UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA

Jorge Humberto Domingues do Prado Filho

DETERMINAÇÃO DAS CONFIGURAÇÕES ÓTIMAS DE WINGLETS EM AERONAVES USANDO TÉCNICAS DE META-MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

UBERLÂNDIA-MG

2018

Jorge Humberto Domingues do Prado Filho

DETERMINAÇÃO DAS CONFIGURAÇÕES ÓTIMAS DE WINGLETS EM AERONAVES USANDO TÉCNICAS DE META-MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Universidade Federal de Uberlândia, como parte das exigências do curso de Graduação em engenharia Aeronáutica para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Aeronáutica.

Orientador: Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto

UBERLÂNDIA-MG

2018

AGRADECIMENTOS

Ao nosso Pai Celeste pela oportunidade da vida e de aprender que a chave da vida está no Amor.

Agradeço também ao Mestre Jesus e meu Anjo guardião pela paciência diante de tanta teimosia minha, e todos aqueles que "puxaram minha orelha". Eu não estaria aqui se não fosse por isso.

A todos irmãos em espírito que contribuíram de qualquer forma para que eu conseguisse chegar onde estou. Em especial à minha Mamãe e meu Papai por permitir com tanto amor que eu viesse à Terra, e juntamente com meus avós, minha segunda mãezinha Lúcia e minha Irmãzinha Maria Lídia por serem meu porto seguro em toda minha caminhada.

Aos meus professores e amigos Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto, Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavallini Junior e Prof. Dr. Fran Sérgio Lobato, pela atenção e orientação no decorrer deste trabalho.

A todos os professores que eu pude conhecer durante a graduação.

Dedico este trabalho à Deus e minha família.

RESUMO

Em se tratando de componentes aeronáuticos, a geometria da asa apresenta grande influência sobre os coeficientes de sustentação e arrasto. Buscando reduzir uma parcela da força de arrasto, a utilização de superfícies de ponta de asa, tais como *winglets*, tem se mostrado uma boa solução. Todavia, para a obtenção da configuração ótima de *winglet* considerando seus parâmetros geométricos, uma vasta gama de experimentos é requerida. Visando alternativas aos tradicionais procedimentos experimentais, visto o custo embarcado, diversas técnicas computacionais vêm sendo empregadas. Neste cenário, a presente contribuição tem por objetivo a determinação de meta-modelos representativos para o sistema. Posteriormente, por meio de técnicas de otimização multi-objetivo busca-se determinar uma melhor configuração visando a relação arrasto/sustentação, empregando para a obtenção dos meta-modelos o Método Kriging. Os resultados obtidos demonstram a eficácia da metodologia proposta como alternativa para o tratamento destes problemas ao reduzir o tempo dedicado a realização de experimentos, obtendo concomitantemente melhores combinações entre as variáveis de projeto e que atendiam os dois objetivos propostos. Além disso percebe-se através dos resultados, o agrupamento das condições ótimas em torno de 3 combinações distintas.

Palavras-chave: Forças de sustentação e arrasto, dinâmica de fluidos computacional, Meta-modelagem, Kriging, Otimização Multi-objetivo.

ABSTRACT

In the case of aeronautical components, the wing geometry presents great influence on the drag and lift coefficients. Seeking to reduce a portion of the drag force, the use of wing tip surfaces, such as winglets, has proved to be a good solution. However, to obtain the optimal winglet configuration considering its geometric parameters, a wide range of experiments is required. Aiming at alternatives to traditional experimental procedures, given the embedded cost, several computational techniques have been employed. In this scenario, the objective of this contribution is the determination of representative meta-models for the system. Subsequently, by means of multi-objective optimization techniques, it is sought to determine a better configuration based on the drag / lift relationship, using the Kriging Method to obtain the meta-models. The results obtained demonstrate the effectiveness of the methodology proposed as an alternative for the treatment of these problems by reducing the time spent conducting experiments, obtaining concomitantly better combinations between the project variables and meeting the two proposed objectives. In addition, we can see from the results, the optimization of optimal conditions around 3 different combinations.

Keyword: Lift and drag forces, Computational Fluid Dynamics, Meta-modeling, Kriging, Multi-objective Optimization.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O estudo das forças de arrasto e sustentação configura-se como um campo de grande interesse na engenharia aeronáutica. Isto se deve ao fato de que um corpo quando imerso em um escoamento induz o movimento do fluido em sua vizinhança, que busca se afastar para que possa transpor o objeto. Como resultado desse fenômeno, o corpo imerso fica sujeito à forças e momentos. A força resultante da interação do escoamento com o corpo tridimensional imerso pode ser dividida em 3 componentes, sendo essas denominadas, forças de arrasto, sustentação e lateral como mostra a Figura 1.

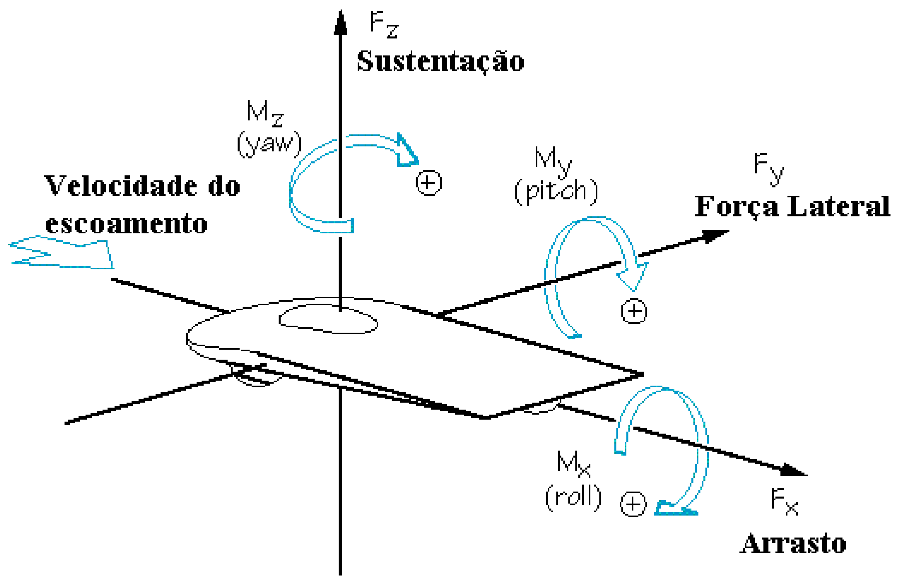

Figura 1. Forças e momentos atuantes sobre um corpo imerso em um escoamento.

Fonte: Adaptado de (http://itsmyblogvbe.blogspot.com/2015/07/car-aerodynamics.html)

Quando o número de Reynolds de um escoamento com fronteira imersa, ou seja, sobre um corpo, começa a aumentar, acontece a formação de duas camadas cisalhantes livres na região imediatamente posterior ao corpo apresentado nas Figuras 2 e 3. Estas duas camadas apresentam vorticidade com sinais opostos constituindo um sistema instável quando o escoamento se encontra em regime turbulento. A principal razão da formação de vórtices atrás do corpo se dá devido à essa não linearidade.

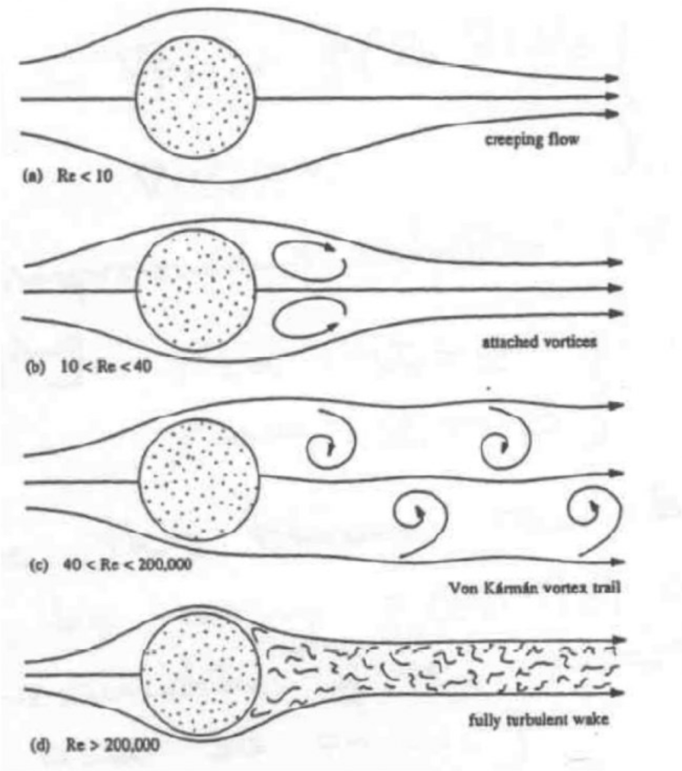

Figura 2. Representação das variações de *Re* em escoamento sobre uma esfera.

Fonte: https://www.pinterest.ca/pin/112097478205627558/

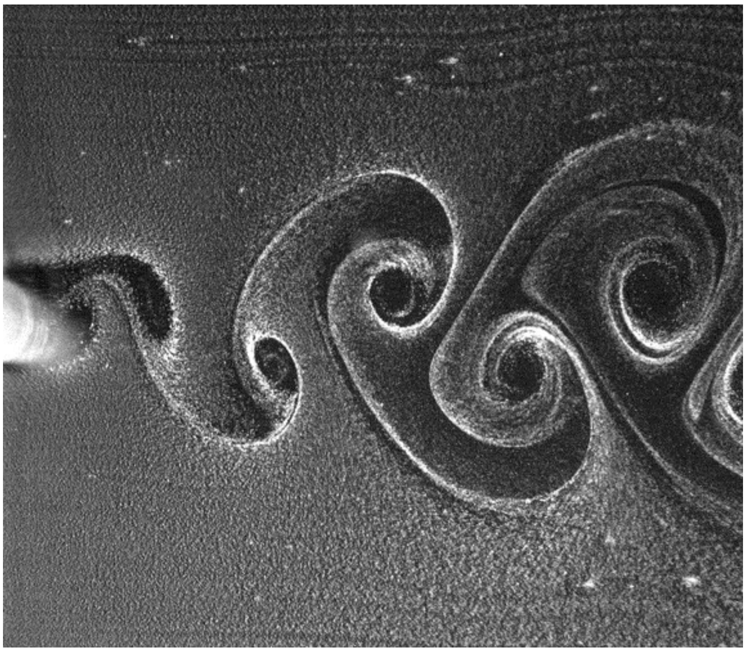

Figura 3. Projeção 2D de um escoamento sobre uma esfera.

Fonte: https://www.aps.org/units/dfd/pressroom/gallery/2009/kumar09.cfm

Em uma aeronave em condição de voo, devido à sua configuração geométrica, os maiores efeitos aerodinâmicos acontecem por influência da asa. Esta estrutura na maioria das aeronaves, não é percebida pelo escoamento como um corpo rombudo. Devido à presença da componente de sustentação da força aerodinâmica resultante, verifica-se uma menor densidade do ar passante pelo extradorso (parte superior) da asa, em relação ao intradorso (parte inferior), gerando assim uma fuga de ar na ponta da mesma.

Esse comportamento resulta em recirculações denominadas vórtices de ponta de asa, que geram uma parcela de arrasto induzido relativamente grande, devido à força de sustentação produzida pelo perfil aerodinâmico da mesma (COIMBRA, 1997). O aparecimento deste comportamento acarreta em uma perda de sustentação na ponta da asa visto que o fluxo de ar no intradorso direciona-se à ponta da asa quando sobe e produz o vórtice.

Como alternativa para a redução deste efeito, foram desenvolvidas superfícies localizadas na ponta da asa da aeronave, denominadas *winglets* (COIMBRA, 1997). Como consequência, a presença destas estruturas acarreta uma melhoria na eficiência da aeronave e com isso um aumento da velocidade, além de prover uma economia de combustível. Na operação de uma aeronave o consumo de combustível resulta em um custo bastante elevado, fazendo com que um estudo sobre a relação entre os parâmetros geométricos destas estruturas e seu efeito no desempenho da aeronave sejam importantes para empresas aeronáuticas. As Figuras 4 e 5 exemplificam o fenômeno do vórtice de ponta de asa.

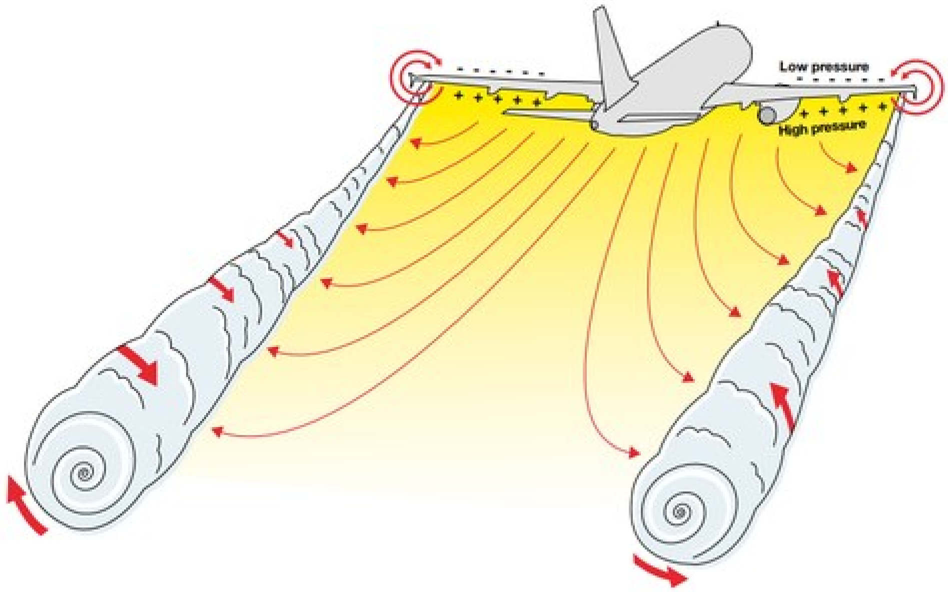

Figura 4. Vórtices de ponta de asa.

Fonte: Wake Vortices, C. Lelaie, Airbus Safety First Magazine No. 21, pp. 42-50, January 2016

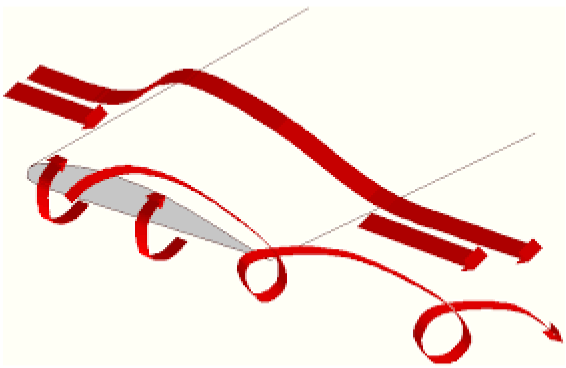

Figura 5. Visualização representativa de recirculações de ponta de asa.

Fonte: http://diariodebordohofmann.blogspot.com/2012/05/vortices-ou-vortex-entenda-o-fenomeno.html

Para a avaliação dos efeitos do escoamento em uma geometria específica de asa, faz-se necessário a realização de uma série de testes experimentais que, em sua maioria, apresentam elevado custo. Dentre esses, se destaca o custo com protótipos, limitações de equipamentos necessários para que todos parâmetros sejam mensurados. Muitas técnicas têm surgido como forma de ultrapassar as barreiras de um experimento real, e uma que muito auxilia para a obtenção dos efeitos aerodinâmicos em uma asa, é a fluidodinâmica computacional ou CFD, do inglês *Computional Fluid Dynamics.* Essa técnica apesar de requerer um custo computacional relativamente alto para resolver numericamente equações não lineares governantes da dinâmica de fluidos, consegue uma análise da interação fluido-estrutura do escoamento, com uma redução de custos bastante elevada, comparado à testes reais. A diversidade de aplicação dessa técnica tem se destacado nos dias atuais, desde sua utilização em drones, até turbinas de usinas hidrelétricas, como mostram as Figuras 6 e 7 respectivamente.

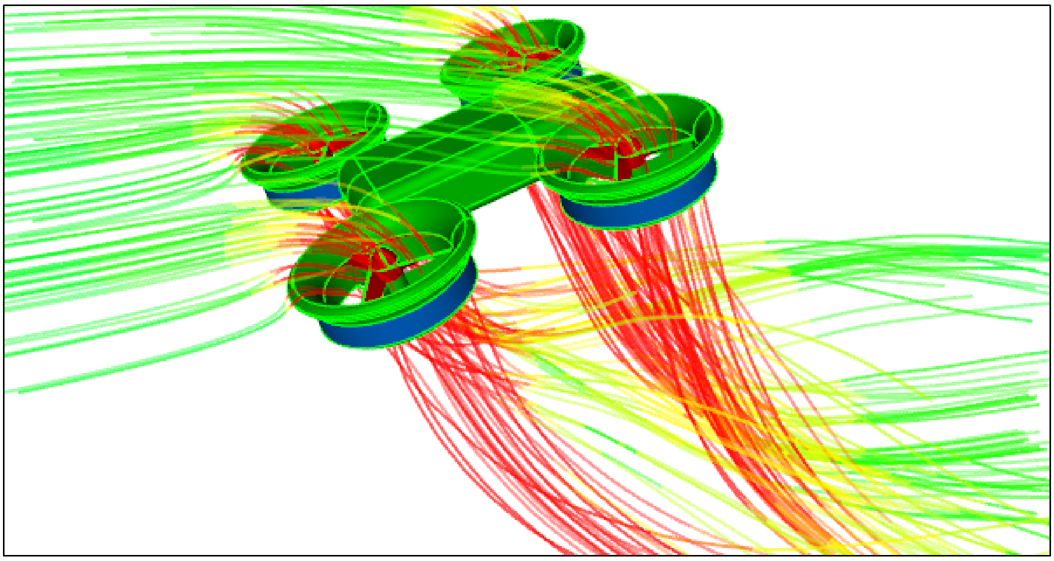

Figura 6. Simulação CFD de Quadricóptero UAV não convencional.

Fonte: https://www.symscape.com/blog/10-cfd-lessons

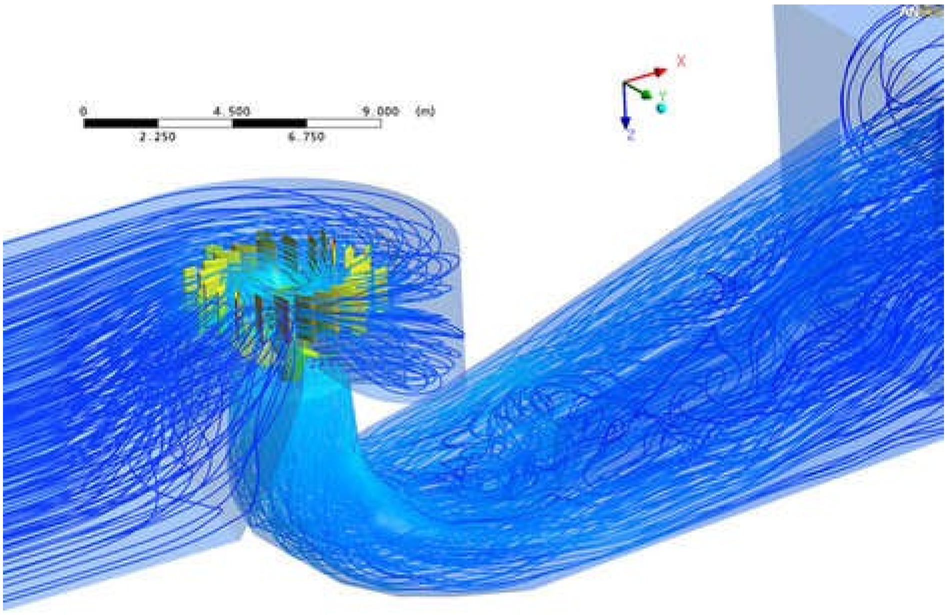

Figura 7. Turbina Kaplan analisada com *streamlines* 3D.

Fonte: http://www.hfm.tugraz.at/en/references/turbine/redesign-of-a-kaplan-turbine-hydraulic.html

No ramo aerodinâmico, muitas vezes depara-se com experimentos computacionais complexos, onde grande capacidade de processamento é requerida, além do tempo de simulação ser mais elevado. Nos casos onde estas dificuldades são difíceis de serem transpostas, torna-se necessário buscar novas metodologias que, trabalhando em conjunto, possam apresentar boas contribuições. Uma alternativa para estes limitantes é a utilização de técnicas de metamodelagem, que através da geração de modelos mais simples são capazes de representar de maneira satisfatória um modelo original.

Na literatura encontra-se várias técnicas de metamodelagem, como por aproximações polinomiais (MARQUES, 2017), redes neurais (OLIVEIRA, 2005), Kriging (COELHO, 2015), entre outros. Técnicas como esta têm sido amplamente utilizadas no projeto de engenharia para melhorar a eficiência e otimizar sistemas que possuem um elevado custo computacional, como verificações de confiabilidade estrutural (KROETZ, 2015), otimização de turbomáquinas (SILVA, 2011).

Um dos problemas mais comuns no momento de realizar experimentos é determinar a influência de uma ou mais variáveis sobre alguma variável de interesse. Para casos como este, tal como para qualquer experimento, o primeiro passo a ser seguido é decidir quais os fatores que serão alterados, ou seja, as variáveis do sistema, e quais as respostas de interesse. Definidos estes pontos, para bons resultados, o conhecimento prévio de um objetivo que pretende alcançar direciona qual o tipo de planejamento mais apropriado

Diante do que foi apresentado, o presente trabalho tem por objetivo determinar meta-modelos para representar os coeficientes de arrasto (C_d) e de sustentação (C_l) em função do comprimento da *winglet* (L), ângulo de inclinação (α) e razão de afilamento (a). Para essa finalidade considera-se um conjunto de experimentos simulados computacionalmente via CFD associado à técnica de interpolação de Kriging (MATHERON et al. 1963).

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos fundamentais sobre fluidodinâmica computacional, técnicas de planejamento de experimentos, Metamodelagem e otimização multi-objetivo. Os Capítulos 3 e 4 apresentam as metodologias utilizadas para a realização do presente trabalho e os resultados obtidos. As conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capitulo 5.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No presente capítulo é apresentada a revisão literária dos temas abordados. Neste encontram-se os conceitos de metamodelagem juntamente com problemas de otimização e dinâmica dos fluidos computacional. Ainda dentro desses temas, é feita uma revisão sobre o planejamento de experimentos evidenciando sua importância.

2.1. FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL

Quando o assunto tratado é a Dinâmica dos Fluidos Computacional ou Fluidodinâmica Computacional (do inglês *Computational fluid dynamics -CFD*), logo vem em mente as equações de Navier-Stokes, que constituem seu núcleo. BICALHO et al. (2015) em seu trabalho apresenta algumas definições bem detalhadas do processo matemático destas equações. Por meio da solução destas aplicadas ao balanço de massa e quantidade de movimento torna-se possível a avaliação do comportamento dinâmico dos fluidos

Por volta da década de 1930, estas equações já estavam sendo utilizadas por cientistas e engenheiros como uma forma de resolver problemas de escoamento de fluidos[1] . O limitante encontrado era o desenvolvimento rudimentar em que se encontrava a área computacional na época, resultando em metodologias de simplificação, de modo a reduzir as equações a problemas unidimensionais.

Estas análises, apesar de sua simplicidade, reduziram algumas dificuldades encontradas pelos pesquisadores. Nos primeiros anos do desenvolvimento destas novas metodologias, CFD representava a simplificação das equações ao ponto de permitir suas resoluções manuais, e assim sucedendo até meados de 1950. Este período na história da humanidade, pós-segunda guerra juntamente com a guerra fria, apesar do clima entristecedor das suas consequências, trouxeram uma evolução tecnológica significativa, tendo por consequência o despertamento da atenção dos pesquisadores no que tange a implementação computacional do método CFD. Como esperado, em 1957, uma equipe do laboratório *Los Alamos National Lab*, depois de 10 anos de pesquisa, desenvolve o primeiro modelo funcional de simulação computacional de

[1] https://www.simscale.com/docs/content/simwiki/cfd/whatiscfd.html

CFD, onde foram criados modelos que posteriormente seriam a base dos programas modernos, fazendo deste projeto o pontapé inicial para a popularidade desta metodologia.

