



Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Química
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**SIMULAÇÃO DA TRAJETÓRIA DE PARTÍCULAS SÓLIDAS EM PENEIRAS
ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS**

Jeniffer Cristina Silveira

**Uberlândia - MG - Brasil
2017**



Universidade Federal de Uberlândia

Faculdade de Engenharia Química

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**SIMULAÇÃO DA TRAJETÓRIA DE PARTÍCULAS SÓLIDAS EM PENEIRAS
ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS**

Jeniffer Cristina Silveira

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química, área de concentração em Pesquisa e Desenvolvimento de Processos Químicos

Uberlândia - MG - Brasil
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

S587s Silveira, Jeniffer Cristina, 1992-
2017 Simulação da trajetória de partículas sólidas em peneiras através do
método dos elementos discretos / Jeniffer Cristina Silveira. - 2017.
125 f. : il.

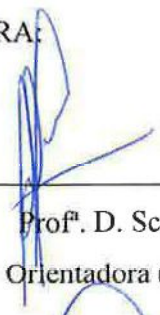
Orientadora: Valéria Viana Murata.
Coorientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes.
Dissertação (mestrado) -- Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.
Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2017.75>
Inclui bibliografia.

1. Engenharia química - Teses. 2. Poços de petróleo - Perfuração -
Teses. I. Murata, Valéria Viana. II. Lopes, Luís Cláudio Oliveira. III.
Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Química. IV. Título.

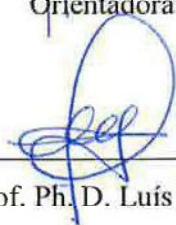
CDU: 66.0

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 31 DE JULHO DE 2017.


BANCA EXAMINADORA:



Prof.ª D. Sc. Valéria Viana Murata
Orientadora (PPGEQ/FEQUI/UFU)




Prof. Ph. D. Luís Cláudio Oliveira Lopes
Coorientador (PPGEQ/FEQUI/UFU)



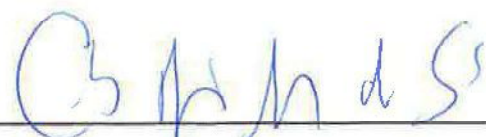
Prof. D. Sc. Cláudio Roberto Duarte
(PPGEQ/FEQUI/UFU)



Prof. D. Sc. Jader Conceição da Silva
(FEQUI/UFU)



Prof. D. Sc. Davi Leonardo da Souza
(DEQ/UFTM)



Eng. M. Sc. Carlos Henrique Marques Sá
(CENPES)

Aos meus pais Samuel e Cristina e à minha irmã Sávia

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus primeiramente por sua presença constante em minha vida e pela capacidade de realizar este projeto.

Aos meus pais e minha irmã pelo carinho, amor e compreensão em todos os momentos. Agradeço também por todo apoio e incentivo ao longo de minha vida, principalmente na realização deste trabalho.

Ao meu namorado André pelo amor, paciência e parceria.

À professora Valéria Viana Murata, orientadora deste projeto, pela confiança depositada em mim para realização desta tarefa. Agradeço também pelos constantes ensinamentos, cooperação e amizade.

Ao professor Luís Cláudio Oliveira Lopes, coorientador deste projeto, por todo o conhecimento repassado durante o desenvolvimento do trabalho e pela contribuição para meu crescimento profissional.

Agradeço aos colegas do Laboratório de Modelagem e Otimização, Cleuton, Délio, Diovanina, Marielle, Michel, Monique e Raiana pelas conversas, risadas e convivência ao longo destes dois anos.

Aos amigos e colegas de mestrado por dividirem as conquistas e angústias da pós-graduação.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia e aos seus docentes, pelo incentivo ao meu desenvolvimento.

A Petrobrás pelo auxílio financeiro concedido para a realização deste trabalho.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	iii
LISTA DE TABELAS.....	vii
NOTAÇÃO.....	viii
RESUMO.....	xi
ABSTRACT.....	xii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Objetivos.....	5
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
2.1 Peneiras.....	6
2.2 Fatores de influência sobre a eficiência do peneiramento.....	14
2.3 Modelos aplicados à descrição do peneiramento.....	15
3. FUNDAMENTOS SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS.....	21
3.1 Material granular.....	21
3.1.1 Dinâmica granular.....	24
3.2 Modelagem matemática do material granular.....	24
3.2.1 DEM por contato não suave.....	26
3.2.2 DEM baseado em eventos.....	26
3.3 DEM por contato suave.....	27
3.3.1 Cinética de contato.....	29
3.3.2 Modelos de força e torque.....	30
4. DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO.....	37
4.1 Escopo de aplicação.....	37
4.2 Modelo matemático.....	39
4.3 Algoritmo de zoneamento.....	48
4.4 Movimento de vibração da peneira.....	50
5. ESTUDOS DE CASOS.....	52
5.1 Descrição dos sólidos.....	53

5.2 Representação da trajetória de duas partículas.....	58
5.2.1 Movimento horizontal.....	59
5.2.2 Movimento vertical.....	65
5.2.3 Movimento oblíquo.....	69
5.2.4 Análise de sensibilidade paramétrica.....	77
5.3 Representação da trajetória de dez partículas.....	89
5.3.1 Espaço delimitado.....	89
5.3.2 Peneira sem inclinação.....	91
5.3.3 Peneira com inclinação ascendente de 3° e 5°.....	95
5.4 Representação da trajetória de doze partículas.....	100
5.4.1 Peneira sem vibração.....	100
5.4.2 Peneira com vibração.....	102
 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	 109
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	 111

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Esquema da perfuração de poços. Adaptado de Charles e Sayle (2010).	2
Figura 1.2 – Fluxograma do sistema de controle de sólidos. Adaptado de ASME (2005).	4
Figura 2.1 – Ilustração do movimento elíptico desbalanceado (A) e circular (B). Adaptado de AADE (1999).	7
Figura 2.2 – Ilustração do movimento linear (A) e elíptico balanceado (B). Adaptado de AADE (1999).	8
Figura 2.3 – Configurações de posicionamento da cesta que suporta a peneira. Adaptado de ASME (2005).	9
Figura 2.4 – Trajetória da partícula em cesta horizontal (A) e cesta descendente (B). Adaptado de ASME (2005).	10
Figura 2.5 – Diferentes trajetórias da partícula em contato com a tela da peneira. Adaptado de Li <i>et al.</i> (2003).	11
Figura 2.6 – Regiões de separação da peneira com alimentação sólido-sólido. Adaptado de Subasingue, Schaap e Kelly (1989).	12
Figura 2.7 – Regiões de separação da peneira com alimentação sólido-líquido. Adaptado de Raja e Chase (2010).	12
Figura 2.8 – Regiões de separação de uma mistura sólido-fluido em peneira ascendente com ângulo de inclinação de 3° (Comunicação pessoal).	13
Figura 2.9 – Regiões de separação de uma mistura sólido-fluido em peneira descendente com ângulo de inclinação de 10°. Adaptado de Hoberock (1980).	13
Figura 3.1 – Ciclo de cálculos empregados em DEM por contato suave.	27
Figura 3.2 – Interpenetração de partículas DEM por contato suave.	28
Figura 3.3 – Interação de partículas representada por analogia com sistemas mecânicos do tipo massa-mola (BALEVICIUS, DZIUGYS e KACIANAUSKAS, 2004).	31
Figura 4.1 – Região de peneiramento considerada no estudo (Comunicação pessoal).	38
Figura 4.2 – Representação simplificada da região da movimentação de sólidos em uma peneira.	38
Figura 4.3 – Representação bidimensional do sistema tela de peneiramento e sólidos.	39
Figura 4.4 – Partículas em contato. Adaptado de Balevicius <i>et al.</i> (2006).	40
Figura 4.5 – Sistema de coordenadas local e global (BALEVICIUS, DZIUGYS e KACIANAUSKAS, 2004).	42

Figura 4.6 – Espaço delimitado por células segundo o algoritmo de zoneamento. Adaptado de Balevicius <i>et al.</i> (2006).....	49
Figura 4.7 – Fluxograma do algoritmo de zoneamento.....	49
Figura 5.1 – Sistema de coordenadas cartesianas adotado.	52
Figura 5.2 – Distribuição granulométrica de cascalhos oriundos de solo nacional.....	53
Figura 5.3 – Seções da 3ª região de separação de uma peneira ascendente com ângulo de inclinação de 3° (Comunicação pessoal).....	56
Figura 5.4 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x para partículas de mesma massa para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 1.....	60
Figura 5.5 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x para partículas de mesma massa para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 2.....	61
Figura 5.6 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x para partículas de diferentes massas para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 3.	62
Figura 5.7 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção y para partículas de mesma massa para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 4.....	66
Figura 5.8 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção y para partículas de mesma massa para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 5.....	67
Figura 5.9 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção y para partículas de diferentes massas para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 6.	68
Figura 5.10 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1A para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 7.....	70
Figura 5.11 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1B para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 7.....	71
Figura 5.12 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1A para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 8.....	73
Figura 5.13 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1B para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 8.....	74
Figura 5.14 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1 para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 9.....	75
Figura 5.15 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P2 para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 9.....	76
Figura 5.16 – Perfis de deslocamento nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do módulo de elasticidade – Teste 8.....	78

Figura 5.17 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do módulo de elasticidade – Teste 8.	79
Figura 5.18 – Perfis de deslocamento nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação da taxa de Poisson – Teste 8.	80
Figura 5.19 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação da taxa de Poisson – Teste 8.	81
Figura 5.20 – Perfis de deslocamento nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do coeficiente de atrito – Teste 8.	82
Figura 5.21 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do coeficiente de atrito – Teste 8.	83
Figura 5.22 – Perfis de deslocamento nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do coeficiente de amortecimento – Teste 8.	84
Figura 5.23 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do coeficiente de amortecimento – Teste 8.	86
Figura 5.24 – Perfis de deslocamento nas direções x e y das partículas P1A e P1B para choque inelástico (CI) sobre influência da variação de γ – Teste 8.	87
Figura 5.25 – Perfis de velocidade nas direções x e y das partículas P1A e P1B para choque inelástico (CI) sobre influência da variação de γ – Teste 8.	88
Figura 5.26 – Distribuição da posição de dez partículas em um espaço delimitado.	90
Figura 5.27 – Distribuição da posição de dez partículas em uma peneira sem inclinação.	92
Figura 5.28 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P6 em uma peneira sem inclinação: (A) intervalo de tempo de 0 s a 56 s e (B) intervalo de tempo de 2 s a 56 s.	94
Figura 5.29 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P3 em uma peneira sem inclinação.	95
Figura 5.30 – Distribuição da posição de dez partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3°	96
Figura 5.31 – Distribuição da posição de dez partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 5°	97
Figura 5.32 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P4 em uma peneira com inclinação ascendente de 3° no intervalo de tempo de 2 s a 56 s.	99
Figura 5.33 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° sem vibração.	101
Figura 5.34 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° com vibração: ângulo de fase de vibração de 30° e peneira de 20 cm.	104

- Figura 5.35 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° com vibração: ângulo de fase de vibração de 45° e peneira de 20 cm..... 105
- Figura 5.36 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° com vibração: ângulo de fase de vibração de 30° e peneira de 30cm..... 107
- Figura 5.37 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° com vibração: ângulo de fase de vibração de 45° e peneira de 30 cm..... 108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Minerais encontrados em amostras de cascalho	3
Tabela 3.1 - Modelos de força de contato	33
Tabela 3.2 – Modelos para estimativa das forças viscosas.....	34
Tabela 4.1 – Características das telas utilizadas neste estudo	38
Tabela 5.1 – Amostras e especificações de cascalhos nacionais	54
Tabela 5.2 – Características das partículas consideradas na simulação para análise do tipo de movimento entre partículas	54
Tabela 5.3 – Características das partículas consideradas na simulação para análise da inclinação da tela	55
Tabela 5.4 – Condições experimentais empregadas na Unidade de Pesquisa.....	55
Tabela 5.5 – Características das partículas consideradas na simulação para análise das características da tela	57
Tabela 5.6 – Densidade, módulo de Young e Taxa de Poisson de mármore diversos	57
Tabela 5.7 – Coeficientes de atrito dinâmico mármore – mármore	58
Tabela 5.8 – Condições para os testes realizados com movimento horizontal.....	59
Tabela 5.9 – Instante de ocorrência do choque entre duas partículas para o movimento horizontal.....	64
Tabela 5.10 – Condições para os testes realizados com movimento vertical.....	65
Tabela 5.11 – Condições para os testes realizados com movimento oblíquo.....	69
Tabela 5.12 – Valores para o módulo de elasticidade, taxa de Poisson, coeficiente de atrito e coeficiente de amortecimento considerados na análise paramétrica	77
Tabela 5.13 – Condições iniciais de posição e velocidade utilizadas na representação da trajetória de dez partículas.....	89
Tabela 5.14 – Velocidade das dez partículas no espaço delimitado em $t = 52$ s [m/s]	91
Tabela 5.15 – Velocidade das dez partículas nas peneiras com inclinação ascendente de 3° e 5° em $t = 56$ s [m/s].....	98
Tabela 5.16 – Condições iniciais de posição e velocidade utilizadas na representação da trajetória de doze partículas.....	100
Tabela 5.17 – Velocidades de doze partículas em peneira ascendente com inclinação de 3° sem vibração para diferentes instantes de simulação	102
Tabela 5.18 – Velocidade de doze partículas em peneira ascendente com inclinação de 3° com diferentes ângulos de direção de vibração em $t = 1,0$ s	103

NOTAÇÃO

a	Índice da curva potencial	[-]
A	Amplitude	[m]
abertura	Abertura da peneira	[m]
d	Diâmetro	[m]
\vec{d}	Distância de contato relativo	[m]
D	Distância de separação entre os centros das partículas	[m]
E	Módulo de elasticidade ou Módulo de Young	[Pa]
f	Fator de normalização	[-]
\vec{F}	Força	[N]
\vec{g}	Gravidade	[m s ⁻²]
G	Módulo de cisalhamento	[Pa]
h	Profundidade de sobreposição	[m]
\vec{I}, I	Momento de inércia	[kg m ²]
l	Comprimento característico	[m]
k	Coefficiente de rigidez	[kg s ⁻²]
\vec{L}	Quantidade de movimento linear	[kg m s ⁻¹]
m	Massa	[kg]
MV	Motovibradores	[-]
\vec{n}	Vetor normal unitário	[-]
np	Número de partículas	[-]
N	Número de contatos	[-]
O	Centro de gravidade	[-]
\vec{P}	Quantidade de movimento angular	[kg rad s ⁻¹]
R	Raio	[m]
t	Tempo	[s]
\vec{t}	Vetor tangencial unitário	[-]
\vec{v}, v	Velocidade escalar	[m s ⁻¹]
V	Função potencial	[kg m ² s ⁻²]
\vec{w}, w	Velocidade angular	[rad s ⁻¹]
ω	Frequência	[s ⁻¹]

x	Coordenada no eixo da abscissa	[m]
\vec{x}	Posição	[m]
y	Coordenada no eixo da ordenada	[m]
Subscritos		
a	Atrito	[-]
c	Ponto central de contato, C_{ij}	[-]
$carg$	Carga	[-]
$contato$	Contato entre partículas	[-]
$descarg$	Descarga	[-]
$dinâmico$	Dinâmico	[-]
$elast$	Contribuição elástica	[-]
$estático$	Estático	[-]
$fluido$	Interação devido à presença de fluido	[-]
$gravidade$	Campo gravitacional	[-]
i	Partícula i	[-]
j	Partícula j	[-]
k	Posição no eixo x	[-]
lim	Limite	[-]
m	Média	[-]
max	Valor máximo	[-]
n	Componente normal	[-]
p	Posição	[-]
pf	Partícula que representa o fio da tela da peneira	[-]
r	Relativo	[-]
rol	Rolamento	[-]
t	Componente tangencial	[-]
T	Normalizada	[-]
u	Instante de tempo específico	[-]
v	Velocidade	[-]
$visc$	Contribuição viscosa	[-]
x	Componente na direção do eixo x	[-]
y	Componente na direção do eixo y	[-]

Sobrescritos		[-]
'	Variáveis do modelo de Brilliantov <i>et al.</i> (1996)	[-]
*	Ocorrência do contato	[-]
<i>acu</i>	Acumulado	[-]
<i>eff</i>	Efetiva	[-]

Letras Gregas

α	Ângulo entre o sistema de coordenadas global e local	[°]
β	Constante empírica	[-]
γ	Coefficiente de amortecimento fenomenológico	[s ⁻¹]
$\vec{\delta}$	Deslocamento	[m]
ζ	Ângulo de ataque	[°]
η	Coefficiente de amortecimento	[kg s ⁻¹]
θ	Orientação angular	[rad]
μ	Coefficiente de atrito	[-]
ν	Taxa de Poisson	[-]
ξ	Ângulo de direção de vibração	[°]
ς, φ	Coefficientes viscosos	[Pa]
$\vec{\tau}, \tau$	Torque	[N m]
ρ	Densidade	[kg m ⁻³]
σ	Ângulo de inclinação da peneira em relação ao plano horizontal	[°]
φ	Ângulo entre os vetores \vec{v}_{ij} e \vec{n}_{ij}	[°]

RESUMO

A mistura formada por fluido de perfuração e cascalhos que retorna do poço do petróleo caracteriza o resíduo da operação de perfuração de poços. Para o adequado descarte deste resíduo é necessário um sistema de controle de sólidos em sondas de perfuração, com a finalidade de remover os sólidos da mistura. Em contrapartida, tem-se a máxima recuperação possível do fluido. As peneiras vibratórias constituem o primeiro equipamento do sistema de separação de sólidos e são projetadas para processar todo o volume circundante da mistura. Caracterizam-se pela separação de sólidos grosseiros, impedindo a passagem de material com tamanho superior à abertura da tela. As características e as particularidades da operação de peneiramento tornam a modelagem deste processo desafiadora. Nesta dissertação o peneiramento de cascalho é modelado empregando-se o método de elementos discretos (DEM). Cada partícula que constitui o material granular é modelada individualmente. O método contabiliza a influência de diferentes fatores sobre a dinâmica de cada partícula. O cascalho é representado pela aproximação com partículas esféricas. O material empregado para descrever as partículas foi o mármore, rocha em cuja composição estão presentes os principais minerais encontrados em cascalhos de perfuração de solos nacionais (calcita, quartzo e dolomita). O cesto da peneira é descrito por partículas de massa e raio infinitos e a tela é modelada como um contorno perfurado. O DEM contabiliza as forças atuantes nas partículas decompostas em componentes normal e tangencial. Para descrever a força devido ao contato empregou-se o modelo não linear de Hertz para a componente normal e o modelo linear de Lee e Herrmann para a componente tangencial. Os resultados simulados consideram a distribuição do tamanho de partículas, a inclinação da peneira e o ângulo de direção de vibração e representam o comportamento do sólido com boa aproximação, podendo auxiliar na melhoria do projeto da peneira e na otimização da operação.

Palavras-chaves: Cascalho de perfuração, Peneiras vibratórias, Modelagem matemática, Método dos elementos discretos

ABSTRACT

The mixture formed by drilling fluid and gravels returning from the oil well characterizes the residue from the well drilling operation. For the proper disposal of this residue a solid control system is necessary in drilling probes, in order to remove solids from the mixture. In contrast, the maximum possible recovery of the fluid is obtained. Vibrating screens are the first equipment of the solids separation system. They are designed to process all surrounding volume of the blend. It is characterized by the separation of coarse solids, preventing the passage of material with a size larger than the aperture of the screen. The characteristics and particularities of the sifting operation make the modeling of this process challenging. In this dissertation the gravel sieving is modeled using the method of discrete elements (DEM). The method counts the influence of different factors on the dynamics of each particle. The gravel is represented by the approximation with spherical particles. The material used to describe the particles was the marble, rock composed of the main minerals found in drilling gravels of national soils (calcite, quartz and dolomite). The sieve basket is described by particles of infinite mass and radius and the screen is modeled as a perforated contour. DEM accounts for the forces acting on the particles decomposed into normal and tangential components. To describe the force due to the contact was used the Hertz nonlinear model for the normal component and the Lee and Herrmann linear model for the tangential component. The simulated results consider the particle size distribution, the sieve inclination and the vibration direction angle and represent the behavior of the solid with a good approximation, which may aid in the improvement of the sieve design and optimization of the operation.

Key words: Drilling gravel, Vibrating screen, Mathematical modeling, Discrete element method

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

As operações unitárias são etapas do processo que visam o tratamento, a separação ou o transporte de matéria. As operações de separação têm por finalidade purificar matérias primas, produtos e resíduos através de mecanismos físico - químicos. A depender das características de cada material, são empregados equipamentos distintos como sopradores, elutriadores, peneiras, centrífugas, ciclones e filtros.

Na indústria petroquímica, a perfuração de poços de petróleo e gás é realizada através de sondas e plataformas, conjunto de equipamentos que permitem o acesso ao reservatório de petróleo ou gás natural. Na perfuração as rochas são fraturadas pela ação da rotação e do peso aplicados a uma broca, existente na extremidade da coluna de perfuração. Com base na profundidade e tipo de formação geológica a perfuração é dividida em fases. A primeira fase próxima à superfície é denominada Fase I, as demais fases são numeradas sequencialmente. Na circulação convencional, o fluido de perfuração é bombeado através da coluna de perfuração até a broca. Em seguida, o mesmo retorna a superfície trazendo consigo areia e cascalhos (Figura 1.1) (THOMAS, 2004).

O fluido de perfuração é uma mistura complexa, formulado de modo a obter uma emulsão estável com viscosidade aparente que permita o desempenho de funções como controlar a pressão e estabilidade do poço e formações rochosas, resfriar a broca e remover os cascalhos gerados no fundo do poço (DARLEY e GRAY, 1988). O fluido é classificado em

função de sua composição. Os fluidos podem ser de base aquosa e de base não aquosa.

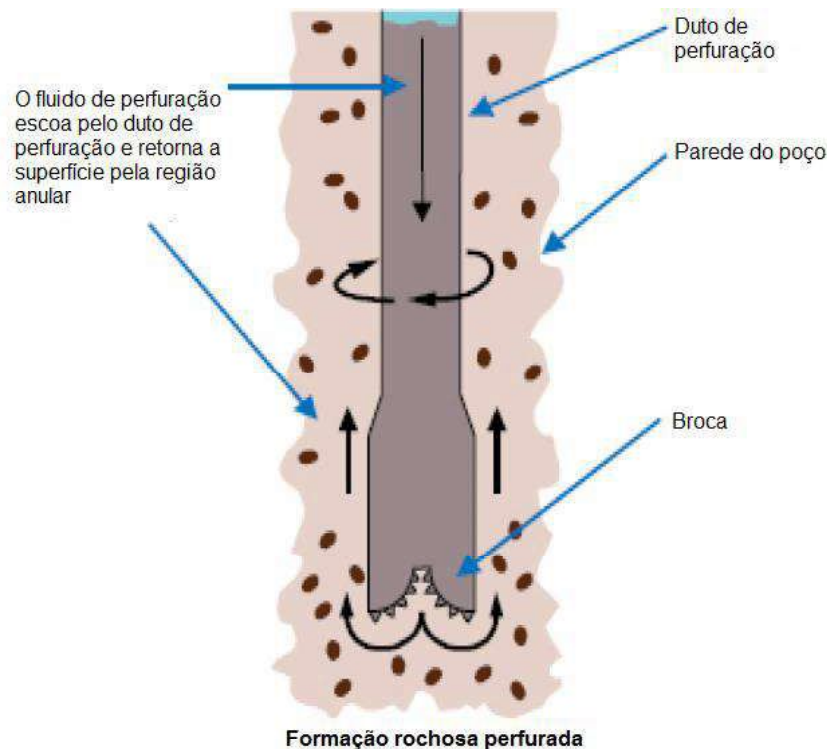


Figura 1.1 – Esquema da perfuração de poços. Adaptado de Charles e Sayle (2010).

O cascalho compreende os fragmentos de rochas com tamanhos e formatos distintos, gerados durante a operação. O cascalho pode apresentar características a depender da geologia local, da técnica, dos equipamentos empregados na operação e do tipo de fluido utilizado (TOLEDO, 2014).

Durante a operação de perfuração são comumente encontradas rochas sedimentares dispostas em camadas com espessuras variadas, que apresentam baixa permeabilidade permitindo o armazenamento de petróleo (PETRI Jr., 2014). Conforme a formação geológica, rochas distintas podem compor as camadas e diferentes minerais são encontrados na composição do cascalho. Na Tabela 1.1 são apresentados exemplos da composição mineralógica de amostras de cascalho obtidas em território nacional. Em geral, os principais minerais presentes em cascalhos de perfuração são silicatos e carbonatos.

A variedade de rochas perfuradas gera fragmentos de tamanhos distintos que se modificam com a profundidade do poço. Tal fator, aliado a variáveis operacionais como o tipo de broca empregada na operação conduz a amostras com distribuições granulométricas distintas (PIRES, 2009; FIALHO, 2012; TOLEDO, 2014).

Tabela 1.1 – Minerais encontrados em amostras de cascalho

Amostra	Origem	Minerais
PIRES (2009)	Recôncavo Baiano	quartzo*, calcita*, mica, ilita
	Alagoas / Sergipe	quartzo*, oxido de bário, ilita, caulinita
MEDEIROS (2010)	Rio Grande do Norte / Serra do Mel	quartzo*, calcita*, microclínio, caulinita
	Espírito Santo / formação Rio Doce	quartzo*, turmalina preta, mica, feldspato
FIALHO (2012)	Espírito Santo / formação Regência	calcita*, dolomita, halita, caulinita, quartzo
	Rio Grande do Norte / Mossoró	quartzo*, calcita*, dolomita*, barita, caulinita, alumina, anortita

*Mineral em maior quantidade.

A mistura formada por fluido de perfuração e cascalhos caracteriza os resíduos da operação de perfuração. Para o adequado descarte do resíduo é necessário um sistema de controle de sólidos em sondas de perfuração, com a finalidade de remover os sólidos da mistura. Em contrapartida, tem-se a máxima recuperação possível do fluido. Este recebe tratamento a fim de que suas propriedades físicas possam ser readequadas, permitindo sua reutilização.

O crescente desenvolvimento da indústria petrolífera tem ocasionado uma constante busca por inovação e tecnologia, visando o aumento da lucratividade e da competitividade. Tal segmento industrial necessita de soluções para o controle de sólidos gerados durante as operações, que abrangem desde a atividade sísmica aos processos de perfuração e produção (MACHADO, TEIXEIRA e VILANI, 2015). Neste contexto, a separação sólido-líquido ganha destaque se tornando assunto de novos estudos (ROBINSON *et al.*, 2010; MOGNON, 2015; MATTA *et al.*, 2015; PETRI *et al.*, 2016).

Os resíduos da operação ocupam posição de destaque no debate internacional sobre a preservação do ecossistema na etapa de exploração marítima, no que diz respeito a sua utilização e descarte (PEREIRA, 2010). Legislações próprias que regulamentam tal atividade vêm sendo revistas e atualizadas (IBAMA, 2015).

Neste aspecto, o desempenho adequado do sistema de controle de sólidos é fundamental para o descarte de material segundo as leis ambientes vigentes.

Neste sistema cada faixa granulométrica é removida por diferentes tipos de equipamento: peneiras vibratórias, hidrociclones e centrífugas. Na Figura 1.2 é apresentado um fluxograma do sistema de controle de sólidos. As correntes de saída dos equipamentos são nomeadas conforme a NBR 6502, que classifica materiais sólidos conforme seu tamanho.

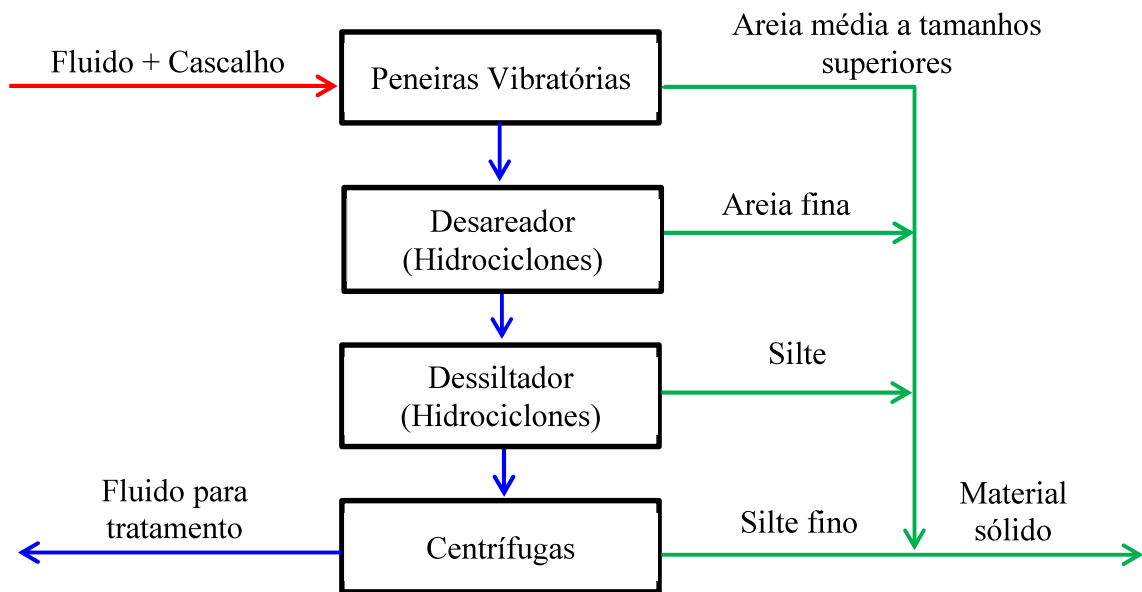


Figura 1.2 – Fluxograma do sistema de controle de sólidos. Adaptado de ASME (2005).

As peneiras vibratórias constituem o primeiro equipamento do sistema de separação de sólidos. São projetadas para processar todo o volume circundante da mistura fluido-cascalho. Caracteriza-se pela separação de sólidos grosseiros, impedindo a passagem de material com tamanho superior à abertura da tela. A característica vibratória das peneiras interfere em cada fragmento de rocha, auxiliando o movimento do material sobredimensionado (KING, 2001).

As características e as particularidades da operação de peneiramento tornam a modelagem deste processo desafiadora. Abordagens distintas têm sido empregadas na sua descrição, como teorias cinéticas reacionais e probabilísticas (TRUMIC e MAGDALINOVIC, 2011; DEHGHANI, MONHEMIUS e GOCHIN, 2002), analogia com escoamento em meios porosos (TSENG e LI, 2016) e o método de elementos discretos (DONG, ESFANDIARY e YU, 2017). Tais abordagens devem considerar as particularidades das sub-regiões que caracterizam a operação de peneiramento da mistura fluido de perfuração e sólidos: 1ª Região,

onde ocorre a separação mais pronunciada do líquido com formação de torta de sólidos úmidos sobre a superfície da peneira; 2ª Região, que recebe os sólidos separados na 1ª Região com teor de umidade que permite a drenagem do líquido remanescente; 3ª Região, alimentada por sólidos com baixo teor de umidade, provenientes da 2ª Região, que se movimentam através da tela.

O método de elementos discretos foi empregado na descrição de partículas sólidas. Cada partícula que constitui o material granular (cascalho) foi modelada individualmente. O método contabiliza a influência de diferentes fatores sobre a dinâmica de cada partícula. Desta forma, ele é adequado para representação do deslocamento das partículas presente na 3ª região, denominada região de movimentação de sólidos. A avaliação de fatores operacionais como tipo de tela, ângulo de inclinação, granulometria e composição das partículas sólidas utilizando a modelagem matemática objeto deste estudo permite avaliar a eficiência da separação sólido-fluido de perfuração pela avaliação da trajetória das partículas.

1.1 Objetivos

O objetivo geral desta dissertação foi desenvolver um modelo matemático de representação das trajetórias de partículas sólidas em peneiras utilizadas na separação da mistura sólido-fluido oriundos da perfuração de poços de petróleo.

Os objetivos específicos são:

- Desenvolver a modelagem matemática utilizando a abordagem DEM (Método dos Elementos Discretos), baseada em balanços de forças aplicadas a cada partícula presente na região de movimentação das partículas na tela;
- Implementar o modelo matemático desenvolvido utilizando o software livre *Scilab* com inserção de algoritmo de zoneamento para fins de maior eficiência computacional;
- Avaliar o efeito de parâmetros operacionais sobre a trajetória de partículas na região de deslocamento das partículas em peneiras vibratórias.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O peneiramento é considerado um dos mais antigos métodos de triagem, sendo definido como uma operação unitária aplicada na separação de materiais granulares e fluido. O material a ser separado é depositado de modo contínuo ou intermitente sobre a tela da peneira, a qual possui aberturas que possibilitam a passagem de material subdimensionado e fluido. Ao final da operação são obtidas duas frações do material alimentado, sendo conhecido o tamanho da maior partícula na corrente de material passante e o tamanho da menor partícula na corrente de material retido.

2.1 Peneiras

As peneiras são classificadas com base no modo de operação e em seu projeto. O modo de operação relaciona-se à presença ou ausência de movimento das telas da peneira, que auxiliam o processo de separação. No caso de telas que não apresentam movimento a peneira é denominada estática. Os movimentos vibratórios das peneiras podem ser do tipo linear, circular ou elíptico. As peneiras planas ou curvas são empregadas para ambas as formas de operação. Há ainda peneiras em forma cilíndrica com movimento giratório (WILLS e FINCH, 2016; GUPTA e YAN, 2016).

O movimento vibratório da peneira é determinado através do posicionamento dos motovibradores. Para o movimento elíptico desbalanceado é empregado um único motovibrador (MV) localizado em um ponto acima do centro de massa da cesta da peneira, Figura 2.1 (A). Esta forma de vibração apresenta o movimento elíptico no início e ao final da peneira e o movimento circular no centro. Devido aos diferentes movimentos nas distintas seções da peneira esse tipo de vibração apresenta limitações como o acúmulo de material ao final da peneira aumentando o tempo de residência do mesmo e diminuindo a capacidade de operação. Como alternativa, as peneiras com esse movimento têm a cesta inclinada na direção de descarte de sólidos (inclinação descendente) (AADE, 1999).

O movimento circular também utiliza apenas um motovibrador contudo este é posicionado no centro de massa exato da cesta da peneira, conforme apresentado na Figura 2.1 (B). O movimento circular transporta o material sem a necessidade de inclinação descendente (AADE, 1999).

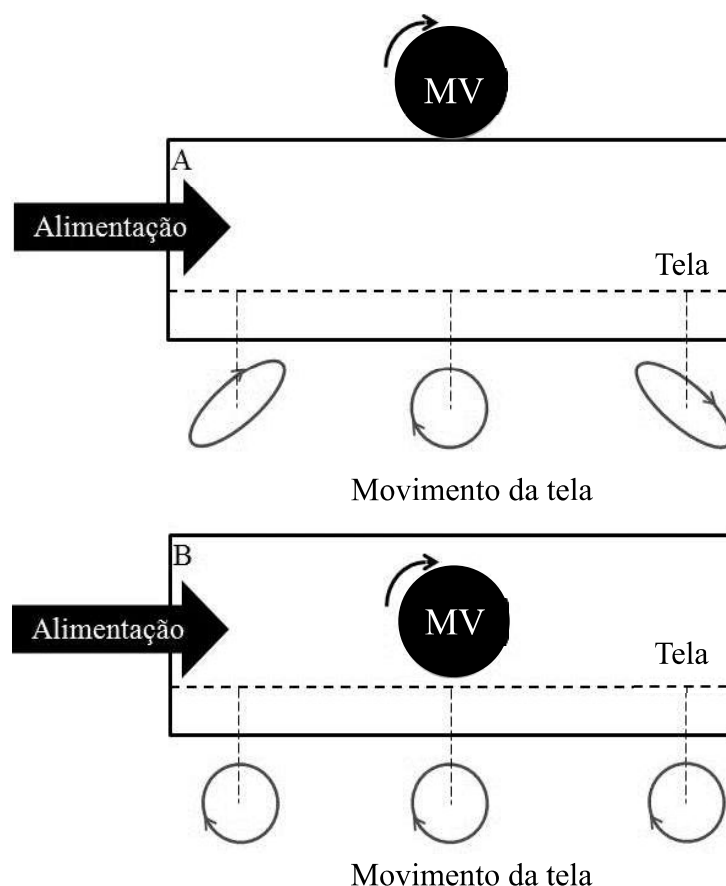


Figura 2.1 – Ilustração do movimento elíptico desbalanceado (A) e circular (B). Adaptado de AADE (1999).

Na vibração por movimento linear são empregados um par de motovibradores

excentricamente balanceados e operando em sentido de rotação opostos, Figura 2.2 (A e B). O movimento é orientado em função do ângulo de direção de vibração (ξ). Tal movimento permite o transporte eficiente de material sólido sobre a tela da peneira e favorece a passagem de líquido pelas aberturas (LAL e HOBEROCK, 1988; AADE, 1999).

O movimento elíptico balanceado se assemelha ao movimento linear contudo os motovibradores são dispostos com uma angulação conforme apresentado na Figura 2.2 (C e D). Como vantagem este movimento contribui para o aumento da vida útil da peneira e da velocidade de transporte do material sobre a tela quando comparado ao movimento linear (LAL e HOBEROCK, 1988; AADE, 1999).

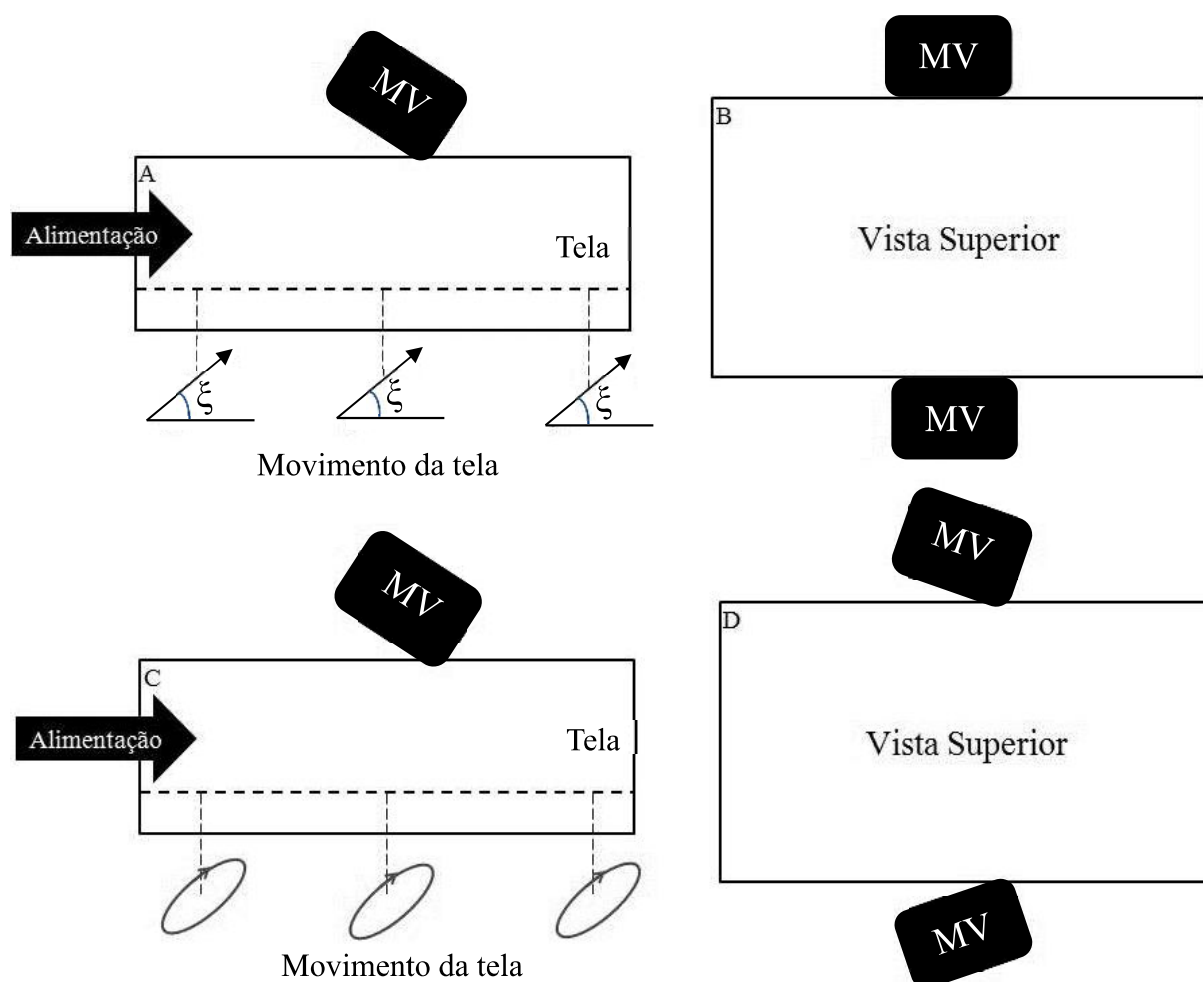


Figura 2.2 – Ilustração do movimento linear (A) e elíptico balanceado (B). Adaptado de AADE (1999).

A estrutura da tela sobre a peneira pode apresentar a forma de uma malha tecida por fios metálicos ou uma folha metálica perfurada, como também pode ser constituída por materiais pré-formados. Como exemplo de malhas tecidas tem-se as malhas quadradas, cujo

espaçamento entre os fios são os mesmos em ambas as direções. Para o caso de espaçamentos desiguais têm-se as malhas retangulares. Através da sobreposição de telas simples são obtidas as telas multicamadas (PURCHAS e SUTHERLAND, 2002).

Para malhas quadradas as aberturas da tela são determinadas pela contagem *mesh*, correspondente ao número de aberturas por polegada em uma direção. A contagem *mesh* é determinada com base no tamanho da abertura e no diâmetro do fio. Como alternativa à contagem *mesh* tem-se o número API, introduzido pelo *American Petroleum Institute*. O número API relaciona-se apenas à abertura máxima da tela e é utilizado para os demais tipos de malha (PURCHAS e SUTHERLAND, 2002; ROBINSON e STOCKS, 2012).

As peneiras podem apresentar configurações distintas com base no posicionamento da cesta, como apresentado na Figura 2.3. Como exemplo tem-se a cesta na horizontal, cesta com inclinação ascendente ou descendente, e cestas com angulação diferente em cada seção. Enquanto a inclinação descendente favorece o transporte de sólidos, a inclinação ascendente dificulta o transporte de material. Tais configurações são também estendidas à operação de peneiras em série (ou cascata) e em paralelo. As peneiras em série possibilitam a separação em diferentes faixas de tamanho, as peneiras em paralelo viabilizam o maior processamento de materiais por tempo (ASME, 2005; FREITAS, 2017).

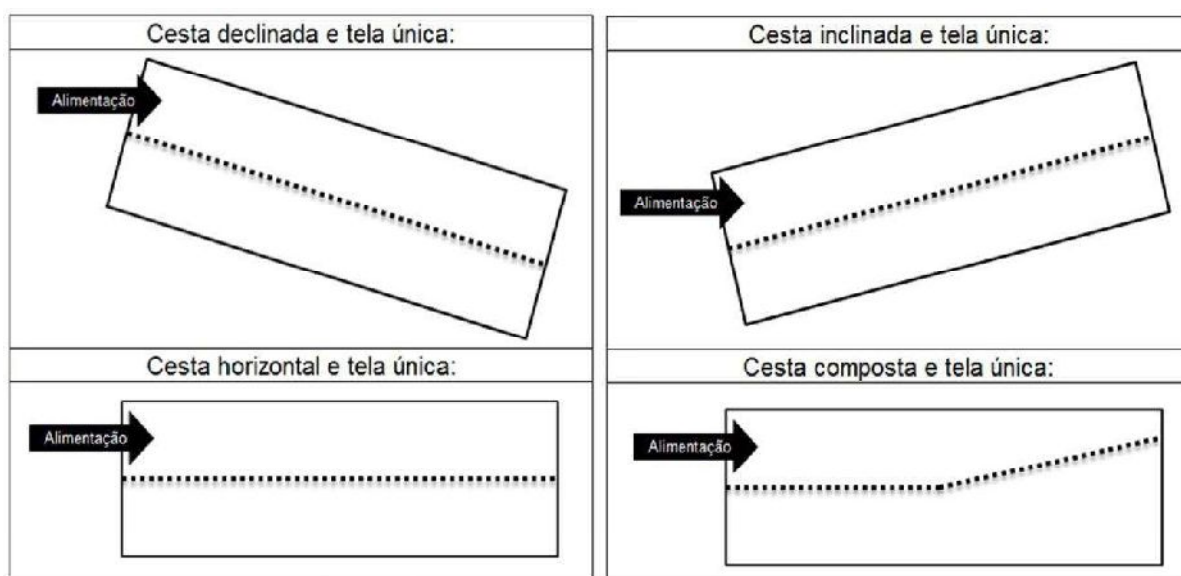


Figura 2.3 – Configurações de posicionamento da cesta que suporta a peneira. Adaptado de ASME (2005).

Em sondas de perfuração de poços de petróleo são empregadas peneiras vibratórias com inclinação ascendente, posicionadas em paralelo para o rápido processamento de toda a

carga de material que retorna do poço.

A trajetória das partículas sobre a tela da peneira é influenciada pela configuração da cesta e pelo tipo do movimento de agitação da tela. Em uma peneira com a cesta na horizontal e com movimento de vibração linear as partículas descrevem uma trajetória reta formando um ângulo de 45° com a horizontal. Na peneira com cesta inclinada com movimentos de vibração circular ou elíptico as partículas apresentam um movimento circular no plano vertical, conforme esquematizado na Figura 2.4 (ASME, 2005).

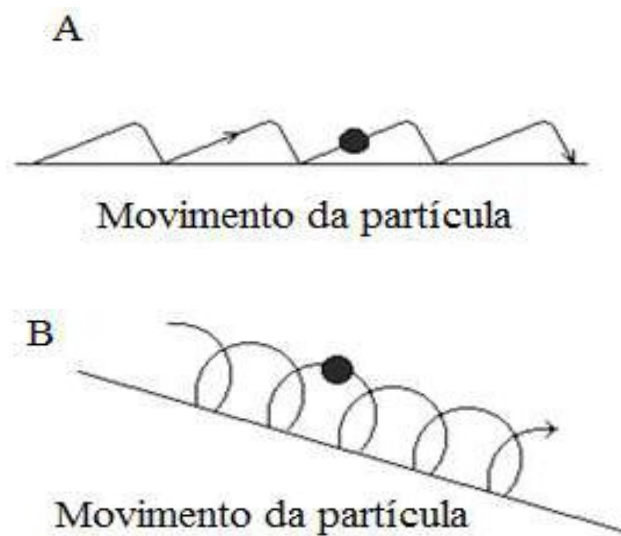


Figura 2.4 – Trajetória da partícula em cesta horizontal (A) e cesta descendente (B). Adaptado de ASME (2005).

