

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA – PPGE

JULIO FERNANDO COSTA SANTOS

**ENSAIOS SOBRE CRESCIMENTO, RESTRIÇÃO AO BALANÇO DE  
PAGAMENTOS E DISTRIBUIÇÃO DE RENDA EM ABORDAGEM STOCK-  
*FLOW CONSISTENT (SFC)***

Uberlândia/MG

2017

JULIO FERNANDO COSTA SANTOS

TESE DE DOUTORADO

**Ensaios sobre Crescimento, Restrição ao Balanço de Pagamentos e Distribuição  
de Renda em Abordagem *Stock-Flow Consistent* (SFC)**

Tese apresentada ao programa de pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Economia.

**Área de Concentração:** Desenvolvimento Econômico

**Orientador:** Guilherme Jonas Costa da Silva.

Uberlândia/MG

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

S237e  
2017

Santos, Julio Fernando Costa, 1985-  
Ensaios sobre crescimento, restrição ao balanço de pagamentos e  
distribuição de renda em abordagem Stock-Flow Consistent (SFC) / Julio  
Fernando Costa Santos. - 2017.  
188 f. : il.

Orientador: Guilherme Jonas Costa da Silva.  
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa  
de Pós-Graduação em Economia.  
Inclui bibliografia.

1. Economia - Teses. 2. Balanço de pagamentos - Teses. 3. Renda -  
Distribuição - Teses. 4. Controle de estoque - Modelos - Teses. I. Silva,  
Guilherme Jonas Costa da. II. Universidade Federal de Uberlândia.  
Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

---

CDU: 330

JULIO FERNANDO COSTA SANTOS

TESE DE DOUTORADO

**Ensaios sobre Crescimento, Restrição ao Balanço de Pagamentos e Distribuição  
de Renda em Abordagem *Stock-Flow Consistent* (SFC)**

Tese apresentada ao programa de pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Economia.

Uberlândia, 01 de Agosto de 2017.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Guilherme Jonas Costa da Silva (Orientador)

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Vanessa Petrelli Corrêa (UFU)

---

Prof. Dr. Flávio Vilela Vieira (UFU)

---

Prof. Dr. José Luis Oreiro (UNB)

---

Prof. Dr. Cleiton Silva de Jesus (UEFS)

*Dedico esta tese a minha linda esposa,  
Larissa, à minha família e à memória de  
meu pai, Antônio Jorge.*

*(...) Há duas maneiras de viver a vida: a primeira é vivê-la como se os milagres não existissem. A segunda é vivê-la como se tudo fosse milagre.*

*Albert Einstein*

## Agradecimentos

Terminar uma tese de doutorado é uma dádiva em um país tão desigual como o Brasil. Sinto-me um homem extremamente agraciado por Deus em poder completar tal feito. Certamente a menor das causas reside no meu esforço. Entre os maiores determinantes, tenho o amor da minha família (Larissa e Luly), das famílias a qual eu amo e sinto-me amado (Mãe, Lourdes, Josiane, João, Dona Thereza, Gabriel, Dani, Analice, César, Luiz Henrique, Arthur, Carolzinha, Cris, Ronaldo, Gabi) e de Deus que sempre se fez presente na minha história. Portanto dele, por Ele e para Ele são todas as coisas. A Ele seja a glória perpetuamente!

O que falar da minha linda esposa, Larissa? Palavras não descrevem o quanto importante você é na minha vida. Simplesmente é você que faz sentir-me importante. Ajudou-me a estar onde estou e faz-me amar como amo. Não teria chegado aqui sem o seu apoio incondicional e sem o seu amor. Amo-te muito, minha princesa!

Uma nota digna de ser feita é que reconheço todo o esforço de minha amada mãe para que eu pudesse ir mais longe. Ela, que sempre lutou bravamente para nos proporcionar condições para estudar, me fez estar aqui. Na sua insistência, amor e dedicação formou um doutor. Sinto-me honrado de ser seu filho. Ao meu amado pai, que hoje não está mais aqui, por sempre ter me apoiado, amado e incentivado. Vejo muito do que sou em ti, pai amado! Sinto muita sua falta!

Ao longo dessa caminhada, aprendi como são importantes as amizades. Por isso agradeço aos Góis: Matheus, Theo, Douglas e Heldrino. Vocês são simplesmente os caras! Aprendi que um orientador pode ser muito mais do que um orientador. Há horas que ele é um pai, um amigo, um irmão e não há palavras para agradecer o quanto o Prof. Guilherme Jonas é responsável pelo meu crescimento como homem e como pesquisador. Meu muito obrigado, sempre! Obrigado aos ilustres professores que aceitaram gentilmente o convite para a banca de doutorado: Prof. Vanessa Petrelli, Flávio Vilella Vieira, José Luis Oreiro e Cleiton Silva de Jesus!

Agradeço também ao corpo docente da UFU, aos funcionários que estiveram com a gente e a CAPES pelo apoio financeiro. Certamente, cometerei o equívoco de esquecer pessoas que são especiais e dignas de nota. Para esses, meu muito obrigado!

## RESUMO

A presente tese é composta por três artigos que possuem objetivos gerais distintos, mas que estão unidos pela abordagem *Stock-Flow Consistent* (SFC). O primeiro deles, intitulado “Um algoritmo alternativo para o mapeamento de parâmetros estáveis em modelos *Stock-Flow Consistent* (SFC)” resolve uma lacuna existente na resolução de modelos SFC. Uma crítica recorrente a tais modelos é que as características específicas de um modelo calibrado não podem ser generalizadas em propriedades gerais. Dessa forma, o trabalho inova ao criar novos critérios de convergência para o estado estacionário e através dele para mapear parâmetros que os levem para essa condição. Para mostrar a convergência de resultados, testa-se o algoritmo proposto e o método usual de análise de estabilidade em equações a diferenças no modelo seminal da literatura, *Simplified Benchmark* de Dos Santos e Zizza (2008). Ao fim, mostra-se que os resultados são bastante próximos. O segundo artigo da tese investiga-se o conflito distributivo em abordagem SFC para uma economia fechada e financeirizada. Para tal, parte-se do modelo de Hein (2012) e são introduzidas algumas características novas como: taxa de juros endogenamente determinada pelo regime de metas de inflação, *mark-up* contra cíclico de empréstimos bancários, *mark-up* empresarial reagindo a rentabilidade de títulos financeiros e a decisão de investimento utilizando o diferencial de rentabilidade do capital fixo e o custo médio ponderado pelo capital (WACC). Foram aplicados choques permanentes de aumento em todos os parâmetros do modelo e ao fim concluiu-se que o modelo apresentava características de regime *wage-led* dominante, ou seja, ainda que houvesse possibilidade de encontrar regimes *profit-led*, o mais comum era o primeiro. O terceiro e último artigo dessa tese tratou de relaxar a hipótese de exogeneidade da taxa de crescimento do resto do mundo existente nos modelos de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos. Para esse fim, constroem-se duas economias que transacionam entre si, trocam fluxos financeiros e utilizam regime de câmbio flutuante. Ao fim o artigo pôde concluir que a taxa de crescimento condizente com a lei de Thirlwall só é observada em países nos quais o tamanho é pequeno o suficiente para não influenciar negativamente a taxa de crescimento do produto do parceiro. Isso posto, o trabalho inova ao sugerir que a estratégia de crescer via *export-led* é uma estratégia válida para países que são pequenos quando comparados ao resto do mundo e não efetiva para países de grande porte.

**Palavras-chave:** Modelos *Stock-Flow Consistent*; Restrição ao Balanço de Pagamentos; Conflito Distributivo, Crescimento e Distribuição de Renda.

## ABSTRACT

The present thesis consists of three papers that have different general objectives, but are linked by the Stock-Flow Consistent (SFC) approach. The first one, titled "An Alternate Algorithm for Mapping Stable Parameters in Stock-Flow Consistent (SFC) Models" solves a gap in the SFC models literature. A recurring criticism of such models is that the specific characteristics of a calibrated model cannot be generalized as general properties. In this way, the work innovates by creating new convergence criteria for steady state and through it to map parameters that lead to this condition. To show the convergence of results, we test the proposed algorithm and the usual method of stability analysis in equations to differences in the seminal model of the literature, Simplified Benchmark of Dos Santos and Zizza (2008). At the end, it is shown that the results are quite close. The second paper of the thesis worked the distributive conflict in SFC approach for a closed and financialized economy. In order to do so, we start with the Hein model (2012) and introduced some new features such as: interest rate endogenously determined by the inflation targeting regime, anti-cyclical mark-up for bank loans, business markup reacting to the profitability of financial decisions and the investment decision using the fixed capital yield differential and the capital-weighted average cost (WACC). It was concluded that the model had characteristics of the dominant wage-led regime, that is, even though there was possibility of finding profit-led regimes, the most common was the first. The third and final paper of this thesis tried to relax the hypothesis of exogeneity of the growth rate of the rest of the world existing in the growth models restricted by the balance of payments. To this end, two economies are constructed that transact among themselves, exchange financial flows and use a floating exchange rate regime. At the end of the paper, it can be concluded that the growth rate in line with Thirlwall's law is only observed in countries in which the size is small enough not to negatively influence the rate of growth of the partner product. That said, the work innovates by suggesting that the strategy of growing via export-led is a strategy valid for countries that are small when compared to the rest of the world and not effective for large countries.

**Keywords:** Stock-Flow Consistent Models; Balance of Payments Constraint; Conflict Claims, Growth and Income Distribution.

## **Lista de Tabelas**

### **Capítulo 2**

Tabela 1- Balanço Patrimonial dos Setores no Modelo .....	21
Tabela 2 – Transações Correntes e Fluxo de Fundos .....	22
Tabela 3 – Canais de Curto Prazo entre as Variáveis .....	23
Tabela 4 – Possíveis Regimes no Modelo .....	24

### **Capítulo 4**

Tabela 1 – Balanço Patrimonial da Economia .....	94
Tabela 2 – Matriz de Transações entre os Setores do Modelo .....	95
Tabela 3 – Parâmetros, Estoques Iniciais, Variáveis Endógenas Pré-alocadas e Variáveis Exógenas Utilizadas na Simulação .....	109
Tabela 4 – Efeitos de Choques nos Parâmetros do Modelo .....	113

### **Capítulo 5**

Tabela 1 – Balanço Patrimonial dos Setores .....	121
Tabela 2 – Matriz de Transações entre os Setores .....	122
Tabela 3 – Parâmetros Utilizados na Simulação .....	135
Tabela 4 – Variáveis Exógenas e Estoques Iniciais Utilizados na Simulação .....	136
Tabela 5 – Taxas de Crescimento e Razão do Produto .....	156

## **Lista de Figuras**

### **Capítulo 2**

Figura 1 – Diagrama com as Taxas de Crescimento – McCombie 1993 ..... 52

### **Capítulo 3**

Figura 1 – Esquematização do Algoritmo Alternativo de Estabilidade .....	80
Figura 2 – Raízes do Polinômio .....	83
Figura 3 – Diagrama de Dispersão para $v_h$ e $b$ obtidos para M1 e M2 .....	85
Figura 4 – Estimativa de Densidade de Kernel para os Parâmetros Estáveis .....	87
Figura 5 – Casos de Foco Instável Encotrado .....	88
Figura 6 – Convergência com Valores Negativos .....	88

### **Capítulo 4**

Figura 1 – <i>Boxplot</i> dos Parâmetros Estáveis Encontrados .....	107
Figura 2 – Propriedades Básicas das Principais Variáveis do Modelo .....	111

### **Capítulo 5**

Figura 1 – Utilização da Capacidade Produtiva .....	137
Figura 2 – Taxa Nominal de Câmbio .....	138
Figura 3 – Razão do Comércio (Exportações/Importações) para N e S .....	138
Figura 4 – Razão da Dívida Pública sobre o Produto para N e S .....	139
Figura 5 – Lei de Thirlwall e Taxa de Crescimento Observada do Produto em N e S	140
Figura 6 – Fluxo de Capitais após Choque de Juros em N .....	142
Figura 7 – Taxa de Câmbio Nominal após Choque de Juros em N .....	143
Figura 8 – Razão do Comércio após o Choque de Juros em N .....	144

Figura 9 – Indicadores de Risco da Dívida Pública após Choque de Juros em N .....	145
Figura 10 – Crescimento Observado e Previsto após Choque de Juros em N .....	146
Figura 11 – Crescimento e Exportações após Choque de Juros em N .....	147
Figura 12 – Razão do Comércio após Choque na Elasticidade-Renda de N e S .....	149
Figura 13 – Taxa de Câmbio após Choque na Elasticidade-Renda de N e S .....	149
Figura 14 – Indicador da Dívida Pública após Choque na Elasticidade-Renda de N e S .....	150
Figura 15 – Fluxos de Capitais após Choque na Elasticidade-Renda de N e S .....	152
Figura 16 – LT e Taxa de Crescimento após Choque na Elasticidade-Renda de N e S .....	153
Figura 17 – Taxas de Crescimento após Choque na Elasticidade-Renda de N e S ....	153
Figura 18 – Participação das Exportações após Choque na Elasticidade-Renda de N e S .....	155

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>Introdução Geral .....</b>	15
<b>2.</b>	<b>Revisão da Literatura .....</b>	17
2.1.	Abordagem <i>Stock-Flow Consistent</i> (SFC) .....	17
2.1.1.	O Modelo ‘ <i>Benchmark</i> ’ – Dos Santos & Zizza (2008) .....	20
2.2.	Conflito Distributivo .....	24
2.2.1.	O Debate acerca da Distribuição de Renda .....	25
2.2.2.	Inflação e Barganha Salarial .....	27
2.2.3.	Luta de Classe e Distribuição da Renda: As ideias de Kalecki .....	29
2.2.4.	Conflito e Inflação: O Modelo de Rowthorn (1977) .....	33
2.2.5.	Financeirização e Mudanças na Distribuição Funcional: Canais Potenciais de Influência – Hein (2012) .....	38
2.3.	Crescimento Restrito pelo Balanço de Pagamentos (RBP) .....	41
2.3.1.	A Lei de Thirlwall – Thirlwall (1979) .....	44
2.3.2.	A Introdução dos Fluxos de Capitais – Thirlwall e Hussain (1982) .....	46
2.3.3.	A Lei de Thirlwall em uma Estrutura de Dois Países – McCombie (1993) ....	48
2.3.4.	Incorporando a Dívida Sustentável – Moreno Brid (1998-99) .....	53
2.3.5.	Do Comércio Equilibrado à Dívida Sustentável - Barbosa-Filho (2001) .....	55
2.3.6.	Completando as Demais Rubricas do BP - Barbosa-Filho (2002) .....	57
2.3.7.	Incorporando o Pagamento de Juros – Moreno Brid (2003) .....	61
2.3.8.	Modelo SFC com Crescimento Restrito pelo BOP – Mazzi (2013) .....	62
2.3.9.	Outros Avanços na Literatura de Modelos RBP .....	64
<b>3.</b>	<b>Artigo 1: Um algoritmo alternativo para o mapeamento de parâmetros estáveis em modelos <i>Stock-Flow Consistent</i> (SFC) .....</b>	65
3.1.	Introdução .....	67
3.2.	Estabilidade em Modelos <i>Stock-Flow Consistent</i> (SFC) .....	68
3.3.	Análise de Estabilidade em Equações a Diferenças .....	69
3.3.1.	Sistemas Multidimensionais Lineares .....	69
3.3.1.1.	Pontos Fixos e Estabilidade em Sistemas Lineares .....	70
3.3.2.	Sistemas Multidimensionais Não Lineares .....	72
3.3.2.1.	Pontos Fixos e Órbitas Periódicas em Sistemas Não Lineares .....	73
3.3.2.2.	Estabilidade em Modelos Não Lineares .....	73

3.3.2.3.	Pontos Hiperbólicos .....	75
3.3.3.	Resolução de Sistemas Não Lineares pelo Método de Newton-Raphson .....	76
3.4.	Análise da Estabilidade de Modo Analítico-Numérico .....	78
3.5.	Algoritmo Alternativo para a Análise da Estabilidade .....	78
3.6.	O ‘Benchmark’ de Dos Santos e Zizza (2008) .....	80
3.7.	Resultados .....	84
3.8.	Conclusão .....	89
<b>4.</b>	<b>Artigo 2 – Um modelo <i>Stock-Flow Consistent</i> (SFC) sobre Conflito Distributivo em uma Economia Financeirizada .....</b>	<b>91</b>
4.1.	Introdução .....	92
4.2.	Balanço Patrimonial e Matriz de Transações .....	93
4.3.	Equações Comportamentais .....	95
4.3.1.	Preços, Inflação e Distribuição de Renda .....	95
4.3.2.	Elementos da Demanda Agregada .....	97
4.3.2.1.	Consumo .....	97
4.3.2.2.	Investimento .....	98
4.3.3.	Riqueza e Decisões de Portfólio das Famílias .....	98
4.3.4.	As Empresas .....	99
4.3.5.	Formação das Taxas de Juros e o Setor Bancário .....	100
4.4.	O Equilíbrio de Curto Prazo .....	101
4.4.1.	A Curva $u$ .....	102
4.4.2.	A Riqueza Normalizada pelo Capital Herdado .....	102
4.4.3.	O Custo Médio Ponderado pelo Capital (WACC) .....	103
4.5.	Solução de Estado Estacionário .....	104
4.5.1.	Mapeamento dos Parâmetros Estáveis .....	105
4.6.	Simulações Computacionais e Choques .....	108
4.6.1.	Conjunto de Parâmetros e Estoques Iniciais Utilizados no Modelo .....	108
4.6.2.	Propriedades Básicas do Modelo .....	109
4.6.3.	Dinâmica Comparativa do Modelo .....	112
4.7.	Conclusão .....	114
<b>5.</b>	<b>Artigo 3 – Um Modelo <i>Stock-Flow Consistent</i> (SFC) Norte-Sul Restrito pelo Balanço de Pagamentos .....</b>	<b>116</b>
5.1.	Introdução .....	117
5.2.	Balanço Patrimonial dos Setores .....	118

5.3.	Matriz de Transações entre os Setores .....	119
5.4.	Equações Comportamentais do Modelo .....	123
5.4.1.	Bloco de Preços, Inflação e Distribuição Funcional da Renda .....	123
5.4.2.	Bloco do Setor Externo .....	124
5.4.2.1.	Balança Comercial .....	125
5.4.2.2.	Fluxos de Capitais e Balança de Serviços .....	126
5.4.2.3.	Regime de Câmbio Flutuante .....	127
5.4.3.	Bloco das Famílias .....	128
5.4.3.1.	O Portfólio das Famílias .....	129
5.4.4.	Bloco do Governo e Banco Central .....	130
5.4.5.	Bloco das Empresas .....	131
5.4.6.	Bloco dos Bancos Comerciais .....	133
5.5.	Calibragem e Simulação do Modelo .....	134
5.5.1.	Propriedades Gerais do Modelo .....	136
5.5.2.	Comportamento do Modelo após os Choques .....	140
5.5.2.1.	Choque de Aumento Permanente na Taxa de Juros de N .....	142
5.5.2.2.	Choque Permanente nas Elasticidades Renda de S e N .....	148
5.6.	Conclusão .....	156
	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	159
	<b>Apêndice .....</b>	170

## **1. Introdução Geral**

Essa tese tem por objetivo principal apresentar três trabalhos envolvendo a literatura de modelos *Stock-Flow Consistent* (SFC). O primeiro artigo está relacionado aos métodos de resolução dos modelos, o segundo se relaciona a discussão sobre crescimento e distribuição de renda em uma economia financeirizada e o último aborda a questão do crescimento sobre restrição ao balanço de pagamentos.

No primeiro artigo da tese, preocupou-se em formalizar um novo algoritmo que une técnicas existentes no cálculo numérico para resolver o sistema e filtrar os parâmetros para os quais há estabilidade em um modelo SFC. Para testar sua eficácia e convergência de resultados, foi feita uma análise comparativa através do método analítico tradicional (mais especificamente através do estudo dos valores encontrados para os autovalores da matriz jacobiana de um sistema de equações a diferenças linearizado ao redor do seu ponto fixo) e do método alternativo aqui proposto utilizando como objeto de resolução o modelo amplamente conhecido nessa literatura “*Simplified Benchmark*” de Dos Santos e Zizza (2008).

Os resultados obtidos mostram que há uma convergência entre ambas metodologias e através do algoritmo há uma alternativa possível para o mapeamento de parâmetros em modelos nos quais a solução analítica pode ser difícil ou impossível. Com isso, trazemos uma contribuição para essa literatura ao inovar na metodologia a qual pode ser utilizada para resolvê-los.

Na sequência, foi desenvolvido um segundo artigo sobre conflito distributivo em uma economia fechada e financeirizada. A ideia principal é entender as inter-relações existentes entre as decisões financeiras que são tomadas e o que ocorre com o lado real dessa economia. A estrutura reduzida do modelo não permitiu com que fosse obtida uma análise de estabilidade da forma analítica tradicional, uma vez que se mostrou impossível isolar e encontrar os valores dos pontos fixos. Dessa forma, se fez necessário a análise da estabilidade através de um algoritmo computacional desenvolvido no primeiro artigo. A partir dele, puderam-se avaliar os conjuntos de parâmetros para os quais o modelo é estável.

Na sequência, tomou-se um conjunto de parâmetros previamente identificado como estável e analisou-se a dinâmica comparativa do modelo, ou seja, foram dados choques estruturais permanentes nos parâmetros e avaliou-se se as características seriam condizentes com um regime *profit led* ou *wage led*. Os resultados obtidos mostraram que para aquele conjunto de parâmetros, tínhamos um comportamento *wage led*. A contribuição deixada por esse artigo foi contribuir para o debate acerca de distribuição e crescimento. Inovou ao colocar o sistema financeiro dentro do modelo e identificar o comportamento gerado pelo sistema com essas características.

No último artigo, temos um modelo de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos (RBC). O trabalho desenvolvido avança no debate proposto por Mazzi (2013) ao criar uma versão inicial de um modelo RCB. No trabalho de Mazzi fora identificado que resultados tradicionais de um modelo RBC permaneceriam caso a economia fosse plenamente modelada em estrutura SFC. Dessa forma, duas constatações foram feitas: i) o crescimento observado da economia converge para a taxa de crescimento condizente com a Lei de Thirlwall; ii) o governo, se incorporar uma equação de gasto que seja sensível a variação de reservas internacionais, pode acelerar o processo de convergência.

Nesse sentido, foi desenvolvido nessa tese um modelo em uma versão Norte-Sul no qual há apenas duas economias no mundo. O intuito maior do artigo aqui proposto foi relaxar a premissa de que a taxa de crescimento do mundo é exógena ao modelo (e torná-la endógena). Os resultados obtidos apontam que a taxa de crescimento condizente com a Lei de Thirlwall só é alcançada pelo país local (o que será beneficiado do crescimento *export-led*) caso esse seja pequeno demais em relação ao resto do mundo. Esse resultado obtido via simulação é uma contribuição para o debate teórico no sentido que a estratégia de crescimento puxado pelas exportações pode não ser uma alternativa viável para qualquer país (devido ao seu tamanho).

Por fim, temos então que a tese que segue está dividida em cinco seções principais. A primeira é essa já apresentada, a segunda faz uma revisão completa da literatura que cerca os temas aqui discutidos, entre eles o de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos e o de conflito distributivo. A terceira, por sua vez apresenta o primeiro artigo proposto, a quarta o segundo artigo proposto e a quinta o terceiro artigo

proposto. Ao fim, temos as referências bibliográficas que cercam todo o tema e o apêndice.

## 2. Revisão da Literatura

A revisão da literatura dos três artigos da tese é apresentada nesta seção. Primeiramente é feita uma breve introdução sobre a literatura *Stock-Flow Consistent*, na sequência apresenta-se a temática sobre conflito distributivo e por fim o crescimento sob restrição ao balanço de pagamentos.

### 2.1. A Abordagem *Stock-Flow Consistent* (SFC)

Ao longo de numerosas gerações de economistas, temos observado o esforço de sintetização de uma teoria geral que possa compreender a evolução dos sistemas econômicos ao longo do tempo. Dentro da ortodoxia econômica, os macroeconomistas têm dado ênfase à elaboração dos modelos de Equilíbrio Geral Dinâmico Estocástico (*DSGE*)<sup>1</sup>. Já no lado da heterodoxia econômica, especialmente sob olhar pós-keynesiano, temos o avanço dos modelos que possuem consistência entre estoques e fluxos (*SFC Models*)<sup>2</sup>.

Segundo Vereda & Cavanti (2010), a abordagem dos modelos *DSGE* se difundiu a partir dos anos 2000 entre instituições de pesquisa e bancos centrais ao redor do mundo devido à atratividade dos modelos por sua estrutura teórica rigorosa do ponto de vista microeconômico (microfundamentação neoclássica dos modelos macroeconômicos). Todavia, apesar de promissora, a construção de tais modelos passa por um *trade-off* entre obtenção de consistência teórica e de um bom ajuste dos dados. Muitas vezes, modelos com alto grau de microfundamentação não geram melhores previsões de dados quando comparados a modelos mais simples. Por essa razão, ainda

---

<sup>1</sup> Em inglês a sigla significa *Dynamic Stochastic General Equilibrium*.

<sup>2</sup> Em inglês a sigla significa *Stock-Flow Consistent Model*.

que sejam promissores, eles não fornecem ajuste melhor do que modelos tradicionais de econometria de séries temporais (como VAR e ARIMA).

Para Godley e Lavoie (2007), a macroeconomia atual está dividida em dois paradigmas. Ao lado da Ortodoxia, temos os modelos baseados nos comportamentos individuais (microfundamentação). Nesse paradigma, o mecanismo de equilíbrio de mercado se estabelece via preços, o que pressupõe uma produção instantânea (não há defasagem temporal entre a oferta, o momento de produção e maturação de investimentos). Dessa forma, nesses modelos também não há papel de fatores como empréstimos, crédito, financiamento. O que em última instância acarreta na irrelevância do papel bancário para o sistema.

O segundo paradigma é o pós-keynesiano ou estruturalista. Ele se utiliza de fatos estilizados observados na economia. Para uma economia industrial moderna, o objetivo das firmas passa por decisões como quantos empregados ter, quanto produzir, que preço cobrar, quanto investir e até mesmo o quanto financiar. No entendimento dessa corrente, o pleno emprego não é um resultado natural dos mecanismos de mercado. Todavia, ao contrário da ortodoxia que possui no equilíbrio geral Walrasiano sua base teórica sustentadora, a corrente pós-keynesiana não possui um corpo com arcabouço equivalente.

A abordagem SFC tem sua origem nos trabalhos de Tobin (por ex., 1980, 1982) e desenvolvida por Godley e Cripps (1983), Godley (1996, 1999), Lavoie e Godley (2001) e sintetizada no manual “*Monetary Economics: An Integrated Approach to Credit, Money, Income, Production and Wealth*” de Godley e Lavoie (2007b). A característica principal dessa abordagem macroeconômica é respeitar uma estrutura contábil rigorosamente definida, de modo que os modelos incorporem as relações existentes nos balanços patrimoniais, nos fluxos de renda e nos fluxos de fundos entre os setores existentes na economia modelada. Dessa forma, temos o princípio geral definido por Godley e Lavoie (2007b) que afirma que:

“Nosso método possui como característica que cada transação de um setor implica em uma transação equivalente de outro setor (cada compra implica uma venda), enquanto cada balanço financeiro (a diferença entre a renda de um e seus dispêndios) deve dar origem a uma mudança equivalente na soma das variáveis (ou estoque) de seu balanço, com cada ativo financeiro detido por um setor institucional tendo contrapartida um passivo devido por algum outro. Desde que as transações sejam totalmente articuladas, tudo que vem de

“algum lugar, vai para algum lugar [...]” [tradução nossa] (Godley e Lavoie, 2007b, p. xxxiv).

Um ponto de destaque é que esses modelos nascem inspirados em retratar as economias industriais modernas, que possuem uma estrutura institucional complexa que passam pela existência de empresas, bancos, governos e famílias, na qual a evolução no tempo depende da forma com que se dão as decisões dentro e entre os setores existentes.

Cada setor institucional representa um grupo de agentes, no qual os interesses econômicos podem ser divergentes (entre os grupos) de acordo com a estrutura de ativos e passivos de cada um deles. Os modelos SFC incorporam deste modo, os interesses de diferentes setores institucionais e permitem realizar uma análise da dinâmica econômica através da interação entre fluxos e estoques (Macedo e Silva & Dos Santos, 2011). A dinâmica econômica encontra-se altamente influenciada pelas decisões de portfólio dos agentes, que envolvem a contrapartida de decisões de como financiar as respectivas posições. Além de constituir uma maneira contabilmente rigorosa de representação dos agregados macroeconômicos, ele integra os fluxos de fundos aos balanços dos setores institucionais (Dos Santos, 2005).

De maneira geral, nos modelos SFC, segundo Macedo e Silva & Dos Santos (2011) possuem as seguintes características principais:

- (a) Os agentes são definidos, em larga medida, pela natureza dos estoques de riqueza que eles carregam e pelo seu patrimônio líquido;
- (b) Os diferentes agentes celebram contratos que mudam os seus balanços e geram fluxos monetários que terminam por gerar novas mudanças nos balanços patrimoniais.
- (c) Há uma extensiva cadeia de inter-relações entre os ativos e os passivos dos agentes, fazendo com que seja explícito o fato que eles possuem diferentes interesses (e muitas vezes contraditórios).
- (d) A variação no valor de um estoque oriunda de ganhos ou perdas de capital tem implicações para as decisões futuras dos agentes e, mais do que isso, para a dinâmica do sistema.
- (e) Como a economia cresce, os agentes tendem a acumular um crescente volume de ativos e passivos. As trajetórias de crescimento balanceadas em seu portfólio são possíveis teoricamente, mas na prática a acumulação de ativos e passivos está longe de ser balanceada. O portfólio dos agentes e dos setores tende a evoluir de forma assimétrica, conforme varia o grau de alavancagem, risco e liquidez.
- (f) As trajetórias nas quais o balanço patrimonial de grandes partes de um setor (ou mesmo setores inteiros) caso se tornem mais frágeis podem levar a

uma mudança estrutural devido a mudanças endógenas ou mesmo choques exógenos.

(g) A acumulação de ativos e passivos também promove a criação e distribuição de poder político (um conceito que quase sempre é um “*taboo*” entre macroeconomistas ortodoxos). Em outras palavras, mantendo-se o olhar sobre o médio prazo, a dinâmica *stock-flow* traz a tona não só questões sobre futuras crises financeiras como também sobre as consequências posteriores. Uma das formas entender melhor como a situação de crise pode evoluir para um novo regime pós-crise é através do conhecimento sobre os benefícios e os malefícios que atingem os agentes em primeiro lugar. [tradução nossa] (Macedo e Silva e Dos Santos, 2011, p. 112-113).

Conforme Dos Santos (2005, p. 713), o primeiro ponto no que tange a elaboração de um modelo SFC é a através da definição dos agentes que farão parte do modelo e a da delimitação da contabilidade existente (SFC); o segundo passo consiste na determinação das relações comportamentais; e o terceiro passo é a comparação da dinâmica do modelo, geralmente através da simulação computacional, para avaliar como ele se comporta. Esses passos serão seguidos nos segundo e terceiro modelo que desenvolvidos nessa tese, tendo em mente o objetivo de analisar no primeiro a questão sobre o crescimento e a distribuição de renda e no segundo o crescimento sobre a ótica da restrição ao balanço de pagamentos.

### 2.1.1. O Modelo ‘*Benchmark*’ – Dos Santos & Zizza (2008)

O artigo desenvolvido por Dos Santos & Zizza (2008) foi o primeiro esforço em elaborar um modelo SFC que pudesse ser resolvido analiticamente e assim proporcionar um referencial a ser seguido para os demais trabalhos dessa literatura, tendo em vista que a maioria não possui solução analítica.

A grande parte dos modelos desenvolvidos nessa literatura é descrita como um sistema de  $n$  equações com  $n$  variáveis endógenas linearmente independentes que pode ser apresentado no formato matricial e ser resolvido através de métodos de solução de sistemas lineares por iteratividade<sup>3</sup> no período  $t$  e por recursividade para os demais períodos. Assim, possuem apenas solução numérica para um conjunto de parâmetros e

---

<sup>3</sup> Se linear, através dos métodos de Jacobi, Gauss-Seidel, Método de Broyden. Se não linear, através de Newton-Raphson.

por impossibilidade de redução, esses não podem ser mais bem entendidos. Ocorre que sem solução analítica fechada não é possível saber se o modelo possui equilíbrios (únicos ou múltiplos) e sob que condições ele é estável ou instável. Isso então gera a impossibilidade de estudar suas propriedades gerais sem estar preso aos: parâmetros escolhidos, valores das variáveis exógenas e estoques iniciais.

Do exposto, o trabalho se insere no debate de forma inovadora ao modelar uma economia fechada, usando um sistema de equações a diferenças que posteriormente pôde ser reduzido em apenas duas equações. Ao fim analisam-se suas propriedades em relação à estabilidade (análise gráfico-qualitativa através do uso de diagrama de fases), encontra-se as expressões para o estado estacionário e demonstra-se sob que condições o modelo possui comportamento não linear (e passa a obter equilíbrios múltiplos).

O trabalho começa expondo seus setores, que são: Famílias, Empresas, Bancos e Governo. Seus ativos (ou passivos): Depósitos bancários, Empréstimos, Títulos Públicos, Bens de Capital e Ações. Isso é apresentado na tabela (1) abaixo.

Tabela 1: Balanço Patrimonial dos setores no modelo.

	Famílias	Empresas	Bancos	Governo	$\Sigma$
Depósitos Bancários	$+D$		$-D$		0
Empréstimos Bancários		$-L$	$+L$		0
Títulos Públicos			$+B$	$-B$	0
Bens de Capital		$+p.K$			$+p.K$
Ações	$+pe.E$	$-pe.E$			0
Balanço (Patrimônio Liq.)	$+Vh$	$+Vf$	0	$-B$	$+p.K$

Fonte: Extraída de Dos Santos e Zizza (2008)

As transações entre os setores são apresentadas na tabela (2) abaixo. Nela As famílias recebem salários e dividendos das empresas, recebem dividendos dos bancos, pagam tributos ao governo e gastam todo o seus salários e parte das outras fontes de renda como consumo nas empresas. A poupança é feita com o resíduo do consumo com relação à renda. As empresas, por sua vez, gastam com os salários, juros de empréstimos, tributos e emissão de dividendos. Recebem o consumo, o gasto público e o próprio investimento. O governo recebe endogenamente a tributação sobre salários e

lucros, pagam suas despesas gerais e suas despesas financeiras para o pagamento do estoque de dívida. Os bancos pagam juros sobre os depósitos e recebem juros pelo carregamento da dívida pública e sobre os empréstimos as empresas. Todo o seu lucro é repassado para as famílias.

Tabela 2: Transações Correntes e o Fluxo de Fundos.

	Empresas				$\Sigma$
	Famílias	Corrente	Capital	Governo	Bancos
Consumo	$-C$	$+C$			0
Gasto Público		$+G$		$-G$	0
Investimento		$+p.\Delta K$	$-p.\Delta K$		0
- Memo -	<i>"Vendas Finais no preço atual = <math>p.X \equiv C + G + p.\Delta K \equiv W + FT \equiv Y</math>"</i>				
Salários	$+W$	$-W$			0
Impostos	$-Tw$	$-Tf$		$+T$	0
Juros sobre Empréstimos		$-il_{t-1} \cdot L_{t-1}$			$+il_{t-1} \cdot L_{t-1}$
Juros sobre Títulos				$-ib_{t-1} \cdot B_{t-1}$	$+ib_{t-1} \cdot B_{t-1}$
Juros sobre Depósitos	$+ib_{t-1} \cdot D_{t-1}$				$-ib_{t-1} \cdot D_{t-1}$
Dividendos	$+Fd + Fb$	$-Fd$			$-Fb$
$\Sigma$	$SAVh$	$Fu$	$-p.\Delta K$	$SAVg$	0
Poupança Corrente	$+SAVh$		$+Fu$	$+SAVg$	0
Variação nos Dep. Bancários	$-\Delta D$				$+\Delta D$
Variação nos Empréstimos			$+\Delta L$		$-\Delta L$
Variação nos Títulos Púb.				$-\Delta B$	$+\Delta B$
Variação no Capital			$-p.\Delta K$		$-p.\Delta K$
Variação nas Ações	$-pe.\Delta E$		$+pe.\Delta E$		0
$\Sigma$	0	0	0	0	0

Fonte: Extraída de Dos Santos e Zizza (2008).

**Notas:** (1) Na parte superior da tabela, o sinal (+) denota receitas e o sinal (-) denota pagamentos.

(2) Na parte inferior, o sinal (+) denota as origens dos recursos e o (-) denota o uso dos fundos.

Sumariando, o modelo que inicialmente apresenta quarenta equações pode ser reduzido. Fazendo as devidas substituições e tornando as equações que possuem relações simultâneas em equações que são funções apenas das variáveis defasadas, o sistema passa a fornecer o equilíbrio de curto prazo através da dinâmica das seguintes variáveis: dívida pública e da riqueza normalizadas<sup>4</sup>, da curva de utilização da

<sup>4</sup> O termo normalizado aqui é empregado para definir a razão de uma variável com o estoque de capital físico. A vantagem dessa normalização é que um sistema de crescimento pode ser transformado em um sistema em que há convergência para uma constante no estado estacionário e assim pode ser melhor estudado.

capacidade produtiva e da função que define a taxa de investimento da economia. As quatro equações são apresentadas abaixo (DZ.1,2,3 e 4):

$$g_t = g_0 + (\alpha \cdot \pi + \beta) \cdot u_t - \theta_1 \cdot il_t \quad (\text{DZ.1})$$

$$b_t = \frac{[b_{t-1} \cdot (1+ib_{t-1}) + \gamma_t - \theta \cdot u_t]}{(1+g_t)} \quad (\text{DZ.2})$$

$$vh_t = \frac{[1 - (1+\tau_b) \cdot (1-\mu)] \cdot ib_{t-1} \cdot b_{t-1} + \mu \cdot (1-\theta) \cdot \pi \cdot u_t + \{(1-\delta) \cdot [1+ib_{t-1} \cdot (1+\tau_b) \cdot (1-\mu)] - a\} \cdot vh_{t-1}}{(1+g_t - \delta)} \quad (\text{DZ.3})$$

$$u_t = \psi_1 \cdot A(il_t) + \psi_1 \cdot a \cdot vh_{t-1} \quad (\text{DZ.4})$$

Onde:  $g_t$  é a taxa de investimento da economia.  $g_0$  representa o “animal spirits”,  $\alpha$  e  $\beta$  são o acelerador e o multiplicador do investimento,  $\pi$  é a participação do lucro na renda.  $\theta_1$  é a sensibilidade da taxa de investimento à taxa de juros dos empréstimos, dada por  $il_t$ .  $b_t$  é a dívida pública normalizada pelo capital.  $ib_t$  é a taxa de juros dos títulos públicos,  $\gamma$  é a sensibilidade do gasto público em relação à renda.  $\theta$  é a sensibilidade da arrecadação em relação a utilização da capacidade produtiva.  $\tau_b$  é o *mark-up* bancário sobre a taxa de juros,  $\mu$  é o coeficiente de distribuição de juros e dividendos,  $\delta$  é participação de ações na riqueza das famílias e  $a$  é a propensão a consumir vinda da riqueza herdada.  $\psi_1$  é o multiplicador keynesiano,  $A(il_t)$  são os gastos autônomos e os sensíveis aos juros na curva de  $u_t$  e  $vh_t$  é a riqueza normalizada do modelo.

O sistema de quatro é reduzido em duas equações através de substituição direta. Tomando suas derivadas parciais, pode ser feito o mapeamento dos canais de curto prazo, que é apresentado na tabela (3). Através da análise dos diagramas de fase, a tabela (4) são montados e expostos os casos em que foram encontrados os regimes: de equilíbrio único (estáveis e instáveis) e de equilíbrio múltiplo (estáveis e instáveis).

Tabela 3: Canais de curto prazo entre as variáveis.

Canais de Curto Prazo entre as Variáveis do Modelo					
	$u_t$	$g_t$	$vh_t$	$vh_{t-1}$	$b_{t-1}$
$u_t$		-	-	>0	-
$g_t$	>0		-	-	-
$vh_t$	>0	<0		>0	?
$b_t$	<0	<0	-	-	>0

Fonte: Extraída de Dos Santos e Zizza (2008)

Tabela 4: Possíveis Regimes no Modelo.

Possíveis Regimes no Modelo			
"Pequena" reação da Riqueza ao seu valor inicial	$\delta vh_t / \delta vh_{t-1} < 0$ $\delta vh_t / \delta b_{t-1} < 0$	Regime 1 (Estável)	Regime 3 (Equilíbrio Múltiplo, potencialmente instável)
	$\delta vh_t / \delta vh_{t-1} < 0$ $\delta vh_t / \delta b_{t-1} > 0$	Regime 1b (Estável)	Regime 3b (Equilíbrio Múltiplo, potencialmente instável)
"Grande" reação da Riqueza ao seu valor inicial	$\delta vh_t / \delta vh_{t-1} > 0$ $\delta vh_t / \delta b_{t-1} < 0$	Regime 2 (Instável)	Regime 4 (Instável)

Fonte: Extraída de Dos Santos e Zizza (2008)

Ao fim, o artigo apresenta que a estrutura apresentada é uma rota para que os próximos autores nessa literatura possam avançar na modelagem SFC usando esse modelo como um *benchmark*, uma vez que agora são conhecidas suas propriedades. O trabalho que segue é que o de Mazzi (2013) utiliza como ponto de partida esse modelo sendo que é aberta a economia para incorporar característica de uma economia que se relaciona com o resto do mundo.

## 2.2. Conflito Distributivo

O segundo artigo desta tese utiliza de um modelo SFC para analisar os resultados possíveis através do método de simulação computacional para uma economia com as seguintes características: economia fechada, financeirizada, em que há presença de conflito distributivo entre os trabalhadores (na tentativa de recompor as perdas salariais devido ao processo inflacionário e as perdas de participação dos salários na renda) e as empresas (representando as decisões dos capitalistas que, por sua vez, almejam sempre a maior parcela de lucro possível na renda). Não obstante, o mercado bancário possui mecanismos de proteção à inflação e há a presença da autoridade monetária que usa uma regra de Taylor para o controle da inflação.

Com a finalidade de contextualização teórica do modelo criado e da literatura a qual ele se insere, nas próximas seções são apresentadas breves revisões teóricas sobre o tema distribuição de renda, inflação e barganha salarial, ideias sobre conflito e lutas de

classe em Kalecki e, o modelo de Rowthorn e conflito distributivo em uma economia financeirizada.

### 2.2.1. O debate acerca da Distribuição de Renda

Conforme Oreiro (2006), o interesse dos economistas a respeito dos determinantes do crescimento e do desenvolvimento econômico vem desde o nascimento da ciência econômica, no último quartel do século XVIII e primeira parte do século XIX. Os chamados economistas clássicos, tais como Adam Smith, David Ricardo, Thomas Malthus, Friedirich List e Karl Marx, muito embora através de óticas diferentes, a todos interessava responder a seguinte questão: como funciona o sistema capitalista e para onde este sistema poderá levar a sociedade que nele se encontra? A preocupação destes autores era reproduzir a dinâmica capitalista no intuito de entender o destino de uma sociedade a ela associada.

As questões apontadas estavam intrinsecamente ligadas ao estudo da dinâmica capitalista. Todavia, com o surgimento da revolução marginalista, aqui definida como o conjunto de obras publicadas a partir da segunda metade do século XIX - cujos expoentes são Carl Menger, William Jevons, Léon Walras e Alfred Marshall - há um deslocamento do foco da ciência econômica da investigação da dinâmica para a questão da alocação estática de uma dada quantidade de recursos.

Com o surgimento da revolução keynesiana, o enfoque na dinâmica volta à cena. Na sequência temos os artigos de Harrod (1939) e Domar (1946) que vinculam explicitamente a dinâmica capitalista a seus resultados de longo prazo. Sobre o objetivo dos trabalhos, embora através de métodos diferentes, foi demonstrar a instabilidade da trajetória de crescimento das economias capitalistas. Esses demonstraram analiticamente que o equilíbrio de estado estacionário é algo improvável, ou seja, as variáveis endógenas do sistema não tendem a um estado de movimento estável. Podemos então concluir que, os trabalhos apontam que o equilíbrio com pleno emprego é um caso particular e instável em uma economia capitalista em crescimento.

Ainda conforme Oreiro (2006), a partir do que fora levantado pelos autores surgem os chamados 1º e 2º problemas de Harrod. O primeiro corresponde à falta de

aderência do instrumento de análise proposto à realidade do capitalismo do segundo pós-guerra, o qual passou pela experiência de cerca de 20 anos com pleno emprego. O segundo estabelece que qualquer hiato entre a taxa de crescimento garantida e a taxa efetiva de crescimento se ampliará ao longo do tempo, perpetuando o caráter acidental do crescimento com pleno-emprego.

Ocorre então que o resultado fundamental encontrado é que a obtenção de uma trajetória de crescimento estável com pleno-emprego da força de trabalho é possível, mas altamente improvável. Dessa forma, as economias capitalistas deveriam, mais provavelmente, apresentar um crescimento irregular. Sendo que esse iria alternando por períodos de crescimento acelerado e por períodos de queda acentuada do nível de atividade econômica (e também desemprego elevado).

Como o que era observado através do lado real da economia (experiência capitalista do pós-guerra) não era condizente com a previsão teórica do modelo de Harrod-Domar, alguns autores pós-keynesianos como Nickolas Kaldor e Luigi Pasinetti buscaram solucionar esse *puzzle* através de modelos nos quais a trajetória de crescimento de longo-prazo fosse estável e caracterizada pelo pleno emprego da força de trabalho. Para isso, foi necessário o desenvolvimento de uma nova teoria da distribuição funcional da renda, na qual a participação dos salários e dos lucros na renda viesse a ser a variável de ajuste entre as decisões de poupança e de investimento.

A grande contribuição dessa nova abordagem foi em estabelecer outro mecanismo através do qual o investimento pode determinar a poupança. O primeiro mecanismo já havia sido apresentado por Keynes na Teoria Geral. Segundo o autor, um aumento exógeno do investimento iria gerar um aumento equivalente da poupança através do efeito do multiplicador. Kaldor (1956) e Pasinetti (1962), nessa nova abordagem, demonstraram através de seus modelos que uma variação do investimento irá gerar uma variação equivalente na poupança devido aos efeitos daquela variação sobre a distribuição da renda entre salários e lucros (hipótese na qual não há governo e a economia é fechada).

Conforme Oreiro (2006), a solução pós-keynesiana para o dilema de Harrod-Domar, a partir de Kaldor (1956), seria supor que a fração poupada da renda nacional não é constante e sim uma média ponderada das propensões a poupar a partir dos lucros

e dos salários. Nesse contexto, assume-se que a propensão a poupar a partir dos lucros ( $sc$ ) é maior do que a propensão a poupar a partir dos salários ( $sw$ ).

Para Kaldor, a existência de propensões a poupar diferenciadas com base nas classes de rendimentos não decorre da existência de classes sociais distintas e sim fruto da natureza da renda empresarial. Nas palavras do autor:

“Samuelson and Modigliani assume that any macro-economic theory which makes use of the notion of differences in savings propensities between profits and wages requires an identifiable class of hereditary barons – a class of capitalists ‘with permanent membership’ - distinguished by a high saving propensity and of a ‘permanent’ class of workers distinguished by a low savings propensity (...) I have always regarded the high savings propensity out of profits as something which attaches to the nature of business income, and not to the wealth (or other peculiarities) of the individuals who own property” (Kaldor, 1966, p.310).

Na sequência, temos que Joan Robinson (1962) acabou por estender o “paradoxo da parcimônia” para o longo-prazo. No modelo de crescimento por ela desenvolvido temos que um aumento na “propensão a poupar” resulta em uma redução da participação dos lucros na renda e, dado o grau de utilização da capacidade produtiva, numa redução da taxa de lucro. Sabendo que o investimento é sensível à taxa de lucro, temos como resultado do aumento da propensão a poupar uma redução da taxa de investimento. Dessa forma, temos que no longo-prazo, um aumento da propensão a poupar será seguido por uma redução da taxa de investimento e da própria taxa de poupança.

## 2.2.2. Inflação e Barganha Salarial

Conforme Drumond (2011), a origem do processo inflacionário é assunto que sempre despertou interesse entre os economistas. Alguns textos anteriores a Teoria Geral de Keynes já tratavam com preocupação a questão da estabilidade dos preços. O próprio Keynes, mais tarde, abordaria o assunto e pontuaría suas preocupações. Segundo Keynes (1972) um processo contínuo de inflação causaria o enriquecimento de poucos e o empobrecimento da maioria, o que ao fim minaria a confiança na equidade da distribuição de renda existente. É bem verdade que, neste momento, a opinião de Keynes ainda estava influenciada pela teoria quantitativa da moeda. Todavia, dentro da

lógica keynesiana após a Teoria Geral, podemos falar que a instabilidade contínua na dinâmica de preços pode afetar o estado de confiança da economia de maneira que ao fim a própria decisão de investir seja afetada.

O *mainstream* econômico, mais especificamente a partir do novo-consenso da macroeconomia<sup>5</sup>, entende que a inflação é um fenômeno majoritariamente de demanda. Entretanto, temos que para Arestis e Sawer (2006), essa maneira de entender o processo de inflação é superficial ao negligenciar as demais dimensões nas quais os custos do processo inflacionário geram para a dinâmica dos modelos.

Os modelos heterodoxos por sua vez têm tratado a inflação como um fenômeno emergente do conflito distributivo. Conforme Davidson (1991), como os agentes procuram aumentar sua parcela de participação na renda nacional, temos que a soma das partes é superior à renda total possível.

Conforme Drumond (2011), temos recentemente que uma série de modelos pós-keynesianos têm sido desenvolvidos para incorporar a inflação com base na ideia de conflito. Exemplos destes modelos podem ser encontrados em Blecker (1999), Blecker (2010), Setterfield (2006) e Lima e Setterfield (2008). Alguns dos pontos incomuns nestes modelos é que partem de uma economia oligopolizada, em que a manifestação do conflito distributivo se dá entre a diferença na participação dos salários na renda e dos lucros na renda.

Não se pode afirmar que apenas os pós-keynesianos [ou a heterodoxia] tem construído modelos com a inflação sendo modelada deste modo. Embora, na política monetária de um modo geral, a inflação seja estudada a partir da curva de Philips Neo-Keynesiana inspirada em Calvo (1983), alguns economistas, mais ou menos alinhados ao pensamento neo-keynesiano, têm escrito trabalhos em que a inflação aparece como movida por um conflito. Como exemplo destes autores, pode-se citar Carlin e Soskice (2006).

---

<sup>5</sup> O novo consenso na macroeconomia não se trata de um consenso generalizado e sim da existência de um núcleo da macroeconomia nos quais os princípios são aceitos tanto por economistas acadêmicos quanto por bancos centrais. Os princípios que norteiam residem na aceitação da existência de uma curva de Phillips a ser explorada no curto prazo, em função da rigidez de preços e salários. Em relação ao longo prazo, período em que os preços e salários são flexíveis, admite-se a existência de uma curva de Phillips vertical.

### 2.2.3. Luta de Classe e Distribuição da Renda: As Ideias de Kalecki

Michael Kalecki foi um importante economista polonês. Conforme Uebel (2011), grande parte dos princípios que Keynes estabeleceria na Teoria Geral já haviam sido desenvolvidos e publicados anteriormente por ele em polonês, porém sem a mesma notoriedade.

Todavia, posteriormente, mais especificamente nos anos 30, foi reconhecido mundialmente. Suas publicações tratam dos ciclos econômicos. Pode-se falar também que ele foi um pioneiro na análise matemática da dinâmica econômica. Utilizou amplamente conceitos clássicos e marxistas, interessando-se pelos conflitos de classe, distribuição da renda e concorrência imperfeita.

Conforme Uegel (2011), essas ideias tiveram influência e reconhecimento pela escola keynesiana de Cambridge (especialmente entre seus membros mais próximos ao marxismo, como J. Robinson e N. Kaldor) e entre os economistas pós-keynesianos.

Conforme estabelece Araújo (1995), Kalecki em sua obra tentara explicar separadamente o crescimento e os ciclos econômicos, chamados por este de ciclos puros, por serem ciclos sem crescimentos, ao contrário dos ciclos dinâmicos de sua obra. Logo, a dinâmica do sistema dava-se ao passo que não existia uma função consumo genérica; havia consumo dos capitalistas e consumo dos trabalhadores; havia lucros e salários e a articulação entre estas categorias é que é fundamental para explicar a dinâmica do sistema econômico kaleckiano.

Recentemente, especialmente após os anos 80, uma série de trabalhos teóricos tem buscado em Kalecki ideias no intuito de reformular teorias macroeconômicas<sup>6</sup>, alinhadas com o pensamento pós-keynesiano.

Como anteriormente falado, as ideias de Kalecki trazem sua grande contribuição para o entendimento da acumulação capitalista a partir do problema da demanda efetiva (por essa razão, há consonância com a obra de Keynes). O ponto é que ao estudar o problema da demanda efetiva, o autor desprendeu energia em compreender a dinâmica da distribuição da renda como parte importante do processo da acumulação.

---

<sup>6</sup> Ver Dutt (1990) e Blecker (1999).

Busca-se nesta seção apresentar alguns pontos relativos ao problema da distribuição da renda e do conflito distributivo a partir do pensamento de Kalecki, salientando o fato de que, para este autor, a distribuição da renda é dependente de uma estrutura de formação de preços em concorrência imperfeita, na qual as firmas possuem certo poder de monopólio.

Dessa forma, temos em Kalecki (1985) que as condições vigentes no mercado de bens divergem da hipótese de concorrência perfeita, de maneira que no mundo real as empresas industriais competem em condições de oligopólio, ponto esse que introduz na análise o tema de poder de mercado e a importância que tem as megacorporações no desenvolvimento normal dos negócios.

