

VINÍCIUS NUNES CARVALHO

**BALANCEAMENTO ROBUSTO DE MÁQUINAS
ROTATIVAS COM EIXOS FLEXÍVEIS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2017

Página intencionalmente deixada em branco.

VINÍCIUS NUNES CARVALHO

**BALANCEAMENTO ROBUSTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS COM
EIXOS FLEXÍVEIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Aldemir Ap. Cavalini Jr.
Co-orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Jr.

UBERLÂNDIA – MG

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

C331b Carvalho, Vinícius Nunes, 1992-
2017 Balanceamento robusto de máquinas rotativas com eixos flexíveis /
Vinícius Nunes Carvalho. - 2017.
111 p. : il.

Orientador: Aldemir Aparecido Cavalini Junior.
Coorientador: Valder Steffen Junior.
Dissertação (mestrado) -- Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Disponível em: <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2017.41>
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Balanceamento de máquinas - Teses. 3. Máquinas rotativas - Balanceamento - Teses. I. Cavalini Junior, Aldemir Aparecido, 1983-. II. Steffen Junior, Valder. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.



ALUNO: Vinícius Nunes Carvalho

NÚMERO DE MATRÍCULA: 11612EMC016

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

LINHA DE PESQUISA: Dinâmica de Sistemas Mecânicos

PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL MESTRADO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:

“Balanceamento Robusto de Máquinas Rotativas com Eixos Flexíveis”

ORIENTADOR: Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Júnior

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Valder Steffen Júnior

A Dissertação foi **APROVADA** em reunião pública, realizada na Sala de Reuniões 1M313 do Bloco 1M, Campus Santa Mônica, em 05 de setembro de 2017, às 15:30 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME

Prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Júnior

Prof. Dr. Valder Steffen Júnior

Prof. Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima

Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi

ASSINATURA

UFU

UFU

UFU

UTFPR

Uberlândia, 05 de setembro de 2017

v

À minha família.

Página intencionalmente deixada em branco.

AGRADECIMENTOS

A meus pais, Francisco de Oliveira Carvalho Neto e Elizifaine Nunes Lima, pela paciência e todos os ensinamentos passados ao longo de minha vida, que me proporcionaram chegar até aqui hoje. A meu irmão Francisco de Oliveira Carvalho Filho pelo companheirismo.

A meu orientador, prof. Dr. Aldemir Aparecido Cavalini Junior, pela sua orientação, pelo convívio, e pelo exemplo de pessoa dedicada e comprometida com suas responsabilidades. E ao Prof. Dr. Valder Steffen Junior por todo empenho e dedicação na co-orientação deste trabalho.

A todos os colegas e amigos que fazem ou fizeram parte do Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis com os quais tive a oportunidade de conviver, antes e durante o período de realização deste trabalho, pela amizade e pelos momentos de descontração proporcionados, em especial ao Thiago de Paula Sales, Marcelo Samora Júnior, Arinam Dourado Guerra Silva e Lucas Rocha.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Mecânica com quem tive o prazer de adquirir novos conhecimentos.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade concedida para realização do curso.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia – Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT – EIE), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), por todo o auxílio financeiro proporcionado, inclusive em equipamentos, que foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

Página intencionalmente deixada em branco.

Carvalho, V. N., **Balanceamento Robusto de Máquinas Rotativas com Eixos Flexíveis**. 2017. 56 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

Esta dissertação de mestrado propõe uma nova abordagem para a técnica de balanceamento baseada no modelo matemático. A metodologia proposta trata das incertezas que afetam o balanceamento. Neste caso, os parâmetros incertos foram tratados no modelo matemático através do Método de Monte Carlo e do Método do Hipercubo Latino, que foram utilizados de forma combinada no balanceamento robusto. O modelo matemático do rotor foi construído utilizando o método de elementos finitos, por este ser capaz de representar adequadamente o comportamento dinâmico de uma máquina rotativa levando em conta os vários subsistemas que a compõe (eixo, acoplamento, discos, mancais e o efeito giroscópico). Uma vez que os subsistemas foram definidos e agrupados, os parâmetros considerados desconhecidos foram identificados buscando obter um modelo representativo para o sistema. O balanceamento robusto proposto é comparado com o determinístico considerando resultados numéricos e experimentais para a validação da técnica. Os resultados demonstram que o balanceamento robusto tem um ganho em eficiência quando comparado com a técnica convencional. Desta forma, foram obtidos resultados mais significativos no que diz respeito a redução das amplitudes de vibração do rotor considerado.

Palavras Chave: Dinâmica de Rotação; Balanceamento de Máquinas Rotativas; Análise de Incerteza; Balanceamento Robusto.

Página intencionalmente deixada em branco.

Carvalho, V. N., **Robust Balancing of Rotating Machines with Flexibles Shafts**. 2017. 56 f. M.Sc. Dissertation - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brazil.

ABSTRACT

This dissertation proposes a new approach to the balancing technique based on the mathematical model. The proposed methodology deals with the uncertainties that affect the balancing performance. In this case, the uncertain parameters were treated in the mathematical model by the Monte Carlo Method and the Latin Hypercube Method, which were used in combination in the robust balancing. The mathematical model of the rotor was formulated by using the finite element method, because it is able to adequately represent the dynamic behavior of a rotating machine taking into account the various subsystems, such as the shaft, coupling, discs, bearings, and the gyroscopic effect. Once the subsystems are defined and coupled, the parameters considered unknown were identified in order to obtain a representative model of the system. The proposed robust balancing approach is compared with the deterministic methodology considering numerical and experimental results for validation purposes. The results demonstrate that the robust balancing approach has a gain in efficiency when compared to the deterministic technique. Therefore, more significant results were obtained by using the proposed approach regarding to the reduction of the rotor vibration amplitudes.

Página intencionalmente deixada em branco.

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Efeito do cisalhamento
B	Mancal
best	Melhor
B_1	Mancal 1
B_2	Mancal 2
CR	Cruzamento
CR_{DE}	Probabilidade caso não ocorra a convergência
d	Distância da massa de desbalanceamento até o centro do eixo
\mathbf{D}	Matriz de amortecimento
D	Disco elementar
\mathbf{D}_D	Matriz do efeito giroscópico do disco
\mathbf{D}_g	Matriz de efeito giroscópico
\mathbf{D}_p	Amortecimento proporcional
D_0	Desbalanceamento original
d_{xx}	Coeficiente de amortecimento ao longo do eixo X
d_{xz}	Coeficiente de amortecimento cruzado, entre o eixo X e Z
d_{zx}	Coeficiente de amortecimento cruzado, entre o eixo Z e X
d_{zz}	Coeficiente de amortecimento ao longo do eixo Z
D_1	Disco 1
D_2	Polia
D_3	Disco 2
E	Módulo de elasticidade
EF	Elementos finitos
F_{DE}	Taxa de perturbação
\mathbf{F}_m	Força de sustentação do mancal
F_{mx}	Força de sustentação do mancal na direção X
F_{mz}	Força de sustentação do mancal na direção Z
FRF	Função de resposta em frequência
FRF_{exp}	Função de resposta em frequência experimental
FRF_{mod}	Função de resposta em frequência do modelo (numérica)
\mathbf{F}_u	Força de desbalanceamento
F_{ux}	Força de desbalanceamento ao longo do eixo X

F_{uZ}	Força de desbalanceamento ao longo do eixo Z
F_0	Força aplicada na direção axial do eixo
G	Módulo de cisalhamento
I_{Dx}	Momento de inércia ao longo do eixo X do referencial fixo
I_{Dy}	Momento polar de inércia
I_{Dz}	Momento de inércia ao longo do eixo Z do referencial fixo
I_y	Momento de inércia de área da seção transversal do eixo em relação ao eixo Y
\mathbf{K}	Matriz de rigidez
k_{ROT}	Rigidez de rotação
\mathbf{K}_s	Matriz do efeito de cisalhamento
\mathbf{K}_{st}	Matriz que representa o enrijecimento do sistema no regime transitente
k_{xx}	Coeficiente de rigidez da direção X
k_{xz}	Coeficiente de rigidez cruzado, entre os eixos X e Z
k_{zx}	Coeficiente de rigidez cruzado, entre os eixos Z e X
k_{zz}	Coeficiente de rigidez da direção Z
\mathbf{K}_1	Matriz de rigidez clássica
\mathbf{K}_2	Matriz de rigidez clássica
\mathbf{K}_3	Matriz devido a força axial
\mathbf{K}_4	Matriz devido a força axial
L	Comprimento do elemento finito do eixo
$l^l(x_{mi})$	Limite inferior do espaço de projeto
$l^u(x_{mi})$	Limite superior do espaço de projeto
\mathbf{M}	Matriz de massa
MCI	Método dos coeficientes de influência
\mathbf{M}_D	Matriz de massa do disco
M_D	Massa de um elemento de disco
$mean$	Média das medições
m_i	Indivíduo na otimização
m_u	Massa de desbalanceamento
MHL	Método do Hipercubo Latino
MMC	Método de Monte Carlo
\mathbf{M}_1	Matriz de massa da energia cinética do eixo

\mathbf{M}_2	Matriz de massa da energia cinética do eixo
\mathbf{M}_3	Matriz do efeito secundário de inércia de rotação da energia cinética do eixo
\mathbf{M}_4	Matriz do efeito secundário de inércia de rotação da energia cinética do eixo
\mathbf{M}_5	Matriz do efeito giroscópico
\mathbf{N}_1	Vetor formado por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem
\mathbf{N}_2	Vetor formado por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem
P_{DE}	População inicial randômica
\mathbf{q}	Vetor de deslocamento elementar
\mathbf{q}_t	Vetor de deslocamento global
\mathbf{q}_D	Coordenadas generalizadas
\mathbf{q}_u	Deslocamento na direção X
\mathbf{q}_w	Deslocamento na direção Z
R_o	Referencial fixo
R	Referencial móvel
rand	Randômico
R_{noise}	Vetor de ruído branco
RPM	Rotações por minuto
S	Área da seção transversal
S_h	Eixo
S_r	Área reduzida da seção transversal
S_8	Plano de medição localizado na posição do nó 8
S_{12}	Plano de medição localizado na posição do nó 12
$Temp_{ref}$	Sinais temporais de referência
$Temp_{mod}$	Sinais temporais determinadas pelo modelo matemático
T_u	Energia cinética devido a massa de desbalanceamento
u	Grau de liberdade de deslocamento
u_1	Grau de liberdade de deslocamento do elemento finito ao longo do eixo X do referencial fixo
u_2	Grau de liberdade de deslocamento do elemento finito ao longo do eixo X do referencial fixo
X	Eixo X do referencial fixo

x	Eixo X do referencial móvel
X_{best}	Vetor associado a função de adptação
X_{mi}	Vetor das variáveis de projeto
X_{rand}	Vetor de variáveis randômicas
X_{trial}	Vetor resultante do processo de otimização
w	Grau de liberdade de deslocamento
W	Força peso das partes girantes
w_1	Grau de liberdade de deslocamento do elemento finito ao longo do eixo Z do referencial fixo
w_2	Grau de liberdade de deslocamento do elemento finito ao longo do eixo Z do referencial fixo
Y	Eixo Y do referencial fixo
y	Eixo Y do referencial móvel
Z	Eixo Z do referencial fixo
z	Eixo Z do referencial móvel
θ	Rotação em torno do eixo X do referencial fixo
θ_1	Grau de liberdade de rotação do elemento finito em torno do eixo X do referencial fixo
θ_2	Grau de liberdade de rotação do elemento finito em torno do eixo X do referencial fixo
φ	Rotação em torno do eixo Y do referencial fixo
ϕ	Rotação em torno do eixo Z do referencial fixo
φ_1	Grau de liberdade de rotação do elemento finito em torno do eixo Z do referencial fixo
φ_2	Grau de liberdade de rotação do elemento finito em torno do eixo Z do referencial fixo
λ	Constante do amortecimento proporcional
β	Constante do amortecimento proporcional
ρ	Massa por unidade de volume
ν	Coeficiente de Poisson

Página intencionalmente deixada em branco.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	VII
RESUMO	IX
ABSTRACT	XI
LISTA DE SÍMBOLOS	XIII
SUMÁRIO	XVIII
CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO	1
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO ESTUDO	1
1.2. CONTRIBUIÇÕES PRÉVIAS A ESTUDO DESTA DISSERTAÇÃO	2
1.3. OBJETIVOS DO ESTUDO	4
1.4. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	4
CAPÍTULO II: BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS ROTATIVAS	6
2.1 BALANCEAMENTO BASEADO NOS SINAIS DE VIBRAÇÃO	7
2.2 BALANCEAMENTO BASEADO NO MODELO MATEMÁTICO.....	10
CAPÍTULO III: FUNDAMENTOS DE DINÂMICA DE ROTAÇÃO.....	16
3.1 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO	16
3.2 MATRIZES DE EF ASSOCIADAS A ENERGIA CINÉTICA.....	17
3.3 MATRIZ ASSOCIADA À ENERGIA DE DEFORMAÇÃO	22
3.4 FORÇA DE DESBALANCEAMENTO	23
3.5 FORÇA DE SUSTENTAÇÃO DOS MANCAIS.....	25

CAPÍTULO IV: BALANCEAMENTO BASEADO NO MODELO	27
4.1 MÉTODO DE MONTE CARLO E HIPERCUBO LATINO.....	27
4.2 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL.....	29
4.3 BALANCEAMENTO DETERMINÍSTICO	32
4.4 BALANCEAMENTO ROBUSTO	34
CAPÍTULO V: RESULTADOS NUMÉRICOS.....	38
5.1. AJUSTE DO MODELO MATEMÁTICO DO ROTOR	38
5.2. BALANCEAMENTO DETERMINÍSTICO	44
5.3. BALANCEAMENTO ROBUSTO	44
5.3.1 <i>Variação da Rígidez do Mancal</i>	48
5.3.2 <i>Acréscimo Concentrado de Massa no Rotor</i>	54
CAPÍTULO VI: RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	65
6.1. MÁQUINA ROTATIVA.....	65
6.2. BALANCEAMENTO DETERMINÍSTICO	66
6.3. BALANCEAMENTO ROBUSTO	70
CAPÍTULO VII: CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS	82
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO I

Introdução

1.1. Contextualização do estudo

Cada vez mais, novas tecnologias vêm sendo desenvolvidas nos vários e diversos setores da indústria, sendo que as máquinas rotativas são parte fundamental deste contexto. Assim sendo, os processos de manutenção e monitoramento desta classe de sistemas seguem padrões rígidos que visam, dentre outros fatores, reduzir os custos de substituição de peças e a parada repentina de linhas de produção. Dessa forma, é evidente que o monitoramento e o controle dos níveis de vibração e ruído vêm ganhando destaque na indústria a fim de garantir que as máquinas rotativas operem dentro de limites aceitáveis de segurança, atendendo a critérios de desempenho sempre mais exigentes.

Com o intuito de atenuar as amplitudes de vibração de máquinas rotativas, observa-se o desenvolvimento de diversos métodos de controle de vibração ao longo dos anos. Estes sistemas podem ser simples e de baixo custo de implementação e manutenção, como é o caso dos métodos de controle passivo e das técnicas convencionais de balanceamento (método dos coeficientes de influência, balanceamento modal, quatro rodadas sem fase, dentre outros) (WOWK, 1998), bem como mais complexos e sofisticados, como é o caso das técnicas de controle ativo (CAVALINI Jr, 2013). Na Fig. 1.1 é possível observar uma máquina rotativa com eixo flexível onde o eixo é sustentado por dois mancais de rolamento e acionado por um motor elétrico de corrente contínua. Este sistema, além de permitir a aplicação de diversos métodos de balanceamento, um mancal híbrido constituído de um rolamento associado a atuadores eletromagnéticos é utilizado para o controle ativo das vibrações laterais resultantes das forças de desbalanceamento.

Neste contexto, o presente trabalho propõe uma técnica de balanceamento de máquinas rotativas com eixo flexível. A metodologia se baseia no modelo matemático do rotor, onde serão analisadas as incertezas inerentes a este sistema de engenharia.

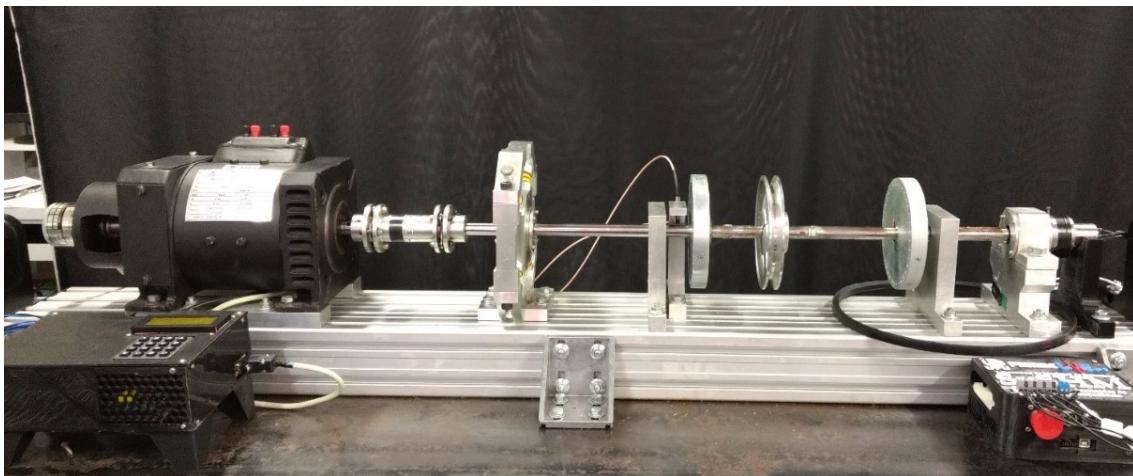


Figura 1.1 - Controle ativo de vibração de eixos flexíveis.

Para isso, o modelo matemático da bancada de teste necessita ser suficientemente representativo, ou seja, os resultados numéricos devem ser validados com dados experimentais. Isto é feito através da comparação entre as funções de resposta em frequência numéricas e daquelas obtidas diretamente na máquina rotativa, experimentalmente.

É importante ressaltar que a análise de incertezas em sistemas de engenharia vem ganhando notoriedade nos últimos anos. Máquinas rotativas possuem imperfeições de fabricação dos seus componentes, variação de parâmetros com a operação (desgaste) e variações de condições de operação (variação de temperatura, por exemplo), cujos efeitos podem ser considerados a partir de técnicas de análise de incertezas.

1.2. Contribuições prévias ao estudo desta dissertação

No âmbito do Laboratório de Mecânica de Estruturas “José Eduardo Tannús Reis” da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia (LMEst-FEMEC-UFU), diversos trabalhos de pesquisa em dinâmica de rotação vêm sendo desenvolvidos ao longo dos anos.

Simões (2006) apresentou um trabalho acerca do controle ativo de vibrações em rotores flexíveis. Neste caso, transdutores piezelétricos do tipo pilha foram instalados nos mancais de um rotor horizontal. Saldarriaga (2007) trabalhou com uma técnica de controle passivo de vibrações aplicada em máquinas rotativas utilizando materiais viscoelásticos.

Morais (2010) avaliou o comportamento dinâmico de máquinas rotativas flexíveis com a presença de não-linearidades. Como pontos de destaque deste trabalho, deve-se citar a investigação de uma metodologia para a identificação de parâmetros variantes no tempo com

a finalidade de caracterizar trincas em eixos de máquinas rotativas por meio de sinais temporais expandidos por séries de funções ortogonais, a utilização de atuadores eletromagnéticos para controlar o processo de abertura e fechamento de trincas e o balanceamento de máquinas rotativas na presença de não-linearidades através de uma técnica baseada no modelo matemático antes proposta por Saldarriaga et al. (2010).

Koroishi (2013) avaliou o desempenho de técnicas de controle ativo de vibrações em uma máquina rotativa dotada de um mancal híbrido (mancal de rolamento com atuadores eletromagnéticos). Cavalini Jr (2013) propôs técnicas de monitoramento da integridade estrutural (*SHM – Structural Health Monitoring*) com o objetivo de identificar trincas transversais nos eixos de máquinas rotativas, onde é importante destacar a aplicação da técnica da Impedância Eletromecânica para este fim.

Oliveira (2015) desenvolveu o modelo de uma bancada experimental de mancais magnéticos ativos. Assim, o modelo construído foi ajustado com dados experimentais. Borges (2016) trabalhou com o projeto de um controlador modal para a mesma bancada experimental usada por Oliveira (2015), com o objetivo de entender e aprimorar todas as etapas de desenvolvimento de controladores, analisando inclusive as suas incertezas mais relevantes.

O presente trabalho contribui, principalmente, com o desenvolvimento de uma nova abordagem para as técnicas de balanceamento baseadas no modelo matemático. Esta nova abordagem tem como intenção manter os níveis de vibração de uma máquina rotativa dentro uma faixa aceitável por mais tempo, reduzindo assim as paradas do equipamento para manutenção. Para isso, a análise de incertezas é utilizada para avaliar os efeitos de possíveis variações de parâmetros e condições de operação nas respostas dinâmicas do equipamento.

Por exemplo, alguns exaustores industriais utilizados em caldeiras apresentam sintomas de desbalanceamento com certa periodicidade devido ao acúmulo de fuligem no rotor. A técnica proposta neste trabalho considera este desbalanceamento adicional como sendo uma variável incerta durante o processo de balanceamento. Desta forma, espera-se que o resultado do balanceamento obtido pela técnica seja mais robusto em relação ao procedimento determinístico, ou seja, que as amplitudes de vibração obtidas em um equipamento deste tipo balanceado por meio da técnica proposta se mantenha em níveis aceitáveis de funcionamento mesmo com certo acúmulo de fuligem.

No LMEst, esta nova abordagem tem sido chamada de balanceamento robusto. Esta abordagem é relevante quando se deseja retratar cenários encontrados na indústria.

1.3. Objetivos do Estudo

O objetivo do presente trabalho é investigar através de análises numéricas e experimentais o método de balanceamento robusto que será proposto em seguida. O procedimento será realizado buscando reproduzir os cenários presentes em máquinas rotativas utilizadas na indústria. Neste sentido, a validação experimental da técnica será realizada na máquina rotativa apresentada na Fig. 1.1.

Neste contexto, serão analisados o acúmulo de material nos discos e outros elementos da máquina rotativa e também falhas na fixação de mancais (variações das rigidezes dos mancais).

Como mencionado, o acúmulo de material nos componentes móveis do rotor nada mais é do que a adição aleatória de massa (em termos de quantidade e posição angular). Este fenômeno causa forças de desbalanceamento no rotor e, com isso, níveis de vibração maiores. Outro cenário físico real que será contemplado é a variação das rigidezes dos mancais que podem ocorrer principalmente por quebra de base de fixação ou de elementos de união.

1.4. Organização do Trabalho

Além do presente capítulo, que é introdutório, este trabalho foi dividido em outros seis capítulos. Neste capítulo tratou-se da contextualização do tema balanceamento de máquinas e sua importância, assim como de estudos que têm sido desenvolvidos no LMEst em assuntos correlatos, e os objetivos do presente estudo.

O Capítulo II compreende uma revisão acerca das técnicas de balanceamento baseadas no sinal de vibração e também da técnica que será utilizada neste trabalho, baseada no modelo matemático do rotor.

O Capítulo III apresenta a formulação matemática do modelo de elementos finitos de um sistema rotativo, incluindo os modelos dos mancais e discos.

O Capítulo IV é dedicado ao detalhamento da técnica desenvolvida. Neste capítulo, são apresentadas as formulações determinística e robusta.

O Capítulo V tem-se o ajuste do modelo matemático da máquina rotativa, bem como os resultados numéricos obtidos com a técnica de balanceamento proposta.

O Capítulo VI apresenta a validação experimental dos resultados obtidos.

O Capítulo VII é dedicado às conclusões gerais do trabalho e as perspectivas para trabalhos futuros.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO II

Balanceamento de Máquinas Rotativas

Máquinas rotativas em operação possuem forças centrífugas com amplitudes proporcionais ao quadrado da velocidade de rotação. A distribuição irregular de massa ao longo do rotor é a maior fonte das forças centrífugas mencionadas, ou seja, forças de desbalanceamento. Deste modo, é preciso adicionar ou retirar massa, considerando a posição angular, para atenuar esses níveis de vibração. Para isso, existem diversos métodos de balanceamento largamente testados e validados na indústria e no meio acadêmico. Contudo, ainda cabe aprimorar as técnicas a fim de melhorar os resultados obtidos e minimizar o tempo de parada de máquina. Este ponto representa um alto custo nas plantas industriais (LI et al., 2008).

Realizar o balanceamento de máquinas rotativas nada mais é do que atenuar os níveis de vibração da máquina, ou seja, reduzir os níveis de vibração medidos para limites aceitáveis. Diferentes normas técnicas determinam os limites de vibração considerando diferentes tipos de equipamentos (ISO 10816, 1995; ISO 7919, 1996; ISO 1940, 2003). Para realizar o balanceamento existem diversas técnicas que serão tratadas brevemente ao longo deste capítulo.

O balanceamento de máquinas rotativas envolve técnicas que podem ser divididas em dois grandes grupos distintos, a saber, os métodos baseados somente nos sinais de vibração da máquina (balanceamento baseado nos sinais de vibração) e os métodos que utilizam o modelo matemático da máquina, além dos sinais de vibração (balanceamento baseado no modelo matemático).

Neste capítulo será apresentada uma análise destes dois grandes grupos, considerando trabalhos publicados na literatura (e também trabalhos desenvolvidos no LMEst), bem como as vantagens e desvantagens de cada um dos principais métodos de balanceamento.

2.1 Balanceamento baseado nos sinais de vibração

Dentro deste grupo de métodos de balanceamento existem várias técnicas largamente difundidas em livros, artigos científicos e manuais usados pela indústria. Estes métodos podem ser de simples aplicação, como é o caso do método das quatro rodadas sem fase e o método das sete rodadas sem fase (WOWK, 1998), até métodos mais elaborados como o balanceamento modal e o método dos coeficientes de influência (MCI). Ainda existe a possibilidade de utilizar mais de um método para realizar o balanceamento, resultando nas técnicas combinadas de balanceamento.

Dentre os métodos de balanceamento citados, o mais empregado na indústria é o MCI que foi desenvolvido na década de 1970. Uma das primeiras referências bibliográficas que trata deste método de balanceamento é o trabalho de Tessarzik (1970). O autor fez um estudo experimental de como estender a região onde o MCI é eficiente. Neste caso, o rotor foi acionado a uma velocidade de operação superior às 3 primeiras velocidades críticas. Os procedimentos de balanceamento convencional e proposto foram avaliados para várias condições de desbalanceamento a fim de assegurar a funcionalidade do método.

Como mencionado, o MCI é um dos métodos de balanceamento de rotores flexíveis mais utilizados na indústria. Neste método, fatores como irregularidades geométricas do rotor, amortecimento do sistema, parâmetros de fundação (como rigidez) e desalinhamento são levados em consideração automaticamente, por meio das medições realizadas no próprio rotor para o procedimento de balanceamento. O método dispensa o conhecimento das frequências naturais e dos modos próprios do rotor. Estas informações auxiliam, entretanto, na escolha dos melhores planos de balanceamento e planos de medida.

Uma vez definidos os planos de balanceamento, os planos de medição e as massas de teste, as informações necessárias para o MCI envolvem a amplitude da resposta de vibração da máquina (deslocamento, velocidade ou aceleração) e sua fase em relação a uma referência fixa no rotor. Assume-se então que a resposta de vibração do rotor é uma função linear do desbalanceamento e esta é expressa na forma de uma matriz (conjunto de equações lineares). Neste caso, a variação da amplitude de vibração medida por cada sensor considerado é relacionada com a mudança da força de desbalanceamento introduzida pelas massas de teste. Uma manipulação matemática é realizada nas equações resultantes a fim de determinar o desbalanceamento original do rotor. O MCI pode ser aplicado considerando diferentes velocidades de rotação.

Tessarzik; Badgley; Anderson (1972) apresentaram resultados experimentais satisfatórios do MCI. O método se mostrou eficiente em 80% dos casos testados, com o balanceamento sendo executado em uma única velocidade de operação da máquina. Assim sendo, o MCI se mostrou eficaz desde o início dos testes experimentais a que foi submetido (TAN; WANG, 1993).

O MCI também pode ser utilizado para o balanceamento de rotores assimétricos, como é o caso de eixos de manivelas. Kang et al. (2000) propuseram uma modificação do método para o balanceamento deste tipo de sistema. Para verificar a eficiência da metodologia proposta, foram analisados vários casos e em todos houve uma melhora das condições de balanceamento.

Dyer et al. (2002) apresentaram uma estratégia ótima de controle para a atenuação das amplitudes de vibração em vários planos de balanceamento. Segundo o autor, a estratégia é robusta a erros de modelagem, uma vez que a matriz dos coeficientes de influência utilizada na técnica é determinada com precisão. No MCI, o controlador de vibração negocia objetivamente três parâmetros, que são: a vibração residual, o esforço de controle e a taxa de mudança do controle, penalizando o esforço de controle com o objetivo de aumentar a margem de estabilidade do mesmo. Os resultados experimentais ilustram a melhoria na robustez do controlador proposto em comparação com o controle ótimo baseado no método dos mínimos quadrados ponderados.

Lee et al. (2005) desenvolveram um dispositivo ativo de balanceamento com uma estrutura simples baseado no MCI. Os resultados mostraram uma diminuição da vibração de, aproximadamente, 57% em regiões de velocidades críticas e em mais de 80% em outras velocidades de operação. Isto mostra que o balanceamento foi efetivo, diminuindo a amplitude de vibração média em 70%. A estratégia de balanceamento ativo desenvolvida neste trabalho se mostrou eficaz e estável.

Li et al. (2008) utilizaram o MCI para o balanceamento robusto de máquinas operando em altas velocidades. Em seu estudo, o método foi associado a um procedimento de otimização convexa. Segundo os autores, esta técnica de otimização vem sendo aplicada nos últimos anos na solução de problemas lineares e não lineares. Os autores utilizaram a expressão “robusto” pois o balanceamento é realizado considerando o pior caso dentre os cenários de incertezas avaliados. Li et al. (2008) concluem que o método desenvolvido é bastante flexível e eficiente.

Existem também estudos com a intenção de determinar as condições ótimas para a aplicação do MCI, sendo que estas condições são tratadas algumas vezes como a busca das melhores posições para os sensores (planos de medição) e também os planos de balanceamento mais adequados para a aplicação das massas de correção (KANG et al., 2008)

Rende et al. (2015) avaliaram os métodos de balanceamento denominados quatro rodadas sem fase e sete rodadas sem fase aplicados, respectivamente, para o balanceamento em um plano e em dois planos. Diferentemente do MCI, estas técnicas não necessitam da medição de fase para a realização do balanceamento. Os resultados apresentados por Rende et al. (2015) mostram que as duas técnicas são de fácil aplicação e mostraram-se eficientes. É importante ressaltar que, na maioria das aplicações, é difícil medir corretamente a fase, seja pela dificuldade de instrumentação, seja pelo efeito do comportamento dinâmico do rotor (não-linearidades). Assim sendo, as técnicas das quatro rodadas sem fase e das sete rodadas sem fase mostram-se muito úteis.

