



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**ESTUDO DA SEGREGAÇÃO DE MATERIAL GRANULAR  
EM TAMBOR ROTATÓRIO EMPREGANDO A  
ABORDAGEM NUMÉRICA LAGRANGEANA**

Rodolfo Junqueira Brandão

Uberlândia – MG

2017



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**ESTUDO DA SEGREGAÇÃO DE MATERIAL GRANULAR  
EM TAMBOR ROTATÓRIO EMPREGANDO A  
ABORDAGEM NUMÉRICA LAGRANGEANA**

Rodolfo Junqueira Brandão

Orientadores:

Prof. Dr. Cláudio Roberto Duarte

Prof. Dr. Marcos A. de Souza Barrozo

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química

Uberlândia – MG

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

B817e  
2017

Brandão, Rodolfo Junqueira, 1992-

Estudo da segregação de material granular em tambor rotatório empregando a abordagem numérica Lagrangeana / Rodolfo Junqueira Brandão. - 2017.

91 f. : il.

Orientador: Cláudio Roberto Duarte.

Coorientador: Marcos Antonio de Souza Barrozo

Dissertação (mestrado) -- Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.

Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2017.56>

Inclui bibliografia.

1. Engenharia química - Teses. 2. Partículas - Segregação - Teses. I. Duarte, Cláudio Roberto. II. Barrozo, Marcos Antonio de Souza. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. III. Título.

---

CDU: 66.0

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 17 DE JULHO DE 2017.

BANCA EXAMINADORA:

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Claudio Roberto Duarte**

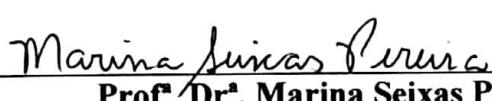
(Orientador – PPGEQ/ UFU)

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Barrozo**

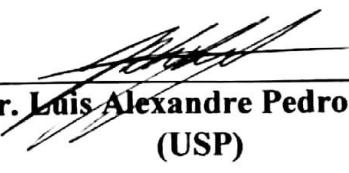
(Orientador – PPGEQ/ UFU)

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Márcio Ricardo Pivello**

(PPGEQ/UFU)

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Marina Seixas Pereira**

(PPGEQ/UFU)

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Luis Alexandre Pedro de Freitas**

(USP)

Dedico aos meus pais, Aguinaldo e Eliana.

*“Estarás sob a proteção do Senhor ao saíres e ao voltares, desde agora e para todo o sempre”*

*(Salmos 121.8)*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela força nos momentos difíceis e por ter me concedido a oportunidade de desenvolver este trabalho.

Aos meus pais, Aguinaldo e Eliana, pelo amor e pela paciência, pessoas que sempre incentivaram os estudos em minha vida e a quem sou eternamente grato.

À minha namorada Thais Logetto pelo carinho, compreensão, incentivo e paciência, por ser uma companheira que acredita nos meus sonhos e me apoia em cada decisão tomada.

Aos meus amigos do laboratório, Rondinelli, Suellen, Marcela, Angélica, Priscilla, Geraldo, Lidja, Laiane e Gláucia, pelos agradáveis momentos de convivência e incentivo.

Ao aluno de iniciação científica, Patrick que em diversos momentos me auxiliou na análise de imagem deste trabalho.

Aos meus amigos Felipe Freire, Igor Santos, Eduardo Virgili, Ismael Melo, Matheus Matos, Edson Bento e Rogério Brito, que mesmo distantes, sempre me apoiaram e estiveram ao meu lado.

Ao meu professor de basquete, Raimundo Soto, que desde pequeno me ensinou os valores da vida e contribuiu para que eu fosse uma pessoa melhor.

A todos os professores e colegas do PPGEQ/UFU pelo convívio e aprendizado.

À professora Marina Seixas, Márcio Pivello e ao professor Luis Alexandre Pedro De Freitas pela valiosa correção e ajuda para o término deste trabalho.

Um agradecimento especial aos meus orientadores e amigos, Prof. Marcos Barrozo e Prof. Cláudio Duarte. A vocês agradeço pela oportunidade de desenvolver este trabalho, pela confiança em mim depositada e pelos diversos ensinamentos transmitidos durante este tempo, que tanto contribuíram para minha formação pessoal e profissional.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	i
LISTA DE TABELAS .....	iii
LISTA DE SÍMBOLOS .....	iv
RESUMO .....	viii
Capítulo 1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 OBJETIVO GERAL .....	2
1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO .....	2
Capítulo 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	3
2.1 TAMBOR ROTATÓRIO .....	3
2.2 REGIMES DE ESCOAMENTO .....	4
2.3 FENOMENOLOGIA DE SEGREGAÇÃO E MISTURA .....	9
2.4 ABORDAGEM NUMÉRICA .....	15
2.4.1 ABORDAGEM EULERIANA .....	16
2.4.2 ABORDAGEM LAGRANGEANA .....	17
2.5 PARÂMETROS DEM .....	24
2.5.1 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO .....	25
2.5.2 COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO .....	29
2.5.3 COEFICIENTE DE ATRITO DE ROLAMENTO .....	35
Capítulo 3 MATERIAIS E MÉTODOS .....	37
3.1 MEDIÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS NUMÉRICOS .....	38
3.1.1 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO .....	39
3.1.2 COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO .....	40
3.1.3 COEFICIENTE DE ATRITO DE ROLAMENTO .....	42
3.2 SEGREGAÇÃO DE PARTÍCULAS EM TAMBOR ROTATÓRIO .....	43
3.2.1 MEDIDA DO ÍNDICE DE SEGREGAÇÃO .....	44

3.3 EFEITO DOS PARÂMETROS NO COMPORTAMENTO BULK.....	46
3.3.1 ÂNGULO DE REPOUSO DINÂMICO .....	48
3.3.2 ÍNDICE DE SEGREGAÇÃO .....	50
3.4 INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA-EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO.....	51
Capítulo 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	53
4.1 MEDIÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS NUMÉRICOS.....	53
4.1.1 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO .....	53
4.1.2 COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO .....	55
4.1.3 COEFICIENTE DE ATRITO DE ROLAMENTO.....	56
4.2 EFEITO DOS PARÂMETROS NO COMPORTAMENTO BULK.....	57
4.3 ANÁLISE QUALITATIVA DO FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO .....	60
4.4 ANÁLISE QUANTITATIVA DO FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO .....	66
4.4.1 SEGREGAÇÃO RADIAL.....	66
4.4.2 SEGREGAÇÃO AXIAL .....	71
4.5 PERFIL DE VELOCIDADE MÉDIA GRANULAR.....	76
Capítulo 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....	81
Capítulo 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	85

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Comportamento de leito em tambores rotatórios (HENEIN et al., 1983).....	5
Figura 2.2: Regiões ativa e passiva em tambor rotatório operando em regime de rolamento (Adaptado de AISSA et al., 2012).....	7
Figura 2.3: Perfil de comportamento granular em regime de cascateamento. ....	8
Figura 2.4: Deformação viscoelástica. ....	19
Figura 2.5: Esquema da modelagem DEM linear: modelo mola-amortecedor (Adaptado de SANTOS, 2015). ....	20
Figura 2.6: Propagação da onda de Rayleigh. ....	23
Figura 2.7: (A) Colisão Perfeitamente inelástica; (B) Colisão perfeitamente elástica (Adaptado de Dias e Barroso, 2006). ....	26
Figura 2.8: Impacto obliquo de uma partícula em três dimensões. ....	27
Figura 2.9: a) modelo de fricção de Coulomb; b) modelo de fricção de Coulomb com adição da viscosidade (Hutchings, 2001).....	31
Figura 2.10: Influencia da força normal no atrito estático (Hutchings, 2001). ....	32
Figura 2.11: Influencia da área de contato no atrito estático (Hutchings, 2001).....	32
Figura 2.12: Esquema de plano inclinado (BLAU, 2001).....	33
Figura 2.13: Dispositivo tipo "Trenó" (LUIZ, 2013). ....	34
Figura 2.14: Dispositivo centrípeto (Adaptado de DUKIN e KIM, 1995).....	35
Figura 3.1: Fluxograma global da metodologia.....	37
Figura 3.2: Material granular – (a) vidro; (b) soja.....	38
Figura 3.3: Fluxograma descritivo dos parâmetros numéricos determinados experimentalmente.....	38
Figura 3.4: Dispositivo de medida de coeficiente de restituição.....	39
Figura 3.5: Dispositivo de medida de atrito estático. ....	40
Figura 3.6: Clump de partículas – (a) vidro; (b) soja. ....	41
Figura 3.7: Aparato experimental configurado para medição de atrito estático partícula-partícula: (a) com partículas de vidro; (b) com partículas de soja.....	41
Figura 3.8: Dispositivo para medida do atrito de rolamento. ....	42
Figura 3.9: Disposição espacial inicial do material granular no interior do tambor. ....	44
Figura 3.10: Padronização da metodologia de tratamento de imagem.....	44
Figura 3.11: Gradeamento transversal para determinação do índice de segregação. ....	46

Figura 3.12: Fluxograma para análise do efeito dos parâmetros sobre o comportamento bulk.	47
Figura 3.13: Tambor rotatório – Unidade experimental.....	48
Figura 3.14: Medida do ângulo de repouso dinâmico. ....	50
Figura 3.15: Aglomerado (clump) de esferas para representação da soja. ....	52
Figura 3.16: Fluxograma para investigação do fenômeno de segregação. ....	52
Figura 4.1: Influência da espessura e do material sobre o coeficiente de restituição. ....	53
Figura 4.2: Calibração a partir da cinética de segregação. ....	59
Figura 4.3: Análise transiente do índice de segregação experimental e numérica para velocidade de rotação de 0,59 rad/s e preenchimento de 25%: a) forma padrão; b) forma normalizada. ....	67
Figura 4.4: Efeito das variáveis de operação sobre a cinética de segregação: a) velocidade de rotação; b) grau de preenchimento. ....	70
Figura 4.5: Fração volumétrica em função da posição axial. ....	71
Figura 4.6: Efeito do grau de preenchimento sobre a segregação axial: a) configuração M1; b) configuração M2; c) configuração M3. ....	72
Figura 4.7: Efeito da velocidade de rotação sobre a segregação axial: a) configuração M1; b) configuração M2; c) configuração M3. ....	73
Figura 4.8: Configuração M3: Efeito da fricção das paredes terminais. ....	75
Figura 4.9: Influência da velocidade de rotação e grau de preenchimento sobre o perfil de velocidade média granular.....	76
Figura 4.10: Efeito da configuração e da propriedade física das partículas sobre o perfil de velocidade média granular.....	77
Figura 4.11: Comportamento granular característico. ....	78

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Regimes de escoamento em tambores rotatórios (Santos, 2015) .....	4
Tabela 2.2: Equações de velocidades críticas de centrifugação. ....	9
Tabela 2.3: Modelos de índices de mistura. ....	12
Tabela 2.4: Modelos teóricos de coeficiente de restituição. ....	29
Tabela 3.1: Configurações de partículas no estudo de segregação em tambor rotatório.....	43
Tabela 3.2: Planejamento composto central para calibração dos parâmetros. ....	49
Tabela 3.3: Condições empregadas na simulação Lagrangeana.....	51
Tabela 4.1: Coeficientes de atrito estático das partículas de vidro e de soja sobre diferentes superfícies.....	55
Tabela 4.2: Coeficientes de atrito de rolamento de partículas de vidro sobre superfícies de vidro, aço e lixa P80. ....	57
Tabela 4.3: Ângulo de repouso dinâmico medido para as simulações do PCC. ....	58
Tabela 4.4: Distribuição granular radial experimental e numérica da configuração M1 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%. ....	61
Tabela 4.5: Distribuição granular axial experimental e numérica da configuração M1 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%. ....	61
Tabela 4.6: Distribuição granular radial experimental e numérica da configuração M2 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%. ....	62
Tabela 4.7: Distribuição granular axial experimental e numérica da configuração M2 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%. ....	63
Tabela 4.8: Distribuição granular radial experimental e numérica da configuração M3 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%. ....	64
Tabela 4.9: Distribuição granular axial experimental e numérica da configuração M3 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%. ....	65
Tabela 4.10: Cinéticas de segregação adimensionais para as configurações: .....	68
Tabela 4.11: Efeito das propriedades físicas do material granular e das condições operacionais sobre a constante cinética de segregação.....	69
Tabela 4.12: Constantes empíricas para predição da constante cinética de segregação.....	70
Tabela 4.13: Influência da fricção das paredes terminais sobre a segregação axial.....	74
Tabela 4.14: Parâmetros ajustados por meio de uma regressão não linear utilizando a Equação 4.5. ....	79
Tabela 4.15: Parâmetros ajustados por meio de regressão não linear utilizando a Equação 4.6. ....	80

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	aceleração	$M^0 L^1 T^{-2}$
$d_{ij}$	distância entre os centros de massa das partículas i e j	$M^0 L^1 T^0$
$E^*$	módulo de young equivalente	$M^1 L^{-1} T^{-2}$
$E_c$	módulo de young da chapa	$M^1 L^{-1} T^{-2}$
$E_i$	módulo de young da partícula i	$M^1 L^{-1} T^{-2}$
$E_j$	módulo de young da partícula j	$M^1 L^{-1} T^{-2}$
$E_p$	módulo de young da partícula	$M^1 L^{-1} T^{-2}$
$e_p$	coeficiente de restituição	$M^0 L^0 T^0$
$e_n$	coeficiente normal restituição	$M^0 L^0 T^0$
$e_t$	coeficiente tangencial restituição	$M^0 L^0 T^0$
$e_{pp}$	coeficiente de restituição partícula-partícula	$M^0 L^0 T^0$
$e_{pw}$	coeficiente de restituição partícula-parede	$M^0 L^0 T^0$
$f$	grau de preenchimento	$M^0 L^0 T^0$
$F$	força	$M^1 L^1 T^{-2}$
$F_{t,max}^d$	força tangencial máxima de amortecimento	$M^1 L^1 T^{-2}$
$F_f$	força de atrito	$M^1 L^1 T^{-2}$
$F_p$	força peso	$M^1 L^1 T^{-2}$
$F_{ij}$	força entre a partícula i e j	$M^1 L^1 T^{-2}$
$F_n$	força normal	$M^1 L^1 T^{-2}$
$F_n^d$	força normal de amortecimento	$M^1 L^1 T^{-2}$
$Fr$	número de froude	$M^0 L^0 T^0$
$F_{ij}^N$	força normal	$M^1 L^1 T^{-2}$
$F_{ij}^T$	força tangencial	$M^1 L^1 T^{-2}$
$g$	gravidade	$M^0 L^1 T^{-2}$
$G^*$	módulo de cisalhamento equivalente	$M^1 L^{-1} T^{-2}$
$G_i$	módulo de cisalhamento da partícula i	$M^1 L^{-1} T^{-2}$
$G_j$	módulo de cisalhamento da partícula j	$M^1 L^{-1} T^{-2}$
$h$	altura	$M^0 L^1 T^0$
$h_1$	altura de soltura	$M^0 L^1 T^0$
$h_2$	altura de ricochete	$M^0 L^1 T^0$
$I_i$	momento de inercia da partícula i	$M^1 L^2 T^0$
$k_n$	rigidez normal do modelo linear	$M^1 L^0 T^{-2}$

$k_{sf}$	troca de momento entre as fases sólida e fluida	$M^1L^0T^{-1}$
$k_t$	rigidez tangencial do modelo linear	$M^1L^0T^{-2}$
$I_i$	momento de inercia da partícula i	$M^1L^2T^0$
$L$	espessura da chapa	$M^0L^1T^0$
$M$	índice de mistura	$M^0L^0T^0$
$m$	massa	$M^1L^0T^0$
$m^*$	massa equivalente	$M^1L^0T^0$
$m_i$	massa da partícula i	$M^1L^0T^0$
$m_i$	massa da partícula i	$M^1L^0T^0$
$m_j$	massa da partícula j	$M^1L^0T^0$
$P$	pressão	$M^1L^{-1}T^{-2}$
$P_s$	pressão de sólidos	$M^1L^{-1}T^{-2}$
$r$	raio da partícula	$M^0L^1T^0$
$R$	raio do tambor	$M^0L^1T^0$
$R^*$	raio equivalente	$M^0L^1T^0$
$r_i$	raio da partícula i	$M^0L^1T^0$
$r_j$	raio da partícula j	$M^0L^1T^0$
$s$	vetor unitário tangencial	$M^0L^0T^0$
$S_n$	rigidez normal do modelo não linear	$M^1L^0T^{-2}$
$S_t$	rigidez tangencial do modelo não linear	$M^1L^0T^{-2}$
$t$	tempo	$M^0L^0T^1$
$\bar{\bar{T}}$	tensor tensão	$M^1L^{-1}T^{-2}$
$\bar{\bar{T}}_f$	tensor tensão da fase fluída	$M^1L^{-1}T^{-2}$
$\bar{\bar{T}}_s$	tensor tensão da fase sólida	$M^1L^{-1}T^{-2}$
$T_R$	tempo critico de integração	$M^0L^0T^1$
$v$	velocidade da partícula	$M^0L^1T^{-1}$
$V$	velocidade característica	$M^0L^1T^{-1}$
$V_0$	velocidade inicial	$M^0L^1T^{-1}$
$V_1$	velocidade final	$M^0L^1T^{-1}$
$v_i$	velocidade da partícula i	$M^0L^1T^{-1}$
$v_{rel}^N$	velocidade relativa normal	$M^0L^1T^{-1}$
$v_{rel}^T$	velocidade relativa tangencial	$M^0L^1T^{-1}$

$\vec{v}_s$	vetor velocidade da fase sólida	$M^0 L^1 T^{-1}$
$\vec{v}_j$	vetor velocidade da fase fluida	$M^0 L^1 T^{-1}$
$v_i$	velocidade linear da partícula i	$M^0 L^1 T^{-1}$
$V_i$	velocidade de impacto	$M^0 L^1 T^{-1}$
$v_R$	velocidade de onda de rayleigh	$M^0 L^1 T^{-1}$
$V_r$	velocidade de ricochete	$M^0 L^1 T^{-1}$
$v_x$	velocidade linear direção x	$M^0 L^1 T^{-1}$
$v_y$	velocidade linear direção y	$M^0 L^1 T^{-1}$
$v_z$	velocidade linear direção z	$M^0 L^1 T^{-1}$
$x_j$	posição da partícula j	$M^0 L^1 T^0$
símbolos gregos		
$\alpha$	ângulo de inclinação do plano	$M^0 L^0 T^0$
$\alpha_f$	fração volumétrica da fase fluida	$M^0 L^0 T^0$
$\alpha_i$	ângulo de impacto	$M^0 L^0 T^0$
$\alpha_r$	ângulo de rechaço	$M^0 L^0 T^0$
$\alpha_s$	fração volumétrica da fase sólida	$M^0 L^0 T^0$
$\beta$	coeficiente de amortecimento	$M^1 L^0 T^{-1}$
$\gamma$	razão entre diâmetro da partícula com espessura da chapa	$M^0 L^0 T^0$
$\gamma_n$	coeficiente normal de amortecimento	$M^0 L^0 T^0$
$\gamma_t$	coeficiente tangencial de amortecimento	$M^0 L^0 T^0$
$\delta_n$	deformação viscoelástica normal	$M^0 L^1 T^0$
$\delta_t$	deformação viscoelástica tangencial	$M^0 L^1 T^0$
$\dot{\delta}_n$	velocidade de deformação viscoelástica normal	$M^1 L^0 T^{-1}$
$\dot{\delta}_t$	velocidade de deformação viscoelástica tangencial	$M^1 L^0 T^{-1}$
$\theta$	ângulo de atrito estático	$M^0 L^0 T^0$
$\theta_D$	ângulo de repouso dinâmico	$M^0 L^0 T^0$
$\theta_i$	posição angular de partícula i	$M^0 L^0 T^0$
$\theta_L$	ângulo de repouso inferior	$M^0 L^0 T^0$
$\theta_U$	ângulo de repouso superior	$M^0 L^0 T^0$
$\lambda_n$	coeficiente de amortecimento normal	$M^1 L^0 T^{-1}$
$\lambda_t$	coeficiente de amortecimento tangencial	$M^1 L^0 T^{-1}$
$\mu$	coeficiente de atrito	$M^0 L^0 T^0$
$\mu_k$	coeficiente de atrito cinético	$M^0 L^0 T^0$

$\mu_R$	coeficiente de atrito de rolamento	$M^0L^0T^0$
$\mu_{Rpp}$	coeficiente de atrito de rolamento partícula-partícula	$M^0L^0T^0$
$\mu_{Rpw}$	coeficiente de atrito de rolamento partícula-parede	$M^0L^0T^0$
$\mu_s$	coeficiente de atrito estático	$M^0L^0T^0$
$\mu_{spp}$	coeficiente de atrito estático partícula-partícula	$M^0L^0T^0$
$\mu_{spw}$	coeficiente de atrito estático partícula-parede	$M^0L^0T^0$
$\rho_c$	densidade da chapa	$M^1L^{-3}T^0$
$\rho_f$	densidade da fase fluída	$M^1L^{-3}T^0$
$\rho_p$	densidade da partícula	$M^1L^{-3}T^0$
$\rho_s$	densidade da fase sólida	$M^1L^{-3}T^0$
$\sigma$	desvio padrão da composição da mistura	$M^0L^0T^0$
$\sigma_0$	desvio padrão inicial da composição da mistura	$M^0L^0T^0$
$\sigma_0^2$	variância inicial da composição da mistura	$M^0L^0T^0$
$\sigma^2$	variância da composição da mistura	$M^0L^0T^0$
$\sigma_p$	razão de poisson	$M^0L^0T^0$
$\sigma_r$	desvio padrão final da composição da mistura	$M^0L^0T^0$
$\sigma_r^2$	variância final da composição da mistura	$M^0L^0T^0$
$\tau_{ij}$	torque entre a partícula i e j	$M^1L^2T^{-2}$
$\omega$	velocidade angular de rotação do tambor	$M^0L^0T^{-1}$
$\omega_c$	velocidade angular crítica de rotação do tambor	$M^0L^0T^{-1}$
$\omega_i$	velocidade angular da partícula i	$M^0L^1T^{-1}$

## RESUMO

A compreensão acerca do comportamento de escoamentos granulares e da dinâmica de partículas é de fundamental importância no que diz respeito à concepção de projetos e otimização de equipamentos industriais. Dentre eles, os tambores rotatórios têm ganhado destaque devido à sua geometria relativamente simples, que consiste em uma estrutura cilíndrica horizontal que gira em torno do próprio eixo. Entretanto, a segregação de partículas tem se tornado um dos recorrentes problemas na utilização deste equipamento, podendo afetar negativamente a eficiência do processo. Neste contexto, o presente trabalho teve como objetivo estudar o fenômeno de segregação de partículas em um tambor rotatório por meio de técnicas numéricas e experimentais. No estudo numérico, foi utilizada a abordagem Lagrangeana, na qual cada partícula é acompanhada, individualmente, com a consequente aplicação do balanço de forças, levando em consideração as interações com as demais partículas através de leis de contato. Experimentalmente, foram mensurados os coeficientes de restituição, atrito estático e atrito de rolamento, baseado nas normas da ASTM. Quanto à abordagem Lagrangeana, realizou-se a calibração dos coeficientes de atrito de rolamento e estático partícula-partícula e partícula-parede. Estes parâmetros foram avaliados em um Planejamento Composto Central e comparados com os valores obtidos experimentalmente. Através de uma técnica de análise de imagens, os índices de segregação numéricos e experimentais foram determinados. Utilizando as abordagens numérica Lagrangeana e experimental, foi estudado o fenômeno de segregação em tambor rotatório e avaliada a influência das propriedades físicas granulares como tamanho e densidade, bem como das condições operacionais: velocidade de rotação e grau de preenchimento. Para isto, foram empregadas razões de diâmetro e densidade de 5,62 e 2,11, respectivamente, velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e níveis de preenchimento de 25 e 50%. Tanto as diferenças de diâmetro quanto as diferenças de densidade promoveram o fenômeno de segregação nas direções radial e axial. Uma análise mais aprofundada foi realizada em relação à constante cinética de segregação, para a qual avaliou-se a influência das condições operacionais. Ao comparar as imagens e as cinéticas de segregação obtidas experimentalmente com as geradas pelo resolvedor numérico, foi observada a similaridade entre as mesmas, permitindo afirmar que a ferramenta se mostrou promissora na análise do fenômeno.

**Palavras-chave:** Tambor rotatório, abordagem Lagrangeana, análise de imagem, segregação.

## ABSTRACT

Understanding the behavior of granular flows and particle dynamics is of fundamental importance in designing and optimizing industrial equipments. Among them rotary drums have gained prominence due to their relatively simple geometry, which consists of a horizontal cylindrical structure that rotates about the axis itself. However, the segregation of particles has become one of the recurring problems in the use of this equipment, and may negatively affect the efficiency of the process. In this context, the present work had as objective to study the phenomenon of segregation of particles in a rotatory drum by means of numerical and experimental techniques. In the numerical study, the Lagrangian approach was used, in which each particle is individually monitored with the consequent application of the balance of forces, taking into account the interactions with the other particles through the contact laws. Experimentally, the coefficients of restitution, static friction and rolling friction were measured, based on ASTM standards. As for the Lagrangian approach, the calibration of the coefficients of rolling and static friction were performed. These parameters were evaluated in a Central Composite Design and compared with the values obtained experimentally. Through the technique of image analysis, numerical and experimental segregation indices were determined. Using Lagrangian and experimental approaches, the segregation phenomenon in rotatory drum was studied and the influence of granular physical properties such as size and density, as well as the operational conditions: rotation speed and degree of filling were evaluated. For this purpose, diameter and density ratios of 5.62 and 2.11, respectively, rotation speeds of 0.59, 1.10 and 1.77 rad / s and fill levels of 25 and 50% were used. Both the diameter differences and the density differences promoted the segregation phenomenon in the radial and axial directions. An analysis was performed in relation to the kinetic segregation constant, for which the influence of the operating conditions was evaluated. When comparing the images and the kinetics of segregation obtained experimentally with those generated by the numerical resolver, the similarity between them was observed, allowing to affirm that the tool showed to be promising in the analysis of the phenomenon.

**Key-words:** Rotary drum, Lagrangian approach, image analysis, segregation.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Os tambores rotatórios vêm sendo largamente utilizados em diversos processos que exigem intensa transferência de calor, massa e quantidade de movimento, sendo aplicados a um elevado número de partículas, como por exemplo os processos de secagem, calcinação, moagem e granulação.

Um dos motivos da utilização de tambores rotatórios em processos industriais deve-se a sua geometria relativamente simples, que consiste em uma estrutura cilíndrica horizontal, que gira em torno do seu próprio eixo, bem como sua característica de operar com elevadas capacidades. Apesar das amplas aplicações de materiais particulados na indústria, o conhecimento sobre a mistura de partículas sólidas encontra-se ainda escasso (ALCHIKH-SULAIMAN *et al.*, 2016).

Dentre as problemáticas apresentadas na utilização do tambor rotatório, a segregação de partículas aparece como expoente, uma vez que este fenômeno ocorre com elevada frequência na maioria dos processos que envolvem fluxos granulares, onde há a necessidade de utilização de partículas de diferentes tamanhos e densidades (KUO *et al.*, 2005; PIRKER *et al.*, 2010; SANTOS *et al.*, 2013).

Pequenas diferenças nas propriedades físicas podem vir a promover a segregação de partículas em movimento dentro do tambor, ocasionando deste modo uma redução da eficiência dos respectivos processos. Essa diminuição de eficiência é atribuída à redução do número de contatos entre partículas (ALIAN *et al.*, 2015; CHO *et al.*, 2012; GRAJALES *et al.*, 2012; LOMMEN *et al.*, 2014).

Além das investigações experimentais, as simulações numéricas se apresentam como uma ferramenta eficaz para um melhor entendimento sobre os fenômenos que ocorrem em sistemas granulares (SANTOS *et al.*, 2015; WANG *et al.*, 2015).

Em princípio, a modelagem numérica pode ser abordada de duas diferentes formas, a Lagrangeana e a Euleriana. Na primeira abordagem, as partículas individuais ou grupos representativos de partículas são rastreados por avaliação de um balanço de forças na posição real da partícula (ALCHIKH-SULAIMAN *et al.*, 2016; ZHENG e YU, 2015). Na segunda abordagem, a fase particulada é tratada como fluida, estando presente o conceito de fração de volume aplicado à cada uma das fases presentes.

Estudos de modelagem utilizando abordagem Lagrangeana, na maioria dos casos são limitados a determinar o melhor conjunto de parâmetros para uma condição específica, não levando em consideração a influência das condições operacionais (SANTOMASO *et al.*, 2003; SANTOS *et al.*, 2012, 2013).

Desta maneira, torna-se necessário o estudo numérico da dinâmica de partículas no interior de tambores rotatórios e do fenômeno de segregação, por meio da utilização da abordagem Lagrangeana, bem como posterior verificação, recorrendo a dados experimentais. Nesta dissertação isso será realizado utilizando o software EDEM nas simulações, bem como dados experimentais oriundos de trabalhos já desenvolvidos no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (PPGEQ-UFU), permitindo assim, a determinação de parâmetros físicos, como os coeficientes de atrito estático, rolamento e restituição, e verificação da capacidade preditiva do modelo proposto.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo geral estudar, experimentalmente e por meio de técnicas numéricas, o fenômeno de segregação no interior de um tambor rotatório.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar experimentalmente os coeficientes de restituição, atrito estático e atrito de rolamento.
- Avaliar o efeito da variação das condições operacionais e das propriedades granulares sobre o fenômeno de segregação radial e axial.
- Verificar a influência da rugosidade das paredes terminais no fenômeno de segregação axial.
- Propor um modelo matemático para predição do perfil de velocidade média das partículas no interior de um tambor rotatório, com o intuito de predizer o fenômeno de segregação através da identificação de gaps.

## CAPÍTULO 2

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada a revisão da literatura sobre tambor rotatório (2.1), abordando os regimes de escoamento (2.2), fenomenologia de segregação e mistura (2.3), técnicas numéricas (2.4) e de medidas de parâmetros (2.5).

#### **2.1 TAMBOR ROTATÓRIO**

Materiais granulares podem ser encontrados em várias formas e quantidades, em uma ampla variedade de áreas de aplicação. Conhecimento sobre o comportamento mecânico destes materiais é de grande importância para um projeto adequado de unidades de processamento, como silos, tambores rotativos e sistemas de queima (HÖHNER *et al.*, 2013).

Os tambores rotativos são normalmente cilindros que rodam em torno de seu eixo central de modo a promover a movimentação de partículas. Os dispositivos baseados nessa configuração são amplamente empregados para o processamento de materiais granulares nas indústrias mineral, farmacêutica, cerâmica, de cimento e alimentos, nos quais são utilizados para realizar a secagem, aquecimento, reações químicas e mistura (CHOU e HSIAU, 2012), dentre outras aplicações. O fluxo de material granular em um tambor rotativo revela muitos efeitos interessantes e tem sido estudado experimentalmente, bem como numericamente, por diversos autores, como reportado por Buchholtz *et al.* (1995); Ding *et al.* (2001); Yang *et al.* (2003); Alchikh-Sulaiman *et al.* (2016).

Com a finalidade de obter melhor compreensão dos efeitos das condições de funcionamento (velocidade de rotação, ângulo de inclinação, taxa de alimentação, nível de preenchimento), geometria (diâmetro do tambor, comprimento do tambor, deflectores) e propriedades granulares (tamanho de partícula, distribuição de tamanho, forma, densidade, coesividade), o comportamento das partículas em tambores rotativos tem sido amplamente estudado, com foco principal no processo de mistura, cuja eficiência está diretamente ligada à qualidade do produto final (EMADY *et al.*, 2016).

