

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
ENGENHARIA AERONÁUTICA

ARNALDO JOÃO BASTOS JÚNIOR

**INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DO CG NA ESTABILIDADE E DESEMPENHO
DE UMA AERONAVE**

Uberlândia – Minas Gerais

2018

ARNALDO JOÃO BASTOS JÚNIOR

**INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DO CG NA ESTABILIDADE E DESEMPENHO
DE UMA AERONAVE**

Projeto de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Aeronáutica da Universidade Federal de Uberlândia como requisito à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Aeronáutica.

Orientador: Leonardo Sanches.

UBERLÂNDIA

2018

TERMO DE APROVAÇÃO

ARNALDO JOÃO BASTOS JÚNIOR

INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DO CG NA ESTABILIDADE E DESEMPENHO DE UMA AERONAVE

Projeto de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Aeronáutica da Universidade Federal de Uberlândia como requisito à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Aeronáutica, pela seguinte banca examinadora:

Aprovado em: ____ de _____ de _____.

Prof. Dr. Leonardo Sanches

Orientador

Universidade Federal de Uberlândia, UFU.

Prof. Dr. Thiago Augusto Machado Guimarães

Universidade Federal de Uberlândia, UFU.

Msc. Felipe Machini Malachias Marques

Universidade Federal de Uberlândia, UFU.

DEDICATÓRIA

Dedico primeiramente aos meu pais por sempre me apoiarem e, estarem ao meu lado durante todos os momentos importantes em minha vida, sem eles jamais teria chegado até aqui.

Dedico ao meu irmão Lucas, minha avó Dina e minha tia Ana, por todo incentivo e parceria durante todos esses anos.

Dedico a minha namorada, pelo companheirismo e conselhos nas horas de desespero.

Dedico aos meus amigos, por estarem comigo nos momentos difíceis e pelos conselhos necessários.

Dedico a todos os professores e mestres que encontrei em meus caminhos, seus ensinamentos foram fundamentais para me tornar a pessoa que sou.

Dedico a todos que de alguma forma contribuíram para meu crescimento e, para que eu atingisse meus objetivos e conquistas.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador e amigo Leonardo Sanches, por todos os ensinamentos e momentos de paciência, profissionais como ele realmente fazem a diferença na educação deste país.

À UFU pelas condições de aprendizado oferecidas e pela qualidade de ensino.

À todas as pessoas que me ajudaram de alguma forma a concluir este trabalho da melhor forma possível.

JÚNIOR, A. J. B. **Influência da Posição do CG na Estabilidade e Desempenho de uma Aeronave**. 2018. 77p. Projeto de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil.

RESUMO

O presente trabalho propõe um estudo sobre como a variação longitudinal da posição do centro de gravidade da aeronave afeta aspectos da estabilidade estática longitudinal e o desempenho da aeronave. Juntamente com variações na velocidade e altitude de voo, foi verificada a influência nas características citadas, bem como uma análise durante a execução de uma manobra de *Pull up*, afim de também identificar o grau de interferência dessas variações. Foi mostrado que se trata de uma reação em cadeia, ou seja, o deslocamento do CG afetou os coeficientes de estabilidade, que por sua vez interferiram na trimagem da aeronave e, por último, esta refletiu na polar de arrasto, curva da qual derivam os indicadores de desempenho. O confronto das análises realizadas permitiu concluir que o deslocamento longitudinal do CG influencia tanto na estabilidade quanto no desempenho da aeronave; porém, com diferentes intensidades nas diferentes grandezas avaliadas.

Palavras-Chave: centro de gravidade, estabilidade, desempenho, manobra.

JÚNIOR, A. J. B. **Influence of the CG position on the Stability and Performance of na Aircraft**. 2018. 77p. Graduation Project, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, Brazil.

ABSTRACT

This work purposes a study about how changes in longitudinal position of aircraft's center of gravity affect characteristics of static longitudinal stability and performance. Along with changes in velocity and flight altitude, it has been verified its influence on the aforementioned characteristics. Moreover, it was also performed an analysis during a Pull up maneuver with the objective to understand the impact of these variations. After evaluating the analyses, the system has presented a chain reaction, i.e., the C.G. translation affected the stability coefficients, which implies in different trimming conditions for the aircraft and, consequently, an adjustment on the drag polar curve, which the performance indicators come from. Furthermore, the comparison of the analyses showed that the C.G. longitudinal translation affected as much stability as performance of the aircraft; however, with different intensities on each parameter evaluated.

Keywords: center of gravity, stability, performance, maneuver.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Exemplo da asa com detalhes geométricos.	2
Figura 2. Identificação de medidas em um aerofólio.	3
Figura 3. Posicionamento dos esforços aerodinâmicos.	3
Figura 4. Exemplo de curva CL versus α de uma aeronave.	4
Figura 5. Representação do equilíbrio estático de um corpo.	6
Figura 6. Sistema de coordenadas cartesianas.	7
Figura 7. Coeficiente de arfagem versus ângulo de ataque da aeronave.	7
Figura 8. Curva C_m versus α para aeronave estável longitudinalmente.	8
Figura 9. Esquema representativo da asa de uma aeronave.	9
Figura 10. Esquema de representação do estabilizador horizontal.	11
Figura 11. Relação entre posição do CG e inclinação da curva.	14
Figura 12. Representação do profundor de um estabilizador horizontal.	15
Figura 13. Deslocamento da curva devido a deflexão da superfície de controle.	16
Figura 14. Estimativa da eficiência da superfície de controle.	18
Figura 15. Manobra de <i>Pull up</i>	19
Figura 16. Exemplo de curva de Polar de Arrasto.	24
Figura 17. Exemplo da variação do alcance com u e ω em aeronave à jato.	27
Figura 18. Exemplo da variação da autonomia com u e ω em aeronave à jato.	28
Figura 19. Cessna 172-Skyhawk.	31
Figura 20. Representação esquemática da aeronave modelo.	31
Figura 21. Fluxograma dos procedimentos adotados nas análises.	34
Figura 22. <i>Plot</i> tridimensional para expressar as tabelas anteriores.	38
Figura 23. Curvas da polar de arrasto para cada posicionamento do CG da aeronave.	39
Figura 24. Detalhe das curvas de polar de arrasto.	40
Figura 25. Aumento do arrasto com a diminuição da margem estática.	41
Figura 26. Influência da posição do CG no arrasto parasita da aeronave.	42
Figura 27. Variação de V e ICG na deflexão do profundor.	42
Figura 28. Variação no alcance da aeronave com o passeio do CG.	43
Figura 29. Detalhe da influência da polar de arrasto no alcance da aeronave.	44
Figura 30. Variação na autonomia da aeronave com o passeio do CG.	45
Figura 31. Detalhe da influência da polar de arrasto na autonomia da aeronave.	45

Figura 32. Polar de arrasto com variação na velocidade e altitude de voo.....	47
Figura 33. Detalhe das variações em CD e CL para ICG1.	48
Figura 34. Detalhe das variações em CD e CL para ICG2.	48
Figura 35. Detalhe das variações em CD e CL para ICG3.	49
Figura 36. Detalhe das variações em CD e CL para ICG4.	49
Figura 37. Detalhe das variações em CD e CL para ICG5.	50
Figura 38. Aumento do arrasto na aeronave com a posição do CG.	51
Figura 39. Decréscimo em CD0 devido à posição do CG.	52
Figura 40. Deflexão do profundor em diferentes velocidades e altitudes.	53
Figura 41. Alcance da aeronave com variações na velocidade e altitude de voo.	54
Figura 42. Detalhe do alcance da aeronave com variações na velocidade e altitude de voo.	55
Figura 43. Autonomia da aeronave com variações na velocidade e altitude de voo. ...	56
Figura 44. Detalhe da autonomia da aeronave com variações na velocidade e altitude de voo.	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Dados geométricos da aeronave modelo.....	32
Tabela 2. Posições adotadas para o CG, em fração da corda média aerodinâmica.	35
Tabela 3. Velocidades adotadas na análise.....	35
Tabela 4. Resumo dos principais parâmetros de estabilidade estática longitudinal.	36
Tabela 5. Variação na deflexão do profundor devido mudanças na velocidade e posição do CG.....	36
Tabela 6. Variação no ângulo de ataque da aeronave devido mudanças na velocidade e posição do CG.	37
Tabela 7. Altitudes consideradas e, respectivas densidades do ar atmosférico.	46
Tabela 8. Parâmetros das curvas de polar de arrasto obtidos por regressão.....	50
Tabela 9. Principais resultados influenciados pelos parâmetros da polar de arrasto.	50
Tabela 10. Deflexões do profundor para diferentes altitudes e velocidades em ICG1..	52
Tabela 11. Deflexões do ângulo de ataque para diferentes altitudes e velocidades com CG na posição ICG1.....	53
Tabela 12. Resultados de desempenho em manobra.	58
Tabela 13. Resultados para a estabilidade em manobra.	59

LISTA DE SÍMBOLOS

R – Alcance da aeronave

AR – Alongamento (*Aspect Ratio*)

i – Ângulo de incidência

S – Área

End – Autonomia da aeronave

h_{AC} – Centro aerodinâmico como fração da corda média aerodinâmica

CG – Centro de gravidade da aeronave

h - CG como fração da corda média aerodinâmica

C_{m_α} - Coeficiente angular da curva de momento

C_{L_α} – Coeficiente angular da curva de sustentação

c_{l_α} – Coeficiente angular da curva de sustentação do aerofólio

C_D – Coeficiente de arrasto

C_{D_0} – Coeficiente de arrasto parasita

C_m – Coeficiente de momento de arfagem

$C_{m_{AC}}$ – Coeficiente de momento de arfagem em torno do centro aerodinâmico

C_{m_q} – Coeficiente de momento devido ao amortecimento na arfagem

$C_{m_{\delta_e}}$ – Coeficiente de momento relativo ao profundor

C_W – Coeficiente de peso

C_L – Coeficiente de sustentação

$C_{L_{TRIM}}$ – Coeficiente de sustentação para a trimagem

$C_{L_{MD}}$ – Coeficiente de sustentação para mínimo arrasto

$C_{L_{\delta_e}}$ – Coeficiente de sustentação relativo ao profundor

V_t – Coeficiente de volume de cauda

C_{m_0} - Coeficiente linear da curva de momento

C_{L_0} – Coeficiente linear da curva de sustentação

c_{l_0} – Coeficiente linear da curva de sustentação do aerofólio

k_2 – Coeficiente multiplicador do coeficiente de arrasto induzido

g – Constante gravitacional

\bar{c} – Corda média aerodinâmica
 c_{MGC} – Corda média geométrica
 c_t – Corda na ponta
 c_r – Corda na raiz
 l_t – Distância entre CA da asa e CA do estabilizador horizontal
 b – Envergadura
 n – Fator de carga
 n_{ST} – Fator de carga de *stall*
 D – Força de arrasto
 L – Força de sustentação
 $M. E_{FIX}$ – Margem estática à manche fixo
 $M. E_{man}$ – Margem estática na manobra de *pull up*
 E_{max} – Máxima eficiência da aeronave
 C_{Lmax} – Máximo coeficiente de sustentação
 M_{AC} – Momento em torno do centro aerodinâmico
 M_{CG} – Momento em torno do CG
 W – Peso da aeronave
 h_n – Ponto neutro como fração da corda média aerodinâmica
 x_{AC} – Posição do centro aerodinâmico ao longo do eixo x
 x_{CG} – Posição do CG na direção do eixo x
 x_{NP} – Posição do ponto neutro na direção do eixo x
 h_{man} – Posição do ponto neutro na manobra de *pull up*
 x_{MGC} – Posição na direção x da corda média geométrica
 y_{MGC} – Posição na direção y da corda média geométrica
 q – Pressão dinâmica
 V_{MD} – Velocidade de mínimo arrasto
 V_{ST} – Velocidade de *stall* da aeronave
 V – Velocidade do escoamento
 λ – Afilamento
 α – Ângulo de ataque da aeronave
 α_{TRIM} – Ângulo de ataque de trimagem
 α_{FRL} – Ângulo de ataque medido em relação à linha de referência da fuselagem

δ_e – Ângulo de deflexão do profundor

Γ – Ângulo de diedro

ε – Ângulo de *downwash*

Λ – Ângulo de enflechamento

ϕ – Ângulo de torção

ψ – Denominador com coeficientes de estabilidade

ρ – Densidade do ar

ρ_{FL} – Densidade do ar na altitude de voo

η – Eficiência aerodinâmica

τ – Eficiência da superfície de controle

μ – Parâmetro de massa relativo

Os subscritos *w*; *t*; *e*, referem-se à asa (*wing*), estabilizador horizontal (*horizontal tail*) e profundor (*elevator*), respectivamente.

SUMÁRIO

1	Introdução.....	1
2	Objetivos	1
3	Revisão Bibliográfica.....	2
3.1	Conceitos Aerodinâmicos em aeronaves	2
3.1.1	Características geométricas.....	2
3.1.2	Sustentação.....	3
3.2	Estabilidade Estática de uma aeronave	6
3.2.1	Estabilidade Estática Longitudinal.....	6
3.2.1.1	Contribuição da asa.....	9
3.2.1.2	Contribuição do estabilizador horizontal	10
3.2.2	Ponto neutro a manche fixo	13
3.2.3	Superfície de controle longitudinal	15
3.2.4	Trimagem longitudinal.....	18
3.3	Estabilidade em manobra de <i>Pull up</i>	19
3.4	Desempenho de uma Aeronave	23
3.4.1	Estimativa da curva de Polar de Arrasto	23
3.4.2	Cálculo de indicadores de desempenho	25
3.4.3	Desempenho em Manobra	28
4	Metodologia	31
5	Análise de Resultados	35
5.1	1ª Análise – Voo reto e nivelado à 8000 ft, variando a velocidade à altitude constante	35
5.2	2ª Análise - Voo reto e nivelado para diferentes altitudes e velocidades	46
5.3	3ª Análise – Manobra de Pull up na condição de mínima razão de manobra para diferentes altitudes.....	58
6	Considerações Finais.....	60
7	Bibliografia.....	62

1 Introdução

De acordo com informações do Ministério dos Transportes, Portos e Aviação Civil o setor aéreo registrou em 2017 um crescimento de 2,33% na movimentação de passageiros e de cerca de 10,47% no transporte de cargas.

Dados como os citados acima demonstram que o setor da aviação possui uma tendência de expansão contínua. Cada vez mais um número maior de aeronaves deve entrar em operação para suprir a crescente demanda.

Diante desse fato é necessário compreender, desde a concepção da aeronave nas fases de projeto até como ela se comporta durante as fases de voo para completar sua missão com segurança. Para determinadas missões é preciso garantir que a aeronave permaneça dentro de certos limites de estabilidade e apresente satisfatórias características de performance, quando sujeita à diferentes possíveis condições de voo.

Com este trabalho será possível avaliar a resposta da aeronave mediante o deslocamento longitudinal de seu centro de gravidade (devido à fatores como consumo de combustível, deslocamento de cargas, por exemplo) associado a situações de voo como variações na velocidade e diferentes altitudes de operação.

E ao final da execução dessas análises, adquirir dados suficientes para determinar o grau de influência dessas variáveis no comportamento da aeronave. Com isso, do ponto de vista de engenharia fornecer dados consistentes para a escolha das melhores condições de voo para que a aeronave cumpra determinada missão com o melhor desempenho e segurança possíveis.

2 Objetivos

Através da variação da posição do centro de gravidade da aeronave na direção longitudinal, juntamente com alterações na velocidade e altitude de voo verificar a influência na estabilidade estática longitudinal e no desempenho da aeronave. Verificar também como mudanças na velocidade e altitude de voo alteram a estabilidade e performance durante a execução de uma manobra de *Pull up*.

3 Revisão Bibliográfica

A presente revisão bibliográfica foi baseada principalmente em (CAUGHEY, 2011) para os assuntos relacionados ao comportamento estático de uma aeronave. Porém importantes contribuições advieram de notas de aula das disciplinas Mecânica do Voo e Desempenho de Aeronaves ministradas no curso de Engenharia Aeronáutica da Universidade Federal de Uberlândia. Os demais conceitos pertinentes foram embasados nas referências descritas na seção 7.

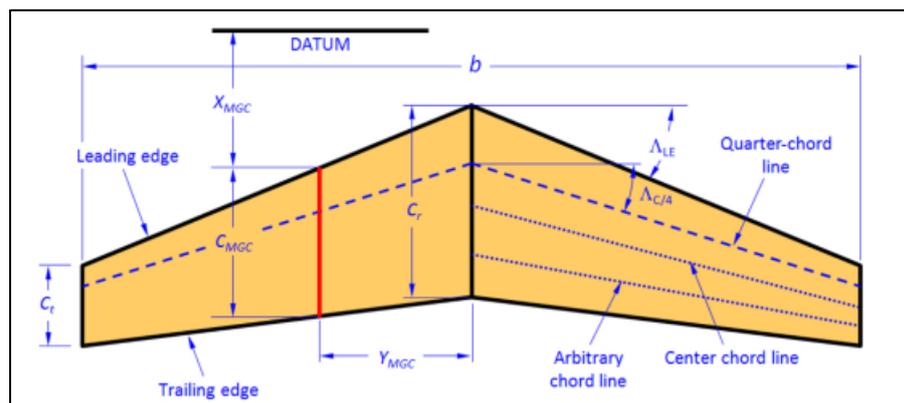
3.1 Conceitos Aerodinâmicos em aeronaves

Nessa parte serão explanados os conceitos básicos necessários para a realização deste trabalho, os conceitos referentes ao arrasto da aeronave está contido na seção 3.4 e os pertinentes aos momentos gerados, estão presentes na seção 3.2.

3.1.1 Características geométricas

A asa exemplificada na Figura 1 exibe os principais posicionamentos e medidas utilizados nos cálculos das seções subsequentes deste trabalho, tais como: posição das cordas na asa (c_r, c_t); ângulos. O equacionamento das grandezas pode ser encontrado em GUDMUNDSSON (2014).

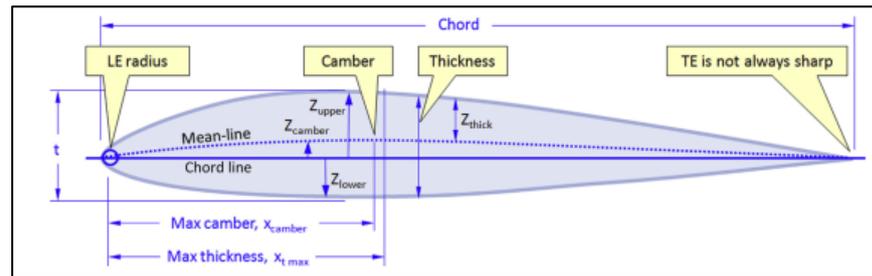
Figura 1. Exemplo da asa com detalhes geométricos.