No entanto a utilização de modelos CFD como metodologia computacional, apresentando modelos matemáticos inovadores, teve como forte influência para sua consolidação, as contribuições desenvolvidas pela companhia aérea Douglas Aircraft. Esta equipe havia aperfeiçoado as técnicas de Fluidodinâmica Computacional visando uma aplicação tridimensional. Apesar de ser uma análise básica para escoamentos sobre aerofólios e possuir várias simplificações no modelo, que ficou conhecido por método de painel, a base desenvolvida roubou a atenção de pesquisadores nos anos seguintes. Por volta dos anos 70, equações com potencial total foram implementadas ao método pela Boeing. As equações de Euler para escoamentos em regime transônico foram incorporadas nestes códigos em 1981.

Com o decorrer do tempo, diversas áreas buscaram nas técnicas computacionais, alternativas para os experimentos reais. A redução nos custos com estes experimentos, juntamente com a evolução exponencial da tecnologia, vem fazendo com que a fase conceitual de grande parte dos projetos atuais, tenham por base experimentos de validação resultantes de metodologias em CFD. A exemplo disso encontra-se na literatura trabalhos que utilizam esta metodologia em diversas áreas tais como: Avaliação do potencial eólico em terrenos complexos (FREITAS FILHO, 2012), análise de escoamento multifásicos (VILLAR, 2007) e simulação numérica de escoamentos incompressíveis sobre geometrias complexas tridimensionais (VEDOVOTO, 2007).

Contudo, a evolução traz consigo novos problemas cada vez mais complexos, onde em alguns casos suas simulações computacionais podem durar meses, mesmo nos melhores computadores já construídos. Na área de projetos e desenvolvimento, muitas das vezes necessita-se encontrar condições ótimas, no ramo aeronáutico temos por exemplo: relações entre arrasto e sustentação, peso e espaço. Nestes tipos de análise, são feitos diversos experimentos de forma a mapear as possíveis condições, encontrando um entrave quanto ao tempo e custo computacionais.

2.2. PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

Quando se busca algum objetivo na vida, é comum ouvir de outras pessoas o conselho de direcionar os próprios passos. Mesmo que as coisas não ocorram totalmente como o previsto, um direcionamento consciente em busca de um fim fez com que vários pensamentos pudessem ser concretizados na humanidade. De maneira análoga, planejamentos feitos anteriormente à experimentos, acarreta em reduções na variação de processos, e nos custos operacionais e tempo do processo além de apresentar melhorias no rendimento do processo. WERKEMA & AGUIAR (1996) e COLEMAN & MONTGOMERY (1993) ressaltam o quão importante é o domínio do problema, por aqueles que estão envolvidos em um projeto, além que recomendarem um monitoramento constante dos passos de maneira a reduzir erros no procedimento que podem acarretar em uma invalidação dos resultados.

Um experimento pode ser definido como um procedimento onde as variáveis regentes de um sistema ou processo são alteradas propositalmente, de maneira a avaliar as possíveis alterações na saída ou variável resposta, e também os motivos desta alteração. De acordo com BARROS NETO et al. (2001) a essência de um bom planejamento consiste no projeto de um experimento capaz de fornecer exatamente o tipo de informação procurada. Quando um experimento não é planejado de maneira apropriada, o resultado pode ser uma grande quantidade de dados-resposta impossíveis de serem aproveitados para serem tiradas quaisquer conclusões.

De acordo com SLACK et al. (1997), um projeto deve envolver cinco etapas: geração do conceito, triagem das variáveis, projeto preliminar, avaliação e prototipagem/projeto final. Para um bom experimento, na etapa de geração do conceito define-se a ideia, o que é, e o que se busca através desse procedimento e a partir de então avaliar quais técnicas podem apresentar mais vantagens, podendo encontrar caso contrário, técnicas inócuas. No entanto, para que seja possível buscar qualquer informação, torna-se necessário conhecer o sistema que se quer analisar. Através de um processo de triagem de variáveis, descartam-se as que não serão avaliadas fixando-as, para casos de pequenas experiencias práticas. Em tipos de análises como esta, a utilização de Planejamentos fatoriais resulta em ganhos no que tange à economia e possibilitam uma descrição bem detalhada do sistema com uma quantidade mínima de experimentos.

2.2.1 PLANEJAMENTO FATORIAL

No momento em que em um projeto surge a necessidade de definir os fatores mais importantes que influenciam a resposta de um sistema, a utilização de um planejamento fatorial é uma boa opção. Este tipo de modelo segundo BUTTON (2001), é um modelo de efeitos fixos, ou seja, a análise dos efeitos se restringe aos níveis definidos pelo planejamento. Para que o procedimento fique mais compreensível, será idealizado um experimento onde dois fatores (A e B) serão tratados por variáveis de entrada. Estes fatores A e B serão testados com a e b níveis, totalizando ab combinações (GALDAMEZ, 2002). A Tabela 1 representa a matriz de planejamento para um planejamento fatorial como a ideia acima.

Tabela 1. Experimento fatorial de dois fatores, caso geral Fonte: MONTGOMERY (1991).

		Fator B			
	Níveis	1	2	...	b
Fator A	1	$y_{111}, y_{112}, \ldots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \ldots, y_{12n}$	...	$y_{1b1}, y_{1b2}, \ldots, y_{1bn}$
	2	$y_{211}, y_{212}, \ldots, y_{a1n}$	$y_{221}, y_{222}, \ldots, y_{22n}$	...	$y_{2b1}, y_{2b2}, \ldots, y_{2bn}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	a	$y_{a11}, y_{a12}, \ldots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \ldots, y_{a2n}$	...	$y_{ab1}, y_{ab2}, \ldots, y_{abn}$

Em um experimento no qual o processo de planejamento apresente essa característica, é possível observar que as respostas se alteram de maneira considerável, quando os níveis dos fatores A e B são alterados e a interação entre as variáveis a e b também contribuem para essa alteração.

Para a execução de um Planejamento Fatorial, deve-se especificar a quantidade de níveis que cada variável apresentará e quais serão os valores de cada fator por nível. Um procedimento como este só será considerado um planejamento fatorial completo, quando todas as possíveis cominações dos fatores sejam experimentadas. De uma maneira didática, normalmente estes processos de planejamentos são chamados de fatorial $n_1 \; x \; n_2 \; x \; n_3$, onde $n_1, n_2, \ldots, n_k$ são os fatores/variáveis, não significando obrigatoriamente que sejam realizados $n_1 \; x \; n_2 \; x \ldots \; n_k$ experimentos (BARROS et al. 2001). A tabela 2 apresenta um planejamento fatorial 2^3.

Tabela 2. Matriz de planejamento fatorial 2^3 Fonte: DEVOR et al. (1992) e MONTGOMERY (1991).

NTeste	Fatores de controle			Ordem Do Teste	Resposta (y_i)
	X_1	X_2	X_3		
1	-1	-1	-1	6	Y_1
2	+1	-1	-1	8	Y_2
3	-1	+1	-1	1	Y_3
4	+1	+1	-1	2	Y_4
5	-1	-1	+1	5	Y_5
6	+1	-1	+1	3	Y_6
7	-1	+1	+1	4	Y_7
8	+1	+1	+1	7	Y_8

2.3. METAMODELAGEM

Desde o princípio, o homem sempre encontrou fenômenos que muitas vezes não possuíam explicações para sua época. Todavia, através de observações continuas, era percebido que o desconhecido se apresentava de uma maneira ordenada, conforme alguns acontecimentos de davam. Conforme essas observações eram compartilhadas e discutidas, surgiam na humanidade os primeiros modelos, onde apesar de não explicarem tudo o que se dava no dia a dia, conseguiam razoavelmente prever alguns fenômenos, tendo por exemplo os primeiros calendários e a divisão entre as estações do ano. Com os anos se passando e proporcionalmente o desenvolvimento intelectual humano, os problemas do dia a dia que não conseguiam ser explicados passaram a ser outros. Buscava-se aprender formas de simplificar os afazeres diários onde o trabalho braçal estava sendo aos poucos substituído pelas máquinas, assim sucedeu a Revolução industrial. Nessa etapa a ideia de construção de modelos buscava observar como eram feitos os trabalhos de forma a construir máquinas que repetiam o que estes homens faziam, entretanto não haveria cansaço.

Cada vez que surgiam novos modelos que representavam bem alguns fenômenos grosseiros, surgiam também pequenos acontecimentos que não se conseguiam prever. Isso acarretou em perguntas com complexidades progressivas, sendo cada vez mais difíceis de propor leis que modelassem o fenômeno. Com o advento da computação, ferramentas para a resolução de problemas tornaram-se bastante difundidas, dentre estas chama-se atenção para as simulações de problemas físicos através de códigos com equações que regem alguns de seus comportamentos, criando assim um experimento virtual. Apesar da existência de técnicas que representem de maneira excepcional algumas condições, é muito comum se deparar com limitantes computacionais, como nos casos onde centenas de experimentos serão resolvidos. Uma boa opção para estes limitantes são os chamados Metamodelos.

Pode-se denominar um metamodelo como sendo o que é conhecido classicamente por superfície de resposta, cujo objetivo é fornecer uma resposta com uma boa aproximação, comparada à obtida ao se avaliar o modelo no qual se busca representar, para um conjunto de dados de entrada (KROETZ, 2015). Atualmente, várias pesquisas voltadas ao estudo de métodos e técnicas construtivas de metamodelos demonstram a efetividade destes quando aplicados em projetos ótimos em engenharia, tendo se mostrado também em diversas outras áreas do conhecimento.

De uma maneira simplista, uma metamodelo é caracterizado por pertencer à uma classe de funções determinadas que definem o tipo e superfície, partindo do conhecimento da resposta do modelo original em alguns pontos o modelo se ajusta ao modelo numérico, por fim o custo computacional, em comparação com um modelo original, é consideravelmente menor (SUDRET,2012).Tendo um modelo numérico complexo M, um metamodelo é basicamente uma função analítica que busca representar o mais próximo possível este modelo, de forma que:

$$Y=M(x) \tag{1}$$

sendo y o vetor de respostas de interesse, e x o vetor de variáveis, parâmetros de entrada do problema.

Dentro da área de pesquisa destas superfícies de respostas, diversas técnicas foram desenvolvidas, dentre estas se encontram-se em destaque técnicas polinomiais paramétricas e metamodelos alternativos tais como splines, redes neurais e modelos de correlação, que vem ganhando popularidade nos últimos tempos (SILVA, 2011). Modelos envolvendo regressões polinomiais buscam mais comumente, uma aproximação por meio de modelos de primeira e segunda ordem, fazendo com que consigam ser uma ferramenta interessante para processos de otimização. Em metamodelos do tipo splines, são realizados processos de combinação linear de funções para as superfícies serem construídas, diferindo assim da metodologia anterior.

Técnicas baseadas em redes neurais baseadas em multicamadas podem também ser utilizadas no processo de construção de superfícies de resposta. Modelos de correlação espacial também conhecidos popularmente como modelos *Kriging* apresentam características semelhantes à modelagem por *splines*, ficando conhecidos pela boa aproximação em problemas determinísticos.

Características como as citadas anteriormente fizeram com que problemas que exigem uma gama de experimentos repetitivos, recorressem à utilização de metamodelos, reduzindo o custo computacional, que em muitos casos poderiam levar milhares de horas, como por exemplo em análise de falhas. Com a aplicação de técnicas de minimização de erros, os modelos são ajustados sobre pontos conhecidos, de forma a obter uma boa acurácia. Dentro desta metodologia, costuma-se avaliar mais pontos que o necessário visando obter mais informações sobre o sistema a ser modelado.

2.3.1. APROXIMAÇÃO POLINOMIAL

A metodologia de aproximação polinomial também chamada de regressão polinomial, ou mesmo *Metodologia de Superfície de Resposta* (MSR), busca através de funções polinomiais de treinamento D, representar um modelo numérico da seguinte forma (LOSHCHILOV,2013)

$$D = \{(x_i, y_i), i = 1, \dots, l\} \tag{2}$$

onde os parâmetros de entrada do modelo numérico, que se busca modelar, são definidos pelo conjunto $x_i \in \mathbb{R}^n$, e $y_i \in \mathbb{R}$ é um conjunto cujos elementos são as respostas do sistema à entrada aplicada.

Obtidos os valores de entrada e saída, o objetivo passa a ser encontrar o modelo de aproximação. Denominando como $\tilde{x}$ o vetor base de funções linearmente independentes, e β como sendo os parâmetros de ajuste da superfície de aproximação, podendo estar associados aos pesos que ponderam a influência de cada variável de entrada do sistema, um modelo de aproximação polinomial pode ser expressado pela função:

$$\hat{f} = \tilde{x}^T \beta \tag{3}$$

O tipo de modelo utilizado para a regressão depende do vetor $\boldsymbol{\tilde{x}}$, podendo representar uma regressão linear para $\tilde{x} = (1, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ou $\tilde{x} = (1, x_1^2, x_2^2, x_1 x_2, \dots, x_{n-1} x_n, x_1, x_2, \dots, x_n)$ para um modelo quadrático com termos cruzados. Os coeficientes de β normalmente são determinados por meio de técnicas ne minimização ou mesmo interpolação.

Por fim, o metamodelo deve ser validado, onde devem ser escolhidos pontos diferentes das entradas utilizadas no sistema a ser modelado, avaliando se a aproximação abrange bem toda condição de análise do mesmo. Como uma maneira de simplificação do modelo, realizar uma avaliação da influência dos termos de $\tilde{x}$ é uma boa opção. No caso de alguns destes apresentarem uma participação insignificante para as respostas, sua retirada acarreta em uma superfície de resposta mais simples.

2.3.2. REDES NEURAIS

Desde os primórdios da humanidade, os homens buscam inspirações na natureza para suas criações, e como resultado desses feitos hoje temos coisas como os aviões e robôs. Quando os avanços da medicina começaram a se tornar significativos, o foco tornou-se o homem, com isso a curiosidade e a criatividade se direcionaram à representação artificial de processos biológicos. As primeiras informações a respeito da nova área denominada neurocomputação chegaram em meados de 1943 com trabalhos publicados a partir da união de ideias do neuroanatomista e psiquiatra Warren McCulloch e do matemático Walter Pitts, buscando uma analógia entre o comportamento de neurônios e um processo eletrônico. A partir da utilização de resistores variáveis e amplificadores estes pesquisadores modelaram funções que conseguissem representar as conexões sinápticas de uma maneira simplista. Neste modelo o neurônio artificial é capaz de separar variáveis booleanas, por ser interpretado a linguagem binária, mas tem como limitação a incapacidade de aprendizado ou treinamento.

Pouco tempo se passou até que Donald Hebb em 1949, com seu livro *"A organização do comportamento",* propôs que as forças das sinapses se comportassem de maneira diferente para cada vez que o sinal de uma informação percorresse os neurônios. Esse sistema ficou conhecido como "Regra de aprendizado de Hebb", onde a ativação simultânea de neurônios acarreta em um crescimento significativo da força sináptica. Com o desenvolvimento da computação na década de 50, metodologias computacionais se tornaram uma boa opção em diversas áreas do conhecimento, e com a ideia nascida de McCulloch e Pitts não foi diferente. Em 1958 o psicólogo americano Frank Rosenblatt propõe a ideia de um modelo cognitivo onde uma única camada de neurônios está conectada a unidades sensoriais (entradas) como proposto por McCULLOCH e PITTS (1943), no entanto acrescidos de sinapses ajustáveis. Através de uma associação com a lei de aprendizagem de Hebb, Rosenblatt conseguiu demonstrar que através da implementação das sinapses ajustáveis, o modelo pode ser treinado para classificar padrões em classes linearmente separáveis apresentando convergência para um número limitado de passos. Como entrave para as pesquisas direcionadas às redes neurais, em 1969 o cientista cognitivo Marvin Minksy e o matemático Seymour Papert publicam o livro “perceptron” demonstrando as limitações do método de Rosemblatt.

O ânimo da sociedade científica no que tange à modelos neurais foi reduzido com a apresentação de limitações como a anterior. Em contrapartida um modelo chamado ADALINE (do inglês *Adaptative Linear Element*) surgia através do estudo de Widrow e Hoff. De uma maneira simplista esse modelo é uma variação do algoritmo de aprendizagem do *Perceptron* (WIDROW B.; LEHR M. A., 1990), onde é introduzido o conceito de erro médio quadrático. O ADALINE apresenta um ajuste dos pesos da rede neural por meio de aproximações lineares do cálculo do gradiente de uma função de erro quadrática. Essa metodologia se tornou conhecida por “Regra Delta”.

Com os anos se passando e a com isso um aumento bastante significativo do poder computacional frente à época, passam a surgir no mundo vários algoritmos adaptativos e consequentemente, maior a complexidade de problemas em que modelos de redes neurais passaram a ser aplicados. Nesse cenário, mais precisamente em 1982[2], com os trabalhos de John Hopfield nasce a ideia de modelos conexionistas, que permitiu um esclarecimento de diversas duvidas que existiam sobre o processo dinâmico executado por algumas redes neurais. A década de 80 se tornou um marco, por ser o ápice das pesquisas referentes a redes neurais, com o desenvolvimento do treinamento por *backpropagation*, propiciando o treinamento de redes *Perceptron* Multi-camadas, dando início à ideia de aplicar essa metodologia em problemas de confiabilidade estrutural. Contudo, depois de 1993, com a publicação do trabalho “*Studies in assessment of structural reliability by response surface method and neural network. Reliability and Optimization of Structural System”* de MUROTSU et al. (1993) que o potencial da aplicação de redes neurais em engenharia de estruturas foi mais explorado.

[2] https://pt.wikipedia.org/wiki/Modelo_de_Hopfield

2.3.3. MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO KRIGING

Fazendo um sobrevoo no contexto histórico, depara-se no início dos anos 50 com o engenheiro de minas Danie Krige criticando as técnicas estatísticas aplicadas no processo de extração de ouro nos campos de mineração sul-africanos. O procedimento utilizado na época estimava que a média da quantidade de ouro que se deveria encontrar em uma extensão de terreno, correspondia a média da quantidade encontrada em áreas menores. No entanto apesar de ser uma metodologia mais simples, por aproveitar os dados de poços de mineração em partes do terreno, Krige observou a presença de erros neste tipo abordagem, propondo a existência de uma correlação espacial entre os pontos estudados. Com a contribuição do matemático francês MATHERON, G. (1963) alguns erros foram corrigidos na teoria de Krige possibilitando que a metodologia ganhasse um aspecto matemático formal. Iniciando sua popularidade nas áreas estatísticas e geoestatisticas, a aplicação dos modelos de Kriging passaram a abranger diversas frentes de estudo, chamando atenção para o seu uso como forma de aproximação de modelos determinísticos de engenharia. Nos tempos atuais, os principais disseminadores do Método de Interpolação Kriging (COELHO,2015) são Kleijnen e seus colaboradores (BEERS; KLEIJNEN,2004; BILES et al., 2007; KLEIJNEN, 2009; KLEIJNEN; MEHDAD, 2014), com aplicação em modelos de simulação em uma gama de contextos.

A metamodelagem Kriging ou por processos gaussianos, como também é chamada, trata-se de uma técnica de interpolação, que pode ser dividida em duas partes: uma função de tendência da média dos experimentos e um processo gaussiano com média zero, onde os desvios relativos à média são caracterizados por meio de uma matriz de covariância. Esta técnica assume que, ao se recolher de uma população alguns dados, estes apresentam alguma correlação no espaço. Metamodelos baseados no Método de Interpolação Kriging apresentam uma flexibilidade bastante elevada, com uma habilidade de tratar não linearidades presentes do sistema com facilidade e fornecer erros de estimação que aumentam no espaço amostral, em regiões pouco exploradas (COELHO,2015).

Duas abordagens clássicas para a metamodelos baseados em Kriging são a Krigagem Ordinária (KO) e a Krigagem Universal. A diferença entre esses métodos é que na primeira abordagem a média dos experimentos é constante, enquanto que para a segunda, uma função de tendência define a média, sendo geralmente polinomial. Para melhores estimações, diversas abordagens novas vêm surgindo, exemplo disso são os trabalhos que incorporam esquemas de interferência Baysiana no processo, como DENG et al. (2012) e o método de Krigagem Cega por COUCKUYT et al. (2012).

Outro conceito importante no âmbito estocástico quando é tratado esse tipo de modelagem, é o ruído. Isso acontece graças ao fato de, no modelo determinístico, existir a presença de componentes destes. De uma maneira simples, define-se ruído como sendo uma perturbação aleatória nos dados coletados, cuja origem pode remeter às características do sistema ou método de coleta de amostras utilizado. Diversos trabalhos vêm desenvolvendo formas de contornar estas influencias, onde destacam-se: KLEIJNEN e BEERS (2005), na aplicação de Krigagem Ordinária sobre um esquema de Studentização dos valores da variável de resposta de forma a contabilizar a variância do ruído aleatório; HUANG et al. (2006) com a utilização da variância do ruído homogêneo ao modificar o critério *Expected Improvement* no processo de otimização sequencial *Efficient Global Optimization*; e MARTIN (2010) através do emprego do conceito de efeito pepita visando modificar o modelo tradicional de Krigagem.

2.4. PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

A ideia de procurar um ponto ótimo para diversas áreas de interesse se tornou uma direção para diversos trabalhos importantes historicamente. Diversas áreas como a administração, logística, economia, engenharia, dentre outras, buscam frequentemente alcançar, em suas contribuições, condições ótimas, ou seja, as melhores possíveis para a solução de algum problema. Na matemática o conceito de otimização se refere à problemas de mínimo e máximo, isto é, buscando minimizar ou maximizar uma função por meio da alteração de seus parâmetros. Para a formulação de um problema de otimização, é necessário ter em mente as propriedades do sistema, ou seja, quais os parâmetros a serem obtidos, qual o procedimento necessário para esse fim, e como manipular as variáveis visando obter a melhor resposta (LOBATO,2008).

Técnicas de Otimização Multi-objetivo buscam uma condição pré-definida para um conjunto de objetivos simultaneamente. Graças a essa característica, esse procedimento se distingue de um problema mono-objetivo por escolher, dentro de um conjunto de soluções onde a possibilidade de melhora simultânea dos objetivos não existe, a melhor configuração seguindo o critério pretendido. Para melhor desenvolver a definição de otimalidade de problemas de OM, é necessário expandir o conceito a partir das definições de ótimo de Pareto (MACIEL, 2012).

O Problema de Otimização Multi-objetivo (POMO) consiste na otimização de um vetor com m funções objetivo $f(x) = [f_1(x)\ f_2(x)\ \dots\ f_m(x)]$ sujeito a um vetor com k de variáveis de projeto $x = [x_1;\ x_2\ \dots\ x_k]$. A definição de ótimo para o POMO, reconhecido como Ótimo ou Curva de Pareto, foi proposta em 1881 por Vilfredo Pareto. De acordo com essa definição, problemas multi-objetivos tem um conjunto de soluções de "compromisso", onde uma solução pode ser melhor com relação a um objetivo f_1 mas pior em relação ao objetivo f_2 e vice versa.

A literatura especializada apresenta vários métodos de otimização multi-objetivos (DEB, 2001; LOBATO, 2008). A grande maioria destes apresenta como fundamentação conceitual os algoritmos bio-inspirados na natureza, isto é, algoritmos que procuram imitar o comportamento da natureza para o desenvolvimento de métodos de otimização. O aumento da popularidade dos algoritmos multi-objetivos baseados em métodos bio-inspirados se deve a sua concepção simples, por serem de fácil uso e de fácil implementação e por serem capazes de obter a CP em uma simples execução. Essas características têm feito com que estes métodos se tornem bastante atrativos para a resolução de problemas reais de otimização (DEB, 2001; LOBATO, 2008).

