

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**MARIA TERESA SANTOS DO AMARAL CARDOSO**

**INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS SOBRE  
APOIOS ELASTOMÉRICOS CONSIDERANDO O EFEITO DAS  
IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS**

**ORIENTADORA: MARIA CRISTINA VIDIGAL DE LIMA**

UBERLÂNDIA, 2017.

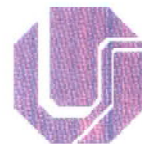
**MARIA TERESA SANTOS DO AMARAL CARDOSO**

**INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS SOBRE  
APOIOS ELASTOMÉRICOS CONSIDERANDO O EFEITO DAS  
IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**ORIENTADORA: MARIA CRISTINA VIDIGAL DE LIMA**

UBERLÂNDIA, 2017.



## ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGE

**ATA Nº:** 179/2017

**CANDIDATO:** Maria Teresa Santos do Amaral Cardoso

**Nº. Matrícula:** 11512ECV012

**ORIENTADOR:** Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Cristina Vidigal de Lima

**TÍTULO:** "Instabilidade lateral de vigas pré-moldadas sobre apoios elastoméricos considerando o efeito das imperfeições geométricas".

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:** Estruturas e Construção Civil

**LINHA DE PESQUISA:** Estruturas

**PROJETO DE PESQUISA:** Inovação em Materiais de Construção Civil

**DATA DA DEFESA:** 17 de março de 2017

**LOCAL:** Sala de Projeções, bloco 1Y. **HORÁRIO INÍCIO/TÉRMINO:** 9:10h - 11:55h

Reuniu-se na **Sala de Projeções Prof. Celso Franco de Gouvêa, bloco 1Y - Campus Santa Mônica** da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do PPGE, assim composta: Professores Doutores: **Gerson Moacyr Sisniegas Alva – FECIV/UFU; Mounir Khalil El Debs – EESC/USP e Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Cristina Vidigal de Lima** orientadora da candidata. Ressalta-se que o **Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs** participou da defesa por meio de vídeo conferência desde a cidade de São Carlos/SP e os demais membros da banca e o aluno participaram in loco.

Iniciando os trabalhos a presidente da mesa **Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Cristina Vidigal de Lima** apresentou a Comissão Examinadora e concedeu à discente a palavra para a exposição do trabalho. A seguir, a senhora presidente concedeu a palavra aos examinadores, que passaram a arguir a candidata. Ultimada a arguição, a Banca, em sessão secreta, atribuiu os conceitos finais. Em face do resultado obtido, a Banca Examinadora considerou a candidata aprovada. Esta defesa de Dissertação de Mestrado Acadêmico é parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU. Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos e foi lavrada a presente ata que após lida e aprovada foi assinada pela Banca Examinadora.

  
Professor Orientador: **Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Cristina Vidigal de Lima – FECIV/UFU**

  
Membro externo: **Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs – EESC/USP**

  
Membro interno: **Prof. Dr. Gerson Moacyr Sisniegas Alva – FECIV/UFU**

Uberlândia, 17 de março de 2017

## AGRADECIMENTOS

---

Agradeço a *Deus* pelo dom da vida, pelas inúmeras graças recebidas e pela infinita misericórdia e bondade com a qual conduz os meus dias.

Agradeço aos *meus pais e irmãos*, pelo amor incondicional e por fazer de meus sonhos os deles. Obrigada por comemorarem comigo cada conquista e compartilharem também as dificuldades. A vocês, a minha eterna gratidão.

Ao *meu namorado*, que sempre me apoiou, encorajou e acreditou em mim, obrigada pela presença e por me fazer uma pessoa melhor a cada dia.

À *minha orientadora, Maria Cristina*, e ao *professor Francisco*, com quem muito aprendi, agradeço toda atenção e carinho. Sou muito grata a vocês.

Aos *meus familiares e amigos* mais próximos, que acompanharam cada passo durante esses dois anos, se alegraram comigo e rezaram por mim, o meu mais sincero agradecimento.

À *CAPES*, pelo apoio financeiro e pela bolsa de estudo.



## RESUMO

---

A utilização de vigas protendidas cada vez mais esbeltas tem se tornado comum na Engenharia Civil, sobretudo aquelas destinadas a transpor longos vãos em pontes, viadutos e obras de arte em geral. Preocupa o comportamento dessas vigas face à estabilidade lateral nas fases transitórias e em serviço. A presença de imperfeições geométricas agrava e torna mais suscetíveis os problemas de instabilidade. Tendo em vista as ocorrências de colapso de vigas na fase anterior à execução do contraventamento lateral, este trabalho tem como objetivo principal avaliar o comportamento de vigas de concreto sobre almofadas de apoio de elastômero e analisar a influência de variáveis, como: imperfeições iniciais, resistência característica do concreto, atuação ou não do vento e rigidez à compressão da almofada. Para as análises numéricas, foi utilizado o programa computacional *ANSYS* que baseia-se no Método dos Elementos Finitos. As análises desenvolvidas mostram que a influência da resistência do concreto é significativa na estabilidade lateral da viga. A atuação do vento representa um acréscimo considerável para a perda de contato entre a viga e a almofada. A consideração do comportamento não linear físico do concreto mostra que em algumas situações não é possível encontrar uma posição de equilíbrio no modelo numérico. A rigidez ao giro da almofada diminui na medida em que o ângulo de esconsidade aumenta. Finalmente, a combinação desses fatores pode resultar em uma situação crítica de tensões na viga, não sendo possível existir equilíbrio, provocando seu tombamento.

**Palavras-chave:** instabilidade lateral, vigas pré-moldadas, imperfeições geométricas, almofada de elastômero, tombamento.

## ABSTRACT

---

Using prestressed slender beams has become common in Civil Engineering, especially those designed to transpose long spans of bridges and viaduct. It is worrying behavior of these beams due to the lateral stability in the transitional phases and in service. The presence of geometric imperfections aggravates the situation of these beams. Two stages must be evaluated: lifting and when the beam is on provisional supports, i.e., when final connections are not yet executed. These beams, in most cases, are supported on elastomeric bearing pads that, due to its flexibility, provide additional degrees of freedom to the structure that can lead the beam to collapse. Considering the occurrence of collapse of beams in the pre-service phase already registered, this paper has as main objective to evaluate the behavior of concrete beams on elastomeric bearings and to analyze the influence of variables such as: initial imperfections, concrete resistance, with or not wind load and bearing compression stiffness. For the numerical analysis, *ANSYS*, based on the Finite Element Method, was used. The analyzes show that the influence of the strength of the concrete is significant in the lateral stability of the beam. The wind load represents a considerable increase for the loss of contact (lift off) between the beam and the bearing. The consideration of concrete physical nonlinear behavior shows that in some situations it is not possible to find a position of equilibrium in the numerical model. The roll stiffness of the bearing decreases as the skew angle increases. Finally, the combination of these factors can result in a critical stress situation on the beam, that it is not possible to have equilibrium, causing its toppling.

**Keywords:** lateral instability, precast beams, geometric imperfections, elastomeric bearing, toppling.

# SUMÁRIO

---

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....	7
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	7
1.2 OBJETIVOS.....	9
1.3 JUSTIFICATIVA .....	9
1.4 METODOLOGIA.....	14
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	15
 CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE INSTABILIDADE.....	16
2.1 CONCEITOS DE INSTABILIDADE .....	16
2.2 ANÁLISES DE INSTABILIDADE NO ANSYS.....	18
2.3 ANÁLISE DE INSTABILIDADE EM VIGA PLATIBANDA NO ANSYS.....	19
 CAPÍTULO 3 – INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO NA FASE TRANSITÓRIA DE IÇAMENTO.....	25
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	25
3.2 ESTADO DA ARTE SOBRE A INSTABILIDADE LATERAL EM VIGAS DE CONCRETO .....	26
3.3 A ESTABILIDADE LATERAL DE VIGAS DE CONCRETO SEGUNDO AS NORMAS TÉCNICAS .....	32
3.4 ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DURANTE O IÇAMENTO SEGUNDO PLAUT E MOEN (2011, 2013), MOEN (2014) E COJOCARU (2012).....	34
3.5 ANÁLISES NA FASE TRANSITÓRIA DE IÇAMENTO .....	44
3.5.1 Análise do içamento da viga AASHTO Tipo IV no ANSYS.....	44
3.5.2 Parâmetros que influenciam no içamento segundo planilha VT Lifting Analysis (2013).....	49
 CAPÍTULO 4 – INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO SOBRE APOIOS DEFORMÁVEIS.....	55
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	55
4.2 ESTADO DA ARTE SOBRE A INSTABILIDADE LATERAL EM VIGAS DE CONCRETO SOBRE APOIOS .....	56
4.3 VARIÁVEIS GEOMÉTRICAS IMPORTANTES .....	67

CAPÍTULO 5 – DEFORMABILIDADE DE ALMOFADAS DE APOIO DE ELASTÔMERO .....	69
5.1    CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	69
5.1.1    Propriedades físicas das almofadas de elastômeros simples....	70
5.1.2    Rigidez e deformabilidade.....	71
5.1.3    Deformabilidade à compressão simples em elastômero fretado .	
.....	72
5.1.4    Deformabilidade à flexão em elastômero fretado .....	73
5.2    DETERMINAÇÃO NUMÉRICA DE RIGIDEZES DE ALMOFADAS DE APOIO.....	75
5.2.1    Modelo simplificado para almofada de apoio de elastômero	
fretado .....	79
 CAPÍTULO 6 – ANÁLISE DE INSTABILIDADE LATERAL DE VIGA AASHTO TIPO IV SOBRE	
ALMOFADAS DE APOIO DE ELASTÔMERO .....	92
6.1    CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	92
6.2    ANÁLISE NUMÉRICA DA VIGA AASHTO TIPO IV SOBRE AS ALMOFADAS DE	
APOIO DE ELASTÔMERO A E B.....	92
6.2.1    Modelo simplificado adotado para as almofadas de apoio A e B	
.....	94
6.2.2    Viga AASHTO Tipo IV sobre as almofadas A e B.....	97
6.2.3    Análise não linear geométrica.....	99
6.2.4    Análise não linear geométrica e física.....	103
6.2.5    Vento.....	106
6.2.6    Determinação da rigidez ao giro para diferentes ângulos de	
esconsidade da almofada .....	111
 CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	115
7.1    CONCLUSÕES.....	115
7.2    RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	117
 REFERÊNCIAS.....	118

# CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

---

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Particularmente em pontes, viadutos e estruturas destinadas a cobrir grandes vãos, é preocupante a problemática da estabilidade das vigas pré-moldadas protendidas que as compõem. No passado, o comprimento dos vãos era limitado pela resistência e pelas características mecânicas dos materiais que, muitas vezes, não conseguiam responder às elevadas solicitações provenientes de grandes vãos a vencer. Atualmente, o bom desempenho dos materiais e das seções transversais com dimensões cada vez mais otimizadas (tem-se reduzido a largura das mesas, resultando em seções com baixas rigidezes à torção e à flexão lateral) permite que as vigas protendidas vençam grandes vãos, e, com isso, apresentem considerável esbeltez. Hoje, a limitação do comprimento das vigas está muito mais diretamente ligada ao comprimento das carretas e às condições de segurança durante o transporte e o manuseio desses elementos. A viga apresentada na *Figura 1* com 65 m de comprimento foi transportada no Canadá em situações críticas de segurança. Observa-se a presença de contraventamento lateral na mesa superior para garantir a integridade estrutural durante o manuseio.

*Figura 1 – Viga de 65 m (213 ft) transportada por carreta em Calgary, Alberta, Canadá*



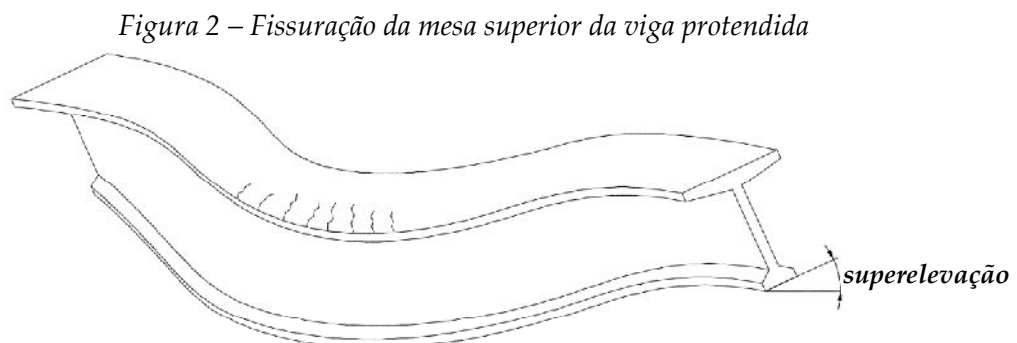
*Fonte: Hill, Dick e Tadros (2009).*

A esbeltez é uma característica importante desses elementos lineares e que coloca em evidência um problema que tem se tornado recorrente no projeto e na construção das estruturas de grande porte: a instabilidade lateral durante as fases de içamento e de pré-

serviço (considerada aqui, como a situação em que a viga está sobre os apoios, porém, com as ligações definitivas ainda não executadas). O comportamento mecânico de vigas delgadas é diferente do de vigas não delgadas. Vigas muito esbeltas e vigas moderadamente esbeltas estão sujeitas aos efeitos de instabilidade lateral próprios das dimensões de sua seção transversal (GIRIJA; MENON, 2011).

Esse assunto não é tratado adequadamente pelas normas brasileiras, uma vez que as verificações propostas não são suficientes para garantir a estabilidade nas fases transitórias. Segundo *Girija e Menon (2011)*, embora as normas de dimensionamento dessas estruturas considerem apenas as dimensões das seções transversais para fins de determinação do efeito da esbeltez no comportamento mecânico da viga, alguns estudos mais recentes tem mostrado que uma variedade de fatores interfere nesse comportamento. Além disso, essas normas não consideram ainda nenhum fator relacionado com a esbeltez da viga para redução da sua capacidade resistente. Mais especificamente para as vigas de concreto, sabe-se que a taxa de armadura pode influenciar o comportamento contra a flambagem.

Deve-se mencionar também a influência das imperfeições geométricas na instabilidade lateral. Essas imperfeições podem ser decorrentes de erros ou falhas inevitáveis na concretagem, na aplicação da protensão, no posicionamento das alças de içamento, de diferentes fontes de calor na cura térmica e de gradiente de temperatura devido à radiação solar durante armazenamento e montagem. Esses desvios contribuem para a instabilidade lateral das vigas esbeltas, pois criam excentricidades adicionais que intensificam os efeitos decorrentes das fases transitórias. O processo começa com a fissuração da viga devido a maiores esforços de tração na mesa superior (*Figura 2*) que leva a uma redução da rigidez do elemento. Em casos mais graves, a presença das imperfeições geométricas em conjunto com algumas solicitações (como o vento) pode conferir à viga uma configuração muito instável e, possivelmente, levar ao colapso.



*Fonte: Adaptado de Imper e Lazlo (1987).*

O estudo da estabilidade lateral de vigas metálicas é muito mais amplo que o de vigas de concreto. Há uma maior quantidade de verificações a serem realizadas em vigas metálicas. Embora o estudo das vigas metálicas possa servir de referência para as vigas de concreto,

algumas diferenças são importantes de serem consideradas: o peso próprio das vigas de concreto é muito mais significativo, a rigidez à torção é muito superior quando comparada à rigidez em seu eixo de menor inércia e a aplicação da protensão não permite que a viga seja apoiada em grandes distâncias em relação às extremidades (STRATFORD; BURGOYNE, 1999).

Nesse contexto, este trabalho visa estudar numericamente o comportamento quanto à estabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto, durante a fase denominada neste trabalho de pré-serviço, ou seja, quando a viga encontra-se sobre apoios transitórios (considerado aqui os aparelhos de apoio de elastômero, como o neoprene) e nenhuma ligação foi efetivada visando o contraventamento lateral, tendo em vista as imperfeições geométricas e seus efeitos na resistência da viga aos esforços dessa fase.

## 1.2 OBJETIVOS

Objetiva-se, com este trabalho, estudar o comportamento de vigas pré-moldadas na fase anterior à efetivação das ligações definitivas, com relação à estabilidade lateral, levando-se em conta os riscos de montagem. Nesse sentido, os objetivos específicos são:

- (a) Analisar as vigas na situação em que as ligações com os demais elementos estruturais ainda não foram executadas;
- (b) Estudar e estimar a deformabilidade do aparelho de apoio de elastômero e analisar o efeito da sua rigidez na estabilidade lateral da viga;
- (c) Analisar os efeitos gerados pela excentricidade lateral decorrente das imperfeições geométricas da viga;
- (d) Considerar a atuação do vento e a sua influência na estabilidade lateral da viga;
- (e) Verificar a fissuração que ocorre na viga, através de uma análise não linear física, considerando diferentes valores de excentricidade lateral.

## 1.3 JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos, com a utilização cada vez mais intensa de vigas longas esbeltas pré-moldadas, têm-se verificado cenários de acidentes e rupturas desses elementos estruturais em fases transitórias, como o içamento, o transporte e a montagem, antes mesmo que essas estruturas respondessem aos esforços para os quais foram dimensionadas (fase de serviço).

Embora a verificação da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas não seja um dos principais pontos quando do seu dimensionamento, alguns problemas aconteceram e colocaram em evidência a necessidade de novos estudos acerca do assunto (MASSEY; WALTER, 1969).



Cabe aqui destacar dois eventos marcantes no cenário regional e nacional. O primeiro deles ocorreu no dia 09 de outubro de 2014 no km 608 da BR-365 próximo à cidade de Uberlândia/MG. O acidente levou à morte um trabalhador de 27 anos que auxiliava a montagem das vigas. Segundo relatos dos trabalhadores, uma viga que media 35 m e pesava 60 t caiu no momento em que outra era colocada sobre os apoios. A *Figura 3* apresenta imagens do acidente e das vigas após a queda.

*Figura 3 – Queda de vigas na BR-365*



*Fonte: Jornal Correio de Uberlândia (2015).*

O segundo acidente foi a queda de uma viga da obra do monotrilho da Linha 17 – Ouro do metrô de São Paulo que deixou uma pessoa morta e duas feridas no dia 09 de junho de 2014. A viga já estava posicionada em seu local definitivo, pesava 90 t, estava a uma altura de 25 m e tombou (*Figura 4*).

Os dois casos citados constituem exemplos em que a estabilidade lateral das vigas foi afetada por um algum fator externo, seja ele: ausência ou ineficiência das ligações temporárias executadas, a presença de imperfeições geométricas na viga, a atuação do carregamento devido ao vento ou, até mesmo, a não previsão desses esforços ou desse fenômeno quando do dimensionamento, da execução e da montagem da estrutura pré-moldada. Vários outros casos de acidentes da mesma natureza dos já mencionados podem ser encontrados na literatura.

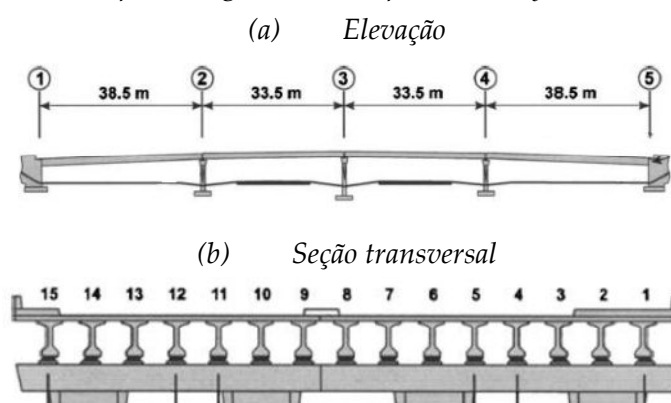
Figura 4 – Queda de viga da obra do monotrilho de São Paulo



Fonte: G1 SP (2015).

Tremblay e Mitchell (2006) estudaram o tombamento de uma viga durante a construção de uma ponte de 144 m em quatro vãos no Canadá. A superestrutura era composta de 15 vigas AASHTO Tipo V, como apresenta a Figura 5.

Figura 5 – Colapso de vigas analisado por Tremblay e Mitchell (2006)



Fonte: Adaptado de Tremblay e Mitchell (2006).

Quando 32 vigas já estavam posicionadas sobre os apoios e com as lajes quase finalizadas, as vigas de número 1, 2, 3 e 4 dos dois vãos centrais deslizaram de seus apoios subitamente e caíram sobre a rodovia Highway 15. Uma pessoa foi morta e outra, que trafegava pela rodovia, ficou seriamente ferida. As mesmas vigas dos vãos mais externos também deslizaram de seus apoios, porém foram retidas pela estrutura dos muros de ala da ponte (Figura 6).

Os autores concluíram que a causa do acidente foi o contraventamento inadequado escolhido para o tipo de almofada de apoio utilizado. As análises mostraram que os apoios ofereciam resistência insignificante ao giro da viga em torno de seu eixo longitudinal. Essa característica, em conjunto com o contraventamento ineficiente, permitiu que ocorresse o deslizamento transversal das vigas.

*Figura 6 – Fotos aéreas das vigas que tombaram*

(a) Vista aérea dos vãos cujas vigas tombaram



(b) Vigas dos vãos externos



*Fonte: Tremblay e Mitchell (2006).*

Oesterle *et al.* (2007) relataram o colapso de nove das 11 vigas que faziam parte de um dos 17 vãos de uma rodovia nos Estados Unidos, como mostra a *Figura 7*. As vigas que tombaram tinham seção transversal *AASHTO Tipo 5 modificada*; comprimento de, aproximadamente, 35 m; altura de 1,6 m; espaçadas de 2,45 m de centro a centro. O contraventamento utilizado não foi suficiente para impedir o tombamento de uma das vigas e, conseqüentemente, o colapso progressivo das demais.

*Figura 7 – Vigas que tombaram analisadas por Oesterle et al. (2007)*



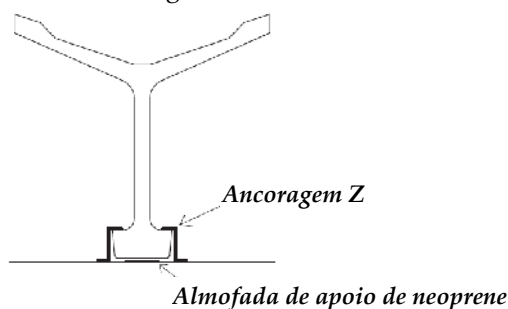
*Fonte: Oesterle et al. (2007).*

Bairán e Cladera (2014) analisaram o colapso de uma viga pré-moldada componente de um sistema de cobertura de vão estimado igual a 24,9 m, biapoiada em almofadas de apoio de neoprene não fretadas com uma ancoragem em forma de Z. A cobertura era de um ginásio de esportes e o colapso de uma das vigas ocorreu durante a fase de montagem em junho de 2008.

As vigas apresentavam seção transversal Y, como apresenta a *Figura 8*, altura de 1,05 m e estavam separadas de uma distância de 7,0 m entre si, com cobertura em forma de arco entre elas, como apresenta a *Figura 9*. A viga que caiu situava-se na fileira 2. Ela caiu no sentido da

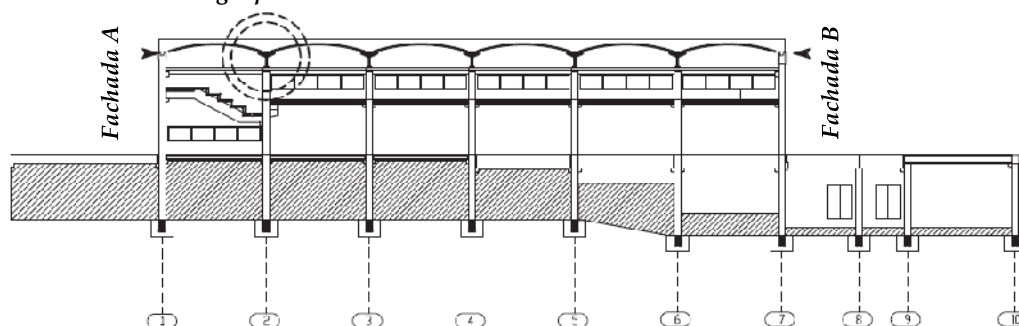
*Fachada B*, quando o sistema estava carregado apenas com arcos no lado dessa mesma fachada. A viga permaneceu estável por um período de 10 horas e tombou quando um operário subiu para dar sequência à montagem. Segundo informações colhidas pelos autores, não havia esforços consideráveis relacionados ao vento no dia da queda. Após a queda da viga 2, algumas das que restaram no local ficaram visivelmente inclinadas (BAIRAN; CLADERA, 2014).

Figura 8 – Seção transversal da viga de Bairán e Cladera (2014)



Fonte: Adaptado de Bairán e Cladera (2014).

Figura 9 – Fachada lateral do ginásio de esportes com indicação da viga que tombou



Fonte: Adaptado de Bairán e Cladera (2014).

A hipótese levantada pelos autores como possível causa do acidente foi a de que o apoio utilizado não era adequado para resistir ao tombamento da viga durante a construção. Isso pode ter sido ocasionado por um dimensionamento incorreto da almofada de elastômero ou, ainda, a almofada foi dimensionada corretamente, porém foi posicionada de maneira incorreta (BAIRAN; CLADERA, 2014).

Bairán e Cladera (2014) fizeram, em seu estudo, três análises determinísticas e uma análise probabilística de estabilidade. As análises indicaram que o elastômero de seção retangular de dimensões  $150\text{ mm} \times 220\text{ mm}$  e espessura  $15\text{ mm}$ , inicialmente posicionado com o menor lado perpendicular à direção do eixo da viga, teria sua rigidez ao giro aumentada consideravelmente se fosse posicionado com o maior lado perpendicular à direção do eixo da viga. Nesta última configuração, a probabilidade de falha do sistema seria muito baixa, aproximadamente  $10^{-16}$ , segundo os autores.

Os autores concluíram que a causa do tombamento da viga do sistema de cobertura foi a falta de resistência à rotação lateral do apoio. O uso de almofadas de elastômero produz efeitos de segunda ordem consideráveis durante a construção e montagem de elementos pré-moldados e o posicionamento ou dimensionamento incorreto das mesmas pode aumentar a flexibilidade do conjunto e agravar os efeitos de segunda ordem. Além disso, *Bairán e Cladera (2014)* concluíram que o uso da ancoragem em forma de Z não agrega vantagens consideráveis em problemas de estabilidade.

No escopo deste trabalho, o caso do içamento não é o objetivo principal. No entanto, as similaridades existentes entre o içamento e a condição de pré-serviço permitem que sejam feitas comparações e análises em conjunto. Para as vigas suspensas, o parâmetro mais relevante é a sua rigidez lateral. No que concerne o estudo da estabilidade logo após seu posicionamento na estrutura, sabe-se que a instabilidade está muito mais relacionada às propriedades mecânicas dos aparelhos de apoio (como o seu coeficiente de rotação e módulo de elasticidade) que às características da própria viga. Sobretudo, se os apoios apresentarem liberdade ao giro, a situação torna-se ainda mais preocupante quando considera-se atuando também os efeitos das imperfeições geométricas (*MAST, 1993*).

Segundo *Mast (1993)*, o efeito das imperfeições construtivas em conjunto com a excentricidade adicional gerada pelo carregamento do vento numa viga simplesmente apoiada já causa uma instabilidade, podendo levar ao tombamento do elemento. Isso já demonstra claramente a necessidade de se contraventar as extremidades da viga assim que elas tenham sido retiradas das fôrmas, no transporte e na condição de apoios transitórios (içamento e quando a viga encontra-se sobre aparelhos de apoio de elastômero).

## 1.4 METODOLOGIA

Como metodologia deste trabalho, pode-se citar como ferramenta principal da análise numérica o programa *ANSYS* na modelagem de vigas em fase de suspensão e sobre apoios deformáveis e indeformáveis a torção.

Para análises preliminares e a fim de entender o comportamento da viga na fase de suspensão, é utilizada a planilha *VT Lifting Analysis (2013)* desenvolvida por *Plaut e Moen (2011, 2013)* e apresentada por *Moen (2014)* para vigas duplo-T padronizadas pelo *PCI (Precast Concrete Institute)*.

Para a modelagem numérica das vigas, foram utilizados elementos finitos tridimensionais e lineares. O aparelho de apoio é considerado, nos modelos, por um conjunto de elementos de mola unidos por meio de uma grelha rígida, para os quais foi atribuído um valor de rigidez, conforme proposto por *Harper e Consolazio (2013)*.

O ANSYS apresenta recursos que permitem realizar as simulações numéricas consideradas importantes nesse trabalho, tais como: análises de instabilidade (*eigenbuckling*), análises estáticas lineares e não lineares considerando a não linearidade física do concreto e a não linearidade geométrica do problema em estudo.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em capítulos que tratam separadamente dos diferentes aspectos acerca do tema da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto.

Para melhor compreensão, o *Capítulo 1* apresenta uma breve introdução, objetivos, justificativa e metodologia desse trabalho.

O *Capítulo 2* traz os fundamentos teóricos acerca da instabilidade, como o ANSYS trata as análises de instabilidade e uma análise de instabilidade realizada na viga platibanda utilizando o mesmo programa computacional e a determinação de sua carga crítica de flambagem em diferentes situações.

O *Capítulo 3* apresenta a instabilidade lateral de vigas de concreto no içamento. Após um breve estudo do Estado da Arte do assunto, com a perspectiva de vários autores que já trataram do tema, foram obtidos os deslocamentos e os esforços para a viga AASHTO Tipo IV durante o içamento utilizando o ANSYS e são feitas comparações das variáveis mais importantes que interferem na estabilidade lateral da viga.

O *Capítulo 4* apresenta os principais estudos sobre a estabilidade lateral de vigas de concreto sobre apoios deformáveis. Além disso, são apresentadas as variáveis mais importantes a serem consideradas nas análises.

O *Capítulo 5* apresenta as principais considerações sobre a determinação da deformabilidade das almofadas de apoio de elastômero fretado, comumente utilizadas como aparelho de apoio de pontes, viadutos e grandes estruturas. O modelo simplificado adotado neste trabalho é apresentado e aferido depois de realizada uma análise em elementos finitos.

No *Capítulo 6*, são apresentadas as análises numéricas realizadas no programa ANSYS baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). Foram considerados três valores de resistência característica do concreto, a consideração ou não da atuação de vento, a não linearidade física e geométrica e a verificação do deslocamento das reações de apoio na almofada para cada uma das oito vigas analisadas.

Por fim, o *Capítulo 7* traz as conclusões obtidas neste trabalho e as recomendações para trabalhos futuros.

# CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE INSTABILIDADE

---

## 2.1 CONCEITOS DE INSTABILIDADE

De acordo com *Trahair (1993)*, a instabilidade é definida como um modo de falha em que ocorre uma deformação repentina do elemento na direção ou num plano normal à direção da atuação de forças e momentos.

Segundo a *ABNT NBR 6118:2014*, ao aumentar-se a intensidade de carregamento e, conseqüentemente, das deformações numa estrutura de concreto armado e esse aumento resultar em solicitações de flexo-compressão, diz-se que a estrutura atingiu o estado-limite último de instabilidade. Nessa situação, o aumento da capacidade resistente é inferior ao aumento da solicitação.

A norma técnica *ABNT NBR 6118:2014* define três tipos de instabilidade:

- (a) Perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio (flambagem) em estruturas sem imperfeições geométricas;
- (b) Perda de estabilidade sem bifurcação do equilíbrio por passagem brusca de uma configuração para outra reversa da anterior em casos particulares (estruturas abatidas);
- (c) Perda de estabilidade não por bifurcação do equilíbrio, mas sim por aumento da intensidade do carregamento não acompanhado de um aumento da capacidade resistente (menor que o aumento da solicitação) em estruturas de material não linear e com imperfeições geométricas iniciais; encontram-se aqui os riscos de montagem dos elementos pré-moldados.

Na Teoria das Estruturas, faz-se a determinação dos esforços solicitantes das seções transversais de um elemento supondo a estrutura na posição indeformada. A essa consideração dá-se o nome de teoria de primeira ordem. Em alguns problemas, a não consideração da deformação da estrutura e seus efeitos não é prejudicial, como é o caso de uma viga sujeita à flexão, por não produzir resultados tão diferentes daqueles obtidos de cálculos mais precisos.

No entanto, em outros casos, como em um pilar à compressão, a deformação da estrutura e



os efeitos por ela gerados devem ser obrigatoriamente levados em conta. A essa consideração é dado o nome de teoria de segunda ordem ou grandes deslocamentos.

