UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

JAMES MADSON MENDONÇA

A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Uberlândia-MG
2017

JAMES MADSON MENDONÇA

A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia, como exigência parcial para a obtenção do Título de Mestre em Educação.

Linha de Pesquisa: Educação em Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira

Uberlândia-MG
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

M539f
2017

Mendonça, James Madson, 1958-
A formulação e a resolução de problemas nos primeiros anos do ensino fundamental / James Madson Mendonça. - 2017.
154 f. : il.

Orientador: Guilherme Saramago de Oliveira.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Educação.
Disponível em: http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2017.54
Inclui bibliografia.

1. Educação - Teses. 2. Aprendizagem cognitiva - Teses. 3. Solução de problemas - Teses. 4. Matemática - Estudo e ensino - Teses. I. Oliveira, Guilherme Saramago de, 1962-. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Educação. III. Título.

CDU: 37

JAMES MADSON MENDONÇA

A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia, como exigência parcial para a obtenção do Título de Mestre em Educação.

Linha de Pesquisa: Educação em Ciências e Matemática

Uberlândia, 31 de março de 2017

____

Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira
Universidade Federal de Uberlândia - UFU - UFU

____

Prof. Dr. Sandro Rogério Vargas Ustra
Universidade Federal de Uberlândia - UFU

____

Prof. Dra. Tânia Nunes Davi
Fundação Carmelitana Mário Palmério - FUCAMP

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira
Universidade Federal de Uberlândia – UFU

Profa. Dra. Tania Nunes Davi
Fundação Carmelitana Mário Palmério – FUCAMP

Prof. Dr. Sandro Rogério Vargas Ustra
Universidade Federal de Uberlândia – UFU

Dedico este trabalho com carinho...

À mulher da minha vida, Soneli, e aos meus dois filhos, Isabela e Hudson, pelo apoio e incentivo constantes em todos os momentos da minha vida, para a realização desta capacitação.

Ao meu pai, Jair Mendonça, e à vovó Emília Maria de Mendonça (in memorian), os quais me ensinaram desde cedo que trilhar o caminho da honestidade, dignidade e compromisso vale sempre a pena.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, nosso pai, soberano, justo e bom, pelas bênçãos e forças benfazejas concedidas a mim pela oportunidade ímpar para que esta pesquisa de mestrado se concretizasse a contento.

Ao Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira, orientador da pesquisa, pela sua amizade, apoio, competência, dedicação e sua incansável atenção por não medir esforços para as revisões e comentários sugestivos do texto, fatores esses que foram de fundamental importância para a conclusão deste trabalho.

À Profa. Dra. Maria Vieira Silva, coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia, pela compreensão e atenção de sempre por conceder e endossar o afastamento parcial, normatizado pela Resolução 08/2008 do Conselho Diretor, para a dedicação a este trabalho.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Educação que de uma, maneira geral, foram incansáveis incentivadores para a minha formação e também para a realização deste trabalho, mas enfatizo aqui os meus sinceros e especiais agradecimentos à Prof. Dra. Silvana Malusá, ao Prof. Dr. Carlos Henrique de Carvalho, ao Prof. Dr. Sandro Rogério Vargas Ustra, pela dedicação, apoio e ajuda.

Agradeço, de uma maneira geral, a todos os amigos das secretarias da Faculdade de Educação como as do mestrado acadêmico e profissional e, principalmente, o meu especial agradecimento ao técnico administrativo Sr. Leonardo de Carvalho Bragança, secretário do Programa de Pós-Graduação em Educação, que embora esteja pouco tempo como secretário do programa, foi companheiro por compreender as necessidades do meu afastamento parcial para o término deste trabalho.

À Marileusa Buiatti Lamounier, professora dos primeiros anos da Escola Estadual Bom Jesus, à Sra. Teresa Amaral, bibliotecária da Escola Estadual Frei Egídio Parisi, ao Prof. Washington Luciano de Medeiros, diretor da mesma escola e também ao Diretor do CESEC - Centro Estadual de Educação Continuada de Uberlândia, na pessoa do Prof. Maxwell da Silva Rocha meus sinceros agradecimentos e estima pela atenção e contribuição referente ao empréstimo de parte das obras que foram utilizadas para a pesquisa deste trabalho.

E, finalmente, meus agradecimentos às bibliotecárias da Universidade Federal de Uberlândia e a todos que de uma forma ou de outra contribuíram para a realização significativa deste trabalho.

É com gratidão e reconhecimento que aqui vai o meu muito obrigado a todos!!

“O professor que desperta entusiasmo em seus alunos conseguiu algo que nenhuma soma de métodos sistematizados, por mais corretos que sejam, pode obter.”

John Dewey

RESUMO

A presente pesquisa pretendeu responder ao questionamento: Quais são os saberes teóricos e práticos que fundamentam a formulação e a resolução de problemas que os professores de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental necessitam para que possam desenvolver uma prática pedagógica alternativa, capaz e diferenciada daquela que perdura no contexto escolar? Para responder a esta questão foi elaborado o objetivo que teve como parâmetros, estudar, identificar, analisar e sistematizar os essenciais saberes teóricos e práticos que se referem à formulação e à resolução de problemas, os quais podem de alguma maneira, contribuir para o aprimoramento das ações de ensino da Matemática praticadas pelos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Assim posto, foi desenvolvida uma pesquisa de teor bibliográfico para buscar respostas alternativas, evidenciando, assim, a resolução de problemas, como uma das propostas metodológicas e inovadoras de ensino, que aprimoram o processo de ensino-aprendizagem de maneira a romper com as ações reprodutivas e imitativas-repetitivas vigentes pelas ações contextualizadoras que estimulam a participação do aluno, em sala de aula ou fora dela, de forma lúdica, para o ensino dos conteúdos matemáticos escolares ou formais como os da vida cotidiana também. Para a viabilização dessas propostas inovadoras de ensino, a formação continuada do professor deve ser uma constante no cotidiano escolar e não apenas algumas vezes como se isso fosse suficiente para o aprimoramento da educação no Brasil. Sendo assim, a proposta de aprendizagem que orientou os fundamentos teóricos e metodológicos deste trabalho foi a Teoria Cognitiva de Bruner, a qual está associada à concepção de problemas e não a exercícios de matemática evidenciados pelo cunho do desenvolvimento cognitivo da criança, onde ela possa aprender qualquer assunto, em qualquer idade, permeando qualquer estágio de desenvolvimento, sendo respeitadas, porém, a sua maneira de pensar pelos professores. Diante disso, as tendências em educação matemática se tornam promissoras para os campos de pesquisa que estão voltados para estudos como a resolução de problemas onde todos, de uma maneira geral, assim como professores, alunos e profissionais desta área podem fazer a matemática de diversas formas e de expressividades diferentes, representando, portanto, os conteúdos curriculares dos atuais níveis de ensinos.

Palavras-Chave: Aprendizagem Cognitiva. Resolução de Problemas. Metodologia do Ensino de Matemática. Livro Didático

ABSTRACT

This present research intended to answer the questioning: which are the theoretical and practical knowledge that base the formulation and resolution of problems that Mathematic teachers of the early years of Elementary School need to develop an alternative pedagogical practice, capable and different of that which endures in the school context? To answer this question it was elaborated an objective which had as parameters, study, identify, analyze and systematize the essential theoretical and practical knowledge which refers to the formulation and resolution of problems which could, somehow, contribute with the improvement of the Mathematic teaching actions practiced by the teachers of the early years of Elementary School. It was developed a bibliographic research to search alternative answers, emphasizing, therefore, the resolutions of problems as one of the methodological and innovative education proposes, which enhance the teaching-learning process breaking with the current reproductive and repetitive-imitative actions to contextualized actions which stimulate the participation of the student, in or out the classroom, in a playful way some mathematics scholar contents or formal like the ones of daily life too. To enable these innovative teaching proposals, the continuous training of the teacher must be a constant in the school life and not just sometimes as it was sufficient for the development of the education in Brazil. Therefore, the learning proposal which oriented the theoretical and methodological bases of this work was The Cognitive Theory of Bruner, which is associated to the conceptions of problems and not to mathematics exercises evidenced by the stamp of the cognitive development of the child, where she could learn any subject, in any age, in any stage of development, been respected, however, her way of thinking, by the teachers. In addition, the trend in mathematics education become hopeful to search fields committed with studies as the problems resolutions, where everyone, in a general terms, as well as teachers, students and professionals of this area can make mathematics in many ways and in different expressiveness, representing, therefore, the curricular contents of the current levels of education.

Key-words: Cognitive Learning. Problems Solving. Methodology of Mathematics Learning. Textbook.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
CD/FNDE	Conselho Deliberativo do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
CDROMS	Compact Disc Read-Only Memory (CD para computador)
DAEB	Diretoria de Avaliação da Educação Básica
EM	Educação Matemática
ICME	International Congress in Mathematics Education
ICMI	Comissão International de Instrução Matemática
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacacionais Aníso Teixeira
MEC	Ministério da Educação e Cultura
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
P.	Página
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
TIC	Tecnologias da informação e comunicação
TV	Aparelho Televisor

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

As novas Tecnologias de Comunicação e Informação estão presentes em praticamente todos os segmentos da sociedade, transformando de forma rápida e veloz a vida cotidiana dos seres humanos. Esta transformação traz como meta o desenvolvimento contínuo para os setores da vida sociocultural, impulsionando-a para um futuro promissor.

Os estudos realizados por D'Ambrosio (1986, p. 13) afirmam que "Estamos atravessando uma das épocas mais interessantes da história da humanidade. Encontramo-nos diante de um progresso científico e tecnológico dos mais marcantes [...]". Entretanto, esse progresso traz transformações contínuas que se fazem naturalmente presentes na vida cultural e social dos indivíduos, em decorrência do seu desenvolvimento ativo e dinâmico, o qual é produzido por eles. A busca pelas novas práticas e novas habilidades são metas importantes que levam ao alcance de novos conhecimentos atualizados.

As novas tecnologias chegam com grande rapidez de mudanças alternativas para todos os indivíduos da sociedade contemporânea e a escola, como é parte integrante dela, deverá acompanhar esse desenvolvimento a ser transformado em competências, as quais poderão ser adquiridas pelos seus conhecimentos para repassá-las, adequadamente, aos seus alunos.

Neste sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam que,

> Novas competências demandam novos conhecimentos: o mundo do trabalho requer pessoas preparadas para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita), instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações, resolvendo e propondo problemas em equipe. Para tanto, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1997b, p. 31).

As instituições escolares devem adaptar seu ensino a essa nova e diferenciada realidade social, tendo em vista que são organizações importantes para a formação de cidadãos da sociedade contemporânea. Desse modo, esta adaptação ocorre, portanto, quando a escola se preocupa com a modernização e a atualização dos conteúdos educativos a serem trabalhados para a implementação de práticas pedagógicas modernas, com o intuito de promover uma aprendizagem significativa e contextualizada para as necessidades atuais e imediatas dos alunos. Frente a um mundo de rápidas mudanças tecnológicas e de velocidade de transformações, como ficaria o papel da escola na educação dos seus alunos em se conformar com as mesmas propostas metodológicas ultrapassadas que conservam no contexto escolar?

A atuação diária dos professores, na sala de aula, mostra que eles estão sempre em contato com o "novo" e desta forma Cortella (2008) relata que:

> Cada um e cada uma de nós tem contato diariamente com o futuro: muitas e muitos, quando começaram a dar aulas, tinham 16 anos de idade, e os alunos 7; fizemos 20, eles chegaram com 7; atingimos os 30 eles estavam com 7; alcançamos 40, e eles 7 etc. etc. (CORTELLA, 2008, p. 129).

Como um professor pode ministrar, segundo o autor, a mesma aula com as mesmas práticas pedagógicas de quando ele iniciou sua carreira na docência se os alunos de hoje não são mais os mesmos, tendo em vista que eles necessitam de conhecimentos diferenciados e atuais, conforme o seu meio sociocultural e o desenvolvimento das novas tecnologias?

Desta forma, os PCN já afirmavam desde os anos noventa que:

> Os alunos trazem para a escola conhecimentos, ideias e intuições, construídos através das experiências que vivenciam em seu grupo sociocultural. Eles chegam à sala de aula com diferenciadas ferramentas básicas para, por exemplo, classificar, ordenar, quantificar e medir. Além disso, aprendem a atuar de acordo com os recursos, dependências e restrições de seu meio. (BRASIL, 1997b, p. 30).

Os professores precisam, segundo Cortella (2008), se conscientizarem da emergente e urgente necessidade de modernizarem a educação pelas atuais propostas pedagógicas inovadoras, tendo em vista que eles estão lidando com alunos que são indivíduos muito jovens ou são apenas crianças. Esta é a principal razão para tais mudanças se concretizarem, partindo pelo limiar e do advento das novas tecnologias da informação e comunicação que estão cada vez mais presentes no cotidiano da sociedade contemporânea.

O lado bom das novas tecnologias para a educação escolar é que elas chegam para estimular o corpo docente de um lado e por outro, o conhecimento que as crianças já trazem do seu cotidiano, induz os professores a se sentirem, de certa maneira, provocados em atualizarem as propostas metodológicas das suas aulas, fazendo com que elas possam ser mais ativas, dinâmicas e desafiadoras, deixando, portanto, de se contentarem com o mesmismo das aulas rotineiras de todos os dias.

Partindo dessas premissas referentes às necessidades de atualização das propostas metodológicas em educação matemática e dos princípios que impactam nas práticas pedagógicas tradicionais vigentes nas escolas formais, tomando por base a qualidade do ensino em Matemática trabalhado e os resultados alcançados pela aprendizagem discente, é que os estudos desta pesquisa de mestrado foram viabilizados com o intuito de deixar uma pequena contribuição para o processo ensino-aprendizagem da Matemática nos primeiros anos do ensino fundamental.

Além desses fatores impactantes para o ensino da Matemática, O SAEB, realizado pelo Inep/MEC, foi enfático em publicizar os insatisfatórios resultados obtidos pela baixa qualidade da aprendizagem no ensino de Matemática com foco na resolução de problemas, referentes aos terceiros e quintos anos do ensino fundamental das escolas públicas de todo o país.

Em face desses fatores mencionados acima e da necessidade de buscar propostas metodológicas alternativas que possam cooperar e auxiliar para a alteração e transformação destas práticas é que surgiu o tema norteador desta pesquisa de mestrado, na qual pretendemos responder a seguinte questão: Quais são os saberes teóricos e práticos que fundamentam a formulação e a resolução de problemas que os professores de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental necessitam para que possam desenvolver uma prática pedagógica alternativa, capaz e diferenciada daquela que perdura no contexto escolar?

Justifica-se o problema da questão norteadora desta pesquisa pelo estudo básico de uma das alternativas metodológicas propostas mais comuns, dentre outras existentes, que são estabelecidas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o ensino da Matemática, a resolução de problemas. O professor constrói sua prática pedagógica na sala de aula por outras alternativas como os jogos, as Tecnologias da Informação e da Comunicação, a história da matemática. A resolução de problemas é uma dessas alternativas que contribui de maneira capaz para o ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Considerando, portanto, a praticidade que esta alternativa proporciona, frente a inúmeras possibilidades e diversidades de aplicações existentes na vida concreta e cotidiana dos alunos, é possível o professor trabalhar o aprendizado pelo fazer Matemática.

Diante desta perspectiva, a metodologia do ensino da Matemática pela resolução de problemas requer do aluno a sua participação ativa, enquanto sujeito no processo ensino-aprendizagem, para que ele possa, frente aos problemas e situações que demandam um pouco mais do seu pensar, buscar soluções alternativas que sejam necessárias e capazes para a aplicação na resolução dos problemas.

Desta forma, é indispensável que os professores responsáveis pelo ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental possam desenvolver as referidas metodologias alternativas de trabalho com a intenção de atrair a simpatia dos alunos para o desenvolvimento de atividades práticas de aprendizagem, contextualizadas e desafiadoras.

A questão do problema da pesquisa levantada enfatiza a resolução e formulação de problemas, a qual possibilita o estudo da teoria de aprendizagem de Jerome Seymour Bruner, que possui como eixo principal de estudo a maneira estratégica de ensinar pelo "processo da descoberta", seguido pela "exploração de alternativas", como também pelo "currículo em espiral".

Tal processo determina o desenvolvimento e o crescimento intelectual da criança, evidenciando um dos seus pontos elementares, conforme afirmam os estudos realizados por Moreira (1999, p. 83) sobre o ato desse desenvolvimento, o qual "[...] deve adquirir meios de *representar* o que ocorre no seu ambiente. Deve ser capaz de conservar em um modelo a experiência decorrente da estimulação do meio, e também de recuperar a informação por meio desse mesmo modelo".

As três fases de representações decorrentes desse desenvolvimento interno são definidas, segundo a Teoria de Bruner como: *ativa*, que é aquela na qual a criança manipula os objetos pelo contato, a *icônica*, que é a faculdade de apreender algo pelos sentidos e a *simbólica*, que é aquela representação que os símbolos ou a manifestação real das ideias estão empregadas, como por exemplo, a simbologia que está representada pelos conteúdos escolares disponibilizados pelas disciplinas da Matemática, Física e outras.

Diante do problema a ser investigado, esta pesquisa teve por objetivo geral estudar, identificar, analisar e sistematizar os principais saberes teóricos e práticos sobre a formulação e resolução de problemas que podem contribuir para que o professor possa aprimorar e aperfeiçoar a prática de ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Para complementação do objetivo geral, serão discriminados em seguida os objetivos específicos que também são importantes para o estudo deste trabalho:

- Metodizar, estruturar e relatar as ideias principais que são pertinentes à Teoria de aprendizagem significativa de Jerome Seymour Bruner;
- Identificar, analisar e distinguir as alternativas metodológicas que possam melhorar o aprendizado dos alunos nos primeiros anos do Ensino Fundamental referente à Matemática;
- Contribuir para o debate em relação ao tipo de metodologia capaz de levar a aprendizagem significativa para a implementação de uma prática pedagógica de qualidade no ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental;

- Analisar como são concebidos a formulação, a resolução de problemas e os exercícios nos livros didáticos de Matemática destinados aos primeiros anos do Ensino Fundamental;
- Disponibilizar aos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental contribuições que possam auxiliar como material de pesquisa e estudos acadêmicos acerca das metodologias alternativas para o ensino da Matemática;
- Disponibilizar e levantar informações sobre os métodos tradicionais de ensino vigente nos primeiros anos do Ensino Fundamental que permeiam a prática pedagógica dos professores com a finalidade de pensar e organizar a formação continuada em serviço desses profissionais da educação;
- Contribuir para o debate acadêmico sobre a qualidade no ensino da matemática na atualidade e o papel desenvolvido pelos professores nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Para alcançar os objetivos e as metas propostas a serem alcançadas pelo problema formulado, foi organizada e desenvolvida uma pesquisa de caráter teórica ou bibliográfica.

A pesquisa bibliográfica é um tipo de investigação científica que possibilita o acesso e sistematização de saberes já produzidos por outros estudiosos, favorecendo o aprofundamento teórico sobre temáticas que são essenciais a uma determinada área de conhecimento.

Para Marconi e Lakatos (2002), pesquisa bibliográfica abrange toda a bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo com a finalidade de colocar o pesquisador em contato com grande parte do que já foi escrito sobre determinado assunto. Segundo Oliveira (1998), a pesquisa bibliográfica tem como principal finalidade conhecer diferentes formas de contribuição científica realizadas sobre determinado assunto. Para Gil (2002) essa pesquisa é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído fundamentalmente de livros e artigos científicos, destacando ainda que boa parte dos estudos exploratórios pode ser definida como pesquisa bibliográfica. Pesquisa bibliográfica para Ruiz (2002) é o estudo de textos originais ou de primeira mão sobre determinado assunto.

A pesquisa documental é aquela desenvolvida a partir de documentos que podem ser contemporâneos ou retrospectivos, relativos a fatos passados e são tidos como cientificamente autênticos e necessários para os estudos que poderão ser realizados. Esse tipo de pesquisa constitui uma parte importante de uma pesquisa de natureza qualitativa, seja complementando informações obtidas por outras modalidades, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema.

Pesquisa documental, segundo Pádua (1997):

> [...] é aquela realizada a partir de documentos, contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos (não fraudados); tem sido largamente utilizada nas ciências sociais, na investigação histórica, a fim de descrever/comparar fatos sociais, estabelecendo suas características ou tendências [...]. (PÁDUA, 1997, p. 62).

Para serem alcançados os propósitos das questões abordadas pelo problema da pesquisa e também pelos objetivos determinados de maneira apropriada, a dissertação foi estruturada em 6 (seis) seções.

Na primeira seção, designada "Introdução", foram apresentadas as ideias pertinentes ao estudo realizado e as questões que norteiam o problema da pesquisa, os objetivos e as metas que se deseja alcançar, as justificativas e o tipo pelo qual foi realizada a pesquisa.

O "Ensino e a Aprendizagem na perspectiva de Bruner" foi designada como a segunda seção. Nesta parte, foram desenvolvidas as ideias essenciais que compõem a Teoria cognitiva de Bruner, as quais foram abordadas sobre o desenvolvimento intelectual composto pelos estágios e as fases de aprendizagem da criança; o ato da aprendizagem composto pelas características da teoria, as predisposições, a forma e a estrutura do conhecimento, o conceito de sequência e aplicações, o reforço e a avaliação escolar desenvolvidos a partir da exploração de alternativas e o currículo em espiral da aprendizagem.

Desta forma, os fundamentos da teoria de aprendizagem de Bruner é uma proposta para uma pedagogia do desenvolvimento cognitivo do sujeito, onde foram desenvolvidas ideias e questões elaboradas pelo processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, esta seção vai apresentar, brevemente, algumas ideias possíveis de se trabalhar matemática numa perspectiva alternativa e inovadora como as já citadas acima, tendo em vista que o foco que será dado a este trabalho é pela resolução de problemas, porque ela é compatível com as ideias que Bruner coloca na sua teoria, pois impacta com o desenvolvimento intelectual do sujeito.

Assim sendo, este trabalho desenvolve uma proposta que busca relacionar a teoria desenvolvida por Bruner e sua aplicação pelo processo de ensino vinculado à ideia de problemas e não à de exercícios. Exercícios, como o próprio nome já diz, são ações de adestramento do sujeito, são atos automatizados ou repetições rotineiras utilizadas para a resolução do exercício, nada mais.

Diferentemente disso, os problemas são resolvidos levando-se em conta as estratégias ou as heurísticas utilizadas para a resolução, o desafio e a motivação que provém deles. Polya (1977) orienta a resolução de um problema através de quatro fases distintas: a leitura e compreensão do problema, a elaboração de um plano para resolvê-lo, a execução e a verificação deste plano.

A terceira seção foi designada como “Metodologias alternativas no ensino e na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos do ensino fundamental”, na qual foram pesquisadas e identificadas as abordagens da resolução de problemas, seus propósitos e objetivos, analisando o ensino e a aprendizagem dos saberes matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental e algumas das possíveis ideias alternativas relativas às propostas metodológicas que poderão ser utilizadas de forma a contribuir para a implementação da prática pedagógica e o ensino da Matemática, na sala de aula. As propostas metodológicas trabalhadas, como já foram citadas, são especificadas como a história da matemática, as tecnologias da informação e comunicação, os jogos e a resolução de problemas. São conhecidas um total de 11 metodologias alternativas estabelecidas pelos PCN, mas serão focadas, neste trabalho, essas 04 citadas, tendo em vista a sua importância e a sua adequação para o ensino da Matemática.

Os “Fundamentos teóricos e práticos da resolução de problemas” foram designados como a quarta seção. Nesta seção, foram abordados e investigados os saberes teóricos e práticos que são adotados pelos professores para o exercício do magistério na sala de aula sobre a resolução e formulação de problemas de Matemática, nos anos iniciais, seus propósitos e objetivos, os quais são de fundamental importância para os estudos dos conteúdos matemáticos e a sua prática. Seguidamente, foram especificados e abordados, com recortes, a classificação dos diferentes tipos de problemas matemáticos e a formulação de problemas e seus princípios, conforme os autores pesquisados.

Na quinta seção, foi designado e analisado o papel do livro didático para o ensino e aprendizagem da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental que incide na prática pedagógica vigente e para o seu desenvolvimento. Foram investigadas algumas concepções teóricas e práticas, como forma de contribuição, a respeito das propostas de resolução e formulação de problemas que estão descritas nos livros didáticos. Foram verificados também as formas, os tipos mais comuns de problemas ou situações-problemas e exercícios utilizados para o aprendizado, como estão disponibilizados para que possam levar ao aluno o ensino e a aprendizagem significativa.

E finalmente, as “Considerações Finais” foram designadas como a sexta seção, parte final da pesquisa, onde foi realizada uma síntese reflexiva sobre as ideias principais desenvolvidas em toda a extensão do trabalho, reavendo a questão norteadora e os objetivos pretendidos, na pesquisa para uma comparação com essas ideias. Sendo assim, a ressignificação da prática pedagógica de matemática vigente pela resolução de problemas, proposta alternativa e inovadora, foi discutida como forma de contribuir, de maneira significativa, para a busca de novos caminhos, na educação, pelo ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

2 O ENSINO E APRENDIZAGEM NA PERSPECTIVA DE BRUNER

2.1 Breve biografia de Jerome Bruner

Na presente seção será abordada, inicialmente, a biografia de Jerome Seymour Bruner, considerado teórico-cognitivista, tendo em vista sua teoria de ensino vinculada ao processo de ensino-aprendizagem no âmbito do desenvolvimento da prática pedagógica escolar pela resolução de problemas.

Bruner nasceu dia 01 de outubro de 1915 em Nova Iorque, nos Estados Unidos da América do Norte e em 1937, aos dezesseis anos, ingressou, na Universidade de Duke, no Curso de Direito para administrar melhor os negócios dos seus familiares. Contudo, se apaixonou pelas ideias de William McDougall[1] e obteve o título de doutor em psicologia chegando a ser diretor do Centro de Estudos Cognitivos da Universidade de Harvard em 1941, quando ficou conhecido como o pai da psicologia cognitiva.

2.2 A teoria cognitivista de Jerome Bruner

Antes de começar a relatar o processo da psicologia cognitiva, propriamente dita, prescrita por Bruner, é necessário discorrer sobre as etimologias das palavras cognitivismo e construtivismo, palavras essas que serão incorporadas como ideias centrais na elaboração desta pesquisa de mestrado que foca os saberes teóricos e práticos sobre o ensino da Matemática, nos primeiros anos do Ensino Fundamental. De uma maneira geral, a relação existente entre os saberes teóricos e práticos do professor regente em sala de aula, para que este seja o professor ideal, segundo afirma Tardif (2002),

> [...] o professor ideal é alguém que deve conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação, e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os alunos. (TARDIF, 2002, p. 39).

Moreira (1999, p. 95) afirma que Piaget foi considerado como “[...] o pioneiro do enfoque construtivista à cognição humana [...]”, por retratar o desenvolvimento do cognitivo

---

[1] Psicólogo inglês nascido em Chadderton, Lancashire, criador da teoria do *funcionalismo*.

humano através da teoria construtivista que, além de ser considerada uma linha pedagógica, é tida também como uma teoria psicológica que deixa claras e compreensíveis as mudanças que ocorrem no cotidiano, relativas aos conhecimentos dos seres humanos, ao longo de suas vidas.

A teoria construtivista é conceituada pelas concepções da ciência, da filosofia cognitivista, pelo viés piagetiano e também pela cognição educativa, onde o indivíduo passa a conhecer e a construir a sua estrutura cognitiva. Becker (2001) define que:

> [...] o construtivismo na educação poderá ser a forma teórica ampla que reúna as várias tendências atuais do pensamento educacional. Tendências que têm em comum a insatisfação com um sistema educacional que teima (ideologia) em continuar essa forma particular de transmissão que é a escola, que consiste em fazer repetir, recitar, aprender, ensinar o que já está pronto, **em vez de fazer agir, operar, criar, construir a partir da realidade vivida por alunos e professores, isto é, pela sociedade** – a próxima e, aos poucos, as distantes. (BECKER, 2001, p. 73, grifos nossos).

O autor conceitua educação pelo processo de construção do conhecimento, onde ele deve ser articulado de forma a ajudar e complementar, posicionando de um lado os professores e os alunos e do outro, os problemas sociais da atualidade e o conhecimento construído anteriormente. A escola deverá estar sempre construindo conhecimentos novos através da realidade atual presente na vida dos alunos e professores e também pela sociedade que os cercam.

A definição relativa à teoria construtivista é descrita, segundo Moreira (1999, p. 95), como sendo, "[...] a posição filosófica de que o conhecimento humano é uma construção do próprio homem, tanto coletiva como individual [...]" e foi originada através de estudos realizados pelo ilustre suíço Jean Piaget (1896 – 1980) desde a década de 20, para o desenvolvimento do cognitivo humano.

O significado da palavra cognitivismo vem de cognição que significa aquilo que o homem é capaz de conhecer e como o mesmo conhece o mundo em que vive pelas percepções, compreensões e associações que obtém na mente, passando a construir, portanto, seu aprendizado pela aquisição de estruturas cognitivas para alcançar os processos de conhecimentos desde tenra idade até à fase adulta.

Fundamentado em Piaget, Furth (1974, p. 177), define que "Cognição e realidade são termos correlatos: um objeto não é real para nós, a menos que de alguma forma nós o conheçamos ativamente. Assim, a cognição é uma atividade envolvente, e quando há envolvimento há motivação, há interesse".

A teoria de Bruner (1976a) parte da seguinte hipótese:

> [...] qualquer assunto pode ser ensinado com eficiência, de alguma forma intelectualmente honesta a qualquer criança, em qualquer estágio de desenvolvimento. É uma hipótese arrojada, mas essencial quando se pensa sobre a natureza de um currículo. Não há evidência alguma que a contradiga; e muitas provas estão sendo acumuladas para comprová-la. (BRUNER, 1976a, p. 31).

É caracterizada com propriedade, segundo o autor, a forma de ensinar com eficácia e de maneira intelectual, respeitando a forma de pensar da criança que envolve e motiva o professor quando este passa a reconhecer a responsabilidade de estar à frente de crianças, tanto para ministrar um conteúdo curricular, como também para levar esse conhecimento curricular a qualquer criança em qualquer idade, estágio ou etapas de desenvolvimento mental em que elas se encontrem.

O professor é levado a se conscientizar que cada criança, como esclarece Bruner (1976a, p. 32), "[...] possui um modo característico de vislumbrar o mundo e explicá-lo a si mesma." e, portanto, o ato de ensinar a matéria a qualquer criança em idades diferentes é a maneira pela qual o professor possui, segundo o mesmo autor, "[...] de representar a estrutura da referida matéria [...]" para que a criança obtenha a "visualização das coisas" ou dos objetos que a cercam, em cada fase de seu desenvolvimento, à sua maneira. Visualizar as coisas ou os objetos significa que a criança possui a sua maneira de pensar e aprender, conforme seu estágio atual de desenvolvimento cognitivo e sua linguagem própria e, portanto, o professor deverá traduzir o conhecimento representado da referida matéria de maneira que a criança possa entendê-la.

Esse autor esclarece também que estas representações iniciais poderão ser úteis à criança e num futuro próximo serão indispensáveis e necessárias para ela, devido à aprendizagem que foi realizada antes.

O mais importante para o ensino propriamente dito, no que diz respeito a o que e a como ensinar ao aluno, segundo enfatiza Moreira (1999), fundamentado pelas teorias de Bruner, são as ideias, as relações fundamentais e a estrutura deste ensino.

O que está em evidência no ato de como ensinar, segundo o mesmo autor é "[...] o processo da descoberta, através da exploração de alternativas [...]." (MOREIRA, 1999, p. 82), a partir do ambiente de aprendizagem em que a criança esteja para que ela possa perceber os conteúdos de ensino em termos de problemas através das ideias apresentadas e pelas relações e semelhanças nem sempre reconhecidas pela mesma.

Ainda segundo o mesmo autor (1999, p. 82) é relatado também sobre o currículo em espiral que “[...] significa que o aprendiz deve ter oportunidade de ver o mesmo tópico mais de uma vez, em diferentes níveis de profundidade e em diferentes modos de representação”.

Diante dessas pequenas pinceladas, serão abordadas, em seguida, o que Bruner define como as três ideias gerais para o desenvolvimento cognitivo de aprendizagem da criança referendadas abaixo pela Figura 01, seguinte:

Figura 01: Ideias Gerais da Teoria de Bruner

Fonte: Autoria própria, com fundamento em Bruner (1976a, p.31)

Serão abordadas, a seguir, cada uma dessas ideias apontadas pelos estudos realizados pelo autor como forma de explicitar cada uma delas na Teoria Cognitivista de aprendizagem.

2.2.1 *O Desenvolvimento intelectual*

Bruner (1976a) desenvolveu sua teoria cognitivista de aprendizagem fundamentado pelos estudos realizados e descritos pelo veterano suíço Jean Piaget. Ele descreve os três estágios do desenvolvimento intelectual da criança propostos por Piaget e correlaciona seus estudos realizados sobre esse desenvolvimento com os respectivos modos de representação: *ativa, icônica e simbólica* de forma semelhante. Desta forma, o autor faz um paralelo similar desse desenvolvimento intelectual proposto por ele, anteriormente descrito, com os estágios da teoria Cognitiva de Piaget, conforme Figura 02 abaixo:

Figura 02: Estágios da Teoria Cognitiva de Piaget

Fonte: Autoria própria, com fundamento em Bruner (1976a, p.32)

Fundamentado na obra de Piaget, Moreira (1999) complementa este primeiro estágio descrito acima e relata sobre o desenvolvimento cognitivo *sensório-motor*, que também faz parte dos três estágios acima propostos pela concepção de Piaget (*sensório motor, pré-operacional, operacional-concreto, operacional-formal*) e sendo assim, percebe-se que o referido estágio está contido no estágio pré-operacional de desenvolvimento intelectual, tendo em vista a faixa de idade nele compreendida que está entre a fase do nascimento da criança até às mediações dos dois anos de idade e portanto,

> A criança, neste estágio, não diferencia o seu eu do meio que a rodeia: ela é o centro e os objetos existem em função dela. Suas ações não são coordenadas, cada uma delas é ainda algo isolado e a única referência comum e constante é o próprio corpo da criança, decorrendo daí um egocentrismo praticamente total. Entretanto, ela não se percebe como um eu possuidor de desejos e vontades que seriam as causas de suas ações. (MOREIRA, 1999, p.96).

O primeiro estágio, o *pré-operacional*, conforme relata Bruner (1976a, p. 32), está caracterizado entre a faixa de zero aos cinco a seis anos de idade, que corresponde à fase compreendida entre o nascimento da criança ao pré-escolar, em que o seu desenvolvimento mental é realizado através das relações que ela demonstra pelas suas ações e pelas experiências que, diariamente, realiza através "[...] da manipulação do mundo através da ação. Esse estágio corresponde [...]" à fase inicial do desenvolvimento compreendido entre o período de aprendizagem da linguagem da criança até à fase em que ela consegue manejar os símbolos ou as palavras e ter contato com os objetos à sua volta. Este estágio é denominado de *representação ativa*.

É esclarecido também pelo mesmo autor (1976a, p. 32) que nesse estágio "[...] a principal aquisição simbólica que faz a criança é a de aprender como representar o mundo exterior através de símbolos estabelecidos por simples generalização; [...]". A criança não consegue separar do seu mundo simbólico os sentimentos que estão de um lado e os da realidade que estão do outro.

Um exemplo bem típico disso é quando se diz a uma criança: Fulana, seu pai voou para São Paulo [...], neste caso, ainda segundo o mesmo autor é esclarecido que a criança não consegue separar os objetivos dos meios, no sentido de manejar a realidade, após tentativas de acertar sua ação e, portanto, ela imagina ou intui certa ideia de que seu pai fez nascerem asas enormes para voar até São Paulo, batendo as asas.

Fundamentados em Piaget, Bruner (1976a), Palangana (1998) e Moreira (1999), enfatizam sobre o desenvolvimento cognitivo do conceito da reversibilidade no pensamento da criança que foi denominado pela Escola de Genebra, o qual se encontra no estágio pré-operacional de desenvolvimento mental. Neste ponto, a criança não consegue obter de pronto a ideia de que se algo foi amassado, ele pode ser desamassado ou voltar ao seu modo original.

Como exemplo disso, imaginemos um brinquedo de plástico quando é retorcido ou amassado pela criança.

Diante dessas assertivas percebe-se que, de acordo com Palangana (1999, p. 25) “A criança vê o mundo a partir de sua própria perspectiva e não imagina que haja outros pontos de vista possíveis” de serem concretizados ou objetivados. Logo, segundo o mesmo autor, “[...] a criança não sente necessidade de justificar seu raciocínio diante dos outros nem de buscar possíveis contradições em sua lógica”.

Ademais, a criança neste estágio, segundo exemplificação de Bruner (1976a, p.33) não pode entender certas ideias que são básicas para a Matemática e a Física como “[...] a ideia da matemática de que a quantidade se conserva mesmo quando se reparte um conjunto de coisas em subconjuntos, ou a ideia física de que a massa e o peso se conservam, mesmo quando se altera a forma de um objeto”. Diante disso, é compreensível entender as enormes dificuldades que os professores encontram para ensinar um conteúdo referente a essas ideias para as crianças neste estágio de desenvolvimento cognitivo.

O segundo estágio foi denominado de *estágio de operações concretas* ou *representação icônica,* pelas concepções de Bruner (1976a), onde a criança já se encontra na escola para o desenvolvimento do estágio operacional e a faixa de idade está compreendida entre os seis e os quatorze anos. Palangana (1998), pela concepção piagetiana, informa que esta fase está compreendida entre os sete aos doze anos de idade.

O significado de operação, segundo Bruner (1976a),

> Operação é um tipo de ação: pode ser executada diretamente, pela manipulação de objetos, ou internamente, como quando alguém manipula mentalmente os símbolos que representam coisas e relações. Sumariamente, operação é um meio de abastecer a mente com dados sobre o mundo real e ali transformá-los, de modo que possam ser organizados e utilizados seletivamente na solução de problemas. (BRUNER, 1976a, p.33).

A criança, neste estágio de desenvolvimento, conforme Moreira (1999), consegue interiorizar e tornar reversível as operações que podem ser ações, as quais diferem do estágio anterior, que era simplesmente ativo ou *pré-operacional*, pelo simples fato da criança conseguir reter e obter na mente elementos e informações significativas do mundo real de uma maneira objetiva e seletiva para a solução de problemas. O conceito de reversibilidade, em questão, significa que a criança consegue imaginar sem ver o objeto, ou seja, executar uma operação para compensar de maneira completa a operação inversa. A exemplo disso, Bruner (1976a, p.

34) afirma que: “Quando a criança inclina demais o prato de uma balança com um peso, procura sistematicamente um peso menor, ou alguma outra coisa, para reequilibrar a balança”.

Neste estágio de desenvolvimento, o *operacional-concreto,* a criança já possui uma idade compreendida entre 7 a 12 anos de idade, conforme argumenta Moreira (1999) pela concepção piagetiana, onde o desenvolvimento cognitivo da criança egocêntrica encontrado tão presente no estágio anterior (pré-operacional) vai diminuindo, gradativamente, para dar lugar a uma fase mais precisa e focada. Portanto,

> O pensamento da criança, agora mais organizado, possui características de uma lógica de operações reversíveis. Ela pode, por exemplo, combinar classes elementares para formar uma classe superior (A + A’ = B) e dada a classe superior, diferenciar suas classes componentes (B – A = A’ ou B – A’ = A). Isto é, há um equilíbrio reversível entre classes e subclasses (A + A’ = B). Ela é capaz de pensar no todo e nas partes simultaneamente. (MOREIRA, 1999 p. 97-98).

Segundo Palangana (1998) a criança, neste mesmo estágio, possui uma maior tendência para sociabilizar a forma de pensamento que possui de mundo e suas características de individualismo, como o egocentrismo, progredindo, acentuadamente, para uma forma de pensar mais lógica que, geralmente, é usada pela maioria das pessoas comuns. Com a evolução do raciocínio lógico, a criança passa a entender a estrutura do pensamento das outras pessoas como também transmite seu próprio pensamento para ser aceito por elas.

O terceiro estágio de desenvolvimento para a construção das estruturas cognitivas foi denominado pela Escola de Genebra como *estágio das operações formais* ou *representação simbólica*, como afirmam Bruner (1976a), Moreira (1999) e Palangana (1998), sob concepção piagetiana. Esta fase está caracterizada pela idade dos dez aos quatorze anos, mas a criança já pode ser considerada um adolescente formado para este estágio, aos doze anos de idade.

Pela representação simbólica, Bruner (1976a, p.35) afirma que a criança pode representar seus conhecimentos através das ideias que ela utiliza e pelas operações intelectuais que realiza mentalmente apoiada na “[...] capacidade para operar com proposições hipotéticas, [...]”, ou seja, a criança consegue trabalhar com o pensamento dedutivo para chegar às conclusões referentes ao procedimento intelectual. Segundo as concepções de Bruner (1976a),

> A criança pode, então, pensar a respeito de possíveis variáveis e, até mesmo, deduzir relações potenciais que, mais tarde, podem ser verificadas pelo

> experimento[2] ou pela observação. Nesta fase, as operações intelectuais parecem apoiar-se na mesma espécie de operações lógicas que constituem o instrumental do logicista, cientista, ou pensador abstrato. (BRUNER, 1976a, p. 35).

Este estágio de desenvolvimento, conforme relata Palangana (1998, p. 28-29), embasada pela teoria piagetiana, "[...] apresenta como principal característica a distinção entre o real e o possível [...]", pois a criança neste estágio consegue proceder "[...] com todos os possíveis, mesmo que isto contrarie o empírico". Diante disso, "[...] o pensamento adolescente opera, agora, através da análise combinatória da correlação e das formas de reversibilidade (inversão e reciprocidade)". A referida autora ressalta ainda que:

> O adolescente é capaz de pensar em termos abstratos de formular hipóteses e testá-las sistematicamente, independentemente da verdade factual. Nesse período, os esquemas de raciocínio, antes indutivos, sofrem importante evolução, manifestada na incorporação do modelo hipotético-dedutivo. (PALANGANA, 1998, p. 28-29).

No estágio operatório-concreto, antes do operatório formal, Bruner (1976a) afirma que a criança possuía grande número de ideias básicas da matemática, das ciências naturais e humanas e que captava essas ideias de maneira intuitiva, muito rápida e conseguindo realizá-las efetivamente, portanto, pelo estágio das operações concretas.

O autor relata também que foram feitas atividades de investigação com crianças do quinto ano primário, atual sexto ano do Ensino Fundamental, através de jogos matemáticos que utilizam regras da matemática superior e que elas poderiam chegar a resultados muito bons e aprender pelas regras ou a níveis do indutivo ou pelas vias intuitivas. No entanto, as crianças ficariam confusas, se o professor ou alguém as obrigasse a conhecer a matemática formal para a resolução dos referidos jogos em questão.

Segundo enfatiza ainda o mesmo autor, haverá o tempo normal para introduzir o "formalismo" do estágio adequado para o desenvolvimento da aprendizagem. Sendo assim:

> O mais importante no ensino de conceitos básicos é ajudar a criança a passar progressivamente do pensamento concreto à utilização de modos de pensamento conceptualmente mais adequados. É ocioso, porém, tentar fazê-

---

[2] experimento era um termo utilizado na década de 60-70 por ocasião que Bruner realizou seus estudos sobre a Teoria Cognitivista. Para proporcionar melhor entendimento do texto, é utilizado nos dias atuais o termo atividade de investigação ou investigação, apenas.