Jansen e Glastonbury (1967) e Li *et al.* (2003) analisaram os possíveis caminhos aleatórios percorridos pelas partículas ao atingirem a superfície da tela da peneira. A trajetória das partículas pode seguir distintas situações. Conforme apresentado na Figura 2.5 as partículas podem:

- Passar através da abertura da tela sem interação com a mesma;
- Atingir um fio da tela numa angulação que permita sua passagem pela abertura;
- Atingir um fio da tela e ser direcionada para outra região da peneira que permita sua passagem;
- Ficar retidas sobre a tela da peneira.

As peneiras apresentam três regiões de separação. Com base no tipo de separação e na distribuição de material sobre a tela cada região possui características que influenciam a eficiência da operação.

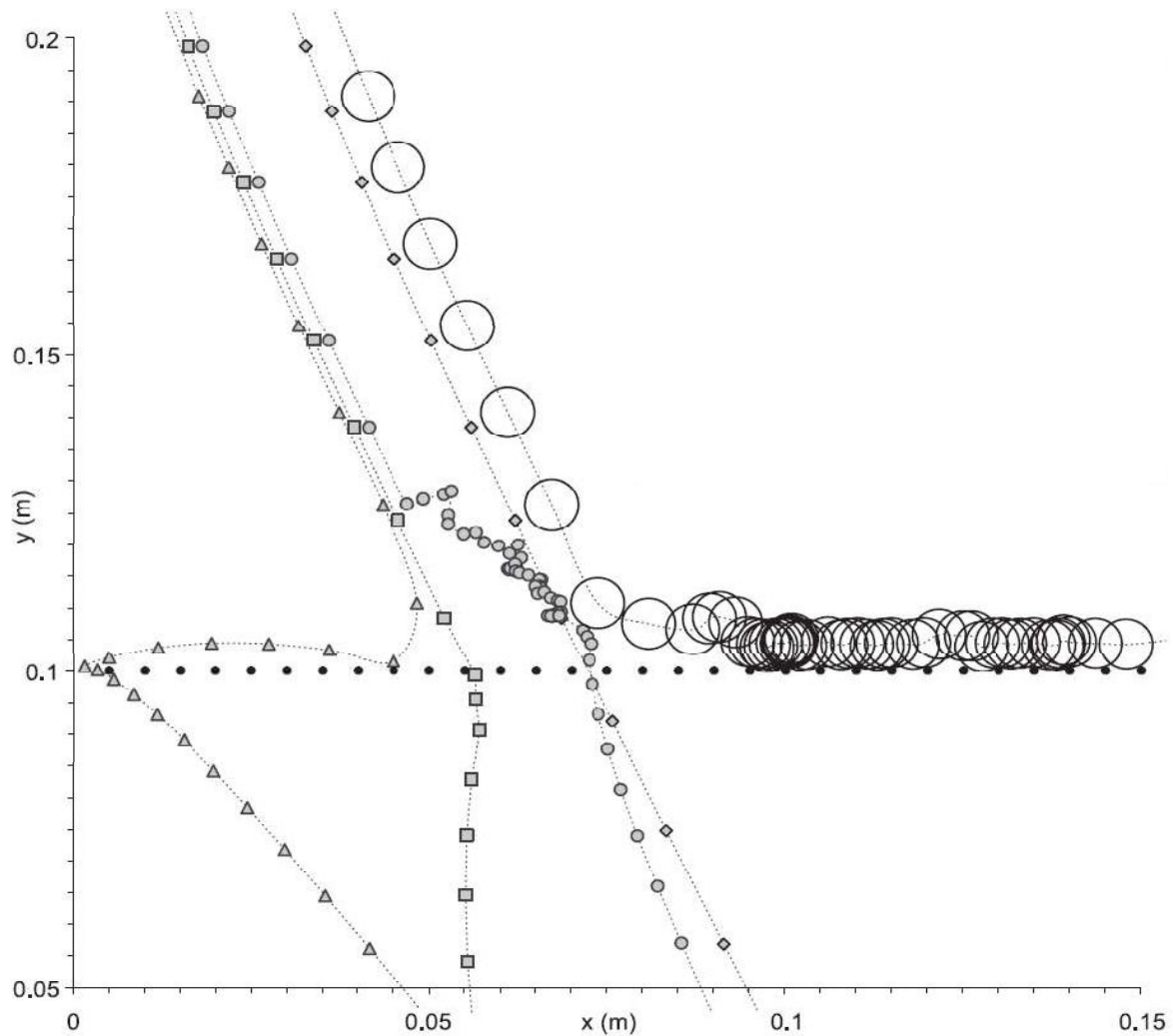


Figura 2.5 – Diferentes trajetórias da partícula em contato com a tela da peneira. Adaptado de Li *et al.* (2003).

Na separação sólido-sólido a primeira região contribui para a estratificação do material (Figura 2.6). A quantidade de material alimentado é superior a quantidade de material separado pela peneira nessa seção da tela. A segunda região destina-se a equilibrar a quantidade de material separado e ao reabastecimento das camadas superiores do leito. Na terceira região o material de tamanho inferior à abertura da peneira está presente em menor quantidade diminuindo a taxa de separação nesta região. A quantidade de material separado pela peneira aumenta conforme aumenta o tamanho da tela (SUBASINGUE, SCHAAP e KELLY, 1989; LI *et al.*, 2003).

No peneiramento de sólido-líquido a primeira região destina-se a separar a maior quantidade possível de líquido presente na mistura, denominado filtrado (Figura 2.7). O material sólido é retido nesta seção da tela formação uma torta. Com o movimento de

vibração da peneira o sólido retido é lançado para frente, de modo que o material se desloca ao longo da tela. Na segunda região, também denominada região de secagem, o material sólido possui significativa umidade que devido a vibração tende a formar conglomerados. À medida que os conglomerados percorrem a tela ocorre a drenagem do líquido residual presente no material. A terceira região destina-se a movimentação dos conglomerados (RAJA e CHASE, 2010).

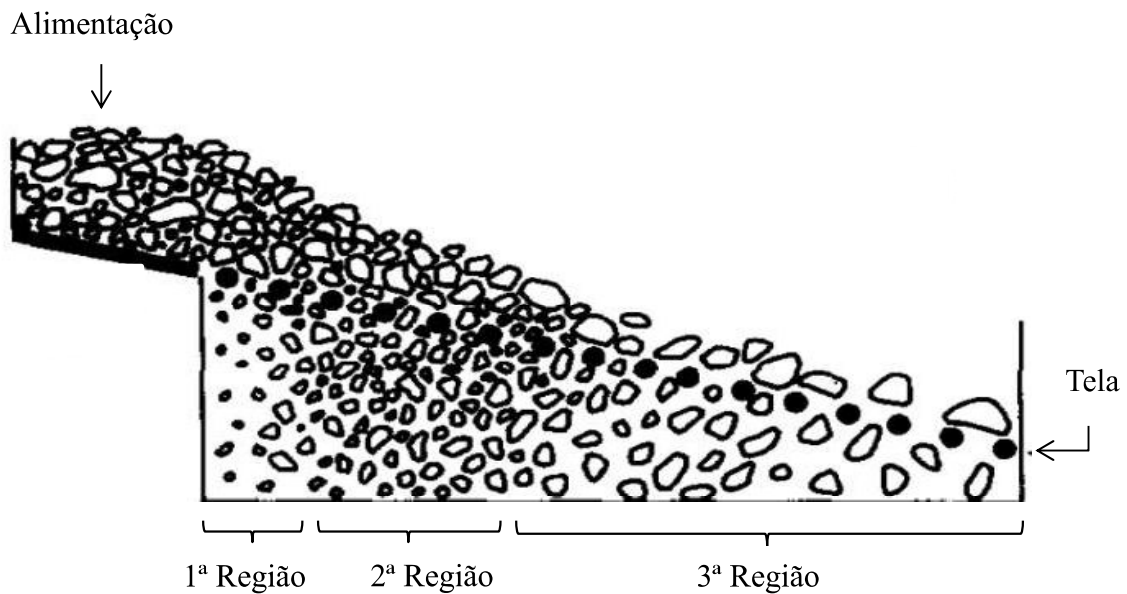


Figura 2.6 – Regiões de separação da peneira com alimentação sólido-sólido. Adaptado de Subasingue, Schaap e Kelly (1989).

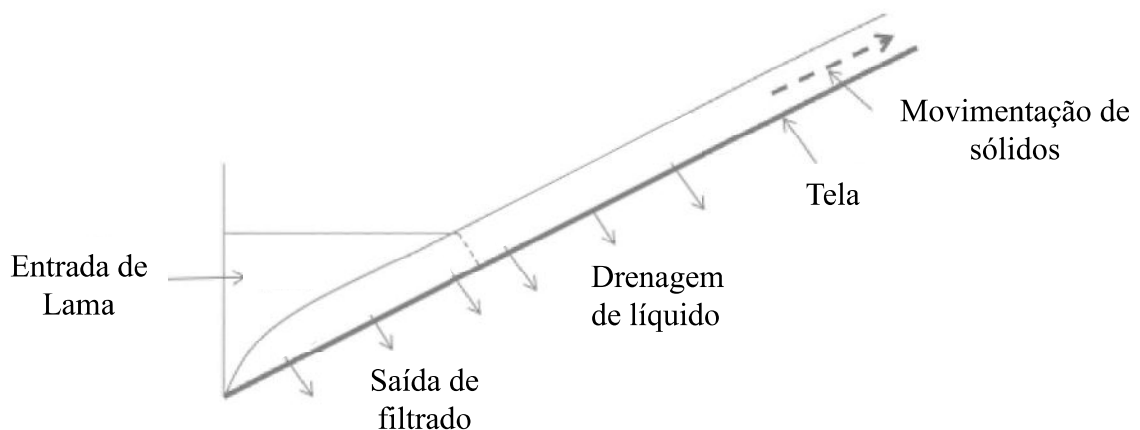


Figura 2.7 – Regiões de separação da peneira com alimentação sólido-líquido. Adaptado de Raja e Chase (2010).

As regiões de separação para uma mistura sólido-líquido são observadas em distintas configurações de peneiras. As Figuras 2.8 e 2.9 ilustram uma peneira com inclinação ascendente e uma peneira com inclinação descendente, em ambas pode-se notar as regiões de saída de filtrado, drenagem de líquido e movimentação de sólidos.

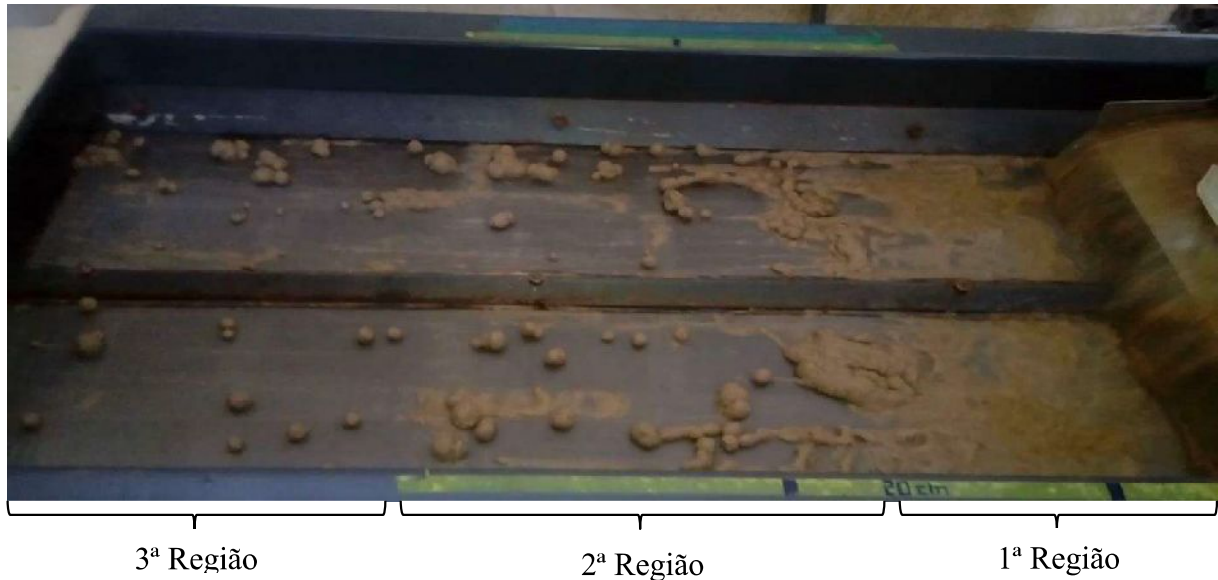


Figura 2.8 – Regiões de separação de uma mistura sólido-fluido em peneira ascendente com ângulo de inclinação de 3° (Comunicação pessoal).

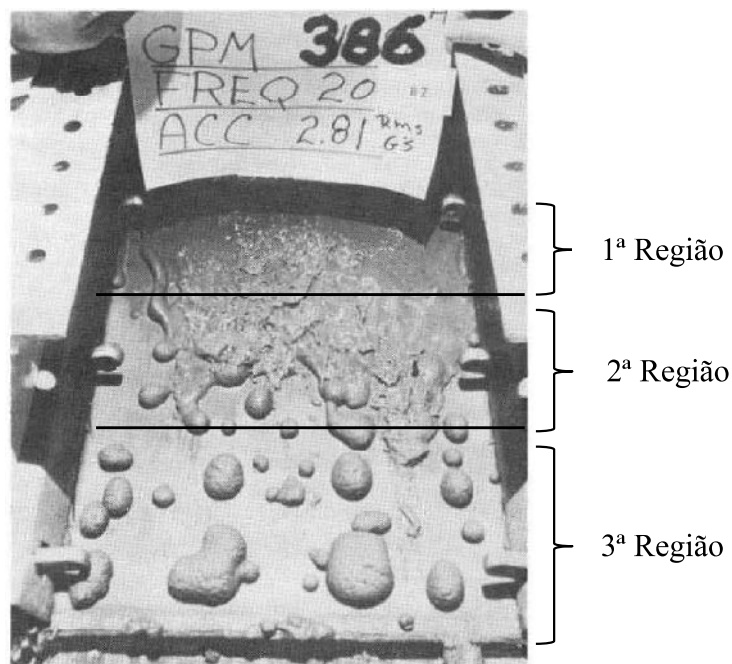


Figura 2.9 – Regiões de separação de uma mistura sólido-fluido em peneira descendente com ângulo de inclinação de 10° . Adaptado de Hoberock (1980).

2.2 Fatores de influência sobre a eficiência do peneiramento

A eficiência da separação está acoplada à natureza da operação de peneiramento. Este processo pode ser descrito como uma série de eventos probabilísticos, onde as partículas são frequentemente apresentadas à superfície da tela. Em cada apresentação existe uma probabilidade da partícula passar pela abertura da tela. O desempenho da separação é afetado por duas classes de fatores: os que influenciam a probabilidade da passagem pela abertura, e os que influenciam o número de oportunidades que a partícula terá para atravessar a tela (WILLS e FINCH, 2016). Como exemplo de tais fatores têm-se o tamanho e formato das partículas, a taxa de alimentação da peneira, a inclinação da tela, a área aberta da tela e a vibração.

Tamanho e forma das partículas

Partículas esféricas apresentam igual probabilidade de passar pelas aberturas da tela, devido a sua geometria. As partículas em formato não esférico têm probabilidades diferentes de passagem conforme sua orientação. Partículas superdimensionadas podem obstruir as aberturas da peneira contribuindo para a estratificação do material e inviabilizando a separação. Em operações cuja proporção de partículas maiores é muito superior a partículas menores tem-se a potencialização deste efeito (LI *et al.*, 2003).

Taxa de alimentação

Baixas taxas de alimentação contribuem para a eficiência de separação. Ao operar com elevada carga de material um leito denso é formado sobre a superfície da tela. Partículas finas necessitam vencer a barreira de material para alcançar as aberturas, impactando a eficiência de separação (CLEARY, 2009; ROTICH, TUUNILA e LOUHI-KULTANEN, 2015).

Inclinação da tela

A inclinação da tela afeta o ângulo no qual as partículas são apresentadas à abertura da tela, a velocidade de transporte das mesmas e consequentemente o tempo de permanência da partícula sobre a tela (WILLS e FINCH, 2016; ROTICH, TUUNILA e LOUHI-

KULTANEN, 2015).

Área aberta da tela

A oportunidade de uma partícula passar pela abertura é proporcional à porcentagem de área aberta, determinada pela razão da soma das áreas das aberturas pela área total da superfície da tela (WILLS e FINCH, 2016).

Vibração

O movimento vibratório contribui para uma nova configuração do leito, sendo determinado pelas variáveis amplitude e frequência. As partículas são novamente apresentadas à superfície da tela aumentando sua probabilidade de separação. Em conjunto tem-se a promoção do transporte de partículas ao longo da tela (CLEARY, 2004).

2.3 Modelos aplicados à descrição do peneiramento

A modelagem matemática tem auxiliado a compreensão de alguns dos processos fundamentais que ocorrem durante a etapa de peneiramento. Modelos matemáticos com distintas abordagens vêm sendo desenvolvidos, visando uma representação adequada deste processo de separação.

Na literatura são encontrados modelos fenomenológicos, baseados em teorias cinéticas reacionais e probabilísticas, e modelos que visam descrever o peneiramento por similaridade com operações clássicas. A partir do trabalho realizado por Shimosaka, Higashihara e Hidaka (2000) o método de elementos discretos por contato suave vem sendo empregado a esta finalidade.

Dos modelos fenomenológicos aplicados à separação de sólidos, tanto a teoria cinética reacional quanto a probabilística foram empregadas ao processamento contínuo (STANDISH e META, 1985; STANDISK, BHARADWAJ e HARIRI-AKBARI, 1986), e ao processamento descontínuo (STANDISH, 1985; DEGHANI, MONHEMIUS e GOCHIN, 2002). A eficiência global de separação é determinada com base no tempo de operação e na quantidade de material processado. Conforme a necessidade, a eficiência de separação por classe de tamanho de partícula é considerada. Em geral, os modelos cinéticos baseiam-se na lei de primeira ordem descrevendo a variação de massa sobre a superfície da tela

(SUBASINGHE, SCHAAP e KELLY, 1990; TRUMIC e MAGDALINOVIC, 2011). Os modelos probabilísticos consideram parâmetros operacionais como agitação mecânica, tamanho de tela e granulometria de partículas (GROZUBINSKY, SULTANOVITCH e LI, 1998; DEHGHANI, MONHEMIUS e GOCHIN, 2002).

Os modelos fenomenológicos podem apresentar restrições quanto a sua utilização, sendo inadequados em determinadas aplicações. Conforme verificado por Li *et al.* (2003), o peneiramento contínuo descrito pela teoria cinética possui aplicabilidade reduzida quando uma camada de partículas espessa se forma sobre a tela.

Devido às características da operação de peneiramento, na separação sólido-líquido é válido descrever o sistema aproximando-o do escoamento em meios porosos. Nestes, a tela representa um obstáculo ao escoamento conduzindo à perda de carga. As variáveis e parâmetros necessários a essa aproximação são determinados experimentalmente ou através de correlações (CHEVALIER *et al.*, 2013, TSENG e LI, 2016). Raja (2012) estendeu essa abordagem à modelagem da separação sólido-líquido através da operação de filtração. A mistura alimentada à peneira conduz ao acúmulo de sólidos sobre a tela formando uma torta, através do qual o fluido percola. A tela e a camada de sólidos sobre sua superfície compõem o meio poroso do sistema.

A abordagem de escoamentos em meios porosos aplicada ao peneiramento necessita de relações adicionais, parâmetros específicos para cada tipo de tela, e determinação de variáveis de complexa estimativa como a altura da torta formada sobre a tela em vibração (RAJA, 2012).

A simulação do peneiramento de sistemas granulares constituídos por partículas esféricas e não esféricas empregando DEM por contato suave tem sido aplicado a distintas configurações: peneira plana (KRUGGEL-EMDEN e ELSKAMP, 2014; DONG, ESFANDIARY e YU, 2017), peneira ascendente (MA, LI e XU, 2015), peneira descendente (JIANZHANG e XIN, 2012; JIANG *et al.*, 2017), peneira em formato banana (JAHANI, FARZANEGAN e NOAPARAST, 2015) e peneira circular (DENG *et al.*, 2015).

A vantagem do DEM por contato suave é monitorar as possíveis interações do sistema com seus constituintes e fronteiras, contabilizando suas influências no processo. Na operação de peneiramento, tal característica permite que a eficiência da tela seja facilmente avaliada (CLEARY, 2009).

A primeira aplicação de DEM por contato suave ao processo de peneiramento sólido-sólido foi o estudo desenvolvido por Shimosaka, Higashihara e Hidaka (2000). A operação de uma peneira com baixa alimentação, cerca de 400 partículas esféricas, é descrita empregando

o modelo proposto por Cundall e Strack (1979). Com base nos resultados obtidos com o modelo de elementos discretos, foram determinados parâmetros operacionais aplicados a um modelo fenomenológico.

Li *et al.* (2002) e Li *et al.* (2003) realizaram uma investigação exploratória sobre a influência do tamanho de partículas esféricas e da altura do leito sobre a tela, empregando-se DEM por contato suave. Ambos utilizaram uma peneira com inclinação descendente em escala de bancada. Li *et al.* (2002) modelou o processo de separação de grãos de soja e semente de mostarda, estando a peneira com vibração em movimento circular. Verificou-se que a taxa de alimentação crítica e a profundidade do leito para uma operação eficaz pode ser determinada através das simulações. Li *et al.* (2003) empregaram a peneira sem agitação a triagem de pellets de polietileno. A peneira sem agitação é frequente empregada em indústrias de mineração e plantas de processamento de cereais. Os resultados demonstraram a influência negativa de partículas de tamanho próximo à abertura e o efeito positivo de partículas relativamente grandes na operação de separação.

Cleary e Sawley (2002) aplicaram o modelo de Cundall e Strack (1979) à descrição de um sistema de partículas esféricas, contidas em uma seção de tela plana com vibração. Tal modelo foi estendido a um conjunto de partículas superquadráticas (CLEARY, 2009). Os sistemas com oito mil partículas foram analisados sob condições operacionais idênticas em uma tela com diâmetro de fio de 10 mm e abertura quadrada de 40 mm. Constatou-se que a mobilidade de partículas finas é menor para a forma não esférica, conduzindo a uma diminuição do transporte horizontal de material através do leito. Uma velocidade de separação inferior é obtida com partículas em formato esférico. Outra observação mostrou que as partículas esféricas apresentam maior predisposição à obstrução das aberturas de tela, impactando o fluxo de separação.

Jianzhang e Xin (2012) analisam a distribuição e a separação de partículas esféricas com propriedades semelhantes à areia. A separação ocorreu em uma peneira plana descendente sem vibração com malha quadrada. Os fatores largura da tela, tamanho da abertura, ângulo de inclinação e diâmetro do fio foram analisados. Verificou-se que o tamanho da abertura contribui tanto na distribuição do material sobre a tela quanto na separação, embora o efeito sobre a separação seja mais acentuado. A inclinação da tela afeta positivamente a distribuição, porém afeta negativamente a separação. O deslocamento das partículas é favorecido, diminuindo seu tempo de residência. O efeito do diâmetro do fio na distribuição é positivo, contudo é insignificante para a separação.

Dong, Wang e Yu (2013) e Dong, Esfandiary e Yu (2017) investigaram o

desempenho da operação de peneiramento baseados na eficiência global e na distribuição das partículas que passaram pela peneira ao longo de diferentes seções da tela. Os modelos de Hertz (1882) e Brilliantov *et al.* (1996) foram empregados na descrição da componente normal. O modelo de Langston, Tuzun e Heyes (1994) foi aplicado à componente tangencial. Considerou-se material granular em formato esférico separado em uma peneira plana descendente com vibração, com aberturas retangulares de diferentes proporções. A probabilidade de única tentativa e um número de tentativas de passagem da partícula pela abertura foi modelada. Uma equação foi proposta visando prever a colisão das partículas com a superfície da tela.

Elskamp *et al.* (2016) investigaram a possibilidade de representar mudanças operacionais no peneiramento vibratório, para partículas em formato esférico e não esférico. Condições operacionais estáveis foram simuladas empregando DEM por contato suave. A partir destas, verificou-se a possibilidade de previsão de material retido em operações com perturbações externas. Os parâmetros operacionais frequência de vibração, amplitude e inclinação foram alterados após um tempo específico conduzindo a uma operação transitória. Detectou-se significativa dependência dos parâmetros operacionais na representação do sistema. Para um degrau positivo nas variáveis frequência e amplitude de vibração, a passagem de partículas através da peneira foi potencializada.

Retratar partículas de forma irregular por forma esférica é uma prática comum em simulações de peneiramento utilizando o método de elementos discretos (ZHAO *et al.*, 2016; ZHAO *et al.*, 2017). Conforme o estudo desenvolvido por Delaney *et al.* (2012) para uma peneira plana com vibração, ocasionalmente tal aproximação pode se tornar inadequada para representar fluxos reais de separação. Partículas esféricas apresentam maior facilidade em percolar o leito comparado a partículas de formato irregular, ambas de tamanho próximo à abertura da tela. Ao modelar partículas não esféricas como partículas esféricas pode-se obter uma previsão da taxa de separação superior ao caso real.

Chen e Tong (2009) modelaram a triagem de partículas esféricas através de uma peneira vibratória descendente. Os modelos de força empregados foram a teoria de Hertz (1882) para o contato elástico e um modelo não linear para a contribuição viscosa. Com base no comprimento da tela e na frequência de vibração verificou-se que a eficiência de separação segue uma distribuição exponencial.

Um estudo relacionando o comprimento de tela à eficiência de separação é retratado em Guifeng e Xin (2011). Utilizando DEM por contato suave, os parâmetros frequência, amplitude, ângulo de vibração e inclinação foram considerados individualmente. A influência

de cada um dos parâmetros na relação comprimento de tela *versus* eficiência foi determinada. Os valores atribuídos aos parâmetros seguem a faixa frequentemente encontrada em aplicações práticas. Concluiu-se que para baixos valores dos parâmetros a separação não é beneficiada, de modo que a eficiência é potencializada com o aumento do comprimento de tela.

Tung *et al.* (2011) empregaram os modelos de Hertz (1882) e Tsuji *et al.* (1992) na descrição de partículas esféricas. Verificaram que a modelagem simplificada da tela conduzia a diferenças significativas entre a taxa de peneiramento simulada e experimental. Contudo, ao modelar a tela na forma de malha retangular com fios trançados a diferença era minimizada.

O DEM por contato suave pode ser aplicado à separação sólido-sólido e sólido-líquido.

Fernandez *et al.* (2011) modelaram o fluxo de partículas superquadráticas e líquido em uma peneira de grande escala com formato banana. DEM por contato suave foi empregado na descrição das partículas grosseiras. A lama formada por fluido e partículas finas é descrita através da hidrodinâmica de partículas suavizadas, do inglês *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH). O método de elementos discretos contabiliza o meio poroso dinâmico, em seguida o SPH modela o transporte de lama sobre e através da tela. Tal estratégia possibilita capturar a interação dominante entre as fases, necessária para a previsão do comportamento da lama. Constatou-se que a passagem da lama pela abertura da peneira, caracterizando fluxos rápidos de natureza fragmentada e filamentar podem ser adequadamente representados por SPH. A consideração de meio poroso permitiu descrever a camada espessa de material que se forma sobre a superfície da tela, devido à retenção da lama ao meio granular.

Um estudo voltado a separação de sólido-fluido através do fluxo contínuo de ar foi realizado por Li *et al.* (2012). Utilizou-se um aparato constituído por uma peneira ascendente com vibração. Admitiu-se uma mistura formada por grãos e impurezas, modelados como partículas de formato elipsoidal e cilíndrico. O material sólido foi modelado através do DEM por contato suave. Para descrição da fase fluida utilizou-se a dinâmica de fluidos computacional, do inglês *Computational Fluid Dynamics* (CFD). Constatou-se que a velocidade do fluxo de ar na alimentação, teve maior influência sobre a velocidade longitudinal das partículas cilíndricas em comparação os grãos. Já a velocidade vertical dos materiais é minimamente afetada pela velocidade de fluxo de ar. As conclusões obtidas possibilitam aperfeiçoar o projeto do equipamento de separação.

Na literatura encontram-se distintas abordagens aplicadas na descrição do

peneiramento de sólido-sólido e do peneiramento de sólido-fluido. O método de elementos discretos vem sendo aplicado a essa finalidade com o intuito de auxiliar a compreensão do fenômeno de separação. Os estudos avaliam o efeito de mudanças nas condições de operação que impactam a eficiência da operação, de modo a consolidar um entendimento sobre a resposta do sistema para distintas configurações de peneira.

A aplicação do DEM ao peneiramento se restringe a casos experimentais isolados, sem vinculação direta a processos de separação industrial. Apenas o trabalho de Li *et al.* (2002) tem enfoque no setor industrial alimentício e, Li *et al.* (2003) e Fernandez *et al.* (2011) na indústria de mineração.

A literatura se mostra escassa quanto a estudos voltados à separação sólido-fluido de perfuração de poços de petróleo empregando DEM. Por ser o primeiro equipamento do sistema de controle de sólidos sua representação adequada se mostra de fundamental importância para a eficiência global do processo. A descrição minuciosa do comportamento das partículas sobre a tela da peneira proporcionada pelo DEM permite determinar a eficiência máxima do equipamento. Essa informação aliada a dados da planta possibilitam quantificar e atuar nas possíveis causas de ineficiência da operação.

Desta forma, a revisão da literatura indica a necessidade de estudos aplicados ao processo de separação sólido-fluido de perfuração em peneiras vibratórias industriais típicas, objeto desta dissertação.

CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

O método de elementos discretos por contato suave foi proposto por Cundall e Strack (1979), que o aplicou na modelagem de materiais granulares para representar a dinâmica de um sistema composto por um conjunto de discos. A interação entre as partículas é monitorada contato por contato e o movimento das mesmas é modelado partícula por partícula.

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos da dinâmica de materiais granulares. São apresentadas alternativas à sua modelagem, com ênfase para o método de elementos discretos por contato suave, considerado no presente estudo.

3.1 Material granular

O material granular é formado por um conjunto de partículas sólidas que podem variar de tamanho e forma. As partículas estão suscetíveis a interações entre si, com as fronteiras do sistema e com o fluido circundante. As escalas de comprimento envolvidas nas interações de contato são significativamente menores do que o tamanho da partícula. São as interações de contato responsáveis pelo movimento do meio granular.

Esse material apresenta identidades múltiplas, que podem reproduzir o comportamento tanto de sólidos quanto de fluidos. Materiais granulares podem ser plasticamente deformados, escoar sobre superfícies ou através de tubos e quando agitados se

assemelham a um leito fluidizado (POSCHER e SCHWAGER, 2005; MEHTA, 2007).

Quando dois corpos em movimento entram em contato tem-se a ocorrência de uma colisão ou impacto. A colisão tem em um curto intervalo de duração, no qual valores elevados de força se desenvolvem e atuam sobre os corpos envolvidos alterando suas velocidades.

A colisão é caracterizada por duas fases: compressão e restituição. Oriunda da força aplicada aos corpos, a compressão está relacionada às características do material - em especial a rigidez - e pode acarretar deformações elásticas (não permanentes) ou plásticas (permanentes). A compressão máxima é alcançada quando a velocidade relativa da partícula se torna nula, com a energia cinética sendo totalmente convertida em energia de deformação. No instante seguinte inicia-se a etapa de restituição. A energia de deformação armazenada durante a compressão gera uma força impulsiva que aumenta a energia cinética dos corpos (ALBUQUERQUE, 2016).

Quanto à natureza, as colisões podem ser: elástica, na qual tem-se a conservação da energia cinética do sistema; e inelástica, caracterizada pela não conservação da energia cinética. Em se tratando das colisões inelásticas podem ocorrer:

- Colisão perfeitamente inelástica. Caracterizada pela perda máxima de energia cinética de modo que os corpos permanecem unidos após o impacto;
- Colisão parcialmente inelástica. Quando apenas parte da energia cinética é conservada. Sendo esta a maioria das colisões que ocorrem na natureza.

As perdas de energia devido à colisão entre dois ou mais corpos podem ocorrer por deformação, por propagação de ondas e por atrito.

Deformação

No caso de colisão entre corpos rígidos tem-se elevada tensão de contato em suas superfícies, implicando na deformação mútua, que mesmo mínima acarreta perda de energia para o sistema (ALBUQUERQUE, 2016).

Nem toda a energia de deformação é transformada novamente em energia cinética, pois parte é perdida na forma de calor e vibrações moleculares devido ao deslizamento microscópico das moléculas (ALBUQUERQUE, 2016).

Propagação de ondas

Quando uma força é repentinamente aplicada a um corpo sua transmissão não ocorre

de uma só vez. A energia devido ao impacto é propagada através de ondas elásticas, a partir da região de impacto para todo o volume do corpo (KOLLER, 1986). Uma vez que o mecanismo de propagação de ondas ocorre em qualquer impacto, admite-se que a perda de energia atribuída a ele caracteriza a dissipação mínima de impacto (REED, 1985).

A propagação de ondas elásticas constitui uma forma de perda de energia cinética inicial, visto que parte da energia convertida em deformação é consumida. A quantidade de energia perdida por ondas elásticas é pequena, quando comparada à perda provocada pela deformação plástica (WU, LI e THORNTON, 2015; ALBUQUERQUE, 2016).

Atrito

Quando dois corpos rígidos estão em contato ocorrem interações entre os átomos de ambas as superfícies. As interações proporcionam uma resistência ao movimento, interpretada como força contrária ao deslocamento (força de atrito) que conduz à perda de parte da energia cinética do sistema. A energia dissipada pode ser convertida em energia térmica (aquecimento do sistema) e/ou energia sonora (ruídos).

A força de atrito (\vec{F}_a) atua paralelamente às superfícies em interação. É função da componente normal da força (\vec{F}_n) que inviabiliza a interpenetração dos corpos, e do coeficiente de atrito (μ) próprio do material (Equação 3.1). O coeficiente de atrito é um parâmetro adimensional empírico, característico do par de materiais envolvidos na colisão.

$$\vec{F}_a = \mu \vec{F}_n \quad (3.1)$$

Na iminência do movimento entre superfícies atua a força de atrito estático ($\vec{F}_{a_{estático}}$), determinada através do coeficiente de atrito estático ($\mu_{estático}$) conforme a Equação (3.2). Quando as superfícies estão em movimento relativo tem-se a atuação da força de atrito dinâmico ($\vec{F}_{a_{dinâmico}}$), contabilizada pelo coeficiente de atrito dinâmico ($\mu_{dinâmico}$) (Equação 3.3).

$$\vec{F}_{a_{estático}} = \mu_{estático} \vec{F}_n \quad (3.2)$$

$$\vec{F}_{a_{dinâmico}} = \mu_{dinâmico} \vec{F}_n \quad (3.3)$$

O valor máximo alcançado pela força de atrito é determinado através da $\vec{F}_{a_{estático}}$, visto que uma resistência de maior magnitude deve ser rompida ao iniciar o movimento.

3.1.1 Dinâmica granular

O movimento granular assemelha-se ao movimento molecular de um gás denso. Uma das principais diferenças entre ambos consiste na colisão inelástica presente na interação entre sólidos, o que não ocorre entre moléculas.

Uma partícula i apresentam dois tipos de movimento: o rotacional, que emprega a velocidade linear (\vec{v}_i) e o translacional determinado através da velocidade angular ($\vec{\omega}_i$). A dinâmica granular é descrita através da lei de conservação da quantidade de movimento, Equações (3.4) e (3.5), em conjunto com a segunda lei de Newton, Equações (3.6) e (3.7). Ambas as leis aplicadas aos movimentos rotacional e translacional.

$$\vec{L}_i = m_i \vec{v}_i \quad (3.4)$$

$$\vec{P}_i = \vec{I}_i \times \vec{\omega}_i \quad (3.5)$$

$$\frac{d\vec{P}_i}{dt} = \vec{F}_i \quad (3.6)$$

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{\tau}_i \quad (3.7)$$

sendo que \vec{L}_i e \vec{P}_i denotam respectivamente a quantidade de movimento linear e angular, m_i a massa da partícula, \vec{I}_i o momento de inércia, \vec{F}_i a força e $\vec{\tau}_i$ o torque resultantes que atuam na partícula, e t o tempo.

3.2 Modelagem matemática do material granular

Técnicas distintas são empregadas na modelagem da dinâmica granular, tendo em vista as particularidades intrínsecas dos fenômenos em estudo, a escala/dimensão física do problema tratado e a precisão das características que se deseja enfatizar. Tais técnicas são agrupadas em duas classes principais: métodos contínuos e métodos discretos (MATUTTIS e CHEN, 2014 e JEBAHI *et al.*, 2015).

Os métodos contínuos são descritos pela abordagem euleriana, na qual o material

granular é tratado como meio contínuo. Emprega-se a mecânica do contínuo, equações para fluxo turbulento de duas fases. A representação do fenômeno não é a descrição exata de cada partícula que constitui o material granular, e sim do meio como um todo. Mesmo em regiões ausentes de partículas tem-se uma aproximação da variável de interesse. Isso é possível devido a extrapolações com base em valores conhecidos da variável em regiões próximas preenchidas com partículas.

A abordagem contínua pode apresentar limitações. Na aproximação contínua seus constituintes são átomos cuja variação de tamanho é da ordem de nanômetros, em um conjunto granular a variação do diâmetro dos grãos é muito maior. Mais além, os fenômenos de interesse podem ocorrer em escalas de comprimento, para as quais a premissa do contínuo não é mais válida (MATUTTIS e CHEN, 2014).

Nos métodos discretos utiliza-se a abordagem lagrangeana. Baseiam-se na dinâmica discreta, cujo domínio de interesse apresenta descontinuidades que delimitam um conjunto de corpos rígidos passíveis ou não de deformação. O movimento das partículas é analisado individualmente. Como vantagem, não são necessários pressupostos globais sobre os sólidos ou ainda relações constitutivas (ZHU e YU, 2002).

O método dos elementos discretos, do inglês *discrete element method* (DEM) é admitido como abordagem promissora para a modelagem de partículas. Este permite modelar cada partícula e suas interações com o ambiente individualmente. Tal método é classificado em DEM por contato suave, DEM por contato não suave e DEM baseado em eventos.

O DEM por contato suave e o DEM por contato não suave foram desenvolvidos inspirados na dinâmica molecular, com as devidas correções e extensões para descrever corpos de maior dimensão. Ambos empregam as equações de Newton para representar a dinâmica granular, sendo considerados métodos baseados em forças (KRUGGEL-EMDEN *et al.*, 2007). A principal diferença entre eles está na forma de detectar e estimar os choques entre partículas.

No DEM baseado em eventos as colisões são assumidas como eventos. Deste modo, à medida que corpos rígidos se tocam e suas velocidades são alteradas o estado das partículas no sistema é atualizado (JEBAHI *et al.*, 2015).

Neste tópico são abordadas as classes DEM por contato não suave e DEM baseados em eventos. Por ser o objetivo desta dissertação, a classe DEM por contato suave é apresentada em mais detalhes na seção 3.3.

3.2.1 DEM por contato não suave

Esta classe de métodos DEM é também referenciada como abordagem de partícula rígida ou método dinâmico de contato não suave. Proposto por Moreau (1999), DEM por contato não suave se mostra apropriado à modelagem de sistemas que apresentem as seguintes características:

- Dificuldade de determinar uma relação cinética de contato como função da posição e da velocidade das partículas;
- Quase estáticos ou com efeitos dinâmicos relativamente baixos;
- Contatos simultâneos muito frequentes.

No DEM por contato não suave, o contato é detectado no instante em que os corpos se tocam. Para partículas esféricas isso ocorre quando a soma das distâncias entre seus centros de massa equivale à soma de seus respectivos raios. Devido ao impacto, a força aplicada aos corpos se torna repulsiva impedindo a deformação mútua. Ao cessar o contato a força se torna nula, caracterizando a restrição cinética do método (JEBAHI *et al.*, 2015).

Tal método admite que ocorrida uma colisão tem-se a propagação de impulsos de um corpo para o outro e, em seguida para os corpos vizinhos. O procedimento de resolução é iterativo, a cada iteração um impulso é computado. Isso sugere que em uma linha de N contatos necessita-se N iterações para propagar a força de uma extremidade a outra. Define-se uma rede de contatos através de uma equação geométrica, que está relacionada à força de contato e demais forças atuantes na partícula. A rede é modificada a cada novo contato ou quando um contato cessa (HEDMAN, 2011).

3.2.2 DEM baseado em eventos

O método DEM baseado em eventos é apropriado à modelagem de sistemas diluídos, como é o caso de gases granulares. A duração típica de uma colisão é muito menor que o tempo de percurso livre das partículas, visto que estas raramente estão em contato (KRUGGEL-EMDEN *et al.*, 2007). Como princípio básico, apenas uma colisão de duração infinitesimal ocorre a cada instante, permitindo tratar cada impacto separadamente. Sob a influência da gravidade, a trajetória das partículas é conhecida no intervalo entre as colisões (LUDING *et al.*, 1996).

A simulação do DEM baseado em eventos avança conforme as colisões acontecem. Os possíveis eventos são detectados em conjunto com seus respectivos instantes de ocorrência

(t^*), através de relações de proximidade. Conhecido o instante de ocorrência do evento mais próximo, atualiza-se a posição de todas as partículas que compõem o sistema em t^* . Deste modo, o método possui um passo de tempo variável adaptado a cada sistema. Através da lei de contato são computadas as novas velocidades linear e angular das partículas. A lei de contato é função da velocidade inicial e do coeficiente de restituição, que fornece a proporção de energia cinética perdida. O algoritmo inicia-se novamente, determinando o próximo evento e t^* (MCNAMARA e YOUNG, 1996; POSCHEL e SCHWAGER, 2005).

Comparado às demais classes de métodos de elementos discretos, o DEM baseado em eventos necessita de um tempo de simulação significativamente inferior, visto que a integração numérica das equações de movimento é evitada. Com isso, sua aplicação tem sido estendida a sistemas granulares mais densos. Entretanto esta prática nem sempre se mostra justificável e vantajosa pois a dinâmica do sistema deve ser compatível com tal abordagem (POSCHER e SCHWAGER, 2005).

3.3 DEM por contato suave

No DEM por contato suave são empregadas as equações de movimento em sua forma diferencial, permitindo obter a evolução temporal das variáveis posição e velocidade. A força e o torque resultantes que atuam na partícula são calculados a cada instante. O método também inclui relações cinéticas que identificam a ocorrência dos contatos e computam sua influência sob as variáveis. A Figura 3.1 esquematiza o ciclo de cálculos envolvidos neste método.

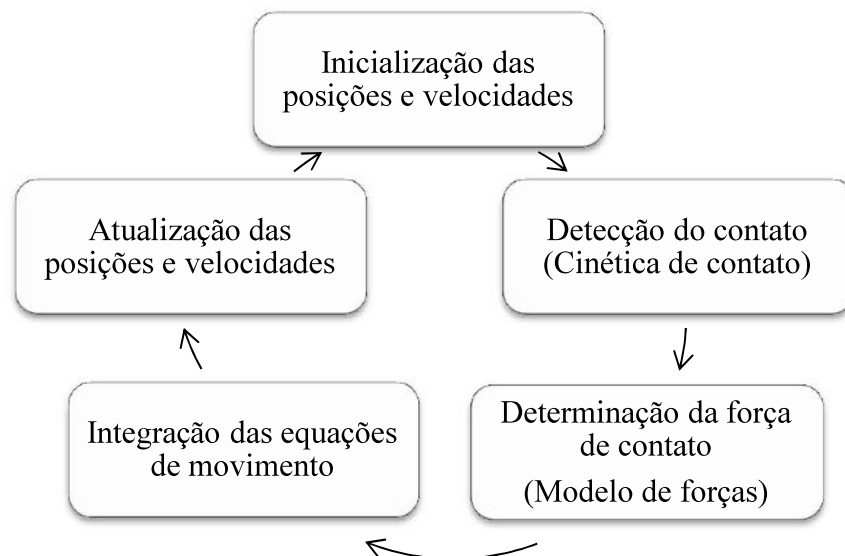


Figura 3.1 – Ciclo de cálculos empregados em DEM por contato suave.

Duas considerações são admitidas no DEM por contato suave. A primeira delas está relacionada à definição do contato e a segunda refere-se à propagação de ondas de perturbação. Ambas são discutidas a seguir.

Ao entrar em contato as partículas deformam-se mutuamente, ocasionando a variação de sua forma. Cundall e Strack (1979) propuseram uma aproximação para a deformação, devido à complexidade de tratar sistemas de forma variável. Tal aproximação admite a interpenetração dos corpos, com magnitude significativamente menor que o tamanho das partículas envolvidas. Cada formato de partícula possui uma condição a ser satisfeita para a detecção do contato. Para partículas esféricas o contato é detectado quando a distância entre os centros de massa das partículas é menor que a soma de seus respectivos raios. Na Figura 3.2 são representadas duas partículas reais e duas partículas que refletem esta consideração, descritas por linha contínua e por linha tracejada respectivamente.

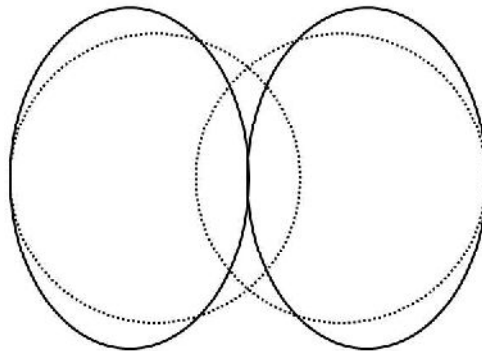


Figura 3.2 – Interpenetração de partículas DEM por contato suave.

Em um sistema de inúmeras partículas, as perturbações podem se propagar além dos corpos envolvidos na colisão. Devido a esta característica física do sistema, assume-se que o passo de tempo utilizado nas equações de movimentos deve ser pequeno. De modo que perturbações originadas no contato não se propaguem além de partículas imediatamente vizinhas (CUNDALL e STRACK, 1979).

Na condição de massa e momento de inércia invariáveis com o tempo as equações de movimento resultam nas Equações (3.8) e (3.9). DEM por contato suave emprega as Equações (3.8) e (3.9).

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{F}_i \quad (3.8)$$

$$\vec{I}_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = \vec{\tau}_i \quad (3.9)$$

Para compor a resultante de força e torque, cada parcela de contribuição ao somatório dessas grandezas é determinada separadamente pelas Equações (3.10) e (3.11). As contribuições estão relacionadas à interação direta, força ($\vec{F}_{i_{contato}}$) e torque ($\vec{\tau}_{i_{contato}}$) devido ao contato entre partículas. Nos sistemas com sólido e fluido, acrescenta-se a força devido à presença de fluido ($\vec{F}_{i_{fluido}}$). Por fim, tem-se a força devido à ação do campo gravitacional ($\vec{F}_{i_{gravidade}}$) (ZHU *et al.*, 2007).