A não linearidade geométrica considera o equilíbrio da estrutura em sua posição deslocada, ou seja, a mudança de posição da estrutura no espaço (PINTO; RAMALHO, 2002). Já a não linearidade física, também presente nos problemas de instabilidade, associa-se ao material. Neste caso, o material traz consigo a propriedade intrínseca de não apresentar proporcionalidade entre tensão e deformação produzida por uma força aplicada. É importante ressaltar que, diferentemente da não linearidade geométrica que não apresenta efeitos na teoria de primeira ordem, a não linearidade física traz consequências para as duas teorias (SANTOS, 1987).

Em Teoria de Instabilidade, é importante conceituar os três estados de equilíbrio que podem ocorrer nas estruturas. Diz-se que o equilíbrio é estável quando, após sofrer uma pequena perturbação e depois de eliminados suas causas e efeitos, o sistema retorna à sua posição inicial de equilíbrio. Ao contrário, o equilíbrio é instável quando isso não acontecer. Há ainda o equilíbrio indiferente, no qual o sistema consegue admitir uma nova posição de equilíbrio, deslocada da posição inicial, após ter sofrido uma pequena perturbação (SANTOS, 1987; RACHID; MORI, 1989).

No contexto a ser discutido neste trabalho, a presença de imperfeições geométricas iniciais nas vigas pré-moldadas pode agravar a situação de instabilidade quando do seu manuseio e sobre apoios provisórios. Uma pequena perturbação pode levar a viga a uma situação de equilíbrio instável e, conseqüentemente, ao seu tombamento.

A Figura 10 apresenta as configurações de equilíbrio para uma viga com imperfeições iniciais.

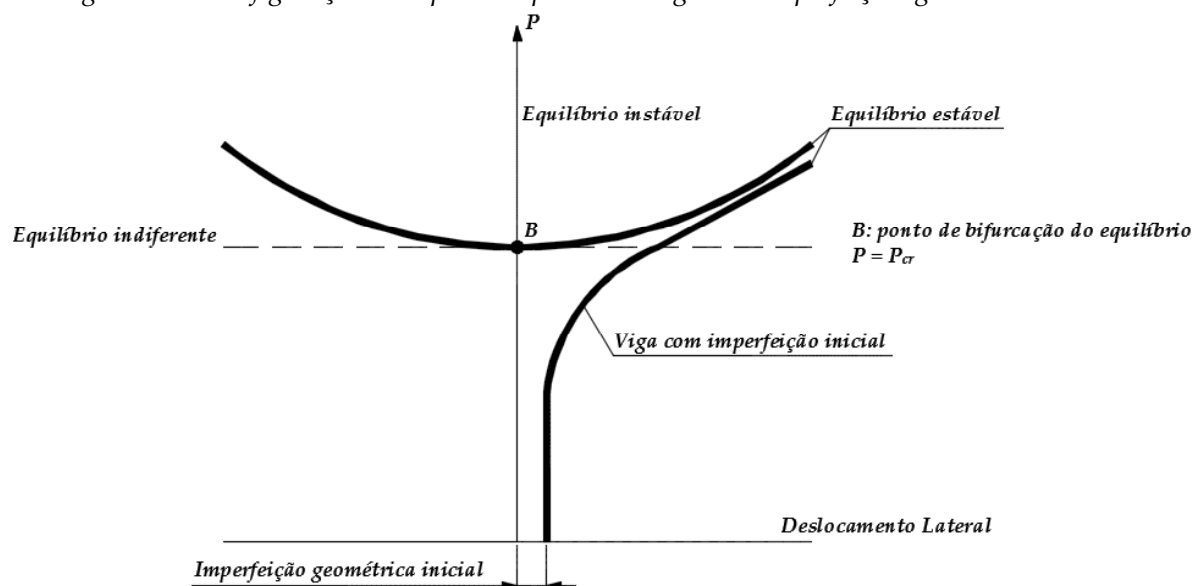
De acordo com Stith (2010), em estruturas, alguns tipos de análises são possíveis. A análise elástica linear, a mais simples das análises estruturais conhecidas, considera que os materiais e suas propriedades mantêm-se elásticos e que os deslocamentos são pequenos. Já a análise inelástica linear considera apenas o comportamento não elástico dos materiais.

Em análises de flambagem, o mais comum é uma análise de flambagem elástica que consiste em obter uma carga crítica elástica linear que produza uma configuração deformada na estrutura matematicamente determinável. Da mesma forma, é possível também fazer uma análise de flambagem inelástica, para levar em consideração a não elasticidade dos materiais (STITH, 2010).

Segundo Stith (2010), uma análise elástica de segunda ordem considera os pequenos deslocamentos decorrentes da aplicação da força na formulação das equações de equilíbrio.

Essa análise pode requerer o uso de programas computacionais para os processos iterativos. Uma análise inelástica de segunda ordem, por sua vez, leva em conta as não linearidades física e geométrica.

Figura 10 – Configurações de equilíbrio para uma viga com imperfeições geométricas iniciais



Fonte: Autor (2017).

## 2.2 ANÁLISES DE INSTABILIDADE NO ANSYS

É importante conhecer como o programa computacional utilizado neste trabalho, o ANSYS, trata e considera a análise de instabilidade. O programa prevê duas formas de analisar o comportamento da estrutura. A primeira, pela análise estática não linear e a segunda, pela análise de flambagem linear (ou *eigenbuckling*).

A análise estática não linear tem como fundamento uma análise estática com aplicação gradual da carga em passos de carga até atingir um valor crítico que torne a estrutura instável. No ANSYS, ela é feita ativando o comando para a consideração da não linearidade geométrica (NLGEOM). Essa análise permite que o modelo considere algumas características especiais, como: presença de imperfeições iniciais e efeitos relacionados à plasticidade (ANSYS, 2017).

Já a análise de flambagem linear (ou *eigenbuckling*) permite conhecer a carga teórica de flambagem, ou seja, o ponto de bifurcação do equilíbrio, de uma análise elástica linear. É importante lembrar que esta análise deve ser precedida de uma análise estática. Como resposta gerada pelo ANSYS nesta análise, tem-se um valor conhecido como *FACT* (*load factor*). Esse fator representa quantas vezes o carregamento da estrutura pode ser superado para se atingir uma configuração instável. Uma estrutura pode ter vários valores para *FACT*

(load factors) associados a cada modo de flambagem (number of modes to extract) requerido, porém, o primeiro é usualmente o mais importante (ANSYS, 2017).

## 2.3 ANÁLISE DE INSTABILIDADE EM VIGA PLATIBANDA NO ANSYS

Foram realizadas algumas análises de instabilidade no ANSYS. Modelou-se uma viga de seção transversal retangular, conhecida como viga testeira ou platibanda, padronizada pela ABCI (1986),  $0,20\text{ m} \times 1,65\text{ m}$  e  $20\text{ m}$  de comprimento em diferentes situações e com elementos de viga (BEAM188) e sólido (SOLID65). As propriedades da viga platibanda analisada são apresentadas na Tabela 1. Essa mesma viga foi analisada por Lima (1995).

Tabela 1 – Dimensões e propriedades mecânicas da viga platibanda

VIGA PLATIBANDA	
Comprimento	20 m
Seção transversal	$0,20\text{ m} \times 1,65\text{ m}$
Módulo de elasticidade longitudinal do concreto	$3,5 \cdot 10^7\text{ kN/m}^2$
Módulo de elasticidade transversal do concreto	$1,4 \cdot 10^7\text{ kN/m}^2$
Peso próprio	8,3 kN/m
Momento de inércia à flexão lateral ( $I_y$ )	$1,1 \cdot 10^{-3}\text{ m}^4$
Momento de inércia à flexão vertical ( $I_z$ )	$7,5 \cdot 10^{-2}\text{ m}^4$
Momento de inércia à torção ( $J$ )	$4,4 \cdot 10^{-3}\text{ m}^4$

Fonte: Autor (2017).

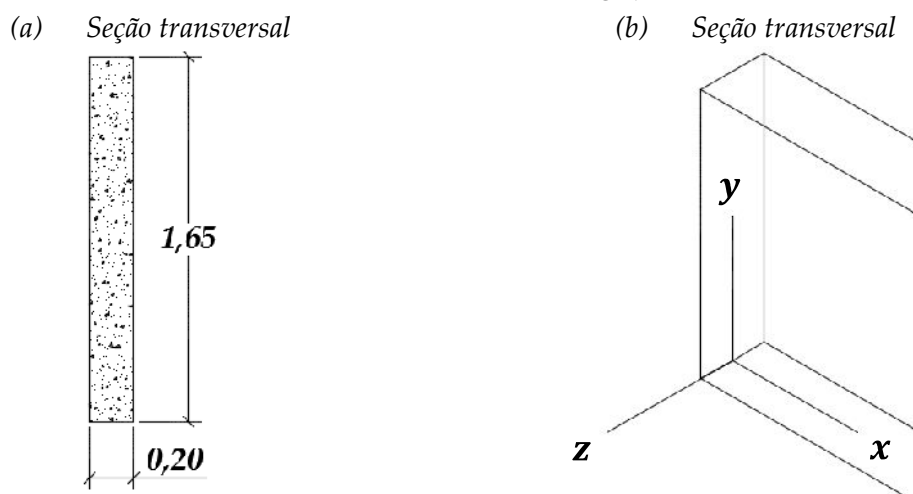
O elemento BEAM188 é um elemento linear com dois nós e seis ou sete graus de liberdade por nó: translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e rotações associadas a essas direções. O sétimo grau de liberdade é opcional: empenamento.

O elemento sólido SOLID65 é um elemento tridimensional cúbico com três graus de liberdade por nó: translações em  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Esse elemento é usualmente utilizado para modelar o concreto e simula o comportamento de materiais frágeis, ou seja, é capaz de fissurar quando tracionado e de romper por esmagamento quando comprimido.

Na análise de instabilidade da viga sobre apoios tipo garfo deformáveis à torção, utilizou-se o elemento COMBIN40. O elemento simula o comportamento de uma mola e amortecedor associados em paralelo e tem um grau de liberdade por nó que pode ser uma translação nodal, rotação, pressão ou temperatura.

A Figura 11 apresenta a seção transversal e a orientação dos eixos coordenados adotada nos modelos numéricos da viga platibanda.

Figura 11 – Seção transversal e orientação dos eixos na viga platibanda (dimensões em m)



Fonte: Autor (2017).

O único carregamento ao qual a viga estava submetida era o peso próprio. A análise de instabilidade feita no ANSYS consistiu numa análise estática seguida de uma análise de flambagem (*eigenbuckling*). Para todos os casos analisados, definiram-se quatro modos de flambagem (oito para entrada no programa computacional).

Analizou-se, mais precisamente, o fator de instabilidade *FACT*, resultado do modelo numérico. Esse fator permite estimar a carga crítica de flambagem, uma vez que ele representa quantas vezes o carregamento considerado pode ser superado de modo a produzir um carregamento crítico que gera instabilidade na viga.

Foram modeladas duas situações distintas às quais a viga está sujeita no início de sua vida útil: o içamento e a fase de pré-serviço.

No içamento, considerou-se que a viga seria suspensa sem balanços com cabos retos e com cabos inclinados, e com balanços e cabos retos. Os cabos não foram feitos nos modelos. Introduziram-se vinculações que fornecessem o mesmo efeito proporcionado pelos cabos. É importante destacar que os cabos não conferem à estrutura nenhum impedimento ao giro.

Na primeira análise, considerou-se o içamento com *cabos retos sem balanços*. As condições de contorno aplicadas ao modelo com elemento SOLID65 foram: em uma das extremidades da viga, nos nós superiores, foram impedidos os deslocamentos *UX*, *UY* e *UZ*; na outra, impediu-se *UY* e *UZ*.

Para que a análise com elemento BEAM188 apresentasse resultados coerentes e que a viga não apresentasse um giro de corpo rígido, foi necessário impor em uma das extremidades, além das restrições aos deslocamentos *UX*, *UY* e *UZ*, a restrição ao giro *ROTX*. Na outra extremidade, manteve-se o impedimento aos deslocamentos *UY* e *UZ*.

O içamento com ***cabos inclinados sem balanços*** foi a segunda análise. O efeito da força de içamento no cabo foi tomado pela sua componente horizontal (69,23 kN) que foi aplicada diretamente na viga. Essa componente horizontal corresponde ao ângulo de inclinação do cabo de 40° com a vertical.

Para o modelo com elemento BEAM188, além da aplicação da componente horizontal, considerou-se também a atuação do momento fletor correspondente a essa componente em relação ao centroide da viga no valor de 57,11 kN · m. Neste caso, em uma das extremidades da viga, foram impedidos os deslocamentos *UX*, *UY* e *UZ* e o giro *ROTX*. Na outra, impediram-se os deslocamentos *UY* e *UZ*.

No modelo com elemento SOLID65, no nó superior intermediário de uma extremidade, impediu-se o deslocamento *UX* e *UZ* e, na outra, o deslocamento *UZ*. O efeito do impedimento à rotação foi obtido restringindo-se o deslocamento *UY* dos nós superiores das duas extremidades.

O terceiro caso estudado foi a suspensão com ***cabos retos com balanços***. Foi considerado que o cabo estava a uma distância equivalente aos quartos de vão das extremidades.

No modelo com SOLID65, o deslocamento *UY* foi impedido em todos os nós superiores dos balanços. No nó central de um dos balanços, foi imposta a restrição aos deslocamentos *UX* e *UZ*. No outro balanço, também no nó central, restringiu-se apenas *UZ*.

Semelhante ao que foi feito para a suspensão com cabos retos sem balanços modelada com elemento BEAM188, foi necessário impor em um dos balanços, além das restrições aos deslocamentos *UX*, *UY* e *UZ*, a restrição ao giro *ROTX*. No outro balanço, manteve-se o impedimento aos deslocamentos *UY* e *UZ*.

A Tabela 2 resume os valores de fator de instabilidade associado ao primeiro modo de flambagem obtidos para cada caso analisado na fase transitória de suspensão e de acordo com o tipo de elemento utilizado no modelo.

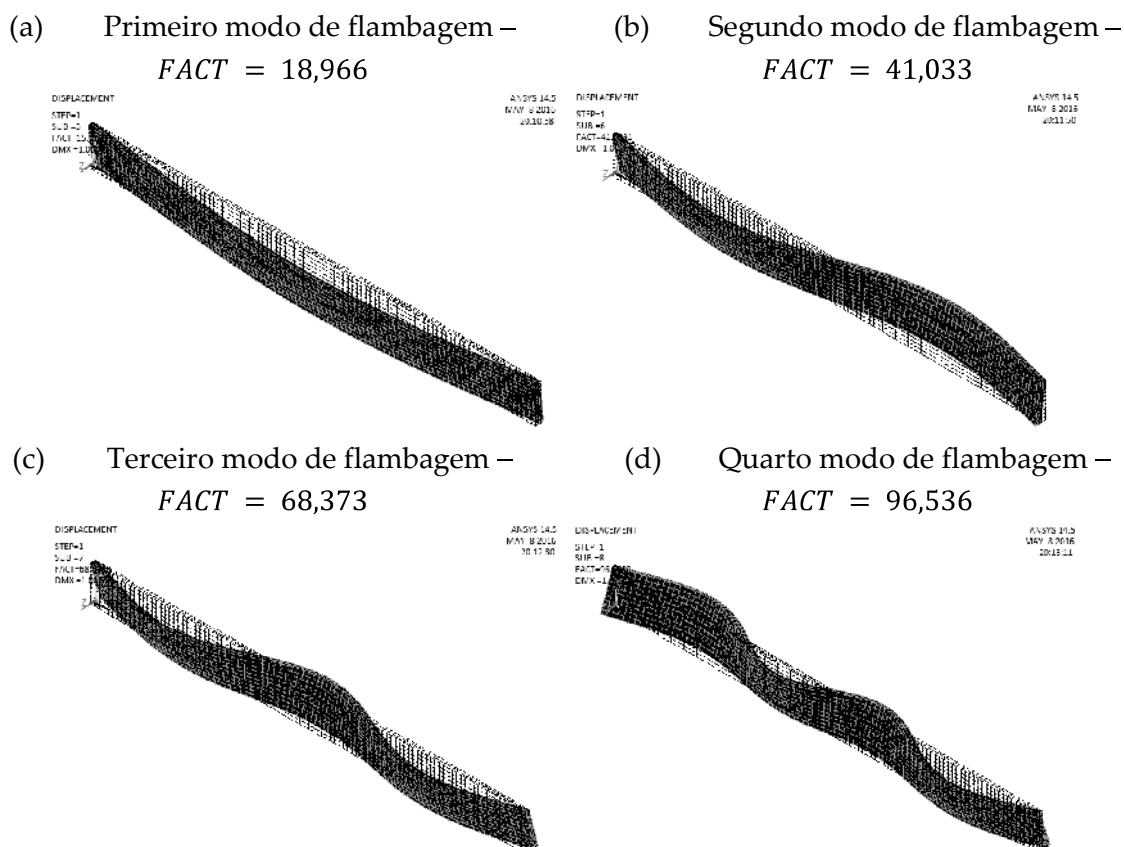
Tabela 2 – Fator de instabilidade para cada caso analisado na fase transitória de suspensão e diferentes elementos

CASO ANALISADO FASE TRANSITÓRIA DE SUSPENSÃO	MODO DE FLAMBAGEM	FACT	
		BEAM188	SOLID65
(a) Cabos retos sem balanços	1.	12,337	18,966
(b) Cabos inclinados sem balanços	1.	8,006	8,425
(c) Cabos retos com balanços	1.	106,940	152,070

Fonte: Autor (2017).

A Figura 12 apresenta as configurações deformadas dos quatro modos de flambagem para a viga platibanda em fase transitória de suspensão com cabos retos sem balanços modelada com elemento SOLID65 e as respectivas cargas críticas de instabilidade lateral.

Figura 12 – Modos de flambagem e respectivos fatores de instabilidade



Fonte: ANSYS (2016).

Os valores de  $FACT$  apresentados na Tabela 2 indicam que, dentre os casos de icamento analisados, a suspensão sem balanços e com cabos inclinados é a mais crítica para a viga, pois o valor da carga crítica obtido foi o menor dentre os modelos. A suspensão com cabos retos mostrou-se a mais vantajosa, sobretudo quando ela é feita com balanços, de forma que não é introduzido na viga nenhum esforço de compressão associado à componente horizontal da força de tração nos cabos.

Lima (1995) apresentou os valores de carga crítica utilizando a formulação de Runge-Kutta. Para a situação de icamento com cabos retos sem balanços, a relação carga crítica/peso próprio (RCP) obtida por Lima (1995) foi de 2,82. Para o icamento com cabos inclinados sem balanços, RCP foi igual a 2,37. E, por fim, para cabos retos com balanços, RCP foi de 117,018. As diferenças obtidas podem ser atribuídas à natureza das análises realizadas e dos elementos adotados numericamente. Uma análise que permite verificar o comportamento volumétrico é mais precisa e representa melhor as reais condições de contorno às quais a viga está submetida.

Além do içamento, a fase de pré-serviço considerou que a viga estava sobre apoios tipo garfo deformáveis e indeformáveis à torção com e sem balanços. As condições de contorno são de extrema importância em problemas de instabilidade. Por isso, elas são apresentadas em detalhes.

No primeiro caso analisado, considerando a viga platibanda sobre apoios tipo garfo indeformáveis à torção, para o modelo com elemento BEAM188, as restrições aos deslocamentos  $UY$  e  $UZ$  e ao giro  $ROTX$  foram aplicadas nas extremidades da viga. O deslocamento  $UX$  foi impedido apenas em uma extremidade.

Para o modelo com elemento sólido SOLID65, mantiveram-se as mesmas restrições, com algumas diferenças. O deslocamento  $UZ$  foi impedido ao longo de toda a altura da seção transversal da viga nas duas extremidades;  $UX$  e  $UY$  foram impedidos apenas nos nós inferiores de uma extremidade e  $UY$ , nos nós correspondentes da outra extremidade.

A viga platibanda sobre apoios tipo garfo deformáveis à torção foi a segunda análise. Neste modelo, a deformabilidade à torção foi considerada pela constante elástica à torção ( $K_{\theta x}$ ) que indica quão rígida é a ligação. Conforme Lima (1995), o valor de  $K_{\theta x}$  é  $2,91 \cdot 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}$  e, no modelo numérico, as molas foram simuladas por elementos COMBIN40.

Na análise com elemento BEAM188, a viga teve os deslocamentos  $UX$ ,  $UY$  e  $UZ$  impedidos em uma extremidade e  $UY$  e  $UZ$ , na outra. No modelo com elemento SOLID65, nos nós inferiores das duas extremidades, a translação  $UY$  foi impedida. No nó inferior intermediário de uma extremidade, restringiu-se  $UX$  e  $UZ$ . No mesmo nó da outra extremidade, restringiu-se  $UZ$ . Os nós externos à viga aos quais a mola estava vinculada tiveram o giro  $ROTX$  impedido tanto no modelo com BEAM188 quanto no modelo com elemento SOLID65.

O terceiro caso analisado considerou a viga platibanda com balanços sobre apoios tipo garfo indeformáveis à torção. O comprimento dos balanços era de 4,8 m.

Para o modelo com elemento BEAM188, foram impedidos os deslocamentos  $UX$ ,  $UY$  e  $UZ$  e o giro  $ROTX$  em um dos balanços e os deslocamentos  $UY$  e  $UZ$  no outro. Para a viga com elemento SOLID65, os deslocamentos  $UX$ ,  $UY$  e  $UZ$  foram impedidos nos nós inferiores do primeiro balanço e  $UY$  e  $UZ$  nos nós correspondentes do segundo.

A Tabela 3 resume os valores de fator de instabilidade associado ao primeiro modo de flambagem obtidos para cada caso analisado na fase de pré-serviço de acordo com o tipo de elemento utilizado no modelo.



Tabela 3 – Fator de instabilidade para cada caso analisado na fase de pré-serviço e diferentes elementos

CASO ANALISADO FASE DE PRÉ-SERVIÇO	MODO DE FLAMBAGEM	FACT	
		BEAM188	SOLID65
(a) Viga platibanda sobre apoios tipo garfo indeformáveis à torção	1.	20,658	24,657
(b) Viga platibanda sobre apoios tipo garfo deformáveis à torção	1.	17,870	15,123
(c) Viga platibanda com balanços sobre apoios tipo garfo indeformáveis à torção	1.	118,120	226,790

Fonte: Autor (2017).

As configurações deformadas dos quatro modos de flambagem para a viga platibanda sobre apoios são as mesmas apresentadas na *Figura 12*.

Na *fase de pré-serviço*, os valores mais altos de carga crítica foram obtidos quando a viga encontrava sobre apoios indeformáveis e com balanços. A rigidez elevada desses apoios diminui ou quase elimina a possibilidade de giro da viga garantindo estabilidade à estrutura. Como esperado, a utilização de garfos deformáveis produziu uma carga crítica de instabilidade menor que a produzida pela utilização de garfos indeformáveis à torção.

Pela formulação de *Runge-Kutta*, Lima (1995) obteve RCP de 21,09 para a viga platibanda sobre apoios tipo garfo indeformáveis à torção e RCP de 18,19 para a viga platibanda sobre apoios tipo garfo deformáveis à torção. Os valores obtidos nas análises numéricas e apresentados na *Tabela 3* apresentam uma boa aproximação com aqueles obtidos em Lima (1995).

Percebe-se que ocorreram diferenças entre as cargas críticas entre modelos com elemento de viga e com elementos sólidos. Essa diferença pode ser atribuída à natureza do elemento. BEAM188 é um elemento linear com comportamento diferente daquele em três dimensões (SOLID65).

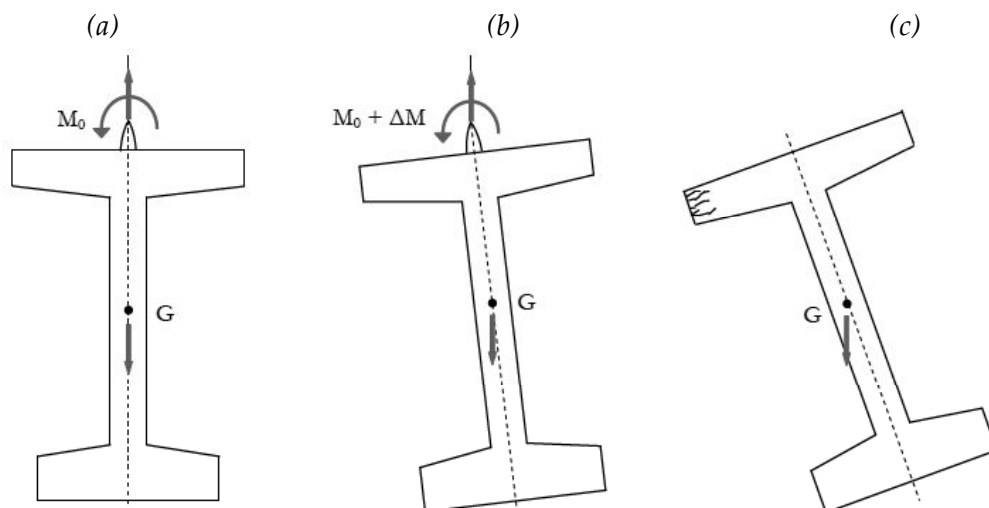
Finalmente, pode-se observar a importância da escolha adequada do comprimento dos balanços nessas fases, por aumentarem consideravelmente a segurança durante o manuseio, tanto no içamento quando sobre apoios deformáveis a torção. Embora o içamento seja mais crítico que a situação de pré-serviço com apoios deformáveis para os casos analisados, é possível confirmar, como era esperado, que a ausência de giro no apoio contribui para o aumento da carga crítica.

# CAPÍTULO 3 – INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO NA FASE TRANSITÓRIA DE IÇAMENTO

## 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A situação de estabilidade lateral de viga no içamento foi esquematicamente representada por *Herrando (2015)* pela *Figura 13*. No içamento, os cabos não restringem o giro da viga. O momento desestabilizante  $M_0$  faz com que a viga gire, se deforme e, devido à atuação de parte do peso próprio na direção do eixo de menor inércia, fique submetida a um momento fletor nessa direção. O acréscimo de momento  $\Delta M$  ocorre devido à atuação de parte do peso próprio na direção do eixo de menor inércia. A baixa resistência à tração do concreto pode levar à fissuração da viga ou, em casos mais graves, ao colapso devido à atuação desse momento fletor.

*Figura 13 – Viga com imperfeição inicial no içamento*



*Fonte: Herrando (2015).*

O estudo da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto é de extrema relevância e importância, haja vista os recorrentes problemas já registrados. O içamento é uma das fases consideradas críticas na análise de instabilidade lateral. Para o estudo do tema dessa dissertação, fez-se uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos já publicados que tratam da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas. Analisou-se cronologicamente a evolução e as contribuições de cada autor e este capítulo apresenta nas Seções a seguir os principais pontos estudados e analisados por cada um.

## 3.2 ESTADO DA ARTE SOBRE A INSTABILIDADE LATERAL EM VIGAS DE CONCRETO

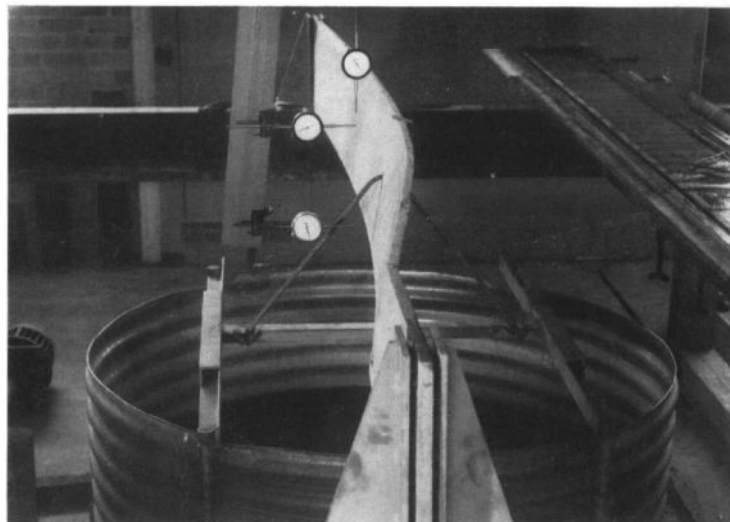
*Swann e Godden (1966)* estudaram a flambagem lateral de vigas de concreto içadas por cabos. O trabalho foi dividido em duas partes. A primeira parte apresenta um procedimento numérico para determinar a carga elástica de flambagem de vigas esbeltas carregadas no plano vertical. A segunda parte apresenta duas séries de testes em vigas sustentadas por cabos. Nessa etapa, a primeira série considerou seis testes em vigas de alumínio com seção transversal I com diferentes condições de apoio e na segunda, oito vigas pequenas de concreto protendido foram testadas.

O método proposto por *Swann e Godden (1966)* era simplificado e a análise do modo de ruptura foi feita dividindo a viga em uma pequena quantidade de trechos em pontos nodais. Assim, o problema da viga curva foi tomado como um problema equivalente composto por um conjunto de trechos retos unidos na extremidade. A pequena diferença obtida nos testes para a carga de flambagem em relação ao valor calculado mostrou a eficiência e precisão do procedimento de cálculo. Não foi observada fissuração devido à torção próxima ao ponto de içamento na viga. Por fim, as cargas de flambagem obtidas foram muito sensíveis à distância vertical entre o início dos cabos de içamento e a extremidade do pêndulo usado no içamento (na literatura, denominado *yoke*).

De acordo com *Massey e Walter (1969)*, o primeiro estudo de importância data de 1948 quando Marshall publicou uma primeira análise teórica sobre o assunto. O estudo desenvolvido pelos autores analisou o comportamento de cinco vigas apoiadas nas extremidades e carregadas na metade do vão por um tanque de água. O estudo do comportamento dessas vigas foi simulado pelos autores em procedimentos experimentais em escala reduzida, como apresentado na *Figura 14*. Todas as cinco vigas romperam por instabilidade lateral e torção, com exceção da primeira que entrou em colapso devido ao esforço cortante, cuja característica foi corrigida nas vigas seguintes.

A maioria das análises e estudos acerca do tema da estabilidade lateral de vigas longas e esbeltas consistiu em análises teóricas utilizando equações diferenciais que pudessem descrever o comportamento peculiar desses elementos estruturais. No entanto, em 1987, os engenheiros norte-americanos *Richard R. Imper* e *George Lazlo*, que lidavam cotidianamente com o problema, publicaram um artigo no *PCI Journal*, no qual descreviam uma formulação simples que servia para verificar a possível ocorrência ou não do problema.

Figura 14 – Uma das vigas ensaiadas por Massey e Walter (1969)



Fonte: Massey e Walter (1969).

*Imper e Lazlo (1987)* sugeriram fazer uma análise baseada em deslocamentos e tensões. Eles verificaram que existia uma relação entre os deslocamentos (flecha no meio do vão) e a razão entre o comprimento do balanço ( $a$ ) e o comprimento total da viga ( $l$ ), no içamento. Os autores consideraram em sua análise um fator de segurança, cujo valor deve ser determinado de acordo com a fase de manuseio da viga (içamento ou transporte). Com esse fator de segurança, foi possível obter o valor do quociente  $a/l$ .

*Imper e Lazlo (1987)* mencionaram em seu estudo a utilização de um sistema de contraventamento lateral durante o içamento desenvolvido por cada fabricante de viga. Esse sistema pode ser feito com tubos, treliças temporárias ou outros métodos que enrijeçam a região de menor inércia da viga e reduza a fissuração gerada pelas tensões de tração devido à superelevação à qual a viga está submetida.

Os trabalhos desenvolvidos por *Mast (1989)* também representaram uma grande contribuição ao estudo da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas protendidas. Dando continuação aos estudos de *Imper e Lazlo (1987)*, *Mast (1989)* propôs uma análise mais abrangente considerando, além do deslocamento vertical, a rotação máxima a que uma viga poderia estar submetida em condições seguras.

*Mast (1989)* propôs a formulação de um coeficiente de segurança que relacionava a altura acima do centro de gravidade até o eixo de giro da viga, o deslocamento vertical fictício da viga quando todo o peso próprio é aplicado lateralmente, o ângulo de rotação da viga devido às imperfeições geométricas iniciais e a máxima inclinação admissível da viga no içamento.

