

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**FELIPE HENRIQUE DE MORAES**

**ANÁLISE SOBRE ADEQUAÇÃO ESTRUTURAL DO PISO  
SUSTENTADOR DO SISTEMA DE MOVIMENTAÇÃO DE  
MERCADORIAS DEVIDO À ELEVAÇÃO DE SOBRECARGA**



**UBERLÂNDIA - MG**

**2017**

**Felipe Henrique de Moraes**

Orientador

**Prof. Hércio Cândido de Queiroz**

**ANÁLISE SOBRE ADEQUAÇÃO ESTRUTURAL DO PISO  
SUSTENTADOR DO SISTEMA DE MOVIMENTAÇÃO DE  
MERCADORIAS DEVIDO À ELEVAÇÃO DE SOBRECARGA**

**Trabalho de Conclusão de Curso** apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **BACHAREL EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de Concentração: **Estruturas Metálicas e Projetos.**

**UBERLANDIA - MG**

**2017**

**ANÁLISE SOBRE ADEQUAÇÃO ESTRUTURAL DO PISO  
SUSTENTADOR DO SISTEMA DE MOVIMENTAÇÃO DE  
MERCADORIAS DEVIDO À ELEVAÇÃO DE SOBRECARGA**

Projeto de conclusão de curso **APROVADO**  
pelo Colegiado do Curso de Graduação em Engenharia  
Mecânica da Faculdade de Engenharia Mecânica da  
Universidade Federal de Uberlândia.

**Aprovado em:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Hércio Cândido de Queiroz  
Universidade Federal de Uberlândia

---

Prof. Dr. Luciano José Arantes  
Universidade Federal de Uberlândia

---

Prof. Msc. Pedro Pio Rosa Nishida  
Universidade Federal de Uberlândia

**UBERLANDIA – MG**

**2017**

## **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente a Deus, por ser primordial em minha vida, autor de meu destino, meu professor, socorro presente em todos os momentos, *“Deem graças em todas as circunstâncias, pois esta é a vontade de Deus para vocês em Cristo Jesus”* (1 Tessalonicenses 5:18), *“Sabei que o Senhor é Deus; foi ele que nos fez, e não nós a nós mesmos; somos povo seu e ovelhas do seu pasto. Entrai pelas portas dele com gratidão, e em seus átrios com louvor; louvai-o, e bendizei o seu nome.”*(Salmos 100:3,4). Aos meus pais José Henrique e Ana Maria, pelo sacrifício, dedicação e por abdicarem do seu tempo e de projetos pessoais para que eu tivesse a oportunidade de estudar e de ter uma boa formação profissional, a minha avó Madalena e aos meus irmãos pelo incentivo e apoio. Agradeço também ao meu orientador professor Hércio Candido de Queiroz pela orientação, predisposição e paciência durante todo o trabalho. E à Universidade Federal de Uberlândia por me proporcionar a formação em Engenharia Mecânica.

Moraes, F. H. **ANÁLISE SOBRE ADEQUAÇÃO ESTRUTURAL DO PISO SUSTENTADOR DO SISTEMA DE MOVIMENTAÇÃO DE MERCADORIAS DEVIDO À ELEVAÇÃO DE SOBRECARGA.** 2017. 83p. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil.

### **Resumo**

Este trabalho tem como objetivo o estudo sobre uma adequação estrutural em um piso sustentador de um sistema de movimentação de mercadorias, para que estas sejam armazenadas. O mezanino é suspenso e sustentado por pendurais afixados na tesouras do telhado do galpão de expedição de uma empresa fabricante de cigarros da cidade de Uberlândia – MG. A empresa tem interesse em dobrar a capacidade de movimentação do transportador, levando a um aumento de carga sobre a estrutura do piso, portanto faz-se necessária uma avaliação da estrutura para se encontrar pontos propensos à falhas e propor mudanças para que a fábrica possa aumentar sua capacidade de armazenagem e movimentação. O principal aspecto a ser avaliado na estrutura é o aumento da deflexão das vigas que compõem o mezanino, pois a automação utilizada no transportador é bastante sensível e um desnível exagerado pode levar a um mal funcionamento e enormes perdas a empresa. Foram utilizados conhecimentos em resistência dos materiais para se chegar aos resultados obtidos e levar a solução desejada à indústria, com o mínimo de interferência possível na estrutura do galpão, uma das exigências da mesma. As propostas de alteração estrutural apresentadas neste trabalho surtiram o efeito desejados e foram aplicadas à estrutura estudada com êxito.

***PALAVRAS CHAVE:*** Estruturas metálicas, Readequação, Perfil estrutural, Mezanino, Aço.

Moraes, F. H. **ANALYSIS ON THE STRUCTURAL ADEQUACY OF THE SUSTAINABLE FLOOR OF THE SYSTEM OF MOVEMENT OF GOODS OWING TO THE OVERLOAD ELEVATION.** 2017. 83p. Graduation Final Project, Federal University of Uberlandia, Uberlandia, Brazil.

### **Abstract**

This work has as objective the study on a structural adequacy in a supporting floor of a system of movement of goods, so that these are stored. The mezzanine is suspended and supported by suspenders affixed to the roof truss shears of the shipping shed of a cigarette manufacturing company in the city of Uberlândia - MG. The company has an interest in doubling the capacity of the conveyor to move, leading to an increase of load on the structure of the floor, therefore it is necessary to evaluate the structure to find points prone to failure and propose changes so that the plant can increase their storage and handling capacity. The main aspect to be evaluated in the structure is the increased deflection of the beams that make up the mezzanine, since the automation used in the conveyor is very sensitive and an exaggerated gap can lead to a malfunction and huge losses to the company. Material resistance was used to reach the results obtained and to bring the desired solution to the industry, with the least possible interference in the shed structure, one of the requirements of the same. The structural alteration proposals presented in this paper had the desired effect and were applied to the studied structure with success.

**KEYWORDS:** *Metal structures, readjustment, Structural profile, Mezzanine, Steel.*

## Lista De Figuras

Figura 1 – Barra sujeita a momento fletor (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.179).....	20
Figura 2 – Componentes das tensões normal e cisalhante (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.181). .....	21
Figura 3 – Curvatura e deformação imposta à viga submetida a momento (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.183). .....	22
Figura 4 – Análise da curvatura de uma barra (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.184).....	22
Figura 5 – Variação da tensão normal com a distância à linha neutra (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.186).....	24
Figura 6 – Convenção de direção e sinais para análise de momento fletor e força cortante (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.390). .....	27
Figura 7 – Representação de carregamento sobre uma viga e representação de forças atuantes em elemento (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 397).....	27
Figura 8 – Esquema de uma viga bi-apoiada sujeita a uma força aplicada no meio de seu comprimento.....	29
Figura 9 – Diagrama de corpo livre. ....	29
Figura 10 – Diagrama de corpo livre com seção C apontada.....	30
Figura 11 – Convenção de sinais. ....	30
Figura 12 – Gráfico de força cortante. ....	31
Figura 13 – Gráfico de momento fletor.....	31
Figura 14 – Representação de uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento uniforme. ....	31
Figura 15 – Diagrama de corpo livre da viga estudada.....	32
Figura 16 – Gráfico de força cortante. ....	33
Figura 17 – Diagrama de momento fletor. ....	33
Figura 18 – Esquema de uma viga bi-apoiada solicitada por três forças de mesma magnitude e igualmente espaçadas. ....	34
Figura 19 – Diagrama de corpo livre da viga estudada.....	34
Figura 20 – Diagrama de corpo livre como seções demarcadas.....	35
Figura 21 – Diagrama de momento fletor. ....	36
Figura 22 – Diagrama de força cortante.....	37
Figura 23 – Representação da deflexão $y(x)$ e inclinação $\theta(x)$ de uma viga (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 435). .....	38

Figura 24 – Condições de deflexão e inclinação nos apoios (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 436).	38
Figura 25 – Representação de uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento distribuído. ...	39
Figura 26 – Diagrama de corpo livre da viga estudada.....	39
Figura 27 – Diagrama de corpo livre de uma viga bi-apoiada solicitada por uma força posicionada no meio de seu comprimento. ....	41
Figura 28 – Convenção de sinais adotada. ....	41
Figura 29 – Diagrama de corpo livre da viga estudada.....	42
Figura 30 – Esquema de uma viga bi-apoiada sujeita a solicitação de três forças igualmente espaçadas.....	46
Figura 31 – Diagrama de corpo livre da viga em estudo. ....	47
Figura 32 – Representação das tensões que influenciam o carregamento em barras (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 268). ....	48
Figura 33 – Representação de tensões em um elemento de uma viga (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 268).....	49
Figura 34 – Distribuição da tensão normal (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 270). ....	49
Figura 35 – Representação de seccionamento de elemento de uma barra (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 271). ....	50
Figura 36 – Representação de comportamento da tensão normal e área da seção transversal (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 271). ....	50
Figura 37 – Representação de elemento que compõe uma barra (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 275). ....	51
Figura 38 – Representação de instalação e forças da interação rebite-placas (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 51).....	52
Figura 39 – Representação das tensões de cisalhamento e esmagamento criadas pela interação entre as placas e o parafuso (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 52). ....	53
Figura 40 – Força de atrito promovida pela aplicação de uma pré-carga no parafuso (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 53).....	54
Figura 41 – Tipos de falhas das ligações com conectores; (a) Cisalhamento do conector; (b) Esmagamento da placa na borda do furo; (c) Rompimento por propagação de trincas iniciado no furo; (d) Rompimento da seção transversal (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 57). ....	54
Figura 42 – Folga normatizada dos furos em relação ao diâmetro do conector (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 54).....	55
Figura 43 – Espaçamento entre furos (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 55). ....	55



Figura 44 – Barras utilizadas em construções metálicas; (a) Barra redonda; (b) Barra chata; (c) Perfil simples; (d) Perfis compostos (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 38).....	56
Figura 45 – Comportamento da tensão normal em elementos tracionados (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 39).....	56
Figura 46 - Planta baixa do mezanino.....	58
Figura 47 – Planta baixa da parte do mezanino que sustenta o sistema de transporte de mercadorias.....	59
Figura 48 - Esquema da disposição do transportador sobre o mezanino. ....	60
Figura 49 - Representação do piso tipo grade metálica (Fonte: <a href="http://gradesdepiso.fibraco.com.br">http://gradesdepiso.fibraco.com.br</a> ) .....	60
Figura 50 – Representação dos perfis utilizados. ....	62
Figura 51 - Representação área de influência da carga imposta sobre cada viga. ....	63
Figura 52 - Representação da maneira que os perfis tipo I são carregados. ....	65
Figura 53 – Planta baixa da área de ocupação do transportador de mercadorias, após a readequação proposta.....	67
Figura 54 - Vista mais ao centro do mezanino.....	67
Figura 55 - Seção transversal das vigas que formam a junta de dilatação.....	68
Figura 56 – Seção transversal das vigas horizontais para a adequação proposta.....	70
Figura 57 – Cantoneira escolhida. ....	71
Figura 58 – Características do perfil estrutural I para o cálculo da tensão cisalhante máxima. ....	72
Figura 59 – Gráfico de força cortante ao longo do comprimento da viga. ....	72
Figura 60 – Área da seção longitudinal da alma do perfil I. ....	73
Figura 61 – Disposição dos parafusos para o primeiro e último ¼ do comprimento das vigas horizontais. ....	76
Figura 62 – Disposição dos parafusos para a parte central do comprimento das vigas horizontais. ....	76
Figura 63 – Disposição dos parafusos ao longo da viga. ....	77
Figura 64 – Cantoneiras de fixação montadas nas vigas.....	77
Figura 65 – Perfil composto que é utilizado como pendural e representação da cantoneira utilizada. ....	79
Figura 66 – Montagem dos pendurais (Fonte: Souza Cruz S/A).....	80

## Lista De Tabelas

Tabela 1 – Percentual de carbono presente nos aços (Fonte: Pfeil e Pfeil, p. 10). .....	16
Tabela 2 – Características dos aços mais utilizados em estruturas metálicas (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p.10).....	16
Tabela 3 – Influência dos elementos de liga nos aços (Fonte: Aços estruturais, 2017).....	17
Tabela 4 – Características de alguns aços estruturais (Fonte: Aços estruturais, 2017). .....	18
Tabela 5 – Lista de vigas utilizadas na construção do mezanino. ....	57
Tabela 6 – Lista dos tipos de perfis estruturais utilizados na construção do piso. ....	58
Tabela 7 – Dimensões dos perfis estruturais. ....	61
Tabela 8 – Características geométricas dos perfis utilizados na construção do mezanino. ....	61
Tabela 9 – Resultados para carga atual. ....	64
Tabela 10 – Resultados para carga futura, com o aumento da capacidade de transporte. ....	64
Tabela 11 – Resultados obtidos para carga atual. ....	65
Tabela 12 – Resultados para carga futura. ....	65
Tabela 13 – Resultados obtidos para a readequação estrutural proposta para os perfis tipo C.66	
Tabela 14 – Resultados obtidos para carga futura nos perfis tipo I, após a readequação proposta para os perfis C. ....	69
Tabela 15 – Características das cantoneiras usadas para enrijecerem o perfil tipo I. ....	70
Tabela 16 – Características das cantoneiras utilizadas na montagem do perfil composto usado como pendural. ....	79

## Sumário

1	Introdução.....	13
2	Objetivo.....	14
3	Revisão Bibliográfica.....	15
3.1	Fabricação do Aço .....	15
3.2	Os tipos de aço .....	16
3.2.1	Aços Carbono .....	16
3.2.2	Aços Baixa-liga .....	17
3.2.3	Aços tratados termicamente .....	17
3.2.4	Aços estruturais .....	17
3.3	Componentes estruturais .....	18
3.3.1	Chapas.....	19
3.3.2	Perfis .....	19
3.4	Resistência dos materiais .....	20
3.4.1	Flexão Pura.....	20
3.4.2	Análise de tensões na flexão pura.....	21
3.4.3	Deformações devido à flexão pura .....	21
3.4.4	Tensões de deformação no regime elástico.....	24
3.5	Diagrama de cortante e momento fletor.....	26
3.5.1	Diagramas de Momento Fletor e Força Cortante para viga sujeita a uma carga pontual 29	
3.5.2	Diagramas de Momento Fletor e Força Cortante para viga sujeita à carga distribuída.....	31
3.5.3	Diagramas de Momento Fletor e Força Cortante para viga sujeita à três forças pontuais igualmente espaçadas.....	34
3.6	Deflexão de uma barra .....	37
3.6.1	Equação da deflexão máxima para viga sujeita à carregamento distribuído .....	39
3.6.2	Equação da deflexão máxima de uma viga sujeita à uma força pontual .....	41
3.6.3	Equação da deflexão máxima de uma viga sujeita à três forças igualmente espaçadas.....	46
3.7	Carregamento transversal.....	48
3.7.1	Distribuição de tensão.....	49
3.7.2	Tensão de cisalhamento em um plano horizontal.....	50

3.8	Ligações com conectores .....	52
3.8.1	Tipos de ruptura de ligações com rebites e parafusos .....	54
3.8.2	Disposições construtivas da furação de elementos estruturais .....	54
3.9	Elementos tracionados em estruturas metálicas .....	55
3.9.1	Resistencia de elementos tracionados .....	56
4	Projeto .....	57
4.1	Avaliação dos perfis estruturais.....	62
4.2	Cantoneiras de afixação dos perfis .....	77
4.3	Análise dos Pendurais .....	79
5	Conclusão .....	82
6	Referências Bibliográficas .....	83

## 1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma avaliação de uma estrutura de um piso sustentador, mezanino, que precisa suportar uma sobrecarga atribuída à necessidade de uma empresa em aumentar sua capacidade de transporte interno para armazenagem. O mezanino está instalado em um galpão de expedição da fábrica e é sustentado por pendurais afixados nas tesouras, treliças metálicas, do telhado. Toda a estrutura do piso é confeccionada por perfis estruturais laminados do tipo C, I e L, este último conhecido como cantoneira. Todas as partes da estrutura são conectadas por parafusos de alta resistência do tipo ASTM A325, sendo esta uma política da firma, por ser uma fabricante de cigarros não é permitido a realização trabalhos com solda devido ao risco de incêndio. Outra determinação da indústria é o mínimo de intervenções possíveis na estrutura e que estas não mudem características da mesma.

No momento da escolha de uma melhor forma de construção de estruturas ou de elementos estruturais, o trabalho do projetista deve estar centrado nos princípios de concepção estrutural otimizada, aproveitamento máximo das propriedades dos materiais, com base no estudo e ensaio dos mesmos e da qualidade dos trabalhos de execução da estrutura baseado nas experiências anteriores das construções realizadas (Varela, n.d.).

As estruturas metálicas podem ser utilizadas em diversos tipos de construções como: Obras civis de pequeno porte e instalações industriais; Estruturas Off Shore (jaquetas, plataformas, etc.); Edifícios civis de grande porte (pavilhões de exposições, cúpulas, etc.); Prédios especiais (hangares, estaleiros de construção naval, etc.); Torres para linha de transmissão; Obras de arte especiais (pontes, viadutos, etc.); Aplicações especiais: comportas, silos, reservatórios, etc (Varela, n.d.).

Construções metálicas têm como principais vantagens, a alta resistência do material, permitindo que os elementos estruturais resistirem a grandes esforços, mesmo que possua uma seção transversal com uma área pequena, são construções leves e de fácil transporte. Os elementos de aço são fabricados dentro de alguns critérios, em oficinas especializadas o que permite, na montagem, uma maior otimização no campo, ajudando a diminuir os prazos de conclusão da construção. Podem ser desmontados e substituídos com facilidade, auxiliando a reforçar ou substituir facilmente diversos elementos da estrutura (Varela, n.d.).

## **2 Objetivo**

Este projeto tem por finalidade a readequação estrutural de um dos pavimentos da área de expedição da empresa Souza Cruz S. A., localizada no Distrito Industrial da cidade de Uberlândia – MG. Tendo por objetivo avaliar a adequação estrutural devido à elevação de sobrecarga de piso de apoio de um sistema de movimentação de mercadorias, de maneira a dobrar a capacidade de fluxo de produtos na área de separação do setor de expedição.

### 3 Revisão Bibliográfica

#### 3.1 Fabricação do Aço

O aço é simplesmente uma liga ferro-carbono com teor de carbono inferior a 1,8% e pode adquirir, por tratamento mecânico e térmico, várias propriedades, podendo conter em sua composição outros elementos como níquel, manganês, tungstênio, vanádio, cromo, silício, etc (Dzierva, n.d.).

A fabricação do aço pode ser dividida em quatro etapas (Instituto Aço Brasil, 2017):

##### 1. Preparação da carga

Grande parte do minério de ferro (finos) é aglomerada usando-se cal e finos de coque (carvão processado na coqueira). O produto final é chamado de sinter.

##### 2. Redução

Essas matérias-primas, agora preparadas, são carregadas no alto forno. Oxigênio aquecido a uma temperatura de 1000°C é soprado pela parte de baixo do alto forno. O carvão, em contato com o oxigênio, produz calor que funde a carga metálica e dá início ao processo de redução do minério de ferro em um metal líquido: o ferro-gusa. O gusa é uma liga de ferro e carbono com um teor de carbono muito elevado.

##### 3. Refino

Aciarias a oxigênio ou elétricas são usadas para transformar o gusa líquido ou sólido e a sucata de ferro e aço em aço líquido. Neste ponto uma porção do carbono contido no gusa é retirado junto com impurezas. A maior parte do aço líquido é solidificada em equipamentos de lingotamento contínuo para produzir semi-acabados, lingotes e blocos.

##### 4. Laminação

Os semi-acabados, lingotes e blocos são processados por equipamentos chamados laminadores e transformados em uma grande variedade de produtos siderúrgicos, cuja nomenclatura depende de sua forma e/ou composição química.

### 3.2 Os tipos de aço

A grande variedade dos aços disponíveis no mercado deve-se ao fato de cada uma de suas aplicações demandarem alterações na composição e forma.

Em relação à composição química do aço, ao processamento, controles e ensaios, além de sua utilização final, os aços podem ser classificados da seguinte forma, aços carbono, aços baixa-liga, aços termicamente tratados e aços estruturais.

#### 3.2.1 Aços Carbono

São aços ao carbono, ou de baixa liga, de composição química definida em faixas amplas. São os tipos mais usuais, possui maior resistência que o ferro puro devido ao teor de carbono e de manganês. Com o aumento do teor de carbono maior é a resistência do aço, porém menor é sua ductilidade, ou seja, capacidade de se deformar (Pfeil e Pfeil, 2000).

**Tabela 1 – Percentual de carbono presente nos aços (Fonte: Pfeil e Pfeil, p. 10).**

Baixo Carbono	$C < 0,15\%$
Moderado	$0,15\% < C < 0,29\%$
Médio Carbono	$0,30\% < C < 0,59\%$
Alto Carbono	$0,6\% < C < 1,7\%$

Os aços mais utilizados em estruturas metálicas, segundo os padrões da ASTM (American Society for Testing and Materials), ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) e das normas europeias EM, estão listados na tabela 2, juntamente com seus valores de limite de escoamento e ruptura:

**Tabela 2 – Características dos aços mais utilizados em estruturas metálicas (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p.10).**

Especificação	Teor de Carbono %	Limite de escoamento $f_y$ (MPa)	Resistência à ruptura $f_u$ (MPa)
<b>ABNT MR250</b>	Baixo	250	400
<b>ASTM A7</b>		240	370 – 500
<b>ASTM A36</b>	0,25 - 0,29	250	400 – 500
<b>ASTM A307 (parafuso)</b>	Baixo	-	415
<b>ASTM A325 (parafuso)</b>	Médio	635	825
<b>EM S235</b>	Baixo	235	360



### 3.2.2 Aços Baixa-liga

São aços que recebem adição de elementos de liga como, cromo, cobre, manganês, molibdênio, níquel, fósforo, vanádio, zircônio, etc, onde estes melhoram das propriedades mecânicas dos aços. Os elementos de liga aumentam a resistência dos aços sem que estes tenham que ter os valores dos teores de carbono aumentados, deixando o aço com boa soldabilidade, característica essencial para serem utilizados em estruturas metálicas (Pfeil e Pfeil, 2000).