## 2.2 REGIMES DE ESCOAMENTO

O comportamento do fluxo granular num tambor rotativo pode ser identificado por vários regimes de fluxo, baseados no movimento da partícula (XIAO *et al.*, 2005). Assim, a conduta do movimento das partículas, bem como os mecanismos de mistura e segregação, podem ser diferentes em cada regime de fluxo. Mellmann (2001) apresenta uma revisão dos seis regimes de fluxo identificáveis em um sistema granular, que podem ser utilizados para descrever a movimentação de partículas em um tambor rotativo, dependendo de diferentes condições operacionais, incluindo a velocidade de rotação, o coeficiente de atrito na parede e o grau de enchimento.

A forma mais comum de caracterizar o fluxo de partículas em um tambor rotativo é pelo número de Froude,  $Fr$ , que é a razão entre a força inercial e a força gravitacional no leito de partículas, conforme apresentado na Equação 2.1, onde  $\omega$ ,  $R$  e  $g$  são a velocidade de rotação do tambor, o raio do tambor e a aceleração gravitacional respectivamente.

$$Fr = \frac{\omega^2 R}{g} \quad (2.1)$$

O número de Froude juntamente com o nível de preenchimento pode ser utilizado para prever o regime de fluxo granular, mas as propriedades do material também desempenham um papel não trivial, conforme exposto na Tabela 2.1 (DING *et al.*, 2001; MELLMANN, 2001).

Tabela 2.1: Regimes de escoamento em tambores rotatórios (Santos, 2015).

Regimes	Deslizamento	Avalanche	Rolamento	Cascateamento	Catarateamento	Centrifugação
Esquemas						
Faixa de Froude [-]	$0 < Fr < 10^{-4}$	$10^{-5} < Fr < 10^{-3}$	$10^{-4} < Fr < 10^{-2}$	$10^{-3} < Fr < 10^{-1}$	$0,1 < Fr < 1$	$Fr \geq 1$
Faixa de preenchimento [-]	$f < 0,1$	$f < 0,1$		$f > 0,1$		$f > 0,2$
Condição de atrito na parede [-]	$\mu_{p-w} < \mu_{p-w,c}$			$\mu_{p-w} > \mu_{p-w,c}$		
Aplicação	Não utilizado		Granuladores, secadores, resfriadores, misturadores, etc.		Moinhos de bola	Não utilizado

Henein *et al.* (1983), realizaram estudos sobre o comportamento de movimento transversal de sólidos granulares em cilindros rotativos, permitindo a confecção do

diagrama de comportamento de leito em tambores rotatórios, conforme apresentado na Figura 2.1.

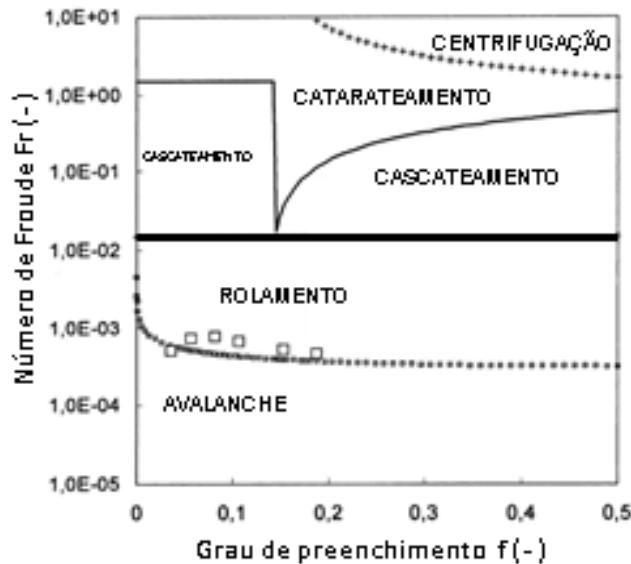


Figura 2.1: Comportamento de leito em tambores rotatórios (HENEIN *et al.*, 1983).

No diagrama são apresentadas as regiões de regimes de escoamento, em função do número de Froude e do grau de preenchimento. Vale ressaltar ainda que, no presente diagrama, o coeficiente de atrito entre o material granular e a parede do tambor, é determinado como uma função do grau de preenchimento.

Os tópicos a seguir elucidam as principais características dos diferentes tipos de regimes de fluxos granulares em tambor rotatório:

### 2.2.1.1 REGIME DE DESLIZAMENTO

O regime de deslizamento decorre a partir da combinação de duas condições experimentais: baixa velocidade de rotação e baixo coeficiente de atrito entre a partícula e a parede lateral do tambor. Este regime é caracterizado por um leito estático de material deslizando sobre a parede do tambor, formando um pequeno ângulo de inflexão do leito. Observa-se também, que neste regime nenhum grau de mistura do material particulado presente no tambor é alcançado. Por conseguinte, este estado de movimento é indesejado na prática e deve ser impedido através da utilização de paredes ásperas ou a partir da adição de acoplamentos como os suspensores, ou de uma maior velocidade de rotação do tambor (MELLmann, 2001).

### 2.2.1.2 REGIME DE AVALANCHE OU CAIMENTO

Conforme ocorre o aumento da velocidade de rotação do tambor ou da rugosidade da parede, o regime de avalanche se manifesta, o qual é caracterizado pela periodicidade de movimento do leito (SANTOS *et al.*, 2015). Inicialmente o material particulado adere-se à parede, comportando-se como um corpo rígido, onde é deslocado no sentido da rotação do tambor, até alcançar o ângulo de repouso superior,  $\theta_U$ , então o material granular começa a deslizar no sentido contrário ao de rotação, até ser atingindo o ângulo de repouso inferior,  $\theta_L$  (HENEIN *et al.*, 1983).

Xia *et al.* (2005) avaliaram o efeito da velocidade de rotação sobre a magnitude dos ângulos de repouso inferior e superior, onde foi averiguado a independência entre as duas variáveis. De acordo com os autores, ao aumentar a velocidade de rotação de 0,07 rpm para 0,5 rpm (aproximadamente 600%), o valor do ângulo de repouso superior variou de 29,7° para 31,3° (aproximadamente 5%).

Xia *et al.* (2005) observaram também, que com o aumento da velocidade de rotação, o intervalo de tempo entre os ângulos de repouso superior e inferior torna-se cada vez mais curto, levando ao regime de rolamento, onde a inclinação da superfície do leito permanece constante,  $\theta_D$ , sendo este valor aproximadamente a média aritmética dos ângulos de repouso inferior e superior.

### 2.2.1.3 REGIME DE ROLAMENTO

O regime de rolamento tem como particularidade a formação de uma superfície de leito plana com uma inclinação constante, caracterizando o ângulo de repouso dinâmico do material ( $\theta_D$ ).

Na indústria, em muitas aplicações, os tambores rotativos são operados no regime de rolamento. Neste regime, o material do leito pode ser dividido em duas regiões distintas, isto é, uma região passiva onde as partículas são transportadas para cima pela parede do tambor e uma região ativa onde as partículas fluem para baixo a partir da superfície inclinada do leito, como apresentado na Figura 2.2 (DING *et al.*, 2001).

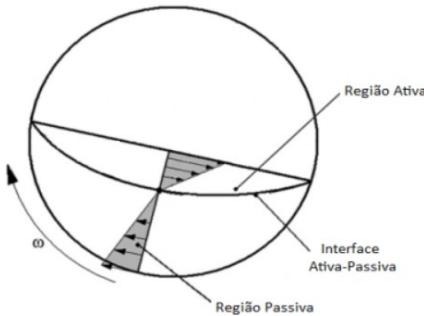


Figura 2.2: Regiões ativa e passiva em tambor rotatório operando em regime de rolamento (Adaptado de AISSA *et al.*, 2012).

Na região passiva, o material granular se move como um corpo rígido e a mistura de partículas é desprezível. Deste modo, a mistura de partículas ocorre principalmente na região ativa. A taxa de tal mistura determina o quanto rápido ocorre a renovação de partículas na superfície plana do leito, apresentando grande importância nas taxas de transferência de calor e massa, bem como na homogeneidade de reações químicas. Como consequência, o comportamento de sólidos na camada ativa é extraordinariamente importante para o desempenho do processo (DING *et al.*, 2001; WANG *et al.*, 2015).

Santos *et al.* (2015), ao avaliar o perfil de velocidade de esferas de vidro em regime de rolamento, identificaram a localização do ponto no qual ocorre a inversão do sentido da velocidade das partículas. Na região passiva as partículas deslocam-se no sentido de rotação do tambor e na região ativa este sentido é invertido. A literatura apresenta diferentes estudos relacionados à espessura da camada ativa aplicados a partículas esféricas (ALIZADEH *et al.*, 2013, JAIN *et al.*, 2013, SANTOMASO *et al.*, 2003), partículas não esféricas (DUBÉ *et al.*, 2013) e partículas úmidas (MCCARTHY, 2003).

Santomaso *et al.* (2005), apresentam o emprego da técnica PEPT (partículas de emissão de pósitrons) que permitiu medidas não invasivas e, portanto, mais precisas de velocidade de partículas. Segundo os autores, a aplicação da técnica permitiu o desenvolvimento de um modelo matemático baseado na abordagem Euleriana e na aproximação de camada fina, simplificando o problema de prever a forma do leito e os perfis de velocidade. Além disso, foi introduzido também, um novo parâmetro denominado coeficiente de troca de sólidos, que tem como proposta quantificar fluxo de partículas entre as regiões ativa e passiva.

#### 2.2.1.4 REGIME DE CASCATEAMENTO

Com o aumento da velocidade de rotação, uma superfície curva, com aspecto de “S”, conforme apresentado na Figura 2.3, é formada, caracterizando desta forma a transição do regime de rolamento para o de cascataamento. Conforme a velocidade aumenta, o formato curvo superficial vai tomando forma cada vez mais expressiva, assemelhando-se a um grão de feijão.



Figura 2.3: Perfil de comportamento granular em regime de cascataamento.

Mellmann *et al.* (2011), ao avaliar a transição rolamento-cascataamento, verificaram que esta é fortemente dependente, dentre outras propriedades, do tamanho das partículas e do grau de preenchimento do tambor.

#### 2.2.1.5 REGIME DE CATARATEAMENTO

À medida que a velocidade de rotação aumenta, o movimento em cascata é tão pronunciado que partículas individuais se separam do leito e começam a ser lançadas no espaço livre no interior do cilindro, podendo se chocar com a superfície lateral oposta do cilindro ou diretamente com o leito de partículas, caracterizando assim o regime de catarateamento (GRAJALES *et al.*, 2012; MELLMANN, 2001).

O limite de transição entre os regimes de cascataamento e catarateamento se baseia no critério de que as partículas lançadas do ápice do leito caem além do ponto central do tambor (HENEIN *et al.*, 1983). Segundo Mellmann (2001), é possível verificar que quanto menor o ângulo dinâmico de repouso do material, maior o grau de preenchimento necessário para alcançar o regime de catarateamento.

#### 2.2.1.6 REGIME DE CENTRIFUGAÇÃO

Por fim, após o regime de catarateamento, o aumento da velocidade de rotação pode resultar na aderência de todas as partículas no tambor, formando uma camada de material particulado sobre a superfície interna do equipamento, caracterizando o regime de centrifugação (GRAJALES *et al.*, 2012). Neste caso, verifica-se a ocorrência do equilíbrio da força inercial e gravitacional que atua sobre as partículas, resultando em um número de Froude unitário (Watanabe, 1999). A partir da utilização dos conceitos da mecânica clássica, a velocidade crítica de centrifugação ( $w_c$ ) para um corpo sólido, apresentada na Equação 2.3, é definida como sendo a mínima velocidade para que o leito de partículas entre em regime de centrifugação.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad (2.2)$$

Diversos autores (Rose e Sullivan, 1957; Walton e Braun, 1993; Ristow 1998; Watanabe 1999; Juarez *et al.* 2001; Santos 2015), apresentam em seus trabalhos modificações da Equação 2.2, devido a divergência de resultados práticos em relação à mesma, com a finalidade de adaptar a condições do sistema e permitir a predição da velocidade crítica de centrifugação para um leito de partículas. Estas modificações podem ser observadas nas Equações 2.3 a 2.8, dispostas na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Equações de velocidades críticas de centrifugação.

---

Rose e Sullivan, 1957	$\omega_c = \sqrt{\frac{2g}{D-d}}$	(2.3)
Walton e Braun, 1993	$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sin(\theta_D)}}$	(2.4)
Ristow, 1998	$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sqrt{1-f}}}$	(2.5)
Watanabe, 1999	$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sin(\theta_D) \sqrt{1-f}}}$	(2.6)
Juarez <i>et al.</i> , 2001	$\omega_c = \sqrt{\frac{g(1-\rho_f/\rho_s)}{R \sin(\theta_D) \sqrt{1-f}}}$	(2.7)
Santos, 2015	$\omega_c = \sqrt{\frac{g[1+\lambda \exp(-\tau f)]}{R}}$	(2.8)

---

### 2.3 FENOMENOLOGIA DE SEGREGAÇÃO E MISTURA

A mistura de materiais particulados é uma das operações básicas em diversos processos industriais, como na produção de produtos químicos, alimentícios, plásticos, cerâmicos, fármacos, fertilizantes e minerais. Na maioria dos casos, os materiais particulados devem ser uniformemente misturados para que se obtenham produtos com elevado grau de qualidade. Entretanto, diversas vezes, um produto com elevado grau de homogeneidade não é obtido devido à ocorrência do fenômeno de segregação (ALCHIKH-SULAIMAN *et al.*, 2016; YAMAMOTO *et al.*, 2015).

A definição mais comum de uma mistura perfeitamente aleatória é aquela em que a probabilidade de encontrar uma partícula de um constituinte da mistura é a mesma para todos os pontos da mistura. Normalmente, uma mistura não é completamente aleatória. Para quantificar a homogeneidade de uma mistura de sólidos, são geralmente utilizados índices de mistura ou de segregação. Um índice útil e geral deve estar relacionado, tanto quanto possível, com características especificadas da mistura final, deve ser independente dos processos de mistura e facilmente determinado (FAN *et al.*, 1970).

De acordo com Combarros *et al.* (2014), o fenômeno de segregação ocorre, principalmente, quando materiais particulados apresentam propriedades físicas diferentes tais como: tamanho, densidade e rugosidade superficial. Deste modo, uma distinção nas propriedades das partículas granulares pode resultar uma mistura inadequada, com consequências prejudiciais para a qualidade do produto final. A importância prática e o elevado grau de complexidade na dinâmica de partículas tornaram a mistura de materiais granulares um tema de intensa pesquisa nas últimas décadas (CHEN *et al.*, 2016; PIRKER *et al.*, 2010).

Uma quantidade considerável de trabalhos experimentais sobre a segregação de partículas em tambores rotativos tem sido realizada nas últimas décadas (HE *et al.*, 2007). As características do material, como as elucidadas anteriormente, assim como propriedades de interação, como por exemplo, coeficiente de atrito estático, coeficiente de atrito de rolamento e coeficiente de restituição apresentam um efeito significativo no comportamento da mistura de materiais granulares (YAMAMOTO *et al.*, 2015).

A mistura de sólidos é um processo complexo no qual as características dos sólidos e do equipamento de mistura e as condições de operação podem influenciar a tendência de mistura e segregação. Portanto, o grau de mistura e a velocidade de mistura são funções de muitas variáveis relacionadas a essas características e condições

operacionais, as quais podem ser agrupadas de acordo com as seguintes classificações (FAN *et al.*, 1970):

**Características dos sólidos:**

- 1) Distribuição de tamanho das partículas;
- 2) Forma das partículas e características das superfícies;
- 3) Densidade bulk e densidade das partículas;
- 4) Conteúdo de umidade do material;
- 5) Ângulo de repouso do material;
- 6) Coeficiente de atrito das partículas;
- 7) Friabilidade do material;
- 8) Estado de aglomeração do material;
- 9) Fluidez do material.

**Características do equipamento misturador:**

- 1) Dimensões e geometria do misturador;
- 2) Dimensões do agitador;
- 3) Material de construção e acabamento das superfícies;
- 4) Tipo, local e número de dispositivos de carga e descarga.

**Condições operacionais:**

- 1) Peso de cada componente adicionado à mistura;
- 2) Grau de preenchimento do equipamento com o material (em termos volumétricos);
- 3) Método, sequência e taxa da adição dos componentes;
- 4) Velocidade do misturador ou de agitação;
- 5) Tempo de mistura.

De acordo com Harnby (1967) e Lacey (1943), o fenômeno de segregação em um tambor rotativo pode ser subdividido em três mecanismos, isto é, segregação difusiva, segregação por cisalhamento e segregação convectiva, e estes podem ser descritos como (Bridgwater, 2012):

**Convecção:** é definido a partir do movimento de grupos de partículas (*clumps*), que são deslocados com auxílio da ação do misturador. Deste modo, a homogeneidade espacial é melhorada e a área superficial de contato entre os componentes aumenta;

**Difusão:** neste mecanismo a homogeneização é obtida pelo movimento individual das partículas. Esse processo pode ser modelado empregando uma equação governante, tal como ocorre com a difusão molecular em um fluido.

**Cisalhamento:** este mecanismo é caracterizado pela presença de zonas em que o gradiente de velocidade é elevado, apresentando também características inerentes aos mecanismos de difusão e convecção.

Uma vez que o movimento de partículas num tambor rotativo é mais atenuado em comparação a outros misturadores, a segregação por cisalhamento desempenha um papel secundário. No trabalho de Lacey (1943), o autor constatou que o comportamento das partículas no misturador do tipo tambor rotatório, nos regimes de baixas velocidades, era análogo ao da difusão molecular, permitindo assim a aplicação do modelo difusivo para predição de comportamento de misturas.

A Tabela 2.3 se refere aos principais índices empregados na quantificação do grau ou eficiência de mistura.

Tabela 2.3: Modelos de índices de mistura.

Autores	Índice de Mistura
Lexis, (1877)	$M = \frac{\sigma}{\sigma_r} \quad (2.9)$
Herdan, G., (1960)	$M = \frac{\sigma^2 - \sigma_r^2}{\bar{x}^2} \quad (2.10)$
Kramer, H. A., (1968)	$M = \frac{\sigma_o - \sigma}{\sigma_o - \sigma_r} \quad (2.11)$
Lacey, O. L., (1943)	$M = \frac{\sigma_o^2 - \sigma^2}{\sigma_o^2 - \sigma_r^2} \quad (2.12)$
Smith, J. C., (1955)	$M = \frac{\sigma_o}{\sigma} \quad (2.13)$
Yano, T. <i>et al.</i> , (1956)	$M = \frac{\sigma}{\sigma_o} \quad (2.14)$
Adams, J. F. E; Baker, A. G., (1956)	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (2.15)$
Beaudry, J. P., (1948)	$M = \frac{\frac{\sigma_o}{\sigma} - 1}{\frac{\sigma_o}{\sigma_r} - 1} \quad (2.16)$
Leggatt, C. W., (1951)	$M = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}} \quad (2.17)$
Westmacott, M. H; Linehan, P. A., (1960)	$M = \frac{\sigma^2}{\sigma_o^2} \quad (2.19)$
Miles, S. R., (1962)	$M = \frac{\sigma^2}{\sigma_o^2} - 1 \quad (2.20)$

A maioria destes critérios baseia-se em análises estatísticas, já outros incluem fotometria e abordagens cinéticas (FAN *et al.*, 1970). A diferença nas definições dos critérios revela a complexidade do processo de mistura de sólidos. Devido à natureza aleatória do processo de mistura, a análise estatística tornou-se a abordagem mais utilizada entre os investigadores. Trata-se principalmente da medição do desvio-padrão ou da variância das amostras pontuais retiradas de uma mistura. A maioria dos critérios estatísticos trata de misturas binárias (FAN *et al.*, 1970).

Como exemplo de aplicação de equacionamento, Li *et al.* (2016), avaliaram a utilização do índice de mistura proposto por Lacey (1943), Equação 2.12, para expressar a homogeneidade da mistura como uma função de distribuição da densidade numérica de partículas de vidro verdes e partículas de vidro azuis dentro do tambor. Nesta equação,  $\sigma^2$  é a variância de partículas verdes no tambor rotativo,  $\sigma_o^2$  e  $\sigma_r^2$  representam as variâncias de partículas quando completamente segregadas e bem misturadas, respectivamente. O índice de mistura obtido a partir da Equação 2.12 tem um valor zero para uma mistura completamente segregada e aumenta para a unidade para uma mistura perfeita.

Vale ressaltar que um importante parâmetro para a correta determinação do índice de segregação é o tamanho da amostra. Autores como Fan *et al.* (1970), Lacey (1943), reportam que o menor tamanho de amostra possível é uma única partícula, neste caso a amostra sempre apresentará índice de segregação máximo, não fornecendo assim qualquer informação da mistura, e o maior tamanho de amostra possível é toda a mistura. Na vizinhança destes dois extremos, observa-se que pouca informação sobre o sistema pode ser obtida, uma amostra muito pequena fornece dados dispersos de variância, e uma amostra muito grande dá origem a informações que fazem com que a mistura pareça ser melhor do que realmente é.

Ainda hoje, não foram propostos métodos sistemáticos para determinação do tamanho ótimo da amostra, o qual é fortemente dependente das características do material granular e do misturador. Deste modo, regras heurísticas são aplicadas, em que se limita o tamanho da amostra a 5% do volume total de material granular. Ao mesmo tempo, com a finalidade de apresentar uma maior confiabilidade estatística sugere-se que sejam colhidas de 5 a 15 amostras tanto para processos em batelada como para processos contínuos (LI *et al.*, 2016).

No processo de mistura de partículas bi dispersas em tambores rotativos, a literatura indica que as partículas menores tenderão a se agrupar formando um núcleo

radial. Esse núcleo é cercado por uma periferia de partículas maiores, fenômeno que se estende por toda a direção axial do tambor (CHEN *et al.*, 2016). O mecanismo físico alusivo à segregação devido à diferença de tamanho é normalmente referido como percolação, onde as partículas menores ocupam os espaços vazios temporários entre partículas maiores. Por outro lado, nos grânulos de iguais dimensões e diferentes densidades, observa-se uma maior concentração de partículas mais densas próximas ao eixo central do leito. Ao mesmo tempo, as partículas menos densas segregam-se radialmente à periferia. Este mecanismo de segregação é geralmente atribuído à condensação, onde partículas menos densas migram para a parte superior no fluxo de grãos. Em qualquer dos casos, o grau de mistura do leito será reduzido (CHEN *et al.*, 2016).

Bhattacharya (2011) e Arntz *et al.* (2008), ao investigarem o efeito do nível de preenchimento na segregação de partículas bi dispersas em tamanho, que foram inicialmente carregadas lado a lado em um tambor rotativo, observaram, conforme esperado, que as partículas menores foram realocadas para o centro do leito, formando um núcleo, e as partículas maiores foram empurradas para fora da região central, migrando para as proximidades da parede lateral do tambor.

Com o intuito de quantificar o fenômeno de segregação, diferentes técnicas de medidas foram propostas baseados em estudos experimentais e numéricos. Como exemplos de metodologias de mensuração, tem-se como expoentes o uso de sondas, tratamento de imagens e medidas de propriedades físicas, como a capacidade elétrica. Apesar da grande aplicabilidade destas metodologias, algumas delas apresentam limitações práticas que podem vir a influenciar o resultado da medida, como por exemplo, no caso das sondas, que exigem cuidado em sua inserção, uma vez que podem promover alterações locais no meio granular, levando a resultados imprecisos (SONI *et al.*, 2016). Diversos outros métodos de medidas ainda são apresentados, como o citado por Pereira e Cleary (2017), que propuseram um modelo para descrever a mistura com base na média local de propriedades desejadas, tais como cor, massa ou densidade. Os autores utilizaram partículas de marcadores para determinar o grau de mistura e segregação com base no desvio padrão normalizado.

Segundo Kuo *et al.* (2005), quando um tambor é parcialmente preenchido com uma mistura binária granular, as espécies individuais apresentam uma tendência a segregação em bandas alternadas de concentrações relativamente puras na superfície do leito ao longo do eixo de rotação. Tal efeito de segregação axial também é apresentado

por vários estudos anteriores. A segregação de partículas também ocorre nas direções radiais onde os núcleos são frequentemente observados. Gupta *et al.* (1991) relatam diversos trabalhos referentes à segregação axial e radial induzidas pela diferença de densidade e tamanho no interior de um tambor rotatório utilizando tanto simulações Lagrangeanas, quanto observações experimentais.

Diversos trabalhos focaram esforços no estudo de variáveis, como por exemplo velocidade de rotação, grau de preenchimento e razão de diâmetro de partículas, em mistura com a finalidade de reduzir a problemática da segregação em processos industriais. Neste contexto, Kuo *et al.* (2005) analisaram os efeitos da velocidade de rotação sobre o fenômeno da segregação radial, verificando que esta variável apresenta poucos efeitos na largura das bandas formadas, influenciando apenas para misturas com grau de preenchimento inferior a 20%. Ao analisar este efeito foi possível notar que a largura da banda adimensional diminui quando a velocidade de rotação do tambor aumenta. Ao analisar o efeito do grau de preenchimento sobre a largura das bandas axiais formadas, Kuo *et al.* (2005) mostram que a largura de banda adimensional diminui significativamente quando o nível de enchimento aumenta de 10% para 20% e é aproximadamente constante para os níveis de preenchimentos de 20%, 30% e 40%, para todas as velocidades de rotação estudadas.

Avaliando a influência da razão entre diâmetros de partículas, Kuo *et al.* (2005) relataram a presença de um valor mínimo no índice de segregação, fenômeno observado para uma razão de diâmetros de 2,5. Os autores atribuíram a redução do coeficiente de segregação às forças eletrostáticas. Foi notado também por Kuo *et al.* (2005) que ao aumentar a razão de tamanho de partícula de 2 para 4, existe um valor de razão cuja largura da banda apresenta um valor mínimo, neste caso, o valor determinado foi de aproximadamente 3.

## 2.4 ABORDAGEM NUMÉRICA

Embora estudos experimentais forneçam informações importantes a respeito do comportamento de materiais granulares, esses estudos são frequentemente limitados pela capacidade e precisão de técnicas analíticas. Em concordância com os tópicos anteriormente apresentados, as medições experimentais são geralmente restritas à análise das amostras retiradas do leito de partículas. Em contraste, o uso da simulação

numérica pode revelar um maior nível de detalhes de como os fluxos granulares se desenvolvem. Entretanto, a modelagem numérica necessita de validação experimental.

Nas seções a seguir, são apresentadas as abordagens matemáticas Euleriana e Lagrangeana.

#### 2.4.1 ABORDAGEM EULERIANA

A abordagem numérica Euleriana é muito utilizada, devido ao seu menor custo computacional, viabilizando sua utilização para simulação de processo em equipamentos de grande escala. Nesta abordagem, as fases fluida e sólida são vistas como interpenetrantes e contínuas, fazendo uso do conceito de fração volumétrica para determinar a distribuição dos componentes ou das fases no escoamento.

O procedimento usual nesta abordagem envolve o estabelecimento de balanços de massa, momentum e energia e equações constitutivas associadas para cada uma das fases envolvidas. A conservação de massa para ambas as fases pode ser descrita conforme as Equações 2.21 e 2.22.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) = 0 \quad (2.22)$$

Sendo  $\vec{v}$  a velocidade e  $\rho$  a densidade, nos quais os subscritos “s” e “f” denominam as fases sólida e fluida, respectivamente.

Observa-se que, uma das restrições que devem ser respeitadas é que a somas das frações volumétricas em cada fase equivalha a unidade, Equação 2.23.

$$\alpha_s + \alpha_f = 1 \quad (2.23)$$

Em que  $\alpha_s$  representa a fração volumétrica da fase sólida e  $\alpha_f$  a fração volumétrica da fase fluida.

De maneira semelhante, a equação da conservação da quantidade de movimento é apresentada nas Equações 2.24 e 2.25.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s + \alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s + \alpha_f \rho_f \vec{v}_f) = \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s + \alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s + \alpha_f \rho_f \vec{v}_f) \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) = \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) \quad (2.25)$$

Sendo  $P$  a pressão,  $P_s$  a pressão de sólidos,  $\bar{\bar{T}}_s$  o tensor tensão da fase sólida,  $\bar{\bar{T}}_f$  o tensor tensão da fase fluida.

As interações entre as fases fluida e granular são calculadas através da força de arraste, que é computada pelo coeficiente de troca de momento entre as fases ( $K_{sf}$ ). Para melhor entendimento das interações entre partículas e entre fases, são apresentados alguns trabalhos, nos quais foram aplicados a abordagem Euleriana.

Alguns autores como Nascimento *et al.* (2015) e Silvério *et al.* (2014), apresentam em seus trabalhos a utilização da abordagem Euleriana com o intuito de prever o comportamento de materiais granulares em tambores rotatórios. Eles analisaram o efeito de algumas condições operacionais (velocidades de rotação e carga do tambor) sobre o comportamento dinâmico de diferentes materiais sólidos, e mostraram que a abordagem numérica utilizada é capaz de prever o comportamento dinâmico do material particulado no interior do tambor e apresenta uma boa concordância quando comparado com o observado experimentalmente. He *et al.* (2007), utilizaram a modelagem Euleriana no estudo dos principais mecanismos de segregação. Os autores mostram que o modelo prevê as principais características dos movimentos dos sólidos, com ênfase na formação de um núcleo radial, composto pelas partículas menores.

#### 2.4.2 ABORDAGEM LAGRANGEANA

O método dos elementos discretos (DEM) é uma das ferramentas numéricas mais utilizadas na descrição de fluxos granulares (SANTOS *et al.*, 2015; WOODROW *et al.*, 2016). Esta técnica tem a capacidade de fornecer dados sobre comportamento individual e bulk das partículas, assim como permitir o estudo de parâmetros, como por exemplo, coeficiente de atrito e modulo de cisalhamento, os quais apresentam elevada dificuldade de aferimento ou variação experimental (SONI *et al.*, 2016).

A abordagem Lagrangeana permite que forças de diferentes naturezas sejam contabilizadas durante a simulação (ZHENG e YU, 2015). Na aproximação DEM todas as trajetórias das partículas são acompanhadas e uma integração temporal do balanço de forças é aplicada sobre cada partícula individual, levando em consideração as interações partícula-partícula e partícula-parede. No presente capítulo, é apresentado um breve resumo das equações que fundamentam a concepção Lagrangeana junto aos principais modelos de contato aplicados.

Kruggel-Emden *et al.* (2007) discorrem em seu trabalho que o fluxo macroscópico de sistemas de partículas é governado por interações que ocorrem no nível microscópico. Como tal, a abordagem DEM descreve o comportamento de um sistema particulado considerando os contatos inter partícula.

Em geral, os modelos DEM são classificados em duas categorias: modelos de esfera dura e modelos de esfera macia. Em simulações usando a abordagem de esfera dura as colisões são assumidas como binárias e instantâneas. Esses pressupostos são válidos para sistemas de baixa concentração granular em que o tempo de colisão é de ordem de grandeza inferior ao tempo médio de voo livre entre colisões. Nesta abordagem, o tempo até a próxima colisão é calculado e usado para atualizar as posições e velocidades para todas as partículas no sistema. As velocidades pós-colisão são calculadas a partir do coeficiente de restituição, parâmetro responsável por quantificar a dissipação de energia cinética. A limitação do modelo de esfera dura provém da suposição de que colisões entre partículas acontecem de forma instantânea, o que torna este tipo de abordagem inadequado para simular sistemas que experimentam contatos duradouros.