O método das quatro rodadas sem fase utiliza apenas um plano de correção para o balanceamento e, consequentemente, um plano de medição. Com o rotor em operação, são medidas as amplitudes de vibração do rotor em quatro condições distintas: desbalanceamento original (DO), DO associado à uma massa de teste em 0°, DO associado à uma massa de teste em 120° e DO associado à uma massa de teste em 240°. Uma soma vetorial é realizada para determinar a massa de correção (proporcional à massa de teste utilizada) e sua posição angular. A posição angular da massa de correção é obtida a partir da referência 0° considerada.

O método das sete rodadas sem fase é uma extensão do método de quatro rodadas sem fase para o balanceamento em dois planos. Esta técnica foi desenvolvida com base no método dos coeficientes de influência. Everett (1987) apresenta um estudo sobre o método, sendo que, uma tradução livre do título do seu trabalho permite ler “balanceamento em dois planos de rotores sem medição de fase”. Assim como o método de quatro rodadas, a aplicação desta técnica é simples e não requer a medição da fase. Apesar de necessitar de rodadas adicionais de teste para a medição dos dados, o procedimento é mais simples e aplicável a uma ampla variedade de máquinas rotativas, o que o torna mais útil, em vários casos, que o próprio MCI. O autor ainda reforça que esta técnica é de fácil utilização em balanceamentos em campo, pois não necessita de uma instrumentação sofisticada e atende a uma ampla gama de problemas de balanceamento.

Neste contexto, fica evidente que os métodos baseados nos sinais de vibração têm como principal vantagem o vasto conhecimento sobre a forma de aplicação e a facilidade de adaptação para os mais diversos cenários, considerando um ou mais planos de balanceamento, baixas e altas velocidades de operação, rotores rígidos e flexíveis, dentre outros.

No que diz respeito aos pontos negativos dos métodos baseados nos sinais de vibração, o tempo necessário para efetuar o procedimento se mostra como uma de suas limitações (necessidade da utilização de massas de teste). No entanto, a principal restrição associada a

esta classe de métodos é a relação linear que deve ser mantida entre a força de balanceamento e os níveis de vibração resultantes, algo que nem sempre é garantido devido a não linearidades encontradas na máquina.

Tendo em vista estes pontos negativos, é importante ressaltar que é possível superá-los utilizando um método de balanceamento baseado no modelo matemático do sistema. Este método possui um grande potencial pois, uma vez que a formulação matemática (modelo) da máquina que se deseja balancear encontra-se disponível, não se faz necessária a utilização das massas de teste. A quantidade de acionamentos e parada da máquina é minimizada, gerando uma economia significativa de tempo, aspecto este bastante prioritário no contexto industrial.

Além da redução de tempo de parada das máquinas a serem balanceadas, este método não necessita de uma relação linear entre a força de balanceamento e os níveis de vibração resultantes, ganhando portanto versatilidade quando comparado com os métodos baseados nos sinais de vibração.

2.2 Balanceamento baseado no modelo matemático

Na literatura existem vários trabalhos dedicados ao balanceamento de rotores através da utilização do modelo matemático do sistema. Goodman (1964) foi um dos primeiros, se não o primeiro, trabalho publicado utilizando métodos computacionais na área de dinâmica de rotação. Ele desenvolveu um procedimento de mínimos quadrados para o balanceamento de máquinas rotativas com multiplanos e com múltiplas velocidades de operação. O método dos mínimos quadrados simples (conjuntamente com o método dos mínimos quadrados ponderados) foi utilizado para minimizar a vibração residual dos pontos selecionados na base da máquina. Tendo em vista que este trabalho é bastante antigo, trouxe na sequência muitas possibilidades de estudo dos problemas de balanceamento em máquinas rotativas.

Hundal; Harker (1966) apresentaram um trabalho no qual as frequências naturais e os modos de vibração do rotor são utilizados como base para determinar as massas de correção requeridas. Estas são determinadas ao comparar o componente modal do desbalanceamento aos componentes modais correspondentes das massas de correção.

Conry; Goglia; Cusano (1982) desenvolveram um método para projetar uma distribuição de desbalanceamento considerada como ideal em um rotor que opera acima da primeira velocidade crítica. Segundo os autores, o método, que nada mais é que um problema de otimização, também pode ser utilizado para calcular as massas ideais para o balanceamento

em planos específicos de um rotor com uma distribuição de balanceamento conhecida. A técnica proposta utiliza o método de otimização para minimizar a energia de deformação do sistema, sujeito as restrições das equações do movimento do rotor, em uma determinada velocidade de balanceamento. Os autores testaram esta metodologia em dois exemplos. Em ambos os resultados foram satisfatórios, porém não houve maior aprofundamento das discussões a respeito do método.

Steffen Jr; Lacerda (1992) utilizaram informações modais para o balanceamento de rotores flexíveis. As informações modais foram usadas com o objetivo de reduzir o número de testes experimentais necessários para a realização do balanceamento. Os autores utilizaram um método de otimização para obter o balanceamento a partir da minimização da energia de deformação do sistema e, assim, comparar os resultados com os obtidos através do MCI. Os resultados numéricos foram validados a partir de testes experimentais.

El-Shafei; El-Kabbany; Younan (2002) apresentaram o balanceamento de um rotor sem a utilização de massas de teste. Isto foi feito utilizando modos complexos e medições complexas dos níveis de vibração. O método apresentado é baseado no modelo matemático do rotor cuidadosamente ajustado. Segundo os autores, as vantagens obtidas são claras tanto na redução do tempo quanto no desempenho do método. Nos testes mostrados foi usada apenas uma medida de vibração, enquanto que nas outras técnicas seriam necessárias no mínimo três. Claramente, o número necessário de medidas aumenta conforme a quantidade de planos de balanceamento requerida. A técnica proposta se mostrou bastante eficiente para o balanceamento de rotores flexíveis. Os autores citam que ainda é preciso testar a técnica em outras aplicações, como nas máquinas suportadas por mancais hidrodinâmicos.

Saldarriaga; Steffen Jr (2003) estudaram o balanceamento de rotores flexíveis utilizando técnicas de otimização. Este trabalho teve por objetivo apresentar uma técnica de balanceamento onde não é necessário utilizar massas de testes. O modelo de elementos finitos representativo do rotor foi utilizado juntamente com duas técnicas de otimização, os algoritmos genéticos e as redes neurais artificiais. O objetivo do processo de otimização foi encontrar um conjunto de massas e suas respectivas posições angulares que, quando aplicadas no modelo representativo, são capazes de reproduzir os sinais de vibração medidos diretamente no rotor analisado. Resultados satisfatórios foram obtidos com a técnica proposta.

Saldarriaga; Steffen Jr (2003) afirmam que a técnica baseada nas redes neurais apresenta dificuldade quando muitas velocidades de operação do rotor são consideradas ao mesmo tempo (custo computacional elevado). Assim sendo, o balanceamento para várias velocidades de operação foi realizado com os algoritmos genéticos para a solução do problema inverso.

Mahfoud et al. (2007) apresentaram uma nova técnica de balanceamento de máquinas rotativas que não utiliza massas de teste. O balanceamento é baseado no modelo de elementos finitos reduzido do rotor. O número de graus de liberdade do modelo matemático é igual ao de sensores utilizados para a medição dos sinais de vibração. O trabalho de Mahfoud et al. (2007) apresentou resultados bastante satisfatórios, inclusive com validação experimental.

Saldarriaga et al. (2010) estudaram também o balanceamento de máquinas rotativas com eixo flexível sem a adição de massas de teste. O modelo de elementos finitos do rotor foi utilizado juntamente com um processo de otimização (algoritmos genéticos) para resolver o problema inverso associado. A estratégia se baseou, inicialmente, em identificar as características do sistema para, então, encontrar um conjunto de massas e posições angulares que, uma vez consideradas no modelo matemático, são capazes de reduzir as amplitudes de vibração. É importante ressaltar que Saldarriaga et al. (2010) propuseram uma metodologia experimental para o balanceamento de máquinas rotativas flexíveis. O balanceamento foi realizado para várias velocidades de rotação, provando deste modo que a metodologia é eficaz.

Morais (2010) estudou o balanceamento de rotores lineares e não-lineares baseado no modelo matemático do sistema. Neste caso, a não-linearidade do sistema se deve à presença de atuadores eletromagnéticos no rotor. Em seu trabalho, o balanceamento foi realizado para várias condições de operação. Neste sentido, para as várias situações avaliadas, Morais (2010) obteve ótimos resultados numéricos e experimentais para o balanceamento sem massa de teste considerando o rotor linear e não-linear. O sucesso das aplicações se deve ao ajuste cuidadoso do modelo matemático de elementos finitos formulado para representar dinamicamente a bancada de testes.

Cavalini et al. (2012) aplicaram a técnica de balanceamento baseada no modelo matemático apresentada por Saldarriaga et al. (2010) e estudada em outros trabalhos aqui comentados. Esta técnica é utilizada visando superar as limitações presentes no MCI, especialmente exigência de linearidade entre a excitação e a resposta de vibração e a necessidade das massas de teste. Neste caso, o desbalanceamento foi identificado através do método da Evolução Diferencial (STORN; PRICE, 1995). O trabalho apresenta os resultados de balanceamentos realizados em dois tipos de rotores, sendo um com mancais hidrodinâmicos (avaliação numérica) e um exaustor encontrado em uma planta industrial, sendo este suportado por dois mancais de rolamento. Os resultados demonstram o potencial da técnica baseada no modelo matemático, superando desvantagens presentes no MCI.

Conforme mencionado anteriormente, o método de balanceamento baseado no modelo se apresenta bem adaptado para aplicações industriais somente quando se dispõe de um modelo matemático representativo da máquina rotativa que se pretende balancear. Este

é um aspecto que apresenta dificuldade quando as incertezas influem sobre o comportamento dinâmico do sistema.

De acordo com Li et al. (2008) o efeito de parâmetros incertos nas técnicas de balanceamento foi ignorado ao longo dos anos, exceto por alguns autores, que afirmam que as respostas de vibração podem variar com as condições de operação da máquina rotativa, a saber: com a velocidade, com a temperatura do filme de óleo nos mancais, dentre outros. Além disso, os erros de medição (por exemplo, distúrbios e ruídos), a variação do desbalanceamento (devido a efeitos térmicos), e restrições geométricas associadas à introdução de massas de correção, também são fontes de incerteza. Consequentemente, o sucesso das técnicas de balanceamento depende da precisão das medidas de vibração e das incertezas que afetam as respostas de vibração do rotor.

Neste contexto, uma abordagem robusta para o balanceamento, voltada para as máquinas rotativas que operam em alta velocidade foi proposta por Li et al. (2008). A metodologia foi formulada com base num problema de otimização convexa, combinando as vantagens encontradas no MCI e a abordagem de balanceamento modal. Os coeficientes de influência, a vibração do rotor desbalanceado, e as massas de correção foram modeladas com a utilização de parâmetros randômicos, ou seja, variáveis incertas. As distribuições de probabilidade uniforme e normal foram consideradas nas simulações de Monte Carlo. Uma grande turbina foi utilizada para demonstrar a eficiência da técnica robusta por eles proposta.

Silva; Cavalini Jr; Steffen Jr (2016) realizaram um novo estudo sobre o balanceamento de máquinas rotativas utilizando o modelo matemático. Neste trabalho, o método de balanceamento proposto por Saldaña; Steffen Jr (2003) foi aprimorado por Silva; Cavalini Jr; Steffen Jr (2016), incluindo agora o efeito de incertezas que afetam o modelo do rotor. Uma técnica de análise de incertezas baseada em lógica *fuzzy* foi utilizada. As rigidezes dos mancais da máquina rotativa (modelo de elementos finitos) foram consideradas como parâmetros incertos. A análise de incerteza foi realizada nas rigidezes dos mancais com o objetivo de simular situações onde ocorrem falhas de fixação da máquina rotativa. Os autores apresentaram apenas resultados numéricos neste estudo preliminar. Com os dados apresentados foi então concluído que os resultados determinados pela abordagem robusta (com análise *fuzzy*) foram melhores que as respostas obtidas pela abordagem determinística.

Por fim, é importante ressaltar os pontos positivos que resultam do balanceamento baseado no modelo matemático. Um dos principais ganhos deste método é a capacidade de superar as limitações presentes nos métodos baseados nos sinais de vibração, especialmente a necessidade de uma relação linear entre a força de desbalanceamento e os níveis de vibração do rotor. Outra vantagem encontrada neste método é a redução do número de paradas

da máquina, uma vez que não é necessário utilizar massas de teste para efetuar o balanceamento.

É evidente que não existe apenas pontos positivos no método baseado no modelo do rotor. Como ponto negativo é possível destacar a necessidade de um modelo matemático representativo da máquina. Isto é considerado um ponto negativo, pois muitas vezes construir um modelo matemático confiável é uma tarefa bastante árdua. Também é possível citar o custo computacional como ponto negativo, pois a massa e a fase para o balanceamento são obtidas através da solução de um problema inverso de engenharia. Como é preciso utilizar métodos de otimização para a solução do balanceamento, a velocidade de convergência depende da complexidade do modelo e do funcionamento e convergência do processo de otimização.

Este trabalho de mestrado é voltado para o balanceamento de rotores flexíveis através do método baseado no modelo matemático, como proposto inicialmente por Saldarriaga; Steffen Jr (2003). Contudo, a análise dos efeitos de parâmetros incertos no processo é agora acrescentada ao estudo original.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO III

Fundamentos de Dinâmica de Rotação

Este capítulo apresenta os conceitos básicos envolvidos na modelagem de máquinas rotativas através do método dos elementos finitos. Neste caso, são apresentadas de forma sucinta as formulações matemáticas para a modelagem do eixo, discos, mancais, além da determinação das forças de desbalanceamento.

3.1 Equação do movimento

A equação do movimento de uma máquina deve ser capaz de incorporar vários subsistemas como, por exemplo, os ligados à geometria do sistema (eixo, acoplamento e discos), os ligados à rotação do sistema (deslocamento) e também o efeito giroscópico (inerente às máquinas rotativas). Para que um modelo matemático seja capaz de representar um sistema rotativo deve incorporar todos estes subsistemas.

A Eq. (3.1) representa o comportamento dinâmico de um rotor flexível suportado por mancais de rolamento.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_g \mathbf{q} + \mathbf{K}_{st} \mathbf{q} = \mathbf{W} + \mathbf{F}_u \quad (3.1)$$

na qual, \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{D} é a matriz de amortecimento (amortecimento proporcional devidamente acrescido ao amortecimento associado aos mancais), \mathbf{D}_g representa a matriz de efeito giroscópico, \mathbf{K} é a matriz de rigidez, \mathbf{K}_{st} é a matriz que representa o enrijecimento do sistema quando em regime transitório, \mathbf{q}_t é o vetor de deslocamento, Ω é a velocidade de rotação, \mathbf{W} representa a força peso das partes girantes e \mathbf{F}_u é a força de desbalanceamento. É importante lembrar que o amortecimento proporcional é dado por $\mathbf{D}_p = \lambda \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$, com λ e β constantes.

Nas próximas duas seções serão apresentadas as formulações matemáticas utilizadas para determinar as matrizes associadas à energia cinética (\mathbf{M} , \mathbf{D}_g e \mathbf{K}_{st}) e à energia de deformação (\mathbf{K}), respectivamente.

3.2 Matrizes de EF associadas a energia cinética

Neste caso, considera-se um elemento de disco de massa M_D (centro de massa em D) como rígido e caracterizado apenas por sua energia cinética (LALANNE; FERRARIS, 1998). A Fig. 3.1 representa o sistema citado, onde R_o (X , Y , Z) representa o referencial fixo e $R(x, y, z)$ o móvel (em relação ao disco). Os dois referenciais se relacionam por meio dos ângulos θ , φ e ϕ .

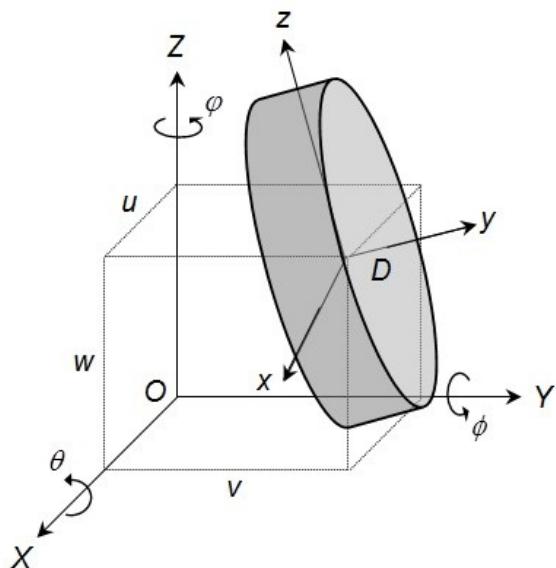


Figura 3.1 - Representação do elemento de disco (Fonte: CAVALINI Jr, 2013).

A Eq. (3.2) representa a energia cinética do disco e é dada por:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \frac{1}{2} (I_{Dx} \omega_x^2 + I_{Dy} \omega_y^2 + I_{Dz} \omega_z^2)) \quad (3.2)$$

onde u e w são as coordenadas de D ao longo dos eixos X e Z , respectivamente; I_{Dx} , I_{Dz} são os momentos de inércia de massa em relação aos eixos X e Z , respectivamente e I_{Dy} é o momento de inércia polar. Já o vetor de velocidades angulares é dado por:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\zeta} \cos \phi + \dot{\ell} \cos \theta \\ \dot{\zeta} \sin \phi \\ \dot{\ell} \cos \phi + \dot{\ell} \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Em termos de graus de liberdade, o elemento de disco possui apenas dois graus de liberdade de deslocamento (u e w) e dois de rotação (θ e φ). Assim, o vetor de coordenadas generalizadas \mathbf{q}_D é definido como:

$$\mathbf{q}_D = [u \ w \ \theta \ \varphi]^T \quad (3.4)$$

Aplicando as equações de Lagrange na Eq. (3.2) (em relação ao vetor de coordenadas generalizadas \mathbf{q}_D), tem-se:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \frac{\partial T_D}{\partial \dot{\mathbf{q}}_D} \\ \mathbf{q}_D \end{pmatrix} = \mathbf{M}_D \begin{bmatrix} \ddot{u} & \dot{u} \\ \ddot{w} & \mathbf{D}_D \dot{w} \\ \ddot{\theta} & \dot{\theta} \\ \ddot{\varphi} & \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde \mathbf{M}_D e \mathbf{D}_D são as matrizes de massa do disco e do efeito giroscópico, respectivamente, e são dadas por:

$$\mathbf{M}_D = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_D \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{D}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Já o eixo é modelado como uma viga de seção transversal circular. O elemento finito possui um comprimento L com dois nós (1 e 2). O elemento de eixo possui oito graus de

liberdade, sendo quatro deslocamentos (u_1, u_2, w_1 e w_2) e quatro rotações ($\theta_1, \theta_2, \varphi_1$ e φ_2), conforme mostra a Fig. 3.2.

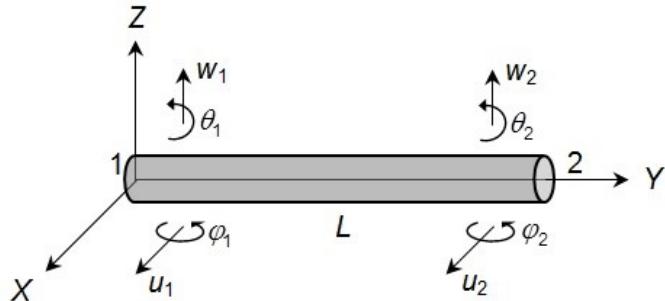


Figura 3.2 – Graus de liberdade associados ao elemento do eixo (Fonte: CAVALINI Jr, 2013).

O vetor de deslocamentos nodais do eixo é dado por:

$$\mathbf{q} = [u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad \varphi_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad \varphi_2]^T \quad (3.8)$$

que inclui os deslocamentos \mathbf{q}_u e \mathbf{q}_w , correspondendo aos movimentos nas direções X e Z , respectivamente.

$$\mathbf{q}_u = [u_1 \quad \varphi_1 \quad u_2 \quad \varphi_2]^T \quad (3.9)$$

$$\mathbf{q}_w = [w_1 \quad \theta_1 \quad w_2 \quad \theta_2]^T \quad (3.10)$$

A matriz elementar é construída a partir das seguintes relações:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}_1 \mathbf{q}_u \quad (3.11)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{N}_2 \mathbf{q}_w \quad (3.12)$$

onde $\mathbf{N}_1 = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4]$ e $\mathbf{N}_2 = [c_5 \ c_6 \ c_7 \ c_8]$ são os vetores formados por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem (hipótese considerada), conhecidos como polinômios de Hermite (IMBERT, 1995). Tais polinômios descrevem os deslocamentos nodais nos planos XY e ZY , respectivamente, onde c_i ($i=1, 2, \dots, 8$) são os coeficientes correspondentes.

A energia cinética do eixo para um elemento de comprimento L é escrita como:

$$\begin{aligned} T_D = & \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{N}_1^T \mathbf{N}_1 \dot{\mathbf{q}}_u \quad \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{N}_2^T \mathbf{N}_2 \dot{\mathbf{q}}_w] dy \\ & + \frac{\rho I_Y}{2} \int_0^L [\dot{\mathbf{q}}_u^T \frac{d\mathbf{N}_1^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_1}{dy} \dot{\mathbf{q}}_u \quad \dot{\mathbf{q}}_w^T \frac{d\mathbf{N}_2^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_2}{dy} \dot{\mathbf{q}}_w] dy \\ & - 2\rho I_Y \Omega \int_0^L \dot{\mathbf{q}}_u^T \frac{d\mathbf{N}_1^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_2}{dy} \mathbf{q}_w dy + \rho I_Y L \Omega^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde ρ é a massa por unidade de volume, S é a área da seção transversal do eixo e I_Y é o momento de inércia de área da seção transversal do eixo em relação à coordenada Y . A primeira integral representa a energia do eixo em flexão, a segunda integral retrata o efeito secundário de inércia de rotação (Rayleigh) e a última integral representa o efeito giroscópico. Já o último termo é constante e não tem influência nas equações.

Por fim pode-se chegar em:

$$T_s = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{q}}_u \quad \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{q}}_w \quad \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_3 \dot{\mathbf{q}}_u \quad \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{M}_4 \dot{\mathbf{q}}_w \quad \dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_5 \mathbf{q}_w \quad \rho I_Y L \Omega^2 \quad (3.14)$$

onde \mathbf{M}_1 e \mathbf{M}_2 são as matrizes de massa, \mathbf{M}_3 e \mathbf{M}_4 são as matrizes que correspondem ao efeito secundário da inércia de rotação e \mathbf{M}_5 tem a ver com o efeito giroscópico. Aplicando as equações de Lagrange na Eq. (3.14), chega-se à:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_s}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T_s}{\mathbf{q}} = (\mathbf{M}_s + \mathbf{M}_T) \ddot{\mathbf{q}} \quad \mathbf{D}_g \dot{\mathbf{q}} \quad \mathbf{K}_{st} \mathbf{q} \quad (3.15)$$

As matrizes elementares formuladas a partir da energia cinética do eixo são apresentadas a seguir (LALANNE; FERRARIS, 1998).

$$\mathbf{M}_s = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 & 0 \\ & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 & 0 \\ & & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 & 0 \\ & & & 156 & 0 & 0 & 22L & 0 \\ & & & & 156 & -22L & 0 & 0 \\ & & & & & 4L^2 & 0 & 0 \\ & & & & & & 4L^2 & 0 \\ \text{SIM.} & & & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{M}_T = \frac{\rho l_Y}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 & 0 \\ & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 & 0 \\ & & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 & 0 \\ & & & 36 & 0 & 0 & 3L & 0 \\ & & & & 36 & -3L & 0 & 0 \\ & & & & & 4L^2 & 0 & 0 \\ & & \text{SIM.} & & & & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{D}_g = \frac{\rho l_Y}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & 0 & L^2 & 0 \\ & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & -36 & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ \text{-SIM.} & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{K}_{st} = \frac{\rho I_Y}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

3.3 Matriz associada à energia de deformação

A energia de deformação é definida como (LALANNE; FERRARIS, 1998):

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 \mathbf{N}_1^T}{dy^2} \frac{d^2 \mathbf{N}_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 \mathbf{N}_2^T}{dy^2} \frac{d^2 \mathbf{N}_2}{dy^2} \delta w \right] dy - \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d \mathbf{N}_1^T}{dy} \frac{d \mathbf{N}_1}{dy} \delta u + \delta w^T \frac{d \mathbf{N}_2^T}{dy} \frac{d \mathbf{N}_2}{dy} \delta w \right] dy \quad (3.20)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material e F_0 é uma força aplicada na direção axial do eixo (direção Y, como mostra a Fig. 3.2).

Integrando a Eq. (3.20), chega-se à:

$$U = \frac{1}{2} \delta u^T \mathbf{K}_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T \mathbf{K}_2 \delta w + \frac{1}{2} \delta u^T \mathbf{K}_3 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T \mathbf{K}_4 \delta w \quad (3.21)$$

onde \mathbf{K}_1 e \mathbf{K}_2 são as matrizes de rigidez clássicas e \mathbf{K}_3 e \mathbf{K}_4 são as matrizes que vêm da força axial.

É necessário levar em conta o efeito de cisalhamento, que é caracterizado por:

$$a = \frac{12EI_Y}{GS_rL^2} \quad (3.22)$$

onde S_r é a área reduzida da seção transversal e G é o módulo de cisalhamento (Eq. (3.23)).

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.23)$$

onde ν é o coeficiente de Poisson

O efeito de cisalhamento que leva a matriz \mathbf{K}_s não é demonstrada neste trabalho. Contudo, a matriz de rigidez clássica \mathbf{K} é obtida a partir das matrizes \mathbf{K}_1 , \mathbf{K}_2 e \mathbf{K}_s . Então, aplicando as equações de Lagrange na Eq. (3.21) tem-se:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = \mathbf{K} \delta \quad (3.24)$$

Por fim, ordenando os graus de liberdade conforme o vetor \mathbf{q} da Eq. (3.8), chega-se à matriz de rigidez completa do elemento.

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 0 & (4 + \beta_Y)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2 - \beta_Y)L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (4 + \beta_Y)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2 - \beta_Y)L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (4 + \beta_Y)L^2 & 0 & (4 + \beta_Y)L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (4 + \beta_Y)L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

SIM.

$$\mathbf{K} = \frac{EI_Y}{L^3(1+a)} \mathbf{K}_c \quad (3.26)$$

3.4 Força de Desbalanceamento

A força de desbalanceamento é definida com uma massa m_u , sendo muito menor que a massa do rotor, situada a uma distância d do centro geométrico do eixo e com coordenadas (u, w) em relação ao ponto O . Para os cálculos considera-se que a massa se mantém em um plano perpendicular ao eixo Y , como mostra a Fig. 3.3.

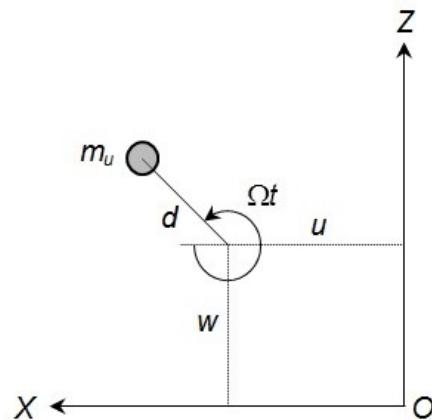


Figura 3.3 – Massa de desbalanceamento (Fonte: CAVALINI Jr, 2013).

A energia cinética T_u da massa m_u é dada por:

$$T_u = \frac{m_u}{2} [\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + d^2 (2 \dot{u} \cos \Omega t + 2 \dot{w} \sin \Omega t)] \quad (3.27)$$

onde o último termo é constante e não tem influência nas equações (desaparece ao aplicar a equação de Lagrange). Assim, a expressão da energia cinética é escrita como:

$$T_u \approx m_u \Omega d [\dot{u} \cos \Omega t + \dot{w} \sin \Omega t] \quad (3.28)$$

Aplicando as equações de Lagrange na Eq. (3.28), chega-se à:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_u}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial u} = -m_u d \dot{\omega} \sin \Omega t - m_u d \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3.29)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_u}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial w} = -m_u d \dot{\omega} \cos \Omega t + m_u d \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (3.30)$$

As forças de desbalanceamento \mathbf{F}_u a serem aplicadas ao longo das direções X e Z em um nó do modelo matemático do eixo são, respectivamente, F_{uX} e F_{uZ} , como segue:

$$F_{uX} = -m_u d\dot{\xi} \sin(\Omega t) - m_u d\Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3.31)$$

$$F_{uZ} = -m_u d\dot{\xi} \cos(\Omega t) + m_u d\Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (3.32)$$

3.5 Força de Sustentação dos Mancais

As forças de sustentação \mathbf{F}_m exercidas pelos mancais quando solicitados em contrapartida aos deslocamentos e velocidades nodais das partes rotativas do sistema nas direções X e Z , F_{mX} e F_{mZ} , respectivamente, são dadas por:

$$\begin{bmatrix} F_{mX} \\ F_{mZ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_{xx} & d_{xz} \\ d_{zx} & d_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

onde a disposição dos coeficientes de rigidez (k_{xx} , k_{xz} , k_{zx} e k_{zz}) e amortecimento (d_{xx} , d_{xz} , d_{zx} e d_{zz}) entre o mancal B e o eixo S_h é apresentada na Fig. 3.4. Vale ressaltar que neste trabalho os mancais utilizados são de rolamento.

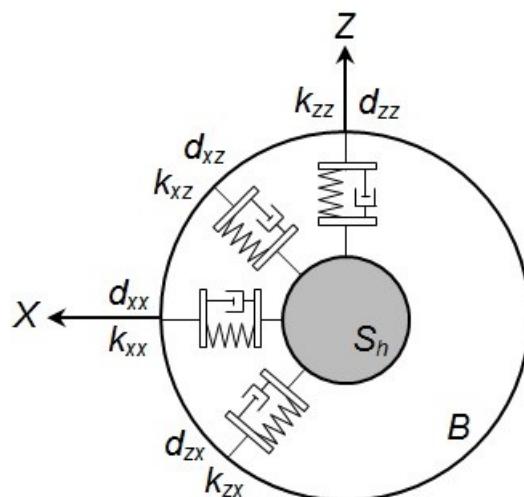


Figura 3.4 – Coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais (Fonte: CAVALINI Jr, 2013).

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO IV

Balanceamento Baseado no Modelo

O presente Capítulo é dedicado à apresentação das versões determinística e robusta da técnica de balanceamento baseada no modelo matemático. Claramente, o objetivo é detalhar a metodologia robusta proposta neste trabalho. Neste sentido, será apresentada uma seção acerca do Método de Monte Carlo e do Método do Hipercubo Latino, uma vez que foram ambos utilizados de forma combinada no balanceamento robusto. O motivo desta combinação também ficará claro no decorrer do texto. Como este método de balanceamento necessita de um método de otimização, será incluída uma seção sobre o método de otimização conhecido como Evolução Diferencial. Os dois últimos tópicos deste capítulo são dedicados à apresentação do balanceamento determinístico e do balanceamento robusto proposto nesta dissertação.