**Tabela 3 – Influência dos elementos de liga nos aços (Fonte: Aços estruturais, 2017).**

<b>Elemento</b>	<b>Tamanho de Grão</b>	<b>Tenacidade</b>	<b>Resistência à Tração</b>	<b>Resistência à Corrosão</b>	<b>Soldabilidade</b>
<b>Si</b>	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Diminui
<b>Mn</b>	Aumenta	Aumenta	Aumenta	-	Diminui
<b>Cr</b>	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Diminui
<b>N</b>	Refina	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Diminui
<b>Cu</b>	Refina	Diminui	Aumenta	Aumenta	Diminui
<b>V</b>	Refina	Aumenta	-	-	-
<b>W</b>	Refina	Aumenta	-	-	-
<b>Co</b>	Impede Aumento	-	-	-	-
<b>Mo</b>	Impede Aumento	Diminui	Aumenta	Aumenta	Aumenta

### 3.2.3 Aços tratados termicamente

Tanto os aços carbonos como os de baixa liga podem ser tratados termicamente, porém o tratamento térmico aumenta resistência do material tornando-o de difícil soldabilidade e por esse motivo não é usual o emprego deste tipo de material em estruturas metálicas. Os parafusos de alta resistência usados como conectores de componentes estruturais são feitos com material sujeito a tratamento térmico (ASTM A325) (Pfeil e Pfeil, 2000).

### 3.2.4 Aços estruturais

Os aços estruturais disponíveis no mercado estão dispostos na tabela 4.

Tabela 4 – Características de alguns aços estruturais (Fonte: Aços estruturais, 2017).

<b>Tipo de Aço</b>	<b>Teor de carbono (%)</b>	<b>Limite de Elasticidade (GPa)</b>	<b>Limite de Escoamento (MPa)</b>	<b>Limite de Resistência à Tração (MPa)</b>	<b>Alongamento (%)</b>
<b>ASTM A36</b>	0,35 - 0,30	200	250	400 – 500	20
<b>Comercial</b>	-	190	240	370 – 520	20
<b>ASTM A570</b>	0,25	185	230	360	23
<b>SAE 1008</b>	0,08	135	170	305	30
<b>SAE 1010</b>	0,1	145	180	325	28
<b>SAE 1020</b>	0,2	170	210	380	25
<b>SAE 1045</b>	0,45	250	310	560	17
<b>ASTM A242</b>	<0,22	250	290 - 350	435 – 480	18
<b>ASTM A441</b>	-	220 – 275	275 - 345	415 – 485	18
<b>ASTM A572</b>	-	220 – 275	290 - 345	415 – 450	18
<b>ASTM A588</b>	-	230 – 280	290 - 350	415 – 450	18
<b>COR-TEN A/B</b>	-	275	345	480	19
<b>COR-TEN C</b>	-	330	415	550	19
<b>ABNT MR250</b>	-	200	250	400	-
<b>ABNT MR290</b>	-	230	290	415	-
<b>ABNT MR345</b>	-	275	345	450	-

Para aços usados em estruturas metálicas não são desejáveis teores de carbono médios ou altos. Os teores devem estar entre 0,10 a 0,30% de carbono, para que seja garantida uma boa soldabilidade.

De uma forma geral, os aços utilizados na construção civil são os mesmos utilizados na construção de estruturas metálicas. A norma ABNT NBR 8800 apresenta dimensionamento a perfis laminados a quente. Na fabricação de perfis laminados a frio devem ser empregadas chapas de aço, que foram laminadas a frio ou a quente, com ou sem revestimento, de acordo com a NBR 14762:2001.

### 3.3 Componentes estruturais

Os aços admitidos para confecção de perfis, barras e chapas são os que cuja qualificação estrutural é garantida pela norma brasileira ou norma ou especificação

estrangeira, estes devem deter resistência ao escoamento máxima de 450 MPa e relação entre resistências à ruptura e ao escoamento não abaixo de 1,18 (Guarnier, 2009).

### **3.3.1 Chapas**

As chapas metálicas são classificadas de acordo com sua espessura podendo ser nomeadas como chapas finas e grossas e são empregues, especialmente, na obtenção de produtos não planos, através de operações de corte, soldagem e dobramento (Guarnier, 2009).

Chapas finas são laminadas a frio ou a quente, fornecidas pelos fabricantes com espessuras que variam de 0,3 mm a 5,0 mm. São utilizadas na fabricação de complementos construtivos, tais como, calhas, rufos, esquadrias, dobradiças, portas, batentes e também de telhas, perfis dobrados para estruturas leves e de terças e vigas de tapamento (Guarnier, 2009).

As chapas grossas são fornecidas com espessuras variando de 4,75 mm a 150 mm, sendo empregadas em estruturas metálicas principalmente para a obtenção de perfis soldados, utilizados como vigas e colunas (Guarnier, 2009).

### **3.3.2 Perfis**

Têm por finalidade a construção de estruturas, que devem seguir normas e requisitos de propriedades mecânicas bem definidas (Guarnier, 2009).

Os perfis estruturais mais comuns possuem seções transversais semelhantes às formas das letras I, H, L, T, U e Z, são nomeados analogamente a essas letras. Seções transversais com geometria circular, quadrada ou retangular estão presentes nos perfis tubulares (Guarnier, 2009).

Perfis laminados são obtidos diretamente por laminação a quente, podendo ser de abas inclinadas ou de abas paralelas. Estes perfis são produzidos através da laminação de blocos de aço, em sistema de laminação contínua (Guarnier, 2009).

Perfis dobrados são obtidos através de conformação a frio de chapas, seja por dobragem ou perfilagem. Possuem grande variação dimensional, sendo empregados em estruturas leves (Guarnier, 2009).

Perfis soldados são obtidos através do corte e soldagem de chapas laminadas, sendo muito empregados nas construções devido à grande variedade de dimensões possíveis. Os perfis soldados normalizados têm seção transversal em forma de H ou I (Guarnier, 2009).

Perfis tubulares são produzidos com costura ou sem costura. Tubos com costura são feitos por prensagem ou por calandragem das chapas e posterior soldagem. Tubos sem costura são feitos a partir do processo de extrusão. Empregados como elementos estruturais podem ser usados na construção de treliças ou pilares, tendo maior resistência à flambagem (Guarnier, 2009).

### 3.4 Resistência dos materiais

#### 3.4.1 Flexão Pura

Uma barra submetida à ação de dois momentos iguais e de sentidos contrários, figura 1, que atuam em um mesmo plano longitudinal, está sujeita à flexão pura. O momento  $M$  é chamado de momento fletor da seção (Beer e Johnston, 1982).

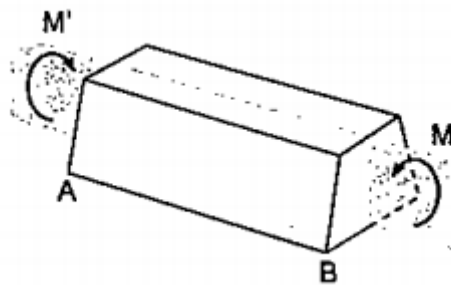


Figura 1 – Barra sujeita a momento fletor (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.179).

### 3.4.2 Análise de tensões na flexão pura

Assumindo  $\sigma_x$  como tensão normal e  $\tau_{xy}$  e  $\tau_{yz}$  como componentes da tensão de cisalhamento, estas nulas, temos o sistema de esforços que atuam na seção de uma viga, que deve ser equivalente ao momento  $M$ .

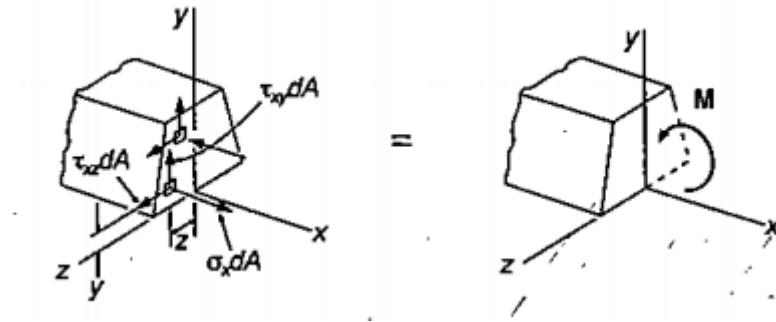


Figura 2 – Componentes das tensões normal e cisalhante (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.181).

Segundo Beer e Johnston, pela estática, temos que um momento  $M$  forma-se de duas forças iguais e de sentidos opostos. A soma das componentes dessas forças em qualquer direção é igual à zero. Além disso, o momento, em relação a qualquer eixo perpendicular a seu plano, é sempre o mesmo e em relação a qualquer eixo contido no seu plano, é igual a zero.

Podemos igualar os esforços internos mostrados na figura com o momento  $M$ , chegando às equações (1), (2) e (3):

$$\sum F_x = \sum F_x : \int \sigma_x dA = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_y = \sum M_y : \int z \sigma_x dA = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_z = \sum M_z : \int (-y \sigma_x dA) = M \quad (3)$$

### 3.4.3 Deformações devido à flexão pura

Para se conseguir flexão pura deve-se submeter uma barra ou viga à ação de momentos iguais, porém de sentidos opostos como visto na figura 3. Nota-se que devido à ação do momento fletor, a barra se torna curva, diminuindo na porção superior e alongando na inferior.

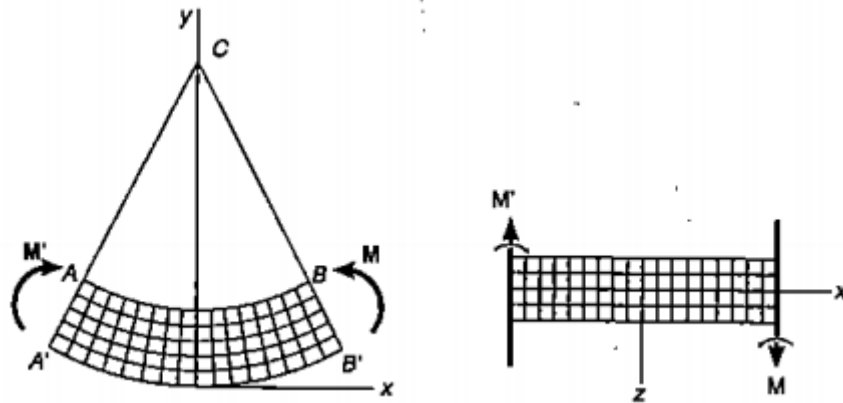


Figura 3 – Curvatura e deformação imposta à viga submetida a momento (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.183).

Ao analisarmos a figura 3, notamos que a única deformação visível ocorre no plano  $xy$  e esta é devido a componente normal  $\sigma_x$ , na direção do eixo  $x$  e normal a seção transversal da barra. Não existindo deformação devido ao cisalhamento, notada no plano  $zx$ . Portanto em uma barra esbelta submetida à flexão pura, teremos um estado uniaxial de tensões. Constatase também que a deformação específica  $\epsilon_x$  e a tensão  $\sigma_x$  são negativas na parte superior da barra (compressão) e positiva na inferior (tração) (Beer e Johnston, 1982).

Através desta análise percebe-se a presença de uma seção longitudinal onde a deformação específica e a tensão normal devem ser nulas, esta superfície é chamada de linha neutra.

Adotando como origem do sistema de coordenadas um ponto que intercepta a linha neutra, linha  $DE$  na figura, e a distância de qualquer ponto na barra a esta linha será dada por  $y$  (Beer e Johnston, 1982).

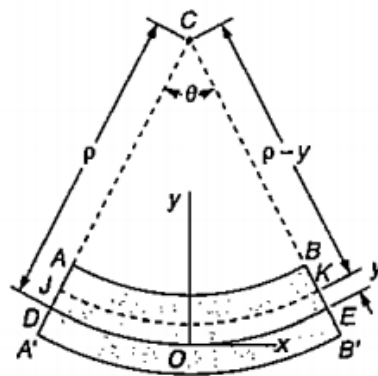


Figura 4 – Análise da curvatura de uma barra (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.184).

Nomeando de  $\rho$  o raio do arco DE,  $\theta$  o ângulo deste arco e L o comprimento DE, temos a equação (4):

$$L = \rho \theta \quad (4)$$

Levando em conta que a curva JK a uma distância y de DE tenha um comprimento L', tem-se que:

$$L' = (\rho - y) \theta \quad (5)$$

Sabendo que o comprimento de qualquer seção longitudinal da barra era igual a L anterior a deformação devido à flexão, tem-se que a deformação em JK é:

$$\delta = L' - L \quad (6)$$

Substituindo (4) e (5) em (6),

$$\delta = (\rho - y) \theta - \rho \theta = -y \theta$$

A deformação específica longitudinal na seção JK é dada por  $\delta$  dividido por L, comprimento original da fibra, assim:

$$\epsilon_x = \frac{\delta}{L} = \frac{-y\theta}{\rho\theta} = -\frac{y}{\rho}$$

O sinal negativo da equação indica que a fibra foi comprimida, em caso de sinal positivo a fibra estaria sendo tracionada.

Tem-se a máxima deformação específica, onde o valor de y também for máximo, isto ocorre nas fibras correspondentes à face superior e inferior da barra. Chamando este valor máximo de c, obtém-se que a deformação específica máxima será:

$$\epsilon_m = \frac{c}{\rho} \quad (7)$$

Pode-se escrever a deformação específica longitudinal em termos da deformação específica máxima, onde:

$$\epsilon_x = -\frac{y}{c} \epsilon_m \quad (8)$$

### 3.4.4 Tensões de deformação no regime elástico

Considera-se que a barra foi submetida a um momento fletor, em que as tensões normais se mantiveram abaixo do valor do limite de escoamento do material, ou seja, o elemento sofreu apenas deformação elástica. Devido ao fato de não ocorrer deformações inalteráveis, pode-se aplicar a este caso a lei de Hooke para o estado uniaxial de tensão, chamando E de seu módulo de elasticidade, temos:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad (9)$$

Utilizando a equação (4) e multiplicando por ambos os lados por E, temos a equação (10):

$$E \varepsilon_x = -\frac{y}{c} \varepsilon_m E \quad (10)$$

Ou em função da tensão, como a equação (11),

$$\sigma_x = -\frac{y}{c} \sigma_m \quad (11)$$

Em que  $\sigma_m$  é o máximo valor de tensão normal admissível para deformação elástica. Este resultado nos mostra que, no regime elástico, “a tensão normal varia linearmente com a distância à superfície neutra” (Beer e Johnston, 1982, p.186), vide figura (5).

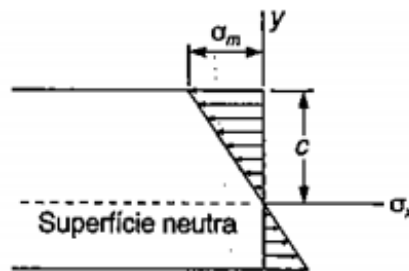


Figura 5 – Variação da tensão normal com a distância à linha neutra (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.186).

Para se encontrar a posição da linha elástica e o valor da máxima tensão normal teremos de utilizar as equações (1) e (3). Substituindo a equação (10) em (1), encontramos a equação (12):

$$\int \sigma x dA = \int \left(-\frac{y}{c} \sigma m\right) dA = -\frac{\sigma m}{c} \int y dA = 0 \quad (12)$$



Deduz-se assim que:

$$\int y \, dA = 0$$

Encontra-se que o momento estático da área da seção transversal em relação à linha neutra é zero. Entende-se que, em barras induzidas à flexão e as tensões permanecendo em regime elástico, a linha neutra passa pelo centro de gravidade da seção.

Agora, substituindo a equação (10) em (3), encontraremos a equação (13):

$$\int (-y) \left( -\frac{y}{c} \sigma_m \right) dA = \frac{\sigma_m}{c} \int y^2 \, dA = M \quad (13)$$

Onde,

$$\int y^2 \, dA = I$$

Sabe-se que  $I$  é o momento de inercia da área da seção transversal em relação à linha neutra. Podemos, assim, reescrever a equação (13) em função de  $I$ :

$$\frac{\sigma_m}{c} I = M \quad (14)$$

Chegando assim ao valor da máxima tensão normal, onde:

$$\sigma_m = \frac{M}{I} c \quad (15)$$

Na equação (14), foi encontrada a relação  $I/c$ , que é chamada de módulo resistente ou momento resistente e é expressa por  $W$ , substituindo esta relação na equação teremos:

$$\sigma_m = \frac{M}{W} \quad (16)$$

A mensuração da deformação de uma barra em flexão é feita através da curvatura da linha neutra, onde a curvatura é definida pelo inverso do raio de curvatura, podendo ser expressa pela equação (7), onde:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_m}{c} \quad (17)$$

Sabe-se que no regime elástico  $\varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E}$ , substituindo esta equação e a equação (15) em (17), chegamos a equação (18):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_m}{E c} = \frac{1}{E c} \frac{M c}{I} \quad (18)$$

Portanto, a função que expressa a curvatura da linha neutra de uma barra submetida à flexão pura é:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E I} \quad (19)$$

Conquanto, o momento fletor e a curvatura são funções do comprimento da barra, ou seja, variam de seção para seção. Assume-se que  $x$  seja a distância de uma extremidade da barra até uma dada seção transversal, reescrevendo a equação (19) (Beer e Johnston, 1982):

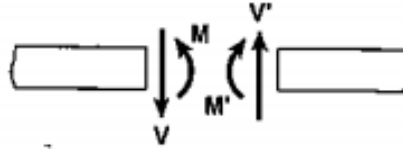
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{E I} \quad (20)$$

### 3.5 Diagrama de cortante e momento fletor

Sabe-se que uma viga solicitada por cargas transversais apresenta tensões normais e cisalhantes em qualquer seção transversal. Percebe-se que, em regime elástico, a tensão normal varia proporcionalmente junto com a distância  $y$  da linha neutra. A tensão normal também muda de acordo com a magnitude do momento fletor, sendo máxima quando o momento for máximo. Pode-se afirmar que a tensão de cisalhamento possui valor máximo na linha neutra e como a tensão cisalhante é dependente do cortante imposto sobre a viga, será máxima quando o cortante for máximo (Beer e Johnston, 1982).

Portanto, para o dimensionamento de uma viga faz-se necessário o conhecimento das tensões críticas e por consequência o fletor e cortante máximos. Para isso se torna necessária uma ferramenta, como um gráfico, que facilite no momento de encontrarmos as solicitações máximas impostas a viga. A ferramenta utilizada são os diagramas de cortante e momento fletor, onde os valores do cortante e fletor são marcados para várias seções diferentes em relação à distância  $x$  medida de uma das extremidades da viga. A obtenção de cada valor é feita marcando-se uma seção onde se quer determinar o mesmo e considerar equilíbrio da

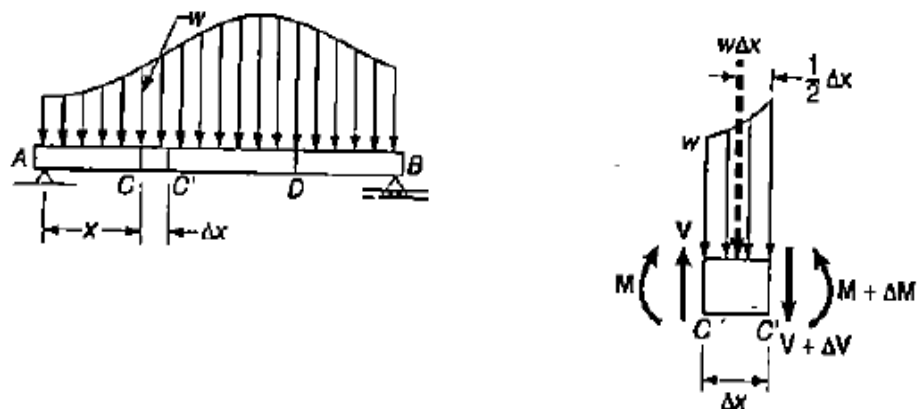
parte da viga à esquerda ou à direita da seção marcada. Para facilitar a obtenção dos resultados, existem convenções de sinais utilizadas para os cálculos onde a força cortante  $V$  e o momento fletor  $M$  são positivos ou negativos dependendo da posição dos mesmos em relação da seção escolhida (Beer e Johnston, 1982).



**Figura 6 – Convenção de direção e sinais para análise de momento fletor e força cortante (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p.390).**

Em situações mais complexas, como em uma viga sujeita a um carregamento distribuído ou a mais de uma carga pontual em posições diferentes, torna-se árduo o trabalho de se calcular a força cortante e o momento fletor em variadas seções ao decorrer da viga, então torna-se necessária a obtenção de um novo método de cálculo para facilitar a tarefa de construção dos diagramas. Uma forma de facilitação do processo é considerar algumas relações que existem entre carga, força cortante e momento fletor (Beer e Johnston, 1982).

Considerando uma viga bi-apoiada  $AB$  que é solicitada por um carregamento distribuído  $w$  e dela isolamos um pedaço infinitesimal, seccionado em  $CC'$ , de comprimento  $\Delta x$ . Na seção  $C$  os valores da força cortante e do momento fletor são  $V$  e  $M$ , respectivamente, e assumindo que em  $C'$ , o cortante e o fletor sejam  $V + \Delta V$  e  $M + \Delta M$  e que ambos sejam positivos. Sobre o infinitésimo aja um carregamento de intensidade  $w \cdot \Delta x$ , vide figura 7.