*Dux e Kitipornchai (1990)* também investigaram o colapso de vigas na fase de içamento. Mais precisamente, o trabalho dos autores considerou vigas de seção I com pontos de içamento

simétricos quando estas se encontravam na fase de transporte. No entanto, para os experimentos, eles utilizaram vigas de alumínio de tamanho reduzido e apresentaram para essas vigas as equações diferenciais características da flexão em torno do eixo de menor inércia, o mais crítico, e da torção. Variou-se o ângulo de içamento a fim de conhecer o comportamento da viga para diferentes valores do ângulo. Ao final dos experimentos, os resultados encontrados aproximaram-se dos valores obtidos pelas equações diferenciais, validando o estudo. Dentre as conclusões, pode-se citar o fato de que a carga de ruptura foi extremamente sensível e diretamente relacionada à localização dos pontos de içamento.

Em seu segundo estudo, *Mast (1993)* aprofundou ainda mais a verificação da segurança de vigas longas e esbeltas e analisou também o comportamento dessas vigas sobre apoios temporários, nos quais a ligação ainda não fora executada. A diferença principal entre os dois casos estudados por *Mast (1993)* é a posição do eixo de giro da viga, o qual está abaixo dela no caso de apoios temporários e acima, no içamento.

*Mast (1993)* considerou que, na medida em que os ângulos de inclinação da viga variam, ela permanece sem fissuras até um determinado valor de ângulo e, em seguida, começa a fissurar até a ruptura. Quando as vigas estavam fissuradas, o autor utilizou uma rigidez efetiva, determinada para um conjunto específico de vigas estudadas. Neste segundo estudo, o autor expressou o fator de segurança em função de duas novas variáveis: o braço do momento aplicado e o braço do momento resistente nas situações de fissuração e ruptura.

*Mast (1993)* também tratou da importância de se conhecer a rigidez ao giro dos veículos e apoios transitórios. O autor apresenta uma forma de medir a rigidez dos veículos pelo posicionamento de pesos em diferentes excentricidades nas extremidades do caminhão.

O efeito do vento também foi analisado por *Mast (1993)*. O vento é capaz de produzir forças que geram momentos aplicados, cujos efeitos devem ser somados aos efeitos dos demais momentos.

Por fim, *Mast (1993)* apresenta considerações quanto à utilização de contraventamento lateral temporário, também tratado por *Imper e Lazlo (1987)*. De acordo com o autor, esse contraventamento é muito mais eficaz para melhorar a resistência lateral e não a rigidez. Vigas de concreto protendido apresentam resistência lateral suficiente, mesmo sem o contraventamento, o qual não melhora o fator de segurança contra a fissuração.

Para analisar o comportamento de uma viga protendida fissurada sujeita a carregamento aplicado na direção do seu eixo de menor inércia, *Mast (1994)* tomou uma viga produzida em 1982 e não utilizada devido a um defeito próximo à extremidade. A viga tinha, aproximadamente, 45 m de comprimento (149 ft), seção transversal I de, aproximadamente, 1,87 m de altura, similar à viga de dimensões padronizadas *PCI-BT-72*.

A viga foi gradualmente inclinada com balanços de 3,3 m, sabendo-se do estudo anterior (Mast (1993)) que, vigas com características semelhantes, poderiam atingir ângulos entre 25° e 30° antes do colapso. Ela apresentava 0,025 m de imperfeição inicial e foi inclinada na direção dessa imperfeição. As tensões e deformações foram medidas em determinados intervalos de tempo. Foram realizados diferentes incrementos no ângulo de inclinação até que se chegou próximo a um ângulo de ruptura de 32°, superior ao valor imaginado. Ainda, os valores de tensões e deformações medidos foram próximos aos valores previstos e os resultados mostraram que o comportamento de vigas protendidas com carregamento no eixo de menor inércia pode ser previsto satisfatoriamente por uma análise elástica da seção fissurada (MAST, 1994).

Além disso, Mast (1994) verificou que o uso de *king-post*, um dispositivo que aumenta a altura entre o centro de gravidade da viga e o ponto de início do cabo de içamento, não representou ganho significativo na resposta da viga aos carregamentos horizontais.

Mast (1998) apresenta um processo iterativo para análise de vigas protendidas fissuradas. Inicialmente, deve-se homogeneizar a seção transversal, adotar um valor para a altura da linha neutra e verificar as tensões para essa situação. O processo repete-se até que sejam obtidas tensões nulas para a posição de linha neutra adotada. Segundo o autor, o método apresentado pode ser aplicado a vigas de concreto de vários formatos de seção transversal.

Stratford e Burgoyne (1999) analisaram via método dos elementos finitos uma viga de 40 m em três condições de contorno referentes a três estágios diferentes: viga sobre apoios quando ela já se encontra na estrutura, transporte e içamento. Foram realizadas duas análises: uma de instabilidade e outra não linear. Os autores concluíram que a suspensão é a etapa mais crítica, uma vez que não há qualquer restrição ao giro de corpo rígido da viga e que a rigidez à torção relativamente alta das vigas de concreto permite afirmar que a viga apresenta um giro de corpo rígido com uma variação muito pequena de torção ao longo do seu comprimento.

O estudo de Stratford e Burgoyne (1999) representa uma grande contribuição ao estudo da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas, uma vez que, ao se considerar rigidez infinita à torção, o problema da flambagem lateral pode ser tratado como um problema de flexão lateral em torno do eixo de menor inércia acompanhado de um giro de corpo rígido em torno do eixo formado pelos pontos de içamento. Assim, o giro de torção da viga pode ser desprezado.

Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) apresentam o equacionamento para determinar a carga de flambagem, o efeito das imperfeições geométricas e as tensões induzidas pelos efeitos de segunda ordem. Como exemplos, os autores aplicam a formulação a quatro vigas pré-moldadas de seção transversal definida e diferentes comprimentos. Percebeu-se que, quanto

maior o comprimento da viga, mais ela é suscetível ao colapso. Durante o transporte, mesmo vigas sem imperfeições geométricas e retas, podem sofrer os efeitos de instabilidade lateral a depender das condições de superelevação da via, carga de vento e efeitos dinâmicos do meio de transporte.

*Stratford e Burgoyne (2000)* estudaram o comportamento de vigas içadas por cabos. Partindo do estudo anterior (*Stratford e Burgoyne (1999)*), assumir que não existe giro por torção ou que ele pode ser desprezado permitiu obter soluções analíticas para o problema. Nesse sentido, *Stratford e Burgoyne (2000)* equacionaram com equações de equilíbrio e com equações diferenciais o problema do içamento com cabos retos e inclinados, com “yokes” retos e inclinados, com cargas laterais (que podem ser representadas pelo vento) e com imperfeições iniciais. A formulação proposta foi aplicada à viga SY-6 de seção transversal padronizada que pode atingir o comprimento de 40 m.

*Park, Stallings e Kang (2004)* analisaram a estabilidade lateral em vigas metálicas, ao verificarem que grande parte das construções era constituída por uma laje de concreto sustentada por essas vigas. A instabilidade lateral era, nesse caso, evitada pelo contraventamento da mesa superior da viga devido à presença da laje de concreto.

A análise numérica dos autores consistiu numa modelização via Método dos Elementos Finitos (MEF). Experimentalmente, as vigas eram sujeitas a uma carga concentrada ou uniformemente distribuída na mesa superior, juntamente com momentos aplicados nas extremidades. Os resultados foram comparados aos do modelo e as conclusões a que os autores chegaram permitiram propor uma nova equação que melhora o dimensionamento dos elementos estruturais face à instabilidade lateral (*PARK; STALLINGS; KANG, 2004*).

As equações existentes para o cálculo do momento de flambagem podem não estimar satisfatoriamente o valor dessa variável para vigas de concreto de seção esbelta. Ainda, os limites de esbeltez propostos pelas normas internacionais não representaram um coeficiente de segurança confiável contra o colapso e a ocorrência de instabilidade lateral. Nesse sentido, *Revathi e Menon (2006)* analisaram experimentalmente vigas de concreto armado e propuseram uma equação para cálculo do momento de flambagem, considerando as rigidezes à flexão e à torção desses elementos. A formulação proposta mostrou-se satisfatória quando comparada com os resultados experimentais.

*Revathi e Menon (2007)* também estudaram os limites de esbeltez propostos pelas normas. Os autores perceberam que, mesmo estando dentro dos limites máximos recomendados, vigas de moderada esbeltez também sofriam os efeitos dessa característica e apresentavam uma redução da sua capacidade resistente à flexão. Esse efeito já é considerado nas vigas metálicas e nos pilares de concreto, mas até então não havia nenhuma previsão para as vigas esbeltas de concreto.



Assim, *Revathi e Menon (2007)* estudaram analítica e experimentalmente vigas retangulares de concreto e propuseram um fator de redução, calculado de acordo com o índice de esbeltez da viga, a ser aplicado no cálculo do momento de flambagem, a fim de levar em consideração a redução da capacidade resistente nesses elementos.

*Girija e Menon (2011)*, após realizarem quinze testes em vigas esbeltas, validaram a desigualdade de que um índice de esbeltez menor que 1,0 pode ser um valor comparativo para evitar o colapso por instabilidade lateral em vigas esbeltas. Esse índice de esbeltez foi calculado pelos autores como a raiz do quociente do momento fletor último de cálculo pelo momento crítico de instabilidade.

*Hurff e Kahn (2012)* testaram seis vigas protendidas e esbeltas de seção transversal retangular e os resultados mostraram que a estabilidade lateral à torção das vigas é uma característica mecânica relacionada diretamente às imperfeições iniciais das mesmas. As vigas foram divididas em três pares, todas apresentando mesmo comprimento (9,75 m), mesma altura (1,02 m), porém com diferentes níveis de protensão. O programa experimental mostrou que as imperfeições iniciais contribuíam para reduzir a capacidade de flambagem da viga e que a atuação da protensão na estabilidade das vigas é limitada à zona de compressão.

*Girija e Menon (2015)* conduziram um segundo estudo a fim de estudar o efeito da ligação da laje em vigas esbeltas sujeitas à flexão. O objetivo do estudo foi determinar se a presença de uma laje integralmente ligada ao bordo de vigas retangulares esbeltas sujeitas à flexão aumentaria a rigidez à flexão, principalmente no plano vertical. Os autores verificaram que a presença de lajes proporcionando apoio lateral para as vigas influencia o comportamento desses elementos esbeltos. Após testes realizados, percebeu-se que a presença de lajes integralmente ligadas ao bordo comprimido das vigas esbeltas confere a elas rigidez lateral suplementar, sendo, portanto, favorável à estabilidade lateral do elemento.

Na literatura brasileira, *Lima (1995)* trabalhou com a formulação analítica para a carga crítica de instabilidade e estimou seus valores para a fase de içamento com cabos retos e inclinados na presença e na ausência de balanços e para a viga sobre apoios deformáveis e indeformáveis à torção. *Lima (2002)* e *Lima e El Debs (2005)* analisaram numérica e experimentalmente vigas sujeitas a tombamento lateral a fim de simular o comportamento dessas vigas sob flexão bi-lateral e torção. Como também verificado por *Stratford e Burgoyne (1999)*, *Lima e El Debs (2005)* concluíram que o efeito da torção foi pequeno comparado ao da flexão lateral no fenômeno da instabilidade.

*Lima e El Debs (2007)* analisaram numericamente o comportamento de uma tesoura protendida de 20 m de comprimento sujeita a tombamento lateral gradual, como feito por *Mast (1994)*, e durante o içamento com e sem balanços e com cabos retos e inclinados. Para analisar o içamento, foram utilizados apoios deformáveis à torção. Os autores também

modelaram a mesma viga ensaiada por *Mast (1994)* a fim de verificar seu desempenho durante o içamento com cabos retos na presença e na ausência de balanços. Os resultados mostraram que o içamento de vigas protendidas com determinado comprimento de balanços representa um ganho na segurança do procedimento e que a suspensão com cabos inclinados deve ser realizada de tal modo que a componente horizontal da força de tração no cabo não confira à viga efeitos instabilizantes.

*Krahl (2014)* apresentou formulações para o cálculo da carga crítica de instabilidade lateral, do momento crítico e do fator de segurança. *Krahl, Lima e El Debs (2015)* realizaram análises paramétricas em vigas de concreto de seção transversal I e retangular e calcularam a carga crítica de flambagem e a esbeltez limite através da formulação proposta por diversos autores e normas nacionais e internacionais. *Krahl, Carrazedo e El Debs (2016)* analisaram numericamente, considerando efeitos de segunda ordem, a estabilidade lateral de vigas de concreto armado de ultra-alta performance reforçado com fibras.

### 3.3 A ESTABILIDADE LATERAL DE VIGAS DE CONCRETO SEGUNDO AS NORMAS TÉCNICAS

Como feito em *Revathi (2006)*, pretende-se avaliar aqui as recomendações normativas propostas por associações nacionais e internacionais. Serão apresentadas as considerações das normas:

- (a) Brasileiras *ABNT NBR 6118:2014* e *ABNT NBR 9062:2006*;
- (b) Americana *ACI 318-14* ou *ACI 318:2014*;
- (c) Europeia *NF EN 1992:2004* ou *Eurocode 2*;
- (d) Japonesa *JSCE-SSCS n° 15 2007*;
- (e) Internacional *FIB Model Code 2010*.

Segundo a ***ABNT NBR 6118:2014***, a segurança à instabilidade lateral de vigas de concreto com armaduras passivas ou ativas sujeitas à flambagem lateral é garantida, pelo procedimento aproximado, quando são atendidas as condições:

$$b \geq \frac{l_0}{50} \quad (1)$$

$$b \geq \beta_{lf} \cdot h \quad (2)$$

Onde:  $b$  é a largura da zona comprimida;

$l_0$  é o comprimento do flange comprimido, medido entre os suportes que garantem o contraventamento lateral;

$\beta_{lf}$  é o coeficiente que depende da forma da viga (pode assumir o valor 0,20 ou 0,40);

$h$  é a altura total da viga.

De acordo com a ABNT NBR 9062:2006, para a verificação da estabilidade lateral de vigas, devem ser consideradas as fases de carregamento durante a fabricação, manuseio, armazenamento, transporte, montagem e construção. Na falta de cálculo rigoroso, para o saque, manuseio e montagem, pode-se adotar o prescrito na ABNT NBR 6118:2014, considerando, para verificação, o vão compreendido entre os pontos de içamento.

Quando necessária, uma análise teórica deve ser elaborada, para a determinação da carga crítica de instabilidade. Nas fases de manuseio, transporte e montagem, os elementos devem ter rigidez lateral suficiente para evitar deformação e fissuração excessiva, que possam reduzir sua capacidade resistente (ABNT NBR 9062:2006).

A norma americana ACI 318-14 (ACI 318:2014) recomenda, para vigas que não estejam continuamente contraventadas lateralmente, que o espaçamento entre os contraventamentos laterais não exceda 50 vezes a largura mínima da mesa comprimida e que esse espaçamento leve em consideração a atuação de cargas excêntricas.

O Eurocode 2 (NF EN 1992:2004) ressalta a importância de se considerar a instabilidade lateral de vigas esbeltas sempre que necessário, principalmente nas fases de transporte e manuseio, nas quais as vigas se encontram insuficientemente contraventadas. Ainda, as imperfeições geométricas devem ser levadas em conta. A norma recomenda que, em vigas não contraventadas, seja adotada uma imperfeição geométrica da ordem de  $l/300$  (onde:  $l$  é o comprimento total da viga).

Os efeitos de segunda ordem relacionados à instabilidade lateral podem ser desprezados se as condições expressas nas *Equações (3) e (4)* forem atendidas (NF EN 1992:2004):

$$\frac{l_{0t}}{b} \leq \frac{50}{\left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{1}{3}}} \quad \text{e} \quad \frac{h}{b} \leq 2,5 \quad (\text{fase permanente}) \quad (3)$$

$$\frac{l_{0t}}{b} \leq \frac{70}{\left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{1}{3}}} \quad \text{e} \quad \frac{h}{b} \leq 3,5 \quad (\text{fase transitória}) \quad (4)$$

Onde:  $l_{0t}$  é o comprimento não contraventado do flange comprimido;

$b$  é a largura da zona comprimida;

$h$  é a altura total da seção transversal da viga na parte central de  $l_{0t}$ .

A norma japonesa JSCE-SSCS n° 15 2007 recomenda que, a menos que seja feita uma análise de estabilidade lateral, as vigas isoladas devem atender a alguns requisitos, a saber:

- (a) Vigas retangulares devem ser apoiadas lateralmente a intervalos que não excedam 15 vezes a largura da viga;

- (b) Para as vigas que não sejam retangulares, os apoios laterais devem estar a intervalos não superiores a 25 vezes a largura da alma;
- (c) As vigas devem apresentar espessura da mesa não inferior à metade da largura da alma;
- (d) A largura efetiva da mesa comprimida não deve exceder quatro vezes a largura da alma.

O ***Model Code 2010*** ressalta a importância de se verificar quanto à instabilidade lateral vigas longas em que não há contraventamento lateral e recomenda, ainda, que uma imperfeição geométrica da ordem de  $l/300$  (onde:  $l$  é o comprimento total da viga) seja adotada na verificação de vigas não contraventadas.

Os efeitos de segunda ordem relacionados à instabilidade lateral podem ser desprezados se a condição expressa na *Equação (3)* para a fase permanente for atendida (*MODEL CODE 2010*).

### **3.4 ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DURANTE O IÇAMENTO SEGUNDO PLAUT E MOEN (2011, 2013), MOEN (2014) E COJOCARU (2012)**

*Plaut e Moen (2011, 2013)*, com o objetivo de obter soluções analíticas para deslocamentos, forças e momentos numa viga curva durante o içamento por dois cabos, analisaram essa situação em vigas duplamente simétricas, cujas dimensões da seção transversal eram pequenas quando comparadas com o raio de curvatura, considerando torção uniforme (ou pura) e torção não-uniforme.

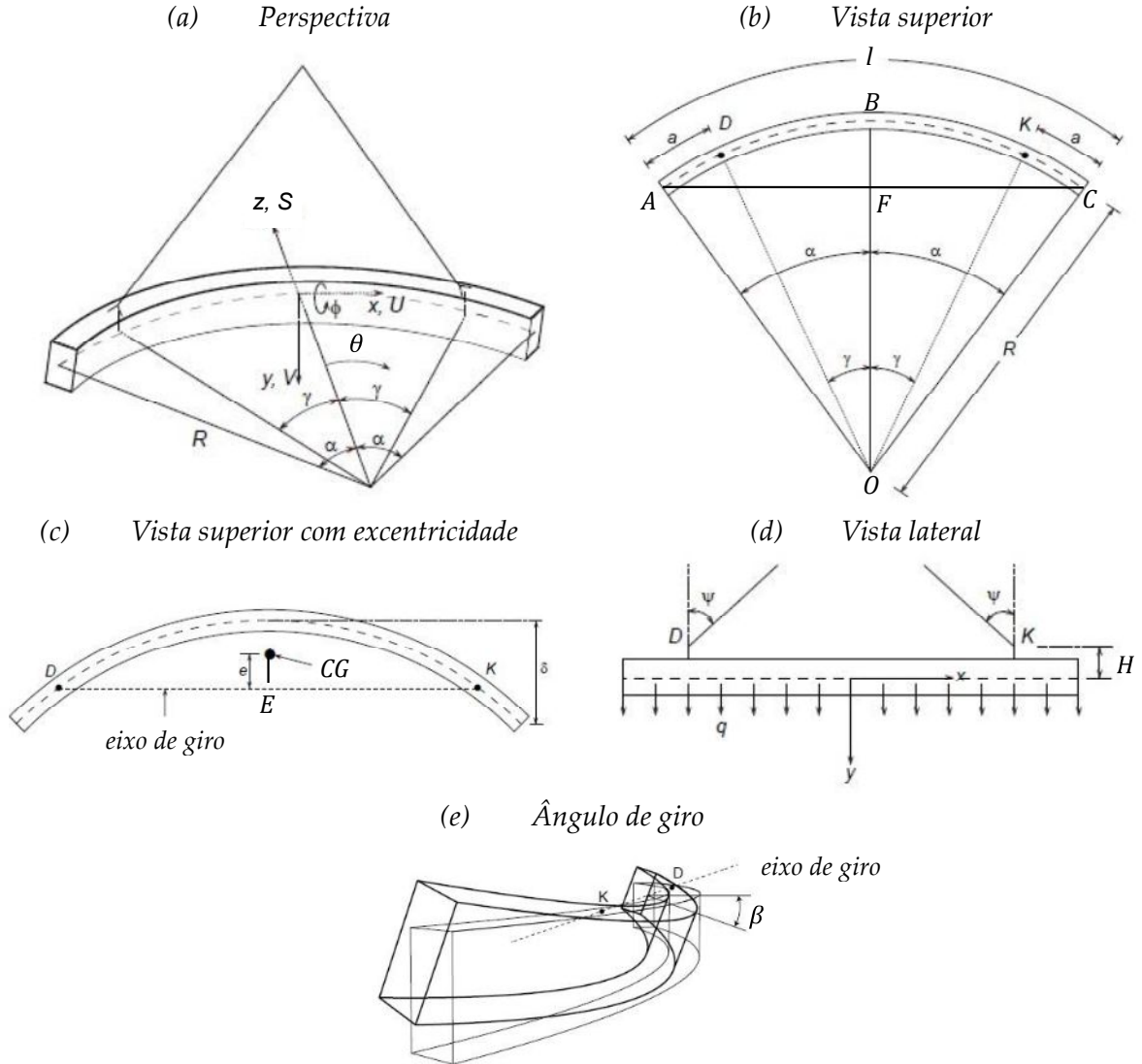
Segundo *Plaut e Moen (2011, 2013)*, uma viga curva, ao ser içada, tende a girar em torno de um eixo acima dela. Esse giro gera momentos fletores em torno dos eixos de maior e menor inércia e também torção da seção transversal. Vários parâmetros influenciam nesse comportamento da viga, a saber: a rigidez no eixo de menor inércia, a inclinação dos cabos de içamento e o comprimento dos balanços adotado.

O estudo realizado pelos autores divide-se em duas partes. A primeira apresenta as considerações e a formulação analítica proposta; a segunda, as aplicações do equacionamento analítico em vigas de concreto e em vigas de aço.

A formulação proposta considerou que: as vigas são curvas de pequena curvatura; o centro de gravidade coincide com o centro de cisalhamento; o material é homogêneo e trabalha em regime elástico-linear; não há esforços de protensão aplicados; as deformações são pequenas; a viga é suspensa por dois cabos simétricos em relação ao meio do vão e alinhados (não há excentricidade) (*PLAUT; MOEN, 2011, 2013*).

Para efeitos de padronização neste trabalho, foi alterada a simbologia proposta inicialmente por Plaut e Moen (2011, 2013). Os autores analisaram o lado direito da viga, ou seja,  $(0 \leq x \leq l/2; 0 \leq \theta \leq \alpha)$ . A configuração da viga curva e as variáveis adotadas são apresentadas na Figura 15.

Figura 15 – Viga curva e apresentação das variáveis adotadas



Fonte: Adaptado de Plaut e Moen (2011, 2013).

Onde:  $\theta$  é o ângulo que indica a posição ao longo de metade do comprimento da viga no içamento;

$\gamma$  é o ângulo associado ao ponto de içamento;

$\alpha$  é o ângulo associado à extremidade da viga no içamento;

$\psi$  é o ângulo de inclinação dos cabos de içamento;

$\beta$  é o ângulo de giro da viga;

$\phi$  é o giro de torção da viga;

$\delta$  é a excentricidade da viga, medida entre o meio do vão e as extremidades;

$e$  é a distância horizontal entre o centro de gravidade e o eixo de giro da viga;

$R$  é o raio de curvatura do arco da viga;

$U$  é o deslocamento ao longo do comprimento da viga;

$V$  é o deslocamento na direção do eixo de menor inércia da viga;

$S$  é o deslocamento na direção do eixo de maior inércia da viga.

Por formulações geométricas, é possível chegar às igualdades:

$$\frac{l}{R} = 2\alpha \quad (5)$$

$$\frac{a}{l} = \frac{\alpha - \gamma}{2\alpha} \quad (6)$$

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1 - \cos \alpha}{2\alpha} \quad (7)$$

$$\frac{e}{R} = \frac{\sin \alpha - \alpha \cdot \cos \gamma}{\alpha} \quad (8)$$

Ainda, se for considerado que o ângulo  $\alpha$  é pequeno, o comprimento do segmento  $AB$  pode ser aproximado para  $l/2$  que conduz a duas novas igualdades:

$$\alpha \cong \frac{4\delta}{l} \quad (9)$$

$$\gamma \cong \frac{4\delta}{l} \cdot \left(1 - \frac{2a}{l}\right) \quad (10)$$

Se o centro de gravidade de toda a viga não se encontra no plano vertical que contém o eixo de giro e considerando-se que a viga é rígida, ela apresentará um giro de corpo rígido em torno do eixo de giro até que seu centro de gravidade se encontre nesse plano vertical. Nessa situação, o ângulo de giro, aqui denominado de  $\beta_{rig}$ , seria obtido, a partir de um corte feito na metade do vão da viga apresentada na *Figura 15(c)*, de acordo com a *Figura 16*, pela *Equação (11)*.

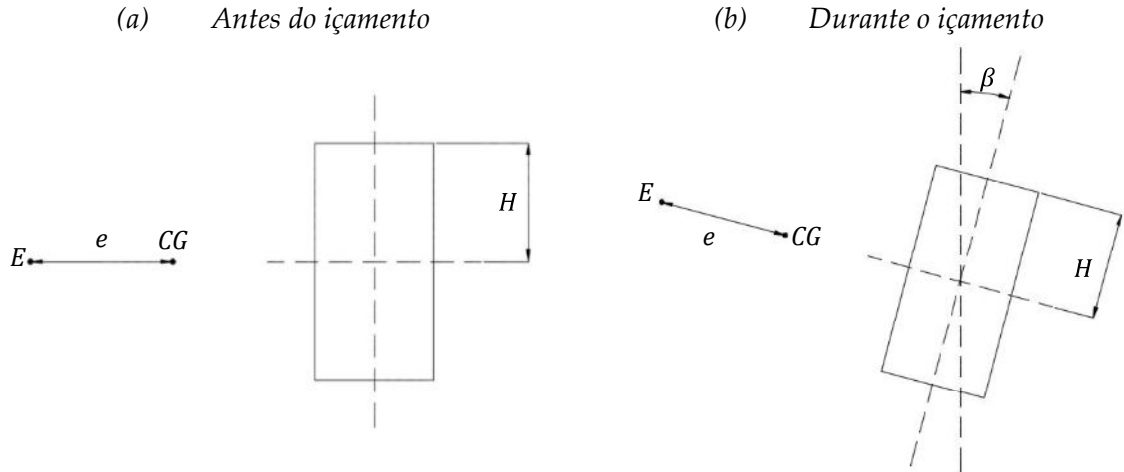
$$\tan \beta_{rig} = \frac{e}{H} \quad (11)$$

Segundo *Plaut e Moen (2011, 2013)*, a viga se deforma durante o içamento, o que altera os valores de  $e$  e  $H$ . Assumindo que as deformações são pequenas, os valores modificados de  $e$  e  $H$  são  $e'$  e  $H'$ , dados por:

$$e' = \frac{1}{l} \cdot \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} (R + S) \cdot \cos \theta \, dx - R \cdot \cos \gamma, \, dx = R \cdot d\theta \quad (12)$$

$$H' = H + \frac{1}{l} \cdot \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} V \, dx, \, dx = R \cdot d\theta \quad (13)$$

Figura 16 – Seção transversal do meio do vão no içamento



Fonte: Autor (2017).

A parcela  $\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} V dx$  pode ser desprezada quando comparada com  $H$ . Então, como  $\tan \beta_{rig} = \frac{e}{H}$  e fazendo as alterações necessárias, chega-se a:

$$H \cdot \alpha \cdot \tan \beta = R \cdot (\sin \alpha - \alpha \cdot \cos \gamma) + \int_0^\alpha S \cdot \cos \theta d\theta \quad (14)$$

De acordo com Mast (1989):

$$\tan \beta = \frac{z_0 \cdot \sin \beta + e}{H}$$

Que permite chegar à igualdade:

$$H \cdot \alpha \cdot \tan \beta = z_0 \cdot \alpha \cdot \sin \beta + R \cdot (\sin \alpha - \alpha \cdot \cos \gamma) \quad (15)$$

Assim, para Plaut e Moen (2011, 2013), uma primeira aproximação para  $\beta$  ( $\beta_1$ ) é:

$$H \cdot \alpha \cdot \tan \beta_1 = z_0 \cdot \alpha \cdot \sin \beta_1 + R \cdot (\sin \alpha - \alpha \cdot \cos \gamma) \quad (16)$$

Quando se trabalha com ângulos pequenos, algumas aproximações são possíveis, como  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$  e  $\cos \theta \approx 1$ .

A segunda aproximação de  $\beta$  ( $\beta_2$ ) é obtida da Equação (16) aproximada para ângulos pequenos. Tem-se:

$$\beta_2 = \frac{R \cdot (\sin \alpha - \alpha \cdot \cos \gamma)}{\alpha \cdot (H - z_0)} \quad (17)$$

Ambas as equações podem ser utilizadas para determinar o ângulo de giro.

Para *Mast (1989)*,  $z_0$  é o deslocamento lateral do centro de gravidade de uma viga reta quando todo o peso próprio é aplicado lateralmente.

$$z_0 = \frac{w \cdot (0,1 \cdot l_1^5 - a^2 \cdot l_1^3 + 3 \cdot a^4 \cdot l_1 + 1,2 \cdot a^5)}{12 \cdot E_c \cdot I_y \cdot l}$$

Quando uma viga é içada com cabos retos, o deslocamento lateral é o próprio valor de  $z_0$ . Porém, quando uma viga é içada com cabos inclinados, a componente horizontal da força no cabo funciona como carga elástica de flambagem e seu efeito no deslocamento lateral é expresso por um fator que relaciona seu valor com a carga crítica de flambagem.

Na *Figura 15(d)*, a componente vertical da força em cada cabo vale  $F_y = \frac{w \cdot l}{2}$ . Assim, a força no cabo vale  $F = \frac{w \cdot l}{2 \cdot \cos \psi}$  e a componente horizontal vale  $F_x = \frac{w \cdot l}{2} \cdot \tan \psi$ .

O fator que relaciona a componente horizontal da força no cabo e a carga crítica de flambagem é dado por:

$$\mu = \frac{F_x}{P_{cr}} = \frac{\frac{w \cdot l}{2} \cdot \tan \psi}{\frac{\pi^2 \cdot E_c \cdot I_y}{l_1^2}} = \frac{w \cdot l \cdot l_1^2 \cdot \tan \psi}{2 \pi^2 \cdot E_c \cdot I_y}$$

Onde:  $\mu$  é um coeficiente que relaciona  $F_x$  e  $P_{cr}$ ;

$F_x$  é a componente horizontal da força de tração no cabo;

$P_{cr}$  é a carga crítica de flambagem.

Quando a viga é içada com cabos inclinados, o deslocamento lateral é, portanto:

$$z_0 = \frac{w \cdot (0,1 \cdot l_1^5 - a^2 \cdot l_1^3 + 3 \cdot a^4 \cdot l_1 + 1,2 \cdot a^5)}{12 \cdot E_c \cdot I_y \cdot l} \cdot (1 - \mu)$$

*Plaut e Moen (2011, 2013)* definiram que a rotação total da seção transversal depende do ângulo de giro  $\beta$ , do ângulo de torção da seção transversal  $\phi$  e de sua posição ao longo da viga. Segundo os autores, o giro total da seção transversal é  $(\beta \cdot \cos \theta - \phi(\theta))$  que assume os valores em determinadas seções da viga:

- (a) No meio do vão,  $\theta = 0^\circ$ : giro de torção =  $\beta - \phi(0^\circ)$ ;
- (b) Nas extremidades da viga,  $\theta = \alpha$ : giro de torção =  $\beta \cdot \cos \alpha - \phi(\alpha)$ ;
- (c) No ponto de içamento,  $\theta = \gamma$ : giro de torção =  $\beta \cdot \cos \gamma$ .



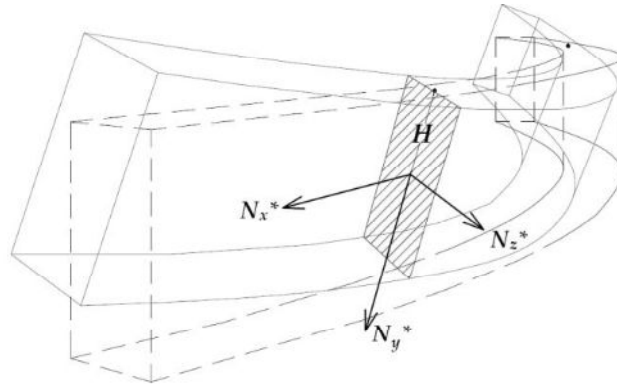
No ponto de içamento, as condições de apoio não permitem os deslocamentos de translação (vertical e horizontal) e de rotação. Esses deslocamentos são iguais a zero. Assim, a única rotação da seção transversal nesse ponto é a rotação associada ao ângulo  $\beta$  (PLAUT; MOEN, 2011, 2013).