Fonte: (GUDMUNDSSON, 2014).

Pelo ponto de vista do perfil aerodinâmico, há também importantes quantidades à serem identificadas para a realização dos cálculos. A Figura 2 destaca o supracitado.

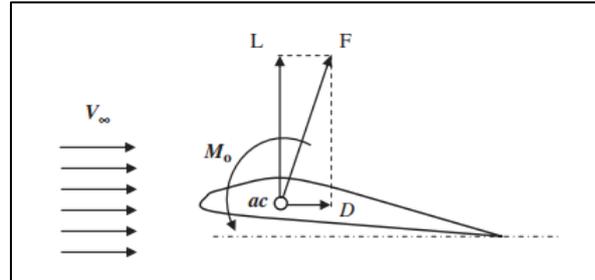
Figura 2. Identificação de medidas em um aerofólio.



Fonte: (GUDMUNDSSON, 2014).

Por convenção, a análise das forças e momentos é feita com base na corda média aerodinâmica. Durante o voo da aeronave, o centro de pressão se desloca, dessa forma também por convenção os esforços aerodinâmicos são alocados no centro aerodinâmico (CA) da corda média aerodinâmica, conforme Figura 3.

Figura 3. Posicionamento dos esforços aerodinâmicos.



Fonte: (SADRAEY, 2013).

3.1.2 Sustentação

O aparecimento da força de sustentação (*Lift Force*) é oriundo de um diferencial de pressão provocado pelo escoamento de um fluido sob uma superfície aerodinâmica. De maneira adimensional, a sustentação pode ser expressa através de um coeficiente,

$$C_L = \frac{L}{qS} \quad (1)$$

onde, L representa a força de sustentação propriamente dita, S é o parâmetro geométrico da área característica sujeita ao escoamento e, q é conhecido como pressão dinâmica do escoamento e depende de fatores ambientais (densidade ρ do fluido em determinada condição) e da condição de escoamento (velocidade V),

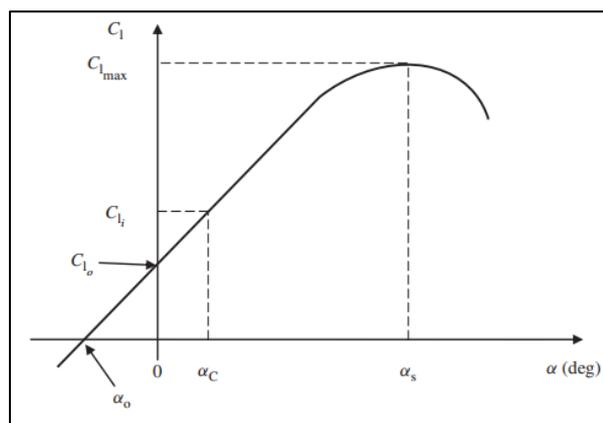
$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (2)$$

o valor do coeficiente de sustentação C_L é composto por uma parcela linear (C_{L_0}) e outra angular (C_{L_α}) de modo que,

$$C_L = C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_0} \quad (3)$$

graficamente esses coeficientes podem ser extraídos da curva exemplificada abaixo através de um processo de regressão linear, considerando apenas a parte linear, pois o comportamento não linear corresponde à zona de *stall* (perda de sustentação da aeronave).

Figura 4. Exemplo de curva C_L versus α de uma aeronave.



Fonte: (SADRAEY, 2013).

porém, fatores geométricos como a escolha do perfil aerodinâmico das superfícies sustentadoras afetam diretamente os coeficientes. O coeficiente de sustentação para o aerofólio

pode ser relacionado com o da superfície tridimensional através da teoria da linha sustentadora de Prandtl, de acordo com JR. e J.D. (2010),

$$C_{L\alpha} = \frac{c_{l\alpha}}{1 + \frac{c_{l\alpha}}{\pi AR}} \quad (4)$$

entretanto, a expressão (4) só possui resultados aceitáveis para superfícies com alongamento ($AR > 4$). Para superfícies com alongamento menor do que o valor especificado, a seguinte expressão se aplica,

$$C_{L\alpha} = \frac{c_{l\alpha}}{\sqrt{1 + \left[\frac{c_{l\alpha}}{\pi AR}\right]^2} + \frac{c_{l\alpha}}{\pi AR}} \quad (5)$$

tomando como exemplo, um modelo composto apenas por asa e estabilizador horizontal. Sabe-se que ambas superfícies contribuem para a sustentação gerada pela aeronave, de maneira adimensional a combinação de suas contribuições individuais é dada por,

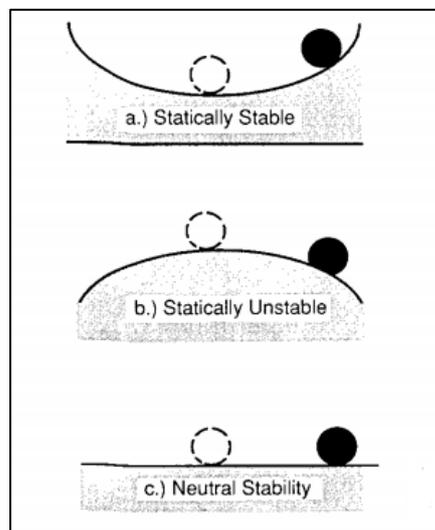
$$C_L = C_{L_W} + \eta_t \frac{S_t}{S_W} C_{L_t} \quad (6)$$

o termo referente à sustentação gerada pelo estabilizador horizontal precisa ser ponderado pois, a adimensionalização é feita considerando a asa como referência. A grandeza η_t trata da eficiência aerodinâmica do estabilizador horizontal e será explicada na seção 3.2.

3.2 Estabilidade Estática de uma aeronave

Entende-se que um corpo possui capacidade de equilíbrio quando, ao ser perturbado mostra uma tendência de retorno à sua posição original. Na Figura 5 observa-se as três possíveis configurações da capacidade de estabilidade estática de um corpo. Ele pode ser estaticamente estável quando retorna à sua posição de equilíbrio após ser perturbado, ele pode possuir estabilidade neutra quando após ser perturbado assume uma nova posição estável diferente da anterior, ou ele pode apresentar comportamento instável após a perturbação.

Figura 5. Representação do equilíbrio estático de um corpo.

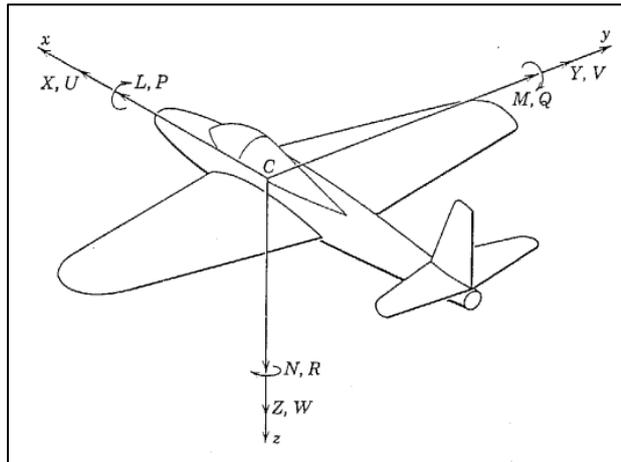


Fonte: (NELSON, 1989)

3.2.1 Estabilidade Estática Longitudinal

Para a estimativa dos coeficientes e parâmetros da estabilidade, é preciso adotar um sistema de referência de coordenadas. O sistema de coordenadas cartesianas da Figura 6 é adotado como padrão para os esforços e momento aerodinâmicos abordados neste trabalho.

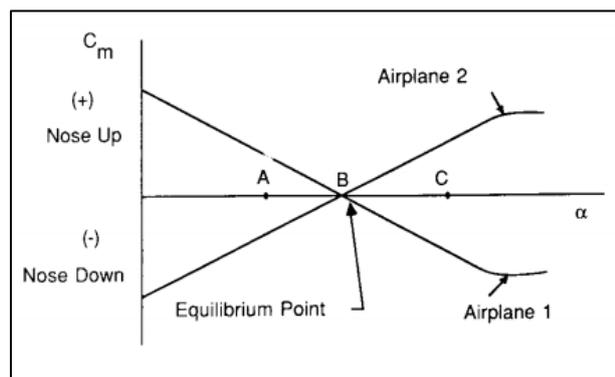
Figura 6. Sistema de coordenadas cartesianas.



Fonte: (ETKIN, 1959) modificada.

O conceito de estabilidade estática anteriormente apresentado certamente se aplica às aeronaves. Para entendê-lo imagine duas aeronaves voando em sua condição trimada (conceito à ser apresentado posteriormente) representada pelo ponto B na Figura 7, ao sofrerem uma perturbação no ângulo de ataque as aeronaves respondem de maneiras diferentes.

Figura 7. Coeficiente de arfagem *versus* ângulo de ataque da aeronave.



Fonte: (NELSON, 1989)

Se a perturbação incrementar o valor de α , por exemplo para o ponto C, a Aeronave 2 tende a erguer o nariz para cima distanciando-se mais ainda da posição de equilíbrio, enquanto que a Aeronave 1 tende a abaixar o nariz retornando à posição de equilíbrio. No caso do valor de α ser decrementado, por exemplo para o ponto A, o comportamento inverso pode ser

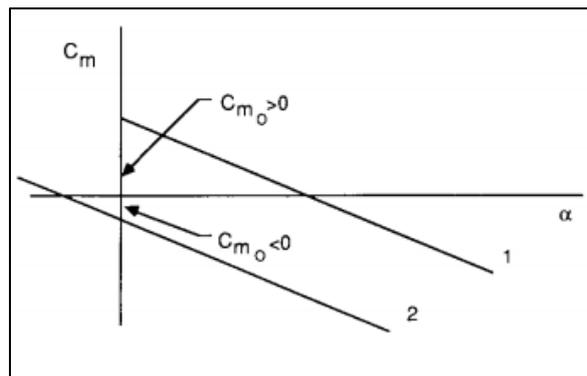
observado em ambas aeronaves, ou seja, a Aeronave 1 tende a levantar o nariz e a Aeronave 2 tende a abaixá-lo. Portanto pode-se concluir que a Aeronave 1 possui estabilidade estática longitudinal.

Ainda da Figura 7, observa-se então que o critério matemático para a estabilidade estática longitudinal é,

$$\frac{dC_m}{d\alpha} < 0 \quad (7)$$

além disso, para que seja possível trimar a aeronave em ângulos de ataque positivos é preciso que o coeficiente linear C_{m_0} da curva seja positivo, como mostrado na Figura 8.

Figura 8. Curva C_m versus α para aeronave estável longitudinalmente.



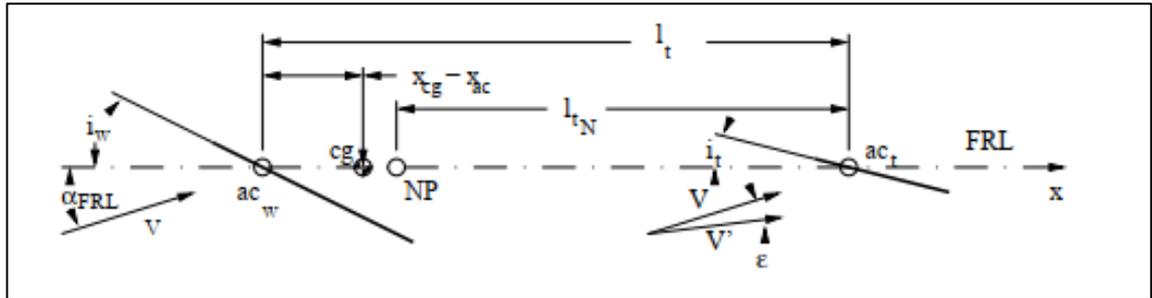
Fonte: (NELSON, 1989)

A identificação da capacidade de estabilidade estática longitudinal de uma aeronave é feita analisando-se a contribuição de cada componente separadamente e ao final um somatório desses efeitos é computado.

Para esse trabalho no que diz respeito à estabilidade estática longitudinal, foram analisadas apenas as contribuições da asa e estabilizador horizontal.

3.2.1.1 Contribuição da asa

Figura 9. Esquema representativo da asa de uma aeronave.



Fonte: (NELSON, 1989)

Na Figura 9 a asa foi representada por meio da corda média aerodinâmica, para o cálculo dos momentos gerados pelas forças aerodinâmicas toma-se como referência a posição do centro de gravidade da aeronave, portantoo

$$M_{CG_w} = L_w \cos(\alpha_w - i_w) [x_{CG} - x_{AC}] + D_w \sin(\alpha_w - i_w) [x_{CG} - x_{AC}] + L_w \sin(\alpha_w - i_w) [Z_{CG}] - D_w \cos(\alpha_w - i_w) [Z_{CG}] + M_{AC_w} \quad (8)$$

a representação no formato de coeficientes adimensionais é mais vantajosa, portantoo dividindo a equação (8) pela pressão dinâmica obtêm-se a equação (9),

$$C_{m_{CG_w}} = C_{L_w} \left(\frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{x_{AC}}{\bar{c}} \right) \cos(\alpha_w - i_w) + C_{D_w} \left(\frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{x_{AC}}{\bar{c}} \right) \sin(\alpha_w - i_w) + C_{L_w} \frac{Z_{CG}}{\bar{c}} \sin(\alpha_w - i_w) - C_{D_w} \frac{Z_{CG}}{\bar{c}} \cos(\alpha_w - i_w) + C_{m_{AC_w}} \quad (9)$$

assumindo a hipótese de que o ângulo de ataque é pequeno e, de que o valor de C_L é bastante superior ao valor de C_D têm-se,

$$\cos(\alpha_w - i_w) = 1 \quad \sin(\alpha_w - i_w) = \alpha_w - i_w \quad (10)$$

de modo que a equação (9) agora simplifica-se,

$$C_{m_{CG_w}} = C_{m_{AC_w}} + C_{L_w} \left(\frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{x_{AC}}{\bar{c}} \right) \quad (11)$$

como o coeficiente de sustentação é composto por $C_{L_w} = C_{L_{0_w}} + C_{L_{\alpha_w}} \alpha_w$. A equação (11) pode ser decomposta em uma parte angular e outra linear,

$$C_{m_w} = C_{m_{0_w}} + C_{m_{\alpha_w}} \alpha_w \quad (12)$$

onde,

$$C_{m_{0_w}} = C_{m_{AC_w}} + C_{L_{0_w}} \left(\frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{x_{AC}}{\bar{c}} \right) \quad (13)$$

$$C_{m_{\alpha_w}} = C_{L_{\alpha_w}} \left(\frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{x_{AC}}{\bar{c}} \right) \quad (14)$$

da equação (14) é possível perceber que, para que a asa contribua para a estabilidade é preciso que o centro de gravidade (CG) esteja posicionado atrás do centro aerodinâmico (AC) (em relação ao bordo de ataque da asa, como referência), atendendo assim a condição da equação (7).

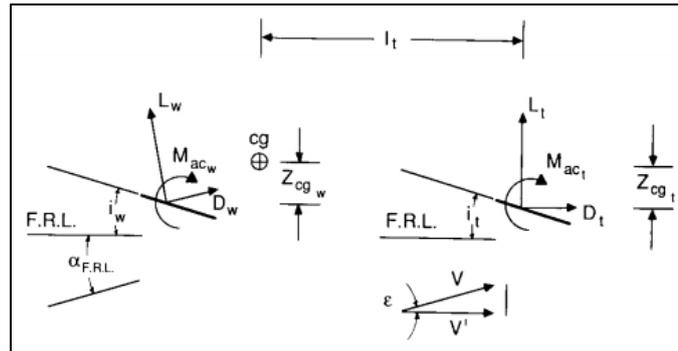
3.2.1.2 Contribuição do estabilizador horizontal

O papel principal do estabilizador horizontal é proporcionar capacidade de arfagem para a aeronave através do contrabalanceamento do momento gerado pela asa, seu posicionamento pode ser feito de duas formas: na porção frontal da fuselagem (configuração tipo *Canard*) ou na porção traseira da fuselagem (configuração Convencional). Historicamente nota-se que a maioria das aeronaves é fabricada utilizando a configuração Convencional.

Na configuração Convencional, o escoamento no estabilizador horizontal é afetado pelo escoamento de saída da asa (conhecido como *Downwash*), cuja magnitude depende da localização do estabilizador horizontal em relação à asa, na coordenada do eixo z .

A Figura 10 ilustra a representação do estabilizador horizontal através de sua corda média aerodinâmica, bem como as distâncias e posicionamentos lineares e angulares em relação à asa e forças aerodinâmicas atuantes.

Figura 10. Esquema de representação do estabilizador horizontal.



Fonte: (NELSON, 1989)

Percebe-se que o efeito do *Downwash* provoca uma diferença na velocidade do escoamento percebida pelo estabilizador, portanto o ângulo de ataque do estabilizador horizontal leva em conta os seguintes fatores: ângulo de incidência da asa (i_w); ângulo de ataque da asa (α_w); ângulo de *Downwash* (ϵ) e o próprio ângulo de incidência do estabilizador (i_t), da seguinte forma,

$$\alpha_{HT} = \alpha_w - i_w - \epsilon + i_t \quad (15)$$

analogamente ao tratamento para asa, pode-se assumir novamente pequenos ângulos de ataque bem como, que a contribuição da sustentação é muito superior à do arrasto. Assim, o momento de arfagem devido ao estabilizador horizontal pode ser quantificado pelo somatório dos momentos gerados pelas forças aerodinâmicas ao redor do CG da aeronave,

$$M_t = -l_t [L_t \cos(\alpha_{FRL} - \epsilon) + D_t \sin(\alpha_{FRL} - \epsilon)] - Z_{CG_t} [D_t \cos(\alpha_{FRL} - \epsilon) - L_t \sin(\alpha_{FRL} - \epsilon)] + M_{AC_t} \quad (16)$$

apenas a primeira parcela do lado direito da equação (16) possui contribuição expressiva, de modo que ela pode ser reduzida para,

$$M_t = -l_t L_t \quad (17)$$

efetuando a adimensionalização pela pressão dinâmica,

$$C_{m_t} = -V_t \eta_t C_{L_t} \quad (18)$$

onde, $V_t = l_t S_t / S \bar{c}$ é conhecido como coeficiente de volume de cauda e, $\eta_t = q_t / q_w$ a eficiência do estabilizador horizontal representada como a razão entre as pressões dinâmicas do escoamento atuante no estabilizador e na asa.

