

**HÉLIO RIBEIRO NETO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A  
INTERAÇÃO FLUIDO ESTRUTURA ACOPLANDO  
ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS E VIGA DE  
TIMOSHENKO**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
2016

**HÉLIO RIBEIRO NETO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A INTERAÇÃO  
FLUIDO ESTRUTURA ACOPLANDO ESCOAMENTOS  
INCOMPRESSÍVEIS E VIGA DE TIMOSHENKO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

Coorientador: Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto

Uberlândia - MG

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

R484m  
2016

Ribeiro Neto, Hélio, 1991-

Modelagem matemática para a intração fluido-estrutura acoplando escoamentos incompressíveis e viga de Timoshenko / Hélio Ribeiro Neto. - 2016.

176 f. : il.

Orientador: Aristeu da Silveira Neto.

Coorientador: João Marcelo Vedovoto.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Vibração - Teses. 3. Dinâmica dos fluidos - Teses. 4. Fluidodinâmica computacional - Teses. I. Silveira Neto, Aristeu da, 1955-. II. Vedovoto, João Marcelo, 1981-. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

**HÉLIO RIBEIRO NETO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A INTERAÇÃO FLUIDO  
ESTRUTURA ACOPLANDO ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS E  
VIGA DE TIMOSHENKO**

Dissertação **APROVADA** pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia. Área de concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto - Orientador (UFU)

---

Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto - Coorientador (UFU)

---

Prof. Dr. Domingos Alves Rade (ITA)

---

Prof. Dr. Francisco José de Souza (UFU)

---

Prof. Dr. Julio Romano Meneghini (USP)

Uberlândia, agosto de 2016



## **AGRADECIMENTOS**

À Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia e à coordenação do Programa de Pós-graduação pelo suporte e infraestrutura necessários para a realização dos trabalhos.

Ao Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto por abrir as portas do Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab), pela dedicação constante na orientação deste trabalho, pelos ricos conselhos e pela ajuda no meu crescimento profissional.

Ao Prof. Dr. João Marcelo Vedovoto pela co-orientação demonstrada pelas recomendações e sugestões.

Ao Prof. Dr. Aldemir Cavalini Júnior pela disposição e pelas sugestões nas discussões do trabalho.

Ao Mestre Pedro Ricardo Corrêa Souza pelo companheirismo no desenvolvimento deste trabalho.

Aos demais professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da UFU.

Aos Professores Domingos Alves Rade, Francisco José de Souza e Julio Romano Meneghini pela disponibilidade em participar desta banca.

Aos técnicos do Laboratório Luismar Lopes, Rodrigo Queiroz Saramago, Bruno Louzada, Felipe Adriano, Ana Luisa pelo apoio e pelos serviços prestados ao longo de todo o período.

Aos meus pais pelo apoio e incentivo. Aos meus irmãos por torcerem pelo meu sucesso.

À Geisa pelo companheirismo e presença constante.

Aos colegas do laboratório pela troca de conhecimento e colaboração durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao CNPQ pela bolsa de Mestrado e à PETROBRAS pelo apoio à esta pesquisa.

RIBEIRO NETO,H., Modelagem matemática para a interação fluido estrutura acoplando escoamentos incompressíveis e viga de Timoshenko. 2016. 176 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

## RESUMO

Corpos cilíndricos submetidos a escoamentos externos podem vibrar em função de flutuações de forças induzidas por estruturas turbilhonares. Essas vibrações podem induzir, por meio de um processo não linear, um aumento das forças de arrasto e transversais, levando assim a um aumento dos esforços sobre as estruturas. Além disso, as vibrações podem causar nucleação e propagação de trincas na estrutura, conduzindo-a à falha em virtude da fadiga. Isso é especialmente importante quando esses cilindros são tubos pelos quais petróleo ou gás natural são transportados e estão submetidos a ondas e correntes marítimas. O principal objetivo do presente trabalho é adquirir e ampliar a compreensão sobre a influência da proximidade do solo no processo de interação fluido-estrutura em tubos horizontais ancorados por dunas. Esse estudo foi feito através de solução computacional das equações que modelam o fenômeno, em ambiente de processamento paralelo. Essas simulações foram feitas em uma tubulação de comprimento  $L=42\text{m}$  e diâmetro  $\phi=0,27\text{m}$  em um escoamento dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Cinco diferentes distâncias da tubulação ao solo (gap) foram testadas e analisadas. São elas:  $0,1\phi$ ,  $0,2\phi$ ,  $0,3\phi$ ,  $1\phi$  e  $5\phi$ . No presente trabalho a modelagem estrutural e a modelagem fluidodinâmica são acopladas matematicamente e numericamente, o que permite a simulação e a análise de escoamentos com os dois efeitos acoplados, utilizando-se uma única ferramenta computacional. A Metodologia da Fronteira Imersa, utilizada no presente trabalho, é particularmente adequada para os problemas que envolvem interação fluido-estrutura, pois os domínios do fluido e da estrutura são tratados de forma simultânea. As equações que modelam os escoamentos são resolvidas em um domínio euleriano (fixo, cartesiano, por exemplo), enquanto a superfície do corpo imerso é representada por um conjunto de pontos lagrangeanos. Através dessa metodologia, as forças de interface fluido-sólido são avaliadas. Essas forças são utilizadas tanto na rotina do fluido

para imposição da condição de contorno de não deslizamento na fronteira entre o fluido e a estrutura, quanto na rotina estrutural para o cálculo dos deslocamentos e velocidades da estrutura. Foi utilizado um código computacional, Fluids3D, integralmente desenvolvido em casa, que permite a simulação de escoamentos incompressíveis tridimensionais com modelagem para fechamento da modelagem da turbulência em conjunto com modelagem de viga de Timoshenko. As simulações foram feitas em um cluster de alto desempenho que permitiu a utilização de 80 ou 160 processadores dependendo do caso. Mesmo contando com computadores robustos e computação paralela, cada simulação teve duração de 13 a 28 dias. O número de volumes computacionais utilizados para descrever o domínio do fluido variou de 5.040.000 a 8.064.000. Os resultados obtidos são consistentes com o que se espera para esse tipo de problema.

*Palavras-chave:* *Interação Fluido-Estrutura, Vibração Induzida por Vórtice, Vibração Induzida por Estruturas Turbulhonares, Acoplamento Numérico de problemas de Fluido-Estrutura.*

RIBEIRO NETO,H., Mathematical modeling for fluid-structure interaction coupling incompressible flows and Timoshenko beam. 2016. 176 f. Master Dissertation, Federal University of Uberlandia, Uberlandia.

## ABSTRACT

Cylindrical bodies subjected to external flow can vibrate due to fluctuations forces induced by eddy structures. These vibrations may induce, by means of a non-linear process, an increase in the drag and lift, thus leading to increased strain on the structures. In addition, the vibrations may cause nucleation and propagation of cracks in the structure leading to failure due to fatigue. This is especially important when these cylinders are tubes through which oil or natural gas are transported and are subject to waves and currents. The main aim of this work is to acquire and broaden the understanding of the influence of proximity to the ground in the fluid-structure interaction process in horizontal pipes anchored by dunes. This study was done by computational solution in parallel atmosphere of the equations that model the phenomenon. These simulations were performed on a pipe length  $L = 42\text{m}$  and a diameter of  $\phi = 0,27\text{m}$  in a flow dynamically characterized by  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Five different distances between the soil and the pipe (gap) were tested, they are:  $0,1\phi$ ,  $0,2\phi$ ,  $0,3\phi$ ,  $1\phi$  e  $5\phi$ , where  $\phi$  is the structure diameter. In this study, the structural modeling and fluid dynamics modeling are coupled mathematically and numerically, which allows the simulation and analysis with both effects coupled, using a single software tool. The Immersed Boundary Method used in this study, is particularly suitable for problems involving fluid-structure interaction, because the fluid and structure domains are treated independently. The equations that model the flows are solved in an Eulerian field (fixed Cartesian, for example), while the surface of the immersed body is represented by a set of Lagrangian points. Using this methodology, the liquid-solid interface forces are evaluated. These forces are used either in the fluid routine for the imposition of non-slip boundary condition on the boundary between the fluid and the structure, as in the structural routine for calculating the displacements and velocities of the structure. A computer code that enables simulation of three-dimensional

incompressible flows with a turbulence model together with Timoshenko beam model was used. The simulations were performed on a high-performance cluster that allowed the use of 80 or 160 processors depending on the case. Even with robust computers and parallel computing, each simulation lasted from 13 to 28 days. The number of computational volumes used to describe the fluid field varied from 5,040,000 to 8,064,000. The results are consistent with what is expected for this type of problem.

*Keywords:* *Fluid-structure interaction, Vortex induced vibration, Eddy structures induced vibration, Numerical coupling on fluid-structure problems .*

## **Lista de Figuras**

2.1	Figura ilustrativa do acoplamento particionado fraco. Figura adaptada de Pontaza e Menon (2013). . . . .	9
2.2	Figura ilustrativa do acoplamento particionado forte do tipo bloco-Gauss-Seidel não linear. Figura adaptada de Pontaza e Menon (2013). . . . .	10
2.5	Ilustração da disposição da tubulação sobre o solo marítimo do segundo caso do artigo Pontaza e Menon (2010). . . . .	12
2.3	À esquerda estão os resultados do experimento virtual, enquanto à direita estão os resultados do experimento material. O escoamento ocorre na direção horizontal e no sentido da direita para a esquerda.(PONTAZA; MENON, 2013)	13
2.4	Ilustração da disposição da tubulação sobre o solo marítimo do primeiro caso do artigo Pontaza e Menon (2010). . . . .	14
3.1	Ilustração de uma tubulação lançada sobre o leito marinho com topologia irregular. Figura retirada de Xing (2011). . . . .	16
3.2	Ilustração do domínio do fluido com a estrutura deformada pelo peso próprio e leito marinho modelado como parede plana. Eixos de referência do fluido ( $X_f, Y_f, Z_f$ ) e da estrutura ( $X_s, Y_s, Z_s$ ) visíveis. . . . .	18
3.3	Ilustração de um duto real utilizado no transporte de petróleo. Figura retirada de : <a href="http://www.vestamid.de/product/vestamid/en/about/product-stories/Pages/New-Polymer-Makes-Its-Major-League-Debut.aspx">http://www.vestamid.de/product/vestamid/en/about/product-stories/Pages/New-Polymer-Makes-Its-Major-League-Debut.aspx</a> . . . . .	23
3.4	Ilustração do elemento finito em análise construído para representar a tubulação.	36
3.5	Ilustração do elemento finito engastado em flexão pura no plano $Y_sZ_s$ . . . . .	39
3.6	Ilustração do elemento finito livre em flexão pura no plano $Y_sZ_s$ . . . . .	42

3.7 Ilustração do elemento finito livre em flexão pura no plano $X_sY_s$ . . . . .	44
3.8 Ilustração do elemento finito, e seus graus de liberdade no plano $Y_sZ_s$ , submetido a uma força axial de tração. . . . .	47
3.9 Evolução de um sistema de interação fluido-estrutural segundo abordagem particionada fraca. . . . .	52
3.10 Evolução de um sistema de interação fluido-estrutural segundo abordagem particionada forte. . . . .	53
4.1 Ilustração do domínio do fluido com a estrutura imersa e eixos de referência.	56
4.2 Ilustração da condição de apoio em $Z_s = 3,67665m$ (molas lineares com rigidez de $10^7$ N/m nas direções $X_s$ e $Y_s$ ). . . . .	58
4.3 Transformada de Fourier da amplitude de vibração na direção em linha (direção $X_s$ ) dividida pelo diâmetro da tubulação para velocidade reduzida igual a 1. . . . .	60
4.4 Transformada de Fourier da amplitude de vibração na direção em linha (direção $X_s$ ) dividida pelo diâmetro da tubulação para velocidade reduzida igual a 2. . . . .	62
4.5 Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G01 $\phi$ (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros. . . . .	65
4.6 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal. Visualiza-se isovalor do critério $Q$ (com $Q=0,515$ ) colorido pela componente $u$ (direção $X_f$ ) da velocidade em $t=50s$ . (Caso G01 $\phi$ ). . . . .	66
4.7 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal. Visualizam-se cortes do campo da componente $u$ (direção $X_f$ ) da velocidade em $t=50s$ . (Caso G01 $\phi$ ). . . . .	67
4.8 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) (Fig. 3.2). (Caso G01 $\phi$ ). . . . .	68

4.9 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) (Fig. 3.2). (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	69
4.10 Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do tempo. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	70
4.11 Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	71
4.12 Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em <i>RMS</i> . Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	72
4.13 Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	73
4.14 Órbitas da tubulação representadas em diferentes posições axiais. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	74
4.15 Órbita da tubulação representada em $Z_s=21$ m, para $t$ variando entre 20 s e 133,5 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	75
4.16 Posições das sondas em uma seção transversal do campo de velocidades em $Z_s=21$ m (77 diâmetros). (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	76
4.17 Posições das sondas em relação à órbita da estrutura em $Z_s=41$ m. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	77
4.18 Distribuição temporal da componente de velocidade $u$ amostrado na sonda 88 mostrada na Fig. 4.16. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	78
4.19 Distribuição temporal da componente de velocidade $u$ amostrado na sonda 165 mostrada na Fig. 4.16. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	79
4.73 Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G1D (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros. . . . .	87

4.75 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualizam-se cortes do campo da componente $u$ da velocidade em $t=50$ s. (Caso G5 $\phi$ ) . . . . .	87
4.77 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ) . . . . .	88
4.79 Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G5 $\phi$ ) . . . . .	88
4.81 Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ) . . . . .	89
4.83 Órbita da tubulação representada em $Z_s=21$ m, para $t$ variando entre 50 s e 158 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ) . . . . .	89
4.85 Posições das sondas em relação à órbita da estrutura em $Z_s=41$ m. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ) . . . . .	89
4.87 Distribuição temporal da componente de velocidade $u$ amostrado na sonda 143 apresentada na Fig. ???. (Caso G5 $\phi$ ) . . . . .	89
4.89 Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação).(Caso G5 $\phi$ ). . . . .	90
4.90 Comparaçao entre os valores RMS do deslocamento na direção em linha das simulações do caso industrial. Valores normalizados pelo diâmetro e amostrados no ponto central da estrutura ( $Z_s = 21m$ ). . . . .	90
4.20 Campos de vorticidade para diferentes tempos, na sequencia apresentada, de cima para baixo: $t=60$ s; $t=70$ s; $t=80$ s; $t=90$ s; $t=100$ s. (Caso G01 $\phi$ ) . . . . .	91
4.21 Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação). (Caso G01 $\phi$ ). . . . .	92

4.22 Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G02D (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros. . . . .	93
4.23 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualiza-se isovalor do critério $Q$ (com $Q=0,514971$ ) colorido pela velocidade $u$ (direção principal do escoamento) do fluido em $t=50\text{s}$ . (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	94
4.24 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualizam-se cortes do campo da componente $u$ da velocidade em $t=50\text{s}$ . (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	95
4.25 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	96
4.26 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	97
4.27 Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do tempo. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	98
4.28 Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	99
4.29 Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em $RMS$ . Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	100
4.30 Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	101

4.31 Órbitas da tubulação representadas em diferentes posições axiais. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	102
4.32 Órbita da tubulação representada em $Z_s=21$ m, para $t$ variando entre 30 s e 147 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	103
4.33 Posições das sondas em uma seção transversal do campo de velocidades em $Z_s=21$ m (77 diâmetros). (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	104
4.34 Posições das sondas em relação à orbita da estrutura em $Z_s=41$ m. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	105
4.35 Distribuição temporal da componente de velocidade $u$ amostrado na sonda 88 mostrada na Fig. 4.33. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	106
4.36 Distribuição temporal da componente de velocidade $u$ amostrado na sonda 110 mostrada na Fig. 4.33. (Caso G02 $\phi$ ). . . . .	107
4.37 Campos de vorticidade para diferentes tempos, na sequencia apresentada, de cima para baixo: $t=60$ s; $t=70$ s; $t=80$ s; $t=90$ s; $t=100$ s. (Caso G02 $\phi$ ). . . .	108
4.38 Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação).(Caso G02 $\phi$ ). . . . .	109
4.39 Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G03D (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros. . . . .	110
4.40 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualiza-se isovalor do critério $Q$ (com $Q=0,514971$ ) colorido pela velocidade $u$ (direção principal do escoamento) do fluido em $t=50$ s. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	111
4.41 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualizam-se cortes do campo da componente $u$ da velocidade em $t=50$ s. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	112

4.42 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-	
se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Z_s, X_s$ ),	
expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de	
referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	113
4.43 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-	
se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ),	
expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de	
referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	114
4.44 Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do	
tempo. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	115
4.45 Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função	
do tempo. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	116
4.46 Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e trans-	
versal ao escoamento, dada em RMS. Posições relativas ao eixo de referência	
da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	117
4.47 Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e trans-	
versal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de	
referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	118
4.48 Órbitas da tubulação representadas em diferentes posições axiais. (Caso G03 $\phi$ ) . . . . .	119
4.49 Órbita da tubulação representada em $Z_s=21$ m, para $t$ variando entre 40 s	
e 260 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ )	
apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	120
4.50 Posições das sondas em uma seção transversal do campo de velocidades em	
$Z_s=21$ m (77 diâmetros). (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	121
4.51 Posições das sondas em relação à órbita da estrutura em $Z_s=41$ m. Posições	
relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig.	
3.2. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	122
4.52 Distribuição temporal da componente de velocidade $u$ amostrado na sonda	
110 apresentada na Fig. 4.50. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	123

4.53 Distribuição temporal da componente de velocidade $u$ amostrado na sonda 143 apresentada na Fig. 4.50. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	124
4.54 Campos de vorticidade para diferentes tempos, na sequencia apresentada, de cima para baixo: $t=60$ s; $t=70$ s; $t=80$ s; $t=90$ s; $t=100$ s. (Caso G03 $\phi$ ). . . . .	125
4.55 Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação).(Caso G03 $\phi$ ). . . . .	126
4.56 Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G1D (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros. . . . .	127
4.57 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualiza-se isovalor do critério $Q$ (com $Q=0,514971$ ) colorido pela velocidade $u$ (direção principal do escoamento) do fluido em $t=50$ s. (Caso G1 $\phi$ ). . . . .	128
4.58 Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualizam-se cortes do campo da componente $u$ da velocidade em $t=50$ s. (Caso G1 $\phi$ ). . . . .	129
4.59 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G1 $\phi$ ). .	130
4.60 Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ , $Y_s$ e $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G1 $\phi$ ). .	131
4.61 Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do tempo. (Caso G1 $\phi$ ). . . . .	132
4.62 Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G1 $\phi$ ). . . . .	133



I.3	Valores de <i>RMS</i> das amplitudes de deslocamento na direção cruzada, divididas pelo diâmetro da tubulação, obtidos utilizando o acelerômetro biaxial montado dentro da tubulação no centro do cilindro, para os testes descritos na Fig. I.1. Figura retirada do artigo Lee <i>et al.</i> (2009). . . . .	153
I.4	Frequências das vibrações na direção em linha, obtidas utilizando o acelerômetro biaxial montado dentro da tubulação no centro do cilindro, para os testes descritos na Fig. I.1. Figura retirada do artigo Lee <i>et al.</i> (2009). . . . .	154
II.5	Ilustração dos primeiros modos de vibrar da estrutura utilizada na simulação de validação. . . . .	157
III.6	Ilustração dos cinco primeiros modos de vibrar da estrutura utilizada na simulação dos casos industriais. . . . .	165

## **Lista de Tabelas**

3.1	Altura do domínio para cada gap simulado. . . . .	17
3.2	Condições de contorno para o subsistema do fluido. . . . .	29
3.3	Condições iniciais para o subsistema do fluido. . . . .	29
4.1	Valores de frequência para algumas velocidades reduzidas testadas no artigo próxima à velocidade reduzida igual a 1. Esses valores foram obtidos com o programa Engauge Digitizer. . . . .	60
4.2	Resumo da comparação das simulações de validação com o trabalho de referência. .	62
I.1	Propriedades estruturais dos cilindros testados. Tabela adaptada do artigo <i>Lee et al. (2009).</i> . . . . .	151

## **Lista de Símbolos**

*F* Volume de transformação para a obtenção da força em newtons

### **Siglas**

*CDS* *Central Difference Scheme*

*CSS* Conventional sequential staggered

*CUBISTA* *Convergent and Universally Bounded Interpolation Scheme for the Treatment of Advection*

*RMS* *Root Mean Square*

*TVD* Variação Total Diminuída

*ALE* *Arbitrary Lagrangian Eulerian*

*CENPES* Centro de Pesquisa da Petrobrás

*LMEst* Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannus Reis

*MCNAB* *Modified Crank – Nicolson/Adams – Bashforth*

*MFLab* Laboratório de Mecânica dos Fluidos

*NGDL* Número de Graus de liberdade por unidade de volume  $\phi^3$

*RANS* Navier-Stokes com média de Reynolds

*TWW* Traveling Wave Wall

VIV Vibração induzida por vórtice

## Operadores

$\partial$  Derivada parcial

$\min$  Mínimo valor

## Subscritos

$i$  e  $j$  Notação indicial,  $i$  e  $j=1,2,3$ , referente às direções coordenadas  $X_f$ ,  
 $Y_f$ ,  $Z_f$

1 Referente ao nó 1 da viga

2 Referente ao nó 2 da viga

$D$  Variável avaliada “a jusante” (*downstream*)

$E$  Refente à célula leste

$k$  Propriedade avaliada em uma iteração qualquer  $k$

$Kf$  Propriedade avaliada em uma iteração final

$n$  Variável avaliada no passo de tempo anterior

$P$  Variável avaliada no ponto de interesse

$U$  Variável avaliada “a montante” (*upstream*)

$W$  Refente à célula oeste

$f$  Referente ao fluido

$s$  Referente à estrutura

## Sobrescritos

$*$  Variável temporária ou estimada

$n$  Variável avaliada no passo de tempo anterior

## Letras Gregas

$\Delta w_{2TZ}$	Flecha suplementar devido ao esforço cisalhante
$\tau_{ij}$	Tensor de Reynolds submalha
$\Delta t$	Passo temporal
$\Delta x$	Passo espacial
$\delta$	Deslocamento da tubulação
$\delta(\vec{x} - \vec{x}_k)$	Função de Dirac
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$\gamma$ e $\beta$	Constantes multiplicadas às matrizes de massa e rigidez, repectivamente, para a obtenção da matriz de amortecimento proporcional
$\gamma_{Y_s Z_s}$	Deformação cisalhante na viga
$\nu_s$	Coeficiente de Poisson
$\nu_t$	Viscosidade cinemática turbulenta
$\omega_n$	Swirling strength
$\bar{\Delta}$	Comprimento característico do filtro $\bar{G}$
$\theta_1$ e $\varphi_1$	Graus de liberdade de rotação no nó 1
$\theta_2$ e $\varphi_2$	Graus de liberdade de rotação no nó 2
$\hat{\Delta}$	Comprimento característico do filtro $\hat{G}$
$\zeta$	variável espacial que percorre o comprimento de uma viga
$\nu_{uef}$	Viscosidade cinemática efetiva calculada como a soma da viscosidade cinemática molecular com a viscosidade cinemática turbulenta
$A$	Área da seção transversal do duto

$\beta$	Coefficiente de expansão térmica do fluido
$I_{X_s}$	Momento de inércia de área da seção transversal em relação ao eixo de referência $X_s$
$I_{Y_s}$	Momento de inércia de área da seção transversal em relação ao eixo de referência $Y_s$
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido
$\nu_s$	Coefficiente de Poisson
$\phi$	Diâmetro da estrutura
$\rho_s$	Massa específica da estrutura
$\rho_f$	Massa específica do fluido

### Letras Latinas

$\mathcal{O}$	Ordem de grandeza
$\overline{G}$	Filtro com comprimento característico $\overline{\Delta}$
$\overline{P}$	Campo de pressão
$\bar{p}$	Pressão modificada pelo traço do tensor submalha
$\overline{S}_{ij}$	Tensor taxa e deformação escrito em função das velocidades filtradas
$\widehat{G}$	Filtro com comprimento característico $\widehat{\Delta}$
$A_t$	Área do elemento triangular da malha lagrangena
$C$	Matriz de amortecimento proporcional
$C_G$	Matriz de amortecimento global
$C_{Y_s Z_s c}$	Matriz de flexibilidade do elemento engastado em flexão pura (plano $Y_s Z_s$ )

$D$	Posição da estrutura
$d$	Média das arestas do elemento triangular da malha lagrangena
$E$	Módulo de elasticidade ou módulo de Young
$F$	Vetor força externa
$f$	Função referente ao termo difusivo discretizado
$F_a$	Força axial aplicada ao elemento.
$f_n$	Primeira frequênci natural da estrutura na água
$F_i$	Termo fonte devido ao método de multi forçagem direta
$G$	Matriz de rigidez elementar devido à força axial $F_a$
$G$	Módulo de cisalhamento do material da viga
$g$	Função referente ao termo advectivo discretizado
$G_p$	Distância entre dois cilindros em uma tubulação do tipo piggyback
$I$	Matriz identidade de ordem 2
$I_{(Y_s)}$	Momento de inércia de área da seção transversal da viga em relação à coordenada $Y_s$
$k - \epsilon$	Modelo de fechamento para turbulência
$k - \omega$	Modelo de fechamento para turbulência
$K_c$	Matriz de rigidez elementar de um corpo em uma condição de engaste
$K_G$	Matriz de rigidez global
$K_L$	Matriz de rigidez elementar de um corpo livre de restrições de movimento
$K_T$	Matriz de rigidez do elemento completo

$K_{Y_s Z_s c}$	Matriz de rigidez do elemento engastado em flexão pura (plano $Y_s Z_s$ )
$k_{Y_s}$	Coeficiente de forma da seção ao cisalhamento
$L_{ij}$	Tensor de Leonard
$M$	Matrizes elementar de massa
$M_1$ e $M_2$	Matrizes clássicas de massa
$M_3$ e $M_4$	Matrizes de massa que dão a influência do efeito secundário da inércia de rotação
$M_G$	Matriz de massa global
$M_X$	Momento fletor atuante na viga
$M_{X1}$	Momento fletor aplicado ao nó 1
$M_{Z1}$	Momento fletor aplicado ao nó 1
$M_{Z2}$	Momento fletor aplicado ao nó 2
$M_{X2}$	Momento fletor aplicado ao nó 2
$N_1$ e $N_2$	Vetores formados por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem
$p$	Ordens de convergência do método numérico de integração temporal utilizado no sistema fluido
$q$	Ordens de convergência do método numérico de integração temporal utilizado no sistema estrutura
$q$	Vetor de deslocamentos nodais de um elemento de viga
$q_1, q_4, q_5$ e $q_8$	Forças generalizadas referentes aos graus de liberdade $u_1, \varphi_1, u_2$ e $\varphi_2$ respectivamente

$q_2, q_3, q_6$ e $q_7$	Forças generalizadas referentes aos graus de liberdade $w_1, \theta_1, w_2$ e $\theta_2$ respectivamente
$q_u$ e $q_w$	Vetor de graus de liberdade nas direções $X_s$ e $Z_s$ , respectivamente
$S$	Área da seção transversal da viga
$S_r$	Área reduzida da seção transversal
$t$	Variável temporal
$T_Z$	Força cortante atuante na viga
$U^*$	Velocidade reduzida
$u_1$ e $w_1$	Graus de liberdade de translação no nó 1
$u_2$ e $w_2$	Graus de liberdade de translação no nó 2
$U_\infty$	Velocidade média de entrada do fluido no domínio
$U_{M_X}$	Energia de deformação da viga em função do momento aplicado
$U_{Y_s Z_s F_a}$	Energia potencial elástica devido à força axial para a viga elementar
$W$	Vetor força peso
$X_1$	Força aplicada ao nó 1
$X_2$	Força aplicada ao nó 2
$Z_1$	Força aplicada ao nó 1
$Z_2$	Força aplicada ao nó 2
$X_s Y_s$	Referente ao plano $X_s Y_s$
$Y_s Z_s$	Referente ao plano $Y_s Z_s$
$\Delta T$	Diferença de temperatura

e	Distância do cilindro maior em relação ao chão em uma tubulação do tipo piggyback
<i>E</i>	Módulo de elasticidade do material do tubo (ou módulo de Young)
<i>G</i>	Módulo transversal do material do tubo
<i>g</i>	Gravidade
L	Comprimento da viga
<i>M</i>	Número de Mach
<i>Re</i> <sub>φ</sub>	Número de Reynolds cujo comprimento característico é o Diâmetro da estrutura
<i>Ri</i>	Número de Richardson
<i>t</i> <sub>s</sub>	Espessura da tubulação
<i>u</i>	Velocidade média do fluido na entrada do domínio
<i>v</i> <sub>o</sub>	Velocidade média relativa da estrutura
<i>v</i> <sub>s</sub>	Velocidade média do som no meio material
<i>X</i>	Direção do escoamento (largura do domínio)
<i>Y</i>	Direção transversal ao escoamento (altura do domínio)
<i>Z</i>	Direção axial (comprimento do domínio)

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>xv</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>xvi</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>xxiv</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>4</b>
2.1 Introdução . . . . .	4
2.2 Intereração entre fluido e tubos com seção circular . . . . .	4
2.3 Programa Fluids3D . . . . .	7
2.4 Acoplamento . . . . .	8
2.5 Trabalhos da Shell . . . . .	11
<b>3 METODOLOGIA</b>	<b>15</b>
3.1 Introdução . . . . .	15
3.2 Modelo Físico . . . . .	15
3.2.1 Subsistema Fluido . . . . .	16
3.2.1.1 Domínio . . . . .	16
3.2.1.2 Escoamento . . . . .	17
3.2.1.2.1 Caracterização dinâmica . . . . .	17
3.2.1.2.2 Caracterização térmica . . . . .	20
3.2.1.2.3 Caracterização da compressibilidade . . . . .	20
3.2.1.3 Propriedades físicas . . . . .	21

3.2.2	Subsistema estrutura . . . . .	21
3.2.2.1	Domínio . . . . .	21
3.2.2.2	Dunas . . . . .	22
3.2.2.3	Propriedades físicas e geométricas . . . . .	22
3.2.2.3.1	Propriedades físicas . . . . .	22
3.2.2.3.2	Propriedades geométricas . . . . .	22
3.3	Modelo matemático diferencial . . . . .	24
3.3.1	Subsistema fluido . . . . .	24
3.3.1.1	Condições de contorno e iniciais . . . . .	28
3.3.2	Subsistema estrutura . . . . .	29
3.4	Modelo matemático numérico . . . . .	30
3.4.1	Subsistema fluido . . . . .	30
3.4.1.1	Discretização do termo temporal . . . . .	31
3.4.1.2	Discretização do termo advectivo . . . . .	31
3.4.1.3	Discretização do termo difusivo . . . . .	32
3.4.1.4	Acoplamento pressão-velocidade . . . . .	33
3.4.1.5	Método da fronteira imersa . . . . .	34
3.4.2	Subsistema estrutura . . . . .	36
3.4.2.1	Equação de Timoshenko elementar . . . . .	36
3.4.2.2	Obtenção das forças fluidodinâmicas via Método da fronteira imersa . . . . .	50
3.4.3	Acoplamento fluido-estrutura . . . . .	51
3.4.3.1	Acoplamento fraco . . . . .	51
3.4.3.2	Acoplamento forte . . . . .	52
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>55</b>
4.1	Validação . . . . .	55
4.1.1	Configuração das simulações . . . . .	55
4.1.1.1	Subsistema fluido . . . . .	55
4.1.1.1.1	Domínio, malha e processadores . . . . .	56

4.1.1.1.2	Condições de contorno e condições iniciais . . . . .	56
4.1.1.1.3	Propriedades físicas . . . . .	57
4.1.1.2	Subsistema estrutura . . . . .	57
4.1.1.2.1	Domínio e malha . . . . .	57
4.1.1.2.2	Condições de contorno e condições iniciais. . . . .	58
4.1.1.2.3	Propriedades físicas e geométricas. . . . .	59
4.1.1.3	Acoplamento . . . . .	59
4.1.2	Comparação das simulações com a literatura . . . . .	59
4.1.2.1	Velocidade reduzida igual a 1 . . . . .	59
4.1.2.2	Velocidade reduzida igual a 2 . . . . .	61
4.2	Simulação do caso industrial . . . . .	63
4.2.1	Malha e processadores - fluido . . . . .	63
4.2.2	Malha - estrutura . . . . .	64
4.2.3	Acoplamento . . . . .	64
4.2.4	Caso com gap $0,1\phi$ m - G01 $\phi$ . . . . .	64
4.2.5	Caso com gap $0,2D$ m - G02D . . . . .	74
4.2.6	Caso com gap $0,3D$ m - G03D . . . . .	81
4.2.7	Caso com gap $1D$ m - G1D . . . . .	84
4.2.8	Caso com gap $5D$ m - G5D . . . . .	87
4.2.9	Comparação entre os casos . . . . .	90
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>143</b>
5.1	Conclusões . . . . .	143
5.2	Trabalhos futuros . . . . .	144
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>		<b>146</b>
<b>APÊNDICES</b>		<b>150</b>
I	Revisão bibliográfica do caso de validação . . . . .	150
II	Avaliação da estrutura no caso de validação . . . . .	151
III	Avaliação da estrutura do caso industrial . . . . .	161

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

A dinâmica dos fluidos e das estruturas imersas são ramos da Engenharia Mecânica com as quais se estuda o comportamento das interações fluido-estruturais, visando aperfeiçoar vários processos na indústria, assim como entender fenômenos na natureza. O estudo desse tipo de problema pode ser feito de duas maneiras: a experimentação material e a experimentação virtual. Na primeira é necessária a modelagem física do problema em análise e a montagem de bancadas experimentais que representem a física do problema a ser estudado. Além disso, é necessária a instrumentação da bancada para permitir a coleta de dados e análise estatística do problema. A modelagem física consiste na avaliação do problema de interesse e determinação de suposições físicas que visam simplificar o problema com o intuito de viabilizar a análise. Na segunda maneira, é necessária a modelagem física e matemática do problema de interesse. A modelagem matemática consiste na obtenção de equações diferenciais, integrais e/ou integro-diferenciais que modelam a física do problema e depois utilizar métodos numéricos apropriados para a discretização das equações.

Os métodos de análise computacional estão em franco crescimento. É importante destacar que o método computacional não substitui o experimental material, mas o complementa. Além disso, é muito versátil, permite uma análise minuciosa do problema físico e permite maior flexibilidade em relação às condições físicas. Alguns experimentos podem ser perigosos de se reproduzir em laboratório, ou até mesmo impossíveis. Algumas desvantagens

são que se necessita de modelos numéricos adequados e de computadores robustos, conforme o problema que se está analisando.

A interação entre escoamentos e estruturas é um problema complexo e recorrente em aplicações de engenharia. Esse fenômeno pode ser encontrado em aeronaves, motores a jato, tubulações, reatores nucleares e químicos, pontes, torres, plataformas off-shore, válvulas de compressores, coração, aneurismas, entre outros. A dinâmica dos fluidos computacional aliada à solução numérica das equações que modelam a movimentação de estruturas é uma grande aliada na compreensão dos problemas de interação fluido-estrutura. Trata-se de um problema multidisciplinar, visto que envolve a mecânica dos fluidos, mecânica das estruturas, matemática pura e aplicada, engenharia de software, ciência da computação, entre outros.

Os escoamentos sobre estruturas cilíndricas podem ser a fonte de vibrações induzidas por estruturas turbilhonares. Essas vibrações podem induzir um aumento das forças fluidodinâmicas, ou seja, arrasto e sustentação, levando assim a um aumento dos esforços sobre as estruturas. Chern *et al.* (2014) apresentaram resultados de um escoamento bidimensional sobre um cilindro circular no qual o coeficiente de arrasto médio passa de 1,3 para 2,2. Além disso, as vibrações podem causar nucleação e propagação de trincas na estrutura conduzindo-a a falha em virtude da fadiga. Chern *et al.* (2014) chegaram à conclusão que em alguns casos o valor RMS do coeficiente de sustentação passou de 0,3 para 1,75, dependendo do regime de operação. Esses são resultados que justificam a preocupação com o processo de interação fluido-estrutura em cilindros. Isso é especialmente importante quando esses cilindros são tubos pelos quais petróleo ou gás natural são transportados, sobre os quais se tem ondas e/ou correntes marítimas atuando. A manutenção desse tipo de tubo é cara, visto que podem estar a centenas de metros da superfície. Qualquer falha nessas estruturas pode causar desastres ambientais e grandes prejuízos. Por isso é extremamente importante entender como o processo de interação fluido-estrutura atua sobre a dinâmica da tubulação para prevenir falhas.

A pesquisa apresentada nessa dissertação é resultado de cooperação entre o Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab ), o Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannus Reis (LMEst ) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) e com o centro de pesquisa (CENPES) da Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras). A pesquisa foi feita

utilizando-se o programa Fluids3D, que está sendo desenvolvido no MFLab há mais de 9 anos. Nesse programa é possível a execução de simulações de escoamentos incompressíveis levando em consideração a movimentação de estruturas, utilizando-se uma única ferramenta computacional. A Metodologia da Fronteira Imersa, utilizada no presente trabalho, é particularmente adequada para os problemas que envolvem interação fluido-estrutura, pois permite tratar os domínios do fluido e da estrutura de forma independente. As equações que modelam os escoamentos são resolvidas em um domínio euleriano fixo e cartesiano, enquanto a superfície do corpo imerso é representada por um conjunto de pontos lagrangeanos. Através dessa metodologia, as forças na interface entre a estrutura e o fluido são avaliadas e utilizadas tanto na rotina do fluido para imposição da condição de contorno de não deslizamento, quanto na rotina estrutural para o cálculo dos deslocamentos e velocidades da estrutura.

O principal objetivo do presente trabalho é adquirir e ampliar a compreensão sobre a influência da proximidade do solo no processo de interação fluido-estrutura em tubos horizontais ancorados por dunas. Esse estudo foi feito através de solução numérica em ambiente de processamento paralelo das equações que modelam o fenômeno. Essas simulações foram feitas em uma tubulação de comprimento  $L=42\text{m}$  e diâmetro  $\phi=0,27\text{m}$  em um escoamento dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Cinco diferentes distâncias da tubulação ao solo (gap) foram testadas, são elas:  $0,1\phi$ ,  $0,2\phi$ ,  $0,3\phi$ ,  $1\phi$ ,  $5\phi$ .

# **CAPÍTULO II**

## **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Introdução**

Nessa seção serão apresentados os trabalhos utilizados como base para o desenvolvimento desse projeto de pesquisa. Primeiramente serão apresentados trabalhos sobre a interação entre fluido e tubos com seção circular. Depois serão apresentados trabalhos de desenvolvimento da ferramenta Fluids3D, que é o programa utilizado para as simulações apresentadas nessa dissertação. Para permitir a validação do acoplamento fluido-estrutura com dados experimentais, foi necessária a implementação do acoplamento forte bloco-Gauss-Seidel não linear. Por isso, serão apresentados trabalhos que tratam do acoplamento entre os subsistemas fluido-estrutura. Finalmente serão apresentados trabalhos desenvolvidos na empresa multinacional petrolífera Royal Dutch Shell, sobre o tema de interação fluido-estrutura em tubulações com seção circular.

### **2.2 Interação entre fluido e tubos com seção circular**

Essa seção tem como objetivo mostrar o grande interesse que a comunidade científica tem em estudar a interação fluido-estrutura envolvendo estruturas com seção circular e até mesmo a interação entre escoamentos, cilindros rígidos e solo.

Lei, Cheng e Kavanagh (1999) verificaram experimentalmente a influência da proximi-

dade do solo, do tamanho da camada limite e do gradiente da velocidade na camada limite na distribuição de pressão, nas forças hidrodinâmicas e no comportamento da emissão de estruturas turbinhonianas em um escoamento com um cilindro liso próximo ao solo. Foi constatado que a razão de gap e a camada limite influenciam nos coeficientes de sustentação e de arrasto. Além disso, os resultados mostraram que quando a razão de gap se encontra entre  $0,2\phi$  e  $0,3\phi$  há a supressão da emissão de estruturas turbinhonianas, dependendo da camada limite. Forças de sustentação negativas foram encontradas, para algumas razões de gap, quando uma haste é utilizada para perturbar a camada limite.

Yang *et al.* (2008) executaram uma série de experimentos para investigar a vibração induzida por estruturas turbinhonianas em um cilindro com efeito solo erodível. Os resultados mostraram que a emissão de estruturas turbinhonianas e a erosão do solo são acoplados e que tendem a um equilíbrio. Outro resultado interessante é que a velocidade reduzida crítica para o começo da emissão de estruturas turbinhonianas aumenta com a diminuição do gap inicial. A comparação dos resultados desse trabalho com trabalhos com parede rígida mostra que a amplitude das vibrações do cilindro perto da parede erodida apresenta amplitudes maiores e a frequência de excitação é ligeiramente maior com a parede rígida. A intensidade da erosão no solo aumenta com o aumento da velocidade reduzida.

Zang, Gao e Cui (2013) fizeram experimentos para determinar as formas de emissão de estruturas turbinhonianas em oleodutos do tipo piggyback levando em consideração o efeito solo. O principal parâmetro levado em consideração foi o *swirling strength* ( $\omega_n$ ), que é um parâmetro relacionado com o discriminante dos autovalores complexos do tensor gradiente da velocidade local. Chegaram à conclusão que os modos de emissão de estruturas turbinhonianas são dependentes da configuração do oleoduto. Além disso, as menores amplitudes de VIV foram encontradas com gap na faixa de  $0,05\phi$  e  $0,20\phi$ . Outro resultado interessante é que quanto menor o gap, quando os outros parâmetros são mantidos fixos, menor é o  $\omega_n$  máximo.

Zang e Gao (2014) fizeram experimentos com dutos do tipo *piggyback* levando em consideração o efeito solo. Os autores fizeram a comparação da máxima amplitude de vibração desse tipo de duto perto de uma parede com um duto simples sem efeito parede e chegaram a conclusão de que a primeira é maior. Foram feitos experimentos com diferentes angulações entre os dois tubos. Levando em consideração somente a configuração usual na qual a angu-

lação entre os dois tubos é de 90 graus, constatou-se que a menor amplitude de vibração e máxima velocidade crítica ocorre quando a gap é aproximadamente igual a  $0,25\phi$ . Em outro experimento, mantendo o  $\text{gap}=0,25\phi$  e variando-se o ângulo entre os tubos, constatou-se que a menor amplitude de vibração e a máxima velocidade reduzida crítica ocorre quando o angulo é igual a 120 graus.

Xu *et al.* (2014) utilizaram a ferramenta comercial Fluent® para simular o escoamento sobre um cilindro fixo, um cilindro com dois graus de liberdade e um cilindro com dois graus de liberdade e controle de forma em um domínio bidimensional sem efeito solo. Os cilindros foram simulados separadamente. O foco do estudo é utilizar o controle de forma pelo método de *TWW* (*Traveling Wave Wall*). O autor mostra que esse método utilizado desde o início do escoamento, ou começando em um determinado tempo, pode diminuir muito as flutuações do coeficiente de sustentação e o coeficiente de arrasto médio, mas também pode aumentar dramaticamente as flutuações de coeficientes de arrasto.

Zhao e Cheng (2011) simularam numericamente um cilindro com dois graus de liberdade com efeito solo. Para resolver o problema foram resolvidas as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS) utilizando o esquema ALE (*Arbitrary Lagrangian Eulerian*) com modelo de fechamento para turbulência  $k - \omega$ . Os gaps utilizados variaram entre  $0,002\phi$  e  $0,3\phi$ . As simulações foram feitas com velocidade reduzida variando de 1 até 15 e o número de Reynolds variando de 1.000 até 15.000. O autor mostrou que o coeficiente de restituição do par cilindro chão é importante para as amplitudes de vibração.

Zhao, Cheng e Teng (2007) fizeram um estudo bidimensional, utilizando o método de elementos finitos upwind e o modelo de fechamento para turbulência  $k - \epsilon$ , de um oleoduto do tipo piggyback. Esse oleoduto consiste na utilização de dois tubos, um próximo ao solo, de diâmetro maior, e outro logo acima do primeiro, com diâmetro menor. Os autores verificaram quatro tipos de emissão de estruturas turbinholares dos dois cilindros, que são governadas pela razão entre a distância do cilindro maior ao chão e seu diâmetro ( $e/\phi$ ) e pela razão entre a distância entre os cilindros e o diâmetro do cilindro maior ( $G_p/\phi$ ). Além disso, eles verificaram que o coeficiente de arrasto do maior cilindro aumenta com o aumento  $e/\phi$ . A variação do arrasto médio depende de  $G_p/\phi$  e a sustentação média aumenta no cilindro grande com a diminuição de  $e/\phi$ .

Engelbreth (2011) utilizou o software OpenFOAM® para simular um cilindro com efeito solo com número de Reynolds 100. De acordo com o autor, o escoamento sobre um cilindro sem efeito parede com esse número de Reynolds não apresenta turbulência. Três gaps foram testados em simulações bidimensionais:  $0,2\phi$ ;  $0,5\phi$  e  $1,0\phi$ . Foi encontrada supressão de estruturas turbinholares quando o escoamento foi simulado com gap de  $0,2\phi$  e  $0,5\phi$ . O autor também fez simulações bidimensionais com parede com um perfil para representar uma parede erodida pelo escoamento.

Chern *et al.* (2014) utilizaram fronteira imersa para prever as características da resposta dinâmica de um cilindro com dois graus de liberdade em um domínio bidimensional sem presença de efeito solo. Os resultados mostraram que o cilindro descreve trajetórias em um formato de oito ou formato levemente oval na região de sincronização *lock – in*. Essa região foi obtida variando-se o parâmetro adimensional velocidade reduzida ( $U^*$ ). Além disso, quando o escoamento está fora da região de sincronização a frequência de emissão de estruturas turbinholares se aproxima da frequência percebida em um cilindro fixo.

### 2.3 Programa Fluids3D

O programa Fluids3D é uma ferramenta em desenvolvimento no Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Essa ferramenta foi escolhida para a aplicação apresentada nessa dissertação, pois permite a solução de escoamentos incompressíveis tridimensionais com interação fluido-estrutura em ambiente paralelo. Essa ferramenta começou a ser desenvolvida pelo professor João Marcelo Vedovoto sob orientação do professor Aristeu da Silveira Neto. A dissertação do professor Vedovoto foi feita utilizando o código Fluids3D para a simulação numérica de escoamentos incompressíveis sobre geometrias complexas tridimensionais utilizando o método da fronteira imersa (VEDOVOTO, 2007). Durante o doutorado o código foi utilizado para simulação de escoamentos turbulentos e reativos (VEDOVOTO, 2011). Essa tese foi desenvolvida no mesmo período que a tese de Borges (2010), que adicionou ao Fluids3D um módulo estrutural que permite a simulação numérica de vigas de Cosserat em conjunto com escoamento incompressíveis. Esses trabalhos foram de grande importância para permitir a execução do presente projeto.

Em comum acordo com a empresa, escolheu-se adicionar ao código Fluids3D um módulo estrutural que permite a simulação numérica de vigas de Timoshenko para se fazer as simulações. Isso se deve ao alto custo computacional da metodologia de Cosserat implementada e também devido à falta de necessidade de se utilizar uma metodologia tão complexa quanto essa para as simulações do presente trabalho. Portanto, foram adicionados módulos que permitem a solução numérica de vigas de Timoshenko, baseada na formulação apresentada por Cavalini (2013).

A utilização de módulos estruturais, como foi discutido acima, pressupõe a utilização da abordagem partionada de acoplamento, ou seja, os subdomínios da estrutura e do fluido são resolvidos separadamente. A seguir será feita uma revisão sobre os métodos de acoplamento entre subsistemas.

## 2.4 Acoplamento

Sotiropoulos e Yang (2014) apresentaram as duas formas de acoplamento entre subdomínios: monolítico e partionado. No primeiro, os dois subsistemas são resolvidos juntos em um único sistema não linear, ou seja, as equações discretizadas da estrutura e do fluido são resolvidas simultaneamente chegando a um resultado que satisfaça os dois subdomínios. A grande vantagem dessa metodologia é a robustez numérica, de tal forma que nenhuma outra restrição é adicionada à solução numérica além daquelas inerentes aos métodos numéricos utilizados para cada subsistema. Segundo Matthies, Niekamp e Steindorf (2006) o erro desse tipo de acoplamento é  $\mathcal{O}(\Delta t)^{\min(p,q)}$ , na qual  $p$  e  $q$  são as ordens de convergência dos métodos numéricos de integração temporal utilizados nos sistemas fluido e estrutura respectivamente.

No método partionado os subsistemas são resolvidos separadamente. Existem dois subgrupos no método partionado: o fraco e o forte. O primeiro também pode ser chamado de CSS (conventional sequential staggered) segundo Pontaza e Menon (2013), ou seja, sequencia atrasada convencional. Nesse método o deslocamento do passo de tempo anterior é fornecida para o modelo do fluido para calcular a força do passo de tempo atual, como pode ser visto na Fig. 2.1. O contrário também pode ser feito, ou seja, a força do passo de tempo anterior é fornecida para o modelo estrutural para calcular o deslocamento do passo

de tempo atual, dependendo de qual modelo se usa para começar a simulação.

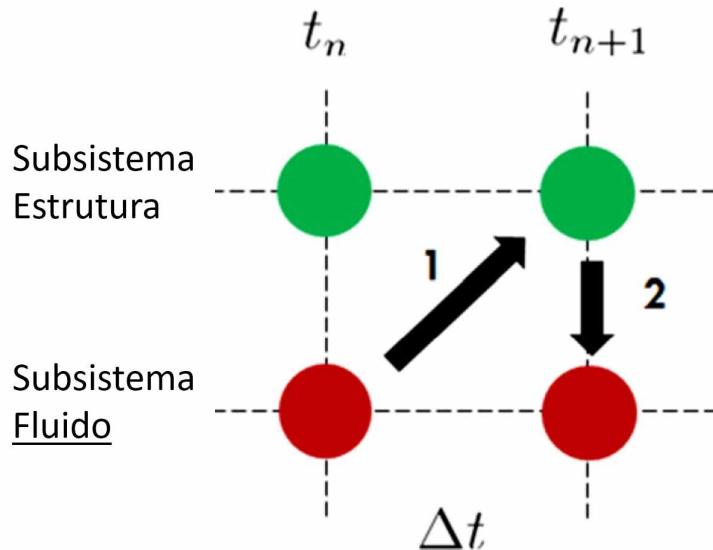


Figura 2.1: Figura ilustrativa do acoplamento particionado fraco. Figura adaptada de Pontaza e Menon (2013).

Förster, Wall e Ramm (2006) e Förster, Wall e Ramm (2007) fizeram a análise numérica de alguns métodos de discretização dos modelos diferenciais para o fluido e para a estrutura e concluíram que dependendo na relação entre as densidades da estrutura e do fluido, o acoplamento fraco será instável numericamente. Esse efeito foi nomeado de massa adicionada artificial. Para contornar esse problema o acoplamento forte deve ser utilizado.

O acoplamento forte é uma tentativa de se obter uma solução monolítica utilizando-se um código particionado, visto que o acoplamento forte tende à solução do acoplamento monolítico, quanto mais iterações forem feitas. Matthies, Niekamp e Steindorf (2006) apresentam os métodos bloco-Jacobi não linear, bloco-Gauss-Seidel não linear, bloco-Newton inexato e Quasi-Newton para a solução de sistemas desacoplados utilizando-se o método particionado forte. O método bloco-Gauss-Seidel não linear pode ser explicado na Fig. 2.2. Utilizam-se subiterações em cada passo de tempo para que os algoritmos cheguem assintoticamente a uma força e um deslocamento, para depois avançar no tempo.

Sheldon Scott T. Miller (2014) afirmam que o método particionado é tido como mais rápido que o método monolítico. No entanto, eles mostram que a performance dos algoritmos depende muito do problema que se deseja resolver. Segundo Habchi *et al.* (2013) o método monolítico representa menos modularidade e requer mais linhas de código que o mé-

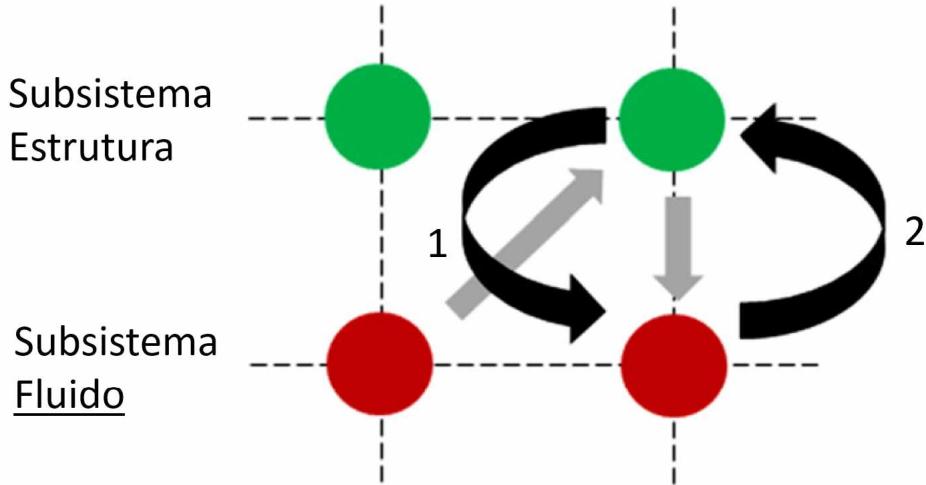


Figura 2.2: Figura ilustrativa do acoplamento particionado forte do tipo bloco-Gauss-Seidel não linear. Figura adaptada de Pontaza e Menon (2013).

todo particionado. Além disso, os subsistemas no método particionado podem ser resolvidos numericamente utilizando-se métodos mais adequados, enquanto no monolítico é preciso que se utilize um método de solução de sistemas não lineares geral. Isso pode tornar o método monolítico menos eficiente que o método particionado. A modularidade citada se refere à facilidade na utilização de mais de um método para se resolver cada subsistema. No caso discutido na seção 2.3 o modelo de Cosserat foi substituído pelo modelo de Timoshenko, o que não seria possível no acoplamento monolítico. Nesse caso o código deveria ser reescrito (inclusive a parte referente ao fluido) para contemplar a solução numérica da viga de Timoshenko.