A equação de preços para uma economia em concorrência imperfeita nos moldes da Teoria da Dinâmica Econômica (TDE) é representada por:

$$p = m \cdot u + n \cdot \bar{p} \quad (\text{K.1})$$

Na equação (K.1)  $p$  é o preço de uma empresa nessa economia,  $u$  são os custos diretos (custos de materiais e salários),  $\bar{p}$  é o nível médio de preços do setor. O parâmetro  $m > 0$  está relacionado à capacidade da empresa de adicionar *mark-up*. O parâmetro  $n < 0$  informa o grau de competição com as demais empresas. Segundo Kalecki (1985), temos que:

A firma tem que evitar que o preço se eleve demasiado com relação aos preços das outras firmas, já que se isso sucedesse as vendas se reduziriam drasticamente. É preciso também, por outro lado, evitar que o preço se torne demasiado baixo com relação à média dos custos diretos, porquanto isso reduziria drasticamente a margem de lucro. (KALECKI, 1985)

Caso haja convergência entre os preços das firmas para os preços médios do setor, temos que  $p = \bar{p}$ . Logo:

$$p = \left( \frac{m}{1-n} \right) \cdot u \quad (\text{K.2})$$

O termo  $m/(1 - n)$  diz respeito ao grau de monopólio, que pode ser afetado por algumas variáveis. Nesse sentido temos que o poder dos sindicatos pode ser destacado. Nas palavras de Kalecki (1985):

A existência de sindicatos poderosos pode criar uma tendência no sentido de se reduzir a margem de lucro, pelos seguintes motivos. Verificando-se uma razão elevada entre os lucros e os salários, fortalece-se o poder de barganha dos sindicatos em suas atividades visando aumentos de salários, uma vez que os salários mais elevados serão então compatíveis com —lucros razoáveis— aos níveis de preços existentes. Se após os aumentos serem concedidos os preços fossem majorados, seriam geradas novas demandas de aumento de salários. Daí se conclui que uma razão elevada entre lucros e salários não pode ser mantida sem criar uma tendência no sentido da elevação dos custos. Esse efeito adverso sobre a posição competitiva de uma firma ou de um ramo da indústria estimula a adoção de uma política de margens de lucro mais baixas. Assim, o grau de monopolização será em certa medida mantido baixo graças à ação dos sindicatos e quanto maior for a força dos sindicatos com maior intensidade isso se fará sentir. (KALECKI, 1985)

Segundo Drummond (2011), o texto acima pode ser entendido de outra forma. Tendo em vista que os trabalhadores têm pouca influência sobre os salários reais, conclui-se que a barganha por participação na renda ocorre através da demanda por salários nominais (SAWYER, 1999, KALECKI, 1977b). Se por conveniência incluir-se nos custos diretos das firmas apenas os salários nominais  $W$  a um dado nível de produtividade do trabalho  $a$  e, além disso, assumir-se que a equação (K.2) pode ser generalizada para a economia como um todo, chega-se em (K.3):

$$p = \left(\frac{m}{1-n}\right) \cdot \left(\frac{W}{a}\right) \quad (\text{K.3})$$

Tomando  $m/(1 - n)$  como  $\mu$ , temos que:

$$p = \mu \cdot \left(\frac{W}{a}\right) \quad (\text{K.4})$$

Tendo em vista que o *share* de salários na renda é igual ao salário nominal vezes a quantidade de trabalhadores sobre o produto vezes o nível de preços, segue a equação (K.5):

$$\omega = \frac{W \cdot L}{Y \cdot p} \quad (\text{K.5})$$

Como a produtividade do trabalho é  $Y/L$ , temos que:

$$\omega = \frac{W}{p \cdot a} \quad (\text{K.6})$$

Como  $p = \frac{1}{\omega} \cdot \left(\frac{W}{a}\right)$  e  $p = \mu \cdot \left(\frac{W}{a}\right)$ , temos que:

$$\frac{1}{\omega} = \mu \quad ou \quad \omega = \frac{1}{\mu} \quad (K.7)$$

A equação (K.7) nos mostra que o *wage share* depende do grau de monopólio que possuem as empresas. Assim, podemos concluir que quanto maior for o grau de monopólio, menor será a participação dos trabalhadores na renda nacional. Ocorre que essa relação possui resistência. Os trabalhadores, através dos sindicatos, tentam resistir à perda de *wage share*, fazendo com que o grau de monopólio se enfraqueça. Desta forma, tentando reestabelecer a participação dos salários. Assim, pode-se imaginar uma situação em que o grau de monopólio é uma função decrescente do poder dos sindicatos.

$$\mu = f(Z), \quad f'(Z) < 0 \quad (K.8)$$

$$\omega = \frac{1}{f(Z)}, \quad \omega'(Z) > 0 \quad (K.9)$$

Podemos então concluir que, a distribuição da renda depende de duas variáveis importantes, o poder de monopólio das firmas e o poder dos sindicatos em barganhar salários.

Ainda segundo Drumond (2011), temos que a partir deste ponto é importante destacar o seguinte: nos modelos tradicionais de macroeconomia, a determinação do nível da renda e, consequentemente do emprego, se dá, sobretudo, no mercado de trabalho, mas que isso, no geral considera-se que os trabalhadores demandam salários reais e a economia não possui desemprego involuntário. Se estas condições forem atendidas, a redução dos salários poderia elevar o nível de emprego da economia. Todavia, Kalecki (assim como Keynes) não considera esta uma situação viável. Em geral a economia não opera em condições de pleno emprego e, além disso, a própria distribuição de renda é também função do poder de monopólio das firmas que operam em concorrência imperfeita. Mesmo a distribuição da renda não é considerada por Kalecki algo tão direto quanto o apresentado nas teorias mais tradicionais de sua época.

[...] a luta de classe, refletida nas reivindicações sindicais, pode afetar a distribuição da renda nacional, **mas de um modo muito mais sofisticado do que o expresso pela pura doutrina de que quando os salários se elevam os lucros decrescem na mesma importância**. Essa doutrina se mostra inteiramente errada. As mudanças que ocorrem na distribuição são (a) **relacionadas com a generalizada concorrência imperfeita e o oligopólio no sistema capitalista**, e (b) **elas são contidas em limites consideravelmente estreitos**. Todavia, o processo cotidiano de

reivindicações é um importante codeterminante da distribuição da renda nacional. (KALECKI, 1977b, *grifo nosso*)

Sabendo que os lucros podem ser descritos como a diferença entre a renda nacional e os salários pagos, temos então (K.10):

$$\pi = Y - W \cdot L \quad (\text{K.10})$$

A partir de (K.4) podemos reescrever os salários como função do *mark-up* e substituir em (K.10) e chegar em (K.11):

$$\pi = Y \cdot \left(1 - \frac{p}{\mu}\right) \quad (\text{K.11})$$

Dessa forma, tendo que o *mark-up* é constante, aumentos nos salários diminuirão o lucro. Todavia, o nível dos lucros é uma função de  $\mu$  com  $\partial\pi/\partial\mu > 0$ . Desta forma, se a firma responder aos aumentos dos salários com aumentos no *mark-up* e nos preços a distribuição de renda poderá ficar inalterada. Desta maneira, aumentos de salários frequentes seguidos por aumento do *mark-up*, cria uma espiral inflacionária. Como já foi mostrado, em caso de sindicatos fortes pode ocorrer das firmas diminuírem seu *mark-up* com a finalidade de não perder mercado para os seus produtos, mas isso não implica em dizer que necessariamente todo aumento de salário resulta em diminuição dos lucros.

#### 2.2.4. Conflito e Inflação: O Modelo de Rowthorn (1977)

O artigo de Rowthorn (1977) intitulado “Conflict, Inflation and Money” se tornou referência entre os pós-keynesianos sobre como a dinâmica inflacionária está intrinsecamente ligada à barganha salarial. Dado que o conflito distributivo é inerente ao capitalismo, o modelo inovou ao introduzi-lo na dinâmica dos preços. Por hipótese, o autor definiu que está lidando com uma economia dividida entre o setor estatal e o setor privado, sendo que o primeiro é dividido entre trabalhadores e capitalistas.

Temos também que a renda bruta do setor privado é reivindicada de quatro maneiras: (1) Os impostos do Estado, (2) os custos das importações, (3) o salário dos trabalhadores do setor privado (após impostos) e (4) o lucro dos capitalistas (após impostos). A equação (RT.1) descreve a parcela da renda dos capitalistas (fruto de negociações entre trabalhadores e capitalistas).

$$\Pi^n = 1 - T - F - W^n \quad (\text{RT.1})$$

Onde:  $T$  é a parcela de impostos pagas pelo setor privado,  $F$  são os custos das importações e  $W^n$  é a parcela da renda negociada pelos trabalhadores com os capitalistas.

Entre as demais premissas do modelo, temos que a produtividade do trabalho é tomada como constante e a negociação existente entre capitalistas e trabalhadores envolve as expectativas que são formadas entre as partes. No caso dos trabalhadores, a negociação salarial está relacionada com a inflação esperada. Se as expectativas não forem realizadas, fica claro que uma das partes estará perdendo parte da sua participação na renda.

O modelo ainda supõe que há duas parcelas de lucro na renda, sendo uma negociada através do acordo salarial, dado por  $\Pi^n$ , e outra é a que é desejada pelos capitalistas, dado por  $\Pi^*$ . Com relação a essa última, cabe destacar que é ela que será responsável pela estratégia dos capitalistas sobre a marcação de preços após o acordo salarial. No caso de ambas serem idênticas, não há conflito e caso sejam diferentes, a ação dos capitalistas afetará o acordo salarial. Nos termos do autor, essa diferença entre as parcelas pode ser chamada de hiato de aspiração, dado por  $A$ , e apresentado em (RT.2).

$$A = \Pi^* - \Pi^n \quad (\text{RT.2})$$

Introduzindo (RT.1) em (RT.2), temos (RT.3):

$$A = \Pi^* - (1 - T - F - w^n) \quad (\text{RT.3})$$

O modelo também parte da premissa que a negociação dos salários se dá de forma simultânea em  $y$  rodadas de negociação por ano. Nessa negociação, os trabalhadores levam em conta a variação esperada dos preços, dada por  $\theta^a$ . Assim, podemos escrever a equação de preços da seguinte forma:

$$\Theta = \beta \cdot (\Pi^* - \Pi^n) + \Theta^a, \quad \beta > 0 \quad (\text{RT.4})$$

Caso os capitalistas consigam através do acordo salarial fixar a parcela da renda desejada ocorre que não há conflito e o nível de preços esperados se torna igual ao efetivo, ou seja  $\Theta = \Theta^a$ . Todavia, caso isso não ocorra e  $\Pi^* > \Pi^n$ , o nível de preços efetivo será diferente do esperado no momento dos acordos, já que os capitalistas estrategicamente elevam os seus preços para aumentar a sua participação na renda nacional. Sabendo que os salários se ajustam  $y$  vezes ao ano (uma constante), a inflação anual pode ser escrita como em (RT.5):

$$y \cdot \Theta = y \cdot \beta \cdot (\Pi^* - \Pi^n) + y \cdot \Theta^a \quad (\text{RT.5})$$

Sabendo que:  $y \cdot \Theta = p$ ;  $y \cdot \beta = \lambda$ ;  $(\Pi^* - \Pi^n) = A$  e  $y \cdot \Theta^a = p^a$ , temos que (RT.5) pode ser reescrita como (RT6):

$$p = \lambda \cdot A + p^a \quad (\text{RT.6})$$

Temos também que a inflação anual não prevista é dada pela diferença entre a inflação efetiva e a expectativa de inflação, dada por (RT.7):

$$p^u = p - p^a \quad (\text{RT.7})$$

Reorganizando os termos de (RT.7) e introduzindo em (RT.6), temos:

$$p^u = \lambda \cdot A \quad (\text{RT.8})$$

Dessa forma, (RT.8) nos indica que a inflação não esperada é função do hiato de aspiração dos capitalistas, ou seja, da diferença entre a sua parcela desejada na renda e aquela efetivada no momento dos acordos salariais. Não obstante, a intensidade desse processo inflacionário aumenta na medida em que as renegociações são mais frequentes, ou seja, quanto maior for  $y$ .

Todavia, esse processo pode ser arrefecido através de outro componente que é o nível da atividade econômica. Se essa estiver mais aquecida, os trabalhadores possuem maior poder de barganha sobre o salário devido ao aumento da demanda por mão de obra. Para os capitalistas também se torna mais fácil ajustar os preços. Temos então (RT.9) que define a função da salários demandados como função da demanda por mão de obra e (RT.10) que define o lucro desejado dos capitalistas como função da capacidade utilizada das empresas,  $D^c$ :

$$w^n = w^n(D^L), \quad \partial w^n / \partial D^L > 0 \quad (\text{RT.9})$$

$$\Pi^* = \Pi^*(D^c), \quad \partial \Pi^* / \partial D^c > 0 \quad (\text{RT.10})$$

É razoável supor que ambas as funções variem no mesmo sentido da demanda agregada. Não obstante, temos também que impostos e custos dos bens importados gerem pressões sobre a barganha pelo aumento da participação na renda afetando as duas classes. Logo, (RT.11) e (RT.12) podem ser assim escritas:

$$w^n = w^n(D^L, T, F) \quad (\text{RT.11})$$

$$\Pi^* = \Pi^*(D^c, T, F) \quad (\text{RT.12})$$

Usando (RT.8), (RT.11) e (RT.12), temos que:

$$p^u = \lambda \cdot [\Pi^*(D^c, T, F) + T + F + w^n(D^L, T, F) - 1] \quad (\text{RT.13})$$

Partindo da premissa que aquecimento no mercado de bens (com pressões sobre  $D^c$ ) implique em pressões no mercado de trabalho (pressões sobre  $D^L$ ), podemos escrever a equação anterior como função do desemprego ( $U$ ):

$$p^u = \lambda \cdot [\Pi^*(U, T, F) + T + F + w^n(U, T, F) - 1], \quad \partial p^u / \partial U < 0 \quad (\text{RT.14})$$

Conforme Drummond (2011), o artigo original de Rowthorn não explicita o mecanismo de ajuste de inflação através de uma equação diferencial. Todavia, as suas ideias podem ser sintetizadas da seguinte forma:

Tomando a equação de formação de preço com inspiração Kaleckiana<sup>7</sup>, temos:

$$p = \mu \cdot \left( \frac{w}{a} \right) \quad (\text{RT.15})$$

Passando o log e derivando no tempo, temos:

$$\hat{p} = \hat{\mu} + \hat{w} - \hat{a} \quad (\text{RT.16})$$

Partindo da premissa que o mark-up é fixo e a produtividade cresce a uma taxa constante, temos que:

---

<sup>7</sup> Kalecki (1977).

$$\hat{p} = \hat{w} - \bar{a} \quad (\text{RT.17})$$

É razoável supor que a demanda por salários nominais varie no tempo como função do desejo dos trabalhadores em ter maior participação na renda. Assim como concebido por Rowthorn (1977) é possível imaginar que existem duas parcelas potenciais das rendas dos trabalhadores (e dos capitalistas), uma desejada e outra efetiva. Dentro da tradição keynesiana entende-se que existe uma relação de forças no mercado de trabalho que pende para o lado dos capitalistas, ou seja, em última instância a participação dos salários na renda efetiva tende a ser aquela determinada pelos empresários.

Dessa forma, define-se então que  $w^n$  é a parcela de participação de salário na renda desejada pelos trabalhadores e  $w^f$  é a parcela de participação de salários na renda desejada pelos capitalistas, que tende ser a efetiva. Dessa forma,  $w^f = 1 - \Pi^*$ , sendo que  $\Pi^*$  é a participação dos lucros na renda desejada pelos capitalistas.

Sabendo, então, que além do hiato de aspiração, os trabalhadores levam em conta a inflação esperada  $p^e$  e desejam obter ganhos oriundos dos acréscimos de produtividade do trabalho ao longo do tempo, tendo em vista isso podemos escrever a taxa de crescimento dos salários como sendo função de:

$$\hat{w} = \varphi(w^n, w^f, p^e, \bar{a}) \quad (\text{RT.18})$$

Na forma linear:

$$\hat{w} = p^e + \bar{a} + \varphi.(w^n - w^f) \quad (\text{RT.19})$$

Combinando (RT.17) e (RT.19), temos:

$$\hat{p} = p^e + \varphi.(w^n - w^f), \quad \varphi > 0 \quad (\text{RT.20})$$

Por fim, temos que (RT.20) nos traz alguns apontamentos. Se  $w^n = w^f$ , não há conflito distributivo e a participação que os trabalhadores desejam é a mesma ofertada pelos capitalistas, logo  $\hat{p} = p^e$ . Caso a participação desejada pelos trabalhadores seja maior que a ofertada pelos capitalistas,  $w^n > w^f$ , a inflação será diferente da esperada. Isso porque os trabalhadores vão barganhar salários nominais, pressionando os lucros para baixo, mas os capitalistas irão responder com aumentos nos preços de modo a não permitir a perda da fatia de lucros na renda nacional. Esse movimento de barganha

depende do poder de negociação dos trabalhadores, dado por  $\varphi$ . Se ele for muito pequeno, os capitalistas poderão manter sua participação na renda sem maiores pressões inflacionárias.

#### 2.2.5. Financeirização e Mudanças na Distribuição Funcional: Canais Potenciais de Influência – Hein (2012)

Com o intuito de discutir os efeitos de longo prazo da financeirização sobre a distribuição funcional da renda, Hein (2012) parte da abordagem Kaleckiana (1954 e 1971). De acordo com Kalecki, a distribuição funcional da renda no setor industrial da economia é determinado pela precificação via *mark-up* das empresas em mercados competitivos incompletos (monopólio, oligopólio e competição monopolística). No setor primário (agricultura, pesca e mineração) no qual a oferta é inelástica no curto prazo, mudanças na demanda causam mudanças nos preços. No setor industrial, mudanças na demanda geram aumento de produção e assim afetam o grau de utilização da capacidade produtiva com os preços sendo mais ou menos rígidos.

Desta maneira, em modelos de crescimento e distribuição Kaleckianos descritos como economias industriais, o grau de utilização da capacidade produtiva se torna endógeno tanto no curto quanto no longo prazo. Esse é o retrato das economias capitalistas desenvolvidas com domínio de setores industriais, a qual a abordagem Kaleckiana é possível de ser utilizada. Além disso, temos que esses são setores intensivos de mão de obra, com condições abaixo do pleno emprego no qual os preços podem ser definidos com um *mark-up* sobre os custos fixos unitários.

Além da marcação de preços via *mark-up*, outros autores Pós-Keynesianos propuseram diferentes meios de marcação de preço sobre os custos, por motivos de simplicidade, aqui parte-se da alternativa de precificação via *mark-up*. Conforme o que fora exposto por Hein (2012), o que segue objetiva identificar os canais que financeirização atinge a distribuição, mas não apenas nas causas de curto prazo ou nas flutuações cíclicas da distribuição funcional da renda.

Segue o modelo exposto:

$$p_j = (1 + m_j) \cdot (w \cdot a_j + p_f \cdot e \cdot \mu_j), \quad m > 0 \quad (1)$$

Onde  $p_j$  é o preço do produto no setor  $j$ ,  $m_j$  é o *mark-up*,  $w$  é a taxa de salários nominais,  $a_j$  é a razão trabalho-produto,  $p_f$  é o preço unitário de materiais importados ou bens intermediários em moeda estrangeira,  $e$  é a taxa de câmbio nominal e  $\mu_j$  são os materiais são as unidades por produto de materiais importados ou bens intermediários. Desde que a relação entre os custos unitários de materiais e os custos unitários do trabalho seja dada por  $z_j$ , tem-se:

$$z_j = \left( \frac{p_f \cdot e \cdot \mu_j}{w \cdot a_j} \right) \quad (2)$$

A equação de preços pode então ser assim descrita:

$$p_j = (1 + m_j) \cdot \left[ w \cdot a_j \cdot \left( 1 + \frac{p_f \cdot e \cdot \mu_j}{w \cdot a_j} \right) \right] = (1 + m_j) \cdot [w a_j \cdot (1 + z_j)] \quad (3)$$

A participação bruta dos lucros no valor adicionado,  $h_j$ , é dado por:

$$h_j = \frac{\Pi_j}{(\Pi + W)_j} = \frac{1}{\frac{1}{(1+z_j) \cdot m_j} + 1} = \frac{(1+z_j) \cdot m_j}{(1+z_j) \cdot m_j + 1} \quad (4)$$

Onde  $\Pi$  é o lucro bruto,  $W$  são os salários pagos pelo trabalho.

A participação dos salários no valor adicionado,  $(1 - h_j)$ , é dado por:

$$(1 - h_j) = \frac{W_j}{(\Pi + W)_j} = \frac{1}{(1+z_j) \cdot m_j + 1} \quad (5)$$

A participação do lucro bruto de todas as empresas sobre a economia é dada pela média ponderada da participação dos lucros setoriais no valor adicionado e os salários pagos pelo trabalho, ( $\omega = 1 - h$ ), para a economia sendo esses uma média ponderada da participação dos salários setoriais.

$$h = \frac{\Pi}{\Pi + W} = \frac{1}{\frac{1}{(1+z) \cdot m} + 1} = \frac{(1+z) \cdot m}{(1+z) \cdot m + 1} \quad (6)$$

$$1 - h = \frac{W}{(\Pi + W)} = \frac{1}{(1+z) \cdot m + 1} \quad (7)$$

Dessa forma, a distribuição é assim determinada pelo *mark-up* das empresas, pela relação existente entre o custo unitário de materiais com o custo unitário do trabalho e pela composição setorial da economia. Com condições técnicas da produção constantes ( $a$  e  $\mu$  constantes), um aumento na participação dos lucros pode ser tanto ocasionado por: aumento de *mark-up*, queda dos salários nominais, aumento de preços

de importados em moeda estrangeira, aumento da taxa de câmbio nominal e ou variação na composição setorial da economia no sentido do aumento de setores onde a participação do lucro no valor adicionado é mais elevada.

Antes de discutir os potenciais canais nos quais a financeirização pode atingir a distribuição funcional da renda, precisamos detalhar os determinantes do *mark-up* de forma mais precisa. De acordo com Kalecki (1954, p. 17-18 e 1971, p. 49-52), o *mark-up*, ou o “grau de monopólio” possui alguns determinantes principais:

Primeiro, ele é positivamente relacionado ao grau de concentração existente em uma respectiva indústria ou em um respectivo setor. Um alto grau de concentração dentro de um setor faz com que haja um comportamento de liderança na marcação de preços pelas empresas mais importantes do setor, formação de acordos tácitos ou cartéis.

Em segundo lugar, o *mark-up* é negativamente relacionado com a relevância da competição via preços em relação as outras formas de competição (diferenciação de produto, marketing e outros). Assim, pode-se ser resumido esses dois determinantes como o grau de competição via preços entre as empresas no mercado de bens. Esses determinantes foram destacados, particularmente, nos trabalhos de Steindl (1976) e Baran e Sweezy (1966) focando nas tendências em direção ao capital monopolista. Posteriormente, eles foram integrados dos modelos Neokaleckianos de Rowthorn (1981) e Dutt (1984).

Em terceiro lugar, as reivindicações dos sindicatos tem um poder de efeito adverso sobre o *mark-up*. Em um tipo de jogo estratégico, as empresas antecipam o que os sindicatos mais fortes irão demandar salários mais altos se o *mark-up* exceder os níveis “razoáveis” ou “convencionais”. Ocorre que um *mark-up* alto só pode ser sustentável à custa de preços cada vez mais altos o que ao fim gera uma perda de competitividade da empresa. Isso então restringe as empresas em elevar o *mark-up* em primeiro lugar. Partindo de Rowthorn (1977), na literatura Pós-keynesiana o efeito do poder de barganha dos sindicatos foi incluído nos modelos de inflação via conflito distributivo, nos quais, trabalhadores e empresas na busca por participações inconsistentes na renda geram inflação por um lado e por outro afetam a distribuição<sup>8</sup>.

Em quarto, os custos fixos podem afetar o grau de monopólio e assim o *mark-up*. Sabendo que um aumento dos custos fixos pode esmagar o lucro bruto, ocorre que

---

<sup>8</sup> Maiores detalhes em Lavoie (1992) & Hein e Stockhammer (2010).

as empresas podem aumentar a negociação por acordos tácitos entre as firmas na tentativa de proteger os seus lucros individuais, e consequentemente levar a um aumento nos preços em relação aos seus custos primários unitários (Kalecki, p.17, 1954).

Conforme Lavoie (2009), na perspectiva da empresa, o pagamento de juros sobre a dívida das empresas também faz parte dos custos fixos, e assim trabalhos recentes<sup>9</sup> têm utilizado a ideia de elasticidade juros ou elasticidade taxa de juros do *mark-up* em modelos de distribuição e crescimento. Um aumento permanente na taxa de juros (ou nos juros) deve induzir, na média, um aumento do *mark-up* para que as empresas continuem sobrevivendo. Recentemente, essa ideia foi estendida<sup>10</sup> argumentando que na perspectiva gerencial da empresa, o pagamento de dividendos se assemelha a um custo fixo. Um aumento permanente dos dividendos pode induzir a empresa a tentar recuperar o seu vazamento de caixa para investimentos através do aumento de *mark-up*, ou seja, aumentando seus preços ou forçando para baixo seu custo unitário do trabalho se houver condições de mercado para isso e baixo poder de barganha dos sindicatos neste momento.

Tornando o *mark-up* elástico com respeito a diferentes tipos de despesas e reivindicações por lucro significam que as empresas precisam ter uma noção de níveis médios ou níveis de longo prazo do produto ou do grau de utilização da capacidade produtiva para um dado nível de estoque de capital, porque custos fixos unitários caem com o produto. A abordagem do *mark-up* se torna assim equivalente a abordagem da meta de taxa de retorno<sup>11</sup>, e a equação de *mark-up* pode ser entendida como sendo determinada por um alvo de taxa de retorno para o níveis médios de longo prazo do produto ou do grau de utilização da capacidade<sup>12</sup>.

### 2.3. Crescimento Restrito pelo Balanço de Pagamentos (RBP)

A literatura dos modelos de crescimento restritos pelo balanço de pagamentos (RBP) é uma frente que tem tido bons resultados empíricos para descrever o crescimento desigual entre os países ao longo do tempo. Sendo de inspiração

---

<sup>9</sup> Exemplos: Lavoie (1993); Hein (2006, 2007 e 2008a)

<sup>10</sup> Hein (2010a, 2010b) e Hein e Van Treeck (2010a, 2010b).

<sup>11</sup> Lavoie 1992

<sup>12</sup> Eichner (1976); Harcourt e Kenyon (1976); Wood (1975)

Keynesiana, o elemento explicativo da restrição está no lado da demanda agregada, de forma mais específica, nas variáveis que definem a balança comercial.

A literatura RBP, a partir do trabalho seminal de Thirlwall (1979) foi capaz de prever com uma aderência empírica bastante satisfatória o crescimento de longo prazo entre os países. Não obstante, apesar de ser conduzida por inspirações diferentes, ela veio de encontro à literatura Estruturalista Latino Americana inaugurada por Prebisch (1949), que relacionou o desenvolvimento dos países com sua inserção produtiva no sistema econômico internacional.

Com o passar do tempo, o modelo original de Thirlwall foi expandido para incorporar todos os elementos presentes no balanço de pagamentos (fluxo de capitais, pagamento de juros, transferências unilaterais) e desdobrada para ser estudada no nível setorial e por relações comerciais multilaterais. Desde o seu surgimento, técnicas econométricas mais avançadas também têm sido utilizadas para testar sua validade e até o presente momento os resultados continuam confirmando-a como bastante aderente à realidade dos dados observados.

Partindo da premissa de que no longo prazo deve haver convergência entre a taxa que equilibra o balanço de pagamentos e a taxa de crescimento observada na economia, essa literatura explica a partir da razão existente entre as elasticidades-renda das exportações sobre as importações qual seria a taxa de crescimento compatível com a sua restrição.

Todavia, modelos RBP em sua maioria consideram apenas relações existentes no balanço de pagamentos<sup>13</sup> e tratam como exógenas ou ausentes às demais variáveis existentes na economia que de alguma forma podem afetar o balanço de pagamentos. Por preconizar relações de longo prazo, aceita hipóteses como a das variações dos termos de troca constantes no longo prazo.

Dessa forma, choques que ocorram no curto prazo, desconsiderados nessa literatura, não podem ser entendidos e estudados para entender efeitos cumulativos para o longo prazo. Entre esses, podemos citar: a mudança de juros em país em regime

---

<sup>13</sup> O modelo de Araújo e Lima (2007) desdobra a Lei de Thirlwall na Lei de Thirlwall Multissetorial utilizando a estrutura de Pasinetti (1981 e 1993). Para tal, o autor define condições de pleno emprego e pleno uso da demanda agregada. Dessa forma, o trabalho deixa explícitas suas condições quanto aos demais elementos da demanda agregada. Outro trabalho que faz essa análise é McCombie (1993).

cambial fixo ou flutuante pode impactar o comércio ou outras variáveis do modelo? Alterariam a taxa de crescimento prevista pela Lei de Thirlwall (LT) de alguma forma? O impacto (e seu *feedback*) da desaceleração de um país sobre a taxa de crescimento do mundo (ou de um parceiro) mudam substancialmente o crescimento previsto pela LT? Se forem adicionadas moeda, relações de portfólio e fluxos de capitais, setor bancário independente, haveria consequências para a LT?

A abordagem *Stock-Flow Consistent* (SFC) tem condições em ajudar a responder algumas dessas respostas e complementar essa literatura. A origem dos trabalhos SFC está marcada nos artigos de Godley e Cripps (1983) e Godley (1997) e compilada no manual *Monetary Economics* de Godley e Lavoie (2007).

A sua utilização é uma alternativa para a conciliação de diferentes teorias de pensamento pós-keynesiana. Ela é composta por uma análise contábil rigorosa (através de balanços patrimoniais dos setores e da matriz de transações entre os setores). A rigor, em um modelo SFC, tudo que sai de algum lugar vai para algum lugar de modo que não haja possibilidade de surgir buracos negros<sup>14</sup> internos ao modelo.

Todavia, essa é uma abordagem que é ateórica. Apesar de sua expansão e uso estejam relacionadas a autores pós-keynesianos, ela não está presa a esses para ser utilizada<sup>15</sup>. A sua parte suplementar que mostra a dinâmica econômica é separada nas chamadas equações comportamentais. Aqui há a possibilidade de inserirmos comportamento de qualquer influência teórica.

Não obstante, nela reside o plano de fundo para criar uma moderna economia industrial complexa com relações entre setores e moeda (tendo sua oferta endógena ao sistema). Nos termos de Godley e Lavoie, é o caminho natural para recriar uma economia monetária da produção, nos moldes de Keynes. Tendo em vista essas características e a complementariedade teórica, esse projeto de tese irá defender o estudo dos detalhes comportamentais em um modelo Pós-keynesiano de crescimento, estudar as inter-relações existentes entre: moeda, riqueza, fluxos de capitais, comércio

---

<sup>14</sup> Na literatura SFC, buracos negros é um termo utilizado para definir uma variável que aparece em uma parte do modelo, mas desaparece em outra. Um exemplo é quando os agentes são remunerados por juros e os juros não aparecem para afetar a renda disponível dos agentes.

<sup>15</sup> A abordagem apenas exige rigor contábil no balanço e nas transações econômicas. O que suplementa a abordagem são as chamadas equações comportamentais. Essas sim podem ser: Pós-Keynesianas, Staffianas, Marxistas, Neoclássicas ou de qualquer outra corrente de pensamento.

exterior e câmbio flutuante, para que ao fim possamos inferir as consequências de choques para a dinâmica do modelo.

Para cumprir essa tarefa, esse trabalho foi norteado em desenvolver um modelo de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos através da construção de um modelo teórico SFC. Para esse fim, foi criado no primeiro artigo um modelo que incorpore a dinâmica de dois países (sendo que o mundo é endógeno ao modelo) que transacionam entre si, trocam fluxos de capitais, possuam câmbio flutuante, mensurem risco e sejam compostos internamente pelas famílias, empresas, governo, bancos comerciais e banco central. A dinâmica completa do sistema nos permite inferir os canais de transmissão existentes nessa economia para os choques e como esses afetam a trajetória de crescimento e a convergência para a LT.

### 2.3.1. A Lei de Thirlwall - Thirlwall (1979)

O multiplicador de comércio de Harrod e a visão de Kaldor (1970) sobre as restrições ao crescimento causaram um grande debate tanto da literatura teórica quanto da empírica.

Thirlwall (1979) redescobriu a mesma equação na tentativa de explicar as diferentes taxas de crescimento dos países encontradas para períodos de longo prazo. Na realidade, a proposta desse artigo foi fornecer uma visão alternativa à visão neoclássica baseada em elementos do lado da oferta. Do ponto de vista pós-keynesiano, Thirlwall (1979, p. 45) argumenta que como definição geral, é a demanda que empurra o sistema econômico para encontrar a oferta e essa, dessa forma, se adapta com algumas limitações. Assim, se há diferenças entre as taxas de crescimento observadas entre os países, essas devem ser explicadas pelos fatores da demanda.

Para tanto, em seu artigo, Thirlwall parte de algumas hipóteses simplificadoras para desenvolver o modelo. Segundo Barbosa-Filho (2002), parte-se da premissa que haja comércio entre dois países, sendo um a economia local e o outro a economia do resto do mundo. Deve-se assumir também que o resto do mundo seja grande o suficiente para que o comércio com a economia local seja insignificante em termos

macroeconômicos. Deve-se assumir também que sejam ambas as economias formadas apenas por um setor e o bem produzido por elas é um substituto imperfeito um do outro. Ademais, por premissa, tem-se que a moeda internacional é a moeda do resto do mundo, o que ao fim impossibilita a economia local recorrer a emissões monetárias para financiar seus déficits no Balanço de Pagamentos. Se for aceito todos os pontos anteriores, tem-se que a economia local é limitada pelo seu balanço de pagamentos, uma vez que os bens importados são substitutos imperfeitos dos produtos locais, surge uma restrição à oferta de bens no país local.

Dessa forma, para explorar a condição de restrição o autor parte de três equações:

$$P_d \cdot X = P_f \cdot M \cdot E \quad (\text{T1})$$

$$M = (P_f \cdot E)^\psi \cdot P_d^\phi \cdot Y^\pi \quad (\text{T2})$$

$$X = \left(\frac{P_d}{E}\right)^\eta \cdot P_f^\epsilon \cdot Z^\delta \quad (\text{T3})$$

Sendo (T1) é a equação de equilíbrio do balanço de pagamentos quando a balança comercial está em equilíbrio, (T2) a equação para a quantidade de importações, (T3) a equação para a quantidade de exportações. Todas as variáveis são para o período  $t$ <sup>16</sup>.  $P_d$  representa os preços das mercadorias exportadas, em moeda doméstica.  $P_f$  representa os preços das mercadorias importadas, em moeda internacional.  $Z$  representa a renda mundial,  $X$  a quantidade exportada,  $M$  a quantidade importada e  $E$  a taxa de câmbio nominal, sendo essa o preço da moeda estrangeira em termos da moeda doméstica.  $\psi, \eta, \phi, \epsilon$ <sup>17</sup> representam as elasticidades-preço e as elasticidades-preço cruzadas das importações e das exportações sucessivamente.

Aplicando o logaritmo, diferenciando no tempo e inserindo (T2) e (T3) em (T1), chegaremos em:

$$\hat{y} = \frac{(1+\eta-\phi)}{\pi} \cdot \hat{p}_d - \frac{(\psi+\eta+1)}{\pi} \cdot \hat{e} - \frac{(1-\epsilon+\psi)}{\pi} \cdot \hat{p}_f + \frac{\delta}{\pi} \cdot \hat{Z} \quad (\text{T4})$$

---

<sup>16</sup> Subscrito omitido por conveniência de notação.

<sup>17</sup>  $\psi < 0, \eta < 0, \phi > 0, \epsilon > 0$

Supondo que as elasticidades-preço das demandas por exportações e importações são iguais às elasticidades-preço cruzadas ( $\psi = -\phi$  e  $\eta = -\epsilon$ ), chegaremos em:

$$\hat{y} = \frac{(1+\eta+\psi)}{\pi} \cdot (\hat{p}_d - \hat{e} - \hat{p}_f) + \frac{\delta}{\pi} \cdot \hat{z} \quad (T5)$$

Um ponto que cabe destaque em (T5) é que quando  $|\eta + \psi| > 1$ , temos a condição de Marshal-Lerner<sup>18</sup> satisfeita, ou seja, uma desvalorização no câmbio real melhora o saldo comercial.

Ao fim, supondo que as taxas de crescimento dos termos de troca não possam aumentar ou diminuir constantemente e que  $\hat{x} = \delta \cdot \hat{z}$ , temos então que (T5) se reduz a (T6).

$$\hat{y} = \frac{\hat{x}}{\pi} \quad (T6)$$

Por derradeiro, a última equação (T6) nos traz uma conclusão. Ela nos aponta que no longo prazo, a taxa de crescimento compatível com o equilíbrio no balanço de pagamentos é determinada pela taxa de crescimento das exportações dividida pela elasticidade-renda das importações.

### 2.3.2. A Introdução dos Fluxos de Capitais - Thirlwall e Hussain (1982)

O modelo proposto por Thirlwall apresentou resultados que se ajustavam muito bem a economias desenvolvidas e apresentavam baixo “fitting” para economias em desenvolvimento. A razão disso é que países em desenvolvimento, em sua grande maioria, apresenta alta participação dos fluxos de capitais em seu balanço de pagamentos. Em virtude disso, o modelo anterior foi expandido para incorporar os fluxos com o intuito de conciliar o equilíbrio do balanço de pagamentos com os fluxos autônomos de capitais (situação essa em que a balança comercial pode estar

---

<sup>18</sup> A condição de Marshall-Lerner nos afirma que se a soma das elasticidades for superior a unidade, teremos uma melhora na balança comercial com a desvalorização cambial. Assim, o efeito quantidade superará o efeito preço. A demonstração matemática da condição de Marshall-Lerner é feita no apêndice do projeto.

desequilibrada). Tomemos então a seguinte equação (TH.1), que representa a condição de equilíbrio do balanço de pagamentos na presença de fluxos de capitais<sup>19</sup>:

$$P_d \cdot X + C = P_f \cdot M \cdot E \quad (\text{TH.1})$$

Aplicando o log e diferenciando-a no tempo, temos (TH.2):

$$\theta \cdot (\hat{p}_d + \hat{x}) + (1 - \theta) \cdot \hat{c} = \hat{p}_f + \hat{m} + \hat{e} \quad (\text{TH.2})$$

$$\hat{m} = \psi \cdot (\hat{p}_f + \hat{e} - \hat{p}_d) + \pi \cdot \hat{y} \quad (\text{TH.3})$$

$$\hat{x} = \eta \cdot (\hat{p}_d - \hat{e} - \hat{p}_f) + \epsilon \cdot \hat{z} \quad (\text{TH.4})$$

Inserindo (TH.4) e (TH.5) em (TH.2) e reorganizando os termos, temos ao fim:

$$\hat{y} = \frac{(1+\psi+\theta\eta)}{\pi} \cdot (\hat{p}_d - \hat{e} - \hat{p}_f) + \frac{(1-\theta)}{\pi} \cdot (\hat{c} - \hat{p}_d) + \theta \cdot \frac{\epsilon}{\pi} \cdot \hat{z} \quad (\text{TH.5})$$

Onde  $\theta$  é a participação das exportações no total de receitas e  $(1 - \theta)$  é a participação dos fluxos de capitais no total de receitas.

A equação acima nos mostra que a LT é um caso especial do modelo quando  $\theta = 1$ , ou seja, quando a participação dos fluxos é zero e as exportações representam todas as receitas. Todavia, não sendo esse o caso e se tomarmos um déficit comercial de ponto de partida e o fluxo real externo,  $(\hat{c} - \hat{p}_d)$ , for abaixo da taxa de crescimento das exportações, temos que a taxa de crescimento prevista pelo modelo será inferior a prevista para LT. Todavia, se  $\hat{x} = (\hat{c} - \hat{p}_d)$  temos a validade da LT.

O modelo apresentado em 1982 representou um avanço em termos de desenvolvimento da LT original ao incorporar os fluxos de capitais. Todavia, esses fluxos em geral, geram uma contrapartida de encargos financeiros<sup>20</sup> que não fora contemplada nessa versão.

---

<sup>19</sup> Se  $C > 0$ , há entrada de capitais e sendo  $C < 0$ , há saída de capitais.

<sup>20</sup> Pagamento de juros e remessa de lucros.

### 2.3.3. A Lei de Thirlwall em uma Estrutura de Dois Países – McCombie (1993)

Na literatura até então apresentada, há o costume de definir o país para o qual se está estudando a Lei de Thirlwall como um país pequeno demais para causar “*feedbacks*” no comércio existente com o resto do mundo. Por essa razão, sempre tomamos a taxa de crescimento da renda mundial como uma variável exógena. Isso pode ser verdade para economias pequenas e países em desenvolvimento, mas certamente não será para as grandes economias.

O artigo de McCombie (1993) trata de um modelo em que há apenas dois países no mundo e a dinâmica do comércio gera *feedbacks* para a taxa de crescimento do seu vizinho que retroalimentará o seu crescimento.

Iremos ver o que acontece com a Lei de Thirlwall nestas condições:

O nível da renda dos dois países pode ser definida da seguinte forma:

$$Y_1 = C_1 + I_1 + G_1 + X_1 - M_1 \left( E \cdot \frac{P_2}{P_1} \right) \quad (\text{MC.1})$$

$$Y_2 = C_2 + I_2 + G_2 + X_2 - M_2 \left( \frac{P_1}{E \cdot P_2} \right) \quad (\text{MC.2})$$

O consumo, tributação, investimento e gasto público podem ser abertos da seguinte forma:

$$C_i = \bar{C}_i + \delta \cdot (Y_i - T_i), \quad i = 1, 2 \quad i \neq j \quad (\text{MC.3})$$

$$T_i = \tau \cdot Y_i \quad (\text{MC.4})$$

$$I_i = \bar{I}_i + \mu \cdot Y_i \quad (\text{MC.5})$$

$$G_i = \bar{G}_i + \xi \cdot Y_i \quad (\text{MC.6})$$

Onde as variáveis com barra indicam gastos autônomos. Unindo-os, temos:

$$A_i = \bar{C}_i + \bar{I}_i + \bar{G}_i \quad (\text{MC.7})$$

Unindo os elementos sensíveis a renda, temos:

$$B_i = [\xi + \mu + \delta \cdot (1 - \tau)] \cdot Y_i \quad (\text{MC.8})$$

Introduzido (MC.7) e (MC.8) em (MC.1), e pressupondo os termos de troca constante no longo prazo, temos:

$$Y_i = A_i + B_i + X_i - M_i \quad (\text{MC.9})$$

Aplicando o Log, derivando no tempo e fazendo algumas manipulações algébricas, temos:

$$\hat{y}_i = w_{Ai} \cdot \hat{a}_i + w_{Bi} \cdot \hat{b}_i + w_{Xi} \cdot \hat{x}_i - w_{Mi} \cdot \hat{m}_i \quad (\text{MC.10})$$

Onde os “shares” são:  $w_{Ai} = \frac{A_i}{Y_i}$ ,  $w_{Bi} = \frac{B_i}{Y_i}$ ,  $w_{Xi} = \frac{X_i}{Y_i}$  e  $w_{Mi} = \frac{M_i}{Y_i}$

A taxa de crescimento das importações é dada por:

$$\hat{m}_i = \pi_i \cdot y_i \quad (\text{MC.11})$$

E a taxa de crescimento dos componentes sensíveis à renda é:

$$\hat{b}_i = \hat{y}_i \quad (\text{MC.12})$$

$$\hat{x}_i = \pi_j \cdot y_j \quad (\text{MC.13})$$

E sabendo que a taxa de crescimento de exportações de  $i$  é a mesma taxa de crescimento de importações de  $j$ , temos:

Substituindo (MC.11), (MC.12) e (MC.13) em (MC.10), temos:

$$\hat{y}_i = \alpha_i \cdot \hat{a}_i + \beta_i \cdot \pi_j \cdot \hat{y}_j \quad (\text{MC.14})$$

Onde:  $\alpha_i = \frac{w_{Ai}}{(1-w_{Bi}+w_{Mi}\cdot\pi_i)}$  e  $\beta_i = \frac{w_{Xi}}{(1-w_{Bi}+w_{Mi}\cdot\pi_i)}$ . Onde o primeiro é o gasto autônomo doméstico (dinâmico) e o segundo é o multiplicador de comércio (dinâmico).

Agora, podemos assumir que a Lei de Thirlwall seja válida para os dois países, da forma que:

$$\hat{y}_{ca_1} = \frac{\hat{x}_1}{\pi_1} \quad e \quad \hat{y}_{ca_2} = \frac{\hat{x}_2}{\pi_2} \quad (\text{MC.15})$$

Como:

$$\hat{x}_1 = \hat{m}_2 \quad e \quad \hat{x}_2 = \hat{m}_1 \quad (\text{MC.16})$$

Tendo que a balança comercial é zero, as importações e exportações de cada país são iguais, assim, podemos ter a seguinte função inversa:

$$\hat{m}_1 = \frac{\pi_1}{\hat{y}_{ca_1}} \quad e \quad \hat{m}_2 = \frac{\pi_2}{\hat{y}_{ca_2}} \quad (\text{MC.17})$$

Colocando umas das equações que há em (MC.17) em uma das existentes em (MC.15), temos:

$$\hat{y}_{ca_2} = \frac{\pi_1}{\pi_2} \cdot \hat{y}_{ca_1} \quad (\text{MC.18})$$

A equação anterior (MC.18) nos revela a reta sobre as quais há a combinação entre taxas de crescimento dos dois países para a qual haverá equilíbrio no balanço de pagamentos de ambos. O país que tiver a menor elasticidade-renda das importações será aquele que terá maior taxa de crescimento compatível com a restrição imposta pelo BP.

Fazendo a substituição da (MC.14) do país  $i$  em  $j$ , temos o cálculo da taxa de crescimento corrente (ou observada):

$$\hat{y}_{A_i} = \rho_i \cdot (\alpha_i \cdot \hat{a}_i + \beta_i \cdot \pi_j \cdot \alpha_j \cdot \hat{a}_j), \quad \rho_i = \frac{1}{1 - \beta_i \cdot \pi_j \cdot \beta_j \cdot \pi_i} \quad (\text{MC.19})$$

Onde a taxa corrente de crescimento do país  $i$  passa a ser determinada pela taxa de crescimento dos seus componentes autônomos e dos componentes autônomos do país  $j$ . O que ela nos revela é que para uma dada taxa de crescimento dos componentes autônomos do seu parceiro, o país poderia acelerar o crescimento bastando acelerar a taxa de crescimento dos seus componentes autônomos. Todavia, caso isso aconteça, haverá um contingenciamento devido à restrição de equilíbrio do BP, mostrada na (MC.18). O único equilíbrio de longo prazo possível será sobre a reta onde  $\hat{y}_{A_1} = \hat{y}_{ca_1}$  e  $\hat{y}_{A_2} = \hat{y}_{ca_2}$ .

As relações entre as equações do modelo podem ser mais bem entendidas visualizando a figura 1 abaixo. O gráfico foi construído utilizando os seguintes parâmetros e variáveis exógenas:  $w_{A_1} = 0,5$ ;  $w_{A_2} = 0,5$ ;  $w_{B_1} = 0,4$ ;  $w_{B_2} = 0,4$ ;  $w_{M_1} = 0,05$ ;  $w_{M_2} = 0,05$ ;  $w_{X_1} = 0,05$ ;  $w_{X_2} = 0,05$ ;  $\pi_1 = 0,8$ ;  $\pi_2 = 0,6$ ;  $\hat{a}_1 = 0,2$ ;  $\hat{a}_2 = 0,1$ . A linha de traços e pontos representa a reta de pares de valores que relacionam a taxa de crescimento de  $y_2$  com a taxa de crescimento de  $y_1$  para uma dada taxa de crescimento de componentes autônomos de  $y_1$ . A linha tracejada, por sua vez,

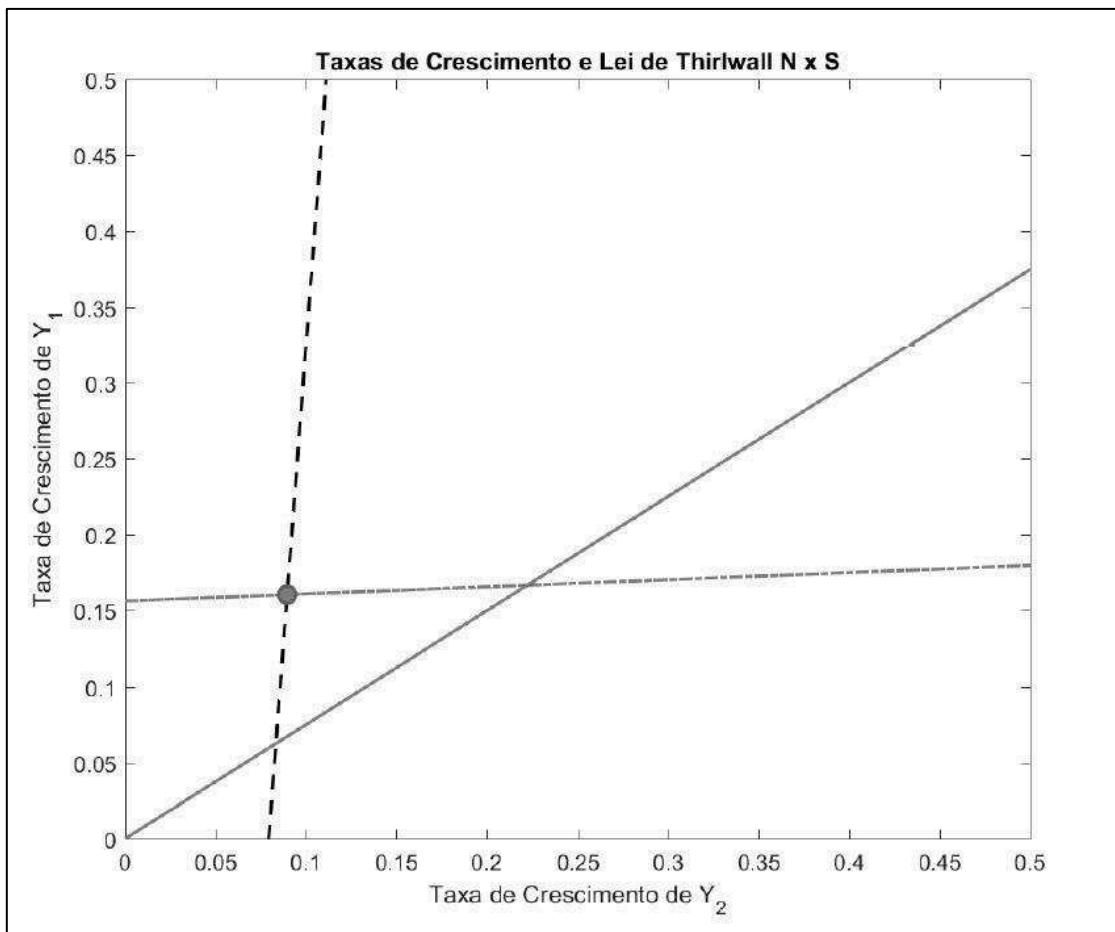
representa os pares de valores de crescimento para  $y_2$  que combinam a taxa de crescimento de  $y_1$  com uma dada taxa de crescimento de gastos autônomos de  $y_2$ . No encontro das duas retas, onde temos um marcador circular, temos o ponto de equilíbrio sobre o qual pode ser observado o crescimento corrente da economia e pode ser obtido através da equação (MC.19). A restrição ao crescimento é dada pela reta que sai da origem e define a lei de Thirlwall para o modelo conforme a equação (MC.18). Os únicos pontos sustentáveis no longo prazo estão sobre essa reta.

Os pontos fora da reta da Lei de Thirlwall são pontos onde está havendo superávit para um país e déficit comercial para o outro. O equilíbrio do modelo não pode ser atingido no longo prazo fora da Lei. Para tanto, o autor põe que o planejador político do país sabendo da insustentabilidade, pode incorporar a sua equação de crescimento, (MC.14), na equação de restrição do parceiro, (MC.18). Com isso temos uma nova função que relaciona o crescimento do seu país com o crescimento dos gastos autônomos do parceiro:

$$\hat{y}_i = \frac{\pi_j \cdot \alpha_j}{\pi_i \cdot (1 - \pi_j \cdot \beta_j)} \cdot \hat{a}_j \quad (\text{MC.20})$$

Essa equação fornece os pontos sobre os quais a taxa de crescimento local não sofrerá restrição e estará repousando sobre a reta da Lei de Thirlwall.

Figura 1: Diagrama com as taxas de crescimento - McCombie 1993.



Fonte: Elaboração própria.

Ao fim, o artigo traz um avanço para a literatura ao relaxar a hipótese de exogeneidade da taxa de crescimento do parceiro e modelar os “*feedbacks*” comerciais existentes entre essas economias. Dessa forma, o resultado é que continuamos a observar crescimento desigual entre as duas economias e se torna necessário que o planejador central diante da insustentabilidade de taxas fora da reta de Thirlwall desloque sempre a sua economia para a taxa sustentável. Não há mecanismos claros que especifiquem o retorno a ela de forma endógena ou que explique os caminhos possíveis para tal<sup>21</sup>.

O trabalho ajuda a responder algumas perguntas anteriores, mas continua com lacunas em aberto. Uma questão é que o modelo possui no BP apenas a balança comercial. Que resultados seriam apresentados na presença de fluxos de capitais? Se

<sup>21</sup> A não ser que a equação seja criada como política macroeconômica a ser seguida pela autoridade política.

ampliássemos o modelo para incorporar seus estoques, fluxos e modelar a taxa de câmbio, seria suficiente o mecanismo de ação dessas variáveis para restringir as taxas de crescimento dessas economias? Essas questões necessitam de um modelo mais abrangente que possa captar essas interações.

#### 2.3.4. Incorporando a Dívida Sustentável – Moreno Brid (1998-99)

O ponto de partida de Moreno Brid (1998-99) é avançar na discussão da introdução dos fluxos de capitais no modelo de Thirlwall incorporando a dívida (passivo oneroso) que até então havia sido negligenciada. A justificativa para sua introdução é ser justamente essa a forma principal em que são alocados os recursos oriundos dos fluxos de capitais em economias em desenvolvimento.

Conforme a notação do artigo<sup>22</sup>,  $\hat{e} = 0$ :

$$B = \frac{p^*.m-p.x}{p.y} \quad (\text{MB1.1})$$

Onde  $B$  é a balança comercial normalizada,  $p^*$  é o preço externo,  $m$  são as importações reais,  $p$  é o preço doméstico,  $x$  são as exportações reais,  $y$  é o produto real.

Aplicando log, derivando no tempo e fazendo algumas manipulações algébricas, temos:

$$\hat{b} = \mu \cdot \hat{m} - (\mu - 1) \cdot \hat{x} - \mu \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) - \hat{y} \quad (\text{MB1.2})$$

Sendo:  $\mu = \frac{m.p}{(p^*.m-p.x)}$  e  $(\mu - 1) = \frac{x.p}{(p^*.m-p.x)}$ ,  $\hat{b}$  é a taxa de crescimento da dívida,  $\hat{p}_f$  a taxa de crescimento dos preços internacionais,  $\hat{m}$  é a taxa de crescimento das importações,  $\hat{p}_d$  é a taxa de crescimento dos preços domésticos,  $\hat{x}$  é a taxa de crescimento das exportações e  $\hat{y}$  é a taxa de crescimento da renda doméstica.

Para que a razão da dívida se estabilize, é necessário que  $\hat{b} = 0$ , logo temos:

$$\hat{y} = \mu \cdot \hat{m} - (\mu - 1) \cdot \hat{x} - \mu \cdot (\hat{p}_d - \hat{e} - \hat{p}_f) \quad (\text{MB1.3})$$

---

<sup>22</sup> Por conveniência metodológica, estamos seguindo a mesma notação do artigo Moreno Brid (1998).

Dessa forma, podemos introduzir as equações das taxas de crescimento das exportações (MB1.4) e importações (MB1.5) para chegar à Lei de Thirlwall ampliada com o crescimento sustentável da dívida:

$$\hat{x} = \eta \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \pi \cdot \hat{w} \quad (\text{MB1.4})$$

$$\hat{m} = -\phi \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \xi \cdot \hat{y} \quad (\text{MB1.5})$$

Onde:  $\hat{w}$  é taxa de crescimento da renda mundial,  $\eta$  é a elasticidade-preço das exportações,  $\phi$  é a elasticidade-preço das importações,  $\pi$  é a elasticidade-renda das exportações e  $\xi$  é a elasticidade-renda das importações.

Sendo  $\mu = \frac{1}{1-\theta}$ ,  $\theta = \frac{p \cdot x}{p^* \cdot m}$  e realizando algumas simplificações algébricas, temos que:

$$\hat{y} = \frac{(1+\phi+\theta \cdot \eta)}{\xi-(1-\theta)} \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \frac{\theta \cdot \pi}{\xi-(1-\theta)} \cdot \hat{w} \quad (\text{MB1.6})$$

Se então supusermos os temos de troca constante no longo prazo, temos:

$$\hat{y} = \frac{\theta \cdot \pi}{\xi-(1-\theta)} \cdot \hat{w} \quad (\text{MB1.7})$$

A equação (MB1.7) nos aponta que quando é inserida a condição de sustentabilidade da dívida, a taxa de crescimento compatível com o equilíbrio no balanço de pagamento é dependente da renda mundial. Todavia, agora temos uma nova ponderação no parâmetro que passa a captar a restrição imposta pela sustentabilidade da dívida para que essa não tome uma trajetória explosiva.

