

**FABRIZIO SOARES BEZERRA**

**SOLUÇÃO DE PROBLEMAS SIMPLIFICADOS DE  
INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA APLICADOS À  
ENGENHARIA DE PERFURAÇÃO**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**2017**

**FABRIZIO SOARES BEZERRA**

**SOLUÇÃO DE PROBLEMAS SIMPLIFICADOS DE INTERAÇÃO  
FLUIDO-ESTRUTURA APLICADOS À ENGENHARIA DE PERFURAÇÃO**

**Dissertação** apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Transferência de calor e Mecânica dos fluidos

Orientador: Prof. Dr. Daniel Dall'Onder dos Santos

Co-Orientador: Prof. Dr. Elie Luis Martinez Padilla

**UBERLÂNDIA – MG**

**2017**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

B574s Bezerra, Fabrizio Soares, 1991  
2017 Solução de problemas simplificados de interação fluido-estrutura aplicados à engenharia de perfuração / Fabrizio Soares Bezerra. - 2017. 98 f. : il.

Orientador: Daniel Dall'Onder Dos Santos.  
Coorientador: Elie Luis Martínez Padilla.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.  
Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.62>  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Método dos volumes finitos - Teses. 3. Mecânica dos fluidos - Teses. 4. Perfuração - Teses. I. Santos, Daniel Dall'Onder Dos. II. Padilla, Elie Luis Martínez. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA



**ALUNO:** Fabrizio Soares Bezerra

**NÚMERO DE MATRÍCULA:** 11522EMC004

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:** Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos

**LINHA DE PESQUISA:** Dinâmica dos Fluidos e Transferência de Calor

**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA:** NÍVEL MESTRADO

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:**

***“Solução de Problemas Simplificados de Interação Fluido-estrutura Aplicados à Engenharia de Perfuração”***

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Daniel Dall'Onder dos Santos

**CO-ORIENTADOR:** Prof. Dr. Elie Luis Martínez Padilla

A Dissertação foi **APROVADA** em reunião pública, realizada no Auditório do MFlab - Bloco 5P, Campus Santa Mônica, em 29 de novembro de 2017, às 09:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME
Prof. Dr. Daniel Dall'Onder dos Santos
Prof. Dr. Elie Luis Martínez Padilla
Prof. Dr. Antonio Marcos Gonçalves de Lima
Prof. Dr. Ramiro Gustavo Ramirez Camacho

ASSINATURA
UFU
UFU
UFU
UNIFEI

Uberlândia, 29 de novembro de 2017

*Dedico este trabalho a minha família.*

## **AGRADECIMENTOS**

À toda minha família, em especial meus pais João Bosco e Rosa Maria e meus irmãos Lucas e Rômulo por todo apoio que sempre deram;

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este trabalho;

À minha namorada Helen pelo apoio e carinho nos momentos difíceis;

Aos amigos Cleison, Danielle, Emanuel, Fiana, Raquel, Rose, Wellington, Wendell por não me deixarem desistir nos momentos mais difíceis;

À todos os amigos que fiz em Uberlândia, em especial Dálglis, Diego, Jonatas, Livio e Rafael.

Aos professores Elie Padilla e Daniel pela paciência, respeito, flexibilidade que sempre demonstraram;

Ao Laboratório de Mecânica dos Fluidos (MFLab) por todo o suporte oferecido, em especial ao Luismar e Prof. João Marcelo;

À CAPES e PETROBRAS pelo apoio financeiro.

BEZERRA, F. S., **Solução de problemas simplificados de interação fluido-estrutura aplicados à engenharia de perfuração**. 2017. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil.

### **Resumo**

Em várias situações práticas existem escoamentos viscosos e incompressíveis através de espaços anulares cilíndricos, sendo estes resultantes da rotação de um dos cilindros ou ambos (escoamento de Taylor-Couette), ou pela superposição da rotação com um movimento imposto na direção axial (escoamentos de Taylor-Couette-Poiseuille ou Taylor-Couette espiral). São exemplos escoamentos em reatores químicos, mancais e devido a perfuração de poços de petróleo e gás. O desenvolvimento de uma plataforma numérica robusta capaz de simular estes tipos de escoamentos além de problemas clássicos de mecânica dos fluidos é o objetivo geral deste trabalho. Com isso, buscou-se realizar adequações em uma plataforma numérica já existente para que problemas clássicos como cavidade tridimensional, escoamento entre placas planas e paralelas, canal cilíndrico, canal cilíndrico anular e problemas simplificados aplicados à engenharia de perfuração pudessem ser estudados e caracterizados. Todos os problemas foram resolvidos através da solução numérica das equações de Navier-Stokes e conservação de massa, sendo a discretização espacial feita pelo Método dos Volumes Finitos e a discretização temporal pelo método de Adams-Bashforth. Para os problemas com interação fluido-estrutura utilizou-se o método da fronteira imersa, onde a distribuição e interpolação das variáveis são feitas através de Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS). Os resultados obtidos são apresentados na forma qualitativa e quantitativa, através de tabelas, gráficos, diagramas de cores para campos escalares, campos vetoriais e linhas de corrente, os quais são comparados com trabalhos da literatura apresentando sempre uma boa concordância.

---

Palavras chave: Escoamentos em canais anulares; Interação fluido-estrutura; Método da fronteira imersa.

BEZERRA, F. S., **Simplified troubleshooting of fluid-structure interaction problems applied to drilling engineering**. 2017. M. Sc. Thesis, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, Brazil.

### **Abstract**

In several practical situations there are viscous and incompressible flows through cylindrical annular spaces either resulting from the rotation of one of the cylinders or both (Taylor-Couette flow), or by superposition of the rotation with a movement imposed in the axial direction (flows of Taylor-Couette-Poiseuille or Taylor-Couette spiral). Examples are flows in chemical reactors, bearings and due to drilling of oil and gas wells. The development of a robust numerical platform capable of simulating these types of flows besides classical problems of fluid mechanics is the general objective of this work. Therefore, it was tried to make adjustments in an existing numerical platform so that classic problems such as three-dimensional lid-driven cavity, flow between flat and parallel plates, cylindrical channel, annular cylindrical channel and simplified drilling engineering problems could be studied and characterized. All problems were solved through the numerical solution of the Navier-Stokes equations and mass conservation, with spatial discretization made by the Finite Volume Method and time discretization by the Adams-Bashforth method. For the problems with fluid-structure interaction, the immersed boundary method was used, where the distribution and interpolation of the variables are made through Reconstruction by Mobile Least Squares (MLS). The results obtained are presented in qualitative and quantitative form, through tables, graphs, color diagrams for scalar fields, vector fields and streamlines, which are compared with papers in the literature always showing a good agreement.

---

Keywords: Flow in annular channels; Fluid-structure interaction; Immersed boundary method.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Fluxograma para a Mecânica dos Fluidos Computacional (CFD – Computational Fluid Dynamics).....	3
Figura 1.2: Representação do processo de perfuração de poço para extração de petróleo e gás (MATUTI,2002).....	5
Figura 2.1: Fotografia das instabilidades de Taylor-Couette (TAYLOR, 1923). ....	10
Figura 2.2: Relação entre os números de Reynolds e Taylor segundo Kaye e Elgar (1957). ....	11
Figura 2.3: Padrão de escoamento com vórtices ondulados modulados segundo Andereck et al. (1986). ..	14
Figura 2.4: Regime de escoamento obtido por Meseguer e Marques (2001).....	16
Figura 2.5: Diagrama proposto por Collar (1946).....	18
Figura 2.6: Esquema para a abordagem particionada de um problema de interação fluido-estrutura genérico (CAMPREGHER, 2005). ....	19
Figura 2.7: Avanço temporal do escoamento bidimensional numa válvula cardíaca mitral, usando o método da fronteira imersa (PESKIN, 1972). ....	21
Figura 3.1: Diagrama esquemático para escoamentos de Taylor-Couette. ....	24
Figura 3.2: (a) Fluxos em volume de controle elementar e (b) posições definidas com letras minúsculas para os valores que se encontram nas faces e maiúsculas para aqueles no centro. ....	27
Figura 3.3: Representação genérica das malhas euleriana, lagrangiana e processo de distribuição/interpolação do campo de força.....	31
Figura 4.1: Modelo físico para o problema da cavidade tridimensional. ....	40
Figura 4.2: Perfis adimensionais das componentes de velocidades $u$ e $v$ ao longo de linhas verticais e horizontais no centro da cavidade. ....	41
Figura 4.3: Campo vetorial de velocidade e diagrama de cores para as componentes de velocidade $u$ (a) e $v$ (b), no regime permanente. ....	42

Figura 4.4: Modelo físico para escoamento entre placas planas com gradiente de pressão imposto na direção axial. ....	43
Figura 4.5: Comparação dos perfis analítico e numérico para o escoamento entre placas planas paralelas usando três números de Reynolds diferentes. ....	44
Figura 4.6: Comparação dos perfis analítico e numérico para o escoamento entre placas (sendo a superior móvel) usando três números de Reynolds diferentes. ....	46
Figura 4.7: Modelo físico para escoamento em canal cilíndrico ( $R=0,4m$ ) com gradiente axial imposto. ....	47
Figura 4.8: Comparação dos perfis numéricos e analítico para o escoamento de Hagen-Poiseuille para $Re=40$ . ....	49
Figura 4.9: Modelo físico para o escoamento em canal cilíndrico anular com $\partial p / \partial z$ imposto. ....	50
Figura 4.10: Comparação entre os perfis numéricos e analíticos de velocidade axial para o escoamento em canal anular para diferentes $Re$ e densidades de malha. ....	51
Figura 4.11: Independência de malha para o escoamento Couette circular para $Ta=40$ . ....	54
Figura 4.12: Resultados qualitativos para o escoamento TCP em $Ta = 100$ e $Re = 7,0814$ nos instantes (a) 0,25s; (b) 20 s; (c) 45 s e (d) 72,5 s, respectivamente. ....	57
Figura 4.13: Resultados qualitativos para o escoamento TCP no instante $t = 67,5s$ para diferentes Reynolds: (a) $Re = 10,6221$ ; (b) $Re = 14,1628$ e (c) $17,7034$ . ....	58
Figura 4.14: Resultados qualitativos para o escoamento TCP no instante $t = 67,5s$ para diferentes Reynolds: (a) $Re = 21,2441$ ; (b) $Re = 24,7848$ ; (c) $28,3255$ ; (d) $31,8662$ e (e) $35,4069$ . ....	59
Figura 4.15: Campo vetorial de velocidade para o escoamento TCP em diferentes números de $Re$ Reynolds: (a) $Re = 7,0814$ ; (b) $Re = 14,1628$ ; (c) $Re = 21,2441$ ; (d) $Re = 28,3255$ e (e) $Re = 35,4069$ . ....	60
Figura 4.16: Transporte dos vórtices toroidais na direção axial visualizado a partir do campo vetorial de velocidade e diagrama de cores da componente $w$ de velocidade em diferentes instantes: (a) 1s; (b) 20s; (c) 40s; (d) 45s e (e) 50s, respectivamente. ....	62
Figura 4.17: Perfis da componente $v$ de velocidade em diferentes instantes para o escoamento TCP com $Ta = 100$ e $Re = 7,0814$ . ....	63
Figura 4.18: Perfis axiais da componente $v$ de velocidade no instante 50s para diferentes números de Reynolds. ....	64
Figura 4.19: (a) cilindro interno em uma posição arbitrária e (b) cilindro interno na posição de equilíbrio (Borges, 2011). ....	65
Figura 4.20: Diagrama esquemático da posição inicial do cilindro interno para o escoamento de Taylor-Couette com molas. ....	67
Figura 4.21: Variação temporal do centro do cilindro interno na direção $x$ . ....	68

Figura 4.22: Variação temporal do centro do cilindro interno na direção y.....	69
Figura 4.23: Posição do centro do cilindro interno durante o processo de interação fluido-estrutura por molas em diferentes números de Taylor.....	70
Figura 4.24: Diagramas de cores para a componente u da velocidade em diferentes instantes para $Ta=100$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente. ....	72
Figura 4.25: Diagramas de cores para a componente u da velocidade em diferentes instantes para $Ta=105$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente. ....	73
Figura 4.26: Diagramas de cores para a componente u da velocidade em diferentes instantes para $Ta=110$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente. ....	74
Figura 4.27: Diagramas de cores para a componente u da velocidade em diferentes instantes para $Ta=115$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente. ....	75
Figura 4.28: Diagramas de cores para a componente u da velocidade em diferentes instantes para $Ta=120$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente. ....	76
Figura 4.29: Contorno da componente $w = -0,1$ m/s e $w = 0,1$ m/s para diferentes números de Taylor: (a) $Ta = 100$ ; (b) $Ta = 105$ ; (c) $Ta = 110$ ; (d) $Ta = 115$ e (e) $Ta = 120$ . ....	77
Figura 4.30: Campo de velocidade e diagrama de cores para a componente w de velocidade no regime estacionário para diferentes números de $Ta$ : (a) $Ta = 100$ ; (b) $Ta = 105$ ; (c) $Ta = 110$ ; (d) $Ta = 115$ e (e) $Ta = 120$ . ....	78
Figura 4.31: Variação da componente radial de velocidade adimensional $u_r/(R_i\omega)$ sobre a linha axial no centro dos vórtices para $Ta = 100$ . ....	79
Figura 4.32: Variação da componente axial de velocidade adimensional $w/(R_i\omega)$ na direção radial na linha que passa pelo núcleo de um dos vórtices para $Ta = 100$ . ....	80
Figura 4.33: Variação da componente radial de velocidade adimensional $u_r/(R_i\omega)$ sobre a linha axial no centro dos vórtices para diferentes $Ta$ . ....	81
Figura 4.34: Variação da componente axial de velocidade adimensional $w/(R_i\omega)$ na direção radial na linha que passa pelo núcleo do primeiro vórtice para diferentes $Ta$ . ....	82
Figura 4.35: Perfis da componente v de velocidade em diferentes instantes para o escoamento de Taylor-Couette com molas para $Ta = 100$ e $Ta = 120$ . ....	83
Figura 4.36: Espectro de energia no domínio das frequências para u e v. ....	84
Figura 4.37: Variação temporal das componentes do centro do cilindro interno nas direções x e y, para diferentes $Re$ .....	85
Figura 4.38: Posição do centro do cilindro interno durante o processo de interação fluido-estrutura por molas em diferentes números de Reynolds. ....	86

Figura 4.39: Contorno da componente $w = -0,1$ m/s e $w = 0,1$ m/s para diferentes números de Reynolds: (a) $Re = 5$ ; (b) $Re = 10$ . .....	87
Figura 4.40: Campo de velocidade e diagrama de cores para a componente $w$ de velocidade no regime estacionário para diferentes números de $Re$ : (a) $Re = 5$ ; (b) $Re = 10$ ; (c) $Re = 0$ . .....	88
Figura 4.41: Perfis da componente $v$ de velocidade em diferentes instantes para o escoamento de Taylor- Couette espiral com molas para $Re = 5$ e $Re = 10$ . .....	89
Figura 4.42: Espectro de energia no domínio das frequências para $u$ e $v$ . .....	90

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Custo computacional para o escoamento de Couette circular com $Ta = 40$ .....	53
Tabela 4.2: Relação entre o gradiente de pressão imposto na direção axial ( $\partial p / \partial z$ ), velocidade média do escoamento puramente axial ( $U_m$ ) e do número de Reynolds ( $Re$ ). .....	55

## LISTA DE SIGLAS

AMG	Multigrid algébrico ( <i>Algebraic Multi-Grid</i> )
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional ( <i>Computational Fluid Dynamics</i> )
FDM	Método de Diferenças Finitas ( <i>Finite Difference Method</i> )
FEM	Método de elementos finitos ( <i>Finite Element Method</i> )
FVM	Método de volumes finitos ( <i>Finite Volume Method</i> )
IBM	Método de Fronteira Imersa ( <i>Immersed Boundary Method</i> )
MFV	Modelo Físico Virtual
MLS	Método de Mínimos Quadrados Móveis ( <i>Moving Least Squares Method</i> )
MG	Método de Multigrid
MPI	Padrão de troca paralela de mensagens ( <i>Message Passing Interface</i> )
PIV	Método de velocimetria por imagem de partículas ( <i>Particle Image Velocimetry</i> )
RHS	Termo do lado direito ( <i>Right Hand Side</i> )

## LISTA DE SIMBOLOS

### Símbolos Gregos

$\partial$	Derivada parcial
$\delta$	Função Delta de Dirac
$\eta$	Direção ortogonal
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\omega$	Velocidade angular
$\rho$	Massa específica
$\Gamma$	Razão de aspecto
$\Delta t$	Passo de tempo discreto
$\beta$	Ângulos para o sistema de molas
$\beta z$	Termo fonte para o gradiente de pressão

### Símbolos Latinos

$E$	Espaçamento anular
$D$	Função distribuição
$dx$	Espaçamento da malha euleriana na direção x
$dy$	Espaçamento da malha euleriana na direção y
$dz$	Espaçamento da malha euleriana na direção z
$L_x$	Comprimento do domínio computacional na direção x
$L_y$	Comprimento do domínio computacional na direção y
$L_z$	Comprimento do domínio computacional na direção z
$f$	Campo de força euleriana
$F$	Campo de força lagrangiano

$p$	Pressão
$P'$	Correção de pressão
$R$	Raio dos cilindros
$Re$	Número de Reynolds
$Ta$	Número de Taylor
$t$	Tempo
$\mathbf{G}^T$	Matriz ou Vetor genérico $\mathbf{G}$ transposto

**Subscritos**

$i, j$	Índices tensoriais
$i, e$	Raio interno e externo
$1, 2, 3$	Numeração para sistema de molas
$m$	Descrição para molas



# SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional ( <i>Computational Fluid Dynamics</i> - CFD) .....	1
1.2 Problemas de interação fluido-estrutura em engenharia de perfuração .....	4
1.3 Objetivos .....	6
1.4 Divisão da dissertação.....	6
<b>CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>8</b>
2.1 Escoamento de Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille.....	8
2.2 Interação fluido-estrutura.....	17
2.3 Método de Fronteira Imersa.....	20
<b>CAPÍTULO 3 – MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA.....</b>	<b>23</b>
3.1 Modelo físico .....	23
3.2 Modelagem matemática .....	25
3.3 Modelagem numérica.....	26
3.4 Método da Fronteira Imersa.....	30
3.4 Método de Multi-Forçagem Direta (MDF-Multi Direct Forcing) .....	32
3.5 Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS).....	34
<b>CAPÍTULO 4 – RESULTADOS.....</b>	<b>38</b>
4.1 Cavidade tridimensional .....	39
4.2 Escoamento entre placas planas e paralelas .....	42
4.3 Escoamento em canal cilíndrico (Hagen-Poiseuille) .....	47
4.4 Escamento em canal anular.....	49
4.5 Escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille.....	52

4.6 Escoamento de Taylor-Couette com molas .....	64
4.7 Escoamento de Taylor-Couette espiral com molas.....	85
<b>CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS .....</b>	<b>91</b>
<b>CAPÍTULO 6 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>93</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Escoamentos de fluidos incompressíveis, onde a variação da massa específica não é significativa, estão presentes em inúmeras áreas de engenharia como, por exemplo, a ação do vento sobre estruturas, escoamentos em canais e vertedores, escoamentos cardiovasculares. Devido a complexidade de tais escoamentos a representação experimental geralmente se torna inviável e, portanto, deve-se aplicar metodologias adequadas que permitam a simulação em diferentes situações. No presente trabalho busca-se aplicar técnicas de Mecânica dos Fluidos computacional (*Computational Fluid Dynamics-CFD*) para resolver problemas oriundos de Engenharia de Perfuração com interação fluido-estrutura.

### 1.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics - CFD*)

O comportamento de muitos sistemas e fenômenos da vida real, em áreas como engenharia, economia, ciências biológicas, entre outras, podem ser descritos em termos matemáticos sendo, portanto, esta ciência de fundamental importância na relação homem e natureza. Grande parte das formulações matemáticas para esses fenômenos conduzem à equações diferenciais parciais (EDP's) as quais podem ser analisadas utilizando três abordagens em conjunto ou em separado, a saber: a experimental, a analítica ou a computacional. A abordagem experimental procura descobrir as leis da natureza através de experimentos, sendo que os resultados produzidos são mais próximos da realidade e apresentam custo elevado. Na abordagem analítica, devido a várias dificuldades como complexidade do domínio e limitações das técnicas

matemáticas, não se consegue uma solução exata para a maioria dos problemas. Já a abordagem computacional utiliza as equações diferenciais parciais obtidas da modelagem matemática do fenômeno em conjunto com métodos numéricos para solucionar o problema. As principais vantagens da abordagem numérica em relação à experimental são a possibilidade de resolver problemas com condições de contorno e geometrias complexas, com custo geralmente menor e com versatilidade das técnicas numéricas que podem ser usadas.

A mecânica dos Fluidos sempre esteve presente no cotidiano do ser humano desde sistemas simples de irrigação até complexos sistemas de previsões climáticas, processos industriais, entre outros. Devido a sua importância, o interesse por estudar esta ciência fez com que surgisse um complexo conjunto de equações chamadas equações de Navier-Stokes, as quais relacionam a reação do fluido em resposta às forças aplicadas nele. Estas são EDP's não lineares e existem várias formas de resolvê-las numericamente, dentre as quais podem-se citar o método das diferenças finitas, volumes finitos, elementos finitos, métodos espectrais, entre outros. Assim, as equações de Navier-Stokes em conjunto com as condições iniciais e de contorno apropriadas permitem obter informações da dinâmica do escoamento, porém, devido a complexidade de tais equações se faz necessário o acoplamento de técnicas matemáticas, numéricas e computacionais para simular o escoamento, sendo este conjunto de metodologias conhecido como Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), o qual é vastamente usado na física, astronomia, engenharia, meteorologia, entre outros para prever o comportamento de um escoamento em condições pré-determinadas, conforme a Figura 1.1 (VERSTEEG e MALALASEKERA, 1995). A importância da CFD se deve a diversas razões tais como, a possibilidade de fornecer informações muito mais detalhadas do que as obtidas através de medições experimentais; investigação de situações que não podem ser reproduzidas ou geradas experimentalmente, como explosões, falhas em processos; e os parâmetros fornecidos são mais facilmente variados em uma larga faixa, simplificando a otimização e projeto de equipamentos e processos.

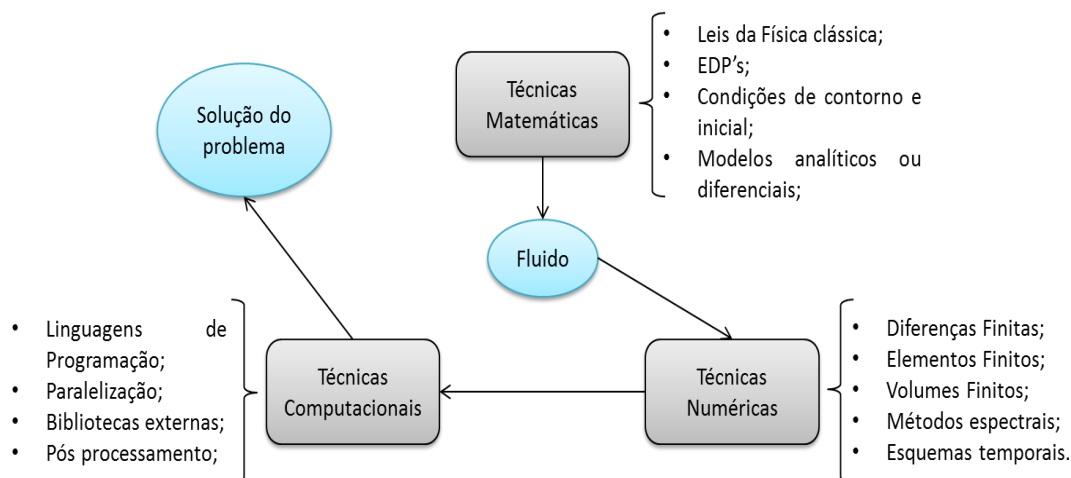


Figura 1.1: Fluxograma para a Mecânica dos Fluidos Computacional (CFD – Computational Fluid Dynamics).

Entretanto, para que a CFD seja aplicada de forma segura e confiável, deve-se atender a uma série de pré-requisitos, dentre estes, a obtenção de um modelo matemático que seja capaz de descrever adequadamente o processo ou fenômeno a ser simulado e a aplicação de ferramentas numéricas adequadas à resolução do modelo proposto. Com isso, o resultado obtido deve ser capaz de reproduzir satisfatoriamente o fenômeno de interesse, sem a necessidade de um esforço computacional (tempo) que torne proibitivo a aplicação da técnica. Uma vez cumprido tais requisitos a potencialidade da mecânica dos fluidos computacional é muito grande, uma vez que é possível através de simulações computacionais projetar, otimizar e avaliar grande número de fenômenos, operações ou processos.

Muitas aplicações da mecânica dos fluidos necessitam de ferramentas numéricas robustas capazes de resolver as equações de Navier-Stokes com um custo computacional aceitável. Para isso, a paralelização de códigos computacionais é uma alternativa bastante comum e eficaz para este objetivo. Lourenço (2012) implementou na plataforma numérica utilizada neste trabalho o paralelismo geométrico, onde um conjunto de dados a ser processados é dividido em tarefas, que por sua vez, são executadas por cópias do código que estão em diferentes processadores. Basicamente o domínio computacional é dividido em blocos onde células fantasmas copiam os valores quando possuem correspondentes em outro processador, através de mapas local e global. Assim, no mapa local as células são enumerados de 0 até  $Nl_{ip}$ , onde  $Nl_{ip}$  é o

número de células que pertencem a um determinado processador  $ip$ . Já no mapa global agrupa-se as  $N_{gt}$  células pertencentes a todos os processadores. Como as células fantasmas compartilham a mesma posição geométrica de outras células, elas não são contadas nos mapas local e global, com exceção das fantasmas presentes nos contornos do domínio que são contadas no mapa local. Assim, estas células são agrupadas em sub-mapas sendo a exportação relativa ao envio de uma informação presente em uma célula do processo  $P_1$  para a célula fantasma correspondente num processo  $P_2$ . Já na importação uma informação presente em uma célula fantasma no processo  $P_1$  é transferida para a célula correspondente no processo  $P_2$ , sendo extremamente útil na paralelização do método de fronteira imersa.

## 1.2 Problemas de interação fluido-estrutura em engenharia de perfuração

Os problemas de interação fluido-estrutura estão presentes nas mais diversas áreas da engenharia. Estes problemas podem ser caracterizados de forma simplificada pelo contato entre uma estrutura com um escoamento, o que gera uma pressão fluidodinâmica que pode movimentar ou deformar a estrutura ou corpo sólido e, como consequência, alteram o campo de velocidade e pressão do escoamento. Este fenômeno aparece no transporte de líquidos e gases realizados por tubulações, as quais sofrem diversos carregamentos transientes oriundos de mudanças na quantidade de movimento do fluido, causadas por diversas fontes como: fechamento de válvulas, partida e parada de bombas, perdas de refrigerantes em circuitos de reatores nucleares, vibrações induzidas por equipamentos. Os problemas que envolvem interação fluido-estrutura são geralmente complexos e a nestes problemas, embora as modelagens da estrutura e do fluido sejam diferentes, elas precisam estar acopladas de alguma forma. Uma alternativa bastante utilizada atualmente para o acoplamento fluido-estrutura é o Método de Fronteira Imersa (MFI), ou do inglês Immersed Boundary Method (IBM), o qual oferece a possibilidade de representar geometrias complexas com pontos lagrangianos de uma malha não estruturada e continuar a resolver o problema em uma malha estruturada. Este método consiste na imposição de um campo de força que atua sobre o escoamento, representando assim o corpo imerso, sendo uma malha cartesiana que representa o domínio euleriano. A representação da geometria imersa, assim como

o posicionamento dos pontos lagrangianos, são dadas a partir de uma malha lagrangiana (BORGES, 2011).

Os estudos sobre interação fluido-estrutura se tornaram de grande interesse para a indústria de petróleo e gás, principalmente para dimensionar elementos estruturais, os quais são influenciados pelo escoamento. A partir da década de 80 a indústria petrolífera passou a ter uma maior preocupação com os custos de operação e como consequência os escoamentos multifásicos em espaços anulares, devido à perfuração de poços de extração, passaram a receber maior destaque. Com isso, a determinação das perdas hidrodinâmicas ao longo do espaço anular (poço/coluna) se tornou relevante para um correto dimensionamento da potência de bombeamento das unidades de extração de petróleo. Entretanto, esta potência é uma função, dentre outros fatores, do padrão de escoamento no espaço anular entre a coluna giratória da broca e o poço, o qual é caracterizado pela presença de vórtices do tipo Taylor-Couette (vórtices toroidais contrarotativos) que podem alterar profundamente as perdas hidrodinâmicas do escoamento, a tensão cisalhante na parede do poço e a capacidade de carregamento de particulados. Além disso, no espaço anular podem-se formar estruturas do tipo Taylor-Couette-Poiseuille quando existe um gradiente de pressão na direção axial do escoamento em conjunto com o efeito provocado pela coluna giratória. No Brasil, a técnica mais difundida de perfuração é o processo rotativo que combina o efeito cortante provocado pelo peso da coluna de perfuração e a rotação da broca sobre a rocha, sendo a remoção dos resíduos realizada por um fluido com circulação contínua, conforme apresentado na Figura 1.2 (MATUTI, 2002).

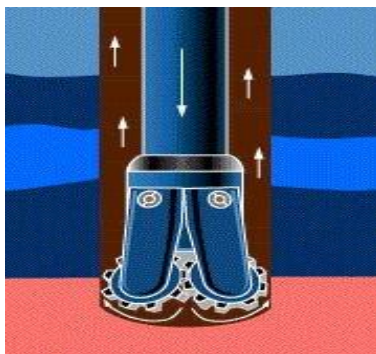


Figura 1.2: Representação do processo de perfuração de poço para extração de petróleo e gás (MATUTI, 2002).

### 1.3 Objetivos

O objetivo geral do trabalho é contribuir com o desenvolvimento de uma plataforma numérica que possibilite simular, de forma paralela, problemas de escoamentos viscosos e incompressíveis presentes em engenharia de perfuração como canais anulares com excentricidade fixa e variável, onde considera-se os efeitos do tipo massa-mola que caracterizam problemas simplificados de interação fluido-estrutura. Os objetivos específicos são descritos abaixo:

- Realizar as adequações e implementações na plataforma numérica que permitam analisar os problemas de Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille, como novas condições de contorno, modificações nas saídas de dados, imposição de gradiente de pressão axial;
- Validar todas as modificações que foram realizadas na plataforma numérica, através de problemas clássicos de mecânica dos fluidos como: cavidade tridimensional e escoamentos com gradiente de pressão imposto na direção axial (escoamento entre placas planas, canal cilíndrico (Hagen-Poiseuille) e canal cilíndrico anular);
- Avaliar a independência de malha, determinar o número de Taylor crítico e validar os escoamentos de Taylor-Couette;
- Caracterizar e estudar o escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille com excentricidade fixa para diferentes números de Reynolds, Taylor-Couette com interação fluido-estrutura para diferentes números de Taylor e Taylor-Couette espiral para diferentes números de Reynolds.

### 1.4 Divisão da dissertação

A presente dissertação é dividida em seis capítulos e a seguir é feita uma descrição sucinta do que será encontrado nos mesmos.

No Capítulo 1, uma introdução sobre o assunto foi realizada, visando à inserção do problema no cotidiano e os motivos de estudá-lo. No Capítulo 2 busca-se estabelecer através de uma revisão bibliográfica os problemas a serem estudados no contexto histórico e auxiliar a entender as motivações envolvidas na pesquisa realizada.



O Capítulo 3 é dedicado ao entendimento da modelagem matemática e numérica da fluidodinâmica do problema, apresentando as equações e as metodologias utilizadas, tendo como base trabalhos consagrados sobre o tema. No Capítulo 4 os resultados obtidos são apresentados e discutidos de forma qualitativa e quantitativa, sendo divididos inicialmente em validações para escoamentos em dutos e canais anulares e na sequência aplicações para escoamentos Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille com interação fluido-estrutura.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões dos estudos do capítulo anterior e sugestões para trabalhos futuros. O Capítulo 6 traz a lista de todas as referências utilizadas no trabalho.

## **CAPÍTULO 2**

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Neste capítulo, uma revisão bibliográfica sobre os problemas e alguns métodos que serão abordados na dissertação é feita cronologicamente, levando em consideração os principais trabalhos disponíveis na literatura. Inicialmente, serão abordados os problemas de Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille, considerando trabalhos analíticos, experimentais e numéricos, mostrando os avanços que foram obtidos ao longo do tempo. Em seguida, serão abordados os trabalhos relativos a metodologia de interação fluido-estrutura usada para a solução de problemas acoplados de mecânica dos fluidos e dos sólidos. Por fim, uma breve revisão sobre o Método de Fronteira Imersa para escoamentos com corpos imersos em um fluido será feita, mostrando sua importância e simplicidade quando comparado com outros métodos para este tipo problema.

#### **2.1 Escoamento de Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille**

A necessidade de medir a viscosidade da água no início do século XX motivou estudos de escoamentos em espaços anulares formados por cilindros rotativos concêntricos. A partir disso, diversos estudos foram realizados, principalmente para fluidos Newtonianos. O primeiro registro de estudo relacionado a este problema remete a Rayleigh (1916), o qual utilizou a teoria da estabilidade linear para um fluido invíscido e escoamento bidimensional, considerando a condição de deslizamento perfeito nos cilindros concêntricos. O autor concluiu que o movimento é estável se o fluido estiver escoando inicialmente de forma constante com a mesma distribuição de velocidade que um fluido viscoso teria se confinado entre dois cilindros rotativos concêntricos e, também, que todos os movimentos bidimensionais de um fluido incompressível, que não

envolvem mudança na área dos limites internos, não são afetados por uma rotação de todo o sistema de modo que este resultado apenas depende da excentricidade de uma velocidade angular relativa dos dois cilindros.

Taylor (1923) foi o primeiro a realizar estudos teóricos e experimentais sobre este problema. Em seu trabalho foram citados alguns pesquisadores que realizaram investigações experimentais semelhantes a sua anteriormente, os quais tinham como objetivo determinar a viscosidade da água medindo o arrasto exercido por um cilindro rotativo sobre outro concêntrico que era mantido em repouso. Couette<sup>1</sup> (1890) realizou experimentos onde o cilindro interno foi fixado e o externo submetido a rotação e verificou que o momento de arrasto que o fluido exerce sobre o cilindro interno era proporcional à velocidade do cilindro externo, desde que a velocidade fosse inferior a um certo valor. Além disso, à medida que a velocidade do cilindro externo aumentava acima deste valor, o arrasto aumentava a uma taxa maior do que a velocidade sendo que esta diferença foi atribuída à mudança do regime laminar para o turbulento. Já Mallock<sup>2</sup> (1896) chegou a resultados semelhantes aos citados anteriormente, sendo que utilizou velocidades de rotação maiores que as utilizadas por Couette<sup>1</sup> (1890) e também realizou experimentos onde o cilindro interno movimentava-se enquanto o externo era mantido fixo, verificando que existiam instabilidades para algumas das velocidades testadas.

Assim, em seu trabalho, Taylor (1923) procurou compreender e representar matematicamente a instabilidade gerada por um escoamento entre dois cilindros concêntricos com rotação, para que pudesse realizar uma comparação detalhada com os resultados experimentais. No caso onde o cilindro interno foi mantido fixo e o cilindro externo com rotação, ele verificou que o escoamento azimutal era estável a elevadas velocidades do cilindro móvel. No caso em que o cilindro interno foi colocado em rotação e o externo mantido fixo, o movimento foi estável somente a baixas velocidades do cilindro interno. Acima de uma velocidade crítica, o movimento tornou-se instável e o escoamento deixou de ser puramente azimutal. Além disso, observou que os resultados obtidos por Couette<sup>1</sup> (1890) e Mallock<sup>2</sup> (1896) discordavam completamente com as suas previsões teóricas, as quais indicavam que o movimento devia ser estável mesmo a altas velocidades quando o cilindro interno estava em repouso e quando o cilindro externo estava em repouso, o escoamento deveria ser estável a baixas velocidades do

---

<sup>1</sup> Citado por Taylor (1923)

<sup>2</sup> Citado por Taylor (1923)

cilindro interno e deveria existir uma velocidade definida na qual a instabilidade deveria aparecer à medida que ela fosse aumentada. As diferenças entre a teoria e os experimentos foram justificadas por uma série de fatores. Os tipos de distúrbios que surgem podem não ser simétricos em relação ao eixo de rotação, dando origem a uma relação não linear entre a rotação e a resistência viscosa, além de falhas de fabricação nas bancadas de testes.

