

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA – UFU
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Contribuições ao projeto do motor linear a relutância variável

Breno Brito Miranda

Uberlândia
2017

Breno Brito Miranda

**Contribuições ao projeto do motor
linear a relutância variável**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Projetos de Maquinas Elétricas, Elementos Finitos

Uberlândia, 18 de Julho de 2017

Banca Examinadora:

José Roberto Camacho, PhD. Prof. (Orientador) – FEELT/UFU

Darizon Alves de Andrade, PhD – FEELT/UFU

Hélder de Paula, PhD – (Examinador externo) UFMG

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

M672c Miranda, Breno Brito, 1990-
2017 Contribuições ao projeto do motor linear a relutância variável /
Breno Brito Miranda. - 2017.
101 f. : il.

Orientador: José Roberto Camacho.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia Elétrica - Teses. 2. Motores elétricos - Teses. 3.
Semicondutores - Teses. 4. Correntes elétricas - Teses. I. Camacho, José
Roberto. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU: 621.3

Breno Brito Miranda

**Contribuições ao projeto do motor
linear a relutância variável**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Projetos de Maquinas Elétricas, Elementos Finitos

Uberlândia, 18 de Julho de 2017

Prof. José Roberto Camacho, PhD.
(Orientador) – UFU

Prof. Alexandre Cardoso, Dr. (Coordenador
do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica) – UFU

Resumo

Miranda, B. B. **Contribuições ao projeto do motor linear a relutância variável.** 101 p. Dissertação – Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, 2017 .

O motor linear à relutância variável (MLRV) é uma máquina elétrica alimentada em corrente contínua, com fases excitadas numa sequência determinada. Caracterizado por operar numa ampla faixa de variação de velocidade, é utilizado em aplicações lineares que convertem energia elétrica em força e movimento de translação. A necessidade de dispositivos comutadores de corrente e um sistema de controle requer boa estimativa do perfil de indutância do motor. No entanto, uma vez que o maior entreferro dificulta o cálculo analítico, este perfil deve ser obtido através de métodos numéricos. Neste contexto, este trabalho apresenta um motor linear do tipo fluxo longitudinal de 4 fases, destinado a mover um sistema de translação deslizante de abertura e fechamento. A robustez, a simplicidade de construção e a potência reduzida foram decisivos na escolha do tipo de máquina. A análise via elementos finitos (AEF) é aplicada a fim de determinar o desempenho, qualificado pela auto-indutância das bobinas de fase e pela capacidade de produção da força de propulsão. A AEF também é utilizada na avaliação do fator de ondulação da força (*force ripple*), altamente presente neste tipo de motor, além da produção de vibração e ruído acústico, decorrentes do mesmo.

Palavras-chave: Motores a relutância variável. Máquinas lineares. Método dos elementos finitos. Fator de ondulação da força. *FEMM*.

Abstract

Miranda, B. B. **Contributions to the design of linear variable reluctance motor**. 101 p. Master Thesis – School of Electrical Engineering, Federal University of Uberlândia, 2017 .

The linear variable reluctance motor (LVRM) is an electric machine fed by direct current with excited phases in a given sequence. Characterized by operating in a wide range of speed variation, it is used in linear applications that converts electric energy into force and translation movement. The need for current switching devices and a control system requires a good estimate of the motor's inductance profile. However, since the larger air gap makes analytical calculation difficult, this profile must be obtained by numerical methods. In this context, this work presents a linear motor of the 4 phase transverse flow type designed to move a sliding translation system of opening and closing. Robustness, simplicity of construction and reduced power are decisive in the choice of machine type. The finite element analysis (FEA) is applied in order to determine the performance, qualified by the self-inductance of phase coils and the propulsion force production capacity. The FEA is also used in the evaluation of the force ripple factor, highly present in this type of motor, besides the production of vibration and acoustic noise arising from ripple factor.

Keywords: Variable reluctance motors. Linear machines. Finite element method. Force ripple factor. FEMM.

Lista de ilustrações

Figura 1 – MRRV trifásico com 6 polos no estator e 4 no rotor [15].	16
Figura 2 – Classificação dos motores lineares a relutância variável.	17
Figura 3 – Obtenção do motor linear através de seu equivalente rotativo (Repro- duzido de [1]).	17
Figura 4 – Sistema simples de conversão eletromecânica sem perdas.	19
Figura 5 – Interpretação gráfica da energia armazenada no campo eletromagnético.	21
Figura 6 – MLRV trifásico de configuração transversal (Reproduzido de [15]). . . .	22
Figura 7 – MLRV quadrifásico com 8 polos no estator, correspondente ao MRRV 8/6. Modelo adotado no presente trabalho.	23
Figura 8 – MLRV quadrifásico com 8 polos no translador, correspondente ao MRRV 8/6. Modelo adotado pela literatura [11].	23
Figura 9 – Estruturas de MLRVs com configuração de fluxo longitudinal de (a) bobinas acopladas e (b) bobinas desacopladas [3].	24
Figura 10 – Esquemático do MLRV com bobinas desacopladas [3].	25
Figura 11 – Efeito do arco polar do rotor maior que o arco polar do estator na geração de torque [11].	28
Figura 12 – Curva de magnetização B-H do material magnético de aço silício de grão não-orientado (M-19 Steel).	34
Figura 13 – Vista frontal e representação das fases e da seção do MLRV.	38
Figura 14 – Gráfico da velocidade desenvolvida pelo MLRV.	40
Figura 15 – Vista lateral do MLRV 4-fases.	44
Figura 16 – Linhas de fluxo na posição totalmente desalinhada de um motor linear de 4 fases 8/6.	47
Figura 17 – Linhas de fluxo na posição totalmente desalinhada de um motor linear trifásico 6/4.	47
Figura 18 – Linhas de fluxo na posição totalmente alinhada de um motor linear de 4 fases 8/6.	48

Figura 19 – Linhas de fluxo na posição totalmente alinhada de um motor linear trifásico 6/4.	48
Figura 20 – Caminhos de fluxo padrão do MLRV.	49
Figura 21 – Modelo com parâmetros discretos do circuito magnético equivalente do MLRV.	49
Figura 22 – Caminhos de fluxo da região 1.	53
Figura 23 – Caminhos de fluxo da região 2.	53
Figura 24 – Caminhos de fluxo da região 3.	54
Figura 25 – Caminhos de fluxo da região 4.	54
Figura 26 – Linha de referência para o cálculo de x	56
Figura 27 – Determinação de x de acordo com a linha de referência.	57
Figura 28 – Modelo analítico simplificado do MLRV [17].	60
Figura 29 – Aproximação linear da solução do problema unidimensional [23].	67
Figura 30 – Elementos finitos típicos: (a) Unidimensional, (b) bidimensional, (c) tridimensional [24].	67
Figura 31 – (a) Região de solução; (b) discretização em elementos finitos [24].	68
Figura 32 – Elemento triangular genérico [25].	68
Figura 33 – Elemento triangular: os nós 1, 2 e 3 são numerados no sentido anti-horário [24].	71
Figura 34 – Superfície gaussiana cilíndrica de área dA e altura L desprezível na interface [28].	74
Figura 35 – Circuito fechado retangular na interface [28].	75
Figura 36 – Sistema de referências. (Reproduzido de [11])	77
Figura 37 – Diferentes orientações na laminação (Reproduzido de [27])	80
Figura 38 – Contornos de integração para o cálculo das forças.	80
Figura 39 – Desenho geométrico do MLRV 3-fases no <i>software FEMM</i>	81
Figura 40 – Criação da malha triangular	82
Figura 41 – Linhas de fluxo na posição alinhada.	82
Figura 42 – Linhas de fluxo na posição desalinhada.	82
Figura 43 – Propriedades do circuito.	83
Figura 44 – Perfil de indutância - MLRV de 3 fases.	84
Figura 45 – Força de propulsão - MLRV de 3 fases.	84
Figura 46 – Força normal - MLRV 3-fases.	85
Figura 47 – Desenho geométrico do MLRV de 4 fases no FEMM.	85
Figura 48 – Linhas e densidade de fluxo na posição alinhada.	86
Figura 49 – Linhas e densidade de fluxo na posição desalinhada.	86
Figura 50 – Perfil de indutância - MLRV de 4 fases.	87

Figura 51	–Perfis de indutância (MA = método analítico; MAI = modelo da auto-indutância de fase) - MLRV de 4 fases.	88
Figura 52	–Força de propulsão - MLRV de 4 fases.	88
Figura 53	–Força normal - MLRV de 4 fases.	89
Figura 54	–Invólucro polar: (a) $P_{en} = 0,334$ (b) $P_{en} = 0,5$	90
Figura 55	–Curva da força de propulsão em função do invólucro polar.	90
Figura 56	–Perfis de indutância para os invólucros polares $P_{en} = 0,334$ e $P_{en} = 0,5$	91
Figura 57	–Curva da força de propulsão relativa à posição do translador destacando os pontos de força máxima e mínima.	92
Figura 58	–Ilustração da curva da força de propulsão resultante do acionamento sequencial das fases.	93
Figura 59	–Fluxo concatenado <i>vs</i> corrente de excitação (Reproduzido de [9]).	94
Figura 60	–Curva do fluxo concatenado em relação à corrente de excitação.	94
Figura 61	–Curva do fluxo concatenado em relação às correntes limites.	95

Lista de tabelas

Tabela 1	–	Parâmetros iniciais para o dimensionamento do MLRV	34
Tabela 2	–	Dimensões do MLRV de 3 fases	39
Tabela 3	–	Parâmetros iniciais do MLRV quadrifásico	41
Tabela 4	–	Dimensões do MLRV 4-fases	45
Tabela 5	–	Indutância em diferentes posições do translador.	83
Tabela 6	–	Indutâncias no MLRV de 4 fases.	87

Lista de siglas

AEF *Análise de Elementos Finitos*

CA *Corrente alternada*

CC *Corrente contínua*

FEMM *Finite Element Method Magnetics*

MRV *Motor a relutância variável*

MRRV *Motor rotativo a relutância variável*

MLRV *Motor linear a relutância variável*

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Estado da arte	14
1.2	Objetivos	15
2	Motor Linear a Relutância Variável	16
2.1	Introdução	16
2.2	Princípios básicos de operação	17
2.2.1	Energia e co-energia	18
2.3	Configurações do MLRV	21
2.3.1	MLRV com bobinas acopladas	21
2.3.2	MLRV trifásico com estrutura de bobinas não-acopladas	23
2.4	Projeto do motor linear a relutância variável	24
2.4.1	Potência de saída e parâmetros do MRV	25
2.4.2	Seleção das dimensões do MRRV	28
2.4.3	Conversão dos parâmetros rotativos em lineares	29
2.4.4	Dimensionamento dos motores lineares a relutância variável	31
3	Análise do Perfil de Indutância	46
3.1	Método aproximado através do circuito magnético equivalente	48
3.1.1	Verificação do projeto	51
3.1.2	Posição alinhada (região 1)	54
3.1.3	Posição intermediária (Região 2)	56
3.1.4	Posição intermediária (Região 3)	57
3.1.5	Posição desalinhada (Região 4)	59
3.2	Método do espaço harmônico	60
3.2.1	Equação do campo magnético	60
3.3	Modelo da auto-indutância de fase	61

4	Método dos Elementos Finitos	63
4.1	Solução exata vs solução aproximada	64
4.1.1	Solução exata	64
4.1.2	Solução aproximada	64
4.2	Método de Galerkin	65
4.3	Teoria e aproximação de elementos finitos	66
4.3.1	Elemento triangular de primeira ordem	68
4.3.2	Modelagem de um problema físico	71
4.3.3	Condições de contorno	73
5	Análise e discussão dos resultados	76
5.1	Forças atuantes sobre o translador	76
5.2	Aplicação do <i>FEMM</i> para o MLRV	79
5.2.1	MLRV trifásico de configuração 6/4	81
5.2.2	MLRV quadrifásico de configuração 8/6	85
5.2.3	Razão entre arco polar e o passo polar	89
5.2.4	Fator de ondulação (<i>force ripple</i>)	91
5.2.5	Limite operacional	93
	Conclusão	96
	Referências	99

Introdução

Motores lineares a relutância variável (MLRVs) são utilizados em aplicações que exigem propulsão linear, sem que haja forças de contato através de sistemas de transmissão e engrenagens. Dificultado pela necessidade de implementação de um sistema de acionamento e controle, este tipo de motor não teve a atenção requerida para o seu avanço. Outras máquinas elétricas já possuíam perfis satisfatórios em determinadas aplicações com métodos de acionamento mais simples. Contudo, a possibilidade de ajuste de velocidade dos motores a relutância variável (MRVs) e suas características singulares, estabeleceu-os como competidores aos já existentes motores de *Corrente alternada* (CA) e *Corrente contínua* (CC). Além disso, sua estrutura construtiva é simples, de baixo custo em razão da ausência de bobinas e ímãs permanentes no rotor, e apresentam menor necessidade de manutenção [1]. O desenvolvimento dos MRVs apresentou rápido progresso com o avanço da tecnologia de componentes eletrônicos por meio de materiais semicondutores, suprimindo a carência por dispositivos de ação rápida, essenciais no projeto do sistema de acionamento. Os motores lineares, em geral, possuem eficiência relativamente mais baixa que os modelos circulares devido aos efeitos de borda e de extremidade e ao maior entreferro. Apesar disso, como o *Motor linear a relutância variável* (MLRV) pode ser controlado por um circuito conversor e um sistema de acionamento apropriados, uma maior eficiência pode ser obtida se comparado à outros motores elétricos [2].

Contrariamente, a simplicidade de controle dos motores CC destinou-os a serem empregados amplamente na indústria. No entanto, uma vez que as partes mecânicas como as escovas e coletores são suscetíveis à falha e necessitam de manutenção frequente, os motores CC não devem ser utilizados em ambientes que, provavelmente, apresentem riscos de explosão [1]. Além disso, o motor de corrente contínua é preferível exclusivamente em aplicações que necessitam de alto torque durante o movimento inicial.

O *Motor rotativo a relutância variável* (MRRV), funciona a partir da excitação de bobinas justapostas em seu bloco estático. Com estruturas salientes, os polos do estator transformam-se em grandes eletroímãs quando uma fase, correspondente a um par de bobinas, é energizada. Os polos do rotor mais próximos, situados no eixo, são atraídos com

um torque aparente de forma que o bloco dinâmico se movimenta até a posição alinhada. O torque de armadura está sujeito à direção do fluxo aplicado às bobinas do estator, desde que a força de magnetização do aço nos polos do motor seja independente do fluxo magnético [1]. Com funcionamento muito semelhante, os MLRVs são justamente derivados da estrutura rotativa do MRRV. Uma peculiaridade destaca-se da possibilidade de instalação das bobinas na parte móvel. Embora aqueles sejam projetados com configurações específicas apresentadas na literatura, com o bloco estático maior que o bloco móvel, o motor desenvolvido neste trabalho define a parte móvel com as características do estator do modelo rotativo, e a parte fixa com as características do rotor, para aplicação em um portão deslizante. Este detalhe é importante, uma vez que a configuração de estator passivo e translador ativo (modelo tratado na literatura) apresenta o melhor custo/benefício na construção do motor. No ponto de vista de um observador, o movimento entre os dois blocos do motor linear é relativo. Assim, independentemente de qual parte, ativa ou passiva, seja escolhida para ser fixada a um suporte, o movimento da parte móvel não é influenciado.

A maior parte das aplicações de motores elétricos em indústrias é voltada para controle de posição. Para este fim, o conteúdo harmônico das formas de onda da força de propulsão em função da posição do translador no MLRV, deve ser minimizado. Além disso, o comportamento não-linear dificulta seu projeto para controle da precisão do movimento [3]. A ausência de ímãs permanentes, tolerância à falta, baixo custo e peso competitivo são algumas das características fundamentais do motor linear a relutância variável. A primeira característica admite uma maior temperatura permissível no translador.

Uma das grandes desvantagens das máquinas lineares de face única em geral, seja de indução ou a relutância variável, é a produção de forças laterais. As publicações sobre motores a relutância, em sua maioria, não contemplam este aspecto e tampouco estimam a intensidade da força. Um trabalho sobre motores lineares de indução [4] afirma que um conjunto de trilhos guias é suficiente para eliminar uma baixa força lateral. E, ao contrário dos motores circulares que possuem estrutura cilíndrica, os modelos lineares apresentam efeitos de borda e de extremidade por terem dimensões axiais finitas. As linhas de fluxo magnético se dispersam nos limites das bordas produzindo fluxos de dispersão. Os efeitos de borda incluem perdas em desempenho e eficiência, as quais acredita-se serem causadas pela perda de energia magnética entre os blocos em movimento relativo.

O motor a relutância variável possui vantagens expressivas sobre motores CC e CA. A habilidade em operar eficientemente por meio de correntes unidirecionais reduz o número de comutadores por fase [5]. E, pelo fato das bobinas de uma fase estarem conectadas em série com o comutador, não há faltas relacionadas com o estágio de amplificadores *push-pull*. A indutância de fase limita a taxa de crescimento da corrente e fornece tempo suficiente para a proteção do sistema do controlador atuar. Outro ponto positivo é a independência das fases, e no caso da falha de uma, a operação do motor é mantida, mas

com potência reduzida. Além disso, o torque de partida pode ser alto sem o problema de picos de corrente devido à sua maior auto-indutância.

O *Motor a relutância variável* (MRV), assim como outras máquinas elétricas, também possui desvantagens. O fator de ondulação do torque (*torque ripple*) e o ruído acústico são críticos devido à sua construção em estrutura duplamente saliente, sendo agravados em máquinas de configuração com baixo número de fases. A ausência de ímãs permanentes impõe alta carga na corrente de excitação nas bobinas do estator, requerendo conversores de alta potência. Comparado a máquinas de indução de ímã permanente, as perdas por unidade de cobre são maiores, reduzindo a eficiência e o torque por ampère [6]. Em contrapartida, a velocidade máxima à potência constante não é limitada pelo fluxo magnético.

1.1 Estado da arte

O conceito das máquinas a relutância variável (MRV) foi estabelecido por volta de 1838 [6], o qual foi utilizado na propulsão de uma locomotiva. No entanto, seu desenvolvimento não ganhou atenção devido à indisponibilidade de dispositivos de comutação de ação rápida. Somente após o advento de conversores e controladores de alto desempenho, no final dos anos 60, que surgiu o interesse neste tipo de motor [7], em razão do MRV ser limitado funcionalmente sem um controle externo da corrente de suprimento [8]. Exemplos de avanços na eletrônica de potência e controle eletrônico incluem transistores bipolares de porta isolada (ou IGBT, em inglês) e processadores digitais de sinais.

Em meados dos anos 90, procedimentos de projeto de motores a relutância variável a partir da equação de saída que relaciona as dimensões com a potência de saída da máquina foram introduzidos [9]. A capacidade térmica do MRV e o limite operacional da corrente de excitação também foram considerados. Na mesma época, uma máquina linear a relutância variável de alta densidade de força foi apresentada [10]. O MLRV caracteriza-se pelo translador (rotor) duplamente faceado por estatores excitados. As predições teóricas dos pulsos de força são baseadas no cálculo da variação da coenergia magnética armazenada por unidade de deslocamento do translador. A configuração linear retem os atributos do modelo circular, e a característica de face dupla oferece redução no fator de ondulação do torque e na potência do conversor.

A avaliação do perfil de indutância dos motores a relutância variável é requisito para o controle e operação apropriados. Métodos para se estimar a auto-indutância de fase para cada posição do translador foram desenvolvidos [11], [12] e [13]. Uma das dificuldades na estimativa da indutância, a qual depende dos valores de permeância, é a falta de conhecimento dos caminhos de fluxo no entreferro. Estimativas dos caminhos de fluxo e das permeâncias foram apresentados [10].

1.2 Objetivos

O objetivo geral desta dissertação é o de projetar um motor linear plano a relutância variável de fluxo longitudinal de 4 fases, a partir das características de operação desejadas na propulsão de um dispositivo deslizante e simulá-lo a partir da implementação do Método de Elementos Finitos (MEF) através do *software FEMM (Finite Element Method Magnetics)*. A etapa subsequente consiste em avaliar se as dimensões do motor satisfazem a natureza da aplicação e são suficientes para o acionamento da carga. Caso não seja suficiente, os parâmetros geométricos são ajustados com o auxílio do MEF até que forneça o desempenho desejado.

Para alcançar o objetivo principal, alguns objetivos secundários fizeram-se necessários:

- ❑ Analisar o perfil de indutância através do MEF e de métodos analíticos conhecidos;
- ❑ Analisar as forças normal, lateral e de propulsão;
- ❑ Conceituar e discutir o fator de ondulação da força (*force ripple*);
- ❑ Analisar o perfil de indutância e da força propulsora mediante a modificação dos invólucros polares;
- ❑ Abordar o problema das forças laterais presentes no motor de face única (*single-sided*);
- ❑ Determinar a máxima corrente de excitação que forneça boa eficiência de energia.

Como método de convalidação do MEF, um modelo trifásico de topologia de fluxo longitudinal proposto na literatura [11], [14] servirá como referência, uma vez que os dados de simulação e medição estão disponíveis. Como ferramenta adicional qualitativa de desempenho, a análise do fluxo concatenado em função da variação da corrente de excitação será analisada em termos de energia.

Motor Linear a Relutância Variável

2.1 Introdução

O MRV é uma máquina a relutância que foi proposta para aplicações que requerem velocidade variável. Os enrolamentos do estator são bobinas semelhantes ao dos motores CC, sendo o rotor desprovido de bobinas e ímãs permanentes. Ambas as partes possuem polos salientes, razão pela qual é chamada de máquina duplamente saliente [11]. Uma máquina rotativa típica é apresentada na figura 1.

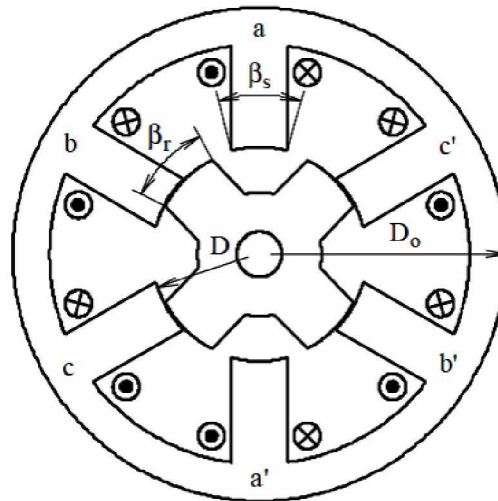


Figura 1 – MRRV trifásico com 6 polos no estator e 4 no rotor [15].

Os motores lineares são classificados, quanto às características construtivas em planos, setoriais e tubulares [16], de acordo com o esquema da figura 2. Os motores lineares planos são caracterizados pela sobreposição de dois blocos achatados, um móvel e outro estático. O bloco móvel se desloca livremente sobre a parte estática na direção axial. O motor linear plano nada mais é que uma porção da seção transversal "aberta" de um motor rotativo. Imagine que o estator e o rotor sejam cortados, desenrolados e achatados como mostrado

na figura 3. O bloco móvel, consequentemente, é chamado de translador, e não mais rotor. Duas configurações são possíveis, face única ou dupla face (em inglês, *single-sided* e *double-sided*). Sendo que a grande vantagem do motor de dupla face é a maior produção de força propulsora.

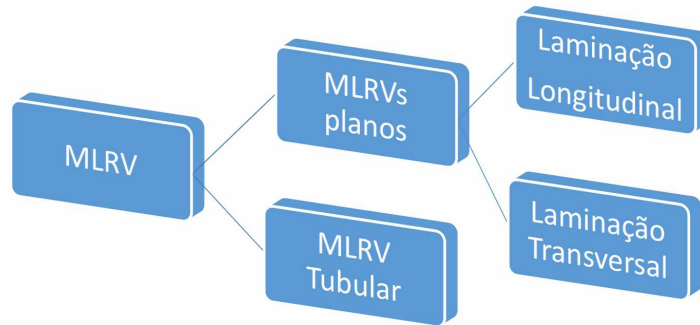


Figura 2 – Classificação dos motores lineares a relutância variável.

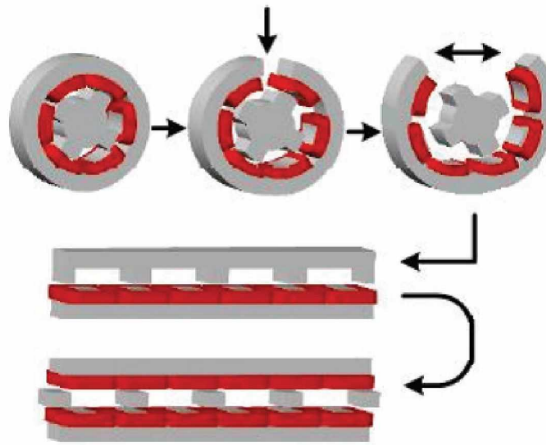


Figura 3 – Obtenção do motor linear através de seu equivalente rotativo (Reproduzido de [1]).

2.2 Princípios básicos de operação

O motor a relutância variável tem como princípio básico de operação a variação de relutância com o movimento relativo do translador. O termo chaveado, geralmente, é utilizado para indicar que as fases são comutadas de acordo com a posição da parte móvel a fim de manter o movimento contínuo em uma direção. O rotor é alinhado sempre que os pólos do estator diametralmente opostos são excitados. Em um circuito magnético, os

membros rotativos tendem a orientar-se na posição de relutância mínima [11]. Enquanto dois polos do rotor estão alinhados com outros dois polos do estator, outro conjunto de polos está desalinhado. Deste modo, tal conjunto é excitado de forma a se alinhar aos polos do rotor, sendo que o sequenciamento apropriado das fases mantém o deslocamento.

Na operação do motor linear a relutância, a excitação sequencial de cada par de bobinas também é necessária. Deve ocorrer no instante em que o par de polos, cujas bobinas estão enroladas, estiver totalmente desalinhado (máxima relutância), em relação ao par de polos da parte passiva. A posição de total desalinhamento é caracterizada quando o polo ativo encontra-se alinhado axialmente ao centro da ranhura da parte passiva. O contrário é válido quando o polo ativo alinha-se exatamente ao centro do polo passivo. O movimento do translador envolve a comutação de corrente quando há variação de relutância, razão pela qual são chamados de motores a relutância variável.

A operação do MRV é simples por causa de sua habilidade em operar eficientemente por meio de correntes unidirecionais. Assim, somente um comutador por fase é suficiente, constituindo um controlador sem escovas, enquanto que nos motores CA, no mínimo dois comutadores por fase são exigidos [5]. Seu desempenho depende da aplicação adequada das correntes relativas à posição do rotor. Enquanto uma fase é excitada, o torque é gerado pela tendência do rotor a alinhar-se com o polo do estator excitado. Os pulsos de excitação precisam ser sincronizados com a região de crescimento da indutância para a operação motora. A expressão matemática para o torque do MRRV é dada por $T = (i^2/2)(dL/d\theta)$, da qual se observa que o torque eletromagnético é dado pelo produto do quadrado das correntes da bobina, as quais são afetadas pela auto-indutância, com a taxa de variação da indutância em relação à posição. A análise correta do perfil de indutância é essencial para o cálculo do torque [17].

2.2.1 Energia e co-energia

A co-energia é um artifício matemático na análise de sistemas eletromecânicos que permite calcular a força diretamente como uma função da corrente elétrica. Na análise de máquinas a relutância variável, a co-energia é um método apropriado e bastante utilizado na obtenção das expressões de forças, torques, fluxos e tensões, desde que a não-linearidade do material magnético não seja negligenciada [18]. Paralelamente à co-energia, a energia armazenada no campo magnético constitui um parâmetro para mensurar o desempenho do motor a relutância variável. Considerando tal motor como um sistema eletromecânico sem perdas, o sistema de conversão singular é apresentado na figura 4. A entrada especificada pela diferença de potencial do terminal elétrico é dada pela força eletromotriz, e , a qual produz uma saída indicada pela variação de x , ou deslocamento da parte móvel. Em resumo, a excitação da bobina por uma corrente produz uma força sobre a parte móvel.