2.4.1 DEFINIÇÕES

Um problema de otimização multi-objetivo pode ser definido matematicamente como (DEB, 2001):

$$min\ f_m(x),\ m = 1, 2, \dots, M \tag{4}$$

$$\begin{cases} g_j(x) \leq 0 & j = 1,2,\dots,J \\ h_k(x) = 0 & k = 1,2,\dots,K \\ x_i^L \leq x_i \leq x_i^U & i = 1,2,\dots,n \end{cases} \tag{5}$$

onde x representa o vetor das n variáveis de projeto, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$. x_i^L e x_i^U, representam os mínimos e máximos valores para a variável x_i respectivamente. $g_j(x)$ e $h_k(x)$ são as funções de restrição e $f_m(x)$ são as funções objetivo onde cada uma destas pode ser maximizada ou minimizada. O vetor f(x) trata-se do espaço multidimensional de objetivos Z (LOBATO, 2008).

Definição 1: O conceito de dominância de Pareto define a condição em que uma solução e dita dominante ou dominada. Sendo $x, y \in X$, onde X é a região factível, e x e y são soluções factíveis, é dito que x domina y quando $f(x)$ é melhor que $f(y)$ em no mínimo um objetivo $f_i(f_i(x) > f\_i\ (y)$ em problemas de maximização) e não é pior nos demais $f_j(f_j(x)\ \geq f_j(y)$) para a mesma situação anterior) onde $i, j = 1,2, \dots, k$ e $i \neq j$. Esta relação de dominância pode ser classificada como forte ou fraca.

Definição 2: Um ponto $x^* \in X$ é denominado ótimo de Pareto se não existir outro ponto $x \in X$ cuja resposta em x domine x^*, ou de acordo com Edgeworth-Pareto, quando *"nenhum critério utilizado pode melhorar a solução sem piorar pelo menos outro critério"*. Essas soluções são chamadas também de soluções não-dominadas, soluções eficientes ou soluções não inferiores (SABIONI, 2017). O conjunto desses pontos é denominado conjunto ótimo de Pareto

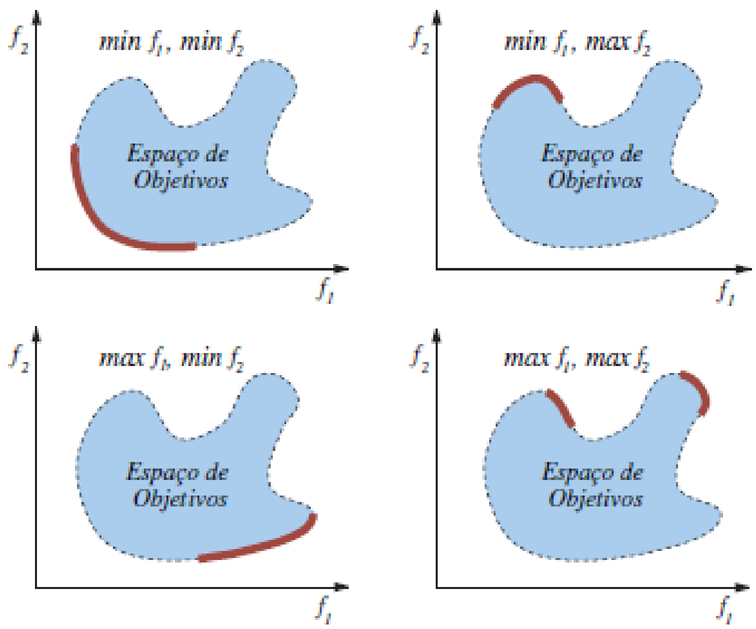

Figura 8.Conjuntos ótimos de Pareto.

Fonte: (DEB (2001))

Definição 3: A Fronteira de Pareto é definida como sendo a imagem do conjunto de valores ótimos de Pareto no espaço das funções objetivo, ou seja, por um conjunto de vetores de funções objetivos $f_n(x)$, para x sendo todos os pontos contidos no conjunto ótimo de Pareto.

Definição 4: Uma solução x domina fortemente a solução y se e somente se, a solução x apresentar resposta melhor que y em todos os objetivos. No caso onde os pontos não dominados estiverem em um espaço continuo, a curva formada é a Fronteira de Pareto

2.4.1. CLASSIFICAÇÃO DOS MÉTODOS

Para a resolução de problemas de otimização multi-objetivo, diversas metodologias foram desenvolvidas, fazendo-se necessário definir critérios de agrupamento destas de acordo com algumas de suas características. A divisão dessas metodologias se dá quanto ao tipo de abordagem, e forma de tratamento do problema (LOBATO, 2008). Com relação ao tipo de abordagem, estes são divididos em Otimização determinística ou clássica e randômica ou não determinísticas.

Nos métodos de otimização determinística ou métodos clássicos, as funções objetivo e restrições, são tratadas como funções matemáticas e relações funcionais. Nestes também, deve-se garantir que, no espaço de busca, a função objetivo seja contínua e diferenciável. Estas características, juntamente com a falta de continuidade das restrições, presença de respostas ruidosas, não convexidade das funções, multimodalidade, e a necessidade de se trabalhar com valores discretos para as variáveis (LOBATO, 2008), podem ocasionar problemas relacionados à robustez e a dificuldades numéricas. Entretanto, diversas aplicações e pesquisas relacionadas a esse tipo de método podem ser encontradas na literatura, graças ao avanço computacional juntamente com o desenvolvimento do cálculo variacional.

Os métodos não determinísticos, se caracterizam por serem algoritmos exploratórios, não apresentando em sua maioria, métodos computacionais complexos e conhecimento especializado, como o uso de derivadas para se determinar a direção de busca. Através deste método é possível explorar de maneira inteligente o espaço de busca (BRAGA, 1998), por meio de técnicas baseadas, em sua maioria, em processos biológicos como seleção natural e composições genéticas de cruzamentos. Outra característica importante destes métodos é a possibilidade de analisar comportamentos multimodais, que se dá graças à análise populacional, contrapondo com as análises pontuais (MOREIRA, 2015). Como um possível limitador, essa metodologia apresenta um número de avaliações consideravelmente superior às técnicas clássicas.

No que tange à forma de tratamento do problema, ou seja, determinação de soluções e tomada de decisão, um problema de OM pode ser subdividido em três categorias, sendo estas: Métodos a priori, a posteriori e métodos interativos. A primeira metodologia é a mais simples para o tratamento de problemas envolvendo OM, onde é preciso que seja definido de antemão o peso, ou seja, uma espécie de prioridade para cada critério antes de iniciar o processo de busca de soluções. O problema através desse procedimento é tratado como mono-objetivo, onde suas respostas tornam-se restrições para objetivos com peso menor.

Nos tipos denominados a posteriori, não se fixa pesos ou importância para os objetivos. Neste caso, realiza-se o processo de obtenção de um conjunto finito de soluções visando obter o conjunto ótimo de Pareto ou uma aproximação deste, onde a tomada de decisão será baseada na resposta obtida. Metodologias como o Método da Soma Ponderada e NSGA *(Nondominated Sorting Genetic Algorithm)* (MACIEL, 2012) se baseiam nesse princípio. Para os métodos interativos ou progressivos, o processo de direcionamento visando uma tomada de decisão, interfere durante o processo de otimização. Assim, através do uso de funções de utilidade, durante o processo de busca o método continuamente corrige as preferencias da tomada de decisão. Estes métodos vêm sendo muito promissores no que diz respeito à obtenção de soluções de interesse (MIETTINEN, 1999), apesar do custo de sua implantação se mostrar mais elevado.

Com o desenvolvimento da ideia de otimização baseadas em conceitos evolutivos, ou seja, metodologias heurísticas, algumas técnicas se destacaram na literatura. Estas técnicas são: Algoritmos Genéticos, Evolução diferencial, *Simulated Anneling* e Colônia de Vagalumes, cujas definições podem ser encontradas nos trabalhos de MALAQUIAS (2006), LOBATO (2008), ARAÚJO (2001). MOREIRA (2015) em seu trabalho sobre otimização robusta multi-objetivo para o projeto de sistemas em Engenharia apresenta de forma clara algumas destas principais técnicas,

2.4.2 O ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Dentre os vários métodos de otimização propostos na literatura, o algoritmo de Evolução Diferencial (ED), proposto por STORN e PRICE (1995), se configura como uma das principais abordagens para a resolução de problemas de otimização. Neste algoritmo, diferentemente no que acontecia nos primeiros algoritmos genéticos propostos, o valor de cada variável é representado por um valor real. O seu procedimento geral é dado pelas seguintes etapas (STORN *et al.*, 2005):

- gera-se uma população inicial com *NP* soluções factíveis para o problema em questão, onde garante-se por "regras de reparo" que os valores atribuídos às variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista;
- seleciona-se um indivíduo (genitor principal), de forma aleatória, para ser substituído. Dois outros (diferentes indivíduos) são selecionados como genitores secundários (pais);
- adiciona-se ao valor atual da variável (genitor principal) a diferença entre duas outras variáveis (genitores secundários) ponderada por uma taxa de perturbação *F* (este procedimento representa o operador de cruzamento na ED);
- modifica-se cada variável do genitor principal com alguma probabilidade de cruzamento *CR* (o candidato gerado através da aplicação do operador de cruzamento pode ou não fazer parte da próxima geração). Assim, se o vetor resultante apresenta uma função de aptidão melhor que a escolhida e se for gerado um número aleatório entre zero e um e este for menor do que *CR*, o candidato gerado substitui o genitor principal. Caso contrário, tal vetor escolhido para ser eventualmente substituído é mantido na população.
- este procedimento continua até que um determinado critério de parada seja satisfeito. Geralmente o número máximo de gerações é utilizado como critério para interromper o procedimento evolutivo.

2.4.2.1 MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION DIFFERENTIAL EVOLUTION

Devido aos bons resultados obtidos pelo algoritmo de ED em aplicações com um único objetivo, não demorou muito para que esta abordagem se tornasse a base para o desenvolvimento de novos algoritmos multi-objetivos. Dentre estes, pode-se citar a estratégia proposta por LOBATO (2008), a saber, o algoritmo MODE (*Multi-objective Optimization Differential Evolution*). Em linhas gerais, este é fundamentado no algoritmo de ED associado aos seguintes operadores: ordenamento por *rank*, truncamento das soluções não dominadas, e exploração das vizinhanças de candidatos em potencial.

O algoritmo MODE apresenta a seguinte estruturação: inicialmente, uma população com *N* indivíduos é gerada randomicamente. Selecionam-se, randomicamente, três pais (um para ser o genitor principal e outros dois para serem os genitores secundários). Um filho (candidato a solução) é gerado a partir destes três pais através do operador de ED descrito anteriormente. Este processo continua até que uma nova população com N filhos (candidatos) seja gerada. Esta nova população é agrupada com a população antiga, formando assim a população P_I de tamanho $2N$. P_I é então classificada segundo o critério de dominância, formando a população P_I^*, com N indivíduos. Este critério consiste na organização dos indivíduos da população em fronteiras que refletem sua importância no processo evolutivo da seguinte maneira: inicialmente, através do critério de dominância, a população é classificada e tomada como *Rank* 1. Esses indivíduos de *Rank* 1 são retirados da população. A população restante é novamente classificada segundo esse critério de dominância, sendo que essa população assume *Rank* 2. Esses indivíduos são retirados da população atual e novamente é realizada a classificação dos indivíduos que restaram. Tal procedimento é repetido até que todos os indivíduos da população sejam classificados.

Classificada a população, apenas os N "melhores" indivíduos são considerados para a geração dos vizinhos segundo a relação abaixo (HU *et al.*, 2007).

$$\chi(x) = \left[x - D_k(x)/2,\ x + D_k(x)/2\right] \tag{6}$$

onde

$$D_k(g) = \frac{k}{R}\left[x^U - x^L\right] \tag{7}$$

$D_k(g)$ é um vetor que depende da geração corrente g, R é o número de pseudo-curvas definidas pelo usuário e x^U e x^L são os limites máximos e mínimos de cada variável de projeto x. O número de indivíduos em cada pseudo-curva (n_k) é dado por (HU *et al.*, 2007):

$$n_k = r n_{k-1} \tag{8}$$

onde r é a taxa de redução. Segundo HU *et al*. (2007), uma população com N indivíduos, n_k pode ser calculado como:

$$n_k = N\frac{1-r}{1-r^R}r^{k-1} \tag{9}$$

Se $r < 1$, o número de indivíduos na primeira pseudo-curva é alto e cada pseudo-curva tem um número de soluções exponencialmente reduzidas, enfatizando assim a busca local. Por outro lado, se $r > 1$, o número de soluções na última pseudo-curva é alto, enfatizando a busca global.

A Figura 9 apresenta a relação entre pseudo-curvas (*PC*) e a estratégia de ordenamento por *rank* (*Rank*). Nesta figura é possível observar que candidatos com *ranks* diferentes podem fazer parte da mesma pseudo-curva, fazendo com que exista uma maior diversidade, evitando assim uma possível pressão no processo de seleção que pode ocorrer em qualquer procedimento evolutivo (BABU *et al.*, 2005).

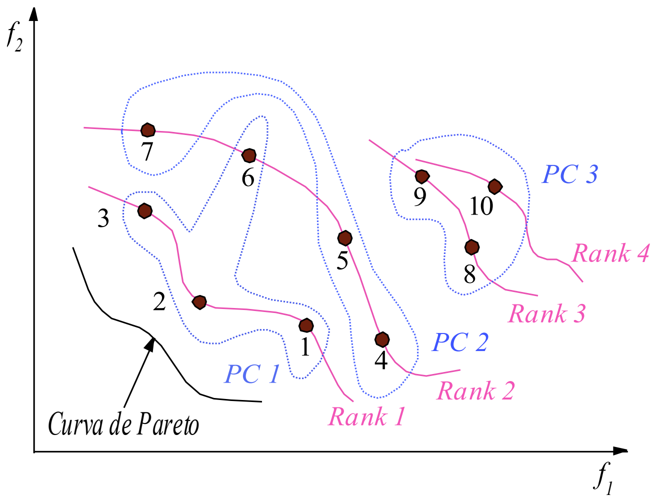

Figura 9. Pseudo-curvas e mecanismo de ordenamento por ranking.

Fonte Hu et al. (2006).

De posse dos vizinhos gerados pelo procedimento descrito anteriormente, estes por sua vez são classificados de acordo com o critério de dominância e somente os vizinhos não-dominados (P_2) serão adicionados à população P_1^* para formar a população P_3 (população da próxima geração). P_3 é classificada de acordo com o critério de dominância. A população P_3, de tamanho maior de N, é truncada de acordo com o operador *Crowding Distance* (DEB, 2001). Este operador é responsável pela eliminação das soluções que estão muito próximas, já que é interessante que se tenha uma CP bem distribuída no domínio dos objetivos.

O processo continua até que um determinado critério de parada ser satisfeito. Mais detalhes sobre o desenvolvimento do algoritmo descrito podem ser encontrados no trabalho de LOBATO (2008).

3. METODOLOGIA

Este capítulo tem por objetivo, apresentar a metodologia proposta para as primeiras tomadas de decisões. A direção proposta neste trabalho é apresentada no fluxograma da Figura 10, sendo os passos detalhados na sequência.

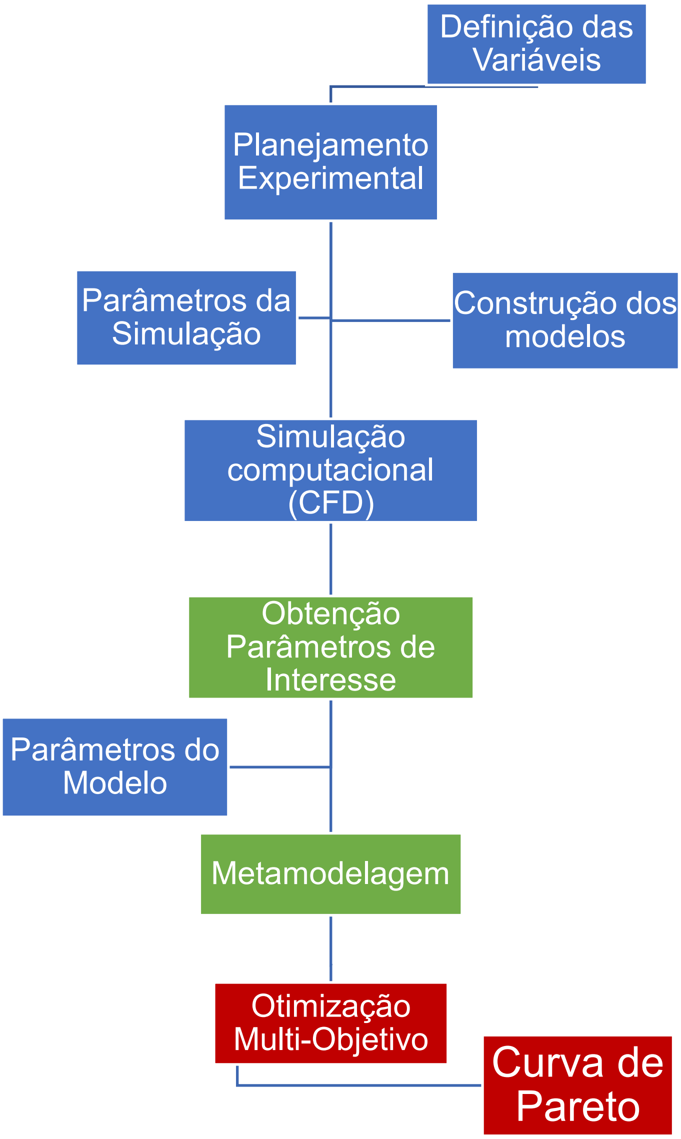

Figura 10. Fluxograma do trabalho.

Fonte: Autoral

Inicialmente, serão definidos as variáveis de interesse e a realização do planejamento dos experimentos, cujos detalhes são apresentados nas subseções seguintes. Em seguida, define-se os parâmetros de entrada relacionados a simulação e confecção das geometrias, também apresentados nas seções subsequentes, seguido posteriormente pela realização dos experimentos. Obtidos os resultados do processo de modelagem computacional do sistema, busca-se obter através de método de interpolação de Kriging modelos que representem as respostas C_d e C_l em função dos parâmetros avaliados;

Com os metamodelos obtidos, através de técnicas de otimização multi-objetivo, a presente contribuição objetiva encontrar a curva de Pareto de soluções não dominadas (maximização do coeficiente de sustentação e minimização do coeficiente de arrasto).

3.1. ESCOLHA DOS PARÂMETROS

No que tange ao ramo aeronáutico, um projeto considerado bom traz consigo um conjunto de configurações que cumprem o objetivo desejado juntamente com uma distância positiva da margem buscada, por exemplo: Uma aeronave precisa fazer um certo percurso, e levar uma certa quantidade de passageiros, e encontra-se como resposta um projeto menor e com menos custos e outro que necessita de maior complexidade. Intuitivamente a resposta é tida em mente: A aeronave mais simples e mais barata. Para isso é importante modelar alguns parâmetros que influem consideravelmente nas respostas.

Neste trabalho serão modeladas configurações de winglet na intenção de, ao modificar alguns parâmetros construtivos, reduzir o arrasto induzido gerado pelos vórtices de ponta de asa. Nas equações para o cálculo das componentes aerodinâmicas de uma asa, encontram-se parcelas significativas relacionadas ao comprimento, razão de afilamento, ou seja, a razão entre a corda dos perfis da ponta e da raiz da asa, e o ângulo de inclinação, ou seja, ângulos de diedro ou anedro. Nas Figuras 11 e 12 abaixo é possível visualizar onde se encontram esses parâmetros.

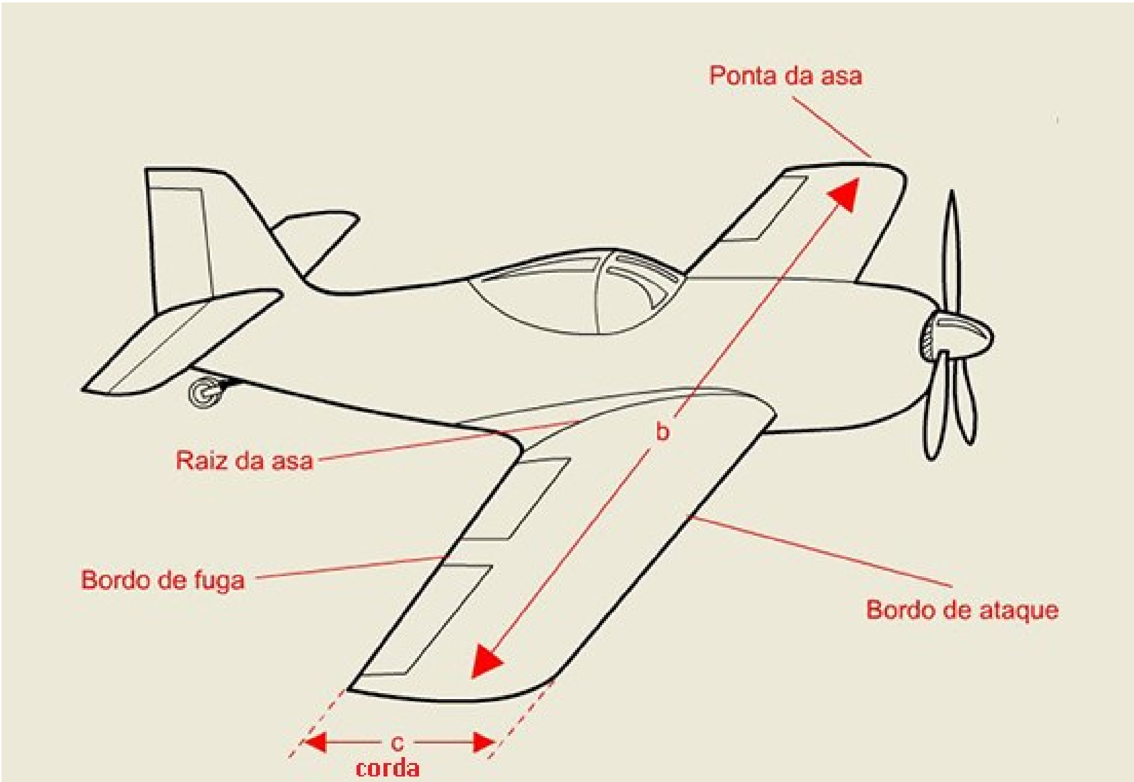

Figura 11. Parâmetros geométricos da asa de uma aeronave.

Fonte: http://blog.hangar33.com.br/conheca-a-geometria-basica-de-uma-aeronave/

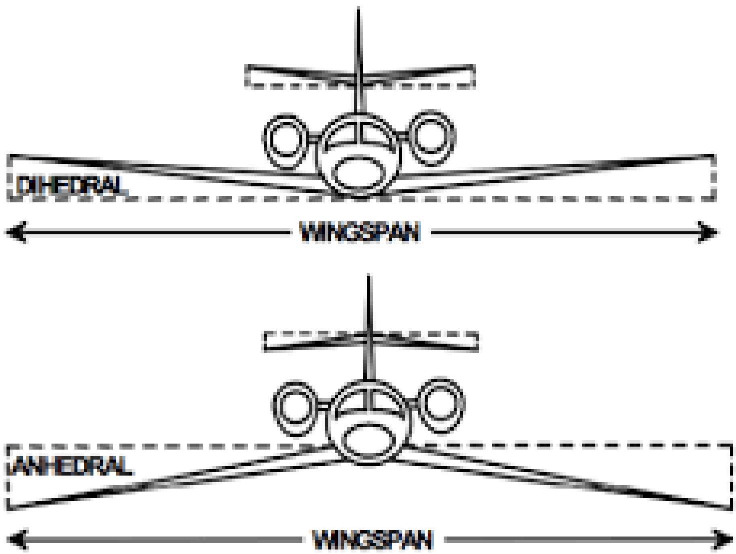

Figura 12. Configurações com diedro e anedro.

