

DÉBORAH APARECIDA SOUZA DOS REIS

**ANÁLISE DISCRIMINANTE E OTIMIZAÇÃO
APLICADAS AO CONTROLE DE QUALIDADE
DE RUÍDO DE COMPRESSORES USANDO OS
SOFTWARES R E GUROBI**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
2017**

DÉBORAH APARECIDA SOUZA DOS REIS

**ANÁLISE DISCRIMINANTE E OTIMIZAÇÃO APLICADAS AO
CONTROLE DE QUALIDADE DE RUÍDO DE COMPRESSORES
USANDO OS SOFTWARES R E GUROBI**

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-graduação em
Engenharia Mecânica da Universidade
Federal de Uberlândia, como parte dos
requisitos para obtenção do título de
**MESTRE EM ENGENHARIA
MECÂNICA.**

Área de Concentração: Mecânica dos
Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Antonio
Viana Duarte.

**Uberlândia – MG
2017**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

R 375a	Reis, Déborah Aparecida Souza dos, 1982
2017	Análise discriminante e otimização aplicadas ao controle de qualidade de ruído de compressores usando os softwares r e gurobi / Déborah Aparecida Souza dos Reis. - 2017.
	125 f. :il
	Orientador: Marcus Duarte
	Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
	Inclui bibliografia.
	1. Engenharia mecânica- Teses. 2. Controle de qualidade – Teses. 3. Análise discriminante - Teses 4. Otimização – Teses. 5. Compressores – Teses. I. Duarte, Marcus Antonio Viana. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

DCU:621

*Dedico este trabalho a Deus, ao meu
esposo Jorge e à minha filha Juliana.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq – Brasil.

Agradeço à Universidade Federal de Uberlândia pelo apoio para a realização da pesquisa que resultou no presente trabalho.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte pela orientação realizada durante o desenvolvimento deste trabalho e aos professores da banca pelas suas contribuições ao trabalho.

Também agradeço aos colegas do Laboratório de Acústica e Vibrações pelo apoio, Júlia, Fabiana, Geisa, Marlipe, João, Luis, Nishida e Paulo.

Agradeço à Fernanda Silvério Vanzo pelos conselhos recebidos.

Agradeço ao Prof. Dr. Elias Teodoro pelo aprimoramento do ambiente de trabalho no laboratório.

Agradeço aos professores, às secretárias e aos técnicos da Faculdade de Engenharia Mecânica.

Além disso, gostaria de agradecer a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram na execução do mesmo.

REIS, D. A. S. **Análise Discriminante e Otimização aplicadas ao Controle de Qualidade de Ruído de Compressores usando os Softwares R e Gurobi.** 2017. 125f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

Esta pesquisa trata da aplicação de técnicas de análise multivariada em controle de qualidade de níveis de ruído de compressores usando o *software* R. Devido à alta competitividade do mercado em função da evolução tecnológica, internet, desenvolvimento dos meios de comunicação e transporte, globalização, entre outros fatores, a qualidade dos produtos tornou-se uma vantagem competitiva relevante no cenário industrial. Esta técnica apresenta ampla empregabilidade no controle de qualidade, seja na otimização de previsão meteorológica ou em experimentos agropecuários, ou ainda, como neste estudo de caso, no controle de qualidade de níveis de ruído de compressores. Para a simulação, utilizou-se o *software* livre R de aplicação estatística. Neste trabalho, são descritos o desenvolvimento teórico estatístico e a simulação realizada. Em consonância com a proposta inicial, utilizou-se o cálculo dos principais sintomas vibroacústicos diagnosticados por Duarte (2013): a curtose, a assimetria, o fator de crista, K4, nível de energia do envelope filtrado e diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado. Os sintomas foram calculados e utilizados como entrada de dados no modelo multivariado com o objetivo de se determinar a Função Discriminante Linear de Fisher (FDLF). Um dos resultados é, a partir dos dados de um compressor escolhido, determinar se o mesmo é adequado ou não, via aplicação da FDLF. Outro resultado é a aplicação de um programa no *software* Gurobi, com licença acadêmica, orientado a objeto em C++ com alocação dinâmica de memória para classificação dos compressores.

Palavras Chave: *Controle de qualidade. Análise discriminante. Otimização. Compressores.*

REIS, D. A. S. **Discriminant Analysis and Optimization applied to the Noise Quality Control of Compressors using the Softwares R and Gurobi.** 2017. 125f. M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Abstract

This work approaches the application of multivariate analysis techniques for quality control compressors noise levels using the software R. Due to the high competitiveness of the market in terms of technological change, internet, development of communications and transportation, globalization, among other factors, the quality of products has become an important competitive advantage in the industrial setting. Thus, this technique has wide employability in quality control, is the forecasting optimization weather, or agricultural experiments or as in this case study, in quality control compressors noise levels. For the simulation, we used the statistical analysis software R. This report describes the statistical theoretical development and simulation. In agreement with the initial proposal of the work, we used the calculation of the main vibroacoustic symptoms diagnosed by Duarte (2013): kurtosis, skewness, crest factor, K4, energy level of the filtered envelope and difference between the maximum and minimum of the filtered envelope. The symptoms were calculated and used as data entry in the multivariate model with the objective of determining Fisher's Linear Discriminant Function (FDLF). One of the results is, from the data of a chosen compressor, to determine if it is adequate or not, through application of the FDLF found. Another result is the application of a program in the Gurobi software, with academic license, object oriented in C ++ with dynamic allocation of memory to classify the compressors.

Keywords: *Quality control. Discriminant analysis. Optimization. Compressors.*

SUMÁRIO

CAPÍTULO I.....	1
Introdução.....	1
1.1. Justificativa.....	2
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Estrutura do Trabalho.....	4
CAPÍTULO II.....	5
2.1. Compressores Rotativos.....	5
2.2. Curtose.....	7
2.3. Assimetria.....	8
2.4. Fator de Crista.....	9
2.5. K4.....	10
2.6. Envelope.....	10
2.7. Valor Médio Quadrático.....	12
CAPÍTULO III.....	13
3.1. Técnica Multivariada.....	13
3.1.1. Conjunto de Dados Multivariado.....	13
3.1.2. Distribuição Normal Multivariada.....	14
3.1.3. Matriz Definida Positiva.....	15
3.2. Estatísticas Descritivas.....	16
3.2.1. Médias Amostrais.....	16
3.2.2. Variâncias e Covariâncias.....	17
3.2.3. Desvio Padrão.....	18
3.2.4. Matriz de Correlação.....	18
3.3. Análise Discriminante: Uma Técnica Multivariada.....	19
3.3.1. Obtenção da Função Discriminante Linear de Fisher.....	22
3.3.2. Teste da Razão de Verossimilhança.....	24
3.3.3. Estatística de Hotelling.....	24
3.4. Otimização: Pesquisa Operacional.....	26
3.4.1 Programação Linear.....	28
3.4.2 Modelagem.....	29
3.4.3 Definição dos Sintomas Vibroacústicos.....	29
3.4.4 Estruturação do Modelo.....	30
3.4.5 Método Simplex.....	31
3.4.6 Método Gráfico e Método Algébrico.....	33
CAPÍTULO IV.....	37
4.1. Descrição da Metodologia.....	37
4.2. Análise de Sinais no Software Matlab ®.....	38
4.3. Filtragem dos Sinais.....	40
4.4. Sintoma Vibroacústico Curtose.....	42
4.5. Sintoma Vibroacústico Assimetria.....	42
4.6. Sintoma Vibroacústico Valor Médio Quadrático.....	43
4.7. Sintoma Vibroacústico Fator de Crista.....	44

4.8. Sintoma Vibroacústico K4.....	45
4.9. Sintoma Vibroacústico Nível de Energia do Envelope Filtrado (passa altas 6000 Hz).....	46
4.10. Sintoma Vibroacústico Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado (passa altas 6000 Hz).....	47
4.11. Sintoma Vibroacústico Nível de Energia do Envelope Filtrado (passa altas 8000 Hz).....	47
4.12. Sintoma Vibroacústico Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado (passa altas 8000 Hz).....	48
4.13. Sintoma Vibroacústico Nível de Energia do Envelope Filtrado (acima de 10000 Hz).....	49
4.14. Sintoma Vibroacústico Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado (passa altas 10000 Hz).....	50
CAPÍTULO V.....	52
5.1. Procedimento de Análise Discriminante no Software R.....	52
5.2. Resultados Análise Discriminante Primeira Fase de Testes.....	53
5.3. Teste de Significância da Fase I.....	61
5.4. Resultados Análise Discriminante Segunda Fase de Testes.....	62
5.5. Teste de Significância da Fase II.....	65
5.6. Resultados Análise Discriminante Terceira Fase de Testes.....	65
5.7. Teste de Significância da Fase III.....	72
5.8. Resultados Análise Discriminante Quarta Fase de Testes.....	72
5.9. Teste de Significância da Fase IV.....	77
5.10. Resultados Otimização com o <i>Software</i> Gurobi.....	77
CAPÍTULO VI.....	83
6.1. Conclusão do Trabalho.....	83
Referências.....	86
APÊNDICE I.....	89
Códigos dos Sintomas Vibroacústicos.....	89
ANEXO I.....	96
Código da Técnica Multivariada Análise Discriminante.....	96
ANEXO II	
.....	
102	
Código da Técnica de Otimização Implementada no <i>Software</i> Gurobi	
.....	
102	

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1. Sintoma Curtose.....	42
Tabela 4.2. Sintoma Assimetria.....	43
Tabela 4.3. Sintoma Valor Médio Quadrático.....	44
Tabela 4.4. Sintoma Fator de Crista.....	45
Tabela 4.5. Sintoma K4.....	46
Tabela 4.6. Sintoma Nível de Energia do Envelope Filtrado 6000 Hz.....	46
Tabela 4.7. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 6000 Hz.....	47
Tabela 4.8. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 8000 Hz.....	48
Tabela 4.9. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 8000 Hz.....	49
Tabela 4.10. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 10000 Hz.....	50
Tabela 4.11. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 10000 Hz.....	51
Tabela 5.1. Grupo 1 compressores adequados (envelope).....	54
Tabela 5.2. Grupo 2 compressores inadequados (envelope).....	54
Tabela 5.3. Modelagem da análise discriminante.....	55
Tabela 5.4. Grupo A compressores adequados (envelope).....	63
Tabela 5.5. Grupo B compressores inadequados (envelope).....	64
Tabela 5.6. Grupo A dos compressores adequados (11sintomas fase 3).....	67
Tabela 5.7. Grupo B dos compressores inadequados (11sintomas fase 3).....	69
Tabela 5.8. Terceira Modelagem da análise discriminante: parte 1.....	70
Tabela 5.9. Terceira Modelagem da análise discriminante: parte 2.....	71
Tabela 5.10. Grupo A dos compressores adequados (6sintomas fase 4).....	74
Tabela 5.11. Grupo B dos compressores inadequados (6sintomas fase 4).....	75
Tabela 5.12. Quarta Modelagem da análise discriminante.....	76
Tabela 5.13. Otimização: Variáveis do Modelo.....	79
Tabela A1. Sintomas vibroacústicos no domínio do tempo para os sinais de aceleração.....	89

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Compressor rotativo do tipo palheta fixa (ASHRAE, 2008).....	6
Figura 2.2 – Exemplo de Compressor rotativo utilizado na pesquisa (Duarte, 2013).....	7
Figura 2.3 – Parâmetro Curtose (Duarte, 2013).....	8
Figura 2.4 – Parâmetro Simetria de acordo com a modalidade (Duarte, 2013).....	9
Figura 3.1 – Fluxograma para a Análise Discriminante.....	21
Fonte: Autora, 2017.....	21
Figura 3.2 – Fluxograma de Pesquisa Operacional (Autora, 2017).....	27
Figura 3.3 – Região de Soluções do problema de PL (Taha, 2008).....	34
Figura 3.4 – Método Simplex: processo iterativo (Taha, 2008).....	35
Figura 4.1 – Exemplo de dados no domínio do tempo (Autora, 2017).....	39
Figura 4.2 – Exemplos de gráficos de Auto densidade espectral para os compressores estudados (Autora, 2017).....	40
Figura 4.3 – Exemplo de autoespectro para o grupo de dados 2 (Autora, 2017).....	40
Figura 4.4 – Sinal de aceleração filtrado para o conjunto de dados 2 do compressor ra8 (Autora, 2017).....	41
Figura 4.5 – Sinal de velocidade filtrado para o conjunto de dados 4 do compressor ra6 (Autora, 2017).....	41
Figura 5.1 – Fluxograma para a Análise Discriminante. Fonte: Autora, 2017.....	52
Figura 5.2 – Construção de matrizes grupo A. Fonte: Autora, 2017.....	56
Figura 5.3 – Construção de matrizes grupo B. Fonte: Autora, 2017.....	56
Figura 5.4 – Estimativa das médias dos grupos A e B. Fonte: Autora, 2017.....	57
Figura 5.5 – Matriz de variâncias e covariâncias para os grupos A e B. Fonte: Autora, 2017.....	57
Figura 5.6 – Variância comum. Fonte: Autora, 2017.....	58
Figura 5.7 – Matriz Inversa de Sc. Fonte: Autora, 2017.....	58
Figura 5.8 – Cálculos para a FDLF. Fonte: Autora, 2017.....	59
Figura 5.9 – Ponto médio das populações. Fonte: Autora, 2017.....	60
Figura 5.10 – Regra de classificação aplicada para um novo compressor ra0. Fonte: Autora, 2017.....	61
Figura 5.11 – T2 de Hotelling. Fonte: Autora, 2017.....	62
Figura 5.12 – Cálculo do F tabelado. Fonte: Autora, 2017.....	62
Figura 5.13 – Saída do Software Gurobi. Fonte: Autora, 2017.....	80
Figura 5.14 – Solução Detalhada do Software Gurobi: limite inferior. Fonte: Autora, 2017.....	81
Figura 5.15 – Solução Detalhada do Software Gurobi: limite superior. Fonte: Autora, 2017.....	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AD	<i>Análise Discriminante</i>	<i>Discriminant Analysis</i>
DE	<i>Diferença entre máximo e mínimo do Envelope Filtrado</i>	
FC	<i>Fator de Crista</i>	
FDLF	<i>Função Discriminante Linear Amostral de Fisher</i>	
FFT		<i>Fast Fourier Transform</i>
NEE	<i>Nível de Energia do Envelope Filtrado</i>	
PL	<i>Programação Linear</i>	
RMS	<i>Valor Eficaz do Sinal</i>	<i>Root Mean Square</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	<i>Amplitude do sinal</i>
C_s	<i>Assimetria, curtose</i>
d	<i>Desvio padrão amostral</i>
dt	<i>Intervalo de tempo de integração</i>
f	<i>Frequência</i>
FC	<i>Fator de crista</i>
f_s	<i>Frequência de amostragem</i>
$K4$	<i>Indicador de falhas</i>
$s(t)$	<i>Sinal no domínio do tempo</i>
S	<i>Matriz</i>
t	<i>Tempo</i>
T	<i>Período</i>
$x(t)$	<i>Sinal com modulação em fase no domínio do tempo</i>
x	<i>Número real</i>
\bar{x}	<i>Média</i>
z_{jj}	<i>Coeficiente de correlação linear de Pearson</i>
ϕ	<i>Ângulo de fase</i>
λ	<i>Multiplicador de Lagrange</i>
μ	<i>Média populacional</i>
σ	<i>Desvio padrão</i>
\mathfrak{J}	<i>Transformada de Fourier</i>
x_{jj}	<i>Variância amostral</i>

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa trata da aplicação da técnica de análise multivariada em controle de qualidade de níveis de ruído de compressores com a utilização do *software* R. Dessa forma, realizou-se a aplicação destas técnicas a sinais de aceleração no controle de qualidade em linhas de produção, de compressores. Para tal, calculou-se os principais sintomas vibroacústicos diagnosticados por Duarte (2013), a curtose, assimetria, fator de crista, K4, nível de energia do envelope filtrado e diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado para utilização como dados de entrada no modelo multivariado desenvolvido com o objetivo de se determinar a Função Discriminante Linear de Fisher (FDLF). Um dos resultados do trabalho é, a partir dos dados de um compressor escolhido, determinar se o mesmo é adequado ou inadequado, via aplicação da FDLF encontrada. Outro estudo realizado foi a utilização do otimizador Gurobi, *software* com licença acadêmica, adaptado para a classificação dos compressores em adequado e inadequado no quesito rumorosidade. Rumorosidade pode ser definida como um som anormal gerado por um equipamento. A palavra é utilizada pelos técnicos da FIAT e foi incorporada pelo Laboratório de Acústica e Vibrações da Universidade Federal de Uberlândia ao longo dos projetos em parceria com as unidades Câmbio e Motores da Fiat Automóveis Brasil.

Os dados utilizados nesta pesquisa foram adquiridos por Duarte (2013) na dissertação intitulada “Inteligência Artificial Aplicada no Controle de Qualidade de Linhas de Produção”. Neste trabalho, Duarte (2013) verificou se há a correlação entre a percepção do cliente e os níveis de potência sonoras mensuradas em câmara semi anecoica, sala projetada para minimizar reflexões de ondas sonoras, eletromagnéticas e fontes externas de ruído. No trabalho, Duarte comparou estatisticamente os níveis de potência sonora, em bandas de 1/3 de oitavas, medidos para dois conjuntos de compressores aprovados e reprovados pela percepção dos clientes num critério passa não passa. Duarte (2013) conclui que em algumas bandas de 1/3 de oitava havia uma diferença estatística significativa entre as populações de compressores aprovados e reprovados pela percepção do cliente. Durante os testes na câmara também foram medidos os sinais de aceleração de vibrações em dois pontos das carcaças dos compressores, frequência de amostragem de 33333 Hz. Estes sinais de vibrações foram utilizados nos estudos desenvolvidos neste trabalho. Nos estudos foram utilizados 25 compressores, 11 considerados bons e 14

recusados pelos peritos das salas provas.

1.1. JUSTIFICATIVA

Devido a alta competitividade do mercado em função da evolução tecnológica, *internet*, desenvolvimento dos meios de comunicação e transporte em geral, globalização, entre outros fatores, a qualidade dos produtos tornou-se uma vantagem competitiva extremamente relevante no cenário industrial para Freitas (2005).

Dessa forma, o processo produtivo busca disponibilizar aos consumidores produtos de qualidade comprovada no mercado. Por conseguinte, faz-se necessária uma forma de quantificação da qualidade destes produtos sob o ponto de vista objetivo. Assim, de posse dessas informações objetivas de qualidade, o empreendedor pode tomar decisões favoráveis a sua posição no mercado, de forma a manter a sua “cota de mercado”, do inglês “*market share*” e atrair novos potenciais clientes.

Conforme Nahmias e Olsen (2015), a qualidade pode ser definida como a capacidade do produto em atender as necessidades implícitas e explícitas para o qual foi projetado. Dessa forma, o processo produtivo deve compreender pequenas variações dentro da margem de segurança projetada. Considera-se como uma aferição mais adequada da qualidade, a verificação de qualidade após o processo produtivo, produto final, normalmente realizada nas indústrias automobilísticas e de eletrônicos.

O ouvido humano apresenta-se como uma boa ferramenta no controle de qualidade de ruído de compressores em linhas de produção conforme Oliveira Filho (2007). No entanto, este possui a vulnerabilidade de ser afetado por problemas emocionais e ambientais, como por exemplo, ruídos de fundo. Além disso, a avaliação pelo ouvido humano não retorna valores mensuráveis para a tomada de decisão pela empresa.

Dessa forma, métodos estatísticos podem ser utilizados para o monitoramento da qualidade no processo produtivo, seja distribuição normal, distribuição de Poisson, binomial, entre outras. O controle estatístico de qualidade é uma metodologia composta por várias etapas, sendo cada etapa com um custo correspondente. Inicialmente, há o custo da inspeção dos itens da amostra. Caso seja encontrado um item não-conforme, ocorre a busca pela causa

do problema com a avaliação de falso alarme. Após esta etapa, caso não se trate de falso alarme, avalia-se as alternativas de correção do processo produtivo de forma a observar o custo-benefício das medidas e corrigi-se a falha no processo produtivo com a escolha otimizada.

Madadgar, Moradkhani e Garen (2014) apresenta um estudo para otimizar as técnicas de previsão meteorológica, devido a grande vulnerabilidade de fatores as quais estão submetidas, como por exemplo, a diversidade da climatologia, estrutura do modelo, condições iniciais e parâmetros na data escolhida. O enfoque constitui-se nos gargalos encontrados nas técnicas estatísticas tradicionais, em vez de corrigir diretamente estas técnicas de previsão meteorológica. Para efeito de comparação, utiliza-se um modelo de função “*cópula*”, com distribuições de probabilidades multivariadas. Ao realizar-se a comparação entre as técnicas mencionadas anteriormente, percebe-se uma maior eficiência na técnica que emprega distribuições de probabilidades multivariadas.

Sartorio (2008) aplica técnicas de análise multivariada de dados a experimentos agropecuários e realiza a comparação com técnicas de análises univariadas, confirmando a superioridade de eficiência das técnicas multivariadas em sua dissertação. Para aplicar a técnica de análise multivariada dos dados, a autora utilizou o *software* de análise estatística R.

Matter e Stutzer (2015) propõem uma ferramenta desenvolvida no *software* R para tornar acessíveis os dados da esfera política dos Estados Unidos à ampla comunidade científica, revolucionando a realidade atual, devido a grande complexidade dos dados. Esta ferramenta possibilita a comunicação entre as técnicas estatísticas e o grande banco de dados.

Assim, neste trabalho será proposta uma aplicação da técnica de análise multivariada dos dados para o estudo de sinais de compressores utilizando o *software* R. O detalhamento da técnica e da metodologia utilizadas serão melhor discutidas no capítulo IV.

1.2. OBJETIVOS

O conjunto de resultados a serem obtidos ao término deste trabalho são apresentados a seguir.

- Efetuar a implementação da técnica de análise multivariada por meio do cálculo dos

principais sintomas vibroacústicos diagnosticados por Duarte (2013), como a curtose, assimetria, fator de crista, K4, nível de energia do envelope filtrado e diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado para entrada de dados no modelo multivariado implementado no software R aplicado ao controle de qualidade de ruído de compressores utilizando o software R.

- Calcular a significância da implementação da técnica estatística.
- Realizar uma análise de sensibilidade com relação aos sintomas.
- Desenvolver um programa no *software* Gurobi, com licença acadêmica, orientado a objeto em C++ com alocação dinâmica de memória para classificação dos compressores em adequado e inadequado quanto a rumorosidade.

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em seis capítulos. No presente capítulo tem-se uma introdução ao tema, justificativa, aplicabilidades gerais e principais objetivos do trabalho. No próximo capítulo será realizada uma revisão bibliográfica sobre compressores rotativos, espectro de ruído, fontes dominantes de ruído e a fundamentação teórica estatística sobre as métricas curtose, assimetria, fator de crista, K4, nível de energia do envelope filtrado e diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado.

O terceiro capítulo refere-se a uma fundamentação teórica da técnica de análise multivariada de dados, principais conceitos e definições da análise discriminante e a teoria de otimização, pesquisa operacional e programação linear.

O quarto capítulo mostra a metodologia utilizada, análise do espectro de sinais e o cálculo dos sintomas curtose, assimetria, fator de crista, K4, nível de energia do envelope filtrado e diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado.

No quinto capítulo apresenta-se os resultados obtidos nas simulações com o *software* R e com o *software* Gurobi a partir dos principais sintomas diagnosticados por Duarte (2013).

No sexto capítulo apresenta-se as conclusões do trabalho e as possibilidades de continuidade da pesquisa e reflexões acerca do trabalho.