4.1 Método de Monte Carlo e Hipercubo Latino

A técnica robusta proposta neste trabalho considera diferentes condições de operação ou estruturais da máquina rotativa para efetuar o balanceamento. Neste caso, o Método de Monte Carlo (MMC), combinado com o Método do Hipercubo Latino (MHL), é aplicado para gerar as diferentes condições mencionadas.

Existem diversos critérios diferentes para gerar dados numericamente com o objetivo de replicar a aleatoriedade presente em um experimento, ou seja, reproduzir as condições no modelo matemático que estão presentes quando da execução de testes experimentais. Dentro dessas técnicas, destaca-se o MMC.

O MMC pertence a uma classe de métodos que podem ser vistos como técnicas de busca exaustiva. A ideia é prever o comportamento estatístico da resposta do modelo sem o conhecimento prévio sobre o comportamento estatístico das incertezas. No caso, estas incertezas são consideradas como campos aleatórios e um grande número de amostras é gerado para avaliação. As avaliações são feitas por meio do modelo determinístico do sistema mecânico que está sendo analisado. Com isso, as características estatísticas das respostas do

modelo podem ser estimadas, assim como a variabilidade do modelo. Nos trabalhos apresentados por Binder (1979) e Newman; Barkema (2001) é possível encontrar, de forma mais detalhada, explicações a respeito da abordagem do MMC.

McKay et al. (1979) e Iman; Conover (1980) propuseram uma técnica conhecida como MHL, visando minimizar o número de avaliações necessárias quando o MMC é aplicado. O MHL que permite criar amostras de uma determinada variável em um intervalo desejado. Segundo Viana et al. (2007), existem várias vantagens em usar o MHL. Como exemplos, pode-se mencionar a ortogonalidade dos pontos de amostragem e a não dependência dos pontos de amostragem em relação ao modelo construído.

A Figura 4.1 exemplifica as características acerca da aplicação do MHL visando a análise dos efeitos de um parâmetro incerto nas respostas dinâmicas de um modelo matemático (DOURADO; CAVALINI Jr; STEFFEN Jr, 2017). Note que, primeiramente, são definidos os parâmetros incertos que serão analisados. Em seguida, a geração das amostras é realizada com base no campo estocástico considerado e nos limites superior e inferior do intervalo de cada variável. Cada amostra é aplicada no modelo matemático para, desta forma, obter a resposta do problema. De posse das respostas é possível tratar e analisar os resultados através, por exemplo, de envelopes de trabalho.

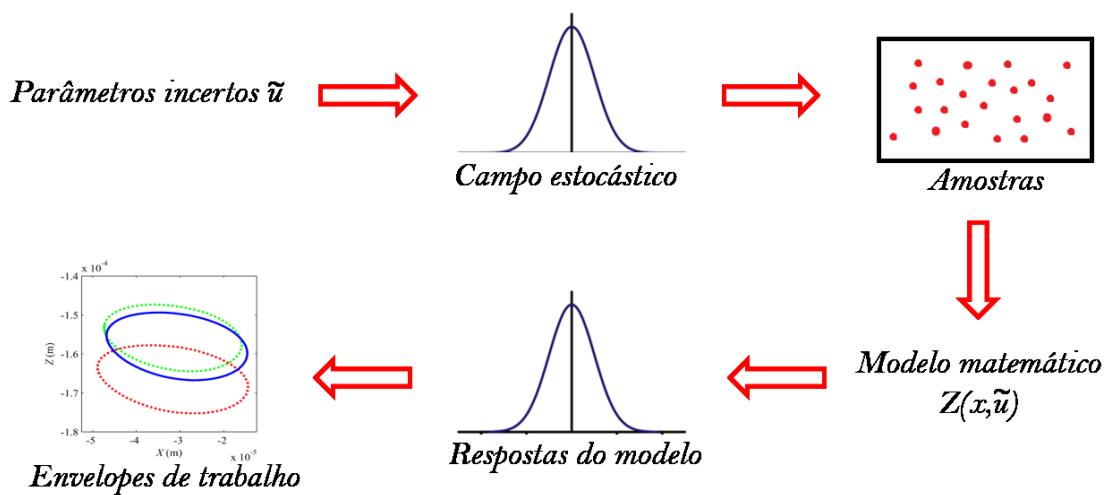


Figura 4.1 – Aplicação do MMC para a análise dos efeitos de um parâmetro.

Para avaliar a aleatoriedade dos parâmetros incertos de um modelo, também existem algumas técnicas que são largamente conhecidas e aplicadas, como é o caso do Método dos Elementos Finitos Estocásticos (GANHEM; SPANOS, 1992). Pela simplicidade de aplicação, o MHL será utilizado neste trabalho.

4.2 Evolução Diferencial

O método de otimização adotado para a solução dos problemas inversos deste trabalho (ajuste do modelo do rotor e balanceamento) foi o da Evolução Diferencial. Este método tem a capacidade de trabalhar de forma satisfatória com problemas complexos de otimização devido a sua robustez (habilidade de evitar soluções de mínimo local). Detalhes acerca da Evolução Diferencial podem ser observados em Viana (2006), Lobato (2008), Viana (2008) e Cavalini Jr (2013).

A Evolução Diferencial é um algoritmo evolutivo de otimização proposto por Storn e Price (1995). Este método utiliza procedimentos derivados dos processos biológicos, tais como a herança genética, mutação, seleção natural e cruzamento. No entanto, diferente do que historicamente fundamenta os algoritmos genéticos, a principal ideia por trás do método da Evolução Diferencial não é propriamente simular a teoria de Darwin sobre a sobrevivência e evolução das espécies (VIANA, 2006). Diferentemente, este método apresenta uma concepção puramente matemática, baseada em operações vetoriais, sendo por esse motivo considerada uma abordagem estrutural (COELHO, 2003).

As etapas que regem o algoritmo do método de otimização da Evolução Diferencial são (LOBATO, 2008):

- i. Passo 1: gera-se uma população inicial (aleatoriamente) com soluções factíveis para o problema em questão, garantindo que os valores atribuídos às variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista (espaço de projeto);
- ii. Passo 2: seleciona-se um indivíduo, de forma aleatória, para ser substituído. Três (ou mais; Tab. 4.1) diferentes indivíduos são selecionados como genitores (pais), sendo que um destes é selecionado como genitor principal;
- iii. Passo 3: adiciona-se ao valor atual da variável (genitor principal) a diferença entre duas outras variáveis (ou soma da diferença entre outras variáveis; Tab. 4.1) ponderada por uma taxa de perturbação F_{DE} . Este procedimento representa o operador de mutação na Evolução Diferencial;
- iv. Passo 4: aplica-se agora o procedimento que representa o operador de cruzamento na Evolução Diferencial, realizado segundo uma probabilidade de cruzamento CR ;
- v. Passo 5: se o vetor resultante apresentar uma função de adaptação (*Fitness*) melhor que a do genitor principal, ele o substitui. Caso contrário, este vetor é mantido na população.

Tabela 4.1 – Esquemas de mutação do método da Evolução Diferencial.

Tipo	Equação de mutação	Alvo	Popula- ção
best/1	$X_{trial} = X_{best} + F_{DE}(x_1 - x_1)$	x_{best}	$mi > 3$
rand/1	$X_{trial} = X_{rand} + F_{DE}(x_1 - x_1)$	x_{rand}	$mi > 3$
rand-to-best/2	$X_{trial} = X_{mi} + F_{DE}(x_{best} - x_{mi} + x_1 - x_2)$	x_{best}	$mi > 5$
rand/2	$X_{trial} = X_{rand} + F_{DE}(x_1 - x_2 + x_3 - x_4)$	x_{rand}	$mi > 5$

A Fig. 4.2 apresenta um fluxograma que ilustra de forma simplificada estas etapas (CAVALINI Jr, 2013).

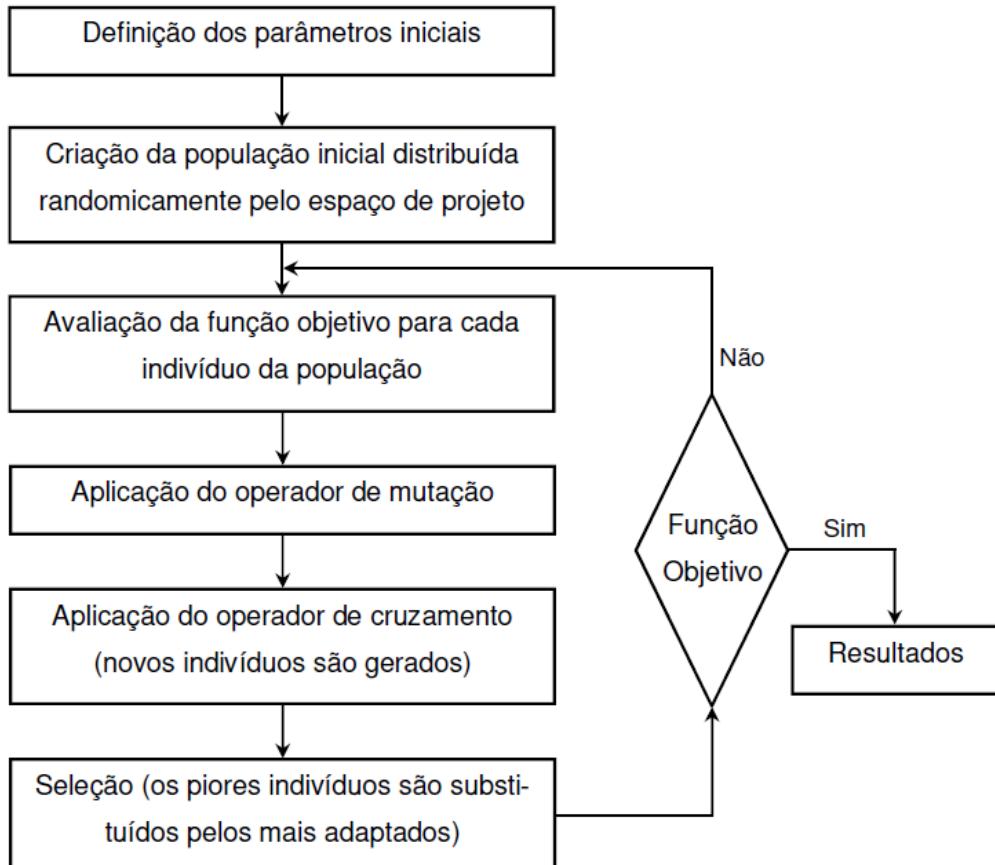


Figura 4.2 – Fluxograma representativo do método de otimização Evolução Diferencial (Fonte: CAVALINI Jr, 2013).

No que se refere à formulação matemática do método, o passo 1 compreende a geração randômica da população inicial P_{DE} com mi indivíduos, conforme mostra a Eq. (4.1)

$$P_{DE} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{mi}]^T \quad (4.1)$$

onde $x_{mi} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ é o vetor das n variáveis de projeto do indivíduo mi .

Cada indivíduo x_{mi} da população inicial é determinado da seguinte forma:

$$x_{mi} = l^l(x_{mi}) + R_{noise}[l^u(x_{mi}) - l^l(x_{mi})] \quad (4.2)$$

sendo $l^l(x_{mi})$ e $l^u(x_{mi})$ os limites inferior e superior do espaço de projeto definido, respectivamente. R_{noise} é um vetor constituído de ruído branco (distribuição normal no intervalo $[0, 1]$).

A aplicação do operador de mutação (passos 2 e 3) pode ser realizada a partir de diferentes esquemas quanto à escolha do vetor x_{mi} que sofrerá a mutação. Isto pode ser feito randomicamente (vetor escolhido aleatoriamente entre os membros da população atual; tipo “rand”; x_{rand}) ou com o vetor associado à melhor função de adaptação (*Fitness*; tipo “best”; x_{best}). A Tab. 4.1 mostra os esquemas de mutação que são comumente utilizados, sendo x_{trial} o vetor resultante do processo de mutação.

É importante ressaltar que nas aplicações desta dissertação foi utilizado o esquema tipo “rand / 1”. Neste esquema, três vetores são escolhidos aleatoriamente (x_{rand} , x_1 e x_2). A partir de dois deles (x_1 e x_2) é realizada uma operação de subtração. O resultado é multiplicado pela taxa de perturbação F_{DE} , gerando assim um novo vetor com módulo diferente da subtração original. Esse novo vetor é então somado ao vetor x_{rand} , fornecendo um outro vetor x_{trial} que indicará uma nova posição no espaço. Isto, em termos do algoritmo de Evolução Diferencial, tem a ver com a geração de um novo indivíduo (LOBATO, 2008). A Fig. 4.3 apresenta de forma gráfica o que foi descrito (problema bidimensional). Neste trabalho, F foi fixado em 0,8. De acordo com Viana et al. (2007), resultados satisfatórios são obtidos em processos de minimização com a taxa de perturbação variando entre 0,5 e 1,0 (quanto maior o tamanho da população inicial menor deve ser o valor de F_{DE} neste intervalo).

A aplicação do operador de cruzamento (passo 4) é realizada como mostra a Eq. 4.3. Algumas das variáveis de projeto do genitor principal (Tab. 4.1) são incorporadas ao vetor x_{trial} segundo uma probabilidade de cruzamento determinada CR . Este parâmetro deve ser considerado como sendo menor que 1,0 (por exemplo, 0,3).

$$x_{trial} = \begin{cases} x_{trialM}, & \text{rand}[0, 1] < CR_{DE} \\ x_{trial} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.3)$$

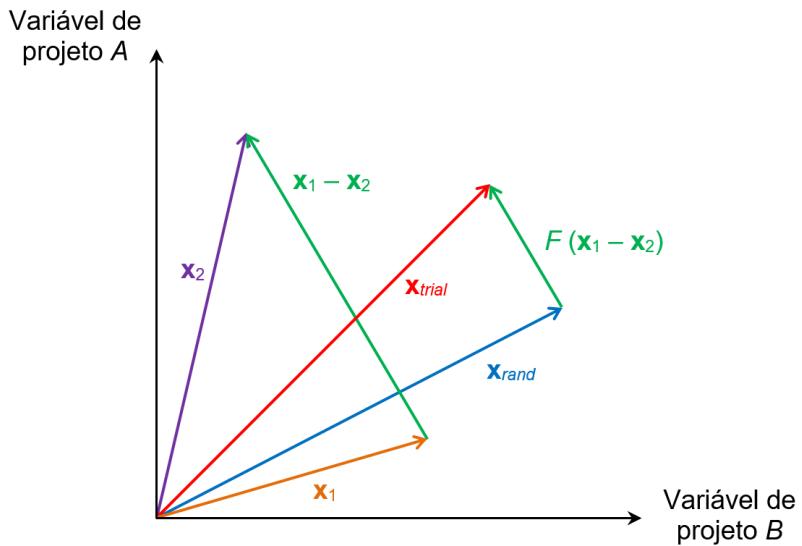


Figura 4.3 – Fundamentação matemática do algoritmo da Evolução Diferencial (Fonte: CAVALINI Jr, 2013).

No entanto, Viana (2006) afirma que, se a convergência não for alcançada, uma probabilidade CR_{DE} contida no intervalo de 0,8 até 1,0 pode ser utilizada. Nas aplicações deste trabalho, CR_{DE} foi fixado em 0,5.

4.3 Balanceamento Determinístico

O método de balanceamento que neste trabalho vêm sendo denominado como determinístico foi proposto por Saldarriaga et al. (2010) e estudado por Morais (2010), além de vários outros autores já citados, configura-se como uma técnica baseada no modelo matemático.

Assim, o processo de balanceamento para esta técnica está intimamente ligado ao modelo matemático da máquina rotativa, pois as massas e fases utilizadas no balanceamento são indicadas com base no modelo do sistema. Com isso, a eficiência do método de balanceamento baseado no modelo matemático está associada à representatividade do modelo da máquina rotativa que se deseja balancear. O modelo precisa reproduzir resultados numéricos condizentes com os experimentais, claramente considerando as diferentes condições da máquina em análise. É importante ressaltar que neste trabalho o método dos elementos finitos é utilizado para representar matematicamente o sistema rotativo.

O ajuste do modelo de elementos finitos construído é comumente realizado para obter a representatividade requerida pelo método de balanceamento. A determinação dos parâmetros desconhecidos da máquina (por exemplo, os coeficientes de rigidez e amortecimento dos

manais) é realizada através da solução de um problema inverso de engenharia. Um processo de otimização é formulado com o objetivo de reproduzir numericamente as funções de resposta em frequência (FRFs) experimentais obtidas para o sistema considerado. Mais detalhes acerca deste procedimento de ajuste de modelos serão apresentados oportunamente.

A Fig. 4.4 apresenta um fluxograma acerca do método de balanceamento determinístico baseado no modelo matemático. O procedimento é iniciado com a construção do modelo matemático representativo da máquina rotativa (no fluxograma da Fig. 4.4 esta etapa não é apresentada). É importante ressaltar que o balanceamento é realizado através de um processo iterativo (otimização). O procedimento mostrado no fluxograma é repetido até que haja a convergência da função objetivo para o seu valor mínimo, ou seja, quando a diferença entre as respostas de vibração (sinais temporais) numéricas e experimentais é minimizada.

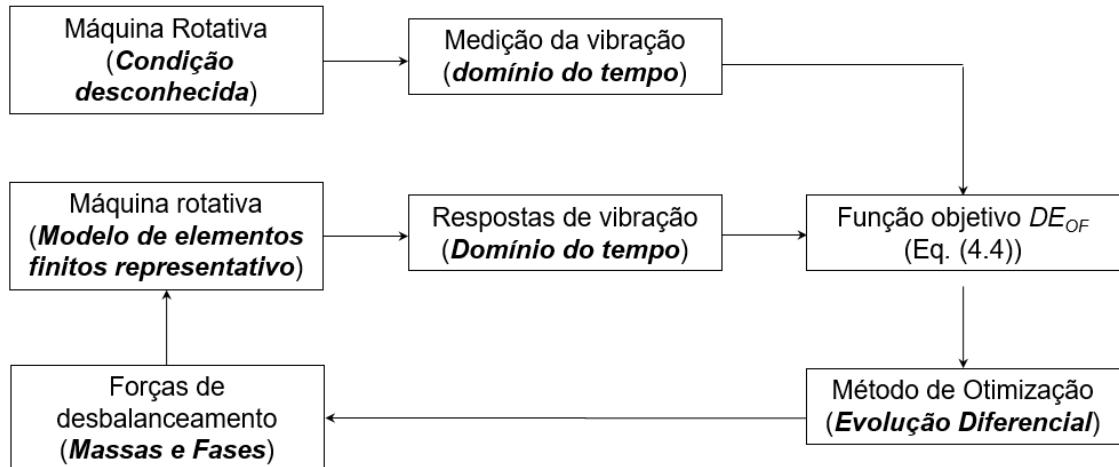


Figura 4.4 – Fluxograma do balanceamento determinístico.

A primeira etapa para a realização do balanceamento é a medição das respostas de vibração experimentais do rotor desbalanceado (condição desconhecida). Em seguida é necessário determinar as respostas de vibração a partir do modelo representativo do rotor. Os sinais de vibração da máquina rotativa e do modelo no domínio do tempo são comparados através da função objetivo (veja a Eq. (4.4)).

$$DE_{OF} = \sum_{i=1}^n \frac{\|Temp_{ref,i} - Temp_{mod,i}\|}{\|Temp_{ref,i}\|} \quad (4.4)$$

onde n é o número de sinais temporais utilizadas (04 neste caso, um para cada grau de liberdade presente nos discos), $Temp_{ref,i}$ são os sinais temporais de referência (com o desbalanceamento original da máquina) e $Temp_{mod,i}$ são os sinais temporais determinadas pelo modelo

matemático com os parâmetros determinados pelo otimizador (entradas e saídas nas mesmas posições das experimentais).

O método de otimização é responsável por propor massas de desbalanceamento com diferentes valores e posições angulares, visando minimizar o valor da função objetivo, ou seja, gerar uma resposta do modelo matemático que seja a mais próxima possível da resposta real da máquina, que é o sinal de referência.

Ao final do processo é adicionado 180° em cada uma das posições angulares das massas de correção encontradas com o objetivo de minimizar as respostas de desbalanceamento do rotor. Isto se justifica ao se considerar que o método de balanceamento baseado no modelo matemático é formulado para determinar a condição de desbalanceamento presente na máquina rotativa. Assim, é preciso adicionar 180° nas posições angulares determinadas para cada plano de balanceamento considerado a fim de minimizar as respostas de vibração do sistema, ou seja, para contrapor o desbalanceamento distribuído ao longo da máquina rotativa.

O que justifica ser necessária a realização do balanceamento frequente em máquinas rotativas são as consequências causadas pelas altas amplitudes de vibração, que em casos mais extremos poderia levar ao comprometimento de vários componentes e até mesmo ao colapso do sistema. Justamente por este fato é importante estudar novas técnicas de balanceamento como a proposta neste trabalho (balanceamento robusto). Claramente, quanto mais eficiente for este procedimento, maiores serão os ganhos para as indústrias, além da segurança operacional de máquinas e equipamentos.

4.4 Balanceamento Robusto

O método de balanceamento proposto neste trabalho é dito robusto uma vez que são levadas em consideração as incertezas que podem afetar o comportamento dinâmico da máquina rotativa que será balanceada.

O contexto tecnológico que aponta para a necessidade de propor uma nova abordagem para o balanceamento baseado no modelo matemático vem da indústria. Existem várias possibilidades de alteração do funcionamento normal de uma máquina rotativa, tais como o desgaste de componentes, variações na carga de operação, acúmulo de fuligem, perda de pequenas partes devido ao desgaste ou algum outro fenômeno. Estas variações são levadas em consideração na técnica proposta através da análise de incertezas, ou seja, tais variações são consideradas como sendo parâmetros incertos no problema de balanceamento associado. Espera-se que, após a realização do balanceamento robusto, as amplitudes de vibração

permaneçam dentro de um limite aceitável por mais tempo, ou seja, que a máquina necessitará ser balanceada menos vezes durante o seu período de utilização, mesmo considerando as várias condições de operação diferentes.

Na Fig. 4.5 é apresentado um fluxograma que auxilia no entendimento do método de balanceamento robusto. Veja que para iniciar o processo de balanceamento robusto é necessário um modelo matemático representativo do rotor. O procedimento de balanceamento é iniciado com a medição das respostas de vibração diretamente na máquina rotativa (condição desconhecida). O método de otimização é responsável por propor diferentes amplitudes de desbalanceamento e posições angulares para o modelo matemático do rotor. As respostas de vibração simuladas são obtidas considerando os parâmetros incertos do sistema. Desta forma, um conjunto de respostas de vibração associado ao número de sensores disponíveis no equipamento é determinado para cada amostra gerada pelo MHL. Assim, cada conjunto de respostas de vibração determinado pelo modelo do rotor é comparado com os sinais experimentais através da função objetivo mostrada na Eq. (4.5). A média dos resultados encontrados é considerada como sendo a função objetivo no processo de otimização.

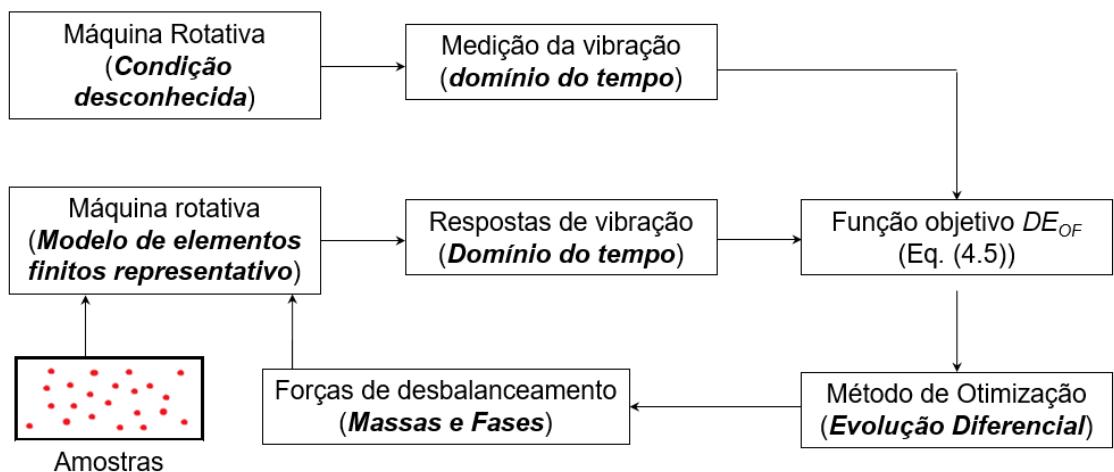


Figura 4.5 – Fluxograma do método de balanceamento robusto.

$$DE_{OF} = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\|Temp_{ref,i} - Temp_{mod,i}\|}{\|Temp_{ref,i}\|} \right) \quad (4.5)$$

onde n é o número de sinais temporais utilizadas (04 neste caso, um para cada grau de liberdade presente nos discos), m é o número de amostras utilizadas, $Temp_{ref,i}$ são os sinais temporais de referência (com o desbalanceamento original da máquina) e $Temp_{mod,i}$ são os sinais

temporais determinadas pelo modelo matemático com os parâmetros determinados pelo otimizador (entradas e saídas nas mesmas posições das experimentais). E no final deste processo é feita a média dos resultados ($\frac{1}{m}$).

O processo de otimização tem como objetivo minimizar a diferença entre as respostas de vibração numéricas e experimentais (domínio do tempo). Este processo é repetido diversas vezes até que o valor da função objetivo (valor médio) converja para um valor mínimo. Quando isto ocorre, o processo de balanceamento encontra as amplitudes de balanceamento, e suas respectivas posições angulares, capazes de reproduzir as respostas de vibração medidas diretamente no rotor. Para que o rotor seja balanceado é necessário adicionar 180° nas posições angulares obtidas, conforme apresentado anteriormente no método de balanceamento determinístico.

Este processo possui um custo computacional mais alto, quando comparado com o método determinístico. A cada iteração do processo de otimização, todas as amostras geradas são analisadas. O número de amostras necessário para a análise de incertezas varia de caso para caso, sendo determinado avaliando a convergência dos limites superior e inferior do conjunto. A análise de convergência adotada neste trabalho será apresentada oportunamente.

O ganho da aplicação da análise de incertezas no balanceamento é sua capacidade de reproduzir no modelo matemático condições de operação que podem acontecer com a máquina na indústria. Desta forma, espera-se obter um balanceamento mais efetivo que possa diminuir o número de intervenções no equipamento ao longo do tempo.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO V

Resultados Numéricos

O Capítulo V é dedicado à apresentação dos resultados numéricos obtidos com os métodos de balanceamento determinístico e robusto. Além disso, é mostrado o ajuste do modelo matemático do rotor que, como mencionado, é uma etapa preliminar importante para a aplicação das metodologias de balanceamento. É importante ressaltar que em todos os procedimentos realizados neste capítulo, a máquina rotativa foi balanceada apenas para a velocidade de operação de 1200 RPM.

5.1. Ajuste do Modelo Matemático do Rotor

O ajuste do modelo matemático é um procedimento comum na análise de sistemas mecânicos. Neste trabalho, o ajuste foi realizado utilizando como base as FRFs numéricas (obtidas através do modelo de elementos finitos) e experimentais para identificar os parâmetros desconhecidos do sistema.

A Fig. 5.1 apresenta a máquina rotativa utilizada neste trabalho, bem como o modelo de elementos finitos construído (Figs. 5.1a e 5.1b, respectivamente). O modelo é composto por 33 elementos de eixo (Teoria de vigas de Timoshenko). O eixo utilizado na máquina rotativa é flexível e de aço, possuindo 800 mm de comprimento, $E = 205 \text{ GPa}$, $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$ e $\nu = 0.29$. O sistema é ainda composto por dois discos rígidos (D_1 e D_3) e uma polia (D_2), sendo que D_1 está localizado no nó #14 e tem massa de 2,6375 kg, D_2 está localizado no nó #19 e tem massa de 0,4784 kg, já D_3 está localizado no nó #26 e possui massa de 2,9495 kg. O conjunto eixo-discos é suportado por dois mancais (B_1 e B_2) com rolamentos auto compensadores. Os mancais B_1 e B_2 estão localizados nos nós #4 e #32, respectivamente. Os coeficientes de rigidez associados ao acoplamento entre o motor elétrico e o eixo (veja a Fig. 5.1) foram aplicados nos nós #1 e #2 do modelo de elementos finitos (massa de 0,149 kg). O rotor possui dois planos de medição (S_8 e S_{12}), localizados nos nós #8 e #12 do modelo. Cada plano de medição possui dois sensores posicionados ao longo das direções ortogonais X e Z (S_{8X} , S_{8Z} , S_{12X} e S_{12Z}).

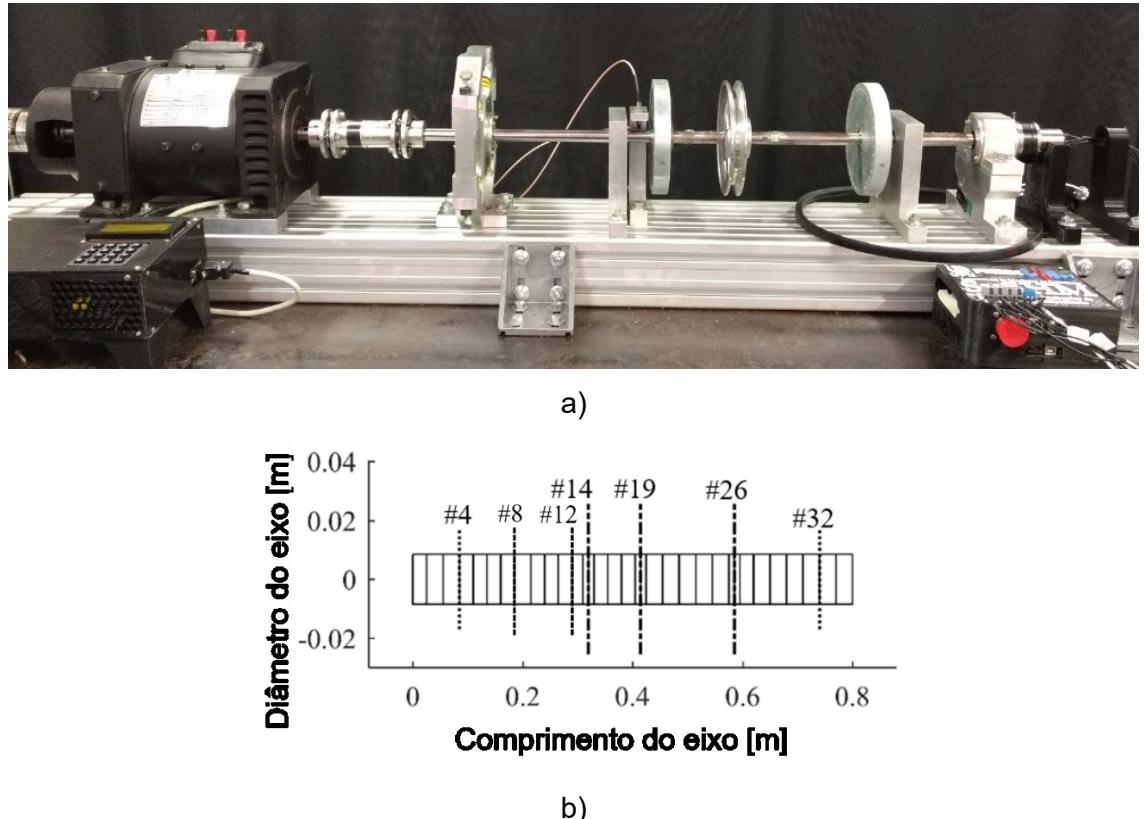


Figura 5.1 – a) Bancada experimental e b) modelo de elementos finitos do rotor.