> lo pela apresentação de explicações formais, baseadas numa lógica muito distante da maneira de pensar da criança e, para ela, estéril em suas implicações. Muito ensino de matemática é dessa espécie. A criança aprende não a compreender a ordem matemática, porém a aplicar certos recursos ou receitas, sem compreender seu significado de pensar. Com esse começo inadequado, facilmente a criança é levada a crer que a coisa importante para ela é ser "exata" – embora a "exatidão tenha menos a ver com a matemática do que com o cálculo. (BRUNER, 1976a, p. 36).

Os estudos realizados por esse mesmo autor afirmam que muitos conceitos curriculares do ensino formal de matemática são aplicados fora da esfera da lógica do significado de pensar da criança e, diante desta realidade, a criança pode ser auxiliada pelos professores, a progredir do pensamento concreto para uma concepção de pensamento mais adequado à sua maneira de pensar. Geralmente a criança aprende apenas a aplicar os recursos de resolução do problema como se fosse uma receita de bolo pronta sem a real compreensão do significado de pensar dos procedimentos da ordem matemática em relação ao exercício proposto pelo professor, na sala de aula.

O postulado acima é exemplificado por Bruner (1976a), onde ele relata a experiência do professor David Page[3], que se tornou um dos professores mais práticos e experientes pelo seu trabalho atuante no ensino da matemática básica:

> Ensinando desde o jardim da infância até o pós-graduado surpreendi-me com a semelhança intelectual dos seres humanos em todas as idades, muito embora sejam talvez as crianças mais espontâneas, criativas e cheias de energia do que os adultos. Até onde posso julgar, as crianças, quase sempre, aprendem mais depressa do que os adultos tudo que lhes seja apresentado em linguagem compreensiva. Apresentar-lhes a matéria em termos que entendam, de maneira suficientemente interessante, implica que se saiba a matemática e, quanto mais bem sabida, melhor se poderá ensiná-la. É conveniente estar prevenido para não atribuir a qualquer tópico em particular um nível absoluto de dificuldade. Quando digo a matemáticos que alunos do quarto ano primário podem progredir um bom pedaço pela 'teoria dos conjuntos', poucos dentre eles são os que respondem: 'Claro!' A maior parte se espanta. Estes estão completamente enganados, ao considerar que a 'teoria dos conjuntos' é intrinsecamente difícil. Por certo, pode ser que nada seja intrinsecamente difícil. É necessário apenas esperar até que se encontre o ponto de vista adequado, e a correspondente linguagem[4], para apresentá-lo. Dado um

[3] Prof. Dr. David L. Page da *University of Illinois* pertencente à área de Matemática, participou juntamente com o Prof. Dr. Jerome Bruner da conferência sobre "Processos Cognitivos na aprendizagem", em setembro de 1959 em Woods Hole – povoação pertencente à cidade de Falmouth no Condado de Barnstable, Massachusetts, Estados Unidos.

[4] correspondente linguagem foi um termo utilizado nas décadas de 60-70 por Bruner. Para suavizar este termo em desuso, atualmente é empregado o termo acompanhar, no discurso, as mudanças, as transformações para as aprendizagens do sujeito.

> determinado assunto, ou um conceito particular, é fácil fazer perguntas triviais, ou levar a criança a fazê-las. Também é fácil fazer perguntas extremamente difíceis. O segredo está em encontrar as perguntas intermediárias que possam ser respondidas e que nos levem a alguma parte. Este é o grande trabalho dos professores e dos compêndios. (PAGE apud BRUNER, 1976a, p. 37).

De acordo com a atividade de investigação acima, o autor enfatiza que sua intenção é fazer com que a criança possa evoluir mais rapidamente entre os estágios de desenvolvimento propostos por Piaget (*estágio pré-operacional, estágio de operações concretas, estágio das operações formais*) para que ela possa compreender, com mais aprofundamento, os princípios da matemática, da física. As crianças podem até não aprender tudo que lhes for ensinado, mas é presumível pensar que é uma forma de expressão onde elas poderão aprender bem mais rápido que os adultos, acompanhadas pelo discurso das mudanças e do desenvolvimento adquiridos pelo aprendizado. O trabalho dos professores pode levar a criança, mais facilmente, ao progresso intelectual pelas perguntas intermediárias que eles mesmos possam elaborar ou questionar a criança sobre algum assunto escolhido por eles para o estudo em sala de aula.

Na sequência do trabalho serão abordados outros exemplos como forma de ilustrar o aprendizado e também para apontar os caminhos pelos quais a criança, na medida do possível, possa acelerar com maior fluidez e agilidade, através dos estágios do desenvolvimento intelectual da matemática e física referentes às sugestões que foram feitas, com recortes, pela conferência proferida pela professora Bärbel Inhelder[5], pertencente à escola de Genebra, a convite e solicitação de Bruner (1976a):

> As formas mais elementares de raciocínio − lógicas, aritméticas, geométricas, ou físicas − repousam sobre o princípio da invariância das quantidades: o de que o todo permanece, qualquer que seja o arranjo de suas partes, a mudança de sua forma, ou seu deslocamento no espaço ou no tempo. O princípio da invariância não é um dado *a priori* da mente, nem produto de observação puramente empírica. A criança descobre a invariância de modo comparável às descobertas científicas em geral. (BRUNER 1976a, p. 38).

---

[5] Profª. Dra. Bärbel Inhelder do *Institut Rousseau, Genebra*, pertencente à área de psicologia, participou juntamente com o Prof. Dr. Jerome Bruner da conferência sobre “Processos Cognitivos na aprendizagem” em setembro de 1959, em Woods Hole − povoado pertencente à cidade de Falmouth no Condado de Barnstable, Massachusetts, Estados Unidos.

A palavra *invariância* significa uma propriedade de um sistema e suas grandezas, as quais permanecem imutáveis, caracterizando uma grandeza invariante, ou seja, que não varia, sob qualquer transformação.

O termo *invariância de quantidade*, segundo Oliveira (1977, p. 30), fundamentado em Bruner, é a forma de raciocínio mais primária e básica em que a criança pode descobrir as invariâncias, ou seja, "[...] que o todo permanece, qualquer que seja o arranjo de suas partes, a mudança de suas formas ou o deslocamento no espaço e no tempo". E estas invariâncias de quantidades são descobertas pelas crianças como se fosse uma descoberta de cunho científico.

Neste sentido, Bruner (1976a, p. 38) esclarece que a criança não consegue entender a ideia de invariância, quando alguns destes experimentos são manejados como os conjuntos numéricos, as quantidades físicas e as dimensões espaciais. A dificuldade da criança está justamente em pensar que ao manejar esses experimentos eles permanecem invariáveis, ou seja, não aumentam ou diminuem de tamanho. Esta dificuldade, portanto, pode passar despercebida pelos próprios professores na sala de aula.

Fundamentado pelas referências que a professora Inhelder menciona sobre as experiências, as quais pretende levar a compreensão com maior facilidade à criança, para obter a ideia de invariância através de experiências científicas ou observações empíricas realizadas, em laboratórios ou na sala de aula, Bruner, (1976a, p. 39) afirma que: "A criança transfere contas, em quantidade conhecida, ou líquido, de volume conhecido, de um recipiente para outro, um dos quais, alto e estreito, o outro, baixo e largo, e julga haver maior quantidade no recipiente alto do que no baixo".

A referida professora retrata a atividade de investigação que mostra uma caixa com contas dentro dela, formando um conjunto. É solicitada à criança para que ela subdivida ou faça vários subconjuntos dessas contas de várias maneiras utilizando a mesma quantidade inicial de contas. Após a realização desta atividade, Bruner (1976a, p. 38) relata que a criança consegue perceber que foram feitas alterações no número de contas e ela não foi "[...] capaz de captar a ideia de que certos aspectos fundamentais das coisas permanecem constantes após a mudança ou, quando mudam, a mudança é reversível". Desta forma, foi observado pela atividade de investigação que "[...] o número total de contas numa caixa permanece o mesmo quando subdividido em dois, três ou dez montes".

Em outro exemplo, o mesmo autor relata que o mesmo pode acontecer com a manipulação da quantidade de líquidos que são colocados em recipientes diferentes como, por exemplo, recipientes de forma estreita e alta, como também larga e baixa, para que a criança com idades compreendidas entre 4 a 11 anos possa ter a noção de peso, volume, espaço cheio, espaço vazio, etc. A criança não consegue entender o experimento, deixando claro que na forma alta cabe mais líquido do que na baixa e vise e versa.

Diante destes exemplos abordados acima foi observado por Bruner (1976b, p. 19) que estas possibilidades prévias poderiam "[...] não se tratar de contradição *lógica*, e sim de resultado de outro processo psicológico – possivelmente do modo como as crianças definem e julgam estar cheio ou vazio".

Neste sentido, é de recomendação do mesmo autor que: "[...] as contas podem ser contadas ou o líquido medido de algum modo padronizado". (BRUNER, 1976a, p. 39). Estas são técnicas sugeridas pelo autor embasado pelas atividades de investigação da professora Inhelder que poderiam ser utilizadas para que a criança possa entender a ideia de invariância.

> Se o ensino não consegue levar, adequadamente, a criança de suas noções perceptivas primitivas a uma intuição adequada da ideia de invariância, o resultado será que ela fará contas, sem ter adquirido a ideia da invariância das quantidades numéricas. Ou utilizará medidas geométricas, permanecendo ignorante a respeito da operação de transitividade – se A contém B, e B contém C, então A também contém C. (BRUNER, 1976a, p. 39).

A criança pode descobrir os princípios da invariância, através de um método de ensino, segundo Bruner (1976a, 1976b), que ofereça oportunidades em que ela possa usar seu pensamento de uma maneira natural, para que livremente possa ir além do seu modo de pensamento primitivo e comparar as informações significativas e concretas do mundo real.

Ademais, esse autor observa que a criança vai perceber que a quantidade de líquido que foi colocada no recipiente de forma estreita e alta é a mesma quantidade do recipiente de forma baixa e larga, pois: "A atividade concreta, que se torna cada vez mais formal, é que conduz a criança ao tipo de mobilidade mental necessário às operações naturalmente reversíveis da matemática e da lógica". (BRUNER, 1976a, p.39).

Neste sentido, o autor mostra que a criança chega a um ponto de desenvolvimento intelectual que ela mesma consegue sentir que toda operação mental pode ser, naturalmente, inutilizada pela operação inversa como as operações matemáticas de "[...] adição pela subtração – ou que uma mudança pode ser contrabalançada por uma mudança recíproca". (BRUNER, 1976a, p.39).

Continuando seus estudos pelo embasamento da conferência da professora Inhelder, Bruner (1976a) descreve outro exemplo sobre os jogos de roleta que podem despertar e fornecer à criança fundamentos para sua compreensão no que se refere às operações lógicas do ato de pensar sobre probabilidade e que somente mais tarde será descoberto por ela mesma, pois o jogo facilita as técnicas para os cálculos que acompanham a teoria de probabilidade e suas expressões formais. Por tais razões, o autor enfatiza que: “A manipulação estatística e o cálculo são meros instrumentos a serem utilizados *depois* que a compreensão intuitiva se tenha estabelecido”. (BRUNER, 1976a, p. 42).

Frente aos estudos fundamentados e abordados acima pela comunicação da mesma professora, o mesmo autor relata sobre os questionamentos de conclusão, sobre os exemplos que foram reportados por ela,

> [...] se não seria interessante dedicar os primeiros dois anos de escola a uma série de exercícios de manipulação, classificação e ordenação de objetos, de modo a esclarecer as operações lógicas básicas de adição, multiplicação, inclusão, ordenação serial, e análogas. Seguramente, são essas operações lógicas a base de operações e conceitos mais específicos de toda a matemática e ciência. Sendo assim, pode bem ser o caso que esse ‘pré-currículo’ anterior de ciência e matemática possa auxiliar muito no sentido de criar na criança a espécie de compreensão intuitiva e mais indutiva que poderá ser reforçada mais tarde, em cursos formais de matemática e ciências. (BRUNER, 1976a, p. 42).

A criança passa a aprender através do desenvolvimento dos estágios, segundo afirma Oliveira (1977, p. 62), fundamentado pelas concepções de Bruner, que: “[...] são noções genéricas, ou seja, estratégias, tais como a noção de equilíbrio, de equivalências (forma, peso, número, etc.)”. Desta maneira, essas noções genéricas são também de fundamental importância para ajudar a criança a consolidar e firmar melhor seus conhecimentos sobre os conceitos básicos da matemática, de forma indutiva, os quais pode torná-la suficiente e capaz para solidificar seus conhecimentos escolares futuros.

Assim sendo, Bruner (1976a) e Oliveira (1977), concluem sobre as abordagens reportadas pela professora Inhelder, que as práticas evidenciadas pelas atividades de investigação podem contribuir de maneira eficaz e progressivamente para o currículo escolar no sentido de favorecer à criança a estruturação das ideias genéricas, uma compreensão mais indutiva e mais segura para o desenvolvimento dos conceitos das operações básicas de ordem lógica da adição e da multiplicação, nos primeiros anos de escola.

Esses conceitos podem ser mais bem trabalhados pelos professores com as crianças, pois sem esta base, a criança irá apenas exercitar as aplicações memorizando-as, sem o real entendimento lógico das operações, para que futuramente esses mesmos conceitos possam ser reforçados pelos cursos superiores formais de Matemática e Ciências para a produção de bons resultados futuros.

2.2.2 O ato da aprendizagem

2.2.2.1 A Teoria de ensino e suas características

> Poderia ser perguntado o porquê da necessidade de uma teoria da aprendizagem, pois a psicologia já contém teorias do ensino e desenvolvimento. Mas estas teorias são descritivas e não prescritivas, tratam das consequências de um fato: por exemplo, que a maioria das crianças de seis anos não possui ainda a noção de reversibilidade. Uma teoria de aprendizagem por seu lado, deveria esforçar-se para oferecer a melhor maneira de dar às crianças aquela noção. Preocupa-se, em resumo, em como algo a ensinar pode ser mais bem aprendido isto é, em melhorar e não em descrever o ensino. (BRUNER, 1976b, p. 48).

As teorias de ensino são prescritivas, conforme afirma Moreira (1999), fundamentado na obra de Bruner, o que significa teorias explicativas ou elas sugerem o modo como se deve agir, enquanto as teorias psicológicas de aprendizagem são descritivas, que significa, portanto, possuir características de uma descrição formal como está exemplificado no fato acima.

Essas teorias são importantes e nenhuma delas é superior à outra, conforme afirma Bruner (1976b, p. 48-49), pois elas se complementam e são congruentes, tendo em vista que tanto a aprendizagem como o desenvolvimento, integra de maneira abrangente a teoria de ensino.

Neste sentido, Bruner (1976a e 1976b), Oliveira (1977) e Moreira (1999) descrevem, de maneira sucinta, quatro características de fundamental importância para a teoria de ensino, especificadas como: as *predisposições, a estrutura e forma de conhecimento, sequência e suas aplicações, forma e distribuição do reforço*, que serão dispostas no Quadro 01 a seguir:

Quadro 01: Características da teoria de ensino

Aquisição de nova informação	**1º) Deve apontar as experiências mais efetivas para implantar em um indivíduo a predisposição para a aprendizagem– aprendizagem em geral, ou qualquer caso particular dela.**
Transformação	**2º) Deve especificar como deve ser estruturado um conjunto de conhecimentos, para melhor ser apreendido pelo estudante. A "estrutura ótima" será constituída de uma série de proposições da qual poderá decorrer um conjunto de conhecimentos de maiores dimensões, sendo característica a dependência da sua formulação para com o grau de adiantamento do campo particular do conhecimento.**
Transformação	**3º) Uma teoria de ensino deverá citar qual a sequência mais eficiente para apresentar as matérias a serem estudadas.**
Avaliação (crítica)	**4º) Deve, finalmente, uma teoria da instrução deter-se na natureza e na aplicação dos prêmios e punições, no processo de aprendizagem e ensino.**

Fonte: Autoria própria, com fundamento em Bruner (1976a, pp. 44-45) e Bruner (1976b, p.48-49)

O quadro acima mostra que, de uma maneira geral, o ato da aprendizagem de qualquer assunto é abrangente e compreende as quatro características mencionadas acima que acontecem quase ao mesmo tempo. Do lado esquerdo do quadro, foram colocados os processos de aprendizagem que correspondem às características que as definem, que estão do lado direito disponibilizadas, as quais são fundamentais para a Teoria de ensino de Bruner.

Neste sentido, Bruner (1976a) e Oliveira (1977) afirmam que a primeira característica está relacionada com a *aquisição* para obtenção de novas informações, ou seja, a predisposição do aluno para aprender através da substituição de conceitos que ele já possuía antes, em um ambiente diferente da escola, para que esses conhecimentos adquiridos possam ir muito além da noção dos conhecimentos atuais. Esta característica é exemplificada por Bruner (1976a, p.44) como uma situação do ensino de ciências muito utilizada "[...] quando se ensinam pormenores sobre o sistema circulatório a um aluno que, vaga ou intuitivamente já sabe que o sangue circula".

A segunda característica, Bruner (1976a) e Oliveira (1977) descrevem como *transformação* as novas adaptações que são adquiridas pelo aluno-aprendiz no dia a dia, através do processo de conhecimento e sua estrutura de conhecimento também, as quais contêm as informações necessárias para que os alunos possam trabalhar com elas no sentido de ir além dos seus parcos conhecimentos anteriores, transformando-os em novas informações.

Na terceira característica, os mesmos autores esclarecem sobre a sequência mais correta dos materiais a serem aprendidos, os quais devem ter a estrutura de ensino de determinada disciplina como a física, por exemplo. Neste sentido, Bruner (1976b) faz os seguintes questionamentos:

> [...] como deve fazê-lo? Apresentando inicialmente matérias concretas de maneira a despertar curiosidade sobre as regularidades recorrentes? Ou com uma notação matemática, formal, que simplificará a representação das regularidades a serem encontradas? Quais os resultados de cada método? E qual a mistura ideal? (BRUNER, 1976b, p. 49).

A dinâmica de ensino, como a estrutura de conhecimento e a sequência dos materiais desta terceira característica, abordada no Quadro 01, conforme afirmação de Bruner (1976a) pode ser aplicada de maneira eficaz pelo professor que conhece as necessidades e condições em que se encontram seus alunos. Ele mesmo poderá fazer adaptações, como forma de ajustar, aumentar ou diminuir a dinâmica de ensino, conforme as capacidades e necessidades de assimilação dos seus alunos para aplicar a quantidade de poucas ou muitas ideias que serão ministradas por ele. O educador, pela sua experiência, não disponibiliza a resposta pronta para seus alunos. Ele pode passar um pequeno número de fatos para que seus alunos possam manejá-los e serem conduzidos a pensar sobre esses fatos de uma maneira que, através desta dinâmica, seus poucos conhecimentos adquiridos anteriormente possam se transformar numa conclusão individual ou em grupo, aumentando assim seus conhecimentos pelas novas informações conquistadas, posteriormente, pelos novos conhecimentos.

Exemplificando esta questão, Bruner (1976a) cita um caso de um professor de Estudos Sociais que estava responsável por uma sala de alunos do quarto ano primário, correspondente ao atual quinto ano do Ensino Fundamental, que obteve muito sucesso no seu questionamento. Segundo o autor, o professor "[...] inicia, por exemplo, com o ato de que as civilizações, muito frequentemente, começaram em férteis vales e esse é o único 'fato'". (BRUNER, 1976a, p.47). Este simples fato é suficiente para desencadear, entre os alunos, discussões com seus colegas e passar a imaginar/pensar o porquê do início das civilizações iniciarem em uma região fértil e de fácil acesso e não em uma região montanhosa que dificultaria e muito o acesso para conseguir água, plantar, morar e etc.

Este questionamento aborda uma das principais questões de como ensinar pela teoria de ensino de Bruner (1976a), através da exploração de alternativas denominadas como *ativação, manutenção* e *direção.* Entretanto,

> O efeito dessa abordagem, essencialmente a técnica da descoberta, é que a criança, por si mesma, ministra informação que, a seguir, poderá verificar ou avaliar, confrontando-a com as fontes, processo no correr do qual obterá mais informações. Evidentemente, esta é uma das espécies de episódio de aprendizagem e, sem dúvida, de aplicação limitada. (BRUNER, 1976a, p. 47).

Na quarta e última característica o autor aborda sobre a *avaliação (crítica)* e também sobre os meios pelos quais os reforços e as punições, que estão à disposição do professor para avaliar o aluno à medida que seja necessário, e neste sentido é possível "[...] verificar se o modo pelo qual manipulamos a informação é adequado à tarefa". (BRUNER, 1976a, p.45).

A avaliação é um dos assuntos menos discutidos dentro da teoria de ensino de Bruner, conforme relata Oliveira (1977), haja vista que o mais importante nela é a avaliação do currículo no seu todo com a união de toda a equipe de trabalho da escola formada pelos professores, estudantes, avaliadores, programadores, planejadores de currículo para que a avaliação seja satisfatória e comum a todos de uma maneira equânime e justa.

2.2.2.2 As predisposições para aprendizagem

O mesmo autor recomenda que pela linguagem da criança estão caracterizadas as diferenças das estruturas mentais nos variados estágios de desenvolvimento e por isso o professor deve estar atento a este detalhe, haja vista que a aprendizagem é sempre uma realização individual e pessoal do aluno, sem contar com o número de alunos pertencentes a mesma sala de aula.

Os processos de instrução, conforme Oliveira (1977) e Bruner (1976b), demandam pontos de vistas a serem considerados como a *relevância individual* que significa a importância que o ensino dispõe ou possui para o aluno e a *relevância social* que é caracterizada por elementos como o sexo, as classes sociais e a idade da criança. Estes elementos são considerados imprescindíveis para o processo de instrução e o processo de aprendizagem que estão contidos na teoria de aprendizagem, os quais são de fundamental importância no momento em que o professor for expor o conteúdo na lousa e neste sentido Bruner (1976b, p. 50) evidencia que: "Uma teoria da aprendizagem, porém deverá tratar como melhor utilizar determinado contexto cultural para chegar a determinados objetivos de ensino".

Abaixo estão relacionadas três recomendações, conforme informa Oliveira (1977), as quais estão intrinsecamente ligadas às diferenças individuais que se referem às estruturas mentais da criança para a prática pedagógica:

> 1. Que a educação como um todo não pode repousar numa posição de neutralidade e objetividade, mas deve-se imiscuir em problemas sociais e pessoais que envolvam uma paixão inerente.
> 2. Que a educação deve concentrar-se mais no desconhecido e no especulativo usando-se o conhecido como base para a extrapolação. Ele distingue "conhecedores" de "ávidos por conhecer".
> 3. Em decorrência das considerações anteriores, deve-se compartilhar o processo da educação com o aprendiz, sobretudo em termos de objetivar seus propósitos para o indivíduo, de maneira que ele saiba quando atingiu o domínio sobre eles − o que é auto-recompensante. (OLIVEIRA, 1977 p. 75).

Além destas três diferenças, conforme informa o referido autor, há também uma quarta que diz respeito à divisão semanal do currículo escolar entre as segundas, quartas e sextas-feiras e que poderia ser complementada com um currículo que traga ideias pioneiras às terças e quintas-feiras. O mesmo autor evidencia em primeiro plano, a importância de se colocar ou apresentar o material de ensino destacando, porém, as ideias mais importantes nele contidas, no sentido de enfatizar a *relevância* pessoal e social do aluno, juntamente com uma postura eficaz para as implementações sugeridas através da elaboração do currículo. Oliveira (1977) evidencia ainda, em segundo plano, a importância de deixar bem claro que o aluno, neste contexto, é a peça principal e em hipótese nenhuma poderia deixar de lado as capacidades que ele possui em absorver e reter o material implementado pelo currículo de maneira que apresente as unidades a serem estudadas respeitando, porém, a forma de representação e a linguagem de cada aluno.

Os objetivos ou metas gerais ou "goals" são de utilidade prática para o currículo escolar, conforme o mesmo autor, para o âmbito da aprendizagem, da instrução do aluno no que diz respeito à sua orientação em termos escolares e ao desenvolvimento de seu desempenho escolar, sendo que foi necessário constituir essas metas de uma maneira que tanto o aluno, quanto o professor, possam ser envolvidos neste processo, mas que o aluno possa ser evidenciado para receber as orientações de modo preciso e objetivo.

Desta maneira, Bruner (1976b) elenca os princípios que são importantes para o currículo escolar ou planejamento e aplicação escolar e a instrução do aluno, conforme Quadro 02:

Quadro 02: Objetivos ou "Goals" para o currículo ou planejamento escolar

1.Dar aos alunos respeito e confiança nos poderes de sua mente.
2.Estender esse respeito e confiança ao seu poder de pensar sobre a condição, o estado e a vida social do homem.
3.Fornecer um conjunto de modelos práticos que facilitam a análise da natureza do mundo social em que vivemos e a condição em que o próprio homem se encontra.
4.Dar um sentido de respeito à capacidade e humanidade do homem considerado como espécie.
5.Incutir no estudante o sentido de que a evolução humana ainda não terminou.

Fonte: Bruner (1976b, p. 101)

O desejo de aprender e de tentar resolver problemas, segundo Bruner (1976b, p. 50) e Moreira (1999), estão refletidos em condições de primordial importância, as quais são observadas no âmbito das tendências de aprendizagem como as condições motivacionais, culturais, pessoais e a interação professor-aluno também, pois as relações entre quem ensina e quem aprende sempre repercutem na aprendizagem.

Com efeito, os autores ao relatarem estes fatores importantes para aprendizagem, priorizam e evidenciam as tendências para a exploração das alternativas baseados, portanto, no estudo e na resolução de problemas. Os elementos compreendidos do processo de exploração de alternativas estão designados conforme a Figura 03 abaixo:

Figura 03: Exploração de alternativas da teoria de ensino de Bruner

Fonte: Autoria própria com fundamento em Bruner (1976b, p. 51)

Os elementos que fazem parte do processo de exploração de alternativas acima são definidos por Moreira (1999 p. 86), de maneira que, "A ativação é aquilo que dá início ao processo de exploração de alternativas, a manutenção é algo que o faça manter em ação e a direção evita que ele seja caótico".

Esses elementos são evidenciados como condições que favoreçam o aprendizado ao aluno, conforme afirma Moreira (1999),

> [...] a aprendizagem por descoberta, porém de uma maneira "dirigida", de modo que a exploração de alternativas não seja caótica ou cause confusão e angústia no aluno. Se, por um lado, um guia de laboratório ou um roteiro de estudo, por exemplo, não deve ser do tipo "receita de cozinha", por outro, não devem também ser totalmente desestruturados deixando o aluno "perdido". Deve haver um compromisso entre instruções detalhadas a serem seguidas passo a passo e "instruções" que deixam o aluno sem saber o que fazer. As instruções devem ser dadas de modo a explorar alternativas que levem à solução do problema ou à "descoberta". (MOREIRA, 1999, p. 87).

Os compromissos de um professor frente a uma sala de aula não são fáceis, mas poderão ser bem possíveis na medida em que os conteúdos que estão sob a sua responsabilidade possam ser aplicados de maneira que os alunos explorem as alternativas (ativação, manutenção e direção) na tentativa de encontrar a solução ideal do problema, ou melhor, a descoberta dele. O professor, à luz de Moreira (1999), precisa estruturar sua disciplina, o seu plano de aula, com cuidado, de uma maneira que, ao ministrar as suas aulas, não cause confusão mental no aluno, deixando-o perdido e confuso, sem o entendimento real da solução do problema como se ele estivesse recitando palavras decoradas.

Neste sentido, Oliveira (1977, p. 30) afirma que se o professor ao ensinar o conteúdo de matemática, por exemplo, à criança "[...] com uma lógica distante do seu modo de pensamento faz com que ela decore os materiais, sem dar-lhes sentido e sem perceber as relações do conteúdo ensinado". As concepções de Bruner (1976a, p. 46) informam que se um conteúdo é difícil para o aluno, o professor possui meios para direcioná-lo e "[...] desafiá-lo com a oportunidade de exercitar todas as suas forças, de modo que possa descobrir o prazer que há em funcionar plena e eficientemente. Os bons professores conhecem a força desse atrativo".

2.2.2.3 A forma e a estrutura do conhecimento da aprendizagem

Os conhecimentos, as ideias e os problemas, de uma maneira geral, segundo Bruner (1976b), Oliveira (1977) e Moreira (1999), podem ser simplificados e equacionados para que o seu entendimento se torne mais acessível e reconhecível por qualquer aluno.

Para o estudo da estrutura do domínio de conhecimento da aprendizagem serão abordadas três estratégias que estão intrinsecamente ligadas às habilidades do aluno para que ele domine com êxito seus conhecimentos. Veja a Figura 04 a seguir:

Figura 04: Estrutura do Conhecimento da teoria de ensino de Bruner

Fonte: Autoria própria, com fundamento em Bruner (1976b, p. 52)

A forma da representação, a economia e a potência efetiva, conforme informam Bruner (1976b), Oliveira (1977) e Moreira (1999), variam de acordo com as diferentes idades dos alunos e conforme seu estilo de aprendizagem e suas matérias. No item do desenvolvimento intelectual foram citadas acima as formas de representação, mas para melhor elucidá-las serão abordadas aqui mais simplificadas.

> Todo domínio de conhecimento (ou qualquer problema dentro desse domínio) pode ser representado sob três formas: por um conjunto de ações apropriadas para obter determinado resultado (representação ativa); por um conjunto de imagens resumidas ou gráficos que representam conceitos, sem defini-los completamente (representação icônica); ou por um conjunto de proposições, lógicas ou simbólicas, derivado de um sistema simbólico regido por normas ou leis para formar ou transformar proposições (representação simbólica). (BRUNER, 1976b, p. 52).

Os meios de representação (ativa, icônica e simbólica), segundo Oliveira (1977) e Moreira (1999), estão presentes no processo de instrução que leva ao conhecimento através da estrutura cognitiva que os indivíduos possuem e que é empregado de maneira útil para representar os conhecimentos adquiridos, como ensinar alguma matéria dentro desses três níveis de representação, as habilidades do aprendiz para o domínio do assunto e etc.

O aprendiz deve ser conduzido, conforme Oliveira (1977), de maneira que ele se sinta estimulado a evoluir do modo da representação inicial (ativa) para um ambiente simbólico de lógica, tendo em vista que os materiais devem ser apresentados ao aprendiz, respeitando ou de acordo com o seu modo de representação. Neste contexto, a matemática é uma disciplina que, de uma maneira geral, pode auxiliar o aluno, haja vista que ela apresenta e sempre acontece em certos níveis de representação, como por exemplo, as imagens que estão descritas em certos assuntos do currículo.

Os diferentes modos de representação devem, como é enfatizado pelo autor, ser variados de conformidade com o progresso em que os níveis de dificuldades vão sendo esclarecidos, à medida que a disciplina vai sendo exposta ou ensinada ao aluno. Neste sentido, Oliveira (1977), evidencia que o currículo deve ser estruturado para que o aluno tenha condições de voltar ou relembrar a matéria que foi aprendida em um nível de aprendizado ou representação anterior para que ele possa progredir para um modo de representação mais desenvolvido.

Uma das representações de um domínio de conhecimentos conhecida, referendada pelas concepções de Bruner (1976b) e Moreira (1999), é o termo *economia*, que se associa ao volume de dados a serem preservados na mente humana para o seu devido processamento e posterior compreensão de alguma ideia. Se por ventura for necessária uma quantidade maior de dados para o entendimento de algo ou para defrontar algum problema de difícil solução, o processamento dos dados será mais intenso e contínuo para chegar a uma finalização e, consequentemente, a economia será menor.

O termo economia é mencionado, por Oliveira (1977, p. 86), como uma "[...] organização mais eficiente e efetiva que se pode dar ao material de ensino". À medida que o aprendiz manipula o seu material de ensino que lhe foi preparado para o seu aprendizado eficaz, a sequência e a ordem deste material a ser assimilado variam em conformidade com a noção de economia que ele possui.

O conceito de economia é exemplificado por Bruner (1976b, p. 53) através de dois exemplos característicos como frases de sentido complicado de entender: "(O rato foi comido pelo gato que foi morto pelo cão). A ordem inversa é mais econômica (O cão matou o gato que comeu o rato)".

Outro exemplo que é esclarecido por Bruner (1976b) e Moreira (1999) é a economia que o aprendiz pode fazer calculando a queda livre dos corpos através de aplicação da simples fórmula, $V= gt^2/2$, ao invés de registrar o levantamento dos inúmeros dados dos corpos que estão em diferentes campos gravitacionais e em diferentes alturas e tempos também.

O outro domínio de conhecimentos a estruturar, segundo afirmações de Bruner (1976b) e Oliveira (1977), é a potência efetiva relativa ao aluno no que diz respeito ao valor de abrangência referente à totalidade de lembranças e de operações lógicas de natureza mental que o aluno possui que foram aprendidas no decorrer do cotidiano. O progresso dos estudos do aluno é verificado pelas análises aprofundadas que são realizadas para constatar a potência efetiva já alcançada. Nesse contexto, Bruner (1976b, p. 55) enfatiza que: "A potência de uma representação pode também ser caracterizada como sua capacidade, nas mãos do aluno, para relacionar assuntos aparentemente distintos, ponto este especialmente crucial em Matemática, [...]".

O poder ou a potência efetiva que o aluno possui são especificados por Oliveira (1977, p. 87), referentes aos assuntos e ideias estudadas e aprendidas de uma maneira geral e também, "[...] à capacidade de organização do aluno em relacionar certas matérias e tópicos que aparentemente se lhe apresentam ou parecem separados".

Segundo este autor, as referências acima citadas dizem respeito à transferência de aprendizagem, em que a quantidade de tópicos que estão de certa maneira separados do currículo da matéria que foi estudada pelo aluno, em certa época, podem ser recapitulados pela sua organização e capacidade que possui a matéria que foi estudada, através dos meios que a escola proporcionou ao aluno como os amplificadores de ação que acionam os conhecimentos e as habilidades, doravante, fornecidas pela cultura escolar. Ou seja, o aluno consegue enxergar nas partes que são os tópicos apresentados, a matéria que foi estudada representada pelo todo e vice e versa.

Prosseguindo nesse caminho, Bruner (1976a, p. 15) afirma que: "O primeiro objeto de qualquer ato de aprendizagem, acima e além do prazer que nos possa dar, é o de que deverá servir-nos no presente e valer-nos no futuro", evidenciando que a aprendizagem é criar habilidades que foram adquiridas pelas atividades, no ontem, para serem utilizadas e transferidas com mais propriedade, mais tarde, tanto dentro da escola como fora dela. Quando é facultada a oportunidade ao indivíduo de aprender, com o uso do martelo, a pregar pregos, fica bem mais fácil para que ele possa pregar outros como tachinhas ou rachar lenha.

O autor afirma também que além das habilidades existe o que ele chama de transferências de princípios e atitudes que

> Consiste, essencialmente, em aprender, de início, não uma habilidade, mas uma ideia geral, que pode depois servir de base para reconhecer problemas subsequentes como casos especiais da ideia adquirida. Esse tipo de transferência está no âmago do processo educativo – a contínua ampliação e aprofundamento do saber em termos de ideias básicas e gerais. (BRUNER, 1976a, pp. 15-16).

O autor afirma ainda que estas transferências de princípios estão associadas com a aprendizagem contínua e por isso estão na dependência de como a estrutura estudada pelo aluno foi dominada a contento.

Neste contexto, as principais considerações que, de maneira geral enfatizam a importância da estrutura fundamental de ensino da matéria a ser estudada, são relacionadas abaixo pelas concepções de Bruner (1976a) e Moreira (1999):

> A primeira, é a de que entender os fundamentos que torna a matéria mais compreensível. Isso é verdade não só em física e matemática, com as quais temos principalmente ilustrado este ponto, mais igualmente em estudos sociais e literatura.
> A segunda alegação relaciona-se com a memória humana. Talvez o que de mais básico se pode dizer sobre a memória humana, após um século de pesquisa intensiva, é que rapidamente se esquece um pormenor, a não ser que eu esteja colocado dentro de um padrão estruturado. Os pormenores conservam-se na memória, graças ao uso de modos simplificados de representá-los. Essas representações simplificadas possuem o que se pode chamar de caráter "regenerativo".
> A terceira: uma compreensão de princípios e ideias fundamentais, como já se observou anteriormente, parece ser o principal caminho para uma adequada "transferência de aprendizagem".
> A quarta alegação em favor da ênfase em estrutura e princípios no ensino pelo reexame constante do que estiver sendo ensinado nas escolas primárias e secundárias em seu caráter fundamental, é possível diminuir a distância entre o conhecimento "avançado" e o conhecimento "elementar". (BRUNER apud MOREIRA, 1999, p. 87).

Conforme os apontamentos de Bruner (1976a), o entendimento dos princípios fundamentais ou gerais de uma matéria é importante para que o aluno compreenda a ideia fundamental e central não só das disciplinas exatas, como a matemática e a física, como também a literatura e os estudos sociais. O autor exemplifica esta ideia central, a partir do momento em que, o indivíduo capta a ideia de que um país precisa fazer seu comércio interno e externo para que possa sobreviver. Nesse contexto afirma que: "Captar a estrutura da matéria em estudo é compreendê-la de modo que permita relacionar, de maneira significativa, muitas outras coisas com ela. Aprender estrutura, em suma, é aprender como as coisas se relacionam". (BRUNER, 1976a, p. 7).

Na segunda consideração, Bruner (1976a) e Moreira (1999) afirmam sobre o aprendizado dos princípios fundamentais e básicos que estão gravados na mente humana e a partir do momento em que parte deles é esquecida, isto não quer dizer que houve perda total da mente, mas fica gravado o princípio geral, que é utilizado para, a partir dele, fazer a reconstrução dos pormenores que podem se regenerar quando houver necessidade. Uma pessoa não consegue gravar as bases e nem as alturas das formas existentes no mundo, como por exemplo, as janelas, terrenos, quadras, casas e muitos outros dos quais são semelhantes as áreas das figuras planas regulares, mas pode se lembrar das fórmulas, as quais a ajudarão a realizar o cálculo.

Na terceira consideração, os mesmos autores fazem menção à transferência de aprendizagem que significa o conhecimento de um fato histórico que pode ser considerado como um modelo para a compreensão de outros fatos similares. Na matemática, é bom lembrar as quatro operações básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão), as quais são utilizadas em, praticamente, quase todos os cálculos que são feitos, tanto no nível do ensino fundamental, como secundário e superior.

Na quarta e última consideração, Bruner (1976a) afirma que é possível diminuir o distanciamento que há entre o conhecimento de uma escola de nível fundamental e de uma escola de nível superior através de habilidades ou a ênfase em princípios que poderão ser ministrados pela estrutura do conhecimento, tendo em vista que em certos assuntos das matérias estudadas, desses níveis de escolarização, se apresentam fracos e insatisfatórios. Oliveira (1977, p. 88) dá ênfase aos princípios quando se refere aos estudos realizados por Bruner: "[...] necessidade de o estudante dominar habilidades específicas e subordinadas antes de passar a estudar e utilizar itens pertencentes a uma habilidade superior, sucessiva". Sendo assim, o aluno estar motivado para os estudos é de fundamental importância para o processo educacional.

2.2.2.4 O conceito de sequência e suas aplicações

O conceito de sequência, de acordo com Bruner (1976b), é constituído por um grupo de conhecimentos recebidos pelo aluno, na sala de aula, como uma sequência de instruções de alguma matéria que o capacitam para uma maior facilidade de compreensão, transformação e transferência da matéria em questão.

O autor afirma que a sequência passa pela mesma lógica que o processo do desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, ela segue os mesmos passos que os estágios de representação ativa, em seguida a icônica e por último a simbólica. O mesmo autor faz referência a alunos que possuem o seu estágio simbólico desenvolvido e que apesar da existência dos três estágios de desenvolvimento intelectual, é indicado ao aluno saltar os dois primeiros estágios e ir diretamente para o último para a resolução de problemas.

Neste contexto, Bruner (1976b) e Moreira (1999), evidenciam que não existe uma sequência padrão para todos os alunos. As sequências trazem no seu contexto o caráter que facilita ou que dificulta o aprendizado na mesma proporção para o aprendiz. Neste sentido, eles relacionam quatro elementos que influenciam de maneira direta na operacionalidade da sequência da matéria: o cabedal de informações, o estágio de desenvolvimento, a natureza da matéria e as diferenças individuais.

Além destes quatro elementos, enfatizam também Moreira (1999) e Oliveira (1977), que é de bom alvitre acrescentar o processo de descoberta no aprendizado da sequência da matéria, mas antes disso é lícito apontar o nível de incerteza da apresentação do material a ser estudado ao aluno para que ele possa buscar e chegar, através da exploração de alternativas (ativação, manutenção e direção), aos caminhos adequados e precisos da resolução de problemas para que os seus estudos sejam eficazes.

O termo descoberta guiada, que significa o ensino que está com sua programação muito resumida para passar para o aluno, é argumentado por Oliveira (1977). Mas, o professor, pelas experiências que possui, pode fazer uso de vários exemplos que venham a ilustrar mais adequadamente o assunto para auxiliar o aluno a retirar a essência, os conceitos ou princípios da matéria estudada, com mais facilidade.

O primordial objeto de qualquer aprendizado que o autor coloca

> é a capacidade do aprendiz de descobrir[6] e resolver novos problemas. A aprendizagem deve, portanto, caracterizar-se por fornecer ao aprendiz as habilidades que sejam pré-requisito a esses objetivos últimos, os quais, antes de ser entidades estanques, devem transformar-se em instrumentos do pensamento. (OLIVEIRA, 1977, p. 89).

Os conhecimentos da disciplina Física não devem ser, de acordo com Oliveira (1977), apenas conhecimentos propriamente ditos sobre algum assunto referente ao seu currículo e sim, deve transformá-los numa maneira de pensar sobre como é dominar a matéria e por isso, "torna-se um vínculo de conhecimento, um modo de pensar, mais do que simplesmente um tópico a respeito do qual se conhecem fatos ou ideias". (BRUNER, 1971 apud OLIVEIRA, 1977, p. 89).

O autor evidencia também que o modo de representação simbólico é a meta fundamental para a qual o ensino deve conduzir o aluno para que ele possa representar suas relações com mais propriedade no mundo em que vive. A partir do momento em que o aluno reconstrói seus conhecimentos e relações passa a reelaborar constantemente suas próprias representações, assim como, a representação simbólica, que significa ser capaz de transformar seus

[6] O termo descobrir foi utilizado na ocasião que Bruner realizou seus estudos, na década de 60-70. Hoje, o termo utilizado pela educação é aprender pela Teoria de aprendizagem cognitiva de Bruner.

relacionamentos e representações e simbolizar a forma do pensamento simbólico ou uma forma de pensar em símbolos.