A Figura 2.1 mostra uma fotografia das instabilidades que surgem devido a rotação do cilindro interno, caracterizando vórtices toroidais contrarotativos axisimétricos e que são conhecidos até os dias atuais como instabilidades de Taylor-Couette.

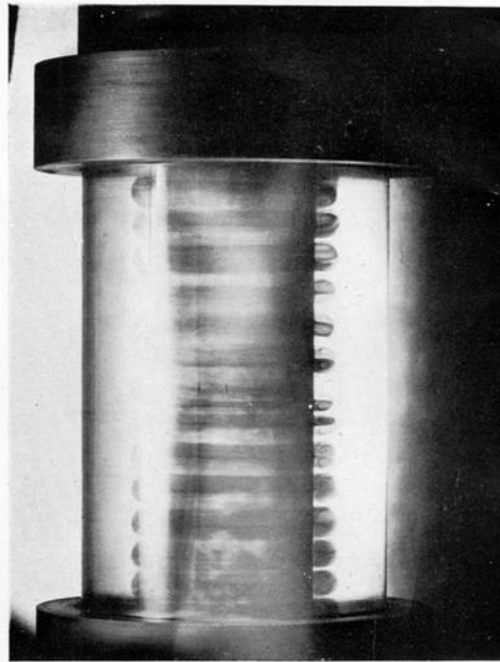


Figura 2.1: Fotografia das instabilidades de Taylor-Couette (TAYLOR, 1923).

Estas instabilidades são formadas a partir do número de Taylor crítico, sendo o número de Taylor associado à rotação dos cilindros e dado pela Eq. (2.1). Segundo Stuart (1958), o escoamento com presença de vórtices de Taylor, permanece estável para  $Ta \leq 160.000$  e passa a turbulento a partir de  $Ta > 160.000$ .

$$Ta = \frac{E^3 R_i \omega^2}{\nu^2} \quad (2.1)$$

sendo  $E$  o espaçamento anular,  $R_i$  o raio do cilindro interno,  $\omega$  a velocidade angular e  $\nu$  a viscosidade cinemática do fluido.

Diprima (1960) foi pioneiro no estudo de escoamentos entre cilindros concêntricos com rotação e fluxo axial. Para isso, realizou um estudo teórico da estabilidade de um fluido viscoso entre cilindros concêntricos rotativos com um pequeno fluxo axial e pequeno espaçamento entre os cilindros. Segundo Kaye e Elgar<sup>3</sup> (1957), a relação do número de Reynolds versus o número de Taylor, pode ser dividida entre quatro regiões que caracterizam o aparecimento dos vórtices toroidais, conforme a Figura 2.2. O trabalho de Diprima (1960) se limitou à parte inferior da linha que divide a zona de espaçamento laminar com e sem vórtices, visto que ele só analisou o caso para baixos números de Reynolds e pequenos espaçamentos anulares. Com isso, ele concluiu que quando os cilindros estavam rodando na mesma direção o número de Taylor crítico aumentava rapidamente com o aumento do número de Reynolds e que dependendo se a velocidade axial é aproximada pelo valor médio ou por um perfil parabólico, os resultados são ligeiramente diferentes.

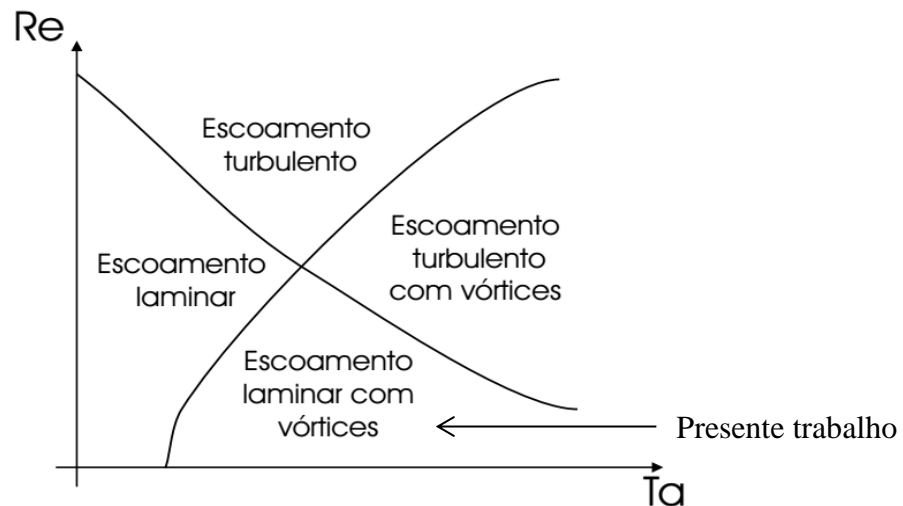


Figura 2.2: Relação entre os números de Reynolds e Taylor segundo Kaye e Elgar (1957).

Chung e Astill (1977) apresentaram um estudo sobre a estabilidade linear para escoamentos entre cilindros concêntricos rotativos quando um fluxo axial completamente desenvolvido estava presente, com o objetivo de determinar os números de Taylor críticos

<sup>3</sup> Citado por Diprima (1960)

associando autovalores para o número de Taylor crítico, fator de amplificação e dois números de onda, sendo o usual número de onda axial que representa a periodicidade axial do distúrbio e o número de onda azimutal que representa a variação tangencial do distúrbio. As análises foram feitas para várias razões de raios e números de Reynolds. Concluíram que o comprimento de onda axial aumentou com o Reynolds sempre que o número de espirais aumentava e que a inclinação dos vórtices espirais eram opostos à direção principal do escoamento.

Um estudo experimental para determinar o número de Taylor crítico onde surgem as instabilidades de Taylor-Couette foi realizado por Gravas e Martin (1978), onde medidas a fio quente foram realizadas no canal anular ao longo de três raios em posições azimutais separadas por  $90^\circ$ . Eles utilizaram três razões de raios diferentes (0,9- 0,81-0,576) e números de Reynolds entre 86 e 2000. Concluíram que independente da orientação azimutal, do raio do anel e do número de Reynolds do escoamento axial, a instabilidade periférica ocorre primeiro próximo ao cilindro interno e depois se espalha radialmente para fora à medida que o número de Taylor é aumentado. Além disso, para baixos Reynolds a taxa de crescimento do  $Ta$  e seus valores mínimos estavam de acordo com a teoria da estabilidade linear disponibilizada pela literatura na época, e para um dado Reynolds o  $Ta$  crítico era sensível à orientação até certo ponto o qual diminuía rapidamente com a diminuição da razão de raios.

Quando um gradiente de pressão axial é imposto sobre o escoamento de um fluido entre cilindros concêntricos e rotativos, tem-se como resultado um escoamento de Poiseuille espiral, ou seja, a superposição de um escoamento de Poiseuille e de Couette anulares. Por isso, tal escoamento é conhecido como escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille. Takeuchi e Jankowski (1981) realizaram uma investigação numérica e experimental sobre a estabilidade linear de um escoamento espiral induzido por cilindros rotativos concêntricos e um gradiente de pressão independente em espaços anulares grandes. Para isso, uma perturbação tridimensional foi considerada a partir de razões de rotação (0;0,2;-0,5) e valores de números de Reynolds superiores a 100. Com isso, dependendo da combinação da razão de rotação e do Reynolds, gerou-se no escoamento uma estrutura com forma toroidal ou em espiral. Os resultados experimentais estavam de acordo com os numéricos para razões de aspectos maiores ou iguais a zero e baixos números de Reynolds. Para os outros casos, a concordância é apenas próxima e o comprimento do aparelho pode justificar as diferenças. A comparação entre as formas de onda experimental e predita mostrou uma boa concordância.

Ng e Turner (1982) realizaram um estudo numérico dos efeitos de perturbações axisimétricas e não-axisimétricas sobre a estabilidade de escoamentos espirais entre cilindros concêntricos, sendo que a perturbação axisimétrica ocorre quando não existe escoamento axial ( $Re=0$ ). Assim, para o estudo da estabilidade foi imposta uma perturbação infinitesimal desconsiderando a axisimetria e o problema de autovalor obtido foi resolvido pelo método da matriz composta. Eles encontraram que, para Reynolds suficientemente altos, existem dois modos axisimétricos correspondentes às instabilidades usuais de cisalhamento e rotação os quais não puderam ser comparados com a literatura. Eles também obtiveram os limites de estabilidade para perturbações não-axisimétricas para  $Re \leq 6000$ , os quais estavam de acordo com observações feitas por outros pesquisadores da época.

Andereck et al. (1986) realizaram um trabalho experimental para caracterizar o escoamento entre cilindros concêntricos rotativos independentes e obtiveram uma grande variedade de padrões de escoamentos. Para isso, diferentes estados foram distinguidos por suas simetrias em rotação e reflexão, seus números de onda axial e azimutal e pela frequência de rotação das ondas propagando-se na direção azimutal. A transição entre os estados foi determinada como uma função do número de Reynolds, o qual foi relacionado com a velocidade de rotação, dos cilindros interno e externo para uma razão de raio de 0,883 e uma razão de aspecto de 20 até 48. Suas observações dos padrões de escoamento incluíram vórtices de Taylor, vórtices ondulados, vórtices ondulados modulados, vórtices com bordas onduladas, vórtices com limites planos e ondas (torções), dentre outros padrões. A Figura 2.3 apresenta o padrão de escoamento com vórtices ondulados modulados, para 10 s de escoamento.

Baseados nos padrões de escoamentos obtidos entre cilindros concêntricos rotativos, Azuma et al. (1991) classificaram e estudaram três padrões. O primeiro foi chamado primário o qual aparece com o aumento gradual da rotação do cilindro interno, e os outros dois foram chamados de secundário normal e anômalo os quais aparecem com o aumento repentino da rotação. Assim, simulações numéricas tridimensionais transientes considerando um efeito da aceleração do cilindro interno foram realizadas, revelando que existem diferentes processos de ocorrência entre os padrões primário e secundário normal. A transição para o escoamento com vórtices de Taylor ondulados a partir de ambos os modos apareceram com o aumento do tempo e, além disso, flutuações de velocidade e torque para certos pontos do escoamento também foram estudadas.

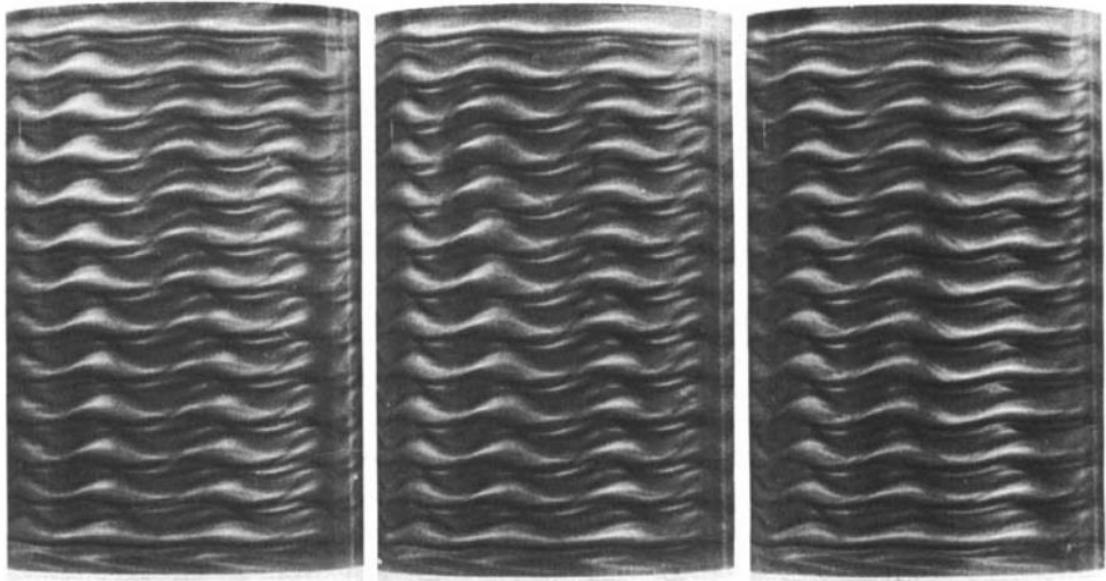


Figura 2.3: Padrão de escoamento com vórtices ondulados modulados segundo Andereck et al. (1986).

Babcock et al. (1992) estudaram experimentalmente e numericamente a estabilidade e o ruído em escoamentos de Taylor-Couette com imposição de fluxo axial. Para o trabalho experimental foi usado um aparato com o cilindro interno rotativo e o fluxo axial foi gerado por uma alimentação recirculante, o qual apresentava uma razão de raios de 0,738, um comprimento total de 98 cm e razão de aspecto de  $\Gamma = L/(R_e - R_i) = 144$  a qual garantiu que as flutuações pudessem crescer até a amplitude macroscópica antes de sair da extremidade a jusante. Quando o escoamento base era convectivamente instável, padrões macroscópicos de vórtices de Taylor-Couette foram observados. Uma integração numérica da complexa equação de Ginzburg-Landau indicou que esses padrões surgiram da amplificação espacial do ruído microscópico, o qual conduz a uma fase irregular dentro dos vórtices. Em contraste, eles verificaram que esta fase era muito regular quando o escoamento base era absolutamente instável.

O escoamento entre cilindros concêntricos com o interno rotativo e um gradiente de pressão imposto no espaço anular, caracterizando um escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille, foi estudado experimentalmente por Lueptow et al. (1992) revelando uma grande variedade de regimes dependendo das condições do escoamento. Para observar a ocorrência desses regimes



utilizaram a detecção visual e óptica da transição do regime de escoamento para uma ampla gama de números de Taylor e números de Reynolds moderados para o escoamento axial. Consideraram uma razão de raios de 0,848, com Reynolds variando de 0 até 37 e Taylor variando de 0 até 2900. Como resultados obtiveram sete regimes de vórtices toroidais, incluindo vórtices de Taylor, vórtices ondulados, vórtices ondulados aleatórios, vórtices ondulados modulados, vórtices ondulados modulados turbulentos, vórtices ondulados turbulentos e vórtices turbulentos. Os vórtices toroidais nesses regimes de escoamento eram muito similares aos correspondentes vórtices quando não existe fluxo axial, exceto que eles eram modificados em uma velocidade levemente maior que a velocidade axial média.

Gittler (1993) analisou a estabilidade linear do escoamento entre cilindros concêntricos rotativos usando uma versão estendida da equação axisimétrica de Orr-Sommerfeld, a partir do qual obteve relações na forma gráfica da razão de velocidades pela razão de raios. Ele mostrou que o deslizamento puro do escoamento pode se tornar instável se a razão de raios for menor do que um valor limite. Por fim, mostrou que a camada limite ao longo de um cilindro delgado pode se tornar instável dentro de uma região confinada a jusante do bordo de ataque.

Meseguer e Marques (2001) exploraram numericamente a estabilidade linear de um fluido confinado entre dois cilindros coaxiais com rotação independente e com um gradiente de pressão axial imposto, caracterizando um escoamento do tipo Taylor-Couette-Poiseuille. O trabalho envolveu uma grande gama de parâmetros experimentais e focou situações de co-rotação onde o espaçamento anular era grande o suficiente para que os resultados numéricos pudessem ser comparados com resultados experimentais anteriores. Eles observaram que a competição entre os mecanismos de cisalhamento e instabilidade centrífuga afetavam as características topológicas das curvas de estabilidade neutra e que a superfície crítica exibe descontinuidades de ordem zero. Com isso, três tipos diferentes de regimes espirais puderam ser observados na transição, dependendo dos valores da rotação do cilindro interno. A Figura 2.4 mostra um desses regimes onde a Figura 2.4(a) mostra as isolinhas para a primeira integral  $\chi$  no plano-(r,z) as quais são seções das isosuperfícies de  $\chi$  onde as partículas de fluido são obrigadas a se mover, a Figura 2.4(b) mostra as isolinhas para a componente azimutal da velocidade ( $v_\theta$ ), as quais são seções das isosuperfícies de  $\chi$ , as quais fornecem a estrutura completa do espiral. Por fim, a última Figura 2.4(c) é uma visualização tridimensional para um valor constante das isosuperfícies de  $\chi$ .

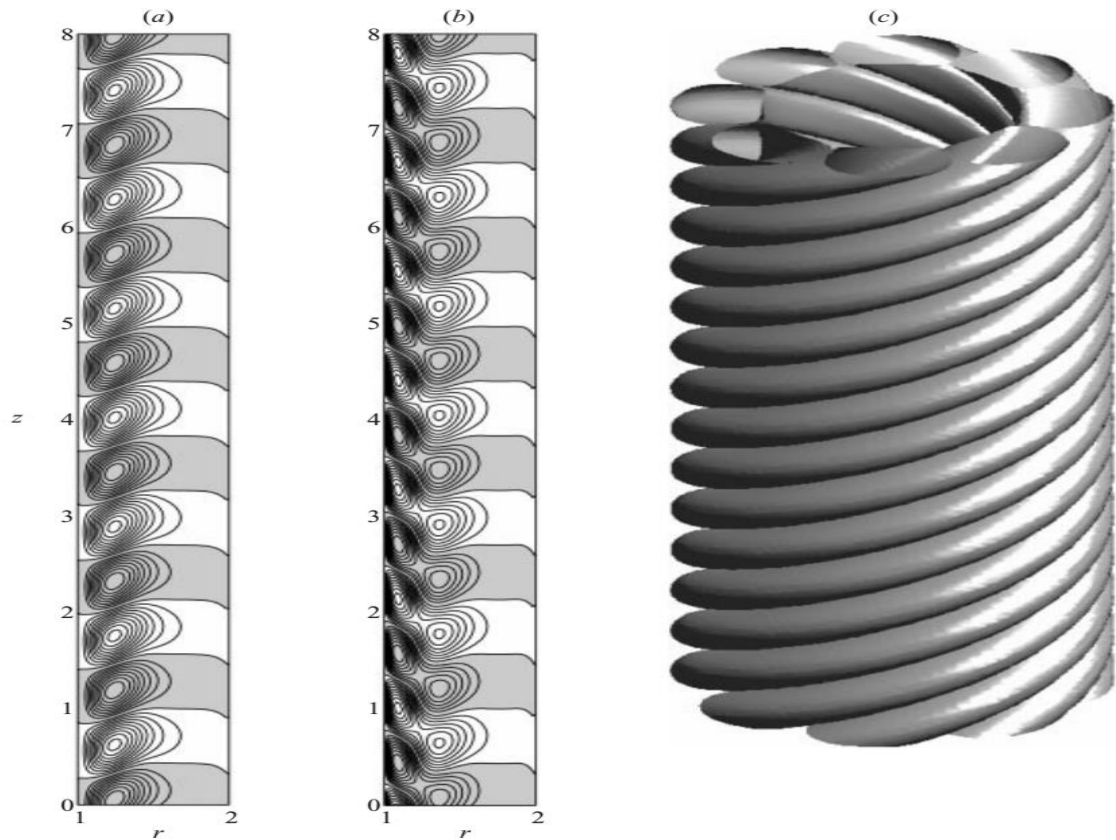


Figura 2.4: Regime de escoamento obtido por Meseguer e Marques (2001).

Hwang e Yang (2003) estudaram numericamente o escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille onde consideraram a mesma geometria e parâmetros adotados em trabalhos experimentais anteriores, que utilizaram medições por velocimetria de imagem de partícula (PIV- Particle Image Velocimetry) para obter detalhadamente o campo de velocidades no espaço anular. Vários regimes de escoamentos como vórtices laminares não ondulados e ondulados, vórtices helicoidais não ondulados e ondulados, e vórtices ondulados aleatórios foram consistentemente reproduzidos com os respectivos dados experimentais. Eles constataram que existia uma simetria dos vórtices para o caso do escoamento de Taylor-Couette e que para o escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille a simetria é aproximadamente válida quando o gradiente de pressão axial é retirado. Além disso, todos os resultados obtidos estavam em excelente concordância com os resultados experimentais qualitativos e quantitativos.

Abshagen et al. (2007) realizaram um trabalho experimental sobre a transição de vórtices espirais em escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille com cilindros contra rotativos.

Para tal, utilizaram um aparato com razão de aspecto de 22,8 e placas nas extremidades que permitiam o fluxo de massa. Eles observaram que os vórtices espirais dividiram-se em um ramo primário e um secundário de propagação para cima e para baixo, respectivamente, além de um fluxo quase periódico transiente. Essas observações estavam, segundo os autores, em acordo com outros resultados apresentados na literatura.

Savenkov (2014) estudou analiticamente a instabilidade linear do escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille com perturbações axisimétricas para elevados números de Reynolds, onde um dos cilindros se movia na direção axial. Concluiu que quando o espaço entre os cilindros é suficientemente pequeno em relação aos raios dos cilindros, as perturbações podem ser divididas em dois grupos, sendo o que primeiro cresce mais rápido e se move a uma velocidade maior, e o segundo apresenta comportamento inverso.

## **2.2 Interação fluido-estrutura**

Os problemas de interação fluido-estrutura estão presentes nas mais diversas áreas de engenharia, tais como obras de engenharia civil, mecânica, aeronáutica, naval, e até em problemas de biomecânica, onde existe a necessidade de resolver simultaneamente problemas de mecânica dos sólidos e dos fluidos. Como exemplos, cita-se o efeito do vento sobre edificações, flutter em aeronaves ou de pontes suspensas, turbomáquinas, e até mesmo a dilatação das artérias devido à circulação sanguínea. A complexidade e o número elevado de operações de cálculo envolvidos na análise dos problemas de interação fluido-estrutura levam à busca de técnicas computacionais que auxiliem a resolução de tais problemas. O fato de que as estruturas vêm sendo projetadas cada vez mais leves e esbeltas, ou seja, muito mais susceptíveis a tais problemas, faz crescer a necessidade de ferramentas computacionais cada vez mais eficientes dedicadas a tal área.

Collar (1946) descreveu os problemas de interação fluido-estrutura no campo da aeroelasticidade considerando três tipos de forças: a primeira é resultante do escoamento (forças aerodinâmicas), sendo estudada pela mecânica dos fluidos; a segunda está relacionada com a mecânica dos sólidos (forças elásticas), e, finalmente, a última força da dinâmica das estruturas (forças inerciais). A Figura 2.5 apresenta um diagrama que ajuda a compreender como estes três

tipos de força são consideradas na modelagem do problema físico. De acordo com essa figura observa-se que problemas envolvendo a ação de forças aerodinâmicas (sustentação e arrasto) e elásticas configuram um caso elástico de interação fluido-estrutura que é interessante quando a movimentação do sólido é bastante lenta ou amortecida. Já a associação de forças elásticas e inerciais é importante quando a interação com o meio fluido não é importante, como em problemas de vibrações livres ou forçadas de estruturas robustas. A combinação de forças aerodinâmicas e inerciais é relevante no estudo de rajadas e de carregamentos aerodinâmicos. Por fim, a combinação das três forças consiste num problema dinâmico de interação fluido-estrutura, onde os deslocamento da estrutura, provocados ou não pelas forças do fluido, interferem no escoamento causando um fenômeno acoplado de grande complexidade.

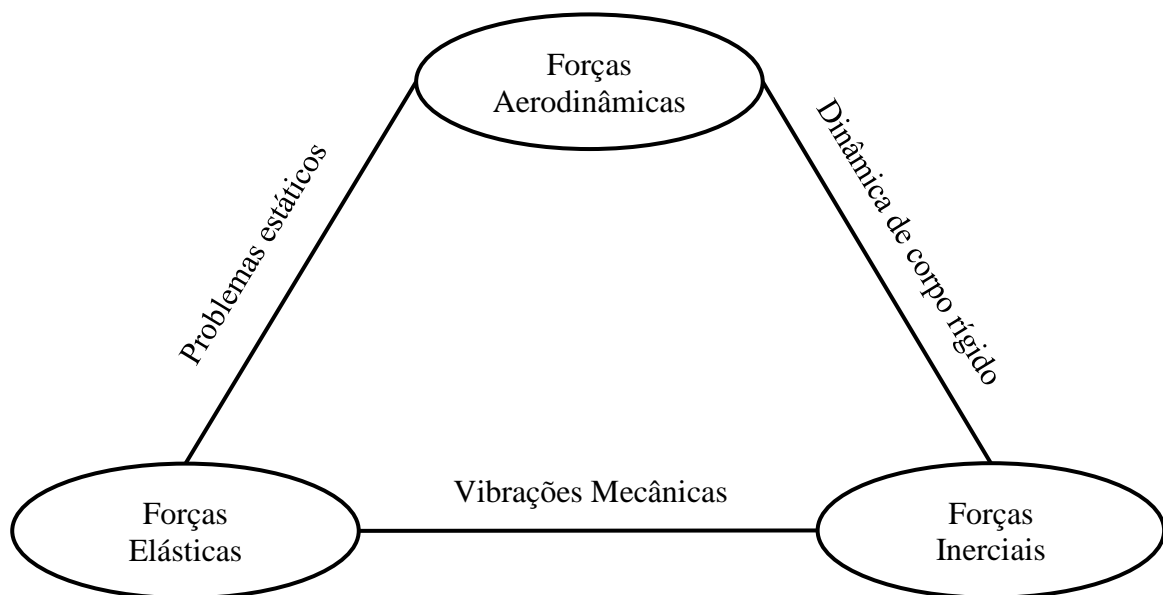


Figura 2.5: Diagrama proposto por Collar (1946).

Duas abordagens são amplamente utilizadas para solução de problemas envolvendo interação fluido-estrutura: monolítica e particionada. Na abordagem monolítica, a interação e compatibilidade entre os meios é realizada em uma única formulação, sendo que os domínios sólido e fluido são integrados simultaneamente no tempo. Apesar de esta abordagem ser considerada mais robusta, tem-se a desvantagem de que o método é computacionalmente mais caro em comparação com o método particionado, sendo considerado muitas vezes inviável para

problemas de larga escala. Já a abordagem particionada, é mais versátil facilitando o tratamento matemático completamente distinto empregado para cada domínio.

Campregher (2005) utilizou o método particionado para simular a interação fluido-estrutura de uma esfera ancorada por molas, onde estruturas turbilhonares foram geradas em função do escoamento em torno da esfera. Segundo ele, a modularidade é a principal vantagem da abordagem particionada frente a monolítica, visto que contempla a utilização de métodos independentes para a solução de cada um dos problemas físicos, sólido e fluido, permitindo que o avanço temporal seja contínuo e com possíveis modificações em apenas um dos problemas físicos. Porém, essa abordagem tende a ser instável devido aos erros apresentados quando se alterna entre os domínios e, por isso, deve-se utilizar passos de tempo bastante reduzidos para esta abordagem. A Figura 2.6 apresenta o avanço temporal para um problema genérico de interação fluido-estrutura seguindo a abordagem particionada. Assim, as informações obtidas com a solução de um dos domínios (sólido ou fluido) são usadas como dados de entrada para a solução do domínio restante, e o tempo só avança quando as duas soluções são obtidas.

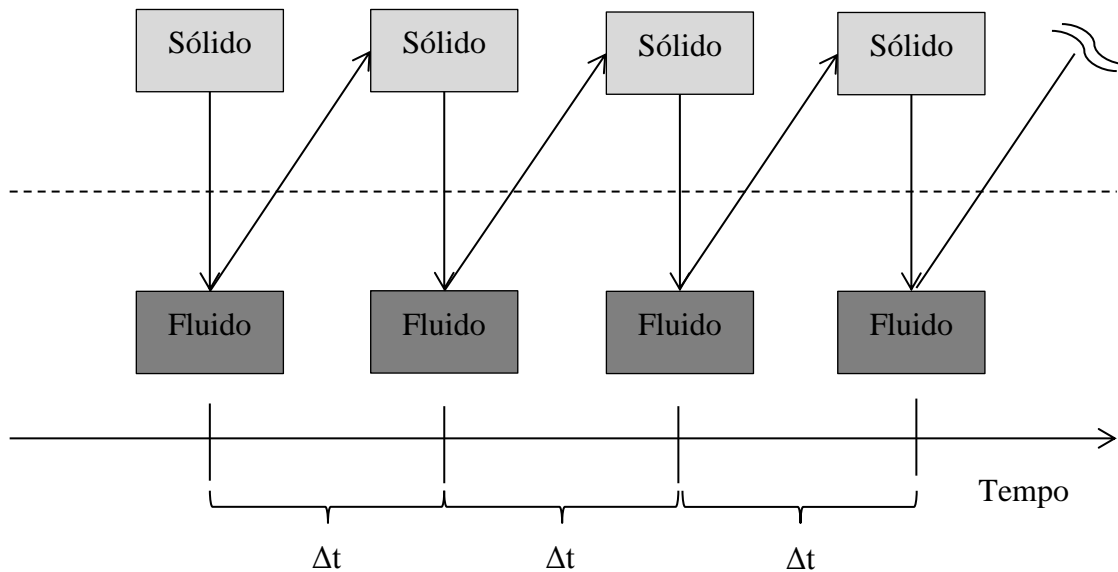


Figura 2.6: Esquema para a abordagem particionada de um problema de interação fluido-estrutura genérico (CAMPREGHER, 2005).

Borges (2011) utilizou a abordagem particionada para simular problemas em canais anulares presentes em engenharia de perfuração e da indústria de petróleo e gás. Para tal, utilizou

o método dos volumes finitos e esquemas de segunda ordem. Analisou escoamentos de Taylor-Couette, Taylor-Couette com oscilação forçada, Taylor-Couette com translação forçada, Taylor-Couette com oscilação e translação forçada, Taylor-Couette espiral, Taylor-Couette espiral com oscilação forçada. Já Nascimento (2016) acoplou o método de interação fluido-estrutura com o método pseudoespectral de Fourier em um código computacional, levando em conta um modelo particionado e o método de Runge-Kutta de quarta ordem otimizado tanto para o avanço temporal do fluido quanto para a estrutura. Tal código foi utilizado para aplicações em problemas bidimensionais relacionados à engenharia de perfuração.

### 2.3 Método de Fronteira Imersa

A grande maioria dos problemas de interesse industrial envolve geometrias complexas, cuja representação apropriada em meio discreto só pode ser feita com o auxílio de malhas não estruturadas ou com o uso de coordenadas generalizadas, o que implica em uma formulação matemática bastante elaborada e computacionalmente onerosa. Além disso, se o problema envolver fronteiras móveis ou flexíveis, a remalhagem do domínio de cálculo se torna necessária a cada passo de tempo.

Em 1972, Peskin e seus colaboradores propuseram uma metodologia inovadora capaz de tratar escoamentos envolvendo geometrias complexas e móveis, motivados pelo escoamento do sangue em uma válvula cardíaca mitral, a qual foi difundida de forma expressiva entre a comunidade científica. Trata-se do método de fronteira imersa (*Immersed Boundary Method*), cuja aplicabilidade na solução de problemas práticos vem sendo demonstrada em diversos trabalhos da literatura. De forma simplificada, eles propuseram usar duas malhas sendo uma euleriana regular bidimensional, e outra lagrangiana para representar as paredes da válvula como membranas elásticas com flexibilidade, capazes de se deformarem sob a ação das forças produzidas pelo fluido, conforme mostrado na Figura 2.7.

Unverdi e Tryggvason (1992) descreveram um método para simular o escoamento multifásico transiente no qual uma interface fina separa os fluidos incompressíveis com diferentes massas específicas e viscosidades. Esta interface foi imposta usando a metodologia da fronteira imersa, sendo representada explicitamente por uma malha lagrangiana não estruturada

que se movia através de uma malha estacionária. Em função dos efeitos de tensão superficial, a interface sofria uma deformação contínua e para determinar sua localização utilizou-se uma função indicadora. Foram apresentados os resultados para a simulação do movimento de bolhas discretas em escoamentos bi e tridimensionais.

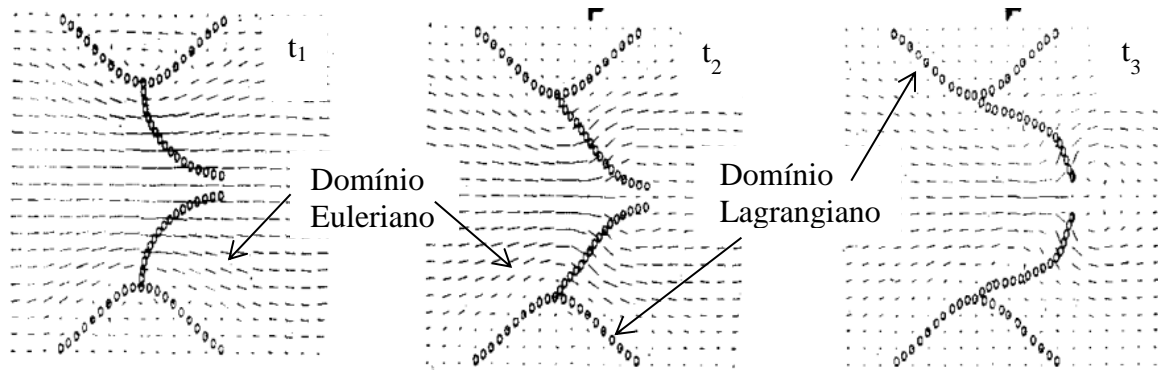


Figura 2.7: Avanço temporal do escoamento bidimensional numa válvula cardíaca mitral, usando o método da fronteira imersa (PESKIN, 1972).

Goldstein et al. (1993) utilizaram o método da fronteira imersa para simular escoamentos bidimensionais em torno de cilindros, escoamentos tridimensionais turbulentos em canais onde um dos contornos foi simulado através de um campo de força, e escoamentos tridimensionais turbulentos em canais sobre uma superfície. Para isso, utilizaram um código espectral onde o campo de velocidade foi utilizado iterativamente, através do ajuste de duas constantes, em um esquema de realimentação (*feedback forcing method*) para calcular o termo de força. Os autores optaram por usar uma malha cartesiana simples, ainda que o método permitisse a utilização de uma malha não cartesiana. Utilizaram o esquema de segunda ordem de Adams-Bashforth para a discretização temporal e, para a discretização espacial, utilizaram uma expansão de Fourier nas direções periódicas e uma expansão de Chebyshev nas direções normais às paredes.

Mohd-Yusof (1998) propuseram um método de fronteira imersa o qual permitiu a implementação de geometrias móveis complexas em um código pseudo-espectral, em conjunto com interpolações *B-spline*, a qual permitiu flexibilidade na distribuição dos pontos na malha, e algoritmos para localizar a o corpo sólido dentro do domínio.

Ye et al. (1999) desenvolveram um método em malha cartesiana para simular escoamentos transientes, viscosos e incompressíveis com geometrias complexas. Para tal, utilizaram o método dos volumes finitos para a discretização espacial baseado em um esquema de diferenças centradas de segunda ordem, em conjunto com o procedimento dos passos fracionados para a discretização temporal. A imposição da fronteira imersa foi feita através de um modelo de interpolação. Como a presença da fronteira imersa altera o condicionamento dos operadores lineares deixando a solução do problema lenta, foi utilizado um pré-condicionador para acelerar o processo de convergência da solução.

Lima e Silva et al. (2003) apresentaram um método de contorno virtual para a simulação de um escoamento uniforme em torno de um cilindro. Assim, o termo de força foi adicionado às equações de Navier-Stokes bidimensionais para garantir a imposição da condição de não-deslizamento sobre a interface fluido-estrutura. Para a discretização espacial foi usado o método das diferenças finitas e a fronteira imersa foi representada por um número finito de pontos Lagrangianos, distribuídos sobre a interface sólido-fluido. A ideia chave do trabalho foi propor um método para calcular a força interfacial sem a necessidade de constantes, as quais são comuns quando este tipo de modelagem é realizada e, por isso, foi dado ao método o nome de Modelo Físico Virtual. Os resultados foram baseados em comparações dos coeficientes de sustentação e arrasto e número de Strouhal com trabalhos experimentais e numéricos anteriores.

Vanella e Balaras (2009) desenvolveram uma metodologia na qual a interpolação e a distribuição da força era feita através de reconstrução por mínimos quadrados móveis (MLS), sendo este método utilizado no presente trabalho para realizar as simulações dos problemas de Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille.