**Figura 7 – Representação de carregamento sobre uma viga e representação de forças atuantes em elemento (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 397).**

Fazendo o diagrama de corpo livre em equilíbrio para  $CC'$ , temos que o somatório de todas as forças na direção do eixo é igual a zero.

$$\begin{aligned}
 +\uparrow \sum Fy = 0 \quad & V - (V + \Delta V) - w \Delta x = 0 \\
 & \Delta V = -w \Delta x \\
 & -w = \frac{\Delta V}{\Delta x} \quad (21)
 \end{aligned}$$

Fazendo  $\Delta x$  tender a zero, temos:

$$\frac{dV}{dx} = -w \quad (22)$$

Se integrarmos a equação acima entre as seções C e D, teremos:

$$V_D - V_C = - \int_{x_C}^{x_D} w dx \quad (23)$$

Ou seja, a diferença entre os valores dos cortantes é igual ao valor da área do diagrama entre as seções, porém negativa (Beer e Johnston, 1982).

Utilizando o mesmo infinitésimo, podemos também relacionar a força cortante e o momento fletor. Obtendo a equação de equilíbrio dos momentos em C', temos:

$$\begin{aligned}
 +\curvearrowright \sum M_{C'} = 0 \quad & (M + \Delta M) - M - V\Delta x + w \Delta x \frac{\Delta x}{2} = 0 \\
 & \Delta M = V \Delta x - \frac{1}{2} w (\Delta x)^2 \\
 & \frac{\Delta M}{\Delta x} = V - \frac{1}{2} w \Delta x \quad (24)
 \end{aligned}$$

Fazendo  $\Delta x$  tender à zero, temos que:

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (25)$$

Também integrando entre as seções C e D, tem-se:

$$M_D - M_C = \int_{x_C}^{x_D} V dx \quad (26)$$

Portanto, a diferença entre os momentos é igual a área do diagrama de força cortante entre as seções (Beer e Johnston, 1982).

### 3.5.1 Diagramas de Momento Fletor e Força Cortante para viga sujeita a uma carga pontual

Diagramas da força cortante e do momento fletor para uma viga bi-apoia em apoios fixos, sujeita a uma carga pontual, localizada no meio do comprimento da viga.

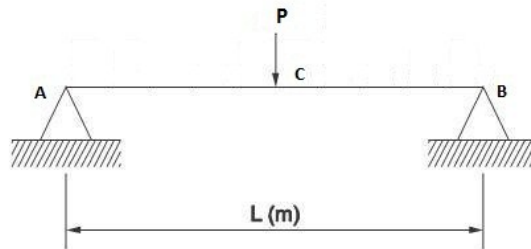


Figura 8 – Esquema de uma viga bi-apoiada sujeita a uma força aplicada no meio de seu comprimento.

Primeiramente determinam-se as reações de apoio, por meio do diagrama de corpo livre, temos que o somatório de todas as forças na direção do eixo y é igual à zero e que o somatório dos momentos em B também é igual a zero, tem-se:

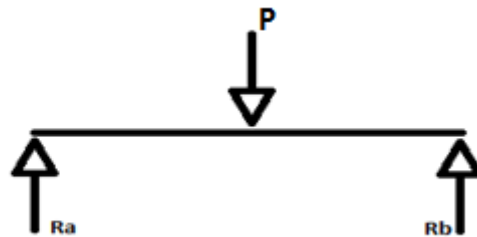


Figura 9 – Diagrama de corpo livre.

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \quad R_A + R_B - P = 0$$

$$R_B = P - R_A \quad (27)$$

$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 \quad -R_A \cdot L + \frac{PL}{2} = 0$$

$$R_A = \frac{P}{2} \quad (28)$$

Substituindo o valor de  $R_A$  em (27) temos que,  $R_B = \frac{P}{2}$ .

As reações nos apoios são iguais a  $\frac{P}{2}$ , ou seja, metade do valor da força aplicada sobre a viga.

Em seguida marcamos uma seção C no meio da viga em um ponto imediatamente a esquerda do ponto de aplicação da força P.

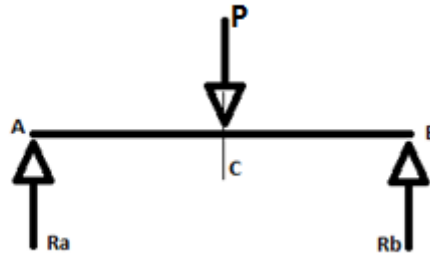


Figura 10 – Diagrama de corpo livre com seção C apontada.

Iniciando os cálculos da esquerda para direita, partindo a seção A, e adotando a convenção de sinais para cálculo da força cortante e momento fletor.

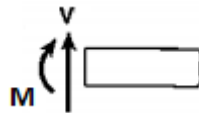


Figura 11 – Convenção de sinais.

Fazendo momento na seção C, temos que o cortante incidente sobre o segmento AC é igual ao valor da reação de apoio em A. O momento fletor no segmento aumenta proporcionalmente à medida que se caminha sobre o comprimento do segmento e é igual ao produto da reação de apoio em A e o comprimento do segmento, atingindo seu valor máximo em  $\frac{1}{2}L$ , portanto o fletor no segmento varia de 0 na seção A, onde o braço do momento é zero, a  $\frac{qL}{4}$ .

Continuando a análise, mas agora com a outra metade da viga, no segmento CB, utilizando o método usado anteriormente para o segmento AC. Avaliando o cortante, temos que imediatamente após a seção C a incidência de uma força pontual, contraria a convenção de sinais, com o valor q, que produz um efeito de solicitar o segmento CB com um valor de cortante de mesma intensidade que no segmento AC porem de sinal contrario, ou seja, na direção contraria a adotada como convenção. A avaliação do momento fletor segue o mesmo principio da avaliação do cortante. Existe uma sollicitação de um momento composto do produto da força q e um braço, de valor máximo  $\frac{1}{2}L$ , este momento produz uma reação de decréscimo do valor de momento encontrado no segmento AC, partindo de  $\frac{PL}{4}$  e finalizando em 0. Os diagramas são apresentados a seguir.

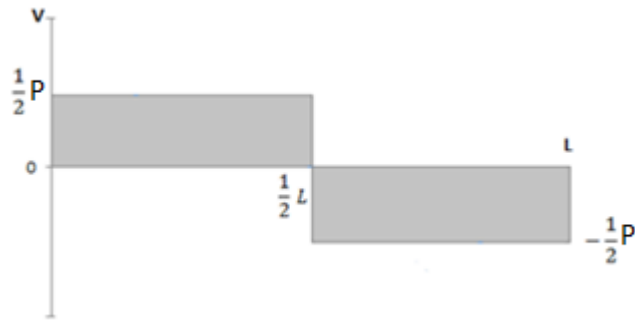


Figura 12 – Gráfico de força cortante.

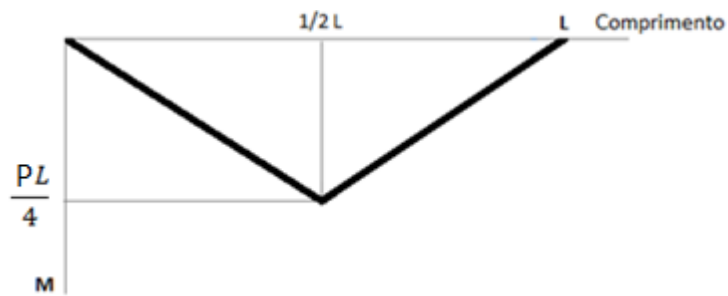


Figura 13 – Gráfico de momento fletor.

Por convenção o diagrama de momento fletor é desenhado de maneira invertida para que o gráfico represente o lado que a viga está sendo tracionada. Neste caso a metade inferior da viga é tracionada e a metade superior é comprimida, devido à aplicação de uma força transversal.

### 3.5.2 Diagramas de Momento Fletor e Força Cortante para viga sujeita à carga distribuída

Diagramas de força cortante e momento fletor de uma viga bi-apoiada em apoios fixos e solicitada por um carregamento uniformemente distribuído, de magnitude  $q$ , sobre toda a extensão da mesma.

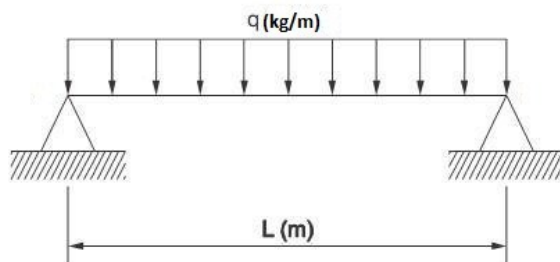


Figura 14 – Representação de uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento uniforme.

Inicialmente devem ser encontradas as reações nos apoios. Para isso tem que se calcular através do diagrama de corpo livre, o somatório da força na direção do eixo das ordenadas.

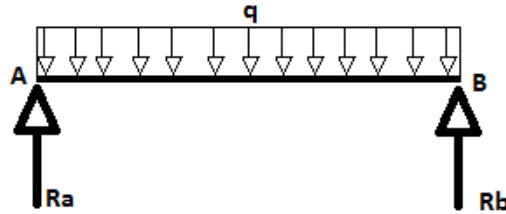


Figura 15 – Diagrama de corpo livre da viga estudada.

Temos que, pelo diagrama de corpo livre:

$$\begin{aligned}
 +\uparrow \sum Fy = 0 \quad R_A + R_B - q.L = 0 \\
 R_A + R_B = q.L
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

Onde,  $q.L$  é uma força pontual, localizada exatamente na metade do comprimento da viga, que representa a intensidade do carregamento distribuído, este artifício é usado apenas para efeito de cálculos. Desta forma, como teremos apenas a força  $q.L$  sendo aplicada sobre a viga na posição  $\frac{L}{2}$ , podemos afirmar que as reação nos apoios serão iguais e de magnitude  $\frac{q.L}{2}$ , pois temos uma viga simetricamente carregada.

Com os valores das reações devidamente calculados, pode-se então encontrar o diagrama da força cortante para a viga em questão. Como já é sabido consegue-se calcular a variação da força cortante entre dois pontos sobre uma viga, através do calculo da área correspondente ao diagrama de carregamento entre os determinados pontos. Desta forma é possível determinar o valor do cortante  $V$  em qualquer ponto da viga a uma distancia  $x$  de uma das extremidades, neste caso a extremidade A.

$$V - V_A = - \int_0^x q \, dx \tag{30}$$

$$V = V_A - q.x = \frac{1}{2} q.L - q.x = q \left( \frac{1}{2} L - x \right) \tag{31}$$

Como a equação da força cortante  $V$  consegue-se construir o diagrama da mesma, que é representado por uma reta que intercepta o eixo das abscissas em  $\frac{1}{2} L$ .



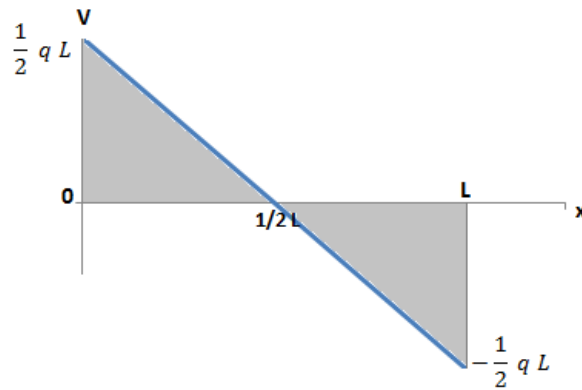


Figura 16 – Gráfico de força cortante.

Para o diagrama do momento fletor, é utilizada a variação dos fletor em dois pontos distintos na viga, sendo calculada pela área do diagrama da força cortante entre os pontos. Para determinar o valor de  $M$  do momento fletor a uma distância  $x$  de uma extremidade da viga, neste caso a extremidade A, tem-se:

$$M - M_A = \int_0^x V dx \quad (32)$$

Onde  $M_A$  é o momento no ponto A partindo do ponto A, portanto temos um braço igual à zero, assim  $M_A = 0$ .

$$M = \int_0^x q \left( \frac{1}{2} L - x \right) dx = \frac{1}{2} q (L x - x^2) \quad (33)$$

Por meio da equação do momento fletor se torna possível determinar o seu diagrama.

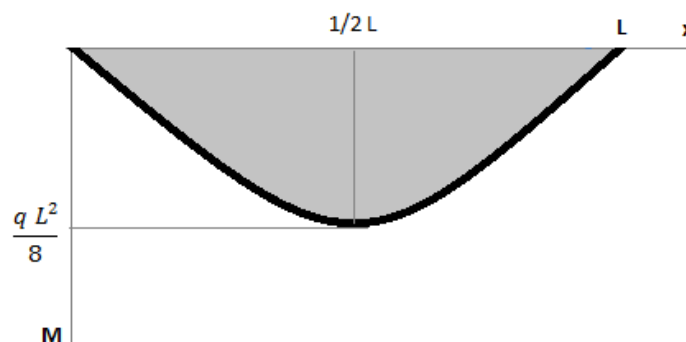


Figura 17 – Diagrama de momento fletor.

O diagrama se encontra invertido, por motivo de convenção, para que o mesmo fique do mesmo lado em que a viga é tracionada. Neste caso, onde a viga é solicitada por um

carregamento distribuído transversal, tem-se que a mesma é tracionada na metade inferior e comprimida na superior. No gráfico temos que o momento máximo é  $\frac{qL^2}{8}$  e que o mesmo se encontra na posição  $\frac{L}{2}$  do comprimento da viga, neste ponto o cortante  $V$  é zero, ou seja,  $\frac{dM}{dx} = 0$ .

### 3.5.3 Diagramas de Momento Fletor e Força Cortante para viga sujeita à três forças pontuais igualmente espaçadas

Diagramas da força cortante e do momento fletor para uma viga bi-apoiada em apoios fixos, sujeita a três cargas pontuais, igualmente espaçadas e com distância entre si igual a  $\frac{L}{4}$ .

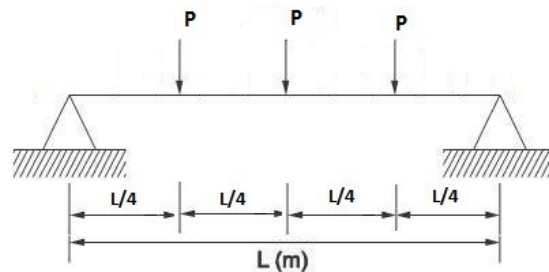


Figura 18 – Esquema de uma viga bi-apoiada solicitada por três forças de mesma magnitude e igualmente espaçadas.

Inicialmente calculam-se as reações nos apoios da viga.

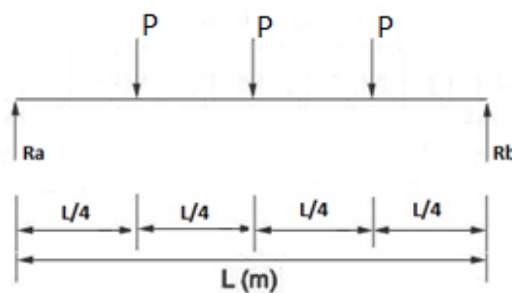


Figura 19 – Diagrama de corpo livre da viga estudada.

De posse do diagrama de corpo livre e aplicando as reações de equilíbrio podem-se encontrar os valores das reações nos apoios.

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \quad R_A + R_B - P - P - P = 0$$

$$R_A + R_B = 3 P \quad (34)$$

$$+\text{C} \sum M_B = 0 \quad - R_A \cdot L + \frac{3 P L}{4} + \frac{P L}{2} + \frac{P L}{4} = 0$$

$$R_A = \frac{3 P}{2} \quad (35)$$

Substituindo o valor encontrado para  $R_A$  na equação (34), temos que  $R_B$  será igual a  $\frac{3 P}{2}$ .

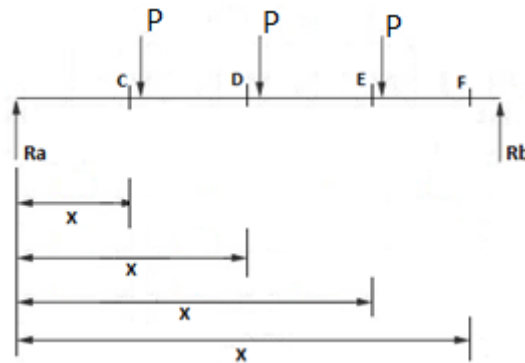


Figura 20 – Diagrama de corpo livre como seções demarcadas.

Para encontrar a equação do momento fletor resultante da aplicação de três forças de mesma magnitude e igualmente espaçada de forma simplificada, marcam-se quatro seções, partindo-se de A, imediatamente à esquerda dos pontos de aplicação de cada força, neste caso são as seções C, D, E e F. Nomeando a distancia em que se encontra cada uma das seções em relação ao ponto A de  $x$ . Cada termo da equação do momento fletor simplificada é referente ao calculo de um momento em uma seção, por exemplo, na seção C encontraremos o primeiro termo da equação, que será formado pelo momento da força  $R_A$  em relação a C, o segundo termo da equação será formado pelo momento da força de magnitude  $q$  distante  $\frac{L}{4}$  de A em relação à D e assim por diante. Portanto a equação do momento fletor da viga é a seguinte, utilizando por convenção momento em sentido horário positivo:

$$M = \frac{3 P}{2} (x - 0) - P \left( x - \frac{L}{4} \right) - P \left( x - \frac{L}{2} \right) - P \left( x - \frac{3L}{4} \right) \quad (36)$$

Deve-se tomar cuidado ao calcular os valores dos momentos em diferentes pontos ao decorrer da viga utilizando a equação acima, pois os valores resultantes das subtrações interiores aos parênteses devem sempre ser positivos. Portanto:

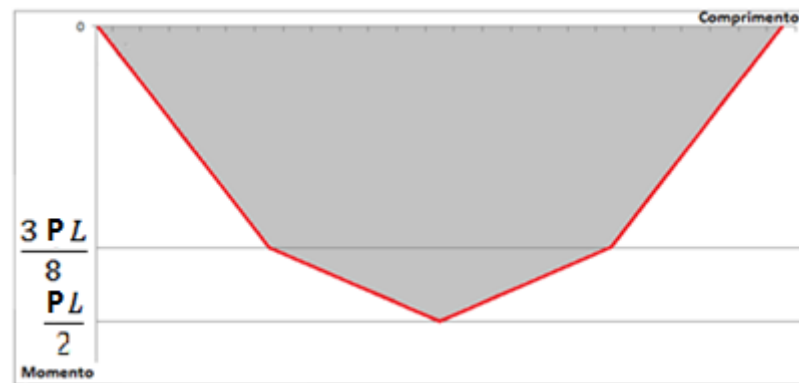
Para  $0 < x \leq \frac{L}{4}$ , a equação será  $M = \frac{3P}{2} (x - 0)$ ;

Para  $\frac{L}{4} < x \leq \frac{L}{2}$ , a equação será  $M = \frac{3P}{2} (x - 0) - P \left( x - \frac{L}{4} \right)$ ;

Para  $\frac{L}{2} < x \leq \frac{3L}{4}$ , a equação será  $M = \frac{3P}{2} (x - 0) - P \left( x - \frac{L}{4} \right) - P \left( x - \frac{L}{2} \right)$ ;

Para  $\frac{3L}{4} < x \leq L$ , a equação será  $M = \frac{3P}{2} (x - 0) - P \left( x - \frac{L}{4} \right) - P \left( x - \frac{L}{2} \right) - P \left( x - \frac{3L}{4} \right)$ .

De posse da equação do momento fletor, pode ser construído o gráfico de momento fletor referente à viga em estudo.



**Figura 21 – Diagrama de momento fletor.**

Como pode ser visto o momento fletor máximo para o tipo de carregamento estudado é  $\frac{3PL}{8}$ .

Sabemos que para se obter a equação da força cortante é necessário apenas derivar a equação do momento fletor em relação a  $x$ , portanto derivando as equações de momento para cada seção indicada na viga temos:

Para  $0 \leq x \leq \frac{L}{4}$ , a equação será  $V = \frac{3P}{2}$ ;

Para  $\frac{L}{4} < x \leq \frac{L}{2}$ , a equação será  $V = \frac{P}{2}$ ;

Para  $\frac{L}{2} < x \leq \frac{3L}{4}$ , a equação será  $V = -\frac{P}{2}$ ;

Para  $\frac{3L}{4} < x \leq L$ , a equação será  $V = -\frac{3P}{2}$ .

Assim o gráfico referente ao cortante incidente ao decorrer da viga é:



Figura 22 – Diagrama de força cortante.

### 3.6 Deflexão de uma barra

Sabe-se que a função que proporciona a obtenção da curvatura de uma curva em um ponto sobre a barra é (Beer e Johnston, 1982):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (37)$$

Onde  $\frac{dy}{dx}$  e  $\frac{d^2y}{dx^2}$  são derivadas da função  $y(x)$  que retrata a curvatura. Fazendo  $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$ , uma vez que a inclinação,  $\frac{dy}{dx}$ , da linha elástica de uma barra, é pequena, assim seu quadrado possa ser ignorado, portando reescrevemos a função acima da seguinte forma:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (38)$$

Substituindo a equação (20) em (38),

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (39)$$

Considerando que a barra tenha seção prismática, o produto  $EI$ , rigidez flexional, será constante, senão fosse o caso,  $EI$  deveria ser expresso em função de  $x$ . Assim, podemos multiplicar por ambos os lados da equação (39) o produto  $EI$  e fazermos a integração de 0 a  $x$ , da extremidade à uma dada seção, obteremos a seguinte expressão:

$$EI \frac{dy}{dx} = \int_0^x M(x) dx + C_1 \quad (40)$$

Em que  $C_1$  é uma constante de integração.