Continuando, abaixo estão relacionados seis elementos que são de fundamental importância para a Teoria de aprendizagem de Bruner, de acordo com os estudos realizados por Oliveira (1977) e Moreira (1999), os quais são indispensáveis à sequência de instrução para que as ideias, antes teóricas, se tornem mais práticas e compreensíveis:

> 1. Arranjar as sequências de maneira a que o estudante perceba a estrutura dos materiais por indução de instâncias particulares;
> 2. Dar prática em transferência, quando esta for esperada como pressuposto da aprendizagem;
> 3.Usar contrastes nas sequências, ressaltando discriminações, etc.;
> 4. Evitar simbolização prematura, provendo imagens tanto quanto possível, ou seja, formas icônicas de representação;
> 5. Dar prática, permitindo ao estudante dois tipos de experiência: fazer incursões genéricas sobre o material, apanhando conceitos e noções aqui e ali, de maneira global; e também permitir-lhe aprofundar-se em tópicos de interesse;
> 6. Prover para revisões periódicas, "revisitas" a conceitos e atividades já aprendidas, aplicando-os a novas e mais complexas situações, através de "curriculação espiral"[7]. Isso não significa que o conteúdo de um assunto tenha que ser aprendido de uma só vez, de maneira linear, mas sim que o aprendiz deve ter a oportunidade de voltar a esses tópicos a aprendê-los de maneira mais profunda, posteriormente, e num modo de representação mais avançado (OLIVEIRA, 1977, p. 89-90).

Todos os elementos acima relatados são importantes para o processo de aprendizagem, mas o item 4 desses elementos confirma esta especificidade de caráter motivacional e que pode incentivar ainda mais, de forma prazerosa, o aprendizado pelas formas icônicas de representação ou pelas imagens ilustrativas que facilitam a aprendizagem do aluno.

2.2.2.5 O reforço e a avaliação escolar na aprendizagem

As recompensas e punições referentes ao comportamento humano, segundo Moreira (1999)

> [...] desempenham um papel importante na vida diária. As pessoas tendem a se comportar do modo a obter recompensas e a evitar punições. Em muitos casos, as ações as pessoas são descontinuadas ou aumentadas pelas

[7] O termo "curriculação em espiral" foi um termo utilizado na época que Oliveira escreveu seu livro. O termo adequado utilizado atualmente é "currículo em espiral" de aprendizagem.

> consequências dos efeitos que produzem no indivíduo. Podem-se utilizar recompensas e situações dolorosas para modificar, implantar ou extinguir comportamentos. (MOREIRA, 1999 p. 51).

A abordagem comportamentalista do ser humano, enquanto sujeito, conforme o mesmo autor, é medível e evidente de ser observada, pois ela é o foco principal do mundo behaviorista. Esta linha de pensamento aborda que o aluno deve aprender ou realizar sua aprendizagem através da conduta e dos comportamentos por consequências de recompensas ou punições apresentadas por ele, que no final, é avaliado por esses comportamentos observados. Um dos países no qual o behaviorismo teve uma ascensão acentuada foram os Estados Unidos da América do Norte, no início do século, com o domínio das ideias da psicologia que predominavam, na época, na Europa.

Neste sentido, Moreira (1999) e Oliveira (1977), argumentam que embora Bruner discuta sobre o processo de aprendizagem no que se refere à sua aplicabilidade dos prêmios e punições, ele não vê a avaliação como uma abordagem comportamentalista, no mesmo sentido que os outros autores cognitivistas como Ausubel e Skinner enxergam. A teoria de Bruner não aceita a necessidade de reforços secundários ou motivações extrínsecas como comportamentos modificados por gratificações que são indicados pelos estudos feitos por Skinner sobre o cognitivismo e que venham por parte do professor ou de outros que queiram incentivar a criança por este tipo de aprendizagem.

Desta maneira, os autores acima ressaltam que a partir do momento em que aluno domina a matéria estudada e, por isso, consegue descobrir, por ele mesmo, a solução do problema, este é o seu ponto de sucesso, a sua avaliação positiva, o êxito, o realce pela satisfação, a motivação intrínseca e competência para o reforço ou *feedback*, perante a Teoria de Aprendizagem cognitiva de Bruner.

Neste sentido, estão relacionadas abaixo algumas considerações que poderiam ser seguidas, segundo Oliveira (1977), durante o ensino curricular referente à transferência de aprendizagem para que ela possa ser mais específica para o aluno:

> 1. Considerar a aprendizagem como descoberta, ou seja, oportunidade de explorar uma situação, ou ainda, aprender a problematizar.
> 2. Instaurar − no professor, e este no aluno − uma atitude para ir além da informação, “usando a própria cabeça” para extrapolar, interpolar, etc.
> 3. Tornar o ensino *compatível* com o sistema de referência do aprendiz, deixando-o relacionar os novos problemas com seus conhecimentos anteriores (ou ajudando-o a isso), com suas estruturas mentais.

> 4.*Ativar* o aprendiz, e prover que a competência e domínio de habilidades etc. tornem-se auto-reforçadores. Reforços extrínsecos podem mascarar este prazer.
> 5.Dar oportunidade ao aprendiz de *praticar* as habilidades e informações requeridas na solução de problemas, levantamento e relacionamento de hipóteses; usar a *heurística* como método – e prover-lhe os instrumentos conceptuais a uma ou mais disciplinas; treinar o aluno em ser conciso.
> 6.*Aceitar* o modo de representação do aluno, sem exigir que ele verbalize tudo – quando ele for capaz de fazer certas coisas, resolver certos problemas, – mas ainda incapaz de verbalizar. Só aos poucos o aprendiz vai aprendendo que uma coisa pode ser falada de diferentes modos, ou também que uma coisa falada pode significar diferentes coisas. Instaurar aos poucos essa substitutividade.
> 7.Usar toda informação e habilidades na solução de problemas: o método de contraste é um dos mais poderosos para ressaltar alternativas relevantes a serem exploradas. (OLIVEIRA, 1977, p. 117-118).

Observa-se que, de uma maneira geral, todas essas considerações podem favorecer a contento a aprendizagem do aluno pelo processo da aprendizagem. Assim sendo, o item 5 enfatiza sobre as heurísticas que significam as estratégias que podem ser utilizadas, como método de ensino, para a resolução dos problemas de matemática.

2.2.3 O currículo em espiral da aprendizagem

> Se respeitarmos os modos de pensar da criança em crescimento, se formos suficientemente corteses para traduzir o material para as *suas* formas lógicas, e suficientemente capazes de desafiá-la a tentar progredir, então será possível introduzi-la precocemente às ideias e estilos que, na vida posterior, fazem um homem educado. (BRUNER, 1976a, p. 48).

O autor relaciona os conhecimentos básicos de princípios e conceitos que foram adquiridos pelo adulto, na sua fase de criança, por ocasião dos seus estudos, nos anos iniciais escolares, com os conhecimentos que expressam valores e, hoje, auxiliam-no de uma maneira ou de outra em seu raciocínio para o cotidiano. Sendo assim, todo assunto que é ensinado à criança de uma maneira atenciosa e digna, respeitando a idade que ela estiver e o modo de representação que ela estiver, é como construir um currículo embasado em conteúdos importantes para o seu aprendizado. Podem ser abordados assuntos referentes às áreas das disciplinas de exatas, biológicas, humanas, mas de uma forma que a criança possa entendê-los.

O ensino das ciências é exemplificado pelas argumentações de Bruner (1976a) e Oliveira (1999) no que diz respeito à possibilidade da dificuldade do entendimento e compreensão de números, probabilidade, medidas que venham a ocorrer pelo processo ensino-aprendizagem. É observado pelos autores que o conceito e cálculo da probabilidade de um experimento qualquer, por exemplo, é muito comum e utilizado pela Ciência Moderna, mas que dificilmente é encontrado noções desse conteúdo, nos primeiros anos do ensino fundamental. Nesta perspectiva, portanto, a melhor maneira de aprendizagem é então iniciar pelas noções básicas desses conteúdos o mais cedo possível as instruções, da maneira mais digna e honesta possível, ou seja, o professor pode traduzir o modo de pensar, de visualizar e de entendimento que a criança possui, conforme a idade que ela representa.

Inicialmente, os conceitos podem ser introduzidos de uma maneira não tão exata, mas de forma mais intuitiva ou através de noções elementares desses conteúdos para que, com o passar dos estágios da criança, citados pela figura 02, página 23, os temas estudados possam ser repassados e ampliados várias vezes em diferentes graus de aprofundamento que as disciplinas aplicadas exigem. A aprendizagem da criança não é realizada de uma só vez. O currículo de um tema não deve ser aprendido de uma só vez, pois a criança deve ter as oportunidades de voltar ou fazer o repasse desse conteúdo ou aprender de forma mais avançada, pelo modo de representação mais desenvolvido, mais simbólico, mais profundo, de forma que se amplie cada vez mais. É um aprendizado que se constitui por acumulação.

3 METODOLOGIAS ALTERNATIVAS NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Na seção anterior foi apresentada a Teoria de Aprendizagem de Bruner, as ideias essenciais que permeiam o desenvolvimento intelectual e o processo de aprendizagem da criança que está associado à resolução de problemas.

Nesta seção da dissertação pretende-se abordar e analisar, primeiramente, o ensino e a aprendizagem dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental e em seguida serão abordadas as diferentes possibilidades metodológicas para a implementação da prática pedagógica de Matemática na sala de aula.

3.1 O ensino e a aprendizagem dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental

Os estudos realizados por Lima (1998) relatam que as aulas de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental são fundamentadas através de um ensino expositivo e treinativo, os quais são pré-determinados pelo professor, onde o mesmo coloca o aluno a reproduzir e treinar repetitivamente modelos e regras, deixando-o, porém, sem autonomia de criação para aprendizagem.

Segundo os estudos referendados por Calazans (1993, p. 19), o ensino da disciplina Matemática, traz de maneira histórica "[...] suas bases fixadas no modelo tradicional de educação, que trata o conhecimento como um conjunto de fatos, leis e fórmulas prontas e abstratas".

Neste contexto, o modelo utilizado para o desenvolvimento da prática pedagógica de Matemática não tem sido eficaz e suficiente o bastante para que os alunos possam demonstrar, com êxito, seu desempenho para dominar os conhecimentos adquiridos na sala de aula, através dos conteúdos básicos da Matemática.

Este desempenho insuficiente dos alunos está focado no processo de ensino e aprendizagem no âmbito das unidades escolares e é realizado pela Prova Brasil, conhecida em todo o país como Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), a qual disponibiliza através de amostragens e porcentagens a avaliação censitária, onde participam as escolas públicas das redes estadual, municipal e federal, com os alunos da 4ª série, atual 5º ano, 8ª série, atual 9º ano e 3ª série do ensino médio, sendo realizada a cada dois anos.

A Prova Brasil é uma das avaliações que se caracteriza como um processo que compõe o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) que está sob a jurisdição da DAEB

(Diretoria de Avaliação da Educação Básica) e do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), os quais estão vinculados ao MEC (Ministério da Educação e Cultura). Ela é usada como fonte de dados para a aprovação escolar que foi conseguida pelo Censo Escolar e das médias de desempenho das avaliações para calcular o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), divulgado pelo Governo Federal a cada dois anos.

O seu objetivo principal é verificar a qualidade, a equidade, a melhoria da educação básica, a diminuição gradativa das desigualdades sociais e o acesso de todos à escola, no país, através de amostras e porcentagens que são retratadas no âmbito do desempenho escolar do Saeb e da Prova Brasil, assim como do fluxo escolar destas escolas públicas.

Nesta perspectiva, as pesquisas do Saeb/Prova Brasil, que foram aplicadas em 2011, mostraram que os alunos da 4ª série, atual 5º ano do Ensino Fundamental, tiveram baixo desempenho escolar de apenas 40% (quarenta por cento) dos conteúdos matemáticos que deveriam dominar sobre o saber e conhecer e conforme os dados pesquisados, os alunos revelaram grandes limitações para efetuarem as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e consequente dificuldade na interpretação e na resolução de problemas básicos matemáticos.

Conforme publicação do INEP, no ano de 2013 foram apresentadas as médias de proficiência dos alunos da rede pelo Quadro 03, a seguir, e a amostragem do percentual por nível de escala de proficiência pelo Quadro 04, cujos dados são referentes aos alunos do atual quinto ano do Ensino Fundamental das redes de ensino do estado, do município e do Brasil.

Quadro 03: Médias de proficiência dos alunos da rede

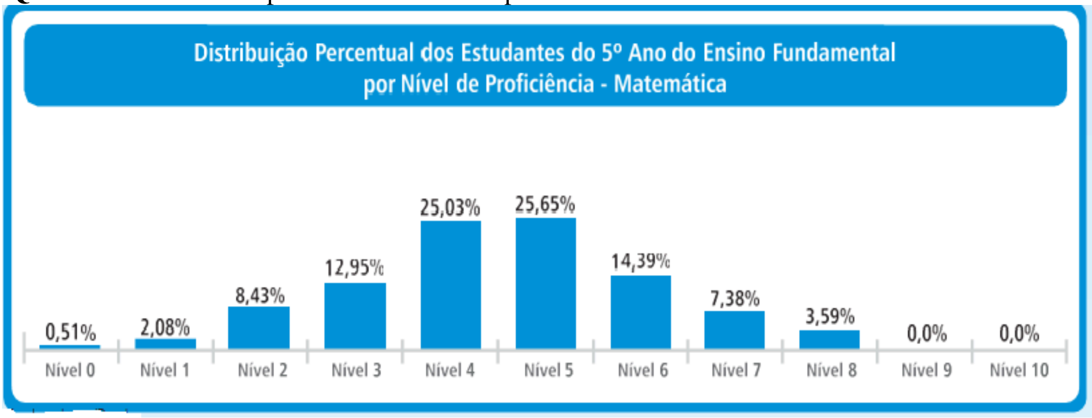
	5º Ano		9º Ano	
	Língua Portuguesa	Matemática	Língua Portuguesa	Matemática
Escolas Federais do Brasil	244.18	257.81	298.02	321.45
Escolas Estaduais do Brasil	198.22	214.11	239.84	244.41
Escolas Municipais do Brasil	187.30	202.53	234.35	238.85
Total Brasil	189.72	205.10	237.78	242.35
Escolas Estaduais do seu Estado	194.84	203.84	241.97	241.91
Escolas Municipais do seu Estado	188.31	200.02	238.19	240.28
Total Estado	188.37	200.06	239.03	240.73
Escolas Estaduais do seu Município			221.31	231.09
Escolas Municipais do seu Município	237.08	260.72	224.15	251.61
Total Município	238.08	260.72	222.28	238.11

Fonte: Dados disponíveis no site do INEP

O Quadro 03 mostra que a média de proficiência total no Brasil em 2013 foi de 205.10 o que demonstra um resultado não muito satisfatório, tendo em vista as condições socioeconômicas das famílias e do meio escolar das crianças, que interferem de maneira direta e diversa no desempenho dos estudantes e precisam ser levadas em conta para melhor avaliação.

Neste contexto, serão abordados abaixo os percentuais das escalas de proficiência dos alunos da rede, a qual vem mais uma vez mostrar o fraco desempenho dos alunos em matemática, conforme quadro 04 abaixo:

Quadro 04: Percentual por nível de escala de proficiência dos alunos da rede



Fonte: Dados disponíveis no site do INEP

O Quadro acima mostra os níveis de proficiência que vão de 0 a 500 pontos e são divididos, portanto, em intervalos de 25 pontos denominados de níveis de proficiência, os quais mostram o acervo de habilidades que as crianças, provavelmente, dominam na área de conhecimento dos conteúdos matemáticos.

Os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental demonstraram uma tímida melhora na amostragem do percentual dos níveis 4 e 5, como mostra o quadro 04, referente aos conteúdos matemáticos, indicando um percentual não significativo no desempenho e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Neste sentido, o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) é de primordial importância também para as metas de qualidade da educação, pois agrega a aprovação e a média de desempenho dos alunos em matemática, com ênfase na resolução de problemas e em língua portuguesa, com ênfase em leitura, a nível nacional. O cálculo do indicador é feito através dos dados obtidos pela aprovação escolar do censo escolar, e das médias de desempenho que o aluno obteve nas avaliações do SAEB composto pelas unidades da federação e pela Prova Brasil, que é composta pelos municípios.

Conforme o Quadro abaixo, podemos observar que no ano de 2015 o IDEB nacional mostra uma pequena melhora em relação ao ano de 2013, ultrapassando as metas que tinham sido previstas para os primeiros anos do ensino fundamental em "0,3" ponto.

Quadro 05: Anos Iniciais do Ensino Fundamental

	IDEB Observado						Metas					
	2005	**2007**	**2009**	**2011**	**2013**	**2015**	**2007**	**2009**	**2011**	**2013**	**2015**	**2021**
Total	**3.8**	**4.2**	**4.6**	**5.0**	**5.2**	**5.5**	**3.9**	**4.2**	**4.6**	**4.9**	**5.2**	**6.0**
Dependência Administrativa												
Estadual	3.9	4.3	4.9	5.1	5.4	5.8	4.0	4.3	4.7	5.0	5.3	6.1
Municipal	3.4	4.0	4.4	4.7	4.9	5.3	3.5	3.8	4.2	4.5	4.8	5.7
Privada	5.9	6.0	6.4	6.5	6.7	6.8	6.0	6.3	6.6	6.8	7.0	7.5
Pública	3.6	4.0	4.4	4.7	4.9	5.3	3.6	4.0	4.4	4.7	5.0	5.8

Fonte: Dados disponíveis no site do INEP

Os resultados do SAEB/Prova Brasil e do IDEB descritos no quadro 05 acima confirmam a realidade brasileira sobre os alunos que cursam os primeiros anos do Ensino Fundamental, referente à existência de um baixo desempenho escolar no âmbito do ensino e da aprendizagem na Matemática.

A disciplina matemática, conforme os PCN, "[...] funciona como filtro para selecionar alunos que concluem, ou não, o ensino fundamental. Frequentemente, a Matemática tem sido apontada como disciplina que contribui significativamente para elevação das taxas de retenção". (BRASL, 1997b, p. 24).

O modelo pedagógico utilizado pelos professores, atualmente, conforme Sadovsky (2007), apresenta práticas semelhantes e rotineiras pelos currículos formais e apresenta necessidades

> [...] das fórmulas e das regras matemáticas por meio de um treinamento de aplicação: *definição, exercício-modelo, exercício de aplicação.* Nesse contexto, perguntas clássicas como "Para que serve isso, professor? De onde veio? Por que é assim?" revelam a inadequação do método de ensino, não permitindo, portanto, a oportunidade de desenvolver um trabalho intelectual mais profundo em sala de aula. Dá muito mais autonomia e prazer um conhecimento de outro tipo, estruturado pela lógica e pela justaposição histórica crescente dos trabalhos dos grandes pesquisadores de todo o mundo, formando um modelo sistematizado. Isso implica a necessidade de se ter uma preocupação clara com a formação do aluno. (SADOVSKY, 2007, p. 7).

Neste sentido, Becker (2001, p. 98) afirma que: “Os alunos costumam rejeitar atividades didático-pedagógicas não por serem difíceis, mas por serem desprovidas de significado”. E em consequência disto, a formação do aluno pode ficar comprometida no momento em que as ações do professor não forem criativas e significativas para ele, no sentido de introduzir um novo conteúdo curricular ou refazer alguma atividade de matemática que ficou errada para melhor fixação da ideia que o professor deseja passar. O referido autor (2001, p. 98) revela que: “É o vazio de significado que amedronta o ser humano e não a dificuldade do empreendimento. Ou melhor dito, uma ação não é difícil por si mesma; o significado que ela representa é que a torna mais fácil ou mais difícil”.

Fazendo uma comparação a isto, Becker (2001) evidencia sobre o significado que as competições relativas ao esporte, às novas tecnologias, aos jogos, possuem para os alunos da escola ou fora dela, onde fica claro o grande esforço que eles são capazes de realizar para participarem, ativamente, desta aula sem demonstrar intolerância por ser um exercício imposto e repetitivo. Se as metodologias do ensino de matemática que o professor aplica forem providas de criatividade e significado para o aluno, como o são as esportivas, a resolução dos problemas não poderia ser mais fácil de compreensão e de aprendizado significativo?

É evidente que inúmeros fatores colaboraram para que esta situação chegasse a este ponto e alguns deles podem ser citados como as metodologias de ensino e as crenças adotadas pelos professores para o desenvolvimento das práticas pedagógicas, que segundo Oliveira (2009, p. 22), “[...] se estruturam de tal forma, que podem constituir um bloqueio difícil de ser rompido e dificultar ou impedir totalmente a efetivação de propostas pedagógicas alternativas e inovadoras”.

Neste contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam também que:

> Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, 1997b, p. 24).

Os estudos realizados por Carvalho (1994) enfatizam a necessidade do professor, que se habilitou ao curso de Licenciatura em Matemática ou ao Magistério e ministra aulas desta disciplina, fazer algumas reflexões sobre as metodologias de ensino utilizadas e apontar as causas, as razões pelas quais, grande parte das crianças não aprendem ou asseguram não entenderem a disciplina de matemática. Neste sentido, a autora questiona qual a melhor forma de sugerir aos professores, que trabalham com as primeiras séries do Ensino Fundamental, um trabalho de ponta que realmente faça esses profissionais serem capazes de realizar um aprendizado de Matemática, no cotidiano da sala de aula.

Neste contexto, o ensino da disciplina Matemática, nos dias atuais, de acordo com Fonseca (1997b, p. 19) é evidenciado pelo "aspecto formal, isto é, apresenta-se como um produto pronto e acabado. O aluno é treinado a adotar certos procedimentos, os quais o levarão à resposta esperada pelo professor".

Diante desta visão, Carvalho (1994) afirma também que a Matemática é tida

> [...] como uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das ideias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências. A consequência dessa visão em sala de aula é a imposição autoritária do conhecimento matemático, por um professor que, supõe-se, domina e o transmite a um aluno passivo, que deve se moldar a autoridade da "perfeição científica". Outra consequência e, talvez, a de resultados mais nefastos, é a de que o sucesso em Matemática representa um critério avaliador da inteligência dos alunos, na medida em que uma ciência tão nobre e perfeita só pode ser acessível a mentes privilegiadas, os conteúdos matemáticos são abstratos e nem todos têm condições de possuí-los. (CARVALHO, 1994, p. 15).

Neste contexto, o professor acaba se tornando, segundo a autora, apenas um transmissor e depositário de conteúdos para os alunos que se tornam, ao longo do tempo, receptores passivos dos saberes dos seus professores e passam a ter como metas, a reprodução desses conteúdos considerados importantes de serem guardados de forma plena.

A forma de repasse desses conteúdos através desta prática pedagógica contínua estimula a dependência e a passividade dos alunos, que passam a reproduzir os conteúdos matemáticos mecanicamente pelos atos da transmissão oral-verbal do professor, a cópia e a repetição treinativa, que foram originadas por ocasião em que os padres jesuítas iniciaram a tarefa de alfabetização dos primeiros povos e índios do Brasil. Atualmente esses atos são praticados na sala de aula, os quais nem sempre levam ao real entendimento da compreensão desses conteúdos. Neste sentido, os PCN afirmam que: "Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não apreendeu o conteúdo". (BRASIL, 1997b, p. 39)

Diante desta realidade do trabalho dos professores, no âmbito da sala de aula, o aluno é levado a criar e aplicar certos procedimentos estratégicos matemáticos para a resolução de determinados problemas que foram transmitidos pelos professores e isso, porém, não demonstra que o aprendiz entendeu o significado deles ou que está compreendendo o problema.

Neste contexto, Carvalho (1994) complementa sobre o sentimento de desgosto manifestado pela grande parte dos alunos que frequentam as aulas de matemática dos cursos de Licenciatura e Magistério, onde a maioria deles poderá ser os futuros professores dos alunos das primeiras séries do Ensino Fundamental da rede de ensino. A partir desse pressuposto esses universitários fazem suposições antecipadas sobre este ensino. A autora (1994, p. 17) evidencia estas suposições afirmando que: “Num ensino onde é necessário submeter-se à autoridade da Matemática, é impossível entender, pois ‘compreender Matemática’ torna-se privilégio das cabeças mais bem dotadas; [...] quem poderia gostar de uma ‘disciplina’ como essa?”.

A consequência lamentável destas suposições, enfatiza Carvalho (1994), é a insatisfação geral deles por não se sentirem enquadrados pela perfeição ou pelo rigor excessivo que a disciplina da Matemática traz com todo o seu poder e a sua diferenciação perante as outras disciplinas e julgam, precipitadamente, a matemática muito distante da sua capacidade de aprendizagem. Este sentimento de desgosto pelas aulas de matemática gera uma enorme passividade e dependência nos alunos destes referidos cursos, tanto perante o professor, quanto perante o livro didático, que é considerado como um norteador dos caminhos que serão percorridos para a resolução dos problemas propostos.

Os efeitos deste sentimento de desgosto e da provável impossibilidade em aprender Matemática nos cursos superiores assinalam concepções pedagógicas inadequadas, as quais são esclarecidas pela autora:

> [...] tem-se um professor que julgará os seus alunos, na maioria, incapazes de aprendê-la. Os poucos alunos que obtiverem êxito nessa difícil tarefa serão considerados especialmente inteligentes. Se o professor durante a sua formação, não vivenciar a experiência de sentir-se capaz de entender Matemática e de construir algum conhecimento matemático, dificilmente aceitará tal capacidade em seus alunos. (CARVALHO 1995, p. 17).

Nesse contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam que é necessária a formação de cidadãos éticos através do empenho do professor na participação positiva das atividades da sala de aula no sentido em que ele possa ter maior confiança na sua capacidade como agente ativo e autônomo da disciplina ministrada. O professor poderá também procurar respeitar a forma de pensar do aluno e dos outros professores, tendo em vista que cada aluno traz para a sala conhecimentos adquiridos anteriormente, que favorecem à sua aprendizagem, na sala de aula ou fora dela para que haja a construção de conhecimentos matemáticos através da interação diária e significativa entre o professor e seus alunos.

Além do mais, os Parâmetros Curriculares Nacionais consideram que

> Isso ocorrerá na medida em que o professor valorizar a troca de experiências entre os alunos como forma de aprendizagem, promover o intercâmbio de ideias como fonte de aprendizagem, respeitar ele próprio o pensamento e a produção dos alunos e desenvolver um trabalho livre do preconceito de que Matemática é um conhecimento direcionado apenas para poucos indivíduos talentosos. (BRASIL, 1997b, p. 32).

O individualismo na sala de aula pode ser considerado inadequado à aprendizagem do aluno, mas poderá ser superado a partir do momento em que as relações humanas entre professores e alunos forem mais recíprocas e melhor trabalhadas para que a interação, o companheirismo e a parceria possam ser mais valorizados e praticados, na sala de aula, que, segundo afirma Becker (2001, p. 98), é o "[...] lugar de construção do conhecimento em que professor e alunos são atores, em que todos são ativos e responsáveis – sem diluir a assimetria dessa responsabilidade – pelo planejamento e organização de ações significativas".

Para Antunes (2010) aprender significa que o professor construiu conhecimentos a partir da comparação da realidade de cada aluno e da construção da prática de vida que advém desta realidade através do ensino da sala de aula. A partir daí, ele tem esperanças que o aluno aprendeu o conteúdo, mas a convicção desta aprendizagem, para o referido autor, vem no momento em que o professor:

> - considera a realidade objetiva ou as circunstâncias que envolvem seu aluno; isto é, quem este aluno é, o que sabe, o que busca saber, onde se pretende levá-lo com a aprendizagem;
> - confronta essa realidade com alguns saberes escolares da disciplina que trabalha;
> - observa que associação seu aluno pode fazer, relacionando suas circunstâncias e os saberes acessados e levando em conta suas experiências individuais e as regras sociais existentes. [...]
> - Domina o conteúdo que visa transmitir, sendo capaz de percebê-lo em sua essência, isto é, na realidade objetiva do momento. Um saber somente importa ser ensinado quando instiga o aluno a uma associação ao mundo que vive, a realidade com a qual convive, os saberes que já acumulou. É assim mais que evidente que a matemática, por exemplo, só possui uma razão para ser ensinada se puder ajudar este aluno a usá-la nas compras que

> faz, nas notícias que lê, nas relações que o cercam. (ANTUNES, 2010, p. 32-33).

Conhecer as concepções de valores como também a realidade do aluno e saber o que ele busca através da aprendizagem, percebendo e avaliando a sua realidade socioeconômica, a história de vida que ele traz, suas expectativas, são tarefas que nem sempre são realizadas na sala de aula, embora possam ajudar de alguma forma o aluno a perceber e a sentir o interesse do professor por sua aprendizagem e, consequentemente, o professor poderá levar a construção de conhecimentos aos seus alunos pela capacidade e formas de interação professor-aluno inerentes entre eles e o mundo, mais facilmente.

Neste sentido, D'Ambrosio (2009) afirma que,

> [...] o professor não é o sol que ilumina tudo. Sobre muitas coisas ele sabe bem menos que seus alunos. É importante abrir espaço para que o conhecimento dos alunos se manifeste. Como uma vez disse Guimarães Rosa: "Mestre é aquele que às vezes pára para apreender." Daí a grande importância de se conhecer o aluno exigindo do professor uma característica de pesquisador. (D'AMBROSIO, 2009, p. 85).

Aquele professor que, apesar das tensões pertinentes ao processo educativo dentre alguns deles a precarização salarial e os parcos recursos financeiros destinados às escolas, consegue dar atenção e ensinar com interação os alunos através do seu empenho, dedicação e responsabilidade pela profissão que exerce, transmite, com esmero, os conhecimentos curriculares matemáticos formais que sabe aos seus alunos. Por esta razão, o conhecimento que aos estudos realizados por D'Ambrosio (2009, p. 84) evidenciam como "[...] aquilo que ninguém pode tirar de alguém, que é conhecimento [...]", pode facilitar os caminhos da aprendizagem do aluno por uma questão simples de sentimento e de dedicação pelo trabalho que o professor desempenha, na sala de aula e também não só apenas por uma questão salarial, mas por um ato de doação. Nesse sentido, o professor poderá conduzir seu aluno a uma educação política e cidadã e poderá ser chamado de um "verdadeiro professor".

Desta forma, esses conhecimentos lógicos e matemáticos inerentes ao aluno começam a fazer sentido quando ele começa a perceber o significado que possuem os conteúdos curriculares formais associados ao seu *"modus vivendi"* e vinculados ao seu cotidiano, como por exemplo, fazer troco, contar dinheiro, contar e trocar figurinhas e etc.

Neste contexto, as crianças, principalmente as menores, do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental, precisam aprender a associar, conforme afirma Lerner (1995), os saberes matemáticos desenvolvidos pelas suas atividades escolares com os saberes da matemática existentes no seu cotidiano como os jogos, o dominó, o baralho, o banco imobiliário, pular corda e outros, pois para elas esses saberes estão desvinculados um do outro.

Além do mais, a autora ressalta sobre uma das afirmações de um professor que foi entrevistado em sua pesquisa de campo e também mostra a fala de alguns alunos do 5º ano do Ensino Fundamental que conseguiram relacionar o trabalho-tarefa desempenhado pelos seus pais, como, por exemplo, executar medições, fazer compras no comércio, economizar na poupança, com os saberes matemáticos da sala de aula. Esse professor enfatizou, conforme afirma Lerner (1995, p. 7) que, “[...] as crianças tinham que saber para que serve o que se ensina na escola. Não se deve ensinar assim...longe da realidade”.

Esse apontamento do professor foi muito pertinente para a referida pesquisa e leva a autora enfatizar que:

> [...] é necessário fazer um esforço para que as crianças descubram desde o princípio que a utilidade da matemática ultrapassa os muros da escola. As crianças têm múltiplas experiências relacionadas com o conhecimento matemático e estas experiências tinham que constituir-se em objetivo de análise no marco escolar. [...] são muitos os projetos de integração que se poderiam desenvolver ao levar em conta a vinculação da matemática com outras áreas do conhecimento. Se o trabalho matemático que se realiza nas escolas relaciona-se mais com a vida das crianças e dos adultos fora dela, seria possível que as crianças se interessem mais por ela e, positivamente, que a temam menos. (LERNER, 1995, p. 7).

A partir do momento em que as crianças aprendem de maneira lúdica, elas aprendem com interesse, com envolvimento, com alegria e sem perceberem estão, automaticamente, aprendendo conteúdos matemáticos como saber contar, somar, diminuir e repartir.

As crianças permanecem pouco tempo na escola, uma média de cinco a seis horas por dia e o restante do tempo ficam com seus pais, ou assistem TV, ou vão ao shopping e têm outras centenas de lazeres como as brincadeiras lúdicas, os jogos que podem ser desenvolvidos por elas, tanto dentro como fora da escola e que são formas ou atividades de aprendizados que poderiam ser relacionados com os saberes matemáticos ensinados e potencializados pela escola formal.

A Matemática, rainha das ciências, segundo os estudos realizados por Cortella (2008),

> [...] provoca uma admiração imensa, e até espanto, naqueles que têm a exatidão com validade universal como um critério para a verdade absoluta; não podemos esquecer, entretanto, que essa ciência é a mais *humana* de todas, pois resulta da pura abstração e da criação livre de nossas mentes. [...] Tem a matemática uma beleza muito grande enquanto construção teórica e uma utilidade indubitável para os conhecimentos em geral; todavia é inegável que os objetos com os quais trabalha não têm correspondência na realidade material, não estão maculados pela "mundidade" da natureza. A correspondência entre a matemática e os objetos matemáticos é uma construção nossa; [...]. (CORTELLA, 2008, p. 86).

Haja vista que a "matemática é a mais humana das ciências", conforme o autor, percebe-se que ela se torna um contínuo fazer ou uma construção continuada de cunho social e histórica inerente ao cotidiano do homem. O fazer matemático, fora da escola, é observado nas formas mais simples de convivência como, por exemplo, a criança brincando com outra faz conta de cabeça para resolver de forma lúdica, um problema em questão com o seu coleguinha, sem perceber que está aprendendo matemática, pois este cálculo é atraente, é significativo para a criança e, portanto, esse cálculo resolve seu problema, naquele momento, porque ela precisa dele.

As crianças podem aprender Matemática com aquilo que se relaciona com a vida delas como as brincadeiras lúdicas que são palpáveis e estão mais próximas a elas, pois a Matemática trata com a invenção humana e, consequentemente, o lúdico e o concreto desenvolvem o raciocínio lógico e cognitivo das crianças.

A escola formal de países como a Índia e os países escandinavos ensinam a matemática de forma lúdica e prazerosa onde as crianças aprendem brincando de maneira divertida e alegre. No Brasil, pelo contrário, as práticas pedagógicas levam o conhecimento dos conteúdos matemáticos pelas atuais escolas formais, mas segundo Cortella (2008, p. 85) afirma esse "[...] *conhecimento* é entendido como algo acabado, pronto, encerrado em si mesmo, sem conexão com a sua produção histórica". Sendo assim, segundo o autor, a Matemática poderia ser ensinada pelos conhecimentos que levassem o prazer ao aluno no ato do aprendizado e não levar o martírio e a tortura como é observado, atualmente, nas escolas.

Apesar dos fatos, dos acontecimentos estarem prontos e fixos na natureza, no mundo para serem estudados, a Matemática juntamente com outras disciplinas entre elas a Biologia, as Ciências, a Geografia, a História, literatura e outras não estão estáticas e acabadas. As inovações tecnológicas e a busca de metodologias alternativas como a internet, a música, o cinema possibilitam aos professores destas ciências novas formas de levar ao seu aluno saberes e olhares diferentes para seu aprendizado.

Sendo assim, a Matemática por ser de natureza da criação da mente humana não está inerte. Os homens pensantes e inteligentes, o bastante, como são, como afirma Cortella (2008), nunca observaram

> [...] um número 1, uma derivação, uma matriz, uma equação de 2º grau, uma raiz quadrada etc., fora do mundo humano. Quando ensinamos que “2+2=4” (em qualquer época e para qualquer um) menos para a Arte que é mais livre ainda, não deixemos de esclarecer que isso é possível porque inventamos o “2”, o “+”, o “=” e o “4”. (CORTELLA 2008, p. 86).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam que as atividades matemáticas do dia a dia dos alunos podem desenvolver neles uma inteligência fundamentalmente prática, onde eles aprendem a resolver uma gama de problemas e desenvolvem uma capacidade eficaz de lidar com eles, com grande facilidade. A partir do momento que esta capacidade for revigorada pela escola formal, a aprendizagem dos alunos terá resultados promissores e isto significa dizer que a Matemática é uma ciência que está em constante construção e invenção humana e seus conhecimentos afloram pela realidade que a expressam, tendo em vista que o aluno relaciona a Matemática com os demais temas das outras disciplinas e também entre as atividades utilitaristas da sua rotina diária.

Entretanto, as práticas de ensino realizadas pela reprodução dos atos treinativos e pela aglomeração de informações, não tem tido sucesso para a aprendizagem em Matemática, segundo os PCN, “[...] nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial”. (BRASIL, 1997b, p. 38).

Neste sentido, os estudos realizados por Becker (2001) questionam que

> É possível, ou desejável, hoje, dar a mesma aula, usando os mesmos exercícios, os mesmos recursos didáticos, os mesmos livros, as mesmas formas de avaliação, os mesmos conteúdos, a mesma forma de exposição para crianças tão diferenciadas em suas necessidades e possibilidades de aprendizagem? [...] Que tipo de aluno queremos? Alunos passivos, obedientes, resignados e que fazem da repetição de algo externo e com pouco sentido uma referência para sua forma de ser? Apenas alunos talentosos, bem-nascidos, previamente selecionados por suas capacidades ou facilidades? Alunos ativos, responsáveis, autônomos, que podem fazer perguntas, construir conhecimentos, testar hipóteses, argumentar, enfrentar situações-problema, com direitos e deveres na escola e na sociedade? (BECKER, 2001, p.7-8).

Os alunos independentes e com maior autonomia de aprendizado, viabilizado pelas metodologias de ensino vigentes, poderiam ser muito mais fáceis de lidar e de trabalhar com eles pela sua aptidão e talento apresentados na sala de aula, embora não querendo menosprezar jamais os demais, pois esses últimos são os que realmente necessitam da ajuda séria e mútua dos seus professores para que a interação professor-aluno seja bem-sucedida.

Neste sentido, os estudos realizados por D'Ambrosio (2009, p. 90) afirmam que: "A função do professor é a de um associado aos alunos na consecução da tarefa, e consequentemente na busca de novos conhecimentos. Alunos e professores devem crescer, social e intelectualmente, no processo".

Mas, esses apontamentos interativos entre professores e alunos sugeridos pelo autor estão sendo executados ou trabalhados, na sala de aula, de maneira que esta interação possa levar o ensino e a aprendizagem de forma que capacite o aluno ou estão sendo ignorados, literalmente, pelos professores de matemática no Ensino Fundamental?

Além do mais, os estudos realizados pelo mesmo autor afirmam também que:

> O caráter errôneo de uma educação matemática orientada fortemente ao utilitarismo é reforçado pelo aparecimento das calculadoras e dos computadores. A educação matemática tradicional é, na verdade, obsoleta e ineficiente. Por outro lado, o utilitarismo não atende à nova ênfase sobre as aplicações aos problemas reais do mundo. Uma abordagem verdadeira deve tomar uma direção diferente. [...] A dinâmica curricular está presente na sala de aula, mas o currículo de matemática é decidido de forma bastante conservadora, [...]. (D'AMBROSIO, 1998, p. 28).

As pesquisas de investigação realizadas por Giardinetto (1999) apontam que os conhecimentos curriculares são aplicados e preparados, para uma turma como os alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental, de acordo com as exigências da escola formal e a lógica da transmissão dos saberes metódicos e sistematizados por ela. Sendo assim, essa lógica, afirma Giardinetto (1999, p.8) "[...] permite a compreensão das coisas muito além daquela lógica da vida cotidiana que fornece as condições de orientação do mundo e familiarização das coisas no âmbito mais imediato, prático-utilitário".

É evidente perceber que o conhecimento da vida cotidiana ou o conhecimento prático utilitário, de acordo com o autor, é muito importante para qualquer disciplina e também para qualquer aluno e traz com isso contribuições que valorizam, eminentemente, seu conteúdo e chega até ser indispensável às metodologias pedagógicas vigentes. Mas é a partir desse ponto que o mesmo autor considera que existe um problema de cunho pedagógico pela supervalorização e eficiência do conhecimento da vida cotidiana em detrimento e perda da relação existente entre os conhecimentos da escola formal caracterizada pela matemática escolar.

Sendo assim, ainda segundo o mesmo autor, percebe-se a possibilidade de haver considerações, entendimentos, algum equilíbrio ou reflexões que poderiam ser feitas sobre esta supervalorização que se encontra entre os conhecimentos do dia a dia, da realidade dos alunos e os conhecimentos dos saberes que são viabilizados pelo processo ensino e aprendizagem da matemática formal escolar.

Esses saberes são abordados em algumas pesquisas sobre a Educação Matemática, pois para o referido autor, "[...] a apropriação desse saber nessa instância socializadora, é indispensável para a formação do cidadão, porque, sem a apropriação desses instrumentos culturais, ele não tem como participar dessa sociedade e ficará sempre marginalizado". (GIARDINETTO, 1999, p. 8-9)

Conforme os estudos realizados por Mendes (2009a),

> A matemática escolar deve valorizar o conhecimento cotidiano como base cognitiva para que os alunos possam aprofundar seu pensamento matemático, até organizá-lo como conhecimento escolar. Esse processo deve enriquecer a construção de modelos baseados nas experiências vivenciadas por eles. (MENDES, 2009a, p. 24).

A transmissão dos conhecimentos escolares é de responsabilidade da escola formal e segundo o mesmo autor, "A abordagem dada à matemática escolar deveria, portanto, dialogar com a matemática cotidiana de modo compatível e explícito, baseando-se muito mais naquilo que está implícito – a estratégia matemática do pensamento". (MENDES, 2009a, p. 24).

O aluno institucionalizado pela escola democrática, a qual é responsável pela transmissão formal dos conhecimentos escolares, pode se tornar um cidadão de formação histórico-social, enquanto inserido na sociedade e no mundo do trabalho.

As tendências do ensino em Educação Matemática, conforme as investigações realizadas por Fiorentini (2007), exploram o ensino e a aprendizagem da matemática, os quais veem crescendo muito nas últimas décadas, tanto no Brasil quanto em outros países, no sentido de possibilitar que a Educação Matemática mostre seus conhecimentos, como também apresente campo de atuação para a pesquisa e o ensino, onde ela possa responder algumas questões que lhe são próprias sobre investigação.

Nesse caminho, segundo o autor supracitado, "[...] a EM[8] caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar". (FORENTINI, 2007, p. 5).

Em face desses apontamentos, a necessidade de implementação de práticas pedagógicas modernas e inovadoras que favoreçam a aprendizagem dos saberes matemáticos pelos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental é compreensível e de extrema urgência.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem novas sugestões que abordam sobre os saberes matemáticos, nomeando-as como a história da Matemática, as TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação), os jogos e a didática da resolução de problemas, entre outras sugestões mencionadas pelos PCN, que não serão abordadas nesta pesquisa. Assim sendo, elas pretendem superar com as ideias ainda predominantes no ensino da disciplina matemática, principalmente nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

3.2 A História da Matemática

O ensino da Matemática, conforme esclarece Mendes (2008), vem progressivamente crescendo, nos últimos anos, através de estudos teóricos e práticos pelo cunho investigativo realizado por pesquisadores e estudiosos para que a disciplina matemática possa ser inserida no contexto e utilização da História, como instrumento de trabalho, no Ensino da Matemática e portanto, a História da Matemática poderá ser utilizada como construção do conhecimento matemático escolar.