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{i_{contato}} + \vec{F}_{i_{fluido}} + \vec{F}_{i_{gravidade}} \quad (3.10)$$

$$\vec{\tau}_i = \vec{\tau}_{i_{contato}} \quad (3.11)$$

As diferentes contribuições à força e ao torque resultantes são influenciadas pela velocidade que o corpo atinge após a colisão, e/ou pelo sentido de seu movimento. Essas e outras grandezas são determinadas através da cinética de contato.

3.3.1 Cinética de contato

Em um meio granular o movimento da partícula é alterado a cada interação. Para quantificar a influência desta mudança na trajetória da partícula, faz-se o uso de variáveis auxiliares que computam a dinâmica devido à ocorrência do contato.

A cinética de contato atua no instante em que a interação entre partículas é detectada, tendo por finalidade determinar (BALEVICIUS, DZIUGYS e KACIANAUSKAS, 2004):

- Posição relativa entre os corpos envolvidos na colisão;
- Área comum na interpenetração das partículas, representada pela variável profundidade de sobreposição;
- Distância entre o centro de gravidade da partícula e o ponto central à sua área sobreposta, obtida através da posição de contato relativo;
- Vetores unitários normal e tangencial, que retratam a direção do movimento;
- Componentes normal e tangencial da velocidade das partículas após o choque;
- Deslocamento tangencial, que descreve o histórico do movimento nesta direção.

A depender da aplicabilidade do DEM por contato suave, as partículas podem apresentar formatos variados. Visando retratar as características de cada forma, diferentes relações para a detecção dos contatos são necessárias, como também formulações

matemáticas específicas que determinem a cinética de contato.

Partículas em formato esférico são comumente empregadas na descrição de sistemas granulares, devido à simplicidade em sua formulação matemática (DONG, YU e BRAKE, 2009; KRUGGEL-EMDEN, STEPANEKA e MUNJIZA, 2010; KACIANAUSKAS *et al.*, 2015; LI, LI e LIU, 2017). O centro de gravidade da partícula é localizado sobre seu centro geométrico. Para partículas esféricas necessita-se apenas conhecer o raio.

Para partículas de forma irregular duas estratégias são empregadas.

A primeira estratégia permite modelar a partícula não esférica como um conjunto de partículas esféricas. Como vantagem pode-se representar partículas de formato complexo, como também auxiliar a modelagem de materiais que serão fragmentados (TAO *et al.*, 2010; GUO *et al.*, 2017). Ressalta-se que a representação de partículas com formato irregular pode aumentar significativamente o número de variáveis do sistema.

A segunda estratégia para a descrição de partículas irregulares aproxima a forma das partículas reais a elipsoides (GAN, YOU e ZHOU, 2016, ZHAO *et al.*, 2017), cilindros (HUA *et al.*, 2013; FENG, HAN e OWEN, 2017) e polígonos (SMEETS *et al.*, 2015; FU, YAO, ZHANG, 2017), sendo necessária a resolução de equações matemáticas complementares. O algoritmo de detecção de contato aplicado a esta estratégia tende a consumir significativo recurso computacional, devido à necessidade de armazenamento e atualização de informações relacionadas ao formato das partículas (ZHONG *et al.*, 2016).

3.3.2 Modelos de força e torque

Para solucionar as equações de movimento DEM por contato suave empregam-se modelos matemáticos para a descrição da força e do torque atuantes na partícula.

Força e torque devido ao contato

O contato entre partículas não ocorre em um único ponto, mas em uma área finita. Nesta região tem-se uma distribuição de tração de contato relacionada a fatores geométricos e físicos, como forma e propriedades do material. A força e o torque atuantes na partícula são influenciados diretamente pela distribuição de tração. O DEM por contato suave adota modelos matemáticos para determinar as forças e o torque decorrentes do contato entre partículas (ZHU *et al.*, 2007).

Os modelos de força de contato visam representar a elasticidade dos materiais que

constituem as partículas, como também a perda de energia devido ao atrito entre os corpos. Tendo em vista tais características, os modelos de forças de contato se assemelham ao sistema mecânico mola-amortecedor. A elasticidade é retratada pela mola e a perda de energia é descrita pelo amortecedor, os quais possuem coeficiente de rigidez k e coeficiente de amortecimento η respectivamente (Figura 3.3). Ambos os efeitos são computados nas direções normal e tangencial (DZIUGYS e PETERS, 2001).

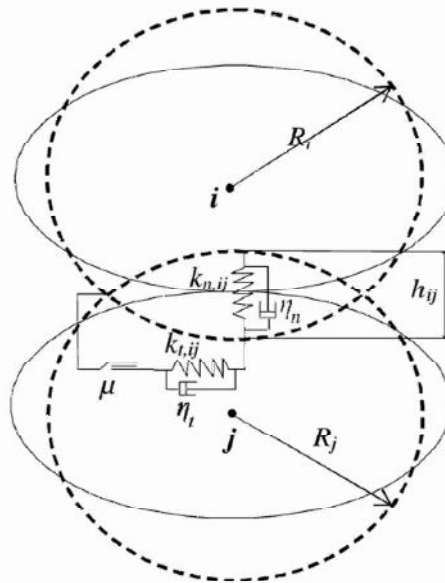


Figura 3.3 – Interação de partículas representada por analogia com sistemas mecânicos do tipo massa-mola (BALEVICIUS, DZIUGYS e KACIANAUSKAS, 2004).

A força de contato, $\vec{F}_{l_{contato}}$, corresponde à resultante de forças geradas pelo contato da partícula i com as demais partículas que compõem o sistema. Mais de duas partículas podem estar em contato, entretanto a interação é computada por pares. A partícula i interage com apenas uma partícula por vez, denominada partícula j . Sendo assim, tal parcela é reescrita como \vec{F}_{ij} e decomposta em componente normal $\vec{F}_{n,ij}$ e tangencial $\vec{F}_{t,ij}$.

Em geral, os modelos de força de contato são função da magnitude de sobreposição e da velocidade da partícula após o impacto. De acordo com a dependência entre estas variáveis, os modelos são agrupados em linear e não linear.

O modelo linear mais comum é o modelo mola-amortecedor linear, do inglês *linear spring-dashpot*. Proposto por Cundall e Strack (1979) a mola visa representar a deformação elástica enquanto o amortecedor é responsável pela dissipação viscosa. Di Renzo e Di Maio (2004), propuseram um modelo linear admitindo apenas a contribuição elástica para representar $\vec{F}_{n,ij}$. Neste a perda de energia é computada apenas na direção tangencial através

do coeficiente de atrito.

Um modelo mais abrangente, porém não linear, foi proposto por Hertz-Mindlin e Deresiewicz (HMD). A teoria desenvolvida por Hertz (1882) trata o contato elástico entre duas esferas na direção normal. Já o trabalho de Mindlin e Deresiewicz (1953, apud ZHU *et al.*, 2007) aplicado à direção tangencial, determina uma relação de força deslocamento dependente de todo o histórico do movimento da partícula.

Simplificações ao modelo HMD deram origem a duas classes de modelos também não lineares: os modelos com histerese e modelos de interação contínua.

O primeiro modelo com histerese foi proposto por Walton e Braun (1986). Neste admite-se um modelo de força deslocamento na direção normal funcionando como uma mola de retenção parcial. $\overrightarrow{F_{n,ij}}$ é determinada por distintas formulações a depender das condições do sistema. Em se tratando da direção tangencial, uma aproximação da teoria de Mindlin e Deresiewicz (1953) foi empregada para os casos de $\overrightarrow{F_{n,ij}}$ constante. Sendo determinada a rigidez tangencial efetiva característica das partículas.

A segunda classe de modelos originou-se do modelo proposto por Langston, Tuzun e Heyes (1994), no qual $\overrightarrow{F_{n,ij}}$ é determinada através do conceito de potencial contínuo. É conferido às partículas o efeito de volume excluído, impedindo a sobreposição excessiva através da força repulsiva de curto alcance. Uma função potencial é empregada, podendo assumir a forma do potencial de Lennard-Jones semelhante a dinâmica molecular. A teoria de Mindlin e Deresiewicz (1953) com simplificações é utilizada para o cômputo de $\overrightarrow{F_{t,ij}}$.

Na Tabela 3.1 é apresentada a formulação matemática dos modelos linear, não linear, com histerese e de interação contínua.

A perda de energia devido à colisão é descrita através de modelos que determinam a força viscosa ($\overrightarrow{F_{ij,visc}}$).

Lee e Herrmann (1993) desenvolveram um modelo linear para a direção normal e tangencial, função apenas da massa e velocidade das partículas em contato. Tsuji, Tanaka e Ishida (1992) e Brilliantov *et al.* (1996) propuseram modelos não lineares baseados na teoria de Hertz (1882). Tsuji, Tanaka e Ishida (1992) apresentam uma formulação única que contabiliza a perda de energia em ambas as direções. Brilliantov *et al.* (1996) sugeriram um modelo aplicado apenas à direção normal que emprega coeficientes viscosos (ς_i, η_i) associados à deformação de volume e ao cisalhamento. Tais coeficientes se mostram de complexa determinação, o que torna este modelo pouco aplicável. A formulação matemática de cada um dos modelos é apresentada na Tabela 3.2.

Tabela 3.1 - Modelos de força de contato

Modelo linear	Referências
$\begin{aligned}\overrightarrow{F}_{n,ij} &= -k_n \overrightarrow{\delta}_{r,n} - \eta_n (\overrightarrow{v}_{c,ij} \cdot \overrightarrow{n}_{ij}) \overrightarrow{n}_{ij} \\ \overrightarrow{F}_{t,ij} &= -k_t \overrightarrow{\delta}_{r,t} - \eta_t (\overrightarrow{v}_{c,ij} \cdot \overrightarrow{t}_{ij}) \overrightarrow{t}_{ij}\end{aligned}$	Cundall e Strack (1979)
Modelos não lineares	
$\overrightarrow{F}_{n,ij} = -\frac{4}{3} E^{\text{eff}} \sqrt{R^{\text{eff}}} (h_{ij})^{3/2} \overrightarrow{n}_{ij}$	Hertz (1982)
$\overrightarrow{F}_{n,ij} = \begin{cases} -k_{carg} h_{ij} & , (\overrightarrow{v}_{c,ij} \cdot \overrightarrow{n}_{ij}) \overrightarrow{n}_{ij} \geq 0 \\ -k_{descarg} (h_{ij} - h_{ij,max}) & , (\overrightarrow{v}_{c,ij} \cdot \overrightarrow{n}_{ij}) \overrightarrow{n}_{ij} < 0 \end{cases}$	
$\overrightarrow{F}_{t,ij} = \begin{cases} \overrightarrow{F}_{t,ij,u} + \frac{K_{tu} \Delta \overrightarrow{\delta}_{r,t}}{\left(1 - \frac{\overrightarrow{F}_{t,ij,u} - \overrightarrow{F}_{t,ij,u}^{acu}}{\mu \overrightarrow{F}_{n,ij,u} - \overrightarrow{F}_{t,ij,u}^{acu}}\right)^{-1/3}} & , \Delta \overrightarrow{\delta}_{r,t} \geq 0 \\ \overrightarrow{F}_{t,ij,u} + \frac{K_{tu} \Delta \overrightarrow{\delta}_{r,t}}{\left(1 - \frac{\overrightarrow{F}_{t,ij,u}^{acu} - \overrightarrow{F}_{t,ij,u}}{\mu \overrightarrow{F}_{n,ij,u} + \overrightarrow{F}_{t,ij,u}^{acu}}\right)^{-1/3}} & , \Delta \overrightarrow{\delta}_{r,t} < 0 \end{cases}$	Walton e Braun (1986)
$\overrightarrow{F}_{n,ij} = -\frac{\partial V}{\partial D_{ij}}, V = \begin{cases} \frac{l m_i \vec{g}}{a} \left(\frac{1}{D_{ij}}\right)^a & , D_{ij} < l_{lim} \\ 0 & \end{cases}$	Langston, Tuzun e Heyes (1994)
$\overrightarrow{F}_{t,ij} = \mu \overrightarrow{F}_{n,ij} \left[1 - \left(1 - \frac{ \overrightarrow{\delta}_{r,t} }{\overrightarrow{\delta}_{r,t,max}} \right)^{3/2} \right]$	

Tabela 3.2 – Modelos para estimativa das forças viscosas

Modelo linear	Referências
$\overrightarrow{F_{n,lj,visc}} = -\gamma_n m^{\text{eff}} \overrightarrow{v_{n,lj}}$ $\overrightarrow{F_{t,lj,visc}} = -\gamma_t m^{\text{eff}} \overrightarrow{v_{t,lj}}$	Lee e Herrmann (1993)
Modelos não lineares	
$\overrightarrow{F_{lj,visc}} = \beta \left(\frac{4}{3} E^{\text{eff}} \sqrt{R^{\text{eff}}} \right)^{1/2} (m^*)^{1/2} (\overrightarrow{v_{lj}})^{1/4}$	Tsuji, Tanaka e Ishida (1992)
$\overrightarrow{F_{n,lj,visc}} = -2 \frac{E'_i E'_j}{E'_i (1 - v_j'^2) + E'_j (1 - v_i'^2)} \sqrt{R^{\text{eff}} h_{ij}} \overrightarrow{v_{n,lj}}$	Brilliantov <i>et al.</i> (1996)
$E'_i = \frac{9\zeta_i \varphi_i}{3\zeta_i + \varphi_i}, \quad \sigma'_i = \frac{3\zeta_i - 3\varphi_i}{2(3\zeta_i + \varphi_i)}$	

Avanços recentes visam retratar de forma mais realista os materiais e suas interações. Modelos que incorporam o comportamento plástico de materiais vem sendo desenvolvidos e aperfeiçoados, como também modificações aos modelos clássicos que determinam a força viscosa (MULLER e POSCHEL, 2011; ZDANCEVICIUS, KACIANAUSKASA e ZABULIONISA, 2017).

A plasticidade de materiais em DEM por contato suave foi primeiramente retratada por Thornton (1997). Tal abordagem agrega significativa complexidade à sua formulação, tornando o modelo computacionalmente custoso. Uma alternativa proposta por Rathbone *et al.* (2015), sugere um modelo capaz de descrever os contatos plástico-elástico entre uma partícula esférica e uma superfície rígida. Sua formulação matemática baseia-se na área de contato e na distribuição de pressão nesta região, ao contrário dos modelos anteriores que empregam a distância ao ponto central de contato. São empregadas relações empíricas relacionando os parâmetros do modelo às propriedades do material.

As forças de contato atuam no ponto central à área sobreposta, próximo à superfície da partícula. Conduzem ao movimento rotacional que é contabilizado através do torque de contato, agora referenciado por $\overrightarrow{\tau_{lj}}$. Para partículas esféricas, o torque de contato é

determinado através da posição de contato relativo e $\overrightarrow{F_{ij}}$ (BALEVICIUS *et al.*, 2006; LI, LI e LIU, 2017). Contudo, há estudos que empregam somente uma componente de $\overrightarrow{F_{ij}}$. Watson *et al.*, (2016) desprezou a contribuição viscosa da força de contato utilizando apenas a contribuição elástica.

Ao considerar $\overrightarrow{F_{t,ij}}$ no cômputo do torque devido ao contato (TSUJI, TANAKA e ISHIDA, 1992; GUO *et al.*, 2017), admite-se um torque adicional atuante na partícula denominado torque de rolamento ($\overrightarrow{\tau_{rol}}$). Os modelos de torque empregam em sua formulação o coeficiente de atrito de rolamento (μ_{rol}). Uma vez que μ_{rol} é influenciado não apenas pelas propriedades físicas da partícula, sua calibração se faz necessária a cada sistema.

O torque por atrito de rolamento é comumente desconsiderado em aplicações DEM, contudo em situações de transição entre as condições estática para dinâmica sua atuação se mostra relevante (ZHU *et al.*, 2007).

Forças devido à presença de fluido

Os sistemas compostos por sólido e fluido apresentam comportamento diferenciado dos sistemas com apenas uma fase. Quando o fluido circundante interage com a partícula são geradas tensões sobre sua superfície, com a atuação de forças que afetam seu movimento.

Como exemplo de forças devido a presença de fluido tem-se (ROSA, 2012):

- Força de arrasto, responsável pela resistência ao movimento da partícula no meio;
- Força de gradiente de pressão, computando tanto a flutuação devido a gravidade quanto a aceleração do gradiente de pressão no fluido;
- Força Basset, contabilizando o histórico de força aplicado ao escoamento;
- Força de massa virtual, necessária à aceleração do fluido circundante;
- Forças de elevação, relacionadas à rotação da partícula.

Em geral, a força de arrasto constitui a principal força responsável por descrever a dinâmica de sistemas com duas fases. A força de arrasto atuante em uma partícula é influenciada pela presença de partículas vizinhas. Para sua descrição admite-se uma extensão da formulação aplicada a uma partícula isolada presente em um fluido gasoso. Um fator de correção é incorporado, sendo computado através de correlações empíricas baseadas na fração de vazios.

As demais forças são tidas como secundárias. A depender de sua importância para o

caso em estudo são aproximadas por modelos menos rigorosos ou negligenciadas (LI *et al.*, 2011).

Na modelagem de sistemas constituídos de fase sólida e fluida emprega-se um método discreto para representar as partículas e um método contínuo para descrever o fluido. Um acoplamento entre os métodos é realizado objetivando a adequada representação do sistema (ZHU *et al.*, 2007; ZHANG *et al.*, 2017).

CAPÍTULO 4

DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático utilizado nesta dissertação é aplicado à representação da trajetória de sólidos em uma peneira. Os princípios adotados têm como base os estudos desenvolvidos por Dziugys e Peters (2001), Balevicius *et al.* (2006) e Wang, Alonso-Marroquin e Guo (2015), que avaliaram a dinâmica de partículas elásticas submetidas a distintas perturbações.

4.1 Escopo da aplicação

O problema abordado no presente estudo aplica-se à representação da terceira região de separação em uma peneira com alimentação sólido-fluido conforme Figura 4.1. Nesta região ocorre a movimentação de partículas oriundas da seção de drenagem do fluido ou de “secagem”.

O DEM por contato suave foi empregado na representação dos cascalhos, da tela da peneira e das delimitações laterais e inferior que definem a cesta da peneira. Neste estudo a peneira é representada conforme esquema mostrado na Figura 4.2.

Em uma operação real na sonda de perfuração, as peneiras vibratórias possuem inclinação ascendente entre 3° e 5°. Na Tabela 4.1 são apresentadas as características das telas consideradas neste estudo, conforme a especificação do fabricante (Tegape). As telas de até

200 *mesh* (com abertura de até 0,074 mm) são tipicamente empregadas na operação industrial de separação sólido-fluído de perfuração.

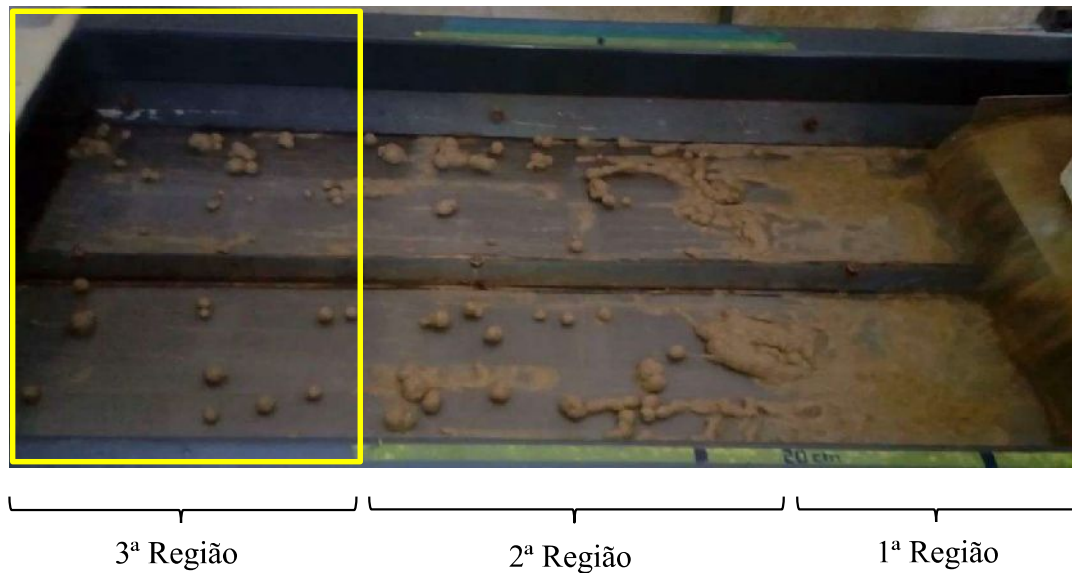


Figura 4.1 – Região de peneiramento considerada no estudo (Comunicação pessoal).

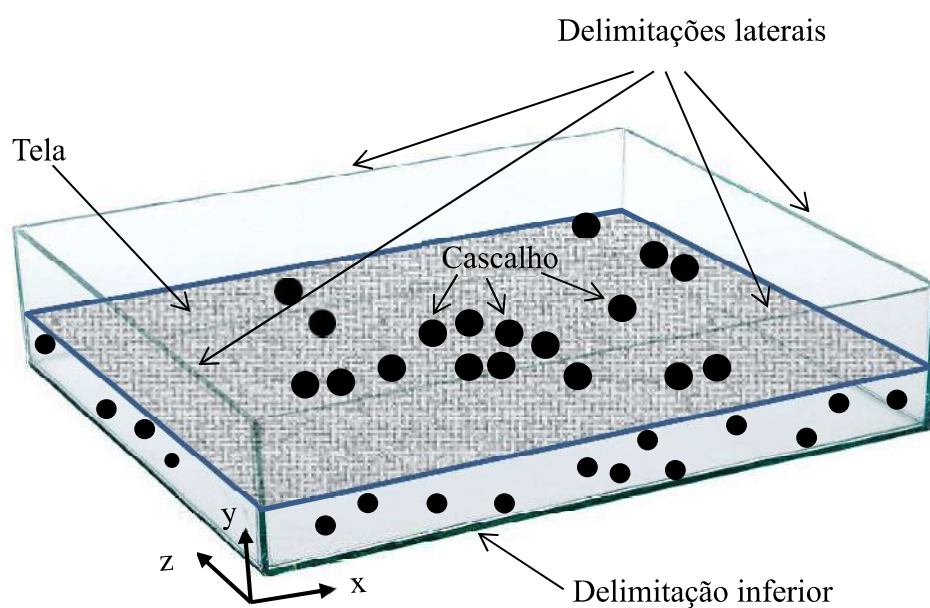


Figura 4.2 – Representação simplificada da região da movimentação de sólidos em uma peneira.

Tabela 4.1 – Características das telas utilizadas neste estudo

<i>Malha</i>	Abertura (mm)	Diâmetro do fio (mm)	Área aberta (%)
4	5,60	0,71	78
175	0,095	0,05	42

No presente estudo foi considerada a representação bidimensional para o sistema baseada na vista lateral da peneira, conforme a Figura 4.3. Assim como em Dziugys e Peters (2001), que empregaram este mesmo modo de representação, as variáveis angulares, o torque e o momento de inércia são tratadas como escalares.

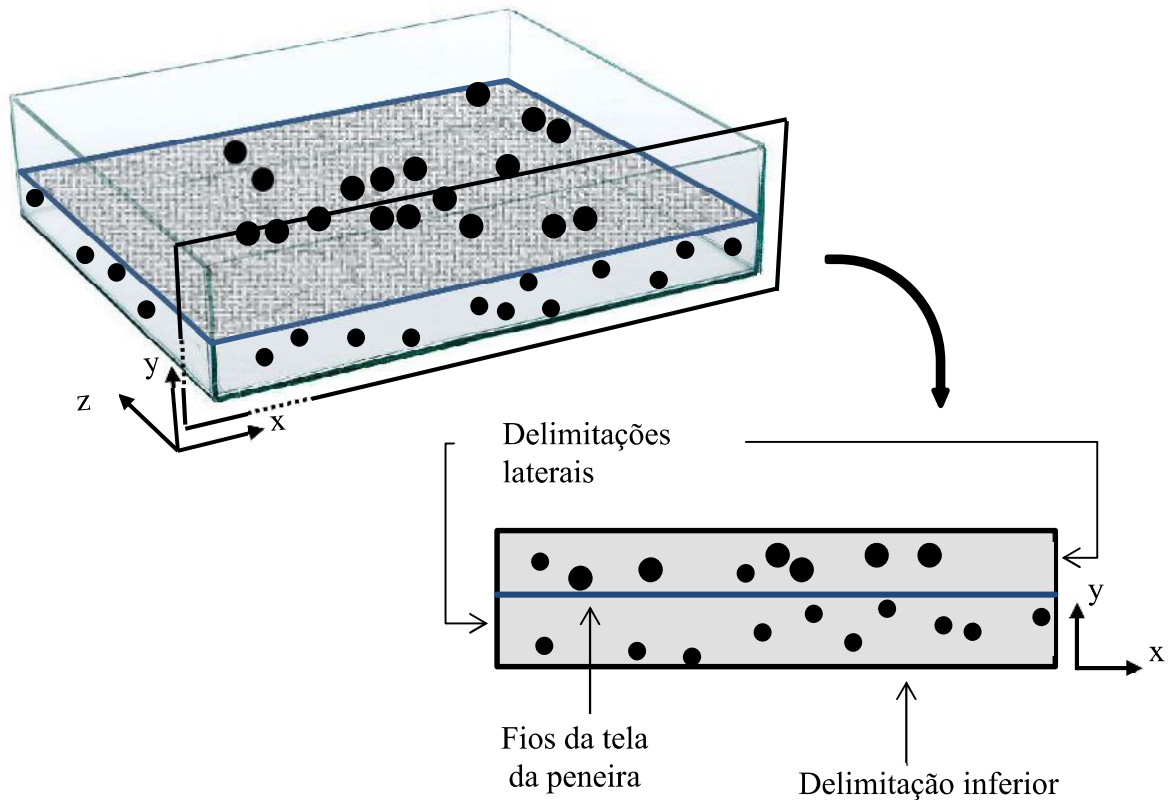


Figura 4.3 – Representação bidimensional do sistema tela de peneiramento e sólidos.

As delimitações laterais e inferior são representadas por partículas esféricas de massa e raio infinitos. Devido a representação bidimensional os fios da tela da peneira são representados por um conjunto de partículas esféricas com posição fixa e velocidade nula. O diâmetro das partículas que representam o fio da tela e seu espaçamento (abertura) são definidos conforme dados da Tabela 4.1, caracterizando um contorno perfurado.

Na sequência os princípios do modelo matemático baseado na abordagem DEM são apresentados para fins de representação do sistema descrito.

4.2 Modelo matemático

No DEM por contato suave admite-se que:

- A interação entre as partículas é computada par a par;

- A deformação da partícula individual é pequena em comparação a deformação do conjunto granular e portanto é negligenciada;
- Na ocorrência de choque há sobreposição de partículas com magnitude significativamente menor que o tamanho das mesmas;
- A força de contato é contabilizada quando há ocorrência de área sobreposta;
- A massa e o momento de inércia são constantes.

Cinética de contato

Para representar a dinâmica de partículas tem-se como referência um sistema de coordenadas global, no qual as partículas se movimentam. Para auxiliar a apresentação das relações cinéticas admite-se um sistema de coordenadas local estático onde estão inseridas duas partículas i e j com origem localizada no ponto O , Figura 4.4. As partículas encontram-se em contato com suas respectivas posições escalares \bar{x}_i e \bar{x}_j , centros de gravidade O_i e O_j , velocidades escalares \vec{v}_i e \vec{v}_j e velocidades angulares w_i e w_j .

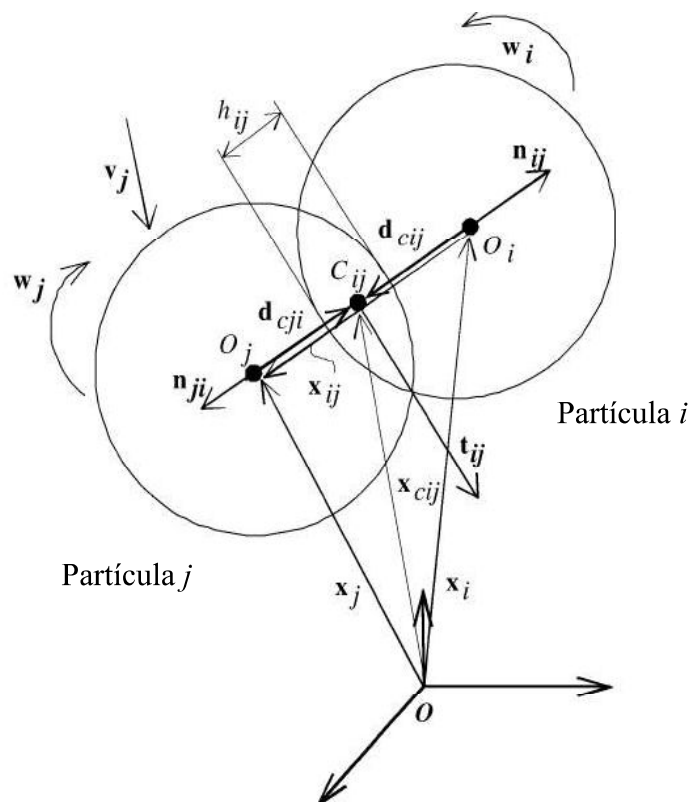


Figura 4.4 – Partículas em contato. Adaptado de Balevicius *et al.* (2006).

A partir do centro de gravidade determina-se a posição relativa da partícula i com

relação a partícula j ($\overrightarrow{x_{lj}}$), conforme a Equação (4.1).

$$\overrightarrow{x_{lj}} = \overrightarrow{x_i} - \overrightarrow{x_j} \quad (4.1)$$

A profundidade de sobreposição (h_{ij}) entre as partículas i e j é obtida através da norma de $\overrightarrow{x_{lj}}$ e o seus respectivos raios R_i e R_j , Equação (4.2).

$$h_{ij} = \begin{cases} R_i + R_j - |\overrightarrow{x_{lj}}| & , \quad |\overrightarrow{x_{lj}}| < R_i + R_j \\ 0 & , \quad |\overrightarrow{x_{lj}}| \geq R_i + R_j \end{cases} \quad (4.2)$$

O vetor normal unitário ($\overrightarrow{n_{lj}}$) é responsável por computar a direção e o sentido do movimento. Aponta na direção da superfície de contato da partícula i através do centro da área sobreposta, determinado pela Equação (4.3). Para a partícula j tem-se $\overrightarrow{n_{jl}} = -\overrightarrow{n_{lj}}$.

$$\overrightarrow{n_{lj}} = \frac{\overrightarrow{x_{lj}}}{|\overrightarrow{x_{lj}}|} \quad (4.3)$$

Na interação entre uma partícula e as delimitações do sistema $\overrightarrow{n_{lj}}$ é definido como perpendicular a superfície do choque (COSTA *et al.*, 2015).

No centro da área sobreposta localiza-se o ponto C_{ij} cujo vetor posição é $\overrightarrow{x_{c,ij}}$. As distâncias entre os centros das partículas i e j ao ponto C_{ij} caracterizam os vetores posição de contato relativo, respectivamente $\overrightarrow{d_{c,ij}}$ e $\overrightarrow{d_{c,jl}}$ (Equações 4.4 e 4.5).

$$\overrightarrow{d_{c,ij}} = \overrightarrow{x_{c,ij}} - \overrightarrow{x_i} = -(R_i - \frac{1}{2} h_{ij}) \overrightarrow{n_{lj}} \quad (4.4)$$

$$\overrightarrow{d_{c,jl}} = \overrightarrow{x_{c,ij}} - \overrightarrow{x_j} = -(R_j - \frac{1}{2} h_{ij}) \overrightarrow{n_{jl}} \quad (4.5)$$

A velocidade escalar das partículas no contato, $\overrightarrow{v_{c,ij}}$ e $\overrightarrow{v_{c,jl}}$, equivale à velocidade que a partícula já possuía acrescida da velocidade devido ao choque. A velocidade angular advinda do choque é transformada em velocidade escalar com base no vetor de contato relativo, Equações (4.6) e (4.7).

$$\overrightarrow{v_{c,ij}} = \overrightarrow{v_i} + w_i \cdot \overrightarrow{d_{c,ij}} \quad (4.6)$$

$$\overrightarrow{v_{c,ji}} = \overrightarrow{v_j} + w_j \cdot \overrightarrow{d_{c,ji}} \quad (4.7)$$

A velocidade relativa da partícula i no ponto de contato é definida conforme Equação (4.8). Em se tratando da partícula j tem-se $\overrightarrow{v_{ji}} = -\overrightarrow{v_{ij}}$.

$$\overrightarrow{v_{ij}} = \overrightarrow{v_{c,ij}} - \overrightarrow{v_{c,ji}} \quad (4.8)$$

O ângulo entre os vetores $\overrightarrow{v_{ij}}$ e $\overrightarrow{n_{ij}}$ é determinado pela Equação (4.9), através da sobreposição do sistema de coordenadas local e global Figura (4.5).

$$\cos \varphi = \frac{(\overrightarrow{v_{ij}} \cdot \overrightarrow{n_{ij}})}{|\overrightarrow{v_{ij}}| |\overrightarrow{n_{ij}}|} \quad (4.9)$$

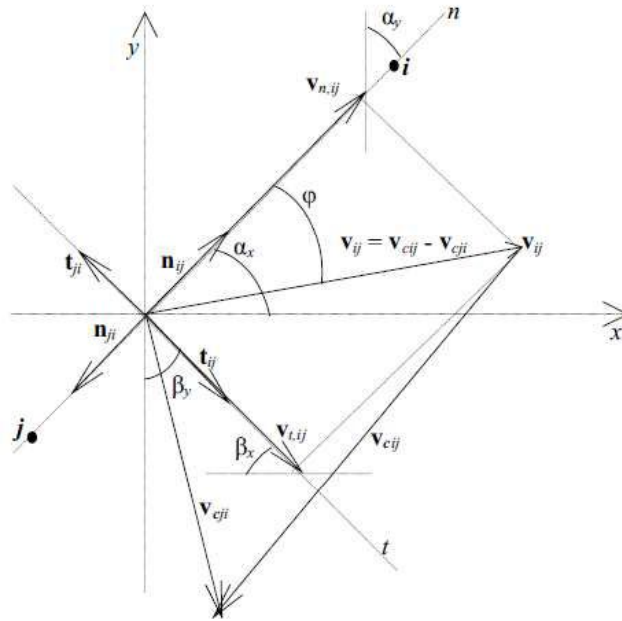


Figura 4.5 – Sistema de coordenadas local e global (BALEVICIUS, DZIUGYS e KACIANAUSKAS, 2004).

Com base na Figura 4.5 e na Equação (4.9) obtém-se a norma do vetor $\overrightarrow{v_{n,ij}}$, componente normal da velocidade relativa (Equação 4.10).

$$|\overrightarrow{v_{n,ij}}| = |\overrightarrow{v_{ij}}| \cos \varphi = \frac{(\overrightarrow{v_{ij}} \cdot \overrightarrow{n_{ij}})}{|\overrightarrow{n_{ij}}|} = (\overrightarrow{v_{ij}} \cdot \overrightarrow{n_{ij}}) \quad (4.10)$$

O ângulo entre o sistema de coordenadas global e local (α) corresponde ao arco cosseno de \vec{n}_{ij} . O produto entre o cosseno (α) e a norma $\vec{v}_{n,ij}$ determina a componente normal da velocidade relativa, Equação (4.11). Para a partícula j $\vec{v}_{n,ji} = -\vec{v}_{n,ij}$.

$$\vec{v}_{n,ij} = |\vec{v}_{n,ij}| \cos(\alpha) = (\vec{v}_{ij} \cdot \vec{n}_{ij}) \vec{n}_{ij} \quad (4.11)$$

A velocidade relativa pode ser expressa como somatório de suas componentes normal e tangencial. A componente tangencial da velocidade relativa ($\vec{v}_{t,ij}$) é calculada pela Equação (4.12). Com respeito à partícula j tem-se $\vec{v}_{t,ji} = -\vec{v}_{t,ij}$.

$$\vec{v}_{t,ij} = \vec{v}_{ij} - \vec{v}_{n,ij} \quad (4.12)$$

As partículas podem realizar um deslocamento relativo na direção tangencial ($\vec{\delta}_{t,ij}$). Segundo Haff (1994), $\vec{\delta}_{t,ij}$ é determinado pela Equação (4.13). Sendo $\vec{\delta}_{t,ji} = -\vec{\delta}_{t,ij}$ para a partícula j .

$$\vec{\delta}_{t,ij} = \int \vec{v}_{t,ij}(t) dt \quad (4.13)$$

Se $\vec{v}_{t,ij}$ é diferente de zero, então o vetor tangencial unitário (\vec{t}_{ij}) é dirigido ao longo da componente tangencial da velocidade. Se $\vec{v}_{t,ij}$ é igual a zero, \vec{t}_{ij} tem a mesma direção em que o deslocamento relativo ocorre. De outras formas \vec{t}_{ij} é nulo, Equação (4.14).

$$\vec{t}_{ij} = \begin{cases} \frac{\vec{v}_{t,ij}}{|\vec{v}_{t,ij}|}, & \vec{v}_{t,ij} \neq 0 \\ \frac{\vec{\delta}_{t,ij}}{|\vec{\delta}_{t,ij}|}, & \vec{v}_{t,ij} = 0 \text{ e } \vec{\delta}_{t,ij} \neq 0 \\ 0, & \text{outros casos} \end{cases} \quad (4.14)$$

Forças de contato entre partículas

A força de contato é decomposta em $\vec{F}_{n,ij}$ e $\vec{F}_{t,ij}$, Equação (4.15). A componente normal da força de contato expressa os efeitos elástico ($\vec{F}_{n,ij_{elast}}$) e viscoso nessa direção

$(\overrightarrow{F_{n,lj_{visc}}})$, Equação (4.16).

$$\overrightarrow{F_{lj}} = \overrightarrow{F_{n,lj}} + \overrightarrow{F_{t,lj}} \quad (4.15)$$

$$\overrightarrow{F_{n,lj}} = \overrightarrow{F_{n,lj_{elast}}} + \overrightarrow{F_{n,lj_{visc}}} \quad (4.16)$$

Na descrição de $\overrightarrow{F_{n,lj_{elast}}}$ empregou-se o modelo não linear de Hertz (1882), Equações (4.17), (4.18) e (4.19). Para o computo de $\overrightarrow{F_{n,lj_{visc}}}$ utilizou-se o modelo linear de Lee e Herrmann (1993), Equações (4.20) e (4.21).

$$\overrightarrow{F_{n,lj_{elast}}} = -\frac{4}{3} E^{eff} \sqrt{R^{eff}} (h_{ij})^{3/2} \overrightarrow{n_{lj}} \quad (4.17)$$

$$E^{eff} = \frac{E_i E_j}{E_i (1 - \nu_j^2) + E_j (1 - \nu_i^2)} \quad (4.18)$$

$$R^{eff} = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \quad (4.19)$$

$$\overrightarrow{F_{n,lj_{visc}}} = -\gamma_n m^{eff} \overrightarrow{v_{n,lj}} \quad (4.20)$$

$$m^{eff} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \quad (4.21)$$

Com base na consideração de contornos descritos por partículas de massa e raio infinitos, o limite com $R_j \rightarrow \infty$ e $m_j \rightarrow \infty$ é aplicado respectivamente as Equações (4.19) e (4.21) resultando em uma indeterminação. Para solucioná-la foi aplicada a regra de L'Hopital/Bernoulli obtendo-se as Equações (4.24) e (4.25).

$$R^{eff}(R_i, \infty) = \lim_{R_j \rightarrow \infty} R^{eff} = \frac{\infty}{\infty} \quad (4.22)$$

$$m^{eff}(m_i, \infty) = \lim_{m_j \rightarrow \infty} m^{eff} = \frac{\infty}{\infty} \quad (4.23)$$

$$R^{eff}(R_i, \infty) = \lim_{R_j \rightarrow \infty} \frac{d\left(\frac{R_i R_j}{R_i + R_j}\right)}{dR_j} = R_i \quad (4.24)$$

$$m^{eff}(m_i, \infty) = \lim_{m_j \rightarrow \infty} \frac{d\left(\frac{m_i m_j}{m_i + m_j}\right)}{dm_j} = m_i \quad (4.25)$$

Para descrever $\overrightarrow{F_{t,ij}}$ admitiu-se a abordagem de modelos complexos. Os fenômenos atuantes na direção tangencial são descritos por uma única lei empregando o atrito estático e o atrito dinâmico, Equação (4.26).

$$\overrightarrow{F_{t,ij}} = \begin{cases} \overrightarrow{F_{t,ij} \text{ estático}} & \text{para } |\overrightarrow{F_{t,ij} \text{ estático}}| < |\overrightarrow{F_{t,ij} \text{ dinâmico}}| \\ \overrightarrow{F_{t,ij} \text{ dinâmico}} & \text{para } |\overrightarrow{F_{t,ij} \text{ estático}}| \geq |\overrightarrow{F_{t,ij} \text{ dinâmico}}| \end{cases} \quad (4.26)$$

A abordagem utilizada para descrever $\overrightarrow{F_{t,ij} \text{ estático}}$ foi proposto por Kohring (1994, 1996) em termos de expressões simplificadas da teoria de Mindlin e Deresiewicz (1953, apud ZHU *et al.*, 2007). Baseia-se no pressuposto que o atrito estático pode ser determinado através de contribuições elástica e viscosa, Equação (4.28), semelhante ao modelo de Lee e Herrmann (1993). Segundo Dziugys e Peters (2001) o modelo de atrito estático deve incluir a dissipação de energia, caso contrário contínuas oscilações na direção tangencial serão contabilizadas.

$$\overrightarrow{F_{t,ij} \text{ estático}} = \overrightarrow{F_{t,ij} \text{ elast}} + \overrightarrow{F_{t,ij} \text{ visc}} \quad (4.27)$$

$$\overrightarrow{F_{t,ij} \text{ estático}} = -\frac{16}{3} \frac{G_i G_j \sqrt{R^{eff} h_{ij}}}{G_i (2 - \nu_j) + G_j (2 - \nu_i)} \overrightarrow{\delta_{t,ij}} + (-\gamma_t m^{eff} \overrightarrow{v_{t,ij}}) \quad (4.28)$$

A força de atrito dinâmico é determinada pela Equação (4.29).

$$\overrightarrow{F_{t,ij} \text{ dinâmico}} = -\mu |\overrightarrow{F_{t,ij}}| \overrightarrow{t_{ij}} \quad (4.29)$$

Equações de movimento

Ao considerar o torque e o momento de inércia escalares a equação que descreve o movimento translacional é reescrito, resultando na Equação (4.30). A Equação que representa o movimento rotacional permanece inalterada (Equação 2.8). As posições escalar e angular das partículas são determinadas através da diferencial temporal das respectivas velocidades, Equações (4.31) e (4.32).

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{F}_i \quad (2.8)$$

$$I_i \frac{dw_i}{dt} = \tau_i \quad (4.30)$$

$$\frac{d\vec{x}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (4.31)$$

$$\frac{d\theta_i}{dt} = w_i \quad (4.32)$$

O sistema em estudo trata variáveis com magnitudes significativamente diferentes. O módulo de elasticidade e o módulo de cisalhamento possui a ordem de grandeza de 10^{10} enquanto o raio, a massa, a posição e a velocidade escalar são da ordem de 10^1 , todos em unidades do sistema internacional (SI). Além disso, na ocorrência do choque, o sentido do deslocamento e da velocidade das partículas pode ser alterado instantaneamente, conduzindo a mudanças bruscas nos perfis temporais de tais variáveis.

A estratégia empregada para tratar a rigidez numérica foi a mudança na escala das variáveis. Tal estratégia foi também aplicada em Alamo (2003) para descrição de um sistema mecânico utilizando DEM.

Neste estudo as variáveis w_i e θ_i foram normalizadas devido a diferença significativa na magnitude das grandezas escalares e angulares, resultando respectivamente em $w_{Ti} = w_i/f$ e $\theta_{Ti} = \theta_i/f$. O fator f foi definido como 10^4 , escolhido convenientemente de modo a uniformizar a grandeza das variáveis dependentes.

As Equações (2.8), (4.33), (4.31) e (4.34) compõem o sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs) empregado neste estudo.

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{F}_i \quad (2.8)$$

$$I_i \frac{dw_{Ti}}{dt} = \frac{\tau_i}{f} \quad (4.33)$$

$$\frac{d\vec{x}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (4.31)$$

$$\frac{d\theta_{Ti}}{dt} = w_{Ti} \quad (4.34)$$

Conforme considerações \vec{F}_i corresponde ao somatório das forças devido ao contato e a força da gravidade, Equação (4.35). τ_i é determinado através do somatório de torques de

contato e obtido pelo produto escalar entre o deslocamento relativo e a força devido ao contato conforme a Equação (4.36). O momento de inércia para as partículas foi calculado através da Equação (4.37).

$$\vec{F}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{F}_{ij} + \vec{F}_{i\text{gravidade}} \quad (4.35)$$

$$\tau_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{d}_{c,ij} \cdot \vec{F}_{ij} \quad (4.36)$$

$$I_i = m_i R_i^2 \quad (4.37)$$

As condições iniciais (C.I.) necessárias ao modelo matemático são apresentadas pelas Equações (4.38) a (4.41). Os valores para as condições iniciais de posição e velocidade, respectivamente $C.I._p$ e $C.I._v$, foram atribuídos conforme as situações em estudo.

$$\vec{x}_i(0) = C.I._p \quad (4.38)$$

$$\vec{v}_i(0) = C.I._v \quad (4.39)$$

$$\theta_i(0) = 0 \quad (4.40)$$

$$w_i(0) = 0 \quad (4.41)$$

A implementação do algoritmo de solução numérica do modelo formado pelas Equações (4.1) a (4.41) foi realizada no software livre SCILAB versão 5.5.2 em um computador com sistema operacional Linux Mint versão 18 ‘Serena’, processador Intel Core i7-4790 64 bits e CPU de 3,60 GHz. Um algoritmo de zoneamento para identificação da proximidade entre duas partículas foi implementado e é descrito com mais detalhes na seção 4.3.

Para garantir a estabilidade do DEM por contato suave admite-se um passo de tempo máximo (Δt_{max}), função da densidade do material (ρ), coeficiente de rigidez e do raio da menor partícula. Para o modelo de Cundall e Strack (1979) o passo de tempo máximo é determinado pela Equação (4.42).

$$\Delta t_{max} = 2 \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \sqrt{\frac{\rho}{k} \frac{4}{3} \pi R^3} \quad (4.42)$$

O avanço temporal do DEM por contato suave considerando os modelos de força deve ser limitado de modo que cada impacto seja detectado e computada sua influência sobre a posição e velocidade das partículas. Para garantir a estabilidade do método de elementos discretos por contato suave empregou-se $\Delta t_{max} = 10^{-5}$ s.