Modelos de esfera macia, por outro lado, são apropriados para longos períodos de contatos entre partículas. Nestes tipos de simulações, as equações de Newton de movimento são numericamente integradas com o tempo para cada partícula, conforme apresentado nas Equações 2.26 e 2.27. Se o passo de tempo de integração for suficientemente pequeno (abordado no tópico 2.3.2.1 Tempo de Integração), pode-se supor que o estado de uma partícula é afetado somente pelo contato com seus vizinhos e fronteiras, bem como pelas forças de campo.

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_j (F_{ij}^N + F_{ij}^T) + m_i g \quad (2.26)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_j (R_i \times F_{ij}^T) + \tau_{rij} \quad (2.27)$$

No qual  $m_i$ ,  $R_i$ ,  $I_i$ ,  $v_i$ , e  $\omega_i$  são a massa, o raio, o momento de inercia, a velocidade linear e a velocidade angular da partícula  $i$ .

Como resultado do contato entre partículas, advém o fenômeno de deformação. Diante desta ocorrência diversas metodologias de solução numérica encontram-se disponíveis, como por exemplo, o Método de Elementos Finitos. Contudo, a utilização de metodologias mais complexas promove também o aumento do custo computacional, tornando-se em alguns casos inviável. Diante disso, para alcançar maior eficiência computacional, modelos utilizando partículas esféricas foram desenvolvidos, os quais permitem relacionar a magnitude das forças e o grau de deformação, apresentado na Equação 2.28, ocorrido durante o contato entre partículas, Figura 2.4.

$$\delta_n = R_i + R_j - d_{ij} \quad (2.28)$$

Sendo  $R_i$ ,  $R_j$  e  $d_{ij}$  são o raio da partícula  $i$ , raio da partícula  $j$  e a distância entre o centro de massa das partículas respectivamente.

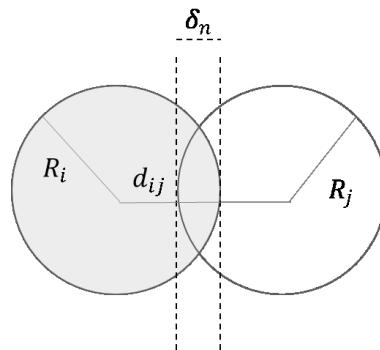


Figura 2.4: Deformação viscoelástica.

Em geral, três principais mecanismos de deformação de partículas são apresentados na literatura: elástico, viscoelástico e plástico (KRUGGEL-EMDEN *et al.*, 2007). Colisões elásticas ocorrem quando o deslocamento do contato é reversível e nenhuma energia cinética é perdida como resultado das colisões das partículas. No entanto, a perda de energia cinética geralmente ocorre em materiais reais. Já nos contatos viscoelásticos, a deformação sucedida durante uma colisão é reversível, mas a magnitude da deformação é função da força de colisão entre partículas. Para colisões

plásticas, a deformação das partículas é permanente e se dá de maneira independente à intensidade de choque entre as mesmas (DI MAIO E DI RENZO, 2005). Assim, a maioria dos revolvedores numéricos lagrangeanos, considera o modelo viscoelástico na formulação de expressões de força de contato, podendo ser decomposta em dois termos: repulsão (ou elástico) e dissipação (ou viscoso).

Poschel. e Schwager (2005) empregaram um modelo Linear (ou “spring-dashpot”), proposto por Cundall e Strack (1979), Figura 2.5, onde assume-se uma relação linear entre a força elástica e o deslocamento e uma dependência linear da dissipação viscosa com a deformação da partícula, em analogia com um sistema mecânico do tipo mola-amortecedor. O termo de repulsão é calculado assumindo uma relação baseada na Lei de Hooke, levando-se em consideração a rigidez das partículas, a constante de amortecimento, e a deformação sofrida. No entanto, o modelo apresenta como limitação a adoção de um valor constante para o coeficiente de restituição e constante de tempo de colisão. Autores como Di Maio e Di Renzo, (2005) e Kruggel-Emden *et al.* (2007) observaram experimentalmente que tanto o coeficiente de restituição, quanto a duração das colisões são dependentes da intensidade da força de contato.

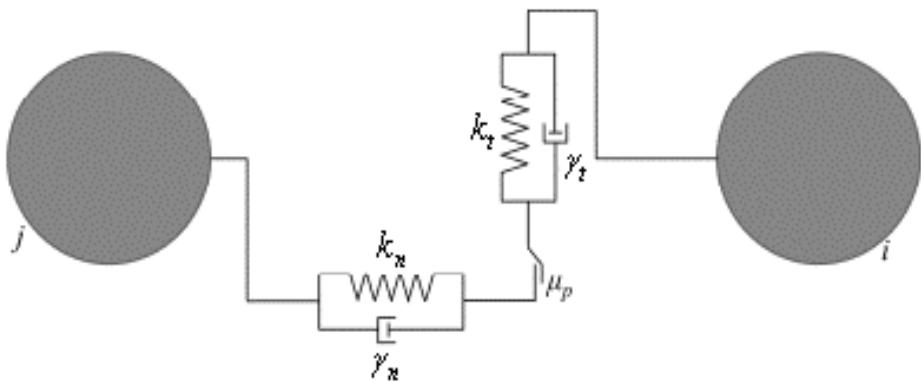


Figura 2.5: Esquema da modelagem DEM linear: modelo mola-amortecedor (Adaptado de SANTOS, 2015).

Assim, as limitações dos modelos viscoelásticos lineares podem ser superadas a partir da utilização de modelos não-lineares, baseados na teoria de contato de Hertz. Nestes modelos, a força elástica é obtida através da rigidez das partículas multiplicada pela deformação elevada a potência 3/2, Equações 2.29 e 2.33.

$$F^N = -k_n \delta_n^{\frac{3}{2}} - \gamma_n \dot{\delta}_n - \mu_p \delta_n \quad (2.29)$$

Sendo,  $k_n$ ,  $\gamma_n$  e  $\dot{\delta}_n$  representam o coeficiente normal de rigidez, coeficiente normal de amortecimento e a velocidade de deformação normal, respectivamente.

O coeficiente de rigidez é obtido a partir das propriedades físicas do material, Equação 2.30, assim como o módulo de Young (E) e a razão de Poisson ( $\sigma_p$ ) (KRUGGEL-EMDEN *et al.*, 2007). Isso facilita a implementação do equacionamento matemático, uma vez que os valores de rigidez podem ser obtidos a partir de propriedades disponíveis na literatura para uma variedade de materiais.

$$k_n = \frac{E\sqrt{2R^*}}{3(1-\sigma_p^2)} \quad (2.30)$$

Em que,  $R^*$  é definido como sendo o raio efetivo de contato entre partículas, e pode ser calculado com auxílio da Equação 2.31.

$$R^* = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \quad (2.31)$$

O coeficiente normal de amortecimento é dado a partir da Equação 2.32:

$$\gamma_n = \ln(e_p) \sqrt{\frac{mk_n}{\ln^2(e_p) + \pi^2}} \quad (2.32)$$

Sendo ( $e_p$ ), o coeficiente de restituição, assumido como constante nesta modelagem.

$$F^T = -k_t \dot{\delta}_t^2 - \gamma_t \dot{\delta}_t \dot{\delta}_t^4 \quad (2.33)$$

Na qual,  $k_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $\delta_t$  e  $\dot{\delta}_t$  representam o coeficiente tangencial de rigidez, coeficiente tangencial de amortecimento, deformação tangencial e a velocidade de deformação tangencial, respectivamente. O coeficiente de rigidez baseia-se no equacionamento proposto por Mindlin (1953) e é dado por:

$$k_t = \frac{2\sqrt{2R^* \delta_n}}{(2-\sigma_p)} G \quad (2.34)$$

Sendo G o módulo de cisalhamento. A deformação tangencial ( $\delta_t$ ), é dada pela Equação 2.35:

$$\delta_t = \int v_{rel}^T dt \quad (2.35)$$

Na qual,  $v_{rel}^T$  representa a velocidade relativa tangencial de colisão entre partículas, sendo definida pela Equação 2.36, que utiliza o vetor unitário tangencial ( $s$ ) que conecta o centro de massa de ambas as partículas.

$$v_{rel}^T = (v_i - v_j) \cdot s + \omega_i R_i + \omega_j R_j \quad (2.36)$$

Cabe ressaltar, que algumas observações devem ser feitas durante a modelagem supracitada, como por exemplo, a limitação imposta pela lei de Coulomb:  $F^T \leq \mu_s |F^N|$ . Para os casos em que esta condição não é satisfeita, tem a utilização da aproximação para determinar o efeito da deformação tangencial:  $\delta_t = F^N/k_t$ . Para casos em que o atrito de rolamento não pode ser negligenciado, o equacionamento da força resultante recebe o termo  $\tau_r = -\mu_r |F^N| R \omega$ .

No tópico seguinte, será realizada uma breve explanação a respeito do tempo de integração que apresenta grande importância na metodologia de resolução de modelos DEM.

#### 2.4.2.1 TEMPO DE INTEGRAÇÃO

O intervalo de tempo referido nas simulações do DEM é a duração entre duas iterações. A partir da posição das partículas, são determinadas todas as forças que nelas atuam obtendo assim a aceleração resultante da partícula, tanto linear como angular. A posição e orientação no final do próximo passo temporal é determinada usando o método de integração de Danby *et al.* (2013).

Na maior parte dos casos, a implementação DEM é realizada utilizando um método explícito de integração temporal. Embora este método apresente vantagens em relação ao custo computacional, são necessários cuidados na seleção da magnitude do tempo de integração a ser utilizado, visto que critérios de estabilidade numérica devem ser obedecidos, para maior confiabilidade dos resultados.

Segundo Danby *et al.* (2013), em um grupo de partículas, a transmissão de força entre as mesmas ocorre através da onda de Rayleigh, que é definida como sendo a onda mecânica que percorre a superfície dos corpos elásticos, Figura 2.6. Deste modo, o tempo de integração que deve ser utilizado em uma simulação DEM deve ser inferior ao

necessário para que a onda de Rayleigh percorra a partícula de menor tamanho. As Equações 2.37 e 2.38 apresentam a velocidade de onda de Rayleigh e o intervalo de tempo crítico de integração (LI *et al.*, 2016).

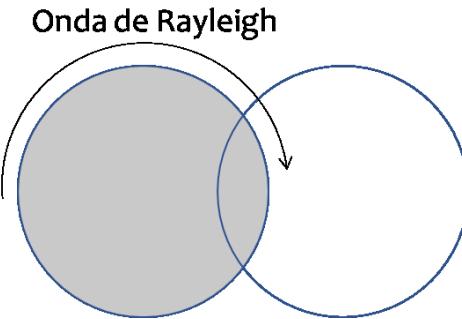


Figura 2.6: Propagação da onda de Rayleigh.

$$v_R = (0,1613 \cdot \sigma_p + 0,8766) \sqrt{\frac{G}{\rho_s}} \quad (2.37)$$

$$T_R = \frac{\pi r^2 \sqrt{\frac{\rho_s}{G}}}{(0,1613 \cdot \sigma_p + 0,8766)} \quad (2.38)$$

Sendo  $r$  o raio da menor partícula no sistema,  $\rho_s$  é a densidade da partícula,  $G$  módulo de cisalhamento e  $\sigma_p$  razão de Poisson.

Li *et al.* (2005) sugerem que ao executar simulações com um modelo de contato Hertz-Mindlin, é suficiente um passo de tempo de aproximadamente 80% do tempo crítico para simulações gerais e 25% para sistemas dinâmicos.

#### 2.4.2.2 APLICAÇÕES DA ABORGAGEM LAGRANGEANA

Ao longo dos anos diversos modelos matemáticos foram propostos com o intuito de descrever o comportamento de matérias granulares, dentre eles estão os modelos de Cundall e Strack (1979), o qual apresenta como premissa a utilização de partículas esféricas no modelo.

Em seu trabalho, Soni *et al.*, (2016) apresentam a modelagem do fluxo de partículas em um tambor operando no regime de rolamento. Os modelos DEM foram verificados, comparando os resultados da simulação com dados experimentais, tais como o comportamento do material granular, perfil de campos de velocidade e índices

de mistura. Os resultados apresentaram uma boa concordância entre a simulação numérica e os dados experimentais, que foram obtidos a partir da técnica de rastreamento de partículas por emissão de pósitrons (PEPT).

Yang *et al.* (2003) aplicaram a metodologia DEM para simular o fluxo de partículas em um tambor rotatório horizontal e investigaram a distribuição da fração de volume sólido, velocidade de colisão e frequência de colisão em função da velocidade de rotação.

Coetzee (2017) identificou a aproximação da forma da partícula como um dos principais desafios das simulações DEM, devido à sua influência significativa no comportamento mecânico de materiais granulares. No entanto, a maioria das simulações realizadas com o DEM envolvem esferas devido à sua simplicidade em termos de detecção de contato, o que resulta em tempos de computação mais baixos possíveis.

A seleção de parâmetros DEM como coeficiente de restituição, coeficiente de atrito estático e coeficiente de atrito de rolamento, é de fundamental importância para o sucesso da simulação. A utilização indevida destes parâmetros, podem levar a resultados imprecisos ou em alguns casos fisicamente equivocados. Diante disto, diversos autores (Boac *et al.*, 2010; Coetzee, 2017) apresentam em seus trabalhos uma vasta revisão de valores utilizados em simulações DEM para os coeficientes de restituição, atrito estático e atrito de rolamento. Em sua grande maioria, estes parâmetros foram determinados com base em análise de sensibilidade paramétrica. Os autores apontam que valores de coeficiente de restituição se mostraram na faixa de 0,2 a 0,9, coeficiente de atrito estático de 0,1 a 2 e o coeficiente de atrito de rolamento variou de 0,005 a 0,1.

## 2.5 PARÂMETROS DEM

Diversas propriedades intrínsecas às partículas apresentam elevada dificuldade de medição, como é o caso da velocidade instantânea e forças cisalhantes que atuam sobre o material. Porém, algumas dessas propriedades podem ser preditas com a utilização de ferramentas matemáticas adequadas, como a abordagem DEM.

Usualmente, em simulações com abordagem DEM, propriedades do material como modulo de cisalhamento, razão de Poisson, densidade e interações superficiais, como coeficiente de restituição, coeficiente de atrito estático e dinâmico são denominados como parâmetros de entrada. Estes parâmetros são utilizados nos cálculos

de modelos colisionais, exercendo assim influência sobre a orientação e velocidade de cada partícula após os choques. Deste modo, um estudo mais detalhado de cada um destes parâmetros torna-se essencial para o sucesso de uma simulação, e serão apresentados nesta secção.

### 2.5.1 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

O coeficiente de restituição ( $e_p$ ) corresponde à energia cinética conservada após o choque entre corpos sólidos e é obtido pela razão entre as velocidades depois e antes do impacto, como mostra a Equação 2.39:

$$e_p = \frac{V_r}{V_i} \quad (2.39)$$

Sendo  $V_r$  e  $V_i$  são as velocidades de ricochete e impacto respectivamente.

Para corpos de prova, submetidos a condições experimentais de queda livre, podemos também, a partir da Equação 2.39 e da lei de conservação de energia, transcrever a equação na forma:

$$e_p = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \quad (2.40)$$

Em que  $h_1$  e  $h_2$  são a altura inicial e altura atingida após o choque respectivamente (WANG *et al.*, 2015).

O valor do coeficiente de restituição pode variar entre 0 e 1. Em uma colisão perfeitamente inelástica, isto é, quando  $e_p=0$ , uma partícula solta a uma altura  $h_1$  ao se chocar com a superfície permanece na mesma, como mostra a Figura 2.7. Isto quer dizer que toda a energia cinética da partícula é dissipada durante o choque. Já numa colisão perfeitamente elástica, quando  $e_p=1$ , a partícula solta a uma altura  $h_1$  se choca com a superfície e volta a sua altura inicial ( $h_2$ ), indicando que não houve nenhuma perda de energia cinética (DIAS & BARROSO, 2006; FERNANDES, 2010).

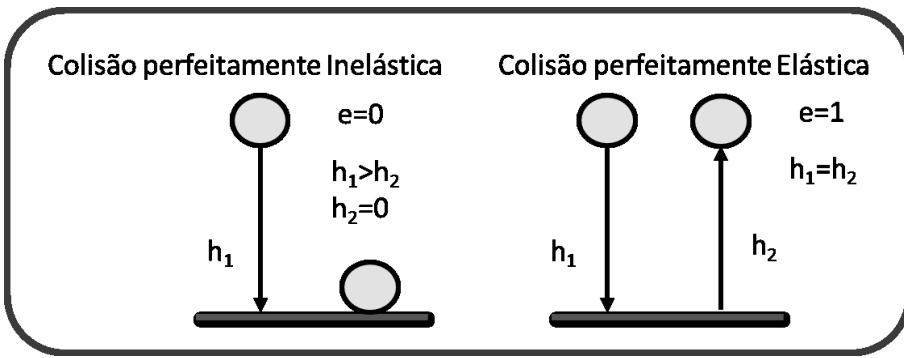


Figura 2.7: (A) Colisão Perfeitamente inelástica; (B) Colisão perfeitamente elástica (Adaptado de Dias e Barroso, 2006).

Os casos em que  $e_p=0$  e  $e_p=1$  ocorrem sob condições muito especiais. Segundo Imre *et al.* (2008), toda a energia absorvida em uma deformação elástica não poderá ser totalmente recuperada em seguida, quando ocorre a descarga de energia. Estes pesquisadores sugerem uma definição para coeficiente de restituição baseada na própria deformação elástica, na qual este parâmetro seria a razão entre a energia elástica investida durante uma carga (absorção de energia) e recuperada durante uma descarga (liberação de energia).

Logo, no caso do fenômeno natural de quedas de corpos, o coeficiente de restituição assume valores intermediários ( $0 < e_p < 1$ ), dita Colisão Parcialmente Inelástica, pois há perda gradual de energia à medida que ocorrem as colisões contra a superfície, sendo que a cada choque a altura alcançada será menor do que a anterior e chegará um momento onde a altura será zero, o corpo não terá mais energia e, portanto, não se moverá mais.

Para a determinação do coeficiente de restituição, diversas metodologias são apresentadas na literatura, como por exemplo a proposta por Zhu *et al.* (2008), em que se efetua o lançamento de partículas sobre superfícies inclinadas sendo esta aplicada preferencialmente para materiais com superfícies irregulares, ou o método da queda livre, “drop test”, onde as partículas colidem com a superfície horizontal plana.

O método da queda livre, aplicado preferencialmente a partículas com elevada esfericidade, pode ser resumido à soltura de uma partícula numa dada altura especificada  $h_1$  e seguinte determinação da altura de rechaço. Uchiyama *et al.* (2012), durante a prática experimental, propuseram também a determinação das posições da partícula em intervalos de tempo pré-determinados com a finalidade de confeccionar uma curva que avalia a posição da partícula em função do tempo. Após a confecção desta curva os autores realizaram o processo de diferenciação pontual, determinando

assim a velocidade instantânea da partícula, permitindo assim determinar a velocidade no instante anterior e posterior ao choque com a superfície. Deste modo o valor de  $e_p$  é calculado a partir das Equações 2.39 e 2.40, anteriormente apresentadas.

Ao analisar partículas processadas industrialmente, as quais apresentam formas irregulares em sua grande maioria, Zhu *et al.* (2008) utilizaram a metodologia de colisão numa superfície inclinada (Figura 2.8), deste modo o vetor coeficiente de restituição e vetor velocidade, se dividem em duas componentes: a normal e a tangencial.

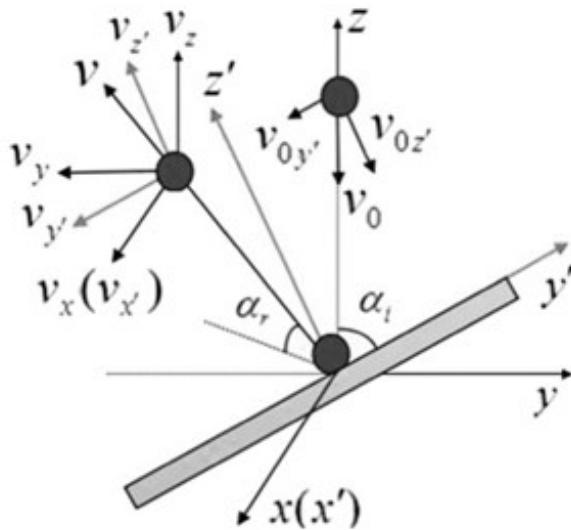


Figura 2.8: Impacto obliquo de uma partícula em três dimensões.

Onde as velocidades da partícula antes e após o impacto podem ser determinadas a partir das Equações 2.41 e 2.42 e os ângulos de impacto e rechaço são definidos como  $\alpha_i$  e  $\alpha_r$  respectivamente.

$$v_0 = \sqrt{2gH} \quad (2.41)$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (2.42)$$

$$e_p = \frac{v}{v_0} = \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}{\sqrt{2gH}} \quad (2.43)$$

Assim, o coeficiente de restituição da partícula pode ser decomposto nas direções normal ( $e_n$ ) e tangencial ( $e_t$ ) e determinado através das Equações 2.44 e 2.45.

$$e_n = \frac{|v_z|}{|v_{0z}|} = \frac{|v_z \operatorname{sen}(\alpha_i) + v_y \cos(\alpha_i)|}{\sqrt{2gH \operatorname{sen}(\alpha_i)}} \quad (2.44)$$

$$e_t = \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{|v_y|} = \frac{\sqrt{v_x^2 + (v_z \cos(\alpha_i) + v_y \operatorname{sen}(\alpha_i))^2}}{\sqrt{2gH \operatorname{sen}(\alpha_i)}} \quad (2.45)$$

O coeficiente de restituição apresenta elevada importância em operações, nas quais podem vir a ocorrer choques entre particulados ou partículas e superfícies. Um exemplo disto é relatado por Bharadwaj *et al.* (2010), em que os autores avaliam a integridade estrutural de capsulados e comprimidos na indústria farmacêutica. Durante o processo de produção e empacotamento, ocorrem diversas situações onde tabletes, comprimidos e cápsulas podem vir a romper devido ao estresse físico ao qual são submetidos, seja devido ao contato entre partículas ou ao choque no equipamento de processamento. Deste modo, o coeficiente de restituição apresenta-se como um importante parâmetro na tentativa de predizer o comportamento e magnitude das forças de impacto em escoamentos granulares.

Labous *et al.* (1997) avaliaram a dependência do coeficiente de restituição com o tamanho e massa das partículas, onde pode ser notado que o aumento do tamanho das partículas promove o aumento do coeficiente. Um comportamento similar também foi notado por Bharadwaj *et al.* (2010). Sondergaard *et al.* (1990) observou também a redução do coeficiente de restituição com o aumento da razão diâmetro da esfera e espessura da placa.

Diversos modelos de predição de coeficiente de restituição vêm, ao longo do tempo, sendo desenvolvidos baseados em diferentes mecanismos de dissipação de energia, que ocorrem devido a diferença de características dos choques. Johnson e Jackson (1987) aplicaram o modelo proposto por Kuwabara e Kono (1987), verificando uma boa concordância quando comparado aos resultados obtidos experimentalmente. Johnson e Jackson (1987), Labous *et al.* (1997), González-Montellano *et al.* (2012) e Wu *et al.* (2003) avaliaram algumas propriedades microscópicas de grãos, incluindo densidade, módulo de Young e coeficiente de restituição. Os autores utilizaram a metodologia de choques horizontais em placas planas sob diferentes velocidades de impacto e analisaram a influência da velocidade de impacto e dimensão das partículas. No referido trabalho, constatou-se que apenas a velocidade apresentava influência significativa sobre o coeficiente de restituição, obtendo-se assim um modelo empírico

independente do diâmetro das esferas utilizadas. A partir dos estudos realizados por diversos autores como Kuwabara e Kono (1987), e Labous *et al.* (1997), vários outros modelos de predição de coeficiente de restituição têm sido desenvolvidos, os quais se baseiam em diferentes mecanismos de dissipação de energia. A Tabela 2.4 apresenta dois dos principais modelos teóricos para o cálculo do coeficiente de restituição, embasados nos princípios da mecânica estatística.

Tabela 2.4: Modelos teóricos de coeficiente de restituição.

Autor	Modelo de dissipação	(e)	Aplicabilidade	
Labous <i>et al.</i> , (1997)	Elastoplástico	$e_p = 1,185 \left( \frac{v_i}{v_y} \right)^{-1/4}$	$v_i \gg v_r$	(2.46)
Kuwabara e Kono, (1987)	Viscoelástico	$e_p = 1 - v_i^{1/5}$	$v_i \leq v_r$	(2.47)

O modelo proposto por Kuwabara e Kono (1987) como método de predição do coeficiente de restituição aplica o modelo de choque viscoelástico, que se baseia na teoria de Hertz. Essa teoria será detalhada na seção referente a modelos de contato. Labous *et al.* (1997) propuseram em seu modelo a inclusão da dissipação de energia devido a deformação plástica durante o impacto, verificando que a dimensão da partícula não apresenta influência significativa sobre o coeficiente de restituição, por outro lado notou-se a influência da velocidade sobre este parâmetro.

Diante do exposto, conclui-se que o coeficiente de restituição apresenta-se como um parâmetro determinante para a capacidade preditiva das simulações numéricas, que utilizam o método de elementos discretos, DEM (WANG *et al.*, 2015).

### 2.5.2 COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO

A palavra Tribologia é derivada do Grego, TRIBOS e significa atrito, de modo que a tradução literal seria a ciência do atrito. A norma ASTM G40-93 define Tribologia como: a ciência e a tecnologia de interação de superfícies em movimento relativo e dos assuntos e práticas relacionados" (LUIZ, 2013).

A palavra atrito é usada para descrever a dissipação gradual de energia cinética em diversas situações onde corpos ou substâncias apresentam um movimento relativo entre si, tais como: atrito interno proveniente do amortecimento da vibração em sólidos, atrito viscoso, relativo à diminuição da movimentação interna em líquidos, atrito

superficial e o atrito sólido que é o atrito entre dois corpos que apresentam um movimento relativo um em relação ao outro (HUTCHINGS, 2016).

Pode-se definir, para uso deste trabalho, que o fenômeno de atrito entre corpos sólidos seria aquele que explique "a resistência ao movimento de um corpo sólido sobre outro". O movimento pode ser separado em deslizamento e rolamento, desta forma, os termos usados são: atrito estático e cinético, para fenômenos de deslizamento, e atrito de rolamento.

Um grande número de diferentes mecanismos desta natureza foram propostos nos últimos anos e algumas leis foram formuladas para o atrito, que foram provenientes da observação fenomenológica (HUTCHINGS, 2016). Historicamente, tais formulações foram estabelecidas por Leonardo da Vinci, Guillaume Amontons e Charles Augustin Coulomb. Sendo elas:

- Independência da área de contato, onde se afirma que o atrito não é condicionado à área aparente de contato;
- Lei de Amontons, em que é destacada a proporcionalidade entre a força de atrito e a carga aplicada; e também, que o coeficiente de atrito estático é superior ao dinâmico;
- Lei de Coulomb que diz que a força de atrito é independente da velocidade.

Pontua-se, por conseguinte, as definições oriundas dos conceitos acima descritos e que deram origem à norma ASTM Standard G-40-93 (1993 apud BLAU, 2001), relativos à terminologia padrão para erosão e desgaste:

Força de Atrito: "A força tangencial resistente na interface entre dois corpos quando, sob a ação de uma força externa, um corpo move-se ou tende a mover-se em relação ao outro".

Coeficiente de Atrito: "A razão da força resistente ao movimento tangencial entre dois corpos em relação à força normal pressionando estes corpos um contra o outro".

Sendo assim, a força de atrito é a força tangencial que deve ser transposta para que a região de contato de um corpo sólido se movimente em relação ao outro.

O coeficiente de atrito estático é um importante parâmetro na fase de concepção de sistemas mecânicos envolvendo superfícies de contato, tendo como função descrever a força de atrito em repouso. No entanto, a determinação dos coeficientes de atrito

apresenta elevada dificuldade uma vez que dependem de uma série de variáveis e parâmetros operacionais como por exemplo a carga normal e rugosidade da superfície (MAEGAWA *et al.*, 2015).

Segundo Maegawa *et al.* (2015), em contatos entre superfícies planas deslizantes, o atrito pode ser modelado como forças de deformação elástica e plástica das rugosidades presentes no material, e que são responsáveis pelo contato interfacial. Para cada contato, a deformação tangencial é denominada elástica até que a força tangencial aplicada exceda o limite de resistência superficial do material, tornando-se assim uma deformação do tipo plástica.

Diferentes modelos de atrito são aplicados na tentativa de descrever o fenômeno de dissipação de energia. Um dos principais modelos utilizados como referência é o modelo de Coulomb, em que o atrito se opõe ao movimento sendo sua magnitude independente da velocidade e área de contato, conforme Equação 2.48 e Figura 2.9a (CASTIGLIONI *et al.*, 2016). Este modelo, que apresenta elevada simplicidade, é muitas vezes modificado com a inserção de novos parâmetros, como a viscosidade, a fim de levar em consideração a dependência da velocidade (OLSSON *et al.*, 1998), Equação 2.49 e Figura 2.9b.

$$F_c = \mu F_N \quad (2.48)$$

$$F_c = \mu(F_N + F_V) \quad (2.49)$$

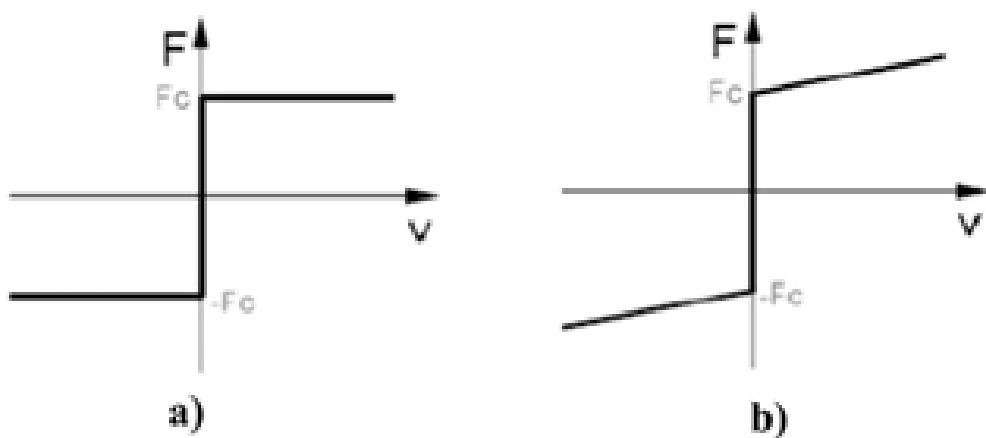


Figura 2.9: a) modelo de fricção de Coulomb; b) modelo de fricção de Coulomb com adição da viscosidade (HUTCHINGS, 2001).

Hutchings (2001) apresenta resultados de deslizamento entre placas de aço e alumínio polido, avaliando a influência da intensidade da força normal aplicada sobre as placas sobre o coeficiente de atrito, Figura 2.10, verificando que o coeficiente de atrito permaneceu constante, mesmo após o aumento de  $10^6$  corroborando com o enunciado da 1º lei de atrito.

