01 – linhas poligonais



Classifique a partir da numeração, os desenhos em:

a) linha poligonal: 4, 7, 10, 11, 13

b) linha não poligonal: 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 12, 14

Agora responda:

a) O que são linhas poligonais? Do segmento de reta tem que ser consecutivos porém não pode ser
retas paralelas

b) Como elas podem ser? Linhas poligonais abertas são formadas por segmentos de reta que não se fecham: <
Linhas poligonais fechadas são formadas por segmentos de reta que se fecha, sendo sempre o mesmo
vão terminar o desenho: Δ

Fonte: acervo da pesquisadora

Atividade 02 – Desenhos com canudos

e) *Objetivo da atividade:*

- identificar linhas poligonais e classificá-las em abertas ou fechadas, simples ou não simples, por meio da decomposição de figuras.

f) *Materiais necessários:*

- fichas de trabalho (apêndice C e D), cola, tesoura, canudos de diferentes cores, lápis, borracha e régua.

g) *Tempo de duração:* 2 aulas.

h) *Descrição da atividade:*

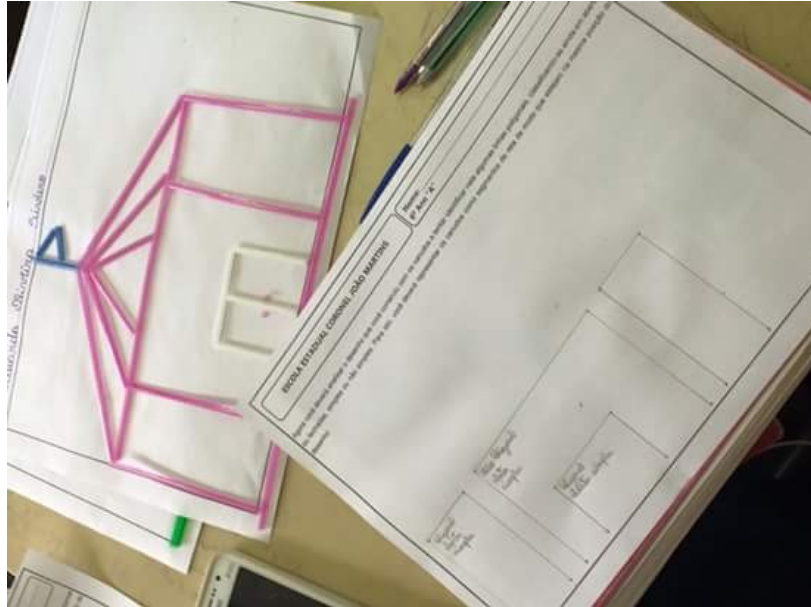
Em um primeiro momento, os alunos receberão a ficha de trabalho (apêndice C) na qual construirão, individualmente, figuras a partir de canudos utilizando cola e tesoura. Posteriormente, estas figuras serão recolhidas de forma a serem analisadas as suas possíveis decomposições.

Em um segundo momento, os alunos receberão novamente suas respectivas fichas de trabalho (apêndice C) – folha com os desenhos de canudos - e a ficha de trabalho (apêndice D) na qual terão que decompor – utilizando régua, lápis e borracha – a figura original em outras figuras identificadas como linhas poligonais abertas, fechadas, simples e não simples.

Ao final, as fichas poderão ser recolhidas para que posteriormente sejam analisadas e avaliadas pelo professor.

A Figura 05 ilustra uma produção da atividade realizada por um aluno.

Figura 05: Produções de desenhos com canudos e classificação das linhas



Fonte: acervo da pesquisadora

Atividade 03 - Mapa conceitual

e) *Objetivo da atividade:*

- Classificar polígonos e não polígonos, polígonos convexos e não convexos a partir da utilização do mapa conceitual, como recurso didático.

f) *Materiais necessários:*

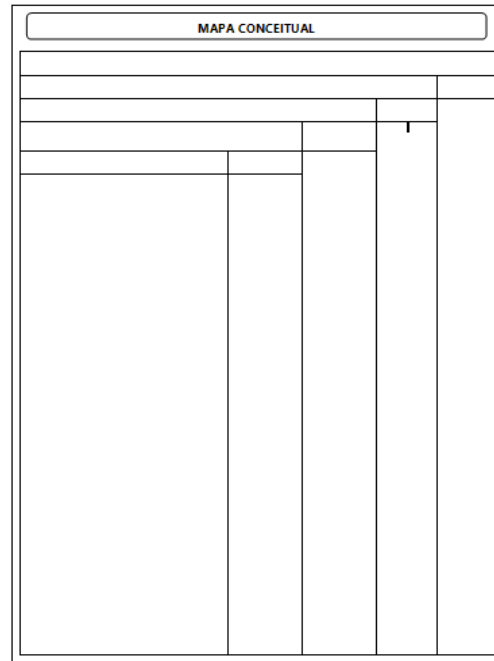
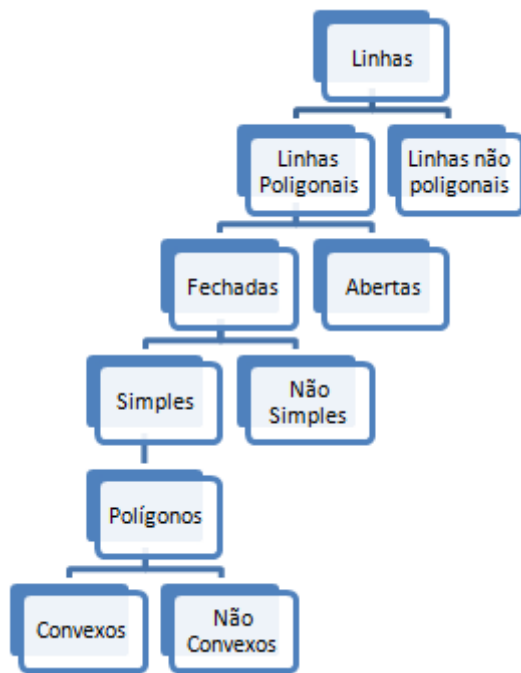
- material do aluno: ficha de trabalho (apêndice E – mapa conceitual); envelope contendo 32 cartões numerados medindo 3cmx3cm em que estavam desenhadas linhas poligonais e não poligonais (apêndice F); cola; lápis; borracha; elementos dos polígonos (apêndice G); ficha de trabalho (apêndice H – polígonos convexos e não convexos) e caderno do aluno;
- material do professor: cartaz contendo o mapa conceitual e figuras (apêndices E e F) em tamanho ampliado.

g) *Tempo de duração:* 3 aulas

h) *Descrição da atividade:*

Esta atividade utilizará como recurso didático o mapa conceitual, conforme apresentado na Figura 06(a), utilizando a classificação e a reclassificação das figuras contidas no envelope, representadas pela Figura 07.

Figura 06: Mapas conceituais (a) representando a estrutura lógica da atividade, (b) quadro utilizado para representar a estrutura conceitual



(a)

(b)

Fonte:
acervo
da
pesquisa
dora

O

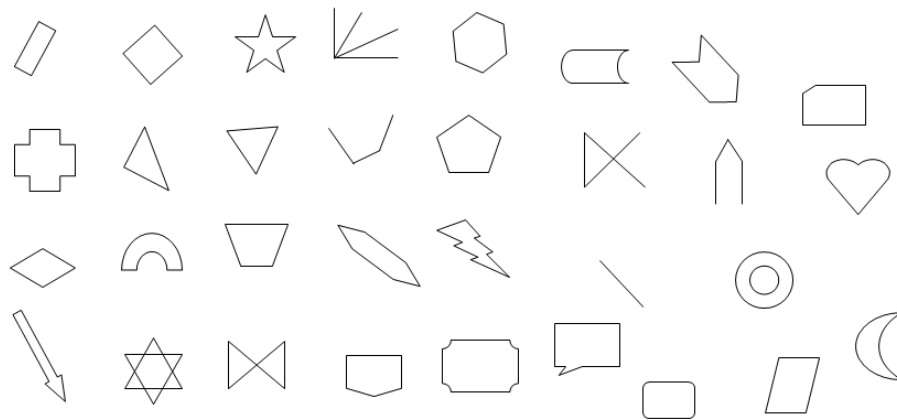
profess
or

fixará seu mapa conceitual, representado pela Figura 9(b), confeccionado na forma de cartaz, na parede e irá dispor sobre sua mesa outros 32 cartões com as mesmas figuras contidas nos envelopes dos alunos, mas em tamanho 15cmx15cm para que possam ser visualizadas por todos os alunos durante as discussões.

Os alunos serão agrupados em grupos de quatro integrantes. Cada integrante receberá seu mapa conceitual conforme apresentado na Figura 6(b) – apêndice E – e um envelope contendo os cartões com as figuras, representados pela Figura 07 – apêndice F –, estes serão sobrepostos na mesa de modo que as figuras fiquem voltadas para cima.

O professor solicitará aos alunos que observem o grupo de figuras (Figura 7) e que tentem agrupá-las em dois grupos distintos. Como já foram trabalhados vários conceitos na atividade 1, esperava-se que os alunos os utilizassem nesta atividade.

Figura 07: Linhas utilizadas na elaboração do mapa conceitual



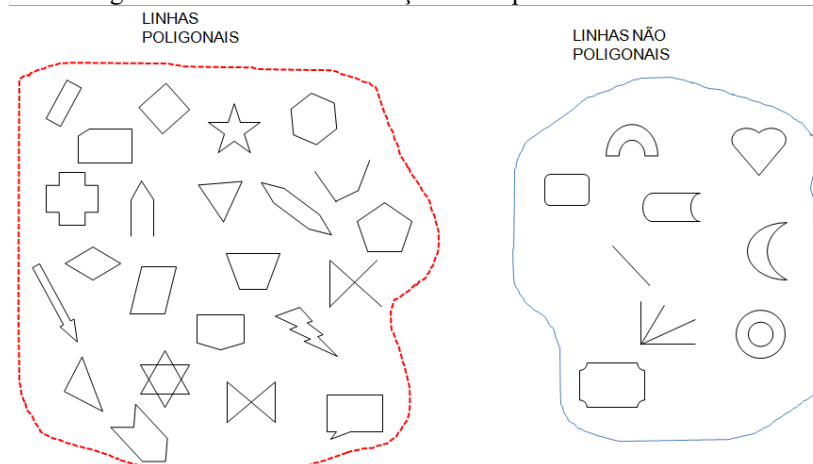
Fonte: acervo do pesquisador

Caberá ao professor proporcionar aos alunos um tempo para que os integrantes dos grupos discutam sobre a divisão das figuras e as separem em dois grupos distintos. Posteriormente, serão socializadas as divisões realizadas por cada grupo. E caberá ao professor conduzir a primeira separação em linhas poligonais e linhas não poligonais.

O professor utilizando o seu cartaz colará ou irá inserir com pincel a nomenclatura dos dois grupos (linhas poligonais e linhas não poligonais) na segunda linha do quadro.

Em seguida, o professor conduzirá as discussões para a classificação de todas as figuras, seguindo a ordem numérica destas, sendo possível ao final, distinguir as figuras que compõe cada grupo, conforme aponta a Figura 08.

Figura 08: Primeira classificação do mapa conceitual



Fonte: acervo da pesquisadora

Em seguida, as figuras que compõe o grupo das linhas não poligonais serão coladas pelo professor em seu mapa conceitual, restando sobre a mesa apenas as linhas poligonais. Os

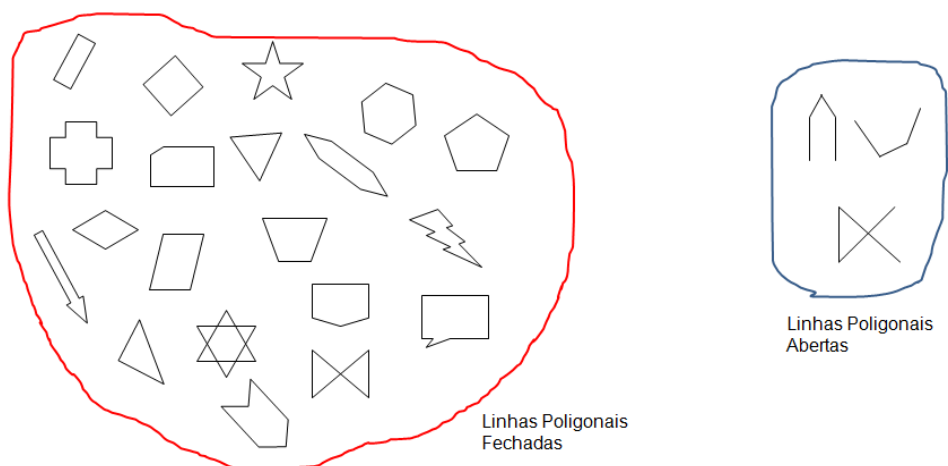
alunos realizarão o mesmo procedimento utilizando seus próprios materiais (mapa conceitual e figuras).