CAPÍTULO II

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação técnica sobre compressores rotativos, espectro de ruído, fontes dominantes de ruído e a fundamentação teórica sobre os sintomas utilizados, a curtose, assimetria, fator de crista, K4, nível de energia do envelope filtrado e a diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado. As métricas utilizadas são aquelas clássicas de análise de sinais e as elencadas por Duarte (2013) a partir da análise de 185 sintomas vibratórios dos compressores estudados.

2.1. COMPRESSORES ROTATIVOS

Um compressor rotativo pode ser definido como um equipamento industrial para aumentar a pressão de um fluido em estado gasoso (Fagundes Neto, 2012). Expandindo a definição, é um dispositivo que utiliza a ação rotativa de um cilindro interno a uma câmara de mesmo formato, cuja função é a compressão do gás refrigerante (Tecumseh, 2016). Os compressores rotativos possuem menos componentes se comparados a outras tecnologias de compressão e são utilizados comumente em ar-condicionado e geladeiras.

O espectro de ruído dos compressores rotativos é considerado complexo devido à cinemática do processo de compressão e à grande área de carcaça do compressor, Fagundes Neto (2012). Assim, o espectro de ruído é composto por baixas, médias e altas frequências. As baixas frequências são controladas pela cinemática do mecanismo, motor elétrico e palheta. As médias frequências são originadas a partir do fluxo de gás, válvula, eixo e rolete. As altas frequências são geradas pelo atrito.

Para ASHRAE (2008), as principais fontes de ruído de compressores rotativos são as turbulências internas, impactos das válvulas, atritos e motor elétrico. Já Gerges (2000) define as fontes dominantes de ruído em compressores como a turbulência de fluxo em função da passagem não suave do fluido, separação do fluxo pela interação fluxo – partes rotativas

(rotores) e fluxo – partes fixas (estatores) ou por meio do fluxo com outras partes estruturais e o fluxo não estacionário, ou seja, irregular nas pás dos rotores, o qual gera ruído para a frequência de rotação e os seus harmônicos.

Na Figura 2.1 pode-se observar um compressor rotativo do tipo palheta fixa, na qual estão detalhadas algumas partes do compressor como a palheta, porta de descarga, porta de sucção, rolete, eixo do compressor, câmara e cilindro do compressor.

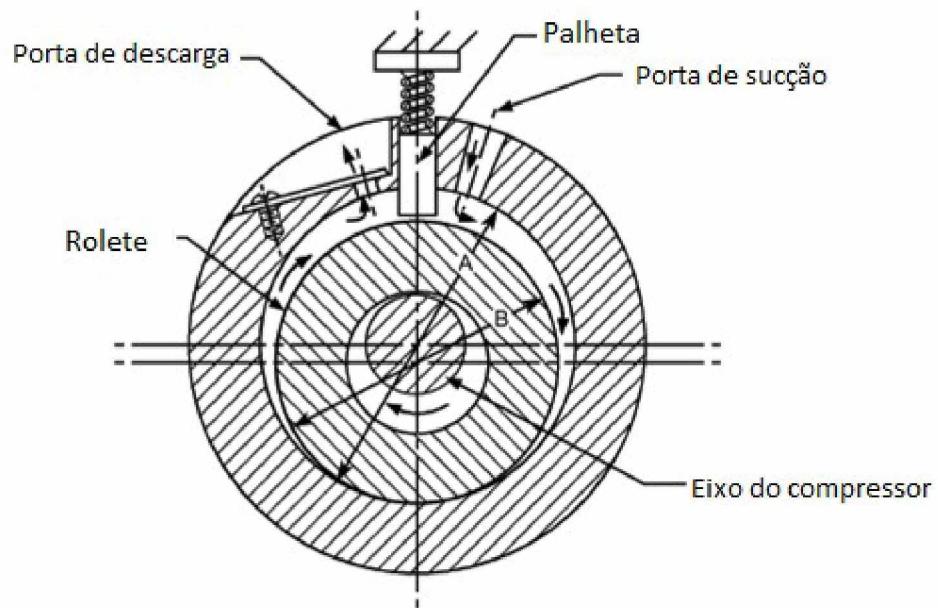


Figura 2.1 – Compressor rotativo do tipo palheta fixa (ASHRAE, 2008).

No trabalho de Duarte (2013), foram analisados compressores rotativos com as mesmas características técnicas. Dessa forma, Duarte (2013) analisou os sintomas vibroacústicos conforme descrito a seguir.

- 16 sintomas para análise de harmônicos do motor elétrico;
- 25 sintomas para análise em bandas de 1/3 de oitavas entre 40 e 12500 Hz;
- 18 sintomas para análise envelope;
- 17 sintomas para análise da média no domínio do tempo para sinal de aceleração;
- 16 sintomas para análise da média no domínio do tempo para sinal de velocidade;

- 13 sintomas para análise no domínio do tempo para sinal de aceleração;
- 13 sintomas para análise no domínio do tempo para sinal de velocidade;

Na Figura 2.2, pode ser observado um exemplo de compressor rotativo utilizado na pesquisa.



Figura 2.2 – Exemplo de Compressor rotativo utilizado na pesquisa (Duarte, 2013).

2.2. CURTOSE

A métrica curtose, do inglês *kurtosis*, pode ser definida como o grau de achatamento de uma distribuição, considerado em relação a distribuição normal.

O parâmetro curtose pode ser classificado em três modalidades de acordo com o tamanho das caudas. A modalidade mesocúrtica possui curtose igual à distribuição normal, cujo valor é 3. A modalidade leptocúrtica apresenta caudas grandes e a platicúrtica refere-se a distribuição com caudas pequenas.

Na Figura 2.3 tem-se três exemplos do parâmetro curtose. O exemplo da esquerda da Figura 2.3 é classificado como leptocúrtica. À direita, observa-se uma mesocúrtica. Logo abaixo na Figura 2.3 trata-se de uma distribuição platicúrtica quanto a curtose.

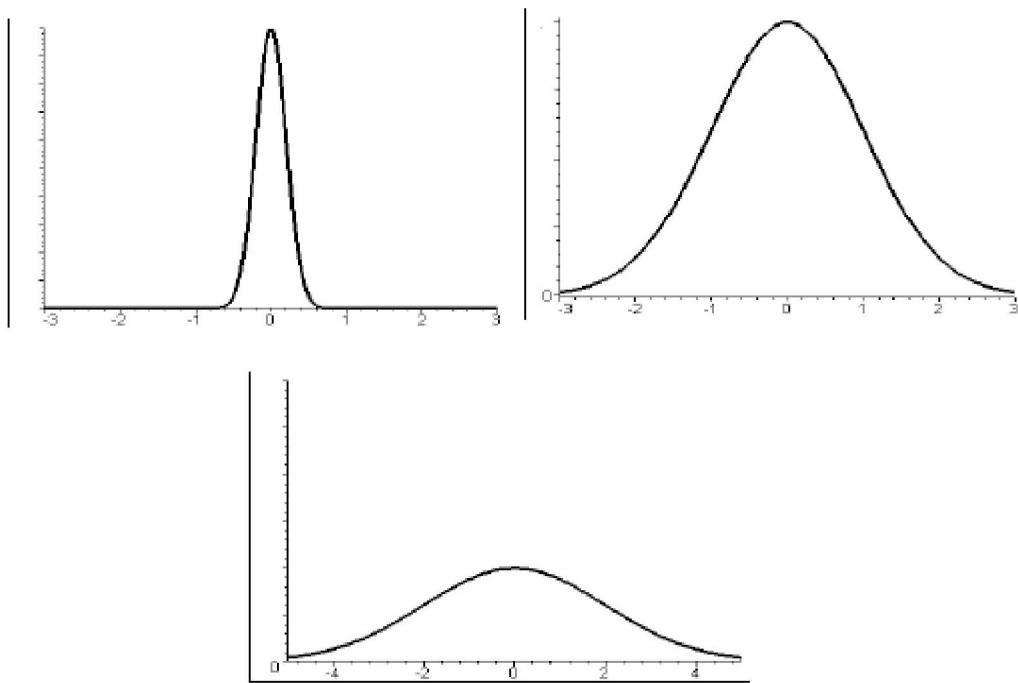


Figura 2.3 – Parâmetro Curtose (Duarte, 2013).

O parâmetro curtose C_s , Eq. (2.1), pode ser definido como o momento central de quarta ordem, onde M'_4 é o momento central de quarta ordem e σ é o desvio padrão da amostra. Caso a curtose apresente valores muito acima de 3, este representa um indicativo de falhas. No entanto, a medida que a falha aumenta, ocorre um decréscimo do parâmetro curtose, ao passo que o valor de RMS, do inglês *root mean square* (raiz do valor médio quadrático), valor eficaz do sinal, aumenta.

$$C_s = \frac{M'_4}{(\sigma^2)^2} \quad (2.1)$$

2.3. ASSIMETRIA

Segundo Duarte (2013), a métrica assimetria, do inglês *skewness*, Eq. (2.2), pode ser

definida como o grau de desvio de uma distribuição de sua simetria, onde M_3' é o momento central de terceira ordem e σ é o desvio padrão da amostra.

$$C_s = \frac{M_3'}{(\sigma^2)^{1,5}} \quad (2.2)$$

Na Figura 2.4 tem-se a representação das modalidades da métrica assimetria, onde (a) mostra a modalidade simétrica, (b) a modalidade assimétrica negativa e (c) a assimétrica positiva.

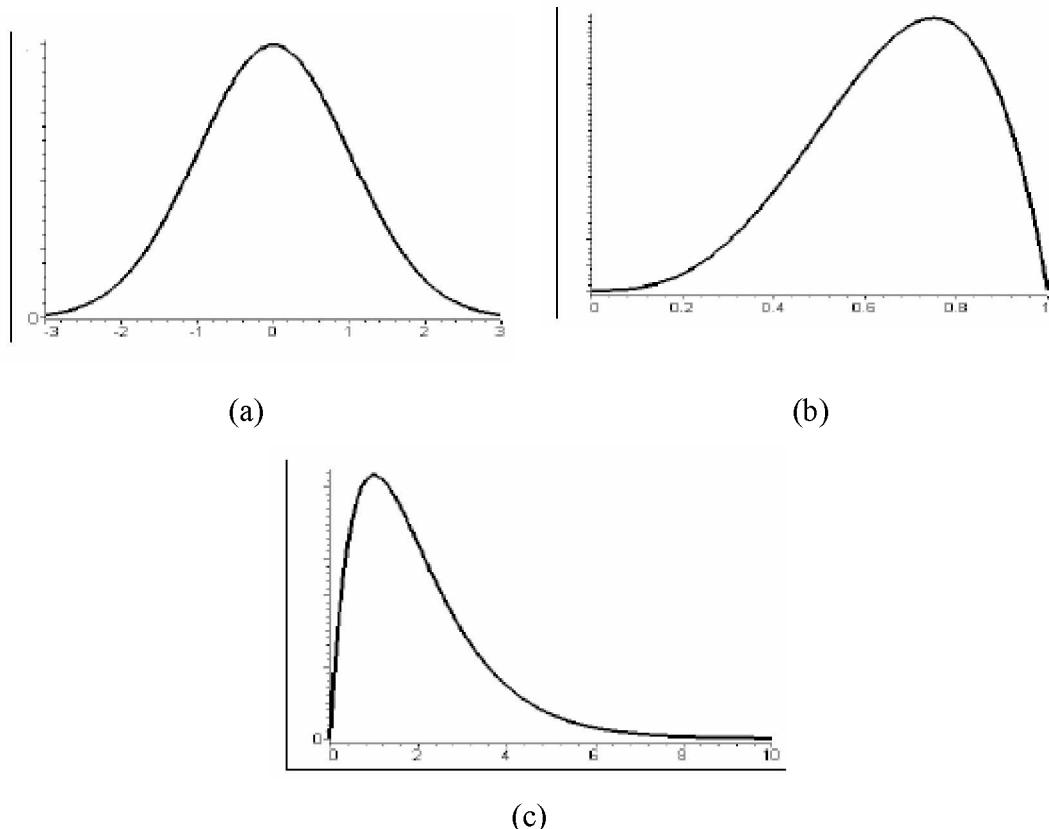


Figura 2.4 – Parâmetro Simetria de acordo com a modalidade (Duarte, 2013).

2.4. FATOR DE CRISTA

O fator de crista, Eq. (2.3), pode ser definido como um sintoma utilizado para detecção de falhas em rolamentos e uma métrica indicativa de anormalidade em processos e equipamentos.

$$FC = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{ValorPico}}{\text{ValorRMS}} \right) \quad (2.3)$$

2.5. K4

O sintoma K4, denominado neste trabalho por K, Eq. (2.4), apresenta-se como um indicador de falhas, um parâmetro para verificação de anormalidade em equipamentos, componentes e processos.

$$K = 10 \log 10 (RMS \cdot Curtose) \quad (2.4)$$

2.6. ENVELOPE

Um sinal que apresenta informação de fase variante no tempo é denominado sinal modulado em fase. Observa-se na Equação (2.5) um exemplo simplificado de sinal modulado em fase, onde A representa a amplitude do sinal, Ω é a frequência angular portadora, ω é a frequência angular moduladora e φ e \varnothing são ângulos de fase.

$$x(t) = A \sin (\Omega t + \varphi + \beta \sin (\omega t + \varnothing)) \quad (2.5)$$

Dessa forma, a demodulação de um sinal representa reconstruir o sinal de forma que o histórico temporal da variação de fase seja extraído do sinal original. Para uma primeira aproximação da Eq. (2.5), utilizou-se uma transformada cosseno inversa. No entanto, haveria um erro devido a função cosseno apresentar os mesmos valores para os ângulos no primeiro e

quarto quadrantes. A Equação (2.5) pode ser reescrita na forma complexa, conforme apresentado na Eq. (2.6).

$$x(t) = A e^{j[\Omega t + \phi + \beta \sin(\omega t + \varphi)]} \quad (2.6)$$

Desta forma, as informações de fase para qualquer instante de tempo podem ser obtidas por meio do ângulo entre a parte real e imaginária do sinal complexo. Um sinal complexo que possui as informações de fase é denominado sinal analítico. A partir da fórmula de Euler, pode-se transformar o sinal original em um sinal analítico, adicionando ao sinal original um seno com a fase instantânea do sinal original multiplicado pela unidade imaginária j conforme mostrado na Eq. (2.7).

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta) \quad (2.7)$$

Assim, para obter um sinal analítico, é necessária uma função que transforme um cosseno em um seno. A função que realiza esta operação é a transformada de Hilbert conforme Duarte (2013). Na Equação (2.8) e (2.9), a variável H representa a transformada de Hilbert do sinal.

$$H[\sin(t)] = -\cos(t) \quad (2.8)$$

$$H[\cos(t)] = \sin(t) \quad (2.9)$$

Dessa forma, um sinal analítico pode ser representado por meio de Hilbert, conforme a Eq. (2.10).

$$\tilde{x}(t) = x(t) + jH[x(t)] \quad (2.10)$$

É válido ressaltar que o comando `hilbert()` já retorna o sinal analítico no software Matlab®.

Segundo Duarte (2005), para a construção de um sintoma vibroacústico por meio da ferramenta de demodulação, são necessárias as atividades apresentadas a seguir.

- Filtragem do sinal na região de frequência de interesse. Em geral, estas áreas são de ressonância nas altas frequências, pouco influenciadas pelos harmônicos de baixa ordem, sempre presentes em sinais de vibração. Dessa forma, utiliza-se filtros do tipo passa baixas e passa altas.
- A segunda atividade é o cálculo do sinal analítico.
- Por último, deve-se realizar o cálculo do nível de energia média quadrática e/ou a razão entre os valores máximos e mínimos do módulo do sinal analítico.

2.7. VALOR MÉDIO QUADRÁTICO

Na Equação (2.11) pode ser observada a forma de cálculo do valor médio quadrático, RMS. Conforme Duarte (2013), o valor médio quadrático é considerado uma medida muito importante de amplitude, pois considera a cronologia da onda e o valor de amplitude.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T X^2(t) dt} \quad (2.11)$$

CAPÍTULO III

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação teórica da técnica de análise multivariada de dados, definições, principais conceitos e tipos dessa técnica.

3.1. TÉCNICA MULTIVARIADA

Para Sartório (2008), a técnica multivariada pode ser definida como um conjunto de métodos estatísticos aplicáveis em casos nos quais várias variáveis ou fatores são medidos simultaneamente para cada unidade experimental. Assim, avaliam-se várias variáveis, respostas contínuas ou não, para cada unidade experimental. Com este tipo de análise, objetiva-se um estudo global dessas características tendo em vista que nenhum fator consegue isoladamente caracterizar a unidade experimental de forma adequada.

3.1.1. CONJUNTO DE DADOS MULTIVARIADO

Um conjunto de dados multivariado pode ser definido como uma coleção de medidas de v variáveis coletadas para uma mesma unidade amostral. Dessa forma, pode-se construir uma matriz, na qual estão as n medidas de v variáveis com n linhas e v colunas conforme Eq. (3.1).

$$Y_{(nxv)} = \begin{bmatrix} y_{11} y_{12} \dots y_{1v} \\ y_{21} y_{22} \dots y_{2v} \\ \dots \dots \dots \\ y_{n1} y_{n2} \dots y_{nv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \dots \\ y_n' \end{bmatrix} = [y_1 y_2 \dots y_v] \quad (3.1)$$

Na Equação (3.1), a forma y_{ij} refere-se a um valor da i -ésima unidade amostral e da j -ésima variável medida. O vetor de dimensão v por 1 de observações das v variáveis na

unidade amostral i , $i=1,2,\dots,n$ é o vetor Y_i . O vetor de dimensão n por 1 de observações da variável j nas n unidades amostrais pode ser observado na Eq. (3.1).

Assim, cada unidade amostral i é representada no espaço de dimensão v por um ponto, cujas coordenadas são $y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iv})'$ para $i=1,2,\dots,n$. Sartório (2008) aponta alguns fatores relevantes no processo de estruturação da análise multivariada dos dados, como a investigação da forma de coleta ou geração dos dados, medidas utilizadas e a confiabilidade dos dados.

Outro fator importante que interfere na definição da técnica multivariada a ser aplicada é o tipo de dados a ser tratado. Os chamados dados métricos podem ser definidos como medidas que descrevem uma unidade amostral pela quantidade ou grau no qual a entidade pode ser caracterizada pelo atributo avaliado. Um exemplo de dados métricos são o peso ou a idade de um bovino de corte conforme Sartório (2008). Os dados métricos podem aparecer na literatura com outros nomes, como dados quantitativos, intervalares e proporcionais.

Os dados não métricos indicam a presença de um atributo, porém não informam a quantidade como o caso dos dados métricos. Os dados não métricos são conhecidos na literatura também como qualitativos, nominais e ordinais. Dessa forma, os dados qualitativos são atributos e características de uma unidade amostral. Os dados qualitativos podem ser exemplificados pela cor de pelagem de equinos ou raça de bovinos de corte segundo Sartório (2008). Foram utilizados esses exemplos para facilitar ao leitor a compreensão das diferenças entre os conceitos de dados métricos e dados qualitativos.

Além disso, deve-se atentar para as unidades utilizadas. Sabe-se que podem ocorrer casos nos quais haja medidas com unidades diferentes. Para que não haja prejuízo da análise estatística multivariada, deve-se realizar a análise com os dados das variáveis padronizadas.

3.1.2. DISTRIBUIÇÃO NORMAL MULTIVARIADA

Para Barroso e Artes (2003), um vetor aleatório y com dimensão v , segue uma distribuição normal multivariada com vetor média μ e matriz de covariância Σ definida

positiva, notação matemática $y \sim N_v(\mu, \Sigma)$ se a sua função de densidade de probabilidade for conforme Eq. (3.2). A representação a e b referem-se às entradas do modelo.

$$\Phi(a, b, \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{|\Sigma|} 2\pi^m} \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} \dots \int_{a_m}^{b_m} e^{\frac{-1}{2} x^t \Sigma^{-1} x} dx \quad (3.2)$$

Na Equação (3.2) de distribuição normal multivariada anterior tem-se que $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^t$, os intervalos de integração são $-\infty \leq a_i < b_i \leq \infty$ para todo i e Σ é a matriz semidefinida positiva de dimensões $m \times m$. Com a expressão $x = y - \mu$ pode-se reescrever como a Eq. (3.3).

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{|\Sigma|} 2\pi^p} \exp\left[\frac{1}{2} (y - \mu)^t \Sigma^{-1} (y - \mu)\right] \quad (3.3)$$

O produto $(y - \mu)^t \Sigma^{-1} (y - \mu)$ é denominado distância generalizada de Mahalanobis.

Para gerar a distribuição normal multivariada de probabilidade no software de análise estatística R, é necessário o pacote de funções mvtnorm conforme Genz, Bretz e Hothorn (2006).

3.1.3. MATRIZ DEFINIDA POSITIVA

A matriz definida positiva pode ser explicada a partir de uma matriz simétrica A de ordem k, que tem uma propriedade de $y^t A y > 0$ para $y = [y_1, y_2, \dots, y_k]$, y vetores de observações, exceto $y = 0$, assim a forma quadrática $y^t A y$ é denominada definida positiva e a matriz A é denominada definida positiva. Para o caso de $y^t A y \geq 0$, a matriz A é denominada matriz semidefinida positiva.

Rencher e Schaalje (2008) explana dois resultados relevantes para as matrizes do tipo definida positiva conforme apresentado a seguir.

- Se a matriz A é definida positiva, então todos os elementos de sua diagonal são positivos.
- Uma matriz simétrica A é definida positiva se somente se existe uma matriz não singular P que atenda $A = P'P$.

3.2. ESTATÍSTICAS DESCRIPTIVAS

As estatísticas descritivas podem ser definidas como estatísticas úteis para os casos nos quais se trabalha com um grande conjunto de dados. Nestes casos, torna-se difícil o discernimento de informações úteis ao estudo realizado. Para isto, existem as estatísticas descritivas, ou seja, elas resumem a informação em valores que são mensurados para n observações de v variáveis organizadas em vetores e matrizes.

3.2.1. MÉDIAS AMOSTRAIS

Médias amostrais trata-se de um vetor que contém a média de cada uma das v variáveis, conforme Eq. (3.4), onde o “1” é um vetor de dimensões $nx1$ de números uns.

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \dots \\ \bar{y}_v \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} y_{11} y_{21} \dots y_{n1} \\ y_{21} y_{22} \dots y_{n2} \\ \dots \dots \dots \\ y_{1v} y_{2v} \dots y_{nv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{n} Y' 1 \quad (3.4)$$

Para Johnson e Wichern (2002), este vetor de números uns forma ângulos iguais com cada eixo coordenado, no caso tem-se n eixos coordenados. Dessa forma, a projeção ortogonal do vetor $y_j' = [y_{1j} y_{2j} \dots y_{nj}]$, $j=1,2,\dots,v$, sobre o vetor de comprimento unitário $(1/\sqrt{n})1$ é dada pela Eq. (3.5).

$$y_j' \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \mathbf{1} \right) \frac{1}{\sqrt{n}} \mathbf{1} = [y_{1j} \ y_{2j} \dots \ y_{nj}] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{n} \right) \mathbf{1} = \bar{y}_j \mathbf{1} \quad (3.5)$$

Dessa forma, o vetor média amostral é o múltiplo de 1 para gerar a projeção de y_j sobre a linha determinada por 1. Para calcular o vetor média amostral no software de análise estatística R, basta digitar o comando colMeans.