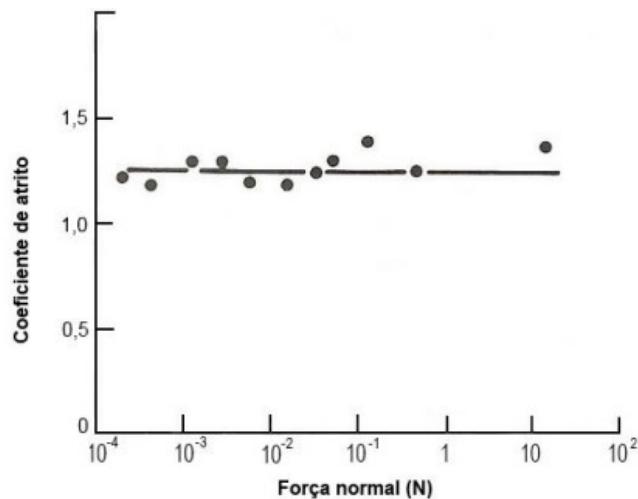


Figura 2.10: Influencia da força normal no atrito estático (HUTCHINGS, 2001).

Assim como realizada com a força normal, Hutchings (2001), também apresenta resultados experimentais onde foi avaliada a influência da área de contato entre superfícies de madeira e aço, conforme apresentado na Figura 2.11. Neste caso também, conforme apresentado na 2º lei de atrito, variações na área de contato em superfícies não promoveram mudanças significativas no coeficiente de atrito.

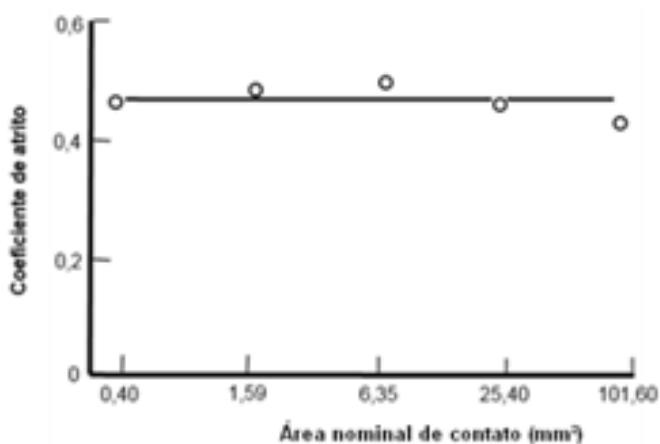


Figura 2.11: Influencia da área de contato no atrito estático (HUTCHINGS, 2001).

Dunkin e Kim (1996) através de um dispositivo centrípeta, Figura 2.14, realizaram experimentos nos quais foram medidos os coeficientes de atrito estático entre

superfícies planas com baixas forças normais. Estes ensaios foram feitos com pastilhas de silício dopada com arsênico, com a superfície polida do mesmo material e com pastilhas de alumínio polido contra cobre. Assim como avaliado por Hutchings (2001), Durkin e Kim (1995), também avaliaram a influência da área de contato entre o corpo de prova e o plano. Os resultados apresentados pelos autores indicam que o coeficiente de atrito estático independe do valor da área nominal, com um valor médio de 0,35, corroborando mais uma vez com a teoria enunciada pela primeira lei de atrito.

Diversas metodologias foram propostas e empregadas para a determinação do coeficiente de atrito estático, sendo estas agrupadas em categorias baseadas nas geometrias e no modo de contato. Um dos mais comumente dispositivos de medição de atrito estático utiliza o sistema de plano inclinado, Figura 2.12, apresentando fácil e barata construção. Este tipo de dispositivo tem como principal característica a distribuição de carga, que irá se deslocar para frente conforme ocorre o aumento do ângulo de inclinação do plano móvel (BLAU, 2001).

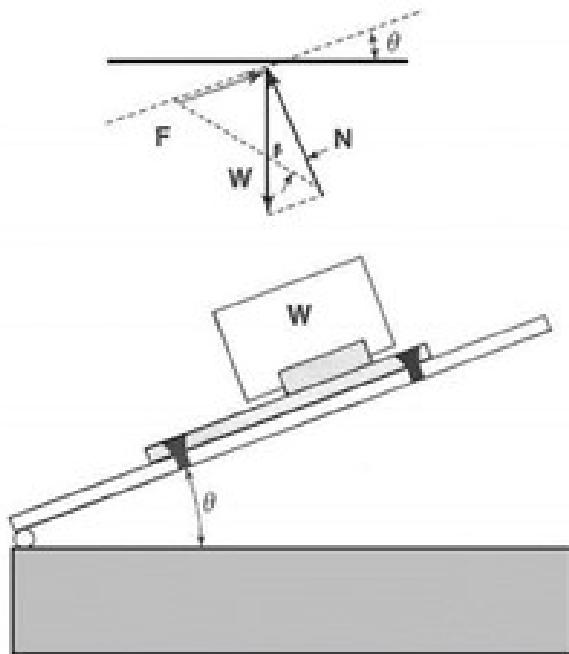


Figura 2.12: Esquema de plano inclinado (BLAU, 2001).

Blau (2001) afirma também que antes do movimento relativo entre corpo de prova e plano inclinado, a força de atrito apresenta magnitude superior à componente da força peso, assim o ângulo  $\beta > \theta$ . Entretanto, ao aumentar o ângulo de inclinação do plano,  $\theta$ , e as forças paralelas ao plano horizontal atuantes no corpo de prova se igualam,  $F_s = F_p$  e  $\beta = \theta$ , faz com que o corpo encontre-se na eminência do movimento, sendo este ponto referente a definição de atrito estático, onde o ângulo de inclinação do

plano é denominado ângulo de atrito ou ângulo de repouso, o qual pode ser expresso a partir da seguinte expressão:

$$\mu_s = \frac{F_p}{N} = \frac{\operatorname{sen}(\theta)mg}{\cos(\theta)mg} = \operatorname{tg}(\theta) \quad (2.50)$$

Alguns autores como Passos e Silva (2012) e Hutchings (2001) apontam que, usualmente, valores de atrito estático em superfícies não lubrificadas apresentam-se na faixa de 0,10 a 2,00 e que precauções devem ser tomadas durante as medidas, como por exemplo a limpeza da superfície a ser analisada, tipo de acabamento superficial e características vibracionais da máquina de teste.

Outra prática metodológica também bastante aplicada para obtenção de coeficiente de atrito estático, é o sistema “trenó”, proposto por Leonardo da Vinci, Figura 2.13, (LUIZ, 2013) . A força normal é determinada a partir da massa do corpo de prova e a força tangencial é aplicada horizontalmente, a qual pode ser aplicada de diversas formas, como por exemplo, a partir do auxílio de uma polia, sendo controlada a partir da utilização de células de carga, ou com um motor de acionamento.

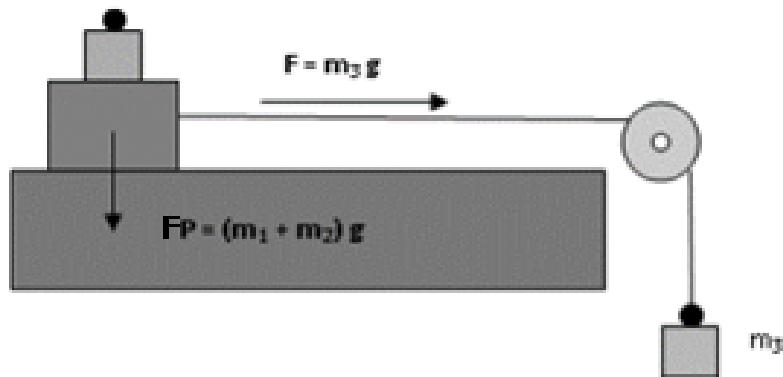


Figura 2.13: Dispositivo tipo "Trenó" (LUIZ, 2013).

Dukin e Kim (1995), propuseram também, a avaliação do atrito estático entre superfícies sólidas, a partir da análise da força centrípeta ocasionada a partir da rotação de corpos. No aparato experimental proposto, apenas o conhecimento dos valores de duas variáveis é necessário para a determinação do atrito estático. Estas duas variáveis são a velocidade angular da plataforma e a distância do eixo de rotação ao centro de massa do corpo Figura 2.14.

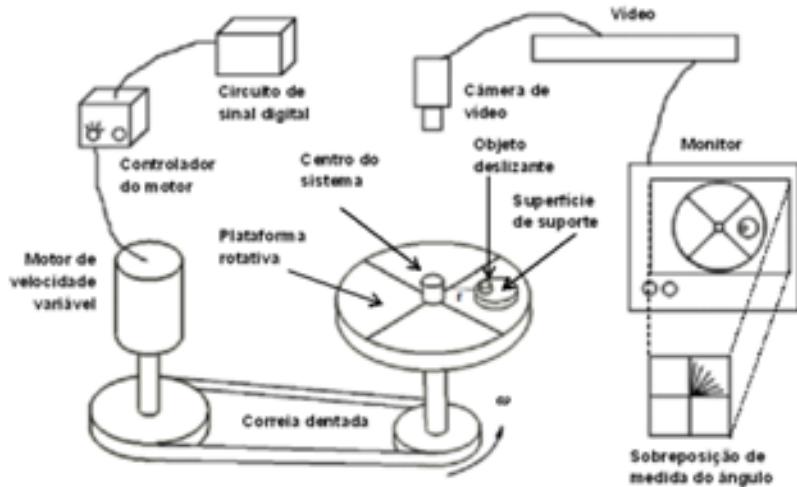


Figura 2.14: Dispositivo centrípeta (Adaptado de DUKIN e KIM, 1995).

Como metodologia utilizada nesta configuração experimental a velocidade de rotação da plataforma aumenta lentamente até alcançar uma velocidade angular em que a força centrífuga,  $F_c$ , que atua sobre objeto deslizante seja maior do que a força de atrito,  $F_s$ , entre as duas superfícies. Este desequilíbrio provoca o deslizamento do corpo, ao longo da superfície de apoio. Na velocidade angular em que o movimento deslizante do objeto ocorre pela primeira vez  $F_c$ , é igual a  $F_s$ :

$$F_c = ma = m\omega^2 r \quad (2.51)$$

$$F_s = \mu_s mg \quad (2.52)$$

$$\mu_s = \frac{\omega^2 r}{g} \quad (2.53)$$

### 2.5.3 COEFICIENTE DE ATRITO DE ROLAMENTO

A resistência ao rolamento é chamada de atrito de rolamento e geralmente apresenta-se em ordens de grandeza extremamente baixas, como por exemplo para materiais de dureza elevada, onde são encontrados na literatura valores da ordem de 0,001 (ZHOU *et al.*, 1999). O uso do princípio de rolamento em detrimento do deslizamento, tem como finalidade a obtenção de baixos coeficientes de atrito, sendo assim amplamente aplicado em diversas situações práticas, como pode ser verificado em rodas e em mancais de rolamento (WANG *et al.*, 2015).

De acordo com Zhou *et al.* (1999), efetivamente, um sólido que rola sem escorregar num plano horizontal vai progressivamente ceder energia ao meio em que se

encontra em contato: além da resistência do ar, apresenta-se também o atrito de rolamento, que depende das propriedades dos materiais em contato. Desta forma, a principal diferença entre o atrito estático e o atrito de rolamento (quando admitimos a deformação dos sólidos em contato, por menor que ela seja) é que, quando o atrito é estático, ocorre a transformação de energia mecânica em calor (ZHOU *et al.*, 1999).

Segundo Balevičius *et al.* (2012) o comportamento de rolamento pode ser descrito por uma abordagem padrão que combina o torque de rolamento com o ângulo de rotação. Realisticamente, a dinâmica do rolamento puro de corpos deformáveis é bastante complicada e não é claramente compreendida, apesar desse comportamento ter sido extensivamente estudado tanto por abordagens teóricas quanto experimentais.

Geralmente, o rolamento é acoplado com deslizamento por fricção e é um fenômeno muito complexo, onde o papel dos parâmetros de rolamento ainda se apresenta em discussão na literatura (BALEVIČIUS *et al.*, 2012). Por conseguinte, ainda é necessária a calibração dos parâmetros dos modelos de contato através de trabalhos experimentais e a partir de simulações numéricas, afim de descrever os fenômenos exibidos pelos materiais granulares em nível macroscópico (BALEVIČIUS *et al.*, 2012).

Muitos estudos foram feitos para compreender a origem do atrito de rolamento na interação entre partículas. Vários mecanismos têm sido propostos e podem ser classificados em dois grupos. A primeira é a dissipação de energia na interface de contato de duas partículas, devido ao microdeslizamento e fricção, irregularidades de superfície, adesão molecular, ou outras propriedades de superfície. Neste mecanismo, a energia cinética de uma partícula é dissipada, resultando na desaceleração da velocidade de rolamento da partícula, que é um fenômeno usual de atrito (ZHENG *et al.*, 2011).

O segundo mecanismo para o atrito de rolamento está relacionado com o comportamento inelástico dos materiais das partículas. Sabe-se que uma partícula, em particular a região de interface de contato, é submetida a forças de expansão e compressão continuamente durante o processo de rolamento, assim a deformação inelástica torna-se um importante fator no processo de dissipação de energia (ZHENG *et al.*, 2011).

Cabe ainda ressaltar que Zhou *et al.* (1999) observou, por meio de resultados numéricos, que o ângulo de repouso aumenta significativamente com o coeficiente de atrito de rolamento e diminui com o tamanho de partícula.

## CAPÍTULO 3

# MATERIAIS E MÉTODOS

Esse capítulo está dividido em 4 tópicos, conforme destaca a Figura 3.1. O primeiro tópico se refere à descrição dos aparelhos e metodologias experimentais utilizadas na determinação de propriedades de interação do material particulado (parâmetros numéricos). Essas propriedades correspondem a parâmetros do modelo matemático utilizado nesse estudo. O segundo tópico se refere à descrição da metodologia empregada na determinação e quantificação da mistura e segregação no interior do tambor. O terceiro tópico descreve a etapa de investigação do efeito dos parâmetros no comportamento bulk através de um processo de calibração destes no modelo matemático, ainda que alguns desses parâmetros tenham sido determinados experimentalmente. O quarto e último tópico corresponde à descrição dos critérios e metodologia numérica utilizados no estudo do fenômeno de segregação.

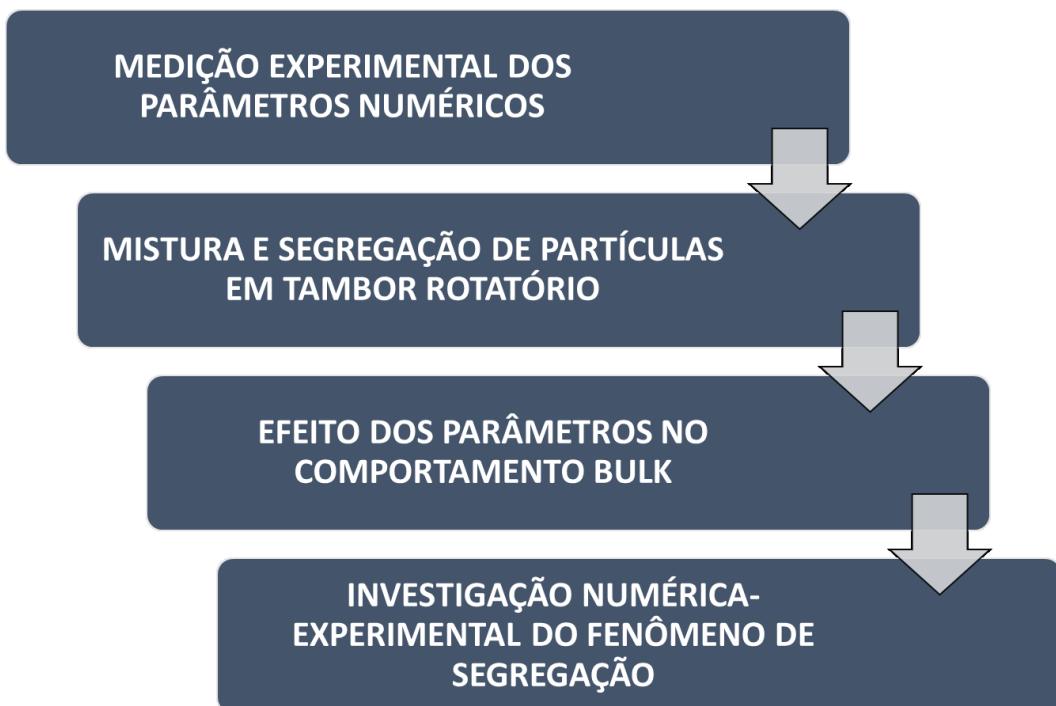


Figura 3.1: Fluxograma global da metodologia.

### 3.1 MEDIÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS NUMÉRICOS

Os materiais utilizados nesse trabalho foram esferas de vidro de 6,35 mm e densidade de 2455 kg/m<sup>3</sup> (Figura 3.2a) e grãos de soja com diâmetro de peneira de 6,39 mm, densidade de 1164 kg/m<sup>3</sup> e esfericidade de 0,84 (Figura 3.2b).

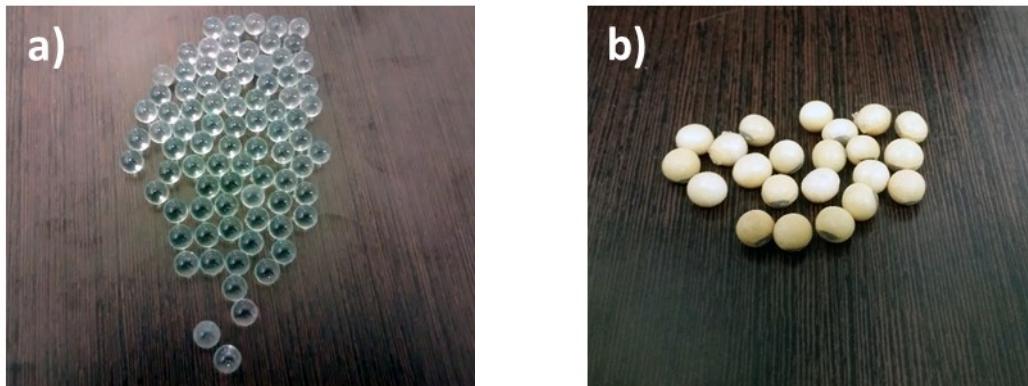


Figura 3.2: Material granular – (a) vidro; (b) soja.

Todos os experimentos foram realizados no Laboratório de Sistemas Particulados (LSP) da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU).

A Figura 3.3 apresenta um esquema das etapas de medição experimental dos parâmetros DEM.

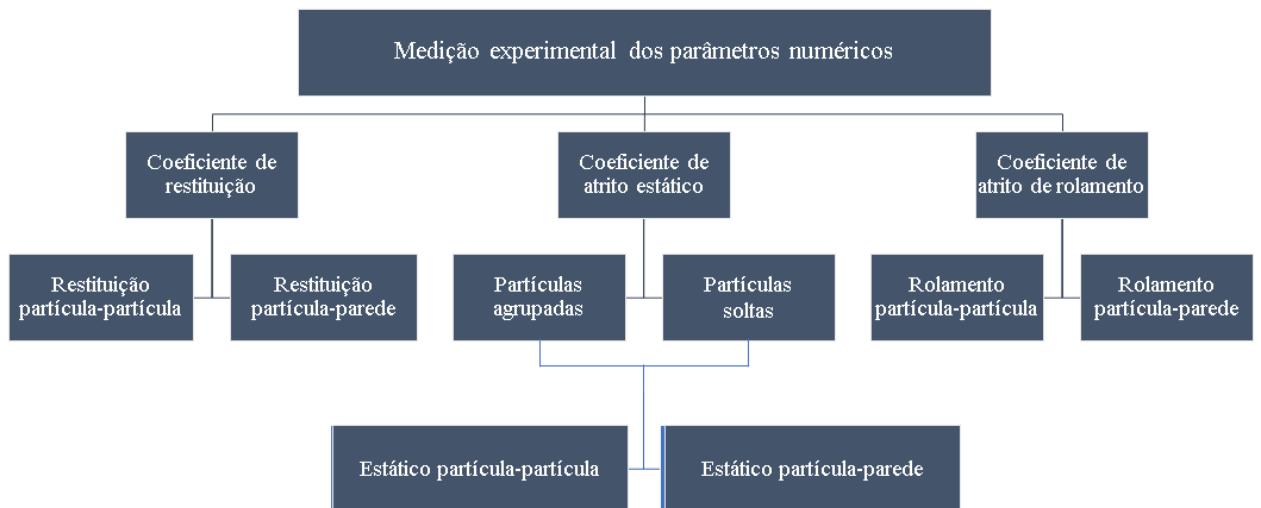


Figura 3.3: Fluxograma descritivo dos parâmetros numéricos determinados experimentalmente.

### 3.1.1 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Para a realização da medida do coeficiente de restituição, utilizou-se o dispositivo apresentado na Figura 3.4, o qual era composto por uma chapa de teste (1), um dispositivo de soltura, composto por uma haste metálica com base quadrada (2) e na parte superior do dispositivo, uma bomba de vácuo (3) foi interligada, com o intuito de evitar perturbações do sistema durante o lançamento das esferas de vidro.

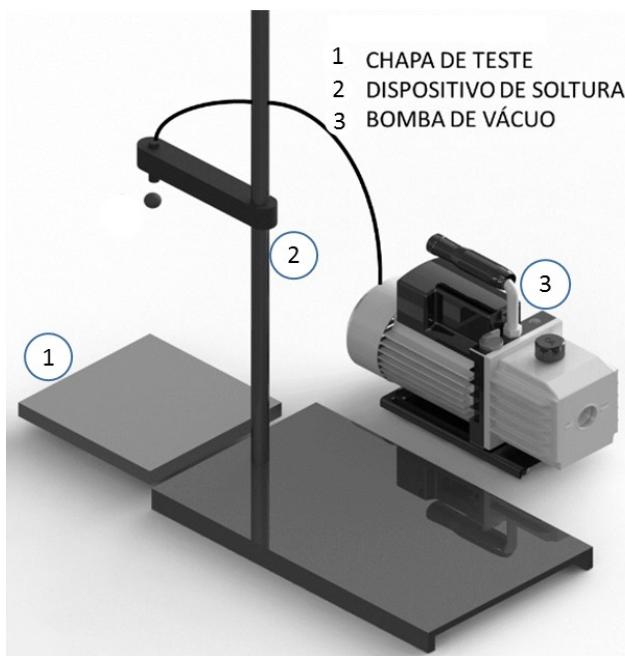


Figura 3.4: Dispositivo de medida de coeficiente de restituição.

Assim, ao interromper o vácuo, a partícula de vidro era abandonada em queda livre a uma altura fixa de 5 cm ( $h_1$ ), para colidir diretamente com chapas de aço inox, com espessura de 0,8, 1,0, 1,2, 1,5, 2,0, 3,0 e 4,0 mm e chapas de vidro com espessura 3,0, 4,0, 5,0, 6,0, 8,0, 10,0 12,0, 15,0 e 19,0 mm. É importante ressaltar que a altura de soltura de 5 cm foi utilizada com a finalidade de evitar o deslocamento lateral da esfera e minimizar o efeito da força de arraste sobre a mesma.

Com o auxílio de uma câmera de alta velocidade, com capacidade de captura de até 2000 quadros por segundo (modelo MotionScope – Redlake Imaging), todos os testes experimentais foram gravados e submetidos a análise de imagem utilizando o software Measure (disponibilizado em <http://www.cthing.com/Measure.asp> de forma gratuita), permitindo assim a determinação da altura máxima das partículas ( $h_2$ ) obtida após a colisão com as placas. Deste modo, os valores dos coeficientes de restituição foram mensurados a partir do uso da Equação 2.40.

### 3.1.2 COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO

Para a determinação do coeficiente de atrito estático entre as paredes do tambor e o material granular, foi utilizado um plano de inclinação variável, cuja superfície era revestida por diferentes materiais com o intuito de avaliar a interação partícula-parede, sendo eles: aço, vidro (simulando as paredes frontal e traseira do tambor) e lixa P80 (a mesma usada na superfície lateral do tambor). O aparato experimental pode ser visualizado na Figura 3.5.



Figura 3.5: Dispositivo de medida de atrito estático.

Na metodologia baseada na ASTM – G115-10 (2015) foram empregadas duas formas de medidas utilizando-se o mesmo aparato experimental. Em ambos os casos, utilizaram-se esferas de vidro e grãos de soja.

Na primeira forma de medida, as partículas foram dispostas em repouso sobre o plano móvel revestido com uma lixa, que corresponde àquela usada no revestimento interno do tambor. Essa lixa garante um atrito suficiente para que o leito de partículas no interior do tambor atinja os diferentes regimes de escoamento a depender do número de Froude. A fim de reproduzir essa condição, a superfície do plano foi também revestida com o mesmo material. Com auxílio de um dispositivo hidráulico, a inclinação da superfície móvel foi variada paulatinamente até que as esferas iniciassem o movimento, sendo este procedimento realizado 5 vezes com o intuito de garantir a reproduutibilidade dos resultados.

Na segunda forma, um aglomerado (*clump*) de esferas foi criado (Figura 3.6), com o intuito de eliminar o movimento de rolamento, e colocado em repouso no plano

móvel que foi deslocado até que o movimento das partículas fosse iniciado. As medidas foram feitas com o auxílio de uma câmara de alta velocidade. O software de tratamento de imagens Measure foi utilizado para a determinação do ângulo de inclinação no momento exato do início do movimento das partículas. Em ambos os casos, após o aferimento do ângulo de repouso estático, a Equação 2.50 foi aplicada, obtendo-se assim o valor do coeficiente de atrito estático partícula-parede ( $\mu_{Spw}$ ).

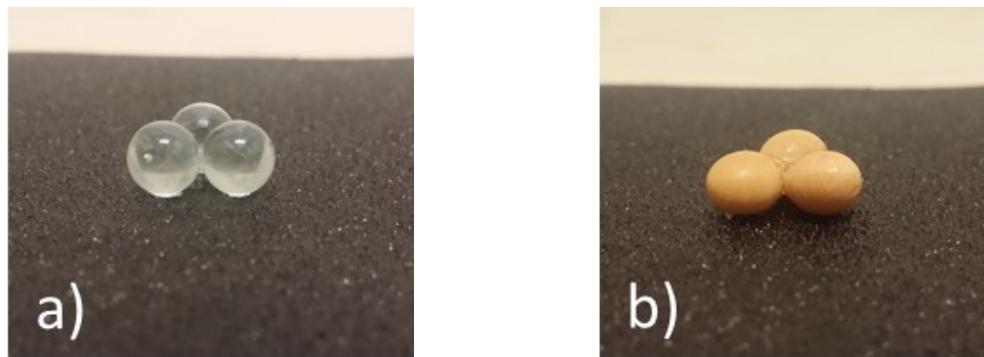


Figura 3.6: *Clump* de partículas – (a) vidro; (b) soja.

Para determinação do coeficiente de atrito estático partícula-partícula ( $\mu_{Spp}$ ), foi utilizado o mesmo aparato experimental; todavia, neste caso, a superfície móvel foi previamente recoberta por uma monocamada de partículas aleatoriamente distribuídas (Figura 3.7). O ângulo de inclinação ( $\theta$ ) que correspondia ao início do deslizamento da camada de partículas sobre o plano recoberto, foi usado para calcular o coeficiente de atrito estático partícula-partícula a partir do uso da Equação 2.50.

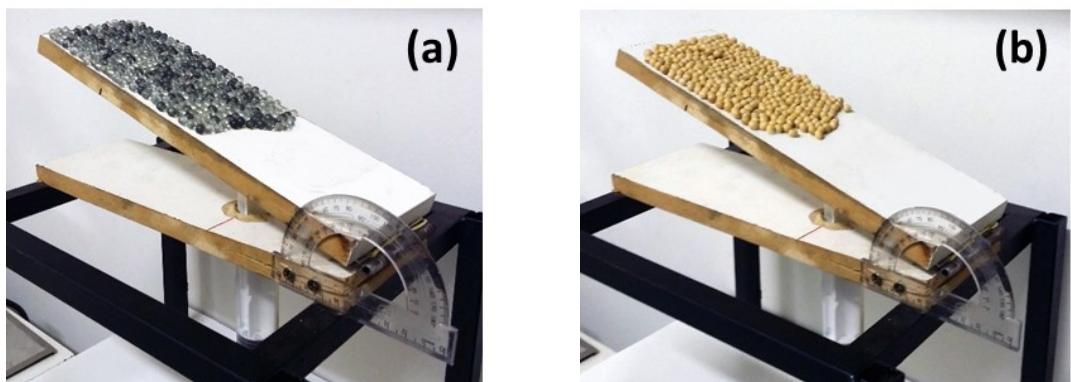


Figura 3.7: Aparato experimental configurado para medição de atrito estático partícula-partícula: (a) com partículas de vidro; (b) com partículas de soja.

### 3.1.3 COEFICIENTE DE ATRITO DE ROLAMENTO

Assim como aplicado na determinação do atrito estático, o coeficiente de atrito de rolamento foi determinado para diferentes superfícies, tanto de materiais presentes no estudo da dinâmica do tambor (vidro e a Lixa P80), quanto de outros materiais, como o aço, com o intuito de prover uma maior base de dados para o cálculo desse coeficiente. A metodologia para determinação do coeficiente de atrito de rolamento consiste na utilização de um dispositivo de lançamento apoiado em uma superfície plana (10x100 cm), em que a partícula foi submetida ao movimento de rolamento. O ponto de inserção da partícula apresentou altura ( $h_0$ ) de 0,5 cm e o dispositivo de soltura possuía inclinação fixa de 2,12° e comprimento ( $L$ ) de 13,5 cm, conforme apresentado na Figura 3.8, o que promove o ganho gradativo de velocidade da esfera, que se encontrava inicialmente em repouso (ASTM - G194-08 2013).

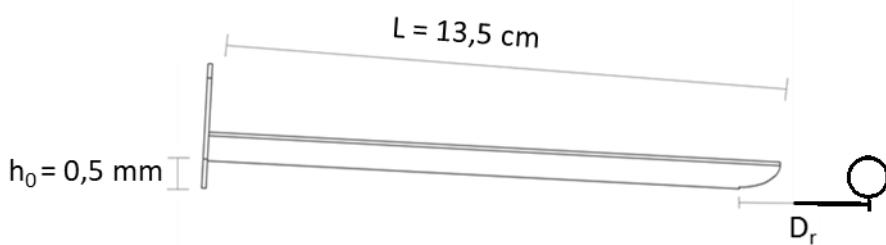


Figura 3.8: Dispositivo para medida do atrito de rolamento.

Após percorrer todo o dispositivo, a esfera de vidro entra em contato com a superfície plana, perdendo assim energia durante o trajeto desenvolvido até que retorne ao repouso. Deste modo era então medida, com auxílio de uma régua, a distância percorrida pela esfera a partir da base do dispositivo de soltura ( $D_r$ ) e calculado o coeficiente de atrito de rolamento ( $\mu_R$ ) a partir da Equação 3.1.

$$\mu_R = \frac{h_0}{D_r} \quad (3.1)$$

A metodologia para determinação de coeficiente de atrito de rolamento tanto partícula-parede quanto partícula-partícula foram conduzidas da mesma maneira. Observa-se, neste caso, que para ambos os tipos de interação os contatos ocorrem de forma pontual. Assim, para determinação do coeficiente de atrito partícula-parede foi utilizada uma chapa metálica revestida por Lixa P80 a fim de representar a superfície lateral do tambor, e uma chapa de vidro responsável por prever o atrito de rolamento

entre as superfícies frontal e traseira do tambor, bem como a resistência ao rolamento entre partículas.