Se fizermos uma comparação entre a (MB1.7) e a LT, temos que quando  $\theta = 1$ , as equações são equivalentes. Entretanto, se o fluxo de capitais é positivo,  $\theta < 1$ , a taxa de crescimento compatível com o equilíbrio do balanço de pagamentos será inferior a LT, quando a elasticidade renda das importações for superior a unidade,  $\xi > 1$ , o que ao fim significa que a entrada de capitais não relaxa a restrição externa do país. A explicação para tal fato pode ser feita a partir da seguinte exemplificação: imagine que partamos da condição de comércio inicialmente equilibrado. A entrada de capitais permite ganho de crescimento no curto prazo, aumentando o nível do produto e abrindo espaço para maiores importações. Com o passar do tempo, essa economia terá que crescer mais lentamente, pois os fluxos de capitais crescerão mais devagar que as exportações. Isso ocorrerá porque, conforme demonstra McCombie e Thirlwall (1997),

fixar um nível estável para a razão transações correntes/produto equivale a indexar a taxa de crescimento dos fluxos de capitais à taxa de crescimento da economia doméstica, que será inferior à taxa de crescimento das exportações quando a elasticidade-renda das importações for superior à unidade.

### 2.3.5. Do Comércio Equilibrado a Dívida Sustentável - Barbosa-Filho (2001)

O artigo de Barbosa-Filho (2001) refuta uma premissa que havia sido adotada no modelo de Moreno-Brid (1998) e procura contorná-la. O autor expõe que a razão do comércio pode não ser estável ao longo do tempo. Dessa forma, o trabalho utiliza como rota alternativa utilizar regras de política cambial e política fiscal para que no curto prazo possa ser sempre alcançada a estabilidade na razão do comércio. Outros esforços do artigo foram o de introduzir o pagamento de juros sobre o estoque da dívida externa<sup>23</sup> e atrelar os fluxos de capitais a variação dela. Dessa forma, o autor irá trabalhar no sentido de dar consistência de estoque e fluxo entre os fluxos de capitais e a dinâmica da dívida.

O autor começa a apresentação do modelo mostrando a derivação da restrição ao balanço de pagamentos com comércio equilibrado, com comércio desequilibrado e como pode ser derivado o comércio desequilibrado com dívida sustentável.

A equação que restringe o BP na presença do comércio desequilibrado é dada por (BF.1).

$$P_h \cdot Q_x - E \cdot P_f \cdot Q_m - (i_f + \sigma) \cdot E \cdot D + E \cdot F = 0 \quad (\text{BF.1})$$

Onde:  $P_h$  e  $P_f$  são os preços doméstico e do exterior,  $Q_x$  e  $Q_m$  são as exportações e importações reais,  $E$  é a taxa de câmbio nominal,  $D$  é a dívida externa do país local,  $F$  são os fluxos de capitais no país local.  $i_f$  é a taxa de juros internacional e  $\sigma$  é o prêmio de risco país. A equação acima toma que a restrição é dada pelo superávit comercial menos o pagamento de juros sobre o estoque de dívida e relaxado pela entrada de capitais. Como pode ser notada, a introdução do pagamento de juros fora feita no

---

<sup>23</sup> Em 2003 Moreno-Brid também introduziu o pagamento de juros, mas esse de forma desatrelada do estoque de dívida. Desse modo não houve consistência entre estoques e fluxos.

modelo anteriormente a Moreno-Brid (2003). O detalhe é que ele já aparece ligado à dinâmica da dívida do modelo.

Dividindo todos por  $P_h \cdot Q_h$ , e simplificando os termos, temos que:

$$x - m - (i_f + \sigma) \cdot d + f = 0 \quad (\text{BF.2})$$

Onde:  $x = \frac{Q_x}{Q_h}$ ;  $m = R \cdot \frac{Q_m}{Q_h}$ ;  $d = \frac{E.D}{P_h.Q_h}$ ;  $f = \frac{E.F}{P_h.Q_h}$ .  $x$  é o *share* das exportações na renda.

$m$  é o *share* de importações vezes o câmbio real.  $d$  é a razão da dívida externa sobre a renda medida em moeda nacional e  $f$  a razão dos fluxos de capitais sobre a renda medida em moeda nacional.

Sabendo que  $d = (E.D)/(P_h.Q_h)$ , aplicando o log e derivar no tempo:

$$\dot{d} = \left( \frac{\dot{D}}{D} + \hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h \right) \cdot d \quad (\text{BF.3})$$

Como  $\dot{D} = F$ , temos que:

$$\dot{d} = (\hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h) \cdot d + f \quad (\text{BF.4})$$

Sabendo que:  $f = m - x + (i_f + \sigma) \cdot d$  e fazendo as devidas substituições:

$$\dot{d} = m - x + (i_f + \sigma + \hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h) \cdot d \quad (\text{BF.5})$$

Agora iremos utilizar duas equações que definem regras de política Macroeconômica que se atendidas, garantem a estabilidade da razão do comércio ( $z$ )<sup>24</sup>:

$$\hat{q}_h = \left[ \frac{(1-\alpha)\delta}{1-\alpha-\gamma+\beta\gamma} \right] \cdot \hat{q}_f \quad (\text{BF.6})$$

$$\hat{r} = \left[ \frac{(1-\beta)\delta}{1-\alpha-\gamma+\beta\gamma} \right] \cdot \hat{q}_f \quad (\text{BF.7})$$

Utilizando (BF.6) e (BF.7), somando e diminuindo  $\hat{p}_f$  em (BF.5), temos que:

$$\dot{d} = m - x + \left[ i_f + \sigma - \hat{p}_f - \left( \frac{\beta-\alpha}{1-\alpha-\gamma+\beta\gamma} \right) \cdot \delta \cdot \hat{q}_f \right] \cdot d \quad (\text{BF.8})$$

A condição para que  $d$  seja estável (caso  $m = x$ ) é:

<sup>24</sup> A derivação completa das duas equações encontra-se no apêndice.

$$\left( \frac{\beta-\alpha}{1-\alpha-\gamma+\beta.\gamma} \right) \cdot \delta = \frac{i_f + \sigma - \hat{p}_f}{q_f} \quad (\text{BF.9})$$

A solução de estado estacionário, a qual  $\dot{d} = 0$ , é dada por (BF.10):

$$x - m = \left[ i_f + \sigma - \hat{p}_f - \left( \frac{\beta-\alpha}{1-\alpha-\gamma+\beta.\gamma} \right) \cdot \delta \cdot q_f \right] \cdot d \quad (\text{BF.10})$$

A equação final (BF.10) representa a condição de estabilidade da dívida. No estado estacionário, não deve haver aumento da razão dívida externa sobre a renda, medido em moeda nacional. Dessa forma, o termo  $\left( \frac{\beta-\alpha}{1-\alpha-\gamma+\beta.\gamma} \right) \cdot \delta$  que representa a política fiscal e cambial a serem perseguidas tem o papel de estabilizar a trajetória. Conforme definido em (BF.9), o valor do lado esquerdo da equação que definem a regra deve ser superior ao lado direito da equação caso  $m > x$ ; ambos lados iguais caso  $m = x$  e inferior caso  $m < x$ .

### 2.3.6. Completando as Demais Rubricas do BP - Barbosa-Filho (2002)

O modelo de Barbosa-Filho (2002) avança no debate e tem como objetivo principal analisar empiricamente a relação entre a liquidez internacional e o crescimento observado no Brasil. Todavia, como ponto de partida, utiliza a estrutura de Barbosa-filho (2001) e passa a incorporar além dos elementos que já estavam descritos no BP, as transferências unilaterais, os serviços fatores e o investimento estrangeiro direto (IED).

Outro aspecto importante é que Barbosa-filho (2001) é construído levando em conta que o país local tem, de alguma forma, capacidade para controlar os fluxos de capitais. Já em Barbosa-filho (2002), o modelo trata de um país financeiramente aberto, incapaz de controlá-los. O que pode ser feito, é que o governo de alguma maneira possui a capacidade de determinar (no curto prazo) a taxa de câmbio real e o nível de produto, o que ao fim irá controlar o ritmo de acumulação de reservas.

Dessa forma, a exposição do artigo começa com a própria definição do indicador de liquidez. Para Moreno-Brid (1998-99), os fluxos de capitais eram influenciados pela razão entre o déficit de transações correntes e o produto, sendo esse um indicador de solvência no longo prazo. Todavia, para Barbosa-filho (2002) o indicador de solvência se dá a partir do indicador de liquidez, que define como sendo a razão entre as reservas internacionais e a dívida externa ( $l = R/D$ ). A lógica é que

esse indicador é monitorado pelos agentes de mercado e, dependendo do nível atingido, pode desencadear um ataque especulativo. Segue a exposição:

$$l = \frac{R}{D} \quad (\text{BF2.1})$$

Onde  $R$  são as reservas cambiais,  $D$  é o estoque de dívida estrangeira e  $l$  é o indicador de liquidez.

$$r = \frac{E.R}{P_h.Q_h} \quad (\text{BF2.2})$$

$$d = \frac{E.D}{P_h.Q_h} \quad (\text{BF2.3})$$

Onde:  $E$  é taxa de câmbio nominal (moeda doméstica/estrangeira),  $P_h$  é o preço doméstico,  $Q_h$  é a renda real doméstica.

Aplicando o log e derivando no tempo:

$$\dot{r} = (\hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h).r + \left(\frac{E}{P_h.Q_h}\right).\dot{R} \quad (\text{BF2.4})$$

$$\dot{d} = (\hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h).d + \left(\frac{E}{P_h.Q_h}\right).\dot{D} \quad (\text{BF2.5})$$

Onde  $\hat{e}$ ,  $\hat{p}_h$  e  $\hat{q}_h$  são as taxas de crescimento exponenciais de  $E$ ,  $P_h$  e  $Q_h$  respectivamente.

Através da contabilidade social, sabemos que  $\dot{R}$  é o superávit do balanço de pagamentos e  $\dot{D}$  é a entrada líquida de capitais para o país local.

Formalmente, temos:

$$\dot{R} = \underbrace{\frac{P_h}{E} \cdot Q_x - P_f \cdot Q_m}_{BC} - \underbrace{(i_f + s) \cdot D}_{\text{Pag.Juros}} - N + U + \underbrace{F_d + F_i}_{\text{Fluxo de C.}} \quad (\text{BF2.6})$$

$$\dot{D} = F_d \quad (\text{BF2.7})$$

Onde  $Q_x$  e  $Q_m$  são respectivamente as exportações e importações reais do país doméstico,  $P_f$  é o preço estrangeiro,  $i_f$  é a taxa nominal de juros do país estrangeiro,  $s$  é o *spread* pago pelos tomadores de empréstimos domésticos aos credores internacionais,  $N$  é o lucro líquido e dividendos pagos pelo país doméstico para o país estrangeiro,  $U$  são as transferências unilaterais recebidas,  $F_d$  é o fluxo de capitais (devido a taxa de juros

que remunera os títulos de longo prazo) e  $F_i$  é o investimento direto líquido que é feito no país doméstico.

Normalizando (BF2.6) e (BF2.7) pela renda doméstica em moeda estrangeira e substituindo os resultados em (BF2.4) e (BF2.5), temos<sup>25</sup>:

$$\dot{r} = x - m - (i_f + s).d - n + u + f_d + f_i - (\hat{p}_f + \hat{q}_h - \hat{z}).r \quad (\text{BF2.8})$$

$$\dot{d} = f_d - (\hat{p}_f + \hat{q}_h - \hat{z}).d \quad (\text{BF2.9})$$

Premissas:

1.  $f_d$  e  $s$  são exógenos porque são majoritariamente determinados por condições do sistema financeiro internacional.
2.  $f_i$  e  $n$  são exógenos porque geralmente são determinados por expectativas de longo prazo e não sujeitos a flutuações de curto prazo.
3.  $u$  é exógeno porque as transferências unilaterais não são uma fonte importante de financiamento para o Brasil durante o período de análise.

Dadas essas premissas, restam para a restrição de liquidez as quatro variáveis:  $x, m, q_h$  e  $z$ . A essas restam às condições externas e as condições institucionais e tecnológicas do país local. Para entender como, vamos à abordagem de Thirlwall (1979) e assumir que:

1. As curvas de oferta de bens do país local e estrangeiro são horizontais. Dessa forma,  $m$  e  $x$  podem ser modeladas pelo lado da demanda.
2. A demanda por bens domésticos e estrangeiros pode ser descrita pelas seguintes funções:

$$Q_m = A \cdot Z^{-\alpha} \cdot Q_h^\beta \quad (\text{BF2.10})$$

$$Q_x = B \cdot Z^\gamma \cdot Q_f^\delta \quad (\text{BF2.11})$$

Onde:  $Q_f$  é a renda real estrangeira,  $\alpha$  é a elasticidade preço das importações domésticas,  $\beta$  é a elasticidade renda das importações domésticas,  $\gamma$  é elasticidade preço das exportações domésticas e  $\delta$  é a elasticidade renda das exportações domésticas.  $A$  e

---

<sup>25</sup> Sendo que  $Z = E \cdot P_f / P_h$ .

$B$  são incluídas nas funções para controlar os outros efeitos que não sejam preço e renda.

Sabendo que  $m$  e  $x$  podem ser definidos como:

$$m = \frac{E.P_f}{P_h.Q_h} \cdot (A.Z^{-\alpha}.Q_h^\beta) \text{ e } x = \frac{E}{P_h.Q_h} \cdot \frac{P_h}{E} \cdot B.Z^\gamma.Q_f^\delta$$

Aplicando o log e derivando no tempo (10) e (11), temos:

$$\dot{m} = [(1 - \alpha).\hat{z} + (\beta - 1).\hat{q}_h].m \quad (\text{BF2.12})$$

$$\dot{x} = (\gamma.\hat{z} + \delta.\hat{q}_f - \hat{q}_h).x \quad (\text{BF2.13})$$

Dadas todas as premissas anteriores, o governo local deve usar sua política macroeconômica para manter  $x$  e  $m$  em níveis consistentes com  $l \geq l_c$ . Como? A partir de (BF2.12) e (BF2.13) as variáveis óbvias de controle são  $q_h$  e  $z$ , ou seja, ajustar suas exportações líquidas para a disponibilidade de financiamento externo implica em ajustar a renda e os preços relativos para a disponibilidade de financiamento externo.

Formalmente, para  $x$  e  $m$  serem estáveis, nós devemos ter<sup>26</sup>:

$$\hat{q}_h = \frac{(1-\alpha).\delta}{(1-\alpha-\gamma+\beta.\gamma)} \cdot \hat{q}_f \quad (\text{BF2.14})$$

$$\hat{z} = \frac{(1-\beta).\delta}{(1-\alpha-\gamma+\beta.\gamma)} \cdot \hat{q}_f \quad (\text{BF2.15})$$

Nos termos da literatura de modelos de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos em economia abertas, (BF2.14) e (BF2.15) representam uma extensão do modelo de Thirlwall (1979) para incorporar a taxa real de câmbio e uma balança comercial desbalanceada e estável. De fato, se a elasticidade renda das importações for igual a um, a taxa de câmbio real é estável e a taxa de crescimento doméstica satisfaz a Lei de Thirlwall, ou seja, a taxa de crescimento doméstica é igual a taxa de crescimento estrangeira vezes a razão das elasticidade renda das exportações sobre importações.

Agora, a questão crucial a ser levantada é se, poderia um país realmente controlar sua renda e sua taxa de câmbio real? Teoricamente, isso só pode acontecer se existir um núcleo do sistema “institucional-tecnológico” estável conectando a renda, os preços, a

---

<sup>26</sup> Repare que definindo a meta como  $\dot{x} = \dot{m} = 0$  ao invés de apenas  $\dot{x} = \dot{m}$  nós descartamos casos extremos de estabilidade da razão das exportações líquidas,  $x - m$ , com  $x$  e  $m$  tendendo a zero ou a infinito.

taxa de câmbio do país doméstico e a política macroeconômica pode entrar como uma variável exógena. Na forma usual dos termos da teoria Keynesiana, se existir uma “Curva de Phillips” conectando o crescimento, a inflação então o governo será capaz de controlar ao menos uma dessas variáveis, e assim seria possível a política macroeconômica ser alcançada conforme (BF2.14) e (BF2.15) temporariamente.

### 2.3.7. Incorporando o Pagamento de Juros – Moreno Brid (2003)

Os modelos de Barbosa-Filho (2001 e 2002) apesar de serem extremamente importantes para a discussão da LT em abordagem SFC que será desenvolvida nessa tese e a estrutura do segundo artigo ter sido vanguardista ao introduzir o pagamento de juros da dívida, esses não ganharam visibilidade suficiente naquele momento e assim não influenciaram as mudanças que seriam introduzidas por Moreno-Brid anos mais tarde<sup>27</sup>.

O modelo que segue está dialogando com a sua versão anterior de Moreno-Brid (1998-99). Apesar do esforço de introduzir o estoque da dívida e seu crescimento sustentável anteriormente, o autor ainda não havia feito referência ao pagamento de juros que estaria intrinsecamente ligada aos fluxos e a dívida. Para sua incorporação, ele parte da seguinte condição de equilíbrio no Balanço de Pagamentos (BP):

$$p^*.m = p.x - r.p + f.p \quad (\text{MB2.1})$$

Onde:  $p^*$  são os preços internacionais,  $m$  são as importações,  $p$  são os preços domésticos,  $x$  são as exportações,  $r$  é o pagamento de juros,  $f$  são os fluxos de capitais.

Aplicando o log, derivando no tempo e organizando os termos, temos:

$$\hat{p}^* + \hat{m} = \theta_1.(\hat{p} + \hat{x}) - \theta_2.(\hat{r} + \hat{p}) + (1 - \theta_1 - \theta_2).(\hat{f} + \hat{p}) \quad (\text{MB2.2})$$

Um novo sistema pode ser formado com as 4 equações:

$$\hat{x} = \eta.(\hat{p} - \hat{p}^*) + \pi.\hat{w} \quad (\text{MB2.3})$$

$$\hat{m} = -\phi.(\hat{p} - \hat{p}^*) + \xi.\hat{y} \quad (\text{MB2.4})$$

---

<sup>27</sup> A versão Barbosa-Filho (2001) ficou três anos no *status* de *Working Paper* e sua versão final veio a ser publicada como um artigo no livro “*Essays on Balance of Payments Constrained Growth: Theory and Evidence*” de McCombie e Thirlwall em 2004.

$$\theta_1 = \frac{p.x}{p^*.m} \quad (\text{MB2.5})$$

$$\theta_2 = \frac{p.r}{p^*.m} \quad (\text{MB2.6})$$

Inserindo as equações das taxas de crescimento de importações e exportações na equação de equilíbrio da BP, chegamos em:

$$\hat{y} = \frac{(1+\theta_1.\eta+\phi)}{\xi} \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \frac{\theta_1.\pi}{\xi} \cdot \hat{w} - \frac{\theta_2}{\xi} \cdot \hat{r} + \frac{(1-\theta_1+\theta_2)}{\xi} \cdot \hat{f} \quad (\text{MB2.7})$$

Para que o fluxo de capitais não tenha comportamento explosivo, é definido que o fluxo/renda seja constante:

$$\frac{f.p}{y.p} = k \quad (\text{MB2.8})$$

Aplicando o log e derivando no tempo, temos que:

$$\hat{f} = \hat{y} \quad (\text{MB2.9})$$

Aplicando na equação anterior, temos:

$$\hat{y} = \frac{(1+\theta_1.\eta+\phi).(\hat{p}-\hat{p}^*)+\theta_1.\pi.\hat{w}-\theta_2.\hat{r}}{[\xi-(1-\theta_1+\theta_2)]} \quad (\text{MB2.10})$$

Se supusermos que os termos de troca são constantes no longo-prazo, temos então:

$$\hat{y} = \frac{\theta_1.\pi.\hat{w}-\theta_2.\hat{r}}{[\xi-(1-\theta_1+\theta_2)]} \quad (\text{MB2.11})$$

Um ponto importante que cabe destaque no modelo, é que apesar de ter sido inserido o pagamento de juros, não existe nenhuma relação direta com o estoque da dívida que está sendo formada, ou seja, as variáveis são criadas no modelo com forma independente.

### 2.3.8. Modelo SFC com Crescimento Restrito pelo BP – Mazzi (2013)

O trabalho pode ser visto como o primeiro esforço de integração entre a literatura SFC e a de modelos de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos (RBP). O modelo tem como ponto de partida a estrutura proposta por Dos Santos e Zezza (2007). Ele é ampliado para relações existentes em uma economia aberta. Para

tanto, foram inseridas equações no balanço de pagamentos para a Balança Comercial (onde é inserida as equações de Thirlwall), Transferências Unilaterais, Fluxos de Capitais (de entrada e de saída). O autor propôs um modelo no qual são descritas todas as equações comportamentais e identidades internas ao país, e considerando o parceiro ao qual havia canais (comerciais e financeiros) como uma relação exógena ao modelo.

Dessa forma, variáveis como a taxa de crescimento da renda mundial e a taxa de crescimento dos preços externos são dadas como exógenas ao modelo. A ideia então é investigar se tomado a construção rigorosa entre a dinâmica interna do modelo e tendo à taxa de crescimento prevista pela Lei de Thirlwall (LT), haveria convergência entre essa e a taxa de crescimento observada na economia.

Os resultados observados são: i) Inicialmente, que a participação das importações e exportações em relação ao produto cresce sua participação sem se estabilizar<sup>28</sup>; ii) A segunda observação é que para o modelo apresente um comportamento compatível com RBP, é necessário utilizar a variável gasto público tornando-a sensível tanto ao crescimento da economia interna, quanto às restrições impostas no balanço de pagamentos (via acúmulo de reservas internacionais). Dada essa hipótese, o modelo apresenta rápida convergência para a taxa prevista pela LT. O autor relata que se não impusermos uma equação do gasto público restrita ao balanço de pagamentos, ainda assim, teremos uma convergência assintótica (porém muito mais demorada) para a taxa de crescimento prevista pela LT.

Apesar de o trabalho concluir que há a convergência assintótica entre a taxa de crescimento prevista entre a LT e a taxa observada da economia simulada, o modelo ainda apresenta algumas lacunas a serem respondidas. A primeira delas é que, na versão proposta, como as variáveis de seu parceiro são exógenas ou atreladas ao próprio crescimento da economia doméstica, ocorre que não há o entendimento entre os *feedbacks* das duas economias. A pergunta é se as taxas de crescimento observadas das economias, caso as taxas de crescimento fossem endógenas ao sistema, seriam condizentes com as taxas previstas pela LT? A segunda pergunta é se caso fosse incorporado ao modelo: dinâmica de preços e regime de câmbio flutuante haveria alguma diferença para o resultado final?

---

<sup>28</sup> Na literatura é reconhecido como característica de um processo quase-estacionário.

O modelo apresenta um balanço de pagamentos com todas as rubricas e o resultado encontrado é a convergência para a Lei de Thirlwall original. Em parte, faz sentido, devido à ausência da dinâmica de preços e de taxa de câmbio. Isso é equivalente ao resultado da variação dos termos de troca ser zero no longo prazo. Todavia, o modelo não apresentou evidências do relaxamento da taxa de crescimento que equilibra o balanço de pagamentos na presença de fluxos de capitais, embora esses entrem de forma sustentável como descrito por Moreno-Brid (1999-2003).

Em suma, apesar dos avanços, todas as questões anteriormente levantadas ainda ensejam um novo trabalho com a finalidade de responder tais questões.

### 2.3.9. Outros Avanços na Literatura de Modelos RBP

Não menos importante, a literatura dos modelos de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos tem tomado outros caminhos em sua fronteira. Não cobriremos todos apenas porque foge ao escopo do estudo desta revisão.

Alguns outros autores têm trabalhado na tentativa de conciliar teorias. Porcile, Curado e Bahry (2003) criaram um modelo onde há a junção do modelo de Thirlwall-Hussain com o comportamento de instabilidade financeira de origem Minskyana<sup>29</sup>.

Outros trabalhos como os apontados por Missio (2015) e Gabriel, Oreiro e Jayme Junior (2016) caminham em direção do tratamento das elasticidades renda de forma endógena ao modelo, uma vez que essas captam a estrutura produtiva do país. Para essa vertente, a taxa de câmbio é uma variável que afeta o *mark-up* das empresas. Por conta disso pode afetar a estrutura produtiva do país, o que ao fim resultará na mudança das elasticidades.

Em outra fronteira, houve avanços como o de Araújo e Lima (2003), onde a LT é ampliada para sua versão multissetorial (LTMS). Nesse a LT pode ser decomposta em uma versão desagregada onde a participação dos setores e suas elasticidades podem ser ponderadas para melhor explicar o efeito da LT agregada e a mudança na razão da

---

<sup>29</sup> Instabilidade financeira e momento minskyano podem ser vistos em: Minsky (1982), Foley (2001) e Taylor O'Connell (1985).

elasticidade renda agregada ao longo do tempo através da mudança que ocorre na participação dos setores. Mais recentemente essa vertente recebeu contribuições sendo introduzido o fluxo de capitais no trabalho de Silva, Santos e Nalesto (2017).

### **3. Artigo 1: Um algoritmo alternativo para o mapeamento de parâmetros estáveis em modelos *Stock-Flow Consistent* (SFC).**

#### **Resumo**

O presente artigo desenvolve um algoritmo de análise de estabilidade através da junção das técnicas de simulação de Monte Carlo, Gauss-Seidel/Newton e Filtros de Variação. Para a comparação de resultados, utiliza-se tanto o algoritmo desenvolvido como uma solução numérico-analítica para o modelo *Benchmark* de Dos Santos e Zizza (2008). Os resultados mostram que há uma sobreposição entre os dois métodos de análise. Tendo em vista que nem sempre é possível ou viável a análise da estabilidade do sistema através de uma solução analítica, o algoritmo apresentado inova ao fornecer uma rota de fuga para o mapeamento de parâmetros estáveis.

**Palavras-chaves:** Modelo *Stock-Flow Consistent*; Macrodinâmica Pós-Keynesiana; Algoritmos de Solução Numérica.

#### **Abstract**

This article develops a stability analysis algorithm through the combination of Monte Carlo, Gauss-Seidel/Newton and Variation Filters simulation techniques. For the comparison of results, both the developed algorithm and a numerical-analytical solution are used for the Benchmark model of Dos Santos and Zizza (2008). The results obtained show that there is an overlap between the results found. Considering that it is not always possible or feasible to analyze the stability of the system through an analytical solution, the presented algorithm innovates by providing an escape route for the mapping of stable parameters.

**Key-words:** Stock-Flow Consistent Model; Post-Keynesian Macrodynamics; Numerical Solution Algorithms.

**JEL Code:** C53; E12; E17

### 3.1. Introdução

O tratamento usual dado na literatura SFC para resolução de modelos é trabalhar com uma solução numérica para um conjunto de parâmetros considerado na análise. Em geral, os modelos desenvolvidos para ser entendidos como um sistema linear  $n \times n$  onde as variáveis correntes são funções das demais variáveis correntes e defasadas.

Conforme o *survey* realizado por Caverzasi e Godin (2014) sobre o atual estado da literatura de modelos PK-SFC, há duas formas de resolver um modelo econômico: numericamente ou analiticamente. Os autores também apontam que há a possibilidade de resolver dedutivamente um modelo, mas essa não sendo uma maneira própria de solucionar um modelo.

Resolver um modelo numericamente implica em lidar com as seguintes questões fundamentais: (i) como determinar o valor dos parâmetros e qual o valor inicial das variáveis endógenas; (ii) como usar os resultados das simulações.

A primeira questão pode ser respondida com duas metodologias: (a) estimação ou (b) calibração. Estimação é metodologia estatística/econométrica para determinar o valor dos parâmetros a serem utilizados no modelo. Calibração, por sua vez, consiste no processo de determinar valores para os parâmetros e estoques iniciais utilizando fatos estilizados ou regras práticas.

Os problemas que surgem da primeira metodologia são: Há uma premissa implícita de que os parâmetros sejam constantes ao longo do tempo e ai abre a lacuna para a crítica de Lucas, ainda que se deem choques nele para analisar o comportamento geral do modelo.

Os problemas que surgem da segunda metodologia estão relacionados à como usar os resultados da simulação. Duas abordagens têm sido utilizadas na literatura. A primeira é deixar com o que o modelo comece do estado estacionário e então é dado um choque. A segunda é traçar um cenário-base onde não há restrição para convergência ao estado estacionário e partir desse cenário modificar alguns parâmetros e ver o comportamento do modelo.

Dessa forma, dentro da metodologia de calibração e seguindo a abordagem dos modelos no qual há convergência para o estado estacionário é que se insere o algoritmo desenvolvido neste artigo. A alternativa aqui criada é no intuito de criar um mapeamento dos intervalos desejados (ou plausíveis) para as variáveis endógenas do modelo e partir dessas condições, obter os parâmetros que conduzem o modelo para lá.

Conforme O’Shea e Kinsella (2016), há um algoritmo numérico que facilita a resolução de tais modelos independente do seu tamanho. O algoritmo consiste em resolver para cada período  $t$  o sistema através do método de Gauss-Seidel e utilizar como melhor chute inicial os valores obtidos em  $t - 1$  para a resolução em  $t$ . Nesse sentido, softwares de econometria como Eviews e R já apresentam uma rotina que inclui o algoritmo citado. Dessa forma, boa parte dos trabalhos até então desenvolvidos os utiliza para resolução de modelos propostos.

Todavia, calibrar modelos para que ele funcione bem pode ser uma tarefa árdua, uma vez que muitos parâmetros utilizados são difíceis de obter através da econometria (por ausência de dados ou dificuldade de estimação) ou por trabalhos anteriores. Dessa forma, uma das críticas aos modelos SFC é que esses não nos fornecem um comportamento geral e sim um comportamento específico para um conjunto de parâmetros que foi utilizado em sua calibragem.

Autores como Godin *et al.* (2017) já realizaram esforços no sentido de desenvolver e fornecer rotas de fuga para os demais autores que desejem fazer estimações de parâmetros a partir do método de programação linear.

### 3.2. Estabilidade em Modelos *Stock-Flow Consistent* (SFC)

A literatura SFC tem utilizado predominantemente de modelos de tempo discreto ao invés de tempo contínuo. Embora haja modelos relevantes sendo desenvolvidos em tempo contínuo, o assunto de estabilidade desenvolvido nesse artigo se preocupa-se apenas em dialogar com o primeiro caso. A razão para tal escolha é simples. A literatura que cobre o tempo contínuo já está amplamente desenvolvida e difundida em trabalhos como: Gandolfo 2009 e Shone 2002. As seções 2.1 e 2.2 que

seguem foram desenvolvidas a partir de Viana (2012), Elaydi (2005), Ruggiero e Lopes (1996).

### 3.3. Análise de Estabilidade em Equações a Diferenças

A apresentação da seção estabilidade em equação a diferenças é dividida nos seguintes tópicos que seguem: sistemas multidimensionais lineares, pontos fixos e estabilidade em sistemas lineares.

#### 3.3.1. Sistemas Multidimensionais Lineares

Conforme Viana (2012), um sistema linear multidimensional pode ser descrito da seguinte forma. Há  $N$  variáveis dinâmicas discretas com  $i = 1, 2, \dots, N$ . O tempo também é uma variável discreta da seguinte forma  $t = 0, 1, 2, \dots, T$ . Assim, tem-se as variáveis  $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Nt}$  que podem ser descritas através da seguinte forma geral:

$$\begin{aligned} x_{1t} &= F_1(x_{1t-1}, x_{2t-1}, \dots, x_{Nt-1}) \\ x_{2t} &= F_2(x_{1t-1}, x_{2t-1}, \dots, x_{Nt-1}) \\ &\vdots \\ x_{Nt} &= F_N(x_{1t-1}, x_{2t-1}, \dots, x_{Nt-1}) \end{aligned} \quad (1)$$

Onde  $F_i, i = 1, 2, \dots, N$  são funções, em princípio, de todas as variáveis. Na notação matricial, podemos definir as seguintes matrizes coluna  $N \times 1$  no instante  $t$ :

$$\mathbf{v}_t = \begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \vdots \\ x_{Nt} \end{pmatrix} \quad e \quad \mathbf{F}(\mathbf{v}_t) = \begin{pmatrix} F_1(\mathbf{v}_t) \\ F_2(\mathbf{v}_t) \\ \vdots \\ F_N(\mathbf{v}_t) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Sendo  $\mathbf{v}_t$  uma matriz das  $n$  variáveis no instante  $t$  e  $\mathbf{F}(\mathbf{v}_t)$  uma matriz coluna contendo as suas respectivas funções. Tomando as duas matrizes da equação (2), o modelo multidimensional geral pode ser descrito da seguinte forma:

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{F}(\mathbf{v}_{t-1}) \quad (3)$$

Como o nosso interesse é pela função vetorial afim, temos que:

$$\mathbf{F}(\mathbf{v}_t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{v}_t + \mathbf{B} \quad (4)$$

Onde a matriz  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  podem ser assim definidas:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NN} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_{11} \\ B_{21} \\ B_{31} \\ \vdots \\ B_{N1} \end{pmatrix} \quad (5)$$

De modo que o mapa pode ser assim descrito:

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{A} \cdot \mathbf{v}_{t-1} + \mathbf{B} \quad (6)$$

### 3.3.1.1. Pontos Fixos e Estabilidade em Sistemas Lineares:

Conforme Viana (2012), seja o seguinte vetor (matriz coluna) de pontos fixos:

$$\mathbf{v}^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ \vdots \\ x_N^* \end{pmatrix} \quad (7)$$

Os pontos fixos podem ser obtidos da seguinte forma, desde que a matriz  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$  não seja singular (ou seja, possua inversa):

$$\mathbf{v}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad (8)$$

A solução geral do modelo  $N$ -dimensional é dada por:

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{A}^t \cdot [\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}^*] + \mathbf{v}^* \quad (9)$$

Onde  $\mathbf{v}_0$  é o vetor de variáveis dinâmicas no período  $t = 0$ .

Com relação à estabilidade do ponto fixo, é possível transladá-lo para a origem do espaço  $N$ -dimensional, ou seja, para o ponto de coordenadas  $x_i = 0$ , com  $i = 1, 2, \dots, N$ ; fazendo:

$$\mathbf{w}_t \equiv \mathbf{v}_t - \mathbf{v}^* \quad (10)$$

O que permite ser escrito de forma mais simples (sem o termo constante):

$$\mathbf{w}_t = \mathbf{A} \cdot \mathbf{w}_{t-1} \quad (11)$$

A estabilidade do ponto fixo na origem depende, pois, da distância Euclidiana no espaço N-dimensional das variáveis dinâmicas que, por sua vez, é a norma Euclidiana do vetor  $\mathbf{w}_t$ :

$$\|\mathbf{w}_t\| = \sqrt{(w_1)_t^2 + (w_2)_t^2 + \cdots + (w_N)_t^2} \quad (12)$$

Onde  $(w_i)_t^2 = x_i - x_i^*$ , para  $i = 1, 2, \dots, N$ . O ponto fixo na origem  $\mathbf{w}^* = 0$  é assintoticamente estável se, dada uma condição inicial  $\mathbf{w}_0$ , as iterações subsequentes,  $\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{w}_0$ , são tais que as distâncias à origem aproximam-se de zero quando  $t \rightarrow \infty$ . De forma análoga, a origem será instável se a distância diverge para infinito quando  $t \rightarrow \infty$ . Dessa forma, a determinação da estabilidade do ponto fixo demanda a análise dos autovalores da matriz  $\mathbf{A}$ . A matriz quadrada  $\mathbf{A}$ , ( $N \times N$ ), tem autovalores  $\xi$  dados pelas raízes da equação secular, que são obtidos por:

$$\det(\mathbf{A} - \xi \cdot \mathbf{I}) = 0 \quad (13)$$

Onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade de ordem  $N$ :

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

A equação secular é obtida igualando a zero um determinante de ordem  $N$ , ou seja:

$$\begin{pmatrix} A_{11} - \xi & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} - \xi & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} - \xi \end{pmatrix} = 0 \quad (15)$$

Dessa forma fornecendo uma equação algébrica de grau  $N$  na forma:

$$a_0 \cdot \xi^n + a_1 \cdot \xi^{n-1} + a_{n-1} \cdot \xi + a_n = 0 \quad (16)$$

Onde  $a_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$  são coeficientes dependentes dos elementos da matriz  $\mathbf{A}$ . Naturalmente, podemos dividir toda a equação por  $a_0 \neq 0$  tal que o coeficiente do primeiro termo pode ser tomado como um, sem perda de generalidade.

Pelo teorema fundamental da Álgebra, uma equação algébrica de grau  $N$  tem  $N$  raízes, podendo ser reais ou complexas. Logo, a matriz  $A$  terá sempre  $N$  autovalores, denotados  $\xi_i$  com  $i = 1, 2, \dots, N$ ; assim como  $N$  autovetores associados  $u_i$ , tais que

$$A \cdot u_i = \xi_i \cdot u_i \quad (17)$$

Em princípio, sabemos que para conhecer os autovalores da matriz  $A$ , temos que resolver (7). Todavia, soluções analíticas (usando radicais) existem apenas para  $N \leq 4$ , sendo que para para  $N = 3$  tais soluções já ficam bastante complicadas e mesmo difíceis de interpretar<sup>30</sup>. Na prática, o cálculo explícito requer soluções numéricas. Uma solução possível é através do cálculo dos autovalores da matriz companheira.

De modo geral, podemos ter parte das raízes reais e parte delas complexas, e pode haver algumas raízes reais iguais (multiplicidade ou “degenerescência”), o que torna o problema em geral bastante complicado. Critérios alternativos como o Critério de Jury e ou o Critério de Schur podem ser tomados para evitar o cálculo de todos os autovalores do sistema. A exposição dos critérios foge ao escopo desse trabalho e iremos apenas nos ater as seguintes regras quanto aos autovalores calculados: Se o módulo dos autovalores (complexos ou reais) calculados for menor que um, temos a condição suficiente para que o ponto fixo seja considerado estável. Se ao menos um autovalor calculado apresentar em módulo valor superior à unidade, o ponto fixo é instável.

### 3.3.2. Sistemas Multidimensionais Não Lineares

A apresentação da seção sistemas multidimensionais não lineares é dividida nos seguintes tópicos que seguem: pontos fixos e órbitas periódicas em sistemas não lineares, estabilidade em modelos não lineares, pontos hiperbólicos e resolução de sistemas não lineares pelo método de Newton-Raphson.

---

<sup>30</sup> Para  $N = 3$  a solução analítica pode ser obtida pela fórmula de Cardano.

### 3.3.2.1. Pontos Fixos e Órbitas Periódicas em Sistemas Não Lineares

A análise de modelos lineares permite também, em muitos casos, determinar a estabilidade dos pontos fixos de modelos não lineares da forma igual a equação (4),  $\mathbf{v}_t = \mathbf{F}(\mathbf{v}_{t-1})$ , anteriormente apresentada.

Um ponto fixo de um modelo multidimensional é um vetor conforme apresentado na equação (8) de  $N$  componentes que mapeia a si próprio, conforme apresentado em (19):

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{F}(\mathbf{v}^*) \quad (18)$$

Outro conceito aplicável em mais de uma dimensão é o de órbitas periódicas. Uma órbita periódica de período  $m$ , ou  $m$ -ciclo, é um conjunto de  $m$  vetores  $\{\mathbf{v}_1^*, \mathbf{v}_2^*, \mathbf{v}_3^*, \dots, \mathbf{v}_m^*\}$ , tais que um mapeia o outro cicличamente.

$$\mathbf{v}_{i+1}^* = \mathbf{F}(\mathbf{v}_i^*) \quad (i = 1, 2, \dots, m-1)$$

$$\mathbf{v}_1^* = \mathbf{F}(\mathbf{v}_m^*) \quad (19)$$

Aplicando sucessivamente essas a qualquer um dos vetores do  $m$ -ciclo, como  $\mathbf{v}_m^*$ , temos:

$$\mathbf{v}_m^* = \mathbf{F}(\mathbf{v}_{m-1}^*) = \mathbf{F}(\mathbf{F}(\mathbf{v}_{m-2}^*)) = \mathbf{F}(\mathbf{F}(\mathbf{F}(\mathbf{v}_{m-3}^*))) = \mathbf{F}^{[m]}(\mathbf{v}_m^*) \quad (20)$$

De modo que os elementos de um  $m$ -ciclo são pontos fixos da  $m$ -ésima iterada do modelo  $\mathbf{F}(x)$ .

### 3.3.2.2. Estabilidade em Modelos Não Lineares

Conforme Viana (2012), a estabilidade do ponto fixo do modelo multidimensional não-linear  $\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{F}(\mathbf{v}_t)$  é investigada pela sua linearização nas vizinhanças do ponto  $\mathbf{v}^*$ . Trabalhamos no plano  $N$ -dimensional das variáveis dinâmicas e, em torno do ponto fixo, cujas coordenadas são  $(x_1^*, \dots, x_N^*)$ , nós analisamos uma hiperesfera de raio  $\epsilon$ , onde  $\epsilon \ll x_i^*$  é um número pequeno (em comparação com a unidade).

Para linearizar o modelo, e verificar se o ponto fixo é estável dentro dessa vizinhança limitada por  $\epsilon$ , nós expandimos em série as  $N$  funções  $\mathbf{F}_i(\mathbf{v})$ . Escrevemos o vetor nas vizinhanças do ponto fixo como:

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{v}^* + \mathbf{w}_t \quad (21)$$

Onde

$$\mathbf{w}_t = \begin{pmatrix} (w_1)_t \\ (w_2)_t \\ \vdots \\ (w_N)_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_1)_t - x_1^* \\ (x_2)_t - x_2^* \\ \vdots \\ (x_N)_t - x_N^* \end{pmatrix}, \quad (22)$$

Tal que (1) fique:

$$\begin{aligned} (w_1)_t + x_1^* &= F_1((w_1)_{t-1} + x_1^*, (w_2)_{t-1} + x_2^*, \dots, (w_N)_{t-1} + x_N^*) \\ (w_2)_t + x_2^* &= F_2((w_1)_{t-1} + x_1^*, (w_2)_{t-1} + x_2^*, \dots, (w_N)_{t-1} + x_N^*) \\ &\vdots \quad = \quad \vdots \\ (w_N)_t + x_N^* &= F_N((w_1)_{t-1} + x_1^*, (w_2)_{t-1} + x_2^*, \dots, (w_N)_{t-1} + x_N^*) \end{aligned} \quad (23)$$

Vamos também supor que os incrementos  $(w_i)_t = (x_i)_t - x_i^*$  estejam dentro da híper-esfera de raio  $\epsilon$ :

$$|(x_i)_t - x_i^*| < \epsilon \ll 1 \quad (24)$$

Dessa forma, podemos expandir cada uma das  $N$  componentes  $F_i$  da função vetorial, em série de potências nos  $N$  incrementos  $w_i$ , com  $i$  indo de 1 até  $N$ . Sendo  $\epsilon$  suficientemente pequeno, podemos reter apenas os termos lineares, desprezando todos os outros. Resulta de (26) o seguinte conjunto de equações acopladas:

$$\begin{aligned} (w_1)_{t+1} &= (w_1)_t \cdot \left( \frac{\partial F_1}{\partial x_1} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + (w_2)_t \cdot \left( \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + \cdots + (w_N)_t \cdot \left( \frac{\partial F_1}{\partial x_N} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + \cdots \\ (w_2)_{t+1} &= (w_1)_t \cdot \left( \frac{\partial F_2}{\partial x_1} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + (w_2)_t \cdot \left( \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + \cdots + (w_N)_t \cdot \left( \frac{\partial F_2}{\partial x_N} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + \cdots \\ &\vdots \quad = \quad \vdots \\ (w_N)_{t+1} &= (w_1)_t \cdot \left( \frac{\partial F_N}{\partial x_1} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + (w_2)_t \cdot \left( \frac{\partial F_N}{\partial x_2} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + \cdots + (w_N)_t \cdot \left( \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \right)_{(\mathbf{v}^*)} + \cdots \end{aligned} \quad (25)$$

Onde podemos usar (18) para eliminar os pontos fixos de ambos os lados das expressões.

Temos um total de  $N^2$  derivadas parciais das funções  $F_i$  em relação a todas as variáveis dinâmicas  $x_j$ , calculadas no ponto fixo  $\mathbf{v}^*$ . Definimos a matriz Jacobiana como:

$$\mathbf{J}(\mathbf{v}^*) = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial F_1}{\partial x_1}\right)_{(\mathbf{v}^*)} & \left(\frac{\partial F_1}{\partial x_2}\right)_{(\mathbf{v}^*)} & \cdots & \left(\frac{\partial F_1}{\partial x_N}\right)_{(\mathbf{v}^*)} \\ \left(\frac{\partial F_2}{\partial x_1}\right)_{(\mathbf{v}^*)} & \left(\frac{\partial F_2}{\partial x_2}\right)_{(\mathbf{v}^*)} & \cdots & \left(\frac{\partial F_2}{\partial x_N}\right)_{(\mathbf{v}^*)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left(\frac{\partial F_N}{\partial x_1}\right)_{(\mathbf{v}^*)} & \left(\frac{\partial F_N}{\partial x_2}\right)_{(\mathbf{v}^*)} & \cdots & \left(\frac{\partial F_N}{\partial x_N}\right)_{(\mathbf{v}^*)} \end{pmatrix} \quad (26)$$

Tal que (25) pode ser escrita na forma compacta:

$$\mathbf{w}_{t+1} = \mathbf{J}(\mathbf{v}^*) \cdot \mathbf{w}_t \quad (27)$$

e que é um modelo linear na forma (7), cujo ponto fixo é a origem no espaço  $N$ -dimensional.

Logo, para estudar a estabilidade do ponto fixo  $\mathbf{v}^*$  do modelo não-linear, basta investigar a estabilidade da origem para o modelo linearizado (27), ou seja, estudar os autovalores da matriz Jacobiana, cujos elementos são constantes:

$$J_{ij}(\mathbf{v}^*) = \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_j}\right)_{(\mathbf{v}^*)} \quad (28)$$

O ponto fixo  $\mathbf{v}^*$  será estável se todos os autovalores da matriz Jacobiana tiverem módulos menores que um. A partir dos coeficientes da equação secular satisfeita pela matriz Jacobiana, e do critério de Schur, é possível determinar as condições de estabilidade para o ponto fixo, na aproximação linear.

### 3.3.2.3. Pontos Hiperbólicos

Conforme Viana (2012), temos a seguinte definição:

**Definição:** Um ponto fixo  $\mathbf{v}^*$  é dito hiperbólico (ou não degenerado) se todos os autovalores da matriz Jacobiana do sistema, calculada nesse ponto,  $\mathbf{J}(\mathbf{v}^*)$  tiverem módulos diferentes de um.

O ponto fixo  $\mathbf{v}^*$  será não-hiperbólico caso um ou mais autovalores tenham módulos iguais a um, ou seja, estejam exatamente sobre o círculo unitário no plano

complexo. O teorema de Hartman-Grobman<sup>31</sup> tem uma versão para modelos discretos, e nos assegura que, caso  $\mathbf{v}^*$  seja um ponto fixo hiperbólico, o comportamento das soluções na sua vizinhança (e, portanto, sua estabilidade) é determinado pela linearização. Caso o ponto fixo seja não-hiperbólico o critério de linearização não é capaz de nos informar se o ponto fixo é estável, sendo necessário outros métodos.

### 3.3.3. Resolução de Sistemas Não Lineares pelo Método de Newton-Raphson

Um dos problemas relacionados a analisar a estabilidade de sistemas de equações a diferenças não lineares está relacionado ao cálculo dos seus pontos fixos.

Quando estamos lidando com o caso linear, o cálculo é direto através da equação (8) previamente apresentada (desde que a matriz seja singular). Todavia, isso não é o que ocorre no caso não linear. Uma alternativa possível para encontrar as raízes nesse caso é através do seguinte método iterativo de Newton-Raphson. Em  $N$ -dimensões ele pode ser definido da seguinte forma:

Conforme Ruggiero e Lopes (1996), dado um sistema de equações não lineares:  

$$\mathbf{F}: D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{F} = (f_1, \dots, f_n)^T \quad (29)$$

O objetivo é encontrar soluções para  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$ , ou equivalentemente:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Usando a seguinte notação:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad e \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (31)$$

Cada função  $f_i(\mathbf{x})$  é uma função não linear em  $\mathbf{x}$ ,  $f_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $i = 1, \dots, n$  e portanto  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  é uma função não linear em  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{F}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ . Estamos supondo que  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  está definida em um conjunto aberto  $D \subset \mathbb{R}^n$  e que possui derivadas contínuas nesse

---

<sup>31</sup> O teorema está no apêndice.

conjunto. Além disso, supomos que existe pelo menos um ponto  $\mathbf{x}^* \in D$ , tal que  $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = 0$ .

O nosso objetivo então, será utilizar um método iterativo que a partir do ponto inicial  $\mathbf{x}^{(0)}$ , geram uma sequência  $\{\mathbf{x}^{(k)}\}$  de vetores e, na situação de convergência, temos:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^* \quad (32)$$

Em métodos iterativos é necessário estabelecer critérios de parada para aceitar se um ponto  $\mathbf{x}^{(k)}$  é uma aproximação exata para  $\mathbf{x}^*$  ou para se detectar a divergência no processo iterativo. Como  $\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k)})$  é um vetor do  $\mathbb{R}^n$ , verificamos se:

$$\|\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k)})\| < \varepsilon \quad (33)$$

Sendo  $\|\cdot\|$  a norma de vetores e  $\varepsilon$  a tolerância.

Isso posto, temos a seguinte definição para o método de Newton-Rapshon:

$$f_i(x) = f_i(x^{(k)}) + \nabla f_i(c_i)^T \cdot (x - x^{(k)}) \quad (34)$$

Onde  $f_i$  é uma função não linear de  $\mathbf{x}$  variáveis.  $\nabla f_i(c_i)^T$  que é o vetor gradiente em  $c_i$  transposto. Aproximando-se  $\nabla f_i(c_i)^T$  por  $\nabla f_i(x^{(k)})^T$ ,  $i = 1, \dots, n$  temos um modelo local linear para  $f_i(x)$  em torno de  $x^{(k)}$ :

$$f_i(x) \approx f_i(x^{(k)}) + \nabla f_i(x^{(k)})^T \cdot (x - x^{(k)}), \quad i = 1, \dots, n \quad (35)$$

Portanto, o modelo local linear para  $F(x)$  em torno de  $x^{(k)}$  fica:

$$F(x) \approx L_k(x) = F(x^{(k)}) + J(x^{(k)}) \cdot (x - x^{(k)}) \quad (36)$$

A nova aproximação  $x^{(k+1)}$  será o zero do modelo local linear  $L_k(x)$ . Agora,

$$L_k(x) = 0 \Leftrightarrow J(x^{(k)}) \cdot (x - x^{(k)}) = -F(x^{(k)}) \quad (37)$$

Se denotarmos  $(x - x^{(k)})$  por  $s^{(k)}$ , temos que  $x^{(k+1)} = x^{(k)} + s^{(k)}$ , onde  $s^{(k)}$  é a solução do sistema linear:

$$J(x^{(k)})s = -F(x^{(k)}) \quad (38)$$

Dessa forma, computacionalmente o método requer:

- 1) A avaliação da matriz Jacobiana no ponto  $x^{(k)}$  e  $F(x^{(k)})$ .
- 2) Se  $\|\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k)})\| < \varepsilon$ , parar. Caso contrário:

- 3) A resolução do sistema linear  $J(x^{(k)})s = -F(x^{(k)})$  para o ponto.
- 4)  $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{s}^{(k)}$

### 3.4. Análise da Estabilidade de modo Analítico-Numérico

Havendo sido apresentada nas duas seções anteriores o método para análise da estabilidade de sistemas lineares e não lineares, iremos propor nesta seção um método que conjuga a análise supracitada com métodos numéricos computacionais.

Para que possamos analisar a estabilidade de um modelo discreto não linear, precisamos realizar as seguintes etapas:

- 1) Encontrar o vetor de pontos fixos.
- 2) Encontrar a matriz Jacobiana no vetor de pontos fixos.
- 3) Analisar os autovalores dessa matriz encontrada.
- 4) Caso todos os autovalores em módulo sejam menores que um, temos para aquele ponto fixo estável, caso contrário instável.

Para tanto, iremos demonstrar essas etapas na seção seguinte através do modelo consolidado na literatura SFC como *Simplified ‘Benchmark’, Stock-Flow Consistent Post-Keynesian Growth Model* de Dos Santos e Zizza (2008). A vantagem na sua utilização está relacionada aos seguintes fatos: é um modelo no qual os autores já desenvolveram uma solução analítica. O modelo já foi discutido para encontrar métodos de análise de sensibilidade como em Ciuffo e Rosenbaum (2015) e há uma convergência de esforços analíticos em dialogar com ele.

### 3.5. Algoritmo Alternativo para a Análise da Estabilidade

Nesta seção, apresentamos uma abordagem alternativa que será utilizada para simular e comparar os resultados obtidos com o método analítico-numérico para análise de estabilidade. O método usual (M1), conforme apresentado anteriormente, consiste em encontrar os valores para os pontos fixos a partir de um sistema de equações à diferença; na sequência, calcular a matriz jacobiana nos pontos fixos e partir dela o valor dos autovalores. Por fim, através do critério geral da estabilidade definir através do módulo dos autovalores se estamos diante de um estável ou instável. Caso seja um

modelo bidimensional, podemos inferir através do traço e do determinante se é um ponto fixo estável, instável, ponto de sela, foco instável e foco estável.

O método alternativo (M2) criado neste artigo consiste em uma junção de abordagens numéricas e faz uso da força-bruta e ignorância computacional (FBIC) para demonstrar que há convergência entre os resultados obtidos pelo M1 e M2.

Primeiramente, define-se um domínio para o conjunto de parâmetros a ser avaliado. Utiliza-se, na sequência, do método de simulação de Monte Carlo para gerar parâmetros aleatoriamente e distribuídos uniformemente dentro desse intervalo de domínio.

A cada simulação,  $m$ , é gerada um conjunto  $z$  de parâmetros do modelo. Sendo esse dado por:  $\{a_i\}^m, i = 1, 2, \dots, z$ . A partir desse conjunto, utiliza-se o método de Gauss-Seidel<sup>32</sup> para resolver o sistema de equações para cada período  $t$ , sendo  $t = [1, 2, \dots, n]$ . Quando  $t = n$ , temos a parada do algoritmo nos fornecendo o conjunto final das variáveis endógenas  $\{y_{t=n}^i\}, i = 1, 2, \dots, x$ . Note que  $x$  deve ser  $x \leq z$  e as equações devem ser linearmente independentes. A partir das variáveis endógenas finais, podemos obter os valores em nível e suas variações,  $\Delta y_t^i, i = 1, 2, \dots, x$ .

Utilizando-se o critério que no estado estacionário temos que  $\Delta y_t^i = 0 \forall i \in \{1, 2, \dots, x\}$ , criou-se um filtro para selecionar apenas os parâmetros para os quais a condição de  $\Delta y_t^i = 0$  fosse atendida. Repare que selecionando ex-ante um valor  $n$  para o período final de  $t$  calculado, podemos ter variáveis endógenas que estão no caminho de convergência, mas ainda não possuem valor igual a zero. Dessa forma, uma maneira alternativa que pode ser flexibilizada o filtro é utilizar  $\Delta y_t^i < tolerado$ , sendo  $tolerado \approx 0$ .