## 2.5 Trabalhos da Shell

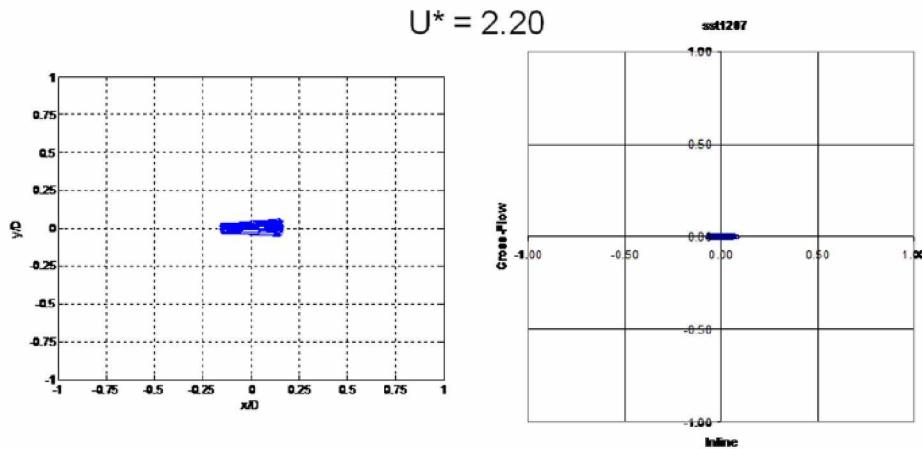
Pontaza e Menon (2013), com o intuito de prever a vibração induzida por estruturas turbinhoares em uma tubulação horizontal, acoplaram um código computacional que resolve as equações de Navier-Stokes com um código de elementos finitos que utiliza o modelo de Euler-Bernoulli para o domínio estrutural. Para descrever o movimento da tubulação imersa, foi utilizado o método Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE). Além de resolver numericamente o problema, eles compararam o resultado com as medições feitas em um experimento

material proposto por Lee *et al.* (2009). A razão de aspecto da tubulação avaliada foi de 58. Os resultados do experimento virtual tiveram boa concordância com as medições feitas no experimento material. O resultado numérico da órbita da seção no ponto médio da tubulação foi comparado com a medição da órbita na mesma seção no experimento material. Na Figura 2.3 serão mostradas algumas figuras publicadas no artigo citado acima. O símbolo  $U^*$  se refere à velocidade reduzida, que é um adimensional que relaciona a primeira frequência natural da estrutura na água em [rad/s]  $f_n$  com a velocidade do escoamento  $U_\infty$  em [m/s] e com o diâmetro da tubulação  $\phi$ , em [m], como pode ser visto na Eq. (2.1).

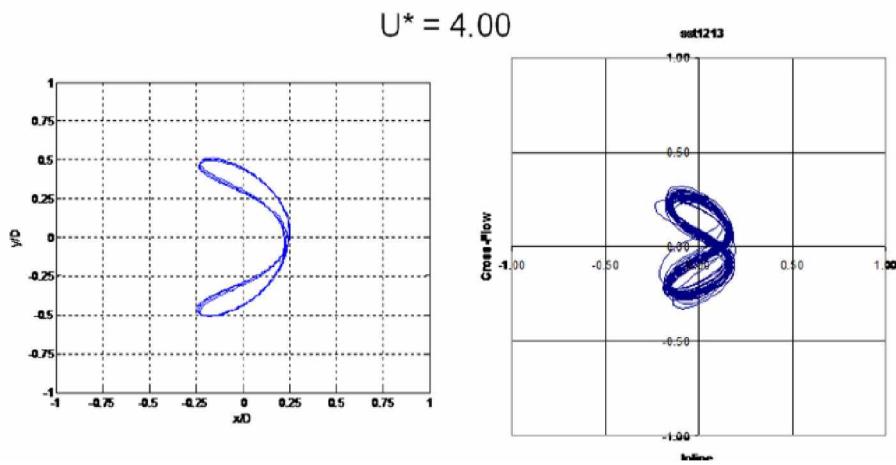
$$U^* = \frac{U_\infty}{f_n \phi} \quad (2.1)$$

Pontaza e Menon (2010) simularam da mesma forma como foi apresentado acima, outros dois casos. Nesse artigo os resultados do experimento virtual não foram comparados com experimentos materiais. Os dois casos apresentados levam em consideração a proximidade da tubulação com o solo e a dinâmica entre o solo e a tubulação, ou seja, o choque entre a tubulação e o solo foi modelado. O primeiro caso apresentado tem uma razão de aspecto de 138,44, 40,6% da tubulação se encontra em contato com o solo e o restante se encontra suspenso. A Figura 2.4, retirada do artigo, ilustra esse caso.

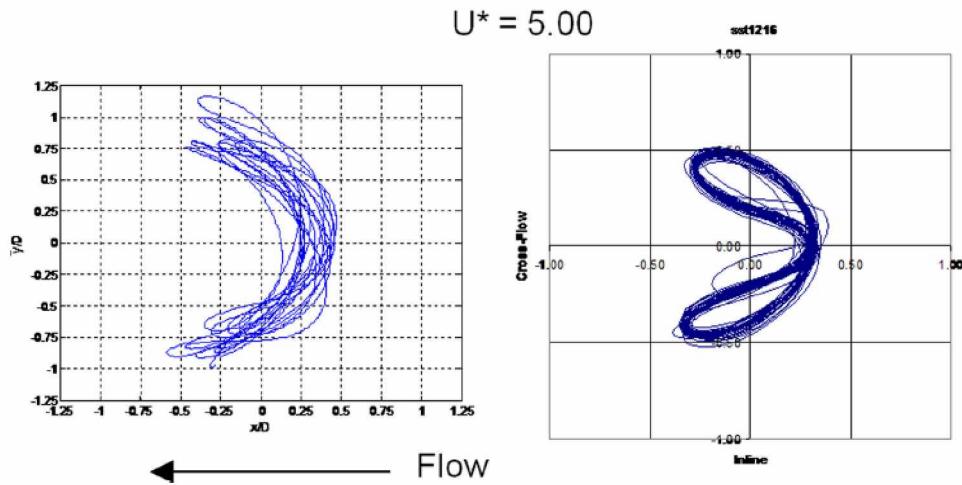
O autor chega à conclusão de que se as práticas e recomendações DNV-RP-F105 forem utilizadas, a vida útil estimada da tubulação devido a vibração induzida por estruturas turbinhônicas seria de 50 dias. No entanto, após a análise dos resultados do experimento virtual, o autor conclui que a vida útil da tubulação é fundamentalmente infinita. O outro caso tem uma razão de aspecto de 687,83. A Figura 2.5 ilustra o caso. A altura da duna é de aproximadamente  $7,9 \phi$ . Aproximadamente 40% da tubulação se encontra sobre o solo marítimo, enquanto o restante se encontra suspenso devido à duna. Nesse caso o autor conclui que utilizando-se as práticas e recomendações DNV-RP-F105 a vida útil estimada da tubulação é de menos de 10 dias, enquanto a vida útil estimada utilizando os dados da experimentação numérica é de mais de 1000 anos.



(a) Resultado utilizando uma velocidade reduzida de 2,20.



(b) Resultado utilizando uma velocidade reduzida de 4,0.



(c) Resultado utilizando uma velocidade reduzida de 5,0.

Figura 2.3: À esquerda estão os resultados do experimento virtual, enquanto à direita estão os resultados do experimento material. O escoamento ocorre na direção horizontal e no sentido da direita para a esquerda.(PONTAZA; MENON, 2013)

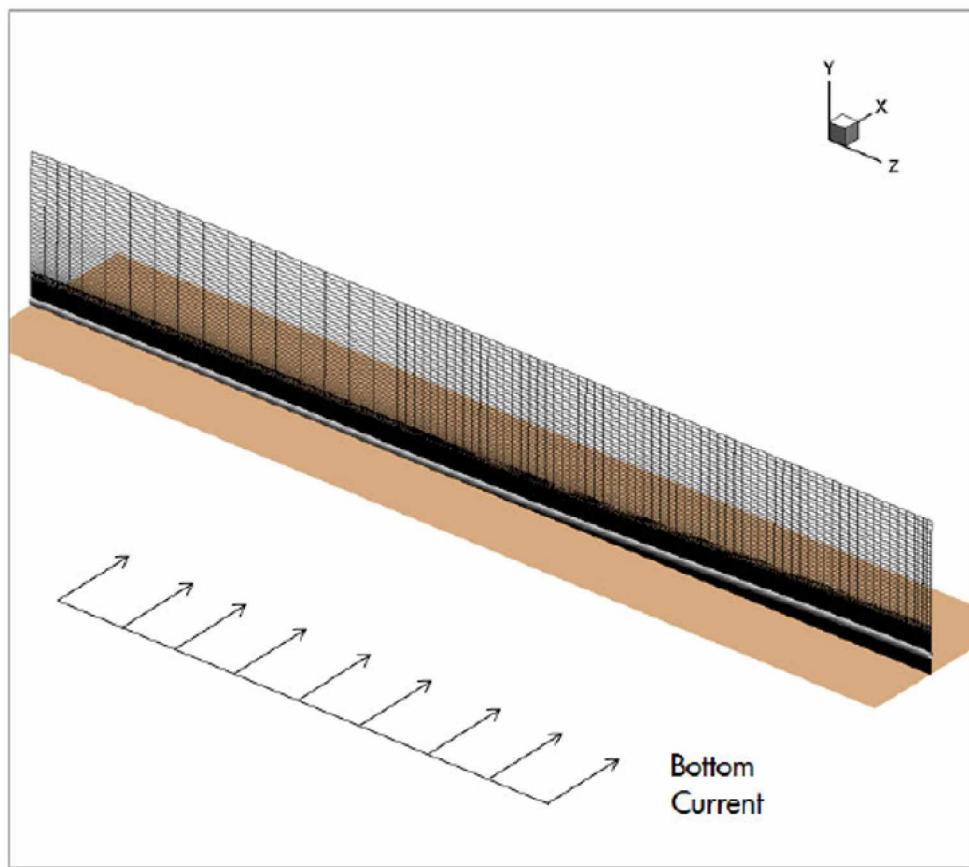


Figura 2.4: Ilustração da disposição da tubulação sobre o solo marítimo do primeiro caso do artigo Pontaza e Menon (2010).

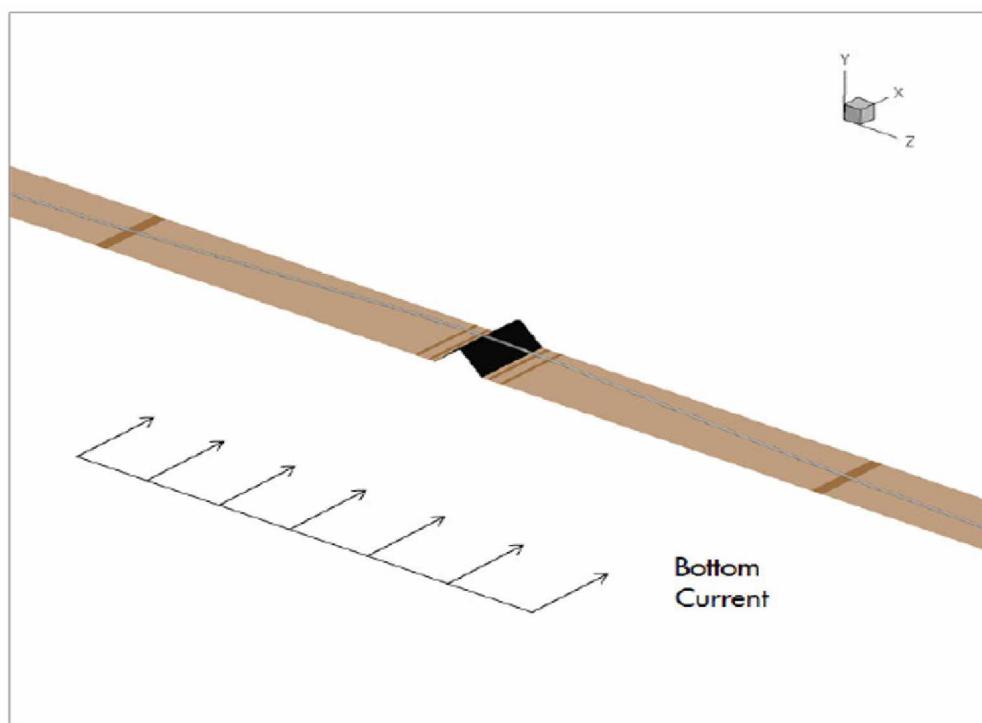


Figura 2.5: Ilustração da disposição da tubulação sobre o solo marítimo do segundo caso do artigo Pontaza e Menon (2010).

Como pode ser observado, o tema de interação fluido-estrutura é muito explorado pela literatura. No entanto, trata-se de um problema altamente não linear, portanto pequenas diferenças nas condições de operação podem influenciar muito o comportamento do sistema completo. Esse trabalho se encaixa nesse contexto: analisar casos de interação fluido-estrutura industriais.

# CAPÍTULO III

## METODOLOGIA

### 3.1 Introdução

A topologia do leito marinho, em águas profundas, pode ser muito irregular. Tubos utilizados no transporte de petróleo e gás natural lançados sobre esse terreno irregular, podem apresentar trechos sem suporte, como pode ser visto na Fig. 3.1.

Essas tubulações podem estar submetidas a correntes marítimas, que ao interagir com as tubulações, induzem flutuações de forças fluidodinâmicas que excitam a estrutura. O principal objetivo do presente trabalho é adquirir e ampliar a compreensão sobre a influência da proximidade do solo no processo de interação fluido-estrutura em tubos horizontais ancorados por dunas submetidos a correntes marítimas.

Objetiva-se neste capítulo apresentar os modelos físico, matemático e numérico utilizados para simular o problema de interesse.

### 3.2 Modelo Físico

No modelo físico, avalia-se o problema de interesse e determinam-se suposições físicas que visam simplificar o problema com o intuito de viabilizar a solução. Como se trata de um problema que envolve a interação entre dois subsistemas (fluído e estrutura), as suposições para cada subsistema serão mostradas separadamente (3.2.1 e 3.2.2). Diante disso, assumem-

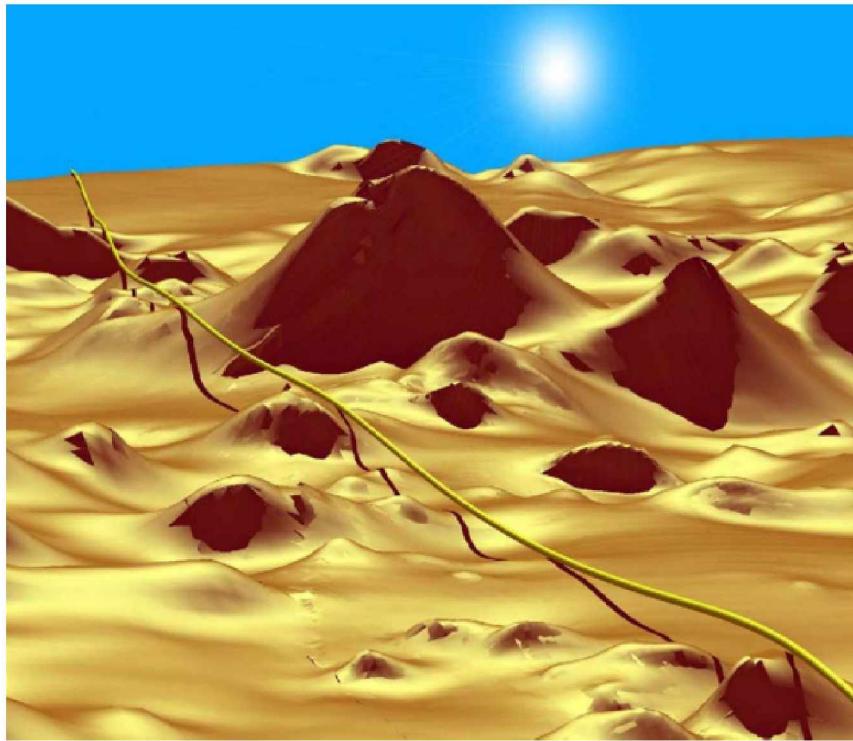


Figura 3.1: Ilustração de uma tubulação lançada sobre o leito marinho com topologia irregular. Figura retirada de Xing (2011).

se as seguintes suposições:

### 3.2.1 Subsistema Fluido

A seguir serão mostradas as suposições físicas para o subsistema fluido. Elas foram separadas em três subgrupos: domínio (3.2.1.1), escoamento (3.2.1.2) e propriedades físicas (3.2.1.3).

#### 3.2.1.1 Domínio

O domínio de interesse do problema físico é o oceano no qual a estrutura está imersa em conjunto com a tubulação de interesse. É importante notar que o domínio é delimitado pelo solo marinho que apesar de não se mover, influência no escoamento e, como consequência, na vibração da estrutura. Como a simulação do oceano em toda a sua extensão é impraticável, é preciso que se faça a escolha de um domínio reduzido para a análise do problema. Foi escolhido um domínio de 42 metros ( $154 \phi$ ) de comprimento (comprimento igual ao da tubulação) e 6 metros de largura ( $22 \phi$ ). A altura do domínio foi diferente para cada caso,

pois a distância entre o solo e o ponto mais baixo da estrutura deformada pelo peso próprio (gap) varia para cada caso estudado. A altura do domínio variou de 2,5m ( $9\phi$ ) para o caso no qual o gap é de  $0,1\phi$  até 4m ( $14\phi$ ) para o caso no qual o gap é de  $5\phi$ . A Tab. 3.1 mostra a altura do domínio para cada gap.

Tabela 3.1: Altura do domínio para cada gap simulado.

gap	Altura do domínio
$0,1\phi$	2,5 m
$0,2\phi$	2,55 m
$0,3\phi$	2,55 m
$0,5\phi$	2,6 m
$1\phi$	2,8 m
$2\phi$	3,15 m
$5\phi$	4 m

A ilustração do domínio do fluido com a estrutura deformada pelo peso próprio é apresentado na Fig. 3.2 para o caso no qual o gap é de  $5\phi$ .

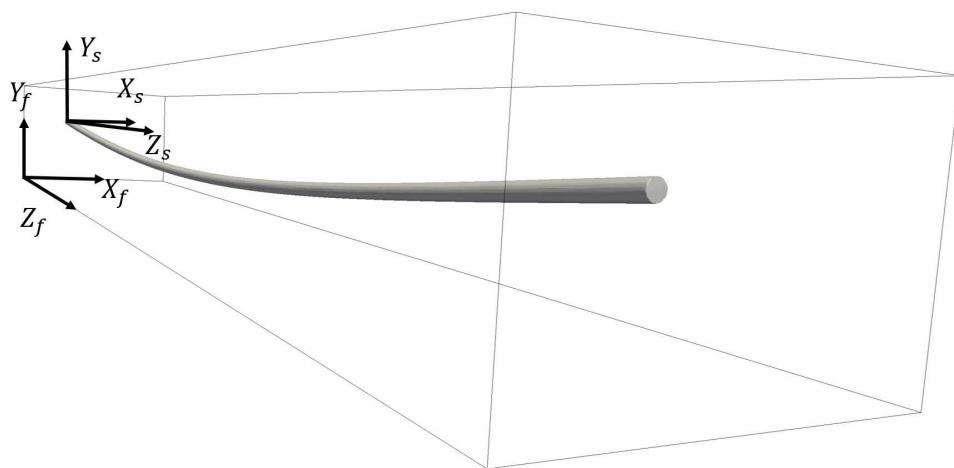


Figura 3.2: Ilustração do domínio do fluido com a estrutura deformada pelo peso próprio e leito marinho modelado como parede plana. Eixos de referência do fluido ( $X_f, Y_f, Z_f$ ) e da estrutura ( $X_s, Y_s, Z_s$ ) visíveis.

O leito marinho será modelado como uma parede plana (caso mostrado na Fig. 3.2). As suposições adotadas podem não representar a física do problema. O solo marítimo nem sempre é plano, como foi ilustrado na Fig. 3.1. Além disso, o leito do mar pode ser composto por sedimentos que podem ser transportados pelo escoamento fazendo com que a topografia

mude.

### 3.2.1.2 Escoamento

Uma análise prévia do escoamento é necessária para caracterizá-lo, tendo em vista fazer as suposições mais adequadas para o caso em estudo.

#### 3.2.1.2.1 Caracterização dinâmica

O escoamento pode ser caracterizado dinamicamente pelo número adimensional  $Re_\phi$ , que pode ser calculado com a Eq. (3.1).

$$Re_\phi = \frac{u\phi}{\nu}, \quad (3.1)$$

na qual  $u$  é a velocidade média do fluido na entrada do domínio e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido. Para efeito do cálculo do número de Reynolds, adotaram-se os valores:  $u=1\text{m/s}$ ,  $\nu = 1,58 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  e  $\phi = 2,7305 \times 10^{-1} \text{ m}$ , que resulta em um número de Reynolds de  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Sabe-se que escoamentos sobre cilindros estacionários se tornam instáveis a  $Re_\phi = 47,5$ , em conformidade com a teoria da estabilidade linear, portanto a esse valor de Reynolds do presente caso o escoamento deve ser seguramente instável a jusante do cilindro.

O número de Reynolds pode ser interpretado como a razão entre os efeitos não lineares de inércia e os efeitos lineares viscosos, como pode ser visto na Eq. (3.2).

$$Re_\phi = \frac{\text{Efeitos de inércia não lineares}}{\text{Efeitos viscosos lineares}}. \quad (3.2)$$

Isso significa que os efeitos não lineares serão mais pronunciados quanto maior for o número de Reynolds. O problema em estudo apresenta um número Reynolds grande, de tal forma que é seguro afirmar que os efeitos não lineares são mais pronunciados que os efeitos lineares. Além disso, o número de Reynolds também tem relação com número de graus de liberdade presente no escoamento. De acordo com a teoria de Kolmogorov (KOLMOGOROV,

1941)

$$NGDL = (Re_\phi)^{\frac{9}{4}}, \quad (3.3)$$

na qual NGDL é o número de graus de liberdade por unidade de volume  $\phi^3$ . No caso em estudo,  $NGDL \approx 3.44 \times 10^{46} m^{-3}$ . Isso indica que o escoamento provavelmente se torna turbulento a jusante do cilindro.

Em escoamentos turbulentos as condições iniciais e de contorno impostas são de extrema importância, visto que erros nessas condições podem ser amplificados exponencialmente pelas interações não lineares, gerando instabilidades que são dependentes destes ruídos. Qualquer variação nas condições iniciais determinarão estados completamente diferentes nas previsões. Por falta de dados e em comum acordo com a empresa, a condição de entrada do fluido foi imposta como um escoamento uniforme de  $1\text{ ms}^{-1}$  e a condição inicial foi imposta como  $1\text{ ms}^{-1}$  em todo o domínio de estudo. Mais detalhes sobre as condições de contorno serão fornecidos na seção 3.3.

No caso do escoamento interno (transporte petróleo), o escoamento será desconsiderado, ou seja, o fluido interno será tratado como um fluido estacionário. A movimentação da estrutura também não influenciará na movimentação do fluido interno. Essa suposição deve ser tratada com cautela, uma vez que a movimentação do fluido interno influencia na movimentação da estrutura e vice versa. Se o escoamento interno for multifásico, a movimentação das fases pode também gerar forças fluidodinâmicas sobre a estrutura. No entanto, em comum acordo com a empresa, o escoamento interno foi desconsiderado.

### 3.2.1.2.2 Caracterização térmica

O número de Richardson caracteriza a razão entre as forças de empuxo e as forças de inércia. Portanto, pode ser usado para determinar se as forças de empuxo são pequenas. O número de Richardson pode ser calculado com a Eq. (3.4).

$$Ri = \frac{g\beta \Delta T \phi}{u^2}, \quad (3.4)$$

na qual  $Ri$  é o número de Richardson,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\beta$  é o coeficiente de expansão térmica,  $\Delta T$  é a diferença entre a temperatura do fluido externo e do fluido interno. Considerando o coeficiente de expansão térmica da água a 20 °C  $\beta \approx 1,56 \times 10^{-4}$ ,  $g \approx 9,81$ , tem-se:

$$Ri \approx 4,18 \times 10^{-4} \Delta T \quad (3.5)$$

Portanto, se  $\Delta T < 100^{\circ}\text{C}$ , garante-se que as forças iniciais são muito maiores que as forças de empuxo. Em comum acordo com a empresa o escoamento foi considerado isotérmico.

### *3.2.1.2.3 Caracterização da compressibilidade*

A compressibilidade do escoamento pode ser caracterizada pelo número adimensional de Mach ( $M$ ), que pode ser calculado com a Eq. (3.6).

$$M = \frac{v_o}{v_s} \quad (3.6)$$

na qual  $v_o$  é a velocidade média relativa da estrutura e  $v_s$  velocidade média do som no meio material. A velocidade média do som na água do mar é de aproximadamente  $v_s \approx 1500 \text{ ms}^{-1}$ , enquanto a velocidade relativa do objeto é de  $v_o = 1 \text{ ms}^{-1}$ , portanto o número de Mach para o caso em estudo é de aproximadamente  $M \approx 6,66 \times 10^{-4}$ . Para números de Mach muito pequenos, como é o caso, é possível dizer que o escoamento é incompressível.

### *3.2.1.3 Propriedades físicas*

No presente trabalho utiliza-se a hipótese do contínuo. As propriedades físicas do fluido foram consideradas constantes. Essa consideração deve ser feita de forma cuidadosa, pois muitas vezes as propriedades físicas dos materiais variam por efeitos de operação (variação da temperatura, por exemplo) ou por ser uma característica intrínseca ao material (materiais não newtonianos, por exemplo). Assume-se que água salgada se comporta como um fluido newtoniano. A viscosidade dinâmica foi adotada como sendo  $\mu = 1,62 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$  e a massa

específica como  $\rho_f = 1,025 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ .

### *3.2.2 Subsistema estrutura*

A seguir serão mostradas as suposições físicas para o subsistema estrutura. Elas foram separadas em três subgrupos: domínio (3.2.2.1), dunas (3.2.2.2) e propriedades físicas e geométricas (3.2.2.3).

#### *3.2.2.1 Domínio*

Tubos utilizados no transporte de petróleo e gás natural podem ter quilômetros de extensão. Mas, como já foi discutido na seção 3.2.1.1, o domínio de cálculo deve ser reduzido para viabilizar a simulação numérica. Portanto, o domínio escolhido para o subsistema estrutura tem 42m, que é o comprimento do domínio escolhido para o fluido. O tubo tem seção circular de diâmetro nominal  $\phi = 2,73 \times 10^{-1} \text{ m}$ , que será considerado constante na direção axial, visto que não foram informados dados sobre a variação do diâmetro da tubulação.

A escolha de um domínio menor que o domínio real implica em perda de informações. Por exemplo, a vibração da estrutura fora do domínio escolhido influencia na vibração do trecho em análise. Para levar em consideração esses efeitos, é preciso conhecer a forma como essas vibrações influenciam o trecho em estudo e impor como condição de contorno. Por falta de informações sobre esse comportamento, esses efeitos foram desconsiderados.

#### *3.2.2.2 Dunas*

As dunas, sobre as quais a estrutura está apoiada podem ser constituídas por rochas sólidas ou sedimentos acumulados. Diante disso, é preciso que se modele o comportamento das dunas sobre a estrutura de tal forma que represente a física da melhor forma possível. No caso em estudo, as dunas foram modeladas como molas lineares de constante elástica igual a  $10^{10} \text{ N/m}$ . Esse valor foi determinado em conjunto com a empresa, mas sem estudos detalhados das dunas reais.

### 3.2.2.3 Propriedades físicas e geométricas

#### 3.2.2.3.1 Propriedades físicas

Devido às diferentes necessidades técnicas, existem vários tipos de tubos utilizados na extração e no transporte de petróleo. Em alguns casos os tubos utilizados no transporte de petróleo e gás natural são formados por várias camadas de aço intercaladas com materiais poliméricos como pode ser visto na Fig. 3.3. Em comum acordo com a empresa o tubo é considerado vazado e formado por aço maciço. Além disso, o tubo é coberto por uma camada de material anticorrosivo, que será somente considerado para efeitos de inércia do tubo e peso próprio.



Figura 3.3: Ilustração de um duto real utilizado no transporte de petróleo. Figura retirada de :<http://www.vestamid.de/product/vestamid/en/about/product-stories/Pages/New-Polymer-Makes-Its-Major-League-Debut.aspx>.

No presente trabalho utiliza-se a hipótese do contínuo. As propriedades físicas da estrutura foram consideradas constantes. Essa consideração deve ser feita de forma cuidadosa, pois muitas vezes as propriedades físicas dos materiais variam por efeitos de operação (variação da temperatura, por exemplo) ou por ser uma característica intrínseca ao material (materiais não lineares, por exemplo). Assume-se que o aço se comporta como um material linear com

módulo de elasticidade  $E = 2,07 \times 10^{11} Pa$ , coeficiente de Poisson  $\nu_s = 3 \times 10^{-1}$  e módulo transversal  $G = 7,962 \times 10^{10} Pa$ . A massa específica adotada foi  $\rho_s = 7,850 \times 10^3 kg\ m^{-3}$ .

### 3.2.2.3.2 Propriedades geométricas

Como foi discutido na subseção 3.2.2.2 adotou-se que a tubulação tem diâmetro nominal constante. A espessura do duto também é considerada constante e de valor  $t_s = 1,8 \times 10^{-2} m$ . Com esses dados é possível calcular algumas propriedades importantes como:

$$A = \pi t_s (\phi - t_s) = 1,4518 \times 10^{-2} m^2, \quad (3.7)$$

$$I_{X_s} = I_{Y_s} = \frac{\pi}{4} \left[ \left( \frac{\phi}{2} \right)^4 - \left( \frac{\phi - 2t_s}{2} \right)^4 \right] = 1,192 \times 10^{-4} m^4, \quad (3.8)$$

onde  $A$  é área da seção transversal do duto,  $I_{X_s}$  e  $I_{Y_s}$  são os momentos de inércia de área da seção transversal do duto em relação aos eixos de referência  $X_s$  e  $Y_s$ , apresentados na Fig. 3.2.

## 3.3 Modelo matemático diferencial

No modelo matemático diferencial, são apresentadas as formulações diferenciais do problema em estudo levando em consideração as simplificações discutidas no modelo físico (seção 3.2). A seguir serão apresentadas as formulações diferenciais para os subsistemas fluido e estrutura.

### 3.3.1 Subsistema fluido

No modelo matemático diferencial são apresentadas as equações diferenciais parciais que modelam o problema junto com as condições de contorno e condições iniciais, quando aplicáveis. Para o subsistema do fluido, foram utilizadas as equações do balanço de massa, simplificada para o caso incompressível e a equação do balanço da quantidade de movimento linear, ou segunda lei de Newton, simplificada para o caso de propriedades físicas constantes,

escoamentos isotérmicos e incompressíveis. A Equação (3.9) é a equação do balanço de massa simplificada para o caso de escoamento incompressível em coordenadas cartesianas, utilizando-se a notação indicial:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad j = 1, 2, 3, \quad (3.9)$$

na qual  $x_j$  são as direções coordenadas  $X_f$ ,  $Y_f$  e  $Z_f$ , respectivamente, e  $u_j$  é a componente da velocidade do fluido na direção  $j$ . A Equação (3.10) representa o balanço da quantidade de movimento linear para fluido newtoniano escrita na forma conservativa, simplificada para o caso de massa específica constante e escrita em coordenadas cartesianas, em notação indicial:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.10)$$

na qual  $i$  e  $j = 1, 2, 3$ ,  $P$  é a pressão e  $t$  é a variável temporal.

As Equações (3.9) e (3.10) são suficientes para simular a dinâmica do fluido em estudo. No entanto, para utilizar essas equações é preciso que se resolvam todas as escalas do escoamento. Isso é inviável, visto que a Eq. (3.3) estima que existem aproximadamente  $3,44 \times 10^{46} m^{-3}$  graus de liberdade presentes em cada unidade de volume  $\phi^3$ . Os domínios do subsistema fluido descrito na seção 3.2 tem de  $630 m^3$  a  $1008 m^3$ , portanto seria necessário resolver de  $1,064 \times 10^{51}$  a  $1,703 \times 10^{51}$  equações simultâneas, o que é inviável atualmente. Portanto, é necessário o uso da metodologia da simulação de grandes escalas. Nessa metodologia são resolvidas as grandes escalas e a interação entre as grandes escalas com as pequenas escalas é modelada. No presente trabalho será utilizada a modelagem submalha descrita em Germano *et al.* (1991). Para se utilizar essa metodologia é necessário que se filtre as Eqs. (3.9) e (3.10) duas vezes, obtendo-se as equações de transporte das velocidades filtradas, que correspondem às grandes escalas que são resolvidas. Aplicando-se o primeiro filtro  $\bar{G}$  de comprimento característico  $\bar{\Delta}$  nas Eqs. (3.9) e (3.10) obtém-se as Eqs. (3.11) e (3.12):

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.12)$$

nas quais a barra superior representa o operador filtragem com um filtro  $\bar{G}$ . Definindo-se  $\tau_{ij}$  como o tensor de Reynolds submalha que pode ser escrito como:

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_j \bar{u}_i, \quad (3.13)$$

pode-se reescrever a Eq. (3.12) da seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right]. \quad (3.14)$$

A Equação (3.13) modela a interação entre as escalas resolvidas e as não-resolvidas e depende da expressão  $\bar{u}_i \bar{u}_j$ , que não é resolvida nas Eqs. (3.11) e (3.14). O segundo filtro  $\hat{G}$  de comprimento característico  $\hat{\Delta} > \bar{\Delta}$  deve ser aplicado à Eq. (3.12), obtendo-se:

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{u}_i \hat{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (3.15)$$

De forma semelhantemente à Eq. (3.13), define-se o tensor das tensões relativas ao segundo filtro, também denominada tensor sub-teste:

$$T_{ij} = \widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \widehat{\bar{u}_i} \widehat{\bar{u}_j}, \quad (3.16)$$

de tal forma que a Eq. (3.15) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{u}_i \hat{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) - T_{ij} \right]. \quad (3.17)$$

Aplicando-se o filtro  $\hat{G}$  à Eq. (3.14), obtém-se:

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{u}_i \hat{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) - \widehat{\tau}_{ij} \right]. \quad (3.18)$$

Subtraindo-se a Eq. (3.18) da Eq. (3.17), pode-se definir o tensor de Leonard da seguinte forma:

$$L_{ij} = \widehat{\overline{u_i}} \widehat{\overline{u_j}} - \widehat{\overline{u_i}} \widehat{\overline{u_j}} = T_{ij} - \widehat{\tau_{ij}}. \quad (3.19)$$

De acordo com Lesieur (2008) a forma mais simples de se modelar o tensor de Reynolds submalha (Eq. (3.13)) é fazer a suposição da viscosidade turbulenta proposta por Boussinesq, de tal forma que a parte deviatória do tensor possa ser modelada em função de uma viscosidade turbulenta e do tensor taxa de deformação filtrado (utilizando o filtro  $\bar{G}$ ), como mostra a Eq. (3.20):

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2\nu_t \bar{S}_{ij}, \quad (3.20)$$

na qual  $\nu_t$  é a viscosidade cinemática turbulenta,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $\bar{S}_{ij}$  é o tensor taxa e deformação escrito em função das velocidades filtradas, como mostra a Eq. (3.21):

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right). \quad (3.21)$$

A viscosidade turbulenta pode ser modelada com a equação:

$$\nu_t = c(\vec{x}, t) \bar{\Delta}^2 |\bar{S}|, \quad (3.22)$$

na qual  $|\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S} \bar{S}}$ . Portanto, é possível reescrever a Eq. (3.20) da seguinte forma:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2c(\vec{x}, t) \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}, \quad (3.23)$$

De forma análoga ao deviatório do tensor de Reynolds submalha, é possível modelar o deviatório do tensor sub-teste (Eq. (3.16)) da seguinte forma:

$$T_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}T_{kk} = -2c(\vec{x}, t) \hat{\bar{\Delta}}^2 |\hat{\bar{S}}| \widehat{\bar{S}_{ij}}, \quad (3.24)$$

Filtrando-se a Eq. (3.23) com o filtro  $\hat{G}$ , tem-se:

$$\widehat{\tau_{ij}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \widehat{\tau_{kk}} = -2c(\vec{x}, t) \widehat{\Delta^2 |S| S_{ij}}, \quad (3.25)$$

A partir das Eqs. (3.19), (3.20), (3.24) e (3.23) e de manipulações tensoriais, obtém-se a equação:

$$c(\vec{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}, \quad (3.26)$$

na qual :

$$M_{ij} = \widehat{\Delta^2} \left| \widehat{S} \right| \widehat{S_{ij}} - \widehat{\Delta^2} \left| \widehat{S} \right| \widehat{S_{ij}}. \quad (3.27)$$

Portanto, substituindo a Eq. (3.20) e a Eq. (3.21) na Eq. (3.12), obtém-se:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u_i} \overline{u_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \frac{\partial \delta_{ij} \tau_{kk}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.28)$$

O traço do tensor submalha pode ser incorporado à pressão, da seguinte forma:

$$\overline{p} = \overline{P} + \frac{1}{3} \rho_f \partial \delta_{ij} \tau_{kk}, \quad (3.29)$$

na qual  $\overline{p}$  é a pressão modificada. Substituindo a Eq. (3.29) na Eq. (3.28), obtém-se a Eq. (3.30):

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u_i} \overline{u_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{ef} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.30)$$

na qual  $\nu_{ef}$  é a viscosidade cinemática efetiva calculada como a soma da viscosidade cinemática molecular com a viscosidade cinemática turbulenta. Como já foi dito, a viscosidade turbulenta  $\nu_t$  é obtida pela Eq. (3.22) obtida a partir do modelo de Germano.

Portanto, a Eq. (3.30) é a equação que será resolvida numericamente. O modo como essa equação foi discretizada é discutido na seção 3.4.

### 3.3.1.1 Condições de contorno e iniciais

Além da equação diferencial parcial, as condições de contorno e as condições iniciais também serão discutidas a seguir.

Como foi discutido na seção 3.2.1.2.1 a definição das condições de contorno e iniciais é extremamente importante, pois pequenos ruídos nessas condições podem ser amplificados levando o sistema a comportamentos diferentes. Por falta de informações do escoamento real e em comum acordo com a empresa, foram impostas as condições de contorno mostradas na Tab. 3.2 e as condições iniciais apresentadas na Tab. 3.3.

Tabela 3.2: Condições de contorno para o subsistema do fluido.

Local da condição de contorno	Velocidades			Pressão
	u	v	w	
$X_f=0$ m (plano de entrada) (Dirichlet)	1,0 m $s^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ Pa $m^{-1}$
$X_f=6$ m (plano de saída) (ORLANSKI, 1976)	Equação da onda	Equação da onda	Equação da onda	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ Pa $m^{-1}$
$Y_f=0$ m (plano inferior) (Dirichlet)	0,0 m $s^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ Pa $m^{-1}$
$Y_f^{max}$ (plano superior) (Simetria)	$\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ $s^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	$\frac{\partial w}{\partial y} = 0$ $s^{-1}$	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ Pa $m^{-1}$
$Z_f=0$ m (Simetria)	$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ $s^{-1}$	$\frac{\partial v}{\partial z} = 0$ $s^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ Pa $m^{-1}$
$Z_f=42$ m (Simetria)	$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ $s^{-1}$	$\frac{\partial v}{\partial z} = 0$ $s^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ Pa $m^{-1}$

Tabela 3.3: Condições iniciais para o subsistema do fluido.

	Velocidades			Pressão
	u	v	w	
Condições iniciais)	1,0 ms $^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	0,0 m $s^{-1}$	0 Pa

Além das condições de contorno descritas na tabela Tab. 3.2 é preciso que se defina a condição de contorno para o fluido na interface entre o fluido e a estrutura. Considerou-se a condição de velocidade imposta (Dirichlet) para o fluido com a velocidade da estrutura no tempo em análise, ou seja, a velocidade do fluido deve ser igual à velocidade da estrutura na superfície da estrutura.

### 3.3.2 Subsistema estrutura

No presente trabalho, a estrutura foi tratada como uma viga de Timoshenko. No código computacional Fluids3D estão implementadas as teorias de Timoshenko, Euler-Bernoulli e Cosserat. O uso da metodologia de Cosserat não é viável nas simulações do presente trabalho devido ao alto custo computacional. Portanto, as teorias de Timoshenko e Euler-Bernoulli são mais adequadas. Não há perda de informações, visto que essas teorias lineares são adequadas para vigas cuja deformação é pequena, que é o caso das simulações do presente trabalho. A teoria de Euler-Bernoulli é mais adequada para vigas longas, enquanto a de Timoshenko é adequada para vigas longas e curtas. A última teoria leva em consideração a rotação da seção transversal enquanto a primeira não leva isso em conta. Embora as vigas simuladas no presente trabalho sejam longas e a teoria de Euler-Bernoulli seja adequada, foi utilizada a teoria de Timoshenko por ser mais completa.

No caso do subsistema da estrutura as equações discretizadas por elementos finitos são obtidas a partir da avaliação da energia cinética e energia potencial elástica de elementos finitos, diferentemente do caso do subsistema do fluido no qual as equações diferenciais parciais são obtidas e depois discretizadas. É possível a obtenção das equações discretizadas a partir da equação diferencial obtida para uma viga de Timoshenko, no entanto, o presente trabalho não abordará essa metodologia. Portanto, a forma de obtenção das equações discretizadas, que são o objeto de estudo, serão mostradas na seção 3.4.2.

## 3.4 Modelo matemático numérico

No modelo matemático numérico, são apresentadas as formulações numéricas do problema em estudo levando em consideração as simplificações discutidas no modelo físico (seção 3.2) e no modelo matemático diferencial (seção 3.3). A seguir serão apresentados os métodos numéricos utilizados para a obtenção das equações discretizadas dos subsistemas fluido e estrutura e outros métodos numéricos necessários para a solução do problema de fluido-estrutura.

### 3.4.1 Subsistema fluido

Nessa seção serão discutidos os métodos de discretização das equações do fluido e outros métodos que possibilitam a solução desse subsistema. Na Equação (3.31) são mostrados os principais termos das equações de Navier-Stokes filtradas (Eq. (3.30)). Na seção 3.4.1.1 será descrito o método de discretização do termo temporal, na seção 3.4.1.2 será descrito o método de discretização do termo advectivo , na seção 3.4.1.3 será descrito o método de discretização do termo difusivo, todos evidenciados na Eq. (3.31).

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}}_{\text{Termo Temporal}} + \underbrace{\frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j}}_{\text{Termo Advectivo}} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{ef} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]}_{\text{Termo Difusivo}} \quad (3.31)$$

Na seção 3.4.1.4 será descrito o método de acoplamento pressão-velocidade e na seção 3.4.1.5 será descrito o método de imposição da condição de contorno da interface entre o fluido e a estrutura.

#### 3.4.1.1 Discretização do termo temporal

A discretização do termo temporal foi feita com o método MCNAB com passo de tempo variável descrito em Wang e Ruuth (2008) e Vedovoto (2011) em detalhes. A Equação (3.32) mostra a Eq. (3.31) discretizada no tempo com o método MCNAB:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t_{n+1}} (\bar{u}_i^{n+1} - \bar{u}_i^n) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{1}{2} [(2 + \omega_{n+1}) f(\bar{u}^n) - \omega_{n+1} f(\bar{u}^{n-1})] + \\ &\quad \frac{1}{16\omega_{n+1}} [(8\omega_{n+1} + 1) g(\bar{u}^{n+1}) + (7\omega_{n+1} - 1) g(\bar{u}^n) + \omega_{n+1} g(\bar{u}^{n-1})], \end{aligned} \quad (3.32)$$

na qual  $\omega_{i+1} = \frac{\Delta t_{n+1}}{\Delta t_n}$ ,  $\Delta t_n$  é o passo de tempo avaliado no tempo  $n$ , a função  $f$  se refere ao termo difusivo discretizado e a função  $g$  se refere ao termo advectivo discretizado.

Os termos difusivo e advectivo ainda precisam ser discretizados.

#### 3.4.1.2 Discretização do termo advectivo

A discretização do termo advectivo foi feita através do método *Convergent and Universally Bounded Interpolation Scheme for the Treatment of Advection (CUBISTA)* proposto

por Alves, Oliveira e Pinho (2003). Esse método é um esquema com Variação Total Diminuída *TVD*, que é um conceito introduzido por Harten (1997). Um esquema é dito ser *TVD* se:

$$TV(u^{n+1}) \leq TV(u^n), \quad (3.33)$$

na qual :

$$TV(u) = \sum_j |u_{j+1} - u_j|. \quad (3.34)$$

Essa é uma propriedade importante de um método de discretização utilizado para o termo advectivo, visto que ajuda a controlar e evitar instabilidades numéricas. A avaliação da velocidade na face pelo método *CUBISTA* para uma malha estruturada cartesiana e uniforme é mostrada na Eq. (3.35):

$$\widehat{u}_f = \begin{cases} \frac{7}{4}\widehat{u}_P & \text{se } 0 < \widehat{u}_P < \frac{3}{8} \\ \frac{3}{4}\widehat{u}_P + \frac{3}{8} & \text{se } \frac{3}{8} \leq \widehat{u}_P \leq \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4}\widehat{u}_P + \frac{3}{4} & \text{se } \frac{3}{4} < \widehat{u}_P < 1 \\ \widehat{u}_P & \text{para outros valores de } \widehat{u}_P \end{cases} \quad (3.35)$$

sendo:

$$\widehat{u}_P = \frac{u_P - u_U}{u_D - u_U}, \quad (3.36)$$

onde os subscritos *U* e *D* se referem a “a montante” (*upstream*) e “a jusante” (*downstream*) em relação ao ponto de interesse (*P*). Importante notar que a determinação de qual é a célula a jusante e a célula a montante depende da direção do escoamento. Após a determinação dos fluxos nas faces da célula em estudo, deve-se utilizá-los para o cálculo das derivadas.

### 3.4.1.3 Discretização do termo difusivo

O termo difusivo é discretizado pelo método de diferenças centradas (*Central Difference Scheme CDS* (PERIC, 2002)) da seguinte forma para uma malha estruturada cartesiana e uniforme:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_E - 2u_P + u_W}{\Delta x^2}, \quad (3.37)$$

na qual  $u_E$  é a velocidade  $u$  avaliada na célula leste em relação à célula  $P$ ,  $u_W$  é a velocidade  $u$  avaliada na célula oeste em relação à célula  $P$ ,  $u_P$  é a velocidade  $u$  avaliada na célula  $P$  e  $\Delta x$  é o passo espacial. As outras derivadas parciais de segunda ordem nas outras direções e para as outras variáveis de interesse podem ser obtidas de forma semelhante à forma na Eq. (3.37). Esse método é um método de segunda ordem, de tal forma que o erro obtido é  $\mathcal{O}(\Delta x)^2$ .

A seguir será mostrado o método de acoplamento pressão-velocidade necessário para a solução numérica das equações de Navier-Stokes utilizando-se o método de volumes finitos ou diferenças finitas.

### 3.4.1.4 Acoplamento pressão-velocidade

No presente trabalho foi utilizado o método do passo fracionado (também chamado de método da projeção) proposto por Chorin (1967) em uma malha cartesiana uniforme e deslocada. Portanto a Eq. (3.32) deve ser reescrita com a pressão avaliada no tempo  $n$  da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t_{n+1}} \left( \bar{u}_i^{*n+1} - \bar{u}_i^n \right) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}^n}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \left[ (2 + \omega_{n+1}) f(\bar{u}^n) - \omega_{n+1} f(\bar{u}^{n-1}) \right] + \\ &\quad \frac{1}{16\omega_{n+1}} \left[ (8\omega_{n+1} + 1) g(\bar{u}^{n+1}) + (7\omega_{n+1} - 1) g(\bar{u}^n) + \omega_{n+1} g(\bar{u}^{n-1}) \right], \end{aligned} \quad (3.38)$$

na qual  $\bar{u}_i^{*n+1}$  é a velocidade estimada do fluido. Essa velocidade não obedece necessariamente à equação da continuidade (Eq. (3.11)). Subtraindo a Eq. (3.32) da Eq. (3.38) tem-se:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} \left( \bar{u}_i^{*n+1} - \bar{u}_i^{n+1} \right) = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}^{n+1} - \bar{p}^n}{\partial x_i}, \quad (3.39)$$

na qual  $\bar{p}^{n+1} - \bar{p}^n$  é chamado de correção de pressão e será denotado com a letra  $Q$ . Aplicando-se o divergente à Eq. (3.39), tem-se:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} \left( \frac{\partial \bar{u}_i^{*n+1}}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial^2 Q}{\partial x_i \partial x_i}. \quad (3.40)$$

Nesse caso, o campo vetorial  $\bar{u}_i^{n+1}$  deve obedecer à Eq. (3.11), portanto a Eq. (3.40) pode ser simplificada da seguinte forma:

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial^2 Q}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{1}{\Delta t_{n+1}} \left( \frac{\partial \bar{u}_i^{*n+1}}{\partial x_i} \right). \quad (3.41)$$

Essa equação é chamada de equação de Poisson. Como o campo de velocidades  $\bar{u}_i^{*n+1}$  é conhecido, resolvendo-se a Eq. (3.38), a única incógnita da Eq. (3.41) é a variável  $Q$ . As derivadas da Eq. (3.41) são discretizadas com o método das diferenças centradas em um malha estruturada cartesiana deslocada.

### 3.4.1.5 Método da fronteira imersa

O método de fronteira imersa é necessário para a imposição da condição de contorno no subsistema do fluido na interface entre o fluido e a estrutura e para a determinação das forças fluidodinâmicas que atuam sobre a estrutura. Nessa seção será discutido o método de imposição da condição de contorno e na seção 3.4.2.2 será mostrado como as forças fluidodinâmicas são obtidas. O método de fronteira imersa utilizado no presente trabalho foi proposto por Wang, Fan e Luo (2008). Antes da apresentação do método propriamente dito, será feita uma introdução sobre a necessidade da utilização dessa metodologia.

O domínio do fluido é discretizado em uma malha cartesiana uniforme, enquanto a superfície da estrutura é discretizada com pontos lagrangeanos. Esses pontos se movimentam dentro do domínio do fluido. A velocidade do fluido nos pontos lagrangeanos (interface entre o fluido e a estrutura) deve ser igual à velocidade dos pontos materiais que pertencem à estrutura. Tanto a velocidade quanto a posição desses pontos lagrangeanos são variáveis no tempo. Portanto, é preciso que se utilize um método que localize os pontos lagrangeanos no domínio do fluido e imponha no fluido a velocidade do ponto. O método da fronteira imersa

proposto por Wang, Fan e Luo (2008) se coloca nesse contexto.

A superfície da estrutura do presente trabalho é discretizada em 20.986 pontos lagrangeanos. Esse número se mantém constante ao longo da simulação.

Para levar em consideração a presença da fronteira imersa, é preciso que se adicione um termo fonte  $f_i [N m^{-3}]$  à Eq. (3.31) da seguinte forma:

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}}_{\text{Termo Temporal}} + \underbrace{\frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j}}_{\text{Termo Advectivo}} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{ef} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]}_{\text{Termo Difusivo}} + \underbrace{\frac{f_i}{\rho_f}}_{\text{Termo fonte}}, \quad (3.42)$$

onde:

$$f_i(\vec{x}) = \int_{\Omega} (F_k)_i(\vec{x}_k) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) d\vec{x}_k, \quad (3.43)$$

sendo  $\delta(\vec{x} - \vec{x}_k)$  é a função delta de Dirac,  $\vec{x}_k$  é a posição do ponto lagrangeano e  $\vec{x}$  é a posição do ponto euleriano em análise. A Equação (3.32) deve ser reescrita para levar em conta o termo fonte:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t_{n+1}} (\bar{u}_i^{n+1} - \bar{u}_i^n) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{1}{2} [(2 + \omega_{n+1}) f(\bar{u}^n) - \omega_{n+1} f(\bar{u}^{n-1})] + \\ &\quad \frac{1}{16\omega_{n+1}} [(8\omega_{n+1} + 1) g(\bar{u}^{n+1}) + (7\omega_{n+1} - 1) g(\bar{u}^n) + \omega_{n+1} g(\bar{u}^{n-1})] + \frac{f_i}{\rho_f} = \\ &RHS + \frac{f_i}{\rho_f}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

Um termo temporário pode ser adicionado e subtraído da Eq. (3.44) da seguinte forma:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} (\bar{u}_i^{n+1} + \bar{u}_i^{*n+1} - \bar{u}_i^{*n+1} - \bar{u}_i^n) = RHS + \frac{f_i}{\rho_f}, \quad (3.45)$$

De forma semelhante ao método do passo fracionado, apresentado na seção 3.4.1.4 a Eq. (3.45) pode ser decomposta em:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} (\bar{u}_i^{*n+1} - \bar{u}_i^n) = RHS \quad (3.46)$$

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} \left( \bar{u}_i^{n+1} - \bar{u}_i^{*n+1} \right) = \frac{f_i}{\rho_f} \quad (3.47)$$

Quando o ponto lagrangeano coincide com um ponto euleriano a Eq. (3.47) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{\Delta t_{n+1}} \left( \bar{u}_i^{n+1} - \bar{u}_i^{*n+1} \right) = \frac{F_i}{\rho_f}, \quad (3.48)$$

mas não se pode contar com esse caso, visto que a fronteira está sempre em movimento. Portanto é preciso que se utilize uma versão discreta do delta de Dirac descrito na Eq. (3.43). No presente trabalho utilizou-se a função chapéu, mostrada em proposta por Griffith e Peskin (2005) e utilizada por Vedovoto, Serfaty e Silveira Neto (2015). Mais detalhes sobre a implementação e verificação podem ser encontrados em Vedovoto, Serfaty e Silveira Neto (2015).

### 3.4.2 Subsistema estrutura

Nessa seção será discutida a obtenção das equações discretizadas da viga de Timoshenko (seção 3.4.2.1) e a forma de obtenção das forças aplicadas aos elementos da estrutura (seção 3.4.2.2). Como discutido na seção 3.3.2 as equações para os elementos finitos serão obtidos a partir da energia cinética e potencial elástica do elemento e não a partir da discretização das equações diferenciais da viga de Timoshenko.

#### 3.4.2.1 Equação de Timoshenko elementar

A tubulação é modelada como uma viga de seção transversal circular vazada com diâmetros interno e externo constantes. A dedução mostrada a seguir é baseada na encontrada em Cavalini (2013). A seguir será mostrada a obtenção das equações do movimento para um elemento finito da viga discretizada. Esse elemento finito possui comprimento  $L$  e dois nós (1 e 2) com quatro graus de liberdade cada ( $u_1, w_1, \theta_1$  e  $\varphi_1$  no nó 1 e  $u_2, w_2, \theta_2$  e  $\varphi_2$  no nó 2), como mostra a Fig. 3.4.



Figura 3.4: Ilustração do elemento finito em análise construído para representar a tubulação.