Conceitualmente, a energia e a co-energia são funções de estado que não dependem da velocidade mecânica, somente da posição da parte móvel [18]. Para se quantificar os

termos anteriores por meio do balanço de energia, o equacionamento a partir da tensão de entrada é desenvolvido.

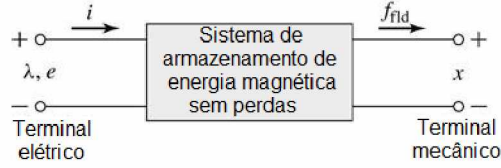


Figura 4 – Sistema simples de conversão eletromecânica sem perdas.

A tensão instantânea sobre os terminais de uma fase do MRV é relacionada com o fluxo concatenado das bobinas pela Lei de Faraday [19]:

$$v = iR + \frac{d\lambda}{dt} \quad (1)$$

onde

v é a voltagem terminal;

i é a corrente de fase;

R é a resistência da bobina;

λ é o fluxo vinculado à bobina.

$d\lambda/dt$ é a força contra-eletromotriz, e , a qual é produzida devido à variação do fluxo contido na bobina. O fluxo concatenado do MRRV varia como uma função da posição do rotor, θ , e da corrente do motor, i ; no MLRV, o fluxo varia como uma função da posição do translador, x . Logo, a equação (1) pode ser representada por:

$$v = iR + \frac{d\lambda}{di} \frac{di}{dt} + \frac{d\lambda}{dx} \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

onde $d\lambda/di$ é definido como a indutância da bobina $L(x, i)$. Multiplicando cada lado da equação (1) pela corrente elétrica de fase resulta em uma expressão para a potência instantânea:

$$\begin{aligned} P &= vi = i^2 R + i \frac{d\lambda}{dt} \\ P &= i^2 R + L \frac{di}{dt} i \end{aligned} \quad (3)$$

O primeiro termo representa as perdas ôhmicas e o segundo termo representa a potência elétrica no terminal da bobina, a qual é a soma da potência mecânica e da potência armazenada. A relação entre a potência elétrica e a energia é:

$$P_e = L \frac{di}{dt} i = \frac{dW_e}{dt} \quad (4)$$

A potência elétrica é determinada através da variação da energia elétrica, W_e , e equivale a uma parte da energia total entregue ao enrolamento, a qual é a soma da energia armazenada na bobina, W_f , e da energia convertida em trabalho mecânico, W_m . A energia elétrica é expressa por:

$$W_e = W_f + W_m \quad (5)$$

A energia armazenada no campo magnético W_f pode ser dada pela equação:

$$W_f(i, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda \quad (6)$$

A energia mecânica W_m é dada pela integração da força produzida em relação à posição x .

$$W_m(f, x) = \int f dx \quad (7)$$

Considerando o entreferro de largura g , a energia armazenada, W_f , pode ser expressa em termos da densidade de fluxo magnético B_g :

$$W_f = \int \frac{B_g}{\mu_0} dB_g V_g = \frac{B_g^2}{2\mu_0} V_g \quad (8)$$

desde que,

$$i = H_g g \quad (9)$$

$$d\lambda = dB_g A_g \quad (10)$$

onde B_g é a densidade de fluxo magnético no entreferro, A_g é a área e V_g o volume do entreferro. A energia é inversamente proporcional à permeabilidade do ar e diretamente proporcional ao volume do entreferro. A interpretação gráfica da energia é mostrada na figura 5. A área abaixo da curva, W'_f , é definida como co-energia e pode ser expressa por:

$$W'_f = \int_0^i \lambda(i, x) di \quad (11)$$

A área total é representada pela soma da energia e da co-energia:

$$W_f(\lambda, x) + W'_f(i, x) = i\lambda \quad (12)$$

Para a determinação da força f , da equação (5) tem-se que:

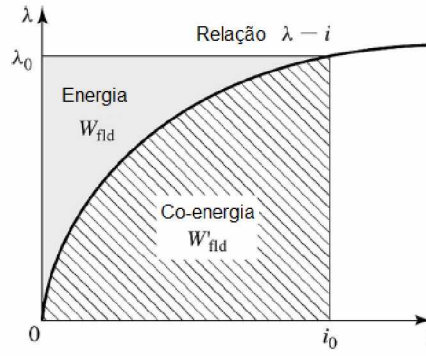


Figura 5 – Interpretação gráfica da energia armazenada no campo eletromagnético.

$$\begin{aligned}
 \frac{dW_f}{dt} &= \frac{dW_e}{dt} - \frac{dW_m}{dt} \\
 &= ei - f \frac{dx}{dt} \\
 &= \frac{d\lambda}{dt} i - f \frac{dx}{dt}
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\Rightarrow dW_f = i d\lambda - f dx \tag{14}$$

Até agora, as componentes da energia elétrica, W_f e W_m , e a co-energia, W'_f , foram determinadas em função da corrente e do fluxo magnético. A partir das equações (12) e (13), a força é então relacionada com a co-energia, como segue:

$$f = \left. \frac{\partial W'_f(i, x)}{\partial x} \right|_i \tag{15}$$

e o fluxo é determinado pela derivada parcial em função da corrente:

$$\lambda = \left. \frac{\partial W'_f(i, x)}{\partial i} \right|_x \tag{16}$$

2.3 Configurações do MLRV

2.3.1 MLRV com bobinas acopladas

Um MRV linear pode ter as bobinas instaladas tanto no estator quanto no translador. Na máquina rotativa, as bobinas são instaladas sempre no estator, enquanto que o rotor é composto apenas do material magnético. Independentemente de onde as bobinas estejam localizadas, a parte fixa ou estática do motor é chamada de estator e a parte móvel é chamada de translador [15].

Há dois tipos de MLRVs quanto à direção do caminho de fluxo: transversal e longitudinal. As figuras 6 e 7 apresentam as configurações de fluxo transversal e longitudinal para um MLRV com estator ativo e translador passivo, respectivamente. O caminho de fluxo na máquina de configuração longitudinal ocorre em direção ao movimento do translador. A máquina é mais simples de se produzir, mecanicamente mais robusta e tem menos correntes parasitas [15]. Já o caminho de fluxo na máquina de configuração transversal é perpendicular à direção do movimento do translador. A parte fixa consiste de barras individuais montadas transversalmente, simplificando a construção do motor. No entanto, como o fluxo é perpendicular à direção do movimento, uma força magnetomotriz é induzida no núcleo, resultando em altas perdas por correntes parasitas.

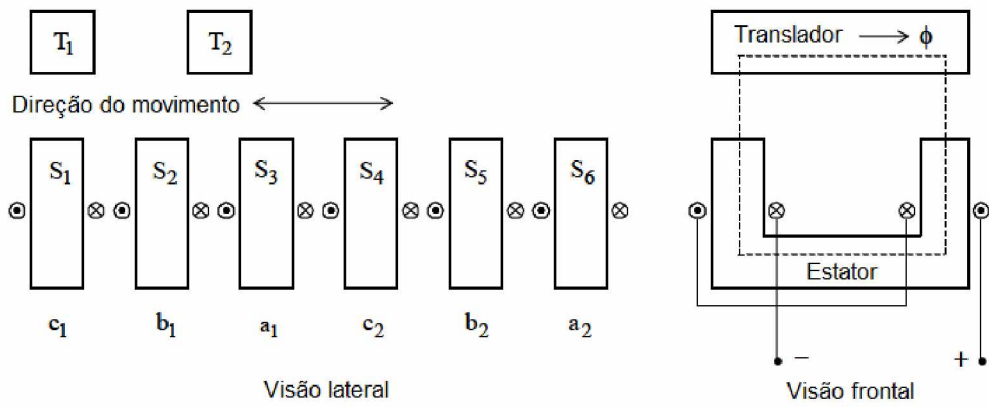


Figura 6 – MLRV trifásico de configuração transversal (Reproduzido de [15]).

Na literatura [11], a parte fixa é sempre maior que a parte móvel, quer seja o estator ativo quer seja passivo. No presente trabalho, a fim de se reduzir os custos e facilitar a aplicação, a parte móvel deve ser maior que a parte fixa na configuração 4-fases – translador passivo e estator ativo –, conforme mostra a figura 7. Este modelo é equivalente ao motor quadrifásico [11], onde o estator de um corresponde ao translador do outro, de acordo com a figura 8. A modificação realizada se deve ao fato de que o bloco menor sendo a parte ativa requer somente uma seção de conversão de potência e o número de par de bobinas é limitado ao número de fases. E, neste caso, definido como estator, permite que o bloco móvel (parte passiva) seja desprovido de conexões elétricas. Caso contrário, o conversor de potência situado no translador de [11] necessita que a transferência de potência seja feita através de escovas, não desejável para aplicações em alta velocidade, ou transferência por indução, o que adiciona complexidade, alto custo e mais conversores de potência.

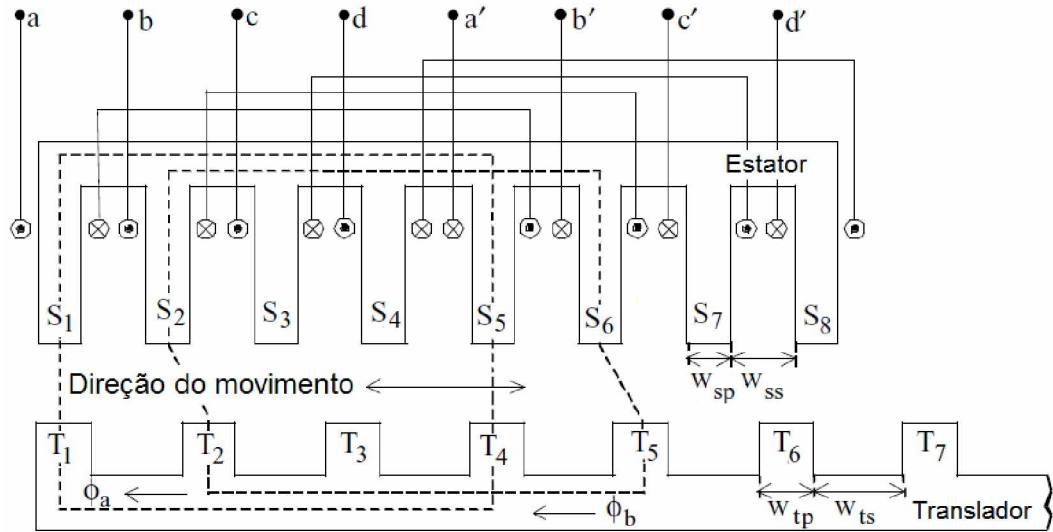


Figura 7 – MLRV quadrifásico com 8 polos no estator, correspondente ao MRRV 8/6. Modelo adotado no presente trabalho.

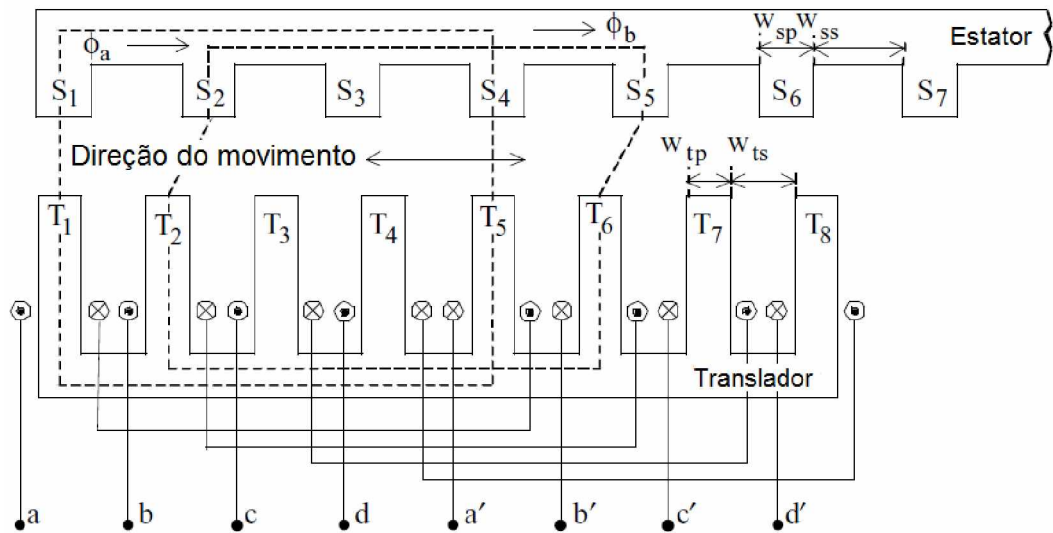


Figura 8 – MLRV quadrifásico com 8 polos no translador, correspondente ao MRRV 8/6. Modelo adotado pela literatura [11].

2.3.2 MLRV trifásico com estrutura de bobinas não-acopladas

A configuração mencionada na seção 2.3.1 é caracterizada por ter todas as bobinas magneticamente acopladas entre si (figura 9-a). Existe outra estrutura onde as bobinas de uma fase estão desacopladas magneticamente das outras fases, o que implica a ausência de indutância mútua [3] e permite maior flexibilidade do controlador. Potencialmente, um MLRV com esta configuração (figura 9-b), tem mais vantagens em aplicações que requerem posicionamento de precisão. O modelo esquemático da estrutura é apresentado na figura 10. *A*, *B* e *C* correspondem às fases *A*, *B* e *C*, respectivamente. *A'* é a

representação para uma segunda fase A . L é a distância entre A e A' . H é a altura total do motor, P é o comprimento do passo polar, T é a largura do polo do estator, L_1 é a distância entre duas fases e L é o comprimento do translador. Segundo [3], para uma operação adequada, L , P , D e L_1 devem ser escolhidos de acordo com:

$$L = kP \quad (17)$$

$$D = (n + \frac{1}{3})P \quad (18)$$

$$L_1 = (m + \frac{1}{3})P - T \quad (19)$$

onde k , n e m são inteiros.

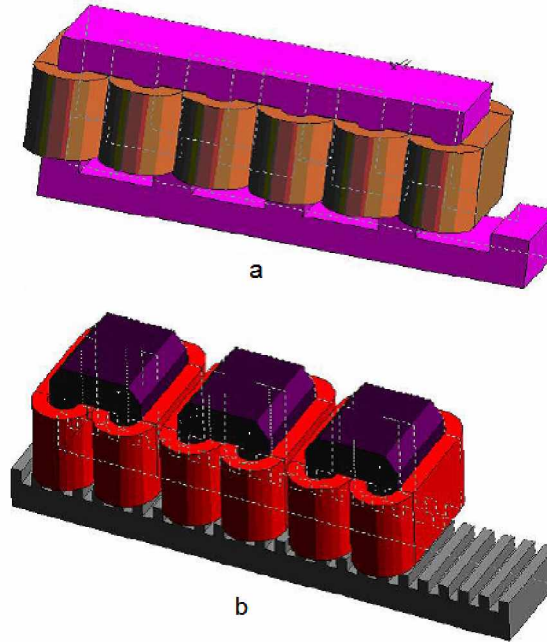


Figura 9 – Estruturas de MLRVs com configuração de fluxo longitudinal de (a) bobinas acopladas e (b) bobinas desacopladas [3].

2.4 Projeto do motor linear a relutância variável

O projeto de um motor linear a relutância variável é a etapa onde são definidas as dimensões construtivas em função dos parâmetros de trabalho e/ou funcionamento do motor. Estes parâmetros são previamente estabelecidos de acordo com a natureza da aplicação (i.e., velocidade demandada em regime permanente, aceleração, massa da carga e força de deslocamento ou impulso). Na literatura, o projeto inicia-se através da derivação da equação da potência de saída, considerando a máquina como um motor rotativo.

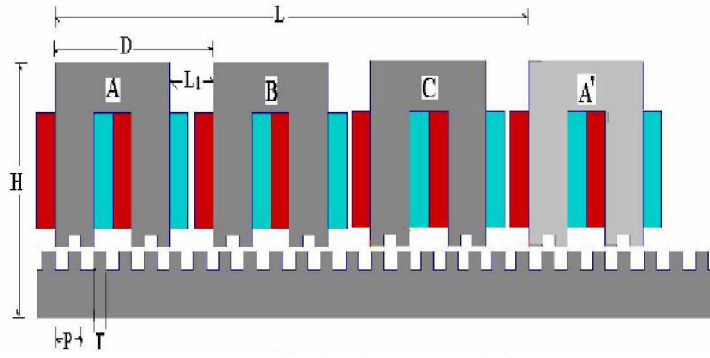


Figura 10 – Esquemático do MLRV com bobinas desacopladas [3].

Definidas as dimensões para o caso rotativo, estas são convertidas em dimensões lineares segundo a topologia empregada. Assim, é comum dizer que o motor linear é derivado das variáveis de seu equivalente rotativo.

2.4.1 Potência de saída e parâmetros do MRV

A equação de saída é desenvolvida de maneira similar à utilizada em máquinas rotativas convencionais para encontrar as dimensões majoritárias do motor. A equação relaciona o diâmetro interno, comprimento, velocidade e o carregamento elétrico e magnético com a potência de saída da máquina [9]. A equação da potência de saída é dada por:

$$P = k_e k_d k_1 k_2 k B_g A_{sp} D^2 v_m \frac{60}{\pi} \quad (20)$$

onde

P é a potência de saída;

k_e é a eficiência;

k_d é o ciclo de trabalho (*duty cycle*);

$k_1 = \pi^2/120$;

k_2 é a variável baseada no ponto de operação;

k é a razão entre a largura e o diâmetro interno;

B_g é a densidade de fluxo no entreferro;

A_{sp} é o carregamento elétrico específico;

D é o diâmetro interno;

v_m é a velocidade máxima.

Uma vez que o MRV é normalmente utilizado como um dispositivo de velocidade variável, é apropriado especificar uma velocidade de base [9], na qual o motor produz força à potência nominal de saída. Considerando P na equação (20) como a potência nominal

correspondente, o diâmetro interno D é determinado caso todos os outros parâmetros constituintes da equação sejam conhecidos. Embora, a variável baseada no ponto de operação k_2 e o carregamento elétrico específico A_{sp} sejam descritos pelas seguintes equações algébricas, respectivamente,

$$k_2 = 1 - \frac{1}{\sigma \lambda_u} \quad (21)$$

onde σ é a razão entre as indutâncias de saturação e não-saturada na posição alinhada; e λ é a razão entre a indutância não-saturada na posição alinhada e a indutância na posição desalinhada.

$$A_{sp} = \frac{2T_{ph}im}{\pi D} \quad (22)$$

onde T_{ph} é o número de enrolamentos por fase, i é a corrente do estator e m é o número de fases conduzindo simultaneamente.

o cálculo de ambas variáveis não pode ser executado pelo fato das indutâncias serem características da geometria final do motor (que será conhecida somente ao final do projeto) e A_{sp} depender do diâmetro interno, o qual deve ser obtido com o carregamento elétrico específico já conhecido. No entanto, a escolha inicial dos valores de k_e , k_d , k_2 , k , B_g e A_{sp} não deverá ser arbitrária, ao contrário, deverá ser determinada por meio de faixas de valores fornecidas pela literatura, considerados razoáveis no projeto de motores a relutância variável. Obviamente, os valores escolhidos não produzirão uma geometria do motor que atenda às especificações da carga a ser acionada. Por este motivo, a decisão dos valores finais dos parâmetros é conduzida através de um processo iterativo que permita o ajuste ideal destes.

A eficiência da conversão eletromagnética k_e , em geral, está na faixa de 30-40%. k_2 poderá ser determinada, analiticamente, pela corrente de fase, características magnéticas do núcleo e dimensões do motor [15], no pós-projeto. Para que o motor extraia a máxima potência, k_2 precisa ser calculada na corrente máxima. No entanto, um valor inicial razoável de k_2 para o processo iterativo está na faixa de:

$$0,65 < k_2 < 0,75 \quad (23)$$

E, para que a potência desenvolvida seja máxima, o ciclo de trabalho k_d deverá ser unitário, o que quer dizer que em 100% do tempo de deslocamento do translador o motor estará trabalhando (embora o ciclo de trabalho máximo possível é sempre menor que a unidade). A constante k é a razão entre a largura da pilha e o diâmetro interno do MRRV. Ela é definida pela natureza da aplicação e restrições de espaço. Para aplicações que não requerem tanta precisão, a faixa de k é:

$$0,25 < k < 0,70 \quad (24)$$

Já para aplicações que sugerem alta precisão (e.g. servomotores), o valor de k fica entre:

$$1 < k < 3 \quad (25)$$

onde a largura da pilha L é um múltiplo ou submúltiplo do diâmetro do rotor expressa por:

$$L = kD \quad (26)$$

O carregamento elétrico específico, usualmente, está na faixa de:

$$25000 < A_{sp} < 90000 \quad (27)$$

A partir das dimensões e características mecânicas desejadas do motor – comprimento do estator, velocidade máxima do veículo, tempo de aceleração e máxima carga do sistema do translador – para o projeto do MLRV, das variáveis acima descritas e da capacidade de potência, todas as dimensões são calculadas [15]. A capacidade de potência do motor é dada por [11]:

$$P = M \frac{v_m^2}{t_a} \quad (28)$$

onde

M é a massa do sistema do translador;

v_m é a velocidade máxima;

t_a é o tempo de aceleração.

Encontrando-se o valor de P pela equação (28), a variável D é, então, calculada a partir de:

$$D = \sqrt{\frac{P\pi}{60k_e k_d k_1 k_2 k B_g A_{sp} v_m}} \quad (29)$$

2.4.1.1 Arcos polares mínimos para partida

A escolha correta dos arcos polares é fundamental na manutenção do torque médio produzido. Este é positivo na região de crescimento da indutância desde que a corrente de fase não entre na região de declínio da indutância. Para que se mantenha o torque de partida contínuo, o mínimo arco polar do estator deve ser escolhido por

$$\min(\beta_s) = \frac{4\pi}{P_s P_r} \quad (30)$$

onde, P_s e P_r são, respectivamente, o número de polos do estator e translador no equivalente rotativo. Além disso, o arco polar do translador deve ser maior ou no mínimo igual ao arco polar do estator, ou seja:

$$\beta_r \geq \beta_s \quad (31)$$

Contudo, devido à alta indutância na região de alinhamento dos polos e à complexidade no controle da corrente de comutação [11], o arco polar do rotor deve ser maior que o arco polar do estator a fim de se evitar a produção de torque negativo e melhorar a simplicidade operacional do acionador. Contudo, não deve ser tão maior de forma que o volume do material magnético aumente sem que haja ganhos factíveis. A figura 11 apresenta a geração de torque quando o arco polar do rotor é maior que o arco polar do estator; neste caso, não há produção de torque negativo. Outras vantagens surgem quando a corrente nominal é mantida durante todo o crescimento da região de indutância, aumentando o torque médio produzido quando comparado ao caso no qual os arcos polares são iguais.

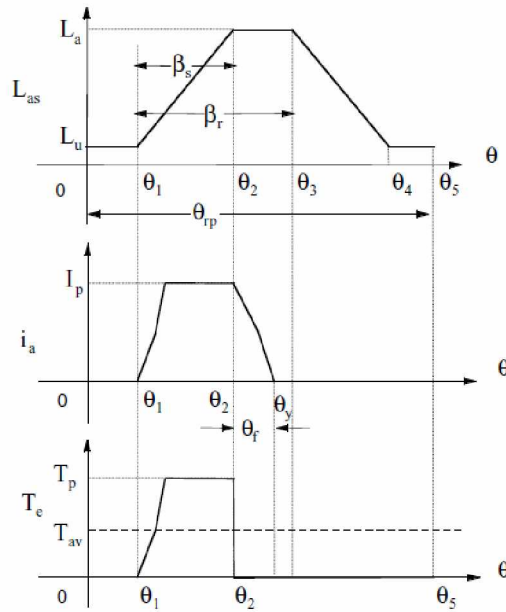


Figura 11 – Efeito do arco polar do rotor maior que o arco polar do estator na geração de torque [11].

2.4.2 Seleção das dimensões do MRRV

As equações nesta seção são referentes às dimensões do motor rotativo a relutância variável projetado de acordo com os parâmetros iniciais desejados para o motor linear. Vale lembrar que a única configuração possível para o motor rotativo é a de estator ativo e rotor passivo. Contudo, existem duas configurações possíveis para o motor linear, já que uma parte pode ser ativa e a outra passiva, ou vice-versa. Em consequência disso, na

seção subsequente, a conversão dos parâmetros rotativos em lineares deverá ser realizada de acordo com a configuração do MLRV em questão. Continuando os cálculos, a espessura da culatra do estator C é dada por

$$C = \frac{D\beta_s}{2} \quad (32)$$

onde β_s é o ângulo do arco polar do estator. O diâmetro externo D_0 é 1,4 a 2,5 vezes maior que o diâmetro interno. A altura do polo do estator é, então, calculada por

$$h_s = \frac{D_0}{2} - \frac{D}{2} - C \quad (33)$$

A largura da culatra do rotor C_{ry} é

$$C_{ry} = \frac{D\beta_r}{2} \quad (34)$$

enquanto que a altura do polo do rotor é dada por

$$h_r = \frac{D}{2} - g - C_{ry} \quad (35)$$

O número de espiras por fase T_{ph} é calculado através da corrente máxima nominal permitida pela máquina (i), comprimento (g) e intensidade do campo magnético do entreferro (H_g),

$$T_{ph} = \frac{2H_g g}{i} \quad (36)$$

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} \quad (37)$$

Para o dimensionamento da bobina, a área e o diâmetro do condutor, a_c e d_c , respectivamente, são dados por

$$a_c = \frac{i}{(J\sqrt{m})} \quad (38)$$

$$d_c = \sqrt{\frac{4a_c}{\pi}} \quad (39)$$

onde J é a máxima densidade de corrente permitida na bobina e m é o número de fases. Na próxima seção, as dimensões do motor linear serão definidas em função das dimensões referentes ao MRRV.

2.4.3 Conversão dos parâmetros rotativos em lineares

Na conversão dos parâmetros rotativos em lineares, é fundamental observar qual a configuração do MLRV aplicada, seja esta de estator ativo ou passivo. E, além disso, é necessário observar a disposição de ambos (i.e., neste trabalho o estator do MLRV pode

representar tanto o estator quanto o rotor de seu equivalente rotativo). Contudo, a localização das bobinas no modelo linear definirá o curso da conversão. Caso a configuração seja de estator ativo, as dimensões do estator do MRRV são convertidas diretamente para as dimensões do estator do MLRV. Caso contrário, as dimensões do estator do MRRV são convertidas para as dimensões do translador do MLRV. Nas duas configurações abordadas em sequência, as larguras do polo e da ranhura do estator, w_{sp} e w_{ss} , respectivamente, serão dadas por:

$$w_{sp} = C \quad (40)$$

$$w_{ss} = \frac{\pi D - T_{sp} w_{sp}}{T_{sp}} \quad (41)$$

As larguras do polo e da ranhura do translador, w_{tp} e w_{ts} , respectivamente, são

$$w_{tp} = C_{ry} \quad (42)$$

$$w_{ts} = \frac{\pi D - T_{tp} w_{tp}}{T_{tp}} \quad (43)$$

No projeto do MLRV, há uma restrição final que deve ser satisfeita a fim de se manter a devida sobreposição dos polos do translador sobre os polos do estator, a qual garante que o par de polos por fase se alinhe em relação à parte passiva. Se um polo está na posição totalmente alinhada, seu par deverá manter a mesma posição com seu correlato, garantindo o funcionamento adequado do motor linear. A equação a seguir apresenta a restrição:

$$T_{sp}(w_{sp} + w_{ss}) = T_{tp}(w_{tp} + w_{ts}) \quad (44)$$

O comprimento do translador é dado por

$$L_{tr} = T_{tp} w_{tp} + (T_{tp} - 1) w_{ts} \quad (45)$$

A largura da pilha L_w é proporcional à força de propulsão $F_x \propto L_w$ desde que o MEF em 2-dimensões não considere efeitos de borda; portanto, este parâmetro age como um fator de escala para a força. Ou seja, se o projetista deseja um motor linear que produza alta força de propulsão, um dos objetivos é elevar o parâmetro L_w . Consequentemente, o volume do material magnético é incrementado. A largura da pilha do MLRV é equivalente à do MRRV, assim

$$L_w = L \quad (46)$$

Um detalhe importante a se considerar no projeto do MLRV é o fator de preenchimento das bobinas. Este deve ser verificado a fim de se saber se o tamanho da ranhura é

suficiente para acomodar as bobinas subjacentes de modo que não encostem uma na outra. Para o cálculo do fator de preenchimento FF é necessário especificar a disposição dos enrolamentos das bobinas, formando camadas na vertical e na horizontal. O número de camadas na vertical e na horizontal da bobina, N_v e N_h , respectivamente, são dados por

$$N_v = \frac{F_f(h_s - w)}{d_c} \quad (47)$$

$$N_h = T_{ph}(2N_v) \quad (48)$$

onde F_f é o fator de empacotamento da bobina e w é a distância entre a altura do polo e a altura da bobina, denominado cunha. Se o valor for uma fração, este deve ser arredondado para o menor número inteiro. A área da bobina é então obtida através de

$$area = \frac{2a_c N_v N_h}{F_f} \quad (49)$$

e o fator de preenchimento FF é dado por

$$FF = \frac{area}{w_{ss}(h_s - w)} \quad (50)$$

A faixa de valores de FF para que as bobinas não encostem uma na outra é $0,2 < FF < 0,5$. Definidos os procedimentos de cálculo e dimensionamento, a próxima seção apresenta o projeto de dois motores com topologias diferentes.