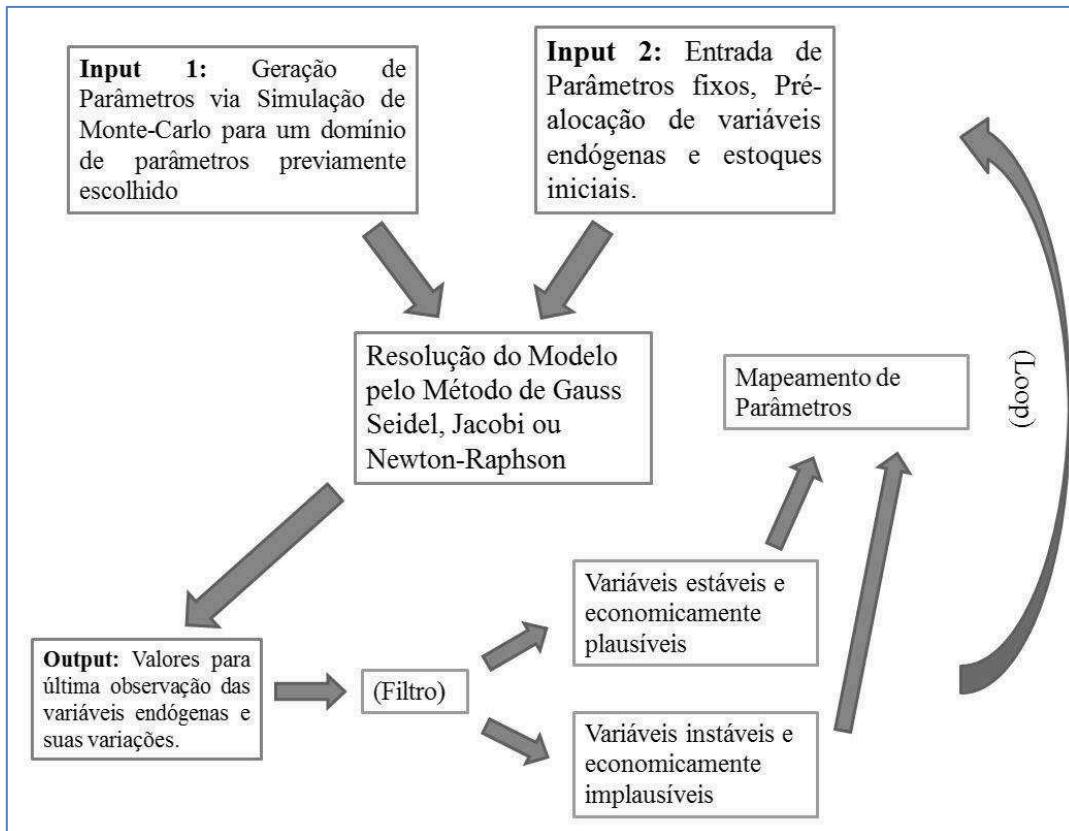
A figura 1 abaixo esquematiza as etapas do algoritmo. Conforme dito anteriormente, primeiramente gera-se um conjunto aleatório de parâmetros dentro de um domínio previamente definido usando distribuição uniforme. Na sequência resolvê-se o modelo para todo período  $t$ . Ao fim obtém-se o valor das variáveis e suas variações. Filtram-se aquelas variáveis cujas variações são iguais a zero (ou aproximadamente). Armazenado os valores filtrados em uma matriz, volta-se a etapa um com novas simulações para os parâmetros. O algoritmo é rodado exaustivamente de

---

<sup>32</sup> O método já foi avaliado para a solução de modelos SFC lineares, conforme O’Shea e Kinsella (2017). A condição suficiente para a convergência é que a matriz seja estritamente diagonal dominante. Maiores detalhes são apresentados no apêndice.

modo que a força bruta computacional nos forneça um mapeamento adequado para os parâmetros estáveis.

Figura 1: Esquematização do algoritmo alternativo de estabilidade



Fonte: Elaboração Própria.

### 3.6. O Benchmark de Dos Santos e Zizza (2008)

O modelo de *Benchmark* inicialmente possui 35 equações que se resolvem simultaneamente para um dado conjunto de parâmetros, essas fornecem a dinâmica temporal do sistema. Todavia, os autores mostram que esse modelo pode ser analisado mais facilmente se reduzido para um número menor de equações, ou seja, através de apenas quatro equações é possível gerar a dinâmica do sistema e através dela calcular as outras variáveis ocultas<sup>33</sup> durante a redução.

Primeiramente, através das equações que compõem a demanda agregada (Consumo, Investimento e Gasto Público) gerou-se uma equação nova que fornece a dinâmica da curva de utilização da capacidade produtiva, que é o mesmo que uma curva

<sup>33</sup> Oculto no sentido de que a variável está simplificada dentro de outras equações. Ela não foi removida ou descartada.

IS normalizada<sup>34</sup>. Em segundo lugar, normalizam-se pelo capital herdado outras equações que juntas dão a dinâmica completa do sistema. Foram elas: a dívida pública, a riqueza herdada, e o investimento.

O sistema de equações que dá a dinâmica de curto prazo:

$$g_t = g_0 + (\alpha \cdot \pi + \beta) \cdot u_t - \theta_1 \cdot i l_t \quad (\text{S.1})$$

$$b_t = \frac{[b_{t-1} \cdot (1 + i b_{t-1}) + \gamma_t - \theta \cdot u_t]}{(1 + g_t)} \quad (\text{S.2})$$

$$v h_t = \frac{[1 - (1 + \tau_b) \cdot (1 - \mu)] \cdot i b_{t-1} \cdot b_{t-1} + \mu \cdot (1 - \theta) \cdot \pi \cdot u_t + \{(1 - \delta) \cdot [1 + i b_{t-1} \cdot (1 + \tau_b) \cdot (1 - \mu)] - a\} \cdot v h_{t-1}}{(1 + g_t - \delta)} \quad (\text{S.3})$$

$$u_t = \psi_1 \cdot A(i l_t) + \psi_1 \cdot a \cdot v h_{t-1} \quad (\text{S.4})$$

E os seguintes parâmetros agregados:

$$\psi_1 = \frac{1}{[1 - (1 - \pi) \cdot (1 - \theta) - \alpha_1]} \quad (\text{S.5})$$

$$\alpha_1 = \alpha \cdot \pi + \beta \quad (\text{S.6})$$

$$A(i l_t) = g_0 - \theta_1 \cdot (1 + \tau_b) \cdot i b_t + \gamma_t \quad (\text{S.7})$$

$$\pi = \tau / (1 + \tau) \quad (\text{S.8})$$

Onde temos os seguintes parâmetros  $\alpha$  é o efeito acelerador através dos lucros,  $\beta$  é o efeito acelerador exógeno,  $\theta$  é alíquota de tributação sobre a renda,  $\theta_1$  é o efeito da taxa de juros sobre empréstimos para investimento,  $\gamma$  é o gasto público normalizado,  $\tau$  é a taxa de *mark-up*,  $\tau_b$  é o *mark-up* bancário,  $\mu$  é a razão dividendos-lucro,  $a$  é a propensão a consumir da riqueza herdada,  $\delta$  é o percentual da riqueza que é alocada em ações,  $g_0$  é o “*animal spirits*” dos empresários na função investimento.

Através da combinação dos parâmetros previamente apresentados, podemos chegar ao multiplicador keynesiano dado por (S.5), ao parâmetro que capta tanto o efeito multiplicador quanto o acelerador juntos dado por (S.6) e nos componentes da demanda agregada que não são sensíveis à riqueza herdada, dado por (S.7). A taxa de lucro sobre as receitas é dado por (S.8).

As variáveis endógenas são respectivamente: a taxa de investimento,  $g_t$ ; a dívida pública normalizada,  $b_t$ ; a riqueza normalizada,  $v h_t$  e o grau de utilização da capacidade produtiva,  $u_t$ . A única variável exógena é a taxa de juros que remunera os títulos públicos,  $i b$ .

---

<sup>34</sup> Essa é uma prática semelhante a Blecker (2010).

O caminho natural para reduzir o sistema para duas equações é introduzir as equações de  $u_t$ , dada por (S.4) e  $g_t$ , dada por (S.1) nas equações (S.2) e (S.3). Dessa forma, teremos o sistema formado por duas equações e agora dependendo apenas de variáveis defasadas e não correntes. Essas são apresentadas como (S.8) e (S.9) abaixo:

$$b_t = \frac{b_{t-1}(1+ib_{t-1}) + \gamma_t - \theta[\psi_1.A(il_t) + \psi_1.a.vh_{t-1}]}{1+g_0 + (\alpha.\pi + \beta)[\psi_1.A(il_t) + \psi_1.a.vh_{t-1}] - \theta_1.il_t} \quad (\text{S.8})$$

$$vh_t = \frac{[1 - (1+\tau_b)(1-\mu)].ib_{t-1}.b_{t-1} + \mu.(1-\theta).\pi.[\psi_1.A(il_t) + \psi_1.a.vh_{t-1}] + \{(1-\delta).[1+ib_{t-1}.(1+\tau_b).(1-\mu)] - a\}.vh_{t-1}}{1+g_0 + (\alpha.\pi + \beta)[\psi_1.A(il_t) + \psi_1.a.vh_{t-1}] - \theta_1.il_t - \delta} \quad (\text{S.9})$$

Todavia, com o intuito de facilitar os cálculos das etapas que seguem, iremos agregar os parâmetros. Dessa forma, (S.8) e (S.9) podem ser simplificadas como (S.10) e (S.11) abaixo:

$$b_t = \frac{b_{t-1}.z_1 + z_2 - z_3.vh_{t-1}}{z_4 + z_5.vh_{t-1}} \quad (\text{S.10})$$

$$vh_t = \frac{s_2 + s_1.b_{t-1} + s_5.vh_{t-1}}{z_4 + z_5.vh_{t-1} - \delta} \quad (\text{S.11})$$

Onde os parâmetros simplificados agora são:  $z_1 = (1 + ib_{t-1})$ ;  $z_2 = \gamma_t - \theta.\psi_1.A(il_t)$ ;  $z_3 = \theta.\psi_1.a$ ;  $z_4 = 1 + g_0 + (\alpha.\pi + \beta).\psi_1.A(il_t) - \theta_1.il_t$ ;  $z_5 = (\alpha.\pi + \beta).\psi_1.a$ ;  $s_1 = [1 - (1 + \tau_b).(1 - \mu)].ib_{t-1}$ ;  $s_2 = \mu.(1 - \theta).\pi.\psi_1.A(il_t)$ ;  $s_3 = \mu.(1 - \theta).\pi.\psi_1.a$ ;  $s_4 = (1 - \delta).[1 + ib_{t-1}.(1 + \tau_b).(1 - \mu)] - a$ ;  $s_5 = s_3 + s_4$

Sabendo que no estado estacionário temos como pontos fixos  $b^*$  e  $vh^*$ , temos que através de (S.10) e (S.11) temos as seguintes equações (S.12) e (S.13) que os definem:

$$b^* = \frac{b^*.z_1 + z_2 - z_3.vh^*}{z_4 + z_5.vh^*} \quad (\text{S.12})$$

$$vh^* = \frac{s_2 + s_1.b^* + s_5.vh^*}{z_4 + z_5.vh^* - \delta} \quad (\text{S.13})$$

Reorganizando os termos em (S.12) e (S.13), após algum algebrismo, substituindo uma equação na outra e após algumas agregações de parâmetros temos o polinômio que se resolvido nos fornecem as raízes e assim os valores dos pontos fixos para um conjunto de parâmetros. O detalhe é que estamos diante de um polinômio de grau três. Pelo teorema fundamental da álgebra, temos tantas raízes quanto for o grau do polinômio. Dessa forma, haverá três raízes possíveis.

$$v_1.vh^{*3} + v_2.vh^{*2} + v_3.vh^* - v_4 = 0 \quad (\text{S.14})$$

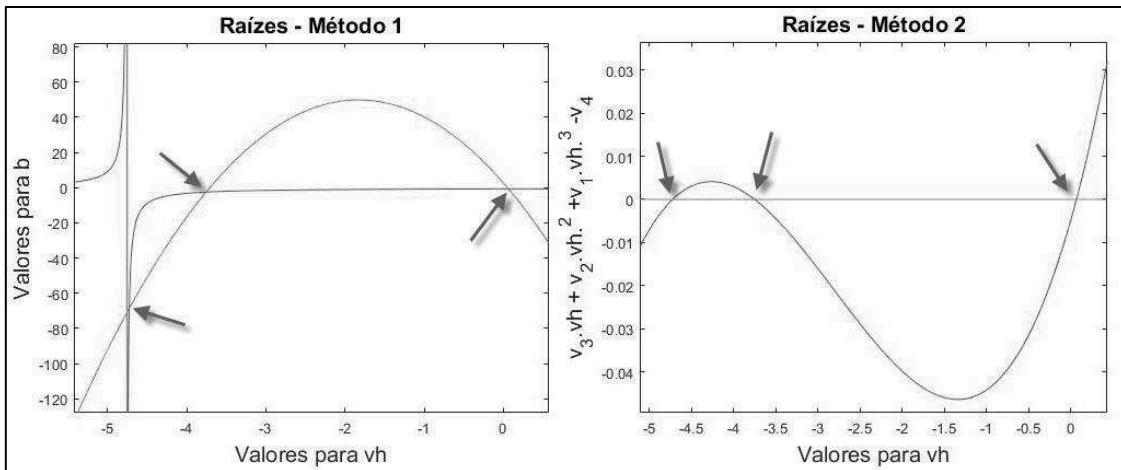
Onde:  $v_1 = z_5.z_5$ ;  $v_2 = [(z_4 - \delta - s_5).z_5 + (z_4 - z_1).z_5]$ ;  $v_3 = [(z_4 - z_1).(z_4 - \delta - s_5) - s_2.z_5 + s_1.z_3]$ ;  $v_4 = [(z_4 - z_1).s_2 + s_1.z_2]$

Reorganizando S.12 e tomando a função inversa de (S.13), temos:

$$b^* = \frac{z_2 - z_3.vh^*}{(z_4 + z_5.vh^* - z_1)} \quad e \quad f(vh^*)^{-1} = \frac{z_5.vh^{*2} - (\delta + s_5 - z_4).vh^* - s_2}{s_1}$$

Através das duas equações acima e de (S.14) podemos plotar dois gráficos que nos mostram que para um dado conjunto de parâmetros é possível encontrar as três raízes (se reais forem) através do cruzamento de curvas (quadrante esquerdo da figura) ou através do eixo zero (quadrante direito da figura).

Figura 2: Raízes do Polinômio.



Fonte: Elaboração Própria.

**Nota: (1) As raízes estão apontadas com setas nos dois quadrantes.**

A importância de encontrar as raízes e consequentemente os valores de ponto fixo para  $b$  e  $vh$  reside no modo com que se estuda a estabilidade de um sistema de equações de tempo discreto não linear. Conforme apresentado na Seção XXX, precisamos calcular a matriz jacobiana para os valores encontrados no ponto fixo. Tendo eles em mãos, calculam-se todos os autovalores da matriz. A condição suficiente para a estabilidade geral do sistema é que todos os autovalores encontrados tenham módulo menor que um (se reais) e a raiz da soma das partes  $a$  e  $b$  ao quadrado sendo menor que um. A matriz jacobiana do sistema no ponto fixo é denotada por

$$J(b^*, vh^*) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial vh}{\partial b_{-1}}\right)_{(b^*, vh^*)} & \left(\frac{\partial vh}{\partial vh_{-1}}\right)_{(b^*, vh^*)} \\ \left(\frac{\partial b}{\partial b_{-1}}\right)_{(b^*, vh^*)} & \left(\frac{\partial b}{\partial vh_{-1}}\right)_{(b^*, vh^*)} \end{bmatrix} \quad (S.15)$$

E através das equações (S.10), (S.11), (S.12) e (S.13), temos ela calculada em (S.16):

$$J(b^*, vh^*) = \begin{pmatrix} \left(\frac{z_1}{z_4+z_5.vh^*}\right) & -\left[\frac{z_3}{z_4+z_5.vh^*} + \frac{z_5.(z_2+z_1.b^*-z_3.vh^*)}{(z_4+z_5.vh^*)^2}\right] \\ \left(\frac{s_1}{z_4-\delta+z_5.vh^*}\right) & \left[\frac{s_5}{z_4-\delta+z_5.vh^*} - \frac{z_5.(s_2+s_1.b^*+s_5.vh^*)}{(z_4-\delta+z_5.vh^*)^2}\right] \end{pmatrix} \quad (\text{S.16})$$

Dessa forma, tendo posse dos parâmetros, podemos calcular os pontos fixos e calcular os autovalores para a matriz jacobiana sobre os pontos fixos. O cálculo das raízes de (S.14) pode ser feito numericamente através da função *roots.m* existente no Matlab<sup>35</sup>.

Os critérios de plausibilidade econômica para as simulações realizadas foram as seguintes:

$$0 < u^*, g^* < 1 \quad (1^{\text{a}} \text{ Condição})$$

$$0 < vh^*, b^* < 10 \quad (2^{\text{a}} \text{ Condição})$$

$$\Delta b, \Delta vh, \Delta u, \Delta g < 10^{-15} \quad (3^{\text{a}} \text{ Condição})$$

A intuição para cada uma das três condições são as seguintes: a primeira é que tanto a utilização da capacidade quanto a taxa de investimento esteja entre zero e cem por cento. A restrição da primeira é consequência lógica da possibilidade de produção enquanto a segunda é apenas limitar que a taxa de investimento não seja absurdamente alta. A segunda condição impõe que tanto a riqueza normalizada quanto a dívida pública normalizada esteja em um intervalo entre zero e dez. A ideia é colocar um teto no qual as fontes de riqueza e dívida não ultrapassem em mais de dez vezes o capital fixo dessa economia. Por último, temos a terceira condição que define que no estado estacionário o processo deve ser convergente. Como o corte temporal para parar o algoritmo é definido *ad-hoc*, o processo de convergência é definido como verdadeiro se a variação encontrada estiver na casa de  $10^{-15}$ . Valores maiores também poderiam ter sido considerados, ficando a critério do autor.

### 3.7. Resultados

Com o objetivo de comparar os resultados entre os métodos, utilizou-se da mesma semente aleatória no processo de geração de parâmetros para M1 e M2. Através

---

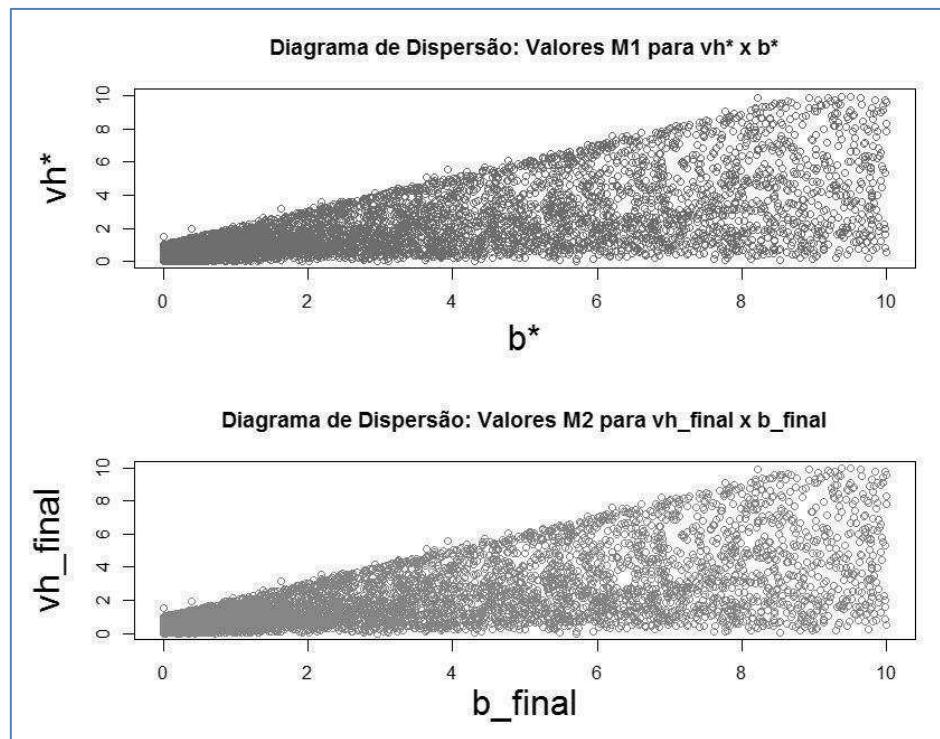
<sup>35</sup> Segundo Grasselli e Pelinovsky (2008) o algoritmo existente em “*roots.m*” com a finalidade encontrar as raízes de um polinômio é baseada no cálculo de autovalores da matriz companheira. Esse algoritmo pode ser de baixa acurácia para polinômios de grau elevado (a partir de 8). Todavia, para o caso estudado é o método numérico mais apropriado, uma vez que Newton-Raphson não há garantias de convergência se o chute inicial não for perto das raízes.

dessa geração igual de parâmetros, pode-se controlar o experimento para que o mesmo conjunto de parâmetros que foi utilizado em M1 também fosse utilizado em M2.

De forma resumida, para M1, criou-se uma rotina de programação no software Matlab para a geração do conjunto de parâmetros, cálculo dos pontos fixos, cálculo da matriz jacobiana nos pontos fixos e por fim o cálculo dos autovalores respectivos. Filtraram-se os parâmetros para os quais houvesse um ponto fixo com autovalores em módulo menor que um. Para M2, por sua vez, criou-se uma programação na mesma linguagem (Matlab) onde geraram-se os parâmetros, resolia-se o modelo via Gauss-Seidel, armazenava-se os últimos valores para um horizonte temporal previamente definido e por fim filtrava-se aqueles onde as variações eram iguais a zero.

Dessa forma, apresentamos na figura 2 abaixo o diagrama de dispersão dividido em dois quadrantes que separam os dois métodos. O número de conjuntos gerados foi de  $10^6$ .

Figura 3: Diagrama de dispersão para  $vh$  e  $b$  obtido para M1 e M2.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O quadrante superior traz os resultados obtidos por M1 para os conjuntos de pontos estáveis filtrados para o par ordenado de raízes para a variável  $vh^*$ , mostrado no eixo das abscissas, e  $b^*$  apresentado no eixo das ordenadas.

O quadrante inferior, por sua vez, apresenta os resultados obtidos pelo M2 para os valores finais encontrados para as variáveis  $vh$  e  $b$  no último período de simulação. O primeiro ponto que deve ser ressaltado é que entre os intervalos economicamente plausíveis (quadrante positivo para ambas variáveis) há uma sobreposição das áreas onde os pontos se encontram para M1 e M2. Isso nos fornece um primeiro indício de que, de fato, estamos lidando com métodos que apresentam resultados convergentes.

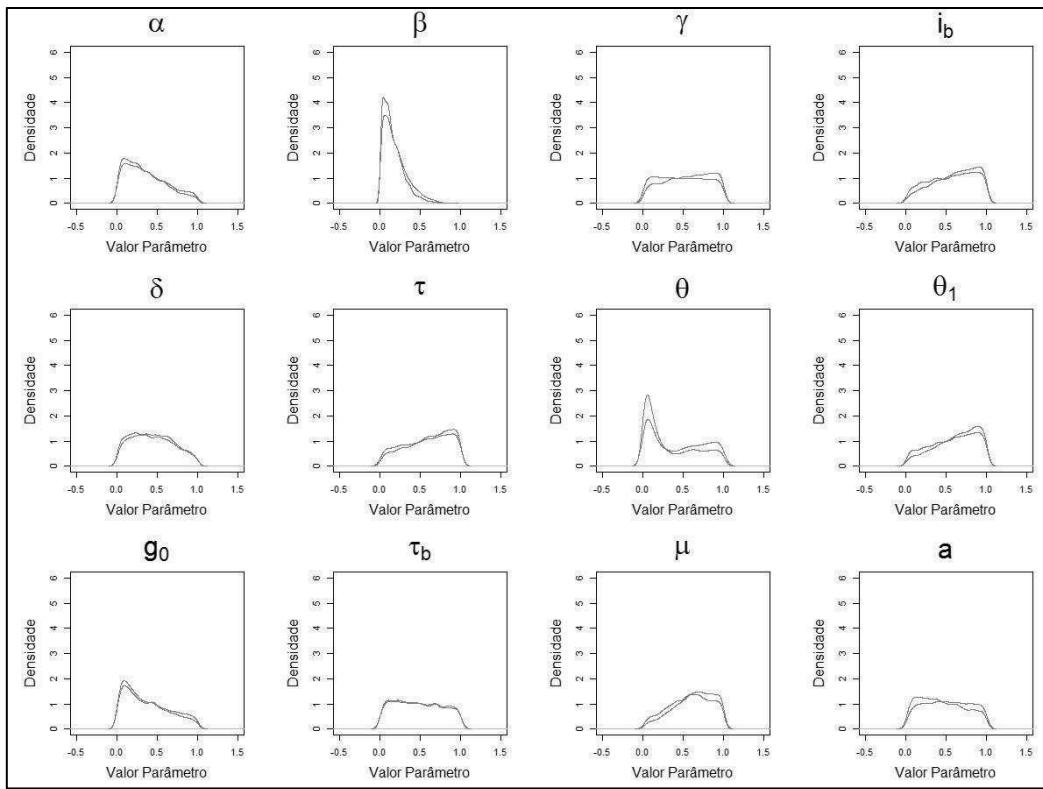
Não obstante, para apresentar a distribuição de densidade de probabilidade (DDP) dos parâmetros para o qual o modelo é estável, utilizou-se e uma função de densidade de Kernel (método não paramétrico) para avaliar se haveria uma sobreposição de curvas. Os resultados encontrados estão na figura 3 abaixo. Temos que os dois métodos apresentam curvas estimadas com resultados semelhantes (o que pode ser visualizado através da sua sobreposição<sup>36</sup>).

O destaque que cabe ser feito aqui é que a principal diferença encontrada entre os dois métodos se deu apenas nos casos onde o M1 apresentava um ponto fixo com os três autovalores menor em módulo que um e as variações pelo M2 não convergiam para zero. Esses foram apenas 0,145% dos casos e exploramos todos os casos para avaliar o que estava ocorrendo nessas ocasiões. O encontrado foi que essa era a situação de pontos de foco estável, ou seja, há convergência em foco para o ponto fixo, mas através de comportamento cíclico.

---

<sup>36</sup> Quando a abordagem é paramétrica, se torna possíveis testes estatísticos para comparar se a distribuição das duas curvas é semelhante probabilisticamente. Todavia, desconhecemos método não paramétrico para o qual isso possa ser feito.

Figura 4: Estimativa de Densidade de Kernel para os Parâmetros Estáveis



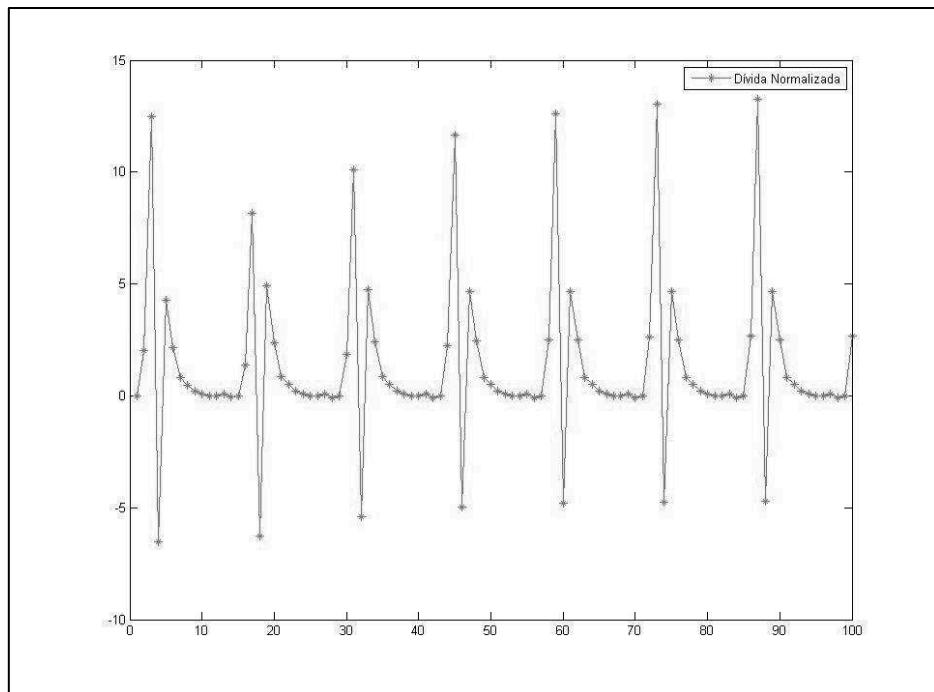
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

**Nota:** (1) Linhas escuras – Parâmetros Método 1.

(2) Linhas Claras – Parâmetros Método 2.

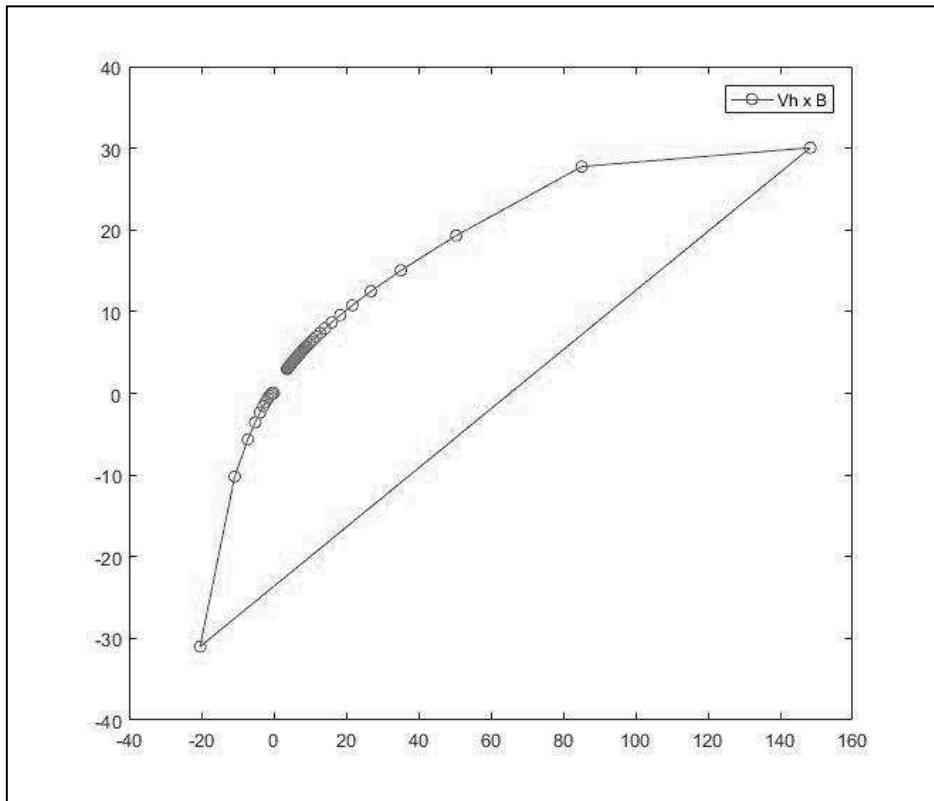
Outros casos de não convergência foram encontrados com valores onde a variação era muito baixa, mas os autovalores não possuíam módulo menor que um. Esse é o caso que pode ser visualizado na figura 4 abaixo.

Figura 5: Casos de Foco Instável Encontrados.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 6: Convergência com valores negativos.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Outro ponto que cabe destaque é que o algoritmo desenhado ele busca a convergência para o ponto de equilíbrio sem restringir o modo de convergência para ela. Não há nenhuma limitação sobre os valores que as variáveis podem obter durante o processo de convergência. Dessa forma, se torna possível que as variáveis tomem valores negativos durante o processo, o que é uma possibilidade matemática mas não econômica. Neste ponto, o único modo de averiguar que o conjunto de parâmetros escolhido não tenha esse tipo de comportamento é averiguando caso a caso. A figura 5 ilustra um típico caso de convergência no qual isso ocorre.

### 3.8. Conclusão

Modelos SFC, em sua grande maioria, podem ser descritos como sistemas de equações a diferenças. A abordagem tradicional para encontrar soluções de estado estacionário em sistemas de equações à diferenças envolve em primeiramente identificar se o sistema é linear ou não linear, mapear os pontos fixos. Caso o sistema seja linear, a análise é direta através do cálculo de autovalores da matriz principal de coeficientes. Se for não linear, o sistema deve ser linearizado e avaliado o valor dos autovalores ao redor do ponto de estado estacionário. Todavia, sistemas em modelagem SFC podem se tornar grandes o suficiente para inviabilizar a análise tradicional de estabilidade. Nesse sentido o presente artigo inova ao oferecer uma abordagem alternativa.

Dessa forma, foi desenvolvido neste *paper* um algoritmo que une três técnicas numéricas para mapear os parâmetros estáveis de um modelo. Primeiramente define-se um domínio para geração de valores aleatórios de parâmetros via simulação de Monte Carlo. Na sequência, para cada conjunto de valores gerados, resolve-se o modelo e armazenam-se os valores finais para as variáveis em nível do sistema e suas variações no último período. Ao fim, separam-se através dos resultados finais os parâmetros para os quais não ocorre mais variação no período final e as variáveis finais encontram-se dentro do quadrante economicamente plausível.

Por derradeiro, com a finalidade de comparar a técnica original e técnica alternativa criada, utilizamos ambas técnicas paralelamente para mapear os parâmetros estáveis do modelo proposto por Dos Santos e Zizza amplamente conhecido na literatura como “*Simplified Benchmark*”. Os resultados obtidos mostram convergência

dos valores obtidos pelas duas técnicas quando avaliado pelo método não paramétrico de densidade de Kernel. Dessa forma, o presente trabalho avança ao fornecer uma rota de fuga para o entendimento e mapeamento de parâmetros que podem ser inviáveis ou impossíveis de serem mapeados através do método tradicional quando se utilizam modelos grandes demais.

#### **4. Artigo 2 - Um modelo Stock-Flow Consistent (SFC) sobre Conflito Distributivo em uma Economia Financeirizada.**

##### **Resumo**

O presente artigo desenvolve um modelo em abordagem *Stock-Flow Consistent* (SFC) para uma economia fechada e financeirizada com o intuito de investigar questões relacionadas ao crescimento e distribuição. Através das ligações existentes entre o setor bancário, o custo médio ponderado do capital, a taxa de retorno do capital produtivo e as decisões de *mark-up* são analisados os efeitos de choques exógenos sobre a trajetória e o equilíbrio alcançado para o estado estacionário de variáveis como riqueza, utilização da capacidade instalada, retorno real e financeiro da economia. Os resultados finais obtidos revelam que choques que afetem positivamente tanto o *wage share* quanto o *profit share* possuem resultado final positivo para o crescimento, todavia através de diferentes mecanismos e custos para economia. O efeito líquido encontrado nos choques sugere que há maior sensibilidade ao efeito *profit share*.

**Palavras-chaves:** Modelo *Stock-Flow Consistent*; Conflito Distributivo; Financeirização.

##### **Abstract**

This paper develops a model using Stock-Flow Consistent (SFC) approach to a closed and financialized economy in order to investigate issues related to growth and distribution. Through the links between the banking sector, the weighted average cost of capital, the rate of return of productive capital, and mark-up decisions are understood as shocks can affect the trajectory and equilibrium reached for the steady state of variables such as wealth , capacity utilization, real and financial return of the economy. The final results show shocks that positively affect both share and profit share have a positive impact for growth, however through different mechanisms and costs for the economy. The net effect found in shocks suggests that there is greater sensitivity to the profit share effect.

**Key-words:** Stock-Flow Consistent Model; Conflicting Claims; Financialization.

**JEL Code:** C6, E12, E27.

#### 4.1. Introdução

O debate acerca das relações do crescimento econômico e distribuição têm ganhado espaço entre o *mainstream*<sup>37</sup> nos últimos anos. Embora recente para ortodoxia, o assunto já foi extensamente debatido dentro da heterodoxia por autores pós-keynesianos, uma vez que esses modelos possuem em seu bojo uma forte ligação entre a distribuição funcional da renda e o crescimento.

Ao longo da história, inúmeros economistas pós-keynesianos que trabalharam com o tema. Entre esses, pode-se apontar que houve a formação de três gerações de modelos que abordaram o tema.

Conforme Oreiro (2006), os modelos de primeira geração postulam que distribuição funcional da renda, determinada endogenamente, deve garantir a plena utilização da capacidade produtiva, leia-se, a equivalência entre as taxas garantida e natural de crescimento. Merecem destaque os trabalhos de Nicholas Kaldor (1956, 1957), Joan Robinson (1962) e Luigi Pasinetti (1962).

A segunda geração foi marcada a partir dos trabalhos de Kalecki (1954) e Steindl (1952). Aqui, temos que a distribuição funcional da renda é definida pela taxa de *mark-up*, a qual é considerada uma variável exógena. O equilíbrio entre poupança e investimento não é dado através da variação da participação dos lucros na renda, e sim através das variações no grau de utilização da capacidade produtiva.

Por fim, temos a terceira geração que foi responsável por tratar de forma não-linear a relação entre as variáveis dos modelos de segunda geração. Dada à natureza não linear, temos então o surgimento de soluções envolvendo equilíbrios múltiplos. Esses modelos passam a dar ênfase especial para as propriedades dinâmicas das economias capitalistas em desequilíbrio. Autores como Marglin e Bhaduri (1990), Dutt (1994), Skott (1989), Lima (2000) e Oreiro e Ono (2005) trabalham com esta geração de modelos.

Outro ramo da teoria pós-keynesiana em crescente estado de desenvolvimento é a abordagem *Stock Flow Consistent* (SFC), ela tem sua origem nos trabalhos de Godley e Cripps (1983) e Godley (1997) e compilada no manual de Godley e Lavoie (2007). O principal mérito existente nessa corrente está em tratar de forma rigorosa a conexão

---

<sup>37</sup> Um exemplo da discussão se encontra em Piketty (2015).

existente entre os fluxos de fundos e os balanços patrimoniais entre os setores existentes na economia. Esse tipo de construção permite que não haja “buracos negros” dentro do modelo, de forma que tudo que vem de algum lugar vai para algum lugar.

Este artigo tem como objetivo principal apresentar um modelo Pós-keynesiano sobre conflito distributivo para uma economia fechada, com um sistema financeiro desenvolvido, em abordagem *Stock-Flow Consistent* (SFC). Para tanto, partimos do modelo proposto por Hein (2012) e aprimoramos as equações básicas do modelo de modo a introduzir algumas características como: a dinâmica inflacionária (com elementos da inércia e conflito distributivo), autoridade monetária seguindo a regra de Taylor, setor bancário e divisão de classes entre trabalhadores e rentistas.

O artigo segue sendo dividido em sete seções. A primeira é a introdução, já apresentada; a segunda mostra a estrutura do modelo desenvolvido com o balanço patrimonial, transações entre setores; a terceira apresenta as equações comportamentais do modelo; a quarta e quinta as relações de curto prazo e solução de estado estacionário, a sexta as simulações e choques. A sétima e última seção apresenta as conclusões do trabalho.

#### 4.2. Balanço Patrimonial e Matriz de Transações

O modelo desenvolvido neste trabalho é o de uma economia fechada que possui quatro setores ou agentes: Trabalhadores, Rentistas, Empresas e Bancos comerciais. Segundo o desenho proposto por Hein (2012), partiremos de uma economia em que não há governo.

A tabela (1) abaixo apresenta o balanço patrimonial dos setores que compõem a economia. Os trabalhadores não acumulam ativos. As empresas possuem como ativo apenas o capital produtivo e os passivos são compostos pelas ações e os empréstimos. Os bancos, por sua vez, apresentam os empréstimos como ativos e os depósitos como passivos. Descontando o lucro retido que fica na empresa, os rentistas financiam o restante da economia. Estes, através dos seus depósitos junto aos bancos comerciais, geram um canal para empréstimos via bancos e através das ações financiam diretamente

o capital produtivo. Por essa razão, está na sua riqueza e na riqueza das empresas a contrapartida financeira para todo o capital produtivo existente nessa economia.

Tabela 1: Balanço Patrimonial da Economia

	Trabalhadores	Empresas	Bancos	Rentistas	$\Sigma$
Empréstimos		$-L$	$+L$		0
Depósitos			$-D$	$+D$	0
Ações		$-E$		$+E$	0
Capital Produtivo		$+p.K$			$+p.K$
$\Sigma$	0	$+Vf$	0	$+Vh$	$-p.K$

Fonte: Elaboração própria.

**Nota:** Sinais positivos se referem a ativos e sinais negativos se referem a passivos.

A tabela (2) abaixo apresenta as transações que ocorrem entre os setores existentes nesta economia. O consumo agregado é dado pelo consumo dos trabalhadores e dos rentistas. O investimento é uma transação intra-setorial que ocorre entre as empresas sendo ao mesmo tempo uma despesa para a conta capital e uma receita para a conta corrente. As empresas pagam salários aos trabalhadores (sendo plenamente gasto). As empresas retêm lucro para financiar seus investimentos e parte é distribuída aos portadores de ações (rentistas). Os pagamentos de juros de empréstimos são uma despesa para as empresas e uma receita para os bancos. Os pagamentos de juros sobre depósitos é uma despesa para os bancos e uma receita para os rentistas. O lucro bancário é plenamente distribuído aos rentistas. Os canais de financiamento se dão através do lucro retido, novas ações emitidas e novos empréstimos. Tudo isso é apresentado com o caractere delta,  $\Delta$ . Os somatórios das transações nas linhas e nas colunas somam zero. Isso aponta que, por construção, não há buracos negros existentes no modelo. Dessa forma, tudo que sai de algum lugar vai para algum lugar.

Tabela 2: Matriz de Transações entre os Setores do Modelo

	Trabalhadores	Empresas		Bancos	Rentistas	$\Sigma$
		Corrente	Capital			
Consumo	$-C_W$	$+C$			$-C_R$	0
Investimento		$+I$	$-I$			0
Salários	$+W_b$	$-W_b$				0
Lucro Retido, Empresas		$-Fu$	$+Fu$			0
Lucro Distribuído, Empresas		$-Fd$			$+Fd$	0
Lucro, Bancos				$-Fb$	$+Fb$	0
Pagamento de Juros, Depósitos		$-il_{-1}.L_{-1}$		$+il_{-1}.L_{-1}$		0
Pagamento de Juros, Empréstimos				$-id_{-1}.D_{-1}$	$+id_{-1}.D_{-1}$	0
$\Delta$ Depósitos				$+AD$	$-AD$	0
$\Delta$ Ações			$+AE$		$-AE$	0
$\Delta$ Empréstimos		$+AL$		$-AL$		0
$\Sigma$	0	0	0	0	0	0

**Nota:** Sinais positivos se referem ao uso de fundos e sinais negativos se referem as fontes de fundos.

Fonte: Elaboração própria.

### 4.3. Equações Comportamentais

Nesta seção apresentam-se as equações que informam as relações causais entre as variáveis. Esta seção está dividida nos seguintes blocos: Preços, Inflação e Distribuição de Renda; Elementos da Demanda Agregada; Riqueza e Decisões de Portfólio das Famílias; As Empresas; Formação da Taxa de Juros e Setor Bancário.

#### 4.3.1. Preços, Inflação e Distribuição de Renda

A equação (1) apresenta que  $p$  é o nível de preços,  $m$  é o *mark-up*,  $W_b$  são os salários,  $a$  é a produtividade. Na equação (2), temos que  $m_0$  é o coeficiente autônomo de *mark-up*,  $m_1$  é o parâmetro que capta a sensibilidade do *mark-up* ao custo médio ponderado pelo capital (WACC) e  $m_2$  é a sensibilidade do *mark-up* ao grau de utilização da capacidade produtiva<sup>38</sup>. A equação (3) apresenta a participação do lucro na renda, a equação (4) apresenta a participação dos salários na renda.

<sup>38</sup> A hipótese de *mark-up* contra cíclico é utilizada por autores Novo-Keynesianos. Maiores detalhes podem ser encontrados em Nekarda e Ramey (2013)

A equação (5) apresenta a participação dos salários na renda desejada pelos sindicatos. A taxa de crescimento dos salários nesta economia é dada pela inflação passada<sup>39</sup> mais uma parcela dada pelo conflito distributivo (diferença entre a participação dos salários desejada na renda e a efetiva) vezes o grau de sindicalização desta economia, dado por  $\alpha_1$ .

Aplicando o logaritmo e derivando no tempo a equação (1) e utilizando a equação (6) e (5), obtemos a dinâmica da inflação dada por (7). Por fim, temos a equação (8) que mostra o retorno dos ativos reais na economia é uma função da participação do lucro na renda vezes a utilização da capacidade instalada sobre o coeficiente de relação capital-produto.

$$p = [1 + m(\cdot)] \cdot \frac{W_b}{a} \quad (1)$$

$$m = m_0 + m_1 \cdot r_{k-1} - m_2 \cdot u_{-1} \quad (2)$$

$$h = \frac{\Pi}{Y} = \frac{m(\cdot)}{1+m(\cdot)} = \frac{m_0 + m_1 \cdot r_{k-1} - m_2 \cdot u_{-1}}{1+m_0 + m_1 \cdot r_{k-1} - m_2 \cdot u_{-1}} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{Wb}{Y} = 1 - h(\cdot) = \frac{1}{1+m_0 + m_1 \cdot r_{k-1} - m_2 \cdot u_{-1}} \quad (4)$$

$$\omega^d = \omega_1 + \omega_2 \cdot u_{-1} \quad (5)$$

$$\hat{w}_b = \hat{p}_{-1} + \alpha_1 \cdot (\omega^d - \omega) \quad (6)$$

$$\hat{p} = \frac{m_1 \cdot \Delta r_{k-1} - m_2 \cdot \Delta u_{-1}}{(1+m_0 + m_1 \cdot r_{k-1} - m_2 \cdot u_{-1})} + \hat{p}_{-1} + \alpha_1 \cdot (\omega_1 + \omega_2 \cdot u_{-1} - \omega) - \hat{a} \quad (7)$$

$$r = \frac{\Pi}{p \cdot K_{-1}} = \frac{h(\cdot) \cdot u(\cdot)}{v} \quad (8)$$

Onde  $p$  é o índice de preços,  $m$  é o *mark-up* das empresas,  $W_b$  são os salários nominais,  $a$  é a produtividade do trabalho,  $m_0$  é o componente autônomo de *mark-up*,  $r_k$  é o custo médio ponderado pelo capital (WACC),  $m_1$  é o parâmetro que captta a sensibilidade do

---

<sup>39</sup> Efeito da tentativa de recomposição do poder de compra dos trabalhadores.

*mark-up* ao WACC<sup>40</sup>,  $m_2$  é o parâmetro que capta a sensibilidade do *mark-up* à utilização da capacidade produtiva,  $h$  é a participação dos lucros na renda,  $\omega$  é a participação dos salários na renda,  $\omega^d$  é a participação de salários na renda desejada pelos sindicatos,  $\omega_1$  é o componente autônomo de participação dos salários na renda desejada pelos sindicatos,  $\omega_2$  é o parâmetro que capta a sensibilidade da participação dos salários na renda desejada pelos sindicatos com relação à utilização da capacidade produtiva,  $u$  é a utilização da capacidade produtiva,  $\hat{p}$  é a taxa de inflação,  $\alpha_1$  é o grau de força sindical existente nessa economia,  $\hat{\alpha}$  é a taxa de crescimento da produtividade do trabalho,  $r$  é a taxa de retorno do capital e  $v$  é a relação capital-produto.

#### 4.3.2. Elementos da Demanda Agregada

Esta seção apresenta em suas subseções os elementos da demanda agregada, sendo eles o consumo e o investimento (a economia não possui governo nem setor externo) de modo semelhante à construção feita por Hein (2012). Tanto o consumo quanto o investimento são normalizados pelo capital para na sequência ser apresentada a curva de utilização da capacidade produtiva.

##### 4.3.2.1. Consumo

A equação (9) apresenta o consumo normalizado pelo estoque de capital, sendo esse separado no consumo de duas classes, os trabalhadores e os rentistas. Seguindo a tradição Kaleckiana<sup>41</sup>, os trabalhadores consomem todo salário e os rentistas consumem uma fração da sua riqueza herdada. Nessa função, temos que o consumo normalizado pode também ser visualizado como função do *wage share* vezes o grau de utilização da capacidade sobre a relação capital produto mais uma fração da riqueza normalizada.

---

<sup>40</sup> O efeito de sensibilidade do *mark-up* à taxa de juros pode ser vista em Lavoie (1993); Hein (2006, 2007 e 2008a)

<sup>41</sup> Essa é uma versão que se inspira na função consumo desenvolvida em Zizza e Dos Santos (2006).

$$c = \frac{c}{p.K_{-1}} = \frac{c_w + c_r}{p.K_{-1}} = \frac{w_b}{Y} \cdot \frac{Y^P}{p.K_{-1}} + \frac{\psi.vh_{-1}}{p.K_{-1}} = \frac{\omega.u}{v} + \psi.vh_{-1} \quad (9)$$

Onde  $c$  é o consumo normalizado pelo capital,  $\psi$  é a propensão a consumir da riqueza,  $vh$  é a riqueza normalizada das famílias,  $Y^P$  é o produto potencial,  $K$  é o estoque de capital fixo e  $C$  o consumo nominal.

#### 4.3.2.2. Investimento

A equação (10) nos mostra a função de investimento para essa economia. Nela, temos que há um componente autônomo,  $\beta_0$ , que representa o “*animal spirits*” dos empresários e um componente,  $\beta_1$ , sensível ao diferencial entre o retorno dos ativos reais e o WACC. Em termos práticos, se o retorno dos ativos reais for maior que o WACC, há incentivo para investir mais, caso contrário para investir menos.

$$g = \frac{I}{p.K_{-1}} = \beta_0 + \beta_1 \cdot (r - r_k) \quad (10)$$

Onde  $g$  é a taxa de investimento (ou investimento normalizado),  $I$  é o investimento,  $\beta_0$  é o componente autônomo que representa o “*animal spirits*” dos empresários,  $\beta_1$  é o parâmetro que capta a sensibilidade da taxa de investimento à diferença entre a rentabilidade proporcionada pelo capital fixo e o WACC.

#### 4.3.3. Riqueza e decisões de Portfólio das Famílias

A dinâmica da riqueza das famílias é dada conforme a equação (11). A riqueza corrente é função da riqueza herdada mais a poupança corrente dos rentistas (uma vez que trabalhadores não pouparam) e dos ganhos de capital (variação no preço das ações herdadas do período anterior). A equação (12), por sua vez, apresenta a dinâmica da poupança das famílias. Como essa é feita pelos rentistas e esses consomem apenas uma fração  $\psi$  do capital herdado, temos que toda renda corrente dos rentistas é poupada, sendo ela composta pelos juros recebidos sobre os depósitos,  $i_{d-1} \cdot D_{-1}$ , os lucros distribuídos das empresas,  $Fd$ , e o lucro bancário distribuído,  $Fb$ .

A forma que as famílias têm de distribuir sua riqueza é dada pelos ativos que compõem o seu portfólio, conforme a equação (13) e (14). No modelo, as famílias modificam a sua composição entre ações e depósitos conforme a sua preferência pela liquidez, dada por  $\rho$ , e conforme a taxa de juros praticada para remunerar os depósitos,  $i_d$ , conforme apresentado em (15). Essa versão da composição do portfólio segue o exemplo desenvolvido por Dos Santos e Zizza (2008).

$$Vh = Vh_{-1} + Sav + \Delta pe \cdot E_{-1} \quad (11)$$

$$Sav = i_{d-1} \cdot D_{-1} + Fd + Fb - \psi \cdot Vh_{-1} \quad (12)$$

$$\Delta pe \cdot E^d = \delta \cdot Vh \quad (13)$$

$$D = (1 - \delta) \cdot Vh \quad (14)$$

$$\delta = -i_d + \rho \quad (15)$$

Onde  $Sav$  é a poupança corrente das famílias,  $\Delta pe$  é variação do preço das ações,  $E$  é a quantidade de ações no portfólio das famílias,  $E^d$  é a quantidade de ações demandadas pelas famílias,  $i_d$  é a taxa que remunera os depósitos bancários,  $D$  são os depósitos,  $Fd$  são os dividendos distribuídos das empresas para as famílias,  $Fb$  são os dividendos bancários,  $\delta$  é a propensão de ações demandadas pelas famílias em seu estoque de riqueza e  $\rho$  representa a preferência pela liquidez.

#### 4.3.4. As Empresas

A equação (16) apresenta o lucro distribuído para os rentistas. Ele é uma parcela, dada por  $\gamma$ , do lucro após o pagamento de juros sobre empréstimos. A parte não distribuída, retida na empresa, é dada por (17). A equação (18) é apresenta a oferta de ações das empresas no período corrente. Sua emissão é dada como uma fração fixa do capital. Tendo posse da equação que define a demanda e da que define a oferta de ações (12), o preço dessas no período corrente pode ser obtido pelo mecanismo de *market clearing*<sup>42</sup>, conforme apresentado por (20). A equação (21), por sua vez, apresenta a variação de empréstimos. Esse é dado como o resíduo do investimento demandado

---

<sup>42</sup> Como possuímos uma curva de oferta e uma curva de demanda por ações em  $t$ , basta deixar o preço como variável endógena para alcançar o equilíbrio entre elas. O mesmo é feito por Dos Santos e Zizza (2008).

subtraído das suas fontes de financiamento, sendo-as: emissão de novas ações e lucro retido.

$$Fd = \gamma \cdot [r \cdot p \cdot K_{-1} - il_{-1} \cdot L_{-1}] \quad (16)$$

$$Fu = (1 - \gamma) \cdot [r \cdot p \cdot K_{-1} - il_{-1} \cdot L_{-1}] \quad (17)$$

$$E^s = \chi \cdot K = \chi \cdot K_{-1} \cdot (1 + g) \quad (18)$$

$$E^s = E^d \quad (19)$$

$$pe = \frac{\delta \cdot Vh}{\chi \cdot K} \quad (20)$$

$$\Delta L = p \cdot \Delta K - pe \cdot \Delta E - Fu \quad (21)$$

Onde  $\gamma$  é a parcela de distribuição de dividendos sobre o lucro total após o pagamento de juros,  $il$  é a taxa de juros sobre os empréstimos bancários,  $\chi$  é a parcela do capital fixo corrente que é financiado pela emissão de novas ações,  $E^s$  é a quantidade de ações ofertadas,  $L$  são os empréstimos,  $Fu$  é o lucro retido nas empresas.

#### 4.3.5. Formação das Taxas de Juros e o Setor Bancário

A equação (22) nos fornece as frações de participação das fontes de capital no capital produtivo das empresas. A razão das ações sobre o capital produtivo é dado por  $\mu$ , a razão dos empréstimos é dada por  $(1 - \mu)$ . A equação (23) apresenta o WACC em taxa real (descontada inflação), a equação (24) traz o seu cálculo nominal. A equação (25), por sua vez, apresenta a formação da taxa de juros de empréstimos, sendo essa um mais o *mark-up* e um componente sensível ao ciclo das empresas. Se a atividade econômica está mais aquecida, o risco é menor e, portanto, a taxa é mais baixa. Caso contrário, mais alta. Outro ponto que cabe destaque é que nessa economia os empréstimos são pós-fixados, portanto, protegidos contra a inflação. A equação (26) mostra que a taxa de depósitos bancários é dada de forma endógena seguindo uma regra

de Taylor<sup>43</sup> definida pela autoridade monetária<sup>44</sup>. Por fim, a equação (27) apresenta o lucro bancário, sendo esse fruto do spread de taxas de juros vezes a parte da riqueza alocada no setor. Uma premissa também que é adotada é que o lucro bancário é distribuído por completo para as famílias (Rentistas).

$$\mu = \frac{pe_E}{p.K_{-1}}; 1 - \mu = \frac{L}{p.K_{-1}} \quad (22)$$

$$r_k = i_k - \hat{p} \quad (23)$$

$$i_k = \mu \cdot i_d + (1 - \mu) \cdot i_l \quad (24)$$

$$i_l = (1 + z_1 - z_2 \cdot u_{-1}) \cdot i_d + \hat{p} \quad (25)$$

$$i_d = i_{d-1} + \zeta_1 \cdot (\hat{p}_{-1} - \hat{p}^T) + \zeta_2 \cdot (u_{-1} - u^T) \quad (26)$$

$$Fb = il_{-1} \cdot L_{-1} - i_{d-1} \cdot D_{-1} = (il_{-1} - i_{d-1}) \cdot (1 - \delta) \cdot Vh_{-1} \quad (27)$$

Onde  $\mu$  é a participação do capital próprio no WACC,  $r_k$  é a taxa real de WACC,  $i_k$  é a taxa nominal de WACC,  $z_1$  é o componente autônomo de *mark-up* bancário,  $z_2$  é o componente contra cíclico do *mark-up* bancário,  $\zeta_1$  é o parâmetro de sensibilidade da autoridade monetária dos desvios de inflação da meta,  $\zeta_2$  é o parâmetro de sensibilidade da autoridade monetária dos desvios da utilização da capacidade da meta,  $\hat{p}^T$  é a meta de inflação,  $u^T$  é a meta da utilização da capacidade.

#### 4.4. O Equilíbrio de Curto Prazo

As equações previamente apresentadas formam um sistema composto por 27 equações à diferenças que dão a dinâmica da economia modelada. Todavia, o sistema

---

<sup>43</sup> A equação modificada para a regra de Taylor pode ser encontrada na versão de tempo contínuo em Lima e Setterfield (2008), Drummond e Porcile (2012) e Drummond e Silva (2016).