## CAPÍTULO 3

### MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA

Neste capítulo a configuração geométrica do problema a ser estudado é apresentada, bem como todos os parâmetros e condições relevantes. Em seguida, a formulação matemática para o escoamento de fluidos em canais anulares com rotação do cilindro interno, gradiente de pressão e interação fluido-estrutura é feita, baseada nas equações de Navier-Stokes, conservação de massa e método da fronteira imersa, sendo a distribuição e interpolação de valores entre as malhas euleriana e lagrangiana feitas através de uma Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS). A modelagem numérica do problema também é feita, sendo todas as discretizações (espaciais e temporais) mostradas em detalhes.

#### 3.1 Modelo físico

Os problemas de interesse dados por escoamentos de Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille são definidos em espaços anulares. Assim, considera-se um espaço tridimensional em coordenadas retangulares, dentro do qual tem-se os cilindros que formam o espaço anular de interesse e um fluido incompressível e viscoso com propriedades genéricas que escoam em regime transiente. A Figura 3.1 mostra a configuração geral e as variáveis usadas para descrever o problema, sendo:

$x$ ,  $y$  e  $z$ : coordenadas retangulares;

$R_i$ : raio interno (m);

$R_e$ : raio externo (m);

$E$ : Espaçamento anular (m);

$L$ : comprimento dos cilindros (m);

$\omega_i$ : velocidade angular do cilindro interno (rad/s).

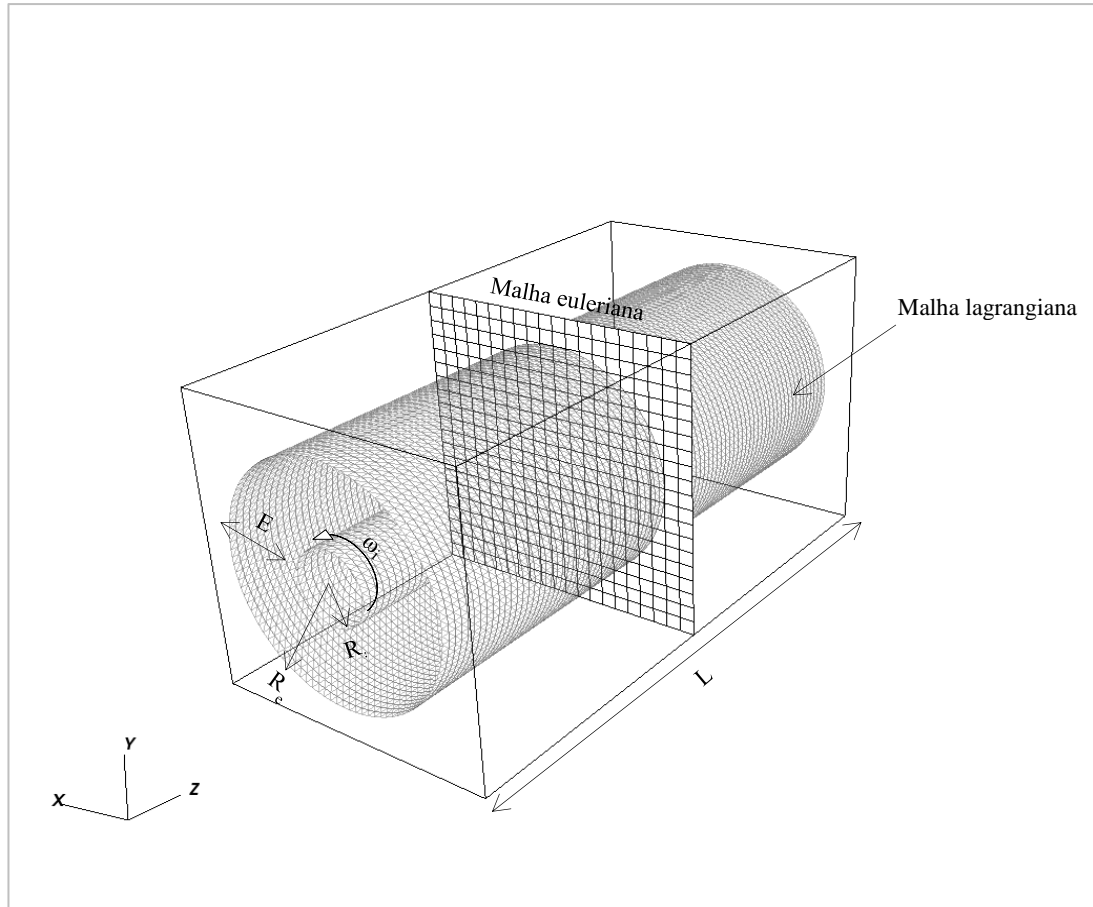


Figura 3.1: Diagrama esquemático para escoamentos de Taylor-Couette.

Alguns parâmetros adimensionais são bastante utilizados na literatura para este tipo de problema, os quais são mostrados a seguir.

**Razão de raio**

$$\eta = \frac{R_e}{R_i} \quad (3.1)$$

**Razão de aspecto**

$$\Gamma = \frac{L}{E} \quad (3.2)$$

**Número de Taylor:** Segundo Hwang e Yang (2004).

$$Ta = \frac{\omega_i R_i E}{\nu} \quad (3.3)$$

onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido dado em  $m^2/s$ .

### 3.2 Modelagem matemática

Inicialmente, para fins didáticos, será exposta a notação indicial ou notação de Einstein, a qual é amplamente utilizada para representar sistemas de equações, combinações lineares e somatórios de forma compacta. Assim, dados os vetores velocidade  $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$  e posição  $\vec{x}(x_1, x_2, x_3)$  tem-se que a notação indicial para derivadas parciais será,

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u_1}{\partial t} \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} \\ \frac{\partial u_3}{\partial t} \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

e, portanto, que

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} ; \frac{\partial u_1}{\partial x_2} ; \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} ; \frac{\partial u_2}{\partial x_2} ; \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} ; \frac{\partial u_3}{\partial x_2} ; \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{array} \right\} \quad (3.6)$$

Como os escoamentos considerados no presente trabalho são viscosos e incompressíveis com propriedades físicas constantes, as equações de Navier-Stokes (balanço de quantidade de movimento) são dadas na forma tensorial pela Eq. (3.7), e a conservação de massa é dada pela

Eq. (3.8). Estas equações são utilizadas para resolver escoamentos de fluidos em todo o domínio do problema (euleriano), mesmo nos pontos onde encontra-se a fronteira imersa (lagrangiano).

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{f_i}{\rho} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.8)$$

onde  $\rho$  ( $\text{kg/m}^3$ ) é a massa específica do fluido,  $p$  é a pressão e  $f_i$  é o termo de força euleriana.

### 3.3 Modelagem numérica

As equações de Navier-Stokes e conservação de massa são discretizadas a partir do método dos volumes finitos sobre malhas deslocadas, onde considera-se um esquema espacial de diferenças centradas de segunda ordem e um esquema temporal de Adams-Bashforth. Além disso, o acoplamento pressão-velocidade é do tipo passo fracionado com dois passos, no qual o acoplamento é feito de forma segregada e as soluções para a quantidade de movimento e pressão são obtidas apenas uma vez a cada passo de tempo. O acoplamento fluido-estrutura é feito através de uma Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS).

A Eq. (3.7) pode ser reescrita por uma aproximação em uma malha cartesiana que preenche o domínio físico dada pela Eq. (3.9), o qual é representado por um volume de controle (V) conforme a Figura 3.2.

$$\int_V \frac{\partial u_i}{\partial t} dV = -A_i + D_i - P_i + S_i \quad (3.9)$$

onde as variáveis  $A_i$ ,  $D_i$ ,  $P_i$  e  $S_i$  representam as parcelas de advecção, difusão, pressão e um termo fonte, respectivamente.

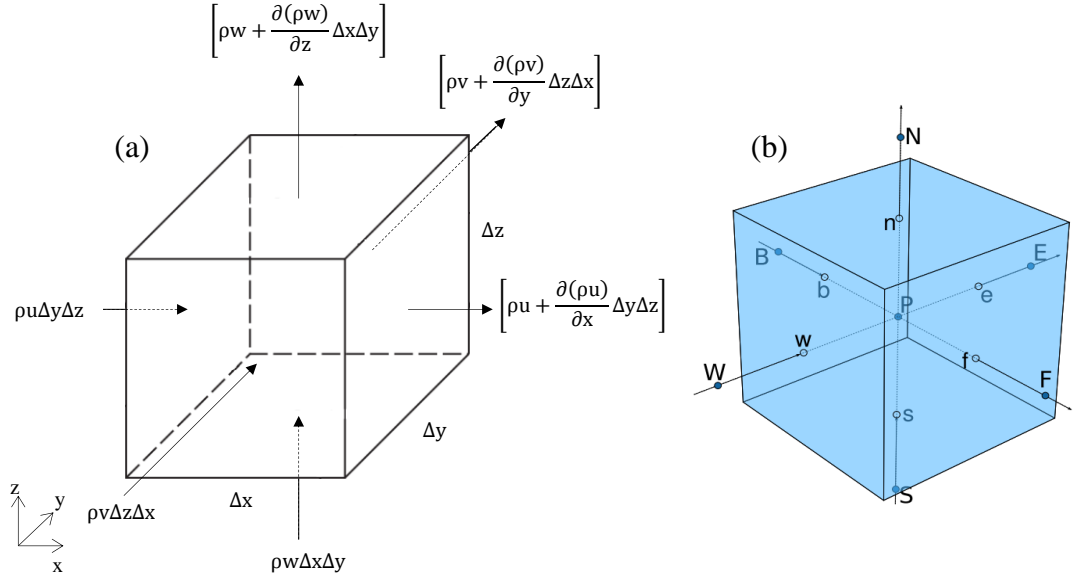


Figura 3.2: (a) Fluxos em volume de controle elementar e (b) posições definidas com letras minúsculas para os valores que se encontram nas faces e maiúsculas para aqueles no centro.

A discretização espacial é realizada através do método dos volumes finitos, onde cada termo da Eq. (3.9) é integrado no volume de controle elementar  $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ . Com isso, os termos temporal, advectivo, difusivo, de pressão e termo fonte são dados, respectivamente, pelas equações Eq. (3.10), Eq. (3.11), Eq. (3.12), Eq. (3.13) e Eq. (3.14).

$$\int_V \frac{\partial u_i}{\partial t} dV = \frac{\partial u_i}{\partial t} \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} A_i &= \int_V \left[ \frac{\partial uu_i}{\partial x} + \frac{\partial vu_i}{\partial y} + \frac{\partial wu_i}{\partial z} \right] dV \\ &= [(uu_i)_e - (uu_i)_w] \cdot \Delta y \cdot \Delta z \\ &\quad + [(vu_i)_n - (vu_i)_s] \cdot \Delta z \cdot \Delta x \\ &\quad + [(wu_i)_f - (wu_i)_b] \cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}
D_i &= \int_V \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial u_i}{\partial z} \right) \right] dV \\
&= v \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x} \right)_e - \left( \frac{\partial u_i}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \Delta z \\
&\quad + v \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial y} \right)_n - \left( \frac{\partial u_i}{\partial y} \right)_s \right] \Delta z \Delta x \\
&\quad + v \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial z} \right)_f - \left( \frac{\partial u_i}{\partial z} \right)_b \right] \Delta x \Delta y
\end{aligned} \tag{3.12}$$

$$P_i = \int_V \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial u_i} dV \tag{3.13}$$

$$S_i = \int_V f_i dV \tag{3.14}$$

Na Eq. (3.14)  $f_i$  representa todas as forças externas atuando no escoamento, na direção  $i$ , por unidade de volume.

O esquema de Adams-Bashforth foi utilizado para a discretização temporal, sendo uma excelente forma de extrapolar explicitamente a equação do balanço da quantidade de movimento no tempo anterior, dada pela Eq. (3.9). Assim, aplicando o esquema de Adams-Bashforth a Eq. (3.9), por unidade de volume, é modificada para a Eq. (3.15).

$$\frac{u_i^{t+1} - u_i^t}{\Delta t} = \frac{3}{2} [-A_i + D_i + S_i]^t - \frac{1}{2} [-A_i + D_i + S_i]^{t-1} - P_i^{t+1} \tag{3.15}$$

Pela Eq. (3.15) observa-se que existe a necessidade de realizar um acoplamento entre o campo de velocidade e pressão, no instante  $t+1$ , de tal forma que o campo de velocidade satisfaça a equação da continuidade dada pela Eq. (3.8). Para isso, utilizou-se no presente trabalho o método dos passos fracionados proposto por Kim e Moin (1985), na sua versão de dois passos, onde a Eq. (3.15) é dividida em duas partes denominadas de passo preditor e corretor, dadas pelas Eq. (3.16) e Eq. (3.17), respectivamente.

$$\frac{u_i^* - u_i^t}{\Delta t} = \frac{3}{2} [-A_i + D_i + S_i]^t - \frac{1}{2} [-A_i + D_i + S_i]^{t-1} - P_i^t \quad (3.16)$$

$$\frac{u_i^{t+1} - u_i^*}{\Delta t} = -P_i' = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \quad (3.17)$$

O termo  $P_i'$  na Eq. (3.17) representa o gradiente do campo de correção da pressão  $p'$ . Com posse das equações acima, aplica-se o método onde no primeiro passo estima-se o valor do campo de velocidades  $u_i^*$ , através da Eq. (3.16) e a partir de um campo de pressão dado no instante  $t$ . Já no segundo passo, corrige-se o campo de velocidade e pressão através do campo de velocidade estimado no primeiro passo e do campo de pressão  $p'$ , o qual é obtido através da solução da equação de Poisson, dada pela Eq. (3.18).

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \left[ \frac{\partial u_i^{t+1}}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \right] \quad (3.18)$$

A discretização da Eq. (3.18) resulta em um sistema de equações lineares esparso sendo que no presente trabalho utilizou-se o método multigrid algébrico (AMG), o qual atua como preconditionador para os métodos de Gradiente Bi-Conjugado Estabilizado (BiCGStab) e Resíduo Mínimo Generalizado (GMRES). Tais métodos foram utilizados à partir dos pacotes para preconditionamento e solução paralela de sistemas lineares ML e AztecOO, contidos na biblioteca de programação científica Trilinos (LOURENÇO, 2012). A solução da Eq. (3.18) fornece a correção de pressão e com isso pode-se corrigir o campo de velocidade, pela Eq. (3.19), e o campo de pressão, pela Eq. (3.20).

$$u_i^{t+1} = u_i^* - P_i' \Delta t \quad (3.19)$$

$$p^{t+1} = p^t + p' \quad (3.20)$$

### 3.4 Método da Fronteira Imersa

Conforme mostrado no capítulo anterior, o método da fronteira imersa é amplamente utilizado em problemas envolvendo geometrias complexas móveis ou não, imersas em fluidos. Assim, conforme proposta de Peskin (1977), usa-se uma malha euleriana em todo o domínio, e a interface da geometria imersa é representada por uma malha lagrangiana, sendo elas independentes entre si e seu acoplamento feito através de algum método de distribuição ou interpolação das variáveis de campo. A imposição da interface da geometria é feita através de um termo fonte na equação de quantidade de movimento, sendo calculado na malha lagrangiana e depois distribuído nos pontos eulerianos vizinhos à interface. Com isso, na Eq. (3.7) acrescenta-se um termo de força  $f_i$ , cujo valor é nulo para pontos do domínio euleriano não coincidentes com a interface imersa, que é usado para representar a interface do corpo imerso. Matematicamente, o campo de força pode ser representado pela Eq. (3.21).

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \int_{\Gamma} \vec{F}(\vec{x}_k, t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) d\vec{x}_k \quad (3.21)$$

onde  $\vec{F}(\vec{x}_k, t)$  é a força lagrangeana, calculada sobre os pontos da interface,  $\delta$  é a função Delta de Dirac e  $k$  denota uma variável lagrangiana.

A Figura 3.3 mostra uma representação genérica da malha euleriana fixa, a qual é tratada como se estivesse ocupada somente por fluido e localizada pelo vetor posição  $\vec{x}$ , e a malha lagrangiana que representa o corpo imerso e é localizada pelo vetor posição  $\vec{x}_k$ . Além disso, o processo simplificado de distribuição/interpolação da força lagrangiana para a malha euleriana também é mostrada. Na distribuição a informação de um ponto lagrangiano é transmitida para os vizinhos eulerianos e na interpolação transfere-se a informação dos pontos vizinhos eulerianos para um ponto lagrangiano.



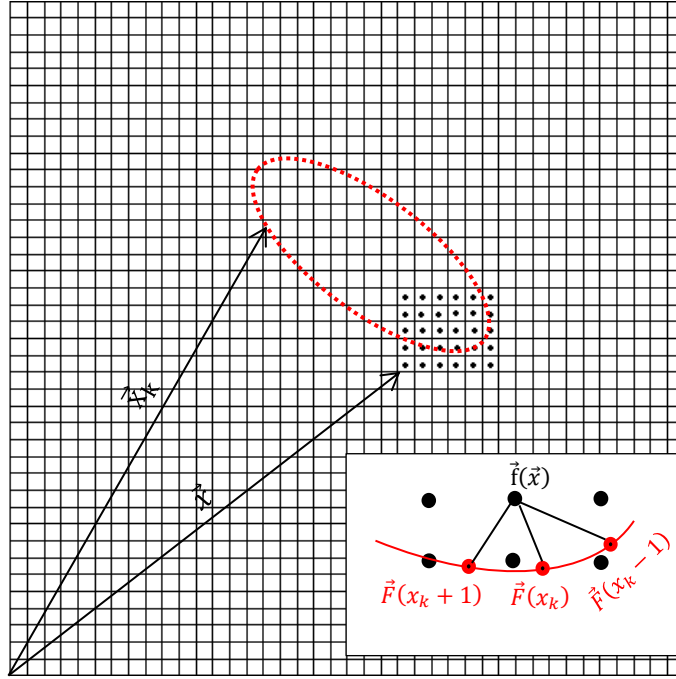


Figura 3.3: Representação genérica das malhas euleriana, lagrangiana e processo de distribuição/interpolação do campo de força.

Vale ressaltar que a força lagrangiana  $\vec{F}(\vec{x}_k, t)$  é composta por forças de campo, a saber: força de aceleração  $\vec{F}_a$ , força inercial  $\vec{F}_i$ , força viscosa  $\vec{F}_v$  e força de pressão  $\vec{F}_p$ , conforme Eq. (3.22), Eq. (3.23), Eq. (3.24), Eq. (3.25), respectivamente.

$$\vec{F}_a = \rho \frac{\partial U_i}{\partial t} \quad (3.22)$$

$$\vec{F}_i = \rho \frac{\partial U_i U_j}{\partial X_j} \quad (3.23)$$

$$\vec{F}_v = -\frac{\partial}{\partial t} \left[ \nu \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right] \quad (3.24)$$

$$\vec{F}_p = \rho \frac{\partial P}{\partial X_j} \quad (3.25)$$

### 3.4 Método de Multi-Forçagem Direta (MDF-Multi Direct Forcing)

Neste método, a imposição da força se dá através de um processo onde são feitas múltiplas iterações para se calcular a força lagrangiana,  $\vec{F}(\vec{x}_k, t)$ . Assim, acrescentando um termo de força por unidade de volume na Eq. (3.7) e isolando ele, chega-se na Eq. (3.26).

$$\frac{f_i}{\rho} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.26)$$

Como a Eq. (3.26) foi desenvolvida a partir da hipótese do contínuo e o domínio lagrangiano está contido no euleriano, pode-se definir a força lagrangiana conforme a Eq. (3.27).

$$\frac{F_i}{\rho} = \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial X_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} - \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ v \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right] \quad (3.27)$$

Utilizando método de Euler pode-se discretizar explicitamente a derivada temporal que aparece na Eq. (3.27).

$$\frac{F_i}{\rho} = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^t}{\Delta t} + \text{RHS}_i^t \quad (3.28)$$

na qual  $\Delta t$  é o intervalo discreto da análise e termo  $\text{RHS}_i^t$  é dado pela Eq. (3.29).

$$\text{RHS}_i^t = \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial X_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} - \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ v \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right] \quad (3.29)$$

Agora pode-se somar e subtrair um parâmetro temporário na Eq. (3.28) e decompor em duas equações complementares dadas pelas Eq. (3.30) e Eq. (3.31), respectivamente.

$$\frac{F_i}{\rho} = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^*}{\Delta t} \quad (3.30)$$

$$\frac{U_i^* - U_i^t}{\Delta t} + \text{RHS}_i^t = 0 \quad (3.31)$$

A Eq. (3.31) pode ser resolvida no domínio euleriano para determinar o parâmetro temporário adicionado anteriormente, conforme a Eq. (3.32).

$$u_i^* = u_i^t - \text{RHS}_i^t \Delta t \quad (3.32)$$

Por fim, para o cálculo da força lagrangiana a partir da Eq. (3.30) deve-se obter o parâmetro temporário no domínio lagrangiano,  $U_i^*$ . Para isso, uma interpolação pode ser feita a partir do valor fornecido pela Eq. (3.32) para o domínio euleriano, conforme a Eq. (3.33).

$$U_i^* = \sum_p u_i^* D_h(x_{ki} - x_i) h^3 \quad (3.33)$$

na qual os pontos  $p$  do somatório dependem da função de distribuição  $D_h$  adotada. Juric e Tryggvason (1996) propuseram uma função de distribuição que é amplamente usada em problemas com interação fluido-estrutura, a qual é dada pela Eq. (3.34).

$$D_h(\vec{x}_k - \vec{x}) = \frac{1}{h^3} [W(r_x)W(r_y)W(r_z)] \quad (3.34)$$

sendo,

$$W(r_x) = \begin{cases} \frac{3 - 2|r_x| + \sqrt{1 + 4|r_x| - 4|r_x|^2}}{8} & \text{se } 0 \geq |r_x| \leq 1 \\ \frac{5 - 2|r_x| - \sqrt{-7 + 12|r_x| - 4|r_x|^2}}{8} & \text{se } 1 < |r_x| \leq 2 \\ 0 & \text{se } |r_x| > 2 \end{cases} \quad (3.35)$$

$$r_x = \frac{x_{ki} - x_i}{h} \quad (3.36)$$

onde  $h$  é o espaçamento do domínio euleriano.

### 3.5 Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS)

Lourenço (2012) relatou que existia uma restrição no método MDF na sua forma de múltiplas iterações de forçagem e, por isso, não foi possível estabelecer um critério confiável para a determinação do número máximo ou mínimo de iterações, de tal maneira que a fronteira pudesse ser bem representada. Com isso, ele implementou um outro método de forçagem direta, no qual as interpolações e distribuições de informações são feitas a partir de uma Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS), a qual também foi apresentada no trabalho de Vanella e Balaras (2009).

Usando o método MLS é possível obter uma aproximação da velocidade em um ponto lagrangiano  $\tilde{U}_i$  em função da componente aproximada na malha cartesiana  $\tilde{u}_i$ , conforme a Eq. (3.37).

$$\tilde{U}_i(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^m P_j(\mathbf{X}) a_j(\mathbf{X}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{X}) \mathbf{a}(\mathbf{X}) \quad (3.37)$$

onde T representa o transposto de uma matriz ou vetor,  $\mathbf{X}$  representa as coordenadas de um ponto lagrangiano,  $\mathbf{P}^T(\mathbf{X})$  é o vetor de comprimento m com as funções base dado pela Eq. (3.38), e  $\mathbf{a}(\mathbf{X})$  é um vetor de coeficientes dado pela Eq. (3.39).

$$\mathbf{P}^T(\mathbf{X}) = [1 \ X \ Y \ Z] \quad (3.38)$$

$$\mathbf{a}^T(\mathbf{X}) = [a_0(\mathbf{X}) \ a_1(\mathbf{X}) \ a_2(\mathbf{X}) \ \dots \ a_m(\mathbf{X})] \quad (3.39)$$

Para obter o vetor de coeficientes,  $\mathbf{a}(\mathbf{X})$ , define-se uma norma L2 ponderada ou uma função de resíduos ponderados J dada pela Eq. (3.40), onde admite-se que exista uma função peso  $W(\mathbf{X} - \mathbf{x})$ .

$$J = \sum_{k=1}^{np} W(\mathbf{X} - \mathbf{x}) [\mathbf{P}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{X}) - \tilde{u}_i]^2 \quad (3.40)$$

sendo  $\mathbf{x}$  o vetor posição para pontos eulerianos, np o número de pontos na matriz de interpolação e  $\tilde{u}_i$  é a componente i da velocidade aproximada.

Para encontrar  $\mathbf{a}(\mathbf{X})$  é necessário minimizar o resíduo ponderado  $J$ , obtendo um conjunto de expressões dadas pela Eq. (3.41).

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})\mathbf{a}(\mathbf{X}) = \mathbf{B}(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{u}}_i$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^{np} W(\mathbf{X} - \mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \quad (3.41)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}) = [W(\mathbf{x} - \mathbf{x}^1)\mathbf{p}(\mathbf{x}^1) \dots W(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{np})\mathbf{p}(\mathbf{x}^{np})]$$

Admitindo que a matriz  $\mathbf{A}$  seja não singular, tem-se que o vetor coeficientes,  $\mathbf{a}(\mathbf{X})$ , é dado pela Eq. (3.42).

$$\mathbf{a}(\mathbf{X}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{X})\mathbf{B}(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{u}}_i \quad (3.42)$$

Substituindo Eq. (3.42) na Eq. (3.37), obtem-se:

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(\mathbf{X}) = \sum_I^n \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{X}) [\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{X})\mathbf{B}(\mathbf{X})]_{jI} \tilde{\mathbf{u}}_I \quad (3.43)$$

visto que :

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^{np} \phi(\mathbf{x}) \tilde{u}_i^k \quad (3.44)$$

obtem-se o vetor coluna  $\Phi_I(\mathbf{x})$  com comprimento  $np$ , contendo os valores das funções de forma para um ponto  $I$ , conforme a Eq. (3.45).

$$\Phi_I(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{X}) [\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{X})\mathbf{B}(\mathbf{X})]_{jI} = \mathbf{P}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_I \quad (3.45)$$

Como funções peso utilizou-se splines cúbicas, dadas pela Eq. (3.46), sendo que estas atuam de forma semelhante às funções de distribuição discutidas anteriormente.

$$W(\mathbf{X} - \mathbf{x}) = \begin{cases} 2/3 - 4\bar{r}_k^2 + 4\bar{r}_k^3 & \text{se } \bar{r}_k \leq 0,5 \\ 4/3 - 4\bar{r}_k + 4\bar{r}_k^2 - 4/3 \bar{r}_k^3 & \text{se } 0,5 \geq \bar{r}_k \geq 1 \\ 0 & \text{se } |\mathbf{r}_x| > 1 \end{cases} \quad (3.46)$$

$$\bar{r}_I = \frac{|\mathbf{X} - \mathbf{x}|}{H_i} \quad (3.47)$$

Com isso, a força lagrangiana pode ser calculada substituindo a expressão para a velocidade estimada dada pela Eq. (3.44) na Eq. (3.30), caracterizando um processo de interpolação. Já para o processo inverso de distribuição da força lagrangiana para a malha euleriana, pode-se utilizar as mesmas funções de forma descritas anteriormente, desde que sejam ponderadas por um fator de escala  $e_f$  devido ao fato dos volumes lagrangianos e eulerianos não serem iguais, conforme a Eq. (3.48).

$$f_i = \sum_{k=1}^N e_{fk} \phi F_{ki} \quad (3.48)$$

onde  $f_i$  é a força euleriana por unidade de volume devido aos  $N$  pontos lagrangianos associados. O fator de escala usado para distribuir a força pode ser deduzido a partir da hipótese de que a força sentida pelo fluido deve ser a mesma nos dois domínios, conforme a Eq. (3.49).

$$\sum_{I=1}^n \Delta v f_i = \sum_{k=1}^N \Delta V F_i \quad (3.49)$$

na qual  $N$  é o número de volumes associados à algum ponto lagrangiano,  $v$  é o volume das células eulerianas e  $V$  é o volume das células lagrangianas.

Combinando as equações Eq. (3.48) com a Eq. (3.49), tem-se que o fator de escala deve ser necessariamente aquele dado pela Eq. (3.50), onde  $\bar{v}$  é o volume euleriano médio associado ao ponto lagrangiano  $X$ .

$$e_{fk} = \frac{V}{\bar{v}} \quad (3.50)$$

Após calculada a força devida ao corpo imerso, pode-se calcular a componente da velocidade estimada, conforme a Eq. (3.51).

$$u_i^* = \tilde{u}_i + f_i \Delta t \quad (3.51)$$

Para satisfazer a conservação de massa, a Eq. (3.51) pode ser recorrigida resultando na Eq. (3.52).

$$u_i^{t+1} = u_i^* - \Delta t \frac{\partial}{\partial x_i} (\delta p) \quad (3.52)$$

onde  $\delta p = p^{t+1} - p^t$  é a correção da pressão, a qual deve satisfazer a equação de Poisson dada pela Eq. (3.18).

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS

No presente capítulo, os resultados obtidos são apresentados, comparados e discutidos. A plataforma numérica utilizada (denominada código Zet Flow ou apenas código ZT) vem sendo desenvolvida no MFlab da Universidade Federal de Uberlândia em linguagem C++ de forma paralela, onde um conjunto de dados a ser processado é dividido em tarefas e estas são executadas por cópias do código que estão em diferentes processadores. Todos os cálculos e simulações deste trabalho foram feitas em um computador com processador Intel core i5 com 4 núcleos físicos e 8 Gb de memória RAM, e considerou-se um fluido newtoniano com massa específica  $1 \text{ kg/m}^3$ , a viscosidade cinemática foi variada de acordo com o Reynolds pretendido e o passo de tempo para todos os casos foi considerado  $\Delta t = 10^{-5} \text{ s}$ . As malhas eulerianas utilizadas nos diferentes problemas são regulares de tal forma que os espaçamentos são iguais ( $dx=dy=dz$ ). O pós-processamento dos dados foi realizado com o auxílio da ferramenta gratuita VisIt (versão 2.6.3) disponível para distribuições Linux para visualização bidimensional e tridimensional de campos escalares através de diagramas de cores, campos vetoriais, linhas de correntes, e para as análises quantitativas utilizou-se a ferramenta GNU Octave (versão 3.8.1) também gratuita para distribuições Linux.

A parte euleriana do código foi validada através dos problemas de cavidade tridimensional, escoamentos com gradiente de pressão imposto entre placas planas. Já a parte lagrangiana foi validada com problemas de escoamentos em canal cilíndrico (Hagen-Poiseuille), em canal cilíndrico anular e Taylor-Couette com o número de Taylor abaixo do crítico, onde não se tem a formação de instabilidades. Além disso, foram avaliados os escoamentos de Taylor-Couette-Poiseuille para uma faixa de gradiente de pressão axial de  $-0,2 \text{ Pa/m}$  até  $-1,0 \text{ Pa/m}$  e  $Ta=100$ . Esta faixa foi escolhida com base em testes realizados em malha grosseira para os



problemas de canal cilíndrico anular e Taylor-Couette concêntrico de forma independente, de tal forma que as velocidades axiais em ambos os problemas fossem próximas e a influência da sobreposição dos escoamentos pudesse ser avaliada em diferentes situações. Para o escoamento de Taylor-Couette com interação fluido-estrutura foram analisados cinco casos com diferentes números de Taylor ( $Ta = 100, 105, 110, 115, 120$ ). Por fim, estudou-se o escoamento de Taylor-Couette espiral com interação fluido-estrutura para  $Ta = 120$  e dois números de Reynolds diferentes ( $Re = 5, 10$ ).

#### 4.1 Cavidade tridimensional

O primeiro problema usado para validar a parte euleriana do código computacional foi a clássica cavidade com tampa deslizante, o qual já foi objeto de inúmeros estudos experimentais e numéricos. O número de Reynolds é o parâmetro adimensional que governa este tipo de escoamento, e é dado pela Eq. (4.1).

$$Re = \frac{u_0 L}{\nu} \quad (4.1)$$

onde,  $L=L_x=L_y=L_z$  é o comprimento dos lados da cavidade,  $u_0$  é a velocidade da tampa da cavidade e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

Segundo Botella e Peyret (1998), este problema geralmente é usado para validar códigos computacionais e métodos para resolver as equações de Navier-Stokes, incluindo o método das diferenças finitas, volumes finitos, elementos finitos, lattice Boltzmann e espectral, além de uma variedade de formulações matemáticas diferentes. Os primeiros trabalhos de investigação numérica desse problema foram feitos por (Kawaguti, 1961; Burggraf, 1966; Rubin e Khosla, 1977; Benjamin e Denny, 1979; Ghia, Ghia e Shin, 1982) para escoamentos laminares em cavidades bidimensionais. Na abordagem experimental pode-se citar os trabalhos de Migeon, Texeir e Pineau (2000) e (2003), onde consideram escoamentos com  $Re = 1000$ .

Na Figura 4.1 apresenta-se o modelo físico para este problema, sendo a cavidade de seção transversal quadrada, condição de não-deslizamento e derivada nula para a correção de pressão em todas as paredes e velocidade imposta na parede superior.

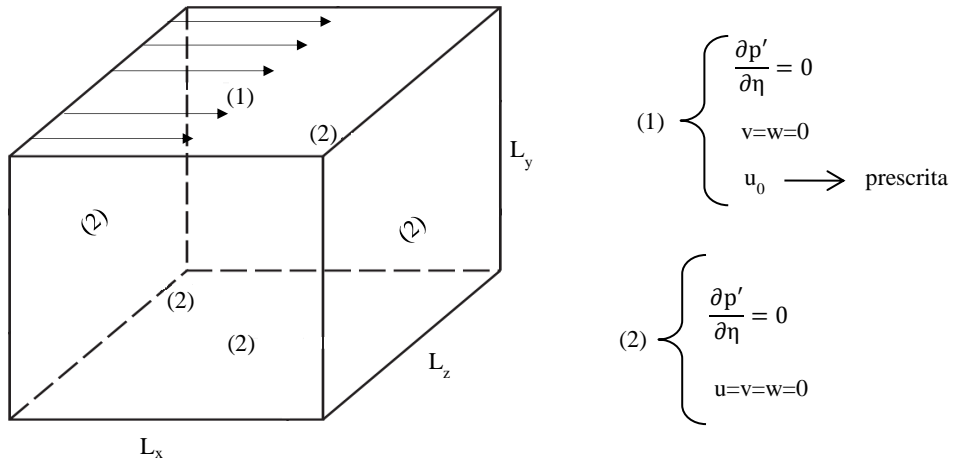


Figura 4.1: Modelo físico para o problema da cavidade tridimensional.

As simulações para este problema foram feitas com dois processadores usando uma razão de aspecto  $\Gamma = L_z/L_y = 1$ ,  $Re = 400$ , considerando um fluido com propriedades genéricas.

Foram usadas três malhas eulerianas uniformes, sendo a primeira com  $(40 \times 40 \times 40)$  volumes de controle, a segunda com  $(50 \times 50 \times 50)$  e a terceira com  $(60 \times 60 \times 60)$  volumes. A Figura 4.2 apresenta os resultados obtidos para as simulações os quais foram comparados com trabalhos numéricos da literatura (Kato et al., 1990; Babu e Korpela, 1994; Sheu e Tsai, 2002; Padilla et al., 2005). Nela são mostrados os perfis das componentes de velocidades  $u$  e  $v$  em função do comprimento da cavidade, ambos na forma adimensional. A componente  $u$  foi extraída sobre a linha vertical que passa sobre os pontos centrais da cavidade ( $x/L_x=0,5; z/L_z=0,5$ ), e a componente  $v$  foi extraída sobre a linha horizontal que passa sobre os pontos centrais ( $y/L_y=0,5; z/L_z=0,5$ ).