A quantificação do efeito de Downwash pode ser representada matematicamente por,

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha_w \quad (19)$$

a expressão do Downwash para uma asa com distribuição elíptica de sustentação advém da Teoria da Linha Sustentadora para asas finitas, de modo que,

$$\varepsilon = \frac{2C_{L_w}}{\pi AR_w} \quad (20)$$

e portanto,

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \varepsilon_\alpha = \frac{2C_{L_{\alpha_w}}}{\pi AR_w} \quad (21)$$

retornado à equação (18) e substituindo as expressões encontradas, pode-se chegar à uma expressão mais expandida,

$$C_{m_t} = \eta_t V_t C_{L_{\alpha_t}} (\varepsilon_0 + i_w - i_t) - \eta_t V_t C_{L_{\alpha_t}} (1 - \varepsilon_\alpha) \alpha \quad (22)$$

portanto a equação (22) também pode ser decomposta em uma parcela linear e outra angular,

$$C_{m_{0t}} = \eta_t V_t C_{L_{\alpha_t}} (\varepsilon_0 + i_w - i_t) \quad (23)$$

$$C_{m_{\alpha t}} = -\eta_t V_t C_{L_{\alpha_t}} (1 - \varepsilon_\alpha) \quad (24)$$

pela equação (24) conclui-se que a condição de estabilidade descrita pela equação (7) pode ser atingida variando-se os parâmetros V_t e $C_{L_{\alpha_t}}$. O primeiro pode ser alterado através do aumento ou diminuição do braço de momento do estabilizador (l_t), já no segundo a alteração pode ser promovida através de mudanças geométricas no alongamento (AR_t) do estabilizador.

3.2.2 Ponto neutro a manche fixo

Após a explanação dos componentes da aeronave considerados (asa e estabilizador horizontal) em separado, o coeficiente de momento de arfagem total da aeronave pode ser obtido através da soma algébrica das contribuições,

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha \quad (25)$$

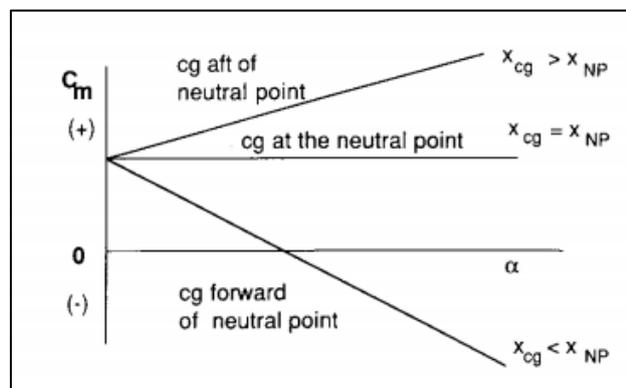
onde,

$$C_{m_0} = C_{m_{0w}} + C_{m_{0t}} = C_{m_{ACw}} + C_{L_{0w}} \left(\frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{x_{AC}}{\bar{c}} \right) + \eta_t V_t C_{L_{\alpha_t}} (\varepsilon_0 + i_w - i_t) \quad (26)$$

$$C_{m_\alpha} = C_{m_{\alpha_w}} + C_{m_{\alpha_t}} = C_{L_{\alpha_w}} \left(\frac{x_{CG}}{\bar{c}} - \frac{x_{AC}}{\bar{c}} \right) - \eta_t V_t C_{L_{\alpha_t}} (1 - \varepsilon_\alpha) \quad (27)$$

pelas equações acima identifica-se que o coeficiente total de momento de arfagem possui forte dependência com o posicionamento do CG da aeronave. A posição do CG modifica a inclinação da curva (C_m versus α) conforme o CG movimentar-se para frente ou para trás na direção longitudinal, conforme ilustra a Figura 11.

Figura 11. Relação entre posição do CG e inclinação da curva.



Fonte: (NELSON, 1989)

Ainda pela Figura 11 observa-se que há uma posição na qual a aeronave faz a transição de uma condição estável para uma instável, esse ponto é conhecido como ponto neutro.

Como o próprio nome sugere, o ponto neutro representa a posição mais traseira (em direção ao bordo de fuga da asa) na qual a aeronave ainda possui estabilidade estática mesmo que seja “estabilidade neutra”. Portanto para encontrar analiticamente a posição do ponto neutro (x_{NP}) faz-se $C_{m_\alpha} = 0$ através da equação (27), obtendo então

$$\frac{x_{NP}}{\bar{c}} = \frac{x_{AC}}{\bar{c}} + \eta_t V_t \frac{C_{L_{\alpha_t}}}{C_{L_{\alpha_w}}} (1 - \varepsilon_\alpha) \quad (28)$$

representando por ($h_n = x_{NP}/\bar{c}$) e por ($h_{AC_w} = x_{AC}/\bar{c}$) as posições do ponto neutro e do centro aerodinâmico, respectivamente, como frações da corda média aerodinâmica tem-se,

$$h_n = h_{AC_w} + \eta_t V_t \frac{C_{L\alpha_t}}{C_{L\alpha_w}} (1 - \varepsilon_\alpha) \quad (29)$$

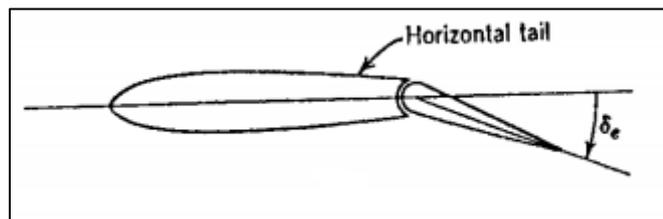
a margem estática à manche fixo é calculada através da equação (31), onde $h = x_{CG}/\bar{c}$

$$M.E_{FIX} = h_n - h \quad (30)$$

3.2.3 Superfície de controle longitudinal

O controle longitudinal de uma aeronave é promovido pelo incremento da força de sustentação nas superfícies sustentadoras quando essas sofrem uma deflexão em torno do eixo y . O estabilizador horizontal pode ser inteiramente capaz de defletir em torno de um ponto de articulação, ou parcialmente através da sua superfície de controle, cuja dimensão é uma fração da corda do estabilizador horizontal, como mostra a Figura 12 abaixo, o sentido horário da deflexão é tomado como positivo. A essa superfície de controle dá-se o nome de profundor.

Figura 12. Representação do profundor de um estabilizador horizontal.



Fonte: (ETKIN, 1959)

Além do incremento de sustentação, devido à localização do estabilizador horizontal surge um braço de momento considerável em relação ao CG da aeronave, promovendo assim um ganho na capacidade de arfagem.

Alguns fatores afetam o projeto de superfícies de controle longitudinais, sendo eles: eficiência de controle; momento gerado na articulação; balanceamento aerodinâmico e de massa.

A eficiência de controle está diretamente relacionada com as dimensões geométricas da superfície, já o momento gerado na articulação é importante para o dimensionamento dos atuadores no mecanismo de deflexão e, juntamente com o balanceamento dos momentos gerados pelas forças aerodinâmicas e de massa para quantificar se o esforço necessário por parte do piloto está dentro dos limites especificados pelas normas de certificação.

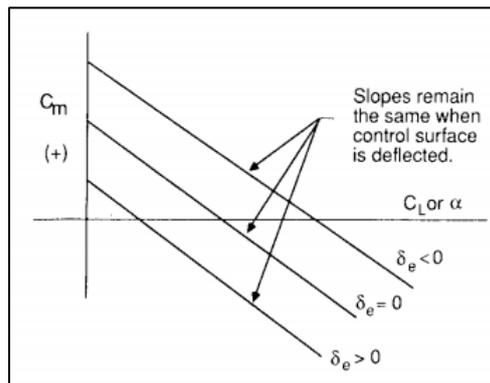
Como mostrado anteriormente a deflexão da superfície de controle gera um acréscimo de sustentação. Na forma adimensionalizada (coeficientes) a representação matemática pode ser feita da seguinte maneira,

$$\Delta C_L = C_{L\delta_e} \delta_e \quad (31)$$

onde $C_{L\delta_e} = dC_L/d\delta_e$. Portanto a expressão para o coeficiente de sustentação da aeronave agora é acrescida da componente de deflexão da superfície de controle,

$$C_L = C_{L_0} + C_{L\alpha} \alpha + C_{L\delta_e} \delta_e \quad (32)$$

Figura 13. Deslocamento da curva devido a deflexão da superfície de controle.



Fonte: (NELSON, 1989).

Graficamente percebe-se que a deflexão da superfície não altera a inclinação da curva C_m versus α , o que ocorre é apenas um deslocamento vertical da mesma, conforme mostra a Figura 13.

Um conseqüente aumento no coeficiente de momento de arfagem é percebido também, devido à variação na sustentação. Analogamente às equações (31) e (32), a expressão para C_m também sofre alteração,

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta_e}} \delta_e \quad (33)$$

os valores de $C_{L_{\delta_e}}$ e $C_{m_{\delta_e}}$ podem ser estimados pelas seguintes expressões,

$$C_{L_{\delta_e}} = \frac{S_t}{S} \eta_t \frac{dC_{L_t}}{d\delta_e} \quad (34)$$

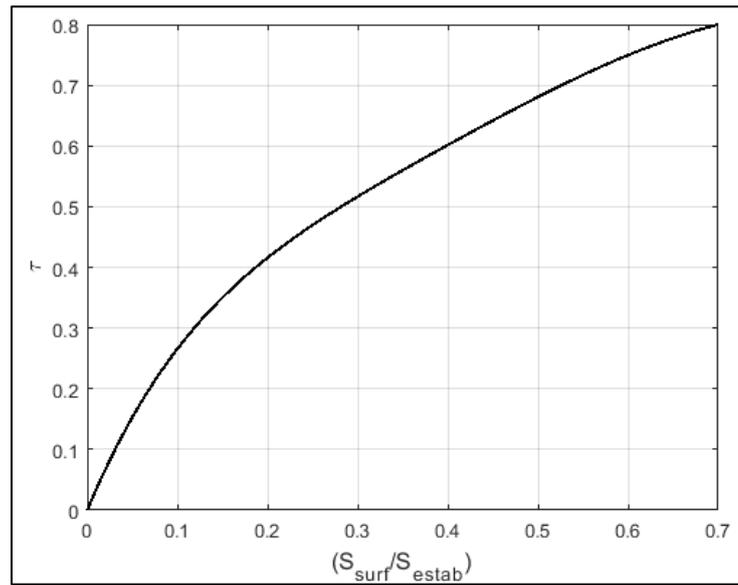
$$C_{m_{\delta_e}} = -V_t \eta_t \frac{dC_{L_t}}{d\delta_e} \quad (35)$$

nas equações (34) e (35) o termo $dC_{L_t}/d\delta_e$ é conhecido como eficiência do profundor e, relaciona a variação da sustentação com o ângulo de ataque no estabilizador horizontal e também a variação do ângulo de ataque com a deflexão da superfície,

$$\frac{dC_{L_t}}{d\delta_e} = \frac{dC_{L_t}}{d\alpha_t} \frac{d\alpha_t}{d\delta_e} = C_{L_{\alpha_t}} \tau \quad (36)$$

o parâmetro τ é encontrado pela relação entre as áreas da superfície de controle e do estabilizador, através da curva exibida na Figura 14.

Figura 14. Estimativa da eficiência da superfície de controle.



Fonte: Autor.

3.2.4 Trimagem longitudinal

Trimar uma aeronave significa que todas as forças e momentos agindo sobre a aeronave estão em equilíbrio. Para um voo reto e nivelado pode-se inferir que a força de sustentação equilibra o peso da aeronave ($L = W$), portanto o C_L para manter essa condição de voo é,

$$C_{L_{TRIM}} = \frac{2W}{\rho V^2 S} \quad (37)$$

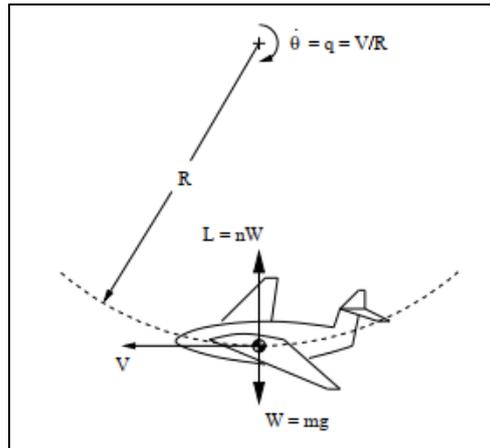
relacionando as equações (32) e (33) para atender as condições de trimagem ($C_L = C_{L_{TRIM}}$ e $C_m = 0$) pode-se encontrar um valor de α e outro de δ_e para determinada condição de voo em determinadas velocidade e altitude. Assim matricialmente têm-se,

$$\begin{bmatrix} C_{L\alpha} & C_{L\delta_e} \\ C_{m\alpha} & C_{m\delta_e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{TRIM} \\ \delta_{e_{TRIM}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{L_{TRIM}} - C_{L_0} \\ -C_{m_0} \end{Bmatrix} \quad (38)$$

3.3 Estabilidade em manobra de *Pull up*

Trata-se de uma manobra longitudinal na qual a aeronave descreve uma trajetória curva com raio e ângulo de ataque constantes, como mostrado pela Figura 15.

Figura 15. Manobra de *Pull up*.



Fonte: (CAUGHEY, 2011).

Na referida manobra, a taxa de arfagem é constante e dada por,

$$q = \frac{V}{R} \quad (39)$$

efetuando a adimensionalização obtêm-se,

$$\hat{q} = \frac{\bar{c}q}{2V} \quad (40)$$

devido à manobra há um incremento na sustentação da aeronave como resultado de um incremento na deflexão do profundor dado por,

$$\Delta C_L = 2\eta_t V_t C_{L\alpha_t} \hat{q} \quad (41)$$

diferenciando a equação (57) com respeito à taxa de arfagem,

$$C_{Lq} = 2\eta_t V_t C_{L\alpha_t} \quad (42)$$

o momento gerado pelo incremento de sustentação na deflexão do profundor é dado por,

$$C_{m_q} = -2\eta_t \frac{l_t}{\bar{c}_W} V_t C_{L\alpha_t} \quad (43)$$

a asa e a fuselagem também contribuem para um amortecimento na arfagem da aeronave, porém devido à dificuldades na obtenção de equacionamento, seus efeitos serão negligenciados aqui.

Para fins de desenvolvimento de expressões posteriores, serão inclusos um “coeficiente de peso” e, um parâmetro de massa relativo descritos por,

$$C_W = \frac{2W}{S_W \rho V^2} \quad (44)$$

$$\mu = \frac{2m}{\rho S_W \bar{c}_W} \quad (45)$$

na manobra de pull up há o surgimento de uma aceleração normal que acomete a aeronave, portanto o balanço de forças na direção vertical é dado por,

$$L - W = m \frac{V^2}{R} \quad (46)$$

devido à essa aceleração, a sustentação deve ser escrita como $L = nW$, onde n representa o fator de carga da manobra. De modo que reescrevendo a equação (62) têm-se,

$$n = 1 + \frac{2\mu\hat{q}}{C_W} \quad (47)$$

para encontrar os incrementos nos ângulos de ataque da aeronave e de deflexão do profundor ($\Delta\alpha$ e $\Delta\delta_e$, respectivamente), parte-se do equilíbrio na equação de momento,

$$C_{m_\alpha}\Delta\alpha + C_{m_{\delta_e}}\Delta\delta_e + C_{m_q}\hat{q} = 0 \quad (48)$$

portanto as expressões para encontrar os incrementos nos ângulos são,

$$\Delta\alpha = \frac{-(n-1)C_W}{\psi} \left[\left(1 - \frac{C_{L_q}}{2\mu}\right) C_{m_{\delta_e}} + \frac{C_{m_q}}{2\mu} C_{L_{\delta_e}} \right] \quad (49)$$

$$\Delta\delta_e = \frac{(n-1)C_W}{\psi} \left[\left(1 - \frac{C_{L_q}}{2\mu}\right) C_{m_\alpha} + \frac{C_{m_q}}{2\mu} C_{L_\alpha} \right] \quad (50)$$

onde,

$$\psi = -C_{L_\alpha}C_{m_{\delta_e}} + C_{m_\alpha}C_{L_{\delta_e}} \quad (51)$$

a posição do ponto neutro da aeronave devido à manobra (h_{man}) pode ser dada por,

$$h_{man} = h_n - \frac{C_{m_q}}{2\mu} \quad (52)$$

a margem estática de manobra pode ser dada por,

$$M.E_{man} = h_{man} - h \quad (53)$$

a variação da deflexão do profundor com o fator de carga é dada por,

$$\frac{d\delta_e}{dn} = -\frac{C_W C_{L\alpha}}{\psi} \left(1 - \frac{C_{Lq}}{2\mu}\right) M \cdot E_{man} \quad (54)$$

3.4 Desempenho de uma Aeronave

A performance atingida pela aeronave em cada etapa e condição de voo caracteriza um importante parâmetro para que juntamente com os requisitos de estabilidade, possa ser verificado se a aeronave consegue cumprir a missão para a qual foi projetada respeitando as exigências de certificação.

Neste trabalho serão analisadas apenas as seguintes condições de voo: voo reto e nivelado e, manobra de *Pull-up*. De modo que, o presente referencial teórico contém apenas o equacionamento para essas etapas.

3.4.1 Estimativa da curva de Polar de Arrasto

De acordo com SCHOLZ (2017), há dois métodos para o cálculo do coeficiente de arrasto em sustentação nula (C_{D_0}), aqui será adotado o método de cálculo de cada componente da aeronave separadamente e, ao final um somatório dos efeitos é contabilizado, conforme a equação,

$$C_{D_0} = \sum_{c=1}^n C_{f,c} \cdot FF_c \cdot Q_c \frac{S_{wet,c}}{S_{ref}} \quad (55)$$

onde, $C_{f,c}$ representa o coeficiente de arrasto de fricção, FF_c representa um fator de forma que leva em conta o arrasto de pressão no componente e, Q_c representa um fator de interferência. O equacionamento de cada uma dessas grandezas para n componentes analisados é encontrado em SCHOLZ (2017).

O arrasto total da aeronave é dado por,

$$C_D = C_{D_0} + k_2 C_L^2 \quad (56)$$

a representação gráfica dos valores de C_D versus C_L para determinada condição de voo (altitude, velocidade) segue o formato de curva mostrado na Figura 16, por exemplo.