Para Mendes (2009a),

> O uso de atividades como recurso para aprendizagem da matemática geralmente é desenvolvido nas primeiras séries do ensino fundamental, devido à concepção dos professores acerca do processo de construção desse conhecimento pelas crianças. Entretanto, acreditamos que, de acordo com o nível de complexidade do conhecimento a ser construído pelos estudantes, independente do nível escolar em que se encontrem, é adequado o uso de atividades que favoreçam a interatividade entre o sujeito e o seu objeto de conhecimento, sempre em uma perspectiva contextualizadora que evidencie três aspectos do conhecimento: o cotidiano, o escolar e o científico, principalmente quando são rearticulados ao longo do processo de manuseio de qualquer componente da atividade (o material manipulativo, as orientações

[8] "EM" – sigla que significa Educação Matemática

> orais e escritas e o diálogo estabelecido durante todo o processo ensino-aprendizagem, etc.). (MENDES, 2009a, p.87).

Os conhecimentos do cotidiano, segundo o autor, diferem dos conhecimentos escolar e científico por serem evidenciados pelos processos construtivos e formativos do contexto de ordem sociocultural e por interagirem de forma contextual nas atividades e nas ações específicas que os alunos desenvolvem na vida cotidiana. Nesse sentido, o aluno possui um papel predominante, no aspecto didático da sua participação na investigação histórica, ou seja, a construção do seu conhecimento é formada pela sua interação participativa e efetiva com o professor e os outros alunos, em sala de aula.

A História da Matemática, segundo afirmam os Parâmetros Curriculares Nacionais de 1997, é utilizada como um recurso metodológico para o ensino da Matemática Escolar vigente para ressignificar várias circunstâncias acerca das ideias matemáticas que porventura estão sendo construídas pelo aluno no sentido de responder aos seus questionamentos sobre os "porquês" que possam advir das dúvidas que porventura, surgem e, neste sentido, colaborar de alguma forma para que o olhar dos objetos de conhecimento possa ser evidenciado de forma mais crítica.

Desta forma, os estudos sistematizados por Mendes (2008) relatam que:

> A utilização da História da Matemática surge como uma proposta que procura enfatizar o caráter investigatório do processo de construção do edifício matemático, podendo levar os estudiosos dessa área de pesquisa à elaboração, testagem e avaliação de atividades de ensino centradas na utilização de informações históricas relacionadas aos tópicos que pretendem investigar. Ultimamente, o interesse pela História como ferramenta de ensino tem crescido bastante em virtude da busca de contextualização e inserção da Matemática em um meio e em uma época bem definida. (MENDES, 2008, p.40).

As práticas pedagógicas de matemática dentro da sala de aula, tanto para os alunos do Ensino Fundamental quanto para aos alunos do ensino Médio, conforme Mendes (2009b), podem suscitar questionamentos sobre a razão de estudar algum tópico ministrado pelo professor, justamente pelo fato de os alunos não acharem nenhuma associação ou semelhança deste tópico com a sua vida cotidiana. Sendo assim, este é o momento oportuno do professor declinar as explicações necessárias sobre a razão de estudar tal tópico referenciado e começar a adotar as práticas de ensino-aprendizagem com as devidas adaptações pedagógicas que vão de encontro ao nível de entendimento dos alunos, sob os aspectos da história da matemática evidenciando, porém, o tópico matemático.

Nesse sentido, Valdés (2006), através de seus estudos realizados afirma que:

> Assim como tem crescido o interesse pela história da matemática em relação ao seu ensino nos últimos anos, também se tem incrementado a busca de relações entre a matemática e sua história como ferramenta didática e como campo de investigação. Como exemplo disso, podemos mencionar que a Comissão International de Instrução Matemática (ICMI) incluiu este tema na agenda do International Congress in Mathematics Education (ICME) realizado no Japão (2000). (VALDÉS, 2006, p. 24).

O número de alunos indiferentes, desmotivados que chegam até a ignorar e recusar o ensino e aprendizagem nas aulas de matemática, de acordo com o autor, é de considerável expressão e desta maneira estas circunstâncias mencionadas podem levá-los ao fracasso escolar. Diante de tal situação, o enfoque histórico é utilizado para evidenciar a matemática como uma proposta metodológica que, conforme o mesmo autor (2006, p. 25), “[...] atua como motivação para o aluno, já que através dele descobrirá a gênese dos conceitos e métodos que aprenderá na sala de aula. Em outras palavras, permitirá deixar patente a origem das ideias matemáticas”.

Valdés (2006) argumenta que os tópicos da história da matemática são considerados importantes e interessantes para muitos alunos, pois é a partir desta prerrogativa que a história da matemática pode ser considerada um dos motivos que levam a motivação ao aluno pela concepção holística e a concepção matemática. A primeira delas, a holística, retrata os conhecimentos matemáticos que são divulgados pela história da matemática e podem ser ligados a outras perspectivas de conhecimentos da cultura humana. Já a concepção matemática é originada do estudo e das lembranças dos matemáticos de outros tempos, que estudaram e desenvolveram conceitos e problemas da sua época. Nesse aspecto, muitos alunos poderão também achar esses problemas interessantes e desafiadores para a realização e aprofundamento dos seus estudos.

Os estudos sistematizados por Mendes (2008) afirmam que,

> Para efetivarmos um ensino-aprendizagem significativo em matemática, é necessário utilizarmos as atividades históricas, buscarmos no material histórico existente todas as informações úteis à condução da nossa ação docente e somente a partir daí orientar os estudantes à realização de atividades. Surge, porém, nesse momento, uma questão: Como conduzir esse processo? Esse questionamento se resolve quando fazemos uma reflexão acerca da

> necessidade de se buscar a investigação histórica como meio de (re)construção da matemática produzida em diferentes contextos sócio-culturais e em diferentes épocas da vida humana. (MENDES, 2008, p.41).

Os egípcios e os gregos, uns dos povos mais antigos do planeta terra, desenvolveram, segundo Mendes (2009a; 2006), através das suas necessidades básicas e prementes, que estavam associadas aos problemas e costumes de caráter político, social e econômico daquela época, práticas que possibilitaram o desenvolvimento de técnicas para fazer medições a partir da sombra que as pirâmides formavam, devido às alterações climáticas anuais daquelas áreas territoriais. Essas técnicas foram tão bem desenvolvidas por eles, que com o passar do tempo conseguiram aperfeiçoá-las para medir alturas e distâncias de inúmeros objetos existentes na época, inclusive distâncias que eles não tinham como calcular, por exemplo, a distância entre a terra e a lua, o raio do planeta terra e outros. O relógio do sol, usado para medir o tempo, que inicialmente era medido pela sombra de um bastão apoiado ao solo, foi também aperfeiçoado com o passar do tempo e foram criados os *gnomons* que eram obeliscos de pedra colocados em lugares estratégicos para fazer as medições do tempo.

Essas técnicas desenvolvidas pelos egípcios e gregos, conforme Mendes (2009a; 2006) podem ser utilizadas pelos professores para que eles as transformem e as adaptem em atividades de sala de aula no sentido de mostrar ao aluno como se constrói o relógio do sol e também ensinar como fazer medidas pela sombra de objetos, para explorar o ensino das noções básicas de razões e proporções trigonométricas para que os alunos aprendam e apreendam esses conceitos embasados na história da matemática para fins de contribuir, significativamente para a qualidade e a melhoria no ensino e na aprendizagem da matemática escolar. O desenvolvimento dessas técnicas utilizadas pelos egípcios e gregos descritas acima, são utilizados, comumente, para os alunos do ensino médio mas, conforme Mendes (2006, p. 126), esses exemplos de contextualização da história da matemática podem ser aplicados como atividades de sala de aula, “[...] bem como as possíveis adaptações que podem ser feitas durante o ensino da matemática nos níveis fundamental ou médio”.

Pode-se explorar também com essas técnicas, o Sistema Métrico Decimal, tópico da matemática básica, para mostrar como medir pelas distâncias decorrentes da sombra formada por algum objeto ou árvore, onde o aluno poderá reconhecer, medir e desenhar a altura dos inúmeros triângulos que poderiam ser formados pela sombra do sol, no pátio da escola mesmo ou em algum lugar onde o sol possa incidir com frequência para a realização e sucesso das atividades propostas pela história da matemática para a construção do conhecimento matemático dos alunos na sala de aula.

Essas atividades escolares fazem com que seja alterada a rotina e a dinâmica no ambiente escolar de ensino e aprendizagem, fazendo com que os alunos possam sair das "quatro paredes da sala de aula" para terem, conforme Mendes (2009b, p. 108) "[...] um ensino mais prático e dinâmico por parte do professor e dos estudantes, de modo que ambos lancem mão das brincadeiras, de atividades práticas e experimentos" para uma aula mais animada e diferente que traga o entusiasmo para o aprendizado do aluno.

Assim sendo, como forma de contextualização e dinamismo dessas atividades nas aulas de matemática pela história da matemática serão abordados os estudos realizados por dois matemáticos, com recortes, que contribuíram de maneira eficaz, segundo Fossa (2006):

> [...] Teon de Smyrna e Nicomachus de Gerasa. [...] Teon tende a ser mais abstrato e conciso, enquanto Nicomachus tende a incluir mais material explicativo e exemplos numéricos. [...] Em qualquer caso, é certo que os dois conheceram bem a filosofia platônica e fizeram parte da tradição neopitagórica, com a sua ênfase na matemática como a chave para a compreensão do mundo. (FOSSA, 2006, p. 140-141).

Teon e Nicomachus, pertencentes à era atual do segundo século, trouxeram, segundo Fossa (2006), contribuições significativas sobre números e formas geométricas e também a divulgação de um método que pode mostrar a divisão, a definição de números primos e também a definição e o conceito de números e suas várias relações.

Inicialmente, o autor descreve sobre o algoritmo da divisão numérica e o seu ensino-aprendizagem pela criança e esclarece que:

> A divisão é uma das mais problemáticas barreiras no ensino da aritmética. Isto porque a divisão não é uma verdadeira operação sobre os inteiros, não sendo fechada para esse conjunto. Mesmo assim quando abordada de forma apropriada, através, por exemplo, da ideia de repartir um conjunto de objetos, é um conceito bastante intuitivo. Se, no entanto, insistirmos na ideia de repartir um conjunto de objetos igualmente entre um certo número de pessoas, a criança que não domina a noção de frações terá um grande problema em decidir quem ficará com o resto. (FOSSA, 2006, p. 144).

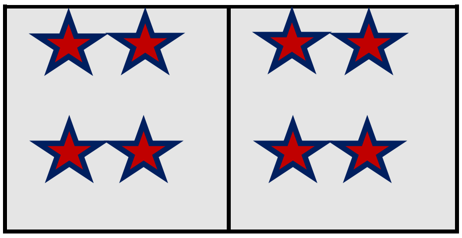
Conforme o mesmo autor, para que a criança entenda melhor a definição do resto na divisão e evitar assim, conflitos ou discórdias desnecessárias entre elas, o autor descreve o método de Teon e Nicomachus que define números pares e ímpares dentro da classificação dos números naturais.

Os estudos realizados por Fossa (2006) esclarecem também que:

> O aluno geralmente aprende os conceitos de números pares e ímpares através de definições como um número par é um número que é divisível por 2 ou um número par é um número que tem 2 como um fator. Tais definições claramente pressupõem o conceito de divisão e, portanto, não seriam úteis na apresentação da referida operação ao aluno. [...] Então, ainda segundo nossos autores antigos, números pares são os que podem ser repartidos em dois grupos iguais. (FOSSA, 2006, p. 145).

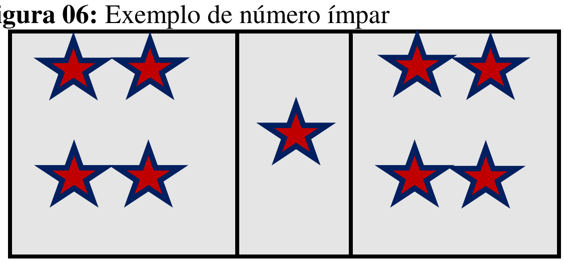
Sendo assim, o autor representa os números pelos grupos de objetos que os alunos do ensino básico possam adquirir, mais facilmente, como grãos de milho, palitos de fósforo ou de picolé, estrelas, tampinhas, dados ou qualquer outro material que possa ser utilizado para definir os números pares ou ímpares, como nos exemplos das Figuras abaixo:

Figura 05: Exemplo de número par



Fonte: Autoria própria com fundamento em Fossa, 2006, p. 145

Figura 06: Exemplo de número ímpar



Fonte: Autoria própria com fundamento em Fossa, 2006, p. 146

A utilização da ideia de repartir representando o número 08 por estrelas, conforme figura nº 05 que podem, segundo afirmações de Fossa (2006), ser divididas em dois grupos com igual número de estrelas. Na figura 06, como o número 09 é ímpar, fica impossível de dividi-lo em grupos com o mesmo número de estrelas como foi indicado na figura, sobrando, portanto, uma estrela.

Os alunos, sendo alfabetizados ou não, o professor pode indicar, ainda segundo o autor, que eles façam uma investigação nos números naturais para verificar quais deles são pares ou ímpares. Os alunos que já estão alfabetizados podem utilizar o mesmo procedimento indicado acima e relatar num papel os números naturais, o número de estrelas que eles representam, se esse número pode ser dividido em grupos de dois ou não e a sua classificação entre par ou ímpar. Aos alunos que não foram alfabetizados, o professor pode distribuir certo número de estrelas confeccionadas por cartolina ou os alunos podem desenhar através de ilustrações para que eles classifiquem se as estrelas cabem em dois grupos ou não.

O material didático manipulável dinâmico ou material concreto utilizado pelo professor deve ser de boa qualidade, adequado e que ao ser utilizado pelo professor traga ao aluno incentivo e motivação para o seu aprendizado, mas, conforme Mendes (2008, p. 11), "Infelizmente, o professor frequentemente usa o material concreto de forma inadequada tal qual uma peça motivadora ocasional, ou como uma demonstração feita por ele em que o aluno é um mero espectador, o que é pior ainda".

3.3 Tecnologias da Informação e Comunicação

As TIC, como são comumente conhecidas, trazem grandes contribuições também como um dos recursos alternativos metodológicos para as práticas pedagógicas a serem utilizadas para a melhoria do ensino e da qualidade na educação, tanto dos primeiros anos do Ensino Fundamental, como nos demais anos, na sala de aula ou fora dela.

Percebe-se que as novas tecnologias como os computadores, a internet, as multimídias digitais inseridas, no mundo do trabalho, estão cada vez mais se ampliando no contexto da sociedade atual como forma de contribuir em todos os segmentos, inclusive nas áreas do conhecimento, na escola e assim sendo os PCN afirmam desde os anos noventa que:

> O computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e aprender junto com seus colegas. Trocando suas produções e comparando-as. [...] Ele é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seja pela sua destacada presença na sociedade moderna, seja pelas possibilidades de sua aplicação nesse processo. Tudo indica que seu caráter lógico-matemático pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que ele permite um trabalho que obedece a distintos ritmos de aprendizagem. (BRASIL, 1997b, p. 47-48).

Neste sentido, a informática se tornou, segundo afirmam Borba e Penteado (2001), o fenômeno cultural a partir do momento em que ela se desenvolveu muito a partir de 1950 mediada pelos grandes empreendedores de negócios, do comércio, das guerras, da ciência, onde ela se integrou por quase todas as atividades humanas. É percebido, portanto, que esse acesso à informática chegou à escola um pouco mais tarde, favorecendo, portanto, aos alunos a cidadania e segundo os autores supracitados, “[...] o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos a tecnologias desenvolvidas por essa mesma sociedade”. (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 17).

Neste contexto, as pesquisas de Perrenoud (2000) relatam que:

> A escola não pode ignorar o que se passa no mundo. Ora, as novas tecnologias da informação e da comunicação (TIC ou NTIC) transformam espetacularmente não só nossas maneiras de comunicar, mas também de trabalhar, de decidir, de pensar. (PERRENOUD, 2000, p. 125).

O mundo tem se transformado com o advento das novas tecnologias. De acordo com Sancho e Hernandez (2006), através de surpreendentes mecanismos inerentes aos computadores e suas inovações tecnológicas como seus aplicativos e a internet, e por isso as TIC se inserem cada vez mais nesse contexto mundial transformando o homem e suas atividades do cotidiano e na escola, onde elas podem, conforme os referidos autores, “[...] melhorar o ensino, motivar os alunos ou criar redes de colaboração. Daí vem a fascinação exercida por essas tecnologias sobre muitos educadores, que julgam encontrar nelas a nova pedra filosofal que permitirá transformar a escola atual”. (SANCHO; HERNANDEZ, 2006, p. 17)

É de fácil percepção que as novas tecnologias embora possam ajudar e contribuir sobremaneira com o aprendizado, no sentido de alavancar e melhorar o ensino e aprendizagem dos alunos, o que poderia ser feito para integrar essas novas tecnologias nas escolas?

Segundo ainda os mesmos autores

> De um lado, diferentes organismos internacionais (Unesco, OCDE, Comissão Europeia, etc.) advertem sobre a importância de educar os alunos para a *Sociedade do Conhecimento*, para que possam pensar de forma crítica e autônoma, saibam resolver problemas, comunicar-se com facilidade, reconhecer e respeitar os demais, trabalhar em colaboração e utilizar, intensiva e extensivamente, as TIC. Uma educação orientada a formar este tipo de indivíduo requereria professores convenientemente formados, com grande autonomia e critério profissional. (SANCHO; HERNÁNDEZ, 2006, p. 20).

A partir de meados do século XX, com o advento das novas tecnologias e da comunicação foi, segundo os autores, concebida uma nova cultura denominada de cultura digital, que cresceu e cresce exponencialmente até nos dias atuais. Essa cultura mediada pela comunicação proporcionou ao mundo do trabalho contemporâneo avanços tecnológicos capazes de dar suporte ao homem no âmbito do seu desenvolvimento intelectual.

A importância das culturas digitais se faz presente na vida dos jovens, pois eles praticamente já nascem familiarizados pelas novas tecnologias mediadas pelos meios de comunicação. Na vida dos mais velhos, a importância é parcial e gradativa, pois é na medida em que as necessidades do uso das tecnologias digitais surgem no âmbito do seu trabalho e na vida de cada um deles que eles começam a se interessarem por usar esses recursos.

Sendo assim, é fácil perceber que esta cultura digital, como está presente em todos os segmentos contemporâneos do mundo globalizado, reflete também nos meios escolares, onde a interação/comunicação professor-aluno e aluno-aluno é importante e necessária e nesse sentido, Sancho e Hernández (2006, p. 19) afirmam que, “Os cenários de socialização das crianças e jovens de hoje são muito diferentes dos vividos pelos pais e professores”.

Ademais, a interação professor-aluno pode ser realizada tanto por parte dos professores que podem ensinar aprendendo com os alunos do mundo da era digital, como os alunos podem aprender ensinando com os professores o conteúdo escolar, na sala de aula, pois segundo os PCN: “Isso traz como necessidade a incorporação de estudos nessa área, tanto na formação inicial como na formação continuada do professor do ensino fundamental, seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar *softwares* educacionais”. (BRASIL, 1997b, p. 47).

Neste caminho, Moran (2007, p. 8) afirma que: “A educação é um processo complexo, que depende de consciência e ação política e estratégica constante e continuada de todos os governantes e gestores”. O autor esclarece também que há na educação brasileira uma “descontinuidade política e de gestão” e também uma conscientização das ações das práticas pedagógicas para mudanças alternativas no conceito do ato de ensinar e de aprender, no contexto da escola ou fora dela, as quais são situações emergentes e desafiadoras tanto para os professores quanto para a própria escola.

Além do mais, o mesmo autor afirma também que

> As mudanças que estão acontecendo são de tal magnitude que implicam reinventar a educação, em todos os níveis, de todas as formas. As mudanças são tais que afetam tudo e todos: gestores, professores, alunos, empresas,

> sociedade, metodologias, tecnologias, espaço e tempo. (MORAN, 2007, p. 10).

Atualmente percebe-se que as novas tecnologias estão presentes em todos os segmentos da sociedade, inclusive nos templos de oração, nos oráculos, onde é visto pelo menos um recurso de mídia sendo utilizado para a propagação das ideias religiosas. Assim sendo, qual a razão das novas tecnologias não estarem presentes ou estarem inseridas, pelo menos parcialmente, nas escolas como nos segmentos abordados? Onde estão os problemas? Na formação continuada dos professores para adequar o ensino e a aprendizagem pelas TIC? Nos recursos, no espaço e no tempo escolar para adquirir novos equipamentos? Nas metodologias de ensino atuais que podem ser transformadas pelas TIC?

Diante de um quadro que promove a situação pedagógica no cotidiano, Perrenoud (2000, p. 139) destaca que as novas tecnologias não estão centradas nas tecnologias propriamente ditas, mas no que se "Concerne às *aprendizagens*. Trata-se de passar de uma escola centrada no *ensino* (suas finalidades, seus conteúdos, sua avaliação, seu planejamento, sua operacionalização sob forma de aulas e de exercícios) a uma escola centrada não no aluno, mas nas aprendizagens". O autor coloca em dúvida também se esta nova situação escolar dos professores aplicarem as novas tecnologias nas aprendizagens dos alunos, podem ser dominadas por eles para que de alguma forma possa auxiliar o ensino e também a eles próprios.

Os relatos do mesmo autor evidenciam que,

> Cada vez mais os CD-ROMs e os *sites* multimídia farão uma séria concorrência aos professores, se estes não quiserem ou não souberem utilizá-los para enriquecer seu próprio ensino. [...] Em que consiste a competência dos professores? Sem dúvida, em utilizar os instrumentos multimídia já disponíveis, do banal CD-ROM a animações ou a simulações mais sofisticadas. (PERRENOUD, 2000, p. 137-138).

A evolução tecnológica globalizada campeia a passos largos, segundo escreveu o autor, e a cada dia surgem novos computadores associados a novos aplicativos como *softwares* e programas cada vez mais sofisticados que favorecem a pesquisa, o ensino e a aprendizagem. Programas que projetam imagens sintéticas, emitem sons virtuais e fazem com que se pareçam cada vez mais com os movimentos reais e etc. Toda essa cultura tecnológica reflete no contexto social, principalmente no escolar, alterando assim, os modos de leitura, da linguagem, da escrita. O ato de pesquisar e de ensinar pelos métodos didáticos tradicionais as disciplinas como literatura, história e física, por exemplo, podem até ser mais fáceis para o professor aplicá-las, do que ficar muito tempo programando ou explorando documentos, no computador. Mas, se as tendências para a evolução das TIC já estão muito avançadas nos dias atuais, imagine daqui a alguns anos? Certamente esses recursos estarão ainda mais evoluídos.

É afirmado por Sancho e Hernández (2006, p. 27) que: "[...] é mais fácil conseguir fundos para comprar equipamento do que para transformar as concepções e práticas educativas". O autor menciona sobre as transformações, as mediações que as TIC podem trazer para o sistema educacional e que podem ser analisadas, entendidas e serem adequadas de forma que ofereçam condições básicas de trabalho para os professores, os administradores, os gestores, os pais, a escola.

Para Moran (2007),

> A escola não pode concentrar todos os seus esforços só na melhoria do ensino, nas atividades didáticas. A escola precisa de gestão eficiente, de envolvimento da comunidade de pais, das competências da cidade, e de integração aos vários órgãos governamentais. [...] A educação escolar precisa, cada vez mais, ajudar todos a aprender de forma mais integral, humana, efetiva e ética, integrando o individual e o social, os diversos ritmos, métodos, tecnologias, para construir cidadãos plenos em todas as dimensões. (MORAN, 2007, p. 10-11).

A escola precisa de todos os seus componentes como os administradores, os especialistas, os gestores, os professores, os alunos, os amigos da cidade e também a família, segundo menciona o autor, deve fazer parte desta sociedade escolar, pois não há como fazer a educação sem a família. O aluno, quando percebe que seus pais valorizam a escola e passam a participar das reuniões de colegiado, por exemplo e visitam a escola, periodicamente, passa a gostar e a se interessar pelos estudos. É necessário fazer com que a escola seja um lugar aprazível que gere estímulos e motivações para todos os componentes ligados a ela, valorizando assim, a pesquisa através de métodos que os alunos participem mais ativamente das aulas, tanto dentro da sala de aula como fora dela.

3.4 Jogos

Os jogos são qualificados por fazerem parte dos recursos alternativos para o desenvolvimento cognitivo da criança e veem se efetivando, a cada dia. Os professores podem utilizá-los como proposta de adequação das práticas metodológicas, em sala de aula, para a melhoria do ensino e da qualidade na educação e também para o desenvolvimento social e interativo das crianças.

As referências sobre jogos para os PCN enfatizam que:

> Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências, normas e controle. [...] um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver. (BRASIL, 1997b, p. 48-49).

Alguns alunos possuem certas resistências com a Matemática e se bloqueiam ou se fecham como se fossem uma ostra marinha e por mais que queiram participar das aulas não conseguem trabalhar com este sentimento interior de resistência. Por constrangimento, o aluno não consegue dirigir ao professor suas dúvidas referentes a certos conteúdos ministrados, fazendo com que a disciplina de Matemática se torne um problema, um martírio para eles.

A importância dos jogos como alternativa e recursos metodológicos está voltada para a socialização e interação mútua que poderá ser formada por equipes de alunos para a realização de atividades, em sala de aula, onde possam ser incentivados, o prazer, o interesse e o envolvimento pelo desafio lúdico e o bem-estar em aprender pelos jogos, os conteúdos matemáticos abordados pelo professor.

Para Moura (1999),

> O professor vivencia a unicidade do significado de jogo e de material pedagógico, na elaboração da atividade de ensino, ao considerar, nos planos afetivos e cognitivos, os objetivos, a capacidade do aluno, os elementos culturais e os instrumentos (materiais e psicológicos) capazes de colocar o pensamento da criança em ação. [...] O professor é, por isso, importante como sujeito que organiza a ação pedagógica, intervindo de forma *contingente* na atividade auto-estruturante do aluno. (MOURA, 1999, p. 84).

O professor, quando programa suas aulas de forma lúdica, através de jogos para introduzir algum conteúdo matemático, ele necessariamente poderá ministrar, segundo o autor, esta ação pedagógica observando o alcance, os objetivos que poderão ser investigados pela prática e pelo potencial que os jogos proporcionam aos alunos, tendo em vista que não é qualquer jogo que está relacionado ou associado aos conteúdos matemáticos que promove a construção de conhecimentos dos alunos. Nesse contexto, o desenvolvimento do raciocínio cognitivo, lógico e intuitivo da criança pode ser facultado pelas perspectivas dos jogos como metodologia de ensino e aprendizagem na resolução de problemas.

Para Smole, Diniz e Cândido (2007),

> A perspectiva metodológica da resolução de problemas baseia-se na proposição e no enfrentamento do que chamaremos de situação-problema. Em outras palavras, ampliando o conceito de problema, devemos considerar que nossa perspectiva trata de situações que não possuem solução evidente e que exigem que o resolvedor combine seus conhecimentos e decida-se pela maneira de usá-los em busca da solução. (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2007, P. 14).

As atividades lúdicas geralmente tendem a criar muitas expectativas e podem até conduzir as crianças para o lado da indisciplina, do desalinho, na sala de aula. Neste sentido, o professor, com toda a sua autonomia pedagógica, pode estabelecer ordem e disciplina necessária para o começo das atividades, observando, porém, que os jogos demandam a compreensão e o conhecimento de regras preestabelecidas para serem obedecidas e também para a busca de soluções. Desta forma, Smole, Diniz e Cândido (2007, p. 14) definem que "[...] as regras são parâmetros de decisão, uma vez que, ao iniciar uma partida, ao aceitar jogar, cada um dos jogadores concorda com as regras que passam a valer para todos, como um acordo, um propósito que é de responsabilidade de todos".

Consequentemente, as intenções do professor em levar o entendimento das regras e dos jogos propriamente ditos aos alunos relacionados a essas atividades, podem ser alcançadas a partir do momento em que seus alunos começam a entender que o significado das atividades lúdicas está relacionado com a formação e a construção dos conhecimentos matemáticos deles próprios.

Segundo os estudos de Moura (1999),

> [...] a importância do jogo está nas possibilidades de aproximar a criança do conhecimento científico, levando-a a vivenciar "virtualmente" situações de solução de problemas que aproximem daquelas que o homem "realmente" enfrenta ou enfrentou. [...] O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que pouco a pouco será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e estudo de novos conteúdos. (MOURA, 1999, p. 85).

A construção do conhecimento, conforme escreveu Kishimoto (1999), é potencializada e explorada pela utilização dos jogos, haja vista a motivação interna que advém deles. Neste sentido, o brinquedo pedagógico e educativo é utilizado de forma lúdica e de forma a incentivar esta construção do conhecimento para alcançar assim, a estrutura do seu espaço, com o objetivo de brincar, na educação dos primeiros anos.

O desenvolvimento cognitivo da criança está ligado e relacionado à utilização das atividades lúdicas na Matemática e aos materiais concretos que são utilizados pelos jogos. Desta forma, nem todos os tópicos da Matemática possuem uma relação direta pela concepção e utilização dos jogos, mas, de qualquer forma, eles motivam a capacidade de questionar e de analisar de forma racional, motivando assim, o senso de caráter investigativo dos alunos, a interação social, os quais favorecem aos poucos a aprendizagem e o entendimento de certos conteúdos curriculares da Matemática.

Para Grando (2000),

> A linguagem matemática, de difícil acesso e compreensão do aluno, pode ser simplificada através da ação no jogo. A construção, pelo aluno, de uma linguagem auxiliar, coerente com a situação de jogo, propicia estabelecer uma "ponte" para a compreensão da linguagem matemática, enquanto forma de expressão de um conceito, e não como algo abstrato, distante e incompreensível, que se possa manipular independentemente da compreensão dos conceitos envolvidos nesta exploração. O registro no jogo, gerado por uma necessidade, pode representar um dos caminhos à construção desta linguagem matemática. (GRANDO, 2000, p. 37).

As práticas alternativas proporcionadas pelos jogos, de uma maneira geral, podem auxiliar o aluno, conforme esclarece a autora, de forma que seja facilitado a ele a exploração e o entendimento de certos conceitos matemáticos que são facultados pelas estratégias e pelas regras estabelecidas pelos jogos, pois os caminhos para se chegar a estas estratégias são semelhantes.

Os jogos são utilizados como forma alternativa para a metodologia de ensino na resolução de problemas e segundo a mesma autora,

> O jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo. O cerne da resolução de problemas está no processo de criação

> de estratégias e na análise, processada pelo sujeito, das várias possibilidades de resolução. No jogo ocorre fato semelhante (GRANDO, 2000, p. 32).

Percebe-se, nas atuais salas de aula, que quando o professor inicia sua aula introduzindo conceitos matemáticos formais sobre determinado tópico curricular em que relaciona a resolução de problemas a serem resolvidos pelos alunos, eles ficam desanimados e inflexíveis, se fecham e até desprezam ou rejeitam a determinação da atividade sugerida pelo professor referente à situação-problema. Sendo assim, os PCN afirmam que:

> [...] o saber matemático não se apresenta ao aluno como um sistema de conceitos, que lhe permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação (BRASIL, 1997b, p. 43).

Mas se, ao contrário, o professor procurar planejar melhor suas aulas através dos recursos alternativos dos jogos, por exemplo, os quais estimulam o interesse e motivam o prazer ao aluno, eles poderão aceitar com mais facilidade os conteúdos matemáticos que serão aplicados posteriormente.

Para jogar, os alunos criam e formalizam, sem perceberem, estratégias e deduções lógicas, quantas vezes forem necessárias, para tentar vencer o seu parceiro e através desta dinâmica prazerosa para eles, vão aprendendo a construir conceitos para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico, de forma semelhante aos que adquiriram pelos jogos. Sendo assim, Moura (1999, p. 80) enfatiza que, "A criança, colocada diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da brincadeira e, desse modo, apreende também a estrutura matemática presente.", o que facilita a realização de cálculos mentais, o domínio das quatro operações fundamentais e outros.

3.5 Resolução de Problemas

A resolução de problemas é um dos recursos alternativos metodológicos utilizada como um caminho para o ensino da disciplina Matemática. Nesse sentido, os PCN, afirmam que:

> O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via de ação refletida que constrói conhecimentos. (BRASIL, 1997b p. 45).

Desta forma serão abordadas, na próxima seção, a resolução e a formulação de problemas conceituadas por autores diversos. Pretende-se focar na diferença entre os tipos de problemas existentes e nas diferenças entre problemas e exercícios. A razão dessas diferenças se deve à Teoria de Bruner estar vinculada à ideia de problemas e não a de exercícios.

4 FUNDAMENTOS TEÓRICOS E PRÁTICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Na seção anterior, foram analisados o ensino e a aprendizagem pelos saberes matemáticos vigentes, na sala de aula e em seguida, serão estudadas as propostas metodológicas alternativas, as quais poderão ser utilizadas para aplicação dos conteúdos matemáticos aos alunos do Ensino Fundamental I.

O objetivo desta seção é apresentar aos leitores abordagens sobre os saberes teóricos e práticos que evidenciam e investigam as práticas docentes na sala de aula sobre a resolução e formulação de problemas de Matemática, nos primeiros anos do Ensino Fundamental I, os quais são indispensáveis à formação dos alunos que correspondem à faixa etária de 06 (seis) aos 10 (dez) anos de idade, no âmbito da aprendizagem significativa através do conteúdo programático escolar adotado.

O ensino da Matemática pela resolução e formulação de problemas, de acordo com as concepções e estudos desenvolvidos por Echeverría e Pozo (1998), se torna evidente e importante pela reforma de caráter educativo que retrata o espírito psicopedagógico na educação, pois faz com que o aluno possa entender as necessidades de se adequar às mudanças geradas pelo desenvolvimento tecnológico, cultural e profissional para que ele se torne apto a defrontar situações novas que requerem dele conhecimentos novos, capacidades e competências para a aprendizagem.

Nesta perspectiva, os mesmos autores afirmam que:

> [...] ensinar os alunos a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitida pelo livro-texto ou pelo professor (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 09).

Considerando a importância desses estudos e pesquisas é que serão apresentadas algumas das principais abordagens, com recortes, que norteiam os estudos sobre a resolução e a formulação de problemas, as quais evidenciam a prática pedagógica dentro da sala de aula.

4.1 As abordagens da resolução de problemas, seus propósitos e objetivos

Os estudos realizados por Branca (1998) mostram que a resolução de problemas é muito abrangente e está presente em várias profissões possuindo, porém, significados e interpretações diferentes desde os livros didáticos adotados nos anos iniciais até a aplicação da matemática para a resolução de problemas da vida humana cotidiana.

Conforme a autora, estas interpretações sobre a resolução de problemas podem ser entendidas como metas que são as finalidades primordiais para estudar e aprender a matemática.

Como um processo são os meios pelos quais os estudantes usam ou procuram a melhor forma, o caminho mais fácil, os meios para buscar a resolução de determinados problemas.

E as habilidades básicas são interpretadas como a própria resolução de problemas, as quais são aplicadas como parâmetros específicos, como os conteúdos, os tipos e os métodos de solução desses problemas apresentados aos estudantes pelo currículo escolar.

Osborne (1998) afirma que na década dos anos 80 a resolução de problemas foi muito bem indicada e apontada como importante ponto x da questão para o currículo escolar, através das propostas apontadas pelo Projeto NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), pois esse projeto enfatizou indicações sobre as habilidades básicas, o conteúdo, o ensino, o planejamento de currículos e cursos, a utilização de computadores e calculadoras, dentre outras, tudo isso com o propósito de rever as metodologias do ensino de Matemática para ajudar e habilitar os alunos na resolução de problemas.

O currículo de matemática para Musser (1998, p.188), “[...] deveria basear-se mais em *estratégias* do que em *conteúdo* [...]” para o fortalecimento do aprendizado da resolução de problemas, pois é percebido nos cursos que enfatizam o conteúdo, ou cursos conteudistas, que as habilidades e o conteúdo escolar, propriamente ditos, estão muito presentes no cotidiano escolar e as estratégias ficam, simplesmente, de lado.

Essas estratégias analisadas pelo autor como 1. Tentativa-e-erro, 2. Padrões, 3. Resolver um problema mais simples, 4. Trabalhar em sentido inverso, 5. Simulação, não são ponderadas pelos professores no decorrer do ano letivo e, consequentemente, deixam em segundo plano o ponto central do desenvolvimento do aprendizado, as estratégias da resolução de problemas.

O mesmo autor deixa bem claro que os alunos poderiam, em primeiro lugar, estudar e priorizar as variadas estratégias de resolução de problemas de matemática e seu conteúdo para mais tarde reconhecerem que estas estratégias se tornam mais amplas e abrangentes e podem se relacionar com outras áreas do conhecimento no âmbito da física, da química, da economia e das artes.

A resolução de problemas, de acordo com Polya (1977),

> [...] é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o

> que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. (POLYA, 1977 p. 3).

É percebido, pelas palavras desse autor, que o professor, ao transmitir o conteúdo matemático para o desenvolvimento da sua aula, deve ensinar aos seus alunos de uma maneira prática, prazerosa, estratégica e com a maior naturalidade possível, tantas vezes quantas forem necessárias, tornando mais interessante suas ideias, como situações problemas de variadas maneiras. O professor pode relatar outros problemas que possuem correlação semelhante ou mais simples de entendimento para que suas aulas não condicionem a seus alunos o cansaço mental, causando desinteresse pelas mesmas.

As estratégias ajudam os alunos a aprenderem pela imitação e prática através das narrativas sugestivas proferidas pelo professor e entendem também a importância da participação ativa deles juntamente com os colegas de sala de aula não só para o simples aprendizado de operações mentais, mas também para outros conhecimentos da educação ou vivenciados pelo aluno.

Os estudos realizados por Diniz (2001) definem resolução de problemas como metas que agregam e organizam pontos de vista estritamente metodológicos pelas maneiras de ensinar e de aprender que habitualmente são praticadas pela metodologia vigente, ou seja, a metodologia utilizada atualmente é enriquecida pelas práticas pedagógicas eficazes e diferenciadas daquelas que são praticadas no cotidiano escolar, as quais são definidas como situações problema, que levam ao aluno o aprendizado e o favorecimento para a melhor maneira de resolver os problemas acrescidos dos conhecimentos do professor.

Moreno (2008) faz alguns questionamentos sobre a didática matemática:

> Qual seria o obstáculo que um aluno pode enfrentar se os problemas que lhe são oferecidos são sempre os mesmos? Por que se empenharia na busca de novos modos de resolução se com o que sabe consegue resolver? Como poderia decidir quais procedimentos utilizar se o professor lhe "dita" o que deve fazer? A aprendizagem termina, nesse caso, transformando-se em um ato de "fé": tem de fazer procedimentos, porque o professor lhe pede, tal e como lhe pede. (MORENO, 2008, p. 51).

A importância desses questionamentos faz com que os professores possam repensar a didática da matemática sobre a resolução de problemas, pois ela não se restringe apenas aos problemas e exercícios prescritos nos livros didáticos puramente. A autora afirma que considerando que existem diferentes formas de resolver problemas é permissível aos alunos que haja interação entre eles para que através da participação ativa da turma, frente ao problema apresentado, eles possam achar o melhor caminho para a resolução.

De acordo com os estudos realizados por Pozo (2008),

> [...] a solução de problemas e a realização de exercícios constituem um *continuum* educacional cujos limites nem sempre são fáceis de estabelecer. Entretanto, é importante que nas atividades de sala de aula a distinção entre exercícios e problemas esteja bem definida e, principalmente, que fique claro para o aluno que as tarefas exigem algo mais de sua parte do que o simples exercício repetitivo. (POZO, 2008, p. 17).

É esclarecido pelo autor que existem diferenças entre exercícios e problemas, embora elas sejam ministradas como atividades curriculares, em sala de aula e ele afirma também que os limites para estas diferenças não são, às vezes, tão simples de serem demonstradas. Essas diferenças podem ser bem definidas pelo professor através da resolução de problemas matemáticos e pela continuidade educacional do processo ensino-aprendizagem propostas pela Teoria de Bruner, a qual está vinculada à ideia de problemas e não a exercícios. Desta forma, a resolução de problemas pode ser enfatizada pela importância que possui no currículo escolar formal da matemática e consequentemente, ela pode fazer os alunos pensarem e refletirem mais um pouco e não apenas exercitarem, simplesmente resolvendo repetidamente, uma lista de exercícios pelas habilidades *sobreaprendidas*, como recursos prévios que o aluno já traz, como práticas automatizadas e rotineiras, mas insatisfatórias para atingir as metas de resolução. Os exercícios, portanto, segundo afirma o mesmo autor (p. 16), são modos de resolução que "[...] dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução".

Somente pode ser considerado um problema uma situação, pelos escritos de Pozo (2008),

> [...] na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. (POZO, 2008, p. 16).

Pensar e refletir sobre os problemas, afirma o mesmo autor, significa que o professor pode incitar e estimular seus alunos no âmbito das referidas habilidades já citadas e também pelos hábitos, conhecimentos estratégicos e atitudes onde eles possam encarar a aprendizagem como problemas. Esses problemas demandam procedimentos heurísticos e certas habilidades que podem levar a motivação aos alunos para que possam chegar à meta pretendida, a resolução, tanto para as atividades escolares formais como para os problemas de ordem da vida cotidiana.

Para o desenvolvimento do pensamento criativo e produtivo das crianças na resolução de problemas, Dante (2010, p. 23) afirma que: "É claro que não há uma maneira de ensinar as crianças 'como devem pensar' produtivamente diante de um problema. O mais importante é oferecer a elas 'oportunidade para pensar' e discutir as várias maneiras empregadas nesse processo".

Incentivar e oportunizar ao aluno a pensar, pelas interações da sala de aula, é importante para o seu aprendizado, mas é importante ressaltar que apesar dessa afirmativa do Dante de que não se pode levar ao aluno a aprender a pensar de forma produtiva, existem muitas ações como as vivências profissionais dos sujeitos, práticas cotidianas desenvolvidas pelos professores, tais como procedimentos de algoritmos, práticas mecanicistas, no interior da sala de aula ou fora dela que podem levar aos alunos a adquirirem mecanismos como a imitação, automatismos de ação pedagógica que os professores não têm a intenção de ensinar. Muitas práticas educacionais adquiridas como aluno, depois como professor decorrem de situações vivenciadas ao longo do tempo com as quais o professor não tem, num primeiro momento, a intenção de ensinar, mas que de alguma forma acaba adquirindo e repassando aos alunos sem perceber.

Partindo dessas concepções é necessário, portanto, evidenciar mais algumas definições de outros autores, constituindo assim, as distinções existentes entre exercícios e problemas como forma de conhecimento, tanto para os profissionais da área da educação, como para os docentes que militam com os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nesta perspectiva, o ensino da matemática evidenciado na resolução de problemas está relacionado abaixo por duas propostas, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> - o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
> - o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema

> se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. (BRASIL, 1997b, p. 43);

Neste sentido, complementando as diferenças entre exercícios e problemas, Dante (2010, p. 48) afirma que: "*Exercício*, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas". Sendo assim, é de fácil compreensão que listas repetitivas e contínuas de exercícios elaboradas pelo professor ou extraídas do livro didático para os alunos resolverem, na sala de aula ou fora dela, não desenvolvem o entendimento, o raciocínio lógico deles. É simplesmente uma forma de exercitar as habilidades de treinamento e aplicação de procedimentos automatizados sem nenhuma associação ou vínculo com conceitos interdisciplinares.

Por outro lado, um problema matemático é definido, como a maior parte deles, segundo as pesquisas de Dante (2010, p. 50), como "[...] problemas-padrão, que não os desafiam. Os alunos devem ser colocados diante de problemas que os desafiem, que os motivem, que aumentem sua curiosidade em querer pensar neles e em procurar solucioná-los".