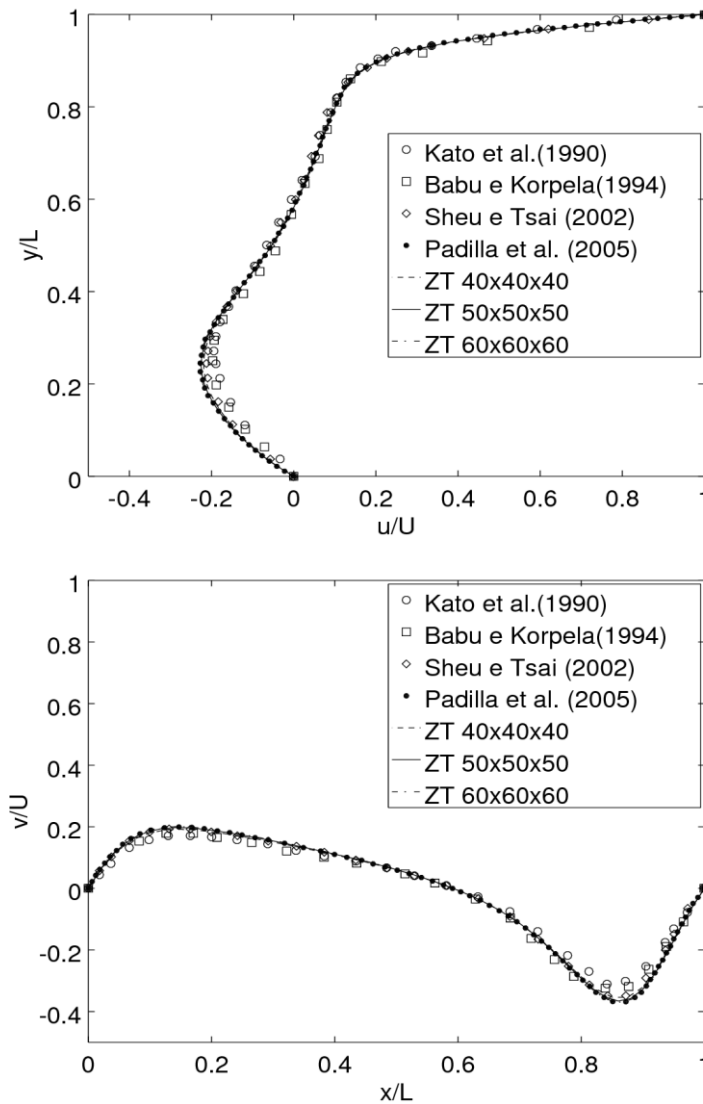


Figura 4.2: Perfis adimensionais das componentes de velocidades  $u$  e  $v$  ao longo de linhas verticais e horizontais no centro da cavidade.

A partir da Figura 4.2 observa-se uma boa concordância com os trabalhos da literatura mesmo para a malha mais grosseira (40x40x40), indicando que a parte euleriana do código ZT é adequado para representar este tipo de problema, mesmo com as diferenças observadas próximo aos pontos de máximo e mínimo da componente  $v$  que foram reduzidos significativamente com o refino da malha.

Na Figura 4.3 são mostrados o campo vetorial de velocidade e os diagramas de cores para as componentes  $u$  e  $v$  de velocidade extraídos em  $z = 0,5\text{m}$ , no regime permanente para o

problema de cavidade com tampa deslizante com  $Re = 400$ . Nota-se pelo campo vetorial de velocidade que o escoamento se torna rotativo devido a imposição da condição de parede, formando o denominado vórtice primário, e que a região onde os vetores velocidade desenvolvem maior intensidade é próximo a parede  $L_x = 1m$ .

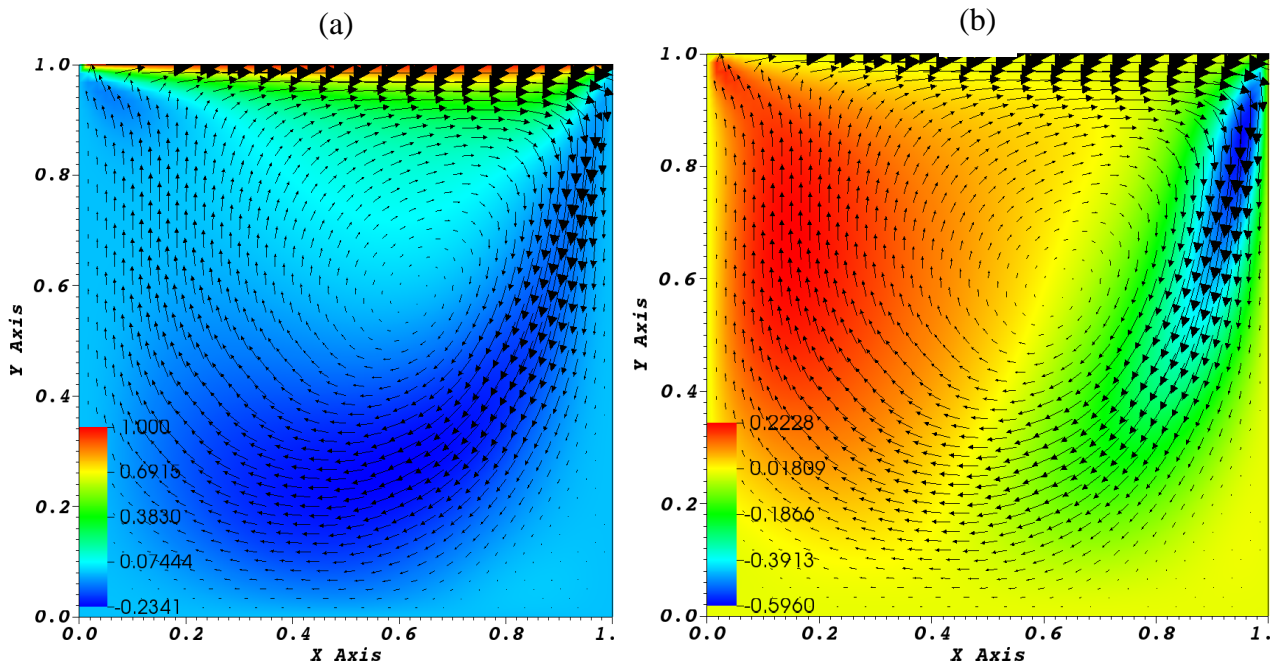


Figura 4.3: Campo vetorial de velocidade e diagrama de cores para as componentes de velocidade  $u$  (a) e  $v$  (b), no regime permanente.

## 4.2 Escoamento entre placas planas e paralelas

Além do problema de cavidade tridimensional, outro problema usado para validar a parte euleriana do código ZT foi o problema de escoamento unidimensional entre placas planas e paralelas devido a imposição de um gradiente de pressão na direção axial (escoamento de Poisuille). A bidimensionalidade da solução foi obtida através da imposição da condição de Neumann para a velocidade ( $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$ ), correção de pressão nula e não-deslizamento, conforme mostra a Figura 4.4, com o escoamento se desenvolvendo apenas nas direções  $y$  e  $z$ .

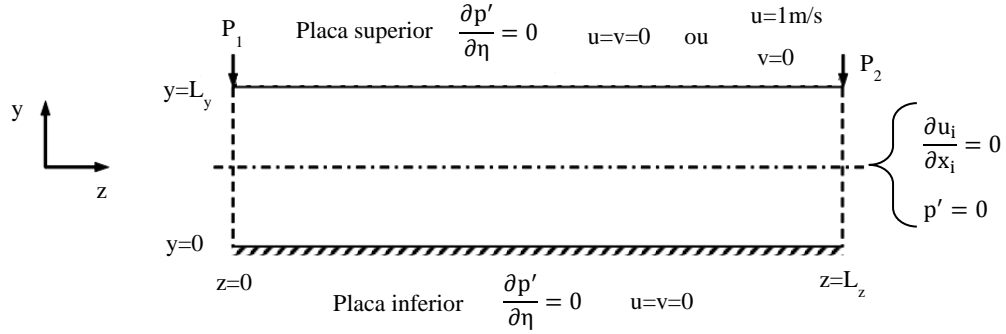


Figura 4.4: Modelo físico para escoamento entre placas planas com gradiente de pressão imposto na direção axial.

O gradiente de pressão na direção axial foi obtido através da imposição de um termo fonte na componente  $z$  das equações de Navier-Stokes, conforme Eq. (4.2), o qual é responsável pelo fluxo global de massa.

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \beta z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho g_z \quad (4.2)$$

onde  $\beta$  é uma constante que define o valor do gradiente de pressão que será imposto. Com isso consegue-se dividir o campo de pressão em duas componentes: a componente  $\beta z$  está relacionada ao fluxo global de massa e a componente  $P(x,y)$  ao movimento local do fluido (Patankar et al., 1977).

Segundo Munson et al. (2009), o perfil de velocidades analítico para este tipo de problema é dado pela Eq. (4.3).

$$w = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) (y^2 - L_y y) \quad (4.3)$$

onde o gradiente de pressão é dado pela Eq. (4.4).

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{3U_m \nu \rho}{\left(\frac{1}{2}L_y\right)^2}, \text{ sendo } U_m = \frac{\nu Re}{L_y} \quad (4.4)$$

Para este caso, as simulações foram feitas em paralelo com dois processadores para três números de Reynolds diferentes (40, 80 e 120), sendo que se usou uma malha de (25x25x25) volumes para os dois primeiros números de Reynolds e uma malha de (50x50x50) volumes para o Re=120. A Figura 4.5 apresenta os resultados obtidos para os perfis da componente axial da velocidade, sendo os dados numéricos extraídos na linha vertical central do canal.

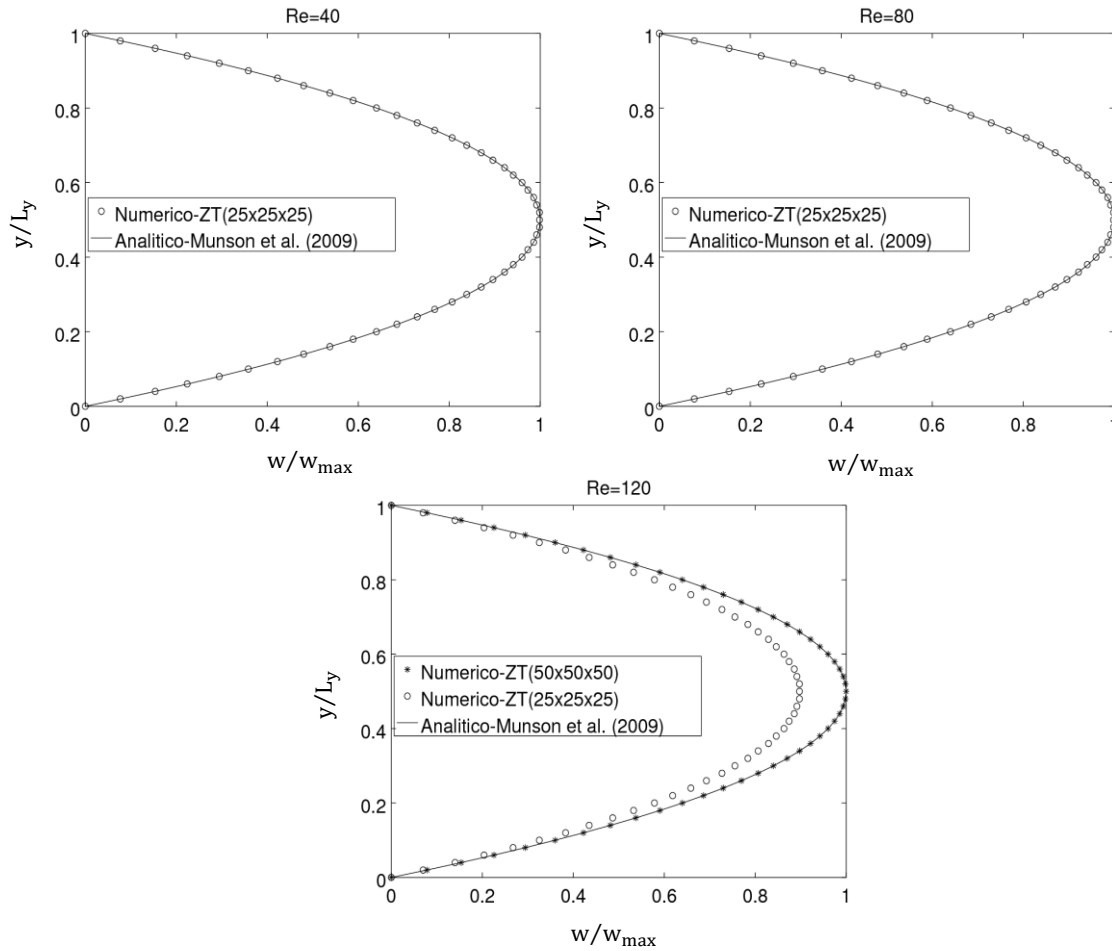


Figura 4.5: Comparação dos perfis analítico e numérico para o escoamento entre placas planas paralelas usando três números de Reynolds diferentes.

Observa-se pela Figura 4.5 que os perfis numéricos para os três números de Reynolds testados estão em boa concordância com os perfis analíticos obtidos a partir da Eq. (4.3), mesmo a malha usada sendo grosseira. Porém, para o  $Re=120$  precisou-se refinar a malha para se obter um resultado aceitável, justificando o uso da malha com  $(50 \times 50 \times 50)$  volumes.

Além disso, considerou-se uma configuração alternativa para o canal, onde a tampa superior foi considerada se movendo a uma velocidade prescrita de 1 m/s (escoamento de Couette-Poiseuille), para os mesmos números de Reynolds usados anteriormente. Para este caso, o perfil de velocidade analítico é dado pela Eq. (4.5), conforme Munson et al. (2009).

$$w = \frac{U_0 y}{L_y} - \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) (y^2 - L_y y) \quad (4.5)$$

onde o gradiente de pressão também é dado pela Eq. (4.4).

Pela Figura 4.6 observa-se que os resultados numéricos estão em boa concordância com os analíticos, mostrando mais uma vez que a parte euleriana do código é bastante confiável. Além disso, com estas duas configurações para o problema de escoamento entre placas planas foi possível verificar a imposição do gradiente de pressão na direção axial através de um termo fonte, conforme a Eq. (4.2). Esta forma de impor o gradiente de pressão não necessita de modificação nas condições de contorno e nem na solução da equação de Poisson e, por sua maior simplicidade e resultados obtidos, foi escolhida no presente trabalho. Porém, algumas dificuldades foram encontradas com esta imposição da pressão para problemas mais complexos que envolviam interação fluido-estrutura. Tais dificuldades ainda estão sendo estudadas para otimizar a plataforma numérica permitindo que uma gama maior de problemas possam ser caracterizados a partir dela.

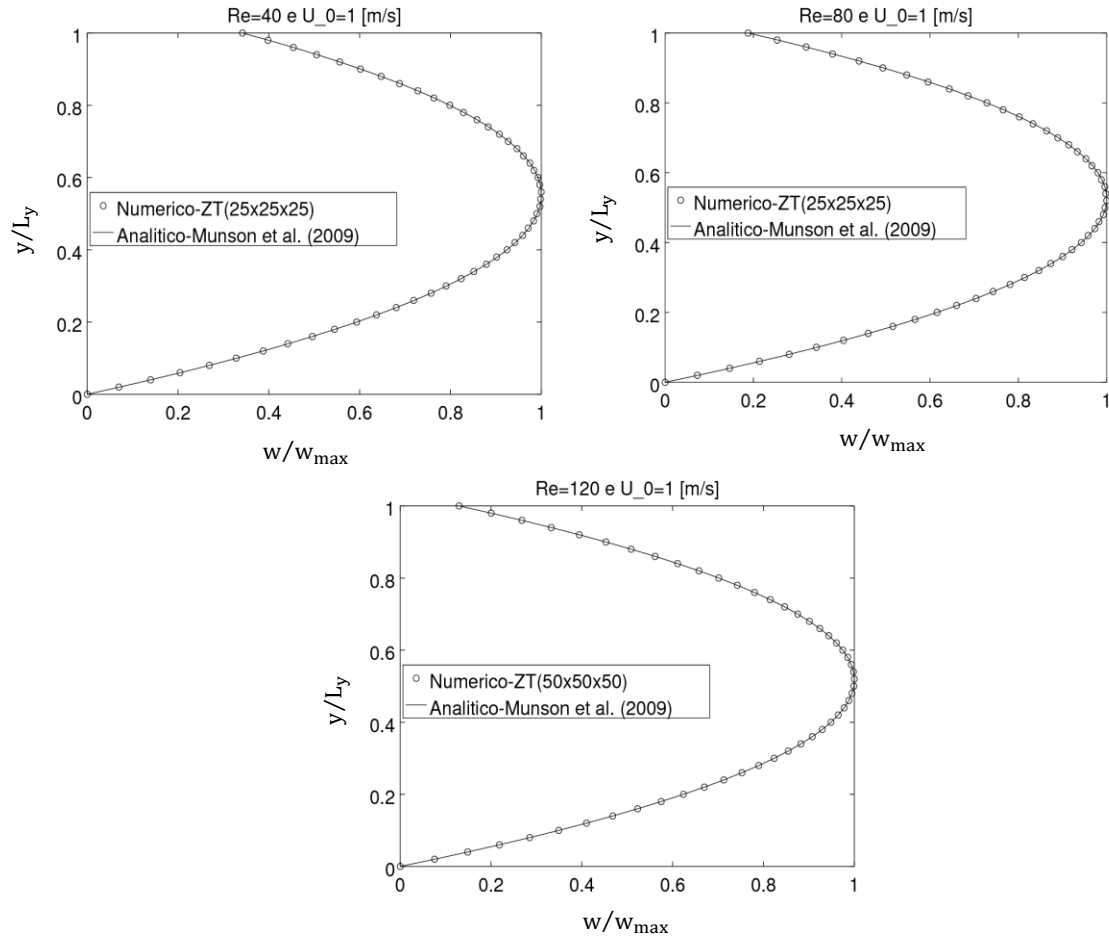


Figura 4.6: Comparação dos perfis analítico e numérico para o escoamento entre placas (sendo a superior móvel) usando três números de Reynolds diferentes.



### 4.3 Escoamento em canal cilíndrico (Hagen-Poiseuille)

O primeiro problema usado para validar a parte lagrangiana do código ZT foi o escoamento em um canal cilíndrico com gradiente de pressão axial imposto. A Figura 4.7 mostra o modelo físico para este problema, onde a razão de aspecto do domínio computacional foi mantida constante em  $\Gamma = \frac{L_z}{L_x} = 1$  visando reduzir o tempo de simulação computacional, e as condições de contorno usadas para a velocidade e correção da pressão.

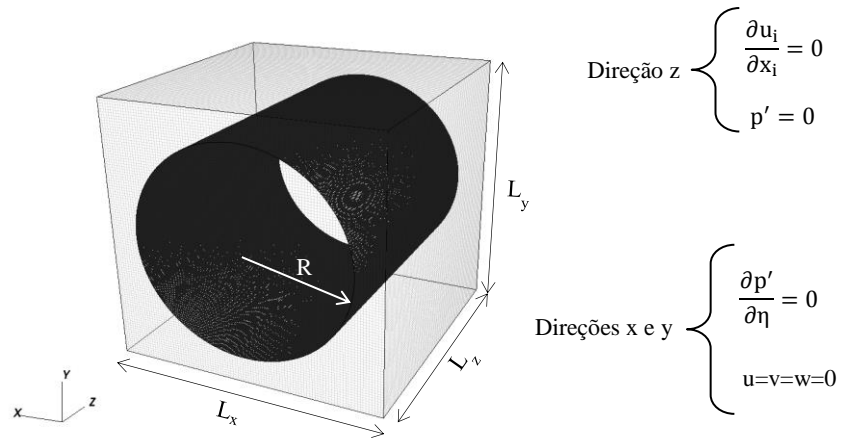


Figura 4.7: Modelo físico para escoamento em canal cilíndrico ( $R=0,4m$ ) com gradiente axial imposto.

O gradiente de pressão foi imposto em todo o domínio de tal forma que o escoamento se desenvolve na parte interna e externa do cilindro. Para este caso também foi utilizado o fluido genérico com propriedades descritas no início do capítulo e apenas um número de Reynolds (40).

A malha lagrangiana uniforme foi feita no programa *Blender* (versão 2.69) disponível para distribuições Linux, sendo que o espaçamento desta malha era sempre metade do espaçamento da malha euleriana. Esta malha é usada para representar o corpo sólido imerso no fluido, sendo a comunicação entre o domínio euleriano e lagrangiano feito pelo método da fronteira imersa com reconstrução por mínimos quadrados. Foram utilizadas três malhas diferentes sendo que a primeira possuía (50x50x50) volumes eulerianos, a segunda (70x70x70) volumes eulerianos e a terceira (100x100x100) volumes eulerianos.

Para este caso o perfil de velocidade analítico é dado pela Eq. (4.6), segundo Munson et al. (2009).

$$w = \frac{1}{4\nu\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) (r^2 - R^2) \quad (4.6)$$

sendo o gradiente de pressão na direção axial dado pela Eq. (4.7) e a velocidade média em função do número de Reynolds é dado pela Eq. (4.8).

$$\left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{8U_m\nu\rho}{R^2} \quad (4.7)$$

$$U_m = \frac{\nu Re}{D} \quad (4.8)$$

A Figura 4.8 mostra os resultados numéricos e analítico obtidos nas simulações do escoamento de Hagen-Poiseuille. Os resultados numéricos foram extraídos na linha vertical no centro do domínio, contemplando o escoamento principal no interior do canal cilíndrico e, também, o escoamento secundário na parte externa do mesmo. Pela Figura 4.8 observa-se que para todas as malhas utilizadas a tendência de perfil parabólico é mantida para os resultados numéricos e existe uma melhora considerável com refinamento da malha. Além disso, observa-se que mesmo para as malhas mais finas ainda existe uma pequena diferença (2%) entre os perfis analítico e numéricos. Tal diferença pode ser justificada pelo escoamento secundário que se forma na parte externa em função da fronteira imersa, fazendo com que o número de Reynolds numérico no interior do tubo seja menor do que o Reynolds analítico obtido a partir do diâmetro do cilindro, e não pelo comprimento característico do domínio euleriano. Padilla (2006) simulou um problema semelhante, onde usou uma razão de aspecto de 0,64, número de Reynolds de 103 e obteve um erro máximo de aproximadamente 3%.

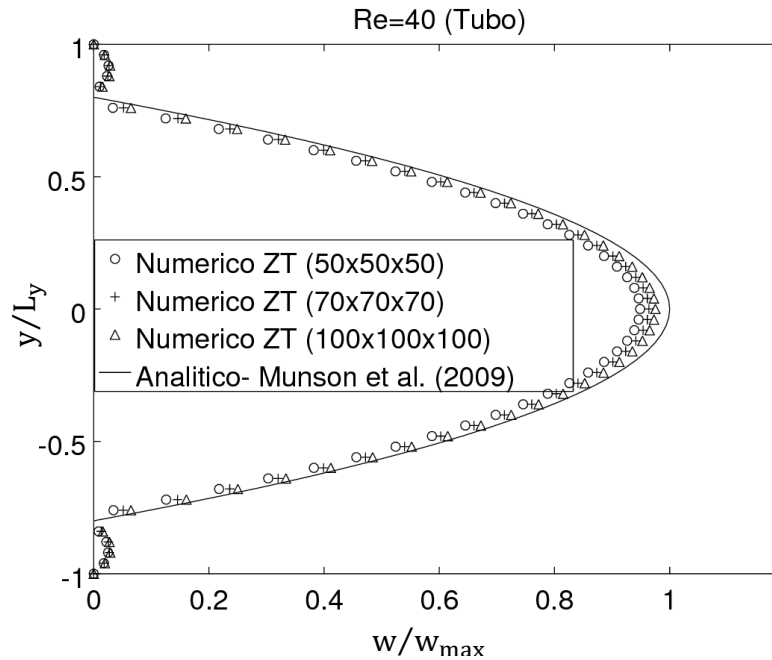


Figura 4.8: Comparação dos perfis numéricos e analítico para o escoamento de Hagen-Poiseuille para  $Re=40$ .

#### 4.4 Escamento em canal anular

O segundo problema usado para validar a parte a lagrangiana do código ZT foi o escoamento em canal cilíndrico anular pela imposição de um gradiente de pressão axial via termo fonte. Na Figura 4.9 apresenta-se o modelo físico para este problema e as condições de contorno usadas para a velocidade e correção da pressão. O cilindro interno ( $R_i = 0,125m$ ) foi mantido fixo e concêntrico com o externo ( $R_e = 0,4m$ ), e a razão de aspecto do domínio computacional foi mantida constante em  $\Gamma = \frac{L_z}{(R_e - R_i)} = 3,6363$  visando reduzir o tempo de simulação computacional. Neste caso, foram usados três números de Reynolds diferentes (40, 80 e 120) e para cada número de Reynolds foram usados quatro refinamentos de malhas. A primeira malha possuía (40x40x40) volumes eulerianos, a segunda (60x60x60) volumes eulerianos, a terceira (80x80x80) volumes eulerianos e última e mais refinada possuía (100x100x100) volumes eulerianos.

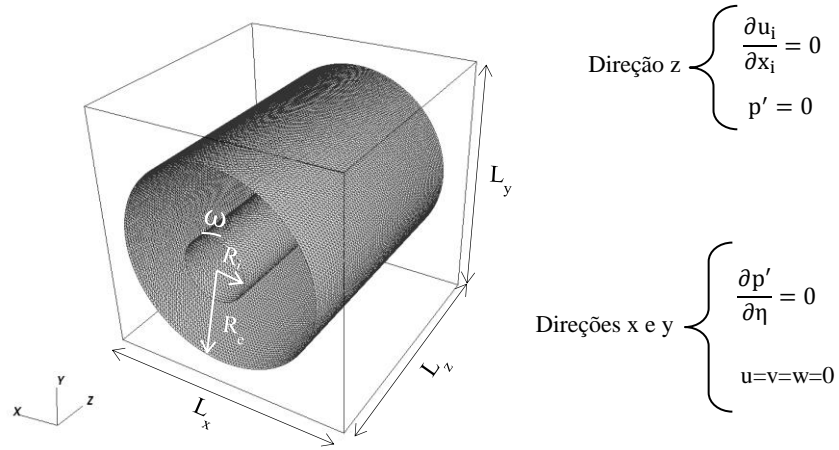


Figura 4.9: Modelo físico para o escoamento em canal cilíndrico anular com  $\frac{\partial p}{\partial z}$  imposto.

O perfil de velocidade axial analítico foi deduzido a partir das equações de Navier-Stokes onde hipóteses simplificadoras foram aplicadas, chegando-se a Eq. (4.9).

$$w(r) = \frac{1}{4\nu\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) \left[ r^2 - R_e^2 + \frac{R_i^2 - R_e^2}{\ln(R_e/R_i)} \ln \left( \frac{r}{R_e} \right) \right] \quad (4.9)$$

sendo o gradiente de pressão na direção axial dado pela Eq. (4.10).

$$\left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) = -8U_m \nu \rho (R_e^2 - R_i^2) \left[ R_e^4 - R_i^4 - \frac{(R_e^2 - R_i^2)^2}{\ln(R_e/R_i)} \right]^{-1} \quad (4.10)$$

Já a velocidade média do escoamento ( $U_m$ ) é dada como uma função do número de Reynolds do escoamento e do diâmetro hidráulico, conforme as Eq. (4.11) e Eq. (4.12), respectivamente.

$$U_m = \frac{\nu Re}{D_h} \quad (4.11)$$

$$D_h = 2(R_e - R_i) \quad (4.12)$$

Na Figura 4.10 são apresentados os resultados numéricos e analíticos para o escoamento em canal anular com diferentes malhas e  $Re$ . Todos os resultados numéricos foram extraídos na parte superior do espaço anular, sobre uma linha vertical localizada no centro do domínio.

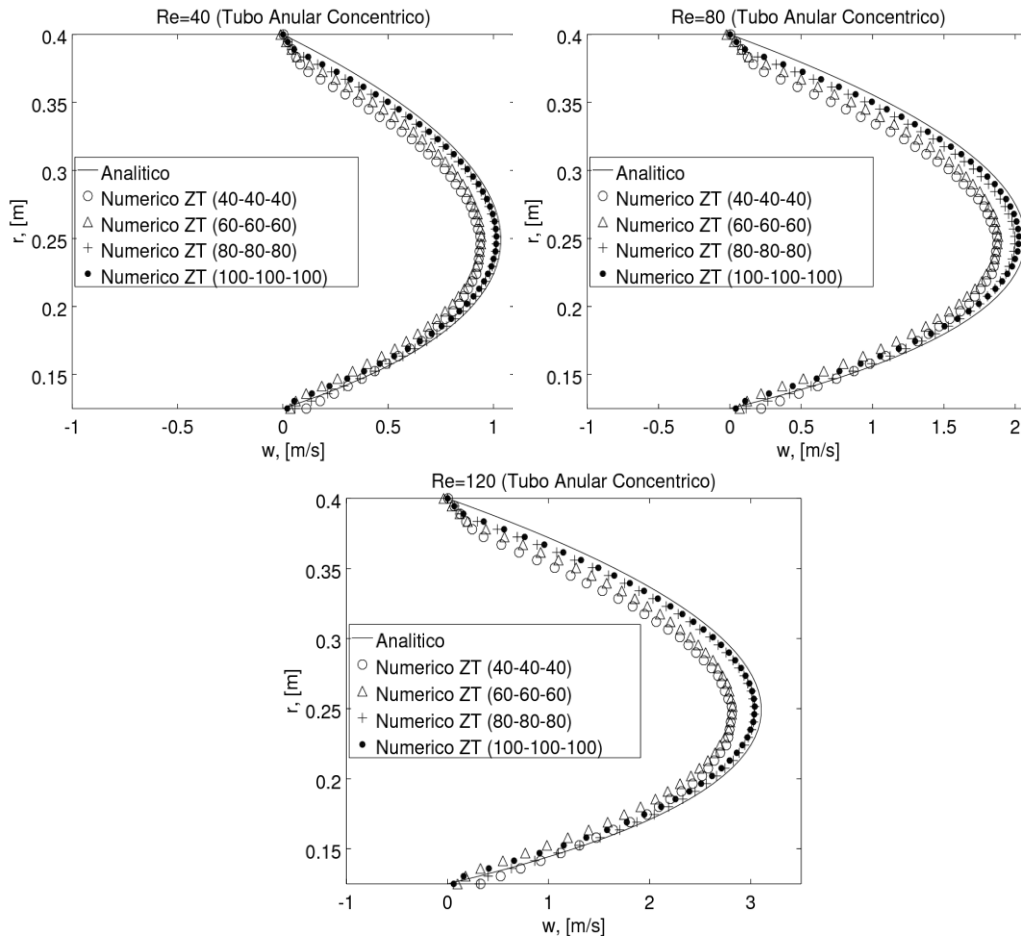


Figura 4.10: Comparação entre os perfis numéricos e analíticos de velocidade axial para o escoamento em canal anular para diferentes  $Re$  e densidades de malha.

Observa-se na Figura 4.10 que para todos os números de Reynolds usados têm-se a mesma tendência de comportamento parabólico para os perfis numéricos, em concordância com os perfis analíticos, com o valor máximo abaixo da linha média do canal. A influência do refinamento da malha se torna mais evidente à medida que o número de Reynolds é aumentado e, por isso, as duas malhas mais grossas fornecem resultados muito distantes dos analíticos para os números de Reynolds de 80 e 120. Tal comportamento pode ser explicado pelo fato de se usar um campo de força para representar os canais, o que obriga a se ter um refinamento maior da malha à

medida que o número de Reynolds aumenta. Outro ponto de destaque é o distanciamento das curvas numéricas na região próxima ao cilindro externo para todos os números de Reynolds e malhas usadas. Segundo Lourenço (2012) este comportamento se deve ao fato de que o refinamento próximo às malhas lagrangianas não tem resolução suficiente para representar a fronteira imersa, necessitando de um refinamento localizado.

#### 4.5 Escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille

Inicialmente foi realizado um estudo a fim de obter a configuração de malha que melhor representasse os problemas de escoamentos de Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille, fornecendo o menor custo computacional. Para tal, escolheu-se o escoamento de Taylor-Couette considerando um número de Taylor abaixo do crítico, onde não existe a formação de instabilidades e o escoamento se caracteriza apenas pela existência da componente azimutal de velocidade (escoamento de Couette circular).

O modelo físico para este problema é semelhante ao que foi mostrado na Figura 4.9 exceto pelo fato de não haver gradiente de pressão na direção axial e ter o dobro do comprimento, acrescido de velocidade de rotação no cilindro interno. Assim, o raio do cilindro interno é  $R_i = 0,125\text{m}$  sendo este sujeito a rotação, o raio do cilindro externo é  $R_e = 0,4\text{m}$ , o comprimento dos cilindros é  $L_z = 2\text{m}$  e, portanto, tem-se que a razão de aspecto do problema considerado é  $\Gamma = \frac{L_z}{(R_e - R_i)} = 7,2727$  a qual foi aumentada em relação aos problemas anteriores para diminuir a influência da condição de Neumann na direção axial.

Matutti (2002) apresentou um estudo no qual relacionava o número de Taylor crítico à razão de aspecto do problema para escoamentos de Taylor-Couette e, com base em seu trabalho, verificou-se que para a relação de raios aqui apresentada ( $R_e/R_i = 3,2$ ) o  $Ta_{crit}$  é igual a 60. Assim, para garantir que não haveria a formação de instabilidades e que o campo de velocidade fosse apenas azimutal, considerou-se para a realização das simulações um número de Taylor igual a 40. As simulações foram feitas considerando quatro malhas eulerianas. A primeira possuía (20x20x40) volumes eulerianos, a segunda (40x40x80) volumes eulerianos, a terceira

(60x60x120) volumes eulerianos, a quarta (80x80x160) volumes eulerianos e a mais refinada possuía (100x100x200) volumes eulerianos.

Segundo White (1974), o perfil analítico para a componente de velocidade azimutal é dado pela Eq. (4.13).

$$v_{\theta}(r) = Ar + \frac{B}{r} \quad (4.13)$$

onde os termos do lado direito representam a combinação da rotação do cilindro interno e do vórtice potencial, e são dados pelas equações Eq. (4.14) e Eq. (4.15), respectivamente.

$$A = -\frac{(\omega_i R_i^2)}{(R_e^2 - R_i^2)} \quad (4.14)$$

$$B = -\frac{(\omega_i R_i^2 R_e^2)}{(R_e^2 - R_i^2)} \quad (4.15)$$

Na Tabela 4.1 apresenta-se o tempo de todas as simulações realizadas com diferentes malhas para determinar a configuração que fornece o melhor custo computacional.

Tabela 4.1: Custo computacional para o escoamento de Couette circular com  $Ta = 40$ .

Malha	Nº de processadores	Tempo de simulação
(20x20x40)	3	2 dias
(40x40x80)	3	3 dias
(60x60x20)	3	4,5 dias
(80x80x160)	3	8,5 dias
(100x100x200)	3	12 dias

A Figura 4.11 mostra os resultados para as simulações do escoamento de Taylor-Couette para  $Ta=40$ , onde todos os resultados numéricos foram extraídos na parte lateral direita do espaço anular no regime permanente, sobre uma linha horizontal localizada no centro do domínio onde a componente azimutal é igual à componente  $v$  do campo de velocidades. Pela Figura 4.11 observa-se que existe um comportamento similar para todos os testes realizados, inclusive para aqueles onde se usou uma configuração de malha mais grosseira. Nota-se, porém, que para a

primeira configuração o campo de velocidade na região próxima ao cilindro interno distancia-se bastante do perfil analítico, o que pode ser justificado pelo fato de que nessa região o escoamento ser mais intenso devido à rotação do cilindro interno o que exige uma malha mais refinada. Para as outras configurações observa-se que ao longo de todo o espaço anular a tendência parabólica é seguida e que à medida que as malhas são refinadas a qualidade dos resultados melhora consideravelmente. A fim de obter a configuração de malhas que fornece o melhor custo benefício entre o tempo de simulação e qualidade dos resultados, calculou-se o erro máximo para as duas últimas configurações em relação ao resultado analítico sendo estes, respectivamente, 2% e 3% aproximadamente. Como os erros são muito próximos e o refinamento para a última configuração (100x100x200) gera um tempo de simulação bem maior, optou-se por escolher a configuração com malha euleriana (80x80x160) para realizar as simulações dos problemas de Taylor-Couette e Taylor-Couette-Poiseuille.