A estimativa do fator k_2 é dada por,

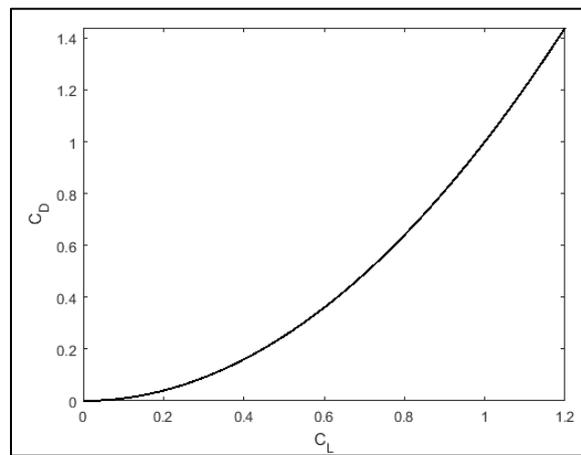
$$k_2 = \frac{1}{\pi e AR} \quad (57)$$

o fator e é conhecido como fator de Oswald e seu cálculo pode ser efetuado segundo a equação (10) contida em NITA e SCHOLZ (2012). A grandeza AR é conhecida como *Aspect Ratio* (Alongamento) e depende dos parâmetros geométricos do componente da seguinte forma,

$$AR = \frac{b^2}{S} \quad (58)$$

a polar de arrasto influencia significativamente todos os cálculos de desempenho subsequentes.

Figura 16. Exemplo de curva de Polar de Arrasto.



Fonte: Autor.

Uma análise interessante consiste em construir a curva da Figura 16 a partir da condição de voo trimado. Portanto considerando asa e estabilizador como componentes da análise, os coeficientes de sustentação podem ser estimados combinando a equação (3) com o valor de α_{TRIM} escrito em termos dos ângulos dos componentes,

$$C_{LW_{TRIM}} = C_{L_{0W}} + C_{L_{\alpha W}} (\alpha_{TRIM} + i_W) \quad (59)$$

$$C_{L_{tTRIM}} = C_{L_{0t}} + C_{L_{\alpha t}} [\alpha_{TRIM} (1 - \varepsilon_\alpha) - \varepsilon_0 - \varepsilon_\alpha i_W + i_t] + C_{L_{\delta e}} \delta_{eTRIM} \quad (60)$$

escrevendo a equação (56) em função de cada componente considerado,

$$C_{D_W} = C_{D_{0W}} + k_{2W} C_{LW_{TRIM}}^2 \quad (61)$$

$$C_{D_t} = C_{D_{0t}} + k_{2t} C_{L_{tTRIM}}^2 \quad (62)$$

a escrita do arrasto e sustentação totais da aeronave, em termos adimensionais é,

$$C_D = C_{D_W} + \eta_t \frac{S_t}{S_W} C_{D_t} \quad (63)$$

$$C_L = C_{LW_{TRIM}} + \eta_t \frac{S_t}{S_W} C_{L_{tTRIM}} \quad (64)$$

portanto, substituindo as equações (63) e (64) na equação (56) a polar para a condição trimada é enfim construída. À partir de uma regressão quadrática dessa curva é possível então obter os valores de (C_{D_0}) e (k_2) da aeronave.

3.4.2 Cálculo de indicadores de desempenho

Utilizando ESHELBY (2000), segue abaixo uma série de equações para quantificar alguns parâmetros de desempenho da aeronave, sendo elas: coeficiente de mínimo arrasto ($C_{L_{MD}}$); velocidade de mínimo arrasto (V_{MD}); eficiência máxima (E_{max}), as demonstrações das equações estão contidas na referência citada e serão omitidas nesse trabalho,

$$C_{LMD} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{k_2}} \quad (65)$$

$$V_{MD} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{LMD}}} \quad (66)$$

$$E_{max} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D_0} k_2}} \quad (67)$$

o alcance (*Range*) da aeronave pode ser estimado com base no alcance específico (*SAR*) e na variação de massa durante o voo, baseado na seguinte equação,

$$R = \int_{W_f}^{W_i} SAR \, dm \quad (68)$$

trabalhando a equação (68), chega-se à uma expressão mais detalhada para o alcance em aeronaves à hélice,

$$R = \frac{\eta E_{max}}{g SFC} \frac{2u^2}{(u^4 + 1)} \ln \omega \quad (69)$$

a grandeza ($u = V/V_{MD}$) representa uma adimensionalização entre a velocidade de voo e a velocidade de mínimo arrasto e, a grandeza ($\omega = W_i/W_f$) uma razão adimensional entre a massa inicial e massa final à cada momento analisado.

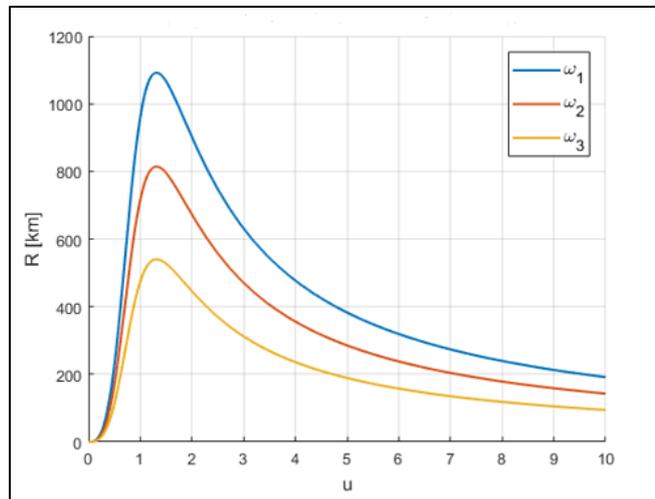
O consumo específico de combustível (*Specific Fuel Consumption*) é dado por,

$$SFC = \frac{Q_f}{P_{sep}} \quad [kg/Ws] \quad (70)$$

onde, Q_f representa o fluxo mássico de combustível em $[kg/s]$ e P_{sep} a potência de eixo do motor (*Shaft Engine Power*) em $[W]$. Para o cálculo de Q_f leva-se em conta a densidade do combustível utilizado pelo motor como, por exemplo, a gasolina de aviação AVGAS cuja densidade é $\rho_{AVGAS} = 720 [kg/m^3]$ e, o valor de P_{sep} geralmente é informado pelo fabricante do motor.

Graficamente, podem-se obter curvas relacionando a expressão da equação (69) em função da razão adimensional u . Conforme o combustível é consumido o alcance aumenta, como exemplifica a Figura 17.

Figura 17. Exemplo da variação do alcance com u e ω em aeronave à jato.



Fonte: Autor.

A autonomia (*Endurance*) da aeronave baseada no alcance específico (*Specific Endurance*) pode ser dada pela expressão abaixo,

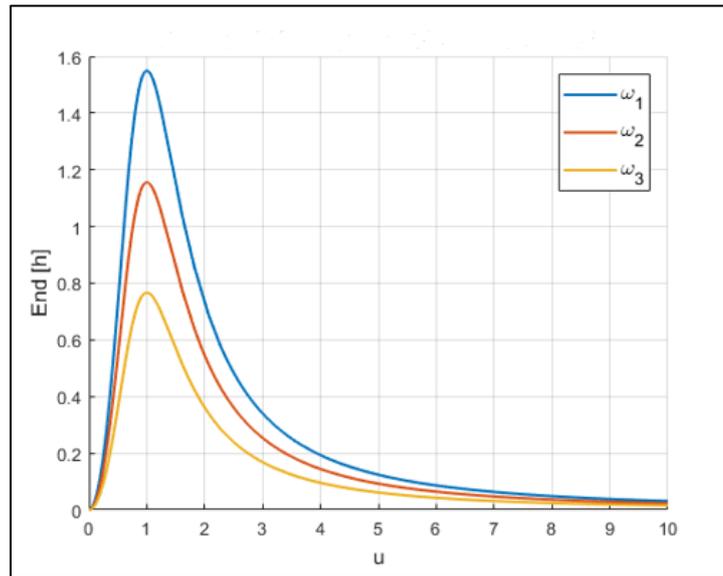
$$End = - \int_{W_i}^{W_f} SE dm \quad (71)$$

expandindo a expressão (71) obtêm-se resultado análogo ao do alcance,

$$End = \frac{\eta}{gSFC} \frac{E_{max}}{V_{MD_i}} \left(\frac{2u}{u^4 + 1} \right) \ln \omega \quad (72)$$

efetuando mais uma vez a relação gráfica com respeito à u e ω , têm-se para a autonomia, de acordo com a Figura 18.

Figura 18. Exemplo da variação da autonomia com u e ω em aeronave à jato.



Fonte: Autor.

3.4.3 Desempenho em Manobra

Quando a aeronave descreve uma operação de manobra seu desempenho é alterado devido à fatores como: surgimento de acelerações angulares; modificação nas equações de equilíbrio. Para esta etapa, todo o embasamento matemático adotado está contido em (HALE, 1984).

Todas as explicações quanto aos equacionamentos mostrados a seguir serão omitidas, mas estão disponíveis na referência citada para consulta. Vale ressaltar que as equações se encontram nas unidades métricas do Sistema Inglês de medições.

O cálculo da velocidade de *stall* na manobra é dado por,

$$V_{ST} = \left[\frac{1100\eta_p(HP/W)(W/S)}{\rho_{FL}(C_{D_0} + k_2C_{L_{max}}^2)} \right]^{1/3} \quad (73)$$

onde, (HP/W) representa uma razão entre a potência desenvolvida pelo motor e o peso da aeronave e, (W/S) representa a carga alar. O fator de carga associado ao *stall* é dado por,

$$n_{ST} = \frac{\rho_{FL}V_{ST}^2C_{L_{max}}}{2(W/S)} \quad (74)$$

o coeficiente de sustentação necessário para realizar a curva é calculado por,

$$C_{L_{man}} = \frac{2n(W/S)}{\rho_{FL}V_{man}^2} \quad (75)$$

o máximo fator de carga suportado pela aeronave durante a manobra é,

$$n_{max} = 0,687 \left\{ \frac{\rho_{FL} \left(550\eta_p(HP/W) \right)^2 E_{max}}{k_2(W/S)} \right\}^{1/3} \quad (76)$$

para a máxima razão de manobra seguem as próximas três equações que fornecem a velocidade, fator de carga e raio de curvatura, respectivamente,

$$V_{FT} = \frac{4k_2(W/S)}{550\eta_p\rho_{FL}(HP/W)} \quad (77)$$

$$n_{FT} = \left\{ 2 - \left[\frac{4k_2(W/S)}{\rho_{FL}E_{max}[550\eta_p(HP/W)]^2} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (78)$$

$$r_{FT} = \frac{V_{FT}^2}{g} \quad (79)$$

para a mínima razão de manobra seguem as próximas três equações que fornecem a velocidade, fator de carga e raio de curvatura, respectivamente,

$$V_{TT} = \frac{8}{3} \frac{k_2(W/S)}{550\eta_p\rho_{FL}(HP/W)} \quad (80)$$

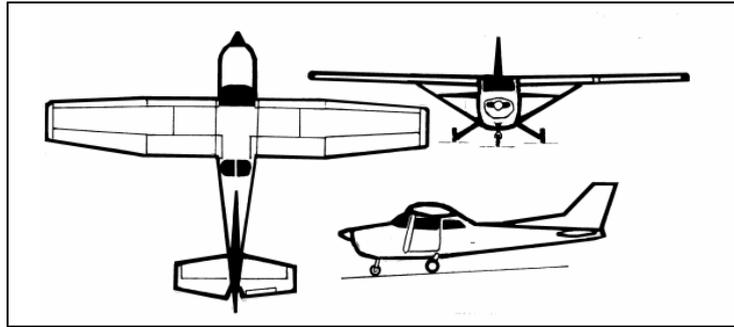
$$n_{TT} = \left\{ \frac{4}{3} - \left[\frac{1,78k_2(W/S)}{\rho_{FL}E_{max}[550\eta_p(HP/W)]^2} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (81)$$

$$r_{TT} = \frac{V_{TT}^2}{g} \quad (82)$$

4 Metodologia

A aeronave objeto de estudo nesse trabalho foi baseada no *Cessna 172-Skyhawk*, ilustrado em três vistas pela Figura 19.

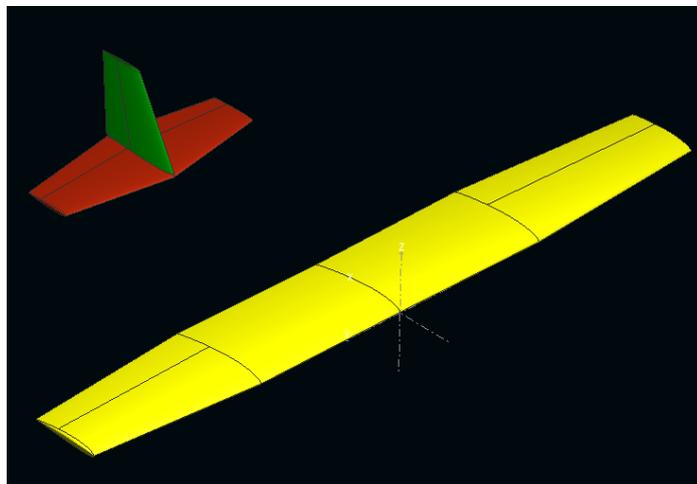
Figura 19. Cessna 172-Skyhawk.



Fonte: (CESSNA AIRCRAFT COMPANY, 1978).

Comparada à aeronave real, foram negligenciados diversos componentes, tais como: fuselagem; conjunto de trem de pouso; barras montante; motor. Tal consideração foi realizada devido aos seguintes fatores: dificuldade de acesso à dados geométricos para a reconstrução em CAD e cálculos; dificuldade em encontrar expressões analíticas para avaliar a contribuição de alguns componentes nos cálculos de estabilidade e desempenho.

Figura 20. Representação esquemática da aeronave modelo.



Fonte: Autor.

De modo que, a aeronave modelo foi construída considerando asa e os estabilizadores horizontal e vertical, bem como suas superfícies de controle. Uma representação esquemática é exibida na Figura 20.

Para os três componentes considerados, foram mantidas as dimensões e posicionamentos geométricos pesquisados principalmente em (CESSNA AIRCRAFT COMPANY, 1978). Os valores encontrados estão dispostos na Tabela 1.

Tabela 1. Dados geométricos da aeronave modelo.

<i>Grandeza</i>	<i>Asa</i>	<i>Estab.Horizontal</i>	<i>Estab.Vertical</i>
<i>Perfil</i>	<i>NACA 2412</i>	<i>NACA 0009</i>	<i>NACA 0009</i>
b [m]	11,04	3,44	1,31
S [m ²]	16,58	3,52	1,34
c_r [m]	1,64	1,31	1,32
c_t [m]	1,14	0,74	0,72
Γ [°]	1,80	0	90
Λ [°]	2,80	9,57	35
ϕ [°]	3	-	-
i [°]	0,087	-1	-
\bar{c} [m]	1,52	1,05	1,05
x_{AC} [m]	0,41	4,80	4,94
AR	7,34	3,36	1,28
λ	0,84	0,57	0,55

Fonte: Autor.

As medidas geométricas referentes à superfície de controle (profundor) foram obtidas através de software de reconhecimento de imagem, utilizando como base a Figura 19. Os valores foram: $S_e = 1,16$ [m²]; $c_e = 0,34$ [m]; $b_e = 3,44$ [m].

Algumas medidas da Tabela 1 foram obtidas através de uma planilha em Excel utilizando linguagem VBA (*Visual Basic for Applications*) desenvolvida por Daniel Prosser e disponibilizada em domínio eletrônico, tais como: \bar{c} ; x_{AC} . Vale ressaltar que o cálculo de x_{AC} foi efetuado adotando como DATUM (posição de referência para a origem da coordenada cartesiana de interesse) o bordo de ataque da asa.

Somente a asa e o estabilizador horizontal bem como sua superfície de controle (profundor) foram utilizados nas análises, pois nesse trabalho apenas foi estudado o comportamento longitudinal da aeronave.

As eficiências aerodinâmicas (η) foram adotadas com o valor ($\eta = 0,9$), pois é bastante difícil estimar seus valores sem ensaios experimentais em túneis de vento e, de acordo com literaturas de projeto, (SADRAEY, 2013), esse valor é bem aceitável. Para todas as análises que se seguem, os coeficientes de sustentação foram estimados analiticamente de acordo com as equações (4) e (5), obedecendo ao critério do valor do alongamento da superfície sustentadora.

Foi considerada apenas uma configuração de distribuição de massa da aeronave, aonde as massas dos componentes foram coletadas de MCIVER (2003) e foi considerado um piloto e um passageiro ambos com massa definida de acordo com o padrão ditado pela FAR (*Federal Administration Regulation*) de 86 kg. Portanto o peso adotado foi de $W = 96,15$ [kN].

Para o motor, foi encontrado em (CESSNA AIRCRAFT COMPANY, 1978) a potência de *brake engine power* como $bep = 180$ HP. A eficiência do motor foi adotada como sendo $\eta_p = 0,8$.

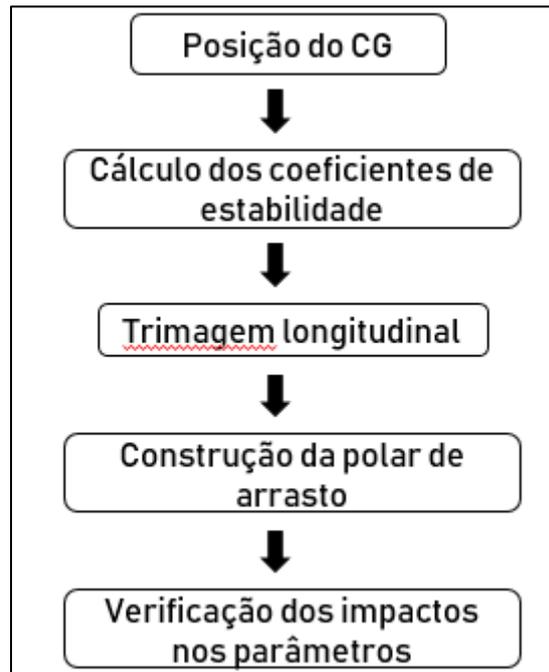
Para a faixa de CG analisada, adotou-se o ponto mais traseiro como sendo bem próximo ao ponto neutro e, os demais pontos foram arbitrados. Mais uma vez, foi considerada apenas a variação longitudinal (*eixo x*) da posição do CG.

A partir de então, os cálculos referentes à estabilidade estática longitudinal foram realizados para cada posição do CG e, posteriormente forneceram dados para realizar a trimagem longitudinal da aeronave. Para a condição trimada foram construídas as curvas da polar de arrasto.

O procedimento do parágrafo anterior foi repetido para as três análises, uma levando em conta apenas os efeitos de variação de velocidade de voo à uma altitude constante e, uma segunda análise onde a velocidade foi variada para diferentes valores de altitude de voo e, finalmente uma terceira onde a aeronave à partir da condição trimada realiza uma manobra de *pull up* para diferentes altitudes.