Com a máquina rotativa em repouso, foram obtidas as FRFs aplicando impacto ao longo das direções X e Z (horizontal e vertical, respectivamente) dos discos D_1 e D_3 (martelo de impacto). Estas excitações foram aplicadas separadamente nos discos, usando um martelo instrumentado. As respostas de vibração foram medidas pelos dois sensores posicionados na mesma direção do impacto, chegando a um total de 8 FRFs (faixa de frequência de 0 a 200 Hz com passos de 0,25 Hz). A média resultante de 20 medições foi considerada para determinar as FRFs.

No processo de ajuste, foram considerados como parâmetros desconhecidos os coeficientes λ e β do amortecimento proporcional \mathbf{D}_p (veja a Eq. (3.1)) e a rigidez de rotação k_{ROT} devida ao acoplamento do motor elétrico com o eixo. Além destes parâmetros, os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais ao longo das direções X e Z são desconhecidos (os coeficientes cruzados dos mancais são nulos). A Tab. 5.1 apresenta todos os 11 parâmetros desconhecidos que foram utilizados no ajuste juntamente com os intervalos de busca definidos no processo de otimização. Neste trabalho, o problema inverso associado foi resolvido através do método heurístico de otimização conhecido como Evolução Diferencial (STORN; PRICE, 1995).

Tabela 5.1 – Variáveis desconhecidas e espaço de projeto.

	Variáveis	Espaço de projeto	
		Limite inferior	Limite superior
Mancal B_1	k_{xx}	1×10^4	1×10^6
	k_{zz}	1×10^5	1×10^{10}
	d_{xx}	0	2×10^2
	d_{zz}	0	3×10^2
Mancal B_2	k_{xx}	1×10^6	1×10^9
	k_{zz}	1×10^5	1×10^8
	d_{xx}	0	3×10^2
	d_{zz}	0	2×10^2
Amortecimento proporcional	λ	0	5
	β	0	1×10^{-10}
Rigidez de rotação	k_{ROT}	0	1×10^3

* k [N/m], k_{ROT} [Nm/rad] e d [Ns/m].

A escolha do método da Evolução Diferencial se deve a sua habilidade em solucionar problemas inversos complexos, sendo capaz de evitar os mínimos locais e obter a solução de forma bastante rápida. O procedimento de ajuste adotado neste trabalho segue a formulação apresentada por Cavalini Jr (2013).

As FRFs numéricas foram determinadas conforme Rade; Steffen Jr (2011), onde é utilizada a solução das equações do movimento diretamente no domínio da frequência. A função objetivo deste problema de otimização é mostrada na Eq. (5.1).

$$Fo = \sum_{i=1}^n \frac{\|FRF_{exp,i} - FRF_{mod,i}\|}{\|FRF_{exp,i}\|} \quad (5.1)$$

onde n é o número de FRFs utilizadas (neste caso são 8), $FRF_{exp,i}$ são as FRFs experimentais e $FRF_{mod,i}$ são as FRFs obtidas a partir do modelo matemático. A região de busca da função objetivo ficou confinada em torno dos picos de ressonância observados nas FRFs obtidas.

O processo de otimização utilizou 100 indivíduos na sua população inicial. Para agregar maior segurança sobre a solução encontrada ao final do processo de otimização (proximidade do mínimo global), o processo de minimização foi realizado 10 vezes e os valores utilizados para os parâmetros desconhecidos foram determinados considerando o resultado associado com o menor valor da função objetivo. O melhor resultado obtido é mostrado na Tab. 5.2.

Tabela 5.2 – Resultado para os 11 parâmetros otimizados.

	Variáveis	Resultados
Mancal B_1	k_{xx}	$9,9 \times 10^5$
	k_{zz}	$2,0 \times 10^6$
	d_{xx}	81
	d_{zz}	199
Mancal B_2	k_{xx}	$2,4 \times 10^6$
	k_{zz}	$9,9 \times 10^7$
	d_{xx}	165
	d_{zz}	106
Amortecimento pro- porcional	λ	2,6
	β	$2,1 \times 10^{-10}$
Rigidez de rotação	k_{ROT}	987

* k [N/m], k_{ROT} [Nm/rad] e d [Ns/m].

As Figs. 5.2 a 5.5 compara as 8 FRFs experimentais com os resultados obtidos numericamente a partir do modelo ajustado do rotor. Os diagramas de fase também são apresentados nos casos analisados.

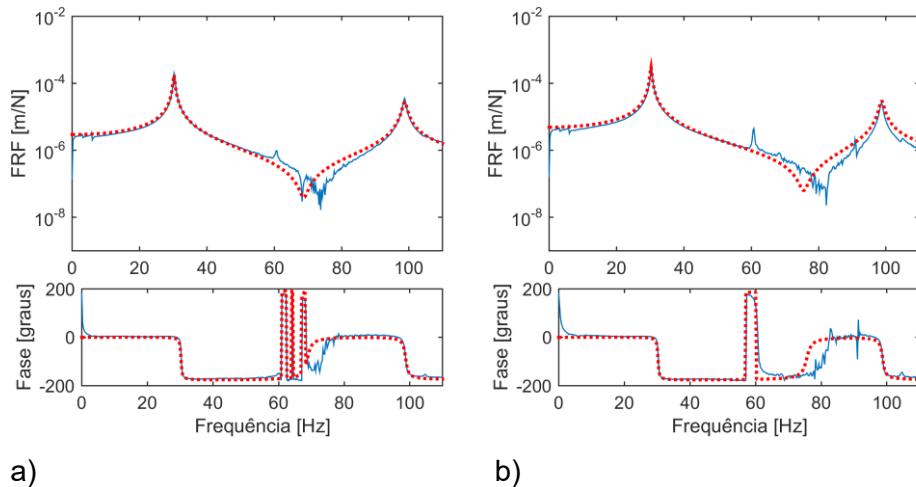


Figura 5.2 – Diagrama de Bode experimental (—) e obtidos a partir do modelo do rotor (—) considerando a excitação em D_1 : a) impacto horizontal com sensor S_{8x} e b) impacto horizontal com sensor S_{12x} .

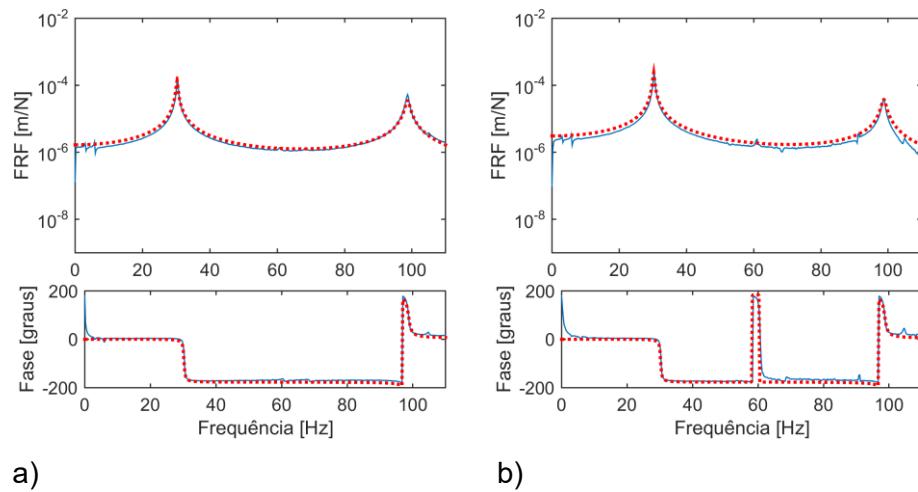


Figura 5.3 – Diagrama de Bode experimental (—) e obtidos a partir do modelo do rotor (—) considerando a excitação em D_1 : a) impacto vertical com sensor S_{8Z} e b) impacto vertical com sensor S_{12Z} .

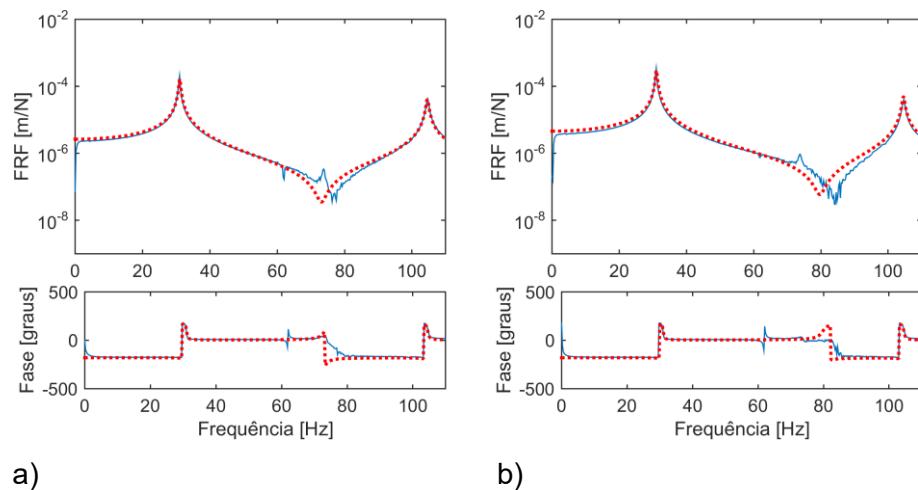


Figura 5.4 – Diagrama de Bode experimental (—) e obtidos a partir do modelo do rotor (—) considerando a excitação em D_2 : a) impacto horizontal com sensor S_{8X} e b) impacto horizontal com sensor S_{12X} .

Note que as curvas experimentais e numéricas são similares, demonstrando a boa representatividade do modelo de elementos finitos ajustado.

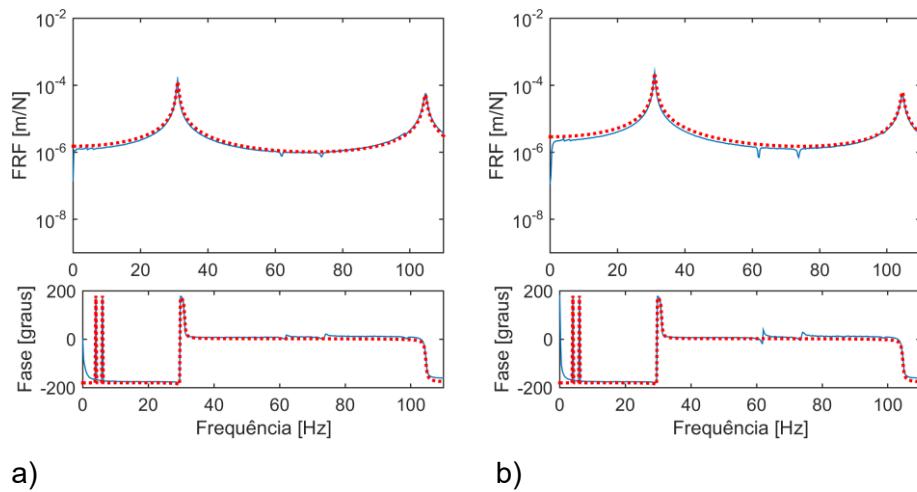


Figura 5.5 – Diagrama de Bode experimental (—) e obtidos a partir do modelo do rotor (—) considerando a excitação em D_2 : a) impacto vertical com sensor S_{8Z} e b) impacto vertical com sensor S_{12Z} .

A Fig. 5.6 apresenta o Diagrama de Campbell do rotor obtido a partir do modelo de elementos finitos ajustado. Neste caso, é possível observar as quatro primeiras velocidades críticas da bancada de testes, sendo duas delas associadas a precessões diretas (*forward whirl*; 1815 RPM e 5850 RPM) e duas precessões inversas (*backward whirl*; 1890 RPM e 6345 RPM).

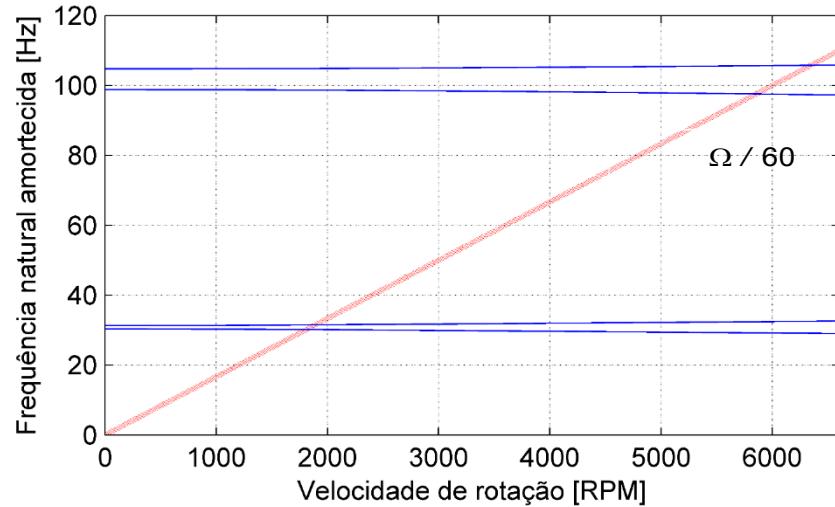


Figura 5.6 – Diagrama de Campbell do rotor considerado.

Assim sendo, com a etapa de ajuste de modelo concluída os métodos de balanceamento determinístico e robusto podem ser aplicados.

5.2. Balanceamento Determinístico

A Fig. 5.7 apresenta as amplitudes de vibração obtidas nos planos de medição S_8 e S_{12} considerando a máquina rotativa desbalanceada. Estas respostas de vibração resultam de um desbalanceamento de 637,5 g.mm / 90° localizado no disco D_1 (veja a Fig. 5.1). A Tab. 5.3 apresenta as amplitudes de vibração associadas com a velocidade de operação do rotor (1200 RPM).

Tabela 5.3 – Amplitudes de vibração da máquina rotativa desbalanceada.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Amplitudes de vibração [μm]	49,50	42,61	82,95	75,02

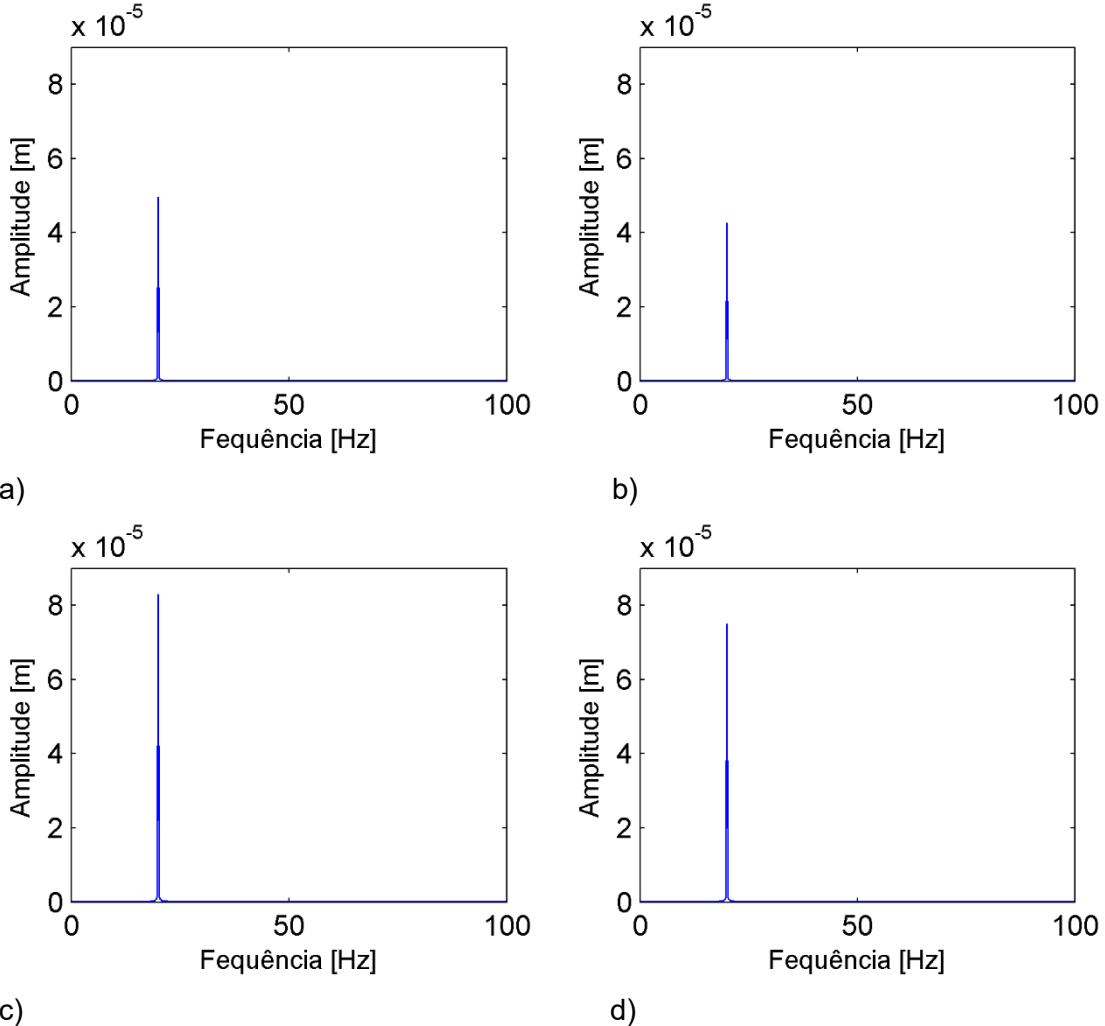


Figura 5.7 – Vibração do rotor desbalanceado: a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Com os níveis de vibração apresentados, o procedimento de balanceamento determinístico foi aplicado no sistema, chegando aos resultados da Tab. 5.4. Neste caso, os discos D_1 e D_3 foram considerados como planos de balanceamento (2 planos de medição e 2 planos de balanceamento). O espaço de projeto considerado no balanceamento determinístico também é apresentado na Tab. 5.4. Note que o método foi capaz de identificar corretamente o desbalanceamento presente na máquina rotativa.

Tabela 5.4 – Espaço de projeto e resultados do balanceamento determinístico.

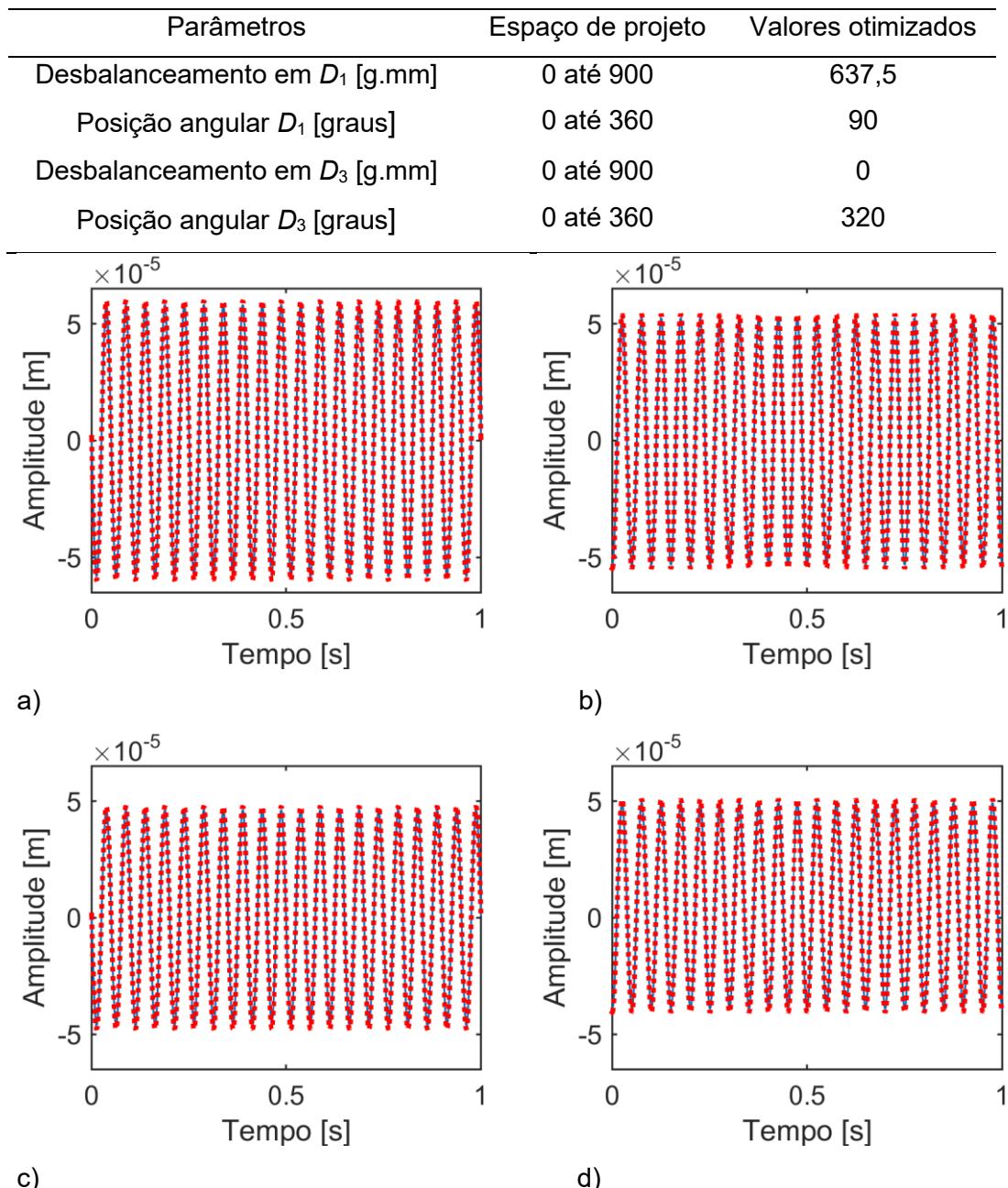


Figura 5.8 – Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização (— desbalanceamento original; : resultado otimizado): a) S_{8x} ; b) S_{8z} ; c) S_{12x} ; d) S_{12z} .

A Fig. 5.8 apresenta os resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização. É possível verificar que as respostas de vibração do rotor desbalanceado foram reproduzidas pelo método de balanceamento. A Fig. 5.9 mostra as respostas de vibração do rotor desbalanceado e após o posicionamento das massas de correção. Como esperado, as amplitudes de vibração do sistema após o balanceamento são próximas de zero. É importante ressaltar que as massas de correção são obtidas a partir dos valores otimizados apresentados na Tab. 5.4 adicionando 180° nas suas posições angulares (o método identifica o desbalanceamento distribuído no sistema rotativo).

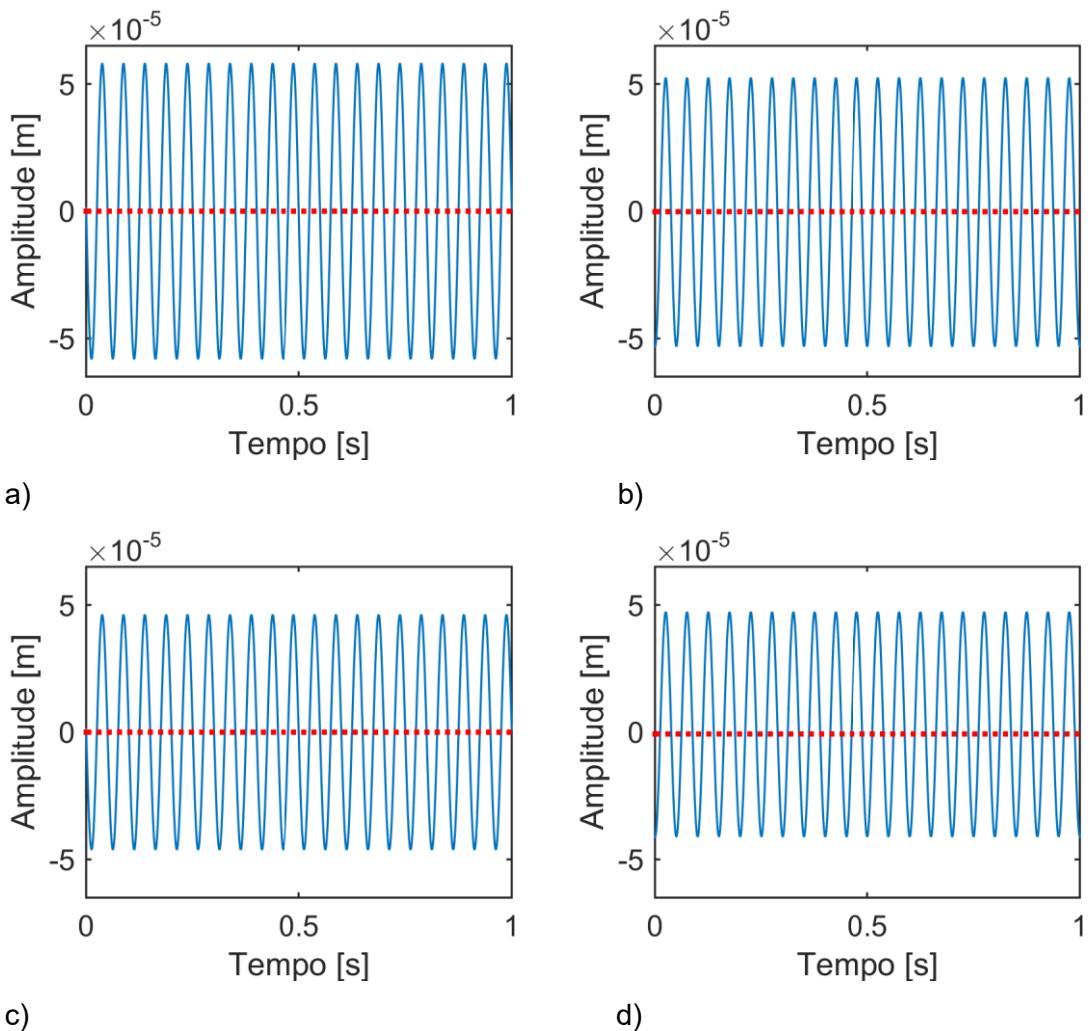


Figura 5.9 – Respostas de vibração do rotor desbalanceado (—) e balanceado pelo método determinístico ():- a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

A Tab. 5.5 apresenta as amplitudes de vibração do rotor desbalanceado e balanceado na velocidade de operação do sistema (1200 RPM). Com os resultados apresentados na Tab. 5.5, fica evidente que o balanceamento foi satisfatório, com os valores finais próximos de zero.

Tabela 5.5 – Comparaçāo das respostas de vibração do rotor antes e após a realização do balanceamento determinístico.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Rotor desbalanceado [μm]	49,50	42,61	82,95	75,02
Rotor balanceado [μm]	0,007	0,012	0,007	0,011
Redução [%]	99,98	99,97	99,99	99,98

5.3. Balanceamento Robusto

Em se tratando do método de balanceamento robusto, primeiramente é importante ressaltar e exemplificar a necessidade real que motivou o desenvolvimento desta técnica. Na Fig. 5.10 fica claro que máquinas rotativas no contexto industrial possuem variações das condições de operação, ou seja, a condição nominal da máquina (Fig. 5.10b) não é mantida durante todo o tempo de operação. Um exemplo disso é a condição apresentada na Fig. 5.10a, onde incrustações causam o desbalanceamento da máquina.



Figura 5.10 – Comparaçāo de uma máquina rotativa em condição normal e em condição adversa de operação.

O balanceamento robusto aqui proposto tem por objetivo prever estas variações nas condições de operação do equipamento durante o processo de balanceamento. Desta forma,

o modelo matemático contempla este tipo de alteração na operação da máquina para propor um conjunto de massas de balanceamento e posições angulares associadas.

Nas análises numéricas que serão apresentadas neste capítulo foram abordadas mais de uma condição para o balanceamento robusto, sendo os resultados comparados com aqueles obtidos pelo balanceamento determinístico.

A primeira condição analisada trata-se da variação da rigidez do mancal da máquina. Isto foi feito considerando a rigidez k_{xx} do mancal B_1 do rotor da Fig. 5.1 como sendo um parâmetro incerto. Esta análise tem por objetivo verificar uma possível alteração nas rigidezes dos mancais de uma máquina rotativa. Esse fenômeno pode ocorrer na prática por meio do afrouxamento ou quebra de um ou mais parafusos da base de fixação da máquina. A propagação de trincas na base dos mancais também leva a diminuição da rigidez da base.

Outro fenômeno que foi contemplado na simulação computacional realizada neste trabalho foi o acumulo de massa nas partes girantes da máquina rotativa, algo similar ao mostrado na Fig. 5.10. Esta condição é recorrente em máquinas rotativas instaladas na indústria, principalmente em exaustores. Neste caso, foi realizada uma análise considerando o acumulo de massa concentrada no disco D_1 do rotor da Fig. 5.1.

5.3.1 Variação da Rigidez do Mancal

O primeiro passo que deve ser levado em consideração para a análise de incertezas é a convergência do número de amostras geradas pelo MHL. Esta análise é realizada para encontrar o número de amostras necessárias para representar de forma correta a variável, dentro dos limites definidos.

Na Fig. 5.11 é possível observar a curva de convergência para o caso das incertezas afetando a rigidez do mancal. O valor médio quadrático entre todas as amostras do conjunto foi considerado como o parâmetro de convergência. Note que a convergência foi encontrada com 400 amostras.

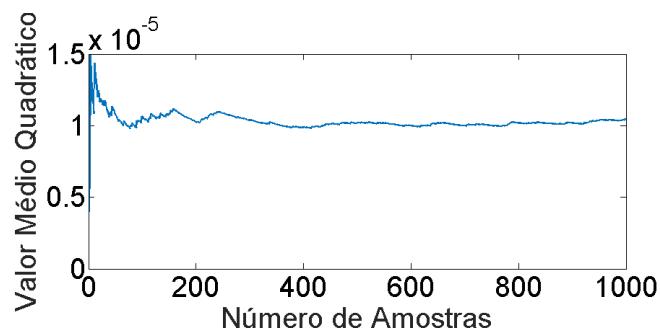


Figura 5.11 – Análise de convergência para a rigidez do mancal.

A Tab. 5.2 apresenta o valor ajustado para a rigidez do mancal B_1 ao longo da direção X ($k_{xx} = 9,9824 \times 10^5$ N/m), sendo este o valor nominal. De posse desse valor, foi definido o

intervalo utilizado para gerar as amostras através do MHL. As amostras geradas obedecem aos limites dos intervalos mostrados na Tab. 5.6. O limite inferior do intervalo utilizado para a geração das amostras representa a metade do valor nominal da rigidez e o limite superior representa o próprio valor nominal. Neste caso, a diminuição da rigidez do mancal (limite inferior da Tab. 5.6) foi determinada de forma arbitrária.

Tabela 5.6 – Limites utilizados para a geração das amostras de k_{xx} .

	Limite inferior	Limite superior
Rigidez k_{xx} [N/m]	$4,9912 \times 10^5$	$9,9824 \times 10^5$

Neste caso, os discos D_1 e D_3 foram considerados planos de balanceamento (2 planos de medição e 2 planos de balanceamento). O espaço de projeto considerado no balanceamento robusto e os resultados encontrados são apresentados na Tab. 5.7.