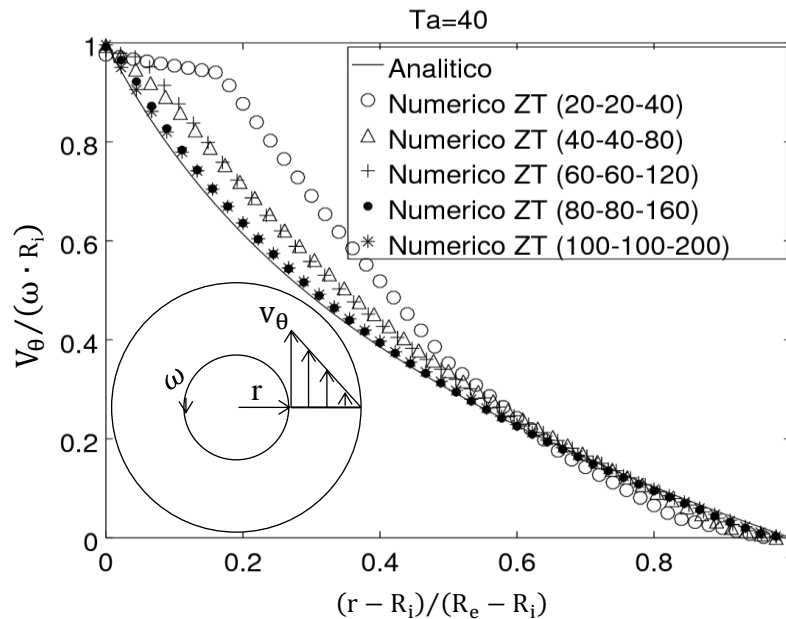


Figura 4.11: Independência de malha para o escoamento Couette circular para  $Ta=40$ .

Feita a escolha da melhor configuração de malhas, partiu-se para as simulações do escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille (TCP) em diferentes números de Reynolds. Tal escoamento é extremamente importante para representar de forma simplificada o que acontece durante o processo de perfuração de poços nas indústrias de petróleo e gás. Conforme explicado



em secções anteriores, este escoamento se dá pela ação conjunta da imposição de um gradiente de pressão via termo fonte nas equações de Navier-Stokes e pela rotação do cilindro interno, gerando um escoamento espiral na direção axial. O modelo físico para este problema é o mesmo que foi utilizado para os testes de independência de malha mostrados anteriormente, com raio interno  $R_i=0,125\text{m}$ , raio externo  $R_e=0,4\text{m}$  e razão de aspecto  $\Gamma = 7,2727$ . Para este caso optou-se por usar o número de Taylor superior ao crítico ( $Ta=100$ ), conforme trabalhos de Borges (2011) e Lourenço (2012), visto que assim pode-se analisar a deformação das instabilidades de Taylor-Couette devido ao escoamento axial gerado pelo gradiente de pressão. A Tabela 4.2 apresenta a relação entre o gradiente de pressão na direção axial e o número de Reynolds, obtidos a partir das equações Eq. (4.10), Eq. (4.11) e Eq. (4.12).

Tabela 4.2: Relação entre o gradiente de pressão imposto na direção axial ( $\partial p/\partial z$ ), velocidade média do escoamento puramente axial ( $U_m$ ) e do número de Reynolds ( $Re$ ).

$\partial p/\partial z$ (Pa/m)	$U_m$ (m/s)	$Re$
-0,2	0,1287	7,0814
-0,3	0,1931	10,6221
-0,4	0,2575	14,1628
-0,5	0,3219	17,7034
-0,6	0,3863	21,2441
-0,7	0,4506	24,7848
-0,8	0,5150	28,3255
-0,9	0,5794	31,8662
-1,0	0,6438	35,4069

Na Figura 4.12 são apresentados os resultados qualitativos para o escoamento TCP para  $Ta = 100$  e  $Re = 7,0814$  em diferentes instantes, através de diagramas de cores para a componente  $w$  da velocidade e linhas de corrente do vetor velocidade. Os diagramas de cores foram extraídos na metade do domínio na direção  $x$ , sendo que as regiões vermelhas representam as altas velocidades e as azuis representam as baixas velocidades. Já as linhas de corrente foram extraídas em cinco pontos distribuídos ao longo de uma linha localizada no centro do espaço anular do canal. Observa-se que o escoamento é no início puramente espiral e que com avanço temporal

acontece a formação de vórtices toroidais contrarotativos em função da rotação do cilindro interno.

Pela Figura 4.12(a) observa-se que no início do escoamento a influência da rotação do cilindro interno é muito pequena e, portanto, o escoamento é puramente espiral sem a formação de instabilidades ou vórtices toroidais. Além disso, as maiores velocidades estão no espaço anular visto que nesta região o campo de velocidade é influenciado pelo escoamento axial devido ao gradiente de pressão e também pelo escoamento azimutal devido à rotação do cilindro interno. Já na Figura 4.12(b) inicia-se o processo de formação de instabilidades, as quais podem ser evidenciadas pelas distorções nas linhas de correntes e na componente  $w$  da velocidade. A Figura 4.12(c) evidencia a formação de vórtices toroidais, os quais podem ser visualizados de forma tridimensional pelas regiões onde as linhas de corrente apresentam um alto grau de concentração, sendo que eles são formados primeiramente na região próxima à superfície do cilindro interno, conforme a terceira estrutura, e aumentam de tamanho à medida que se aproxima do cilindro externo. Além disso, pode-se observar que nos gráficos de cores existem regiões elípticas com velocidades opostas que se alternam e representam pares de vórtices toroidais contra-rotativos. Por fim, na Figura 4.12(d), o escoamento já se encontra no estado permanente e observam-se estruturas helicoidais e toroidais ao longo da direção axial. Como é característico nestes escoamentos, as estruturas helicoidais advectam os vórtices de Taylor na direção axial.

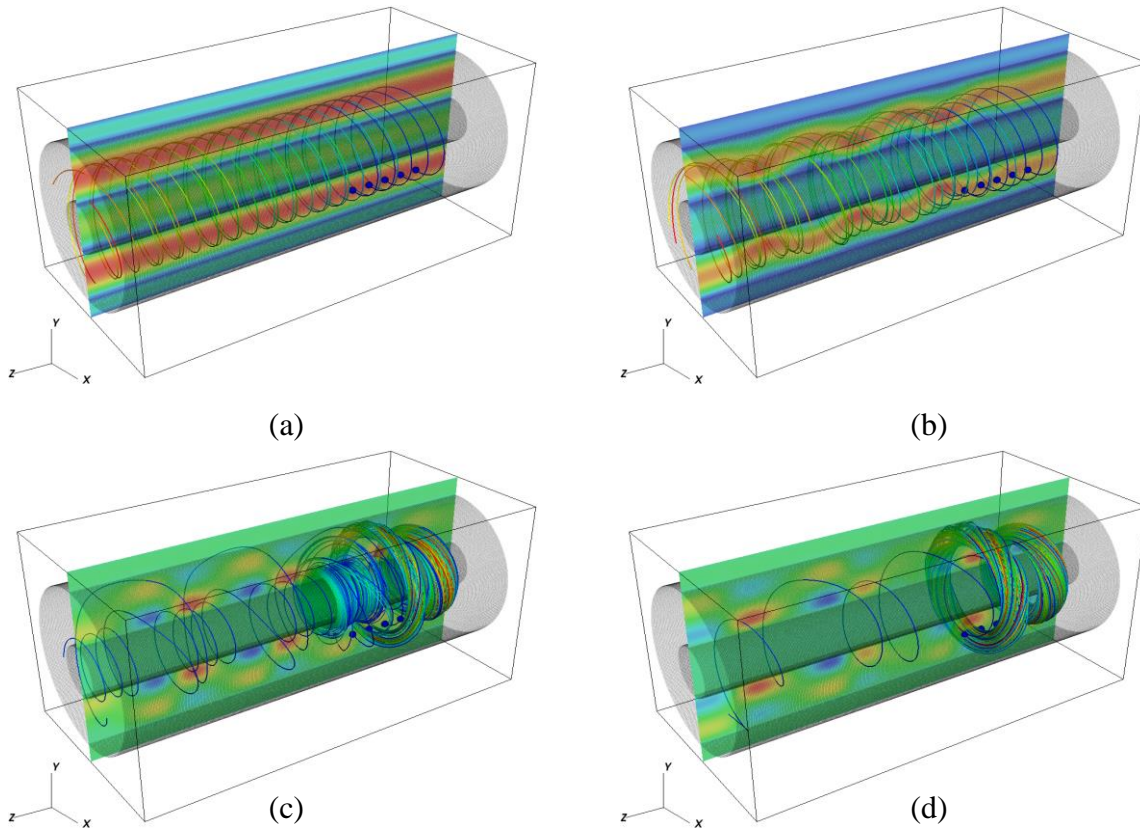


Figura 4.12: Resultados qualitativos para o escoamento TCP em  $Ta = 100$  e  $Re = 7,0814$  nos instantes (a) 0,25s; (b) 20 s; (c) 45 s e (d) 72,5 s, respectivamente.

Na Figura 4.13 apresentam-se os resultados qualitativos para o escoamento TCP no instante 67,5s para três números de Reynolds diferentes. Estes resultados foram agrupados visto que é possível observar a transição do escoamento TCP com instabilidades de Taylor para um escoamento puramente espiral. Assim, na Figura 4.13(a) é possível observar a presença de vórtices de Taylor pelas regiões distorcidas no diagrama de cores ao longo de todo o domínio e também pelas linhas de corrente, indicando que para este número de Reynolds ainda existe forte influência do escoamento azimuthal devido à rotação do cilindro interno. Na Figura 4.13(b) tem-se a diminuição destas instabilidades, as quais estão localizadas apenas na região próxima ao centro e da saída do domínio, como consequência da maior intensidade do escoamento devido ao gradiente de pressão imposto. Por fim, para o  $Re = 17,7034$  observa-se que o escoamento já é quase todo espiral, com exceção da saída do domínio onde se observa uma pequena curvatura do perfil da componente  $w$  de velocidade, conforme gráfico de cores mostrado na Figura 4.13(c).

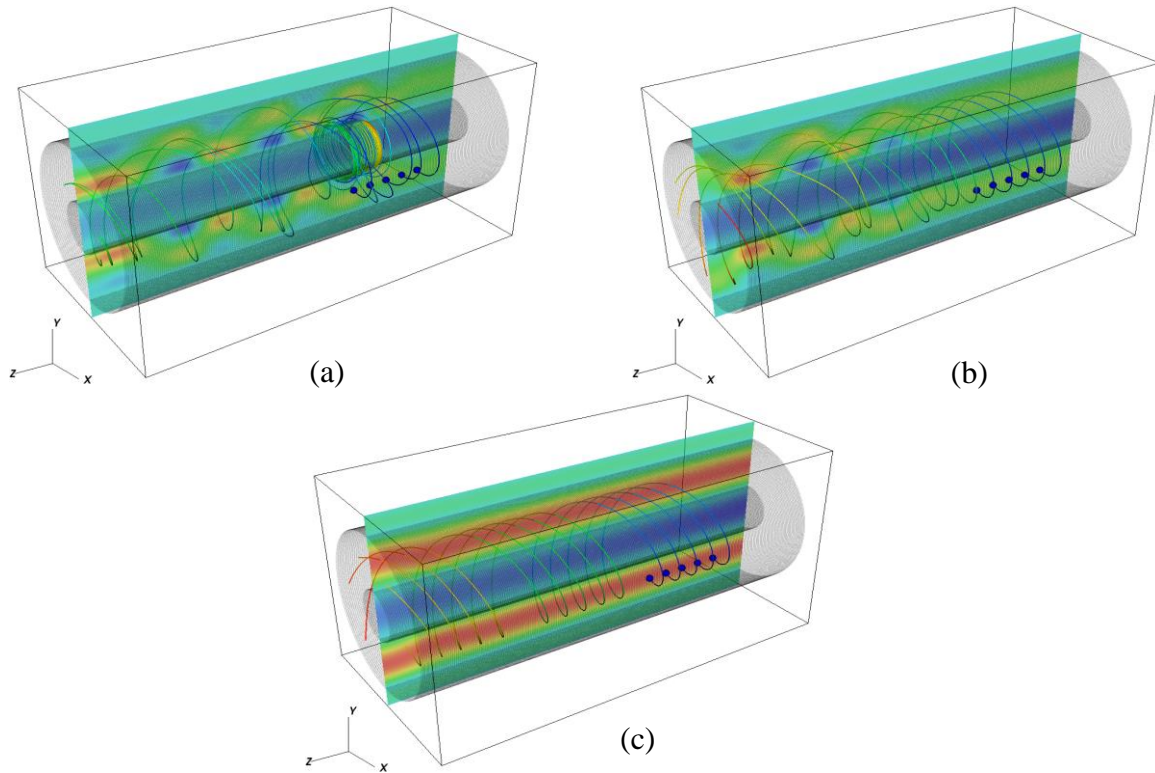


Figura 4.13: Resultados qualitativos para o escoamento TCP no instante  $t = 67,5s$  para diferentes Reynolds: (a)  $Re = 10,6221$ ; (b)  $Re = 14,1628$  e (c)  $17,7034$ .

A Figura 4.14 agrupa os resultados qualitativos no instante  $t = 67,5s$  para os cinco Reynolds onde o escoamento axial é mais pronunciado que o azimutal, fazendo com que se tenha um comportamento puramente espiral. Observa-se que para todos os casos não existe a formação de vórtices toroidais e que à medida que o número de Reynolds é aumentado as linhas de corrente se tornam mais espaçadas. Caso fossem utilizados números de Reynolds mais elevados, o efeito azimutal seria tão menor que o axial ao ponto de se obter um escoamento de Poiseuille anular, conforme apresentado na seção 4.4. Assim, pode-se afirmar que para ocorrer o escoamento TCP deve-se ter uma proximidade dos efeitos axiais e azimutais, sendo que o escoamento tende à Poiseuille anular puro quando os efeitos axiais são mais pronunciados e Taylor-Couette puro quando os efeitos azimutais são predominantes.

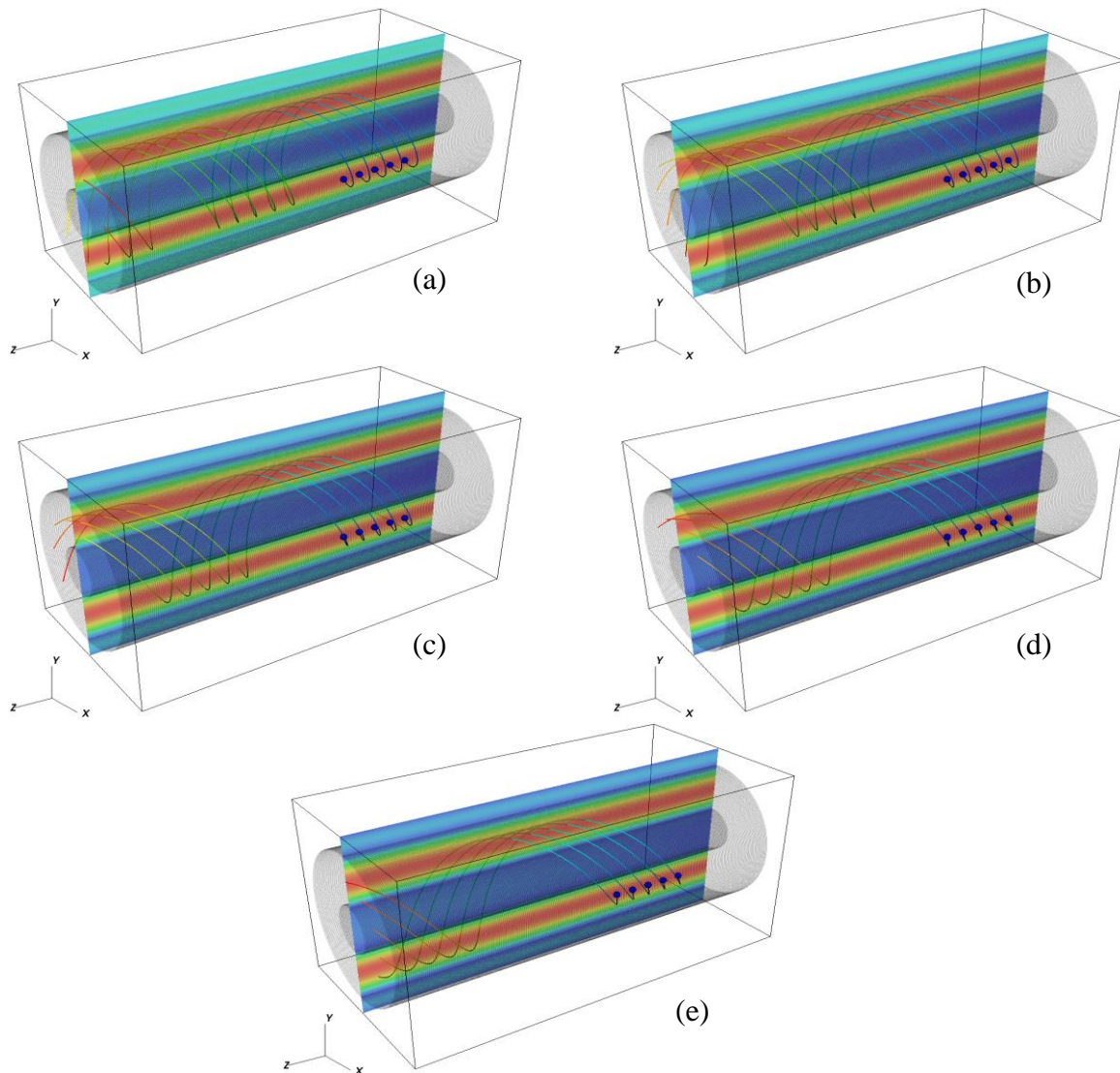


Figura 4.14: Resultados qualitativos para o escoamento TCP no instante  $t = 67,5s$  para diferentes Reynolds: (a)  $Re = 21,2441$ ; (b)  $Re = 24,7848$ ; (c)  $28,3255$ ; (d)  $31,8662$  e (e)  $35,4069$ .

O campo de velocidade para o escoamento TCP é apresentado na Figura 4.15 para cinco números de Reynolds diferentes. Estes campos foram extraídos em um plano perpendicular à direção  $x$  localizado no espaço anular superior ( $y_{inicial}=0,625m$  e  $y_{final}=0,9m$ ) e ao longo de toda a direção axial ( $z_{inicial}=0$  e  $z_{final}=2,0m$ ), de tal forma que os efeitos azimutais e axiais pudessem ser visualizados bidimensionalmente.

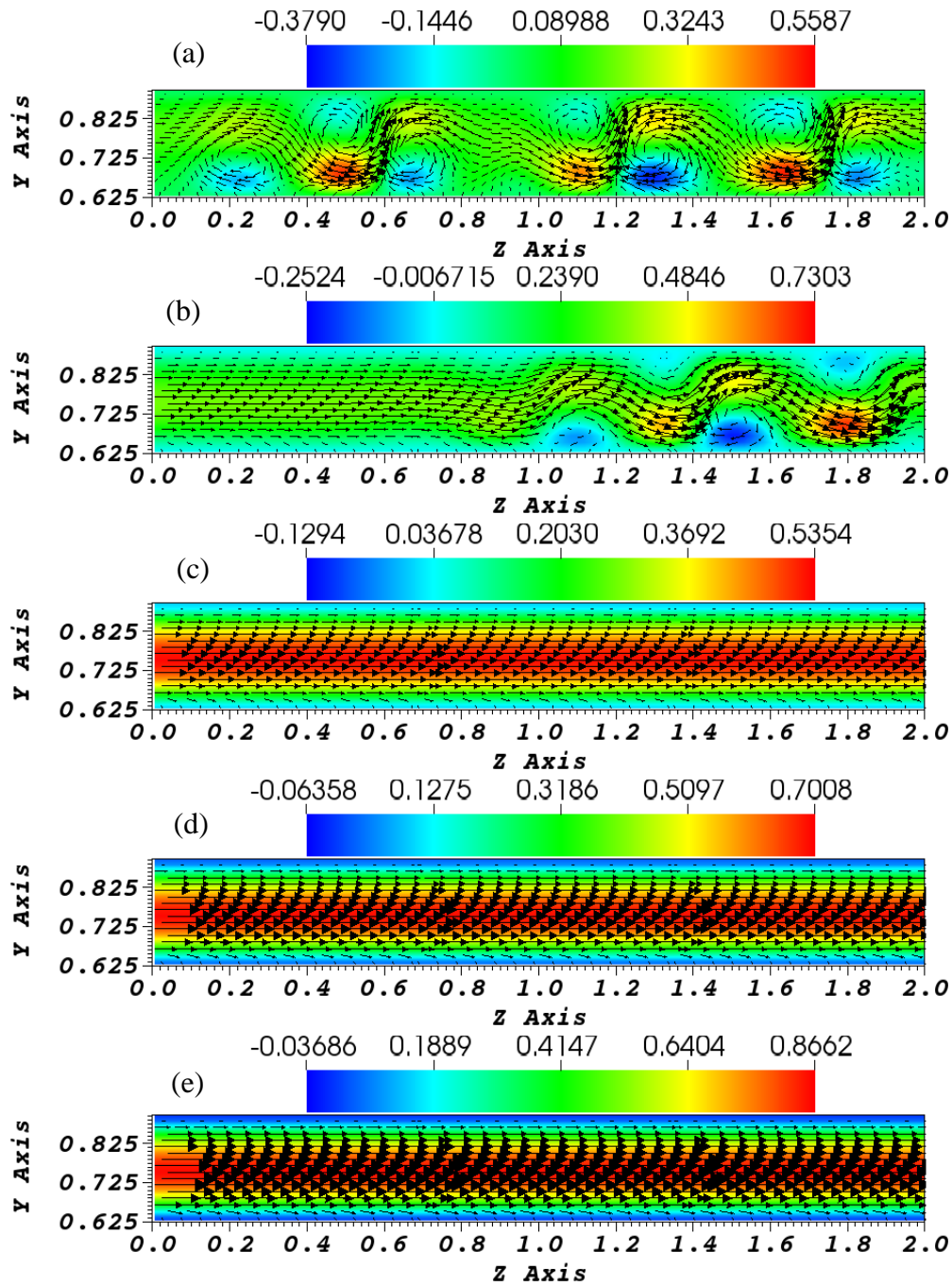


Figura 4.15: Campo vetorial de velocidade para o escoamento TCP em diferentes números de Reynolds: (a)  $Re = 7,0814$ ; (b)  $Re = 14,1628$ ; (c)  $Re = 21,2441$ ; (d)  $Re = 28,3255$  e (e)  $Re = 35,4069$ .

Pela Figura 4.15(a) observa-se a formação de vórtices toroidais, representadas pelas regiões onde os vetores formam regiões rotativas, sendo que os pares são separados pela presença de um escoamento ondulado (projeção de estrutura helicoidal). Estes vórtices estão distribuídos ao longo de toda a direção axial, o que mais uma vez evidencia que para este número de Reynolds existe a predominância dos efeitos azimutais característicos de escoamentos de Taylor-Couette. À medida que o número de Reynolds é aumentado observa-se que os efeitos azimutais são diminuídos e menos vórtices são formados, conforme Figura 4.15(b), onde tais estruturas estão presentes apenas em parte do domínio. Por fim, observa-se o desaparecimento dos vórtices e o escoamento se torna puramente axial onde os efeitos de rotação não são perceptíveis, conforme Figura 4.15(c). Além disso, para todos os casos é possível verificar que o campo de velocidades apresenta maior intensidade na região próxima ao cilindro interno, o que pode ser explicado pelo fato de o cilindro interno sempre ter movimento de rotação.

Com a finalidade de mostrar que para o escoamento TCP existe transporte dos vórtices formados, apresenta-se na Figura 4.16 o campo vetorial de velocidade e o diagrama de cores para a componente  $w$  de velocidade, em diferentes instantes para o caso com  $Re = 7,0814$ . Para este  $Re$ , mostrou-se anteriormente que os vórtices toroidais são formados ao longo de toda a direção axial. Pela Figura 4.16 observa-se que inicialmente o escoamento é puramente axial e que com o seu desenvolvimento, as instabilidades de Taylor-Couette vão sendo formadas e transportadas na direção axial. Borges (2011) também observou o transporte dos vórtices para um escoamento similar, onde o fluxo axial foi feito através da imposição de um campo de velocidade na direção axial. Em outros trabalhos experimentais e numéricos como os realizados por Wereley e Lueptow (1999), Meseguer e Marques (2001) e Hwang e Yang (2004) também foi observado este comportamento.



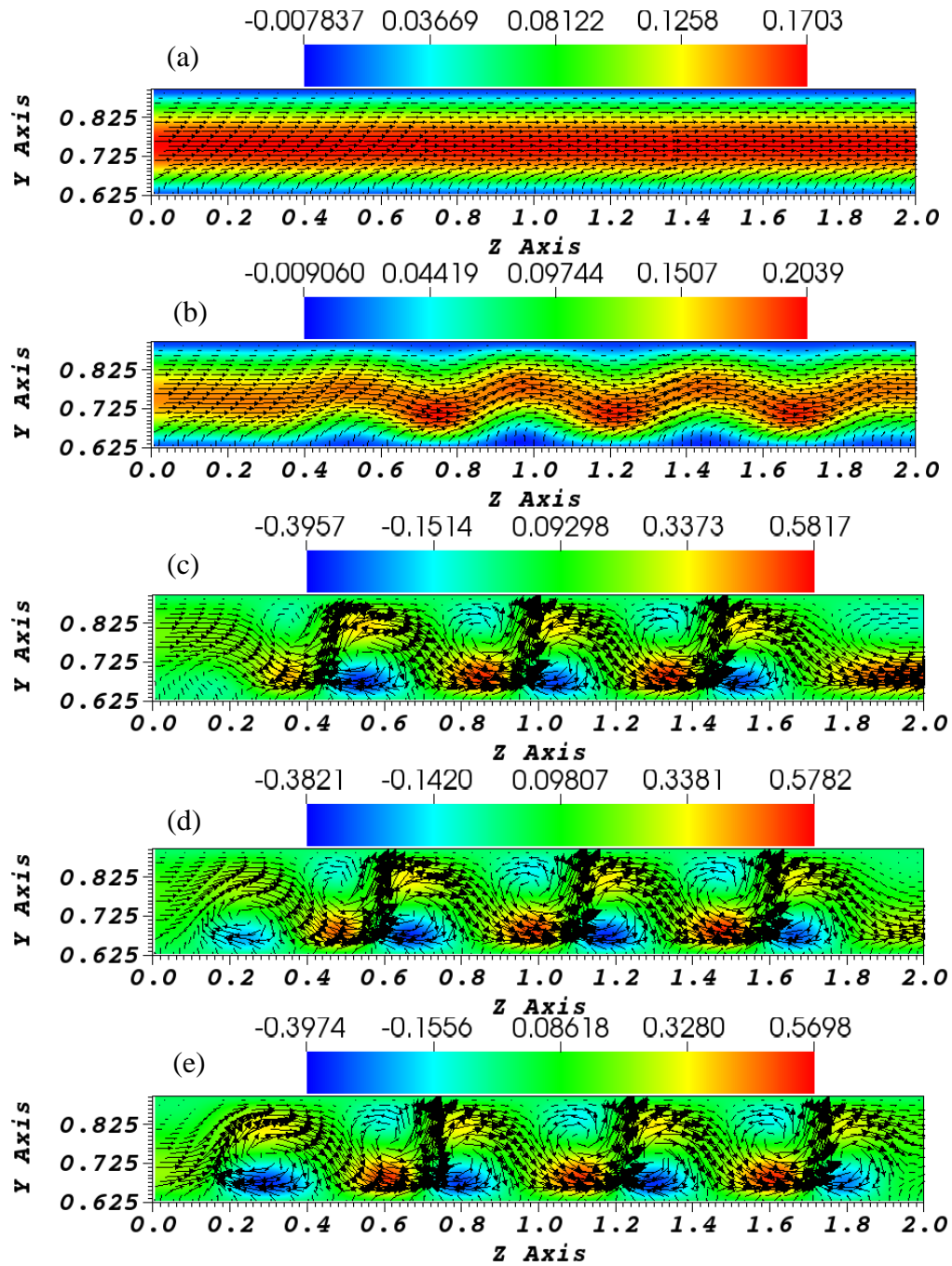


Figura 4.16: Transporte dos vórtices toroidais na direção axial visualizado a partir do campo vetorial de velocidade e diagrama de cores da componente  $w$  de velocidade em diferentes instantes: (a) 1s; (b) 20s; (c) 40s; (d) 45s e (e) 50s, respectivamente.



A Figura 4.17 apresenta o desenvolvimento temporal dos perfis da componente  $v$  de velocidade para o escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille com  $Re = 7,0814$ , extraídos ao longo de toda a direção axial sobre uma linha que passa sobre o centro do espaço anular ( $y=0,7625m$  e  $x=0,5m$ ). Nos instantes iniciais sabe-se que o escoamento é puramente espiral devido à sobreposição da rotação do cilindro interno como a imposição do gradiente de pressão via termo fonte, conforme Figura 4.12(a). Como resultado, inicialmente tem-se poucas variações nos valores de  $v$  os quais são amplificados à medida que o escoamento se desenvolve em virtude da formação dos vórtices toroidais que provocam o surgimento de regiões com escoamentos contra rotativos. Verifica-se que os perfis tendem a um mesmo padrão parabólico ao longo de toda a direção axial, sendo que as regiões entre os pares de vórtices apresentam as maiores intensidades de  $v$ .

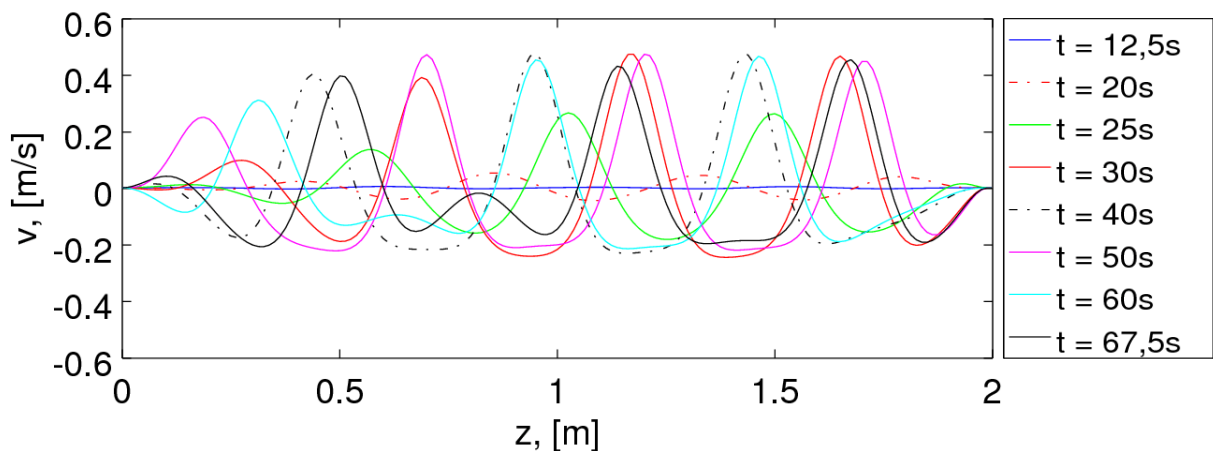


Figura 4.17: Perfis da componente  $v$  de velocidade em diferentes instantes para o escoamento TCP com  $Ta = 100$  e  $Re = 7,0814$ .

Os perfis da componente  $v$  de velocidade para alguns números de Reynolds considerados no escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille são apresentados na Figura 4.18 no instante 50s. Verifica-se que para a maior parte dos casos os perfis tem um padrão com picos e vales, sendo os picos relativos as regiões onde se tem a junção dos vórtices toroidais contrarotativos. O aumento do número de Reynolds faz com que o escoamento tenda para o padrão puramente espiral e isto pode ser verificado pela diminuição dos picos e consequente tendência de valores próximos de zero para  $v$ . Além disso, pode-se verificar que o aumento do  $Re$

faz com que os vórtices apareçam cada vez mais longe da entrada do canal. Este fenômeno ainda não foi compreendido totalmente mas, a priori, acredita-se que exista uma influência da condição de contorno que foi aplicada na direção axial.

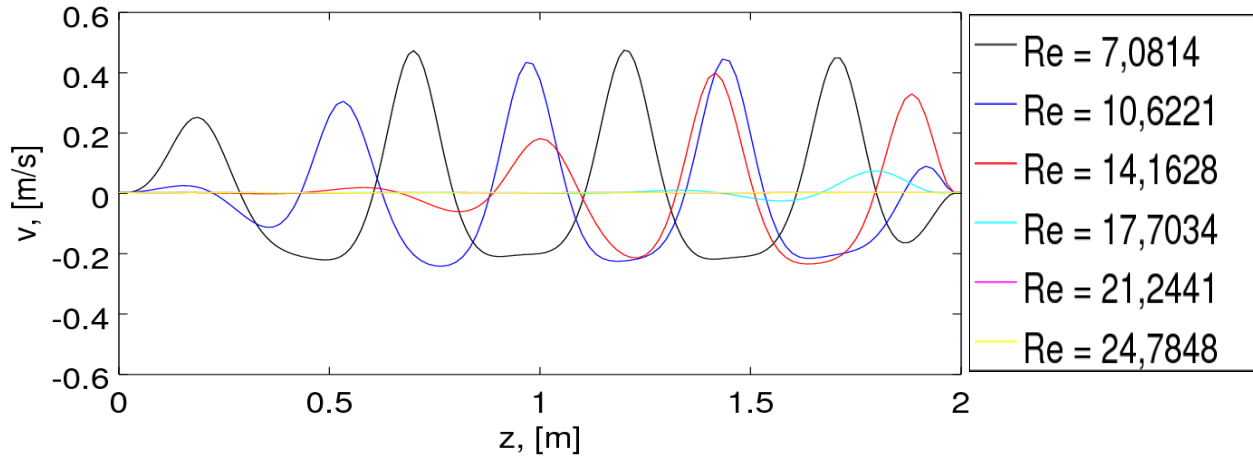


Figura 4.18: Perfis axiais da componente  $v$  de velocidade no instante 50s para diferentes números de Reynolds.

## 4.6 Escoamento de Taylor-Couette com molas

Borges (2011) propôs um modelo de interação fluido-estrutura onde a movimentação excêntrica do canal interno é feita através de um sistema de molas dispostas no plano  $xy$ , sendo que o efeito do arrasto e da massa das molas são considerados nulos, e as molas são consideradas com elasticidades infinitas. Tal modelo foi implementado no código ZT com a finalidade de tornar os problemas simulados mais próximos à realidade. Este modelo não contempla as possíveis deformações que poderiam ocorrer ao longo da direção axial sendo, portanto, o cilindro interno tratado como um corpo rígido.

A Figura 4.19 apresenta um diagrama esquemático do sistema onde inicialmente o canal interno encontra-se em uma posição excêntrica arbitrária e posteriormente na posição de equilíbrio. Os ângulos  $\beta_1$  e  $\beta_2$  medem a inclinação das molas 1 e 2 em relação ao plano  $xy$  horizontal, respectivamente. Já o ângulo  $\beta_3$  mede a inclinação da mola 3 em relação à vertical. Para a obtenção dos ângulos  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  são utilizados como referência a posição devido à ação

das molas no instante  $t-1$  ( $x^{t-1}, y^{t-1}$ ) e centro geométrico do domínio computacional ( $x_c, y_c$ ). Com base nessas referências os ângulos são dados pela Eqs. (4.16), (4.17) e (4.18), respectivamente.

$$\beta_1^{t-1} = \arctg\left(\frac{y^{t-1}}{x^{t-1}}\right) \quad (4.16)$$

$$\beta_2^{t-1} = \arctg\left(\frac{y^{t-1}}{(2x_c - x^{t-1})}\right) \quad (4.17)$$

$$\beta_3^{t-1} = \arctg\left(\frac{(x^{t-1} - x_c)}{(2y_c - y^{t-1})}\right) \quad (4.18)$$

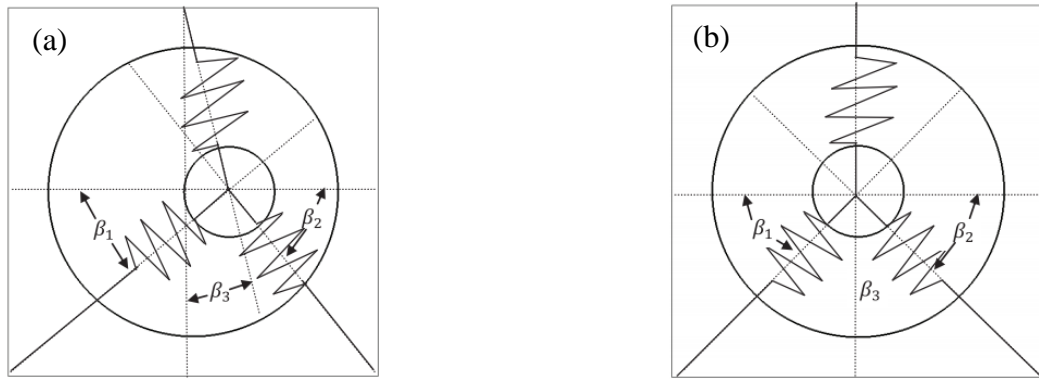


Figura 4.19: (a) cilindro interno em uma posição arbitrária e (b) cilindro interno na posição de equilíbrio (Borges, 2011).