Desta maneira, é necessário e relevante que o professor utilize a sua criatividade e interesse pelo conteúdo curricular para que ele possa levar o conhecimento aos alunos pelo processo ensino-aprendizagem, através de situações problemas que possam trabalhar com diferentes formas alternativas de aprendizagem como a história da matemática, os jogos, as Tecnologias da informação e comunicação e também pela resolução de problemas, pois do contrário o próprio professor pode gerar a desmotivação, o desinteresse e o desgosto do aluno, pelas aulas de matemática.

Sendo assim, o professor pode trabalhar no âmbito dos diferentes tipos de problemas como os que serão citados e exemplificados no próximo tópico desta pesquisa. O docente pode mostrar enunciados de problemas que demonstram, segundo o mesmo autor, a realidade e não o artificialismo, problemas de relativa facilidade de compreensão pelo seu linguajar e que instiguem e estimulem a curiosidade e o interesse do aluno pelo seu enunciado entre outros, como forma de mostrar as situações problemas que desafiam o aluno.

Aliando, portanto, o incentivo e o estímulo do professor a estas situações problemas, as quais podem gerar motivação, nos alunos, é afirmado por Charnay (1996, p. 43) que: "[...] Só existe aprendizagem quando o aluno percebe que existe um problema para resolver [...] quer dizer, quando reconhece o novo conhecimento como meio de resposta a uma pergunta".

Neste contexto, é necessário fazer com que o aluno enxergue os problemas como situações que promovam o desafio intelectual, segundo o mesmo autor, ou como se fossem barreiras ou obstáculos a serem vencidos e quando são vencidos, podem levar à motivação prazerosa pela descoberta de novos conhecimentos realizados pelo próprio aluno para o seu aprendizado.

Os estudos realizados por Pais (2006) demonstram que:

> [...] a resolução de problemas é uma estratégia para trabalhar com os valores educativos da Matemática, e não estimular competições pela via do conhecimento. No contexto escolar, compete-nos refletir sobre a importância de o aluno envolver-se com o desafio intrínseco ao conhecimento matemático. A partir desse pressuposto, acreditamos que a aprendizagem da Matemática se torna mais significativa, pois o aluno experimenta a sensação de descoberta do novo, por seus próprios méritos, mesmo prevendo a interatividade contida no trabalho em equipe. Essa sensação de descoberta é de suma importância para o desenvolvimento intelectual do aluno. (PAIS, 2006, pp. 135-136).

Os livros didáticos apresentam propostas curriculares para o ensino de Matemática sobre a aprendizagem da resolução de problemas, conforme o autor, os quais valorizam esse ensino formativo, mas é de responsabilidade dos professores e dos próprios autores dos livros didáticos adequar e sistematizar esta valorização da aprendizagem na sala de aula. Nesse contexto, segundo afirma o mesmo autor, esta aprendizagem pode ser significativa e educativa para possibilitar o envolvimento e o raciocínio dos alunos com o conteúdo matemático de uma forma que possa estimular neles a descoberta deste aprendizado mesmo no trabalho em equipe e não de uma forma competitiva, como a hierarquização intelectual e a ordem de classificação entre eles.

As perspectivas sobre a resolução de problemas por Onuchic (1999) esclarecem que:

> O ponto central de nosso interesse em trabalhar o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática. [...] É importante ter a visão de que compreender deve ser o principal objetivo do ensino, apoiados na crença de que o aprendizado de matemática, pelos alunos, é mais forte quando é autogerado do que quando lhes é imposto por um professor ou por um livro-texto. (ONUCHIC, 1999, p. 208).

Os alunos são competentes o bastante para associarem as muitas ideias matemáticas contidas nos problemas de Matemática e conseguem, conforme afirma Onuchic (1999), extrair deles o caminho para a resolução das situações apresentadas pelos professores. Além disso, possuem a capacidade de construir relações que envolvem essas ideias levando, consequentemente, ao aumento considerável da sua compreensão.

Os promotores curriculares, os autores dos livros didáticos, os próprios professores regentes, os professores avaliadores da aprendizagem, poderiam focar mais, conforme relata a autora, na compreensão do aluno, de maneira que ela passa a ser o porto seguro das situações apresentadas na sala de aula e não só na resolução de problemas. A Matemática não se restringe apenas como ferramenta de trabalho para a resolução de problemas. Neste contexto, Onuchic (1999, p.208) afirma que a compreensão do problema vem para complementar esta visão como, “[...] um caminho de pensar e um organizador de experiências [...]” para que possa ampliar a visão restrita que é observada na resolução de problemas dos currículos e conceder ao aluno amplos caminhos para adquirirem novas técnicas e conceitos frente aos conhecimentos e habilidades.

Os estudos sistematizados e realizados por Circe e Moysés (2011, p. 33) afirmam que: “[...] um dos primeiros passos a ser considerado, ao concebermos a Resolução de Problemas como uma possível metodologia de ensino, é a escolha adequada do problema”. O problema deve estar no nível de compreensão dos alunos, nem fácil demais ou difícil demais para que eles possam entendê-lo, antes de se pensar em algum caminho estratégico de resolução. Nesse sentido Pozo (1998, p. 22-24) afirma que: “Para que essa compreensão ocorra, é logicamente necessário que, além dos elementos novos, o problema contenha problemas já conhecidos que nos permitam guiar a nossa busca de solução”.

Além do mais, para resolver o problema sugerido, satisfatoriamente, conforme as variadas estratégias são necessárias, segundo Circe e Moysés (2011), que eles propiciem distintas maneiras de resolução e por esta razão, eles são denominados de problema rico.

Os autores citam alguns pontos questionáveis que podem auxiliar os alunos para os procedimentos da resolução dos problemas: “Quais os dados que o enunciado permite conhecer? Quais as relações que são dadas? O que é desconhecido? [...]”. (CIRCE; MOYSÈS, 2011, p.34)

Diante desses questionamentos realizados por esses autores, serão abordadas, como forma de resposta, as estratégias de resolução de problemas propostas por Polya (1977), onde ele afirma que para chegar à solução de um problema proposto em sala de aula, o professor pode adotar o desenvolvimento de quatro etapas distintas.

Na primeira etapa recomenda-se aos alunos que façam a leitura, a interpretação e a compreensão minuciosa do enunciado do problema para que possa ser feito o plano de ação da resolução. O professor, com a sua didática, pode levantar alguns questionamentos sobre os dados que foram pedidos no problema, chamando a atenção e o interesse dos seus alunos, no sentido de estimular o envolvimento e o interesse deles pela resolução de problemas. O que o problema está pedindo? Os dados, os elementos solicitados no problema são suficientes para encontrar a resposta?

Na segunda etapa verifica-se como os dados do problema estão relacionados entre si, observando assim, os valores relacionados com os dados e a incógnita que o problema está pedindo para obter-se uma ideia global do plano de ação. O professor pode levar seus alunos a pensarem ou observarem situações de outros problemas ou problemas da vida real que sejam semelhantes aos solicitados no problema proposto.

A terceira etapa é denominada de resolução deste plano. O professor, no ato de passar o conteúdo curricular a seus alunos, pode escolher um problema que não seja muito fácil ou difícil demais a ponto de gerar desinteresse nos alunos, mas que incite neles o envolvimento, o interesse e a compreensão pela resolução do problema proposto. Os alunos precisam participar desta importante etapa para a fixação do conteúdo curricular passado pelo professor e compreenderem que cada passo escolhido para a resolução do problema é importante para seu aprendizado. O aluno que utiliza seu plano de ação individual ou recebeu alguma ajuda dos colegas em grupo, por exemplo, pode estar convicto de que os passos que foram utilizados para se chegar à solução do problema estão corretos, pois houve a fixação da ideia e, consequentemente, o aluno não esquecerá facilmente dela. Neste contexto, Polya (1977) afirma que o mesmo não ocorrerá se o aluno aceitar simplesmente a ideia preconcebida por outros, como a influência do professor para resolver o problema, pois neste caso não haverá a fixação da ideia.

E na quarta e última etapa, recomenda-se uma revisão completa da resolução do problema, perpassando por todas as etapas sugeridas, interagindo com os alunos sobre os procedimentos utilizados se descritos na lousa, além do professor poder também fazer o levantamento de questões, as quais não ficaram claras o suficiente no ato dos procedimentos utilizados no problema, chegando à solução dele pela verificação das etapas para que não haja qualquer forma de erro.

O aluno, quando esboça seu plano para resolver qualquer problema em sala de aula, proposto pelo professor, enfatiza Polya (1977), direciona os caminhos que percorre e os esforços de raciocínio que faz para acertar o problema e daí então ele fica satisfeito e desejoso para resolver outros, pois o professor pode estimulá-lo ainda mais, sugerindo a ele que pense um pouco mais ou desafie seu raciocínio para utilizar o método ou os caminhos estratégicos do presente problema para os próximos que virão.

A definição de resolução de um problema de matemática para Butts (1998) significa:

> [...] o verdadeiro prazer em estudar matemática é o sentimento de alegria que vem da resolução de um problema – quanto mais difícil o problema, maior a satisfação. Mas que fatores motivam inicialmente alguém a *querer* resolver um problema? As respostas a essa questão podem variar desde a curiosidade individual até o medo das consequências se a solução não for entregue amanhã, mas uma consideração fundamental deve ser a maneira como o problema é formulado. (BUTTS, 1998 p. 32).

O sentimento de prazer e felicidade quando um problema matemático é resolvido vem da satisfação e bem-estar de ter superado as dificuldades apresentadas para resolver o referido problema, tanto para o aluno quanto para o professor. Butts (1998), através dos seus estudos, relata três diferentes formulações de um mesmo problema para que a motivação da resolução de problemas possa ser intensificada e descreve e exemplifica cada uma dessas formulações da seguinte maneira:

> Problema 1 - Seja *d(n)* o número de divisores positivos do inteiro *n*. Prove que *d(n)* é impar se e somente se *n* é um quadrado.
> Problema 2 – Quais são os inteiros positivos que têm um número ímpar de fatores? (Justifique sua resposta.)
> Problema 3 – Imagine *n* armários, todos fechados, e *n* homens. Suponha que o primeiro homem passe e abra todos os armários. Depois, que o segundo homem passe e feche um sim outro não, começando pelo número 2. O terceiro homem, então passa e altera o estado dos armários, de três em três, começando pelo número 3 (isto é, se este está aberto, ele o fecha e vice-versa). Se esse procedimento tiver continuidade até que todos os *n* homens tenham passado por todos os armários, quais então ficam abertos? (BUTTS, 1998 p. 32).

Os estudos realizados por Butts (1998) mostram as formulações acima e o significado de cada uma delas, conforme será descrito abaixo:

Na primeira formulação do problema está descrito de uma maneira estritamente curta e objetiva, sem maiores detalhes, na linguagem Matemática. Para Stancanelli (2001) os dados nele contidos são de leitura simples e estão na ordem que serão utilizados para a resolução do problema pelo uso comum do algoritmo, muito utilizado nos atuais livros didáticos.

A segunda formulação está descrita de uma maneira mais leve e mais restrita também.

A terceira formulação do problema é descrita de uma forma mais detalhada, em que a situação é historicizada com personagens e fatos, de uma maneira que é necessário o aluno retirar os dados do problema para a resolução, e conforme Stancanelli (2001), que simule uma situação-problema mais interessante e a torne mais instigante para a atenção do aluno para que este se sinta mais envolvido no momento da resolução do problema.

Consequentemente, é observado nas formulações acima que as ideias de fatores e divisores de um número natural qualquer estão interligadas entre si e isso significa dizer que é possível calcular os divisores de um número natural qualquer relembrando, portanto, as regras da divisibilidade, conteúdo aplicado no quinto ano do Ensino Fundamental, para achar os fatores de um numeral do sistema indo-arábico decimal.

Para se calcular os fatores múltiplos de um número natural basta multiplicar um número natural pelo outro, resultando assim, no produto final desejável.

A resolução do problema acima, como mostra Butts (1998), é o resultado do cálculo simples dos fatores de um número natural e como exemplo disso ele cita o número “12”. Os divisores ou fatores do número doze são F (12) = {1, 2, 3, 4, 6 e 12} que correspondem, portanto, aos homens que abrirão os armários citados no problema 3. O autor conclui descrevendo sobre os armários que possuírem fatores ímpares ficarão abertos.

As concepções realizadas por Schneider e Saunders (1997) relatam que:

> [...] uma abordagem alternativa na fase inicial do ensino de resolução de problemas é ministrar uma linguagem ilustrada com a qual as crianças possam registrar as informações. Pela nossa experiência, essa linguagem os incentiva a passar informações para o papel. Além disso, eles tendem a registrá-las nas formas que acham úteis. Então, tendo incutido bons hábitos no processamento de informações no nível da *elementary school*[9], podemos propor problemas cada vez mais sofisticados e introduzir a linguagem simbólica, à medida que os alunos progridam. (SCHNEIDER; SAUNDERS, 1997, pp. 88-89).

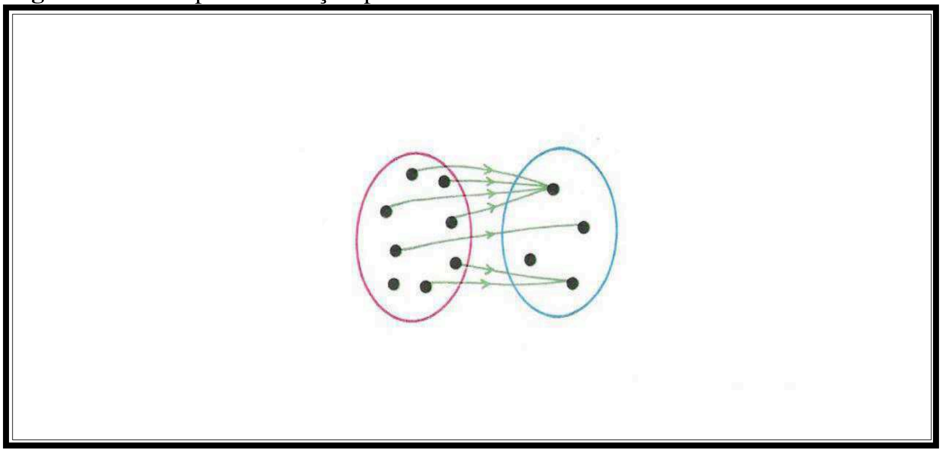
Estes autores descrevem que quando alguns alunos defrontam com problemas que possuem o enunciado na linguagem matemática, eles encontram dificuldades ao colocar no papel os dados para a resolução desses problemas. Os símbolos e a gramática da matemática representam para eles uma linguagem que não lhes é familiar e pode gerar nos mesmos, certa resistência, pois é necessário um maior empenho e envolvimento que os capacitem para a

[9] Nome dado às escolas primárias americanas que ministram a educação a crianças entre os cinco aos 12 anos de idade.

compreensão do problema, tanto para as séries iniciais do Ensino Fundamental, do Ensino Médio, como também da Faculdade. Os alunos que conseguem extrair, corretamente do problema, os dados para a sua resolução, possuem maiores capacidades e podem se tornar bons resolvedores de problemas.

Os estudos de Schneider e Saunders (1997) mostram que a linguagem ilustrada é uma alternativa metodológica que pode incentivar os alunos para o entendimento e o envolvimento com o enunciado do problema, pois a ilustração incentiva e desperta a atenção do aluno. Como exemplo, os autores mostram pela Figura 07 descrita abaixo uma situação-problema que foi indicada para a antiga 1ª série, atual 2º ano do Ensino Fundamental:

Figura 07: Exemplo de situação-problema ilustrada



Fonte: Schneider e Saunders (1997, p. 89)

A ilustração acima foi apresentada aos alunos, conforme já citados e inicialmente, segundo os autores, o professor contou a eles histórias curtas e rapidamente eles estavam envolvidos com as setas, os pontos e as linhas que mostram a Figura 07. Em seguida, o professor explicou que no lado esquerdo, os pontos pretos eram representados por maçãs e no lado direito eram representados por cavalos, indicados e associados pelas setas verdes, que cavalos comiam as maçãs. E iniciou um debate perguntando aos alunos qual era o cavalo que comia a maior quantidade de maçãs e quantos cavalos ficaram sem comer maçãs?

No segundo semestre do mesmo ano foram passados aos mesmos alunos, segundo Schneider e Saunders (1997), os problemas que estão abaixo descritos, onde os professores liam o enunciado do problema duas vezes em voz alta e com a ajuda de lápis coloridos e papel, os alunos poderiam ficar, à vontade, para pensar individualmente como resolver os problemas, desenhando ou esboçando no papel seu raciocínio, conforme Quadro 06 a seguir:

Quadro 06: Exemplo de problemas para esboçar o raciocínio do aluno

1) **Um amigo meu tem um posto de gasolina. Esta manhã atendeu a 7 carros, cada um precisando de 4 pneus novos. Quantos pneus meu amigo vendeu?**

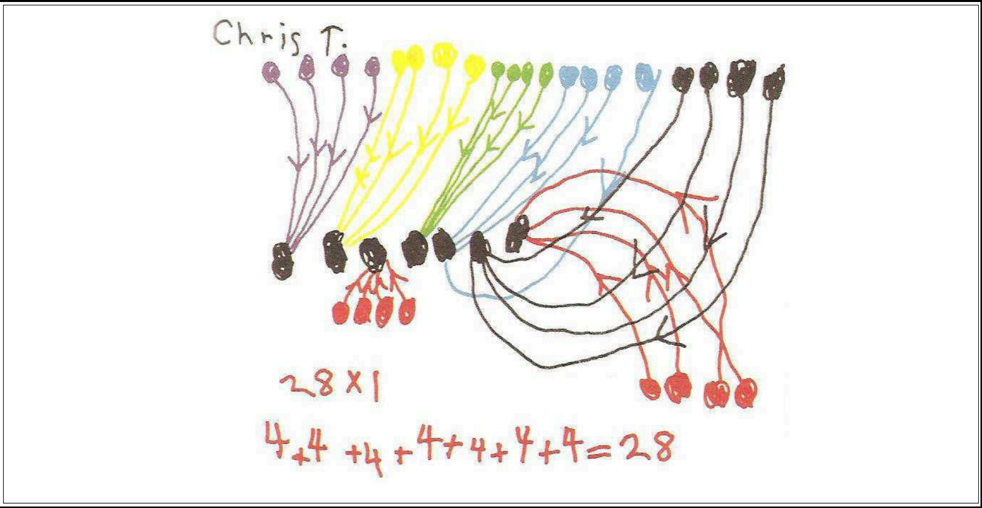
2) **Em uma loja de calçados, seis polvos entraram, todos precisando de sapatos novos. Quantos sapatos foram necessários ao todo?**
(Foi explicado aos alunos que polvos são animais marinhos, mais precisamente moluscos que possuem 8 pés fortes com ventosas.)

3) **Tenho 24 garrafas de soda e quero colocá-las em embalagens que comportem 8 cada uma. De quantas embalagens precisarei?**

Fonte: Schneider e Saunders (1997, p. 89)

Os desenhos abaixo mostram que os alunos ficaram à vontade para resolver os problemas. Esses problemas são caracterizados mais avançados para serem aplicados aos alunos da primeira série do Ensino Fundamental, mas mesmo assim foram aplicados para testar as estratégias de ensino e quase todos os alunos resolveram o primeiro problema, conforme o enunciado descrito no quadro 06. Neste sentido, Schneider e Saunders (1997, p. 91-92) afirmam que a resolução do problema de número 1 do Quadro 06 acima foi esboçado pela Figura 08 e o problema de número 2 do mesmo quadro foi esboçado pela Figura 09 e parte dos alunos, em torno de "60% a 75%", conseguiram resolver os problemas indicando apenas um erro de cálculo, em torno de "46 e 49%". Veja as figuras mencionadas abaixo:

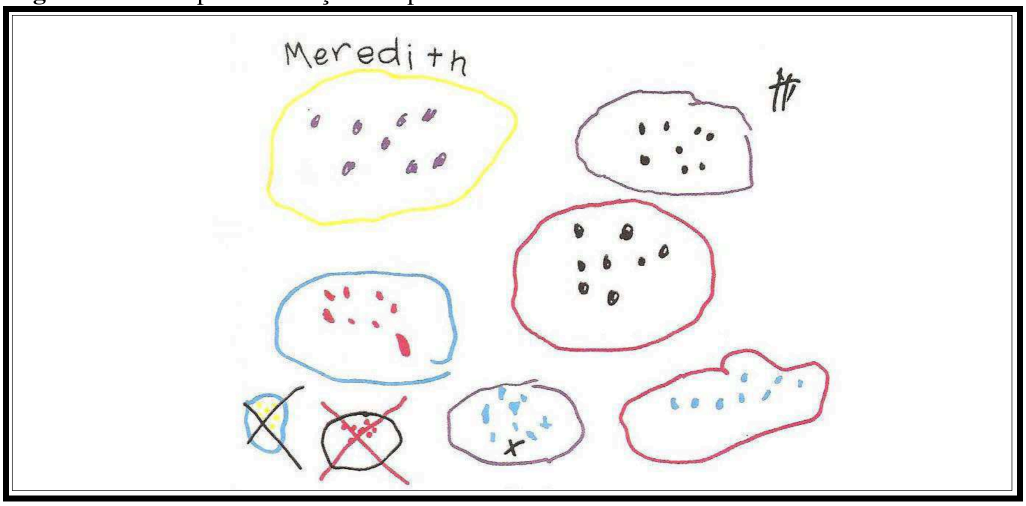
Figura 08: Exemplo do esboço feito pela aluna Chris T.



Fonte: Schneider e Saunders (1997, p. 91)

Observa-se no desenho da figura 08, que a aluna Chris T. desenhou os pontos pretos grandes para representar os carros citados no problema e os pontos coloridos menores para representar os 4 pneus dos carros e as setas para relacionar ou ligar os carros aos pneus. Veja outro exemplo:

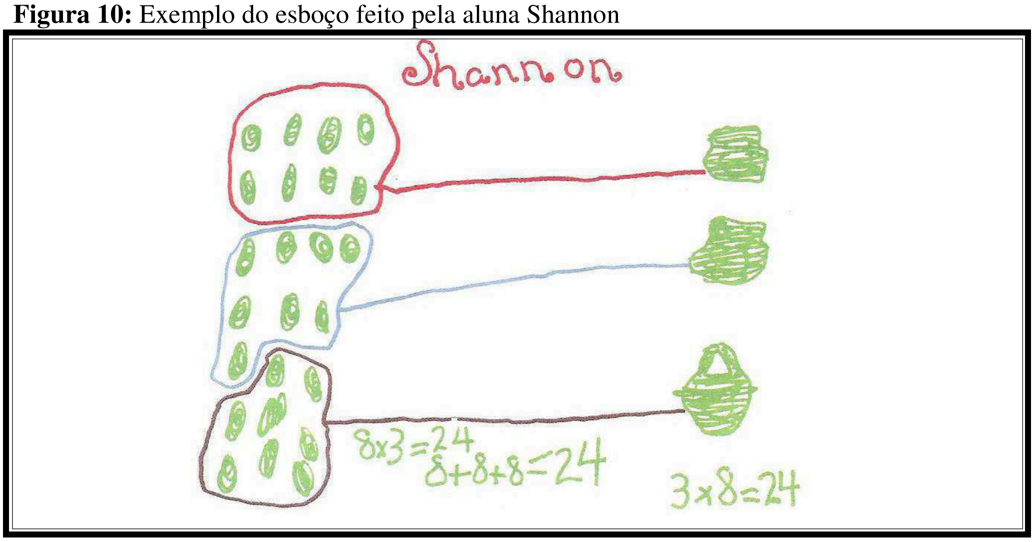
Figura 09: Exemplo do esboço feito pela aluna Meredith



Fonte: Schneider e Saunders (1997, p. 92)

O desenho da Figura 09 mostra que a aluna Meredith fez um traçado para cada um dos polvos referidos no problema 2 e desenhou 8 pontos que representavam os sapatos dos polvos para cada traçado e desprezou os traçados que foram desenhados além. Veja outro exemplo:

Figura 10: Exemplo do esboço feito pela aluna Shannon



Fonte: Schneider e Saunders (1997, p. 92)

Observa-se na Figura 10 que a aluna Shannon desenhou os pontos na cor verde para representar as 8 garrafas de soda que foram colocadas em cada recipiente representados por cada um dos traçados acima.

Para chegar a uma conclusão desta investigação, Schneider e Saunders (1997, p. 91), relataram que os alunos da 1ª série, atual 2º ano do Ensino Fundamental, usaram uma forma de raciocínio pela linguagem ilustrada para expressar e extrair os dados explicitados nos enunciados dos problemas e resolvê-los em seguida. Contudo, os alunos seriam incapazes de resolver os problemas ou de contar as histórias representando números, se tivessem utilizado apenas os problemas na linguagem tradicional matemática, como foi lido e passado pelos professores. Eles utilizaram a estratégia desta linguagem para testar seus alunos verificando se eles conseguiriam tirar dos problemas, os dados e depois disso elaborar os cálculos aritméticos para a resolução. Assim sendo, Oliveira (1977, p.117), embasado em Bruner (1976a), orienta que: "[...] se conduza o aluno a descobrir por si mesmo o que é relevante para se resolver um problema, inclusive que informações buscar ou de que habilidades se munir".

Nesta perspectiva, o uso e a exploração da linguagem ilustrada podem ser representados também na forma de um dos recursos didáticos que auxiliam, de maneira eficaz, o trabalho do professor na sala de aula como os slides de computador, filmes, TV, gravuras dos livros e outros. Nesse sentido, esses recursos são entendidos, segundo afirmações de Bruner (1976a, p. 77), como os meios pelos quais a criança pode aprimorar seu aprendizado pelo processo de ensino "[...] visto ser óbvio que tal tipo de ilustração é um dos principais objetivos da educação".

As imagens ilustrativas dos livros, quando estão devidamente apropriadas ao processo de aprendizagem da criança, segundo o autor, podem se tornar ferramentas de utilidade prática e capazes para conduzir a criança a perceber e a compreender o conceito das coisas que estão à sua volta. Assim sendo, o mesmo autor (p. 78) evidencia que: "Há certas ordens de apresentação de materiais e ideias, em qualquer assunto, que têm melhores probabilidades do que outras de fazer com que o aluno chegue à ideia principal".

Neste sentido, o esboço das situações-problema que foram desenhados acima pelas crianças do 2º ano do Ensino Fundamental mostram que elas conseguiram resolver a maior parte dos problemas apresentados, pelo fato delas já possuírem certo conceito das coisas ou habilidades que trazem consigo, como a memória visual ou imagem dos objetos, as quais denotam a construção cognitiva representada pelos desenhos feitos por elas. É necessário, portanto, enfatizar que esses problemas estão acima da compreensão delas, conforme foi citado anteriormente, para serem resolvidos pelos cálculos formais da matemática elementar.

Observa-se também que essas crianças estão no segundo estágio de representação, o *estágio de operações concretas* ou *representação icônica*, prescritos ou estabelecidos pela Teoria Cognitiva de Aprendizagem de Bruner, onde a criança pode ser criativa e idear ou imaginar, pelos sentidos da percepção, o objeto do mundo real em vez de vê-lo, pois ela está vinculada a uma memória visual concreta e própria, conforme foi citado na seção anterior.

É observado, através dos exemplos acima, que a resolução de problemas não está restrita apenas ao conhecimento dos conceitos da disciplina Matemática em si, mas envolve uma gama de outros conhecimentos que se inter-relacionam aos princípios matemáticos propriamente ditos. Conforme relata Onuchic (1999),

> [...] a resolução de problemas envolve aplicar a matemática ao mundo real, atender a teoria e a prática de ciências atuais e emergentes e resolver questões que ampliam as fronteiras das próprias ciências matemáticas. Não se deveria interpretar esta recomendação entendendo a matemática a ser ensinada somente em função da matemática necessária para se resolver um dado problema, num dado momento. Uma unidade estrutural e as inter-relações do todo não deveriam ser sacrificadas.
> A verdadeira força da resolução de problemas requer um amplo repertório de conhecimento, não se restringindo às particularidades técnicas e aos conceitos, mas estendendo-se às relações entre eles e os princípios fundamentais que os unifica. (ONUCHIC, 1999 pp. 204-205).

A Educação Matemática reconhece, conforme o PNAIC (2014) a importância existente nos contextos, no raciocínio, nos problemas, nos conteúdos e procedimentos matemáticos para que eles possam, de alguma forma, permear outros conteúdos de outras áreas do conhecimento, a fim de que o desenvolvimento e aprendizagem do pensamento matemático do aluno não se descaracterize em relação ao todo. O referido autor (p. 26) afirma sobre a existência de estudos que “[...] indicam que, quando o aluno tem oportunidade de relacionar ideias matemáticas, sua compreensão é mais profunda e duradoura”.

Nesse contexto, a matemática como Ciência Natural pode ser a salvação da resolução de problemas em relação a outras ciências como a Física e a Química, pois conforme Pozo (1998, p. 36), “[...] a natureza algébrica e quantitativa não é própria somente dos problemas matemáticos, mas geralmente, é também um traço característico de muitos dos problemas que são propostos pelas *Ciências Naturais* [...]”. Nesse sentido, segundo o autor, o aluno, ao ler o enunciado de um problema de Física, por exemplo, isso significa para ele mais um problema característico de matemática que pode ser resolvido por cálculos simples do que um problema de Física conceitual.

Diante dos pressupostos acima, serão discriminados a seguir os tipos de problemas, conforme os autores pesquisados. Foram pesquisados vários autores, mas dentre eles, inicialmente, será abordado um dos principais estudiosos matemáticos que sistematizou a tipologia desses problemas detalhando-os e conceituando-os, conforme a formulação e a resolução de problemas em Matemática. E, posteriormente, serão abordados outros autores que complementam e aprimoram esses estudos da presente pesquisa a qual versa sobre a formulação e a resolução de problemas nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

4.2 A classificação dos diferentes tipos de problemas matemáticos

Um dos primeiros matemáticos do século XX a sistematizar em detalhes os problemas matemáticos, foi Polya (1977) que os definiu em quatro tipos diferentes: *Problemas rotineiros, problemas de determinação, problemas de demonstração e problemas práticos.*

Assim sendo, o problema rotineiro é definido pelo autor da seguinte forma:

> De modo geral, um problema será rotineiro se ele puder ser solucionado pela substituição de dados específicos no problema genérico resolvido antes, ou pelo seguimento, passo a passo, de algum exemplo muito batido. Ao apresentar o problema, o professor põe à frente do aluno uma resposta imediata e decisiva à indagação: *Conhece um problema correlato?* Desse modo, o aluno de nada mais precisa, além de um pouco de cuidado e de paciência para seguir uma fórmula preestabelecida, sem ter oportunidade de usar o seu discernimento nem as suas faculdades inventivas. (POLYA, 1977, p.124).

Este tipo de problema é exemplificado pelo autor que apresenta a equação quadrática ou equação do segundo grau como $x^2 - 3x + 2 = 0$, na qual o aluno pode apenas substituir os números *-3* e *2* da equação por outros números sem se preocupar em raciocinar para efetuar o cálculo de outros resultados, ou seja, um cálculo puramente mecânico.

Continuando, o mesmo autor define os problemas de determinação:

> [...] O objetivo de um "problema de determinação" é encontrar um certo objeto, a incógnita do problema. A incógnita é também chamada *quaesitum*, ou aquilo que se procura ou de que se necessita. [...] Podemos procurar determinar incógnitas de todos os tipos; podemos tentar encontrar, calcular, obter, produzir, traçar, construir todos os tipos imagináveis de objetos. [...] No problema de xadrez, a incógnita é a jogada do enxadrista. Em certos problemas de Álgebra elementar, a incógnita é um número. Num problema de traçado geométrico, a incógnita é uma figura. [...] As partes principais de um "problema de determinação" são a *incógnita*, os *dados* e a *condicionante.* (POLYA, 1977, p. 124, grifos do autor).

Para conceituar e determinar este tipo de problema, ainda segundo o mesmo autor esclarece, como achar o ponto x da questão, ou seja, o aluno efetua o cálculo de uma variável ou grandeza, cujo valor deve ser determinado de forma a resolver uma equação ou inequação dos problemas dos tipos práticos ou teóricos, concretos ou abstratos, os quais são usados habitualmente na matemática elementar.

Para os problemas de demonstração, Polya (1977) exemplifica com uma ilustração de um caso:

> Uma testemunha afirma que o acusado passou em casa toda uma certa noite. O juiz tem de verificar se essa afirmativa é verdadeira ou não e, além disso, tem de apresentar razões tão boas quanto possíveis para a sua conclusão. Assim, o juiz tem um "problema de demonstração". Outro problema deste tipo seria "demonstrar o teorema de Pitágoras". [...] Se o "problema de demonstração" for um problema matemático comum, suas partes principais serão a *hipótese* e a *conclusão* do teorema que tiver de ser provado ou refutado. (POLYA, 1977, p. 125).

A finalidade dos problemas de demonstração, argumenta o autor, é provar por a mais b que o enunciado evidente de possível assertiva é comprovadamente verdadeira ou falsa e o aluno pode sempre questionar, no momento de efetuar os cálculos para a demonstração, se realmente a assertiva é verdadeira ou falsa. Os problemas de demonstração são efetivamente utilizados pelo currículo da Matemática Superior.

E de acordo com os problemas práticos, o mesmo autor relata que:

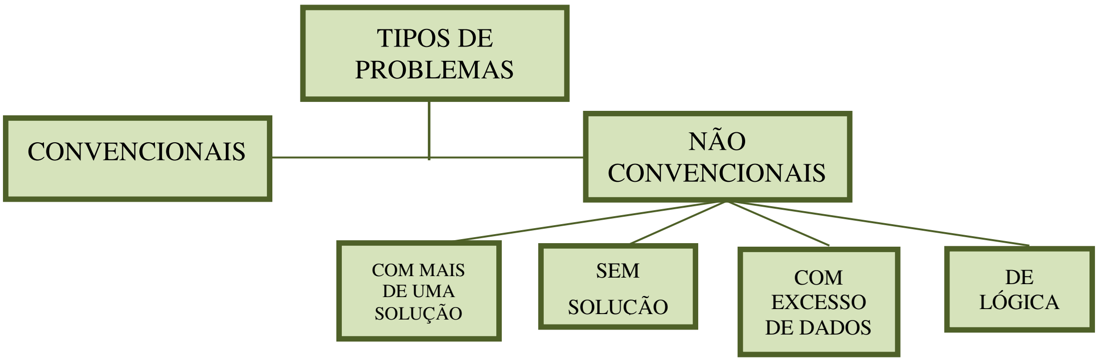
> Os problemas práticos da Engenharia geralmente envolvem problemas matemáticos. [...] Um exemplo muito ilustrativo de problema prático é a construção de uma barragem sobre um rio. [...] Procuremos visualizar o problema da construção de uma grande barragem moderna. [...] *Qual é a incógnita?* Muitas são as incógnitas de um problema desta natureza: a localização exata da barragem, suas dimensões e forma geométrica, os materiais a utilizar na construção e assim por diante. *Qual é a condicionante?* [...] *Quais são os dados?* [...] Este exemplo revela que as incógnitas, os dados e as condicionantes são mais complexos e menos nitidamente definidos num problema prático do que num problema matemático. (POLYA, 1977, p. 126).

Estes problemas são mais aplicáveis pela Matemática Superior, segundo os estudos realizados pelo referido autor, e são utilizados mais precisamente pelos currículos dos Cursos de Engenharia, onde são necessários vários outros conhecimentos especializados como "cálculo superior, resistência de materiais, mão de obra especializada", dentre outros. Mas apesar desses problemas serem mais direcionados ao ensino superior, conforme foi afirmado, poderão sim serem abordados de forma elementar pelos professores do ensino básico, na sala de aula.

Dentre as tipologias caracterizadas, ainda segundo o mesmo autor, acima relatadas, os problemas que mais se aproximam dos estudos indicados para o ensino da Matemática elementar pela resolução de problemas são os de determinação, indicados para os primeiros anos do Ensino Fundamental e também para o do foco e dos objetivos da presente pesquisa.

Diante dessas concepções serão abordadas abaixo a classificação e a tipologia de problemas, segundo Stancanelli (2001). Eles são de dois tipos: os problemas convencionais e os não convencionais como mostra a Figura 11 abaixo:

Figura 11: Tipos de problemas, conforme Stancanelli (2001)



Fonte: Autoria própria

O problema do tipo convencional é conceituado por Stancanelli (2001) como sendo aquele que,

> [...] possui frases curtas e objetivas e não exige um pensamento mais elaborado para sua interpretação e resolução. Todos os dados de que o resolvedor necessita estão explícitos no texto de modo claro e na ordem em que devem ser usados. Além disso, pode ser resolvido pelo uso direto de um algoritmo e tem uma única resposta, que é numérica. Esse é o tipo mais comum de problema trabalhado nas aulas de matemática e geralmente encontrado em livros didáticos. (STANCANELLI, 2001 p. 104).

Conforme esta autora, o aluno lê e relê o problema, interpreta-o com a ajuda dos colegas, em grupo ou individualmente, através da descrição sucinta e curta que o problema em questão está descrito, seleciona os dados em ordem nele contidos e começa a resolvê-lo, não sendo necessário um pensamento mais preparado para achar a solução única e numérica do problema através do algoritmo comum.

Para exemplificar este tipo de problema, Cavalcanti (2001) mostra que o aluno pode buscar diferentes formas de resolvê-lo, seja por meio de algoritmos tradicionais, traçados ilustrativos, diagramas e também pela oralidade que etimologicamente significa a transmissão oral dos conhecimentos guardados na memória humana, os quais permitem ao aluno uma aprendizagem mais elaborada através da reflexão e assimilação dos processos utilizados na resolução de problemas matemáticos e para o desenvolvimento da sua autonomia e capacidade enquanto aluno.

Quando o professor permite que os alunos falem ou exponham sobre os procedimentos utilizados referentes às suas atividades, na sala de aula, Cândido (2001, p.17) enfatiza que é observado "[...] que modifiquem conhecimentos prévios e construam novos significados para as ideias matemáticas". O ato de se expressar oralmente, pelo aluno, faz com que ele tire suas dúvidas e diminua suas dificuldades, aumentando, portanto, a sua capacidade de aprendizagem frente a toda a sala de aula.

O problema é exemplificado por Cavalcanti (2001) pelo Quadro 07 abaixo:

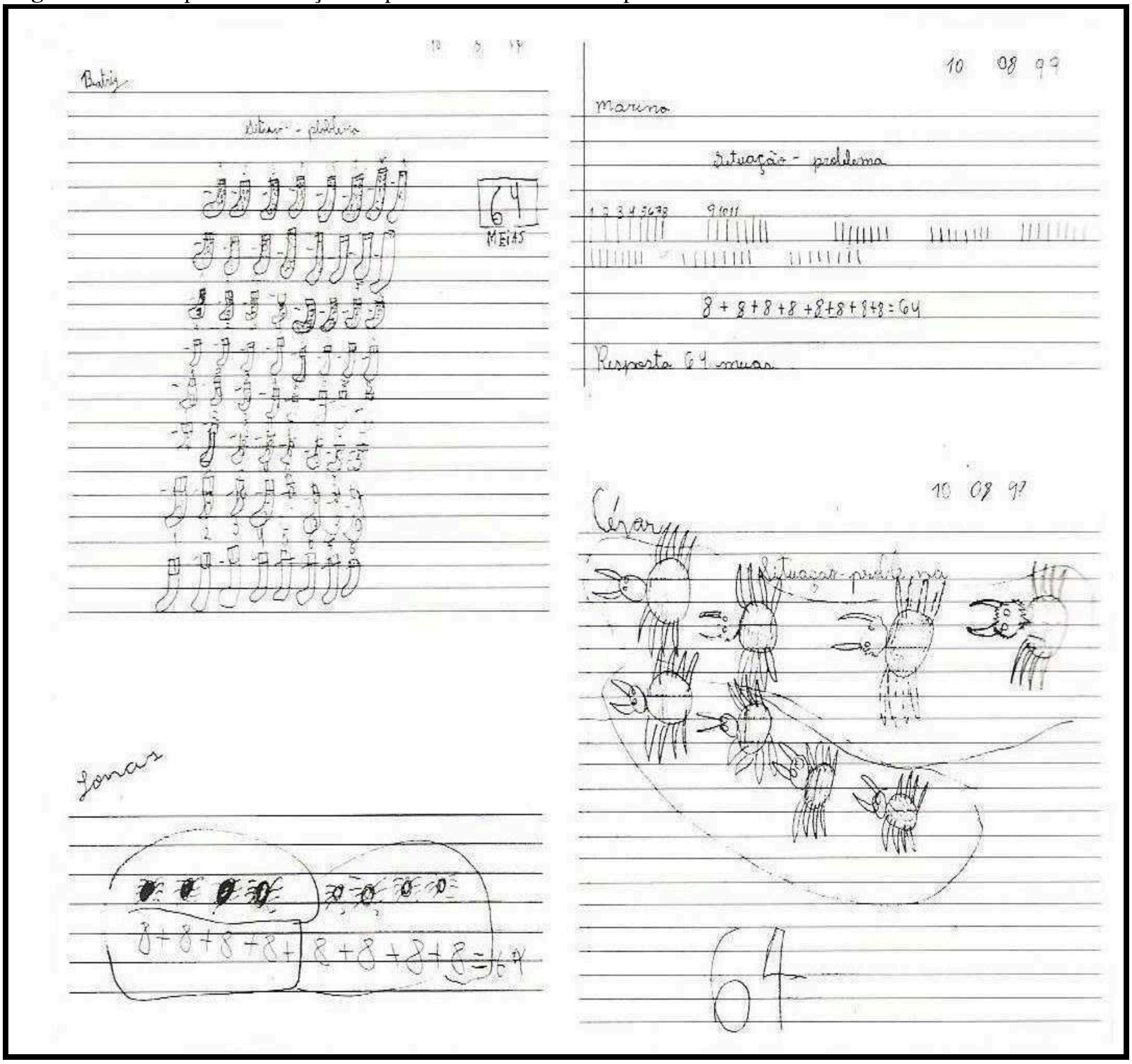
Quadro 07: Exemplo de problema convencional

Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

Fonte: Cavalcanti (2001, p. 121)

A resolução deste problema é muito simples para ser resolvido pelo algoritmo convencional 8 x 8 = 64 que é tradicionalmente usado por uma pessoa que já possui um certo amadurecimento e estudos mais aprofundados, mas para uma sala de 2ª série, atual 3º ano do Ensino Fundamental, as crianças buscam suas próprias estratégias para a resolução do problema apresentado na Figura 12, conforme ilustração do desenho a seguir:

Figura 12: Exemplo da resolução do problema convencional pelo desenho



Fonte: Cavalcanti (2001, p. 122)

Para a autora, as ilustrações acima foram desenhadas pelas crianças do Ensino Fundamental, como já mencionado, e verifica-se que elas ficaram à vontade no momento de traçarem os desenhos, pois foram elaborados de uma maneira autônoma e satisfatória para buscarem soluções e estratégias próprias, com naturalidade, na tentativa de resolverem o problema, sem se preocuparem em efetuar as operações matemáticas tradicionais.

Também é observado por Cavalcanti (2001) que os alunos estão longe de resolver este tipo de problema pelo algoritmo convencional, como está predito nos livros didáticos e, apesar disso, elaboram suas tentativas pelos desenhos de uma maneira natural e prazerosa para chegarem a uma solução.