Tabela 5.7 – Espaço de projeto e resultados do balanceamento robusto considerando incertezas na rigidez do mancal.

Parâmetros	Espaço de projeto	Valores otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	0 até 9000	973
Posição angular D_1 [graus]	0 até 360	311
Desbalanceamento em D_3 [g.mm]	0 até 9000	986
Posição angular D_3 [graus]	0 até 360	169

A Fig. 5.12 apresenta os resultados obtidos pelo método no final do processo de balanceamento. Note que as respostas de vibração do rotor foram reproduzidas pelo método. A Fig. 5.13 mostra as respostas de vibração do rotor desbalanceado e após o posicionamento das massas de correção. Como esperado, o rotor foi balanceado de forma satisfatória pelo método proposto.

Na Tab. 5.8 são apresentadas as amplitudes de vibração do rotor para os casos desbalanceado e balanceado na velocidade de operação do sistema (1200 RPM). É possível observar que a técnica proposta para o balanceamento com a análise de incertezas incorporada no modelo apresentou resultados satisfatórios, reduzindo significativamente a amplitude de vibração da máquina rotativa.

Comparando os resultados apresentados na Tab. 5.5 e 5.8 é observado que o balanceamento determinístico resultou em valores menores para a amplitude de vibração do que aqueles que resultam da técnica robusta. Esse resultado é esperado, pois no balanceamento

determinístico é analisada apenas na condição usada para o balanceamento, ou seja, as soluções determinísticas dominam as soluções robustas. A convergência do método de otimização é facilitada quando comparada com a do balanceamento robusto que analisa 400 condições diferentes da máquina rotativa. Assim, é esperado que o balanceamento determinístico seja mais eficiente para a condição em que a máquina rotativa é avaliada. Porém, quando, por algum motivo, a máquina sai da condição analisada no processo de balanceamento, o balanceamento robusto leva a resultados melhores, ou seja, mantém as amplitudes de vibração menores do que aquelas que foram obtidas para o balanceamento determinístico.

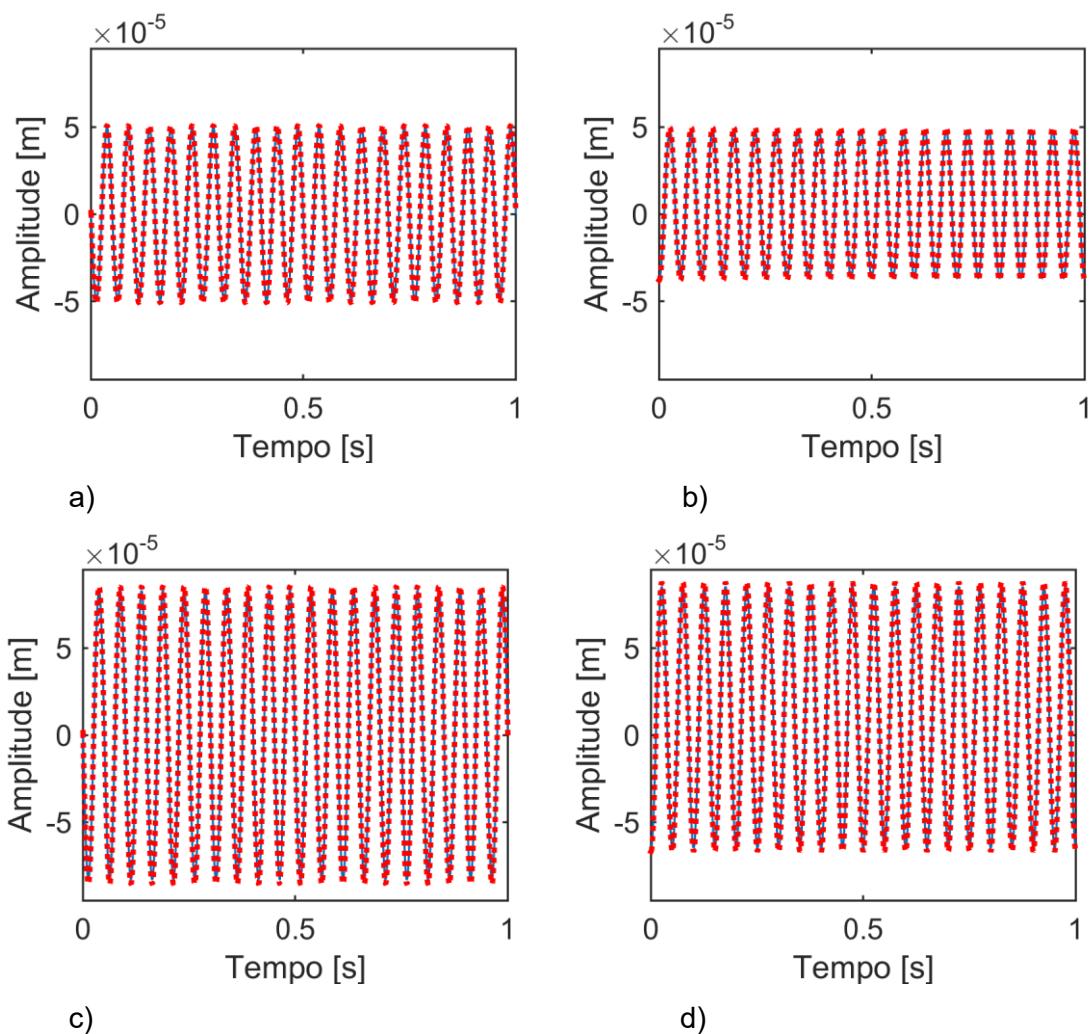


Figura 5.12 – Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização considerando incertezas na rigidez do mancal (— desbalanceamento original; : resultado otimizado): a) S_{8x} ; b) S_{8z} ; c) S_{12x} ; d) S_{12z} .

Para verificar o que foi discutido, uma análise de robustez do balanceamento é apresentada na sequência. Neste caso, a máquina foi analisada para três condições diferentes de rigidez do mancal como mostra a Tab. 5.9.

As Figs. 5.14, 5.15 e 5.16 apresentam as órbitas determinadas nos planos S_8 e S_{12} do rotor da Fig. 5.1 considerando os balanceamentos determinístico e robusto (resultados da Tab. 5.4 e 5.7, respectivamente) para as condições 1, 2 e 3 apresentadas na Tab. 5.9. Note que a técnica de balanceamento robusto foi mais efetiva em todos os casos analisados. Este resultado mostra que a técnica proposta é capaz de manter as amplitudes de vibração do rotor menores apóas a mudança estrutural do rotor.

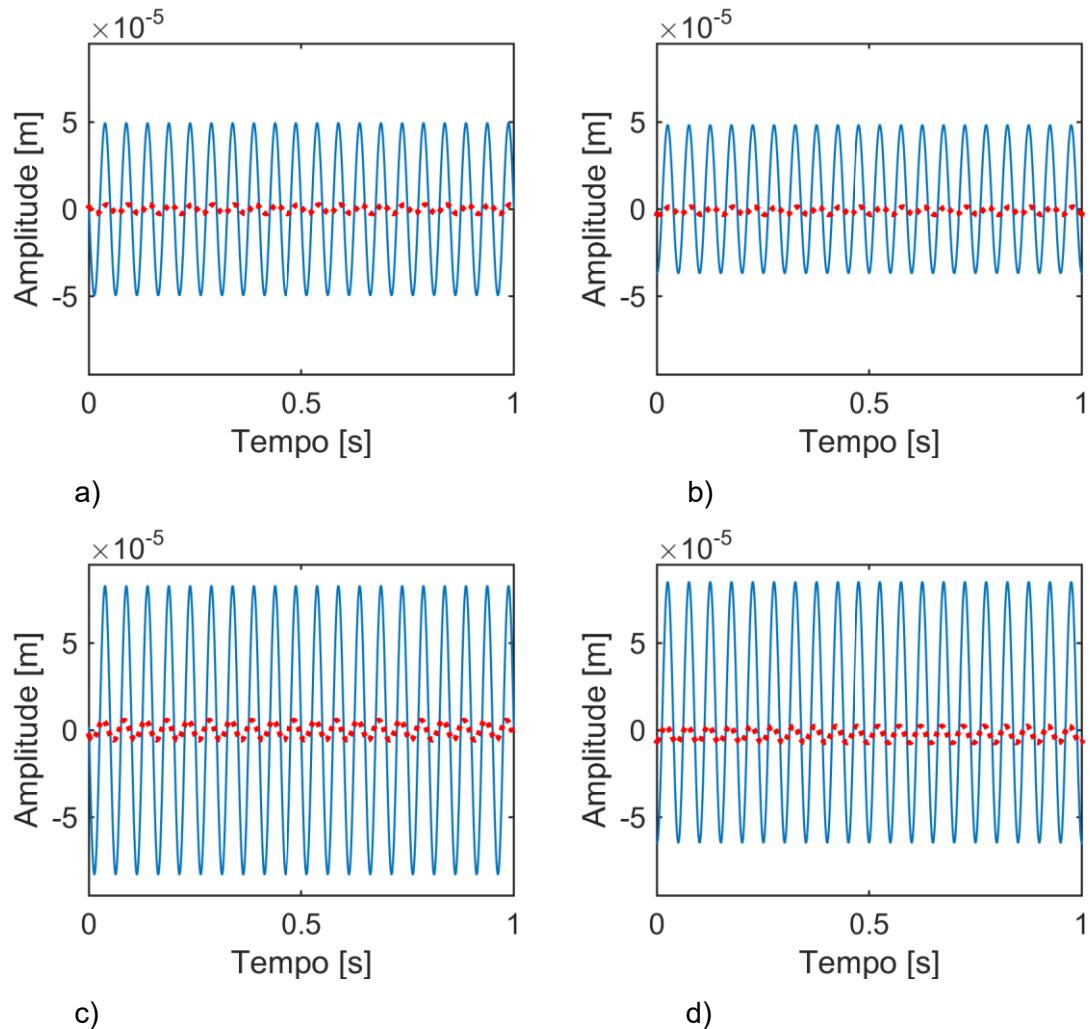


Figura 5.13 – Respostas de vibração do rotor desbalanceado (—) e balanceado pelo método robusto para incertezas na rigidez do mancal (·): a) S_{8x} ; b) S_{8z} ; c) S_{12x} ; d) S_{12z} .

Tabela 5.8 – Comparação entre as respostas de vibração do rotor antes e depois do balanceamento robusto com incertezas na rigidez do mancal.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Rotor desbalanceado [μm]	49,50	42,61	82,95	75,02
Rotor balanceado [μm]	2,554	2,181	5,625	4,625
Redução [%]	94,84	94,88	93,21	93,83

Tabela 5.9 – Condições utilizadas para verificar a robustez.

	Condição 1	Condição 2	Condição 3
Rigidez k_{xx} [N/m]	$9,9761 \times 10^5$	$6,4947 \times 10^5$	$4,9974 \times 10^5$
Variação* [%]	0,06	34,94	49,94

* Variação em relação ao valor nominal de $k_{xx} = 9,9824 \times 10^5$ N/m.

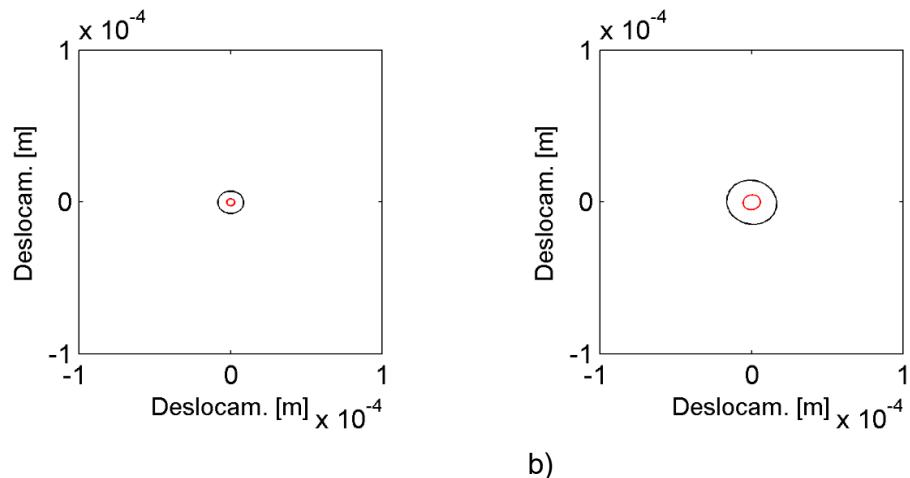


Figura 5.14 – Órbitas do rotor obtidas para a condição 1 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

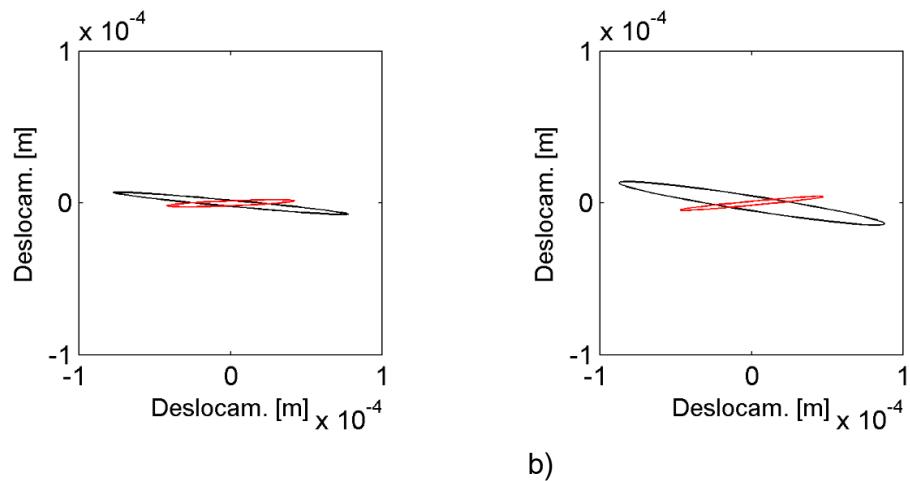


Figura 5.15 – Órbitas do rotor obtidas para a condição 2 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

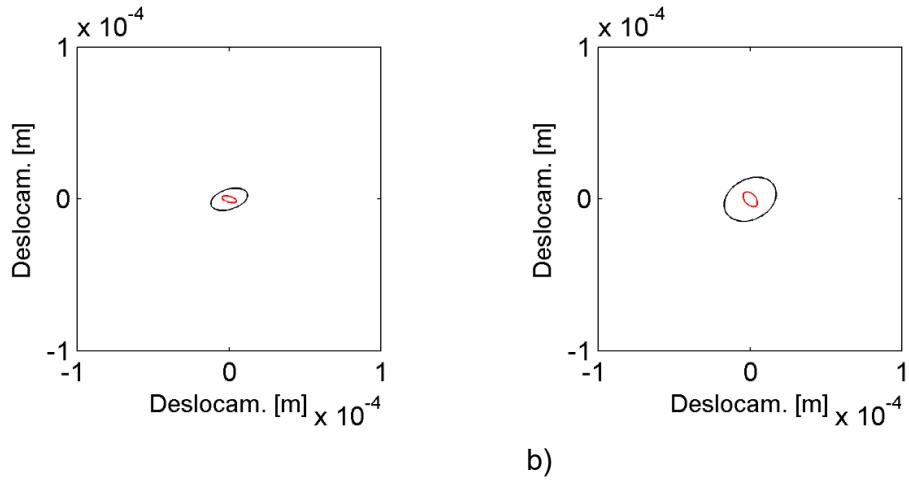


Figura 5.16 – Órbitas do rotor obtidas para a condição 3 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

A Fig. 5.17 mostra a diferença entre as amplitudes de vibração medidas nos planos S_8 e S_{12} da máquina rotativa balanceada pelos métodos determinístico e robusto. Para o balanceamento robusto, a vibração residual do rotor foi retirada do sinal obtido pois o balanceamento determinístico foi capaz de praticamente anular a amplitude de vibração da máquina rotativa (veja a Tab. 5.5). Assim, a comparação feita é mais representativa. Valores positivos na Fig. 5.17 indicam que o balanceamento robusto foi mais efetivo que o determinístico. Neste caso, as 400 amostras geradas pelo MHL são analisadas. Na Tab. 5.10 é possível observar o número de vezes em que os balanceamentos determinístico e robusto foram mais efetivos (amplitudes de vibração menores) para cada um dos sensores de vibração do rotor. Note que o balanceamento robusto resultou em menores amplitudes de vibração em todos os casos analisados.

Tabela 5.10 – Número de casos em que cada balanceamento apresentou amplitudes menores de vibração considerando incertezas na rigidez do mancal.

Sensores	Número de casos	
	Robusto melhor	Determinístico melhor
S_{8X}	400	0
S_{8Z}	400	0
S_{12X}	400	0
S_{12Z}	400	0

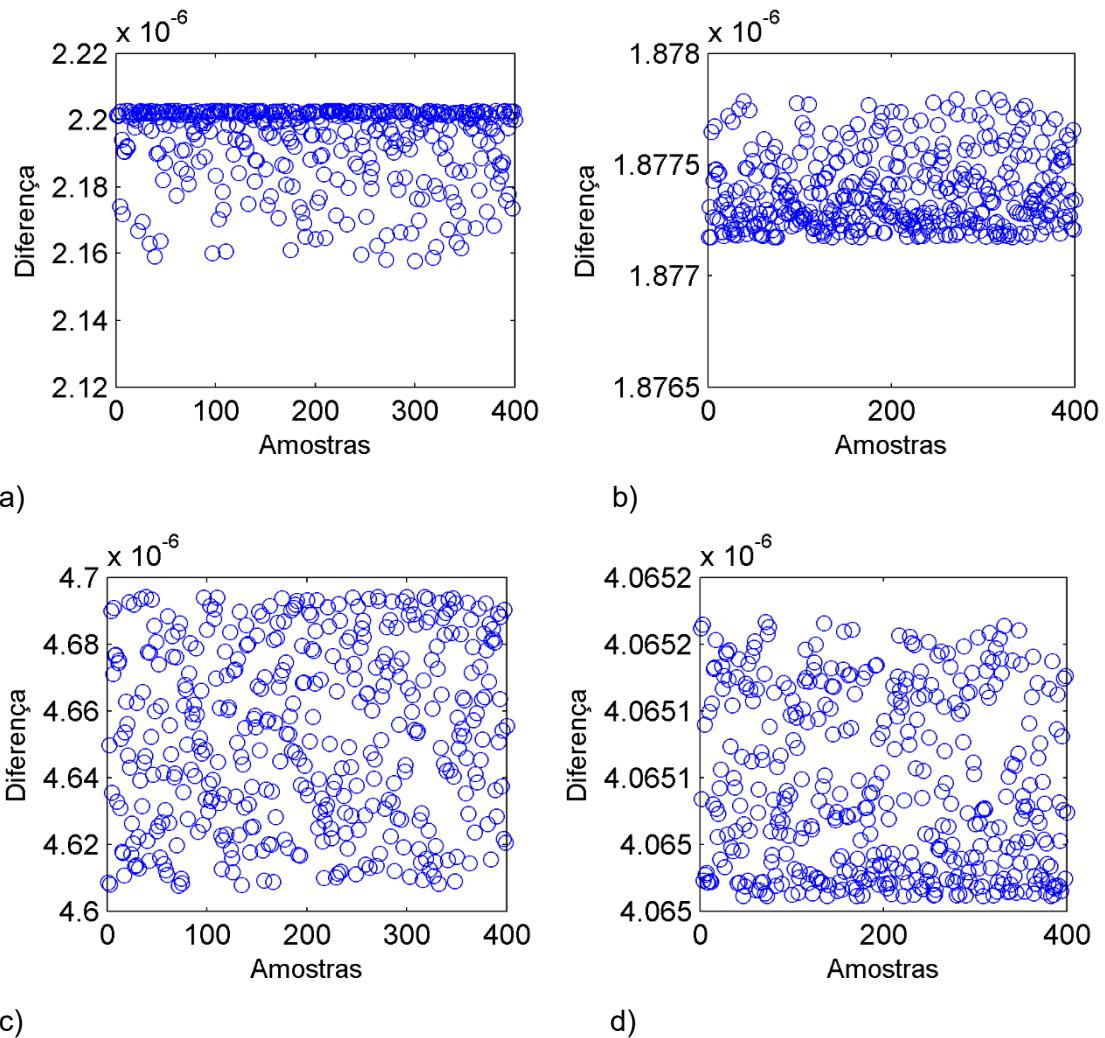


Figura 5.17 – Diferença entre as amplitudes de vibração medidas na máquina rotativa balançada pelos métodos determinístico e robusto considerando incertezas na rigidez do mancal: a) sensor S_{8X} ; b) sensor S_{8Z} ; c) sensor S_{12X} ; d) sensor S_{12Z} .

Assim, considerando todos os graus de liberdade do modelo de elementos finitos é possível verificar que o balanceamento robusto foi mais efetivo em 94,12% dos casos.

5.3.2 Acrúscimo Concentrado de Massa no Rotor

A análise desta condição é importante para a indústria pelo fato dela ocorrer com grande frequência. Assim sendo, o balanceamento robusto é um método interessante para este problema. A Fig. 5.18 apresenta a análise de convergência para o caso de acúmulo de massa no disco D_1 do rotor da Fig. 5.1. Note que a convergência foi obtida com 400 amostras. A Tab. 5.11 apresenta os limites superior e inferior para o desbalanceamento e posição angular (variáveis incertas) utilizados para gerar as amostras através do MHL. O limite superior

utilizado para a geração das amostras foi escolhido considerando o valor do desbalanceamento residual da máquina, ou seja, o desbalanceamento original do rotor sem acúmulo de fuligem (situação evidenciada na Fig. 5.10a; desbalanceamento residual de 637,5 g.mm / 90° localizado no disco D_1 ; veja a Fig. 5.7).

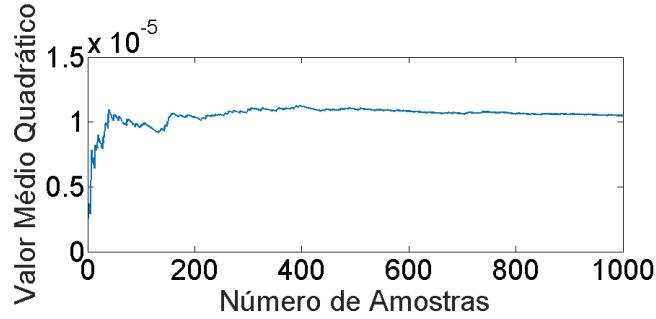


Figura 5.18 – Análise de convergência para o acúmulo de massa no disco D_1 .

Tabela 5.11 – Espaço de projeto para a geração das amostras de massas e fases.

	Limite inferior	Limite superior
Desbalanceamento [g.mm]	0	637,5
Posição angular [graus]	0	360

Neste caso, os discos D_1 e D_3 foram considerados planos de balanceamento (2 planos de medição e 2 planos de balanceamento). O espaço de projeto considerado no balanceamento robusto e os resultados encontrados são apresentados na Tab. 5.12.

Tabela 5.12 – Espaço de projeto e resultados do balanceamento robusto considerando o acúmulo de massa no disco D_1 .

Parâmetros	Espaço de projeto	Valores otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	0 até 9000	985
Posição angular D_1 [graus]	0 até 360	325
Desbalanceamento em D_3 [g.mm]	0 até 9000	1201
Posição angular D_3 [graus]	0 até 360	186

A Fig. 5.19 apresenta os resultados obtidos pelo método proposto ao final do processo de balanceamento. Note que as respostas de vibração do rotor foram reproduzidas pelo método. A Fig. 5.20 mostra as respostas de vibração do rotor desbalanceado e após o posicionamento das massas de correção. Como esperado, o rotor foi balanceado de forma satisfatória.

Na Tab. 5.13 são apresentadas as amplitudes de vibração do rotor desbalanceado e balanceado na velocidade de operação do sistema (1200 RPM). É possível observar que a técnica proposta para o balanceamento com a análise de incertezas incorporada no modelo apresentou resultados satisfatórios, reduzindo significativamente a amplitude de vibração da máquina rotativa.

Tabela 5.13 – Comparaçāo entre as respostas de vibração do rotor antes e depois do balanceamento robusto com acúmulo de massa no disco.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Rotor desbalanceado [μm]	49,50	42,61	82,95	75,02
Rotor balanceado [μm]	3,047	2,621	1,416	0,663
Redução [%]	93,84	93,85	98,29	99,12

De posse destes últimos resultados, fica evidente que mesmo com o acúmulo de massa no disco D_1 a técnica de balanceamento robusto foi capaz de balancear a máquina rotativa com eficiência. Novamente, o balanceamento determinístico promove uma redução mais efetiva das amplitudes de vibração do rotor. Porém, é importante ressaltar que este comportamento já era esperado uma vez que o balanceamento determinístico é aplicado para uma condição específica da máquina. Diferentemente, o balanceamento robusto leva em consideração várias condições de operação do sistema.

Com isso, para testar a eficiência do balanceamento robusto proposto neste trabalho, a máquina rotativa novamente foi colocada em outras condições de operação após o balanceamento ter sido realizado. Isto é feito justamente para analisar se a técnica de balanceamento proposta atende ao seu propósito, que é manter as amplitudes de vibração da máquina mais baixas do que as obtidas pelo balanceamento determinístico, ou seja, manter a máquina com amplitudes de vibração que possa mantê-la em operação por mais tempo. A Tab. 5.14 apresenta oito cenários testados para verificar a eficiência do balanceamento robusto aqui apresentado, consideradas todos os casos. Estas condições estão dentro da faixa de condições prevista pela análise de incerteza (veja a Tab. 5.10).

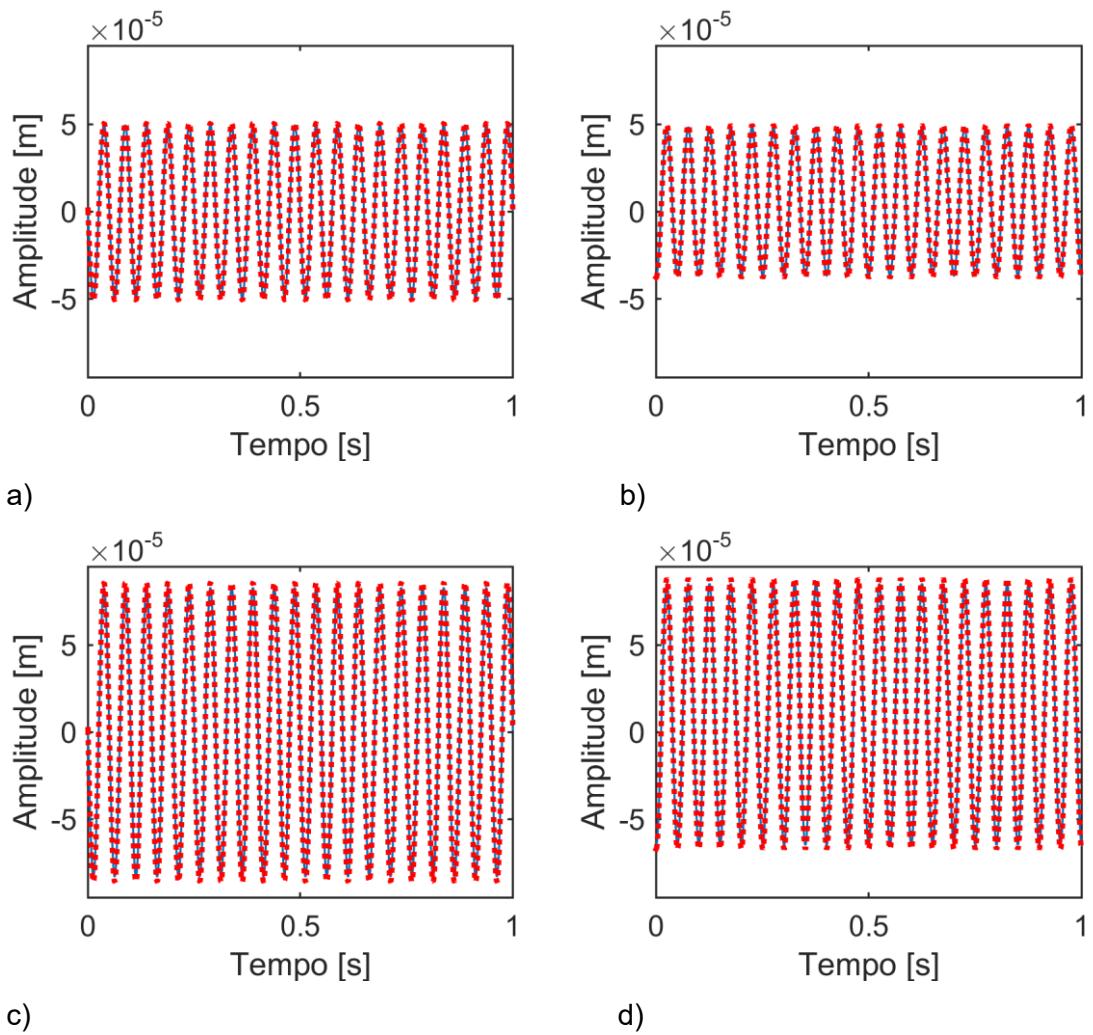


Figura 5.19 – Resultados obtidos pelo método no final do processo de otimização considerando o acúmulo de massa no disco D_1 (— desbalanceamento original; : resultado otimizado):
a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Tabela 5.14 – Desbalanceamento adicional aplicado no disco D_1 .