O equilíbrio de forças na seção transversal do ponto içamento resulta em:

$$\begin{aligned} N_x^* &= \frac{wl}{2} \cdot (\sin \beta \cdot \sin \gamma - \tan \psi \cdot \cos \gamma) \\ N_y^* &= -\frac{wl}{2} \cdot \cos \beta \\ N_z^* &= -\frac{wl}{2} \cdot (\sin \beta \cdot \cos \gamma + \tan \psi \cdot \sin \gamma) \end{aligned}$$

As resultantes estão aplicadas na seção transversal conforme apresenta a Figura 17.

Figura 17 – Resultantes na seção transversal



Fonte: Autor (2017).

Essas resultantes de força geram momentos nos eixos ortogonais à seção transversal:

$$M_x^* = -H \cdot N_z^*; M_y^* = 0; M_z^* = H \cdot N_x^*$$

A partir desse ponto, os autores conduzem a análise em termos de quantidades adimensionais que valem, na maioria dos casos, para torção uniforme ( $C_w = 0$ ) e para torção não-uniforme ( $C_w > 0$ ). Apenas as equações do ângulo de giro e do deslocamento no eixo de maior inércia são diferentes de acordo com o caso considerado.

Do estudo da formulação analítica, os autores chegaram a conclusões importantes. Uma delas é que até determinado valor do comprimento do balanço ( $a$ ), a viga não gira quando içada. A razão  $a/l$  depende diretamente de  $\delta/l$  para cabos verticais ( $\psi = 0$ ) e de  $\delta/l$ ,  $\lambda_y$  e  $\psi$  se os cabos forem inclinados ( $\psi \neq 0$ ).

- (a) Se  $\psi = 0$  e  $10^{-6} < \delta/l < 0,2$ ,  $a/l = 0,21$ ;
- (b) Se  $\psi = 45^\circ$  e  $\delta/l = 0,001$ ,  $a/l = 0,21$  se  $\lambda_y \geq 0,068$ ;  
 $a/l = 0,22$  se  $0,009 \leq \lambda_y < 0,068$ ;  
 $a/l = 0,23$  se  $0,0005 \leq \lambda_y < 0,009$ ;
- (c) Se  $\psi < 45^\circ$ , a viga apresenta um pequeno giro (ângulo de giro e ângulo de torção), se os pontos de içamento estiverem localizados a um quinto do comprimento da viga ( $a/l = 0,20$ ) a partir das extremidades.

Onde:  $\lambda_y$  é um valor constante e igual a  $\frac{E \cdot I_y}{w \cdot l^3}$ .

Os autores ressaltam que, em vigas de concreto protendido, pode não ser possível manuseá-las com um balanço dessa magnitude devido às excessivas tensões de tração na parte superior da viga e seus efeitos de fissuração (PLAUT; MOEN, 2011, 2013).

Além disso, se a viga possui seção transversal monossimétrica, Schuh (2008) apud Plaut e Moen (2011, 2013) confirma que o ângulo de giro é menor. Nesse sentido, o estudo de Plaut e Moen (2011, 2013) forneceria estimativas conservadoras para as forças internas, momentos, deslocamento no eixo de menor inércia e ângulo de torção da seção transversal.

A segunda parte do trabalho de Plaut e Moen (2011, 2013) consistiu na aplicação das fórmulas obtidas na primeira parte em vigas de concreto e de aço. As vigas de concreto tinham seção transversal retangular e esbelta e as vigas de aço, seção transversal I; ambas as seções duplamente simétricas.

Nas vigas de concreto, o empenamento foi desprezado e a curvatura foi considerada como a imperfeição existente na própria viga. As vigas de aço foram intencionalmente curvadas e o empenamento não foi desprezado (era uma característica importante na análise).

As vigas foram analisadas separadamente de acordo com o material. As principais conclusões verificadas nas vigas de concreto foram:

- (a) O ângulo de giro diminui, se a rigidez no eixo de menor inércia ou a distância entre o centro de gravidade e o eixo de giro aumenta;
- (b) O momento de torção apresenta uma descontinuidade gráfica no ponto de içamento, assim como o ângulo de torção apresenta uma mudança na inclinação do seu gráfico. Deve-se isso à força de içamento que gera um momento concentrado e ao fato de que, neste local, tem-se torção pura. O momento e o ângulo de torção são pequenos no balanço;
- (c) O momento fletor no eixo de menor inércia aumenta se a inclinação dos cabos de içamento aumenta, pois aumenta-se a compressão na viga;

- (d) O deslocamento no eixo de maior inércia é cerca de quatro vezes maior que o deslocamento no eixo de menor inércia. Embora a rigidez no eixo de maior inércia seja, aproximadamente, 25 vezes maior, a componente do peso próprio nessa direção é em torno de 100 vezes maior que na direção de menor inércia.

Nas vigas de aço, os principais aspectos observados foram:

- (a) Se a largura e espessura das mesas são maiores, o ângulo de giro e o ângulo de torção na metade do vão e nas extremidades diminuem, pois há maior resistência à torção e ao empenamento;
- (b) O ângulo de torção é muito sensível à razão  $a/l$ . Se essa razão diminui, o ângulo de torção aumenta;
- (c) As tensões normais devido ao empenamento da seção transversal são, algumas vezes, maiores em magnitude que as tensões normais devido à flexão.

Dos estudos de *Plaut e Moen (2011, 2013)*, foi gerada uma planilha para determinação dos esforços (momentos e forças) e deslocamentos no içamento, denominada *VT Lifting Analysis (2013)* e apresentada por *Moen (2014)*, cuja interface é apresentada na *Figura 18*. Essa planilha gera ao usuário o ângulo de giro da viga, suas forças internas, momentos e deslocamentos nos eixos de maior e menor inércia. Como dados de entrada, é preciso fornecer as características mecânicas do concreto, as dimensões da seção transversal da viga, a localização dos pontos de içamento e o deslocamento devido às imperfeições geométricas.

O objetivo da planilha é fornecer uma ferramenta de cálculo mais precisa e próxima possível da realidade para que engenheiros possam determinar o ângulo máximo de giro e, principalmente, as máximas tensões de compressão e tração que atuam na viga durante o içamento, comparando-as assim com os limites permissíveis para a segurança do procedimento (*MOEN, 2014*).

No trabalho de *Cojocarú (2012)*, após fazer uma breve revisão bibliográfica apresentando os principais aspectos abordados por cada autor que tratou do assunto, o autor apresenta os resultados das aferições das medidas do deslocamento lateral em 128 vigas e da excentricidade dos pontos de içamento em 10 vigas.

Segundo o autor, o deslocamento medido na mesa superior e na mesa inferior coincidiu com o valor medido a meia altura da viga. Além disso, para a maioria das vigas, o deslocamento lateral medido no meio do vão coincidiu com o máximo valor verificado para toda a viga (*COJOCARU, 2012*).

Figura 18 – Interface da planilha de determinação de esforços e deslocamentos no içamento

0, VT Lifting Analysis (U.S. Customary)\_USAR ESTA PAF

Argumento: Página Inicial Insert Layout da Página Fórmulas Dados Referência Exibição

Colar Fonte Alinhamento

Área de Trabalho

Material Properties:

Modulus of Elasticity, $E$	5422	ksi
Poisson's Ratio, $\nu$	0.2	N/A
Specific Gravity, $SG$	2.4	N/A
Modulus of Rigidity, $G$	2259	ksi

Point of Interest: 0.00 in

\*Close & locate along the right half of the beam. Value must be between 0 (mid-span) and 1/2 (end of beam)

Beam Properties:

Length, $L$	1248	in
Area, $A$	189	in <sup>2</sup>
Moment of Inertia (strong axis), $I_x$	260741	in <sup>4</sup>
Moment of Inertia (weak axis), $I_y$	24374	in <sup>4</sup>
Warping Constant, $C_w$	0	in <sup>6</sup>
Torsion Constant, $J$	32924	in <sup>4</sup>
Self Weight, $w$	0.0700	kip/in.
Roll Axis Height, $H$	29.3	in.
Inclination Angle of Cable, $\phi$	0	rad/deg
Overhang Length, $a$	48	in.
Support Eccentricity, $e_s$	0.00212	N/A
Lift supports eccentricity, $e_L$	0.5	in.

RESULTS:

Roll Angle,  $\beta$ : 4.831 degrees

Internal Forces:

$N_x$ (longitudinal)	0.000	kip
$N_y$ (strong-axis shear)	0.000	kip
$N_z$ (weak-axis shear)	0.000	kip

Internal Moments:

$M_x$ (twisting moment)	0.00	kip-ft
$M_y$ (weak-axis bending)	80.921	kip-ft
$M_z$ (strong-axis bending)	957.5	kip-ft

Deflections:

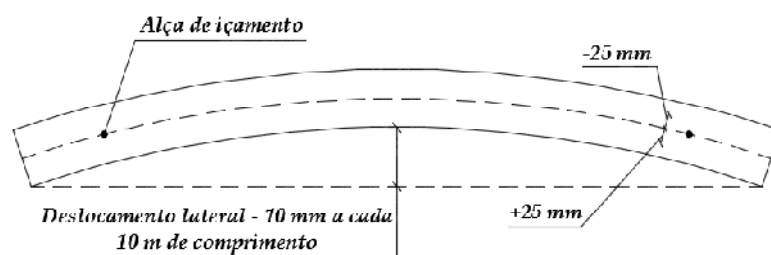
$V$ (Strong-Axis)	1.123	in.
$V'$ (Weak-Axis)	0.957	in.

Twist Angle,  $\phi$ : 3.6851 degrees

Fonte: VT Lifting Analysis (2013).

Quanto à excentricidade das alças de içamento, metade das vigas analisadas apresentava duas alças e metade, apenas uma. Para o autor, essa excentricidade correspondeu à distância entre o plano de simetria vertical da viga e o centroide das alças. De acordo com Cojocarú (2012), nenhuma das medidas excedeu o valor limite de  $\pm 1$  in ( $\cong 25$  mm) estabelecido pelo PCI (2000) e apresentado na Figura 19.

Figura 19 – Tolerâncias para o posicionamento das alças de içamento e para o deslocamento lateral da viga admitidas pelo PCI (2000)



Fonte: Autor (2017).

Uma análise feita por Cojocarú (2012) consistiu na utilização de um programa de análise estrutural da seção transversal que fosse capaz de representar o efeito da flexão composta na viga, já que, durante o içamento, ela está sujeita à atuação de uma carga axial e de momentos fletores. Foi utilizado o programa computacional XTRACT/TRC, versão comercial da Universidade de Berkeley, o qual foi aplicado a duas vigas de dimensões já conhecidas e padronizadas: PCI Bulb Tee 77 in. e AASHTO Tipo IV.

As tensões fornecidas pelo programa foram comparadas aos valores admissíveis de tensão e de compressão para as duas vigas. Os fatores de segurança foram calculados para cada viga como o produto entre a tensão fornecida pelo programa e seu valor admissível. Por fim, esses valores de fator de segurança foram comparados aos de *Mast (1993)* que recomenda a utilização do fator igual a 1,0 contra fissuração e 1,5 contra ruptura. Os resultados encontrados por *Cojocarú (2012)* mostraram-se mais conservativos que os valores de *Mast (1993)*.

A fim de validar a aplicação da ferramenta de cálculo tendo como base os estudos e as equações de *Plaut e Moen (2011, 2013)* em vigas com apenas um eixo de simetria, *Cojocarú (2012)* utilizou-se também de um modelo em elementos finitos para investigar o comportamento de vigas com um eixo de simetria durante o içamento. Os resultados de forças internas, momentos e deslocamento obtidos do modelo foram comparados aos valores gerados pela planilha de cálculo *VT Lifting Analysis (2013)*.

Sabe-se que a diferença entre estas e as vigas com dupla simetria encontra-se na posição do centro de torção, o qual não coincide com o centroide da seção nas primeiras. Dessa forma, *Cojocarú (2012)* conduziu um estudo sobre o posicionamento do centro de torção em vigas monossimétricas.

Para casos em que o centro de torção encontrava-se abaixo do centroide, as equações de *Plaut e Moen (2011, 2013)* forneceram valores conservativos de força, momento e deformação. Para o caso contrário, em que o centro de torção está acima do centroide, os resultados não seriam apropriados em virtude de serem menos conservativos (*COJOCARU, 2012*).

Para investigar o comportamento das vigas monossimétricas *PCI Bulb Tee 72 in* e *AASHTO Tipo IV* na fase de içamento, *Cojocarú (2012)* fez uma análise numérica utilizando o programa computacional *ABAQUS*. No escopo deste trabalho e tendo como base todas as considerações feitas por *Cojocarú (2012)* em seu estudo, o modelo da viga *AASHTO Tipo IV* foi feito no programa computacional *ANSYS*, a fim de reproduzir o feito pelo autor. Esse modelo é apresentado na *Seção 3.5.1* deste trabalho.

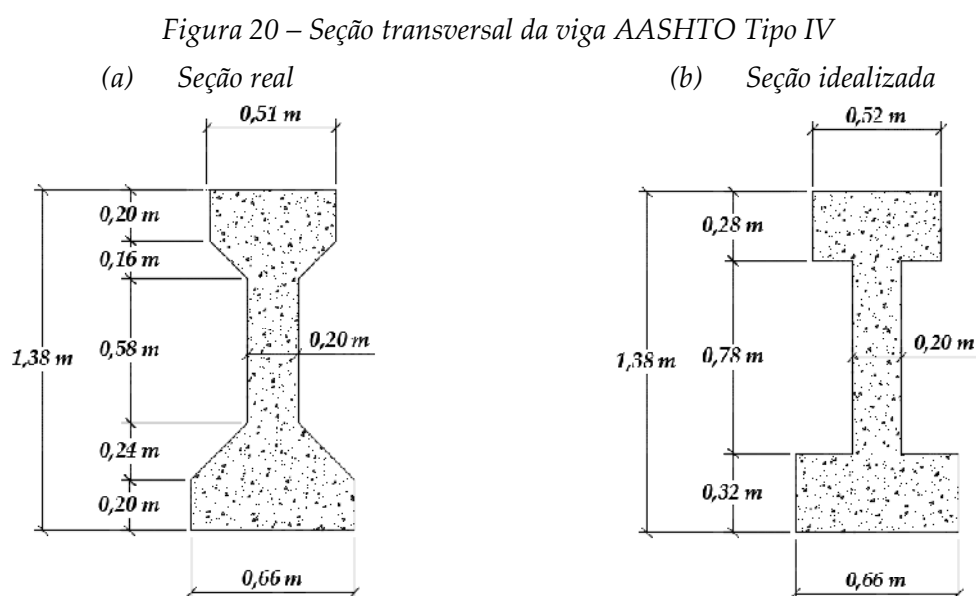
Por fim, os resultados obtidos por *Cojocarú (2012)* em seu modelo em elementos finitos foram muito próximos dos valores gerados pela planilha *VT Lifting Analysis (2013)*. Pequenas diferenças e variações foram observadas, as quais podem ser atribuídas ao posicionamento do centro de torção da viga (abaixo ou acima do centroide).

## 3.5 ANÁLISES NA FASE TRANSITÓRIA DE IÇAMENTO

### 3.5.1 Análise do içamento da viga AASHTO Tipo IV no ANSYS

A fim de reproduzir e entender as condições de contorno adotadas por *Cojocarú (2012)*, a viga *AASHTO Tipo IV* foi modelada numericamente no *ANSYS*. O modelo original da viga, cujos resultados foram apresentados em *Cojocarú (2012)*, foi feito no programa computacional *ABAQUS*. É importante destacar que as unidades foram alteradas para o sistema internacional de unidades, diferente de *Cojocarú (2012)* que adotou o sistema inglês de unidades.

A *Figura 20* apresenta a seção transversal real e idealizada da viga *AASHTO Tipo IV*.



Fonte: Autor (2017).

A *Tabela 4* apresenta as propriedades dos materiais e a *Tabela 5*, as dimensões e propriedades mecânicas da viga consideradas no *ANSYS* e na planilha de determinação dos esforços no içamento. A *Tabela 6* apresenta os resultados obtidos na planilha *VT Lifting Analysis (2013)*.

*Tabela 4 – Propriedades dos materiais*

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS		
Módulo de elasticidade, $E$	$3,8 \cdot 10^7$	kPa
Coefficiente de Poisson, $\nu$	0,2	adimensional
Módulo de deformação transversal, $G$	$1,6 \cdot 10^7$	kPa

Fonte: Autor (2017).

Tabela 5 – Dimensões e propriedades da viga

PROPRIEDADES DA VIGA		
Comprimento, $L$	31,7	$m$
Área da seção transversal, $A$	0,5128	$m^2$
Momento de inércia no eixo de maior inércia, $I_z$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$m^4$
Momento de inércia no eixo de menor inércia, $I_y$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$m^4$
Constante de empenamento, $C_w$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$m^6$
Constante de torção, $J$	$1,2 \cdot 10^7$	$m^4$
Peso próprio, $w$	12,82	$kN/m$
Distância do centroide até o eixo de giro, $H$	0,746	$m$
Inclinação dos cabos de içamento, $\psi$	0,0	$rad$
Comprimento dos balanços, $a$	0,79	$m$
Imperfeição inicial relativa, $\delta/L$ :	0,00104	<i>adimensional</i>
Excentricidade das alças de içamento, $e_s$	0,0	$m$

Fonte: Autor (2017).

Tabela 6 – Resultados na planilha de determinação dos esforços de Plaut e Moen (2011, 2013) no içamento

Forças internas – obtidas no ponto de içamento (kN)	VT Lifting Analysis (2013)
$N_x$ (na direção longitudinal da viga)	0,026
$N_y$ (cortante na direção do eixo de maior inércia)	192,922
$N_z$ (cortante na direção do eixo de menor inércia)	0,343
Momentos internos – obtidos no meio do vão (kNm)	VT Lifting Analysis (2013)
$M_x$ (momento torsor)	0,000
$M_y$ (momento fletor em torno do eixo de menor inércia)	48,946
$M_z$ (momento fletor em torno do eixo de maior inércia)	1448,397
Deslocamentos – obtidos no meio do vão ( $\cdot 10^{-2} m$ )	VT Lifting Analysis (2013)
$V$ (na direção do eixo de maior inércia)	3,213
$W$ (na direção do eixo de menor inércia)	1,057

Fonte: Autor (2017).

No ANSYS, utilizou-se os elementos BEAM188 e SOLID185 para modelar a viga. A análise considerou que a viga estava em suspensão por cabos verticais, para os quais foi utilizado o elemento LINK180, um elemento de tensão-compressão uniaxial com três graus de liberdade por nó: translações em  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Não é considerada qualquer flexão do elemento.

Considerou-se apenas o peso próprio da viga atuando sobre ela e, para efeitos dessa análise, não foi levada em consideração a protensão. Considerou-se a viga AASHTO Tipo IV curva com uma excentricidade inicial de 33 mm no meio do seu comprimento de 31,7 m. Para modelar essa viga com curvatura, ela foi dividida em 40 segmentos retos. Foi realizada uma análise estática linear para os modelos numéricos de ambos elementos.

### 3.5.1.1 Análise com elemento BEAM188

Para que a solução convergisse no *ANSYS*, algumas condições de contorno, que não necessariamente coincidem com as condições adotadas por em *Cojocarú (2012)* em seu modelo numérico feito no *ABAQUS*, precisaram ser impostas.

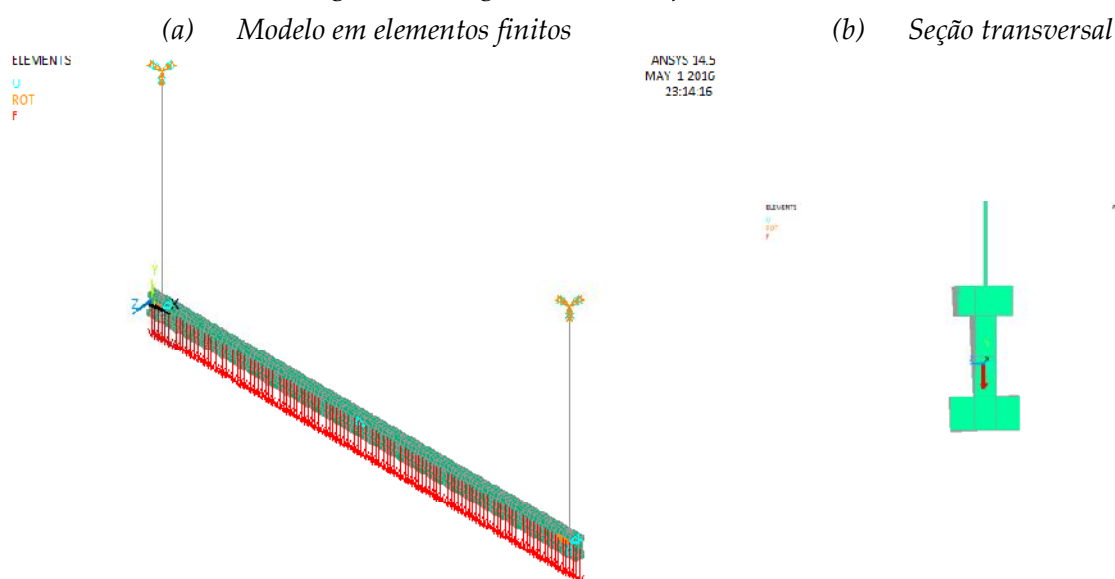
A extremidade superior dos cabos foi restringida nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ ; o ponto de contato do cabo com a extremidade superior da viga teve seu movimento impedido em  $y$  e em  $z$ ; e o meio do vão foi impedido na direção  $x$ . Nos pontos que formavam o eixo de giro da viga, adotou-se uma mola de baixa rigidez (elemento *COMBIN40*) com grau de liberdade *ROTX*. A mola foi definida entre dois nós: o nó do ponto de içamento e um nó externo à viga, o qual teve o giro em  $x$  (*ROTX*) impedido. Ainda, é importante ressaltar que o giro obtido na planilha de determinação de esforços de *Plaut e Moen (2011, 2013)* foi aplicado à coordenada  $z$  do *orientation keypoint* da viga do modelo. Isso foi feito para que a análise fosse realizada com a seção transversal da viga girada.

O peso próprio foi aplicado como carga concentrada em cada um dos 201 nós da viga. O valor total é  $406,38 \text{ kN}$  e o valor da carga aplicada em cada nó é  $2,02 \text{ kN}$ .

É importante ressaltar que a malha da seção transversal foi definida pelo próprio *ANSYS*. Para a malha longitudinal, foram definidas cinco divisões para cada segmento reto que compunha o eixo curvo da viga.

A *Figura 21* apresenta o modelo criado em elementos finitos e a seção transversal da viga *AASHTO Tipo IV* no *ANSYS*.

*Figura 21 – Viga AASHTO Tipo IV no ANSYS*



*Fonte: ANSYS (2017).*



Os resultados apresentados na *Tabela 7* obtidos do modelo feito no ANSYS mostraram que os esforços obtidos numericamente tiveram valores próximos aos gerados na planilha de determinação dos esforços no içamento.

*Tabela 7 – Resultados obtidos no ANSYS e na planilha VT Lifting Analysis (2013) no içamento*

<i>Forças internas – obtidas no ponto de içamento (kN)</i>	<i>VT Lifting Analysis (2013)</i>	<i>ANSYS BEAM188</i>	<i>VT Lifting Analysis (2013)/ ANSYS</i>
$N_x$ (na direção longitudinal da viga)	0,026	0,000	1,000
$N_y$ (cortante na direção do eixo de maior inércia)	192,922	191,060	1,010
$N_z$ (cortante na direção do eixo de menor inércia)	0,343	0,757	0,453
<i>Momentos internos – obtidos no meio do vão (kNm)</i>	<i>VT Lifting Analysis (2013)</i>	<i>ANSYS BEAM188</i>	<i>VT Lifting Analysis (2013)/ ANSYS</i>
$M_x$ (momento torsor)	0,000	0,000	1,000
$M_y$ (momento fletor em torno do eixo de menor inércia)	48,946	52,607	0,930
$M_z$ (momento fletor em torno do eixo de maior inércia)	1448,397	1440,200	1,006
<i>Deslocamentos – obtidos no meio do vão (<math>\cdot 10^{-2}</math> m)</i>	<i>VT Lifting Analysis (2013)</i>	<i>ANSYS BEAM188</i>	<i>VT Lifting Analysis (2013)/ ANSYS</i>
$V$ (na direção do eixo de maior inércia)	3,213	3,282	0,979
$W$ (na direção do eixo de menor inércia)	1,057	0,886	1,193

*Fonte: Autor (2017).*

### 3.5.1.2 Análise com elemento SOLID185

O elemento SOLID185 é tridimensional com oito nós e três graus de liberdade por nó (translações em  $x$ ,  $y$  e  $z$ ).

Devido à natureza do elemento sólido, as condições de contorno sofreram algumas alterações daquelas definidas para o modelo com elemento de viga.

No lugar da mola de rotação ROTX, foi adotada uma mola de translação UZ. Essa mola foi definida na seção transversal de metade do vão da viga e, como a primeira, apresentava a menor rigidez possível para que o programa ANSYS rodasse e que a estrutura não fosse numericamente instável e hipostática. Uma mola foi definida no ponto médio da mesa inferior e a outra, no ponto médio da mesa superior.

Como feito no modelo com elemento BEAM188, a viga curva foi dividida em segmentos retos. Criou-se a seção transversal na origem do primeiro segmento e, para gerar o volume da viga, essa seção transversal foi extrudada ao longo de todos os demais segmentos.

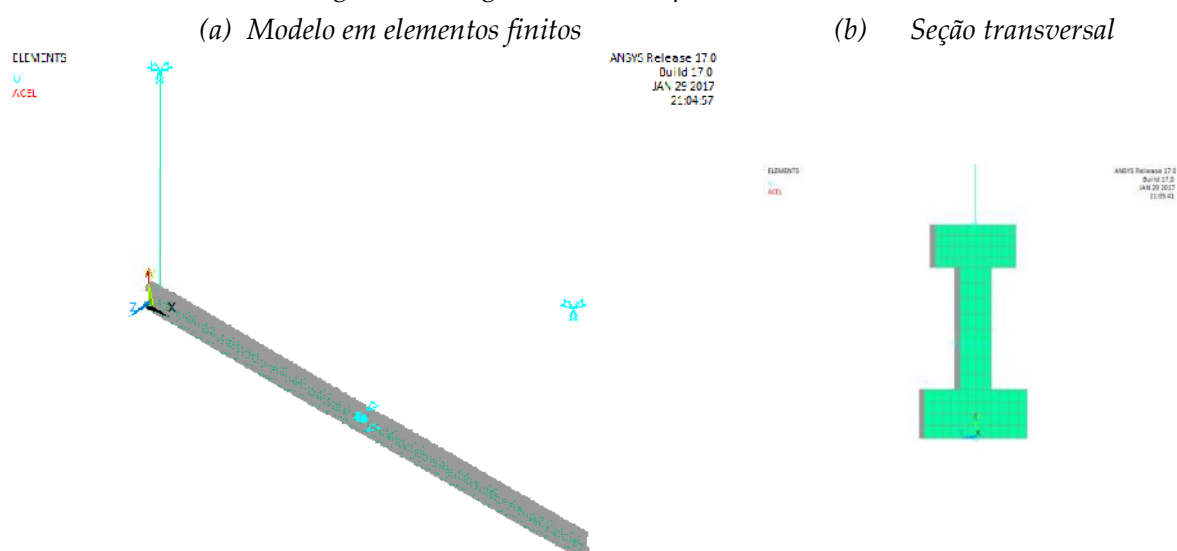
As demais condições de contorno foram mantidas: os cabos foram engastados em sua extremidade superior; as extremidades das molas de translação  $UZ$  tiveram seu deslocamento nessa direção impedido; a restrição ao deslocamento longitudinal  $UX$  no meio do vão foi mantida, com a ressalva de que, neste caso, essa restrição foi imposta aos nós que estavam próximos ou que circundavam o centroide da seção transversal.

O carregamento do peso próprio foi considerado aplicando-se o comando de inércia do ANSYS, tendo sido informado previamente o peso próprio do concreto armado.

A malha da seção transversal foi definida segundo o número de divisões: quatro divisões em cada linha das mesas inferior e superior e oito divisões nas linhas da alma. A malha longitudinal foi a mesma da adotada no modelo com elemento de viga: cinco divisões em cada segmento reto do eixo curvo da viga.

A Figura 22 apresenta o modelo criado em elementos finitos e a seção transversal no ANSYS.

Figura 22 – Viga AASHTO Tipo IV no ANSYS



Fonte: ANSYS (2017).

Os resultados apresentados na Tabela 8 obtidos do modelo feito no ANSYS mostraram que os esforços obtidos numericamente tiveram valores próximos aos gerados na planilha de determinação dos esforços no içamento. Para obter os esforços no ANSYS, foram utilizados os comandos *SPOINT*, que define um ponto em torno do qual é realizado o equilíbrio de momentos fletores, e *FSUM*, responsável por somar as forças e momentos fletores dos elementos.

Foi feito um estudo de malha para o modelo com elemento SOLID185. Dobrou-se a malha inicialmente adotada: na seção transversal, as divisões passaram para 8 e 16 divisões e, para

o eixo longitudinal, 10 divisões. Os resultados de deslocamentos mostraram uma diferença muito pequena de 0,57% da malha inicial, o que permitiu manter a malha menos refinada.

*Tabela 8 – Resultados obtidos no ANSYS e na planilha VT Lifting Analysis (2013) no içamento*

<b>Forças internas – obtidas no ponto de içamento (kN)</b>	<b>VT Lifting Analysis (2013)</b>	<b>ANSYS SOLID185</b>	<b>VT Lifting Analysis (2013)/ ANSYS</b>
$N_x$ (na direção longitudinal da viga)	0,026	0,000	1,000
$N_y$ (cortante na direção do eixo de maior inércia)	192,922	193,030	0,999
$N_z$ (cortante na direção do eixo de menor inércia)	0,343	0,343	0,999
<b>Momentos internos – obtidos no meio do vão (kNm)</b>	<b>VT Lifting Analysis (2013)</b>	<b>ANSYS SOLID185</b>	<b>VT Lifting Analysis (2013)/ ANSYS</b>
$M_x$ (momento torsor)	0,000	0,000	1,000
$M_y$ (momento fletor em torno do eixo de menor inércia)	48,946	48,946	0,999
$M_z$ (momento fletor em torno do eixo de maior inércia)	1448,397	1449,230	0,999
<b>Deslocamentos – obtidos no meio do vão (<math>\cdot 10^{-2}</math> m)</b>	<b>VT Lifting Analysis (2013)</b>	<b>ANSYS SOLID185</b>	<b>VT Lifting Analysis (2013)/ ANSYS</b>
$V$ (na direção do eixo de maior inércia)	3,213	3,817	0,842
$W$ (na direção do eixo de menor inércia)	1,057	1,109	0,954

*Fonte: Autor (2017).*

### 3.5.2 Parâmetros que influenciam no içamento segundo planilha VT Lifting Analysis (2013)

A planilha *VT Lifting Analysis (2013)* permite analisar a utilização de cabos de içamento retos ou inclinados, na presença ou na ausência de balanços e variando a magnitude das imperfeições geométricas (excentricidade) da viga. É importante mencionar que não foi considerada a protensão na elaboração da planilha.

Os resultados gerados pela planilha são: momentos torsor ( $M_x$ ), fletor no eixo de maior inércia ( $M_z$ ) e fletor no eixo de menor inércia ( $M_y$ ); e forças, que os autores denominaram de forças internas, que correspondem às forças cortante no eixo de maior inércia ( $N_y$ ) e no eixo de menor inércia ( $N_z$ ) e força normal ( $N_x$ ) à seção transversal da viga. Além disso, os deslocamentos vertical ( $V$ ) e horizontal ( $W$ ) e os ângulos de torção ( $\varphi$ ) e de giro ( $\beta$ ) da seção transversal também são fornecidos como resultado da entrada de dados.