Fonte: http://www.aeroflap.com.br/_tiposdesasa_diedro/

Como uma winglet é um componente de ponta de asa cujo comportamento pode ser aproximado de uma continuação da asa da aeronave, os mesmos três parâmetros foram usados como variáveis de projeto para o caso estudado como na Figura 13, onde as variáveis C_{tip}, C_{root}, L, α e a representam a corda na ponta e na raiz da winglet, comprimento da winglet, o ângulo de inclinação e a razão de afilamento, respectivamente.

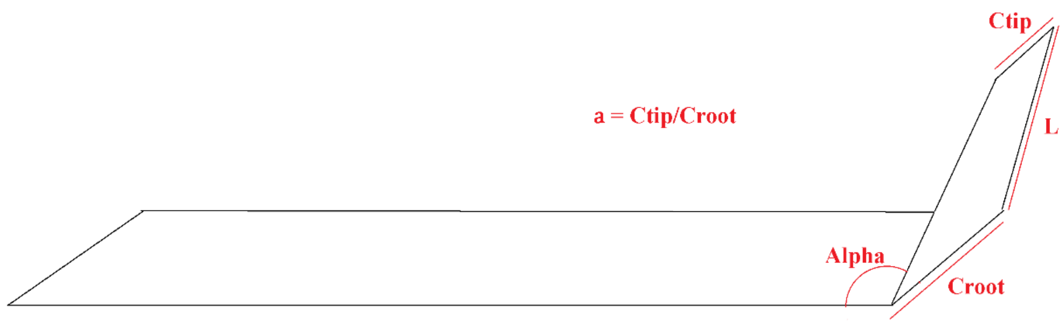

Figura 13. Parâmetros de winglet avaliados.

Fonte: Autoral

3.2. PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

Após definidas as variáveis do sistema, foram selecionados três valores para cada uma destas, garantindo um espaçamento igual para o valor seguinte conforme é apresentado abaixo.

$$L_{i+1}=L_i+\Delta L \quad (10)$$

$$\alpha_{i+1}=\alpha_i+\Delta\alpha \quad (11)$$

$$a_{i+1}=a_i+\Delta a \quad (12)$$

onde ΔL, $\Delta\alpha$ e Δa são valores constantes.

Para a determinação das combinações que seriam simuladas numericamente, foi definido um planejamento fatorial (BARROS NETO, B. et al.) contendo 27 experimentos numéricos, considerando as três variações para cada uma das variáveis de interesse (variação do comprimento do *winglet*, ângulo de inclinação e a razão entre a corda da ponta do *winglet* e a da raiz do mesmo) conforme apresentado na Tabela 3. Assim, para o primeiro algarismo desta sequência, que representa a variação do comprimento da *winglet*, tem-se a seguinte representação: -1 corresponde a 0,5 m; 0 corresponde a 1,0 m e +1 corresponde a 1,5 m. Para a segunda variável (ângulo de inclinação) tem-se a seguinte representação: -1 corresponde a 30°, 0 corresponde a 60° e +1 corresponde a 90°. Já para a última variável (razão entre a corda da ponta do *winglet* e a da raiz do mesmo), tem-se a seguinte representação: -1 corresponde a 0,5, 0 corresponde a 0,75 e *+1* corresponde a 1 (como exemplo temos a combinação *-1/0/+1*, para esse caso $L = 0{,}5m$, $\alpha = 60°$ e $a = 1$).

Tabela 3. Nomenclatura de cada experimento. Fonte: Autoral

Experimento i (X_1/ X_2/ X_3)	Variável	Nível	Valor
	Comprimento da winglet	-1	$L=0{,}5m$
	L	0	$L=0{,}75m$
	(X_1)	1	$L=1m$
	Ângulo de inclinação	-1	$\alpha=30°$
	α	0	$\alpha=60°$
	(X_2)	1	$\alpha=90°$
	Razão de Afilamento	-1	$a=0{,}5$
	a	0	$a=0{,}75$
	(X_3)	1	$a=1$

Com a organização dos experimentos dessa forma, torna-se mais fácil o processo de avaliação dos resultados por se tratar de um modelo de efeitos fixos. A definição dos parâmetros e características de cada experimento além de facilitar o processo, por tornar mais fácil a identificação de cada caso, possibilita um melhor trabalho dos dados obtidos após as simulações.

3.3 MODELO FÍSICO

3.3.1 CONTRUÇÃO DAS GEOMETRIAS

Após organizado o planejamento experimental que será realizado, o trabalho prossegue à etapa de confecção das geometrias que serão importadas pelo *software* utilizado para a simulação numérica. Durante o processo de simulação numérica, a geometria imersa no escoamento em cada estudo de caso deve ser importada. Para essa finalidade, as diferentes geometrias foram construídas usando a ferramenta computacional de desenho tridimensional CATIA. Este *software* surgiu diretamente dos esforços da indústria aeroespacial com o intuito de realizar-se a criação de ferramentas mais sofisticadas que poderiam não só ajudar a aperfeiçoar o processo de desenvolvimento, mas também atender a uma complexidade crescente do design da aviação.

O CATIA é usado para projetar, simular e analisar produtos de diversas áreas e setores, passando pela indústria naval, aeronáutica até os bens de consumo e sempre gerando bons resultados. Por ser um *software* confiável e oferecer um pacote de poderosas ferramentas para as mais variadas áreas da indústria, grandes empresas como Boeing®, Dassault Aviation®, BMW®, Chrysler®, Honda®, Black & Decker®, Eletrolux® e Sony® tem empregado este como ferramenta importante para seus projetos. Um exemplo de aplicação em um motor aeronáutico é mostrado na Figura 14.

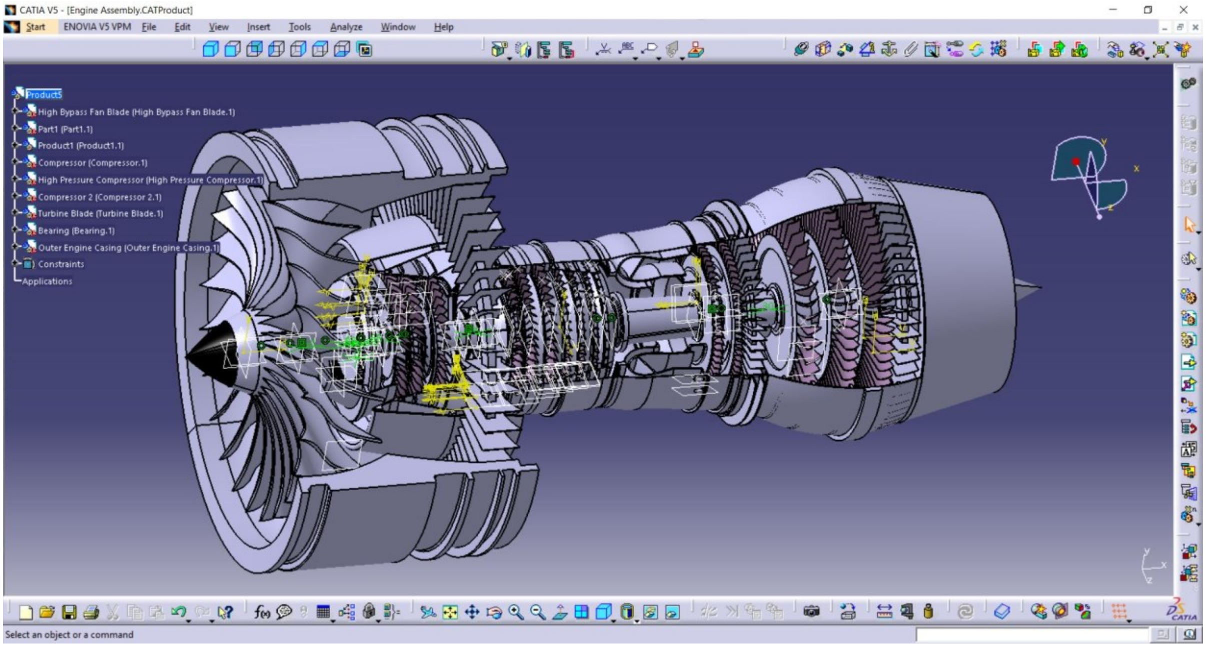

Figura 14. Pratt & Whitney Turbofan Engine PW1000G - CATIA v5.

Fonte: https://seelio.com/w/2y6y/pratt-whitney-turbofan-engine-pw1000g-_-catia-v5

Partindo do planejamento fatorial realizado, para o trabalho foram confeccionadas 28 geometrias, dentre estas, 27 são as definidas no processo anterior e uma geometria traz uma configuração de semi-asa onde não há a presença de winglet conforme apresenta a Tabela 4.

Tabela 4. Configurações geométricas dos experimentos. Fonte: Autoral

	X_1	X_2	X_3		X_1	X_2	X_3
Geometria 1	-1	-1	-1	**Geometria 15**	0	0	+1
Geometria 2	-1	-1	0	**Geometria 16**	0	+1	-1
Geometria 3	-1	-1	+1	**Geometria 17**	0	+1	0
Geometria 4	-1	0	-1	**Geometria 18**	0	+1	+1
Geometria 5	-1	0	0	**Geometria 19**	+1	-1	-1
Geometria 6	-1	0	+1	**Geometria 20**	+1	-1	0
Geometria 7	-1	+1	-1	**Geometria 21**	+1	-1	+1
Geometria 8	-1	+1	0	**Geometria 22**	+1	0	-1
Geometria 9	-1	+1	+1	**Geometria 23**	+1	0	0
Geometria 10	0	-1	-1	**Geometria 24**	+1	0	+1
Geometria 11	0	-1	0	**Geometria 25**	+1	+1	-1
Geometria 12	0	-1	+1	**Geometria 26**	+1	+1	0
Geometria 13	0	0	-1	**Geometria 27**	+1	+1	+1
Geometria 14	0	0	0	**Geometria 28**	Sem winglet		

A Figura 15 mostra uma configuração de asa construída através do software CATIA.

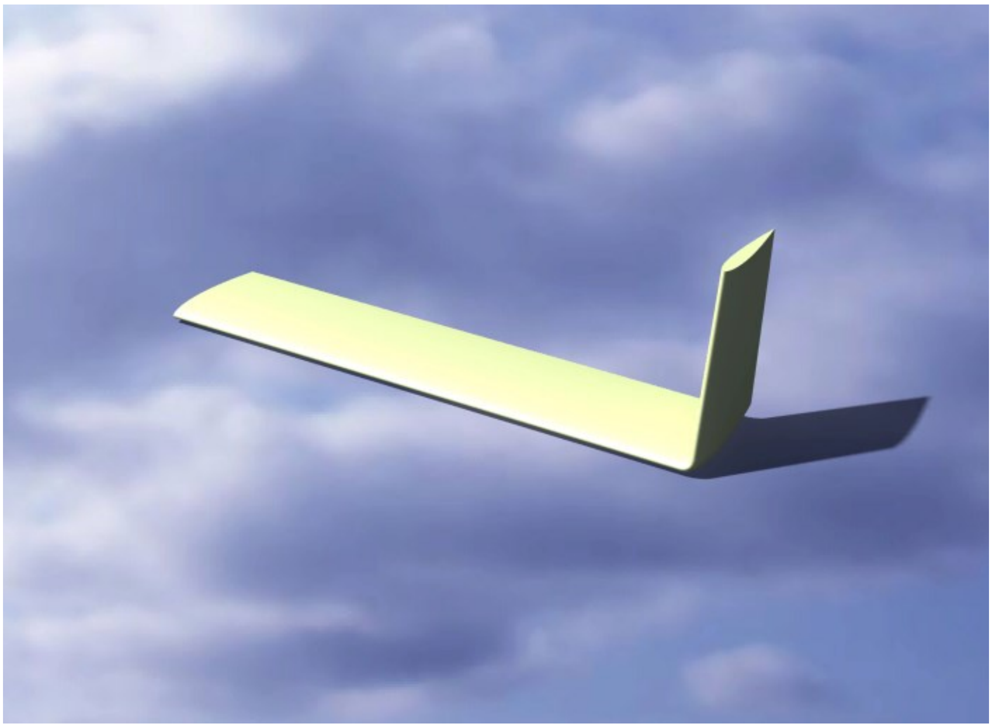

Figura 15. Geometria +1+1+1 no CATIA.

Fonte: Autoral.

Após construídas as geometrias através do software CATIA citado anteriormente, deve-se atentar ao fato de que o código AMR3d consegue importar geometrias do tipo *.stl. Este tipo de arquivo representa um objeto tridimensional criando uma malha de elementos que envolvem toda a superfície do mesmo. Para este trabalho o processo de malhagem é realizado através do *software Gmsh*[3], resultando em elementos tetraédricos como mostrado na Figura 16.

[3] http://gmsh.info/

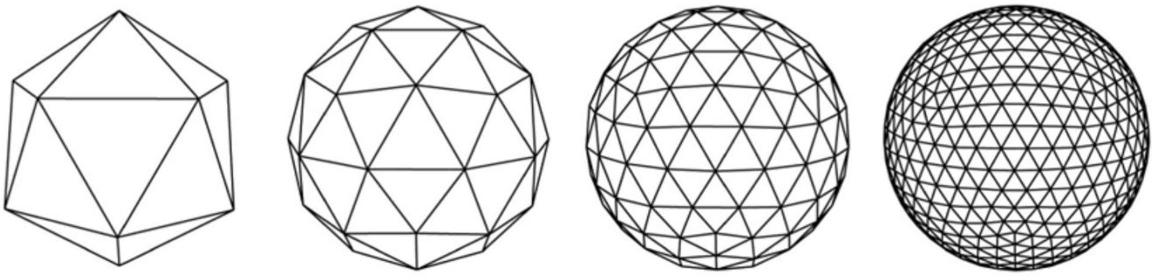

Figura 16. Representação de uma esfera por elementos de malha.

Fonte: Autoral.

3.3.2. MODELAGEM EULERIANA

Tratando de uma maneira simplista o assunto, pode-se definir uma malha euleriana, como sendo uma região fixa, sem deformações ao longo do tempo, onde por meio das faces do volume de controle, o comportamento do fluido juntamente com o fluxo mássico pode ser avaliado. Nessa região, cada célula e sua relação com as demais será analisada, buscando uma representação da interação do fluido com a geometria imersa (COSTA,2008).

Existem vários parâmetros que podem ser considerados para encontrar uma delimitação ótima para o domínio, visando reduzir o custo computacional desnecessário. Para o caso simulado nesse trabalho, uma região que representasse de uma maneira excelente o problema traria uma grande limitação computacional, inviabilizando a análise de 28 modelos. Por isso optou-se por um domínio sem um grande detalhamento, assim apesar de perdermos alguns detalhes, conseguimos um banco de dados maior para o processo de metamodelagem. Os limites máximo e mínimo do domínio foram definidos como sendo $x_{mín}$=-2.88m e $x_{máx}$=12.48m para a direção x, $y_{mín}$=-5.76m e $y_{máx}$=5.76m para a direção y, e $z_{mín}$=0.00m $z_{máx}$=11.52m para a direção z.

onde a direção x apresenta 16 volumes maiores, e as direções y e z apresentam 12 volumes cada, e cada um desses volumes nesse nível denominado l_{bot}, são pequenos cubos de lados iguais a *0.96 m*. A representação do domínio pode ser vista na Figura 17.

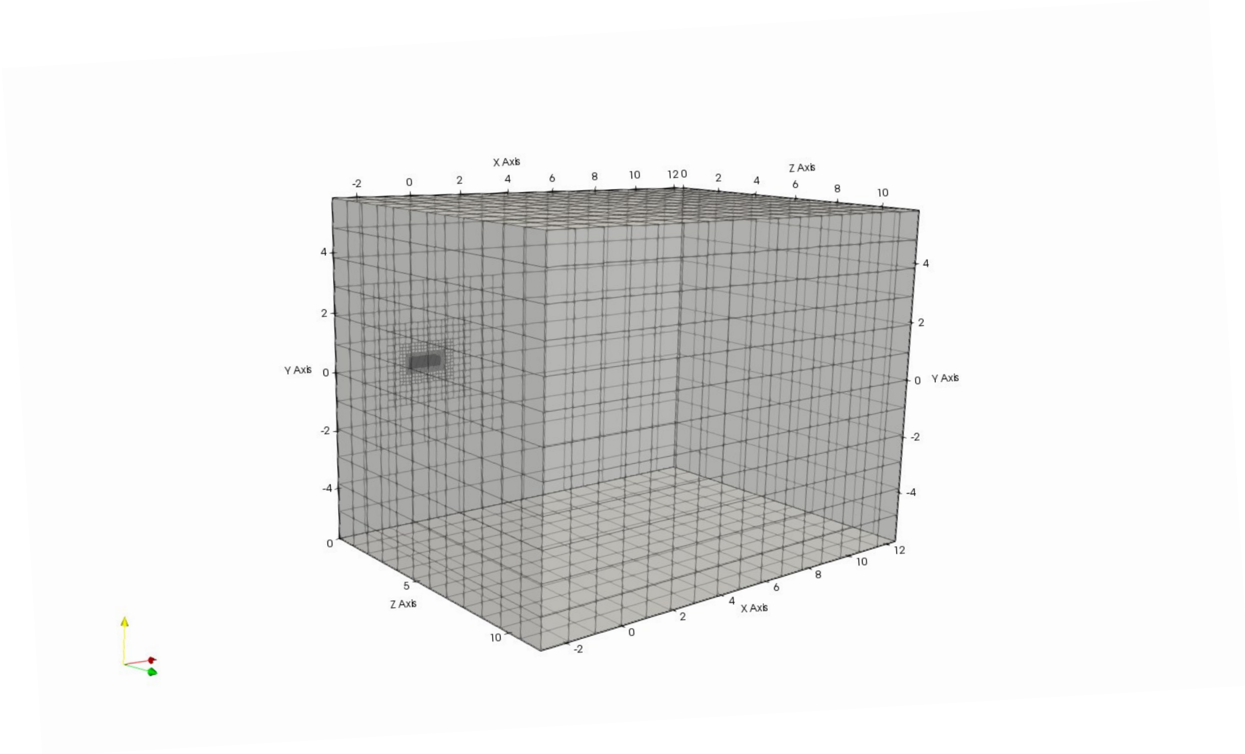

Figura 17. Domínio do experimento.

Fonte: Autoral.

Para este trabalho, o fluxo mássico de fluido se dá através da direção x, enquanto as direções z e y possuem seus limites tratados como paredes, como na figura abaixo. É importante ressaltar que cada experimento apresenta seis níveis de refinamento, nos quais a razão de refinamento é 2, como mostrado na Figura 18. Sendo assim, o nível mais refinado, ou seja, o l_{top}, apresentará volumes cujos lados serão de $0.03\ m$.

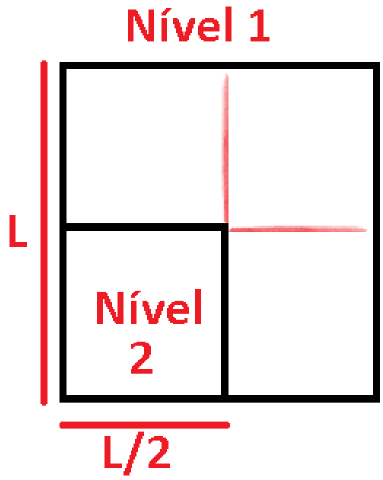

Figura 18. Figura representativa para a razão de refinamento.

Fonte: Autoral.

3.3.3. MODELAGEM LAGRANGEANA

O processo de modelagem, ou construção de uma malha lagrangeana, consiste em modelar através de volumes de controle langrangeanos, uma região do fluido onde não há fluxo de massa através de suas faces. Dessa forma, o código responde com um comportamento consideravelmente próximo do que ocorreria se houvesse em um meio fluido a presença de um corpo imerso. Para a avaliação mais precisa da interação fluido estrutura, as análises são feitas de maneira pontual, onde são especificados os parâmetros do escoamento em função das partículas fluídicas e do tempo (COSTA, 2008).

O trabalho passa então para a etapa de dimensionamento da malha lagrangeana triangular utilizada. Nesse ponto, a compatibilidade desta com a malha euleriana deve ser garantida como apresentado na Figura 19.

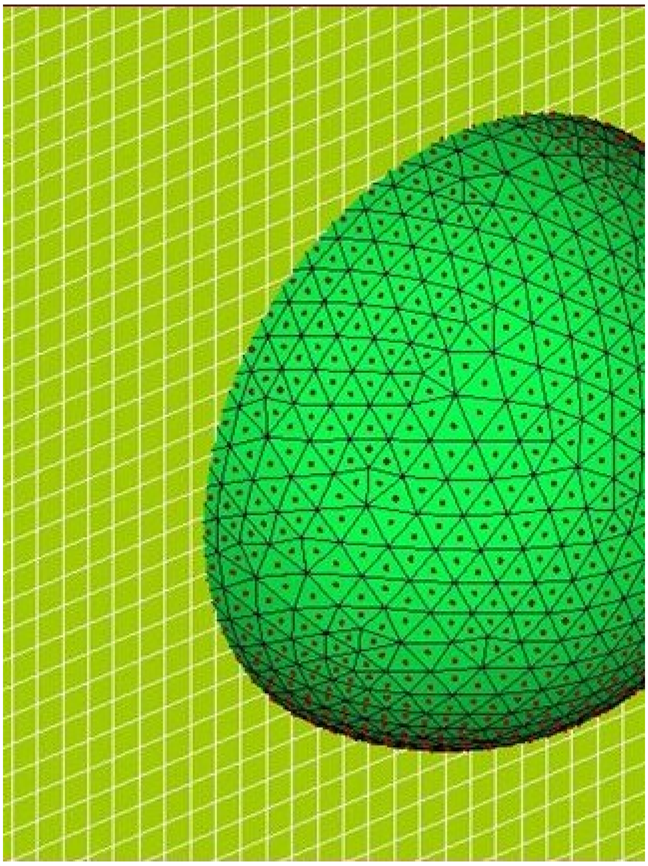

Figura 19. Malhas Euleriana e Lagrangeana.

Fonte: https://slideplayer.com.br/slide/361682/

A malha euleriana no nível mais refinado, ou seja, o nível l_{top}, é formada de elementos cúbicos de lados iguais a 0,03m. Para garantir a compatibilidade citada anteriormente, faz-se necessário que o volume do elemento mais refinado na malha euleriana seja igual ao do elemento tetraédrico da malha euleriana. Dessa forma temos que:

$$L^3 = \frac{l^3\sqrt{3}}{4} \tag{13}$$

onde L é o lado do elemento Euleriano e l o lado do elemento Lagrangeano.

As Figuras 20 a 22 abaixo apresentam algumas geometrias já convertidas para o formato *.stl, formato esse que será entendido pelo simulador, atuando como a malha lagrangeana.

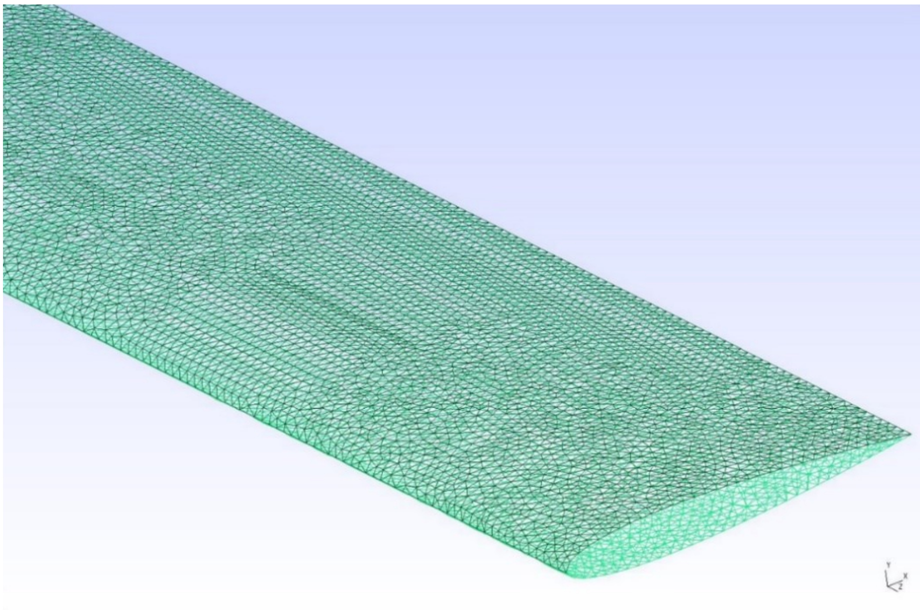

Figura 20. Malha da semi-asa sem winglet em formato .stl.