2.4.4 Dimensionamento dos motores lineares a relutância variável

Dois motores de diferentes topologias foram projetados neste trabalho. O primeiro partiu de especificações já desenvolvidas na literatura [11], no intuito de revalidar os resultados com outra ferramenta computacional. Já o segundo foi desenvolvido para a aplicação exclusiva em um sistema de deslocamento por translação.

Um método iterativo computacional designado para solucionar o problema de fluxo em uma dada posição, baseado no método de análise do circuito magnético (MACM), foi desenvolvido em [20]. O método iterativo nada mais é que uma estratégia de solução por tentativa e erro a partir de um valor inicial envolvendo a densidade de fluxo magnético em um dos pólos do bloco ativo. No capítulo subsequente, utilizar-se-á um método aproximado [15] baseado no MACM para a obtenção do perfil de indutância do motor a partir das variáveis da máquina, as quais são necessárias na predição do torque e potência de saída. É possível calcular os fluxos concatenados para a posição alinhada, analiticamente, desde que o fluxo de dispersão seja desprezível nesta posição.

A avaliação da densidade de fluxo no entreferro B_g é crucial no projeto do motor linear, a fim de que o material magnético não sature. Quando a busca pelo valor ideal de B_g torna-se o objetivo principal, as dimensões do MLRV sofrem alterações, e consequentemente, a densidade de fluxo B_s é alterada. Este é um processo chamado de ajuste fino. Como o projeto do motor linear envolve várias variáveis, o procedimento se torna muito complicado no ponto de vista analítico. Assim, a análise via Elementos Finitos torna-se uma ferramenta valiosa no alcance da finalização do processo de ajuste fino. É pouco provável que o valor inicial de B_g alcance os resultados desejados de acordo com a escolha do material magnético a ser utilizado juntamente com as dimensões calculadas. A experiência mostra que um bom valor para a densidade de fluxo no entreferro deve ser dado em torno de 60-70% da densidade de fluxo no núcleo do material magnético desejado, sem que este sature.

2.4.4.1 MLRV trifásico de estator ativo e translador passivo, na configuração 6/4

O MLRV é projetado para um comprimento L_t de 2,2 m, com velocidade máxima v_m de 0,75 m/s e tempo de aceleração t_a de 0,70 s, sendo a massa M do translador limitada em 50 kg. A força de aceleração máxima requerida, F_a , e produzida pela parte ativa, é dada pela seguinte equação:

$$F_a = Ma_a = 50 * 1,07 = 53,57 \text{ N} \quad (51)$$

onde a_a é a máxima aceleração do translador dada por

$$a_a = \frac{v_m}{t_a} = \frac{0,75}{0,70} = 1,07 \text{ m/s}^2 \quad (52)$$

Da equação (28), tem-se:

$$P = M \frac{v_m^2}{t_a} = F_a v_m = 40,17 \text{ W}$$

Para o projeto das dimensões do MRRV, as equações (23)-(39) são utilizadas. Primeiramente, o diâmetro interno D deverá ser obtido mediante a escolha dos parâmetros k_e , k_d , k_2 , k , B_g e A_{sp} , o que não é trivial. Embora, estes sejam dados por faixas previamente adotadas, os valores devem ser obtidos através do processo iterativo de ajuste fino. A escolha dos valores iniciais dos parâmetros é auxiliada através de informações de motores já projetados na literatura e/ou através da escolha dos valores intermediários dentro das faixas citadas.

O processo de ajuste envolve a utilização do método de elementos finitos através do *software FEMM* em conjunto com o cálculo analítico. Após a escolha minuciosa dos

parâmetros, estes são ajustados a fim de se obter um valor ideal para o diâmetro interno do MRRV equivalente, que forneça uma geometria que produza a força de propulsão e aspectos requeridos pela aplicação. Este passo é importante à medida que a maior parte das dimensões do MLRV, ou seja, do projeto final, tem correlação quase que direta com o diâmetro interno D (i.e., a escolha dos parâmetros citados no início do parágrafo influencia diretamente o dimensionamento do motor linear). Por exemplo, a escolha de um conjunto de valores iniciais que definem os parâmetros podem produzir uma geometria que produza a força propulsora necessária para o acionamento da carga, mas que produza uma densidade de fluxo que ultrapasse a densidade de saturação. Logo, o próximo passo no processo iterativo de ajuste dos parâmetros consistiria na decisão em reduzir a variável B_g de forma a ajustar a densidade de fluxo no núcleo a um valor ligeiramente inferior à densidade de saturação. Porém, talvez os polos onde as bobinas são instaladas tenham suas alturas modificadas, e deste modo, não seja capaz de comportar o número total de enrolamentos. Ou seja, há variáveis correspondentes às dimensões do motor que dependem estritamente do diâmetro interno e/ou dos parâmetros iniciais. E, decisões devem ser tomadas com relação ao desempenho do motor a fim de modelar sua geometria. Portanto, o critério utilizado para escolha do conjunto de valores iniciais dos parâmetros partiu de parâmetros fornecidos pela literatura. A seguir são apresentados os valores iniciais e finais dos parâmetros, e explicado um dos motivos do ajuste.

A eficiência k_e foi escolhida no valor de 35% e ajustada para 40%, pois reduziu a largura dos polos e manteve o desempenho do motor. O parâmetro k_1 equivale a:

$$k_1 = \frac{\pi^2}{120} = 0,082 \quad (53)$$

A variável k_2 é baseada no ponto de operação do motor e determinada pela inequação (23); o valor escolhido foi de 0,70 e ajustado para 0,72 pelos mesmos motivos da eficiência. Já, k foi determinado de acordo com a inequação (24), para aplicações que não necessitam de precisão; o valor inicial escolhido para k foi de 0,4 e ajustado para 0,6 com objetivo de aumentar a largura L da pilha, pois a força de propulsão é, significativamente, influenciada por este parâmetro.

A densidade de fluxo no entreferro B_g é escolhida de acordo com a curva de magnetização B-H do material magnético (*M-19 Steel* de aço silício de grão não-orientado), a qual é apresentada na figura 12. Pela figura, o ponto de saturação do material, definido como "joelho" da curva, é de aproximadamente 1,7 T. O valor inicial foi considerado como sendo em torno de 60% da densidade de fluxo de saturação no núcleo do material magnético, o que equivale a 1,02 T. No entanto, através da simulação no *software FEMM*, a densidade de fluxo no núcleo do estator ficou muito abaixo do ponto de saturação do material.

De fato, B_g é escolhido a fim de dimensionar as bobinas de forma que produzam uma densidade de fluxo no núcleo menor ou igual à densidade de fluxo de saturação do material. Assim, B_g foi ajustado para 1,18 T de forma a manter a operação do motor o mais próximo

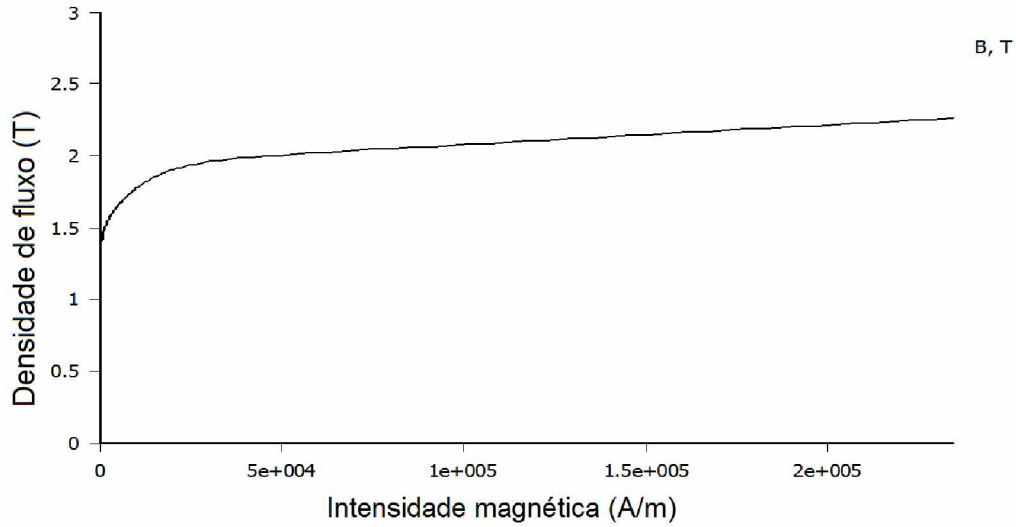


Figura 12 – Curva de magnetização B-H do material magnético de aço silício de grão não-orientado (M-19 Steel).

do ponto de saturação do material. O carregamento elétrico específico foi especificado no valor de 25000 amperes-condutores por metro de acordo com a inequação (27), e ajustado para 30000 a fim de adequar o diâmetro interno. O mínimo arco polar do estator é dado pela equação (30):

$$\min(\beta_s) = \frac{4\pi}{P_s P_r} = \frac{4\pi}{6 * 4} = 0,523 \text{ rad} = 30^\circ$$

Logo, assume-se que o arco polar do estator seja igual ao arco mínimo $\beta_s = 30^\circ$. Da inequação (31), o arco polar do translador é definido para $\beta_r = 34^\circ$. B_g e A_{sp} são escolhidos pelo método de tentativa e erro de forma que a densidade de fluxo no translador tenha seu valor no ponto do "joelho" da curva de magnetização e a força de aceleração coincida com a força de propulsão simulada através do método de elementos finitos (MEF). As equações (40)-(52) são utilizadas para desenvolver o projeto do MLRV. A tabela 1 apresenta os parâmetros iniciais ajustados necessários para o dimensionamento do motor.

Tabela 1 – **Parâmetros iniciais para o dimensionamento do MLRV**

Comprimento do MLRV	2,2 m	β_s	30°	k_2	0,72
Velocidade máxima de base	0,75 m/s	β_r	34°	k	0,60
Máxima massa do sistema do translador	50 kg	k_e	0,4	B_g	1,18 T
Tempo de aceleração	0,7 s	k_d	1,0	A_{sp}	30000 Ampere-condutor/m

O diâmetro interno D pode ser, então, calculado através da equação (29):

$$D = \sqrt{\frac{P\pi}{60k_e k_d k_1 k_2 k B_g A_s p v_m}} =$$

$$10^3 \sqrt{\frac{40,17\pi}{60 * 0,4 * 1,0 * 0,082 * 0,72 * 0,60 * 1,18 * 30000 * 0,75}} = 74,66 \text{ mm}$$

A largura da pilha L é dada pela equação (26):

$$L = kD = 0,60 * 74,66 \simeq 45 \text{ mm}$$

A espessura da culatra do estator C é dada pela equação (32):

$$C = \frac{D\beta_s}{2} = \frac{74,66 * 0,523}{2} \simeq 20 \text{ mm}$$

Note que $\beta_s = 30^\circ = 0,523 \text{ rad}$. O diâmetro externo D_0 deve ser de 1,4 a 2,5 vezes maior que o diâmetro interno D ; assim, como D equivale a $74,66 \text{ mm}$, D_0 foi escolhido para ser 2,2 vezes maior, resultando em $D_0 = 170 \text{ mm}$. Esta é uma escolha do projetista e influencia diretamente na altura do polo do estator.

A altura do polo do estator h_s é então calculada pela equação (33):

$$h_s = \frac{D_0}{2} - \frac{D}{2} - C = \frac{170}{2} - \frac{74,66}{2} - 20 \simeq 28 \text{ mm}$$

A largura da culatra do rotor C_{ry} é calculada pela equação (34):

$$C_{ry} = \frac{D\beta_r}{2} = \frac{74,66 * 0,593}{2} \simeq 22 \text{ mm}$$

A altura do polo do rotor h_r é e dada a partir da equação (35):

$$h_r = \frac{D}{2} - g - C_{ry} = \frac{74,66}{2} - 1 - 22 \simeq 14 \text{ mm}$$

A intensidade de campo magnético no entreferro, H_g , apresenta um comportamento linear em função da densidade de campo magnético aplicada (B_g) devido ao fato do meio

ser preenchido por ar. A constante de linearidade μ_0 é chamada de permeabilidade relativa do ar e corresponde ao valor de $4\pi * 10^{-7} \text{ N.A}^{-2}$. Deste modo, H_g pode ser computado de acordo com a equação (37):

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{1,18}{4\pi * 10^{-7}} = 9,3901 * 10^5 \text{ A/m}$$

O número de espiras por fase T_{ph} corresponde à soma de espiras do par de bobinas de mesma fase. T_{ph} é obtido através da equação (36):

$$T_{ph} = \frac{2H_g g}{i} = \frac{2 * 9,3901 * 10^5 * 1}{8,5} \simeq 220 \text{ espiras/fase}$$

onde i é a corrente nominal de valor $8,5 \text{ A}$. Dessa forma, o número de espiras por polo é dado pela seguinte expressão:

$$T_p = \frac{T_{ph}}{2} = \frac{220}{2} = 110 \text{ espiras/polo} \quad (54)$$

Obtido o número de espiras por fase, é necessário saber qual a bitola do condutor que deverá ser utilizado na confecção das bobinas. Para $J = 6 \text{ A/mm}^2$ e $m = 3$, a bitola do condutor é encontrada através da área do condutor através da equação (38):

$$a_c = \frac{i}{(J\sqrt{m})} = \frac{8,5}{6 * \sqrt{3}} = 0,817 \text{ mm}^2$$

O diâmetro do condutor é dado pela equação (39):

$$d_c = \sqrt{\frac{4a_c}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 * 0,817}{\pi}} = 1,02 \text{ mm}$$

A bitola do condutor equivalente, que suporta a corrente nominal na máxima densidade de corrente permitida, é o *AWG*#18 (padrão americano). O MLRV em questão é de estator ativo baseado na configuração 6/4 do MRRV equivalente; deste modo, a cada 6 polos contidos em uma porção do estator do MLRV, designado por T_{sp} , há 4 polos do translador, designado por T_{tp} . A conversão do domínio rotacional para o linear prossegue, completando as relações analíticas necessárias para o desenvolvimento do MRRV.

A parte ativa do MLRV é dividida em setores, sendo que cada um deles corresponde ao conjunto consecutivo de pares de bobinas definido pelo número de fases (e.g. na

configuração 6/4 um setor contém 3 pares de bobinas). Das dimensões do MRRV, o diâmetro interno forma o comprimento de um setor do MLRV [15]. O número de setores do MLRV em função do comprimento do estator é dado pela expressão:

$$N_{sc} = \frac{L_t}{\pi D} = \frac{2,2}{\pi 74,66 * 10^{-3}} = 9 \quad (55)$$

O número total de polos contidos no estator é:

$$n = T_{sp} N_{sc} = 6 * 9 = 54 \quad (56)$$

A largura do polo do estator w_{sp} é dada pela equação (40):

$$w_{sp} = C = 20 \text{ mm}$$

Já a largura da ranhura do estator w_{ss} é obtida através da equação (41):

$$w_{ss} = \frac{\pi D - T_{sp} w_{sp}}{T_{sp}} = \frac{74,66\pi - 6 * 20}{6} = 20 \text{ mm}$$

A largura do polo do translador w_{tp} é dada pela equação (42):

$$w_{tp} = C_{ry} = 22 \text{ mm}$$

A largura da ranhura do translador w_{ts} é calculada pela equação (43):

$$w_{ts} = \frac{\pi D - T_{tp} w_{tp}}{T_{tp}} = \frac{74,66\pi - 4 * 22}{4} = 38 \text{ mm}$$

A condição dada pela equação (44) verifica a escolha das dimensões do MLRV. Durante os cálculos analíticos desenvolvidos nesta seção, um dos fatores cruciais para que a condição seja satisfeita é a escolha correta dos arcos polares do estator e translador, β_s e β_r , respectivamente, e dos parâmetros iniciais que fundamentam a avaliação do diâmetro interno D . Não necessariamente, a escolha correta de cada parâmetro acarretará na convergência da condição. Como as larguras dos polos e das culatras do estator e translador, w_{sp} , w_{tp} , w_{ss} e w_{ts} , respectivamente, são aproximações, cada um destes parâmetros deverá ser ajustado de forma que a função objetivo seja a condição de projeto dada anteriormente. Desde que os parâmetros anteriores já tenham sido ajustados, a condição é verificada:

$$T_{sp}(w_{sp} + w_{ss}) = T_{tp}(w_{tp} + w_{ts})$$

$$6(20 + 20) = 4(22 + 38) = 240 \text{ mm}$$

Portanto, a condição foi satisfeita. A figura 13 destaca o MLRV trifásico projetado. As três fases são representadas por aa' , bb' e cc' . Note que cada par de bobinas por fase está equivalentemente alinhada em relação aos polos do translador. Os círculos indicados na culatra do estator representam uma seção. Vale ressaltar que todos os polos do estator da figura contém bobinas.

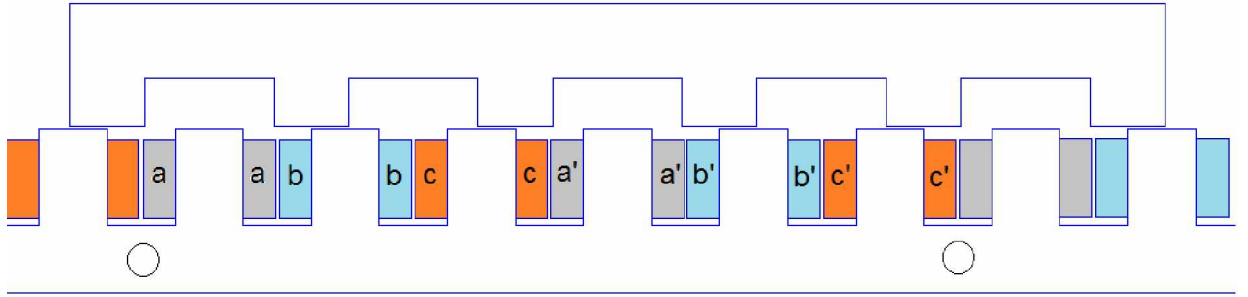


Figura 13 – Vista frontal e representação das fases e da seção do MLRV.

Definida a bitola do condutor a ser utilizado na confecção das bobinas, os enrolamentos por polo T_p devem ser distribuídos na ranhura do estator de forma que as bobinas subjacentes não entrem em contato. T_p indica a quantidade necessária de enrolamentos para produzir certa densidade de fluxo aplicando-se a corrente nominal. Assim, a quantidade de camadas verticais de enrolamentos da bobina é calculada pela equação (47):

$$N_v = \frac{F_f(h_s - w)}{d_c} = \frac{0,9(28 - 3)}{1,02} = 22,04 \simeq 22$$

desde que o fator de empacotamento da bobina F_f seja considerado com o valor de 0,9, ou seja, 90% de empacotamento, e a cunha w tenha o comprimento de 3 mm, tanto na parte inferior e superior da bobina. A quantidade de camadas horizontais é dada pela equação (48):

$$N_h = T_{ph}(2N_v) = 220(2 * 22) = 5,02 \simeq 5$$

Logo, a área da bobina é calculada através da equação 49:

$$area = \frac{2a_c N_v N_h}{F_f} = \frac{2 * 0,817 * 22 * 5}{0,9} = 199,93 \text{ mm}^2$$

E, finalmente, o fator de preenchimento é calculado pela equação (50):

$$FF = \frac{area}{w_{ss}(h_s - w)} = \frac{199,93}{20(28 - 3)} = 0,40$$

O valor de FF portanto, satisfaz a condição $0,2 < FF < 0,5$, evitando-se assim o contato das bobinas vizinhas. A largura da pilha do MLRV é equivalente à largura da pilha do MRRV. Logo, a largura e o comprimento do translador são calculados pelas equações (45) e (46), respectivamente. A tabela 2 mostra as dimensões calculadas e os materiais escolhidos.

$$L_w = L = 45 \text{ mm}$$

$$L_{tr} = T_{tp}w_{tp} + (T_{tp} - 1)w_{ts} = 4 * 22 + (4 - 1)38 = 322 \text{ mm}$$

Tabela 2 – Dimensões do MLRV de 3 fases

Dimensões do MLRV (mm)				Características do MLRV	
Largura do MLRV	45	Altura do polo do translador	14	Número de espiras por fase	220
Comprimento do translador	322	Largura do polo do estator	20	Corrente de fase	8,5 A
Expassura da culatra do estator	20	Largura da ranhura do estator	20	Máxima densidade de corrente	6 A/mm ²
Expassura da culatra do translador	22	Largura do polo do translador	22	Condutor	18 AWG
Altura do polo do estator	28	Largura da ranhura do translador	38	Material	M-19 Steel
Largura do entreferro	1			Número de fases	3

2.4.4.2 MLRV quadrifásico de estator passivo e translador ativo, na configuração 8/6

A configuração a seguir é desenvolvida a partir das características designadas para a aplicação desejada. O motor será aplicado em um sistema de deslocamento por translação de comprimento L_t de 5,0 m com tempo total de abertura/fechamento de 15 s. A velocidade máxima de projeto do translador, v_m , dado o tempo de aceleração, t_a , igual a 1 s, é 0,357 m/s. Deste modo, o sistema parte do repouso, atinge sua velocidade máxima em 1 s, permanece em velocidade constante por 13 s e desacelera durante 1 s, até parar. O gráfico da velocidade em função do tempo é apresentado na figura 14. Obviamente, durante o tempo total de 15 s, o translador percorre 5 m, correspondente ao comprimento total.

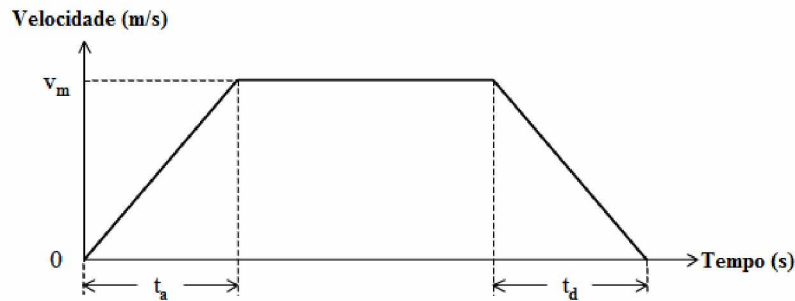


Figura 14 – Gráfico da velocidade desenvolvida pelo MLRV.

Para que o sistema inicie o movimento e acelere a uma taxa previamente calculada, a força requerida pelo motor precisa ser mais intensa que a força de atrito estático e igual ao produto da massa pela aceleração. A força necessária para "vencer" a inércia do sistema foi aferida em aproximadamente 8 kgf. Considerando uma faixa de segurança que assegure o devido acionamento do sistema, assume-se que a máxima força de aceleração instantânea tenha o valor de 10 kgf, ou, em unidades métricas, 98 N, aproximadamente. Este valor servirá de parâmetro na verificação da força propulsora simulada através do MEF.

A força de aceleração máxima (F_a) produzida pelo estator depende da taxa de aceleração ($a_a = 0,357\text{m/s}^2$, dado o tempo de aceleração igual a 1 s), e da massa do sistema deslizante (deduzida a partir da força necessária para iniciar o movimento), equivalente a $M = 274\text{ kg}$, correspondente à soma das massas do translador e da carga. Logo, a massa, em kg, para análise qualitativa, é calculada e assumida como a massa real por

$$M = \frac{F_a}{a_a} = \frac{97,8}{0,357} = 274\text{ kg}$$

A potência desenvolvida é dada pela equação (28):

$$P = M \frac{v_m^2}{t_a} = F_a v_m = 97,8 * 0,357 = 35 \text{ W}$$

Os procedimentos seguintes são os mesmos citados na seção 2.4.4.1. Os critérios de escolha dos parâmetros iniciais k_e, k_d, k_2, k, B_g e A_{sp} foram mantidos e os ajustes realizados pelas mesmas razões. No entanto, devido ao processo iterativo, os parâmetros sofrem alterações a fim de se obter um desempenho adequado, e são apresentados na tabela 3.

Tabela 3 – **Parâmetros iniciais do MLRV quadrifásico**

Comprimento do MLRV	5,0 m	β_s	16°	k_2	0,72
Velocidade máxima de base	0,357 m/s	β_r	20°	k	0,50
Máxima massa do sistema do translador	274 kg	k_e	0,35	B_g	0,98 T
Tempo de aceleração	1,0 s	k_d	1,0	A_{sp}	41576,84 Ampere-condutor/m

O arco polar mínimo do estator dado pela equação (30),

$$\min(\beta_s) = \frac{4\pi}{P_s P_r} = \frac{4\pi}{8 * 6} = 0,2617 \text{ rad} = 15^\circ$$

é admitido como $\beta_s = 16^\circ$. Da equação (31), o arco polar do translador é definido para $\beta_r = 20^\circ$.