### 3.2 SEGREGAÇÃO DE PARTÍCULAS EM TAMBOR ROTATÓRIO

No estudo numérico e experimental do fenômeno de segregação em tambor rotatório, foram utilizadas diferentes combinações de partículas com o intuito de investigar a influência do diâmetro e da densidade.

Os resultados das simulações numéricas foram confrontados com aqueles provenientes de Santos (2015). No referido trabalho o autor avaliou o fenômeno de segregação radial e axial para 3 combinações de material:

1. Partículas idênticas;
2. Partículas compostas por mesmo material e diâmetros diferentes;
3. Partículas com dimensões semelhantes com densidades distintas.

Na Tabela 3.1 são apresentadas as configurações correspondentes às combinações binárias de partículas estudadas.

Tabela 3.1: Configurações de partículas no estudo de segregação em tambor rotatório.

Configuração	Material 1	Material 2	Efeito analisado
M1	<u>Esfera de vidro</u> d (mm) $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> ) $\varphi$ ( - ) 6,35        2460        1,00	<u>Esfera de vidro</u> d (mm) $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> ) $\varphi$ ( - ) 6,35        2460        1,00	Efeito do equipamento (condições operacionais)
M2	<u>Esfera de vidro</u> d (mm) $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> ) $\varphi$ ( - ) 6,35        2460        1,00	<u>Esfera de vidro</u> d (mm) $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> ) $\varphi$ ( - ) 1,13        2460        0,91	Efeito do diâmetro
M3	<u>Esfera de vidro</u> d (mm) $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> ) $\varphi$ ( - ) 6,35        2460        1,00	<u>Soja</u> d (mm) $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> ) $\varphi$ ( - ) 6,39        1164        0,84	Efeito da densidade

Destaca-se ainda, que em todas as configurações empregadas no estudo de segregação, os materiais 1 e 2 foram coloridos de preto e branco, respectivamente, para melhor visualização dos resultados. A Figura 3.9 exibe a disposição espacial inicial em que os materiais granulares foram dispostos no interior do tambor.

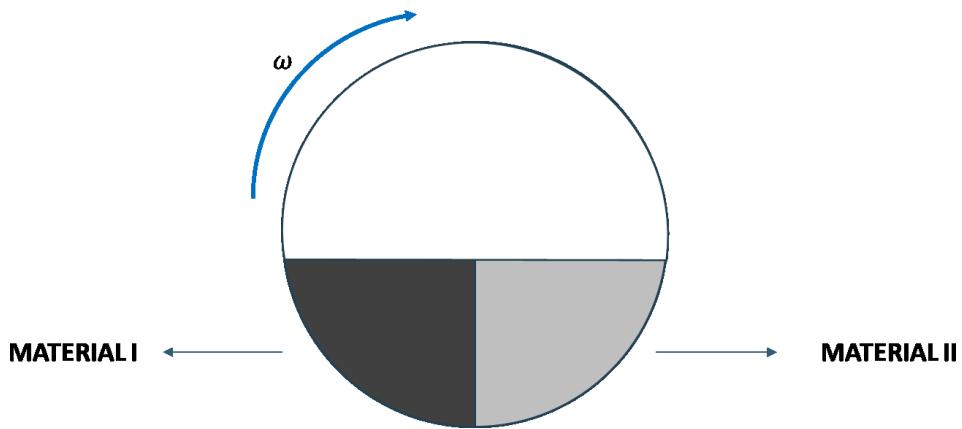


Figura 3.9: Disposição espacial inicial do material granular no interior do tambor.

Conforme apresentado na Tabela 3.1, todas as partículas em estudo possuem elevada esfericidade, permitindo assim, desconsiderar os efeitos de forma da partícula sobre o fenômeno de segregação.

Além dos efeitos de diferença de diâmetro e densidade retratados pelas configurações M2 e M3, respectivamente, também foram avaliados os efeitos das condições da velocidade de rotação do tambor rotatório operando no regime de rolamento, para as frequências de rotação de: 0,59 rad/s, 1,10 rad/s e 1,77 rad/s e graus de preenchimento de 25% e 50%.

### 3.2.1 MEDIDA DO ÍNDICE DE SEGREGAÇÃO

Para realização das medidas de índice de segregação, foi necessária a execução de algumas etapas, a fim de padronizar as amostragens e diminuir os erros de operação. A Figura 3.10 ilustra as referidas etapas.

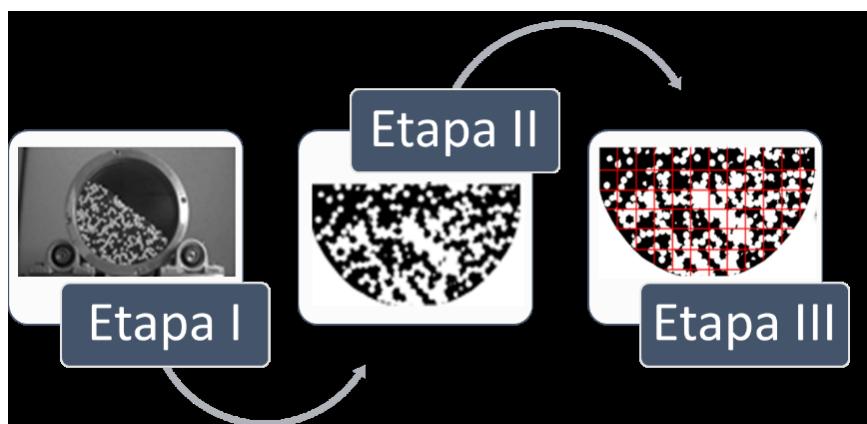


Figura 3.10: Padronização da metodologia de tratamento de imagem.

**Etapa I:** A partir dos ensaios experimentais realizados por Santos (2015), imagens do leito granular foram extraídas, em tempos predeterminados, para análise da cinética de segregação. De maneira análoga ao procedimento experimental, imagens do leito simulado foram também extraídas, e submetidas ao mesmo processo de tratamento com o propósito de permitir a comparação entre os índices obtidos.

**Etapa II:** Com o auxílio do software ImageJ, as imagens extraídas foram então rotacionadas até que o leito se encontrasse na posição horizontal, e posteriormente convertidas para 8 bits, exibindo assim apenas *pixels* que condiziam às colorações preta e branca.

**Etapa III:** Após o tratamento descrito na etapa anterior, cada foto foi dividida em 20 células, conforme discutido por LI *et al* (2016). As concentrações dos *pixels* pretos em todas as células de mistura foram então calculadas e o índice de segregação ( $\sigma$ ), o qual é definido como o desvio padrão das concentrações, foi determinado a partir da Equação 3.2, permitindo a realização de uma análise quantitativa.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (C - C_{\text{médio}})^2}{N-1}} \quad (3.2)$$

Sendo  $C$ ,  $C_{\text{médio}}$  e  $N$ , a concentração local de *pixels* pretos, a concentração média de *pixels* pretos, e o número total de células ocupadas pelas partículas, respectivamente. Os valores do índice de segregação variam de 0, no caso em que as partículas se encontram perfeitamente misturadas, e 0,5, no caso de uma completa segregação (SANTOS, 2015).

Com a finalidade de averiguar a precisão da técnica de análise de imagem, foi feito também, o uso do software EDEM® para determinação numérica do índice de segregação das simulações. Neste caso, a secção transversal preenchida do tambor simulado foi dividida em 20 células (Figura 3.11), e então foram contabilizadas as concentrações volumétricas de cada material. Utilizando a Equação 3.2, os índices de segregação foram mais uma vez determinados e as cinéticas de segregação elaboradas para cada uma das configurações apresentadas na Tabela 3.1.

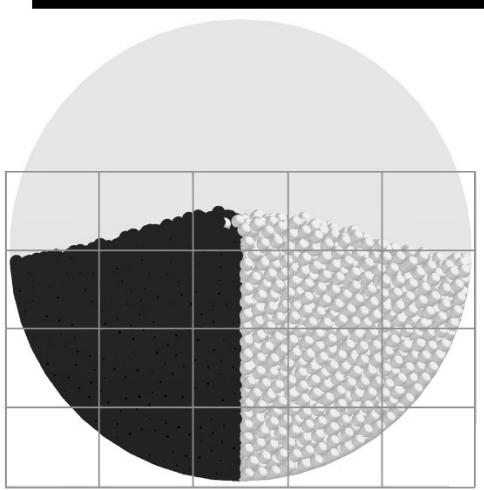


Figura 3.11: Gradeamento transversal para determinação do índice de segregação.

Com o intuito de favorecer a comparação entre as cinéticas de segregação, os dados obtidos foram normalizados. De forma a permitir a contabilização dos efeitos da diferença do diâmetro e densidade, bem como das variáveis de operação, tais como velocidade de rotação e grau de preenchimento, um ajuste dos dados foi realizado utilizando o software Statistica®, possibilitando a estimativa da constante cinética de segregação ( $k$ ), apresentada na Equação 3.3.

$$I_S = \frac{\sigma - \sigma_\infty}{\sigma_0 - \sigma_\infty} = e^{-kt} \quad (3.3)$$

Em que  $\sigma_0$ ,  $\sigma_\infty$ ,  $k$  e  $t$  representam os índices de segregação inicial e de segregação após atingir o regime permanente, a constante cinética de segregação e o tempo respectivamente.

### 3.3 EFEITO DOS PARÂMETROS NO COMPORTAMENTO BULK

Na Figura 3.12 são apresentadas as etapas desenvolvidas no estudo da análise do efeito dos parâmetros: coeficiente de restituição, atrito estático e atrito de rolamento, nas simulações envolvendo população de partículas no interior de tambores rotatórios.

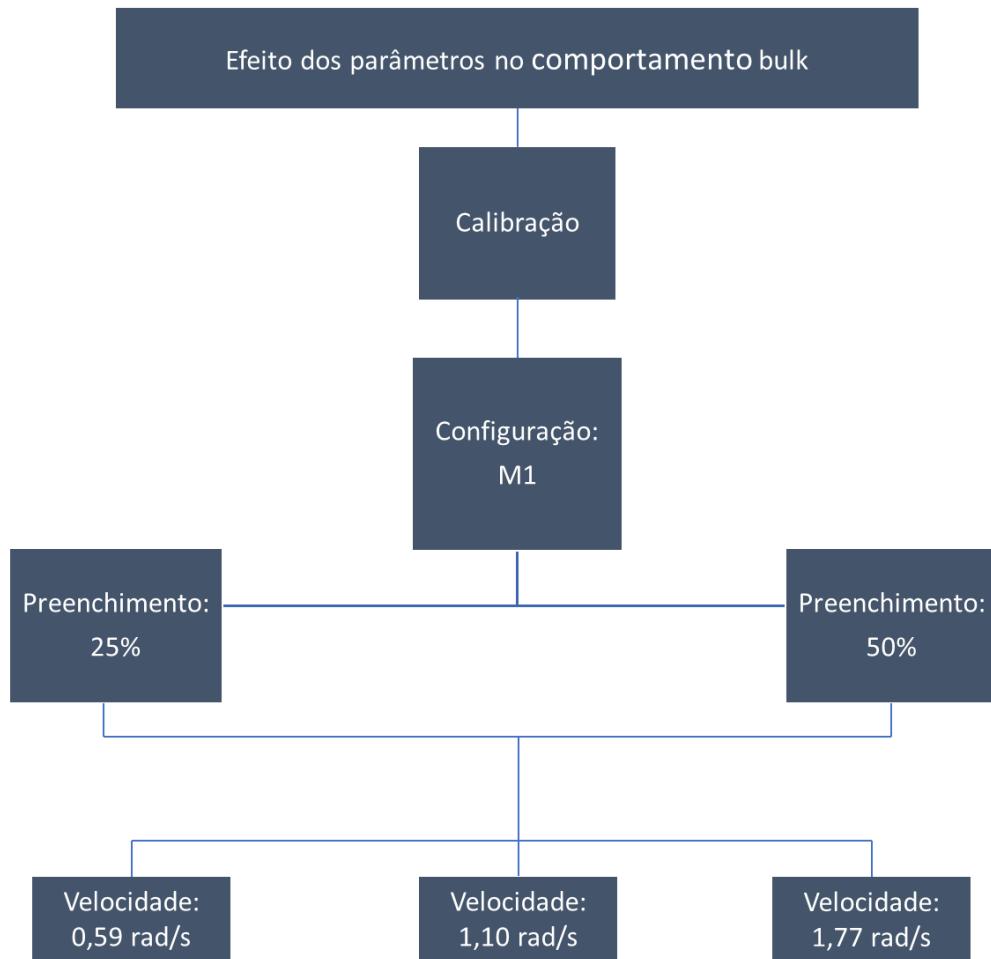


Figura 3.12: Fluxograma para análise do efeito dos parâmetros sobre o comportamento bulk.

Para a realização das simulações numéricas, utilizou-se um computador equipado com uma placa de vídeo AMD R9 Fury nano e um processador Intel Xeon CPU E5-2620 com 6 núcleos, situado no cluster do Laboratório de Processamento Paralelo (LPP) da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU), tornando viável a realização de todas as simulações. Como resolvedor numérico, utilizou-se o software EDEM® versão 3.1.

Com o intuito de verificar a concordância entre o comportamento granular experimental e o simulado, foi realizado um planejamento composto central (PCC) avaliando o efeito e a influência de cada um dos parâmetros estudados na simulação Lagrangeana (via software EDEM). Para isto, um tambor, com diâmetro de 22 cm e comprimento de 10 cm foi simulado. Nota-se que este apresentava comprimento reduzido em relação ao tambor real (50cm), em virtude do alto custo computacional. Na Figura 3.13 é apresentado o desenho esquemático da unidade experimental.

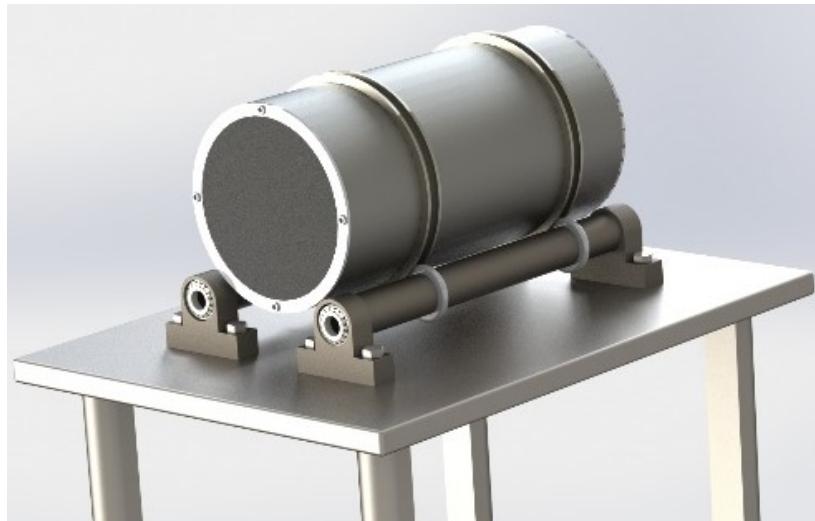


Figura 3.13: Tambor rotatório – Unidade experimental.

Diversas configurações ou combinações de partículas foram aplicadas no trabalho para avaliar o fenômeno de segregação, conforme apresentado no Tópico 3.2 (Mistura e Segregação de Partículas em Tambor Rotatório). Todavia, devido ao menor custo computacional, a configuração M1, composta apenas por partículas de vidro com diâmetro de 6,35 mm, foi selecionada para avaliação do efeito dos parâmetros, sendo esta dividida em duas etapas: análise do ângulo de repouso dinâmico e da cinética de segregação.

### 3.3.1 ÂNGULO DE REPOUSO DINÂMICO

Na primeira etapa do processo de calibração, foram realizadas as medidas dos ângulos de repouso dinâmico utilizando as imagens extraídas das gravações experimentais em momentos em que a superfície do leito se encontrava aproximadamente plana. Estas imagens foram comparadas com as imagens fornecidas pelo resolvedor numérico após 50 segundos de tempo simulado.

Inicialmente optou-se por analisar a condição experimental com velocidade de rotação de 1,10 rad/s e grau de preenchimento de 25%, em que foram geradas 2233 partículas para cada material (I e II). As imagens foram extraídas das simulações, que seguiram as condições estabelecidas pelo PCC proposto (Tabela 3.2), que contemplava os parâmetros: coeficiente de atrito estático partícula-partícula ( $\mu_{Spp}$ ), coeficiente de atrito estático partícula-parede ( $\mu_{Spw}$ ), coeficiente de atrito de rolamento partícula-partícula ( $\mu_{Rpp}$ ), coeficiente de atrito de rolamento partícula-parede ( $\mu_{Rpw}$ ).

Tabela 3.2: Planejamento composto central para calibração dos parâmetros.

Simulação	Parâmetros			
	$\mu_{SPP}$	$\mu_{RPP}$	$\mu_{SPW}$	$\mu_{RPW}$
1	0,50	0,03	0,20	0,02
2	0,50	0,03	0,20	0,06
3	0,50	0,08	0,20	0,02
4	0,50	0,08	0,20	0,06
5	0,50	0,03	0,50	0,02
6	0,50	0,03	0,50	0,06
7	0,50	0,08	0,50	0,02
8	0,50	0,08	0,50	0,06
9	0,80	0,03	0,20	0,02
10	0,80	0,03	0,20	0,06
11	0,80	0,08	0,20	0,02
12	0,80	0,08	0,20	0,06
13	0,80	0,03	0,50	0,02
14	0,80	0,03	0,50	0,06
15	0,80	0,08	0,50	0,02
16	0,80	0,08	0,50	0,06
17	0,43	0,06	0,35	0,04
18	0,87	0,06	0,35	0,04
19	0,65	0,06	0,13	0,04
20	0,65	0,06	0,57	0,04
21	0,65	0,02	0,35	0,04
22	0,65	0,09	0,35	0,04
23	0,65	0,06	0,35	0,01
24	0,65	0,06	0,35	0,07
25	0,65	0,06	0,35	0,04
26	0,82	0,01	0,52	0,05

Dessa forma, para cada condição, foram realizadas medidas de ângulo de repouso dinâmico utilizando o software Meazure™, conforme demonstrado na Figura 3.14. Nessa etapa, o ângulo de repouso foi utilizado como resposta e parâmetro de aferição para a calibração dos parâmetros do modelo matemático empregado.

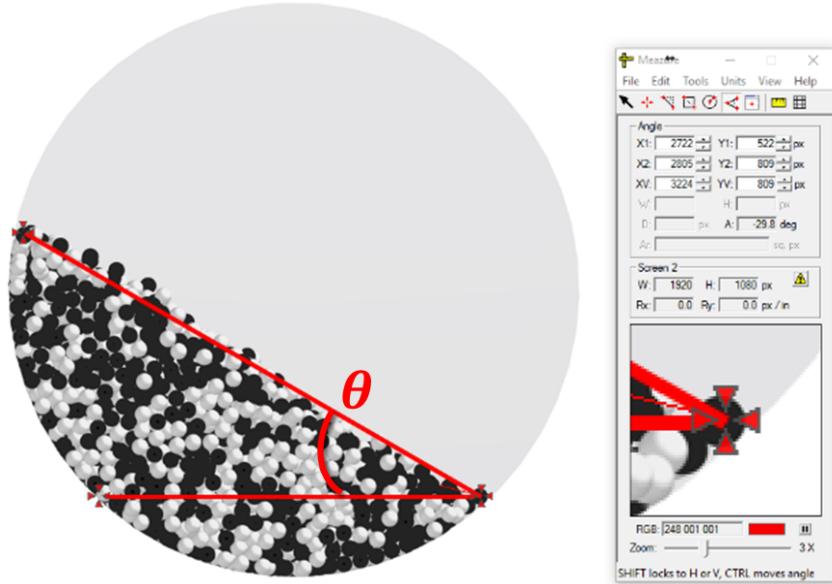


Figura 3.14: Medida do ângulo de repouso dinâmico.

Após as medidas dos ângulos de repouso, foram selecionadas as simulações onde esta variável resposta mais se aproximou do valor experimental; para isso foi estipulado um desvio máximo de 1°.

### 3.3.2 ÍNDICE DE SEGREGAÇÃO

A segunda parte do processo de calibração envolveu a análise da cinética de segregação das partículas nas simulações que obtiveram boa reprodutibilidade em relação ao ângulo de repouso. Assim, foram determinados os índices de segregação nos intervalos de tempo de 0, 10, 20, 30, 40 e 50 segundos, tanto para as simulações que representaram adequadamente o ângulo de repouso dinâmico, quanto para o caso experimental. Deste modo, foi verificado o conjunto de parâmetros que promoveu a melhor reprodutibilidade do fenômeno de segregação.

A combinação de parâmetros selecionada, foi utilizada nas demais condições de velocidade e grau de preenchimento da configuração M1, sendo avaliada e confrontada com as respostas experimentais.

### 3.4 INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA-EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO

As simulações das demais configurações, M2 e M3, foram realizadas utilizando o conjunto de parâmetros determinados a partir do processo de calibração. Os demais parâmetros empregados na simulação são apresentados na Tabela 3.3.

O tempo simulado foi definido de acordo com a necessidade de se atingir o regime permanente no tambor, ou seja, a partir do momento em que o leito granular não apresentasse mudanças visuais de comportamento ou de qualidade de mistura, sendo estimado em 50 segundos. Levou-se em consideração também o custo computacional e tempo de simulação utilizado.

O tempo de integração foi determinado utilizando o valor de 20% do tempo de Rayleigh, com o intuito de garantir a estabilidade numérica da simulação (PALMER *et al.*, 2013).

Tabela 3.3: Condições empregadas na simulação Lagrangeana.

Configuração	M1	M2	M3
Tempo de integração (s)	$1 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-5}$	$3 \times 10^{-5}$
Razão de Poisson ( - )	0,20	0,20	0,20 / 0,25

Para avaliar o módulo de cisalhamento, foi estabelecido a utilização do valor mínimo disponível no resolvedor numérico ( $1 \times 10^6$  Pa), apesar deste se encontrar abaixo dos valores obtidos experimentalmente. Este valor foi selecionado em virtude de sua grande influência no tempo de simulação, bem como seu pequeno efeito no comportamento do leito granular (pequena sensibilidade paramétrica). Os valores aplicados para Razão de Poisson foram os mesmos utilizados por Emady *et al.* (2016).

Nas simulações envolvendo as esferas de vidro, todas as partículas foram consideradas como perfeitamente esféricas. Entretanto, para as simulações envolvendo grãos de soja, a partícula virtual foi gerada por meio da combinação (*clump*) de duas esferas, ou seja, pelo método multi-esferas (SANTOS, 2015), conforme ilustra a Figura 3.15.

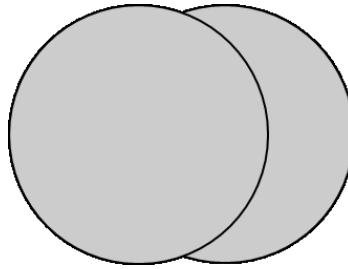


Figura 3.15: Aglomerado (*clump*) de esferas para representação da soja.

Encontram-se esquematizadas na Figura 3.16, as etapas utilizadas no estudo e investigação do fenômeno de segregação numérica e experimental.



Figura 3.16: Fluxograma para investigação do fenômeno de segregação.

Assim como realizado no processo de calibração para a configuração M1, após a determinação dos parâmetros, foram extraídas imagens em tempos pré-determinados do leito granular das configurações M2 e M3 e comparadas com as imagens experimentais. As cinéticas de segregação experimentais e simuladas foram também avaliadas em todas as condições propostas.

A partir da análise do perfil de velocidade média do leito ao longo do tempo de processamento foi proposto um modelo matemático com o objetivo de descrever o comportamento granular. Além deste modelo, foram atribuídas correlações empíricas para a determinação da velocidade média do leito ao atingir o regime permanente, bem como para a constante cinética de segregação em função da velocidade de rotação e do grau de preenchimento.

## CAPÍTULO 4

# RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos a partir das medidas experimentais dos parâmetros referentes a abordagem Lagrangeana (4.1), as análises qualitativas (4.2) e quantitativas (4.3) do fenômeno de segregação.

### 4.1 MEDIÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS NUMÉRICOS

Os parâmetros coeficientes de restituição, atrito estático e atrito de rolamento da abordagem numérica Lagrangeana foram determinados experimentalmente e os resultados são apresentados a seguir.

#### 4.1.1 COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Com o objetivo de determinar o coeficiente de restituição ( $e_p$ ) de partículas de vidro, com 6,35 mm de diâmetro, sobre os materiais utilizados no tambor, foram realizadas medidas utilizando chapas de vidro e de aço com diferentes espessuras (L) e os resultados são apresentados na Figura 4.1.

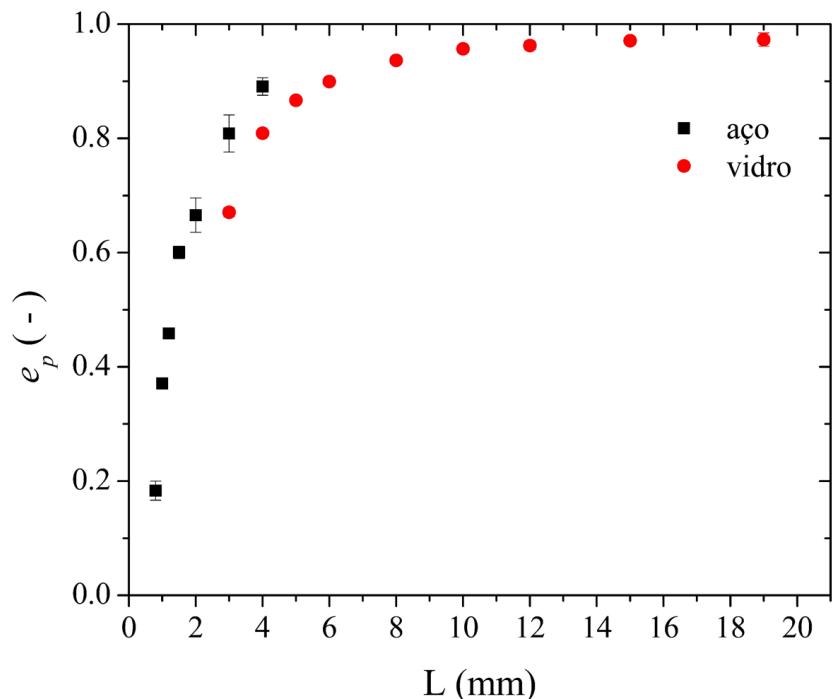


Figura 4.1: Influência da espessura e do material sobre o coeficiente de restituição.

A partir da análise da Figura 4.1, nota-se que com o aumento da espessura das placas de vidro e aço, os valores dos coeficientes de restituição tendem a crescer de

maneira assintótica. Assim como relatado por Sondergaard *et al.* (1990) e Wang *et al.* (2015), este comportamento está relacionado ao fato de que, quando a espessura da placa é suficientemente pequena para que as ondas de choque consigam se propagar até a superfície oposta da placa e retornar ao ponto de impacto antes da finalização do contato partícula-parede, sucede-se então perturbações, causando alterações no coeficiente de restituição. Este resultado mostra a importância de avaliar o efeito da espessura da parede dos sistemas nas medidas do coeficiente de restituição. Fato este algumas vezes desconsiderado na literatura.

Em seu trabalho Sondergaard *et al.* (1990) apresentam relações para determinação do cálculo da velocidade de ondas de choques ( $c$ ) (Equação 4.1) e do tempo de contato partícula-parede ( $T_c$ ) (Equação 4.2), onde ambas mostram-se dependentes das propriedades do material.

$$c = k \left[ \frac{E_p}{\rho_p} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.1)$$

$$T_c = 3,21 \left[ (1 - \sigma_s^2) + (1 - \sigma_p^2) \cdot \frac{E_s}{E_p} \right]^{\frac{2}{5}} \cdot R \left( \frac{E_s}{\rho_s} \right)^{\frac{2}{5}} (V_i)^{\frac{1}{5}} \quad (4.2)$$

$$L_c = 2c \cdot T_c \quad (4.3)$$

Utilizando estas relações aplicadas aos materiais em estudo observa-se que o comprimento crítico ( $L_c$ ) (Equação 4.3) das placas de vidro e aço encontra-se próximo de 13 e 17 mm, respectivamente, o que corrobora com o resultado obtido na Figura 4.1, que apresenta um patamar já estabelecido para espessuras próximas das calculadas.

Para aplicação da simulação numérica Lagrangeana, o valor do coeficiente de restituição utilizado tanto para as interações entre partículas, quanto para a interação entre partículas e paredes terminais de vidro (com espessura de aproximadamente 5 mm), foi de 0,86. Já para a superfície lateral do tambor, a qual é constituída de aço inox e apresenta espessura de 2 mm, o valor do coeficiente de restituição avaliado para a interação entre partículas de vidro e a superfície foi de 0,66. Em seu trabalho, Bharadwaj *et al.* (2010) assumiram valor de coeficiente de restituição de 0,9 para impactos de partículas de celulose monocristalina sobre superfícies de aço, enquanto Marinack *et al.*, (2011), avaliaram o impacto de materiais como esferas de polibutadieno, aço, cromo e tungstênio sobre superfícies planas de aço, e obtiveram

valores de coeficientes de restituição variando entre 0,55 a 0,86, verificando assim que os resultados obtidos neste trabalho encontram-se de acordo com os observados na literatura.

#### 4.1.2 COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO

Na determinação experimental do coeficiente de atrito estático foram aplicadas duas formas de medidas, apresentadas no Tópico 3.1.2, para partículas de vidro e soja. As medidas efetuadas encontram-se dispostas na Tabela 4.1, possibilitando a visualização dos valores deste parâmetro para cada uma das interações avaliadas.

Tabela 4.1: Coeficientes de atrito estático das partículas de vidro e de soja sobre diferentes superfícies.

Partícula	Superfície	$\mu_e$ ( - )	Partícula	Superfície	$\mu_e$ ( - )
Vidro (individual)	Vidro	0,04±0,01	Soja (individual)	Vidro	0,17±0,03
Vidro (individual)	Aço	0,06±0,02	Soja (individual)	Aço	0,15±0,02
Vidro (individual)	Lixa P80	0,18±0,05	Soja (individual)	Lixa P80	0,24±0,08
Vidro (individual)	Partículas de vidro	0,58±0,04	Soja (individual)	Partículas de vidro	0,61±0,11
Vidro (individual)	Partículas de soja	0,47±0,06	Soja (individual)	Partículas de soja	0,48±0,09
Vidro (clump)	Vidro	0,24±0,01	Soja (clump)	Vidro	0,54±0,09
Vidro (clump)	Aço	0,23±0,01	Soja (clump)	Aço	0,31±0,03
Vidro (clump)	Lixa P80	0,52±0,03	Soja (clump)	Lixa P80	0,70±0,12
Vidro (clump)	Partículas de vidro	0,82±0,03	Soja (clump)	Partículas de vidro	0,60±0,06
Vidro (clump)	Partículas de soja	0,63±0,08	Soja (clump)	Partículas de soja	0,68±0,12

Ao analisar o coeficiente de atrito estático das partículas de vidro individuais sobre as superfícies de aço e vidro verifica-se que em nenhum dos casos houve diferença significativa entre os resultados das medidas, pelo fato de ambas as superfícies apresentarem baixa rugosidade. Este fato também é observado nos resultados das partículas de soja individuais sobre as mesmas superfícies. Nota-se

também que, como esperado, ao substituir as superfícies “lisas” por uma superfície rugosa, como esperado, o valor do coeficiente de atrito aumentou de forma considerável, sendo este aumento próximo de 300% em alguns dos casos.