Sobre a carteira restarão apenas as figuras que compõe o grupo das linhas poligonais. Novamente, o professor dará um tempo para que os alunos proponham outro tipo de separação e caberá a ele conduzir as discussões apresentadas pelos alunos, esperando que eles proponham duas separações possíveis: abertas ou fechadas, ou ainda, simples e não simples (conceitos já trabalhados anteriormente).

Nesta etapa será dada ênfase para a separação das figuras em abertas e fechadas. Analogamente à primeira separação, cada figura obedecendo a sua numeração será discutida e classificada de acordo com suas propriedades comuns – serem abertas ou fechadas, onde ao final, será possível obter os dois grupos distintos, conforme aponta a Figura 09.

Ao final, a terceira linha do quadro será preenchida com as palavras fechada e aberta, respectivamente e as figuras que compõe o grupo das linhas poligonais abertas serão coladas no mapa conceitual, tanto no do professor, quanto nos dos alunos.

Figura 09: Classificação das figuras entre linhas poligonais fechadas e abertas

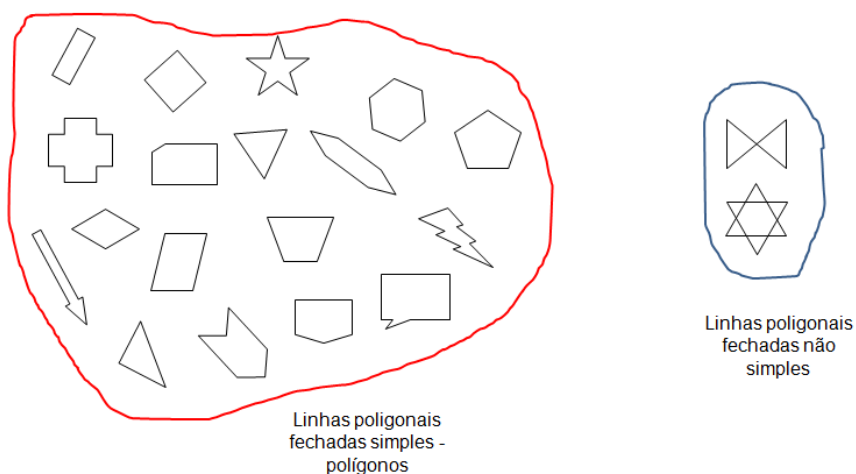


Fonte: acerco da pesquisadora

Após a separação entre abertas e fechadas, será realizada a terceira separação: linhas poligonais simples e não simples. Novamente será dado aos grupos um tempo para que discutam o critério de separação assim como a divisão das figuras em seus respectivos grupos.

Analogamente as duas primeiras separações o professor juntamente com os alunos, separará figura por figura. Colando no mapa conceitual do professor as figuras que pertencem ao grupo das não simples, conforme ilustra a Figura 10.

Figura 350: Classificação das figuras em simples e não simples



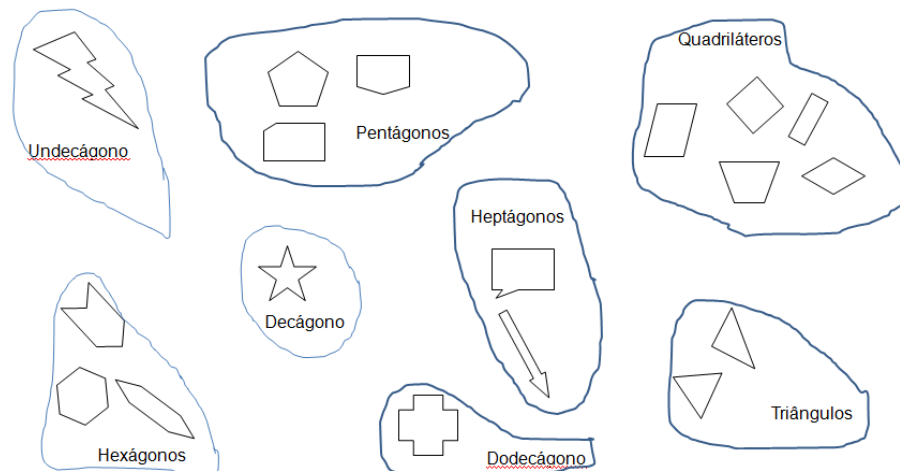
Fonte: acervo da pesquisadora

Os alunos preencherão o mapa conceitual, na quarta linha, com a classificação simples e não simples, respectivamente e colarão as figuras correspondentes ao grupo de linhas poligonais fechadas não simples.

Restará sobre a carteira apenas o grupo que possui a seguinte característica: são linhas poligonais, são fechadas e são simples. Caberá ao professor solicitar que estas características sejam ressaltadas e informar que este grupo de figuras recebe o nome de polígonos.

Ainda com os polígonos disponíveis sobre as carteiras, o professor solicitará aos alunos que agrupem as figuras em outros grupos de livre escolha; espera-se que eles sejam capazes de dividir as imagens em oito grupos, considerando o número de lados, conforme apresenta a Figura 11. Na aplicação desta atividade os alunos não realizaram esta separação, fizeram grupos de quadrados, retângulos, triângulos entre outros. Desta forma, coube ao professor conduzir à separação desejada.

Figura 361: Classificação das figuras de acordo com o grupo de lados



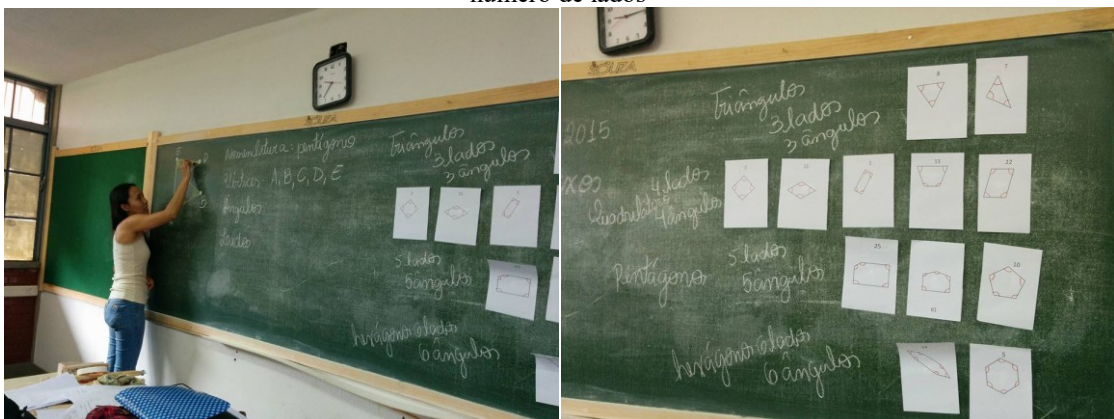
Fonte: acervo da pesquisadora

Desta forma, é possível que o professor terá que solicitar aos alunos que separem as figuras de acordo com o número de lados.

Após a separação realizada pelos alunos em seus respectivos grupos, a separação necessitará, novamente, ser realizada por todos da sala com a direção do professor.

Para que seja possível o desenvolvimento do trabalho que envolva a nomenclatura e os elementos do polígono, sugere-se que as figuras sejam anexadas na lousa de acordo com o seu número de lados, de vértices e de ângulos internos, conforme aponta a Figura 12. Caso contrário, o professor poderá adaptar outra forma para o desenvolvimento desta etapa.

Figura 12: (a) discussão sobre os elementos de um polígono (b) separação dos polígonos de acordo com o seu número de lados



12(a)

12(b)

Fonte: acervo da pesquisadora

Após a separação realizada na lousa pelo professor, os alunos receberão o material (apêndice G), que aborda a nomenclatura e os elementos de um polígono (lados, vértices e

ângulos), o qual será preenchido pelos alunos com o auxílio do professor, conforme destacado na Figura 13.

Figura 13: Apêndice G preenchido por um dos alunos
Toda linha poligonal fechada simples é denominada polígono.

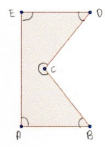
ELEMENTOS DE UM POLÍGONO

Nomenclatura: Pentágono

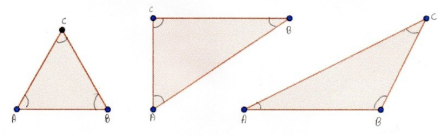
Vértices: A, B, C, D, E

Ângulos: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}, \hat{E}$

Lados: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}$



NOMENCLATURA: Triângulo



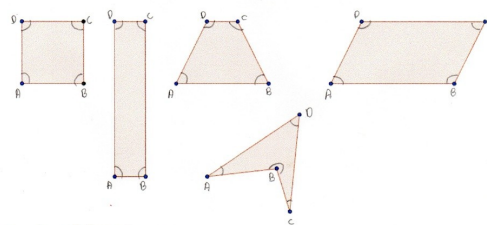
Elementos:

3 vértices: A, B, C

3 ângulos: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$

3 lados: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$

NOMENCLATURA: Quadrilátero



Elementos:

4 vértices: A, B, C, D

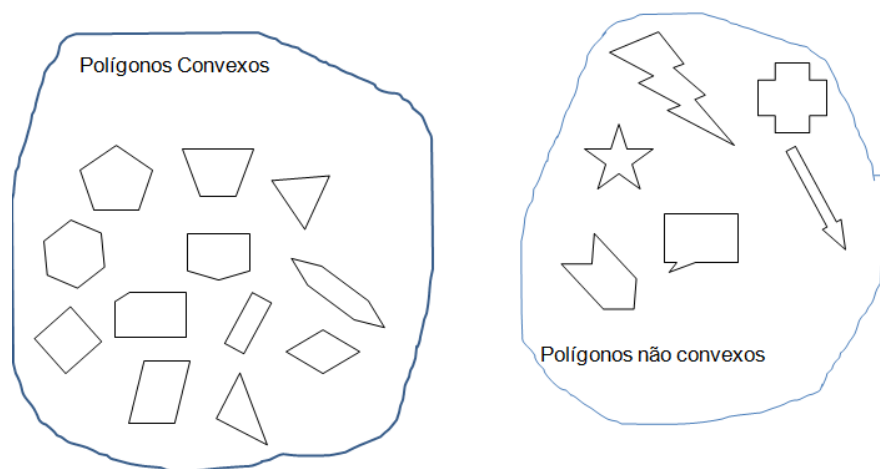
4 ângulos: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$

4 lados: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$

Fonte: acervo da pesquisadora

Em outro momento os cartões com os polígonos serão dispostos sob a carteira e solicitados aos alunos que realizem uma nova separação em dois grupos distintos de forma a se trabalhar os conceitos de convexos e não convexos, conforme mostra a Figura 14. É importante salientar que este conceito ainda não foi abordado anteriormente, nesta sequência de atividades desta forma caberá ao professor conduzir as discussões ressaltando que as separações necessitam partir primeiramente das semelhanças e diferenças detectadas pelos alunos.

Figura 14 - Separação dos polígonos em convexos e não convexos



Fonte: acervo pessoal da pesquisadora

Os alunos por meio de discussões irão conseguir realizar algumas separações mesmo que ainda necessitem de alguns acertos estes serão realizados ao longo das discussões como pode ser evidenciando no trecho do diálogo abaixo:

Professora: Algum grupo conseguiu fazer a separação das figuras e quer começar a discussão?

Grupo D: A gente conseguiu. A gente “separamos” as figuras em dois grupos, os pontudos e os não pontudos, pensamos assim, as figuras que tem pontas, tipo as setas, a cruz, a estrela, os triângulos, o balão do gibi, e esse outro aqui achatado (hexágono irregular – cartão 27) nós o colocamos no grupo dos pontudos e os outros a gente deixou no outro grupo, que seriam os não pontudos.

Professora: Nossa meninos, que legal esta separação que vocês fizeram, algum grupo pensou diferente.