Os graus de liberdade  $u_1$  e  $u_2$  são graus de liberdade de translação e estão na direção  $X_s$ , os graus de liberdade  $w_1$  e  $w_2$  são graus de liberdade de translação e estão na direção  $Z_s$ , os graus de liberdade  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são graus de liberdade de rotação e estão na direção  $X_s$  e os graus de liberdade  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  são graus de liberdade de rotação e estão na direção  $Z_s$ . O vetor de deslocamentos nodais do elemento é escrito da seguinte forma:

$$q6 = [u_1 \ w_1 \ \theta_1 \ \varphi_1 \ u_2 \ w_2 \ \theta_2 \ \varphi_2]^T, \quad (3.49)$$

o qual pode ser definido como a união dos vetores  $q_u$  e  $q_w$ , que correspondem aos graus de liberdade nas direções  $X_s$  e  $Z_s$ , respectivamente:

$$\begin{aligned} q_u &= [u_1 \ \varphi_1 \ u_2 \ \varphi_2]^T, \\ q_w &= [w_1 \ \theta_1 \ w_2 \ \theta_2]^T. \end{aligned} \quad (3.50)$$

O elemento finito é construído a partir das seguintes relações:

$$\begin{aligned} u(y, t) &= N_1 q_u, \\ w(y, t) &= N_2 q_w, \end{aligned} \quad (3.51)$$

onde  $N_1 = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4]$   $N_2 = [c_5 \ c_6 \ c_7 \ c_8]$  são vetores formados por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem (hipótese considerada), conhecidos como polinômios de Hermite (IMBERT, 1991). Tais polinômios descrevem os deslocamentos nodais nos planos  $X_s$   $Y_s$  e  $Z_s$   $Y_s$ , respectivamente, onde  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ) são os coeficientes correspondentes. Os coeficientes das funções de interpolação são então determinados, resultando nas equações

de deslocamento e rotação ao longo do comprimento da viga.

$$\begin{aligned} N_1(y) &= \left[ 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} \quad -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \quad \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} \quad \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \\ N_2(y) &= \left[ 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} \quad y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \quad \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} \quad -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \end{aligned} \quad (3.52)$$

Para o elemento de viga com comprimento L, utilizando a Eq. (3.52), a expressão da energia cinética é dada por:

$$\begin{aligned} T &= \frac{\rho_s S}{2} \int_0^L [\dot{q}_u^T N_1^T N_1 \dot{q}_u + \dot{q}_w^T N_2^T N_2 \dot{q}_w] dy \\ &\quad + \frac{\rho_s I_{(Z_s)}}{2} \int_0^L \left[ \dot{q}_u^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \dot{q}_u + \dot{q}_w^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \dot{q}_w \right] dy, \end{aligned} \quad (3.53)$$

onde  $\rho_s$  é a massa específica do material do duto,  $S$  é a área da seção transversal da viga e  $I_{(Y_s)}$  é o momento de inércia de área da seção transversal da viga em relação à coordenada  $Y_s$ . Nessa equação a primeira integral representa a energia da viga em flexão e a segunda integral retrata o efeito secundário da inércia de rotação (Rayleigh). Substituindo a Eq. (3.52) na Eq. (3.53) tem-se:

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}_u^T M_1 \dot{q}_u + \frac{1}{2} \dot{q}_w^T M_2 \dot{q}_w + \frac{1}{2} \dot{q}_u^T M_3 \dot{q}_u + \frac{1}{2} \dot{q}_w^T M_4 \dot{q}_w. \quad (3.54)$$

As matrizes  $M_1$  e  $M_2$  são as matrizes clássicas de massa.  $M_3$  e  $M_4$  dão a influência do efeito secundário da inércia de rotação. A aplicação da equação de Lagrange à Eq. (3.54) leva à:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = (M_s + M_T) \ddot{q}, \quad (3.55)$$

onde a soma das matrizes  $M_s$  e  $M_T$  resultam na matriz de massa elementar  $M$ . As matrizes elementares formuladas a partir da energia cinética da viga são apresentadas a seguir

(LALANNE; BERTHIER; HAGOPIAN, 1984):

$$M_s = \frac{\rho_s S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ & & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L & 0 \\ & & & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ & & & & 156 & 0 & 0 & 22L \\ & & & & & 156 & -22L & 0 \\ & & & & & & 4L^2 & 0 \\ & & & & & & & 4L^2 \\ \text{Sim.} & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$M_T = \frac{\rho_s I_{Y_s}}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ & & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ & & & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ & & & & 36 & 0 & 0 & 3L \\ & & & & & 36 & -3L & 0 \\ & & & & & & 4L^2 & 0 \\ & & & & & & & 4L^2 \\ \text{Sim.} & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Após a obtenção da matriz de massa elementar é preciso que se obtenha a matriz de rigidez. Seja o elemento de eixo com comprimento  $L$  ( $0 \leq \zeta \leq L$ ) mostrado na Fig. 3.5. Considerando esse sistema em flexão pura no plano  $Y_s Z_s$  e engastado no nó 1. Ao nó 2 é aplicada uma força  $Z_2$  e um momento fletor  $M_{X2}$ , aplicados aos graus de liberdade  $w_2$  e  $\theta_2$  respectivamente.

Negligenciando a deformação devido ao esforço cortante (Timoshenko), a força cortante  $T_Z$  e o momento fletor  $M_X$  podem ser representados da seguinte forma:

$$T_Z(\zeta) = Z_2, \quad (3.58)$$

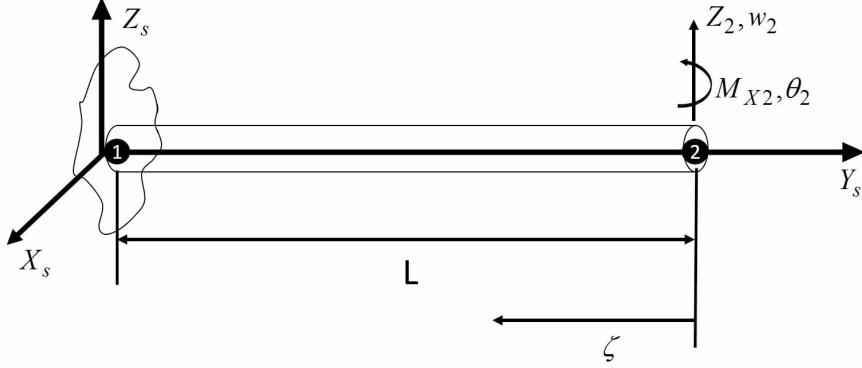


Figura 3.5: Ilustração do elemento finito engastado em flexão pura no plano \$Y\_sZ\_s\$.

$$M_X(\zeta) = M_{X2} + Z_2\zeta. \quad (3.59)$$

A energia de deformação da viga \$U\_{M\_X}\$ em função do momento aplicado é dada por:

$$U_{M_X} = \int_0^L \frac{M_X^2}{2EI_{Y_s}} d\zeta = \int_0^L \frac{(M_{X2} + Z_2\zeta)^2}{2EI_{Y_s}} d\zeta \quad (3.60)$$

onde \$E\$ é o módulo de elasticidade ou módulo de Young do material do duto. Aplicando o segundo teorema de Castigiano, obtém-se as expressões para os gdl referentes ao deslocamento transversal e a rotação na extremidade da viga (nó 2), Eqs. (3.61) e (3.62), respectivamente.

$$w_2 = \frac{\partial U_{M_X}}{\partial Z_2} = \int_0^L \frac{(M_{X2} + Z_2\zeta)}{EI_{Y_s}} \zeta d\zeta = \frac{L^3}{3EI_{Y_s}} Z_2 + \frac{L^2}{2EI_{Y_s}} M_{X2} \quad (3.61)$$

$$\theta_2 = \frac{\partial U_{M_X}}{\partial M_{X2}} = \int_0^L \frac{(M_{X2} + Z_2\zeta)}{EI_{Y_s}} d\zeta = \frac{L^2}{2EI_{Y_s}} Z_2 + \frac{L}{EI_{Y_s}} M_{X2} \quad (3.62)$$

Dessa forma a relação de flexibilidade pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} w_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = C_{Y_s Z_s c} \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{X2} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI_{Y_s}} \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3} & \frac{L^2}{2} \\ \frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{X2} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

onde  $C_{Y_s Z_s c}$  é a matriz de flexibilidade do elemento engastado em flexão pura (plano  $Y_s Z_s$ ). Consequentemente,  $K_{Y_s Z_s c}$  representa a matriz de rigidez do mesmo elemento como mostra a Eq. (3.64).

$$K_{Y_s Z_s c} = C_{Y_s Z_s c}^{-1} = \frac{EI_{Y_s}}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L \\ -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

A deformação devido ao esforço cortante (Timoshenko) é agora adicionada à Eq. (3.64), considerando a expressão para a deformação cisalhante  $\gamma_{Y_s Z_s}$  na viga.

$$\gamma_{Y_s Z_s} = \frac{\tau_{Y_s Z_s}}{G} = \frac{Z_2}{k_{Y_s} G S_r} \quad (3.65)$$

onde  $G$  é o módulo de cisalhamento do material da viga,  $S_r$  é a área reduzida da seção transversal (considerada igual a área da seção transversal  $S$  por Lalanne e Ferraris (1998)) e  $k_{Y_s}$  é o coeficiente de forma da seção ao cisalhamento, que é a seção transversal ao longo da coordenada  $Y_s$  (HUTCHINSON, 2000).

$$k_{Y_s} = \frac{6(1 + \nu_s)^2}{7 + 12\nu_s + 4\nu_s^2} \quad (3.66)$$

na qual  $\nu_s$  é o coeficiente de Poisson. Desta forma, a energia de deformação da viga devido ao esforço de cisalhamento é dada pela seguinte equação:

$$U_{T_Z} = \int_0^L \frac{k_{Y_s} G S}{2} \gamma_{Y_s Z_s}^2 d\zeta = \int_0^L \frac{1}{2k_{Y_s} G S} T_z^2 d\zeta = \int_0^L \frac{1}{2k_{Y_s} G S} Z_2^2 d\zeta = \frac{Z_2^2 L}{2k_{Y_s} G S} \quad (3.67)$$

Aplicando o segundo teorema de Castigiano na Eq. (3.67), chega-se à flecha suplementar  $\Delta w_{2T_Z}$  devido ao esforço cisalhante:

$$\Delta w_{2T_Z} = \frac{\partial U_{T_Z}}{\partial Z_2} = \frac{Z_2 L}{k_{Y_s} G S} \quad (3.68)$$

Portanto, a Eq. (3.61) torna-se:

$$w_2 = \frac{L^3}{3EI_{Y_s}} Z_2 + \frac{L^2}{2EI_{Y_s}} M_{X2} + \Delta w_2 = \frac{L^3}{3EI_{Y_s}} \left(1 + \frac{\vartheta_{Y_s}}{4}\right) Z_2 + \frac{L^2}{2EI_{Y_s}} M_{X2} \quad (3.69)$$

na qual  $\vartheta_{Y_s} = \frac{12EI_{Y_s}}{k_{Y_s}GSL^2}$ . A matriz de flexibilidade na presença do efeito de esforço cisalhante torna-se:

$$C_{Y_s Z_s cT} = \frac{1}{EI_{Y_s}} \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3} \left(1 + \frac{\vartheta_{Y_s}}{4}\right) & \frac{L^2}{2} \\ \frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Consequentemente, a nova matriz de rigidez para a viga engastada é dada pela seguinte equação:

$$K_{Y_s Z_s cT} = C_{Y_s Z_s cT}^{-1} = \frac{12EI_{Y_s}}{L^3(1 + \vartheta_{Y_s})} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{L}{2} \\ -\frac{L}{2} & \frac{(4+\vartheta_{Y_s})}{12}L^2 \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Seja agora o elemento de viga de comprimento  $L$ , agora em flexão pura no plano  $Y_s Z_s$  como a viga da Fig. 3.6. Nesse caso, o engaste foi retirado, deixando a viga livre. Aos nós 1 e 2 são aplicadas as forças e momentos fletores  $Z_1$  e  $M_{X1}$  e  $Z_2$  e  $M_{X2}$ , respectivamente. Os gdl de deslocamento e rotação referentes aos nós 1 e 2 continuam sendo  $w_1$ ,  $\theta_1$  e  $w_2$  e  $\theta_2$ , respectivamente.

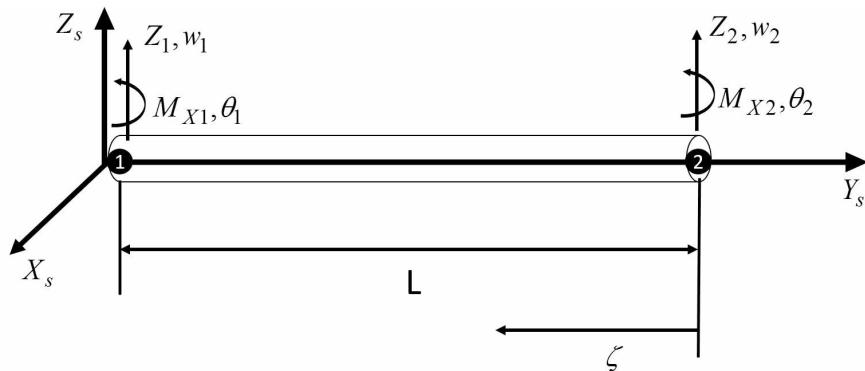


Figura 3.6: Ilustração do elemento finito livre em flexão pura no plano  $Y_s Z_s$ .

As equações de equilíbrio das forças e momentos da viga livre podem ser escritas da seguinte forma:

$$Z_1 + Z_2 = 0 \quad (3.72)$$

$$M_{X1} + Z_2 L + M_{X2} = 0 \quad (3.73)$$

As Equações (3.72) e (3.73) podem ser agrupadas matricialmente, chegando-se a:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ M_{X1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{X2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ M_{X1} \end{bmatrix} + \Phi \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{X2} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.74)$$

Imbert (1991) demonstra que a matriz de rigidez elementar de um corpo livre de restrições de movimento  $K_L$  pode ser calculada imediatamente a partir da matriz de rigidez  $K_c$  do mesmo corpo em uma condição de engaste (Fig. 3.5). Para isso, a Eq. (3.75) pode ser utilizada.

$$K_L = \begin{bmatrix} -\Phi \\ I \end{bmatrix} K_c \begin{bmatrix} -\Phi^T \\ I \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

na qual  $\Phi$  é definida na Eq. (3.74) e  $I$  trata-se de uma matriz identidade de ordem 2.

É importante ressaltar que  $\Phi$  muda conforme o plano em análise. Assim, para o plano  $Y_s Z_s$  em questão é conveniente denominar esta matriz por  $\Phi_{Y_s Z_s}$  e a Eq. (3.74) torna-se:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ M_{X1} \end{bmatrix} + \Phi_{Y_s Z_s} \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{X2} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.76)$$

A matriz de rigidez elementar da viga no plano de flexão  $Y_s Z_s$  é obtida a partir da Eq. (3.75) com  $K_c = K_{Y_s Z_s c T}$  e  $\Psi = \Psi_{Y_s Z_s}$ , como mostrado a seguir:

$$K_{Y_s Z_s} = \frac{12EI_{Y_s}}{L^3(1+\vartheta_{Y_s})} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -L & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{L}{2} \\ -\frac{L}{2} & \frac{(4+\vartheta_{Y_s})}{12}L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

onde o resultado final é dado por (linhas e colunas referentes ao vetor de gdl  $q_w$ , Eq. (3.50)):

$$K_{Y_s Z_s} = \frac{EI_{Y_s}}{L^3(1+\vartheta_{Y_s})} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & (4+\vartheta_{Y_s})L^2 & -6L & (2-\vartheta_{Y_s})L^2 \\ & 12 & -6L & \\ SIM. & & & (4+\vartheta_{Y_s})L^2 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Será agora considerado o plano  $X_s Y_s$ , também com a viga em flexão pura, seus gdl ( $u_1, \varphi_1, u_2$  e  $\varphi_2$ ) e forças e momentos fletores aplicados ( $X_1, M_{Z1}, X_2$  e  $M_{Z2}$ ), como mostra a Fig. 3.7. As matrizes de flexibilidade e rigidez da viga engastada em flexão pura no plano  $X_s Y_s$  são deduzidas adotando um procedimento similar ao realizado para o plano  $Y_s Z_s$ ; Eqs. (3.79) e (3.80), respectivamente (na presença do efeito de esforço cisalhante).

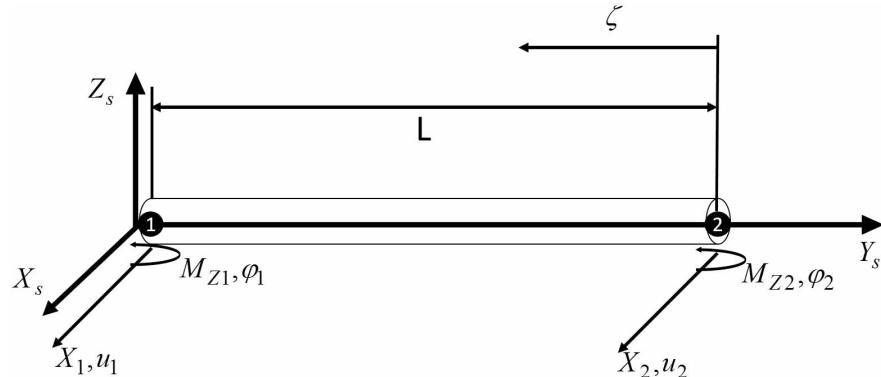


Figura 3.7: Ilustração do elemento finito livre em flexão pura no plano  $X_s Y_s$ .

$$C_{Y_s Z_s cT} = \frac{1}{EI_{Y_s}} \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3} \left(1 + \frac{\vartheta_{Y_s}}{4}\right) & -\frac{L^2}{2} \\ -\frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$K_{Y_s Z_s cT} = C_{Y_s Z_s cT}^{-1} = \frac{12EI_{Y_s}}{L^3(1+\vartheta_{Y_s})} \begin{bmatrix} 1 & \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} & \frac{(4+\vartheta_{Y_s})}{12}L^2 \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

As equações de equilíbrio das forças e momentos da viga livre para o plano  $X_s Y_s$  são

descritas da seguinte forma:

$$X_1 + X_2 = 0 \quad (3.81)$$

$$M_{Z1} + X_2 L + M_{Z2} = 0 \quad (3.82)$$

As Equações (3.81) e (3.82) podem ser agrupadas matricialmente, chegando-se a:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ M_{Z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ M_{Z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ M_{Z1} \end{bmatrix} + \Phi_{X_s Y_s} \begin{bmatrix} X_2 \\ M_{Z2} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.83)$$

A matriz de rigidez elementar da viga no plano de flexão  $X_s Y_s$  é obtida a partir da Eq. (3.75) com  $K_c = K_{X_s Y_s cT}$  e  $\Phi = \Phi_{Y_s Z_s}$ , porém alterando a relação  $\Phi = \Phi_{Y_s Z_s}$  para  $\Phi = \Phi_{X_s Y_s}$ , conforme abaixo:

$$K_{X_s Y_s} = \frac{12EI_{Y_s}}{L^3(1+\vartheta_{Y_s})} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ L & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} & \frac{(4+\vartheta_{Y_s})}{12}L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

onde o resultado final é dado por (linhas e colunas referentes ao vetor de gdl  $q_u$ , Eq. (3.50)):

$$K_{X_s Y_s} = \frac{EI_{Y_s}}{L^3(1+\vartheta_{Y_s})} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ & (4+\vartheta_{Y_s})L^2 & 6 & (2-\vartheta_{Y_s})L^2 \\ & & 12 & 6L \\ SIM. & & & (4+\vartheta_{Y_s})L^2 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Ordenando os gdl conforme o vetor  $q$  da Eq. (3.49), de forma a adequá-los à ordem utilizada

por Lalanne e Ferraris (1998), chega-se à matriz de rigidez do elemento completo,  $K_T$ :

$$K_s = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & (4 + \vartheta_{Y_s}) L^2 & 0 & 0 & -6L & (2 - \vartheta_{Y_s}) L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (4 + \vartheta_{Y_s}) L^2 & 6L & 0 & 0 & (2 - \vartheta_{Y_s}) L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (4 + \vartheta_{Y_s}) L^2 & 0 & 0 & (4 + \vartheta_{Y_s}) L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (4 + \vartheta_{Y_s}) L^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{Sim.} \quad (3.86)$$

$$K_T = \frac{EI_{Y_s}}{L^3(1 + \vartheta_{Y_s})} K_s \quad (3.87)$$

Após a viga de Timoshenko ter sido modelada, o efeito devido à força axial ( $F_a$ ) na matriz de rigidez será adicionado. Considerando a expressão da energia potencial elástica devida à força axial para a viga elementar ilustrada na Fig. 3.8:

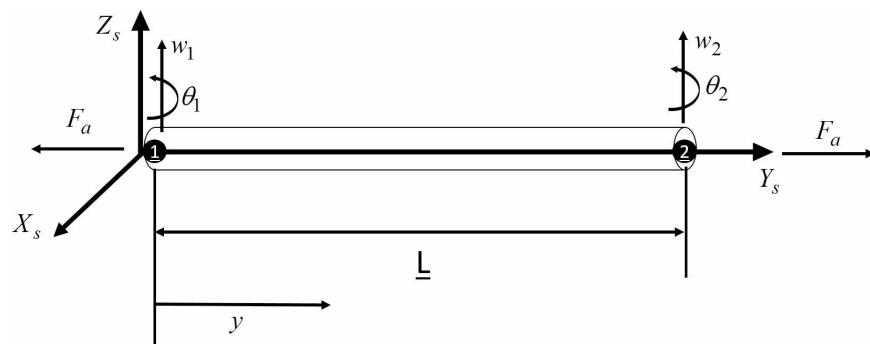


Figura 3.8: Ilustração do elemento finito, e seus graus de liberdade no plano  $Y_sZ_s$ , submetido a uma força axial de tração.

$$U_{Y_s Z_s F_a} = \frac{F_a}{2} \int_0^L \left( \frac{dw}{dy} \right)^2 dy \quad (3.88)$$

Diante disso, é preciso que se calcule a derivada do vetor  $w$  (descrito na Eq. (3.51)), na direção y:

$$\frac{dw}{dy} = \begin{bmatrix} -\frac{6y}{L^2} + \frac{6y^2}{L^3} & 1 - \frac{4y}{L} + \frac{3y^2}{L^2} & \frac{6y}{L^2} - \frac{6y^2}{L^3} & -\frac{2y}{L} + \frac{3y^2}{L^2} \end{bmatrix} [w_1 \ w_1 \ w_2 \ \theta_2]^T \quad (3.89)$$

Portanto, substituindo-se a Eq. (3.89) na Eq. (3.88), tem-se:

$$U_{Y_s Z_s F_a} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{6(w_1 - w_2)^2}{5L} + \frac{\theta_1 w_1}{5} - \frac{\theta_1 w_2}{5} + \frac{\theta_2 w_1}{5} - \frac{\theta_2 w_2}{5} + \frac{2L\theta_1^2}{15} + \frac{2L\theta_2^2}{15} - \frac{L\theta_1\theta_2}{15} \right) \quad (3.90)$$

Aplicando o primeiro teorema de Castigliano à Eq. (3.90), obtém-se as expressões para os gdl referentes ao plano  $Y_s Z_s$ :

$$q_2 = \frac{\partial U_{Y_s Z_s F_a}}{\partial w_1} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{\theta_1}{5} + \frac{\theta_2}{5} + \frac{12(w_1 - w_2)}{5L} \right), \quad (3.91)$$

$$q_3 = \frac{\partial U_{Y_s Z_s F_a}}{\partial \theta_1} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{w_1}{5} - \frac{w_2}{5} + \frac{4L\theta_1}{15} - \frac{L\theta_2}{15} \right), \quad (3.92)$$

$$q_6 = \frac{\partial U_{Y_s Z_s F_a}}{\partial w_2} = \frac{F_a}{2} \left( -\frac{12w_1 - 12w_2 + L\theta_1 + L\theta_2}{5L} \right), \quad (3.93)$$

$$q_7 = \frac{\partial U_{Y_s Z_s F_a}}{\partial \theta_2} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{w_1}{5} - \frac{w_2}{5} - \frac{L\theta_1}{15} + \frac{4L\theta_2}{15} \right), \quad (3.94)$$

onde  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_6$  e  $q_7$  são as forças generalizadas referentes aos graus de liberdade  $w_1$ ,  $\theta_1$ ,  $w_2$  e  $\theta_2$  respectivamente.

O mesmo procedimento é realizado para os graus de liberdade do plano  $X_sY_s$ :

$$U_{X_s Y_s F_a} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{6(u_1 - u_2)^2}{5L} + \frac{\theta_1 u_1}{5} - \frac{\theta_1 u_2}{5} + \frac{\theta_2 u_1}{5} - \frac{\theta_2 u_2}{5} + \frac{2L\theta_1^2}{15} + \frac{2L\theta_2^2}{15} - \frac{L\theta_1\theta_2}{15} \right) \quad (3.95)$$

Aplicando o primeiro teorema de Castigiano à Eq. (3.90), obtém-se as expressões para os gdl referentes ao plano  $Y_sZ_s$ :

$$q_1 = \frac{\partial U_{Y_s Z_s F_a}}{\partial u_1} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{12(u_1 - u_2)}{5L} - \frac{\varphi_2}{5} - \frac{\varphi_1}{5} \right), \quad (3.96)$$

$$q_4 = \frac{\partial U_{Y_s Z_s F_a}}{\partial \varphi_1} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{u_2}{5} - \frac{u_1}{5} + \frac{4L\varphi_1}{15} - \frac{L\varphi_2}{15} \right), \quad (3.97)$$

$$q_5 = \frac{\partial U_{Y_s Z_s F_a}}{\partial u_2} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{\varphi_1}{5} + \frac{\varphi_2}{5} - \frac{12(u_1 - u_2)}{5L} \right), \quad (3.98)$$

$$q_8 = \frac{\partial U_{Y_s Z_s F_a}}{\partial \varphi_2} = \frac{F_a}{2} \left( \frac{u_2}{5} - \frac{u_1}{5} - \frac{L\varphi_1}{15} + \frac{4L\varphi_2}{15} \right), \quad (3.99)$$

onde  $q_1$ ,  $q_4$ ,  $q_5$  e  $q_8$  são as forças generalizadas referentes aos graus de liberdade  $u_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $u_2$  e  $\varphi_2$  respectivamente. Reescrevendo as Eqs. (3.91), (3.92), (3.93), (3.94), (3.96), (3.97),

(3.98), (3.99) em forma de matriz, chega-se à matriz de rigidez elementar geométrica:

$$\frac{F_a}{2} \begin{bmatrix} \frac{12}{5L} & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{12}{5L} & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & \frac{12}{5L} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & -\frac{12}{5L} & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{4L}{15} & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{L}{15} & 0 \\ -\frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{4L}{15} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & -\frac{L}{15} \\ -\frac{12}{5L} & 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{12}{5L} & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{12}{5L} & -\frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{12}{5L} & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & -\frac{L}{15} & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{4L}{15} & 0 \\ -\frac{1}{5} & 0 & 0 & -\frac{L}{15} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{4L}{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ \varphi_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

Portanto, a matriz de rigidez elementar geométrica pode ser escrita como:

$$G = \frac{F_a}{2} \begin{bmatrix} \frac{12}{5L} & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{12}{5L} & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ \frac{12}{5L} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & -\frac{12}{5L} & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ \frac{4L}{15} & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{L}{15} & 0 & 0 & -\frac{L}{15} \\ \frac{4L}{15} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{15} \\ \frac{12}{5L} & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ \frac{12}{5L} & -\frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4L}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4L}{15} \\ \text{Sim.} & & & & & & & \frac{4L}{15} \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

Diante disso, a matriz de rigidez elementar levando em conta a força axial pode ser escrita como :

$$K = K_T + G \quad (3.102)$$

A matriz de amortecimento será utilizada como uma matriz de amortecimento proporcional ( $C_G = \gamma M + \beta K$ ), no qual os valores adotados são:  $\gamma = 1,0$  e  $\beta = 1,0 \times 10^{-4}$ . As taxas de amortecimento modal foram calculadas e são apresentadas nos apêndices II e III do trabalho. Diante das matrizes elementares, é possível montar a matriz global com todos os elementos utilizados na simulação conforme Rade (2011). Portanto, o sistema de equações global pode

ser escrito da seguinte forma:

$$M_G \ddot{q} + C_G \dot{q} + K_G q = W + F, \quad (3.103)$$

na qual  $M_G$  é a matriz de massa global,  $C_G$  é a matriz de amortecimento global (amortecimento proporcional) e  $K_G$  é a matriz de rigidez global. O vetor de deslocamentos é representado por  $q$  e a força peso por  $W$ .  $F$  representa as forças que atuam sobre a viga, que envolvem a força da mola nos apoios e as forças fluidodinâmicas.

Para se resolver as equações descritas na Eq. (3.103) é necessário que se monte o sistema na forma de espaço de estado e então utilizar um método numérico de discretização temporal. No presente trabalho utilizou-se o integrador Runge-Kutta-Fehlberg.

#### 3.4.2.2 Obtenção das forças fluidodinâmicas via Método da fronteira imersa

Na seção 3.4.1.5 foi mostrado o método de fronteira imersa para a imposição da condição de contorno no fluido na fronteira entre o fluido e a estrutura. Nessa subseção será mostrado o método de obtenção da força nos pontos lagrangianos. Para tanto, utiliza-se o termo fonte  $F_i [N\ m^{-3}]$  dado pela Eq. (3.48). Para que se possa obter a força propriamente dita é necessário que se obtenha um volume de transformação:

$$F_{lag} = F_i \mathcal{V} \quad (3.104)$$

na qual  $\mathcal{V}$  é o volume de transformação calculado como:

$$\mathcal{V} = A_t d, \quad (3.105)$$

onde  $A_t$  é a área do elemento triangular da malha lagrangiana e  $d$  é calculado como a média das arestas do elemento triangular.

Pontanto, cada ponto lagrangeano terá uma força aplicada sobre ele, que deve ser transferida para os nós dos elementos finitos descrito na seção 3.4.2.1. Para isso são considerados apenas os pontos lagrangeanos contidos em um mesmo elemento estrutural. A força ao longo da direção  $X_s$  de cada elemento lagrangeano é dividida igualmente entre os dois

nós do elemento estrutural. O mesmo é realizado para as forças ao longo da direção  $Y_s$ . O procedimento acima é realizado para todos os pontos lagrangianos que definem a estrutura imersa. Desta forma, o algoritmo identifica a posição de cada ponto lagrangiano, identifica o elemento ao qual este está inserido, bem como o nós estruturais que definem este elemento e distribui as forças para os nós estruturais. Nesse algoritmo não estão sendo levados em conta os momentos aplicados aos nós estruturais pela posição x e y no qual o nó lagrangiano está distante da posição do centroide da estrutura imersa. Esta modelagem pode ser melhor explorada em trabalhos futuros.

### *3.4.3 Acoplamento fluido-estrutura*

Nas seções 3.4.1 e 3.4.2 foram apresentados os métodos numéricos utilizados para a solução computacional dos subdomínios do fluido e da estrutura respectivamente. Agora é necessário que se acoplem os subsistemas para que se consiga a solução do sistema completo do problema de interação fluido-estrutura. Existem três formas de se acoplar os subsistemas: o acoplamento monolítico (não será utilizado) e o particionado Sotiropoulos e Yang (2014). No acoplamento monolítico os subsistemas fluido e o estrutura são resolvidos em único sistema não linear, enquanto no particionado eles são resolvidos separadamente. A abordagem particionada é subdividida em duas categorias o acoplamento particionado fraco e o acoplamento particionado forte. Nessa seção serão discutidas as formas de acoplamento entre os subsistemas fluido e estrutura utilizadas no presente trabalho. Na seção 3.4.3.1 será discutido o acoplamento fraco e na seção 3.4.3.2 será discutido o acoplamento forte utilizado.

#### *3.4.3.1 Acoplamento fraco*

O acoplamento fraco consiste na solução do subsistema fluido com a posição da estrutura no tempo  $n$  ( $D^n$ ), obtendo-se assim a força que atua sobre a estrutura no tempo  $n + 1$  ( $F^{n+1}$ ). A partir dessa força resolve-se o subsistema estrutura, obtendo-se  $D^{n+1}$ . Essa posição é então utilizada para resolver o subdomínio fluido e obter  $F^{n+2}$ , e assim por diante. A Figura 3.9 ilustra esse procedimento.

Esse tipo de acoplamento apresenta um erro de  $\mathcal{O}(\Delta t)$  de acordo com Matthies, Niekamp e Steindorf (2006). Além disso, de acordo com Förster, Wall e Ramm (2006) quando

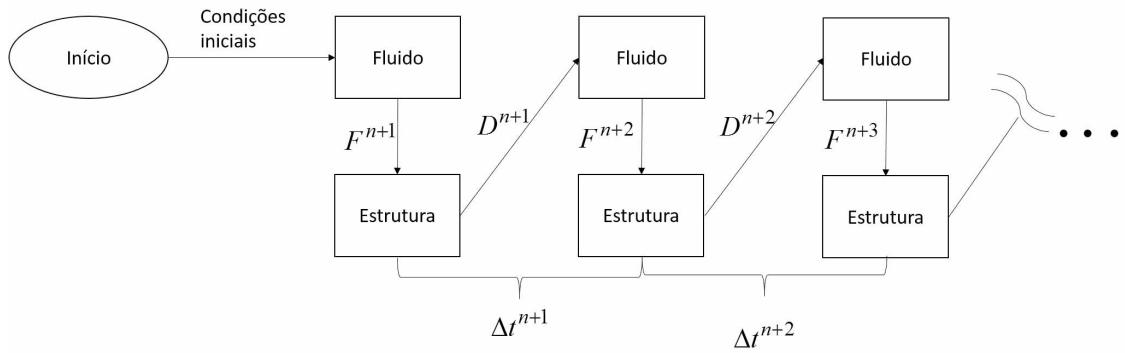


Figura 3.9: Evolução de um sistema de interação fluido-estrutural segundo abordagem particionada fraca.

utilizado em uma formulação de escoamento incompressível, pode apresentar instabilidade numérica chamada efeito de massa adicionada artificial.

### 3.4.3.2 Acoplamento forte

O acoplamento forte é feito utilizando-se iterações entre os subsistemas, em um dado passo de tempo, até que os dois convirjam para uma solução. Essa solução é então utilizada como condição inicial para o próximo passo temporal. Os métodos bloco-Jacobi não linear, bloco-Gauss-Seidel não linear, bloco-Newton inexato e Quasi-Newton são apresentados em Matthies, Niekamp e Steindorf (2006). No presente trabalho utilizou-se o método bloco-Gauss-Seidel não linear. Nesse método deve-se resolver o subsistema fluido com a posição da estrutura no tempo  $n$  ( $D^n$ ), obtendo-se assim a força que atua sobre a estrutura no tempo  $n+1$  e na iteração  $k$  ( $F_k^{n+1}$ ). A partir dessa força resolve-se o subsistema estrutura, obtendo-se  $D_k^{n+1}$ . Devolve-se essa posição para o subsistema fluido sem avançar no tempo, obtendo-se  $F_{k+1}^{n+1}$ . As iterações  $k$  são feitas até que a solução convirja. Utiliza-se então a última posição  $D_{Kf}^{n+1}$ , na qual  $Kf$  é o número total de iterações necessárias, como condição inicial para a solução no tempo  $n+2$  (próximo passo de tempo). E o processo iterativo começa novamente. A Figura 3.10 ilustra esse processo.

O acoplamento forte é um meio de contornar o problema de instabilidade numérica analisado por Förster, Wall e Ramm (2006). Além disso, de acordo com Matthies, Niekamp e Steindorf (2006) se um número de iterações suficientes forem feitas o erro do acoplamento forte se torna  $\mathcal{O}(\Delta t)^{\min(p,q)}$ , na qual  $p$  e  $q$  são as ordens de convergência dos métodos numé-

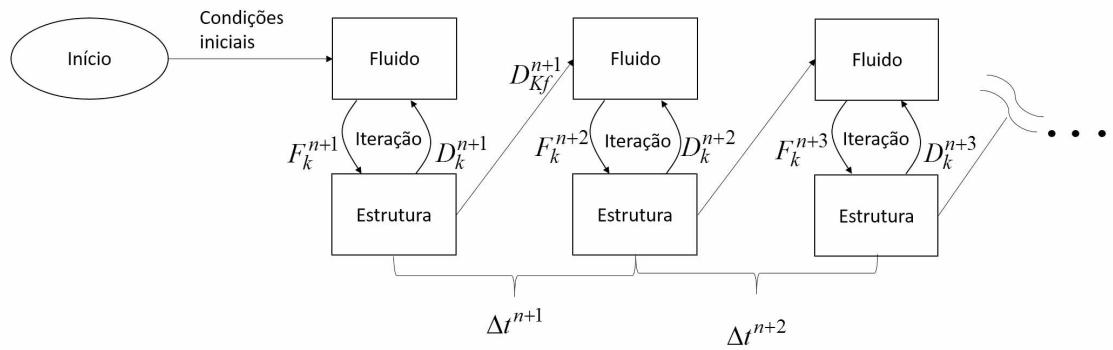


Figura 3.10: Evolução de um sistema de interação fluido-estrutural segundo abordagem particionada forte.

ricos de integração temporal utilizados nos sistemas fluido e estrutura respectivamente.

# CAPÍTULO IV

## RESULTADOS

### 4.1 Validação

A verificação numérica das rotinas de fluido e de estrutura foram feitas separadamente. A rotina da estrutura foi verificada comparando as respostas da rotina com as respostas obtidas com o software ANSYS®. A rotina do fluido em conjunto com o método de fronteira imersa foi verificada com a metodologia da solução manufatura e pode ser vista em Vedovoto, Serfaty e Silveira Neto (2015). Apesar de a verificação numérica ser um bom indicativo de que as soluções dos dois subsistemas estão corretas, a validação do acoplamento entre os dois sub domínios ainda se faz necessária. Essa seção é dedicada à apresentação da validação feita. Mais detalhes sobre o trabalho de referência utilizado para a validação do acoplamento fluido-estrutura podem ser encontrados no apêndice I.

#### 4.1.1 *Configuração das simulações*

A seguir serão mostrados os dados de entrada para as simulações.

##### 4.1.1.1 *Subsistema fluido*

Nessa subseção serão mostrados os valores definidos para as variáveis referentes ao fluido.

#### 4.1.1.1.1 Domínio, malha e processadores

O domínio do fluido é discretizado de forma cartesiana e uniforme. O domínio na direção  $X_f$  (direção principal do escoamento) tem 2 metros de comprimento em todas as simulações. Essa direção foi discretizada em 172 partes de 1,163 cm cada. O domínio na direção  $Y_f$  (direção transversal ao escoamento principal) tem 1,4 metros de comprimento. Essa direção foi discretizada em 120 partes de 1,167 cm cada. O tamanho do domínio na direção  $Z_f$  (direção axial em relação ao cilindro) tem 3,67665m. Essa direção foi discretizada em 320 partes de 1,149cm cada. O domínio do fluido com a estrutura imersa é mostrada na Fig. 4.1.

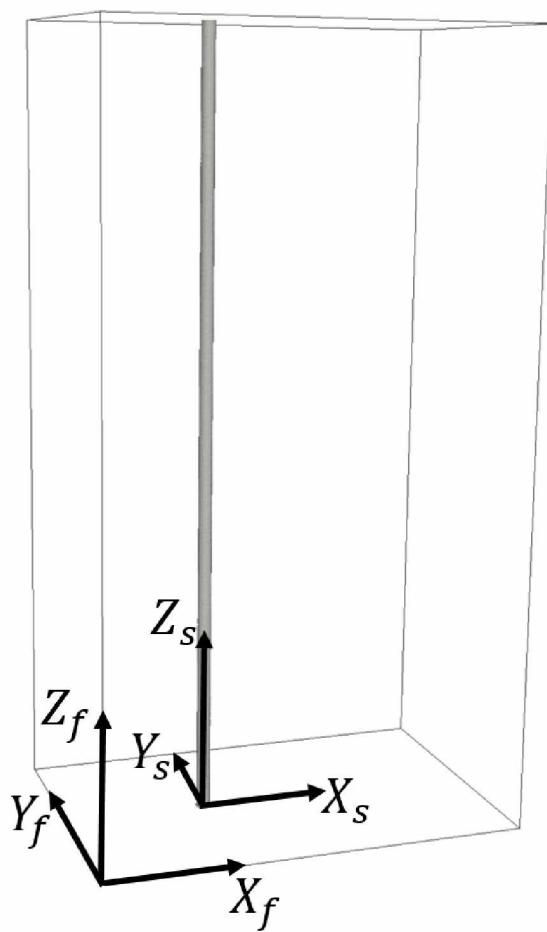


Figura 4.1: Ilustração do domínio do fluido com a estrutura imersa e eixos de referência.

Foram utilizados 6.604.800 volumes computacionais, para o cálculo dos casos, divididos em 64 processadores.

#### *4.1.1.1.2 Condições de contorno e condições iniciais*

As condições de contorno utilizadas foram: entrada do domínio,  $X_f=0\text{m}$ : condição de contorno de Dirichlet (valor da propriedade imposta) para a velocidade e Newman (derivada da propriedade imposta) para a pressão -  $u=0,421\text{m/s}$  para o caso com velocidade reduzida igual a 1 e  $u=0,842\text{m/s}$  para o caso com velocidade reduzida igual a 2;  $v=0\text{m/s}$ ;  $w=0\text{m/s}$  e  $\partial p/\partial x=0 \text{ Pa/m}$ ; para a saída,  $X_f=2 \text{ m}$ , impôs-se a condição de contorno de Orlanski (1976) para a velocidade e, ainda, condição de Newman para a pressão; para o fundo,  $Y_f=0 \text{ m}$ , e para o contorno superior,  $Y_f=1,4\text{m}$ , impôs-se condição de contorno de simetria, ou seja, derivadas nulas para  $u$  e  $w$  e  $v=0 \text{ m/s}$  e Newman para a pressão; para as laterais verticais,  $Z_f=0\text{m}$  e  $Z_f=3,67665\text{m}$ , impôs-se a condição de contorno de simetria ( derivada nula para componentes  $u$  e  $v$  e velocidade imposta:  $w=0 \text{ m/s}$ ) e Newman para a pressão. A velocidade inicial foi imposta  $u=0,421\text{m/s}$  para o caso com velocidade reduzida igual a 1 e  $u=0,842\text{m/s}$  para o caso com velocidade reduzida igual a 2 e  $v=w=0 \text{ m/s}$  e pressão inicial foi imposta  $p=0 \text{ Pa}$ .

#### *4.1.1.1.3 Propriedades físicas*

A massa específica do fluido externo é de  $1.000 \text{ kg m}^{-3}$ , a viscosidade dinâmica é de  $10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$ .

#### *4.1.1.2 Subsistema estrutura*

Nessa subseção serão mostrados os valores definidos para as variáveis referentes à estrutura. Nesse caso o amortecimento proporcional foi utilizado como descrito na seção 3.4.2.1.

#### *4.1.1.2.1 Domínio e malha*

A tubulação tem um comprimento de  $3,67665\text{m}$  e o diâmetro é de  $0,0635\text{m}$ , o que fornece uma relação  $L/D=58$ . A estrutura foi discretizada de duas formas. Uma discretização foi feita para que o fluido enxergue a estrutura e defina as forças que o fluido faz sobre a estrutura e as que a estrutura faz sobre o fluido, outra discretização foi feita para resolver as

equações discretizadas da estrutura. Na primeira discretização foram utilizados 13.190 pontos e na segunda discretização a linha de centro da estrutura é discretizada em 32 elementos finitos.

#### 4.1.1.2.2 Condições de contorno e condições iniciais.

A estrutura está ancorada sobre apoios móveis. Esses apoios foram definidos com rigidez linear de  $10^7$  N/m nas direções  $X_s$  e  $Y_s$ . A Figura 4.2 ilustra a condição de apoio em  $Z_s = 3,67665m$ . A mesma condição de apoio é utilizada em  $Z_s = 0m$ .

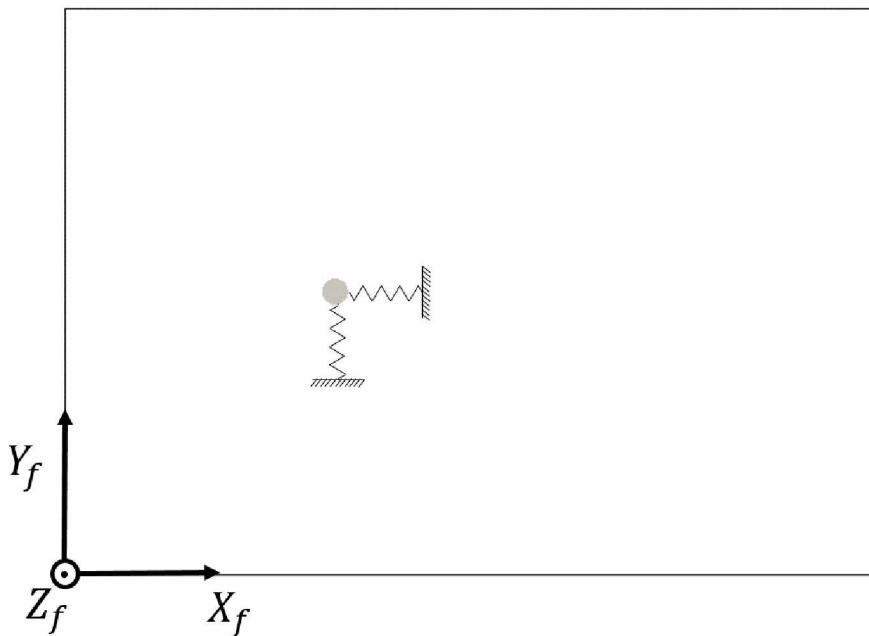


Figura 4.2: Ilustração da condição de apoio em  $Z_s = 3,67665m$  (molas lineares com rigidez de  $10^7$  N/m nas direções  $X_s$  e  $Y_s$ ).

No início da simulação impõem-se a tubulação cilíndrica e sem nenhuma deformação. A estrutura foi posicionada no domínio do fluido nas direções  $X_f$  e  $Y_f$  de forma que não esteja muito próximo às condições de contorno. Os pontos de ancoragem da estrutura foram posicionados em 0,66675m e em 0,7m nas direções  $X_f$  e  $Y_f$  respectivamente.

#### 4.1.1.2.3 Propriedades físicas e geométricas.

O módulo de elasticidade da estrutura é de 206,85GPa, o coeficiente de Poisson é 0,3, a área da seção transversal é de  $3,207965 \times 10^{-4}m^2$ , os momentos de inércia de área na direção

$X_s$  e  $Y_s$  são de  $1,535021 \times 10^{-7} m^4$ , a massa específica é  $7.850 kg/m^3$ , o módulo transversal é de 79,6GPa, nenhuma força axial foi aplicada sobre a tubulação, a tubulação não deforma devido ao peso próprio, pois o peso da estrutura é aplicado na direção axial, portanto, como não se tem, no modelo estrutural, graus de liberdade na direção axial, o peso da estrutura não influenciará nos cálculos. Os modos de vibrar, as frequências naturais e as taxas de amortecimento devido ao amortecimento proporcional se encontram no apêndice II.

#### 4.1.1.3 Acoplamento

O acoplamento forte foi escolhido para as rodadas de todos os casos por ter se mostrado mais robusto que o acoplamento fraco. O acoplamento fraco foi testado, mas não foi robusto o suficiente para dar convergência.

#### 4.1.2 Comparação das simulações com a literatura

Nessa seção serão apresentados os valores obtidos nas simulações numérico-computacionais feitas com velocidade reduzida igual a 1 e 2. Esses valores serão comparados com os valores obtidos no artigo Lee *et al.* (2009).

##### 4.1.2.1 Velocidade reduzida igual a 1

A Figura 4.3 mostra a transformada de Fourier da amplitude de vibração na direção em linha (direção  $X_s$ ) dividida pelo diâmetro da tubulação para velocidade reduzida igual a 1. É possível ver dois picos bem caracterizados em 0,2215 Hz e em 5,5758Hz. O primeiro pico pode ser devido a um comportamento transitório de baixa frequência, que a tubulação está sofrendo nessa direção, enquanto o segundo é a frequência de vibração característica. No artigo de Lee *et al.* (2009) para a velocidade reduzida igual a 1 a frequência de vibração nessa direção é de 7,19864 Hz. A Tab. 4.1 mostra os valores de frequência para algumas velocidades reduzidas testadas no artigo próxima à velocidade reduzida igual a 1. Esses valores foram retirados da Fig. I.4 utilizando o programa Engauge Digitizer.

Esses dados são importantes para se analisar, pois embora a frequência obtida pela simulação numérico-computacional seja diferente da frequência encontrada no experimento físico material na mesma velocidade reduzida, ao se avaliar uma velocidade reduzida de 0,86

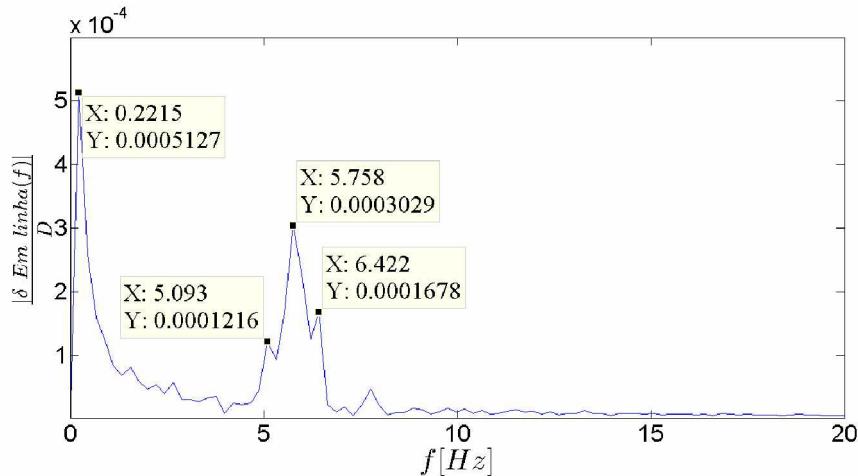


Figura 4.3: Transformada de Fourier da amplitude de vibração na direção em linha (direção  $X_s$ ) dividida pelo diâmetro da tubulação para velocidade reduzida igual a 1.

Tabela 4.1: Valores de frequência para algumas velocidades reduzidas testadas no artigo próxima à velocidade reduzida igual a 1. Esses valores foram obtidos com o programa Engauge Digitizer.

Velocidade reduzida	Frequência de vibração.
0,73	7,14 Hz
0,86	5,00 Hz
1,01	7,20 Hz
1,16	6,88 Hz
1,30	7,01 Hz

a frequência de vibração é de 5,00264 Hz. O valor obtido com a simulação próximo desse valor experimental. Os valores de *RMS* das amplitudes de vibração divididas pelo diâmetro da tubulação obtidos na simulação são de  $1,051 \times 10^{-2}$  e  $6,451 \times 10^{-4}$  nas direções em linha e cruzada respectivamente. No artigo não é possível obter um valor definido para esses *RMS*, visto que a escala da figura é muito grande para os valores de *RMS* obtidos nos outros experimentos materiais, ou seja, os valores de *RMS* para essas direções para uma velocidade reduzida igual a 1 são próximos de zero. Portanto, conclui-se que os valores obtidos na simulação são adequados, visto que também são próximos de zero.

#### 4.1.2.2 Velocidade reduzida igual a 2

A Figura 4.4 mostra a transformada de Fourier da amplitude de vibração na direção em linha (direção  $X_s$ ) dividida pelo diâmetro da tubulação para velocidade reduzida igual

a 2. É possível ver dois picos bem caracterizados em 4,664 Hz e em 7,774Hz. O primeiro pico pode ser devido a um comportamento transiente de baixa frequência, que a tubulação está sofrendo nessa direção, enquanto o segundo é a frequência de vibração característica. No artigo de Lee *et al.* (2009) para a velocidade reduzida igual a 2 a frequência de vibração nessa direção é de 6,760Hz. Esse valor foi retirado da Fig. I.4 utilizando o programa Engauge Digitizer.

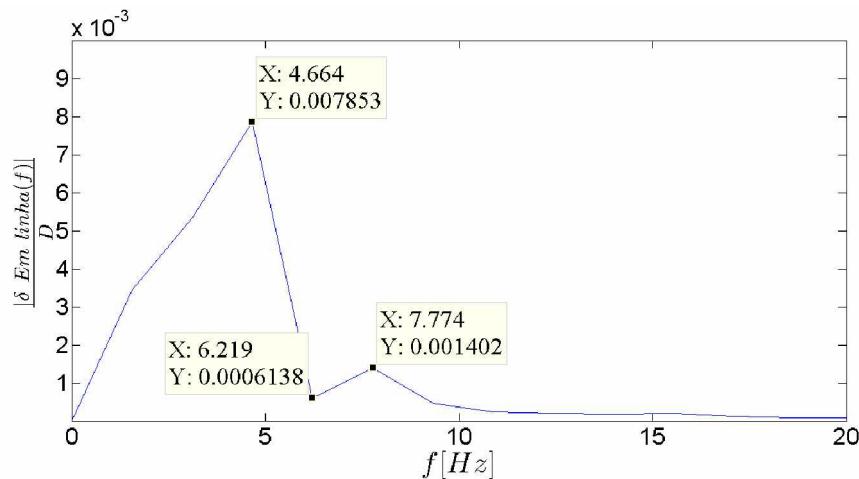


Figura 4.4: Transformada de Fourier da amplitude de vibração na direção em linha (direção  $X_s$ ) dividida pelo diâmetro da tubulação para velocidade reduzida igual a 2.

Nesse caso a diferença de frequência entre um ponto e outro no gráfico é de 1,554Hz. Isso impossibilitaria a obtenção de um valor intermediário a 6,219 Hz e 7,774Hz. Portanto, conclui-se que o valor obtido de frequência é próximo à frequência obtida no artigo. Os valores de *RMS* das amplitudes de vibração divididas pelo diâmetro da tubulação obtidos na simulação são de  $6,149 \times 10^{-2}$  e  $2,027 \times 10^{-2}$  nas direções em linha e cruzada respectivamente. Os valores de *RMS* obtidos no artigo foram retirados das Figs. I.2 e I.3 utilizando o programa Engauge Digitizer:  $4,82681 \times 10^{-2}$  e  $2,09434 \times 10^{-2}$  nas direções em linha e cruzada respectivamente. Portanto, conclui-se que para as velocidades reduzidas iguais a 1 e 2 o código Fluids3D apresenta frequência e valores de *RMS* condizentes com a literatura. A Tab. 4.2 mostra um resumo da comparação das simulações de validação com o trabalho de referência.

Tabela 4.2: Resumo da comparação das simulações de validação com o trabalho de referência.

	Velocidade reduzida 1	Velocidade reduzida 1 Referência	Velocidade reduzida 2	Velocidade reduzida 2 Referência
$RMS$ direção em linha	$1,051 \times 10^{-2}$	Próximo de zero	$6,149 \times 10^{-2}$	$4,82681 \times 10^{-2}$
$RMS$ direção cruzada	$6,451 \times 10^{-4}$	Próximo de zero	$2,027 \times 10^{-2}$	$2,09434 \times 10^{-2}$
Frequência na direção em linha	5,5758 Hz	7,19864 Hz	7,774 Hz	6,760Hz

## 4.2 Simulação do caso industrial

Nessa seção serão apresentados os resultados das simulações feitas do caso industrial discutido no modelo físico (seção 3.2). Serão mostrados os resultados para gap de  $0,1\phi$ ,  $0,2\phi$ ,  $0,3\phi$ ,  $0,5\phi$ ,  $1\phi$  e  $5\phi$ .