Os desenhos são importantes para que o professor observe, segundo a autora escreveu, qual foi o caminho, a maneira de pensar, o raciocínio que os alunos utilizaram na tentativa de chegarem à solução do problema apresentado para evidenciar suas ideias, o seu modo de entender e de se expressar, observando os episódios, as palavras, as operações e as informações contidas nas situações problema apresentadas nas salas de aula.

Para Stancanelli (2001), tanto os problemas convencionais quanto os não convencionais motivam os alunos, mas não alcançam as mesmas finalidades educacionais. Os problemas não convencionais possuem no contexto do enunciado da situação problema, uma história envolvente com personagens fictícios, mas que expressam a realidade e instiga a atenção dos alunos e desta maneira,

> Exige que aluno faça uma leitura mais cuidadosa do texto, selecione as informações, decida quais são essenciais para a resolução e utilize um pensamento muito mais elaborado na sua resolução [...], pois estimula o desenvolvimento de estratégias variadas de resolução, possibilitando, assim, um maior uso dos diferentes recursos de comunicação [...]. (STANCANELLI, 2001 p. 104).

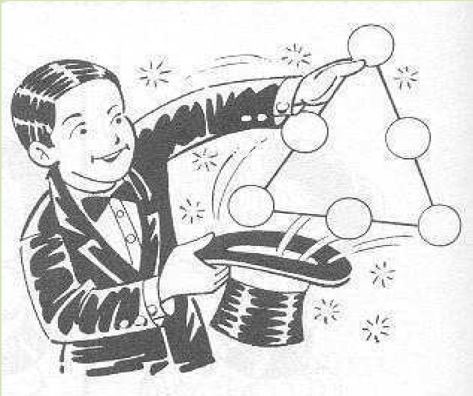
Os textos usados nos problemas não convencionais para este autor são de tipos diferentes e o aluno, ao fazer a leitura dos mesmos, passa a desenvolver seu lado crítico para interpretar, cuidadosamente, o enunciado da situação problema, pois é necessário fazer várias leituras, lendo e relendo o texto para a análise dos dados neles contidas para captar e selecioná-los, trocando ideias com os colegas de sala de aula em grupo ou individual ou com a ajuda do professor, no momento da resolução do problema.

Os tipos diferentes de problemas, justifica Stancanelli (2001), são necessários para ajudar os alunos e o trabalho dos professores, na sala de aula, identificando ou evitando, portanto, quaisquer dificuldades que possam advir no momento da resolução de problemas.

O problema não convencional é exemplificado por Dante (1989) e conceituado pela referida autora, o qual possui várias soluções para o mesmo problema. Sendo assim, tanto o professor como o aluno podem fazer alterações nos dados do problema para que eles possam achar outras respostas, conforme Figura 13 a seguir:

Figura 13: Exemplo de problema não convencional

Coloque os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 nos círculos da figura ao lado, de modo que a soma em cada lado seja 10.

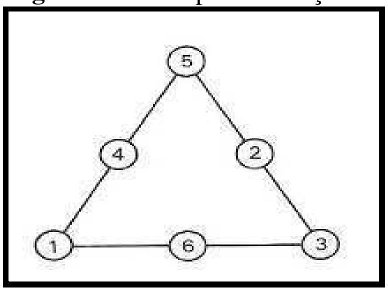


Fonte: Dante (1989, p.82)

Este tipo de problema exercita a mente da criança como um desafiador, ou seja, através de várias possibilidades e tentativas, a criança pode atingir a soma do número 10, cujas parcelas estão descritas no problema acima.

Com o desenvolvimento do problema, na sala de aula, Dante (1989) ressalta também que os próprios alunos descobrem que a solução dele não é única e que ele possui várias outras maneiras para atingir a mesma soma pedida e, consequentemente, o professor, como conhecedor da sua turma, pode pedir aos alunos que façam outras tentativas com a intenção de encontrar novas possibilidades para a resolução do problema. Uma das possíveis soluções poderia ser esta, conforme Figura 14, seguinte:

Figura 14: Exemplo de solução de problema não convencional



Fonte: Dante (1989, p. 119)

Para os problemas sem solução, Stancanelli (2001) afirma que os alunos foram acostumados a obter uma única resposta para os problemas através de um algoritmo comum, pelos dados que o problema apresenta como se todos eles fossem do tipo convencionais, mas nem todo problema tem solução aparente mesmo que os dados nele contidos indiquem alguma provável solução. Neste sentido, Stancanelli (2001, p. 107) afirma que a importância desses problemas é fazer o aluno raciocinar logicamente com a intenção de aguçar seu pensamento e para que ele possa "[...] aprender a duvidar, a qual faz parte do pensamento crítico [...]", de qualquer problema.

A autora enfatiza que o professor é responsável por sua turma e observador, conforme o nível de aprendizado que seus alunos apresentam e assim pode perfeitamente sugerir problemas do tipo convencionais que estão recomendados nos livros didáticos, alterando os seus dados, o seu contexto para que esse problema se torne impossível de ser resolvido. Veja os exemplos do Quadro 08 abaixo:

Quadro 08: Exemplo de problema convencional para ser transformado em problema não convencional

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média e cada um leva 4 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?

Fonte: Scancanelli (2001, p. 109)

O problema convencional descrito acima pode ser sugerido pelo professor para ser transformado em problema não convencional do tipo sem solução. Veja os exemplos do Quadro 09 abaixo:

Quadro 09: Exemplo de problemas não convencionais

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila? **Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média e cada um leva 4 pessoas. Quantos carrinhos estão nos trilhos da montanha russa?**

Fonte: Stancanelli (2001, p. 109)

Os problemas com excesso de dados, de acordo com Stancanelli (2001), mostram que são problemas que são passados aos alunos para que eles possam fazer uma boa leitura e compreender bem o texto, discernir entre os dados que estão em excesso, daqueles que realmente serão utilizados para a resolução da situação-problema.

A importância desses problemas, ressalta a autora, é também criar novos hábitos de leitura, a qual deve ser realizada com atenção redobrada para que o aluno possa extrair dela os dados realmente utilizáveis e os dados que não servem para o problema, o aluno deve inutilizá-los. O aluno precisa reconhecer que nem todos os dados do texto são necessários para a resolução do problema. As dúvidas são, naturalmente, permitidas para este tipo de problema, devido à finalidade e a natureza que é abordada neles. Gerar dúvidas é sua característica e, consequentemente, os alunos interagidos com os colegas e o professor, aprendem mais com essas dúvidas, discutindo a solução dos problemas uns com os outros no âmbito do contexto neles contidos, que são lógicos e objetivos e estão mais próximos das situações costumeiras da realidade do dia a dia dos alunos.

Para resolver esse tipo de problema, Stancanelli (2001) afirma que o professor pode incrementar alguns novos dados de um problema convencional para que seu texto possa ser esmiuçado, a contento, pelos alunos, conforme Quadro 10 abaixo:

Quadro 10: Exemplo de problema normal e problema com excesso de dados

Caio tinha 2 dúzias de bolinhas de gude. No final do jogo com Júnior, Caio perdeu um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou com o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha no início do jogo?	**Caio é um garoto de 5 anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias, acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?**

Fonte: Stancanelli (2001, p. 111)

Conforme a autora, o quadro acima traz o enunciado com dois problemas. O lado direito está descrito um problema com uma historieta fictícia com personagens e fatos que retratam a realidade e por isso motiva os alunos, no momento da leitura e requer deles uma atenção diferenciada, haja vista que esta versão possui dados desnecessários que devem ser inutilizados, no momento da resolução. Os dois problemas possuem a mesma forma e estrutura de resolução, mas o aluno não pode se esquecer da atenção focada no excesso de dados, descrito no segundo problema.

Os problemas de lógica requerem, conforme Stancanelli (2001), um pouco mais do raciocínio dedutivo do aluno para o levantamento de hipóteses, suposições que buscam estratégias diferenciadas como o uso de tabelas, diagramas e análises dos dados através do método de tentativa e erro para a resolução deste tipo de problema não convencional.

Esse tipo de problema é conceituado por Dante (1989, p.18) como, "Os problemas-processo aguçam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva sua criatividade, sua iniciativa e seu espírito explorador". Esses problemas trazem historietas e personagens que estimulam e motivam a atenção do aluno e o ajudam na interpretação do texto para que ele possa apresentar a resolução do problema no tempo adequado que o professor determinou, sem a competição já conhecida existente entre eles.

Depois que foram vistos a tipologia de problemas convencionais e não convencionais descriminados por Stancanelli (2001), agora serão retratados os tipos de problemas que Butts (1998) utilizou nos seus estudos com muita propriedade também.

Neste caminho, o autor subdivide o conjunto de problemas matemáticos em cinco subconjuntos assim descritos, no seguinte Quadro 11 abaixo:

Quadro 11: Exemplos de Tipos de problemas

1. **Exercícios de reconhecimento**
2. **Exercícios algorítmicos**
3. **Problemas de aplicação**
4. **Problemas de pesquisa aberta**
5. **Situações-problema**

Fonte: Butts (1998, p. 32)

Nesse sentido, tanto Butts (1998) como Dante (1989) conceituam o tipo de problema descrito como número um, conforme Quadro 11, como exercícios de reconhecimento ou aqueles exercícios que mostram ao aluno ou ao resolvedor que o seu objetivo principal é reconhecer, apontar fatos característicos, recordar conceitos e noções que definam ou denotem conhecimentos de alguma propriedade ou teorema encontrados na área da Matemática.

Ademais, os tipos de problemas elencados no quadro acima serão definidos conforme Butts (1998) apontou em seus estudos e serão exemplificados por Dante (1989), pois seus exemplos são aqueles que mais se aproximam da pesquisa em questão, a qual está embasada no levantamento das abordagens dos autores estudados que referendam os primeiros anos do Ensino Fundamental como as questões do seguinte Quadro 12, abaixo:

Quadro 12: Exemplo de Exercícios de Reconhecimento

1) **Dados os números 2, 5, 10, 103, 156 e 207, quais são pares?**
2) **Qual é o sucessor de 109?**
3) **Uma centena é equivalente a quantas dezenas?**
4) **Que propriedade da adição de números naturais está sendo usada ao se escrever 3 + 4 = 4 + 3?**

Fonte: Dante (1989, p. 16)

Prosseguindo, os exercícios de algoritmos, conforme Butts (1998) e Dante (1989), são aqueles que através dos números naturais e dos algoritmos de cada uma das quatro operações da matemática elementar: adição, subtração, multiplicação e divisão, podem ser resolvidos progressivamente etapa por etapa. Neste contexto, Dante (1989, p. 16) enfatiza que: "Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores". Veja o exemplo do Quadro 13, abaixo:

Quadro 13: Exemplo de Exercícios de algoritmos

A. **Calcule o valor da seguinte expressão numérica: [(4x2) + 6] : 2**

B. **Efetue as operações abaixo:**
   1) **137 + 97**
   2) **301 – 57**
   3) **216. 6**
   4) **180:2**

Fonte: Autoria própria

Os problemas de aplicação são os problemas que requerem, segundo Butts (1998), aplicação dos algoritmos numéricos usados para cálculos matemáticos. A maioria dos problemas e exercícios tradicionais que estão contidos nos livros didáticos do Ensino Fundamental I e II, Ensino Médio ao Ensino Superior estão nesta classificação de problemas.

Neste sentido, o autor esclarece que as estratégias para a resolução desses problemas estão no enunciado e o aluno, ou o resolvedor, ao ler o problema possui as condições favoráveis de interpretação para fazer a tradução da linguagem escrita para a linguagem matemática e usar os algoritmos necessários, conforme a operação solicitada.

Assim sendo, Dante (1989) faz uma crítica a este tipo de problemas esclarecendo que eles não são muito convincentes no sentido de atrair a atenção e a curiosidade dos alunos para que possam motivá-los e desafiá-los, no cotidiano escolar. Esses problemas têm como único objetivo, a fixação e a memorização das quatro operações da matemática elementar para que os alunos possam interagir e aplicá-las no seu "*modus vivendi*" do dia a dia. Dante (1989) exemplifica este tipo de problema em problemas-padrão simples e problemas-padrão compostos, conforme Quadro 14, abaixo:

Quadro 14: Exemplo de problemas-padrão simples e problemas-padrão compostos

Exemplos de Problemas-padrão simples:

1) **A 1ª série B tem 29 alunos. Hoje, por causa da chuva, faltaram 6 alunos. Quantos vieram à aula?**
2) **No meu aniversário, mamãe comprou 3 dúzias de bexigas. Estouraram 14. Quantas ficaram?**
3) **Divida 123 balas igualmente entre 3 crianças**

Exemplos de Problemas-padrão compostos:

1) **Numa classe, a metade dos alunos são meninos. A terça parte dos meninos está presente e são 6 os meninos presentes. Qual é o total de alunos da classe?**
2) **Todos os dias Annelise anda 600 m para ir à escola e mais outro tanto para voltar. Quantos metros ela anda por semana?**

Fonte: Dante, (1989, pp. 17-43-82-97-103)

Os *problemas de pesquisa aberta* são aqueles que são utilizados com mais frequência nos cursos superiores, continua Butts (1998, p. 35), pois eles fazem o relacionamento com conceitos matemáticos superiores que se expressam como, por exemplo: o "Prove que...", "Encontre todos..." e outros tipos de variantes.

Por tais razões, o autor critica os livros didáticos enfatizando a falta de cuidado na apresentação dos exercícios contidos neles e afirma que:

> Basta apenas examinar as seções de problemas da maioria dos livros didáticos para ver a "negligência". Elas sempre consistem em listas de exercícios algorítmicos. Problemas não criativos, problemas "prove que" e assim por diante. (Os problemas de revisão geralmente são piores). Assim como na "arte", é preciso formular um problema com a criatividade de um artista para que o resolvedor potencial:
> 1. Seja motivado a resolver o problema;
> 2. Entenda e retenha o conceito envolvido na solução do problema;
> 3. Aprenda que alguma coisa sobre a arte de resolver problemas. (BUTTS, 1998 p. 48).

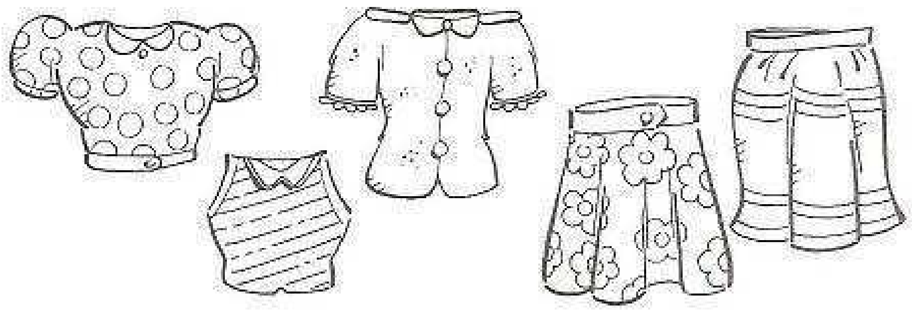
O autor critica também sobre os tipos de problemas referidos dizendo que eles não só poderiam fazer parte do conteúdo dos cursos superiores já mencionados acima, como estarem presentes também nos métodos de ensino ou no currículo das escolas de níveis Fundamental I e II e do Ensino Médio para abordarem, de maneira sistemática, a matemática elementar, através dos problemas de pesquisa aberta. O mesmo autor afirma também que a oportunidade de aprendizagem para esses tipos de problemas deveria ser dada a todos os níveis de ensino e que a ideia equivocada de que esses problemas têm de fazer parte apenas do currículo do ensino superior pode ser desastrosa para os alunos do Ensino Fundamental e Médio.

Contudo, é observado que o tipo de problema acima descrito é semelhante ao tipo de problema que Dante (1989) descrimina nos seus estudos acerca dos tipos de problemas e, portanto, fazendo um estudo paralelo sobre eles, o referido autor ressalta que os *problemas-processo ou heurísticos* são mais motivantes e cativam a atenção do aluno, pois são mais interessantes do que os *problemas-padrão* os quais abrangem apenas as quatro operações matemáticas. Os *problemas heurísticos* abrangem operações que não estão contidas no texto do problema e são mais envolventes por exigirem do aluno uma maior parcela de tempo para ele pensar e arquitetar uma estratégia de ação ou plano de ação para que possa obter a solução do problema.

Ademais, o autor afirma também que este tipo de problema é importante para o aluno, pois faz com que ele pense na sua solução de uma forma mais desafiadora e criativa e passa a desenvolver nele a perspicácia de iniciativa, de observação e de análise frente aos problemas a serem resolvidos, no cotidiano. Veja o exemplo da Figura 15, a seguir:

Figura 15: Exemplo de problemas de pesquisa aberta ou problemas-processo ou heurísticos

Quantos trajes diferentes podemos formar com as peças de roupa desenhadas abaixo?



Fonte: Dante (1989, p. 91)

O último tipo de problema é denominado de *situações-problema*, segundo destaque de Butts (1998), onde ele ressalta que não são problemas no sentido real da palavra, mas são situações onde se possa obter uma solução aproximada da realidade, do dia a dia e que seja mais adequada e necessária para uma melhor solução do problema apresentado ao aluno ou ao resolvedor.

Nesse sentido, Henry Pollak apud Butts (1998, p.36) especifica este tipo de problema ensinando que: "Em vez de dizer aos alunos: 'Eis um problema; resolvam-no', diga-lhes 'Eis uma situação; pensem nela'". O autor faz uma observação a respeito da citação acima afirmando que este tipo de problema é utilizado para as situações costumeiras e rotineiras do dia a dia, situações essas que são naturalmente enfrentadas, pelos alunos e que requerem deles, ou de qualquer pessoa, uma solução plausível ou aceitável.

Paralelo a este tipo de problema, Dante (1989) reporta que os *problemas de aplicação* chamados também de *situações-problema* estão voltados para as situações reais do cotidiano dos alunos, onde os algoritmos numéricos são usados normalmente como forma de sistematizar o levantamento dos dados matemáticos utilizados pelas pesquisas escolares, em geral, que poderiam ser realizadas na própria escola e estabelecerem através de gráficos, tabelas e projetos, tanto da própria área da matemática, quanto de princípios de outras áreas do conhecimento. Veja o exemplo na Figura 16, a seguir:

Figura 16: Exemplo de Situações-problema ou problemas de aplicação

Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual é o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda escolar. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos?

Podemos levantar as seguintes questões:

a) **Quantos alunos comem a merenda por dia? E por mês?**
b) **Quantos quilos de arroz, macarrão, tomate, cebola, sal etc. a escola recebe por mês?**
c) **Qual o preço atual, por quilo, de cada um desses alimentos?**
d) **Qual o salário mensal da merendeira?**
e) **Quanto se gasta de gás?**

Fonte: Dante (1989, p. 20)

Dentro desta classificação de problemas que foram abordados por Butts (1998) serão abordados também, como mais uma forma de aprendizado, os *problemas de quebra-cabeça* que fazem parte da relação dos tipos de problemas estudados e classificados por Dante. Estes problemas podem fazer parte do dia a dia dos alunos para desafiar suas mentes, fazendo-os pensar mais um pouco, nos momentos de recreação ou de gincanas proporcionadas pela escola, onde o aluno pode aprender brincando com este tipo de problema que Dante (1989, p. 21) denominou como, "[...] matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum *truque*, que é a chave da solução". Veja o exemplo do Quadro 15, abaixo:

Quadro 15: Exemplo de problema de quebra-cabeça

Escreva os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 usando quatro quatros e as quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Exemplos:

a) $0 = 44 - 44$ **b)** $6 = [(4 + 4) : 4] + 4$ **ou** $6 = \frac{4 + 4}{4} + 4$

Fonte: Dante (1989, p. 106)

Para uma melhor visualização dos problemas estudados, até o momento, serão discriminados no Quadro 16 os nomes dos tipos de problemas, relacionando o autor e o ano da obra e resumo dos seus fundamentos e organização conceituais:

Quadro 16: Resumo dos tipos de problemas

AUTOR/ ANO DA OBRA	TIPOS DE PROBLEMAS ABORDADOS	FUNDAMENTOS E ORGANIZAÇÃO CONCEITUAIS
Polya (1977)	Problema Rotineiro	A arte da resolução de problemas como ensino e aprendizagem da Matemática
	Problemas de Determinação	
	Problemas de Demonstração	
	Problemas práticos	
Renata Stancanelli (2001)	Problemas Convencionais	O ensino e a aprendizagem como forma de pensar e de aprender Matemática através da resolução de problemas
	Problemas Sem Solução	
	Problemas com mais de Uma Solução	
	Problemas com Excesso de Dados	
	Problemas de Lógica	
Thomas Butts (1998)	Exercícios de Reconhecimento	Motivação e entendimento conceitual no estado da arte para resolver problemas
	Exercícios de Algoritmos	
	Problemas de Aplicação	
	Problemas de Pesquisa Aberta	
	Situações-problema	
Dante (1989)	Exercícios de Reconhecimento	A prática de Educação Matemática através do ensino E aprendizagem da resolução de problemas
	Exercícios de Algoritmos	
	- Problemas-padrão	
	- Problemas-padrão compostos	
	Problemas-processo ou heurísticos	
	Problemas de aplicação	
	Problemas de quebra-cabeça	

Fonte: Autoria própria

4.3 A formulação de problemas matemáticos e seus princípios

Logo após os estudos realizados sobre a resolução de problemas serão abordados os estudos sobre a formulação de problemas, na sala de aula.

Chica (2001) afirma que para o aluno explicar a situação-problema, através do texto elaborado por ele, é necessário que o mesmo organize a estrutura do texto para dar sentido às ideias e que seja explícito o bastante a todos que vão ler. O aluno, quando aprende a formular as situações-problema, passa a desenvolver a linguagem específica para este fim através da complementação da língua materna e da matemática em produção de textos, configurando, portanto, de um simples resolvedor de problemas para um propositor de problemas.

Como foi visto anteriormente, sobre a importância que possuem os traçados, os desenhos, os esboços, a oralidade, a linguagem matemática para a resolução de problemas, será abordado, portanto, conforme a autora, a leitura e a escrita, as quais estão presentes em todas as áreas do conhecimento e na Matemática não é diferente. Por tais razões, é necessário que os alunos, sob a coordenação dos professores, possam reconhecer e aprender a elaborar textos, corretamente. Mas, para isso é necessário colocar em prática as experiências que eles possuem sobre o ato de contar histórias, para então, colocá-las no papel, expressando assim, com coerência, suas ideias através de palavras que se adequem e deem sentido ao texto.

Ademais, a mesma autora ressalta que,

> Dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada. Mais que isso, ao formularem problemas, os alunos sentem que têm controle sobre o fazer matemática e que podem participar desse fazer, desenvolvendo interesse e confiança diante de situações-problema. (CHICA, 2001 p. 152).

Nesse sentido, a formulação de problemas pode ser um importante indicativo das concepções e práticas descritas anteriormente referentes a resolução de problemas. Os professores facultam aos seus alunos a oportunidade para que eles possam trabalhar e formular problemas através da linguagem escrita, desenhos, esboços ou outros. Nesse sentido, as crianças dedicam-se mais ao seu aprendizado e, conforme orienta Chica (2001) eles pensam na situação-problema como um todo e não apenas nos números, na pergunta ou nas palavras-chaves que a resolução desta situação exige e, portanto, se sentem mais à vontade, mais confiantes e mais envolvidos com a situação-problema apresentada para que possam aprender e apreender o conteúdo passado a eles, para o fazer matemática.

Para a realização deste tipo de aula é necessário, ainda segundo Chica (2001), a interação aluno-professor, com devida responsabilidade, pois é importante que o professor oriente seus alunos de uma maneira segura e desafiadora para que esta atividade não seja interrompida e tenha a sequência adequada para não prejudicar o processo de criação ou a capacidade de criar ou de inventar que será estimulada, em cada aluno.

Nesse sentido, Quaranta e Wolman (2006, p. 114) afirmam que as discussões na sala de aula são importantes, pois “[...] as crianças constroem os conhecimentos partindo de seu uso diante dos problemas e da reflexão sobre eles; a organização sistemática de instâncias de discussão na aula ocupa um lugar insubstituível neste processo”.

Neste aspecto, as afirmações de Chica (2001) enfatizam sobre o levantamento de hipóteses, os questionamentos, a troca de ideias surge, naturalmente, no momento das discussões sobre a situação-problema e esses elementos motivadores e produtivos capacitam e contribuem para que o aluno obtenha o resultado esperado sobre a resolução desta situação que é o fazer matemática, com competência.

A busca de dinâmicas sugestivas ou estratégias de ensino, como a formulação de problemas, possibilitam, segundo orienta também a autora, sobre as condições favoráveis para que o aluno tenha maior autonomia com o conhecimento, beneficiando a sua aprendizagem e afastando de vez a ideia de que o conhecimento ou o saber matemático já vem pronto ou acabado, restando apenas a reprodução desses conhecimentos para os alunos.

Nesse sentido, é esclarecido por Pais (2006, p. 28) que o sentido eficaz de fazer matemática significa uma prática contrária ao da reprodução de conhecimentos prontos e acabados, conforme mencionado acima, pois possibilita ao aluno “[...] conceber a educação escolar como um exercício de contemplação do mundo científico de onde vem a ideia de transmissão de conhecimentos”. Com efeito, o autor reporta ainda que: “[...] o professor proporciona meios pelos quais o aluno é levado a fazer Matemática, no sentido de se envolver efetivamente com o conteúdo e buscar expandir sua autonomia e raciocínio”. (PAIS, 2006, p. 29).

Diante do exposto acima, serão mencionados a seguir alguns exemplos sobre a formulação de problemas como forma de ilustração. Para as sugestões iniciais de formulação de problemas, é advertido e recomendado por Chica (2001), certo cuidado por parte dos professores, haja vista que as crianças estão acostumadas, até o momento, a apenas resolver problemas, na sala de aula. A autora afirma também que as crianças podem criar seus próprios problemas, mas antes é recomendável que elas conheçam ou possam ter experiências com diferentes tipos de problemas, pois isto vai desenvolver nelas sua capacidade de provar e exercitar suas hipóteses e fazer com que possam criar modelos a serem utilizados para a formulação dos problemas de suas próprias autorias. O quadro 17 abaixo mostra alguns exemplos de tipos de problemas de formulação, conforme Chica (2001), como inúmeros exemplos de situações práticas da vida cotidiana que poderiam ser aplicadas na sala de aula:

Quadro 17: Exemplo de Tipos de Formulação de problemas

1) A partir de um problema dado, criar uma pergunta que possa ser respondida através dele;
2) A partir de uma figura dada, criar uma pergunta;
3) A partir de um início dado, continuar o problema;
4) A parir de um problema dado, criar um parecido;

Fonte: Chica (2001 p. 153 a 156)

Nesta perspectiva é lícito questionar, se quando o professor propõe aos seus alunos a formulação de problemas como alternativa metodológica para o aprendizado de problemas, essa formulação é como se fosse o reconhecimento de um problema? Para o aluno tentar resolver uma situação-problema formulada por ele próprio ou com a ajuda de seus colegas ou do professor como atividade de sala de aula, é necessário que o aluno possa reconhecer o problema como uma situação-problema através das diferenças existentes entre exercícios e problemas, citadas anteriormente, conforme afirmadas por Pozo (1998) e todas aquelas etapas abordadas para a resolução de problemas.

Acontece, porém, que para alguns alunos, conforme escreveu o autor, uma situação-problema não é reconhecida por eles como ela parece ser para alguns dos seus colegas de sala de aula, pelo simples fato desses alunos a reconhecerem como um mero exercício de resolução imediata e automatizada, levando-se em conta, portanto, as experiências e conhecimentos que eles, de alguma forma já possuem e que esse problema pode ser resolvido com uma demanda mínima de recursos cognitivos.

Desta forma, para que o aluno formule ou construa um problema e alcance a meta pretendida ou a resolução dele é necessário que ele compreenda, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais que: "Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la". (BRASIL, 1997b, p. 44).

5 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 1º AO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Na seção anterior foram apresentadas as abordagens da resolução e da formulação de problemas que são praticadas pelos docentes, apontando seus objetivos e consequências, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, métodos para a resolução, os diferentes tipos de problemas como os ilustrados e a diferença existente entre exercícios e problemas.

Nesta seção da dissertação pretende-se analisar o papel do Livro Didático de Matemática do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental no desenvolvimento da prática pedagógica e verificar quais as concepções teóricas e práticas que norteiam as propostas de resolução de problemas presentes nos livros didáticos.

5.1 O papel do livro didático no ensino e aprendizagem da Matemática

Atualmente, o livro didático vem sendo utilizado como importante recurso indispensável pelas escolas formais em todos os níveis de ensino. Ele foi originado na Grécia e segundo as abordagens de Soares (1996),

> [...] o livro didático persistiu ao longo dos séculos, sempre presente nas instâncias formais de ensino, em todas as sociedades, como documenta a História da Educação. Os *Elementos de Geometria* de Euclides, escrito em 300 a.C., circularam desde então e por mais de 20 séculos como texto escolar; livros religiosos, seletas de textos em latim, manuais de retórica, abecedários, gramáticas, livros de leitura povoaram as escolas através dos séculos ao longo da história, o ensino sempre se vinculou indissociavelmente a um livro ‘escolar’, fosse ele livro *utilizado* para ensinar e aprender, fosse livro propositadamente feito para ensinar e aprender. (SOARES, 1996, p. 53).

Os estudos realizados e sistematizados por Freitag e Costa (1989, p. 79) afirmam que: “[...] uma das melhores definições sobre o livro didático e suas funções, date de 1961, em texto de Renato Fleury: ‘O livro didático é uma sugestão e não uma receita’, não podendo substituir o professor”.

Nesta perspectiva, os PNLD (2013, 2016) afirmam que o professor é o principal agente mediador pedagógico do processo ensino e aprendizagem, da mesma maneira, que ele acompanha também o desenvolvimento e o progresso desse processo nos seus alunos.

Nesse sentido, a atividade didática do professor pode ser referenciada pelo livro didático que se torna um participante, na sala de aula, conforme afirmação de Carvalho e Lima (2010, p. 15): “O livro didático traz para o processo de ensino e aprendizagem mais um personagem, o seu autor, que passa a dialogar com o professor e com o aluno". Sendo assim, o livro didático possui a sua importância, mas apenas como um mero instrumento que auxilie e facilite o trabalho do professor na sala de aula e na medida da sua utilização.

Se o livro didático, ou seja o seu autor dialoga com o professor, o aluno, consequentemente ele é um mediador entre eles e é lícito presumir que o livro didático foi escrito para o professor e o aluno, pois é necessário que ele seja capaz de transmitir ou transformar os conhecimentos, as simbologias nele contidas em conhecimentos escolares para os seus dois leitores, o aluno e seu professor, conforme os referidos autores (2010, p. 30) afirmam, "[...] no cenário complexo da sala de aula, intervêm o aluno, o livro didático, a Matemática e o professor, como fatores essenciais no processo de ensino e de aprendizagem. No entanto, nele, o aluno e o professor são os sujeitos privilegiados,".

O livro didático possui várias funções importantes tanto para os professores quanto para os alunos e dentre elas, segundo os mesmos autores,

> [...] há situações em que o livro didático tem ocupado o papel dominante no ensino. Nestes casos, convém lembrar que, apesar de toda a sua importância, este livro não deve ser o único suporte do trabalho do professor. É sempre desejável buscar enriquecê-lo com outras fontes, a fim de ampliar ou aprimorar o conteúdo que ele traz e, acima de tudo, adequá-lo ao grupo de alunos que o utiliza. (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 16).

Será mencionada abaixo uma pesquisa que foi realizada nas regiões Norte e Nordeste, em 1985 e que apesar de ser um pouco antiga, retrata a situação atual do cotidiano de pelo menos a maioria das escolas brasileiras referente à escolha do livro didático pelo grupo de professores das escolas e também para os estudos desta pesquisa de mestrado.

Nos dias atuais, a escolha do livro didático é recomendada pela Resolução do CD/FNDE 42/2012 que, conforme o PNLD, "[...] compete às escolas e às secretarias garantir que o corpo docente da escola participe do processo de escolha". (BRASIL 2015, p.25). Para o mesmo PNLD esta escolha do livro didático é realizada pela participação de um grupo de professores da escola como já foi dito, os quais exercem um papel de autonomia e também pode ser registrada através da *Ata de Escolha de Livros Didáticos,* sugerida pelo referido Plano Nacional do Livro Didático. Mas esta escolha é sempre assim, um padrão?

Freitag e Costa (1989) relatam sobre uma pesquisa investigativa quantitativa e qualitativa realizada pelo Prof. Dr. João Batista Oliveira[10], em 1985, onde ele propôs um questionário para ser respondido pelos professores de 844 salas de aula das cinco primeiras séries do Ensino Fundamental das regiões Norte e Nordeste, tanto da zona rural, como da urbana, para investigar qual a avaliação que eles faziam a respeito dos livros didáticos que eram utilizados por eles, os professores. Os resultados foram interessantes, pois ele constatou que 29,7% dos livros foram adotados pela Direção da escola, livros que foram enviados pelas Secretarias de Educação e foram adotados sem o conhecimento prévio dos professores. Pequena parcela de professores como um pouco inferior a 12% escolheram o próprio livro didático a ser adotado e por esta mesma estratégia 34% deles preferiram adotar outro livro. E o restante deles como 70%, por não concordarem com a troca ou por não conseguirem achar outro livro compatível pelos órgãos competentes, reuniram-se para discutirem a situação quanto ao livro adotado e conforme a autora (1989, p. 106-107) "[...] os professores são unânimes em sua apreciação da qualidade dos livros didáticos, seja em relação a aspectos específicos do livro, seja em sua avaliação global. Mais de 95% dos livros adotados mereceram notas superiores a sete [...]".

Segundo os estudos sistematizados da mesma autora são evidenciados também que:

> O livro didático não funciona em sala de aula como um instrumento auxiliar para conduzir o processo de ensino e transmissão do conhecimento, mas como o modelo-padrão, a autoridade absoluta, o critério último de verdade. Neste sentido, os livros parecem estar modelando os professores. O conteúdo ideológico do livro é absorvido pelo professor e repassado ao aluno de forma acrítica e não distanciada. (FREITAG; COSTA, 1989, p. 111).

Podemos observar, pelas palavras ainda da mesma autora, que além desses problemas abordados acima, a educação no Brasil não tem tido o merecido valor por parte dos chefes de estado com relação à falta de recursos e de verbas necessárias a todos os setores da escola, conforme afirma Vergnaud (2008) "A questão é que a Educação é considerada custo, não investimento. São os homens que produzem coisas novas, não é o capital".

Neste contexto, os parcos investimentos direcionados às bibliotecas para suprir a falta de livros indispensáveis à pesquisa e estudos mais aprofundados, principalmente para o uso do corpo docente e os costumes da boa leitura para os discentes. Os laboratórios pedagógicos quase

---

[10] Professor doutor em Pesquisa Educacional pela Florida State University em 1973 nos Estados Unidos da América do Norte.

sempre estão sem condições de uso e quando eles existem, nada funciona. O próprio prédio da escola se encontra, às vezes, em precárias condições de conservação, sem nenhuma previsão para reformas.

As péssimas condições salariais dos professores, que não condizem com a realidade de outros profissionais, são alarmantes. Os professores, às vezes, precisam fazer dobras de trabalho exaustivas para receberem o suficiente para a sua subsistência.

Considerando todos esses pontos abordados para reflexão, é de bom alvitre questionar: "Como um professor que mal ganha para o seu sustento poderá adquirir livros diferentes para aumentar o acervo de leituras da sua biblioteca ou adquirir o bom costume da leitura diária que ele tanto necessita e almeja para melhorar o seu intelecto e dar bons exemplos aos seus alunos?"

Os professores precisam ser mais bem remunerados para que se sintam mais valorizados e estimulados a desempenhar um bom trabalho, na sala de aula. Eles necessitam de condições favoráveis de trabalho e de estudos mais avançados para se qualificarem através de pesquisas didáticas. Freitag e Costa (1989) afirmam que, embora os professores já possuem a sua formação acadêmica ou outra, eles precisam muito mais de constantes cursos de reciclagens e de estudos atualizados de formação continuada de professores que possam ser viabilizados pelos Institutos Federais de Educação ou pelas Instituições Federais de Ensino Superior da região onde eles habitam para o seu aprimoramento intelectual.

São necessários, também, salários compatíveis com a função que eles exercem para o desempenho e o desenvolvimento de um trabalho pedagógico que os incentive e motive a sempre a reciclar e estudar para a formação de cidadãos com pensamento crítico e não passivo pela ação expressiva e constante do livro didático com a utilização das mesmas práticas pedagógicas de sempre.

Neste mesmo contexto, os PCN abordam também que:

> O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento. (BRASIL, 1997a p. 67).

Além do mais, percebe-se também que nos dias atuais existem professores que adotam ou conduzem seus alunos utilizando apenas o livro didático como se ele fosse o orientador principal ou o único meio de trabalho da relação ensino e aprendizagem, na sala de aula, subestimando, assim, a diferença existente entre o programa de ensino que foi elaborado pelos pressupostos pedagógicos estabelecidos em conformidade com o projeto político pedagógico firmado pela escola e o livro didático escolhido pela decisão colegiada.

Neste caminho, afirmam Carvalho e Lima (2010) que:

> O Programa Nacional do Livro Didático – PNLD tem como um de seus princípios básicos atribuir ao professor, em sintonia com o projeto pedagógico de sua escola, a tarefa de escolher o livro que será usado por seus alunos. Este é, portanto, um trabalho dos mais significativos que periodicamente o professor é chamado a realizar. (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 17).

Além do mais, o Programa de Ensino da escola deve conter os seus objetivos claros, os recursos a serem utilizados pelos professores, como o livro didático, o qual é apenas um desses recursos, devem estar bem definidos, as metodologias que serão utilizadas no processo ensino-aprendizagem precisam estar evidenciadas e as metas a serem alcançadas devem ser traçadas, adequadamente, para que o trabalho pedagógico programado pela equipe escolar não seja prejudicado, naquele ano ou no semestre letivo em questão.

Neste contexto, os mesmos autores enfatizam também que:

> Antes de escolher o livro que adotaremos, devemos nos fazer uma pergunta bem simples: o que é que ele contém, efetivamente, de Matemática? Algumas vezes, por exemplo, encontramos um livro que apresenta um trabalho muito bom sobre meio ambiente, mas que só vai abordar a construção dos números do meio para o final da obra, em uma fase em que a aquisição do nosso sistema de numeração é fundamental. (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 18).

A equipe reunida com os professores da escola, sugerem os autores, poderá questionar, debater sobre as metodologias abordadas pelo livro didático a ser escolhido e também se as propostas referentes ao conteúdo matemático serão suficientes e adequadas para os primeiros anos do Ensino Fundamental. A exemplo disso, a equipe poderia escolher conteúdos curriculares interdisciplinares e mais contextualizados que contemplassem os quatro grandes campos da matemática, conforme os PCN, números e suas operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação e também pela formulação e resolução de situações-problemas matemáticos que sejam mais elaborados e sistematizados. Dessa forma, essas situações-problemas podem proporcionar ao aluno motivação para leituras mais criteriosas do texto, estimulando, assim, o aluno a pensar mais um pouco no momento da resolução desses problemas, conforme é enfatizado por Carvalho e Lima (2010 p. 19) onde afirmam que, "É desta matemática que o aluno deve se apropriar, não como um repertório de fórmulas e algoritmos, mas como saber-fazer matemático que o habilite a resolver problemas do seu dia a dia ou de sua prática profissional futura [...]", fazendo com que os objetivos da aprendizagem possam ser alcançados pelo aluno, do que somente escolher conteúdos matemáticos com listas intermináveis de exercícios de fixação que demandam efetuar cálculos e mais cálculos, mecanicamente sem pensar e desta maneira, os mesmos autores afirmam também que:

> Convém lembrar que um livro que contenha somente exercícios de fixação é prejudicial ao aluno, pois não o prepara para enfrentar situações novas, desafiadoras. Por sua vez, um livro que só apresente problemas difíceis também não contribui adequadamente para a aprendizagem, visto que pode levar o aluno a perder a autoconfiança, particularmente em Matemática, fazendo com que fique imobilizado e acabe por acreditar que não será capaz de resolvê-los. (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 25).

Ao fazer a escolha do livro didático pela equipe da escola, os referidos autores (2010, p. 18) sugerem cuidados a serem tomados para que a aprendizagem do aluno não seja prejudicada: "O primeiro é não omitir assuntos essenciais, que poderão fazer falta em etapas posteriores da escolaridade. O segundo é não tornar muito extensa a matéria a ser estudada, com excesso de temas e, pior ainda, apresentados sem distinção dos mais importantes".

Sendo assim, o livro didático escolhido não é a fonte principal do conhecimento, não é a única ferramenta de trabalho para os professores. Ele é apenas um auxiliar, um dos recursos que podem ser utilizados dentro das etapas do programa de ensino que o professor utiliza para que possa ajudá-lo nas suas interações com o seu aluno. Assim sendo, o PNLD (2016, p. 20) afirma que: "Embora o livro didático seja um recurso importante no processo de ensino-aprendizagem ele não deve ocupar papel dominante nesse processo. Assim, cabe ao professor manter-se atento para que a sua autonomia pedagógica não seja comprometida".

Paralelas ao livro didático poderão ser usadas outras inúmeras fontes de conhecimento, onde os PCN afirmam que, "A utilização de materiais diversificados como jornais, revistas, folhetos, propagandas, computadores, calculadoras, filmes, faz o aluno sentir-se inserido no mundo à sua volta". (BRASIL, 1997a, p. 67).

Além do mais, Gitirana, Guimarães e Carvalho (2010) recomendam a complementação dos livros didáticos pelos livros paradidáticos. O professor pode exercer o hábito da leitura de pequenas histórias que contenham conceitos e princípios matemáticos como o sistema de numeração, por exemplo, para aferir medidas como a massa dos corpos, a área dos objetos, o tempo, elaborar codificações e sequências numéricas que possam ser explorados pelos alunos dos dois primeiros anos do Ensino Fundamental (1º e 2º). Os alunos podem interagir com o professor respondendo questões levantadas por ele, não só para colocar em prática a criatividade e a curiosidade nata que eles possuem, para achar um novo desfecho da história, mas reconhecer e assimilar, com prazer, os referidos conceitos e princípios matemáticos introduzidos pela leitura.

Desta forma, segundo Gitirana, Guimarães e Carvalho (2010)

> Os paradidáticos se compõem de livros de histórias infantis, cujos enredos atribuem significados a conceitos matemáticos. Também existem as coletâneas de lendas e parlendas, de sugestões de brincadeiras, e outras que trazem propostas de experimentos e de uso de materiais didáticos. (GITIRANA; GUIMARÃES; CARVALHO, 2010, p. 92).

Esta complementação ou ampliação ou adequação de sugestões de atividades apontadas instigam a curiosidade do aluno, como já foi dito, para que ele possa assimilar melhor pelo processo de ensino e aprendizagem e também pelo conjunto de metodologias estabelecidas e elaboradas pelo programa de ensino para o ano ou semestre vigente na escola.

A equipe escolar formaliza o Programa de Ensino, inserindo nele as metodologias, que serão trabalhadas naquele ano e com a ajuda dos professores escolhem o livro didático para a disciplina de Matemática que será utilizado no ano letivo e deverá observar, segundo o PNLD que, "O livro didático de Matemática, instrumento de trabalho do professor e de aprendizagem do aluno, é adequado na medida em que favorece a aquisição, pelo aluno, de um saber matemático autônomo e significativo". (BRASIL 2016, p. 22). E conforme Carvalho e Lima (2010, p. 19) afirmam, "Dessa forma, é papel fundamental de um livro didático favorecer a aquisição, pelo aluno, dos conteúdos que compõem a matemática escolar".