Cenários	Desbalanceamento [g.mm]	Posição angular	
			[graus]
1	6,375		45
2	637,45		45
3	6,375		135
4	637,45		135
5	6,375		-135
6	637,45		-135
7	6,375		-45
8	637,45		-45

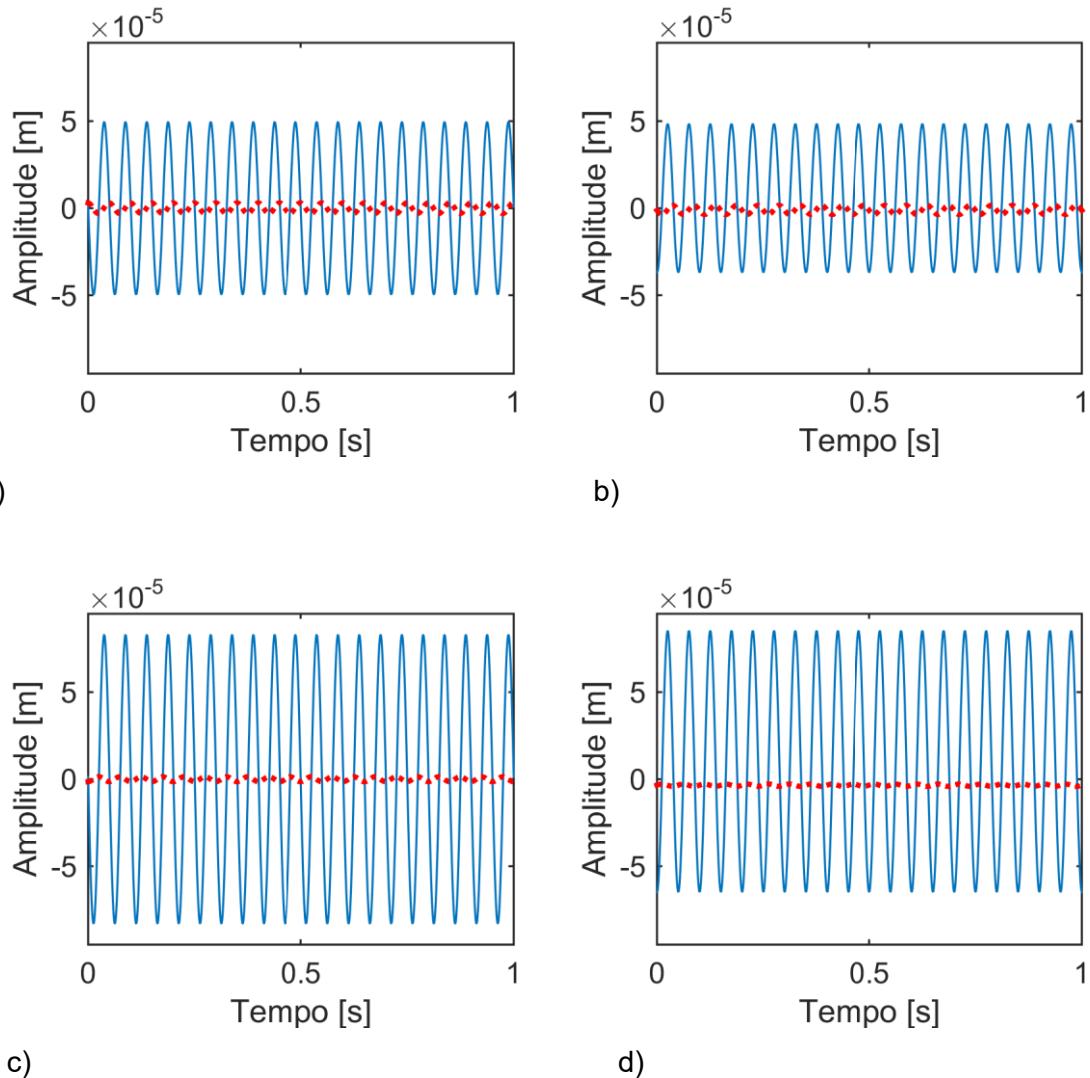


Figura 5.20 – Respostas de vibração do rotor desbalanceado (—) e balanceado pelo método robusto para o acúmulo de massa no disco D_1 (•): a) S_{8x} ; b) S_{8z} ; c) S_{12x} ; d) S_{12z} .

Após a aplicação destas oito condições na máquina rotativa balanceada utilizando os métodos determinístico e robusto (resultados da Tab. 5.4 e Tab. 5.12, respectivamente) foram calculadas as órbitas apresentadas na Fig. 5.21 a Fig. 5.28.

Como pode ser observado, os resultados obtidos pelo balanceamento robusto foram melhores em 6 dos 8 cenários analisados. Apenas nos cenários 6 e 8 da Tab. 5.14 o balanceamento determinístico foi mais eficiente. Note que nestes dois casos a amplitude de desbalanceamento é a máxima considerada dentro do intervalo adotado (veja a Tab. 5.11).

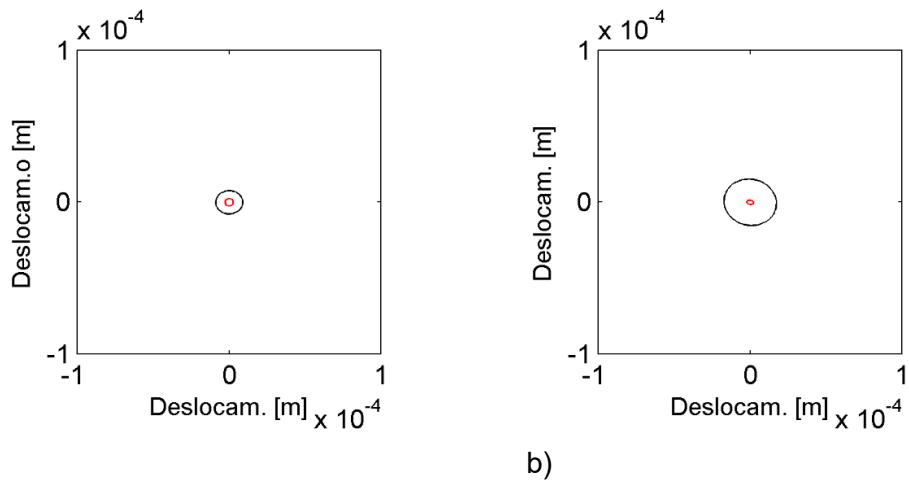


Figura 5.21 – Órbitas do rotor para o cenário 1 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

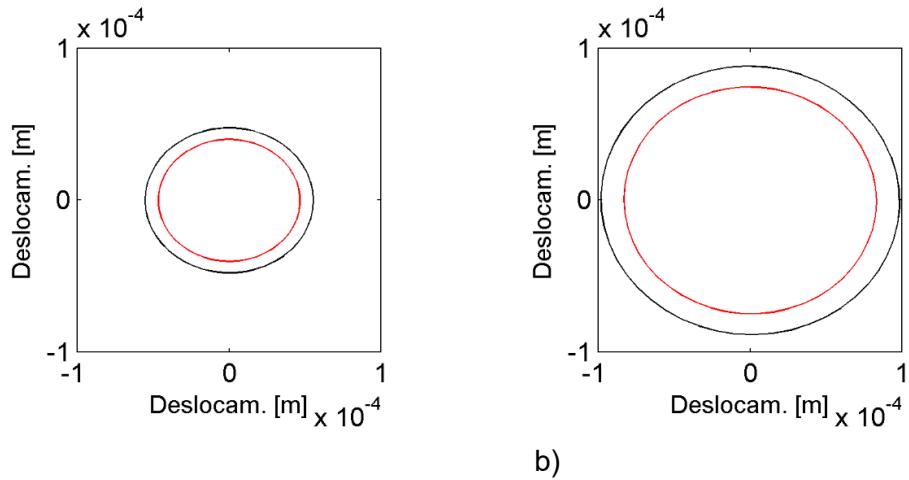


Figura 5.22 – Órbitas do rotor para o cenário 2 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

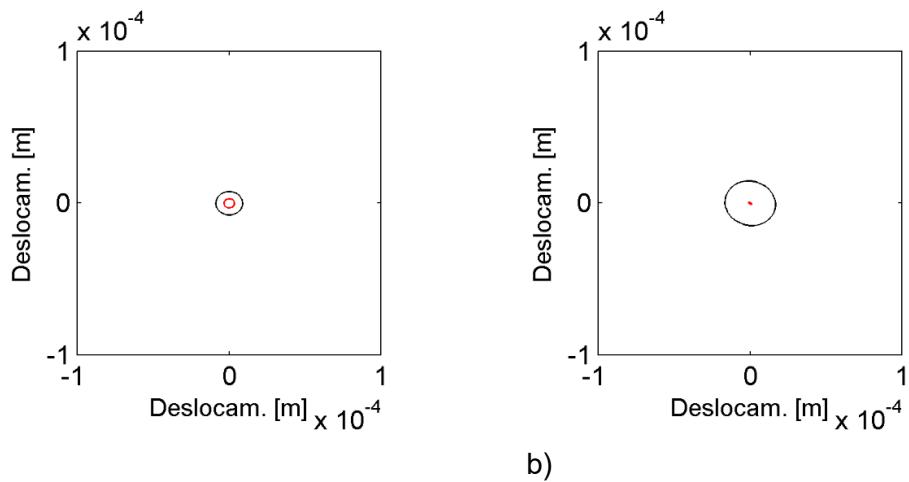


Figura 5.23 – Órbitas do rotor para o cenário 3 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

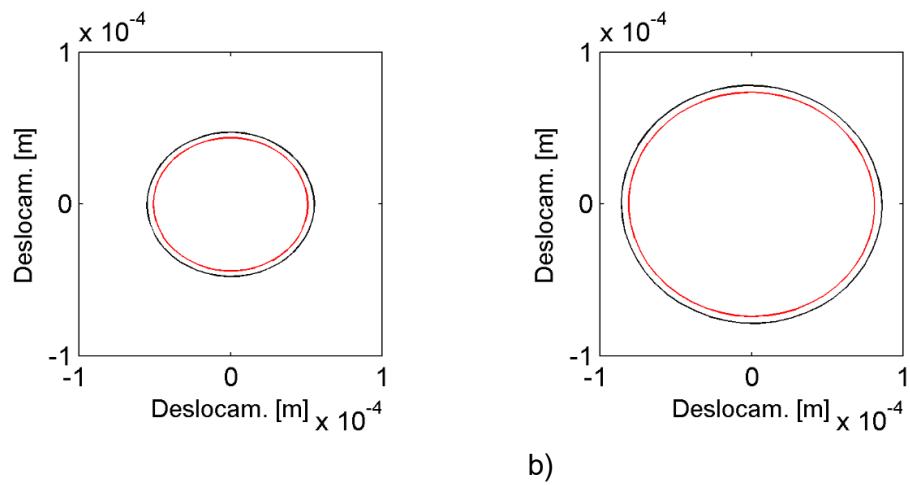


Figura 5.24 – Órbitas do rotor para o cenário 4 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

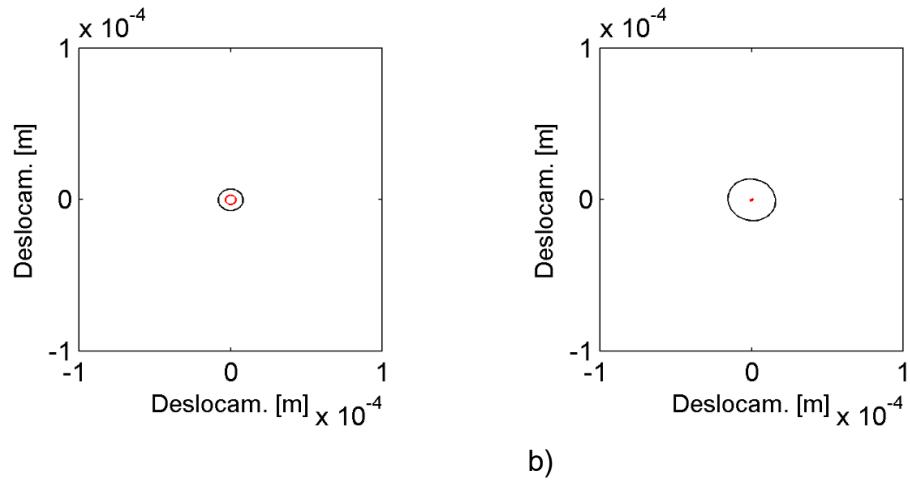


Figura 5.25 – Órbitas do rotor para o cenário 5 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

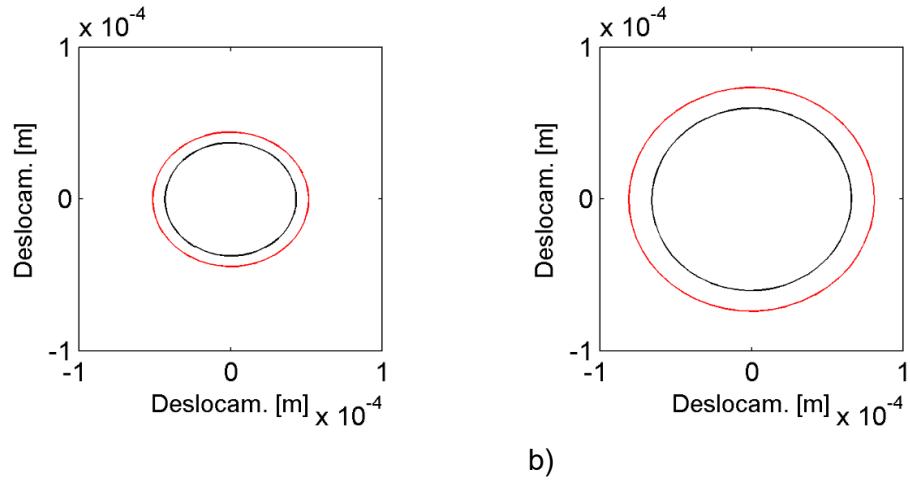


Figura 5.26 – Órbitas do rotor para o cenário 6 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

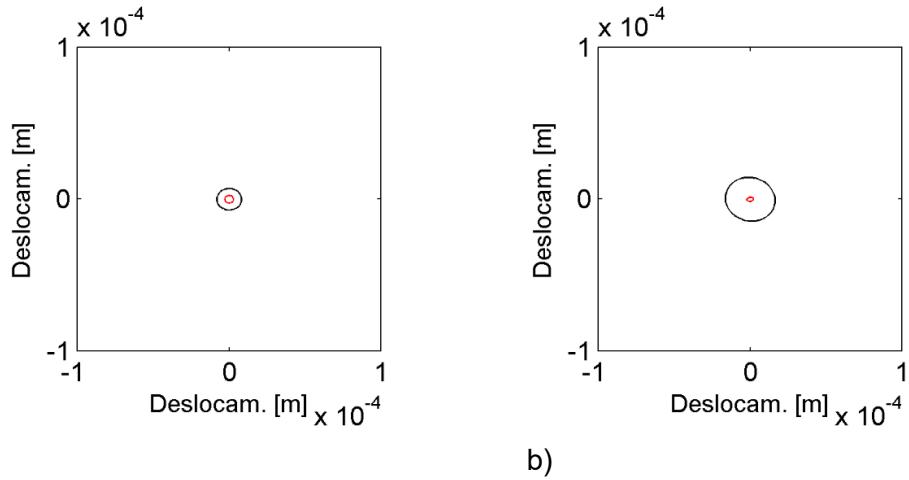


Figura 5.27 – Órbitas do rotor para o cenário 7 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

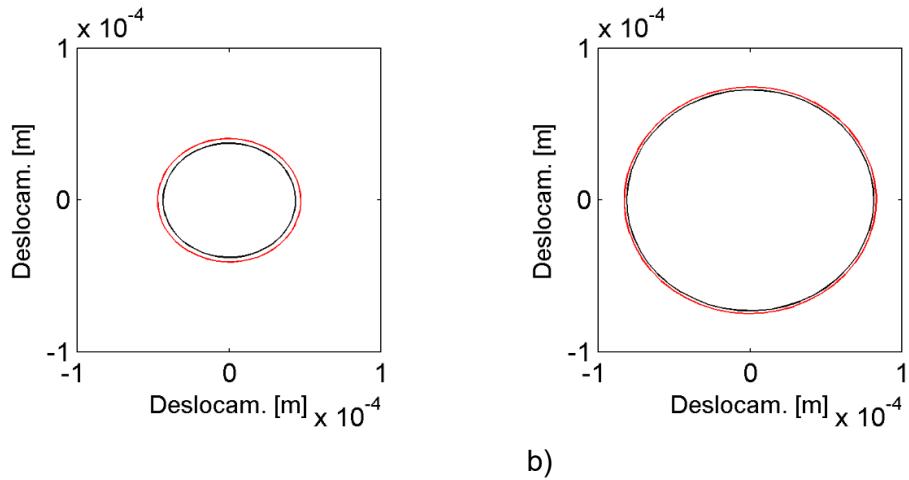


Figura 5.28 – Órbitas do rotor para o cenário 8 (— balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) plano S_8 ; b) sensor S_{12} .

A Fig. 5.29 mostra a diferença entre as amplitudes de vibração medidas nos planos S_8 e S_{12} da máquina rotativa balanceada pelos métodos determinístico e robusto. Para o balanceamento robusto, a vibração residual do rotor foi novamente retirada do sinal obtido devido ao procedimento determinístico ter sido capaz de praticamente anular a amplitude de vibração da máquina rotativa. Os resultados apresentados na Fig. 5.29 foram obtidos a partir da diferença entre os picos de vibração do sistema na frequência correspondente à velocidade de rotação (1200 RPM ou 20 Hz). Neste caso, as 400 amostras geradas pelo MHL são analisadas. Valores positivos na Fig. 5.29 indicam que o balanceamento robusto foi mais efetivo que

o determinístico. Na Tab. 5.15 é possível observar o número de vezes em que os balanceamentos determinístico e robusto foram mais efetivos (amplitudes de vibração menores) para cada um dos sensores de vibração do rotor.

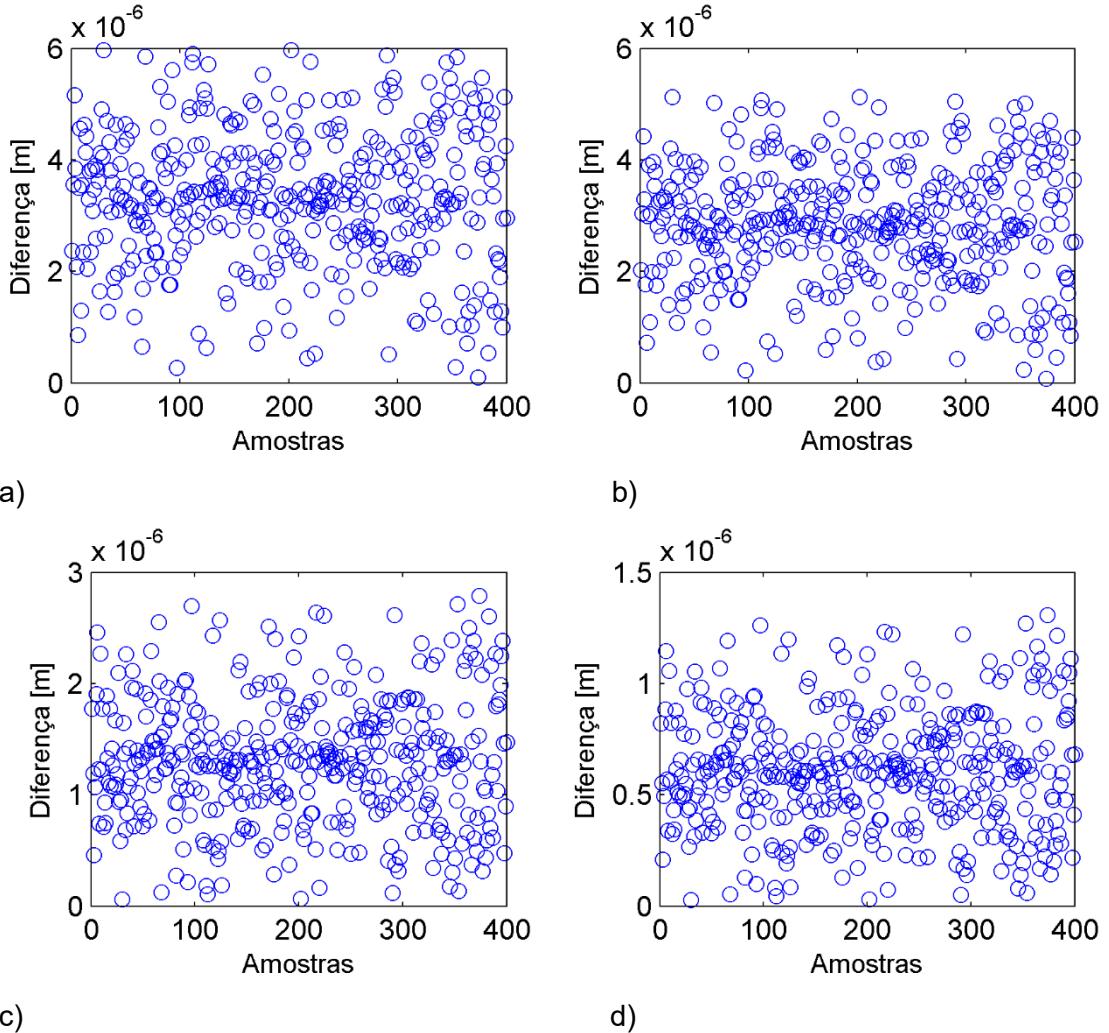


Figura 5.29 – Diferença entre as amplitudes de vibração medidas na máquina rotativa balanceada pelos métodos determinístico e robusto considerando o acúmulo de massa no disco D_1 : a) sensor S_{8X} ; b) sensor S_{8Z} ; c) sensor S_{12X} ; d) sensor S_{12Z} .

Tabela 5.15 – Número de casos em que cada balanceamento apresentou amplitudes de vibração menores considerando o acúmulo de massa no disco D_1 .

Sensores	Número de casos	
	Robusto melhor	Determinístico melhor
S_{8X}	400	0
S_{8Z}	400	0
S_{12X}	400	0
S_{12Z}	400	0

Note que para os dois planos (S_8 e S_{12}) o balanceamento robusto obteve amplitudes de vibração menores para todas as amostras quando comparado com o balanceamento determinístico. Porém, considerando todos os graus de liberdade do modelo de elementos finitos é possível verificar que o balanceamento robusto foi mais efetivo em 91,84% dos casos.

Assim, é possível uma vez verificar que o método de balanceamento proposto neste trabalho é eficiente para o balanceamento de máquinas rotativas, uma vez que apresenta bons resultados mesmo em condições diferentes daquelas em que foi originalmente balanceado.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO VI

Resultados Experimentais

O Capítulo VI contém a apresentação dos resultados experimentais obtidos tanto para o balanceamento determinístico quanto para o balanceamento robusto. O objetivo é validar a técnica de balanceamento robusto proposta nesta dissertação. Para manter as mesmas condições de operação da máquina rotativa que foi utilizada para o balanceamento, a velocidade de rotação foi mantida em 1200 RPM para todas as análises apresentadas neste capítulo.

6.1. Máquina Rotativa

Para a realização dos balanceamentos determinístico e robusto experimentais, as respostas de vibração da máquina rotativa mostrada na Fig. 5.1 foram medidas. O rotor foi mantido operando em 1200 RPM por um determinado período de tempo visando atingir o regime permanente do sistema (equilíbrio de temperatura). Para o controle da velocidade, o rotor possui um controlador desenvolvido no próprio laboratório que mantém a máquina com variação máxima de ± 1 RPM em torno da velocidade de rotação desejada. Todos os resultados experimentais foram obtidos a partir da média calculada de 50 medições.

A Fig. 6.1 apresenta as amplitudes de vibração obtidas nos planos de medição S_8 e S_{12} considerando a máquina rotativa desbalanceada. Estes sinais de vibração foram utilizados como referência para que o processo de otimização seja capaz de encontrar as massas de correção e suas posições angulares correspondentes, segundo os métodos de balanceamento determinístico e robusto. A Fig. 6.2 apresenta os mesmos sinais no domínio da frequência. A Tab. 6.1 apresenta as amplitudes de vibração associadas com a velocidade de operação do rotor (1200 RPM).

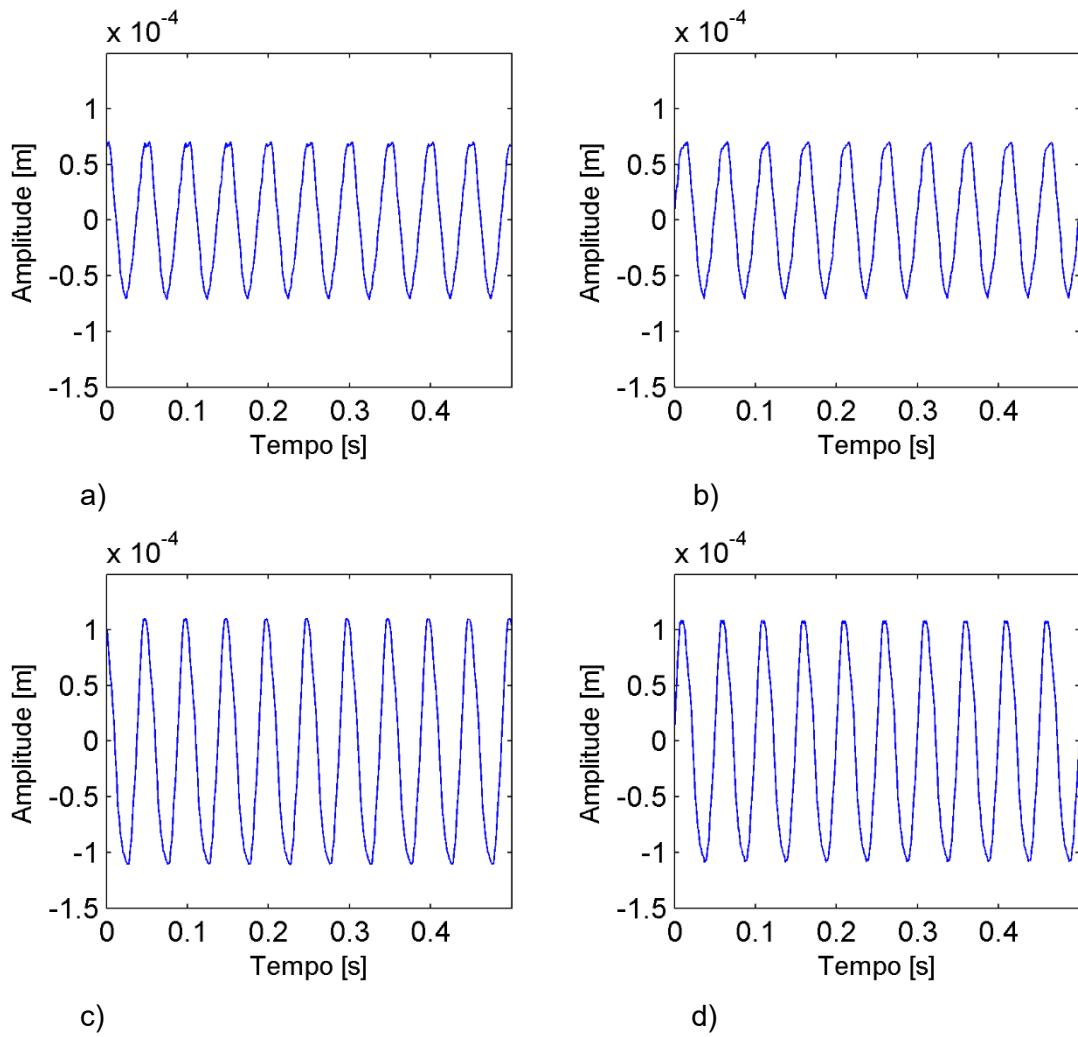


Figura 6.1 – Respostas de vibração no domínio do tempo do rotor desbalanceado: a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

6.2. Balanceamento Determinístico

Com as amplitudes de vibração apresentadas nas Figs. 6.1 e 6.2, o procedimento de balanceamento determinístico foi aplicado no sistema rotativo levando aos resultados da Tab. 6.2. Neste caso, os discos D_1 e D_3 foram considerados como planos de balanceamento (2 planos de medição e 2 planos de balanceamento). O espaço de projeto considerado no balanceamento determinístico e os resultados encontrados ao final do processo de otimização são apresentados na Tab. 6.2.

A Tab. 6.3 apresenta os resultados obtidos pelo balanceamento determinístico e as massas de correção e posições angulares associadas (somados 180° ao resultado do processo de

otimização) que foram aplicadas no rotor para correção. Estas pequenas variações são devidas às massas de correção disponíveis e às restrições geométricas no que diz respeito as posições angulares onde a correção pode ser realizada nos discos (furos de 10° em 10°).

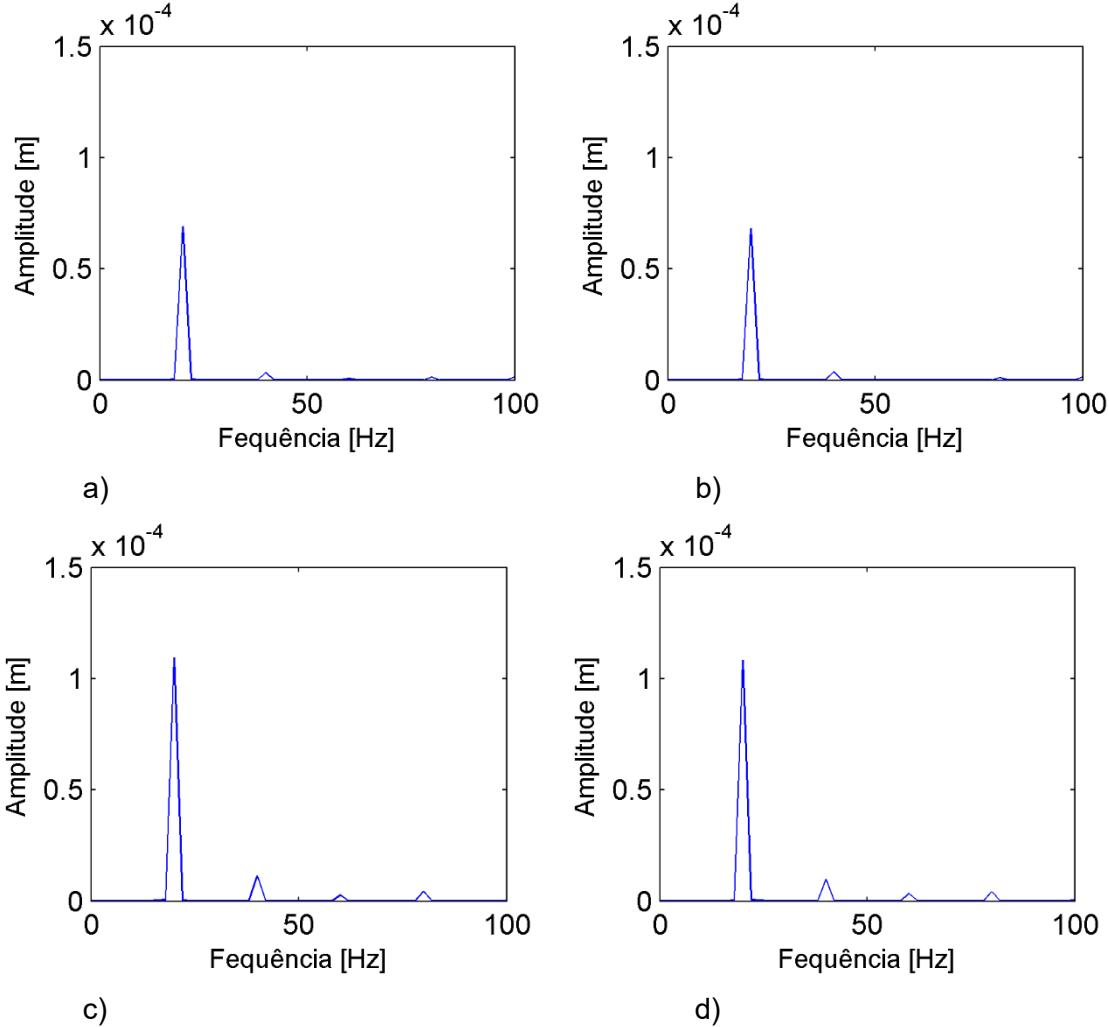


Figura 6.2 – Vibração do rotor desbalanceado: a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Tabela 6.1 – Amplitudes de vibração do rotor desbalanceado.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Amplitudes de vibração [μm]	69,23	68,26	109,5	108,4

Tabela 6.2 – Espaço de projeto e resultados do balanceamento determinístico.

Parâmetros	Espaço de projeto	Valores otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	0 até 10000	1009
Posição angular D_1 [graus]	0 até 360	157,36
Desbalanceamento em D_3 [g.mm]	0 até 10000	821
Posição angular D_3 [graus]	0 até 360	90,66

Tabela 6.3 – Massas de correção e posições angulares obtidas pelo balanceamento determinístico e aplicadas no rotor.