3.2.2. VARIÂNCIAS E COVARIÂNCIAS

Para v variáveis observadas em cada unidade da amostra, as variâncias e as covariâncias são designadas pela matriz cov conforme Eq. (3.6).

$$cov = \begin{bmatrix} x_{11} \ x_{12} \dots \ x_{1v} \\ x_{21} \ x_{22} \dots \ x_{2v} \\ \dots \dots \dots \\ x_{v1} \ x_{v2} \dots \ x_{vv} \end{bmatrix} = \frac{1}{n-1} Y' \left(I - \frac{1}{n} \mathbf{1} \mathbf{1}' \right) Y \quad (3.6)$$

O objetivo da matriz de variâncias e covariâncias amostral é explicitar a variabilidade nas mensurações de uma variável em relação à média. Na matriz de variâncias e covariâncias da Equação (3.6), I é matriz identidade v dimensional, $x_{jj} = var(Y_i)$ a variância da variável j , $x_{jj'} = cov(Y_j, Y_{j'})$ a covariância amostral entre as variáveis j e j' , com $j, j' = 1, 2, \dots, v$ e $j \neq j'$ e $x_{jj'} = x_{j'j}$ para todo j e j' .

A interpretação desta estatística descritiva pode ser feita conforme apresentado a seguir.

- Caso encontrem-se elevados valores de uma variável em um conjunto com elevados valores da outra variável, $x_{jj'}$ é positiva.
- Caso encontrem-se pequenos valores de uma variável em um conjunto com pequenos valores da outra variável, $x_{jj'}$ é positiva.

- Caso ocorra o contrário, $x_{jj'}$ é negativa e caso os dados estejam dispersos, ou seja, não há uma relação entre os valores das duas variáveis, $x_{jj'}$ é aproximadamente zero. Para calcular a matriz de variância covariância amostral no software de análise estatística R basta digitar o comando cov.

3.2.3. DESVIO PADRÃO

De acordo com Sartório (2008), o desvio padrão amostral (d) pode ser definido como uma medida de variação na mesma unidade de medida das observações. O cálculo é realizado como a raiz quadrada da variância amostral, (x_{jj}) Eq. (3.7).

$$d = \sqrt{x_{jj}} \quad (3.7)$$

Em termos geométricos, a norma do vetor de desvios é proporcional ao desvio padrão, para $j=1,2,\dots,v$ conforme Eq. (3.8), onde d_j representa o vetor de dimensão $nx1$ de desvios das observações da variável j comparada a sua média \bar{y}_j .

$$d_j = y_j - \bar{y}_j \cdot 1 \quad (3.8)$$

3.2.4. MATRIZ DE CORRELAÇÃO

A matriz de correlação amostral (cor) é dada pela Eq. (3.9), onde $z_{jj'}$ é o coeficiente de correlação linear de Pearson amostral entre as variáveis j e j' conforme Eq. (3.10), onde D refere-se à matriz formada pelos elementos da diagonal da matriz S, ou seja, $D=\text{diag}(S)$.

$$cor = \begin{bmatrix} 1 & z_{12} & \dots & z_{1v} \\ z_{21} & 1 & \dots & z_{2v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{v1} & z_{v2} & \dots & 1 \end{bmatrix} = D^{\frac{-1}{2}} S D^{\frac{-1}{2}} \quad (3.9)$$

$$z_{jj'} = \text{corr}(Y_j, Y_{j'}) = \frac{S_{jj'}}{\sqrt{S_{jj}} \sqrt{S_{j'j'}}} \quad (3.10)$$

Outra forma de obtenção da matriz S é a partir da matriz cor conforme Eq. (3.11).

$$S = D^{\frac{1}{2}} \text{cor} D^{\frac{1}{2}} \quad (3.11)$$

O intervalo de existência do coeficiente de correlação é $-1 \leq r_{jj'} \leq 1$. Caso $r_{jj'} = 0$ não há associação linear entre as variáveis. O sinal do coeficiente de correlação também transmite algumas informações, como as apresentadas a seguir.

- $r_{jj'} < 0$ indica uma tendência de um dos valores do par ser maior comparado a média, quando o outro for menor comparado a sua média.
- $r_{jj'} < 0$ indica uma tendência de um dos valores do par ser menor comparado a média, quando o outro for maior comparado a sua média.
- Já $r_{jj'} > 0$ indica que caso um valor do par seja de elevada magnitude, o outro também será. Cabe ressaltar que os valores do coeficiente de correlação não sofrem alteração devido a modificação da escala de uma das variáveis, pois trata-se de uma medida de associação linear entre duas variáveis que não depende das unidades de medida.

Segundo Johnson e Wichern (2002), a correlação amostral em termos geométricos refere-se ao cosseno do ângulo constituído pelos vetores d_j e $d_{j'}$. Para o caso de d_j e $d_{j'}$ possuírem orientação semelhante e o ângulo entre eles for muito pequeno, a correlação amostral entre as variáveis j e j' será aproximadamente 1. Ao passo que se as orientações de d_j e $d_{j'}$ forem opostas e o ângulo entre eles for aproximadamente 180° , a correlação amostral entre as variáveis j e j' será aproximadamente -1. Para o cálculo da matriz de correlação no software de análise estatística R, basta utilizar o comando cor.

3.3. ANÁLISE DISCRIMINANTE: UMA TÉCNICA MULTIVARIADA

Fisher abordou o problema da estatística multivariada análise discriminante AD no ano de 1936 com a obtenção de uma combinação linear das características medidas que apresentava o maior potencial de discriminação entre os grupos estudados conforme Sartório (2008).

Santos *et al.* (2003) acredita que a solução para problemas de pesquisa quando existem dois ou mais grupos de unidades, para os quais um número de características foi calculado e deseja-se classificar novas unidades com base nas mesmas características, encontra-se na estatística multivariada análise discriminante (AD). Züge e Chaves Neto (1999) afirmam que a AD é uma técnica multivariada destinada a verificar uma classificação feita a priori.

Reis (1997) define a AD como a construção de uma regra de classificação, isto é, o objetivo da AD é achar uma combinação linear das variáveis independentes que possibilite minimizar a probabilidade de classificação errônea das unidades / indivíduos. O primeiro passo é identificar as variáveis discriminantes no modelo. As variáveis discriminantes são as variáveis respostas com o maior poder de discriminação entre os grupos analisados no modelo multivariado. A partir das variáveis discriminantes, estimam-se funções discriminantes, cujo objetivo é a classificação de novas unidades / indivíduos.

A função discriminante é utilizada para conhecer o escore discriminante dos dados do modelo estudado. O escore discriminante é o valor encontrado depois do uso da função discriminante. O ponto de corte é o determinante para efetuar uma nova classificação de um novo indivíduo / unidade analisada. O ponto de corte é calculado pela média das médias dos escores discriminantes de cada grupo analisado no modelo multivariado.

As três hipóteses do método multivariado análise discriminante são apresentadas a seguir.

- H1.1: As variáveis discriminantes apresentam distribuição normal multivariada.
- H1.2: As matrizes de covariâncias dos agrupamentos são iguais.
- H1.3: Os agrupamentos apresentam diferença quanto às médias.

Para Khattree e Naik (2000), a análise discriminante é um tipo de estatística multivariada cujo enfoque é a separação de unidades de uma população em duas ou mais classes segundo as características do modelo matemático proposto.

Regazzi (2000) relata que o registro da primeira abordagem do problema da

discriminação entre dois ou mais grupos para posterior classificação data de 1936, pelo pesquisador Fisher. O procedimento trata de classificar um indivíduo Z ou unidade experimental Z em uma das populações ou grupos estudados π_i ($i=1,2,\dots,g$). Dessa forma, toma-se as medidas de um número p de características para minimizar a probabilidade de uma classificação errônea, ou seja, minimizar a probabilidade de classificar uma unidade experimental na população π_i , quando na realidade é da população π_j , $i \neq j$, ($i,j=1,2,\dots,g$).

Com o objetivo de explicitar o procedimento da técnica multivariada análise discriminante utilizada no presente trabalho, realizou-se a descrição dos passos seguidos neste método no fluxograma apresentado na Figura 3.1, conforme capítulo V, seção 5.1.

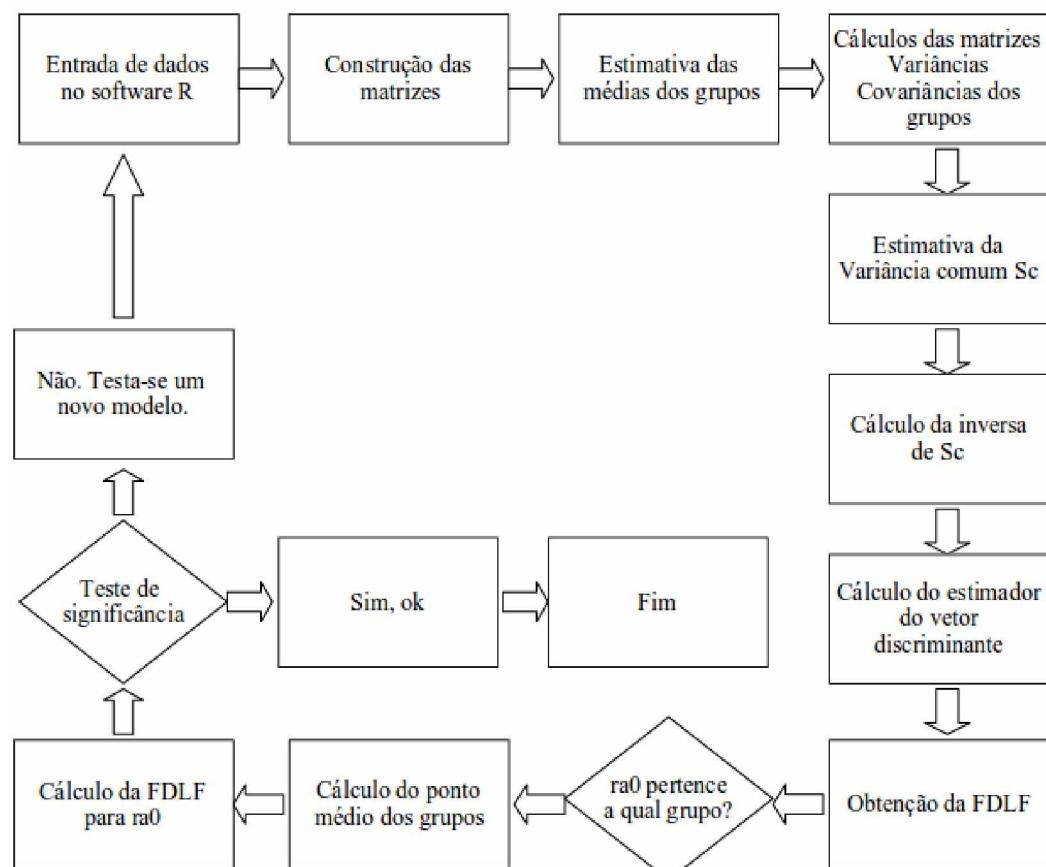


Figura 3.1 – Fluxograma para a Análise Discriminante

Fonte: Autora, 2017.

3.3.1. OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DISCRIMINANTE LINEAR DE FISHER

A metodologia utilizada neste trabalho para obtenção da função discriminante linear de Fisher (FDLF) é baseada nas etapas apresentadas a seguir.

- i. Entrada de dados no software R.
- ii. Construção das matrizes.
- iii. Estimativa das médias aritméticas dos grupos.
- iv. Cálculos das matrizes de variância covariâncias dos grupos.
- v. Estimativa da variância comum.
- vi. Cálculo da matriz inversa da variância comum.
- vii. Cálculo do estimador do vetor discriminante.
- viii. Obtenção da FDLF.
- ix. Avaliação de confiabilidade da função FDLF.

Os passos numerados de i até vii permitem os cálculos dos 5 parâmetros necessários para a construção da função FDLF, conforme explicado a seguir.

- Parâmetro 1: Corresponde às matrizes com os valores dos sintomas.
- Parâmetro 2: Médias aritméticas dos grupos, obtidas pela fórmula da Eq. (3.12), onde x_i é o vetor de entrada dos dados de cada grupo.

$$\sum_{i=1}^n x_i \quad (3.12)$$

- Parâmetro 3: Matrizes de variâncias e covariâncias dos grupos dadas pela Eq. (3.13), onde Y é a matriz de dados para cada grupo populacional.

$$cov = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1v} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{v1} & x_{v2} & \dots & x_{vv} \end{bmatrix} = \frac{1}{n-1} Y' \left(I - \frac{1}{n} \mathbf{1} \mathbf{1}' \right) Y \quad (3.13)$$

- Parâmetro 4: Variância comum, S_c conforme a Eq. (3.14), onde A representa a população estudada A, S_A é a variância comum da população A e S_B representa a variância comum da população B.

$$S_c = \frac{((n_A - 1) \cdot S_A + (n_B - 1) \cdot S_B)}{n_A + n_B - 2} \quad (3.14)$$

- Parâmetro 5: Corresponde a inversa da variância comum segundo a Eq. (3.15) e Eq. (3.16) para matrizes quadradas de dimensão n , onde I_{Sc} representa a inversa da variância comum combinada dos grupos A e B e I é a matriz identidade de ordem n .

$$I_{Sc} \cdot S_c = I_n \quad (3.15)$$

$$S_c \cdot I_{Sc} = I_n \quad (3.16)$$

- Após o cálculo destes 5 parâmetros, é calculado o estimador L , que é obtido pelo produto da média aritmética dos grupos pela inversa da variância comum conforme Eq. (3.17).

$$L = XAB \cdot I_{Sc} \quad (3.17)$$

Dessa forma, obtém-se a equação para a classificação de novos compressores conforme a Eq. (3.18), ou seja, a função FDLF. O x representa a entrada.

$$D(x) = L \cdot x [XA - AB] \cdot I_{Sc} \cdot x \quad (3.18)$$

Após o cálculo da função FDLF, determina-se o ponto médio m dos grupos. Com base no ponto médio m calculado, é possível obter a regra de classificação de Fisher.

$$m = \frac{(\text{média aritmética do grupo A} + \text{média aritmética do grupo B})}{2} \quad (3.19)$$

Deve-se alocar ra0 no grupo A se $D(x) \geq m$ (3.20)

Deve-se alocar ra0 no grupo B se $D(x) < m$ (3.21)

3.3.2. TESTE DA RAZÃO DE VEROSSIMILHANÇA

Segundo Nóbrega (2010), o teste da razão de verossimilhança, cujo objetivo é testar a igualdade de matrizes de variâncias e covariâncias foi criado por Box e pode ser analisado como uma generalização do Teste Univariado de Igualdade de Variâncias de Bartlett conforme Sartório (2008). As hipóteses do Teste Univariado de Igualdade de Variâncias de Bartlett são apresentadas a seguir, onde Σ representa a variância.

- $H_0 : \sum 1 = \sum 2 = \dots = \sum v = \Sigma$;
- $H_1 : \sum p \neq \sum q$, para $p \neq q (p, q = 1, 2, \dots, v)$

O Teste Univariado de Igualdade de Variâncias de Bartlett é definido pela Eq. (3.22), onde n é a dimensão total da amostra, $v_q = n_q - 1$ os graus de liberdade de cada grupo, S_k a

matriz de variâncias covariâncias do grupo $k, k = 1, 2, \dots, v$, $S = \frac{W}{n-v}$ a matriz de variâncias covariâncias total e W é a matriz de soma de quadrados de produtos cruzados.

$$M = n - v \ln |S| - \sum_{q=1}^v v_q \ln |S| (3.22)$$

3.3.3. ESTATÍSTICA DE HOTELLING

Segundo Silva (2017), para o problema univariado de uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição $N(\mu, \sigma^2)$, para os quais a média e variância são desconhecidas, a estatística é dada pela Eq. (3.23), onde t é a estatística t de student com $n-1$ graus de liberdade, \bar{X} a média, σ o desvio padrão e S^2 a variância.

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} \quad (3.23)$$

Para a estatística da Eq. (3.23) tem-se as Equações (3.24), (3.25) e (3.26):

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3.24)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (3.25)$$

$$(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.26)$$

Dessa forma, pode-se tomar o quadrado da estatística t na forma da Eq. (3.27), onde t é a estatística t de student com $n-1$ graus de liberdade, \bar{X} a média, amostra aleatória de tamanho n da distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ elevada ao quadrado.

$$t^2 = \sqrt{n}(\bar{X} - \mu)'(S^2)^{-1}\sqrt{n}(\bar{X} - \mu) \quad (3.27)$$

A distribuição da Equação (3.27) é denominada F-Snedecor com 1 e $n-1$ graus de liberdade, notação $t^2 \sim F_{1, n-1}$. A partir da Equação (3.27), pode-se reescrever como uma versão multivariada da estatística conforme Eq. (3.28).

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)'S^{-1}(\bar{X} - \mu) \quad (3.28)$$

Na estatística multivariada $N_p(\mu, \Sigma)$ da Eq. (3.28) tem-se as definições conforme a Eq. (3.29), Eq. (3.30) e Eq. (3.31).

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3.29)$$

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})' \quad (3.30)$$

$$(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.31)$$

A estatística T^2 de Hotelling é denominada dessa forma como uma homenagem ao pesquisador Harold Hotelling, o primeiro a obter a distribuição normal multivariada.

Seja o teste de hipóteses para uma amostra aleatória multivariada:

- $H_0 : \mu = \mu_0$
- $H_1 : \mu \neq \mu_0$

A estatística de teste para este caso será a fórmula da Eq. (3.32).

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)' S^{-1} (\bar{X} - \mu) \quad (3.32)$$

A estatística T^2 possui distribuição $\frac{(n-1)p}{n-p} F_{p, n-p}$ sob H_0 . Dessa forma, rejeita-se H_0 , ao nível de significância α se:

$$T^2 > \frac{(n-1)p}{n-p} F_{p, n-p, 1-\alpha} \quad (3.33)$$

É válido ressaltar que $F_{p, n-p, 1-\alpha}$ representa o quantil de $100(1-\alpha)\%$ da distribuição $F_{p, n-p}$.

3.4. OTIMIZAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

Para Taha (2008) a pesquisa operacional é um método científico, cujo objetivo é

auxiliar o processo de tomada de decisões. Dessa forma, utiliza-se de um modelo matemático para descrever um sistema organizado e por meio da experimentação com o modelo, obter a melhor forma de operar o sistema.

A pesquisa operacional surgiu durante a Segunda Guerra Mundial com o objetivo de solucionar problemas militares de natureza estratégica e operação tática. Um experimento em pesquisa operacional envolve seis passos, conforme apresentado no fluxograma da Figura 3.2.

- Proposição e formulação do problema.
- Modelagem do sistema.
- Cálculo da solução por meio do modelo.
- Teste do modelo e da solução.
- Definição de controles da solução.
- Implantação e monitoramento.

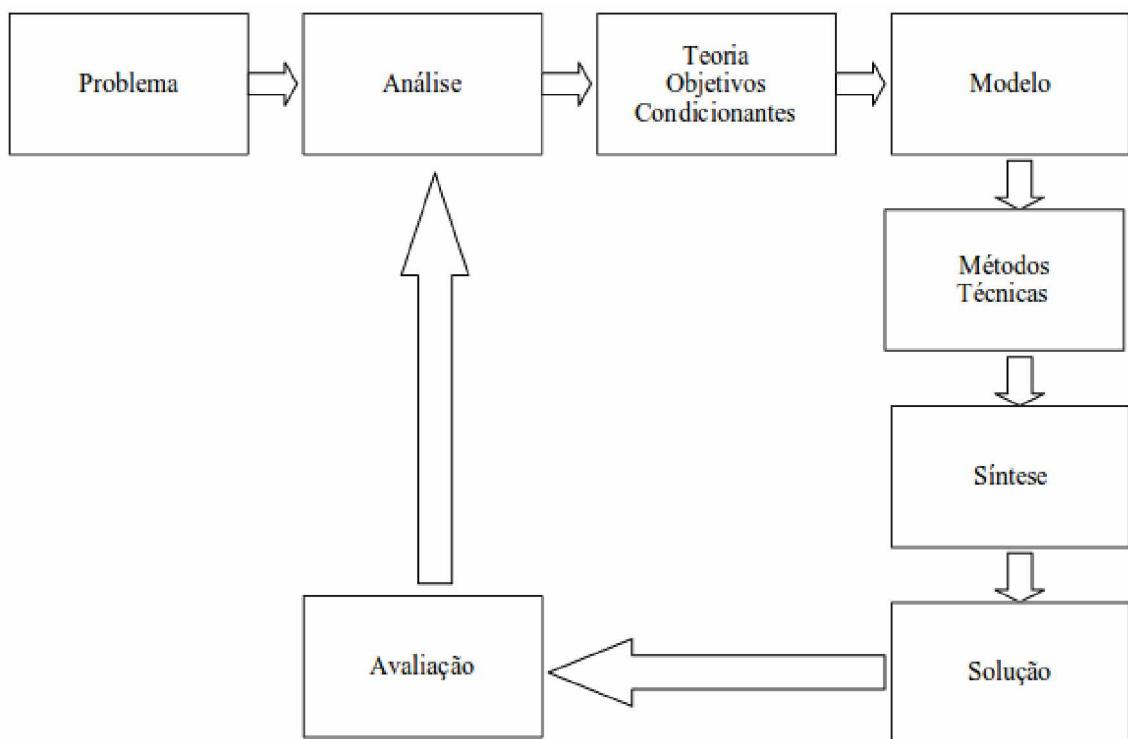


Figura 3.2 – Fluxograma de Pesquisa Operacional (Autora, 2017).

A teoria de otimização contempla a forma de construir um modelo matemático, métodos para a solução do modelo matemático, os conceitos teóricos dos métodos, a análise de resultados e o processo de tomada de decisão. A seguir tem-se os três principais métodos de pesquisa operacional.

- Métodos Determinísticos: Programação linear, programação linear inteira, programação linear inteira mista, programação não linear e programação dinâmica.
- Métodos Estocásticos: Teoria das filas, teoria de estoques, teoria de jogos, teoria da decisão, simulação de eventos discretos.
- Métodos Aproximados: Heurísticas e meta-heurísticas.

3.4.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR

Para Taha (2008) o objetivo da programação linear (PL) é alocar recursos limitados entre atividades competitivas da melhor forma possível, ou seja, o ponto ótimo do sistema. Para tal, utiliza-se de um modelo matemático para descrever o problema. A função objetivo e as restrições são funções lineares. Em programação linear, os dados de entrada do modelo podem mudar dentro de determinados intervalos sem alterar a solução ótima. Este tipo de análise é denominada de análise de sensibilidade.

A aplicabilidade da programação linear é bastante ampla, tendo em vista que soluciona problemas de diversas áreas, como planejamento urbano, investimento, planejamento de produção, controle de estoques, mistura de gasolina, planejamento de mão de obra e programação segundo Taha (2008).

Dessa forma, a programação linear é composta das etapas apresentadas a seguir.

- Formulação do problema matemático: função objetivo e restrições.
- Modelagem do sistema.
- Cálculo da solução por meio do modelo realizando a implementação no software escolhido.
- Teste do modelo e da solução no software.
- Comparação dos resultados obtidos com a implementação com os dados da produção, ou com os dados de outra técnica já validados.

3.4.2 MODELAGEM

A partir do estudo dos sintomas vibroacústicos calculados, elaborou-se o modelo matemático. Este modelo foi desenvolvido de acordo com as etapas apresentadas a seguir.

- Definição dos sintomas vibroacústicos utilizados.
- Preparação das restrições matemáticas para o modelo.
- Estruturação do problema em duas partes.
- Modelagem no *software* Gurobi.
- Obtenção dos resultados.
- Validação das saídas do modelo com os resultados da Análise Discriminante e com os resultados obtidos por Duarte (2013).

3.4.3 DEFINIÇÃO DOS SINTOMAS VIBROACÚSTICOS

No seu trabalho, Duarte (2013), utilizou os principais sintomas vibroacústicos para análise de rumorosidade dos compressores. Dessa forma, os principais sintomas foram calculados novamente e apresentados neste trabalho conforme capítulo IV.