Grupo B: Nós fizemos um pouco diferente professora.

Professora: Como vocês fizeram meninos?

Grupo B: Tipo a gente separou quase igual, só que a gente separou sendo bicudos e não bicudos, e deixamos os triângulos nos grupos dos não bicudos, o resto ficou igual professora, porque estes triângulos aqui a gente achou que não “tava muito bicudo” como as outras figuras.

Professora: Que ótimo gente, estou gostando de ver. Mais algum grupo que discutir o seu critério de separação com a gente? Ou um grupo quer convencer o outro sobre o problema dos triângulos, pois cada grupo colocou de forma diferente.

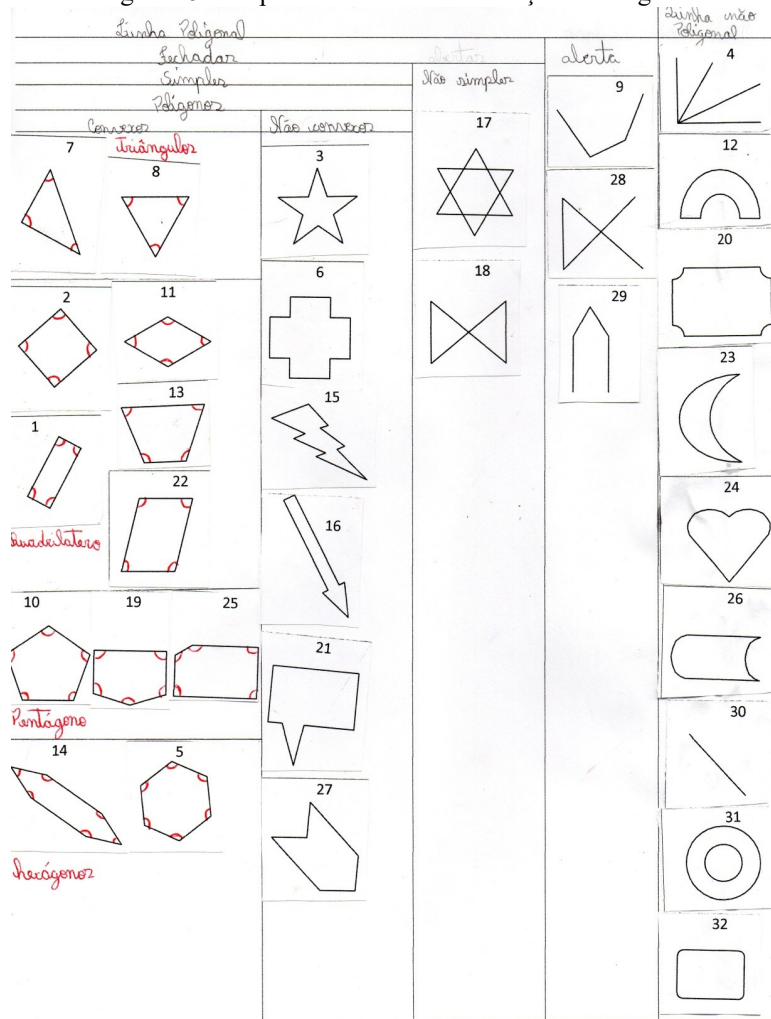
Grupo D: A gente fez assim e a gente pensa que tá certo.

Grupo B: A gente que fez certo! Olha o triângulo não é bicudo não!

Percebe-se que os alunos conseguiram dispor as figuras utilizando critérios elaborados por eles mesmos e quase conseguiram realizar a separação em polígonos convexos e não convexos.

Após as discussões e a separação correta dos polígonos em convexos e não convexos, os alunos preencherão a última linha do mapa conceitual e colarão as figuras primeiramente os polígonos não convexos e, posteriormente, os polígonos convexos agrupando-os de acordo com o seu número de lados, vértices e ângulos, como é mostrado no mapa conceitual final, representado pela Figura 15 abaixo.

Figura 15 - Mapa conceitual e classificações das figuras



Fonte: acervo da pesquisadora

Com o mapa completo, este será colado no caderno do aluno, juntamente com o material do apêndice G e, finalmente, os alunos terminarão de preencher a ficha deste apêndice juntamente com o professor, conforme ilustra a Figura 16.

Figura 16: Apêndice G preenchido, conceitos de polígonos convexos e não convexos

✓ um polígono é convexo quando todos os segmentos de reta com extremos no interior desse polígono têm todos os pontos no interior do polígono;
 ✓ um polígono é não convexo se existe um segmento de reta cujos extremos estão no interior desse polígono, mas nem todos os pontos do segmento estão no interior do polígono.

Polígonos convexos	Polígonos não convexos

Fonte: acervo da pesquisadora

Ao final os alunos preencherão a ficha de atividades (apêndice H) que pode ser recolhida pelo professor visando análise e/ou avaliação futura. A Figura 17 ilustra algumas dessas fichas de trabalho.

Figura 17: Ficha de trabalho (apêndice H – polígonos convexos e não convexos)

Desenhe com a régua duas figuras que são polígonos, sendo uma convexa e outra não convexa e, duas figuras que não são polígonos (diferentes das figuras que a professora mostrou). Nos polígonos, identifique quais são os vértices, os lados, os ângulos internos e a nomenclatura em relação ao número de lados.

POLÍGONOS		NÃO POLÍGONOS
POLÍGONO CONVEXO	POLÍGONO NÃO CONVEXO	
<p>Nomenclatura: <u>Quadrilátero</u></p> <p>Vértices: <u>A, B, C, D</u></p> <p>Lados: <u>AB, BC, CD, DA</u></p> <p>Ângulos: <u>A, B, C, D</u></p>	<p>Nomenclatura: <u>decaágono</u></p> <p>Vértices: <u>A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L</u></p> <p>Lados: <u>AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ, JK, KL, LA</u></p> <p>Ângulos: <u>A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L</u></p>	

Agora responda: O que são polígonos? Polígonos são compostos por segmentos de reta, simples, fechados e também simples.

Fonte: acervo da pesquisadora

Atividade 04 – Meu mundo poligonal

e) *Objetivo da atividade:*

- descrever o mundo físico por meio de representações geométricas, na forma de polígonos.

f) *Tempo de duração:* 1 aula

g) *Materiais necessários:*

- Notebook; datashow; apresentação em Power Point; ficha de trabalho (apêndice I); régua, lápis e borracha.

h) *Descrição da atividade:*

O professor irá apresentar algumas representações de objetos na forma de polígonos, por meio de uma apresentação de Power Point. Algumas destas representações podem ser semelhantes às apresentadas na Figura 18.



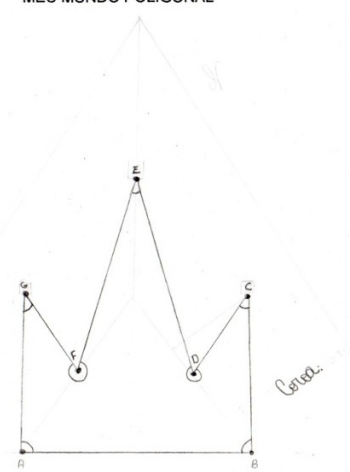
Fonte: acervo da pesquisadora

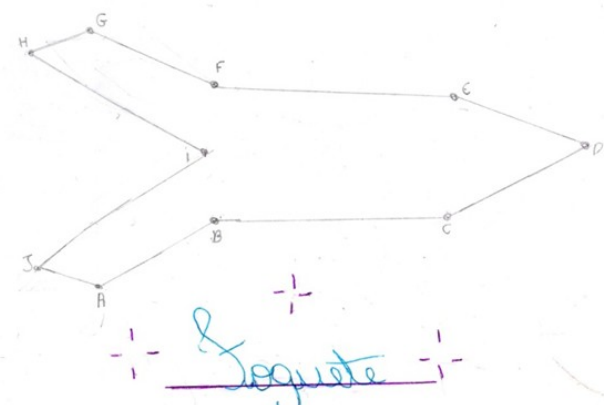
Posteriormente, será entregue aos alunos a ficha de trabalho (apêndice I) e solicitado a cada aluno que imagine outro objeto do mundo físico, diferente dos apresentados, e o represente na forma de polígono. A seguir, que destaque os lados, vértices e ângulos internos, que classifique o polígono em convexo ou não convexo, que o nomeie em relação ao seu número de lados, vértices e ângulos internos.

Após a realização da tarefa, as fichas de trabalho devem ser recolhidas para que possam ser analisadas e/ou avaliadas posteriormente.

A Figura 19 ilustra algumas destas fichas de atividade produzidas pelos alunos durante a atividade.

Figura 19: Ficha de atividade (apêndice I – meu mundo poligonal)

<p align="center">ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS</p>	<p>Nome: <u>Ílvia Maria Barboza</u> 6º Ano "A"</p>
<p>A partir da apresentação dos slides, com objetos na forma de polígonos, pense em um objeto e o desenhe na forma de polígono. E ao lado, destaque seus lados, vértices e ângulos e o classifique em convexo ou não convexo, regular ou não regular.</p>	
<p align="center">MEU MUNDO POLIGONAL</p> 	<p align="center">LADOS, VÉRTICES, ÂNGULOS</p> <p>Nomenclatura: <u>Heptágono</u> Lados: <u>AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA</u> ângulos: <u>Â, B̂, Ĉ, D̂, Ê, F̂, Ĝ</u> vértices: <u>A, B, C, D, E, F, G</u></p> <p><u>Sim Convexo</u> <u>Não Regular</u></p>

<p align="center">ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS</p>	<p>Nome: <u>Ílvia Maria Barboza Costa Souza - N: 21</u> 6º Ano "A"</p>
<p>A partir da apresentação dos slides, com objetos na forma de polígonos, pense em um objeto e o desenhe na forma de polígono. E ao lado, destaque seus lados, vértices e ângulos e o classifique em convexo ou não convexo, regular ou não regular.</p>	
<p align="center">MEU MUNDO POLIGONAL</p> 	<p align="center">LADOS, VÉRTICES, ÂNGULOS</p> <p>Nomenclatura: <u>Decágono</u> Lados: <u>AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ</u> vértices: <u>A, B, C, D, E, F, G, H, I, J</u> ângulos: <u>Â, B̂, Ĉ, D̂, Ê, F̂, Ĝ, Ĥ, Î, Ĵ</u></p> <p><u>Polígono não convexo e não regular</u></p>

Atividade 05 – Polígonos regulares e não regulares

b) *Objetivo da atividade:*

- formar o conceito de polígonos regulares e não regulares utilizando instrumentos de medidas específicos.

c) *Tempo de duração:* 2 aulas

d) *Materiais necessários:*

- folha impressa contendo polígonos regulares e não regulares (apêndice J), régua, transferidor, lápis, borracha, tesoura, cola e caderno do aluno.

e) *Descrição da atividade:*

Os alunos receberão uma folha contendo polígonos numerados (apêndice J), desta vez, os polígonos não serão recortados como na atividade do mapa conceitual. O professor solicitará aos mesmos que observem as figuras e discorram sobre possíveis características que possam separá-las em dois grupos.

É provável que os alunos não consigam obter a separação correta entre polígonos regulares e não regulares na medida em que estes conceitos ainda não foram abordados neste contexto. Assim, caberá ao professor solicitar aos alunos que meçam os lados dos polígonos e anotem suas respectivas medidas nas figuras.