Os esforços são gerados na planilha ao longo de todo o comprimento de metade do vão da viga. Assim, deve-se entrar com o ponto no qual deseja-se obter os esforços. A referência

adotada considera que o ponto 0,0 m corresponde ao meio do vão e que o ponto  $l/2$  corresponde à extremidade direita da viga. Os momentos, deslocamentos e ângulo de giro e de torção foram obtidos para o meio do vão e as forças, para o ponto imediatamente anterior ao ponto de içamento de acordo com o balanço em questão.

Buscando analisar as variáveis e parâmetros que mais influenciam no içamento, foram testadas, na planilha *VT Lifting Analysis* (2013), seis vigas com diferentes imperfeições geométricas (cujos valores foram obtidos das medidas realizadas em campo por Cojocarú (2012)) do tipo *77 in Bulb Tee*, cujas dimensões e propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 9.

Tabela 9 – Dimensões e propriedades mecânicas das vigas 77 in Bulb Tee

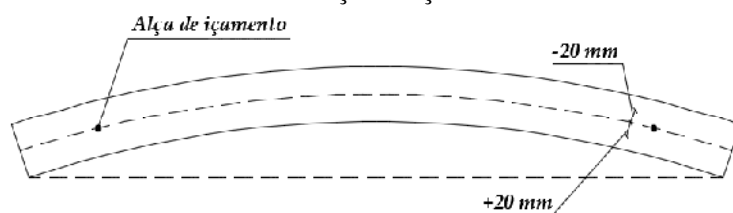
VIGA 77 in Bulb Tee		
Comprimento, $L$	42,37	m
Área, $A$	0,6263	$m^2$
Momento de inércia no eixo de maior inércia, $I_z$	$3,3 \cdot 10^{-1}$	$m^4$
Momento de inércia no eixo de menor inércia, $I_y$	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$m^4$
Momento polar de inércia, $J$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$m^4$
Peso próprio, $w$	15,66	kN/m
Altura do centroide até o eixo de giro, $H$	0,99	m

Fonte: Autor (2017).

Os parâmetros variados foram:

- O comprimento do balanço no içamento (sem balanço e com balanços de comprimento iguais a 5%, 7,5%, 10% e 12,5% do comprimento da viga);
- A inclinação dos cabos de içamento (cabos retos – inclinação igual a  $0^\circ$  – e cabos inclinados a  $15^\circ$ , a  $30^\circ$  e a  $45^\circ$ );
- E os desvios no posicionamento dos pontos de içamento (foi considerado desvio de 20 mm no sentido da curvatura da viga e no sentido contrário à curvatura da viga), como apresenta a Figura 23.

Figura 23 – Excentricidade das alças de içamento consideradas na análise



Fonte: Autor (2017).

Os valores de imperfeição geométrica medidos por Cojocarú (2012) e utilizados nesta análise são apresentados na Tabela 10.

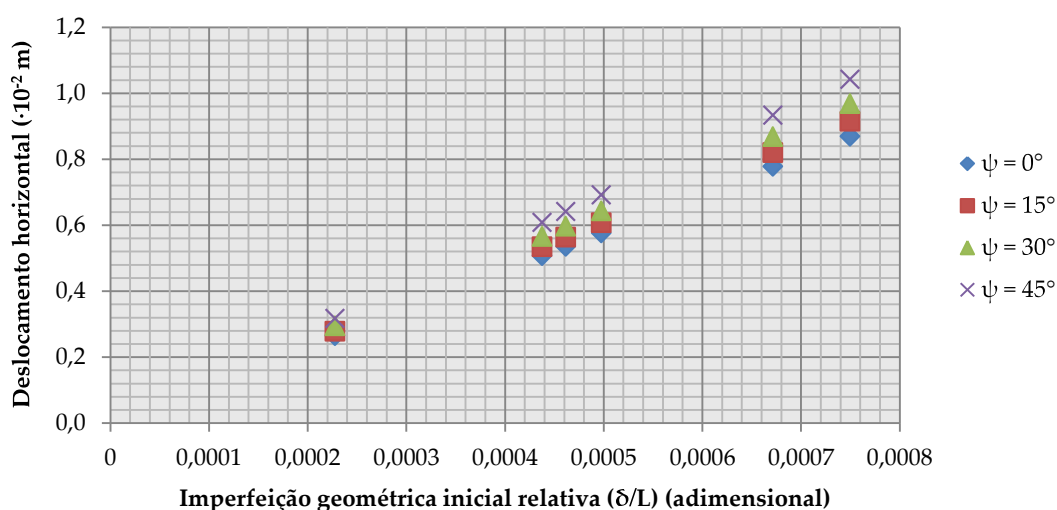
Tabela 10 – Imperfeição geométrica em cada viga analisada

VIGA NÚMERO	1	2	3	4	5	6
Imperfeição geométrica, $\delta/L$	$L/2285$	$L/4389$	$L/1334$	$L/2166$	$L/1489$	$L/2010$
Imperfeição geométrica, $\delta \cdot 10^{-2} \text{ m}$	1,854	0,965	3,176	1,956	2,845	2,108

Fonte: Autor (2017).

No gráfico apresentado na *Figura 24*, é mostrada a variação do deslocamento na direção do eixo de menor inércia (deslocamento horizontal) para diferentes ângulos de inclinação dos cabos de içamento. O içamento com cabos retos é o que gera menor deslocamento nas vigas analisadas. Na medida em que se aumentam as imperfeições iniciais da viga, o deslocamento na direção do eixo de menor inércia também aumenta numa relação aproximadamente linear, podendo chegar a até 22% de diferença se considerado o içamento com cabos retos e com cabos inclinados a  $45^\circ$ .

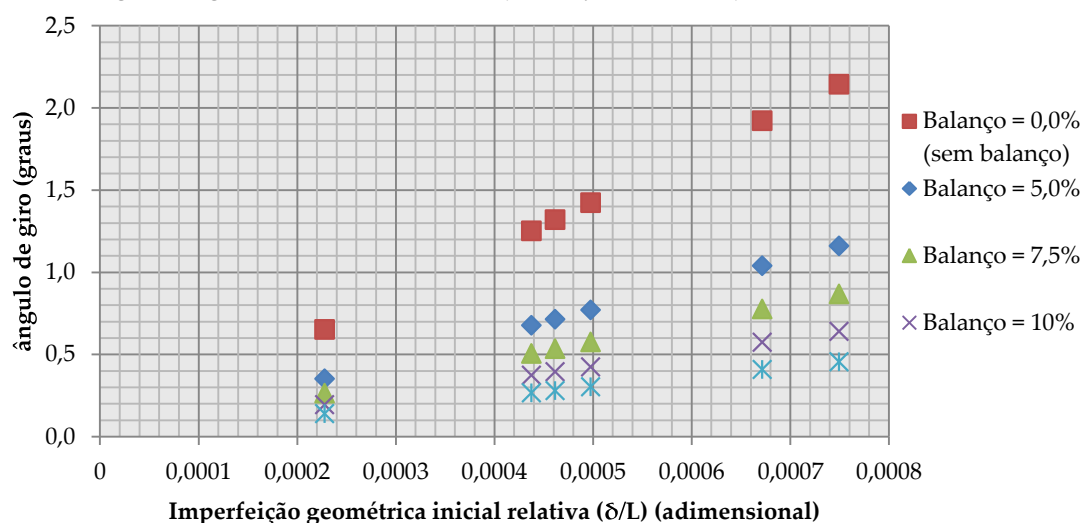
Figura 24 – Deslocamento horizontal para diferentes ângulos de inclinação dos cabos de içamento



Fonte: Autor (2017).

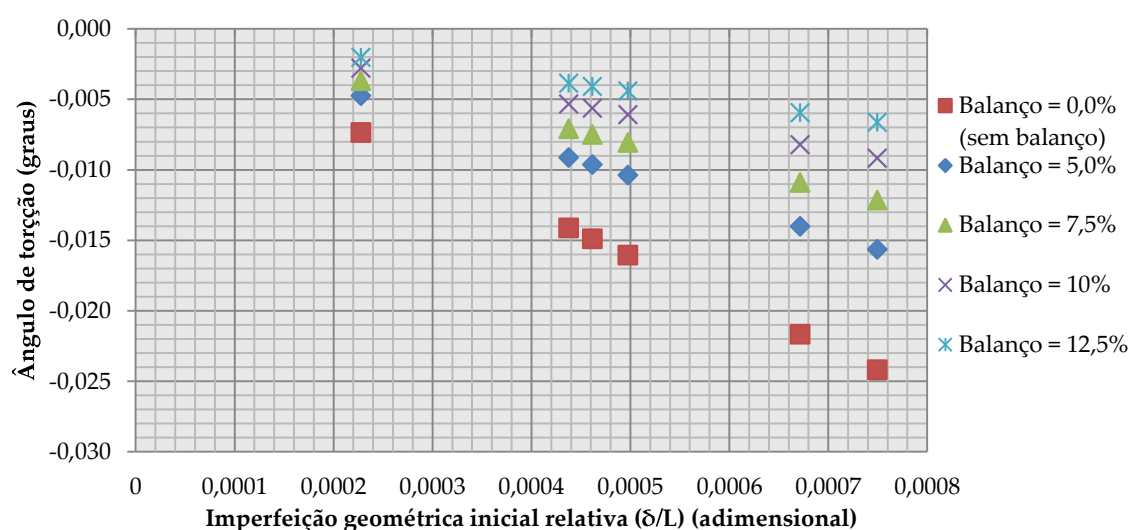
As *Figuras 25* e *26* apresentam os valores dos ângulos de giro e de torção da seção transversal para o içamento com balanços de diferentes comprimentos. É importante que esses ângulos sejam analisados em conjunto, pois a rotação total da seção transversal é obtida pelo giro de corpo rígido de toda a viga somado ao giro de torção da seção transversal. O içamento na ausência de balanços, como já é conhecido, é o mais crítico para as vigas. Os ângulos de giro e de torção podem chegar a ser, aproximadamente, três vezes maiores que aqueles apresentados no içamento com balanço equivalente a 10% do comprimento do vão. Os valores de ângulo analisados diminuem com o aumento do balanço adotado para o içamento. Porém, deve-se ter em mente que balanços muito grandes, como os da ordem de um quinto do comprimento da viga podem não ser adequados em vigas protendidas, tendo em vista as consequências na fissuração.

Figura 25 – Ângulo de giro da seção transversal para diferentes comprimentos de balanço no içamento



Fonte: Autor (2017).

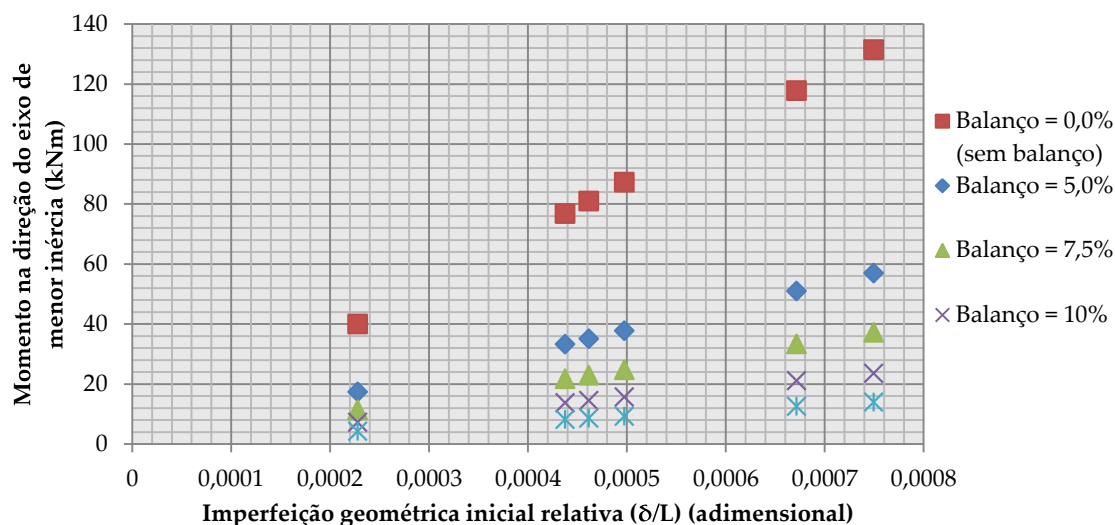
Figura 26 – Ângulo de torção da seção transversal para diferentes comprimentos de balanço no içamento



Fonte: Autor (2017).

Por fim, a Figura 27 apresenta os valores de momento em torno do eixo de menor inércia para o içamento com balanços de diferentes comprimentos. A vantagem de se utilizar balanços no içamento é que o deslocamento lateral produzido pela componente do peso próprio que atua na direção do eixo de menor inércia é menor quando comparado ao içamento sem balanços. Essa diferença pode chegar a até 87%, se analisada a condição sem balanços com a condição de balanços iguais a 5% do comprimento da viga. Assim, o momento fletor em torno do eixo de menor inércia provocado por essa componente do peso próprio é também menor à medida que se aumenta o comprimento dos balanços. O efeito das imperfeições iniciais é sentido no aumento que elas provocam a esse deslocamento lateral, intensificando também o momento fletor em até 2,35 vezes.

Figura 27 – Momento fletor no eixo de menor inércia para diferentes comprimentos de balanço no içamento



Fonte: Autor (2017).

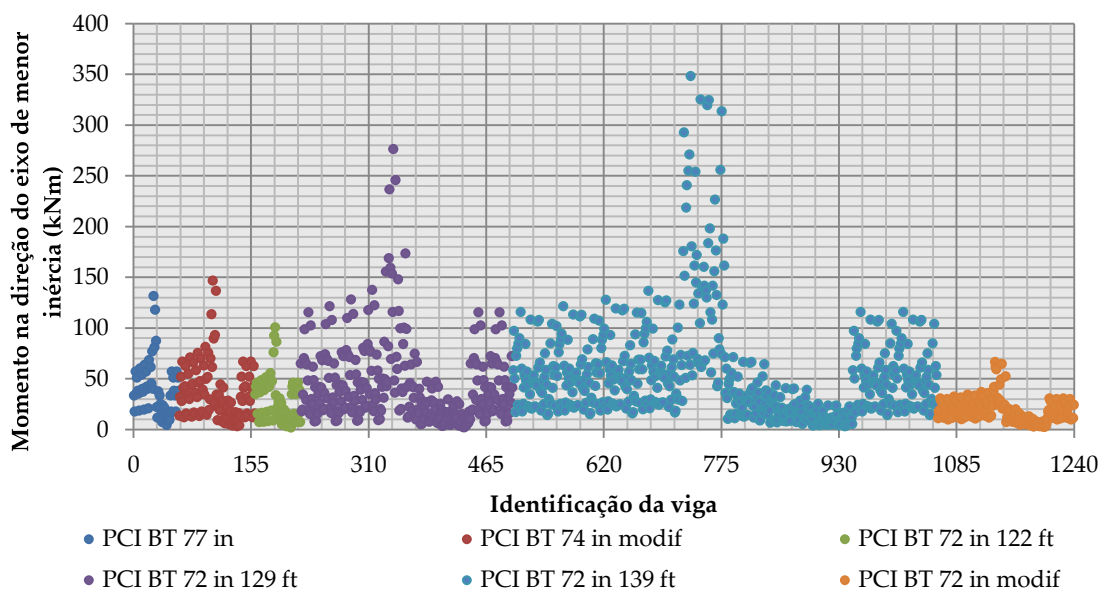
Cojocarú (2012) apresentou em seu trabalho o valor das excentricidades laterais medidas em campo em 128 vigas pré-moldadas, a saber:

- (a) 6 vigas de seção transversal *tipo 77 in Bulb Tee* com comprimento de 42,4 m;
- (b) 10 vigas *tipo 74 in Bulb Tee modificada* com comprimento de 37,8 m;
- (c) 6 vigas *tipo 72 in Bulb Tee* com comprimento de 37,2 m;
- (d) 1 viga *tipo 72 in Bulb Tee* com comprimento de 37,8 m;
- (e) 3 vigas *tipo 72 in Bulb Tee* com comprimento de 38,7 m;
- (f) 28 vigas *tipo 72 in Bulb Tee* com comprimento de 39,3 m;
- (g) 56 vigas *tipo 72 in Bulb Tee* com comprimento de 42,4 m;
- (h) 18 vigas *tipo 72 in Bulb Tee modificada* com comprimento de 36,9 m.

Com os valores de excentricidade lateral dessas vigas e com as respectivas características geométricas e mecânicas de cada seção transversal, foram feitas neste trabalho várias simulações e determinação de esforços e deslocamentos utilizando a planilha *VT Lifting Analysis* (2013). Não foram consideradas as vigas *tipo 72 in Bulb Tee* com comprimento de 37,8 m e 38,7 m nas análises.

Foram avaliados os mesmos parâmetros já apresentados: comprimento dos balanços, inclinação dos cabos e desvio no posicionamento dos pontos de içamento. No total, foram obtidos 1240 resultados, os quais foram aglomerados a fim de se conhecer o comportamento geral dos casos analisados. A Figura 28 apresenta o momento fletor no eixo de menor inércia para todas as situações analisadas.

Figura 28 – Momento fletor no eixo de menor inércia



Fonte: Autor (2017).

Pela Figura 28, pode-se perceber que existe uma tendência no comportamento de cada conjunto de vigas no içamento. Cada conjunto de vigas apresentou um valor máximo de momento fletor no eixo de menor inércia que corresponde à situação verificada como a mais crítica: a suspensão sem balanços e para vigas de maiores imperfeições iniciais.

Por fim, as análises realizadas no içamento indicaram que os esforços e deslocamentos na direção da menor inércia são significativos e preocupantes para a integridade física e estabilidade da viga nas fases transitórias. Ainda levando-se em conta sua baixa rigidez nessa direção, os efeitos podem ser sentidos ainda mais fortemente quando não são adotados balanços ou utilizando-se cabos inclinados no içamento.

No caso de vigas sobre apoios de elastômero, na maioria das vezes, não são considerados balanços para se apoiar a viga. Como a análise no içamento mostrou, a ausência de balanço nas fases transitórias é uma variável muito crítica para a estabilidade do elemento, especialmente nas vigas de maiores imperfeições iniciais.



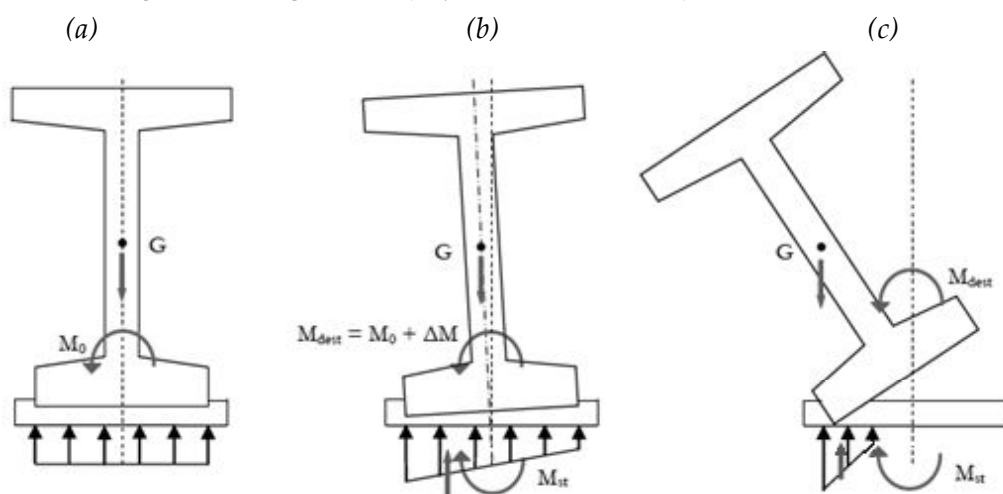
## CAPÍTULO 4 – INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO SOBRE APOIOS DEFORMÁVEIS

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O objetivo principal deste trabalho é analisar a situação em que a viga encontra-se sobre apoios transitórios e quando ainda nenhuma ligação foi efetivada (pré-serviço). Mais especificamente, será considerado que a viga está sobre aparelhos de apoio elastoméricos sem o contraventamento de projeto para a situação de serviço.

A situação de estabilidade lateral de viga sobre apoios foi esquematicamente representada por *Herrando (2015)* pela *Figura 29*. O momento desestabilizante inicial ( $M_0$ ) atua na viga em virtude da existência de uma pequena excentricidade inicial na viga. O momento  $M_0$  é capaz de deformar o aparelho de apoio (no caso, uma almofada de elastômero) e provocar um giro na viga. Com esse giro, o peso próprio passa a ter uma componente lateral atuando na direção do eixo de menor inércia fazendo com que a viga deforme e gire ainda mais. Dessa forma, a reação de apoio no elastômero também se desloca (*Figura 29(b)*, onde  $M_{st}$  é o momento resistente oferecido pelo apoio). Dependendo das condições de rigidez do apoio, esse giro pode levar ao tombamento da viga devido à perda de contato com o aparelho de apoio (*Figura 29(c)*).

*Figura 29 – Viga com imperfeição inicial sobre apoios de elastômero*



Fonte: *Herrando (2015)*.

Neste capítulo, é apresentado o Estado da Arte sobre a instabilidade lateral de vigas de concreto sobre apoios deformáveis. Além disso, as principais variáveis relacionadas à estabilidade lateral da viga são apresentadas e explicadas.

## 4.2 ESTADO DA ARTE SOBRE A INSTABILIDADE LATERAL EM VIGAS DE CONCRETO SOBRE APOIOS

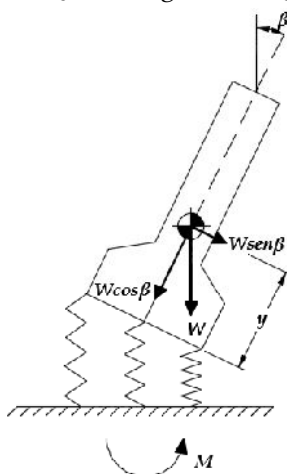
*Flint (1951)* estudou a influência de diferentes formas de restrição na estabilidade de vigas esbeltas. Tendo como ponto de partida a situação em que a viga não apresenta restrições em suas extremidades, *Flint (1951)* analisou experimentalmente vigas metálicas e determinou a carga de flambagem para a viga sem restrições e, em seguida, o mesmo valor para a viga com restrições ao giro nas extremidades. O experimento também foi feito para vigas metálicas com apoios intermediários. Os valores de carga de flambagem medidos nos ensaios e os determinados analiticamente apresentaram uma boa aproximação e a presença de restrições aumentou consideravelmente seu valor.

*Burgoyne e Stratford (2001)* trataram da instabilidade lateral de vigas longas protendidas sobre almofadas de apoio flexíveis. Os autores também apresentaram em seu estudo uma forma para determinação da rigidez desse tipo de aparelho de apoio, que será vista na *Seção 5.1.4*.

O problema da instabilidade de vigas sobre apoios é ainda mais proeminente quando o apoio é deformável e confere à viga uma flexibilidade adicional, como é o caso do neoprene. O trabalho de *Burgoyne e Stratford (2001)* procurou determinar a relação existente entre rigidez ao giro do apoio e o peso próprio que torna o elemento instável.

Segundo *Burgoyne e Stratford (2001)*, a viga apresenta um giro de corpo rígido de ângulo  $\beta$  sem qualquer variação de torção ao longo de seu comprimento, como mostra a *Figura 30*.

Figura 30 – Rotação da viga em relação aos apoios



Fonte: Adaptado de Burgoyne e Stratford (2001).

Burgoyne e Stratford (2001) consideram, em seu trabalho, que o giro por torção é muito pequeno, podendo ser desprezado. O giro da seção transversal do meio do vão em relação aos apoios faz com que o peso próprio apresente uma componente na direção do eixo de menor inércia que dará origem a um deslocamento ( $v$ ) nessa mesma direção. Esse deslocamento é calculado pela *Equação (18)*, cuja integração ao longo do comprimento da viga fornece seu valor médio apresentado na *Equação (19)*.

$$v = \frac{W \cdot \sin \beta}{E_c I_y} \cdot \left[ \frac{x^4}{24} - \frac{lx^3}{12} + \frac{l^3 x}{24} \right] \quad (18)$$

$$v_{\text{médio}} = \frac{W \cdot \sin \beta \cdot l^4}{120 E_c I_y} \quad (19)$$

Onde:  $W$  é o peso próprio total no centro de gravidade da viga;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto;

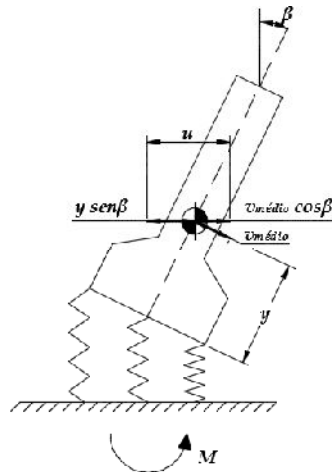
$I_y$  é o menor momento de inércia da viga;

$v$  é o deslocamento lateral medido na direção do eixo de menor inércia;

$x$  é a posição ao longo do comprimento da viga;

O deslocamento lateral total ( $u$ ) da viga foi considerado, por Burgoyne e Stratford (2001), como a componente horizontal devido à rotação em relação ao apoio mais a parcela do deslocamento lateral  $v_{\text{médio}}$ , como apresenta a *Figura 31* e a *Equação (20)*. Esse deslocamento lateral total, em conjunto com o peso próprio total ( $wl$ ) da viga gera um momento em relação às almofadas de apoio (*Equação (21)*).

Figura 31 – Deslocamento lateral total



Fonte: Adaptado de Burgoyne e Stratford (2001).

$$u = y \cdot \sin \beta + \frac{W \cdot \sin \beta \cdot l^4}{120 E_c I_y} \cdot \cos \beta \quad (20)$$

$$M = wlu \quad (21)$$

Onde:  $u$  é o deslocamento lateral total;

$v_{\text{médio}}$  é o deslocamento lateral médio;

$M$  é o momento fletor solicitante no elastômero.

Como a viga está apoiada sobre duas almofadas de apoio (cada uma com rigidez ao giro igual a  $K_n$ ), o momento também pode ser escrito conforme apresenta a Equação (22).

$$M = 2K_n\beta \quad (22)$$

Onde:  $K_n$  é o coeficiente de rigidez da almofada.

Dessa forma, é possível conhecer a carga crítica que causa instabilidade na viga igualando as Equações (21) e (22) e fazendo aproximações para ângulos pequenos. *Burgoyne e Stratford (2001)* mencionaram dois casos para a carga crítica: para a viga com elevada rigidez e para a viga com elevada flexibilidade. Segundo os autores, as cargas críticas são iguais a:

$$(wl)_{\text{crít}} = \frac{2K_n}{y} \quad , \text{ para vigas com elevada rigidez } (E_c I_y \rightarrow \infty) \quad (23)$$

$$(wl)_{\text{crít}} = \sqrt{\frac{240E_c I_y K_n}{l^3}} \quad , \text{ para vigas com elevada flexibilidade } ((wl)_{\text{crít}} \cdot y \rightarrow 0) \quad (24)$$

Onde:  $(wl)_{\text{crít}}$  é a carga crítica de instabilidade na viga.

Para tratar das imperfeições geométricas iniciais, *Burgoyne e Stratford (2001)* utilizaram o método proposto por *Southwell (1932) apud Burgoyne e Stratford (2001)*. Conhecendo a carga crítica para uma viga perfeita (sem imperfeições iniciais) e assumindo um valor para o deslocamento inicial (que pode ser os estabelecidos em normas), é possível determinar o deslocamento lateral usando a Equação (25).

$$v = \frac{e_i}{1 - \frac{w}{w_{\text{crít}}}} \quad (25)$$

Onde:  $e_i$  é a excentricidade inicial da viga devido às imperfeições geométricas;

A partir da Equação (25), faz-se o caminho inverso: assume-se que a parcela adicional  $(v - e_i)$  do deslocamento lateral foi causada pela componente do peso próprio que atua na direção do eixo de menor inércia na forma de carga uniformemente distribuída.

$$v - e_i = \frac{5wl^4 \text{sen } \beta}{384E_c I_y} \quad (26)$$

Em seguida, determina-se a curvatura ( $\kappa_{ms}$ ) no eixo de menor inércia, fazendo:

$$\begin{aligned} M_{1/2 \text{ v\~ao}} &= w \operatorname{sen} \beta \cdot \frac{l^2}{8} \\ \kappa_{ms} &= \frac{M_{1/2 \text{ v\~ao}}}{E_c I_y} \\ \therefore \kappa_{ms} &= \frac{W \operatorname{sen} \beta l^2}{8 E_c I_y} \end{aligned} \quad (27)$$

Pelas Equações (25), (26) e (27), é possível chegar numa equação que relacione as imperfeições iniciais, a curvatura e a carga crítica.

$$\kappa_{ms} = \frac{48e_i}{5l^2} \cdot \left( \frac{1}{\frac{W_{crit}}{W} - 1} \right) \quad (28)$$

*Consolazio e Hamilton (2007)* avaliaram numericamente com o programa computacional *ADINA* a influência de vários parâmetros e o efeito combinado deles na estabilidade e na flambagem de vigas. Os parâmetros avaliados foram: diferentes seções transversais, comprimento do v\~ao, a presença ou ausência de contraventamento lateral, excentricidade lateral (imperfeições geométricas na viga), esconsidade do apoio, curvatura vertical da viga (causada pela protensão) e fluência da almofada de apoio. Os autores realizaram análises estática e de flambagem lineares e não-lineares.

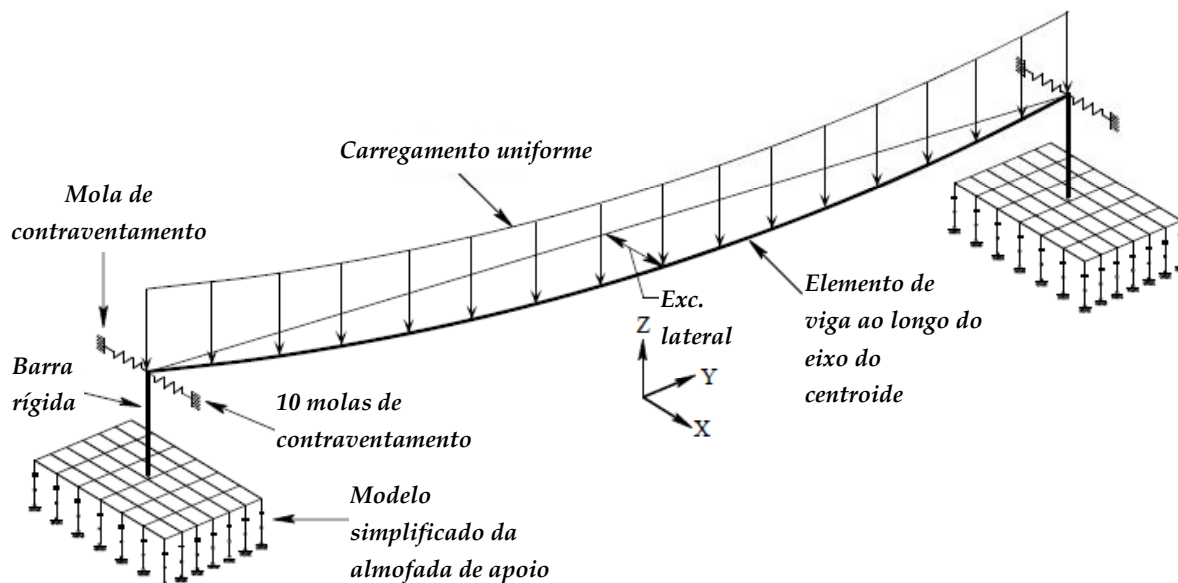
Além das análises numéricas, *Consolazio e Hamilton (2007)* realizaram ensaios de compressão em almofadas de apoio de elastômero de dimensões padronizadas pelo *Florida Department of Transportation (FDOT)*. O objetivo dos ensaios era determinar o efeito da fluência nas propriedades, principalmente a rigidez, do elastômero. Como a fluência do aparelho de apoio era uma das características cuja influência seria avaliada nos modelos numéricos, os autores propuseram um modelo matemático simplificado baseado nos resultados obtidos nos ensaios a fim de representar o elastômero numericamente.

Em seu trabalho, depois de avaliar com elemento sólido a rigidez do aparelho de apoio de elastômero, *Consolazio e Hamilton (2007)* propuseram um modelo simplificado para representar a almofada de apoio. Esse modelo era composto por elementos de mola e de treliça associados em série e em paralelo. Na análise de instabilidade, a viga foi modelada no seu eixo utilizando elemento de viga ligada na altura do seu centroide à almofada por um cabo rígido, como apresentado na *Figura 32*.