No estudo apresentado por Woo e Thomas (1979), foram realizadas análises do efeito da rugosidade superficial sobre o coeficiente de atrito estático e foi discutida a dependência deste parâmetro em relação a algumas variáveis como magnitude e frequência de imperfeições superficiais. Os autores mostraram que, assim como neste estudo, as superfícies lisas apresentaram valores próximos de atrito estático, enquanto que ao aumentar o número de imperfeições superficiais, ocorreu também o crescimento do coeficiente.

Ao avaliar o efeito do tipo de partículas, nota-se que para a maioria dos casos, as partículas de soja possuíram maior resistência ao movimento, por possuírem maior irregularidades em sua estrutura, aumentando assim o valor do coeficiente.

A formação dos *clumps* de ambas as partículas favoreceu o aumento do coeficiente de atrito estático. Isto se deve ao fato de que com a aglomeração das partículas, o movimento de rolamento é inibido, limitando as partículas apenas ao movimento de deslizamento. Ou seja, a formação de aglomerados fornece um parâmetro mais próximo do seu significado físico.

Chen *et al.* (2015), ao simularem o comportamento de partículas individuais e *clumps*, submetidas ao mesmo coeficiente de atrito estático, perceberam que as últimas apresentaram maior dificuldade de deslizamento, o qual foi quantificado a partir da análise do ângulo de repouso estático, corroborando com o comportamento apresentado neste trabalho.

Moysey *et al.* (2013) determinaram os coeficientes de atrito estático de esferas de níquel em materiais como aço, teflon e madeira polida, cujos valores foram de 0,19, 0,17 e 0,10, respectivamente. Seifi e Abbasi (2015), ao avaliarem o efeito do coeficiente de atrito estático em modelos utilizando o método dos elementos finitos, propuseram valores de coeficiente para superfícies lisas próximos de 0,29 e para superfícies rugosas em torno de 0,41, sendo estes valores próximos aos encontrados no presente trabalho.

#### **4.1.3 COEFICIENTE DE ATRITO DE ROLAMENTO**

Com o objetivo de determinar o coeficiente de atrito de rolamento de partículas esféricas sobre diferentes superfícies, foi aplicada a metodologia introduzida no tópico 3.1.3. Os resultados experimentais são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Coeficientes de atrito de rolamento de partículas de vidro sobre superfícies de vidro, aço e lixa P80.

PARTÍCULA	SUPERFÍCIE	$\mu_R$ (-)
Vidro	Vidro	$0,0115 \pm 0,0014$
Vidro	Aço	$0,0124 \pm 0,0012$
Vidro	Lixa P80	$0,0544 \pm 0,0047$

Aplicando o teste t de Student para avaliar existência da diferença entre os valores de coeficientes de atrito de rolamento obtidos, verifica-se que para as superfícies lisas, os valores dos coeficientes não apresentaram diferença significativa. Já ao comparar o valor determinado para as superfícies lisas com a de Lixa P80, verifica-se um aumento significativo no valor do parâmetro, uma vez que esta última apresenta maior rugosidade superficial.

Balevičius *et al.* (2012) apresentam o estudo do efeito do coeficiente de atrito de rolamento sobre a velocidade de descarga de material granular em silos. No trabalho os autores fizeram o uso da abordagem numérica Lagrangeana na tentativa de predizer o comportamento das partículas, na qual foi aplicado o valor de 0,0167 para o coeficiente de rolamento entre grãos de ervilha e a superfície de vidro do aparato experimental, sendo este valor próximo ao determinado no presente trabalho. Weizmanet *et al.* (2013) mensuraram o coeficiente de atrito de rolamento sobre superfícies rugosas, no estudo o parâmetro apresentou valor de 0,0508, corroborando com as medidas realizadas neste trabalho.

## 4.2 EFEITO DOS PARÂMETROS NO COMPORTAMENTO BULK

Conforme relatado no item 3.3, foi utilizado um PCC (Tabela 3.2) para calibração dos parâmetros DEM, sendo este composto pelas variáveis: coeficiente de atrito estático partícula-partícula ( $\mu_{SPP}$ ), coeficiente de atrito estático partícula-parede ( $\mu_{SPW}$ ), coeficiente de atrito de rolamento partícula-partícula ( $\mu_{RPP}$ ), coeficiente de atrito de rolamento partícula-parede ( $\mu_{RPW}$ ). O planejamento composto central foi realizado utilizando apenas uma réplica no ponto central e adicionada uma simulação, que corresponde aos valores dos parâmetros medidos experimentalmente. No caso do coeficiente de atrito estático, foram utilizados os valores dos parâmetros obtidos na forma de *clump*. Ressalta-se que apenas a configuração M1, nas condições de grau de preenchimento de 25% e velocidade de rotação 1,10 rad/s, foi utilizada nas etapas iniciais do processo de calibração.

Duas respostas foram avaliadas em cada experimento do PCC, sendo elas a capacidade de mistura do leito e o ângulo de repouso dinâmico. Os resultados para cada experimento estão apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Ângulo de repouso dinâmico medido para as simulações do PCC.

Simulação	Parâmetros				Resposta	
	$\mu_{SPP}$ ( - )	$\mu_{RPP}$ ( - )	$\mu_{SPW}$ ( - )	$\mu_{RPW}$ ( - )	Mistura	Ângulo de repouso ( ° )
1	0,50	0,03	0,20	0,02	Não	30,50
2	0,50	0,03	0,20	0,06	Não	31,50
3	0,50	0,08	0,20	0,02	Não	33,90
4	0,50	0,08	0,20	0,06	Não	32,00
5	0,50	0,03	0,50	0,02	Sim	34,70
6	0,50	0,03	0,50	0,06	Sim	34,00
7	0,50	0,08	0,50	0,02	Sim	39,30
8	0,50	0,08	0,50	0,06	Sim	40,80
9	0,80	0,03	0,20	0,02	Não	33,10
10	0,80	0,03	0,20	0,06	Não	32,70
11	0,80	0,08	0,20	0,02	Não	33,20
12	0,80	0,08	0,20	0,06	Não	33,20
13	0,80	0,03	0,50	0,02	Sim	34,60
14	0,80	0,03	0,50	0,06	Sim	35,10
15	0,80	0,08	0,50	0,02	Sim	41,70
16	0,80	0,08	0,50	0,06	Sim	40,30
17	0,43	0,06	0,35	0,04	Sim	37,40
18	0,87	0,06	0,35	0,04	Sim	39,60
19	0,65	0,06	0,13	0,04	Não	24,50
20	0,65	0,06	0,57	0,04	Sim	38,80
21	0,65	0,02	0,35	0,04	Sim	33,60
22	0,65	0,09	0,35	0,04	Sim	44,70
23	0,65	0,06	0,35	0,01	Sim	36,20
24	0,65	0,06	0,35	0,07	Sim	40,50
25	0,65	0,06	0,35	0,04	Sim	38,80
26	0,82	0,01	0,52	0,05	Sim	33,70

Nos experimentos realizados, devido à ausência de diferença de propriedades físicas dos materiais granulares em estudo, era esperado que as simulações apresentassem uma mistura homogênea ao final do processo. Assim, as simulações que não apresentaram este comportamento foram consideradas impróprias para a predição do fenômeno de segregação.

Após a identificação das simulações pertinentes ao estudo de segregação, estas foram então submetidas à avaliação do ângulo de repouso dinâmico. Nesta etapa do processo de calibração, os ângulos de repouso obtidos pelas simulações foram comparados com o valor experimental ( $34,6^\circ$ ). Assim, uma nova seleção foi realizada, na qual foi estipulado um erro máximo de  $1^\circ$  nas medidas dos ângulos.

Com apenas a medida do ângulo de repouso dinâmico, não foi possível obter uma análise conclusiva para a calibração dos parâmetros, visto que, mais de uma simulação se mostraram adequadas frente a análise desta resposta. Deste modo, foi realizado o estudo das cinéticas de segregação das simulações que forneceram os menores desvios entre os resultados do ângulo de repouso simulados e experimentais, são elas: simulações 5, 6, 13, 14, 21 e 26, as quais tiveram os seus índices de segregação comparados aos obtidos experimentalmente (Figura 4.2).

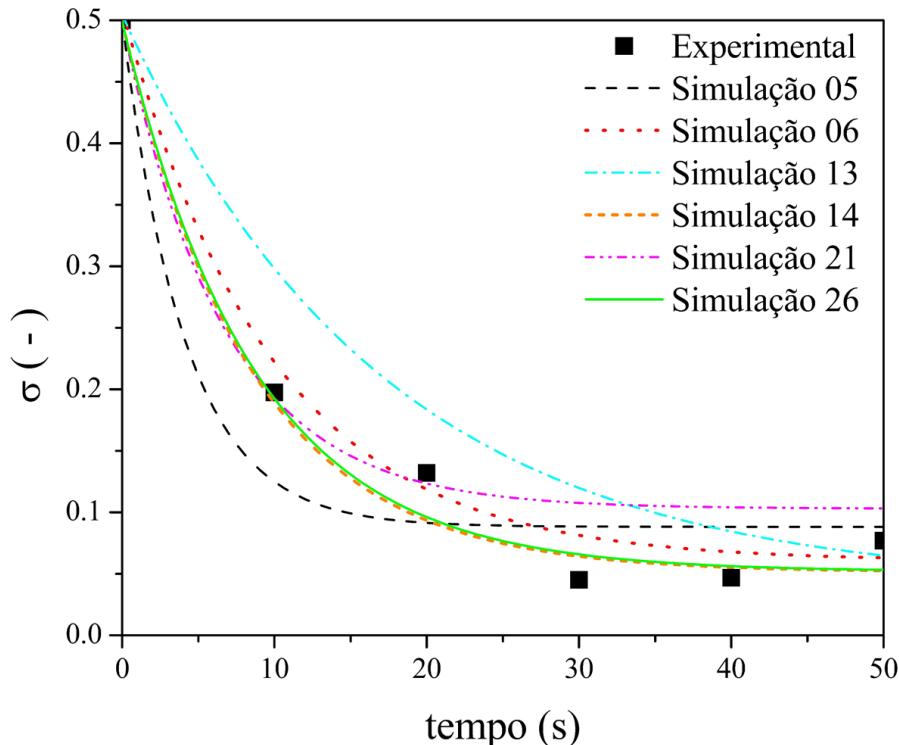


Figura 4.2: Calibração a partir da cinética de segregação.

Na Figura 4.2 é possível observar que as simulações que obtiveram maior proximidade com os índices de segregação experimental foram as de número 14 e 26, diferenciando-se entre si (de forma significativa) em apenas um parâmetro, o coeficiente de rolamento partícula-partícula. As simulações remanescentes foram então confrontadas com as demais configurações e condições experimentais, e de maneira análoga ao apresentado na Figura 4.2, estas conseguiram representar de maneira satisfatória o fenômeno de segregação. Deste modo, foi selecionado no presente trabalho, o uso do conjunto de parâmetros fornecidos pela simulação 26, os quais foram em sua totalidade determinados a partir dos testes experimentais discutidos no item 4.1.

### 4.3 ANÁLISE QUALITATIVA DO FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO

Um dos principais objetivos deste trabalho é investigar o fenômeno de segregação no interior de tambores rotatórios sob diferentes condições de operação e configurações iniciais. Para isso a abordagem numérica Lagrangeana é apresentada como uma alternativa na predição de escoamentos granulares.

Nas Tabelas 4.4 a 4.9, são apresentadas, de forma qualitativa, as distribuições granulares experimentais e numéricas do plano transversal de um tambor rotatório, avaliando diferentes diâmetros de partículas, densidades, graus de preenchimento e velocidades de rotação. As simulações numéricas foram conduzidas utilizando as configurações e condições apresentadas na Tabela 3.1.

Para o caso da configuração M1 (Tabela 3.2), utilizou-se partículas de vidro com diâmetro de 6,35 mm (mesmo tamanho e mesma densidade), com o intuito de avaliar o efeito do equipamento no fenômeno de segregação. As imagens experimentais obtidas por Santos (2015) foram comparadas qualitativamente com as simulações DEM (Tabelas 4.4 e 4.5), em diferentes graus de preenchimento e velocidade de rotação, mostrando a boa concordância entre elas.

Para este caso é possível notar que, como esperado, as partículas presentes no interior do tambor se distribuíram de forma aleatória ao longo da secção transversal e axial em todas as condições analisadas. Uma vez que não houve diferença nas propriedades físicas do material granular, permite-se inferir que o equipamento não exerceu influência sobre a segregação das partículas.

Tabela 4.4: Distribuição granular radial experimental e numérica da configuração M1 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%.

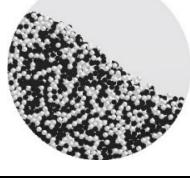
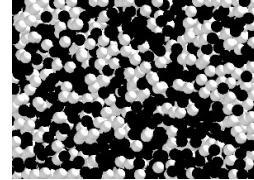
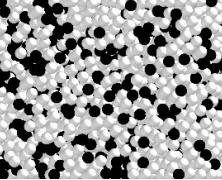
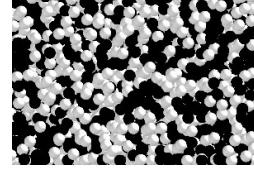
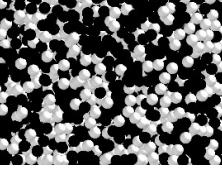
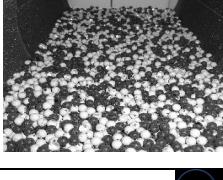
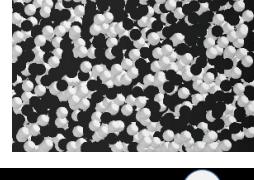
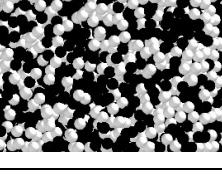
M1		Grau de Preenchimento			
		25%		50%	
		Experimental	Simulado	Experimental	Simulado
Velocidade de rotação (rad/s)	0,59				
	1,10				
	1,77				
					

Tabela 4.5: Distribuição granular axial experimental e numérica da configuração M1 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%.

M1		Grau de Preenchimento			
		25%		50%	
		Experimental	Simulado	Experimental	Simulado
Velocidade de rotação (rad/s)	0,59				
	1,10				
	1,77				
					

Na configuração M2, na qual é avaliado o efeito do tamanho da partícula sobre o fenômeno de segregação, verifica-se na Tabela 4.6 a presença de um núcleo radial composto por esferas de menor diâmetro sendo envolvidas por partículas maiores. Vale lembrar que nesta configuração foi empregada uma razão de diâmetro (diâmetro da partícula maior sobre diâmetro da partícula menor) de aproximadamente 5,6 (Tabela 3.2).

Tabela 4.6: Distribuição granular radial experimental e numérica da configuração M2 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%.

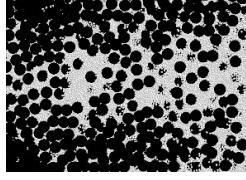
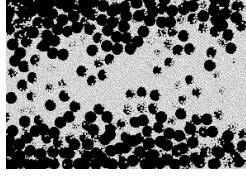
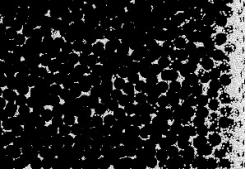
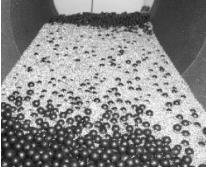
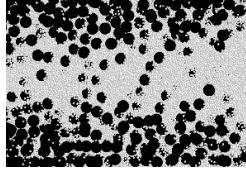
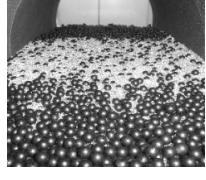
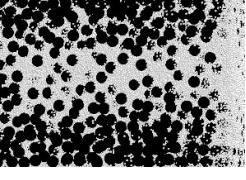
M2		Grau de Preenchimento			
		25%		50%	
		Experimental	Simulado	Experimental	Simulado
Velocidade de rotação (rad/s)	0,59				
	1,10				
	1,77				

Segundo Combarros *et al.* (2014), quando partículas de diferentes tamanhos são inseridas em tambores rotatórios em regime de rolamento, o mecanismo de percolação torna-se pronunciado. Neste tipo de mecanismo ocorre a tendência de deslocamento das partículas menores para o centro do leito, formando assim um núcleo radial. Este mesmo tipo de comportamento foi também evidenciado por outros autores como Chen *et al.* (2016); Eskin e Kalman (2000); Santomaso *et al.* (2004).

Ao avaliar o fenômeno de segregação na direção axial para a configuração M2 (Tabela 4.7), é possível identificar a influência da velocidade de rotação e do grau de preenchimento. Nota-se que para as condições com menor grau de preenchimento (25%), mesmo a baixa velocidade de rotação (0,59 rad/s), ocorreu o aparecimento das

bandas. Contudo, para ambas as condições de grau de preenchimento, ao aumentar a velocidade de rotação, as bandas formadas começaram a apresentar fronteiras mais nítidas, possibilitando inferir que a formação das bandas apresenta dependência de ambas as variáveis (graus de preenchimento e velocidade de rotação). Este fenômeno também foi pronunciado no estudo realizado por Santos (2015).

Tabela 4.7: Distribuição granular axial experimental e numérica da configuração M2 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%.

M2		Grau de Preenchimento			
		25%		50%	
		Experimental	Simulado	Experimental	Simulado
Velocidade de rotação (rad/s)	0,59				
	1,10				
	1,77				

No trabalho de Kuo *et al.* (2005) foi investigado o fenômeno de segregação axial em tambores rotatórios, analisando os efeitos da velocidade de rotação, grau de preenchimento, densidade e razão de tamanho de partículas. Os autores verificaram que, quando o tambor foi operado em baixos graus de preenchimento, a largura das bandas se mostram dependentes da velocidade de rotação, apresentando comportamento inversamente proporcional em relação a esta variável. Ao avaliarem o efeito do grau de preenchimento sobre o comportamento das bandas, os autores identificaram que as larguras das bandas exibiram um comportamento linear e inversamente proporcional a esta variável.

Ao analisar as figuras apresentadas na Tabela 4.7, é possível perceber, principalmente nas condições de menor grau de preenchimento, que as partículas de

maior diâmetro se deslocaram para as extremidades do tambor. Segundo Kuo *et al.* (2003), isto ocorre devido ao cisalhamento das paredes frontal e traseira sobre as partículas. Os autores relatam que na zona de cisalhamento, região com espessura equivalente a 5 a 10 diâmetros da menor partícula, o leito sofre um aumento de porosidade, favorecendo o deslocamento das partículas pequenas para o núcleo radial, e por conseguinte, uma banda rica em partículas de maior dimensão é formada ao lado das paredes das extremidades.

O efeito da diferença de densidade entre partículas foi avaliado na configuração M3 e os resultados da segregação radial estão apresentados na Tabela 4.8. Nota-se que as partículas de vidro, que são mais densas, se concentram no núcleo radial, sendo envoltas pelos grãos de soja. Observa-se também uma boa concordância entre os resultados simulados e os experimentais.

Tabela 4.8: Distribuição granular radial experimental e numérica da configuração M3 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%.

M3		Grau de Preenchimento			
		25%		50%	
		Experimental	Simulado	Experimental	Simulado
Velocidade de rotação (rad/s)	0,59				
	1,10				
	1,77				

Em seu estudo, Chen *et al.* (2016) avaliaram o fenômeno de segregação em grânulos de tamanhos iguais, porém com diferentes densidades, e notaram que as partículas mais densas tenderam a ficar localizadas próximo do eixo central do leito, enquanto as partículas menos densas segregavam-se radialmente à periferia. Os autores

atribuíram o fenômeno ao mecanismo de condensação, no qual partículas mais densas migram para parte inferior do fluxo granular.

De maneira semelhante ao comportamento apresentado na configuração M1, na qual ambas as partículas apresentavam o mesmo diâmetro, na configuração M3, independente do grau de preenchimento e velocidade de rotação, não foi evidenciada a formação de bandas de segregação axial, como mostram os resultados da Tabela 4.9. Entretanto, constata-se um número predominante de partículas de soja na parte superior do leito granular (camada ativa), sendo este fato justificado pelo afastamento das partículas de vidro da periferia do tambor.

Tabela 4.9: Distribuição granular axial experimental e numérica da configuração M3 para velocidades de rotação de 0,59, 1,10 e 1,77 rad/s e preenchimento de 25 e 50%.

M3		Grau de Preenchimento			
		25%		50%	
		Experimental	Simulado	Experimental	Simulado
Velocidade de rotação (rad/s)	0,59				
	1,10				
	1,77				

Assim, ao avaliar qualitativamente o fenômeno de segregação axial, verifica-se que este foi apenas evidenciado para a condição em que houve diferença de diâmetro entre as partículas, sendo sua magnitude influenciada pelo grau de preenchimento e velocidade de rotação. Este mesmo comportamento foi observado também no estudo publicado por Kuo *et al.* (2005). No trabalho referenciado, o autor utiliza partículas de

vidro e de borracha, avaliando o fenômeno de segregação sobre as condições de grau de preenchimento variando entre 10 e 40%, e velocidade de rotação de 10 a 40 rpm.

Ao comparar as imagens obtidas experimentalmente com as fornecidas pelas simulações DEM para todas as configurações e condições apresentadas verifica-se a boa concordância entre as mesmas, reproduzindo satisfatoriamente o comportamento granular dos fenômenos de segregação axial e radial.

## 4.4 ANÁLISE QUANTITATIVA DO FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO

Este tópico tem como objetivo avaliar de forma quantitativa o fenômeno de segregação no interior de tambores rotatórios operando em regime de rolamento. Com auxílio da técnica de análise de imagens e do software EDEM®, foram determinados, conforme descrito no item 3.2.1, os índices de segregação obtidos experimentalmente e através das simulações numéricas para cada uma das configurações e condições estudadas.

### 4.4.1 SEGREGAÇÃO RADIAL

Na Figura 4.3a, é apresentada a comparação entre os resultados obtidos dos índices de segregação radial na forma padrão ( $\sigma$ ) em função do tempo, através da análise de imagem do comportamento granular simulado e experimental, bem como os obtidos diretamente pelo resolvedor numérico. Assim, verifica-se a existência de uma boa proximidade entre os resultados fornecidos pelas metodologias aplicadas, validando o uso da técnica de tratamento de imagem e da utilização da abordagem numérica Lagrangeana na predição do comportamento granular e do fenômeno de segregação.

Com o intuito de facilitar a comparação entre as condições e configurações propostas, foi então realizado o processo de normalização, conforme descrito na Equação 3.3. A Figura 4.3 exemplifica o processo, demonstrando a normalização dos dados da configuração M1 operando nas condições de velocidade de rotação de 0,59 rad/s e preenchimento de 25%.

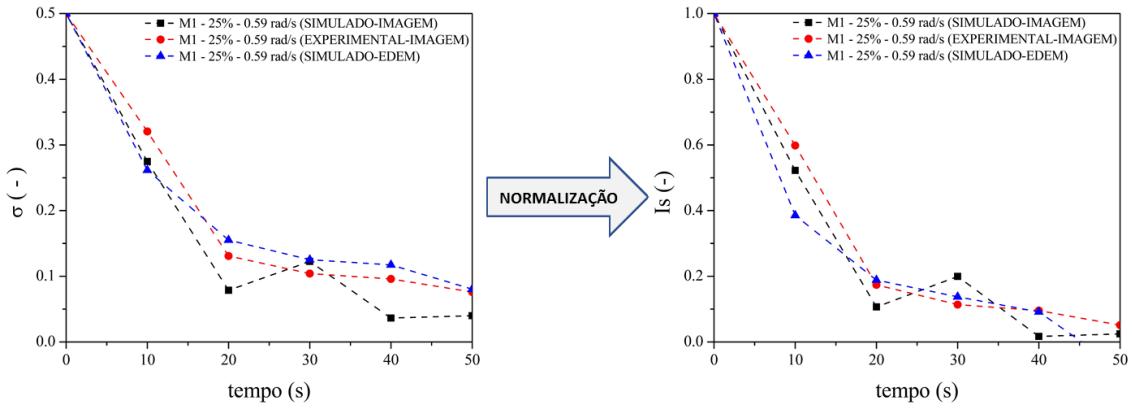


Figura 4.3: Análise transiente do índice de segregação experimental e numérica para velocidade de rotação de 0,59 rad/s e preenchimento de 25%: a) forma padrão; b) forma normalizada.

Ao avaliar o índice de segregação em sua forma padrão, nota-se que este apresenta-se na faixa de 0 (leito perfeitamente misturado) a 0,5, (segregação completa). Já no caso do índice em sua forma normalizada, a variável encontra-se entre os limites 0 e 1, representando a condição de máxima mistura real e de completa segregação, respectivamente.

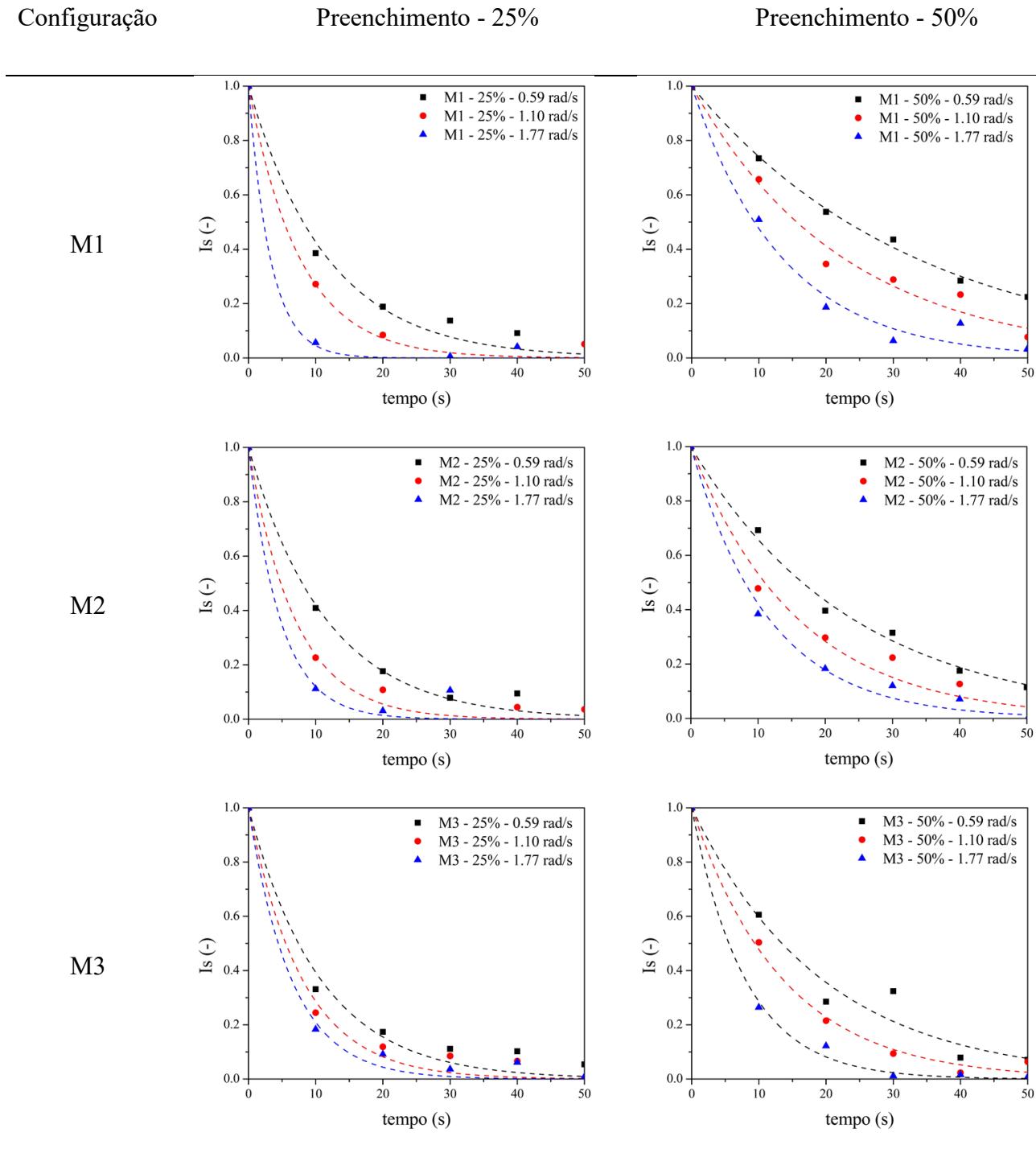
A fim de comparar os efeitos da diferença de diâmetro e densidade das partículas, foram determinados os índices de segregação na forma normal nas condições estacionárias, as quais apresentaram valores de 0,09, 0,23 e 0,22, para as configurações M1, M2 e M3 (veja Tabela 3.2), respectivamente. Nota-se, como esperado, que o valor do índice de segregação após atingir o regime permanente para a configuração M1 apresentou o menor valor, uma vez que as partículas em estudo não apresentavam diferentes propriedades físicas. Já no caso das configurações M2 e M3, os valores dos índices se mostram equivalentes.

Visto que as medidas de índice de segregação por análises de imagem experimental e simulado, bem como as fornecidas pelo software EDEM® se mostraram equivalentes, o último foi selecionado para continuidade das análises, por não apresentar as incertezas relacionadas à medida via imagem. Assim, as cinéticas de segregação compostas pelos índices normalizados foram então ajustadas à Equação 3.3, permitindo extrair o valor da constante cinética de segregação ( $k$ ) para cada caso analisado, como pode ser visto na Tabela 4.11. São apresentadas na Tabela 4.10 os gráficos referentes aos índices de segregação normalizados em função do tempo.

É possível observar nas figuras da Tabela 4.10, que para todas as configurações estudadas, o aumento do grau de preenchimento promoveu um retardamento no tempo necessário para que o leito atingisse o regime permanente, no que diz respeito ao índice

de segregação normalizado. Este fato pode estar associado ao aumento do momento de inércia do leito no interior do tambor e ao aumento da camada de troca de energia mecânica entre as partículas.

Tabela 4.10: Cinéticas de segregação adimensionais para as configurações:  
**a) M1 – 25%; b) M1 – 50%; c) M2 – 25%; d) M2 – 50%; e) M3 – 25%; f) M3 – 50%.**



Verifica-se ainda na Figura 4.10, que de modo genérico, o aumento da velocidade de rotação acarreta no encurtamento do tempo necessário para que o estado

de regime permanente ocorra, possibilitando afirmar que devido ao contato do material granular com a superfície interna do tambor, o aumento da velocidade de rotação faz com que seja intensificada a taxa de troca de quantidade de movimento, aumentando a mobilidade das partículas.

Tabela 4.11: Efeito das propriedades físicas do material granular e das condições operacionais sobre a constante cinética de segregação.