Antes de serem apresentados os resultados será feita uma apresentação sobre a malha utilizada nos domínios do fluido e da estrutura e sobre o acoplamento utilizado.

### 4.2.1 Malha e processadores - fluido

O domínio do fluido é discretizado de forma cartesiana e uniforme. O domínio na direção  $X_f$  (direção principal do escoamento) tem 6 metros de comprimento em todas as simulações. Essa direção foi discretizada em 120 partes de 5 cm cada. O tamanho do domínio na direção  $Y_f$  (direção transversal ao escoamento principal) depende do gap da simulação a ser feita: 2,5m, 2,55m, 2,55m, 2,8m e 4m para os casos com gap de 0,1D, 0,2D, 0,3D, 1D e 5D respectivamente. Essa diferença ocorre devido ao espaço que deve ser deixado entre o ponto de ancoragem da tubulação e o limite superior do domínio e influencia também na quantidade de volumes computacionais necessários para fazer as simulações. Esse espaço entre o ponto de ancoragem e o limite superior do domínio foi definido como no mínimo 1,25m. Essa direção foi discretizada de uma forma que a malha fosse uniforme, portanto cada divisão nessa direção deve ter 5cm. Dessa forma, essa direção foi discretizada em 50, 51, 51, 56 e 80 partes para os casos com gap de 0,1D, 0,2D, 0,3D, 1D e 5D respectivamente. O tamanho do domínio

na direção z (direção axial em relação ao cilindro) tem 42m em todas simulações. Essa direção foi discretizada em 840 partes de 5cm cada. Foram utilizados 5.040.000, 5.140.800, 5.140.800, 5.644.800 e 8.064.000 volumes computacionais para o cálculo dos casos com gap de 0,1D, 0,2D, 0,3D, 1D e 5D respectivamente. Foram utilizados 80 processadores para a execução das simulações com gap de 0,1D, 0,2D e 0,3D e 160 processadores para os casos 1D e 5D.

#### *4.2.2 Malha - estrutura*

A tubulação tem um comprimento de 42 metros e o diâmetro é de 0,27305m, o que fornece uma relação L/D=154. A estrutura foi discretizada de duas formas. Uma discretização foi feita para que o fluido enxergue a estrutura e defina as forças que o fluido faz sobre a estrutura e as que a estrutura faz sobre o fluido, outra discretização foi feita para resolver as equações discretizadas da estrutura. Na primeira discretização foram utilizados 20.986 pontos para descrever a superfície da estrutura e na segunda discretização a linha de centro da estrutura é discretizada em 84 elementos finitos. Os modos de vibrar, as frequências naturais e as taxas de amortecimento devido ao amortecimento proporcional se encontram no apêndice III.

#### *4.2.3 Acoplamento*

Devido às características físicas e operacionais do problema industrial a ser analisado, o método com acoplamento fraco se mostrou robusto o suficiente pra obter estabilidade numérica. Como o método com acoplamento fraco é computacionalmente mais barato que o método com acoplamento forte, o mesmo foi escolhido para as análises apresentadas nesse capítulo. Diante do exposto, serão mostrados os resultados obtidos nas simulações dos casos industriais.

#### *4.2.4 Caso com gap 0,1 $\phi$ m - G01 $\phi$*

Esse caso tem como dados de entrada da simulação tudo que foi descrito no modelo físico (seção 3.2). Além disso impôs-se um gap de 0,1 $\phi$ , ou seja uma distância de 0,027305m do ponto mais baixo do tubo ao solo. Na direção  $X_s$  os pontos de ancoragem da tubulação

foram posicionados a 1,72m do início do domínio e na direção  $Y_s$  foi posicionado a 1,22383m do chão. Essas dimensões estão ilustradas na Fig. 4.5.

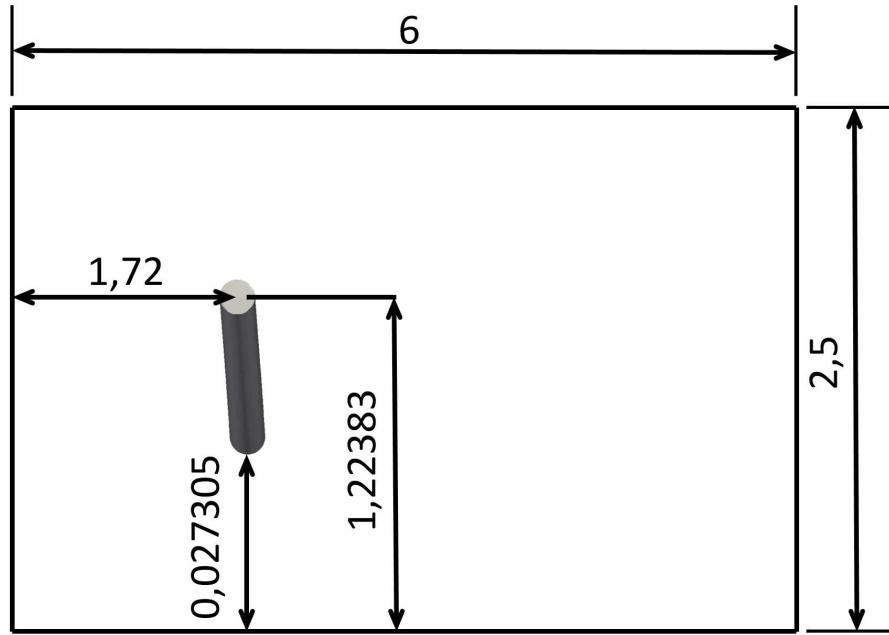


Figura 4.5: Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G01 $\phi$  (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros.

A metodologia LES fornece o comportamento transiente do escoamento, o que pode ser visualizado na Fig. 4.6 em três dimensões. O critério  $Q$  colorido pela velocidade  $u$  (componente da velocidade na direção  $X_f$  descrita na Fig. 3.2) foi utilizado como traçador numérico para visualizar o escoamento.

Esse escoamento é caracterizado dinamicamente por um valor do número de Reynolds de  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Sabendo-se que escoamentos sobre cilindros se tornam instáveis a  $Re_\phi = 47,5$ , em conformidade com a teoria da estabilidade linear, a esse valor de Reynolds do presente caso o escoamento deve ser seguramente instável à jusante do cilindro. Nas Figuras 4.6 e 4.7, podem-se visualizar as instabilidades de Kelvin-Helmholtz, as quais estão sendo transportadas sequencialmente no espaço. Ao mesmo tempo instabilidades secundárias longitudinais estão sendo formadas e transportadas. O processo de transição à turbulência está ocorrendo.

Essa riqueza de instabilidades fluidodinâmicas seguramente afeta a estrutura em um processo comumente conhecido como VIV (Vortex Induced Vibration). Para melhor ilustrar

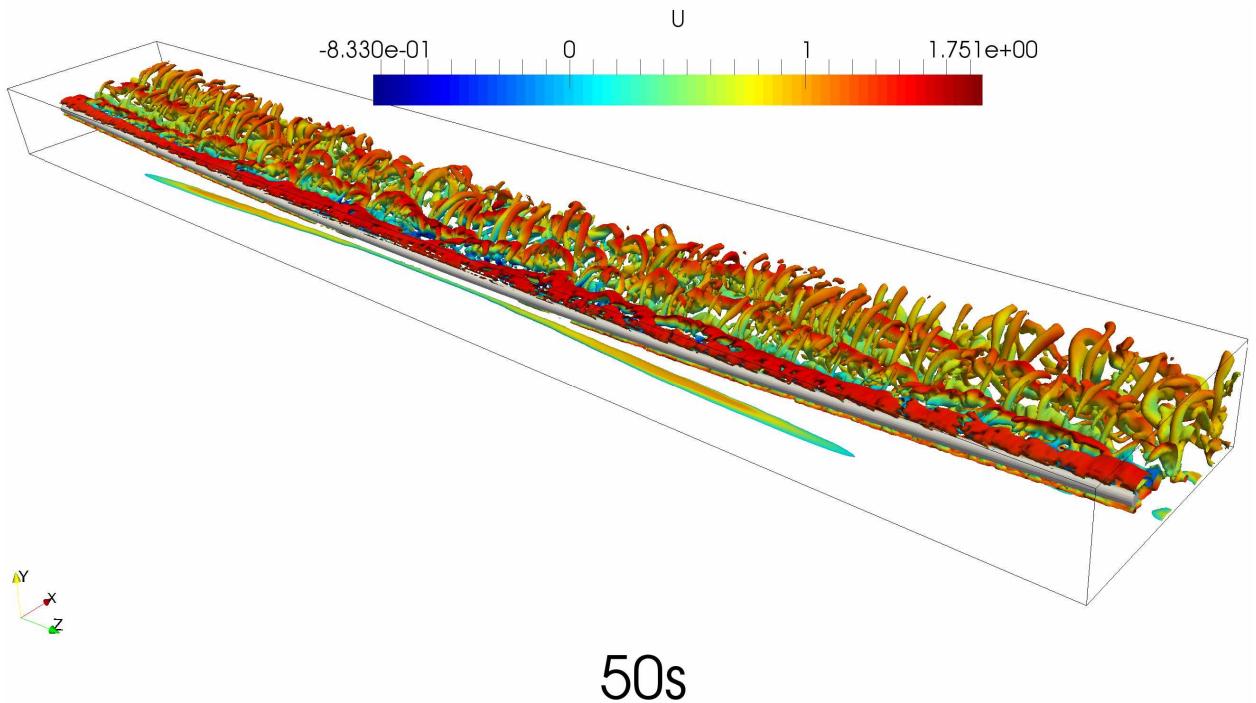


Figura 4.6: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal. Visualiza-se isovalor do critério  $Q$  (com  $Q=0,515$ ) colorido pela componente  $u$  (direção  $X_f$ ) da velocidade em  $t=50s$ . (Caso G01 $\phi$ ).

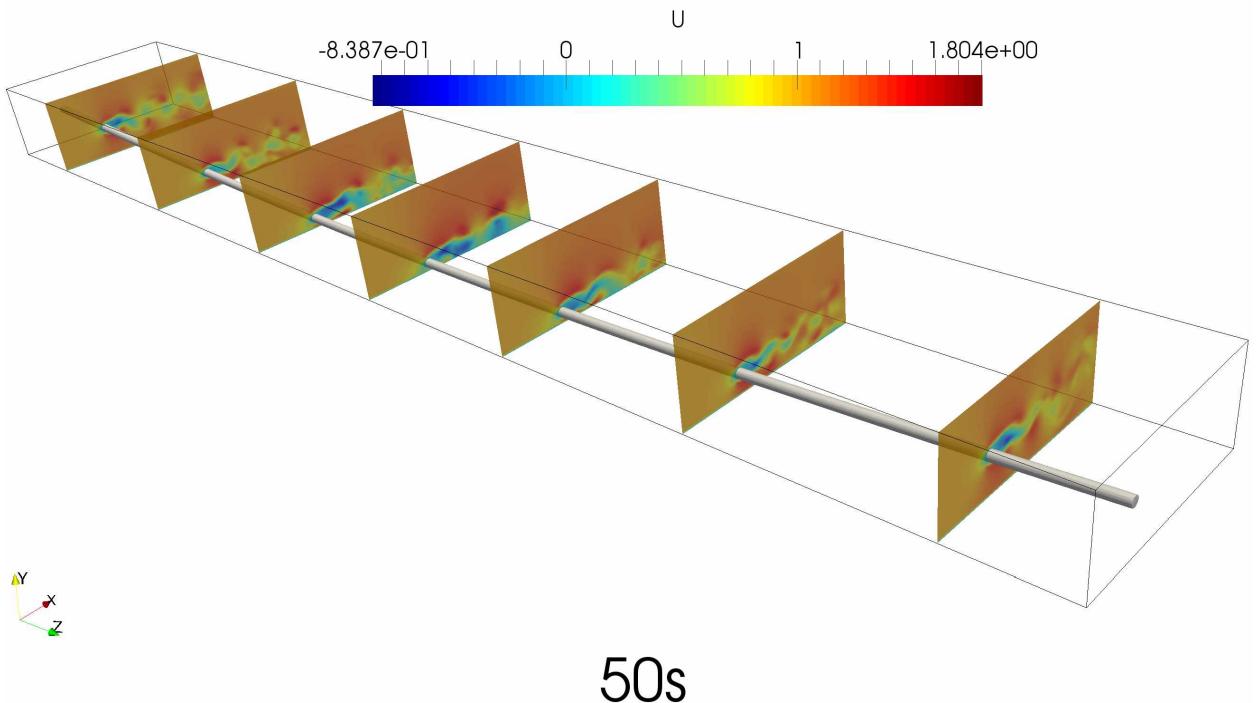


Figura 4.7: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal. Visualizam-se cortes do campo da componente  $u$  (direção  $X_f$ ) da velocidade em  $t=50s$ . (Caso G01 $\phi$ ).

a fluidodinâmica, mostram-se, na Fig. 4.7, vários cortes longitudinais sobre os quais se visualizam isovalores da componente  $u$  da velocidade, que mostram a esteira turbinholar à

jusante da tubulação. Apesar do forte nível de tridimensionalidade do escoamento, percebe-se que a esteira se manifesta de forma ainda organizada nas proximidades do cilindro.

A tubulação se desloca, sob a influência do escoamento, tanto na direção em linha (direção  $X_s$  descrita na Fig. 3.2) quanto na direção transversal ao escoamento (direção  $Y_s$  descrita na Fig. 3.2). Na Figura 4.8 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. As diferentes cores e símbolos

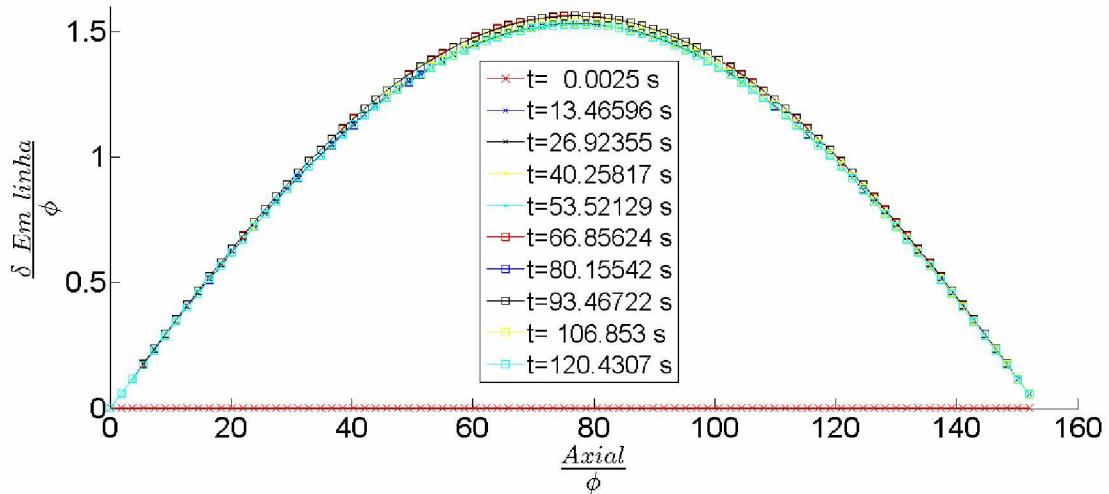


Figura 4.8: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) (Fig. 3.2). (Caso G01 $\phi$ ).

representam as posições da tubulação em função do tempo. Percebe-se que a cor vermelha com sinal de ( $\times$ ) representa a posição inicial da tubulação, deformada pela ação do peso próprio, mas sem a ação fluidodinâmica. No tempo  $2,5 \times 10^{-3} s$  a viga se posiciona, na direção longitudinal, já sob os efeitos das forças fluidodinâmicas.

Na Figura 4.9 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo.

Ela se desloca na direção transversal ao escoamento, sob efeito do peso próprio e das forças fluidodinâmicas. Observa-se que o deslocamento é oscilante, caracterizando-se um modo de vibração. Percebe-se que os deslocamentos na direção transversal ao escoamento são maiores que os deslocamentos na direção do escoamento, em linha.

As Figuras 4.10 e 4.11 mostram os deslocamentos do ponto central da tubulação, nas direções em linha e transversal respectivamente. O deslocamento na direção  $X_s$  (em linha)

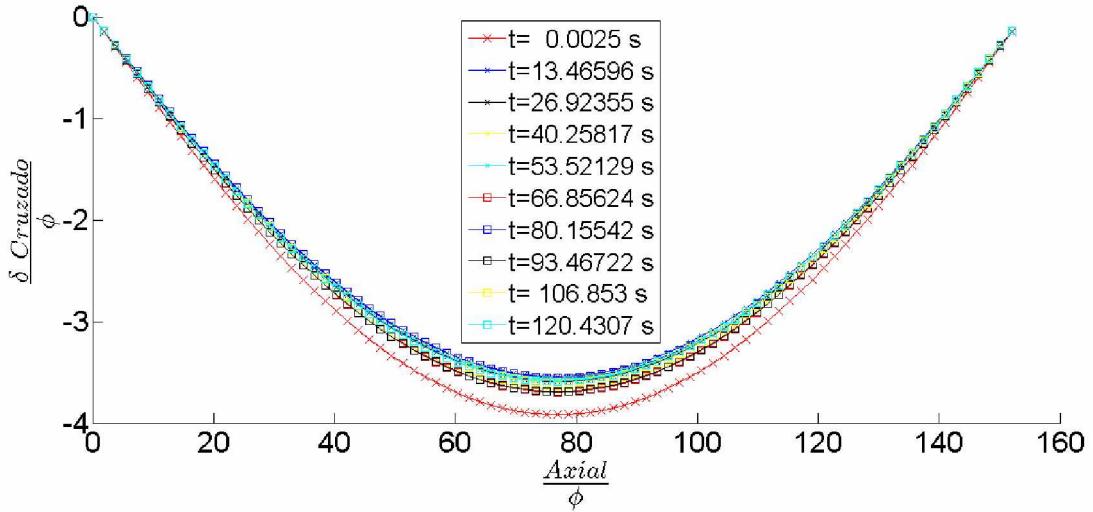


Figura 4.9: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) (Fig. 3.2). (Caso G01 $\phi$ ).

oscila entre 158,99% e 151,86% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo do deslocamento é de 7,12% do diâmetro da tubulação. Esse dado foi obtido após a retirada da distribuição inicial do deslocamento da estrutura, portanto, após os 40 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 1,45% e 154,84%. O deslocamento na direção  $Y_s$  (cruzado), oscila entre -355,12% e -372,33% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo deslocamento é de 17,21% do diâmetro da tubulação. Esse dado também foi obtido após a retirada da distribuição inicial da estrutura, portanto, após os 40 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 4,67% e -363,12%.

Além disso, para ter dados estatísticos médios no tempo, o valor *RMS* dos deslocamentos foi calculado para cada ponto da tubulação, tanto para a direção em linha do escoamento quanto para a direção cruzada ao escoamento. Essas informações são apresentadas na Fig. 4.12, na forma de duas curvas intituladas *RMS*-em linha (direção do escoamento) e *RMS*-cruzado (direção transversal ao escoamento). O valor máximo *RMS* do deslocamento na direção em linha é de 154,85% do diâmetro, enquanto o valor máximo do *RMS* do desloca-

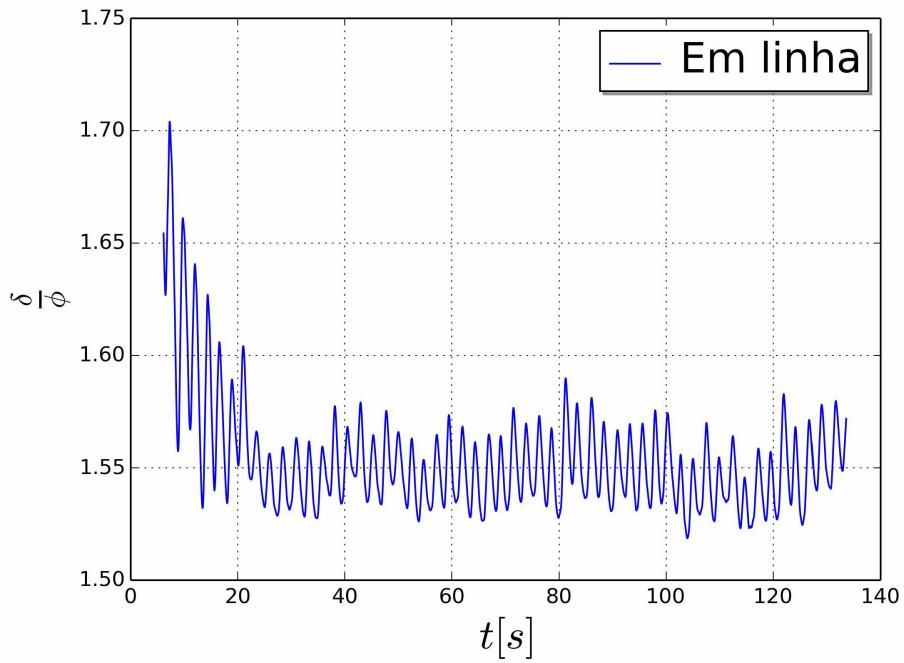


Figura 4.10: Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do tempo. (Caso G01 $\phi$ ).

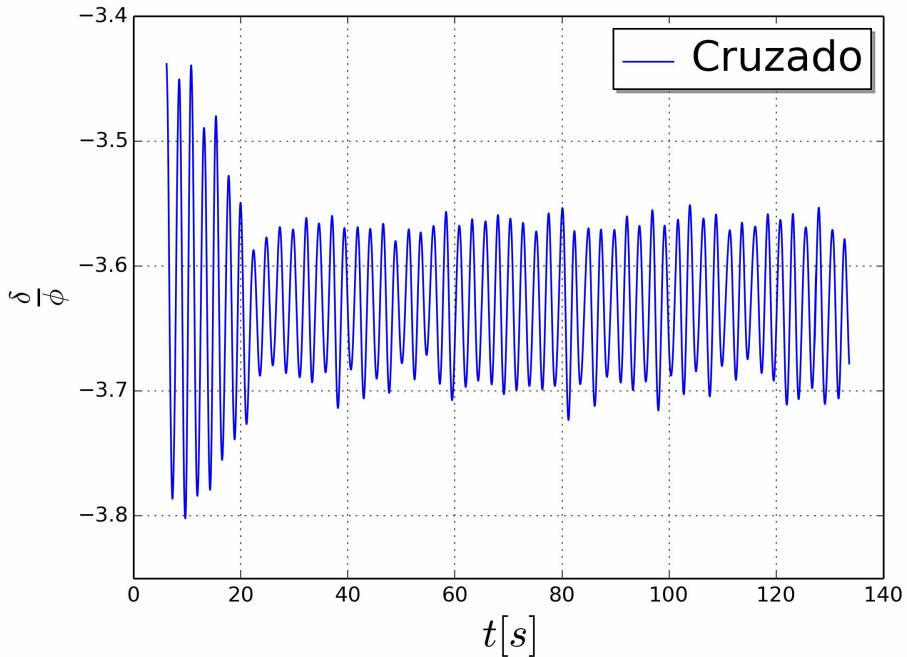


Figura 4.11: Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G01 $\phi$ ).

mento na direção transversal ao escoamento é de 363,15% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 40 segundos físicos. Na Figura 4.13 são

apresentados os desvios padrões do deslocamento da estrutura na direção em linha e cruzada. O valor máximo de desvio padrão do deslocamento na direção em linha é de 1,45%, enquanto o valor máximo do desvio padrão do deslocamento na direção cruzada ao escoamento é de 4,67% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 40 segundos físicos.

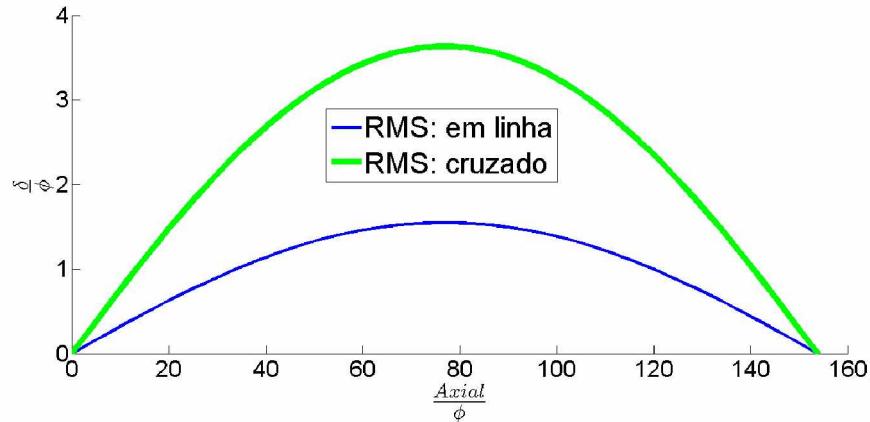


Figura 4.12: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em *RMS*. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G01 $\phi$ ).

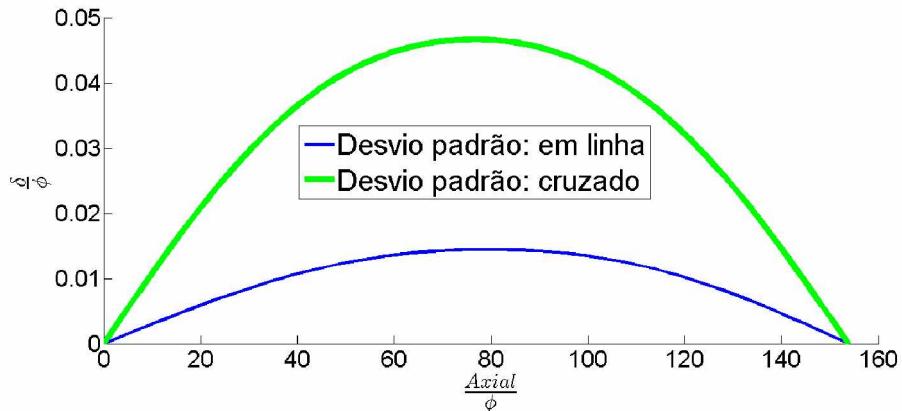


Figura 4.13: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G01 $\phi$ ).

A órbita da tubulação ao longo do tempo pode ser visualizada na Fig. 4.14 para cinco pontos da sua linha de centro, posicionados de uma das extremidades até o ponto central.

Essas posições estão assinaladas pelos valores da coordenada  $Z$  (representando a direção  $Z_s$  nesse contexto), variando de 2,0 m (próximo do ponto de ancoragem) a 21 m (próximo do centro da tubulação). Observa-se que são formados envelopes de movimentação

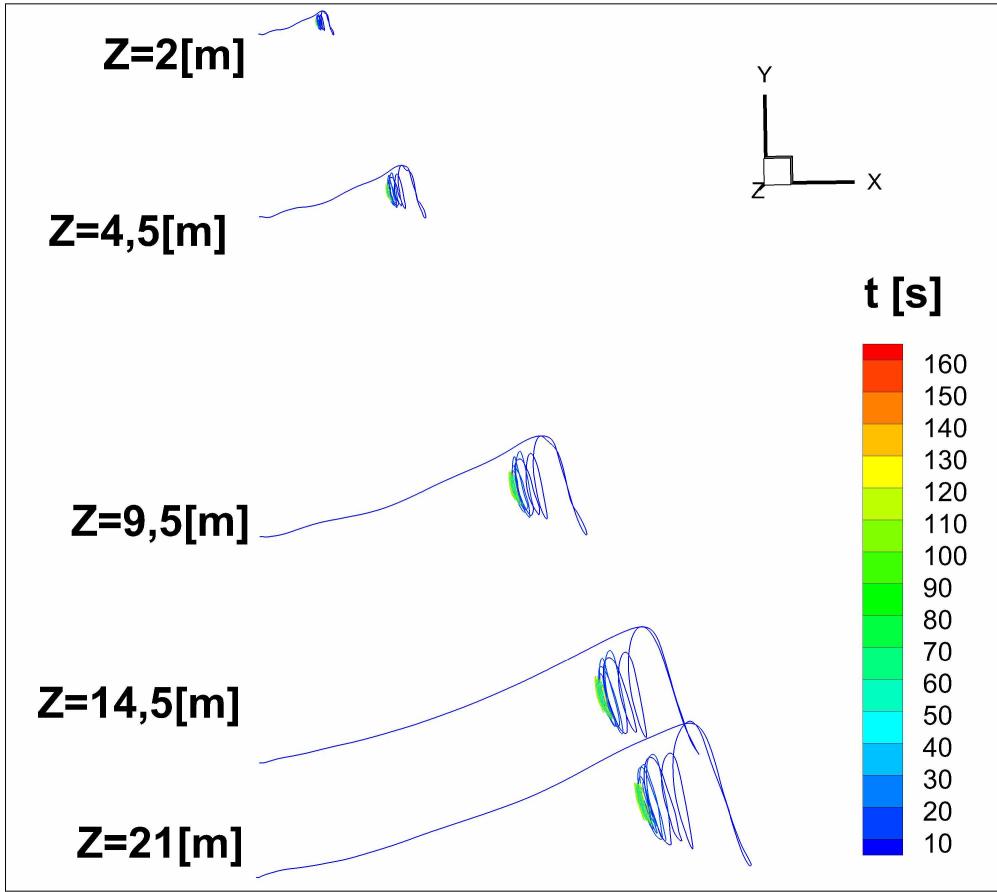


Figura 4.14: Órbitas da tubulação representadas em diferentes posições axiais. (Caso G01 $\phi$ ).

da tubulação (órbitas) com amplitudes variáveis ao longo da coordenada axial. Próximo da extremidade os deslocamentos são menores, tornando-se mais amplos à medida que se desloca para o centro da tubulação. A coloração é feita com a variável tempo, o que permite visualizar em cada órbita a sua evolução temporal. Percebe-se que a tubulação foi liberada a partir da deformação devido ao peso próprio no tempo  $t=0\text{ s}$  e que logo em seguida a mesma se desloca para a direita, na direção positiva do escoamento, sob o efeito das forças fluidodinâmicas. Para melhor visualizar a órbita, escolheu-se a posição  $Z=21\text{ m}$ , para a qual ela é apresentada em maiores detalhes, conforme Fig. 4.15.

A fim de fazer uma análise da dinâmica do escoamento, mostram-se nas Figs. 4.16 e 4.17 as posições nas quais foram colocadas as sondas de medida de velocidade à jusante do cilindro. As distribuições temporais da componente  $u$  da velocidade são apresentadas nas Figs. 4.18 e 4.19.

As instabilidades fluidodinâmicas se manifestam como oscilações temporais. Mostra-se na Fig. 4.20 algumas figuras com a esteira turbinhonar à jusante do cilindro, relativas a

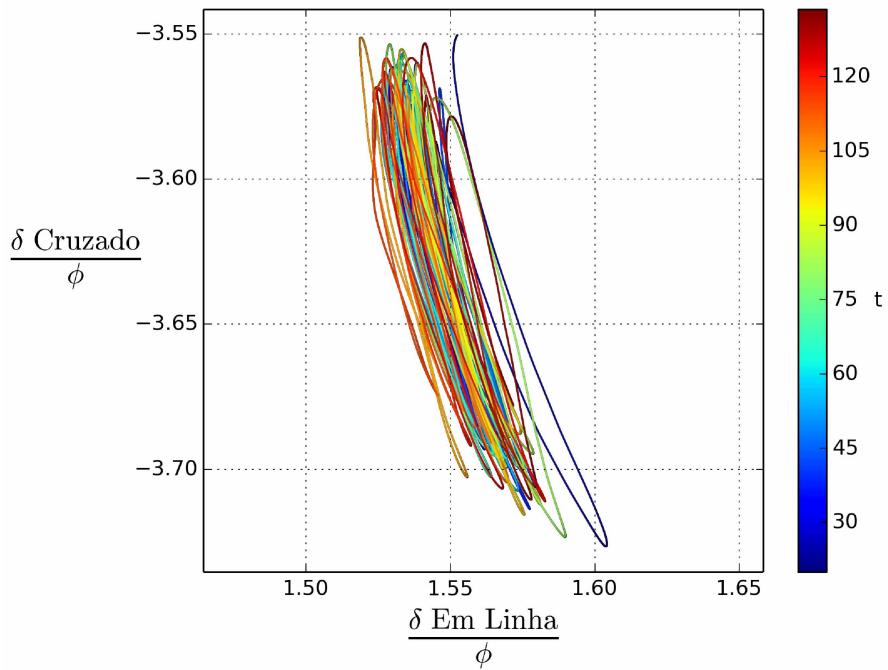


Figura 4.15: Órbita da tubulação representada em  $Z_s=21$  m, para  $t$  variando entre 20 s e 133,5 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G01 $\phi$ ).

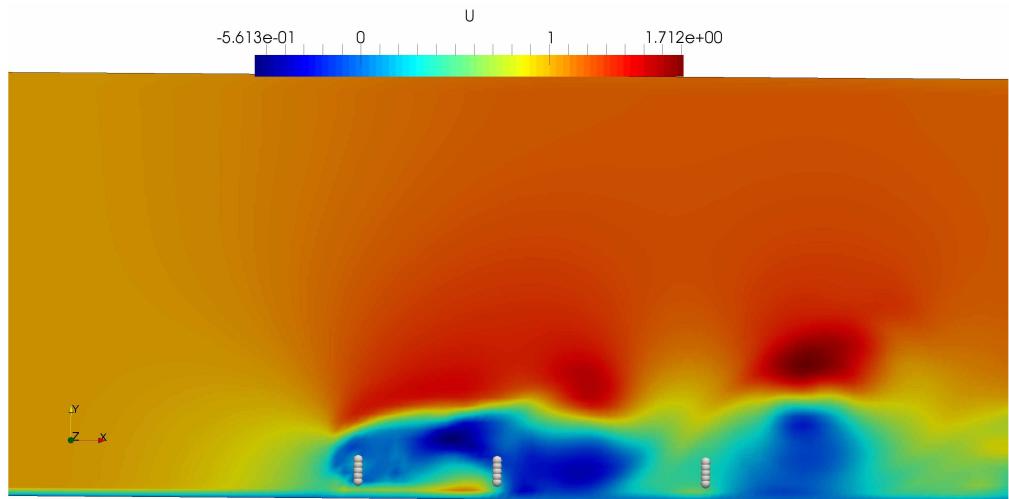


Figura 4.16: Posições das sondas em uma seção transversal do campo de velocidades em  $Z_s=21$ m (77 diâmetros). (Caso G01 $\phi$ ).

diferentes tempos. Os campos de vorticidade são utilizados para visualizar o escoamento em um corte feito no centro da tubulação. Os modos de emissão de estruturas turbilhonares classicamente identificados por meio de análises bidimensionais, é aqui mais difícil de ser identificados, uma vez que a análise aqui apresentada é proveniente de simulações tridimensionais. Acredita-se que o processo de tridimensionalização do escoamento pode afetar os

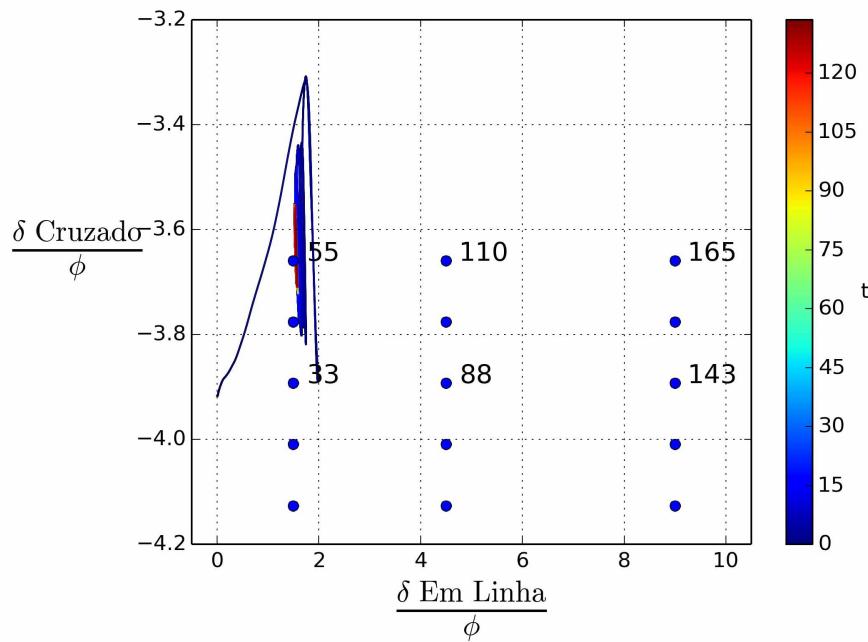


Figura 4.17: Posições das sondas em relação à órbita da estrutura em  $Z_s=41\text{m}$ . Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G01 $\phi$ ).

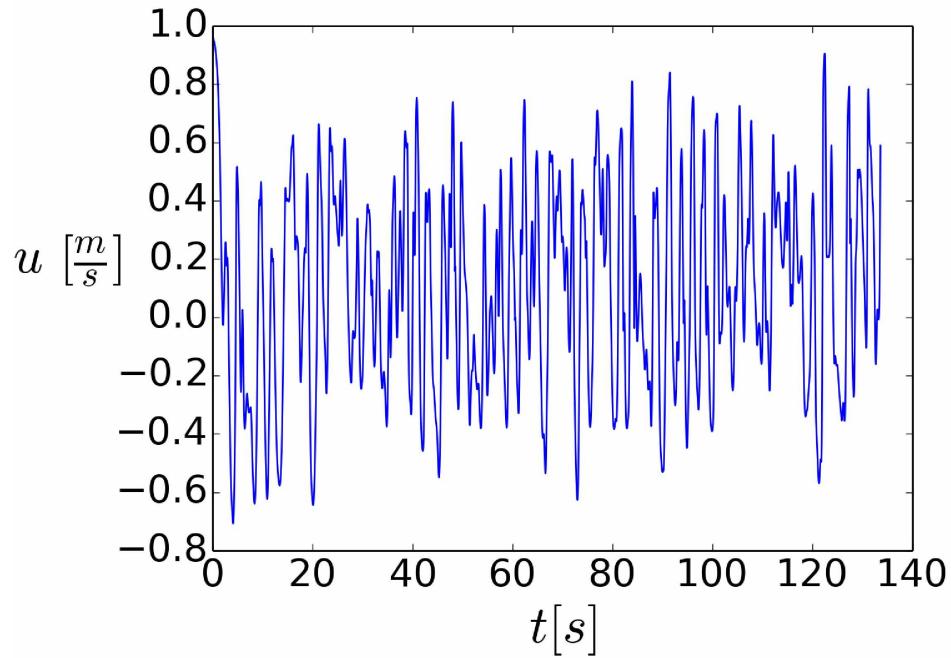


Figura 4.18: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 88 mostrada na Fig. 4.16. (Caso G01 $\phi$ ).

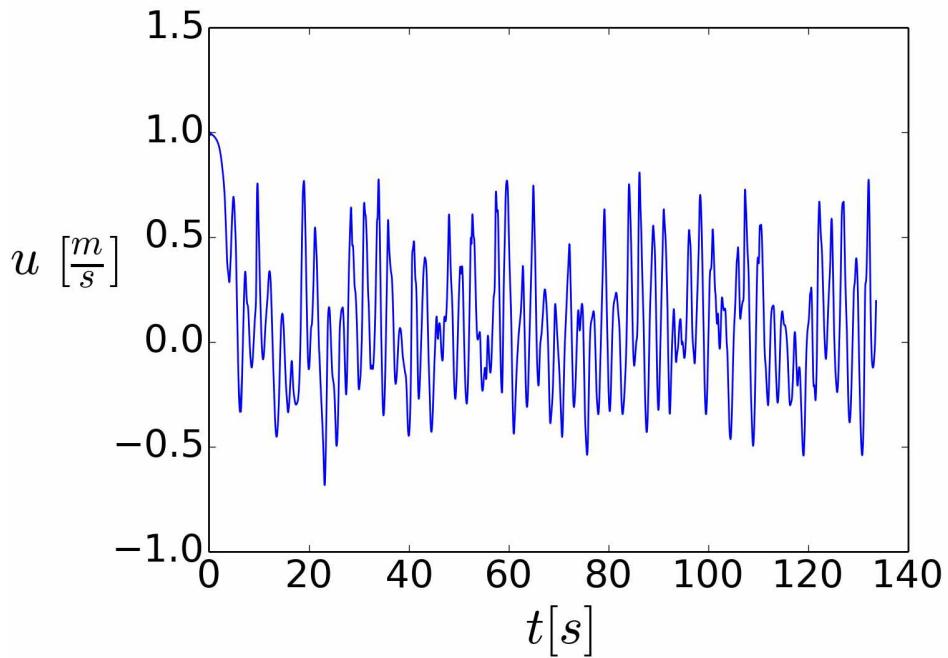


Figura 4.19: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 165 mostrada na Fig. 4.16. (Caso G01 $\phi$ ).

mecanismos físicos que levam aos diferentes modos de emissão de estruturas turbilhonares. Uma análise de correlação entre as frequências de formação das estruturas turbilhonares e as frequências de vibração da tubulação é apresentada em seguida.

Na Figura 4.21 mostram-se as transformadas de Fourier das distribuições das componentes de velocidades  $u$  (direção  $X_f$ ) e  $v$  (direção  $Y_f$ ) em função da frequência, a partir das séries temporais amostradas pela sonda 88 ilustrada nas Figs. 4.16 e 4.17. A distribuição temporal da componente  $u$ , obtida pela sonda 88, foi apresentada na Fig. 4.18. Analisando-se a Fig. 4.21 percebe-se que as frequências dos deslocamentos (em linha e transversal) da estrutura (tubulação) são correlacionados com as frequências de formação das estruturas turbilhonares. Observa-se ainda que o deslocamento em linha da estrutura apresenta uma maior gama de frequências excitadas quando comparado com o deslocamento transversal da tubulação.

#### 4.2.5 Caso com gap 0,2D m - G02D

Esse caso tem como dados de entrada da simulação tudo que foi descrito no modelo físico (seção 3.2). Além disso impôs-se um gap de 0,2D, ou seja uma distância de 0,05461m

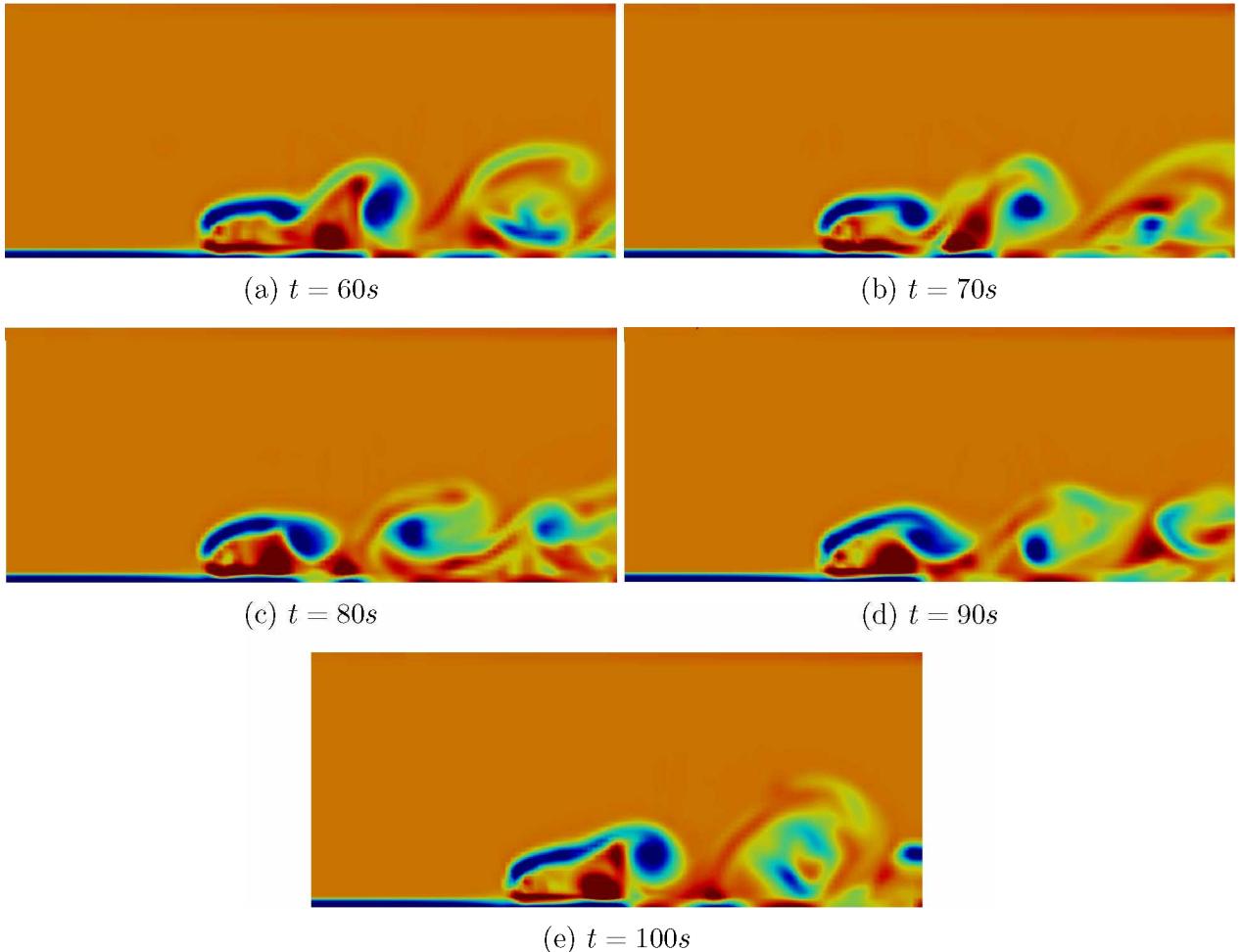


Figura 4.20: Campos de vorticidade para diferentes tempos, na sequencia apresentada, de cima para baixo:  $t=60$  s;  $t=70$  s;  $t=80$  s;  $t=90$  s;  $t=100$  s. (Caso G01 $\phi$ ).

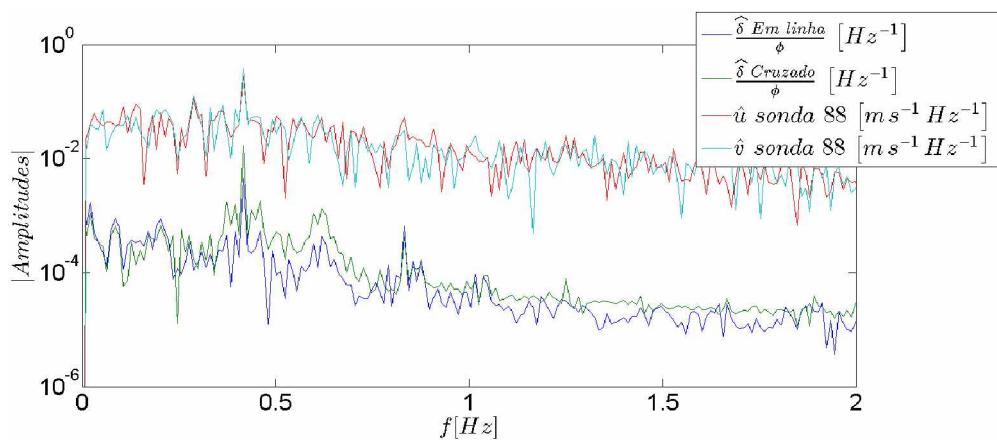


Figura 4.21: Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação). (Caso G01 $\phi$ ).

do ponto mais baixo do tubo ao solo. Na direção  $X_s$  os pontos de ancoragem da tubulação foram posicionados a 1,72m do início do domínio e na direção  $Y_s$  foi posicionado a 1,251m do chão. Essas dimensões estão ilustradas na Fig. 4.22.

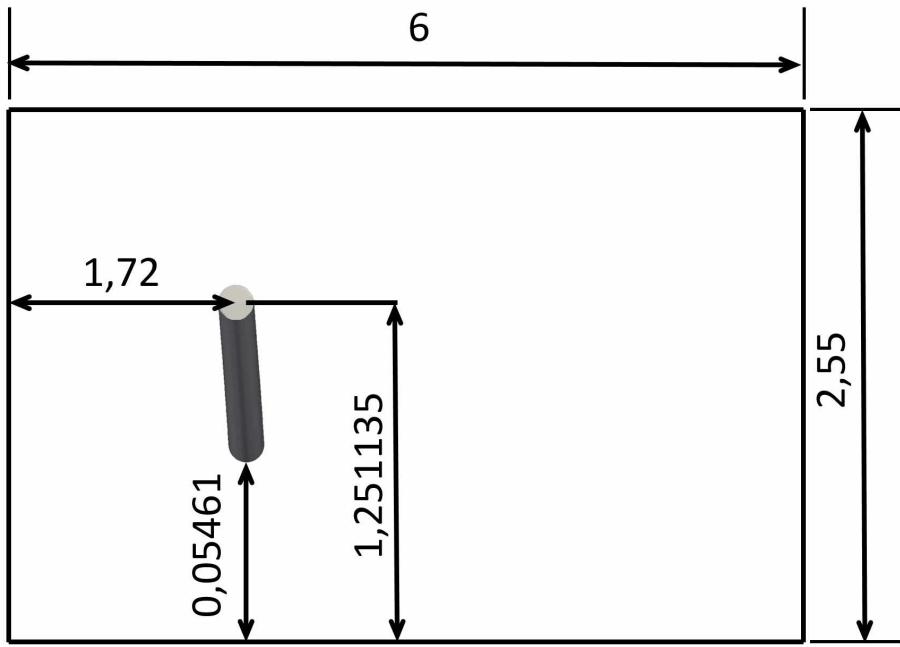


Figura 4.22: Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G02D (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros.

A metodologia LES fornece o comportamento transiente do escoamento, o que pode ser visualizado na Fig. 4.23 em três dimensões. O critério  $Q$  colorido pela velocidade  $u$  (componente da velocidade na direção  $X_f$  descrita na Fig. 3.2) foi utilizado como traçador numérico para visualizar o escoamento.

Nas Figuras 4.23 e 4.24, podem-se visualizar as instabilidades de Kelvin-Helmholtz, as quais estão sendo transportadas sequencialmente no espaço. Ao mesmo tempo instabilidades secundárias longitudinais estão sendo formadas e transportadas. O processo de transição à turbulência está ocorrendo.

Para melhor ilustrar a fluidodinâmica, mostram-se, na Fig. 4.24, vários cortes longitudinais sobre os quais se visualizam isovalores da componente  $u$  da velocidade, que mostram a esteira turbinhonar à jusante da tubulação. Apesar do forte nível de tridimensionalidade do escoamento, percebe-se que a esteira se manifesta de forma ainda organizada nas proximidades do cilindro.

A tubulação se desloca, sob a influência do escoamento, tanto na direção em linha (direção  $X_s$  descrita na Fig. 3.2) quanto na direção transversal ao escoamento (direção  $Y_s$  descrita na Fig. 3.2). Na Figura 4.25 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no

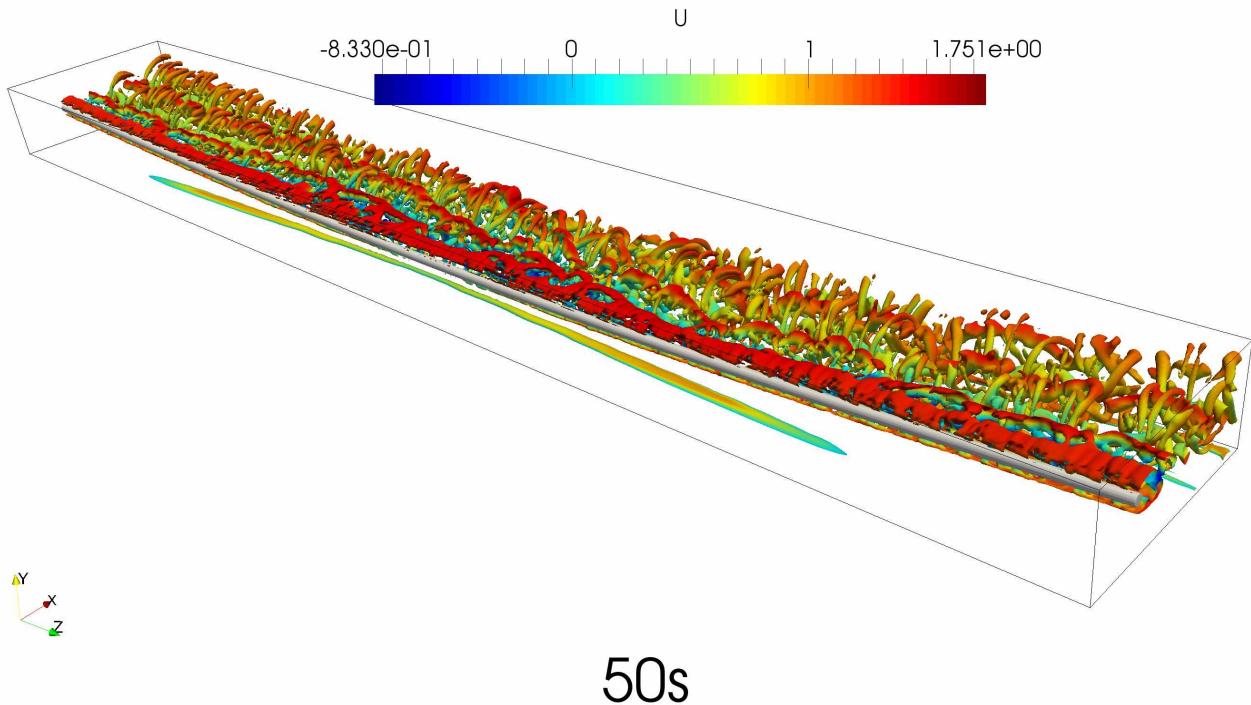


Figura 4.23: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto  $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualiza-se isovalor do critério  $Q$  (com  $Q=0,514971$ ) colorido pela velocidade  $u$  (direção principal do escoamento) do fluido em  $t=50s$ . (Caso G02 $\phi$ ).