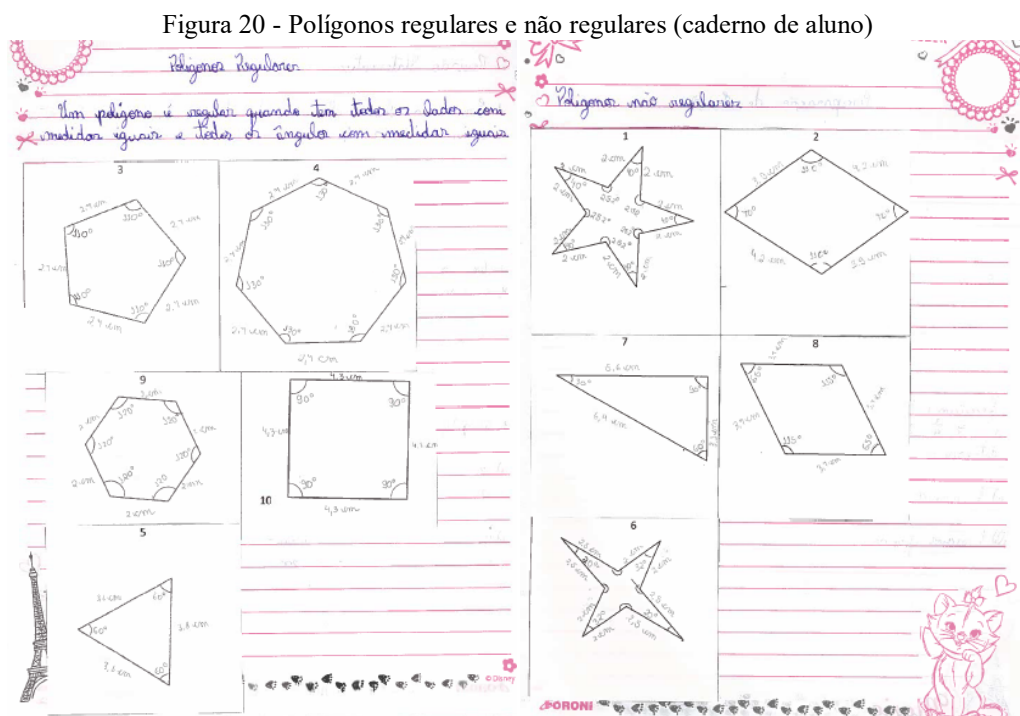
Caso os alunos tenham dificuldades em manusear a régua caberá ao professor auxiliá-los neste procedimento de forma individual e/ou em grupo visando sanar as dificuldades encontradas pelos alunos.

Espera-se que a separação ainda não tenha sido a correta com todas as figuras, então novamente será solicitado aos alunos que meçam os ângulos internos dos polígonos e, assim como aconteceu no procedimento anterior, talvez seja necessária a intervenção do professor.

Após estes procedimentos o professor solicitará aos alunos que discorram novamente sobre outra separação. Esperava-se, desta vez, que os alunos considerem as medidas de lados e ângulos iguais; caso isto não ocorra, caberá ao professor direcionar as discussões.

Realizada a separação correta o professor discorrerá sobre o nome dos grupos: as figuras que têm lados e ângulos internos com medidas iguais (congruentes) receberão o nome de polígonos regulares e as que não apresentam estas características de polígonos não regulares.

Por fim, a formalização do conceito será exposta na lousa. Os alunos anotarão os conceitos no caderno, recortarão e colarão os polígonos em seus respectivos grupos, conforme ilustra a Figura 20.



Fonte: acervo da pesquisadora

Atividade 06 – Quebra cabeça poligonal

e. *Objetivo da atividade:*

- avaliar os conceitos abordados nas atividade anteriores.

f. *Tempo de duração: 3 aulas*

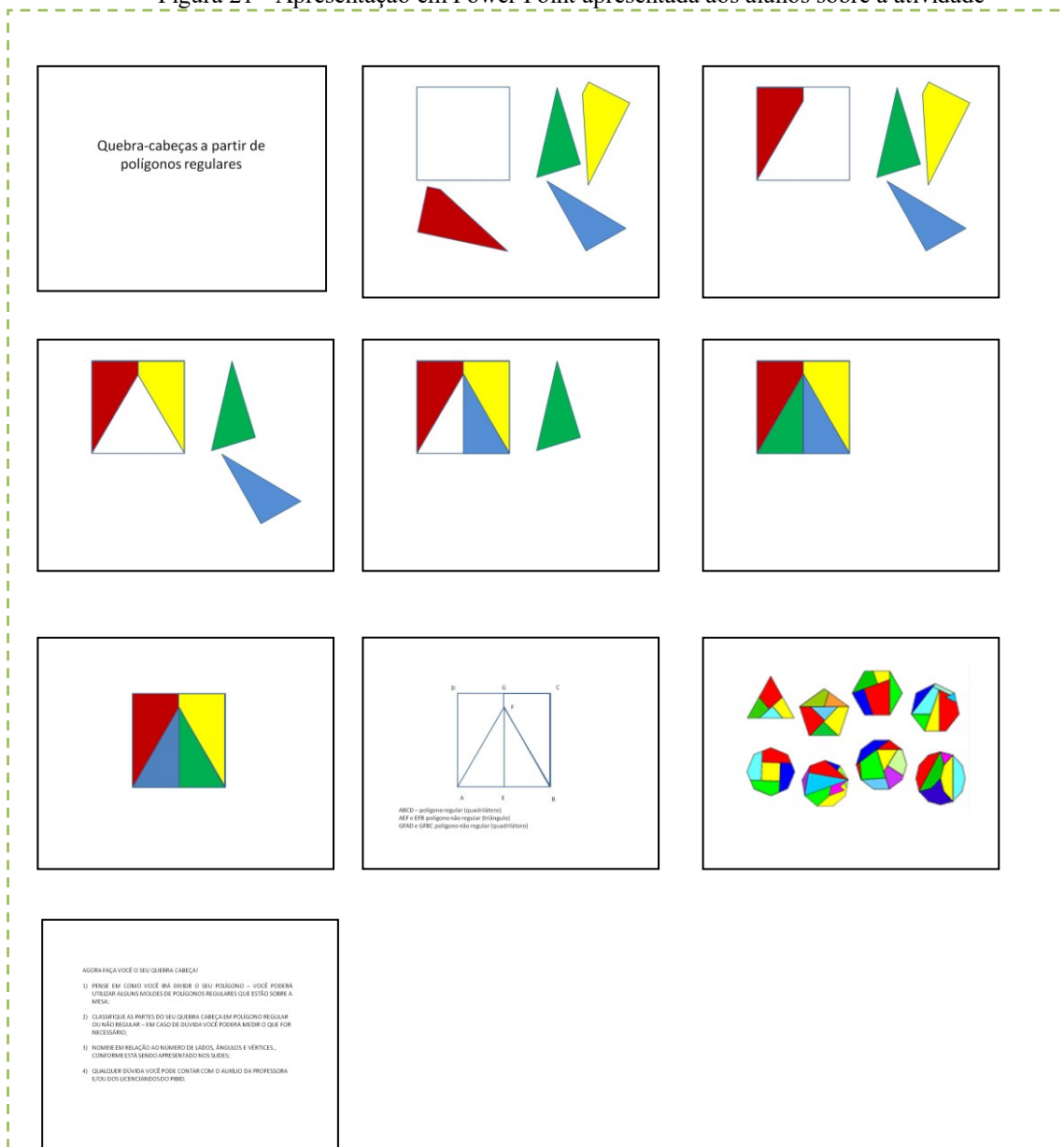
g. *Materiais necessários:*

- notebook; datashow; apresentação em Power Point; 1 ficha de trabalho (apêndice K – apresentação do quebra cabeça contendo nome do aluno e nome do polígono) impressa em papel cartão; 2 folhas da ficha de trabalho (apêndice L – classificação da decomposição das peças do quebra cabeça) – uma em papel sulfite e outra em papel cartão; tesoura; lápis; borracha; moldes de polígonos regulares (apêndice M) e sacos plásticos para armazenar as atividades dos alunos individualmente.

h. *Descrição da atividade:*

A apresentação desta atividade pode realizada por meio de apresentação produzida em Power Point, conforme apresentada na Figura 21.

Figura 21 - Apresentação em Power Point apresentada aos alunos sobre a atividade



Fonte: acervo da pesquisadora

Podem ser formados grupos de três ou quatro alunos. Cada aluno receberá, aleatoriamente, uma ficha de trabalho (apêndice K) contendo um polígono regular. Desta forma será solicitado ao aluno que nomeie o polígono em relação ao número de lados, vértices e ângulos internos (por exemplo, triângulo regular, quadrilátero regular, etc.) e que inserisse seu nome no campo respectivo, de modo a identificar sua produção. Esta ficha de trabalho tem como intuito servir como molde para que os alunos possam sobrepor as peças nela de modo a obter a composição final.

Cada grupo receberá também moldes de polígonos regulares (apêndice M) para que

possam ser utilizados como moldes, caso os alunos, queiram que polígonos regulares compoñham seus quebra cabeças. Além destes, cada aluno receberá outra ficha (apêndice L) – impressa em papel sulfite – com o mesmo polígono recebido anteriormente. Nesta ficha, o aluno deverá decompor seu polígono em outros polígonos, da forma que ache mais conveniente, podendo inclusive utilizar os moldes de polígonos regulares que foram entregues anteriormente.

Os alunos receberão sacos plásticos, colocarão suas fichas de atividades nele e entregaram para o professor. Este necessitará xerocar a ficha de cada aluno (apêndice L) – que contem a decomposição do polígono regular – em papel cartão e inserir esta folha no saco plástico de cada aluno.

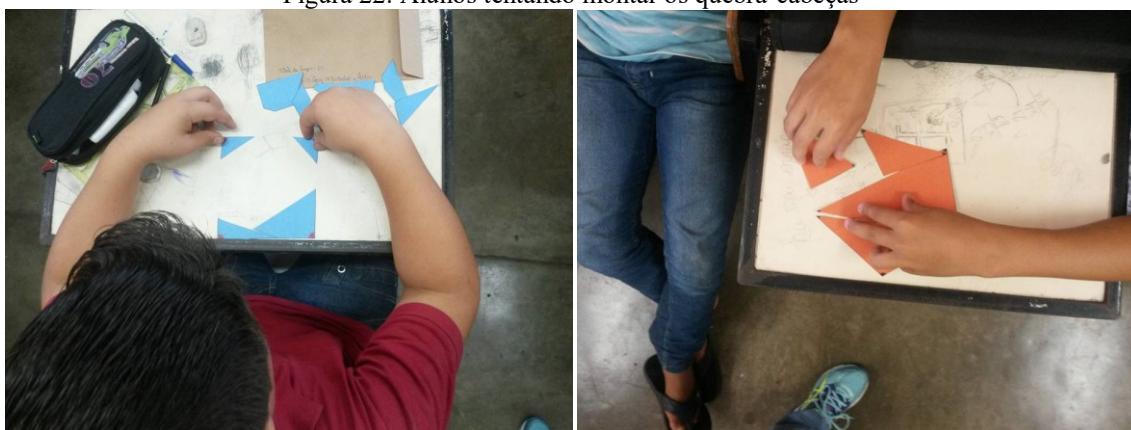
Em outro momento, os alunos receberão novamente seu material e, inicialmente utilizarão a ficha (apêndice L), no papel sulfite, e devendo classificar as partes do seu quebra cabeça em polígonos regulares ou não regulares e nomear em relação ao número de lados, ângulos e de vértices.

Realizado o preenchimento desta ficha, o professor ainda solicitará aos alunos que destaquem os ângulos internos do polígono que gerou todo o quebra-cabeça e posteriormente, recortarão a folha xerocada em papel cartão de modo a constituir as peças do quebra-cabeça.

O destaque dos ângulos internos do polígono gerador será realizado de modo a auxiliar a montagem do quebra cabeça, na medida em que algumas decomposições podem gerar muitas peças.

Posteriormente, à confecção dos quebra-cabeças os alunos poderão montar seus próprios quebra cabeças e trocá-los com outros alunos de modo a socializar as produções conforme aponta a Figura 22.

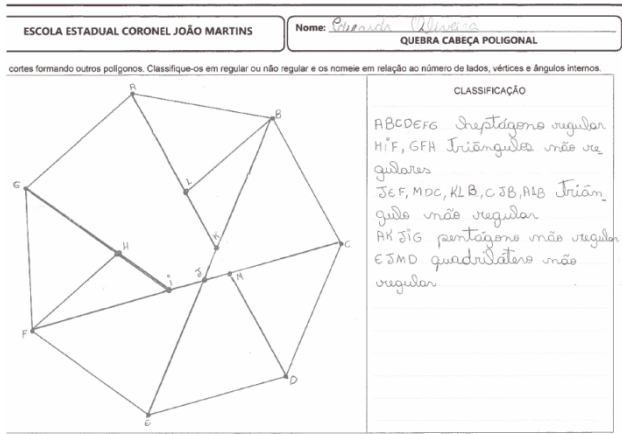
Figura 22: Alunos tentando montar os quebra-cabeças



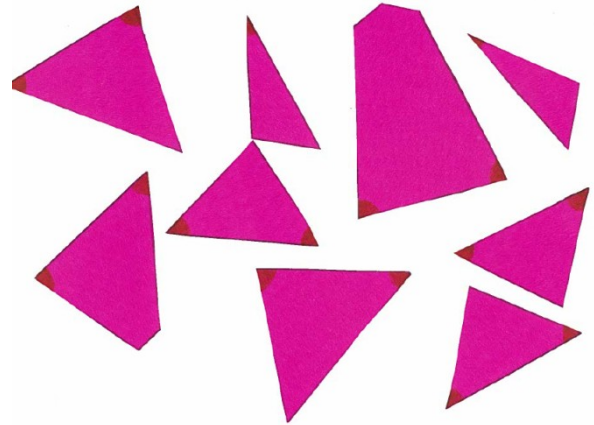
Fonte: acervo da pesquisadora

As Figuras 23(a) e 23(b) destacam um dos kit's de quebra cabeças produzido nesta atividade.