Configuração	Razão de diâmetro ( - )	Razão de densidade ( - )	Grau de preenchimento ( - )	Velocidade de rotação (rad/s)	$k ( s^{-1} )$
M1	1,00	1,00	0,25	0,59	$0,08 \pm 0,01$
M1	1,00	1,00	0,25	1,10	$0,13 \pm 0,01$
M1	1,00	1,00	0,25	1,77	$0,31 \pm 0,03$
M1	1,00	1,00	0,50	0,59	$0,03 \pm 0,01$
M1	1,00	1,00	0,50	1,10	$0,04 \pm 0,02$
M1	1,00	1,00	0,50	1,77	$0,07 \pm 0,01$
M2	5,62	1,00	0,25	0,59	$0,09 \pm 0,02$
M2	5,62	1,00	0,25	1,10	$0,14 \pm 0,02$
M2	5,62	1,00	0,25	1,77	$0,21 \pm 0,05$
M2	5,62	1,00	0,50	0,59	$0,04 \pm 0,02$
M2	5,62	1,00	0,50	1,10	$0,06 \pm 0,01$
M2	5,62	1,00	0,50	1,77	$0,09 \pm 0,01$
M3	1,00	2,11	0,25	0,59	$0,09 \pm 0,01$
M3	1,00	2,11	0,25	1,10	$0,12 \pm 0,01$
M3	1,00	2,11	0,25	1,77	$0,16 \pm 0,02$
M3	1,00	2,11	0,50	0,59	$0,05 \pm 0,01$
M3	1,00	2,11	0,50	1,10	$0,07 \pm 0,01$
M3	1,00	2,11	0,50	1,77	$0,12 \pm 0,01$

Observa-se que, avaliando o parâmetro ( $k$ ) na Tabela 4.11, este apresenta um comportamento recorrente em todas as configurações supracitadas, onde constata-se que o aumento da velocidade de rotação, promove um acréscimo no valor do parâmetro (Figura 4.4a), sendo este fato atribuído à elevada energia cinética das partículas, no qual o leito é caracterizado pelo movimento aleatório, contribuindo com a dispersão do material granular. Contudo, averígua-se que o aumento do grau preenchimento do tambor acarreta na diminuição da magnitude do parâmetro em estudo (Figura 4.4b). Conforme observado por Santos (2015), a espessura da camada ativa aumenta com o aumento do grau de preenchimento, porém, observa-se também, um aumento mais pronunciado da espessura da camada passiva, o que ocasiona uma diminuição na

velocidade de mistura pela presença de uma quantidade maior de partículas na região não participativa do leito de material.

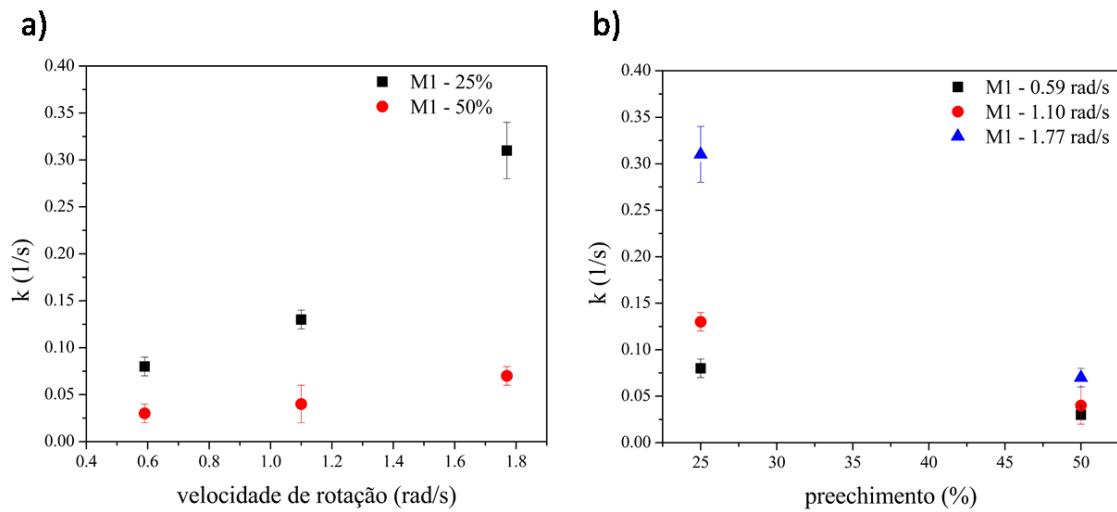


Figura 4.4: Efeito das variáveis de operação sobre a cinética de segregação:  
a) velocidade de rotação; b) grau de preenchimento.

A partir dos dados apresentados na Tabela 4.11 e com auxílio do software Statistica®, foi realizada uma análise de efeito dos parâmetros: razão de diâmetro, razão de densidade, grau de preenchimento e velocidade de rotação. Observou-se que apenas as duas últimas manifestaram influência significativa na variável resposta, corroborando com a análise feita sobre o comportamento da constante cinética de segregação. Desta maneira, propõe-se nesse estudo o uso de correlações empíricas, expressa na Equação 4.4, com o intuito de permitir a predição da constante cinética de segregação dos casos avaliados. Os valores das constantes A, B e C foram determinadas a partir do uso da técnicas de regressão e os resultados são apresentados na Tabela 4.12.,

$$k_{Mi} = A - B \cdot f + C \cdot \omega \quad (4.4)$$

Tabela 4.12: Constantes empíricas para predição da constante cinética de segregação.

Configuração	Constantes empíricas			$r^2$
	A ( $s^{-1}$ )	B ( $s^{-1}$ )	C (-)	
<b>M1</b>	0,190	0,771	0,211	0,91
<b>M2</b>	0,136	0,236	0,054	0,95
<b>M3</b>	0,072	0,151	0,105	0,88

## 4.4.2 SEGREGAÇÃO AXIAL

### 4.4.2.1 INFLUÊNCIA DAS RAZÕES DE DIÂMETRO E DENSIDADE

Para análise da influência das razões de diâmetro e densidade foi elaborado um gráfico da fração volumétrica do material 1 em função da posição, para as configurações M1, M2 e M3, com a finalidade de avaliar o fenômeno de segregação axial no interior do tambor como apresentado na Figura 4.5.

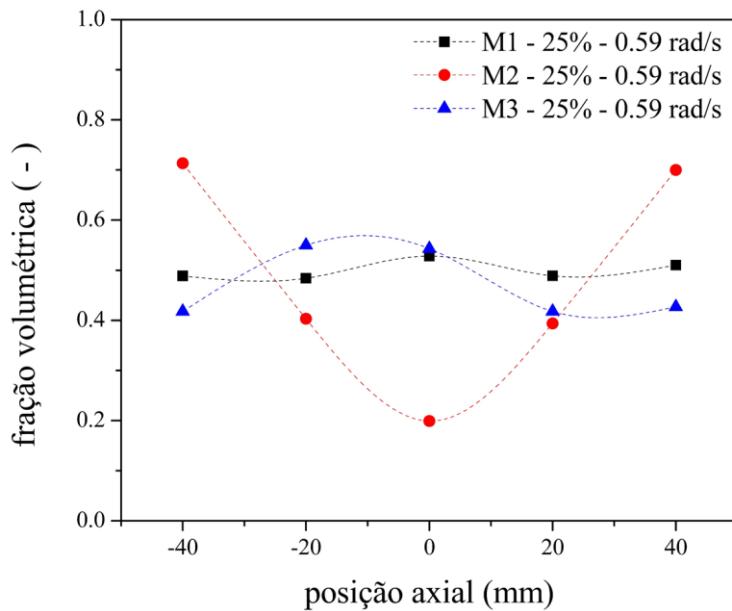


Figura 4.5: Fração volumétrica em função da posição axial.

A partir da análise da Figura 4.5, nota-se que, como esperado, a configuração M1 não apresentou variações de elevada amplitude nas frações volumétricas ao longo leito, visto que todas as partículas presentes possuem as mesmas propriedades físicas. Entretanto, na demais configurações, as amplitudes se mostraram presentes, caracterizando o fenômeno da segregação axial. Verifica-se ainda que ao comparar a segregação transcorrida nas configurações M2 e M3, estas apresentam características distintas, como o número de bandas e diferença de amplitude das frações volumétricas. Permitindo observar que a diferença de tamanho granular promoveu a formação de bandas axiais mais expressivas do que a configuração na qual foi avaliada partículas com diferentes densidades. He *et al.* (2007), em seu trabalho, discorre sobre os principais mecanismos e efeitos das propriedades físicas dos materiais granulares sobre a formação das bandas axiais no fenômeno de segregação, no qual foram observadas bandas axiais melhor definidas nas condições avaliadas com granulos de diferentes dimensões, corroborando com o resultado apresentado.

É possível observar que, ao avaliar o fenômeno de segregação na configuração M2, nota-se que, devido ao efeito do cisalhamento das paredes frontal e traseira, as partículas de menor diâmetro se deslocam de duas maneiras distintas. No primeiro modo, como discutido no tópico anterior, as partículas tendem a formar um núcleo radial. De maneira semelhante, no segundo modo este fenômeno persiste na direção axial, favorecendo a concentração das partículas no centro do tambor devido ao mecanismo de percolação. Já na configuração M3, por apresentar partículas de diâmetros equivalentes, o mecanismo de percolação é atenuado fazendo com que o fenômeno de segregação axial seja menos expressivo. He *et al.* (2007) atribuem essa atenuação devido à competição entre segregação axial e radial.

#### 4.4.2.2 INFLUÊNCIA DO GRAU DE PREENCHIMENTO

Na Figura 4.6 é analisada a influência do grau de preenchimento sobre a segregação axial.

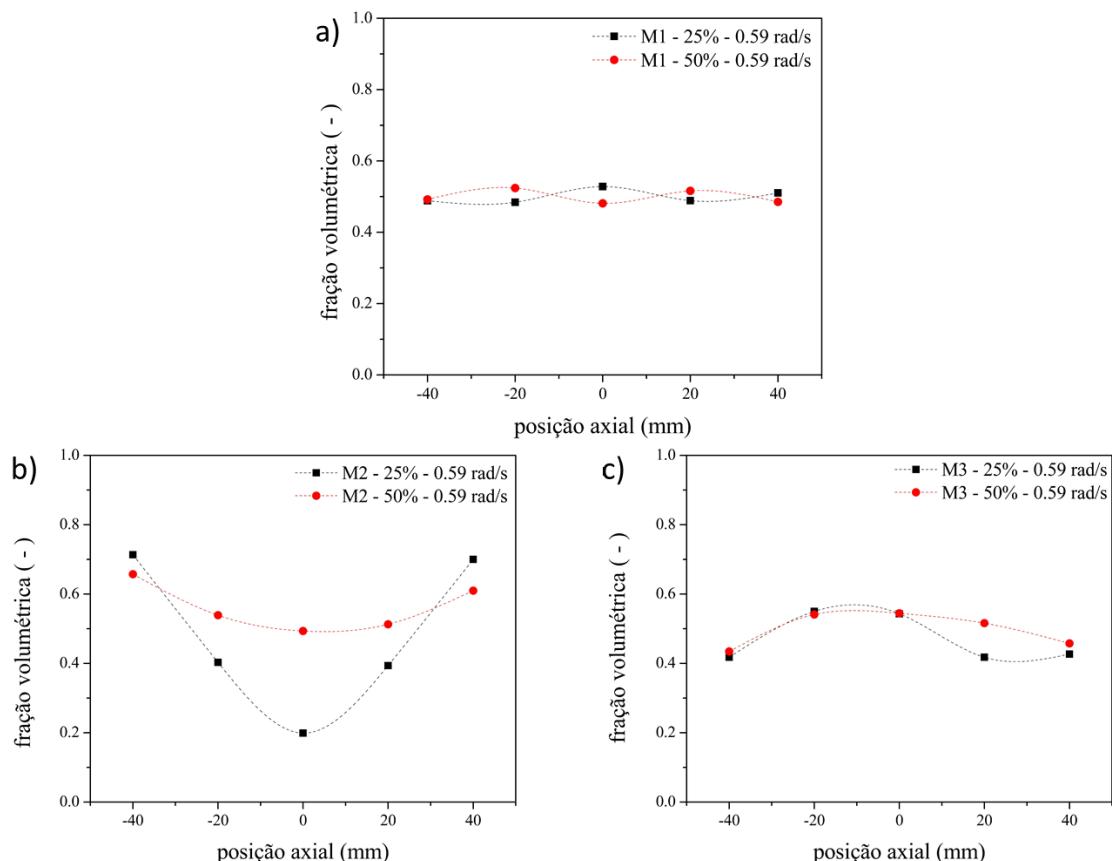


Figura 4.6: Efeito do grau de preenchimento sobre a segregação axial: a) configuração M1; b) configuração M2; c) configuração M3.

É possível observar que, independente do grau de preenchimento a configuração M1 não apresentou mudanças significativas no perfil de concentração volumétrica ao longo do eixo axial do leito. Entretanto, nas configurações M2 e M3, foi identificado um comportamento análogo entre elas. Em ambas as configurações ocorreu a diminuição da largura da banda axial ao elevar o grau de preenchimento; este fenômeno foi verificado para todas as velocidades de rotação. Diversos autores como Cui *et al.* (2014); He *et al.* (2007); Santomaso *et al.* (2004) verificaram em seus trabalhos o mesmo comportamento; eles ainda relatam a existência de uma relação entre a largura de banda e o nível de enchimento, a qual é influenciada pela razão de diâmetro entre as partículas.

#### 4.4.2.3 INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO

Além do grau de preenchimento, a velocidade de rotação é apresentada na literatura como uma importante variável no comportamento de materiais granulares. Deste modo, foi também realizado o estudo do efeito da velocidade de rotação sobre a formação de bandas axiais no interior do tambor.

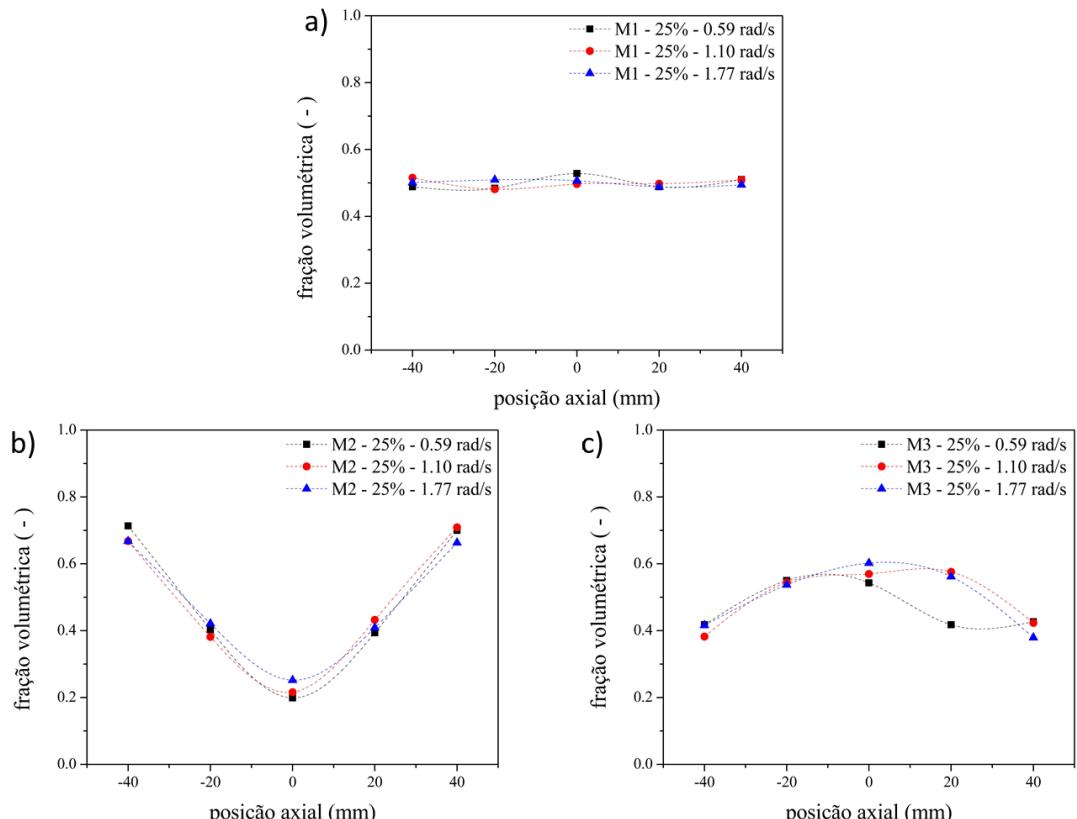


Figura 4.7: Efeito da velocidade de rotação sobre a segregação axial:  
a) configuração M1; b) configuração M2; c) configuração M3.

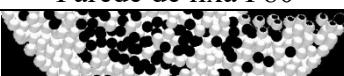
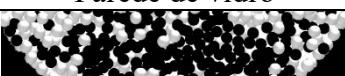
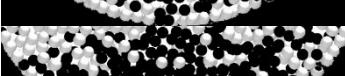
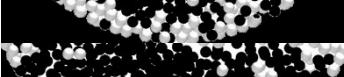
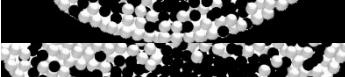
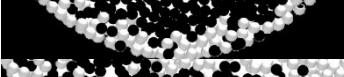
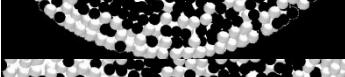
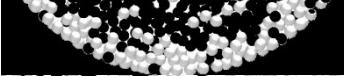
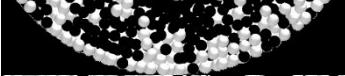
Constata-se que ao investigar o efeito da velocidade de rotação sobre a formação de bandas, não foi observado a influência desta variável sobre as configurações M1 e M2. No estudo realizado por Kuo *et al.* (2005), o efeito da velocidade foi considerado desprezível na formação das bandas axiais, corroborando com a análise realizada no presente estudo. Todavia, verifica-se na Figura 4.7 que o aumento da velocidade de rotação promoveu mudanças no perfil de fração volumétrica da configuração M3, sendo este fato explicado pelo vagaroso processo de segregação axial ao se utilizar partículas de mesmo diâmetro e densidades diferentes; deste modo credita-se que o aumento da velocidade de rotação promove a intensificação do processo de segregação axial, alcançando o regime permanente de modo mais rápido.

#### 4.4.2.4 INFLUÊNCIA DA FRICÇÃO DAS PAREDES TERMINAIS

Com o intuito de avaliar o efeito das paredes terminais sobre a segregação axial, foi utilizada a configuração M3 na condição de grau de preenchimento de 25% e velocidade de rotação de 1,77 rad/s. A seleção da configuração M3 frente a M2, dar-se devido ao maior custo computacional da configuração preterida.

Na Tabela 4.13 são apresentadas imagens da secção transversal do tambor rotatório em diferentes posições, com o objetivo de verificar a influência do tipo de parede terminal na segregação axial.

Tabela 4.13: Influência da fricção das paredes terminais sobre a segregação axial.

Posição	Parede de lixa P80	Parede de vidro
TAMPA FRONTAL		
1/3		
CENTRO		
2/3		
TAMPA TRASEIRA		

Ao avaliar as paredes das extremidades do tambor, apresentado nas figuras acima, é verificado que estas desempenham um papel fundamental no padrão de segregação axial. Observa-se que ao utilizar superfícies mais rugosas, ocorre o acúmulo das partículas de maior densidade na região central do leito. Este efeito pode ser verificado quantitativamente, a partir da Figura 4.8.

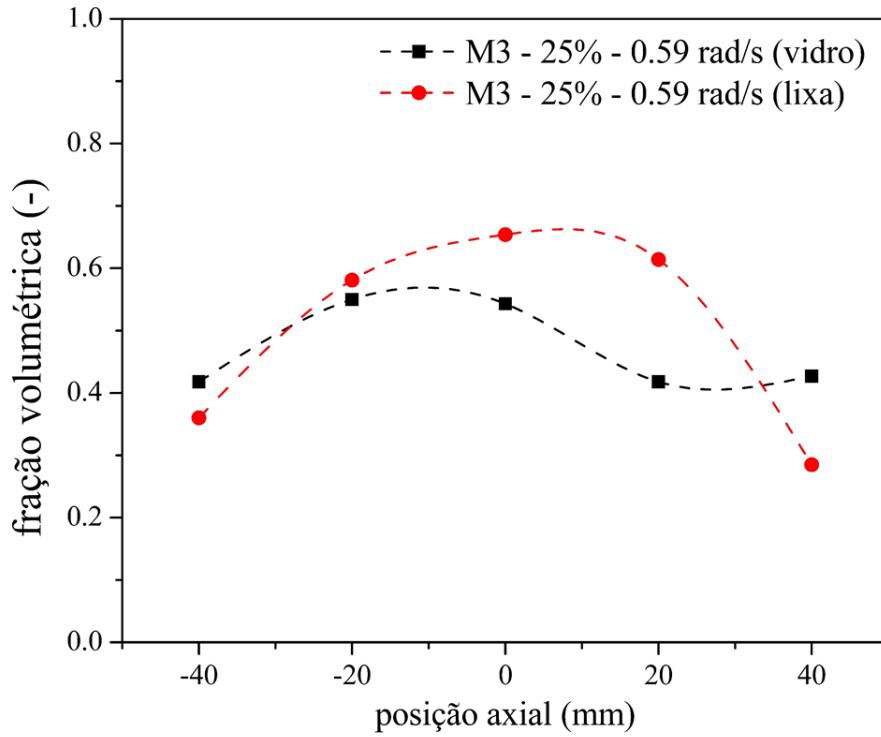


Figura 4.8: Configuração M3: Efeito da fricção das paredes terminais.

Santomaso *et al.* (2005) destaca que as paredes terminais podem ser utilizadas para promover a intensificação ou inibição do fenômeno de segregação axial. Em seu estudo foi avaliado o comportamento da formação de bandas axiais, a partir da variação do atrito estático das paredes e foi relatado que uma parede terminal de baixa rugosidade favorecia a concentração de partículas menores ou de maior densidade, enquanto que o aumento da fricção superficial induzia a concentração de partículas maiores ou de menor densidade, corroborando com os resultados apresentados na Tabela 4.13 e na Figura 4.8. No trabalho publicado por Cui *et al.* (2014) foi estudado o efeito de modificações de parede, tanto experimental como numericamente, com o intuito de controlar a localização das faixas segregadas em posições precisas, transportar seletivamente as faixas de acordo com sua composição e reduzir a intensidade de segregação.

## 4.5 PERFIL DE VELOCIDADE MÉDIA GRANULAR

É sugerido neste trabalho, pela primeira vez na literatura, o estudo do perfil de velocidade média ao longo do tempo de rotação em tambores rotatórios. Assim como apresentado nos tópicos anteriores, foram analisados os efeitos das configurações e condições operacionais sobre o perfil de velocidade.

Nas Figuras 4.9a e 4.9b, é exposto o efeito da velocidade de rotação do tambor sobre as cinéticas das partículas de vidro de 6,35 mm (P635) e conforme esperado, o aumento da velocidade de rotação promoveu de maneira linear o incremento na velocidade das partículas, sendo este fato justificado pela maior tensão exercida pela parede sobre as partículas, intensificando as taxas de quantidade de movimento.

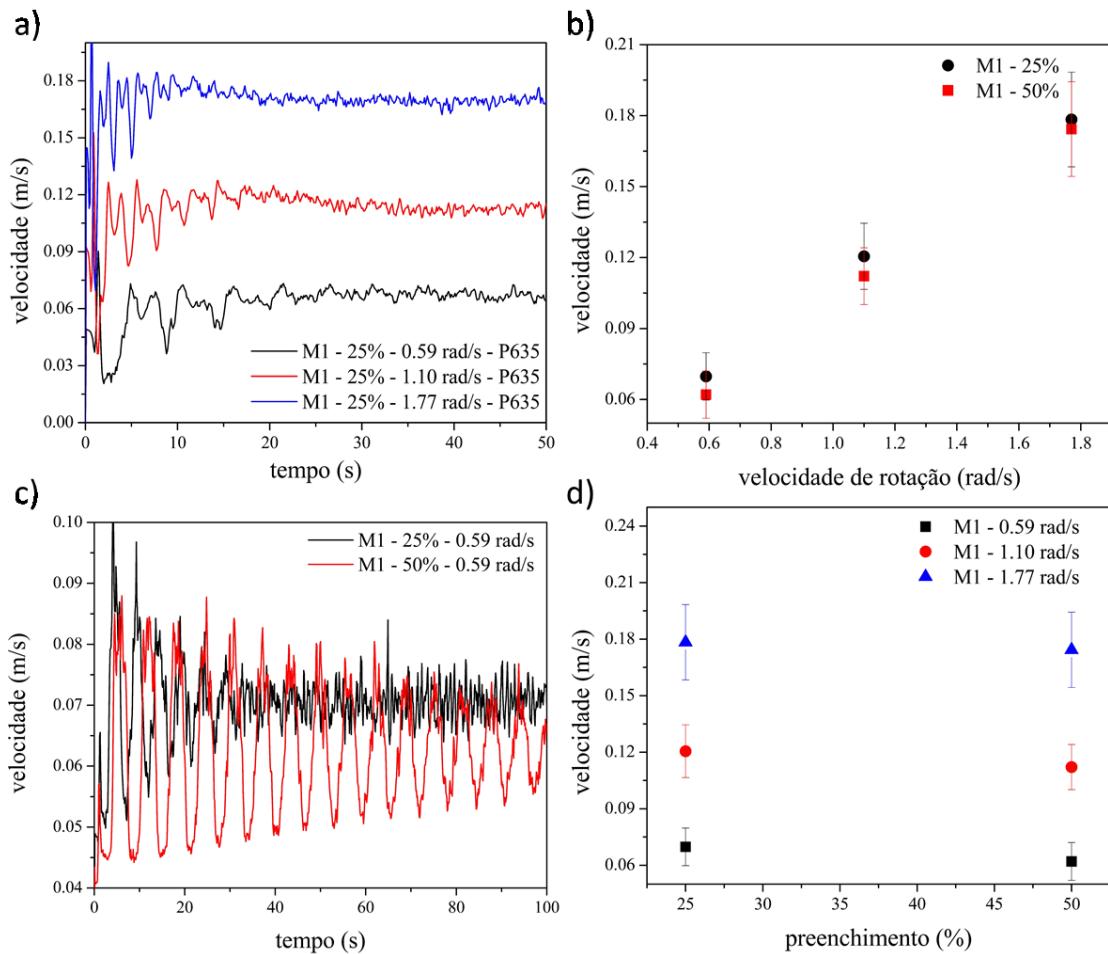


Figura 4.9: Influência da velocidade de rotação e grau de preenchimento sobre o perfil de velocidade média granular.

Avaliando o efeito grau de preenchimento (Figuras 4.9c e 4.9d), foi observado que este não apresenta influência significativa na magnitude das velocidades das partícululas após atingir o regime permanente, entretanto verifica-se que ao aumentar o

número de partículas no interior do tambor, maiores flutuações nas velocidades média são destacadas. Uma vez que as taxas de transferência de quantidade de movimento apresentam-se indiferentes ao grau de preenchimento, como esperado, um maior tempo é necessário para que o momentum seja distribuído uniformemente por todo o leito.

Na Figura 4.10a é verificado o efeito da configuração (partícula vizinha) no perfil de velocidade do leito, permitindo observar que independente da configuração adotada, a velocidade média das partículas tende ao mesmo valor após o tempo necessário para o que estado estacionário seja atingido. Entretanto, nota-se que nos momentos iniciais, os perfis apresentam o primeiro pico em diferentes tempos, sendo esta diferença quantificada através do parâmetro denominado ângulo de fase de mistura, que está sendo introduzido no presente estudo.

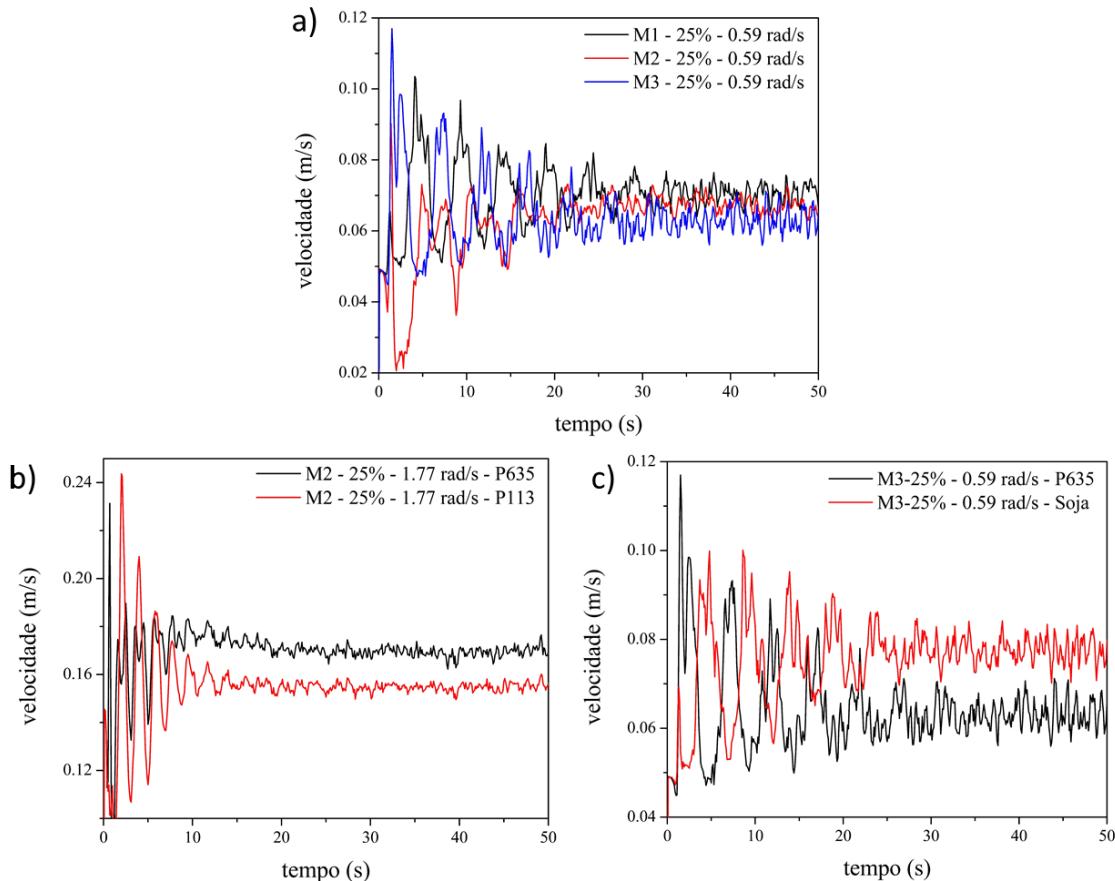


Figura 4.10: Efeito da configuração e da propriedade física das partículas sobre o perfil de velocidade média granular.

Nas Figuras 4.10b e 4.10c são apresentados para as configurações M2 e M3, respectivamente, os perfis de velocidade média das partículas 1 e 2 introduzidas no tambor, sendo investigado o efeito da propriedade física granular em seus respectivos

perfis. Nota-se que devido ao fenômeno de segregação radial, as partículas deslocadas para a periferia do tambor (partículas de maior diâmetro para a configuração M2 e de menor densidade para a configuração M3), apresentaram maior velocidade média uma vez que estas encontram-se em maior concentração na região ativa do leito.