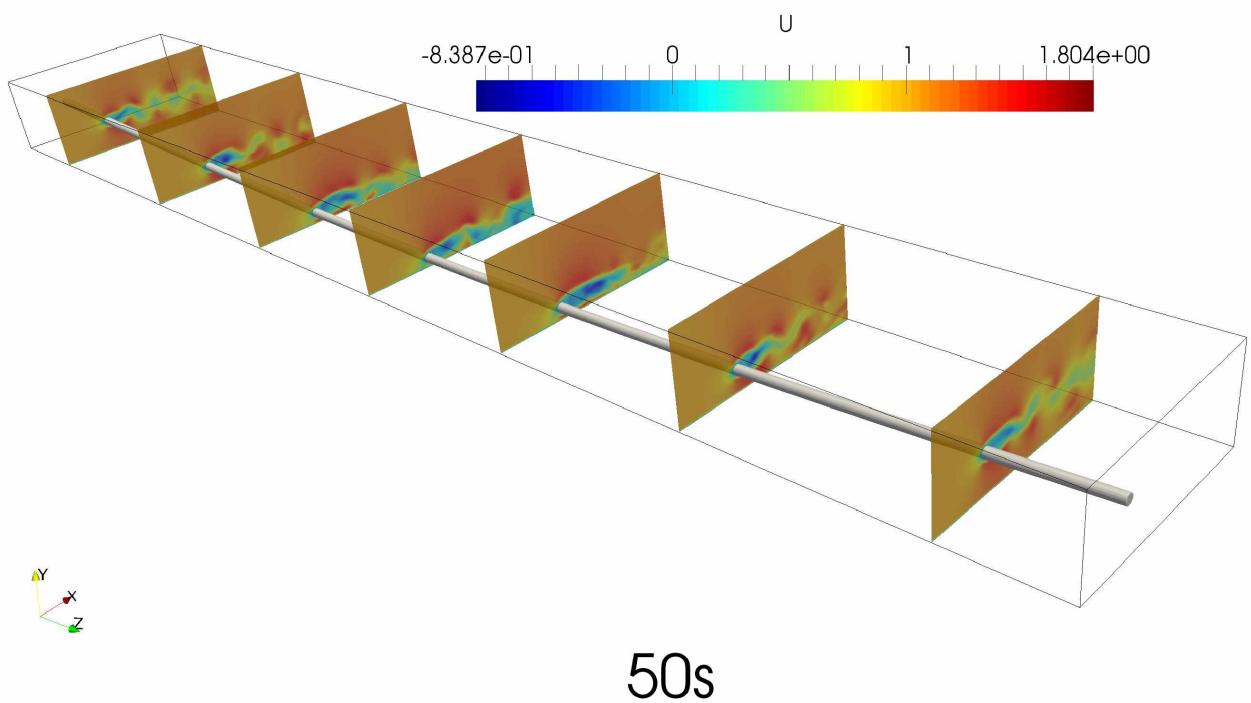


Figura 4.24: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto  $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualizam-se cortes do campo da componente  $u$  da velocidade em  $t=50s$ . (Caso G02 $\phi$ ).

plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. As diferentes cores e símbolos

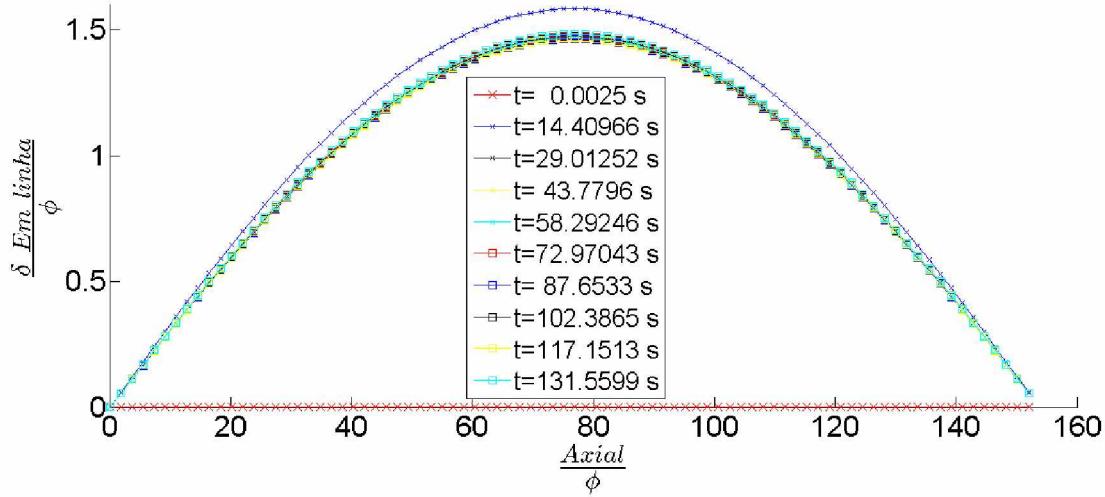


Figura 4.25: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02φ).

representam as posições da tubulação em função do tempo. Percebe-se que a cor vermelha com sinal de ( $\textcolor{red}{x}$ ) representa a posição inicial da tubulação, deformada pela ação do peso próprio, mas sem a ação fluidodinâmica. No tempo  $2,5 \times 10^{-3}s$  a viga se posiciona, na direção longitudinal, já sob os efeitos das forças fluidodinâmicas.

Na Figura 4.26 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo.

Ela se desloca na direção transversal ao escoamento, sob efeito do peso próprio e das forças fluidodinâmicas. Observa-se que o deslocamento é oscilante, caracterizando-se um modo de vibração. Percebe-se que os deslocamentos na direção transversal ao escoamento são maiores que os deslocamentos na direção do escoamento, em linha.

As Figuras 4.27 e 4.28 mostram os deslocamentos do ponto central da tubulação, nas direções em linha e transversal respectivamente. O deslocamento na direção  $X_s$  (em linha) oscila entre 148,72% e 142,79% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo do deslocamento é de 5,93% do diâmetro da tubulação. Esse dado foi obtido após a retirada da distribuição inicial do deslocamento da estrutura, portanto, após os 40 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que

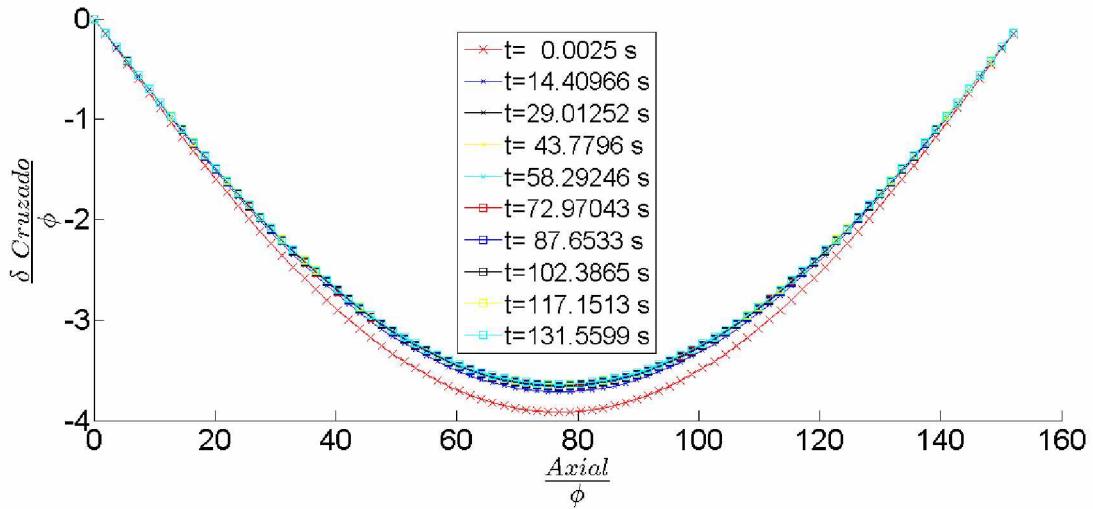


Figura 4.26: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ).

são respectivamente, 0,91% e 146,96%. O deslocamento na direção  $Y_s$  (cruzado), oscila entre -361,41% e -368,22% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo deslocamento é de 6,81% do diâmetro da tubulação. Esse dado também foi obtido após a retirada da distribuição inicial da estrutura, portanto, após os 40 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 1,20% e -365,08%.

Além disso, para ter dados estatísticos médios no tempo, o valor  $RMS$  dos deslocamentos foi calculado para cada ponto da tubulação, tanto para a direção em linha do escoamento quanto para a direção cruzada ao escoamento. Essas informações são apresentadas na Fig. 4.29, na forma de duas curvas intituladas  $RMS$ -em linha (direção do escoamento) e  $RMS$ -cruzado (direção transversal ao escoamento). O valor máximo  $RMS$  do deslocamento na direção em linha é de 146,97% do diâmetro, enquanto o valor máximo do  $RMS$  do deslocamento na direção transversal ao escoamento é de 365,08% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 40 segundos físicos. Na Figura 4.30 são apesentados os desvios padrões do deslocamento da estrutura na direção em linha e cruzada. O valor máximo de desvio padrão do deslocamento na direção em linha é de 0,91%, enquanto o valor máximo do desvio padrão do deslocamento na direção cruzada ao escoamento é de

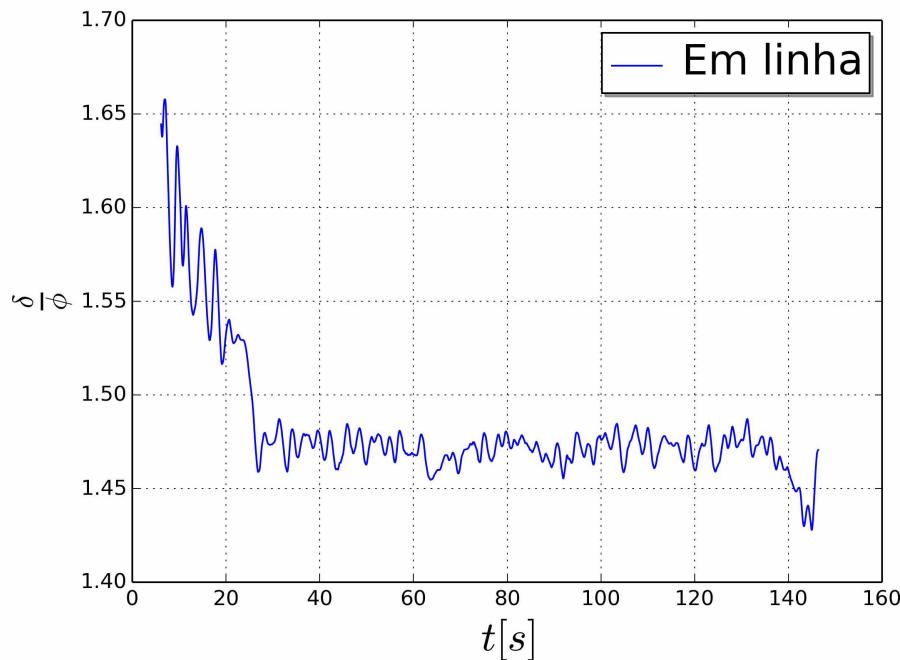


Figura 4.27: Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do tempo. (Caso G02 $\phi$ ).

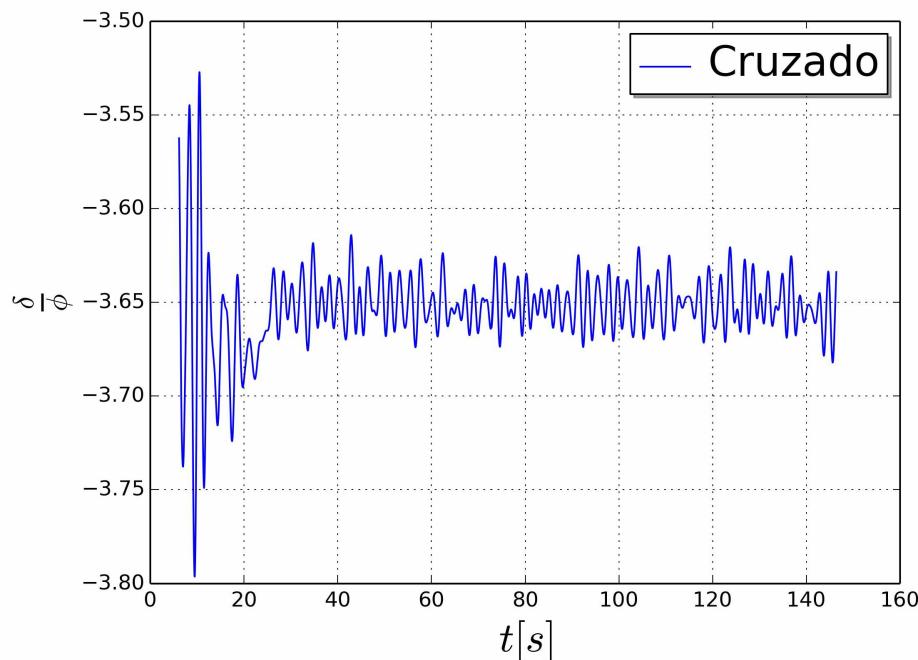


Figura 4.28: Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G02 $\phi$ ).

1,20% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 40 segundos físicos.

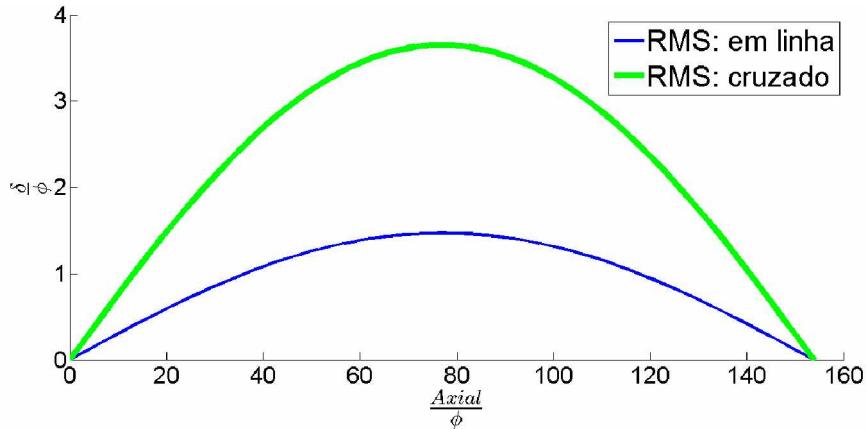


Figura 4.29: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em *RMS*. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ).

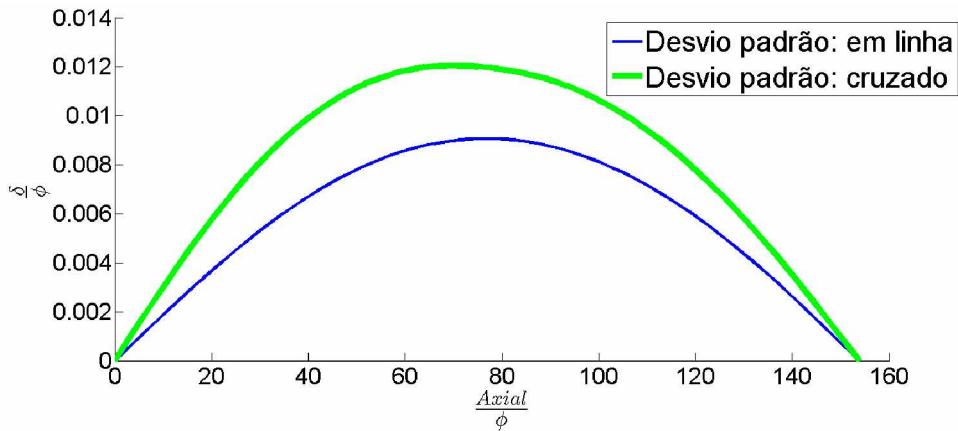


Figura 4.30: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ).

A órbita da tubulação ao longo do tempo pode ser visualizada na Fig. 4.31 para cinco pontos da sua linha de centro, posicionados de uma das extremidades até o ponto central.

Essas posições estão assinaladas pelos valores da coordenada  $Z$  (representando a direção  $Z_s$  nesse contexto), variando de 2,0 m (próximo do ponto de ancoragem) a 21 m (próximo do centro da tubulação). Observa-se que são formados envelopes de movimentação da tubulação (órbitas) com amplitudes variáveis ao longo da coordenada axial. Próximo da extremidade os deslocamentos são menores, tornando-se mais amplos à medida que se desloca para o centro da tubulação. A coloração é feita com a variável tempo, o que permite visualizar em cada órbita a sua evolução temporal. Percebe-se que a tubulação foi liberada a partir da deformação devido ao peso próprio no tempo  $t=0$  s e que logo em seguida a mesma se desloca para a direita, na direção positiva do escoamento, sob o efeito das forças

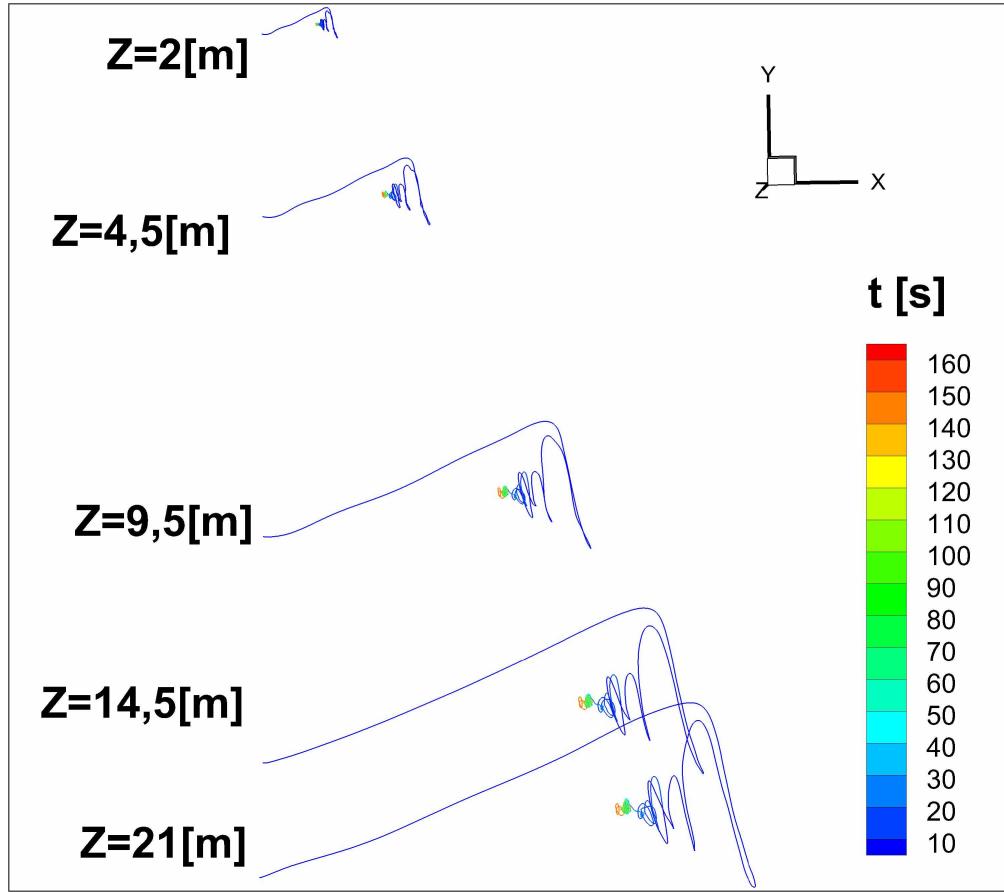


Figura 4.31: Órbitas da tubulação representadas em diferentes posições axiais. (Caso G02 $\phi$ ).

fluidodinâmicas. Para melhor visualizar a órbita, escolheu-se a posição  $Z=21$  m, para a qual ela é apresentada em maiores detalhes, conforme Fig. 4.32.

A fim de fazer uma análise da dinâmica do escoamento, mostram-se nas Figs. 4.33 e 4.34 as posições nas quais foram colocadas as sondas de medida de velocidade à jusante do cilindro. As distribuições temporais da componente  $u$  da velocidade são apresentadas nas Figs. 4.35 e 4.36.

As instabilidades fluidodinâmicas se manifestam como oscilações temporais. Mostra-se na Fig. 4.37 algumas figuras com a esteira turbinhonar à jusante do cilindro, relativas a diferentes tempos. Os campos de vorticidade são utilizados para visualizar o escoamento em um corte feito no centro da tubulação. Uma análise de correlação entre as frequências de formação das estruturas turbinholares e as frequências de vibração da tubulação é apresentada em seguida.

Na Figura 4.38 mostram-se as transformadas de Fourier das distribuições das componentes de velocidades  $u$  (direção  $X_f$ ) e  $v$  (direção  $Y_f$ ) em função da frequência, a partir das

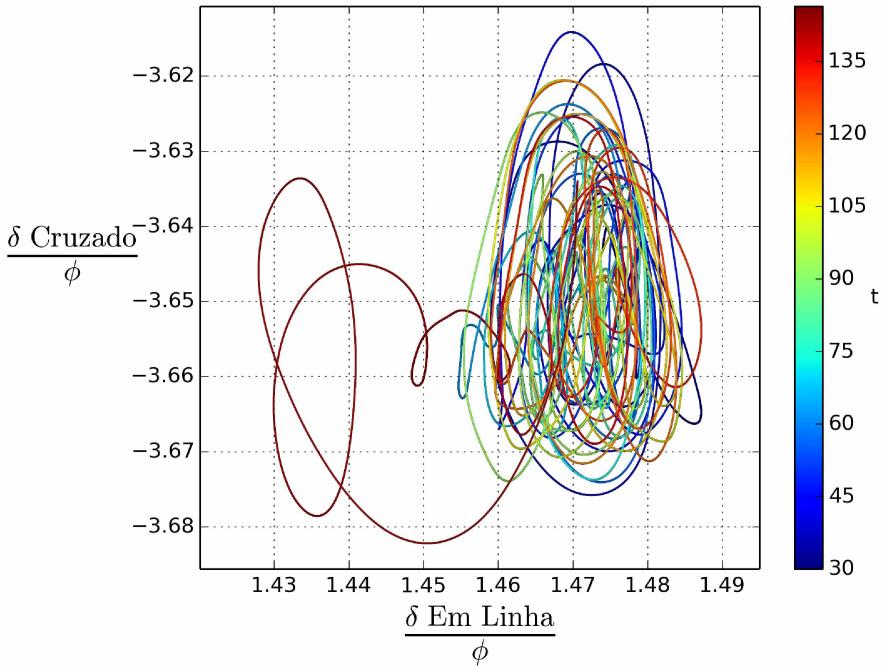


Figura 4.32: Órbita da tubulação representada em  $Z_s=21$  m, para  $t$  variando entre 30 s e 147 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ).

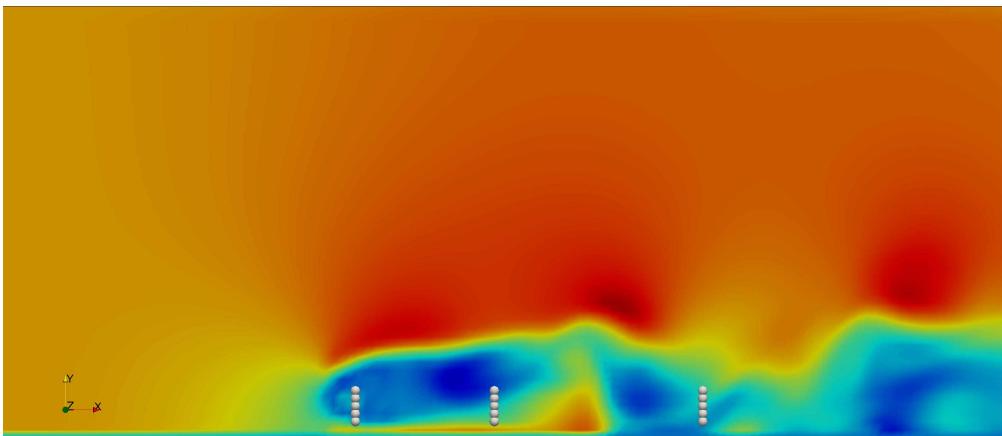


Figura 4.33: Posições das sondas em uma seção transversal do campo de velocidades em  $Z_s=21$ m (77 diâmetros). (Caso G02 $\phi$ ).

séries temporais amostradas pela sonda 110 ilustrada nas Figs. 4.33 e 4.34. A distribuição temporal da componente  $u$ , obtida pela sonda 110, foi apresentada na Fig. 4.36. Analisando-se a Fig. 4.38 percebe-se que as frequências dos deslocamentos (em linha e transversal) da estrutura (tubulação) são correlacionados com as frequências de formação das estruturas turbinhoares. Observa-se ainda que o deslocamento em linha da estrutura apresenta uma

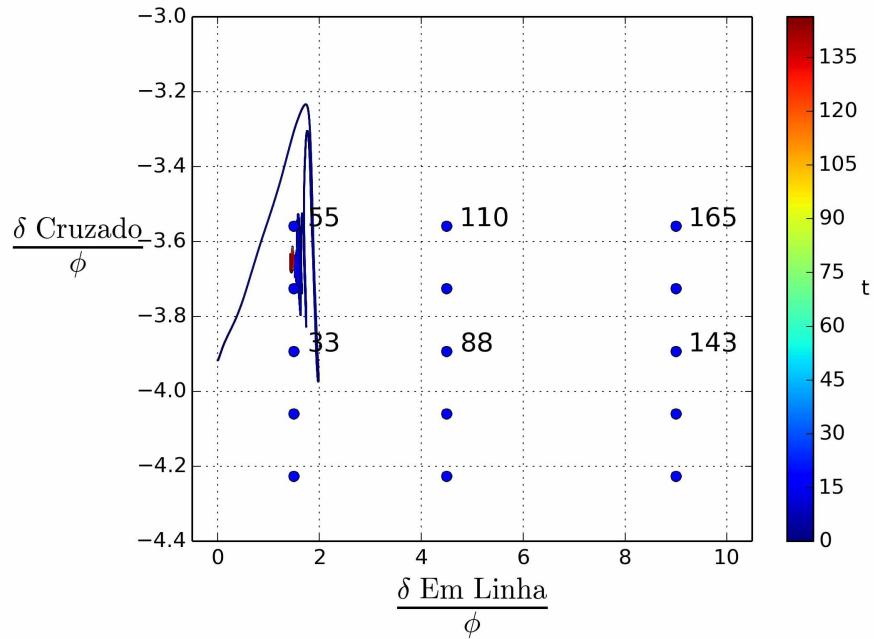


Figura 4.34: Posições das sondas em relação à órbita da estrutura em  $Z_s=41\text{m}$ . Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G02 $\phi$ ).

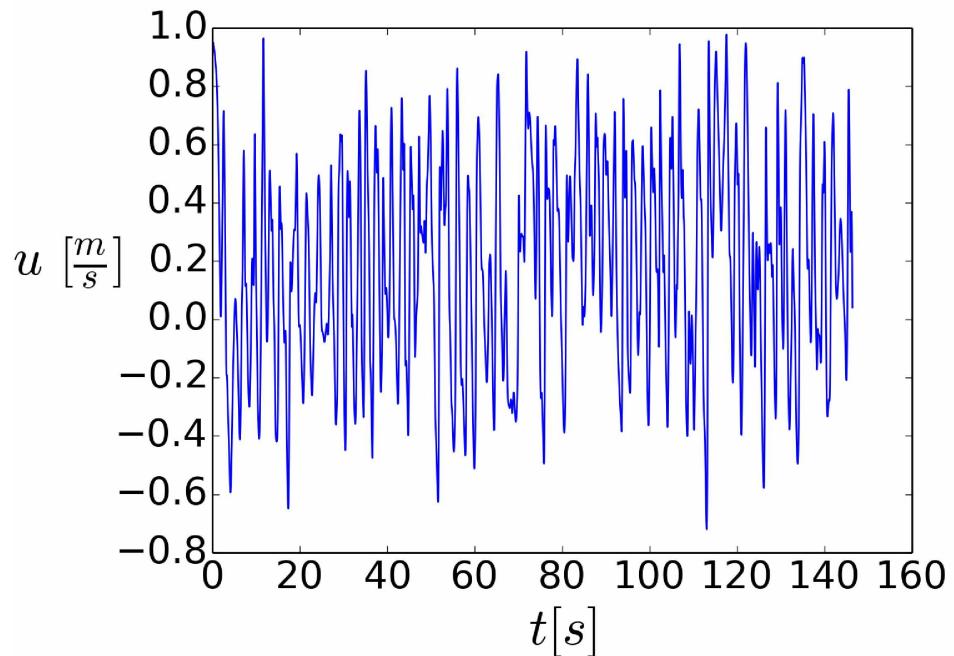


Figura 4.35: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 88 mostrada na Fig. 4.33. (Caso G02 $\phi$ ).

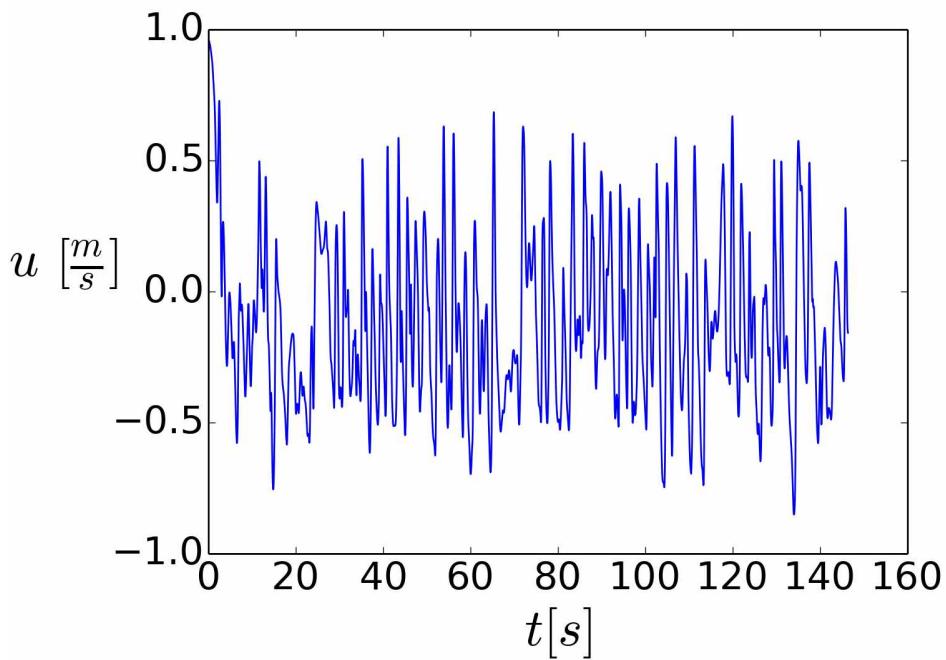


Figura 4.36: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 110 mostrada na Fig. 4.33. (Caso G02 $\phi$ ).

maior gama de frequências excitadas quando comparado com o deslocamento transversal da tubulação.

#### 4.2.6 Caso com gap 0,3D m - G03D

Esse caso tem como dados de entrada da simulação tudo que foi descrito no modelo físico (seção 3.2). Além disso impôs-se um gap de 0,3D, ou seja uma distância de 0,081915m do ponto mais baixo do tubo ao solo. Na direção  $X_s$  os pontos de ancoragem da tubulação foram posicionados a 1,72m do início do domínio e na direção  $Y_s$  foi posicionado a 1,27844m do chão. Essas dimensões estão ilustradas na Fig. 4.39.

A metodologia LES fornece o comportamento transiente do escoamento, o que pode ser visualizado na Fig. 4.40 em três dimensões. O critério  $Q$  colorido pela velocidade  $u$  (componente da velocidade na direção  $X_f$  descrita na Fig. 3.2) foi utilizado como traçador numérico para visualizar o escoamento.

Nas Figuras 4.40 e 4.41, podem-se visualizar as instabilidades de Kelvin-Helmholtz, as quais estão sendo transportadas sequencialmente no espaço. Ao mesmo tempo instabilidades secundárias longitudinais estão sendo formadas e transportadas. O processo de transição à

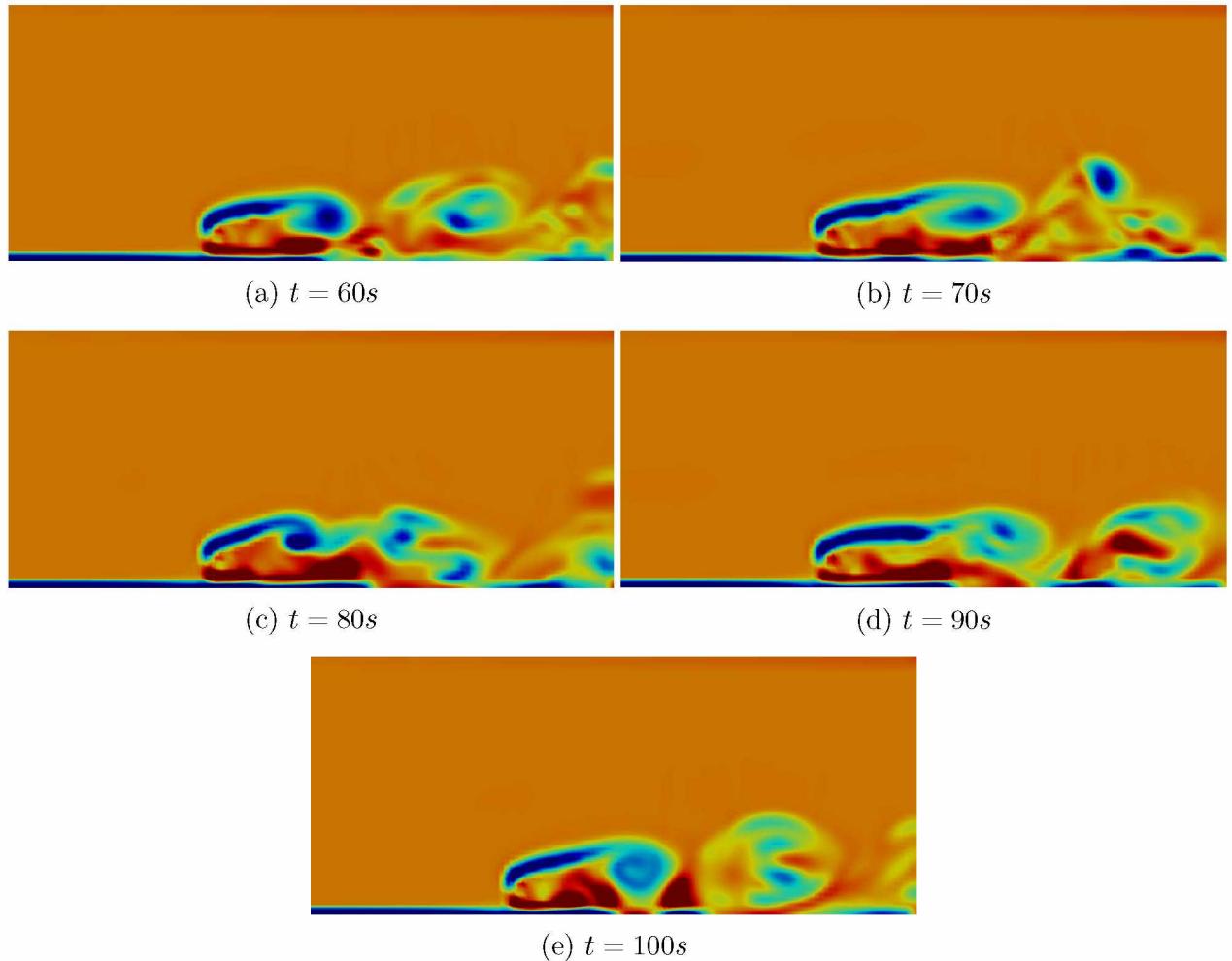


Figura 4.37: Campos de vorticidade para diferentes tempos, na sequencia apresentada, de cima para baixo:  $t=60$  s;  $t=70$  s;  $t=80$  s;  $t=90$  s;  $t=100$  s. (Caso G02 $\phi$ ).

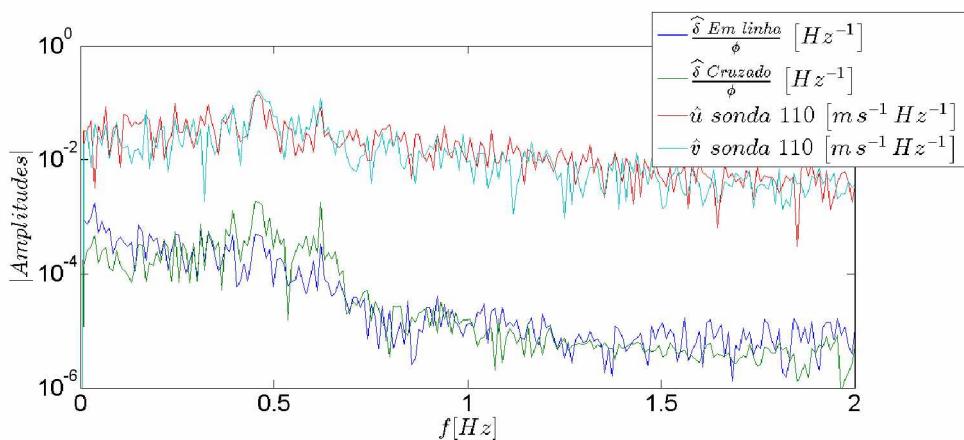


Figura 4.38: Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação). (Caso G02 $\phi$ ).

turbulência está ocorrendo.

Para melhor ilustrar a fluidodinâmica, mostram-se, na Fig. 4.41, vários cortes longitudinais sobre os quais se visualizam isovalores da componente  $u$  da velocidade, que mostram

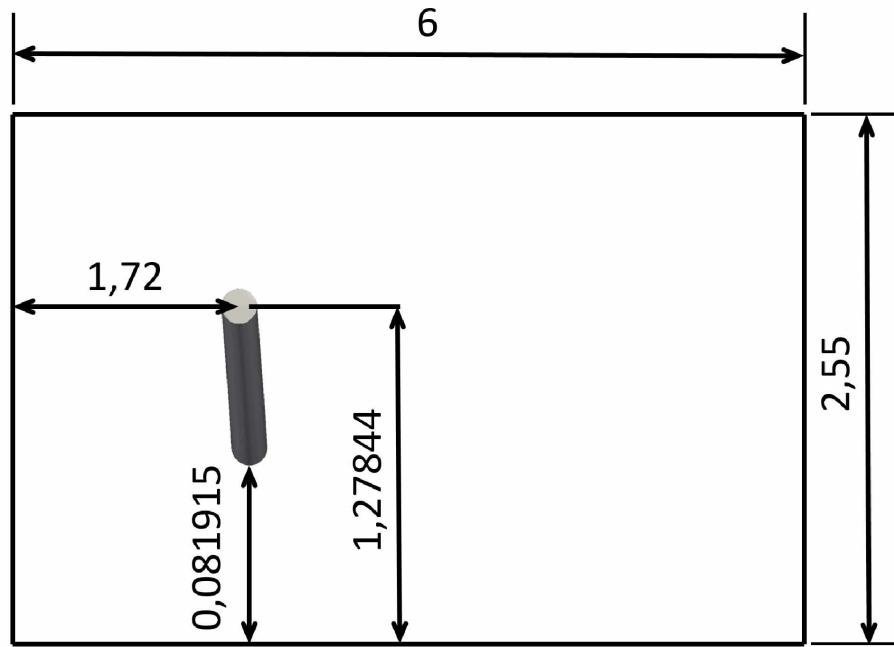
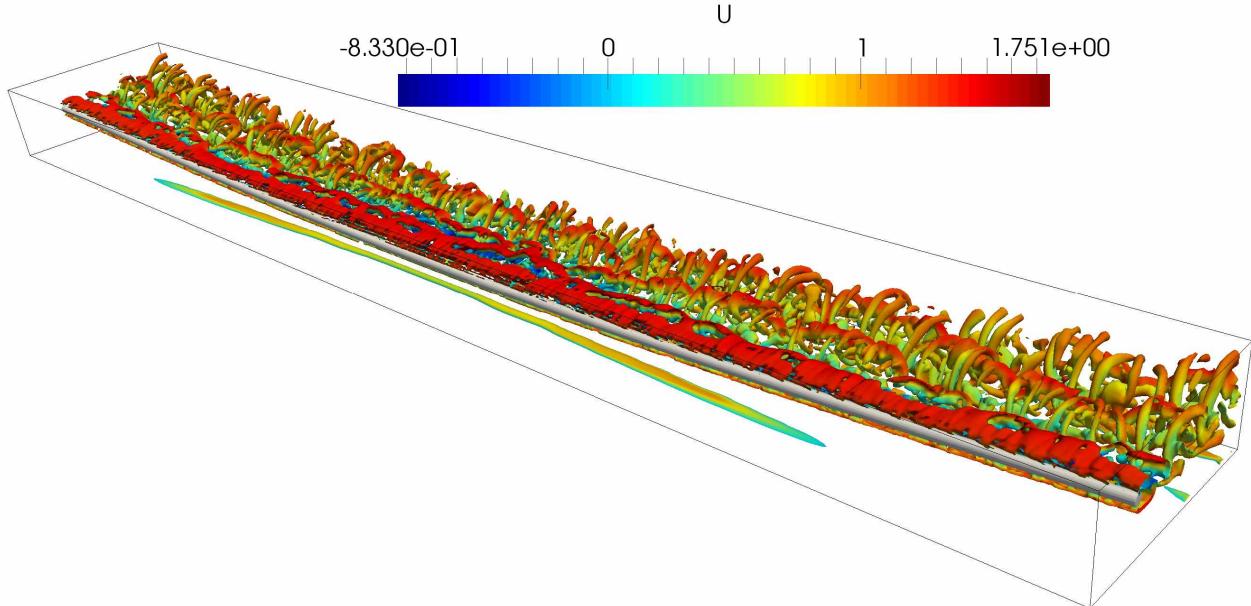
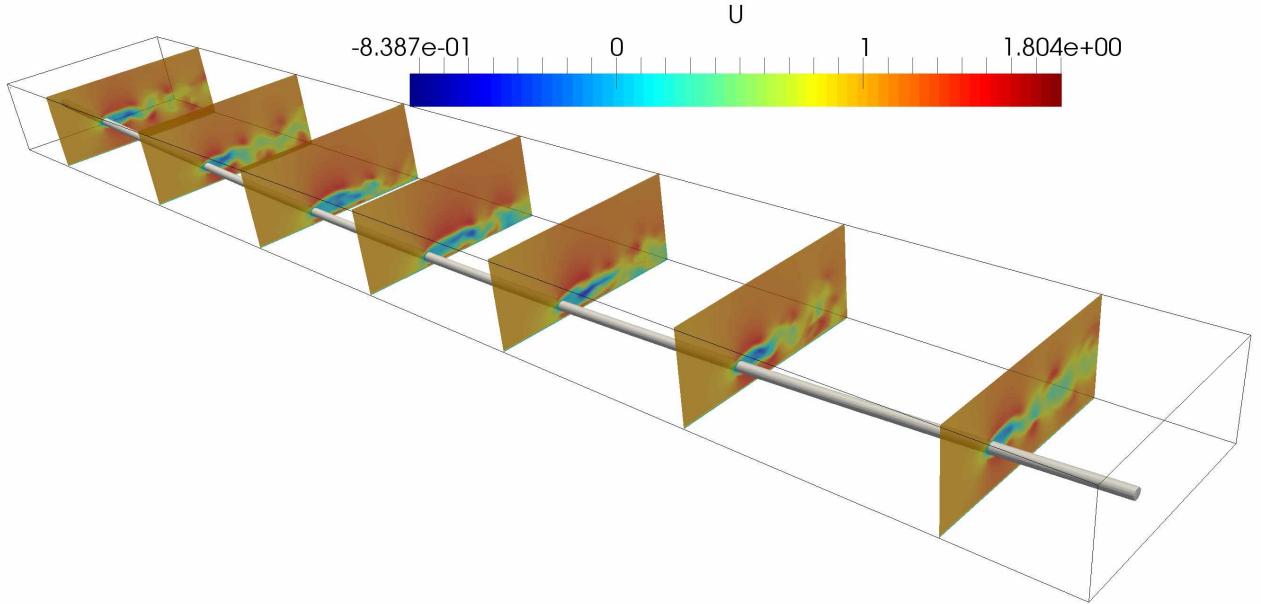


Figura 4.39: Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G03D (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros.



50s

Figura 4.40: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto  $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualiza-se isovalor do critério  $Q$  (com  $Q=0,514971$ ) colorido pela velocidade  $u$  (direção principal do escoamento) do fluido em  $t=50s$ . (Caso G03 $\phi$ ).



**50s**

Figura 4.41: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto  $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualizam-se cortes do campo da componente  $u$  da velocidade em  $t=50s$ . (Caso G03 $\phi$ ).

a esteira turbinhar à jusante da tubulação. Apesar do forte nível de tridimensionalidade do escoamento, percebe-se que a esteira se manifesta de forma ainda organizada nas proximidades do cilindro.

A tubulação se desloca, sob a influência do escoamento, tanto na direção em linha (direção  $X_s$  descrita na Fig. 3.2) quanto na direção transversal ao escoamento (direção  $Y_s$  descrita na Fig. 3.2). Na Figura 4.42 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. As diferentes cores e símbolos representam as posições da tubulação em função do tempo. Percebe-se que a cor vermelha com sinal de ( $x$ ) representa a posição inicial da tubulação, deformada pela ação do peso próprio, mas sem a ação fluidodinâmica. No tempo  $2,5 \times 10^{-3}s$  a viga se posiciona, na direção longitudinal, já sob os efeitos das forças fluidodinâmicas.

Na Figura 4.43 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo.

Ela se desloca na direção transversal ao escoamento, sob efeito do peso próprio e das forças fluidodinâmicas. Observa-se que o deslocamento é oscilante, caracterizando-se um

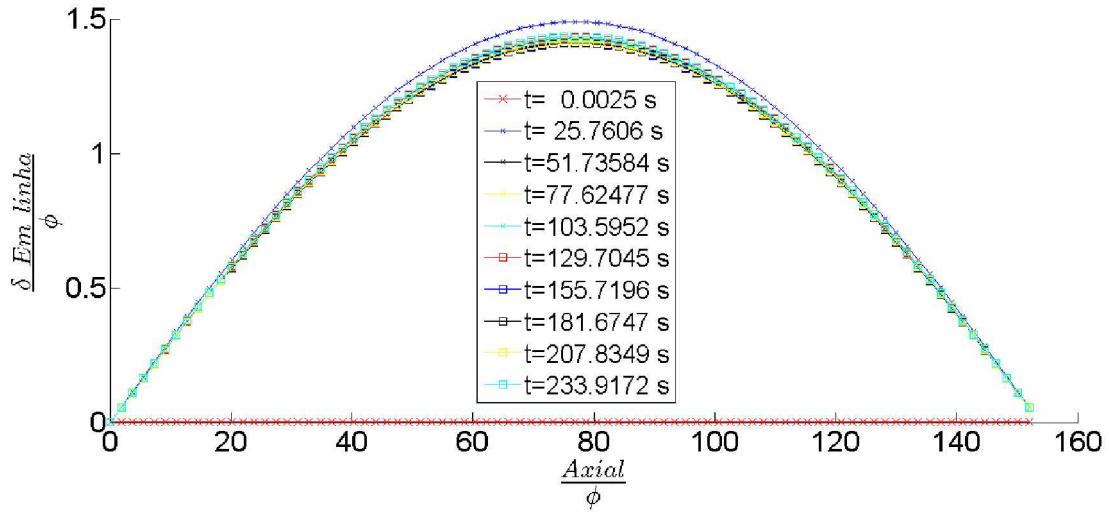


Figura 4.42: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ).

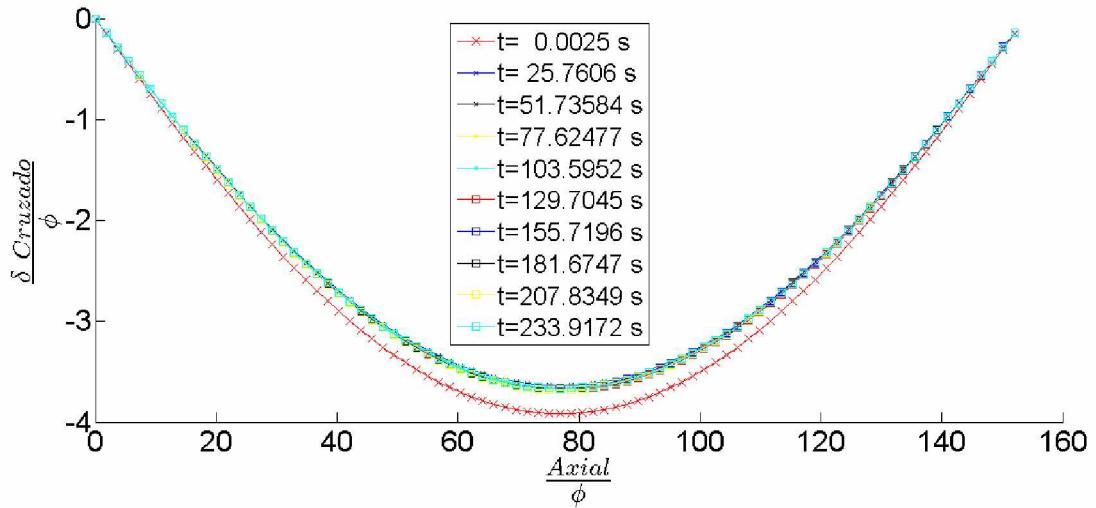


Figura 4.43: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s, Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ).

modo de vibração. Percebe-se que os deslocamentos na direção transversal ao escoamento são maiores que os deslocamentos na direção do escoamento, em linha.

As Figuras 4.44 e 4.45 mostram os deslocamentos do ponto central da tubulação, nas direções em linha e transversal respectivamente. O deslocamento na direção  $X_s$  (em linha) oscila entre 144,50% e 140,02% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo do deslocamento é de 4,48% do diâmetro da tubulação. Esse dado foi

obtido após a retirada da distribuição inicial do deslocamento da estrutura, portanto, após os 150 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 0,88% e 141,81%. O deslocamento na direção  $Y_s$  (cruzado), oscila entre -364,94% e -369,25% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo deslocamento é de 4,30% do diâmetro da tubulação. Esse dado também foi obtido após a retirada da distribuição inicial da estrutura, portanto, após os 150 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 0,87% e -367,28%.

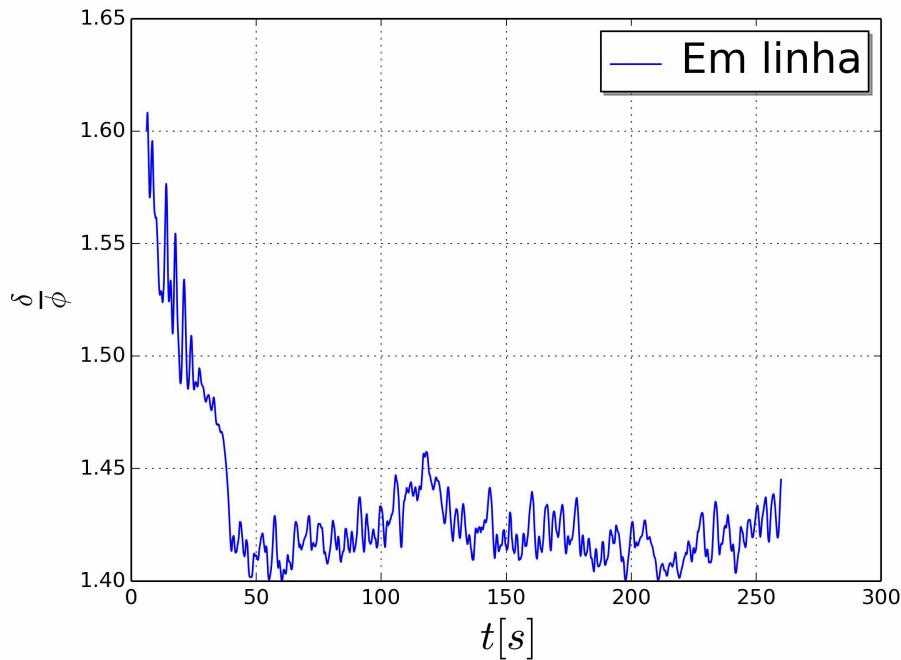


Figura 4.44: Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do tempo. (Caso G03 $\phi$ ).

Além disso, para ter dados estatísticos médios no tempo, o valor  $RMS$  dos deslocamentos foi calculado para cada ponto da tubulação, tanto para a direção em linha do escoamento quanto para a direção cruzada ao escoamento. Essas informações são apresentadas na Fig. 4.46, na forma de duas curvas intituladas  $RMS$ -em linha (direção do escoamento) e  $RMS$ -cruzado (direção transversal ao escoamento). O valor máximo  $RMS$  do deslocamento na direção em linha é de 141,81% do diâmetro, enquanto o valor máximo do  $RMS$  do desloca-

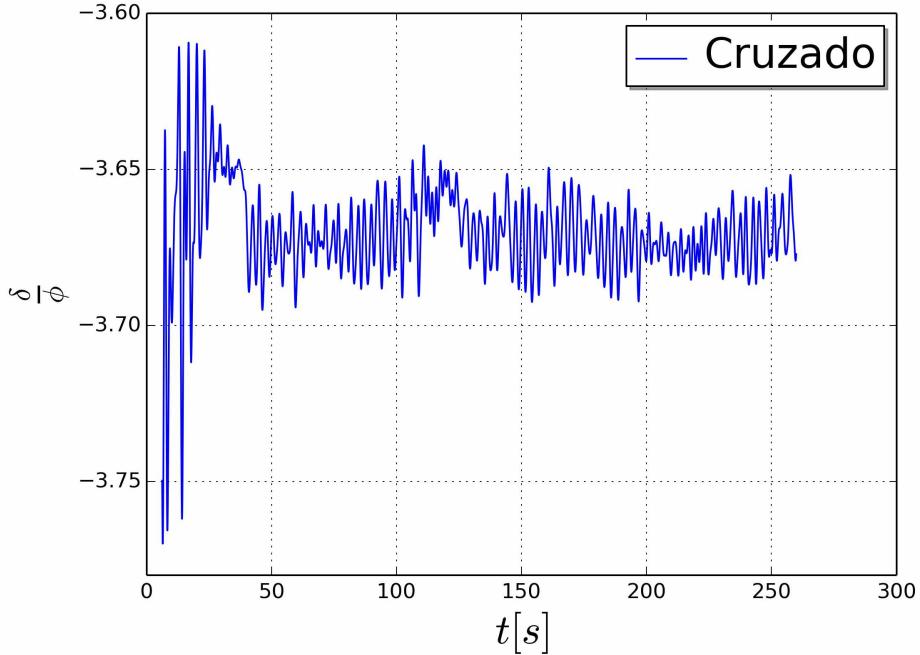


Figura 4.45: Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G03 $\phi$ ).

mento na direção transversal ao escoamento é de 367,28% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 150 segundos físicos. Na Figura 4.47 são apresentados os desvios padrões do deslocamento da estrutura na direção em linha e cruzada. O valor máximo de desvio padrão do deslocamento na direção em linha é de 0,88%, enquanto o valor máximo do desvio padrão do deslocamento na direção cruzada ao escoamento é de 0,88% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 150 segundos físicos.

A órbita da tubulação ao longo do tempo pode ser visualizada na Fig. 4.48 para cinco pontos da sua linha de centro, posicionados de uma das extremidades até o ponto central.