Fonte: Autoral.

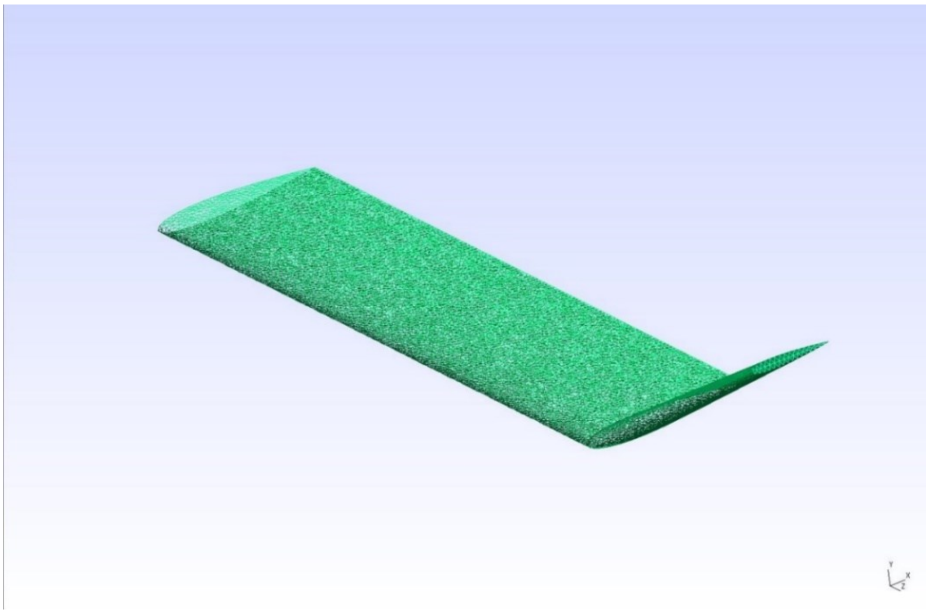

Figura 21. Malha da semi-asa com configuração 0-1-1 de winglet em formato *.stl.

Fonte: Autoral.

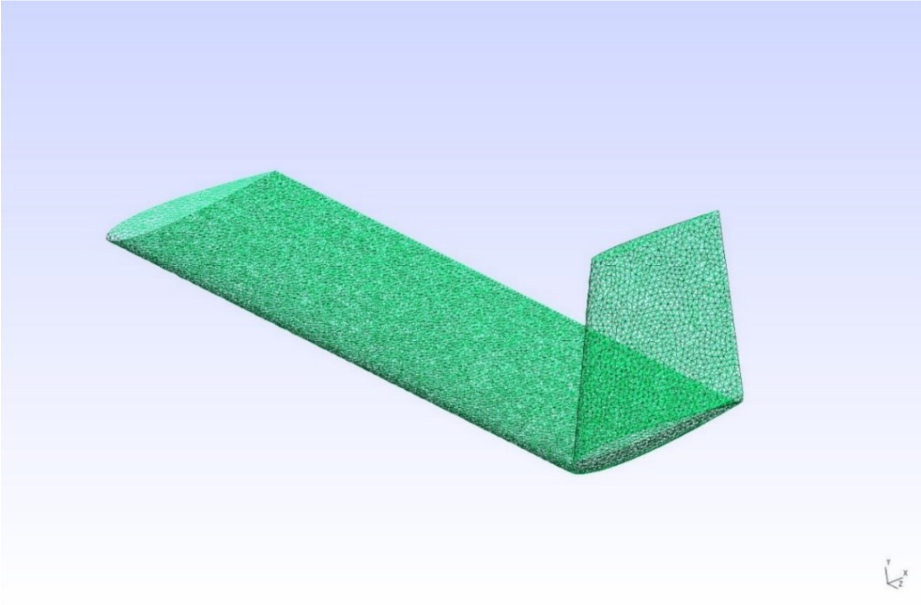

Figura 22. Malha da semi-asa com configuração 0+10 de winglet em formato *.stl.

Fonte: Autoral.

3.4. MODELO MATEMÁTICO DIFERENCIAL

O modelo matemático diferencial, é composto pelas condições iniciais e de contorno, juntamente com as equações diferenciais que modelam o problema avaliado. No presente trabalho, o fluido modelado é do tipo newtoniano, e o escoamento é considerado como incompressível e isotérmico. Disto tem-se que a equação referente ao cálculo do balanço de massa pode ser simplificada levando em conta a incompressibilidade do escoamento, obtendo assim em termos de coordenadas cartesianas a seguinte notação:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \; j=1,2,3, \tag{14}$$

onde x_1 x_2 e x_3, representam as direções das coordenadas X, Y e Z respectivamente e u_j é a componente de velocidade na respectiva direção.

Para o cálculo do balanço de quantidade de movimento linear, a condição explicitada anteriormente implica em um caso onde a massa específica do fluido é constante. A equação resultante após as simplificações, escrita na forma divergente e em função das coordenadas cartesianas é:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[v\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right], \quad (15)$$

onde i e $j = 1,2,3$; ρ_f e v são a massa específica e a viscosidade cinemática respectivamente, P representa a pressão e t é a variável temporal.

Tendo em mãos as duas equações citadas acima, se faz possível as simulações da dinâmica dos fluidos em escoamento. Todavia para o uso destas se faz necessário resolver todos os graus de liberdade do escoamento e com isso resultando em uma situação inviável devido ao alto custo computacional para resolver uma quantidade bastante elevada de graus de liberdade como o presente no sistema.

Como maneira para contornar essa limitação, utilizou-se o método de simulação de grandes escalas (LES), na qual são resolvidas as grandes escalas e suas interações com as pequenas são modeladas. Para este trabalho a modelagem submalha utilizada é a mesma descrita em GERMANO et al. (1991). Como correquisito para esta metodologia utilizada, faz-se a filtragem das equações de conservação descritas anteriormente por duas vezes, resultando nas equações de transporte de velocidades filtradas, correspondentes à resolução das grandes escalas (SILVA,2017). As equações obtidas são:

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t}+\frac{\partial\left(\overline{u}_i\overline{u}_j\right)}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i}-\frac{1}{3}\frac{\partial\, \delta_{ij}\tau_{kk}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[v\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)+v_t\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)\right] \quad (16)$$

Pode-se incorporar também à pressão o traço do tensor submalha, resultando na equação abaixo, onde $\overline{p}$ é a pressão modificada.

$$\overline{p}=\overline{P}+\frac{1}{3}\rho_f\partial\delta_{ij}\tau_{kk} \quad (17)$$

Partindo destas duas equações, ao substituir a eq. (16) na eq. (17), é obtida a eq. (18), onde v_{ef} é a viscosidade cinemática efetiva. Essa viscosidade é a soma das viscosidades cinemáticas turbulenta e molecular.

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t}+\frac{\partial\left(\overline{u}_i\overline{u}_j\right)}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[v_{ef}\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)\right] \quad (18)$$

Por fim, é preciso ser definidas as condições iniciais e o tratamento dos limites do domínio. A velocidade u, ou seja, na direção x na região de entrada apresenta o valor de $1m/s$ e as componentes de velocidade nas demais direções são nulas. Finalizando estas condições de velocidade, temos na face de saída uma condição advectiva, enquanto as demais faces apresentam condições de Neumann.

Para a pressão, a condição das faces de entrada e saída do escoamento através do domínio, foram definidas como de Neumann, enquanto para as demais foram impostas condições de Dirichlet com valor nulo.

3.5. MODELO MATEMÁTICO NUMÉRICO

Uma característica do código AMR3d é permitir a discretização das equações fundamentais para as simulações de diversas maneiras. Esta seção não foi aprofundada neste trabalho, sendo assim, nesta serão apresentados de maneira simplificada os métodos de discretização das equações que modelam a dinâmica dos fluidos e outros métodos que permitem a sua solução.

Considerando a Eq. (18), podemos separá-la em 4 termos, como apresenta a Eq. (19).

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t}}_{Termo\ 1} + \underbrace{\frac{\partial\left(\overline{u_i}\overline{u_j}\right)}{\partial x_j}}_{Termo\ 2} = \underbrace{- \frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}}_{Termo\ 3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu_{ef}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right]}_{Termo\ 4} \tag{19}$$

onde o termo 1 representa o termo temporal, o termo 2 o termo advectivo, o termo 3 trata-se da fonte de quantidade de movimento linear devido ao gradiente de pressão e o termo 4 o termo difusivo . Para cada termo, foi utilizada uma discretização que se adapte ao problema.

3.5.1. DISCRETIZAÇÃO DO TERMO TEMPORAL

A discretização do termo temporal foi feita com a utilização do método SBDF de passo de tempo variável descrito com maiores detalhes por WANG (2008) e VEDOVOTO (2011).

3.5.2. DISCRETIZAÇÃO DO TERMO ADVECTIVO

A discretização do termo advectivo foi feita através do método Barton (CENTRELLA, 1984).

3.5.3. DISCRETIZAÇÃO DO TERMO DIFUSIVO

Para a discretização do termo difusivo usou-se o método das diferenças centradas (*Central Difference Scheme - CDS*) (PERIC, 2002).

3.5.4. ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE

No presente trabalho método de passo fracionado (CHORIN,1967) foi usado para tratar o acoplamento pressão velocidade.

3.5.5. MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA

Para este trabalho foi utilizado o método onde as propriedades do fluido escoando, são interpolados nos pontos lagrangeanos. A força devido a essa interação é calculada nesses pontos e distribuída nos pontos eulerianos (WANG, 2008).

3.5.6. REFINAMENTO LOCAL ADAPTATIVO

Na análise feita neste trabalho, fez-se necessário que as malhas se adaptassem à região de interesse ao longo do tempo. No método adaptativo (VILLAR, 2007) a malha lagrangeana é livre para se mover pelo domínio físico, não sendo necessária a coincidência com a malha euleriana. todavia a malha adaptativa deve envolver completamente a interface entre o fluido e a geometria imersa.

4. RESULTADOS

4.1. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

A partir da aplicação do código AMR3d para a simulação do escoamento considerando as 27 geometrias definidas anteriormente, foram obtidas as forças de arrasto e sustentação e consequentemente, os coeficientes de arrasto e sustentação. Para a conversão de forças para coeficientes, utiliza-se as equações:

$$Cd=\frac{Fd}{0.5*u^2*\rho*A_s} \tag{20}$$

$$Cl=\frac{Fl}{0.5*u^2*\rho*A_s} \tag{21}$$

onde u é a velocidade do escoamento, ρ é a massa específica do fluido, A_s é a área superior da asa, *Fl* e *Fd* são, respectivamente as forças de sustentação e arrasto.

Para o cálculo dos valores médios dos coeficientes de sustentação e arrasto, o intervalo de tempo onde esses parâmetros são avaliados foi de 20 a 200 segundos, porque do momento inicial até pouco menos de 20 segundos, o sistema se encontra em regime transiente. Trabalhando desta forma, garante-se que o sistema se estabilize na sua condição de regime permanente. As Figuras 23 e 24 abaixo mostram graficamente a variação dos coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo para o experimento "-1/0/-1" dos casos simulados.

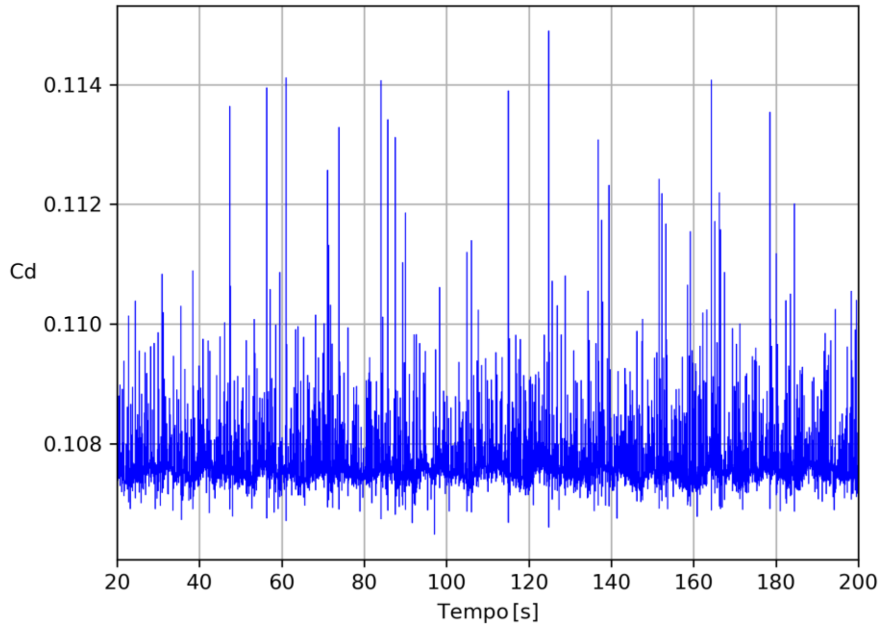

Figura 23.Coeficiente de arrasto em função do tempo (-1/0/-1).

Fonte: Autoral.

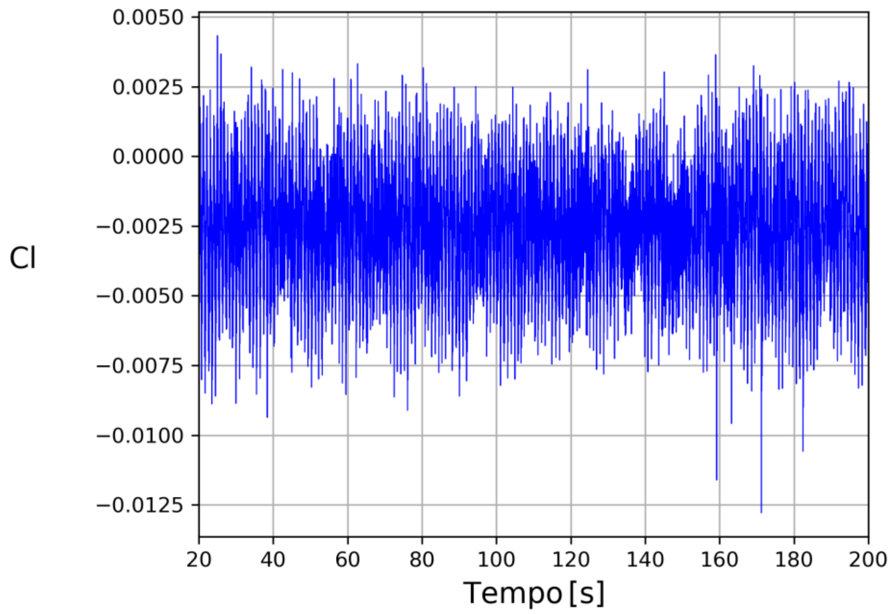

Figura 24. Coeficiente de sustentação em função do tempo (-1/0/-1).

Fonte: Autoral.

Nas Figuras 25 e 26 pode ser visto o comportamento transiente dos coeficientes de arrasto (C_d) e sustentação (C_l) para o caso "-1/-1/0".

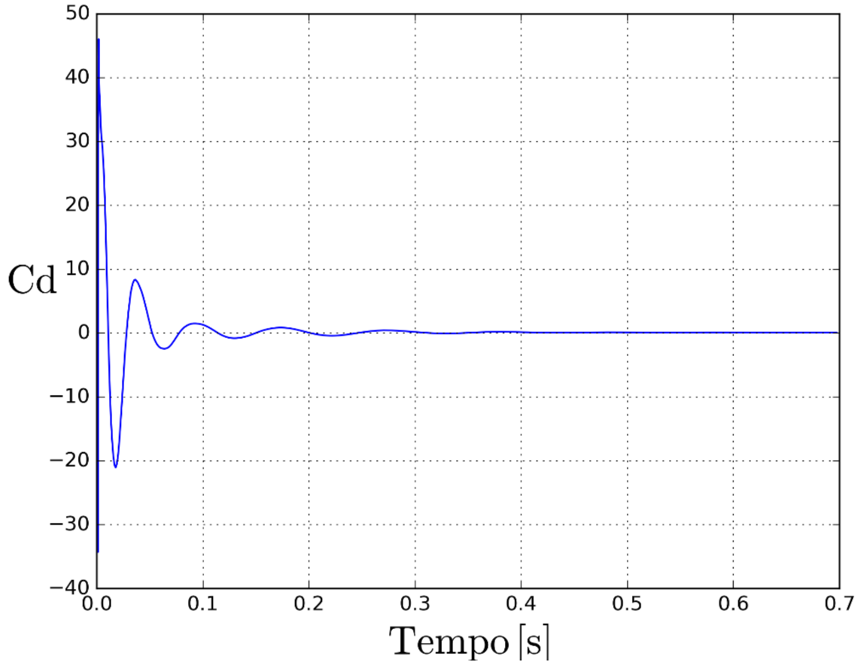

Figura 25. Coeficiente de arrasto em função do tempo- Regime transiente (-1/-1/0).

Fonte: Autoral.

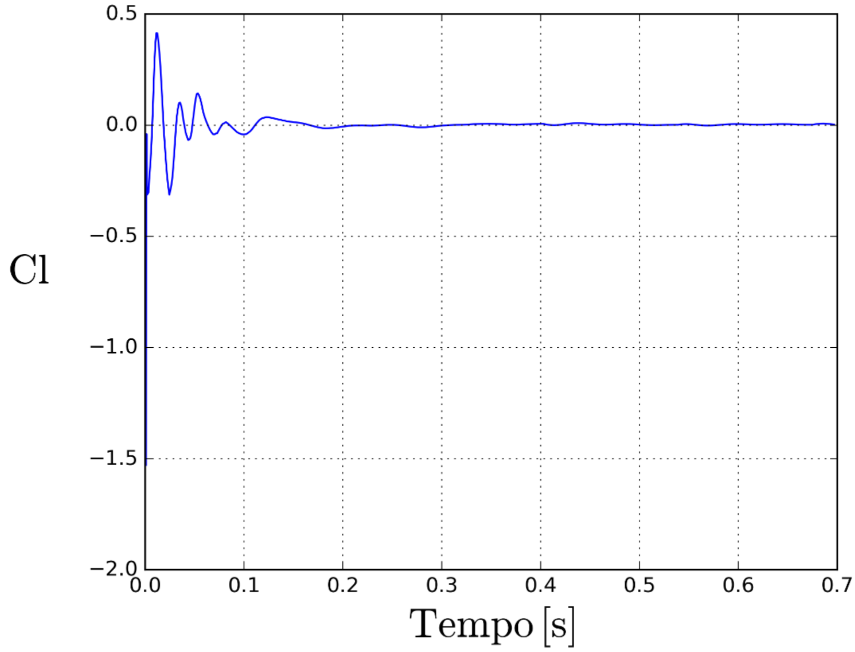

Figura 26. Coeficiente de sustentação em função do tempo- Regime transiente (-1/-1/0).

Fonte: Autoral.

Por meio do gráfico obtido no intervalo de tempo fixado, como mostrado nas Figuras 23 e 24, não é possível avaliar precisamente o que ocorre com os valores dos coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo. Com o desprendimento de vórtices à jusante da geometria imersa no escoamento, é de se esperar que os coeficientes em função do tempo apresentem um caráter oscilatório.

Para tal foram feitas análises nas quais o intervalo de tempo avaliado foi entre 25 e 35 segundos. Desse modo, é possível visualizar os efeitos dos vórtices de ponta de asa para os coeficientes aerodinâmicos avaliados. Os gráficos C_d *x t* e C_l *x t* para os casos *a* (-1/0/0), *b* (1/1/0) e *c* (0/0/-1) são mostrados nas Figuras 27 e 28.

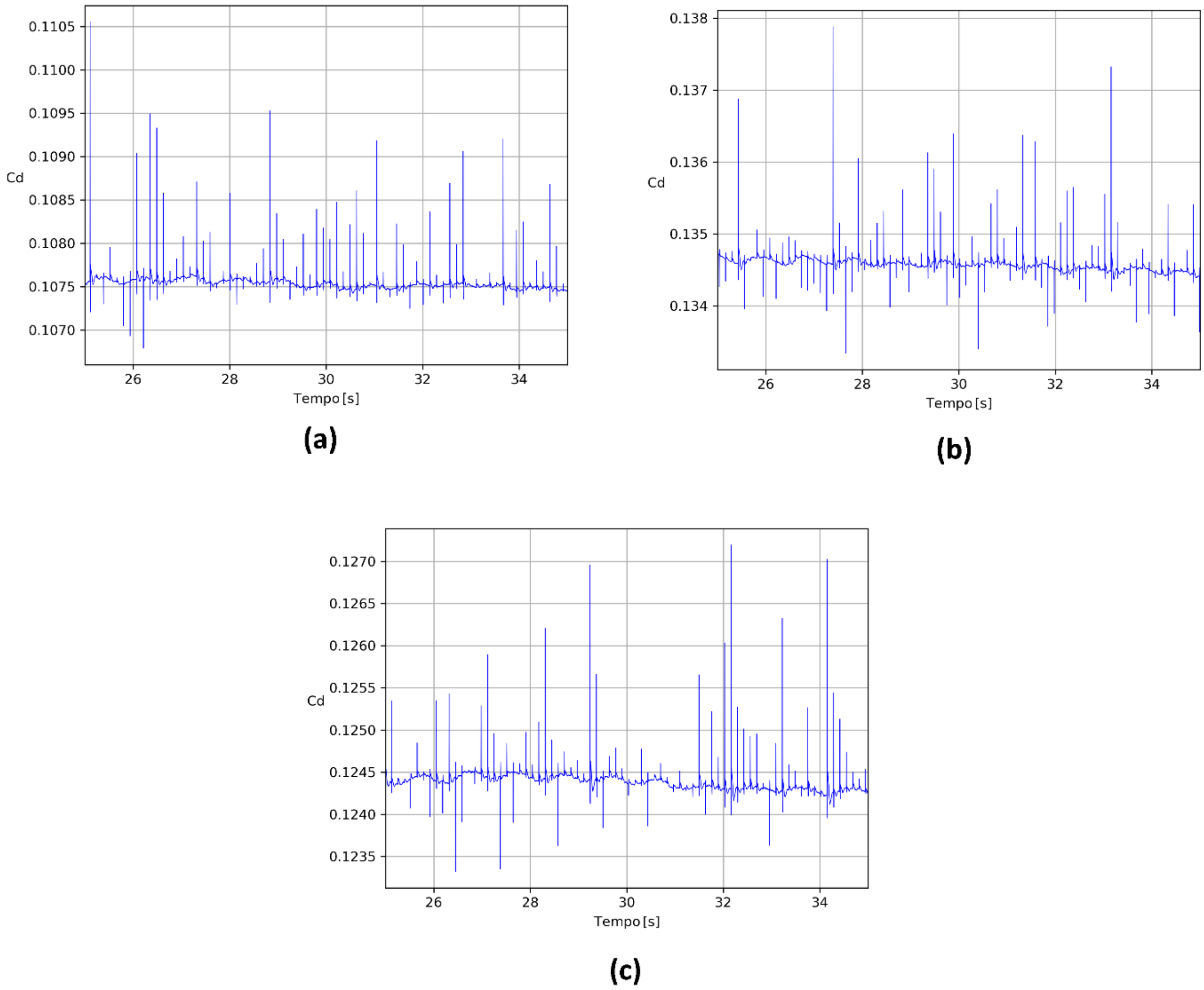

Figura 27. C_d em função do tempo para os casos a (-1/0/0), b (1/1/0) e c (0/0/-1).