Assim como em outros estudos com DEM (ALAMO, 2003; CHEN, DRUMM e GUIOCHON, 2007; CAO, LI e CHEN, 2016) o método explícito de Runge-Kutta-Fehlberg com tamanho de passo de integração adaptativo foi empregado para a resolução do modelo matemático. Tal método emprega um esquema de cálculo com precisão de 4ª e 5ª ordem (RKF45).

4.3 Algoritmo de zoneamento utilizado na solução do modelo matemático

A lógica implementada consiste em, uma vez fixada uma partícula i , verificar a proximidade desta com as demais j -ésimas partículas que compõem o sistema. A proximidade é determinada com base na posição das partículas e a verificação é realizada entre pares. Na ocorrência do choque, a cinética e a força atribuída ao contato são computadas. Em um passo de tempo são calculados todos os choques com a partícula i . A força devido à ocorrência de cada choque é acrescida à variável \overrightarrow{F}_{ij} .

O espaço delimitado para o sistema é dividido em células com tamanho igual ao diâmetro da maior partícula. Cada célula é numerada conforme seu posicionamento no plano. A célula ocupada pela partícula em análise recebe o nome de célula de referência. Para a representação bidimensional oito células vizinhas circundam a célula de referência, conforme apresentado na Figura 4.6. O conjunto formado pela célula de referência e as células vizinhas totaliza nove células e corresponde à zona adjacente.

O algoritmo funciona de modo que primeiramente determina-se a célula ocupada pela partícula i . Em seguida são especificadas as células da zona adjacente a partícula i . Inicia-se a checagem de proximidade da partícula i com as j -ésimas partículas. Se a célula da partícula j equivaler a uma das nove células, tal partícula encontra-se na zona adjacente. Realiza-se o cálculo de proximidade entre as partículas. Se as partículas estiverem em contato inicia-se o ciclo de cálculos empregados no método de elementos discretos. Caso a célula da partícula j não esteja dentro do conjunto das nove células da partícula i , a checagem avança para a próxima partícula j . Na Figura 4.7 é apresentado um fluxograma com a estratégia empregada no algoritmo.

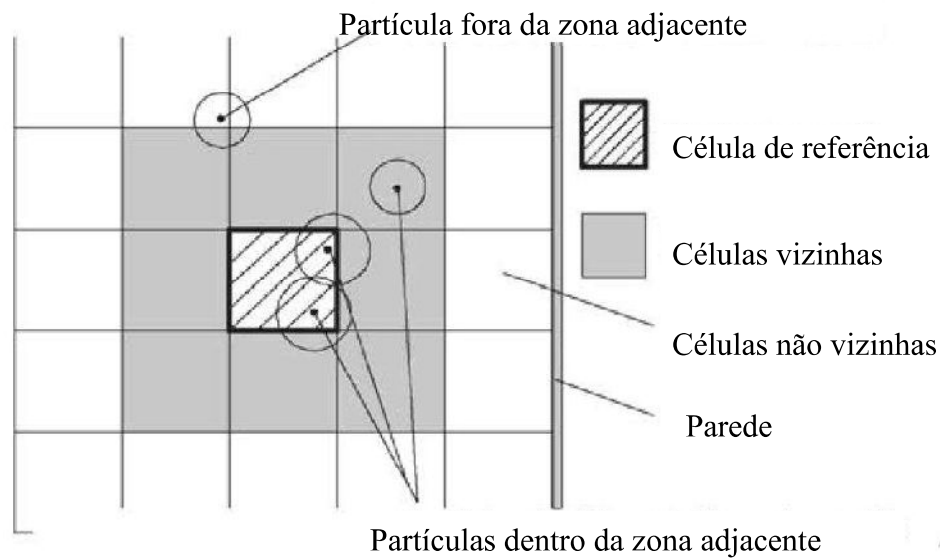


Figura 4.6 – Espaço delimitado por células segundo o algoritmo de zoneamento. Adaptado de Balevicius *et al.* (2006).

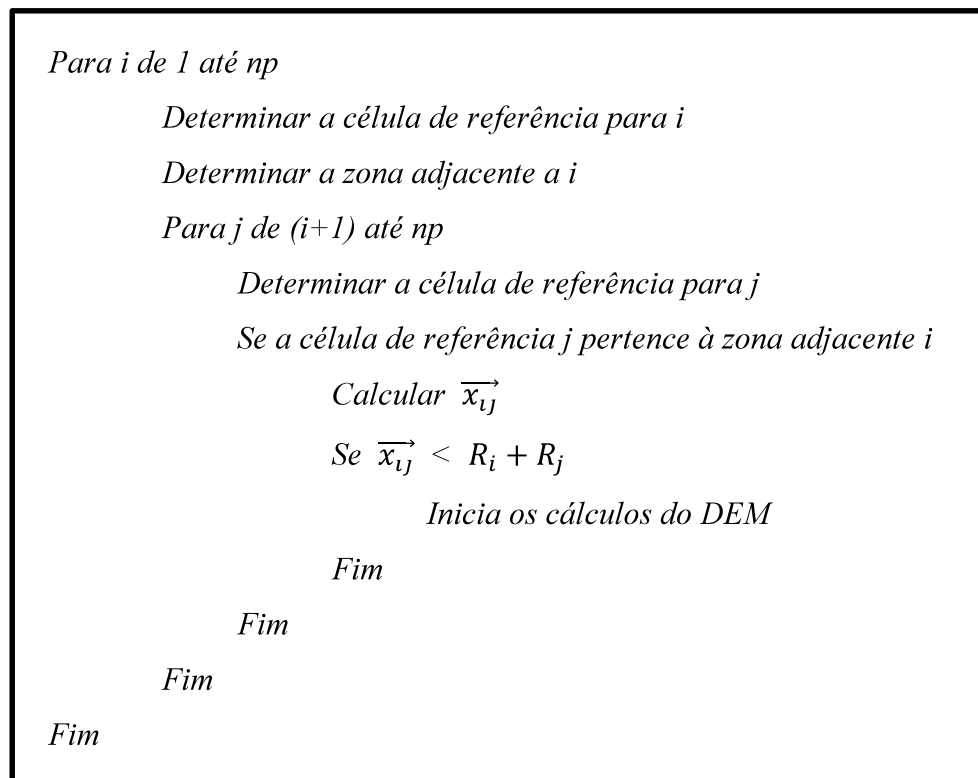


Figura 4.7 – Fluxograma do algoritmo de zoneamento.

Neste estudo é considerada a separação sólido-sólido de modo que as forças devido à presença de fluido não se aplicam e as perturbações externas são desprezadas.

4.4 Movimento de vibração da peneira

Para representa uma peneira com vibração considerou-se o modelo proposto por Dietrych (1962, apud DYR e WODZINSKI, 2002) que descreve a velocidade média (v_m) do material granular ao interagir com a tela de uma peneira com movimento de vibração linear, Equações (4.43) e (4.44):

$$v_m = \frac{g \cos(\xi - \sigma)}{\omega \sin \xi} \sqrt{\frac{K - 1}{2} (K^2 - 1)} \quad (4.43)$$

$$K = \frac{A \omega^2 \sin \xi}{g \cos \sigma} \quad (4.44)$$

sendo σ o ângulo de inclinação da peneira com relação ao plano horizontal, A e ω a amplitude e a frequência de vibração da peneira respectivamente.

A depender das características do movimento de vibração linear o material granular pode deslizar sobre a superfície da tela da peneira, ser lançado obliquamente, mover-se a uma velocidade igual à da superfície e permanecer sobre a mesma (DYR e WODZINSKI, 2002). O modelo de Dietrych (1962, apud DYR e WODZINSKI, 2002) restringe-se a modelar o lançamento oblíquo das partículas.

As componentes da velocidade média do material granular nas direções x e y , respectivamente $v_{m,x}$ e $v_{m,y}$, são determinadas com base no ângulo em que a partícula atinge a tela da peneira, denominado ângulo de ataque (ζ). A Figura 4.8 ilustra a decomposição da velocidade média do material granular e as Equações (4.45) e (4.46) apresentam a formulação matemática para o cômputo dessas grandezas.

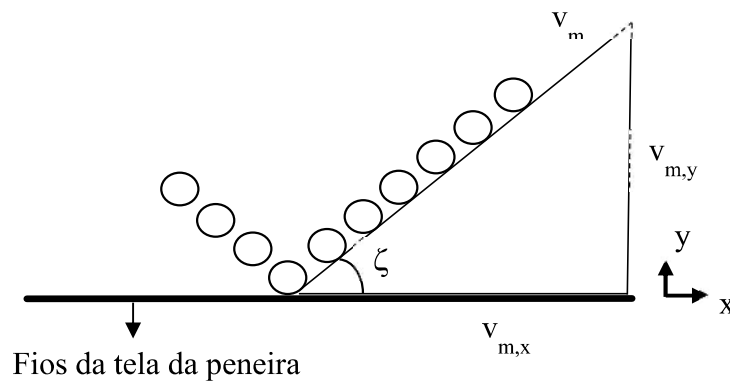


Figura 4.8 – Trajetória de uma partícula ao interagir com a tela da peneira e o ângulo de ataque formado com a superfície horizontal.

$$v_{m,x} = \cos \zeta v_m \quad (4.45)$$

$$v_{m,y} = \sen \zeta v_m \quad (4.46)$$

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos para 4 cenários, que consideram o tamanho das partículas, o tipo de movimento a que estão submetidas, a inclinação das telas e o movimento de vibração da peneira.

CAPÍTULO 5

ESTUDOS DE CASOS

O modelo matemático apresentado no Capítulo 4 é aplicado para a representação de sistemas formados por partículas sólidas de massas iguais e partículas sólidas de massas distintas, submetidas a movimentos horizontal, vertical e oblíquo e contidas em um espaço delimitado com inclinação ascendente e sem inclinação em uma peneira sem vibração e com vibração. Estes movimentos foram analisados para o choque elástico (CE) e para o choque inelástico (CI).

Sendo o modelo bidimensional, admitiu-se como referência um sistema de coordenadas cartesianas onde x equivale ao eixo das abscissas e y corresponde ao eixo das ordenadas conforme apresentado na Figura 5.1.

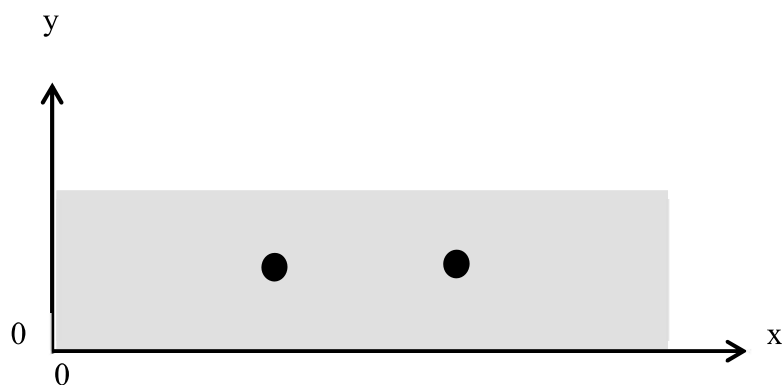


Figura 5.1 – Sistema de coordenadas cartesianas adotado.

5.1 Descrição dos sólidos

O cascalho de perfuração pode apresentar distribuição granulométrica variável devido a condições operacionais e a formação geológica da região em exploração.

Na Figura 5.2 é apresentada a distribuição granulométrica de sete amostras de cascalho de perfuração (CP) obtidas na Central de Cascalho da Petrobras e disponíveis na literatura. As amostras referem-se a diferentes localidades (amostras CP I, CP II e CP V), distintos poços situados em uma mesma região (amostras CP II e CP III) e diferentes fases de perfuração (amostras CP V e CP VI). A origem das amostras, as especificações do poço e da fase de perfuração, e a referência de cada amostra encontram-se na Tabela 5.1. Os principais minerais encontrados nestes cascalhos são quartzo, calcita e dolomita.

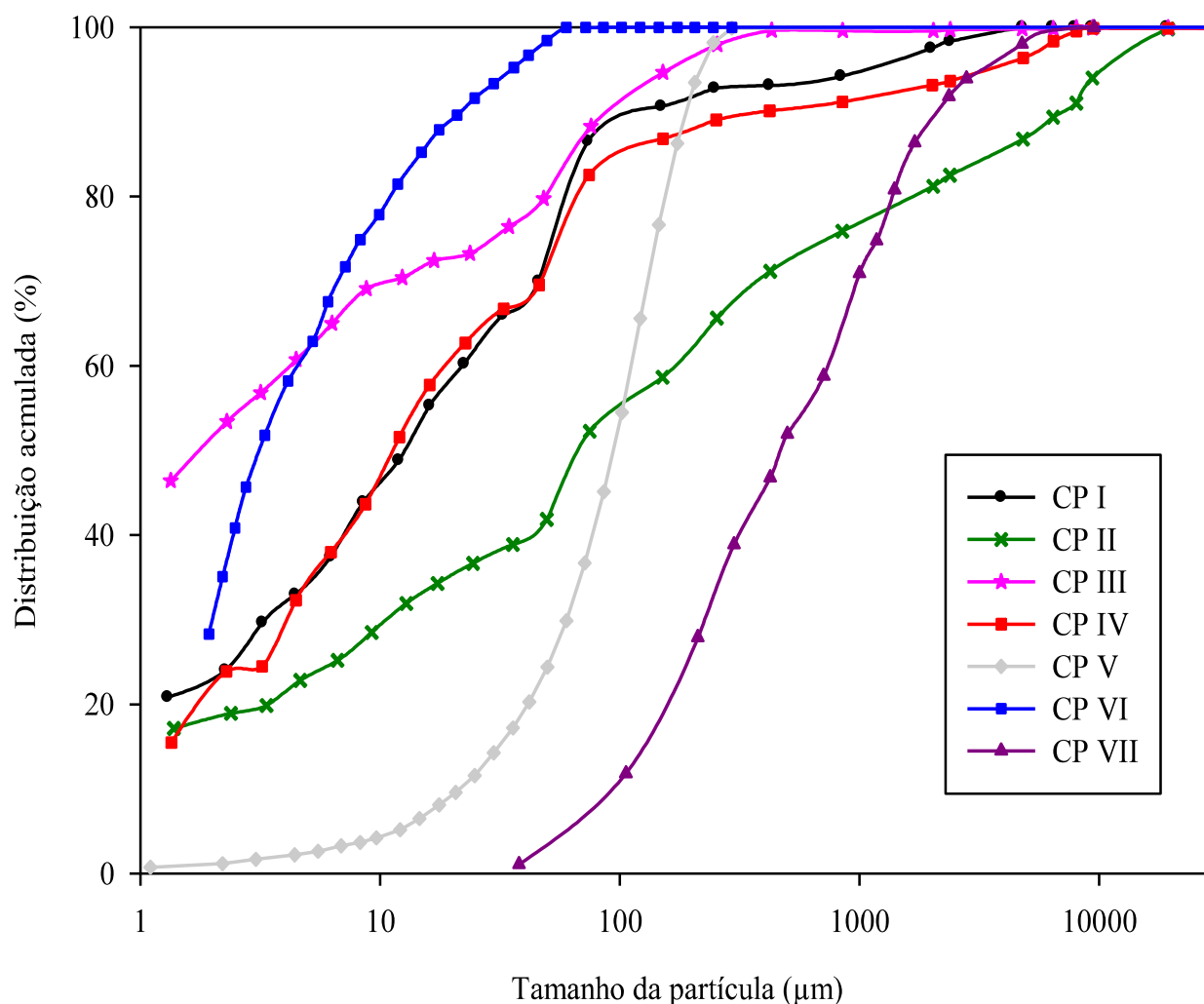


Figura 5.2 – Distribuição granulométrica de cascalhos oriundos de solo nacional.

Tabela 5.1 – Amostras e especificações de cascalhos nacionais

Amostra	Origem	Especificações	Referências
CP I	Região Sul do Recôncavo Baiano	Poço FGA 2	Pires (2009)
CP II	Central de resíduo de Jericó Carmópolis / Sergipe	Poço CP-129	Pires (2009)
CP III	Central de resíduo de Jericó Carmópolis / Sergipe	Poço CP-1549	Pires (2009)
CP IV	Pilar / Alagoas	Poço PIR-223D	Pires (2009)
CP V	Região Norte do Espírito Santo	Perfuração Fase I	Fialho (2012)
CP VI	Região Norte do Espírito Santo	Perfuração Fase III	Fialho (2012)
CP VII	Carmópolis / Sergipe	-	Pereira (2013)

Conforme Fernandez *et al.* (2011), a modelagem de uma ampla distribuição granulométrica de partículas utilizando DEM se torna uma tarefa computacionalmente proibitiva. Para materiais granulares finos é necessário um número maior de partículas para representar a população. Com o aumento da dimensão do sistema mais cálculos serão efetuados. Quanto menor o tamanho da partícula menor o passo de tempo necessário para garantir a estabilidade do método discreto, visto que o tempo máximo é determinado em função da dimensão da partícula. Este estudo restringe-se a uma faixa da distribuição granulométrica de cascalhos de perfuração nacionais.

Para a avaliação do efeito do tipo de movimento nos casos de choques elástico e inelástico são consideradas duas partículas esféricas de diâmetro 5 mm e 20 mm, nomeadas como Partícula 1 (P1) e Partícula 2 (P2) respectivamente. As partículas empregadas foram diferenciadas por cores e suas características são apresentadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Características das partículas consideradas na simulação para análise do tipo de movimento entre partículas

Partícula	Cor	Diâmetro [mm]	Massa [kg]
P1	Branca	5	$1,52 \times 10^{-6}$
P2	Branca	20	$9,72 \times 10^{-5}$

O efeito da inclinação da peneira foi avaliado para um sistema com dez partículas de diâmetros 5 mm, 14 mm e 20 mm, denominadas Partícula 3 (P3), Partícula 4 (P4), Partícula 5

(P5), Partícula 6 (P6), Partícula 7 (P7), Partícula 8 (P8), Partícula 9 (P9), Partícula 10 (P10), Partícula 11 (P11) e Partícula 12 (P12). As características de cada partícula são apresentadas na Tabela (5.3).

Tabela 5.3 – Características das partículas consideradas na simulação para análise da inclinação da tela

Partícula	Cor	Diâmetro [mm]	Massa [kg]
P3	Preta	5	$1,52 \times 10^{-6}$
P4	Azul escuro	5	$1,52 \times 10^{-6}$
P5	Verde claro	5	$1,52 \times 10^{-6}$
P6	Verde água	5	$1,52 \times 10^{-6}$
P7	Vermelho	14	$3,33 \times 10^{-5}$
P8	Violeta	14	$3,33 \times 10^{-5}$
P9	Azul claro	14	$3,33 \times 10^{-5}$
P10	Verde escuro	20	$9,72 \times 10^{-5}$
P11	Marrom	20	$9,72 \times 10^{-5}$
P12	Rosa	20	$9,72 \times 10^{-5}$

O efeito das características da tela da peneira foi analisado para um sistema composto de doze partículas com diâmetros de 7,89 mm a 16,4 mm identificadas por Partícula 13 (P13), Partícula 14 (P14), Partícula 15 (P15), Partícula 16 (P16), Partícula 17 (P17), Partícula 18 (P18), Partícula 19 (P19), Partícula 20 (P20), Partícula 21 (P21), Partícula 22 (P22), Partícula 23 (P23) e Partícula 24 (P24). O tamanho das partículas, a tela, o ângulo de inclinação da peneira e o tipo de movimento de vibração foi especificado com base em experimentos realizados na Unidade de Pesquisa da Faculdade de Engenharia Química na Universidade Federal de Uberlândia, apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Condições experimentais empregadas na Unidade de Pesquisa

Tela	Ângulo de inclinação da peneira com plano horizontal	Movimento de vibração
175	3°	Linear

O diâmetro das partículas foi determinado através da análise de imagem da seção A localizada na 3ª região de separação da peneira conforme Figura 5.3. Para tal empregou-se o software livre ImageJ.

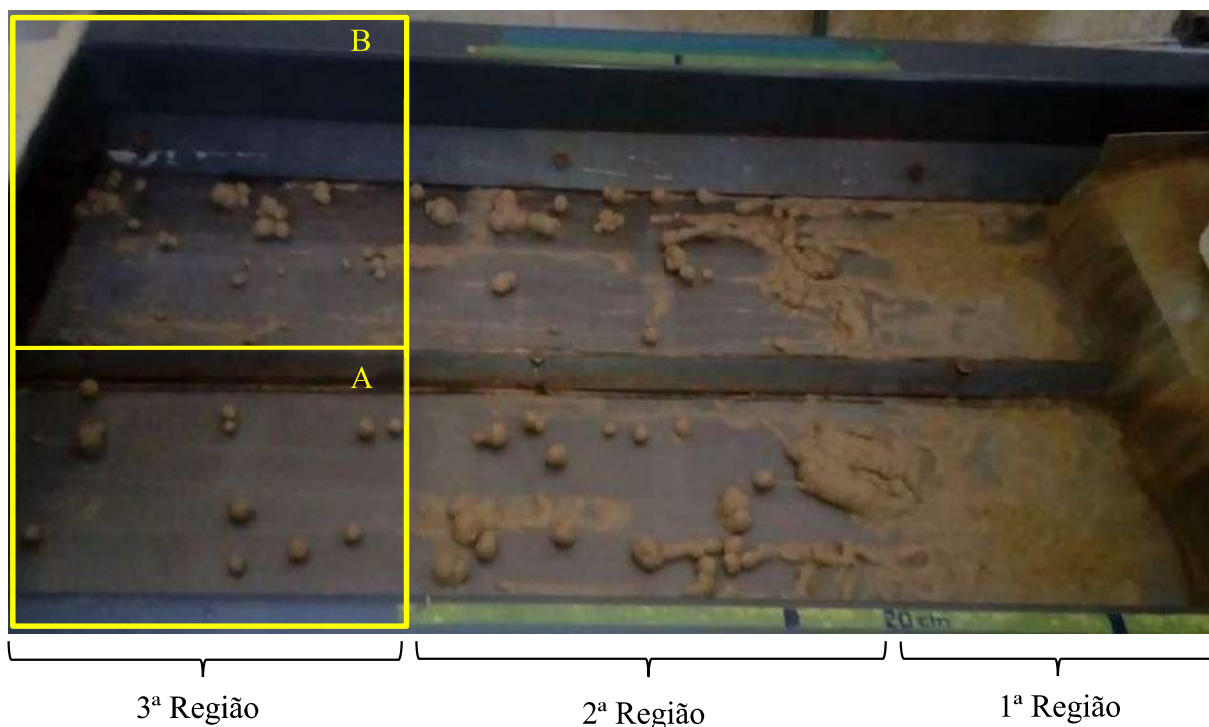


Figura 5.3 – Seções da 3ª região de separação de uma peneira ascendente com ângulo de inclinação de 3° (Comunicação pessoal).

As especificações das partículas empregadas na análise das características da tela são apresentadas na Tabela 5.5.

Neste estudo o material admitido para representar o cascalho foi a rocha mármore, em cuja composição estão presentes os principais minerais encontrados nas amostras (MELLO, 2006; VASCONCELOS *et al.*, 2009; RIBEIRO e OLIVEIRA, 2015). O aço inoxidável foi admitido para representar a tela de peneira. Os materiais são considerados isotrópicos, com propriedades físicas independentes da direção considerada.

Na Tabela 5.6 são apresentadas as propriedades densidade, módulo de Young (E) e taxa de Poisson (ν) para diferentes tipos de mármore e para o aço inoxidável. O módulo de Young ou módulo de elasticidade retrata a deformação elástica e plástica do material e a taxa de Poisson relaciona a deformação transversal e a deformação longitudinal.

Tabela 5.5 – Características das partículas consideradas na simulação para análise das características da tela

Partícula	Cor	Diâmetro [mm]	Massa [kg]
P13	Rosa	12,8	$3,22 \times 10^{-4}$
P14	Marrom	10,7	$1,86 \times 10^{-4}$
P15	Verde escuro	16,5	$6,78 \times 10^{-4}$
P16	Azul claro	8,24	$0,85 \times 10^{-4}$
P17	Preto	5,35	$0,23 \times 10^{-4}$
P18	Branco	13,8	$3,99 \times 10^{-4}$
P19	Amarelo	9,65	$1,36 \times 10^{-4}$
P20	Violeta	12,7	$3,09 \times 10^{-4}$
P21	Vermelho	8,75	$1,02 \times 10^{-4}$
P22	Verde água	10,3	$1,65 \times 10^{-4}$
P23	Verde claro	7,86	$0,74 \times 10^{-4}$
P24	Azul escuro	8,24	$0,85 \times 10^{-4}$

Tabela 5.6 – Densidade, módulo de Young e Taxa de Poisson de mármore diversos

Materiais	ρ [kg m ⁻³]	E [GPa]	ν [-]	Referências
Mármore Carthage	2,65	44,8	0,23	Lei, Kaitkay e Shen (2004)
Mármore Gioia	2,67±0,1	65	0,33	Stavropoulou (2006)
Mármore Cervairole	2,71±0,2	60	0,27	Stavropoulou (2006)
Mármore Lorano	2,67±0,1	60	0,29	Stavropoulou (2006)
Mármore Dionysos	2,66±0,1	80	0,33	Stavropoulou (2006)
Mármore	2,90	71	0,30	Kruggel-Emden <i>et al.</i> (2007)
Aço Inoxidável	7,83	193	0,35	Kruggel-Emden <i>et al.</i> (2007)

De acordo com a consideração de material isotrópico os coeficientes de amortecimento na direção normal (γ_n) e tangencial (γ_t) possuem os mesmos valores, sendo referenciado a partir de então por γ . Segundo Kruggel-Emden *et al.* (2007) para o mármore e para o aço inoxidável os coeficientes de amortecimento são respectivamente $\gamma = 1560 \text{ s}^{-1}$ e $\gamma = 2660 \text{ s}^{-1}$.

Neste estudo foram admitidas as propriedades ρ , E , ν , γ_n , e γ_t para o mármore e o aço inoxidável apresentadas por Kruggel-Emden *et al.* (2007).

O parâmetro coeficiente de atrito dinâmico para o par mármore – mármore apresenta uma faixa de variação devido aos diferentes tipos de rocha e as características de cada amostra. Segundo Han *et al.* (2007) a faixa típica para o mármore compreende valores de 0,4 a 0,8. Na Tabela 5.7 são apresentados os coeficientes de atrito dinâmico encontrados na literatura.

Tabela 5.7 – Coeficientes de atrito dinâmico mármore – mármore

Tipos de Mármore	μ	Referências
Wombeyan	0,62	Jaeger (1959)
Wombeyan	0,75	Hoskins, Jaeger e Rosengren (1967)
Carrara	0,41	Hoskins, Jaeger e Rosengren (1967)
Não especificado	0,80	Groszczynski e Wodzinski (1996a)
Carthage	0,57	Lei, Kaitkay e Shen (2004)
Dionysos	0,50	Stavropoulou (2006)
Não especificado	0,54	Valdo e Castro (2016)

O coeficiente de atrito dinâmico para o par mármore – mármore apresentado por Stravalou (2006) foi empregado no estudo.

Para o par de materiais mármore – aço inoxidável o coeficiente de atrito dinâmico foi admitido como igual ao coeficiente de atrito interno (mármore – mármore). Esta consideração também foi realizada em outros estudos envolvendo o peneiramento de rochas em telas de aço inoxidável (GROSZCZYNSKI e WODZINSKI, 1996a; GROSZCZYNSKI e WODZINSKI, 1996b; SOLDINGER, 2002).

Nas seções seguintes são apresentadas as trajetórias de duas partículas, de um conjunto de dez e doze partículas em diferentes cenários.



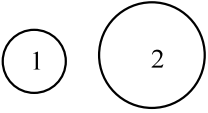
5.2 Representação da trajetória de duas partículas

A representatividade do modelo para sistemas físicos frente a condições e comportamentos conhecidos foi analisada para os movimentos horizontal, vertical e oblíquo.

5.2.1 Movimento horizontal

Para avaliar o movimento horizontal os Testes 1, 2 e 3 foram conduzidos sem a atuação do campo gravitacional. As condições admitidas para os testes garantem a ocorrência do choque entre as partículas sendo apresentadas na Tabela 5.8. Neste movimento as partículas são influenciadas apenas na dimensão x.

Tabela 5.8 – Condições para os testes realizados com movimento horizontal

Teste	Esquema	Condições Iniciais	
		Posição [m]	Velocidade [m/s]
1		$\overrightarrow{x_{1A}}(0) = [0,1 \ 0,1]$ $\overrightarrow{x_{1B}}(0) = [0,12 \ 0,1]$	$\overrightarrow{v_{1A}}(0) = [0,25 \ 0]$ $\overrightarrow{v_{1B}}(0) = -\overrightarrow{v_{1A}}(0)$
2		$\overrightarrow{x_{1A}}(0) = [0,1 \ 0,1]$ $\overrightarrow{x_{1B}}(0) = [0,12 \ 0,1]$	$\overrightarrow{v_{1A}}(0) = [0,75 \ 0]$ $\overrightarrow{v_{1B}}(0) = -\overrightarrow{v_{1A}}(0)$
3		$\overrightarrow{x_1}(0) = [0,1 \ 0,1]$ $\overrightarrow{x_2}(0) = [0,12 \ 0,1]$	$\overrightarrow{v_1}(0) = [0,25 \ 0]$ $\overrightarrow{v_2}(0) = -\overrightarrow{v_1}(0)$

Nos Teste 1 e Teste 2 as partículas possuem a mesma massa $1,52 \times 10^{-6}$ kg. A evolução temporal das variáveis posição e velocidade referentes aos Testes 1 e 2 são apresentadas nas Figuras 5.4 e 5.5. Nestes casos o comportamento de P1A ao longo do tempo equivale ao comportamento de P1B, diferindo apenas no sentido do movimento. No choque elástico P1A e P1B para ambos os testes têm suas velocidades finais iguais em módulo. Após o impacto tem-se uma diferenciação dos perfis de posição e velocidade para o choque elástico e inelástico, devido a perda de energia característica do choque inelástico. A diferenciação se torna mais pronunciável nos perfis de velocidade.

No Teste 3 as partículas 1 e 2 possuem massas diferentes, respectivamente $1,52 \times 10^{-6}$ kg e $9,72 \times 10^{-5}$ kg. Na Figura 5.6 são apresentados os perfis temporais de deslocamento e velocidade para o Teste 3.

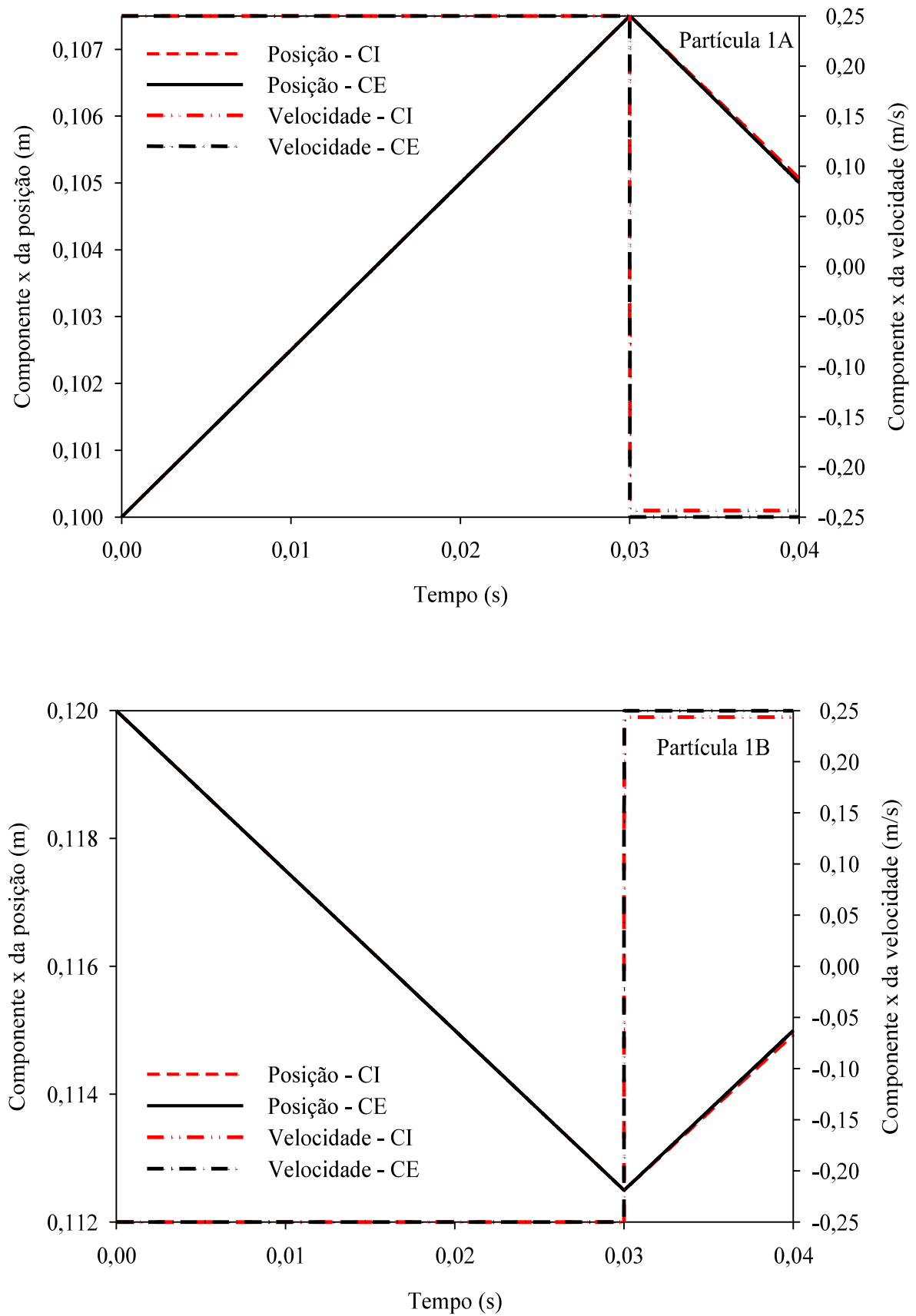


Figura 5.4 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x para partículas de mesma massa para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 1.

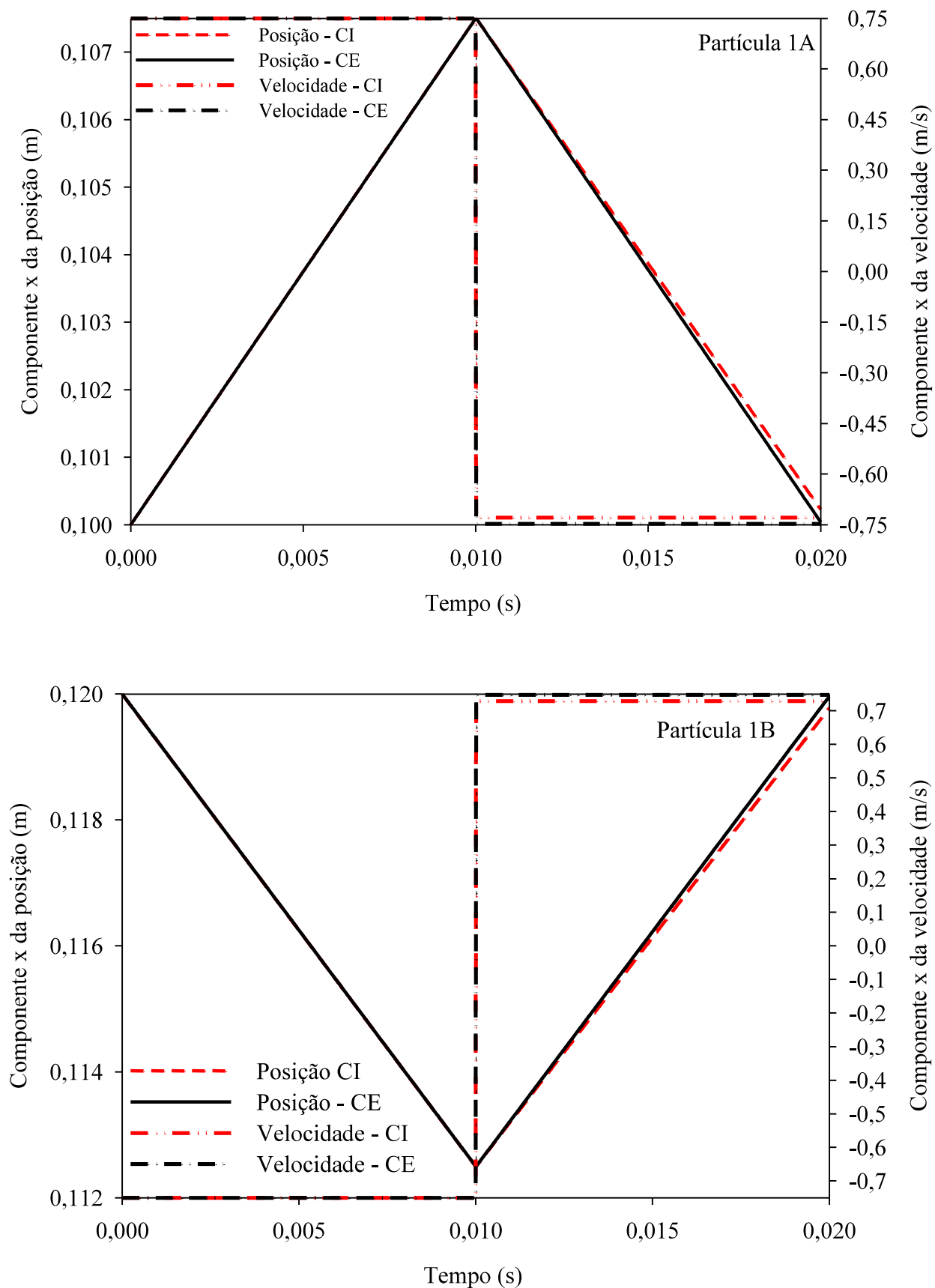


Figura 5.5 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x para partículas de mesma massa para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 2.

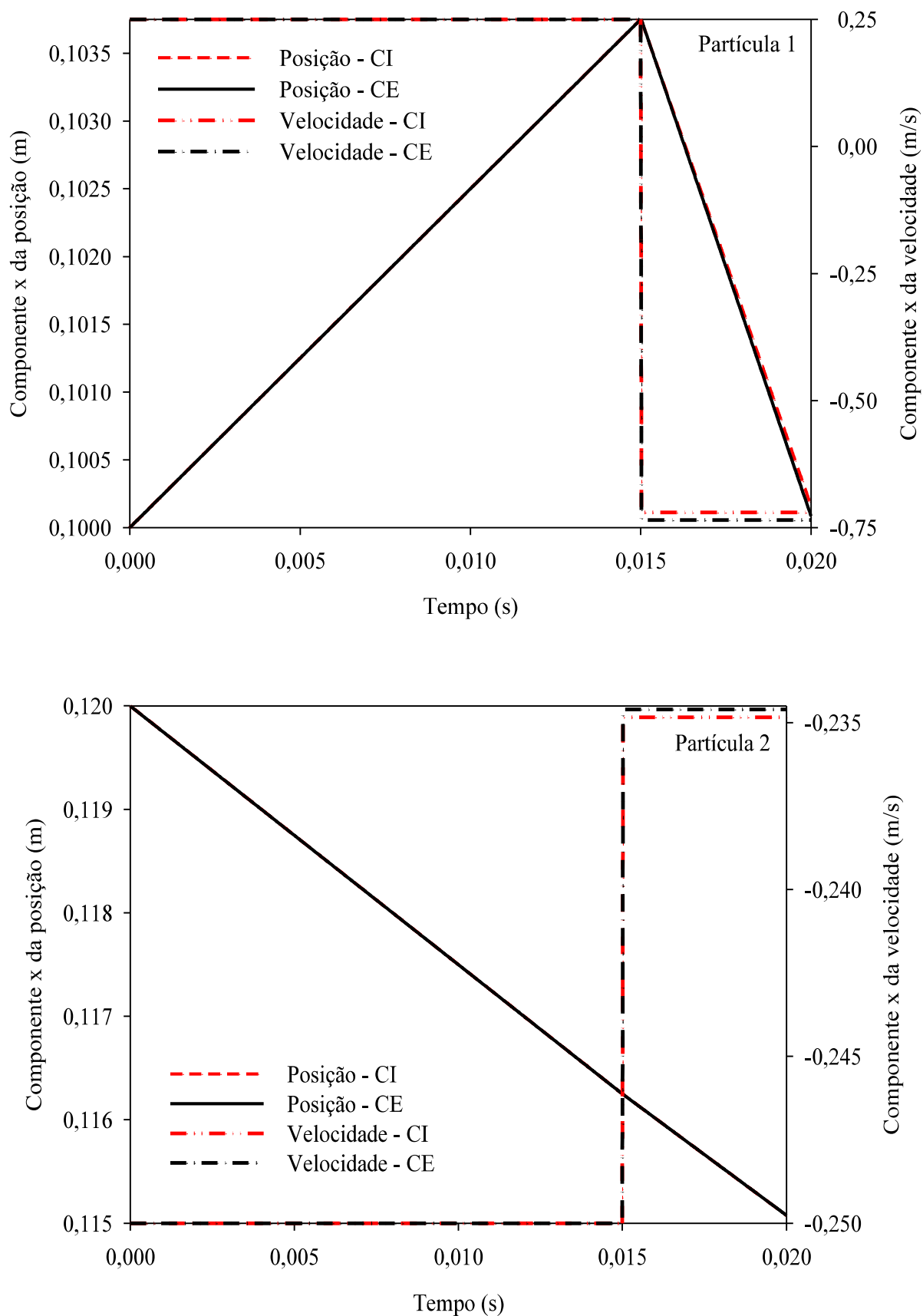


Figura 5.6 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x para partículas de diferentes massas para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 3.

Para o Teste 3 com choque elástico, são considerados a conservação de momento linear (Equação 5.1) e a conservação de energia cinética (Equação 5.2).

$$m_1 \vec{v}_1(0) + m_2 \vec{v}_2(0) = m_1 \vec{v}_1(t) + m_2 \vec{v}_2(t) \quad (5.1)$$

$$\frac{1}{2} m_1 [\vec{v}_1(0)]^2 + \frac{1}{2} m_2 [\vec{v}_2(0)]^2 = \frac{1}{2} m_1 [\vec{v}_1(t)]^2 + \frac{1}{2} m_2 [\vec{v}_2(t)]^2 \quad (5.2)$$

As equações anteriores simplificadas resultam nas Equações (5.3) e (5.4).

$$m_1 [\vec{v}_1(0) - \vec{v}_1(t)] = m_2 [\vec{v}_2(t) - \vec{v}_2(0)] \quad (5.3)$$

$$m_1 [\vec{v}_1(0)^2 - \vec{v}_1(t)^2] = m_2 [\vec{v}_2(t)^2 - \vec{v}_2(0)^2] \quad (5.4)$$

Agrupando os termos das Equações (5.3) e (5.4) obtém-se as Equações (5.5) e (5.6).

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\vec{v}_2(t) - \vec{v}_2(0)}{\vec{v}_1(0) - \vec{v}_1(t)} \quad (5.5)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\vec{v}_2(t)^2 - \vec{v}_2(0)^2}{\vec{v}_1(0)^2 - \vec{v}_1(t)^2} \quad (5.6)$$

Ao igualar as Equações (5.5) e (5.6) e realizadas as simplificações determina-se a Equação (5.9).

$$\frac{\vec{v}_2(t) - \vec{v}_2(0)}{\vec{v}_1(0) - \vec{v}_1(t)} = \frac{\vec{v}_2(t)^2 - \vec{v}_2(0)^2}{\vec{v}_1(0)^2 - \vec{v}_1(t)^2} = \frac{[\vec{v}_2(t) + \vec{v}_2(0)] [\vec{v}_2(t) - \vec{v}_2(0)]}{[\vec{v}_1(0) + \vec{v}_1(t)] [\vec{v}_1(0) - \vec{v}_1(t)]} \quad (5.7)$$

$$1 = \frac{[\vec{v}_2(t) + \vec{v}_2(0)]}{[\vec{v}_1(0) + \vec{v}_1(t)]} \quad (5.8)$$

$$\vec{v}_1(0) - \vec{v}_2(0) = \vec{v}_2(t) - \vec{v}_1(t) \quad (5.9)$$

A relação anterior substituída na Equação (5.3) e resolvida para $\vec{v}_1(t)$ e $\vec{v}_2(t)$ resulta respectivamente nas Equações (5.10) e (5.11).

$$\vec{v}_1(t) = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) \vec{v}_1(0) + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) \vec{v}_2(0) \quad (5.10)$$

$$\vec{v}_2(t) = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) \vec{v}_1(0) + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) \vec{v}_2(0) \quad (5.11)$$

Substituindo a condição inicial de velocidade para P2 e a equivalência de massa entre as partículas ($m_1 = 64 m_2$) nas Equações (5.10) e (5.11) obtêm-se as relações:

$$\vec{v}_1(t) = -2,94 \vec{v}_1(0) \quad (5.12)$$

$$\vec{v}_2(t) = 0,938 \vec{v}_2(0) \quad (5.13)$$

Através da Figura 5.6 verifica-se que P1 tem o sentido de seu movimento alterado, com velocidade final igual a aproximadamente 3 vezes sua velocidade inicial conforme obtido na Equação (5.12). Decorrido o choque, P2 tem o sentido de seu movimento inalterado e sua velocidade é levemente influenciada pelo impacto, assim como determinado pela Equação (5.13). Este efeito está relacionado a massa significativamente superior de P2 comparada a massa de P1.

No Teste 3 o perfil de posição para P2 não apresentou diferença significativa para o choque elástico e o choque inelástico, devido a mínima influência na velocidade que o impacto gerou em P2.

Na ocorrência do impacto as partículas têm o sentido de seu movimento alterado abruptamente impactando o perfil de posição e velocidade. Na Tabela 5.9 são apresentados para cada um dos três testes os instantes de ocorrência do choque entre as partículas.

Tabela 5.9 – Instante de ocorrência do choque entre duas partículas para o movimento horizontal

Teste 1	Teste 2	Teste 3
0,03 s	0,01 s	0,015 s

Para os Testes 1 e 2 o choque ocorreu em instantes diferentes devido a alteração na velocidade das partículas. A magnitude da velocidade empregada no Teste 2 para P1A equivaleu a três vezes a velocidade empregada no Teste 1 para P1A. No Teste 2 o choque ocorre primeiramente devido a velocidade maior das partículas que percorrem o mesmo espaço em menor tempo.

Comparando os Testes 1 e 3, a diferença entre o instante do choque é devido a alteração na massa de uma das partículas, que passa de $1,52 \times 10^{-6}$ kg no Teste 1 para $9,72 \times 10^{-5}$ kg no Teste 3.

5.2.2 Movimento vertical

No movimento puramente vertical de P1 e P2 a componente x da velocidade é nula para ambas as partículas. Neste movimento admitiu-se a atuação do campo gravitacional. O comportamento das partículas é influenciado apenas da direção y. Na Tabela 5.10 são apresentadas as condições utilizadas em cada um dos testes com movimento vertical. As condições iniciais foram definidas para garantir a ocorrência de choque entre as partículas.