Variáveis	Otimização	Aplicado no rotor
Massa D_1 [gramas]	14,42	14,33
Posição angular D_1 [graus]	337,36	340
Massa D_3 [gramas]	11,91	11,74
Posição angular D_3 [graus]	270,66	270

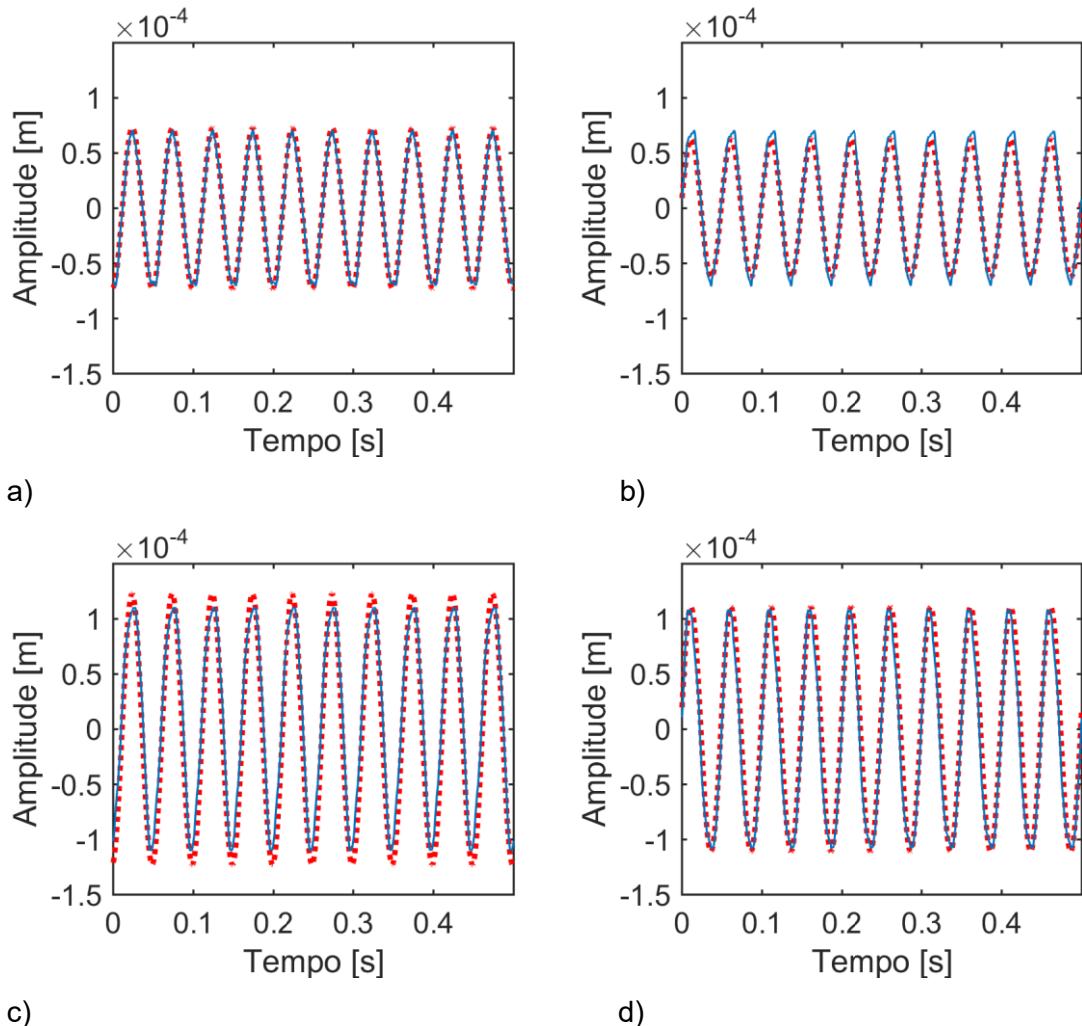


Figura 6.3 – Resultados obtidos pelo método determinístico ao final da otimização (— desbalanceamento original; : resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

Note que os resultados da Tab. 6.3 estão em gramas, pois o valor encontrado após a otimização foi dividido pela distância entre o centro do eixo até a posição onde a massa de correção é inserida em cada disco (70 mm).

A Fig. 6.3 apresenta os resultados obtidos pelo método ao final do processo de otimização. É possível verificar que as respostas de vibração do rotor desbalanceado foram reproduzidas pelo método de balanceamento. A Fig. 6.4 mostra as respostas de vibração do rotor para o caso desbalanceado e após o posicionamento das massas de correção. Note que as amplitudes de vibração ainda se mantiveram elevadas mesmo com a aplicação das massas de correção, o que não é esperado para este tipo de abordagem visto que as respostas de vibração do rotor desbalanceado foram reproduzidas pelo método de balanceamento (veja a Fig. 6.3).

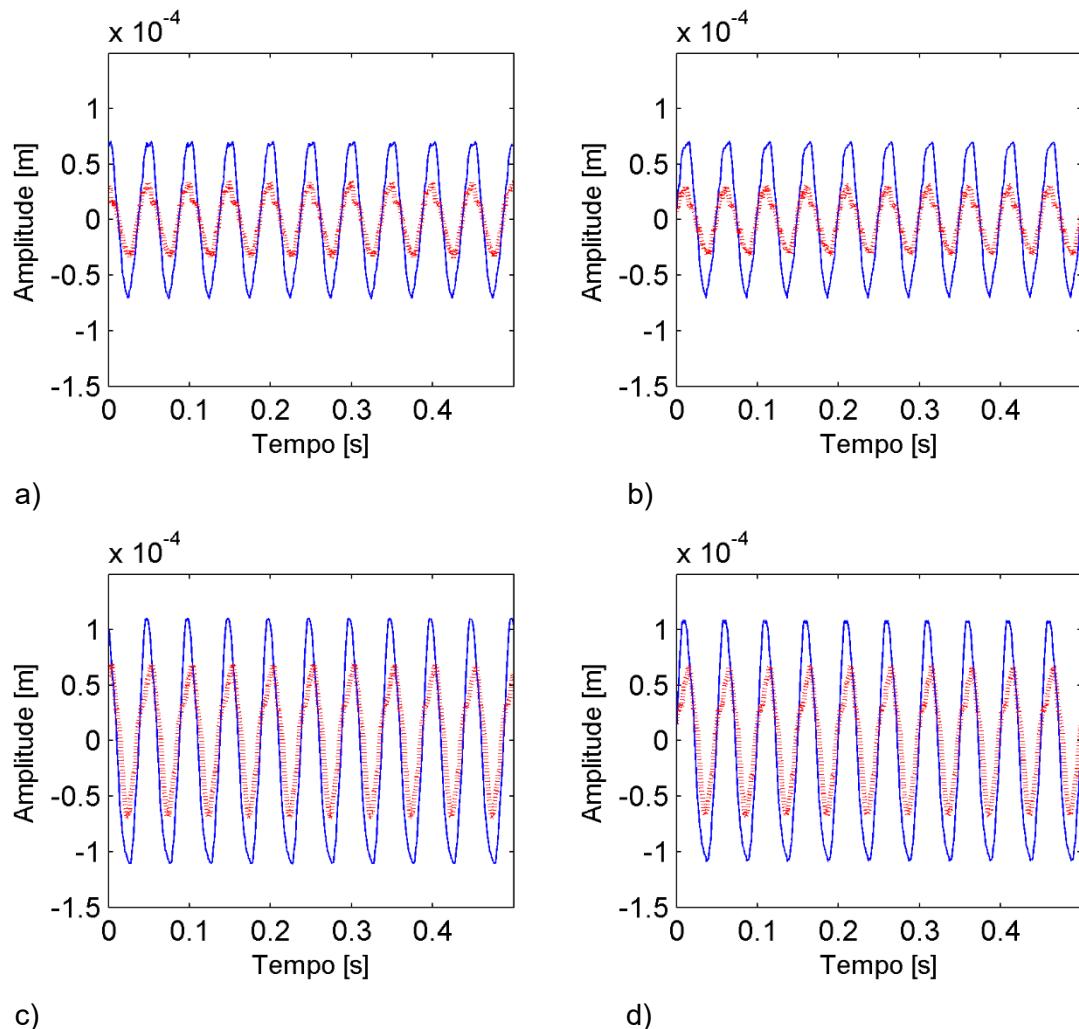


Figura 6.4 – Respostas de vibração do rotor desbalanceado (—) e balanceado (:) pelo método determinístico: a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

A Tab. 6.4 apresenta as amplitudes de vibração do rotor para os casos desbalanceado e balanceado na velocidade de operação do sistema (1200 RPM). A partir dos dados apresentados para o balanceamento determinístico é possível observar que as amplitudes de vibração medidas foram reduzidas em, no máximo, 60 %. Na prática, existem várias condições que podem interferir na eficiência do balanceamento, tais como desalinhamento, condições dos mancais, empenamento do eixo e outros.

Tabela 6.4 – Comparaçāo do rotor antes e depois do balanceamento determinístico.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Desbalanceado [μm]	69,23	68,26	109,5	108,4
Balanceado [μm]	29,87	27,36	60,75	58,60
Redução [%]	56,85	59,92	44,52	45,94

Neste sentido, um fator que pode ter contribuído para este resultado é o desconhecimento da forma com que o desbalanceamento está distribuído ao longo do rotor.

6.3. Balanceamento Robusto

O balanceamento robusto, assim como o balanceamento determinístico, utilizou os sinais temporais apresentados na Fig. 6.1 como base para a realização da otimização, com o objetivo de encontrar as massas de correção e as suas respectivas posições angulares. Porém, agora o procedimento de otimização utiliza a análise de incertezas para auxiliar no processo de balanceamento.

A análise de incertezas neste caso está associada a massas aplicadas em diferentes posições angulares do disco D_1 da máquina (veja a Fig. 5.1) para simular o acúmulo de massa no rotor (caso apresentado na seção 5.3.2). Neste caso, os discos D_1 e D_3 foram considerados planos de balanceamento (2 planos de medição e 2 planos de balanceamento). O espaço de projeto considerado no balanceamento robusto e os resultados encontrados são apresentados na Tab. 6.5.

A Tab. 6.6 apresenta os valores encontrados ao final do processo de otimização e as massas de correção e posições angulares correspondentes aplicadas na máquina rotativa para efetuar o balanceamento (adicionando 180° nas suas posições angulares).

Tabela 6.5 – Espaço de projeto e resultados do balanceamento robusto considerando o acúmulo de massa no disco D_1 .

Parâmetros	Espaço de projeto	Valores otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	0 até 10000	1407
Posição angular D_1 [graus]	0 até 360	94,39
Desbalanceamento em D_3 [g.mm]	0 até 10000	2620
Posição angular D_3 [graus]	0 até 360	63,26

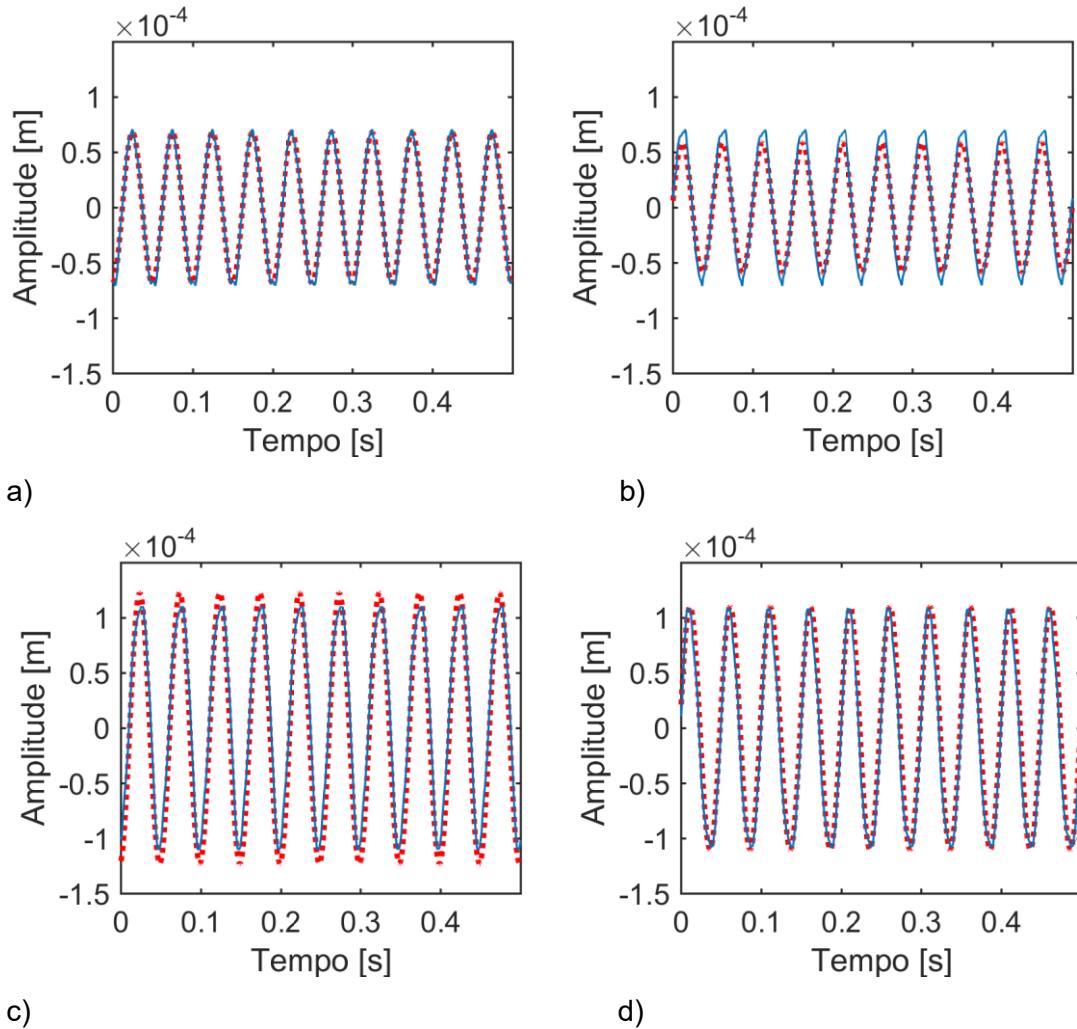


Figura 6.5 – Resultados obtidos pelo método robusto ao final da otimização (— desbalanceamento original; : resultado otimizado): a) S_{8X} ; b) S_{8Z} ; c) S_{12X} ; d) S_{12Z} .

A Fig. 6.5 apresenta os resultados obtidos pelo método ao final do processo de otimização. É possível verificar que as respostas de vibração do rotor desbalanceado foram reproduzidas pelo método de balanceamento robusto. A Fig. 6.6 mostra as respostas de vibração do rotor desbalanceado e balanceado.

Tabela 6.6 – Massas de correção e posições angulares obtidas pelo balanceamento robusto e aplicadas no rotor.

Variáveis	Otimização	Aplicado no rotor
Massa D_1 [gramas]	20,10	20,08
Posição angular D_1 [graus]	274,39	270
Massa D_3 [gramas]	37,43	37,68
Posição angular D_3 [graus]	243,26	240

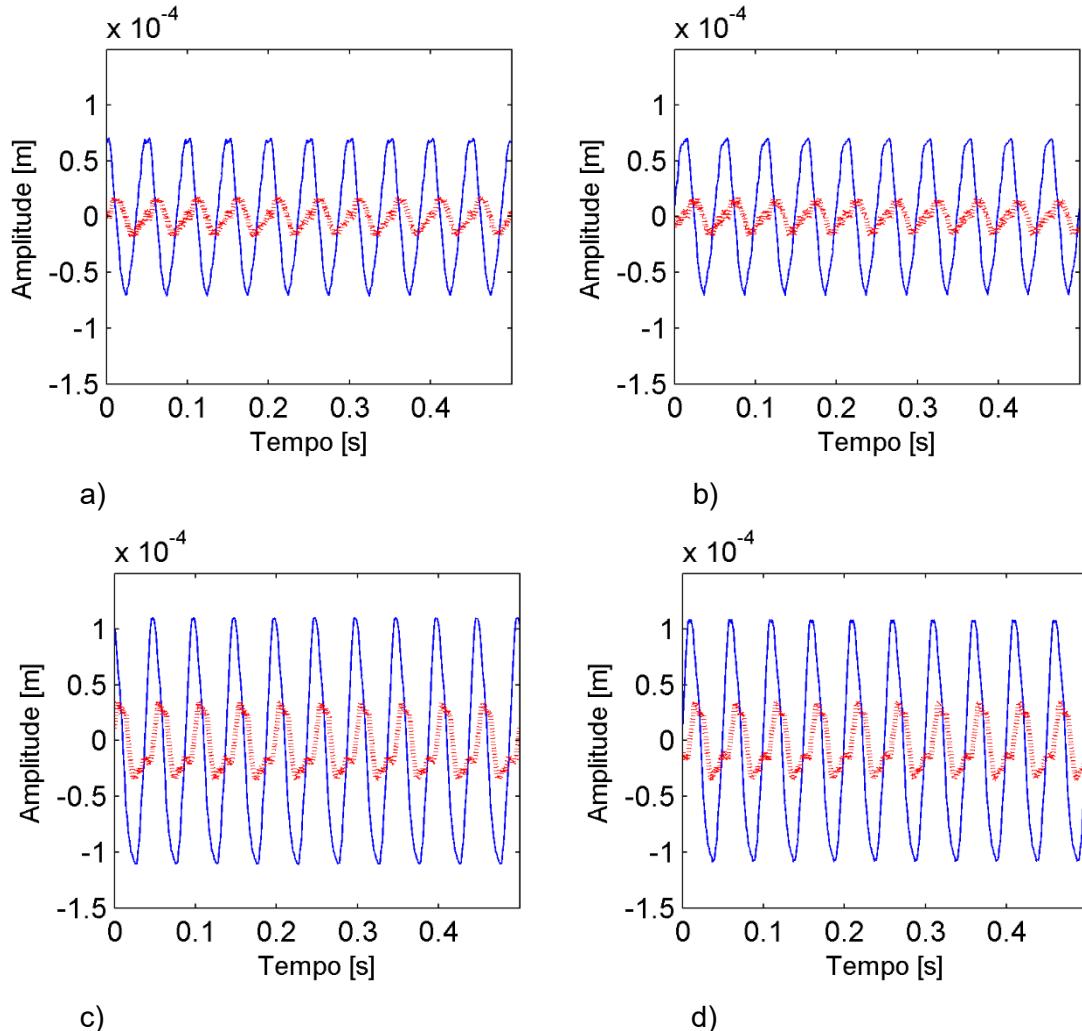


Figura 6.6 – Respostas de vibração do rotor desbalanceado (—) e balanceado (:) pelo método robusto: a) S_8x ; b) S_8z ; c) $S_{12}x$; d) $S_{12}z$.

A Tab. 6.7 apresenta as amplitudes de vibração do rotor desbalanceado e balanceado medidas nos planos de medição S_8 e S_{12} com o rotor operando a 1200 RPM. A partir dos dados apresentados para o balanceamento robusto é possível observar que as amplitudes de

vibração medidas foram reduzidas de, no máximo, 82,11 %. Note que o balanceamento robusto resultou em amplitudes de vibração menores que as obtidas pelo método determinístico (compare a Tab. 6.7 e 6.4).

Tabela 6.7 – Comparação do rotor antes e depois do balanceamento robusto.

	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Desbalanceado [μm]	69,23	68,26	109,5	108,4
Balanceado [μm]	14,11	12,21	29,30	28,94
Redução [%]	79,62	82,11	73,24	73,30

A Tab. 6.8 apresenta doze cenários testados para verificar a robustez do balanceamento robusto aqui apresentado. A análise realizada contempla três massas diferentes em quatro posições angulares distintas aplicadas separadamente no disco D_1 do rotor. Estas condições estão dentro da faixa de condições prevista pela análise de incerteza (veja a Tab. 5.11).

Tabela 6.8 – Massas e posições angulares utilizadas na avaliação de robustez.

Cenários	Massas [gramas]	Posições angulares [graus]
1		0
2		90
3	4,84	180
4		270
5		0
6	15,07	90
7		180
8		270
9		0
10		90
11	25,14	180
12		270

As Figs. 6.7 a 6.18 apresentam as respostas de vibração do rotor para os casos desbalanceado, balanceado pelo método determinístico e pelo método robusto. As respostas medidas por todos os sensores disponíveis não são apresentadas; apenas as respostas do plano de medição S_{12} são mostradas, pois os resultados para o plano S_8 são semelhantes. É possível observar que o balanceamento robusto foi mais eficiente (menor amplitude de vibração)

na maioria dos casos (7 de 12 dos casos mostrados). Claramente, a análise de todas as amostras geradas no processo de otimização pelo MHL não foi realizada pelo tempo experimental requerido para isso.

Quando a análise é feita sobre a variação da amplitude de vibração com a adição das massas da Tab. 6.8 no rotor, fica evidente que o balanceamento robusto apresentou uma variação menor que a obtida pela abordagem determinística, como apresentado na Tab. 6.9. Note que o balanceamento robusto apresentou uma diferença menor entre a máxima e a mínima amplitude de vibração, do que a obtida pelo balanceamento determinístico, sendo mais efetivo que o determinístico em, no mínimo, 12,3 %.

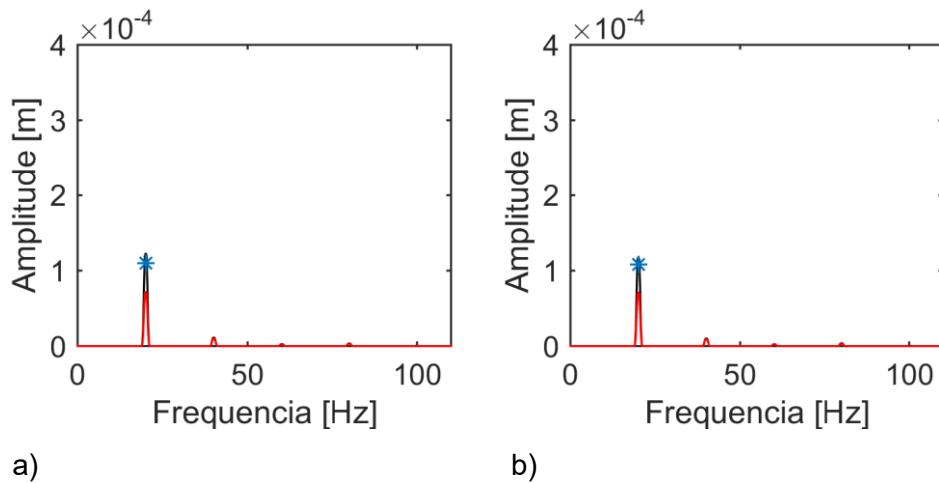


Figura 6.7 – Respostas de vibração considerando o cenário 1 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

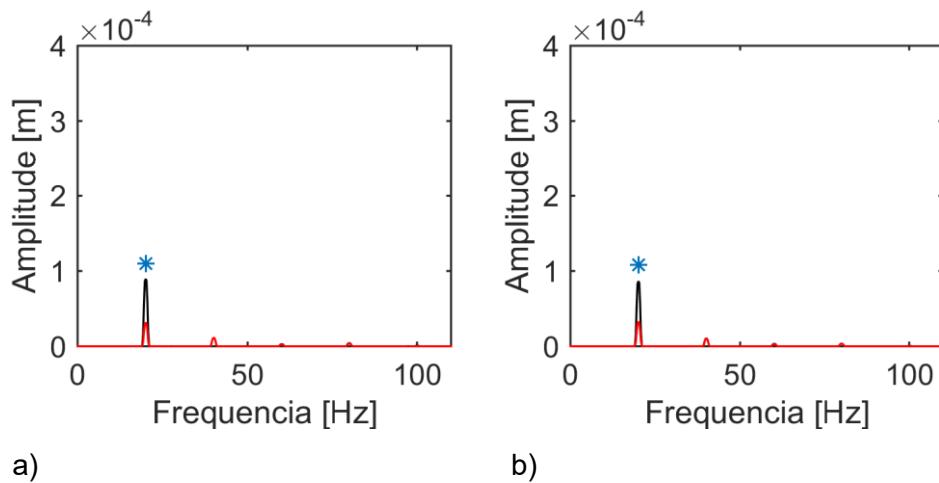


Figura 6.8 – Respostas de vibração considerando o cenário 2 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

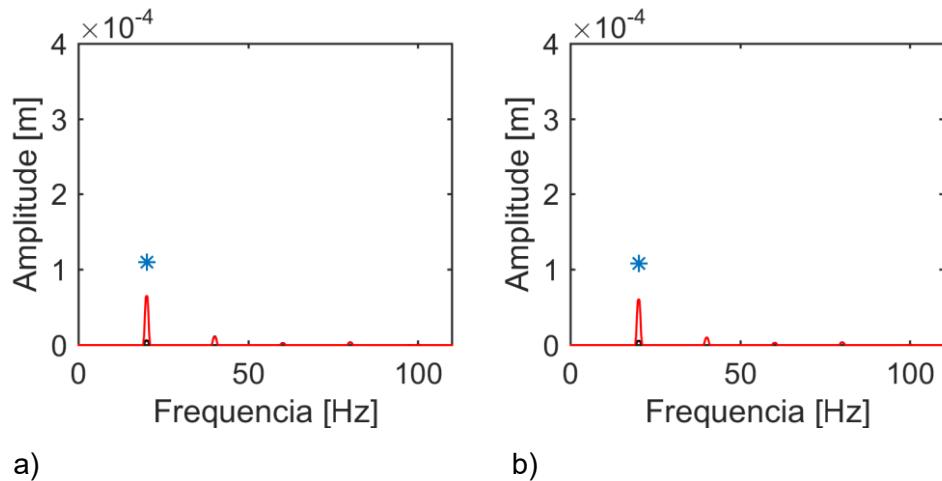


Figura 6.9 – Respostas de vibração considerando o cenário 3 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

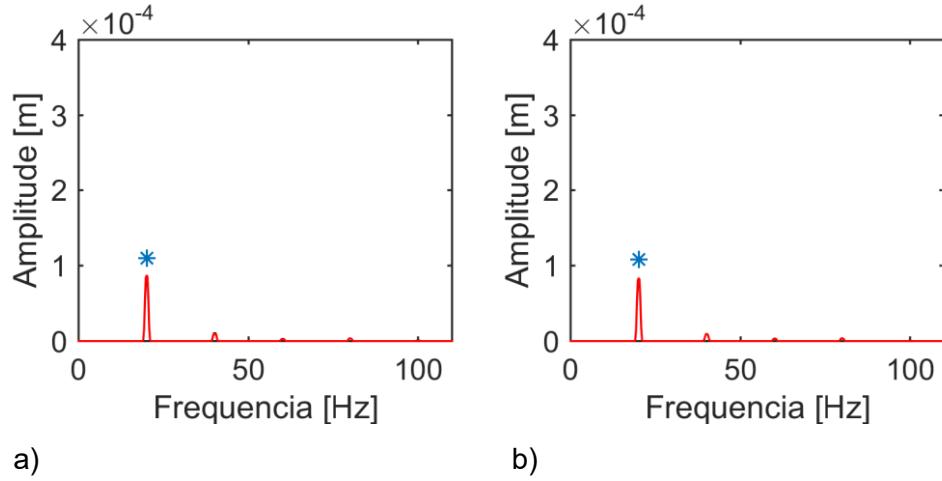


Figura 6.10 – Respostas de vibração considerando o cenário 4 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

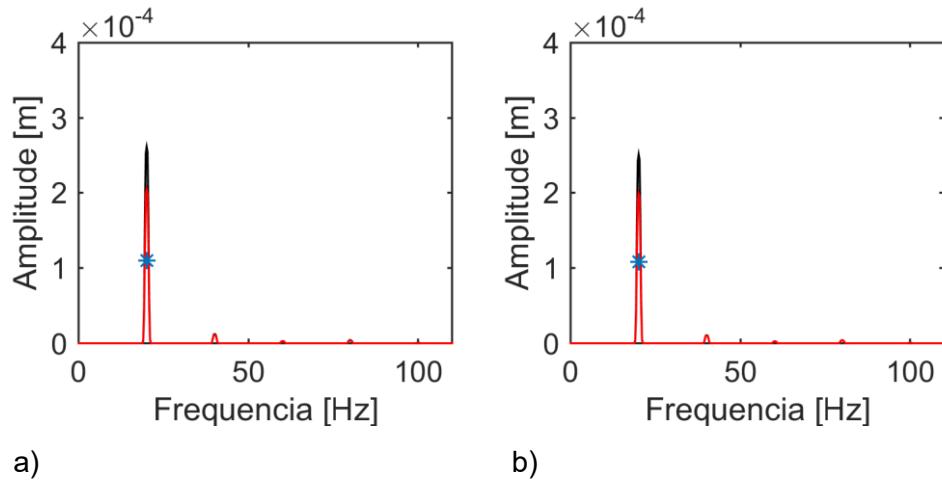


Figura 6.11 – Respostas de vibração considerando o cenário 5 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

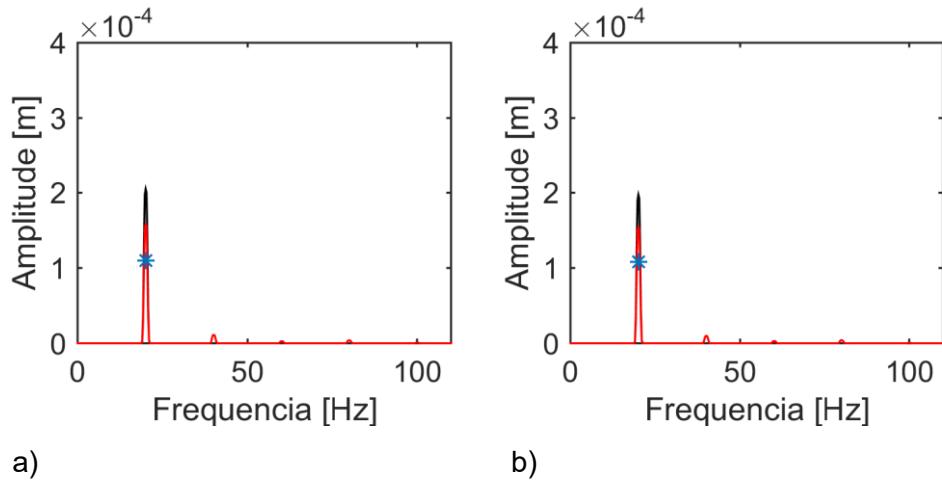


Figura 6.12 – Respostas de vibração considerando o cenário 6 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