Fonte: Autoral.

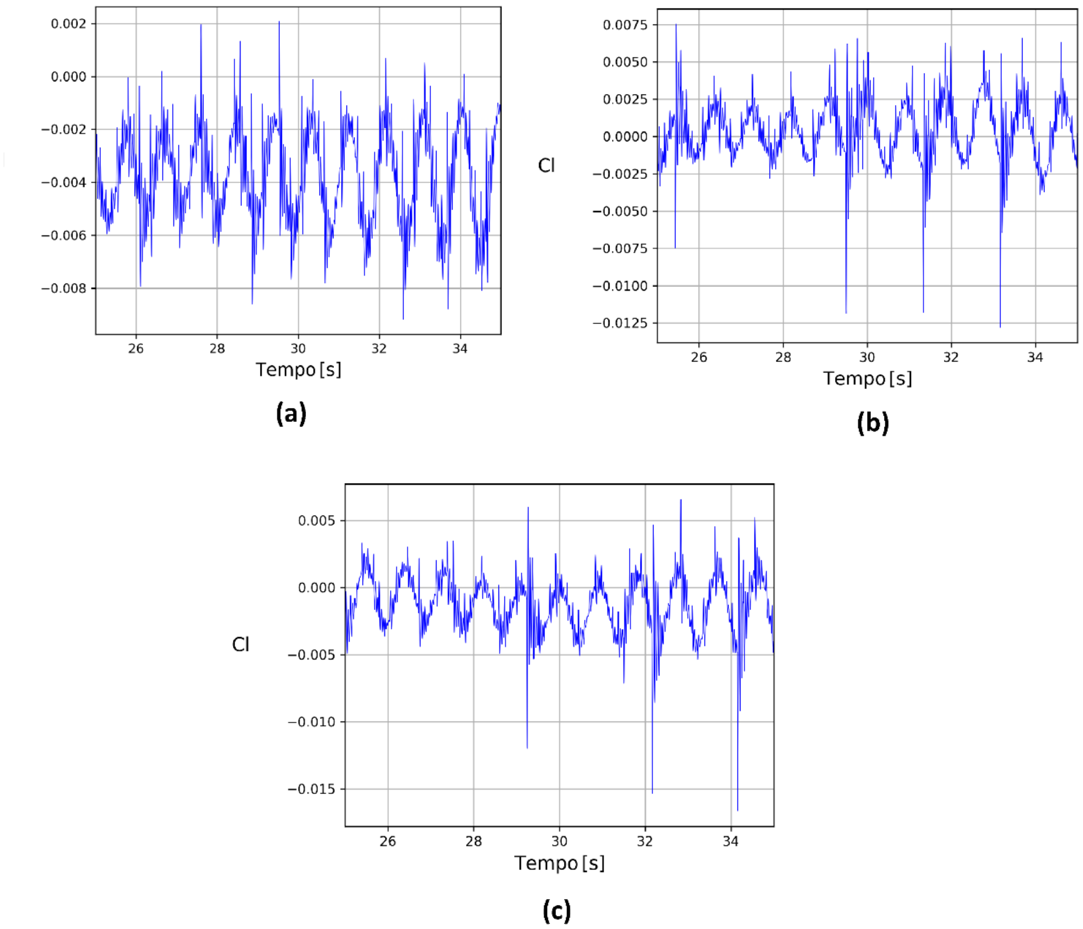

Figura 28. C_l em função do tempo para os casos a (-1/0/0), b (1/1/0) e c (0/0/-1).

Fonte: Autoral.

A Tabela 5 apresenta o planejamento considerado, bem como as respostas obtidas dos coeficientes aerodinâmicos C_d e C_l para todas as configurações geométricas.

Tabela 5. Forças de arrasto (C_d) e sustentação (C_l) para cada um dos experimentos. Fonte: Autoral

$X_1(L)$	$X_2(\alpha)$	$X_3(a)$	C_d	C_l
-1	-1	-1	0,103186	-0,00743
0	-1	-1	0,107278	-0,00645
1	-1	-1	0,110883	-0,00789
-1	0	-1	0,107534	-0,00283
0	0	-1	0,114702	-0,00117
1	0	-1	0,122229	-0,00012
-1	1	-1	0,111925	-0,00392
0	1	-1	0,126792	-0,00175
1	1	-1	0,133032	-0,0025
-1	-1	0	0,103163	-0,00843
0	-1	0	0,106402	-0,0066
1	-1	0	0,108718	-0,00863
-1	0	0	0,10747	-0,00398
0	0	0	0,114266	-0,0034
1	0	0	0,121234	0,00
-1	1	0	0,113479	-0,00514
0	1	0	0,124367	-0,00146
1	1	0	0,134557	0,000552
-1	-1	1	0,103889	-0,00735
0	-1	1	0,106397	-0,00529
1	-1	1	0,108433	-0,00454
-1	0	1	0,108956	-0,00408
0	0	1	0,115782	-0,00307
1	0	1	0,122242	-0,00076
-1	1	1	0,115927	-0,00471
0	1	1	0,126792	-0,00175
1	1	1	0,137956	0,002093

onde X_1, X_2 e X_3 são respectivamente o comprimento L, ângulo de inclinação α e razão de afilamento a. Na Figura 29, é apresentado o gráfico de dispersão das respostas obtidas por meio dos experimentos, onde é possível perceber a tendência dos pontos em seguir um comportamento. Os eixos horizontal e vertical no gráfico são os coeficientes de arrasto e sustentação respectivamente.

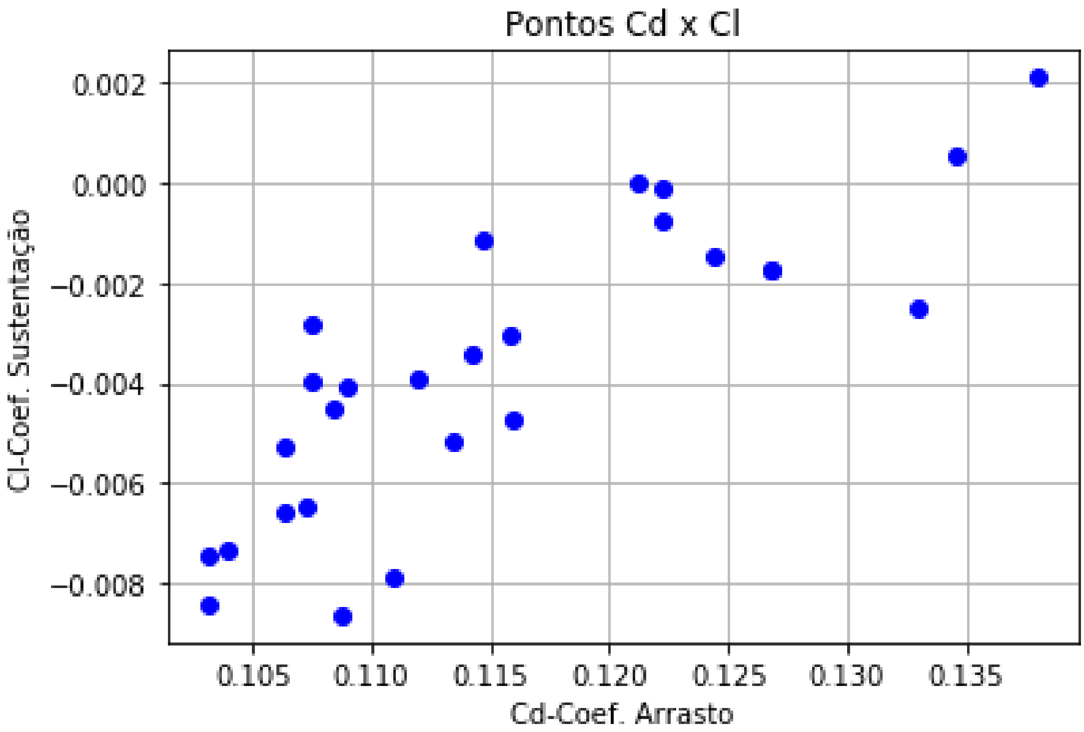

Figura 29. Gráfico de dispersão C_d x C_l.

Fonte: Autoral.

Para visualizar os efeitos das alterações de cada variável, fixou-se uma delas e as demais foram variadas. Isso foi feito fixando cada vez estas em uma das três variações, ou seja, -1, 0 e +1. Dessa forma, cada vez que a variável em análise era fixada, atribuía-se uma cor para os pontos dispersos como apresentado na Tabela 6.

Tabela 6. Cor dos pontos para cada valor fixado para as variáveis. Fonte: Autoral.

Variável fixada em:	Cor
-1	**Azul +**
0	**Preto ***
+1	**Vermelho •**

Este processo foi repetido para todas as variáveis ($X_1(L)$, $X_2(\alpha)$ e $X_3(\alpha)$), de modo a tornar perceptível a o quanto uma variável é afetada por outra, como apresentado nas Figuras 30 a 32.

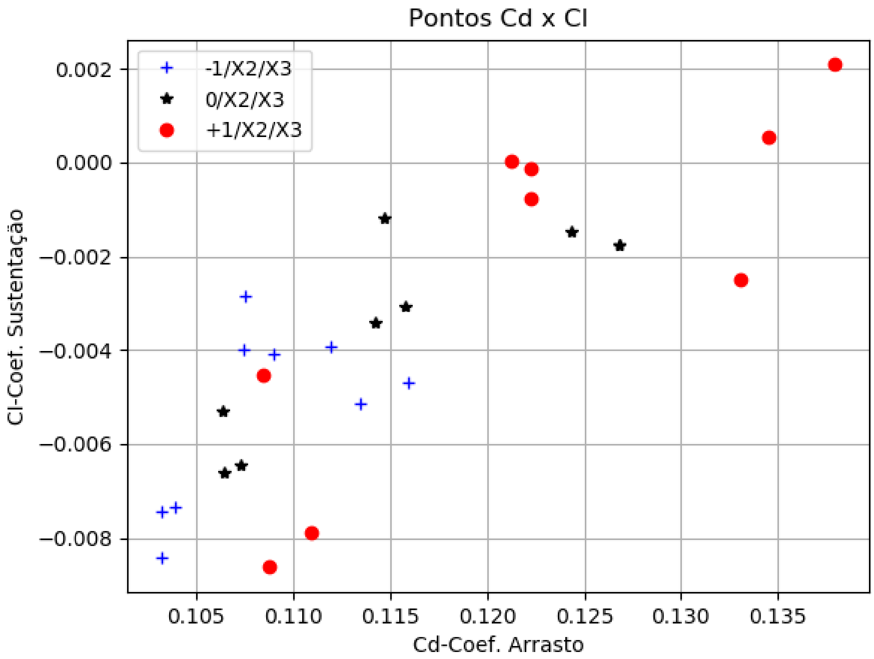

Figura 30. Gráfico de dispersão C_d x C_l com variável X_1 destacada.

Fonte: Autoral.

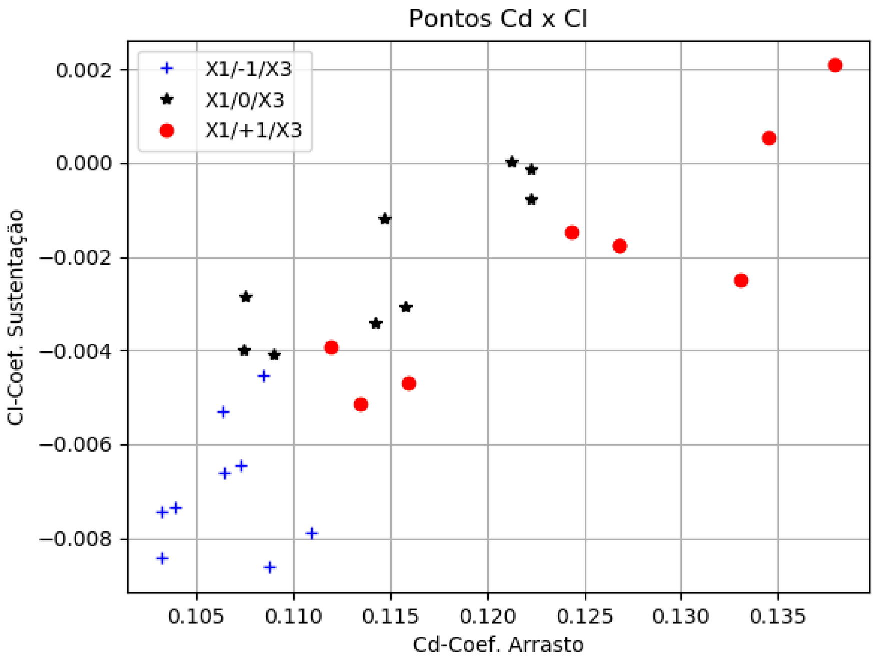

Figura 31. Gráfico de dispersão C_d x C_l com variável X_2 destacada.

Fonte: Autoral.

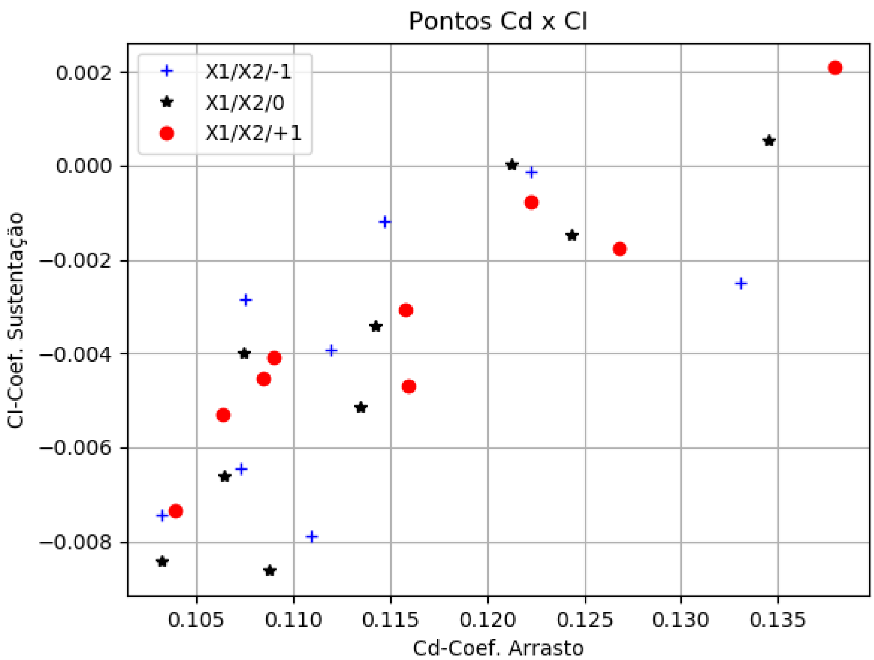

Figura 32.Gráfico de dispersão C_d x C_l com variável X_3 destacada.

Fonte: Autoral.

Partindo destes resultados, percebe-se que quando o comprimento L da winglet ou o ângulo de inclinação α são fixados em seu menor valor, ou seja, na condição -1 (L=*0,5*m e α=*30*°), os pontos de configuração *-1/X_2/X_3* ou X_1/-1/X_3 tendem, mesmo que ainda dispersos, a permanecer mais próximos da condição de menor arrasto e menor coeficiente de sustentação, no lado esquerdo da figura. Para a condição destes parâmetros em seu valor médio ($L = 1m$ e α=*60*°), ou seja, os experimentos *0/X_2/X_3* e X_1/0/X_3, é possível perceber que suas respostas no gráfico $C_d \; x \; C_l$ permaneceram em uma localização intermediária, com C_l e C_d apresentando valores médios. No entanto, quando estas variáveis foram fixas em seu valor máximo ($L = 1{,}5$ e $\alpha = 90°$), ou seja, para os experimentos $+1 \; X_2 \; X_3$ e $X_1 \; +1 \; X_2$, houve a tendência das suas respostas apresentarem as condições onde os coeficientes de saída são os maiores.

Ao se analisar a Figura 32, onde a variável fixada é X_3 ou seja a razão de afilamento a, é possível perceber que para cada valor fixado (-1, 0 ou +1), a distribuição de pontos pouco se altera mantendo distribuições semelhantes. Dessa forma, conclui-se que este parâmetro pouco influência nas respostas em função dos coeficientes aerodinâmicos.

4.2. VISUALIZAÇÃO DOS VÓRTICES

Para a visualização dos vórtices e do escoamento, foi utilizado o critério Q = 0.1 em todos os experimentos. Por meio deste critério, utiliza-se os valores de vorticidade para visualiza as estruturas fluidodinâmicas resultantes da interação do escoamento com a geometria imersa. Para permitir a identificação dos vórtices o valo de Q deve ser positivo, todavia valores grandes restringem a visualização às regiões próximas aos núcleos dos vórtices. As Figuras 33 a 35 abaixo mostram esse critério para algumas das geometrias, enquanto a Figura 36 apresenta a configuração de semi-asa sem winglet. Observa-se de maneira comparativa por estas figuras que os vórtices gerados na ponta da asa, com a presença de winglets, reduzem significativamente seu tamanho, conforme o esperado.

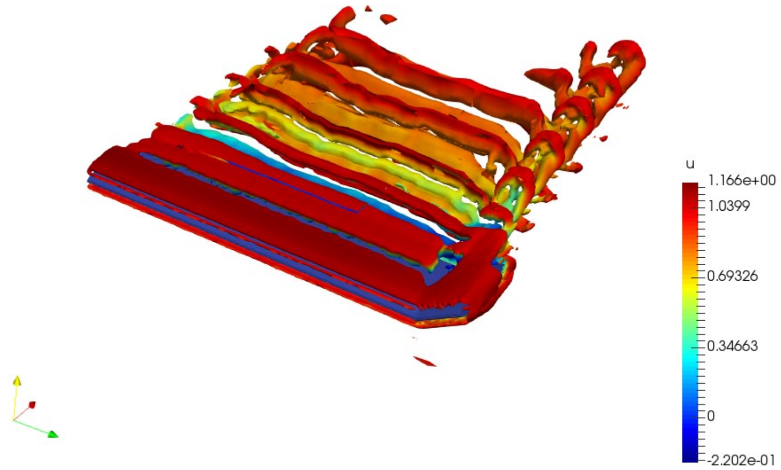

Figura 33. Visualização do escoamento em IsoQ (Experimento -1/-1/0).

Fonte: Autoral.

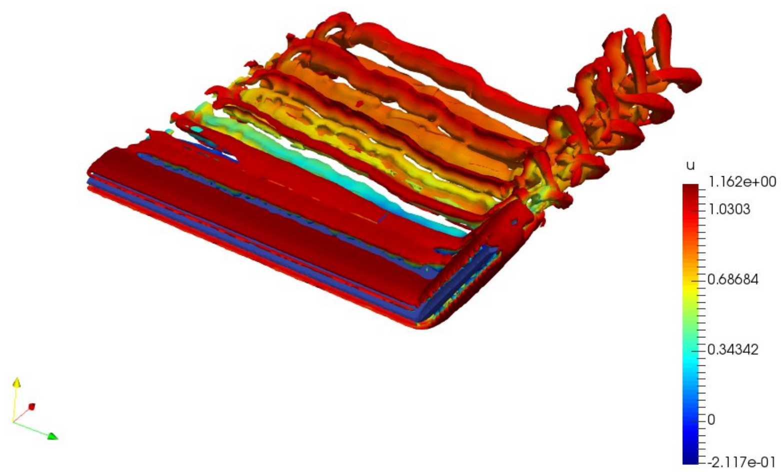

Figura 34. Visualização do escoamento em IsoQ (Experimento 0/0/0).

Fonte: Autoral.

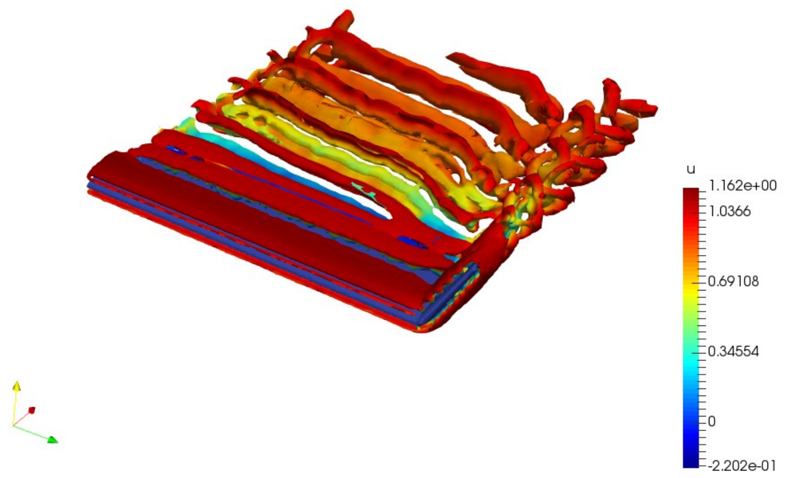

Figura 35. Visualização do escoamento em IsoQ (Experimento -1/0/-1).

Fonte: Autoral.

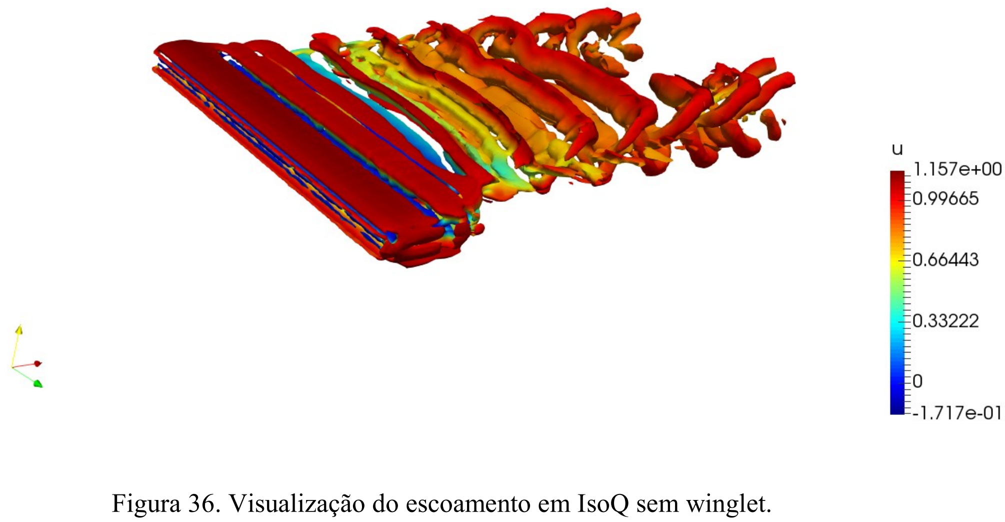

Figura 36. Visualização do escoamento em IsoQ sem winglet.

Fonte: Autoral.

Nas Figuras 37 a 41 pode-se observar também essa redução através da vista em corte do campo de velocidade u.

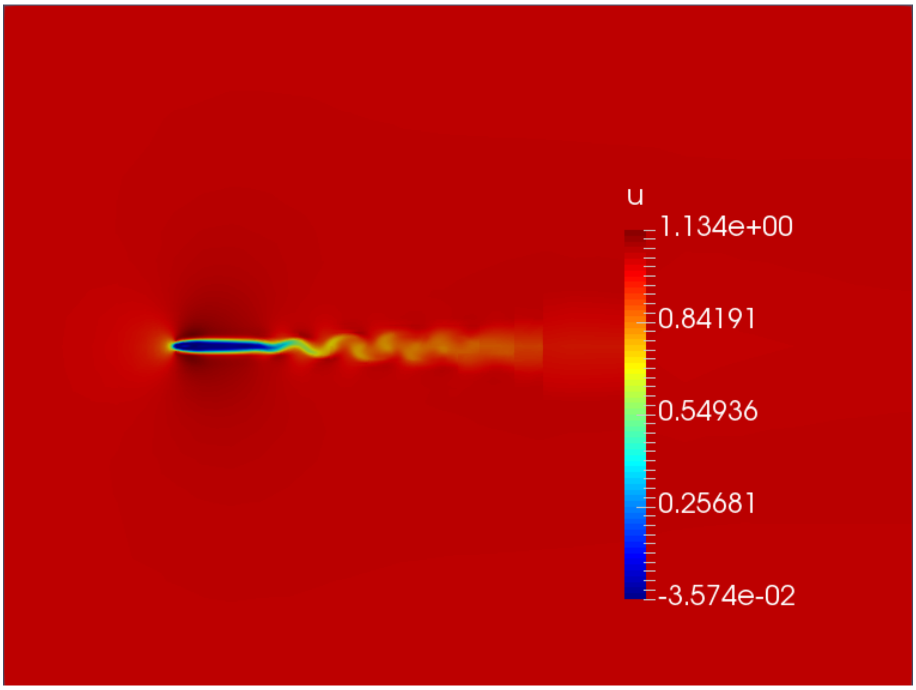

Figura 37. Visualização da velocidade u em corte no eixo xy (-1/-1/1).