O fluxograma da Figura 21, ilustra a sequência de passos adotados durante as análises realizadas.

Figura 21. Fluxograma dos procedimentos adotados nas análises.



Fonte: Autor.

5 Análise de Resultados

5.1 1ª Análise – Voo reto e nivelado à 8000 ft, variando a velocidade à altitude constante

Os valores de posicionamento de CG adotados, foram dispostos na Tabela 2 abaixo.

Tabela 2. Posições adotadas para o CG, em fração da corda média aerodinâmica.

<i>Posição</i>	l_{CG_1} [m]	l_{CG_2} [m]	l_{CG_3} [m]	l_{CG_4} [m]	l_{CG_5} [m]
<i>Valores</i>	0,1999	0,2725	0,3450	0,4175	0,4899

Fonte: Autor.

Para essa análise foi calculada a velocidade de estol da aeronave na altitude considerada, ela representou a mínima velocidade de voo do intervalo de variação, já o valor máximo foi adotado de acordo com CESSNA AIRCRAFT COMPANY (1978) como sendo a velocidade de cruzeiro do Cessna 172 à 8000 ft. A Tabela 3 exhibe os valores de velocidade.

Tabela 3. Velocidades adotadas na análise.

	V_1 [m/s]	V_2 [m/s]	V_3 [m/s]	V_4 [m/s]	V_5 [m/s]
<i>Valores</i>	28,57	37,38	46,18	54,99	63,79

Fonte: Autor.

Através das equações da seção 3.1.2 foram estimados os coeficientes de sustentação devido às contribuições da asa e do estabilizador horizontal. Com esses valores, foi quantificada a interferência do posicionamento do CG no que diz respeito à estabilidade estática longitudinal da aeronave, os resultados encontram-se sumarizados na Tabela 4.

Tabela 4. Resumo dos principais parâmetros de estabilidade estática longitudinal.

	l_{CG_1}	l_{CG_2}	l_{CG_3}	l_{CG_4}	l_{CG_5}
C_{m_α} [rad^{-1}]	-1,5420	-1,1709	-0,7999	-0,4288	-0,0578
C_{m_0}	0,0064	0,0236	0,0408	0,058	0,0752
h_n	0,5012	0,5012	0,5012	0,5012	0,5012
$M.E$	0,3013	0,2288	0,1563	0,0838	0,0113

Fonte: Autor.

Pelos resultados obtidos, foi observado que posições mais traseiras do CG prejudicam a estabilidade estática longitudinal, pois diminuem a inclinação da curva característica como exemplificado pela Figura 8, porém para as posições l_{CG} adotadas a aeronave não perdeu a estabilidade. O ponto neutro permaneceu inalterado, pois pelo equacionamento adotado ele se mostrou independente do posicionamento do centro de gravidade da aeronave.

Não foram percebidos efeitos da variação de velocidade de voo no cálculo dos parâmetros de estabilidade estática longitudinal, conforme equacionamento apresentado pela seção 3.2.

Diferentes valores de velocidade influenciam a trimagem longitudinal da aeronave, como mostrado pela equação (37), de modo que um aumento na velocidade acarreta em redução no C_L necessário para trimar naquela condição.

Além disso, diferentes posições do CG ao longo da corda média aerodinâmica provocam mudanças nos coeficientes de estabilidade estática longitudinal e, conseqüentemente alteram a condição de trimagem da aeronave. A combinação desses dois efeitos (variações na velocidade e no posicionamento do CG) pode ser vista na Tabela 5 através da influência na deflexão da superfície de controle e na Tabela 6 através da alteração no ângulo de ataque da aeronave, onde cada linha representa o posicionamento do CG e cada coluna as velocidades consideradas.

Tabela 5. Variação na deflexão do profundor devido mudanças na velocidade e posição do CG.

	δ_{e_1}	δ_{e_2}	δ_{e_3}	δ_{e_4}	δ_{e_5}	δ_{e_6}	δ_{e_7}	δ_{e_8}	δ_{e_9}	$\delta_{e_{10}}$
l_{CG_1}	-28,37	-21,63	-17,01	-13,71	-11,27	-9,41	-7,96	-6,81	-5,88	-5,13
l_{CG_2}	-19,87	-14,89	-11,48	-9,04	-7,23	-5,86	-4,79	-3,94	-3,26	-2,7

	δ_{e_1}	δ_{e_2}	δ_{e_3}	δ_{e_4}	δ_{e_5}	δ_{e_6}	δ_{e_7}	δ_{e_8}	δ_{e_9}	$\delta_{e_{10}}$
l_{CG_3}	-11,82	-8,5	-6,24	-4,62	-3,42	-2,5	-1,79	-1,23	-0,77	-0,4
l_{CG_4}	-4,19	-2,46	-1,27	-0,43	0,20	0,68	1,05	1,34	1,58	1,78
l_{CG_5}	3,06	3,29	3,45	3,56	3,64	3,7	3,75	3,79	3,82	3,85

Fonte: Autor.

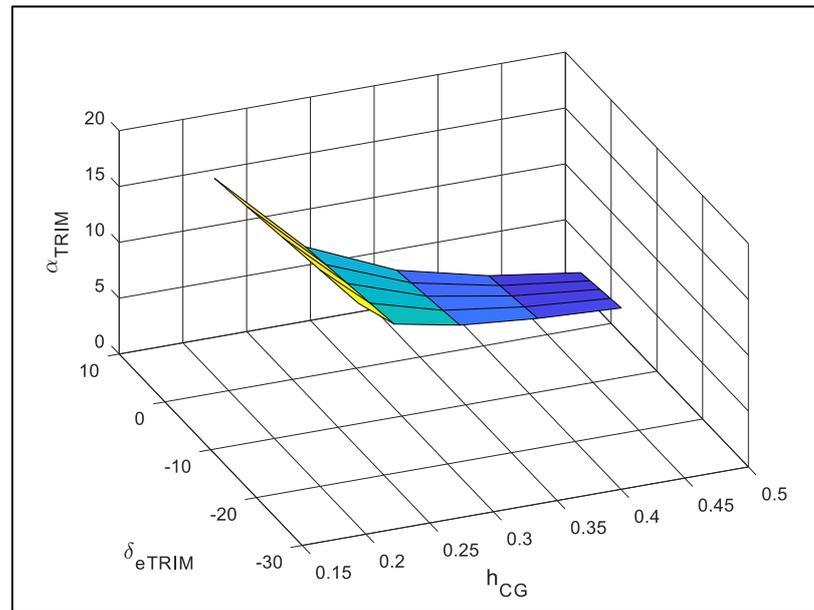
Tabela 6. Variação no ângulo de ataque da aeronave devido mudanças na velocidade e posição do CG.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}
l_{CG_1}	19,97	15,28	12,07	9,77	8,07	6,78	5,77	4,97	4,33	3,8
l_{CG_2}	19,35	14,79	11,67	9,43	7,78	6,52	5,54	4,77	4,14	3,63
l_{CG_3}	18,77	14,33	11,29	9,11	7,5	6,28	5,33	4,57	3,96	3,46
l_{CG_4}	18,21	13,89	10,93	8,81	7,24	6,05	5,12	4,38	3,79	3,3
l_{CG_5}	17,69	13,48	10,59	8,52	6,99	5,83	4,92	4,2	3,63	3,15

Fonte: Autor.

Em ambas tabelas os valores foram representados em graus. Conforme o CG assume uma posição mais traseira e a velocidade da aeronave aumenta, o valor da deflexão da superfície necessária para a trimagem, diminui. Avaliando apenas pelo ponto de vista da variação da velocidade esse resultado era esperado, pois o aumento da velocidade diminui o valor de sustentação exigido na trimagem, conseqüentemente o profundor deflete menos. A Figura 22, exibe um plot tridimensional onde é possível avaliar melhor os dados da Tabela 10 e Tabela 11, relacionando a trimagem com o passeio do CG da aeronave.

Figura 22. *Plot* tridimensional para expressar as tabelas anteriores.



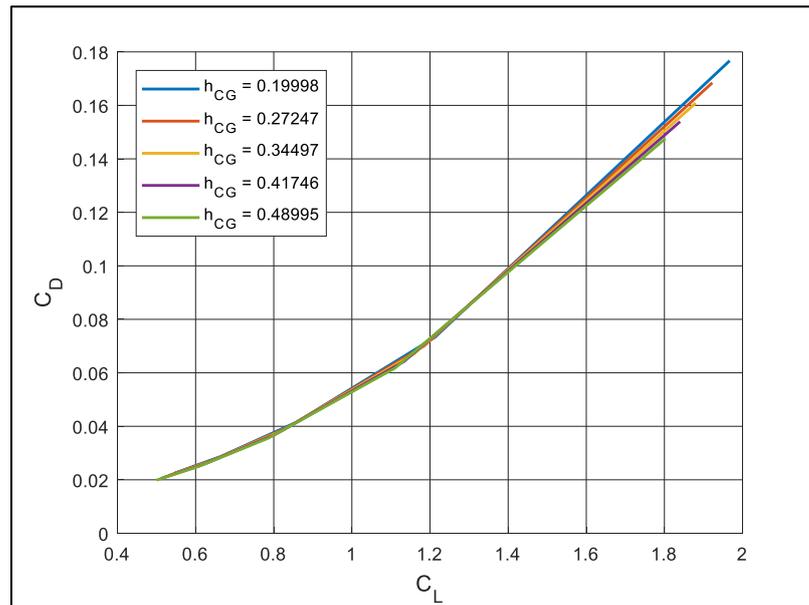
Fonte: Autor.

Comportamento análogo foi observado quanto ao ângulo de ataque da aeronave, pois o aumento em seu valor tem o intuito de aumentar a sustentação da aeronave, porém mais uma vez, a sustentação exigida decresce com a velocidade, diminuindo assim a necessidade de α elevado.

Do ponto de vista da posição do CG e analisando pela equação (11), apenas para a posição l_{CG_1} o centro aerodinâmico apresenta-se atrás do CG da aeronave fazendo com que a asa contribua positivamente para a estabilidade estática longitudinal, de acordo com o critério da equação (7), nos demais posicionamentos a asa tende a um momento de *nose up* na aeronave.

Admitindo que os esforços aerodinâmicos se mantenham concentrados no centro aerodinâmico da corda média aerodinâmica, quanto mais traseira a posição do CG, maior o momento de *nose up* gerado pela asa. Uma vez que, o estabilizador horizontal possui um ângulo de incidência negativo, quanto menor a deflexão do profundor no sentido anti-horário, maior a sustentação gerada de maneira a contrapor o momento desestabilizante da asa, trazendo a aeronave para a condição trimada.

Figura 23. Curvas da polar de arrasto para cada posicionamento do CG da aeronave.



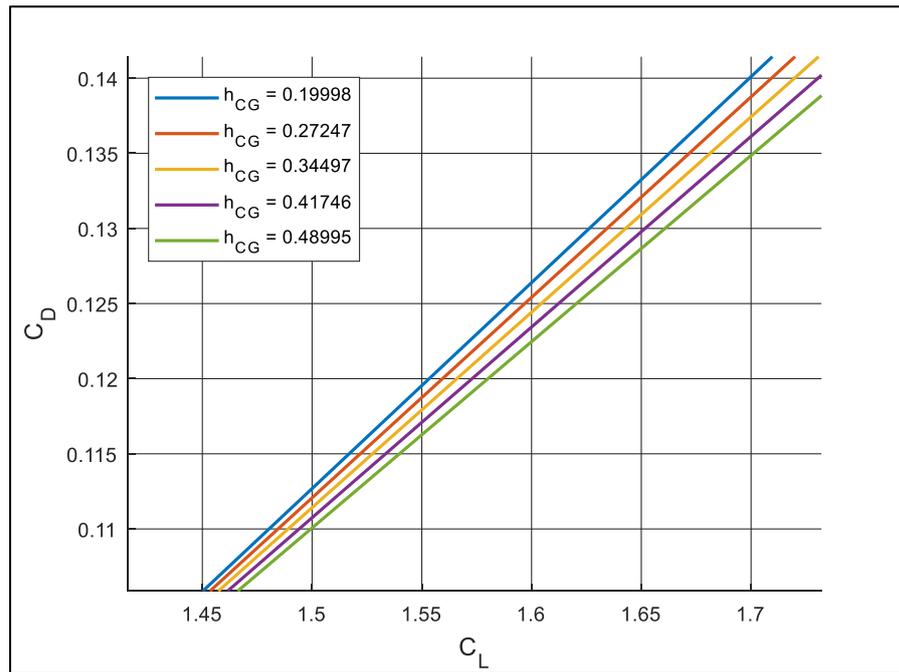
Fonte: Autor.

Partindo então da condição de trimagem longitudinal, foram construídas as curvas da polar de arrasto, uma para cada posicionamento do CG, conforme a Figura 23.

O efeito do posicionamento do CG da aeronave foi percebido no cálculo do coeficiente de sustentação, pois ele afeta diretamente a trimagem e conseqüentemente os ângulos de deflexão necessários.

Pela formulação de C_D , a estimativa de duas grandezas foram fundamentais para a construção da polar de arrasto sendo elas, C_{D_0} e k_2 . A velocidade representou a variável dessa análise e, como ela é levada em conta no cálculo de C_{D_0} de cada componente, conforme (SCHOLZ, 2017), o valor do coeficiente de arrasto parasita sofreu alterações mesmo que bem pequenas. O cálculo da grandeza k_2 levou em conta C_{D_0} , por isso também se modificou ao longo do aumento da velocidade de voo, também de maneira discreta. De modo que, conforme o posicionamento mais traseiro do CG e o aumento da velocidade, as curvas sofreram um deslocamento vertical e horizontal no sentido de retração nos valores de C_D e aumento nos valores de C_L , a Figura 24 mostra o conteúdo da Figura 23 em detalhes, sendo possível perceber o deslocamento nas curvas, onde mesmo que pequeno, o efeito da velocidade modificou a polar de arrasto da aeronave.

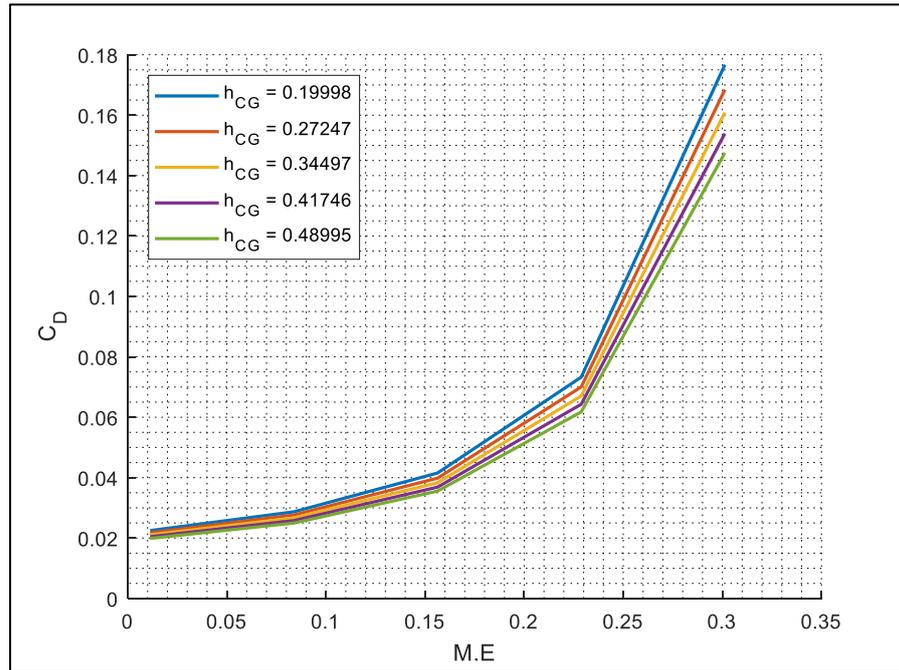
Figura 24. Detalhe das curvas de polar de arrasto.



Fonte: Autor.

O aumento no arrasto total da aeronave se deu principalmente à componente de arrasto induzido, preponderante em relação ao arrasto de forma para essa análise. Menor margem estática (ou seja, CG mais traseiro) exigiu maiores ângulos de trimagem, interferindo diretamente no valor de C_L (termo quadrático na equação (56)), assim graficamente, a Figura 25 mostra a curva de crescimento do arrasto para cada valor de velocidade.

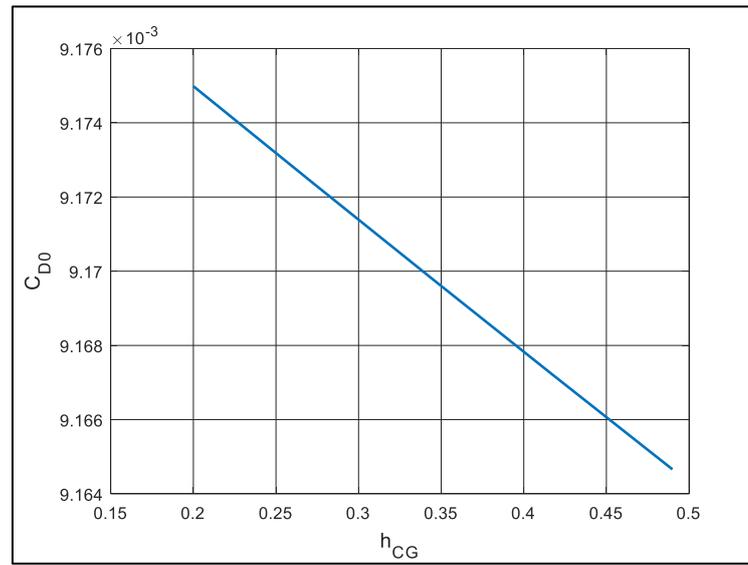
Figura 25. Aumento do arrasto com a diminuição da margem estática.



Fonte: Autor.