De posse dos parâmetros iniciais necessários para o dimensionamento do motor, as equações (29) e (32)-(50) são aplicadas. O diâmetro interno é calculado pela equação (29):

$$D = 10^3 \sqrt{\frac{34,92\pi}{60 * 0,35 * 1,0 * 0,082 * 0,72 * 0,50 * 0,98 * 41576,84 * 0,357}} = 110,13 \text{ mm}$$

A largura da pilha L , dada pela equação (26), é:

$$L = 0,50 * 110,13 \simeq 55 \text{ mm}$$

A espessura da culatra do estator, C , é dada pela equação (32):

$$C = \frac{110,13 * 0,2792}{2} \simeq 15 \text{ mm}$$

O diâmetro externo, D_0 , foi escolhido como sendo 2,27 vezes maior que o diâmetro interno, D , resultando em $D_0 = 250 \text{ mm}$. Assim, a altura do polo do estator é então calculada pela equação (33):

$$h_s = \frac{250}{2} - \frac{110,13}{2} - 15 \simeq 55 \text{ mm}$$

A largura da culatra do rotor é calculada pela equação (34):

$$C_{ry} = \frac{110,13 * 0,3490}{2} \simeq 19 \text{ mm}$$

A altura do polo do rotor é dada a partir da equação (35):

$$h_r = \frac{110,13}{2} - 3 - 19 \simeq 32 \text{ mm}$$

A intensidade de campo magnético é calculada de acordo com a equação (37):

$$H_g = \frac{0,98}{4\pi * 10^{-7}} = 7,79859 * 10^5 \text{ A/m}$$

O número de espiras por fase é obtido através da equação (36):

$$T_{ph} = \frac{2 * 7,79859 * 10^5 * 3}{10} \simeq 468 \text{ espiras/fase}$$

onde i é a corrente nominal de valor 10 A . Então, o número de espiras por polo é dado pela equação (54):

$$T_p = \frac{468}{2} = 234 \text{ espiras/polo}$$

Para $J = 5 \text{ A/mm}^2$ e $m = 4$ (número de fases), a bitola do condutor é encontrada pela área do condutor através da equação (38):

$$a_c = \frac{10}{5\sqrt{4}} = 1,0 \text{ mm}^2$$

O diâmetro do condutor é dado pela equação (39):

$$d_c = \sqrt{\frac{4 * 1,0}{\pi}} = 1,128 \text{ mm}$$

A bitola do condutor equivalente, que suporta a corrente nominal na máxima densidade de corrente (J) permitida é o *AWG*#17. Na configuração apresentada, o estator e o rotor do MRRV correspondem ao estator e translador do MLRV, respectivamente, como dissertado na seção 2.4.3, e equivalem à configuração 8/6 do MRRV. Deste modo, o estator do MLRV contém 8 polos e o translador contém 6 polos ($T_{sp} = 8$ e $T_{tp} = 6$, respectivamente). Em consequência, as larguras dos polos do estator e translador, w_{sp} e w_{tp} , respectivamente, são dadas pelas equações (40) e (42).

$$w_{sp} \simeq 16 \text{ mm}$$

$$w_{tp} \simeq 20 \text{ mm}$$

Note que o parâmetro w_{sp} recebe o valor de C , que é a espessura da culatra do estator do MRRV. Da mesma forma, w_{tp} recebe o valor de C_{ry} , que é a espessura da culatra do translador no domínio rotativo. As larguras das ranhuras do estator e translador, w_{ss} e w_{ts} , respectivamente, são calculadas de acordo com as equações (41) e (43):

$$w_{ss} = \frac{110,13\pi - 8 * 16}{8} \simeq 29 \text{ mm}$$

$$w_{ts} = \frac{110,13\pi - 6 * 20}{6} \simeq 40 \text{ mm}$$

De posse das dimensões, o comprimento do translador é obtido através da equação (45):

$$L_{tr} = 6(20) + (5)40 = 320 \text{ mm}$$

Assim como o MLRV trifásico apresentado na seção 2.4.4.1, o MLRV de 4 fases também deve atender à restrição dada pela equação (44).

$$T_{sp}(w_{sp} + w_{ss}) = T_{tp}(w_{tp} + w_{ts})$$

$$8(16 + 29) = 6(20 + 40) = 360 \text{ mm}$$

Como a restrição é satisfeita, o conjunto das dimensões são validadas. Observe que os valores iniciais exatos das dimensões do motor (a partir da equação do diâmetro interno), são arredondados para mais ou para menos, uma vez que o arredondamento ao valor inteiro mais próximo, geralmente, não satisfaz à condição acima, e as dimensões, em sua maioria, devem ser aproximadas para valores bem superiores ou inferiores inteiros. A figura 15 representa a vista lateral do motor com as dimensões calculadas.

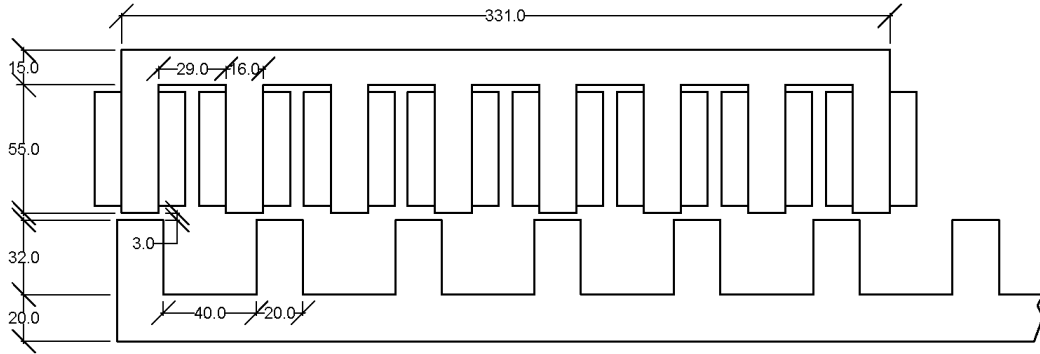


Figura 15 – Vista lateral do MLRV 4-fases.

A quantidade de camadas verticais de enrolamentos da bobina é calculada pela equação (47).

$$N_v = \frac{0,8(55 - 3)}{1,1284} = 36,86 \simeq 39$$

onde $F_f = 0,8$ e $w = 3$. Enquanto que a quantidade de camadas horizontais é obtida através da equação (48).

$$N_h = 468(2 * 39) = 6$$

Assim, a área preenchida por um par de bobinas é calculada pela equação (49).

$$area = \frac{2(1)(39)(6)}{0,8} = 585 \text{ mm}^2$$

O fator de preenchimento FF indica a porcentagem na qual duas bobinas adjacentes ocupam da janela formada pela ranhura e os polos (excluindo as cunhas), sendo calculado pela equação (50).

$$FF = \frac{585}{29(55 - 3)} = 0,387$$

O valor de FF portanto, satisfaz a condição $0,2 < FF < 0,5$, evitando-se assim o contato das bobinas adjacentes. A largura da pilha do MLRV é equivalente à largura da pilha do MRRV, logo, pela equação (46), tem-se:

$$L_w = L = 55 \text{ mm}$$

A tabela 4 mostra as dimensões calculadas e os materiais escolhidos.

Tabela 4 – **Dimensões do MLRV 4-fases**

Dimensões do MLRV (mm)				Características do MLRV	
Largura do MLRV	55	Altura do polo do translador	32	Número de espiras por fase	468
Comprimento do translador	331	Largura do polo do estator	16	Corrente de fase	10 A
Espessura da culatra do estator	15	Largura da ranhura do estator	29	Máxima densidade de corrente	5 A/mm ²
Espessura da culatra do translador	20	Largura do polo do translador	20	Condutor	17 AWG
Altura do polo do estator	55	Largura da ranhura do translador	40	Material	M-19 Steel
Largura do entreferro	3			Número de fases	4

Finalizado o processo de dimensionamento, o perfil de indutância de ambos os modelos será construído por meio da simulação através do MEF. Três métodos de análise do perfil da indutância serão apresentados na seção seguinte e dois deles serão aplicados aos modelos e comparados no final.

Análise do Perfil de Indutância

Em geral, a exatidão dos cálculos das permeâncias para os caminhos de fluxo nas regiões do entreferro não são garantidos, visto que a distribuição dos fluxos é tridimensional [10]. No entanto, os métodos de cálculo das permeâncias são baseados em segmentos semicirculares e linhas retas que maximizam a permeância de cada caminho. Várias técnicas analíticas têm sido empregadas para prever o perfil de indutância. A técnica de aproximação mais comum é dada através da análise de um circuito magnético equivalente [15], [11]. Entretanto, o cálculo do perfil de indutância de um MLRV com o entreferro muito grande ($g > 5mm$) torna-se difícil de ser realizado através do método do circuito magnético equivalente porque a estimativa do comprimento dos caminhos de fluxo magnético fica comprometida à medida que a largura do entreferro é incrementada [12]. Contudo, outra técnica, denominada método do espaço harmônico, prevê o perfil de indutância do MLRV através da expansão em séries de Fourier para a indutância, a partir da determinação das componentes da densidade de fluxo. As soluções analíticas para a densidade de fluxo devido às correntes da bobina do translador são derivadas em termos do vetor potencial magnético \mathbf{A} e um sistema de coordenadas retangular bidimensional $2D$, para as posições alinhada e desalinhada do translador.

Os dados necessários para a obtenção da força e do perfil de indutância são determinados pelo fluxo concatenado em função da corrente de excitação e das posições do translador. A posição alinhada corresponde ao alinhamento dos centros dos polos do translador e estator, enquanto que a posição desalinhada corresponde ao alinhamento do centro do polo do estator com o ponto médio da ranhura do translador. É possível calcular o fluxo concatenado analiticamente para a posição alinhada devido ao fluxo de dispersão ser desprezível nesta posição. No entanto, o cálculo analítico do fluxo concatenado na posição desalinhada é complicado, e, muitas vezes, incerto, uma vez que os caminhos de fluxo de dispersão são aproximados. Esta condição explica a discrepância entre os resultados obtidos analiticamente e através da análise de Elementos Finitos.

As figuras 16 e 17 mostram o fluxo na posição desalinhada de um motor linear 8/6 e outro de 6/4, respectivamente. Os caminhos de fluxo são muito difíceis de se prever,

potencializando a dificuldade do cálculo analítico à medida em que o entreferro é incrementado. No intuito de contornar o impasse, utiliza-se técnicas de análise de Elementos Finitos para mapear o fluxo tanto nas posições entre o alinhamento e o desalinhamento, quanto na posição de total desalinhamento.

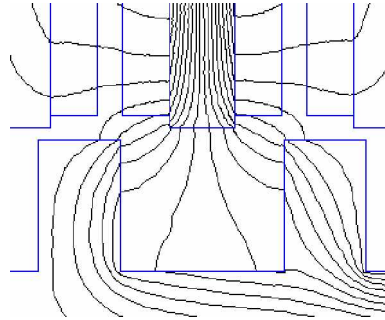


Figura 16 – Linhas de fluxo na posição totalmente desalinhada de um motor linear de 4 fases 8/6.

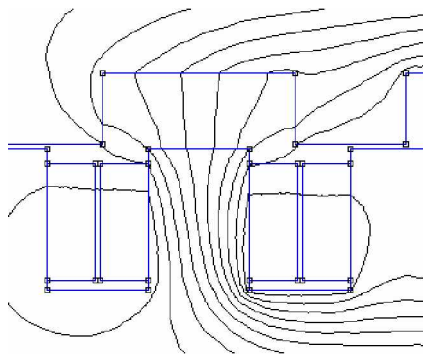


Figura 17 – Linhas de fluxo na posição totalmente desalinhada de um motor linear trifásico 6/4.

Os fluxos de dispersão na posição de alinhamento são praticamente desprezíveis, como pode ser visto nas figuras 18 e 19, o que torna o cálculo analítico do fluxo concatenado na posição alinhada bem exato. As abordagens analíticas apresentadas nas seções seguintes utilizam iterações numéricas para a obtenção do perfil de indutância através das variáveis da máquina. As características de indutância são necessárias para analisar o torque e a potência de saída, e ainda para projetar o conversor e os controladores. Lidar com indutâncias é mais simples do que lidar com fluxos concatenados quando se trata de eletrônica de potência; entretanto, o fluxo concatenado é crucial na obtenção do torque e assim avaliar o desempenho da máquina [11]. Além disso, obter o fluxo concatenado através do produto da indutância e corrente de excitação é simples.

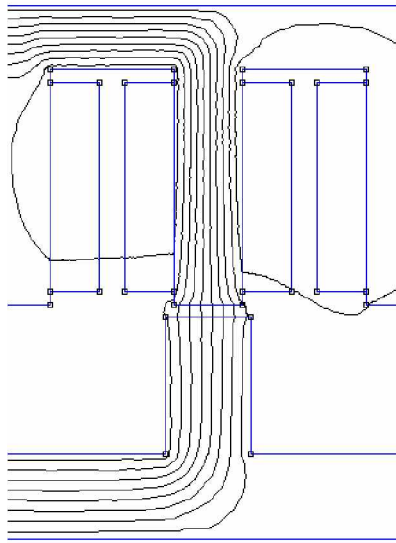


Figura 18 – Linhas de fluxo na posição totalmente alinhada de um motor linear de 4 fases 8/6.

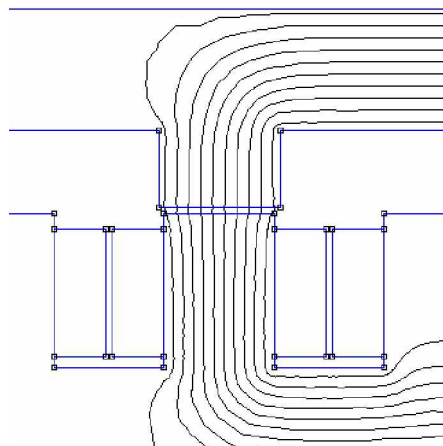


Figura 19 – Linhas de fluxo na posição totalmente alinhada de um motor linear trifásico 6/4.

3.1 Método aproximado através do circuito magnético equivalente

O circuito magnético equivalente é derivado em função da trajetória do caminho de fluxo no motor linear. Independentemente da quantidade de fases (i.e, trifásico ou quadrifásico), apenas um par de bobinas é excitado por vez e as linhas de fluxo seguem a trajetória apresentada na figura 20.

As regiões superior do translador e inferior do estator são chamadas de culatra. As saliências são os polos e a região que os separam é chamada de entreferro. Cada uma das

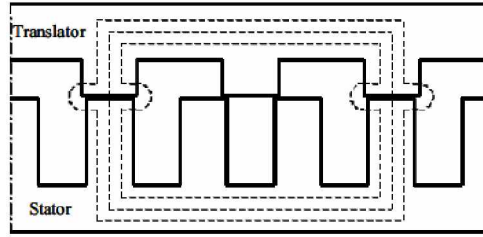


Figura 20 – Caminhos de fluxo padrão do MLRV.

cinco partes apresenta diferentes relutâncias. Deste modo, o circuito magnético equivalente pode ser representado pela figura 21.

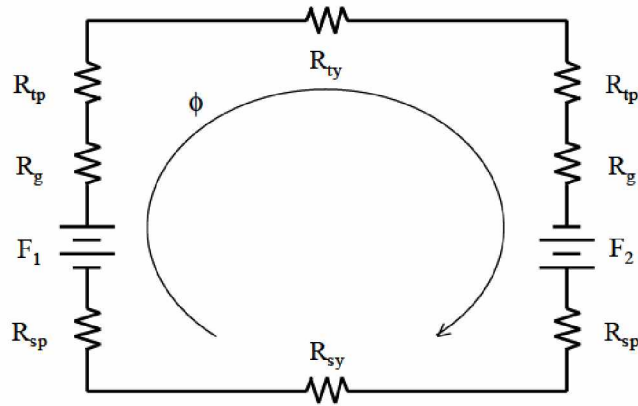


Figura 21 – Modelo com parâmetros discretos do circuito magnético equivalente do MLRV.

Os parâmetros R_{tp} , R_{ty} , R_{sp} , R_{sy} e R_g são as relutâncias do polo do translador, culatra do translador, polo do estator, culatra do estator e do entreferro, respectivamente. Note que todos os parâmetros, exceto as relutâncias das culatras, estão duplicadas devido ao caminho fechado do fluxo magnético dado na figura 20. F_1 e F_2 são as forças eletromotrizes aplicadas em cada polo pelo par de bobinas e ϕ é o fluxo magnético resultante. A soma das forças eletromotrizes representa a *fem* total aplicada por fase e pode ser expressa por:

$$F_T = F_1 + F_2 = F_g + F_s + F_t \quad (57)$$

onde F_g , F_s e F_t são as quedas de tensão (*fem*'s) no entreferro, núcleo do estator e no núcleo do translador, respectivamente. De acordo com [11], para que as relutâncias possam ser computadas, assume-se que:

- A distribuição de fluxo é uniforme através da seção transversal do núcleo;
- Os efeitos de histerese são desprezados;

- As seções das linhas de fluxo do entreferro consistem de linhas retas e segmentos de arco concêntricos;
- As linhas de fluxo nos polos do translador e estator percorrem um caminho paralelo ao eixo vertical;
- As linhas de fluxo nas culatras do translador e estator percorrem um caminho paralelo em relação ao eixo longitudinal.

A avaliação das indutâncias pelo método do circuito magnético equivalente dá-se por um algoritmo de solução iterativa que parte de um palpite inicial de certa quantidade de fluxo magnético ϕ em todas as partes do motor, inclusive do entreferro. Do palpite inicial, as densidades de fluxo são obtidas através da equação:

$$B = \frac{\phi}{A} \quad (58)$$

Com base nas densidades de fluxo, obtém-se as intensidades do campo magnético através das características de laminação do material por meio da relação:

$$B = \mu H \quad (59)$$

A relação é comumente representada por meio de curvas $B - H$ para cada tipo de material, onde B é dado em [T] e H em [A/m]. As intensidades são então utilizadas para o teste de convergência através da equação de balanço, pela Lei de Ampere:

$$F_T = T_{ph}i = \sum H_g l_g + \sum H_s l_s + \sum H_t l_t \quad (60)$$

onde H_g , H_s e H_t são as intensidades de campo magnético no entreferro, núcleo do estator e no núcleo do translador, respectivamente. l_g , l_s e l_t são os comprimentos dos caminhos de fluxo dos mesmos locais citados anteriormente. O produto da intensidade de campo com o comprimento de um caminho de fluxo resulta na força eletromotriz (fem). Uma vez que F_T representa a força magnetomotriz total aplicada no circuito, o algoritmo somente alcançará a convergência caso o somatório das *fem's* (dado o palpite inicial do fluxo magnético que supostamente produziria tal efeito) se aproxime da *fem* total aplicada, a cada iteração. Encontrado o valor do fluxo ϕ para um dado caminho de fluxo, a indutância é calculada por:

$$L_k = \frac{T_{ph}}{i} \phi \quad (61)$$

Para a determinação da indutância de fase, todos os caminhos de fluxo devem ser considerados. Assim sendo, a indutância de fase é:

$$L = \sum_k L_k = \frac{T_{ph}}{i} \sum_k \phi_k \quad (62)$$

onde k é o k -ésimo caminho de fluxo.

Por se tratar de um método iterativo, o cálculo da indutância torna-se ligeiramente complicado. Uma abordagem aproximada, mas eficaz [14], permite o cálculo direto a partir das densidades de fluxo de cada parte do motor e das permeâncias de cada caminho de fluxo magnético no entreferro. Como já foi mencionado na seção 2.4.4, a avaliação da densidade de fluxo no entreferro B_g é crucial no projeto do motor. Na seção seguinte, será abordado o cálculo apropriado de B_g na avaliação das indutâncias, a fim de validar o ajuste fino obtido através do MEF.

3.1.1 Verificação do projeto

Primeiramente, assume-se que a densidade de fluxo do polo do estator B_s é equivalente à densidade de fluxo do entreferro B_g , designado no início do projeto de dimensionamento do motor. A densidade de fluxo na culatra do estator é então calculada pela seguinte expressão:

$$B_y = \frac{A_s B_s}{A_y} \quad (63)$$

onde A_s é a área da seção transversal do polo do estator e A_y é a área da seção transversal da culatra do estator. Ambas são expressas, respectivamente, por:

$$A_s = \frac{DL\beta_s}{2} \quad (64)$$

$$A_y = CL \quad (65)$$

As densidades de fluxo do polo e da culatra do translador são dadas, respectivamente, por:

$$B_r = \frac{A_s B_s}{A_r} \quad (66)$$

$$B_{ry} = \frac{A_s B_s}{A_{ry}} \quad (67)$$

onde A_r e A_{ry} são, respectivamente, a área do polo e a área da culatra do translador. Ambas são expressas, respectivamente, por:

$$A_r = \left(\frac{D}{2} - g\right)L\beta_r \quad (68)$$

$$A_{ry} = C_{ry}L \quad (69)$$

A corrente total por enrolamento AT necessária para produzir a densidade de fluxo no polo do estator é dada por:

$$AT = 2 \frac{B_s A_s}{P_g} + 2H_s \left(h_s + \frac{C}{2} \right) + 3H_y (w_{sp} + w_{ss}) + 2H_r \left(h_r + \frac{C_{ry}}{2} \right) + 2H_{ry} (w_{tp} + w_{ts}) \quad (70)$$

onde H_s , H_y , H_r e H_{ry} são as intensidades de campo magnético no polo do estator, culatra do estator, polo do translador e culatra do translador, respectivamente. A corrente total por enrolamento para o valor de projeto T_{ph} , calculado no capítulo 2, é:

$$AT = T_{ph} i \quad (71)$$

Caso haja diferença nos valores encontrados através das equações (70) e (71), a densidade de fluxo no polo do estator B_s é modificada até que o valor de AT calculado seja igual ao valor de AT de projeto. Uma vez que o valor de B_s se modifique, consequentemente o valor de B_g também se altera e pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$B_g = \frac{B_s A_s}{P_g} \frac{\mu_0}{g} \quad (72)$$

onde P_g é a permeância no entreferro na posição alinhada dada na seção 3.1.2 pela equação (87). Com o valor de B_s atualizado, a indutância na posição alinhada para a corrente de projeto pode ser calculada por:

$$L_a = \frac{AT B_s A_s}{i^2} \quad (73)$$

Além da equação (73), os valores de indutâncias em qualquer posição do translador são calculados através de:

$$L = 2 \left(\frac{T_{ph}}{2} \right)^2 P_g \quad (74)$$

dado que P_g são as permeâncias para qualquer posição dada abordadas nas seções 3.1.2 a 3.1.5.

A expressão da permeância do entreferro depende exclusivamente da geometria do motor linear. Esta expressão modifica-se para as diferentes regiões e é dada por:

$$P_g = \frac{\mu_0 A}{l_g} \quad (75)$$

onde A é a área da seção transversal do entreferro e l_g é o comprimento médio das linhas de fluxo. Os caminhos de fluxo magnético no motor linear a relutância variável englobam as cinco partes do motor, que são: polos do estator, culatra do estator, polos do translador, culatra do translador e o entreferro. Cada parte experimenta diferentes densidades de fluxo e diferentes comprimentos da linha de fluxo baseado no caminho de fluxo escolhido.

De acordo com a posição do rotor, os caminhos de fluxo alteram-se em comprimento e número. O método desenvolvido [6] utiliza quatro regiões definidas de caminhos de fluxo a fim de facilitar a avaliação da indutância, uma vez que a consideração de todos os caminhos de fluxo possíveis impossibilita esse objetivo. As figuras 22 e 25 apresentam os caminhos de fluxo para as posições de total alinhamento, sobreposição dos polos (início do desalinhamento), não-sobreposição dos polos (momento no qual os polos começam a não se sobrepor) e total desalinhamento, respectivamente. Essas quatro regiões são definidas para intervalos de deslocamento do rotor. Em termos práticos, a região 1 é utilizada para o cálculo da indutância quando o rotor está entre 90 e 100% da metade do passo polar (distância entre dois polos da parte a qual está localizada as bobinas), sendo a referência a posição de total desalinhamento, que corresponde a 0 mm de deslocamento. A região 2 é utilizada quando o rotor está entre 65 e 90% do local de referência, a região 3 quando o rotor está localizado entre 40 a 65% e a região 4 é utilizada entre 0 a 40% do deslocamento.

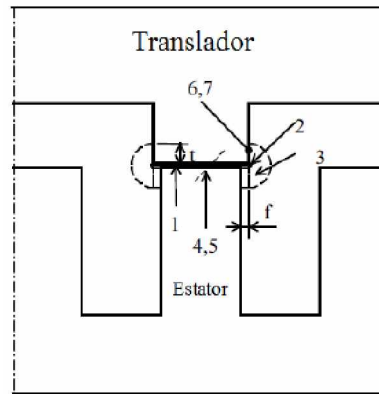


Figura 22 – Caminhos de fluxo da região 1.

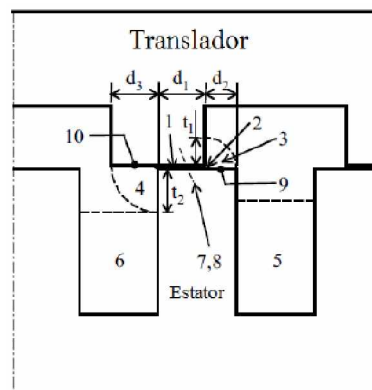


Figura 23 – Caminhos de fluxo da região 2.

As permeâncias do entreferro para cada caminho de fluxo especificado nas regiões 1 a 4 são estimadas analiticamente considerando que cada caminho de fluxo consiste em

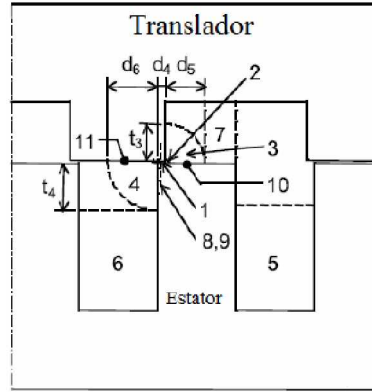


Figura 24 – Caminhos de fluxo da região 3.

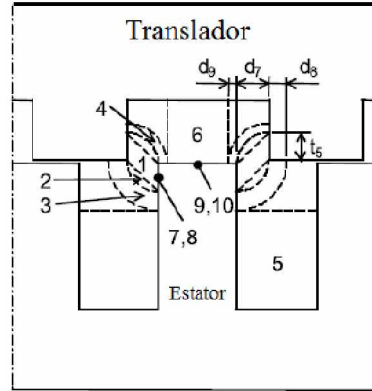


Figura 25 – Caminhos de fluxo da região 4.

linhas retas e segmentos de arcos circulares e concêntricos. Nas subseções seguintes, as expressões das permeâncias serão apresentadas para cada uma das quatro regiões.

3.1.2 Posição alinhada (região 1)

Segundo [15], o entreferro tem 7 tipos diferentes de caminhos de fluxo, tal como mostra a figura 22. Cada caminho é identificado por um número, o qual é associado com uma expressão de permeância. Os caminhos de 1 a 3 representam os fluxos concatenados principais, enquanto que os caminhos de 4 a 7 são efeitos de borda tridimensionais. Os caminhos de fluxo de dispersão estão indicados por linhas oblíquas pontilhadas e por pontos devido à dificuldade de visualização em duas dimensões. Os parâmetros geométricos t e f tem as seguintes relações e são utilizados para o cálculo das permeâncias do entreferro:

$$t = \frac{h_s}{12} \quad (76)$$

$$f = \frac{(w_{tp} - w_{sp})}{2} \quad (77)$$

As permeâncias do entreferro são dadas por:

$$P_{g1} = \mu_0 L_w \left(\frac{w_{sp} + w_{tp}}{2g} \right) \quad (78)$$

$$P_{g2} = 0,268\mu_0 L_w \quad (79)$$

$$P_{g3} = \frac{P_{g31} P_{g32}}{P_{g31} + P_{g32}} \quad (80)$$

onde,

$$P_{g31} = 0,318\mu_0 L_w \ln\left(1 + \frac{2t}{g}\right) \quad (81)$$

$$P_{g32} = \mu_0 L_w \frac{t}{f} \quad (82)$$

$$P_{g4} = 0,134\mu_0 (w_{sp} + w_{tp}) \quad (83)$$

$$P_{g5} = 0,159\mu_0 (w_{sp} + w_{tp}) \ln\left(1 + \frac{2t}{g}\right) \quad (84)$$

$$P_{g6} = 0,076\mu_0 g \quad (85)$$

$$P_{g7} = 0,25\mu_0 t \quad (86)$$

Calculadas as permeâncias de todos os caminhos de fluxo indicados na figura 22, a permeância total é a soma das permeâncias parciais, com a ressalva que alguns caminhos tem simetria bilateral, indicando que deve ser computada mais de uma vez na expressão final. Por consequência, para a região de alinhamento, a expressão da permeância total é indicada a seguir:

$$P_g = P_{g1} + 2(P_{g2} + P_{g3}) + 4(P_{g4} + P_{g5} + P_{g6} + P_{g7}) \quad (87)$$

considerando efeitos de borda (i.e., as permeâncias de índices 4 a 7). Observa-se, pela equação (87), que o caminho de fluxo de índice 1 é computado somente uma vez, pelo fato da distribuição de fluxo na seção transversal do núcleo ser considerada uniforme. Já os caminhos de fluxo de índices 2 e 3 são computados duplicadamente, justificado pela figura 22. Os efeitos de borda são computados 4 vezes, sendo que a razão disso é que os caminhos ocorrem em uma plano tridimensional.

A indutância na posição alinhada é então calculada através da equação (74).

3.1.3 Posição intermediária (Região 2)

Nesta região de posicionamento do translador, o entreferro tem 10 tipos diferentes de caminhos de fluxo. Os parâmetros geométricos t_1 , t_2 , d_1 , d_2 e d_3 , respectivamente, tem as seguintes relações:

$$t_1 = d_2 - g \quad (88)$$

$$t_2 = d_3 - g \quad (89)$$

$$d_1 = x - \frac{(w_{tp} - w_{sp})}{2} \quad (90)$$

$$d_2 = w_{sp} - d_1 \quad (91)$$

$$d_3 = w_{tp} - d_1 \quad (92)$$

onde x é a posição da parte móvel no eixo longitudinal, sendo que a referência (posição $x = 0$ mm) dependerá de qual parte é a ativa. Caso a parte ativa (local onde se encontram as bobinas) seja o estator, a referência corresponde à linha vertical de encontro do polo do estator com a mediana da ranhura do translador, conforme mostra a figura 26. À medida que o translador se movimenta, a variável x é determinada de acordo com a figura 27.