A seguir tem-se os sintomas utilizados.

- i. Sintoma vibroacústico curtose.
- ii. Sintoma vibroacústico assimetria.
- iii. Sintoma vibroacústico valor médio quadrático.
- iv. Sintoma vibroacústico fator de crista.
- v. Sintoma vibroacústico K4.
- vi. Sintoma vibroacústico nível de energia do envelope filtrado com frequência de corte de 6000 Hz.
- vii. Sintoma vibroacústico diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com frequência de corte de 6000 Hz.
- viii. Sintoma vibroacústico nível de energia do envelope filtrado com frequência de corte de 8000 Hz.

- ix. Sintoma vibroacústico diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com frequência de corte de 8000 Hz.
- x. Sintoma vibroacústico nível de energia do envelope filtrado com frequência de corte de 10000 Hz.
- xi. Sintoma vibroacústico diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com frequência de corte de 10000 Hz.

Devido aos sintomas vibroacústicos numerados de i até v não apresentarem uma tendência para os dados analisados, conforme verificado pela Análise Discriminante (AD) no capítulo V, seção 5.7, teste de significância da fase III, optou-se por um modelo com os sintomas vibroacústicos numerados de vi a xi.

3.4.4 ESTRUTURAÇÃO DO MODELO

A partir dos sintomas vibroacústicos definidos conforme procedimento detalhado na seção 3.4.3, preparou-se as restrições matemáticas para o modelo. Dessa forma, observou-se a necessidade de dividir o problema em duas partes para efetuar a modelagem no *software* Gurobi, devido ao mesmo possibilitar a segregação dos compressores adequados dos compressores inadequados. O modelo com apenas uma função sem dividir em duas partes resultou na resposta inviável pelo *software*.

O Gurobi é um *software* de otimização com licença acadêmica. Utilizou-se alocação dinâmica de memória, linguagem de programação C++, programação orientada a objeto, não-linear. A função matemática do modelo inferior pode ser observada na Eq. (3.34) e (3.35), que constam do capítulo V.

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{i=1}^{25} x_i \\
 LiInf_{ij} & \leq Valor_{ij} x_i \quad \forall i=1,..,25 \quad \forall j=1,..,6 \\
 x_i & \in \mathbb{Z} \quad \forall i=1,..,25
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

A função matemática do modelo superior pode ser observada na Eq. (3.35).

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{i=1}^{25} x_i \\
 & \text{Valor}_{ij} x_i \leq LiSup_{ij} \quad \forall i=1,..,25 \quad \forall j=1,..,6 \\
 & x_i \in \{0,1\} \quad \forall i=1,..,25
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

A ideia do modelo criado é realizar o cruzamento das duas partes, inferior e superior, e a partir disso o *software* consegue emitir a lista dos compressores adequados e inadequados quanto a rumorosidade.

O limite inferior foi respeitado por 24 dos 25 compressores analisados. Já o limite superior não foi respeitado por 12 dos 25 compressores analisados. Dessa forma, é possível observar que, em termos matemáticos, o limite inferior é mais fácil de ser atendido em comparação com o limite superior.

O *software* Gurobi demandou segundos para solucionar este problema. Dessa forma, pode-se aumentar a quantidade de sintomas e a quantidade de unidades / compressores analisados facilmente nas linhas iniciais do código fonte conforme anexo III.

3.4.5 MÉTODO SIMPLEX

O método utilizado neste trabalho é o método de otimização Simplex. Conforme Taha (2008), deve-se considerar dois pressupostos para a modelagem, conforme apresentado a seguir.

- As restrições são representadas por equações, de forma que o lado direito das equações é não-negativo.
- As variáveis são não-negativas.

A observação destes dois pressupostos é importante porque padronizará e aumentará a eficiência do Método Simplex. Nas desigualdades, o lado direito representa o limite imposto a disponibilidade de um recurso e o lado esquerdo refere-se a utilização desse recurso limitado pelas variáveis do modelo. Dessa forma, a diferença entre o lado direito e o lado esquerdo da restrição representa a quantidade de recurso não utilizado, também denominada de folga.

Caso queira transformar uma desigualdade (\leq) em uma equação, deve-se adicionar ao lado esquerdo da restrição uma variável de folga. Segundo Taha (2008), para o Modelo Reddy Mikks, a restrição referente ao uso de matéria-prima M1, Eq. (3.36).

$$6x_1 + 4x_2 \leq 24 \quad (3.36)$$

Dessa forma, no Modelo Reddy Mikks, é definida a folga s_1 , ou seja, a quantidade de matéria-prima M1 não utilizada. Com a atribuição da folga s_1 , pode-se transformar a Eq. (3.36) na Eq. (3.37), válida para $s_1 \geq 0$.

$$6x_1 + 4x_2 + s_1 = 24 \quad (3.37)$$

De maneira análoga, uma restrição \geq representa o limite inferior para as atividades do modelo de programação, de forma que o valor pelo qual o lado esquerdo excede o limite mínimo é denominado uma sobra. Para transformar uma restrição \geq em uma equação deve-se subtrair uma variável de sobra não negativa do lado esquerdo da restrição. Conforme Taha (2008), para o Modelo da Dieta, a restrição de requisitos mínimos de ração é dada pela Eq. (3.38).

$$x_1 + x_2 \geq 800 \quad (3.38)$$

Neste caso, é definida a variável de sobra S_1 e por meio desta, a Eq. (3.38) pode ser transformada na Eq. (3.39), para $S_1 \geq 0$.

$$x_1 + x_2 - S_1 = 800 \quad (3.39)$$

Outro pressuposto relevante para a aplicação do Método Simplex é que o lado direito da equação seja não-negativo. Para satisfazer este pressuposto, deve-se multiplicar ambos os lados da equação por -1. Pode-se observar a Eq. (3.40).

$$-x_1 + x_2 \leq -3 \quad (3.40)$$

A Eq. (3.40) pode ser reescrita como a Eq. (3.41) para $s_1 \geq 0$.

$$-x_1 + x_2 + s_1 = -3 \quad (3.41)$$

Dessa forma, para cumprir o pressuposto do lado direito da equação não-negativo, deve-se multiplicar ambos os lados da Eq. (3.41) por -1 e obtém-se a Eq. (3.42).

$$x_1 - x_2 - s_1 = 3 \quad (3.42)$$

Taha (2008) aborda o problema de variáveis irrestritas no modelo. O autor apresenta um modelo de ajuste de produção para alguns períodos. No começo de cada período, ajusta-se a mão de obra para mais ou menos de acordo com a demanda. Tem-se $x_i \geq 0$ para a quantidade de mão de obra no período i . De forma análoga, $x_{i+1} \geq 0$ para a quantidade de mão de obra no período $i+1$ é expresso sob a forma da Eq. (3.43).

$$x_i + 1 = x_i + y_i + 1 \quad (3.43)$$

Dessa forma, a variável y_{i+1} deve ser definida irrestrita de forma que permita que x_{i+1} aumente ou reduza em relação a x_i , dependendo da quantidade de mão de obra, ou seja, contratações e demissões no período.

3.4.6 MÉTODO GRÁFICO E MÉTODO ALGÉBRICO

Para solucionar um problema com a programação linear (PL) existe o Método Gráfico e o Método Algébrico.

Na Figura 3.3 pode-se observar uma região de soluções do problema de programação

linear (PL) com o Método Gráfico.

Conforme Taha (2008), o Método Gráfico representa todas as restrições sob a forma de um gráfico semelhante ao da Fig. (3.4), mesmo as restrições de não-negatividade. Já o Método Algébrico representa a região de soluções por meio de equações com v variáveis e trabalha somente com valores não negativos e $e < v$. Dessa forma, o Método Gráfico apresenta a região de soluções, ou seja, um número infinito de pontos viáveis. Ao passo que o Método Algébrico possui um sistema algébrico que apresenta um número infinito de soluções viáveis.

O Método Gráfico é composto das etapas apresentadas a seguir.

- Identificação dos pontos extremos viáveis na região de soluções.
- Os candidatos à categoria de solução ótima são um número finito de pontos extremos.
- Uso da função objetivo para identificar o ponto extremo ótimo entre os candidatos à categoria de solução ótima.

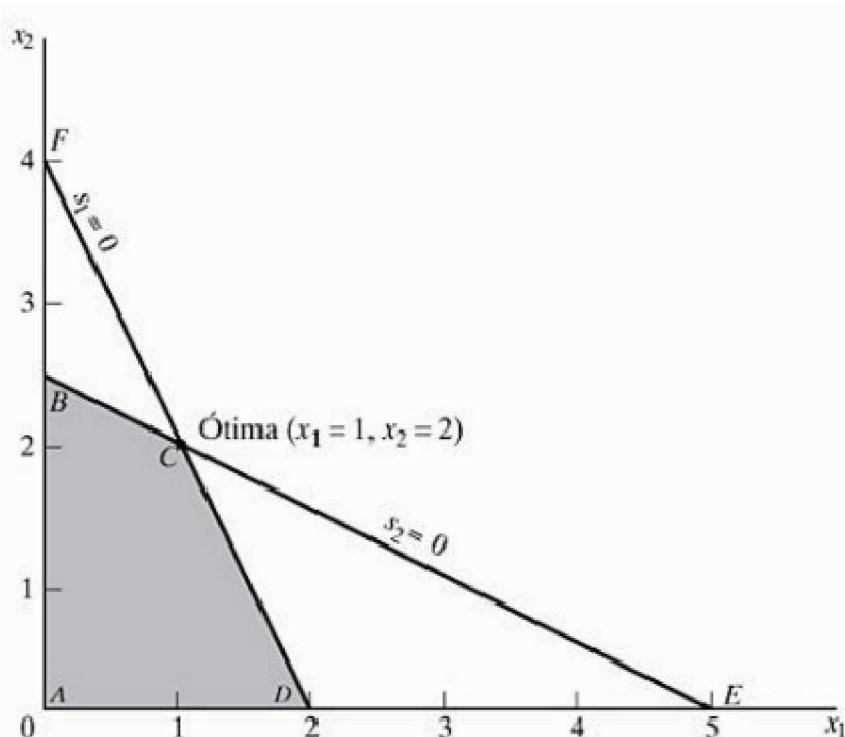


Figura 3.3 – Região de Soluções do problema de PL (Taha, 2008).

Já o Método Algébrico também apresenta alguns passos a serem seguidos na modelagem, conforme apresentado a seguir.

- Determinação das soluções básicas viáveis das equações do sistema algébrico.
- Os candidatos à categoria de solução ótima são um número finito de soluções básicas viáveis.
- Uso da função objetivo para identificar a solução básica viável ótima entre os candidatos à categoria de solução ótima.

É importante observar que o Método Gráfico possui a fragilidade de poder ser aplicado somente para poucas variáveis, ao passo que o Método Algébrico não possui essa limitação para resolver o problema de PL (Programação Linear).

O Método Simplex não trabalha com todas as soluções do sistema algébrico ou com todos os pontos extremos do modelo gráfico do problema de PL. Dessa forma, o Método Simplex realiza a investigação de algumas das soluções selecionadas.

Para compreender como funciona a investigação de algumas das soluções selecionadas no Método Simplex, deve-se observar a Fig. 3.4.

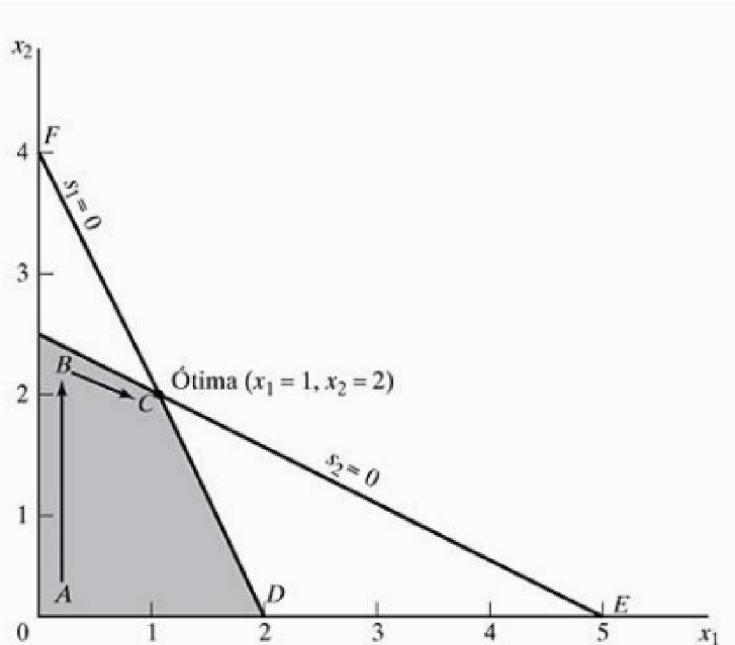


Figura 3.4 – Método Simplex: processo iterativo (Taha, 2008).

É possível observar na Figura 3.4 a região de soluções de um problema de PL. A natureza iterativa do Método Simplex funciona conforme descrito a seguir.

- Inicialmente, o Método Simplex começa na origem ponto A da Fig. 3.4.
- No ponto A, o valor da função objetivo z é zero. A dúvida é aumentar x_1 e x_2 pode melhorar o valor de z ou não.
- Para responder a este questionamento do Método Simplex, deve-se investigar a função objetivo conforme a Eq. (3.44).

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 + 3x_2 \quad (3.44)$$

A análise da função objetivo conforme Eq. (3.44) mostra que um aumento de x_1 , ou de x_2 ou ambas implicará um aumento da função objetivo z e uma melhora da solução do problema de PL. O Método Simplex trabalha o aumento, melhoria de uma variável por vez, sendo que a variável selecionada será a que obtiver melhor taxa de melhoria, ou seja, maior eficiência para solucionar o problema.

CAPÍTULO IV

Neste capítulo apresentam-se a metodologia, a análise de sinais no *software Matlab* ®, a filtragem de sinais e os cálculos de sintomas vibratórios por meio dos dados adquiridos por Duarte (2013).

4.1. DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

A metodologia do trabalho foi dividida em quatro partes. A primeira refere-se a técnica de revisão bibliográfica dos sintomas vibroacústicos utilizados (curtose, assimetria, valor médio quadrático, fator de crista, K4, nível de energia do envelope filtrado e diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado), compressores rotativos, fontes dominantes de ruído e as técnicas estatísticas para análise multivariada de dados.

A segunda parte da metodologia corresponde a estruturação do trabalho. Nesta parte, utilizaram-se os dados adquiridos por Duarte (2013) para aplicação da técnica estatística de análise multivariada denominada análise discriminante no software de análise estatística R. Duarte (2013) utilizou para cada compressor 333330 amostras totalizando 10 s de aquisição. Foram adquiridos os seguintes sinais.

- Aceleração na tampa do compressor.
- Velocidade na tampa do compressor.
- Aceleração no ponto próximo ao ponto de solda do kit do compressor.
- Velocidade no ponto próximo ao ponto de solda do kit do compressor.

A aquisição de sinais foi realizada em câmaras semi anechoicas, ou seja, em condições ditas ótimas. Uma câmara anechoica pode ser definida como uma sala projetada para conter reflexões, tanto de ondas sonoras quanto eletromagnéticas e possui os aspectos detalhados a seguir.

- Isolamento de fontes externas de ruídos.
- Simula-se um espaço aberto de dimensão infinita, característica útil quando influências externas podem comprometer o trabalho.

- Absorvem energia em todas as direções.

A câmara semi anechoica pode ser definida como uma sala que possui um chão sólido, que atua como uma superfície de apoio cujas propriedades permitem suportar itens de grande massa, como os compressores, de forma mais eficiente que o material absorvente encontrado em câmaras totalmente anechoicas. Além disso, essa superfície de apoio é amortecida, de forma a isolá-la de vibração externa de sinais eletromagnéticos.

Os sinais de aceleração utilizados neste trabalho foram os adquiridos próximo ao ponto de solda do kit do compressor. O modelo multivariado foi desenvolvido a partir dos sintomas calculados com o objetivo de se determinar a Função Discriminante Linear de Fisher (FDLF). Um dos resultados do trabalho é, a partir dos dados de um compressor escolhido, determinar se o mesmo é adequado ou inadequado, via aplicação da FDLF encontrada.

Outro resultado do trabalho é o desenvolvimento de um programa no software Gurobi, com licença acadêmica, orientado a objeto em C++ com alocação dinâmica de memória para classificação dos compressores em adequado e inadequado quanto a rumorosidade.

Para a simulação computacional, utilizou-se um computador com as seguintes especificações técnicas: Sistema operacional Ubuntu 16.04 LTS, memória 3,8 GB, processador Intel® Core i5, tipo de sistema 64-bit e disco 582,8 GB.

Na quarta parte do trabalho, foi realizada uma comparação dos resultados obtidos com a técnica de análise multivariada implementada no software R e os resultados obtidos com a programação linear no software Gurobi com os resultados obtidos por Duarte (2013).

4.2. ANÁLISE DE SINAIS NO SOFTWARE MATLAB ®

Na análise de sinais de cada compressor, utilizaram-se 333330 amostras totalizando 10 segundos de aquisição de dados.

No computo dos espectros utilizou-se uma janela *hanning* para minimizar o efeito de vazamentos, do inglês *leakages*.

Primeiramente, foram carregados os dados coletados no *software Matlab* ® e realizou-se a análise dos dados no domínio do tempo. Na Figura 4.1 tem-se quatro sinais típicos dos compressores analisados, de acordo com a descrição apresentada a seguir.

Dados 1: aceleração medida na tampa do compressor.

Dados 2: aceleração medida no ponto próximo a um ponto de solda do kit.

Dados 3: velocidade medida na tampa do compressor.

Dados 4: velocidade medida no ponto próximo a um ponto de solda do kit.

Este trabalho se concentrará nos Dados 1, que segundo Duarte (2013) foram os dados que melhor classificaram os compressores no critério rumorosidade.

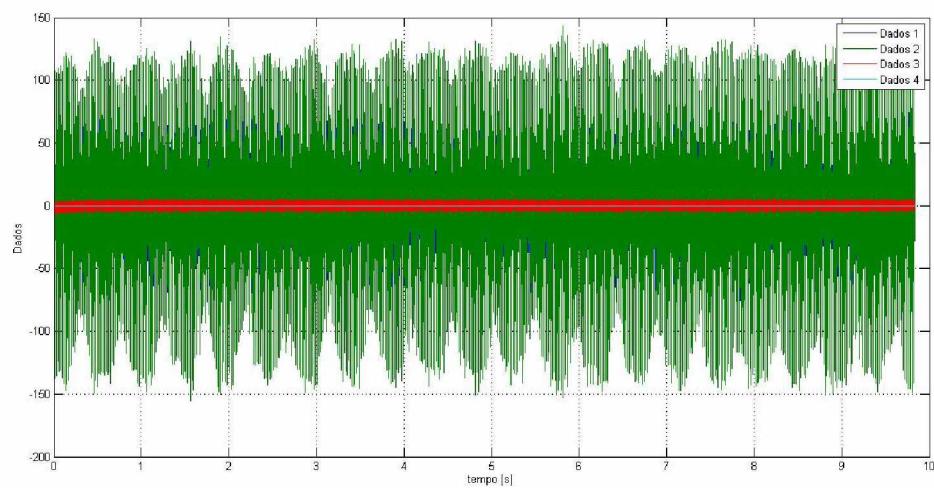


Figura 4.1 – Exemplo de dados no domínio do tempo (Autora, 2017).

Na sequência, efetuou-se o cálculo da Transformada Rápida de Fourier, do inglês Fast Fourier Transform (FFT). O objetivo da FFT é transformar a análise no domínio do tempo para análise na frequência conforme Eq. (4.1).

$$x(t) \rightarrow \text{Transformada Rápida de Fourier} \rightarrow X(f) \quad (4.1)$$

Assim, $X(f)$ é complexo e é representado por módulo e fase, ou partes Real e Imaginária. Na sequência, procedeu-se o cálculo da auto densidade espectral, resultando em gráficos parecidos com o exemplo mostrado na Figura 4.2.

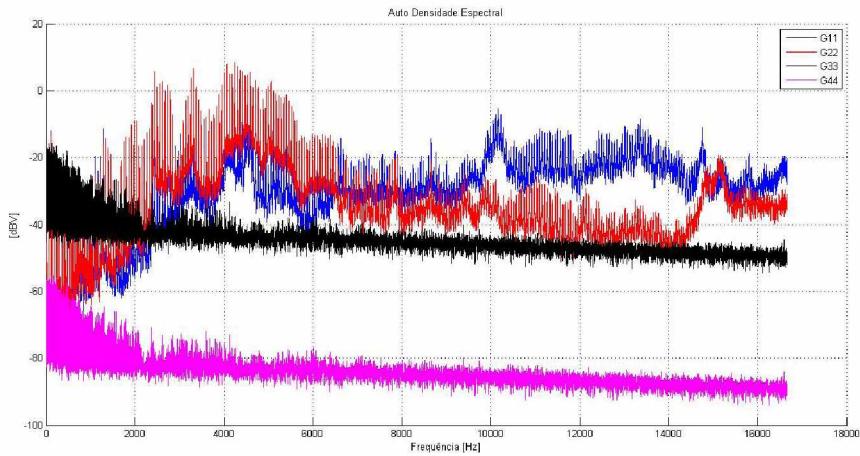


Figura 4.2 – Exemplos de gráficos de Auto densidade espectral para os compressores estudados (Autora, 2017).

Um exemplo de autoespectro do conjunto de dados estudados (Dados 2) pode ser visto com mais detalhes na Figura 4.3, onde pode-se observar a riqueza de harmônicos nos sinais vibroacústicos de compressores rotativos.

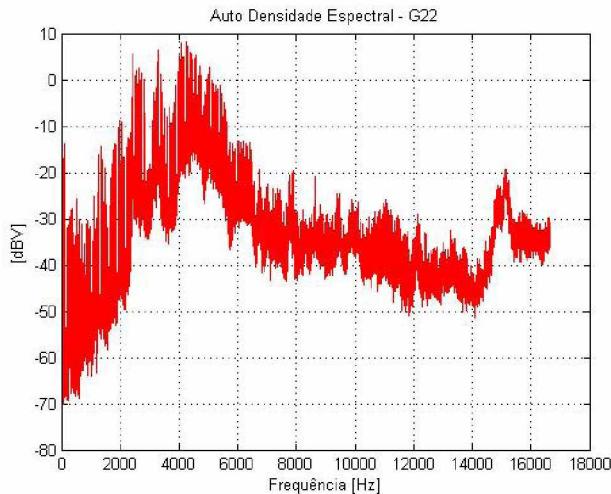


Figura 4.3 – Exemplo de autoespectro para o grupo de dados 2 (Autora, 2017).

4.3. FILTRAGEM DOS SINAIS

De acordo com a metodologia adotada para o trabalho, após realizada a análise de espectro dos sinais no *software Matlab* ®, procedeu-se a aplicação dos filtros para a análise dos sinais. A título de exemplo, na Figura 4.4, observa-se o espectro do sinal de aceleração original comparado com o sinal de aceleração filtrado (passa baixas de 40 Hz) para o conjunto de dados 21 do compressor denominado ra8.

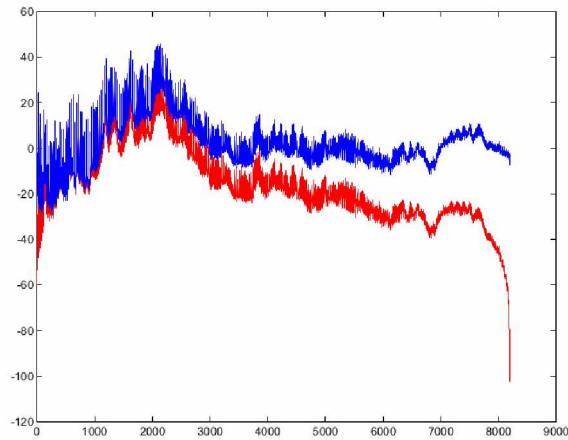


Figura 4.4 – Sinal de aceleração filtrado para o conjunto de dados 2 do compressor ra8 (Autora, 2017).