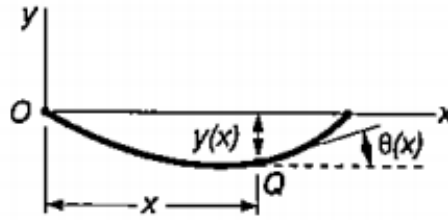


Figura 23 – Representação da deflexão  $y(x)$  e inclinação  $\theta(x)$  de uma viga (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 435).

Nomeando de  $\theta(x)$  o ângulo entre uma reta tangente à linha elástica no ponto Q forma com a horizontal, figura 23, e que o ângulo neste caso é muito pequeno podendo ser escrito da seguinte forma:

$$\frac{dy}{dx} = \text{tg} \theta \cong \theta(x) \quad (41)$$

Reescrevendo a equação (40):

$$EI \theta(x) = \int_0^x M(x) dx + C_1 \quad (42)$$

Integrando novamente em ambos os lados, temos:

$$EI y = \int_0^x \left[ \int_0^x M(x) dx + C_1 \right] dx + C_2 \quad (43)$$

$$EI y = \int_0^x \int_0^x M(x) dx + C_1 x + C_2 \quad (44)$$

Onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes de integração e são determinadas segundo as condições de apoio da barra ou viga, como representado na figura 24 e as funções acima (43) e (44) definem a declividade e a deflexão em um ponto Q na barra submetida à flexão.

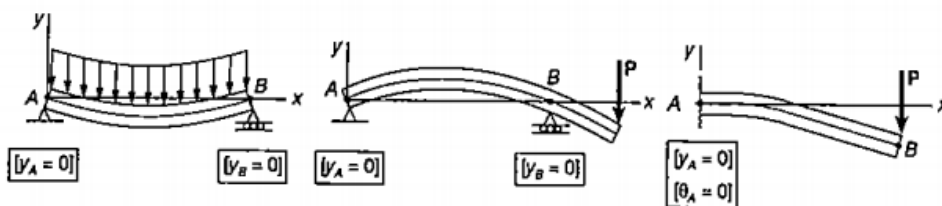


Figura 24 – Condições de deflexão e inclinação nos apoios (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 436).

### 3.6.1 Equação da deflexão máxima para viga sujeita à carregamento distribuído

Deflexão de uma viga bi-apoiada em apoios fixos e sujeita a um carregamento distribuído uniforme de magnitude  $q$ . Para iniciar a análise da deflexão máxima, flecha, de uma viga, deve-se conhecer como se comporta o momento fletor ao decorrer do comprimento da mesma.

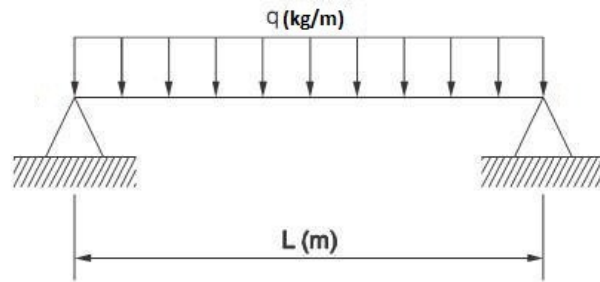


Figura 25 – Representação de uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento distribuído.

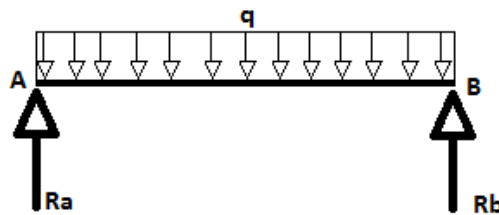


Figura 26 – Diagrama de corpo livre da viga estudada.

A equação do momento fletor solicitante da viga foi encontrada anteriormente neste trabalho, equação (33), onde:

$$M = \frac{1}{2} q (L x - x^2) = \frac{1}{2} q L x - \frac{1}{2} q x^2 \quad (33)$$

Sabe-se que a equação diferencial linear de segunda ordem que rege o comportamento da linha elástica de uma viga é, equação (39):

$$E I \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x) \quad (39)$$

De posse destas duas equações, pode-se substituir a equação (33) em (39).

$$E I \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{2} q L x - \frac{1}{2} q x^2 \quad (45)$$

Integrando duas vezes a equação acima, encontra-se:

$$E I \frac{dy}{dx} = \frac{1}{4} q L x^2 - \frac{1}{6} q x^3 + C_1 \quad (46)$$

$$E I y = \frac{1}{12} q L x^3 - \frac{1}{24} q x^4 + C_1 x + C_2 \quad (47)$$

Conhece-se que nos apoios, apoio A onde  $x = 0$  e apoio B onde  $x = L$ , a viga não apresenta movimento na direção do eixo das ordenadas, portanto temos duas informações importantes sobre os apoios, onde em  $x = 0$   $y = 0$  e em  $x = L$   $y = 0$ , agora se torna mais fácil descobrir os valores das constantes de integração,  $C_1$  e  $C_2$ , encontradas após a realização da integração acima. Utilizando  $x = 0$  e  $y = 0$  na equação (47), tem-se que  $C_2$  é igual à zero. Empregando  $x = L$  e  $y = 0$  na mesma equação, encontra-se:

$$\frac{1}{12} q L^4 - \frac{1}{24} q L^4 + C_1 L = 0$$

$$C_1 = -\frac{1}{24} q L^3$$

Substituindo  $C_1$  na equação (47), obtém-se a equação final:

$$E I y = \frac{1}{12} q L x^3 - \frac{1}{24} q x^4 - \frac{1}{24} q L^3 x \quad (48)$$

Interpreta-se que a deflexão será máxima no ponto onde o momento fletor for máximo. Anteriormente foi informado que o momento fletor é máximo na metade do comprimento da viga, ou seja,  $\frac{L}{2}$ , portanto a fecho máxima será encontrada substituindo  $\frac{L}{2}$  na equação final encontrada acima.

$$E I y = \frac{1}{96} q L^4 - \frac{1}{384} q L^4 - \frac{1}{48} q L^4 = -\frac{5 q L^4}{384}$$

Em modulo, a deflexão máxima de uma viga sujeita a um carregamento distribuído e uniforme é:

$$|y| = \frac{5 q L^4}{384 E I} \quad (49)$$



### 3.6.2 Equação da deflexão máxima de uma viga sujeita à uma força pontual

Deflexão de uma viga bi-apoiada em apoios fixos e sujeita a um carregamento pontual de magnitude  $q$ . Inicialmente deve-se conhecer as reação nos apoios, estas foram calculadas anteriormente neste trabalho.

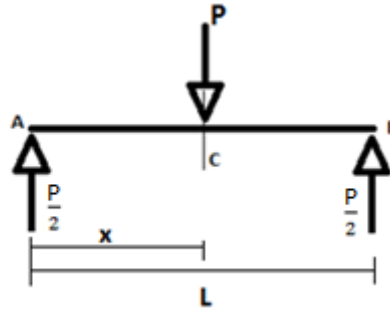


Figura 27 – Diagrama de corpo livre de uma viga bi-apoiada solicitada por uma força posicionada no meio de seu comprimento.

O método para se calcular a função momento fletor para uma viga sujeita a este tipo de carregamento difere um pouco do método já utilizado neste trabalho no item anterior. Para este problema deve-se marcar uma seção, no caso a C, imediatamente antes do ponto de aplicação da força pontual P. Iniciando os cálculos do momento a partir da extremidade A e utilizando a convenção de sinais já explicada neste trabalho.

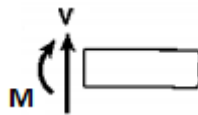


Figura 28 – Convenção de sinais adotada.

A distância entre as seções A e C será nomeada de  $x$  e entre A e B de  $L$ . Temos que o momento aplicado à seção C será:

$$M_C = \frac{P}{2} x \quad (50)$$

Uma vez calculado o momento em C partindo de A, consegue-se agora prosseguir os cálculos ao decorrer do comprimento da viga em questão. Deve-se agora encontrar o momento aplicado a uma seção imediatamente antes de B, utilizando o mesmo método e convenção de sinais utilizados acima. Já se tem o momento entre A e C, agora é necessário

encontrar o momento entre C e B, para estende-se  $x$  até imediatamente antes de B e conhecendo a distância entre A e C, se torna possível o calculo do momento no segmento CB.

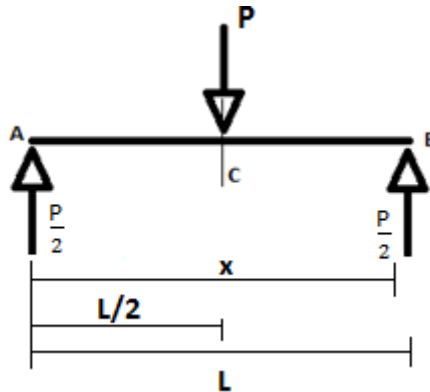


Figura 29 – Diagrama de corpo livre da viga estudada.

$$M_B = \frac{P x}{2} - P \left( x - \frac{L}{2} \right) \quad (60)$$

Encontrado a equação do momento entre no segmento CB, torna-se possível o calculo da deflexão causada pelos momentos agora conhecidos, referentes aos segmentos AC e CB. Após descobrir os valores referentes a cada deflexão podemos soma-los e então encontrar a expressão final para deflexão máxima da viga.

Iniciando pelo segmento AC, tem-se:

$$E I \frac{d^2 y}{dx^2} = M_c(x)$$

Substituindo o valor de  $M_C(x)$ , faz-se:

$$E I \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{P x}{2} \quad (61)$$

Integrando duas vezes a equação acima.

$$E I \frac{dy}{dx} = \frac{P}{4} x^2 + C_1 \quad (62)$$

$$E I y_c = \frac{P}{12} x^3 + C_1 x + C_2 \quad (63)$$

Repetindo o mesmo procedimento para o segmento CB, obtém-se:

$$E I \frac{d^2 y}{dx^2} = M_B(x)$$

$$E I \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{P x}{2} - P \left( x - \frac{L}{2} \right) \quad (64)$$

Integrando duas vezes a equação acima.

$$E I \frac{dy}{dx} = \frac{P}{4} x^2 - \frac{P}{2} (x^2 - L x) + C_3 \quad (65)$$

$$E I y_B = \frac{P}{12} x^3 - \frac{P}{2} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{L}{2} x^2 \right) + C_3 x + C_4 \quad (66)$$

As condições de contorno que devem ser satisfeitas pelas constantes de integração estão presentes nos apoios e no ponto C localizado aproximadamente no meio do comprimento da viga. Portanto para o apoio A,  $x = 0$  e  $y = 0$ , para o B,  $x = L$  e  $y = 0$ , já para o ponto C,  $x = \frac{L}{2}$  e  $\theta_C = \theta_B$ ,  $x = \frac{L}{2}$  e  $y_C = y_B$ . As condições de contorno para o ponto C são as apresentadas pelo fato de não poder ocorrer nenhuma mudança brusca na flecha e na declividade no ponto C. Agora é possível a obtenção dos valores das constantes de integração.

$$E I \frac{dy}{dx} = \frac{P}{4} x^2 + C_1 \quad (67)$$

$$E I y_C = \frac{P}{12} x^3 + C_1 x + C_2 \quad (68)$$

$$E I \frac{dy}{dx} = \frac{P}{4} x^2 - \frac{P}{2} (x^2 - L x) + C_3 \quad (69)$$

$$E I y_B = \frac{P}{12} x^3 - \frac{P}{2} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{L}{2} x^2 \right) + C_3 x + C_4 \quad (70)$$

Aplicando a condição de contorno  $x = 0$  e  $y = 0$ , na equação (68), encontra-se que  $C_2 = 0$ .

Empregando a condição de contorno  $x = L$  e  $y = 0$  na equação (70), tem-se:

$$\frac{P}{12} L^3 - \frac{P}{2} \left( \frac{L^3}{3} - \frac{L^3}{2} \right) + C_3 L + C_4 = 0$$

$$\frac{P L^3}{6} + C_3 L + C_4 = 0$$

Utilizando a condição,  $x = \frac{L}{2}$  e  $\theta_C = \theta_B$ , encontra-se:

$$\frac{P}{16} L^2 + C_1 = \frac{P}{16} L^2 - P \left( \frac{L^2}{8} - \frac{L^2}{4} \right) + C_3$$

$$\frac{P}{16} L^2 + C_1 = \frac{P}{16} L^2 - P \left( -\frac{2L^2}{16} \right) + C_3$$

$$C_1 = \frac{2P}{16} L^2 + C_3$$

$$C_1 = \frac{P}{8} L^2 + C_3$$

Com a condição,  $x = \frac{L}{2}$  e  $y_C = y_B$ , tem-se:

$$\frac{P}{96} L^3 + C_1 \frac{L}{2} = \frac{P}{96} L^3 - \frac{P}{2} \left( \frac{L^3}{24} - \frac{L^3}{8} \right) + C_3 \frac{L}{2} + C_4$$

$$C_1 \frac{L}{2} = \frac{P}{24} L^3 + C_3 \frac{L}{2} + C_4$$

Foi encontrado o seguinte sistema com três equações e três variáveis:

$$\frac{P L^3}{6} + C_3 L + C_4 = 0 \quad (71)$$

$$C_1 = \frac{P}{8} L^2 + C_3 \quad (72)$$

$$C_1 \frac{L}{2} = \frac{P}{24} L^3 + C_3 \frac{L}{2} + C_4 \quad (73)$$

Substituindo a equação (72) em (73), tem-se:

$$\frac{P}{16} L^3 + C_3 \frac{L}{2} = \frac{P}{24} L^3 + C_3 \frac{L}{2} + C_4$$

$$C_4 = \frac{P L^3}{16} - \frac{P}{24} L^3 = \frac{P L^3}{48}$$

Substituindo o valor de  $C_4$  na equação (72):

$$\frac{P L^3}{6} + C_3 L + \frac{P L^3}{48} = 0$$

$$C_3 L = - \frac{9 P L^3}{48}$$

$$C_3 = - \frac{3 P L^2}{16}$$

Para encontrar  $C_1$ , basta substituir  $C_3$  na equação (73):

$$C_1 = \frac{P}{8} L^2 - \frac{3 P L^2}{16}$$

$$C_1 = - \frac{P L^2}{16}$$

Portanto, os valores das constantes de integração são:

$$C_1 = - \frac{P L^2}{16}$$

$$C_2 = 0$$

$$C_3 = - \frac{3 P L^2}{16}$$

$$C_4 = \frac{P L^3}{48}$$

Substituindo os valores das constantes nas equações (69) e (71):

$$E I y_C = \frac{P}{12} x^3 - \frac{P L^2}{16} x$$

$$E I y_B = \frac{P}{12} x^3 - \frac{P}{2} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{L}{2} x^2 \right) - \frac{3 P L^2}{16} x + \frac{P L^3}{48}$$

Trocando  $x$  por  $\frac{L}{2}$ , valor onde o momento fletor e a deflexão da viga serão máximos tem-se:

$$E I y_C = \frac{P}{96} L^3 - \frac{P L^3}{32}$$

$$y_C = - \frac{P L^3}{48 E I}$$

$$E I y_B = \frac{P}{96} L^3 - \frac{P}{2} \left( \frac{L^3}{24} - \frac{L^3}{8} \right) - \frac{3 P L^3}{32} + \frac{P L^3}{48}$$

$$E I y_B = \frac{P}{96} L^3 + \left( \frac{P L^3}{24} \right) - \frac{3 P L^3}{32} + \frac{P L^3}{48}$$

$$y_B = \frac{P L^3}{24 E I}$$

Portanto, a deflexão máxima da viga sujeita a um carregamento pontual no meio do seu comprimento é:

$$y = y_c + y_B = -\frac{P L^3}{48 E I} + \frac{P L^3}{24 E I}$$

$$y = \frac{P L^3}{48 E I} \quad (74)$$

### 3.6.3 Equação da deflexão máxima de uma viga sujeita à três forças igualmente espaçadas

Deflexão de uma viga bi-apoiada em apoios fixos e sujeita a um carregamento composto por três forças igualmente espaçadas e magnitude P. Como já mencionado neste trabalho, para iniciar a análise da deflexão máxima, flecha, de uma viga, deve-se conhecer como se comporta o momento fletor ao decorrer do comprimento da mesma.

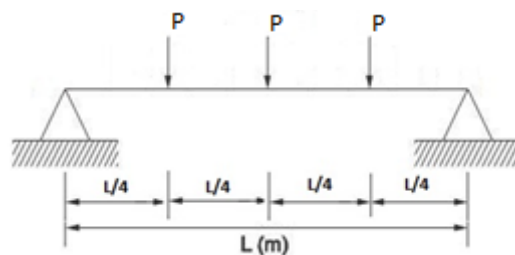
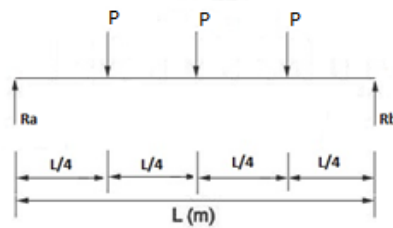


Figura 30 – Esquema de uma viga bi-apoiada sujeita a solicitação de três forças igualmente espaçadas.



**Figura 31 – Diagrama de corpo livre da viga em estudo.**

A equação do momento fletor solicitante da viga foi encontrada anteriormente neste trabalho, onde:

$$M = \frac{3P}{2}(x-0) - P\left(x - \frac{L}{4}\right) - P\left(x - \frac{L}{2}\right) - P\left(x - \frac{3L}{4}\right)$$

Sabe-se que a equação diferencial linear de segunda ordem que rege o comportamento da linha elástica de uma viga é:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x)$$

De posse destas duas equações, pode-se substituir o valor do momento M na equação diferencial.

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{3P}{2}(x-0) - P\left(x - \frac{L}{4}\right) - P\left(x - \frac{L}{2}\right) - P\left(x - \frac{3L}{4}\right) \quad (75)$$

Integrando duas vezes a equação acima, encontrará a equação de deflexão da viga, porém ao integrar a equação do momento deve-se realizar a integração dos termos entre parênteses em conjunto e não integrar cada termo da subtração separadamente:

$$EI \frac{dy}{dx} = \frac{3P}{4}(x-0)^2 - \frac{P}{2}\left(x - \frac{L}{4}\right)^2 - \frac{P}{2}\left(x - \frac{L}{2}\right)^2 - \frac{P}{2}\left(x - \frac{3L}{4}\right)^2 + C_1 \quad (76)$$

$$EI y = \frac{3P}{12}(x-0)^3 - \frac{P}{6}\left(x - \frac{L}{4}\right)^3 - \frac{P}{6}\left(x - \frac{L}{2}\right)^3 - \frac{P}{6}\left(x - \frac{3L}{4}\right)^3 + C_1 x + C_2 \quad (77)$$

Conhece-se que nos apoios, apoio A onde  $x = 0$  e apoio B onde  $x = L$ , a viga não apresenta movimento na direção do eixo das ordenadas, portanto temos duas informações importantes sobre os apoios, onde em  $x = 0$   $y = 0$  e em  $x = L$   $y = 0$ , agora se torna mais fácil descobrir os valores das constantes de integração,  $C_1$  e  $C_2$ , encontradas após a realização da integração acima. Utilizando  $x = 0$  e  $y = 0$  na equação (77), tem-se que  $C_2$  é igual à zero. Empregando  $x = L$  e  $y = 0$  na mesma equação, encontra-se:

$$\frac{3P}{12} L^3 - \frac{27P}{384} L^3 - \frac{P}{48} L^3 - \frac{P}{384} L^3 + C_1 L = 0$$

$$C_1 = -\frac{5}{32} P L^2$$

Substituindo  $C_1$  na equação (76), obtém-se a equação final:

$$E I y = \frac{3P}{12} (x - 0)^3 - \frac{P}{6} \left(x - \frac{L}{4}\right)^3 - \frac{P}{6} \left(x - \frac{L}{2}\right)^3 - \frac{P}{6} \left(x - \frac{3L}{4}\right)^3 - \frac{5}{32} P L^2 x \quad (78)$$

Interpreta-se que a deflexão será máxima no ponto onde o momento fletor for máximo. Já foi informado que o momento fletor é máximo na metade do comprimento da viga, ou seja,  $\frac{L}{2}$ , portanto a deflexão máxima será encontrada substituindo  $\frac{L}{2}$  na equação final encontrada acima.

$$E I y = -\frac{19 P L^3}{384}$$

Em modulo, a deflexão máxima de uma viga sujeita a um carregamento distribuído e uniforme é:

$$|y| = \frac{19 P L^3}{384 E I} \quad (79)$$

### 3.7 Carregamento transversal

Iniciando com as duas equações que governam o carregamento transversal, que são (Beer e Johnston, 1982):

$$\sum F_y = \sum F_y : \int \tau_{xy} dA = -V \quad (80)$$

$$\sum F_z = \sum F_z : \int \tau_{xz} dA = 0 \quad (81)$$

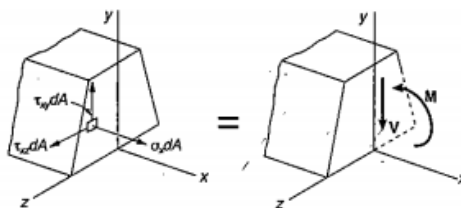


Figura 32 – Representação das tensões que influenciam o carregamento em barras (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 268).



A equação (80) diz que irão existir tensões verticais de cisalhamento nas seções transversais da viga e que essas serão orientadas para baixo. Já a equação (81) mostra que a tensão média de cisalhamento horizontal nas seções é nula (Beer e Johnston, 1982).