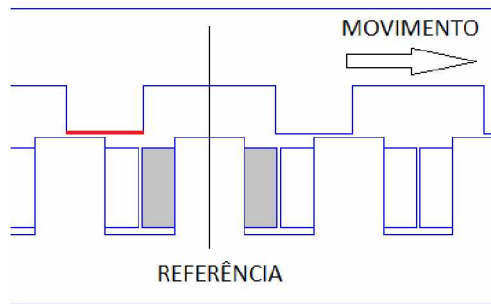


Figura 26 – Linha de referência para o cálculo de x .

Para cada caminho, as permeâncias, semelhantemente à região de alinhamento, são dadas por:

$$P_{g1} = \mu_0 L_w \frac{d_1}{g} \quad (93)$$

$$P_{g2} = 0,5356 \mu_0 L_w \quad (94)$$

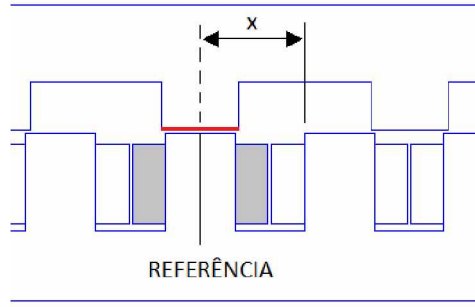


Figura 27 – Determinação de x de acordo com a linha de referência.

$$P_{g3} = 0,637\mu_0 L_w \ln\left(1 + \frac{t_1}{g}\right) \quad (95)$$

$$P_{g4} = 0,637\mu_0 L_w \ln\left(1 + \frac{t_2}{g}\right) \quad (96)$$

$$P_{g5} = \mu_0 L_w \left(\frac{h_s - d_2}{w_{ss}}\right) \quad (97)$$

$$P_{g6} = \mu_0 L_w \left(\frac{h_s - t_2}{w_{ss}}\right) \quad (98)$$

$$P_{g7} = 0,268\mu_0 d_1 \quad (99)$$

$$P_{g8} = 0,318\mu_0 d_1 \ln\left(1 + \frac{t_1 + t_2}{g}\right) \quad (100)$$

$$P_{g9} = 0,152\mu_0 d_2 \quad (101)$$

$$P_{g10} = 0,152\mu_0 d_3 \quad (102)$$

3.1.4 Posição intermediária (Região 3)

Nesta região de posicionamento do translador, o entreferro tem 11 tipos diferentes de caminhos de fluxo. Os parâmetros geométricos t_3 , t_4 , d_4 , d_5 e d_6 , respectivamente, têm as seguintes relações:

$$t_3 = d_5 - g \quad (103)$$

$$t_4 = d_6 - g \quad (104)$$

$$d_4 = x - \frac{(w_{ts} - w_{sp})}{2} \quad (105)$$

$$d_5 = \frac{2}{\pi}(h_r + g) \quad (106)$$

$$d_6 = \frac{2}{\pi}w_{ss} \quad (107)$$

As expressões para as permeâncias são:

$$P_{g1} = \mu_0 L_w \frac{d_4}{g} \quad (108)$$

$$P_{g2} = 0,5356\mu_0 L_w \quad (109)$$

$$P_{g3} = 0,637\mu_0 L_w \ln(1 + \frac{t_3}{g}) \quad (110)$$

$$P_{g4} = 0,637\mu_0 L_w \ln(1 + \frac{t_4}{g}) \quad (111)$$

$$P_{g5} = \mu_0 L_w (\frac{h_s - d_5}{w_{ss}}) \quad (112)$$

$$P_{g6} = \mu_0 L_w (\frac{h_s - t_4}{w_{ss}}) \quad (113)$$

$$P_{g7} = \mu_0 L_w \frac{w_{sp} - d_4 - d_5}{g + h_r} \quad (114)$$

$$P_{g8} = 0,268\mu_0 d_4 \quad (115)$$

$$P_{g9} = 0,318\mu_0 d_4 \ln(1 + \frac{t_3 + t_4}{g}) \quad (116)$$

$$P_{g10} = 0,152\mu_0 d_5 \quad (117)$$

$$P_{g11} = 0,152\mu_0 d_6 \quad (118)$$

3.1.5 Posição desalinhada (Região 4)

O entreferro tem 10 tipos diferentes de caminhos de fluxo. Os parâmetros geométricos t_5 , d_7 , d_8 e d_9 , respectivamente, guardam as seguintes relações:

$$t_5 = d_7 - g \quad (119)$$

$$d_7 = \frac{(w_{ts} - w_{sp})}{2} - x \quad (120)$$

$$d_8 = \frac{2}{\pi} w_{ss} - d_7 \quad (121)$$

$$d_8 = \frac{2}{\pi} (h_r + g) - d_7 \quad (122)$$

As expressões das permeâncias são dadas por:

$$P_{g1} = \mu_0 L_w \frac{t_5}{2d_7} \quad (123)$$

$$P_{g2} = 0,134\mu_0 L_w \quad (124)$$

$$P_{g3} = 0,637\mu_0 L_w \ln\left(1 + \frac{d_8}{d_7}\right) \quad (125)$$

$$P_{g4} = 0,637\mu_0 L_w \ln\left(1 + \frac{d_9}{d_7}\right) \quad (126)$$

$$P_{g5} = \mu_0 L_w \left(\frac{h_s - t_5 - d - 8}{w_{ss}} \right) \quad (127)$$

$$P_{g6} = \mu_0 L_w \left(\frac{w_{sp} - 2d_9}{h_r + g} \right) \quad (128)$$

$$P_{g7} = 0,134\mu_0 t_5 \quad (129)$$

$$P_{g8} = 0,318\mu_0 \frac{t_5}{1 + \left(\frac{2d_7}{d_8 + d_9}\right)} \quad (130)$$

$$P_{g9} = 0,268\mu_0 (w_{sp} - 2d_9) \quad (131)$$

$$P_{g10} = 0,637\mu_0 \frac{w_{sp} - 2d_9}{1 + \left(\frac{h_r + g}{d_9}\right)} \quad (132)$$

3.2 Método do espaço harmônico

O objetivo do método do espaço harmônico é analisar o perfil de indutância do MLRV [12]. A fim de se prever a distribuição de campo magnético devido às correntes nas bobinas do translador, assume-se neste trabalho que a corrente é conduzida através de uma folha extremamente fina sob a superfície do translador em $r=R_t$, como mostrado na figura 28, considerando que a permeabilidade do ferro, utilizado tanto na parte móvel quanto na parte estática, seja infinita.

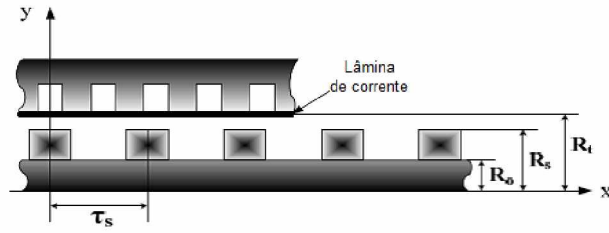


Figura 28 – Modelo analítico simplificado do MLRV [17].

3.2.1 Equação do campo magnético

A expansão em séries de Fourier para a densidade de corrente das bobinas do translador pode ser expressa por:

$$J_n(x) = \sum_{n=1, \text{ímpar}}^{\infty} \frac{2Ni}{b_0} e^{-jk_n x} \quad (133)$$

onde $k_n = \frac{n\pi}{\tau}$ é o número de onda espacial do n -ésimo harmônico e τ é o passo polar do translador. N e b_0 são o número de bobinas e a largura da ranhura do translador, respectivamente.

Como o movimento das bobinas não alcançam a região $R_s < Y < R_t$ e, portanto, não existe fontes de corrente no domínio, $\text{rot}\mathbf{H} = 0$. O vetor potencial magnético \mathbf{A} é definido como $\text{rot}\mathbf{A} = \mathbf{B}$. Pela geometria, o potencial vetor magnético tem apenas componentes no eixo Z. No entanto, a equação de Laplace em termos do $\text{div}\mathbf{A} = 0$ é dado por:

$$\frac{\partial^2 A_{zn}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{zn}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_{zn}}{\partial z^2} = 0 \quad (134)$$

onde A_{zn} são as componentes em Z do vetor potencial magnético.

Substituindo uma solução homogênea para a definição do vetor potencial magnético, as densidades de fluxo resultantes normal e tangencial, B_{xn} e B_{yn} , podem ser obtidos de:

$$B_{xn} = k_n \left\{ \frac{\mu_0 J_n (\tanh(k_n R_s) \cosh(k_n Y) - \sinh(k_n Y))}{k_n (\sinh(k_n R_t) - \tanh(k_n R_s) \cosh(k_n R_t))} \right\} \quad (135)$$

$$B_{yn} = jk_n \left\{ \frac{\mu_0 J_n (\sinh(k_n Y) - \cosh(k_n Y))}{k_n (\sinh(k_n R_t) - \tanh(k_n R_s) \cosh(k_n R_t))} \right\} \quad (136)$$

As condições de contorno utilizadas na derivação das soluções analíticas são as seguintes:

- $B_{xn}(x, R_t) = -\mu_0 J_n$, assumindo que as correntes fluem através de uma folha extremamente fina na superfície do translador, em $r = R_t$.
- $B_{xn}(x, R_s) = 0$, visto que a permeabilidade na culatra do estator é assumida ser infinita.

O método do espaço harmônico não será utilizado, para efeitos comparativos entre os métodos de obtenção da auto-indutância, devido sua alta complexidade. Porém, um modelo mais simples que também é definido pela expansão em séries de Fourier é apresentado na seção a seguir.

3.3 Modelo da auto-indutância de fase

Um modelo analítico muito simples, o qual representa as relações funcionais entre a auto-indutância de fase, a corrente de fase e a posição do rotor, utilizado para calcular a indutância de fase de um motor rotativo a relutância variável, é apresentado em [13]. Neste modelo, a variação de indutância do motor em relação à posição do rotor é representada através das séries de Fourier, nas quais somente os três primeiros termos são considerados. A equação para uma fase do motor é dada por:

$$L(i, \theta) = L_0(i) + L_1(i) \cos(N_r \theta) + L_2(i) \cos(2N_r \theta) \quad (137)$$

onde N_r , θ e i são o número de polos do rotor, a posição angular do rotor e a corrente de fase, respectivamente. Os termos

$$L_0(i) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (L_a + L_u) + L_m \right] \quad (138)$$

$$L_1(i) = \frac{1}{2} (L_a - L_u) \quad (139)$$

$$L_2(i) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (L_a + L_u) - L_m \right] \quad (140)$$

onde,

$$L_a = L(\theta = 0^\circ) = \sum_{n=0}^{n=k} a_n i^n \quad (141)$$

é a indutância na posição de alinhamento como função da corrente de fase, e k é o grau de aproximação, são definidos pelas indutâncias nas posições de alinhamento, desalinhamento e intermediária. O valor para $k = 5$ [21] apresenta boa exatidão. Os coeficientes a_n e b_n são determinados pelo método de ajuste de curva obtidos através do perfil de indutância via elementos finitos. O método do ajuste de curvas define um polinômio cujos coeficientes são os mesmos mencionados anteriormente. O tipo do polinômio que melhor se ajusta à curva determinada pela equação (137) é definido pelo grau do polinômio. A indutância na posição intermediária (entre as posições de alinhamento e desalinhamento), como função da corrente, é dada por:

$$L_m = L(\theta = \frac{\pi}{2N_r}) = \sum_{n=0}^{n=k} b_n i^n \quad (142)$$

A indutância na posição de desalinhamento é independente da corrente de fase e pode ser calculada por:

$$L_u = L(\theta = \frac{\pi}{N_r}) \quad (143)$$

A vantagem da utilização deste método é que o desenvolvimento do modelo depende apenas da avaliação da indutância nas posições, alinhada, desalinhada e intermediária. Além do mais, os valores da indutância nas diferentes posições podem ser obtidos diretamente da análise do método de elementos finitos. Assim, o perfil de indutância pode ser construído facilmente.

A aplicação deste modelo para o motor linear a relutância variável é apresentado por [22]. A única modificação necessária está relacionada com a equação (144), na qual, ao invés da posição angular, a posição linear é inserida:

$$L(i, x) = L_0(i) + L_1(i)\cos(N_r x) + L_2(i)\cos(2N_r x) \quad (144)$$

onde x é a posição linear do motor. Os valores de x não, necessariamente, estão em unidades métricas. Este método é aplicado na análise do perfil da indutância e comparado com o método do circuito magnético aproximado para o motor de 4 fases. Os resultados são apresentados no capítulo de análise e discussão dos resultados. No próximo capítulo será abordado o método dos elementos finitos.

Método dos Elementos Finitos

O Método de Elementos Finitos (MEF) foi inicialmente desenvolvido para a solução de problemas no campo de análises estruturais [23]. Esta técnica numérica tem sido empregada em diversas áreas de Engenharia Elétrica, tais como problemas em guias de onda, máquinas elétricas e dispositivos semicondutores [24]. Embora o método seja mais complicado de programar do que o método das diferenças finitas, o MEF é mais poderoso e versátil quando se trata de problemas envolvendo geometrias complexas.

No eletromagnetismo, o MEF está associado com métodos variacionais ou residuais [25]. Os métodos residuais são estabelecidos diretamente das equações físicas relacionadas a um problema, que precisam ser solucionadas. Por ter uma abordagem mais simples do que os métodos variacionais, a maior parte dos programas desenvolvidos para a análise em elementos finitos utilizam o método residual.

O MEF pode ser aplicado a qualquer problema de engenharia que seja gerado por uma equação diferencial. As equações diferenciais expressam relações entre variáveis em termos de suas derivadas. A necessidade de resolução de equações diferenciais surge em muitos problemas de modelagem matemática, porque as leis da física na engenharia e na ciência são geralmente expressas em termos das derivadas das variáveis ao invés das próprias variáveis [26].

A solução de uma equação diferencial, às vezes, pode ser encontrada por integração analítica. O tipo mais simples de uma equação diferencial é da forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x) \quad (145)$$

onde $f(x)$ é uma dada função de x e $y(x)$ é a solução requerida. Desde que $f(x)$ possa ser integrado, a solução da equação (145) é da forma

$$y = \int f(x)dx + C \quad (146)$$

onde C é uma constante arbitrária. A fim de se encontrar o valor de C , são necessárias informações adicionais, tais como valores iniciais de y que correspondem a valores

particulares de x .

Se toda a informação é dada no mesmo valor da variável independente, é um problema de valor inicial, também comumente chamado de *pvi*. Caso contrário, se toda a informação for dada em diferentes valores da variável independente, é identificado como um problema de valor de contorno.

4.1 Solução exata vs solução aproximada

4.1.1 Solução exata

A maior parte dos problemas de engenharia, como a determinação da força magnetomotriz no núcleo de um transformador de força e a condução de calor em um sólido, podem ser descritos por meio de uma equação diferencial [23]. A equação diferencial, juntamente com as condições de contorno, define um problema de valor de contorno ou um problema de valor inicial. Um exemplo de um problema de valor de contorno é:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + p(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (147)$$

Condições de contorno:

$$u(0) = 0 \quad (148)$$

$$\frac{du}{dx}(1) = 1 \quad (149)$$

A equação diferencial descreve os deslocamentos em uma barra sujeita à força distribuída $p(x)$. A primeira condição de contorno prescreve o valor da solução em um determinado ponto e é chamada *condição de contorno essencial*. Já a segunda condição de contorno prescreve o valor da derivada, du/dx , em $x = 1$, e é chamada *condição de contorno natural*. A solução $u(x)$ da equação (147) satisfaz a equação de equilíbrio em qualquer ponto no domínio e precisa ser, no mínimo, duas vezes diferenciável por ser de segunda ordem. A solução $u(x)$ é denominada *solução exata*.

4.1.2 Solução aproximada

O método dos resíduos ponderados é a base do MEF, cujo método numérico é o mais utilizado na solução de grandes problemas de valores de contorno [26]. O ponto inicial para o método dos resíduos ponderados é supor uma solução para a equação diferencial que satisfaça as condições de contorno. Esta tentativa contém parâmetros que poderão ser ajustados para minimizar os erros. Ao utilizar este método, procura-se uma solução aproximada $u^*(x) \approx u(x)$ para a equação (147). O termo $u^*(x)$ é escolhido de tal forma que satisfaça as condições de contorno essenciais do problema, mas não necessariamente

as condições de contorno naturais. No exemplo, $u^*(x)$ deve satisfazer a condição $u^*(0) = 0$. Como $u^*(x)$ é uma aproximação da solução exata $u(x)$, ela não satisfará a equação diferencial na equação (147), logo não será igual a zero. A função resultante $R(x)$ a seguir é denominada *resíduo*:

$$\frac{d^2 u^*}{dx^2} + p(x) = R(x) \quad (150)$$

Para fazer com que o erro ou resíduo se torne o menor possível, $R(x)$ será dado de forma a se anular num sentido médio através da seguinte integral:

$$\int R(x)W(x)dx = 0 \quad (151)$$

onde $W(x)$ é uma função arbitrária chamada *função peso* ou *função de ponderação*. Se a equação (151) for satisfeita para várias funções peso diferentes e linearmente independentes, então $R(x)$ se aproximará de zero e a solução aproximada $u^*(x)$ convergirá para a solução exata $u(x)$. Dentre as funções peso, o método de resíduos ponderados mais popular na obtenção das equações dos elementos finitos para muitos problemas de engenharia é o método de Galerkin [23]. O método de Galerkin é uma forma particular dos métodos residuais, simples, fácil de implementar e apresenta resultados precisos [25].

4.2 Método de Galerkin

A solução aproximada $u^*(x)$ definida na seção 4.1.2 é expressa como uma soma de várias funções base [23]:

$$u^*(x) = \sum_{i=1}^N c_i \phi_i(x) \quad (152)$$

onde N é o número de termos utilizados, $\phi_i(x)$ são as funções base conhecidas e c_i são os coeficientes a serem determinados utilizando o método dos resíduos ponderados. O método de Galerkin difere dos outros métodos de resíduos ponderados pelo fato de que as N funções peso, $\phi_i(x)$, são as mesmas que as N funções de aproximação. Assim, a integral que representa as N equações de resíduos ponderados a partir da equação (151), considerando as condições de contorno (148) e (149), é:

$$\int_0^1 R(x)\phi_i(x)dx = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (153)$$

Como $p(x)$ na equação (150) é conhecida, substituindo $R(x)$ na equação (153), tem-se:

$$\int_0^1 \frac{d^2 u^*}{dx^2} \phi_i(x)dx = - \int_{x_1}^{x_2} p(x)\phi_i(x)dx, \quad i = 1, \dots, N \quad (154)$$

Reduzindo-se a ordem de diferenciação de u^* por meio da integração por partes, aplicando-se as condições de contorno e substituindo a aproximação da equação (152), obtém-se a forma compacta [23]:

$$\sum_{j=1}^N K_{ij} c_j = F_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (155)$$

onde K_{ij} e F_i são definidos como:

$$K_{ij} = \int_0^1 \frac{d\phi_i}{dx} \frac{d\phi_j}{dx} dx \quad (156)$$

$$F_i = \int_0^1 p(x) \phi_i(x) dx + \frac{du}{dx}(1) \phi_i(1) - \frac{du}{dx}(0) \phi_i(0) \quad (157)$$

Logo, as funções na equação (155) são resolvidas para que sejam encontrados os valores dos N coeficientes desconhecidos c_i na solução aproximada.

4.3 Teoria e aproximação de elementos finitos

A utilização do MEF simplifica a solução de problemas, dividindo o domínio da solução em vários sub-domínios (i.e., triângulos) de forma a aproximar as soluções do potencial vetor magnético \mathbf{A} com a solução exata [27]. A análise em elementos finitos envolve quatro passos [24]:

- Discretização da região de solução em um número finito de elementos;
- Equações que regem o problema para um elemento típico;
- Montagem de todos os elementos na região de solução;
- Solução do sistema de equações obtido.

A solução de uma equação diferencial a qual define um problema magnetostático é aproximada por uma série de funções em todo o domínio do problema, assim como a equação diferencial (147). Em tal caso, é difícil obter as funções de aproximação que satisfaçam as condições de contorno essenciais [23]. Deste modo, o domínio de solução é subdividido ou "discretizado" em sub-domínios, chamados de elementos finitos. Os elementos estão conectados aos elementos adjacentes, compartilhando seus nós. Dentro de cada elemento finito a solução pode ser aproximada na forma de polinômios simples (i.e., lineares) ou polinômios de grau superior. Admitindo uma região de domínio unidimensional e dividindo-se a região de domínio (figura 29), é possível aproximar a solução usando segmentos de polinômios lineares contínuos. Observa-se que dentro de cada elemento a solução aproximada é linear e que cada par de elementos adjacentes possuem o mesmo valor de solução (coincidente com a solução exata) no nó compartilhado. À medida que

a região for dividida em mais elementos, as soluções aproximadas de cada um deles se aproximarão ainda mais da solução exata.

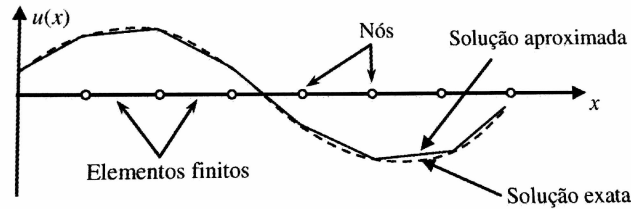


Figura 29 – Aproximação linear da solução do problema unidimensional [23].

Discretizações unidimensionais são simplórias, de forma que, dependendo do problema a ser resolvido, o tratamento não é suficiente. A figura 30 apresenta alguns elementos típicos de problemas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Todos os elementos são expressos por polinômios de primeira ordem. Isto implica, no caso de um problema eletrostático, que o potencial elétrico V varia linearmente dentro do elemento. Na busca de uma solução mais exata, apenas o incremento no número de subdivisões não é suficiente. As funções polinomiais de interpolação dos elementos devem ser de mais alta ordem, como segunda ou terceira ordem (funções quadráticas e cúbicas). Contudo, elementos de alta ordem são mandatórios quando o gradiente do campo magnético ou eletrostático varia rapidamente. A natureza do problema define qual o tipo de elemento a ser empregado.

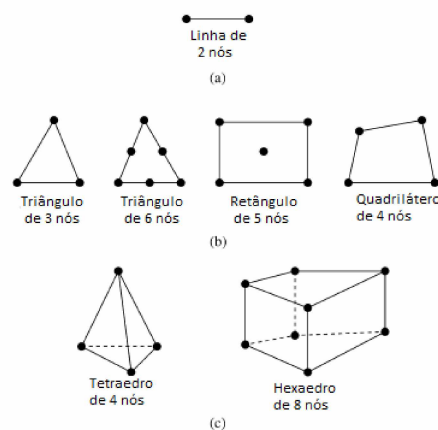


Figura 30 – Elementos finitos típicos: (a) Unidimensional, (b) bidimensional, (c) tridimensional [24].

Um exemplo de discretização de uma região arbitrária de solução em duas dimensões é apresentada na figura 31. Divide-se a região conforme o número de pontos e a ordem do elemento. As incógnitas para cada elemento são os deslocamentos dos nós. A estas incógnitas dá-se o nome de graus de liberdade [23]. A montagem da estrutura em um

conjunto de elementos contíguos definem a malha [25]. De acordo com a figura 31, a região foi subdividida em nove elementos finitos de primeira ordem. Todos os elementos são triângulos de três nós, exceto os elementos 6, 8 e 9, que são quadriláteros de quatro nós. No *FEMM*, os elementos são do mesmo tipo (i.e., triângulo) para facilitar o cálculo numérico.

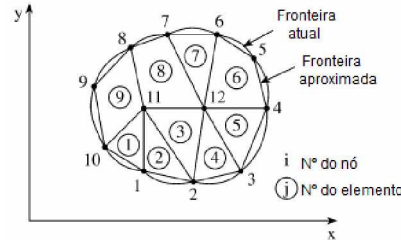


Figura 31 – (a) Região de solução; (b) discretização em elementos finitos [24].

4.3.1 Elemento triangular de primeira ordem

Após a divisão ou discretização de um domínio em um conjunto de elementos no padrão bidimensional triangular (figura 32), a solução admissível é construída no elemento usando os valores de solução nos nós. O elemento triangular conecta três nós nas coordenadas (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) . Generalizando, o k -ésimo elemento triangular conecta três nós em $(n) = (x_k, y_k)$, $(n + 1) = (x_{k+1}, y_{k+1})$ e $(n + 2) = (x_{k+2}, y_{k+2})$, onde n representa o n -ésimo número nodal.

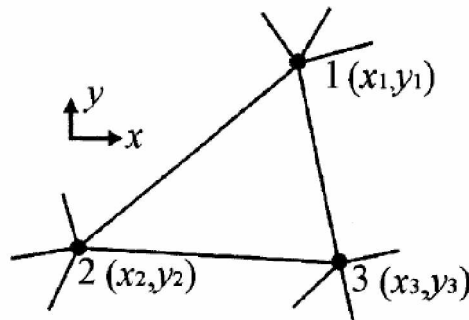


Figura 32 – Elemento triangular genérico [25].

Procura-se uma aproximação para o potencial V no interior de um elemento e , o qual é contínuo através das fronteiras entre os elementos. A solução aproximada válida para toda a região é dada por:

$$V_T(x, y) \simeq \sum_{i=1}^N V_i(x, y) \quad (158)$$

onde N é o número de elementos triangulares [24]. Para interpolar a solução do potencial V no interior do elemento é necessário utilizar três valores nodais; o polinômio linear é apropriado para aproximar a solução. Logo, no problema eletrostático, o potencial elétrico varia linearmente no interior do triângulo. A expansão genérica do potencial é dada pela solução aproximada a seguir:

$$V(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y \quad (159)$$

As soluções admissíveis são definidas nos nós do elemento. Os três coeficientes a_1 , a_2 e a_3 , embora possam ser determinados, não possuem significado físico. Para os nós 1, 2 e 3 da figura 32, os valores das soluções nodais são dados, respectivamente, por:

$$V_1 = a_1 + a_2x_1 + a_3y_1 \quad (160)$$

$$V_2 = a_1 + a_2x_2 + a_3y_2 \quad (161)$$

$$V_3 = a_1 + a_2x_3 + a_3y_3 \quad (162)$$

Os coeficientes a_1 , a_2 e a_3 são obtidos através do cálculo dos seguintes determinantes [25]:

$$a_1 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} V_1 & x_1 & y_1 \\ V_2 & x_2 & y_2 \\ V_3 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (163)$$

$$a_2 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} 1 & V_1 & y_1 \\ 1 & V_2 & y_2 \\ 1 & V_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (164)$$

$$a_3 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & V_1 \\ 1 & x_2 & V_2 \\ 1 & x_3 & V_3 \end{vmatrix} \quad (165)$$

As equações (163)-(165) podem ser reduzidas para a forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (166)$$

onde D é o determinante no qual o valor equivale a duas vezes a área A do elemento, expressos, respectivamente, por:

$$D = 2A = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = (x_1y_2 - x_2y_1) + (x_3y_1 - x_1y_3) + (x_2y_3 - x_3y_2) \quad (167)$$

$$A = \frac{1}{2}(x_1y_2 - x_2y_1) + (x_3y_1 - x_1y_3) + (x_2y_3 - x_3y_2)$$

Substituindo os valores dos coeficientes a_1 , a_2 e a_3 na equação genérica (159) e simplificando as expressões, obtém-se:

$$V(x, y) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{D} (p_i + q_i x + r_i y) V_i \quad (168)$$

onde:

$$p_1 = x_2y_3 - x_3y_2 \quad q_1 = y_2 - y_3 \quad r_1 = x_3 - x_2 \quad (169)$$

$$p_2 = x_3y_1 - x_1y_3 \quad q_2 = y_3 - y_1 \quad r_2 = x_1 - x_3 \quad (170)$$

$$p_3 = x_1y_2 - x_2y_1 \quad q_3 = y_1 - y_2 \quad r_3 = x_2 - x_1 \quad (171)$$

A equação (168) pode ser reescrita na forma matricial:

$$V(x, y) = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \\ q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (172)$$

O valor da área A é positivo se os nós são numerados no sentido anti-horário [18] (iniciando-se em qualquer nó), como mostra a figura 33. A equação (168) dá o potencial elétrico em qualquer ponto (x, y) dentro do elemento, desde que os potenciais dos vértices sejam conhecidos.