Na Figura 4.5 observa-se o espectro do sinal de velocidade original comparado com o sinal de velocidade filtrado para o conjunto de dados 4 do compressor ra6.

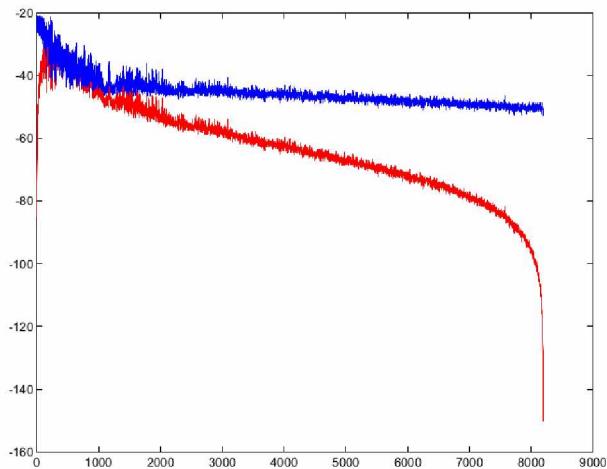


Figura 4.5 – Sinal de velocidade filtrado para o conjunto de dados 4 do compressor ra6 (Autora, 2017).

4.4. SINTOMA VIBROACÚSTICO CURTOSE

É possível observar na Tabela 4.1 os valores obtidos dos cálculos do sintoma curtose para os compressores analisados. A forma de cálculo do sintoma curtose encontra-se disponível na Eq. (2.1), no capítulo 2 dessa dissertação e a rotina para implementação está disponível no Anexo I. Observa-se que para a maioria dos compressores o valor de curtose é bem maior do que três (distribuição normal), o que é um indicativo de grandes excursões fora da média.

Compressor	Curtose	Compressor	Curtose
ra1	6.49	ra13	6.13
ra2	4.92	ra14	6.87
ra3	7.29	ra15	6.28
ra4	6.67	ra16	9.62
ra5	7.35	ra17	8.87
ra6	7.30	ra18	5.22
ra7	4.53	ra19	9.65
ra8	8.71	ra20	6.50
ra9	6.22	ra21	8.13
ra10	5.68	ra22	11.98
ra11	11.86	ra23	7.34
ra12	4.90	ra24	8.10

Tabela 4.1. Sintoma Curtose

Fonte: Autora, 2017.

4.5. SINTOMA VIBROACÚSTICO ASSIMETRIA

Na Tabela 4.2 tem-se o sintoma vibroacústico assimetria, ou seja, o grau de desvio de uma distribuição de sua simetria. Dessa forma, o sintoma assimetria é calculado de acordo

com a Eq. (2.2) e cuja rotina de implementação encontra-se disponível no Anexo I. Observa-se na tabela que 8 compressores resultaram numa assimetria de módulo superior a 0,1, enquanto os demais indicam uma distribuição bem simétrica.

Compressor	Assimetria	Compressor	Assimetria
ra1	0.0000964	ra13	0.118
ra2	0.116	ra14	0.0172
ra3	-0.108	ra15	0.125
ra4	0.0538	ra16	-0.188
ra5	0.0606	ra17	0.264
ra6	0.110	ra18	-0,0701
ra7	0.0771	ra19	0.0886
ra8	0.0124	ra20	0.0353
ra9	0.0750	ra21	0.0736
ra10	0.0304	ra22	-0.123
ra11	0.159	ra23	0.0456
ra12	0.0244	ra24	0.0813

Tabela 4.2. Sintoma Assimetria

Fonte: Autora, 2017.

4.6. SINTOMA VIBROACÚSTICO VALOR MÉDIO QUADRÁTICO

É possível observar na Tabela 4.3 o sintoma vibroacústico valor médio quadrático calculado para os compressores estudados. A forma de cálculo do sintoma valor médio quadrático encontra-se disponível no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.11) e a rotina para implementação no Anexo I. Observa-se na tabela que os valores RMS dos compressores variaram entre aproximadamente 10 a 17 valores de referência. Por motivo de sigilo todos os valores apresentados neste trabalho são relativos.

Compressor	RMS	Compressor	RMS
ra1	14.8	ra13	16.4
ra2	15.2	ra14	12.7
ra3	12.7	ra15	9.27
ra4	15.2	ra16	12.4
ra5	11.8	ra17	9.82
ra6	7.73	ra18	9.79
ra7	13.1	ra19	11.4
ra8	10.8	ra20	11.5
ra9	12.1	ra21	13.5
ra10	11.2	ra22	17.6
ra11	12.7	ra23	15.1
ra12	11.1	ra24	15.2

Tabela 4.3. Sintoma Valor Médio Quadrático

Fonte: Autora, 2017.

4.7. SINTOMA VIBROACÚSTICO FATOR DE CRISTA

Na Tabela 4.4 pode-se observar os valores calculados do sintoma vibroacústico fator de crista. A forma de cálculo do sintoma vibroacústico fator de crista encontra-se detalhada no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.3) e a rotina de implementação está disponível no Anexo I. Observa-se na tabela que não foram observadas grandes variações nos fatores de crista dos compressores analisados ($\pm 8,0$).

Compressor	Fator de Crista	Compressor	Fator de Crista
ra1	7.92	ra13	7.00
ra2	7.55	ra14	7.35
ra3	8.59	ra15	7.43
ra4	7.20	ra16	8.08
ra5	7.18	ra17	8.63

ra6	8.32	ra18	7.48
ra7	6.94	ra19	9.01
ra8	7.28	ra20	8.24
ra9	6.43	ra21	8.79
ra10	7.13	ra22	7.6
ra11	7.97	ra23	7.79
ra12	7.33	ra24	8.62

Tabela 4.4. Sintoma Fator de Crista

Fonte: Autora, 2017.

4.8. SINTOMA VIBROACÚSTICO K4

É possível observar na Tabela 4.5 os valores calculados para o sintoma vibroacústico K4. A forma de cálculo do sintoma vibroacústico K4 encontra-se detalhada no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.4) e a rotina de implementação está disponível no Anexo I. Assim como o fator de crista não se observa grandes variações nos valores de K4 (entre 18 e 22).

Compressor	K4	Compressor	K4
ra1	20.3	ra13	20.4
ra2	19.4	ra14	20.4
ra3	19.7	ra15	18.2
ra4	19.5	ra16	20.6
ra5	20.1	ra17	21.8
ra6	19.0	ra18	18.2
ra7	20.0	ra19	22.6
ra8	18.9	ra20	22.1
ra9	18.8	ra21	19.5
ra10	18.3	ra22	19.3
ra11	20.9	ra23	20.2
ra12	20.0	ra24	21.1

Tabela 4.5. Sintoma K4

Fonte: Autora, 2017.

4.9. SINTOMA VIBROACÚSTICO NÍVEL DE ENERGIA DO ENVELOPE FILTRADO (PASSA ALTAS 6000 Hz)

Na Tabela 4.6 apresenta-se os valores calculados para o sintoma nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz. A forma de cálculo do sintoma vibroacústico nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz encontra-se detalhada no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.8), Eq. (2.9) e a rotina de implementação está disponível no Anexo I. Para este sintoma, observa-se que 4 compressores apresentam valores acima da média dos demais ($\approx 7,5$).

Compressor	Nível Energia (6000 Hz)	Compressor	Nível Energia (6000 Hz)
ra1	9.70	ra13	8.77
ra2	9.85	ra14	8.98
ra3	7.28	ra15	6.19
ra4	7.73	ra16	8.32
ra5	8.01	ra17	14.7
ra6	7.57	ra18	7.12
ra7	7.56	ra19	8.57
ra8	8.24	ra20	7.95
ra9	8.78	ra21	10.0
ra10	7.32	ra22	9.7
ra11	11.6	ra23	8.36
ra12	7.13	ra24	12.8

Tabela 4.6. Sintoma Nível de Energia do Envelope Filtrado 6000 Hz

Fonte: Autora, 2017.

4.10. SINTOMA VIBROACÚSTICO DIFERENÇA ENTRE MÁXIMO E MÍNIMO DO ENVELOPE FILTRADO (PASSA ALTAS 6000 Hz)

Na Tabela 4.7 apresenta-se os valores calculados para o sintoma diferença entre o máximo e mínimo de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz. A forma de cálculo do sintoma vibroacústico diferença entre o máximo e mínimo de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz encontra-se detalhada no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.8), Eq. (2.9) e a rotina de implementação está disponível no Anexo I. Observa-se na tabela que quatro compressores resultaram em valores de sintomas bem discrepantes com relação a maioria e que dois deles não são os mesmos quatro diferentes do sintoma anterior.

Compressor	Diferença Energia (6000 Hz)	Compressor	Diferença Energia (6000 Hz)
ra1	69.8	ra13	69.6
ra2	79.0	ra14	69.4
ra3	47.7	ra15	50.6
ra4	49.6	ra16	112
ra5	69.7	ra17	66.3
ra6	68.7	ra18	54.4
ra7	59.3	ra19	83.9
ra8	80.3	ra20	68.1
ra9	82.3	ra21	156
ra10	62.3	ra22	69.4
ra11	96.1	ra23	69.6
ra12	58.9	ra24	123

Tabela 4.7. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 6000 Hz

Fonte: Autora, 2017.

4.11. SINTOMA VIBROACÚSTICO NÍVEL DE ENERGIA DO ENVELOPE

FILTRADO (PASSA ALTAS 8000 Hz)

Na Tabela 4.8 apresenta-se os valores calculados para o sintoma nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz. A forma de cálculo do sintoma vibroacústico nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz encontra-se detalhada no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.8), Eq. (2.9) e a rotina de implementação está disponível no Anexo I. Observa-se na tabela que este sintoma variou entre 4,38 a 12,27.

Compressor	Nível Energia (8000 Hz)	Compressor	Nível Energia (8000 Hz)
ra1	9.46	ra13	7.19
ra2	8.31	ra14	8.06
ra3	6.02	ra15	5.40
ra4	6.05	ra16	7.65
ra5	6.39	ra17	6.07
ra6	4.38	ra18	6.23
ra7	6.37	ra19	8.01
ra8	7.81	ra20	7.03
ra9	8.17	ra21	9.61
ra10	6.81	ra22	12.2
ra11	11.2	ra23	7.12
ra12	6.39	ra24	12.2

Tabela 4.8. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 8000 Hz

Fonte: Autora, 2017.

4.12. SINTOMA VIBROACÚSTICO DIFERENÇA ENTRE MÁXIMO E MÍNIMO DO ENVELOPE FILTRADO (PASSA ALTAS 8000 Hz)

Na Tabela 4.9 apresenta-se os valores calculados para o sintoma diferença entre máximo e mínimo do nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz. A forma de cálculo do sintoma diferença entre máximo e mínimo do nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz encontra-se detalhada no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.8), Eq. (2.9) e a rotina de implementação está disponível no Anexo I. Observa-se na tabela que este sintoma varia entre 41,60 a 145,72.

Compressor	Diferença Energia (8000 Hz)	Compressor	Diferença Energia (8000 Hz)
ra1	67.1	ra13	61.7
ra2	66.6	ra14	64.0
ra3	41.6	ra15	44.5
ra4	45.0	ra16	108
ra5	53.7	ra17	60.0
ra6	41.6	ra18	48.0
ra7	50.1	ra19	81.8
ra8	76.6	ra20	59.8
ra9	77.2	ra21	146
ra10	59.0	ra22	131
ra11	91.7	ra23	64.0
ra12	56.2	ra24	120

Tabela 4.9. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 8000 Hz

Fonte: Autora, 2017.

4.13. SINTOMA VIBROACÚSTICO NÍVEL DE ENERGIA DO ENVELOPE FILTRADO (ACIMA DE 10000 Hz)

Na Tabela 4.10 apresenta-se os valores calculados para o sintoma nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz. A forma de

cálculo do sintoma vibroacústico nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz encontra-se detalhada no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.8), Eq. (2.9) e a rotina de implementação está disponível no Anexo I. Os resultados mostrados na tabela variam de 3,97 a 1,42.

Compressor	Nível Energia (10000 Hz)	Compressor	Nível Energia (10000 Hz)
ra1	8.46	ra13	5.56
ra2	6.97	ra14	6.67
ra3	5.30	ra15	4.19
ra4	4.73	ra16	7.12
ra5	5.28	ra17	5.63
ra6	3.97	ra18	4.82
ra7	4.84	ra19	7.66
ra8	7.44	ra20	6.56
ra9	7.17	ra21	9.22
ra10	6.32	ra22	9.12
ra11	10.9	ra23	6.55
ra12	5.32	ra24	11.4

Tabela 4.10. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 10000 Hz

Fonte: Autora, 2017.

4.14. SINTOMA VIBROACÚSTICO DIFERENÇA ENTRE MÁXIMO E MÍNIMO DO ENVELOPE FILTRADO (PASSA ALTAS 10000 Hz)

Na Tabela 4.9 apresenta-se os valores calculados para o sintoma diferença entre máximo e mínimo do nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz. A forma de cálculo do sintoma diferença entre máximo e mínimo do nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz encontra-se detalhada no capítulo 2 dessa dissertação, Eq. (2.8), Eq. (2.9) e a

rotina de implementação está disponível no Anexo I. Observa-se na tabela que 3 compressores tiveram valores do sintoma bem maiores do que os demais.

Compressor	Diferença Energia (10000 Hz)	Compressor	Diferença Energia (10000 Hz)
ra1	63.0	ra13	46.7
ra2	58.2	ra14	55.6
ra3	37.8	ra15	32.7
ra4	38.9	ra16	101
ra5	46.1	ra17	54.3
ra6	35.1	ra18	38.1
ra7	39.8	ra19	81.4
ra8	75.7	ra20	55.6
ra9	69.0	ra21	137
ra10	54.9	ra22	94.3
ra11	89.0	ra23	56.5
ra12	49.9	ra24	114

Tabela 4.11. Sintoma Diferença entre Máximo e Mínimo do Envelope Filtrado 10000 Hz
Fonte: Autora, 2017.

CAPÍTULO V

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos com a técnica análise discriminante, uma técnica de estatística multivariada e os resultados obtidos com a programação linear.

5.1. PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DISCRIMINANTE NO SOFTWARE R

Com o objetivo de documentar o procedimento da técnica multivariada análise discriminante utilizada no presente trabalho, realizou-se a descrição dos passos seguidos neste método no fluxograma da Figura 5.1.

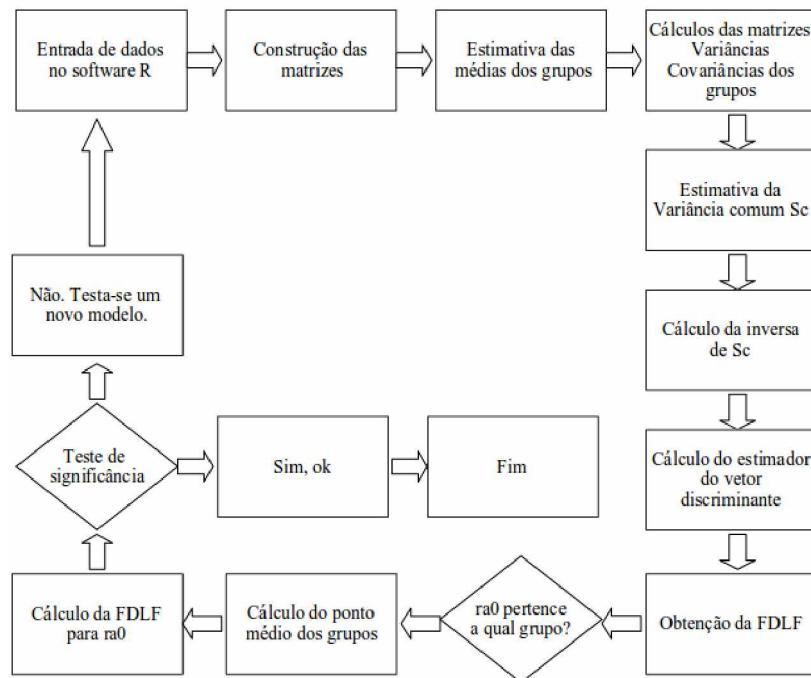


Figura 5.1 – Fluxograma para a Análise Discriminante. Fonte: Autora, 2017.

5.2. RESULTADOS ANÁLISE DISCRIMINANTE PRIMEIRA FASE DE TESTES

A análise discriminante é uma técnica de análise multivariada para tratamento estatístico de dados. O objetivo da análise discriminante é discriminar e classificar objetos, unidades experimentais. Para Khattree e Naik (2000), a análise discriminante é um tipo de estatística multivariada cujo enfoque é a separação de unidades de uma população em duas ou mais classes segundo as características do modelo matemático proposto.

Regazzi (2000) relata que o registro da primeira abordagem do problema da discriminação entre dois ou mais grupos para posterior classificação data de 1936 pelo pesquisador Fisher. O procedimento trata de classificar um indivíduo Z ou unidade experimental Z em uma das populações ou grupos estudados π_i ($i=1,2,\dots,g$). Dessa forma, obtem-se as medidas de um número p de características para minimizar a probabilidade de uma classificação errônea, ou seja, minimizar a probabilidade de classificar uma unidade experimental na população π_i , quando na realidade é da população π_j , $i \neq j$, ($i, j=1,2,\dots,g$).

Neste trabalho, o objetivo é discriminar os compressores em adequados e inadequados quanto a rumorosidade. O primeiro passo para isso é obter a função discriminante linear amostral de Fisher (FDLF). Para isso, serão utilizados sintomas vibroacústicos diagnosticados por Duarte (2013).

Para o grupo dos compressores adequados quanto à rumorosidade, tem-se os sintomas vibroacústicos na Tabela 5.1: nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz (NEE 10000 Hz) e diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz (DE 10000 Hz).

Para mostrar o uso do *software R*, para este grupo de dados serão mostrados todos os passos para a construção do modelo estatístico do passa não-passa.

Para o grupo dos compressores inadequados quanto à rumorosidade, tem-se os sintomas vibroacústicos nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz e diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz conforme Tabela 5.2.

Compressor	Nível Energia (10000 Hz)	Diferença Energia (10000 Hz)
ra1	8.46	63.0
ra3	5.30	37.8
ra4	4.73	38.9
ra5	5.28	46.1
ra7	4.84	39.8
ra10	6.32	54.9
ra12	5.32	49.9
ra13	5.56	46.7
ra14	6.67	55.6
ra15	4.19	32.7
ra18	4.82	38.1

Tabela 5.1. Grupo 1 compressores adequados (envelope)

Fonte: Autora, 2017.

Compressor	Nível Energia (10000 Hz)	Diferença Energia (10000 Hz)
ra2	6.97	58.2
ra6	3.97	35.1
ra8	7.44	75.7
ra9	7.17	69.9
ra11	10.9	89.0
ra16	7.12	101
ra17	5.63	54.3
ra19	7.66	81.4
ra20	6.56	55.6
ra21	9.22	137
ra22	9.12	94.3
ra23	6.55	56.5
ra24	11.4	114
ra25	8.66	58.8

Tabela 5.2. Grupo 2 compressores inadequados (envelope)

Fonte: Autora, 2017.

Na Tabela 5.3, observa-se um modelo para a análise discriminante. O grupo A refere-se ao grupo 1 dos compressores adequados e o grupo B ao grupo 2, dos compressores inadequados. As variáveis X1 e X2 referem-se, respectivamente, à diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz e ao nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz.

X1_A	X2_A	X1_B	X2_B
46.7	5.56	89.0	10.9
55.6	6.67	114	11.4
38.1	4.82	81.4	7.66
54.9	6.32	58.8	8.66
49.9	5.32	94.3	9.12
32.7	4.19	56.5	6.55
63.0	8.46	55.6	6.56
37.8	5.30	54.3	5.63
38.9	4.73	69.0	7.17
46.1	5.28	101	7.12
39.8	4.84	35.1	3.97

Tabela 5.3. Modelagem da análise discriminante

Fonte: Autora, 2017.

A primeira etapa foi a construção das matrizes dos dados no *software R*. Na Figura 5.2 pode ser observada a matriz para os dados do grupo A, grupo composto por compressores adequados quanto à rumorosidade.

#Matrizes		
#Construção das matrizes		
dadosA=cbind(X1_A,X2_A);dadosA		
	X1_A	X2_A
[1,]	46.7	5.56

[2,]	55.6	6.67
[3,]	38.1	4.82
[4,]	54.9	6.32
[5,]	49.9	5.32
[6,]	32.7	4.19
[7,]	63.0	8.46
[8,]	37.8	5.30
[9,]	38.9	4.73
[10,]	46.1	5.28
[11,]	39.8	4.84

Figura 5.2 – Construção de matrizes grupo A. Fonte: Autora, 2017.

Na Figura 5.3, pode ser observada a matriz para os dados do grupo B, grupo composto por compressores inadequados quanto à rumorosidade.

#Matrizes		
#Construção das matrizes		
dadosB=cbind(X1_B,X2_B);dadosB		
	X1_B	X2_B
[1,]	89.0	10.9
[2,]	114	11.4
[3,]	81.4	7.66
[4,]	58.8	8.66
[5,]	94.3	9.12
[6,]	56.5	6.55
[7,]	55.6	6.56
[8,]	54.3	5.63
[9,]	69.0	7.17
[10,]	101	7.12
[11,]	35.1	3.97

Figura 5.3 – Construção de matrizes grupo B. Fonte: Autora, 2017.

Dessa forma, o próximo passo foi a estimativa das médias aritméticas para os grupos A e B. Para isso, implementou-se os cálculos das médias no software R, conforme apresenta a Figura 5.4.

```
#Estimativa das Médias dos Grupos A e B
```

```
XA=apply(dadosA,2,mean);XA
X1_A      X2_A
45.76      5.59

XA=matrix(XA,ncol=1);XA
[1,] 45.76
[2,] 5.59

XB=apply(dadosB,2,mean);XB
X1_B      X2_B
73.5      7.71

XB=matrix(XB,ncol=1);XB
[1,] 73.5
[2,] 7.71
```

Figura 5.4 – Estimativa das médias dos grupos A e B. Fonte: Autora, 2017.

O terceiro passo é o cálculo da matriz de variâncias e covariâncias S conforme pode ser observado na Figura 5.5.

```
##Matriz de Variância Covariância (S)
```

```
SA=cov(dadosA);SA
      X1_A      X2_A
X1_A  87.3      10.3
X2_A  10.3      1.40
SB=cov(dadosB);SB
      X1_B      X2_B
X1_B  581.9     42.5
X2_B  42.5      4.86
```

Figura 5.5 – Matriz de variâncias e covariâncias para os grupos A e B. Fonte: Autora, 2017.

O quarto passo é combinar as informações da matriz de variância e covariância do grupo A com as informações da matriz de variância e covariância do grupo B, respectivamente, SA e SB, para estimar a variância comum conforme o código computacional apresentado na Figura 5.6. Nesta implementação utilizou-se n para tamanho da amostra e p para o número de variáveis.

```
##Variância Comum
Sc=((nA-1)*SA+(nB-1)*SB)/(nA+nB-2);round(Sc,5)
      X1_A      X2_A
X1_A  334.6      26.4
X2_A   26.4      3.13
```

Figura 5.6 – Variância comum. Fonte: Autora, 2017.