Fonte: Autoral.

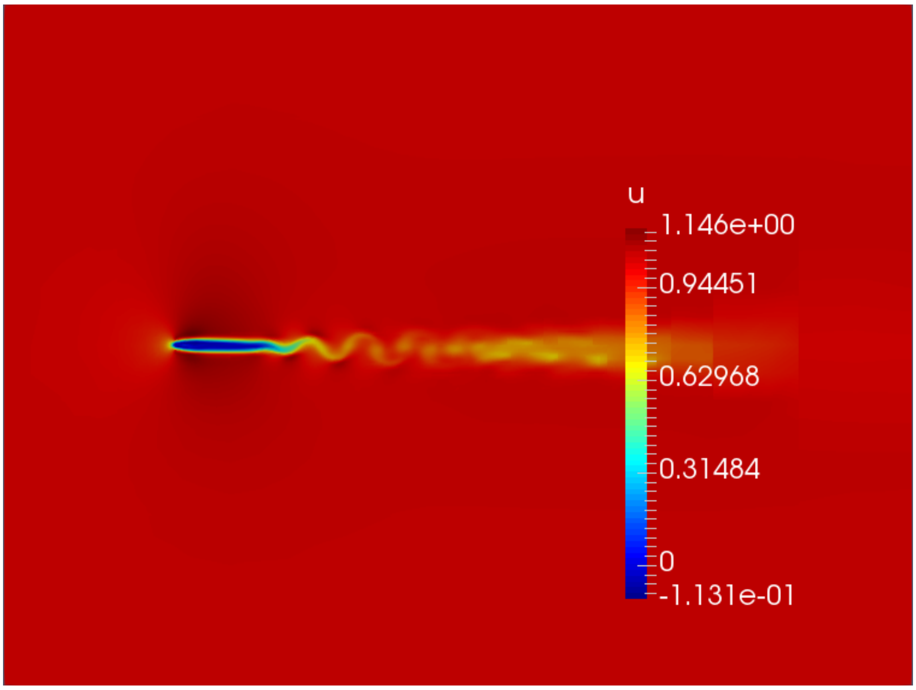

Figura 38. Visualização da velocidade u em corte no eixo xy (+1/+1/+1).

Fonte: Autoral.

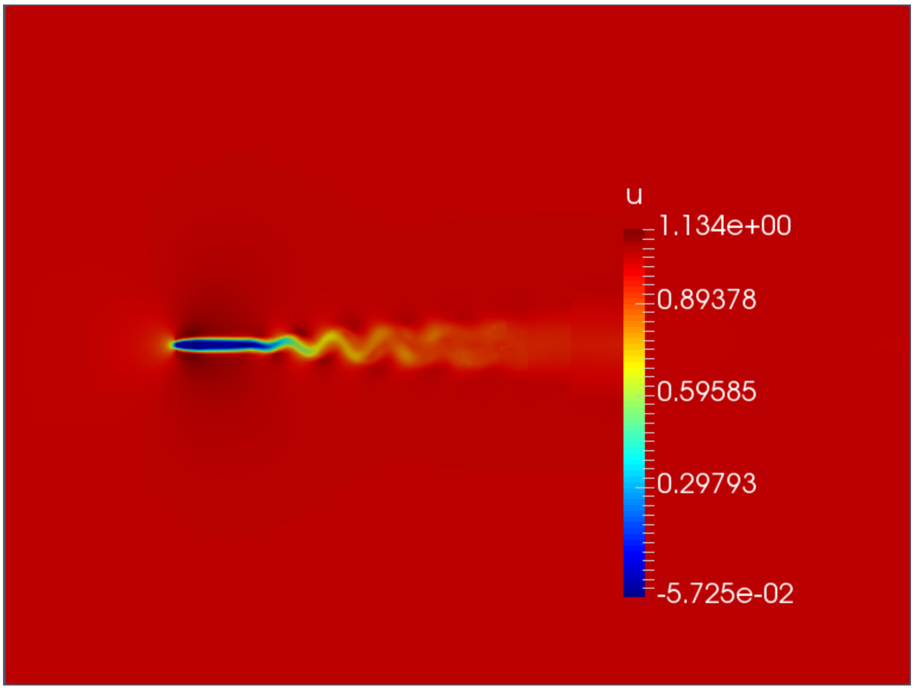

Figura 39. Visualização da velocidade u em corte no eixo xy (sem winglet).

Fonte: Autoral.

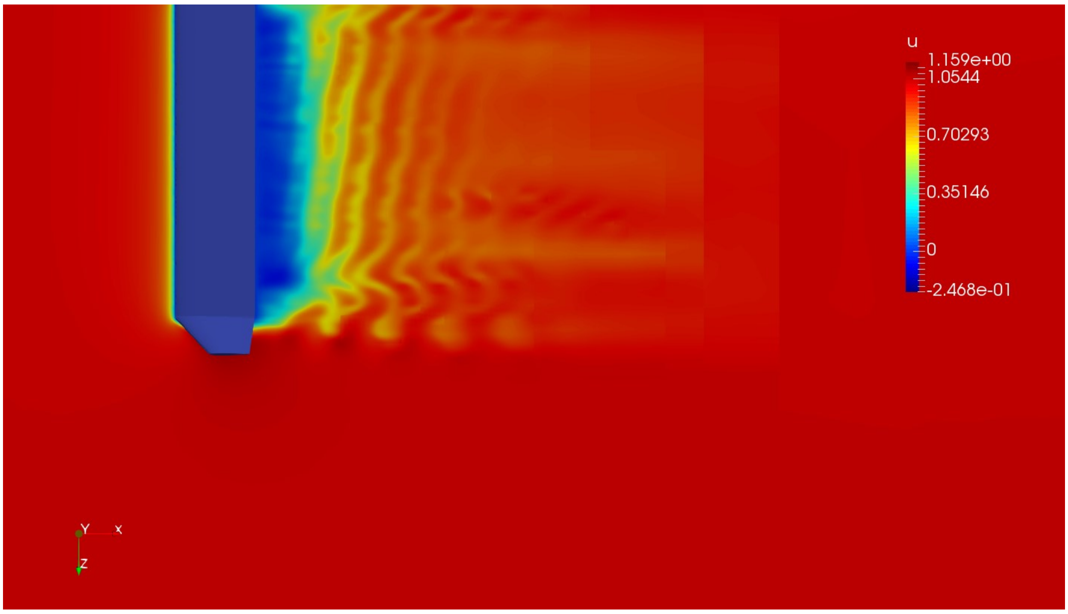

Figura 40. Visualização da velocidade u em corte no eixo xz (-1/-1/-1).

Fonte: Autoral.

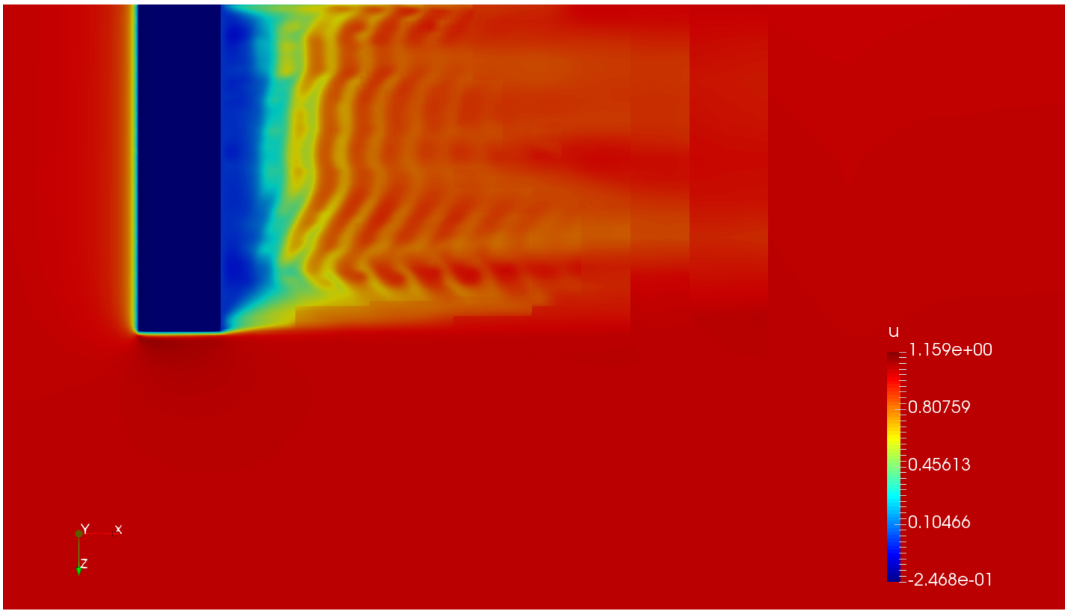

Figura 41.Visualização da velocidade u em corte no eixo xz (Sem Winglet).

Fonte: Autoral.

4.3. RESULTADOS DO METAMODELO

O processo de metamodelagem, foi realizado para as duas saídas do sistema avaliado, obtendo assim os modelos 1 e 2, representando respectivamente os coeficientes de arrasto e sustentação em função dos parâmetros da winglet definidos anteriormente. Este processo se deu através da utilização do pacote DACE® (*Design and Analysis of Computer Experiments*) (LOPHAVEN, et al., 2002a), uma *toolbox* do Matlab® que permite a utilização de métodos de interpolação de Kriging para a construção de metamodelos.

Para o presente trabalho, usou-se como parâmetros de entrada um modelo polinomial de regressão com ordem zero e um modelo de correlação gaussiana para a realização do processo estocástico. Existem também outras possibilidades de entrada para a predição das curvas, no entanto estas mudanças não ocasionaram alterações significativas na qualidade do coeficiente de determinação, optando assim por um modelo mais simples, como o utilizado.

Para mensurar a qualidade do ajuste obtido para cada resposta, considerou-se o coeficiente de determinação (r^2) como critério de comparação (o valor deste parâmetro representa o percentual dos dados experimentais que pode ser explicado pelo modelo matemático proposto).

Assim, quanto mais próximo r^2 for da unidade, melhor é o ajuste obtido. Matematicamente, este é definido como segue (CHAPRA, 2013):

$$r^2 \equiv 1 - \frac{S_r}{S_t} \tag{22}$$

onde S_r representa o somatório dos desvios quadráticos entre os dados experimentais e os valores computados pelo modelo considerado) e S_t representa o somatório dos quadrados dos resíduos entre os dados computados pelo modelo e a média, definidos como:

$$S_r \equiv \sum_{i-1}^{n_{exp}} \left(y_i^{exp} - y_i^{cal}\right)^2 \tag{23}$$

$$S_t \equiv \sum_{i-1}^{n_{exp}} \left(\bar{y} - y_i^{cal}\right)^2 \tag{24}$$

onde a média ($\bar{y}$) é definida como:

$$\bar{y} \equiv \frac{\sum_{i-1}^{n_{exp}} y_i^{cal}}{n_{exp}} \tag{25}$$

Os parâmetros dos modelos obtidos podem ser observados nas Tabelas 7 e 8.

Tabela 7. Resultado do metamodelo 01. Fonte: Autoral.

Modelo 01	
regr	@regpoly0
corr	@corrgauss
theta	[0.8247 0.2062 0.0296]
beta	0.6609
sigma2	2.0025e-04
nv	30
Erro	8.9150e-28
r^2	1

Tabela 8. Resultado do metamodelo 02. Fonte: Autoral.

Modelo 02	
regr	@regpoly0
corr	@corrgauss
theta	[0.7179 91.8959 0.1563]
beta	0.2281
sigma2	6.6211e-06
nv	32
Erro	1.1666e-31
r^2	1

onde *regr* é o modelo de regressão utilizada, *corr* é o modelo de correlação, *theta* são os parâmetros do modelo ajustado, *beta* é o parâmetro da regressão, para esse caso, uma constante devido à ordem da regressão ser zero. *Sigma2* é a variância do processo, *nv* trata-se do número de chamadas da função objetivo e as variáveis *Erro* e r^2 são respectivamente, o erro cometido com a aproximação e o coeficiente de determinação.

4.4. RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

Com a obtenção modelo, o presente trabalho segue para a etapa de otimização multi-objetivo. Para tal, os parâmetros utilizados no algoritmo MODE (LOBATO,2008) foram: 100 indivíduos na população; 250 gerações; probabilidade de cruzamento e taxa de perturbação iguais a 0,8; taxa de redução igual a 0,9 e número de pseudo-curvas igual a 10. De posse destas informações, para a execução do MODE são necessárias 100+100×250 avaliações do vetor de funções objetivo.

É importante ressaltar que espaço de projeto para as variáveis em análise foi definido dentro do intervalo [-1 1], por serem estes os valores mínimo e máximo de cada variável, definindo assim algumas restrições. Para fixar os parâmetros apresentados no parágrafo anterior, algumas execuções preliminares foram feitas, obtendo, no entanto, curvas de Pareto que não diferem entre si quando mudanças nestes eram realizadas. A curva de ótimos obtida é apresentada na Figura 42.

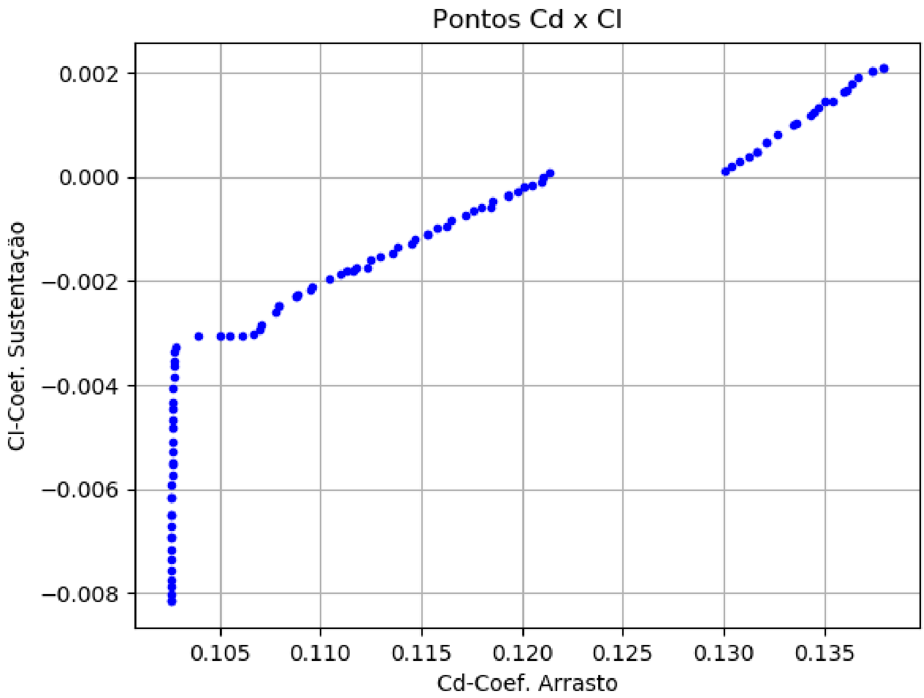

Figura 42.Curva de pontos ótimos de Pareto.

Fonte: Autoral.

onde o eixo y do gráfico é o coeficiente de sustentação e o eixo x trata-se do coeficiente de arrasto. A tabela com todos os dados para a geração desta curva se encontra na seção de anexos no fim deste trabalho.

Por meio da curva obtida nota-se que menores e maiores valores de C_l resultam respectivamente em menores e maiores valores de C_d como esperado. Isso acontece devido à parcela de arrasto induzido, que está diretamente relacionado com C_l. Na curva de Pareto observa-se uma descontinuidade em relação ao eixo x (C_d). Do ponto de vista matemático isto significa que não existem soluções não dominadas nesta faixa (de aproximadamente 0,123 a 0,13).

4.5. COMPARAÇÃO ENTE OS PONTOS SIMULADOS E ÓTIMOS

Obtida a curva de Pareto, de forma aos gráficos apresentados pelas Figuras 30 a 32, é interessante avaliar o valor de cada parâmetro nas respostas obtidas. Na Figura 43, esta curva é apresentada juntamente com as respostas dos experimentos utilizados como banco de dados para a criação do modelo, onde para cada gráfico uma variável, X_1, X_2 ou X_3 é avaliada. Dessa forma é possível avaliar o quanto uma variável é afetada por outra.

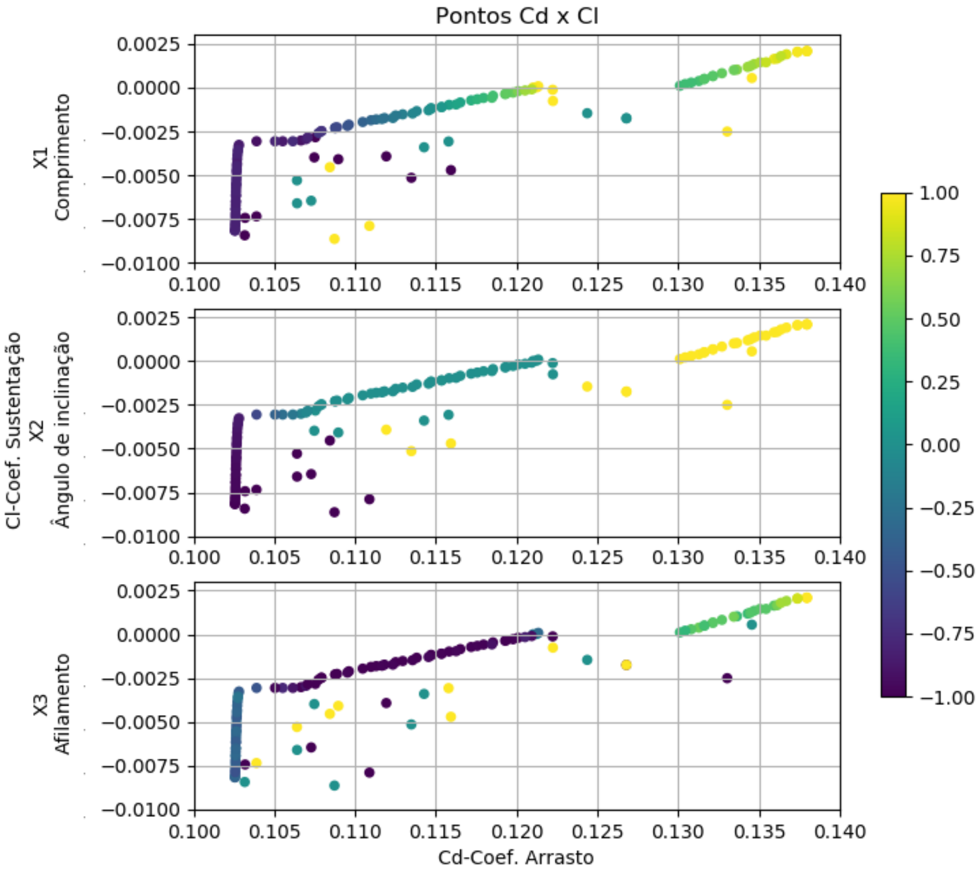

Figura 43. Gráfico de dispersão C_d x C_l com variáveis X_1, X_2 e X_3 destacadas.

Fonte: Autoral

Através destes gráficos, percebe-se que a condição ótima apresentando menor coeficiente de arrasto e menor coeficiente de sustentação se dá quando as variáveis X_1 e X_2 estão próximas ao limite inferior -1 ($L \cong 0{,}5\ m$ e $\alpha \cong 30°$), e a variável X_3 com um valor próximo a 0 ($a \cong 0.75$). Para uma condição onde requer os coeficientes de sustentação e arrasto com maiores valores, os parâmetros X_1, X_2 e X_3 devem estar próximos do seu limite superior 1 ($L \cong 1{,}5\ m$, $\alpha \cong 90°$ e $a \cong 1$).

Para a visualização do efeito das combinações dos efeitos de cada variável nos coeficientes aerodinâmicos avaliados, construiu-se gráficos de dispersão em 3 dimensões onde as direções x, y e z são respectivamente X_1, X_2 e X_3 e a distribuição de cores para cada ponto mostra as respostas para uma análise do C_d para a Figura 44 e C_l para a Figura 45.

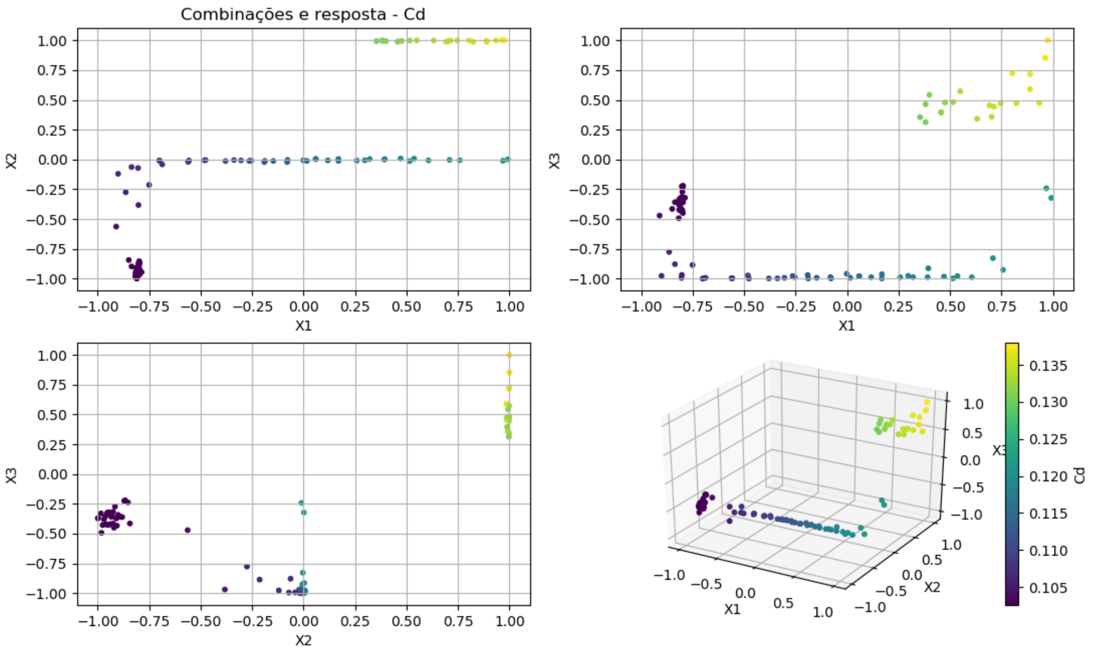

Figura 44. Gráficos (X_1 x X_2 x X_3), (X_1 x X_2), (X_1 x X_3) e (X_2 x X_3) e efeitos em C_d.

Fonte: Autoral.