As condições do potencial vetor magnético no contorno e as correntes de excitação aplicadas são então especificadas. As equações matriciais a nível de elemento são combinadas a fim de se montar as equações a nível global. As equações matriciais globais são então resolvidas e os vetores do potencial magnético \vec{A} desconhecidos são encontrados dadas as condições de contorno. Daí, são calculadas as densidades e intensidades de fluxo magnético.

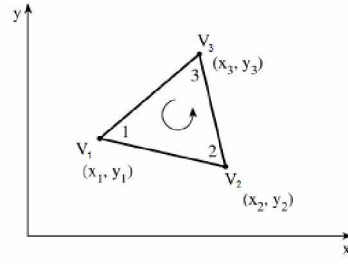


Figura 33 – Elemento triangular: os nós 1, 2 e 3 são numerados no sentido anti-horário [24].

4.3.2 Modelagem de um problema físico

4.3.2.1 Problema eletrostático

Na solução de problemas eletrostáticos, a quantidade escalar que deseja-se buscar é o potencial elétrico V . Contudo, o potencial elétrico é definido pelo comportamento do vetor intensidade de campo elétrico \mathbf{E} através da relação:

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (173)$$

Complementarmente, a grandeza \mathbf{E} deve obedecer à Lei circuital de Ampère, dada na forma diferencial:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (174)$$

A equação (174) é satisfeita através do vetor identidade,

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \varphi &= 0 \\ \Rightarrow \nabla \times \nabla V &= \nabla \times \vec{E} = 0 \end{aligned} \quad (175)$$

para qualquer escalar φ . Finalmente, a equação de Maxwell a ser resolvida é dada pela forma diferencial da Lei de Gauss, a qual diz que o fluxo que deixa qualquer superfície fechada é igual à carga contida dentro do volume, expressa por:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (176)$$

onde D é a densidade de fluxo elétrico e ρ representa a densidade de carga. A relação constitutiva a seguir, relaciona as quantidades \mathbf{D} e \mathbf{E} através da permissividade elétrica ϵ :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (177)$$

Combinando as equações (176), (177) e (173), obtém-se a equação diferencial parcial de segunda ordem, dada pela equação (178):

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \vec{D} &= \rho \\
\Rightarrow \nabla \cdot \epsilon \vec{E} &= \rho \\
\Rightarrow \nabla \cdot \epsilon (-\nabla V) &= \rho \\
-\epsilon \nabla^2 V &= \rho
\end{aligned} \tag{178}$$

que se aplica a regiões homogêneas de permissividade ϵ . O programa *FEMM* soluciona a equação (178) para a tensão V sobre um domínio com fontes e condições de contorno definidos pelo usuário [27]. A equação (178) também pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\epsilon \frac{\partial V}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\epsilon \frac{\partial V}{\partial y}) = -\rho \tag{179}$$

4.3.2.2 Problema magnetostático

Os fenômenos eletromagnéticos são descritos pelas equações de Maxwell, as quais constituem um sistema de equações diferenciais parciais. As equações que regem o modelo magnetostático são [27]:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \tag{180}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{181}$$

onde \vec{H} é a intensidade do campo magnético, \vec{B} é a densidade de fluxo magnético e \vec{J} é a densidade de corrente elétrica. A equação (180) é uma variação da lei de Ampère-Maxwell para o caso onde os campos magnéticos são invariantes no tempo. Do ponto de vista microscópico, a equação (180) pode ser reescrita pela seguinte expressão:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J} \tag{182}$$

dada a relação,

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{183}$$

A equação (182) mostra que campos magnéticos são gerados por correntes elétricas. Já a equação (183) indica a inexistência de monopólos magnéticos [28]. Isto é, o divergente da densidade de campo magnético \mathbf{B} demonstra que todas as linhas de fluxo que deixam uma superfície fechada, retornam para dentro da superfície; o fluxo líquido é nulo. Para que a modelagem seja completa as condições de contorno devem ser satisfeitas.

A densidade de fluxo escrita em termos de \mathbf{A} é dada por:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{184}$$

Diferentemente dos problemas eletrostáticos, o vetor que deseja-se buscar com o propósito de solucionar um problema magnetostático é o vetor potencial magnético \mathbf{A} . Esta abordagem facilita os métodos computacionais exigidos na resolução de problemas, visto que todas condições a serem satisfeitas serão combinadas em apenas uma equação. A equação (184) é verificada através da propriedade:

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0 \quad (185)$$

Combinando as equações (182) e (184), tem-se:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J} \quad (186)$$

Assumindo que $\nabla \cdot \vec{A} = 0$, a equação (186) fica:

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} = \vec{J} \quad (187)$$

Em problemas bidimensionais, o vetor \mathbf{A} contém apenas uma componente na direção "para fora da página" [28]. A vantagem da avaliação do vetor \mathbf{A} é que as quantidades \mathbf{B} e \mathbf{H} podem ser obtidas por diferenciação do vetor potencial magnético. A equação (187) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \right) = -\vec{J} \quad (188)$$

4.3.3 Condições de contorno

Condições de contorno definem, na interface entre dois meios materiais diferentes (e.g. materiais dielétricos ou magnéticos), o comportamento do campo elétrico ou magnético. Assim, como os raios de luz sofrem desvio em sua direção ao atravessarem uma fronteira que separa dois meios distintos, é necessário avaliar se os campos magnéticos se comportam da mesma maneira. Na aplicação do motor linear, por exemplo, as linhas de fluxo atravessam a fronteira que delimita o material magnético e o entreferro. Neste sentido, a avaliação das condições de contorno são essenciais na simulação correta e precisa do desempenho do motor. Para a dedução das condições de contorno na interface entre dois meios, utiliza-se as duas leis de Maxwell da Magnetostática para meios macroscópicos na forma integral [28], apresentadas a seguir:

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = 0 \quad (189)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = i \quad (190)$$

A primeira condição de contorno é obtida através da lei de Gauss, definida pela equação (189), considerando uma superfície cilíndrica fechada (i.e., integral de superfície fechada) entre dois meios de materiais diferentes. A figura 34 apresenta uma superfície gaussiana cilíndrica S de bases S_1 e S_2 . Os meios 1 e 2, de permeabilidade μ_1 e μ_2 , contêm os vetores densidade de campo magnético \vec{B}_1 e \vec{B}_2 , respectivamente. Para a superfície dada, assumindo que o comprimento L do cilindro tende a zero, as contribuições no fluxo magnético se limitam às superfícies das bases A_1 e A_2 e a equação (189) torna-se:

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{n}_1 A_1 + \vec{B}_2 \cdot \hat{n}_2 A_2 = 0 \quad (191)$$

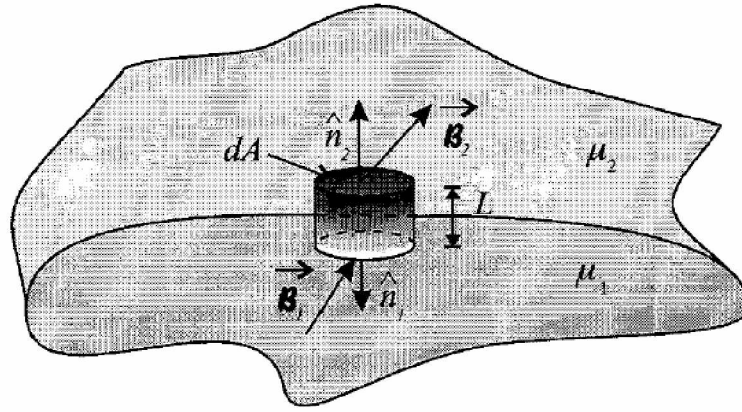


Figura 34 – Superfície gaussiana cilíndrica de área dA e altura L desprezível na interface [28].

Como as áreas A_1 e A_2 são iguais e $\hat{n}_2 = -\hat{n}_1$, a equação (191) resume-se em:

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{n}_2 = \vec{B}_2 \cdot \hat{n}_2 \quad (192)$$

Portanto, a componente normal do campo magnético \mathbf{B} é contínua na interface dos dois meios magnéticos [28].

A segunda condição de contorno é obtida através da lei de Ampère, dada pela equação (190), considerando um percurso retangular (i.e., integral de caminho fechado) entre dois meios, análogo à abordagem da primeira condição de contorno. A figura 35 apresenta um retângulo de lados l e L e vértices A, B, C e D . Os lados AB e CD são representados pelos vetores \vec{l}_1 e \vec{l}_2 , respectivamente. Assumindo que o comprimento do retângulo $ABCD$ tenda a zero, a equação (190) torna-se:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{H}_1 \cdot \hat{l}_1 + \vec{H}_2 \cdot \hat{l}_2 = i \quad (193)$$

A corrente i que atravessa a área definida pelo retângulo é dada pela expressão:

$$i = \int_A \vec{J} \cdot \hat{n} dA \quad (194)$$

onde \vec{J} é a densidade superficial de corrente. Como o comprimento L do retângulo tende a zero, a corrente i atravessa o comprimento l definido pela fronteira, desta forma a equação (194) converte-se em:

$$i_l = \int_A^B \vec{J}_l \cdot \hat{t} dl \quad (195)$$

onde \hat{t} é o versor normal ao retângulo ou perpendicular ao plano e pode ser dado por:

$$\hat{t} = \hat{n}_2 \times \hat{l}_2 \quad (196)$$

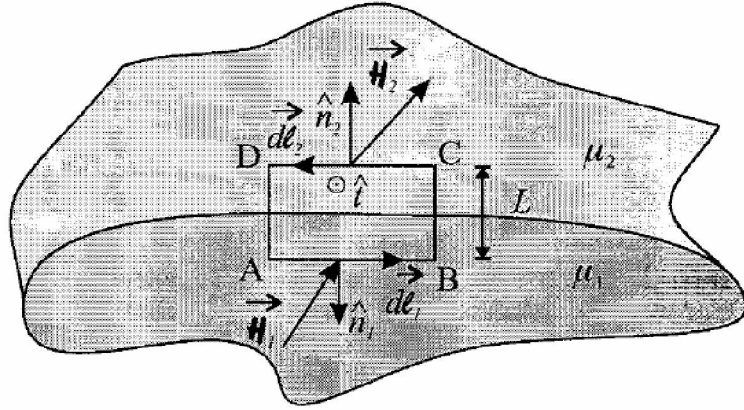


Figura 35 – Circuito fechado retangular na interface [28].

A partir da equação (193), considerando que $\vec{l}_2 = -\vec{l}_1$, tem-se:

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \cdot \hat{l}_2 = \vec{J}_l \cdot \hat{t}_2 \quad (197)$$

Realizando algumas manipulações vetoriais e utilizando identidades vetoriais, a equação (197) pode ser resumida em:

$$\hat{n}_2 \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_l \quad (198)$$

Caso não exista qualquer densidade de corrente linear na interface entre os dois meios, a componente do campo \vec{H} tangente à interface é contínua, não sofrendo alteração em direção ou intensidade. Porém, se houver densidade de corrente linear, o campo tangencial \vec{H}_t terá descontinuidade na fronteira. Portanto, as equações (191) e (198) correspondem às condições de contorno necessárias para a solução de problemas magnetostáticos.

Análise e discussão dos resultados

Neste capítulo, serão abordadas em mais detalhes as características e ferramentas do *software* Finite Element Method Magnetics (*FEMM*), os tipos de problemas que podem ser solucionados e as condições de contorno necessárias para unificar a solução. Será também apresentado o procedimento para a simulação do MLRV, desde o pré-processamento até o pós-processamento.

Os cálculos e resultados analíticos da força de propulsão, da força lateral e da força normal serão introduzidos na subseção 5.1. Uma das grandes desvantagens das máquinas lineares de face única em geral, seja de indução ou a relutância variável, é a produção de força lateral. O *software* fornece apenas as forças no plano bidimensional, visto que a força lateral está no sentido de entrada do plano. Assim sendo, o cálculo analítico será aplicado a fim de se estimar a força lateral exercida pelo estator sobre o translador. A *Análise de Elementos Finitos* (AEF) tanto das forças quanto do perfil de indutância será apresentada na seção 5.2.

A AEF também é necessária na observação do fator de ondulação *force ripple*, altamente presente nos MLRV's, o qual produz vibração e ruído acústico. O fator de ondulação será abordado na subseção 5.2.4. Ainda neste capítulo, será mostrado que a relação entre o arco polar e o passo polar desempenha um papel importante entre a produção da força de propulsão e o volume útil de material magnético do motor. Além disso, cumprindo com os objetivos traçados, os resultados do perfil de indutância e as forças normal e de propulsão serão apresentados no decorrer do capítulo.

5.1 Forças atuantes sobre o translador

As forças nas direções x , y e z , chamadas de força de propulsão, força lateral e força normal, respectivamente, com o sistema de referências apresentado na figura 36, podem ser calculadas através do princípio da conservação de energia. Uma parte da energia elétrica de entrada é armazenada no campo magnético do entreferro e a outra é transformada em energia mecânica. O incremento da energia mecânica em qualquer direção

corresponde ao incremento da energia de entrada subtraído o incremento da energia magnética armazenada na mesma direção. A força na respectiva direção é dada pela razão do incremento da energia mecânica com o deslocamento infinitesimal do translador. A assertiva acerca do desenvolvimento das equações das forças são demonstradas em [15]. A força de propulsão devido à excitação de um único polo, na direção x , é dada por:

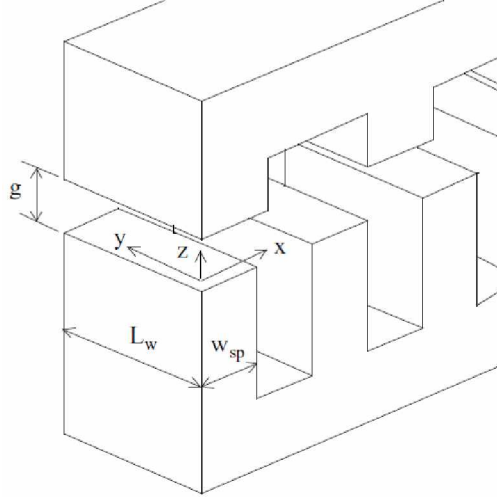


Figura 36 – Sistema de referências. (Reproduzido de [11])

$$F_{x1} = \frac{B_g^2}{2\mu_0} Y Z \quad (199)$$

onde Y é o comprimento sobreposto, em uma posição particular, do translador com respeito ao estator na direção y , enquanto Z é a largura do entreferro dada na direção z . A força total de propulsão equivale ao dobro do valor retornado pela equação (199). Similarmente, as forças lateral e normal relativas à excitação de uma fase são dadas pelas seguintes expressões:

$$F_y = \frac{B_g^2}{\mu_0} X Z \quad (200)$$

$$F_z = -\frac{B_g^2}{\mu_0} X Y \quad (201)$$

onde X é o comprimento sobreposto, em uma posição particular, do translador com respeito ao estator na direção x . Note que a força de propulsão não pode ser avaliada para diferentes posições do translador, por causa da dependência exclusiva das dimensões Y e Z . Além disso, estas dimensões são constantes e não variam com o deslocamento na direção longitudinal de operação do motor. Primeiro, porque não há deslocamento lateral e o estator é totalmente sobreposto pelo translador, transversalmente; segundo, porque a largura do entreferro é invariável. A avaliação da força de propulsão para um dado

fluxo no entreferro, correspondente à corrente de excitação máxima, fornece somente a intensidade máxima produzida pelo estator em uma posição não definida. Já as forças lateral e normal podem ser obtidas através do cálculo analítico para qualquer posição. Como será visto na seção 5.2, a AEF permite estimar as forças para cada deslocamento, sendo que os resultados analíticos e simulados serão comparados para os dois motores desenvolvidos.

No projeto do motor trifásico descrito na seção 2.4.4.1, com largura $L_w = 45 \text{ mm}$, largura do polo do estator $w_{sp} = 20 \text{ mm}$, largura do entreferro $g = 1 \text{ mm}$ e densidade de fluxo no entreferro $B_g = 1,1784 \text{ T}$ (obtida através da equação (72)), a força de propulsão devido a excitação de uma fase é determinada pela equação (199):

$$F_x = \frac{B_g^2}{\mu_0} L_w g = \frac{1,1784^2}{4\pi * 10^{-7}} 45 * 10^{-3} * 10^{-3} = 49,76 \text{ N}$$

A força lateral exercida pelo estator na posição alinhada, devido à excitação de uma fase, é dada pela equação (200):

$$F_y = \frac{B_g^2}{\mu_0} w_{sp} g = \frac{1,1784^2}{4\pi * 10^{-7}} 20 * 10^{-3} * 10^{-3} = 22,10 \text{ N}$$

Note que X é substituído por w_{sp} , uma vez que, na posição alinhada, os polos estão totalmente sobrepostos e a largura do polo do translador é maior que a largura do polo do estator. Em diferentes posições, somente o comprimento da sobreposição entre os polos deve ser contabilizado. A força normal exercida pelo estator na posição alinhada, devido à excitação de uma fase, é dada pela equação (201):

$$F_z = -\frac{B_g^2}{\mu_0} w_{sp} L_w = -\frac{1,1784^2}{4\pi * 10^{-7}} 20 * 10^{-3} * 45 * 10^{-3} = -994,53 \text{ N}$$

O sinal negativo indica que a força é gerada de forma a diminuir a largura do entreferro, ou seja, a força está na direção vertical com sentido para baixo.

No projeto do motor de 4-fases descrito na seção 2.4.4.2, com largura $L_w = 55 \text{ mm}$, largura do polo do estator $w_{sp} = 16 \text{ mm}$, largura do entreferro $g = 3 \text{ mm}$ e densidade de fluxo no entreferro $B_g = 0,9805 \text{ T}$ (obtida através da equação (72)), a força de propulsão devido à excitação de uma fase é:

$$F_x = \frac{B_g^2}{\mu_0} L_w g = \frac{0,9805^2}{4\pi * 10^{-7}} 55 * 10^{-3} * 3 * 10^{-3} = 126,23 \text{ N}$$

A força lateral exercida pelo estator na posição alinhada e devido à excitação de uma fase é dada por:

$$F_y = \frac{B_g^2}{\mu_0} w_{sp} g = \frac{0,9805^2}{4\pi * 10^{-7}} 16 * 10^{-3} * 3 * 10^{-3} = 36,72 \text{ N}$$

Já a força normal exercida pelo estator na posição alinhada, devido à excitação de uma fase é:

$$F_z = -\frac{B_g^2}{\mu_0} w_{sp} L_w = -\frac{0,9805^2}{4\pi * 10^{-7}} 16 * 10^{-3} * 55 * 10^{-3} = -673,23 \text{ N}$$

As equações necessárias para o desenvolvimento do cálculo por método analítico foram determinadas. Na seção subsequente, informações sobre o *software* e a metodologia para a simulação das forças e do perfil de indutância são introduzidas.

5.2 Aplicação do *FEMM* para o MLRV

O *FEMM* é uma suíte de programas que solucionam problemas eletromagnéticos de baixa frequência (frequências abaixo de 1 *kHz*) nos domínios planar e axissimétrico bi-dimensionais [27]. Em suma, o programa lida com problemas magnéticos estáticos e harmônicos variantes no tempo, além de problemas eletrostáticos.

Para a análise em elementos finitos, os MLRV's projetados são implementados e simulados no programa *2D-FEMM* por meio das características desenvolvidas analiticamente no capítulo 2. A solução do MLRV constitui um problema planar magnetostático não-linear, devido à não-linearidade do material magnético empregado. Na solução de qualquer problema representado por equações diferenciais, é necessário definir as condições de contorno para garantir uma solução única. Em problemas magnéticos, o tipo de condição de contorno mais utilizada é a condição de *Dirichlet*. O valor do potencial magnético **A** é explicitamente definido na fronteira [27]. Para a simulação do MLRV, o valor do potencial magnético **A** = 0 é definido a fim de se evitar interferências externas, através dos parâmetros A_0 , A_1 e A_2 .

Usualmente, na aplicação de motores elétricos, utiliza-se materiais magnéticos "macios", os quais são facilmente magnetizados e desmagnetizados, apresentando alta permeabilidade relativa. A importância desta propriedade verifica-se na etapa de comutação das fases. Outro parâmetro significativo é o alto ponto de saturação, visado quando o material é empregado na produção de força. O material magnético (em forma de lâminas) utilizado no projeto de ambos os motores, é o M-19 aço-silício de grão não-orientado. O silício,

componente da liga de aço, reduz a magnetostricção. A laminação do material magnético tem espessura típica entre $0,3\text{ mm}$ e $0,7\text{ mm}$. O programa possui uma biblioteca de materiais de diferentes tipos, com parâmetros e direção das laminações pré-estabelecidos. A direção na qual as laminações são montadas é mostrada na figura 37. Por padrão, o material é laminado no plano XY e representa o caminho de fluxo "fácil", desde que a configuração do MLRV seja de fluxo longitudinal.

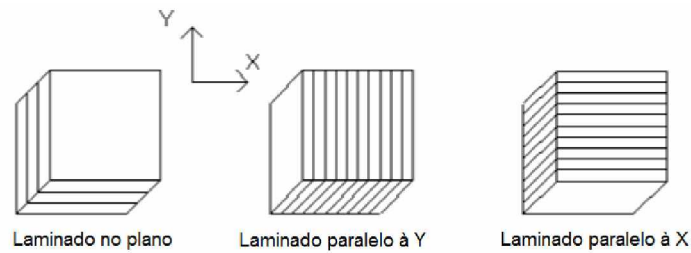


Figura 37 – Diferentes orientações na laminação (Reproduzido de [27])

No *software FEMM*, as forças em x e z são obtidas através do bloco integral *Weighted Stress Tensor*. O bloco integral é avaliado como uma integração de volume que automaticamente escolhe uma série de caminhos de integração que produzem bons resultados [27]. Para se computar a força, a área da porção passiva do MLRV deve ser selecionada e a função *Weighted Stress Tensor* integrará sobre a área especificada. A única limitação desta função é que a região na qual deseja-se avaliar a força deve estar totalmente rodeada pelo ar. Se o bloco ativo do MLRV for selecionado (e.g. região de encontro com as bobinas), outro método calculará as forças. A figura 38 mostra, na parte superior, os contornos ao longo dos quais a integração foi executada, designados por meio da média de todos os possíveis contornos. As forças a que o bloco selecionado está submetido são decorrentes do fluxo magnético produzido pelas bobinas do bloco inferior.

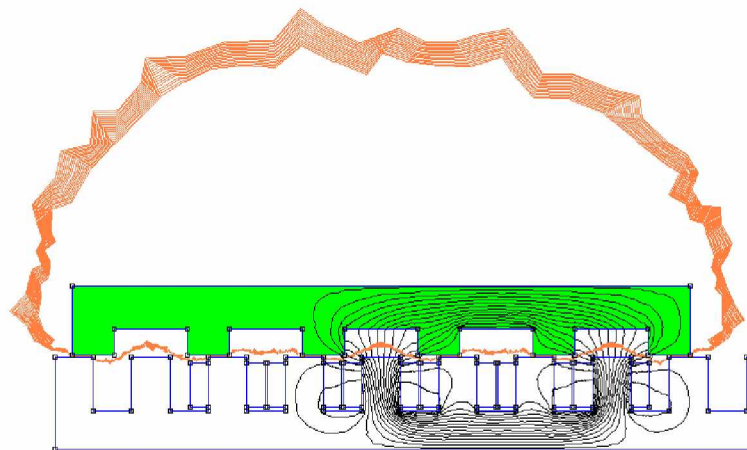


Figura 38 – Contornos de integração para o cálculo das forças.

Nas subseções 5.2.1 e 5.2.2, as duas configurações de MLRV's serão modeladas no *FEMM*. Os passos para desenho da geometria, criação das malhas e pós-processamento são discriminados. Dois métodos para a aquisição das indutâncias também serão apresentados.

5.2.1 MLRV trifásico de configuração 6/4

As definições da profundidade do motor, do tipo de problema a ser solucionado e da condição de contorno, seguido da construção geométrica, são necessárias para dar início ao pré-processamento. Depois de desenhado o perfil frontal do motor, todas as regiões que o contemplam são definidas pelos materiais: material do núcleo magnético laminado M-19 Steel, o ar que circunda o motor e preenche o entreferro e o tipo e seção do condutor que compõe as bobinas. Adicionalmente, devem ser especificados a quantidade de enrolamentos em cada bobina, à qual fase cada par de bobina pertence e a intensidade da corrente elétrica nominal na fase que se deseja excitar. O desenho geométrico é apresentado na figura 39. Por esta configuração ser trifásica, três circuitos discretos devem ser definidos. Cada par de bobinas é estabelecido para somente um circuito, equivalentemente designado como fase; as bobinas constituintes de um mesmo circuito são conectadas em série. Na simulação, uma única fase é excitada e o comportamento do motor analisado.

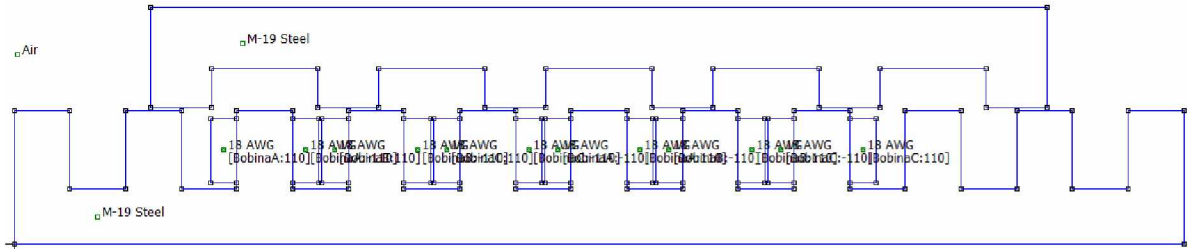


Figura 39 – Desenho geométrico do MLRV 3-fases no *software FEMM*.

O próximo passo é a criação da malha, a qual consiste na divisão da região do domínio de solução em "porções" triangulares, ou elementos, como mostra a figura 40. Neste processo, a criação da malha é automática. No entanto, o tamanho da malha pode ser definido manualmente. De acordo com [27], quanto menor o tamanho da malha, melhores são os resultados quando deseja-se avaliar as forças. Observa-se que os elementos próximos aos nós e no interior das bobinas são definidos automaticamente com tamanhos reduzidos, de forma a refinar a solução do vetor potencial magnético A . O passo após este processo refere-se à solução das equações diferenciais (citadas na subseção 4.3.2) que regem o problema através do MEF.

Na etapa de pós-processamento, as linhas de fluxo para as posições alinhada e desalinhada, mostradas nas figuras 41 e 42, respectivamente, são apresentadas.

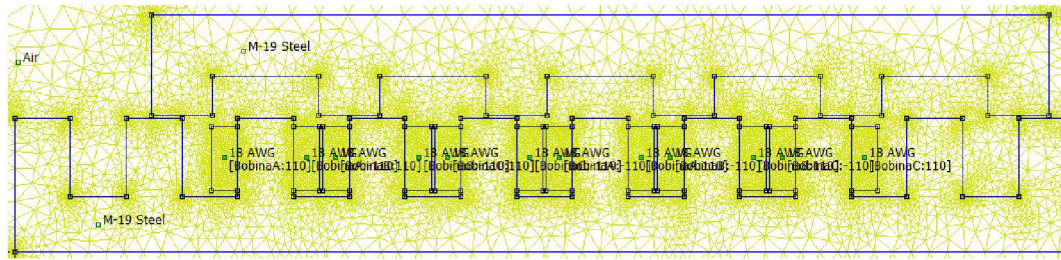


Figura 40 – Criação da malha triangular

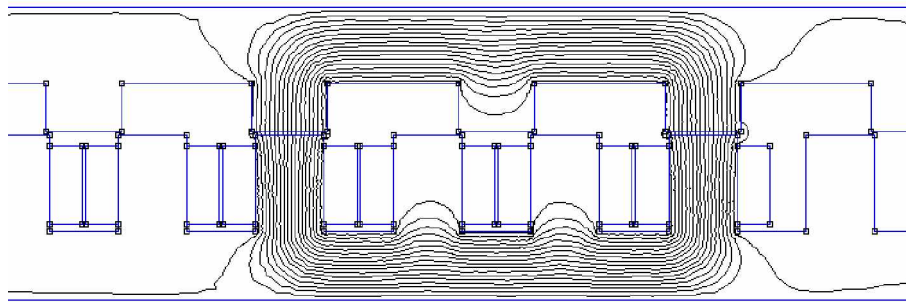


Figura 41 – Linhas de fluxo na posição alinhada.