O quinto passo é calcular a matriz inversa de Sc, ou seja, a matriz inversa da variância comum, o que pode ser observado na Figura 5.7.

```
##Cálculo da Matriz Inversa de Sc
Isc=solve(Sc);ISc
      X1_A      X2_A
X1_A  0.00886     -0.0745
X2_A   -0.0745      0.946
```

Figura 5.7 – Matriz Inversa de Sc. Fonte: Autora, 2017.

Com estes cinco passos, calcularam-se os parâmetros necessários para obter a Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF) conforme pode ser observado na Figura 5.8. A partir da Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF), será estimada a equação para a classificação de novos compressores.

XA-XB
[1,]

```

[1,]      -27.764
[2,]      -2.118

#XAB=[XA-AB]'
```

$$XAB=t(XA-XB);XAB$$

[1,]	[,1]	[,2]
[1,]	-27.764	-2.118

$$L=XAB\%*\%Isc;L$$

[1,]	X1_A	X2_A
	-0.0881	0.0653

Figura 5.8 – Cálculos para a FDLF. Fonte: Autora, 2017.

L é um estimador do vetor discriminante. A partir da Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF), será estimada a equação para a classificação de novos compressores conforme a equação 5.1. O x representa a entrada.

$$D(x) = L \cdot x [XA - AB] ' \cdot ISc \cdot x \quad (5.1)$$

Com as informações calculadas na Figura 5.8., a Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF) passa a ser a Equação 5.2.

$$D(x) = [-0,088 \ 0,065] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

O problema do trabalho trata-se de saber se um novo compressor x_0 pertence ao grupo A, composto por compressores adequados quanto a rumorosidade, ou ao grupo B, composto por compressores inadequados quanto a rumorosidade. Para tal, aplica-se a regra de classificação baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF). Primeiro, determina-se o ponto médio m das populações, grupo A e grupo B, conforme apresenta a Figura 5.9.

```
#m=1/2*[DXA+DXB], dessa forma tem-se:
```

```
DXA=L%*%XA;DXA
```

```
[1,]
```

```
[1,] -3.669
```

```
DXB=L%*%XB;DXB
```

```
[1,]
```

```
[1,] -5.977
```

```
M=(1/2)*(DXA+DXB);round(m,3)
```

```
[,1]
```

```
[1,] -4.823
```

Figura 5.9 – Ponto médio das populações. Fonte: Autora, 2017.

Como o ponto médio das populações A e B é – 4.823, a regra de classificação baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF) será dada pela Eq. (5.3) e (5.4):

Deve-se alocar $ra0$ no grupo A se $D(ra0) \geq -4.823$ (5.3)

Deve-se alocar $ra0$ no grupo B se $D(ra0) < -4.823$ (5.4)

Com o objetivo de testar a nova regra de classificação baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF), utilizou-se um novo compressor $x0$, cujas variáveis $x1$ e $x2$ são, respectivamente, 88.1 e 10.2, $x1$ é a diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz e $x2$ é nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz conforme apresenta a Figura 5.10.

```
ra0=c(88.1,10.2)
ra0=matrix(x0,2,ncol=1);ra0
[,1]
[1,] 88.1
[2,] 10.2
```

```
#Após esta etapa, deve-se aplicar a FDLF.
```

```
Dra0=L%*%ora0;Dra0
[1]
[1,]      -7.0978
```

#O compressor deverá ser alocado no grupo B, como inadequado, pois $D(ra0) = -7.0978 < -4.823$.

Figura 5.10 – Regra de classificação aplicada para um novo compressor ra0. Fonte: Autora, 2017.

Como a função $D(ra0)$ é -7.097791 , valor menor que -4.823 , o compressor $ra0$ será alocado no grupo B, de compressores inadequados, o que confirma a classificação realizada por Duarte (2013).

5.3. TESTE DE SIGNIFICÂNCIA DA FASE I

Após estes testes, realizou-se um teste de significância para verificar se a separação entre os dois grupos A e B é significativa. A seguir, apresenta-se as hipóteses do teste de significância, H_0 e H_1 , para as quais u_1 e u_2 representam as unidades avaliadas.

H_0 : u_1 é igual a u_2

H_1 : u_1 é diferente de u_2

Conforme Johnson e Wichern (2002) utilizou-se o T^2 de Hotelling no cálculo conforme pode ser observado na Figura 5.11.

```
#Fo=(F1/F2)*F3*D2 - Ftab(p;nA+nB-p-1)
F1=nA+nB-p-1;F1
[1] 19
F2=(nA+nB-2)*p;F2
[1] 40
```

```
F3=(nA*nB)/*(nA+nB);F3
[1] 5.5
```

```
#D2=D(XA)-D(XB)
DXA=L%*%XA;DXA
[1]
[1,] -3.669
```

```
DXB=L%*%XB;DXB
[1]
[1,] -5.997
```

```
D2=DXA-DXB;D2
[1]
[1,] 2.308
```

```
Fo=(F1/F2)*F3*D2;round(Fo,3)
[1]
[1,] 6.031
#Fo=6.031
```

Figura 5.11 – T2 de Hotelling. Fonte: Autora, 2017.

Após estes cálculos, adotou-se como nível de significância $\alpha=0.01$ para o cálculo do F tabelado conforme apresenta a Figura 5.12.

```
## Com o nível de significância, alfa, de 0.01
alfa=0.01
Ftab=qf(1-alfa,p,nA+nB-p-1);round(Ftab,3)
[1] 5.926
```

Figura 5.12 – Cálculo do F tabelado. Fonte: Autora, 2017.

Como F_o encontrado foi 6.031 é maior que o valor do F tabelado, $F_{tab}=5.926$, rejeita-se H_0 e é possível concluir que a separação entre os grupos é significativa.

5.4. RESULTADOS ANÁLISE DISCRIMINANTE SEGUNDA FASE DE TESTES

Como os resultados obtidos na primeira fase com dois grupos (grupo A e grupo B) para duas variáveis forem promissores na classificação de novos compressores quanto a rumorosidade, com um alfa de 0.01 foi possível concluir que a separação entre os grupos é significativa, passa-se aos testes da análise discriminante da segunda fase.

Na segunda fase de testes, adota-se dois grupos (grupo A e grupo B) e quatro sintomas vibroacústicos, que são as variáveis do modelo multivariado. Foram adotados como variáveis os seguintes sintomas: X1 diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz; X2 nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz; X3 diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz e X4 nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz.

Para o grupo dos compressores adequados quanto à rumorosidade tem-se os sintomas vibroacústicos mencionados anteriormente apresentados na Tabela 5.4.

Compressor	Nível Energia (6000 Hz)	Diferença Energia (6000 Hz)	Nível Energia (10000 Hz)	Diferença Energia (10000 Hz)
ra1	10.3	71.4	8.46	63.0
ra3	7.28	47.7	5.30	37.8
ra4	7.73	49.6	4.73	38.9
ra5	8.01	71.6	5.28	46.1
ra7	7.56	59.3	4.84	39.8
ra10	7.32	62.3	6.32	54.9
ra12	7.13	58.9	5.32	49.9
ra13	8.77	69.6	5.56	46.7
ra14	8.98	69.4	6.67	55.6
ra15	6.19	50.6	4.19	32.7
ra18	7.12	54.4	4.82	38.1

Tabela 5.4. Grupo A compressores adequados (envelope)
Fonte: Autora, 2017.

Para o grupo dos compressores inadequados quanto à rumorosidade tem-se os quatro sintomas vibroacústicos mencionados anteriormente conforme apresenta a Tabela 5.5.

Compressor	Nível Energia (6000 Hz)	Diferença Energia (6000 Hz)	Nível Energia (10000 Hz)	Diferença Energia (10000 Hz)
ra2	9.85	79.0	6.97	58.2
ra6	4.92	45.3	3.97	35.1
ra8	8.24	80.3	7.44	75.7
ra9	8.78	82.7	7.17	69.9
ra11	11.6	96.1	10.9	89.0
ra16	8.32	112	7.12	101
ra17	6.73	66.3	5.63	54.3
ra19	8.57	83.9	7.66	81.4
ra20	7.95	68.1	6.56	55.6
ra21	10.0	156	9.22	137
ra22	14.7	151	9.12	94.3
ra23	8.36	69.6	6.55	56.5
ra24	12.8	123	11.4	114
ra25	9.29	67.6	8.66	58.8

Tabela 5.5. Grupo B compressores inadequados (envelope)
Fonte: Autora, 2017.

A partir da Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF), foi estimada a equação para a classificação de novos compressores conforme a Equação 5.5.

$$D(x) = [0,318 - 5,084 - 0,451 5,385] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Como o ponto médio das populações A e B é -2.087 , a regra de classificação baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF) será dada pela Eq. (5.6) e Eq. (5.7).

$$\text{Deve-se alocar ra0 no grupo A se } D(ra0) \geq -2.087 \quad (5.6)$$

$$\text{Deve-se alocar } ra0 \text{ no grupo B se } D(ra0) < -2.087 \quad (5.7)$$

Com o objetivo de avaliar a nova regra de classificação criada neste trabalho baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF), utilizou-se um novo compressor $ra0$, cujas variáveis $x1$, $x2$, $x3$ e $x4$ são, respectivamente, 88.1, 10.2, 122.1 e 4.5.

Como a função $D(x0)$ é -54,65241 valor menor que -2,087 o compressor $x0$ será alocado no grupo B, compressores inadequados, o que confirma a classificação realizada por Duarte (2013).

5.5. TESTE DE SIGNIFICÂNCIA DA FASE II

Após estes testes, realizou-se um teste de significância para verificar se a separação entre os dois grupos A e B é significativa.

Como F_0 encontrado é 7.68 é maior que o valor do F tabelado $F_{tab}=4.669$, rejeita-se H_0 e é possível concluir que a separação entre os grupos é significativa.

5.6. RESULTADOS ANÁLISE DISCRIMINANTE TERCEIRA FASE DE TESTES

Como os resultados obtidos na segunda fase com dois grupos (grupo A e grupo B) para quatro variáveis forem promissores na classificação de novos compressores quanto a rumorosidade, pois, com um alfa de 0.01 foi possível concluir que a separação entre os grupos é significativa, passa-se aos testes da análise discriminante da terceira fase.

Na terceira fase de testes, adota-se dois grupos (grupo A e grupo B) e onze sintomas vibroacústicos, que são as variáveis do modelo multivariado criado. Foram adotados como variáveis os sintomas apresentados a seguir.

- X1 DE 10000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz).
- X2 NEE 10000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz).
- X3 DE 6000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro

passa alta com frequência de corte de 6000 Hz).

- X4 NEE 6000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz).
- X5 FC (Fator de Crista).
- X6 K4.
- X7 curtose.
- X8 assimetria.
- X9 RMS (Valor Médio Quadrático).
- X10 DE 8000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz).
- X11 NEE 8000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz).

Para o grupo dos compressores adequados quanto a rumorosidade se tem os sintomas vibroacústicos mencionados conforme Tabela 5.6.

Compressor	NEE (6000 Hz)	DE (6000 Hz)	NEE (10000 Hz)	DE (10000 Hz)
ra1	10.3	71.4	8.46	63.0
ra3	7.28	47.7	5.30	37.8
ra4	7.73	49.6	4.73	38.9
ra5	8.01	71.6	5.28	46.1
ra7	7.56	59.3	4.84	39.8
ra10	7.32	62.3	6.32	54.9
ra12	7.13	58.9	5.32	49.9
ra13	8.77	69.6	5.56	46.7
ra14	8.98	69.4	6.67	55.6
ra15	6.19	50.6	4.19	32.7
ra18	7.12	54.4	4.82	38.1

Compressor	FC	K4	Curtose	Assimetria
ra1	7.51	18.8	6.49	0.0000964
ra3	8.02	19.1	7.29	-0,108
ra4	7.12	19.0	6.67	0.0538

ra5	9.11	19.0	7.35	0.0606
ra7	7.88	17.0	4.53	0.0771
ra10	7.36	17.7	5.68	0.0304
ra12	7.25	17.1	4.90	0.0244
ra13	7.83	18.7	6.13	0.118
ra14	8.24	18.8	6.87	0.0172
ra15	7.75	17.8	6.28	0.125
ra18	8.02	17.1	5.22	-0,0701

Compressor	RMS	NEE (8000 Hz)	DE (8000 Hz)
ra1	14.8	9.46	67.1
ra3	12.7	6.02	41.6
ra4	15.2	6.05	45.0
ra5	11.8	6.39	53.7
ra7	13.1	6.37	50.1
ra10	11.2	6.81	59.0
ra12	11.1	6.39	56.2
ra13	16.4	7.19	61.7
ra14	12.7	8.06	64.0
ra15	9.27	5.40	44.5
ra18	9.79	6.23	48.0

Tabela 5.6. Grupo A dos compressores adequados (11 sintomas fase 3)

Fonte: Autora, 2017.

Para o grupo dos compressores inadequados quanto a rumorosidade se tem os onze sintomas vibroacústicos mencionados conforme Tabela 5.7.

Compressor	NEE (6000 Hz)	DE (6000 Hz)	NEE (10000 Hz)	DE (10000 Hz)
ra2	9.85	79.0	6.97	58.2
ra6	4.92	45.3	3.97	35.1
ra8	18.24	280.3	37.44	475.7
ra9	8.78	82.7	7.17	69.9
ra11	11.6	96.1	10.9	89.0

ra16	8.32	112	7.12	101
ra17	6.73	66.3	5.63	54.3
ra19	8.57	83.9	7.66	81.4
ra20	7.95	68.1	6.56	55.6
ra21	10.0	156	9.22	137
ra22	14.7	151	9.12	94.3
ra23	8.36	69.6	6.55	56.5
ra24	12.8	123	11.4	114
ra25	9.29	67.6	8.66	58.8

Compressor	FC	K4	Curtose	Assimetria
ra2	7.33	17.6	4.92	0.116
ra6	8.16	18.1	7.30	0.110
ra8	9.25	19.5	8.71	0.0124
ra9	8.41	18.3	6.22	0.0750
ra11	8.98	21.2	11.9	0.159
ra16	10.4	20.2	9.62	-0.188
ra17	9.55	19.4	8.87	0.264
ra19	9.35	20.1	9.65	0.0886
ra20	7.81	18.4	6.50	0.0353
ra21	11.3	19.6	8.13	0.0736
ra22	9.55	21.7	12.0	-0.123
ra23	7.96	19.4	7.34	0.0456
ra24	9.72	19.8	8.10	0.0813
ra25	7.82	17.2	4.86	0.0636

Compressor	RMS	NEE (8000 Hz)	DE (8000 Hz)
ra2	15.2	8.31	66.6
ra6	7.73	4.38	41.6
ra8	10.8	7.81	76.6
ra9	12.1	8.17	77.2
ra11	12.7	11.2	91.7
ra16	12.4	7.65	108

ra17	9.82	6.07	60.0
ra19	11.4	8.01	81.8
ra20	11.5	7.03	59.8
ra21	13.5	9.61	146
ra22	17.6	12.2	131
ra23	15.1	7.12	64.0
ra24	15.2	12.2	120
ra25	11.7	9.03	63.4

Tabela 5.7. Grupo B dos compressores inadequados (11 sintomas fase 3)

Fonte: Autora, 2017.

Nas Tabelas 5.8 e 5.9 observa-se um modelo para a análise discriminante. O grupo A refere-se ao grupo 1 dos compressores adequados e o grupo B ao grupo 2, compressores inadequados. Adotou-se as variáveis X1 DE 10000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz), X2 NEE 10000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz), X3 DE 6000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz), X4 NEE 6000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz), X5 FC (Fator de Crista), X6 K4, X7 curtose, X8 assimetria, X9 RMS (Valor Médio Quadrático), X10 DE 8000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz) e X11 NEE 8000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz).

X1_A	X4_A	X3_A	X2_A	X5_A
63.0	10.3	71.4	8.46	7.51
37.8	7.28	47.7	5.30	8.02
38.9	7.73	49.6	4.73	7.12
46.1	8.01	71.6	5.28	9.11
39.8	7.56	59.3	4.84	7.88
54.9	7.32	62.3	6.32	7.36
49.9	7.13	58.9	5.32	7.25

46.7	8.77	69.6	5.56	7.83
55.6	8.98	69.4	6.67	8.24
32.7	6.19	50.6	4.19	7.75
38.1	7.12	54.4	4.82	8.02

X6_A	X7_A	X8_A	X9_A	X10_A	X11_A
18.8	6.49	0.0000964	14.8	67.1	9.46
19.1	7.29	-0,108	12.7	41.6	6.02
19.0	6.67	0.0538	15.2	45.0	6.05
19.0	7.35	0.0606	11.8	53.7	6.39
17.0	4.53	0.0771	13.1	50.1	6.37
17.7	5.68	0.0304	11.2	59.0	6.81
17.1	4.90	0.0244	11.1	56.2	6.39
18.7	6.13	0.118	16.4	61.7	7.19
18.8	6.87	0.0172	12.7	64.0	8.06
17.8	6.28	0.125	9.27	44.5	5.40
17.1	5.22	-0,0701	9.79	48.0	6.23

Tabela 5.8. Terceira Modelagem da análise discriminante: parte 1

Fonte: Autora, 2017.

Agora, procedeu-se a parte dois da modelagem da terceira fase da técnica multivariada análise discriminante conforme se observa na Tabela 5.9.

X1_B	X4_B	X3_B	X2_B	X5_B
58.2	9.85	79.0	6.97	7.33
35.1	4.92	45.3	3.97	8.16
113	58.24	68.0	77.44	9.25
69.9	8.78	82.7	7.17	8.41
89.0	11.6	96.1	10.9	8.98
101	8.32	112	7.12	10.4
54.3	6.73	66.3	5.63	9.55
81.4	8.57	83.9	7.66	9.35
55.6	7.95	68.1	6.56	7.81

137	10.0	156	9.22	11.3
94.3	14.7	151	9.12	9.55
56.5	8.36	69.6	6.55	7.96
114	12.8	123	11.4	9.72
58.8	9.29	67.6	8.66	7.82

X6_B	X7_B	X8_B	X9_B	X10_B	X11_B
17.6	4.92	0.116	15.2	66.6	8.31
18.1	7.30	0.110	7.73	41.6	4.38
19.5	8.71	0.0124	10.8	76.6	7.81
18.3	6.22	0.0750	12.1	77.2	8.17
21.2	11.9	0.159	12.7	91.7	11.2
20.2	9.62	-0.188	12.4	108	7.65
19.4	8.87	0.264	9.82	60.0	6.07
20.1	9.65	0.0886	11.4	81.8	8.01
18.4	6.50	0.0353	11.5	59.8	7.03
19.6	8.13	0.0736	13.5	146	9.61
21.7	12.0	-0.123	17.6	131	12.2
19.4	7.34	0.0456	15.1	64.0	7.12
19.8	8.10	0.0813	15.2	120	12.2
17.2	4.86	0.0636	11.7	63.4	9.03

Tabela 5.9. Terceira Modelagem da análise discriminante: parte 2

Fonte: Autora, 2017.

Para este grupo de sintomas a Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF) passa a ser a Eq. (5.8).

Como o ponto médio das populações A e B é 39.619, a regra de classificação baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF) será conforme Eq. (5.9) e (5.10):

$$\text{Deve-se alocar ra0 no grupo A se } D(ra0) \geq 39.619 \quad (5.9)$$

$$\text{Deve-se alocar ra0 no grupo B se } D(ra0) < 39.619 \quad (5.10)$$

$$D(x) = [1,4 - 22,9 + 0,6 - 13,1 - 1,5 + 3,6 - 1,2 - 14,5 + 1,0 - 2,2 + 34,5] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Com o objetivo de testar a nova regra de classificação criada neste trabalho baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF), utilizou-se um novo compressor x0, cujas variáveis x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10 e x11 são, respectivamente, 88.1, 10.2, 122.1, 4.5, 10.11, 21.05, 11.28, 0.15, 17.3, 118.8 e 12.6.

Como a função D(ra0) é 145.9525 valor maior que 39.619 o compressor ra0 será alocado no grupo A, compressores adequados, ou seja, alocou-se no grupo errado, pois trata-se de um compressor inadequado de forma que deveria ter sido alocado no grupo B conforme a Figura 5.29.

5.7. TESTE DE SIGNIFICÂNCIA DA FASE III

O teste de significância para verificar se a separação entre os dois grupos A e B é significativa ou não resultou num valor de F_0 encontrado de 3,411 que é menor que o valor do F tabelado $F_{tab}=4,772$. Portanto, aceita-se H_0 e é possível concluir que a separação entre os grupos não é significativa, o que confirma o porquê da classificação errônea do compressor ra0.

5.8. RESULTADOS ANÁLISE DISCRIMINANTE QUARTA FASE DE TESTES

A partir das experiências obtidas nas três fases iniciais, procedeu-se a quarta fase de

testes. Adota-se dois grupos (grupo A e grupo B) e seis sintomas vibroacústicos, que são as variáveis do modelo multivariado criado. Foram adotados como variáveis os sintomas apresentados a seguir.

- X1 DE 10000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz).
- X2 NEE 10000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz).
- X3 DE 6000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz).
- X4 NEE 6000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz).
- X5 DE 8000 Hz (diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz).
- X6 NEE 8000 Hz (nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz).

Para o grupo dos compressores adequados quanto a rumorosidade se tem os sintomas vibroacústicos mencionados conforme Tabela 5.10.

Compressor	NEE (6000 Hz)	DE (6000 Hz)	NEE (10000 Hz)	DE (10000 Hz)
ra1	10.3	71.4	8.46	63.0
ra3	7.28	47.7	5.30	37.8
ra4	7.73	49.6	4.73	38.9
ra5	8.01	71.6	5.28	46.1
ra7	7.56	59.3	4.84	39.8
ra10	7.32	62.3	6.32	54.9
ra12	7.13	58.9	5.32	49.9
ra13	8.77	69.6	5.56	46.7
ra14	8.98	69.4	6.67	55.6
ra15	6.19	50.6	4.19	32.7
ra18	7.12	54.4	4.82	38.1

Compressor	NEE (8000 Hz)	DE (8000 Hz)
ra1	9.46	67.1
ra3	6.02	41.6
ra4	6.05	45.0
ra5	6.39	53.7
ra7	6.37	50.1
ra10	6.81	59.0
ra12	6.39	56.2
ra13	7.19	61.7
ra14	8.06	64.0
ra15	5.40	44.5
ra18	6.23	48.0

Tabela 5.10. Grupo A dos compressores adequados (6sintomas fase 4)

Fonte: Autora, 2017.

Para o grupo dos compressores inadequados quanto a rumorosidade se tem os seis sintomas vibroacústicos mencionados conforme Tabela 5.11.

Compressor	NEE (6000 Hz)	DE (6000 Hz)	NEE (10000 Hz)	DE (10000 Hz)
ra2	9.85	79.0	6.97	58.2
ra6	4.92	45.3	3.97	35.1
ra8	88.24	980.3	107.44	1175.7
ra9	8.78	82.7	7.17	69.9
ra11	11.6	96.1	10.9	89.0
ra16	8.32	112	7.12	101
ra17	6.73	66.3	5.63	54.3
ra19	8.57	83.9	7.66	81.4
ra20	7.95	68.1	6.56	55.6
ra21	10.0	156	9.22	137
ra22	14.7	151	9.12	94.3
ra23	8.36	69.6	6.55	56.5

ra24	12.8	123	11.4	114
ra25	9.29	67.6	8.66	58.8

Compressor	NEE (8000 Hz)	DE (8000 Hz)
ra2	8.31	66.6
ra6	4.38	41.6
ra8	7.81	76.6
ra9	8.17	77.2
ra11	11.2	91.7
ra16	7.65	108
ra17	6.07	60.0
ra19	8.01	81.8
ra20	7.03	59.8
ra21	9.61	146
ra22	12.2	131
ra23	7.12	64.0
ra24	12.2	120
ra25	9.03	63.4

Tabela 5.11. Grupo B dos compressores inadequados (6 sintomas fase 4)

Fonte: Autora, 2017.