Inicialmente, o único carregamento existente na viga era o peso próprio. Para simular o efeito estabilizante do cabo de içamento na colocação da viga sobre os apoios, foram utilizadas dez molas de contraventamento em sua extremidade. No tempo zero, todas as molas estavam

ativas. As molas foram removidas uma a uma e cada mola inativa representava a aplicação de um décimo do peso próprio da viga (CONSOLAZIO; HAMILTON, 2007).

Figura 32 – Modelo simplificado para análise de instabilidade lateral



Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007).

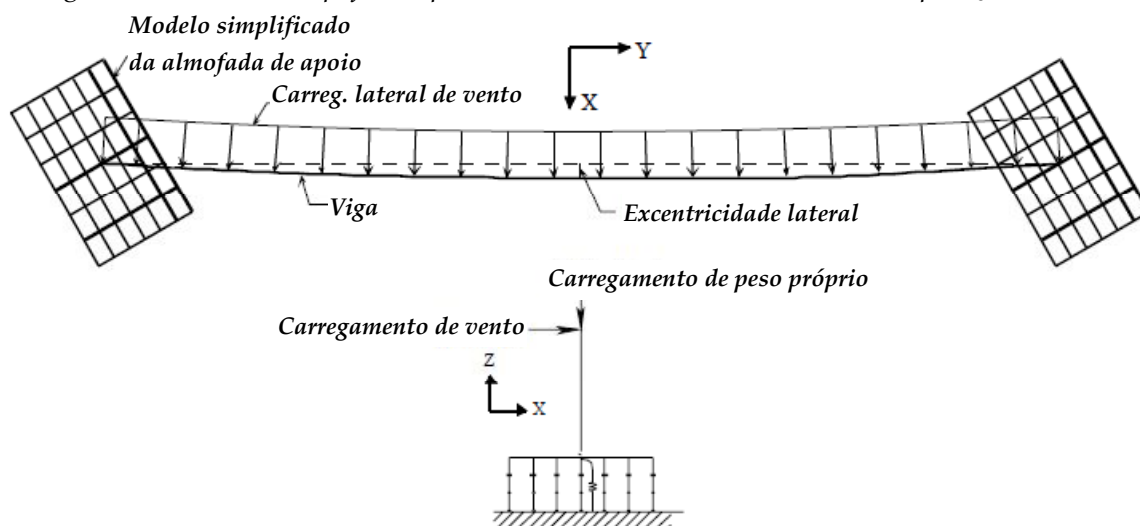
No total, Consolazio e Hamilton (2007) avaliaram numericamente 4800 casos diferentes. Os autores consideraram quatro seções transversais, quatro comprimentos de vão, cinco ângulos de esconsidade do apoio, dois ângulos de curvatura vertical, três excentricidades laterais, a presença e a ausência do efeito de fluência no elastômero e, por fim, cinco valores de rigidez para o contraventamento lateral da viga.

Os autores perceberam, analisando cada parâmetro separadamente, que a fluência do aparelho de apoio e o contraventamento lateral têm uma influência menor que a esconsidade do apoio, a curvatura vertical e a excentricidade lateral na capacidade resistente da viga. Assim, partindo de uma situação ideal (viga sem excentricidade lateral, sem curvatura vertical, apoio não esconso e contraventamento lateral rígido), os autores escreveram uma equação para estimar a capacidade resistente da viga à estabilidade lateral. Os resultados da análise paramétrica permitiram determinar fatores de correção empíricos para corrigir e adaptar a equação para os diferentes comprimentos de vãos e para os ângulos de esconsidade do apoio (CONSOLAZIO; HAMILTON, 2007).

Numa segunda análise numérica e utilizando o mesmo modelo simplificado apresentado na Figura 32, Consolazio e Hamilton (2007) estudaram a situação de estabilidade lateral com a presença do vento. Como feito na primeira análise, aqui também se considerou a atuação de dez molas estabilizantes. A cada mola inativa correspondia um décimo do peso próprio aplicado. O carregamento lateral do vento (Figura 33) só foi aplicado depois que todas as

molasses estavam inativas, ou seja, quando a viga não apresentava nenhum contraventamento lateral. A intensidade do carregamento do vento aumentava linearmente até que a viga se tornasse instável e tombasse.

Figura 33 – Modelo simplificado para análise de instabilidade lateral com aplicação do vento



Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007).

As análises paramétricas considerando a atuação do vento não consideraram a fluência da almofada de apoio e a rigidez do contraventamento lateral. Verificou-se, na análise anterior, que esses parâmetros apresentavam pouca influência quando comparados aos demais. No total, 480 análises foram realizadas. Das análises paramétricas com aplicação do vento, Consolazio e Hamilton (2007) propuseram uma equação empírica a ser corrigida de acordo com o comprimento da viga para estimar a capacidade resistente da viga.

Consolazio e Hamilton (2007) concluíram que a estabilidade da viga e sua capacidade resistente são muito influenciadas pela seção transversal e pelo comprimento do vão e que a combinação de curvatura vertical e esconsidade do apoio produz uma situação muito desfavorável, pois reduz ainda mais a superfície de contato entre a viga e a almofada. Assim, nessas condições, a distribuição assimétrica e não uniforme dos esforços na almofada diminui consideravelmente sua resistência ao tombamento da viga, sendo recomendável, nesse caso, utilizar um contraventamento lateral. Para se atingir ganhos e segurança maior, eliminar os efeitos de esconsidade do apoio e da combinação deste com a curvatura vertical pode ser ainda mais vantajoso. Isso é possível fazendo com que o apoio esteja alinhado com o eixo longitudinal da viga.

Consolazio, Hamilton e Beery (2012) estudaram a estabilidade lateral de vigas protendidas. Os autores fizeram experimentos em almofadas de apoio de elastômero para determinar sua rigidez ao giro e realizaram ensaios em vigas sobre apoios esconsos ou não, utilizando o aparato experimental apresentado por Kalkan e Hurff (2015).

*Kalkan e Hurff (2015)* estudaram e apresentaram o aparato experimental desenvolvido para realizar ensaios de estabilidade lateral. Eles apresentaram dois suportes diferentes para realização dos ensaios: o primeiro simula as condições básicas e o segundo, mais específico, simula as condições de apoio de uma viga sobre almofadas de apoio de elastômero, situação comum em vigas antes da concretagem da laje.

Segundo *Kalkan e Hurff (2015)*, a grande questão dos problemas que envolvem estabilidade lateral é a presença de deformações laterais e giros associados à torção além dos deslocamentos verticais. Esse fato faz com que haja a necessidade da utilização de um aparato experimental especial que não restrinja esses deslocamentos e rotações laterais e que mantenha vertical a aplicação da força durante todo o teste.

Pode-se considerar que o suporte experimental apresentado pelos autores elimina os deslocamentos laterais e as restrições ao giro de torção e mantém a aplicação da carga vertical durante todo o experimento. Os autores também apresentaram formas e equipamentos para medir os deslocamentos, tensões e rotações na viga durante os testes (*KALKAN; HURFF, 2015*).

*Plaut e Moen (2014)* analisaram a instabilidade lateral de vigas sobre almofadas de apoio que não apresentam nenhuma forma de contraventamento ou ligação efetivada. Segundo os autores, os esforços provenientes da atuação do vento podem estar relacionados com o tombamento ou escorregamento dessas vigas que apresentam inicialmente uma curvatura decorrente de imperfeições iniciais ou diferenças de temperatura. É ainda importante, neste caso, as características da almofada de apoio, como sua rigidez e o posicionamento em relação ao eixo longitudinal da viga.

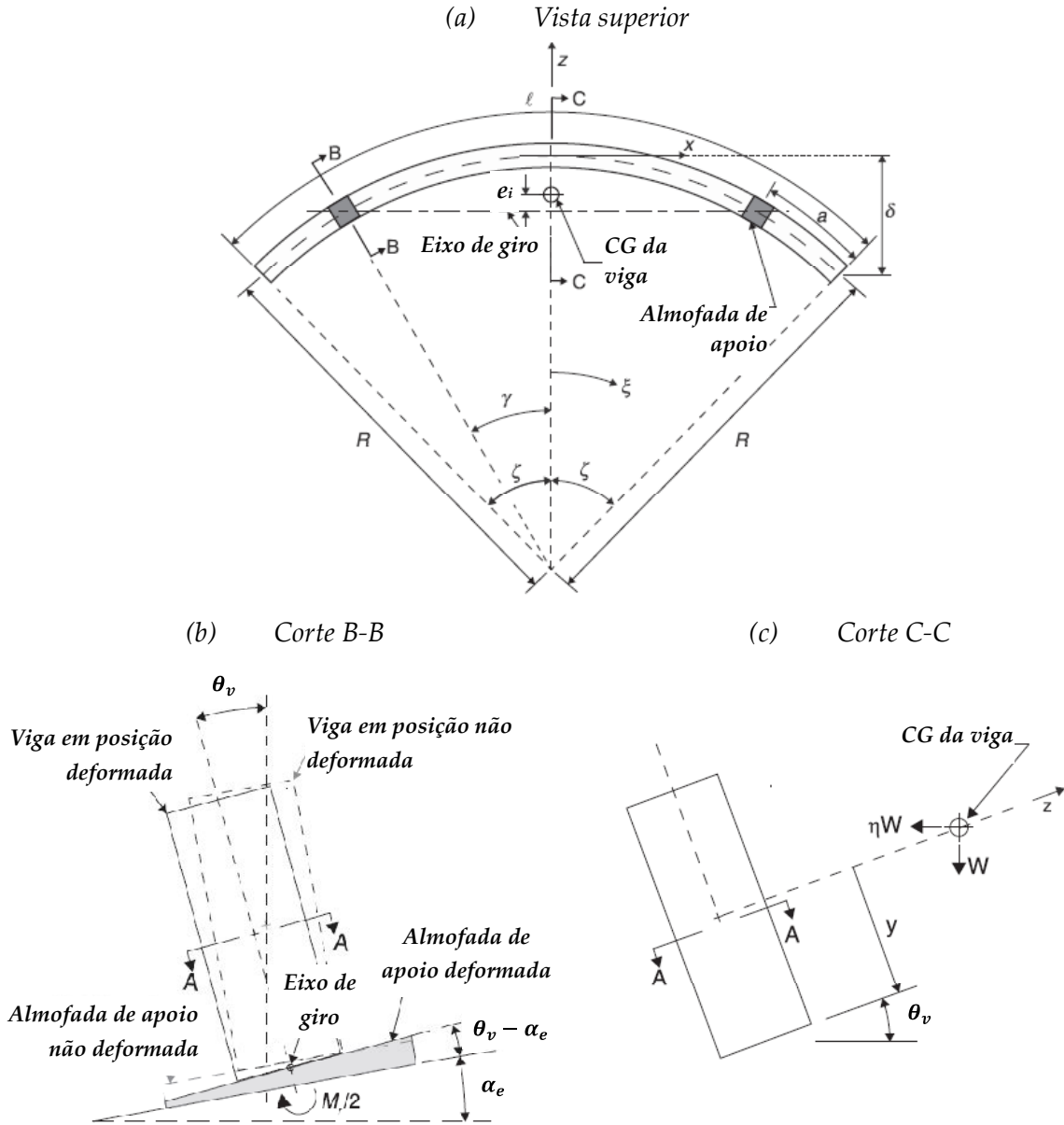
O estudo feito em *Plaut e Moen (2014)* apresenta semelhanças com aquele desenvolvido em *Plaut e Moen (2011, 2013)*. Como diferenças, é possível citar a atuação do carregamento do vento, além do peso próprio, e a posição do eixo de giro, que agora se localiza abaixo da viga.

A viga analisada é simétrica em relação à metade do vão com seção transversal monossimétrica e está apoiada sobre almofadas de apoio nas suas extremidades ou a igual distância delas (balanços). O carregamento horizontal do vento é expresso por unidade de comprimento como  $\eta w$  e atua no centro de gravidade da viga (*PLAUT; MOEN, 2014*).

Os autores analisaram o lado direito da viga, ou seja,  $(0 \leq x \leq l/2; 0 \leq \xi \leq \zeta)$ . A *Figura 34* apresenta a viga sobre a almofada de apoio em diferentes vistas.



Figura 34 – Viga curva e apresentação das variáveis adotadas



Fonte: Adaptado de Plaut e Moen (2014).

Onde:  $\xi$  é o ângulo que indica a posição ao longo de metade do comprimento da viga sobre apoios;

$\zeta$  é o ângulo associado à extremidade da viga sobre apoios;

$\theta_v$  é o ângulo de giro da viga sobre apoios com a vertical;

$e_i$  é a excentricidade inicial da viga sobre apoios;

$\eta$  é um coeficiente que expressa o carregamento do vento em termos do peso próprio.

Geometricamente, a partir da Figura 34, é possível chegar às igualdades:

$$\frac{l}{R} = 2\zeta \quad (29)$$

$$\frac{a}{l} = \frac{\zeta - \gamma}{2\zeta} \quad (30)$$

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1 - \cos \zeta}{2\zeta} \quad (31)$$

$$e_i = \frac{(\sin \zeta - \zeta \cdot \cos \gamma) \cdot l}{2\zeta^2} \quad (32)$$

Para ângulos pequenos, algumas aproximações são possíveis, como  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$  e  $\cos \theta \approx 1$ .

Fazendo as aproximações para ângulos pequenos e considerando vigas com pequena curvatura e que a viga pode estar apoiada com balanços de comprimento  $a$ , de modo que  $l = l_1 + 2a$ :

$$\zeta \cong \frac{4\delta}{l} \quad (33)$$

$$\gamma \cong \frac{\zeta \cdot l_1}{l} \quad (34)$$

De acordo com *Plaut e Moen (2014)*, a almofada de apoio apresenta algumas rigidezes: a rigidez ao giro ( $K_r$ ), a rigidez à rotação no plano horizontal  $xz$  ( $K_{yaw}$ ) e a rigidez à rotação no plano vertical  $xy$  ( $K_{pitch}$ ). Os autores consideraram que a soma das rigidezes ao giro nos apoios é definida como  $K_{\theta_v} = 2K_r$ .

Quando a viga gira em relação aos apoios, ela se deforma devido à atuação de parte do peso próprio no eixo de menor inércia e do vento. Com isso, o valor de  $e$  se altera para um valor de  $e'$ , de acordo com a *Equação (35)*.

$$e' = e_i + \frac{1}{\zeta} \cdot \int_0^\zeta S_b \cdot \cos \xi \, d\xi \quad (35)$$

Onde:  $S_b$  é o deslocamento lateral decorrente da atuação de parte do peso próprio e do vento (que, em *Mast (1989)*, corresponde a  $\bar{z}_0$ )

De acordo com a *Figura 34*, o momento aplicado em relação ao eixo de giro é:

$$M_a = (\sin \theta_v + \eta \cdot \cos \theta_v) \cdot \gamma \cdot W + (\cos \theta_v - \eta \cdot \sin \theta_v) \cdot e' \cdot W \quad (36)$$

Onde:  $M_a$  é o momento aplicado em relação ao eixo de giro.

O momento resistente gerado pela almofada é:

$$M_r = 2K_r \cdot (\theta_v - \alpha_e) \quad (37)$$

Onde:  $M_r$  é o momento resistente oferecido pela almofada de apoio.

O ângulo de equilíbrio  $\theta_v$  é obtido fazendo  $M_a = M_r$ .

A análise dos autores é conduzida em termos de quantidades adimensionais.

Incluindo o carregamento horizontal do vento para determinação do deslocamento lateral da viga, tem-se:

$$\bar{z}_0 = \frac{[w \cdot (\sin \theta_v + \eta \cdot \cos \theta_v)] \cdot (0,1 \cdot l_1^5 - a^2 \cdot l_1^3 + 3 \cdot a^4 \cdot l_1 + 1,2 \cdot a^5)}{12 \cdot E_c \cdot I_g \cdot l} \quad (38)$$

Retornando à Equação (36) e fazendo aproximações para ângulos pequenos:

$$M_a = (1 + \eta \cdot \theta_v) \cdot [e_i + (\theta_v + \eta) \cdot \bar{z}_0] + (\theta_v + \eta) \cdot y \quad (39)$$

$$M_r = 2K_r \cdot (\theta_v - \alpha_e) \quad (40)$$

Igualando a Equação (39) à Equação (40) e fazendo  $r = K_{\theta_v}/W = 2K_r/W$ , obtém-se o ângulo de equilíbrio  $\theta_v$ , considerando a atuação do vento.

Se  $\eta = 0$ , ou seja, se não houver atuação do vento, a igualdade das Equações (39) e (40) leva à Equação (41).

$$\theta_v = \frac{\alpha_e r + e_i}{r - y - \bar{z}_0} \quad (41)$$

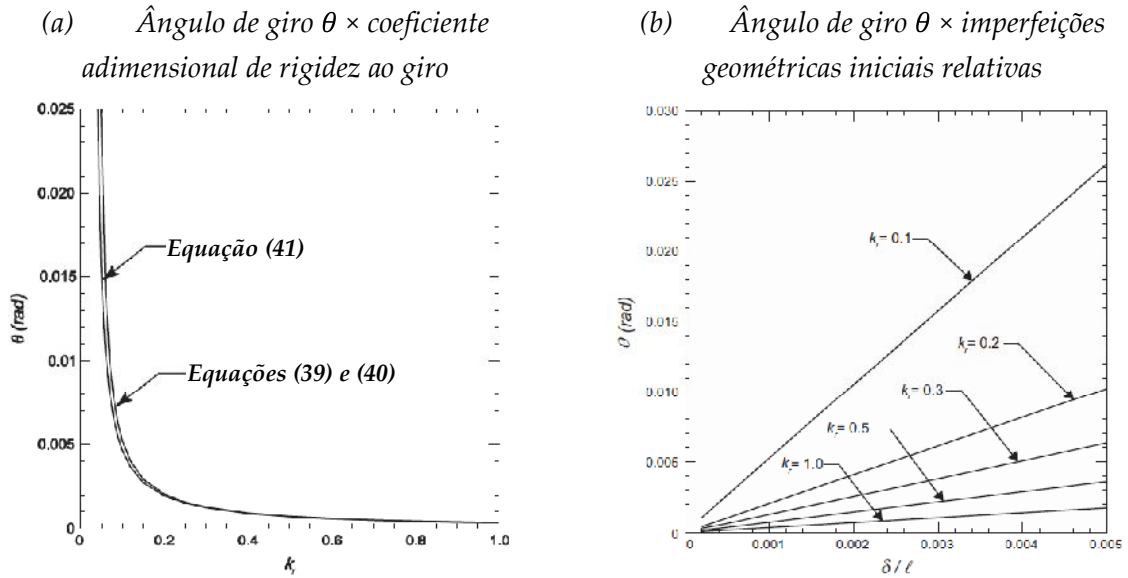
Na sequência de seu trabalho, *Plaut e Moen (2014)* analisaram um caso específico, no qual alguns parâmetros foram variados a fim de analisar sua influência nos demais. Alguns casos e gráficos foram escolhidos e são apresentados neste trabalho.

A rigidez ao giro ( $K_r$ ) foi expressa como  $K_r = 2,36 \cdot 10^4 \cdot k_r \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$  e o parâmetro  $k_r$  (coeficiente adimensional de rigidez ao giro) teve seu valor alterado de modo a analisar a influência em diferentes variáveis.  $k_r$  assumiu os valores 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 1,0. Considerou-se que não há atuação do vento ( $\eta = 0$ ).

No primeiro, apresentado na *Figura 35*, variou-se o valor de  $k_r$  e determinou-se o valor do ângulo de giro de acordo com a Equação (41) e igualando as Equações (39) e (40).

Pela Figura 35, percebe-se que, à medida que a rigidez ao giro diminui e se distancia de 1,0, o ângulo de giro aumenta rápido e consideravelmente. Como já era esperado, vigas que apresentam imperfeições geométricas iniciais maiores, apresentaram também ângulo de giro maior. Quanto à variação do coeficiente adimensional de rigidez ao giro ( $k_r$ ), quanto menor seu valor, menos rígida é a almofada de apoio. Dessa forma, ela apresenta um impedimento menor ao giro da viga, ou seja, o ângulo de giro da viga é maior.

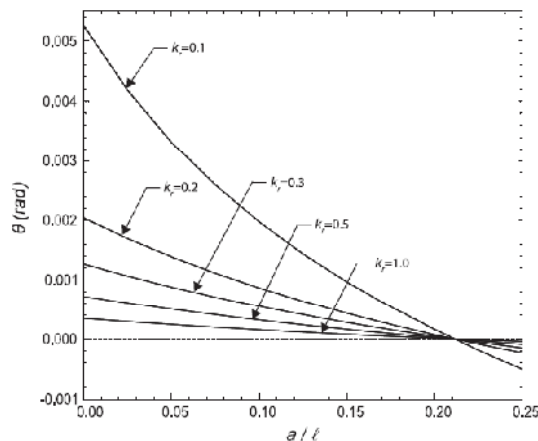
Figura 35 – Variação do ângulo de giro



Fonte: Adaptado de Plaut e Moen (2014).

Numa segunda análise, o apoio da viga estaria a uma distância longitudinal  $a$  de cada extremidade, como o que ocorre comumente durante o transporte e até que a viga seja retirada do pátio de concretagem. Variando o comprimento do balanço ( $a$ ) e o coeficiente adimensional de rigidez ao giro, Plaut e Moen (2014) obtiveram o gráfico apresentado na Figura 36.

Figura 36 – Viga sobre almofada e com balanços



Fonte: Adaptado de Plaut e Moen (2014).

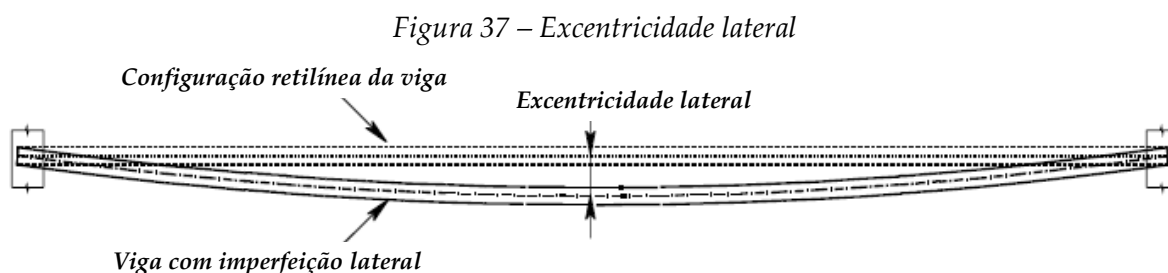
A partir da *Figura 36*, é possível perceber que existe uma relação  $a/l$  que não produz giro na viga. Esse valor é, aproximadamente, 0,21. É possível ainda perceber que o ângulo de giro diminui na medida em que o balanço da viga apoiada aumenta. Nesse sentido, poder-se-ia imaginar que o balanço “ótimo”, ou seja, aquele que não ocasiona giro ou tombamento da viga, seria o da relação  $a/l = 0,21$ . No entanto, como já mostrado por *Imper e Lazlo (1987)* e *Mast (1989, 1993)*, pode não ser possível atingir balanços da ordem de um quinto do vão devido às limitações de fissuração impostas pela resistência à tração do concreto.

*Plaut e Moen (2014)* concluíram, por fim, que, assim que as vigas pré-moldadas são içadas ou encontram-se em apoios transitórios aguardando que sejam levadas ao seu local definitivo ou durante o transporte, devem ser projetados e previstos contraventamentos que impeçam ou diminuam o risco desses elementos tombarem devido à flexibilidade e graus de liberdade impostos pelos apoios.

### 4.3 VARIÁVEIS GEOMÉTRICAS IMPORTANTES

Quando se analisa o problema da estabilidade lateral de vigas de concreto, é preciso considerar condições que sejam as mais próximas possíveis da realidade. Assim, algumas variáveis geométricas são de extrema importância nas análises.

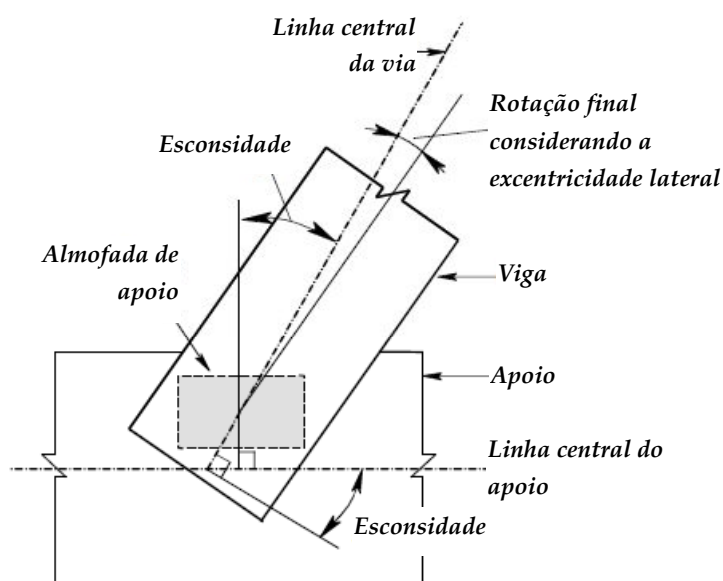
Segundo *Consolazio e Hamilton (2007)*, a excentricidade lateral ou imperfeição geométrica, apresentada na *Figura 37*, é o deslocamento lateral entre a viga reta e a sua configuração real na forma curva. Esse deslocamento lateral pode ser originado por desvios na aplicação e nos cabos de protensão, desvios no posicionamento das fôrmas e durante a concretagem e também por fontes térmicas, como diferentes fontes de calor na cura térmica.



Fonte: Adaptado de *Consolazio e Hamilton (2007)*.

Na *Figura 38*, a escondidade do apoio é o ângulo formado entre o eixo longitudinal da via e a linha central do apoio.

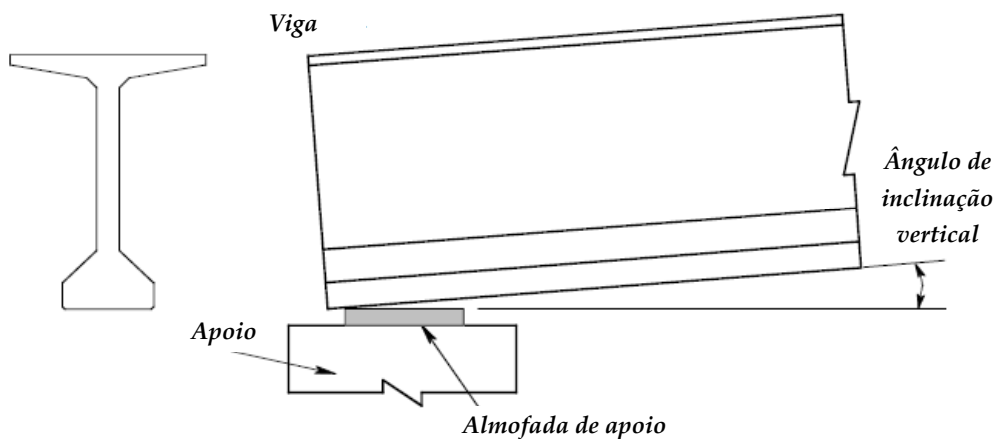
Figura 38 – Esconsidade do apoio



Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007).

Principalmente em vigas protendidas, é comum observar uma curvatura vertical entre o eixo longitudinal da viga no apoio e a superfície da almofada de apoio (Figura 39).

Figura 39 – Curvatura vertical da viga



Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007).

Como foi tratado e apresentado nos estudos de Burgoyne e Stratford (2001) e de Plaut e Moen (2014), a rigidez do aparelho de apoio influencia significativamente o equilíbrio e estabilidade da viga. Conhecer a sua deformabilidade é, portanto, primordial para avaliar numericamente a estabilidade lateral da viga sobre apoios de elastômero. Nesse sentido, o Capítulo 5 apresenta formulações para determinar analiticamente a deformabilidade de aparelhos de apoio de elastômero e o modelo simplificado adotado neste trabalho.

# CAPÍTULO 5 – DEFORMABILIDADE DE ALMOFADAS DE APOIO DE ELASTÔMERO

---

## 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Atualmente, para os aparelhos de apoio das estruturas utiliza-se uma borracha sintética durável, cuja designação comercial é neoprene. Seu nome químico é poli-2-clorobutadieno. O neoprene apresenta bom desempenho face à conservação de suas características físicas ao longo dos anos e frente às intempéries e sua função principal é distribuir uniformemente as tensões de contato e também permitir determinados movimentos de translação e rotação nas estruturas. Este elastômero apresenta a vantagem de, no início da deformação por cisalhamento, apresentar baixo módulo de deformação transversal ( $G$ ). À medida que as deformações por cisalhamento aumentam, o valor de  $G$  cresce abruptamente (LEONHARDT, 1979).

Para pequenas cargas, pode-se utilizar a almofada de elastômero simples ou não-fretado, porém, para grandes estruturas com cargas maiores (como pontes, viadutos), é empregada a almofada de elastômero fretada ou cintada, na qual placas do elastômero são intercaladas com chapas de aço. A presença das chapas de aço faz com que a almofada fique cintada, aumentando as tensões de cisalhamento transversal, diminuindo as deformações transversais na placa e aumentando sua resistência.

As placas de elastômero podem ser solicitadas por esforço cortante, normal e momento fletor. O comportamento das almofadas solicitadas por esses esforços é apresentado na *Figura 40*.

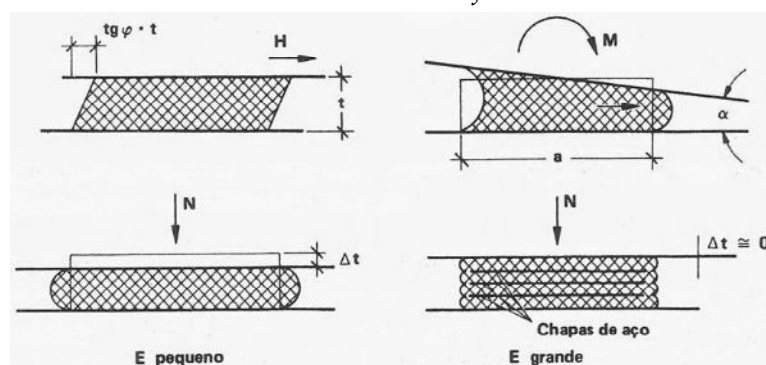
Vidot-Vega et al. (2009) estudaram a rigidez ao giro numa ligação com chumbadores e almofadas de elastômero em fundações comumente usadas na construção de pontes. Os autores dividiram o procedimento experimental em duas fases, nas quais a primeira consistiu na caracterização de dois tipos de almofadas de apoio de elastômero e a segunda, numa série de vários ensaios em ligações com chumbadores e almofadas para estudar a transferência de momento e a rigidez a rotação.

A primeira fase do procedimento experimental teve como objetivo determinar a rigidez ao cisalhamento e à compressão axial de dois tipos de almofada, designadas como *tipo V* e *VI*

em Vidot-Vega *et al.* (2009). Elas foram submetidas à ação combinada de esforços de cisalhamento e compressão e também à ação única de esforço de compressão axial. Os resultados obtidos nos ensaios permitiram estimar o valor dos módulos de deformação transversal ( $G$ ) e de elasticidade ( $E_n$ ) das almofadas sob a ação combinada de forças.

Os experimentos realizados mostraram que o tipo de ligação estudada permite a transferência de momentos do pilar para a fundação. Além disso, concluiu-se que o aumento da rigidez da almofada causado pelo aumento da carga axial aplicada também contribui para a elevação da rigidez à rotação do conjunto (VIDOT-VEGA *et al.*, 2009).

Figura 40 – Comportamento à deformação de almofadas de elastômero solicitadas por esforço cortante, normal e momento fletor



Fonte: Leonhardt (1979).

### 5.1.1 Propriedades físicas das almofadas de elastômeros simples

Ferreira (1993, 1999) cita as principais características do elastômero simples. Dentre elas, é importante destacar:

- (a) Dureza: é medida pelo ensaio de penetração padronizado na escala Shore. É uma das características mais importantes do elastômero, pois possui implicação direta no valor do módulo de deformação transversal ( $G$ ), fator que muito influencia a deformabilidade da almofada. A Tabela 11 classifica as escalas de dureza e suas aplicações.

Tabela 11 – Classes de dureza Shore A e suas aplicações

Dureza Shore A	50	60	70
Aplicação	Cargas leves	Estruturas em geral	Estruturas pesadas

Fonte: Adaptado de Ferreira (1999).