<sup>44</sup> Apesar do modelo não apresentar Governo, parte-se da premissa que há uma autoridade monetária que utiliza de uma regra de Taylor com o objetivo de ancorar as expectativas e não deixar que a economia entre em rota de Hiperinflação, caso esse que é previsto em um ambiente de inércia inflacionária, conflito distributivo e política monetária passiva. Maiores detalhes em Modenesi et al (2013).

pode ser reduzido para um número bem menor de equações. A utilidade em fazer isso reside no fato de facilitar algumas inferências que possam ser feitas a partir do modelo reduzido.

Dessa forma, começaremos com o desenvolvimento da curva  $u$  que fornece a dinâmica da demanda agregada, em seguida será apresentada a dinâmica da riqueza normalizada, na sequência o WACC. Outras três equações são obtidas diretamente das equações anteriores que são o *profit share*, a taxa de inflação e a taxa de investimento e a regra de taxa de juros, dadas respectivamente por (3), (7), (10) e (26).

#### 4.4.1. A curva $u$

A derivação da curva  $u$  é direta. Como estamos em uma economia fechada e sem governo, não há as variáveis de exportação, importação e gasto público. Dessa forma, temos de forma direta que:  $u = c + g$ . Substituindo nessa equação,  $c$  e  $g$  por (8) e (9) e, na sequência, reorganizando os termos, temos:

$$u = \frac{v}{v-1+(1-\beta_1).h} [\beta_0 + \psi \cdot vh_{-1} - \beta_1 \cdot r_k] \quad (\text{CP.1})$$

O primeiro elemento de (CP.1) que pode ser identificado é o multiplicador keynesiano, dado por  $v/(v - 1 + (1 - \beta_1).h)$ . O coeficiente autônomo da demanda agregada é dado pela soma de  $\beta_0$ , que representa o “animal spirits” dos empresários, e  $\psi \cdot vh_{-1}$  que representa em  $t$  um gasto autônomo oriundo do estoque de riqueza normalizada herdada. Podemos perceber que  $u$  é sensível negativamente ao WACC.

#### 4.4.2. A Riqueza Normalizada pelo Capital Herdado

A partir da equação (10) que apresenta a riqueza das famílias, dividindo-a por  $p \cdot K_{-1}$ , e reorganizando os termos, temos:

$$vh = \frac{[1-\psi+i_{d-1}(1-\delta)-\delta].vh_{-1}+fd+fb}{[(1+g)-\delta]} \quad (\text{VH.1})$$

Introduzindo o lucro bancário normalizado,  $fb$ , e o lucro distribuído aos acionistas das empresas normalizado,  $fd$ , temos:

Precisamos agora entrar  $Fb$  e  $Fd$  normalizados:

O Lucro bancário normalizado:

$$fb = \frac{Fb}{p_{K-1}} = [(z_1 - z_2 \cdot u_{-2}) \cdot i_{d-1} + \hat{p}_{-1}] \cdot (1 - \delta) \cdot vh_{-1} \quad (\text{VH.2})$$

O lucro distribuído aos acionistas das empresas normalizado:

$$fd = \frac{Fd}{p_{K-1}} = \gamma \cdot \frac{[r \cdot p_{K-1} - il_{-1} \cdot L_{-1}]}{p_{K-1}} = \gamma \cdot [r - il_{-1} \cdot (1 - \delta) \cdot vh_{-1}] \quad (\text{VH.3})$$

Introduzindo (VH.2) e (VH.3) em (VH.1) e organizando os temos, temos a equação que fornece a dinâmica da riqueza normalizada:

$$vh = \frac{\{(1 + (1 - \gamma) \cdot (1 + z_1 - z_2 \cdot u_{-2}) \cdot i_{d-1} + (1 - \gamma) \cdot \hat{p}_{-1}) \cdot (1 - \delta) - \psi\} \cdot vh_{-1} + \frac{\gamma \cdot h \cdot u}{v}}{1 + g - \delta} \quad (\text{CP.2})$$

#### 4.4.3. O Custo Médio Ponderado pelo Capital (WACC)

A equação do WACC em termos reais pode ser obtida de forma direta através da introdução da equação (25) na (24) e em seguida em (23) e, por fim, na (22). Dessa forma, chegamos em (C.P.3) que é a terceira equação necessária para fechar o sistema de equações a ser resolvido. Juntas com as equações (3), (7), (10), (CP.1) e (CP.2) temos o sistema de seis equações a diferenças que dão a dinâmica do sistema.

$$r_k = [\mu + (1 - \mu) \cdot (1 + z_1 - z_2 \cdot u_{-1})] \cdot [i_{d-1} + \zeta_1 \cdot (\hat{p}_{-1} - \hat{p}^T) + \zeta_2 \cdot (u_{-1} - u^T)] - \mu \cdot \hat{p} \quad (\text{CP.3})$$

Todavia, o sistema pode ainda ser reduzido e chegarmos a um sistema com apenas quatro equações a diferenças. Para isso, basta introduzir a equação (3), que apresenta o *profit share*, e a equação (9), que apresenta a taxa de investimento nas outras quatro equações. Dessa forma, chegamos em (R.1), (R.2), (R.3) e (R.4).

$$\hat{p} = \frac{m_1 \cdot \Delta r_{k-1} - m_2 \cdot \Delta u_{-1}}{(1 + m_0 + m_1 r_{k-1} - m_2 u_{-1})} + \hat{p}_{-1} + \alpha_1 \cdot (\omega_1 + \omega_2 \cdot u_{-1} - \omega) - \hat{\alpha} \quad (\text{R.1})$$

$$r_k = [\delta \cdot vh_{-1} + (1 - \delta \cdot vh_{-1}) \cdot (1 + z_1 - z_2 \cdot u_{-1})] \cdot [i_{d-1} + \zeta_1 \cdot (\hat{p}_{-1} - \hat{p}^T) + \zeta_2 \cdot (u_{-1} - u^T)] - \delta \cdot vh_{-1} \cdot \hat{p} \quad (\text{R.2})$$

$$u = \frac{v}{v-1+(1-\beta_1)\left(\frac{m_0+m_1.r_{k-1}-m_2.u_{-1}}{1+m_0+m_1.r_{k-1}-m_2.u_{-1}}\right)} [\beta_0 + \psi \cdot vh_{-1} - \beta_1 \cdot r_k] \quad (\text{R.3})$$

$$vh = \frac{\left\{ \{1+(1-\gamma).(1+z_1-z_2.u_{-2}).i_{d-1}+(1-\gamma).\hat{p}_{-1}\}.(1-\delta)-\psi \} \cdot vh_{-1} + \gamma \left( \frac{m_0+m_1.r_{k-1}-m_2.u_{-1}}{1+m_0+m_1.r_{k-1}-m_2.u_{-1}} \right) \cdot \frac{u}{v} \right\}}{1+\beta_0+\beta_1 \cdot \left( \frac{m_0+m_1.r_{k-1}-m_2.u_{-1}}{1+m_0+m_1.r_{k-1}-m_2.u_{-1}} \right) \cdot \frac{u}{v} - \beta_1 \cdot r_k - \delta} \quad (\text{R.4})$$

#### 4.5. Solução de Estado Estacionário

Dado que possuímos um sistema de quatro equações a diferenças, sendo que  $u$  e  $vh$  são equações que foram obtidas através da divisão sobre o estoque de capital herdado, teremos para essas duas variáveis a convergência assintótica para uma constante assim como para  $\hat{p}$  e  $r_k$ . Para tanto, teremos que  $\hat{p}^* = \hat{p}_{-1} = \hat{p}_{-2}; r_k^* = r_{k-1} = r_{k-2}; u^* = u_{-1} = u_{-2}; vh^* = vh_{-1} = vh_{-2}$ .

Fazendo as devidas substituições, temos:

$$\hat{p}^* = z_4 - z_2 \cdot u^* \quad (\text{SS.1})$$

$$r_k^* = [v_1 + (v_2 \cdot u^* - v_3) \cdot vh^*] \cdot i_d^* - v_4 + v_5 \cdot u^* \cdot vh^* \quad (\text{SS.2})$$

$$u^* = \frac{\alpha_1 - j_3 - j_4 \cdot r_k^*}{(j_5 - j_4 + j_6 \cdot r_k^* - j_7 \cdot u^*)} \quad (\text{SS.3})$$

$$i_d^* = \frac{r_k^* + v_4 - v_5 \cdot u^* \cdot vh^*}{[v_1 + (v_2 \cdot u^* - v_3) \cdot vh^*]} \quad (\text{SS.4})$$

$$vh^* = \frac{\left\{ \{1+(1-\gamma).(1+z_1-z_2.u^*).i_d^*+(1-\gamma).\hat{p}^*\}.(1-\delta)-\psi \} \cdot vh^* + \gamma \left( \frac{m_0+m_1.r_k^*-m_2.u^*}{1+m_0+m_1.r_k^*-m_2.u^*} \right) \cdot \frac{u^*}{v} \right\}}{1+\beta_0+\beta_1 \cdot \left( \frac{m_0+m_1.r_k^*-m_2.u^*}{1+m_0+m_1.r_k^*-m_2.u^*} \right) \cdot \frac{u^*}{v} - \beta_1 \cdot r_k^* - \delta} \quad (\text{SS.5})$$

A análise da estabilidade desse sistema é um trabalho difícil de resolver analiticamente. Sendo o sistema não linear e utilizando o teorema de Hartman-Grobman<sup>45</sup>, torna-se necessário linearizar o sistema ao redor dos pontos fixos e analisar os autovalores da

<sup>45</sup> Teorema encontra-se no apêndice. Ele define que as trajetórias do sistema não-linear na vizinhança do equilíbrio são topologicamente equivalentes às do sistema linearizado. Isso nos permite analisar a estabilidade de um sistema não-linear como linear no estado estacionário.

matriz jacobiana ao redor do ponto fixo. Todavia, é impossível o isolamento de  $\hat{p}^*, r_k^*, u^*, i_d^*$  e  $vh^*$  para montar um polinômio e encontrar numericamente suas raízes. No entanto, ainda que não seja possível pelo método usual, há outras alternativas numéricas possíveis para a análise da estabilidade do modelo.

Sendo um sistema não linear composto por equações de grau maior ou igual a dois, temos então pontos de equilíbrio múltiplo no modelo<sup>46</sup>. Esses pontos podem ser obtidos através do método de Newton-Raphson, no caso de raízes reais. Caso sejam complexas, não é possível encontrá-las pelo método anterior. Ademais, a convergência do método não é garantida para qualquer conjunto de variáveis iniciais dado que há grande sensibilidade ao chute inicial.

Dessa forma, no presente trabalho, optamos por não explorar a análise de estabilidade do estado estacionário pelo método analítico tradicional e sim mapear parâmetros para o intervalo econômico plausível s no estado estacionário. A explicação do método e os resultados encontrados seguem na próxima seção.

#### 4.5.1. Mapeamento dos Parâmetros Estáveis

Os modelos SFC recebem críticas por seus resultados alcançados serem, por vezes, fruto do conjunto de parâmetros escolhidos do modelo. Muitas vezes, devido ao tamanho do modelo, a possibilidade de solução analítica também se torna complicada ou impossível. Quando os modelos em questão são não lineares, o problema pode se tornar maior ainda devido à possibilidade de equilíbrios múltiplos.

Dessa forma, para superar esse tipo de crítica, há uma alternativa que é a análise do conjunto de parâmetros para os quais o modelo se comporta de forma estável dentro do intervalo de plausibilidade econômica (intervalo para o qual as variáveis do modelo no estado estacionário estejam dentro do intervalo econômico previsto<sup>47</sup>).

---

<sup>46</sup> O teorema fundamental da álgebra nos afirma que um polinômio de grau  $n$  possui  $n$  raízes (reais ou imaginárias).

<sup>47</sup> Como exemplo, o grau de utilização da capacidade produtiva estar entre 0 e 1.

As etapas que seguem são as mesmas utilizadas por Ciuffo e Rosenbaum (2015) para esse tipo de análise<sup>48</sup>. Primeiramente, define-se o intervalo de parâmetros que serão simulados. A segunda etapa é gerar através do método de simulação de Monte Carlo (com função distribuição uniforme) os parâmetros de forma aleatória. O terceiro passo é para cada conjunto de parâmetros aleatórios gerados, resolver o sistema e achar (se possível) os valores de estado estacionário através do algoritmo de Gauss-Seidel. Armazenam-se os resultados obtidos e repetem-se essas duas etapas anteriores de forma exaustiva. Ao fim, mapeiam-se os conjuntos de parâmetros para os quais os resultados das variáveis estão dentro do intervalo econômico plausível.

Os critérios de plausibilidade econômica e estabilidade para as simulações realizadas foram as seguintes: Os valores das variáveis  $u^*, h^*, \hat{p}^*, g^*$  no estado estacionário devem estar entre zero e um. Os valores para  $vh^*, r_k^*, (r^* - r_k^*)$  no estado estacionário devem estar acima de zero e por fim  $\Delta vh, \Delta r_k, \Delta r, \Delta u, \Delta h, \Delta \hat{p}, \Delta g$  no último período de cálculo deve ser menor que  $10^{-15}$ .

$$0 < u^*, h^*, \hat{p}^*, g^* < 1 \quad (1^{\text{a}} \text{ Condição})$$

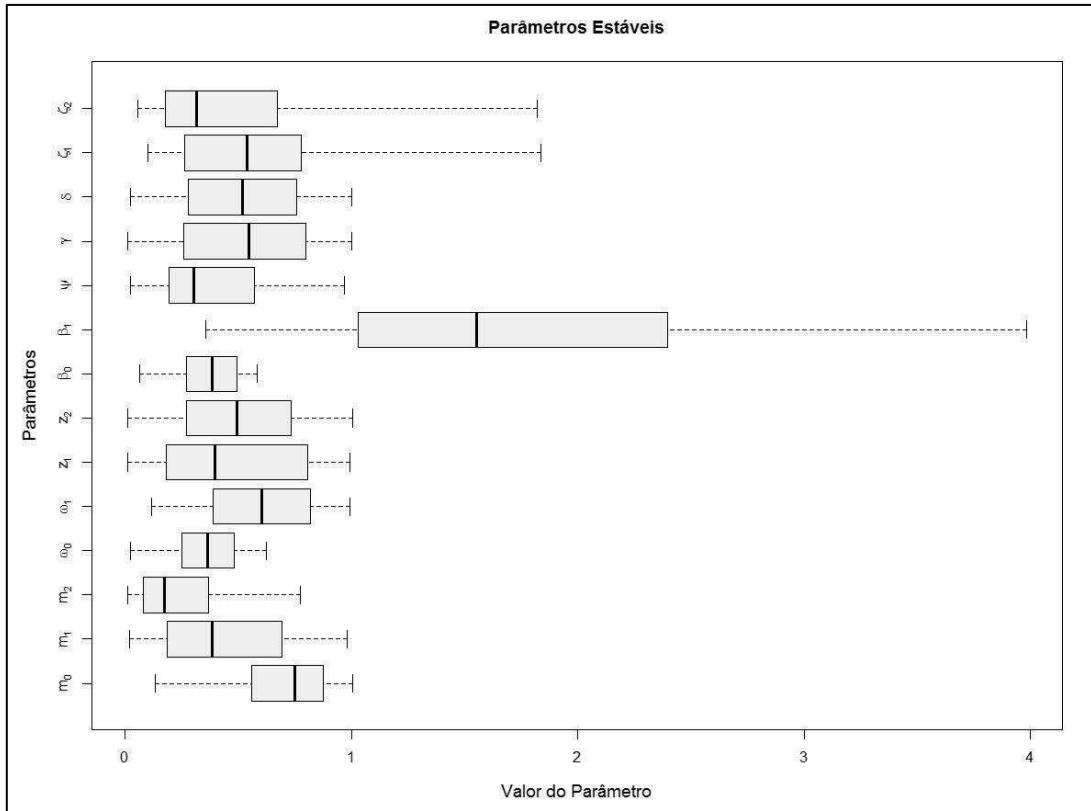
$$0 < vh^*, r_k^*, (r^* - r_k^*) \quad (2^{\text{a}} \text{ Condição})$$

$$\Delta vh, \Delta r_k, \Delta r, \Delta u, \Delta h, \Delta \hat{p}, \Delta g < 10^{-15} \quad (3^{\text{a}} \text{ Condição})$$

---

<sup>48</sup> Ciuffo e Rosenbaum (2015) utilizam o método de simulação de Monte Carlo para encontrarem os valores das derivadas parciais e as raízes.

Figura 1: *Boxplot* dos Parâmetros Estáveis Encontrados.



Fonte: Elaboração Própria.

A figura 1 acima apresenta 13 diferentes *boxplots* para cada conjunto de parâmetros plausíveis mapeados. Como a estabilidade do modelo está relacionada a múltiplas combinações de parâmetros, não há como simplesmente definir um intervalo fechado de parâmetros para o qual o modelo se comporte conforme o desejado. O que pode ser obtido é um intervalo de maior probabilidade de o modelo obter o comportamento esperado. Os primeiros e terceiros quintis obtidos para os parâmetros, que podem ser visualizados na figura 1, foram:  $m_0 = [0,5600; 0,8709]$ ,  $m_1 = [0,1962; 0,6894]$ ;  $m_2 = [0,0849; 0,3650]$ ,  $\omega_0 = [0,2495; 0,4818]$ ,  $\omega_1 = [0,3931; 0,8170]$ ,  $z_1 = [0,1806; 0,8028]$ ,  $z_2 = [0,2728; 0,7287]$ ,  $\beta_0 = [0,2728; 0,7287]$ ,  $\beta_1 = [1,0420; 2,3830]$ ,  $\psi = [0,1949; 0,5681]$ ,  $\gamma = [0,2686; 0,7816]$ ,  $\delta = [0,2843; 0,7521]$ ,  $\zeta_1 = [0,2629; 0,7783]$  e  $\zeta_2 = [0,1807; 0,6722]$ . Esses foram os conjuntos para os seguintes parâmetros e variáveis fixadas:  $u^T = 0,70$ ;  $\hat{a} = 0,02$ ;  $\hat{p}^T = 0,04$ ;  $v = 4$ .

Esse tipo de ensaio nos permite montar um mapa que facilita a escolha do conjunto de parâmetros que serão utilizados na simulação do modelo. Uma

característica observada que merece destaque é que o modelo proposto é bastante instável, tendo em vista que para um milhão de conjuntos de parâmetros gerados pelo algoritmo apenas dezesseis mil e duzentos conjuntos apresentaram resultados nos quais a economia converge para o estado estacionário sem implodir ou explodir. Em outras palavras, somente em 1,62% dos casos temos convergência para o estado estacionário.

#### 4.6. Simulações Computacionais e Choques

As simulações computacionais e choques dados são apresentados nesta seção. Aqui encontram-se divididas as seguintes subseções: Conjunto de Parâmetros e Estoques Iniciais Utilizados no Modelo, Propriedades Básicas do Modelo e Dinâmica Comparativa do Modelo.

##### 4.6.1. Conjunto de Parâmetros e Estoques Iniciais Utilizados no Modelo

Uma vez que foram obtidos os conjuntos de parâmetros mais prováveis para que o intervalo econômico a ser estudo seja razoável, pode-se escolher um conjunto de parâmetros para ser estudada a trajetória do modelo com essas características. Os valores são apresentados na tabela (3) abaixo. Além dos parâmetros escolhidos, são apresentados os valores utilizados para pré-alocação de variáveis endógenas (esses não influenciam o cálculo da simulação via Gauss Seidel), são apresentados os valores das variáveis exógenas e os estoques iniciais utilizados, sendo que esses últimos sim influenciam o cálculo do modelo devido ao a sensibilidade do modelo ao problema do valor inicial (PVI).

Tabela 3: Parâmetros, Estoques Iniciais, Variáveis Endógenas Pré-alocadas e Variáveis Exógenas utilizadas na Simulação

	Parâmetros	Estoques Iniciais	
$m_0$	0,85	$vh$	1,00
$m_1$	0,30		
$m_2$	0,25	Pré-Allocação de Variáveis Endógenas	
$\omega_0$	0,40	$h$	0,20
$\omega_1$	0,30	$\hat{p}$	0,10
$z_1$	0,75	$r_k$	0,10
$z_2$	0,35	$u$	0,40
$\beta_0$	0,45	$g$	0,15
$\beta_1$	2,30	$\omega$	0,80
$\psi$	0,20		
$\gamma$	0,40	Variáveis Exógenas	
$\delta$	0,35	$\hat{a}$	0,02
$\zeta_1$	0,30		
$\zeta_2$	0,50		
$u^T$	0,70		
$\hat{p}^T$	0,04		
$v$	4,00		

Fonte: Elaboração Própria.

#### 4.6.2. Propriedades Básicas do Modelo

Conforme fora discutido anteriormente, uma crítica aos modelos SFC está relacionada ao entendimento das propriedades gerais do modelo. Devido esses modelos serem descritos por um sistema de equações simultâneas, no qual as propriedades encontradas são intrínsecas ao conjunto de parâmetros escolhidos, ocorre que não é possível generalizar o comportamento de um conjunto de parâmetros para as propriedades gerais do sistema. Todavia, um prévio mapeamento dos parâmetros pode mostrar em que intervalos são prováveis que o modelo se comporte gerando resultados estáveis e plausíveis economicamente. Dentro desse intervalo, uma análise das propriedades pode ser feita. Assim, tendo posse dos parâmetros definidos em na seção (6.1), algumas observações podem ser feitas sobre as principais variáveis do modelo.

Na figura (2) abaixo, temos no quadrante superior a esquerda que para os valores escolhidos, temos que a economia se comporta apresentando a taxa de retorno real do

capital produtivo acima da taxa do WACC. Não obstante, temos também que no quadrante superior direito o valor do *wage share* tem domínio sobre o valor do *profit share*. O primeiro atinge no estado estacionário o valor de 0,6041 e o segundo de 0,3959.

No quadrante inferior esquerdo temos a trajetória da utilização da capacidade produtiva. O resultado obtido foi que no estado estacionário o modelo apresenta subutilização da capacidade produtiva, se estabilizando em 0,7289. Por derradeiro temos o último quadrante que apresenta a taxa de inflação obtida nessa economia. No estado estacionário ela se estabiliza em 0,0253. Esse resultado é uma consequência natural do modo em que o conflito distributivo se dá nessa economia. Como a participação dos salários no produto desejado pelo sindicato possui um valor quase que inalcançável, dada a marcação de preços feita pelas empresas, a cada período no tempo a disputa entre trabalhadores e empresários faz com que a taxa de inflação convirja para uma constante positiva ainda que as demais variáveis do modelo se estabilizem.

Como pode ser discutido no parágrafo anterior, temos uma situação curiosa no estado estacionário encontrada. A taxa de inflação se torna inferior à meta, a utilização da capacidade se torna superior à meta. A questão que se levanta é se há uma regra de Taylor na qual a meta de inflação e utilização da capacidade possuem alvos fixos, porque esses não são alcançados? A resposta e a limitação do modelo passam pela chamada violação do teorema de política econômica de Tinbergen<sup>49</sup>. Nesse a inconsistência surge porque a autoridade monetária possui dois objetivos de política (no caso um de meta inflacionária e outro de utilização da capacidade), mas para atingi-las possui apenas um instrumento de política monetária, que é a taxa de juros. Quanto a essa limitação, haveria duas alternativas para modificar o resultado final do modelo: a primeira é a introdução do governo o que poderia ao fim gerar o segundo instrumento, no caso a política fiscal; e a segunda opção é alterar a regra de Taylor para ser sensível apenas a desvios da meta de inflação.

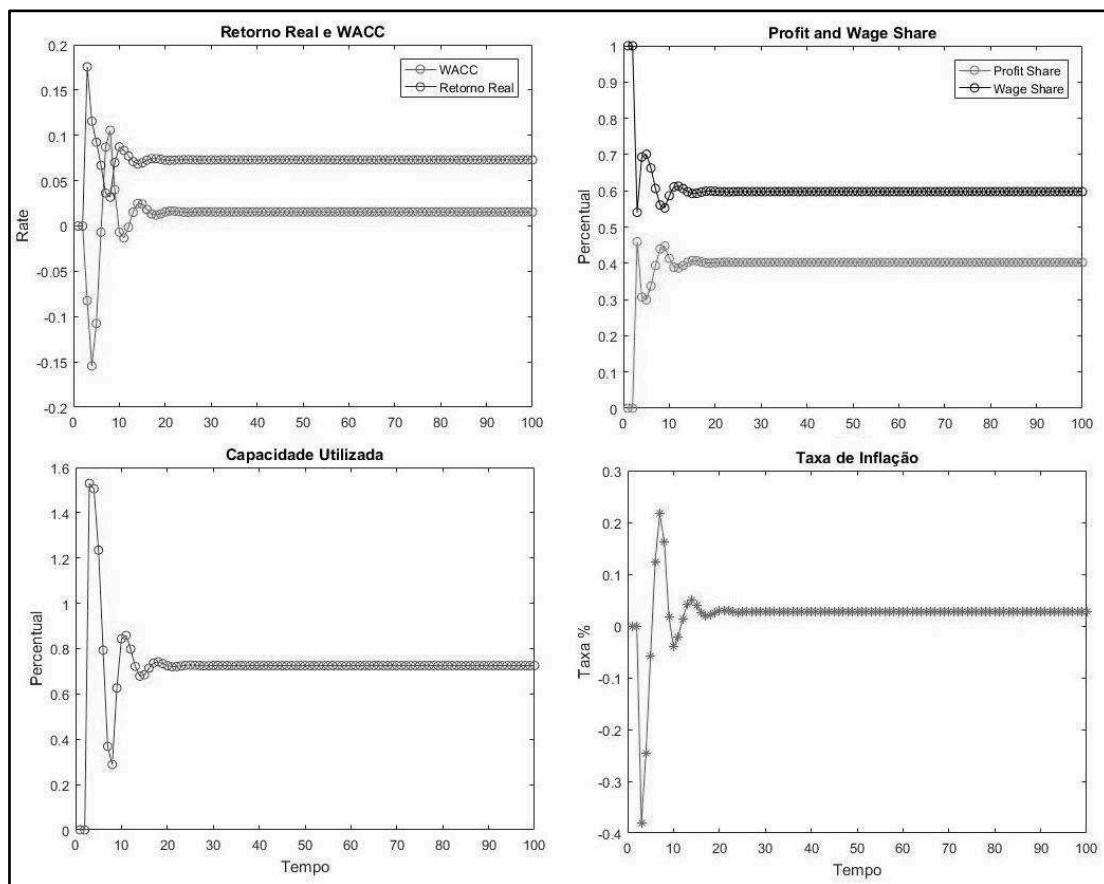
Não obstante, temos ainda um valor encontrado (não apresentado na figura) para a taxa de investimento extremamente elevada nessa economia fictícia. Há algumas razões para que isso esteja ocorrendo. A primeira é que nessa economia, não temos Governo que naturalmente é um elemento estabilizador da curva de utilização da

---

<sup>49</sup> Ver Tinbergen (1959).

capacidade produtiva, uma vez que o seu gasto geralmente se dá de forma autônoma. O segundo ponto é que no consumo também não há componente autônomo. O único elemento parcialmente autônomo do consumo é o componente sensível à riqueza normalizada herdada, sendo que a riqueza normalizada é modificada a cada período. Dessa forma, para que tenhamos um valor no qual a taxa de lucro seja superior ao WACC, o “*animal spirits*” precisa ser bastante elevado, o que ao fim gera taxas de investimento extremamente elevadas. Todavia, ela é a “mola” propulsora dessa economia.

Figura 2: Propriedades Básicas das Principais Variáveis do Modelo



Fonte: Elaboração Própria.

#### 4.6.3. Dinâmica Comparativa do Modelo

Com o intuito de avaliar as trajetórias geradas pelas variáveis endógenas do modelo bem como seu sentido econômico, foram dados choques estruturais nos parâmetros do modelo após a convergência para o estado estacionário. Mais especificamente, para cada parâmetro do modelo foi dado um choque de aumento no valor em 10% e, na sequência, avaliou-se o resultado final para onde convergiria o modelo no próximo estado estacionário a ser alcançado (ou se ele não convergiria). Cabe uma ressalva aqui a respeito da não apresentação de choques negativos nos resultados. Esses não foram apresentados devido ao seu resultado final ser exatamente simétrico em relação aos choques positivos dados.

Dessa forma, apresentamos a tabela (4) abaixo que resume os novos valores encontrados para o novo estado estacionário após a nova trajetória gerada. Nenhum dos choques gerou comportamento explosivo. Os valores da tabela estão ranqueados na ordem que fornece os resultados de maior impacto na utilização da capacidade produtiva para os resultados que fornecem o menor impacto (ou impacto negativo) na utilização da capacidade produtiva.

A linha em cor cinza, escrita inicial, se refere ao cenário inicial antes de ser dado o choque permanente. Nas colunas da esquerda para a direita estão ranqueados: o parâmetro que foi responsável por maior aumento da utilização da capacidade produtiva, o retorno dos ativos reais da economia, o WACC, a participação do lucro na renda, a participação dos salários na renda, a riqueza normalizada das famílias, a riqueza normalizada das empresas, a taxa de investimento, a taxa de inflação, a variação da taxa de investimento após o choque, a variação da participação do lucro na renda após o choque e, por fim, a razão entre as duas variações.

A primeira leitura que podemos fazer da tabela é a da última coluna. Ele nos indica se o modelo possui comportamento *profit led* ou *wage led*. Se o sinal apresentado for positivo, temos o indicativo de *profit led* e *wage led* caso contrário. Dessa forma, podemos perceber que para todos os choques que geraram variação na taxa de investimento e na participação dos lucros na renda obteve-se como resultado valores negativos em sua razão. Logo, tem-se que o modelo é *wage led*. Esse resultado não é surpreendente, uma vez que estamos lidando com uma economia fechada.

Tabela 4: Efeitos de Choques nos Parâmetros do Modelo

Parâmetros	$u^*$	$r^*$	$r_k^*$	$h^*$	$\omega_m g^*$	$v_h^*$	$v_f^*$	$g^*$	$p_{\text{hat}}^*$	$\Delta g$	$\Delta h$	$\Delta \text{Ag}/\Delta h$
$m_2$	77,33%	7,50%	-1,10%	38,80%	61,20%	3,51%	96,49%	64,79%	-0,40%	3,24%	-1,22%	-2,66
$m_1$	73,26%	7,33%	0,14%	40,02%	59,98%	3,64%	96,36%	61,54%	2,05%	-0,01%	0,00%	Indeter.
Inicial	73,26%	7,33%	1,33%	40,02%	59,98%	3,64%	96,36%	61,55%	2,04%	0,00%	0,00%	Indeter.
$z_1$	73,26%	7,33%	0,13%	40,02%	59,98%	3,64%	96,36%	61,55%	2,04%	0,00%	0,00%	Indeter.
$z_2$	73,26%	7,33%	0,13%	40,02%	59,98%	3,64%	96,36%	61,55%	2,04%	0,00%	0,00%	Indeter.
$\delta$	73,26%	7,33%	0,13%	40,02%	59,98%	3,63%	96,37%	61,55%	2,04%	0,00%	0,00%	Indeter.
$\zeta_1$	73,26%	7,33%	0,13%	40,02%	59,98%	3,63%	96,37%	61,55%	1,85%	0,00%	0,00%	Indeter.
$\zeta_2$	73,26%	7,33%	0,13%	40,02%	59,98%	3,64%	96,36%	61,55%	2,22%	0,00%	0,00%	Indeter.
$\psi$	73,25%	7,33%	0,16%	40,02%	59,98%	3,55%	96,45%	61,49%	2,05%	-0,06%	0,00%	Indeter.
$\gamma$	73,24%	7,33%	0,17%	40,03%	59,97%	4,01%	95,99%	61,46%	2,05%	-0,09%	0,01%	-9,00
$\beta_1$	72,87%	7,31%	0,89%	40,14%	59,86%	3,66%	96,34%	61,24%	2,28%	-0,31%	0,12%	-2,58
$\beta_0$	72,08%	7,28%	2,45%	40,37%	59,63%	3,71%	96,29%	60,60%	2,75%	-0,95%	0,35%	-2,71
$\omega_1$	62,90%	6,49%	3,05%	41,24%	58,76%	3,81%	96,19%	52,90%	8,26%	-8,65%	1,22%	-7,09
$m_0$	58,16%	6,48%	4,62%	44,55%	55,45%	4,13%	95,87%	49,28%	11,10%	-12,27%	4,53%	-2,71
$\omega_0$	51,63%	5,49%	6,18%	42,50%	57,49%	4,02%	95,98%	43,40%	15,02%	-18,15%	2,48%	-7,32

Fonte: Elaboração Própria.

A segunda leitura que podemos extrair direto da tabela é que há uma relação direta entre o retorno real da economia e a grau de utilização da capacidade produtiva. A razão se deve ao fato de o efeito de aumento da utilização da capacidade predomina sobre o efeito de perda de participação de salários sobre a renda quando observamos esse produto. O terceiro efeito observado é que a taxa de inflação possui uma relação inversa com o grau de utilização da capacidade nessa economia. Apesar de parecer contra intuitivo, a razão pode ser entendida sobre a ótica dos componentes que geram inflação nessa economia. Como a inflação é fruto da inércia e do conflito distributivo e o modelo tem características *wage led*, o aumento da utilização da capacidade produtiva leva a uma maior participação dos salários na renda. Com esse aumento, há uma diminuição no conflito de modo que o *target* sindical da participação dos salários na renda se encontra próximo do efetivamente observado. Dessa forma a magnitude do conflito diminui e a inflação cede a uma taxa menor.

Combinado ao resultado previamente explanado, temos que para todas as simulações de parâmetros existentes, o modelo só convergiu para o equilíbrio quando a “dose” da política monetária era mais branda para os desvios de inflação da meta. Quando o aperto monetário (aumento da taxa de juros) era alto demais o modelo implodia não chegando a nenhuma solução. Isso pode ser confirmado olhando para os parâmetros estáveis obtidos para  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  da tabela 1. Sumariando, temos que o efeito de perda de força dos sindicatos mediante a queda da utilização da capacidade produtiva era menor do que o efeito da perda de *share* dos salários na renda. Assim, por mais que

houvesse perda de poder sindical, o conflito aumentaria. Já no movimento de aumento da utilização da capacidade, embora os sindicatos ganhassem poder de barganha o aumento da participação efetiva dos salários na renda era suficiente para reduzir o conflito<sup>50</sup>.

Por derradeiro, temos como uma última observação é que o comportamento empresarial dominante é o da busca pelo autofinanciamento ao invés de ficar exposta a grande participação dos empréstimos na composição do seu custo médio ponderado pelo capital. Esse resultado não é uma consequência direta dos choques e sim uma dos parâmetros estáveis encontrados. Para que o WACC não esmague o retorno real da economia<sup>51</sup>, as empresas acabam utilizando uma menor quantidade de empréstimos e uma maior participação de lucro retido e ações emitidas de modo que a taxa financeira não seja incompatível com os investimentos realizados.

#### 4.7. Conclusão

O artigo trouxe como proposta tratar questões a respeito da distribuição e crescimento sob a ótica de um modelo de crescimento pós-keynesiano em abordagem SFC para uma economia fechada e financeirizada. O modelo completo se caracteriza como um sistema de vinte e sete equações a diferenças que posteriormente puderam ser reduzida em apenas quatro equações. Devido à dificuldade analítica para a análise de estabilidade, optou-se por mapear os parâmetros estáveis do sistema através de um algoritmo de resolução numérica. Esse gerou os parâmetros dentro de um determinado domínio via simulação de Monte Carlo, resolveu o modelo via Gauss-Seidel e na sequência filtrou os valores finais obtidos para os quais o modelo manteve-se assintoticamente estável e dentro do intervalo econômico plausível.

Posteriormente, tendo posse do mapa de parâmetros estáveis, utilizou-se um conjunto para explorar as propriedades do modelo. Foram dados choques para avaliar a análise da dinâmica comparativa. O modelo mostrou um comportamento de aumento das taxas de investimento, utilização da capacidade e inflação mais baixa quando são

---

<sup>50</sup> Esse resultado do modelo é contra factual ao que se observa em modelos para as economias abertas e testes empíricos encontrados na literatura. Maiores detalhes em Basílio e Oreiro (2015); Araujo e Gala (2012); Blecker (2010); Jesus, Araujo e Drummond (2017).

<sup>51</sup> Pode ser observado comparando o  $r^*$  e o  $r_k^*$  na tabela 4.

dados choques que aumentem o *wage share*. Dessa forma, em todos os choques a razão da variação dos lucros na renda sobre a variação da taxa de investimento apresentou sinal negativo. Com isso, nos termos de Blecker (2002) podemos concluir que o modelo apresenta comportamento *wage-led*.

Ao fim, podemos concluir que os resultados contribuem para a literatura de modelos de crescimento orientados pela demanda e especificamente ao mostrar que é possível encontrar um regime estável *wage-led* em uma economia financeirizada, com conflito distributivo e uma regra de Taylor. Todavia, nessas condições de equilíbrio as empresas se tornam menos expostas ao custo financeiro ao adotar uma postura de maior autofinanciamento. Nessas condições de equilíbrio, aumentos de grande magnitude nos parâmetros de política monetária são capazes de implodir a dinâmica do modelo através do arrefecimento do investimento e por fim da demanda.

Não obstante, o presente artigo propõe como agenda futura que novos ensaios sejam feitos incorporando o governo para o entendimento do papel desse sobre o conflito distributivo. Daí novas perguntas podem ser lançadas sobre os efeitos da tributação e do gasto público. Seriam esses elementos estabilizadores ou geradores de instabilidade do sistema?

## **5. Artigo 3 – Um Modelo *Stock-Flow Consistent* (SFC) Norte-Sul Restrito pelo Balanço de Pagamentos.**

### **Resumo**

O presente artigo desenvolve um modelo em abordagem *Stock-Flow Consistent* (SFC) para duas economias abertas que realizam comércio entre si e trocam fluxos financeiros em regime de câmbio flutuante. O objetivo do modelo é avaliar se, tornando as relações comerciais endógenas, há alguma alteração na convergência da taxa de crescimento observada para a taxa de crescimento prevista pela Lei de Thirlwall (LT). Os resultados alcançados mostram que a convergência é dependente do tamanho do parceiro comercial em relação ao país local. A LT só se apresenta válida quando o país local pode ser considerado pequeno. Quando de igual tamanho ou pouco menor, o efeito de retroalimentação de taxas de crescimento impossibilita a convergência.

**Palavras-chaves:** Modelo *Stock-Flow Consistent*; Lei de Thirlwall; Financeirização.

### **Abstract**

This paper develops a Stock-Flow Consistent approach (SFC) for two open economies that trade among themselves and exchange financial flows under a floating exchange rate regime. The general purpose of the model is to evaluate whether the trade relationship is endogenous to the model (hence the world), if there is any change in the convergence of the observed growth rate to the growth rate predicted by the Thirlwall Law (LT). The results show that convergence is dependent on the size of the trading partner relative to the local country. LT is only valid when the local country can be considered small. When of equal size or slightly smaller, the feedback effect of growth rates makes convergence impossible.

**Key-words:** Stock-Flow Consistent Model; Thirlwall's Law; Financialization.

**JEL Code:** C6, E12, E27.

## 5.1. Introdução

A literatura de modelos de crescimento restritos pelo balanço de pagamentos (RBC) tem obtido avanços desde o surgimento do trabalho seminal de Thirlwall (1979). Em seu artigo original, o autor utilizou apenas as rubricas da balança comercial (exportações e importações) para derivar a taxa de crescimento condizente com o equilíbrio da BP.

O trabalho de Thirlwall e Hussain (1982) avançou ao incorporar os fluxos de capitais de maneira exógena. Os dois trabalhos de Moreno-Brid (1998 e 2003) inovam ao incorporar a dívida oriunda dos fluxos de capitais, inserir o seu crescimento sustentável e o pagamento de juros como conta relevante. Posterior e concomitantemente, Barbosa-Filho (2001, 2002) fecha contabilmente o modelo ao introduzir todas as rubricas existentes no balanço de pagamentos. Assim, o debate sobre a Lei de Thirlwall avançou tornando-se flexível à importância relativa de cada conta para o país que viesse a ser analisado.

Neste artigo, buscamos uma modelagem que pudesse incorporar todos os elementos internos e externos de uma economia, para entender as inter-relações de um modelo restrito pelo balanço de pagamentos, com a taxa de crescimento do parceiro comercial sendo dada de maneira endógena ao modelo. Para tanto, cria-se um modelo de países Norte e Sul e com o intuito de analisar alguns aspectos específicos: movimentos da taxa de câmbio, risco fiscal, movimentos de fluxos de capitais e convergência do crescimento observado para a lei de Thirlwall.

Para alcançar o objetivo proposto, o artigo está dividido em seis seções. A primeira é esta, a segunda apresenta o balanço patrimonial dos setores existentes nos dois países, a terceira apresenta as transações que são realizadas entre os setores e entre os países. A seção quatro, por sua vez, apresenta as equações comportamentais do modelo. A seção cinco mostra a calibragem e condições iniciais para a simulação e, por fim, tem-se a seção seis com a conclusão.

## 5.2. Balanço patrimonial dos Setores

O modelo é formado por dois países (Norte e Sul) e o balanço patrimonial (tabela 2) mostra todos os ativos financeiros e reais (do lado real da economia) carregados pelos setores existentes nas duas economias. A descrição será feita para um país, porque ela é simétrica ao outro país<sup>52</sup>.

O primeiro setor é o das famílias. As famílias nesta economia possuem como ativos: moeda, títulos públicos emitidos pelo governo do Norte, títulos públicos emitidos pelo governo de Sul, ações emitidas pelas empresas de Norte e ações emitidas pelas empresas de Sul. Se somados os cinco ativos, tem-se a riqueza total das famílias.

O segundo setor existente nessa economia é o das empresas. Essas possuem como ativo apenas o capital fixo e como passivo os empréstimos tomados de bancos comerciais e as ações emitidas para as famílias de Norte e Sul.

O terceiro setor é o Governo. Tanto o de Norte e quanto o de Sul não carregam ativos e só possuem um único passivo, que é a sua dívida pública. Como admite-se no modelo que a Dívida Pública seja positiva, tem-se que a riqueza do Governo é negativa em igual tamanho.

O quarto setor é o dos Bancos Comerciais. Esses atuam no sistema financeiro recebendo os depósitos das famílias e emprestando para as empresas conforme a sua necessidade de investimento. Entre os ativos temos os empréstimos realizados para com as famílias e entre os passivos tem-se os depósitos e o redesconto (empréstimos realizados juntos ao BACEN).

O quinto setor é o Banco Central. Esse, por sua vez, tem em seu portfólio os títulos da dívida do governo local (comprados residualmente). Outro ativo é o redesconto que é o empréstimo fornecido aos bancos comerciais. Uma questão importante é o modelo utilizar o regime de câmbio flutuante. Dessa forma, todas as divisas ofertadas são demandadas em  $t$ , ou seja, o mercado de divisas está sempre em

---

<sup>52</sup> A nomenclatura de Norte-Sul deste trabalho segue a tradição dos modelos SFC a qual é distinta da nomenclatura dos modelos no quais há heterogeneia entre as economias. Nesse último, frequentemente Norte faz referência a uma economia desenvolvida e Sul a uma economia em desenvolvimento. O modelo desenvolvido neste artigo são duas economias idênticas não fazendo referência a países desenvolvidos e em desenvolvimento.

equilíbrio por mecanismo de *market clearing*. Por essa razão a variação de reservas é zero e a taxa de câmbio se torna endógena. Com efeito, tem-se a ausência da necessidade de contabilizar as reservas estrangeiras para ser carregadas por algum setor.

Um ponto que cabe ressaltar é que as variáveis dessa tabela contendo os balanços patrimoniais estão escritas em unidades monetárias de Norte ao seu lado esquerdo e em unidades monetárias do Sul em seu lado direito. Para que ambos os lados possam somar zero, é necessário que a contabilidade esteja na mesma moeda. Para tanto, basta multiplicar as colunas da direita pela coluna do meio que teremos a contabilidade sendo feita na mesma moeda, no caso, unidades monetárias de N.

Assim, tem-se que o único ativo na economia que apresenta saldo positivo no somatório final a direita é o capital e a sua contrapartida é a soma da riqueza de todos os setores que estão presentes nesta economia.

### 5.3. Matriz de Transações entre os Setores

A tabela 2 apresenta todas as transações que ocorrem nas duas economias. O que será aqui descrito é feito de forma simétrica, ou seja, o que vale para Norte valerá para Sul.

O primeiro setor é o das famílias. Sua renda é composta por seus salários oriundos das empresas, o recebimento de juros dos títulos públicos de Norte pagos pelo governo de Norte, o recebimento de juros dos títulos públicos de Sul pagos pelo governo de Sul multiplicado pela taxa de câmbio nominal corrente e o lucro das empresas nacionais na forma de dividendos. Entre todos esses recursos que são recebidos, há o pagamento de tributos sobre a renda. Outra despesa das famílias é o seu consumo que será uma receita para as empresas nacionais<sup>53</sup>.

O segundo setor é o das empresas. Como receitas, elas recebem o consumo das famílias, o gasto público, o investimento em capital realizado por elas e as exportações realizadas para o outro país. As despesas, por sua vez, são as importações, os salários

---

<sup>53</sup> O modelo se limita ao considerar que as famílias nacionais só podem consumir das empresas nacionais. Essas sim podem importar mercadorias do outro país.

pagos, os investimentos realizados, os tributos e os dividendos distribuídos para as famílias. Como o financiamento de novos investimentos é feito a partir de lucros retidos, a fração não distribuída dos lucros entra na conta capital das empresas.

O terceiro setor a ser apresentado é o do Governo. Esse como despesas possui o gasto público que é uma receita para as empresas, o pagamento de juros sobre o estoque de dívida emitida. Como receitas, apresenta a tributação e o lucro do banco central<sup>54</sup>.

Por derradeiro, tem-se o banco central que recebe os juros sobre os títulos que possui e devolve ao governo na forma de lucro. É importante ressaltar que toda vez que o BACEN é comprador residual de títulos ele paga em moeda e essa passa a circular na economia. Por essa razão, a variação de títulos no portfólio do BACEN é acompanhada pela variação de moeda da economia.

---

<sup>54</sup> Como no modelo o BACEN é o comprador residual de títulos emitidos e sobre a moeda não há pagamento de juros, o lucro do BACEN repassado ao governo são os juros sobre os títulos que constam em seu portfólio.

**Tabela 1:** Balanço Patrimonial dos Setores

Ativos	País do Norte					Tx. Câmbi o	País do Sul					Soma
	Famílias	Empresas	Governo	Bancos Comerciais	Banco Central		Famílias	Empresas	Governo	Bancos Comerciais	Banco Central	
Depósitos	$+D^N$				$-D^N$		$+D^S$			$-D^S$		0
Títulos Públicos N	$+Bh_N^N$		$-B^N$		$+Bcb^N$	$.xr^N$	$+Bh_S^N$					0
Títulos Públicos S	$+Bh_S^S$					$.xr^N$	$+Bh_S^S$		$-B^S$		$+Bcb^S$	0
Ações de N	$+e_S^N.pe^N - e^N.pe^N$					$.xr^N$	$+e_S^N.pe^N$					0
Ações de S	$+e_N^S.pe^S$					$.xr^N$	$+e_N^S.pe^S$	$-e^S.pe^S$				0
Empréstimos		$-L^N$		$+L^N$				$-L^S$		$+L^S$		0
Empréstimos do BC			$-A^N$	$+A^N$					$-A^S$	$+A^S$		0
Capital Fixo		$+K^N$				$.xr^N$		$+K^S$				$+K$
Balanço	$+Vh^N$	0	$-B^N$	0	$+Vcb^N$	$.xr^N$	$+Vh^S$	$-K^S$	$-B^S$	0	$+Vcb^S$	$-V$

Fonte: Elaboração Própria.

**Nota:** Os sinais positivos indicam ativos e os negativos passivos.

**Tabela 2: Matriz de Transações entre os Setores**

	País do Norte					Tx. Câmbio	País do Sul					Soma			
	Famílias	Empresas		Governo	Bancos Comerciais		Famílias	Empresas		Governo	Bancos Comerciais				
		Corrente	Capital					Corrente	Capital						
Consumo	$-C^N$	$+C^N$					$-C^S$	$+C^S$				0			
Gasto Público		$+G^N$		$-G^N$				$+G^S$		$-G^S$		0			
Investimento		$+I^N$	$-I^N$					$+I^S$		$-I^S$		0			
Relações Comerciais		$-IM^N$						$+X^S$				0			
		$+X^N$						$-IM^S$				0			
Tributos	$-Th^N$	$-Tf^N$		$+T^N$	$-Tb^N$		$-Th^S$	$-Tf^S$		$+T^S$	$-Tb^S$	0			
Salários	$+W^N$	$-W^N$					$+W^S$	$-W^S$				0			
Juros Empréstimos		$-i_{l-1}^N \cdot L_{-1}^N$			$+i_{l-1}^N \cdot L_{-1}^N$			$-i_{l-1}^S \cdot L_{-1}^S$			$+i_{l-1}^S \cdot L_{-1}^S$	0			
Juros de Títulos de N	$+i_{b-1}^N \cdot Bh_{N-1}^N$			$-i_{b-1}^N \cdot B_{-1}^N$		$+i_{b-1}^N \cdot Bcb_{-1}^N$		$+i_{b-1}^N \cdot Bh_S^N \cdot xr^N$				0			
Juros de Títulos de S	$+i_{b-1}^S \cdot Bh_{N-1}^S \cdot xr^S$						$+i_{b-1}^S \cdot Bh_{-1}^S$			$-i_{b-1}^S \cdot B_{-1}^S$	$+i_{b-1}^S \cdot Bcb_{-1}^S$	0			
Juros Redesconto					$-i_{a-1}^N \cdot A_{-1}^N$	$+i_{a-1}^N \cdot A_{-1}^N$				$-i_{a-1}^S \cdot A_{-1}^S$	$+i_{a-1}^S \cdot A_{-1}^S$	0			
Lucro do BACEN				$+F_{cb}^N$		$-F_{cb}^N$				$+F_{cb}^S$	$-F_{cb}^S$	0			
Lucro dos Bancos Com.	$+F_b^N$				$-F_b^N$			$+F_b^S$			$-F_b^S$	0			
Lucro Empresas N	$+Fd_N^N \cdot xr^N$	$-F^N$	$+Fu^N$				$+Fd_S^N \cdot xr^N$		$-F^S$	$+Fu^S$		0			
Lucro Empresas S							$+Fd^S$					0			
$\Delta$ Depósitos	$-\Delta D^N$						$-\Delta D^S$					$+\Delta D^S$			
$\Delta$ Empréstimos				$+ \Delta L^N$		$-\Delta L^N$					$-\Delta L^S$	0			
$\Delta$ Redesconto					$-\Delta A^N$	$+ \Delta A^N$					$-\Delta A^S$	$+\Delta A^S$			
$\Delta$ Ações de N	$-\Delta e_N^N \cdot pe^N$		$+ \Delta e^N \cdot pe^N$				$-\Delta e_S^N \cdot pe^N \cdot xr^N$					0			
$\Delta$ Ações de S	$-\Delta e_S^S \cdot pe^S \cdot xr^S$						$-\Delta e_S^S \cdot pe^S$			$+ \Delta e^S \cdot pe^S$		0			
$\Delta$ Títulos N	$-\Delta Bh_N^N$			$+ \Delta B^N$		$-\Delta Bcb^N$		$-\Delta Bh_S^N \cdot xr^N$				0			
$\Delta$ Títulos S	$-\Delta Bh_S^S \cdot xr^S$						$-\Delta Bh_S^S$			$+ \Delta B^S$	$-\Delta Bcb^S$	0			
Soma	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			

Fonte: Elaboração Própria.

**Nota:** Os sinais positivos (+) indicam receitas e os sinais negativos (-) indicam as despesas.

## 5.4. Equações Comportamentais do Modelo:

Para evitar a duplicidade de notação, as equações serão apresentadas para um único país, no caso, o país Norte. As mesmas equações são simetricamente idênticas para o país Sul. Quando houver uma variável com notação sobrescrita e subscrita, o sobrescrito fará referência onde foi emitida a variável e a subscrita fará referência sobre a posse de quem está a variável. Desta forma, quando aparecer algo como  $B_S^N$ , temos que esse é um título público emitido pelo governo do Norte que está no portfólio das famílias do Sul.

### 5.4.1. Bloco de Preços, Inflação e Distribuição Funcional da Renda:

O modelo dessa economia parte de algumas hipóteses simplificadoras. Não há manejo de estoques de mercadorias. Desta forma, por construção, o que é produzido é vendido. Consequentemente, pode-se afirmar que as vendas das empresas (dos países de Norte ou Sul) a cada período no tempo é igual a  $C + G + I + X = Y + IM$ , que é apresentado em (2). O preço praticado em cada país é um mais o *mark-up* sobre o custo unitário de produção, sendo esse a razão entre salários mais os bens importados sobre a quantidade física de mercadoria vendidas<sup>55</sup>. Formalmente, o índice de preços é apresentado em (1). Dessa forma, podemos fazer alguns apontamentos iniciais sobre a questão distributiva do modelo. O primeiro é que um aumento da participação das importações no PIB ocasiona uma queda na participação dos salários na renda. Assim, na medida em que varia o *share* de importações no PIB, tem-se também a variação da distribuição funcional da renda.

Não obstante, as vendas reais (ou vendas de unidades físicas) podem ser obtidas dividindo-se as vendas nominais pelo índice de preços conforme (3). Em (4) tem-se a apresentação da parcela de lucro (lucro empresarial e bancário) sobre renda. Em (5) tem-se a participação da parcela de salários sobre a renda. A inflação é obtida em (6) como sendo a variação de preços sobre os preços defasados. O Lucro empresarial

---

<sup>55</sup> Os residentes por hipótese só podem comprar bens importados através das empresas domésticas. Os bens importados são substitutos imperfeitos dos bens domésticos conforme aponta Barbosa-Filho (2001) sobre as hipóteses do modelo de Thirlwall.

nominal pode ser obtido através de (7) sendo ele a diferença entre as vendas, as importações, os salários e os juros pagos por empréstimos.

$$p^N = (1 + \tau^N) \cdot \left( \frac{W^N + IM^N}{S^N} \right) \quad (1)$$

$$S = C^N + I^N + G^N + X^N \quad (2)$$

$$s = S/p \quad (3)$$

$$\pi^N = \frac{\tau^N}{Y^N} = \frac{\tau^N}{Receitas^N} \cdot \frac{Receitas^N}{Y^N} = \frac{\tau^N}{1+\tau^N} \cdot \frac{Y^N + IM^N}{Y^N} = \frac{\tau^N}{1+\tau^N} \cdot \left( 1 + \frac{IM^N}{Y^N} \right) \quad (4)$$

$$\omega^N = \frac{W^N}{Y^N} = 1 - \frac{\tau^N}{1+\tau^N} \cdot \left( 1 + \frac{IM^N}{Y^N} \right) \quad (5)$$

$$g^{P^N} = \frac{\Delta P^N}{P_{-1}^N} \quad (6)$$

$$F^N = S^N - W^N - IM^N - i_l^N \cdot L_{-1}^N \quad (7)$$

Onde:  $p^N$  é o índice de preços,  $\tau^N$  é o *mark-up* das empresas,  $W^N$  são os salários nominais,  $IM^N$  são as importações,  $s^N$  são as vendas reais,  $S^N$  são as vendas nominais,  $C^N$  é o consumo nominal,  $I^N$  é o investimento nominal,  $G^N$  é o gasto público nominal,  $X^N$  são as exportações nominais,  $Y^N$  é o produto nominal,  $\omega^N$  é o *share* de salários na renda,  $g^{P^N}$  é a taxa de inflação,  $F^N$  é o lucro antes do pagamento de impostos e juros,  $i_l^N$  é a taxa de juros de empréstimos e  $L^N$  são os empréstimos das empresas. O subscrito  $-1$  indica que a variável é do período anterior e o sobrescrito  $N$  indica o país ao qual pertence (Norte).