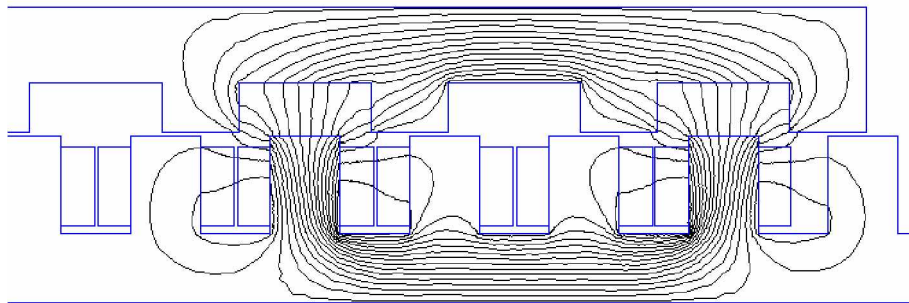


Figura 42 – Linhas de fluxo na posição desalinhada.

Os resultados da simulação obtidos para a indutância de fase nas posições alinhada, intermediária e desalinhada são apresentados na tabela 5 e comparados com o método do circuito magnético aproximado. A janela do *FEMM* denominada "*Circuit Properties*" (figura 43) explicita as propriedades do circuito C como: a corrente total, queda de tensão, fluxo concatenado, resistência das bobinas e indutância (definida pela razão *fluxo/corrente*, dada em *Henries*). Note que o valor da indutância para o circuito excitado corresponde à soma das auto-indutâncias de cada bobina constituinte do circuito C . Em razão disso, há outra maneira de se obter a indutância total do circuito. O bloco integral $A.J$ do programa retorna o valor da integral $\int A.JdV$ em unidades $[H.A^2]$. Uma vez que a auto-indutância da bobina é dada por

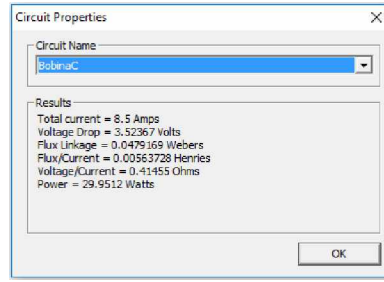


Figura 43 – Propriedades do circuito.

Tabela 5 – Indutância em diferentes posições do translador.

	Indutância por fase (mH)		
	Cálculo Analítico	FEMM	Erro %
Posição alinhada	31,265	31,474	0,66
Posição intermediária	15,645	15,772	0,81
Posição desalinhada	6,298	5,687	10,74

$$L_{ai} = \frac{\int A \cdot J dV}{i^2} \quad (202)$$

a indutância é definida como a razão do valor retornado pelo *FEMM*, pelo quadrado da corrente de excitação. O resultado obtido através deste método é exatamente igual ao apresentado na figura 43. O valor unitário de corrente se aplicada no problema – por simplicidade – conduz a uma resposta equivalente, com diferença na quinta casa decimal. A integral $\int A \cdot J dV$, geralmente utilizada em problemas lineares, basicamente tem dependência somente do volume da região a ser integrada. Desde que $J = T_{ph}i/a$, onde a é a área da seção transversal da bobina, a equação (202) é modificada para:

$$L_{ai} = \frac{T_{ph}}{a_{seção}} \frac{\int A dV}{i} \quad (203)$$

A indutância, então, depende só do vetor potencial magnético A e a relação $\int A dV/i$ é praticamente linear. O aumento em i reflete o incremento em A . As indutâncias mútuas não são computadas dado que somente um circuito é excitado por vez e, desta forma, uma análise dinâmica fica vetada.

Através da simulação das demais posições do translador, o perfil de indutância foi traçado e comparado com o perfil obtido analiticamente na seção 3.1, conforme ilustra a figura 44. Diante dos resultados, verifica-se uma boa predição comparativamente ao modelo analítico, principalmente na região de crescimento da indutância. Quanto melhor for a exatidão na análise, melhor será o controle da máquina e, conseqüentemente, a eficiência do motor é incrementada.

No que diz respeito aos cálculos analíticos realizados na seção 5.1, somente as forças normal e de propulsão foram simuladas através do MEF. A figura 45 fornece o módulo da força de propulsão gerada em quatro níveis de corrente de excitação durante o movimento

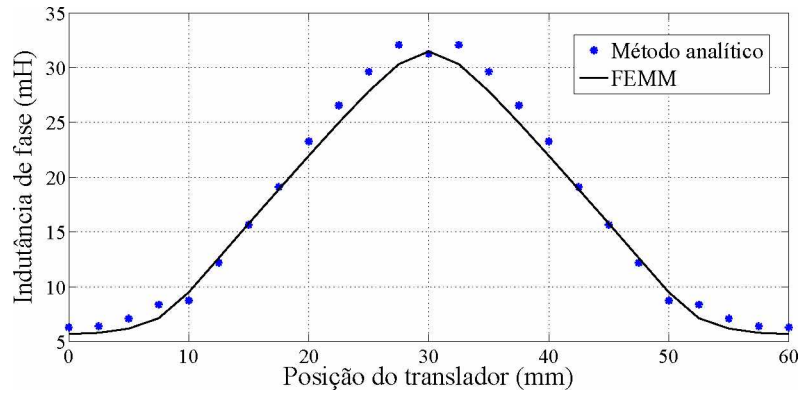


Figura 44 – Perfil de indutância - MLRV de 3 fases.

correspondente ao passo polar do motor, ou seja, entre a posição de desalinhamento e a posição de alinhamento. Como o cálculo analítico permite somente a avaliação do módulo máximo em uma posição indefinida, a comparação entre os dois resultados não foi apresentada. Contudo, observando-se a força $F_x = 49,76 \text{ N}$ calculada, acredita-se que esta corresponda ao valor de pico referente à figura 45, a qual ocorre na posição $x = 10 \text{ mm}$. A intensidade da força resultante da simulação nesta posição e à corrente de $8,5 \text{ A}$ equivale, aproximadamente, a $F_x = 44 \text{ N}$. O erro relativo percentual considerando o valor analítico como valor exato é de $11,5\%$. Na posição de $1/3$ do passo polar, a força de propulsão é máxima e mantém-se quase que constante até $5/6$ do trajeto.

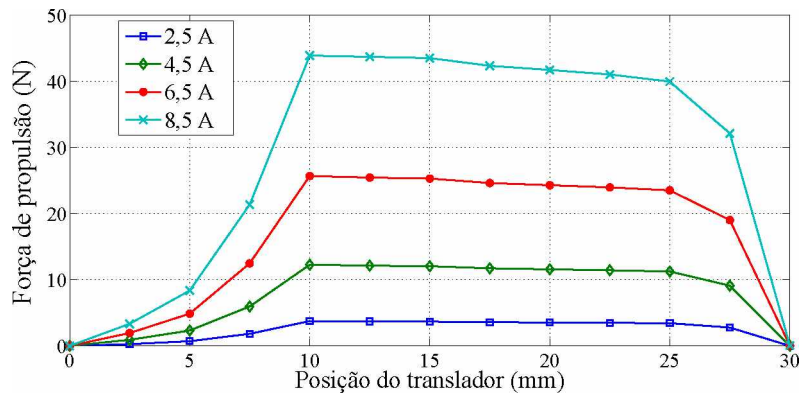


Figura 45 – Força de propulsão - MLRV de 3 fases.

O gráfico da força normal obtida através do FEMM *versus* os dados analíticos são apresentados na figura 46. Neste caso, foi possível avaliar os módulos das forças analiticamente a partir da equação (201). Para cada nível de corrente, obteve-se resultados similares entre as posições $x = 10 \text{ mm}$ e $x = 50 \text{ mm}$ referentes aos valores calculados e simulados. Fora deste intervalo, os polos não estão sobrepostos e conduzem a valores nulos nas equações (200) e (201). Na posição de total alinhamento, $x = 30 \text{ mm}$, há uma

diferença entre os resultados. Esta diferença ocorre em razão de que os polos do estator e translador mantêm-se totalmente sobrepostos entre o intervalo de $27,5\text{ mm}$ e $32,5\text{ mm}$, conduzindo a valores constantes; já a AEF deve considerar outros fatores na obtenção do módulo da força.

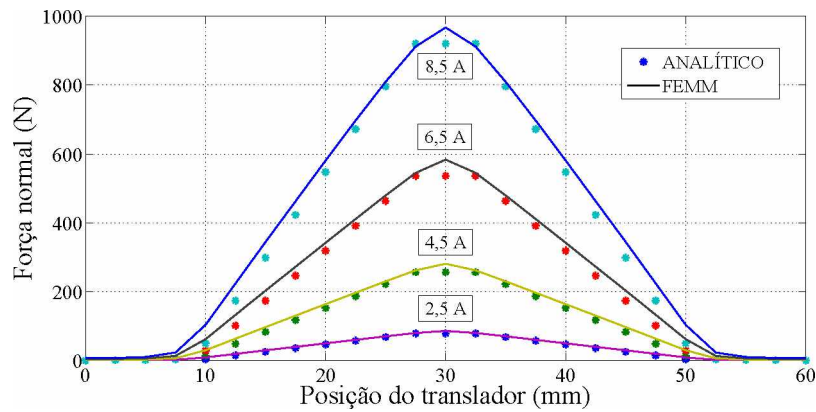


Figura 46 – Força normal - MLRV 3-fases.

5.2.2 MLRV quadrifásico de configuração 8/6

A mesma metodologia de análise e simulação adotada na seção 5.2.1 é empregada no motor quadrifásico. Neste modelo, informações complementares acerca do desempenho do motor foram inseridas pelo fato deste compor o objetivo principal da dissertação. O desenho geométrico no *FEMM* é apresentado na figura 47. Quatro circuitos, *a*, *b*, *c* e *d*, foram definidos e conectam fases distintas com 468 espiras cada. O tamanho das bobinas estabelecido na geometria não influencia negativamente os resultados, desde que estas comportem, com sutil excesso de espaço, todas as espiras agrupadas.

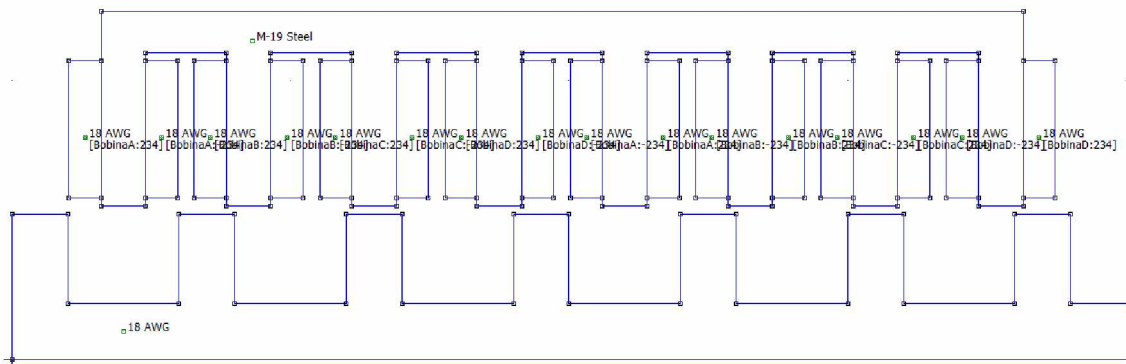


Figura 47 – Desenho geométrico do MLRV de 4 fases no FEMM.

Na etapa de pós-processamento, as densidades de fluxo para as posições alinhada e desalinhada são apresentadas nas figuras 48 e 49, respectivamente. Na posição alinhada,

a densidade de fluxo é máxima nos polos do estator e nas culatras próximas às bobinas. Devido ao grande entreferro, a densidade de fluxo na parte translacional é, aproximadamente, 60% do valor da densidade computada na porção estática. Em alguns pontos, a densidade de $1,6\text{ T}$ é verificada, condizendo com as limitações do material magnético na região não-saturada. Em outras palavras, o motor não trabalha na região de saturação, conforme ilustra a figura 12. Na posição desalinhada, as linhas de fluxo seguem caminhos similares, e até muito próximos, aos caminhos de fluxo introduzidos na seção 3.1.1. Isto mostra que a predição analítica do fluxo magnético é satisfatória. Os fluxos de dispersão são mais evidentes nesta posição, e a energia transferida do estator para o translador, consequentemente, é menor. Isto se verifica pela menor densidade de fluxo produzida em ambos os blocos. Nos polos do estator observa-se pontos onde a densidade máxima atinge $0,90\text{ T}$.

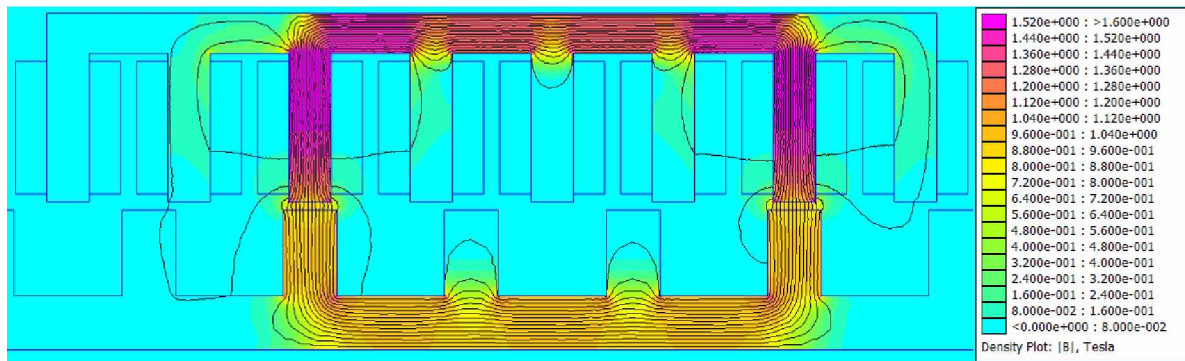


Figura 48 – Linhas e densidade de fluxo na posição alinhada.

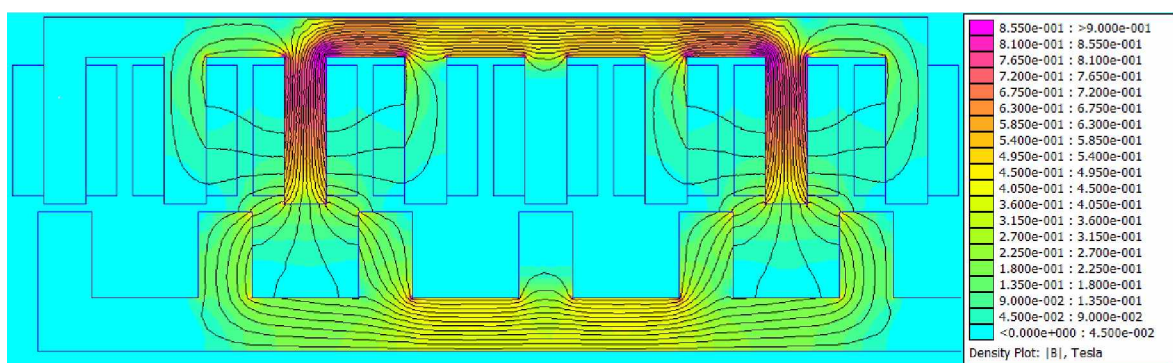


Figura 49 – Linhas e densidade de fluxo na posição desalinhada.

Os resultados analíticos e simulados da indutância de fase nas posições alinhada, intermediária e desalinhada são apresentados na tabela 6. Comparando-se aos dados do motor trifásico (tabela 5), o erro relativo nas posições alinhada e intermediária aumentaram significativamente; enquanto, que na posição desalinhada, o erro diminuiu na mesma proporção.

Tabela 6 – Indutâncias no MLRV de 4 fases.

	Indutância por fase (mH)		Erro relativo %
	Cálculo Analítico	FEMM	
Posição alinhada	63,29	61,23	3,25
Posição intermediária	38,59	42,15	9,23
Posição desalinhada	27,16	27,79	2,32

A fim de se ter uma visão geral, o perfil de indutância foi traçado através da simulação pelo MEF em função da posição do translador e comparado com os dados calculados pelo método aproximado através do circuito magnético equivalente, conforme ilustra a figura 50. Devido ao grande entreferro, observa-se que nas posições próximas ao total desalinhamento ($x = 0 \text{ mm}$) o erro relativo é muito maior que 2,32%, alcançando os 10% obtidos pelo motor trifásico. Além disso, os valores de indutância para o método analítico em algumas posições intermediárias se desviam significativamente.

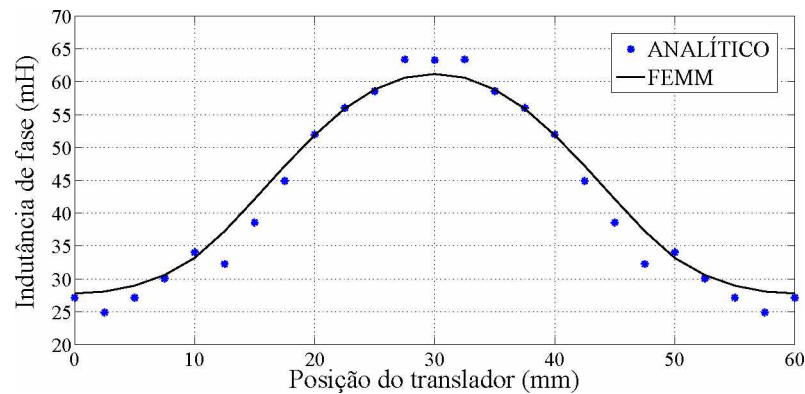


Figura 50 – Perfil de indutância - MLRV de 4 fases.

No intuito de contornar este problema, o modelo da auto-indutância foi aplicado ao motor quadrifásico. Com o auxílio da tabela 6, tanto os valores correspondentes ao cálculo analítico (método aproximado) quanto os valores correspondentes ao *FEMM* foram utilizados na análise do perfil de indutância, como já foi discutido na seção 3.3. A figura 51 apresenta os perfis de indutância dados pelo método analítico aproximado, modelo da auto-indutância de fase e pelo *FEMM*. O modelo da auto-indutância fornece melhor aproximação quando utilizado os dados (via método aproximado) nas posições alinhada, intermediária e desalinhada. Quando utilizado os dados das posições via MEF, o perfil aproxima-se ainda mais da curva traçada através do *software FEMM*.

Para as forças normal e de propulsão, o resultado dos cálculos analíticos para o motor quadrifásico não foi inserido, uma vez que os dados de simulação são suficientes na execução de uma análise profunda e objetiva. O gráfico da força de propulsão simulada através do MEF, para quatro diferentes níveis de excitação da corrente, é apresentado na figura 52. Para a corrente de excitação máxima, a intensidade da força durante o movimento cor-

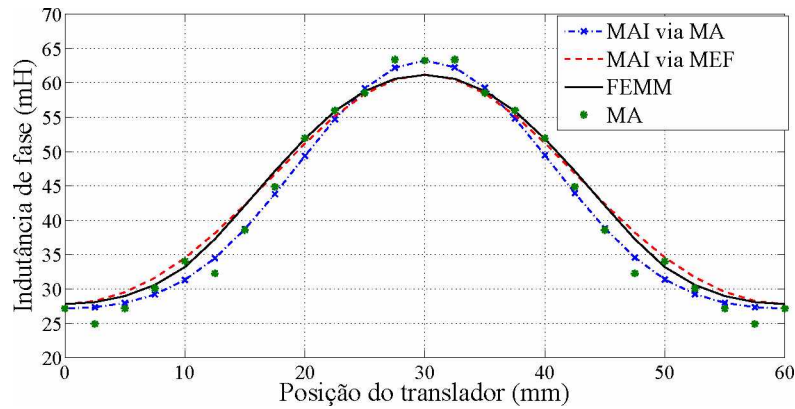


Figura 51 – Perfis de indutância (MA = método analítico; MAI = modelo da auto-indutância de fase) - MLRV de 4 fases.

respondente ao comprimento de um passo polar segue uma curva mais acentuada quando comparado à outros níveis de corrente. A manutenção da força durante o tempo de aceleração do motor, $t_a = 1\text{ s}$, é mandatória para garantir o funcionamento adequado. O módulo máximo da força produzida é obtido na posição $x = 15\text{ mm}$, com valor aproximado de 100 N , para a corrente nominal de 10 A . O cálculo analítico realizado na seção 5.1 atingiu um valor de $126,23\text{ N}$, um erro relativo de $20,7\%$. Contudo, na seção 2.4.4.2, a força requerida para movimento do portão foi determinada com valor aproximado de 98 N . Desta forma, tem-se que, tanto o método analítico e a AEF produziu resultados superiores ao requisito inicial.

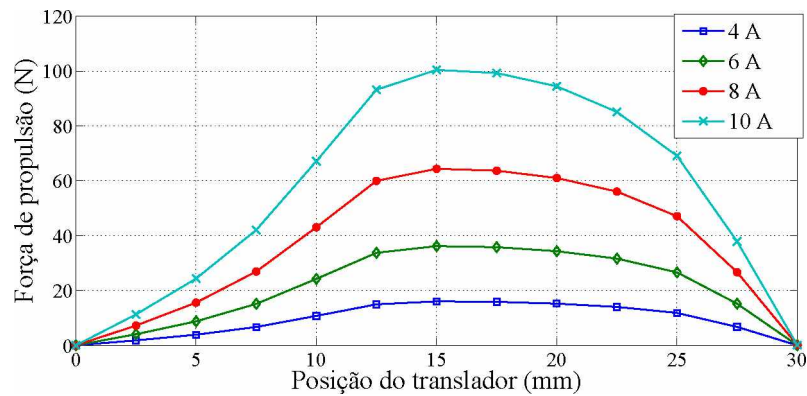


Figura 52 – Força de propulsão - MLRV de 4 fases.

O gráfico da força normal obtida através do *software FEMM* é apresentado na figura 53. A máxima força de atração, F_z , experimentada pelo translador à corrente de 10 A , é de aproximadamente 670 N . A estrutura de sustentação do estator sobre o portão deve ser projetada de forma a suportar o próprio peso do estator mais a força de atração.

Não negligenciando as forças laterais, adequações devem ser realizadas a fim de se evitar problemas na movimentação longitudinal do translador.

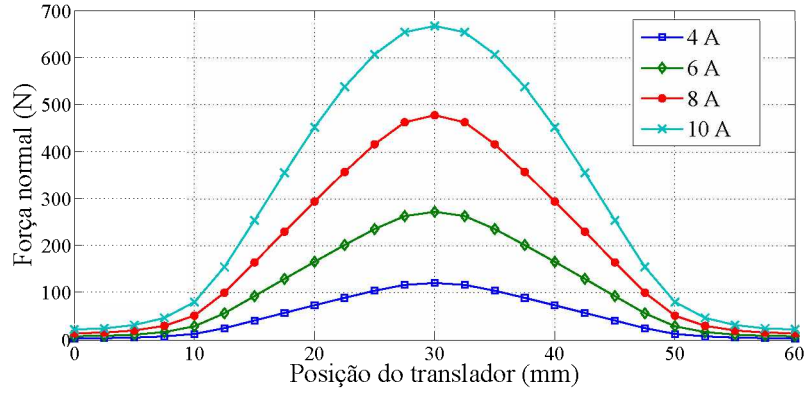


Figura 53 – Força normal - MLRV de 4 fases.

Na seção seguinte, um estudo sobre o impacto da alteração da largura dos polos do translador é realizado. Mantendo-se a largura dos polos do estator inalterada, é possível descobrir se há benefícios ou não em quesitos de desempenho, mais especificamente na força de propulsão.

5.2.3 Razão entre arco polar e o passo polar

A alteração das larguras dos polos descritos em [11], que tem por objetivo analisar o comportamento do motor, relaciona a razão entre o arco e o passo polar referentes ao translador. O conceito, chamado de invólucro polar (em inglês, *pole enclosure*), é empregado a fim de se determinar a dimensão da largura do polo do translador que produz maior força de propulsão, enquanto o passo polar é inalterado. Este é definido como o ângulo, no domínio rotativo, ou o comprimento, no domínio linear, formado entre dois polos consecutivos contidos no bloco passivo. Em outras palavras, modifica-se o comprimento da ranhura e do polo do translador, simultaneamente, de forma a manter constante o invólucro polar. A expressão que define o passo polar, em milímetros, é:

$$l_{rp} = \frac{2\pi}{P_r} \frac{180}{\pi} = \frac{360}{6} = 60 \text{ mm} \quad (204)$$

e o invólucro polar, com o arco polar β_r dado em graus, é expresso por:

$$P_{en} = \frac{\beta_r}{\theta_{rp}} = \frac{\beta_r P_r}{360} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \approx 0,334 \quad (205)$$

O conceito também foi utilizado no estudo do perfil das forças de um MLRV de três fases de configuração de fluxo longitudinal [29]. De modo a ilustrar as diferenças geométricas decorrentes dessa modificação, a figura 54 compara a geometria do MLRV

original, (a), e aquela com os arcos polares modificados, (b). Ambos possuem diferentes valores do invólucro polar; quanto maior a largura dos polos, maior é o invólucro polar.

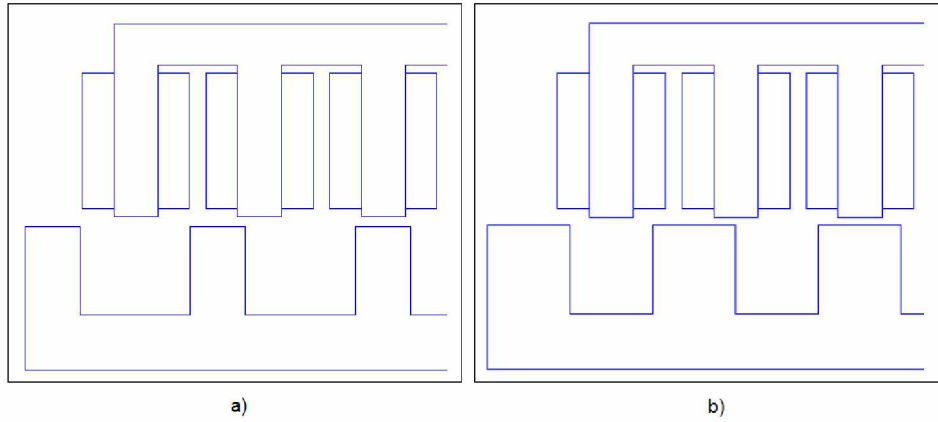


Figura 54 – Invólucro polar: (a) $P_{en} = 0,334$ (b) $P_{en} = 0,5$.

Para a análise dos efeitos na força de propulsão, o MEF é aplicado variando-se gradativamente a largura dos polos. A cada valor do invólucro polar, a média das forças de propulsão produzidas dentre todas as posições possíveis do translador, é computada para diferentes correntes de excitação. A figura 55 apresenta a variação da força de propulsão em função do invólucro polar, para diferentes níveis de corrente. Lembrando que a relação (equação (31)) deve ser mantida a fim de se evitar a produção de torque negativo, a menor razão a qual deve ser analisada tem valor de $P_{en} \approx 0,267$. Observando a figura 55, os valores inferiores a 0,267 foram inseridos somente para efeitos comparativos. Como dito anteriormente, nesta região da curva, o MLRV acaba produzindo torque negativo, de forma que não há o menor sentido analisá-la.