Figura 2373 - (a) decomposição do polígono regular e classificação das peças (b) quebra cabeça poligonal produzido



(b)



(b)

Fonte: acervo da pesquisadora

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pode-se dizer que, apesar da experiência enquanto professora já indicar um trabalho em sala de aula com metodologia parecida com a que foi utilizada na sequência didática elaborada e aplicada nesta pesquisa, foi a fundamentação teórica que trouxe segurança para traçar caminhos próprios para ensinar geometria no ensino fundamental. Assim, recomenda-se ao leitor deste produto também que se faça a leitura da dissertação que o gerou.

Considera-se que elaborar uma sequência didática potencialmente significativa, ou seja, que mobilizasse conhecimentos prévios, que atendesse aos princípios de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, que promovesse a aprendizagem seja por recepção verbal seja pela descoberta, seja subordinada ou subordinante, que respeitasse hierarquia conceitual, que utilizasse uma linguagem e um vocabulário adequados e que ainda desenvolvesse atitudes favoráveis às atividades – permitindo a predisposição para a procura do sentido e do significado da aprendizagem – foi um dos maiores desafios enfrentados por esta pesquisadora. Não bastaram os textos lidos na licenciatura, ou no mestrado profissional foi necessária uma revisão e ampliação do conhecimento teórico para embasar a prática.

Envolver-se nas atividades, transcrever os diálogos, analisar as argumentações dos

alunos, etc., ajudou a ter clareza acerca das inúmeras variáveis que influenciam a aprendizagem na sala de aula. Explorar as representações dos alunos, identificar os processos de formação, tratamento e conversão dos registros, analisar a forma discursiva e figural, bem como as apreensões e transformações produzidas ajudou a entender a atividade cognitiva dos alunos e a compreender algumas das suas dificuldades na aprendizagem da geometria. Propor atividades com canudos, produção de polígonos, de quebra cabeça e acompanhar o desenvolvimento de atitudes favoráveis à geometria, fez aumentar a responsabilidade enquanto professora que incentiva, que ouve, que dialoga, que motiva, que aguça a curiosidade dos alunos pelo conhecimento.

Convém ressaltar que os alunos participantes desta pesquisa já estavam acostumados com atividades parecidas com a sequência didática apresentada, devido à prática da professora, o que contribuiu para a aplicação das atividades, pois eles participaram ativamente das discussões, do desenvolvimento das atividades e do preenchimento das fichas de atividade de forma comprometida. Ainda assim, foi possível destacar uma melhora nos aspectos afetivos entre a turma e a professora na medida em que houve uma interação mais próxima. Esse retorno dos alunos serviu como incentivo para a revisão das práticas empregadas e aumentou a certeza da necessidade de uma formação profissional continuada.

A sequência didática em questão pode ser aplicada por outros professores de matemática cabendo a eles adequá-la à sua realidade: o planejamento, o material, a linguagem e os questionamentos necessitam ser adaptados ao tempo de aprendizagem e ao nível conceitual em que se encontram seus alunos. Podem ser sugeridas outras atividades complementares, por exemplo, a elaboração de jogos pelos próprios alunos, em que sejam revisados o reconhecimento, a classificação e a nomeação dos polígonos.

Desta maneira, espera-se que este produto auxilie professores que ensinam Matemática em suas práticas e que esse possa servir de fonte para outras pesquisas da área de Educação Matemática. Assim, é realizado um convite a todos os leitores deste produto a realizarem um estudo mais minucioso da dissertação que gerou esse produto, uma vez que apresenta além desta proposta de ensino uma série de reflexões a partir de conhecimentos teóricos que podem contribuir com as futuras escolhas didáticas e metodológicas para professores que ensinam matemática.

REFERÊNCIAS

- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.
- BOIAGO, C. E. P.; CRUZ, G. S. G.; VIANA, O. A.. **Equação do segundo grau: uma reflexão acerca do ensino de procedimentos nas aulas de matemática**. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Distrito Federal, 2015.
- BRASIL. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Distrito Federal, 2016a. Disponível em <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em 20 de jan de 2017.
- BRASIL. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Distrito Federal, 2017. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em 02 de jan de 2018.
- BRITO, M. R. F. **Aprendizagem Significativa e a formação de conceitos na escola**. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa*. 2.ed. Florianópolis: Insular, 2005, p. 69-84.
- BRITO, M. R. F. **Psicologia da Educação Matemática: ponto de vista**. Educar em Revista, Curitiba; In Especial 1/2011, p. 29-45, 2011. Disponível em: <http://ojs.c3sl.ufpr.br/ojs/index.php/educar/article/viewFile/22594/14833>. Acesso em 10 de jan de 2017.
- CALADO, T. V.; BARROSO, M. M. **Um estudo em livros didáticos com base na teoria dos registros de representação semiótica para o ensino de geometria**. In: IX Encontro de Produção Científica e Tecnologia, 2014, Campo Mourão, Anais ... Campo Mourão: IX EPCT, 2014. Disponível em http://www.fecilcam.br/nupem/anais_ix_epct/PDF/TRABALHOS-COMPLETO/Anais-CET/40.pdf. Acesso em 28 de nov de 2015.
- DOMINGOS, J. **Um estudo sobre polígonos a partir dos princípios de Van Hiele**. 2010. 272p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito do Santo, Vitória, 2010.
- DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. (Levy, L. F.; Silveira, M. R. A., Trad.). São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação de Minas Gerais. **Matemática – Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental**. Belo Horizonte: SEEMG, 2014. Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/banco_objetos_crv/%7B4DA513B4-3453-4B47-A322-13CD37811A9C%7D_Matemática%20final.pdf>. Acesso em 06 de jan de 2017.

MIRANDA, J. A.; VIANA, O. A. **Construindo conceitos de geometria:** experiências no ensino fundamental de uma professora egressa do curso de matemática da FACIP. In: II Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola, 2011, Ituiutaba. Anais ... Ituiutaba: II EMIE, 2011. Disponível em <http://www.emie.facip.ufu.br/sites/emie.facip.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Anexos_II_Encontro_Mineiro_Anais_Trabalho_24.pdf>. Acesso em 10 de dez de 2016.

MORAN, Gabriela. **As apreensões em geometria:** um estudo acerca de registros figurais. In: XVIII Encontro Brasileiro de Estudantes em Educação Matemática, 2014. Anais ... Recife: XVIII EMBRAPEM, 2014. Disponível em <http://www.lematec.no-ip.org/CDS/XVIIIEMBAPEM/PDFs/GD9/moran9.pdf>. Acesso em 18 de dez de 2015.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Diagrama V.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Física, 2006.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. **Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono.** Zetetiké, Campinas, v. 17, n. 31, jan/jun, 2009.

PROENÇA, M. C. de, PIROLA, N. A. **O conhecimento de polígonos e poliedros: uma análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não-exemplos.** Ciência & Educação, v. 17, n. 1, 2011, p. 199-217.

POZO, J. I. Aprendizagem e o Ensino de Fatos e Conceitos In: COLL, C; POZO, J. I; SARABIA; VALLS, E. **Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes.** Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998, p. 17-71.

REZENDE FILHO, C. A.; RODRIGUES, G. G.; BARBOSA, A. C. I.; VIANA, O. A.. **Mudanças de atitudes em relação à matemática:** uma experiência do subprojeto Pibid/Matemática/Pontal. In: V Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola, 2014, Uberlândia. Anais ... Uberlândia: V Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola. 2014.

SANTOS, R. T. dos; BAIRRAL, M. A. **Aspectos emergentes na construção do conceito de polígono por alunos do 6º ano de uma escola pública.** Santa Maria: VIDYA, v. 35, n. 1, jan/jun, 2015, p. 15-40.

SILVA, L. R.; BOIAGO, C. E. P.; VIANA, O. A. **Formação conceitual em geometria:** uma sequência didática proposta nas ações do PIBID. In: III Encontro Mineiro Sobre Investigação na Escola, 2012, Ituiutaba. Anais ... Ituiutaba: III EMIE, 2012. Disponível em <http://www.emie.facip.ufu.br/sites/emie.facip.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Anexos_III_Encontro_Mineiro_Anais_Trabalho_23.pdf>. Acesso em 16 de jan de 2017.

SILVA, R. M.; SILVA, B. A. R.; VIANA, O. A.. **Relações entre atitudes e concepções acerca da geometria.** In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática – SBEM – Retrospectivas e perspectivas, 2013, Curitiba. Anais ... Curitiba: XI ENEM, 2013.

SILVEIRA, E. **Matemática:** compreensão e prática – 6º ano. 3ª edição. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUZA, A. B.; BARBOSA, A. C. I.; SANTOS, L. C. A.; VIANA, O. A. **Materiais concretos no processo de formação conceitual de polígonos:** uma experiência que “não deu certo?”. In: V Encontro Mineiro sobre Investigação na Escola, 2014, Ituiutaba. Anais ... Ituiutaba: V EMIE, 2014. Disponível em <<http://www.emie.facip.ufu.br/node/44>>. Acesso em 12 de jan de 2017.

SOUZA, A. B.; RODRIGUES, G. G.; VIANA, O. A. **Estrutura conceitual para a aprendizagem significativa de função do primeiro grau:** uma análise de livros didáticos do ensino médio. In: V Encontro Nacional das Licenciaturas - Cadernos de Resumos, 2014, Natal. Anais ... Natal: V ENL, 2014, p. 2977-2978. Disponível em <<http://docplayer.com.br/21049475-Estrutura-conceitual-para-a-aprendizagem-significativa-de-funcao-do-primeiro-grau-uma-analise-de-livros-didaticos-do-ensino-medio.html>>. Acesso em 23 de nov de 2016.

VIANA, O. A.; OLIVEIRA, C. C.. **Formação conceitual e desenvolvimento de competências e habilidades em álgebra e geometria elementar:** uma proposta de nivelamento para o curso de matemática. In: Cristiane Coppe de Oliveira; Vlademir Marim (Org.). Educação matemática: contextos e práticas docentes. Campinas: Alínea, v.1, 2010, p.292-300.

VIANA, O. A. **Conhecimento e atitudes em relação à geometria:** comparação entre estudantes dos cursos de pedagogia e matemática. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2012, Recife. 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em educação matemática. Fortaleza: 2012.

VIANA, O. A. **Planificação e área total de paralelepípedo:** análise das representações semióticas de alunos do ensino básico. Ciência e Cognição, v. 19(3), 2014, p. 368-383.

VIANA, O. A. **O subprojeto Matemática Pontal e as sequências didáticas conceituais. In: Interface entre teoria e prática na formação docente: reflexões sobre experiências no Pibid.** 1ª edição. São Carlos : Pedro & João Editores, v.1, 2015a, p.71-90.

VIANA, O. A. **Avaliação dos desenhos de planificação de figuras geométricas no ensino básico.** Estudos em Avaliação Educacional (Online), v.26, 2015b, p.838-871.

VIANA, O. A.; BOIAGO, C. E. P. **Recepção verbal e material potencialmente significativo para a aprendizagem de procedimentos em geometria:** área e perímetro de figuras planas. EDUSK. Revista monográfica de educación skepsis org., n. 4. Calidad educativa: avances, aportaciones y retos. São Paulo: Editorial Skepsis, 2015a, p. 390-425.

VIANA, O. A.; BOIAGO, C. E. P. Registros de representação semiótica em atividades de desenho geométrico no Geogebra. REVEMAT, Florianópolis, v.10, n.1, p. 162-182, 2015b

APÊNDICE A: Linhas poligonais e suas classificações

Linhas _____

- Quando uma linha é formada apenas por _____ de _____ e não _____, ela é chamada de _____.