#### 5.4.2. Bloco Setor Externo

Esta seção é dividida em três subseções na qual a primeira apresenta as equações que formam a balança comercial nesta economia, a segunda subseção apresenta as

equações relacionadas aos fluxos de capitais e a balança de serviços e a terceira as equações que definem o cálculo do câmbio flutuante.

#### 5.4.2.1. Balança Comercial:

A equivalência dos preços em uma mesma unidade monetária são apresentados através das equações (8) e (9). A quantidade física de bens importados e exportados é definida por (11) e (13). Os valores nominais de importação e exportação são definidos em (10) e (12). Por fim, tem-se a balança comercial apresentada em (14) como a diferença nominal entre exportações e importações.

$$p^N = xr^S \cdot p^S \quad (8)$$

$$p^S = xr^N \cdot p^N \quad (9)$$

$$IM^N = xr^S \cdot p^S \cdot im^N \quad (10)$$

$$im^N = a_1 \cdot \left( \frac{P_{-1}^S \cdot xr_{-1}^S}{P_{-1}^N} \right)^{\psi^N} \cdot (Y_{-1}^N)^{\pi^N} \quad (11)$$

$$X^N = p^N \cdot x^N \quad (12)$$

$$x^N = b_1 \cdot \left( \frac{P_{-1}^S \cdot xr_{-1}^S}{P_{-1}^N} \right)^{\eta^N} \cdot (Y_{-1}^S)^{\epsilon^N} \quad (13)$$

$$BC^N = X^N - IM^N \quad (14)$$

Onde  $xr^N$  é a taxa de câmbio nominal,  $im^N$  é a quantidade física importada (importações reais),  $x^N$  é a quantidade física exportada (exportações reais),  $a_1$  é coeficiente físico que capta os efeitos que não preço e não renda nas importações,  $\psi^N$  é a elasticidade-preço das importações,  $\pi^N$  é a elasticidade-renda das importações,  $\eta^N$  é a elasticidade-preço das exportações,  $\epsilon^N$  é a elasticidade-renda das exportações,  $b_1$  é o coeficiente que capta os efeitos que não preço e não renda das exportações e  $BC^N$  é a balança comercial.

O setor externo utiliza as funções importações e exportações conforme estabelecidas por Thirlwall (1979). As exportações são sensíveis à taxa de câmbio real e

a renda do parceiro comercial. As importações, por sua vez, são sensíveis à taxa de câmbio real e a renda doméstica. A taxa de crescimento prevista pela Lei de Thirlwall para cada país pode ser calculada como<sup>56</sup>:

$$g_{Y_{LT}}^N = \frac{\epsilon^N}{\pi^N} \cdot g_Y^S \quad (\text{LT1})$$

Uma característica para modelos duais como o que aqui é apresentado é que há simetria entre as elasticidades-renda e elasticidades-preço.  $\epsilon^S = \pi^N$ ;  $\epsilon^N = \pi^S$ ;  $\psi^N = \eta^S$ ;  $\psi^S = \eta^N$ .

#### 5.4.2.2. Fluxos de Capitais e Balança de Serviços:

A equação (15) define os fluxos de capitais no país norte em moeda de Norte. Ele é construído como sendo a variação<sup>57</sup> de títulos comprados pelas famílias de Sul emitidas pelo governo de Norte mais a variação de ações emitidas pelas empresas de Norte e compradas por famílias de Sul menos a variação de títulos emitidos em sul comprados pelas famílias de norte e as ações compradas pelas famílias de Norte das empresas de sul. Tudo isso medido na mesma moeda que é a moeda de Norte. Dessa forma, o câmbio nominal multiplicando permite que as medidas sejam equivalentes. Se o valor for positivo, é porque está havendo entrada líquida de capitais, se negativo há saída líquida de capitais.

A balança de serviços apresenta contabiliza o pagamento (envio e recebimento) de juros dos governos de Norte e Sul para os portadores de títulos do outro país e o pagamento de dividendos para os portadores de ações do outro país.

A forma com que foram definidas as duas rubricas (Fluxos de Capitais e Balanço de Serviços) embora elaborado conforme a necessidade do modelo aqui desenvolvido, ela está completamente compatível com a contabilidade desenvolvida do capítulo 12 de Godley e Lavoie (2007).

---

<sup>56</sup> Para esse cálculo, os PIBs devem estar na mesma unidade monetária.

<sup>57</sup> Como está denotado em moeda de Sul, precisa ser multiplicado pela taxa de câmbio nominal de Sul.

$$FK^N = \Delta Bh_S^N + \Delta e_S^N \cdot pe^N - xr^S \cdot (\Delta Bh_N^S + \Delta e_N^S \cdot pe^S) \quad (15)$$

$$BS^N = xr^S \cdot i_{b_{-1}}^S \cdot B_{N-1}^S - i_{b_{-1}}^N \cdot B_{N-1}^N - Fd_N^N + xr^S \cdot Fd_N^S \quad (16)$$

Onde  $FK^N$  é o fluxo de capitais,  $\Delta Bh_S^N$  é a variação de títulos emitidos por  $N$  e comprados por  $S$ ,  $\Delta e_S^N$  é a variação de ações emitidas em  $N$  e compradas pelas famílias de  $S$ ,  $pe^N$  é o preço de ações,  $\Delta Bh_N^S$  é a variação dos títulos emitidos em  $S$  e comprados pelas famílias de  $N$  e  $\Delta e_N^S$  é a variação de ações emitidas em  $S$  e compradas pelas famílias de  $N$ .

#### 5.4.2.3. Regime de Câmbio Flutuante:

Partindo da premissa que o regime cambial amplamente usado no mundo contemporâneo é o de câmbio flutuante, o modelo aqui desenvolvido utilizará esse regime com flutuação limpa, ou seja, não haverá variação de estoque de divisas e o valor da taxa de câmbio será aquela obtida por mecanismo de equilíbrio de mercado entre as curvas de oferta e demanda por divisas. Dessa forma, fica aqui explícito que não há administração da taxa de câmbio ou intervenção do BACEN sobre ela.

$$xr^S = \frac{(BC^N + \Delta Bh_S^N + \Delta e_S^N \cdot pe^N - i_{b_{-1}}^N \cdot B_{N-1}^N - Fd_N^N)}{(\Delta Bh_N^S + \Delta e_N^S \cdot pe^S + Fd_N^S + i_{b_{-1}}^S \cdot B_{N-1}^S)} \quad (17)$$

$$xr^N = \frac{(BC^S + \Delta Bh_N^S + \Delta e_N^S \cdot pe^S - i_{b_{-1}}^S \cdot B_{N-1}^S - Fd_N^S)}{(\Delta Bh_S^N + \Delta e_S^N \cdot pe^N + Fd_N^N + i_{b_{-1}}^N \cdot B_{N-1}^N)} \quad (18)$$

$$xr^N = \frac{1}{xr^S} \quad (\text{Red.1})$$

Dessa forma, temos que a variação de reservas é sempre igual à zero<sup>58</sup> e o Balanço de Pagamentos encontra-se sempre equilibrado. A taxa de câmbio nominal é a variável que permite esse ajuste e ela é apresentada para cada país através de (17) e (18). Embora redundante e não utilizada na simulação do modelo, a equivalência entre elas é dada por (Red.1).

---

<sup>58</sup> Por essa razão não nos preocupamos em definir no Balanço Patrimonial e na Matriz de Transações o acúmulo e as transações com ouro ou moeda estrangeira.

### 5.4.3. Bloco das Famílias

O consumo de Norte é função da renda disponível e da riqueza herdada das famílias, conforme apresentado na equação (19). A riqueza se acumula a cada período sendo ela a soma da riqueza herdada mais a poupança corrente mais os ganhos de capital, conforme (20).

Os ganhos de capital são definidos como a variação de preços das ações das empresas de norte carregadas pelas famílias de norte em  $t - 1$  mais a variação cambial que multiplica os títulos emitidos em S que pertencem as famílias de N mais a variação no preço de ações das empresas de S que pertencem as famílias de N em  $t - 1$ , conforme (21).

A poupança corrente é a parte da renda não consumida da renda disponível conforme (22). A renda disponível, por sua vez, é a soma (pós-tributação) dos salários, dos juros recebidos pelos títulos domésticos no portfólio das famílias, dos juros sobre os títulos estrangeiros no portfólio das famílias e dos dividendos domésticos e estrangeiros recebidos das empresas e dos bancos<sup>59</sup>.

$$C^N = \alpha_1^N \cdot YD^N + \alpha_2^N \cdot V_{-1}^N \quad (19)$$

$$Vh^N = Vh_{-1}^N + SAV^N + CG^N \quad (20)$$

$$CG^N = \Delta pe^N \cdot e_{N-1}^N + \Delta xr^S \cdot (Bh_{N-1}^S + \Delta pe^S \cdot e_{N-1}^S) \quad (21)$$

$$SAV^N = (1 - \alpha_1^N) \cdot YD^N \quad (22)$$

$$YD^N = (1 - \theta^N) \cdot [W^N + i_{b-1}^N \cdot Bh_{N-1}^N + Fd_N^N + xr^S \cdot (Fd_N^S + i_{b-1}^S \cdot Bh_{N-1}^S) + Fb] \quad (23)$$

Onde  $\alpha_1^N$  é a propensão a consumir da renda,  $\alpha_2^N$  é a propensão a consumir da riqueza herdada,  $Vh^N$  é a riqueza das famílias,  $SAV^N$  é a poupança corrente das famílias,  $CG^N$  são os ganhos de capital das famílias,  $\Delta pe^N$  é a variação de preços das ações,  $\Delta xr^S$  é a variação da taxa de câmbio nominal,  $YD^N$  é a renda disponível das famílias,  $\theta^N$  é a

---

<sup>59</sup> Os dividendos bancários são pagos apenas às famílias do país local.

alíquota de tributação,  $Fd_N^N$  são os dividendos das empresas de N para as famílias de N,  $Fd_N^S$  são os dividendos das empresas de S para as famílias de N,  $Fb$  são os dividendos bancários.

#### 5.4.3.1. O Portfólio das Famílias

Na sequência, apresenta-se a alocação do portfólio das famílias de N. O modo de alocação segue a tradição de Tobin e a riqueza deve ser alocada entre depósitos, títulos públicos domésticos, títulos públicos internacionais, ações das empresas domésticas e ações das empresas internacionais.  $\lambda_{10}^N, \lambda_{20}^N, \lambda_{30}^N, \lambda_{40}^N$  e  $\lambda_{50}^N$  são os coeficientes autônomos de alocação da riqueza entre os cinco ativos financeiros. Essa alocação se dando sendo sensível a taxa de juros doméstica, a taxa de juros internacional com expectativa cambial, nível de endividamento público doméstico, nível de endividamento público estrangeiro, nível de endividamento privado doméstico e estrangeiro, taxa de “*dividend yield*” doméstica e estrangeira e demanda transacional por moeda (*share* da renda disponível sobre o PIB).

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{D^N}{V^N}\right) \\ \left(\frac{Bh_N^N}{V^N}\right) \\ \left(\frac{xr^S.Bh_N^S}{V^N}\right) \\ \left(\frac{pe^N.e^N}{V^N}\right) \\ \left(\frac{xr^S.pe^S.e^S}{V^N}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{10}^N & -\lambda_{11}^N & -\lambda_{12}^N & 0 & 0 & +\lambda_{15}^N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{20}^N & +\lambda_{21}^N & -\lambda_{22}^N & -\lambda_{23}^N & +\lambda_{24}^N & -\lambda_{25}^N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{30}^N & -\lambda_{31}^N & +\lambda_{32}^N & +\lambda_{33}^N & -\lambda_{34}^N & -\lambda_{35}^N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{40}^N & -\lambda_{41}^N & +\lambda_{42}^N & 0 & 0 & -\lambda_{45}^N & \lambda_{46}^N & -\lambda_{47}^N & -\lambda_{48}^N & +\lambda_{49}^N \\ \lambda_{50}^N & +\lambda_{51}^N & \lambda_{52}^N & 0 & 0 & -\lambda_{55}^N & -\lambda_{56}^N & +\lambda_{57}^N & +\lambda_{58}^N & -\lambda_{59}^N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ i_b^N \\ (i_b^S + dxr_e^S) \\ \left(\frac{bs^N}{V^N}\right) \\ \left(\frac{bs^S}{V^S}\right) \\ \left(\frac{YD^N}{V^N}\right) \\ \left(\frac{F_d^N}{e_{-1}^N.pe^N}\right) \\ \left(\frac{L_{-1}^N}{K_{-1}^N}\right) \\ \left(\frac{F_d^S}{e_{-1}^S.pe^S}\right) \\ \left(\frac{L_{-1}^S}{K_{-1}^S}\right) \end{bmatrix} \quad (24)$$

A equação (24) é apresentada na forma matricial para mostrar de maneira intuitiva a relação da riqueza, sensibilidade para com as variáveis, as restrições horizontais e verticais que definem a dinâmica do portfólio. Ele segue rigorosamente os preceitos definidos no capítulo 5 de Godley e Lavoie (2007). As restrições para a

primeira coluna de parâmetros é que essa somada seja igual a um, de modo que a alocação entre os ativos seja equivalente a cem por cento da riqueza possuída.

Não obstante, cada linha deve ter o somatório dos parâmetros que vai da coluna um até a coluna nova sendo igual a zero, sendo essas chamadas de restrições horizontais. Além disso, todas as colunas de um a nove devem ser no somatório igual a zero e assim são chamadas de restrições verticais. A razão para as restrições é para que a mudança em um ativo seja compensada pela mudança em outro em igual medida. Um exemplo é que se desejamos alocar menos 10% em moeda na nossa riqueza, essa deve ser alocada por outro ativo nos mesmos 10%.

$$xr_e^N = xr_{-1}^N + (i_b^N - i_b^S) \cdot xr_{-1}^N \quad (25)$$

$$dxr_e^N = \frac{\Delta xr_e^N}{xr_{-1}^N} = \frac{xr_e^N}{xr_{-1}^N} - 1 \quad (26)$$

Por fim, as equações (25) e (26) definem como ocorre a formação de expectativas sobre a taxa de câmbio pelas famílias e como ocorre a valorização (desvalorização) da taxa de câmbio esperada.

#### 5.4.4. Bloco do Governo e Banco Central

O governo tem seu gasto público atrelado ao crescimento. Por construção, tem-se que ele é pró-cíclico conforme pode ser visualizado em (27). A tributação por sua vez é obtida endogenamente, conforme (28). Nesta equação, define-se uma alíquota única que incide sobre todas as fontes de renda, sendo elas: os salários, os juros (tanto do governo local quanto do governo do outro país) e o Lucro das empresas nacionais<sup>60</sup>. A taxa de juros é dada exogenamente no modelo e cada governo decide a sua de forma independente<sup>61</sup>. A taxa de redesconto que o Banco Central cobra aos Bancos Comerciais é a mesma que a taxa básica de juros. A variação de títulos públicos emitidos por um governo, descrito na equação (32) é igual a sua necessidade de financiamento (31),

---

<sup>60</sup> Os dividendos são então tributados na fonte. A parte paga aos estrangeiros já tem seu imposto recolhido e o país estrangeiro não cobra sobre esse, caso em que evita a bitributação.

<sup>61</sup> Essa é uma simplificação do modelo no intuito de não definir uma política monetária a ser seguida. Essa é uma hipótese bastante utilizada para verificar propriedades de um modelo simplificado como é o caso de Dos Santos e Zizza (2008).

sendo essa a diferença entre suas despesas (Gasto público e despesas com juros sob a dívida herdada) e suas receitas (Tributação e juros pagos ao Banco Central). Os títulos carregados pelo Banco Central são aqueles comprados de forma residual, ou seja, é a diferença entre a oferta de títulos emitidos pelo governo e a soma da demanda das famílias dos dois países, conforme (33).

$$G^N = \gamma^N \cdot Y_{-1}^N \quad (27)$$

$$T^N = \theta \cdot [W^N + i_{b-1}^N \cdot Bh_{N-1}^N + F^N + xr^S \cdot i_{b-1}^S \cdot Bh_{N-1}^S] \quad (28)$$

$$i_b^N = \bar{i}_b^N \quad (29)$$

$$i_a^N = i_b^N \quad (30)$$

$$NPF^N = G^N - T^N + i_{b-1}^N \cdot (B_{-1}^N - Bcb_{-1}^N) \quad (31)$$

$$B^N = B_{-1}^N + NPF^N \quad (32)$$

$$Bcb^N = Bs^N - Bh_N^N - Bh_S^N \quad (33)$$

Onde  $\gamma^N$  é o parâmetro que capta a sensibilidade do gasto público ao produto,  $i_a^N$  é a taxa de juros do redesconto,  $i_b^N$  é a taxa de juros de títulos públicos,  $NPF^N$  é a necessidade pública de financiamento,  $B^N$  é o total de títulos emitidos pelo governo e  $B_{cb}^N$  são os títulos no portfólio do BACEN.

#### 5.4.5. Bloco das Empresas

A função investimento é apresentada na equação (34). Ela é de inspiração Neokaleckiana idêntica a que foi utilizada por Dos Santos e Zizza (2007). O  $g_0$  representa o “*animal spirits*” dos empresários,  $\alpha$  e  $\beta$  são o acelerador e o multiplicador,  $\pi$  é a participação do lucro na renda. O  $\theta_1$  é a sensibilidade do investimento à taxa de juros. A função (35) define que o capital no período corrente é o capital herdado mais o investimento. A função (36) define o lucro bruto antes do pagamento de impostos e

juros, sendo esse calculado através da taxa de rentabilidade,  $\tau^N/(1 + \tau^N)$ , vezes a receita das empresas (que é igual ao produto mais importações).

O financiamento para novos investimentos nas empresas é dado por (37). A equação define que os empréstimos correntes são dados pelos empréstimos passados mais o investimento desejado e menos as outras fontes de financiamento (novas ações emitidas e lucro retido).

Os dividendos distribuídos são apresentados em (38) como uma parcela  $d^N$ <sup>62</sup> escolhida pelas empresas. Os recebedores desses dividendos podem ser os residentes nacionais ou os internacionais, sendo atribuído a cada um a parcela correspondente a quantidade de ações carregadas sobre o total de ações emitidas no período  $t - 1$ . Em (39) tem-se o lucro retido que é exatamente igual ao resíduo do lucro menos o lucro distribuído.

O produto de curto prazo pode ser calculado pelos elementos da demanda conforme apresentado na equação (40). A utilização da capacidade produtiva (41) por sua vez é calculada como sendo a razão entre o produto de curto prazo e o estoque de capital herdado da economia<sup>63</sup>.

A quantidade de ações emitidas pelas empresas locais é dada como uma parcela fixa do capital corrente, conforme (42). Por fim, tem-se que o preço das ações é determinado por equilíbrio do mercado financeiro onde a quantidade de ações ofertadas é igual à quantidade de ações demandadas (por residentes e não residentes) e a variável para esse ajuste é o preço. Utilizando (42) e as equações que aparecem nos portfólios de N e S, de modo que o preço das ações é dado por (43).

$$I^N = g^{i^N} \cdot K_{-1}^N = [g_0^N + (\alpha^N \cdot \pi_{-1}^N + \beta^N) \cdot u_{-1}^N - \theta_1^N \cdot i_l] \cdot K_{-1}^N \quad (34)$$

$$K^N = (1 + g^{i^N}) \cdot K_{-1}^N \quad (35)$$

$$F^N = \frac{\tau^N}{1 + \tau^N} \cdot (Y^N + IM^N) \quad (36)$$

---

<sup>62</sup> No caso brasileiro, para empresas com capital aberto em Bolsa de Valores, a legislação define 25% como dividendos mínimos obrigatórios. Por essa razão, o parâmetro pode ser considerado exógeno.

<sup>63</sup> Para que  $u = Y/K_{-1}$ , temos como premissa que a razão produto potencial sobre o capital herdado é igual a 1.

$$L^N = L_{-1}^N + I^N - Fu^N - \Delta e^N \cdot pe^N \quad (37)$$

$$Fd^N = d^N \cdot F^N = \left( \frac{e_S^N}{e_{-1}^N} + \frac{e_{N-1}^N}{e_{-1}^N} \right) d^N \cdot F^N = \rho_1 \cdot d^N \cdot F^N + (1 - \rho_1) \cdot d^N \cdot F^N \quad (38)$$

$$Fu^N = F^N - Fd^N \quad (39)$$

$$Y^N = C^N + I^N + G^N + X^N - IM^N \quad (40)$$

$$u^N = \frac{Y^N}{K_{-1}^N} \quad (41)$$

$$e^N = \chi \cdot K \quad (42)$$

$$pe^N = \frac{[\lambda_{50}^S + \lambda_{51}^S \cdot r^S - \lambda_{52}^S \cdot (r^N + dxr_e^N)] \cdot V^S - \lambda_{55}^S \cdot YD^S + [\lambda_{40}^N - \lambda_{41}^N \cdot r^N + \lambda_{42}^N \cdot (r^S + dxr_e^S)] \cdot V^N - \lambda_{45}^N \cdot YD^N}{\chi \cdot K} \quad (43)$$

Onde  $g^{i^N}$  é a taxa de investimento,  $g_0^N$  é o parâmetro autônomo que define o *animal spirits*,  $\alpha^N$  capta a sensibilidade do investimento à taxa de lucro defasada,  $\beta^N$  capta a sensibilidade do investimento ao grau de utilização da capacidade produtiva,  $\theta_1^N$  capta a sensibilidade do investimento à taxa de juros de empréstimos bancários,  $Fu^N$  representa o lucro retido na empresa,  $d^N$  o coeficiente de distribuição de dividendos,  $\chi$  representa a proporção de capital corrente financiado por novas ações,  $\rho_1$  o *share* de ações das empresas domésticas no portfólio de residentes.

#### 5.4.6. Bloco dos Bancos Comerciais

A taxa de juros sobre empréstimos bancários é definida conforme (44). Ela é dada como um mais o *mark-up* bancário sobre a taxa de juros que remunera os títulos públicos. Nesse modelo o comportamento bancário é passivo. Toda a necessidade de empréstimos demandada é ofertada. Assim, para que não haja uma restrição aos bancos, o BACEN fornece de forma residual empréstimos aos bancos comerciais (Redesconto), conforme (45). O lucro dos bancos comerciais é dado por (46). Como não há juros sobre os depósitos, o lucro bancário é dado como o diferencial entre as receitas de juros

recebidas (juros sobre empréstimos) e as despesas com juros (juros sobre empréstimos feitos junto ao BACEN).

$$i_l^N = (1 + \tau_b^N) \cdot i_b^N \quad (44)$$

$$A^N = D^N - L^N \quad (45)$$

$$F_b^N = i_{l-1} \cdot L_{-1} - i_{a-1} \cdot A_{-1} \quad (46)$$

Onde  $\tau_b^N$  é o *mark-up* bancário dos empréstimos sobre os títulos públicos.

### 5.5. Calibragem e Condições para a Simulação do Modelo:

O modelo ao fim apresentou 92 equações simultâneas (46 para Norte e 46 para Sul), 92 variáveis endógenas e apenas duas variáveis independentes. Dessa forma o sistema é determinado e será resolvido pelo método iterativo de Gauss-Seidel em ambiente computacional do MATLAB conforme sugerido por Kinsella e O'Shea (2017). Os parâmetros foram definidos da seguinte forma: i) utilizando referências de trabalhos anteriores [como Mazzi (2013)], ii) razoabilidade econômica na falta de referenciais e iii) pelo critério de convergência do modelo para o estado estacionário através de simulações.

Na sequência, apresenta-se a tabela 3 com os parâmetros utilizados no modelo e a tabela 4 contendo as variáveis exógenas e os estoques iniciais utilizados na simulação. Um ponto que cabe aqui destaque é que tanto os parâmetros, variáveis exógenas quanto os estoques iniciais<sup>64</sup> importam para o valor alcançado no equilíbrio do modelo e os valores pré-alocados para as variáveis endógenas não modificam o valor alcançado no equilíbrio (caso o modelo converja para um).

---

<sup>64</sup> O valor dos estoques iniciais tem importância para o modelo de forma semelhante ao problema do valor inicial (PVI) para sistemas de equações diferenciais e/ou a diferenças.

Tabela 3: Parâmetros Utilizados na Simulação:

Parâmetros Utilizados na Simulação					
#	Parâmetro	Valor	#	Parâmetro	Valor
1	$\alpha^N$	0,05	39	$\lambda_{32}^N$	0,20
2	$\alpha^S$	0,05	40	$\lambda_{32}^S$	0,20
3	$\alpha_1^N$	0,60	41	$\lambda_{42}^N$	0,05
4	$\alpha_1^S$	0,60	42	$\lambda_{42}^S$	0,05
5	$\alpha_2^N$	0,05	43	$\lambda_{52}^N$	0,05
6	$\alpha_2^S$	0,05	44	$\lambda_{52}^S$	-0,01
7	$\beta^N$	0,10	45	$\lambda_{23}^N$	-0,01
8	$\beta^S$	0,10	46	$\lambda_{23}^S$	-0,01
9	$\chi^N$	0,20	47	$\lambda_{33}^N$	0,01
10	$\chi^S$	0,20	48	$\lambda_{33}^S$	0,01
11	$d^N$	0,25	49	$\lambda_{24}^N$	0,01
12	$d^S$	0,25	50	$\lambda_{24}^S$	0,01
13	$g_0^N$	0,01	51	$\lambda_{34}^N$	-0,01
14	$g_0^S$	0,01	52	$\lambda_{34}^S$	-0,01
15	$\lambda_{10}^N$	0,20	53	$\lambda_{15}^N$	0,30
16	$\lambda_{10}^S$	0,20	54	$\lambda_{15}^S$	0,30
17	$\lambda_{20}^N$	0,40	55	$\lambda_{25}^N$	-0,15
18	$\lambda_{20}^S$	0,40	56	$\lambda_{25}^S$	-0,15
19	$\lambda_{30}^N$	0,20	57	$\lambda_{35}^N$	-0,15
20	$\lambda_{30}^S$	0,20	58	$\lambda_{35}^S$	-0,15
21	$\lambda_{40}^N$	0,10	59	$\lambda_{45}^N$	0,01
22	$\lambda_{40}^S$	0,10	60	$\lambda_{45}^S$	0,01
23	$\lambda_{50}^N$	0,10	61	$\lambda_{55}^N$	0,01
24	$\lambda_{50}^S$	0,10	62	$\lambda_{55}^S$	0,01
25	$\lambda_{11}^N$	-0,20	63	$\tau^N$	0,20
26	$\lambda_{11}^S$	-0,20	64	$\tau^S$	0,20
27	$\lambda_{21}^N$	0,20	65	$\theta^N$	0,20
28	$\lambda_{21}^S$	0,20	66	$\theta^S$	0,20
29	$\lambda_{31}^N$	-0,40	67	$\theta_1^N$	-0,20
30	$\lambda_{31}^S$	-0,40	68	$\theta_1^S$	-0,20
31	$\lambda_{41}^N$	0,20	69	$\psi^N$	1,00
32	$\lambda_{41}^S$	0,20	70	$\psi^S$	1,00
33	$\lambda_{51}^N$	0,20	71	$\pi_1^N$	1,00
34	$\lambda_{51}^S$	0,20	72	$\pi_1^S$	0,20
35	$\lambda_{12}^N$	-0,10	73	$\gamma^N$	0,20
36	$\lambda_{12}^S$	-0,10	74	$\gamma^S$	0,20
37	$\lambda_{22}^N$	-0,10	75	$\tau_b^N$	0,20
38	$\lambda_{22}^S$	-0,10	76	$\tau_b^S$	0,20

Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 4: Variáveis Exógenas e Estoques Iniciais Utilizados na Simulação:

Variáveis Exógenas, Endógenas e Estoques Iniciais Utilizados na Simulação								
Variáveis Exógenas				Variáveis Endógenas (Pré-Alocação)				
#	Variável	Valor	#	Variável	Valor	#	Variável	Valor
1	$i_b^N$	0,05	1	$L^N$	10,00	26	$\pi^S$	0,20
2	$i_b^S$	0,05	2	$L^S$	10,00	27	$\omega^N$	0,80
Estoques Iniciais			3	$F^N$	500,00	28	$\omega^S$	0,80
<b># Variável</b>		<b>Valor</b>	4	$F^S$	500,00	29	$\Delta B_N^S$	0,00
1	$K^N$	1000,00	5	$Y^N$	1000,00	30	$\Delta B_S^N$	0,00
2	$K^S$	1000,00	6	$Y^S$	1000,00	31	$sav^N$	0,00
3	$V^N$	500,00	7	$YD^N$	500,00	32	$sav^S$	0,00
4	$V^S$	500,00	8	$YD^S$	500,00	33	$\Delta xr_e^N$	0,00
5	$D^N$	20,00	9	$I^N$	20,00	34	$\Delta xr_e^S$	0,00
6	$B_N^N$	60,00	10	$I^S$	20,00	35	$\Delta xr^N$	0,00
7	$B_N^S$	20,00	11	$P^N$	1,00	36	$\Delta xr^S$	0,00
8	$D^S$	20,00	12	$P^S$	1,00	37	$xr_e^N$	1,00
9	$B_S^S$	60,00	13	$IM^N$	20,00	38	$xr_e^S$	1,00
10	$B_S^N$	20,00	14	$IM^S$	20,00	39	$g^N$	15,00
11	$Bcb^N$	10,00	15	$X^N$	20,00	40	$g^S$	15,00
12	$Bcb^S$	10,00	16	$X^S$	20,00	41	$B^N$	100,00
			17	$xr^N$	1,00	42	$B^S$	100,00
			18	$xr^S$	1,00	43	$C^N$	60,00
			19	$T^N$	20,00	44	$C^S$	60,00
			20	$T^S$	20,00	45	$\Delta B^N$	0,00
			21	$u^N$	1,00	46	$\Delta B^S$	0,00
			22	$u^S$	1,00	47	$Fd_N^N$	1,00
			23	$W^N$	80,00	48	$Fd_S^N$	1,00
			24	$W^S$	80,00	49	$Fd_N^S$	1,00
			25	$\pi^N$	0,20	50	$Fd_S^S$	1,00

Fonte: Elaboração Própria.

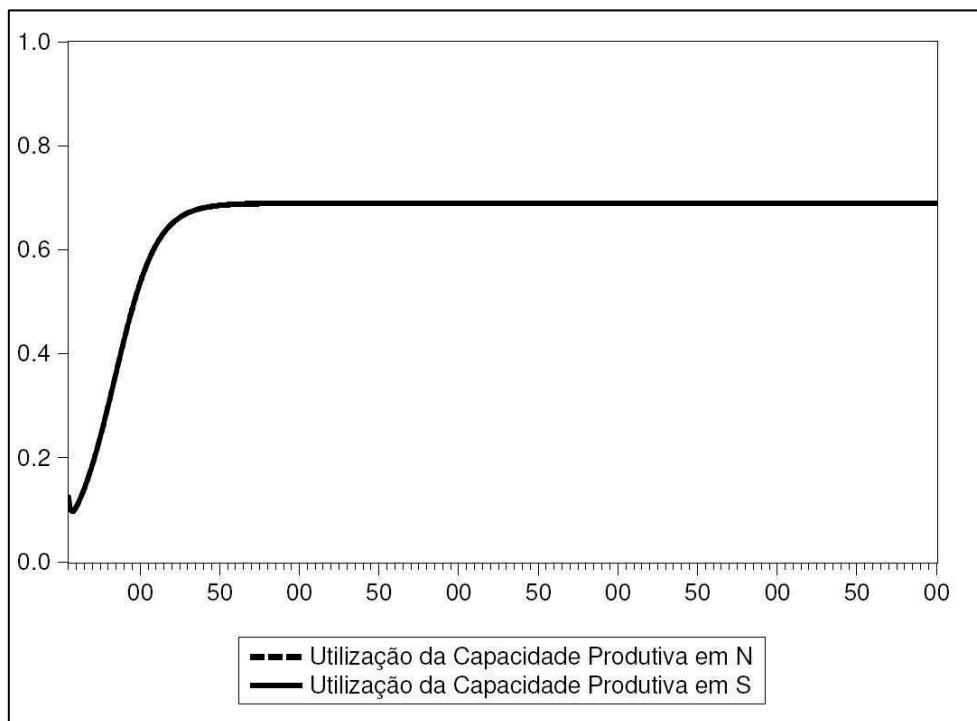
## 5.6. Propriedades Gerais do Modelo:

Nesta seção são apresentadas as características gerais do modelo simulado utilizando os parâmetros (tabela 3), estoques iniciais e variáveis exógenas (tabela 4) previamente informadas.

A figura 1 apresenta a utilização da capacidade produtiva para Norte (N) e Sul (S). Conforme pode ser observado, após atingir o estado estacionário, tem-se que a curva se estabiliza em torno de 0,70 para ambos os países, caracterizando o estado estacionário como sendo de subutilização da capacidade produtiva.

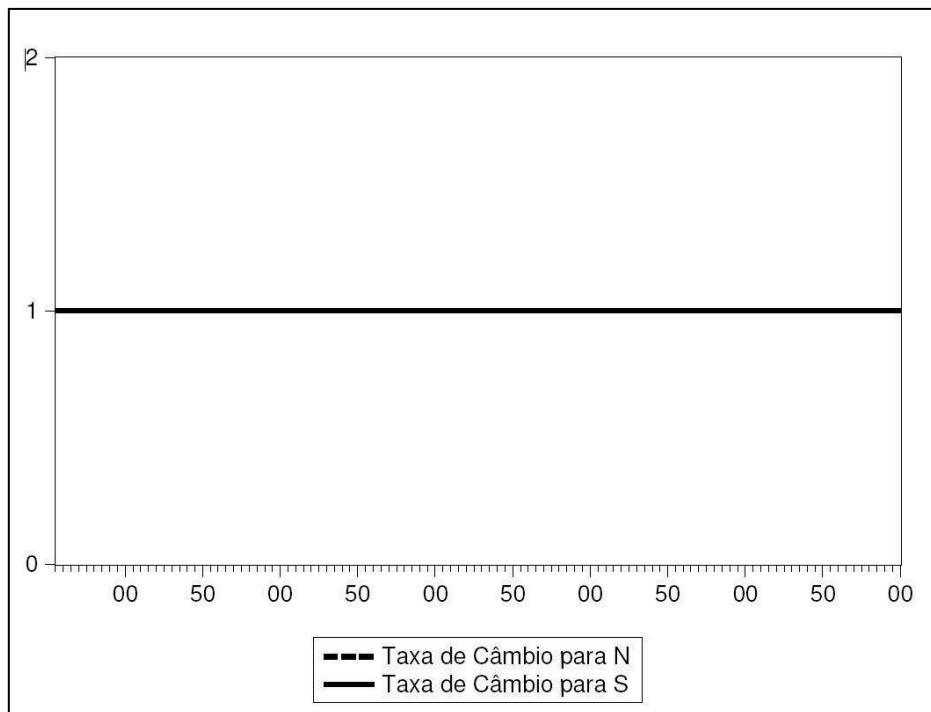
A figura 2, por sua vez, nos mostra que dada à condição de simetria, tem-se que as economias no estado estacionário estão com iguais: balança comercial, taxa de câmbio, risco, juros e parâmetros do portfólio das famílias. Dessa forma, o fluxo de capitais é zerado, a taxa de câmbio nominal se comporta fixa em um. Como não há: fluxo de capitais, déficit ou superávit comercial na balança comercial nem mesmo desequilíbrio na balança de serviços, o câmbio permanece estático e isso pode ser visualizado na figura 2. Nas condições de simetria, têm-se idênticas elasticidades-renda de importações e exportações assim como idênticas elasticidades-preço das importações e exportações. Com isso, não havendo fluxo, o câmbio continua com comportamento fixo e, ao fim, tem-se que a razão das exportações sobre as importações permanece igual a um para os dois países, conforme pode ser notado na figura 3. A observação que deve ser feita é que o estado de repouso será o ponto de partida para choques na dinâmica comparativa.

Figura 1: Utilização da Capacidade Produtiva



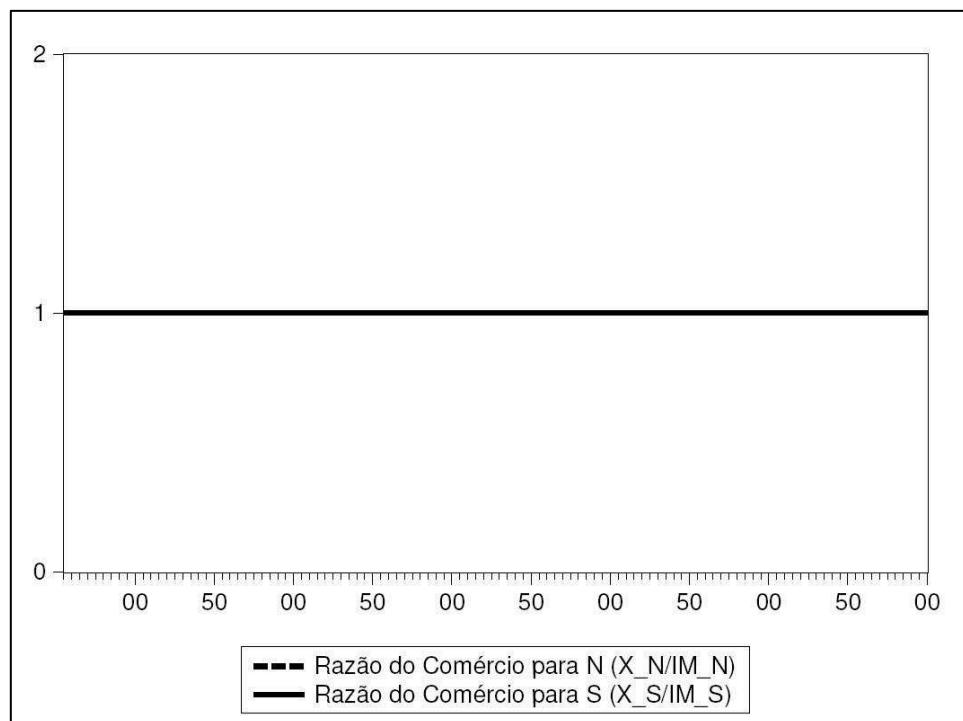
Fonte: Elaboração Própria.

Figura 2: Taxa de Câmbio Nominal



Fonte: Elaboração Própria.

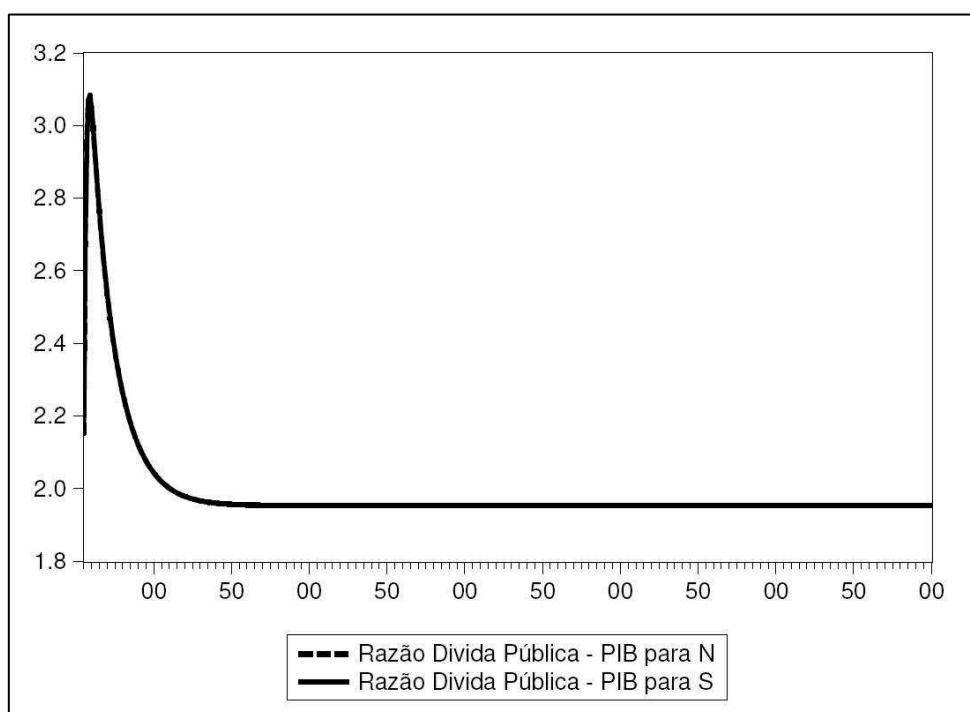
Figura 3: Razão do Comércio (Exportações/Importações) para N e S.



Fonte: Elaboração Própria.

A figura 4, por sua vez, mostra que o endividamento público nesta economia não toma uma trajetória explosiva, uma vez que ele estabiliza em um patamar de 1,95. Cabe aqui um destaque para as trajetórias estudadas no modelo. É desejável que o modelo não apresente nenhum comportamento explosivo entre variáveis reais e variáveis financeiras. No caso, o modelo apresentado é de crescimento. Para que possa ser avaliado o seu estado estacionário, é necessário que se identifiquem dois comportamentos. O primeiro é que as razões entre variáveis se mantenham constantes e que a taxa de crescimento entre as variáveis do modelo converjam para a mesma constante, sendo ela positiva<sup>65</sup>.

Figura 4: Razão da Dívida Pública sobre o Produto para N e S.



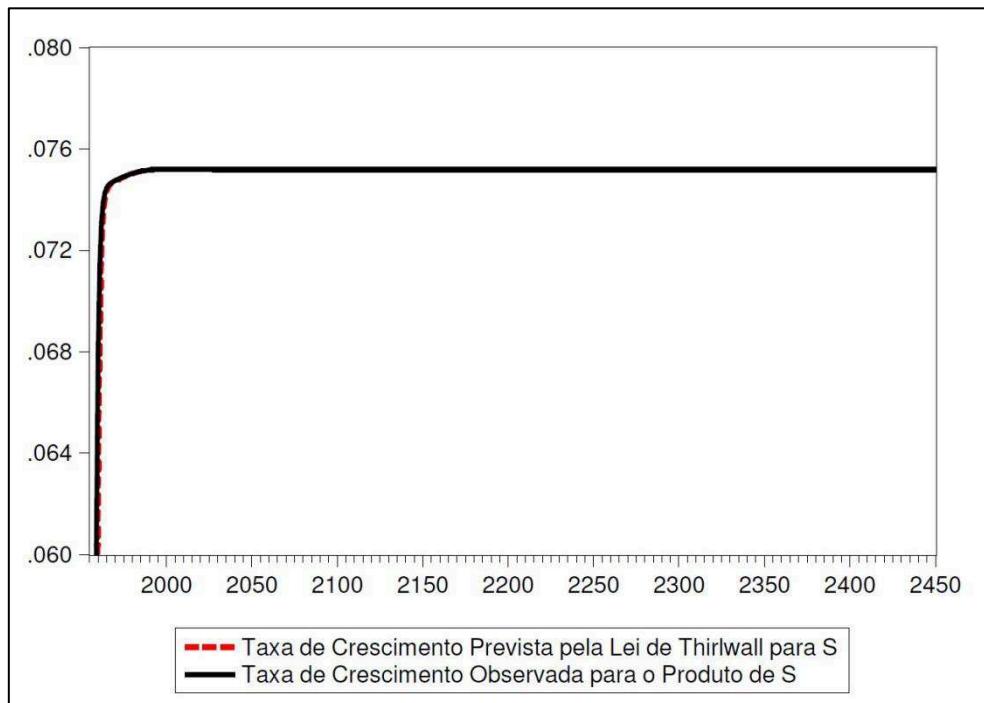
Fonte: Elaboração Própria.

A figura 5 apresenta a taxa de crescimento que é dada pela Lei de Thirlwall original ( $\hat{y}_{ca} = \hat{x}/\pi$ ) e a taxa de crescimento do produto observada na economia. É importante relembrar que na condição de simetria, as elasticidades-renda são idênticas e iguais a um. Dessa forma, tanto as exportações quanto as importações possuem a mesma taxa de crescimento do produto. Note que, estamos diante de um estado de

<sup>65</sup> Esse estado de crescimento também é conhecido na literatura como *Balanced Growth*.

crescimento balanceado no qual a taxa de crescimento prevista pela Lei de Thirlwall deve ser exatamente igual à taxa de crescimento observada das demais variáveis na economia (consumo, investimento, produto, capital). Na próxima seção, serão dados dois choques e avaliar o comportamento do modelo.

Figura 5: Lei de Thirlwall e Taxa de Crescimento Observada do Produto em N e S.



Fonte: Elaboração Própria.

### 5.7. Comportamento do Modelo após choques

Com a finalidade de avaliar os efeitos na trajetória da taxa de crescimento e na convergência para a taxa de crescimento prevista pela Lei de Thirlwall, demos choques estruturais e conjunturais no modelo.

O primeiro ponto que cabe destaque é que o modelo apresenta comportamento fortemente não linear no seu núcleo de cálculo (mais especificamente no cálculo do produto). Com isso, para seguir os passos comuns da literatura SFC, calibra-se

inicialmente com o intuito de levar o modelo para a condição de estado estacionário. Dentre muitas tentativas, a única que apresentou resultado foi utilizar as elasticidades renda (importação e exportação) iguais a um.

A razão por trás disso é que se inicialmente a elasticidade for definida com um valor menor que um, ocorre que a taxa de crescimento das exportações é constantemente mais baixa do que a taxa de crescimento do produto. Isso gera uma constante queda da participação das exportações (*share*) no produto. No limite, a razão converge para zero. Como o objetivo é testar um modelo no qual o crescimento pode ser conduzido pelas exportações, os choques devem ser dados em um estado no qual as exportações continuem sendo um canal importante para a economia.

Não obstante, percebe-se em nossas simulações que a utilização dos parâmetros com valor superior a unidade, tem-se como resultado a explosão do modelo em um curto período de tempo. Pela mesma razão anterior, quando superior à unidade, a taxa de crescimento das exportações e das importações se tornam mais altas do que a taxa de crescimento das demais variáveis. Isso aumenta o *share* de forma explosiva o que ao fim explode com todo o modelo. Essa narrativa vai de encontro ao que fora discutido por Barbosa-Filho (2001). Segundo o autor:

“[...] se o país possui superávits explosivos em relação a sua renda, ele em algum momento vai produzir todo o produto do mundo sem ter que consumir nada dele. Por analogia, se o país doméstico tem déficits comerciais explosivos em relação à renda, ele em algum momento irá consumir todo o produto do mundo sem produzir nada dele. A história do capitalismo mostra que essas possibilidades matemáticas não possuem sentido econômico algum.” [tradução nossa]. (BARBOSA-FILHO, 2001, p.6)

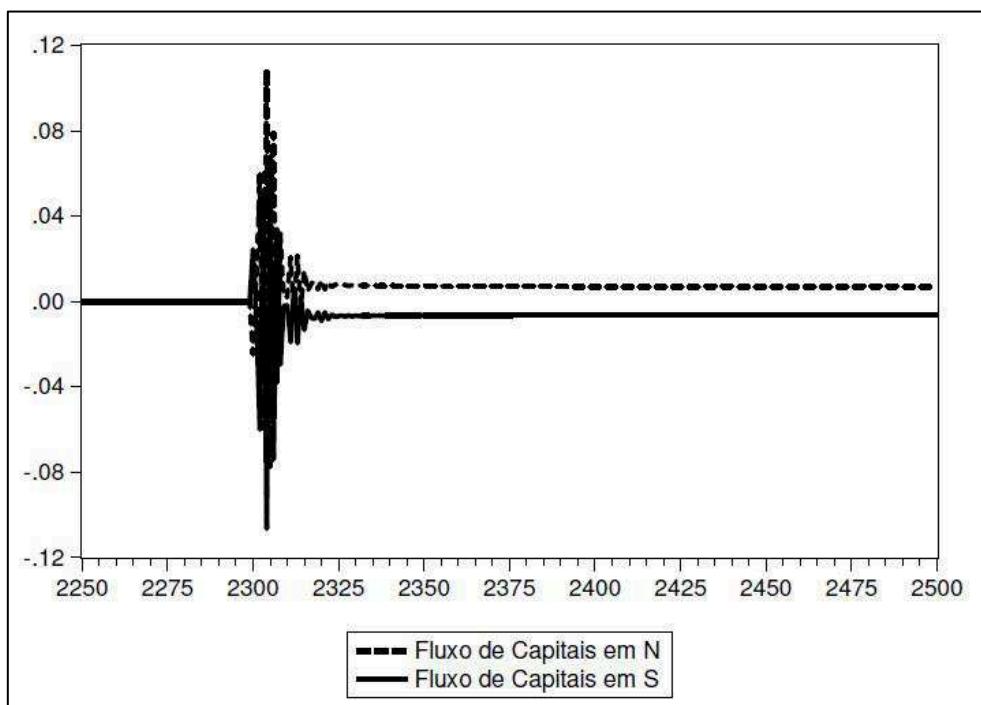
Dessa forma, a única possibilidade do trabalho foi avaliar curtas trajetórias temporais após choques estruturais (nas elasticidades) e novos estados estacionários para choques conjunturais.

### 5.7.1. Choque de Aumento permanente na taxa de Juros de N

Conforme descrito anteriormente, o momento do choque é após atingir o estado estacionário. Tendo sido alcançado, foi dado um choque de aumento permanente na taxa de Juros do país N (passou de 0,05% para 0,06%).

O primeiro efeito que percebido é que há uma mudança no fluxo de capitais, conforme pode ser visualizado na figura 6. Os fluxos se movimentam fruto do diferencial de juros gerado e indicadores de risco iguais. Os agentes realocam o seu portfólio da seguinte maneira: compram-se títulos públicos de igual risco que remunerem mais (efeito líquido descontando a expectativa cambial) no país com juros maior. Vendem-se as ações das empresas de N (onde a taxa de juros é mais alta) devido à expectativa do aumento do custo de financiamento e queda do *dividend yield* e compram-se ações das empresas de S (onde a taxa de juros é mais baixa) e a expectativa de *dividend yield* agora é mais alta (descontando-se o efeito de expectativa cambial).

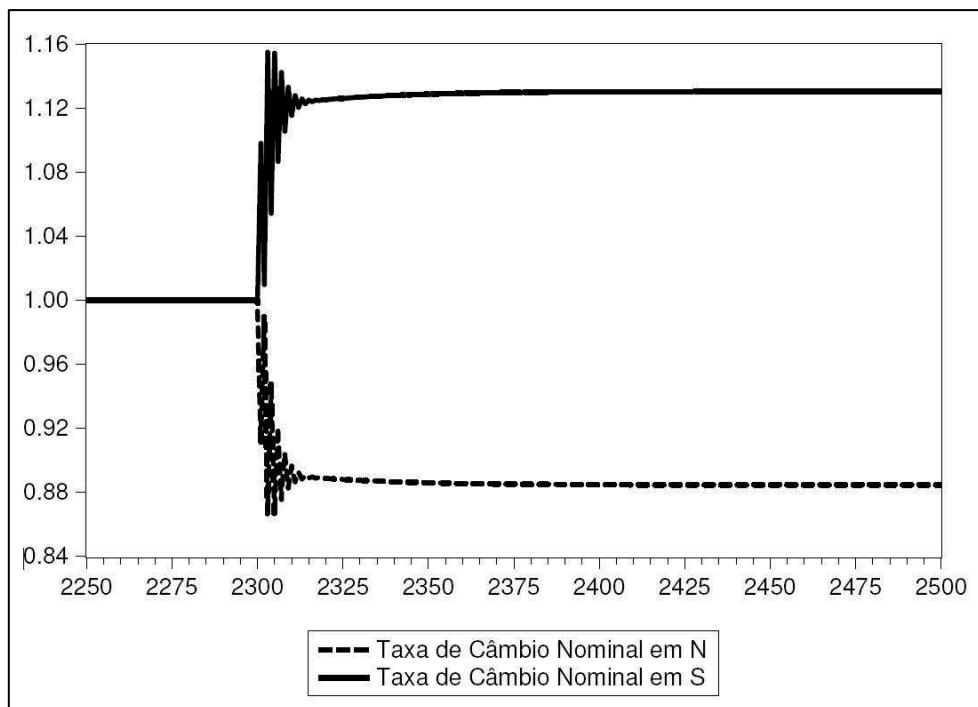
Figura 6: Fluxo de Capitais após choque de Juros em N.



Fonte: Elaboração Própria.

Esse movimento gera inicialmente uma apreciação cambial na taxa de câmbio de N e uma depreciação cambial na taxa de câmbio de S<sup>66</sup>, como pode ser visualizado na figura 7. Os fluxos de entrada se aceleram enquanto os indicadores risco público e privado compensam a mudança no portfólio. Em determinado ponto ele se estabiliza e converge para uma constante positiva de entrada. Cabe aqui o seguinte destaque: se não houvesse mensuração de risco no portfólio das famílias, os fluxos seriam instáveis e explosivos, uma vez que não haveria contrapeso para reduzir a aceleração de entrada e da apreciação cambial.

Figura 7: Taxa de Câmbio Nominal após choque de Juros em N



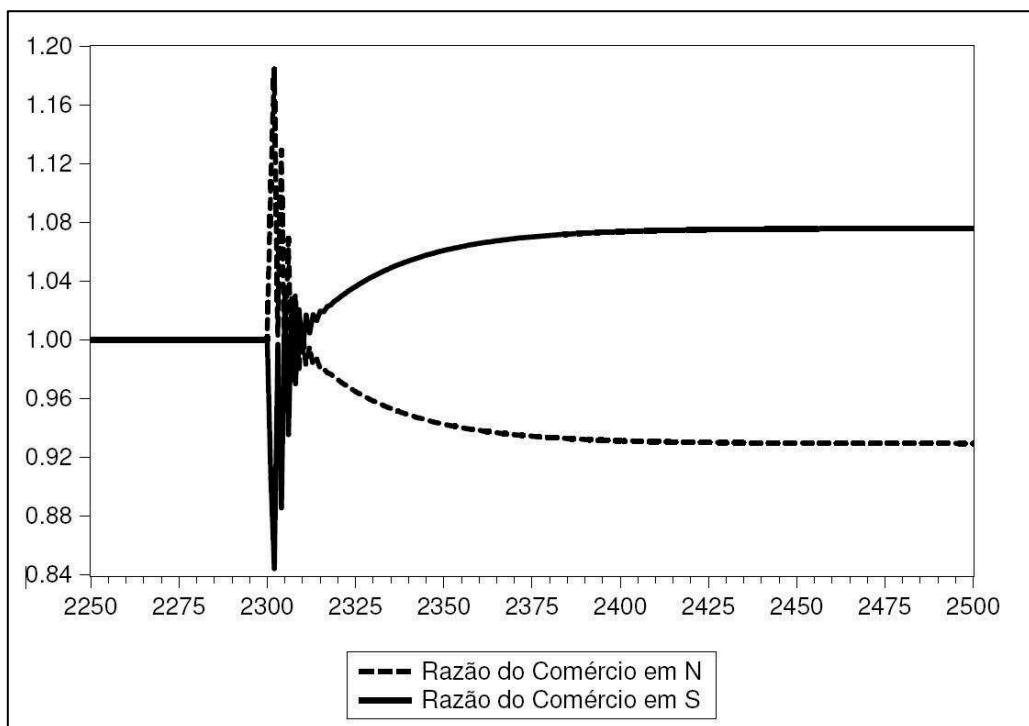
Fonte: Elaboração Própria.

Na sequência, como há apreciação cambial ocorrendo oriunda do movimento de entrada líquida de capitais, tem-se um efeito resultante na balança comercial. Quando comparados ao movimento dos fluxos e do câmbio, pode-se falar que o efeito na

<sup>66</sup> Para melhor visualizar,  $xr^N = p^S/p^N$  e  $xr^S = p^N/p^S$ .

balança comercial é mais lento devido ao efeito defasagem. Tendo que as importações e exportações de cada país são sensíveis à taxa de câmbio e dada a defasagem, tem-se a formação do efeito descrito na literatura como curva J na balança comercial<sup>67</sup>.

Figura 8: Razão do Comércio após choque de Juros em N.