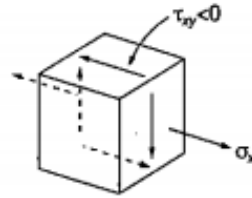


Figura 33 – Representação de tensões em um elemento de uma viga (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 268).

Ao analisar a figura 33, nota-se que nas faces perpendiculares ao eixo  $x$  tem-se a ação de uma tensão normal  $\sigma_x$  e a tensão cisalhante  $\tau_{xy}$ . Quando existem tensões cisalhantes atuando nas faces verticais de um elemento, ocorrem tensões de mesma intensidade nas faces horizontais, constata-se que existem tensões cisalhantes longitudinais em vigas expostas a carregamentos transversais.

### 3.7.1 Distribuição de tensão

Opta-se em posicionar o sistema de eixos no centroide da viga, da maneira que o eixo  $x$  nos forneça a dimensão longitudinal da mesma e que a ordenada  $y$  nos ofereça a distância de uma dada fibra à linha neutra e que  $\sigma_x = \frac{M y}{I}$ , onde  $M = P \cdot x$ .

Notamos através da figura 34 que a distribuição de tensão é linear e que a mesma vai variar de seção para seção, sendo proporcional ao valor de  $x$ .

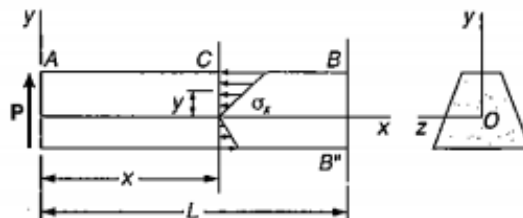


Figura 34 – Distribuição da tensão normal (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 270).

### 3.7.2 Tensão de cisalhamento em um plano horizontal

Por meio de um diagrama de corpo livre, como na figura 35, pode-se analisar a tensão de cisalhamento em uma viga. Inicialmente secciona-se a viga, obtendo o elemento ACA'C', atuaram sobre este elemento uma força P', parte da força P, um cortante V' na seção CC', a força compressiva  $\sigma_x dA$  e a resultante das forças horizontais da tensão cisalhante, na seção A'C', nomeada de H (Beer e Johnston, 1982).

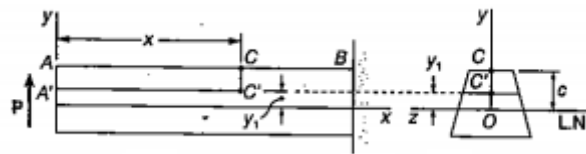


Figura 35 – Representação de seccionamento de elemento de uma barra (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 271).

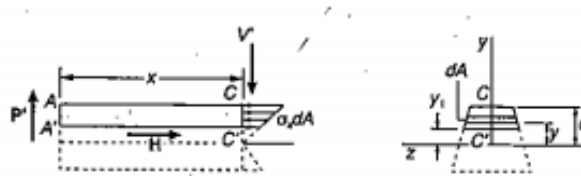


Figura 36 – Representação de comportamento da tensão normal e área da seção transversal (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 271).

Utilizando a equação da tensão normal, temos:

$$\sigma_x dA = -\frac{P x y}{I} dA \quad (82)$$

Na condição de equilíbrio, onde não atuam forças na direção do eixo x no elemento ACA'C', temos:

$$\sum F_x = 0 \quad H - \int \frac{P x y}{I} dA = 0$$

Isolando H e admitindo x constante por toda seção transversal, teremos:

$$H = \frac{P x}{I} \int_{y_1}^c y dA \quad (83)$$

A integral da equação (83) representa o momento estático da área da seção transversal do elemento em relação à linha neutra (Beer e Johnston, 1982). Nomeando de Q o momento estático, obtemos:

$$(39)$$

$$Q = \int_{y_1}^c y dA$$

Sabendo que:

$$\int_{y_1}^c y dA = A \bar{y} \quad (84)$$

Onde A é a área de estudo e  $\bar{y}$  é a distancia entre o centroide da área de estudo e a linha neutra.

Reescrevendo a equação (83) em termos do fluxo de cisalhamento, ou seja, dividindo a resultante das forças horizontais devido à tensão de cisalhamento ( $H/x$ ) e a nomeando de  $q$ . Podemos também substituir a força P pelo cortante V, pois no caso de vários carregamentos atuando sobre a viga devemos analisar a seção em função da resultante destas forças, que é o cortante (Beer e Johnston, 1982). Assim, temos:

$$q = \frac{V Q}{I} \quad (85)$$

Para obtermos a tensão de cisalhamento devemos continuar a análise, agora através da figura 37.

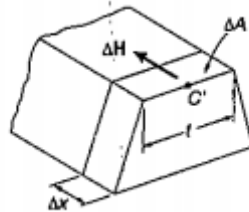


Figura 37 – Representação de elemento que compõe uma barra (Fonte: Beer e Johnston, 1982, p. 275).

Temos:

$$\Delta H = q \Delta x = \frac{V Q}{I} \Delta x$$

Sabemos que:

$$\Delta A = t \Delta x$$

Para se obter a tensão de cisalhamento basta calcular a seguinte razão:

$$\tau_{méd} = \frac{\Delta H}{\Delta A} = \frac{V Q}{I t} \frac{\Delta x}{\Delta x}$$

$$\tau_{méd} = \frac{V Q}{I t} \quad (86)$$

### 3.8 Ligações com conectores

Conector é uma forma de ligação empregada por meio de furos em chapas ou perfis. Os usuais são: rebites, parafusos convencionais e parafusos de alta resistência (Pfeil e Pfeil, 2000).

Os rebites são conectores colocados a quente, obtendo como forma final duas cabeças situadas em suas extremidades. Ao ser instalado o rebite transmite um esforço axial, ainda que muito baixo, comprimindo as chapas. Devido a este baixo esforço e a variabilidade deste, dependente da instalação, não é conveniente dimensionar a ligação considerando tal esforço e sim considerando o cisalhamento do corpo do rebite, fuste, e a transmissão de tensão promovida pelo mesmo à chapa ou perfil (Pfeil e Pfeil, 2000).

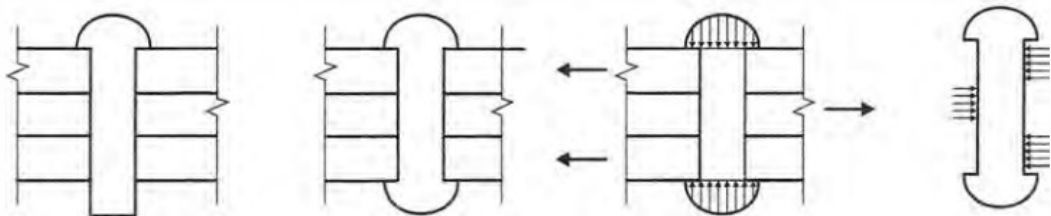


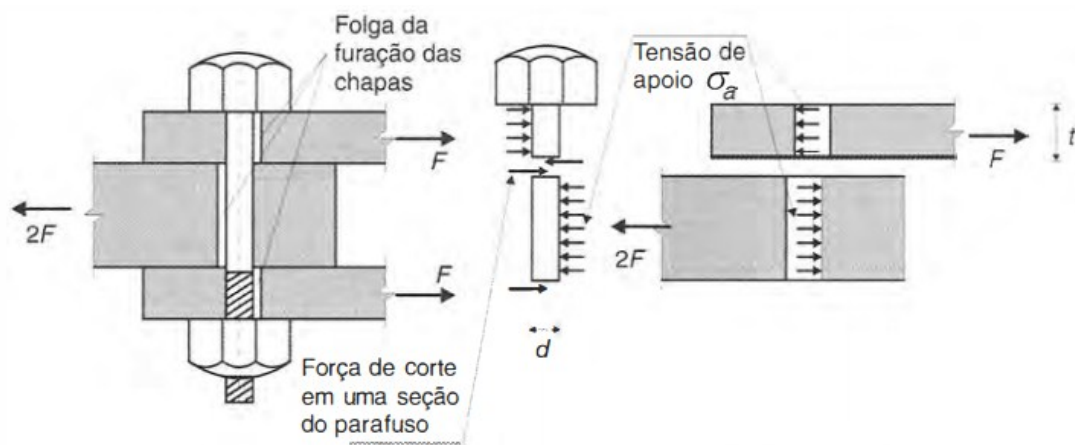
Figura 38 – Representação de instalação e forças da interação rebite-placas (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 51).

Os parafusos convencionais são em sua maioria forjados com aço-carbono de médio teor de carbono. Predominantemente possuem uma cabeça sextava em uma extremidade e na outra são rosqueados com porca. São instalados em estruturas através do torque promovido nas porcas, gerando uma tensão axial de tração nos parafusos e compressão das chapas ou perfis, porém este tipo de ligação permite a mobilidade entre as chapas. Conseqüentemente, a união aparafusada, como nos rebites, é dimensionada por meio da tensão de cisalhamento do corpo do parafuso e da transmissão de esforço para as chapas (Pfeil e Pfeil, 2000). As tensões citadas são calculadas a partir das seguintes equações:

$$\tau = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad (87)$$

$$\sigma_{esmag} = \frac{P}{d t} \quad (88)$$

Onde a equação (87) é a tensão de corte, cisalhamento, do conector e a (88) é a tensão transmitida pelo conector à chapa, em que, P é o esforço transmitido em um plano de corte, t é a espessura da chapa e d é o diâmetro nominal do conector.



**Figura 39 – Representação das tensões de cisalhamento e esmagamento criadas pela interação entre as placas e o parafuso (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 52).**

Os parafusos de alta resistência são fabricados com aços termicamente tratados. Tem como tipo mais usado o ASTM A325, feito de aço temperado. Ao serem instalados, da mesma maneira que os parafusos convencionais promovem um esforço de compressão nas chapas, neste caso o esforço axial é considerado para fins de cálculos de dimensionamento. Estes parafusos, devido a suas características, são utilizados em ligações que não permitem o deslizamento entre as chapas, ligação tipo atrito, ou que permitem um mínimo movimento, ligação do tipo apoio. Neste tipo de ligação a transmissão de esforço é feita por meio do atrito entre as chapas e o parafuso é submetido apenas à tração de instalação, pré-carga. Apesar desta característica, o dimensionamento da ligação é feito semelhante a dos demais conectores, através do estado limite último, utilizando tensão de cisalhamento e de apoio nas chapas (Pfeil e Pfeil, 2000).

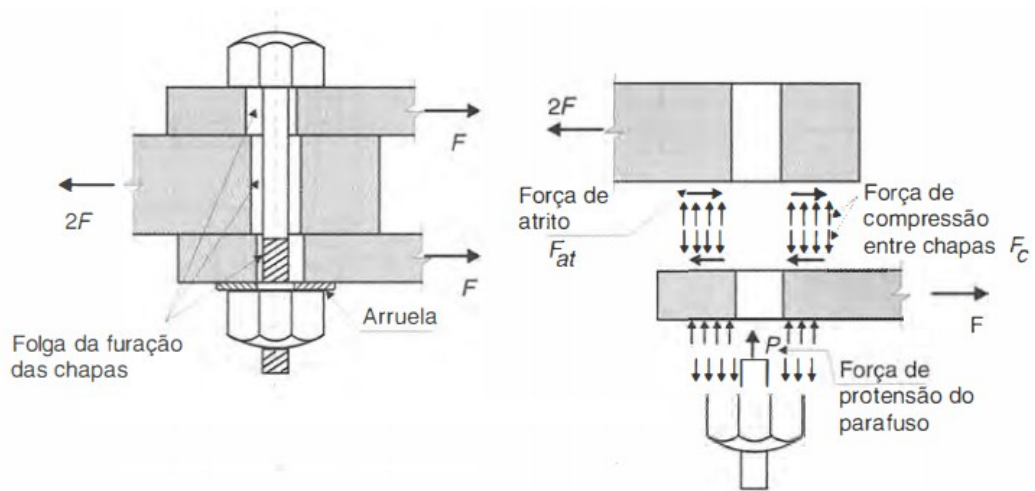


Figura 40 – Força de atrito promovida pela aplicação de uma pré-carga no parafuso (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 53).

### 3.8.1 Tipos de ruptura de ligações com rebites e parafusos

Os tipos de ruptura das ligações com conectores são apresentados na figura 41:

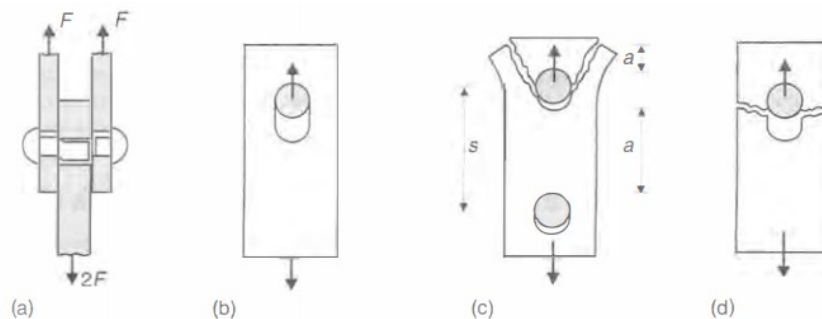


Figura 41 – Tipos de falhas das ligações com conectores; (a) Cisalhamento do conector; (b) Esmagamento da placa na borda do furo; (c) Ruptura por propagação de trincas iniciado no furo; (d) Ruptura da seção transversal (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 57).

### 3.8.2 Disposições construtivas da furação de elementos estruturais

A instalação de parafusos ou rebites em estruturas metálicas é feita através de furos, estes devem seguir padrões normatizados (Pfeil e Pfeil, 2000).

A furação padrão, para parafusos e rebites comuns, deverá ter folga de  $1/8''$  (1,5 mm) em relação ao diâmetro nominal do conector, faz-se necessária esta folga para permitir a montagem dos componentes (Pfeil e Pfeil, 2000).

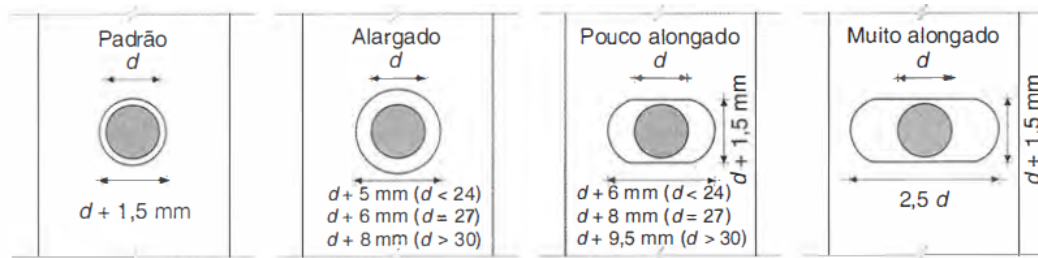


Figura 42 – Folga normatizada dos furos em relação ao diâmetro do conector (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 54).

Deve ser respeitado também o espaçamento entre os furos e entre os furos e a borda do componente estrutural. As distâncias mínimas para o caso de furos do tipo padrão estão dispostas abaixo, segundo a NB14 (Pfeil e Pfeil, 2000).

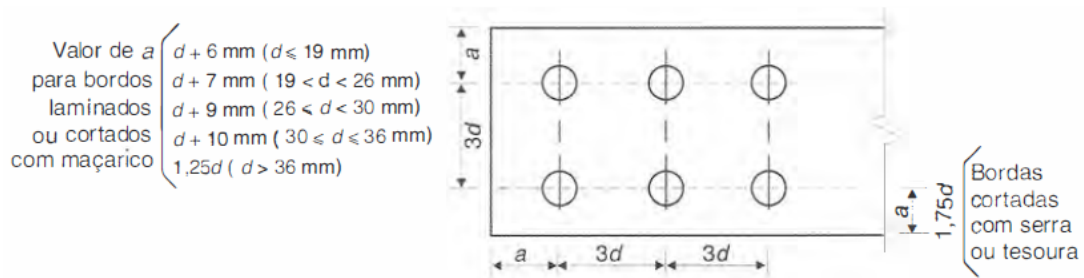
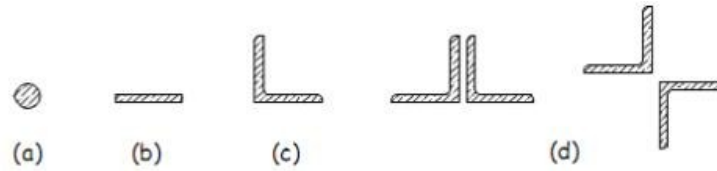


Figura 43 – Espaçamento entre furos (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 55).

### 3.9 Elementos tracionados em estruturas metálicas

Nomeiam-se elementos tracionados os expostos à tração axial ou tração simples. Algumas formas de se utilizar elementos tracionados em estruturas metálicas são na constituição de tirantes ou pendurais, contraventamentos, travejamento de vigas ou colunas, tirantes de vigas armadas e treliças (Pfeil e Pfeil, 2000). Para estas construções são utilizadas barras dos seguintes tipos: Barras redondas, barras chatas, perfis laminados simples (L, U, I) e perfis laminados compostos, figura 44.



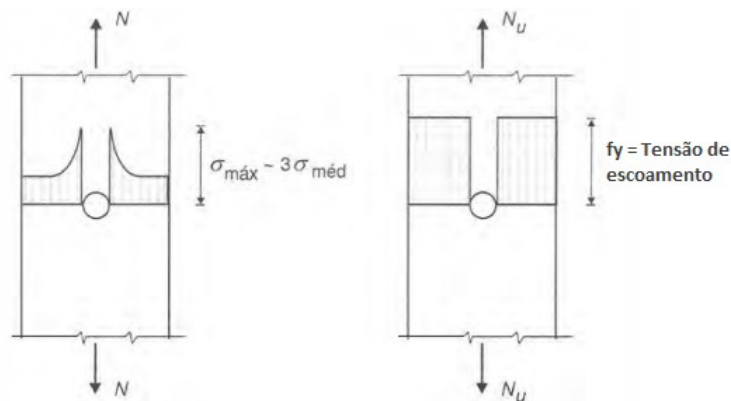
**Figura 44 – Barras utilizadas em construções metálicas; (a) Barra redonda; (b) Barra chata; (c) Perfil simples; (d) Perfis compostos (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 38).**

### 3.9.1 Resistência de elementos tracionados

A resistência de um elemento tracionado é definida pelo seu estado limite de tensão (Pfeil e Pfeil, 2000). Este que controla a resistência para um elemento é definido como:

- escoamento da seção transversal bruta do elemento fora das ligações;
- Ruptura da área líquida efetiva (seções contendo furos) nas ligações.

Nos elementos tracionados com furos, a seção transversal reduzida é chamada seção líquida. Os furos em um elemento causam concentrações de tensões, como indicado na figura 45.



**Figura 45 – Comportamento da tensão normal em elementos tracionados (Fonte: Pfeil e Pfeil, 2000, p. 39).**

Nos elementos estruturais com furos submetidos à tração, as tensões no regime elástico não são constantes, sendo constatadas tensões mais altas nas imediações das bordas dos furos. No estado limite, devido ao aço possuir características dúcteis, as tensões normais se tornam uniforme em todas as seções do elemento (Pfeil e Pfeil, 2000).

Em um elemento tracionado a área líquida é encontrado subtraindo da área bruta da seção transversal, as áreas correspondentes aos furos feitos para instalação de conectores.



## 4 Projeto

O projeto consiste em avaliar uma estrutura de um piso sustentador, mezanino, que precisa suportar uma sobrecarga atribuída à necessidade da empresa em aumentar sua capacidade de transporte interno para armazenagem. A carga atual suportada pela estrutura é de  $120 \text{ kgf/m}^2$ , sendo  $100 \text{ kgf/m}^2$  devido ao peso do transportador e  $20 \text{ kgf/m}^2$  ao peso do piso tipo grade metálica utilizado figura 49. A intenção da indústria é dobrar sua capacidade de transporte, ou seja, duplicar a carga devido ao transportador, atingindo  $200 \text{ kgf/m}^2$ .