As linhas poligonais podem ser:

- _____ quando são formadas por segmentos de segmentos de reta consecutivos e não colineares que não se _____, ou seja, são _____.
- _____ quando são formadas por segmentos de segmentos de reta consecutivos e não colineares que se _____, ou seja, são _____.

As linhas poligonais ainda podem ser:

- _____ quando são formadas por segmentos de reta que não _____.
- _____ quando são formadas por segmentos de reta que se _____.

APÊNDICE B: Ficha de atividade – linhas poligonais e não poligonais

ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS

Nome: _____
6º Ano "A"

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

Classifique a partir da numeração, os desenhos em:

a) linha poligonal: _____

b) linha não poligonal: _____

Agora responda:

a) O que são linhas poligonais? _____

b) Como elas podem ser? _____

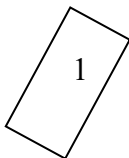
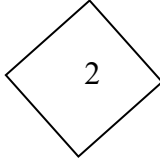

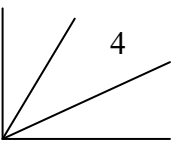
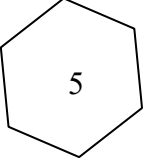
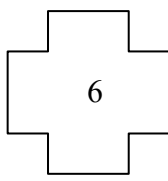
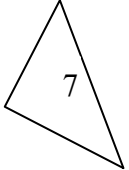
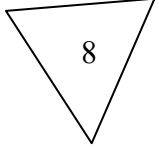
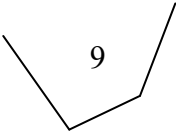
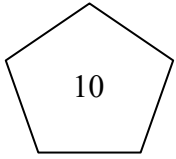
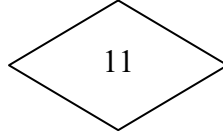
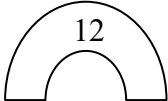
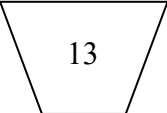
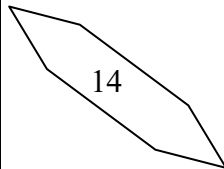
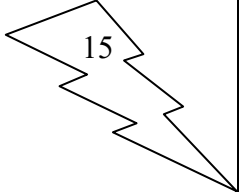
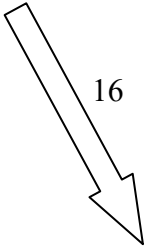
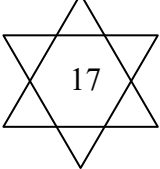
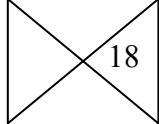
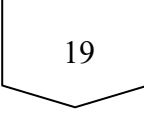

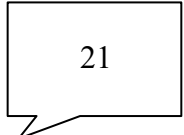
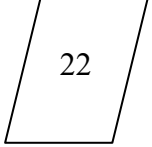
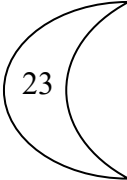


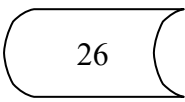
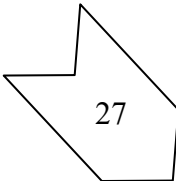
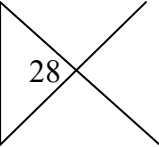

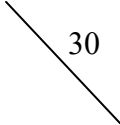
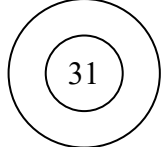
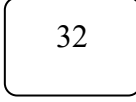
APÊNDICE C: Ficha de atividade – desenho com canudos**ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS**Nome: _____
6º Ano "A"

Construa apenas um desenho, utilizando os canudos. Use a sua criatividade!

APÊNDICE D: Ficha de atividade – classificação dos canudos**ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS**Nome: _____
6º Ano "A"

Agora você deverá analisar o desenho que você construiu com os canudos e tentar identificar nele algumas linhas poligonais, classificando-as ainda em abertas ou fechadas, simples ou não simples. Para isto, você deverá representar os canudos como segmentos de reta de modo que estejam na mesma posição do desenho.

APÊNDICE F: Figuras do mapa conceitual

 1	 2	 3	 4	 5
 6	 7	 8	 9	 10
 11	 12	 13	 14	 15
 16	 17	 18	 19	 20
 21	 22	 23	 24	 25
 26	 27	 28	 29	 30
 31	 32			

APÊNDICE G: Polígono e suas classificações

POLÍGONO

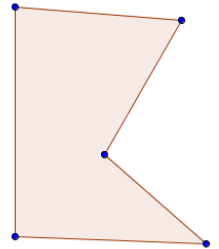
É _____

ELEMENTOS DE UM POLÍGONO

Vértice:

Ângulos:

Lados:

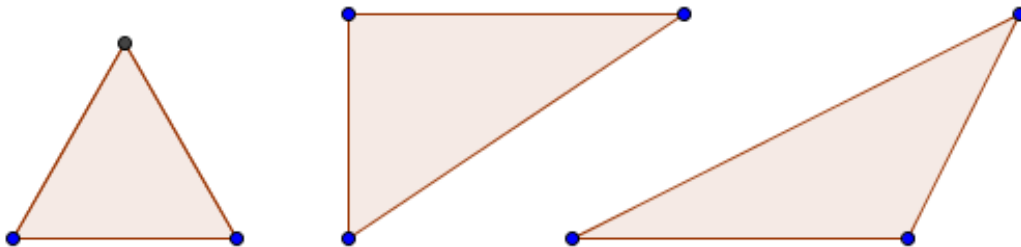


NOMENCLATURA EM RELAÇÃO AO NÚMERO DE LADOS, VÉRTICES E ÂNGULOS

Número de lados do polígono	Classificação
3	triângulo
4	quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
11	undecágono
12	dodecágono
13	tridecágono
14	tetradecágono
15	pentadecágono
16	hexadecágono
17	heptadecágono
18	octodécágono
19	eneadecágono
20	icoságono

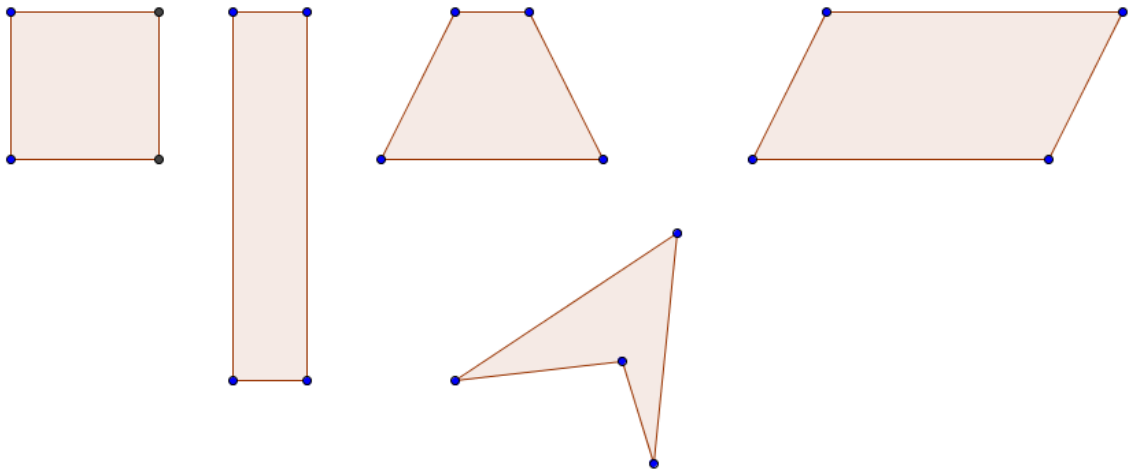
25	pentacoságono
30	triacontágono
40	tetracontágono
50	pentacontágono
60	hexacontágono
70	heptacontágono
80	octacontágono
90	eneacontágono
100	hectágono
1000	quilógono
1.000.000	megágono

NOMENCLATURA: _____



Elementos: _____ **vértices:** _____
 _____ **ângulos:** _____
 _____ **lados:** _____

NOMENCLATURA: _____



Elementos: _____ **vértices:** _____
 _____ **ângulos:** _____
 _____ **lados:** _____

- ✓ Um polígono é _____ quando todos os segmentos de reta com extremos no interior desse polígono têm todos os pontos no interior do polígono;
- ✓ Um polígono é _____ se existe um segmento de reta cujos extremos estão no interior desse polígono, mas nem todos os pontos do segmento estão no interior do polígono.

Nesta tabela, você deverá criar polígonos dos dois grupos discutidos por último diferentes dos que foram trabalhados na confecção da tabela com as figuras.

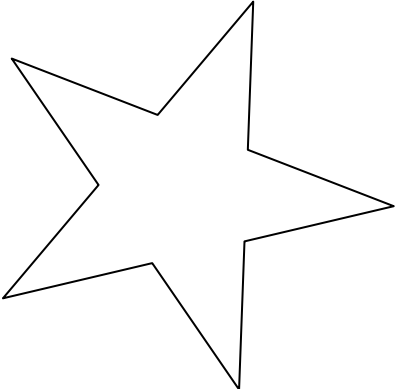
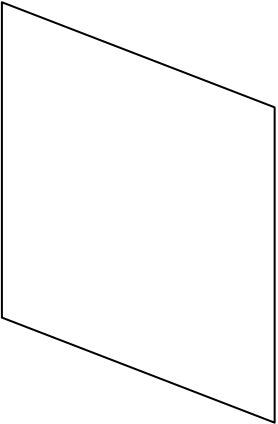
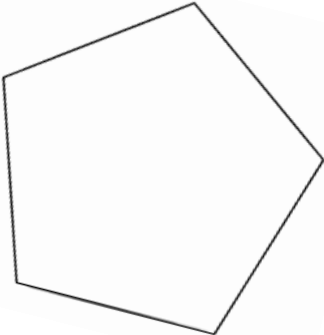
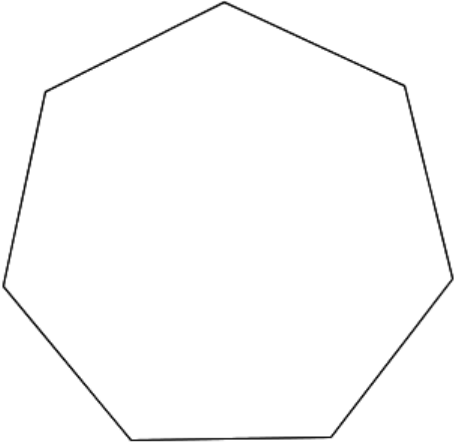
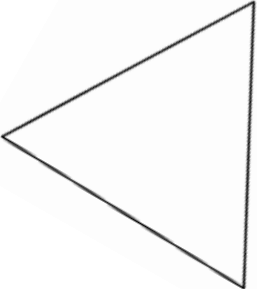
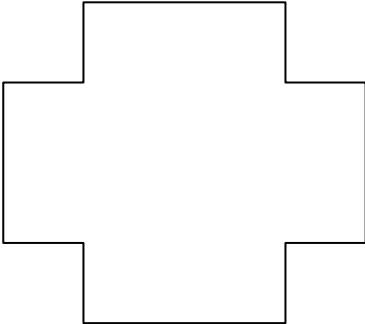
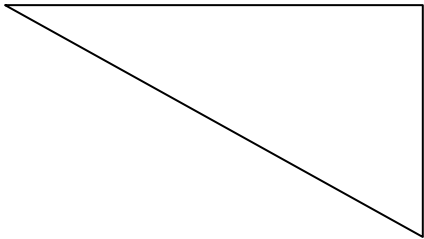
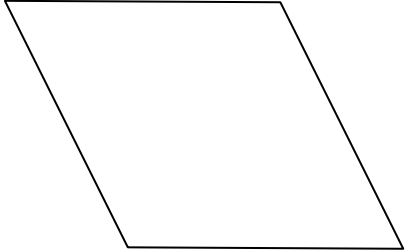
APÊNDICE H: Ficha de atividade – Polígonos (convexos e não convexos)