Tabela 5.10 – Condições para os testes realizados com movimento vertical

Teste	Esquema	Condições Iniciais	
		Posição [m]	Velocidade [m/s]
4	2B	$\overrightarrow{x_{2A}}(0) = [0,1 \quad 0,1]$	$\overrightarrow{v_{2A}}(0) = [0 \quad 0,25]$
	2A	$\overrightarrow{x_{2B}}(0) = [0,1 \quad 0,13]$	$\overrightarrow{v_{2B}}(0) = -\overrightarrow{v_{2A}}(0)$
5	2B	$\overrightarrow{x_{2A}}(0) = [0,1 \quad 0,1]$	$\overrightarrow{v_{2A}}(0) = [0 \quad 0,125]$
	2A	$\overrightarrow{x_{2B}}(0) = [0,1 \quad 0,13]$	$\overrightarrow{v_{2B}}(0) = -2 \overrightarrow{v_{2A}}(0)$
6	1	$\overrightarrow{x_1}(0) = [0,1 \quad 0,1]$	$\overrightarrow{v_1}(0) = [0 \quad 0,125]$
	2	$\overrightarrow{x_2}(0) = [0,1 \quad 0,13]$	$\overrightarrow{v_2}(0) = -2 \overrightarrow{v_1}(0)$

O Teste 4 representa um sistema com partículas de mesma massa e velocidades iguais em módulo. No Teste 5 as partículas possuem massas idênticas e velocidades diferentes em magnitude e sentido. Já no Teste 6 tanto a massa quanto a velocidade são distintas em magnitude, com velocidades diferentes em sentido. As Figuras 5.7 e 5.8 apresentam o comportamento das variáveis posição e velocidade ao longo do tempo para o Teste 4 e 5 respectivamente.

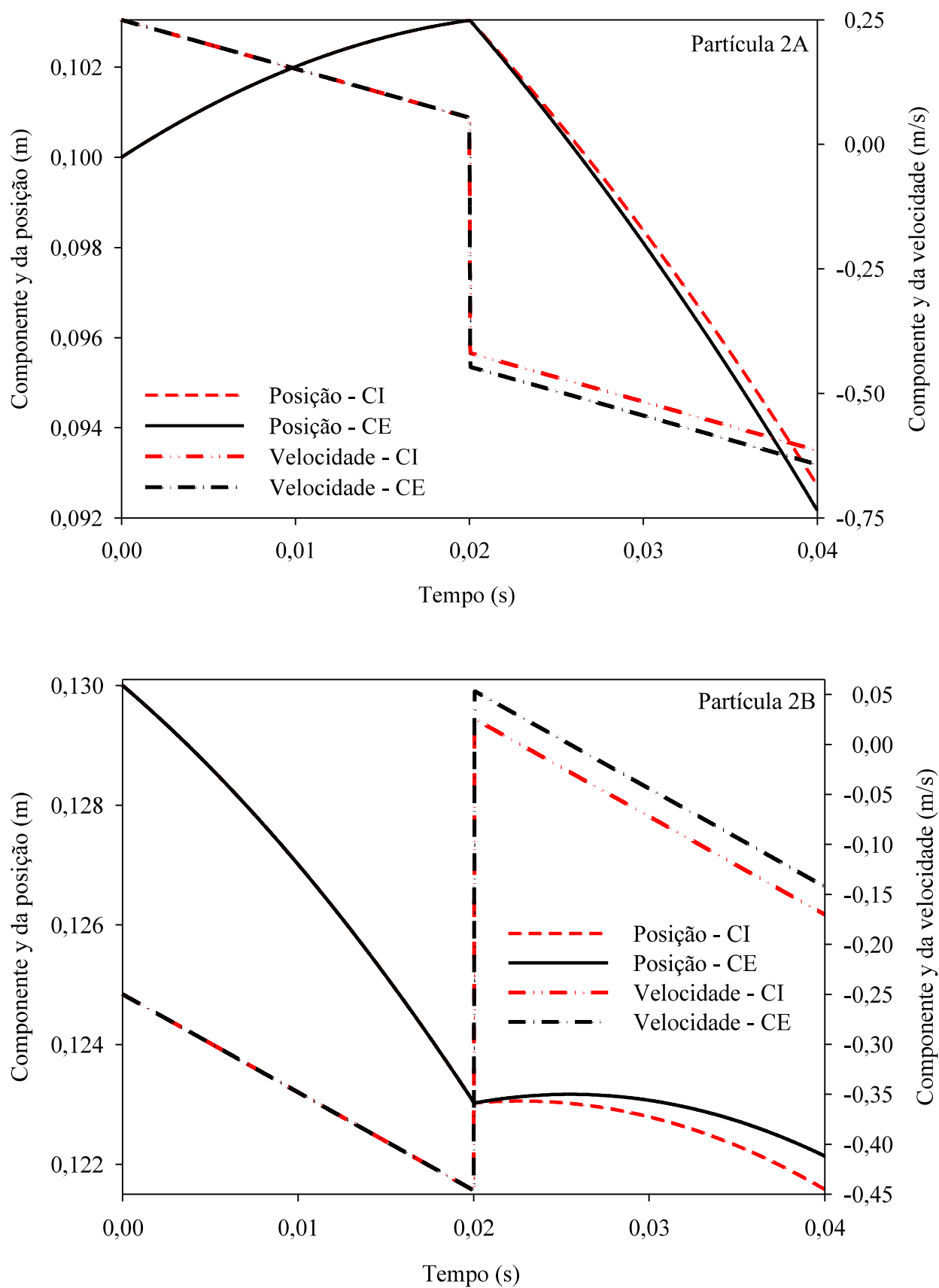


Figura 5.7 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção y para partículas de mesma massa para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 4.

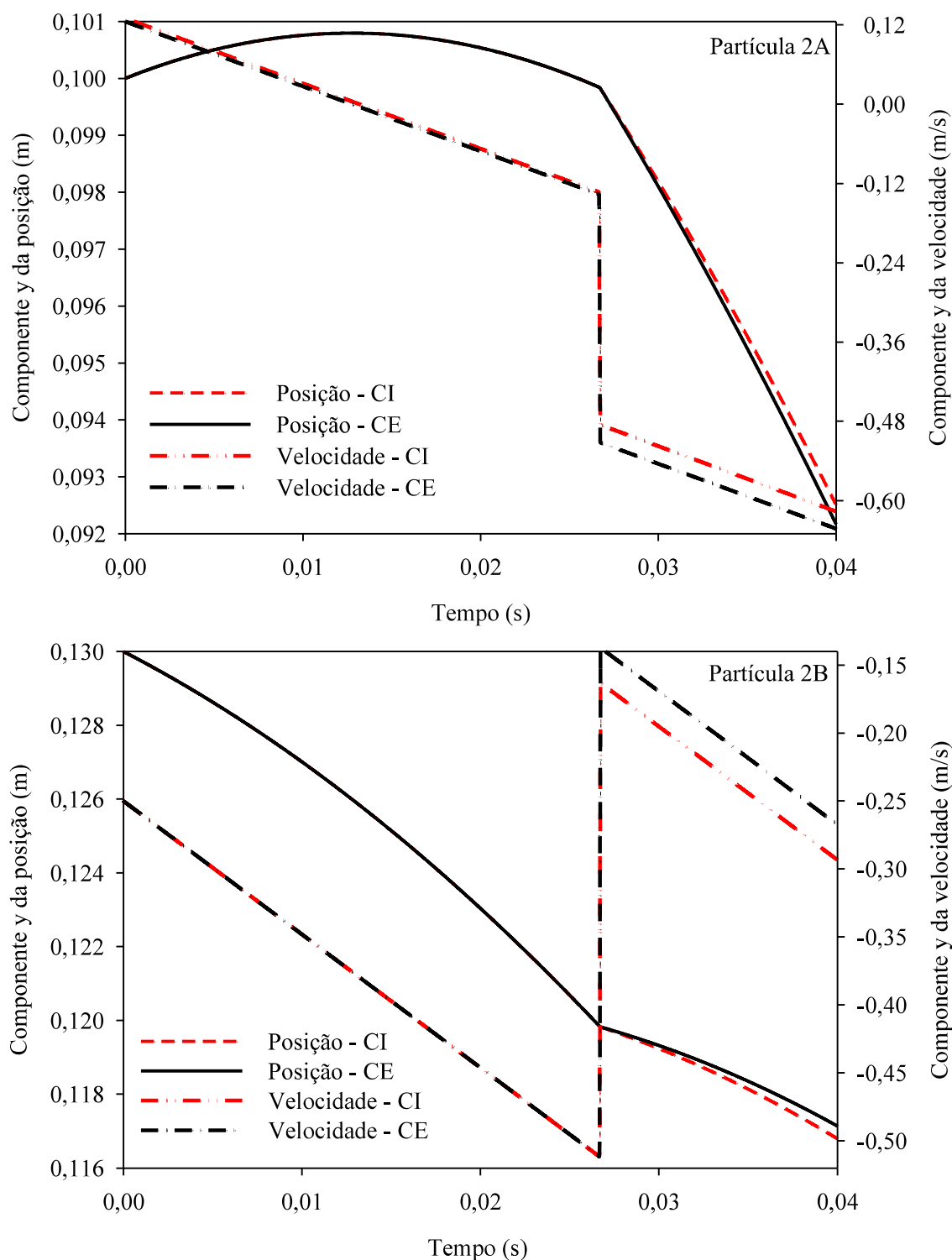


Figura 5.8 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção y para partículas de mesma massa para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 5.

Para o Teste 4 a partícula P2A é inicialmente lançada no sentido positivo de y enquanto P2B é lançada no sentido contrário. As partículas se chocam no instante 0,02 s e P2A se desloca no sentido negativo de y enquanto P2B percorre uma trajetória parabólica.

No Teste 5 P2A apresenta um comportamento inicial parabólico e P2B segue uma

trajetória no sentido negativo do eixo y. O impacto ocorre no instante 0,027 s quando ambas as partículas estão em queda.

A Figura 5.9 apresenta o comportamento das variáveis posição e velocidade ao longo do tempo para o Teste 6.

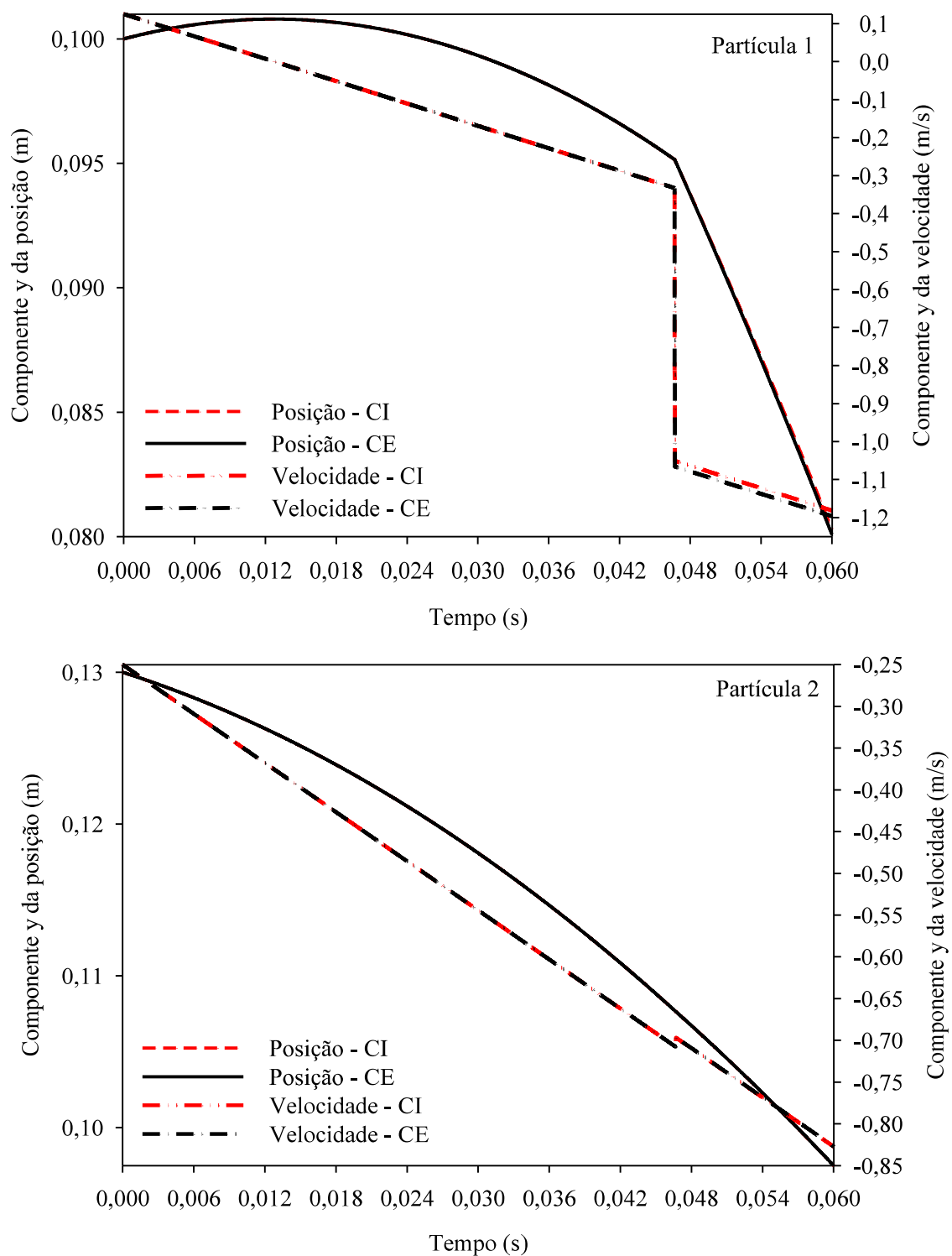


Figura 5.9 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção y para partículas de diferentes massas para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 6.

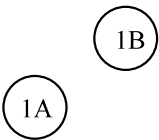
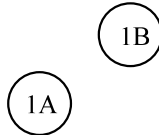
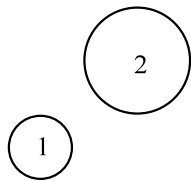
No Teste 6 P1 e P2 são inicialmente lançadas em sentido contrário, contudo o impacto entre as partículas ocorre quando ambas estão em queda no instante de aproximadamente 0,046 s. O impacto ocorre neste instante devido a maior massa de P1 em comparação a massa de P2, contribuindo para um deslocamento vertical mais acentuado da partícula. Através da Figura 5.9 verifica-se que P2 é fracamente influenciada pelo impacto. A diferença de massa entre as partículas conduz a este comportamento.

Na Figura 5.7 e 5.8 é perceptível a perda de energia do choque inelástico comparado ao choque elástico. Como evidenciado pela Figura 5.9 para o Teste 6 a perda de energia é mínima devido às características do sistema. A diferença entre choque elástico e choque inelástico foi mais significativa para o Teste 4 comparado aos demais testes.

5.2.3 Movimento oblíquo

Nos sistemas com movimento oblíquo considerou-se a atuação do campo gravitacional. O comportamento das partículas é influenciado nas direções x e y. Na Tabela 5.11 são apresentados os testes realizados para o movimento oblíquo e as condições iniciais admitidas para a ocorrência do choque.

Tabela 5.11 – Condições para os testes realizados com movimento oblíquo

Teste	Esquema	Condições Iniciais	
		Posição [m]	Velocidade [m/s]
7		$\vec{x}_{1A}(0) = [0,1 \quad 0,1]$ $\vec{x}_{1B}(0) = [0,11 \quad 0,11]$	$\vec{v}_{1A}(0) = [0,25 \quad 0,25]$ $\vec{v}_{1B}(0) = -\vec{v}_{1A}(0)$
8		$\vec{x}_{1A}(0) = [0,1 \quad 0,1]$ $\vec{x}_{1B}(0) = [0,11 \quad 0,11]$	$\vec{v}_{1A}(0) = [0,5 \quad 0,5]$ $\vec{v}_{1B}(0) = -\frac{1}{2}\vec{v}_{1A}(0)$
9		$\vec{x}_1(0) = [0,1 \quad 0,1]$ $\vec{x}_2(0) = [0,11 \quad 0,11]$	$\vec{v}_1(0) = [0,5 \quad 0,5]$ $\vec{v}_2(0) = -\frac{1}{2}\vec{v}_1(0)$

O sistema com massas iguais e velocidades iguais em módulo é representado no Teste 7. O comportamento das variáveis posição e velocidade em função do tempo para ambas as direções é apresentado nas Figuras 5.10 e 5.11, respectivamente P1A e P1B

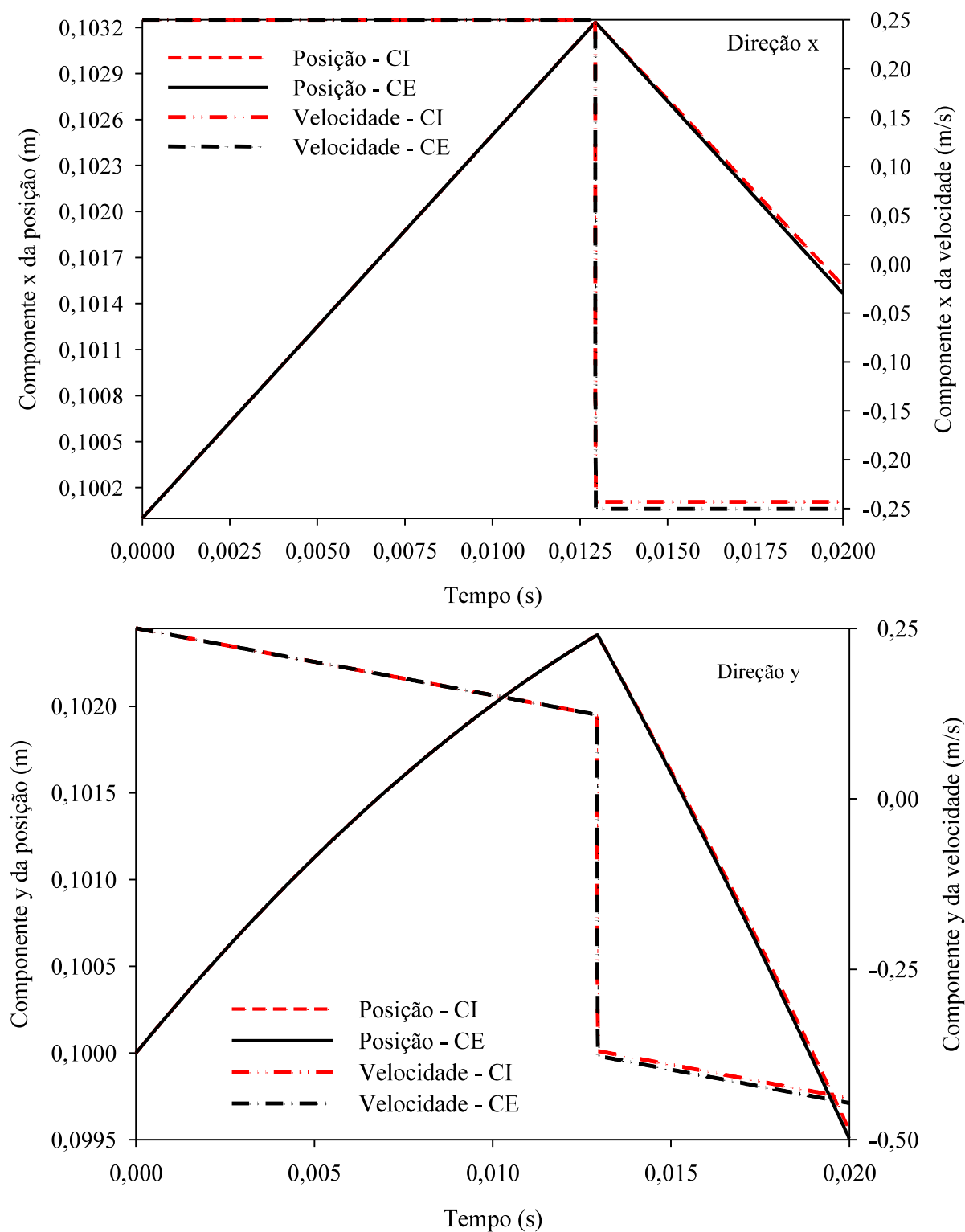


Figura 5.10 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1A para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 7.

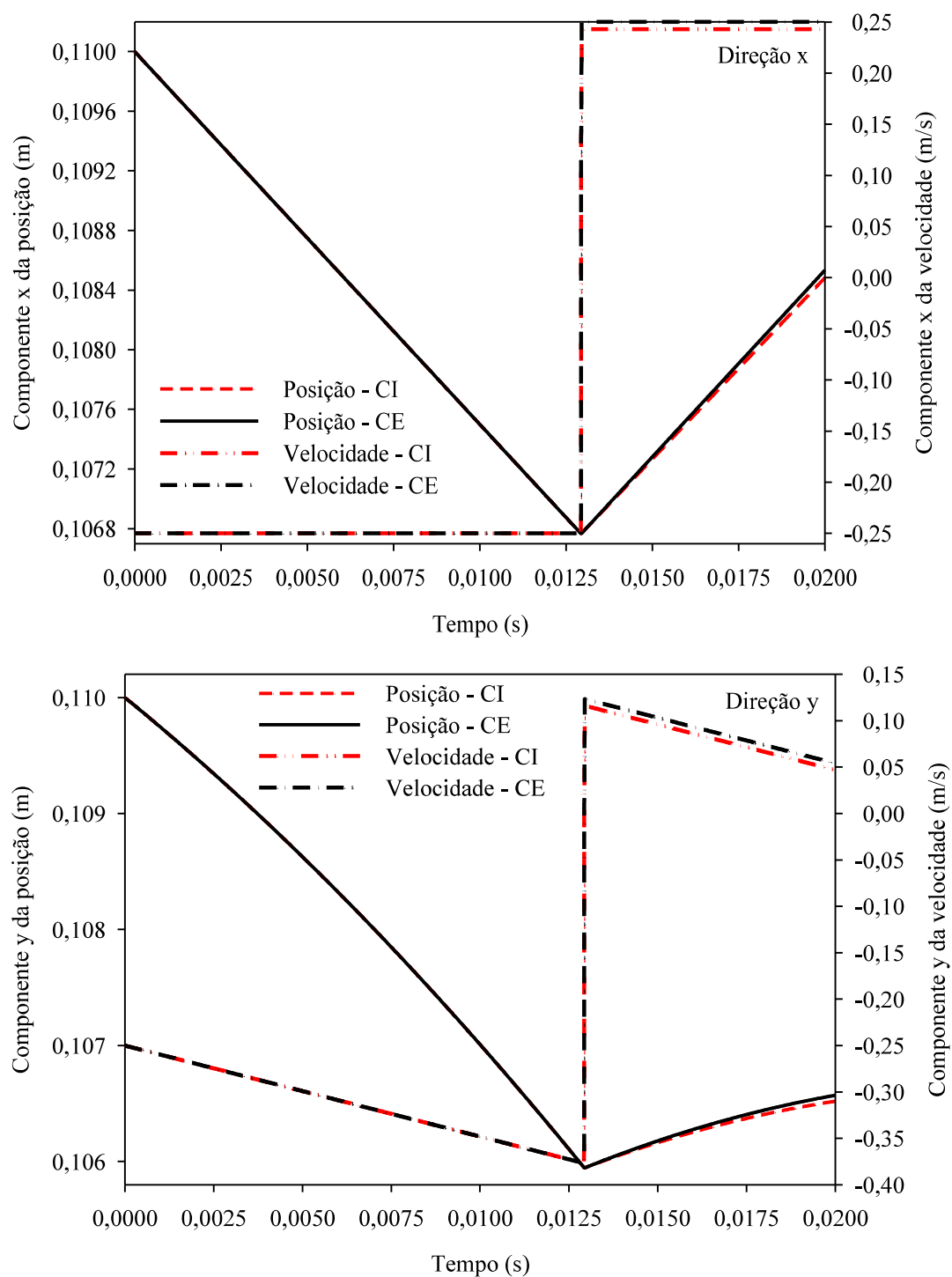


Figura 5.11 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1B para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 7.

O choque entre as partículas ocorreu próximo ao instante 0,0125 s. P1A e P1B apresentaram comportamento idêntico em magnitude para a componente x das variáveis posição e velocidade, com diferença apenas no sentido do movimento. Para a componente y as partículas apresentaram trajetórias distintas.

Para o choque elástico na direção x as velocidades finais de P1A e P1B foram idênticas às velocidades iniciais em módulo, conforme a previsão do modelo. A partir das Figuras 5.10 e 5.11 é perceptível o comportamento distinto entre o choque elástico e inelástico. A perda de energia ocorrida no choque inelástico é verificada através da magnitude das variáveis posição e velocidade, inferiores em módulo aos valores obtidos com o choque elástico.

Um sistema com massas iguais e velocidades diferentes em magnitude e sentido é retratado no Teste 8. As Figuras 5.12 e 5.13 apresentam os perfis temporais de posição e velocidade para P1A e P1B respectivamente.

As partículas se encontraram no instante próximo 0,009 s. P1A e P1B apresentaram comportamento semelhante ao observado no Teste 7 para a componente x e para a componente y, diferindo na magnitude do impacto. O choque no Teste 8 ocorreu mais rapidamente comparado ao Teste 7 devido a maior magnitude da velocidade atribuída a P1A. Para o choque elástico foram obtidas velocidades idênticas às velocidades iniciais em magnitude.

O Teste 9 retrata um sistema com massas distintas e velocidades diferentes em magnitude e sentido. Os perfis temporais de posição e velocidade nas direções x e y para P1 e P2 são apresentados nas Figuras 5.14 e 5.15 respectivamente.

O impacto entre as partículas ocorreu no instante próximo a 0,028 s. Na direção x nenhuma força externa atua sobre o sistema, portanto a conservação de momento linear se aplica. Para o choque elástico tem-se a conservação de energia cinética. As Equações (5.10) e (5.11) são aplicáveis a esta situação. Substituindo a condição inicial de velocidade em x para P2 e a equivalência de massa entre as partículas nas Equações (5.10) e (5.11) obtêm-se as Equações (5.14) e (5.15).

$$v_{1,x}(t) = -1,97 v_{1,x}(0) \quad (5.14)$$

$$v_{2,x}(t) = 0,907 v_{2,x}(0) \quad (5.15)$$

Conforme apresentado nas Figuras 5.14 e 5.15 após o choque a partícula com menor massa (P1) teve o sentido de seu movimento alterado. A velocidade final alcançada por P1 equivaleu a aproximadamente o dobro de sua velocidade inicial, assim como na Equação (5.14). Após o impacto a partícula de maior massa (P2) permaneceu no mesmo sentido inicial de sua trajetória com diminuição de sua velocidade em módulo, assim como determinado pela Equação (5.15).

A perda de energia devido ao choque inelástico foi mais pronunciada para P1 em comparação a P2. Para P2 não ocorreu diferença significativa entre o choque elástico e inelástico para a componente x da posição e para ambas as componentes da velocidade. Isto devido a mínima interferência que o choque gerou a seu comportamento diante das condições em que o impacto ocorreu.

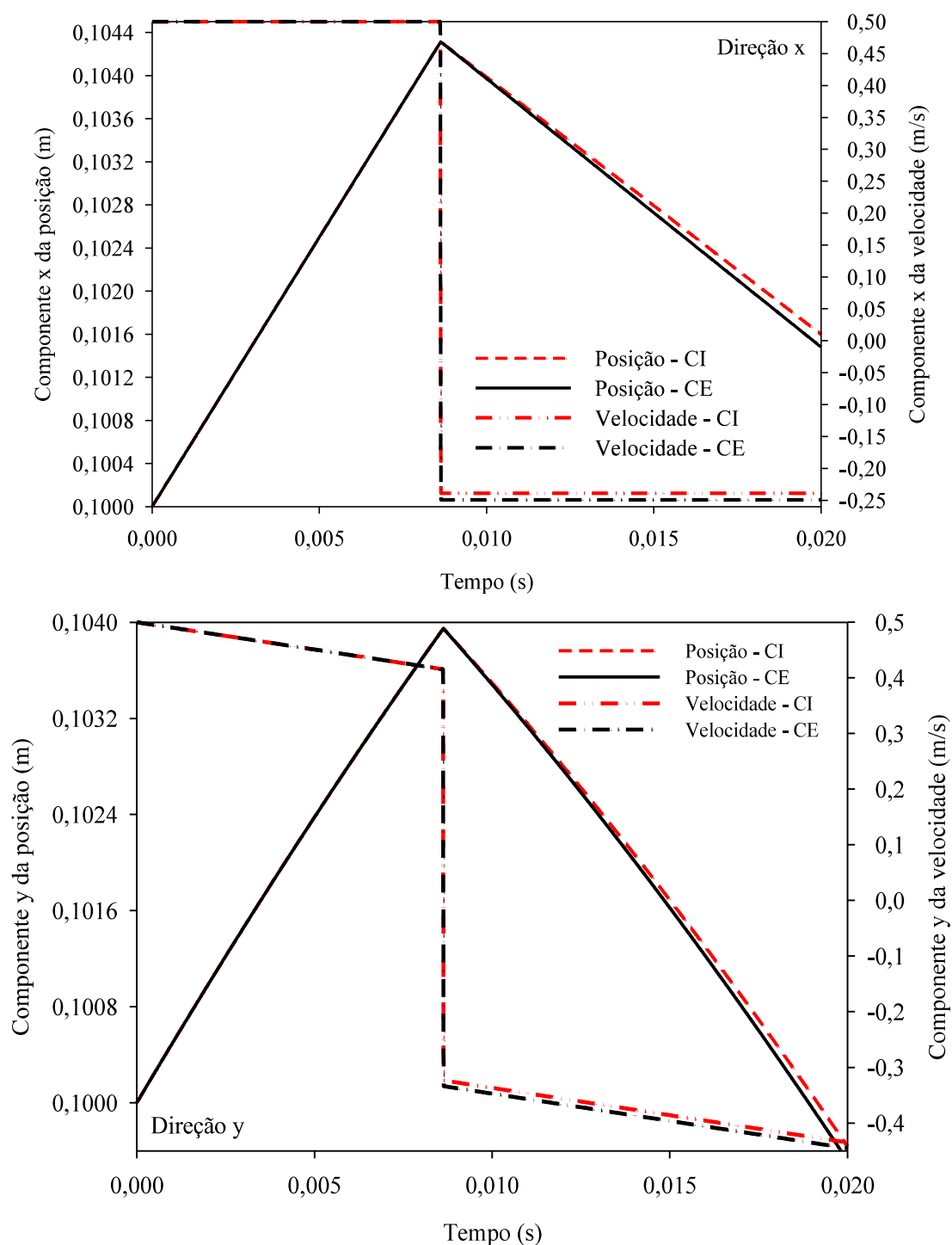


Figura 5.12 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1A para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 8.

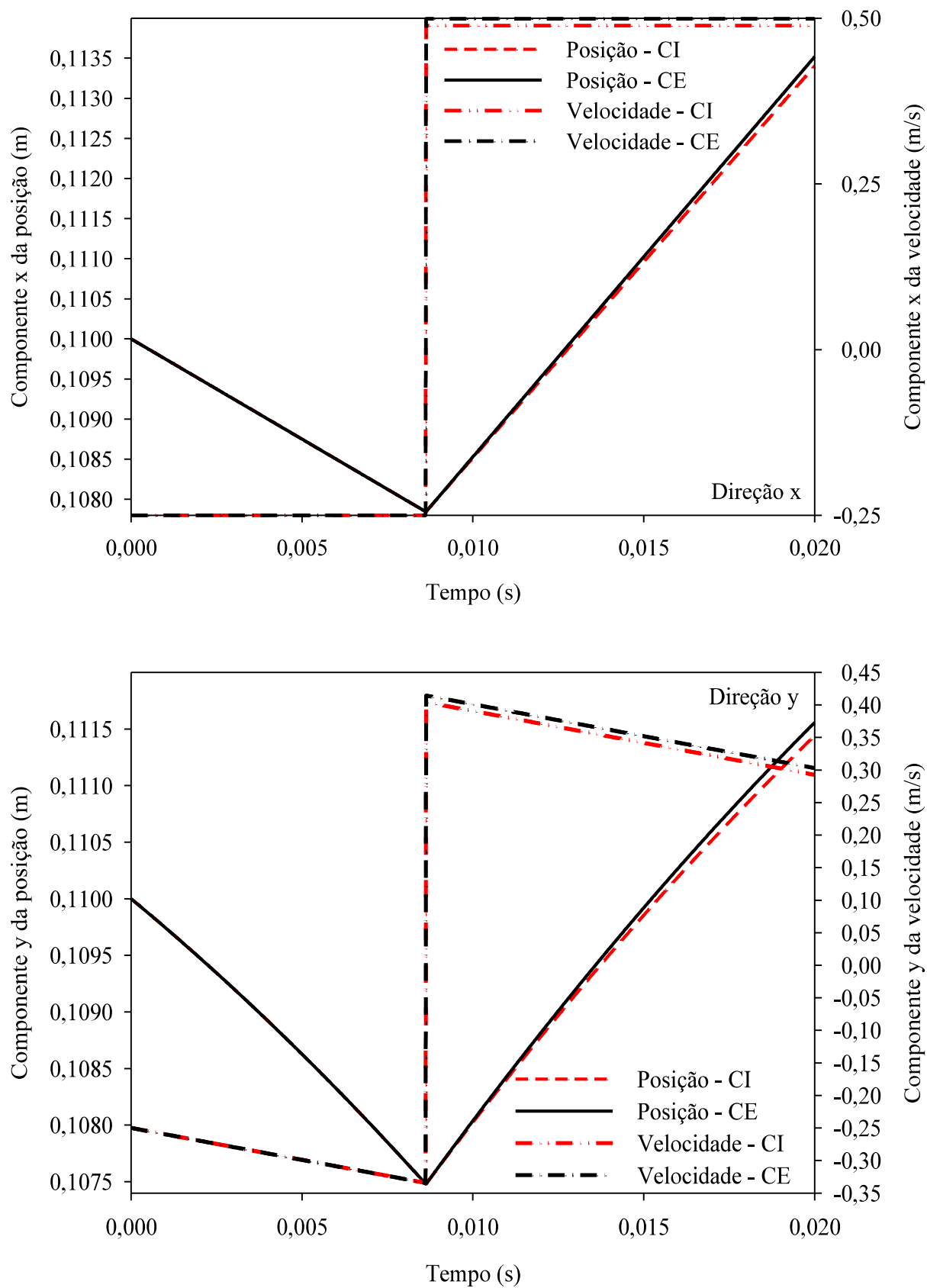


Figura 5.13 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1B para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 8.

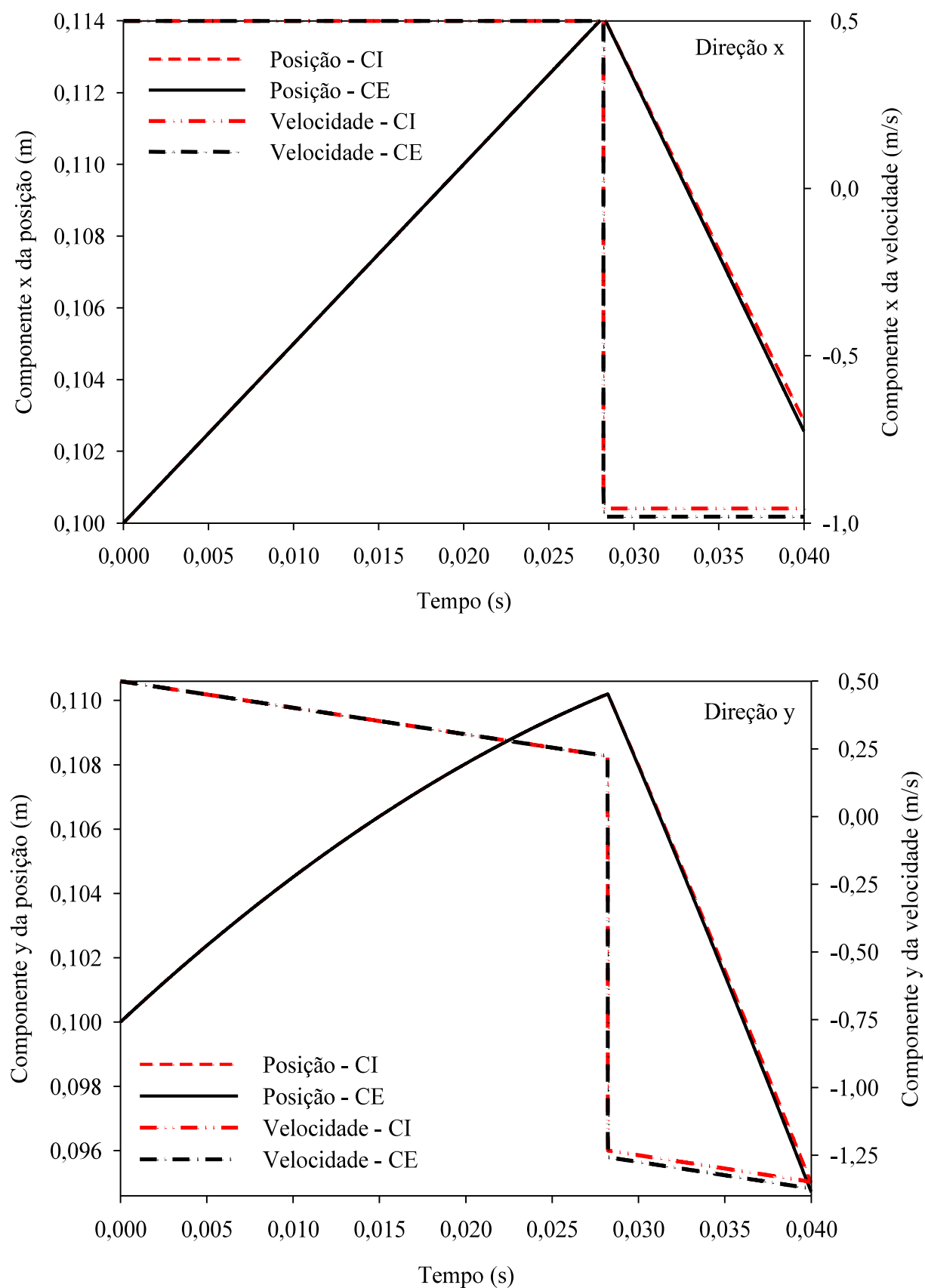


Figura 5.14 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P1 para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 9.

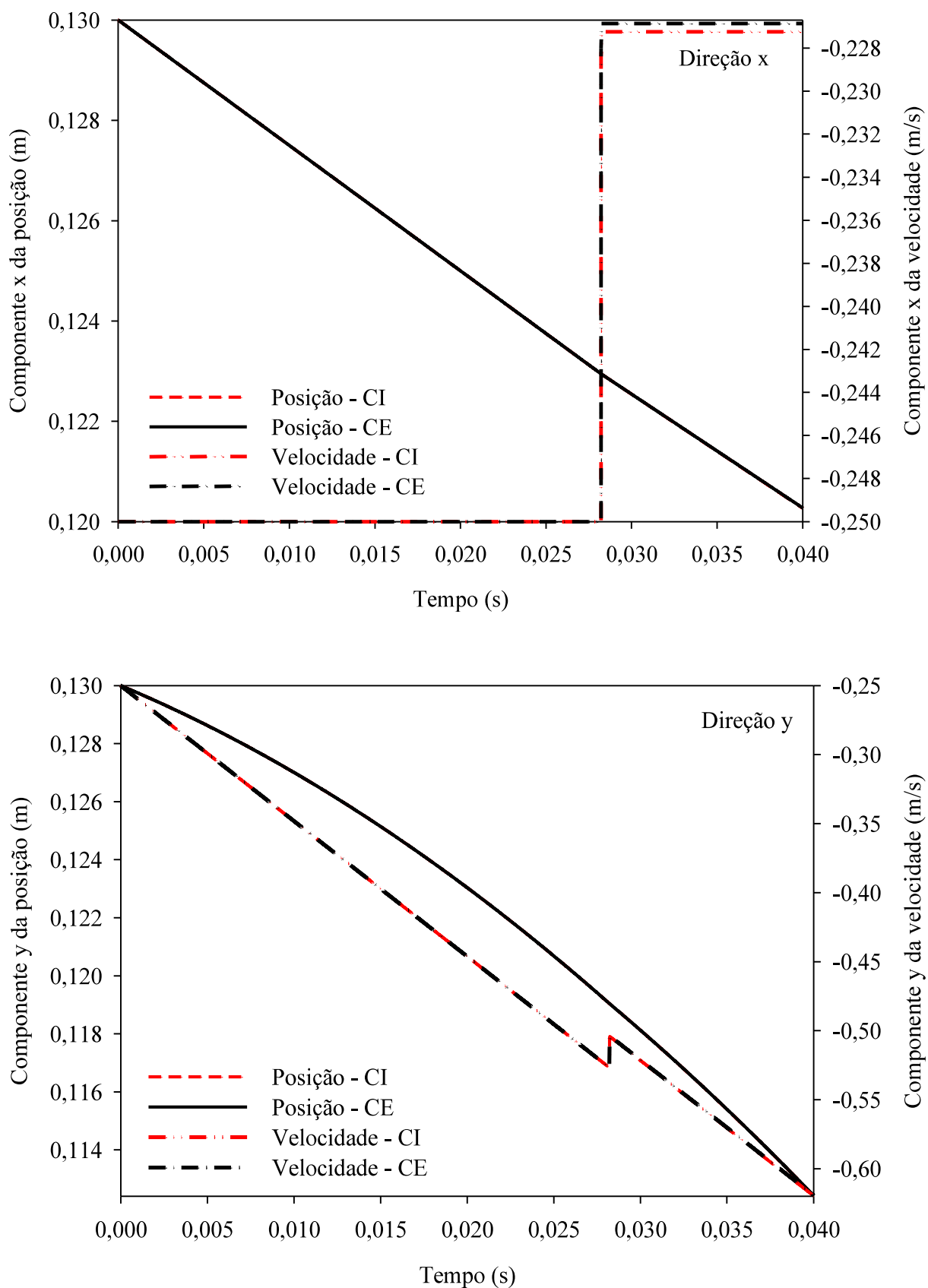


Figura 5.15 – Perfis de deslocamento e de velocidade na direção x e y da partícula P2 para choques elástico (CE) e inelástico (CI) – Teste 9.

5.2.4 Análise de sensibilidade paramétrica

Uma análise de sensibilidade paramétrica foi realizada para os parâmetros módulo de elasticidade, taxa de Poisson, coeficiente de atrito e coeficiente de amortecimento. O Teste 8 para o movimento oblíquo foi empregado nas análises devido a representatividade do comportamento geral do material granular tratado.

As variações consideradas para os parâmetros módulo de elasticidade, taxa de Poisson e coeficiente de atrito seguem a faixa de valores encontrada na literatura, conforme apresentado na seção 5.1. Segundo Kruggel-Emden *et al.* (2007) o coeficiente de amortecimento possui uma ampla faixa de valores para diferentes materiais, variando de 322 s^{-1} para aço cromado a 42200 s^{-1} para a cerâmica $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Al}$. Para a análise do coeficiente de amortecimento foram admitidos valores arbitrários visto que para o mármore não há disponível na literatura uma faixa de valores. Na Tabela 5.12 são apresentados os valores considerados nas análises paramétricas.

Tabela 5.12 – Valores para o módulo de elasticidade, taxa de Poisson, coeficiente de atrito e coeficiente de amortecimento considerados na análise paramétrica

E [GPa]	ν [-]	μ [-]	γ [-]
44,8	0,23	0,4	780
71	0,3	0,5	1560
80	0,33	0,8	2340
-	-	-	5000

Módulo de elasticidade

A resposta do modelo frente as variações admitidas para E são apresentadas nas Figuras 5.16 e 5.17, respectivamente posição e velocidade da partícula 1A.

A variação deste parâmetro teve mínima influência sobre o comportamento das variáveis posição e velocidade. O módulo de elasticidade é um parâmetro mecânico relacionado à rigidez do material. Para maiores valores de rigidez P1A apresentou maior deslocamento após o choque. Materiais com maior rigidez perdem mais energia em uma colisão. As posições finais alcançadas por P1A foram menores visto que seu movimento ocorreu no sentido negativo do eixo x.

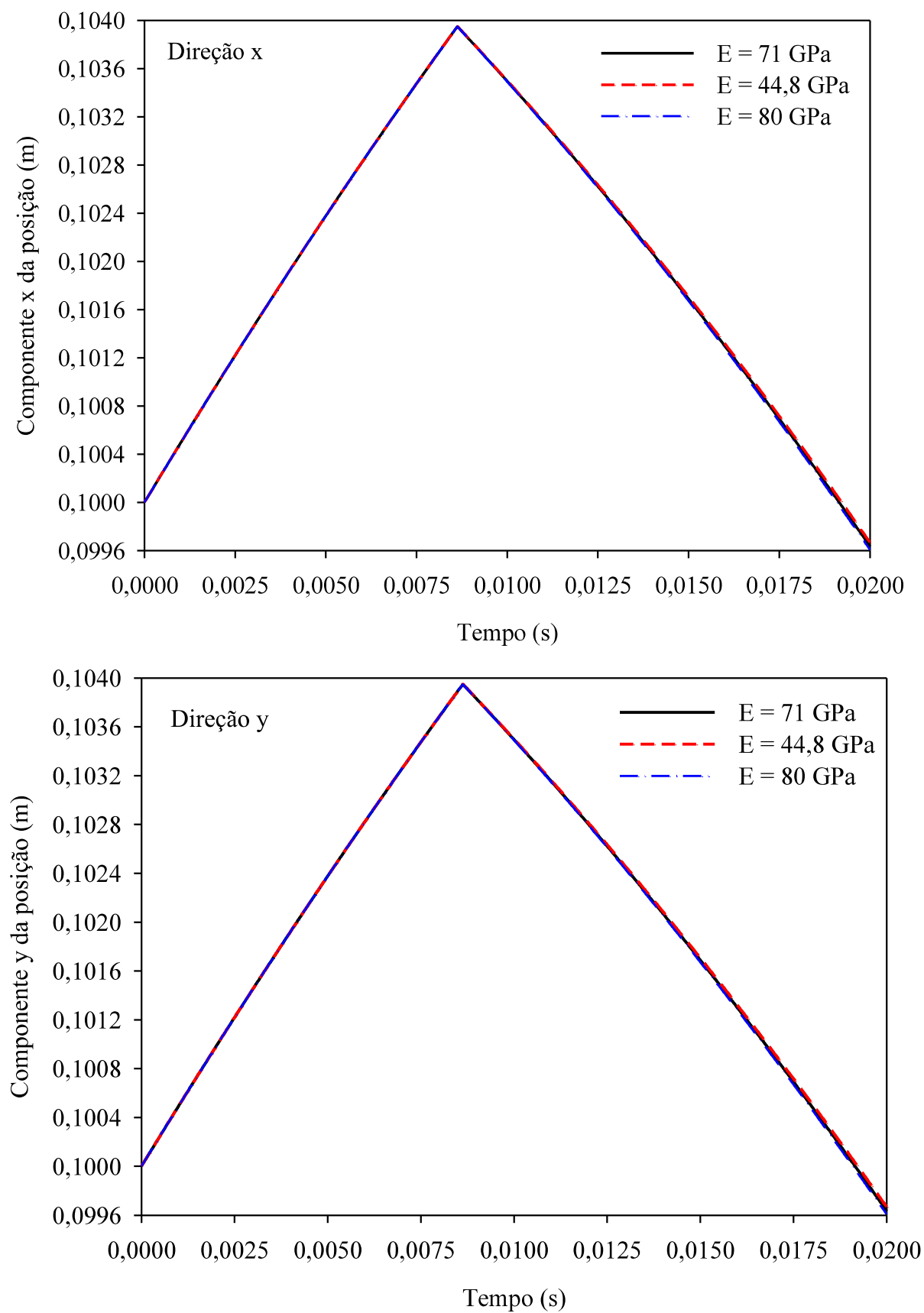


Figura 5.16 – Perfis de deslocamento nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do módulo de elasticidade – Teste 8.