Sendo assim, o conhecimento institucionalizado pela disciplina da matemática pode levar ao aluno, além do conhecimento formal básico, o desenvolvimento mental que favoreça a ele uma formação crítica para que ele se torne um cidadão consciente e autônomo pleno.

Mas, percebe-se que nem sempre isso acontece, pois, muitos alunos passam pela escola e saem dela com defasagem de aprendizagem, tendo em vista os processos treinativos e repetitivos aplicados pelos conteúdos matemáticos formais. É conveniente, portanto, que a equipe escolar, formada pelos professores atuantes da escola, possa escolher a coleção de livros didáticos que seja mais adequada ao aluno e que predisponha junto a ele, a melhor aprendizagem.

O PNLD afirma que:

> [...] é possível observar a presença da Matemática nas atividades humanas das diversas culturas. Muitas ações cotidianas requerem competências matemáticas que se tornam mais complexas à medida que as interações sociais e as relações de produção e de troca de bens e serviços se diversificam e se intensificam. Em sociedades como a nossa, permeadas por tecnologias de base científica e por um crescente acúmulo e troca de informações de várias naturezas, é consenso reconhecer que as competências matemáticas tornaram-se um imperativo. (BRASIL 2016, p. 13).

A metodologia da resolução de problemas de matemática permeada pelas novas tecnologias da comunicação e da informação comumente valorizadas e apreciadas, nos dias de hoje, propiciam, de acordo com as afirmações de Carvalho e Lima (2010), múltiplas interações de cunho social, cultural e também ações mentais no aluno, as quais geram o surgimento de ideias matemáticas. À medida que esta metodologia estiver embasada pelos saberes matemáticos, aplicadas pelas escolas formais de ensino, será favorecida a construção das competências matemáticas. Os autores se referem também sobre os saberes matemáticos, os quais sempre foram de grande utilidade e relevância para a resolução de problemas, independentemente da época utilizada como, por exemplo, efetuar cálculos simples referentes à compra de alimentos por quilo, em algum comércio, assim como efetuar cálculos que envolvam transações bancárias de alto valor monetário realizadas pela internet.

Mas o que são exatamente as competências matemáticas? O PNLD (2016) elenca a listagem delas, enfatizando, porém, a existência de muitas diversidades compreendidas em função das mesmas e, consequentemente, poderão ser adaptadas em conformidade com a realidade da instância educacional. As competências são:

> - interpretar matematicamente situações do dia a dia ou de outras áreas do conhecimento;
> - usar independentemente o raciocínio matemático para a compreensão do mundo que nos cerca;
> - resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, e que desenvolvam a iniciativa, a imaginação e a criatividade;

> • avaliar se os resultados obtidos na solução de situações problema são ou não razoáveis;
> • estabelecer conexões entre os campos da Matemática e entre ela e as outras áreas do saber;
> • raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar;
> • compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação;
> • utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio: dedutivo, indutivo, probabilístico, por analogia, plausível, entre outros;
> • comunicar-se utilizando as diversas formas de linguagem empregadas na Matemática;
> • desenvolver a sensibilidade para as relações da Matemática com as atividades estéticas e lúdicas;
> • utilizar as novas tecnologias de computação e de informação (PNLD, BRASIL, p. 15).

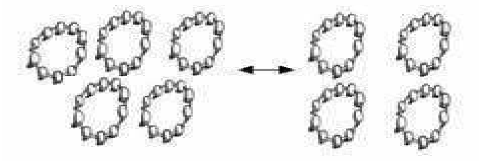
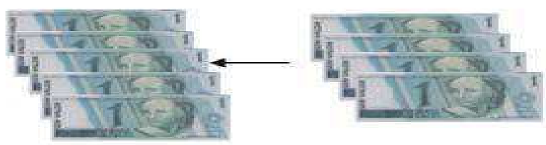
As competências elencadas acima demonstram, segundo o mesmo PNLP (2016), que os quatro grandes campos utilizados pelos conteúdos matemáticos formais como *números e operações, geometria, grandezas e medidas e tratamento da informação* propostos para os primeiros anos (1º ao 5º) do Ensino Fundamental estão associados a essas competências, podendo assim serem desenvolvidos por elas, de forma articulada. As articulações podem ser entendidas como a não predisposição ao isolamento dos conteúdos curriculares para o ensino da Matemática pelos educadores matemáticos e também pelos inúmeros significados que são possíveis determinar para um único conceito. A aprendizagem é realizada através de conceitos que possam se interagir com outros conceitos permeados por relações das mais simplórias até as mais complicadas, ou seja, a sua realização é possível pela revisitação progressiva dos conteúdos, de maneira amplificada e densa, ao longo da vida escolar realizada pelas crianças. Portanto, a resolução de problemas no cotidiano escolar do aluno, não constitui meras aplicações de técnicas treinativas já exercitadas, anteriormente, mas conforme o referido PNLD "constitui-se em uma atividade na qual o aluno é desafiado a mobilizar seus conhecimentos matemáticos, e a procurar apropriar-se de outros, sozinho ou com a ajuda de colegas e do professor, a fim de elaborar uma estratégia que o leve a uma solução da situação proposta. (BRASIL 2016, p. 16).

Sendo assim, serão citadas, como forma de exemplo, as ideias de juntar e acrescentar as quais estão associadas ao conceito da operação da adição. É bom lembrar que a subtração é a operação inversa da adição, ou seja, uma operação é o complemento da outra e possui a sua importância neste cenário em questão, tendo em vista as ideias que levam ao entendimento desta operação como retirar, comparar e completar. Sendo assim, Mandarino (2010, p. 119) afirma que: “[...] é fundamental destacar que este tipo de classificação não deve ser explicada às crianças, ou seja, tanto a classificação, quanto a nomenclatura a ela associada, não devem ser um conteúdo de ensino”. Neste sentido, segundo a mesma autora, o professor, como agente autônomo na sala de aula, pode ter, com esses exemplos, maiores condições de “explorar” as situações-problemas que contenham não só as operações inversas como também enunciados com interpretações e significados diferentes propiciando condições ao aluno a pensar na operação a ser feita.

Neste caminho, não será necessário citar e aprofundar nas outras operações como a multiplicação e divisão, tendo em vista que elas também possuem, nos seus conceitos, incontáveis significados para um único conceito. E conforme o mesmo PNLD (2016) é necessário, portanto, que as articulações citadas possam ser bem desenvolvidas, pelo livro didático, para que não haja ações repetitivas e fragmentos desnecessários.

Segundo Mandarino (2010) a referida associação que a operação da soma possui em seu conceito é exemplificada da seguinte maneira, conforme a Figura 17, abaixo:

Figura 17: Exemplos de termos da ideia de adição

JUNTAR	**ACRESCENTAR**
Maria e Joana fazem pulseiras de sementes para vender. No sábado, Maria vendeu 5 pulseiras e Joana vendeu 4. Quantas pulseiras foram vendidas por elas neste dia?	Ontem eu gastei 5 reais na lanchonete. Hoje eu gastei 4 reais de condução para ir à casa da minha avó. Quantos reais eu gastei nestes dois dias?
Venda de Maria Venda de Joana 	Ontem Hoje 
5 + 4 =	**9**

Fonte: Mandarino (2010, p. 120)

Continuando as argumentações, as figuras geométricas são exemplos que estão entre os diferentes tipos de representações de um único conteúdo que são acessíveis pelas articulações. Sobre as figuras geométricas relatam o PNLD que: “[...] podem ser associadas a objetos do mundo natural, a imagens gráficas, a desenhos e ou a expressões da língua materna”. (BRASIL, 2016, p. 17).

Conforme as pesquisas de Lima e Carvalho (2010),

> Desde os rabiscos espontâneos, aos desenhos com o auxílio de instrumentos simples e adequados à faixa etária, existe um vasto repertório de atividades

> escolares que auxiliam a criança a representar os objetos ao seu redor e a compreender as propriedades geométricas das figuras desenhadas ou reproduzidas em imagens gráficas. (LIMA; CARVALHO, 2010, p. 141).

Os autores se referem às imagens gráficas ou modelos materiais, que são objetos representados pelo mundo físico-material, como as brincadeiras que podem ser desenvolvidas na escola como, por exemplo, o jogo de amarelinha, onde a criança desenha os quadriláteros no chão da escola para que a brincadeira seja realizada tanto para ela quanto para seus amiguinhos. O desenho de arestas e faces referentes às figuras tridimensionais como os poliedros, as dobraduras, as colagens e os recortes para montagens de figuras espaciais.

Para a observação de figuras planas, após as leituras dos livros complementares, afirmam Gitirana, Guimarães e Carvalho (2010, p. 93) que, “Deixar a criança cortar em papel as figuras planas auxilia a compreensão de como ela está percebendo cada figura”. Todas essas atividades desenvolvem a coordenação motora da criança e por isso é importante que o professor tenha o cuidado necessário de verificar o momento de aplicá-las, tendo em vista que cada criança traz consigo um pouco dessas capacidades já desenvolvidas e sendo assim, os autores supracitados (p. 143) enfatizam que: “Tal cuidado, muitas vezes, não é observado pelos moldes presentes em muitos livros didáticos, o que prejudica muito a sua utilização pelas crianças”.

De acordo com Gitirana e Carvalho (2010),

> Toda coleção de livros didáticos traz consigo princípios metodológicos que orientaram os autores na organização de suas obras. Nesse sentido, podem induzir à adoção dessas propostas metodológicas. No entanto, a metodologia, de fato, se dá nas relações estabelecidas na sala de aula entre professores, alunos e o conhecimento. Portanto, professor, você é o ator principal na condução e adequação da metodologia e das práticas pedagógicas que propiciem ao seu aluno desenvolver capacidades e competências matemáticas que permitam a ele atuar como cidadão crítico e consciente. (GITIRANA; CARVALHO, 2010, p. 52).

Dentre as várias metodologias existentes para o estudo dos conteúdos matemáticos, apontam os autores que podem ser enfatizadas as metodologias do *ensino tradicional*, a de *modelagem matemática* e a de *resolução de problemas*. Será utilizada nos estudos em questão, a metodologia de resolução de problemas, tendo em vista o foco norteador desta pesquisa de mestrado. A metodologia do *ensino tradicional* é aquela que é especificada pelos atos treinativos, repetitivos, como já é do conhecimento de todos, pela condução dos conteúdos matemáticos pelo professor e a posterior aplicação desses conteúdos pelas atividades de fixação, sem o desenvolvimento progressivo de estratégias pessoais e autônomas do aluno. Conforme os PCN (BRASIL, 1997b, p. 42) afirmam: “A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado”.

Nesta referida metodologia, os alunos interiorizam a ideia matemática de imitar e reproduzir, efetuando os cálculos matemáticos, apenas retirando os números do problema exposto e conforme relatam os mesmos PCN (BRASIL, 1997b, p. 43): “Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações”.

Gitirana e Carvalho (2010) afirmam que:

> [...] na **metodologia de resolução de problemas** cabe ao docente, com o auxílio do livro didático, inclusive do manual do professor: planejar as atividades que propiciem as situações adequadas para que os conhecimentos matemáticos “aflorem” do ato de resolver problemas; mediar o trabalho dos alunos; e, por fim, auxiliá-los na aproximação entre o conhecimento construído e o conhecimento formal matemático (a sistematização). (GITIRANA; CARVALHO, 2010, p. 34, grifos dos autores).

Os autores se referem ao conhecimento sistematizado, nos livros didáticos, como forma de ajudar a resolver e sintetizar o problema para o aluno, onde os professores deverão observar onde está descrita esta sistematização na coleção de livros didáticos predispostos ao trabalho deles para que possam ter maior autonomia no processo ensino-aprendizagem dos alunos. Os referidos autores informam, ainda, que existem coleções nas quais a proposta de sistematização vem subsequente às atividades apresentadas no livro didático e em outras, elas estão disponibilizadas no manual do professor e com isso, cabe aos professores adequá-las, resumidamente, para o aluno, como o exemplo afirmado por Gitirana e Carvalho (2010) que:

> [...] se uma criança não consegue perceber que o total de bombons que estão em dois saquinhos, um com 4 bombons e outro com 3, pode ser obtido a partir da contagem de bombons do primeiro saquinho somado com a quantidade obtida por contagem no outro, mas precisa juntar os conteúdos dos dois saquinhos e contá-los, ela não entenderá a adição 4 + 3 como forma e processo sistematizado para a solução de problemas de composição de duas quantidades discretas. Para esta criança, a solução ainda é juntar os objetos e contá-los. (GITIRANA; CARVALHO, 2010, p. 35).

O professor pode levar o entendimento ou a ideia de adição ao aluno de maneira que ele possa compreender, segundo afirmam os autores, que em conformidade com o seu desenvolvimento cognitivo, que juntar ou acrescentar os bombons de um primeiro saquinho com as do segundo é o mesmo que traduzir esta contagem pela simbologia da operação de adição ou pela estrutura aditiva presente no Ensino da Matemática, colocando assim, os números "4" e o "3" e somá-los, chegando assim, a um resultado final. Mas se, no momento, o aluno não consegue assimilar esta simbologia da operação da adição, ele pode continuar a contar os objetos, como descrito acima, a exemplo de muitos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental que contam nos dedos das mãos para chegar a um resultado pedido.

De acordo com os pontos abordados e as ponderações feitas, referente ao livro didático, até este momento, é de suma importância também apontar sobre algumas das observações feitas, nas salas de aulas, pelos os estudos sistematizados de Freitag e Costa (1989) em que:

> Defensores e críticos, políticos e cientistas, professores e alunos são, no momento, unânimes em relação ao livro didático: *ele deixa muito a desejar, mas é indispensável em sala de aula*. Se com o livro didático o ensino no Brasil é sofrível, sem ele será incontestavelmente pior. Poderíamos ir mais longe, afirmando que sem ele o ensino brasileiro desmoronaria. Tudo se calca no livro didático. Ele estabelece o roteiro de trabalhos para o ano letivo, dosa as atividades de cada professor no dia-a-dia da sala de aula e ocupa os alunos por horas a fio em classe e em casa (fazendo seus deveres) (FREITAG; COSTA, 1989, p. 128, grifos da autora).

Embora o livro didático seja muito utilizável dentro da sala de aula, ele passa a ser, conforme relata ainda a autora, o objeto de total aceitação e de acomodação por parte dos professores.

Segundo Oliveira (2007) os livros didáticos propõem conteúdos e atividades de aplicação que já vem prontas e elaboradas com detalhes para serem ministradas para os alunos. Contudo, pode-se deduzir que ficaria muito mais fácil para o professor conduzir os alunos pelo livro didático do que ter o trabalho de aplicar diferentes tipos de atividades que teriam que ser preparadas, previamente.

Portanto, o livro didático se torna a ferramenta única de trabalho idealizada pelo professor, e desse modo, Freitag e Costa (1989, p. 131) afirmam que, "A desinformação, o comodismo, o conformismo da maioria dos professores fortalecem a 'onipotência' e 'onisciência' do livro didático [...]", tornando assim, agradável e satisfatório para a grande parte dos professores o trabalho que foi disponibilizado pelo mesmo.

Por outro lado, é observável também que o aluno, ao manusear o livro didático como referência de estudo, tanto em sala de aula, como fora dela, poderá entender essa prática como um incentivo e motivação para as suas leituras, tendo em vista as condições financeiras de muitas famílias dos alunos de escolas públicas pertencentes ao Ensino Fundamental. Embora isso possa acontecer, é sempre de bom alvitre que o professor faça as necessárias complementações de variadas atividades de leituras para contribuir e agregar, ainda mais, o conhecimento escolar dos seus alunos.

Em seguida, serão estudadas as concepções e práticas referentes à resolução de problemas, com recortes, as quais estão disponibilizadas nos livros didáticos, observando, portanto, as formas, os tipos como elas estão disponibilizadas para tecer alguns comentários sobre essas concepções e práticas como forma de deixar uma pequena contribuição.

5.2 A Resolução de Problemas nos livros didáticos: concepções e práticas

Historicamente, segundo o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC (2014), a reforma do ensino da Matemática Francisco Campos, que ocorreu em 1931, vem esclarecer que houve um agrupamento entre os antigos campos conceituais da matemática (álgebra, geometria e aritmética), que eram ministrados separadamente para formarem e se agruparem, oficialmente, em uma única disciplina a Matemática.

Desta forma, o mesmo PNAIC (2014) argumenta que:

> A partir de 1961 e por quase três décadas, a discussão sobre a Matemática contextualizada e interconectada perdeu protagonismo pela influência e intensiva presença do chamado Movimento da Matemática Moderna, que privilegiou uma abordagem estruturalista e formalista da Matemática. A abordagem contextualizada, as conexões e o **foco na resolução de problemas ganharam novo impulso** nos currículos da maioria dos países nos últimos 30 anos e, no Brasil, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997, com referências explícitas a Temas Transversais e o recurso a:
> . Resolução de problemas;
> . História da Matemática;
> . Tecnologias da informação e
> . Jogos (BRASIL, 2014, p. 32, grifos nossos).

A cada ano que passa percebe-se, conforme PNAIC (2014), que a matemática vem se desenvolvendo lentamente e aprimorando suas formas de interação com o aluno através de contextualizações e de conexões e aplicações matemáticas com saberes de outras disciplinas, as quais estão presentes nos livros didáticos utilizados pelos alunos, atualmente, tão apreciadas por professores renomados como Júlio César de Mello (Malba Tahan)[11], Irene de Albuquerque[12], Manoel Jairo Bezerra[13] e outros.

Neste contexto, os PCN relatam que:

> O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele percebe entre os diferentes temas matemáticos. Ao relacionar idéias matemáticas entre si, podem reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição e inclusão e perceber que processos como o estabelecimento de analogias, indução e dedução estão presentes tanto no trabalho com números e operações como em espaço, forma e medidas. (PCN, 1997b, p.38).

É percebido também, que de uma forma ou de outra, estas contextualizações e conexões até podem trazer resultados de aproveitamento escolar para a disciplina de Matemática, mas a realidade escolar, da atualidade, mostra situações bem diferentes dos fatos apresentados, frente aos resultados insatisfatórios divulgados pelo SAEB, órgão do MEC, responsável pela divulgação das avaliações anuais aplicadas aos alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental, referente ao processo ensino-aprendizagem.

Para exemplificar esse contexto será citada uma das pesquisas que foram realizadas por Nunes, Carraher e Schiliemann (1982), na qual eles demonstram, através de estudos elaborados por uma pesquisa de campo, onde alunos em idade escolar que cursam o Ensino Fundamental, trabalham fora de casa em conjunto com seus pais vendendo produtos hortifrutigranjeiros como pipoca, ovos, cocos e outros, nas feiras livres da cidade para se sustentarem.

No início da pesquisa foram propostos problemas com situações que retratassem a realidade do cotidiano desses alunos para que eles pudessem resolver os problemas mentalmente como eles fazem todos os dias. Depois, foi solicitado que parte dessas situações fossem resolvidas com questões elaboradas por problemas com enunciado e também por exercícios matemáticos elementares avulsos para serem resolvidos por eles, matematizando as operações no papel, como são realizadas, normalmente, pela escola formal.

---

[11] Foi um dos maiores propagadores da matemática no Brasil e atuou como pedagogo, professor, educador, matemático e escritor de romances infanto-juvenis.
[12] Professora catedrática do Instituto de Educação do antigo Estado da Guanabara, hoje Estado do Rio de Janeiro (FILHO, 2013, p.19)
[13] Foi professor da Escola de comando e Estado Maior da Aeronáutica, do Colégio Pedro II, do Colégio Naval, do Curso de Técnica de Ensino do Exército e autor de mais de 50 obras didáticas. (MACIEL, 2012, p. 120)

Para a surpresa dos resultados, foi observado que na primeira avaliação, os alunos obtiveram mais acertos, com resultados consideráveis e bem acima dos esperados, chegando a quase 100% de acertos. Na segunda avaliação, os acertos não foram tão expressivos como os da primeira, mas chegaram um pouco mais de 73% em acertos nas questões dos problemas com enunciados e um pouco mais de 36% nas questões de exercícios comuns dos 63 problemas propostos aos alunos para o resultado da pesquisa.

Neste contexto, Silva e Filho (2004) enfatizam que:

> Essas pesquisas deixam claro que crianças desfavorecidas fracassam na escola, não porque são burras ou porque têm deficiências nas funções psiconeurológicas (bases para a leitura e matemática), mas porque, o **conteúdo escolar é distante e desvinculado da realidade do aluno**. Essas experiências evidenciam que a resolução de problemas não é uma atividade para ser resolvida somente na escola, mas nas diversas situações de vida das pessoas (SILVA e FILHO, 2004, p. 3-4, grifos nossos).

O contexto destas pesquisas, e de outras também, traz embasamentos que podem ser estudados através de situações problemas ou de exercícios que estão organizados nos livros didáticos para o processo ensino-aprendizagem das escolas públicas e para isso são distribuídos pelos órgãos do MEC, anualmente, para as escolas do estado e do município existentes em todo país.

Neste sentido, o FNDE - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação junto ao PNLD - Programa Nacional do Livro Didático, publicaram a quantidade de exemplares distribuída no Brasil, referente às coleções de livros didáticos por ordem sequencial e pelo componente curricular para os primeiros anos do Ensino Fundamental em 2016.

Sendo assim, pretende-se abordar algumas concepções ou pontos de vistas a respeito do conteúdo no que se refere à forma como é evidenciada a resolução de alguns problemas, os tipos desses problemas os quais abrangem as estruturas de adição e subtração descritas nesses livros didáticos.

Para este estudo, foram escolhidas as quatro coleções abaixo descritas, as quais foram destinadas aos primeiros anos do Ensino Fundamental e indicadas também pelo PNLD 2016 como já foi dito, anteriormente, de maneira a evidenciar alguns apontamentos ou sugerir ações construtivas referentes à condução e à elaboração das situações-problemas e dos exercícios que estão descritos nessas coleções. Foram escolhidas, portanto, as seguintes coleções para o estudo:

- Ápis: Alfabetização Matemática de Luiz Roberto Dante;
- Ápis: Matemática de Luiz Roberto Dante;
- A Escola é nossa: Matemática - de Fábio Vieira, Jackson Ribeiro e Karina Pessôa e
- Aprender, Muito Prazer!: Alfabetização Matemática de Jacqueline Garcia.

Inicialmente, serão abordados os estudos e as observações referentes à coleção ÁPIS: Matemática e em seguida, serão abordadas outras figuras pertencentes às outras coleções com as devidas indicações das suas fontes.

Os alunos do 4º ano do Ensino Fundamental já estudaram, em anos anteriores, a operação da adição e subtração e agora vão rever, novamente, no sentido de reforçar esses conteúdos para ampliar seus conhecimentos e continuar seus estudos através dos números naturais iguais e maiores que 1000, conforme o livro do 4º ano da Coleção Ápis: Matemática.

Percebe-se pela Figura 17 que a operação de adição, ou seja, as ideias de acrescentar e juntar foram representadas pelo material dourado que é um dos materiais pedagógicos que foram planejados pela doutora e educadora Maria Montessori para trabalhar com a matemática de forma concreta e sensorial. Entretanto, é percebido que esse material pode ser utilizado e observado pelo aluno apenas pelo desenho que está disponibilizado no livro didático, sem nenhuma prática da parte dele.

O manual do professor do referido livro indica que a professora deve apresentar e mostrar esse material para os alunos manuseá-lo e para que eles tenham uma melhor assimilação do conteúdo a ser ministrado a eles. Sendo assim, surge uma dúvida: E se, porventura, a escola pública não tiver os recursos didáticos básicos e necessários para disponibilizar este material tão importante à aprendizagem do aluno? O que poderia ser feito?

Como forma de sugestão, esse material poderia ser confeccionado e recortado pelos próprios alunos com a ajuda do professor, na sala de aula ou fora dela ou a equipe de professores poderiam escolher a coleção do livro didático que melhor propiciasse esse recurso e contivesse em suas páginas este material disponível para que o aluno pudesse recortar as peças e assim montá-lo e manuseá-lo, com facilidade.

De outra forma, o aluno deverá observar o material, com a ajuda e a explicação da professora, abstraindo, portanto, o significado e conceito contido nas suas peças referentes à unidade, dezena, centena e unidade de milhar, o que poderia dificultar a ele a compreensão desses conceitos.

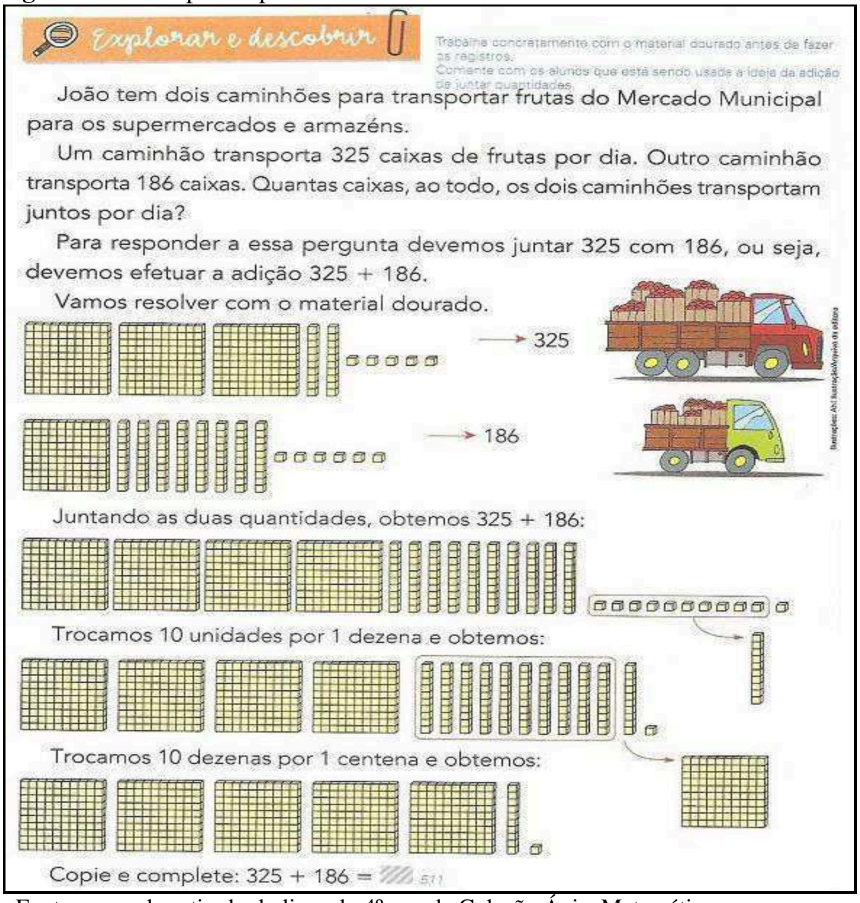
Segundo afirmação dos PCN, a Matemática é uma ciência presente no cotidiano que,

> [...] apesar de seu **caráter abstrato**, seus conceitos e resultados têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em **inúmeros aspectos práticos da vida diária:** na indústria, no comércio e na área tecnológica PCN (BRASIL, 1997b, p. 27, grifos nossos).

Desta forma, há necessidade dos alunos do 4º ano manusearem, concretamente, o material dourado antes de iniciarem os estudos sobre o conteúdo que será ministrado para que o sentido de abstração referente ao material apresentado seja o menor possível e antes também do professor iniciar a introdução dos cálculos matemáticos representados pela simbologia da matemática tanto pelo conhecimento, como pelo uso dos sinais de +, -, =, e também pelas demais simbologias das outras operações matemáticas, haja visto que esses referidos alunos já estudaram esses sinais em anos anteriores, é sempre bom retomar o conteúdo aplicado.

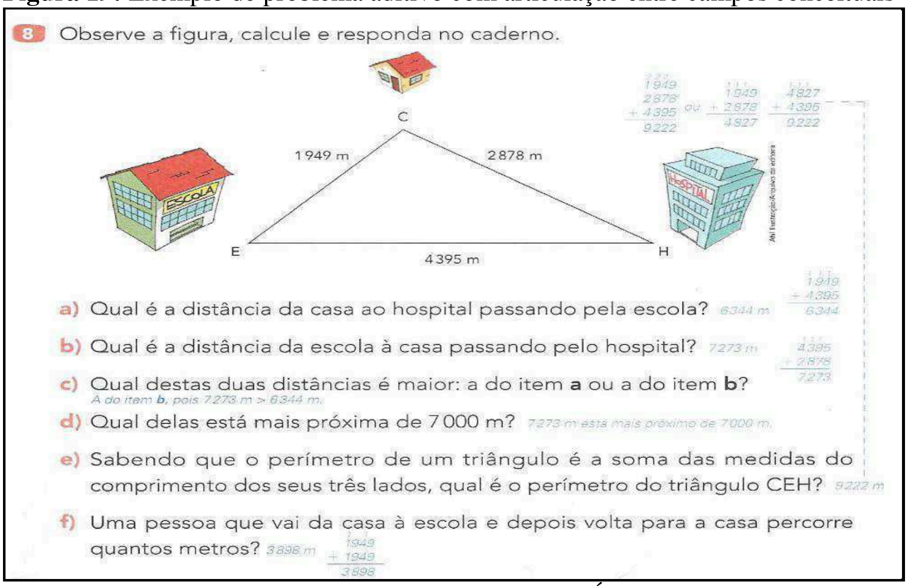
Foi verificada também, nas Figuras 18 e 19 a seguir, pouca articulação entre as conexões referentes aos campos conceituais dos conteúdos matemáticos. Na figura 19, observa-se a conexão das operações da adição e subtração pelo uso do algoritmo com os campos matemáticos da geometria e o tratamento da informação pelo cálculo do perímetro de um triângulo pelas distâncias entre a casa, escola e hospital e praticamente nenhuma interdisciplinaridade que é a articulação realizada por outras áreas do conhecimento, conforme exemplos das Figuras 18 e 19 descritas a seguir:

Figura 18: Exemplo de problema aditivo com uso do material dourado



Fonte: exemplo retirado do livro do 4º ano da Coleção Ápis: Matemática

Figura 19: Exemplo de problema aditivo com articulação entre campos conceituais



Fonte: exemplo retirado do livro do 4º ano da Coleção Ápis: Matemática

As coleções dos livros didáticos indicados pelo PNLD para o ano de 2007 analisados pela dissertação escrita por Oliveira Filho (2009, p. 117) afirmam que elas: "[...] apresentam raras atividades que solicitem aos alunos a construção de gráficos e tabelas. As atividades que envolvem esses tipos de representação são, normalmente, utilizadas de forma que os alunos sejam convidados a interpretar e preencher dados".

Neste contexto, foi observado que a representação de atividades por meio de gráficos, nos livros didáticos não tiveram alterações consideráveis do ano de 2007 para o ano de 2016, ou melhor dizendo em um período de nove anos foi verificado que os autores dos livros didáticos mantiveram uma constante na disponibilização das situações problema, ou seja, não houve diversificações significativas no período citado, pois os alunos receberam as atividades prontas para serem resolvidas, sem preocupações em pensar como fazer, conforme o exemplo do problema que se segue.

Nos problemas da Figura 20 a seguir observa-se duas situações. A situação-problema da atividade nº 1 está representada pela operação da adição através da apresentação de um gráfico. Assim sendo, o aluno pode efetuar cálculos mentais, arredondamentos e chegar a um resultado aproximado pela referida atividade da figura abaixo. Entretanto, é observado que há várias repetições, ou seja, atos treinativos e repetitivos de cálculos que provém das práticas exercidas pelos professores de matemática, tanto na primeira atividade como na segunda.

Desta forma, esses cálculos mentais não poderiam ser planejados tomando por base as atividades do cotidiano do aluno, como a venda de doces, picolés, a poupança no banco, a quantidade das peças dos jogos que eles brincam, os quais representam o campo matemático tratamento da informação para que esses cálculos não fiquem tão distantes da realidade do aluno e em consequência disso, possam gerar neles o desprezo, a desmotivação e o medo tão conhecidos pelo ensino da matemática?

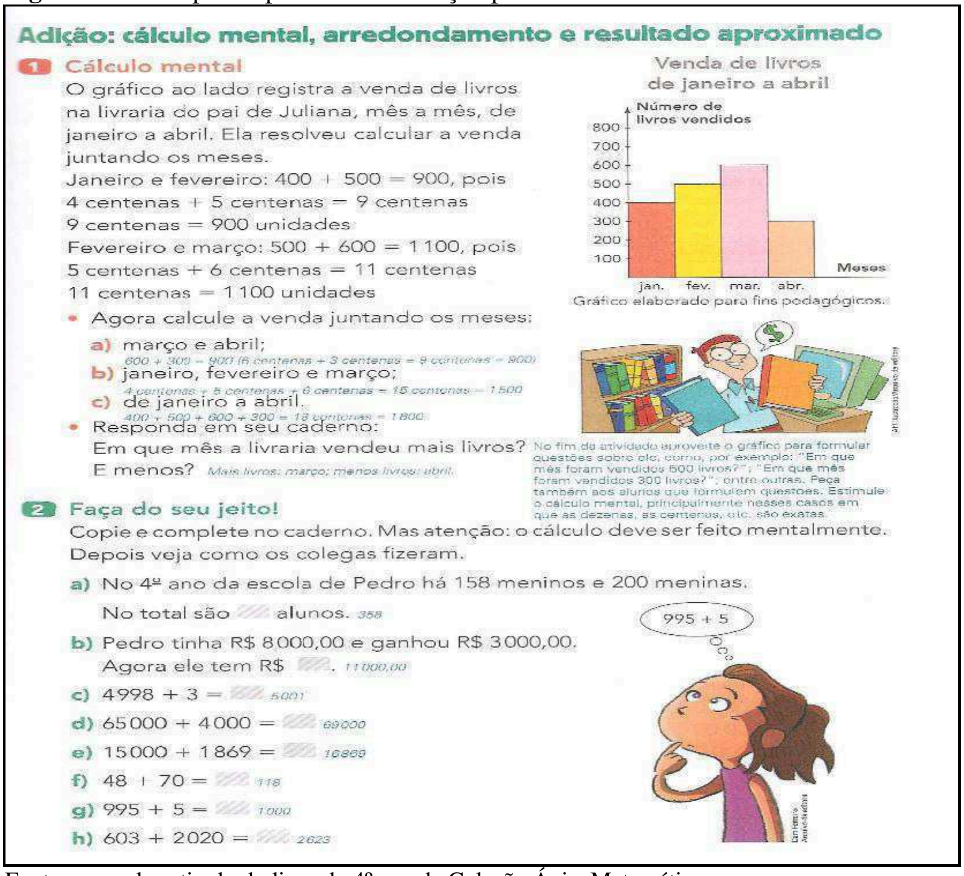
A desmotivação do aluno em sala de aula é uma das características abordadas pelos estudos realizados por Silva (2014) onde,

> [...] uma **aula tradicional**, aquela pouco dinâmica, muito rotineira e que não favorece o questionamento em aula, afasta o interesse dos estudantes. Do mesmo modo, as aulas com listas enormes de exercícios constituem um estudante acomodado e sem grandes expectativas para as aulas (SILVA, 2014, p. 58, grifos do autor).

É observado também pela atividade nº 1 da Figura 20 a seguir, que a representação simbólica pela venda de livros define certa distância do meio em que os alunos da escola pública vivem, tendo em vista que, a maioria deles, não possui livros, jornais ou revistas para o hábito da leitura em suas casas. Eles conhecem apenas o livro didático que receberam na escola pública, no início das atividades escolares.

Como forma de sugestão, ao invés de usar livros, o autor poderia usar outra estratégia de aprendizagem que fizesse parte do conhecimento do aluno, como a venda de ovos, doces, frutas ou verduras e etc. A Figura 20 mostra isso:

Figura 20: Exemplo de problemas de adição pelo cálculo mental e arredondamento



Adição: cálculo mental, arredondamento e resultado aproximado

1 Cálculo mental

O gráfico ao lado registra a venda de livros na livraria do pai de Juliana, mês a mês, de janeiro a abril. Ela resolveu calcular a venda juntando os meses.

Janeiro e fevereiro: 400 + 500 = 900, pois
4 centenas + 5 centenas = 9 centenas
9 centenas = 900 unidades

Fevereiro e março: 500 + 600 = 1 100, pois
5 centenas + 6 centenas = 11 centenas
11 centenas = 1 100 unidades

- Agora calcule a venda juntando os meses:
  - a) março e abril; *600 + 300 = 900 (6 centenas + 3 centenas = 9 centenas = 900)*
  - b) janeiro, fevereiro e março; *4 centenas + 5 centenas + 6 centenas = 15 centenas = 1 500*
  - c) de janeiro a abril. *400 + 500 + 600 + 300 = 18 centenas = 1 800*
- Responda em seu caderno:
  Em que mês a livraria vendeu mais livros? E menos? *Mais livros: março; menos livros: abril.*

No fim da atividade aproveite o gráfico para formular questões sobre ele, como, por exemplo: "Em que mês foram vendidos 500 livros?"; "Em que mês foram vendidos 300 livros?"; entre outras. Peça também aos alunos que formulem questões. Estimule o cálculo mental, principalmente nesses casos em que as dezenas, as centenas, etc. são exatas.

2 Faça do seu jeito!

Copie e complete no caderno. Mas atenção: o cálculo deve ser feito mentalmente. Depois veja como os colegas fizeram.

a) No 4º ano da escola de Pedro há 158 meninos e 200 meninas.
No total são ▨ alunos. *358*

b) Pedro tinha R$ 8 000,00 e ganhou R$ 3 000,00.
Agora ele tem R$ ▨. *11 000,00*

c) 4998 + 3 = ▨ *5001*

d) 65 000 + 4 000 = ▨ *69000*

e) 15 000 + 1 869 = ▨ *16869*

f) 48 + 70 = ▨ *118*

g) 995 + 5 = ▨ *1000*

h) 603 + 2020 = ▨ *2623*

Fonte: exemplo retirado do livro do 4º ano da Coleção Ápis: Matemática

Na lista de tarefas abaixo será lícito concordar com o PNLD 2016 onde é observado nos exercícios descritos que as práticas repetitivas estão ainda muito presentes nas tarefas matemáticas sem diversificação nas formas de resolver os problemas que, nesse caso, são listas de exercícios para serem resolvidas pelos algoritmos da adição e da subtração e por isso não possuem nenhum aprofundamento teórico para o aluno.

Neste caminho, Cândido (2001) afirma que:

> O excesso de cálculos mecânicos, a ênfase em procedimentos e a linguagem usada para ensinar matemática são alguns dos fatores que tornam a comunicação pouco frequente ou quase inexistente.
> No entanto, em matemática, a comunicação tem um papel fundamental para ajudar os alunos a construírem um vínculo entre suas informações informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática. (CÂNDIDO, 2001, p. 15).

No lugar desses exercícios repetitivos, os autores poderiam sugerir problemas de tipos diferentes como, por exemplo, os problemas convencionais ou não-convencionais no âmbito com excesso de dados ou sem solução ou com mais de uma solução ou outros que foram mencionados em seção anterior desta dissertação, para que o professor e os alunos, segundo a mesma autora enfatiza, possam interagir e comunicar com mais frequência para que haja uma melhor formação das ideias e informações provenientes da linguagem matemática, conhecidas como abstração e simbologia.

Segundo Oliveira Filho (2009)

> Têm-se atualmente, apontado por grande número de educadores matemáticos, que o aprendizado matemático centra-se na resolução de problemas, porém, este precisa envolver uma variedade de situações, nas quais, contextos variados, significados de números e operações diversificados, uma variedade de propriedades e relações e uma heterogeneidade de representações simbólicas estejam presentes. O conjunto desses aspectos pode possibilitar um maior desenvolvimento conceitual dos alunos. (OLIVEIRA FILHO, 2009, p. 122-123).

O autor poderia também utilizar os jogos como forma de dinamizar a aula tornando-a mais prazerosa, comunicativa e interessante, instigando a atenção e a curiosidade dos alunos, para abordar esse conteúdo das operações inversas da adição e subtração, conforme Figura 21 abaixo:

Figura 21: Exemplo de exercícios sobre operações inversas: adição e subtração

1. Efetue os cálculos a seguir. Depois, verifique se os cálculos estão corretos escrevendo uma adição para cada um deles.

a) 936 - 254	d) 10 763 - 9 272	g) 457 318 - 319 726
b) 2 118 - 1 059	e) 86 721 - 53 483	h) 812 833 - 90 486
c) 5 387 - 3 568	f) 147 450 - 110 561	i) 906 224 - 219 120

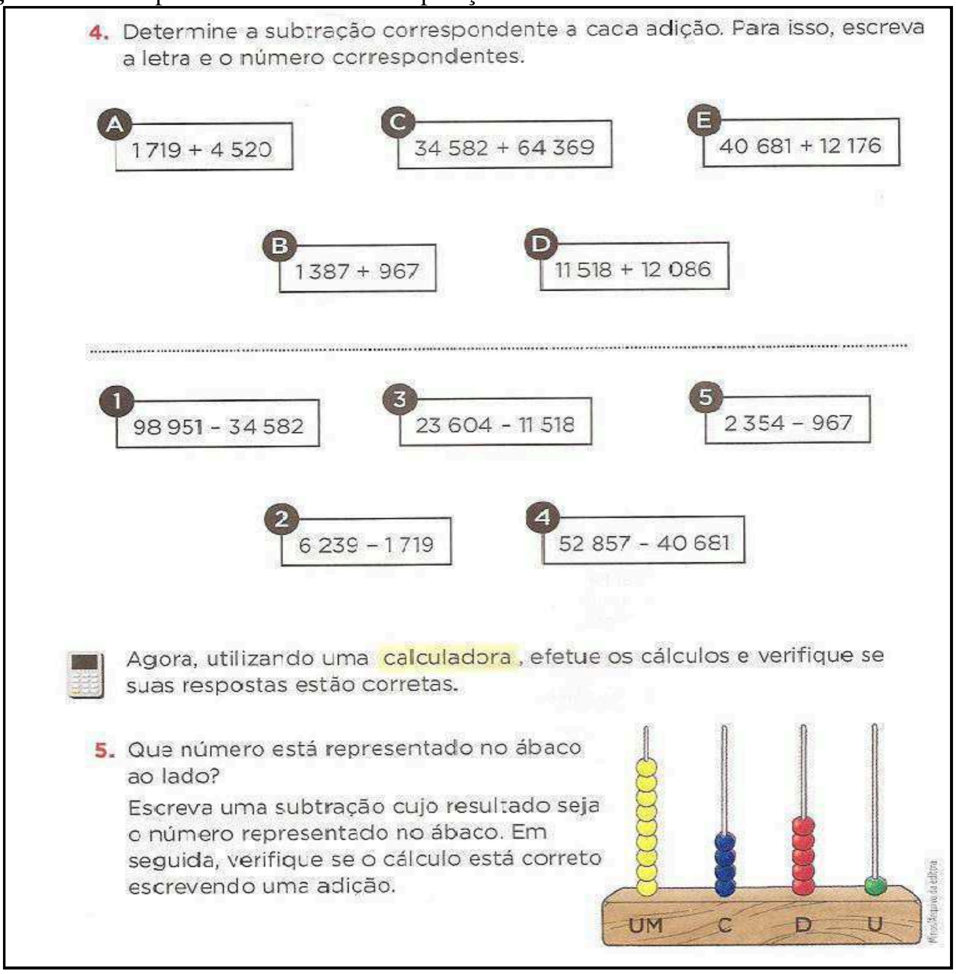
Fonte: Exemplo retirado do manual do aluno, do livro do 4º ano da Coleção A Escola é nossa: matemática

Numa visão geral dos livros do 4º e 5º anos da coleção, A Escola é Nossa há diversificadas maneiras estratégicas de resolução de problemas, de acordo com afirmações do PNLD 2016, mas nas unidades da soma e da subtração do livro do 4º ano da referida coleção são constatados, novamente, ações e atos da prática de repetição nos exercícios, conforme figura a seguir, com pouca articulação entre a resolução de problemas e a conexão com outros conteúdos da matemática e também rara interdisciplinaridade em relação a outras disciplinas.