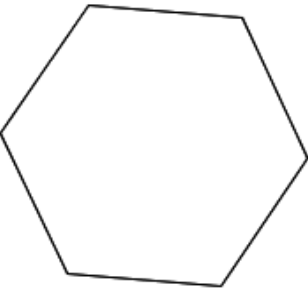
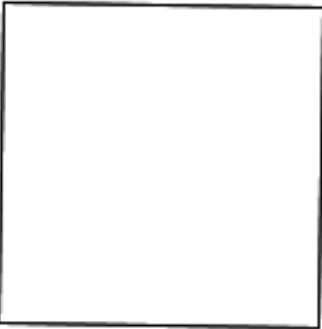
ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS	Nome: _____ 6º Ano "A"
<p>Desenhe com a régua duas figuras que são polígonos, sendo uma convexa e outra não convexa e, duas figuras que não são polígonos (diferentes das figuras que a professora mostrou). Nos polígonos, identifique quais são os vértices, os lados, os ângulos internos e a nomenclatura em relação ao número de lados.</p>	
POLIGONOS	
POLIGONO CONVEXO	POLIGONO NAO CONVEXO
NAO POLIGONOS	
<p>Agora responda: O que são polígonos? _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	

APÊNDICE I: Ficha de atividade – Meu mundo poligonal

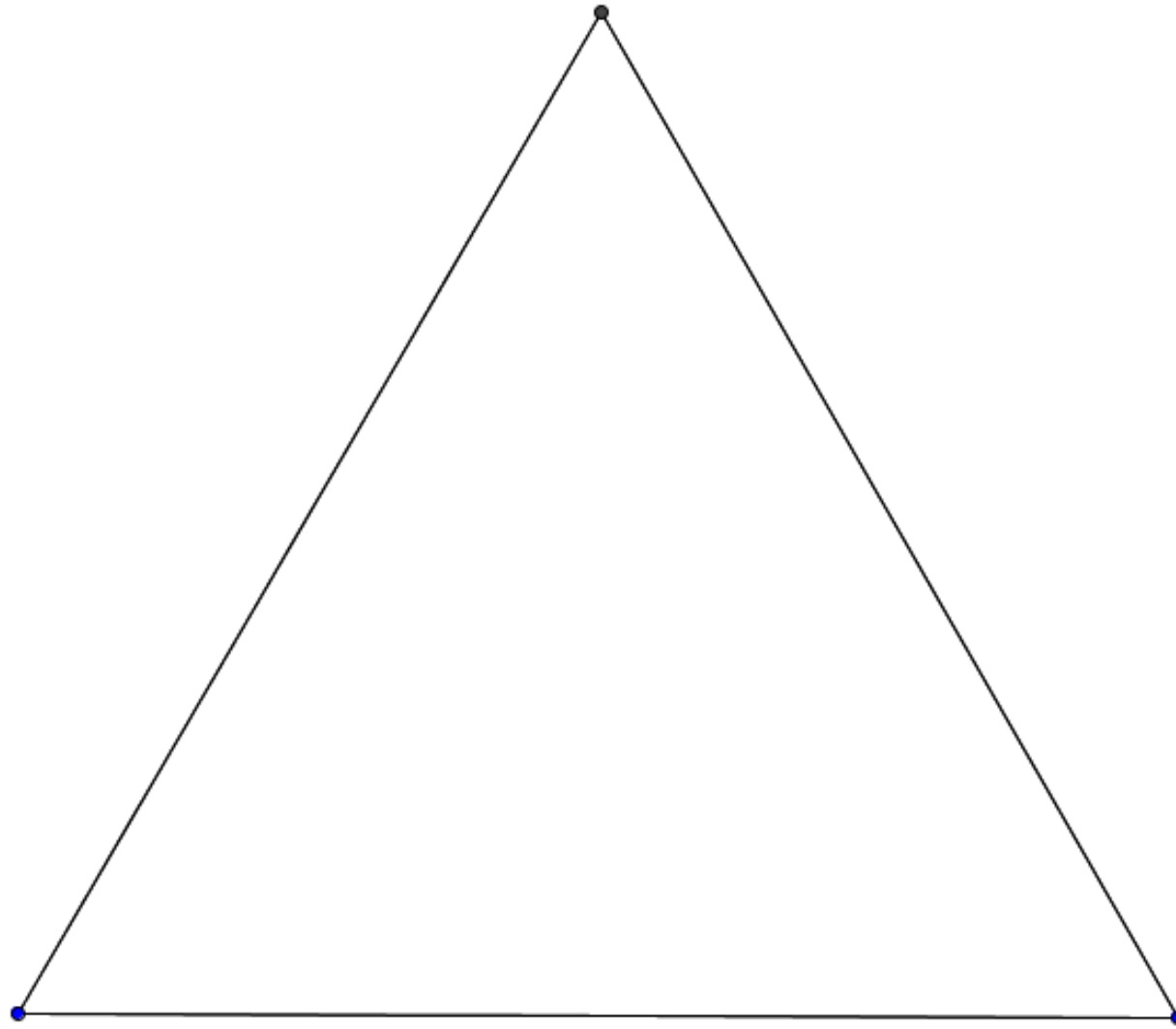
ESCOLA ESTADUAL CORONEL JOÃO MARTINS		Nome: _____ 6º Ano "A"	
<p>A partir da apresentação dos slides, com objetos na forma de polígonos, pense em um objeto e o desenhe na forma de polígono. E, ao lado, destaque seus lados, vértices e ângulos e o classifique em convexo ou não convexo, regular ou não regular.</p>			
MEU MUNDO POLIGONAL		LADOS, VERTICES, <u>ÂNGULOS</u>	

APÊNDICE J: Polígonos regulares e não regulares para medir

<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>5</p> 	<p>6</p> 	<p>7</p> 	<p>8</p> 