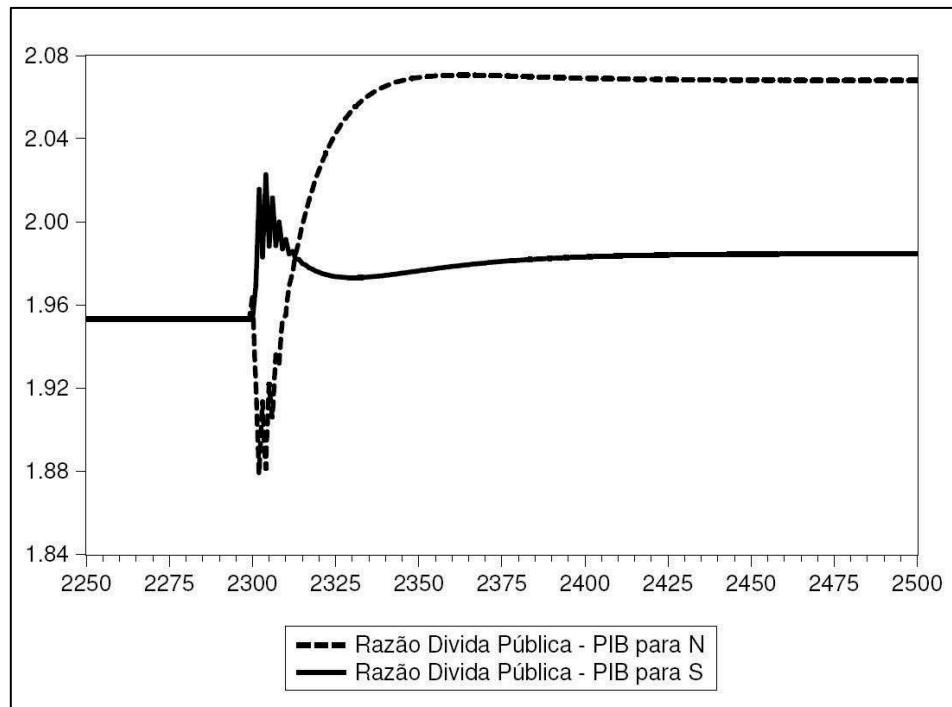
Fonte: Elaboração Própria.

O ponto então observado, é que após o choque definitivo, tem-se que ocorre o movimento de entrada de capitais em N (a saída S), a apreciação cambial em N (depreciação em S) e superávit comercial em S (déficit em N). O fato aqui é que não haverá retorno ao equilíbrio inicial. Os fluxos serão positivos no novo estado e não se acelerarão mais de modo que esses estejam atrelados à estabilidade da dívida de N, (ao qual não deverá ter mais crescimento do indicador de razão Dívida PIB). Outro freio ao sistema é o indicador da dívida do país onde ocorre à saída de capitais. Como há aumento líquido da Balança Comercial, tem-se o aumento da capacidade produtiva e

<sup>67</sup> No curto prazo o saldo da balança comercial piora frente a um choque de desvalorização do câmbio, aumentando após um período de tempo, conforme definido na condição de Marshall-Lerner. Essa rigidez no ajuste tanto de preço quanto de quantidades ocorre devido à existência de contratos de câmbio e do hiato necessário para o ajuste da capacidade produtiva, dado que há defasagem no processo de tomada de decisão dos agentes em relação à mudança da política cambial.

queda do indicador Dívida PIB (figura 9), esse é um contrapeso à saída explosiva de capitais. O câmbio, por sua vez, ficará valorizado para N e desvalorizado para S.

Figura 9: Indicadores de Risco da Dívida Pública após choque de Juros em N



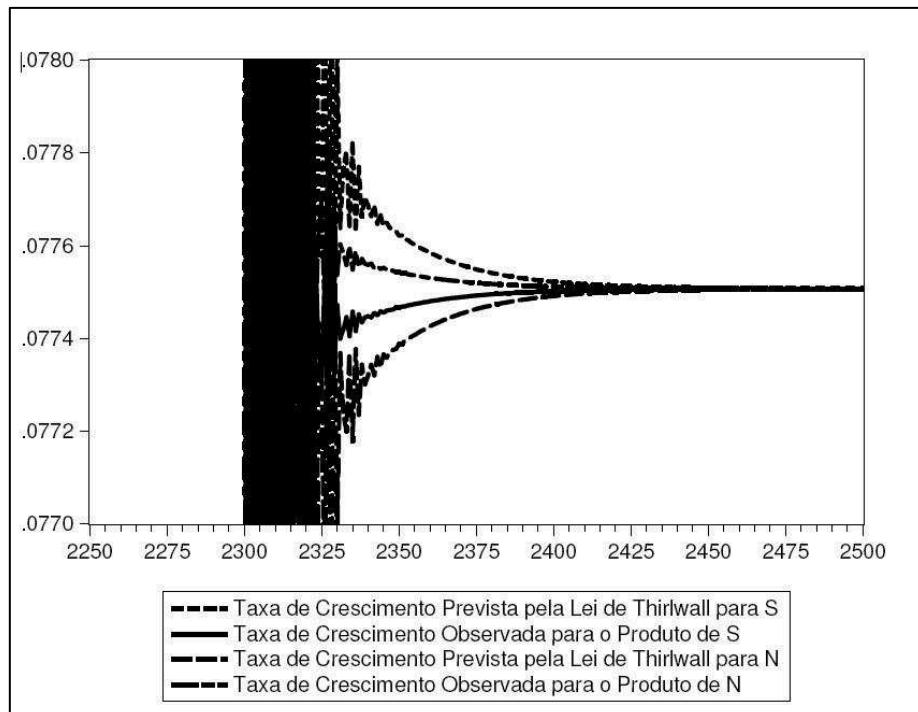
Fonte: Elaboração Própria.

Por derradeiro, tem-se a previsão de crescimento de longo prazo dado pela Lei de Thirlwall. Momentaneamente, tem-se um choque que modifica a dinâmica financeira entre os países e afeta a produção real da economia. Todavia, no longo prazo, observa-se um retorno assintótico do modelo<sup>68</sup> para a taxa de crescimento compatível com a LT. Conforme o esperado, um choque que modifique os preços relativos não gera uma condição suficiente para impedir a convergência do modelo para a taxa prevista de crescimento fornecida pela LT. A segunda característica que o modelo apresenta de importante destaque é que o choque de juros permitiu que no novo estado estacionário os fluxos de capitais sejam positivos para esse país. Todavia, a sua taxa de crescimento é zero. Nessa condição, o que temos é que o modelo volta para LT original e não

<sup>68</sup> O retorno assintótico do modelo é devido aos efeitos feedbacks que alimentam todos os canais comerciais e financeiros do modelo.

apresenta características como o a de Thirlwall e Hussain (1982) ou mesmo Moreno-Brid (1998-99 e 2003).

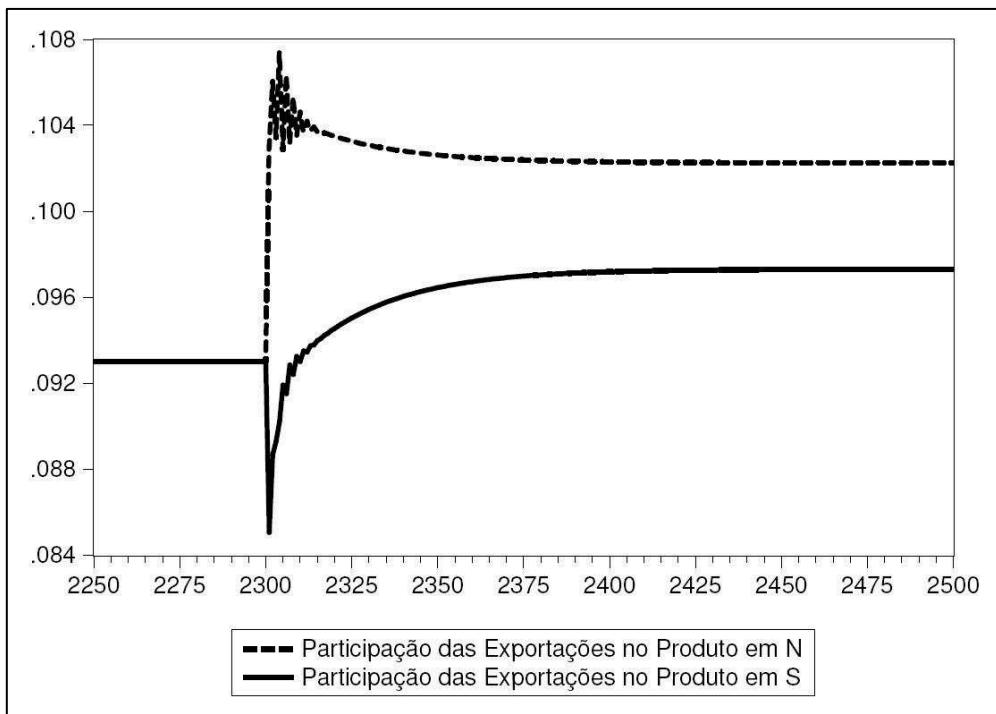
Figura 10: Crescimento Observado e Previsto após choque de Juros em N



Fonte: Elaboração Própria.

As taxas de crescimento entre Norte e Sul convergem todas para a mesma constante, uma vez que a taxa de crescimento das importações e das exportações de ambas as economias crescem a mesma taxa do produto. Todavia, o movimento inicial de aceleração desloca o nível do *share* de exportações para ambos países. Em S aumenta devido ao efeito comercial inicialmente causado pelo movimento da taxa de câmbio e em N devido ao efeito renda secundário obtido por *feedback* do crescimento do produto de S, conforme pode ser visualizado na figura 11.

Figura 11: Crescimento e Exportações após choque de Juros em N



Fonte: Elaboração Própria.

No modelo de Thirlwall e Hussain (1982) a variável fluxos de capitais é exógena e possui a sua taxa de crescimento positiva que modifica constantemente a taxa de crescimento que restringe o balanço de pagamentos. A conclusão do modelo é que a sua presença relaxa a taxa de crescimento da LT.

Não obstante, o trabalho de Moreno Brid (1998-99 e 2003) reformula o modelo ao colocar o modelo com fluxos sustentáveis (de maneira endógena). Ao fim, tem-se uma LT modificada para incorporar o crescimento sustentável da dívida interna do país.

O encontrado aqui no modelo é que todos os *feedbacks* existentes na economia jogam o modelo de volta para a taxa de crescimento condizente com LT. Como no caso desse choque a razão entre as elasticidades permanece em um, ambas se tornam iguais no longo prazo, independente do movimento permanente que é deixado pelos fluxos de capitais.

O resultado aqui encontrado corrobora com que fora afirmado no modelo Norte-Sul de McCombie (1993), todavia no modelo do autor não havia canais financeiros.

Dessa forma, o modelo SFC aqui descrito pode auxiliar a criar uma ponte entre os dois modelos.

### 5.7.2. Choque permanente nas elasticidades renda das importações de S e N

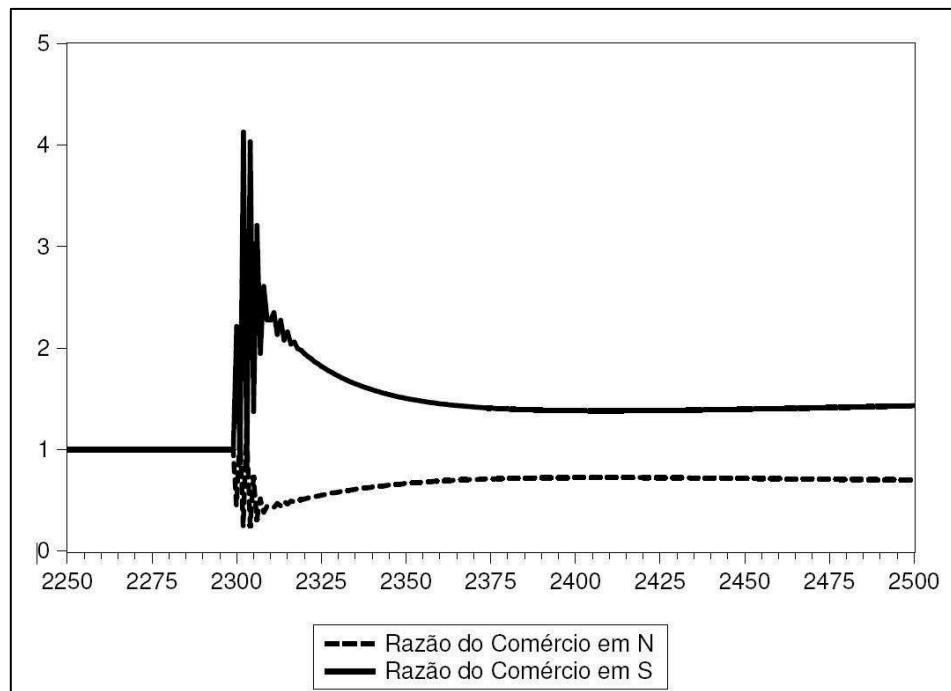
Dois choques permanentes são dados simultaneamente no modelo. O primeiro é o de queda na elasticidade-renda das importações de S (de 1,00 para 0,97), o que também significa queda na elasticidade-renda das exportações de N. O outro choque é o de aumento da elasticidade-renda das importações de N (de 1,00 para 1,03). Esse choque também significa aumento na elasticidade-renda das exportações de S. Pode-se falar que a mudança na elasticidade-renda é uma mudança estrutural na economia, porque pode ser oriunda de uma mudança de preferências entre os agentes ou do tipo de bem que é produzido<sup>69</sup>.

A mudança simultânea nas elasticidades gera no período imediato mudança no canal do comércio exterior. O país de S passa a ser superavitário continuamente e o país de N deficitário continuamente. Ocorre que agora há uma pressão no lado de oferta de divisas de S. Dado que a taxa de câmbio é flutuante, o câmbio nominal de S se aprecia ( $xr^S \uparrow$ ). Isso pode ser visualizado através das figuras 11 e 12.

---

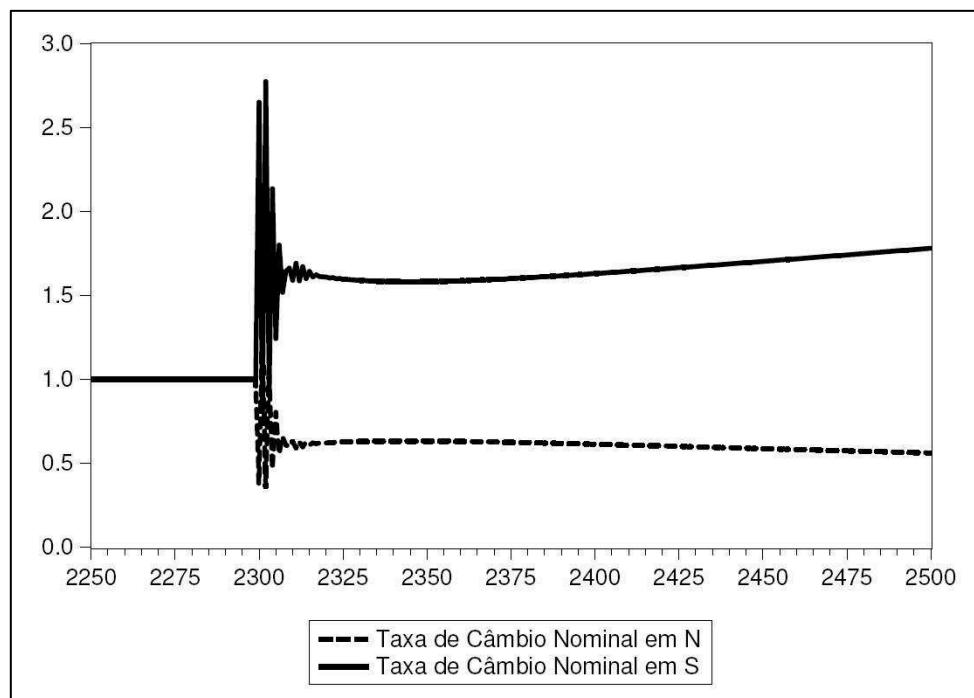
<sup>69</sup> Conforme Barbosa-Filho (2001), uma das hipóteses do modelo de Thirlwall é que sejam produzidos bens que são substitutos imperfeitos um do outro para serem transacionados entre os países.

Figura 12: Razão do Comércio após choque na elasticidade-renda de N e S.



Fonte: Elaboração Própria.

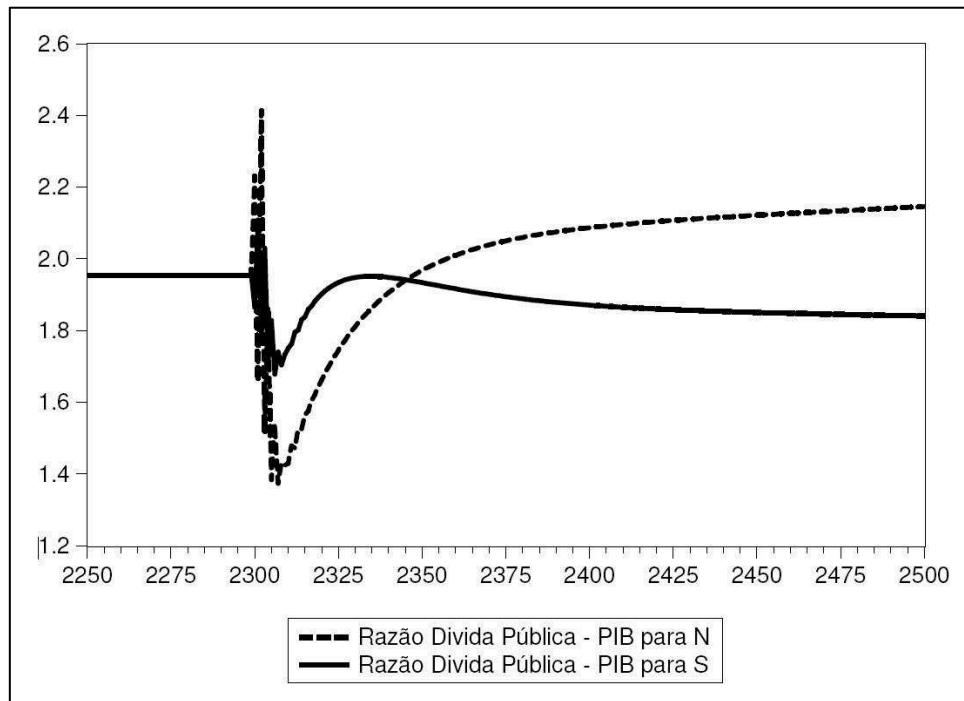
Figura 13: Taxa de Câmbio após choque na elasticidade-renda de N e S.



Fonte: Elaboração Própria.

Em um segundo momento, o impacto do superávit comercial em S, ( $BC^S \uparrow$ ), impacta a curva de utilização da capacidade produtiva de S, ( $u^S \uparrow$ ). Seu aumento melhora os indicadores de endividamento de S, o que gera um incentivo para a realocação de ativos nos portfólios das famílias de S e de N. Na condição de melhoria fiscal de S, as famílias de N passam a demandar mais títulos de S e as famílias de S passam a demandar menos títulos de N. Isso tudo pode ser verificado ao observar a figura (11), que mostra os constantes superávits que se renovam a cada período<sup>70</sup>, através da figura (13) com os indicadores da dívida, que mostram que a trajetória da dívida se torna crescente para N e decrescente para S.

Figura 14: Indicador da Dívida Pública após choque na elasticidade-renda de N e S.



Fonte: Elaboração Própria.

O resultado encontrado já era esperado. Percebe-se que o efeito dominante sobre a balança comercial é o efeito renda. A apreciação cambial resultante não é capaz de eliminar superávits futuros, de modo que a razão comercial de S é apenas estabilizada pelo efeito de entrada dos fluxos de capitais e pela queda da utilização da capacidade

<sup>70</sup>.

produtiva de N. Isso vai de encontro à discussão dos pressupostos teóricos formulados por Barbosa-Filho (2001) sobre a necessidade do ajuste na BP se dar tanto pelo ajuste na renda quanto na taxa de câmbio:

“[...] Dada uma taxa de crescimento da renda externa e um conjunto de parâmetros, a equação (4) implica um ajuste de  $\hat{q}_h$ ,  $\hat{r}$  ou ambos. De acordo com a Lei de Thirlwall o ajuste é feito completamente na taxa de crescimento doméstica porque no longo prazo, a taxa real de câmbio não varia, ( $\hat{r} = 0$ ), ou não importa, ( $\alpha + \gamma = 1$ ). ”

Embora haja o debate sobre a validade empírica, as implicações da Lei de Thirlwall são claras. Enquanto os modelos neoclássicos definem que o ajuste se dá pela taxa de câmbio real e a taxa de crescimento da economia é determinada pelo lado da oferta. Todavia, se (4) é um restrição relevante para o longo prazo, o ajuste necessariamente precisa vir através dos preços relativos. Tendo sido construído através do multiplicador do comércio de Harrod (1933), Thirlwall (1979) se aproximou por completo do lado da demanda.

Uma alternativa intermediária é o ajuste na quantidade e nos preços relativos, onde, o país doméstico usa sua política macroeconômica para controlar não somente o crescimento, mas também a taxa de câmbio real. Isso ao fim implica um manejo ativo de demanda que é perfeitamente compatível com o modelo original e com a abordagem “*Demand-Led.*” [tradução nossa] (BARBOSA-FILHO, 2001, p.5-6).

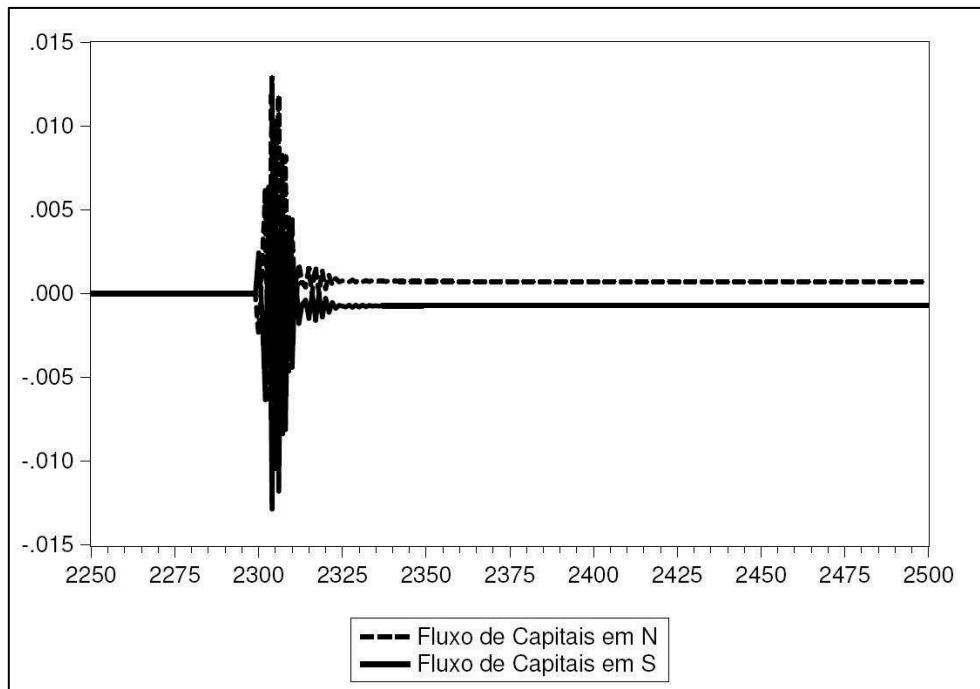
O que estava sendo discutido por Barbosa-Filho (2001) no trecho supracitado é que é de alguma maneira o país deve administrar os elementos da demanda agregada e do câmbio real para que o crescimento seja sustentável. O ponto é que, como em nosso modelo não há nenhuma equação que faça esse manejo, a trajetória encontrada é de crescimento insustentável do ponto de vista matemático e econômico.

Todavia, do ponto de vista da análise realizada, nos interessa olhar a formação dessa trajetória inicial insustentável. A taxa de câmbio de N segue apreciação contínua ( $xr^N \uparrow$ ), a de S uma depreciação contínua ( $xr^S \downarrow$ ). A razão para tal é que o movimento de entrada de capitais e da balança de serviços resultante não é suficiente para neutralizar a moeda frente aos superávits contínuos.

Os fluxos de capitais convergem para uma constante positiva no país N e negativa no país S. Apesar de não haver diferencial de juros entre os países, ela ocorre justamente devido a mudança nos indicadores fiscais. A demanda se desloca para a compra de títulos com melhor indicador em detrimento do pior. Isso nos indica que a sua taxa de crescimento é zero e estamos lidando com o caso de Thirlwall original no

qual os Fluxos de Capitais não relaxam a taxa de crescimento prevista. Isso pode ser observado na figura (14).

Figura 15: Fluxos de capitais após choque na elasticidade-renda de N e S.

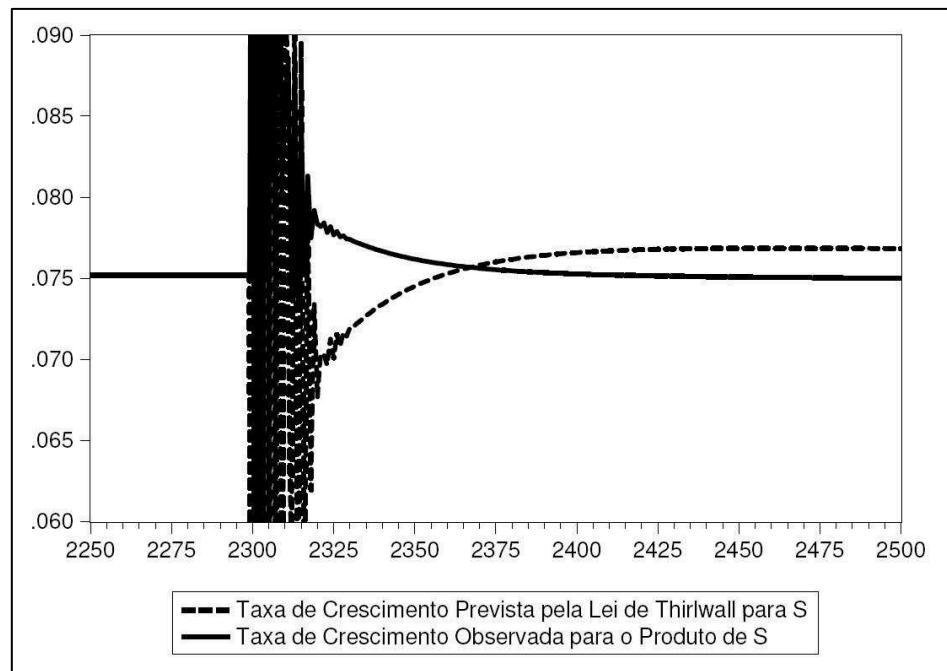


Fonte: Elaboração Própria.

Outro ponto observado que cabe destaque é que a razão do comércio aparenta ser estável em um primeiro momento, mas na sequência ela também toma a trajetória explosiva, conforme pode ser visualizado na figura (11). O mesmo ocorre com os indicadores fiscais apresentados na figura (13).

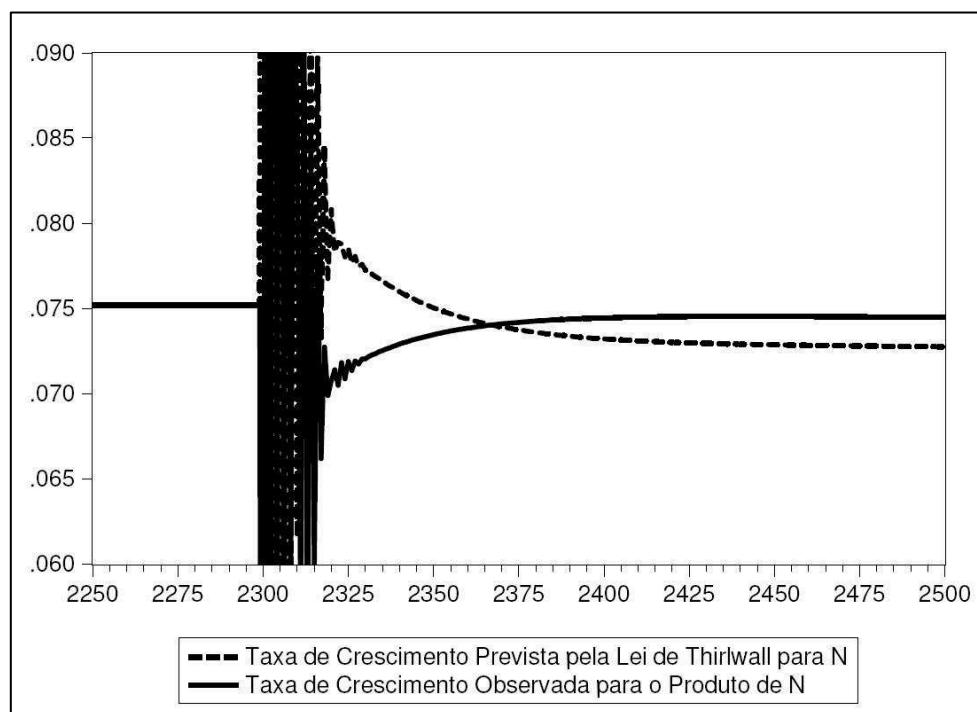
Por fim, tem-se o resultado mais importante do modelo. No estado estacionário, temos que a taxa de crescimento prevista pela Lei de Thirlwall não converge para a taxa de crescimento observada dos países N e S, conforme pode ser visualizado na figura (16) e (17).

Figura 16: LT e Taxa de Crescimento após choque na elasticidade-renda de N e S.



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 17: Taxas de Crescimento após choque na elasticidade-renda de N e S.



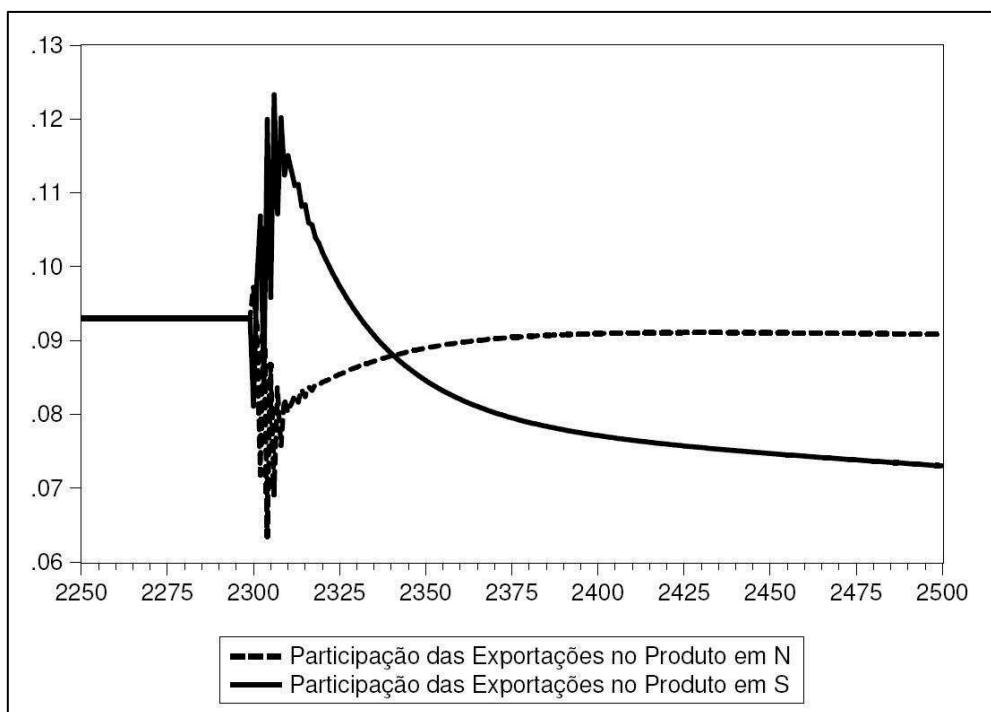
Fonte: Elaboração Própria.

Choques de mudança nas elasticidades-renda das exportações geram mudança na taxa de crescimento das exportações e das importações. Se tivermos que o efeito preço seja tomado como constante, nota-se que o valor da elasticidade definirá a taxa de crescimento das importações e das exportações, caso a taxa de crescimento do parceiro seja tomada como constante. No caso, especificamente das importações tem-se que: caso o valor dela seja superior a um, haverá um que há crescimento superior ao produto. Se for um, a taxa de crescimento igual a do produto. Se for menor que um, tem-se crescimento abaixo do produto.

Todavia, em um modelo onde as taxas de crescimento são calculadas endogenamente, nota-se que a mudança estrutural proporciona o crescimento, desde que a magnitude da desaceleração do parceiro não seja grande o suficiente para impedir isso. Ocorre que na condição de simetria, ambos os países possuem tamanho igual e o efeito de desaceleração sobrepuja ao efeito de mudança estrutural. Por essa razão, o país N tem uma taxa de crescimento prevista pela LT inferior ao seu crescimento observado e o país S tem uma taxa superior ao seu crescimento observado.

Isso ocorre porque quando observa-se o choque sendo dado simultaneamente, tem-se duas situações ocorrendo de imediato. A primeira é que a utilização da capacidade de S sobe, ( $u^S \uparrow$ ), e a de N cai, ( $u^N \downarrow$ ). Uma queda da utilização da capacidade do seu parceiro gera uma taxa de investimento menor e alimenta uma desaceleração da taxa de crescimento da economia de N.

Figura 18: Participação das Exportações após choque na elasticidade-renda de N e S.



Fonte: Elaboração Própria.

Por fim, tendo em vista o resultado encontrado, pode-se falar que a estratégia de crescimento impulsionada pelas exportações pode não ser a estratégia adequada para grandes países, uma vez que a desaceleração do comércio dos parceiros comerciais gera consequências não depressíveis para o país local. Todavia, o último teste feito foi modificar os tamanho dos países que transacionam entre si e ver sob que condições há a convergência para a LT. Isso está apresentado com os resultados da tabela 5.

A tabela 5 mostra as seguintes colunas: número do ensaio, razão entre o PIB do mundo e o do país local, razão entre as elasticidades, taxa de crescimento prevista inicialmente pela LT, taxa de crescimento prevista para a LT no novo estado estacionário, taxa de crescimento observada do país local no novo estado estacionário, taxa de crescimento observado pelo mundo inicialmente e a taxa de crescimento final observada para o Mundo.

Tabela 5: Taxas de Crescimento e Razão do Produto

#	Y_W/Y_Local	Razão das Elasticidades	LT 1	LT 2	g_Y_Local	g_Y_W Inicial	g_Y_W Final
1	1,00	1,20	9,00%	7,26%	6,95%	7,50%	6,05%
2	1,10	1,20	9,00%	7,48%	6,99%	7,50%	6,23%
3	1,25	1,20	9,00%	7,58%	7,10%	7,50%	6,32%
4	1,50	1,20	9,00%	7,81%	7,14%	7,50%	6,51%
5	2,00	1,20	9,00%	8,32%	7,64%	7,50%	6,93%
6	4,00	1,20	9,00%	8,55%	7,98%	7,50%	7,13%
7	8,00	1,20	9,00%	8,69%	8,37%	7,50%	7,24%
8	16,00	1,20	9,00%	8,93%	8,45%	7,50%	7,44%
9	32,00	1,20	9,00%	8,99%	8,82%	7,50%	7,49%
10	64,00	1,20	9,00%	8,99%	8,99%	7,50%	7,50%

Fonte: Elaboração Própria.

Os resultados apontam que à medida que a variável razão do tamanho do mundo em relação ao parceiro local cresce, tem-se a convergência da taxa de crescimento observada do país local para a taxa condizente com a LT e o mundo se desaquecendo menos pelo efeito de superávit comercial no país local.

### 5.8. Conclusão

O presente trabalho apresentou um modelo de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos em uma estrutura SFC. O modelo foi desenhado em um formato Norte-Sul de modo a possuir uma relação entre os setores, comércio entre as empresas, troca de fluxos de capitais em regime de câmbio flutuante.

O modelo foi calibrado de forma simétrica entre os países e assim foram analisadas suas propriedades básicas. Quando simétricos, os países apresentam trajetória estável da dívida, subutilização da capacidade produtiva, câmbio flutuante (inerte em 1), taxa de inflação abaixo do crescimento nominal da economia, e como resultado da condição simétrica os fluxos de capitais ficam zerados, uma vez que não há diferença entre os países em termos de endividamento, taxa de juros e preferência do portfólio dos agentes. Um ponto que trouxe destaque é que dada as condições iniciais, o país tem convergência entre a taxa de crescimento observada da economia e a taxa de crescimento prevista pela Lei de Thirlwall.

Em um segundo momento, foram dados choques na taxa de juros de um dos países (aumento na taxa de juros de N), tivemos movimento de fluxos de capitais em direção a N (saída de S), apreciação cambial para N, e déficit comercial em N. Isso tudo sofreu o contrapeso de aumento do endividamento de N o que fez com que os fluxos não apresentassem comportamento explosivo. O modelo passa a convergir para um novo repouso de crescimento onde N tem câmbio apreciado, déficit comercial e fluxo de capitais positivos. O S teve câmbio depreciado, superávit comercial e fluxo negativo. Neste novo equilíbrio houve convergência entre a taxa de crescimento prevista pela LT e a observada na economia.

Em um terceiro momento ocorre um choque de aumento na elasticidade renda das importações de N e queda na elasticidade renda das exportações de N. No novo equilíbrio tem-se um movimento de apreciação cambial em N e depreciação em S, Fluxo de Capitais negativos em N e positivos em S e endividamento crescente de modo a não ser freado por nenhuma variável do modelo (trajetória explosiva).

O modelo então apresentado forneceu alguns pontos relevantes de comunicação existente entre a literatura dos modelos de crescimento restrito pelo balanço de pagamentos e suas limitações quando analisado na forma de dois países. Alguns dos pressupostos dessa literatura só funcionam bem quando o país estudado é pequeno o suficiente para não gerar *feedbacks* grandes no mercado de comércio internacional. Quando isso é levado em conta, é possível perceber que há trajetórias explosivas que incompatibilizam o modelo com possibilidades de crescimento ilimitado. Quando são apresentadas elasticidades superiores à unidade, dado o formato não linear das funções especificadas por Thirlwall, observa-se que ocorre mudança da participação das exportações e ou importações no produto. Em um modelo Norte e Sul se ambos os países partes de valores superiores à unidade, o modelo explode e não há resultado possível. Se inferiores, o comércio perde importância com o tempo e se iguais à unidade eles crescem a mesma taxa.

Entre os movimentos observados para a mudança nas elasticidades, percebeu-se que para o país no qual houvesse um aumento da razão das elasticidades, a taxa de crescimento prevista era superior à observada e para o que a razão das elasticidades era diminuída, a taxa de crescimento observada era superior a prevista. A razão é que quando a taxa de crescimento do parceiro é levada em conta (e não considerada

exógena), temos que concomitante a mudança das elasticidades, temos a mudança na taxa de crescimento do parceiro. Na sequência, testes nos quais se modificaram o tamanho do PIB do parceiro comercial em relação ao país local para minimizar o efeito de *feedbacks* trouxeram novos resultados. Esses apontam que o crescimento puxado pelas exportações é uma estratégia viável para países pequenos e superestimada para países grandes uma vez que esses podem gerar o arrefecimento da taxa de crescimento do mundo. Esse é o caso de países como a China, Alemanha e Estados Unidos. Dessa forma, o trabalho então ajuda a responder a lacuna existente entre a convergência do modelo e o tamanho do país.

Os resultados alcançados pelo artigo abrem possibilidade de uma agenda futura de investigações para verificar a permanência dos resultados obtidos. Nesse sentido, deve ser testada a hipótese de o mundo ser composto por três economias, sendo uma puxada pela demanda interna e tendo a sua moeda como moeda para transações comerciais e trocas de fluxos financeiros entre as três economias (imitando a economia Norte Americana). Além disso, as duas demais economias devem ser puxadas pelas exportações (*Export-led Economies*). Essa hipótese se testada e mantida os resultados pode apontar para a robustez da evidência já encontrada no presente trabalho.

## Referências Bibliográficas

- ALLEYNE, D. FRANCIS, A. *Balance of Payments-Constrained Growth in Developing Countries: A Theoretical Perspective*. Metroeconomica, v.59, n.2, p. 189-202. 2007.
- ARAÚJO, C. R. V. *Michal Kalecki (1899-1970)*. In: ARAÚJO, C. R. V. *História do Pensamento Econômico: Uma abordagem introdutória*. São Paulo: Atlas, Cap. 14, p. 137-157, 1995.
- ARAUJO, R. A.; LIMA, G. T. *A structural economic dynamics approach to balance of payments-constrained growth*, Cambridge Journal of Economics, v.31, n.5, p.755-774. 2007.
- ARAUJO, R. A. *Efeitos de variações cambiais em uma abordagem de dinâmica de mudança estrutural à teoria do crescimento restrito pelo balanço de pagamentos*. Economia e Sociedade (UNICAMP. Impresso), v.21, p.585-606. 2012.
- ARAUJO, R. A.; DRUMOND, C. E. I.; JESUS, C. *An Empirical Test of the Post-Kaleckian Model applied to functional income distribution and long-run growth regime in Brazil*. International Review of Applied Economics (Online). 2017. No prelo.
- ARAÚJO, E.; GALA, P. *Regimes de crescimento econômico no Brasil: evidências empíricas e implicações de política*. Estudos Avançados, v.26 n.75, p. 41-56. 2012.
- ARESTIS, P., SAWYER, MC. *Monetary policy when money is endogenous*, In: Complexity, Endogenous Money and Macroeconomic Theory: Essays in Honour of Basil J.Moore, p. 221-235, 2006.
- BARAN, A. B.; SWEEZY, P. M. *Monopoly Capital* (New York: Monthly Review Press), 1966.
- BARBOSA-FILHO, N. *The balance-of-payments constraint: from balanced trade to sustainable debt*. Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review. v.54, n.219, p. 381-400, 2001.
- \_\_\_\_\_. *International Liquidity and growth in Brazil*. CEPA Working Paper, New School University. 2002.

\_\_\_\_\_. *Growth, exchange rate and trade in Brazil: a structuralist post-Keynesian approach*. Nova Economia, v.14, n.2, 59-86. 2004.

BASÍLIO, F. A. C.; OREIRO, J. L. *Wage-led ou profit-led? Análise das estratégias de crescimento das economias sob o regime de metas de inflação, câmbio flexível, mobilidade de capitais e endividamento externo*. Economia e Sociedade, v.24, n.1. p. 29-56, 2015.

BHADURI, A.; MARGLIN, S. *Unemployment and the real wage: the economic basis for contesting political ideologies*. Cambridge Journal of Economics, v.14, p. 375-393, 1990.

BLECKER, R. A. *Kaleckian macro models for open economies*, In: J. Deprez and J. T. Harvey (eds), Foundations of International Economics: Post Keynesian Perspectives, London: Routledge, p. 116-49. 1999.

\_\_\_\_\_. “Distribution, Demand and Growth in Neo-Kaleckian Macro Models” In MARK SETTERFIRELD (ed.), Demand-Led Growth: Challenging the Supply-Side Vision of the Long Run, Northhampton MA: Edward Elgar. 2002.

\_\_\_\_\_. Open economy models of distribution and growth. Working Papers 2010-3. American University, Department of Economics, 2010.

CALVO, G. A. *Staggered prices in a utility maximising framework*. Journal of Monetary Economics, v. 12, n. 3, p. 383-398, 1983.

CARLIN, W; SOSKICE, D. *Macroeconomics: imperfections, institutions and policies*. Oxford University Press: Oxford. 2006.

CAVERZASI, E.; GODIN, A. *Post-Keynesian stock-flow-consistent modelling: a survey*. Cambridge Journal of Economics, v. 39, n.1. p. 157-187, 2014.

CHRISTOPHER, J.; RAMEY, A. V. *The Cyclical Behavior of the Price-Cost Markup*. NBER Working Paper No 19099. 2013.

CIUFFO, B.; ROSENBAUM, E. *Comparative numerical analysis of two stock-flow consistent post-Keynesian growth models*. European Journal of Economics and Economic Policies: Intervention, v. 12, n. 1, p. 113-134, 2015.

DE GRAUWE, P.; GRIMALDI, M. *The Exchange rate in a Behavioral Finance Framework*, Woodstock, UK: Princeton University Press. 2006.

DOMAR, E. D. Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. *Econometrica*, v.14, n.2, p.137-147, 1946.

DOS SANTOS, C. H. *A Stock-Flow Consistent General Framework for Formal Minskian Analyses of Closed Economies*. *Journal of Post Keynesian Economics*, v. 27, n. 4, p. 711-35, 2005.

DOS SANTOS, C. H.; ZEZZA, G. *A simplified, ‘Benchmark’, Stock-Flow Consistent Post-Keynesian Growth Model*. *Metroeconomia*. v.59, n.3; p.441-478, 2008.

DRUMMOND, C. E. I. Metas de Inflação, Crescimento e Estabilidade: Uma abordagem Pós-keynesiana para Economia Aberta. Dissertação de Mestrado em Economia, UFPR. Universidade Federal do Paraná. 2011.

DRUMOND, C. E. I.; PORCILE, G. *Inflation targeting in a developing economy: policy rules, growth, and stability*. *Journal of Post Keynesian Economics*, v. 35, p. 137, 2012.

DRUMOND, C. E. I.; DE JESUS, C. S. *Monetary and fiscal policy interactions in a post Keynesian open-economy model*. *Journal of Post Keynesian Economics*, v. 39, p. 172-186, 2016.

DUTT, A. Stagnation, income distribution and monopoly power. *Cambridge Journal of Economics*. v. 8, p. 25-40, 1984.

\_\_\_\_\_. “*On the long run stability of capitalist economies: implications of a model of growth and distribution*” in DUTT, A.K (ed.) *New Directions in Analytical Political Economy*. Edward Elgar: Aldershot, 1994.

EICHNER, A. S. *The Megacorp and Oligopoly: Micro Foundations of Macro Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK. 1976.

ELAYDI, S. *An Introduction to Difference Equations*. Nova Iorque. Springer. 2005.

FOLEY, D. K. *Financial Fragility in Developing Economies*. New York: New School University, Jun. 7. 2001.

FREITAS, P. M. R.; CAVALCANTI FILHO, P. F. M. B. Um modelo Thirlwall-Hussain-Minskyano para o crescimento de economias abertas sob fragilidade financeira. XII Encontro Nacional de Economia Política, 2007. São Paulo. Anais do XII Encontro Nacional de Economia Política. São Paulo. 2007.

GABRIEL, L F.; OREIRO, J. L. C.; JAYME JUNIOR, F. G. *A North-South Model of Economic Growth, Technological Gap, Structural Change and Real Exchange Rate*. Structural Change and Economic Dynamics, v. 38, p. 83-94, 2016.

GANDOLFO, G. *Economic Dynamics*. 4<sup>th</sup> Edition. Springer. 2009.

GODIN, A.; ALITI, G. T. KINSELLA, S. Method to Simultaneously Determine Stock, Flow and Parameter Values in Large Stock-Flow Consistent Models. Working Paper. 2017.

GODLEY, W. *Money and credit in a Keynesian model of income determination*. Cambridge Journal of Economics, v. 23, n. 4, p. 393-411, 1999.

\_\_\_\_\_. *Money, finance and national income determination: an integrated approach*. Levy Economics Institute, Working Paper 167, jun. 1996.

GODLEY, W.; CRIPPS, F. *Macroeconomics*. Oxford University Press, 1983.

GODLEY, W.; LAVOIE, M. *Fiscal policy in a stock-flow consistent (SFC) model*. Journal of Post Keynesian Economics, v. 30, n.1, p. 79-100, 2007a.

\_\_\_\_\_. *Monetary economics: an integrated approach to credit, money, income, production and wealth*. 1a ed. Nova York: Palgrave Macmillan, 2007b.

GRASSELLI, M.; PELNOVSKY, D. *Numerical Mathematics*. Jones & Bartlett Learning. 2008.

HARCOURT, G., KENYON, P. *Prices and investment decision*, Kyklos, v.29, p.449–77, 1976.

HARROD, R.F. *An essay in dynamic theory*, The Economic Journal, v.49 p.14-33, 1939.

HEIN, E. *Interest, debt and capital accumulation – a Kaleckian approach*, International Review of Applied Economics, v.20, p.337–52, 2006.

\_\_\_\_\_. *Interest rate, debt, distribution and capital accumulation in a post- Kaleckian model*, Metroeconomica, v.57, p.310–39, 2007.

- \_\_\_\_\_. *Money, Distribution Conflict and Capital Accumulation. Contributions to 'Monetary Analysis'*. (Basingstoke, UK: Palgrave Macmillan), 2008a.
- \_\_\_\_\_. *A Keynesian perspective on “financialisation”*, em P. Arestis and M. Sawyer (eds), 21st Century Keynesian Economics International Papers in Political Economy (Basingstoke, UK: Palgrave Macmillan), 2010a.
- \_\_\_\_\_. *Shareholder value orientation, distribution and growth – short and medium-run effects in a Kaleckian model*, *Metroeconomica*, v.61, p.302–32, 2010b.
- \_\_\_\_\_. *The Macroeconomics of Finance-dominated Capitalism - and its Crisis*. Edward Elgar Publishing Limited. Massachusetts, EUA. 2012.
- \_\_\_\_\_. Distribution and growth after Keynes: A Post-Keynesian Guide. Cheltenham, UK, Edward Elgar. 2014.
- HEIN, E.; LAVOIE, M.; TRECK, T. *Some Instability Puzzles in Kaleckian Models of Growth and Distribution: A Critical Survey*. Cambridge Journal of Economics, v. 35, n.3, p. 587-612, 2011.
- HEIN, E., VAN TREECK, T. “*Financialisation*” and rising shareholder power in *Kaleckian/Post-Kaleckian models of distribution and growth*, *Review of Political Economy*, v.22, p. 205–33, 2010a.
- \_\_\_\_\_. “*Financialisation*” in Post- Keynesian models of distribution and growth – a systematic review, In M. Setterfield (ed.), *Handbook of Alternative Theories of Economic Growth* (Cheltenham, UK and Northampton, MA, USA: Edward Elgar), 2010b.
- IOANNOU, S. *Sovereign ratings, macroeconomic dynamics, and fiscal policy. Interactions within a stock flow consistent framework*. *Metroeconomica*, v.68 p. 1-27, 2017.
- JESUS, C. S.; ARAUJO, R. A.; DRUMOND, C. E. I. *An Empirical Test of the Post-Kaleckian Model applied to functional income distribution and long-run growth regime in Brazil*. International Review of Applied Economics (Online), 2017. No prelo.
- KALDOR, N. *The case for regional policies*. Scottish Journal of Political Economy, v. 17, n.3, Novembro, p. 337-48, 1970.

KALDOR, N. *A model of economic growth*. The Economic Journal. v.67, p. 591-624, 1956.

KALECKI, M. *Theory of Economic Dynamics*. Allen & Unwin, Londres. 1954.

\_\_\_\_\_. Class Struggle and the Distribution of National Income, v.24, n.1, p. 1-9, 1971.

\_\_\_\_\_. *Luta de Classes e Distribuição da Renda Nacional* in: Crescimento e Ciclo das Economias Capitalistas (org.) Miglioli, J., São Paulo, HUCITEC. 1977a.

\_\_\_\_\_. O Mecanismo de Recuperação Econômica in: Crescimento e Ciclo das Economias Capitalistas (org.) Miglioli, J., São Paulo, HUCITEC. 1977b.

\_\_\_\_\_. Salário Nominais e Reais in: Crescimento e Ciclo das Economias Capitalistas. 1977c.

\_\_\_\_\_. Teoria da Dinâmica Econômica, Os Pensadores, São Paulo: Abril Cultural. 1985

KEYNES, J. M. *A teoria geral do emprego, do juro e da moeda*. São Paulo: Atlas. 1982.

\_\_\_\_\_. *Essays in Persuasion*. Londres: MacMillan (The Collected Writings of John Maynard Keynes), v. 9, 1972.

KINSELLA, S.; O'SHEA, T. *Solution and Simulation of Large Stock Flow Consistent Monetary Production Models via Gauss Seidel Algorithm*. Journal of Policy Modeling. 2017, No Prelo.

LAVOIE, M. *Foundations of Post Keynesian Economic Analysis*, Aldershot, Brookfield: Edward Elgar, 1992.

\_\_\_\_\_. *A post-classical view of money, interest, growth and distribution*, in G. MONGIOVI e C. RÜHL (eds). *Macroeconomic Theory: Diversity and Convergence*, Cambridge, UK. Cambridge Press. 1993.

\_\_\_\_\_. *Cadrisme within a Post-Keynesian model of growth and distribution*, Review of Political Economy, v.21, p.369–91, 2009.

LAVOIE, M.; GODLEY, W. *Kaleckian Models of Growth in a Coherent Stock-Flow Monetary Framework: A Kaldorian View*. Journal of Post Keynesian Economics, v. 24, n. 2, p. 277-311, 2001.

\_\_\_\_\_. *Kaleckian models of growth in a coherent stock-flow monetary framework: a Kaldorian view*. Journal of Post Keynesian Economics, v. 24, n. 2, p. 277-311, 2011.

LIMA, G.T. *Market concentration and technological innovation in a dynamic model of growth and distribution*, Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review, v.53, p.447–75, 2000.

LIMA, G. T.; SETTERFIELD, M. *Inflation Targeting and Macroeconomic Stability in a Post Keynesian Economy*. Journal of Post Keynesian Economics, v. 30, p. 435-461, 2008.

\_\_\_\_\_. *Pricing behavior and the cost-push channel of monetary policy*, Review of Political Economy, v.22, p.19–40, 2010.

LÓPEZ, G. J.; MARTÍN, P. A.; ASSOUS, M. *Michal Kalecki, um pioneiro da teoria econômica do desenvolvimento*. Revista de Economia Política, v.29, n.2, p.191-211. 2009.

MACEDO E SILVA, A. C. *Missing Details and Conspicuous Absences: From the Treatise to the "General Theory"*. Journal of Post Keynesian Economics, v. 31, n. 2, p. 325-44, 2008.

MACEDO E SILVA, A. C.; DOS SANTOS, C. H. *Peering over the edge of the short period? The Keynesian roots of stock-flow consistent macroeconomic models*. Cambridge Journal of Economics, v.35, p. 105-124, 2011.

MARGLIN, S. A., BHADURI, A. *Profit Squeeze and Keynesian Theory*, In Marglin, S. A. & Schor, J. B. (eds.) *The Golden Age of Capitalism*, Oxford University Press. 1990.

MAZZI, C. T. *Um modelo stock-flow consistent (SFC) com crescimento restrito pelo balance de pagamentos*. Campinas: Instituto de Economia, Unicamp, 2013 (Mestrado).

MCCOMBIE, J. S. L. *Economic growth, trade interlinkages, and the balance of payment constraint*. Journal of Post Keynesian Economics, v.15 n.4, Summer, p.471-506, 1993.

MCCOMBIE, J. S. L.; THIRLWALL, A. P. *Economic growth and the balance of payments constraint revisited. Markets, unemployment and economic policy*. London: Routledge, v.2, p.1968-1980, 1997.

\_\_\_\_\_. *Essays on Balance of Payments Constrained Growth: Theory and Evidence*. Routledge, Londres. 2004.

MISSIO, F. J. *Endogeneidade das elasticidades-renda nos modelos de crescimento com restrição externa: uma resenha*. Brazilian Keynesian Review. v.1. n.2. p. 135-165, 2015.

MINSKY, H. P. *Can it happen again? Essays on instability and finance*. Armonk, Nova York. 1982.

MODENESI, A. M.; MODENESI, R.; OREIRO, J. L. C.; MARTINS, N. M. *Convention, Interest Rates and Monetary Policy: a post-keynesian-French-conventions-school approach*. Intervention. European Journal of Economics and Economic Policies, v.10, p. 76-92, 2013.

MOOSA, I.A. *A test of the Post Keynesian hypothesis on expectation formation in the foreign exchange market*. Journal of Post Keynesian Economics, v.24, n.3, Spring, p.443-58, 2002.

\_\_\_\_\_. *An empirical examination of the Post Keynesian view of forward exchange rates*, Journal of Post Keynesian Economics, v.26, n.3, Spring, p.395-418, 2004.

MORENO BRID, J. C. *Mexico's economic growth and the balance of payments constraint: a cointegration analysis*. International Review of Applied Economics, v. 13, n. 2, p. 150-159, 1999.