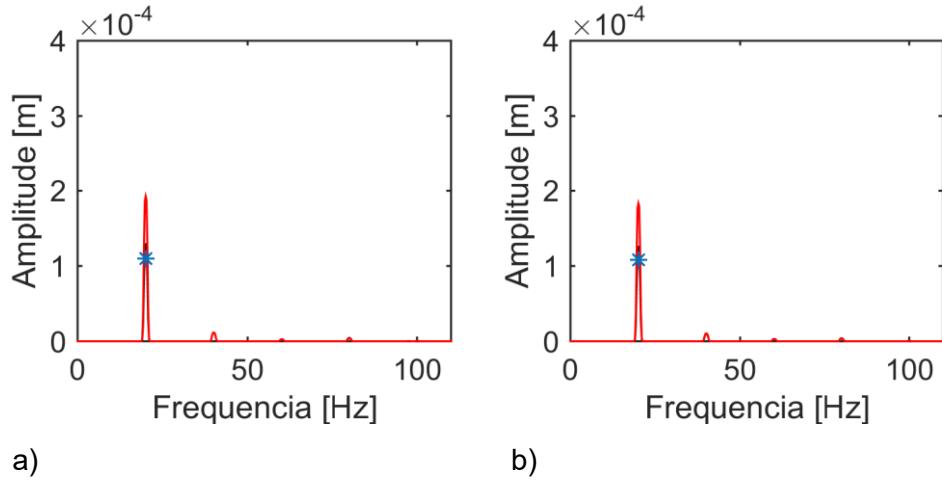


Figura 6.13 – Respostas de vibração considerando o cenário 7 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

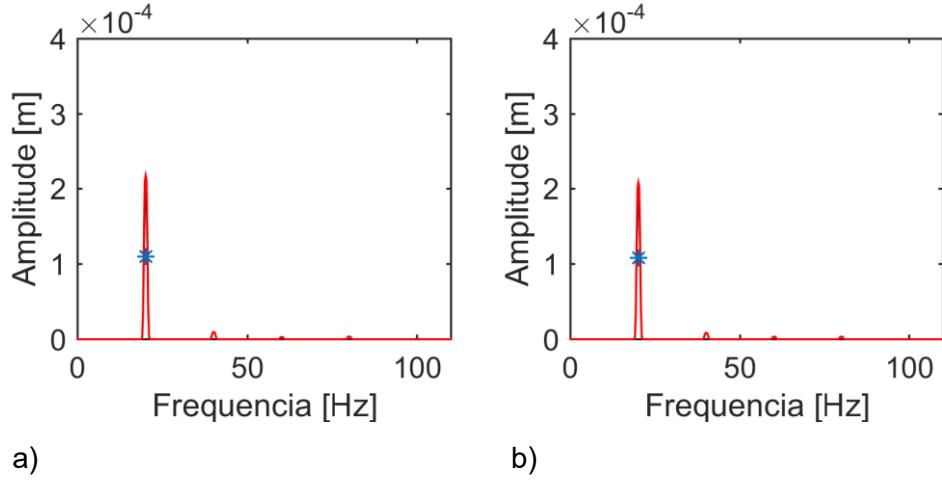


Figura 6.14 – Respostas de vibração considerando o cenário 8 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

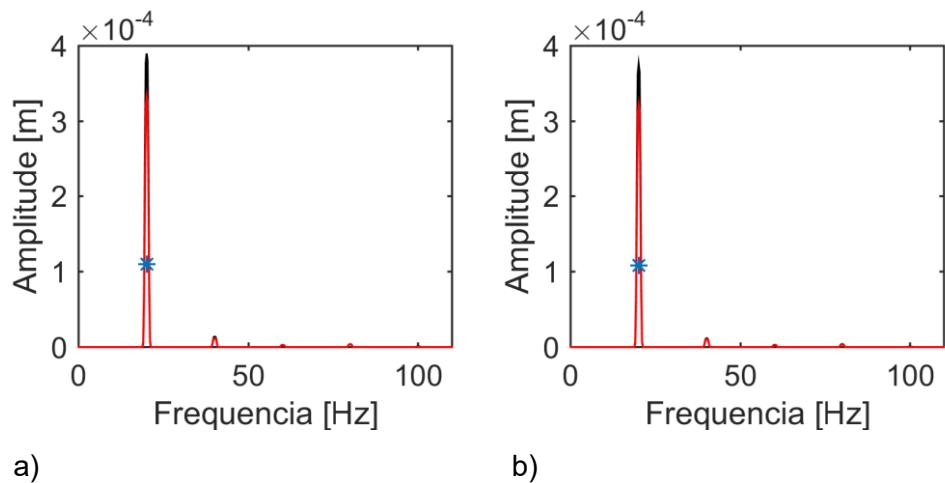


Figura 6.15 – Respostas de vibração considerando o cenário 9 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

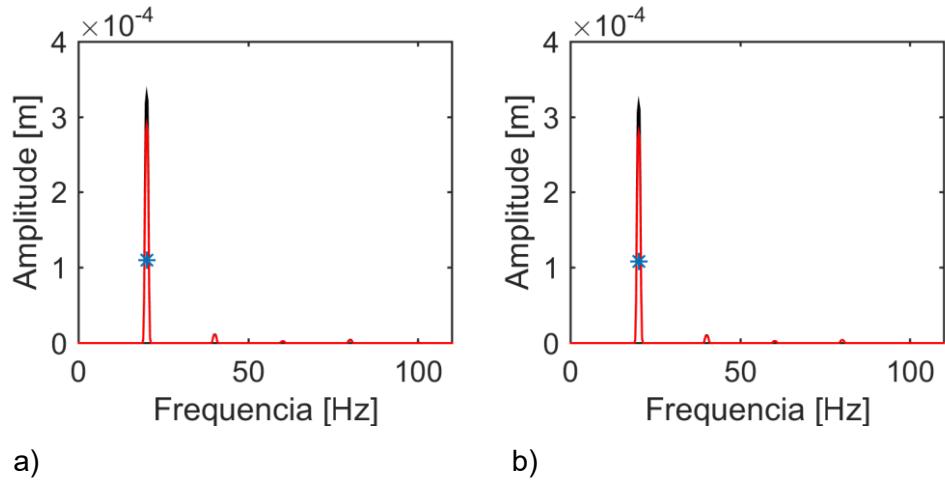


Figura 6.16 – Respostas de vibração considerando o cenário 10 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

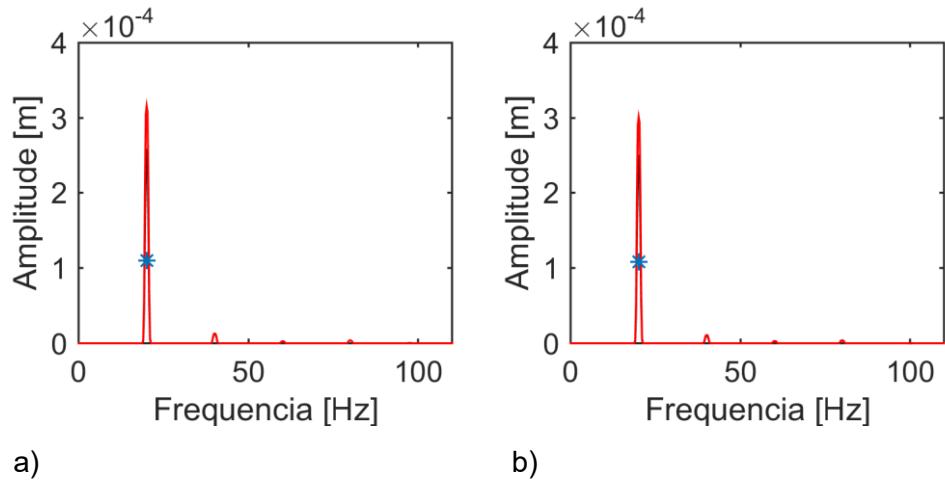


Figura 6.17 – Respostas de vibração considerando o cenário 11 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

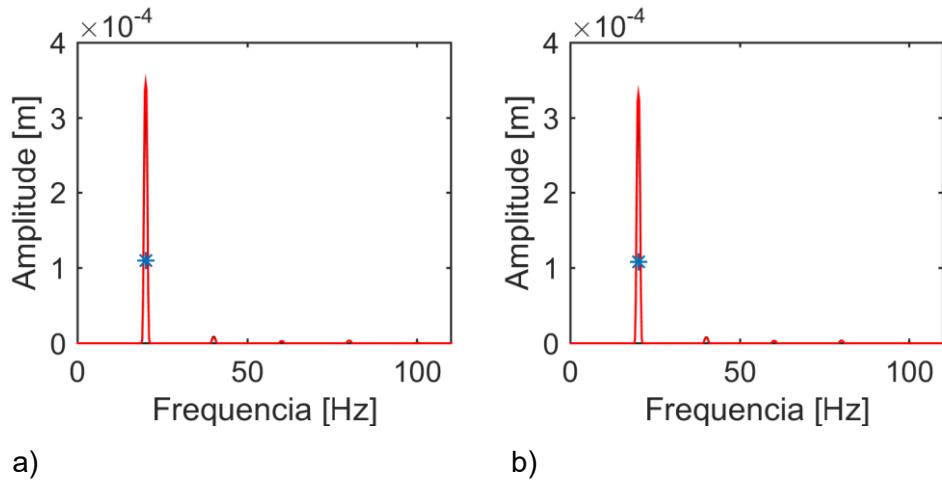


Figura 6.18 – Respostas de vibração considerando o cenário 12 (* desbalanceado; — balanceamento determinístico; — balanceamento robusto): a) S_{12X} ; b) S_{12Z} .

Tabela 6.9 – Variação total do teste de robustez para todos os sensores.

Sensor	Variação da amplitude [μm]			
	S_{8X}	S_{8Z}	S_{12X}	S_{12Z}
Balanceamento determinístico	155,62	144,03	271,23	260,99
Balanceamento robusto	135,44	126,32	224,39	214,66
Redução [%]	12,97	12,30	17,27	17,75

Diferentemente do que foi apresentado na Tab. 6.9, os resultados das Tab. 6.4 e Tab. 6.7 não são esperados, uma vez que, em relação às amplitudes de vibração obtidas, o balanceamento determinístico deveria levar a resultados mais efetivos para a condição original do rotor (sem a variação da rigidez do mancal ou o acúmulo de massa no disco). Assim, espera-se um comportamento similar ao mostrado no Capítulo V.

Para avaliar numericamente o resultado experimental obtido, um desbalanceamento randomicamente distribuído foi aplicado no modelo de elementos finitos da máquina rotativa mostrado na Fig. 5.1b (análise numérica somente). Isto foi feito para avaliar os resultados experimentais da Tab. 6.4 e Tab. 6.7 (balanceamento robusto obtendo amplitudes de vibração menores que o determinístico).

A análise de incertezas neste caso também está associada a massas aplicadas em diferentes posições angulares do disco D_1 da máquina (veja a Fig. 5.1) para simular o acúmulo de massa no rotor (caso apresentado na seção 5.3.2). Neste caso, os discos D_1 e D_3 foram considerados como planos de balanceamento (2 planos de medição e 2 planos de balanceamento). O espaço de projeto considerado no balanceamento determinístico e os resultados

encontrados são apresentados na Tab. 6.10. O espaço de projeto considerado no balanceamento robusto e os resultados encontrados são mostrados na Tab. 6.11. A Fig. 6.19 apresenta as respostas de vibração do rotor balanceado pelos métodos determinístico e robusto. É importante ressaltar que ambos os métodos foram capazes de reproduzir as respostas de vibração do rotor desbalanceado ao final do processo de otimização.

Tabela 6.10 – Espaço de projeto e resultados do balanceamento determinístico considerando o acúmulo de massa no disco D_1 para o desbalanceamento distribuído.

Parâmetros	Espaço de projeto	Valores otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	0 até 10000	387,43
Posição angular D_1 [graus]	0 até 360	82,60
Desbalanceamento em D_3 [g.mm]	0 até 10000	3,63
Posição angular D_3 [graus]	0 até 360	149,66

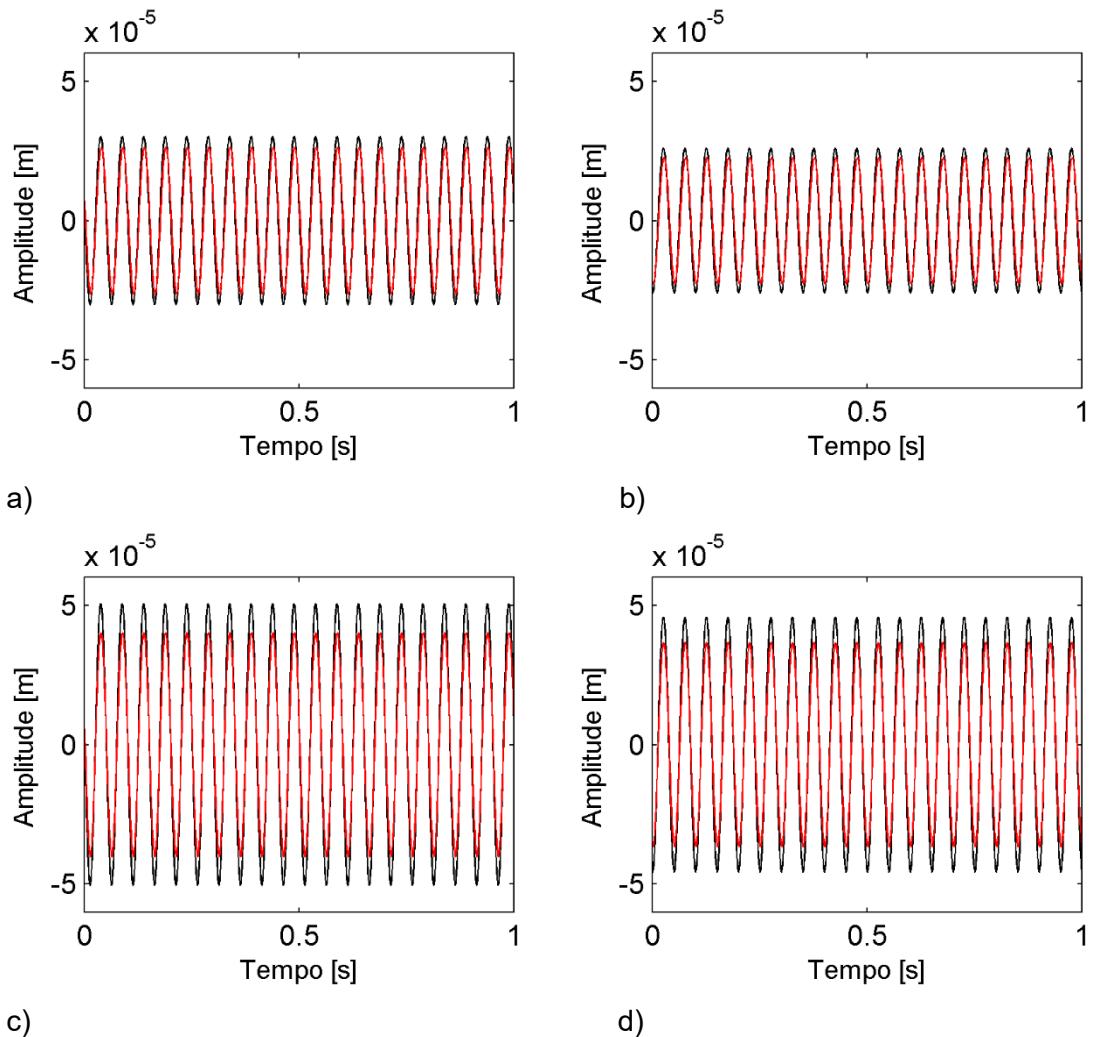


Figura 6.19 – Balanceamento do rotor para o — balanceamento determinístico e o — balanceamento robusto: a) plano S_{8X} ; b) sensor S_{8Z} ; c) plano S_{12X} ; d) sensor S_{12Z} .

Tabela 6.11 – Espaço de projeto e resultados do balanceamento robusto considerando o acúmulo de massa no disco D_1 para o desbalanceamento distribuído.

Parâmetros	Espaço de projeto	Valores otimizados
Desbalanceamento em D_1 [g.mm]	0 até 10000	1040,10
Posição angular D_1 [graus]	0 até 360	34,69
Desbalanceamento em D_3 [g.mm]	0 até 10000	1230,80
Posição angular D_3 [graus]	0 até 360	200,08

Como pode ser observado na Fig. 6.19, o balanceamento robusto foi mais efetivo que o determinístico para todos os sensores. Isto reproduz qualitativamente o resultado experimental obtido, validando assim o método de balanceamento robusto proposto neste trabalho.

Desta forma, fica clara a contribuição que a técnica de balanceamento robusto traz para o balanceamento de máquinas rotativas, demonstrando que a análise de incertezas é uma ferramenta de grande eficiência para o estudo dos problemas aqui abordados.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO VII

Conclusão e Perspectivas Futuras

Nesta dissertação de mestrado duas técnicas de balanceamento baseadas no modelo foram analisadas. A primeira foi denominada de balanceamento determinístico e, a segunda, desenvolvida neste trabalho, é chamada de balanceamento robusto.

Inicialmente foi apresentada uma revisão bibliográfica acerca dos principais trabalhos de balanceamento que utilizam métodos baseados no sinal de vibração e, também, sobre um método que se baseia no modelo matemático do sistema para realizar o balanceamento. Os trabalhos científicos disponíveis na literatura abordaram o balanceamento em máquinas rotativas de tamanho e formas diferentes, mas com um único objetivo, qual seja o aprimoramento das técnicas de balanceamento para torná-las mais eficientes em diversos tipos de aplicações.

Para os métodos de balanceamento baseados nos sinais de vibração, foram abordados o método dos coeficientes de Influência que é comumente empregado na indústria. Os métodos das quatro rodadas sem fase e das sete rodadas sem fase também foram apresentados. Todas essas técnicas são eficientes, porém possuem limitações próprias. Para superar as limitações dessas técnicas, o método de balanceamento baseado no modelo matemático foi desenvolvido. Esta técnica não requer uma relação linear entre a força de balanceamento e as amplitudes de vibração resultantes, o que permite considerar diversas situações concretas, particularmente aquelas em que o eixo rotativo é muito flexível. Além disso, não necessita de massas de teste, minimizando assim o número de paradas da máquina para a medição dos sinais de vibração. Contudo, para a realização do balanceamento por meio desta técnica um modelo matemático representativo do rotor é necessário, o que muitas vezes implica dificuldades pelo fato de o modelo confiável da máquina não ser facilmente obtido.

Posteriormente, foi analisado o equacionamento do rotor utilizado para os testes realizados nesse trabalho, demonstrando a complexidade da construção de um modelo matemático confiável de máquinas rotativas. Foi utilizado o método dos elementos finitos para a elaboração do modelo, uma vez que este possui características que facilitam os cálculos que envolvem a operação de balanceamento. O modelo matemático do rotor foi ajustado através

da técnica de otimização conhecida como Evolução Diferencial. Este procedimento foi realizado utilizando FRFs obtidas a partir de diferentes posições de excitação e medição com o rotor em repouso. Foi considerado que o efeito giroscópico do sistema não é grande o suficiente para comprometer a identificação dos parâmetros considerados desconhecidos.

Como mencionado, duas abordagens da técnica de balanceamento baseada no modelo matemático foram analisadas neste trabalho. A primeira utiliza o modelo matemático para propor um conjunto de massas e posições angulares capazes de balancear a máquina rotativa na sua condição de operação. Já a segunda técnica utiliza a análise de incertezas para prever um conjunto de condições de operação do rotor que são diferentes da condição original da máquina. Esta abordagem tem como objetivo manter a máquina rotativa com amplitudes de vibração aceitáveis por mais tempo, mesmo com eventuais alterações nas condições normais de operação do sistema, buscando assim representar situações concretas que envolvem a operação de máquinas rotativas.

Os resultados obtidos nesta dissertação foram divididos em dois capítulos, a saber: no Capítulo V foram apresentados os resultados numéricos e no Capítulo VI foram apresentados os resultados experimentais que pretendem validar o método de balanceamento robusto, sendo este o ponto mais importante deste trabalho.

Os resultados numéricos contemplam duas avaliações diferentes para a análise de incerteza, sendo uma associada à rigidez do mancal B_1 , com o objetivo de simular problemas de fixação existentes na máquina e a outra com o objetivo de avaliar a influência do acúmulo de massa no disco D_1 do rotor. Ambas as análises apresentaram resultados que garantem a eficiência da técnica de balanceamento robusto.

Já a abordagem experimental contemplou apenas o acúmulo de massa no disco. Os resultados experimentais demonstraram que a técnica de balanceamento robusto é útil e eficiente, principalmente quando a máquina rotativa está em uma condição desconhecida e/ou adversa para a realização do balanceamento. Desta forma, a técnica de balanceamento robusto se mostrou eficiente, validando assim o procedimento de balanceamento desenvolvido ao longo da dissertação.

Com todos os resultados numéricos e experimentais apresentados ficou evidente que o balanceamento robusto representa um ganho de eficiência para o método de balanceamento baseado no modelo matemático. Isto se deve ao fato do balanceamento robusto ser capaz de balancear a máquina rotativa de forma a contemplar variações nas condições de operação, levando em alguns casos a amplitudes de vibração menores que as obtidas pelo balanceamento determinístico.

Concluindo, pode-se destacar as seguintes contribuições desta dissertação de mestrado:

- Construção de um modelo matemático representativo para a realização de análises dinâmicas
- Estudo e implementação da análise de incertezas para estruturas dinâmicas complexas, utilizando o Método de Monte Carlo combinado com o Método do Hipercubo Latino.
- Desenvolvimento de uma nova abordagem para balanceamento de máquinas rotativas, que foi intitulado de balanceamento robusto. A técnica neste trabalho foi aplicada para o método de balanceamento baseado no modelo matemático. Os resultados numéricos obtidos foram validados experimentalmente, demonstrando assim a representatividade do modelo desenvolvido bem como da técnica proposta.
- O balanceamento robusto desenvolvido contribui para uma nova visão do estudo de balanceamento, mas também uma nova visão para os balanceamentos aplicados dentro da indústria, podendo representar redução de custo de manutenção.

Contudo, ainda há tópicos que precisam ser estudados na continuidade deste trabalho como, por exemplo:

- a) Realizar a análise de incertezas envolvendo outros parâmetros do rotor;
- b) Realizar a validação experimental da análise de incertezas na rigidez do mancal, sendo preciso elaborar um método eficiente para a validação dos resultados numéricos;
- c) Realizar a análise de incertezas referente ao acúmulo de massa nos dois discos;
- d) Estender o conceito de balanceamento robusto para as técnicas baseadas nos sinais de vibração, uma vez que estes que são amplamente aplicados na indústria;
- e) Aprimorar a análise de incertezas realizada, considerando, por exemplo, o método dos elementos finitos estocásticos e a análise de incertezas utilizando lógica Fuzzy.

Durante a realização deste trabalho, as seguintes publicações foram realizadas ou estão sendo preparadas:

- Carvalho, V. N.; Silva, A. D. G.; Cavalini Jr, A. A.; Steffen Jr, V., New Balancing Approach Based on Robustness and Reliability, 2016. Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
- Carvalho, V. N.; Silva, A. D. G.; Rende, B. R. F.; Cavalini Jr, A. A.; Steffen Jr, V., Robust Model Based Balancing Approach for Flexible Rotors, 2017. International Conference on Structural Engineering Dynamics (ICEDyn 2017).

Existem ainda outros dois artigos provenientes do trabalho realizado nesta dissertação que serão enviados para revista científica apropriada nos próximos meses.

Página intencionalmente deixada em branco.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Binder, K., **Monte Carlo Methods in Statistical Physics**, 1979. Berlin, FRG: Springer-Verlag.
- BORGES, A. S. **Controle Modal de Rotores com Mancais Magnéticos – Projeto Robusto**. 2016. 197 f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- CAVALINI Jr, A. A. **Detecção e Identificação de Trincas Transversais Incipientes em Eixos Horizontais Flexíveis de Máquinas Rotativas**. 2013. 135 f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.
- CAVALINI JR, A. A.; DOS SANTOS, M. B.; STEFFEN JR, V.; MAHFOUD, J., “Industrial Application of a Model Based Rotor Balancing Technique”, 2012, **Vibration, Shocks and Noise**.
- COELHO, L. S. **Fundamentos, potencialidades e aplicações de algoritmos evolutivos**. Notas em matemática Aplicada, São Carlos – SP, 2003.
- CONRY, T. F.; GOGLIA, P. R.; CUSANO, C. A Minimum Strain Energy Approach for Obtaining Optimal Unbalance Distribution in Flexible Rotors. **Journal of Mechanical Design**, v. 104, p. 875-880, 1982.
- DOURADO, A. G. S.; CAVALINI JR, A. A.; STEFFEN JR, V., Uncertainty quantification techniques applied to rotating systems: A comparative study, 2017. **Journal of Vibration and Control**, 1-16.
- DYER, S. W.; NI, J.; SHI, J.; SHIN, K. K., “Rubust Optimal Influence Coefficient Control of Multiple Plane Active Rotor Balancing Systems”, 2002. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, vol. 124, 41-46.
- EL-SHAFEI, A.; EL-KABBANY, A. S.; YOUNAN, A. A., “**Rotor balancing without trial weights**”, 2002, Proceedings of ASME Turbo Expo 2002, GT-2002-30633.
- EVERETT, L. J. Two-Plane Balancing of a Rotor System Without Phase Response Measurements. **Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design**, v. 109, p. 162-167, 1987.

FOILES, W. C.; ALLAIRE, P. E.; GUNTER, E. J., 1998, "Review: Rotor Balancing," **Shock Vib.**, 5, pp. 325–336.

GHANEM, R. G.; SPANOS, P. D., **Stochastic Finite Elements – A Spectral Approach**, 1991. New York, NY: Spring Verlag.

GOODMAN, T. P. A Least-Squares Method for Computing Balance Corrections. **Journal of Engineering for Industry**. P. 273-279, 1964.

HUNDAL, M.S.; HARKER, R.J., 1966, "Balancing of Flexible Rotors Having Arbitrary Mass and Stiffness Distributions", **ASME Journal of Engineering for industry**, Vol. 88, No. 2, pp 217-233.

IMAN, R. L.; CONOVER, W. J., **Small Sample Sensitivity Analysis Techniques for Computer Models, with an Application to Risk Assessment**. Communications in Statistics, Part A. Theory and Methods, 17:1749–1842, 1980.

IMBERT, J. F., **Analyse des structures par éléments finis**. Sup'aéro, 2001.

ISO STANDARD 1940. **Mechanical vibration - Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state**, 2003.

ISO STANDARD 7919. **Mechanical vibration of non-reciprocating machines — Measurements on rotating shafts and evaluation criteria**, 1996.

ISO STANDARD 10816. **Mechanical vibration - Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts**, 1995.

KANG, Y.; CHANG, Y. -P.; TSENG, M. -H.; TANG, P. -H.; CHANG, Y. -F, "A modified approach based on influence coefficient method for balancing crank-shafts", 2000, **Journal of Sound and Vibration**, 234(2), 277-296.

KOROISHI, E. H., **Controle de Vibrações em Máquinas Rotativas Utilizando Atuadores Eletromagnéticos**. 2013. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics prediction in engineering**. John Wiley & Sons, INC., 1998.

LEE, S. -H.; KIM, B. -S.; MOON, J. -D.; KIM, D. -H, “**A Study on Active Balancing for Rotating Machinery Using Influence Coefficient Method**”, 2005, International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation.

LI, G.; LIN, Z.; ALLAIRE, P. E., 2008, “Robust Optimal Balancing of High-Speed Machinery Using Convex Optimazation”, **Journal of Vibration and Acoustics**, June 2008, vol. 130

LOBATO, F. S. **Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia**. Universidade Federal de Uberlândia, 2008.

MAHFOUD, J.; DE LÉPINE, X.; LÉVECQUE, N.; DER HAGOPIAN, J., “**Numerical and Experimental Investigations for Rotating Machine Balancing without Test Run**”, XII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, 2007.

MCKAY M.D.; BECKMAN, R.J.; CONOVER, W.J., **A Comparison of ThreeMethods for Selecting Values of Input Variables from a Computer Code**. Technometrics, 21:239–245, 1979.

MORAIS, T. S., **Contribuição ao Estudo de Máquinas Rotativas contendo não Linearidades**. 2010. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

NEWMAN, M. E. J.; BARKEMA, G. T., **Monte Carlo Methods in Statistical Physics**, 2001. Oxford, UK: Oxford University Press.

OLIVEIRA, M. V. F., **Caracterização Numérica e Experimental de uma Bancada de Rotor Flexível Suportada por Mancais Magnéticos Ativos**. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

RADE, D. A.; STEFFEN Jr, V. **Structural dynamics and modal analysis**. UNESCO-EOLSS On-line Encyclopedia, 2011.

RENDE, B. R. F.; DE OLIVEIRA, D. D.; DA COSTA JR, F. L.; CAVALINI JR, A. A.; STEFFEN JR, V., 2015, “**Técnicas de Balanceamento de Máquinas Rotativas sem a Medição de Fase**”, XXII Congresso de Estudantes de Engenharia Mecânica.

SALDARRIAGA, M. V.; STEFFEN JR, V.; DER HAGOPIAN, J.; MAHFOUD, J., “On the balancing of flexible rotating machines by using an inverse problem approach”, 2010, **Jornal of Vibration and Control**, 17(7) 1021-1033.

SALDARRIAGA, M. V.; STEFFEN JR, V., “**Balancing of Flexible Rotors Without Trial Weights by Using Optimization Techniques**”, COBEM 2003 – 0092. São Paulo, SP.

SIMÕES, R. C. **Controle modal ótimo de um rotor flexível utilizando atuadores piezelétricos do tipo pilha**. Universidade Federal de Uberlândia, 2006.

SILVA, A. D. G.; CAVALINI JR, A. A.; STEFFEN JR, V., “**Model Based Robust Balancing Approach for Rotating Machines**”, 2016, IMAC.

STEFFEN JR. V.; LACERDA, H. B. **Using optimization for balancing flexible rotors**. In: X International Modal Analysis Conference, 1992, San Diego, Schenectady, USA. Proceedings of the X IMAC, 1992.

STORN, R.; PRICE, K. **Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces**. International Computer Science Institute, v. 12, n. 1, p. 1-16, 1995.

TAN, S. -G.; WANG, X. -X., “A theoretical introduction to low speed balancing of flexible rotors: unification and development of the modal balancing and influence coefficient techniques”, 1993, **Journal of Sound and Vibration** (1993) 168(3), 385-394.

TESSARZIK, J. M. **Flexible rotor balancing by the exact point speed influence coefficient method**, MTI-70tr59, NASA, Lewis Research Center Cleveland, Ohio, October 1970.

TESSARZIK, J. M.; BADGLEY, R. H.; ANDERSON, W. J., “**Flexible Rotor Balancing by the Exact Point-Speed Influence Coefficient Method**”, 1972, Transaction of the ASME, Downloaded From: <<http://manufacturingscience.asmedigitalcollection.asme.org/>> on 28/01/2016.

VIANA, F. A. C. **Simple Optimization Toolbox** – User's Guide, 2006.

VIANA, F. A. C. **Surrogate modeling techniques and heuristic optimization methods applied to design and identification problems**. Universidade Federal de Uberlândia, 2008.

VIANA, F. A. C.; VENTER, G.; BALABANOV, V.; STEFFEN JR, V., “**On how to implement an affordable optimal Latin hypercube**”, In: 19th Congress of Mechanical Engineering, Brasília, Brasil, 2007.

KANG, Y.; LIN, T. W.; CHANG, Y. J.; “Optimal balancing of flexible rotors by minimizing the condition number of influence coefficients, 2008”, **Mechanism and Machine Theory** 43, pp. 891–908.

WOWK, V.. **Machinery vibration: balancing**. McGRAW-Hill, 1994.