Inicialmente foi feito a identificação dos perfis estruturais utilizados na construção do mezanino por inteiro. Vide tabela 5:

**Tabela 5 – Lista de vigas utilizadas na construção do mezanino.**

<b>Viga</b>	<b>Perfil</b>	<b>Viga</b>	<b>Perfil</b>	<b>Viga</b>	<b>Perfil</b>
V1	I 8 x 27,3 kg/m	V24	C 8 x 17,11 kg/m	V47	C 8 x 17,11 kg/m
V2	I 8 x 27,3 kg/m	V25	I 8 x 27,3 kg/m	V48	C 8 x 17,11 kg/m
V3	I 8 x 27,3 kg/m	V26	C 8 x 17,11 kg/m	V49	C 6 x 12,2 kg/m
V4	I 8 x 27,3 kg/m	V27	C 8 x 17,11 kg/m	V50	C 6 x 12,2 kg/m
V5	I 8 x 27,3 kg/m	V28	C 8 x 17,11 kg/m	V51	C 4 x 7,95 kg/m
V6	I 8 x 27,3 kg/m	V29	C 8 x 17,11 kg/m	V52	C 4 x 7,95 kg/m
V7	I 8 x 27,3 kg/m	V30	C 8 x 17,11 kg/m	V53	C 4 x 7,95 kg/m
V8	I 8 x 27,3 kg/m	V31	C 8 x 17,11 kg/m	V54	C 4 x 7,95 kg/m
V9	I 8 x 27,3 kg/m	V32	C 8 x 17,11 kg/m	V55	C 8 x 17,11 kg/m
V10	I 8 x 27,3 kg/m	V33	C 8 x 17,11 kg/m	V56	C 8 x 17,11 kg/m
V11	I 8 x 27,3 kg/m	V34	C 8 x 17,11 kg/m	V57	C 8 x 17,11 kg/m
V12	I 8 x 27,3 kg/m	V35	C 8 x 17,11 kg/m	V58	C 8 x 17,11 kg/m
V13	I 8 x 27,3 kg/m	V36	C 8 x 17,11 kg/m	V59	C 8 x 17,11 kg/m
V14	I 10 x 37,7 kg/m	V37	C 8 x 17,11 kg/m	V60	C 8 x 17,11 kg/m
V15	I 10 x 37,7 kg/m	V38	C 8 x 17,11 kg/m	V61	C 8 x 17,11 kg/m
V16	I 10 x 37,7 kg/m	V39	C 8 x 17,11 kg/m	V62	C 8 x 17,11 kg/m
V17	C 8 x 17,11 kg/m	V40	C 8 x 17,11 kg/m	V63	C 8 x 17,11 kg/m
V18	C 8 x 17,11 kg/m	V41	C 8 x 17,11 kg/m	V64	I 8 x 27,3 kg/m
V19	C 8 x 17,11 kg/m	V42	C 8 x 17,11 kg/m	V65	I 8 x 27,3 kg/m
V20	C 8 x 17,11 kg/m	V43	C 10 x 22,7 kg/m	V66	I 8 x 27,3 kg/m
V21	C 8 x 17,11 kg/m	V44	C 10 x 22,7 kg/m	V67	I 8 x 27,3 kg/m
V22	C 8 x 17,11 kg/m	V45	C 10 x 22,7 kg/m	V68	I 8 x 27,3 kg/m
V23	C 8 x 17,11 kg/m	V46	C 8 x 17,11 kg/m	-	-

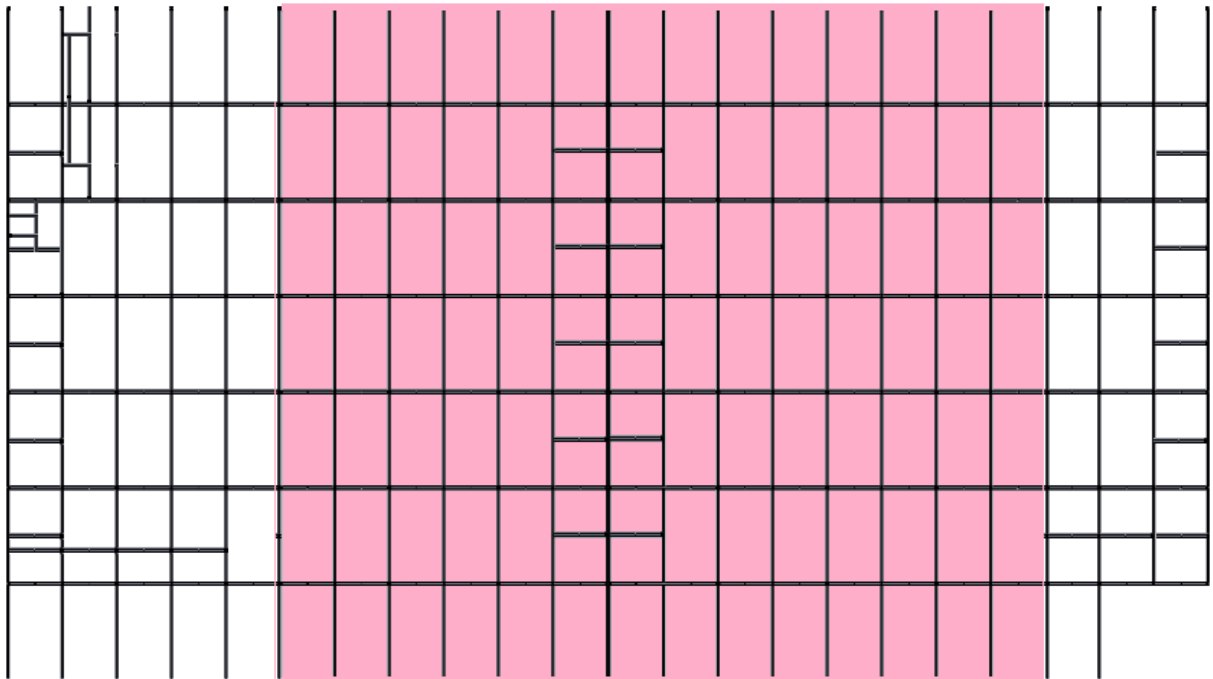
Os perfis estruturais estão listados resumidamente na tabela a seguir:

**Tabela 6 – Lista dos tipos de perfis estruturais utilizados na construção do piso.**

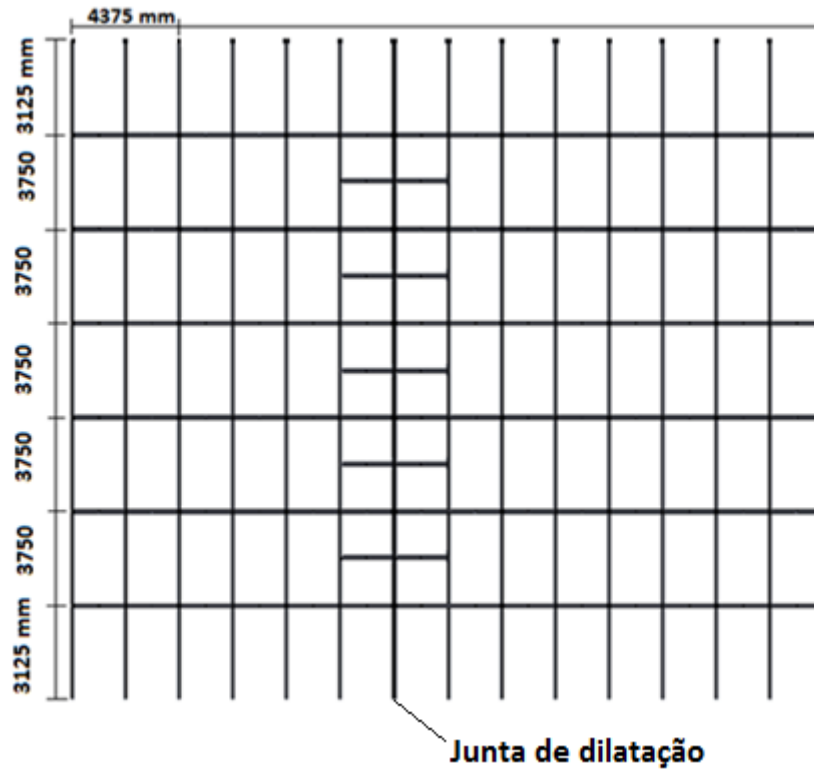
Perfis
C 4" x 7,95 kg/m
C 6" x 12,2 kg/m
C 8" x 17,11 kg/m
C 10" x 22,7 kg/m
I 8" x 27,3 kg/m
I 10" x 37,7 kg/m

Com todos os perfis identificados, o segundo passo foi encontrar o posicionamento de cada perfil na estrutura do piso sustentador.

Perfis identificados e seus posicionamentos conhecidos, cabe agora saber se toda a estrutura ou qual parte dela sofrerá com o aumento da carga. Analisando a posição do transportador na estrutura do mezanino, chegamos à conclusão que a área de atuação da sobrecarga será a mesma área ocupada pelo sistema de transporte, área em destaque na figura 46 e figura 47 mostrando a planta parcial, apenas a área em destaque.



**Figura 46 - Planta baixa do mezanino.**



**Figura 47 – Planta baixa da parte do mezanino que sustenta o sistema de transporte de mercadorias.**

Na área mais central da figura 47 existe uma junta de dilatação, que são dispositivos criados para absorver a variação volumétrica dos materiais, portanto existem duas vigas de perfis tipo C separadas por uma distância bem pequena. Outra característica percebida são vigas de perfis tipo I dispostas horizontalmente, próximas à junta de dilatação, com comprimento igual a 2,1875 metros, estas vigas funcionam como travamento da estrutura, assim sendo, não têm a função de sustentação de carga, portanto não serão consideradas nos cálculos a seguir.

A empresa informou que com o aumento da carga, a deflexão das vigas da estrutura não poderia ser maior que a razão  $\frac{L}{1000}$ , onde L é o comprimento de cada viga solicitada pela nova carga, pois uma deflexão maior interferiria no processo de transporte, devido aos equipamentos de automação utilizados possuírem uma faixa de precisão bastante curta. Tomando esta exigência, inicia-se a análise verificando qual a deflexão em cada viga da estrutura atual com o aumento da carga de  $100 \text{ kg/m}^2$  para  $200 \text{ kg/m}^2$ . Para realização da análise, primeiramente tem-se que identificar o valor e o tipo de carregamento incidente sobre cada viga da estrutura. Observando a armação do mezanino, a disposição das vigas e a fixação entre as mesmas, chegou-se a seguinte conclusão: as vigas formadas por perfis tipo C dispostas verticalmente no desenho da planta, são solicitadas com uma carga distribuída, uma

vez que o transportador utilizado pela empresa é formado por esteiras e estas estão posicionadas sobre os vãos entre as vigas horizontais. Já as vigas dispostas horizontalmente e formadas por perfis tipo I, sofrem, um carregamento pontual de valor igual a duas vezes a grandeza das reações nos apoios das vigas que sofrem carregamento distribuído, pois estas vigas são fixadas em suas extremidades no meio do comprimento das vigas de perfil I.

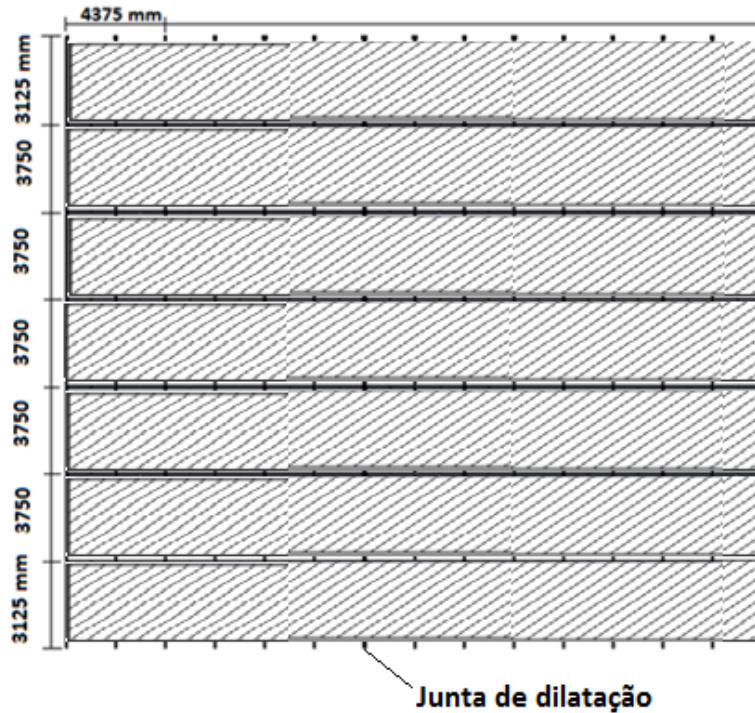


Figura 48 - Esquema da disposição do transportador sobre o mezanino.

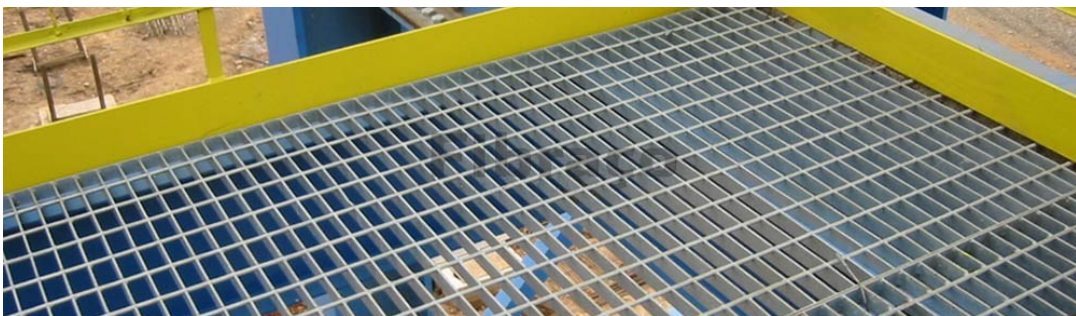


Figura 49 - Representação do piso tipo grade metálica (Fonte: <http://gradesdepisofibraco.com.br>)

Antes de uma análise sobre a deflexão de cada viga deve-se saber as características e propriedades físicas dos perfis utilizados. A construção do galpão de expedição da empresa foi realizada há aproximadamente 40 anos, em uma época que a maioria dos perfis metálicos utilizados no Brasil era proveniente da CSN (Companhia Siderurgia Nacional). Os perfis utilizados são obtidos por laminação, processo de conformação mecânica que consiste em

passar um elemento metálico entre dois cilindros paralelos girando em sentidos opostos com o objetivo de redução e alteração geométrica de sua seção transversal. Abaixo encontra-se a tabela das dimensões físicas dos perfis utilizados na montagem do mezanino.

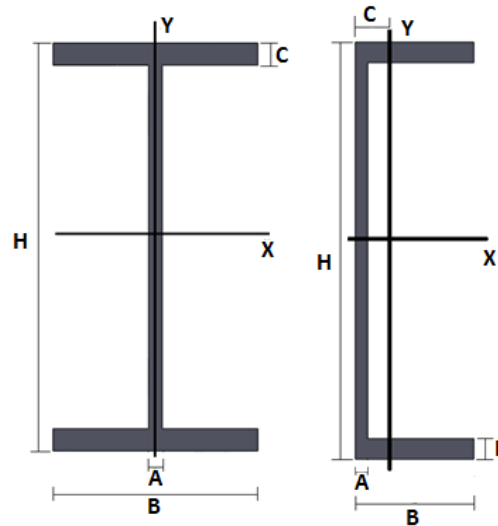
**Tabela 7 – Dimensões dos perfis estruturais.**

Perfil	Medidas			
	B (cm)	H (cm)	A (cm)	E (cm)
C 4" x 7,95 kg/m	4,01	10,16	0,46	0,77
C 6" x 12,2 kg/m	4,88	15,24	0,51	0,89
C 8" x 17,11 kg/m	5,74	20,3	0,599	1
C 10" x 22,7 kg/m	6,6	25,4	0,61	1,12
I 8" x 27,3 kg/m	10,16	20,3	0,686	1,1
I 10" x 37,7 kg/m	11,83	25,4	0,787	1,26

De posse das dimensões dos perfis, parte-se agora para a obtenção dos momentos de inércia referentes a cada um dos perfis estruturais, vide tabela 8:

**Tabela 8 – Características geométricas dos perfis utilizados na construção do mezanino.**

Perfil	Momento de Inércia				
	I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>x</sub> (cm <sup>3</sup> )	c (cm)	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> )
C 4" x 7,95 kg/m	160,98	31,69	1,31	15,95	5,91
C 6" x 12,2 kg/m	551,39	72,36	1,48	35,69	10,48
C 8" x 17,11 kg/m	1375,92	135,56	1,61	68,90	16,70
C 10" x 22,7 kg/m	2811,89	221,41	1,84	118,91	24,96
I 8" x 27,3 kg/m	2401,20	236,57	-	192,76	37,95
I 10" x 37,7 kg/m	5132,57	404,14	-	348,60	58,94



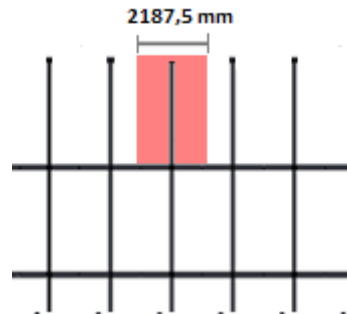
**Figura 50 – Representação dos perfis utilizados.**

De posse das informações das tabelas 7 e 8, e do valor das cargas atual e futura,  $C_{\text{atual}} = 100 \text{ kgf/m}^2$  e  $C_{\text{Futura}} = 200 \text{ kgf/m}^2$ , referentes ao peso do sistema de transporte de mercadorias, e da carga referente ao piso tipo grade metálica de aço carbono utilizado,  $C_{\text{piso}} = 20 \text{ kgf/m}^2$ , podemos agora calcular a deflexão das vigas de perfil estrutural C e sujeitas a um carregamento distribuído usadas na construção do piso sustentador. Serão feitas duas análises, a primeira levando em consideração a carga atual somada à carga do piso,  $C = C_{\text{atual}} + C_{\text{piso}}$ , a segunda com a carga futura adicionando a carga do piso,  $C = C_{\text{Futura}} + C_{\text{piso}}$ .

#### 4.1 Avaliação dos perfis estruturais

Para primeira análise, onde  $C = 120 \text{ kgf/m}^2$ , deve-se descobrir o valor do carregamento distribuído na viga,  $q$ , em  $\text{kgf/m}$ . Para isso tem-se que utilizar a área que concentra a carga que solicita cada viga. Em uma análise da planta do mezanino chega-se a área em questão, que é a mesma para todas as vigas e suas dimensões são 2,1875 metros de largura por 3,75 metros de comprimento. Portanto para obter-se o carregamento distribuído em cada viga basta realizar a seguinte operação:

$$q = C \cdot 2,1875 \left( \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \right) \quad (89)$$



**Figura 51 - Representação área de influência da carga imposta sobre cada viga.**

Portando o valor de  $q$  pode-se então encontrar o valor das reações nos apoios, que obedecem a seguinte expressão:

$$V_A = V_B = \frac{q L}{2} \text{ (kgf)} \quad (90)$$

Onde,  $V_A$  e  $V_B$  são as reações nos apoios e  $L$  é o comprimento da viga.

Com as reações nos apoios e o carregamento distribuído podemos, então, encontrar o valor o momento fletor máximo. Uma vez que, por simplificação, admitiu-se que o carregamento sobre estas vigas é distribuído e uniforme sabemos que o gráfico o momento fletor, neste caso, é uma parábola e que tem seu valor máximo no comprimento da viga igual a  $L/2$ , portanto o momento fletor máximo será:

$$M_{máx} = \frac{q L^2}{8} \text{ (kgf.m)} \quad (91)$$

Sabe-se que a tensão atuante na viga devido ao fletor obedece a seguinte equação:

$$\sigma_m = \frac{M_{máx}}{W_x} \left( \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right) \quad (92)$$

Onde  $W_x$  é igual a razão  $I_x/c$ . Utilizando  $W_x$ , uma vez que a viga flexiona-se entorno do eixo  $x$  do sistema de coordenadas utilizado para a análise.

Empregando a equação (49) para deflexão máxima de uma viga submetida a um carregamento distribuído e uniforme encontrada anteriormente neste trabalho, o valor do módulo de elasticidade do aço que será usado em todo o trabalho é  $2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ . Temos todos os resultados calculados para a carga  $C$  de solicitação do mezanino igual  $120 \text{ kg/m}^2$ , dispostos na tabela a seguir:

**Tabela 9 – Resultados para carga atual.**

Comprimento (m)	q (kgf/m)	Reações nos Apoios (kgf)	Momento Fletor Máximo (kgf.m)	Tensão (kgf/cm <sup>2</sup> )	Deflexão Máxima (cm)
3,75	262,50	492,19	461,43	340,39	0,24
3,125	262,50	410,16	320,43	236,38	0,12

Para segunda análise, onde  $C = 220 \text{ kg/m}^2$ , o método de cálculo é o mesmo, e os resultados encontrados estão dispostos na tabela a seguir:

**Tabela 10 – Resultados para carga futura, com o aumento da capacidade de transporte.**

Comprimento (m)	q (kgf/m)	Reações nos Apoios (kgf)	Momento Fletor Máximo (kgf.m)	Tensão (kgf/cm <sup>2</sup> )	Deflexão Máxima (cm)
3,75	481,25	902,34	845,95	624,05	0,44
3,125	481,25	751,95	587,46	433,37	0,21

De posse dos resultados obtidos após o aumento da carga que incide sobre a estrutura, pode-se analisar se este aumento de carga ocasionará problemas ao sistema de transporte de mercadorias da fábrica. Sabe-se que o transportador não terá falhas se a deflexão das vigas for menor que  $\frac{l}{1000}$ , ou seja, para vigas cuja medida de seu comprimento é 3,75 metros (375 cm) a deflexão máxima suportada é 0,375 cm e para as de comprimento igual a 3,125 metros (312,5 cm) é de 0,3125 cm. Portanto, pelos resultados obtidos na tabela, conclui-se que será necessária alguma intervenção estrutural no mezanino para que a fábrica tenha sua capacidade de movimentação de cargas aumentada.

Agora será feita a análise dos perfis tipo I que se encontram dispostos horizontalmente no esquema da planta do mezanino. Da mesma forma que foi feita a investigação para os perfis dispostos verticalmente, o estudo será caracterizado pela comparação entre uma carga atual e uma carga futura, estas cargas nada mais serão que reações de apoio das vigas verticais sobre as horizontais.

Como citado anteriormente às reações nos apoios dos perfis C são calculadas pela equação  $\frac{qL}{2}$  e estão apresentadas nas tabelas (8) e (9). De posse destas informações e sabendo que cada perfil I é carregado por seis vigas C, porém apenas as duas vigas afixadas no meio do comprimento de cada viga I influenciarão em seu momento fletor e por consequência em



sua deflexão, pois as outras quatro vigas estão presas aos apoios da viga horizontal. Portanto, nos cálculos referentes às vigas I será considerada apenas uma força concentrada no meio do comprimento do perfil estrutural e formada pela soma das reações nos apoios de cada viga C afixada no centro do perfil.