Com o intuito de prever o comportamento granular no interior do tambor rotatório, foi proposto um modelo matemático, Equação 4.5, baseado no conceito da dinâmica das oscilações harmônicas, devido ao comportamento semelhante exibido pela variação de velocidade ao longo do tempo no interior do tambor. O comportamento granular característico é apresentado pela Figura 4.11.

$$\bar{v}(t) = \bar{v}_{M_i} + \alpha \cdot e^{-\beta t} [\cos(\varphi t + \varphi_0) + \sin(\varphi t + \varphi_0)] \quad (4.5)$$

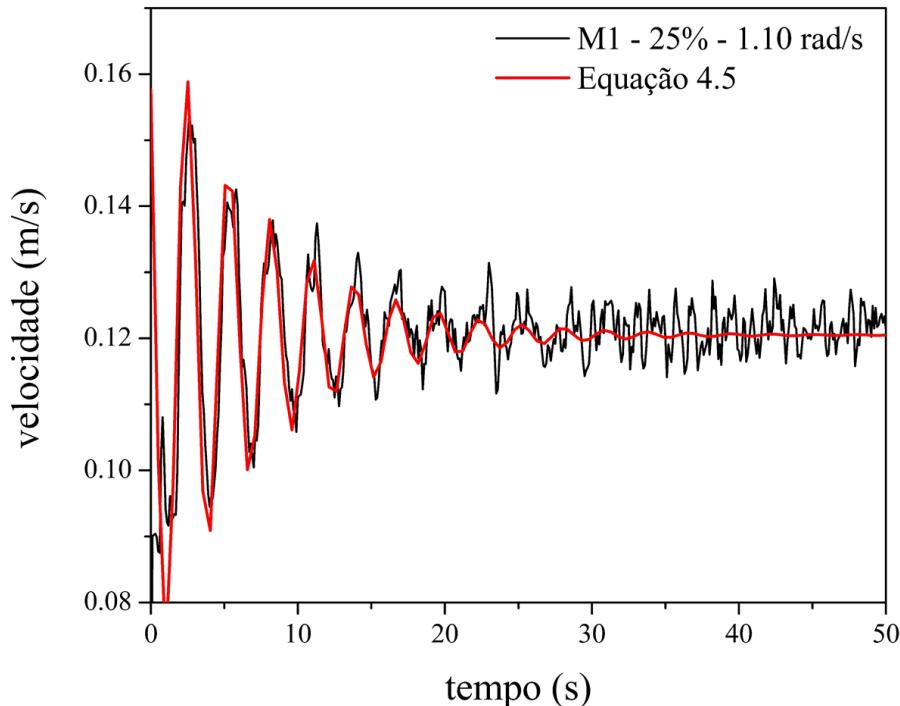


Figura 4.11: Comportamento granular característico.

Neste estudo, os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\varphi$  e  $\varphi_0$  que se encontram na Equação 4.5 foram ajustados para todas as configurações e condições experimentais (Tabela 3.1), por meio de uma regressão não linear. Os valores dos parâmetros estimados são apresentados na Tabela 4.14.

Tabela 4.14: Parâmetros ajustados por meio de uma regressão não linear utilizando a Equação 4.5.

Configuração	$f$ (-)	Velocidade de rotação (rad/s)	$\alpha$ (m/s)	$\beta$ (s <sup>-1</sup> )	$\varphi$ (s <sup>-1</sup> )	$\varphi_0$ (-)	$\bar{v}_{Mi}$ (m/s)
M1	0,25	0,59	0,03	0,09	1,30	70,17	0,07
M1	0,25	1,10	0,04	0,14	2,21	70,17	0,12
M1	0,25	1,77	0,04	0,16	3,17	70,17	0,18
M1	0,50	0,59	0,02	0,02	1,02	70,17	0,06
M1	0,50	1,10	0,03	0,05	1,84	70,17	0,11
M1	0,50	1,77	0,05	0,12	2,83	70,17	0,17
M2	0,25	0,59	0,03	0,09	1,30	29,99	0,07
M2	0,25	1,10	0,04	0,14	2,21	29,99	0,11
M2	0,25	1,77	0,04	0,16	3,17	29,99	0,17
M2	0,50	0,59	0,02	0,02	1,02	29,99	0,06
M2	0,50	1,10	0,03	0,05	1,84	29,99	0,12
M2	0,50	1,77	0,05	0,12	2,83	29,99	0,19
M3	0,25	0,59	0,02	0,09	1,30	48,14	0,06
M3	0,25	1,10	0,04	0,14	2,21	48,14	0,11
M3	0,25	1,77	0,04	0,16	3,17	48,14	0,16
M3	0,50	0,59	0,02	0,02	1,02	48,14	0,06
M3	0,50	1,10	0,03	0,05	1,84	48,14	0,10
M3	0,50	1,77	0,05	0,12	2,83	48,14	0,16

Os coeficientes de correlação foram superiores a 0,85 para todos os casos, mostrando que o modelo proposto se mostrou adequado para predição do comportamento granular nos casos avaliados.

Ao investigar os parâmetros mensurados, verifica-se que tanto  $\alpha$  quanto  $\beta$  estão diretamente relacionados com o tempo em que o regime permanente é atingido, assim como pode-se observar que ambos os parâmetros apresentam uma relação proporcional com a velocidade de rotação do tambor e inversamente proporcional com o grau de preenchimento. De modo semelhante, o parâmetro  $\varphi$ , definido como tempo de ciclo, segue o mesmo tipo de relação apresentado pelos anteriores. Este parâmetro está relacionado com o tempo necessário que uma partícula utiliza para percorrer radialmente as posições de maior probabilidade. Já o parâmetro  $\varphi_0$ , encontra-se apenas dependente da configuração em estudo. Acredita-se que este está relacionado à velocidade de percolação das partículas no leito; valores maiores deste parâmetro indicam maior dificuldade de percolação. Observa-se, conforme esperado, que o valor determinado para a configuração M2 apresentou menor magnitude, visto que o fenômeno de segregação radial devido à diferença de tamanho das partículas ocorre de maneira mais acelerada quando comparada com a diferença de densidade (configuração M3).

A velocidade média é o último parâmetro necessário para aplicação adequada do modelo oscilatório harmônico (Equação 4.5), que pode ser obtida a partir da correlação empírica proposta na Equação 4.6.

$$\bar{v}_M = P - Q \cdot f + R \cdot \omega \quad (4.6)$$

Tabela 4.15: Parâmetros ajustados por meio de regressão não linear utilizando a Equação 4.6.

Configuração	P (m/s)	Q (m/s)	R (m)	$r^2$
<b>M1</b>	0,022	0,027	0,093	0,99
<b>M2</b>	0,017	0,017	0,093	0,98
<b>M3</b>	0,021	0,019	0,081	0,99

A partir dos valores dos coeficientes de correlação obtidos bem como mediante da análise de resíduos realizada é possível inferir que a correlação proposta é adequada para os dados, viabilizando desta forma sua utilização.

Além de permitir determinar a velocidade média das partículas ao longo do tempo no interior do leito granular, o modelo oscilatório harmônico granular possui a capacidade de prever o tempo necessário para que o regime permanente seja atingido. Neste caso, utilizando o conceito de estabilidade e controle de processos, o tempo para que o regime permanente seja atingido pode ser determinado a partir da verificação do instante em que as flutuações apresentam desvios constantes e inferiores a 5% em relação à velocidade média do leito no estado estacionário (Figura 4.12a).

Ao aplicar este modelo para cada tipo de material granular utilizado no tambor rotatório, observa-se também, que a presença de *gaps* pode ser utilizada como indicativo da ocorrência do fenômeno de segregação radial, como pode ser visualizado a partir da análise da Figura 4.12b.

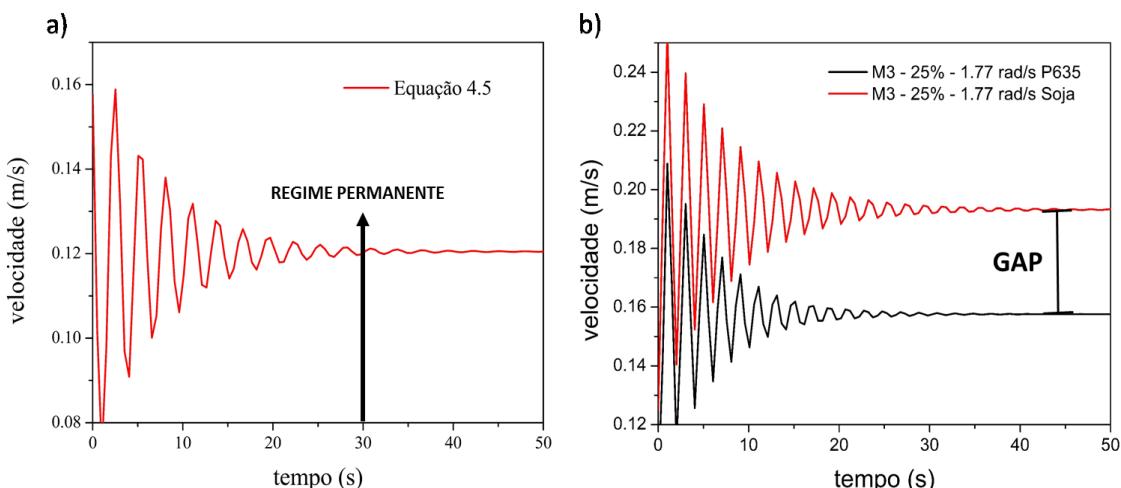


Figura 4.12: Aplicação do modelo oscilatório harmônico granular:  
a) tempo para atingir regime permanente; b) indicativo de segregação radial

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Com base nos objetivos propostos e diante dos resultados obtidos acerca do fenômeno de segregação avaliado no interior de tambores rotatórios tem-se para as condições estudadas, as conclusões descritas a seguir.

#### i. Medida dos parâmetros experimentais:

- ✓ O coeficiente de restituição ( $e_p$ ) mostrou-se dependente da espessura e do tipo de material das chapas de teste. Foi verificado que este coeficiente apresenta um comportamento assintótico em função do aumento da espessura da chapa teste;
- ✓ Os valores encontrados dos coeficientes de restituição para a superfície de vidro de 5 mm de espessura foi de 0,9 e superfície de aço 2 mm foi de 0,6, sendo estes valores semelhantes aos reportados na literatura;
- ✓ Os valores dos coeficientes de atrito estático foram determinados empregando na metodologia duas abordagens: partículas individuais e *clump*, mostrando que a formação dos aglomerados se mostraram mais adequados na predição do comportamento granular na abordagem Lagrangeana;
- ✓ O coeficiente de atrito de rolamento foi determinado aplicando a metodologia adaptada da ASTM, resultando nos valores de  $0,0115 \pm 0,0014$ ,  $0,0124 \pm 0,0012$  e  $0,0544 \pm 0,0047$  para as superfícies de vidro, aço e lixa P80 respectivamente. O aumento da magnitude do coeficiente credita-se à rugosidade superficial. Valores de coeficiente de atrito de rolamento em superfícies lisas (vidro e aço), bem como rugosas (lixa P80), encontraram-se de acordo com o reportado na literatura.

#### ii. Calibração dos parâmetros:

- ✓ A partir da realização do planejamento composto central, o processo de calibração foi aplicado tornando possível a determinação da combinação de parâmetros ideal para avaliação do fenômeno de segregação nas configurações estudadas;

- ✓ A combinação de parâmetros encontrada foi também comparada aos valores obtidos experimentalmente, validando a técnica de medida utilizada;
- ✓ Simulações utilizando parâmetros obtidos experimentalmente foram realizadas, prevendo de maneira satisfatória o comportamento granular tanto quanto aferidos os ângulos de repouso dinâmico quanto na cinética de segregação radial.

**iii. Análise qualitativa do fenômeno de segregação:**

- ✓ Foram investigados os efeitos de diferença de diâmetro e densidade sobre o fenômeno de segregação radial e axial;
- ✓ O fenômeno de segregação radial foi evidenciado tanto pela diferença de diâmetro quanto de densidade, na qual partículas menores e mais densas tenderam a se concentrar no centro do leito, formando um núcleo radial;
- ✓ Tanto experimentalmente quanto a partir da utilização da abordagem Lagrangeana, o fenômeno de segregação axial foi constatado qualitativamente apenas para a configuração que apresentava grânulos com diferentes dimensões;
- ✓ As características das bandas axiais da superfície do leito, apresentaram correlação com a condições operacionais.

**iv. Análise quantitativa do fenômeno de segregação:**

- ✓ A técnica análise de imagem foi empregada de maneira satisfatória para determinação dos índices de segregação nos intervalos de tempo pré-determinados em todas as configurações e condições estudadas;
- ✓ A segregação radial, tanto para a diferença de diâmetro quanto para diferença de densidade foi intensificada pela diminuição do grau de preenchimento e aumento da velocidade de rotação do tambor;
- ✓ A partir da análise experimental e numérica foi possível verificar que o aumento da velocidade de rotação e a diminuição do grau de preenchimento do tambor causaram o aumento da constante cinética de segregação;

- ✓ Uma nova expressão para estimativa da constante cinética de segregação radial em função da velocidade de rotação e grau de preenchimento do tambor foi proposta;
- ✓ A segregação axial, assim como a segregação radial, se mostrou dependente das condições operacionais;
- ✓ A formação de bandas axiais foi favorecida pelo aumento no grau de preenchimento;
- ✓ Foi avaliado o efeito da rugosidade das paredes terminais sobre a formação das bandas axiais, o comportamento apresentado mostrou-se de acordo com o reportado na literatura.

v. **Avaliação do perfil de velocidade média granular:**

- ✓ As análises dos perfis de velocidade média corroboraram com os estudos previamente discutidos, mostrando a influência da velocidade de rotação e do grau de preenchimento sobre as partículas;
- ✓ O aumento da velocidade de rotação promoveu o acréscimo na energia cinética das partículas, já o grau de preenchimento não apresentou alterações no comportamento granular após atingir o regime permanente;
- ✓ A velocidade média das partículas de vidro não foi influenciada pela configuração adotada;
- ✓ As partículas deslocadas para o núcleo radial nas configurações M2 e M3, apresentaram magnitude inferior às periféricas;
- ✓ Foi proposto e utilizado, pela primeira vez, o modelo dinâmico oscilatório harmônico para previsão do comportamento granular;
- ✓ Os parâmetros do modelo oscilatório granular foram satisfatoriamente ajustados às configurações e condições em estudo.

**Como sugestões para trabalhos futuros:**

- ❖ Analisar experimentalmente o fenômeno de segregação em diferentes regimes de escoamento;
- ❖ Avaliar a aplicabilidade para do modelo oscilatório granular e das correlações para outras condições operacionais e outros materiais granulares;
- ❖ Analisar o efeito da rugosidade das superfícies terminais e lateral sobre o regime de escoamento e do fenômeno de segregação radial e axial;
- ❖ Investigar características geométricas do tambor sobre o fenômeno de segregação;
- ❖ Avaliar o fenômeno de segregação, em configurações com diferentes razões de diâmetro e densidade;

## CAPÍTULO 6

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AISSA, A. A.; DUCHESNE, C.; RODRIGUE, D. Transverse mixing of polymer powders in a rotary cylinder part I: Active layer characterization. *Powder Technology*, v. 219, p. 193–201, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2011.12.040>.
- ALCHIKH-SULAIMAN, B.; ALIAN, M.; EIN-MOZAFFARI, F.; LOHI, A.; UPRETI, S. R. Using the discrete element method to assess the mixing of polydisperse solid particles in a rotary drum. *Particuology*, v. 25, p. 133–142, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2015.05.006>.
- ALIAN, M.; EIN-MOZAFFARI, F.; UPRETI, S. R. Analysis of the mixing of solid particles in a plowshare mixer via discrete element method (DEM). *Powder Technology*, v. 274, p. 77–87, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.01.012>.
- ALIZADEH, E.; HAJHASHEMI, H.; BERTRAND, F.; CHAOUKI, J. Experimental investigation of solid mixing and segregation in a tetrapodal blender. *Chemical Engineering Science*, v. 97, p. 354–365, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2013.04.035>.
- BALEVICIUS, R.; SIELAMOWICZ, I.; MRÓZ, Z.; KAČIANAUSKAS, R. Effect of rolling friction on wall pressure, discharge velocity and outflow of granular material from a flat-bottomed bin. *Particuology*, v. 10, n. 6, p. 672–682, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2012.07.002>.
- BHARADWAJ, R.; SMITH, C.; HANCOCK, B. C. The coefficient of restitution of some pharmaceutical tablets/compacts. *International Journal of Pharmaceutics*, v. 402, n. 1–2, p. 50–56, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.ijpharm.2010.09.018>.
- BLAU, P. J. The significance and use of the friction coefficient. *Tribology International*, v. 34, n. 9, p. 585–591, 2001. [https://doi.org/10.1016/S0301-679X\(01\)00050-0](https://doi.org/10.1016/S0301-679X(01)00050-0).
- BOAC, J. M.; CASADA, M. E.; MAGHIRANG, R. G.; III, J. P. H. Material and interaction properties of selected grains and oilseeds for modelling discrete particles. *American Society of Agricultural and Biological Engineers*, v. 53, n. 4, p. 1201–1216, 2010.
- BRIDGWATER, J. Mixing of powders and granular materials by mechanical means - A perspective. *Particuology*, v. 10, n. 4, p. 397–427, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2012.06.002>.
- CASTIGLIONI, C. A.; DREI, A.; CARYDIS, P.; MOUZAKIS, H. Experimental assessment of static friction between pallet and beams in racking systems. *Journal of*

Building Engineering, v. 6, p. 203–214, 2016.  
<https://doi.org/10.1016/j.jobe.2016.03.004>.

CHEN, H.; ZHAO, X. Q.; XIAO, Y. G.; LIU, Y. L.; LIU, Y. Radial mixing and segregation of granular bed bi-dispersed both in particle size and density within horizontal rotating drum. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China* (English Edition), v. 26, n. 2, p. 527–535, 2016. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(16\)64110-9](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(16)64110-9).

CHO, J.; ZHU, Y.; LEWKOWICZ, K.; LEE, S.; BERGMAN, T.; CHAUDHURI, B. Solving granular segregation problems using a biaxial rotary mixer. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, v. 57–58, p. 42–50, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2012.04.002>.

CHOU, S. H.; HSIAU, S. S. Dynamic properties of immersed granular matter in different flow regimes in a rotating drum. *Powder Technology*, v. 226, p. 99–106, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.04.024>.

COETZEE, C. J. Review: Calibration of the Discrete Element Method. *Powder Technology*, v. 310, p. 104–142, 2017.  
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.01.015>.

COMBARROS, M.; FEISE, H. J.; ZETZENER, H.; KWADE, A. Segregation of particulate solids: Experiments and DEM simulations. *Particuology*, v. 12, n. 1, p. 25–32, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2013.04.005>

CUI, Z.; ZHAO, Y.; CHEN, Y.; LIU, X.; HUA, Z.; ZHOU, C.; ZHENG, J. Transition of axial segregation patterns in a long rotating drum. *Particuology*, v. 13, n. 1, p. 128–133, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2013.02.013>.

DANBY, M.; SHRIMPTON, J.; PALMER, M. On the optimal numerical time integration for DEM using Hertzian force models. *Computers and Chemical Engineering*, v. 58, p. 211–222, 2013.  
<https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2013.06.018>.

DING, Y. L.; SEVILLE, J. P. K.; FORSTER, R.; PARKER, D. J. Solids motion in rolling mode rotating drums operated at low to medium rotational speeds. *Chemical Engineering Science*, v. 56, n. 5, p. 1769–1780, 2001.  
[https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(00\)00468-1](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(00)00468-1).

DUBÉ, O.; ALIZADEH, E.; CHAOUKI, J.; BERTRAND, F. Dynamics of non-spherical particles in a rotating drum. *Chemical Engineering Science*, v. 101, p. 486–502, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2013.07.011>.

DUNKIN, J. E.; KIM, D. E. Measurement of static friction coefficient between flat surfaces. *Wear*, v. 193, n. 2, p. 186–192, 1996. [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(95\)06706-X](https://doi.org/10.1016/0043-1648(95)06706-X).

- EMADY, H. N.; ANDERSON, K. V.; BORGHARD, W. G.; MUZZIO, F. J.; GLASSER, B. J.; CUITINO, A. Prediction of conductive heating time scales of particles in a rotary drum. Submitted, v. 152, p. 45–54, 2016.
- ESKIN, D.; KALMAN, H. A numerical parametric study of size segregation in a rotating drum. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, v. 39, n. 6, p. 539–545, 2000. [https://doi.org/10.1016/S0255-2701\(00\)00100-8](https://doi.org/10.1016/S0255-2701(00)00100-8).
- FAN, L. T.; CHEN, S. J.; WATSON, C. A. Solids Mixing. *Ind. Eng. Chem.*, v. 62, n. 7, p. 53–69, 1970. <https://doi.org/10.1021/ie50727a009>.
- GRAJALES, L. M.; XAVIER, N. M.; HENRIQUE, J. P.; THOMÉO, J. C. Mixing and motion of rice particles in a rotating drum. *Powder Technology*, v. 222, p. 167–175, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.02.028>.
- GUPTA, S. Das; KHAKHAR, D. V.; BHATIA, S. K. Axial segregation of particles in a rotating cylinder. *Chemical Engineering Science*, v. 46, p. 1513, 1991. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(91\)85076-A](https://doi.org/10.1016/0009-2509(91)85076-A).
- HE, Y. R.; CHEN, H. S.; DING, Y. L.; LICKISS, B. Solids Motion and Segregation of Binary Mixtures in a Rotating Drum Mixer. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 85, n. 7, p. 963–973, 2007. <https://doi.org/10.1205/cherd06216>.
- HENEIN, H.; BRIMACOMBE, J. K.; WATKINSON, A. P. Experimental study of transverse bed motion in rotary kilns. *Metallurgical Transactions B*, v. 14, n. 2, p. 191–205, 1983. <https://doi.org/10.1007/BF02661016>.
- HÖHNER, D.; WIRTZ, S.; SCHERER, V. Experimental and numerical investigation on the influence of particle shape and shape approximation on hopper discharge using the discrete element method. *Powder Technology*, v. 235, p. 614–627, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.11.004>.
- HUTCHINGS, I. M. Leonardo da Vinci's studies of friction. *Wear*, v. 360–361, p. 51–66, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2016.04.019>.
- IMRE, B.; RÄBSAMEN, S.; SPRINGMAN, S. M. A coefficient of restitution of rock materials. *Computers and Geosciences*, v. 34, n. 4, p. 339–350, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2007.04.004>.
- JAIN, A.; METZGER, M. J.; GLASSER, B. J. Effect of particle size distribution on segregation in vibrated systems. *Powder Technology*, v. 237, p. 543–553, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.12.044>.
- KRUGGEL-EMDEN, H.; SIMSEK, E.; RICKELT, S.; WIRTZ, S.; SCHERER, V. Review and extension of normal force models for the Discrete Element Method. *Powder Technology*, v. 171, n. 3, p. 157–173, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2006.10.004>.

KUO, H. P.; HSU, R. C.; HSIAO, Y. C. Investigation of axial segregation in a rotating drum. *Powder Technology*, v. 153, n. 3, p. 196–203, 2005.  
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2005.03.018>.

LI, D.; LIU, G.; LU, H.; ZHANG, Q.; WANG, Q.; YU, H. Numerical simulation of different flow regimes in a horizontal rotating ellipsoidal drum. *Powder Technology*, v. 291, p. 86–96, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.12.007>.

LOMMEN, S.; SCHOTT, D.; LODEWIJKS, G. DEM speedup: Stiffness effects on behavior of bulk material. *Particuology*, v. 12, n. 1, p. 107–112, 2014.  
<https://doi.org/10.1016/j.partic.2013.03.006>.

LUIZ, P.; DO, F. Influência da pressão nominal de contato no coeficiente de atrito estático em plano inclinado automatizado. 2013.

MAEGAWA, S.; ITOIGAWA, F.; NAKAMURA, T. Effect of normal load on friction coefficient for sliding contact between rough rubber surface and rigid smooth plane. *Tribology International*, v. 92, p. 335–343, 2015.  
<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.07.014>.

MARINACK, M. C.; JASTI, V. K.; CHOI, Y. E.; HIGGS, C. F. Couette grain flow experiments: The effects of the coefficient of restitution, global solid fraction, and materials. *Powder Technology*, v. 211, n. 1, p. 144–155, 2011.  
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2011.04.012>.

MCCARTHY, J. J. Micro-modeling of cohesive mixing processes. *Powder Technology*, v. 138, n. 1, p. 63–67, 2003. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2003.08.042>.

MELLMANN, J. The transverse motion of solids in rotating cylinders-forms of motion and transition behavior. *Powder Technology*, v. 118, n. 3, p. 251–270, 2001.  
[https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(00\)00402-2](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(00)00402-2).

MOYSEY, P. A.; RAMA RAO, N. V.; BAIRD, M. H. I. Dynamic coefficient of friction and granular drag force in dense particle flows: Experiments and DEM simulations. *Powder Technology*, v. 248, p. 54–67, 2013.  
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2013.01.005>.

NASCIMENTO, S. M.; SANTOS, D. A.; BARROZO, M. A. S.; DUARTE, C. R. Solids holdup in flighted rotating drums: An experimental and simulation study. *Powder Technology*, v. 280, p. 18–25, 2015.  
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.04.038>.

NOROUZI, H. R.; ZARGHAMI, R.; MOSTOUFI, N. Insights into the granular flow in rotating drums. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 102, p. 12–25, 2015.  
<https://doi.org/10.1016/j.cherd.2015.06.010>

PEREIRA, G. G.; CLEARY, P. W. Segregation due to particle shape of a granular mixture in a slowly rotating tumbler. *Granular Matter*, v. 19, n. 2, p. 23, 2017.  
<https://doi.org/10.1007/s10035-017-0708-7>.

- PIRKER, S.; KAHRIMANOVIC, D.; KLOSS, C.; POPOFF, B.; BRAUN, M. Simulating coarse particle conveying by a set of Eulerian, Lagrangian and hybrid particle models. *Powder Technology*, v. 204, n. 2–3, p. 203–213, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2010.07.033>.
- SANTOMASO, A. C.; DING, Y. L.; LICKISS, J. R.; YORK, D. W. Investigation of the Granular Behaviour in a Rotating Drum Operated over a Wide Range of Rotational Speed. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 81, n. 8, p. 936–945, 2003. <https://doi.org/10.1205/026387603322482176>.
- SANTOMASO, A.; OLIVI, M.; CANU, P. Mechanisms of mixing of granular materials in drum mixers under rolling regime. *Chemical Engineering Science*, v. 59, n. 16, p. 3269–3280, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2004.04.026>.
- SANTOMASO, A.; OLIVI, M.; CANU, P. Mixing kinetics of granular materials in drums operated in rolling and cataracting regime. *Powder Technology*, v. 152, n. 1–3, p. 41–51, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2005.01.011>.
- SANTOS, D. A.; ALVES, G. C.; DUARTE, C. R.; BARROZO, M. A. S. Disturbances in the hydrodynamic behavior of a spouted bed caused by an optical fiber probe: Experimental and CFD study. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 51, n. 9, p. 3801–3810, 2012. <https://doi.org/10.1021/ie2023838>.
- SANTOS, D. A.; BARROZO, M. A. S.; DUARTE, C. R.; WEIGLER, F.; MELLmann, J. Investigation of particle dynamics in a rotary drum by means of experiments and numerical simulations using DEM. *Advanced Powder Technology*, v. 27, n. 2, p. 692–703, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.apt.2016.02.027>.
- SANTOS, D. A.; DADALTO, F. O.; SCATENA, R.; DUARTE, C. R.; BARROZO, M. A. S. A hydrodynamic analysis of a rotating drum operating in the rolling regime. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 94, n. August, p. 204–212, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2014.07.028>.
- SANTOS, D. A.; PETRI, I. J.; DUARTE, C. R.; BARROZO, M. A. S. Experimental and CFD study of the hydrodynamic behavior in a rotating drum. *Powder Technology*, v. 250, p. 52–62, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2013.10.003>.
- SEIFI, R.; ABBASI, K. Friction coefficient estimation in shaft/bush interference using finite element model updating. *Engineering Failure Analysis*, v. 57, p. 310–322, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.08.006>.
- SILVÉRIO, B. C.; SANTOS, K. G.; DUARTE, C. R.; BARROZO, M. A. S. Effect of the friction, elastic, and restitution coefficients on the fluid dynamics behavior of a rotary dryer operating with fertilizer. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 53, n. 21, p. 8920–8926, 2014. <https://doi.org/10.1021/ie404220h>.
- SONDERGAARD, R.; CHANEY, K.; BRENNEN, C. E. Measurements of solid spheres bouncing off flat plates. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, v. 57, n. 3, p. 694–699, 1990. <https://doi.org/10.1115/1.2897079>.

SONI, R. K.; MOHANTY, R.; MOHANTY, S.; MISHRA, B. K. Numerical analysis of mixing of particles in drum mixers using DEM. *Advanced Powder Technology*, v. 27, n. 2, p. 531–540, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.apt.2016.01.016>.

UCHIYAMA, Y. ICHIRO; ARAKAWA, M.; OKAMOTO, C.; YASUI, M. Restitution coefficients and sticking velocities of a chondrule analogue colliding on a porous silica layer at impact velocities between 0.1 and 80ms <sup>-1</sup>. *Icarus*, v. 219, n. 1, p. 336–344, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2012.03.008>.

WANG, L.; ZHOU, W.; DING, Z.; LI, X.; ZHANG, C. Experimental determination of parameter effects on the coefficient of restitution of differently shaped maize in three-dimensions. *Powder Technology*, v. 284, p. 187–194, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.06.042>.

WATANABE, H. Critical rotation speed for ball-milling. *Powder Technology*, v. 104, n. 1, p. 95–99, 1999. [https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(99\)00031-5](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(99)00031-5).

WEIZMAN, Y.; FUSS, F. K.; DOLJIN, B. A method for accurate measurement of the non-linear rolling friction coefficient between an instrumented ball and a surface. *Procedia Engineering*, v. 60, p. 496–500, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.07.046>.

WOODROW, K.; LINDSAY, J. B.; BERG, A. A. Evaluating DEM conditioning techniques, elevation source data, and grid resolution for field-scale hydrological parameter extraction. *Journal of Hydrology*, v. 540, p. 1022–1029, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.07.018>.

WU, C. Y.; COCKS, A. C. F.; GILLIA, O. T.; THOMPSON, D. A. Experimental and numerical investigations of powder transfer. *Powder Technology*, v. 138, n. 2–3, p. 216–228, 2003. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2003.09.011>.

XIAO, Y. L.; SPECHT, E.; MELLMANN, J. Experimental study of the lower and upper angles of repose of granular materials in rotating drums. *Powder Technology*, v. 154, n. 2–3, p. 125–131, 2005.

YAMAMOTO, M.; ISHIHARA, S.; KANO, J. Evaluation of particle density effect for mixing behavior in a rotating drum mixer by DEM simulation. *Advanced Powder Technology*, v. 27, n. 3, p. 864–870, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.apt.2015.12.013>.

YANG, R. Y.; ZOU, R. P.; YU, A. B. Microdynamic analysis of particle flow in a horizontal rotating drum. *Powder Technology*, v. 130, n. 1–3, p. 138–146, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(02\)00257-7](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(02)00257-7).

ZHENG, Q. J.; YU, A. B. Modelling the granular flow in a rotating drum by the Eulerian finite element method. *Powder Technology*, v. 286, p. 361–370, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.08.025>.

ZHENG, Q. J.; ZHU, H. P.; YU, A. B. Finite element analysis of the rolling friction of a viscous particle on a rigid plane. *Powder Technology*, v. 207, n. 1–3, p. 401–406, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2010.11.026>.

ZHOU, Y. C. C.; WRIGHT, B. D. D.; YANG, R. Y. Y.; XU, B. H.; YU, A.-B. Rolling friction in the dynamic simulation of sandpile formation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 269, n. 2–4, p. 536–553, 1999. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(99\)00183-1](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(99)00183-1).

ZHU, H. P.; ZHOU, Z. Y.; YANG, R. Y.; YU, A. B. Discrete particle simulation of particulate systems: A review of major applications and findings. *Chemical Engineering Science*, v. 63, n. 23, p. 5728–5770, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2008.08.006>.