\_\_\_\_\_. *Capital flows, interests payments and the balance-of-payments constrained growth model: a theoretical and empirical analysis*. Metroeconomica, v. 54, n. 2, 2003.

NEKARDA, C. J.; RAMEY, V. A. The cyclical Behavior of the Price-cost Markup, Working paper, 2013.

OREIRO, J. L. *Crescimento, Flutuações Cíclicas e Distribuição de Renda em Modelos Pós-Keynesianos de Simulação*. Projeto de Pesquisa. Curitiba. 2006.

OREIRO, J. L; ONO, F.H. “Um modelo Macrodinâmico de Simulação”. Anais do X Encontro Nacional de Economia Política, Campinas [disponível em [www.sep.org.br](http://www.sep.org.br)], 2005.

O’SHEA, T.; KINSELLA, S. *Solution and Simulation of Large Stock Flow Consistent Monetary Production Models via the Gauss Seidel Algorithm*. Working paper. 2016.

PASINETTI, L. *Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth*. The Review of Economic Studies, v. 29, n. 4, p. 267-279, 1962.

PASINETTI, L. *Structural change and economic Growth – a theoretical essay on the dynamics of wealth of the nations*. Cambridge, UK. Cambridge University Press. 1981.

\_\_\_\_\_. *Structural economic dynamics – a theory of the economic consequences of human learning*. Cambridge, UK. Cambridge University Press. 1993.

PIKETTY, T. *The Economics of Inequality*. Harvard University Press. 2015.

PORCILE, G. CURADO, M. BAHRY, T. R. *Crescimento com Restrição no Balanço de Pagamentos e “Fragilidade Financeira” no sentido Minskyano: uma abordagem macroeconômica para a América Latina*. Revista Economia e Sociedade. Campinas, v. 12, n.1 (20), p.25-41, 2003.

PREBISCH, R. *O desenvolvimento econômico da América Latina e alguns de seus principais problemas*. Revista Brasileira de Economia. v.3, p.47-109, 1949.

ROBINSON, J. *The accumulation of capital*. London: Macmillan. 1956.

ROBINSON, J. *A model of accumulation*. In: Sen, A (Org.). *Growth economics*. Middlesex: Penguin Books. 1962.

ROWTHORN, R. *Conflict, Inflation and Money*. Cambridge Journal of Economics, v. 1. p. 215-239, 1977.

ROWTHORN, R.E. *Demand, real wages and economic growth*, Thames Papers in Political Economy, Autumn: pp.1–39, 1981.

RUGGIERO, M. A.; LOPES, V. L. R. *Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais*. 2<sup>a</sup> edição. São Paulo: Pearson Makron Books. 1996.

SANTOS, J. F. C.; SILVA, G. J. C. *Transferências Unilaterais em um modelo de crescimento conduzido pelas exportações: uma análise empírica para os países*

*africanos*. Revista de Administração, Contabilidade e Economia da FUNDACE, v.8, p.80-96. 2017.

SAWYER, M. *The Kaleckian Analysis and the New Millennium*. Review of Political Economy, v. 11, n.3, 1999.

SETTERFIELD, M. *Is Inflation Targeting Compatible with Post Keynesian Economics?* Journal of Post Keynesian Economics, v.28, p.653-71, 2006.

SILVA, G. J. C.; SANTOS, J. F. C.; BAPTISTA, L. N. *A Lei de Thirlwall Multissetorial com Fluxos de Capitais: Uma análise do plano nacional de exportações (2015-2018) usando simulações computacionais*. Revista de Economia Política. v.37, p. 636-655. 2017.

SHONE, R. *Economic Dynamics. Phase Diagrams and their Economic Application*. 2<sup>nd</sup> Edition. Cambridge University Press. New York. 2002.

SKOTT, P. *Conflict and Effective Demand in Economic Growth*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1989.

STEINDL, J. *Maturity and Stagnation in American Capitalism*, Oxford: Blackwell, 2<sup>nd</sup> edition, New York, London: Monthly Review Press, 1952.

\_\_\_\_\_. *Introduction, in: Steindl, J., Maturity and Stagnation*, em: *American Capitalism*, 2nd edition, New York, London: Monthly Review Press, 1976.

TAYLOR, J. B. *Discretion versus policy rules in practice*. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, p. 195-214, Dec. 1993.

TAYLOR, L.; O'CONNELL, S. A. *A Minsky crisis*. The quarterly Journal of Economics, v. 100, p.872-885, 1985.

TOBIN, J. *Asset accumulation and economic activity*. Chicago: University of Chicago Press, 1980.

\_\_\_\_\_. *Money and finance in macroeconomic process*. Journal of Money, Credit and Banking, v. 14, n. 2, p. 171-204, 1982.

THIRLWALL, A. P. *The balance of payments constraint as an explanation of international growth rates differences*, *Bancas Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, 128, p. 45-53. 1979.

THIRLWALL, A. P.; HUSSAIN, M. N. *The balance of payments constraint, capital flows and growth rates differences between developing countries*. *Oxford Economic Papers*, v. 34, p. 498-509, 1982.

TINBERGEN, J. Reviewed Work: *Economic Policy: Principles and Design*. *The Economic Journal*, V. 69, pp. 353-356, 1959.

UEBEL, R. R. G. *Ensaio sobre Michal Kalecki: História e Teoria Econômica*. Trabalho Acadêmico. Porto Alegre. 2011.

VEREDA, L., & CAVALCANTI, M. A F. H. *Modelo Dinâmico Estocástico De Equilíbrio Geral (Dsge) Para a Economia Brasileira*: Versão 1, 1–100. 2010. Download de [http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td\\_1479.pdf](http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_1479.pdf)

VIANA, R. L. *Introdução à Dinâmica Não-Linear e Caos em Economia. Notas de Aula*. Universidade Federal do Paraná. 2012.

WOOD, A. *A Theory of Profits* (Cambridge, UK: Cambridge University Press), 1975.

ZEZZA. G.; DOS SANTOS, C. H. *Distribution and growth in post-Keynesian stock-flow consistent model*. In Salvadori, N. (ed.): *Economic Growth and Distribution. On the Nature and Causes of Wealth of Nations*. Edward Elgar, Cheltenham. 2006.

## Apêndice:

### Teorema de Hartman-Grobman (Tempo discreto):

Seja  $\phi: W_1 \rightarrow W_2$  uma aplicação diferenciável entre aberto de  $\mathbb{R}^n$ . Suponha que  $x_0 \in W_1$  é tal que  $\phi(x_0) = x_0$  e que os autovalores de  $P = d\phi_{x_0}$  têm módulo  $\neq 1$ . Então, existem vizinhanças  $U$  de  $0$  e  $V$  de  $x_0$  e um homeomorfismo  $h: U \rightarrow V$  tal que  $h(Px) = \phi(h(x))$  sempre que  $x$  e  $Px$  pertençam a  $U$ .

### Condição de Marshall-Lerner:

A equação (ML.1) apresenta a balança comercial em moeda doméstica (com a moeda doméstica e estrangeira normalizadas em 1). O termo  $e$  é definido como preço de uma unidade de moeda estrangeira em termos de moeda doméstica. O termo  $X$  representa as exportações e o termo  $M$  as importações.

Sendo:  $X = X(e^{(+)}, \dots)$ ,  $M = M(e^{(-)}, \dots)$ , temos:

$$N_x = X - M * e \quad (\text{ML.1})$$

Derivando tudo em relação à  $e$ , temos:

$$\frac{\partial N_x}{\partial e} = \frac{\partial X}{\partial e} - \left(\frac{\partial M}{\partial e}\right) * e - M \quad (\text{ML.2})$$

Multiplicando tudo por  $x^{-1}$ , temos:

$$\frac{\partial N_x}{\partial e} * \left(\frac{1}{X}\right) = \frac{\partial X}{\partial e} * \left(\frac{1}{X}\right) - \left(\frac{\partial M}{\partial e}\right) * \left(\frac{e}{X}\right) - \left(\frac{M}{X}\right) \quad (\text{ML.3})$$

No equilíbrio,  $X = eM$ . Logo,  $\frac{M}{X} = \frac{1}{e}$ .

$$\frac{\partial N_x}{\partial e} * \left(\frac{1}{X}\right) = \frac{\partial X}{\partial e} * \left(\frac{1}{X}\right) - \left(\frac{\partial M}{\partial e}\right) * \left(\frac{1}{M}\right) - \left(\frac{1}{e}\right) \quad (\text{ML.4})$$

Multiplicando tudo por  $e$ , temos:

$$\frac{\partial N_x}{\partial e} * \left(\frac{e}{X}\right) = \underbrace{\frac{\partial X}{\partial e} * \left(\frac{e}{X}\right)}_{\eta_{Xe}} - \underbrace{\left(\frac{\partial M}{\partial e}\right) * \left(\frac{e}{M}\right)}_{\eta_{Me}} - 1 \quad (\text{ML.5})$$

Como  $\eta_{Me} < 0$ , a equação (ML.5) pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial N_x}{\partial e} * \left(\frac{e}{X}\right) = \eta_{Xe} - \eta_{Me} - 1 \quad (\text{ML.6})$$

Sendo  $\eta_{Xe}$  e  $\eta_{Me}$  as elasticidades das exportações e importações em relação à taxa de câmbio. Para que uma depreciação da taxa de câmbio gere um aumento no saldo da balança comercial, o lado esquerdo da equação (ML.6) deve ser positivo. Logo, a condição de Marshall-Lerner é satisfeita quando:

$\eta_{Xe} + |\eta_{Me}| > 1$ , ou seja, o efeito quantidade é maior que o efeito preço.

### Derivação da Lei de Thirlwall:

$$P_d \cdot X = P_f \cdot M \cdot E \quad (\text{A.1})$$

$$M = (P_f \cdot E)^\psi \cdot P_d^\phi \cdot Y^\pi \quad (\text{A.2})$$

$$X = \left(\frac{P_d}{E}\right)^\eta \cdot P_f^\epsilon \cdot Z^\delta \quad (\text{A.3})$$

Aplicando log e derivando no tempo:

$$\hat{p}_d + \hat{x} = \hat{p}_f + \hat{m} + \hat{e} \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{m} = \psi \cdot (\hat{p}_f + \hat{e}) + \phi \cdot \hat{p}_d + \pi \cdot \hat{y} \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{x} = \eta \cdot (\hat{p}_d - \hat{e}) + \epsilon \cdot \hat{p}_f + \delta \cdot \hat{z} \quad (\text{A.6})$$

Inserindo (A.6) e (A.5) em (A.4), chegaremos em:

$$\hat{p}_d + \eta \cdot (\hat{p}_d - \hat{e}) + \epsilon \cdot \hat{p}_f + \delta \cdot \hat{z} = \hat{p}_f + \psi \cdot (\hat{p}_f + \hat{e}) + \phi \cdot \hat{p}_d + \pi \cdot \hat{y} + \hat{e} \quad (\text{A.7})$$

Organizando os temos, temos:

$$\hat{y} = \frac{(1+\eta-\phi)}{\pi} \cdot \hat{p}_d - \frac{(1+\eta+\psi)}{\pi} \cdot \hat{e} - \frac{(1+\psi-\epsilon)}{\pi} \cdot \hat{p}_f + \frac{\delta}{\pi} \cdot \hat{z} \quad (\text{A.8})$$

Assumindo que ( $\psi = -\phi$  e  $\eta = -\epsilon$ ), temos então:

$$\hat{y} = \frac{(1+\eta+\psi)}{\pi} \cdot (\hat{p}_d - \hat{e} - \hat{p}_f) + \frac{\delta}{\pi} \cdot \hat{z} \quad (\text{A.9})$$

Assumindo que a taxa de crescimento dos termos de troca convergem para zero no longo prazo e que  $\hat{x} = \delta \cdot \hat{z}$ , temos então a Lei de Thirlwall:

$$\hat{y} = \frac{\hat{x}}{\pi} \quad (\text{A.10})$$

### Derivação da equação de Thirlwall e Hussain:

$$P_d \cdot X + C = P_f \cdot M \cdot E \quad (\text{B.1})$$

Derivando no tempo, temos que:

$$\ln(P_d \cdot X + C) = \ln(P_f \cdot M \cdot E)$$

$$\ln(P_d \cdot X + C) = \hat{p}_f + \hat{m} + \hat{e}$$

$$\frac{\partial(P_d \cdot X + C)}{\partial t} = \frac{\dot{P}_d \cdot X + P_d \cdot \dot{X} + \dot{C}}{P_d \cdot X + C}$$

$$\frac{\dot{P}_d \cdot X + P_d \cdot \dot{X} + \dot{C}}{P_d \cdot X + C} = p_f + m + e$$

Multiplicando os termos por:  $\frac{P_d}{P_d}, \frac{X}{X} \text{ e } \frac{C}{C}$ :

$$\frac{\dot{P}_d \cdot X \cdot \frac{P_d}{P_d} + P_d \cdot \dot{X} \cdot \frac{X}{X} + \dot{C} \cdot \frac{C}{C}}{P_d \cdot X + C} = \hat{p}_f + \hat{m} + \hat{e}$$

$$\frac{P_d \cdot X \cdot \hat{p}_d + P_d \cdot X \cdot \hat{x} + C \cdot \hat{e}}{P_d \cdot X + C} = \hat{p}_f + \hat{m} + \hat{e}$$

Sendo o *share* das exportações e o *share* dos fluxos de capitais:

$$\frac{E}{R} = \frac{P_d \cdot X}{P_d \cdot X + C} \text{ e } \frac{C}{R} = \frac{C}{P_d \cdot X + C}$$

Temos:

$$\frac{E}{R} \cdot (\hat{p}_d + \hat{x}) + \frac{C}{R} \cdot \hat{e} = \hat{p}_f + \hat{m} + \hat{e} \quad (\text{B.2})$$

Podemos ainda simplificar que:  $\frac{E}{R} = \theta$  e  $\frac{C}{R} = 1 - \theta$ . Assim, chegaremos em:

$$\theta \cdot (\hat{p}_d + \hat{x}) + (1 - \theta) \cdot \hat{e} = \hat{p}_f + \hat{m} + \hat{e} \quad (\text{B.3})$$

$$\hat{m} = \psi \cdot (\hat{p}_f + \hat{e} - \hat{p}_d) + \pi \cdot \hat{y} \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{x} = \eta \cdot (\hat{p}_d - \hat{e} - \hat{p}_f) + \epsilon \cdot \hat{z} \quad (\text{B.5})$$

Introduzindo as seguintes equações modificadas para as taxas de crescimento das importações e taxa de crescimento das exportações (B.4) e (B.5) em (B.3), temos:

$$\theta \cdot \hat{p}_d + \theta \cdot \eta \cdot \hat{p}_d - \theta \cdot \eta \cdot \hat{e} - \theta \cdot \eta \cdot \hat{p}_f + \theta \cdot \epsilon \cdot \hat{z} + (1 - \theta) \cdot \hat{c} - \hat{p}_f - \psi \cdot \hat{p}_f - \psi \cdot \hat{e} + \psi \cdot \hat{p}_d - \hat{e} = \pi \cdot \hat{y} \quad (\text{B.6})$$

Reorganizando os termos e somando e diminuindo  $\hat{p}_d$ , temos:

$$\hat{y} = \frac{(1+\psi+\theta\eta)}{\pi} \cdot (\hat{p}_d - \hat{e} - \hat{p}_f) + \frac{(1-\theta)}{\pi} \cdot (\hat{c} - \hat{p}_d) + \theta \cdot \frac{\epsilon}{\pi} \cdot \hat{z} \quad (\text{B.7})$$

### Derivação da equação de Moreno Brid (1998):

Conforme a notação do artigo,  $\hat{e} = 0$ :

$$B = \frac{p^* \cdot m - p \cdot x}{p \cdot y} \quad (\text{C.1})$$

Aplicando o log:

$$B = \log(p^* \cdot m - p \cdot x) - p - y \quad (\text{C.2})$$

Derivando no tempo:

$$\hat{b} = \frac{\dot{p}^* \cdot m + p^* \cdot \dot{m} - \dot{p} \cdot x - p \cdot \dot{x}}{(p^* \cdot m - p \cdot x)} - \hat{p} - \hat{y} \quad (\text{C.3})$$

Multiplicando por:  $\frac{p}{p^*}, \frac{p^*}{p^*} e^{\frac{x}{x}}$

$$\hat{b} = \frac{\hat{p}^* \cdot m \cdot p + p^* \cdot \hat{m} \cdot m - \hat{p} \cdot p \cdot x - p \cdot \hat{x} \cdot x}{(p^* \cdot m - p \cdot x)} - \hat{p} - \hat{y} \quad (\text{C.4})$$

$$\text{Sendo } \mu = \frac{m \cdot p}{(p^* \cdot m - p \cdot x)} \text{ e } (\mu - 1) = \frac{x \cdot p}{(p^* \cdot m - p \cdot x)}$$

Temos:

$$\hat{b} = \mu \cdot \hat{m} - (\mu - 1) \cdot \hat{x} - \mu \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) - \hat{y} \quad (\text{C.5})$$

Sistema de 4 equações:

$$\hat{x} = \eta \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \pi \cdot \hat{w} \quad (\text{C.6})$$

$$\hat{m} = -\phi \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \xi \cdot \hat{y} \quad (\text{C.7})$$

$$0 = \mu \cdot \hat{m} - (\mu - 1) \cdot \hat{x} - \mu \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) - \hat{y} \quad (\text{C.8})$$

$$\mu = \frac{p^*.m}{p^*.m - p.x} \quad (\text{C.9})$$

Inserindo as equações (C.6) e (C.7) em (C.8), temos:

$$(1 - \mu \cdot \xi) \cdot \hat{y} = [\eta - \mu \cdot (1 + \phi + \eta)] \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) - (\mu - 1) \cdot \pi \cdot \hat{w}$$

Multiplicando por (-1) os dois lados:

$$(\mu \cdot \xi - 1) \cdot \hat{y} = [-\eta + \mu \cdot (1 + \phi + \eta)] \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + (\mu - 1) \cdot \pi \cdot \hat{w}$$

$$\hat{y} = \frac{[\mu \cdot (1 + \phi + \eta) - \eta]}{(\mu \cdot \xi - 1)} \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \frac{(\mu - 1) \cdot \pi}{(\mu \cdot \xi - 1)} \cdot \hat{w} \quad (\text{C.10})$$

Sendo  $\theta = \frac{p.x}{p^*.m}$  e multiplicando o numerador e o denominador por  $1/\mu$ , temos:

$$\hat{y} = \frac{\frac{[\mu \cdot (1 + \phi + \eta) - \eta]}{\mu}}{\frac{(\mu \cdot \xi - 1)}{\mu}} \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \frac{\frac{(\mu - 1) \cdot \pi}{\mu}}{\frac{(\mu \cdot \xi - 1)}{\mu}} \cdot \hat{w}$$

$$\hat{y} = \frac{(1 + \phi + \eta) - \frac{\eta}{\mu}}{\xi - \frac{1}{\mu}} \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \frac{\left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \cdot \pi}{\xi - \frac{1}{\mu}} \cdot \hat{w}$$

Sendo:  $\frac{1}{\mu} = (1 - \theta)$ , temos:

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \frac{(1 + \phi + \eta) - (1 - \theta) \cdot \eta}{\xi - (1 - \theta)} \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \frac{[1 - (1 - \theta)] \cdot \pi}{\xi - (1 - \theta)} \cdot \hat{w} \\ \hat{y} &= \frac{(1 + \phi + \theta \cdot \eta)}{\xi - (1 - \theta)} \cdot (\hat{p} - \hat{p}^*) + \frac{\theta \cdot \pi}{\xi - (1 - \theta)} \cdot \hat{w} \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

### **Derivação da equação de Moreno Brid (2003):**

A condição de equilíbrio da BP com a introdução do pagamento de juros:

$$p^*.m = p.x - r.p + f.p \quad (\text{D.1})$$

Aplicando o log:

$$p^* + m = \log(p.x - r.p + f.p)$$

Derivando no tempo:

$$\hat{p}^* + \hat{m} = \frac{\dot{p}.x + p.\dot{x} - \dot{r}.p - r.\dot{p} + \dot{f}.p + f.\dot{p}}{p.x - r.p + f.p}$$

Multiplicando o numerador por:  $\frac{p}{p}, \frac{x}{x}, \frac{r}{r}, \frac{f}{f}$ :

$$\hat{p}^* + \hat{m} = \frac{\hat{p}.x.p + p.\hat{x}.x - \hat{r}.r.p - r.\hat{p}.p + \hat{f}.f.p + f.\hat{p}.p}{p.x - r.p + f.p}$$

$$\text{Sendo: } \theta_1 = \frac{p.x}{p^*.m}, \theta_2 = \frac{p.r}{p^*.m} \text{ e } (1 - \theta_1 - \theta_2) = \frac{f.p}{p^*.m}$$

Temos a nova condição em taxas de crescimento:

$$\hat{p}^* + \hat{m} = \theta_1.(\hat{p} + \hat{x}) - \theta_2.(\hat{r} + \hat{p}) + (1 - \theta_1 - \theta_2).(\hat{f} + \hat{p}) \quad (\text{D.2})$$

Um novo sistema pode ser formado com 4 equações:

$$\hat{x} = \eta.(\hat{p} - \hat{p}^*) + \pi.\hat{w} \quad (\text{D.3})$$

$$\hat{m} = -\phi.(\hat{p} - \hat{p}^*) + \xi.\hat{y} \quad (\text{D.4})$$

$$\hat{p}^* + \hat{m} = \theta_1.(\hat{p} + \hat{x}) - \theta_2.(\hat{r} + \hat{p}) + (1 - \theta_1 + \theta_2).(\hat{f} + \hat{p}) \quad (\text{D.5})$$

$$\theta_1 = \frac{p.x}{p^*.m} \quad (\text{D.6})$$

$$\theta_2 = \frac{p.r}{p^*.m} \quad (\text{D.7})$$

Inserindo as equações das taxas de crescimento de importações e exportações (D.4) e (D.5) na equação de equilíbrio da BP.

$$\hat{y} = \frac{(1+\theta_1.\eta+\phi)}{\xi}.(\hat{p} - \hat{p}^*) + \frac{\theta_1.\pi}{\xi}.\hat{w} - \frac{\theta_2}{\xi}.\hat{r} + \frac{(1-\theta_1+\theta_2)}{\xi}.\hat{f} \quad (\text{D.8})$$

Para que o fluxo de capitais seja constante, temos que:

$$\frac{f.p}{y.p} = k$$

Aplicando o log e derivando no tempo, temos que:

$$\hat{f} = \hat{y} \quad (\text{D.9})$$

Aplicando na equação anterior, temos:

$$\hat{y} = \frac{(1+\theta_1.\eta+\phi).(\hat{p}-\hat{p}^*)+\theta_1.\pi.\hat{w}-\theta_2.\hat{r}}{[\xi-(1-\theta_1+\theta_2)]} \quad (\text{D.10})$$

Se supusermos que os termos de troca são constantes no longo-prazo, temos então:

$$\hat{y} = \frac{\theta_1 \cdot \pi \cdot \hat{w} - \theta_2 \cdot \hat{r}}{[\xi - (1 - \theta_1 + \theta_2)]} \quad (\text{D.11})$$

### **Derivação da equação de McCombie (1993):**

O nível da renda dos dois países pode ser definida da seguinte forma:

$$Y_1 = C_1 + I_1 + G_1 + X_1 - M_1 \left( E \cdot \frac{P_2}{P_1} \right) \quad (\text{E.1})$$

$$Y_2 = C_2 + I_2 + G_2 + X_2 - M_2 \left( \frac{P_1}{E \cdot P_2} \right) \quad (\text{E.2})$$

O consumo, tributação, investimento e gasto público podem ser abertos da seguinte forma:

$$C_i = \bar{C}_i + \delta \cdot (Y_i - T_i), \quad i = 1, 2 \quad i \neq j \quad (\text{E.3})$$

$$T_i = \tau \cdot Y_i \quad (\text{E.4})$$

$$I_i = \bar{I}_i + \mu \cdot Y_i \quad (\text{E.5})$$

$$G_i = \bar{G}_i + \xi \cdot Y_i \quad (\text{E.6})$$

Onde as variáveis com barra indicam gastos autônomos. Unindo-os, temos:

$$A_i = \bar{C}_i + \bar{I}_i + \bar{G}_i \quad (\text{E.7})$$

Unindo os elementos sensíveis a renda, temos:

$$B_i = [\xi + \mu + \delta \cdot (1 - \tau)] \cdot Y_i \quad (\text{E.8})$$

Introduzido (E.7) e (E.8) em (E.1), e pressupondo os termos de troca constante no longo prazo, temos:

$$Y_i = A_i + B_i + X_i - M_i \quad (\text{E.9})$$

Aplicando o Log:

$$y_i = \log(A_i + B_i + X_i - M_i) \quad (\text{E.10})$$

Derivando no tempo, temos:

$$\hat{y}_i = \frac{(\dot{A}_i + \dot{B}_i + \dot{X}_i - \dot{M}_i)}{(A_i + B_i + X_i - M_i)} \quad (\text{E.11})$$

Multiplicando por  $\frac{A_i}{A_i}, \frac{B_i}{B_i}, \frac{X_i}{X_i}, \frac{M_i}{M_i}$ , temos:

$$\hat{y}_i = \frac{(A_i \cdot \hat{a}_i + B_i \cdot \hat{b}_i + X_i \cdot \hat{x}_i - M_i \cdot \hat{m}_i)}{(A_i + B_i + X_i - M_i)} \quad (\text{E.12})$$

Sabendo que os “shares” são:  $w_{Ai} = \frac{A_i}{Y_i}$ ,  $w_{Bi} = \frac{B_i}{Y_i}$ ,  $w_{Xi} = \frac{X_i}{Y_i}$  e  $w_{Mi} = \frac{M_i}{Y_i}$ , temos:

$$\hat{y}_i = w_{Ai} \cdot \hat{a}_i + w_{Bi} \cdot \hat{b}_i + w_{Xi} \cdot \hat{x}_i - w_{Mi} \cdot \hat{m}_i \quad (\text{E.13})$$

A taxa de crescimento das importações é dada por:

$$\hat{m}_i = \pi_i \cdot y_i \quad (\text{E.14})$$

E a taxa de crescimento dos componentes sensíveis à renda é:

$$\hat{b}_i = \hat{y}_i \quad (\text{E.15})$$

$$\hat{x}_i = \pi_j \cdot y_j \quad (\text{E.16})$$

E sabendo que a taxa de crescimento de exportações de  $i$  é a mesma taxa de crescimento de importações de  $j$ , temos:

Substituindo (E.14) e (E.15) em (E.13), temos:

$$\hat{y}_i = \frac{w_{Ai}}{(1-w_{Bi}+w_{Mi}\cdot\pi_i)} \cdot \hat{a}_i + \frac{w_{Xi}}{(1-w_{Bi}+w_{Mi}\cdot\pi_i)} \cdot \pi_j \cdot \hat{y}_j$$

Ou

$$\hat{y}_i = \alpha_i \cdot \hat{a}_i + \beta_i \cdot \pi_j \cdot y_j$$

Onde:  $\alpha_i = \frac{w_{Ai}}{(1-w_{Bi}+w_{Mi}\cdot\pi_i)}$  e  $\beta_i = \frac{w_{Xi}}{(1-w_{Bi}+w_{Mi}\cdot\pi_i)}$ . Onde o primeiro é o gasto autônomo doméstico (dinâmico) e o segundo é o multiplicador de comércio (dinâmico).

Agora, podemos assumir que a Lei de Thirlwall seja válida para os dois países, da forma que:

$$\hat{y}_{ca_1} = \frac{\hat{x}_1}{\pi_1} \quad e \quad \hat{y}_{ca_2} = \frac{\hat{x}_2}{\pi_2} \quad (\text{MC.15})$$

Como:

$$\hat{x}_1 = \hat{m}_2 \quad e \quad \hat{x}_2 = \hat{m}_1 \quad (\text{MC.16})$$

Tendo que a balança comercial é zero, as importações e exportações de cada país são iguais, assim, podemos ter a seguinte função inversa:

$$\hat{m}_1 = \frac{\pi_1}{\hat{y}_{ca_1}} \quad e \quad \hat{m}_2 = \frac{\pi_2}{\hat{y}_{ca_2}} \quad (\text{MC.17})$$

Colocando umas das equações que há em (MC.17) em uma das existentes em (MC.15), temos:

$$\hat{y}_{ca_2} = \frac{\pi_1}{\pi_2} \cdot \hat{y}_1 \quad (\text{MC.18})$$

A equação anterior, (MC.18), é nos revela a reta sobre as quais há a combinação entre taxas de crescimento dos dois países para a qual haverá equilíbrio no balanço de pagamentos de ambos. O país que tiver a menor elasticidade-renda das importações será aquele que terá maior taxa de crescimento compatível com a restrição imposta pelo BP.

Fazendo a substituição da (MC.14) do país  $i$  em  $j$ , temos o cálculo da taxa de crescimento corrente:

$$\hat{y}_{A_i} = \rho_i \cdot (\alpha_i \cdot \hat{a}_i + \beta_i \cdot \pi_j \cdot \alpha_j \cdot \hat{a}_j), \quad \rho_i = \frac{1}{1 - \beta_i \cdot \pi_j \cdot \beta_j \cdot \pi_i} \quad (\text{MC.19})$$

Onde a taxa corrente de crescimento do país  $i$  passa a ser determinada pela taxa de crescimento dos seus componentes autônomos e dos componentes autônomos do país  $j$ . O que ela nos revela é que para uma dada taxa de crescimento dos componentes autônomos do seu parceiro, o seu país poderia acelerar o crescimento acelerando a taxa de crescimento dos componentes autônomos de seu país. Todavia, caso isso aconteça, haverá um contingenciamento devido à restrição de equilíbrio da BP, mostrada na (MC.18). O único equilíbrio possível será onde  $\hat{y}_{A_1} = \hat{y}_{ca_1}$  e  $\hat{y}_{A_2} = \hat{y}_{ca_2}$ .

Se levarmos em consideração que o parceiro utiliza das restrições da BP para fazer sua política fiscal, temos que podemos inserir a equação (MC14) em (MC18) e obtermos uma nova taxa de equilíbrio dada por:

$$\hat{y}_2 = \frac{\pi_1 \cdot \alpha_1}{\pi_2 \cdot (1 - \pi_1 \cdot \beta_1)} \cdot \hat{a}_1 \quad (\text{MC.20})$$

**Modelo de Barbosa-Filho (2001):**

### Comercio Desbalanceado

$$P_h \cdot Q_x - E \cdot P_f \cdot Q_m = NX, \quad NX \neq 0 \quad (\text{BF1.1})$$

$$x - m = nx \quad (\text{BF1.2})$$

Onde:  $x = Q_x/Q_h$ ,  $y = R \cdot Q_m/Q_h$ ,  $nx = NX/(P_h \cdot Q_h)$ .

Se a restrição ao BP implica que a razão das exportações líquidas sobre a renda,  $nx$ , deve ser estável, então  $\dot{x} = \dot{m}$ :

Logo, aplicando o log e derivando no tempo  $x$  e  $m$ , temos:

$$\dot{m} = m \cdot (\hat{r} + \hat{q}_m - \hat{q}_h) \quad (\text{BF1.3})$$

$$\dot{x} = x \cdot (\hat{q}_x - \hat{q}_h) \quad (\text{BF1.4})$$

Utilizando a condição de igualdade, e resolvendo para  $\hat{q}_h$ , temos:

$$\begin{aligned} x \cdot (\hat{q}_x - \hat{q}_h) &= m \cdot (\hat{r} + \hat{q}_m - \hat{q}_h) \\ x \cdot \hat{q}_x - x \cdot \hat{q}_h &= m \cdot \hat{r} + m \cdot \hat{q}_m - m \cdot \hat{q}_h \\ \hat{q}_h &= \frac{m}{(m-x)} \cdot \hat{r} + \frac{m}{(m-x)} \cdot \hat{q}_m - \frac{x}{(m-x)} \cdot \hat{q}_x \\ \hat{q}_h &= \frac{m}{(m-x)} \cdot \hat{r} + \frac{m}{(m-x)} \cdot \hat{q}_m - \frac{x}{(m-x)} \cdot \hat{q}_x \\ \hat{q}_h &= \frac{1}{(1-z)} \cdot \hat{r} + \frac{1}{(1-z)} \cdot \hat{q}_m - \frac{z}{(1-z)} \cdot \hat{q}_x \end{aligned} \quad (\text{BF1.5})$$

Onde:  $z = x/m$

Sabendo que as equações de exportações e importações reais são:

$$Q_x = B \cdot \left(\frac{E \cdot P_f}{P_h}\right)^\gamma \cdot Q_f^\delta \quad (\text{BF1.6})$$

$$Q_m = A \cdot \left(\frac{P_h}{E \cdot P_f}\right)^\alpha \cdot Q_h^\beta \quad (\text{BF1.7})$$

Aplicando o log nelas e derivando no tempo, temos:

$$\hat{q}_x = \gamma \cdot \hat{r} + \delta \cdot \hat{q}_f \quad (\text{BF1.8})$$

$$\hat{q}_m = -\alpha \cdot \hat{r} + \beta \cdot \hat{q}_h \quad (\text{BF1.9})$$

Introduzindo (BF1.8) e (BF1.9) em (BF1.5):

$$\begin{aligned} \hat{q}_h &= \frac{1}{(1-z)} \cdot \hat{r} + \frac{1}{(1-z)} \cdot (-\alpha \cdot \hat{r} + \beta \cdot \hat{q}_h) - \frac{z}{(1-z)} \cdot (\gamma \cdot \hat{r} + \delta \cdot \hat{q}_f) \\ \left[ \frac{(1-z)-\beta}{(1-z)} \right] \cdot \hat{q}_h &= \frac{(1-\alpha-z\gamma)}{(1-z)} \cdot \hat{r} - \frac{z\delta}{(1-z)} \cdot \hat{q}_f \\ \hat{q}_h &= \frac{(1-\alpha-z\gamma)}{(1-z)-\beta} \cdot \hat{r} - \frac{z\delta}{(1-z)-\beta} \cdot \hat{q}_f \\ \hat{q}_h &= \frac{z\delta}{\beta-1+z} \cdot \hat{q}_f - \left( \frac{1-\alpha-z\gamma}{\beta-1+z} \right) \cdot \hat{r} \end{aligned} \quad (\text{BF1.10})$$

Em relação a  $z$ , aplicando o log e derivando no tempo, temos:

$$\dot{z} = (\hat{x} - \hat{m}) \cdot z$$

$$\dot{z} = [\hat{q}_x - \hat{q}_h - (\hat{r} + \hat{q}_m - \hat{q}_h)] \cdot z$$

$$\dot{z} = [\hat{q}_x - \hat{r} - \hat{q}_m] \cdot z \quad (\text{BF1.11})$$

Fazendo as devidas substituições, temos:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \left[ \gamma \cdot \hat{r} + \delta \cdot \hat{q}_f - \hat{r} + \alpha \cdot \hat{r} - \beta \cdot \hat{q}_h \right] \cdot z \\ \dot{z} &= \left[ \delta \cdot \hat{q}_f - (1 - \gamma - \alpha) \cdot \hat{r} - \beta \cdot \hat{q}_h \right] \cdot z \end{aligned} \quad (\text{BF1.12})$$

Introduzindo (BF1.10) em (BF1.12), temos:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \left\{ \left( \delta - \frac{\beta \cdot z \cdot \delta}{\beta-1+z} \right) \cdot \hat{q}_f + \left[ \frac{\beta \cdot (1-\alpha-z\gamma)}{\beta-1+z} - (1 - \gamma - \alpha) \right] \cdot \hat{r} \right\} \cdot z \\ \dot{z} &= \left\{ \left( \frac{(\beta-1+z)\delta - \beta z \delta}{\beta-1+z} \right) \cdot \hat{q}_f + \left[ \frac{\beta \cdot (1-\alpha-z\gamma) - (1-\gamma-\alpha)(\beta-1+z)}{\beta-1+z} \right] \cdot \hat{r} \right\} \cdot z \\ \dot{z} &= \left[ \frac{(\beta-1)(1-z)\delta}{\beta-1+z} \cdot \hat{q}_f - \frac{(1-\alpha-\gamma-\beta\gamma)(z-1)}{\beta-1+z} \cdot \hat{r} \right] \cdot z \end{aligned} \quad (\text{BF1.13})$$

A equação (BF1.13) mostra a variação de  $z$  quando a taxa de crescimento é dada pela taxa que restringe o balanço de pagamentos. Repare que ela não é necessariamente estável a menos que  $z$  inicial seja igual a um. Além disso, mesmo se assumirmos que  $\hat{r} = 0$ ,  $z$  não será necessariamente estável a menos que esteja inicialmente em um ou a elasticidade renda das importações seja um. Quando  $z = 1$  ou  $\beta = 1$  e simultaneamente temos  $\hat{r} = 0$ , a multiplicação do numerador resulta em zero e consequentemente não há variação em  $z$  ao longo do tempo.

Dessa forma, a primeira conclusão é que há um problema grave no modelo de Moreno-Brid (1998) porque como  $z$  não é estável tendo a taxa de crescimento da economia doméstica convergindo para a taxa de crescimento que restringe o BP, é necessário que surja uma rota de fuga para garantir a sua estabilidade. A forma mais simples de representar isso é dando a possibilidade do país doméstico ajustar a sua taxa de crescimento no curto prazo utilizando uma regra de política fiscal.

Segue a regra:

$$\dot{q}_h = \chi \cdot \left[ \left( \frac{z \cdot \delta}{\beta - 1 + z} \right) \cdot \hat{q}_f - \hat{q}_h \right] \quad (\text{BF1.14})$$

Onde:  $\chi > 0$  e representa a velocidade de ajuste da taxa de crescimento doméstica para a taxa que restringe o BP.

Voltando a (BF1.12) e considerando  $\hat{r} = 0$ , temos:

$$\dot{z} = (\delta \cdot \hat{q}_f - \beta \cdot \hat{q}_h) \cdot z \quad (\text{BF1.15})$$

Seguindo então as duas equações, temos um sistema 2x2 não linear para  $\hat{q}_h$  e  $z$ .

Encontrando os Pontos Fixos de Estado Estacionário para (BF1.14) e (BF1.15):

$$z \cdot (\delta \cdot \hat{q}_f - \beta \cdot q_h^*) = 0$$

$$z \cdot \beta \cdot q_h^* = z \cdot \delta \cdot \hat{q}_f$$

$$q_h^* = \frac{\delta}{\beta} \cdot \hat{q}_f \quad (\text{BF1.16})$$

Agora para (10):

$$0 = \chi \cdot \left[ \left( \frac{z^* \cdot \delta}{\beta - 1 + z^*} \right) \cdot \hat{q}_f - \hat{q}_h^* \right]$$

$$0 = \chi \cdot \left( \frac{z^* \cdot \delta}{\beta - 1 + z^*} \right) \cdot \hat{q}_f - \chi \cdot \frac{\delta}{\beta} \cdot \hat{q}_f$$

$$\frac{(\chi \cdot z^* \cdot \delta)}{(\beta - 1 + z^*)} \cdot \hat{q}_f = \frac{\chi \cdot \delta}{\beta} \cdot \hat{q}_f$$

$$z^* = \frac{\chi \cdot \delta \cdot \hat{q}_f \cdot (\beta - 1 + z^*)}{\beta \cdot \chi \cdot \delta \cdot \hat{q}_f}$$

$$z^* = \frac{(\beta - 1 + z^*)}{\beta}$$

$$(\beta - 1) \cdot z^* = \beta - 1$$

$$z^* = 1 \quad (\text{BF1.17})$$

Para analisar o sistema de não-linear a partir de (BF1.14) e (BF1.15), devemos linearizá-lo, utilizar os valores encontrados para os pontos fixos  $(q_h^*, z^*)$  e através da matriz jacobiana do sistema, avaliar os sinais do traço e do determinante. Se o traço for negativo e o determinante positivo, temos a condição suficiente para estarmos diante de um ponto de equilíbrio estável do sistema.

Voltando para (BF1.14) e (BF1.15), temos:

$$\dot{q}_h = \left( \frac{\chi \cdot \delta \cdot \hat{q}_f \cdot z}{\beta - 1 + z} \right) - \chi \cdot \hat{q}_h$$

$$\dot{z} = (z \cdot \delta \cdot \hat{q}_f - \beta \cdot z \cdot \hat{q}_h)$$

Suas derivadas parciais no ponto fixo:

$$\frac{\partial q_h}{\partial z} = \frac{(\chi \cdot \delta \cdot \hat{q}_f) \cdot (\beta - 1 + z^*) - \chi \cdot \delta \cdot \hat{q}_f \cdot z^*}{(\beta - 1 + z^*)^2} = \frac{(\chi \cdot \delta \cdot \hat{q}_f) \cdot (\beta - 1)}{(\beta - 1 + z^*)^2} = \frac{(\chi \cdot \delta \cdot \hat{q}_f) \cdot (\beta - 1)}{\beta^2}$$

$$\frac{\partial q_h}{\partial q_h} = -\chi$$

$$\frac{\partial z}{\partial z} = \delta \cdot \hat{q}_f - \beta \cdot \hat{q}_h^* = \delta \cdot \hat{q}_f - \beta \cdot \delta \cdot \frac{\hat{q}_f}{\beta} = 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial q_h} = -\beta \cdot z^* = -\beta$$

Logo, chegamos ao seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_h \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\chi & \hat{q}_f \cdot \chi \cdot \delta \cdot (\beta - 1) \cdot \beta^{-2} \\ -\beta & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{q}_h \\ \tilde{z} \end{bmatrix} \quad (\text{BF1.18})$$

Se for desejado manter a estabilidade e o comércio desbalanceado sem restringir a elasticidade renda das importações, a solução natural é incluir  $\hat{r}$  no problema e redefinir a restrição de comércio desbalanceado como tendo estáveis a razão da exportação renda e importação renda.

Para tanto, assuma que  $\dot{m} = 0$  e  $\dot{x} = 0$  use (BF1.8) e (BF1.9) para resolver, temos:

$$\hat{q}_h = \frac{(1-\alpha)}{(1-\beta)} \cdot \hat{r} \quad (\text{BF1.19})$$

$$\hat{q}_h = \gamma \cdot \hat{r} + \delta \cdot \hat{q}_f \quad (\text{BF1.20})$$

Introduzindo (BF1.20) em (BF1.19) e vice versa, temos:

$$\begin{aligned} \hat{q}_h &= \frac{(1-\alpha)}{(1-\beta)} \cdot \left( \frac{1}{\gamma} \cdot \hat{q}_h - \frac{\delta}{\gamma} \cdot \hat{q}_f \right) \\ \left[ 1 - \frac{(1-\alpha)}{(1-\beta)\cdot\gamma} \right] \cdot \hat{q}_h &= - \frac{(1-\alpha)\cdot\delta}{(1-\beta)\cdot\gamma} \cdot \hat{q}_f \\ \left[ \frac{(1-\beta)\cdot\gamma-(1-\alpha)}{(1-\beta)\cdot\gamma} \right] \cdot \hat{q}_h &= - \frac{(1-\alpha)\cdot\delta}{(1-\beta)\cdot\gamma} \cdot \hat{q}_f \\ \hat{q}_h &= \frac{(1-\alpha)\cdot\delta}{1-\alpha-\gamma+\beta\cdot\gamma} \cdot \hat{q}_f \end{aligned} \quad (\text{BF1.21})$$

$$\hat{r} = \frac{(1-\beta)\cdot\delta}{1-\alpha-\gamma+\beta\cdot\gamma} \cdot \hat{q}_f \quad (\text{BF1.22})$$

Então, assumindo por um momento que o país doméstico possa controlar o seu crescimento e os preços relativos, as equações (BF1.21) e (BF1.22) nos fornecem regras políticas consistentes com a estabilidade dos *shares* de importações e exportações.

Focando a análise nos casos onde ambos  $\alpha$  e  $\beta$  são diferentes de um, as equações (BF1.21) e (BF1.22) nos fornecem três casos distintos:

1. Quando  $\alpha > 1$  e  $\beta < 1$  ou  $\alpha < 1$  e  $\beta > 1$ . Uma expansão da renda no país estrangeiro implica em uma expansão da renda no país doméstico e uma apreciação dos bens domésticos.
2. Quando  $1 - \alpha - \gamma + \beta \cdot \gamma > 0$  e ao mesmo tempo  $\alpha > 1$  e  $\beta > 1$  ou  $\alpha < 1$  e  $\beta < 1$ . Uma expansão da renda no país estrangeiro implica em uma expansão na renda do país doméstico e uma depreciação nos bens domésticos.
3. Quando  $1 - \alpha - \gamma + \beta \cdot \gamma < 0$  e ao mesmo tempo  $\alpha > 1$  e  $\beta > 1$  ou  $\alpha < 1$  e  $\beta < 1$ .

Uma expansão da renda no país estrangeiro implica uma contração da renda no país doméstico e uma apreciação nos bens domésticos.

Por analogia as implicações da contração da renda no país estrangeiro também podem ser agrupadas em três casos distintos.

Como para a maioria dos países do mundo, observamos crescimento doméstico atrelado ao crescimento doméstico do resto do mundo ou do bloco, podemos falar que o caso 3 é um fenômeno raro. Mais do que isso, como as pequenas economias tendem a ter alta elasticidade renda das importações,  $\beta > 1$ , a distinção entre o caso I e II tende a estar sobre a elasticidade preço das importações.

A questão crucial agora é: Pode um país de fato controlar a taxa de crescimento da sua renda e da sua taxa real de câmbio? Teoricamente, isso pode apenas acontecer se houver uma estrutura estável da relação tecnológica-institucional conectando renda, preços e taxa de câmbio no país doméstico onde a política macro e as condições externas entrem como variáveis exógenas. No jargão econômico-keynesiano, se existir uma curva de Phillips estável conectando o crescimento e a inflação em que a política macroeconômica entre como uma variável exógena, assim seria possível para o governo alcançar a equação (15) e (16) com a ajuda de alguma condição de paridade na taxa de câmbio. Por exemplo, assuma que a taxa de crescimento doméstica seja função da política monetária, fiscal e da apreciação/depreciação dos bens domésticos.

$$q_h = \phi_0 + \phi_1 \cdot (i_h - p_h) + \phi_2 \cdot g + \phi_3 \cdot r \quad (17)$$

Onde  $i_h$  é a taxa nominal de juros no país doméstico,  $g$  é o índice que mede o impacto na demanda da política fiscal, e  $\phi \neq 0$  para  $j = 0, (1)-(3)$ . Se houver paridade ajustada pelo risco entre os países doméstico e estrangeiro, temos:

$$i_h = i_f + e + \sigma \quad (18)$$

Onde  $i_f$  e  $\sigma$  são a taxa nominal de juros externa e o prêmio de risco pago pelos emprestadores domésticos no mercado financeiro internacional, respectivamente.

## Parte 1 - Derivação da equação condizente com a Dívida Sustentável

A equação que segue define a restrição para que haja restrição ao balanço de pagamentos com uma dívida sustentável:

$$P_h \cdot Q_x - E \cdot P_f \cdot Q_m - (i_f + \sigma) \cdot E \cdot D + E \cdot F = 0 \quad (\text{BF.1})$$

Onde:  $P_h$  é o preço dos bens domésticos,  $E$  é a taxa de câmbio nominal,  $P_f$  é o preço dos bens externos,  $Q_x$  são as exportações reais,  $Q_m$  são as importações reais,  $i_f$  é a taxa de juros internacional,  $\sigma$  é o prêmio de risco do país local,  $D$  é a dívida externa do país local,  $F$  são os fluxos de capitais.

Dividindo todos por  $P_h \cdot Q_h$ , simplificando e os termos, chegaremos em:

$$x - m - (i_f + \sigma) \cdot d + f = 0 \quad (\text{BF.2})$$

Onde:  $x = \frac{Q_x}{Q_h}$ ;  $m = R \cdot \frac{Q_m}{Q_h}$ ;  $d = \frac{E \cdot D}{P_h \cdot Q_h}$ ;  $f = \frac{E \cdot F}{P_h \cdot Q_h}$ . Esses podem ser entendidos respectivamente como o *share* das exportações, o *share* das importações vezes o câmbio real, a razão da dívida externa sobre a renda nacional medida em moeda nacional e a razão do fluxo de capital sobre a renda nacional medida em moeda nacional.

Ao aplicar o log e derivar no tempo a equação de  $d$ , temos:

$$\dot{d} = \left( \frac{\dot{D}}{D} + \hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h \right) \cdot d$$

Como  $\dot{D} = F$ , temos que:

$$\begin{aligned} \dot{d} &= (\hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h) \cdot d + \frac{F}{D} \cdot \frac{E \cdot D}{P_h \cdot Q_h} \\ \dot{d} &= (\hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h) \cdot d + f \end{aligned} \quad (\text{BF.3})$$

Sabendo que  $f = m - x + (i_f + \sigma) \cdot d$

$$\dot{d} = m - x + (i_f + \sigma + \hat{e} - \hat{p}_h - \hat{q}_h) \cdot d \quad (\text{BF.4})$$

Duas equações acessórias que fornecem as regras de política cambial e fiscal para manter estável a razão  $z = (x/m)$ :

$$\hat{q}_h = \left[ \frac{(1-\alpha)\delta}{1-\alpha-\gamma+\beta\gamma} \right] \cdot \hat{q}_f \quad (\text{R.9})$$

$$\hat{r} = \left[ \frac{(1-\beta)\delta}{1-\alpha-\gamma+\beta\gamma} \right] \cdot \hat{q}_f \quad (\text{R.10})$$

Utilizando (R.9) e (R.10) e somando e diminuindo  $\hat{p}_f$ , temos que:

$$\dot{d} = m - x + \left[ i_f + \sigma - \hat{p}_f - \left( \frac{\beta-\alpha}{1-\alpha-\gamma+\beta\gamma} \right) \cdot \delta \cdot \hat{q}_f \right] \cdot d \quad (\text{R.11})$$

A condição para que  $d$  seja estável é:

$$\left(\frac{\beta-\alpha}{1-\alpha-\gamma+\beta\cdot\gamma}\right) \cdot \delta > \frac{i_f + \sigma - p_f}{q_f} \quad (\text{R.12})$$

A solução de estado estacionário é:

$$x - m = \left[ i_f + \sigma - p_f - \left(\frac{\beta-\alpha}{1-\alpha-\gamma+\beta\cdot\gamma}\right) \cdot \delta \cdot q_f \right] \cdot d \quad (\text{R.13})$$

## Parte 2: Derivação das equações para obter $z = x/m$ sustentável

Se for desejado manter a estabilidade e o comércio desequilibrado sem restringir a elasticidade-renda das importações, a solução natural é incluir  $r$  no problema e redefinir a restrição de comércio desequilibrado como uma razão estável da exportações/importações. Mais formalmente, sendo  $\dot{m} = 0$  e usando a equação (1) para resolver a equação (5) para a taxa de crescimento doméstica. O resultado são os pontos  $(r, q_h)$  para o qual o *share* de importações é estável, ou seja:

$$Q_m = A \cdot \left(\frac{P_h}{E \cdot P_f}\right)^\alpha \cdot Q_h^\beta \quad (\text{R.1})$$

Aplicando o log e derivando no tempo, temos:

$$\hat{q}_m = \alpha \cdot (\hat{p}_h - \hat{e} - \hat{p}_f) + \beta \cdot \hat{q}_h \quad (\text{R.2})$$

Sabendo que  $m = R \cdot Q_m / Q_h$ , aplicando o log e derivando no tempo, temos:

$$\dot{m} = (\hat{r} + \hat{q}_m - \hat{q}_h) \cdot m \quad (\text{R.3})$$

Introduzindo (R.2) em (R.3) e igualando a zero, temos:

$$\hat{r} + \alpha \cdot (\hat{p}_h - \hat{e} - \hat{p}_f) + \beta \cdot \hat{q}_h - \hat{q}_h = 0$$

Organizando os termos, temos:

$$\hat{q}_h = \frac{(1-\alpha)}{(1-\beta)} \cdot \hat{r} \quad (\text{R.4})$$

Por analogia, o par de pontos  $(r, q_h)$  para o qual o *share* de exportações domésticas é estável é dado de igual maneira que é dado para as importações. Seguem as equações:

$$Q_x = B \cdot \left(\frac{E \cdot P_f}{P_h}\right)^\gamma \cdot Q_f^\delta \quad (\text{R.5})$$

Aplicando o log e derivando no tempo, temos:

$$\hat{q}_x = \gamma \cdot \hat{r} + \delta \cdot \hat{q}_f \quad (\text{R.6})$$

Sabendo que  $x = Q_x/Q_h$ , aplicando o log e derivando no tempo, temos:

$$\dot{x} = (\hat{q}_x - \hat{q}_h) \cdot x \quad (\text{R.7})$$

Introduzindo (R.6) em (R.7), tomado  $\dot{x}/x = 0$ , reorganizando os termos, temos:

$$\hat{q}_h = \gamma \cdot \hat{r} + \delta \cdot \hat{q}_f \quad (\text{R.8})$$

Agora para definir as regras de política cambial e fiscal, basta substituir (R.4) em (R.8) e resolver para  $\hat{q}_h$  e  $\hat{r}$ . Feito isso, temos (R.9) e (R.10):

$$\hat{q}_h = \left[ \frac{(1-\alpha)\delta}{1-\alpha-\gamma+\beta\gamma} \right] \cdot \hat{q}_f \quad (\text{R.9})$$

$$\hat{r} = \left[ \frac{(1-\beta)\delta}{1-\alpha-\gamma+\beta\gamma} \right] \cdot \hat{q}_f \quad (\text{R.10})$$

### Algebrismo do Artigo 3:

Organizando os termos para (S.13), temos (S.14):

$$z_5 \cdot vh^{*2} + (z_4 - \delta - s_5) \cdot vh^* = s_2 + s_1 \cdot b^* \quad (\text{S.14})$$

Reorganizando os termos para (S.12), temos (S.15):

$$b^* = \frac{z_2 - z_3 \cdot vh^*}{(z_4 - z_1) + z_5 \cdot vh^*} \quad (\text{S.15})$$

Introduzindo a equação (S.15) na (S.14), temos o seguinte polinômio formado:

$$z_5 \cdot vh^{*2} + (z_4 - \delta - s_5) \cdot vh^* - s_2 = \frac{s_1 \cdot (z_2 - z_3 \cdot vh^*)}{(z_4 - z_1) + z_5 \cdot vh^*} \quad (\text{S.16})$$

$$[(z_4 - z_1) + z_5 \cdot vh^*] \cdot [z_5 \cdot vh^{*2} + (z_4 - \delta - s_5) \cdot vh^* - s_2] = s_1 \cdot (z_2 - z_3 \cdot vh^*)$$

$$z_5 \cdot z_5 \cdot vh^{*3} + (z_4 - \delta - s_5) \cdot z_5 \cdot vh^{*2} - s_2 \cdot z_5 \cdot vh^* + (z_4 - z_1) \cdot z_5 \cdot vh^{*2} + \\ (z_4 - z_1) \cdot (z_4 - \delta - s_5) \cdot vh^* - (z_4 - z_1) \cdot s_2 = s_1 \cdot (z_2 - z_3 \cdot vh^*)$$

$$z_5 \cdot z_5 \cdot vh^{*3} + [(z_4 - \delta - s_5) \cdot z_5 + (z_4 - z_1) \cdot z_5] \cdot vh^{*2} + [(z_4 - z_1) \cdot (z_4 - \delta - s_5) - s_2 \cdot z_5 + s_1 \cdot z_3] \cdot vh^* - (z_4 - z_1) \cdot s_2 - s_1 \cdot z_2 = 0$$

Polinômio que fornece para encontrar as raízes.

$$v_1 \cdot vh^{*3} + v_2 \cdot vh^{*2} + v_3 \cdot vh^* - v_4 = 0$$

Onde:  $v_1 = z_5 \cdot z_5$ ;  $v_2 = [(z_4 - \delta - s_5) \cdot z_5 + (z_4 - z_1) \cdot z_5]$ ;  $v_3 = [(z_4 - z_1) \cdot (z_4 - \delta - s_5) - s_2 \cdot z_5 + s_1 \cdot z_3]$ ;  $v_4 = [(z_4 - z_1) \cdot s_2 + s_1 \cdot z_2]$