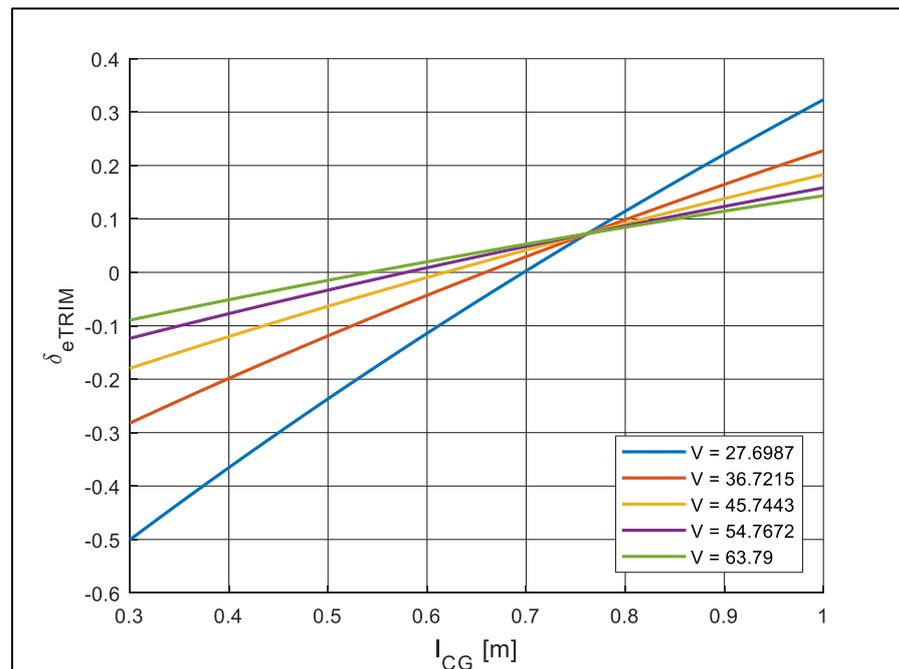
Por outro lado, a posição do CG da aeronave também influenciou o arrasto parasita alterando os valores de (Re) e (Ma) do escoamento no cálculo de C_{D_0} de cada componente, de modo que o passeio do CG em direção à parte traseira da aeronave diminuiu (mesmo que pouco) o arrasto de forma conforme mostra a Figura 26.

Figura 26. Influência da posição do CG no arrasto parasita da aeronave.



Fonte: Autor.

Figura 27. Variação de V e l_{CG} na deflexão do profundor.



Fonte: Autor.

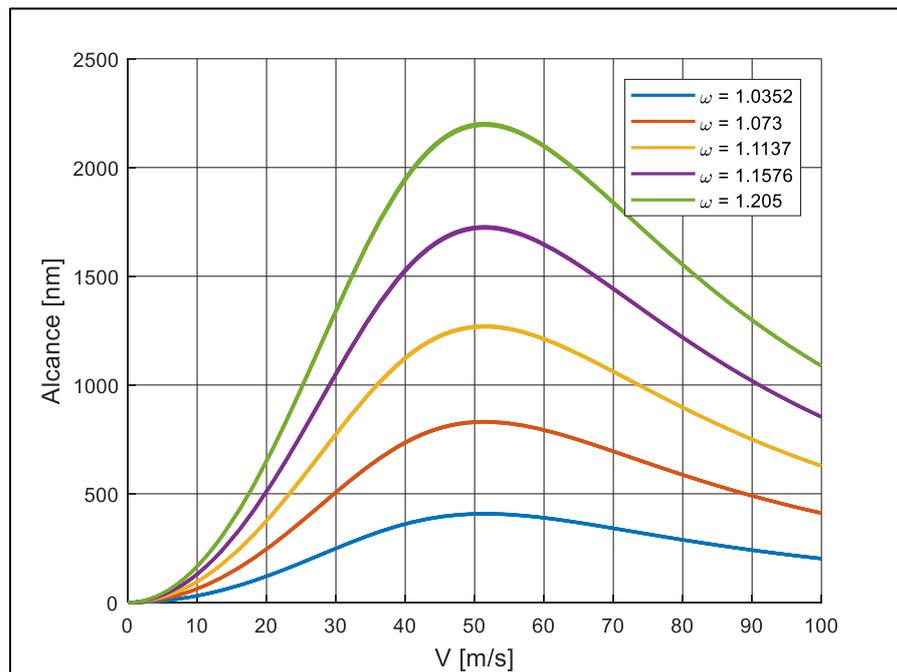
Analisando mais uma vez a Tabela 5, variações na velocidade e no posicionamento do CG da aeronave interferem diretamente na deflexão da superfície de controle (profundor).

Aumentos em V e em l_{CG} exigem maiores deflexões, como mostrado na Figura 27. Onde, cada curva representa uma velocidade V aumentando a deflexão para cada valor de l_{CG} .

O gráfico da Figura 27 foi construído através da reescrita da equação (38) para δ_{eTRIM} onde, C_{m_α} e C_{m_0} foram adotados em função da posição do CG da aeronave, de modo que C_{m_α} diminui e C_{m_0} aumenta com o deslocamento traseiro do CG. Ainda pela Figura 27, foi possível perceber que bem próximo ao ponto neutro o comportamento se inverte. Porém, as medidas dos pontos além de h_n não são analisadas pois a aeronave entra na zona de instabilidade.

A análise pela equação (69) mostrou que alguns dos parâmetros, tais como, E_{max} e V_{MD} dependem fortemente de alterações na polar de arrasto da aeronave de modo que como mostrado, essa curva se altera devido a variações na velocidade, assim o alcance da aeronave foi também influenciado pela posição do CG da aeronave, como mostrado na Figura 28.

Figura 28. Variação no alcance da aeronave com o passeio do CG.

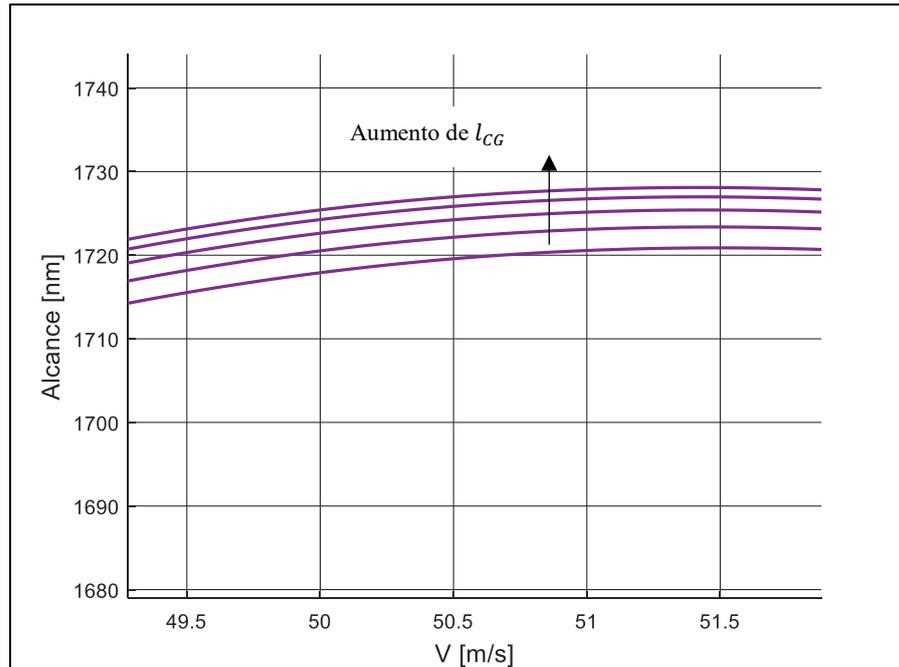


Fonte: Autor.

No gráfico, cada conjunto de curvas representa uma razão adimensional de pesos (ω) que ao aumentar (maior consumo no combustível) faz crescer o alcance da aeronave. Porém, cada um dos cinco conjuntos de curvas exibidas está sujeito às variações na polar de arrasto,

como dito anteriormente. Efetuando um *zoom* na Figura 28 e analisando na condição de máximo alcance para uma aeronave à hélice ($V = V_{MD}$), obteve-se a Figura 29.

Figura 29. Detalhe da influência da polar de arrasto no alcance da aeronave.

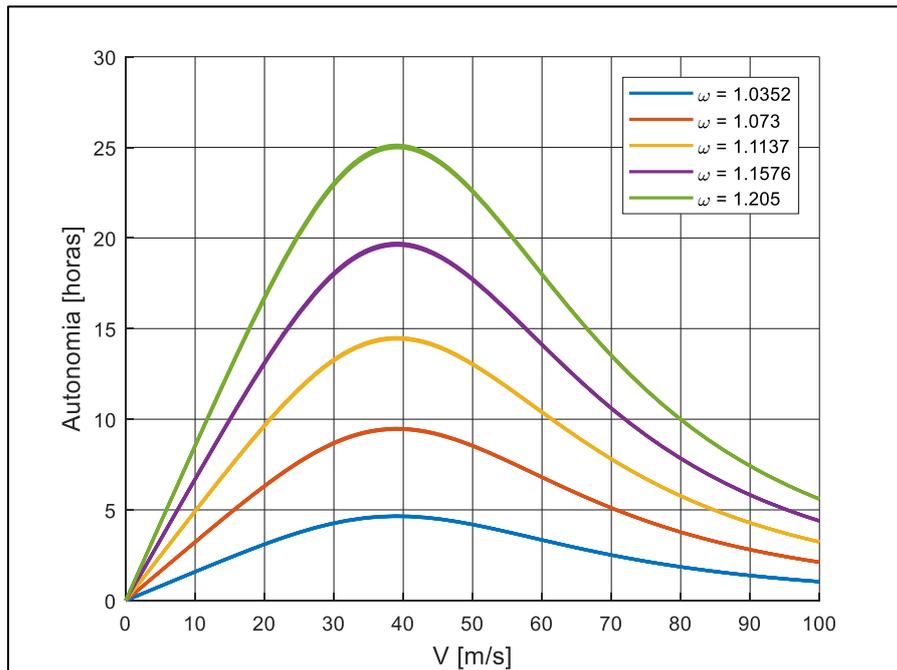


Fonte: Autor.

Percebeu-se que, conforme o CG se deslocou para trás, o valor do alcance aumentou, analisando pela condição de alcance máximo o maior aumento foi de cerca de 2 *nm*. Embora o valor seja pequeno e percentualmente insignificante, mostrou a influência da posição do CG nesse importante quesito de performance da aeronave.

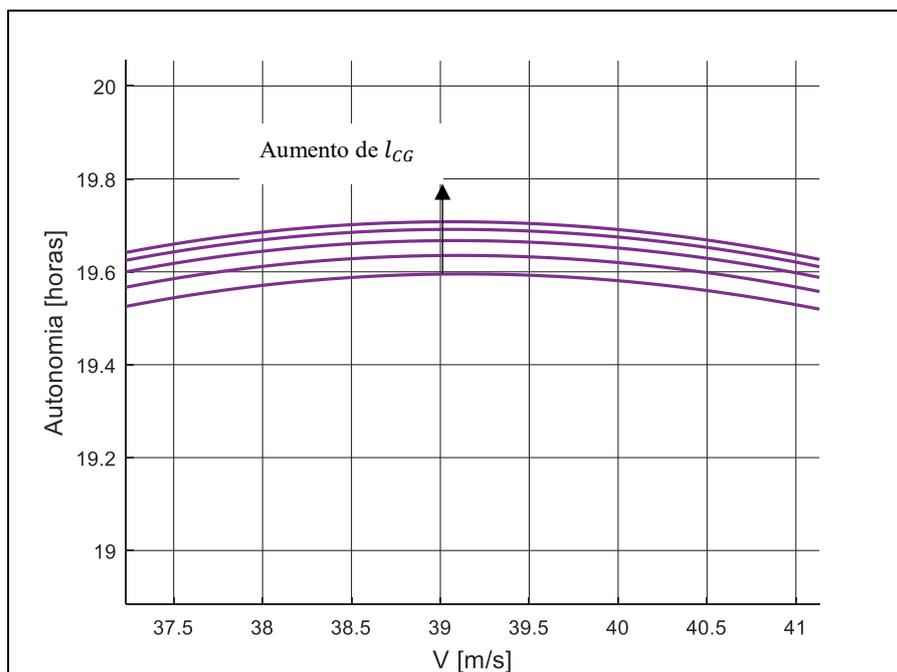
Comportamento análogo foi percebido também ao realizar a análise de autonomia pela equação (72) e, mais uma vez para cada um dos cinco conjuntos de curvas há outras cinco mostrando como os parâmetros da polar de arrasto influenciam a autonomia da aeronave. A Figura 30 ilustra,

Figura 30. Variação na autonomia da aeronave com o passeio do CG.



Fonte: Autor.

Figura 31. Detalhe da influência da polar de arrasto na autonomia da aeronave.



Fonte: Autor.

Analisando pela condição de máxima autonomia para uma aeronave à hélice, onde a condição é ($V = 0,76V_{MD}$), novamente o maior aumento foi cerca de 0,04 horas (2,4 minutos), a Figura 31 representa graficamente o comportamento,

Vale ressaltar que os valores de alcance e autonomia da aeronave real (Cessna 172) tomada como base, não devem ser comparados com os resultados do modelo considerado nesse trabalho. O modelo de aeronave aqui representado, negligencia muitos componentes como: fuselagem, trem de pouso, barras montante e, outros que influenciariam significativamente os coeficientes da polar de arrasto e desse modo exibiriam valores mais palpáveis sobre o desempenho.

5.2 2ª Análise - Voo reto e nivelado para diferentes altitudes e velocidades

Afim de identificar como o posicionamento do CG interfere na estabilidade e no desempenho da aeronave em diferentes altitudes, foi realizada uma segunda análise. Nela foi analisado o comportamento da aeronave em cinco diferentes altitudes e, em cada uma delas manteve-se uma variação da velocidade de voo seguindo o mesmo critério da análise anterior.

Com relação ao cálculo dos parâmetros de estabilidade presentes na Tabela 4, não foi percebida nenhuma mudança, mesmo com a adição do efeito de variação na altitude de voo analisada. Portanto os dados da Tabela 4 também foram válidos para essa análise.

As altitudes consideradas encontram-se dispostas na Tabela 7.

Tabela 7. Altitudes consideradas e, respectivas densidades do ar atmosférico.

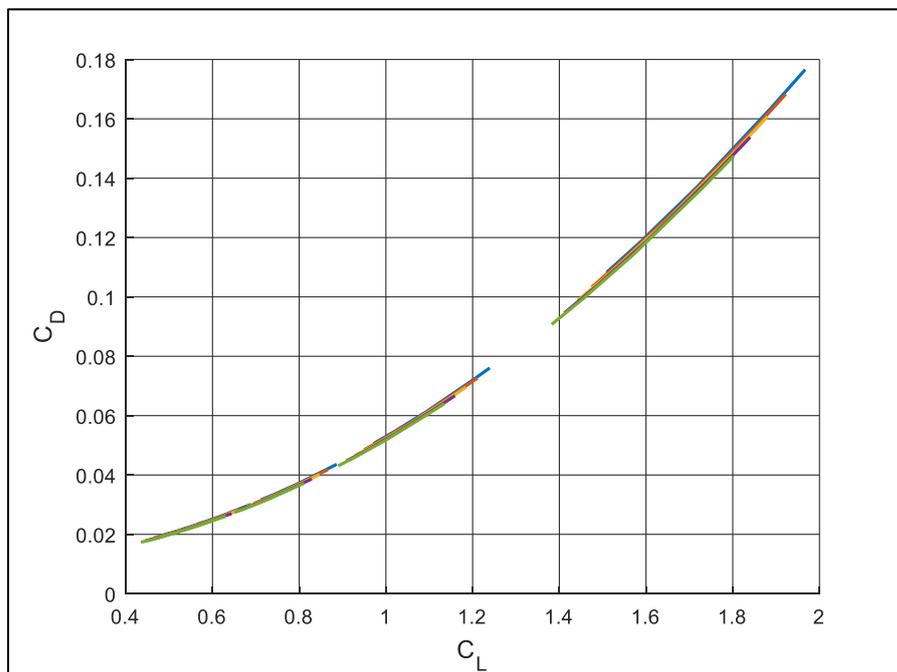
<i>Altitude [ft]</i>	ρ [kg/m^3]
0	1,225
2000	1,155
5000	1,056
8500	0,948
10000	0,905

Fonte: Autor.

Assim como na 1ª análise, partiu-se da condição trimada para a geração das curvas da polar de arrasto. Antes, considerando apenas o aumento da velocidade o C_L exigido para a trimagem diminuía, porém a adição do efeito de altitude inverteu o raciocínio.

Além do mais, os números de Reynolds e Mach sofreram maior influência com o aumento de altitude, modificando assim os valores de C_{D_0} e de k_2 de maneira mais significativa do que os da primeira análise. A Figura 32 exhibe as curvas.

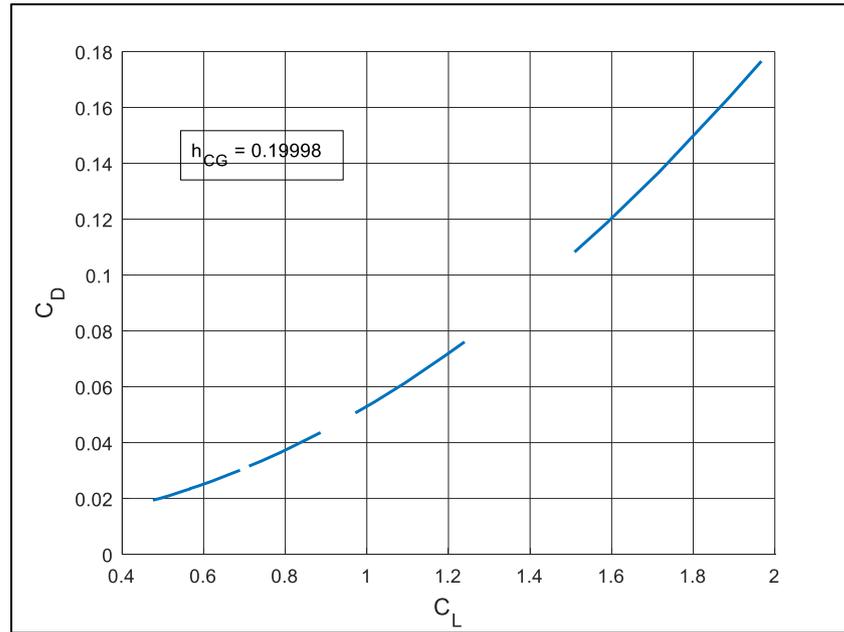
Figura 32. Polar de arrasto com variação na velocidade e altitude de voo.



Fonte: Autor.