Na Tabela 5.12 observa-se um modelo para a análise discriminante. O grupo A refere-se ao grupo 1 dos compressores adequados e o grupo B ao grupo 2, compressores inadequados.

X1_A	X2_A	X3_A	X4_A	X5_A	X6_A
46.7	5.56	70.0	8.77	61.7	7.19
55.6	6.67	69.4	8.98	64.0	8.06
38.1	4.82	54.4	7.12	48.0	6.23
55.0	6.32	62.3	7.32	59.0	6.81
49.9	5.32	58.9	7.13	56.2	6.39
32.7	4.19	50.6	6.19	44.5	5.40

63.0	8.46	71.4	10.3	67.1	9.46
37.8	5.30	47.7	7.28	41.6	6.02
38.9	4.73	49.6	7.73	45.0	6.05
46.1	5.28	71.6	8.01	53.7	6.39
39.8	4.84	59.3	7.56	50.1	6.37

X1_B	X2_B	X3_B	X4_B	X5_B	X6_B
89.0	10.9	96.1	11.6	91.7	11.2
114	11.4	123	12.8	120	12.2
81.4	7.66	83.9	8.57	81.8	8.01
58.8	8.66	67.6	9.29	63.4	9.03
94.3	9.12	151	14.7	131	12.2
56.5	6.55	69.6	8.36	64.0	7.12
55.6	6.56	68.1	7.95	59.8	7.03
54.3	5.63	66.3	6.73	60.0	6.07
67.0	7.17	82.7	8.78	77.2	8.17
101	7.12	112	8.32	108	7.65
35.1	3.97	45.3	4.92	41.6	4.38

Tabela 5.12. Quarta Modelagem da análise discriminante

Fonte: Autora, 2017.

A partir da Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF), foi estimada a equação para a classificação de novos compressores resultando na Equação 5.11.

$$D(x) = [1,2568 - 18,2164 - 0,0108 - 0,7007 - 1,3783 18,7573] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Como o ponto médio das populações A e B é -3.432, a regra de classificação baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF) será dada pela Eq. (5.12) e

(5.13):

$$\text{Deve-se alocar ra0 no grupo A se } D(ra0) \geq -3.432 \quad (5.12)$$

$$\text{Deve-se alocar ra0 no grupo B se } D(ra0) < -3.432 \quad (5.13)$$

Com o objetivo de testar a nova regra de classificação criada neste trabalho baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF), utilizou-se um novo compressor x0, cujas variáveis x1, x2, x3, x4, x5, x6 são, respectivamente, 88.1, 10.2, 122.1, 4.5, 118.8 e 12.6.

Como a função $D(ra0)$ é -6.968916 valor menor que -3.432 o compressor ra0 será alocado no grupo B, compressores inadequados, ou seja, alocou-se no grupo correto em conformidade com a classificação feita por Duarte (2013).

5.9. TESTE DE SIGNIFICÂNCIA DA FASE IV

A análise de significância resultou num F_o de 7,869 é maior que o valor do F tabelado $F_{tab}=4,318$. Uma vez que rejeita-se H_0 e é possível concluir que a separação entre os grupos é significativa.

Os resultados bastante promissores abre uma grande perspectiva para a utilização da regra de classificação baseada na Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF) na construção de filtros passa não-passa em linhas de produção usando sinais vibroacústicos. A construção do filtro consiste nos passos apresentados a seguir.

1. Construir um banco de dados com os sinais vibroacústicos de um grubo conforme e um banco de dados de um grupo não conforme.
2. Avaliar todos os sintomas vibroacústicos aplicáveis ao problema estudado.
3. Utilizando um procedimento de otimização, construir uma Função Discriminante que resulte na maximização da hipótese alternativa do Teste de Significância.

5.10. RESULTADOS OTIMIZAÇÃO COM O SOFTWARE GUROBI

Outro resultado do trabalho é o desenvolvimento de um programa no software Gurobi, com licença acadêmica, orientado a objeto em C++ com alocação dinâmica de memória para classificação dos compressores em adequado e inadequado quanto a rumorosidade. Para tal, realizou-se as etapas presentes no fluxograma apresentado na Figura 3.1, página 20.

Primeiro definiu-se o problema a ser estudado: a distinção entre compressores adequados e inadequados quanto a rumorosidade a partir de sintomas vibroacústicos calculados. Os dados foram adquiridos por Duarte (2013) e a partir destes, calculou-se os sintomas.

As variáveis utilizadas no modelo são: ai nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz, bi diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 6000 Hz, ci nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz, di diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 8000 Hz, ei nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz e fi diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta com frequência de corte de 10000 Hz conforme a Tabela 5.14.

Comp.	ai	bi	ci	di	ei	fi
ra1	10.3	71.4	9.46	67.1	8.46	63.0
ra2	9.85	79.0	8.31	66.6	6.97	58.2
ra3	7.28	47.7	6.02	41.6	5.30	37.8
ra4	7.73	49.6	6.05	45.0	4.73	38.9
ra5	8.01	71.6	6.39	53.7	5.28	46.1
ra6	4.92	45.3	4.38	41.6	3.97	35.1
ra7	7.56	59.3	6.37	50.1	4.84	39.8
ra8	8.24	80.3	7.81	76.6	7.44	75.7
ra9	8.78	82.7	8.17	77.2	7.17	69.0
ra10	7.32	62.3	6.81	59.0	6.32	54.9
ra11	11.6	96.1	11.2	91.7	10.9	89.0
ra12	7.13	58.9	6.39	56.2	5.32	49.9
ra13	8.77	69.6	7.19	61.7	5.56	46.7

ra14	8.98	69.4	8.06	64.0	6.67	55.6
ra15	6.19	50.6	5.40	44.5	4.19	32.7
ra16	8.32	112	7.65	108	7.12	101
ra17	6.73	66.3	6.07	60.0	5.63	54.3
ra18	7.12	54.4	6.23	48.0	4.82	38.1
ra19	8.57	83.9	8.01	81.8	7.66	81.4
ra20	7.95	68.1	7.03	59.8	6.56	55.6
ra21	10.0	156	9.61	146	9.22	137
ra22	14.7	151	12.2	131	9.12	94.3
ra23	8.36	69.6	7.12	64.0	6.55	56.5
ra24	12.8	123	12.2	120	11.4	114
ra25	9.29	67.6	9.03	63.4	8.66	58.8

Tabela 5.13. Otimização: Variáveis do Modelo

Fonte: Autora, 2017.

A partir do estudo dos sintomas vibroacústicos definiu-se as restrições para a construção do modelo matemático. O modelo matemático foi dividido em duas partes: a parte 1 do modelo, limite inferior e a parte 2 do modelo, limite superior. O software Gurobi a partir do código implementado realiza o cruzamento das informações das duas partes do modelo, de forma a verificar o que atende às duas partes do modelo. O código implementado na linguagem C++ está disponível no anexo III desta dissertação.

A função matemática do modelo inferior pode ser observada na Eq. (5.14) e (5.15).

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{i=1}^{25} x_i \\
 & LiInf_{ij} \leq Valor_{ij} x_i \quad \forall i=1, \dots, 25 \quad \forall j=1, \dots, 6 \\
 & x_i \in \mathbb{Z} \quad \forall i=1, \dots, 25
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

A função matemática do modelo superior pode ser observada na Equação 5.15.

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{i=1}^{25} x_i \\
 & \text{Valor}_{ij} x_i \leq LiSup_{ij} \quad \forall i=1,..,25 \quad \forall j=1,..,6 \\
 & x_i \in \{0,1\} \quad \forall i=1,..,25
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

A Figura 5.13 apresenta os resultados obtidos com o software Gurobi. É possível observar que a saída do programa apresenta os 11 compressores adequados e os 14 compressores inadequados em conformidade com os resultados obtidos por Duarte (2013).

Compressor 1 é bom.
 Compressor 2 é ruim.
 Compressor 3 é bom.
 Compressor 4 é bom.
 Compressor 5 é bom.
 Compressor 6 é ruim.
 Compressor 7 é bom.
 Compressor 8 é ruim.
 Compressor 9 é ruim.
 Compressor 10 é bom.
 Compressor 11 é ruim.
 Compressor 12 é bom.
 Compressor 13 é bom.
 Compressor 14 é bom.
 Compressor 15 é bom.
 Compressor 16 é ruim.
 Compressor 17 é ruim.
 Compressor 18 é bom.
 Compressor 19 é ruim.
 Compressor 20 é ruim.
 Compressor 21 é ruim.
 Compressor 22 é ruim.
 Compressor 23 é ruim.
 Compressor 24 é ruim.
 Compressor 25 é ruim.

Solução detalhada:
 O total de compressores bons é: 11.

Figura 5.13 – Saída do Software Gurobi. Fonte: Autora, 2017.

Na Figura 5.14 pode-se observar que o limite inferior foi respeitado por 24

compressores, somente um compressor não respeitou.

Solução detalhada:

O total de compressores bons é: 11.

```
F0 inf: 26
X[1]: 1.
X[2]: 1.
X[3]: 1.
X[4]: 1.
X[5]: 1.
X[6]: 2.
X[7]: 1.
X[8]: 1.
X[9]: 1.
X[10]: 1.
X[11]: 1.
X[12]: 1.
X[13]: 1.
X[14]: 1.
X[15]: 1.
X[16]: 1.
X[17]: 1.
X[18]: 1.
X[19]: 1.
X[20]: 1.
X[21]: 1.
X[22]: 1.
X[23]: 1.
X[24]: 1.
X[25]: 1.
```

Figura 5.14 – Solução Detalhada do Software Gurobi: limite inferior. Fonte: Autora, 2017.

Na Figura 5.15 pode-se observar que o limite superior foi respeitado por 12 compressores, sendo que 13 compressores não respeitaram.

```
F0 sup: 12
X[1]: 1.
```

```
X[2]: 0.  
X[3]: 1.  
X[4]: 1.  
X[5]: 1.  
X[6]: 1.  
X[7]: 1.  
X[8]: 0.  
X[9]: 0.  
X[10]: 1.  
X[11]: 0.  
X[12]: 1.  
X[13]: 1.  
X[14]: 1.  
X[15]: 1.  
X[16]: 0.  
X[17]: 0.  
X[18]: 1.  
X[19]: 0.  
X[20]: 0.  
X[21]: 0.  
X[22]: 0.  
X[23]: 0.  
X[24]: 0.  
X[25]: 0.
```

Figura 5.15 – Solução Detalhada do Software Gurobi: limite superior. Fonte: Autora, 2017.

É válido ressaltar que o código implementado conforme anexo III desta dissertação, pode ser adaptado para trabalhar com quantos compressores considere adequado. Basta para isso alterar a quantidade de compressores e o arquivo de entrada com os sintomas vibroacústicos calculados para os compressores que se deseja avaliar. Também é possível implementar mais sintomas vibroacústicos. É necessário neste caso, calculá-los e depois colocá-los no formato do arquivo de entrada.

CAPÍTULO VI

Este capítulo apresenta a conclusão dos resultados obtidos nas simulações com o software R e o software Gurobi a partir dos dados adquiridos por Duarte (2013) e as possibilidades de continuidade da pesquisa.

6.1. CONCLUSÃO DO TRABALHO

O objetivo desta dissertação foi aplicar a técnica de análise multivariada e otimização para controle de qualidade de ruído de compressores utilizando o *software R* e o *software Gurobi*.

Dessa forma, foi realizada uma revisão bibliográfica acerca dos compressores rotativos, fontes dominantes de ruído, curtose, assimetria, valor médio quadrático, fator de crista, K4, nível de energia do envelope filtrado, a diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado e a análise estatística multivariada. Através do levantamento bibliográfico realizado foi possível concluir que a técnica análise discriminante, uma estatística de análise multivariada dos dados, pode ser aplicada a controle de qualidade de níveis de ruído de compressores. Os dados utilizados neste trabalho possuem estas características.

Desta forma, a metodologia de análise discriminante, técnica multivariada, foi aplicada no estudo de caso para o controle de qualidade de ruído com os sinais adquiridos por Duarte (2013) para 25 compressores.

As principais conclusões deste trabalho são apresentadas a seguir.

- Os resultados obtidos com a análise discriminante foram satisfatórios com um nível de significância de 0,01 e foi possível concluir que a separação entre os grupos A e B é significativa estatisticamente pelos testes estatísticos implementados no software R para a fase 1 com dois sintomas vibroacústicos.
- Na fase 2 de testes foram utilizados quatro sintomas vibroacústicos para os quais realizou-se análise discriminante e obteve-se resultados satisfatórios com um nível de significância de 0,01 e foi possível concluir que a separação entre os grupos A e B é

significativa estatisticamente pelos testes implementados no software R.

- Os resultados obtidos com a análise discriminante na fase 3 foram satisfatórios com um nível de significância de 0,01 e foi possível concluir que a separação entre os grupos A e B não é significativa estatisticamente pelos testes estatísticos implementados no software R, devido ao uso de onze sintomas vibroacústicos com redundância de dados.
- Na fase 4 de testes foram utilizados seis sintomas vibroacústicos para os quais realizou-se análise discriminante e obteve-se resultados satisfatórios com um nível de significância de 0,01 e foi possível concluir que a separação entre os grupos A e B é significativa estatisticamente pelos testes implementados no software R.

Dessa forma, os resultados obtidos com a análise discriminante foram satisfatórios com um nível de significância de 0,01 e foi possível concluir que a separação entre os grupos A e B é significativa estatisticamente pelos testes estatísticos implementados no software R para as fases 1, 2 e 4 de modelagem conforme detalhes no capítulo V. Ao passo que os resultados da fase 3 mostram que o modelo matemático desta fase não permitiu a separação significativa entre os grupos A e B, conforme os testes estatísticos realizados, o que indica a redundância dos sintomas utilizados.

Os resultados obtidos utilizando a metodologia proposta neste trabalho são superiores aos métodos clássicos em relação ao atributo custo, pois o *software* de análise estatística R utilizado nos testes computacionais é um software livre, ou seja, não possui custos com a licença para uso e permite o processamento de dados da ordem de milhões. Um dos resultados do trabalho é, a partir dos dados de um compressor escolhido, determinar se o mesmo é adequado ou inadequado, via aplicação da FDLF encontrada.

Outro resultado do trabalho é o desenvolvimento de um programa no software Gurobi, com licença acadêmica, orientado a objeto em C++ com alocação dinâmica de memória para classificação dos compressores em adequado e inadequado quanto a rumorosidade. Da mesma forma que o *software* R, o *software* Gurobi permite o processamento de dados da ordem de milhões, o que justifica a escolha destes dois *softwares* para este trabalho.

Todos os objetivos deste trabalho apresentados no capítulo I foram atendidos de forma satisfatória. A seguir tem-se as sugestões para continuidade deste trabalho.

- Um desenvolvimento de *software*, na plataforma R, com o objetivo de aumento da eficiência do *software* R para aplicabilidade em análise multivariada e outras funções que contribuam para a análise de sinais e a acústica em geral. Neste sentido, o software R é um *software* livre e que se encontra em constante desenvolvimento, disponível para contribuições.
- Aplicabilidade das funções desenvolvidas nas fases 1, 2 e 4 neste trabalho em outros estudos de casos para pesquisa e aprimoramento do método análise discriminante para ruído.
- Utilizar outros sintomas vibroacústicos para uma nova fase de testes utilizando a técnica multivariada análise discriminante e posteriores testes estatísticos para verificação da confiabilidade da separação entre os grupos A e B nessa nova fase a desenvolver.
- Investigação da modelagem matemática realizada no *software* Gurobi com o objetivo de compreender o porquê do atendimento maior ao modelo inferior de otimização e menor ao modelo superior de otimização para um melhor aprimoramento em trabalho futuro.
- Adaptação do código implementado no *software* Gurobi para um estudo de caso com maior número de compressores.
- Adaptação do código implementado no *software* Gurobi para um estudo de caso com maior número de sintomas vibroacústicos.
- Adaptação do código implementado no *software* Gurobi para um estudo de caso com maior número de compressores e de sintomas vibroacústicos.

Referências

- ASHRAE Handbook, Chapter 37 – Compressor, 2008, **HVAC Systems and Equipment (SI)**.
- BARRETO, R.A., **Definição de Parâmetros de Vibração e Ruído para Aceitação de Câmbios Automotivos em Linhas de Montagem**. Florianópolis – SC, Universidade Federal de Santa Catarina – Engenharia Mecânica, 2003, 115p. Dissertação de Mestrado.
- BARROSO, L.P.; ARTES, R. **Análise multivariada**. In: SEAGRO - Simpósio de Estatística Aplicada a Experimentação Agronômica, Lavras. Universidade Federal de Lavras, 2003, 156p.
- DUARTE, J. **Inteligência Artificial aplicada no Controle de Qualidade em Linhas de Produção**. Uberlândia – MG, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2013, 95 p. Dissertação de Mestrado.
- FAGUNDES NETO, M. G. **Identificação, Modelagem, Análise e Estudo de Medidas para o Controle dos Níveis de Ruído gerado por Compressores Herméticos Rotativos**. Uberlândia – MG, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2012, 127 p. Dissertação de Mestrado.
- FREITAS, A. L. P. **A Qualidade em Serviços no Contexto da Competitividade**. Revista Produção On Line, Universidade Federal de Santa Catarina, Vol. 5, N. 1, 2005. 24 p.
- GENZ, A.; BRETZ, F.; HOTHORN, T. **The mvtnorm Package - Multivariate Normal and T Distribution**. R package version 0.7-5, 10p., 2017. Disponível em: <<http://cran.r-project.org>>. Acesso em: 02 jan. 2017.
- GERGES, S. N. Y. **Ruído Fundamentos e Controle**. Universidade Federal de Santa Catarina. Departamento de Engenharia Mecânica. Laboratório de Vibrações e Acústica.

Florianópolis: NR Editora, 2000.

JOHNSON, R.A.; WICHERN, D.W. **Applied multivariate statistical analysis.** 5. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 767p.

LÉPORE NETO, F. P. **Notas de Aula da Disciplina Instrumentação para Sistemas Dinâmicos.** Universidade Federal de Uberlândia. Faculdade de Engenharia Mecânica. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Uberlândia: 2016.

KHATTREE, R. & NAIK, D.N. **Multivariate data reduction and discrimination with SAS software.** Cary, NC, USA: SAS Institute Inc., 2000. 558 p.

MADADGAR, S.; MORADKHANI, H.; GAREN, D. **Towards improved post-processing of hydrologic forecast ensembles.** HYDROLOGICAL PROCESSES, Vol. 28, 2014. 19 p.

MATTER, U.; STUTZER, A. **pvsR:** An Open Source Interface to Big Data on the American Political Sphere. PLOS ONE, Vol. 10, 2015. 22 p.

NAHMIAS, S.; OLSEN, T. L. **Production and Operations Analysis:** strategy, quality, analytics e application. Long Grove, Illinois: WAVELAND PRESS, 2015. 814 p.

OLIVEIRA FILHO, R. H. **Uma Proposta de Ferramenta para Controle de Qualidade em Linha de Produção e Montagem de Câmbios Automotivos utilizando Filtragem Adaptativa.** Uberlândia – MG, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2007. 179 p. Dissertação de Mestrado.

PEDRO, S. **Notas de Aula da Disciplina Análise Multivariada: Tutorial Análise Discriminante Software R.** Universidade Federal do Ceará. Fortaleza: 2017.

REGAZZI, A.J. **Análise multivariada, notas de aula INF 766,** Departamento de Informática

da Universidade Federal de Viçosa, v.2, 2000.

REIS, E. **Estatística Multivariada Aplicada**. Lisboa: Edições Silabo, 1997. 343p.

RENCHER, A.C.; SCHAALJE G.B. **Linear Models in Statistics**. 2. ed. New Jersey: John Wiley, 2008. 672p.

SARTORIO, S. D. **Aplicações de Técnicas de Análise Multivariada em Experimentos Agropecuários usando o Software R**. Piracicaba – SP, Universidade de São Paulo – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, 2008, 131 p. Dissertação de Mestrado.

SILVA, A. M.; PINHEIRO, M. F. S., FRANÇA, M. N. **Guia para Normalização de Trabalhos Técnico-científicos: projetos de pesquisa, trabalhos acadêmicos, dissertações e teses**. Uberlândia: EDUFU, 2009. 145 p.

SILVA, R. S. **Análise Estatística Multivariada**. Rio de Janeiro – RJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro – Departamento de Métodos Estatísticos, 2017, 37 p.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional: uma visão geral**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TECUMSEH. **Tecumseh Products Company**. 2015. Disponível em <<http://www.tecumseh.com/pt/south-america>>. Acesso em: 02 mar. 2016.

ZÜGE, M.; CHAVES NETO, A. **Utilização de Métodos Estatísticos Multivariados na Avaliação do Desempenho Empresarial**. Revista Paranaense de Desenvolvimento, Curitiba, n. 97, p. 101-112, dez. 1999.

APÊNDICE I

CÓDIGOS DOS SINTOMAS VIBROACÚSTICOS

Nesta seção, apresenta-se o estudo dos sintomas vibroacústicos, bem como os códigos implementados no *software* Matlab ® para os cálculos dos mesmos. A Tabela A1 mostra os principais sintomas analisados para o ponto de medição próximo ao ponto de solda, conforme Duarte (2013). O código da análise de espectro dos sinais foi desenvolvido conforme Lépore Neto (2016).

Sintoma	Descrição
1	Curtose.
2	Assimetria.
3	Nível Médio Quadrático (RMS) em função do desvio padrão
4	Fator de Crista.
5	K4.
6	Nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta em 6000 Hz.
7	Diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta em 6000 Hz.
8	Nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta em 8000 Hz.
9	Diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta em 8000 Hz.
10	Nível de energia do envelope filtrado com filtro passa alta em 10000 Hz.
11	Diferença entre máximo e mínimo do envelope filtrado com filtro passa alta em 10000 Hz.