Com base na Lei de Hooke, pode-se calcular a força que cada mola ( $F_m$ ) exerce sobre o sistema no instante de tempo  $(t - 1)$ , desde que sejam conhecidos o comprimento original das molas ( $l_i$ ), o comprimento instantâneo ( $l_f$ ) e a constante elástica das molas ( $k_m$ ), conforme a Eq. (4.19).

$$F_m^{t-1} = k_m(l_f^{t-1} - l_i^{t-1})_m \quad (4.19)$$

onde  $m$  é o índice que representa cada uma das molas ( $m=1, 2$  e  $3$ ).

A força resultante devido à ação das molas sobre o cilindro interno no instante  $(t-1)$  nas direções  $x$  e  $y$ , são dadas pelas Eqs. (4.20) e (4.21), respectivamente, as quais são obtidas a partir do somatório das componentes das forças em cada mola.

$$F_{m,x}^{t-1} = -F_1^{t-1}\cos(\beta_1^{t-1}) + F_2^{t-1}\cos(\beta_2^{t-1}) - F_3^{t-1}\sin(\beta_3^{t-1}) \quad (4.20)$$

$$F_{m,y}^{t-1} = -F_1^{t-1}\sin(\beta_1^{t-1}) - F_2^{t-1}\sin(\beta_2^{t-1}) + F_3^{t-1}\cos(\beta_3^{t-1}) \quad (4.21)$$

Como o canal interno está imerso em um fluido, existem forças viscosas ( $F_x$ ) que agem sobre ele, as quais no presente trabalho são avaliadas pelo modelo de Multi-forçagem direta (MDF) onde as interpolações e distribuições das variáveis são feitas a partir de uma Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS), no instante  $t$ . Com isso, a força resultante em cada uma das direções é dada pelo somatório das forças que atuam no cilindro (forças viscosas e forças elásticas), conforme as Eqs. (4.22) e (4.23).

$$F_{R,x}^t = F_{m,x}^{t-1} - F_x^t \quad (4.22)$$

$$F_{R,y}^t = F_{m,y}^{t-1} - F_y^t \quad (4.23)$$

Por fim, pode-se aplicar a 2ª lei de Newton para se obter, após as devidas integrações, as componentes da velocidade de deslocamento do cilindro interno nas direções  $x$  e  $y$ , no instante de tempo  $t$ , as quais são dadas pelas Eqs. (4.24) e (4.25). Tais velocidades devem ser somadas à velocidade de rotação do cilindro interno, para representar o movimento real do cilindro.

$$\dot{x}^t = \dot{x}^{t-1} + \frac{F_{R,x}^t}{m} \Delta t \quad (4.24)$$

$$\dot{y}^t = \dot{y}^{t-1} + \frac{F_{R,y}^t}{m} \Delta t \quad (4.25)$$

A nova posição do cilindro interno devido a ação do sistema de molas é dado pelas Eqs. (4.26) e (4.27).

$$x^t = x^{t-1} + \dot{x}^t \Delta t \quad (4.26)$$

$$y^t = y^{t-1} + \dot{y}^t \Delta t \quad (4.27)$$

Este modelo de interação fluido-estrutura foi implementado no código utilizado no presente trabalho (código ZT) e posteriormente verificado. Como no caso do escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille concêntrico o domínio foi definido como  $L_x = 1\text{m}$ ,  $L_y = 1\text{m}$  e  $L_z = 2\text{m}$  e as condições de contorno são as mesmas nas direções  $x$  e  $y$  (parede) e diferente na direção  $z$  onde optou-se em usar a condição de periodicidade para a correção de pressão e velocidade, no lugar da condição de derivada nula para a velocidade e correção de pressão nula. A Figura 4.20 apresenta a disposição inicial do cilindro interno ( $R_i = 0,125\text{m}$ ) o qual teve seu centro posicionado nas coordenadas  $x_c = 0,6375\text{m}$  e  $y_c = 0,6375\text{m}$ , e do cilindro externo ( $R_e = 0,4\text{m}$ ) o qual foi posicionado de forma concêntrica ao domínio. Esta configuração foi escolhida para que houvesse uma condição de desequilíbrio das forças elásticas sobre o cilindro interno.

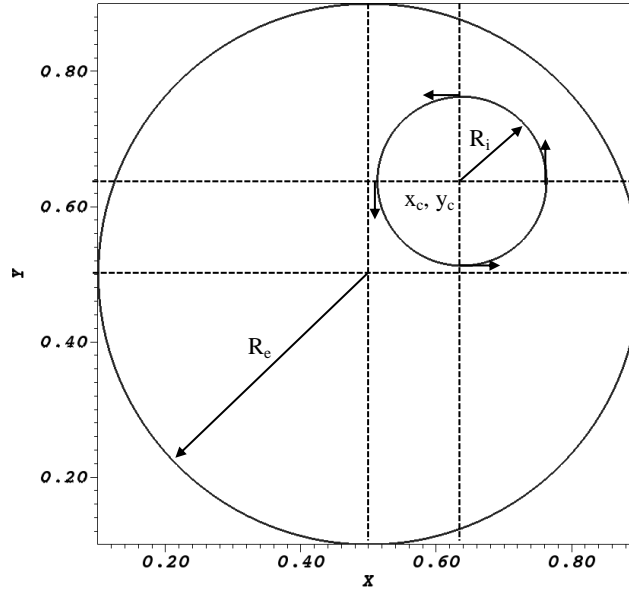


Figura 4.20: Diagrama esquemático da posição inicial do cilindro interno para o escoamento de Taylor-Couette com molas.

Foram simulados seis casos para o escoamento de Taylor-Couette com molas, sendo utilizados cinco números de Taylor diferentes ( $Ta = 100, 105, 110, 115, 120$ ) e para cada caso

utilizou-se a malha numérica 80x80x160 definida anteriormente como padrão para todas as simulações. As Figuras 4.21 e 4.22 mostram a variação temporal das componentes x e y do centro do cilindro interno, respectivamente, para todos os números de Taylor estudados. Observa-se para todos os  $Ta$  que as variações são semelhantes e que com o desenvolvimento do escoamento o cilindro tende a posição de equilíbrio no centro do domínio. Para a direção x observa-se que o cilindro mantém pequenas oscilações abaixo da posição central, enquanto que para a direção y essas oscilações ficam sempre em torno da posição central. Segundo Borges (2011) o sistema só atinge o equilíbrio total após 75s de simulação.

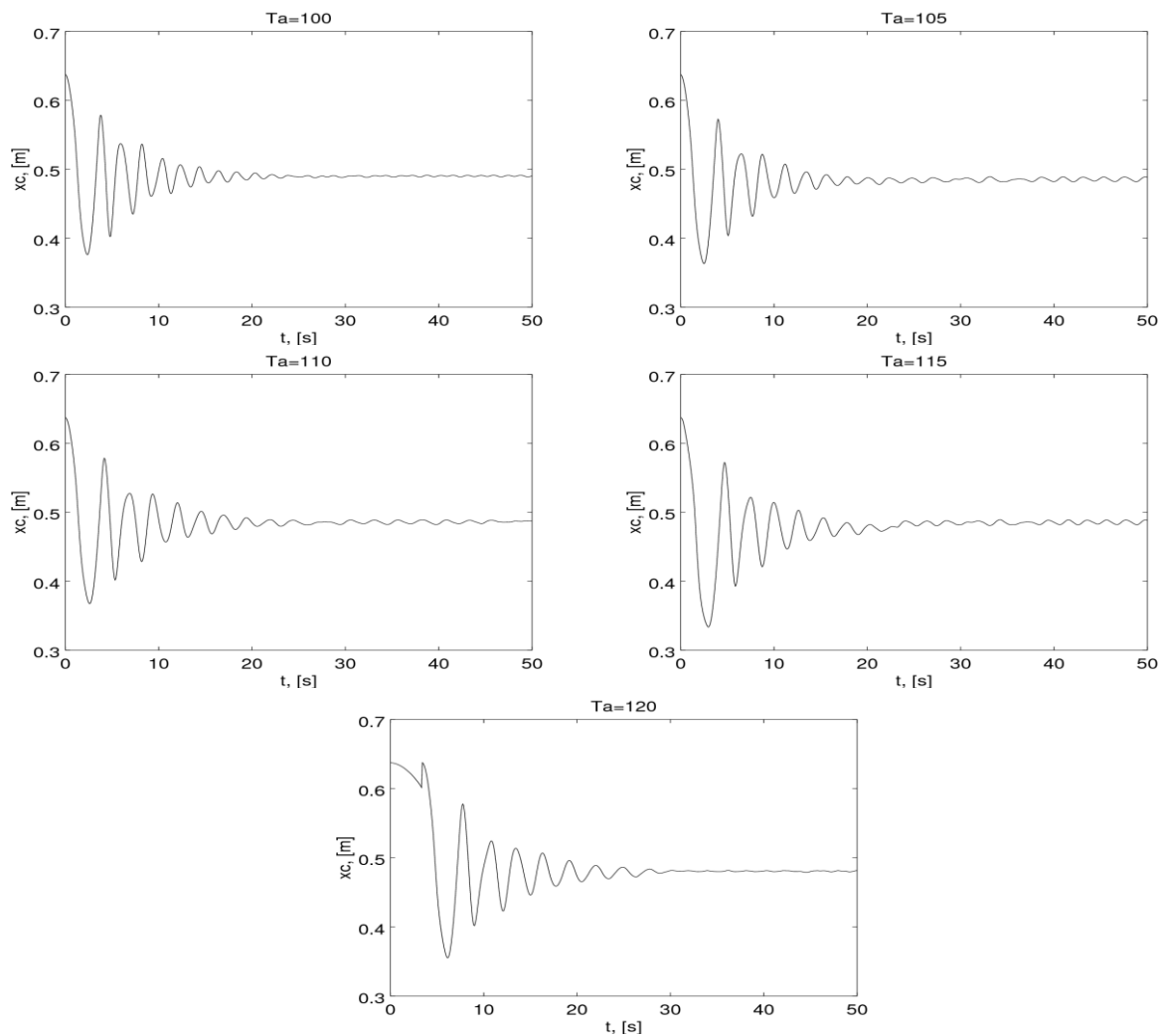


Figura 4.21: Variação temporal do centro do cilindro interno na direção x.

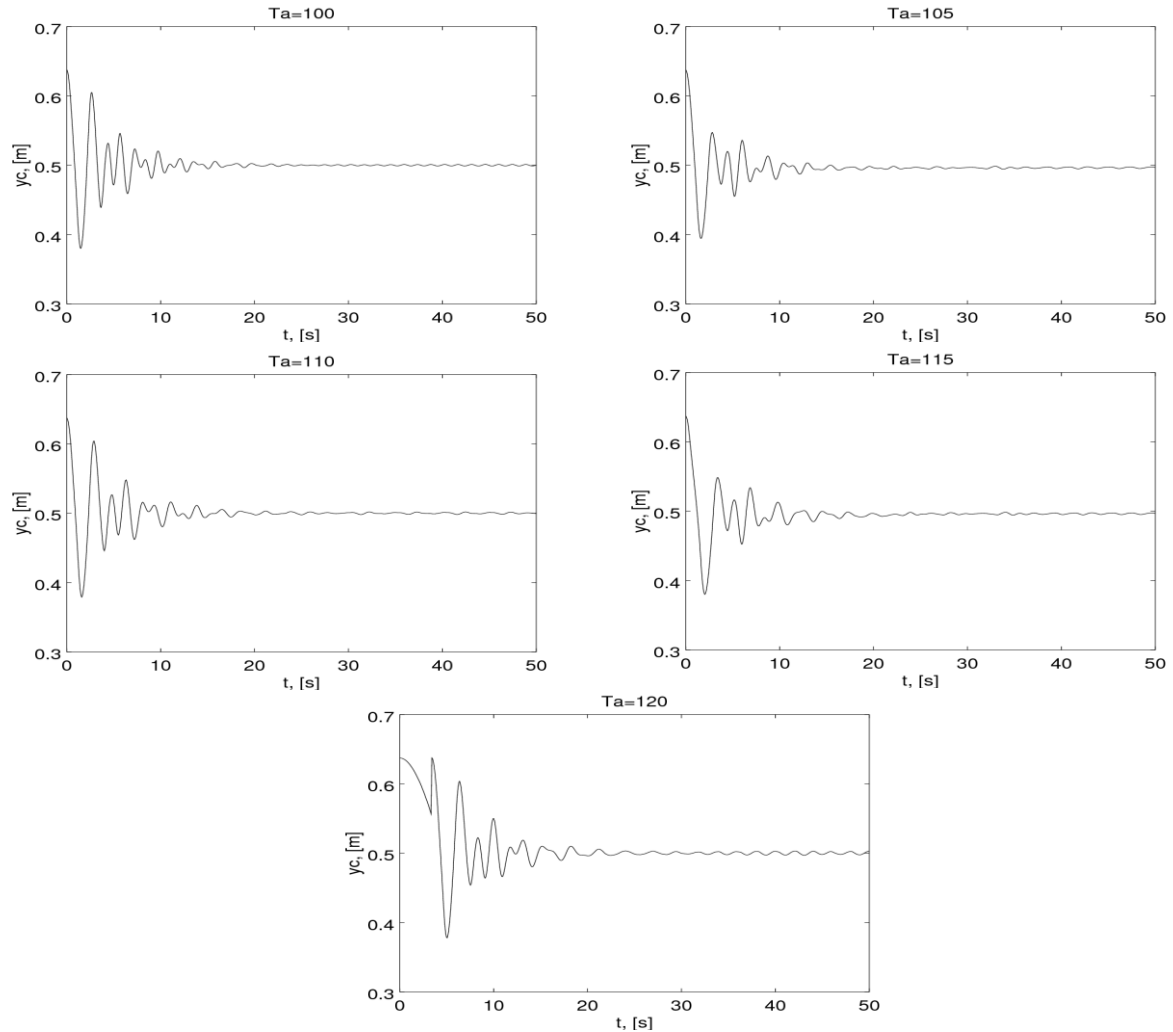


Figura 4.22: Variação temporal do centro do cilindro interno na direção  $y$ .

Na Figura 4.23 apresenta-se o deslocamento do centro do cilindro interno para todos os números de Taylor utilizados, sendo que inicialmente tem-se a máxima energia elástica aplicada sobre o cilindro interno a qual é gradativamente diminuída devido a ação das forças viscosas que amortecem o seu movimento. Observa-se que para todos os  $Ta$  utilizados tem-se a mesma tendência de movimento que pode ser justificado pelo fato de a velocidade de translação ser maior que a velocidade de rotação do cilindro interno no início do escoamento, fazendo com que os efeitos devido ao aumento do número de Taylor não sejam percebidos. Porém, à medida que o escoamento se desenvolve e os efeitos devido à rotação do cilindro interno se tornam mais pronunciados que os de translação devido a ação do sistema de molas, existe mudança apenas

quantitativa no deslocamento do cilindro interno já que a tendência do movimento ainda é a mesma para todos os  $Ta$ . Além disso, na faixa de  $Ta$  estudada não foi verificada uma indução de movimento do cilindro interno devido a formação das instabilidades de Taylor, levando o sistema de molas a uma condição de equilíbrio.

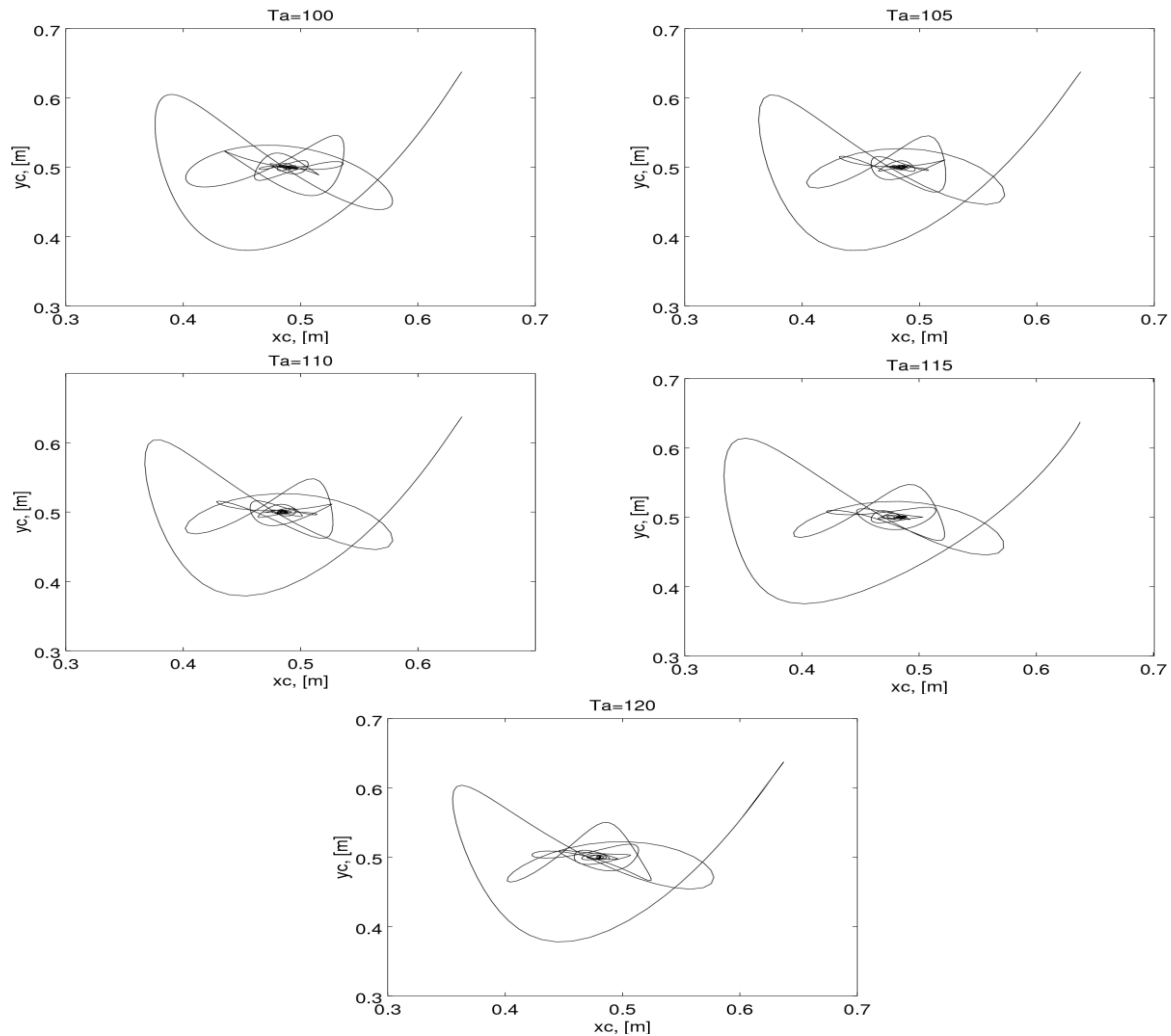


Figura 4.23: Posição do centro do cilindro interno durante o processo de interação fluido-estrutura por molas em diferentes números de Taylor.

Andereck et al. (1986) realizaram um trabalho experimental para caracterizar o escoamento entre cilindros concêntricos rotativos independentes e obtiveram uma grande variedade de padrões de escoamento, dentre os quais padrões ondulados. Acredita-se que tais padrões podem induzir algum tipo de perturbação no sistema ao ponto de existir um



deslocamento do cilindro interno devido a interação fluido-estrutura. Este tipo de interação é observado, por exemplo, em problemas de VIV (Vibração Induzida por Vórtices) onde um corpo sólido imerso em um fluido apresenta movimento devido ao desprendimento de vórtices quando existe a igualdade entre as frequências natural do corpo e dos vórtices.

As Figuras 4.24 até 4.28 apresentam os diagramas de cores para a componente  $u$  de velocidade em planos  $xy$  extraídos em  $z = 1\text{m}$  bem como a projeção do vetor velocidade nestes planos, em diferentes instantes e para todos os  $Ta$  estudados. Observa-se que para todos os  $Ta$  o fluido está inicialmente estático ao longo de todo o domínio, com exceção da região próxima ao cilindro interno onde existe movimento do fluido devido a rotação que é imposta. À medida que o escoamento se desenvolve o cilindro interno se movimenta devido a ação do sistema de molas e forças viscosas do fluido, provocando alteração no campo de velocidade que pode ser observado pelo surgimento de regiões onde o fluido tem movimentação oposta à rotação que foi imposta inicialmente. Devido a movimentação do cilindro interno e consequente modificação do campo de velocidade, pode-se afirmar que o campo de força que atua sobre os cilindros também é modificado o que pode gerar, em situações reais, a ruptura da estrutura. Por fim, pode-se observar que para todos os  $Ta$  o sistema cilindro interno-molas atinge o equilíbrio e o campo de velocidade matem a mesma tendência de escoamento rotativo sem a presença de instabilidades que possam reconduzir a um movimento devido a interação fluido-estrutura. Além disso, fica claro que a tendência do movimento é a mesma para todos os casos, porém, em instantes iguais as posições para diferentes  $Ta$  não são idênticas reforçando que o número de Taylor influencia quantitativamente no movimento do cilindro interno.

A Figura 4.29 apresenta os contornos para a componente  $w$  de velocidade para a condição de equilíbrio do sistema de molas para todos os números de Taylor. Observa-se a formação das instabilidades de Taylor-Couette (vórtices toroidais contrarotativos e axisimétricos) em todos os casos. Por esta figura, fica claro que o aumento do  $Ta$  faz surgir um número maior de vórtices e com uma intensidade da componente  $w$  maior. Assim, para números de Taylor na faixa entre 100 e 110 são formados 4 pares de vórtices toroidais, conforme Figuras 4.29(a), (b) e (c), e para  $Ta \geq 115$  são formados 5 pares de vórtices, mostrados nas Figuras 4.29(d), (e) e (f). Além disso, observa-se que para  $Ta \geq 115$  o escoamento ainda não é axisimétrico e, por isso, os vórtices apresentam espessuras diferentes ao longo do eixo axial. Isto pode justificar o fato do custo

computacional se tornar maior com o aumento do  $Ta$ , fazendo com que seja necessário um tempo de simulação maior para alcançar o regime permanente.

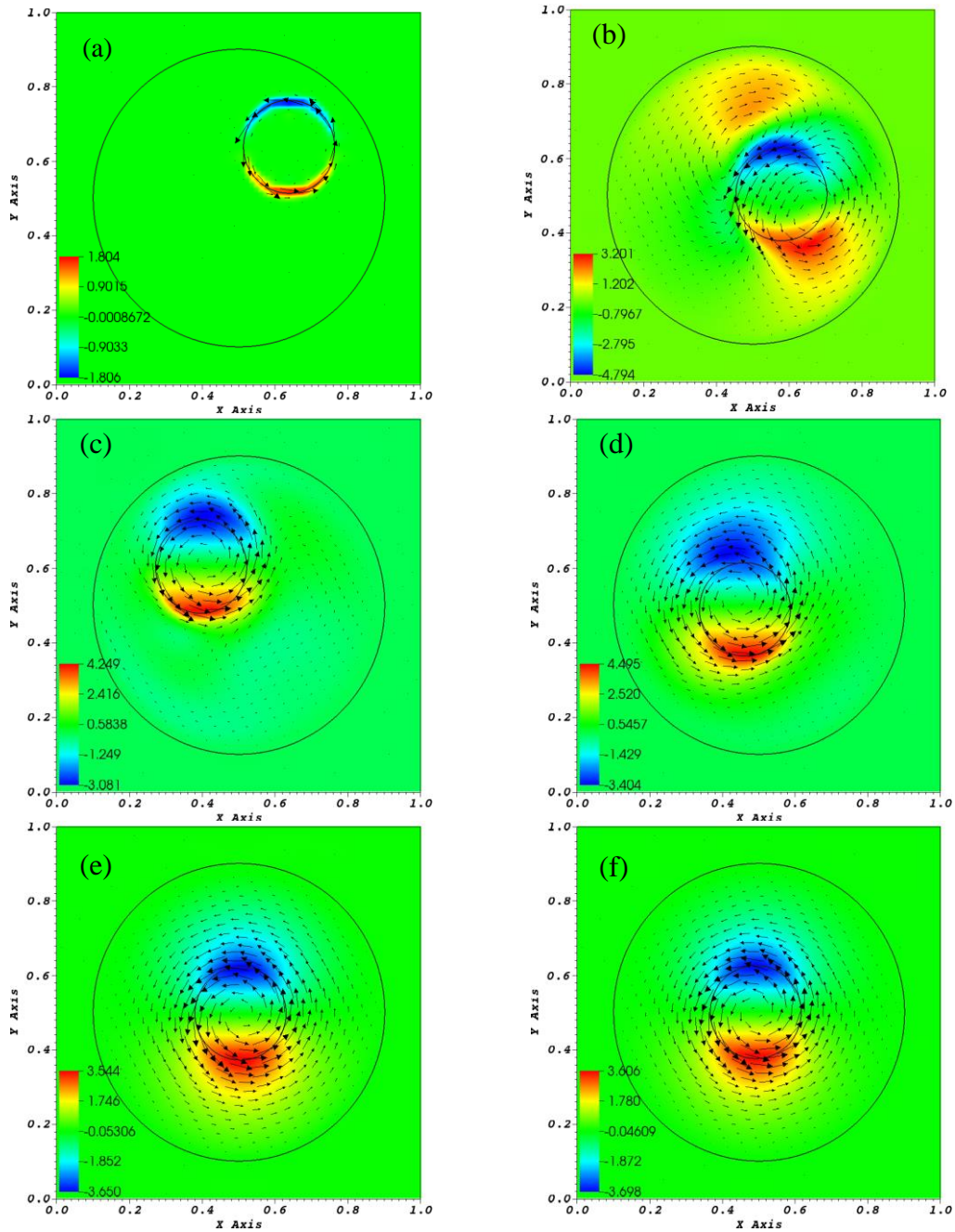


Figura 4.24: Diagramas de cores para a componente  $u$  da velocidade em diferentes instantes para  $Ta=100$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente.

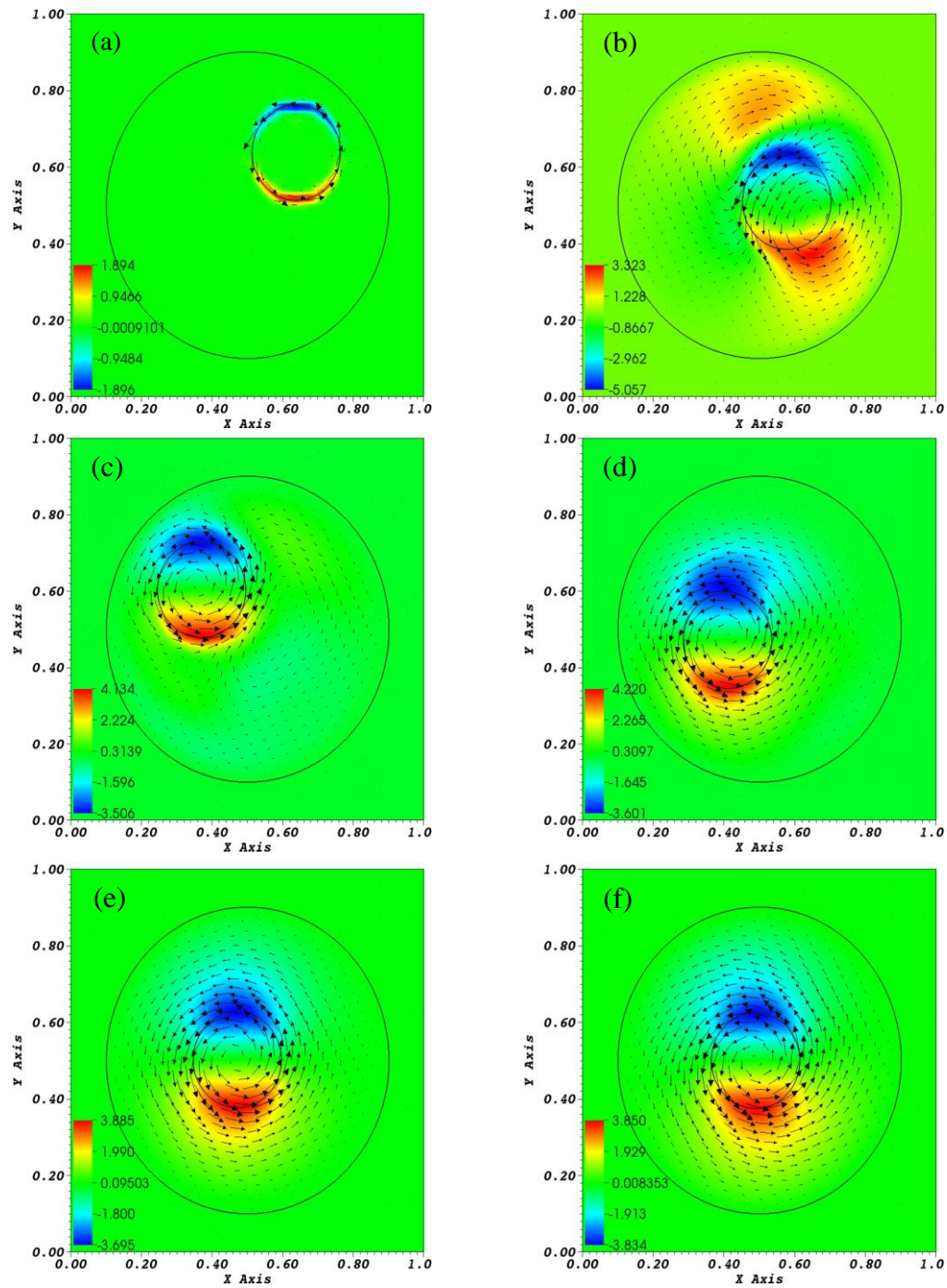


Figura 4.25: Diagramas de cores para a componente  $u$  da velocidade em diferentes instantes para  $Ta=105$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente.

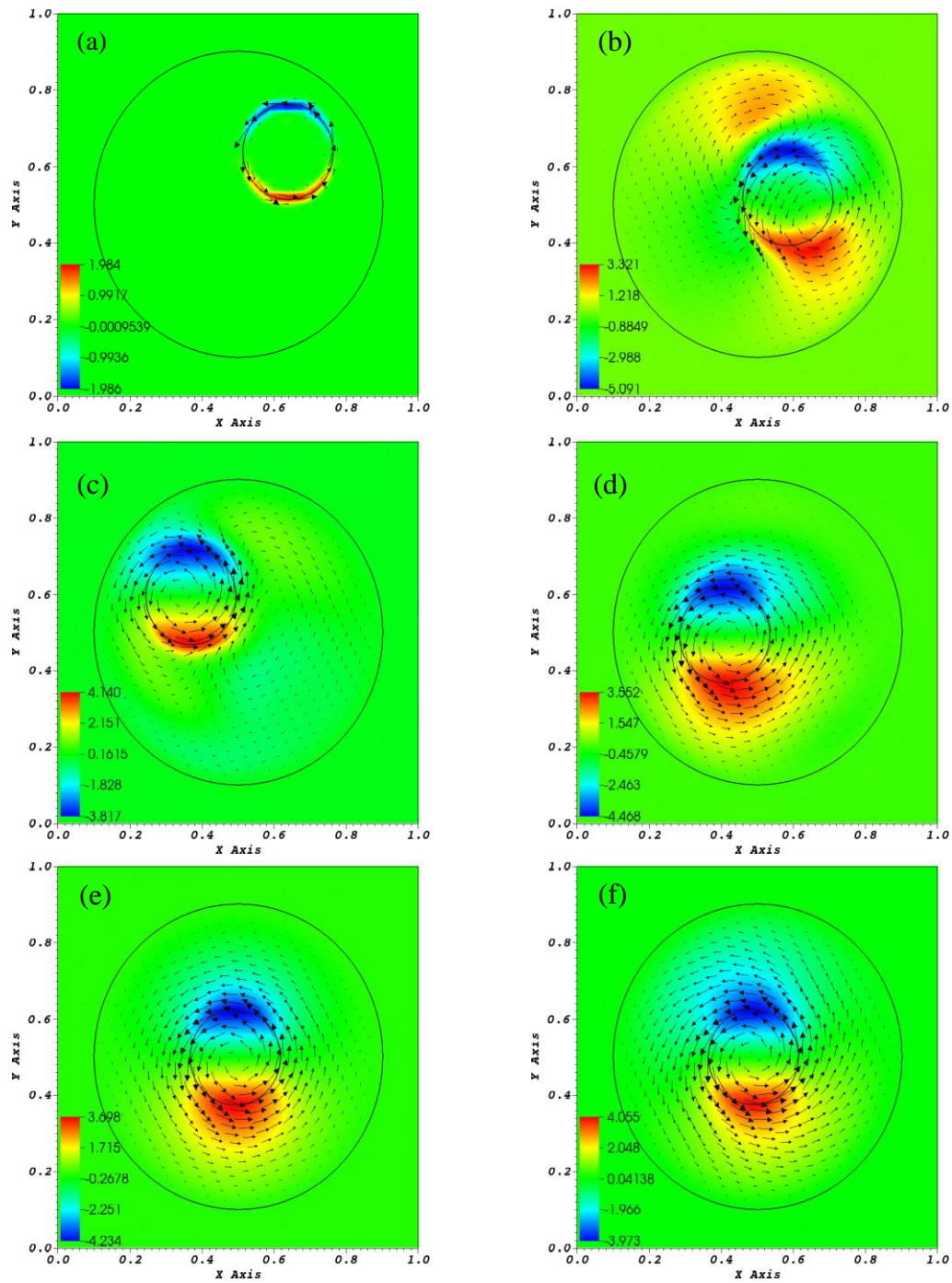


Figura 4.26: Diagramas de cores para a componente u da velocidade em diferentes instantes para  $Ta=110$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente.



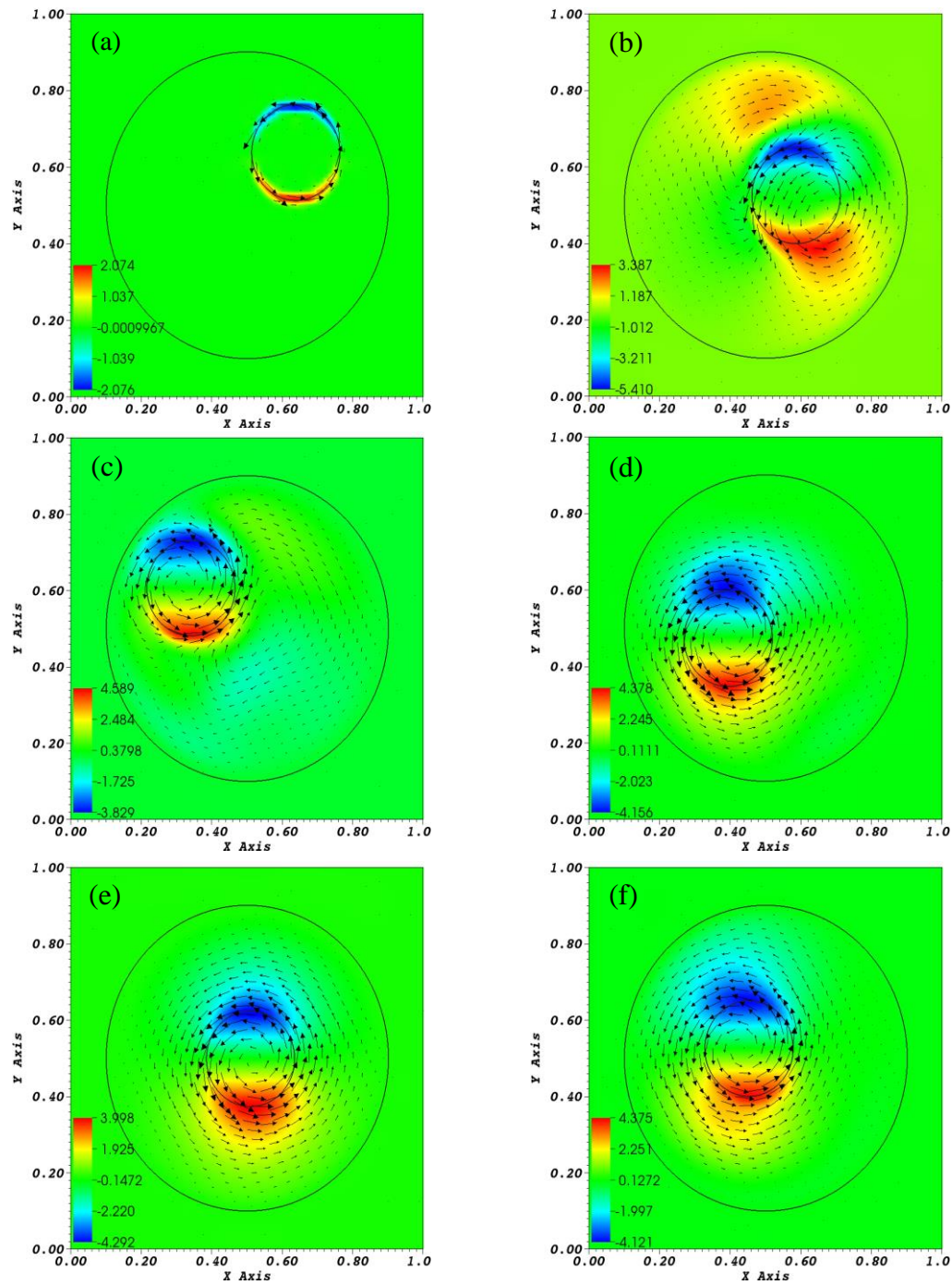


Figura 4.27: Diagramas de cores para a componente  $u$  da velocidade em diferentes instantes para  $Ta=115$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente.