- (b) Módulo de deformação transversal ( $G$ ): a norma ABNT NBR 9062:2006 recomenda que os valores do módulo de deformação transversal ( $G$ ) sejam adotados em função da classe de dureza Shore A, a temperatura de 20 °C, de acordo com a Tabela 12.



Tabela 12 – Classes de dureza Shore A e módulo  $G$  correspondente à temperatura de 20°C

Dureza Shore A	50	60	70
$G$ (MPa)	0,8	1,0	1,2

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 9062:2006.

O comportamento do elastômero é muito influenciado pela temperatura. Dessa forma, a mesma norma recomenda que, para utilização do elastômero em temperatura inferior a 0 °C, deve-se considerar o valor de  $G$  como o dobro do valor determinado a 20 °C.

### 5.1.2 Rigidez e deformabilidade

*Ferreira (1993)* analisou pórticos planos de concreto pré-moldado com nós semi-rígidos considerando a deformabilidade das ligações, tendo em vista o cálculo dos esforços e dos deslocamentos. *Ferreira (1999)* propôs uma metodologia analítica para o cálculo de deformabilidades de ligações entre elementos pré-moldados de concreto considerando o mecanismo de deformação da ligação.

Segundo *Ferreira (1993, 1999)*, as ligações são caracterizadas quanto à sua rigidez, a qual é obtida pela Equação (42).

$$K_{\varphi} = \frac{M}{\varphi} \quad (42)$$

Onde:  $K_{\varphi}$  é a rigidez da ligação;

$M$  é o momento fletor interno à ligação;

$\varphi$  é a rotação da ligação associada ao momento  $M$ .

Para *Ferreira (1993, 1999)*, o inverso da rigidez rotacional da ligação é a flexibilidade ou deformabilidade (Equação (43)).

$$\lambda_{\varphi} = \frac{\varphi}{M} \quad (43)$$

Onde:  $\lambda_{\varphi}$  é a flexibilidade rotacional da ligação.

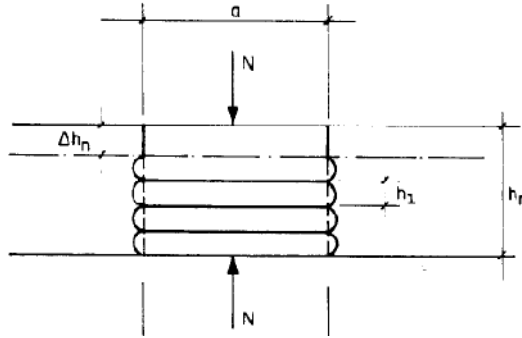
*Ferreira (1993, 1999)* levou em consideração a vinculação adotada, os esforços a serem transmitidos e os mecanismos básicos de deformação a fim de obter a deformabilidade de uma ligação.

No que concerne o estudo da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas, interessa principalmente as deformabilidades à compressão simples e à flexão do elastômero fretado.

### 5.1.3 Deformabilidade à compressão simples em elastômero fretado

Para o elastômero fretado, Braga (1985) apud Ferreira (1993) calcula o afundamento da almofada apresentado na Figura 41 pela Equação (44).

Figura 41 – Almofada de elastômero fretado



Fonte: Ferreira (1993).

$$\Delta h_n = \frac{\sigma_m \cdot n \cdot h_1}{4 \cdot G \cdot B^2 + 3 \cdot \sigma_m} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \text{Com: } \sigma_m &= \frac{N}{A_0} \\ A_0 &= (a_n - a_h) \cdot b_n \\ B &= \frac{a_n \cdot b_n}{2 \cdot h_1 \cdot (a_n + b_n)} \end{aligned}$$

Onde:  $n$  é o número de camadas de elastômero;

$h_1$  é a espessura de uma camada de elastômero;

$A_0$  é a área da superfície efetiva de apoio.

A deformabilidade à compressão simples, segundo Catania e Menditto (1981) apud Ferreira (1993), baseando-se nos estudos de Leonhardt, pode ser obtida pela Equação (45). A almofada de elastômero fretado é apresentada na Figura 41.

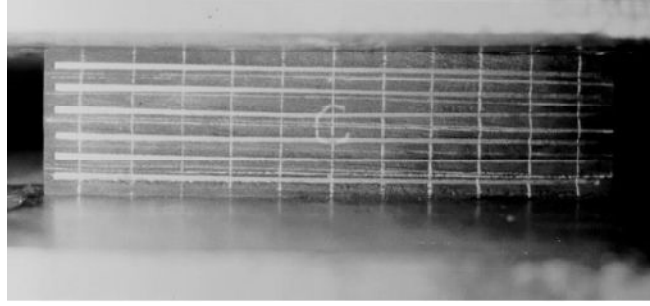
$$\lambda_{cf} = \frac{n \cdot h_1}{E_f \cdot A_n} \quad (45)$$

$$\text{Com: } E_f = \left[ \frac{1 + 0,5 \cdot \mu_n \cdot \left(\frac{a_n}{h_1}\right)^2}{1 - (\mu_n)^2} \right] \cdot [2G \cdot (1 + \mu_n)]$$

Onde:  $\lambda_{cf}$  é a deformabilidade à compressão do elastômero fretado.

A Figura 42 apresenta uma almofada de elastômero fretado submetida a ensaio de compressão simples em Muscarella e Yura (1995).

Figura 42 – Almofada de elastômero fretado em ensaio de compressão simples



Fonte: Muscarella e Yura (1995).

#### 5.1.4 Deformabilidade à flexão em elastômero fretado

Para o elastômero fretado, os esforços de rotação são muito pequenos. No entanto, se as dimensões da almofada forem aumentadas, esses esforços podem não ser desprezíveis. Para a deformabilidade à rotação no elastômero fretado em que uma dimensão é muito maior que a outra ( $b_n \gg a_n$ ), Braga (1985) apud Ferreira (1993) apresentou a Equação (46).

$$\lambda_{\varphi f} = \frac{60 \cdot n \cdot h_1^3}{G \cdot b_n \cdot a_n^5} \quad (46)$$

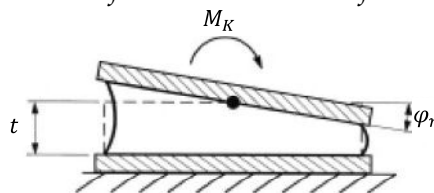
Onde:  $\lambda_{\varphi f}$  é a deformabilidade à flexão no elastômero fretado.

Para Leonhardt (1979), a Equação (46) apresenta uma pequena diferença, como mostra a Equação (47).

$$\lambda_{\varphi f} = \frac{75 \cdot n \cdot h_1^3}{G \cdot b_n \cdot a_n^5} \quad (47)$$

Burgoyne e Stratford (2001) analisaram o problema de instabilidade de vigas sobre almofadas de apoio elastoméricas, as quais conferem à viga uma flexibilidade adicional. Os autores determinaram a relação entre o peso próprio no qual a viga torna-se instável e a rigidez rotacional do apoio. Para almofadas elastoméricas fretadas, Gent e Meinicke (1970) apud Burgoyne e Stratford (2001) definiram a rigidez ao giro da almofada apresentada na Figura 43 como o quociente entre o momento aplicado e a rotação.

Figura 43 – Rotação de uma almofada elastomérica confinada entre duas chapas rígidas



Fonte: Burgoyne e Stratford (2001).

$$K_n = \frac{M_K}{\varphi_n} = \frac{f_b \cdot A \cdot k^2 \cdot E_R}{t} \quad (48)$$

Onde:  $K_n$  é o coeficiente de rigidez da almofada;

$M_K$  é o momento que atua na almofada;

$f_b$  é o fator de forma da almofada;

$A$  é a área plana da almofada elastomérica;

$k$  é o raio de giração da chapa;

$E_R$  é o módulo de elasticidade longitudinal do elastômero obtido numa amostra não-confinada;

$t$  é a espessura do elastômero.

O efeito do confinamento proporcionado pelas chapas (que são mais rígidas que o elastômero) é levado em consideração pelo fator  $f_b$  que é a razão do módulo de elasticidade longitudinal aparente de toda a camada e  $E_R$ .

$$f_b = f_{b1} + f_{b2} \quad (49)$$

Onde:  $f_{b1}$  e  $f_{b2}$  são componentes do fator de forma da almofada, determinados pelas fórmulas apresentadas na Tabela 13.

Tabela 13 – Fórmulas para determinação de  $f_{b1}$  e  $f_{b2}$

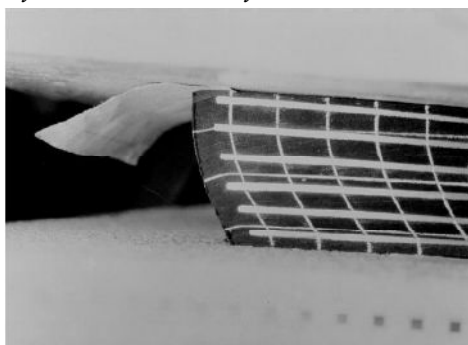
Seção transversal da almofada de apoio	$f_{b1}$	$f_{b2}$
Círculo, raio $r$	1	$\frac{r_n^2}{6t^2}$
Elipse, semi-eixos $a_n$ e $b_n$ , flexão em torno do eixo $2b_n$	$\frac{4}{3} - \frac{2 \cdot \left(\frac{a_n b_n}{2} + t^2\right)}{3 \cdot \left(\frac{a_n^2}{4} + b_n^2 + 2t^2\right)}$	$\frac{2a_n^2 b_n^2}{3t^2(a_n^2 + 3b_n^2)}$
Quadrado, lado $2a_n$	1	$\frac{0,0464 \cdot (2a_n)^2}{t^2}$
Retângulo, lados $2a_n$ e $2b_n$ , flexão em torno do eixo paralelo ao lado $2b_n$	$\frac{4}{3} - \frac{2 \cdot \left(\frac{a_n b_n}{2} + t^2\right)}{3 \cdot \left(\frac{a_n^2}{4} + b_n^2 + 2t^2\right)}$	$\frac{6 \cdot (2a_n)^2}{\pi^4 t^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^4} \left[ 1 - \frac{\tanh\left(\frac{j\pi b_n}{a_n}\right)}{\left(\frac{j\pi b_n}{a_n}\right)} \right]$

Fonte: Adaptado de Burgoyne e Stratford (2001).

Onde:  $r_n$  é o raio de uma almofada circular.

A rigidez de uma almofada com  $n$  camadas é dada por  $1/n$  vezes a rigidez de uma almofada com camada única (BURGOYNE; STRATFORD, 2001). A Figura 44 apresenta uma almofada de elastômero fretado submetida a ensaio de flexão em Muscarella e Yura (1995). Nota-se que a folha de papel foi inserida no espaço entre a almofada e a parte superior para mostrar o levantamento da borda menos comprimida.

Figura 44 – Almofada de elastômero fretado em ensaio de rigidez a flexão



Fonte: Muscarella e Yura (1995).

## 5.2 DETERMINAÇÃO NUMÉRICA DE RIGIDEZES DE ALMOFADAS DE APOIO

Yazdani, Eddy e Cai (2000) estudaram o efeito de almofadas de apoio de elastômero no desempenho de pontes com vigas de concreto protendido, tendo em vista as condições de apoio que essas almofadas conferem à estrutura devido às suas deformabilidades. Em seu trabalho, as almofadas foram modeladas em elementos finitos a fim de validar as especificações da AASHTO (*American Association of State Highway and Transportation*) quanto às rigidezes das almofadas de apoio. Além disso, uma seção transversal completa de uma ponte na rodovia U.S. Route 27 foi modelada e os resultados foram comparados com testes realizados na ponte.

Segundo Yazdani, Eddy e Cai (2000), as almofadas feitas de elastômero devem resistir às cargas verticais de compressão e devem também permitir deslocamentos horizontais relacionados com a expansão e contração térmica, cargas dinâmicas do tráfego e efeitos decorrentes da idade do concreto (como a fluência). Nos casos de pontes e viadutos, esses efeitos são conseguidos utilizando almofadas de elastômero fretado, no qual camadas de elastômero são intercaladas com chapas de aço, conferindo ao conjunto uma maior resistência. Os autores citam ainda como vantagens da utilização de aparelhos de apoio de elastômero a elevada durabilidade, a facilidade relativa de manuseio e implantação e o valor de mercado do material.

Segundo a AASHTO (1996), o módulo de deformação transversal ( $G$ ) é o parâmetro mais importante no dimensionamento e na classificação de almofadas de apoio de elastômero. Além dessa variável, a classe de dureza do elastômero também é utilizada por engenheiros para classificação do material.

De acordo com a AASHTO (1996), o fator de forma de uma camada de almofada retangular é dado pela Equação (50).

$$S_n = \frac{LC}{2h_{ri}(L + C)} \quad (50)$$

Onde:  $S_n$  é o fator de forma de uma camada de almofada elastomérica;

$L$  é a dimensão da almofada paralela ao eixo longitudinal da viga;

$C$  é a dimensão da almofada na direção perpendicular ao eixo longitudinal da viga;

$h_{ri}$  é a espessura da camada de elastômero.

A dificuldade em se quantificar o efeito da rigidez das almofadas de elastômero reside na dificuldade em se determinar o seu módulo de elasticidade. Para a *AASHTO (1996)*, o módulo de elasticidade efetivo é dado pela *Equação (51)*.

$$E_{nf} = 3G \cdot (1 + 2k_n S_n^2) \quad (51)$$

Onde:  $E_{nf}$  é o módulo de elasticidade efetivo da almofada;

$G$  é o módulo de deformação transversal do elastômero;

$k_n$  é uma constante empírica que depende da dureza do elastômero (para elastômeros classificados na Classe 50 de dureza,  $k_n = 0,75$ ).

*Yazdani, Eddy e Cai (2000)* apresentaram, na sequência do seu trabalho, as dimensões das almofadas *FDOT tipo II, III, IV, V e VI*. Os autores fizeram modelos numéricos no *ANSYS v5.4* para todas as almofadas *FDOT* a fim de obter os deslocamentos, calcular as rigidezes e compará-las aos valores previstos pela *AASHTO*. No modelo, as almofadas foram confinadas entre chapas rígidas, para distribuição dos esforços aplicados. O comportamento do elastômero e das chapas de aço foi assumido linear. A *Figura 45* apresenta um esquema da almofada de apoio utilizada no modelo.

Com os deslocamentos obtidos no modelo em elementos finitos, as rigidezes foram calculadas pelas *Equações (52), (53), (54), (55), (56) e (57)*.

$$k_y = \frac{EA_y}{H_n} = \frac{P_y}{\Delta_y} \quad (\text{rigidez à compressão axial}) \quad (52)$$

$$k_z = \frac{GA_z}{H_n} = \frac{P_z}{\Delta_z - \frac{P_z H_n^3}{3EI_z}} = \frac{P_z}{\Delta_z - \frac{P_z H_n^2}{3k_{Rz}}} \quad (\text{rigidez ao cisalhamento em z}) \quad (53)$$

$$k_x = \frac{GA_x}{H_n} = \frac{P_x}{\Delta_x - \frac{P_x H_n^3}{3EI_x}} = \frac{P_x}{\Delta_x - \frac{P_x H_n^2}{3k_{Rx}}} \quad (\text{rigidez ao cisalhamento em x}) \quad (54)$$

$$k_{Ry} = \frac{GI_y}{H_n} = \frac{M_y}{\Delta_{Ry}} \quad (\text{rigidez ao momento torsor}) \quad (55)$$

$$k_{Rz} = \frac{EI_z}{H_n} = \frac{M_z}{\Delta_{Rz}} \quad (\text{rigidez ao momento fletor em torno de z}) \quad (56)$$

$$k_{Rx} = \frac{EI_x}{H_n} = \frac{M_x}{\Delta_{Rx}} \quad (\text{rigidez ao momento fletor em torno de } x) \quad (57)$$

Onde:  $P_x, P_y, P_z, M_x, M_y$  e  $M_z$  são forças e momentos aplicados na direção dos eixos  $x, y$  e  $z$ , respectivamente;

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \Delta_{Rx}, \Delta_{Ry}$  e  $\Delta_{Rz}$  são os deslocamentos e rotações associados a  $P_x, P_y, P_z, M_x, M_y$  e  $M_z$ , respectivamente;

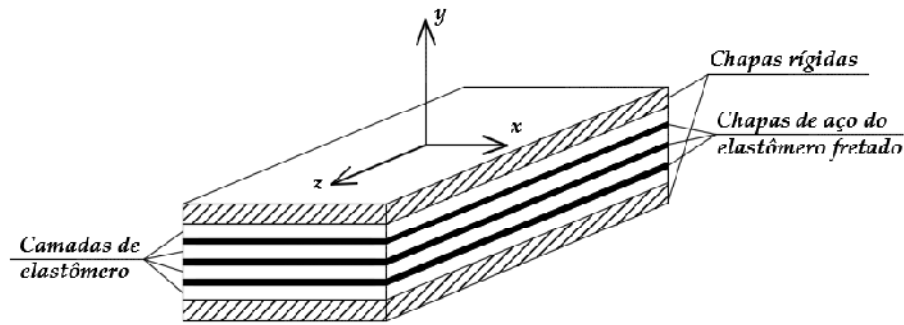
$k_x, k_y, k_z, k_{Rx}, k_{Ry}$  e  $k_{Rz}$  são as rigidezes equivalentes correspondentes a  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \Delta_{Rx}, \Delta_{Ry}$  e  $\Delta_{Rz}$ , respectivamente;

$E_n$  é o módulo de elasticidade longitudinal da almofada;

$A_{nx}, A_{ny}, A_{nz}, I_{nx}, I_{ny}$  e  $I_{nz}$  são as áreas e os momentos de inércia correspondentes a cada eixo;

$H_n$  é a espessura total da almofada, excluindo as chapas rígidas de extremidade.

Figura 45 – Almofada de elastômero e indicação dos eixos coordenados



Fonte: Autor (2017).

Ao final do estudo, Yazdani, Eddy e Cai (2000) concluíram que o desempenho das pontes apresenta uma melhora pelas restrições impostas pelas almofadas de elastômero fretado. Essa contribuição é mais significativa quando se analisa almofadas com maior tempo de uso que almofadas novas, pois a idade e as temperaturas mais baixas enrijecem o elastômero.

Utilizando a formulação proposta por Yazdani, Eddy e Cai (2000), Cardoso e Lima (2016) determinaram numericamente, utilizando elemento sólido, as deformabilidades da almofada FDOT tipo II com quatro camadas de elastômero intercaladas com três chapas de aço, cujas dimensões e propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 14.

Foram considerados os esforços de compressão axial, cisalhamento nos dois planos da almofada e momentos fletores em relação aos dois eixos. Utilizando as Equações (52), (53), (54), (55), (56) e (57) apresentadas em Yazdani, Eddy e Cai (2000), Cardoso e Lima (2016) calcularam as rigidezes, conforme apresenta a Tabela 15.

Tabela 14 – Dimensões e propriedades do elastômero

ELASTÔMERO	
Módulo de elasticidade	2280 kN/m <sup>2</sup>
Coefficientes de Poisson	0,4985
Espessura das camadas externas	6,0 · 10 <sup>-3</sup> m
Espessura das camadas internas	8,75 · 10 <sup>-3</sup> m
Comprimento da almofada em planta	0,204 m
Largura da almofada em planta	0,356 m

Fonte: Cardoso e Lima (2016).

Tabela 15 – Resultados obtidos no ANSYS por Cardoso e Lima (2016) e resultados apresentados em Yazdani, Eddy e Cai (2000)

<b>RIGIDEZ (kN/mm)</b>	<b>Cardoso e Lima (2016) (almofada 204 × 356 × 38,5 (mm) com 3 chapas de aço)</b>	<b>Yazdani, Eddy e Cai (2000) (almofada 204 × 356 × 38,5 (mm) com 3 chapas de aço)</b>	<b>Cardoso e Lima (2016)/ Yazdani, Eddy e Cai (2000)</b>
À compressão axial – ky	6,06 · 10 <sup>2</sup>	6,22 · 10 <sup>2</sup>	0,974
Ao cisalhamento em z – kz	1,87 · 10 <sup>0</sup>	1,87 · 10 <sup>0</sup>	1,000
Ao cisalhamento em x – kx	1,87 · 10 <sup>0</sup>	1,87 · 10 <sup>0</sup>	1,000
Ao momento fletor em torno de z – kRz	2,15 · 10 <sup>6</sup>	2,16 · 10 <sup>6</sup>	0,996
Ao momento fletor em torno de x – kRx	6,54 · 10 <sup>6</sup>	6,58E · 10 <sup>6</sup>	0,995

Fonte: Cardoso e Lima (2016).

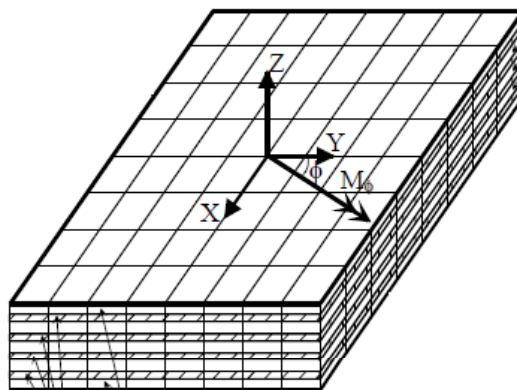
A Tabela 15 apresenta um resumo e a relação entre as rigidezes encontradas em Yazdani, Eddy e Cai (2000) e no modelo numérico feito por Cardoso e Lima (2016). Os deslocamentos obtidos da análise estática no ANSYS forneceram valores de rigidezes próximos aos esperados.

Consolazio e Hamilton (2007) também modelaram numericamente com elemento sólido no ADINA a almofada de apoio de elastômero FDOT tipo B. Para determinar cada uma de suas rigidezes, foram aplicados esforços separadamente, de acordo com a rigidez que queria se determinar. Os autores elaboraram gráficos esforços × deslocamentos e obtiveram as diversas rigidezes.

Na tentativa de conhecer o comportamento da almofada de elastômero na situação esconsa em relação ao eixo longitudinal da viga, Consolazio e Hamilton (2007), em seu modelo numérico, aplicaram momentos fletores em diversos ângulos de inclinação na almofada (como mostra a Figura 46) e mediram a rotação. Após variar o ângulo de esconsidade da almofada, as rigidezes ao giro variam numa relação inversamente proporcional conforme Figura 47.

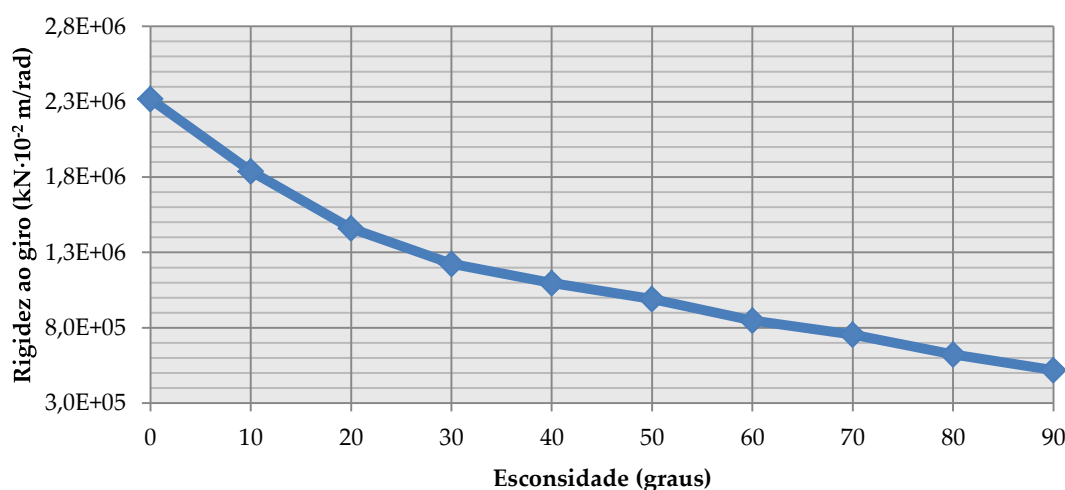


Figura 46 – Momento fletor aplicado em direção esconsa



Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007)

Figura 47 – Variação da rigidez ao giro em relação ao ângulo de esconsidade da almofada

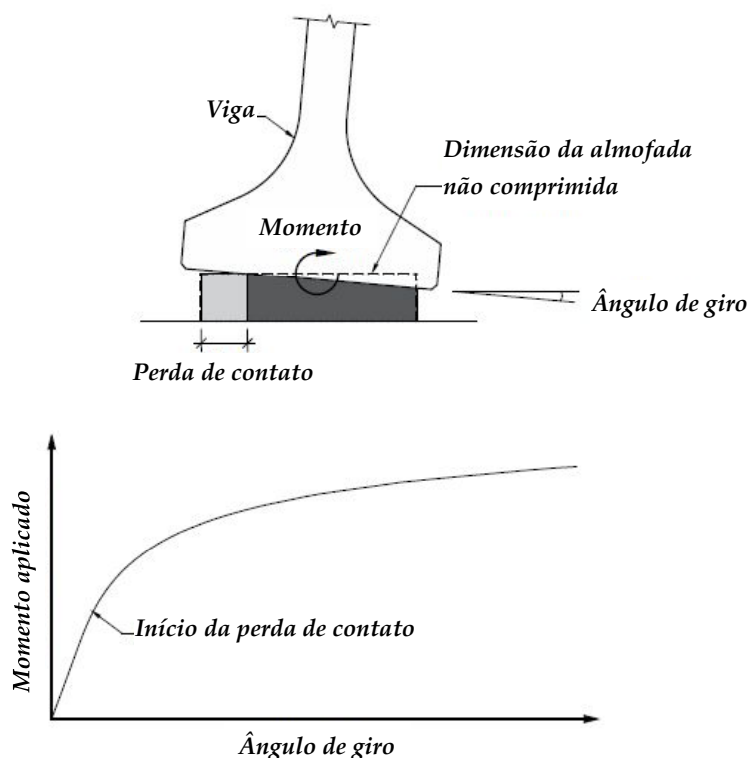


Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007)

### 5.2.1 Modelo simplificado para almofada de apoio de elastômero fretado

Harper e Consolazio (2013) apresentaram um modelo simplificado para calcular as rigidezes axial e ao giro de almofadas de apoio retangulares de elastômero. Quando a viga encontra-se em sua posição de serviço sobre o aparelho de apoio, toda a almofada encontra-se comprimida e há contato entre toda a superfície da viga e o elastômero. Nessa situação, a rigidez ao giro da almofada apresenta uma relação linear. No entanto, à medida que o ângulo de giro da viga aumenta, a viga perde parte de seu contato com a almofada (*lift off*) e sua rigidez ao giro não é mais linear e, sim não linear (Figura 48).

Figura 48 – Perda de contato da viga com o elastômero



Fonte: Adaptado de Harper e Consolazio (2013).

Numa primeira análise, Harper e Consolazio (2013) modelaram com elemento sólido camadas individuais de neoprene, a fim de determinar a rigidez à compressão axial de uma única camada. A rigidez axial de toda almofada foi obtida combinando os resultados de rigidez axial individuais. O elastômero, material incompressível, foi modelado como material hiperelástico. Para validar o modelo numérico, duas almofadas padronizadas pelo FDOT, cujas características são apresentadas na Tabela 16, foram submetidas a ensaios de compressão e as forças aplicadas e deslocamentos obtidos são apresentados na Figura 49.

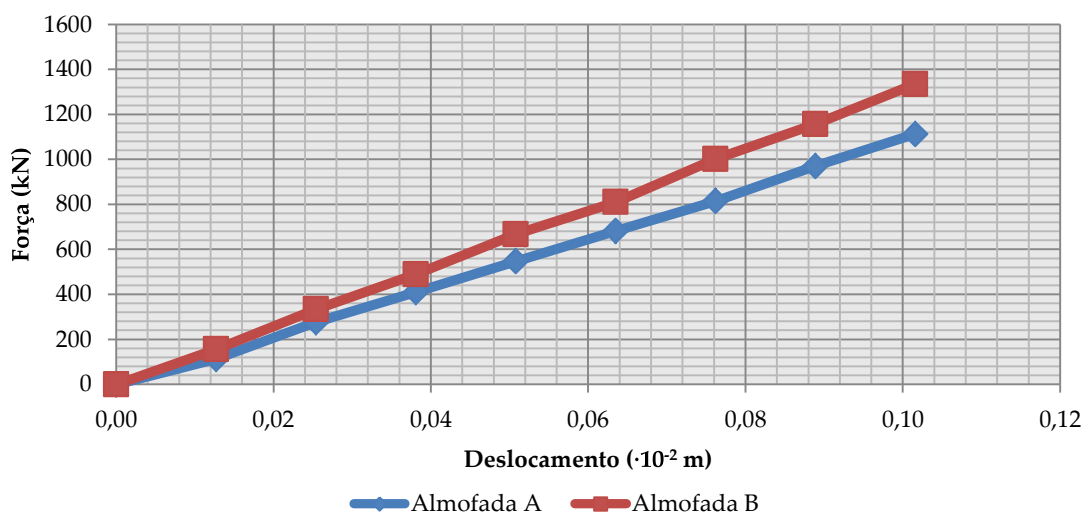
Tabela 16 – Dimensões e características das almofadas analisadas

DIMENSÃO/CARACTERÍSTICA	ALMOFADA	
	A	B
Comprimento, $L$ (m)	0,60	0,60
Largura, $W$ (m)	0,28	0,36
Espessura, $H$ (m)	0,048	0,065
Quantidade de chapas de aço	3	4

Fonte: Autor (2017).

O gráfico da Figura 49 foi reproduzido de Harper e Consolazio (2013). As unidades originais estão no sistema inglês, mas aqui fez-se a conversão para o sistema internacional. Da Figura 49, obtém-se a rigidez à compressão axial das almofadas apresentada na Tabela 17.

Figura 49 – Gráfico força × deslocamento das almofadas A e B



Fonte: Adaptado de Consolazio e Hamilton (2007)

Tabela 17 – Rigidez à compressão das almofadas A e B

RIGIDEZ	ALMOFADA	
	A	B
Rigidez à compressão, $k_{almofada}$ (kN/10 <sup>-2</sup> m)	10991,0	12515,0

Fonte: Autor (2017).

Na sequência, Harper e Consolazio (2013) propuseram um modelo numérico simplificado para determinar a rigidez ao giro de almofadas de elastômero fretado. Esse modelo considera a almofada como uma grelha rígida responsável por unir molas de compressão de diferentes rigidezes, como apresenta a Figura 50. Esse modelo de grelha divide a almofada em pequenas regiões retangulares e a cada uma será associada uma mola de compressão de rigidez diferente das demais. Foram adotadas molas de compressão para representar a perda de contato da viga com a almofada.