**Figura 52 - Representação da maneira que os perfis tipo I são carregados.**

Os resultados são apresentados nas tabelas a seguir, sendo que na primeira tabela constam os valores para carga atual e na segunda os resultados após o aumento da carga, as equações utilizadas para os cálculos referentes aos resultados abaixo são deflexão máxima equação (74), momento fletor máximo figura 13, tensão equação (92) e reações de apoio equação (28).

**Tabela 11 – Resultados obtidos para carga atual.**

Comprimento (m)	Carga Atual (kgf)	Reações nos Apoios (kgf)	Momento Fletor Máximo (kgf.m)	Tensão (kgf/cm <sup>2</sup> )	Deflexão Máxima (cm)
4,375	525,00	262,50	574,22	242,73	0,19

**Tabela 12 – Resultados para carga futura.**

Comprimento (m)	Carga Futura (kgf)	Reações nos Apoios (kgf)	Momento Fletor Máximo (kgf.m)	Tensão (kgf/cm <sup>2</sup> )	Deflexão Máxima (cm)
4,375	1804,68	902,34	1973,87	834,37	0,64

Fazendo a mesma análise de resultados, realizada anteriormente para os perfis C. Temos que a deflexão máxima suportada pelo sistema de transporte de mercadorias é  $\frac{L}{1000}$ , portanto devido ao comprimento de 4,375 metros (437,5 cm) das vigas em questão, a deflexão máxima permitida é de 0,4375 cm. Devido aos resultados apresentados na tabela (12),

conclui-se que será necessária alguma intervenção estrutural para que a deflexão das vigas fique dentro do suportado e que a empresa não tenha problemas com seu transportador.

De posse dos resultados obtidos e sabendo que são necessárias intervenções estruturais em todo o mezanino de forma que este tenha sua deflexão diminuída, ou seja, sofra um aumento de sua rigidez, serão feitas duas análises.

A primeira análise será para os perfis tipo C. Foram utilizados perfis de dois comprimentos diferentes na construção do mezanino, 3750 mm e 3125 mm, para vigas cuja medida de seu comprimento é 3,75 metros (375 cm) a deflexão máxima suportada é 0,375 cm e para as de comprimento igual a 3,125 metros (312,5 cm) é de 0,3125 cm. Nota-se na tabela (10) que apenas os perfis estruturais com comprimento de 3750 mm precisam ter sua rigidez aumentada ou o carregamento incidente sobre eles diminuído. A proposta de alteração estrutural para estes perfis foi a colocação de vigas iguais as já utilizadas nos vãos entre perfis da estrutura original, desta maneira o carregamento distribuído sobre cada viga será diminuído à metade ocasionando assim, a diminuição da deflexão dos perfis. Com a afixação destas novas vigas temos uma queda na largura da área que concentra a carga que solicita cada viga, portanto, saindo da dimensão de 2,1875 x 3,75 metros para 1,09375 x 3,75 metros. Assim, para obter-se o carregamento distribuído em cada viga basta realizar a seguinte operação:

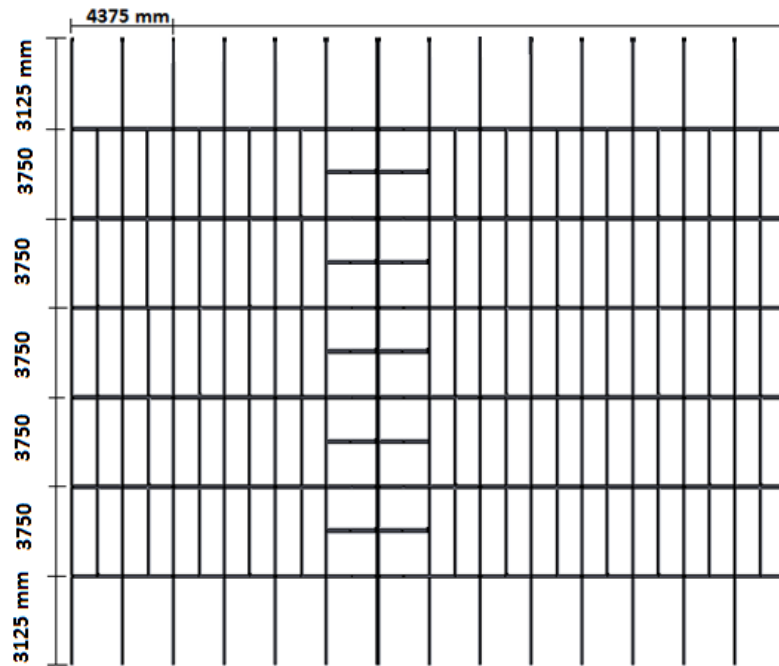
$$q = C \cdot 1,09375 \left( \frac{kg}{m} \right) \quad (93)$$

Os demais cálculos são feitos com os mesmos métodos já utilizados. Portanto, com a mudança proposta tem-se que os resultados são mostrados na tabela 13:

**Tabela 13 – Resultados obtidos para a readequação estrutural proposta para os perfis tipo C.**

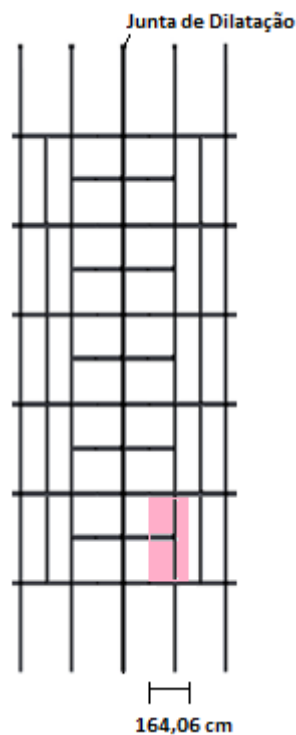
Comprimento (m)	q (kgf/m)	Reações nos Apoios (kgf)	Momento Fletor Máximo (kgf.m)	Tensão (kgf/cm <sup>2</sup> )	Deflexão (cm)
3,75	240,63	451,17	422,97	312,02	0,22

Deste modo, os perfis C não terão mais uma deflexão fora dos padrões, pois a mesma agora tem o valor de 0,22 cm, valor este menor que o máximo aceitável de 0,375 cm.



**Figura 53 – Planta baixa da área de ocupação do transportador de mercadorias, após a readequação proposta.**

Faça-se um estudo das vigas mais ao centro do mezanino, como mostra a figura 54.



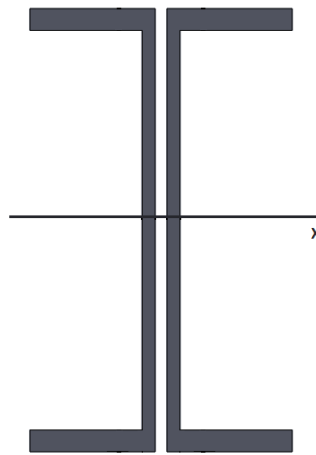
**Figura 54 - Vista mais ao centro do mezanino.**

Como é percebido, pela área em destaque na figura anterior, a carga distribuída sobre a viga obedece a seguinte equação:

$$q = C \cdot 1,6406 \left( \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \right) \quad (94)$$

Onde C é igual a 220 kgf/m<sup>2</sup>. Assim, a carga distribuída que solicita a viga é igual a 360,932 kgf/m. De posse deste valor e tendo conhecimento da equação de deflexão pode-se encontrar o valor da deflexão máxima, y, para este perfil tipo C.

$$|y| = \frac{5 q L^4}{384 E I} = \frac{5 \cdot 3,60932 \cdot 375^4}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 1375,92} = 0,3216 \text{ cm}$$



**Figura 55 - Seção transversal das vigas que formam a junta de dilatação.**

A carga distribuída sobre a viga obedece a seguinte equação:

$$q = C \cdot 2,1875 \left( \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \right)$$

Onde C é igual a 220 kgf/m<sup>2</sup>. Assim, a carga distribuída que solicita a viga é igual a 481,25 kgf/m. Analisando a seção transversal mostrada na figura 55, percebe-se que o valor do momento de inercia em relação ao eixo X é igual à soma dos momentos de inercia referente a cada um dos perfis estruturais, portanto  $I_x = 2 \times 1375,92 = 2751,84 \text{ cm}^4$ . De posse destes valores e tendo conhecimento da equação de deflexão pode-se encontrar o valor da deflexão máxima, y, para este perfil tipo C.

$$|y| = \frac{5 q L^4}{384 E I} = \frac{5 \cdot 4,8125 \cdot 375^4}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 2751,84} = 0,2144 \text{ cm}$$

Deste modo, os perfis C na região mais ao centro do mezanino não têm necessidade de reforço estrutural, pois a deflexão destes não atingirá o valor máximo aceitável de 0,375 cm.

A segunda análise é a respeito dos perfis tipo I. Antes se fazer a readequação nos perfis C, as vigas I eram somente solicitadas por uma carga concentrada no meio de seu comprimento, após o ajuste estrutural os perfis I passa a ser solicitado por três forças igualmente espaçadas por uma distância igual a  $\frac{1}{4}$  do comprimento da viga. Para efeito dos cálculos são desconsideradas as forças incidentes sobre os apoios, uma vez que estas cargas não fazem efeito sobre o momento fletor e deflexão da viga. As magnitudes das três forças solicitantes do perfil I são iguais a duas vezes o valor das reações nos apoios, pois os pontos de incidência das cargas são os mesmos em que as vigas tipo C são afixadas.

Na tabela abaixo são apresentados os valores de momento fletor máximo, tensão máxima, reações nos apoios, e deflexão máxima, encontradas respectivamente em figura 21, equação (92), equação (35) e equação (79).

**Tabela 14 – Resultados obtidos para carga futura nos perfis tipo I, após a readequação proposta para os perfis C.**

Comprimento (m)	Carga (kg)	Reações nos Apoios (kg)	Momento Fletor Máximo (kg.m)	Tensão Máxima (kg/cm <sup>2</sup> )	Deflexão Máxima (cm)
4,375	902,34	1353,51	1973,87	834,37	0,74

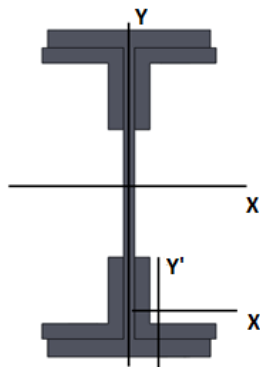
Ao analisar os resultados obtidos para deflexão, conclui-se que após a mudança estrutural os valores aumentaram devido à mudança da função de deflexão ocasionada pela alteração do tipo de carregamento. Portanto, faz-se necessário uma adequação no perfil de modo a aumentar a rigidez da viga. Uma das maneiras de se aumentar a rigidez de uma viga é a afixação, junto a mesma, de perfis estruturais.

Sabe-se que a deflexão máxima admissível para a estrutura do mezanino é igual a  $\frac{L}{1000}$ , ou seja, para a viga em questão com comprimento de 437,5 cm, a deflexão admissível é igual a 0,4375 cm. De posse deste valor e conhecendo a equação de deflexão para o novo tipo de carregamento do perfil I, torna-se possível estimar a magnitude do momento de inercia necessário para garantir a rigidez para um perfeito funcionamento do sistema de transporte de mercadorias. Assim, equação (79):

$$|y| = \frac{19 P L^3}{384 E I} \quad (79)$$

$$I = \frac{19.902 \cdot 437,5^3}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 0,4375} = 4067,86 \text{ cm}^4$$

Para conseguir elevar o valor do momento de inercia da viga, será feita a afixação de cantoneiras de abas iguais (L 2" x 3/8") de modo que o vértice formado pelo encontro das abas das mesmas fique recostado no vértice de encontro da abas do perfil I com o sua alma. Para efeito de simplificação de cálculo será considerado que o comprimento de cada é igual ao comprimento da viga em estudo, 4375 milímetros, porém no momento da montagem, serão utilizadas cantoneiras de 960 mm de comprimento, devido a necessidade de se utilizar fixadores para unir as vigas formadas por perfis tipo C às de perfis tipo I, este tipo de simplificação não levará a erros nos cálculos uma vez que os fixadores funcionaram como enrijecedores locais assim como as cantoneiras, aumentando o momento de inercia da viga e por consequência diminuindo sua deflexão.



**Figura 56 – Seção transversal das vigas horizontais para a adequação proposta.**

As características das cantoneiras são:

**Tabela 15 – Características das cantoneiras usadas para enrijecerem o perfil tipo I.**

Cantoneira	Área (cm <sup>2</sup> )	I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> )	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	c (cm)
2" x 3/8" (6,99 kg/m)	8,76	20	20	1,63

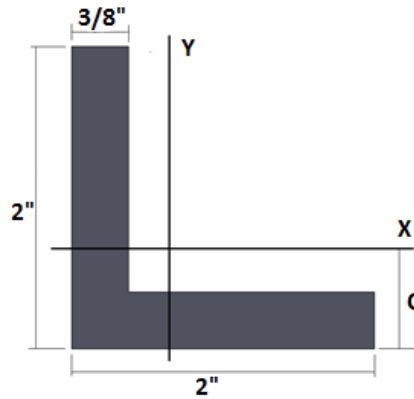


Figura 57 – Cantoneira escolhida.

Assim, pode-se calcular o momento de inércia desta montagem, através da seguinte equação:

$$I_{x\ Total} = 4 [I_{x\ Cantoneira} + (d^2 A)] + I_{x\ perfil\ I} \quad (95)$$

Onde,  $d$  é a distância entre o eixo centroidal  $x$  da cantoneira e eixo centroidal  $x$  do perfil I e  $A$  é a área de seção transversal de uma cantoneira.

$$I_x = 4 [20 + (7,42^2) \cdot 8,76] + 2401,2 = 4410,4\ cm^4$$

Com a montagem o valor da deflexão máxima da viga será 0,4035 cm, devido ao aumento na magnitude do momento de inércia em relação ao eixo  $x$ , valor este menor que o máximo admissível que é 0,4375 cm. Portanto, conclui-se que a montagem é bem sucedida para aquilo que foi proposta.

Para a realização da afixação das cantoneiras no perfil I, faz-se necessário a utilização de parafusos. Nesta montagem serão utilizados parafusos de alta resistência A325 (5/8" x 2 1/4"), os mesmos utilizados em toda a estrutura.

Com o intuito de descobrir a quantidade de parafusos necessária para afixar as cantoneiras, é preciso analisar a possibilidade de cisalhamento ou esmagamento dos parafusos utilizados na união do perfil às cantoneiras, pois a viga é submetida a um cortante e sabe-se que quando esta é sujeita a um cortante pode sofrer cisalhamento. Para o cálculo da tensão cisalhante será utilizada a seguinte equação (86):

$$\tau_{méd} = \frac{V Q}{I_x t} \quad (86)$$

Onde  $Q = A \cdot \bar{y}$ .

Tem-se ciência que todos os perfis I que sofreram o aumento do carregamento são do tipo I 8"x 27,3 kg/m. O valor do cortante máximo  $V$  é conhecido, sendo igual a  $\frac{3P}{2}$ , ou seja, 1353,51 Kg. A constante  $t$  equivale a espessura da viga, neste caso a espessura da alma.  $A$  é a área de estudo, em preto na figura 58, e  $\bar{y}$  é a distancia entre o centroide da área de estudo e a linha neutra. O esquema que ilustrará os cálculos pode ser visto a seguir:

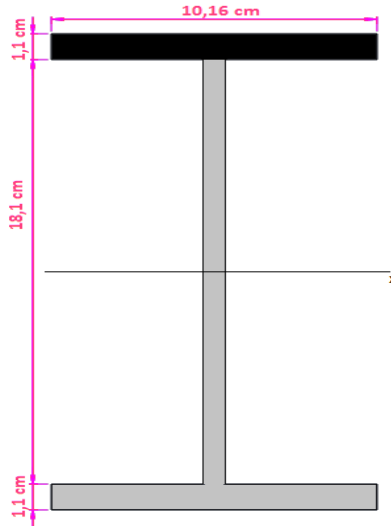


Figura 58 – Características do perfil estrutural I para o cálculo da tensão cisalhante máxima.

Portanto temos que a tensão de cisalhamento máxima é:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{V A \bar{y}}{I_x t} \quad (96)$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{1353,51 \cdot 10,16 \cdot 1,1 \cdot 9,6}{2401,20 \cdot 0,686} = 91,63 \text{ kg/cm}^2$$

Porém, tem-se ciência que nesta viga o cortante não é constante, o mesmo varia pelo comprimento, como é demonstrado anteriormente neste trabalho.

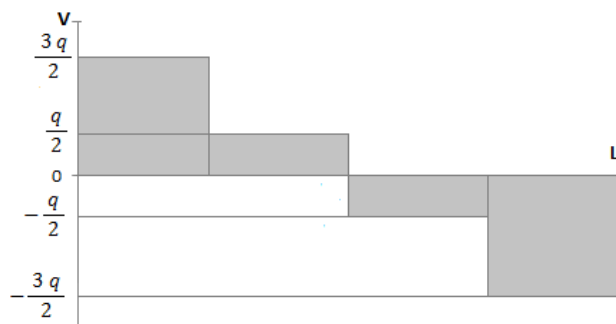
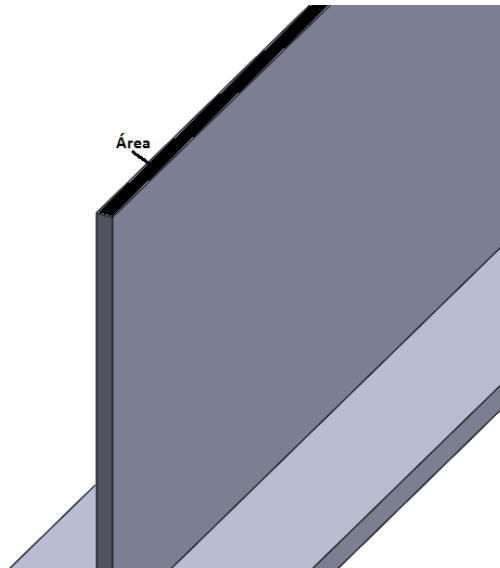


Figura 59 – Gráfico de força cortante ao longo do comprimento da viga.



É evidenciado, agora, que o valor da força cortante no comprimento mais central da viga é  $\frac{q}{2}$ , ou seja,  $\frac{1}{3}$  do valor do cortante encontrado para as pontas da viga, portanto conclui-se que a tensão de cisalhamento para parte central da viga, de  $\frac{L}{4}$  a  $\frac{3L}{4}$ , é também  $\frac{1}{3}$  da tensão máxima, assim sendo,  $30,54 \text{ kg/cm}^2$ .

Fazendo um corte longitudinal na viga de modo a retirar a aba superior, temos evidenciada a área, em preto, onde as tensões cisalhantes encontradas atuarão.



**Figura 60 – Área da seção longitudinal da alma do perfil I.**

Esta área em destaque é formada pela multiplicação da espessura da alma do perfil (0,686 cm) com a metade do comprimento da viga (218,75 cm), pois como pode ser percebido, metade da viga é solicitada pelo cortante máximo e a outra metade por um cortante mínimo, chegando ao resultado de  $150,06 \text{ cm}^2$ . De posse desta área é possível encontrar as forças responsáveis pelas tensões de cisalhamento, uma vez que a força é igual ao produto entre a tensão cisalhante e a área em destaque.

$$Força_{m\acute{a}x} = \tau_{m\acute{a}x} \cdot \acute{A}rea = 91,63 \cdot 150,06 = 13750 \text{ kg}$$

$$Força_{m\acute{i}n} = \tau_{m\acute{i}n} \cdot \acute{A}rea = 30,54 \cdot 150,06 = 4582,8 \text{ kg}$$

Portanto estas forças são as que atuaram na seção longitudinal, em destaque, da alma do perfil e atuaram sobre os parafusos que serão responsáveis por afixar as cantoneiras nos perfis I, de modo a trazer mais rigidez às vigas.

Para encontrar o número de parafusos que deveram ser empregados na montagem, de maneira a resistir às forças encontradas anteriormente, deve-se saber a resistência dos mesmos e a suas áreas de seção transversal.

Os parafusos utilizados na montagem de toda a estrutura são de alta resistência (A325) que possuem resistência ao esmagamento igual a 635 Mpa (6350 kgf/cm<sup>2</sup>) e a ruptura 825 Mpa (8250 kgf/cm<sup>2</sup>). Utilizando a resistência ao esmagamento e um fator de segurança igual 1,7, tem-se que:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{esc}}{fs} \quad (97)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{6350}{1,7} = 3735,3 \text{ kgf/cm}^2$$

Utilizando,  $\tau = 0,6 \sigma$ , ou seja, a força tangencial igual a 60% da força normal, assim tem-se a resistência de um parafuso às forças incidentes tangencialmente:

$$\tau = 0,6 \cdot 3735,3 = 2241,2 \text{ kgf/cm}^2$$

Ao dividir a força devido à tensão cisalhante e esta promovida pelo cortante incidente sobre o perfil I pela resistência a força tangencial, cisalhamento, do parafuso, é possível encontrar quanto de área de seção transversal do parafuso é necessária para resistir à solicitação e desta maneira estimar o número correto de conectores serão essenciais para a montagem.

Para as pontas da viga, onde a força de cisalhamento é 13750 kgf:

$$A = \frac{13750}{2241,2} = 6,14 \text{ cm}^2$$

Sabendo que um parafuso tem área de seção transversal igual a 2 cm<sup>2</sup> e dividindo o valor de A por este, temos que serão necessárias 3,07 áreas, ou aproximadamente 3,5 áreas de seção transversal para evitar o cisalhamento dos parafusos e desta maneira manter a montagem da viga intacta. Como é percebido, a força de cisalhamento age no primeiro e no ultimo  $\frac{1}{4}$  da viga, desta maneira se faz-se necessário dividir o valor das áreas encontrado por 2 para saber o quanto de área é indispensável para cada  $\frac{1}{4}$  do comprimento da viga. Após isso, encontrar-se que serão necessárias aproximadamente 2 áreas para cada  $\frac{1}{4}$ .