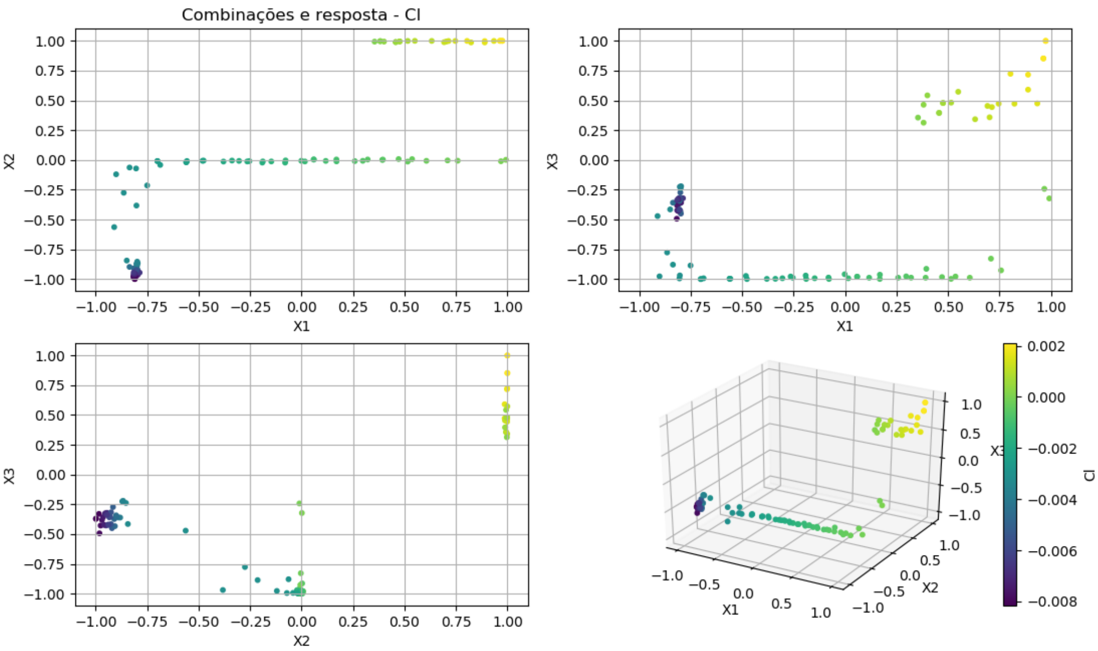

Figura 45. Gráficos $(X_1\ x\ X_2\ x\ X_3)$, $(X_1\ x\ X_2)$, $(X_1\ x\ X_3)$ e $(X_2\ x\ X_3)$ e efeitos em C_l.

Fonte: Autoral.

Através destes gráficos, percebe-se que na curva de Pareto, os pontos ótimos apresentam valores para as variáveis X_2 (Ângulo de inclinação - α) e X_3 (Razão de afilamento - a) agrupados em 3 regiões bem delimitadas como mostra as Tabelas abaixo.

Tabela 9. Regiões de concentração elevada de pontos ótimos (X_2 – Ângulo de inclinação). Fonte: Autoral.

Regiões com concentração elevada de pontos – $X_2(\alpha)$	
Regiões	**Valor aproximado de X_2**
1	-0,9 (33°)
2	0 (60°)
3	1 (90°)

Tabela 10.Regiões de concentração elevada de pontos ótimos (X_3- Razão de Afilamento). Fonte: Autoral.

Regiões com concentração elevada de pontos – $X_3(a)$	
Regiões	**Valor aproximado de X_3**
2	-1 (0,5)
1	-0,375 (0.65625)
3	0,5 (0.875)

Para a variável X_1 (Comprimento da winglet - L) é possível notar um agrupamento próximo à $X_1 \cong -0{,}8$ $(L = 0{,}6m)$ e para X_1 entre $0{,}25$ $(L = 1{,}125m)$e $0{,}75$ $(L = 1{,}375m)$. No entanto, apesar destes pequenos grupos, em relação à essa variável, a variedade de valores na curva de ótimos é considerável.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho teve por objetivo apresentar uma metodologia sistemática para a determinação da geometria de *winglets* na asa de aeronaves via otimização dos coeficientes de sustentação e arrasto. De forma geral, observa-se que para se aumentar o coeficiente de sustentação, há um aumento no coeficiente de arrasto. Além disso, foi possível observar que os valores de ângulo de inclinação e razão de afilamento na curva de Pareto se agruparam em 3 conjuntos, ou seja: para uma configuração que esteja dentro da curva de soluções não-dominadas, os valores destas variáveis se concentram próximos às combinações [-0,8/-0,9/-0,375], [X_1/0/-1] e[X_1/1/0,5], onde X_1 pode variar dentro dos limites estabelecidos.

Por meio deste trabalho, foi possível perceber o quanto a aplicação de metamodelos e técnicas de otimização multi-objetivo podem ser ferramentas úteis em trabalhos envolvendo experimentos de custo elevado alto. A realização de uma quantidade de experimentos, cujo tempo de simulação pode exigir semanas, visando encontrar um modelo que represente um comportamento de interesse, se mostra como uma boa alternativa de viabilização de pesquisas avançadas envolvendo CFD.

Finalmente, como proposta para trabalhos futuros, temos a avaliação da metodologia de otimização no que tange robustez e confiabilidade, além de avaliar os as regiões onde se há os agrupamentos de pontos ótimos.

6. REFERÊNCIAS

ARAUJO, Haroldo A. **Algoritmo Simulated Annealing: Uma Nova Abordagem**. 2001. 117 p. Dissertação (Mestre em Ciência da Computação) - Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/80386/225675.pdf?sequence=1>. Acesso em: 24 jun. 2018.

BABU, B. V., CHAKOLE, P. G., MUBEEN, J. H. S. (2005), **Multi-objective Differential Evolution (MODE) for Optimization of Adiabatic Styrene Reactor**. Chemical Engineering Science. 2005. 60, 4822-4837.

BARROS NETO, Benício; SPACINO SCARMINIO, Ieda; EDWARD BRUNS, Roy. **Como Fazer Experimentos: Aplicações na Ciência e na Indústria.** 2. ed. [S.l.]: Unicamp, 2002. 400 p.

BEERS, W. C. V.; KLEIJNEN, J. P. **Kriging interpolation in simulation: a survey**. IEEE. Simulation Conference, 2004. Proceedings of the 2004 Winter. [S.l.], 2004. v. 1.

BICALHO, Isabele Cristina. **Estudo Experimental e de simulação por CFD de Escoamentos em Seções Anulares com Excentricidade Variável e Obstrução Parcial da Coluna**. 2015. 126 p. Tese de Doutorado (Doutor em Engenharia Quimica)- Faculdade de Engenharia Quimica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/15087>. Acesso em: 8 jul. 2018.

BILES, W. E. et al. **Kriging metamodeling in constrained simulation optimization: an explorative study.** IEEE PRESS. Proceedings of the 39th conference on Winter simulation: 40 years! The best is yet to come. [S.l.], 2007. p. 355–362.

BRAGA, C. G. **O Uso de Algoritmos Genéticos para Aplicação em Problemas de Otimizaçao de Sistemas Mecânicos.** 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 1998.

BUTTON, S. T. **Metodologia para planejamento experimental e análise de resultado.** Universidade Estadual de Campinas. São Paulo. 2001. /Apostila/.

CENTRELLA, J., e WILSON, J. R. **Planar numerical cosmology. II. The difference equations and numerical tests.**1984. The Astrophysical Journal Supplement Series, vol. 54, pp. 229-249.

CHORIN, A. J., 1967. **The numerical solution of the navier-stokes equations for an incompressible fluid**. Bull. Amer. Math. Soc., vol. 73, n. 6, pp. 928-931.

COELHO, Guilherme Freitas. **Otimização para simulação com Krigagem: uma aplicação em alocação de ambulâncias**. 2015. 85 p. Dissertação (Mestre em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1843/BUBD-A47QAS>. Acesso em: 24 jun. 2018.

COIMBRA, Rogério Frauendorf de Faria. **Influência de dispositivos de ponta de asa no desempenho de um avião agricola**. 1997. 171 p. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18135/tde-14102015-104403/pt-br.php>. Acesso em: 08 jul. 2018.

COLEMAN, David E. MONTGOMERY, Douglas C. **A Systematic Approach to Planning for a Designed Industrial Experiment.** Technometrics. Vol. 35, No. 1 (Feb., 1993), pp. 1-12.

COSTA, P. M.; MATOS, M. A.; PEÇAS-LOPES, J. A**. Regulation of microgeneration and microgrids**. Energy Policy, Oxford, n. 36, p. 3893-3904, 2008.

COUCKUYT, I. et al. **Blind kriging: Implementation and performance analysis.** Advances in Engineering Software, 2012. Elsevier, v. 49, p. 1–13, 2012.

DEB, Kalyanmoy. **Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms**. First edition. ed. New York: John Wiley And Sons, 2001. 518 p.

DELLINO, G.; KLEIJNEN, J. P.; MELONI, C. **Robust simulation-optimization using metamodels.** Winter Simulation Conference. [S.l.], 2009. p. 540–550.

DENG, H. et al. **Bayesian metamodeling for computer experiments using the gaussian kriging models**. Quality and Reliability Engineering International, 2012. Wiley Online Library, v. 28, n. 4, p. 455–466, 2012.

DEVOR, R.E., CHANG, T., SUTHERLAND, J.W. **Statistical quality design and control – Contemporary concepts and methods.** 1992. New Jersey, Prentice Hall, Inc. Cap. 15-20, p.503-744.

FREITAS FILHO, Dalmedson Gaúcho Rocha. **Análise da Aplicação da Dinâmica dos Fluidos Computacional para Avaliação do Potencial Eólico em Terrenos Complexos**. 2015. 87 p. Dissertação (Mestre em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/77657>. Acesso em: 24 jun. 2018.

GALDÁMEZ, Edwin Vladimir Cardoza. **Análise da Aplicação da Dinâmica dos Fluidos Computacional para Avaliação do Potencial Eólico em Terrenos Complexos**. 2002. 133 p. Dissertação (Mestre em Engenharia de Produção) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18140/tde-18112002-090421/pt-br.php>. Acesso em: 24 jun. 2018.

HU, Xiaolin, COELLO, Carlos A. C., HUANG, Z. **A new multi-objective evolutionary algorithm: neighbourhood exploring evolution strategy**, Engineering Optimization. 2007. 37:4, 351-379, DOI: 10.1080/03052150500035658

HUANG, D. et al. **Global optimization of stochastic black-box systems via sequential kriging meta-models.** Journal of global optimization, 2006. Springer, v. 34, n. 3, p. 441–466, 2006.

KLEIJNEN, J. P.; BEERS, W. van. **Robustness of kriging when interpolating in random simulation with heterogeneous variances: some experiments.** European Journal of Operational Research, 2005. Elsevier, v. 165, n. 3, p. 826–834, 2005.

KLEIJNEN, J. P.; MEHDAD, E. **Multivariate versus univariate kriging metamodels for multiresponse simulation models**. European Journal of Operational Research, 2014. Elsevier, v. 236, n. 2, p. 573–582, 2014.

KROETZ, Henrique Machado. **Meta-modelagem em Confiabilidade Estrutural**. 2015. 112 p. Dissertação (Mestre em Ciências) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2015. Disponível em: < http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/2015ME_HenriqueMachadoKroetz.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2018.

LOBATO, Fran Sérgio. **Multi-objective optimization for engineering system design.** 2008. 402 f. Tese (Doutorado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2008.

LOPHAVEN, S.N., NIELSEN, H.B., SONDERGAARD, J. 2002, **Aspects of MATLAB Toolbox DACE**, Technical Report IMM-REP-2002-13, 2002 Technical University of Denmark, Denmark.

LOSHCHILOV, Ilya. **Surrogate-Assisted Evolutionary Algorithms. Optimization and Control [math.OC].** Université Paris Sud - Paris XI; Institut national de recherche en informatique et en automatique - INRIA, 2013. English. 〈tel-00823882〉

MACIEL, Renan Silva. **Otimização para simulação com Krigagem: uma aplicação em alocação de ambulâncias. Otimização Multiobjetivo na Análise da Integração de Geração Distribuída às Redes de Distribuição**. 2012. 146 p. Tese (Doutor em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade de São Paulo, Ilha Solteira, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1843/BUBD-A47QAShttp://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/lapsee/2012_tese_renan_maciel.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2018.

MALAQUIAS, Neli Gomes Lisboa. **Uso dos Algorítmos Genéticos para a Otimização de Rotas de Distribuição**. 2006. 113 f. Dissertação (Mestre em Ciências) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/14632/1/NGLMalaquiasDISPRT.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2018.

MALAQUIAS, Neli Gomes Lisboa. **Uso dos Algorítmos Genéticos para a Otimização de Rotas de Distribuição**. 2006. 113 p. Tese (Mestre em Ciências) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/14632/1/NGLMalaquiasDISPRT.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2018.

MARQUES, Vanessa Priscila Nicolussi. **Polinômios e aproximações de função**. 2016. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-23032017-145755/>. Acesso em: 2018-07-08.

MARTIN, J. D. **Robust kriging models**. 14th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. [S.l.: s.n.], 2010.

MATHERON, Georges. **Principles of geostatistics**. Economic geology, 1963. Society of Economic Geologists, v. 58, n. 8, p. 1246-1266, 1963

MCCULLOCH, W. S., PITTS, W. H. **A Logical Calculus of the ideas immanent in nervous activity**. 1943. Bulletin of Mathematical Biophysics. v. 5, p.115-133.

MICHALEWICZ, Z.; DEB, K.; SCHMIDT, M.; STIDEN, T. **Evolutionary Algorithms for Engineering Applications.** First edition. Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science, Edited by Miettinen, K; Neittaanmaki, P.; Makela, M. M. ePeriaux, J.: John Wiley *x* Sons, 1999.

MONTGOMERY, D. C. **Diseño y análisis de experimentos**. Trad. Por Jaime Delgado Saldivar. México, Iberoamérica. 1991. Disponível em: <https://wwwyyy.files.wordpress.com/2013/02/disec3b1o-de-experimentosmontgomery.pdf >. Acesso em: 8 jul. 2018.

MOREIRA, Fernando Ricardo. **Otimização robusta multiobjetivo para o projeto de sistemas em Engenharia**. 2015. 265 f. Tese (Doutorado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

MUROTSU, Y., SHAO, S., CHIKU, N., FUJITA, K. e SHINOHARA, Y. (1993). **Studies on Assessment of Structural Reliability by Response Surface Method and Neural Network**. 173-180.

NÓS, Rudimar Luiz. **Simulações de Escoamento tridimensionais Bifásicos Empregando Métodos Adaptativos e Modelos de Campo de Fase**. 2007. 179 p. Tese (Doutorado), Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: < http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45132/tde-08052007-143200/pt-br.php>. Acesso em: 8 jul. 2018.

PERIC, M., e FERZIGER, J. H., 2002. **Computational Methods for Fluid Dynamics**. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

PRICE, Kenneth; STORN, Rainer M.; LAMPIENEN, Jouni A. **Diferential Evolution: A Pratical Approach to Global Optimization**. First edition. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. XIX, 539 p.

SABIONI, Claret Laurente. **Desenvolvimento de Métodos para Solução de Prolemas de Otimização Multiobjetivo com Incertezas.** 2017. 146 p. Tese (Doutor em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017. Disponível em: <https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/1077D.PDF>. Acesso em: 08 jul. 2018.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; HARLAND, C.; HARRISON, A.& JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. 1997. Atlas. São Paulo. 1997.

STORN, R., PRICE, K. **Differential Evolution: A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces**. International Computer Science Institute. 2005. vol. 12, pp. 1-16, 1995.

SUDRET, Bruno. **Meta-models for structural reliability and uncertainty quantification."** Asian-Pacific Symposium on Structural Reliability and its Applications", May 2012, Singapore, Singapore. pp.1-24, 2012. <hal-00683179>

VEDOVOTO, João Marcelo, 2011. **Mathematical and numerical modeling of turbulent reactive flows using a hybrid LES / PDF methodology.** Phd thesis, Universidade Federal de Uberlândia e Escola Doutoral da L'Ecole Nationale Superieure de Mecanique et D'Aerotechnique.

VEDOVOTO, João Marcelo. **Modelagem Matemática e Simulação Numérica de Escoamentos Incompressíveis sobre Geometrias Complexas Tridimensionais Utilizando o Método da Fronteira Imersa**. 2007. 149 p. Tese (Mestre em Engenharia Mecânica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, [S.l.], 2007. Disponível em: < https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/15023>. Acesso em: 24 jun. 2018.

VILLAR, Millena Martins. **Detailed Two-Dimensional Numerical Analysis of Multiphase Flows**. 2007. 230 f. Tese (Doutorado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia,

Uberlândia, 2007. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14664>. Acesso em: 24 jun. 2018.

WANG, Z., FAN, J., e LUO, K., 2008. **Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles**. International Journal of Multiphase Flow, vol. 34, n. 3, pp. 283-302.

WERKEMA, M.C.C. e AGUIAR, S. **Planejamento e Análise de Experimentos: como identificar e avaliar as principais variáveis influentes em um processo**. Minas Gerais, Fundação Christiano Ottoni - Escola de Engenharia da UFMG, 1996. (Série Ferramentas da Qualidade).

WIDROW, B., LEHR, M. A. **30 years of adaptative neural networks: Perceptron, Madaline, and Backpropagation.** Proceedings of IEE, v. 78, n. 9, p. 116-128

7. ANEXOS

7.1. DADOS PARA A GERAÇÃO DA CURVA DE PARETO

Tabela 11. Resultados da otimização utilizados para a geração da curva de Pareto. Fonte: Autoral

$X1(L)$	$X2(\alpha)$	$X3(a)$	Cd	Cl
0,975045	0,999443	0,999158	0,137969	0,002089
-0,81059	-0,99927	-0,37096	0,102555	-0,00816
0,975045	0,999443	0,999158	0,137969	0,002089
-0,81059	-0,99927	-0,37096	0,102555	-0,00816
0,354602	0,993114	0,355325	0,130102	0,000111
0,992697	0,001358	-0,32277	0,121336	8,31E-05
-0,37961	-0,01342	-0,99803	0,110467	-0,00196
0,889543	0,997565	0,715633	0,1367	0,001906
0,169042	0,003881	-0,99857	0,116508	-0,00084
-0,47631	-0,00528	-0,99947	0,109609	-0,00211
-0,79997	-0,88973	-0,36009	0,102695	-0,00407
0,258317	-0,00968	-0,98821	0,117177	-0,00072
-0,07791	-0,00394	-0,99866	0,113809	-0,00134
-0,79997	-0,91643	-0,27263	0,102653	-0,00509
-0,79997	-0,88154	-0,36096	0,102711	-0,00385
0,400274	0,993339	0,541942	0,131275	0,000381
0,702536	0,993583	0,357748	0,134299	0,001184
-0,08011	-0,02225	-0,98713	0,113554	-0,00147
-0,8143	-0,91029	-0,37318	0,102658	-0,00481
-0,80146	-0,93428	-0,35893	0,102623	-0,00593
0,63211	0,998879	0,341685	0,133637	0,001031
-0,80032	-0,95065	-0,42754	0,102604	-0,00671
0,015992	-0,0126	-0,99282	0,114706	-0,0012
-0,79743	-0,92147	-0,45008	0,102647	-0,00527
0,381873	0,997027	0,46318	0,130803	0,000291
-0,14725	-0,0126	-0,99282	0,112944	-0,00152

0,934311	0,998689	0,474131	0,135933	0,001639
-0,81593	-0,96987	-0,38126	0,10258	-0,00758
0,117379	-0,00794	-0,9883	0,115814	-0,00098
-0,79826	-0,93022	-0,35334	0,10263	-0,00573
-0,00147	-0,00722	-0,95929	0,114542	-0,00129
-0,79654	-0,9643	-0,35733	0,102588	-0,00736
-0,83596	-0,8976	-0,35882	0,102688	-0,00434
-0,33827	-0,00506	-0,99751	0,110973	-0,00186
-0,1885	-0,01233	-0,99863	0,112505	-0,00159
0,713678	0,998154	0,443545	0,134698	0,001346
0,381873	0,997027	0,312718	0,13043	0,000208
-0,48127	-0,00714	-0,97337	0,109519	-0,00218
-0,78718	-0,94548	-0,32134	0,102615	-0,00649
0,297159	-0,00722	-0,97696	0,117556	-0,00066
-0,80116	-0,90718	-0,43318	0,102667	-0,00466
0,536774	0,00686	-0,97846	0,119775	-0,00028
-0,90116	-0,12026	-0,97686	0,106647	-0,00301
0,47132	0,007485	-0,9829	0,119283	-0,00037
-0,70061	-0,00923	-0,99956	0,107913	-0,00248
0,320974	0,003796	-0,98781	0,117946	-0,00058
-0,19095	-0,02225	-0,97015	0,112335	-0,00173
-0,80487	-0,93918	-0,42103	0,102617	-0,00615
0,16948	-0,01192	-0,96306	0,116249	-0,00096
0,60636	-0,0073	-0,98821	0,120085	-0,0002
-0,80362	-0,90126	-0,34245	0,102674	-0,00446
0,391768	0,000745	-0,98821	0,118531	-0,00046
-0,5572	-0,00887	-0,9966	0,108876	-0,00226
0,746528	0,998689	0,47195	0,135056	0,001447
0,476218	0,994591	0,477922	0,132146	0,000665
0,059037	0,003796	-0,97949	0,115348	-0,00111
0,963912	0,999653	0,851864	0,137378	0,002045
-0,79865	-0,85339	-0,2388	0,102774	-0,00335
-0,68701	-0,04158	-0,99309	0,107735	-0,00258

-0,80247	-0,87133	-0,22526	0,102736	-0,00363
-0,83596	-0,06343	-0,87866	0,106959	-0,00294
0,823282	0,986343	0,47195	0,135437	0,00145
-0,80816	-0,98464	-0,33025	0,102567	-0,00802
0,968515	-0,01072	-0,24246	0,121012	4,2E-06
0,395086	0,002696	-0,91373	0,118466	-0,00057
-0,81059	-0,97666	-0,42829	0,102574	-0,00776
0,889543	0,986353	0,589892	0,136129	0,001665
-0,75055	-0,2138	-0,88581	0,106142	-0,00306
-0,56049	-0,01925	-0,9966	0,108762	-0,0023
-0,84949	-0,84418	-0,41511	0,102808	-0,00326
0,692244	0,988237	0,453307	0,134462	0,001235
0,515716	0,998755	0,480793	0,132704	0,000825
0,457202	0,989372	0,394987	0,131615	0,000498
-0,30402	-0,00794	-0,99282	0,111299	-0,00181
0,476218	0,994591	0,477922	0,132146	0,000665
0,457202	0,989372	0,394987	0,131615	0,000498
0,550086	0,999528	0,572054	0,133439	0,001007
-0,81736	-0,98226	-0,49338	0,102573	-0,00787
-0,80429	-0,07156	-0,99438	0,107066	-0,00284
-0,80972	-0,95396	-0,32666	0,102598	-0,00693
-0,80438	-0,92604	-0,41581	0,102636	-0,00551
-0,81527	-0,96062	-0,4224	0,102591	-0,00719
-0,2538	-0,00968	-0,98821	0,111813	-0,00173
0,758216	-0,00646	-0,92666	0,12093	-9,6E-05
0,963912	0,999653	0,851864	0,137378	0,002045
-0,70061	-0,00923	-0,99956	0,107913	-0,00248
0,515173	-0,01379	-0,99788	0,119341	-0,00034
-0,26415	-0,01262	-0,97825	0,111659	-0,00179
-0,86423	-0,27533	-0,77627	0,105514	-0,00306
-0,80249	-0,38257	-0,96905	0,105038	-0,00306
0,059037	0,003796	-0,97949	0,115348	-0,00111
-0,91059	-0,56349	-0,47096	0,103894	-0,00306

-0,80487	-0,93918	-0,42103	0,102617	-0,00615
-0,8034	-0,92586	-0,31676	0,102636	-0,00553
-0,80972	-0,95396	-0,32666	0,102598	-0,00693
-0,81596	-0,94538	-0,338	0,102608	-0,00651
0,803936	0,998871	0,723029	0,136363	0,0018
0,709122	-0,00381	-0,8283	0,120519	-0,00016
-0,56049	-0,01925	-0,9966	0,108762	-0,0023
-0,79632	-0,86704	-0,22068	0,102747	-0,00355