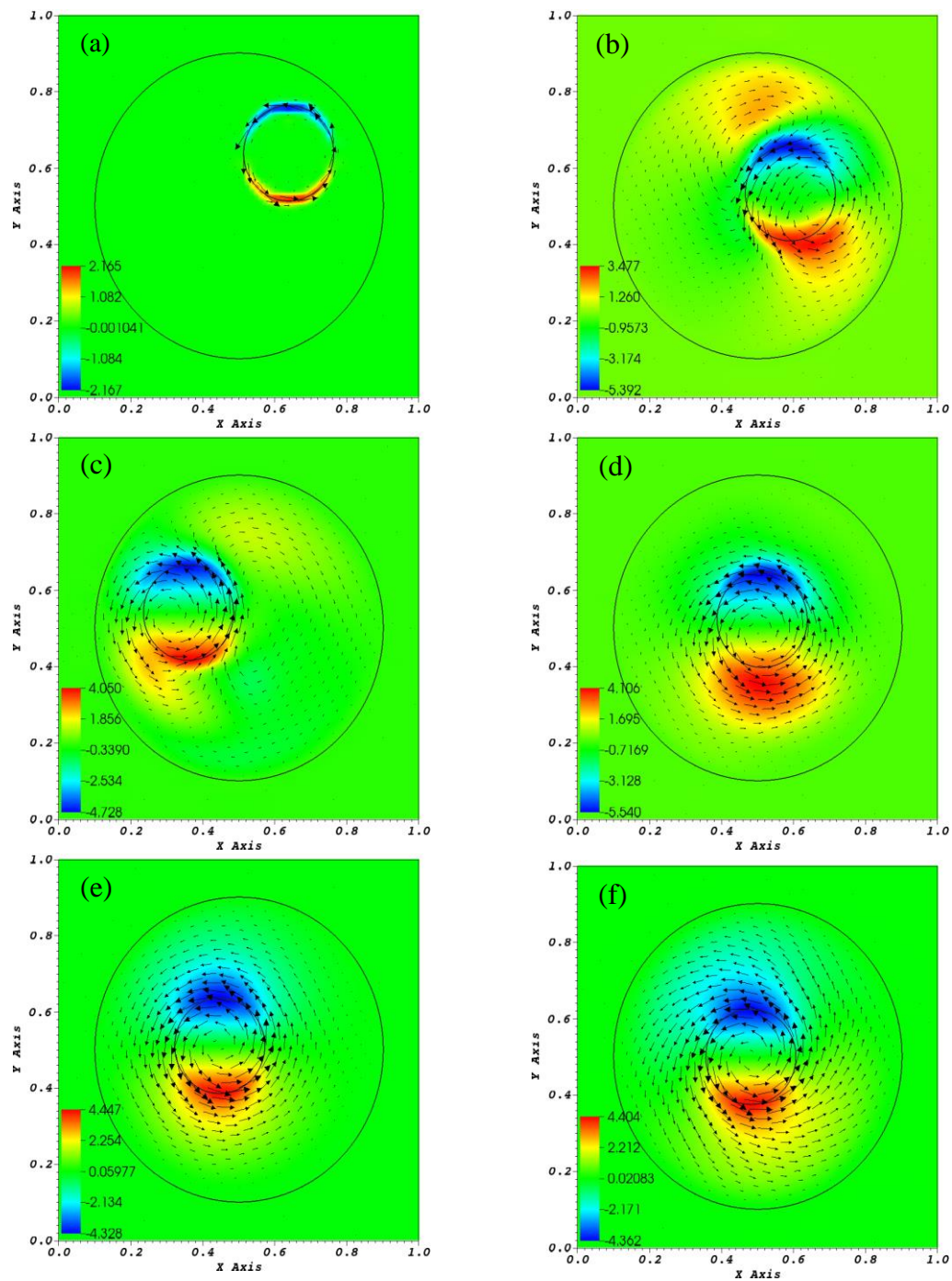


Figura 4.28: Diagramas de cores para a componente  $u$  da velocidade em diferentes instantes para  $Ta=120$ : (a) 0,0 s; (b) 1s; (c) 3,25s; (d) 10s; (e) 20s e (f) 40s, respectivamente.

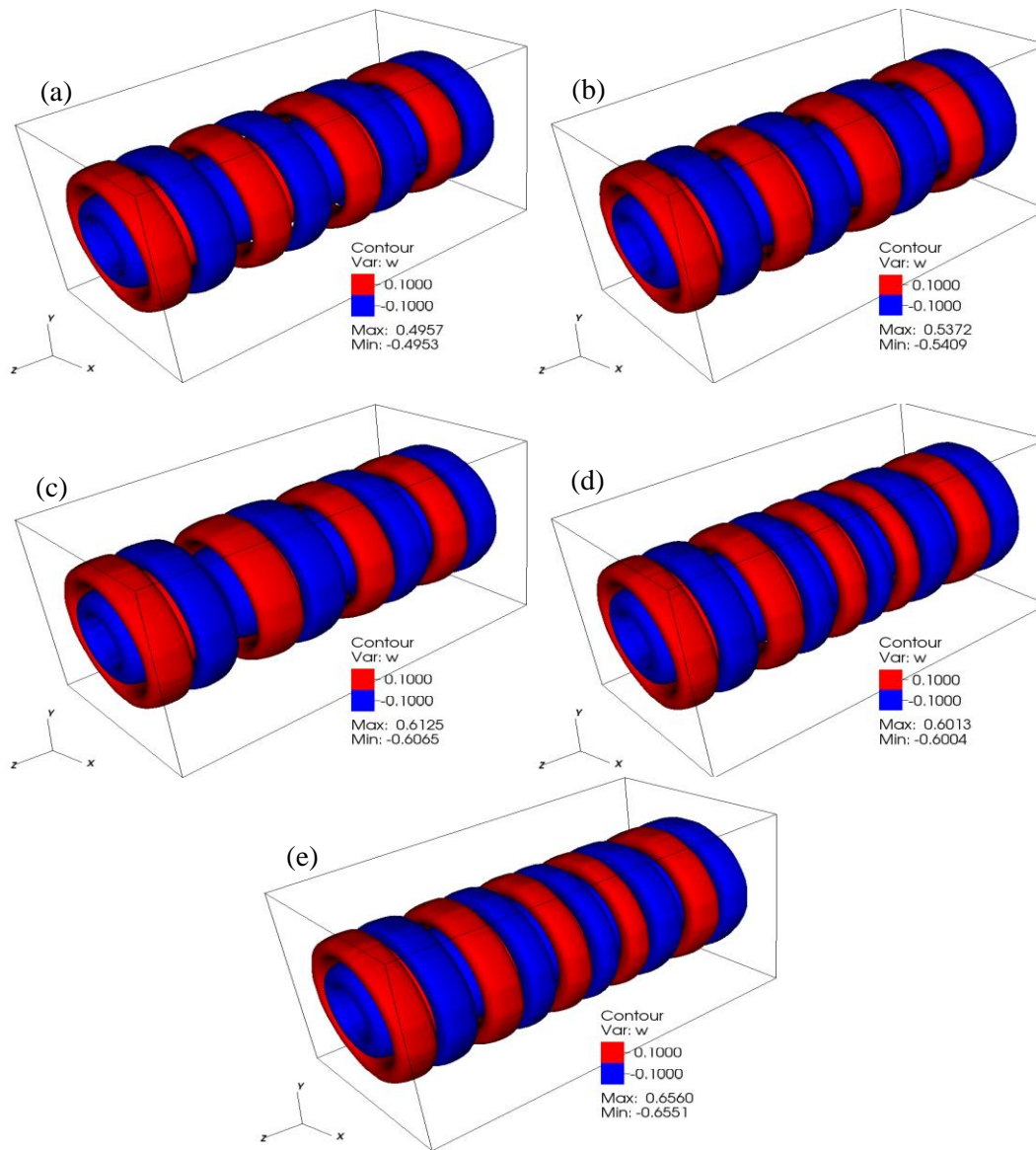


Figura 4.29: Contorno da componente  $w = -0,1$  m/s e  $w = 0,1$  m/s para diferentes números de Taylor: (a)  $Ta = 100$ ; (b)  $Ta = 105$ ; (c)  $Ta = 110$ ; (d)  $Ta = 115$  e (e)  $Ta = 120$ .

Na Figura 4.30 apresenta-se a o campo de velocidade e o diagrama de cores para a componente  $w$  de velocidade para todos os  $Ta$  estudados na condição de equilíbrio do sistema de molas, em um plano perpendicular à direção  $x$  localizado no espaço anular superior ( $y_{inicial}=0,625$ m e  $y_{final}=0,9$ m) e no início da direção axial ( $z_{inicial}=0$  e  $z_{final}=0,5$ m). Com isso, é possível verificar a dinâmica do escoamento para o primeiro par de vórtices formados. Observa-se a formação de regiões com movimentos rotativos em um vórtice toroidal, sendo o sentido da



rotação modificado no vórtice subsequente fazendo surgir um escoamento radial bastante intenso entre um par de vórtices. Além disso, nota-se que o par de vórtices é comprimido na direção axial à medida que o  $Ta$  é aumentado, o que é justificado pelo número maior de vórtices toroidais que são criados.

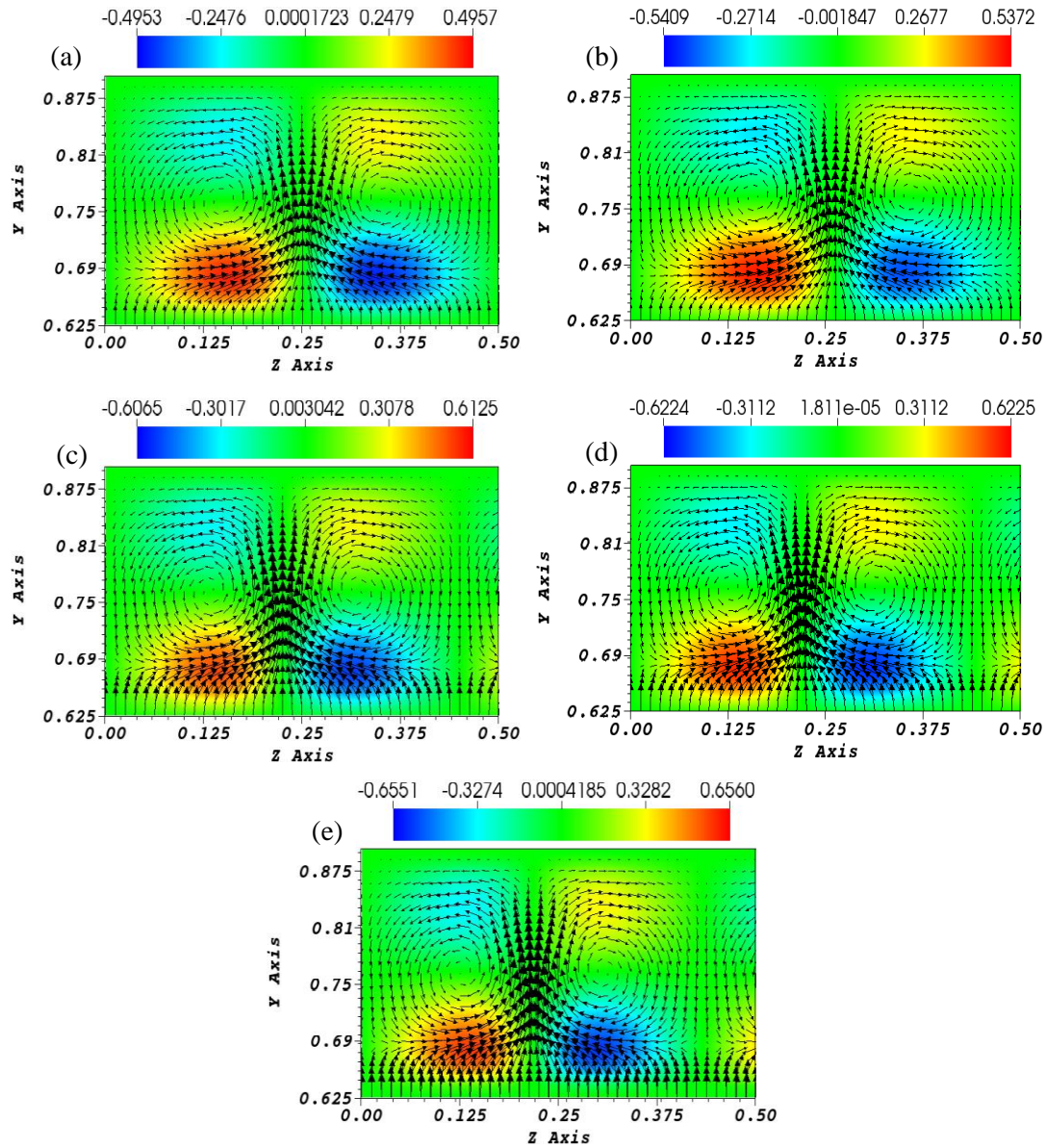


Figura 4.30: Campo de velocidade e diagrama de cores para a componente  $w$  de velocidade no regime estacionário para diferentes números de  $Ta$ : (a)  $Ta = 100$ ; (b)  $Ta = 105$ ; (c)  $Ta = 110$ ; (d)  $Ta = 115$  e (e)  $Ta = 120$ .



Na Figura 4.31 mostra-se a comparação com trabalhos da literatura do perfil da componente de velocidade radial adimensional  $u_r/(R_i\omega)$  na direção axial para  $Ta = 100$ . No trabalho de Padilla e Silveira Neto (2008) utilizou-se coordenadas cilíndricas e os métodos de fronteira imersa com Modelo Físico Virtual (MFV) e de Multiforçamento Direta (MDF). Já Borges (2011) usou malhas cartesianas regulares e o método de Multiforçamento Direta (MDF). Por fim, Lourenço (2012) utilizou refinamento *octree* e o MDF com Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS). Verifica-se que todos os perfis da Figura 4.31 têm a mesma tendência e que existe uma boa concordância com os resultados da literatura. Este perfil representa exatamente a região descrita na Figura 4.30(a) onde se observa a partir dos vetores velocidade um escoamento radial bastante intenso na região compreendida entre dois pares de vórtices contrarotativos.

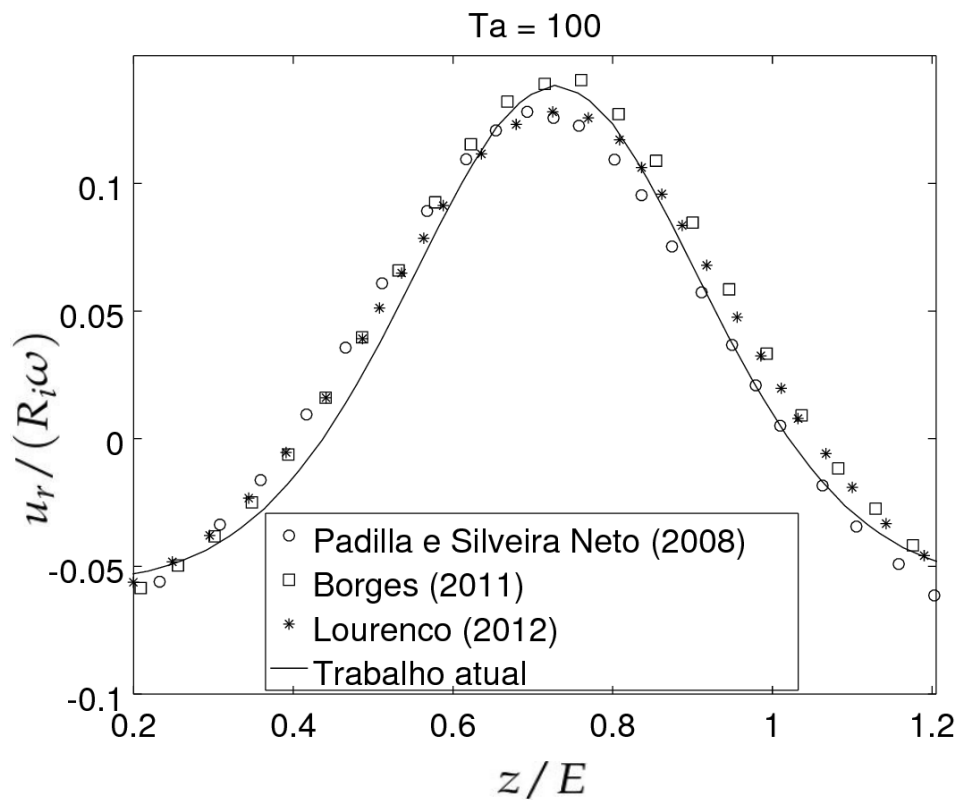


Figura 4.31: Variação da componente radial de velocidade adimensional  $u_r/(R_i\omega)$  sobre a linha axial no centro dos vórtices para  $Ta = 100$ .

Já na Figura 4.32 apresenta-se a comparação com os mesmos trabalhos da literatura usados anteriormente, do perfil da componente axial de velocidade adimensional  $w/(R_i\omega)$  na direção radial na linha que passa pelo núcleo de um dos vórtices toroidais para  $Ta = 100$ . Neste caso, nota-se que existe uma leve diferença entre os perfis, principalmente nas regiões de velocidades máxima e mínima. Segundo Lourenço (2012) estas diferenças se dão em função do refinamento da malha próximo ao domínio lagrangiano, que em seu trabalho foi substancialmente melhorada pela aplicação do refinamento por níveis (*octree*).

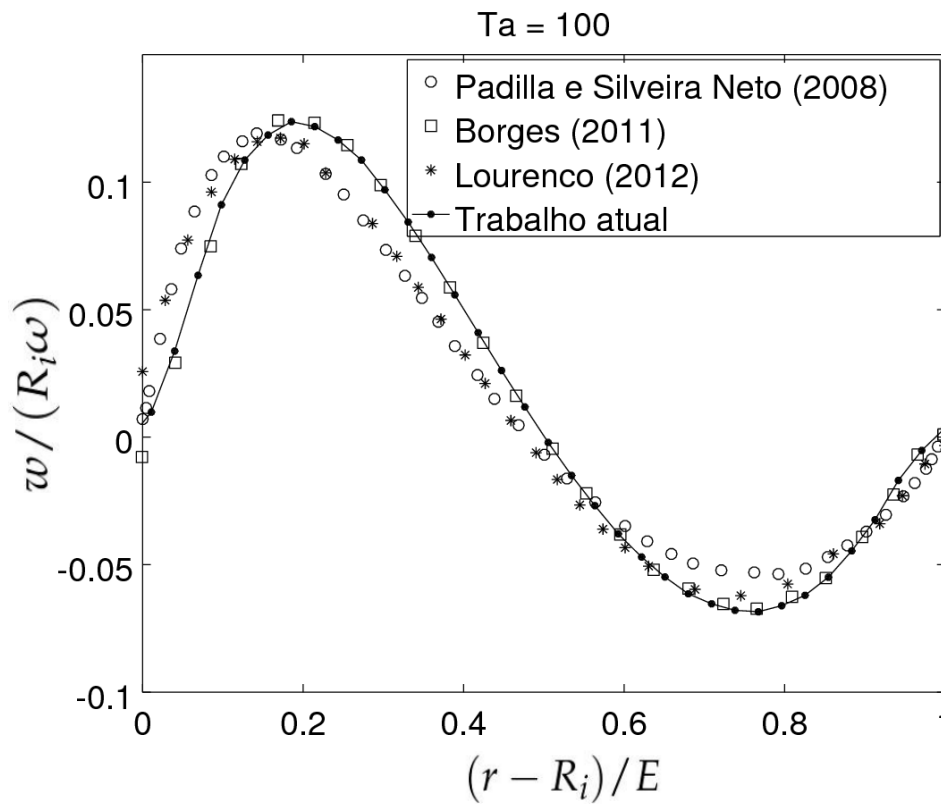


Figura 4.32: Variação da componente axial de velocidade adimensional  $w/(R_i\omega)$  na direção radial na linha que passa pelo núcleo de um dos vórtices para  $Ta = 100$ .

Na Figura 4.33 apresenta-se a comparação dos perfis da componente de velocidade radial adimensional  $u_r/(R_i\omega)$  na direção axial para todos os  $Ta$  estudados. Verifica-se que todos os perfis apresentam a mesma forma parabólica sendo o valor máximo da velocidade radial adimensional aumentado à medida que se aumenta o número de Taylor. Além disso, os perfis são

levemente deslocados com o aumento do  $Ta$  o que é justificado pelo aumento do número vórtices que são formados, conforme mostrado anteriormente na Figura 4.29.

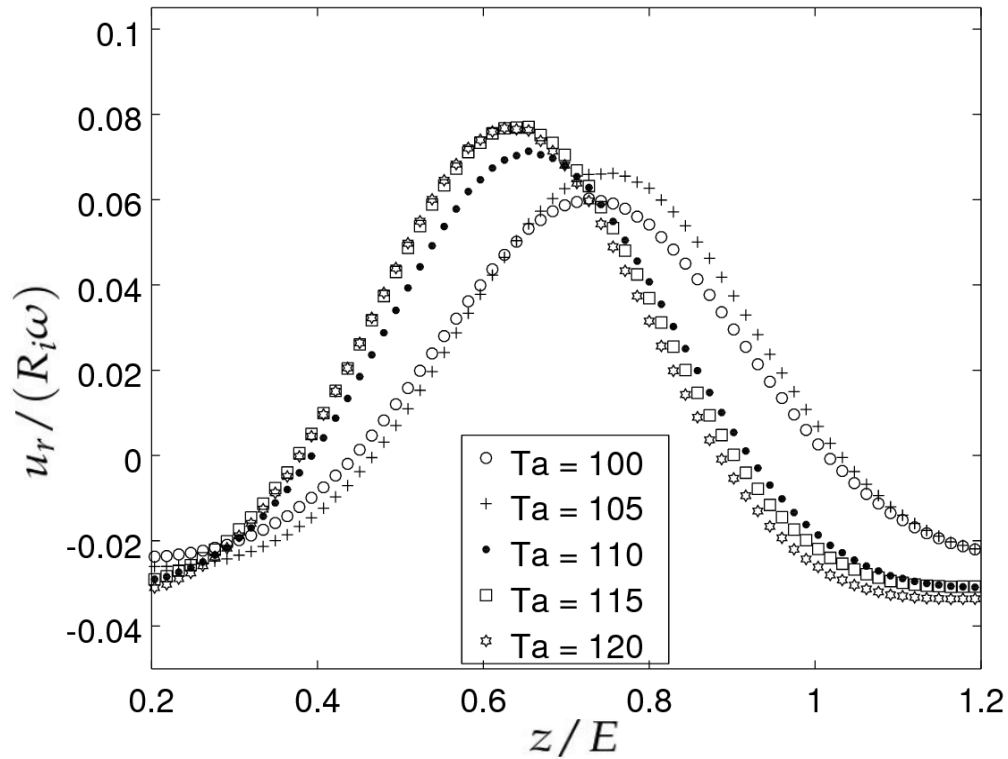


Figura 4.33: Variação da componente radial de velocidade adimensional  $u_r/(R_i\omega)$  sobre a linha axial no centro dos vórtices para diferentes  $Ta$ .

A Figura 4.34 agrupa os perfis da componente axial de velocidade adimensional  $w/(R_i\omega)$  na direção radial na linha que passa pelo núcleo do primeiro vórtice toroidal para todos os números de Taylor estudados. Verifica-se que neste caso não existe uma diferença considerável entre os perfis para diferentes  $Ta$  e todos apresentam a mesma tendência, mostrando que o aumento do número de Taylor na faixa estudada não influencia a dinâmica do escoamento em um par de vórtices.

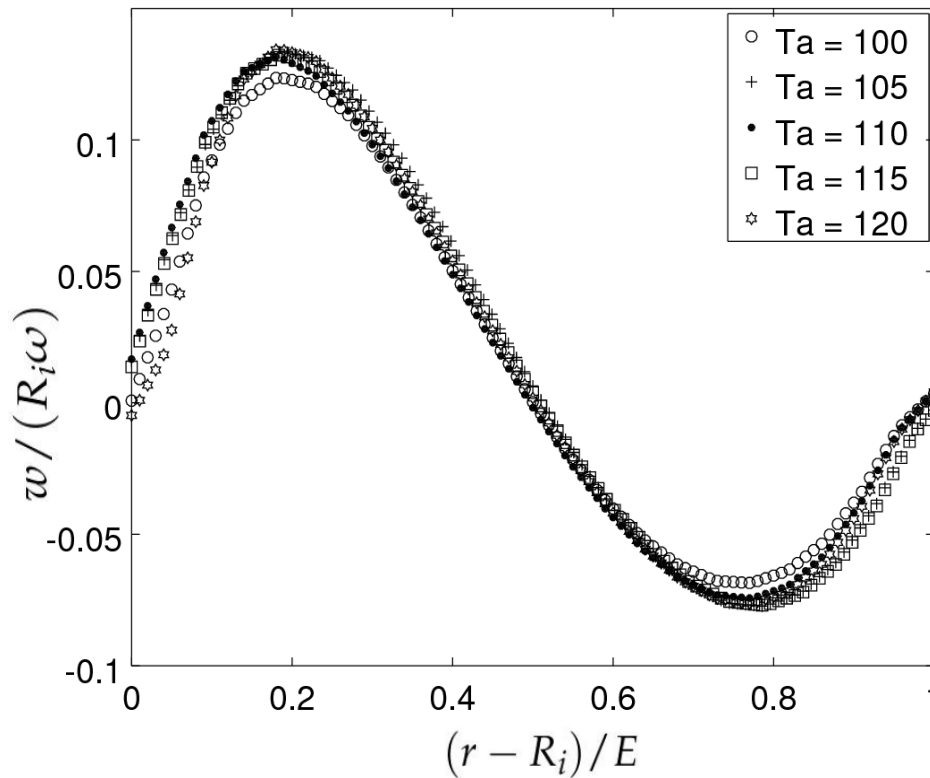


Figura 4.34: Variação da componente axial de velocidade adimensional  $w/(R_i\omega)$  na direção radial na linha que passa pelo núcleo do primeiro vórtice para diferentes  $Ta$ .

A Figura 4.35 apresenta o desenvolvimento temporal dos perfis da componente  $v$  de velocidade para os casos com menor ( $Ta = 100$ ) e maior ( $Ta = 120$ ) número de Taylor considerados para o escoamento de Taylor-Couette com molas. Tais perfis foram extraídos sobre a linha que passa sobre o centro do espaço anular ( $y=0,7625m$  e  $x=0,5m$ ) ao longo de toda a direção axial. Assim como descrito para o escoamento de Taylor-Couette-Poiseuille, nota-se que para ambos os casos tem-se perfis com padrão de picos e vales, sendo que os picos correspondem às regiões onde os escoamentos contra rotativos de um par de vórtices se juntam. Como nestes casos considerou-se a interação fluido-estrutura, nos instantes iniciais existe uma grande influência do movimento do cilindro interno sobre a intensidade de  $v$ , sendo os perfis correspondentes a retas, pois os vórtices toroidais ainda não foram formados. Com o desenvolvimento do escoamento, nota-se que existe a deformação dos perfis de forma axisimétrica para ambos os  $Ta$  considerados. Além disso, verifica-se que o aumento do  $Ta$

provoca um aumento na intensidade de  $v$  e no número de picos, sendo este comportamento justificado pelo aumento dos vórtices toroidais, conforme mostrado na Figura 4.29. Para ambos os  $Ta$  nota-se, nos instantes 25s e 30s, que os picos são maiores nas extremidades do domínio e, como consequência, pode-se afirmar que os vórtices são formados da mesma forma sendo este fenômeno justificado pela condição de periodicidade que foi utilizada para estes escoamentos.

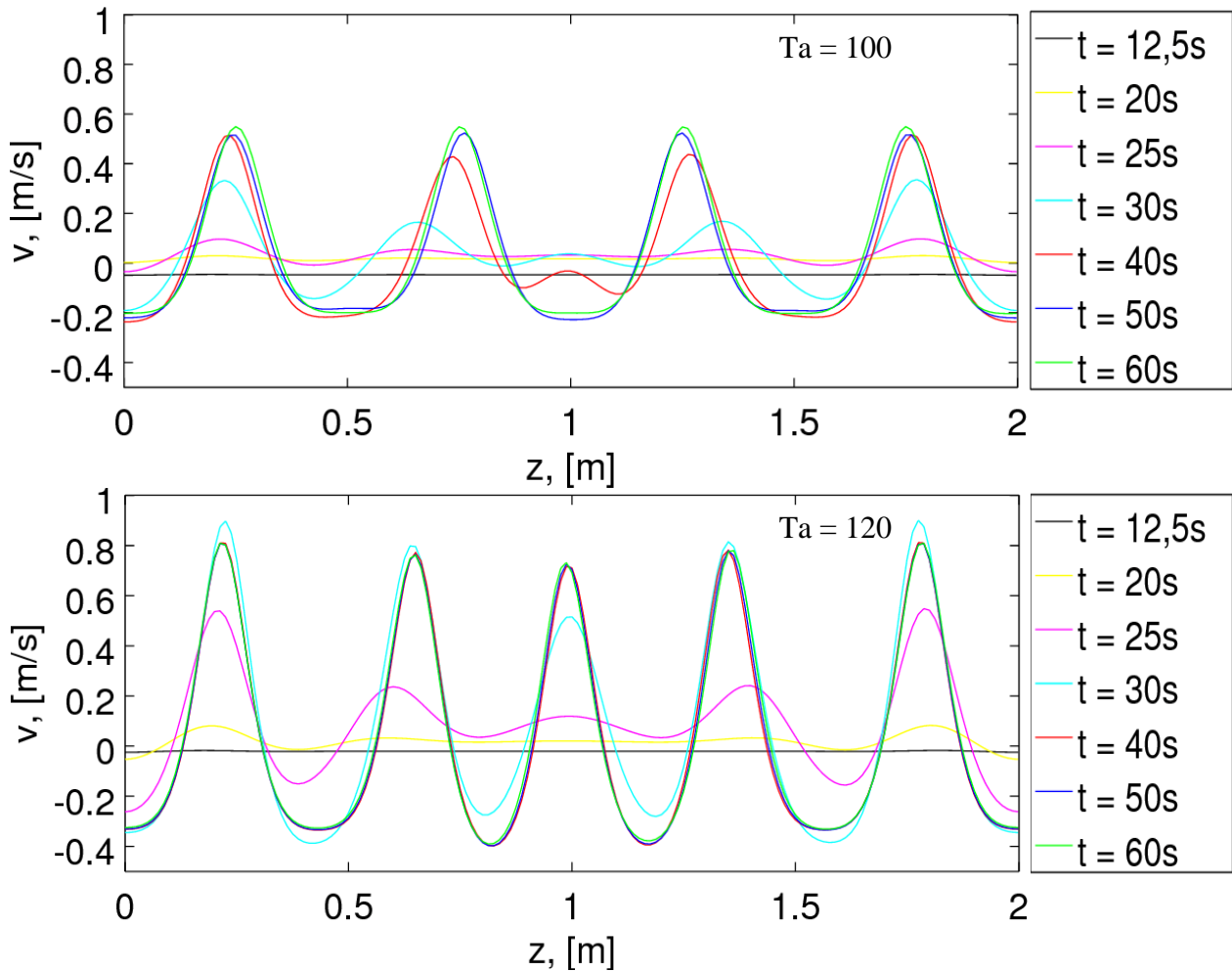


Figura 4.35: Perfis da componente  $v$  de velocidade em diferentes instantes para o escoamento de Taylor-Couette com molas para  $Ta = 100$  e  $Ta = 120$ .

Já a Figura 4.36 apresenta o tratamento dos sinais temporais das componentes  $u$  e  $v$  da velocidade usando FFT (Transformada Rápida de Fourier), para todos os números de Taylor estudados. Com isso, tem-se a frequência versus a energia associada às componentes de velocidade ou o espectro de energia no domínio de frequências. Nota-se que não existe uma

relação bem definida entre frequência fundamental com que o sistema oscila e a variação do número de Taylor. Porém, observa-se que as frequências fundamentais para as componentes u e v são as mesmas para os números de Taylor  $Ta=100$ , 105, 110 e 115.

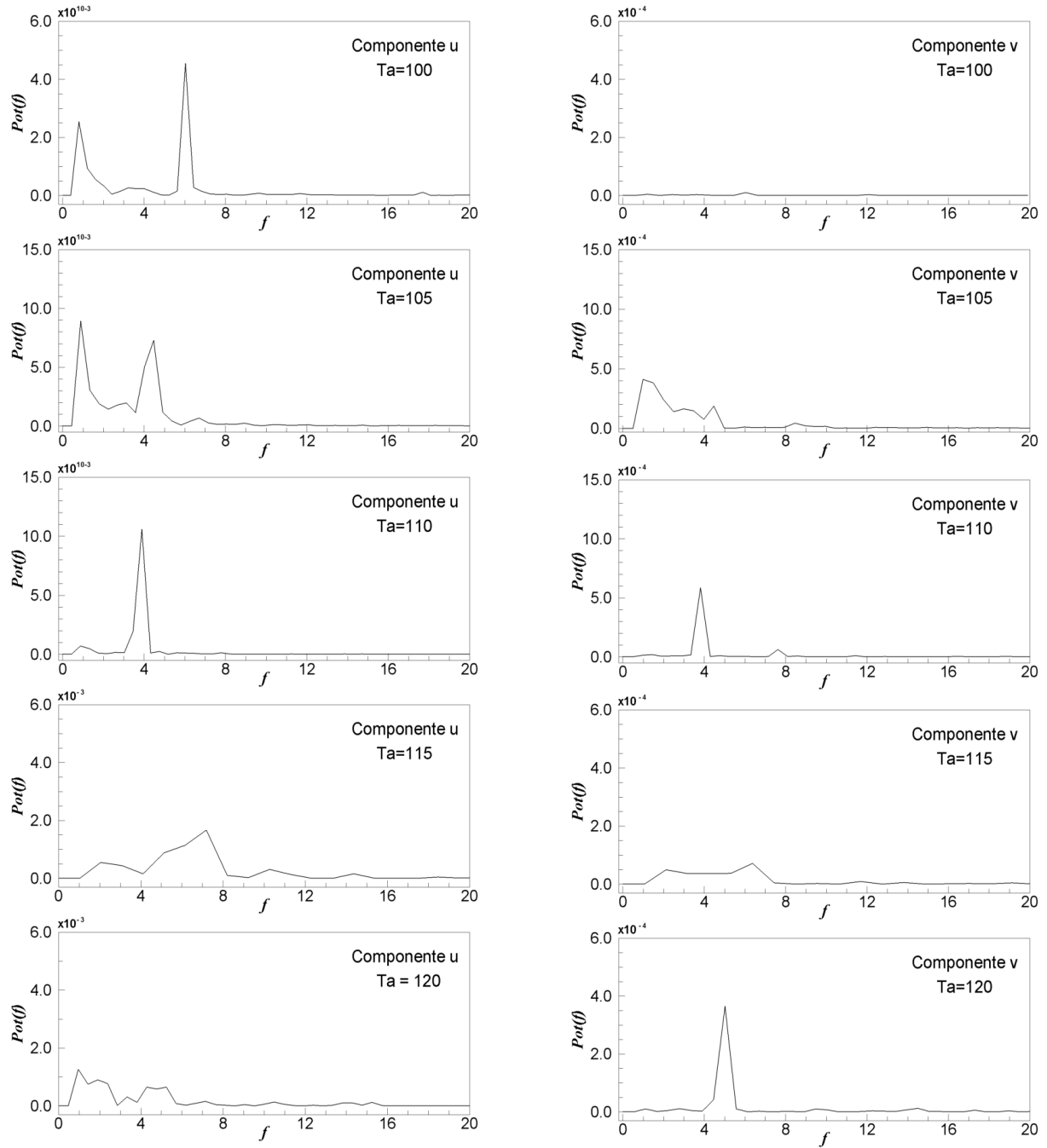


Figura 4.36: Espectro de energia no domínio das frequências para u e v.