Para a parte central da viga, onde a força cisalhante é 4582,8 kgf:

$$A = \frac{4582,8}{2241,2} = 2,04 \text{ cm}^2$$

Portanto, realizando o mesmo processo anterior, tem-se que serão necessárias 1,02 áreas, ou aproximadamente 1,5 áreas de seção transversal para evitar o cisalhamento dos parafusos.

Outra possibilidade de falha que deve ser investigada é a chance de esmagamento do material de constitui os parafusos. Como já citado anteriormente a tensão de escoamento média para um conector de alta resistência é igual a 3735,3 kgf/cm<sup>2</sup>, podem-se verificar quantas áreas sujeitas ao cisalhamento são necessárias para que não ocorra esmagamento das materiais dos perfis.

Sabe-se que a equação (88) representa a tensão de esmagamento:

$$\sigma_{esmag} = \frac{P}{d t} \quad (88)$$

Onde, P é a força incidente, d o diâmetro do parafuso e t é o comprimento do furo.

Os parafusos que serão mais exigidos são os que atravessaram a alma do perfil I, pois estes terão duas áreas passíveis de cisalhamento, cada área terá a incidência de uma força cisalhante, e estas posições são as que terão menores comprimentos de furos, pois a alma do perfil I é a que possui menor espessura. Portanto, fazendo  $\sigma_{esmag} = 3735,3 \text{ kgf/cm}^2$ :

$$\sigma_{esmag} = \frac{2 F}{d t} \quad (98)$$

$$3735,3 = \frac{2 F}{1,6 \cdot 0,686}$$

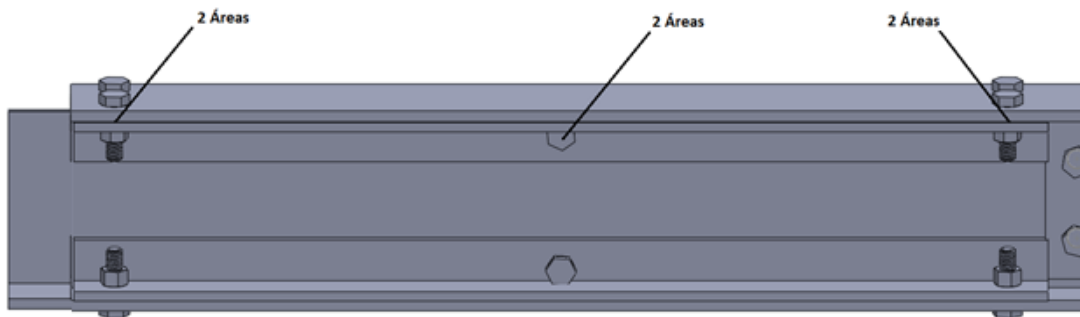
$$F = 4099,86 \text{ kgf}$$

Assim, a força cisalhante admissível para cada área passível de cisalhamento é 4099,86 kgf, para que não ocorra esmagamento do material dos perfis. De posse deste valor é possível saber quantas áreas serão necessárias para suportar a força cisalhante presente em cada ¼ do comprimento do perfil. Portanto, para o primeiro e ultimo ¼ do comprimento da viga, onde a força cisalhante é igual a 6875 kgf, tem-se:

$$F = \frac{6875}{N^{\circ} \text{ áreas}}$$

$$N^{\circ} \text{ áreas} = \frac{6875}{4099,86} = 1,67 \cong 2 \text{ áreas}$$

Serão necessárias aproximadamente 2 áreas sujeitas ao cisalhamento para que não ocorra esmagamento nos perfis. Por escolha foram utilizadas 6 áreas, devido a características construtivas, melhor fixação das cantoneiras. Os parafusos que atravessam as abas do perfil I estão sujeitas ao cisalhamento simples, já os que transpassam a alma do perfil experimentaram cisalhamento duplo.

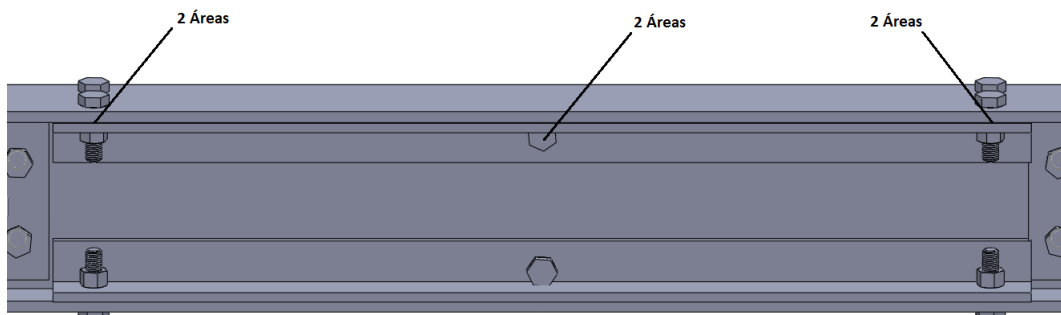


**Figura 61 – Disposição dos parafusos para o primeiro e ultimo ¼ do comprimento das vigas horizontais.**

Para a parte central da viga onde a força cisalhante em cada um dos ¼ de viga é 2291,4 kgf, tem-se:

$$N^{\circ} \text{ áreas} = \frac{2291,4}{4099,86} = 0,56 \cong 1 \text{ área}$$

Será necessária aproximadamente 1 área sujeita ao cisalhamento para que não ocorra esmagamento nos perfis. Por escolha foram utilizadas 6 áreas.



**Figura 62 – Disposição dos parafusos para a parte central do comprimento das vigas horizontais.**

Todos os resultados encontrados até aqui valem para metade superior da viga, como a viga é simétrica estes valores também podem ser empregados na parte inferior da viga.

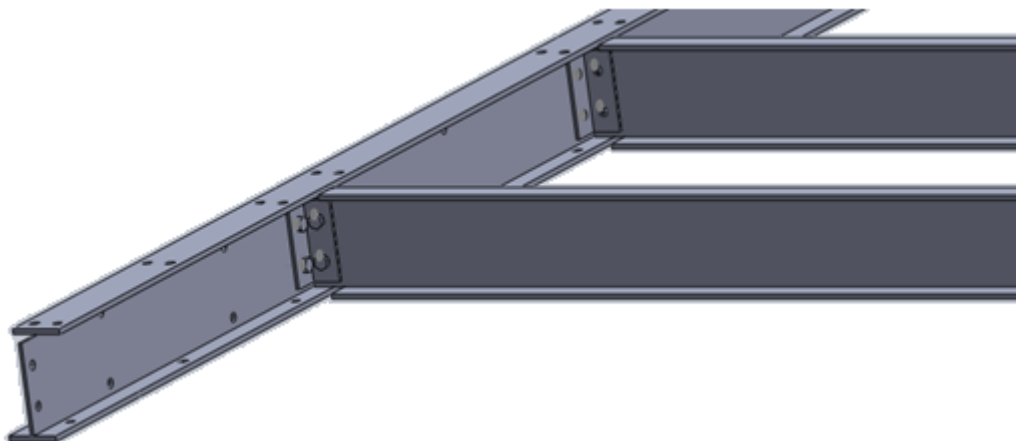


**Figura 63 – Disposição dos parafusos ao longo da viga.**

Um cuidado que deve ser tomado é a disposição dos furos pelos perfis que deve respeitar as condições mínimas determinadas em normas. Os furos devem ter diâmetros 1/8" maiores que diâmetros nominais dos parafusos utilizados, para este caso os furos terão diâmetro igual a 3/4" (19,05 mm). Mais duas dimensões que devem ser respeitadas são a distância entre a borda e os furos e o espaçamento entre furos, este, como estabelecido em norma, deve ser no mínimo três vezes o diâmetro do furo, ou seja, para este projeto este valor é 57,15 mm, já a distância entre a borda do componente estrutural e os furos é normatizada por uma equação que neste caso é igual ao diâmetro do furo mais 7 mm, resultando em 26,05 mm. Todos estes cuidados foram tomados no momento das furações nas abas das cantoneiras, na alma e abas dos perfis tipo I e na afixação dos perfis tipo C.

#### **4.2 Cantoneiras de afixação dos perfis**

As cantoneiras de afixação são elementos empregados para prender os perfis C nos perfis I, como mostra a figura 64:



**Figura 64 – Cantoneiras de fixação montadas nas vigas.**

Uma vez que o material de que são feitas as cantoneiras, aço estrutural comum laminado, é menos resistente que o material de que são feitos os parafusos, aço de alta resistência, deve-se calcular se este material resistirá a um possível esmagamento na borda dos furos. Será verificado um possível defeito estrutural causado pela sobrecarga nestes afixadores, os mesmos já faziam parte do projeto original para uma solicitação de menor intensidade. Nesta verificação a cantoneira de fixação será analisada duas vezes, uma para parte que se encontra fixada na alma do perfil I e uma para parte em que o perfil C está fixado. Para afixar o conjunto de cantoneiras na alma do perfil I são necessários quatro parafusos (5/8" x 2" 1/4), estes parafusos atravessam a alma do perfil I e também são usados para prender outro conjunto de cantoneiras do outro lado da viga, portanto cada parafuso possui duas áreas sujeitas ao cisalhamento, totalizando oito áreas passíveis de cisalhamento, estes conectores sofreram um solicitação vinda de duas vigas C fixas cada uma de um dos lados do perfil I. Assim, tendo conhecimento de que cada reação nos apoios dos perfis C valem 451,17 kgf, resultando em 902,34 kgf, e da equação da tensão de esmagamento, tem-se que:

$$F = \frac{902,34}{N^{\circ} \text{ áreas}} = \frac{902,34}{8} = 112,8 \text{ kgf}$$

$$\sigma_{esmag} = \frac{2 F}{d t}$$

$$\sigma_{esmag} = \frac{2 \cdot 112,8}{1,6 \cdot 0,686} = 205,54 \text{ kgf/cm}^2$$

Comparando este resultado com a tensão de escoamento admissível para o material dos perfis, 3735,3 kgf/cm<sup>2</sup>, conclui-se que a cantoneira resistirá à solicitação imposta.

Agora, para a parte onde o perfil C é afixado, são utilizados dois parafusos ambos possuem duas áreas sujeitas ao cisalhamento, totalizando quatro áreas passíveis de serem cisalhadas, refazendo a análise anterior, porém agora o valor de t é 0,559 cm equivalente a espessura da alma do perfil C, tem-se que:

$$F = \frac{451,17}{N^{\circ} \text{ áreas}} = \frac{451,17}{4} = 112,8 \text{ kgf}$$

$$\sigma_{esmag} = \frac{2 F}{d t}$$

$$\sigma_{esmag} = \frac{2 \cdot 112,8}{1,6 \cdot 0,559} = 252,24 \text{ kgf/cm}^2$$

Comparando este resultado com a tensão de escoamento admissível para o material dos parafusos, 3735,3 kgf/cm<sup>2</sup>, conclui-se que a cantoneira resistirá à solicitação imposta.

### 4.3 Análise dos Pendurais

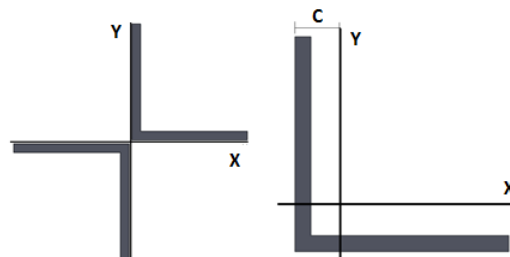
Outros componentes da estrutura do mezanino que merecem grande atenção são os pendurais. Os pendurais são estruturas formadas por duas cantoneiras (2" ½ x 3/16") posicionadas como mostra a figura 65, tem sua base posicionada no encontro de duas vigas formadas por perfis I e une estes com dois perfis tipo C. Portanto, pelos cálculos já realizados, estas estruturas recebem carga devido ao cortante vinda dos 4 perfis, após o aumento da carga sobre toda estrutura para 220 kgf/cm<sup>2</sup>, cada pendural irá receber uma carga igual a 1353,51 kgf de cada perfil tipo I e uma carga de 451,17 kgf de cada perfil tipo C, estes valores de cargas são as reações nos apoios das vigas calculados anteriormente, são considerados pois os pendurais estão posicionados justamente nos extremos das vigas. Assim, os pendurais são solicitados pela seguinte carga:

$$F_p = 2 \cdot 1353,51 + 2 \cdot 451,17 = 3609,36 \text{ kgf}$$

As cantoneiras que formam os pendurais possuem as seguintes características físicas:

**Tabela 16 – Características das cantoneiras utilizadas na montagem do perfil composto usado como pendural.**

Cantoneira	Área (cm <sup>2</sup> )	Ix (cm <sup>4</sup> )	Iy (cm <sup>4</sup> )	c (cm)
2" 1/2 x 3/16"	6,1	23	23	1,74



**Figura 65 – Perfil composto que é utilizado como pendural e representação da cantoneira utilizada.**

Para saber se os pendurais resistiram ao carregamento imposto a eles, deve-se calcular a tensão referente a tração e verificar se esta não ultrapassa um limite máximo admissível que para esta cantoneira foi considerando  $1470 \text{ kgf/cm}^2$  ( tensão de escoamento de  $2500 \text{ kgf/cm}^2$  com um fator de segurança de 1,7) referente a aço comum. Tensão é calculada pela razão entre força e área da seção transversal. A força já é conhecida e foi nomeada de  $F_p$ . A área da seção transversal dos pendurais é calculada somando a área das duas cantoneiras subtraídas às áreas dos furos, pois assim tem-se a menor área de seção transversal encontrando assim, a maior tensão, por serem grandezas inversamente proporcionais.

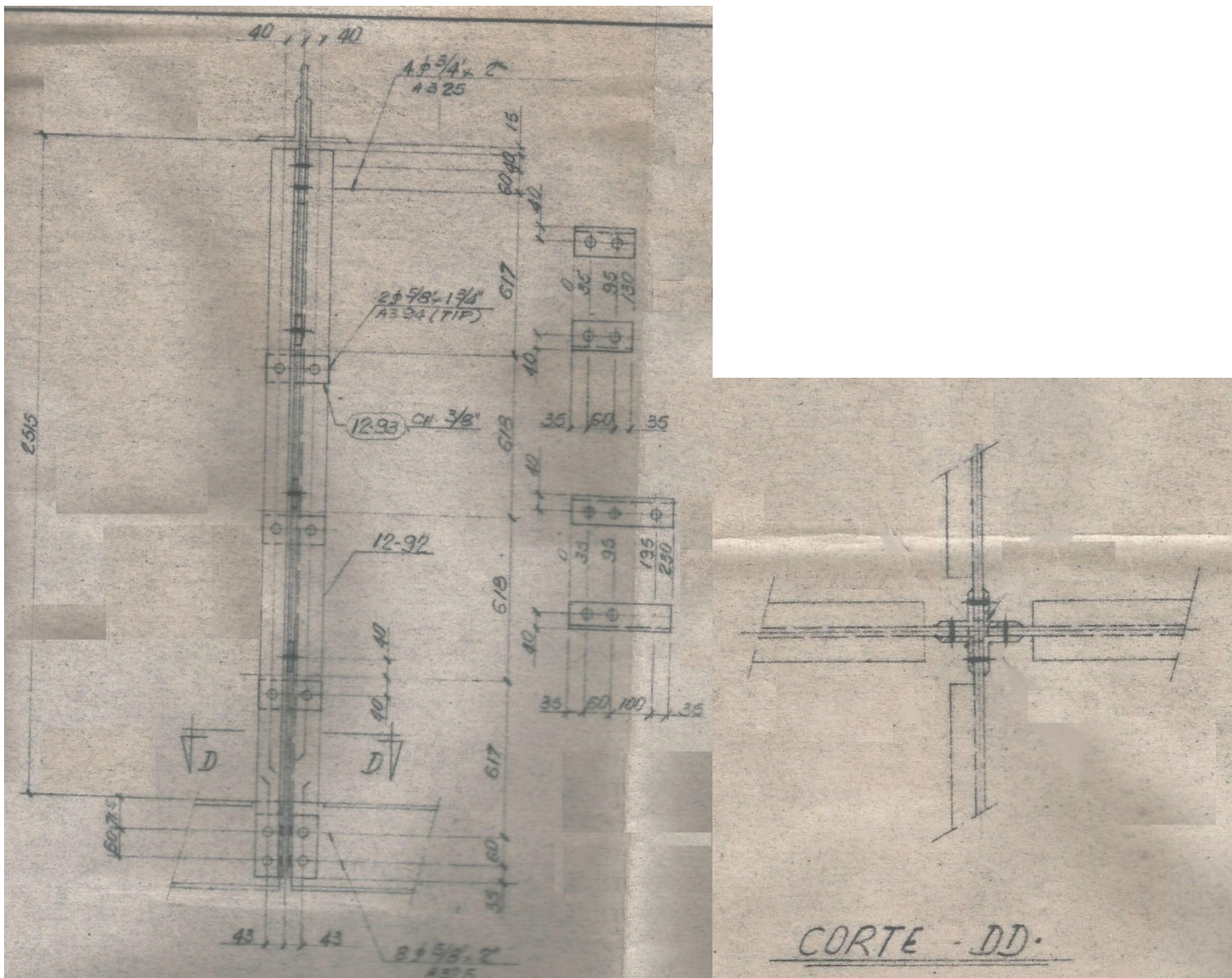


Figura 66 – Montagem dos pendurais (Fonte: Souza Cruz S/A).

Analisando a superfície das cantoneiras, tem-se que a menor área é a de uma seção localizada próxima a base dos pendurais, onde estes são afixados às vigas, nesta seção cada



uma das cantoneiras possuem dois furos, um em cada aba, cada furo com diâmetro de 7/8” (2,22 cm). Pode-se encontrar a área da seção transversal dos pendurais da seguinte forma:

$$A_p = 2 [A_c - 2 d_f t] \quad (99)$$

Onde,  $A_c$  é a área bruta de cada cantoneira,  $d_f$  é o diâmetro dos furos e  $t$  a espessura das cantoneiras. Assim:

$$A_p = 2 [6,1 - 2 \cdot 2,22 \cdot 0,48] = 7,94 \text{ cm}^2$$

De posse desta informação é possível calcular o valor da tensão:

$$\sigma = \frac{F_p}{A_p} = \frac{3609,36}{7,94} = 454,6 \text{ kgf/cm}^2$$

Os pendurais resistiram com boa folga à solicitação imposta, não havendo necessidade de adequação estrutural nos mesmos.

Analisando também a possibilidade de falha por esmagamento dos parafusos, tem-se que a união entre as cantoneiras que formam os pendurais e os perfis estruturais é feita por meio de dois parafusos de alta resistência (5/8” x 2” 1/4), pela forma da união tem-se claro que cada parafuso possui duas áreas sujeitas ao cisalhamento. A solicitação mais crítica que estes parafusos são impostos é a carga proveniente dos perfis I que vale 1353,51 kgf, portanto sabendo a equação da tensão de esmagamento, tem-se:

$$F = \frac{1353,51}{N^\circ \text{ áreas}} = \frac{1353,51}{4} = 338,4 \text{ kgf}$$

$$\sigma_{esmag} = \frac{2 \cdot 338,4}{1,6 \cdot 0,686} = 616,62 \text{ kgf/cm}^2$$

Assim, para uma tensão admissível de 3735,3 kgf/cm<sup>2</sup>, conclui-se que os pendurais resistiram à solicitação imposta.

## 5 Conclusão

Conclui-se que com o aumento da carga referente ao transportador de mercadorias, a deflexão das vigas verticais, perfis estruturais tipo C, com comprimento igual a 3,75 metros e das vigas horizontais, perfis estruturais tipo I, com comprimento de 4,735 metros, excederam o limite admitido pela empresa,  $\frac{L}{1000}$ , para evitar mau funcionamento do sistema de transporte.

As alterações propostas neste trabalho para aumentar a rigidez das vigas e conseqüentemente diminuir a deflexão das mesmas, surtiram o efeito esperado e, portanto não irão interferir no funcionamento do sistema de automação do transportador.

Os demais elementos estruturais, conjunto de fixadores e pendurais, resistirão sem nenhum problema à sobrecarga imposta, tendo condições de resistirem a cargas ainda maiores.

## 6 Referências Bibliográficas

ABNT. **NBR 14762:2010 – Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**. 2ª Edição, ISBN 978-85-07-02181-0, 2010.

**Aços estruturais**. Disponível em: <http://www.denversa.com.br/site/files/produtos/ba34aa7ebb8e04f694a76c816cee0afc.pdf>.

Acesso em: 14 de Junho de 2017.

BEER, F. B. e JOHNSTON JR, E. R., **Resistência dos Materiais**, McGraw-Hill, São Paulo, 1982.

DZIERVA, F. **Obtenção do Aço**. Departamento de Engenharia Elétrica. Universidade Federal do Paraná, n.d.

GUARNIER, C. R. F., **Metodologia de detalhamentos de estruturas metálicas**, 2009, 396p. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.

**Instituto Aço Brasil**. Disponível em: <http://www.acobrasil.org.br>. Acesso em: 14 de Junho de 2017.

PFEIL, W., PFEIL M., **Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático**, 7º ed, LTC Editora, Rio de Janeiro, 2000.

SALMON, C. G., e JOHNSON, J. E., **Stell Structures - Design and Behavior**, 3rd. edition, Harper Collins Publishers, 1990.

VARELA, M., **Curso de Estruturas Metálicas**. Departamento de Engenharia. Instituto Federal do Rio Grande do Norte, n.d.