Essas posições estão assinaladas pelos valores da coordenada  $Z$  (representando a direção  $Z_s$  nesse contexto), variando de 2,0 m (próximo do ponto de ancoragem) a 21 m (próximo do centro da tubulação). Observa-se que são formados envelopes de movimentação da tubulação (órbitas) com amplitudes variáveis ao longo da coordenada axial. Próximo da extremidade os deslocamentos são menores, tornando-se mais amplos à medida que se desloca para o centro da tubulação. A coloração é feita com a variável tempo, o que permite visualizar em cada órbita a sua evolução temporal. Percebe-se que a tubulação foi liberada

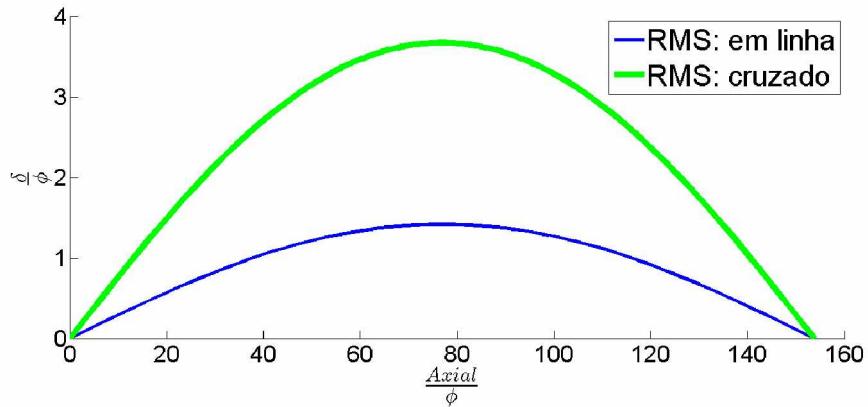


Figura 4.46: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em *RMS*. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ).

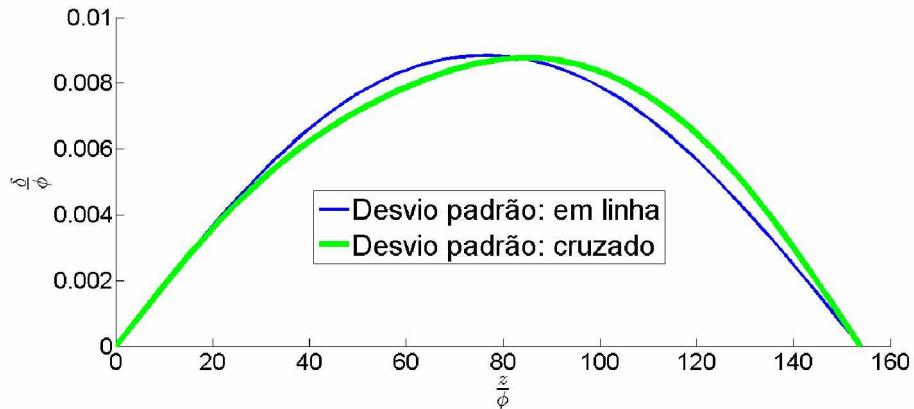


Figura 4.47: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ).

a partir da deformação devido ao peso próprio no tempo  $t=0$  s e que logo em seguida a mesma se desloca para a direita, na direção positiva do escoamento, sob o efeito das forças fluidodinâmicas. Para melhor visualizar a órbita, escolheu-se a posição  $Z=21$  m, para a qual ela é apresentada em maiores detalhes, conforme Fig. 4.49.

A fim de fazer uma análise da dinâmica do escoamento, mostram-se nas Figs. 4.50 e 4.51 as posições nas quais foram colocadas as sondas de medida de velocidade à jusante do cilindro. As distribuições temporais da componente  $u$  da velocidade são apresentadas nas Figs. 4.52 e 4.53.

As instabilidades fluidodinâmicas se manifestam como oscilações temporais. Mostra-se na Fig. 4.54 algumas figuras com a esteira turbinhar à jusante do cilindro, relativas a diferentes tempos. Os campos de vorticidade são utilizados para visualizar o escoamento em

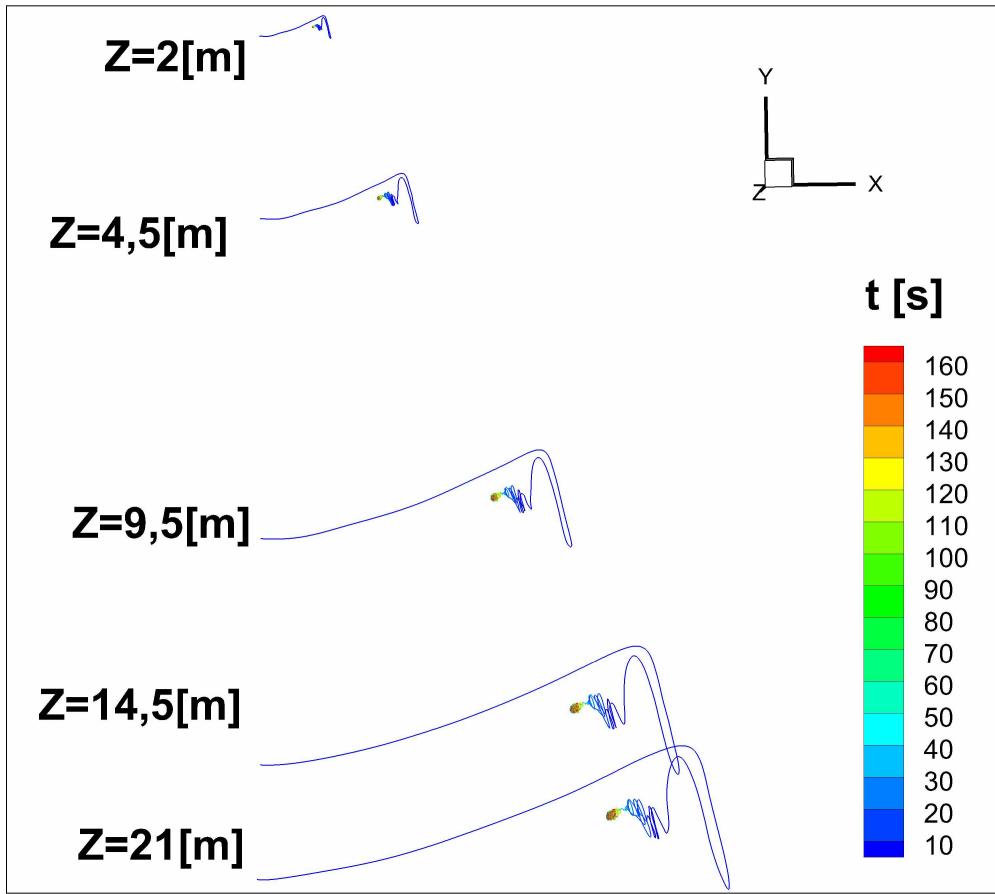


Figura 4.48: Órbitas da tubulação representadas em diferentes posições axiais. (Caso G03 $\phi$ ).

um corte feito no centro da tubulação. Uma análise de correlação entre as frequências de formação das estruturas turbinhonianas e as frequências de vibração da tubulação é apresentada em seguida.

Na Figura 4.55 mostram-se as transformadas de Fourier das distribuições das componentes de velocidades  $u$  (direção  $X_f$ ) e  $v$  (direção  $Y_f$ ) em função da frequência, a partir das séries temporais amostradas pela sonda 88 ilustrada nas Figs. 4.50 e 4.51. A distribuição temporal da componente  $u$ , obtida pela sonda 110, foi apresentada na Fig. 4.53. Analisando-se a Fig. 4.55 percebe-se que as frequências dos deslocamentos (em linha e transversal) da estrutura (tubulação) são correlacionados com as frequências de formação das estruturas turbinhonianas. Observa-se ainda que o deslocamento em linha da estrutura apresenta uma maior gama de frequências excitadas quando comparado com o deslocamento transversal da tubulação.

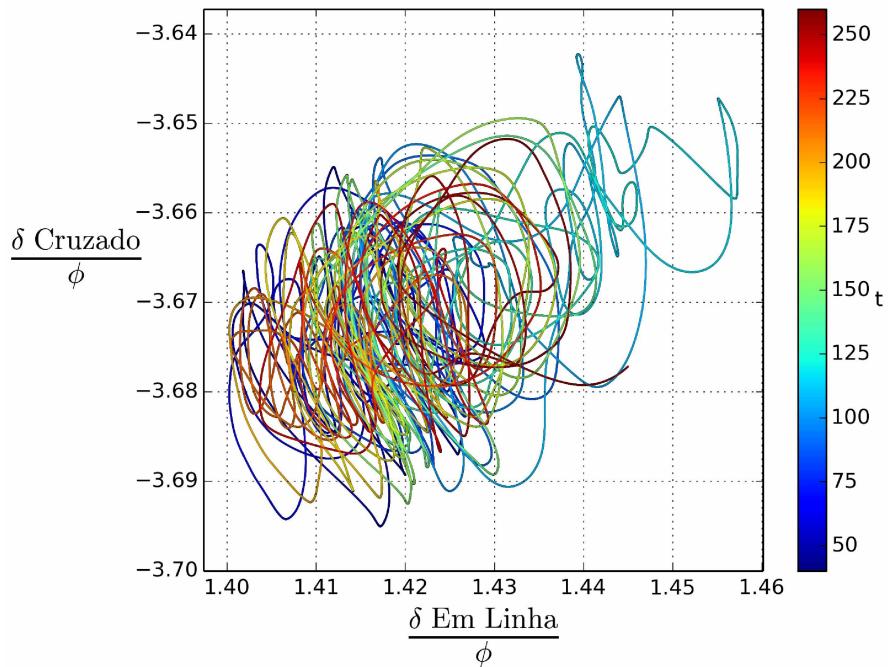


Figura 4.49: Órbita da tubulação representada em  $Z_s=21$  m, para  $t$  variando entre 40 s e 260 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ).

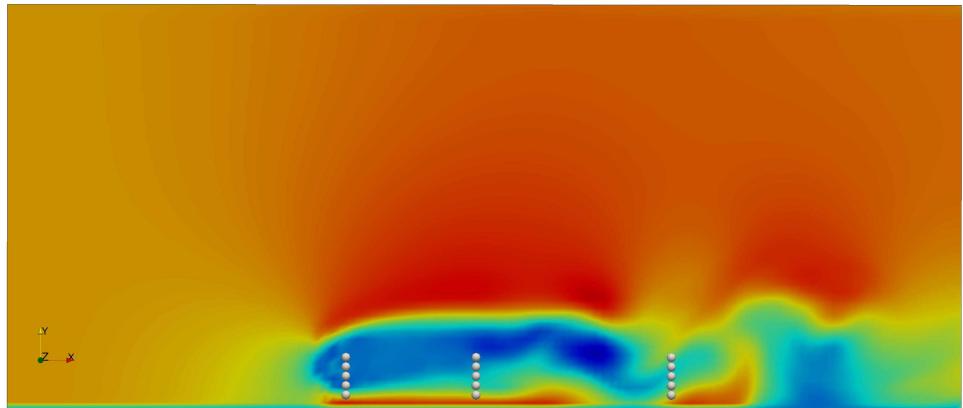


Figura 4.50: Posições das sondas em uma seção transversal do campo de velocidades em  $Z_s=21$ m (77 diâmetros). (Caso G03 $\phi$ ).

#### 4.2.7 Caso com gap 1D m - G1D

Esse caso tem como dados de entrada da simulação tudo que foi descrito no modelo físico (seção 3.2). Além disso impôs-se um gap de 1D, ou seja uma distância de 0,27305m do ponto mais baixo do tubo ao solo. Na direção  $X_s$  os pontos de ancoragem da tubulação foram posicionados a 1,72m do início do domínio e na direção  $Y_s$  foi posicionado a 1,469575m

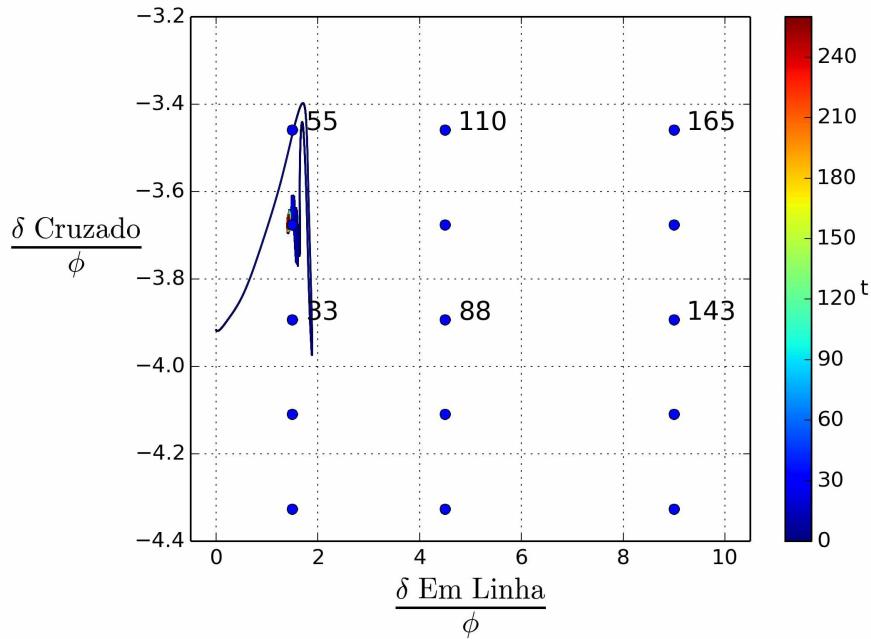


Figura 4.51: Posições das sondas em relação à órbita da estrutura em  $Z_s=41\text{m}$ . Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G03 $\phi$ ).

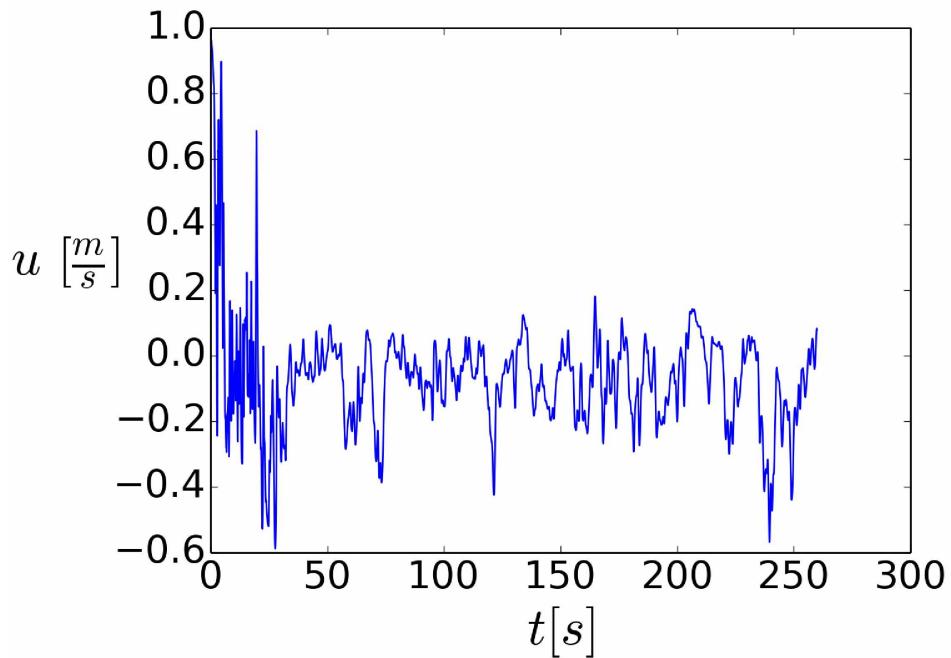


Figura 4.52: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 110 apresentada na Fig. 4.50. (Caso G03 $\phi$ ).

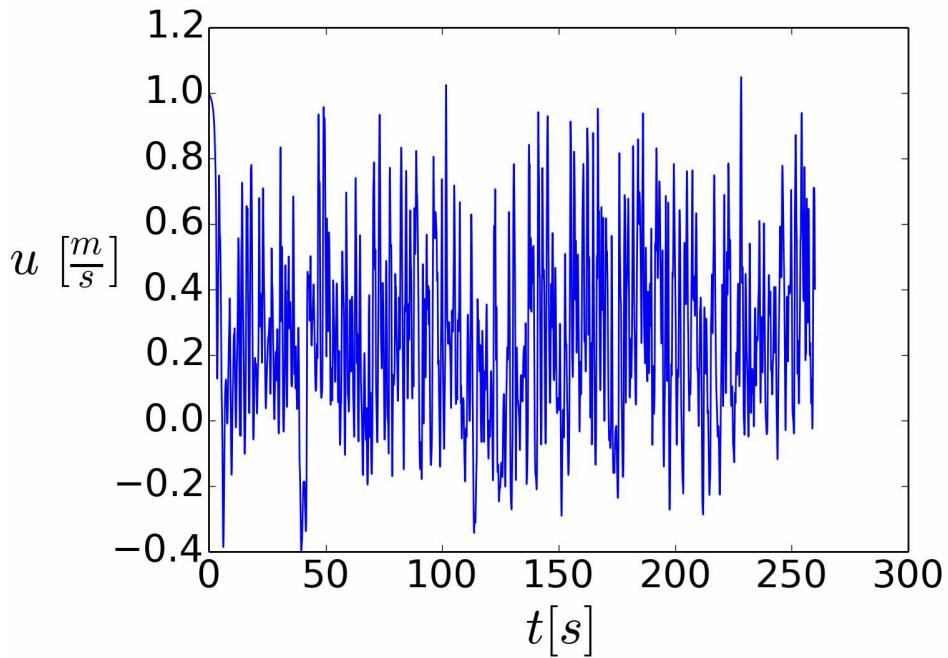


Figura 4.53: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 143 apresentada na Fig. 4.50. (Caso G03 $\phi$ ).

do chão. Essas dimensões estão ilustradas na Fig. 4.56.

A metodologia LES fornece o comportamento transiente do escoamento, o que pode ser visualizado na Fig. 4.57 em três dimensões. O critério  $Q$  colorido pela velocidade  $u$  (componente da velocidade na direção  $X_f$  descrita na Fig. 3.2) foi utilizado como traçador numérico para visualizar o escoamento.

Nas Figuras 4.57 e 4.58, podem-se visualizar as instabilidades de Kelvin-Helmholtz, as quais estão sendo transportadas sequencialmente no espaço. Ao mesmo tempo instabilidades secundárias longitudinais estão sendo formadas e transportadas. O processo de transição à turbulência está ocorrendo.

Para melhor ilustrar a fluidodinâmica, mostram-se, na Fig. 4.7, vários cortes longitudinais sobre os quais se visualizam isovalores da componente  $u$  da velocidade, que mostram a esteira turbinhar à jusante da tubulação. Apesar do forte nível de tridimensionalidade do escoamento, percebe-se que a esteira se manifesta de forma ainda organizada nas proximidades do cilindro.

A tubulação se desloca, sob a influência do escoamento, tanto na direção em linha (direção  $X_s$  descrita na Fig. 3.2) quanto na direção transversal ao escoamento (direção  $Y_s$

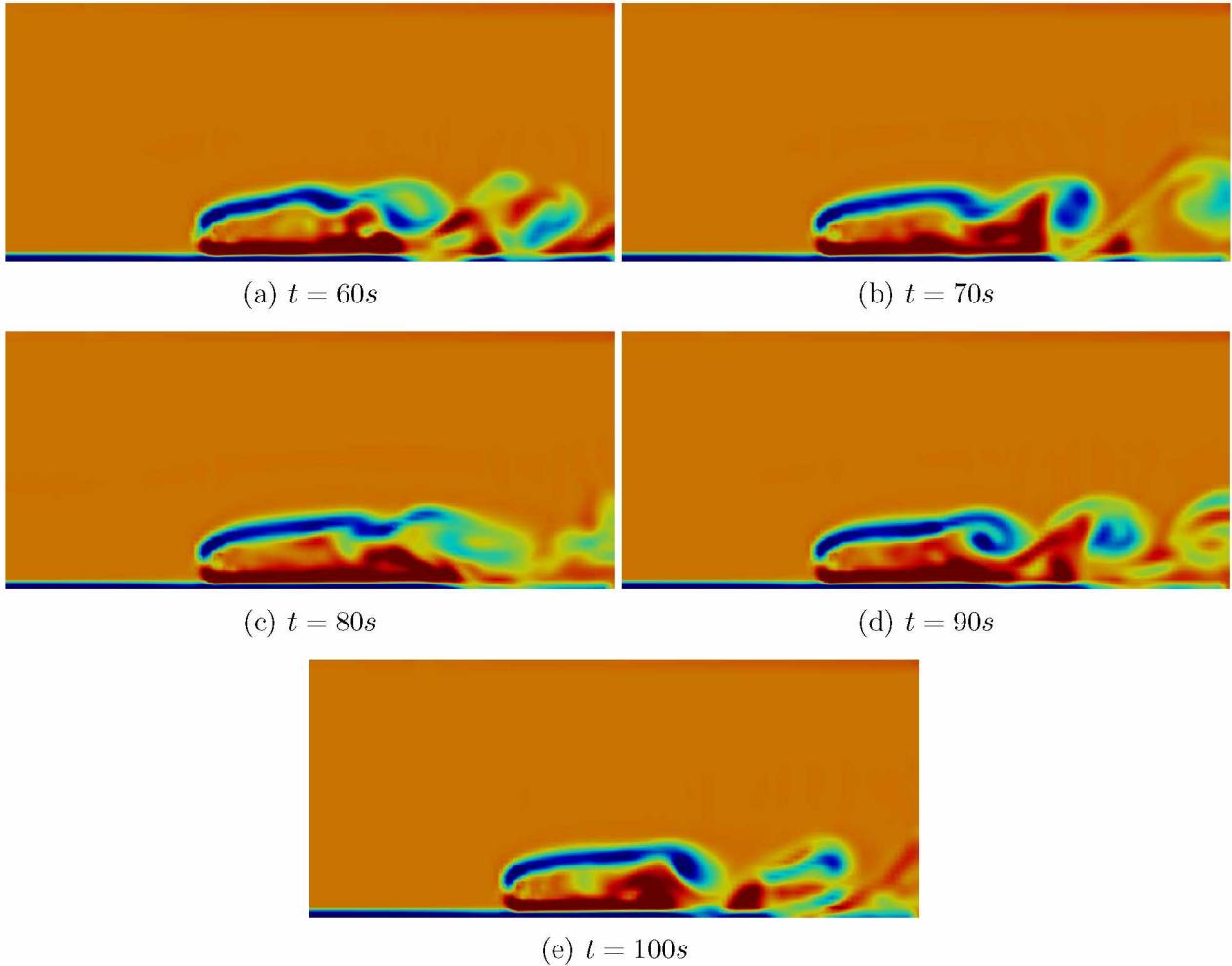


Figura 4.54: Campos de vorticidade para diferentes tempos, na sequencia apresentada, de cima para baixo:  $t=60$  s;  $t=70$  s;  $t=80$  s;  $t=90$  s;  $t=100$  s. (Caso G03 $\phi$ ).

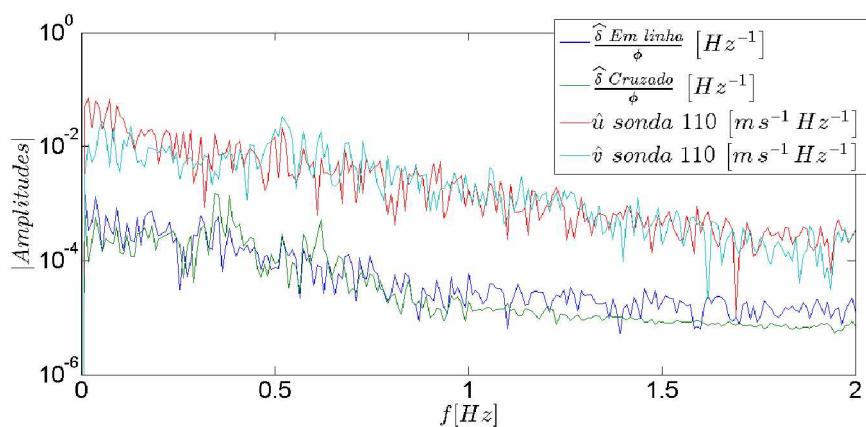


Figura 4.55: Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação). (Caso G03φ).

descrita na Fig. 3.2). Na Figura 4.59 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. As diferentes cores e símbolos representam as posições da tubulação em função do tempo. Percebe-se que a cor vermelha

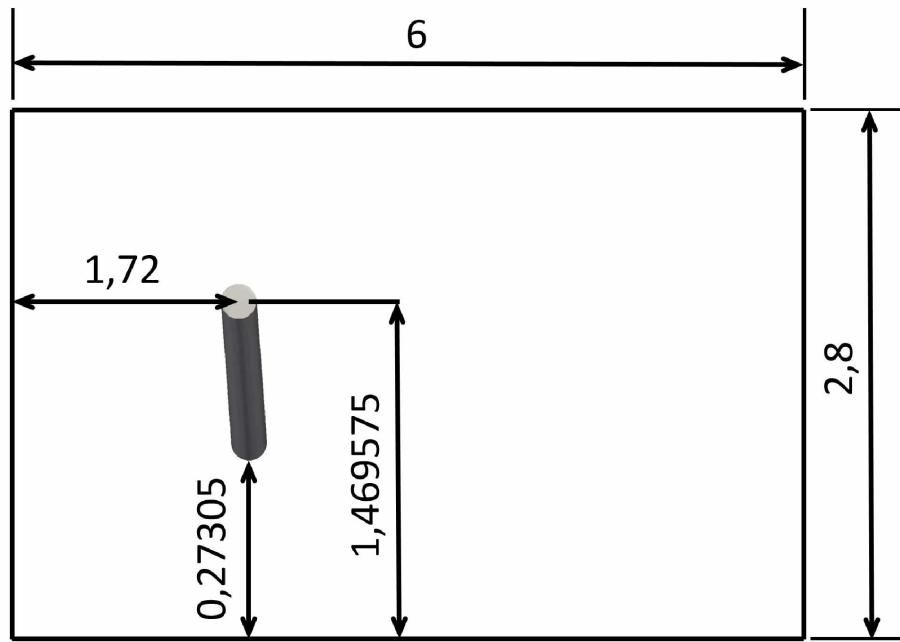
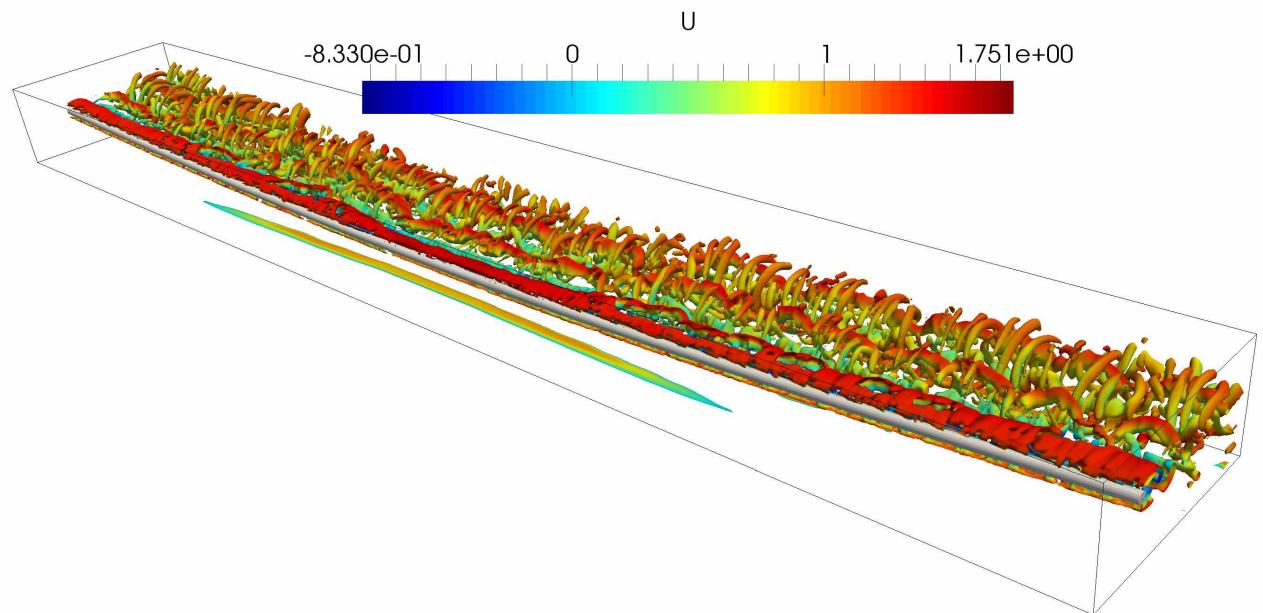


Figura 4.56: Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G1D (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros.



50s

Figura 4.57: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto  $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualiza-se isovalor do critério  $Q$  (com  $Q=0,514971$ ) colorido pela velocidade  $u$  (direção principal do escoamento) do fluido em  $t=50s$ . (Caso G1 $\phi$ ).

com sinal de ( $x$ ) representa a posição inicial da tubulação, deformada pela ação do peso próprio, mas sem a ação fluidodinâmica. No tempo  $2,5 \times 10^{-3}s$  a viga se posiciona, na

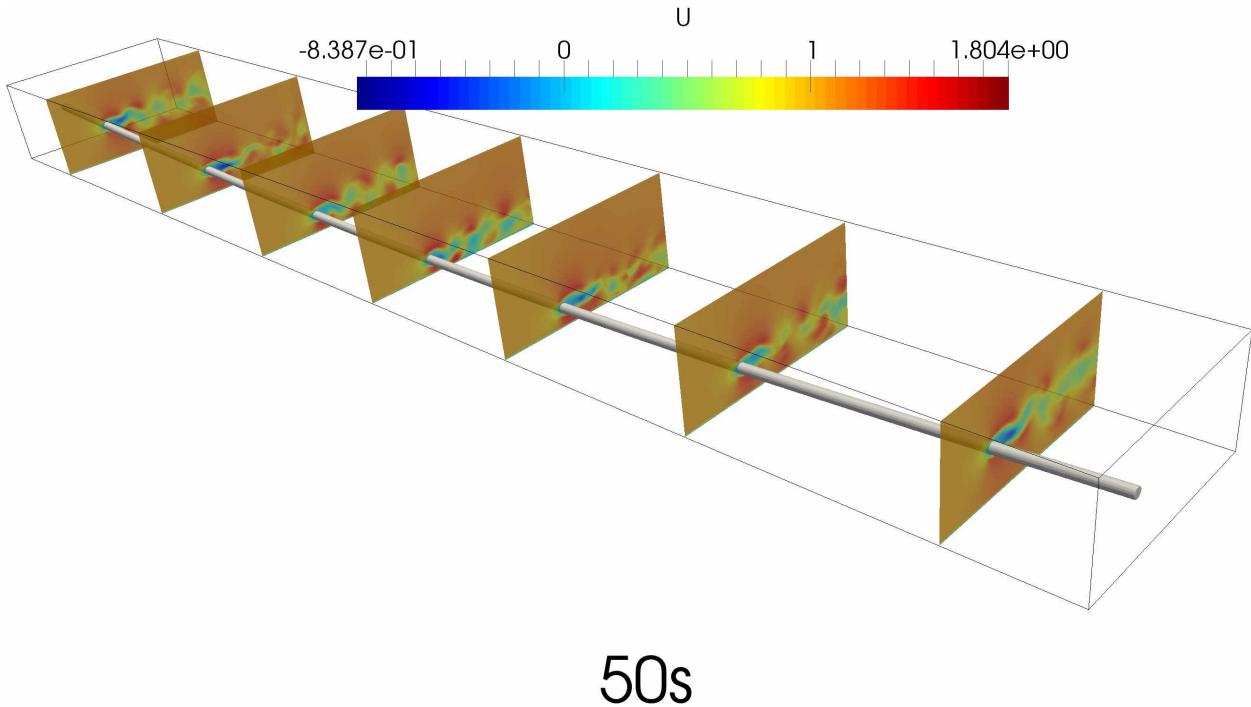


Figura 4.58: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto  $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualizam-se cortes do campo da componente  $u$  da velocidade em  $t=50s$ . (Caso G1 $\phi$ ).

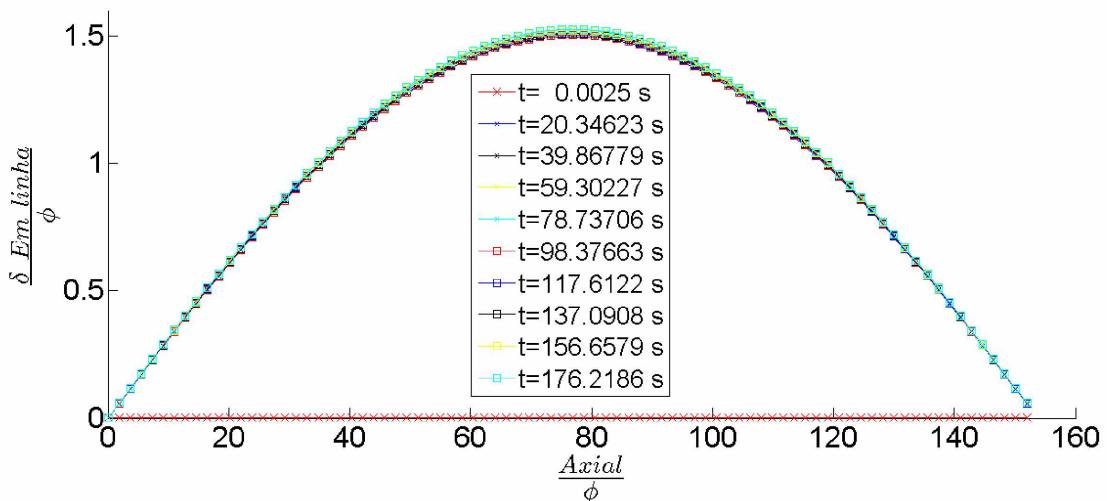


Figura 4.59: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano  $(Z_s, X_s)$ , expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G1 $\phi$ ).

direção longitudinal, já sob os efeitos das forças fluidodinâmicas.

Na Figura 4.60 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano  $(Y_s, Z_s)$ , expresso normalizado pelo diâmetro do tubo.

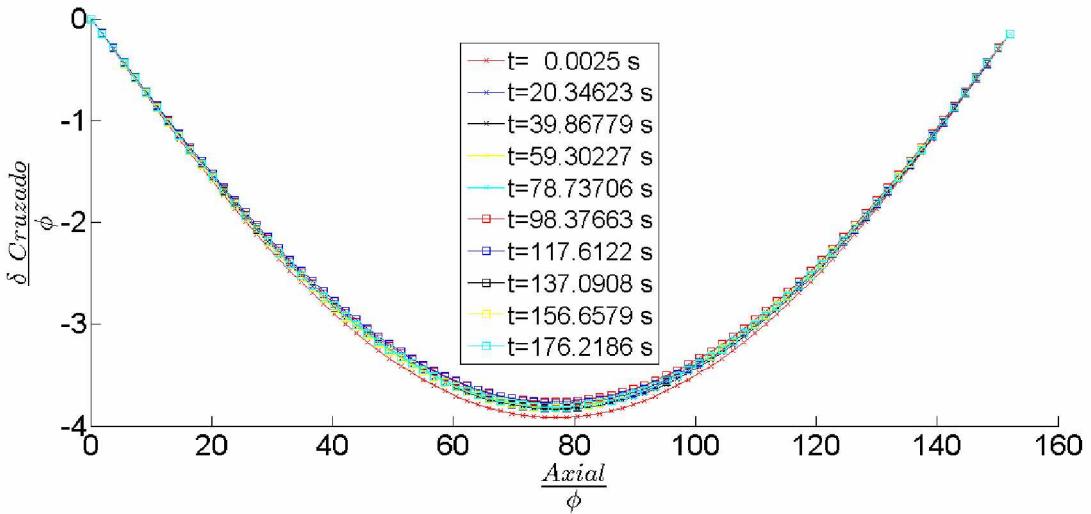


Figura 4.60: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G1 $\phi$ ).

Ela se desloca na direção transversal ao escoamento, sob efeito do peso próprio e das forças fluidodinâmicas. Observa-se que o deslocamento é oscilante, caracterizando-se um modo de vibração. Percebe-se que os deslocamentos na direção transversal ao escoamento são maiores que os deslocamentos na direção do escoamento, em linha.

As Figuras 4.61 e 4.62 mostram os deslocamentos do ponto central da tubulação, nas direções em linha e transversal respectivamente. O deslocamento na direção  $X_s$  (em linha) oscila entre 157,74% e 148,17% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo do deslocamento é de 9,57% do diâmetro da tubulação. Esse dado foi obtido após a retirada da distribuição inicial do deslocamento da estrutura, portanto, após os 100 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 2,07% e 153,05%. O deslocamento na direção  $Y_s$  (cruzado), oscila entre -373,83% e -390,00% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo deslocamento é de 16,16% do diâmetro da tubulação. Esse dado também foi obtido após a retirada da distribuição inicial da estrutura, portanto, após os 100 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 3,96% e -381,17%.

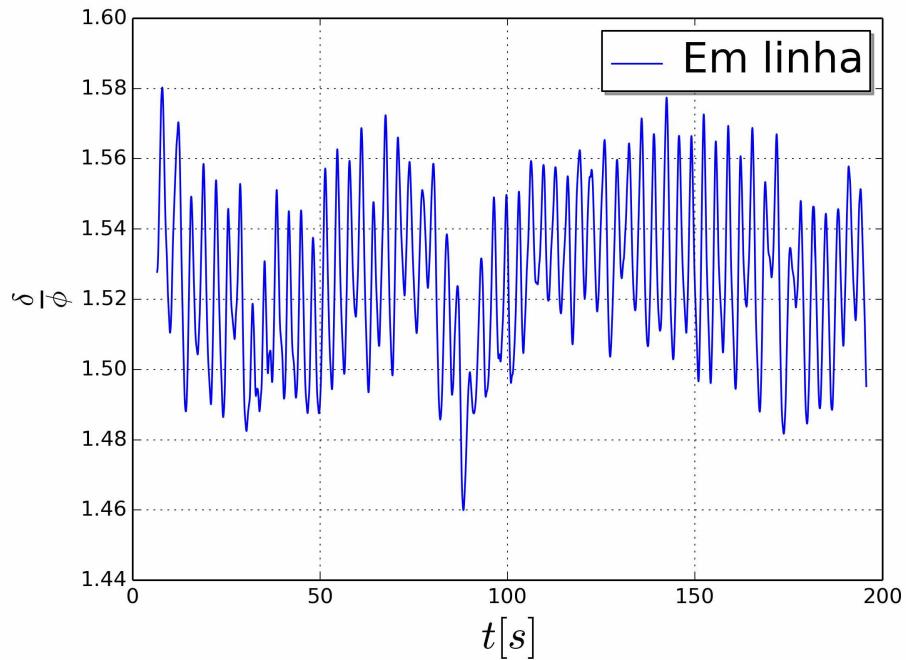


Figura 4.61: Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do tempo. (Caso G1 $\phi$ ).

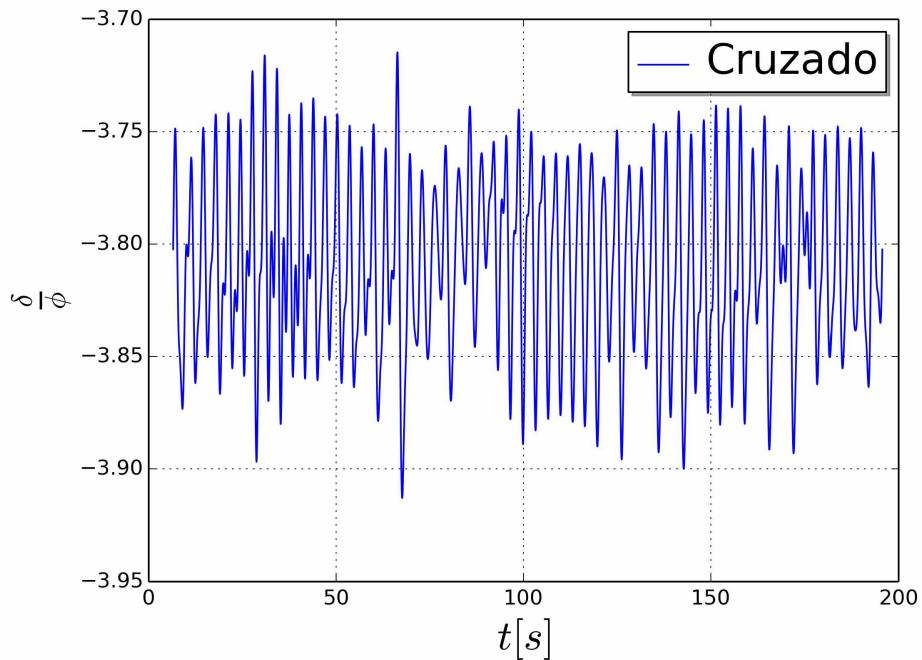


Figura 4.62: Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G1 $\phi$ ).

Além disso, para ter dados estatísticos médios no tempo, o valor *RMS* dos deslocamentos foi calculado para cada ponto da tubulação, tanto para a direção em linha do escoamento

quanto para a direção cruzada ao escoamento. Essas informações são apresentadas na Fig. 4.63, na forma de duas curvas intituladas *RMS*-em linha (direção do escoamento) e *RMS*-cruzado (direção transversal ao escoamento). O valor máximo *RMS* do deslocamento na direção em linha é de 153,07% do diâmetro, enquanto o valor máximo do *RMS* do deslocamento na direção transversal ao escoamento é de 381,19% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 100 segundos físicos. Na Figura 4.64 são apresentados os desvios padrões do deslocamento da estrutura na direção em linha e cruzada. O valor máximo de desvio padrão do deslocamento na direção em linha é de 2,07%, enquanto o valor máximo do desvio padrão do deslocamento na direção cruzada ao escoamento é de 3,96% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 100 segundos físicos.

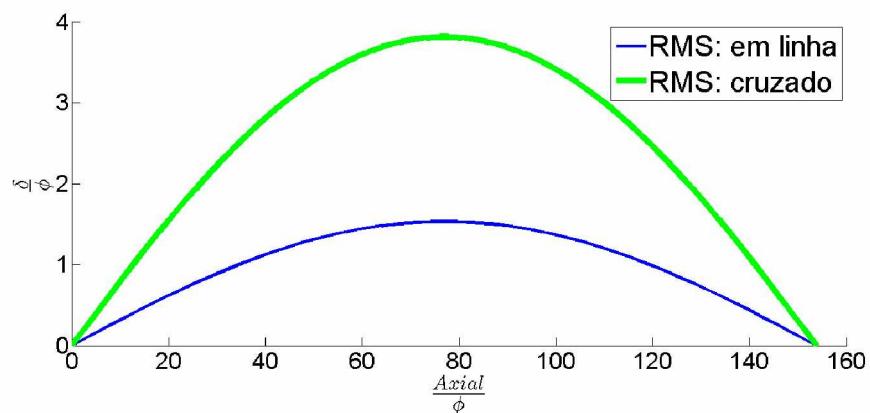


Figura 4.63: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em *RMS*. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G1 $\phi$ ).

A órbita da tubulação ao longo do tempo pode ser visualizada na Fig. 4.65 para cinco pontos da sua linha de centro, posicionados de uma das extremidades até o ponto central.

Essas posições estão assinaladas pelos valores da coordenada  $Z$  (representando a direção  $Z_s$  nesse contexto), variando de 2,0 m (próximo do ponto de ancoragem) a 21 m (próximo do centro da tubulação). Observa-se que são formados envelopes de movimentação da tubulação (órbitas) com amplitudes variáveis ao longo da coordenada axial. Próximo da extremidade os deslocamentos são menores, tornando-se mais amplos à medida que se desloca para o centro da tubulação. A coloração é feita com a variável tempo, o que permite visualizar em cada órbita a sua evolução temporal. Percebe-se que a tubulação foi liberada

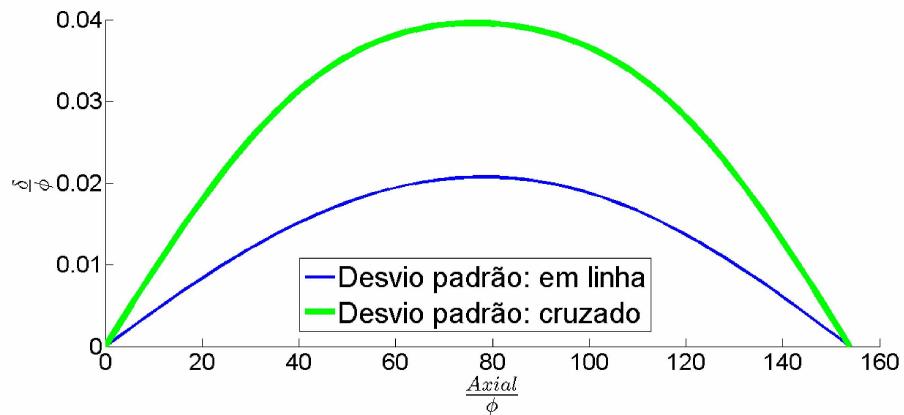


Figura 4.64: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G1 $\phi$ ).

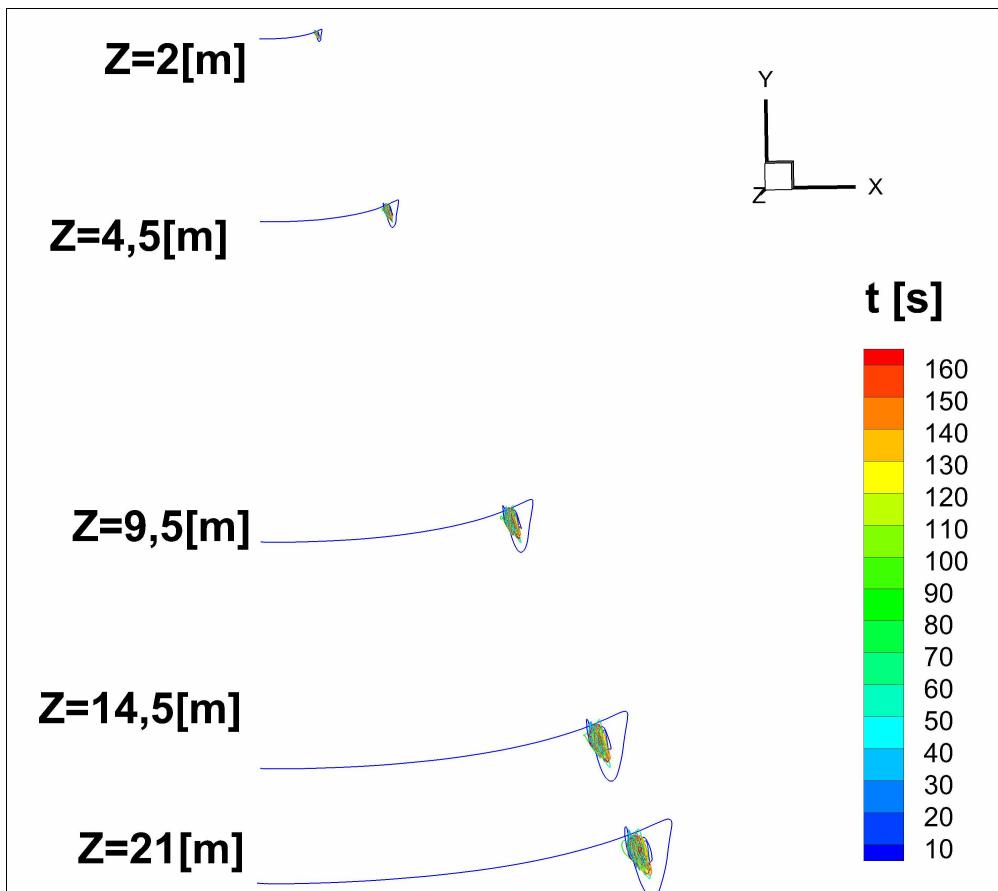


Figura 4.65: Órbitas da tubulação representadas em diferentes posições axiais. (Caso G1 $\phi$ ).

a partir da deformação devido ao peso próprio no tempo  $t=0$  s e que logo em seguida a mesma se desloca para a direita, na direção positiva do escoamento, sob o efeito das forças fluidodinâmicas. Para melhor visualizar a órbita, escolheu-se a posição  $Z=21$  m, para a qual ela é apresentada em maiores detalhes, conforme Fig. 4.66.

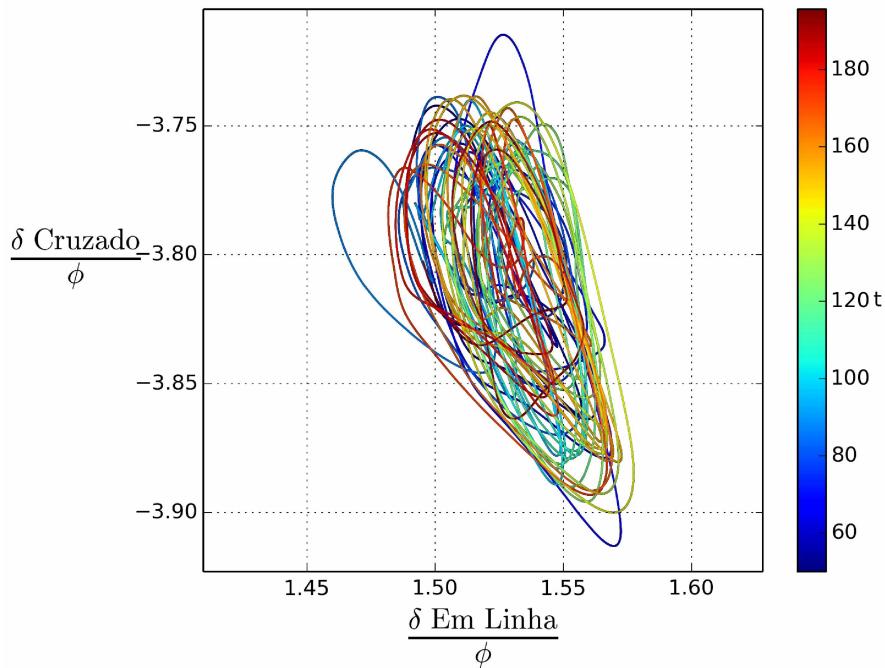


Figura 4.66: Órbita da tubulação representada em  $Z_s=21$  m, para  $t$  variando entre 50 s e 196 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G1 $\phi$ ).

A fim de fazer uma análise da dinâmica do escoamento, mostram-se nas Figs. 4.67 e 4.68 as posições nas quais foram colocadas as sondas de medida de velocidade à jusante do cilindro. As distribuições temporais da componente  $u$  da velocidade são apresentadas nas Figs. 4.69 e 4.70.

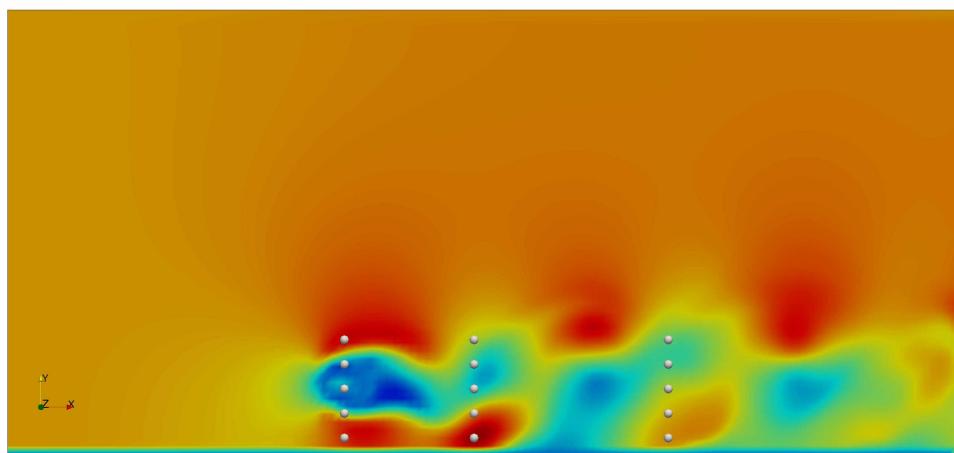


Figura 4.67: Posições das sondas em uma seção transversal do campo de velocidades em  $Z_s=21$ m (77 diâmetros). (Caso G1 $\phi$ ).

As instabilidades fluidodinâmicas se manifestam como oscilações temporais. Mostra-

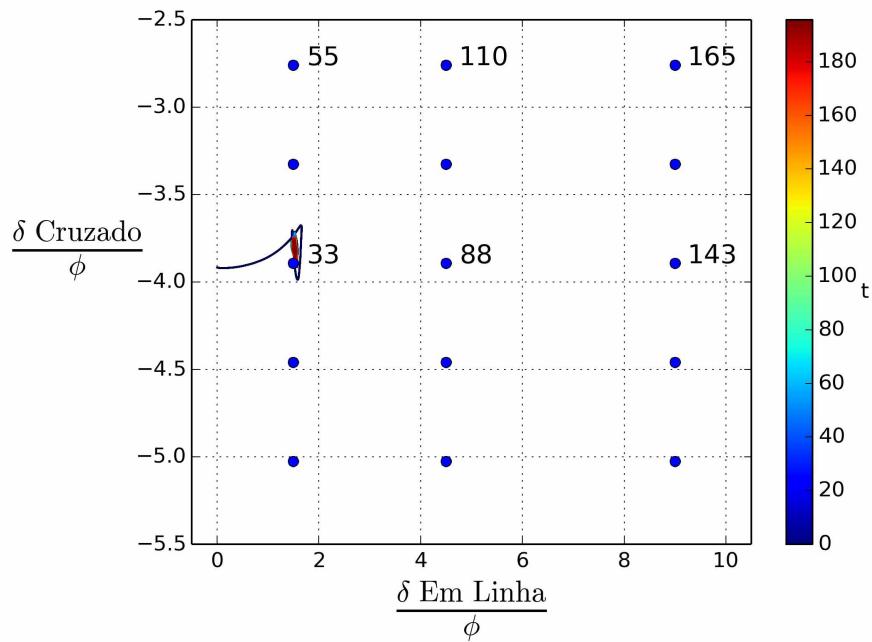


Figura 4.68: Posições das sondas em relação à órbita da estrutura em  $Z_s=41\text{m}$ . Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G1 $\phi$ ).