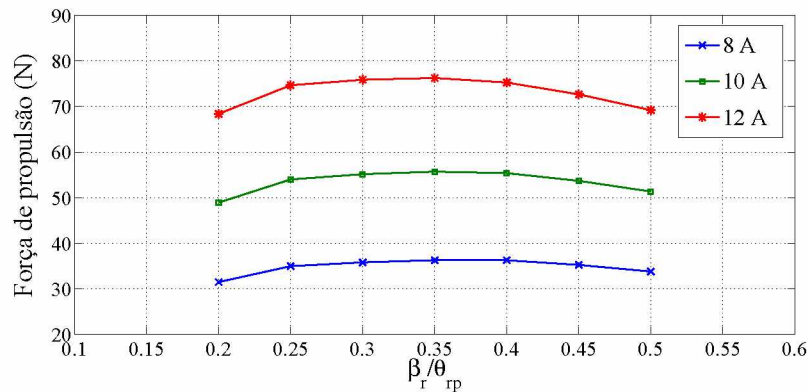


Figura 55 – Curva da força de propulsão em função do invólucro polar.

De acordo com a figura 55, a configuração atual, que tem um invólucro polar correspondente a 0,33 unidades, é uma das melhores configurações possíveis levando-se em

conta a geração da força de propulsão e a minimização de material magnético necessário para a construção do motor. O aumento da largura do polo do rotor, influencia diretamente no perfil de indutância, pois a sobreposição dos polos se mantém por um maior intervalo de espaço e tempo. O efeito é evidenciado pela figura 56, que apresenta os perfis de indutância para os invólucros polares da figura 54.

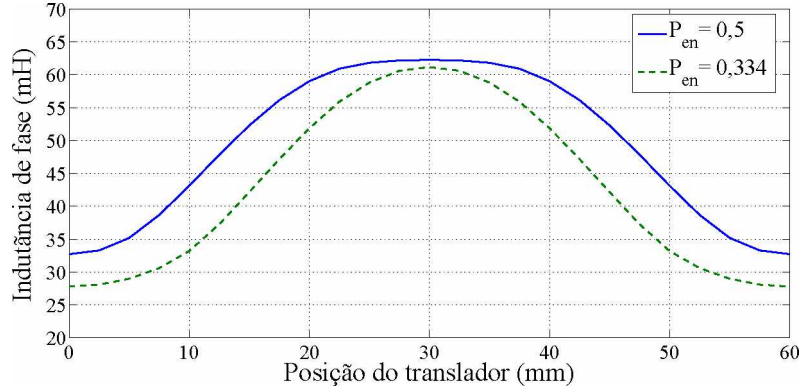


Figura 56 – Perfis de indutância para os invólucros polares $P_{en} = 0,334$ e $P_{en} = 0,5$.

O achatamento do perfil da indutância na região de alinhamento na qual não há variação de indutância, contribui negativamente na força média de saída. Na seção seguinte, será introduzido o conceito de fator de ondulação da força de propulsão.

5.2.4 Fator de ondulação (*force ripple*)

O fator de ondulação das forças, conhecido como *force ripple* em inglês, pode ser determinado pelas variações na força de saída [30]. É causado pela comutação das correntes de fase e pela natureza não-linear da variação da indutância de fase com o movimento do translador [29]. A variação não-linear da força de propulsão (figura 53) contribui na vibração e no ruído acústico dos MLRVs. A fim de se quantificar o fator de ondulação da força, as características estáticas e a sequência de acionamento das fases serão consideradas.

No motor linear, as fases estão defasadas em função da sua geometria. Basicamente, o ângulo ou comprimento de defasagem é determinado pela razão do comprimento do passo polar com o número de fases. Para o motor de quatro fases desenvolvido, o comprimento do passo polar é de 60 mm ; logo, duas fases consecutivas estão defasadas de 15 mm . A figura 57 apresenta a força de sobreposição (força mínima) e força máxima resultantes do acionamento das quatro fases em sequência, de forma a realizar o movimento contínuo do translador. A defasagem entre a primeira e a última fase equivale a 45 mm , que corresponde, justamente, ao comprimento do passo polar do estator. Assumindo a força estática máxima como F_{max} e o valor mínimo que ocorre no ponto de intersecção entre duas fases consecutivas como F_{min} , a porcentagem do fator de ondulação da força pode ser calculada por:

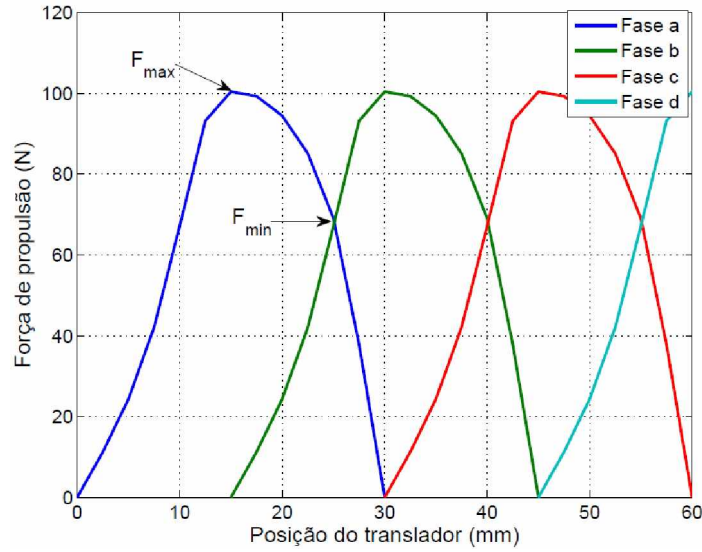


Figura 57 – Curva da força de propulsão relativa à posição do translador destacando os pontos de força máxima e mínima.

$$f_r(\%) = \frac{F_{max} - F_{min}}{F_{med}} 100 = \frac{100,38 - 69,04}{86,92} 100 = 36\% \quad (206)$$

onde F_{med} é a força média calculada a partir da amostragem entre as posições $x = 15 \text{ mm}$ e $x = 25 \text{ mm}$. É importante lembrar que duas fases não podem ser acionadas ao mesmo tempo, uma vez que a análise da figura 57 pode levar o leitor a conclusões precipitadas. Caso a fase *a* seja acionada quando o polo correspondente estiver na posição totalmente desalinhada ($x = 0 \text{ mm}$), a excitação é interrompida justamente quando este desloca-se 25 mm , que corresponde ao ponto de interseção com a fase *b*. Neste exato momento a fase *b* é acionada. A posição relativa do polo, correspondente a esta fase em sua posição de total desalinhamento é $x = 15 \text{ mm}$, e não 25 mm , tal como se poderia pensar. A força inicial produzida pela excitação da fase equivale, exatamente, à força mínima indicada na figura. Uma ilustração do que aconteceria realmente na prática é apresentada na figura 58. A força média, ou *RMS*, resultante se encontra entre F_{max} e F_{min} . Ainda assim, a figura não remete ao caso real, em razão das correntes não serem imediatamente extintas com a interrupção da excitação das fases, cujo fato é explicado pela figura 11.

Quanto maior a diferença entre as forças máxima e mínima, maior é o fator de ondulação, prejudicando o desempenho final do motor linear. O método de minimização do *force ripple* empregando sapatas polares foi proposto por [29]. Posteriormente, outro método de minimização, utilizando polos enviesados, inclinados por um ângulo de 1 a 10 graus em passos de 1° , foi proposto [30]. Entretanto, estas técnicas dificultam o processo de construção da máquina e não produzem boa margem de redução do *force ripple*, analisando os modelos utilizados em [30].

Um critério para se encontrar o limite máximo para a corrente de excitação, desen-

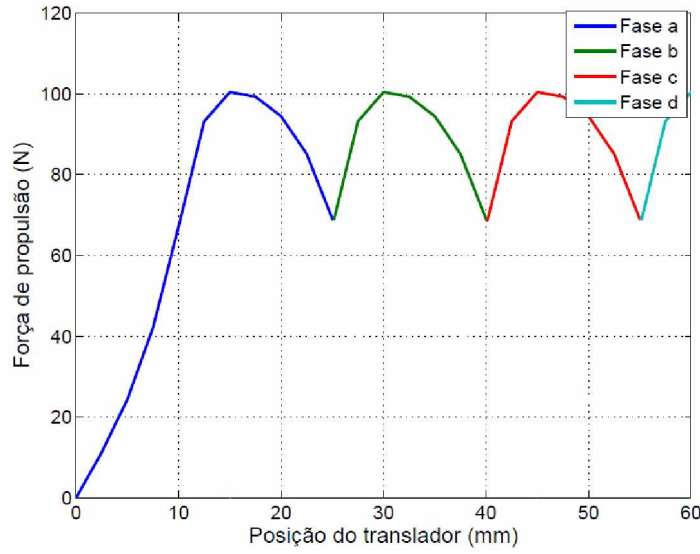


Figura 58 – Ilustração da curva da força de propulsão resultante do acionamento sequencial das fases.

volvido em [9], será introduzido relacionando a razão incremental de energia mecânica e a corrente de excitação.

5.2.5 Limite operacional

O aumento na corrente de excitação resulta na melhora da potência de saída mecânica do motor a relutância variável [9]. No entanto, ambas as variáveis não se relacionam linearmente na região saturada. Haverá um limite para a corrente na qual a resposta em energia mecânica decairá, necessitando de um limite operacional na máxima corrente de excitação. O ganho incremental g_{mi} é definido pela razão do incremento da energia mecânica pelo incremento da corrente de entrada, e pode ser escrito como:

$$g_{mi} = \frac{\Delta W_m}{\Delta i} = \lambda_0 + i_{so}(L_s - L_u) + \frac{\Delta i}{2}(L_s - L_u) \quad (207)$$

onde λ_0 é a interseção no eixo do fluxo concatenado da porção saturada da curva referente à posição alinhada [9], i_{so} é a corrente de operação a partir da qual os valores de incremento são calculados, Δi é o incremento da corrente e ΔW_m é a energia mecânica resultante. Já L_s é a indutância de saturação na posição alinhada por fase e L_u é a indutância na posição desalinhada por fase; ambas equivalem às inclinações das curvas apresentadas no modelo generalizado da figura 59. A área circunscrita por O, A, B e C representa a energia mecânica de saída do motor, similarmente à figura 5.

O máximo valor possível para o ganho ocorre quando $L_s = L_u$. Isto implica dizer que para uma dada corrente de excitação, a inclinação da reta tangente à curva, referente à posição de alinhamento, terá valor igual à inclinação da reta referente à posição de

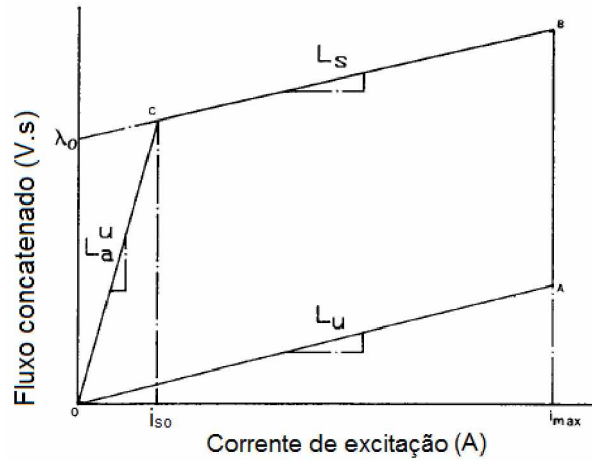


Figura 59 – Fluxo concatenado *vs* corrente de excitação (Reproduzido de [9]).

desalinhamento. Ou seja, a corrente de limite operacional é atingida. Além disso, haverá ganho incremental somente quando a condição $L_s > L_u$ for satisfeita.

Através da AEF, os fluxos concatenados nas posições alinhada e desalinhada foram computados para a corrente i variando entre 0 e 40 A. Para efeitos comparativos, foram simuladas duas situações de largura do entreferro: $g = 3 \text{ mm}$ e $g = 1 \text{ mm}$, cujos resultados são apresentados na figura 60.

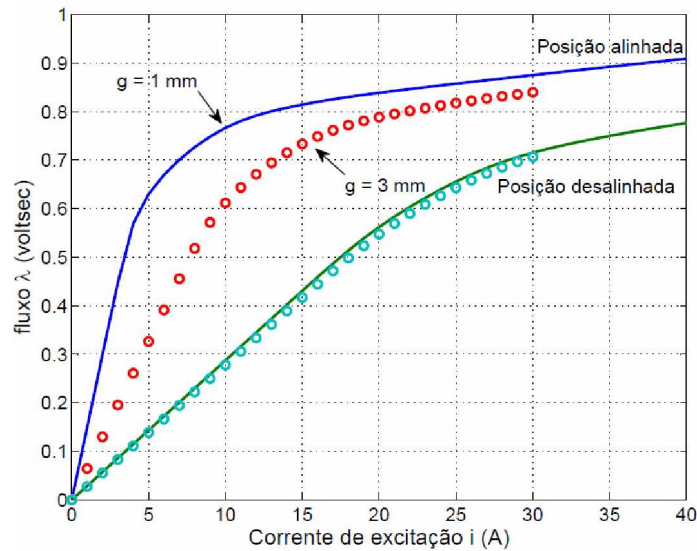


Figura 60 – Curva do fluxo concatenado em relação à corrente de excitação.

Nota-se que, na posição desalinhada, o fluxo concatenado cresce linearmente com a intensidade de corrente até aproximadamente $i = 20 \text{ A}$. A partir daí, o motor entra na região de saturação, tanto para $g = 3 \text{ mm}$ quanto para $g = 1 \text{ mm}$. Na posição alinhada, ambas situações atingem o estado de saturação mais rapidamente. Aplicando-

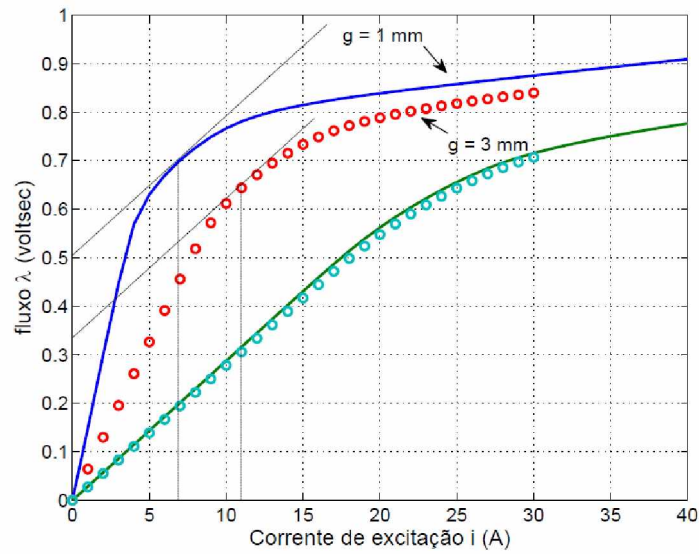


Figura 61 – Curva do fluxo concatenado em relação às correntes limites.

se o conceito do limite operacional, imagina-se uma reta tangente às curvas referentes à posição alinhada, que é simultaneamente paralela à reta de inclinação referente à posição desalinhada, como mostrado na figura 61.

As interseções das retas com as curvas representam, no eixo das abscissas, as correntes máximas de operação que garantem o incremento no ganho. Para a largura do entreferro de projeto, $g = 3 \text{ mm}$, a corrente limitante é definida em aproximadamente 11 A , enquanto que, para $g = 1 \text{ mm}$, a corrente limitante é cerca de 7 A . Outra análise que pode ser inferida do gráfico da figura 60, é a quantidade de energia mecânica produzida. A área abaixo da curva, assim como a área circunscrita por O, A, B e C na figura 59, na situação em que o entreferro é reduzido para o valor de 1 mm , é maior. Portanto, a conversão eletromecânica torna-se mais eficiente e a energia transferida do estator para o movimento do translador aumenta, implicando no melhor aproveitamento da energia de entrada.

A escolha da corrente nominal de projeto ($i = 10 \text{ A}$) é razoável, pois seu valor é menor que a corrente limitante ($i = 11 \text{ A}$). Isto garante que a energia de entrada seja convertida eficientemente em energia mecânica, extraindo a máxima eficiência possível do motor. Neste sentido, considerando o desempenho geral do MLRV obtido através dos cálculos analíticos e do MEF, o motor de 4 fases é capaz de acionar a carga com as características e parâmetros desejados.

Conclusão

Como já mencionado, os motores lineares a relutância variável são relativamente fáceis de serem projetados, se adequam com eficiência às aplicações que requerem movimento translacional e são bem robustos. A ausência de engrenagens e dispositivos de transmissão mecânica reduz as perdas por atrito e elimina o desgaste das peças de contato. Contudo, a presença de forças laterais e de atração entre os blocos estático e móvel, requerem maior compromisso no projeto da estrutura de sustentação do motor. Além disso, a maior complexidade encontra-se no sistema de controle dos comutadores necessários para controlar a velocidade de intercurso.

Uma das grandes dificuldades devido ao grande entreferro é a estimativa analítica do perfil de indutância. Esta característica diminui a quantidade de energia elétrica convertida em mecânica e introduz dificuldades na estimação do comprimento das linhas de fluxo no entreferro. Dos métodos estudados, o modelo da auto-indutância de fase é o que oferece maior simplicidade e eficiência na predição da curva do perfil de indutância. O único ponto negativo refere-se à impossibilidade de avaliação dos valores das indutâncias somente com este método. Contudo, quando utilizado com outro método que forneça as indutâncias exclusivamente nas posições de alinhamento, alinhamento intermediário e desalinhamento, o modelo da auto-indutância de fase se torna uma ferramenta excelente na predição da indutância nas demais posições do translador. Caso o método complementar escolhido seja o MEF, o conjunto fornecerá boa previsão do perfil de indutância; caso seja o modelo aproximado através do circuito magnético equivalente, a curva apresentará desvios, em razão dos valores de indutância nas três posições requeridas apresentarem maior erro relativo. Contudo, o conjunto consegue ser mais eficiente do que quando somente o método aproximado através do circuito magnético equivalente é utilizado. Comparando-se o perfil de indutância através da AEF com o perfil traçado pelo modelo da auto-indutância (método complementar: AEF), o maior erro relativo produzido é de 1,16%. Com uma aproximação tão eficiente, pode ser mais conveniente simular as três posições requeridas no *FEMM* e aplicar no modelo, economizando um tempo significativo na simulação dos dados.

Na análise das forças, o conceito da avaliação do perfil de indutância pode ser estendido. Definitivamente, o MEF é o melhor método para tal análise. O cálculo analítico é insuficiente na avaliação da força de propulsão, em razão de não oferecer recursos para a estimativa nas demais posições de deslocamento. Já as forças normal e lateral podem ser obtidas através do método de conservação de energia com aproximação desejável. Em relação à aplicação no sistema deslizante, ambas as forças devem ser consideradas, visto que podem causar a deformação da estrutura de suporte do motor e arrancá-lo dos trilhos. Se o translador desliza sobre os trilhos guia através de rolamentos, a estrutura deve ser projetada de forma a contornar estes problemas.

O incremento no arco polar, e conseqüentemente, no invólucro polar, aumenta demasiadamente o volume de material necessário na manufatura do MLRV. Além disso, a força de propulsão produzida decai com o aumento do invólucro polar. As dimensões do motor de 4 fases, desenvolvidas no capítulo 2, oferecem boa relação desempenho *vs* volume de material, implicando na manutenção da força requerida para o funcionamento adequado. Vale ressaltar que a escolha das configurações foi vital para alcançar um modelo robusto e barato. A aplicação de um processo de otimização dimensionaria o motor com características de desempenho semelhante, de modo que o volume de material seja reduzido. Algoritmos genéticos e de evolução diferencial são ótimas ferramentas na busca de tal solução.

A idéia inicial de se usar um modelo com estator ativo e translador passivo foi abolida, uma vez que, sendo o comprimento do estator demasiadamente grande (5 m), a quantidade de polos seria superior a 100 unidades. Isto implica na necessidade da mesma quantidade de enrolamentos de cobre e um custo final exagerado para a aplicação em um sistema deslizante. Além disso, a maior quantidade de fases do motor, inerentemente, caracteriza-o para operação em velocidades mais baixas. Deste modo, o modelo quadri-fásico se enquadra melhor na aplicação do sistema deslizante de abertura e fechamento com velocidade máxima de 0,357 m/s, reduz o fator de ondulação da força e, na falta de até duas fases, sua operação não é comprometida.

Trabalhos futuros

Processo de otimização

A aplicação de algoritmos genéticos na etapa de projeto e dimensionamento do MLRV, fornece a busca de um conjunto ótimo de parâmetros que minimiza ou maximiza uma função objetivo, podendo esta representar tanto o volume total do material magnético do motor como a força de propulsão produzida. O conjunto de parâmetros a serem otimizados correspondem às variáveis constituintes da equação da potência de saída.

Algoritmos evolutivos de evolução diferencial fornecem meios suficientes para execução

desta tarefa. Considerando a etapa de dimensionamento do motor como um problema de otimização mono-objetivo, restrições podem ser impostas de modo que o algoritmo atenda, simultaneamente, à função objetivo e às restrições. Por exemplo, definir a minimização do volume total do material magnético (função objetivo) e restringir a produção da força de propulsão à um valor desejado, fornece um ótimo conjunto de parâmetros otimizados de forma a atender às duas imposições. A possibilidade de utilização de algoritmos evolutivos multiobjetivo também será considerada, exigindo decisões e relações de compromisso nos demais objetivos, a fim de obter um conjunto de soluções que melhor se ajusta ao problema.

Referências

- 1 DURSUN, M.; OZBAY, H. Design and analysis of a double sided linear switched reluctance motor driver for elevator door. **Przegląd Elektrotechniczny**, 2011, v. 87, p. 293–296, 2011. ISSN 0033-2097.
- 2 DOMINGOS, J.; ANDRADE, D.; FREITAS, M.; PAULA, H. D. A new drive strategy for a linear switched reluctance motor. In: IEEE. **Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International**. [S.l.], 2003. v. 3, p. 1714–1719.
- 3 YUAN-JIANG, L.; WIDDOWSON, G.; HO, S.; CHUEN, G. W.; BORSJE, P. Design and analysis of linear switched reluctance motor for high precision position control. In: IEEE. **Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC'07. IEEE International**. [S.l.], 2007. v. 1, p. 55–58.
- 4 AHMADINIA, N. The linear induction motor (lim) & single linear induction motor (slim). **American Journal of Electrical Power and Energy Systems**, 2014, v. 3, n. 4, p. 71–75, 2014.
- 5 MAHMOUD, S. M.; EL-SHERIF, M. Z.; ABDEL-ALIEM, E. S.; NASHED, M. N. Studying different types of power converters fed switched reluctance motor. **International Journal of Electronics and Electrical Engineering**, 2013, v. 1, n. 4, p. 281–290, 2013.
- 6 THE Power Electronics Handbook (Industrial Electronics). [S.l.]: CRC Press, 2001. ISBN 0-8493-7336-0.
- 7 LEONG, J. Design consideration and implementation of switched reluctance motor drive. In: IEEE. **Research and Development, 2002. SCORed 2002. Student Conference on**. [S.l.], 2002. p. 196–199.
- 8 RADUN, A. V. Design considerations for the switched reluctance motor. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 1995, IEEE, v. 31, n. 5, p. 1079–1087, 1995.
- 9 KRISHNAN, R.; ARUMUGAN, R.; LINDSAY, J. F. Design procedure for switched-reluctance motors. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 1988, IEEE, v. 24, n. 3, p. 456–461, 1988.
- 10 DESHPANDE, U. S.; CATHEY, J. J.; RICHTER, E. A high-force density linear switched reluctance machine. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 1995, IEEE, v. 31, n. 2, p. 345–352, 1995.

- 11 KRISHNAN, R. **Switched Reluctance Motor Drives: Modeling, Simulation, Analysis, Design, and Applications (Industrial Electronics)**. [S.l.]: CRC Press, 2001. ISBN 0-8493-0838-0.
- 12 JANG, S.-M.; PARK, J.-H.; CHOI, J.-Y.; CHO, H.-W. Analytical prediction and measurements for inductance profile of linear switched reluctance motor. **IEEE transactions on magnetics**, 2006, IEEE, v. 42, n. 10, p. 3428–3430, 2006.
- 13 SURESH, G.; FAHIMI, B.; RAHMAN, K.; EHSANI, M. Inductance based position encoding for sensorless srm drives. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 1999. PESC 99. 30th Annual IEEE**. [S.l.], 1999. v. 2, p. 832–837.
- 14 LEE, B.-S.; BAE, H.-K.; VIJAYRAGHAVAN, P.; KRISHNAN, R. Design of a linear switched reluctance machine. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 2000, v. 36, p. 1571–1580, 2000.
- 15 BYEONG-SEOK, L. Linear switched reluctance machine drives with electromagnetic levitation and guidance systems. **PhD diss., Virginia Polytechnic Institute and State University**, 2000.
- 16 JULIANI, A. D. P. **Projeto e Construção de Um Motor Elétrico Linear Aplicado á Bioengenharia**. Tese (Doutorado) — Curso de Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, Universidade de São Paulo, 2011.
- 17 JANG, S.-M.; PARK, J.-H.; YOU, D.-J.; CHO, H.-W.; SUNG, H.-K. Design of high speed linear switched reluctance motor. In: IEEE. **Electrical Machines and Systems, 2007. ICEMS. International Conference on**. [S.l.], 2007. p. 1668–1671.
- 18 MOGHADDAM, R. R.; SANDULESCU, P.; TENCA, P.; ZANUSO, G. Efficient and accurate fully coenergy-based inductance-less fem model of electrical machines for modern control and identification purposes. In: IEEE. **Electrical Machines (ICEM), 2016 XXII International Conference on**. [S.l.], 2016. p. 299–305.
- 19 KUMAR, P.; GEETHA, K.; MADHAVI, K. Design, modeling and analysis of linear switched reluctance motor for ground transit applications. **IOSR Journal Electrical and Electronics Engineering**, 2015, v. 10, n. 1, p. 1–10, 2015.
- 20 TEIXEIRA, V. S. C. **Projeto de Motores a Relutância Variável e Ferramenta Computacional para Determinação das Características Estáticas da Máquina**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2008.
- 21 GAO, H.; SALMASI, F. R.; EHSANI, M. Inductance model-based sensorless control of the switched reluctance motor drive at low speed. **IEEE transactions on power electronics**, 2004, IEEE, v. 19, n. 6, p. 1568–1573, 2004.
- 22 DALDABAN, F.; USTKOYUNCU, N. A new linear switched reluctance motor with maglev effect. In: IEEE. **Electrical and Electronics Engineering, 2009. ELECO 2009. International Conference on**. [S.l.], 2009. p. I–420.
- 23 KIM, N.-H.; SANKAR, B. V. **Introduction to finite element analysis and design**. [S.l.]: Wiley, 2009.
- 24 SADIKU, M. N. **Numerical Techniques in Electromagnetics, Second Edition**. 2nd. ed. [S.l.]: CRC Press, 2000. ISBN 0-8493-1395-3.

-
- 25 BASTOS, J. P. A.; SADOWSKI, N. **Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods (Electrical and Computer Engineering)**. [S.l.]: CRC Press, 2003. ISBN 0-8247-4269-9.
- 26 GRITHS, D.; SMITH, I. **Numerical Methods for Engineers; a Programming Approach**. [S.l.]: Blackwell, Oxford, 1991.
- 27 MEEKER, D. **Finite Element Method Magnetics**. [S.l.], 2015. Version 4.2.
- 28 MACHADO, K. **Teoria do Eletromagnetismo**. [S.l.]: Editora UEPG. Ponta grossa-PR, 2002.
- 29 LENIN, N.; ARUMUGAM, R. A novel linear switched reluctance machine: analysis and experimental verification. **American Journal of Engineering and Applied Sciences**, 2010, Science Publications, Vails Gate Heights Dr Vails Gate NY 12584 United States, v. 3, n. 2, 2010.
- 30 _____. Design and experimental verification of linear switched reluctance motor with skewed poles. **International Journal of Power Electronics and Drive Systems**, 2015, IAES Institute of Advanced Engineering and Science, v. 6, n. 1, p. 18, 2015.