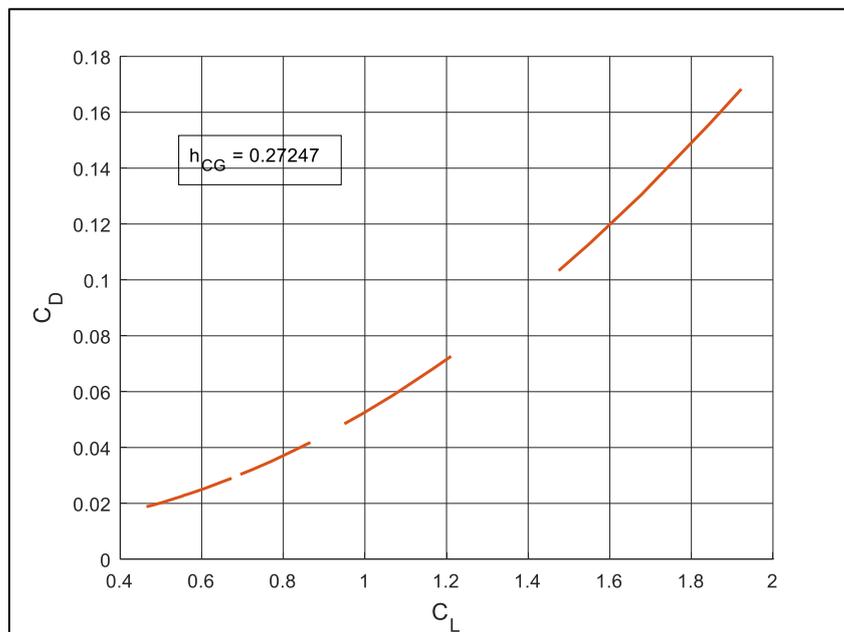
Notou-se que agora há cinco conjuntos com cinco curvas cada, devido à combinação de efeitos de velocidade e altitude, uma visualização mais próxima foi obtida através do desmembramento da Figura 32 na série de imagens dispostas abaixo, sendo uma para cada influência de posicionamento do CG. Da Figura 33 até a Figura 37 foi possível identificar que quanto mais traseira a posição do CG, menor o valor de C_L , devido a influência da densidade do ar, porém também percebeu-se que posições mais traseiras de CG diminuíram os valores de C_D .

Figura 33. Detalhe das variações em C_D e C_L para l_{CG_1} .



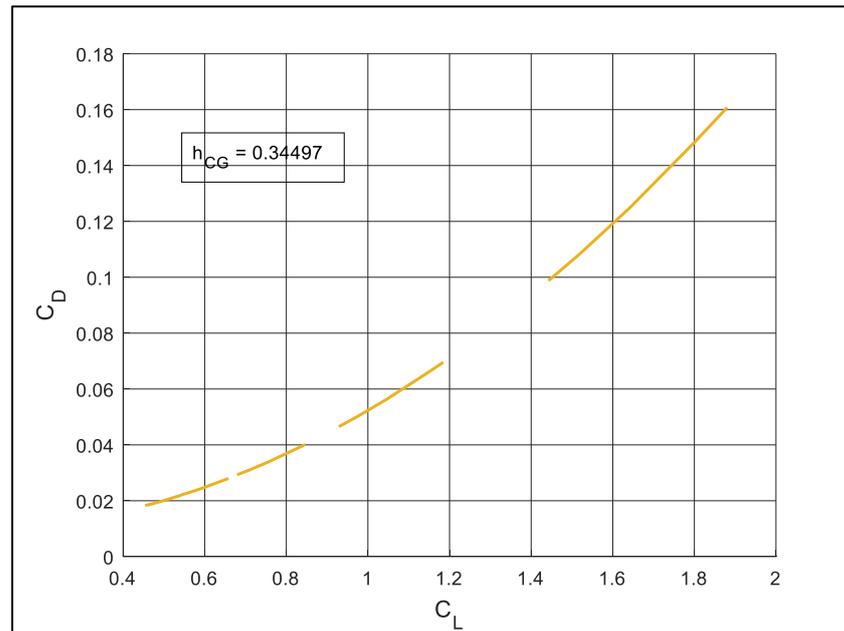
Fonte: Autor.

Figura 34. Detalhe das variações em C_D e C_L para l_{CG_2} .



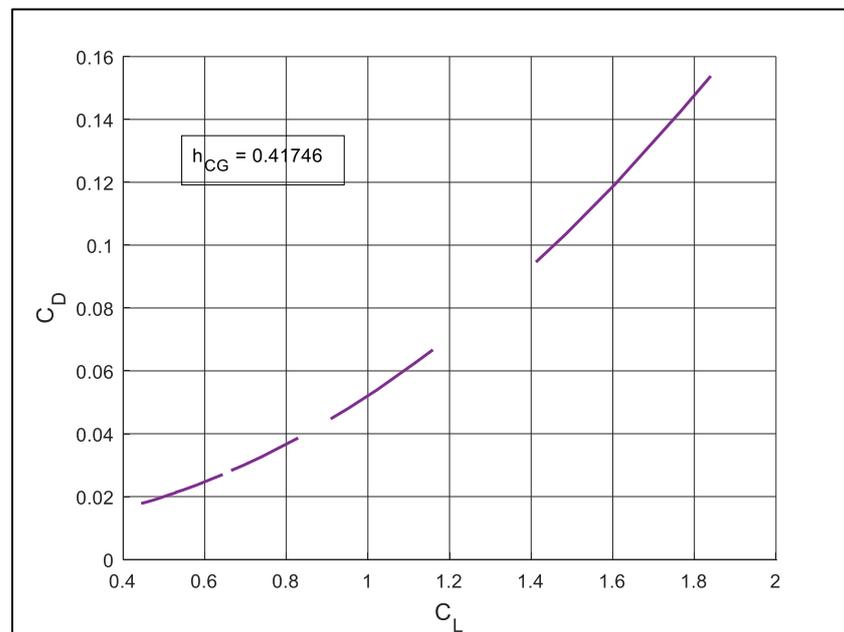
Fonte: Autor.

Figura 35. Detalhe das variações em C_D e C_L para l_{CG_3} .

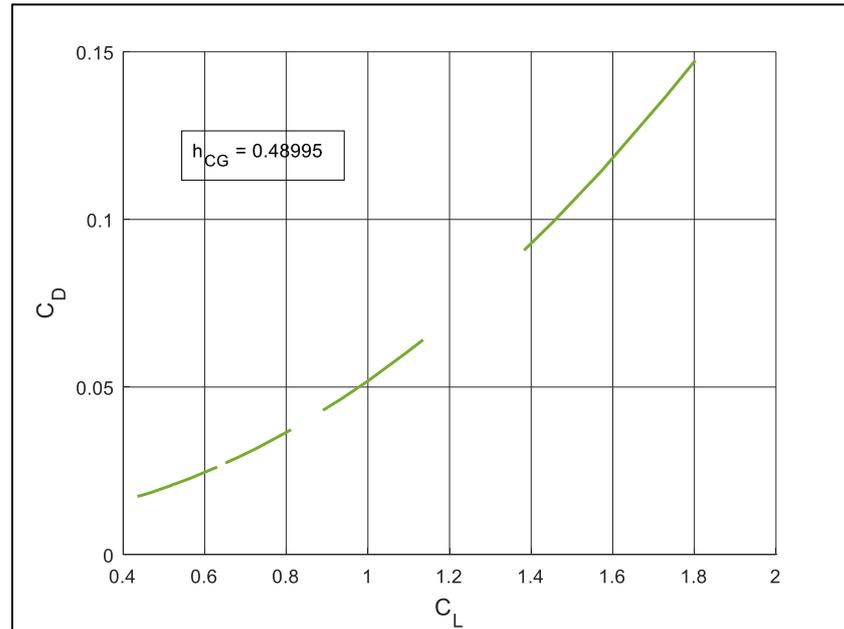


Fonte: Autor.

Figura 36. Detalhe das variações em C_D e C_L para l_{CG_4} .



Fonte: Autor.

Figura 37. Detalhe das variações em C_D e C_L para l_{CG_5} .

Fonte: Autor.

Das curvas acima e, através de uma regressão quadrática pode-se observar uma variação nos parâmetros da equação (56) ligeiramente maior do que na primeira análise.

Tabela 8. Parâmetros das curvas de polar de arrasto obtidos por regressão.

	l_{CG_1}	l_{CG_2}	l_{CG_3}	l_{CG_4}	l_{CG_5}
k_2	0,0428	0,0427	0,0426	0,0425	0,0425
C_{D_0}	0,0091	0,0091	0,0091	0,0091	0,0091

Fonte: Autor.

Na Tabela 9 foram colocados os principais cálculos de desempenho, destaque para E_{max} que aumentou bastante com a altitude, bem como a velocidade de mínimo arrasto V_{MD} .

Tabela 9. Principais resultados influenciados pelos parâmetros da polar de arrasto.

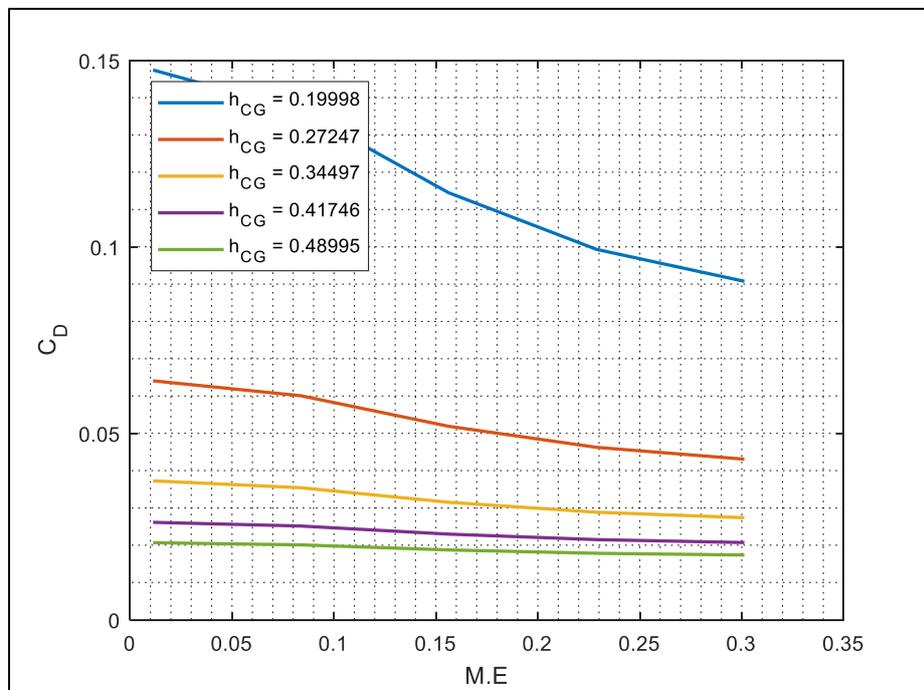
	$\rho_1 [kg/m^3]$	$\rho_2 [kg/m^3]$	$\rho_3 [kg/m^3]$	$\rho_4 [kg/m^3]$	$\rho_5 [kg/m^3]$
$C_{L_{MD}}$	0,4625	0,4631	0,4635	0,4638	0,4640

	ρ_1 [kg/m^3]	ρ_2 [kg/m^3]	ρ_3 [kg/m^3]	ρ_4 [kg/m^3]	ρ_5 [kg/m^3]
V_{MD} [m/s]	45,6749	47,0116	49,1506	51,8444	53,0625
V_{MP} [m/s]	34,7055	35,7211	37,3464	39,3932	40,3188
E_{max}	25,2757	25,3105	25,3385	25,3600	25,3749
C_{LMP}	0,8011	0,8021	0,8028	0,8034	0,8037
V_{stall} [m/s]	24,5570	25,2913	26,4548	27,9143	28,5763

Fonte: Autor.

A diminuição do arrasto total da aeronave foi mais acentuada para as posições mais dianteiras do CG, quanto mais próximo da região do ponto neutro, o valor de C_D tendeu à uma constante, como mostrado pela Figura 38.

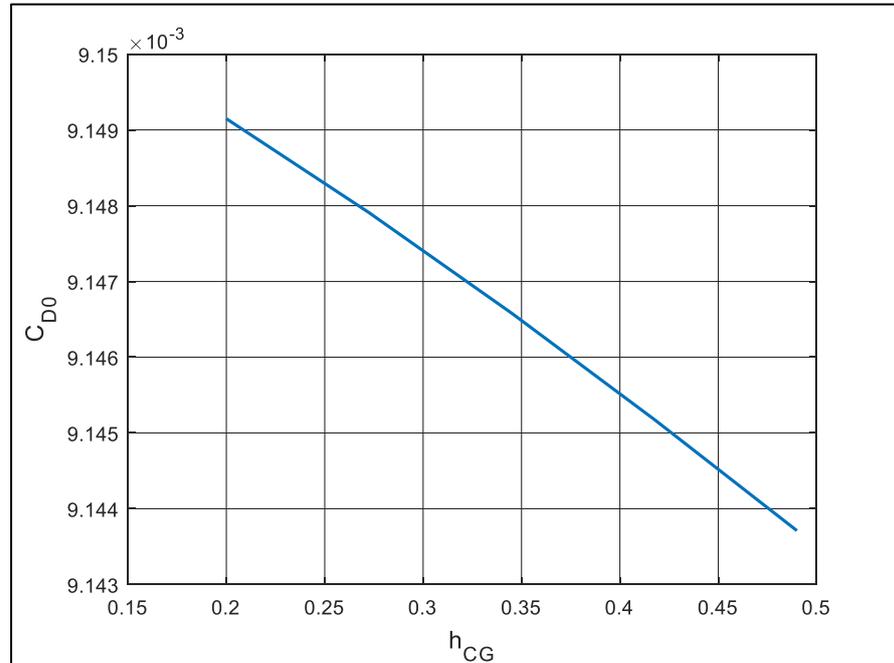
Figura 38. Aumento do arrasto na aeronave com a posição do CG.



Fonte: Autor.

O arrasto parasita também decresceu conforme o CG assumia posições mais traseiras, como ilustrado pela Figura 39.

Figura 39. Decréscimo em C_{D_0} devido à posição do CG.



Fonte: Autor.

Com os efeitos de altitude e velocidade acoplados ao passeio do CG, a deflexão da superfície de controle (profundor) e o ângulo de ataque da aeronave sofreram alterações. Para exemplificação foram mostradas na Tabela 10 e na Tabela 11 os valores influenciados pela posição l_{CG_1} do CG, respectivamente.

Tabela 10. Deflexões do profundor para diferentes altitudes e velocidades em l_{CG_1} .

	δ_{e_1}	δ_{e_2}	δ_{e_3}	δ_{e_4}	δ_{e_5}
l_{CG_1}	-20,85	-12,03	-7,75	-5,35	-3,88
l_{CG_2}	-22,14	-12,78	-8,24	-5,70	-4,14
l_{CG_3}	-24,26	-14,02	-9,05	-6,27	-4,56
l_{CG_4}	-27,05	-15,65	-10,12	-7,03	-5,13
l_{CG_5}	-28,37	-16,42	-10,63	-7,38	-5,39

Fonte: Autor.

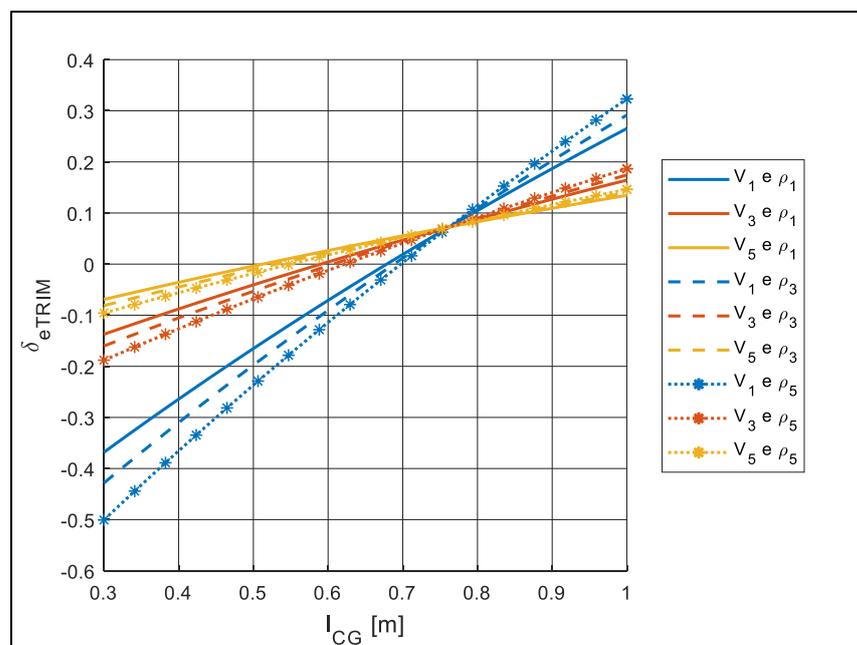
Tabela 11. Deflexões do ângulo de ataque para diferentes altitudes e velocidades com CG na posição l_{CG_1} .

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
l_{CG_1}	14,74	8,60	5,63	3,96	2,94
l_{CG_2}	15,63	9,13	5,97	4,20	3,12
l_{CG_3}	17,11	9,99	6,53	4,60	3,41
l_{CG_4}	19,05	11,12	7,28	5,13	3,80
l_{CG_5}	19,96	11,66	7,63	5,37	3,96

Fonte: Autor.

Para as duas tabelas acima, as linhas representam variação na altitude e as colunas variação na velocidade de voo. Pelos resultados exibidos, foi possível notar que a velocidade foi a variável dominante na trimagem, pois seu aumento diminuiu bastante o valor da deflexão, enquanto que a variação da altitude para uma mesma velocidade, modificou muito pouco o valor dos ângulos.

Figura 40. Deflexão do profundor em diferentes velocidades e altitudes.

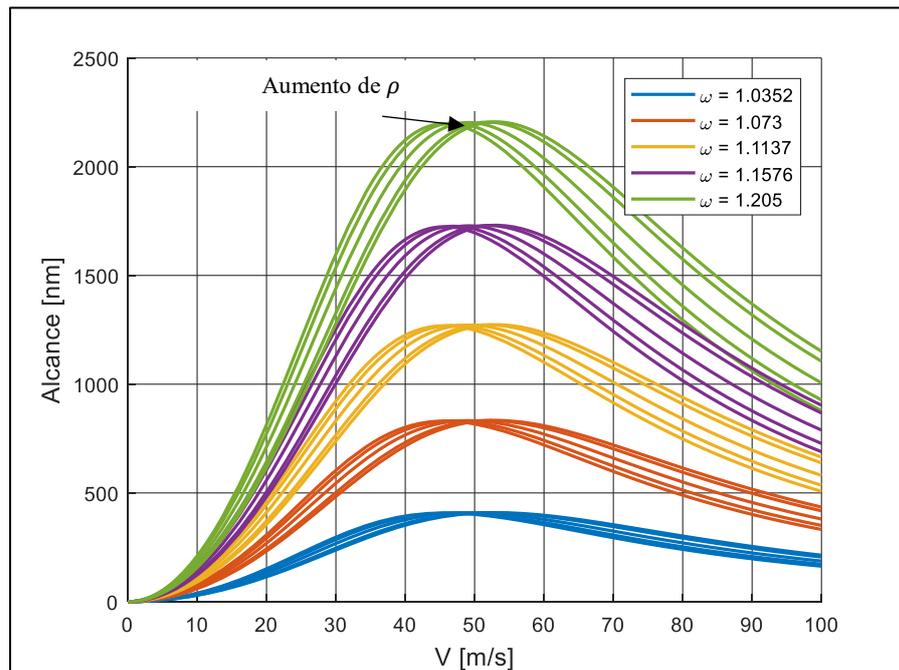


Fonte: Autor.