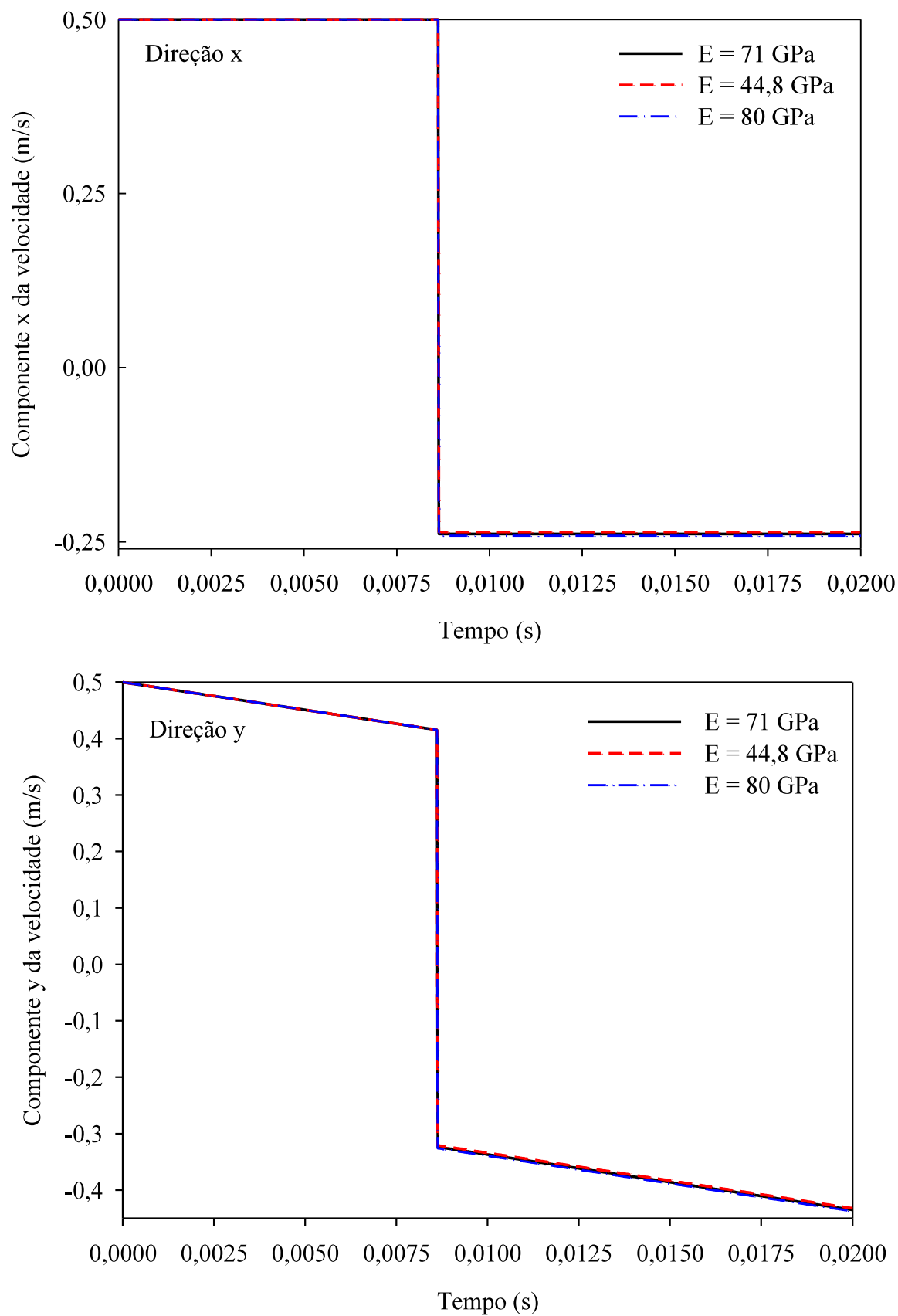


Figura 5.17 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do módulo de elasticidade – Teste 8.

Taxa de Poisson

As Figuras 5.18 e 5.19 apresentam os perfis temporais de posição e velocidade, respectivamente, para as distintas atribuições ao parâmetro ν .

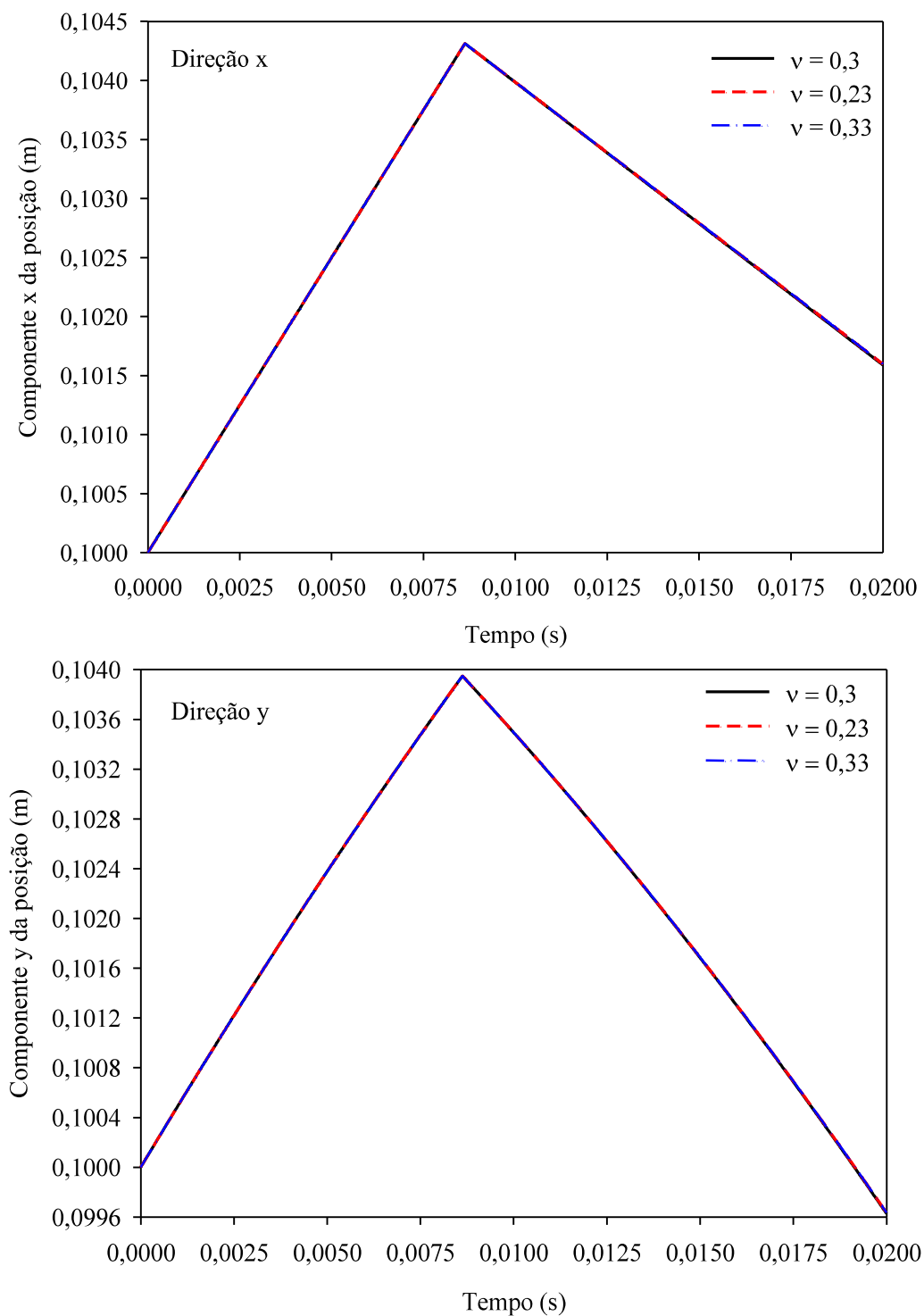


Figura 5.18 – Perfis de deslocamento nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação da taxa de Poisson – Teste 8.

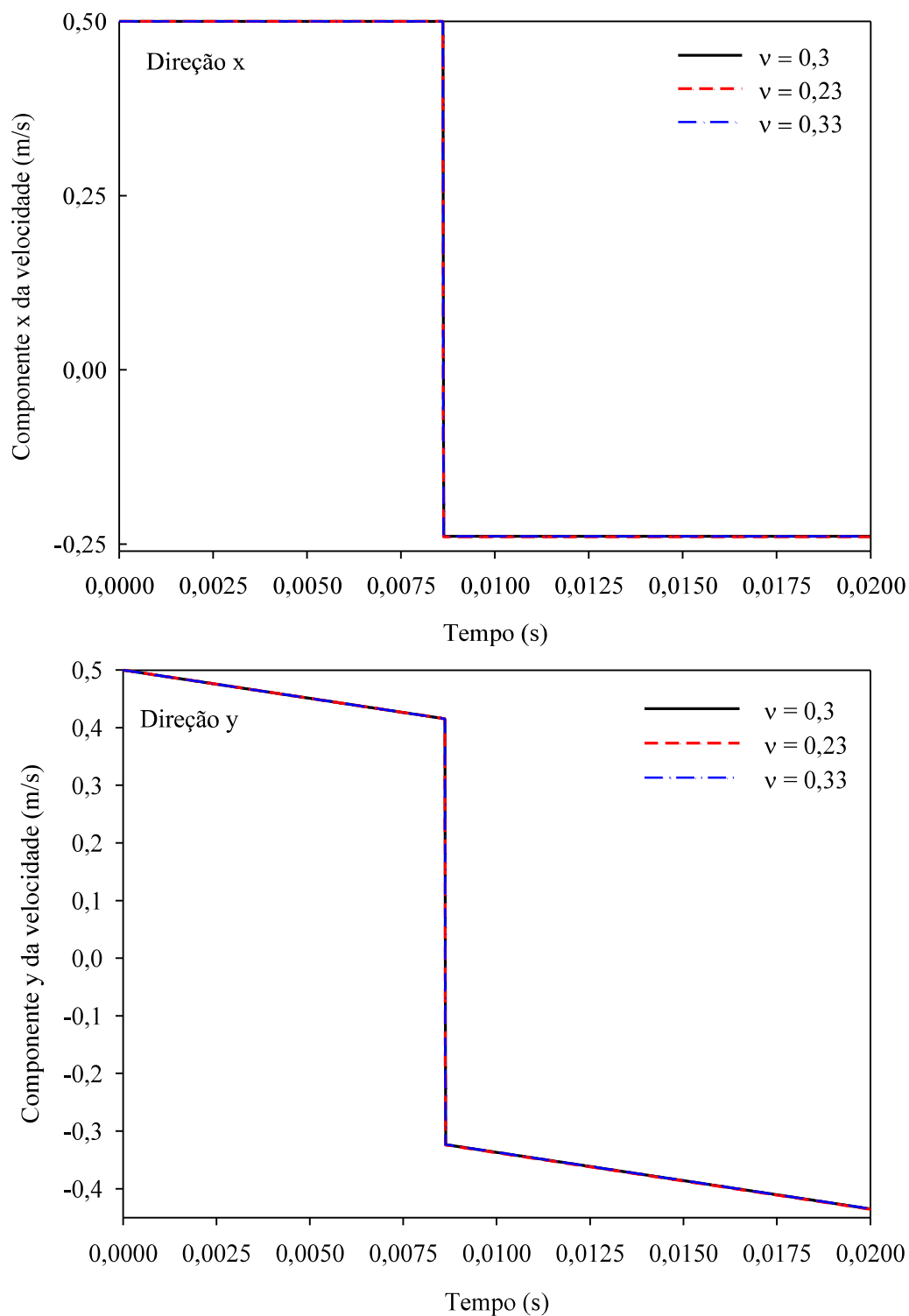


Figura 5.19 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação da taxa de Poisson – Teste 8.

A taxa de Poisson é empregada na determinação da contribuição elástica da força de contato nas direções normal e tangencial. Conforme dados da literatura o parâmetro ν apresentou a menor faixa de variação (0,23 a 0,33) comparado aos demais parâmetros

analisados. Os perfis de posição e velocidade demonstram que a resposta do modelo é pouco sensível à variação deste parâmetro.

A resposta do modelo frente às variações do parâmetro μ é apresentada nas Figuras 5.20 e 5.21, para as variáveis posição e velocidade respectivamente.

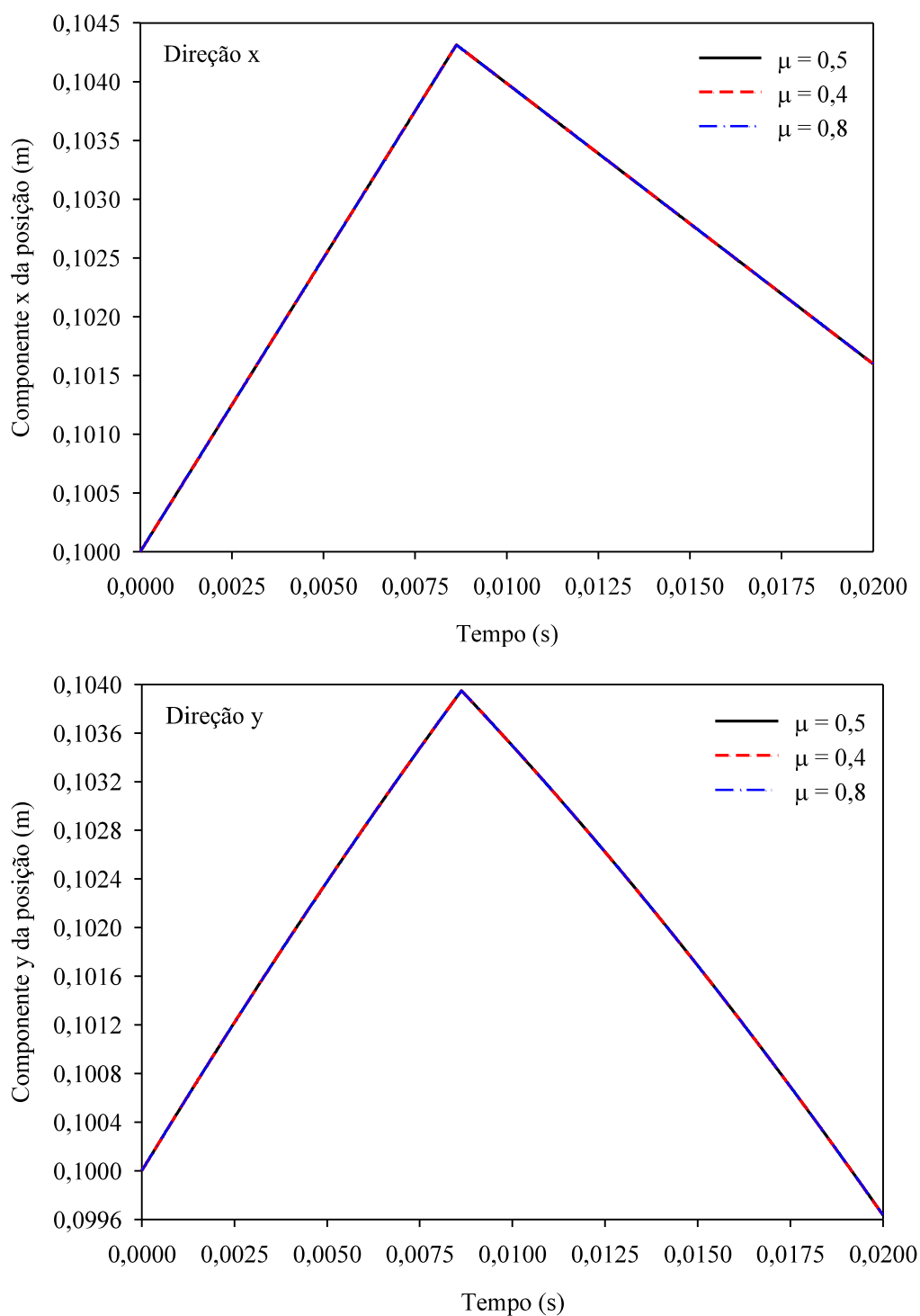


Figura 5.20 – Perfis de deslocamento nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do coeficiente de atrito – Teste 8.

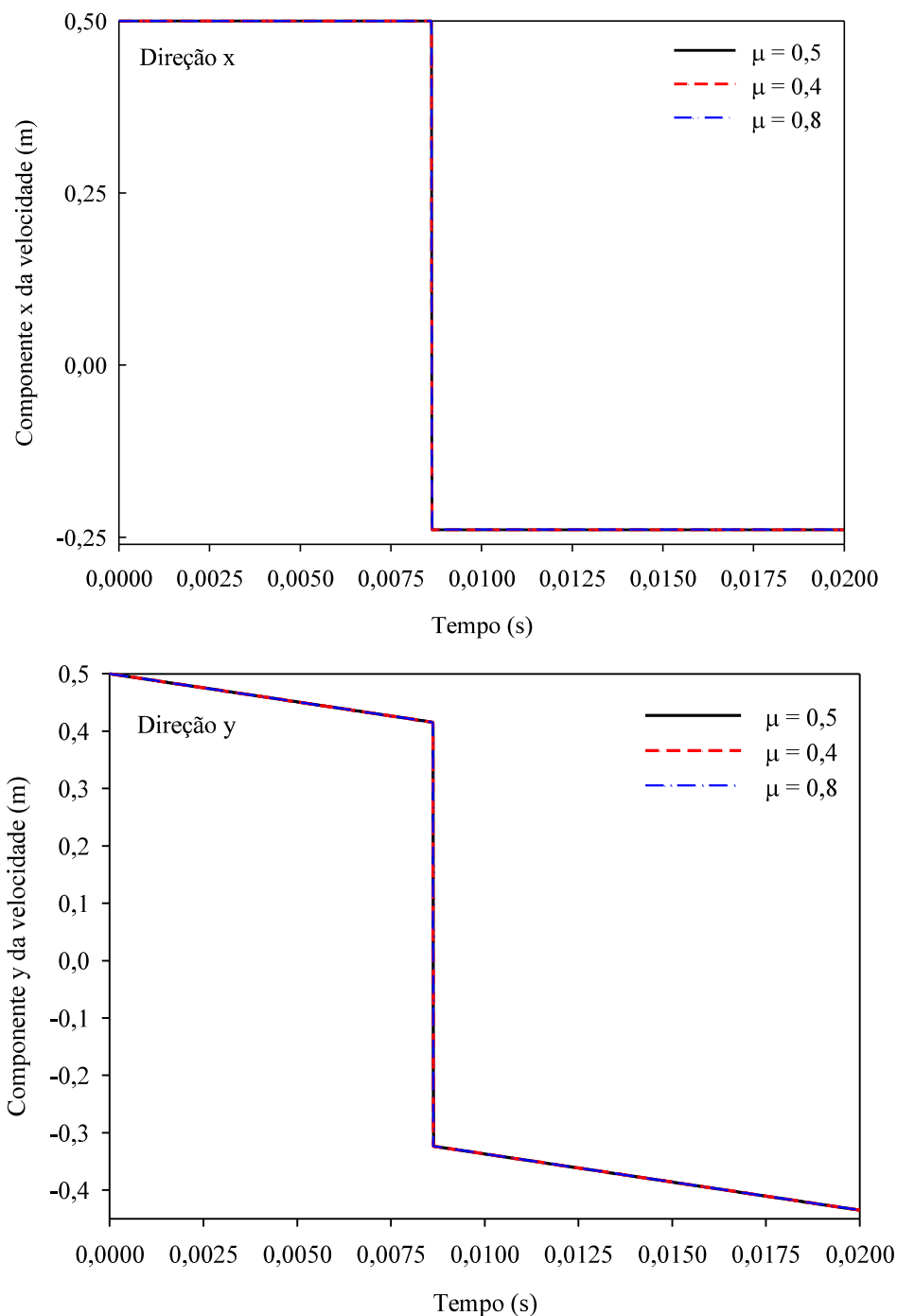


Figura 5.21 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do coeficiente de atrito – Teste 8.

O coeficiente de atrito dinâmico contabiliza a perda de energia devido ao impacto na direção tangencial. O comportamento semelhante nos perfis de posição e velocidade para os diferentes valores do parâmetro μ revelam que durante o movimento o material granular não apresentou significativa perda de energia na direção tangencial. A variação do parâmetro μ teve efeito insignificante sobre a resposta do modelo, assim como observado em Soldinger (2002) que analisou a velocidade de transporte de mármore em peneira vibratória em

movimento circular com inclinação descendente.

Coeficiente de amortecimento

Nas Figuras 5.22 e 5.23 são apresentadas a influência da variação do coeficiente de amortecimento sobre as variáveis posição e velocidade da partícula 1A, respectivamente.

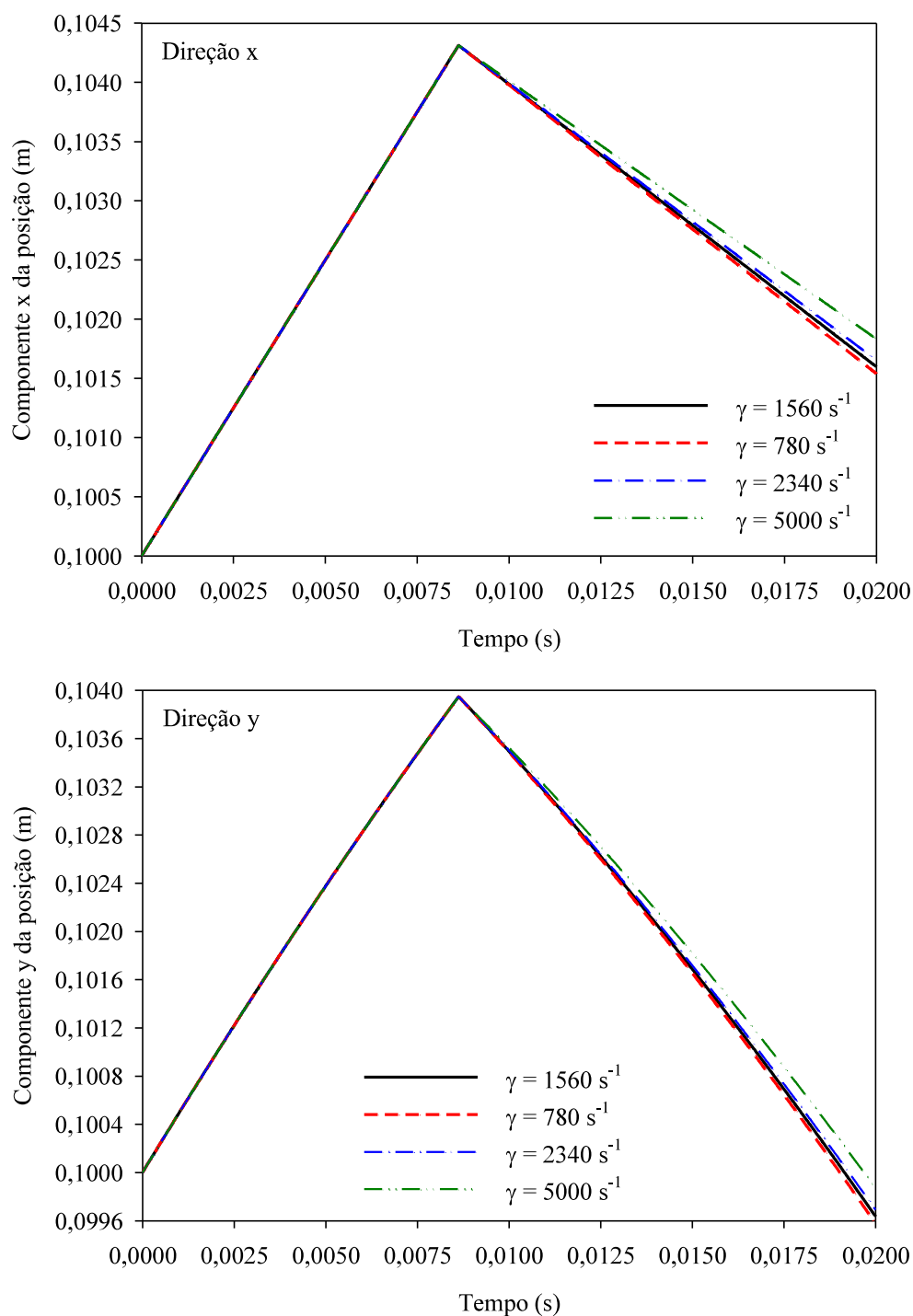


Figura 5.22 – Perfis de deslocamento nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do coeficiente de amortecimento – Teste 8.

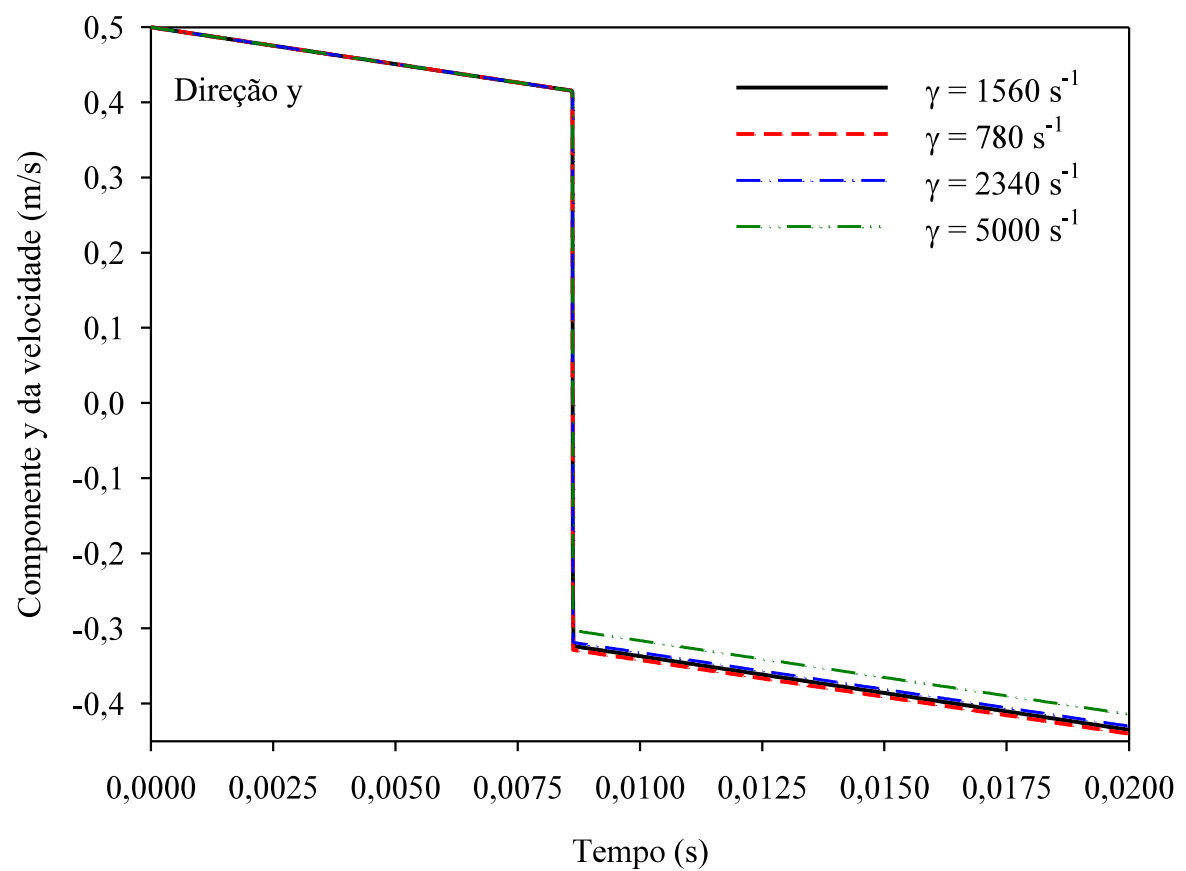
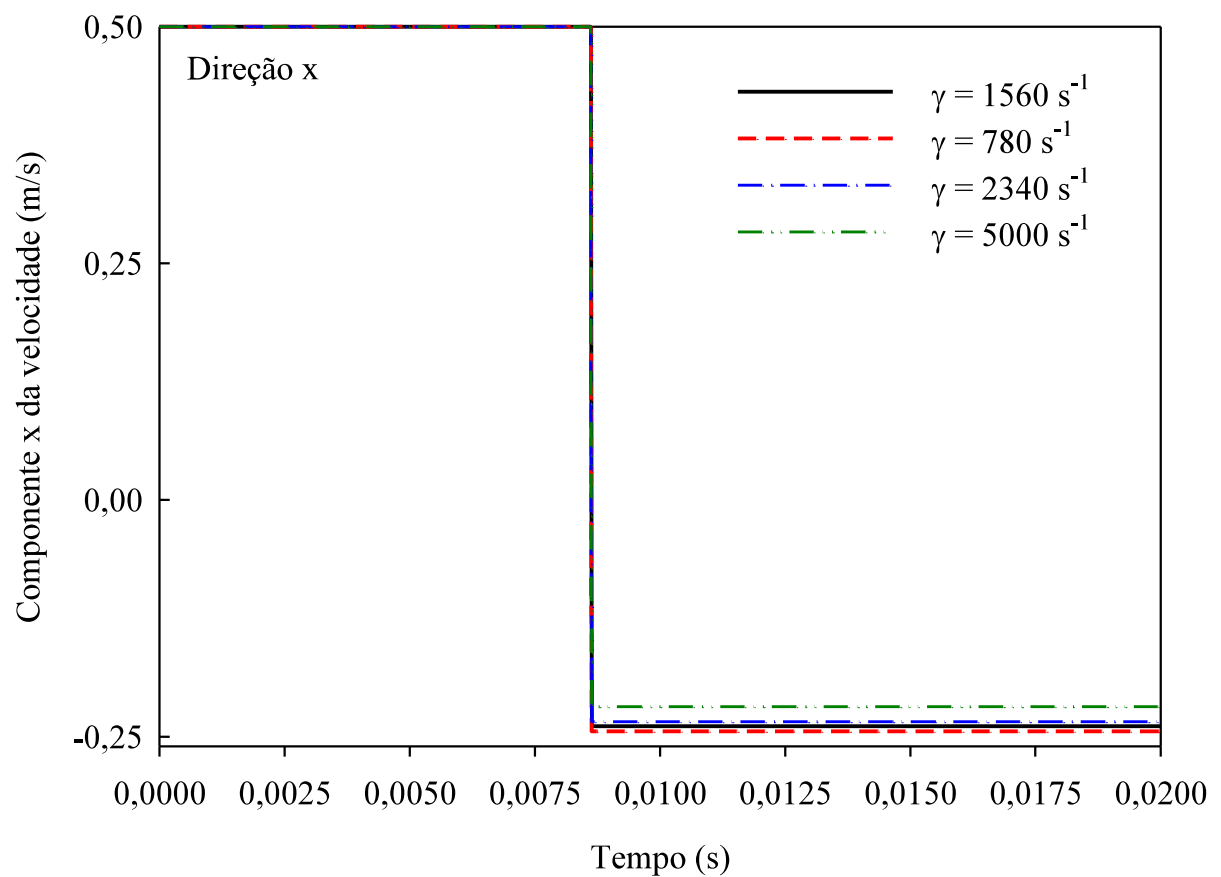


Figura 5.23 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P1A para choque inelástico (CI) sobre influência da variação do coeficiente de amortecimento – Teste 8.

Os perfis temporais de posição e velocidade apresentaram respostas distintas para as curvas descendentes em todos os valores testados para o parâmetro γ .

Quanto maior o coeficiente de amortecimento maior é a quantidade de energia perdida pelo sistema devido ao impacto. Para os perfis de posição e velocidade os valores atribuídos a γ em ordem crescente de magnitude, 780 s^{-1} , 1560 s^{-1} , 2340 s^{-1} e 5000 s^{-1} respectivamente, conduziram a diminuição progressiva da distância percorrida por P1A após o impacto. Com menor restituição de energia cinética ao sistema P1A atinge posições e velocidade finais menores em módulo.

A variação de posição para P1A e P1B é apresentada na Figura 5.24 e a variação de velocidade para ambas as partículas é mostrada na Figura 5.25. O mesmo efeito observado para P1A se aplica a P1B. Para a variável posição há uma distância entre as curvas de P1A e P1B. No Teste 8 as partículas possuem o mesmo tamanho, com raio igual a 2,5 mm. No instante do impacto essa distância (D) equivale à soma dos raios das partículas subtraída a região de sobreposição comum a ambas (h_{12}), Equação (5.16). A equação anterior combinada a definição de profundidade de sobreposição (Equação 4.2) resulta na Equação (5.18).

$$D_{12} = R_1 + R_2 - h_{12} \quad (5.16)$$

$$h_{12} = R_1 + R_2 - |\vec{x}_{12}| \quad (4.2)$$

$$D_{12} = R_1 + R_2 - [R_1 + R_2 - |\vec{x}_{12}|] \quad (5.17)$$

$$D_{12} = |\vec{x}_{12}| = \vec{x}_1 - \vec{x}_2 \quad (5.18)$$

No instante do impacto (0,009 s) as posições de P1 e P2 são respectivamente $\vec{x}_1(0,009) = [0,0087 \ 0,1042] \text{ m}$ e $\vec{x}_2(0,009) = [0,0087 \ 0,1080] \text{ m}$. Substituindo as posições na Equação (5.18) e (4.2) obtém-se $D = 3,8 \times 10^{-3} \text{ m}$ e $h_{12} = 1,2 \times 10^{-3} \text{ m}$. Para cada partícula a magnitude da sobreposição é determinada por $h_{12}/2$ resultando em $6 \times 10^{-2} \text{ m}$, 12 % do tamanho da partícula.

O comportamento observado na interação partícula-partícula equivale ao comportamento devido a interação de uma partícula e as delimitações da cesta, visto que a cesta é modelada como partícula de massa e raio infinitos. O mesmo se aplica a interação partícula-peneira.

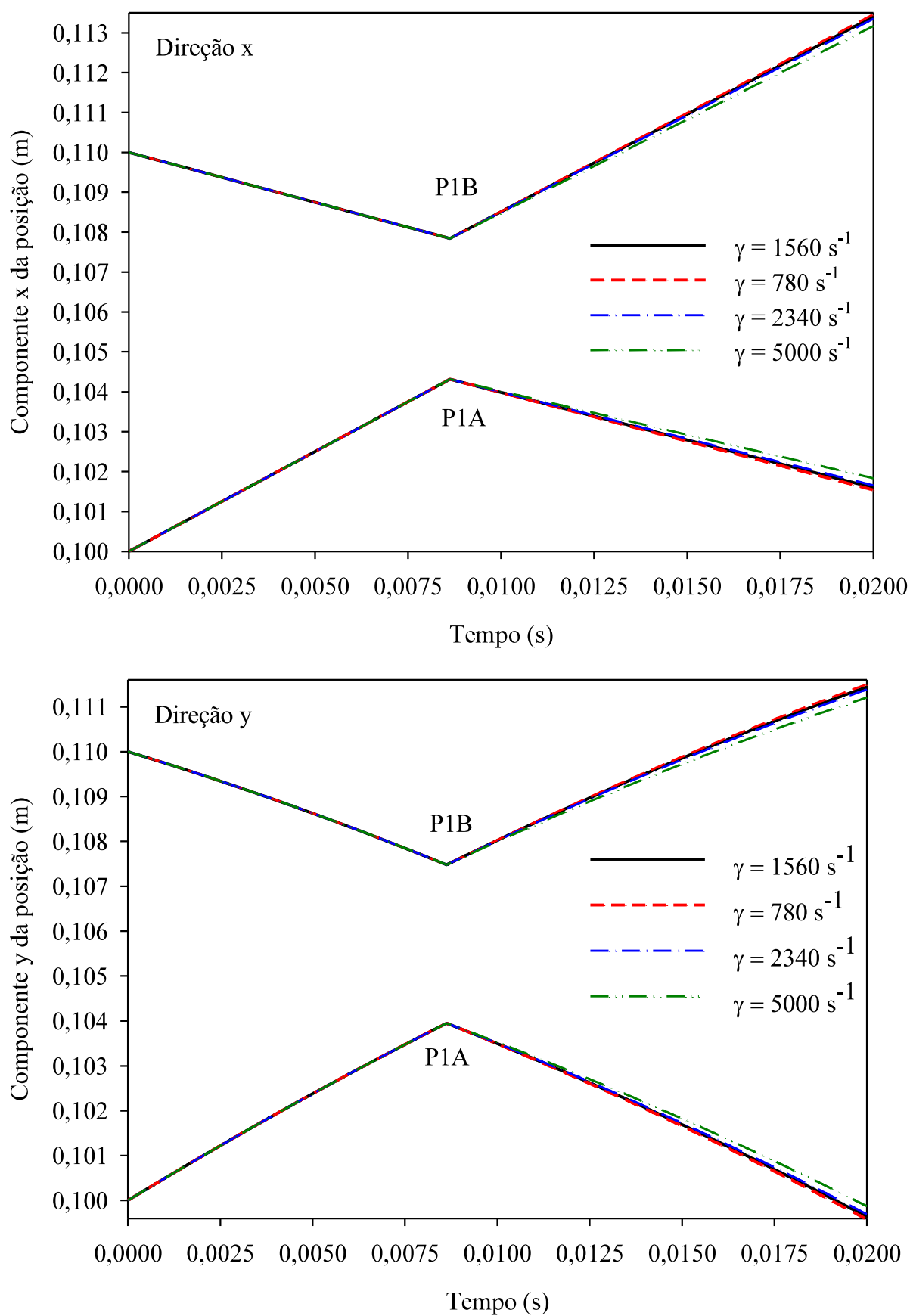


Figura 5.24 – Perfis de deslocamento nas direções x e y das partículas P1A e P1B para choque inelástico (CI) sobre influência da variação de γ – Teste 8.

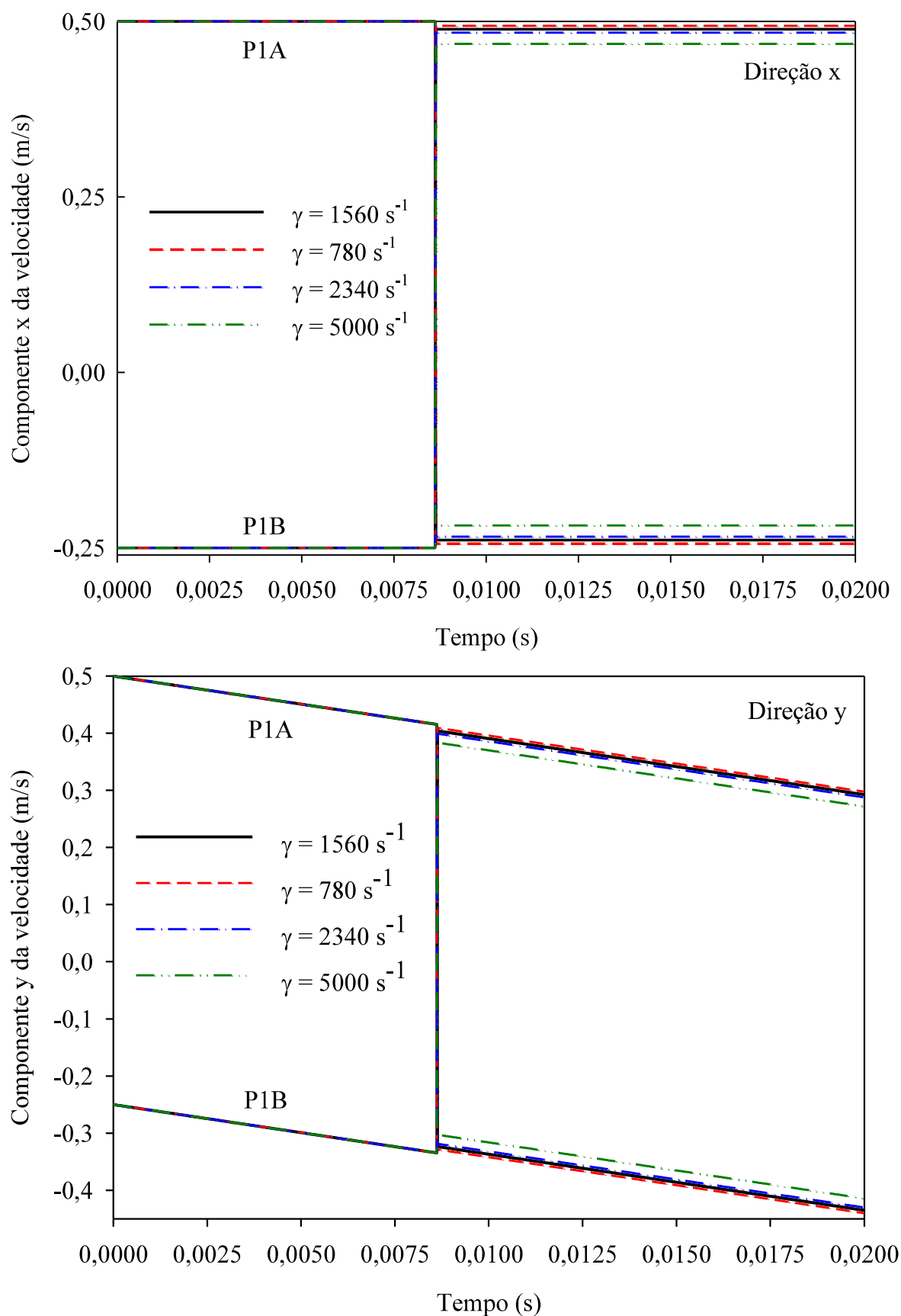


Figura 5.25 – Perfis de velocidade nas direções x e y das partículas P1A e P1B para choque inelástico (CI) sobre influência da variação de γ – Teste 8.

5.3 Representação da trajetória de dez partículas

A dinâmica de um sistema composto por um conjunto de 10 partículas foi avaliada através de quatro casos: um espaço delimitado, uma peneira sem inclinação, uma peneira com inclinação ascendente de 3° e 5°.

A distribuição do tamanho de partículas foi de 40%, 30% e 30%, respectivamente 5 mm, 14 mm e 20 mm. As dimensões do plano e da peneira foram 0,2 m de comprimento por 0,3 m de altura. As condições iniciais empregadas nas simulações para as quatro situações foram definidas aleatoriamente e são apresentadas na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 – Condições iniciais de posição e velocidade utilizadas na representação da trajetória de dez partículas

$\vec{x}_t(0) =$	0,01	0,19	$\vec{v}_t(0) =$	0,21	0,46
	0,02	0,19		0,02	0,01
	0,03	0,19		-0,21	0,02
	0,04	0,19		0,15	0,06
	0,06	0,19		-0,41	0,06
	0,08	0,19		0,05	-0,03
	0,11	0,19		0,22	0,27
	0,13	0,19		0,40	0,29
	0,15	0,19		-0,25	0,48
	0,16	0,19		0,06	0,32

5.3.1 Espaço delimitado

Na Figura 5.26 é apresentado o comportamento do conjunto de 10 partículas contidas no espaço delimitado. A configuração do sistema em oito instantes diferentes é avaliada, a simulação foi conduzida até 52 s.

Durante o primeiro segundo de simulação as partículas se deslocam rapidamente conduzindo a distintas configurações para o sistema. A partir do instante de 2 s as configurações obtidas para o sistema se assemelham. As partículas se deslocam lentamente devido à perda de energia atribuída aos choques com o meio granular e as delimitações do espaço.

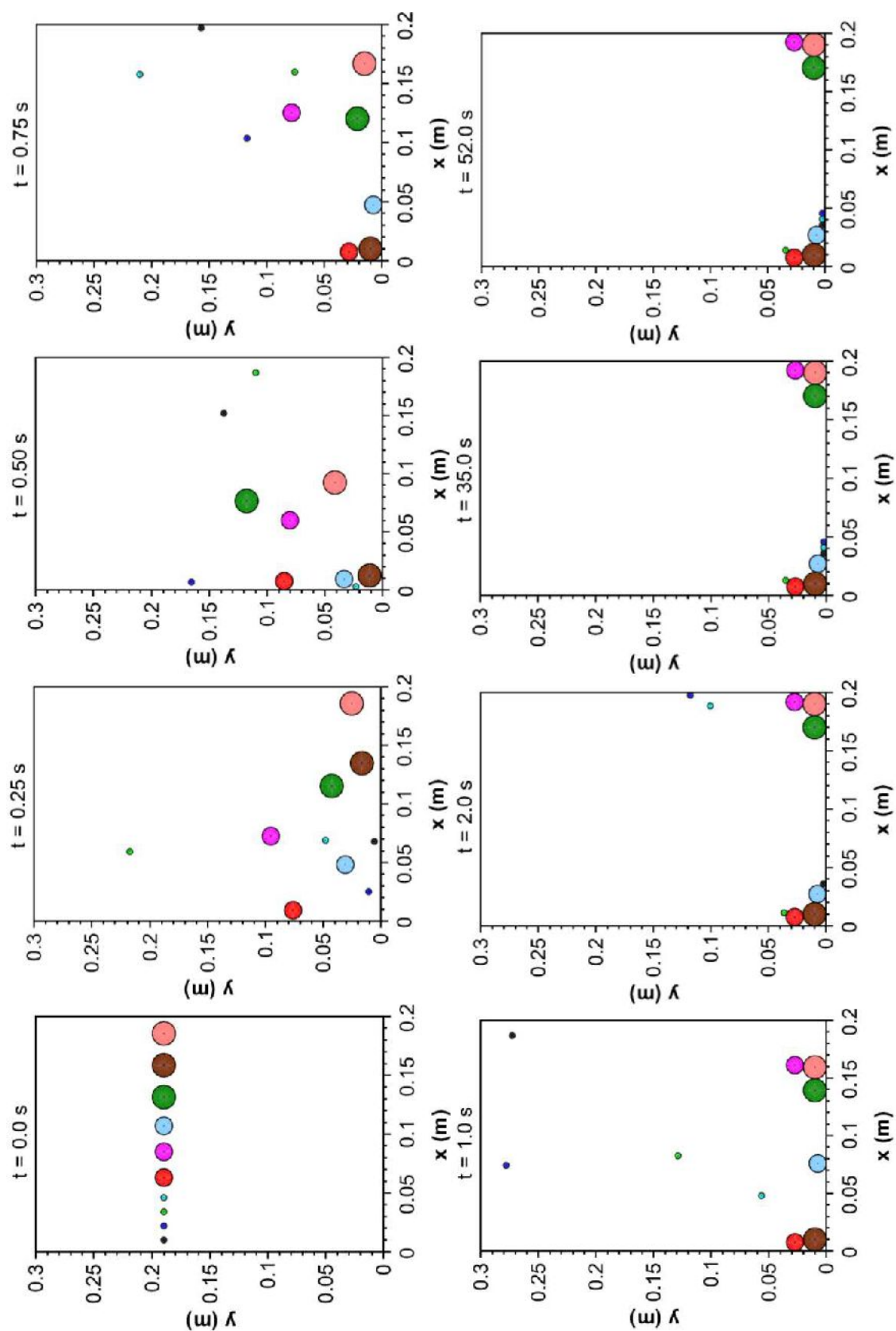


Figura 5.26 – Distribuição da posição de dez partículas em um espaço delimitado.