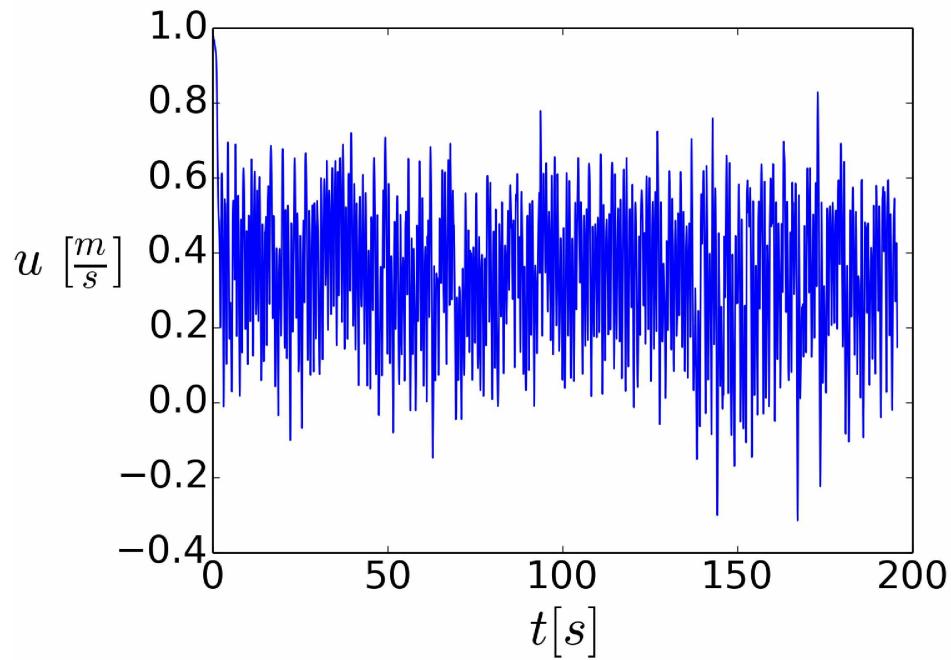


Figura 4.69: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 88 apresentada na Fig. 4.67. (Caso G1 $\phi$ ).

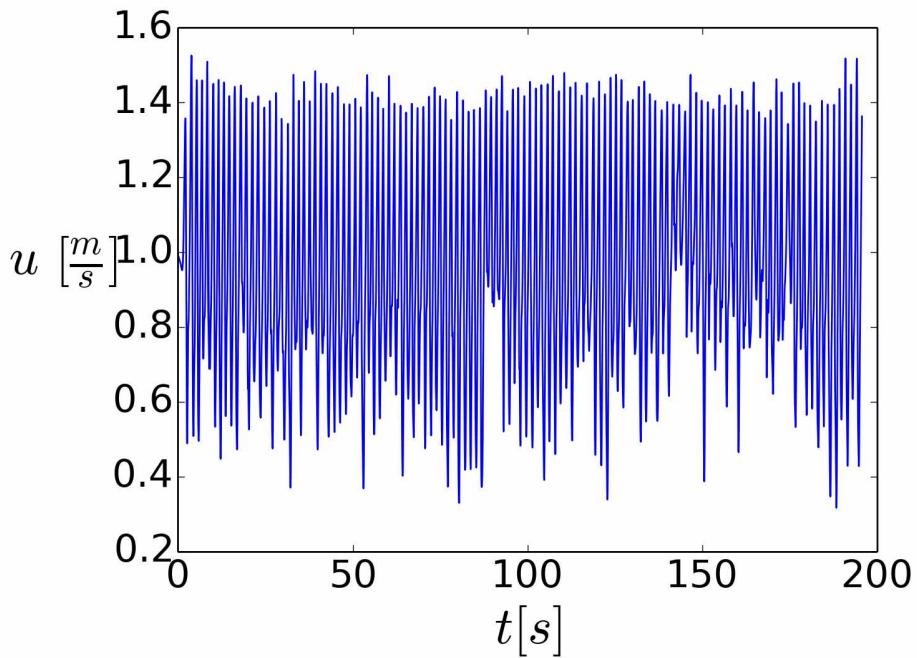


Figura 4.70: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 110 apresentada na Fig. 4.67. (Caso G1 $\phi$ ).

se na Fig. 4.71 algumas figuras com a esteira turbinhonar à jusante do cilindro, relativas a diferentes tempos. Os campos de vorticidade são utilizados para visualizar o escoamento em um corte feito no centro da tubulação. Uma análise de correlação entre as frequências de formação das estruturas turbinhonares e as frequências de vibração da tubulação é apresentada em seguida.

Na Figura ?? mostram-se as transformadas de Fourier das distribuições das componentes de velocidades  $u$  (direção  $X_f$ ) e  $v$  (direção  $Y_f$ ) em função da frequência, a partir das séries temporais amostradas pela sonda 88 ilustrada nas Figs. 4.67 e 4.68. A distribuição temporal da componente  $u$ , obtida pela sonda 88, foi apresentada na Fig. 4.69. Analisando-se a Fig. ?? percebe-se que as frequências dos deslocamentos (em linha e transversal) da estrutura (tubulação) são correlacionados com as frequências de formação das estruturas turbinhonares. Observa-se ainda que o deslocamento em linha da estrutura apresenta uma maior gama de frequências excitadas quando comparado com o deslocamento transversal da tubulação.

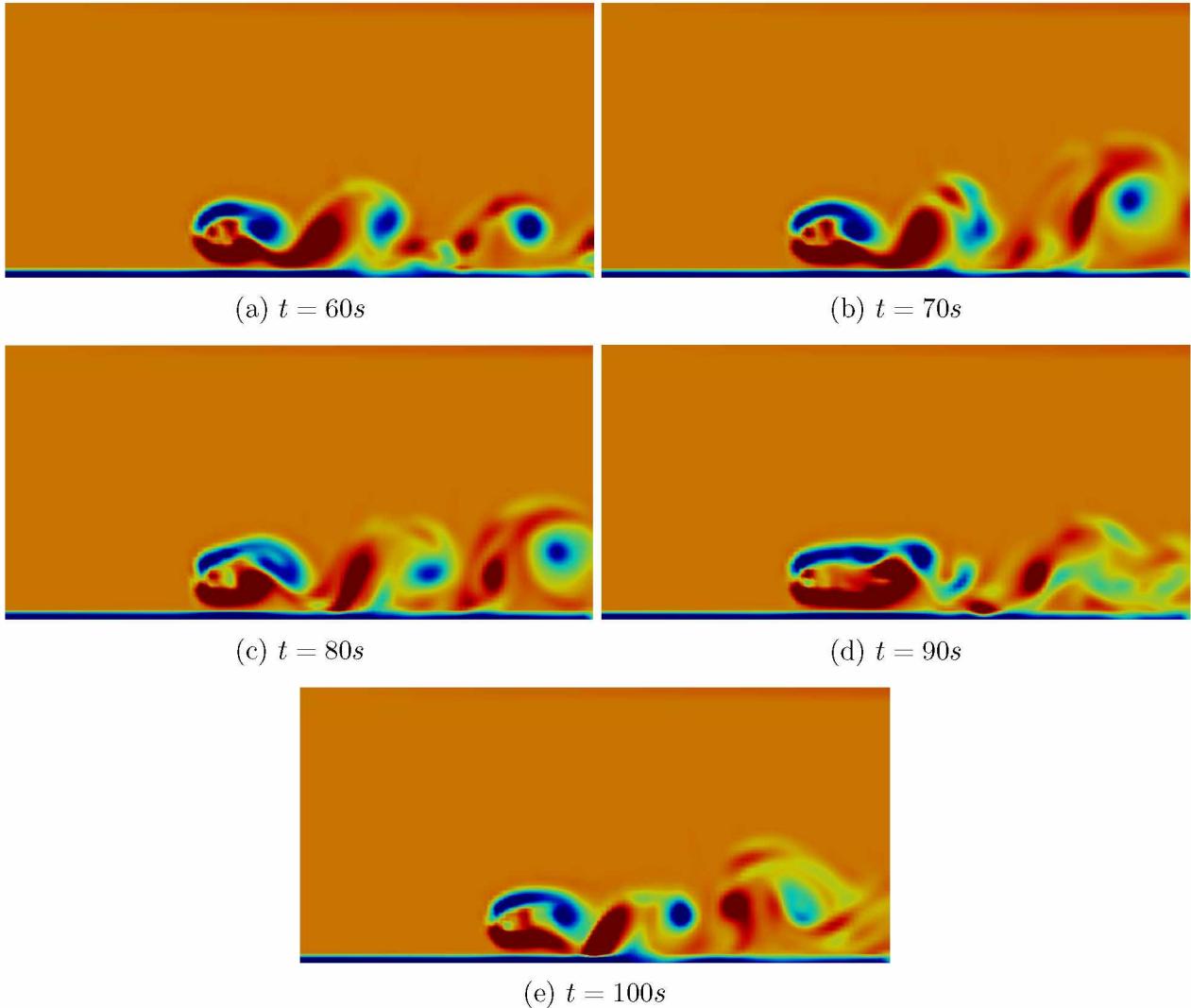


Figura 4.71: Campos de vorticidade para diferentes tempos, na sequencia apresentada, de cima para baixo:  $t=60$  s;  $t=70$  s;  $t=80$  s;  $t=90$  s;  $t=100$  s. (Caso G1 $\phi$ ).

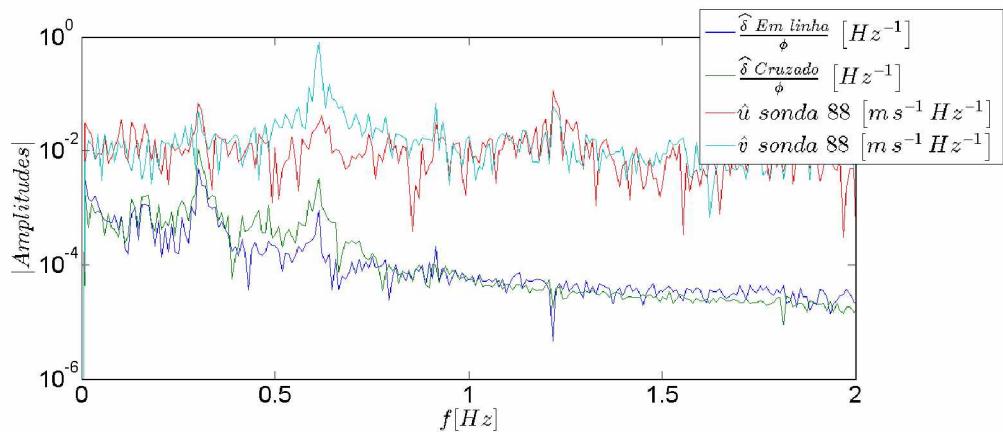


Figura 4.72: Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação). (Caso G1 $\phi$ ).

#### 4.2.8 Caso com gap 5D m - G5D

Esse caso tem como dados de entrada da simulação tudo que foi descrito no modelo físico (seção 3.2). Além disso impôs-se um gap de 5D, ou seja uma distância de 1,36525m do ponto mais baixo do tubo ao solo. Na direção  $X_s$  os pontos de ancoragem da tubulação foram posicionados a 1,72m do início do domínio e na direção  $Y_s$  foi posicionado a 2,561775mm do chão. Essas dimensões estão ilustradas na Fig. 4.73.

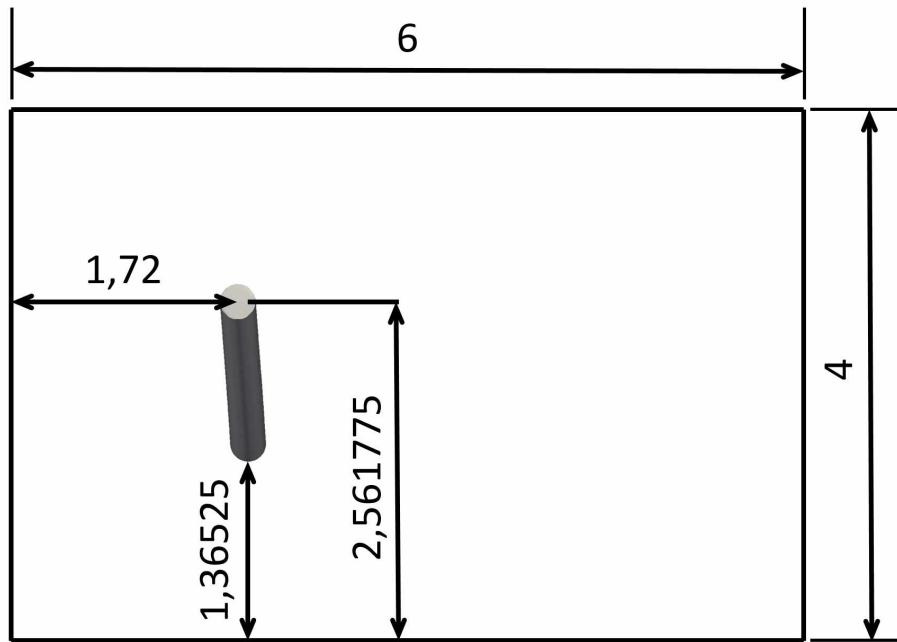


Figura 4.73: Ilustração da posição da ancoragem da tubulação em relação à entrada do domínio e do solo, tamanho de gap e altura do domínio; caso G1D (vista lateral da Fig. 3.2). Cotas em metros.

A metodologia LES fornece o comportamento transiente do escoamento, o que pode ser visualizado na Fig. ?? em três dimensões. O critério  $Q$  colorido pela velocidade  $u$  (componente da velocidade na direção  $X_f$  descrita na Fig. 3.2) foi utilizado como traçador numérico para visualizar o escoamento.

Nas Figuras ?? e 4.75, podem-se visualizar as instabilidades de Kelvin-Helmholtz, as quais estão sendo transportadas sequencialmente no espaço. Ao mesmo tempo instabilidades secundárias longitudinais estão sendo formadas e transportadas. O processo de transição à turbulência está ocorrendo.

Para melhor ilustrar a fluidodinâmica, mostram-se, na Fig. 4.7, vários cortes longitudinais sobre os quais se visualizam isovalores da componente  $u$  da velocidade, que mostram

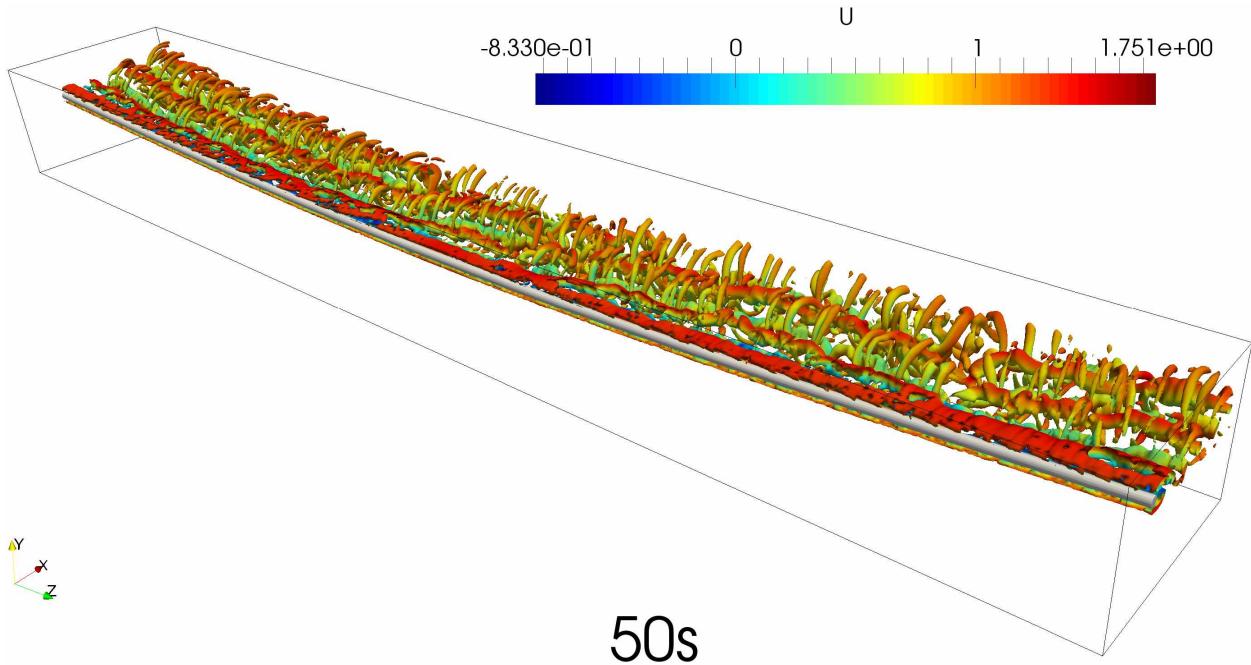


Figura 4.74: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto  $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualiza-se isovalor do critério  $Q$  (com  $Q=0,514971$ ) colorido pela velocidade  $u$  (direção principal do escoamento) do fluido em  $t=50s$ . (Caso G5 $\phi$ ).

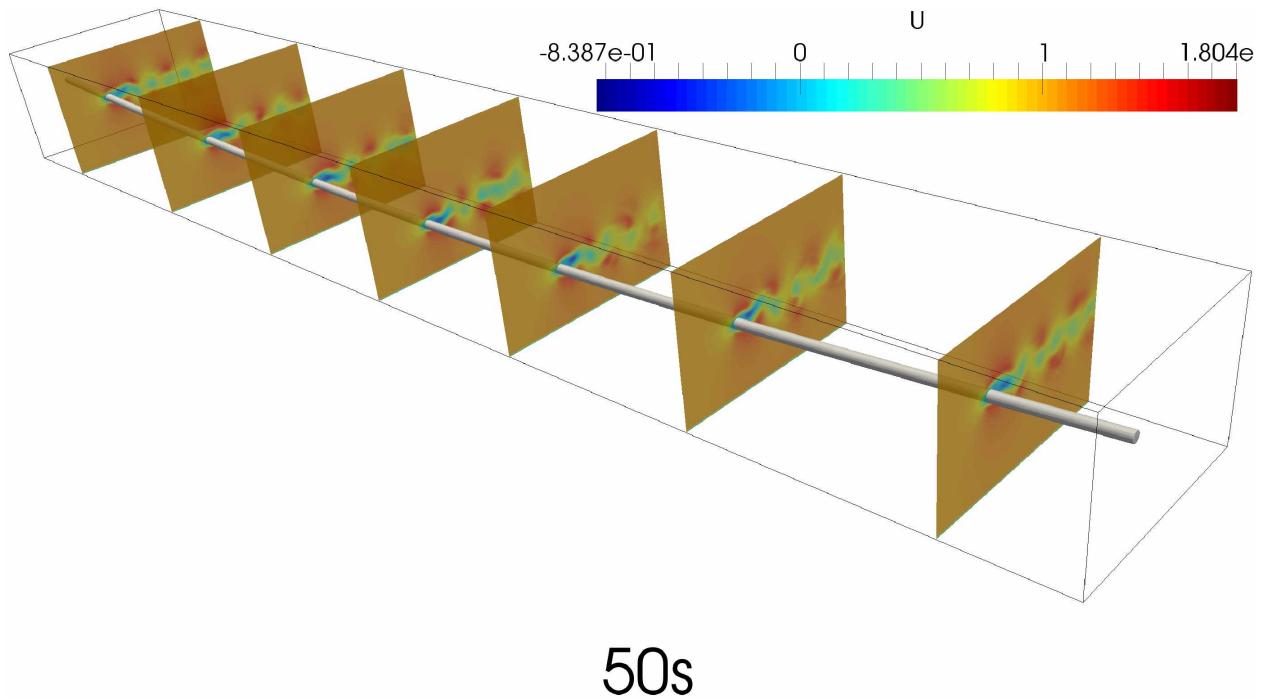


Figura 4.75: Visualização tridimensional do escoamento sobre uma tubulação horizontal de relação de aspecto  $L/\phi=154$ ; esse escoamento está dinamicamente caracterizado por  $Re_\phi = 1,73 \times 10^5$ . Visualizam-se cortes do campo da componente  $u$  da velocidade em  $t=50s$ . (Caso G5 $\phi$ ).

a esteira turbilhonar à jusante da tubulação. Apesar do forte nível de tridimensionalidade do escoamento, percebe-se que a esteira se manifesta de forma ainda organizada nas proximidades do cilindro.

A tubulação se desloca, sob a influência do escoamento, tanto na direção em linha (direção  $X_s$  descrita na Fig. 3.2) quanto na direção transversal ao escoamento (direção  $Y_s$  descrita na Fig. 3.2). Na Figura ?? mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. As diferentes cores e símbolos

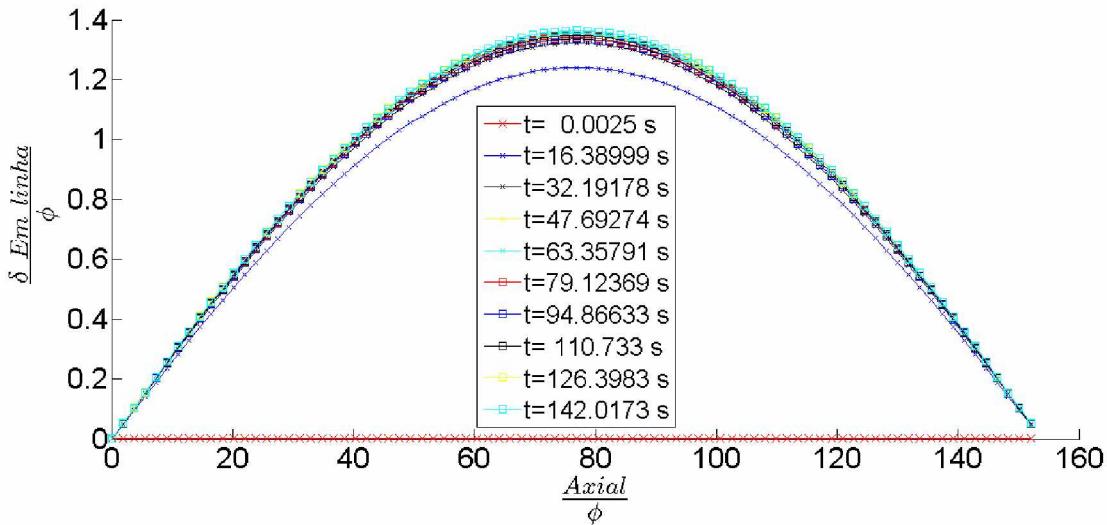


Figura 4.76: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Z_s, X_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5φ).

representam as posições da tubulação em função do tempo. Percebe-se que a cor vermelha com sinal de ( $x$ ) representa a posição inicial da tubulação, deformada pela ação do peso próprio, mas sem a ação fluidodinâmica. No tempo  $2,5 \times 10^{-3}s$  a viga se posiciona, na direção longitudinal, já sob os efeitos das forças fluidodinâmicas.

Na Figura 4.77 mostra-se o deslocamento da estrutura projetado no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo.

Ela se desloca na direção transversal ao escoamento, sob efeito do peso próprio e das forças fluidodinâmicas. Observa-se que o deslocamento é oscilante, caracterizando-se um modo de vibração. Percebe-se que os deslocamentos na direção transversal ao escoamento são maiores que os deslocamentos na direção do escoamento, em linha.

As Figuras ?? e 4.79 mostram os deslocamentos do ponto central da tubulação, nas

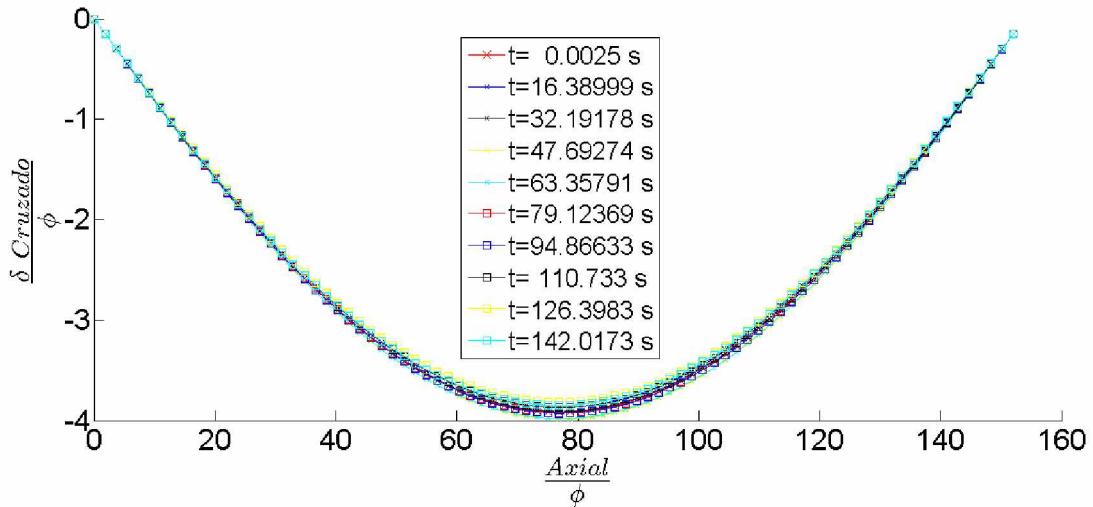


Figura 4.77: Visualização dos deslocamentos da tubulação em função do tempo. Visualiza-se a distribuição dos deslocamentos da tubulação projetados no plano ( $Y_s, Z_s$ ), expresso normalizado pelo diâmetro do tubo. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ).

direções em linha e transversal respectivamente. O deslocamento na direção  $X_s$  (em linha) oscila entre 137,34% e 132,46% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo do deslocamento é de 4,89% do diâmetro da tubulação. Esse dado foi obtido após a retirada da distribuição inicial do deslocamento da estrutura, portanto, após os 50 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 0,98% e 135,28%. O deslocamento na direção  $Y_s$  (cruzado), oscila entre -380,54% e -402,71% do diâmetro da tubulação. Portanto, a diferença entre o máximo e o mínimo deslocamento é de 22,18% do diâmetro da tubulação. Esse dado também foi obtido após a retirada da distribuição inicial da estrutura, portanto, após os 50 segundos físicos iniciais foram obtidos o mínimo e o máximo deslocamento. Além disso, foram calculados o desvio padrão e a média do deslocamento dividido pelo diâmetro, que são respectivamente, 5,96% e -391,20%.

Além disso, para ter dados estatísticos médios no tempo, o valor *RMS* dos deslocamentos foi calculado para cada ponto da tubulação, tanto para a direção em linha do escoamento quanto para a direção cruzada ao escoamento. Essas informações são apresentadas na Fig. ??, na forma de duas curvas intituladas *RMS*-em linha (direção do escoamento) e *RMS*-cruzado (direção transversal ao escoamento). O valor máximo *RMS* do deslocamento na

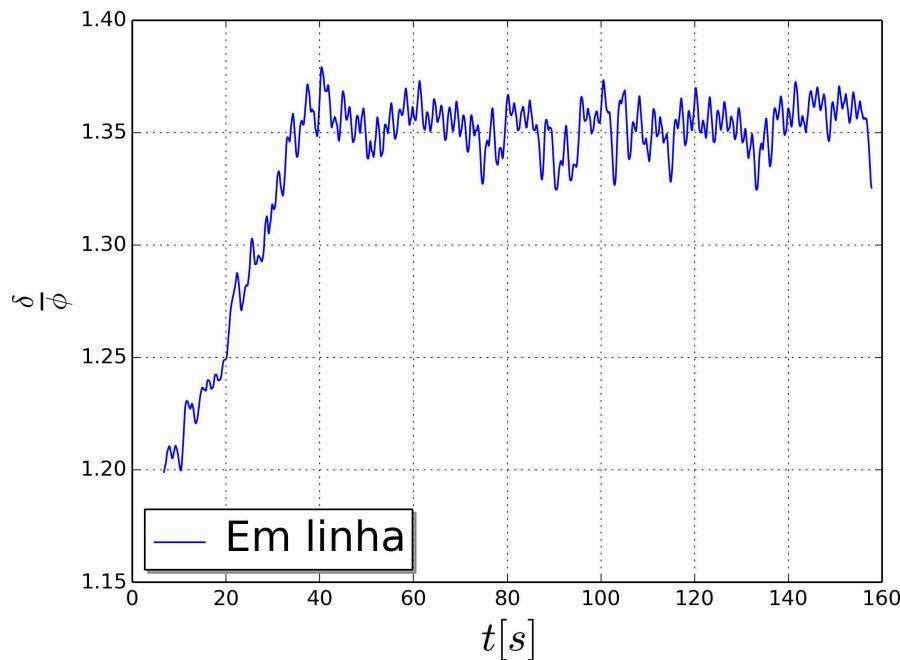


Figura 4.78: Visualização do deslocamento da tubulação na direção em linha em função do tempo. (Caso G5 $\phi$ ).

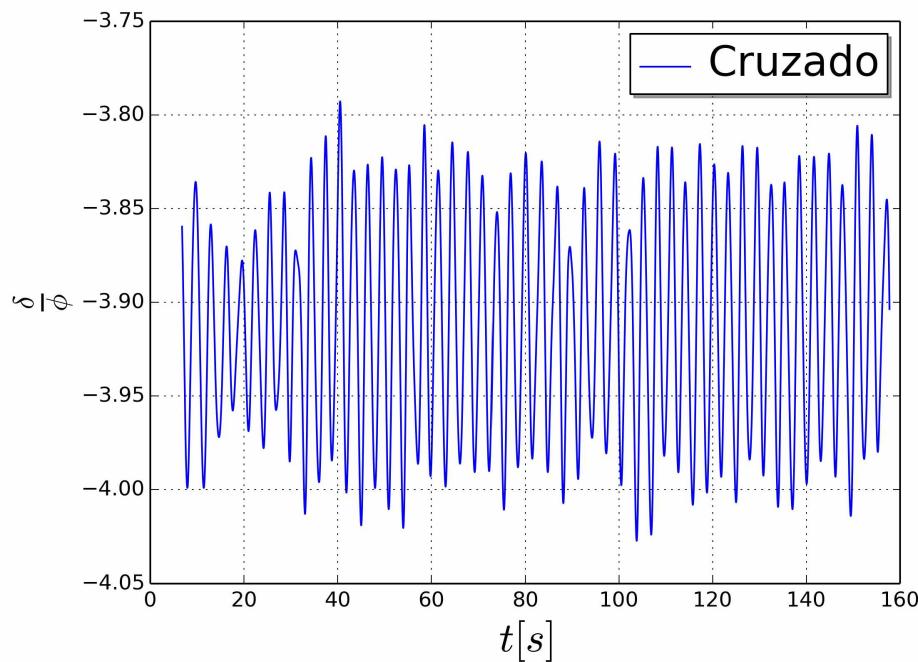


Figura 4.79: Visualização do deslocamento da tubulação na direção transversal em função do tempo. (Caso G5 $\phi$ ).

direção em linha é de 135,29% do diâmetro, enquanto o valor máximo do *RMS* do deslocamento na direção transversal ao escoamento é de 391,24% do diâmetro. Esses dados também

foram obtidos com a resposta da estrutura após 50 segundos físicos. Na Figura 4.81 são apresentados os desvios padrões do deslocamento da estrutura na direção em linha e cruzada. O valor máximo de desvio padrão do deslocamento na direção em linha é de 0,98%, enquanto o valor máximo do desvio padrão do deslocamento na direção cruzada ao escoamento é de 5,96% do diâmetro. Esses dados também foram obtidos com a resposta da estrutura após 50 segundos físicos.

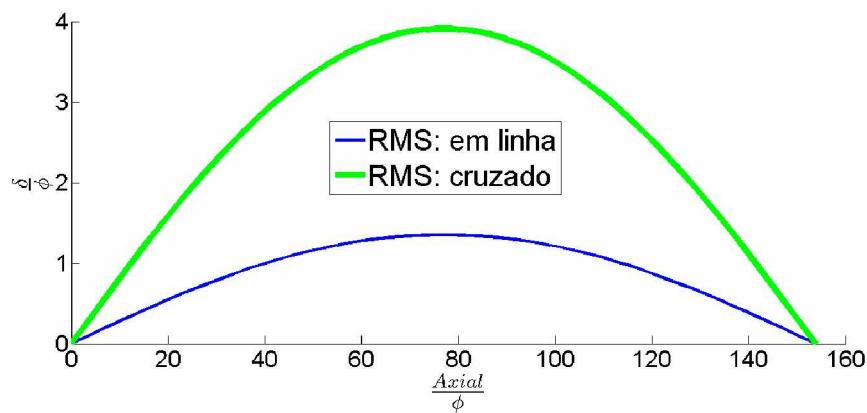


Figura 4.80: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em *RMS*. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ).

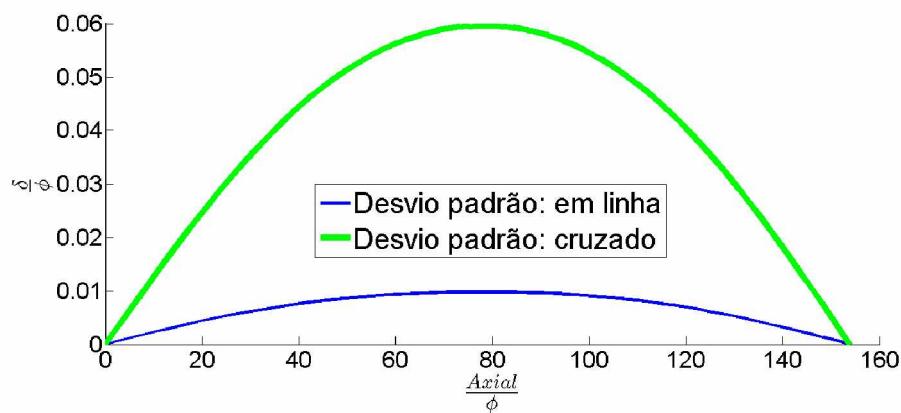


Figura 4.81: Estatística do deslocamento da tubulação, nas direções do escoamento e transversal ao escoamento, dada em desvio padrão. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ).

A órbita da tubulação ao longo do tempo pode ser visualizada na Fig. ?? para cinco pontos da sua linha de centro, posicionados de uma das extremidades até o ponto central.

Essas posições estão assinaladas pelos valores da coordenada  $Z$  (representando a direção  $Z_s$  nesse contexto), variando de 2,0 m (próximo do ponto de ancoragem) a 21 m

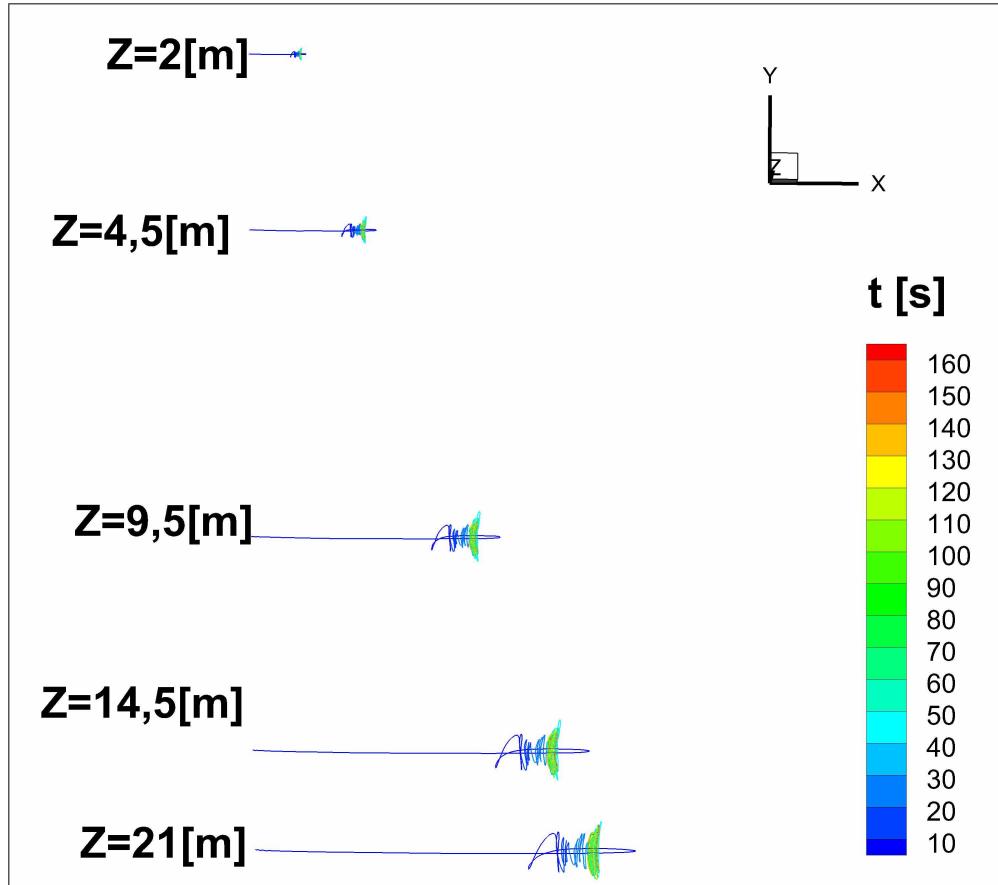


Figura 4.82: Órbitas da tubulação representadas em diferentes posições axiais. (Caso G5 $\phi$ ).

(próximo do centro da tubulação). Observa-se que são formados envelopes de movimentação da tubulação (órbitas) com amplitudes variáveis ao longo da coordenada axial. Próximo da extremidade os deslocamentos são menores, tornando-se mais amplos à medida que se desloca para o centro da tubulação. A coloração é feita com a variável tempo, o que permite visualizar em cada órbita a sua evolução temporal. Percebe-se que a tubulação foi liberada a partir da deformação devido ao peso próprio no tempo  $t=0$  s e que logo em seguida a mesma se desloca para a direita, na direção positiva do escoamento, sob o efeito das forças fluidodinâmicas. Para melhor visualizar a órbita, escolheu-se a posição  $Z=21$  m, para a qual ela é apresentada em maiores detalhes, conforme Fig. 4.83.

A fim de fazer uma análise da dinâmica do escoamento, mostram-se nas Figs. ?? e 4.85 as posições nas quais foram colocadas as sondas de medida de velocidade à jusante do cilindro. As distribuições temporais da componente  $u$  da velocidade são apresentadas nas Figs. ?? e 4.87.

As instabilidades fluidodinâmicas se manifestam como oscilações temporais. Mostra-

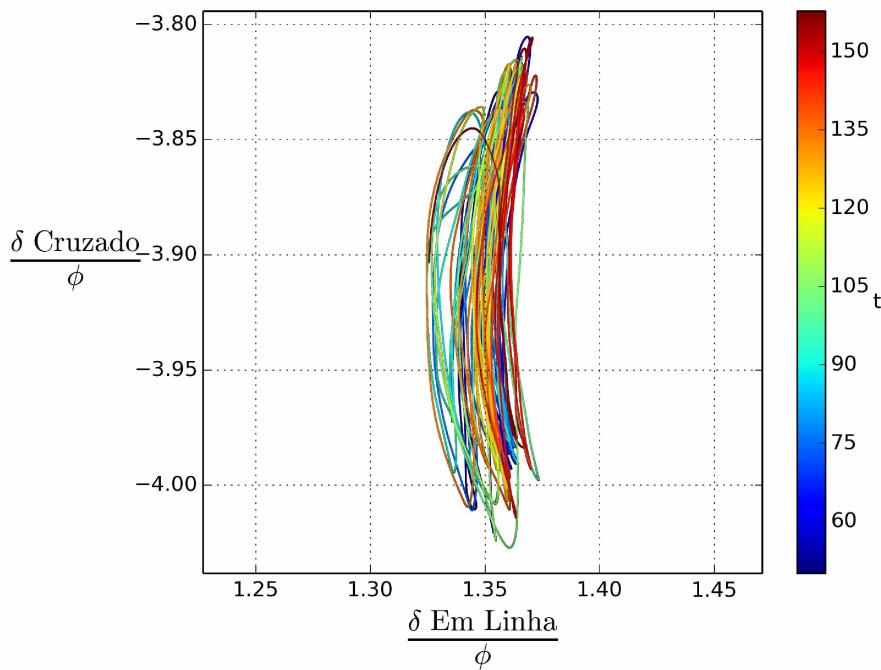


Figura 4.83: Órbita da tubulação representada em  $Z_s=21$  m, para  $t$  variando entre 50 s e 158 s. Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ).

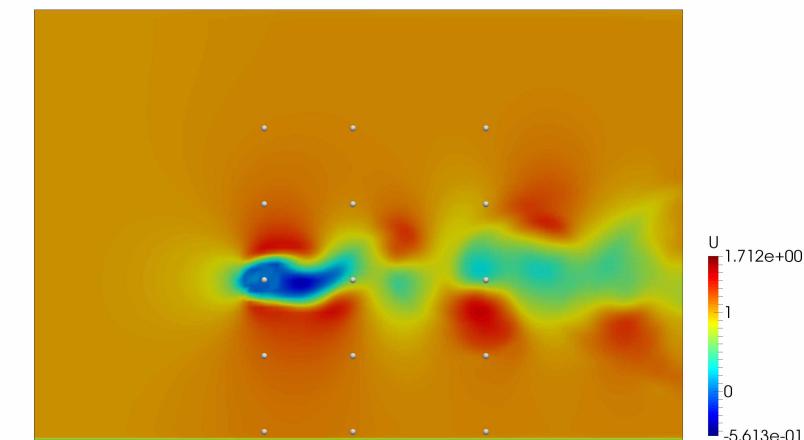


Figura 4.84: Posições das sondas em uma seção transversal do campo de velocidades em  $Z_s=21$ m (77 diâmetros). (Caso G5 $\phi$ ).

se na Fig. ?? algumas figuras com a esteira turbinhonar à jusante do cilindro, relativas a diferentes tempos. Os campos de vorticidade são utilizados para visualizar o escoamento em um corte feito no centro da tubulação. Uma análise de correlação entre as frequências de formação das estruturas turbinhoneares e as frequências de vibração da tubulação é apresentada em seguida.

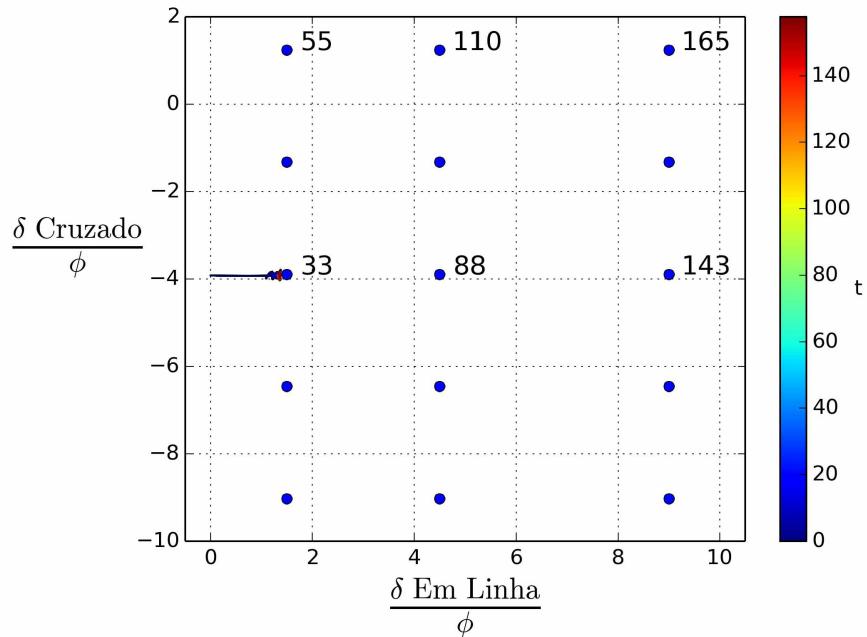


Figura 4.85: Posições das sondas em relação à órbita da estrutura em  $Z_s=41\text{m}$ . Posições relativas ao eixo de referência da estrutura ( $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$ ) apresentados na Fig. 3.2. (Caso G5 $\phi$ ).

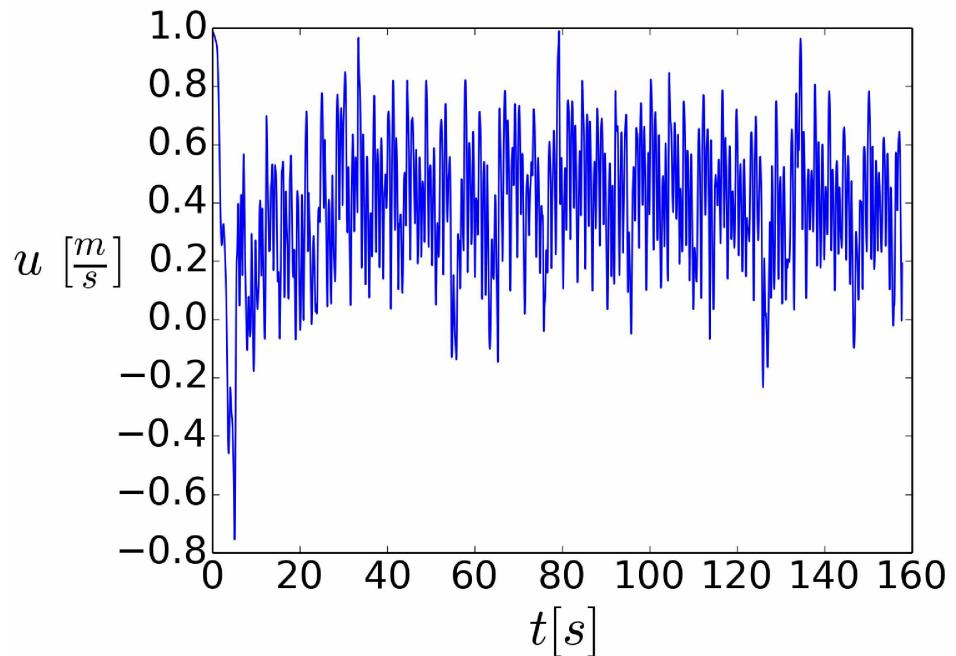


Figura 4.86: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 88 apresentada na Fig. ???. (Caso G5 $\phi$ ).

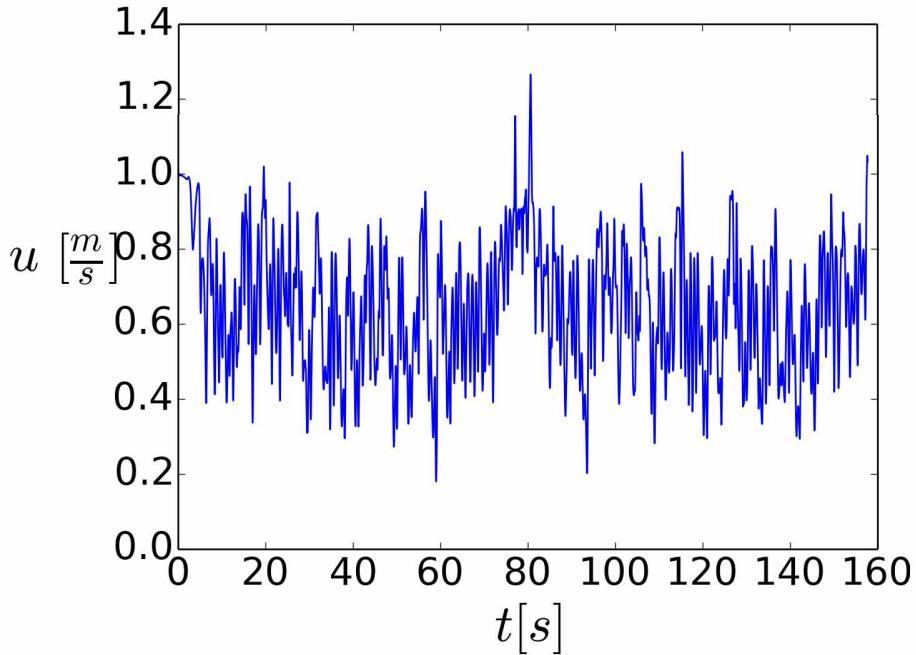


Figura 4.87: Distribuição temporal da componente de velocidade  $u$  amostrado na sonda 143 apresentada na Fig. ???. (Caso G5 $\phi$ ).

Na Figura 4.89 mostram-se as transformadas de Fourier das distribuições das componentes de velocidades  $u$  (direção  $X_f$ ) e  $v$  (direção  $Y_f$ ) em função da frequência, a partir das séries temporais amostradas pela sonda 88 ilustrada nas Figs. ?? e 4.85. A distribuição temporal da componente  $u$ , obtida pela sonda 88, foi apresentada na Fig. ???. Analisando-se a Fig. 4.89 percebe-se que as frequências dos deslocamentos (em linha e transversal) da estrutura (tubulação) são correlacionados com as frequências de formação das estruturas turbinhoares. Observa-se ainda que o deslocamento em linha da estrutura apresenta uma maior gama de frequências excitadas quando comparado com o deslocamento transversal da tubulação.

#### 4.2.9 Comparação entre os casos

Nessa seção serão apresentadas comparações entre alguns resultados obtidos nas simulações dos casos industriais. As Figs. 4.90 e ?? mostram os valores *RMS* do deslocamento adimensionalizado pelo diâmetro da estrutura no ponto central ( $Z_s = 21m$ ) para a direção em linha ( $X_s$ ) e transversal ( $Y_s$ ), respectivamente. A ordem dos casos apresentados nessas figuras é apresentado na Tab. ??.

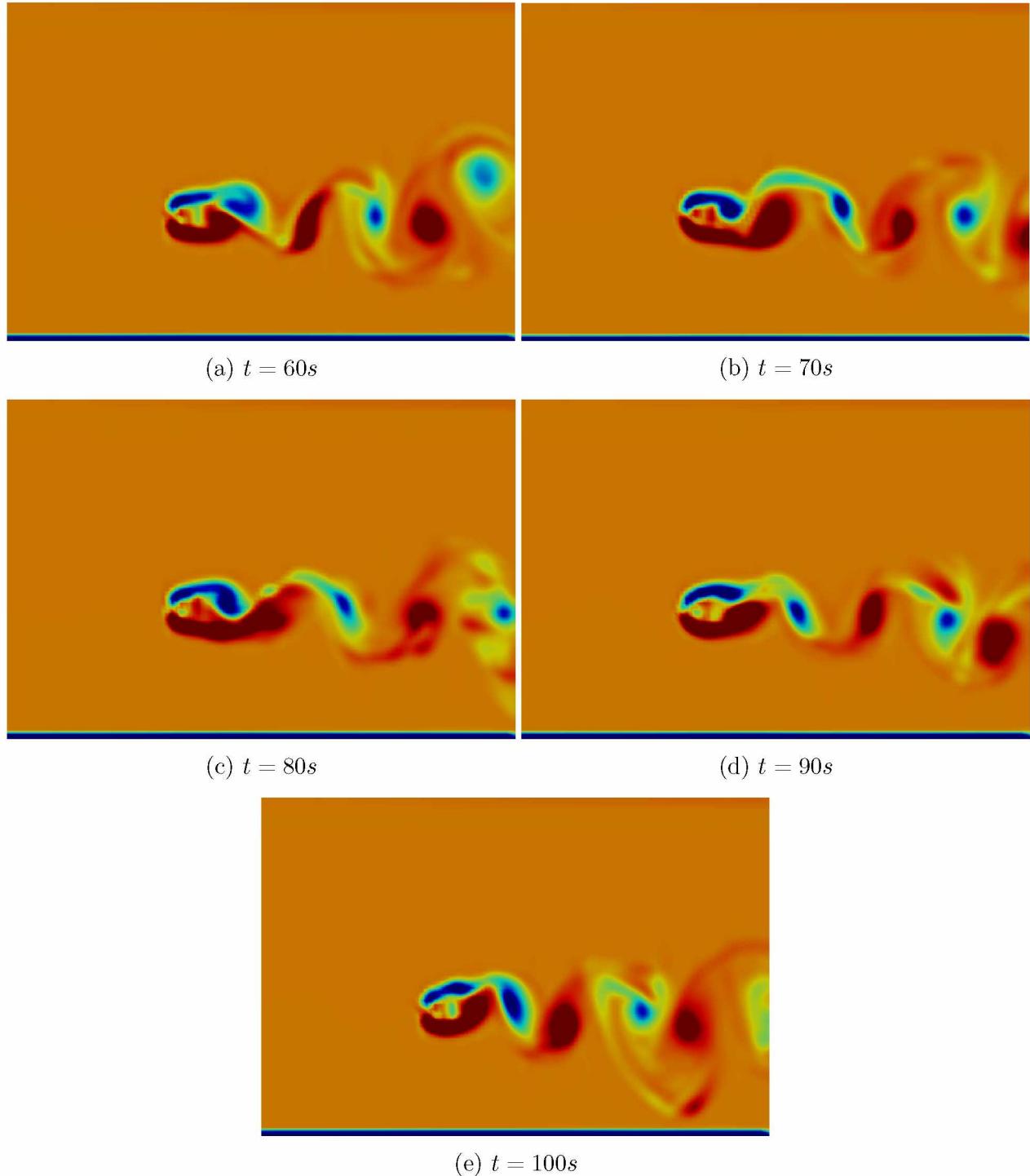


Figura 4.88: Campos de vorticidade para diferentes tempos, na sequencia apresentada, de cima para baixo:  $t=60$  s;  $t=70$  s;  $t=80$  s;  $t=90$  s;  $t=100$  s. (Caso G5 $\phi$ ).

Na Figura ?? fica evidente que o valor *RMS* na direção transversal se torna cada vez maior, quanto mais se afasta a estrutura do solo, mas o mesmo não acontece para o *RMS* na direção em linha. Pode-se dizer que a proximidade com o solo aumenta a força de sustentação média na estrutura, fazendo com que o valor *RMS* do deslocamento diminua. No entanto, o efeito da proximidade com o solo é diferente na direção em linha. Há uma tendência de

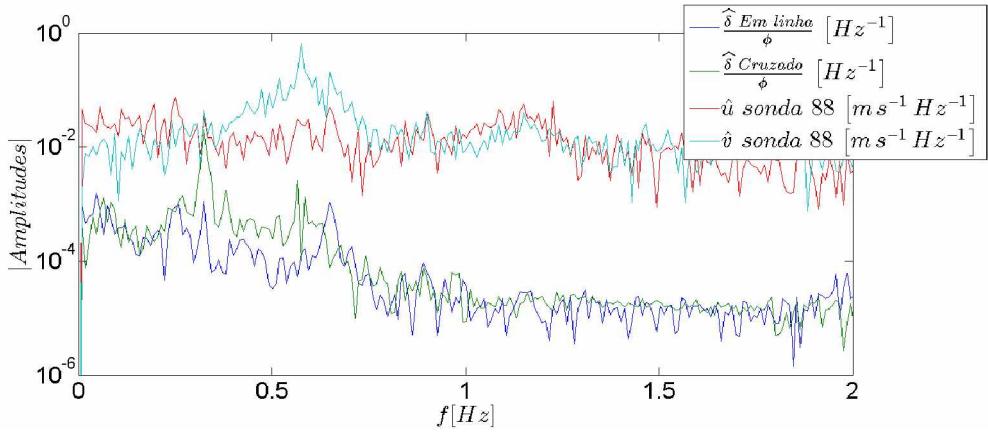


Figura 4.89: Transformadas de Fourier das componentes de velocidades e dos deslocamentos do ponto central da estrutura (tubulação).(Caso G5 $\phi$ ).

Tabela 4.3: Altura do domínio para cada *gap simulado*.