Na Figura 40 cada linha representa uma velocidade e, a inclinação da curva representa a altitude de voo. Pela visualização, no quesito deflexão a altitude representou forte influência na velocidade através da diminuição da inclinação e conseqüente redução no valor de δ_{eTRIM} necessário, quando comparada à Figura 27 da análise anterior.

O alcance da aeronave também foi avaliado e, agora as grandezas E_{max} e V_{MD} foram reescritas não somente em função de V mas também de ρ (através dos parâmetros C_{D_0} e k_2 obtidos da polar de arrasto). Novamente cada conjunto de curvas representa uma razão adimensional de pesos (ω) que ao aumentar (maior consumo no combustível) faz crescer o alcance da aeronave. Porém, cada um dos cinco conjuntos de curvas exibidas está sujeito às variações na polar de arrasto, de acordo com a Figura 41.

Figura 41. Alcance da aeronave com variações na velocidade e altitude de voo.

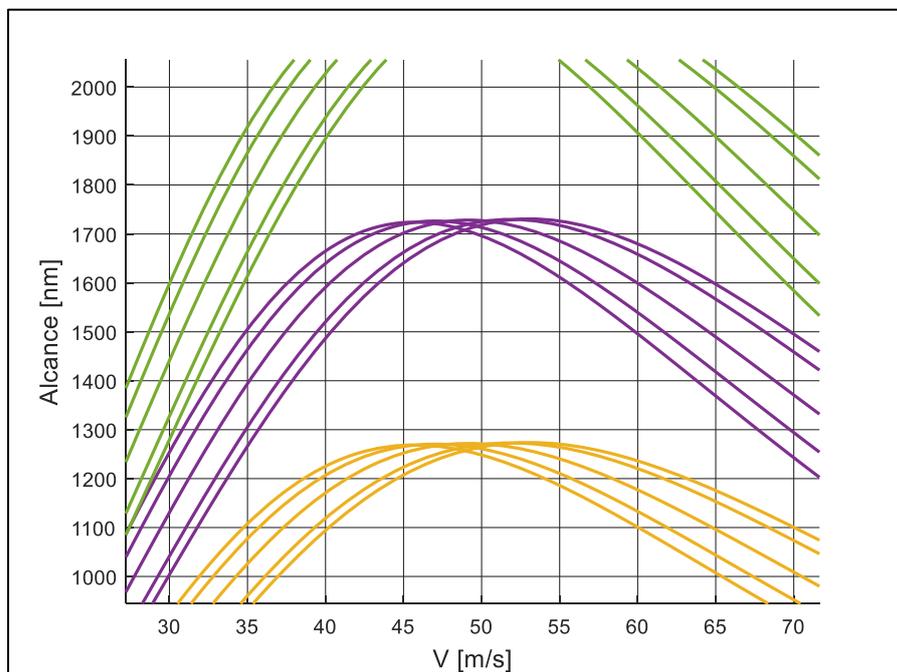


Fonte: Autor.

A equação (69) foi reescrita agora em termos das duas variáveis (ρ e V). Os valores de C_{D_0} e k_2 diminuíram com o incremento da altitude. A aeronave se tornou levemente mais eficiente, como mostraram os dados da Tabela 9, ilustrada pelo *gap* no alcance entre as curvas de mesma cor da Figura 41.

O aumento da altitude (consequente diminuição da densidade do ar) deslocou as curvas horizontalmente aumentando o valor da velocidade de mínimo arrasto V_{MD} . Portanto, no gráfico da Figura 41 para cada uma das cinco curvas construídas com a variação de (ω) há outras cinco vinculadas ao efeito do aumento na altitude. Observou-se que a diminuição de ρ interferiu mais substancialmente no alcance, do que um aumento isolado de V , ampliando a visualização através da Figura 42.

Figura 42. Detalhe do alcance da aeronave com variações na velocidade e altitude de voo.

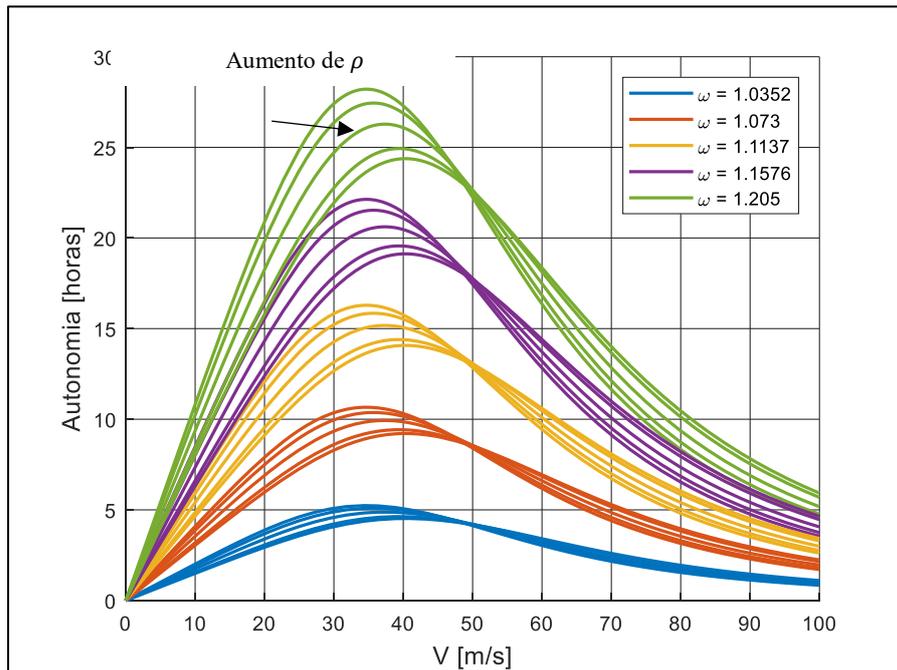


Fonte: Autor.

Como explicado anteriormente, devido à flutuação no valor da eficiência da aeronave o alcance na condição máxima sofreu ganho.

Para a análise da autonomia, a equação (72) também foi reescrita em termos de ρ e V . Assim como para o alcance, o tempo total de voo da aeronave sofreu modificações, preponderando o efeito do aumento de altitude, como mostrado na Figura 43.

Figura 43. Autonomia da aeronave com variações na velocidade e altitude de voo.



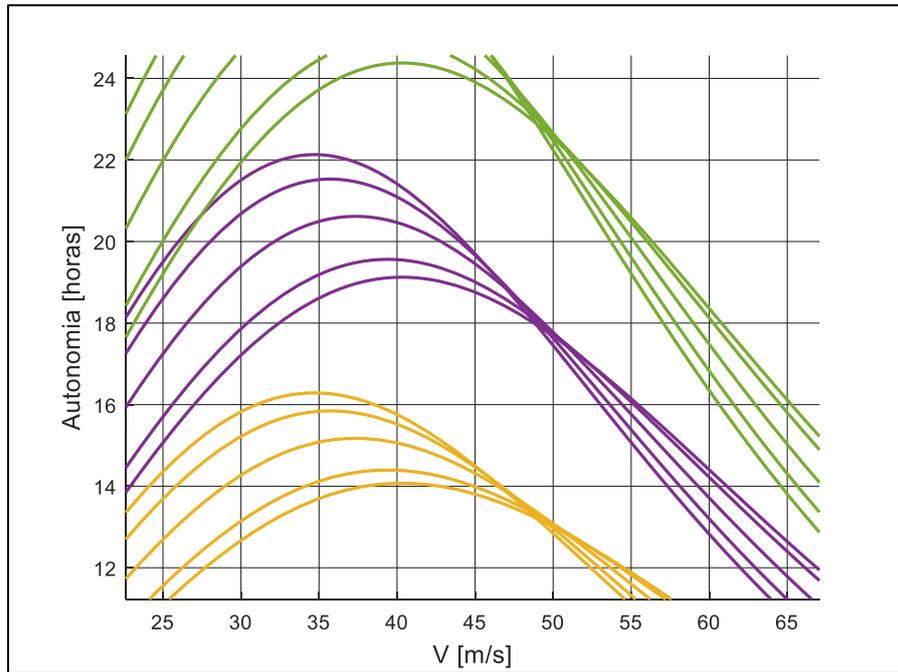
Fonte: Autor.

O valor da máxima autonomia também foi fortemente influenciado pelos parâmetros da polar de arrasto, porém aqui a condição de máxima autonomia diminuiu com a elevação da altitude de voo.

Ou seja, é preciso uma solução de compromisso para a aeronave voar entre uma condição de máximo alcance e autonomia, devido suas variações na condição ótima pelo efeito da elevação da altitude.

Na Figura 44 uma visualização mais próxima das curvas foi exibida, onde foi possível identificar as variações comentadas no parágrafo anterior, percebeu-se também a influência da velocidade de mínimo arrasto ($V = 0,76V_{MD}$ para aeronaves à hélice) que mais uma vez aumentou com a elevação da altitude, deslocando horizontalmente as curvas.

Figura 44. Detalhe da autonomia da aeronave com variações na velocidade e altitude de voo.



Fonte: Autor.

5.3 3ª Análise – Manobra de Pull up na condição de mínima razão de manobra para diferentes altitudes

Com os dados das curvas de polar de arrasto trimada para cada valor de altitude, foram efetuados os cálculos de desempenho em manobra utilizando as equações da seção 3.4.3. Os resultados obtidos para os limites de *stall*, bem como os valores para a máxima e mínima razões de manbra encontram-se dispostos na Tabela 12.

Tabela 12. Resultados de desempenho em manobra.

	l_{CG_1}	l_{CG_2}	l_{CG_3}	l_{CG_4}	l_{CG_5}
V_{FT} [m/s]	7,55	7,94	8,57	9,34	9,36
V_{TT} [m/s]	5,03	5,29	5,71	6,22	6,24
r_{FT} [m]	5,81	6,43	7,48	8,88	8,93
r_{TT} [m]	4,47	4,95	5,75	6,83	6,87
n_{max}	3,65	3,61	3,54	3,46	3,50
n_{FT}	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41
n_{TT}	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15

Fonte: Autor.

Percebeu-se que devido à somatória de efeitos (deslocamento do CG mais variação de altitude) fez com que as velocidades aumentassem de valor principalmente devido à diminuição da densidade do ar local e, conseqüentemente o raio de curvatura também foi acrescido. Quanto ao fator de carga, esse sofreu muito pouca variação, pois seu equacionamento mais complexo possui dominância de efeitos dos parâmetros da polar de arrasto que, apresentaram modificação apenas a partir da terceira casa decimal.

Pode-se perceber também que os valores encontrados na Tabela 1 não condizem nem um pouco com a realidade, analisando pelas equações (77) e (80) uma possível explicação para essa situação reside no fato do baixo valor de carga alar. De fato, trata-se de uma aeronave leve cujo peso foi distribuído em uma grande área alar comparada às dimensões do veículo aéreo.

Outra possível explicação poderia ser quanto ao equacionamento disponível na literatura, por trabalhar com unidades métricas inglesas, talvez alguma conversão de valores possa ter sido feita de maneira errônea, prejudicando os resultados. Porém, para fins de explicação quanto ao comportamento das grandezas devido à variação dos efeitos de CG e altitude, os dados foram utilizados.

Para a etapa da influência na estabilidade em manobra, foi adotado utilizar os valores da mínima razão de manobra e, a partir das expressões mostradas na seção 3.3 os resultados foram disponibilizados na Tabela 13.

Tabela 13. Resultados para a estabilidade em manobra.

	l_{CG_1}	l_{CG_2}	l_{CG_3}	l_{CG_4}	l_{CG_5}
$\Delta\alpha_t$ [rad]	1,0066	0,8876	0,7438	0,6101	0,5911
ΔC_L [rad]	0,6737	0,609	0,5235	0,4407	0,4385
C_{L_q} [rad ⁻¹]			3,9619		
C_{m_q} [rad ⁻¹]	-11,727	-11,44	-11,153	-10,865	-10,578
C_W	38,0795	36,5102	34,338	32,189	33,5672
n	1,5778	1,5778	1,5778	1,5778	1,5778
$\Delta\alpha$ [rad]	4,8035	4,4765	4,0957	3,7381	3,798
$\Delta\delta_e$ [rad]	-8,7645	-6,5261	-4,4281	-2,6214	-1,2963
h_{man}	0,5919	0,5846	0,5755	0,5662	0,5616
$M. E_{man}$	0,3919	0,3121	0,2305	0,1488	0,0717

Fonte: Autor.

Pode-se notar que mais uma vez devido aos valores errôneos provenientes dos cálculos de desempenho em manobra, os resultados da estabilidade também foram prejudicados, principalmente nos quesitos $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta_e$ que quantificaram a necessidade de acréscimo na deflexão de condição trimada para ser possível realizar a manobra, porém os valores exibidos fogem completamente de um resultado plausível.

Sobretudo, os dois últimos resultados trouxeram informações importantes, h_{man} e $M. E_{man}$ não dependem dos resultados de desempenho, assim foi possível perceber que durante a manobra o ponto neutro desloca-se para trás quando comparado à condição de voo reto e nivelado à manche fixo, isso fez com que a margem estática em manobra fosse aumentada.

Entretanto, o efeito de altitude fez com que esse deslocamento do ponto neutro para trás diminuísse conforme a densidade do ar diminuía. Portanto o acoplamento dos efeitos de deslocamento do CG com variação de altitude, faz com que seja cada vez mais difícil realizar uma manobra de *pull up* conforme a aeronave eleve seu nível de voo.

6 Considerações Finais

O presente estudo analisou como o passeio do CG na direção longitudinal da aeronave foi capaz de afetar aspectos tanto da estabilidade como do desempenho. Como mostrado, trata-se de uma reação em cadeia, ou seja, o deslocamento do CG afetou os coeficientes de estabilidade que por sua vez interferiram na trimagem da aeronave e, por último esta refletiu na polar de arrasto, curva da qual derivam os indicadores de desempenho.

Em uma situação real, para voos de transporte de passageiros e/ou cargas, a logística de distribuição de massas na aeronave é feita de forma a garantir que não haja grandes deslocamentos durante a operação, para que assim a aeronave trabalhe dentro do envelope de CG previsto em projeto. Nesse trabalho, a variação da posição do centro de gravidade foi propositalmente exagerada (e provavelmente excedeu os limites de passeio do CG), com o intuito de avaliar os benefícios e malefícios de um CG mais dianteiro ou traseiro.

Pelas análises realizadas, foi constatado que as duas variáveis escolhidas (ρ e V) influenciam sim o comportamento da aeronave, conjuntamente com a variação na posição do CG. A 1ª análise - cujo caso de aplicação poderia ser um voo reto e nivelado com o piloto manuseando a manete de potência da aeronave de modo a variar a sua velocidade -, mostrou que uma influência mínima foi percebida nos indicadores de desempenho enquanto que no quesito trimagem demonstrou relevante interferência.

Da 2ª análise – cuja aplicação poderia ser a aeronave efetuando uma subida – foi possível extrair influências um pouco mais significativas da variação em conjunto de (ρ e V). Principalmente no que se refere aos impactos no alcance e autonomia da aeronave, foi observado que elevar a altitude melhora o desempenho da aeronave e juntamente com um deslocamento traseiro do CG, alcance e autonomia são incrementados.

Da 3ª análise o mais importante a ressaltar foi o fato do ponto neutro caminhar para trás e proporcionar maior margem de estabilidade estática em manobra. As demais grandezas não puderam ser avaliadas com números realísticos, pois, como explicado na seção 5.3, o equacionamento apresentou divergências que se propagaram para os demais resultados.

Sendo assim, ao confrontar as análises realizadas pode-se chegar à conclusão de que o deslocamento longitudinal do CG influencia tanto na estabilidade quanto no desempenho da aeronave; porém, essa influência foi percebida com diferentes intensidades nas diferentes grandezas avaliadas. Portanto, de maneira global essa influência pode ser considerada bem pequena e pouco perceptiva.

Em possíveis trabalhos futuros, a ideia seria realizar as mesmas análises, porém para as estabilidades dinâmica longitudinal e látero-direcional e, estática látero-direcional. Além de estudar o comportamento durante a execução de outras possíveis manobras durante o voo.

7 Bibliografia

CAUGHEY, D. A. **Introduction to Aircraft Stability and Control**. Ithaca: Sibley School of Mechanical & Aerospace Engineering, 2011.

CESSNA AIRCRAFT COMPANY. **Pilot's Operating Handbook**. Cessna Aircraft Company. Wichita, p. 73. 1978.

ESHELBY, M. E. **Aircraft Performance Theory and practice**. [S.l.]: Elsevier, 2000.

ETKIN, B. **Dynamics of flight, Stability and Control**. United States of America: John Wiley & Sons Ltd., 1959.

GUDMUNDSSON, S. **General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures**. Oxford: Elsevier, 2014.

HALE, F. J. **Introduction to Aircraft Performance, Selection, and Design**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1984.

JR., A.; J. D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 5. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 2010.

MCIVER, J. Temporal Images, 23 January 2003. Disponivel em: <<http://www.temporal.com.au>>.

NELSON, R. C. **Flight Stability and Automatic Control**. United States of America: McGraw-Hill, 1989.

NITA, M.; SCHOLZ, D. Estimating the Oswald factor from Basic Aircraft Geometrical Parameters, Hamburg, 2012.

ROSKAM, J.; LAN, C.-T. E. **Airplane Aerodynamics and Performance**. Lawrence: DARcorporation, 1997.

SADRAEY, M. H. **Aircraft Design, A Systems Engineering Approach**. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2013.

SCHOLZ, D. Aircraft Design - an Open Educational Resource for Hamburg Open Online University. **Synergie - Fachmagazin für Digitalisierung in der Lehre**, 16 June 2017. Disponivel em: <http://www.fzt.haw-hamburg.de/pers/Scholz/HOOU/AircraftDesign_13_Drag.pdf>.

TORENBEEK, E. **Synthesis of subsonic airplane design**. Rotterdam: Nijgh-Wolters-Noordhoff, 1976.

VENKATESAN, M. Simulation of Wetted Surface Area of a Single Seater Home Based Aircraft. **International Journal of Applied Engineering Research**, 2010. 12.