As partículas de tamanho 14 mm e 20 mm permaneceram sobre a delimitação inferior do plano a partir de 1 s. Enquanto a maioria das partículas de 5 mm repousaram sobre o plano a partir de 35 s. Devido a menor massa das partículas de 5 mm a força peso atuante sobre estas tem menor efeito sobre sua dinâmica, de modo que as partículas apresentam maiores deslocamentos, verificados a partir das diferentes configurações obtidas para o sistema.

Em 52 s o sistema não atingiu o estado estacionário, as partículas tinham velocidades não nulas, porém próximas a zero, conforme apresentado na Tabela 5.14.

Tabela 5.14 – Velocidade das dez partículas no espaço delimitado em $t = 52$ s [m/s]

$\vec{v}_i(52) =$	$-4,74 \times 10^{-5}$	$-5,88 \times 10^{-5}$
	$-1,40 \times 10^{-5}$	$-2,97 \times 10^{-5}$
	$2,04 \times 10^{-4}$	$-1,05 \times 10^{-4}$
	$-9,45 \times 10^{-5}$	$-7,18 \times 10^{-5}$
	$1,42 \times 10^{-5}$	$-1,34 \times 10^{-5}$
	$2,65 \times 10^{-7}$	$-8,48 \times 10^{-6}$
	$-8,33 \times 10^{-6}$	$2,04 \times 10^{-6}$
	$1,35 \times 10^{-5}$	$-7,93 \times 10^{-7}$
	$-1,66 \times 10^{-6}$	$-5,07 \times 10^{-6}$
	$-7,71 \times 10^{-6}$	$-2,42 \times 10^{-6}$

5.3.2 Peneira sem inclinação

Ao plano delimitado foi adicionada uma peneira de malha 4 sem inclinação posicionada na altura de 0,1 m em y. O comportamento do sistema para os instantes 0 s; 0,25 s; 0,50 s; 0,75 s; 1,0 s; 2,0 s; 35,0 s e 56s é apresentado na Figura 5.27.

A tela da peneira funcionou com um contorno perfurado. As aberturas foram determinadas pela distância de separação entre as partículas. A peneira de malha 4 admite a passagem de partículas com tamanho inferior a 5,6 mm. Conforme a distribuição de tamanho admitida as partículas de 5 mm estão aptas a passar pela peneira.

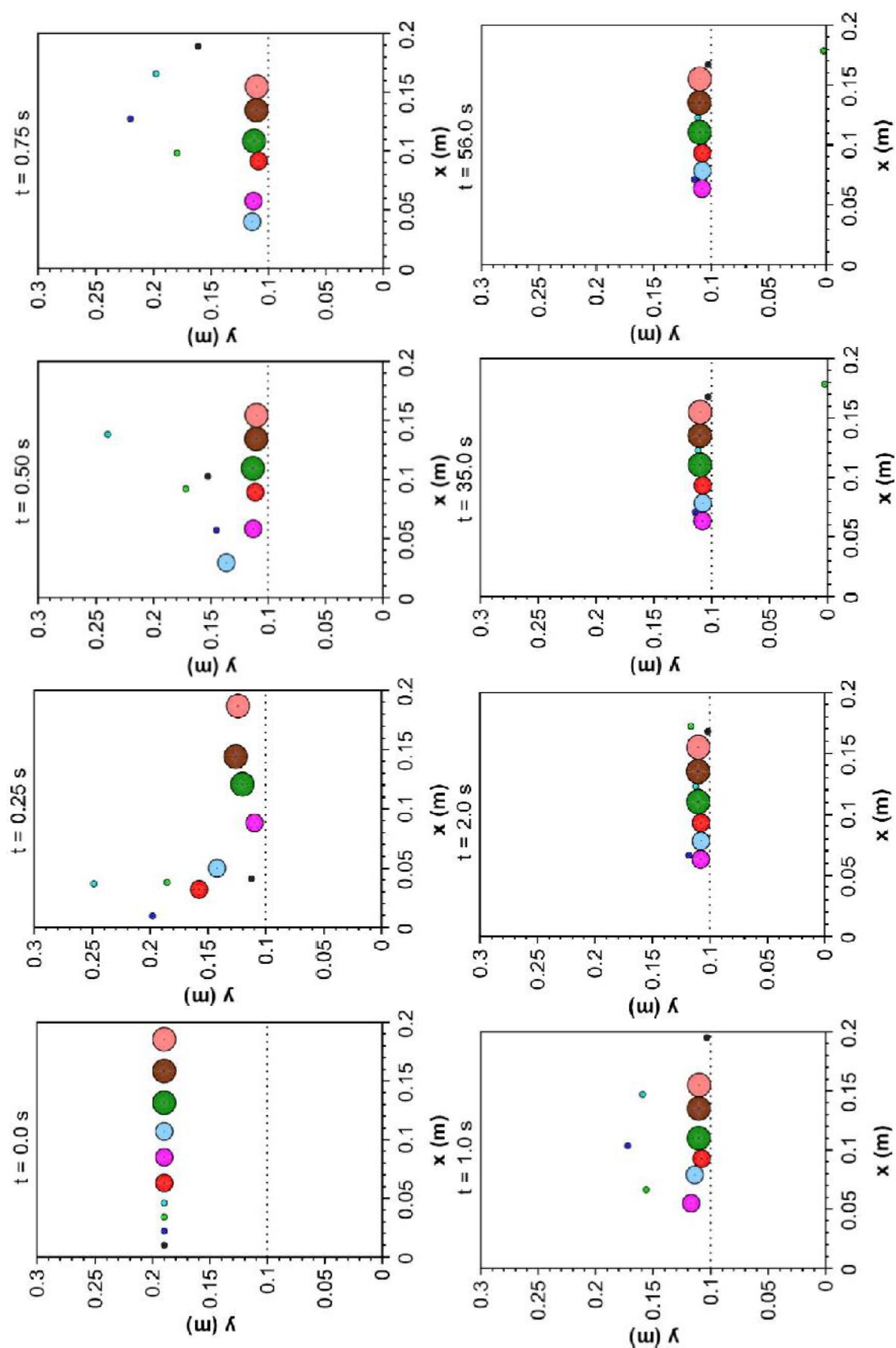


Figura 5.27 – Distribuição da posição de dez partículas em uma peneira sem inclinação.

De acordo com a Figura 5.27 a peneira funcionou como obstáculo impedindo o deslocamento das partículas no sentido vertical. No primeiro segundo de simulação o sistema apresentou distintas configuração. De acordo com os instantes de simulação exibidos as partículas apresentaram menores deslocamentos quando comparados ao cenário anterior.

A interação das partículas com a peneira resultou em sistema menos dinâmico, menor movimentação do material granular. No cenário com peneira as partículas de mármore interagem com partículas de aço inoxidável, cujos coeficientes de amortecimento são respectivamente 1560 s^{-1} e 2660 s^{-1} . No caso do cenário de espaço delimitado há interação apenas das partículas de mármore. Devido as diferentes magnitudes de γ a interação dos distintos materiais conduz a maior perda de energia cinética no impacto resultando na menor movimentação do material granular.

No instante $t = 2 \text{ s}$ uma partícula de tamanho 5 mm denominada P6 e identificada pela cor verde água, está localizada no espaço entre duas partículas de 20 mm nas cores verde escuro e marrom respectivamente P10 e P11, próximo a $x = 0,12 \text{ m}$. P6 permanece nessa região até o instante de 56 s . O espaço ocupado pela partícula P6 não foi suficiente para permitir sua passagem. Na Figura 5.28 é apresentado o perfil temporal de velocidade para P6.

Conforme Figura 5.28(A) a partícula P6 sofre um choque no instante 1 s e após $t = 2 \text{ s}$ apresenta velocidade próxima a zero. Na Figura 5.28(B) é apresentada a variação de velocidade de P6 para o intervalo de tempo de 2 s a 56 s . Devido as distintas inclinações dos perfis verifica-se que P6 está em constante choque com P10 e P11 e que sua velocidade varia de $-0,0005 \text{ m/s}$ a $0,0003 \text{ m/s}$.

A velocidade das partículas P10 e P11 no instante de 2 s são respectivamente $\vec{v}_{10}(2) = [1,0 \times 10^{-6} \ 1,0 \times 10^{-7}] \text{ m/s}$ e $\vec{v}_{11}(2) = [-1,6 \times 10^{-5} \ 1,0 \times 10^{-5}] \text{ m/s}$. P10 e P11 estão se movendo lentamente. A posição de P6 no instante 3 s é $\vec{x}_6(3) = [0,122660 \ 0,112411] \text{ m}$ já em 56 s sua posição é dada por $\vec{x}_6(56) = [0,122816 \ 0,111871] \text{ m}$. Verifica-se que P6 está em movimento em ambas as direções.

A partir do instante de 35 s uma partícula de 5 mm denominada P4 de tonalidade azul escuro está localizada sobre duas partículas de 14 mm identificadas pelas cores violeta e azul claro, respectivamente P8 e P9. Devido a configuração do leito e a obstrução das aberturas da tela por P8 e P9 a partícula P4 permaneceu nesta posição até o final da simulação. O efeito de aprisionamento de partículas menores no leito e a obstrução das aberturas da tela da peneira foi também observado por Li *et al.* (2003) que modelou uma peneira descendente sem vibração alimentada com partículas esféricas de distintos tamanhos.

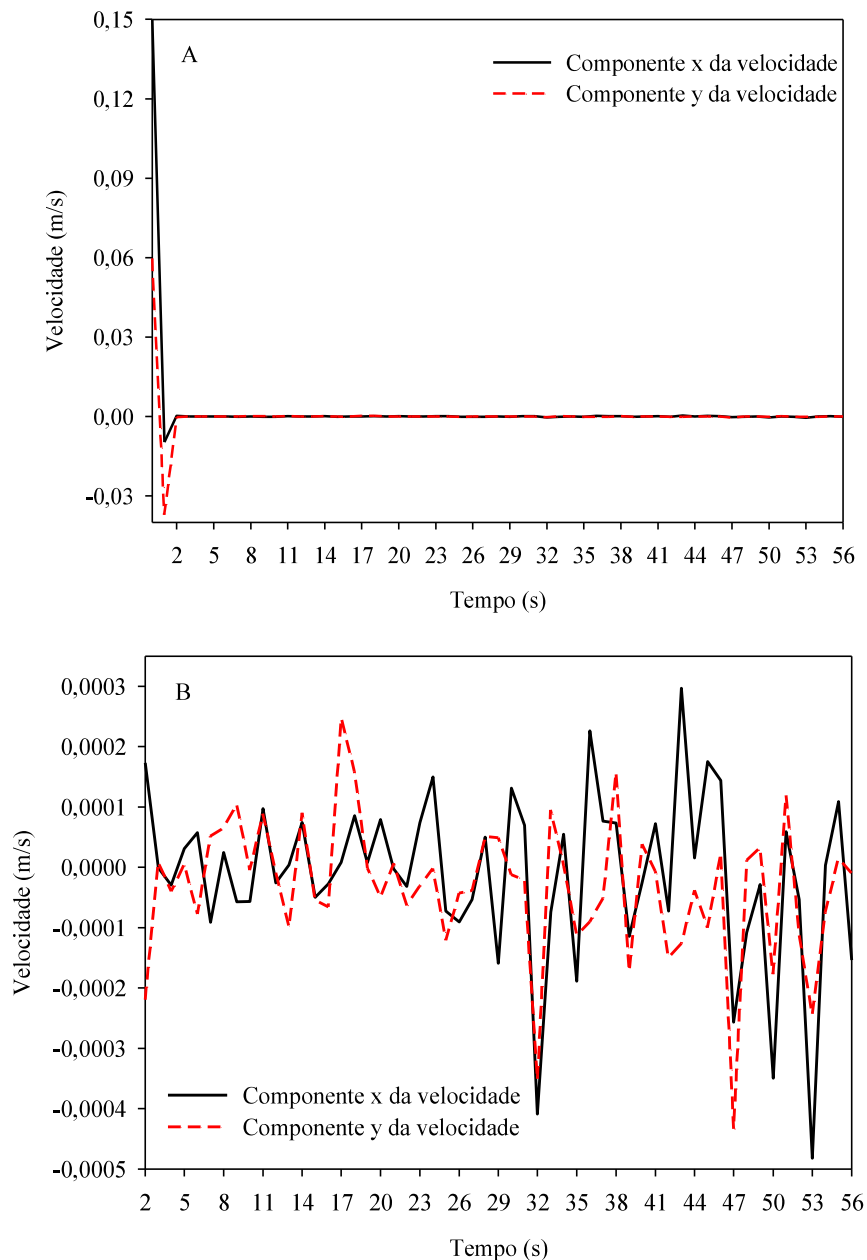


Figura 5.28 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P6 em uma peneira sem inclinação: (A) intervalo de tempo de 0 s a 56 s e (B) intervalo de tempo de 2 s a 56 s.

A partir do instante de 2 s uma partícula de 5 mm com $\vec{x} = [0,175 \ 0,102]$ m nomeada P3 identificada pela cor preta encontra-se sobre a peneira. Devido a seu tamanho P3 é apta a passar pela abertura, entretanto até o instante 56 s isso não ocorre. Conforme verificado por Jansen e Glastonbury (1967) e Li *et al.* (2003) quando apresentadas à peneira as partículas possuem distintas possibilidades de trajetória. Ao analisar o perfil temporal de velocidade de P3 (Figura 5.29) verifica-se que a partícula está em constante choque com a peneira. A partícula não atravessa a peneira devido ao ângulo de ocorrência desses choques e seu posicionamento no plano.

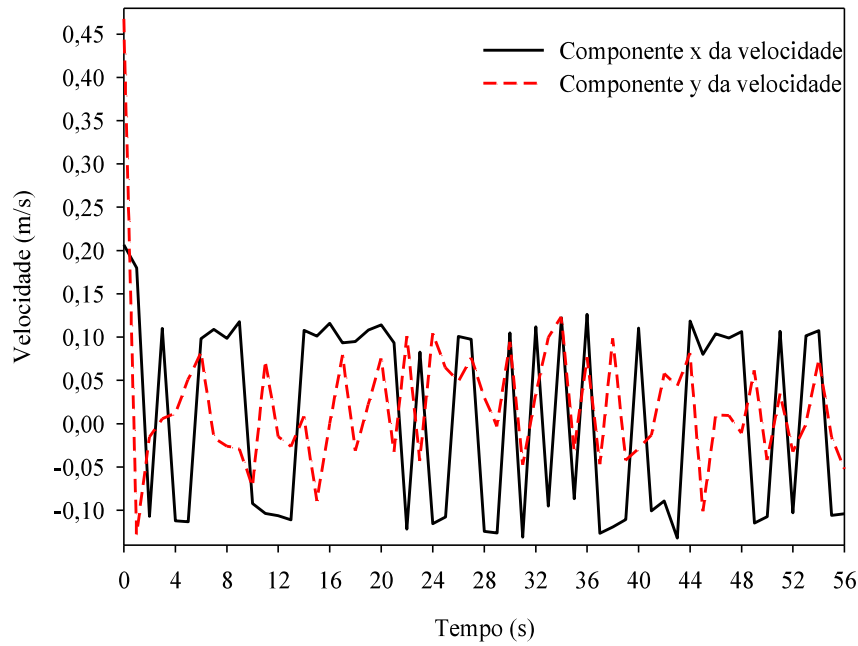


Figura 5.29 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P3 em uma peneira sem inclinação.

5.3.3 Peneira com inclinação ascendente de 3° e 5°

Uma peneira de malha 4 com inclinação ascendente de 3° e 5° foi considerada. A posição das partículas que representam o fio da tela da peneira nas direções x e y são respectivamente x_{pf} e y_{pf} . A posição da partícula na direção x é determinada através da abertura da peneira e do diâmetro do fio da tela (d_{pf}). y_{pf} foi obtido através da equação de uma reta. O coeficiente angular da reta corresponde a tangente do ângulo de inclinação da peneira, respectivamente $\tan(3^\circ) = 5,24 \times 10^{-2}$ e $\tan(5^\circ) = 8,75 \times 10^{-2}$. Para o coeficiente linear considerou-se a altura inicial da peneira 0,1 m.

O posicionamento das partículas que descrevem o fio da tela da peneira no plano é determinado na direção x pela Equação (5.19) e na direção y pelas Equações (5.20) e (5.21), respectivamente peneira com inclinação ascendente de 3° e 5°.

$$x_{pf_k} = x_{pf_{k-1}} + d_{pf} + abertura_{malha4} \quad (5.19)$$

$$y_{pf} = 5,24 \times 10^{-2} x_{pf} + 0,1 \quad (5.20)$$

$$y_{pf} = 8,75 \times 10^{-2} x_{pf} + 0,1 \quad (5.21)$$

As Figuras 5. 30 e 5.31 apresentam o comportamento das partículas na peneira com inclinação ascendente de 3° e 5°, respectivamente. As simulações foram realizadas até 56 s.

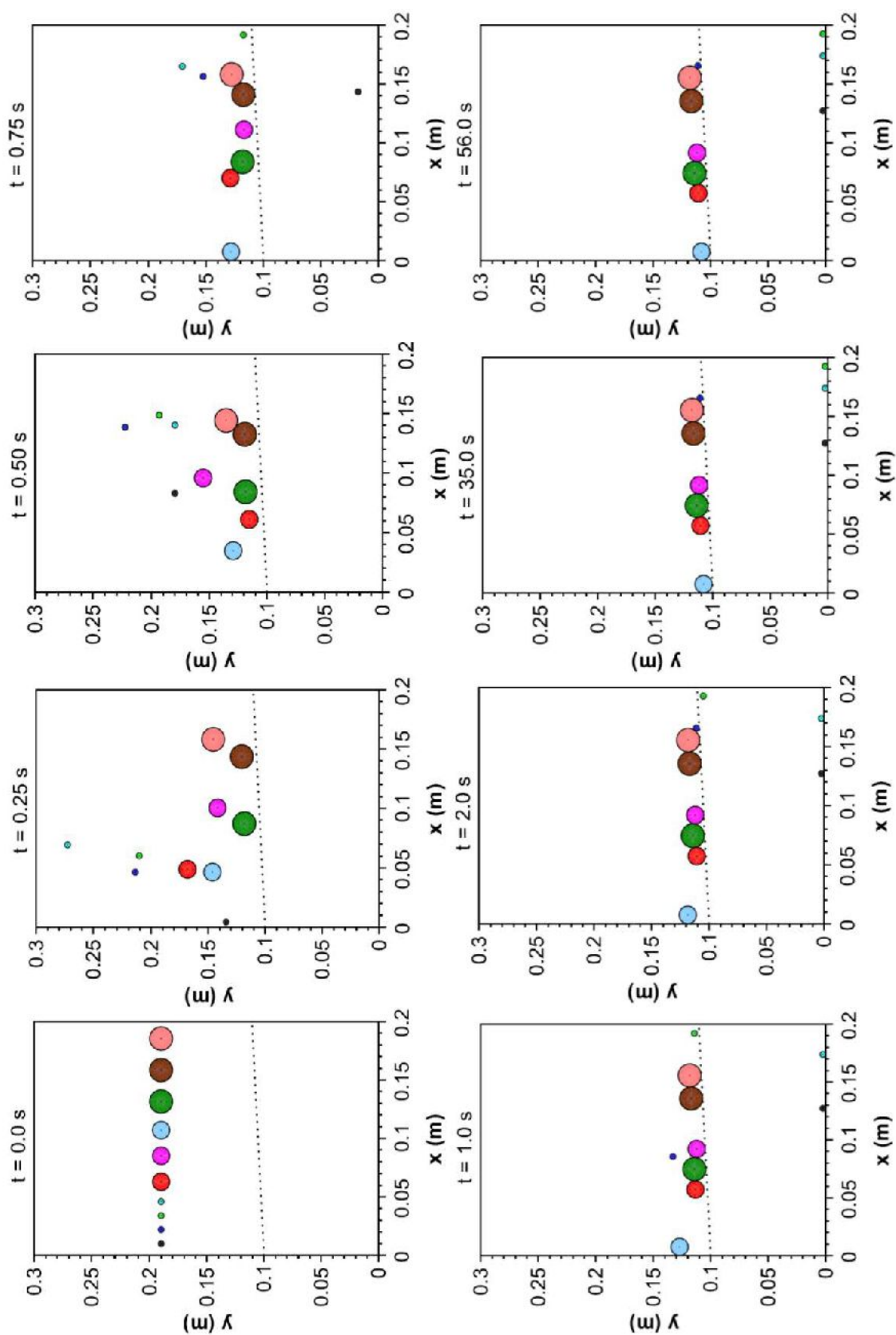


Figura 5.30 – Distribuição da posição de dez partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° .

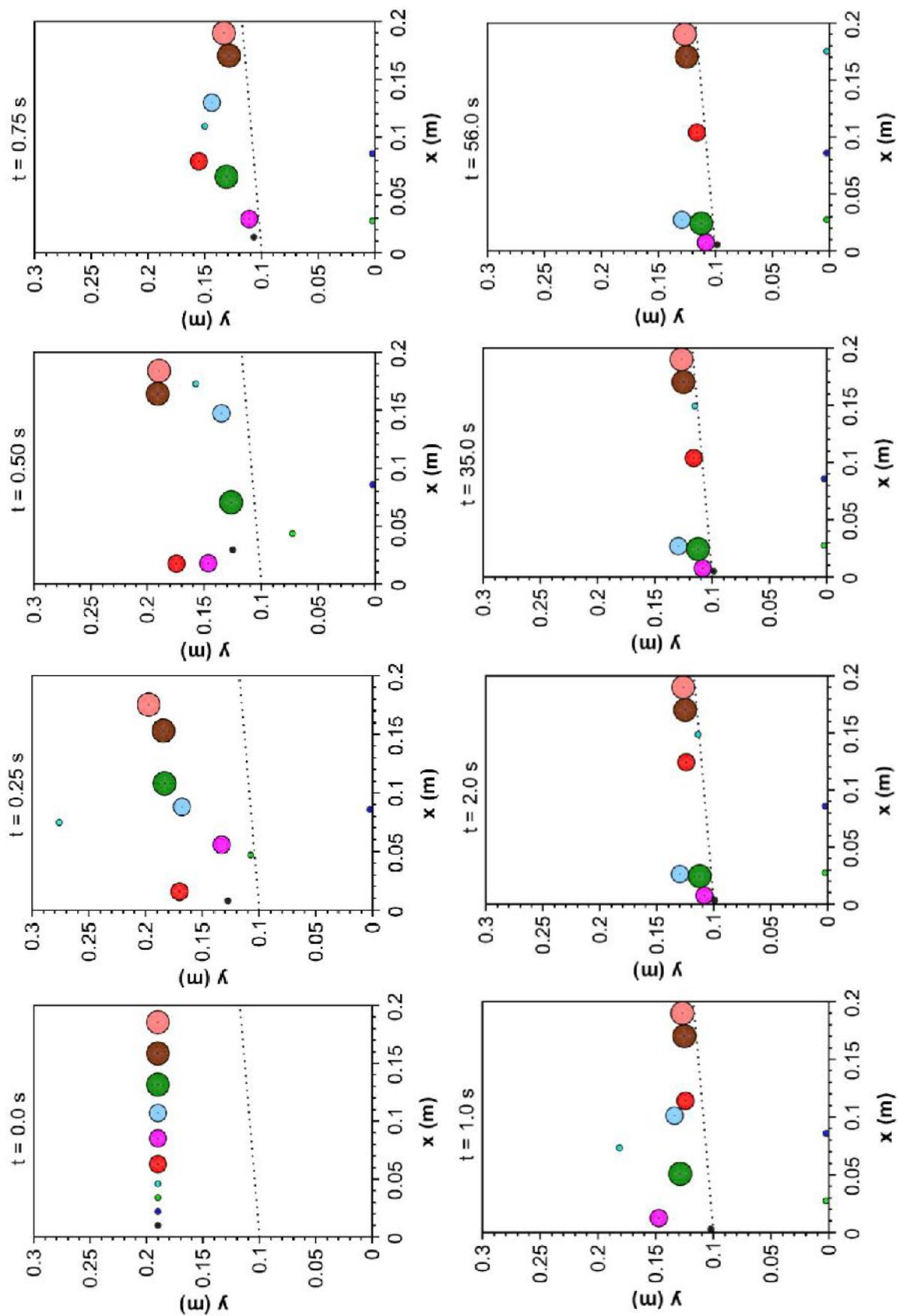


Figura 5.31 – Distribuição da posição de dez partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 5°.

Nas peneiras com inclinação ascendente de 3° e 5° três partículas aptas a passarem pela abertura foram separadas. As partículas com tamanho superior a abertura foram retidas sobre a tela da peneira com posições distribuídas ao longo de todo eixo x. Devido a inclinação das peneiras as partículas sobre a tela deveriam se posicionar na região inicial da peneira assim que o sistema alcançasse o estado estacionário. Em 56 s de simulação as partículas sobre a tela possuíam velocidades não nulas conforme apresentado na Tabela 5.15.

Tabela 5.15 – Velocidade das dez partículas nas peneiras com inclinação ascendente de 3° e 5° em t = 56 s [m/s]

Inclinação de 3°			Inclinação de 5°	
$\vec{v}_i(56) =$	$-1,93 \times 10^{-15}$	$1,25 \times 10^{-12}$	$-7,71 \times 10^{-5}$	$-8,03 \times 10^{-5}$
	$5,12 \times 10^{-5}$	$-7,56 \times 10^{-5}$	$2,23 \times 10^{-13}$	$4,50 \times 10^{-13}$
	$1,97 \times 10^{-13}$	$3,01 \times 10^{-14}$	$-3,83 \times 10^{-12}$	$1,37 \times 10^{-12}$
	$1,64 \times 10^{-13}$	$2,18 \times 10^{-13}$	$-1,22 \times 10^{-11}$	$6,84 \times 10^{-14}$
	$1,14 \times 10^{-5}$	$-4,86 \times 10^{-6}$	$8,54 \times 10^{-6}$	$-5,48 \times 10^{-8}$
	$-7,53 \times 10^{-6}$	$5,55 \times 10^{-6}$	$-3,12 \times 10^{-6}$	$7,46 \times 10^{-5}$
	$-7,83 \times 10^{-6}$	$-3,81 \times 10^{-6}$	$6,83 \times 10^{-5}$	$-1,88 \times 10^{-5}$
	$2,84 \times 10^{-6}$	$-4,93 \times 10^{-6}$	$-7,70 \times 10^{-6}$	$-9,53 \times 10^{-6}$
	$9,06 \times 10^{-6}$	$4,68 \times 10^{-6}$	$8,55 \times 10^{-6}$	$-2,56 \times 10^{-6}$
	$3,69 \times 10^{-6}$	$1,63 \times 10^{-5}$	$2,07 \times 10^{-6}$	$-6,88 \times 10^{-7}$

Na peneira com inclinação ascendente de 3° a partícula P4 com $\vec{x} = [0,167 \ 0,112]$ m e tonalidade azul escuro é apta a passar pela peneira contudo não é separada. P4 está localizada sobre a peneira no intervalo de 2 s a 56 s. Os perfis de velocidade de P4 para este intervalo de tempo é apresentado na Figura 5.32.

De acordo com a Figura 5.32 a partícula P4 possuiu velocidade não nula durante o intervalo de tempo considerado. P4 permaneceu em movimento e impactos consecutivos com o fio da tela da peneira são observados. Assim como relatado na literatura e verificado no cenário anterior a angulação do choque entre a partícula e o fio da tela não permitiu que a mesma atravessasse a abertura da peneira.

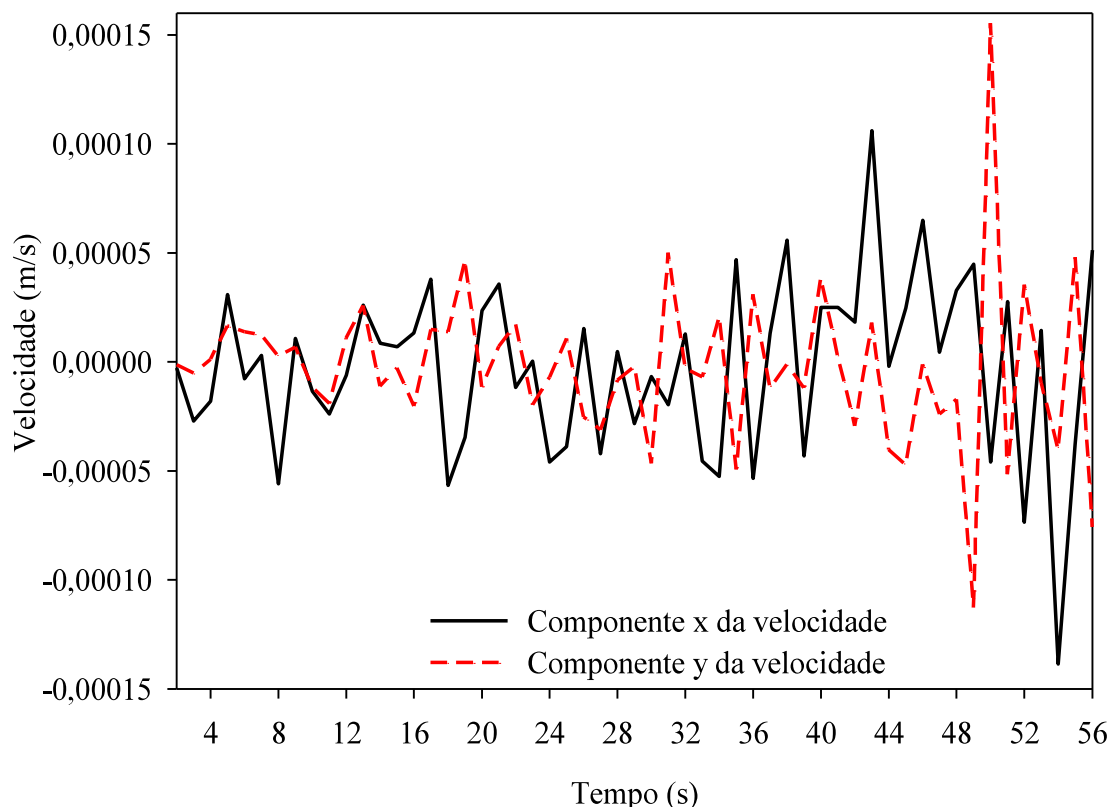


Figura 5.32 – Perfis de velocidade nas direções x e y da partícula P4 em uma peneira com inclinação ascendente de 3° no intervalo de tempo de 2 s a 56 s.

Para a peneira com inclinação ascendente de 5° a partícula P3 identificada pela cor preta é separada do meio granular no instante de 2 s. Neste instante P3 está posicionada próxima a delimitação lateral esquerda localizada em $x = 0$ m, com a qual sofre um impacto alterando seu deslocamento. Para os instantes seguintes a partícula P3 está posicionada próxima a peneira. Provavelmente a partícula P3 esteja se chocando com a barreira lateral esquerda e o fio da tela da peneira devido a angulação dos impactos.

Comparando os resultados obtidos nas configurações de tela sem inclinação e com inclinação ascendente de 3° e 5° verifica-se que a angulação da tela afeta positivamente a distribuição de material. Jianzhang e Xin (2012) verificaram o mesmo efeito positivo em uma tela sem agitação com malha quadrada e alimentada com partículas esféricas de distintos tamanhos.

A inclinação contribuiu para a separação de partículas. A porcentagem de material separado nas peneiras com inclinação foi superior a porcentagem separada pela peneira sem inclinação. A inclinação permite que as partículas sejam apresentadas à tela em diferentes angulações possibilitando novas configurações para o sistema, o que permitiu diminuir o aprisionamento de partículas menores no leito.

5.4 Representação da trajetória de doze partículas

A dinâmica de um sistema composto por um conjunto de 12 partículas foi avaliada em uma peneira de malha 175 com inclinação ascendente de 3°. O posicionamento das partículas que descrevem o fio da tela da peneira no plano é determinado pela Equação (5.20) e (5.22).

$$y_{pf} = 5,24 \times 10^{-2} x_{pf} + 0,1 \quad (5.20)$$

$$x_{pf_k} = x_{pf_{k-1}} + d_{pf} + abertura_{malha175} \quad (5.22)$$

As condições iniciais empregadas na simulação foram definidas aleatoriamente e são apresentadas na Tabela 5.16.

Tabela 5.16 – Condições iniciais de posição e velocidade utilizadas na representação da trajetória de doze partículas

$\vec{x}_i(0) =$	0,01	0,19	$\vec{v}_i(0) =$	0,21	0,46
	0,02	0,19		0,02	0,01
	0,03	0,19		-0,21	0,02
	0,04	0,19		0,15	0,06
	0,06	0,19		-0,41	0,06
	0,08	0,19		0,05	-0,03
	0,11	0,19		0,22	0,27
	0,13	0,19		0,40	0,29
	0,15	0,19		-0,25	0,48
	0,16	0,19		0,06	0,32
	0,18	0,19		-0,13	0,05
	0,19	0,19		-0,07	0,19

5.4.1 Peneira sem vibração

O posicionamento das doze partículas em uma peneira sem vibração é apresentado na Figura 5.33 para os instantes 0 s; 0,25 s; 0,50 s; 0,75 s; 1,0 s; 2,0 s; 3,5 s e 4,5 s.

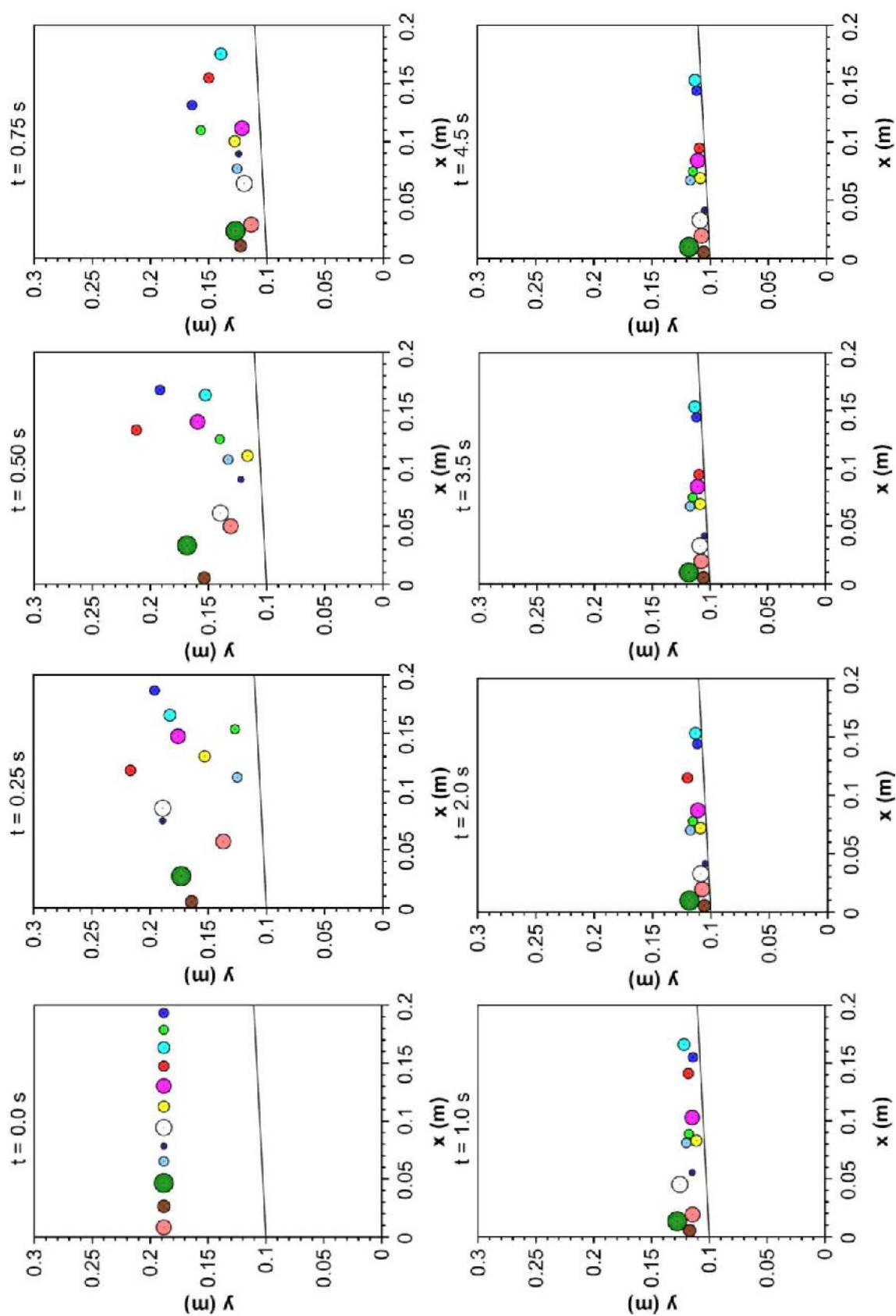


Figura 5.33 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° sem vibração.

A abertura de uma peneira de malha 175 corresponde a 0,095 mm. Para a faixa de tamanhos considerada nenhuma partícula está apta a passar pela peneira. De acordo com a Figura 5.33 as doze partículas permaneceram sobre a tela da peneira durante toda a simulação.

Nos primeiros instantes de simulação as partículas possuem maior velocidade em módulo comparado a instantes posteriores (Tabela 5.17). Com maior energia cinética as partículas se deslocam rapidamente ocasionando novas interações com o material granular ao redor e as fronteiras do sistema. A perda de energia causada em cada interação contribui para um sistema menos dinâmico resultando no menor deslocamento das partículas. O sistema apresentou configurações semelhantes para instantes de 2,0 s a 4,5 s.

Tabela 5.17 – Velocidades de doze partículas em peneira ascendente com inclinação de 3° sem vibração para diferentes instantes de simulação

Partícula	t = 0,50 s		t = 1,0 s		t = 3,50 s	
P13	-0,47	-0,43	$4,09 \times 10^{-5}$	-0,15	$2,69 \times 10^{-6}$	$1,94 \times 10^{-5}$
P14	$-8,95 \times 10^{-14}$	-0,46	$-6,93 \times 10^{-4}$	-0,15	$-1,17 \times 10^{-4}$	$9,37 \times 10^{-6}$
P15	-0,06	-0,31	$-1,02 \times 10^{-4}$	-0,15	$3,01 \times 10^{-5}$	$1,46 \times 10^{-5}$
P16	-0,04	-0,53	$-1,93 \times 10^{-2}$	-0,11	$3,25 \times 10^{-5}$	$3,77 \times 10^{-5}$
P17	1,31	-0,59	$-5,06 \times 10^{-2}$	-0,48	$2,13 \times 10^{-5}$	$-2,62 \times 10^{-5}$
P18	0,12	0,05	-0,13	-0,39	$-2,09 \times 10^{-5}$	$2,00 \times 10^{-5}$
P19	-0,02	0,33	$-1,92 \times 10^{-2}$	-0,11	$-2,52 \times 10^{-5}$	$-1,11 \times 10^{-5}$
P20	-0,05	0,04	$-1,76 \times 10^{-2}$	0,19	$1,34 \times 10^{-5}$	$1,50 \times 10^{-6}$
P21	0,70	0,29	$-2,41 \times 10^{-2}$	-0,38	$1,70 \times 10^{-5}$	$-2,33 \times 10^{-5}$
P22	0,02	0,06	$-4,27 \times 10^{-2}$	0,59	$-9,38 \times 10^{-6}$	$1,06 \times 10^{-5}$
P23	-0,06	-0,15	$-1,92 \times 10^{-2}$	-0,11	$1,08 \times 10^{-5}$	$-1,27 \times 10^{-5}$
P24	-0,08	0,30	$-3,14 \times 10^{-2}$	0,45	$-2,60 \times 10^{-5}$	$-1,26 \times 10^{-5}$

5.4.2 Peneira com vibração

Para descrever a vibração da tela da peneira considerou-se a amplitude de 5 mm e a frequência de vibração de 15 s^{-1} . O sistema foi avaliado para o ângulo de direção de vibração de 30° e de 45°. A configuração do sistema obtida para cada um dos ângulos é apresentada nas Figuras 5.34 e 5.35 respectivamente $\xi = 30^\circ$ e $\xi = 45^\circ$. As condições operacionais admitidas

correspondem a valores médios empregados em peneiras com movimento de vibração linear (CHEN e TONG, 2010; ZHAO, LIU e YAN, 2010). As simulações foram conduzidas até 1 s.

Conforme as Figuras 5.34 e 5.35 com o movimento de vibração as partículas foram lançadas no sentido positivo dos eixos x e y e ao fim da simulação estavam posicionadas entre $x = 0,15$ m e $x = 0,20$ m. Para os cenários com peneira sem vibração no instante de 1 s as partículas estavam distribuídas sobre a superfície da tela da peneira. O movimento de vibração da tela da peneira influencia significativamente a configuração do sistema contribuindo para o transporte de material granular sobre a tela da peneira.

O ângulo de direção de vibração interfere na velocidade das partículas (Tabela 5.18). Com o aumento de ξ tem-se a diminuição da componente x da velocidade das partículas e aumento da componente y. O deslocamento das partículas na direção x diminui com o aumento do ângulo de direção de vibração, conforme observa-se no instante de 0,75 s nas Figuras 5.34 e 5.35.

Tabela 5.18 – Velocidade de doze partículas em peneira ascendente com inclinação de 3° com diferentes ângulos de direção de vibração em $t = 1,0$ s

Partícula	$\xi = 30^\circ$		$\xi = 45^\circ$	
P13	$1,03 \times 10^{-4}$	$1,23 \times 10^{-5}$	$7,29 \times 10^{-7}$	-0,01
P14	-0,05	-0,30	$7,97 \times 10^{-7}$	-0,01
P15	$9,40 \times 10^{-5}$	$3,74 \times 10^{-5}$	0,19	0,48
P16	0,05	-0,67	$7,97 \times 10^{-7}$	-0,01
P17	-0,05	-0,52	-0,01	0,89
P18	$-9,75 \times 10^{-6}$	$9,52 \times 10^{-5}$	$7,97 \times 10^{-7}$	-0,01
P19	$4,86 \times 10^{-4}$	$-1,91 \times 10^{-4}$	$3,21 \times 10^{-11}$	-0,01
P20	$-4,63 \times 10^{-5}$	$-2,51 \times 10^{-5}$	$7,29 \times 10^{-7}$	-0,01
P21	$-7,74 \times 10^{-5}$	$7,22 \times 10^{-5}$	-0,01	0,94
P22	$-1,27 \times 10^{-4}$	$4,54 \times 10^{-5}$	$3,55 \times 10^{-11}$	-0,01
P23	$-1,31 \times 10^{-5}$	$-4,29 \times 10^{-5}$	$4,77 \times 10^{-14}$	-0,25
P24	$-5,00 \times 10^{-5}$	$4,66 \times 10^{-4}$	$7,97 \times 10^{-7}$	-0,01

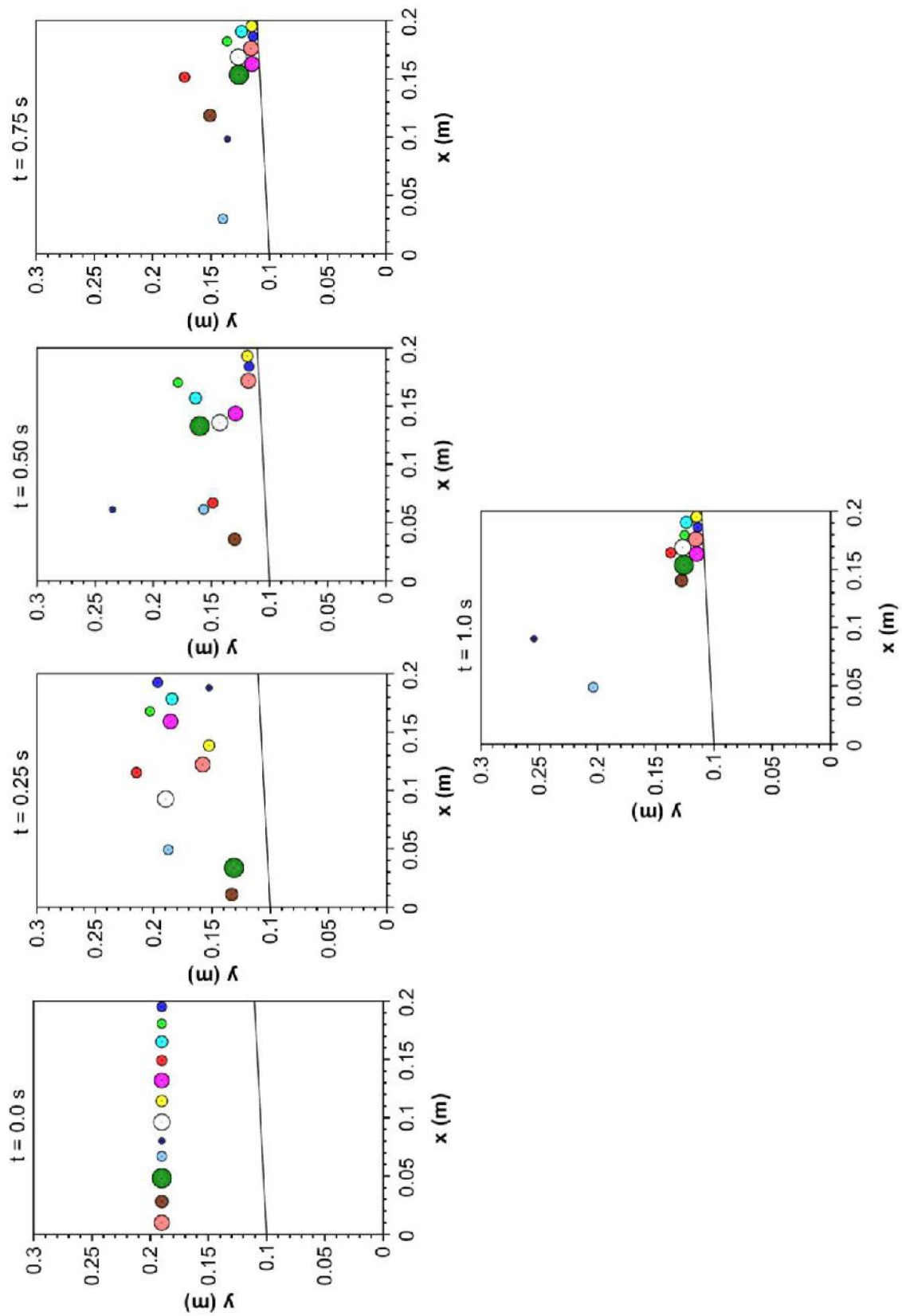


Figura 5.34 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° com vibração: ângulo de direção de vibração de 30° e peneira de 20 cm.