## 4.7 Escoamento de Taylor-Couette espiral com molas

O último problema relacionado a escoamentos em espaços anulares abordado neste trabalho é o de Taylor-Couette espiral com molas o qual é similar ao Taylor-Couette-Poiseuille abordado anteriormente. As únicas diferenças são que no escoamento de Taylor-Couette espiral com molas o movimento axial é imposto através da velocidade do canal interno e não da pressão. Ou seja, para este caso utilizou-se o modelo de molas para a interação fluido-estrutura de tal forma que o cilindro interno tenha movimento na direção radial ( $x, y$ ). A velocidade é imposta na direção axial (componente  $w$ ) apenas sobre a superfície do cilindro interno. As simulações foram feitas para dois números de Reynolds diferentes ( $Re = 5, 10$ ) e para todos os casos manteve-se o número de Taylor igual a 120. A Figura 4.37 apresenta a variação temporal das componentes  $x$  e  $y$  do centro do cilindro interno para todos os números de Reynolds estudados.

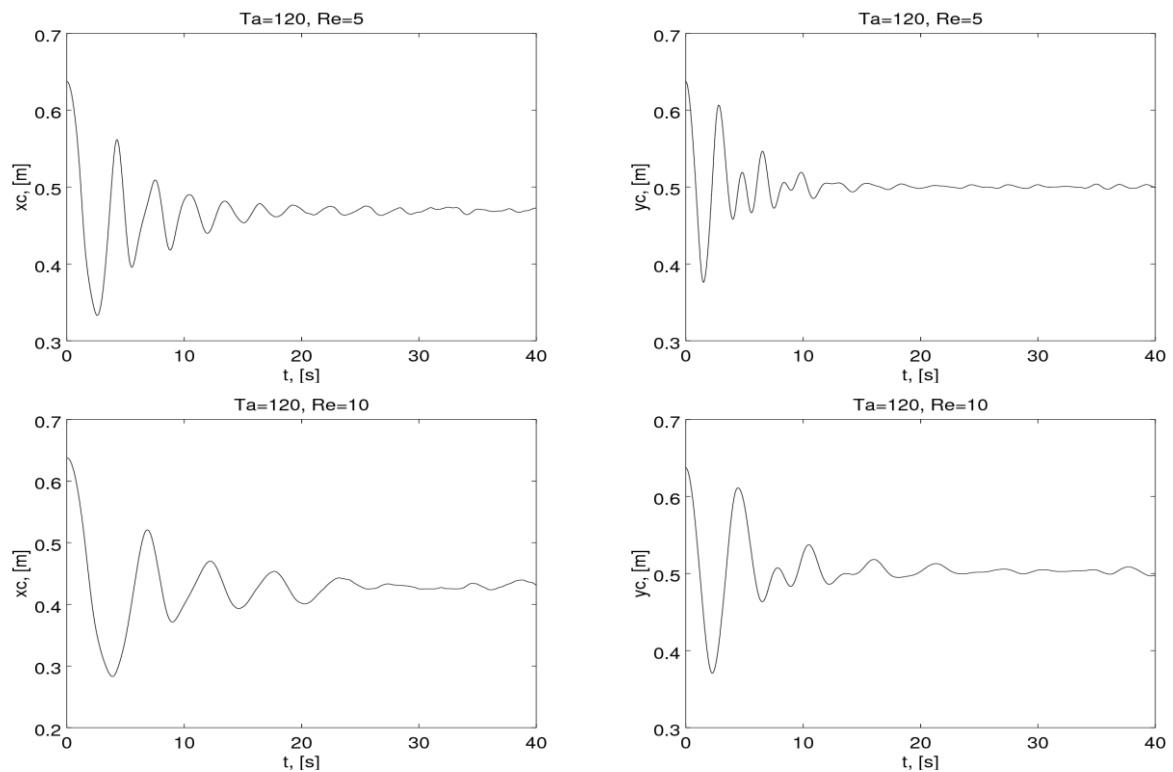


Figura 4.37: Variação temporal das componentes do centro do cilindro interno nas direções  $x$  e  $y$ , para diferentes  $Re$ .

Pela Figura 4.37 observa-se que para o caso com  $Re = 5$  o cilindro interno apresenta um movimento menos amortecido que para o caso do  $Re = 10$  em ambas as direções, visto que em aproximadamente 20 s para o caso com  $Re = 5$  se tem um movimento com oscilações próximas aos valores do centro do domínio, enquanto que para o  $Re = 10$  tem-se varrições bem maiores. Porém, nota-se que a tendência do deslocamento em ambas as direções é a mesma para os casos estudados, ratificando o que foi verificado para o escoamento de Taylor-Couette com molas onde o aumento do número de Taylor provocou mudança apenas quantitativa no movimento do cilindro interno.

Já a Figura 4.38 apresenta o padrão de movimento do cilindro interno para os dois números de Reynolds estudados. Observa-se que a tendência do movimento é semelhante para ambos os casos, porém, existem diferenças quantitativas dos deslocamentos indicando que a variação do número de Reynolds pela imposição de uma velocidade afeta a interação fluido-estrutura sem que haja a indução de movimento do cilindro interno devido ao escoamento.

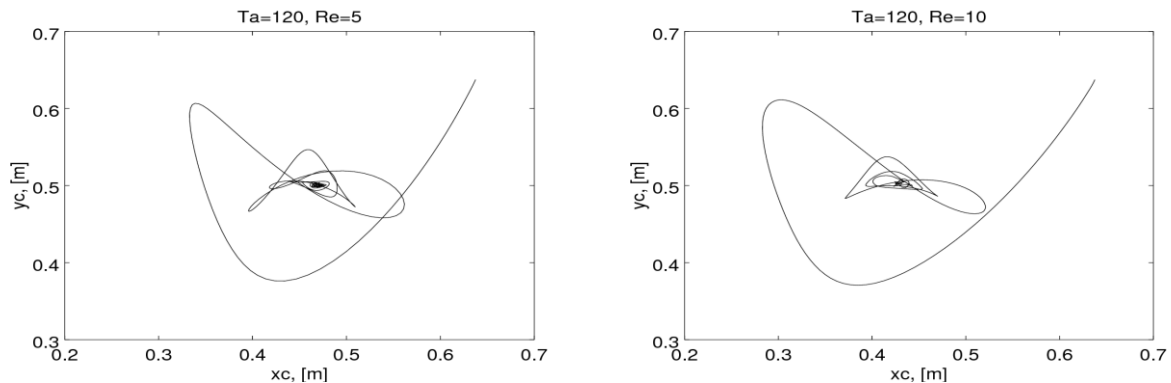


Figura 4.38: Posição do centro do cilindro interno durante o processo de interação fluido-estrutura por molas em diferentes números de Reynolds.

A Figura 4.39 apresenta os contornos para a componente  $w$  de velocidade para a condição em que sistema de molas já está praticamente sem movimento para todos os números de Reynolds estudados, no instante 40s. Observa-se a formação de vórtices toroidais em todos os casos e estes apresentam deformações, indicando que a imposição da velocidade na direção axial de fato influencia no padrão de escoamento que é desenvolvido. Para o caso  $Re = 10$ , nota-se que existe a formação de pares de vórtices desiguais, como observado na Figura 4.40, indicando influência da maior intensidade da velocidade axial do canal interno e das pequenas oscilações da



estrutura nesse instante. Além disso, nota-se que existe diferença no número de pares de vórtices formados, sendo que para o caso  $Re = 5$  foram formados 4 pares e para o caso  $Re = 10$  foram formado 5 pares, sendo que alguns são maiores que os outros.

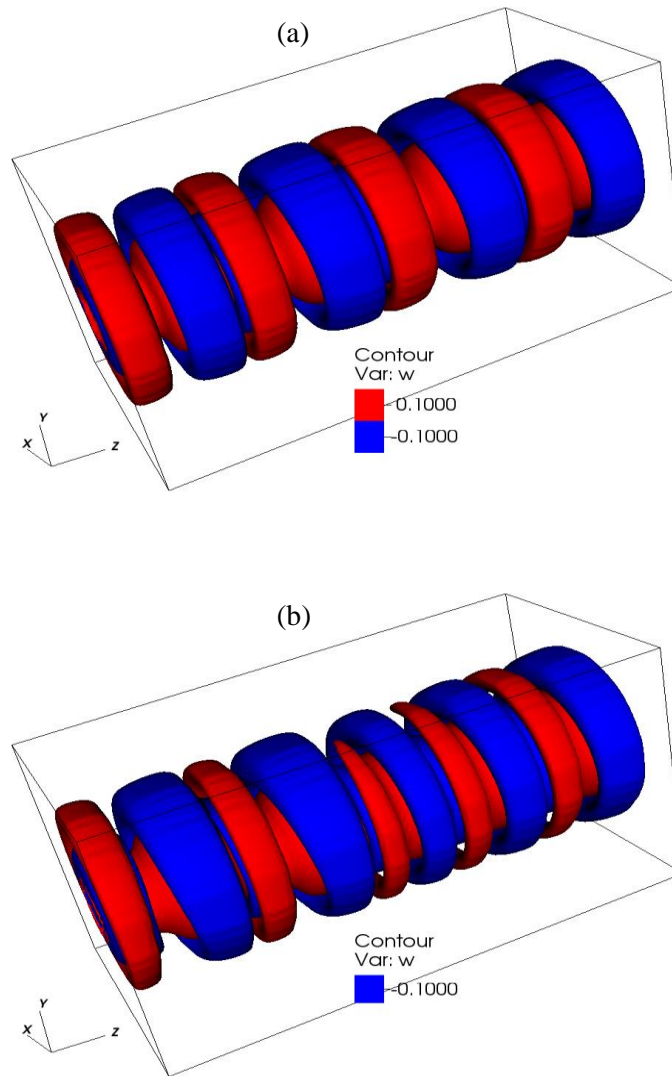


Figura 4.39: Contorno da componente  $w = -0,1$  m/s e  $w = 0,1$  m/s para diferentes números de Reynolds: (a)  $Re = 5$ ; (b)  $Re = 10$ .

Na Figura 4.40 apresenta-se a o campo de velocidade e o diagrama de cores para a componente  $w$  de velocidade para todos os  $Re$  estudados no instante  $t = 40$  s, em um plano

perpendicular à direção  $x$  localizado no espaço anular superior ( $y_{\text{inicial}}=0,625\text{m}$  e  $y_{\text{final}}=0,9\text{m}$ ) e no início da direção axial ( $z_{\text{inicial}}=0$  e  $z_{\text{final}}=0,5\text{m}$ ). Com isso, é possível verificar a dinâmica do escoamento para os dois primeiros pares de vórtices formados. Nota-se que o tamanho do par de vórtice de Taylor são diferentes, como comentado antes, sendo maior a diferença para o  $Re=10$  (Figura 4.40a). Além disso, verifica-se que existe uma mudança no sentido do escoamento rotativo quando se compara este escoamento com o de Taylor-Couette com molas para  $Ta=120$  e  $Re = 0$  (seção 4.6), e que os vetores velocidade são mais intensos na região próxima ao cilindro interno.

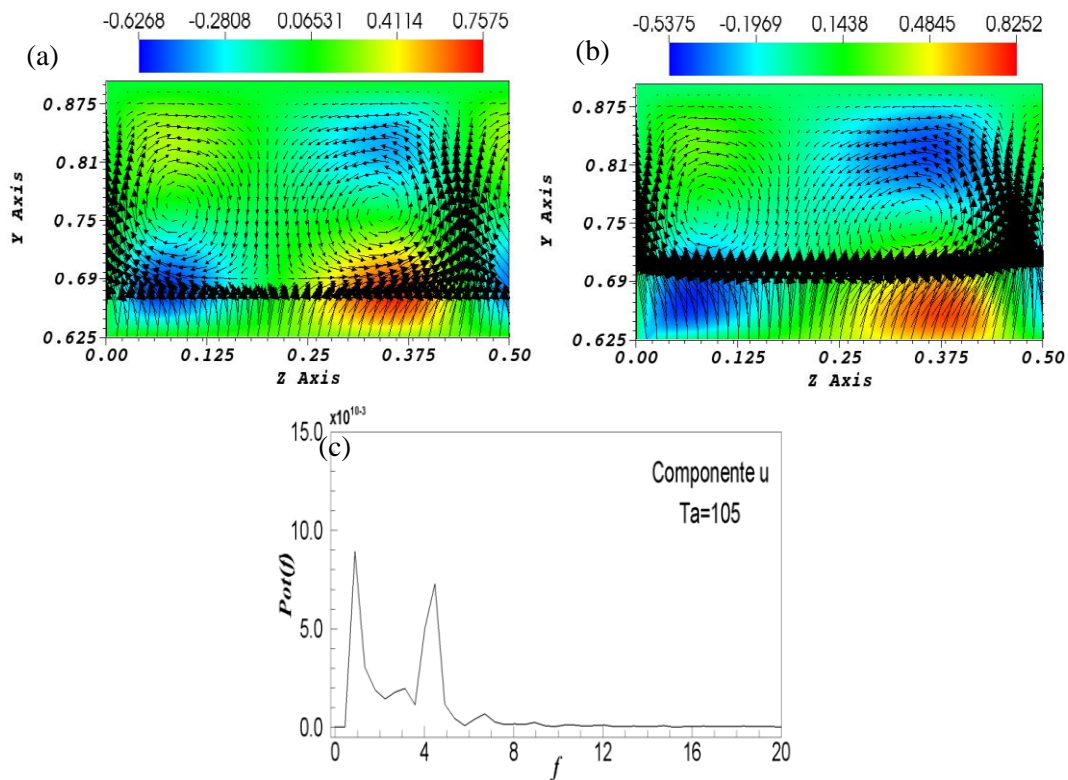


Figura 4.40: Campo de velocidade e diagrama de cores para a componente  $w$  de velocidade no regime estacionário para diferentes números de  $Re$ : (a)  $Re = 5$ ; (b)  $Re = 10$ ; (c)  $Re = 0$ .

Os perfis temporais para a componente  $v$  da velocidade ao longo de toda a direção axial, extraídos sobre a linha que passa sobre o centro do espaço anular ( $y=0,7625\text{m}$  e  $x=0,5\text{m}$ ), são apresentados na Figura 4.41 para o escoamento de Taylor-Couette espiral com molas para  $Ta=120$  e números de Reynolds de  $Re=5$  e  $Re=10$ . Verifica-se que, assim como nos escoamentos de Taylor-Couette com molas e Taylor-Couette-Poiseuille, o desenvolvimento do escoamento faz

surgir regiões contra rotativas que se juntam entre os pares de vórtices toroidais, gerando picos na intensidade da velocidade. Porém, o sentido da rotação do fluido devido a formação dos vórtices toroidais muda, conforme mostrado na Figura 4.40, e quantificado na Figura 4.41 onde a componente  $v$  apresenta valores positivos nas extremidades do domínio gerando vórtices com rotação no sentido horário na entrada do domínio e anti-horário na saída, comportamento este oposto ao apresentado nos escoamentos TCP e TC com molas. Estes perfis evidenciam a deformação dos vórtices que são observados na Figura 4.39, sempre que a região dos vales é maior que a dos picos.

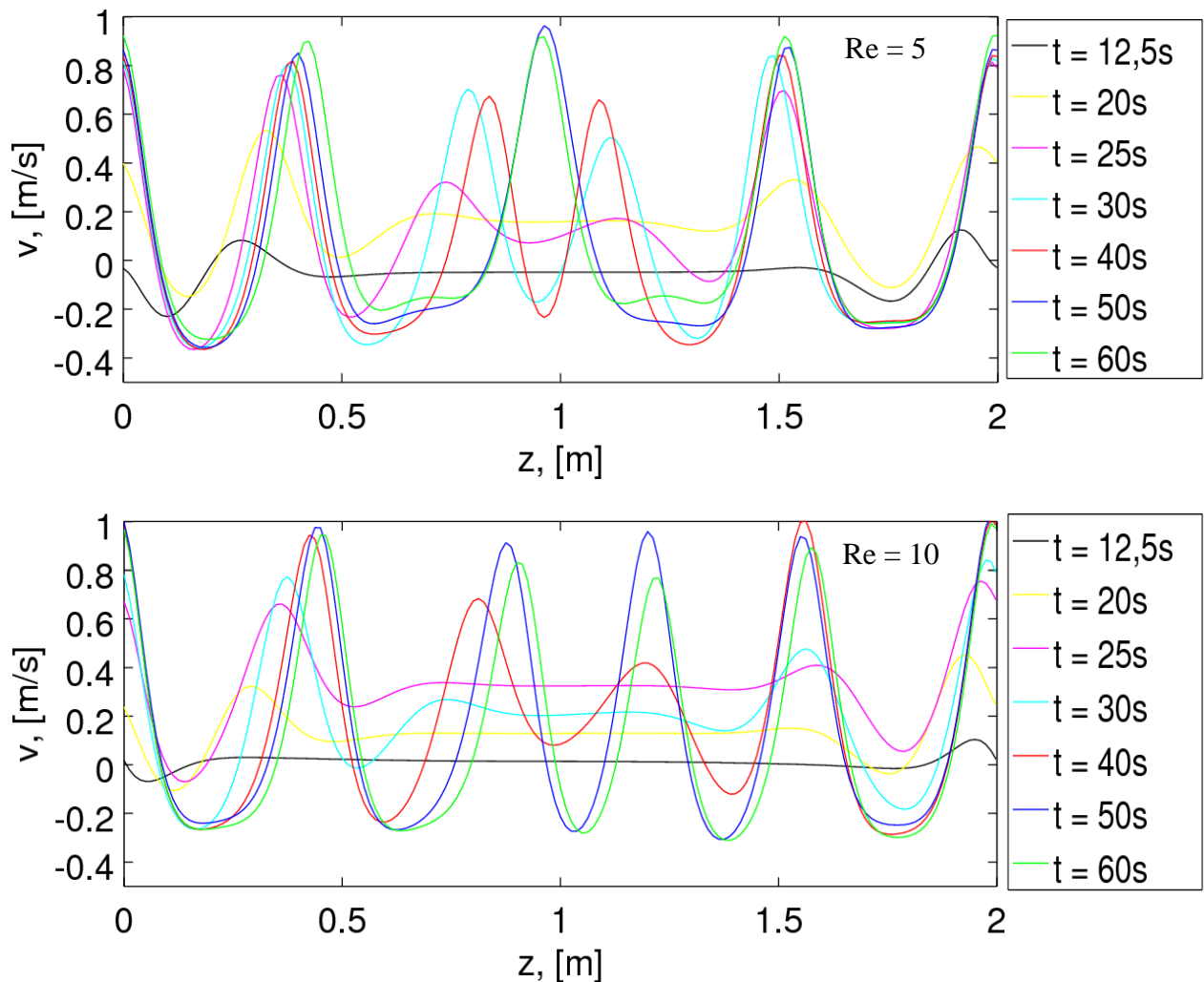


Figura 4.41: Perfis da componente  $v$  de velocidade em diferentes instantes para o escoamento de Taylor-Couette espiral com molas para  $Re = 5$  e  $Re = 10$ .

Na Figura 4.42 apresenta-se o tratamento dos sinais temporais das componentes  $u$  e  $v$  da velocidade usando FFT (Transformada Rápida de Fourier), para ambos os números de Reynolds estudados. Com isso, tem-se a frequência versus a energia associada às componentes de velocidade ou o espectro de energia no domínio de frequências. Verifica-se que para este caso não existe uma relação bem definida entre a frequência fundamental com que o sistema oscila tanto para o mesmo Reynolds e diferentes componentes como para diferentes Reynolds e as mesmas componentes.

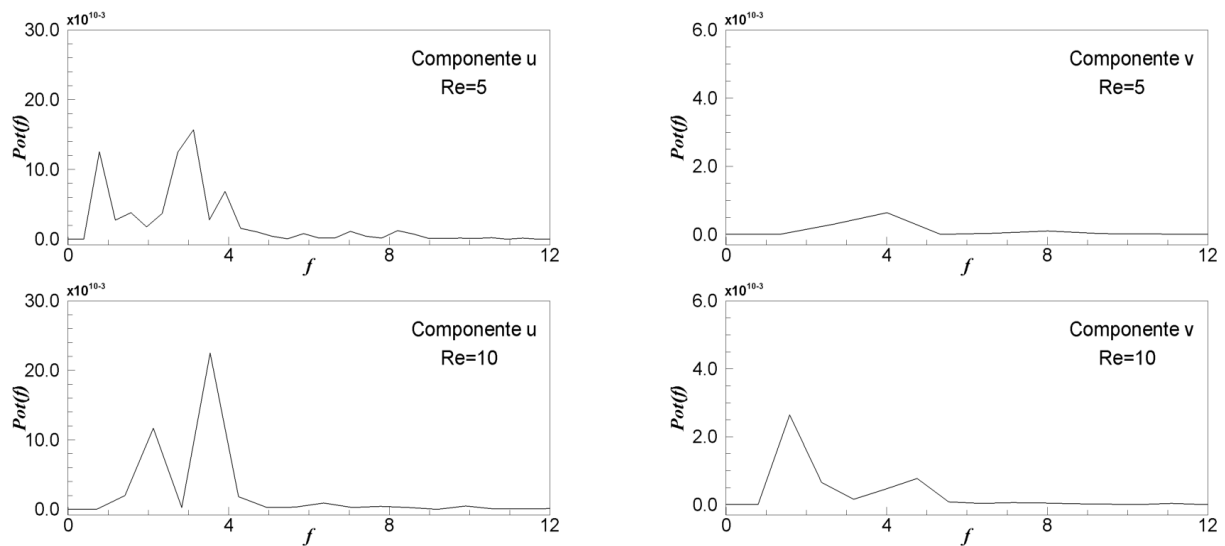


Figura 4.42: Espectro de energia no domínio das frequências para  $u$  e  $v$ .

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste trabalho utilizou-se uma plataforma numérica paralela já existente no Laboratório de Mecânica dos Fluidos (*MFLab*) para estudar e caracterizar escoamentos viscosos e incompressíveis clássicos de mecânica dos fluidos e problemas simplificados presentes em engenharia de perfuração. Tal plataforma numérica encontra-se em fase de desenvolvimento, sendo este trabalho de fundamental importância para sua melhoria e consolidação, que foram feitos através de novas implementações (condições de contorno, termo fonte para gradiente de pressão, modelo de interação fluido-estrutura, saída de dados), análises e validações dos resultados. As metodologias computacionais e numéricas aplicadas se mostraram adequadas para os problemas que foram estudados. Destaca-se o método de fronteira imersa que permitiu representar geometrias cilíndricas através da adição de um termo de força nas equações de Navier-Stokes, permitindo analisar problemas de escoamentos em canais cilíndricos, canais cilíndricos anulares e escoamentos de Taylor-Couette. Já o modelo de Reconstrução por Mínimos Quadrados Móveis (MLS), aplicado juntamente com o de Multi Forçagem Direta (MDF), permitiu realizar as transferências entre as malhas lagrangiana e euleriana de forma bastante eficaz e com baixo custo computacional quando comparado como outros modelos. O modelo de interação fluido-estrutura no qual o cilindro interno é ancorado por molas mostrou-se como boa alternativa para representar situações próximas as que estão presentes em engenharia de perfuração.

Os resultados obtidos foram comparados com resultados analíticos, experimentais e numéricos presentes na literatura. Para os problemas clássicos (cavidade tridimensional, escoamento entre placas planas e paralelas, escoamentos em canais cilíndricos) os resultados apresentaram excelente concordância com os da literatura e serviram para validar as partes

euleriana e lagrangiana da plataforma numérica. Para os problemas com base em escoamentos de Taylor-Couette, observou-se que a imposição de um gradiente de pressão na direção axial provoca mudanças no padrão de escoamento, como o transporte de vórtices toroidais na direção axial e mudança para um padrão puramente espiral dependendo da intensidade do gradiente de pressão que é imposto. Já no escoamento de Taylor-Couette com interação fluido estrutura concluiu-se que o aumento do número de Taylor provoca mudanças quantitativas na trajetória do cilindro interno e que as forças viscosas são amortecedoras e o cilindro interno tende a posição de equilíbrio com desenvolvimento do escoamento. Por fim, para o escoamento de Taylor-Couette espiral verificou-se que a imposição de uma velocidade na direção axial provocou a perturbação do sistema e foram verificadas modificações no padrão de escoamento através da deformação dos vórtices de Taylor. Este problema, porém, precisa ser avaliado para uma gama maior de números de Reynolds visto que no presente trabalho foram considerados apenas dois Reynolds diferentes.

Como a plataforma numérica está sendo desenvolvida, muitas oportunidades de melhoria foram detectadas a partir do presente trabalho. Como a maior parte dos fluidos presentes em engenharia de perfuração são não Newtonianos, sugere-se para trabalhos futuros implementar modelos que permitam estudar e caracterizar escoamentos com estes tipos de fluidos. Além disso, durante o processo de perfuração sabe-se que existe a presença de partículas sólidas e, portanto, a inserção de modelos para escoamentos multifásicos se torna importante. Por fim, o modelo de interação fluido estrutura utilizado no presente trabalho é simplificado sendo importante a implementação de um modelo que permita representar o cilindro interno de flexível para que os escoamentos se tornem mais próximos de situações reais.

## CAPÍTULO 6

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABSHAGEN, J.; HEISE, M.; LANGENBERG, J.; PFISTER, G. **Imperfect Hopf bifurcation in spiral Poiseuille flow**. Physical Review, Vol. 75, p. (016309)1-7, 2007.

ANDERECK, C. D.; LIU, S. S.; SWINNEY, H. L. **Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders**. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 164, p. 155-183, 1986. <https://doi.org/10.1017/S0022112086002513>

AZUMA, H. G.; OGAWARA, K.; IIDA, S. **Unsteady 3-Dimensional calculation of the flow between concentric rotating cylinders**. JSME International Journal Series II, Vol. 3, p. 1-26, 1991. <https://doi.org/10.1299/kikaib.57.905>

BABCOCK, K. L.; CANNELL, D. S.; AHLERS, G. **Stability and noise in Taylor-Couette flow with through-flow**. Physica D, Vol. 61, p. 40-46, 1992. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(92\)90146-E](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90146-E)

BABU, V.; KORPELA, S. A. **Numerical solution of the incompressible, three-dimensional Navier-Stokes Equations**. Computers & Fluids, Vol. 23, p. 675-691, 1994. [https://doi.org/10.1016/0045-7930\(94\)90009-4](https://doi.org/10.1016/0045-7930(94)90009-4)

BENJAMIN, A. S.; DENNY, V. E. **On the Convergence of Numerical Solutions for 2-D Flows in a Cavity at large Re**. Journal of Computational Physics, Vol. 33, p. 340-358, 1979. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(79\)90160-8](https://doi.org/10.1016/0021-9991(79)90160-8)

BORGES, J. E. **Modelagem matemática e simulação de escoamentos em canais anulares com interação fluido-estrutura**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2011.

BOTELLA, O.; PEYRET, R. **Benchmark spectral results on the lid-driven cavity flow**. Computers & Fluids, Vol. 27, p. 421-433, 1998. [https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(98\)00002-4](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(98)00002-4)

BURGGRAF, O. R. **Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows**. Journal of Fluids Mechanics, Vol. 24, p. 51-113, 1966. <https://doi.org/10.1017/S0022112066000545>

CAMPREGHER, R. J. **Modelagem Matemática Tridimensional para Problemas de Interação Fluido-Estrutura**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2005.

CHUNG, K. C.; ASTILL, K. N. **Hydrodynamic instability of viscous-flow between rotating coaxial cylinders with fully developed axial-flow**. Journal of non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 81, p. 641-655, 1977. <https://doi.org/10.1017/S0022112077002274>

COLLAR, A. R. **The expanding domain of aeroelasticity**. Journal of the Royal Aeronautical Society, 1946. <https://doi.org/10.1017/S0368393100120358>

DIPRIMA, R. C. **The stability of a viscous fluid between rotating cylinders with an axial flow**. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 4, p. 621-631, 1960. <https://doi.org/10.1017/S0022112060001365>

GHIA, U.; GHIA, K.; SHIN, C. **High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes Equations and a multigrid method**. Journal of Computational Physics, Vol. 48, p. 387-411, 1982. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(82\)90058-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(82)90058-4)

GITTLER, PH. **Stability of axial Poiseuille-Couette flow between concentric cylinders**. Acta Mechanica, Vol. 101, p. 1-13, 1993. <https://doi.org/10.1007/BF01175593>



GOLSTEIN, D.; HANDLER, R.; SIROVITCH, L. **Modeling a no-slip flow boundary with an external force field.** Journal of Computational Physics, Vol. 150, p. 354-366, 1993. <https://doi.org/10.1006/jcph.1993.1081>

GRAVAS, N.; MARTIN, B. W. **Instability of viscous axial flow in annuli having a rotating inner cylinder.** Journal of Fluid Mechanics, Vol. 86, p. 385-394, 1978. <https://doi.org/10.1017/S0022112078001184>

HWANG, M. -Y; YANG, K. -S. **Numerical Study of Taylor-Couette Flow with an Axial Flow.** Computers & Fluids, Vol. 33, p. 97-118, 2004. [https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(03\)00033-1](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(03)00033-1)

JURIC, D.; TRYGGVASON, G. **A front-tracking method for dendritic solidification.** Journal of Computational Physics, Vol. 123, p. 127-148, 1996. <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0011>

KATO, Y.; KAWAI, H.; TANAHASHI, T. **Numerical Flow Analysis in a Cubic Cavity by the GSMAC Finite-Element Method.** JSME International Journal, Vol. 33, p. 649-658, 1990.

KAWAGUTI, M. **Numerical solution of the Navier-Stokes Equations for the flow in a two-dimensional cavity.** Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 16, p. 2307-2315, 1961. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.16.2307>

KIM, J.; MOIN, P. **Application of a Fractional Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations.** Journal of Computational Physics, Vol. 59, p. 308-323, 1985. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(85\)90148-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(85)90148-2)

LIMA E SILVA, A. L. F.; SILVEIRA-NETO, A.; DAMASCENO, J. J. R. **Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method.** Journal of Computational Physics, Vol. 189, p. 351-370, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0021-9991\(03\)00214-6](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00214-6)

LOURENÇO, M. A. S. **Desenvolvimento de uma plataforma para computação de alto desempenho de escoamentos transientes, utilizando estrutura octonária.** Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012.

- LUEPTOW, R. M.; DOCTER, A.; MIN, K. **Stability of axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder**. Physics of Fluids, Vol. 4, p. 2446-2455, 1992. <https://doi.org/10.1063/1.858485>
- MATUTTI, O. C. **Instabilidades de Taylor-Couette em escoamentos de fluidos viscoplasticos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- MESEGUER, A.; MARQUES, F. **On the competition between centrifugal and shear instability in spiral Poiseuille flow**. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 455, p. 129-148, 2001.
- MIETUS, W. G. P.; MATAR, O. K.; SEEVARATNAM, G.; WONG, A.; BRISCOE, B. J.; LAWRENCE, C. J. **Couette Flow of Two Immiscible Liquids between Two Concentric Cylinders: The Formation of Toroidal Drops and Liquids Sheaths**. Physical Review Letters, Vol. 86, p. 1211-1214, 2000. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.1211>
- MIGEON, C.; PINEAU, G.; TEXIER, A. **A Three-dimensionality development inside standard parallelepipedic lid-driver cavities at  $Re=1000$** . Journal of Fluids and Structures, Vol. 17, p. 717-738, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0889-9746\(03\)00009-4](https://doi.org/10.1016/S0889-9746(03)00009-4)
- MOHD-YUSOF, J. **Combined immersed boundary/B-splines methods for simulations of flow in complex geometries**. Center for Turbulence Research, p. 317-327, 1997.
- MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H.; HUEBSCH, W. W. **Fundamentals of Fluid Mechanics**. John Wiley & Sons, Inc, 2009.
- NASCIMENTO, A. A. **Método Pseudospectral de Fourier e Fronteira Imersa Aplicado Escoamentos Presentes em Engenharia de Perfuração**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.
- NG, B. S.; TURNER, E. R. **On the linear stability of spiral flow between rotating cylinders**. Proceedings of the Royal Society of London Series A, Vol. 382, p. 83-102, 1982. <https://doi.org/10.1098/rspa.1982.0091>

PADILLA, E. L. M.; MARTINS, A. L. ; SILVEIRA-NETO, A. **Large-Eddy simulation of the three-dimensional unstable flow in a lid-driven cavity.** 18<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, 2005.

PADILLA, E. L. M.; SILVEIRA-NETO, A. **Large-eddy simulation of the transition to turbulence in natural convection in a horizontal annular cavity.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 10, 2005.

PATANKAR, S. V.; LIU, C. H.; SPARROW, E. M. **Fully Developed Flow and Heat Transfer in Ducts Having Streamwise-Periodic Variations of Cross-Sectional Area.** Journal of Computational Physics, Vol. 99, p. 180-186, 1977. <https://doi.org/10.1115/1.3450666>

PESKIN, C. **Flow partterns around heart valves: A numerical method.** Journal of Computational Physics, Vol. 10, p. 252-271, 1972. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(72\)90065-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(72)90065-4)

PESKIN, C. S. **Numerical analyses of the blood flow in the heart.** Journal of Computational Physics, Vol. 25, p. 220-227, 1977. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(77\)90100-0](https://doi.org/10.1016/0021-9991(77)90100-0)

RUBIN, S. G.; KHOSLA, K. **Polynomial Interpolation Methods for Viscous Flow Calculations.** Journal of Computational Physics, Vol. 24, p. 217-244, 1977. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(77\)90036-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(77)90036-5)

SAVENKOV, I. V. **Axisymmetric Instability of the Poiseuille-Couette Flow between Concentric Cylinders at High Reynolds Numbers.** Computational Mathematics and Mathematical Physics, Vol. 55, p. 291-297, 2014. <https://doi.org/10.1134/S0965542515020177>

SHEU, T. W. H.; TSAI, S. F. **Flow topology in a steady three-dimensional lid-driven cavity.** Computers & Fluids, Vol. 31, p. 911-934, 2002. [https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(01\)00083-4](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(01)00083-4)

TAYLOR, G. I. **Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders.** Phil. Trans. R. Soc. Lond. Series A, Vol. 223, p. 289-343, 1923. <https://doi.org/10.1098/rsta.1923.0008>

TAKEUCHY, D. I.; JANKOWSKI, D. F. **A numerical and experimental investigation of the stability of spiral Poiseuille flow.** Journal of Fluid Mechanics, Vol. 102, p. 101-126, 1981. <https://doi.org/10.1017/S0022112081002565>

UNVERDI, S.; TRYGGVASON, G. **Numerical investigation of transition and weak turbulent flow past sphere.** Journal of Computational Physics, Vol. 100, p. 45-73, 1992.

VANELLA, M.; BALARAS, E. **A moving-least-squares reconstruction for embedded-boundary formulation.** Journal of Computational Physics, Vol. 228, p. 6617-6628, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2009.06.003>

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method.** Malaysia: Longman Scientific & Technical, 1995.

WHITE, F. M. **Viscous fluid flow.** New York: McGraw-Hill, 1974.

YE, T.; MITTAL, R.; UDAYKUMAR, H. S.; SHYY, W. **An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flows with Complex immersed Boundaries.** Journal of Computational Physics, Vol. 156, p. 209-240, 1999. <https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6356>