O ponto positivo a considerar é que os autores sugerem o uso da calculadora, instrumento utilizado pela contribuição das novas tecnologias para a elaboração de cálculos numéricos observada no primeiro exercício da figura. Mas é percebido que não é suficiente, pois o aluno precisa aprender a utilizar os recursos da calculadora para efetuar cálculos com números maiores e para o seu uso em um futuro promissor, sem interferir, portanto, no seu processo de aprendizagem.

É utilizado também o ábaco, instrumento antigo originado da Mesopotâmia há mais de 5000 anos, o qual é empregado para o ensino das operações de adição e subtração, nos dias atuais, que configura uma contribuição com a história da matemática, conforme a figura 22 abaixo:

Figura 22: Exemplo de exercícios sobre operações inversas com uso da calculadora e o ábaco



4. Determine a subtração correspondente a cada adição. Para isso, escreva a letra e o número correspondentes.

A 1 719 + 4 520
C 34 582 + 64 369
E 40 681 + 12 176
B 1 387 + 967
D 11 518 + 12 086

1 98 951 − 34 582
3 23 604 − 11 518
5 2 354 − 967
2 6 239 − 1 719
4 52 857 − 40 681

Agora, utilizando uma calculadora, efetue os cálculos e verifique se suas respostas estão corretas.

5. Que número está representado no ábaco ao lado?
Escreva uma subtração cujo resultado seja o número representado no ábaco. Em seguida, verifique se o cálculo está correto escrevendo uma adição.

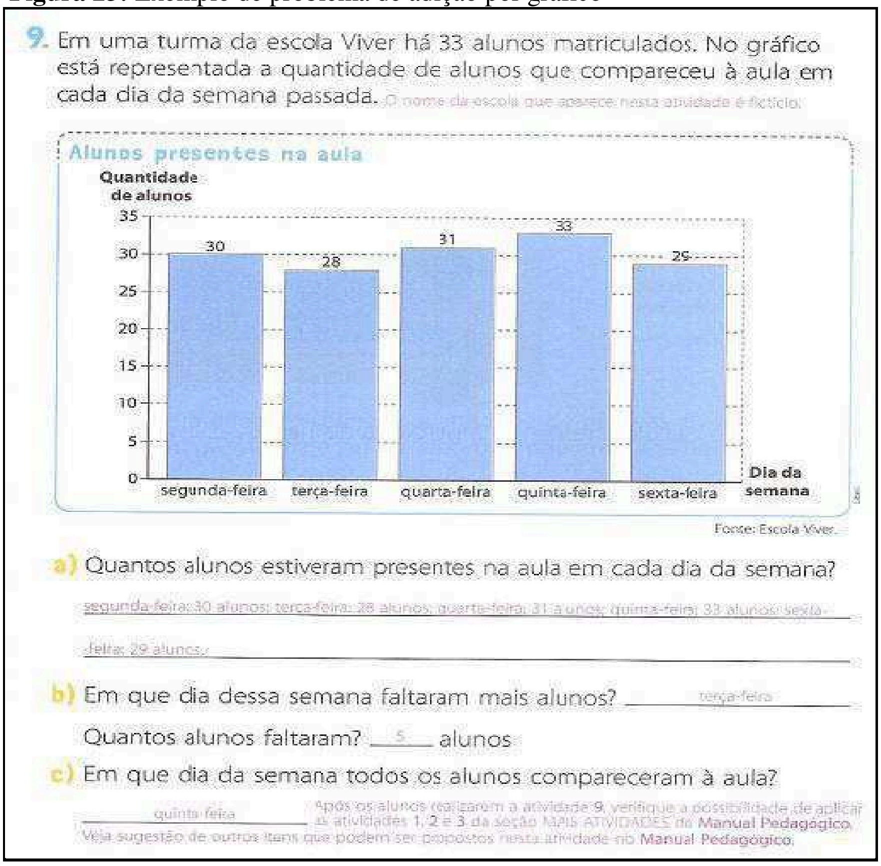
Fonte: Exemplo retirado do livro do 4º ano da Coleção A Escola é nossa: matemática

Pesquisando os livros didáticos da Coleção Aprender, muito prazer!, é observado na Figura 23 uma representação pela estrutura das ideias de adição através de uma atividade sobre um gráfico que apresenta a quantidade de alunos presentes na aula pelos dias da semana.

Neste sentido, é lícito também concordar em parte com o PNLD (2016), pois esta atividade é representada pelo campo da matemática tratamento da informação em que a quantidade de alunos e os dias da semana já vêm prontos e acabados, sem nenhum estímulo para que o aluno possa pensar ou retomar seus conhecimentos já adquiridos, em conformidade com a sua realidade e discutir suas ideias com seus colegas para o seu próprio desenvolvimento cognitivo e social.

Para efeito de sugestão, a quantidade de alunos presentes em sala de aula no cotidiano escolar poderia ser pesquisada e calculada pelos próprios alunos para o preenchimento do gráfico, segundo a realidade de cada aluno e de cada escola, para que a atividade ficasse mais interessante e motivadora para o aluno, conforme Figura 23 abaixo:

Figura 23: Exemplo de problema de adição por gráfico

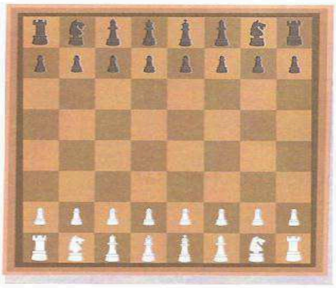


Fonte: Exemplo retirado do livro do 3º ano da Coleção Aprender, muito prazer!: alfabetização matemática

Em seguida, é verificado pela próxima Figura, a situação problema de subtração pelas peças do jogo de xadrez. É percebido, porém, que na unidade de Outros cálculos da subtração, a incidência do uso de jogos nas atividades para o processo ensino-aprendizagem é ainda pequena. A unidade descreve a existência ou a indicação de situações-problemas com o envolvimento dos jogos, os quais levam a ideia de subtração, mas a incidência deles ainda é rara no livro didático, conforme nos mostra a Figura 24:

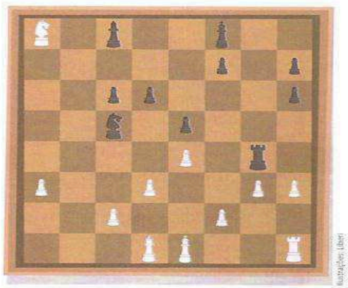
Figura 24: Exemplo de problema de subtração pelas peças do jogo de xadrez

4. O jogo de xadrez é disputado por 2 participantes que utilizam um tabuleiro com 64 casas. Nesse jogo, um dos participantes joga com as peças "brancas" (claras) e o outro, com as peças "pretas" (escuras).
Veja um tabuleiro com todas as peças do jogo de xadrez.



- Quantas peças fazem parte do jogo de xadrez? _______ peças

Agora, observe um tabuleiro após algumas jogadas.



- Nesse momento do jogo, quantas peças estão sobre o tabuleiro?
  _______ peças
- Quantas peças foram retiradas? _______ peças

Fonte: Exemplo retirado do livro do 2º ano da Coleção Aprender, muito prazer!: Alfabetização matemática

Em seguida, nas figuras abaixo do mesmo livro é percebida a exploração pela articulação da representação simbólica da operação da adição com outro campo matemático grandezas e medidas e também pela pequena conexão com outra disciplina como é o caso do macaco-da-noite que possui hábitos noturnos, o seu habitat natural é a região norte e seus meios de sobrevivência diferenciados e mencionados no enunciado do problema, configuram também uma pequena exploração pelos incentivos e contribuições para o conhecimento do ensino de ciências pela matemática, conforme Figuras 25 e 26 a seguir:

Figura 25: Exemplo de problema de adição pela articulação do campo de grandezas e medidas e a conexão com a interdisciplinaridade

11. O **macaco-da-noite**, encontrado na região Amazônica, é o único macaco do Brasil que tem hábitos noturnos. Durante o dia ele dorme escondido entre os ramos das árvores, e ao escurecer sai em busca de alimentos.

Ele também é conhecido como macaco-coruja por possuir olhos grandes e redondos.

Na fase adulta, esse animal mede cerca de 36 cm de comprimento, com mais 33 cm de cauda.

De acordo com o texto, qual o comprimento total que o macaco-da-noite pode atingir incluindo a cauda? ______ cm

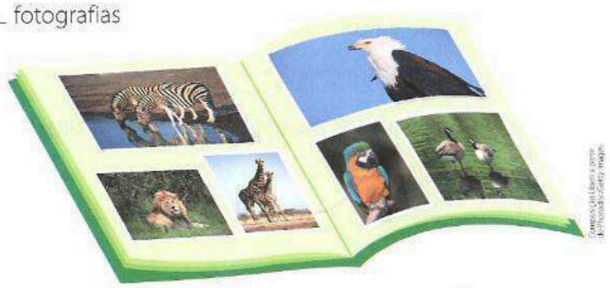
macaco-da-noite

Fonte: Exemplo retirado do livro do 2º ano, da Coleção Aprender, muito prazer!: Alfabetização matemática

Figura 26: Exemplo de problema de adição pela interação com a interdisciplinaridade

6. Augusto colocou 23 fotografias em um álbum, que já tinha 34 fotografias. Quantas fotografias, ao todo, esse álbum passou a ter?

______ fotografias



Fonte: Exemplo retirado do livro do 2º ano, da Coleção Aprender, muito prazer!: Alfabetização matemática

A frase, “Lembre-se que tempo é dinheiro”, é de autoria do famoso Benjamin Franklin[14] conhecida pela maioria das pessoas e utilizada pela sua teoria e prática, desde os tempos idos até os dias atuais. Entretanto, ela pode trazer também a sua contribuição para o aprendizado dos alunos dos primeiros anos do ensino fundamental, referente ao tempo e ao dinheiro como moeda comercial, os quais, quando associados e adequados aos conteúdos escolares, podem ser utilizados pelo campo conceitual da matemática grandezas e medidas e outros também.

O tempo e o dinheiro se correlacionam de forma que o tempo pode ser utilizado em função do dinheiro. Desta maneira, os custos que provém da utilização do tempo para determinada função, como, por exemplo, quando alguém formula a pergunta: Qual é o preço a ser pago pela vaga de uma garagem, na cidade, para que um veículo possa permanecer

[14] Benjamin Franklin (1706 – 1790) foi funcionário público, jornalista, autor, cientista, inventor, editor norte-americano.

estacionado, conforme determinado tempo? Este é um dos exemplos que pode ser formalizado para o cálculo do tempo. Sendo assim, serão abordados abaixo os calendários que representam simbolicamente o tempo, dentro do referido campo da matemática, os quais podem ser utilizados na sala de aula, como forma de aprendizado que determina o referido tempo pelo número de dias, meses, anos e etc.

Neste sentido, o PNAIC (2014) afirma que:

> Calendários podem e devem ser utilizados nas aulas de Matemática como contextos ricos de relações com potencial de proposição e formulação de problemas interessantes. O calendário é, podemos dizer, um "portador numérico", cuja estrutura na forma de quadro proporciona relações com e entre várias disciplinas e campos conceituais, como a Estatística. (BRASIL, 2014, p. 39).

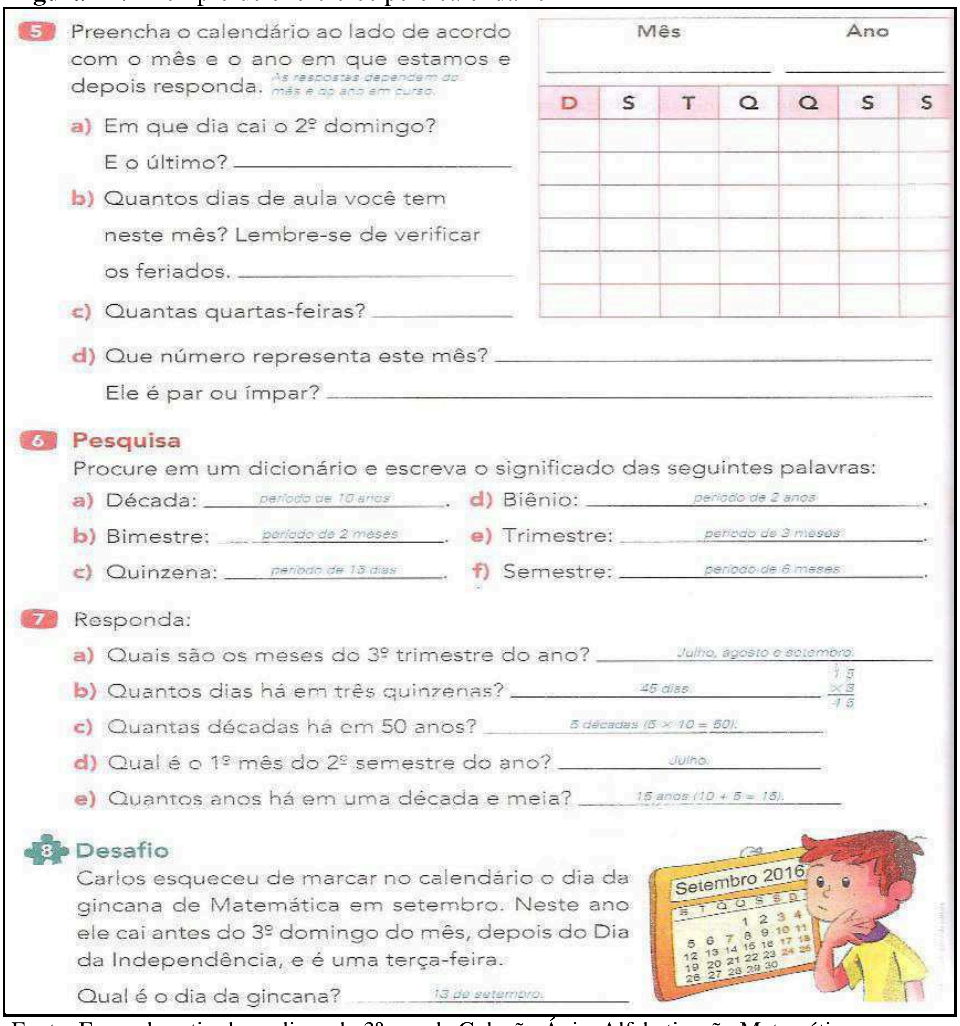
Retomando as pesquisas dos livros didáticos da Coleção Ápis: Matemática, a forma de estudo dos calendários pela sua representação simbólica, nos livros didáticos, conforme figura 27, ainda pode ser considerada incompleta, tendo em vista que os referidos calendários podem e precisam ser mais explorados e mais problematizados pelos livros didáticos ou por outros recursos que convierem aos professores, propiciando assim, objetivos de maiores alcances de interação e comunicabilidade entre as crianças e os referidos professores, na sala de aula.

Nesta perspectiva e segundo o mesmo PNAIC (2014), o professor pode desenhar no calendário o formato de um quadrado para mostrar às crianças que a soma dos números das diagonais desse quadrado é igual, ilustrando, porém com esse exemplo, as partes de uma figura geométrica plana. O professor pode também problematizar esse conteúdo, formulando questões aos seus alunos para efetuar cálculos pelos algoritmos das operações matemáticas da soma e subtração, utilizando os dias da semana para isso. Ele pode efetuar os cálculos da distância existente entre os dias do aniversário entre duas crianças e questionar aos alunos o porquê de os dias da semana terem o número de 7 dias ou qual a razão dos meses do ano terem 30 ou mais ou menos dias, entre outras questões. Para evitar abstrações desnecessárias para o aluno, o professor pode utilizar também o material dourado como forma de identificar e representar o dia, a semana, o mês e o ano.

Segundo ainda o PNAIC: "Questões como estas remetem à abordagem interdisciplinar e à discussão de conteúdos de Geografia e Astronomia, tais como: as fases da Lua ou o período médio que a Lua leva para dar a volta em torno da Terra". (BRASIL, 2014, p. 40)

Pode-se verificar também que as perguntas que estão relacionadas nos exercícios da figura 27, a seguir, estão distantes da realidade do aluno. É como se eles tivessem que decorar os conceitos neles abordados e esquecessem tudo depois. Os conceitos abordados na figura 27 possuem certa importância, mas não são tão significativos para o aluno, pois não problematizam de certa forma, suficientemente, as associações e conexões existentes neles, as quais podem ser trabalhadas, em sala de aula, conforme mencionadas anteriormente, com outros campos conceituais da matemática como a interdisciplinaridade, o tratamento da informação, as relações numéricas e a geometria para atrair a atenção, o interesse e a motivação dos alunos. Conforme o referido caderno PNAIC (2014) enfatiza, seu "[...] objetivo é discutir o calendário na perspectiva de explicitar e explorar as conexões matemáticas como princípio didático que dá identidade para um currículo compatível com as necessidades de nosso tempo". Veja a Figura 27 abaixo:

Figura 27: Exemplo de exercícios pelo calendário



5 Preencha o calendário ao lado de acordo com o mês e o ano em que estamos e depois responda. As respostas dependem do mês e do ano em curso.

a) Em que dia cai o 2º domingo?
E o último?

b) Quantos dias de aula você tem neste mês? Lembre-se de verificar os feriados.

c) Quantas quartas-feiras?

d) Que número representa este mês?
Ele é par ou ímpar?

Mês				Ano		
D	S	T	Q	Q	S	S

6 **Pesquisa**
Procure em um dicionário e escreva o significado das seguintes palavras:

a) Década: período de 10 anos
b) Bimestre: período de 2 meses
c) Quinzena: período de 15 dias
d) Biênio: período de 2 anos
e) Trimestre: período de 3 meses
f) Semestre: período de 6 meses

7 Responda:

a) Quais são os meses do 3º trimestre do ano? Julho, agosto e setembro.
b) Quantos dias há em três quinzenas? 45 dias
c) Quantas décadas há em 50 anos? 5 décadas (5 × 10 = 50).
d) Qual é o 1º mês do 2º semestre do ano? Julho.
e) Quantos anos há em uma década e meia? 15 anos (10 + 5 = 15).

8 **Desafio**
Carlos esqueceu de marcar no calendário o dia da gincana de Matemática em setembro. Neste ano ele cai antes do 3º domingo do mês, depois do Dia da Independência, e é uma terça-feira.
Qual é o dia da gincana? 13 de setembro.

Fonte: Exemplo retirado no livro do 3º ano da Coleção Ápis: Alfabetização Matemática

Ademais, a maioria das atividades conhecidas como problemas, descritas nos livros didáticos de matemática, conforme afirma Diniz (2001, p. 99) “Os problemas tradicionais dos livros-textos são, na verdade, simples exercícios de aplicação ou de fixação de técnicas ou regras”. Esses exercícios chamados de problemas condicionam o aluno a fazer associações impróprias com termos presentes no enunciado do exercício-problema como ganhar é fazer conta de somar e perder é fazer conta de subtrair e etc. Esse condicionamento, de acordo com a referida autora (2001), leva o aluno a não pensar no que ele está fazendo ou a automatizar suas ações, repetitivamente, frente aos cálculos que são feitos pelos simples exercícios chamados de problemas.

É necessário, portanto, segundo a mesma autora, que o problema possua sentido e linguagem significativos para o aluno, no sentido de ele interagir com os colegas e até mesmo com o professor para resolver o problema. Para que ele se sinta motivado pela resolução de problemas é necessário o aprender a fazer matemática, mas para isso é necessário que ele compreenda a necessidade de pensar logicamente no problema, resolvendo-o pelos métodos estratégicos ou heurísticos existentes, conforme descrito em seção anterior, para resolução de problemas, pois do contrário, verifica-se o desinteresse e a desmotivação presentes nas aulas de matemática.

O livro didático foi elaborado para o aluno e para o professor e, portanto, a linguagem, a comunicação, o universo de símbolos existentes nesse mediador pedagógico deverá ser, de certa forma, compreensível para seus sujeitos, de maneira que o processo ensino e aprendizagem seja interativo tornando o desenvolvimento de argumentação e diálogo significativo entre eles.

Estas são, portanto, as concepções que foram abordadas e estudadas por esta pesquisa de mestrado, as quais foram realizadas, tendo como fonte de pesquisa as coleções dos livros didáticos mencionadas, anteriormente, e indicadas pelo PNLD (2016), para que de alguma forma possam contribuir, positivamente, para a sua melhoria e qualidade do processo de ensino-aprendizagem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O problema proposto nesta pesquisa foi formulado da seguinte maneira: Quais são os saberes teóricos e práticos que fundamentam a formulação e a resolução de problemas que os professores de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental necessitam para que possam desenvolver uma prática pedagógica alternativa, capaz e diferenciada daquela que perdura no contexto escolar?

Para responder a esses questionamentos e alcançar os objetivos ou metas pretendidas foram pesquisados quatro temas: a Teoria de Aprendizagem de Jerome Bruner; as metodologias alternativas no ensino e na aprendizagem de matemática nos primeiros anos do ensino fundamental; os fundamentos teóricos e práticos da resolução de problemas como alternativa metodológica e a resolução de problemas nos livros didáticos de matemática dos primeiros anos do ensino fundamental. Elucidando cada um deles, será feito, uma síntese sucinta das ideias que foram trabalhadas em cada tema relacionado acima.

Frente a esses temas citados, os saberes teóricos que fundamentaram a presente pesquisa foram os estudos realizados sobre a Teoria Cognitiva de Bruner, a qual tem como base a psicologia cognitiva que estuda, de forma abrangente, a obtenção dos processos de conhecimentos, através da exploração de alternativas e o processo da descoberta do sujeito.

A pedagogia do desenvolvimento cognitivo intelectual do sujeito é uma proposta fundamentada pela teoria de aprendizagem de Bruner para o aprimoramento de questões e ideias que foram elaboradas pelo processo ensino-aprendizagem.

Desta forma, essa teoria de aprendizagem foi utilizada nesta pesquisa, para evidenciar uma perspectiva crítica e analítica do que venham a ser problemas de matemática e, consequentemente, é percebido que a escola pode verificar o alcance dos objetivos desses problemas, os quais poderão ser investigados no decorrer do dia a dia escolar. Sendo assim, qual é exatamente o objetivo da escola? O seu objetivo é aquilo que está estabelecido nos documentos oficiais referendados pelos Órgãos competentes do governo.

Mas, contextualizando um pouco mais esta questão, observa-se que o livro didático adotado pela escola reforça a ideia da perspectiva não crítica, a qual sai do controle da escola, pois é verificado que a indicação dos livros didáticos já vem pronta e ela só pode escolher entre os livros escolhidos. O que a escola poderá mudar para melhorar esta situação é a forma de utilização desses livros, junto ao corpo docente, pois existem estudos que comprovam a resolução de problemas de matemática que são caracterizados como problemas, tais como aqueles que necessitam de métodos heurísticos para serem resolvidos, mas que, na verdade, não passam de meros exercícios, evidenciando assim, o automatismo, as exposições repetitivas e treinativas como as que são utilizadas pela escola.

Atualmente, essas práticas pedagógicas utilizadas podem exercer influência de forma negativa na aprendizagem do aluno, de maneira que os dados disponibilizados nos gráficos pelo INEP/MEC, órgão de cunho competente do governo, apontam resultados insuficientes na qualidade do ensino, pelo baixo desempenho e aproveitamento no rendimento escolar dos alunos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, os quais foram obtidos pela aplicação da Prova Brasil.

Nesse contexto, é necessário e urgente o repensar da postura dos professores diante das práticas pedagógicas atuais, as quais contribuem pouco, pois esta é uma situação que mostra como se o aluno estivesse tolhido ou engessado frente a este processo de aprendizado que se tornou desatualizado e sem perspectivas para o desenvolvimento das competências mentais do aluno, pois pode impedir a compreensão da resolução de problemas presentes no dia a dia, comprometendo, desta maneira, o processo de aprendizagem.

Diante desta perspectiva, foram viabilizados os estudos sobre os saberes práticos que os professores necessitam para o desenvolvimento de práticas pedagógicas alternativas eficazes para fazer diferente em face das ações vigentes no cotidiano escolar, os quais são baseados pela formulação e resolução de problemas encetados pela questão norteadora deste trabalho.

Neste sentido, esses estudos indicaram que o aluno necessita de incentivos positivos e motivacionais, para que possa ter mais segurança e melhor capacidade para aprender, prazerosamente, pelo raciocínio lógico matemático e criativo, o que pode ser proporcionado pelas propostas metodológicas alternativas, em voga.

As metodologias alternativas estabelecidas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais informam e conceituam um total de 11 alternativas, as quais são favoráveis ao rompimento desse modelo vigente utilizado pelo processo de ensino-aprendizagem da matemática nas escolas.

Neste trabalho foram abordadas apenas 04 delas, não desmerecendo jamais a utilidade e importância das outras, pois essas quatro alternativas mostram uma utilidade mais adequada e apropriada, o que favorece o aprendizado da matemática. Elas se distinguem em: a história da Matemática, os jogos, as tecnologias da informação e comunicação e a resolução de problemas, que é o foco desta pesquisa de mestrado.

No decorrer dos estudos realizados foram mostrados pelos autores que a resolução de problemas é uma das alternativas metodológicas modernas e pioneiras que contribuem, de maneira capaz, para a construção e ampliação de conhecimentos matemáticos dos alunos e do professor também, auxiliados pelos recursos alternativos já citados, como a história da matemática, os jogos, as TIC.

Neste sentido, a aplicação dessas propostas pedagógicas alternativas pode interagir na capacidade de participação dos alunos, em sala de aula, pois elas são de suma importância para o aprendizado dos conteúdos matemáticos apresentados pelos professores, haja vista que a participação ativa em equipe incentiva, no aluno, o interesse e proporciona a descoberta do aprendizado de matemática pela escolha de melhores caminhos e meios para a formulação e a resolução de problemas, tanto os formais como os da vida cotidiana.

Dentre as variadas abordagens dos autores estudados, foi apresentada a linguagem ilustrada como um desses caminhos alternativos para resolução de problemas, que pode motivar, auxiliar e envolver o aluno para o seu aprendizado, pois a gravura desperta a curiosidade, a atenção e o interesse do aluno, incentivando-o a resolver problemas que estão acima do seu entendimento para serem resolvidos pelos cálculos formais ensinados pela escola.

Desta forma, a Teoria de Aprendizagem Cognitiva de Bruner vem confirmar e atestar, pela perspectiva da linguagem ilustrada, o visual, a imagem, o modo de ver e de perceber que cada criança possui, para que ela possa conseguir resolver os problemas a partir de desenhos, de jogos e outros a possível realização da sua aprendizagem por descoberta, através dos estágios de representação estabelecidos pela referida teoria. Essa teoria vem romper, portanto, com os métodos de memorização automatizados e treinativos para aquisição de conhecimentos, embora sejam caracterizados de fundamental importância para que o aluno possa utilizá-los em apenas alguns casos específicos, determinados pela escola.

Para o desenvolvimento e aprimoramento desses aspectos abordados, uma das concepções muito evidenciadas pelos estudos deste trabalho foi a formação continuada do professor. Essa formação é de imprescindível importância para a implementação das metodologias alternativas e inovadoras através das práticas pedagógicas, pois o professor, como mediador entre o conhecimento e o colaborador-facilitador do aprendizado dos alunos, é o responsável pela construção desses conhecimentos para que a melhoria do processo de ensino-aprendizagem possa ser alcançada com qualidade.

As ideias relacionadas neste trabalho foram consideradas importantes para o esclarecimento das questões de caráter teórico e prático abordadas pela temática elucidativa da questão norteadora desta pesquisa. Além disso, esses estudos mostraram vieses importantes para que outros estudos mais aprofundados possam ser viabilizados pela Teoria de Aprendizagem posta e pela resolução de problemas, tanto para os professores da rede de ensino como para outros que ministram aulas de matemática aos alunos dos primeiros anos do Ensino

Fundamental, pois esses estudos foram categóricos em enfatizar a sua importância para a melhoria da qualidade e do comportamento do professor, frente ao ensino dos conteúdos matemáticos.

Embora os professores sejam responsáveis pelos alunos, como os condutores do processo ensino-aprendizagem, eles sozinhos não são capazes de fazer com que todas as funções estruturais de uma escola ou da educação de uma maneira geral, considerada antiga, arcaica e desatualizada, como é o caso das atuais escolas públicas brasileiras, possam se modernizarem pelas novas tecnologias, para que a educação seja inovada e transformada em educação coletiva de ponta.

A escola pode até adquirir novos equipamentos tecnológicos e disponibilizá-los num lugar qualquer para que, eventualmente, os alunos possam assistir a alguma aula ou adquirir instruções sobre informática. Entretanto, a utilização de equipamentos de informática sem a necessária e imprescindível formação continuada dos professores e da equipe pedagógica da escola, para este fim, está fadada a ficar empoeirando, sem utilidade nenhuma. Há necessidade, portanto, de inovação tecnológica, mas, sobretudo, de investimentos consideráveis, nesta área, para que o planejamento estrutural da educação brasileira, dentre elas as práticas educativas do contexto escolar atual, possam mudar, fazendo com que a qualidade do ensino seja melhorada a níveis compatíveis com os países desenvolvidos.

Para a conclusão e fechamento deste trabalho é necessário enfatizar que os resultados obtidos pela questão norteadora e pelos objetivos que a complementaram foram alcançados a contento, ao longo das seções deste trabalho, mas é importante também informar que os estudos realizados acerca das diferentes metodologias e das ações educativas referenciadas, nesta pesquisa, podem permear o trabalho dos professores e da equipe escolar, entretanto os estudos, as investigações e as pesquisas científicas podem ser mais aprofundados para a realização e aprimoramento do ensino e da educação pela escola coletiva de qualidade.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, C. **Professores e professauros:** reflexões sobre a aula e práticas pedagógicas diversas. 4ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010. 200 p.

BECKER, F. **Educação e Construção do Conhecimento.** Porto Alegre: Editora Artmed, 2001. 125p.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 2ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 104 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK S.; REYS R. E. **A Resolução de problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997, p. 4-12.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais, v.1, Brasília, DF: MEC/SEF, 1997a. 126 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, v.3, Brasília, DF: MEC/SEF, 1997b. 142 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos:** PNLD 2013: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais, Brasília: Ministério da Educação, 2012.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.** MEC, Brasília, 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Edital do PNLD 2016, SEB, MEC Brasília, 2014.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos:** PNLD 2016: Apresentação: ensino fundamental anos iniciais, Brasília: Ministério da Educação, 2015.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos:** PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais, Brasília: Ministério da Educação, 2015.

Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Saberes Matemáticos e Outros Campos do saber, caderno 08, Brasília, DF: MEC/SEF, SEB, 2014. 80 p. Disponível em <http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/cadernosmat/PNAIC_MAT_Apresentaao_pg001-072.pdf. >Acesso em 5 dez. 2016.

BRUNER, J. S. **O Processo da Educação**. 6 ed. São Paulo: Nacional, 1976a, p. 30-50.

BRUNER, J. S. **Uma nova teoria de aprendizagem**. 4 ed. Rio de Janeiro: Bloch Editores, 1976b.

BRUNER, J. S. **A Cultura da Educação.** Porto Alegre: ARMED Editora Ltda., 2001.

BUTTS, T. Resolução de problemas com meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK S.; REYS R. E. **Formulando problemas adequadamente.** São Paulo: Atual, 1997.

CALAZANS, A. M. **Matemática na Alfabetização.** Porto Alegre: Kuarup, 1993.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo, SP: Cortez, 1994.

CARVALHO, J. B. P. de & LIMA, P. F. Escolha e uso do livro didático. In: **Matemática:** ensino fundamental. Coleção Explorando o Ensino, v. 17. Brasília-DF: MEC/SEB, 2010.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes Formas de Resolver Problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHARNAY, R. Aprendendo com a resolução de problemas. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs.) **Didática da matemática:** Reflexões psicopedagógicas. Tradução: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996.

CHICA, C. H. Por que Formular Problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CIRCE; MOYSÉS. **Matemática:** resolução de problemas. Brasília: Liber Livro, 2011.

CORTELLA, M. S. **A Escola e o Conhecimento:** fundamentos epistemológicos e políticos. 12 ed. São Paulo, SP: Cortez, 2008,

D'AMBROSIO U. **Etnomatemática:** Arte ou técnica de explicar e conhecer. 5 ed. São Paulo, SP: Ed. Ática, 1998.

D'AMBROSIO U. **Educação Matemática:** Da teoria à prática. 18 ed. Campinas, SP: Papirus Editora, 2009.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática:** 1ª a 5ª séries: para estudantes do curso de magistério e professores do 1º grau. São Paulo, SP: Ática, 1989.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** Teoria e Prática. 1 ed. São Paulo, SP: Ática, 2010.

DANTE, L. R. **Coleção Ápis:** alfabetização matemática. 2 ed. São Paulo, SP: Ática, 2014, Obra em 3 v. do 1º ao 3º ano.

DANTE, L. R. **Coleção Ápis:** matemática. 2 ed. São Paulo, SP: Ática, 2014, Obra em 2 v. para 4º e 5º ano.

DINIZ, M. I. Resolução de Problemas e Comunicação. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 87-97.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J.I. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender, In: POZO, J.I. (Org.). **A Solução de Problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender, Porto Alegre: Artmed, 1998.

FILHO, M. R. **O Malba Than:** o homem que calculava, a vida e o legado. Dissertação: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Uberaba, MG, 2013. Disponível em: <http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/873/2011_00650_MARIO_ROBERTO_FILHO.pdf?sequence=1> Acesso em: 03 dez.2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2 ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007. Coleção formação de professores.

FONSECA, S. **Metodologia do Ensino da Matemática**. Belo Horizonte: Editora Lê, 1997. 108 p.

FOSSA, J. A. Recursos Pedagógicos para o ensino da matemática a partir das obras de dois matemáticos da Antiguidade. In: MENDES, I. A; FOSSA J. A; VALDÉS, J. E. N. A. (Orgs.) **História como um agente de cognição na Educação Matemática.** In: Porto Alegre – RS: Sulina, 2006.

FREITAG, B.; COSTA, W. F.; Motta V. R. **O livro didático em questão.** São Paulo, SP: Cortez : Autores Associados, 1989. (Coleção educação contemporânea).

FURTH, H. G. **Piaget na sala de aula.** 1 ed.Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1972.

GARCIA, J. da S. R. **Coleção Aprender, muito prazer!:** alfabetização matemática, 2º ano. 1ed. Curitiba-SC: Base Editorial, 2014. 224 p.

GARCIA, J. S. R. **Coleção Aprender, muito prazer!:** alfabetização matemática, 3º ano. 1 ed. Curitiba-SC: Base Editorial, 2014. 288 p.

GIARDINETO, J. R. B. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana.** Campinas-SP: Ed. Autores Associados, 1999. Coleção polêmicas do nosso tempo. v. 65.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** São Paulo: Atlas, 2002.

GITIRANA V.; CARVALHO, J. B. P. de. A metodologia de ensino e aprendizagem nos livros didáticos de Matemática. In: **Matemática:** ensino fundamental. Coleção Explorando o Ensino. v. 17, Brasília-DF, MEC/SEB, 2010.

GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G.; CARVALHO, J. B. P. Os livros paradidáticos para ensino da Matemática. In: **Matemática:** ensino fundamental. Coleção Explorando o Ensino.v. 17, Brasília-DF, MEC/SEB, 2010.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 224 f. Tese (Doutorado), Faculdade de Educação. UNICAMP. Campinas, SP. 2000.

KISHIMOTO, T. M (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 3 ed. São Paulo, SP: Ed. Cortez, 1999.

LERNER, D. Z. **A matemática na escola:** aqui e agora. Tradução de Juan Acunâ Llorens. Porto Alegre: Artmed, 1995. 192 p.

LIMA, R. N. S. **Matemática:** Contactos matemáticos de primeiro grau. Ações Matemáticas que educam. Cuiabá: Ed. UFMT, 1998. 111 p.

LIMA, P. F. ; CARVALHO, J. B. P. Geometria. In: **Matemática:** ensino fundamental. Coleção Explorando o Ensino. v. 17. Brasília-DF: MEC/SEB, 2010.

MACIEL, L. S. K. R. Manoel Jairo Bezerra: Depoimentos em Vida. **Revista Zetetiké.** Faculdade de Educação da UNICAMP. Campinas, SP. v. 20, n. 37 – jan/jun 2012

MANDARINO, M. C. F. Números e operações. In: **Matemática:** ensino fundamental. Coleção Explorando o Ensino. v. 17. Brasília-DF: MEC/SEB, 2010.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa:** planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa. São Paulo: Atlas, 2002.

MENDES, I. A. **Tendências metodológicas no ensino de matemática**. Belém, PA: EdUFPA, 2008. v. 41.

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro, RJ: Editora Ciência Moderna Ltda, 2009a.

MENDES, I. A. A Investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A; FOSSA J. A; VALDÉS, J. E. N. (Orgs.) **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**, Porto Alegre – RS: Sulina, 2006.

MENDES, A. I. Atividades históricas para o ensino da trigonometria. In: MIGUEL A. et al. **História da Matemática em Atividades Didáticas.** 2 ed. rev. São Paulo – SP: Editora Livraria da Física, 2009b.

MORAN, J. M. **A Educação que desejamos:** novos desafios e como chegar lá. Campinas, SP: Papirus, 2007.

MOREIRA, M. A. A teoria da mediação de Vygotsky. In: MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A. A teoria de ensino de Bruner. In: MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A. A. A teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget**.** In: MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem.** São Paulo: EPU, 1999.

MORENO, B. R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, M.; Cols. **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais**: análise e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (Org.) **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 3 ed. São Paulo, SP: Ed. Cortez, 1999.

MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK S.; REYS R. E. (Orgs.) **A Resolução de problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997, pp. 188-189.

NUNES, T.C; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A.D. Na vida dez; na escola zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. **Cadernos de Pesquisa.** São Paulo - SP v.42. p.79-86, agosto de 1982.

OLIVEIRA. E. M. Q. **O uso do livro didático de Matemática por professores do ensino fundamental.** 2007. 151f. Dissertação: Mestrado em Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, CE, 2007.

OLIVEIRA, G. S. de. **Crenças de professores dos primeiros anos do ensino fundamental sobre a prática pedagógica em Matemática.** 2009. 206 f. Doutorado em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2009.

OLIVEIRA, J. B. A. **Tecnologia Educacional:** Teorias da Instrução. Rio: Vozes, 1977, 5 ed.

OLIVEIRA, S. L. **Tratado de Metodologia Científica.** São Paulo: Editora Pioneira, 1998.

OLIVEIRA FILHO, N. G. **Problemas de estruturas aditivas e multiplicativas propostos em livros didáticos de matemática:** o impacto do Programa Nacional do livro didático. 2009. 153 f. Dissertação. Mestrado em Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, CE, 2009.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de problemas. In: BICUDO, V. M. A. **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. São Paulo-SP: UNESP, 1999. p.203-213.

OSBORNE, A.; KASTEN, M. B. Opiniões sobre a resolução de problemas no currículo para os anos 80: Um relatório. In: KRULIK S.; REYS R. E. (Orgs,) **A Resolução de problemas na Matemática Escolar.** São Paulo-SP: Atual, 1997, pp. 74-87.

PÁDUA, E. M. M. **Metodologia da pesquisa:** abordagem teórico prática. 2. ed. Campinas-SP: Papiros, 1997.

PAIS, L. C. **Ensinar a aprender Matemática**. Belo Horizonte - MG: Autêntica, 2006, p. 135-136.

PALANGANA, I. C. **Desenvolvimento & Aprendizagem em Piaget e Vygotisky.** (A relevância do social). 2 ed.São Paulo-SP: Plexus Editora, 1998.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar.** Tradução de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2000, 192 p.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas.** Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro - RJ: Interciência, 1977.

PONTE, J. P., BROCARDO, J., OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** 1ª ed, 2ª reimp., Belo Horizonte - MG: Autêntica, 2006.

POZO, J.I. et al. (Org.). Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender, In: **A Solução de Problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender, Porto Alegre: Artmed, 1998.

QUARANTA, M. E.; WOLMAN, S. Discussões nas aulas de matemática: o que, para que o como se discute. In: PANIZZA, M.; Cols. **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais:** análise e propostas. Porto Alegre-RS: Artmed, 2006.

RUIZ, J. A. **Metodologia científica:** guia para eficiência nos estudos. 5. ed. São Paulo-SP: Atlas, 2002.

SADOVSKY, P. **Ensino de Matemática hoje:** Enfoque, sentido e desafios, São Paulo-SP: Ática, 2007.

SANCHO, J. M; HERNÁNDEZ, F. **Tecnologias para transformar a educação.** Tradução de Valério Campos, Porto Alegre, RS: Artmed, 2006. 200p.

SANTOS, F. V.; RIBEIRO, J.; PESSÔA, K. A. **Coleção A escola é nossa:** matemática. 4 ed. São Paulo-SP, Scipione, 2014. Obra em 2 v. para alunos do 4º ao 5º ano.

SCHNEIDER, J.; SAUNDERS K. W. As linguagens ilustradas na resolução de problemas. In: KRULIK S.; REYS R. E. (Orgs). **A Resolução de problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997. p. 88-92.

SILVA F. L. Q. ; CASTRO FILHO J. A. Resolução de problemas como metodologia para aprender Matemática. **Anais do VIII ENEM – Comunicação Científica GT 1 – Educação Matemática nas Séries Iniciais.** Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/01/CC29575478304.pdf. Acesso em: 03 dez.2016.

SILVA, L. M. **A ficção e o ensino da matemática: análise do interesse de estudantes em resolver problemas.** 2014. 207 f. Dissertação. Mestrado em Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Faculdade de Física. PUCRS. Porto Alegre, RS, 2014. Disponível em: <tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/3468/1/459164.pdf >Acesso em: 20 dez. 2016.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Cadernos do Mathema**: jogos de matemática de 1º a 5º ano. v. 1, Porto Alegre: Artmed, 2007. 144p.

SOARES, M. B. Um olhar sobre o livro didático. **Revista Presença Pedagógica.** Belo Horizonte – MG. v. 2, n. 12. p. 53-63, novembro/dezembro de 1996.

STANCANELLI, R. Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas, In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 103-120.

TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional.** Petrópolis-RJ: Vozes, 2002.

VALDÉS, J. E. N. A História como elemento unificador na Educação Matemática. In: MENDES, I. A; FOSSA J. A; VALDÉS, J. E. N. (Orgs.) **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**, Porto Alegre – RS: Sulina, 2006.

VERGNAUD, G. Todos perdem quando a pesquisa não é colocada em prática. **Revista Nova Escola,** São Paulo - SP, Índice da edição 215, setembro de 2008. Disponível em <http://acervo.novaescola.org.br/matematica/fundamentos/todos-perdem-quando-nao-usamos-pesquisa-pratica-427238.shtml.>Acesso em: 16 nov. 2016.