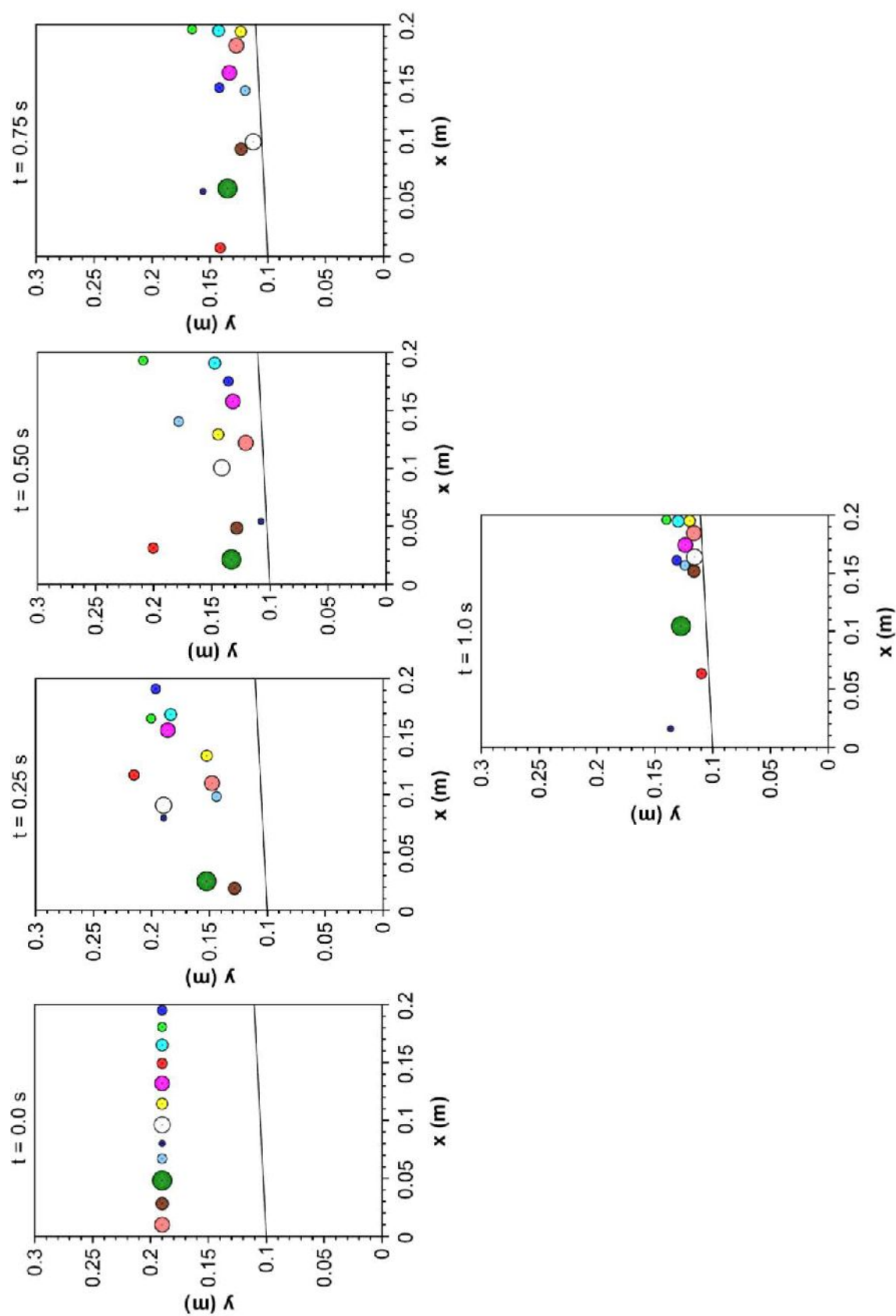


Figura 5.35 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° com vibração: ângulo de direção de vibração de 45° e peneira de 20 cm.

Os cenários anteriormente apresentados foram considerados para entender o fenômeno de vibração da peneira e a influência do ângulo de direção de vibração no sistema. Ao final de uma operação real de peneiramento as partículas sobredimensionadas são lançadas para fora da peneira. O transporte de material sobre a tela da peneira é apresentado nas Figuras 5.36 e 5.37, respectivamente ângulo de direção de vibração de 30° e 45°.

Para os cenários apresentados anteriormente não há uma barreira ao final da peneira possibilitando o deslocamento das partículas no sentido positivo do eixo x e no sentido negativo do eixo y. Para efeitos de modelagem a delimitação lateral direita foi desconsiderada e a peneira possui 0,3 m de comprimento.

Conforme as Figuras 5.36 e 5.37 o ângulo de direção de vibração altera expressivamente a configuração do sistema e o tempo de residência das partículas sobre a tela da peneira. Com o aumento do ângulo de direção de vibração as partículas necessitam de maior intervalo de tempo para se deslocar ao longo da tela da peneira.

Zhao, Liu e Yan (2010) e Chen e Tong (2010) verificaram os mesmos efeitos sobre o tempo de residência e sobre a velocidade de uma partícula esférica e um conjunto de partículas esféricas, respectivamente. Ambos os estudos da literatura foram conduzidos em uma peneira com inclinação descendente e movimento de vibração linear.

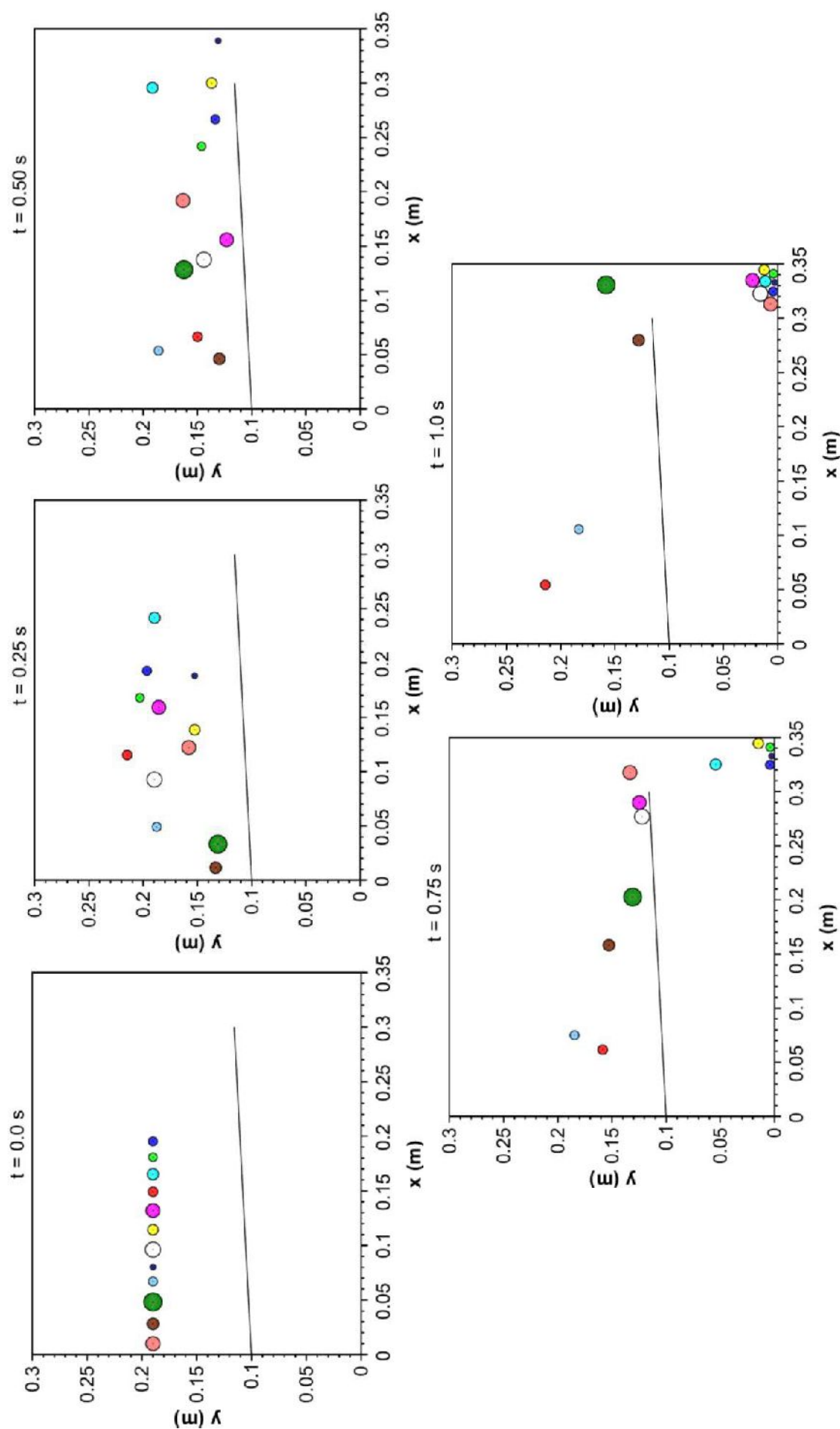


Figura 5.36 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° com vibração: ângulo de direção de vibração de 30° e peneira de 30cm.

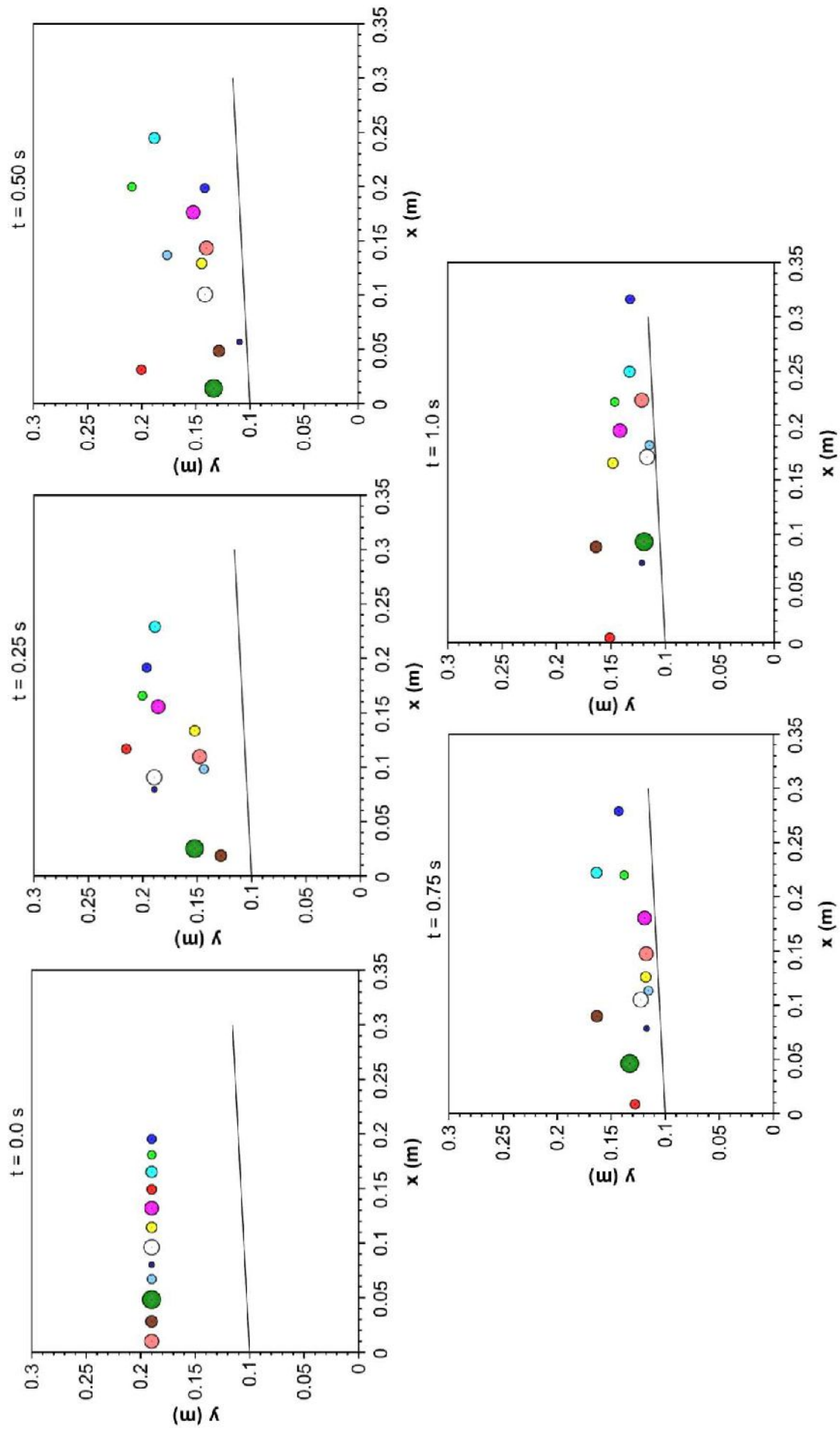


Figura 5.37 – Distribuição da posição de doze partículas em uma peneira com inclinação ascendente de 3° com vibração: ângulo de direção de vibração de 45° e peneira de 30 cm.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Através da utilização do método de elementos discretos por contato suave foi possível descrever a dinâmica de partículas com tamanhos variados submetidas a diferentes condições de impacto. Os resultados obtidos nos estudos de casos com duas partículas são coerentes e representam qualitativamente o comportamento observado em sistemas físicos.

O modelo matemático aplicado na descrição das partículas que constituem o sistema é também estendido a representação dos contornos. A representação das delimitações laterais como partículas de massa e raio infinitos e dos fios da tela da peneira como partículas com posição fixa e velocidade nula se mostrou válida. O contorno perfurado empregado na modelagem dos fios da tela da peneira funcionou como uma barreira impedindo o deslocamento vertical das partículas com tamanho maior que a abertura da peneira e possibilitando a passagem de partículas subdimensionadas.

Nos cenários sem inclinação e com inclinação ascendente de 3° foram observadas as distintas trajetórias das partículas ao interagirem com a superfície da tela da peneira. No cenário sem inclinação detectou-se o aprisionamento de partículas menores no leito e a obstrução das aberturas da tela da peneira. As situações observadas são reportadas na literatura.

A inclinação da tela e o movimento de vibração da peneira afetam significativamente a configuração do sistema. O efeito da inclinação da tela contribui positivamente para a

distribuição de material sobre superfície da peneira. O movimento de vibração linear favorece o transporte de material sobre a tela. O deslocamento horizontal das partículas é potencializado com a diminuição do ângulo de direção de vibração, impactando o tempo de residência do sólido.

As observações realizadas e os resultados obtidos para os cenários estudados se mostraram condizentes com a literatura frente as condições simuladas. O modelo foi capaz de representar a dinâmica dos sistemas e possibilitou verificar características relevantes da operação de peneiramento podendo auxiliar na melhoria do projeto da peneira e na otimização da operação.

Como sugestões para trabalhos futuros, propõem-se:

- Extensão da simulação para um número maior de partículas;
- Avaliação da influência da amplitude e da frequência de vibração da peneira;
- Implementação do movimento de vibração circular e elíptico balanceado;
- Validação dos resultados simulados por comparação com o comportamento observado em testes experimentais conduzidos em um protótipo da peneira;
- Extensão da modelagem matemática para representação tridimensional do sistema e geometrias de partículas não esféricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALAMO, F. J. C. *Dinâmica de um reator vertical em balanço com impacto*. 2003. 135f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.
- ALBUQUERQUE, M. V. *Modelagem e análise dinâmica de um absorvedor de vibrações por efeito de impacto*. 2016. 126f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.
- AMERICAN ASSOCIATION OF DRILLING ENGINEERS (AADE). *Shale shakers and drilling fluid systems: Techniques and Technology for Improving Solids Control Management*. 1ª. ed. Houston: Gulf Publishing Company, 1999. 300 p.
- AMERICAN SOCIETY MECHANIC ENGINEERS (ASME) SHALE SHAKE COMMITTEE. *Drilling fluid processing handbook*. Elsevier, 2005.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6502: rochas e solos*. Rio de Janeiro, 1995.
- BALEVICIUS, R.; DZIUGYS, A.; KACIANAUSKAS, R. Discrete element method and its application to the analysis of penetration into granular media. *Journal of Civil Engineering and Management*, v. 10, n. 1, p. 1-14, 2004. <https://doi.org/10.1080/13923730.2004.9636280>

- BALEVICIUS, R.; DZIUGYS, A.; KACIANAUSKASA, R.; MAKNICKAS, A.; VISLAVICIUS, K. Investigation of performance of programming approaches and languages used for numerical simulation of granular material by the discrete element method. *Computer Physics Communications*, v. 175, p. 404-415, 2006. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2006.05.006>
- BRASIL. Ministério do meio ambiente. Diretrizes para o uso e destinação em terra de fluidos de perfuração e cascalhos, fluidos complementares e pastas de cimento nos processos de licenciamento ambiental dos empreendimentos de perfuração marítima de poços de exploração e produção de petróleo e gás. Brasil: Ibama, 2015.
- BRILLIANTOV, N. V.; SPAHN, F.; HERTZSCH, J. M.; POSCHEL, T. Model for collisions in granular gases. *Physical Review E*, v. 53, n. 5, p. 5382-5392, 1996. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.53.5382>
- CAO, H.; LI, Y.; CHEN, X. A new dynamic model of ball-bearing rotor systems based on rigid body element. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, v. 138, p. 071007, 2016. <https://doi.org/10.1115/1.4032582>
- CHARLES, M.; SAYLE, S. Offshore drill cuttings treatment technology evaluation. In: SPE INTERNATIONAL CONFERENCE ON HEALTH, SAFETY AND ENVIRONMENT IN OIL AND GAS EXPLORATION AND PRODUCTION, 2010, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro: Society of Petroleum Engineers, 2010. <https://doi.org/10.2118/126333-MS>
- CHEN, F.; DRUMM, E. C.; GUIOCHON, G. Prediction/verification of particle motion in one dimension with the discrete-element method. *International Journal of Geomechanics*, v. 7, p. 344-352, 2007. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1532-3641\(2007\)7:5\(344\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2007)7:5(344))
- CHEN, Y.; TONG, X. Application of the DEM to screening process: a 3D simulation. *Mining Science and Technology*, v. 19, p. 493-497, mar. 2009. [https://doi.org/10.1016/S1674-5264\(09\)60092-2](https://doi.org/10.1016/S1674-5264(09)60092-2)
- CHEN, Y.; TONG, X. Modeling screening efficiency with vibrational parameters based on DEM 3D simulation. *Mining Science and technology*, v. 20, p. 615-620, 2010. [https://doi.org/10.1016/S1674-5264\(09\)60254-4](https://doi.org/10.1016/S1674-5264(09)60254-4)
- CHEVALIER, T.; CHEVALIER, C.; CLAIN, X.; DUPLA, J. C.; CANOU, J.; RODTS, S.; COUSSOT, P. Darcy's law for yield stress fluid flowing through a porous medium.

- Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 195, p. 57-66, 2013.
<https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2012.12.005>
- CLEARY, P. W. Industrial particle flow modelling using discrete element. *Engineering Computations*, v. 26, n. 6, p. 698-743, 2009.
<https://doi.org/10.1108/02644400910975487>
- CLEARY, P. W. Large scale industrial DEM modelling. *Engineering Computations*, v. 21, p. 169-204, jul. 2004. <https://doi.org/10.1108/02644400410519730>
- CLEARY, P. W.; SAWLEY, M. DEM modelling of industrial granular flows: 3D case studies and the effect of particle shape on hopper discharge. *Applied Mathematical Modelling*, v. 26, p. 89-111, abr. 2002.
[https://doi.org/10.1016/S0307-904X\(01\)00050-6](https://doi.org/10.1016/S0307-904X(01)00050-6)
- COSTA, P.; BOERSMA, B. J.; WESTERWEEL, J.; BREUGEM, W. Collision model for fully resolved simulations of flows laden with finite-size particles. *Physical Review E*, v. 92, p. 053012, 2015. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.053012>
- CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. Discrete numerical-model for granular assemblies. *Geotechnique*, v. 29, n. 1, p. 47-65, 1979.
<https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>
- DARLEY, H. C. H.; GRAY, G. R. *Composition and properties of drilling and completion fluids*. 5ª.ed. Houston, Gulf Professional Publishing, 1988.
- DEHGHANI, A.; MONHEMIUS, A. J.; GOCHIN, R. J. Evaluating the Nakajima et al. model for rectangular-aperture screens. *Minerals Engineering*, v. 15, p. 1089-1094, 2002.
- DELANEY, G. W.; CLEARY, P. W.; HILDEN, M.; MORRISON, R. D. Testing the validity of the spherical DEM model in simulating real granular screening processes. *Chemical Engineering Science*, v. 68, p. 215-226, 2012.
<https://doi.org/10.1016/j.ces.2011.09.029>
- DENG, X.; SCICOLONE, J.; HAN, X.; DAVÉ, R. N. Discrete element method simulation of a conical screen mill: a continuous dry coating device. *Chemical Engineering Science*, v. 125, p. 58-74, 2015.
<https://doi.org/10.1016/j.ces.2014.08.051>
- DI RENZO, A.; DI MAIO, F. P. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. *Chemical Engineering Science*, v.

- 59, p. 525-541, 2004.
<https://doi.org/10.1016/j.ces.2003.09.037>
- DIETRYCH, J. *Teoria i budowa przesiewaczy*. Katowice: WGH, 1962.
- DONG, K. J.; WANG, B.; YU, A. B. Modeling of particle flow and sieving behavior on a vibrating screen: from discrete particle simulation to process performance prediction. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 52, p. 11333-11343, 2013. <https://doi.org/10.1021/ie3034637>
- DONG, K. J.; YU, A. B.; BRAKE, I. DEM simulation of particle flow on a multi-deck banana screen. *Minerals Engineering*, v. 22, p. 910-920, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.03.021>
- DONG, K.; ESFANDIARY, A. H.; YU, A. Discrete particle simulation of particle flow and separation on a vibrating screen: effect of aperture shape. *Powder Technology*, v. 314, n. 1, p. 195-202, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.11.004>
- DYR, T.; WODZINSKI, P. Model particle velocity on a vibrating surface. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, v. 36, p. 147-157, 2002.
- DZIUGYS, A., PETERS, B. An approach to simulate the motion of spherical and non-spherical fuel particles in combustion chambers. *Granular Matter*, v. 3, p. 231-265, 2001. <https://doi.org/10.1007/PL00010918>
- ELSKAMP, F.; KRUGGEL-EMDEN, H.; HENNIG, M.; TEIPEL U. Discrete element investigation of process models for batch screening under altered operational conditions. *Powder Technology*, v. 301, p. 78-95, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.05.039>
- FENG, Y. T.; HAN, K.; OWEN, D. R. J. A generic contact detection framework for cylindrical particles in discrete element modelling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 315, p. 632-651, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2016.11.001>
- FERNANDEZ, J. W.; CLEARY, P. W.; SINNOTT, M. D.; MORRISON, R. D. Using SPH one-way coupled to DEM to model wet industrial banana screens. *Minerals Engineering*, v. 24, p. 741-753, jan. 2011. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.01.004>

- FIALHO, P. F. *Cascalho de perfuração de poços de petróleo e gás. Estudo do potencial de aplicação em concreto*. 2012. 192f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2012.
- FREITAS, M. S. *Avaliação do comportamento dinâmico de peneiramento vibratório utilizando modelos identificados*. 2017. 119f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.
- FU, X.; YAO, Z.; ZHANG, X. Numerical simulation of polygonal particles moving in incompressible viscous fluids. *Particuology*, v. 31, p. 140-151, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2016.05.016>
- GAN, J. Q.; YU, A. B.; ZHOU, Z. Y. DEM simulation on the packing of fine ellipsoids. *Chemical Engineering Science*, v. 156, p. 64-76, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2016.09.017>
- GROSZCZYNSKI, D.; WODZINSKI, P. Wet screening part 2: screening of wet materials. *Powder Handling & Processing*, v. 8, n. 2, p. 123-129, 1996a.
- GROSZCZYNSKI, D.; WODZINSKI, P. Wet screening part 1: properties of granular materials and the screening process. *Powder Handling & Processing*, v. 8, n. 1, p. 47-54, 1996b.
- GROZUBINSKY, V.; SULTANOVITCH, E.; Lin, I. J. Efficiency of solid particle screening as a function of screen slot size, particle size, and duration of screening: the theoretical approach. *International Journal of Mineral Processing*, v. 52, p. 261-272, 1998. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(97\)00069-0](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(97)00069-0)
- GUIFENG, W.; XIN, T. Screening efficiency and screen length of a linear vibrating screen using DEM 3D simulation. *Mining Science and Technology*, v. 21, p. 451-455, dez. 2011.
- GUO, Y.; WASSGREN, C.; HANCOCK, B.; KETTERHAGEN, W.; CURTIS, J. Predicting breakage of high aspect ratio particles in an agitated bed using the discrete element method. *Chemical Engineering Science*, v. 158, p. 314-327, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2016.10.043>
- GUPTA, A.; YAN, D. S. *Mineral processing design and operation: an introduction*. 2^a. ed. Kidlington: Elsevier, 2016. 882 p.
- HAFF, P. K. Discrete mechanics, In: Mehta, A. (Ed.). *Granular Matter*, Springer-Verlag,

1993. p. 141-160.
- HAN, R.; SHIMAMOTO, T.; HIROSE, T.; REE, J.; ANDO, J. Ultralow friction of carbonate faults caused by thermal decomposition. *Science*, v. 316, p. 878–881, 2007. <https://doi.org/10.1126/science.1139763>
- HEDMAN, S. *Smooth and non-smooth approaches to simulation of granular matter*. 2011. 58f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Física) – Universidade de Umea, Umea, 2011.
- HERTZ, H. Ueber die Berührung fester elastischer Körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, v. 92, p. 156-171, 1882.
- HOBEROCK, L. L. A study of vibratory screening of drilling fluids. *Journal of petroleum technology*, v. 32, p. 1889-1902, 1980. <https://doi.org/10.2118/8226-PA>
- HOSKINS, E. R.; JAEGER, J. C.; ROSENGREN, K. J. A medium-scale direct friction experiment. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 5, p. 143–154, 1968. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(68\)90030-2](https://doi.org/10.1016/0148-9062(68)90030-2)
- HUA, X.; CURTIS, J.; HANCOCK, B. KETTERHAGEN, W.; WASSGREN, C. The kinematics of non-cohesive, sphero-cylindrical particles in a low-speed, vertical axis mixer. *Chemical Engineering Science*, v. 101, p. 144-164, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2013.05.063>
- JAEGER, J. C. The frictional properties of joints in rock. *Pure and Applied Geophysics*, v. 43, p. 148–158, 1959. <https://doi.org/10.1007/BF01993552>
- JAHANI, M.; FARZANEGAN, A.; NOAPARAST, M. Investigation of screening performance of banana screens using LIGGGHTS DEM solver. *Powder Technology*, v. 283, p. 32–47, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.05.016>
- JANSEN, M. L.; GLASTONBURY, J. R. The size separation of particles by screening. *Powder Technology*, v. 1, p. 334-343, 1967. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(68\)80016-6](https://doi.org/10.1016/0032-5910(68)80016-6)
- JEBAHI, M.; ANDRÉ, D.; TERREROS, I.; IORDANOFF, I. *Discrete element method to model 3D continuous materials*. 1ª. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2015. 163 p. <https://doi.org/10.1002/9781119103042>
- JIANG, H.; ZHAO, Y.; DUAN, C.; YANG, X.; LIU, C.; WU, J.; QIAO, J.; DIAO, H. Kinematics of variable-amplitude screen and analysis of particle behavior during the process of coal screening. *Powder Technology*, v. 306, p. 88–95, 2017.

<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.10.076>

- JIANZHANG, X.; XIN, T. Particle stratification and penetration of a linear vibrating screen by the discrete element method. *International Journal of Mining Science and Technology*, v. 22, p. 357-362, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2012.04.013>
- KACIANAUSKAS, R.; KRUGGEL-EMDEN, H.; MARKAUSKAS, D.; ZDANCEVICIUS, E. Critical assessment of visco-elastic damping models used in DEM simulations. *Procedia Engineering*, v. 10, p. 1415-1425, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.01.274>
- KING, R. P. *Modeling & simulation of mineral processing systems*. 1^a. ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2001. 403 p.
- KOHRING, G. A. Computer simulations of granular materials: the effects of mesoscopic forces. *Journal de Physique I France*, v. 4, p. 1779-1782, 1994.
- KOHRING, G.A. In: COMPUTATIONAL METHODS IN APPLIED SCIENCES'96, 1996, Paris. *Anais...* Paris: John Wiley & Sons Ltd., 1996.
- KOLLER, M. G. Elastic impact of spheres on sandwich plates. *Journal of Applied Mathematics and Physica*, v. 37, p. 256-269, mar. 1986. <https://doi.org/10.1007/BF00945086>
- KRUGGEL-EMDEN, H.; ELSKAMP, F. Modeling of screening processes with the discrete element method involving non-spherical particles. *Chemical Engineering Technology*, v. 37, n. 5, p. 847-856, 2014. <https://doi.org/10.1002/ceat.201300649>
- KRUGGEL-EMDEN, H.; SIMSEK, E.; RICKELT, S.; WIRTZ, S.; SCHERER, V. Review and extension of normal force models for the discrete element method. *Powder Technology*, v. 171, p. 157-173, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2006.10.004>
- KRUGGEL-EMDEN, H.; STEPANEK, F.; MUNJIZA, A. A study on adjusted contact force laws for accelerated large scale discrete element simulations. *Particuology*, v. 8, p. 161-175, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2009.07.006>
- LAL, M.; HOBEROCK, L. L. Solids-Conveyance Dynamics and Shaker Performance. *SPE Drilling Engineering*, p. 385-394, 1988. <https://doi.org/10.2118/14389-PA>
- LANGSTON, P. A.; TUZUN, U.; HEYES, D. M. Continuous potential discrete particle simulations of stress and velocity fields in hoppers: transition from fluid to granular flow. *Chemical Engineering Science*, v.49, n. 8, p. 1259-1275, 1994. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(94\)85095-X](https://doi.org/10.1016/0009-2509(94)85095-X)

- LEE, J.; HERRMANN, H. J. Angle of repose and angle of marginal stability: molecular dynamics of granular particles. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. v. 26, p. 373-383, 1993. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/26/2/021>
- LEI, S.; KAITKAY, P. SHEN, X. Simulation of rock cutting using discrete element method - PFC2D, In: Shimizu, Y., Hart, R. D.; Cundall P. A. (Ed.). *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods*, A.A. Balkema Publishers, 2014. P. 63-69.
- LI, H., LI, Y., GAO, F., ZHAO, Z., XU, L. CFD–DEM simulation of material motion in air-and-screen cleaning device. *Computers and Electronics in Agriculture*. v. 88, p. 111-119, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2012.07.006>
- LI, J.; WEBB, C.; PANDIELLA, S. S.; CAMPBELL, G. M. A numerical simulation of separation of crop seeds by screening — effect of particle bed depth. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 80, p. 109-117, 2002. <https://doi.org/10.1205/09603080252938744>
- LI, J.; WEBB, C.; PANDIELLA, S. S.; CAMPBELL, G. M. Discrete particle motion on sieves - a numerical study using the DEM simulation. *Powder Technology*, v. 133, p. 190-202, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(03\)00092-5](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(03)00092-5)
- LI, L.; LI, B.; LIU, Z. Modeling of spout-fluidized beds and investigation of drag closures using OpenFoam. *Powder Technology*, v. 305, p. 364-376, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.10.005>
- LI, S.; MARSHALL, J. S.; LIU, G.; YAO, Q. Adhesive particulate flow: the discrete-element method and its application in energy and environmental engineering. *Progress in Energy and Combustion Science*, v. 37, p. 633-668, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.pecs.2011.02.001>
- LUDING, S.; CLÉMENT, E.; RAJCHENBACH, J.; DURAN, J. Simulations of pattern formation in vibrated granular media. *Europhysics Letters*, v. 34, n. 4, p. 247-252, nov. 1996. <https://doi.org/10.1209/epl/i1996-00217-9>
- MA, Z.; LI, Y.; XU, L. Discrete-element method simulation of agricultural particles' motion in variable-amplitude screen box. *Computer and Electronics in Agriculture*, v. 118, p. 92–99, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2015.08.030>
- MACHADO, C. J. S.; TEIXEIRA, B. M.; VILANI, R. M. Análise da política nacional de resíduos sólidos e a indústria de petróleo. *Desenvolvimento e Meio Ambiente*, v. 35, p. 181-193, 2015. <https://doi.org/10.5380/dma.v35i0.39789>

- MATTA, E. N.; ASSIS, W. O.; GOMES, M. M.; BARBOSA, V. P.; GEDRAITE, R.; ATAÍDE, C.H. Contribuição para o melhor aproveitamento de fluido de perfuração de poços de petróleo – uma abordagem utilizando processamento de imagem. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE SISTEMAS PARTICULADOS, 37., 2015, São Carlos. *Anais...*São Carlos, 2015.
- MATUTTIS, H. G.; CHEN, J. *Understanding the discrete element method: simulation of non-spherical particles for granular and multi-body systems*. 1ª. ed. Pondicherry: John Wiley & Sons, 2014. 456 p. <https://doi.org/10.1002/9781118567210>
- MCNAMARA, S.; YOUNG, W. R. Dynamics of a freely evolving, two-dimensional granular medium. *Physical Review E*, v. 53, n. 5, p. 5089-5100, maio 1996. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.53.5089>
- MEDEIROS, L. C. *Adição de cascalho de perfuração da Bacia Potiguar em argilas para uso em materiais cerâmicos: influência da concentração e temperatura de queima*. 2010. 93f. Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) – Faculdade do Rio Grande do Norte, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.
- MEHTA, A. *Granular Physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. 305 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511535314>
- MELLO, R. M. *Utilização do resíduo proveniente do acabamento e manufatura de mármore e granitos como matéria-prima em cerâmica vermelha*. 2006. 69f. Dissertação (Mestrado em Ciências na área de Tecnologia Nuclear) – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, Autarquia Associada à Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- MINDLIN, R.D., DERESIEWICZ, H. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. *Journal of Applied Mechanics*, v. 20, p. 327-344, 1953.
- MOGNON, J. L. *Mini-hidrociclones aplicados ao sistema de controle de sólidos na perfuração de poços de petróleo*. 2015. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.
- MOREAU, J. J. Numerical aspects of the sweeping process. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 177, p. 329-349, 1999. [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(98\)00387-9](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(98)00387-9)

- MULLER, P.; POSCHEL, T. Collision of viscoelastic spheres: Compact expressions for the coefficient of normal restitution. *Physical Review E*, v. 84, p. 021302, ago. 2011.
- PEREIRA, M. S. *Aplicação de secagem por microondas no tratamento de cascalho de perfuração*. 2013. 122f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Faculdade de Engenharia Química – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2013.
- PEREIRA, M. S. *Caracterização de cascalho e lama de perfuração ao longo do processo de controle de sólidos em sondas de petróleo e gás*. 2010. 129f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Faculdade de Engenharia Química – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia/MG, 2010.
- PETRI Jr., I. *Secagem por micro-ondas na descontaminação de cascalho de perfuração*. 2014. 105f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2014.
- PETRI, I. J.; ROSSI, A.; ATAIDE, C. H.; DUARTE, C. R. Descontaminação de cascalhos de perfuração utilizando um secador micro-ondas semi-industrial. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA QUÍMICA, 21., 2016, Fortaleza. *Anais...* Fortaleza, 2016.
- PIRES, P. J. M. *Utilização de cascalho de perfuração de poços de petróleo para a produção de cerâmica vermelha*. 2009. 173f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.
- POSCHEL, T.; SCHWAGER, T. *Computational granular dynamics: Models and algorithms*. Berlim: Springer, 2005. 322 p.
- PURCHAS, D. B.; SUTHERLAND, K. *Handbook of filter media*. 2^a. ed. Kidlington: Elsevier Science Inc, 2002. 572 p.
- RAJA, V. *Shale shaker model and experimental validation*. 2012. 274f. Thesis (Doctor in Chemical Engineering) – University de Akron, Akron, 2012.
- RAJA, V.; CHASE, G. G. Continuum modelo of a shale shaker. In: AMERICAN ASSOCIATION OF DRILLING ENGINEERS FLUIDS TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 2012, Houston. *Anais...* Houston: American Association of Drilling Engineers, 2010.
- RATHBONE, B.; MARIGO, M.; DINI, D.; WACHEM, B. An accurate force–displacement law for the modelling of elastic–plastic contacts in discrete element simulations. *Powder Technology*, v. 282, p. 2-9, 2015.

<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2014.12.055>

REED, J. Energy losses due to elastic wave propagation during an elastic impact. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 18, p. 2329-2337, maio 1985. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/18/12/004>

RIBEIRO, R. C. C., OLIVEIRA, M. G. *Aproveitamento de Resíduos Oriundos da Lavra e do Beneficiamento do Mármore Bege Bahia visando a Geração de Compósitos Poliméricos*. 1ª. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCTI, 2015. 66p.

ROBINSON, J.; KINGMAN, S.; SNAPE, C. E.; ANTONIO, C.; PEREIRA, I.; PAGE, P. W.; THOMAS, D. J. Microwave treatment of oil contaminated drill cuttings – Towards a commercial scale system. In: SPE INTERNATIONAL CONFERENCE ON HEALTH, SAFETY AND ENVIRONMENT IN OIL AND GAS EXPLORATION AND PRODUCTION, 2010, Rio de Janeiro. *Anais...Rio de Janeiro: Society of Petroleum Engineers*, 2010, p. 2280-2285.

ROBINSON, L.; STOCKS, S. Shale shaker screen designation. In: AMERICAN ASSOCIATION OF DRILLING ENGINEERS FLUIDS TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 2012, Houston. *Anais... Houston: American Association of Drilling Engineers*, 2012. Disponível em: <<http://www.aade.org/app/download/7242008540/AADE-12-FTCE-05+-Robinson.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2017.

ROSA, E. S. *Escoamento multifásico isotérmico: modelos de multifluidos e de mistura*. Porto Alegre: Bookman, 2012. 280 p.

ROTICH, N.; TUUNILA, R.; LOUHI-KULTANEN, M. Empirical study on the effects of screen inclination and feed loading on size classification of solids by gravity. *Minerals Engineering*, v. 70, p. 162-169, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.09.012>

SHIMOSAKA, A.; HIGASHIHARA, S.; HIDAKA, J. Estimation of the sieving rate of powders using computer simulation. *Advanced Powder Technology*, v. 26, n. 4, p. 487–502, 2000. <https://doi.org/10.1163/156855200750172088>

SMEETS, B.; ODENTHAL, T.; VANMAERCKE, S.; RAMON, H. Polygon-based contact description for modeling arbitrary polyhedra in the discrete element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 290, p. 277-289, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.03.004>

- SOLDINGER, M. Transport velocity of a crushed rock material bed on a screen. *Minerals Engineering*, v. 15, p. 7-17, 2002. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(01\)00192-3](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(01)00192-3)
- STANDISH, N. The kinetics of batch sieving. *Powder Technology*, v. 41, p. 57-67, dez. 1985. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(85\)85075-0](https://doi.org/10.1016/0032-5910(85)85075-0)
- STANDISH, N.; BHARADWAJ, A.K.; HARIRI-AKBARI, G. A study of the effect of operating variables on the efficiency of a vibrating screen. *Powder Technology*, v. 48, p. 161-172, 1986. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(86\)80075-4](https://doi.org/10.1016/0032-5910(86)80075-4)
- STANDISH, N.; META, I. A. Some kinetic aspects of continuous screening. *Powder Technology*, v. 41, p. 165-171, fev. 1985. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(85\)87035-2](https://doi.org/10.1016/0032-5910(85)87035-2)
- STAVROPOULOU, M. Modeling of small-diameter rotary drilling tests on marbles. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, v. 43, p. 1034-1051, 2006. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2006.03.008>
- SUBASINGHE, G. K. N. S.; SCHAAP, W.; KELLY, E. G. Modelling screening as a conjugate rate process. *International Journal of Mineral processing*, v. 28, p. 289-300, 1990. [https://doi.org/10.1016/0301-7516\(90\)90047-3](https://doi.org/10.1016/0301-7516(90)90047-3)
- SUBASINGHE, G. K. N. S.; SCHAAP, W.; KELLY, E. G. Modelling the screening process: a probabilistic approach, *Powder Technology*, v. 59, p. 37-44, 1989. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(89\)80093-2](https://doi.org/10.1016/0032-5910(89)80093-2)
- TAO, H.; JIN, B.; ZHONG, W.; WANG, X.; REN, B.; ZHANG, Y.; XIAO, R. Discrete element method modeling of non-spherical granular flow in rectangular hopper. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, v. 49, p. 151-158, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2010.01.006>
- THOMAS, J. E. *Fundamentos de engenharia de petróleo*. 2ª. ed. Rio de Janeiro, Interciência, 2004.
- THORNTON, C. Coefficient of restitution for collinear collisions of elastic-perfectly plastic spheres. *Journal of Applied Mechanics*, v. 64, p. 383-386, jun. 1997. <https://doi.org/10.1115/1.2787319>
- TOLEDO, A. L. L. Comportamento geotécnico de misturas de solo e resíduos de perfuração onshore. 2014. 85f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

- TRUMIC, M.; MAGDALINOVIC, N. New model of screening kinetics. *Minerals Engineering*, v. 24, p. 42-49, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2010.09.013>
- TSENG, C. C.; LI, C. J. Numerical investigation of the inertial loss coefficient and the porous media model for the flow through the perforated sieve tray. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 106, p. 126-140, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2015.12.017>
- TSUJI, Y.; TANAKA, T.; ISHIDA, T. Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe. *Powder Technology*, v. 71, p. 239-250, 1992. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(92\)88030-L](https://doi.org/10.1016/0032-5910(92)88030-L)
- TUNG, K. L.; CHANG, T. H.; LIN, Y. F.; CHYANG, C. S. DEM simulation of a 3D vertical vibratory screening process: the study of a simulated woven-mesh structure. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, v. 57, n. 4, p. 918-928, abr. 2011. <https://doi.org/10.1002/aic.12311>
- VALDO, L.; CASTRO, N. F. Estimativa de incerteza de medição do método do pêndulo britânico para determinação da resistência ao escorregamento de rochas ornamentais. In: SIMPÓSIO DE ROCHAS ORNAMENTAIS DO NORDESTE, 9., 2016, João Pessoa. *Anais...* Rio de Janeiro: CETEM/MCTIC 2016.
- VASCONCELOS, C. S. A., COSTA, J. M., RAMOS, M. A. F., LIMA, L. R. P. A. Caracterização do rejeito fino gerado na serragem, do mármore Bege-Bahia. In: ENCONTRO NACIONAL DE TRATAMENTO DE MINÉRIOS E METALURGIA EXTRATIVA, 23., 2009, Gramado. *Anais...* Gramado, 2009, p. 707-712.
- WALTON, O. R.; BRAUN, R. L. Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. *Journal of Rheology*, v. 30, n. 5, p. 949-980, 1986. <https://doi.org/10.1122/1.549893>
- WANG, Y.; ALONSO-MARROQUIN, F.; GUO, W. W. Rolling and sliding in 3-D discrete element models. *Particuology*, v. 23, p.49-55, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2015.01.006>
- WATSON, N. J.; POVEY, M. J. W.; REUNOLDS, G. K.; DING, Y.; XU, B. H. Development of a discrete element model with moving realistic geometry to simulate particle motion in a Mi-Pro granulator. *Computers and Chemical Engineering*, v.93, p. 234-247, 2016.

<https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2016.06.021>

- WILLS, B. A.; FINCH, J. A. *Wills' mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. 8^a. ed. Waltham: Elsevier, 2016. 498 p.
- WU, C. Y.; LI, L. Y.; Thornton, C. Energy dissipation during normal impact of elastic and elastic-plastic spheres. *International Journal of Impact Engineering*, v. 32, p. 593-604, out. 2015. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.08.007>
- ZDANCEVICIUS, E.; KACIANAUSKASA, R.; ZABULIONISA, D. Improvement of viscoelastic damping for the Hertz contact of particles due to impact velocity. *Procedia Engineering*, v. 172, p. 1286-1290, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.156>
- ZHANG, P.; GALINDO-TORRES, S. A.; TANG, H.; JIN, G.; Scheuermann, A. An efficient discrete element Lattice Boltzmann model for simulation of particle-fluid, particle-particle interactions. *Computers and Fluids*, v.147, p. 63-71, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2017.01.019>
- ZHAO, L.; LIU, C.; YAN, J. A virtual experiment showing single particle motion on a linearly vibrating screen-deck. *Mining Science and technology*, v. 20, p. 276-280, 2010. [https://doi.org/10.1016/S1674-5264\(09\)60197-6](https://doi.org/10.1016/S1674-5264(09)60197-6)
- ZHAO, L.; ZHAO, Y.; BAO, C.; HOU, Q.; YU, A. Laboratory-scale validation of a DEM model of screening processes with circular vibration. *Powder Technology*, v. 303, p. 269–277, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.09.034>
- ZHAO, L.; ZHAO, Y.; BOA, C.; HOU, Q.; YU, A. Optimization of a circularly vibrating screen based on DEM simulation and Taguchi orthogonal experimental design. *Powder Technology*, v. 310, p. 307-317, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.01.049>
- ZHONG, W.; YU, A.; LIU, X.; TONG, Z.; ZHANG, H. DEM/CFD-DEM modelling of non-spherical particulate systems: theoretical developments and applications. *Powder Technology*, v. 302, p. 108-152, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.07.010>
- ZHU, H. P.; YU, A. B. Averaging method of granular materials. *Physical Review E*, v. 66, p. 021302, ago. 2002.
- ZHU, H. P.; ZHOU, Z. Y.; YANG, R. Y.; YU, A. B. Discrete particle simulation of

particulate systems: theoretical developments. *Chemical Engineering Science*, v. 62, p. 3378-3396, mar. 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2006.12.089>