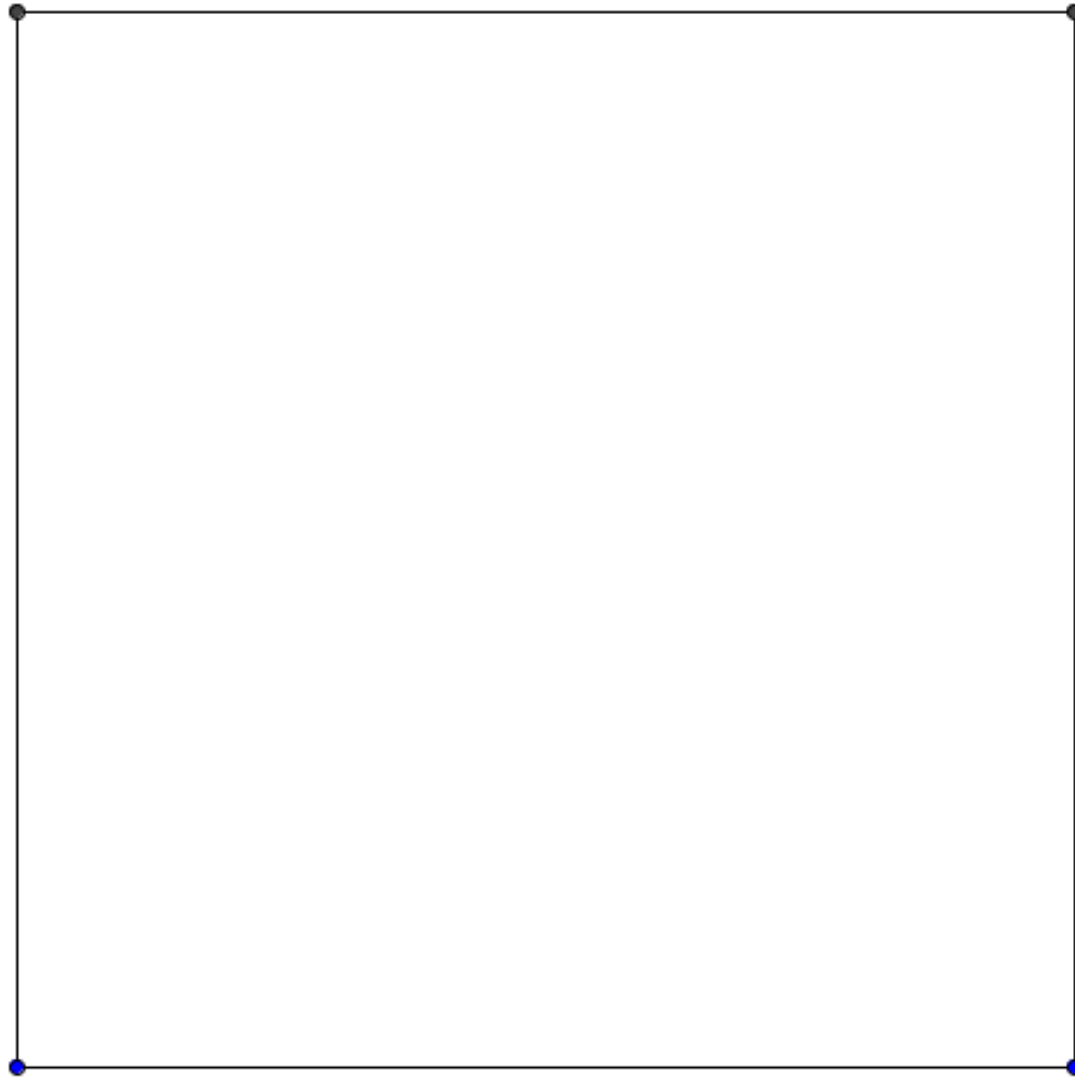
<p>9</p> 	<p>10</p> 		
--	--	--	--

APÊNDICE K: Ficha de atividade – Quebra cabeça poligonal



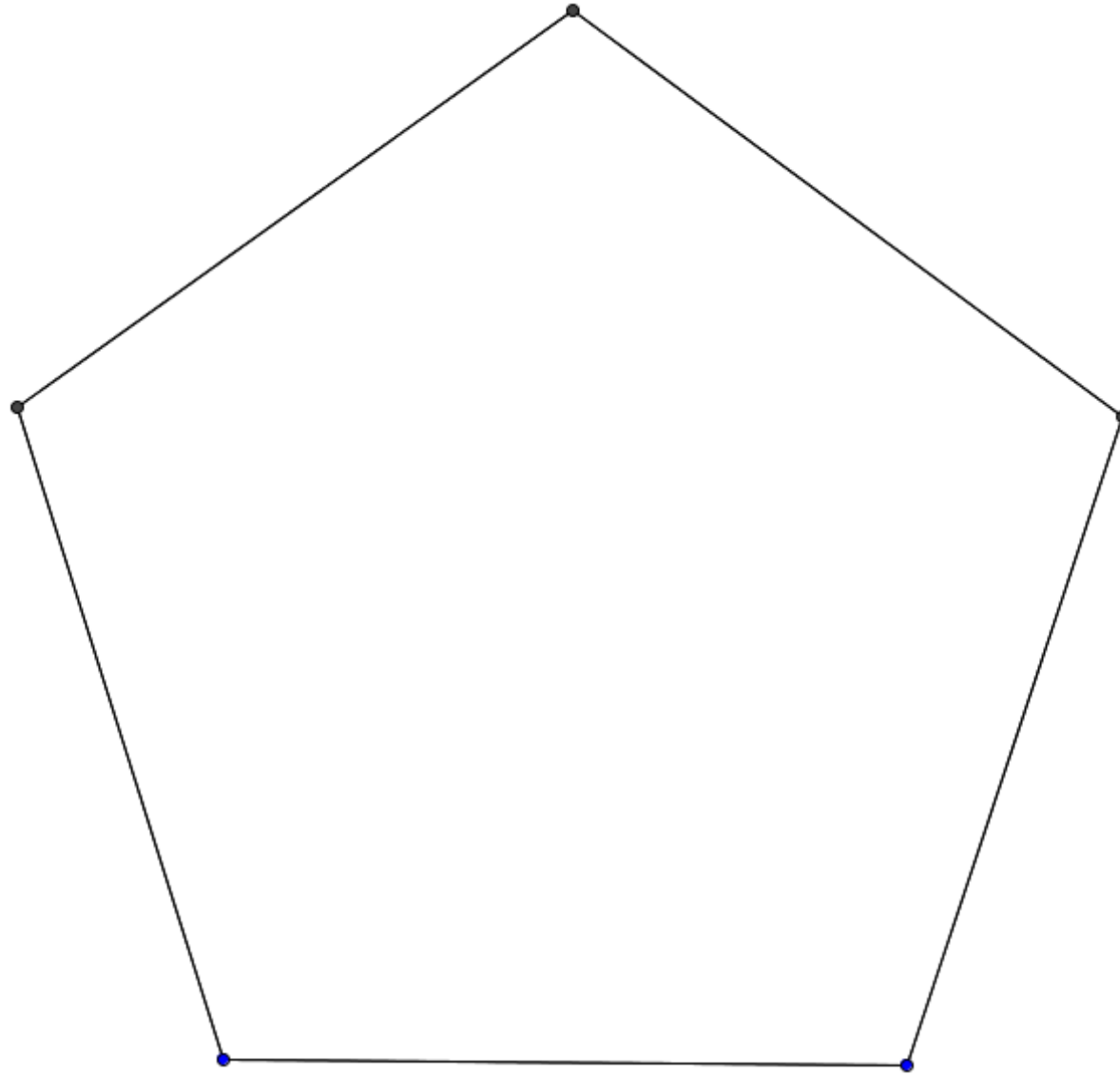
NOME DO QUEBRA CABEÇA: _____

NOME DO ALUNO: _____



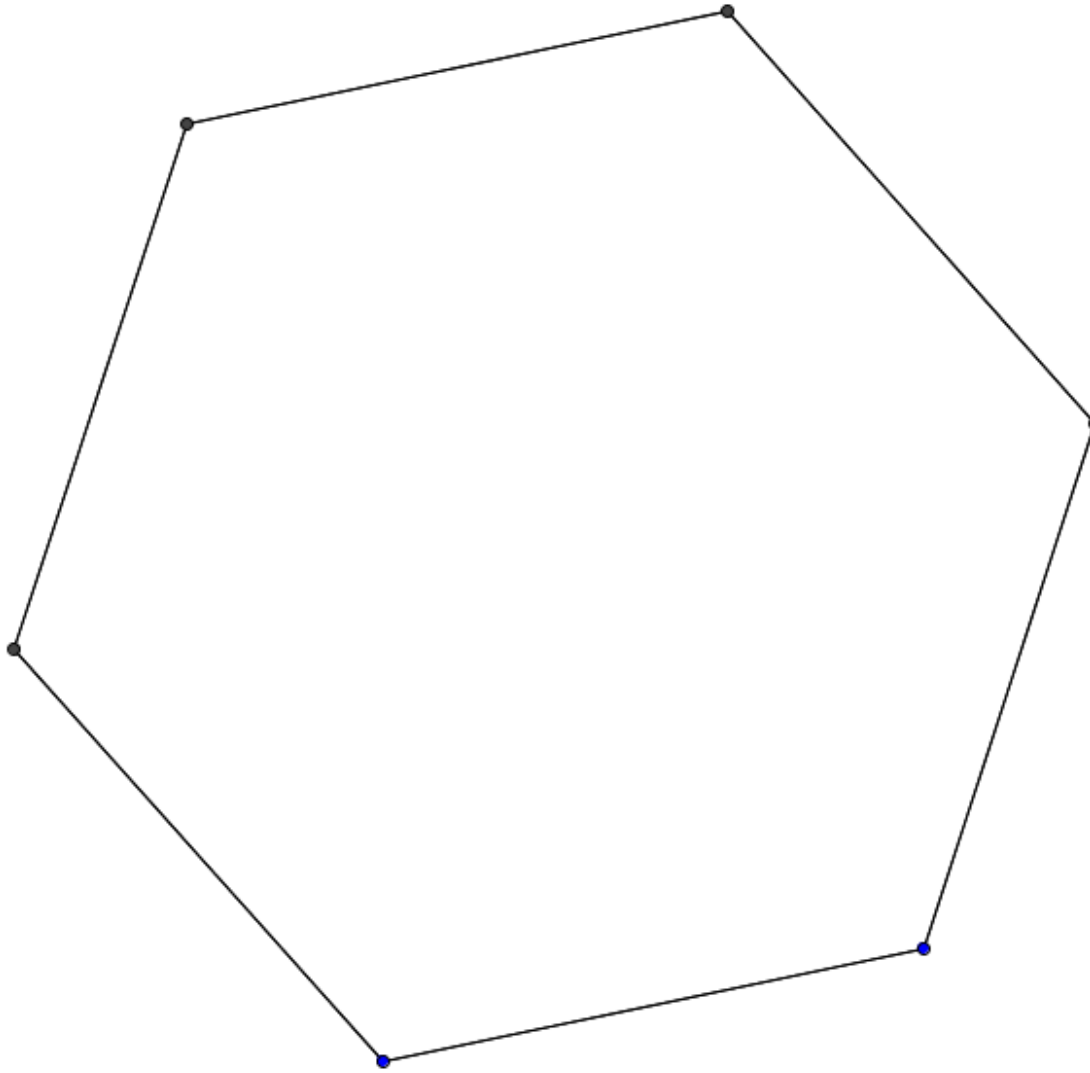
NOME DO QUEBRA CABEÇA: _____

NOME DO ALUNO: _____



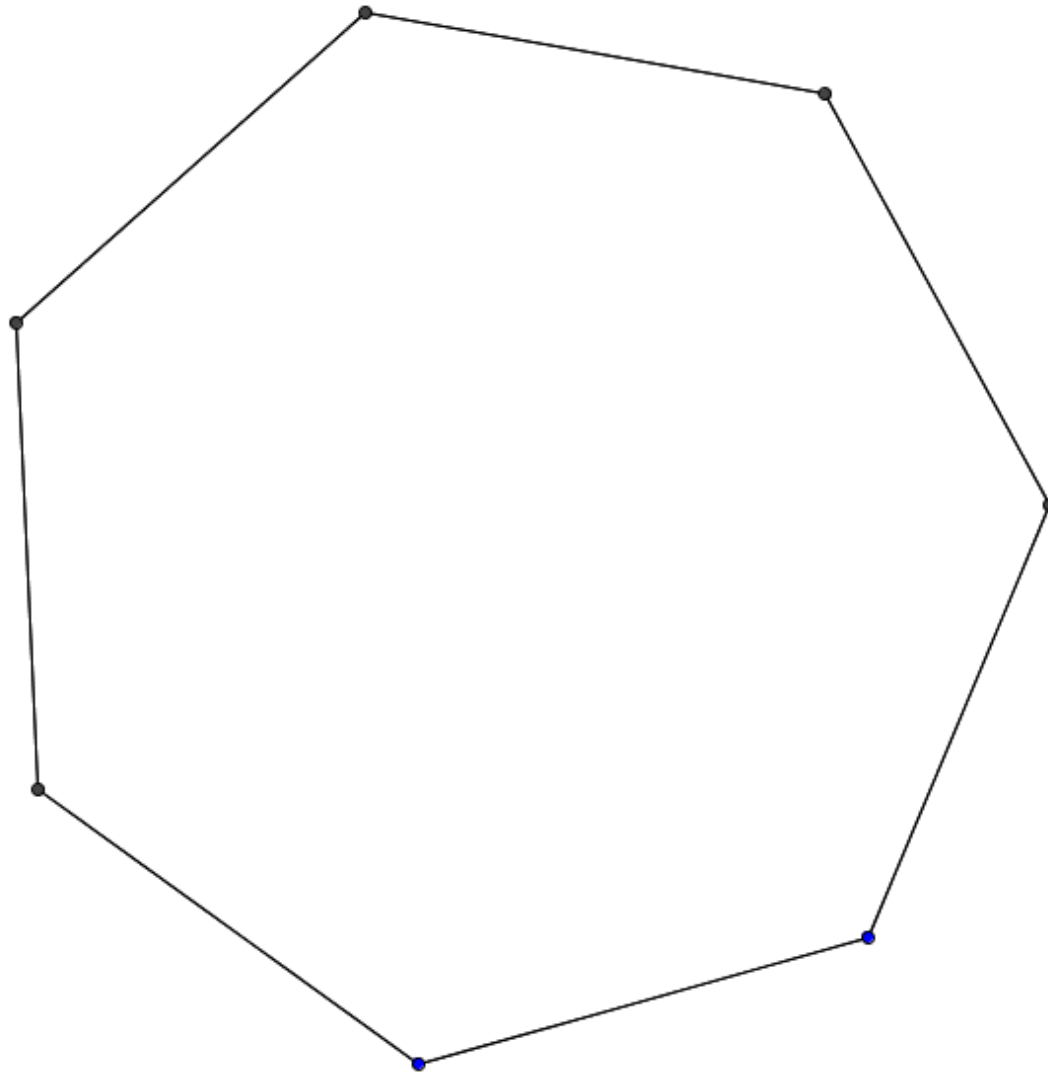
NOME DO QUEBRA CABEÇA: _____

NOME DO ALUNO: _____



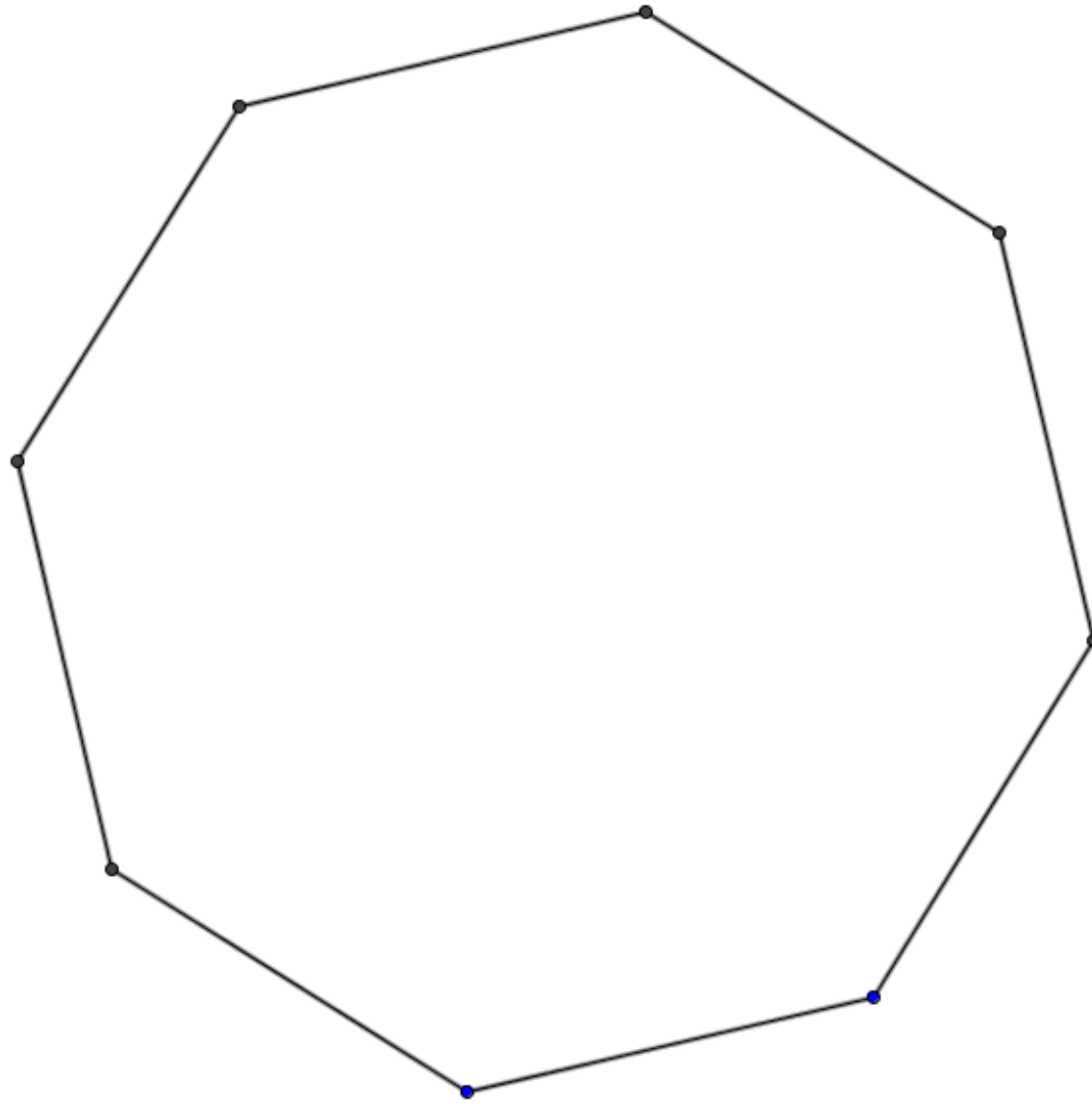
NOME DO QUEBRA CABEÇA: _____

NOME DO ALUNO: _____



NOME DO QUEBRA CABEÇA: _____

NOME DO ALUNO: _____



NOME DO QUEBRA CABEÇA: _____

NOME DO ALUNO: _____

APÊNDICE M: Moldes de polígonos regulares