Caso	<i>gap</i>
1	0,1 $\phi$
2	0,2 $\phi$
3	0,3 $\phi$
4	1 $\phi$
5	5 $\phi$

diminuição do *RMS* nessa direção quando se afasta a estrutura do solo, indicando que a força de arrasto média diminui quando se afasta a estrutura do solo. Há uma anomalia no caso 4 (*gap* 1 $\phi$ ), que faz com que o *RMS* nessa direção aumente, chegando a um valor próximo do valor do caso 1 (*gap* 0,1 $\phi$ ).

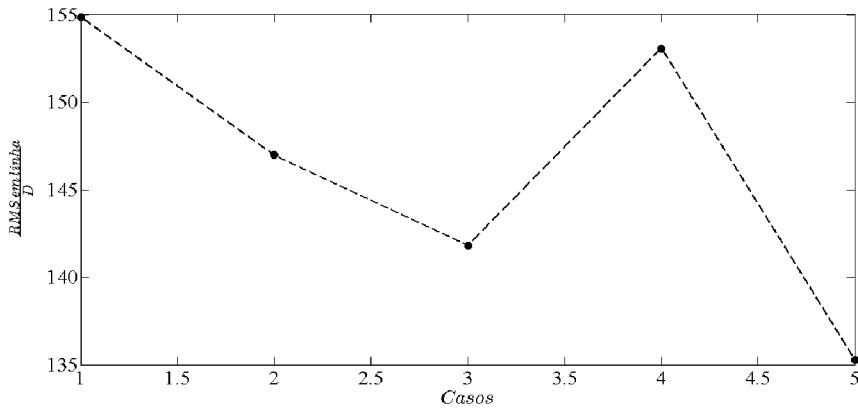


Figura 4.90: Comparaçao entre os valores RMS do deslocamento na direção em linha das simulações do caso industrial. Valores normalizados pelo diâmetro e amostrados no ponto central da estrutura ( $Z_s = 21m$ ).

As Figuras ?? e ?? mostram os valores de desvio padrão do deslocamento adimensi-

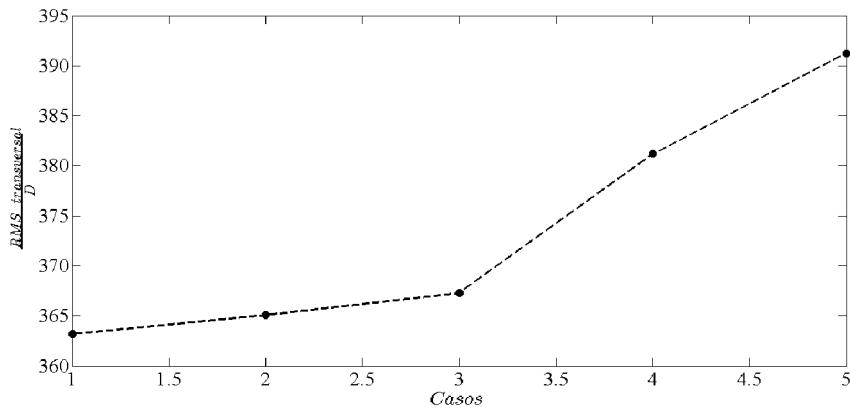


Figura 4.91: Comparação entre os valores RMS do deslocamento na direção transversal das simulações do caso industrial. Valores normalizados pelo diâmetro e amostrados no ponto central da estrutura ( $Z_s = 21m$ ).

onalizado pelo diâmetro da estrutura no ponto central ( $Z_s = 21m$ ) para a direção em linha ( $X_s$ ) e cruzada ( $Y_s$ ), respectivamente. Embora o valor  $RMS$  na direção transversal aumente quando se afasta a estrutura do solo, o mesmo não acontece com o desvio padrão nessa direção. Há uma anomalia no caso 1 (gap  $0,1\phi$ ), que faz com que o desvio padrão seja alto. Nos outros casos, pode-se dizer que quanto mais afastado do solo maior será o desvio padrão.

O caso 4 apresenta a mesma anomalia no desvio padrão vista no valor  $RMS$  na mesma direção (Fig. 4.90). Os casos 1 e 4 foram os que apresentaram maior desvio padrão nessa direção, enquanto os outros casos apresentaram valores semelhantes.

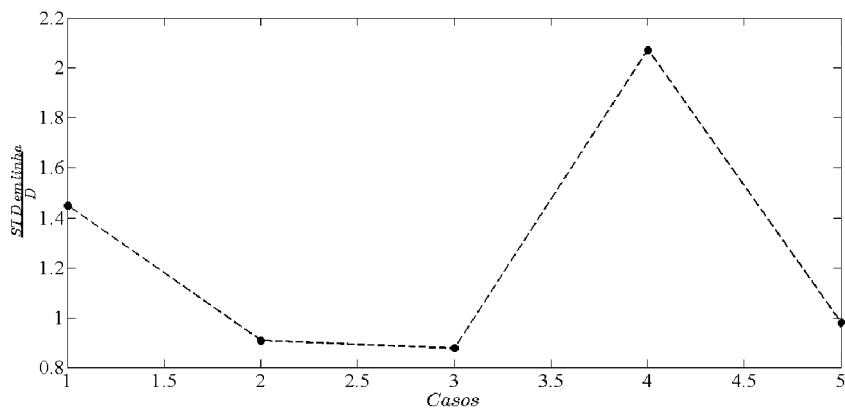


Figura 4.92: Comparação entre os valores de desvio padrão do deslocamento na direção em linha das simulações do caso industrial. Valores normalizados pelo diâmetro e amostrados no ponto central da estrutura ( $Z_s = 21m$ ).

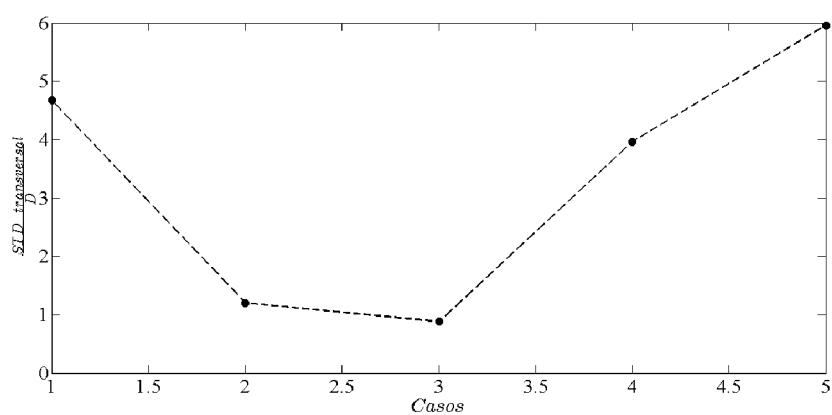


Figura 4.93: Comparação entre os valores de desvio padrão do deslocamento na direção transversal das simulações do caso industrial. Valores normalizados pelo diâmetro e amostrados no ponto central da estrutura ( $Z_s = 21m$ ).

# CAPÍTULO V

## CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

### 5.1 Conclusões

O presente trabalho foi proposto com os objetivos de: formar pessoas no tema interação fluido-estrutura; dar sequência aos desenvolvimentos, no MFLab, sobre esse importante tema; contribuir para o desenvolvimento de uma plataforma de simulação numérica de problemas de dinâmica dos fluidos. Além disso, objetivou-se contribuir com o estudo de um problema industrial, mesmo que de forma preliminar. Para isso foi utilizado o software Fluids3D, que é uma ferramenta computacional que está sendo desenvolvida no Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab) da Universidade Federal de Uberlândia. Os métodos utilizados nesse trabalho foram descritos na seção 3, mas existem outros implementados que podem ser encontrados em Vedovoto (2007), Borges (2010), Vedovoto (2011), Melo (2013), Vedovoto, Serfaty e Silveira Neto (2015), Andrade (2015) e outros.

As verificações numéricas dos dois subsistemas fluido e estrutura foram feitas separadamente, como foi discutido na seção 4.1. Apesar dessas verificações terem sido feitas, ainda foi necessária a validação do acoplamento entre esses dois subsistemas. Para permitir que isso fosse feito, foi implementado o acoplamento forte descrito na seção 3.4.3.2.

O estudo do problema de interação fluido-estrutura industrial foi feito. Conclui-se que os desvios padrão do deslocamento da estrutura nas direções em linha e transversal foram menores nos casos com gap  $0,2 \phi$  e  $0,3 \phi$ . Além disso, a proximidade com o solo mostrou

ser um fator importante nos valores rms do deslocamento da tubulação nas duas direções. O caso com gap 1  $\phi$  se mostrou diferente dos outros casos, apresentando valores estatísticos fora do padrão para o deslocamento na direção em linha.

Foi possível evidenciar a estrita correlação entre a dinâmica de formação das estruturas turbinhonares e a dinâmica da estrutura imersa, como já era esperado. As frequências de oscilação induzidas sobre a estrutura são casadas com as frequências mais energizadas do espectro de estrutura turbinhonares.

Não foi possível ainda ter conclusões fechadas sobre a influência da proximidade da tubulação em relação ao solo. Perceberam-se anomalias interessantes para determinados valores de gap. Identificaram-se diferentes comportamentos dinâmicos na movimentação da estrutura. As órbitas variam sensivelmente com o gap.

A principal contribuição com o presente trabalho foi a abertura, no MFLab, de uma importante linha investigativa numérico-computacional. Grandes são os desdobramentos dessa dissertação em termos de pesquisa e desenvolvimento. A seguir elencam-se os principais tópicos que serão desenvolvidos no MFLab, como consequência dessa dissertação.

## 5.2 Trabalhos futuros

Embora bons resultados tenham sido obtidos com o código em desenvolvimento, muitos esforços ainda são necessários a fim de melhorar os resultados. Os seguintes itens são propostos:

- Utilização de outra abordagem para a fronteira imersa, como a com volume fantasma local discutida por Andrade (2015), para melhorar a definição da fronteira e das forças que atuam sobre a estrutura.
- Utilização da abordagem modal para a solução numérica da viga de Timoshenko.

Esse recurso já está disponível no código FLUIDS 3DP.

- Investigação de outros integradores temporais para a estrutura.
- Utilização do código AMR3DP, que apresenta o recurso de malha adaptativa para o subdomínio do fluido.
- Implementação da abordagem monolítica no código AMR3DP.

- Implementação de um acelerador de convergência para o acoplamento forte já implementado, como os propostos por Kütler e Wall (2008).
- Implementação de outras formas de acoplamento forte, como as descritas por Matthies, Niekamp e Steindorf (2006).
- Comparação entre os métodos monolítico, particionado forte e particionado fraco, para verificação de robustez e custo.
- Investigação detalhada sobre a dinâmica da estrutura no caso com gap  $1\phi$ .
- Validação do acoplamento para outros materiais testados por Lee *et al.* (2009).
- Verificação da influência da velocidade do fluido na resposta dinâmica da estrutura.
- Obtenção das frequências naturais da estrutura dentro d'água a partir de um pluck test numérico.
- Investigação da influência do fluido na resposta dinâmica da estrutura, partindo-se do princípio da massa, da rigidez e do amortecimento adicionados.
- Investigação da influência de uma topologia variável do solo na resposta dinâmica da estrutura.
- Implementação de modelos de choque da estrutura com o solo.
- Avaliação numérica da influência do escoamento sobre a tubulação em movimento em um solo erodível.
- Avaliação da influência do perfil de entrada do fluido na resposta dinâmica da estrutura.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, M.; OLIVEIRA, P.; PINHO, F. A convergent and universally bounded interpolation scheme for the treatment of advection. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 41, p. 47–75, jan. 2003.

ANDRADE, J. R. *Métodos de fronteira imersa para corpos esbeltos: implementação e validação*. 133 p. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/15015>>.

BORGES, A. S. *Desenvolvimento de procedimentos de modelagem de interação fluido-estrutura combinando a Teoria de Vigas de Cosserat e a metodologia de fronteira imersa*. 199 p. Tese (PhD Thesis) — Universidade Federal de Uberlândia, 2010. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14690>>.

CAVALINI, A. A. *Detecção e Identificação de Trincas Transversais Iniciantes em Eixos Horizontais Flexíveis de Máquinas Rotativas*. 134 p. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2013.

CHERN, M.-J.; KUAN, Y.-H.; NUGROHO, G.; LU, G.-T.; HORNG, T.-L. Direct-forcing immersed boundary modeling of vortex-induced vibration of a circular cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 134, p. 109 – 121, 2014. ISSN 0167-6105. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167610514001913>>.

CHORIN, A. J. The numerical solution of the navier-stokes equations for an incompressible fluid. *Bull. Amer. Math. Soc.*, American Mathematical Society, v. 73, n. 6, p. 928–931, 11 1967. Disponível em: <<http://projecteuclid.org/euclid.bams/1183529112>>.

ENGELBRETH, K. I. *Viscous Flow Around a Circular Cylinder Near a Plane Wall*. 159 p. Tese (Master Thesis) — Norwegian University of Science and Technology (NTNU), 2011. Disponível em: <<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:no:ntnu:diva-15482>>.

FÖRSTER, C.; WALL, W. A.; RAMM, E. The artificial added mass effect in sequential staggered fluid-structure interaction algorithms. *European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2006*, 2006.

FÖRSTER, C.; WALL, W. A.; RAMM, E. Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible viscous flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 196, n. 7, p. 1278 – 1293, 2007. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782506002544>>.

GERMANO, M.; PIOMELLI, U.; MOIN, P.; CABOT, W. H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, v. 3, n. 7, p. 1760–1765, 1991. Disponível em: <<http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pofa/3/7/10.1063/1.857955>>.

GRIFFITH, B. E.; PESKIN, C. S. On the order of accuracy of the immersed boundary method: Higher order convergence rates for sufficiently smooth problems. *Journal of Computational Physics*, v. 208, n. 1, p. 75 – 105, 2005. ISSN 0021-9991. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999105000835>>.

HABCHI, C.; RUSSEIL, S.; BOUGEARD, D.; HARION, J.-L.; LEMENAND, T.; GHANEM, A.; VALLE, D. D.; PEERHOSSAINI, H. Partitioned solver for strongly coupled fluid-structure interaction. *Computers & Fluids*, v. 71, p. 306 – 319, 2013. ISSN 0045-7930. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793012004367>>.

HARTEN, A. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. *Journal of Computational Physics*, v. 135, p. 260–278, ago. 1997.

HUTCHINSON, J. R. Shear coefficients for timoshenko beam theory. *J. Appl. Mech*, v. 68, p. 87 – 92, 2000.

IMBERT, J. F. *Analyse des structures par éléments finis*. 3. ed. [S.l.]: Editions Cépaduès, 1991. ISBN 978-2854282733.

KOLMOGOROV, A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, v. 30, p. 301–305, 1941.

KÜTTLER, U.; WALL, W. A. Fixed-point fluid-structure interaction solvers with dynamic relaxation. *Computational Mechanics*, v. 43, n. 1, p. 61–72, 2008. ISSN 1432-0924. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s00466-008-0255-5>>.

LALANNE, M.; BERTHIER, P.; DER HAGOPIAN, J. *Mechanical Vibrations for Engineers*. [s.n.], 1984. Lecture. Disponível em: <<https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00315803>>.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. *Rotordynamics prediction in engineering*. John Wiley, 1998. (Rotordynamics prediction in engineering, v. 2). ISBN 9780471972884. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=JONSAAAAMAAJ>>.

LEE, L.; ALLEN, D.; PONTAZA, J. P.; KOPP, F.; JHINGRAN, V. In-line motion of subsea pipeline span models experiencing vortex-shedding. *ASME 2009 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, v. 5, p. 269–276, 2009. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1625077>>.

LEI, C.; CHENG, L.; KAVANAGH, K. Re-examination of the effect of a plane boundary on force and vortex shedding of a circular cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 80, n. 3, p. 263 – 286, 1999. ISSN 0167-6105. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167610598002049>>.

LESIEUR, M. *Turbulence in Fluids*. 4. ed. Dordrecht, NL: Springer, 2008. v. 84. 563 p. (Fluid Mechanics and its Applications, v. 84). ISBN 978-1-4020-6435-7.

MATTHIES, H. G.; NIEKAMP, R.; STEINDORF, J. Algorithms for strong coupling procedures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 195, n. 17-18, p. 2028 – 2049, 2006. ISSN 0045-7825. Fluid-Structure Interaction. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782505001969>>.

MELO, R. R. d. S. *Formulações integral e diferencial aplicadas à análise de escoamentos sobre rotores eólicos*. 129 p. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14962>>.

ORLANSKI, I. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *Journal of Computational Physics*, v. 21, p. 251–269, 1976.

MILOVAN PERIC, J. H. F. e. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002. ISBN 978-3-540-42074-3.

PONTAZA, J. P.; MENON, R. G. On the numerical simulation of fluid-structure interaction to estimate the fatigue life of subsea pipeline spans: Effects of wall proximity. *Proceedings of the ASME 2010 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, v. 6, p. 817–827, 2010.

PONTAZA, J. P.; MENON, R. G. Prediction of vortex-induced vibration response of a pipeline span by coupling a viscous flow solver and a beam finite element solver. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, v. 135, p. 031702-1–031702-9, 2013.

RADE, D. A. *Método dos Elementos Finitos Aplicados à Engenharia Mecânica*. [S.l.: s.n.], 2011.

JASON P. SHELDON SCOTT T. MILLER, J. S. P. Methodology for comparing coupling algorithms for fluid-structure interaction problems. *World Journal of Mechanics*, v. 4, p. 54–70, 2014. Disponível em: <<http://www.scirp.org/journal/PaperInformation.aspx?PaperID=42982>>.

SOTIROPOULOS, F.; YANG, X. Immersed boundary methods for simulating fluid-structure interaction. *Progress in Aerospace Sciences*, Pergamon, v. 65, p. 1–21, 2014.

VEDOVOTO, J. M. *Modelagem matemática e simulação numérica de escoamentos incompressíveis sobre geometrias complexas tridimensionais utilizando o método da fronteira imersa*. 70 p. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2007. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/15023>>.

VEDOVOTO, J. M. *Mathematical and numerical modeling of turbulent reactive flows using a hybrid LES / PDF methodology*. 226 p. Tese (PhD Thesis) — Universidade Federal de Uberlândia e Escola Doutoral da École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, 2011. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14704>>.

VEDOVOTO, J. M.; SERFATY, R.; Silveira Neto, A. d. Mathematical and numerical modeling of turbulent flows. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, scielo, v. 87, p. 1195 – 1232, 06 2015. ISSN 0001-3765. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0001-37652015000201195&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0001-37652015000201195&nrm=iso)>.

WANG, D.; RUUTH, S. Variable step-size implicit-explicit linear multistep methods for time-dependent partial differential equations. *Journal of Computational Mathematics*, v. 26, p. 838–855, 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/2142/18708>>.

WANG, Z.; FAN, J.; LUO, K. Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 34, n. 3, p. 283 – 302, 2008. ISSN 0301-9322. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932207001474>>.

XING, J. *Fatigue of Pipelines resting on Uneven Seabed*. 85 p. Tese (Master thesis) — Norwegian University of Science and Technology, 2011.

XU, F.; CHEN, W.-L.; XIAO, Y.-Q.; LI, H.; OU, J.-P. Numerical study on the suppression of the vortex-induced vibration of an elastically mounted cylinder by a traveling wave wall. *Journal of Fluids and Structures*, v. 44, p. 145 – 165, 2014. ISSN 0889-9746. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889974613002247>>.

YANG, B.; GAO, F.-P.; JENG, D.-S.; WU, Y.-X. Experimental study of vortex-induced vibrations of a pipeline near an erodible sandy seabed. *Ocean Engineering*, v. 35, n. 3-4, p. 301–309, 2008. ISSN 0029-8018. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029801807002491>>.

ZANG, Z.-P.; GAO, F.-P. Steady current induced vibration of near-bed piggyback pipelines: Configuration effects on {VIV} suppression. *Applied Ocean Research*, v. 46, p. 62 – 69, 2014. ISSN 0141-1187. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141118714000121>>.

ZANG, Z.-P.; GAO, F.-P.; CUI, J.-S. Physical modeling and swirling strength analysis of vortex shedding from near-bed piggyback pipelines. *Applied Ocean Research*, v. 40, p. 50 – 59, 2013. ISSN 0141-1187. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141118713000023>>.

ZHAO, M.; CHENG, L. Numerical simulation of two-degree-of-freedom vortex-induced vibration of a circular cylinder close to a plane boundary. *Journal of Fluids and Structures*, v. 27, n. 7, p. 1097 – 1110, 2011. ISSN 0889-9746. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S088997461100106X>>.

ZHAO, M.; CHENG, L.; TENG, B. Numerical modeling of flow and hydrodynamic forces around a piggyback pipeline near the seabed. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, v. 133, n. 7, p. 286–295, 2007. ISSN 1943-5460.

## APÊNDICE

### I Revisão bibliográfica do caso de validação

Lee *et al.* (2009) conduziram experimentos físicos materiais em tanques de teste no Shell Westhollow Technology Center. A configuração dos testes é mostrada na Fig. I.1: Um

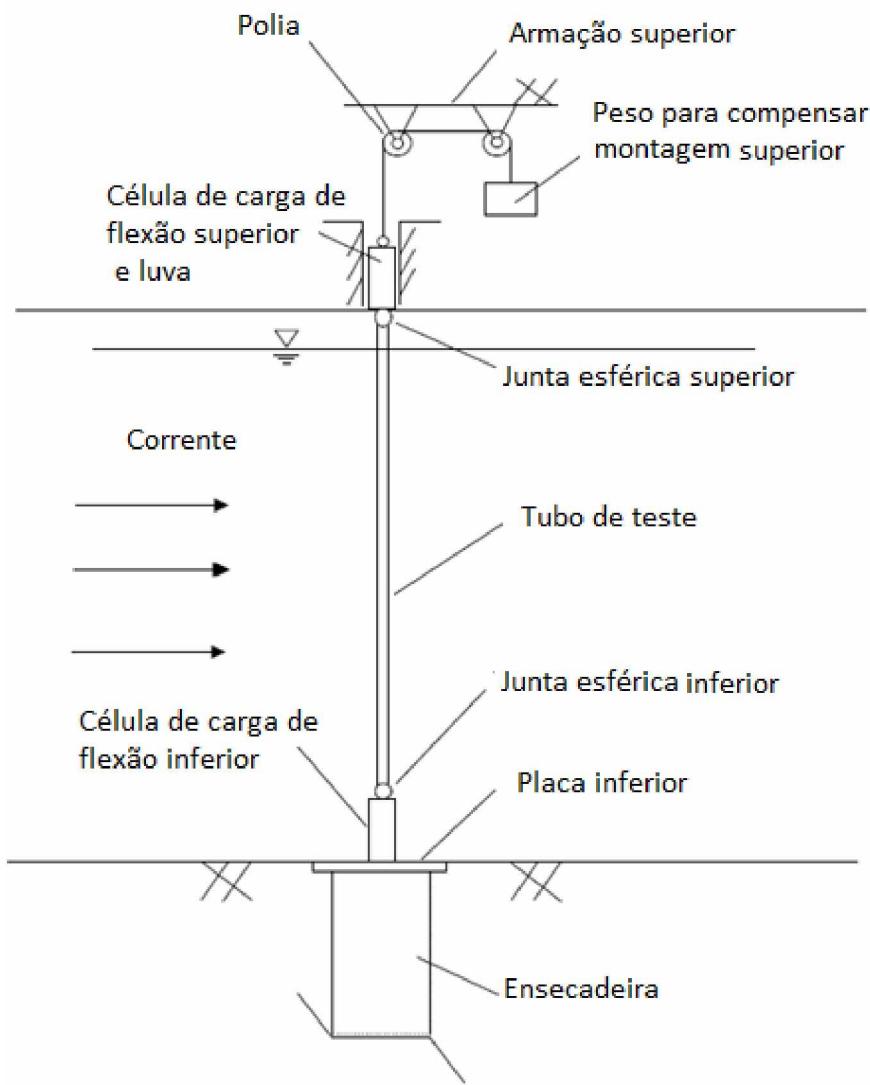


Figura I.1: Configuração dos testes materiais conduzidos em tanques no Shell Westhollow Technology Center. Figura adaptada de Lee *et al.* (2009).

acelerômetro biaxial foi montado dentro da tubulação no centro do cilindro. Um segundo acelerômetro do mesmo tipo foi colocado a um quarto de distância da junta superior. Uma célula de carga de flexão, feita pelo grupo, foi montada sob a junta inferior para monitorar as cargas nas direções em linha e cruzada. Da mesma forma, outra célula de carga foi montada

sobre a junta superior. O peso total da montagem superior foi de aproximadamente 7,26kg. Um sistema de compensação de peso, constituído por duas polias e um peso, foi utilizado para compensar o peso superior. A distância entre centros das duas juntas foi de 3,725 m. A junta superior não foi submersa (aproximadamente 26,7 cm acima da interface entre água e ar). Experimentos foram feitos com 5 tubos diferentes, com materiais diferentes, como pode ser visto na Tab. I.1, retirada do artigo. Utilizando um acelerômetro biaxial montado

Tabela I.1: Propriedades estruturais dos cilindros testados. Tabela adaptada do artigo Lee *et al.* (2009).

Série do teste Cilindro	sst12 ABS (0,25")	sst21 ABS (Alu (0,035"))	sst19 Alu (0,125")	sst20 Aço (0,065")	sst22 Aço (0,25")
Diâmetro externo (in.)	2,5	ABS 2,5, alu 2,0	2,5	2,5	2,5
Espessura da parede (in.)	0,25	alu 0,035	0,125	0,065	0,25
Comprimento (in.)	144,75	144,75	144,75	144,75	144,75
EI(kips/in <sup>2</sup> )	336	1379	6594	11064	33962
K1 (lb/ft)*	62	257	1226	2056	6310
Mass ratio	1,00	1,05	1,32	1,69	3,47
f1 (Hz) (medido)**	1,53	2,81	5,38	6,63	8,13

Notas: \* K1 é a primeira rigidez modal;

\*\* f1 é a primeira frequência natural na água, obtida através de um *pluck test*.

dentro da tubulação no centro do cilindro, foram obtidos valores de *RMS* das amplitudes de deslocamento, divididas pelo diâmetro da tubulação, nas direções em linha (Fig. I.2) e cruzada (Fig. I.3) e frequências na direção em linha (Fig. I.4) para várias velocidades reduzidas.

A partir dessas informações e da necessidade de se validar o código computacional para aplicações com interação fluido-estrutura, escolheu-se o caso *sst20* da Fig. I.1 para fazer a validação, que corresponde a uma tubulação de aço com uma parede de 1,651mm de espessura. Na próxima subseção serão mostrados os dados de entrada para as duas simulações feitas com o objetivo de validar o código computacional.

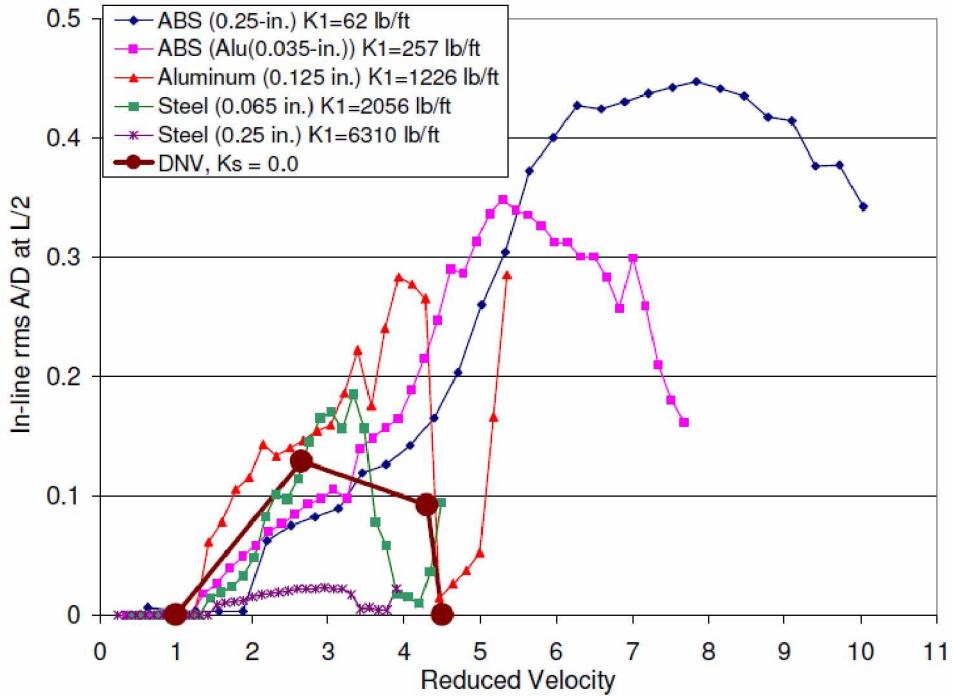


Figura I.2: Valores de *RMS* das amplitudes de deslocamento na direção em linha, divididas pelo diâmetro da tubulação, obtidos utilizando o acelerômetro biaxial montado dentro da tubulação no centro do cilindro, para os testes descritos na Fig. I.1. Figura retirada do artigo Lee *et al.* (2009).

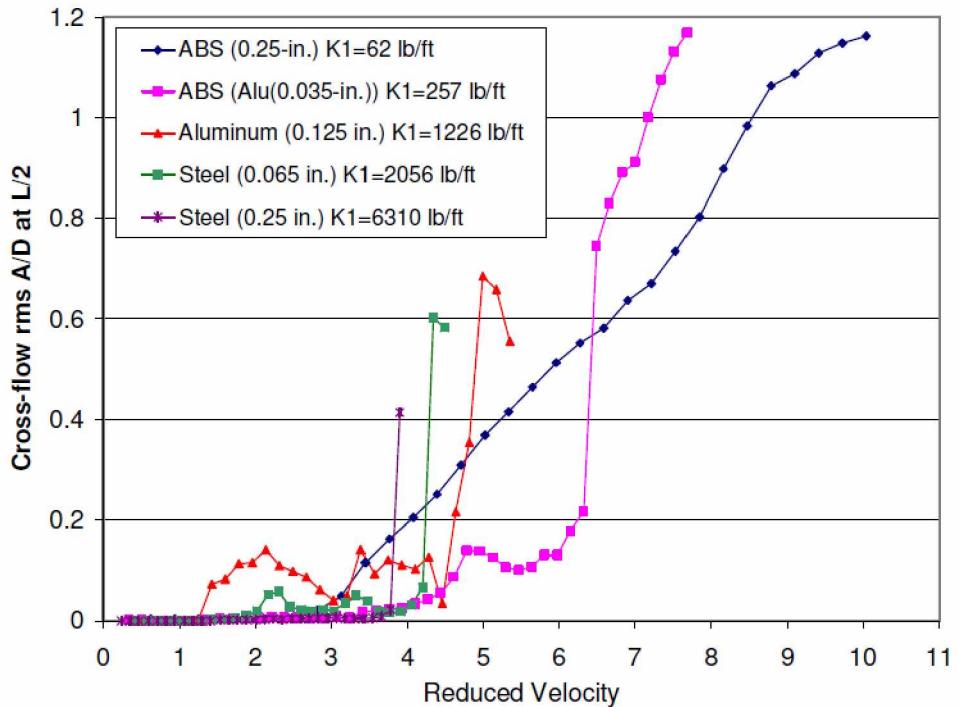


Figura I.3: Valores de *RMS* das amplitudes de deslocamento na direção cruzada, divididas pelo diâmetro da tubulação, obtidos utilizando o acelerômetro biaxial montado dentro da tubulação no centro do cilindro, para os testes descritos na Fig. I.1. Figura retirada do artigo Lee *et al.* (2009).

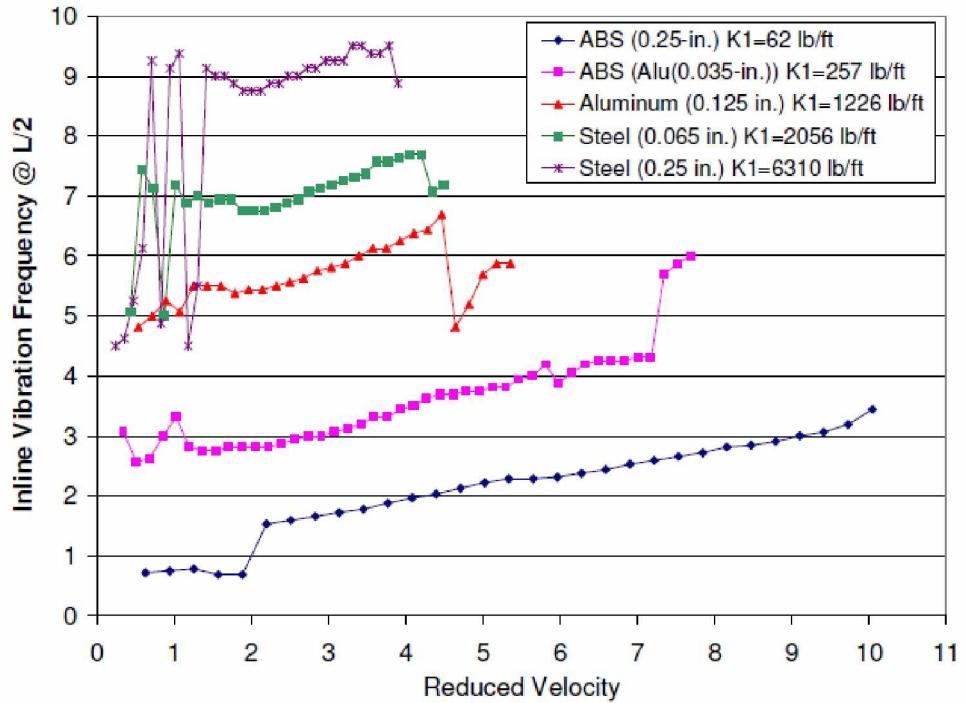


Figura I.4: Frequências das vibrações na direção em linha, obtidas utilizando o acelerômetro biaxial montado dentro da tubulação no centro do cilindro, para os testes descritos na Fig. I.1. Figura retirada do artigo Lee *et al.* (2009).

## II Avaliação da estrutura no caso de validação

Nessa seção serão apresentadas as cem primeiras frequências naturais, os 5 primeiros modos de vibrar e as taxas de amortecimentos modais dos cem primeiros modos da estrutura utilizada no caso de validação do acoplamento fluido-estrutura. A seguir são apresentadas as cem primeiras frequências naturais da estrutura no vácuo:

$$1,3023 \times 10^1 \text{ [Hz]}$$

$$1,3023 \times 10^1 \text{ [Hz]}$$

$$5,1789 \times 10^1 \text{ [Hz]}$$

$$5,1789 \times 10^1 \text{ [Hz]}$$

$$1,1540 \times 10^2 \text{ [Hz]}$$

$$1,1540 \times 10^2 \text{ [Hz]}$$

$$2,0235 \times 10^2 \text{ [Hz]}$$

$$2,0235 \times 10^2 \text{ [Hz]}$$

$$3,1043 \times 10^2 \text{ [Hz]}$$

$$3,1043 \times 10^2 \text{ [Hz]}$$

4,3659  $\times 10^2$  [Hz]

4,3659  $\times 10^2$  [Hz]

5,7688  $\times 10^2$  [Hz]

5,7688  $\times 10^2$  [Hz]

7,2711  $\times 10^2$  [Hz]

7,2711  $\times 10^2$  [Hz]

8,8498  $\times 10^2$  [Hz]

8,8498  $\times 10^2$  [Hz]

1,0526  $\times 10^3$  [Hz]

1,0526  $\times 10^3$  [Hz]

1,2357  $\times 10^3$  [Hz]

1,2357  $\times 10^3$  [Hz]

1,4391  $\times 10^3$  [Hz]

1,4391  $\times 10^3$  [Hz]

1,6640  $\times 10^3$  [Hz]

1,6640  $\times 10^3$  [Hz]

1,9085  $\times 10^3$  [Hz]

1,9085  $\times 10^3$  [Hz]

2,1703  $\times 10^3$  [Hz]

2,1703  $\times 10^3$  [Hz]

2,4467  $\times 10^3$  [Hz]

2,4467  $\times 10^3$  [Hz]

2,7354  $\times 10^3$  [Hz]

2,7354  $\times 10^3$  [Hz]

3,0344  $\times 10^3$  [Hz]

3,0344  $\times 10^3$  [Hz]

3,3419  $\times 10^3$  [Hz]

3,3419  $\times 10^3$  [Hz]

3,6562  $\times 10^3$  [Hz]

3,6562  $\times 10^3$  [Hz]

3,9760  $\times 10^3$  [Hz]

3,9760  $\times 10^3$  [Hz]

4,2998  $\times 10^3$  [Hz]

4,2998  $\times 10^3$  [Hz]

4,6263  $\times 10^3$  [Hz]

4,6263  $\times 10^3$  [Hz]

4,9545  $\times 10^3$  [Hz]

4,9545  $\times 10^3$  [Hz]

5,2834  $\times 10^3$  [Hz]

5,2834  $\times 10^3$  [Hz]

5,6118  $\times 10^3$  [Hz]

5,6118  $\times 10^3$  [Hz]

5,9391  $\times 10^3$  [Hz]

5,9391  $\times 10^3$  [Hz]

6,2644  $\times 10^3$  [Hz]

6,2644  $\times 10^3$  [Hz]

6,5870  $\times 10^3$  [Hz]

6,5870  $\times 10^3$  [Hz]

6,9062  $\times 10^3$  [Hz]

6,9062  $\times 10^3$  [Hz]

7,2217  $\times 10^3$  [Hz]

7,2217  $\times 10^3$  [Hz]

7,5328  $\times 10^3$  [Hz]

7,5328  $\times 10^3$  [Hz]

7,8392  $\times 10^3$  [Hz]

7,8392  $\times 10^3$  [Hz]

8,1405  $\times 10^3$  [Hz]

8,1405  $\times 10^3$  [Hz]

8,4364  $\times 10^3$  [Hz]

8,4364  $\times 10^3$  [Hz]

8,7266  $\times 10^3$  [Hz]

8,7266  $\times 10^3$  [Hz]

9,0110  $\times 10^3$  [Hz]

9,0110  $\times 10^3$  [Hz]

9,2894  $\times 10^3$  [Hz]

9,2894  $\times 10^3$  [Hz]

9,5616  $\times 10^3$  [Hz]

9,5616  $\times 10^3$  [Hz]

9,8277  $\times 10^3$  [Hz]

9,8277  $\times 10^3$  [Hz]

1,0087  $\times 10^4$  [Hz]

1,0087  $\times 10^4$  [Hz]

1,0341  $\times 10^4$  [Hz]

1,0341  $\times 10^4$  [Hz]

1,0588  $\times 10^4$  [Hz]

1,0588  $\times 10^4$  [Hz]

1,0829  $\times 10^4$  [Hz]

1,0829  $\times 10^4$  [Hz]

1,1063  $\times 10^4$  [Hz]

1,1063  $\times 10^4$  [Hz]

1,1292  $\times 10^4$  [Hz]

1,1292  $\times 10^4$  [Hz]

1,1514  $\times 10^4$  [Hz]

1,1514  $\times 10^4$  [Hz]

1,1730  $\times 10^4$  [Hz]

1,1730  $\times 10^4$  [Hz]

1,1940  $\times 10^4$  [Hz]

1,1940  $\times 10^4$  [Hz]

1,2144  $\times 10^4$  [Hz]

1,2144  $\times 10^4$  [Hz]

Na Figura II.5 são apresentados os cinco primeiros modos de vibrar da estrutura. Os modos de vibrar nos planos  $(Z_s, X_s)$  e  $(Y_s, Z_s)$  são idênticos.

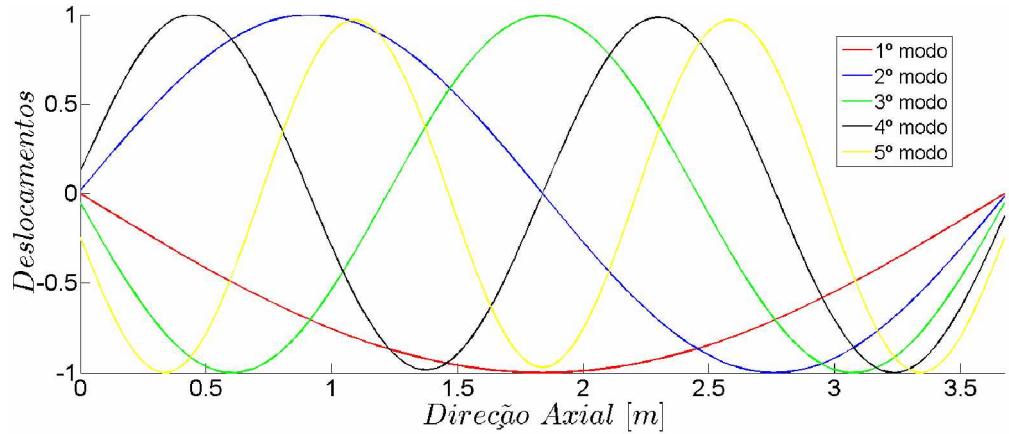


Figura II.5: Ilustração dos primeiros modos de vibrar da estrutura utilizada na simulação de validação.

A seguir são apresentadas as cem primeiras taxas de amortecimento modal referentes aos 100 primeiros modos de vibrar da estrutura (Essa taxa de amortecimento é devido ao amortecimento proporcional. O efeito do fluido externo não é contabilizado.):

$$1,0202 \times 10^{-2}$$

$$1,0202 \times 10^{-2}$$

$$1,7807 \times 10^{-2}$$

$$1,7807 \times 10^{-2}$$

$$3,6944 \times 10^{-2}$$

$$3,6944 \times 10^{-2}$$

$$6,3962 \times 10^{-2}$$

$$6,3962 \times 10^{-2}$$

$$9,7779 \times 10^{-2}$$

$$9,7779 \times 10^{-1}$$

$$1,3734 \times 10^{-1}$$

$$1,3734 \times 10^{-1}$$

$$1,8137 \times 10^{-1}$$

$$1,8137 \times 10^{-1}$$

$$2,2854 \times 10^{-1}$$

$$2,2854 \times 10^{-1}$$

2,7812  $\times 10^{-1}$

2,7812  $\times 10^{-1}$

3,3076  $\times 10^{-1}$

3,3076  $\times 10^{-1}$

3,8828  $\times 10^{-1}$

3,8828  $\times 10^{-1}$

4,5217  $\times 10^{-1}$

4,5217  $\times 10^{-1}$

5,2279  $\times 10^{-1}$

5,2279  $\times 10^{-1}$

5,9963  $\times 10^{-1}$

5,9963  $\times 10^{-1}$

6,8186  $\times 10^{-1}$

6,8186  $\times 10^{-1}$

7,6869  $\times 10^{-1}$

7,6869  $\times 10^{-1}$

8,5938  $\times 10^{-1}$

8,5938  $\times 10^{-1}$

9,5331  $\times 10^{-1}$

9,5331  $\times 10^{-1}$

1,0499

1,0499

1,1487

1,1487

1,2491

1,2491

1,3508

1,3508

1,4534

1,4534

1, 5565

1, 5565

1, 6598

1, 6598

1, 7630

1, 7630

1, 8658

1, 8658

1, 9680

1, 9680

2, 0694

2, 0694

2, 1697

2, 1697

2, 2688

2, 2688

2, 3665

2, 3665

2, 4628

2, 4628

2, 5574

2, 5574

2, 6504

2, 6504

2, 7416

2, 7416

2, 8309

2, 8309

2, 9184

2, 9184

3,0039

3,0039

3,0875

3,0875

3,1691

3,1691

3,2487

3,2487

3,3263

3,3263

3,4019

3,4019

3,4756

3,4756

3,5474

3,5474

3,6172

3,6172

3,6850

3,6850

3,7511

3,7511

3,8152

3,8152

### **III Avaliação da estrutura do caso industrial**

Nessa seção serão apresentadas as cem primeiras frequências naturais, os 5 primeiros modos de vibrar e taxas de amortecimentos modais dos cem primeiros modos da estrutura utilizada na simulação do caso industrial. A seguir são apresentadas as cem primeiras

frequênci a naturais da estrutura no vácuo:

$$4,1974 \times 10^{-1} [Hz]$$

$$4,1974 \times 10^{-1} [Hz]$$

$$1,4792 [Hz]$$

$$1,4792 [Hz]$$

$$3,2370 [Hz]$$

$$3,2370 [Hz]$$

$$5,6944 [Hz]$$

$$5,6944 [Hz]$$

$$8,8494 [Hz]$$

$$8,8494 [Hz]$$

$$1,2699 \times 10^1 [Hz]$$

$$1,2699 \times 10^1 [Hz]$$

$$1,7239 \times 10^1 [Hz]$$

$$1,7239 \times 10^1 [Hz]$$

$$2,2466 \times 10^1 [Hz]$$

$$2,2466 \times 10^1 [Hz]$$

$$2,8373 \times 10^1 [Hz]$$

$$2,8373 \times 10^1 [Hz]$$

$$3,4956 \times 10^1 [Hz]$$

$$3,4956 \times 10^1 [Hz]$$

$$4,2208 \times 10^1 [Hz]$$

$$4,2208 \times 10^1 [Hz]$$

$$5,0122 \times 10^1 [Hz]$$

$$5,0122 \times 10^1 [Hz]$$

$$5,8691 \times 10^1 [Hz]$$

$$5,8691 \times 10^1 [Hz]$$

$$6,7906 \times 10^1 [Hz]$$

$$6,7906 \times 10^1 [Hz]$$

$$7,7758 \times 10^1 [Hz]$$

7,7758  $\times 10^1$  [Hz]

8,8240  $\times 10^1$  [Hz]

8,8240  $\times 10^1$  [Hz]

9,9340  $\times 10^1$  [Hz]

9,9340  $\times 10^1$  [Hz]

1,1105  $\times 10^2$  [Hz]

1,1105  $\times 10^2$  [Hz]

1,2336  $\times 10^2$  [Hz]

1,2336  $\times 10^2$  [Hz]

1,3625  $\times 10^2$  [Hz]

1,3625  $\times 10^2$  [Hz]

1,4973  $\times 10^2$  [Hz]

1,4973  $\times 10^2$  [Hz]

1,6377  $\times 10^2$  [Hz]

1,6377  $\times 10^2$  [Hz]

1,7836  $\times 10^2$  [Hz]

1,7836  $\times 10^2$  [Hz]

1,9349  $\times 10^2$  [Hz]

1,9349  $\times 10^2$  [Hz]

2,0916  $\times 10^2$  [Hz]

2,0916  $\times 10^2$  [Hz]

2,2534  $\times 10^2$  [Hz]

2,2534  $\times 10^2$  [Hz]

2,4203  $\times 10^2$  [Hz]

2,4203  $\times 10^2$  [Hz]

2,5920  $\times 10^2$  [Hz]

2,5920  $\times 10^2$  [Hz]

2,7686  $\times 10^2$  [Hz]

2,7686  $\times 10^2$  [Hz]

2,9498  $\times 10^2$  [Hz]

$2,9498 \times 10^2 [Hz]$

$3,1356 \times 10^2 [Hz]$

$3,1356 \times 10^2 [Hz]$

$3,3257 \times 10^2 [Hz]$

$3,3257 \times 10^2 [Hz]$

$3,5201 \times 10^2 [Hz]$

$3,5201 \times 10^2 [Hz]$

$3,7186 \times 10^2 [Hz]$

$3,7186 \times 10^2 [Hz]$

$3,9211 \times 10^2 [Hz]$

$3,9211 \times 10^2 [Hz]$

$4,1275 \times 10^2 [Hz]$

$4,1275 \times 10^2 [Hz]$

$4,3375 \times 10^2 [Hz]$

$4,3375 \times 10^2 [Hz]$

$4,5512 \times 10^2 [Hz]$

$4,5512 \times 10^2 [Hz]$

$4,7682 \times 10^2 [Hz]$

$4,7682 \times 10^2 [Hz]$

$4,9886 \times 10^2 [Hz]$

$4,9886 \times 10^2 [Hz]$

$5,2121 \times 10^2 [Hz]$

$5,2121 \times 10^2 [Hz]$

$5,4385 \times 10^2 [Hz]$

$5,4385 \times 10^2 [Hz]$

$5,6679 \times 10^2 [Hz]$

$5,6679 \times 10^2 [Hz]$

$5,8999 \times 10^2 [Hz]$

$5,8999 \times 10^2 [Hz]$

$6,1344 \times 10^2 [Hz]$

$$6,1344 \times 10^2 [Hz]$$

$$6,3713 \times 10^2 [Hz]$$

$$6,3713 \times 10^2 [Hz]$$

$$6,6105 \times 10^2 [Hz]$$

$$6,6105 \times 10^2 [Hz]$$

$$6,8517 \times 10^2 [Hz]$$

$$6,8517 \times 10^2 [Hz]$$

$$7,0947 \times 10^2 [Hz]$$

$$7,0947 \times 10^2 [Hz]$$

$$7,3395 \times 10^2 [Hz]$$

$$7,3395 \times 10^2 [Hz]$$

Na Figura II.5 são apresentados os cinco primeiros modos de vibrar da estrutura. Os modos de vibrar nos planos ( $Z_s, X_s$ ) e ( $Y_s, Z_s$ ) são idênticos.

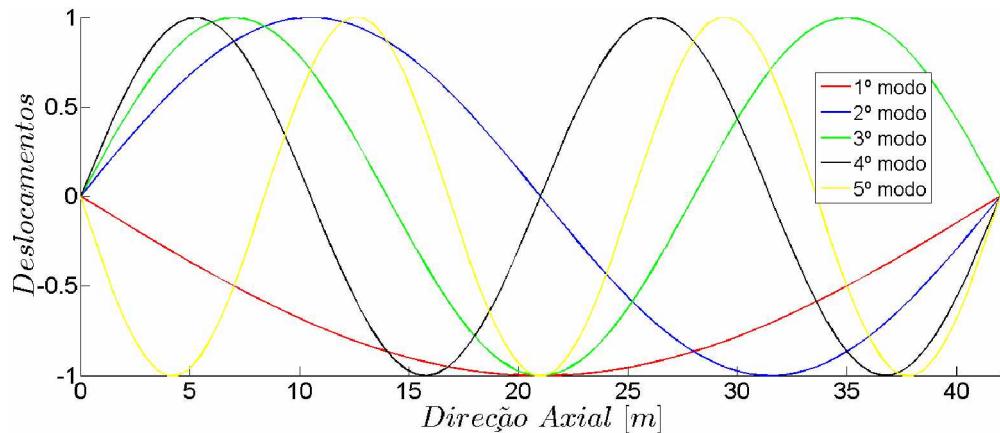


Figura III.6: Ilustração dos cinco primeiros modos de vibrar da estrutura utilizada na simulação dos casos industriais.

A seguir são apresentadas as cem primeiras taxas de amortecimento modal referentes aos 100 primeiros modos de vibrar da estrutura (Essa taxa de amortecimento é devido ao amortecimento proporcional. O efeito do fluido externo não é contabilizado.):

$$1,8972 \times 10^{-1}$$

$$1,8972 \times 10^{-1}$$

$$5,4261 \times 10^{-1}$$

$$5,4261 \times 10^{-1}$$

$$2,5600 \times 10^{-1}$$

$2,5600 \times 10^{-1}$

$1,5764 \times 10^{-1}$

$1,5764 \times 10^{-1}$

$1,1773 \times 10^{-1}$

$1,1773 \times 10^{-1}$

$1,0256 \times 10^{-1}$

$1,0256 \times 10^{-1}$

$1,0032 \times 10^{-1}$

$1,0032 \times 10^{-1}$

$1,0600 \times 10^{-1}$

$1,0600 \times 10^{-1}$

$1,1718 \times 10^{-1}$

$1,1718 \times 10^{-1}$

$1,3258 \times 10^{-1}$

$1,3258 \times 10^{-1}$

$1,5146 \times 10^{-1}$

$1,5146 \times 10^{-1}$

$1,7334 \times 10^{-1}$

$1,7334 \times 10^{-1}$

$1,9794 \times 10^{-1}$

$1,9794 \times 10^{-1}$

$2,2505 \times 10^{-1}$

$2,2505 \times 10^{-1}$

$2,5452 \times 10^{-1}$

$2,5452 \times 10^{-1}$

$2,8623 \times 10^{-1}$

$2,8623 \times 10^{-1}$

$3,2010 \times 10^{-1}$

$3,2010 \times 10^{-1}$

$3,5604 \times 10^{-1}$

$3,5604 \times 10^{-1}$

$3,9399 \times 10^{-1}$

$3,9399 \times 10^{-1}$

$4,3390 \times 10^{-1}$

$4,3390 \times 10^{-1}$

$4,7570 \times 10^{-1}$

$4,7570 \times 10^{-1}$

$5,1935 \times 10^{-1}$

$5,1935 \times 10^{-1}$

$5,6480 \times 10^{-1}$

$5,6480 \times 10^{-1}$

$6,1199 \times 10^{-1}$

$6,1199 \times 10^{-1}$

$6,6090 \times 10^{-1}$

$6,6090 \times 10^{-1}$

$7,1146 \times 10^{-1}$

$7,1146 \times 10^{-1}$

$7,6364 \times 10^{-1}$

$7,6364 \times 10^{-1}$

$8,1738 \times 10^{-1}$

$8,1738 \times 10^{-1}$

$8,7266 \times 10^{-1}$

$8,7266 \times 10^{-1}$

$9,2941 \times 10^{-1}$

$9,2941 \times 10^{-1}$

$9,8761 \times 10^{-1}$

$9,8761 \times 10^{-1}$

$1,0472 \times 10^{-1}$

$1,0472 \times 10^{-1}$

$1,1081 \times 10^{-1}$

1,1081  $\times 10^{-1}$

1,1704  $\times 10^{-1}$

1,1704  $\times 10^{-1}$

1,2339  $\times 10^{-1}$

1,2339  $\times 10^{-1}$

1,2986  $\times 10^{-1}$

1,2986  $\times 10^{-1}$

1,3645  $\times 10^{-1}$

1,3645  $\times 10^{-1}$

1,4315  $\times 10^{-1}$

1,4315  $\times 10^{-1}$

1,4997  $\times 10^{-1}$

1,4997  $\times 10^{-1}$

1,5688  $\times 10^{-1}$

1,5688  $\times 10^{-1}$

1,6389  $\times 10^{-1}$

1,6389  $\times 10^{-1}$

1,7100  $\times 10^{-1}$

1,7100  $\times 10^{-1}$

1,7820  $\times 10^{-1}$

1,7820  $\times 10^{-1}$

1,8548  $\times 10^{-1}$

1,8548  $\times 10^{-1}$

1,9285  $\times 10^{-1}$

1,9285  $\times 10^{-1}$

2,0029  $\times 10^{-1}$

2,0029  $\times 10^{-1}$

2,0780  $\times 10^{-1}$

2,0780  $\times 10^{-1}$

2,1537  $\times 10^{-1}$

$2,1537 \times 10^{-1}$

$2,2300 \times 10^{-1}$

$2,2300 \times 10^{-1}$

$2,3068 \times 10^{-1}$

$2,3068 \times 10^{-1}$