Tabela A1. Sintomas vibroacústicos no domínio do tempo para os sinais de aceleração
Fonte: Duarte (2013)

S(1) = kurtosis (dados1);

```

S(2) = skewness (dados1);
S(3) = 10*log10(std(y-mean(y)));
S(4) = 10*log10(max(abs(dados1)))-10*log10(std(dados1-mean(dados1)));
S(5) = 10*log10(10*log10(std(dados1-mean(dados1)))*kurtosis(dados1));
xf=filter(B,A,dados1);
xh=abs(hilbert(xf));
S(6) = std(xh-mean(xh));
S(7) = max(xh)-min(xh);
[BA]=butter(2,2*6000*dt,'high');
xf=filter(B,A,dados1);
xh=abs(hilbert(xf));
S(8) = std(xh-mean(xh));
S(9) = max(xh)-min(xh);
[BA]=butter(2,2*8000*dt,'high');
xf=filter(B,A,dados1);
xh=abs(hilbert(xf));
S(10) = std(xh-mean(xh));
S(11) = max(xh)-min(xh);
[BA]=butter(2,2*10000*dt,'high');

```

% Analise de Espectro dos Sinais com filtro

```

%% Inicialização
close all
clear all
clc
%% Dados
load ra1.bom.txt % Carrega o arquivo
t=ra1_bom(:,1);
dados1=ra1_bom(:,2)';

```

```
dados2=ra1_bom(:,3)';
dados3=ra1_bom(:,4)';
dados4=ra1_bom(:,5)';

%% Plota o sinal no tempo
plot(t,dados1,t,dados2,t,dados3,t,dados4)
legend('Dados 1','Dados 2','Dados 3','Dados 4')
grid on
xlabel ('tempo [s]')
ylabel('Dados')

dt=t(2)-t(1);
fs=1/dt;
fi=1000;
ff=4000;
[B A]=butter( 2, 2*6000*dt,'high');
xf=filter(B,A,dados2);

%% Cálculo da FFT (o sinal no dominio da frequencia)
dt=3e-5;
fs=1/dt;
fmx=fs/2;
n_pontos=32768;
N_amostras=10;
df=fs/n_pontos;
freq=0:df:(n_pontos-1)*df;

h=hann(n_pontos); % janela hanning
h=h';
```

```
%%%%% alocação %%%%%%
% Auto Densidade Espectral
G11=zeros(1,n_pontos);
G22=G11;
G33=G11;
G44=G11;

% Densidade Espectral Cruzada
G12= zeros(1,n_pontos);
G13=G12;
G14=G12;
G23=G12;
G24=G12;
G34=G12;
coe_G12=G12;
coe_G13=G12;
coe_G14=G12;
coe_G23=G12;
coe_G24=G12;
coe_G34=G12;

for i=0:N_amostras-1

    a=i*n_pontos+1;
    b=n_pontos*(i+1);

    D1=fft(dados1(a:b).*h,n_pontos)*2./n_pontos;
    D2=fft(dados2(a:b).*h,n_pontos)*2./n_pontos;
    D3=fft(dados3(a:b).*h,n_pontos)*2./n_pontos;
    D4=fft(dados4(a:b).*h,n_pontos)*2./n_pontos;
```

```

xf=fft(dados1(a:b).*h,n_pontos)*2./n_pontos;

%auto
G11=G11+conj(D1).*D1; % Soma dos espectros do dados 1
G22=G22+conj(D2).*D2; % Soma dos espectros do dados 2
G33=G33+conj(D3).*D3; % Soma dos espectros do dados 3
G44=G44+conj(D4).*D4; % Soma dos espectros do dados 4

xf=xf+conj(xf).*xf; % Soma dos espectros xf

%Cruzadas
G12=G12+conj(D1).*D2; % Soma dos espectros cruzados
G13=G13+conj(D1).*D3; % Soma dos espectros cruzados
G14=G14+conj(D1).*D4; % Soma dos espectros cruzados
G23=G23+conj(D2).*D3; % Soma dos espectros cruzados
G24=G24+conj(D2).*D4; % Soma dos espectros cruzados
G34=G34+conj(D3).*D4; % Soma dos espectros cruzados

%Coerências
coe_G12=coe_G12+((abs(G12).^2)./(G11.*G22));
coe_G13=coe_G13+((abs(G13).^2)./(G11.*G33));
coe_G14=coe_G14+((abs(G14).^2)./(G11.*G44));
coe_G23=coe_G23+((abs(G23).^2)./(G22.*G33));
coe_G24=coe_G24+((abs(G24).^2)./(G22.*G44));
coe_G34=coe_G34+((abs(G34).^2)./(G33.*G44));

end

G11=G11/N_amostras;

```

```

G22=G22/N_amostras;
G33=G33/N_amostras;
G44=G44/N_amostras;
G12=G12/N_amostras;
G13=G13/N_amostras;
G14=G14/N_amostras;
G23=G23/N_amostras;
G24=G24/N_amostras;
G34=G34/N_amostras;
coe_G12=coe_G12/N_amostras;
coe_G13=coe_G13/N_amostras;
coe_G14=coe_G14/N_amostras;
coe_G23=coe_G23/N_amostras;
coe_G24=coe_G24/N_amostras;
coe_G34=coe_G34/N_amostras;

% y=fftfilt(b,G11)

%% Gráficos Auto Densidade Espectral
figure
hold on;
plot(freq(1:(n_pontos/2-1)),10*log10(abs(G11(1:(n_pontos/2-1)))), 'b')
plot(freq(1:(n_pontos/2-1)),10*log10(abs(G22(1:(n_pontos/2-1)))), 'r')
plot(freq(1:(n_pontos/2-1)),10*log10(abs(G33(1:(n_pontos/2-1)))), 'k')
plot(freq(1:(n_pontos/2-1)),10*log10(abs(G44(1:(n_pontos/2-1)))), 'm')
grid on
title('Auto Densidade Espectral')
legend('G11','G22','G33','G44')
xlabel('Frequência [Hz]');
ylabel('[dBV]')

```

```
figure
plot(freq(1:(n_pontos/2-1)),10*log10(abs(G11(1:(n_pontos/2-1)))),'b')
grid on
title('Auto Densidade Espectral - G11')
xlabel('Frequência [Hz]');
ylabel('[dBV]')

figure
plot(freq(1:(n_pontos/2-1)),10*log10(abs(G22(1:(n_pontos/2-1)))),'r')
grid on
title('Auto Densidade Espectral - G22')
xlabel('Frequência [Hz]');
ylabel('[dBV]')

figure
plot(freq(1:(n_pontos/2-1)),10*log10(abs(G33(1:(n_pontos/2-1)))),'k')
grid on
title('Auto Densidade Espectral - G33')
xlabel('Frequência [Hz]');
ylabel('[dBV]')

figure
plot(freq(1:(n_pontos/2-1)),10*log10(abs(G44(1:(n_pontos/2-1)))),'m')
grid on
title('Auto Densidade Espectral - G44')
xlabel('Frequência [Hz]');
ylabel('[dBV]')
%
```

ANEXO I

CÓDIGO DA TÉCNICA MULTIVARIADA ANÁLISE DISCRIMINANTE

Nesta seção, apresenta-se o código implementado no *software R* para os modelos mencionados no trabalho referentes à técnica multivariada análise discriminante. Esse código foi desenvolvido conforme Pedro (2017).

```

testead1<-read.table("testead1.txt",header=TRUE,sep="",dec=",")
> testead1
  X1_A  X2_A  X1_B  X2_B
1 46.7499 5.5555 88.9984 10.9288
2 55.6004 6.6673 113.8534 11.4181
3 38.0984 4.8204 81.4 7.66
4 54.9311 6.3244 58.7747 8.6568
5 49.9273 5.3209 94.3411 9.1231
6 32.6845 4.1873 56.5286 6.5515
7 63.0 8.46 55.5796 6.559
8 37.82 5.2959 54.2872 5.6292
9 38.8569 4.7306 68.9954 7.168
10 46.1099 5.2809 101.1028 7.1177
11 39.7669 4.844 35.0836 3.9725

X1_A=c(46.7499,55.6004,38.0984,54.9311,49.9273,32.6845,63.0,37.82,38.8569,46.1099,39.
7669)
> X2_A=c(5.5555,6.6673,4.8204,6.3244,5.3209,4.1873,8.46,5.2959,4.7306,5.2809,4.844)
>
X1_B=c(88.9984,113.8534,81.4,58.7747,94.3411,56.5286,55.5796,54.2872,68.9954,101.102
8,35.0836)
> X2_B=c(10.9288,11.4181,7.66,8.6568,9.1231,6.5515,6.559,5.6292,7.168,7.1177,3.9725)
>

n tamanho da amostra
p número de variáveis

#Matrizes
> #Construção das matrizes
> dadosA=cbind(X1_A,X2_A);dadosA
  X1_A  X2_A
```

```
[1,] 46.7499 5.5555
[2,] 55.6004 6.6673
[3,] 38.0984 4.8204
[4,] 54.9311 6.3244
[5,] 49.9273 5.3209
[6,] 32.6845 4.1873
[7,] 63.0000 8.4600
[8,] 37.8200 5.2959
[9,] 38.8569 4.7306
[10,] 46.1099 5.2809
[11,] 39.7669 4.8440
```

```
dadosB=cbind(X1_B,X2_B);dadosB
  X1_B  X2_B
```

```
[1,] 88.9984 10.9288
[2,] 113.8534 11.4181
[3,] 81.4000 7.6600
[4,] 58.7747 8.6568
[5,] 94.3411 9.1231
[6,] 56.5286 6.5515
[7,] 55.5796 6.5590
[8,] 54.2872 5.6292
[9,] 68.9954 7.1680
[10,] 101.1028 7.1177
[11,] 35.0836 3.9725
```

```
#n=tamanho da amostra;
> #p = número de variáveis;
> nA=nrow(dadosA);nA
[1] 11
> nB=nrow(dadosB);nB
[1] 11
```

```
> p=ncol(dadosA);p
[1] 2
> p=ncol(dadosB);p
[1] 2
```

```
#Estimativa das médias dos grupos A e B.
```

```
>
> XA=apply(dadosA,2,mean);XA
  X1_A  X2_A
45.776845 5.589745
```

```
> XA=matrix(XA,ncol=1);XA
```

```
[,1]
[1,] 45.776845
[2,] 5.589745
```

```
XB=apply(dadosB,2,mean);XB
  X1_B  X2_B
73.54044 7.70770
> XB=matrix(XB,ncol=1);XB
  [,1]
[1,] 73.54044
[2,] 7.70770
```

```
##Matriz de variâncias e covariâncias S
```

```
>
> SA=cov(dadosA);SA
  X1_A  X2_A
X1_A 87.29082 10.25273
X2_A 10.25273 1.40474
> SB=cov(dadosB);SB
  X1_B  X2_B
X1_B 581.85018 42.457475
X2_B 42.45748 4.861654
```

```
### Combinar as informações de SA e SB para
```

```
> ### estimar a variância comum
>
> Sc=((nA-1)*SA+(nB-1)*SB)/(nA+nB-2);round(Sc,5)
  X1_A  X2_A
X1_A 334.5705 26.3551
X2_A 26.3551 3.1332
```

```
## Calcular a matriz inversa de Sc
```

```
>
> ISc=solve(Sc);ISc
  X1_A  X2_A
X1_A 0.008858753 -0.07451602
X2_A -0.074516016 0.94595947
```

```
## Com todos os parâmetros estimados, obtêm-se a
```

```
> ## Função Discriminante Linear Amostral de Fisher (FDLF)
> ## A partir dela, encontra-se a equação para classificação dos novos compressores
> #D(x)=L*x[XA-AB]*ISc*x
>
> XA-XB
```

```
[,1]
[1,] -27.763591
[2,] -2.117955
```

```
> #XAB=[XA-AB]'
```

```
> XAB=t(XA-XB);XAB
```

```
 [,1] [,2]
[1,] -27.76359 -2.117955
```

```
L=XAB%*%ISc;L
```

```
 X1_A X2_A
```

```
[1,] -0.08812926 0.06533302
```

```
>
```

#L é o estimador do vetor discriminante , logo a FDLF será:

```
> #D(x)=[-0.08812926 0.06533302]*[x1]
```

```
> #
      [x2]
```

```
>
```

```
> ## A questão é se um novo compressor
```

```
> ## x0 pertence ao grupo A ou ao grupo B. Então, aplica-se
```

```
> ## a regra de classificação com base na função discriminante
```

```
> ## de Fisher. Primeiro determina-se o ponto médio das
```

```
> ## populações m.
```

```
>
```

```
> # m=1/2*[DXA+DXB], LOGO:
```

```
>
```

```
> DXA=L%*%XA;DXA
```

```
 [,1]
[1,] -3.669084
```

```
DXB=L%*%XB;DXB
```

```
 [,1]
[1,] -5.977497
```

```
m=(1/2)*(DXA+DXB);round(m,3)
```

```
 [,1]
[1,] -4.823
```

```
# Como o ponto médio dos grupos A e B é -4.823
```

```
> # a regra de classificação será
```

```
>
```

```
> # Alocar ra0 em Grupo A se D(ra0)>=-4.823
```

```
> # Alocar ra0 em Grupo B se D(ra0)<-4.823
```

```

#Tendo-se um novo compressor ra0 que apresenta diferença x1 de 88 e nível de energia de 10
x2
>
> # aplica-se a regra de classificação
> # primeiro passo transformar os dados em matriz
>
> ra0=c(88.1,10.2)
> ra0=matrix(ra0,2,ncol=1);ra0
  [,1]
[1,] 88.1
[2,] 10.2

#Agora aplica-se a FDLF
>
> Dra0=L%*%ra0;Dra0
  [,1]
[1,] -7.097791
>
> #Como D(ra0)=-7,097791 < -4,823 , compressor será alocado no grupo B inadequado.

## TESTE DE SIGNIFICÂNCIA PARA VERIFICAR SE A SEPARAÇÃO ENTRE OS
> ## DOIS GRUPOS A E B É SIGNIFICATIVA
>
> #H0:u1 é igual a u2 vs H1: u1 é diferente de u2
> # Para o cálculo, usa-se o T2 de Hoteling:
>
> #  $F_0 = (F_1/F_2) * F_3 * D_2 \sim F_{tab}(p; n_A + n_B - p - 1)$ 
>
> F1=nA+nB-p-1;F1
[1] 19
> F2=(nA+nB-2)*p;F2
[1] 40
> F3=(nA*nB)/(nA+nB);F3
[1] 5.5

#D2=D(XA)-D(XB)
> DXA=L%*%XA;DXA
  [,1]
[1,] -3.669084
> DXB=L%*%XB;DXB
  [,1]

```

```
[1,] -5.977497
> D2=DXA-DXB;D2
[1,]
[1,] 2.308412
> Fo=(F1/F2)*F3*D2;round(Fo,3)
[1,]
[1,] 6.031
> # Fo=6.031

## Agora, calcula-se o F tabelado com um nível de
> ## significância de 0.01.
>
> alfa=0.01
> Ftab=qf(1-alfa,p,nA+nB-p-1);round(Ftab,3)
[1] 5.926
>
> ## Como Fo= 6.031 >Ftab=5.926 , rejeitamos H0 e conclui-se
> ## que a separação entre os grupos A e B é significativa.
```

ANEXO II

CÓDIGO DA TÉCNICA DE OTIMIZAÇÃO IMPLEMENTADA NO SOFTWARE GUROBI

Nesta seção, apresenta-se o código implementado no *software* Gurobi, com licença acadêmica, orientado a objeto em C++ com alocação dinâmica de memória para classificação dos compressores em adequado e inadequado quanto a rumorosidade.

/*Copyright 2017 Jorge von Atzingen dos Reis

Este programa é um software livre; você pode redistribuí-lo e/ou modificá-lo sob os termos da Licença Pública Geral GNU como publicada pela Fundação do Software Livre (FSF); na versão 3 da Licença, ou (a seu critério) qualquer versão posterior.

Este programa é distribuído na esperança de que possa ser útil, mas SEM NENHUMA GARANTIA; sem uma garantia implícita de ADEQUAÇÃO a qualquer MERCADO ou APLICAÇÃO EM PARTICULAR. Veja a Licença Pública Geral GNU para mais detalhes.

Você deve ter recebido uma cópia da Licença Pública Geral GNU junto com este programa. Se não, veja <<http://www.gnu.org/licenses/>>.*/

```
//      min sum from i=1 to 25 x_i newline LiInf_{ij} lesant Valor_{ij} x_i ~~~ forall
i=1,..,25 ~~~ forall j=1,...,6 newline x_i in setZ ~~~ forall i=1,..,25
//      max sum from i=1 to 25 x_i newline  Valor_{ij} x_i lesant LiSup_{ij} ~~~ forall
i=1,..,25 ~~~ forall j=1,...,6 newline x_i in 0,1 ~~~ forall i=1,..,25
//-----
///Inclusao das bibliotecas
//-----
#include "gurobi_c++.h"
```

```

#include <iostream> //cin, cout
#include <sstream> //ostringstream
#include <fstream> //ifstream, ofstream
#include <vector> //vector
#include <time.h> //clock_t
using namespace std;

//-----
//Declaração das Constantes
//-----
#define MAX_COMPRESSORES 25 //número máximo de compressores da instância
de teste
#define MAX_SINTOMAS 6 //número máximo de sintomas da instância de teste

//-----
//Declaração das variáveis globais
//-----
class compressores
{
public:
    float inf[MAX_SINTOMAS]; //inf_j é o limite inferior do sintoma j;
    float sup[MAX_SINTOMAS]; //sup_j é o limite superior do sintoma j;
    float val[MAX_SINTOMAS]; //val_j é o valor do sintoma j;
};

vector <compressores> compressor;
float FOinf, FOsup;
float respostaXinf[MAX_COMPRESSORES]; //Resultado da variável de decisão
float respostaXsup[MAX_COMPRESSORES]; //Resultado da variável de decisão
time_t t_ini, t_fim; //contadores de tempo computacional

```

```
double tempo; //contadores de tempo computacional

//-----
//Declaração das funções
//-----
void leia();
void ruidoinf();
void ruidosup();
void imprime();

//-----
//Programa principal
//-----
int main()
{
    leia();
    ruidoinf();
    ruidosup();
    imprime();
    return 0;
}

//-----
//Função leia: Lê o arquivo de entrada gurobi.ruido.entrada.txt
//-----
void leia()
{
    ifstream origem ("gurobi.ruido.entrada.txt");
    if (!origem)
        cerr<< "\nErro ao abrir o arquivo gurobi.ruido.entrada.txt\n\n";
```

```

compressores dado;
compressor.resize(0);
for(int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
{
    for(int j=0; j<MAX_SINTOMAS; j++)
    {
        origem>> dado.inf[j];
        origem>> dado.sup[j];
        origem>> dado.val[j];
    }
    compressor.push_back(dado);
}
}

//-----
//      min sum from i=1 to 25 x_i newline LiInf_{ij} lesant Valor_{ij} x_i ~~~ forall
i=1,..,25 ~~~ forall j=1,...,6 newline x_i in setZ ~~~ forall i=1,..,25
//-----
void ruidoinf()
{
    //-----
    //GUROBI
    //-----
    time(&t_ini);
    GRBEnv* env = 0;
    GRBVar* x = 0;

    try
    {
        cout<<"\n-----\n\n";

```

```

cout<<"\nIniciando a resolução do problema.\n\n";
env = new GRBEnv(); //inicia ambiente gurobi
GRBModel model = GRBModel(*env); //cria um modelo
model.set(GRB_StringAttr_ModelName, "Ruido.Inferior");

//-----
//Dados de entrada
//-----
x = model.addVars(MAX_COMPRESSORES, GRB_INTEGER);
model.update();
for (int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
{
    ostringstream vname;
    vname << "x" << i;
    x[i].set(GRB_DoubleAttr_Obj, 1);
    x[i].set(GRB_StringAttr_VarName, vname.str());
}

//-----
//função objetivo: min sum from i=1 to 25 x_i
//-----
model.set(GRB_IntAttr_ModelSense, 1); //0 para maximizar ou 1 para
minimizar
model.update(); //atualiza o modelo

//-----
//restrição 1: LiInf_{ij} less than or equal to Valor_{ij} x_i ~~~ forall i=1,..,25 ~~~ forall
j=1,...,6
//-----
for (int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)

```

```

for (int j=0; j<MAX_SINTOMAS; j++)

model.addConstr(compressor[i].inf[j]<=compressor[i].val[j]*x[i], "r1");

//-----
//inicia a resolução do modelo
//-----
model.update();
model.write("gurobi.ruido.inf.modelo.lp");
model.optimize();

//-----
//Exporta a solução
//-----
FOinf= model.get(GRB_DoubleAttr_ObjVal);
cout<<"\nFO= "<<FOinf<<endl;
for (int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
    respostaXinf[i]= x[i].get(GRB_DoubleAttr_X);

}catch(GRBException e)
{
    cout << "Gurobi - Código do erro = " << e.getErrorCode() << endl;
    cout << e.getMessage() << endl;
}catch(...)
{
    cout << "Gurobi - Erro durante otimização" << endl;
}
delete[] x;
delete env;//termina ambiente gurobi*/

```

```

time(&t_fim);
tempo= difftime(t_fim,t_ini);
cout<<"O problema inf foi resolvido em "<<tempo<<" segundos.\n";
cout<<"\n-----\n\n";
}

//-----
//      max sum from i=1 to 25 x_i newline  Valor_{ij} x_i lesstant LiSup_{ij} ~~~ forall
i=1,..,25 ~~~ forall j=1,...,6 newline x_i in 0,1 ~~~ forall i=1,..,25
//-----
void ruidosup()
{
//-----
//GUROBI
//-----
time(&t_ini);
GRBEnv* env = 0;
GRBVar* x = 0;

try
{
    cout<<"\n-----\n\n";
    cout<<"\nIniciando a resolução do problema.\n\n";
    env = new GRBEnv(); //inicia ambiente gurobi
    GRBModel model = GRBModel(*env); //cria um modelo
    model.set(GRB_StringAttr_ModelName, "Ruido.Superior");

//-----
//Dados de entrada
//-----
}

```

```

x = model.addVars(MAX_COMPRESSORES, GRB_BINARY);
model.update();
for (int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
{
    ostringstream vname;
    vname << "x" << i;
    x[i].set(GRB_DoubleAttr_Obj, 1);
    x[i].set(GRB_StringAttr_VarName, vname.str());
}

//-----
//função objetivo: max sum from i=1 to 25 x_i
//-----
model.set(GRB_IntAttr_ModelSense, 0); //0 para maximizar ou 1 para
minimizar
model.update(); //atualiza o modelo

//-----
//restrição 1: Valor_{ij} x_i lesant LiSup_{ij} ~~~ forall i=1,..,25 ~~~ forall
j=1,...,6
//-----
for (int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
    for (int j=0; j<MAX_SINTOMAS; j++)

model.addConstr(compressor[i].val[j]*x[i]<=compressor[i].sup[j], "r1");

//-----
//inicia a resolução do modelo
//-----
model.update();

```

```

model.write("gurobi.ruido.sup.modelo.lp");
model.optimize();

//-----
//Exporta a solução
//-----

FOsup= model.get(GRB_DoubleAttr_ObjVal);
cout<<"\nFO= "<<FOsup<<endl;
for (int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
    respostaXsup[i]= x[i].get(GRB_DoubleAttr_X);

}catch(GRBException e)
{
    cout << "Gurobi - Código do erro = " << e.getErrorCode() << endl;
    cout << e.getMessage() << endl;
}catch(...)
{
    cout << "Gurobi - Erro durante otimização" << endl;
}
delete[] x;
delete env;//termina ambiente gurobi*/


time(&t_fim);
tempo= difftime(t_fim,t_ini);
cout<<"O problema foi resolvido em "<<tempo<<" segundos.\n";
cout<<"\n-----\n\n";
}

//-----
//Função imprime: imprime os resultados no arquivo gurobi.ruido.saida.txt

```

```

//-----
void imprime()
{
    int bom= 0;
    ofstream destino ("gurobi.ruido.saida.txt");
    if (!destino)
        cerr << "\nErro ao abrir o arquivo gurobi.ruido.saida.txt\n\n";
    for(int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
        if((respostaXinf[i]==1)&&(respostaXsup[i]==1))
    {
        destino<<"Compressor "<<i+1<<" é bom.\n";
        bom++;
    }
    else
        destino<<"Compressor "<<i+1<<" é ruim.\n";
    destino<<"\n\nSolução detalhada:\nO total de compressores bons é :"<<bom<<".\n";
    destino<<"\n\tFO inf: "<<FOinf<< endl;
    for(int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
        destino<<"\n\tX["<<i+1<<"]: "<<respostaXinf[i]<<".";
    destino<<"\n\n\tFO sup: "<<FOsup<< endl;
    for(int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
        destino<<"\n\tX["<<i+1<<"]: "<<respostaXsup[i]<<".";
    destino<<"\n\n\tCompressor 1:\n";
    for(int i=0; i<MAX_COMPRESSORES; i++)
    {
        for(int j=0; j<MAX_SINTOMAS; j++)
        {
            destino<< compressor[i].inf[j]<<", ";
            destino<< compressor[i].sup[j]<<", ";
            destino<< compressor[i].val[j]<<", ";
        }
    }
}

```

```
    }  
    destino<<"\n\tCompressor "<<i+2<<":\n";  
}  
}
```