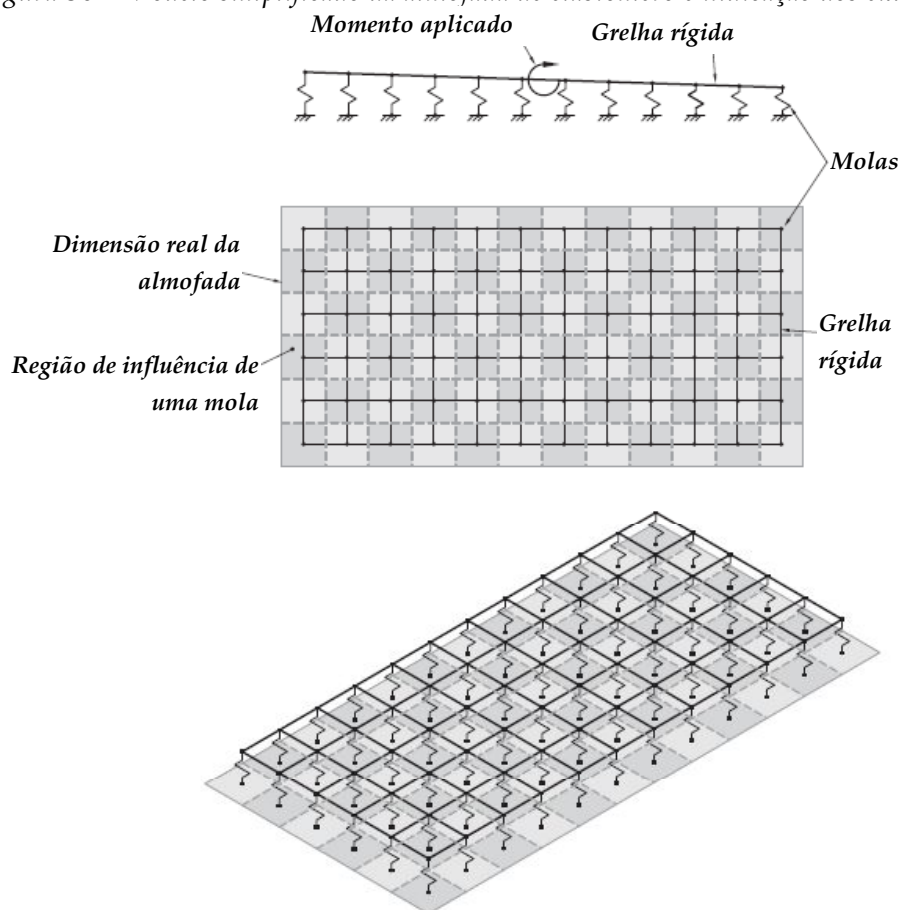
Segundo os autores, em determinados níveis de compressão, o comportamento da almofada torna-se não linear, pois o abaulamento causado pela compressão reduz a espessura da camada e enrijece a almofada. Além disso, a rigidez à compressão varia de acordo com a distância em relação ao centro da almofada. Nesse sentido, o modelo simplificado proposto por Harper e Consolazio (2013) considera os diferentes comportamentos em relação à distância ao centro da almofada, como mostra a Equação (58):

$$k_{mola}(x', z') = A_{região} \cdot \left( \frac{k_{almofada}}{A_{almofada}} \right) \cdot [1 - (x')^2] \cdot [1 - (z')^2] \quad (58)$$

Onde:  $k_{mola}(x', z')$  é o valor de rigidez da mola em função de sua posição relativa ao centro da almofada;

$A_{região}$  é a área da região de influência de uma mola;  
 $k_{almofada}$  é a rigidez à compressão axial da almofada;  
 $A_{almofada}$  é a área da almofada;  
 $x'$  e  $z'$  são as coordenadas normalizadas da almofada.

Figura 50 – Modelo simplificado da almofada de elastômero e indicação dos eixos coordenados



Fonte: Adaptado de Harper e Consolazio (2013).

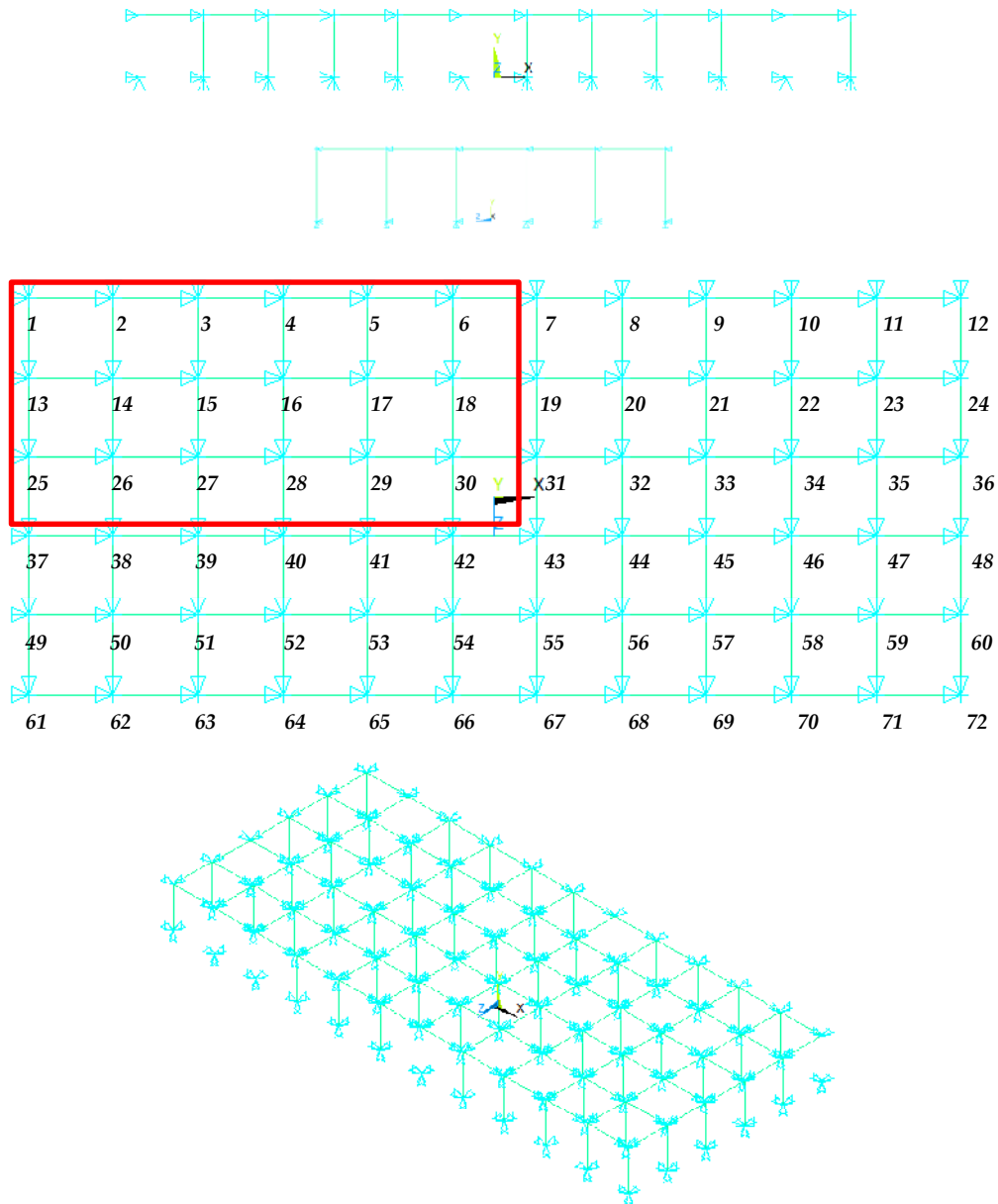
Para validar o modelo simplificado proposto por Harper e Consolazio (2013), a **almofada A** foi modelada no ANSYS. Partindo da rigidez à compressão axial conhecida, a almofada foi concebida como uma grelha com 72 molas ( $6 \times 12$ ), com região de área igual a  $2,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ .

Para as molas, foi utilizado o elemento LINK180, com a opção “compress only” ativada, ou seja, nessa situação, as molas não trabalham caso sejam tracionadas, deixando de contribuir numericamente no comportamento da almofada. Para a grelha rígida, foi utilizado o elemento BEAM188, como apresenta a Figura 51.

Os nós inferiores do modelo foram engastados. Como o elemento LINK180 é um elemento de treliça, para que o modelo não ficasse instável, impediram-se os deslocamentos longitudinal ( $UX$ ) e transversal ( $UZ$ ) nos nós superiores da grelha. Para que a grelha fosse rígida, adotou-se para seu módulo de elasticidade o valor do módulo de elasticidade do aço

( $2,0 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$ ). Foi adotada seção transversal retangular, cujas dimensões foram definidas após vários testes. A seção transversal que conferiu rigidez à grelha foi de  $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \times 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .

Figura 51 – Modelo simplificado da almofada A



Fonte: ANSYS (2017).

Utilizando a *Equação (58)*, calculou-se a rigidez de cada mola, considerando sua posição normalizada em relação ao centro da almofada. Como a almofada possui dois eixos de simetria, a *Tabela 18* apresenta o valor da rigidez à compressão das molas do primeiro quadrante da almofada A.

Tabela 18 – Rigidez à compressão das molas do primeiro quadrante da almofada A

MOLA	$x'$	$z'$	$k_{mola}$ ( $kN/10^{-2} m$ )
1	-0,917	-0,833	7,450
2	-0,750	-0,833	20,406
3	-0,583	-0,833	30,771
4	-0,417	-0,833	38,545
5	-0,250	-0,833	43,727
6	-0,083	-0,833	46,318
13	-0,917	-0,500	18,286
14	-0,750	-0,500	50,087
15	-0,583	-0,500	75,529
16	-0,417	-0,500	94,610
17	-0,250	-0,500	107,330
18	-0,083	-0,500	113,691
25	-0,917	-0,167	23,704
26	-0,750	-0,167	64,928
27	-0,583	-0,167	97,908
28	-0,417	-0,167	122,642
29	-0,250	-0,167	139,132
30	-0,083	-0,167	147,377

Fonte: Autor (2017).

Como afirmaram Harper e Consolazio (2013), a Equação (58) faz uma aproximação satisfatória do formato da distribuição da rigidez axial na almofada, porém não fornece valores da real magnitude dessa rigidez. Assim, foi preciso incluir um fator de correção ( $FC$ ) na rigidez de cada mola, uma vez que o valor total da rigidez axial na almofada estava menor que seu valor real.

$$\sum k_{mola-1^{\circ} quadrante} = 1242,44 \text{ kN}/10^{-2} m$$

$$k_{total} = \left( \sum k_{mola-1^{\circ} quadrante} \right) \cdot 4 = 4969,76 \text{ kN}/10^{-2} m$$

$$FC = \frac{k_{almofada}}{k_{total}} = \frac{10990,62}{4969,76} = 2,2115$$

Aplicando o fator de correção ( $FC$ ) às rigidezes de cada mola, tem-se os valores de rigidez à compressão corrigidos, como apresentado na Tabela 19 e a distribuição de rigidezes apresentada na Figura 52.

Para o elemento LINK180, a rigidez foi considerada na definição do módulo de elasticidade ( $E$ ) de cada mola, uma vez que a rigidez do elemento de treliça é:

$$k_{mola} = \frac{E \cdot A}{L} \rightarrow E = \frac{k_{mola} \cdot L}{A}$$

Onde:  $L$  é o comprimento da barra que, aqui, é a altura da almofada;  
 $A$  é a área da seção transversal da barra, definida unitária.

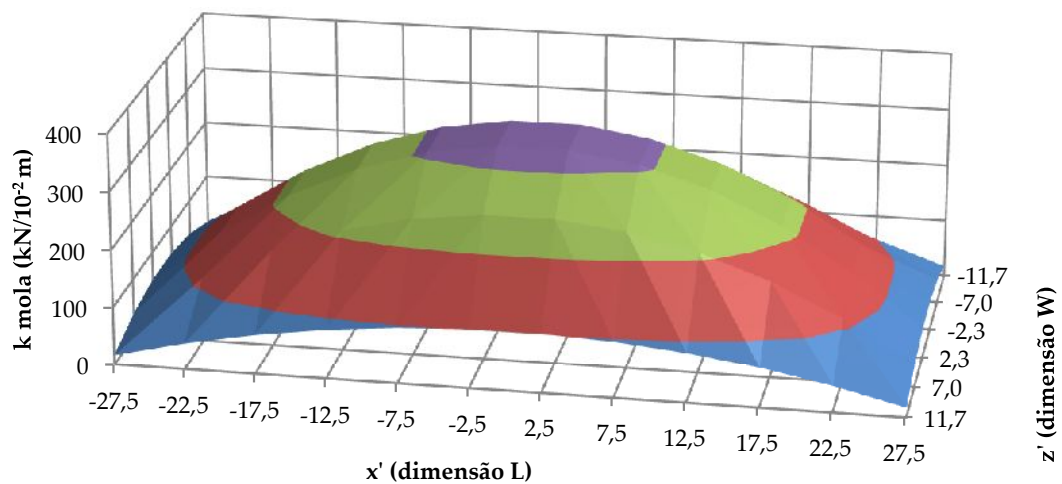
A Tabela 20 apresenta os valores de módulo de elasticidade de cada mola do primeiro quadrante da almofada A.

Tabela 19 – Rigidez à compressão corrigida das molas do primeiro quadrante da almofada A

MOLA	$x'$	$z'$	$k_{mola}$ ( $kN/10^{-2} m$ )
1	-0,917	-0,833	16,475
2	-0,750	-0,833	45,128
3	-0,583	-0,833	68,050
4	-0,417	-0,833	85,242
5	-0,250	-0,833	96,703
6	-0,083	-0,833	102,433
13	-0,917	-0,500	40,439
14	-0,750	-0,500	110,768
15	-0,583	-0,500	167,032
16	-0,417	-0,500	209,229
17	-0,250	-0,500	237,361
18	-0,083	-0,500	251,427
25	-0,917	-0,167	52,421
26	-0,750	-0,167	143,589
27	-0,583	-0,167	216,523
28	-0,417	-0,167	271,223
29	-0,250	-0,167	307,690
30	-0,083	-0,167	325,924

Fonte: Autor (2017).

Figura 52 – Distribuição de rigidezes na almofada A



Fonte: Autor (2017).

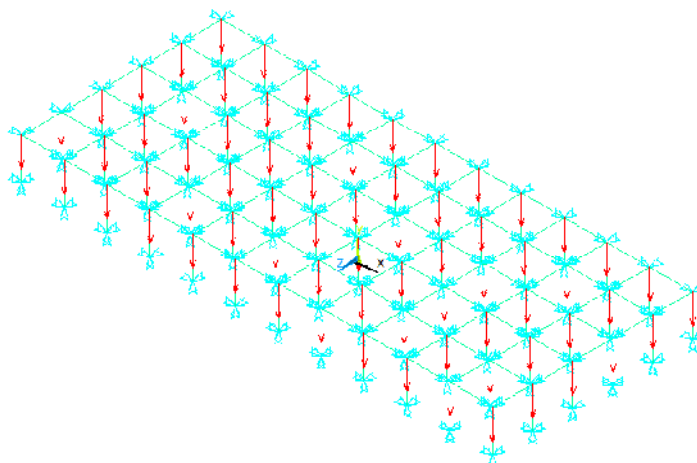
Tabela 20 – Rigidez das molas do primeiro quadrante da almofada A

MOLA	$k_{mola}$ ( $kN/10^{-2} m$ )	$E$ ( $kN/10^{-4} m$ )
1	16,475	79,081
2	45,128	216,614
3	68,050	326,640
4	85,242	409,159
5	96,703	464,172
6	102,433	491,679
13	40,439	194,108
14	110,768	531,688
15	167,032	801,752
16	209,229	1004,300
17	237,361	1139,332
18	251,427	1206,848
25	52,421	251,622
26	143,589	689,226
27	216,523	1039,309
28	271,223	1301,871
29	307,690	1476,912
30	325,924	1564,433

Fonte: Autor (2017).

Na sequência do modelo numérico, para representar a carga de compressão da viga, um carregamento uniformemente distribuído foi aplicado à almofada. Seu valor era  $2,4 \cdot 10^3 kN/m^2$  (350 psi). Considerando a área da almofada A de  $0,168 m^2$  e os 72 nós da superfície, tem-se uma força concentrada de  $5,63 kN/nó$ , como apresentado na Figura 53.

Figura 53 – Carregamento uniformemente distribuído na almofada A

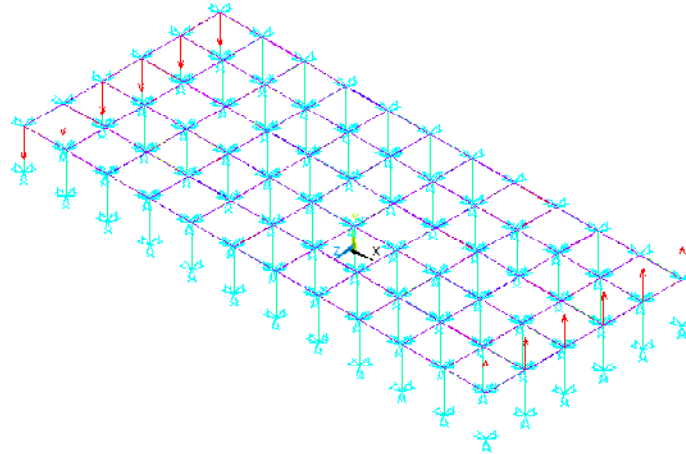


Fonte: ANSYS (2017).

Ainda, para determinar a rigidez ao giro da almofada, foram aplicados diferentes valores de momento fletor na forma de binário, como apresentado na Figura 54, e calculadas as rotações (Tabela 21 e Figura 55).



Figura 54 – Binário para consideração de momento fletor na almofada A



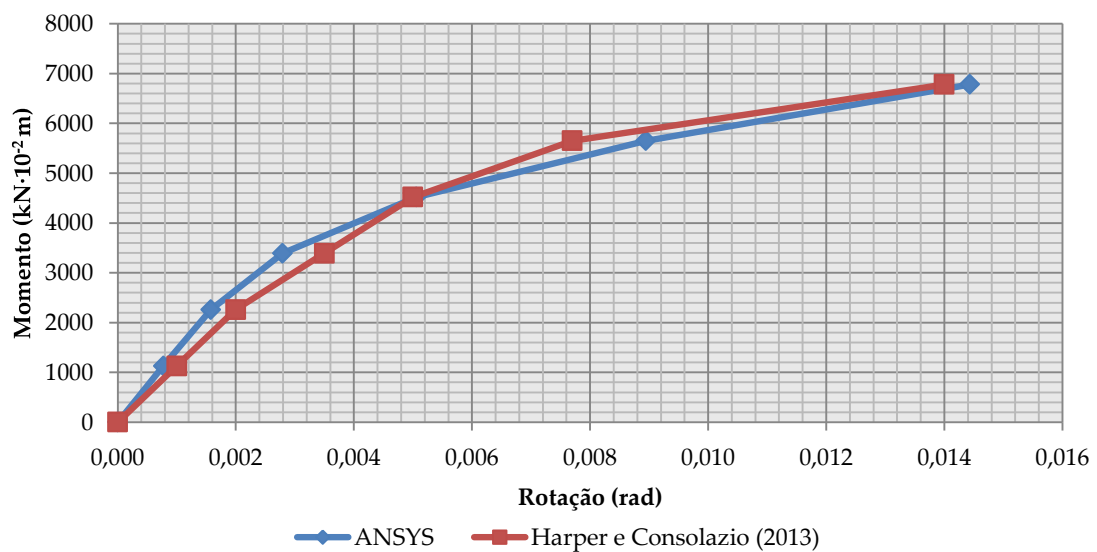
Fonte: ANSYS (2017).

Tabela 21 – Momentos, forças, deslocamentos e rotações na almofada A

Momento ( $kN \cdot 10^{-2} m$ )	Força/nó ( $kN$ )	Deslocamento UY ( $\cdot 10^{-2} m$ )		Rotação (rad)	
		nó i	nó j	ANSYS	Harper e Consolazio (2013)
0,0	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1130,3	3,371	-0,0579	-0,0148	0,0008	0,0010
2260,6	6,742	-0,0792	0,0090	0,0016	0,0020
3390,9	10,114	-0,1006	0,0554	0,0028	0,0035
4521,2	13,485	-0,1243	0,1582	0,0051	0,0050
5651,5	16,856	-0,1564	0,3436	0,0089	0,0077
6781,8	20,227	-0,2029	0,6036	0,0144	0,0140

Fonte: Autor (2017).

Figura 55 – Gráfico momento  $\times$  rotação na almofada A



Fonte: Autor (2017).

A *Figura 55* mostra que os valores de referência apresentados em *Harper e Consolazio (2013)* estão muito próximos dos obtidos numericamente neste trabalho utilizando o *ANSYS*. Assim, o modelo simplificado mostra-se validado, o que permite sua aplicação em análises de instabilidade lateral mais complexas.

O mesmo feito para a almofada A foi, posteriormente aplicado à *almofada B*. Manteve-se a grelha com 72 molas ( $6 \times 12$ ), porém agora com região de área igual a  $3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ . O modelo simplificado bem como a grelha rígida mantiveram-se com as mesmas propriedades, características e dimensões.

Utilizando a *Equação (58)*, calculou-se a rigidez de cada mola, considerando sua posição normalizada em relação ao centro da almofada. A *Tabela 22* apresenta o valor da rigidez à compressão das molas do primeiro quadrante da almofada B.

*Tabela 22 – Rigidez à compressão das molas do primeiro quadrante da almofada B*

MOLA	$x'$	$z'$	$k_{mola}$ ( $\text{kN}/10^{-2} \text{ m}$ )
1	-0,917	-0,833	8,483
2	-0,750	-0,833	23,235
3	-0,583	-0,833	35,036
4	-0,417	-0,833	43,888
5	-0,250	-0,833	49,789
6	-0,083	-0,833	52,739
13	-0,917	-0,500	20,821
14	-0,750	-0,500	57,031
15	-0,583	-0,500	85,998
16	-0,417	-0,500	107,724
17	-0,250	-0,500	122,208
18	-0,083	-0,500	129,450
25	-0,917	-0,167	26,990
26	-0,750	-0,167	73,929
27	-0,583	-0,167	111,480
28	-0,417	-0,167	139,643
29	-0,250	-0,167	158,418
30	-0,083	-0,167	167,806

*Fonte: Autor (2017).*

O fator de correção (*FC*) incluído na rigidez de cada mola foi igual ao fator de correção da almofada A:

$$\begin{aligned}
 \sum k_{mola-1^{\circ} \text{ quadrante}} &= 1414,67 \text{ kN}/10^{-2} \text{ m} \\
 k_{total} &= \left( \sum k_{mola-1^{\circ} \text{ quadrante}} \right) \cdot 4 = 5658,67 \text{ kN}/10^{-2} \text{ m} \\
 FC &= \frac{k_{almofada}}{k_{total}} = \frac{12514,14}{5658,67} = 2,2115
 \end{aligned}$$

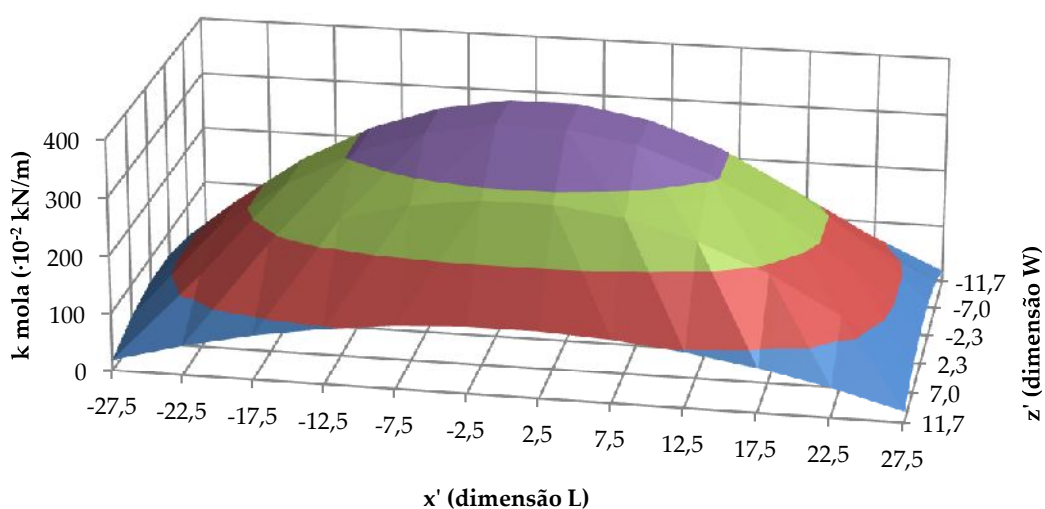
Aplicando o fator de correção ( $FC$ ) às rigidezes de cada mola, tem-se os valores de rigidez à compressão corrigidos, como apresentado na *Tabela 23* e a distribuição de rigidezes apresentada na *Figura 56*.

*Tabela 23 – Rigidez à compressão corrigida das molas do primeiro quadrante da almofada B*

MOLA	$x'$	$z'$	$k_{mola}$ ( $kN/10^{-2} m$ )
1	-0,917	-0,833	18,759
2	-0,750	-0,833	51,383
3	-0,583	-0,833	77,483
4	-0,417	-0,833	97,058
5	-0,250	-0,833	110,107
6	-0,083	-0,833	116,632
13	-0,917	-0,500	46,045
14	-0,750	-0,500	126,123
15	-0,583	-0,500	190,186
16	-0,417	-0,500	238,232
17	-0,250	-0,500	270,264
18	-0,083	-0,500	286,279
25	-0,917	-0,167	59,688
26	-0,750	-0,167	163,493
27	-0,583	-0,167	246,537
28	-0,417	-0,167	308,820
29	-0,250	-0,167	350,342
30	-0,083	-0,167	371,103

*Fonte: Autor (2017).*

*Figura 56 – Distribuição de rigidezes na almofada B*



*Fonte: Autor (2017).*

Com a rigidez, calculou-se o módulo de elasticidade. A *Tabela 24* apresenta os valores de módulo de elasticidade de cada mola do primeiro quadrante da almofada B.

Tabela 24 – Rigidez das molas do primeiro quadrante da almofada B

MOLA	$k_{mola}$ ( $kN/10^{-2} m$ )	$E$ ( $kN/10^{-4} m$ )
1	18,759	121,934
2	51,383	333,993
3	77,483	503,640
4	97,058	630,875
5	110,107	715,698
6	116,632	758,110
13	46,045	299,292
14	126,123	819,800
15	190,186	1236,206
16	238,232	1548,511
17	270,264	1756,714
18	286,279	1860,816
25	59,688	387,971
26	163,493	1062,704
27	246,537	1602,489
28	308,820	2007,329
29	350,342	2277,222
30	371,103	2412,168

Fonte: Autor (2017).

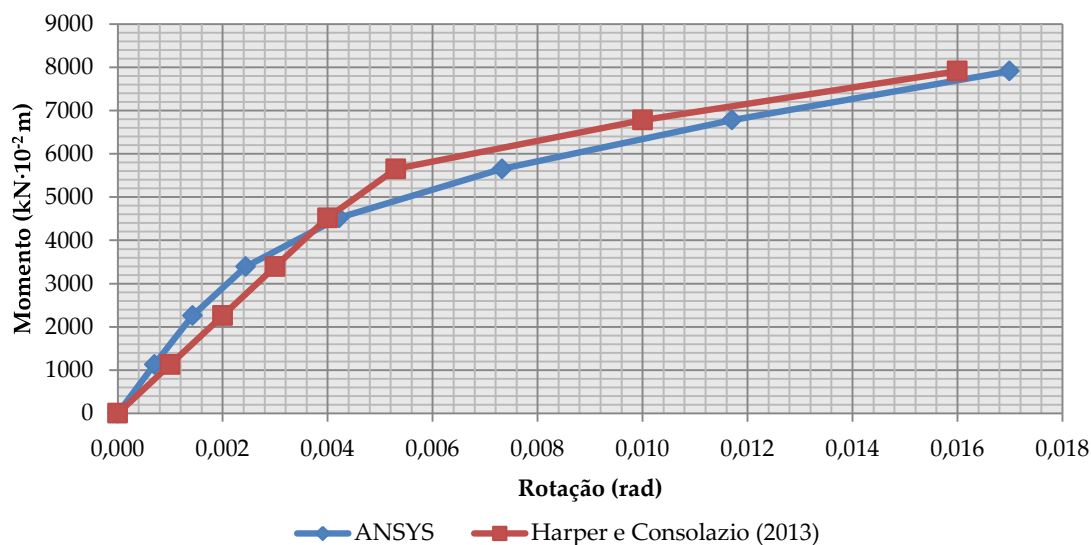
O valor do carregamento uniformemente distribuído era  $2,1 \cdot 10^3 kN/m^2$  (300 psi) . Considerando a área da almofada B de  $2,16 \cdot 10^{-3} m^2$  e os 72 nós da superfície, tem-se uma força concentrada de  $5,21 kN/nó$ , como apresentado na Figura 53. Para determinar a rigidez ao giro da almofada, foram aplicados diferentes valores de momento fletor na forma de binário, como apresentado na Figura 54, e calculadas as rotações (Tabela 25 e Figura 57).

Tabela 25 – Momentos, forças, deslocamentos e rotações na almofada B

Momento ( $kN \cdot 10^{-2} m$ )	Força/nó ( $kN$ )	Deslocamento UY ( $\cdot 10^{-2} m$ )		Rotação (rad)	
		nó i	nó j	ANSYS	Harper e Consolazio (2013)
0,0	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1130,3	3,371	-0,0535	-0,0143	0,0007	0,0010
2260,6	6,742	-0,0729	0,0068	0,0014	0,0020
3390,9	10,114	-0,0921	0,0440	0,0024	0,0030
4521,2	13,485	-0,1122	0,1235	0,0042	0,0040
5651,5	16,856	-0,1369	0,2724	0,0073	0,0053
6781,8	20,227	-0,1707	0,4833	0,0117	0,0100
7912,1	23,598	-0,2156	0,7341	0,0170	0,0160

Fonte: Autor (2017).

Figura 57 – Gráfico momento  $\times$  rotação na almofada B



Fonte: Autor (2017).

A Figura 57 mostra que os valores de referência apresentados em Harper e Consolazio (2013) foram muito próximos dos primeiros obtidos numericamente neste trabalho utilizando o ANSYS. Por fim, Harper e Consolazio (2013) apontam a possibilidade de incluir no modelo simplificado a curvatura vertical da viga, atribuindo uma deformação angular imposta à grelha.

O modelo simplificado proposto por Harper e Consolazio (2013) foi adotado no estudo da estabilidade lateral da viga AASHTO Tipo IV sobre almofadas de elastômero apresentado no Capítulo 6 deste trabalho. Por meio desse modelo, a almofada trabalha apenas sob compressão pura e sob flexo-compressão, não havendo, portanto, reações de apoio resultantes da tração.

# CAPÍTULO 6 – ANÁLISE DE INSTABILIDADE LATERAL DE VIGA AASHTO TIPO IV SOBRE ALMOFADAS DE APOIO DE ELASTÔMERO

---

## 6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O modelo simplificado de consideração das rigidezes axial e ao giro da almofada proposto por *Harper e Consolazio (2013)* representou uma alternativa muito viável à elaboração de um modelo da almofada com elementos sólidos associados com elementos de contato. O modelo com as molas de compressão permite simular a perda de contato entre a viga e o elastômero, gerando mudança de posição da reação de apoio na almofada.

Assim, o modelo simplificado da almofada de apoio, de menor custo computacional e menor complexidade numérica, mas com resposta satisfatória, foi adotado neste trabalho para representar o aparelho de apoio de neoprene. São apresentadas a seguir as simulações numéricas considerando a viga *AASHTO Tipo IV* com diferentes imperfeições geométricas iniciais sobre as almofadas A e B, cujas características foram apresentadas na *Tabela 16*. São consideradas vigas com oito diferentes valores de imperfeições geométricas iniciais, variação da resistência característica do concreto, atuação do vento e a não linearidade física do concreto, a fim de avaliar a fissuração e sua influência no comportamento e na estabilidade da viga.

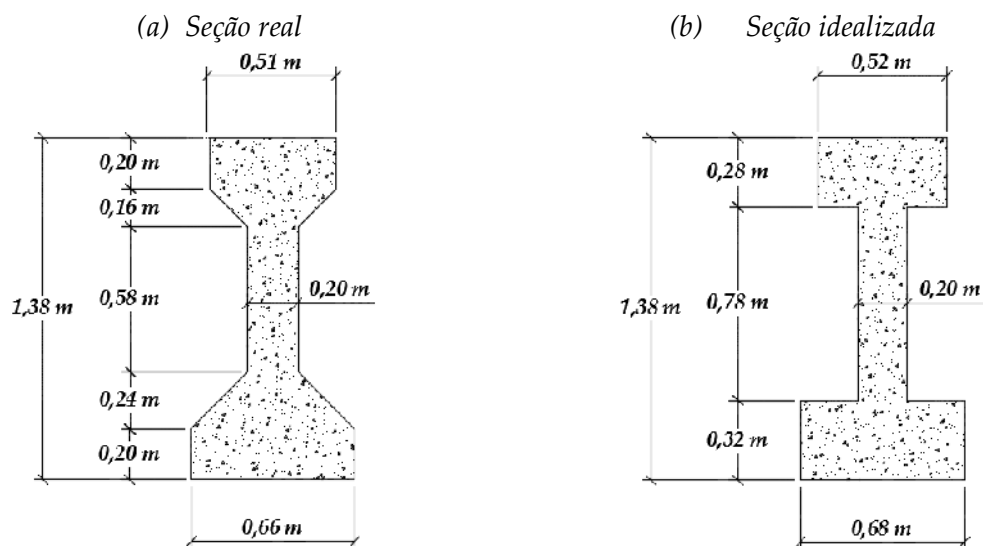
## 6.2 ANÁLISE NUMÉRICA DA VIGA AASHTO TIPO IV SOBRE AS ALMOFADAS DE APOIO DE ELASTÔMERO A E B

A viga *AASHTO Tipo IV* é uma viga protendida com comprimento de, aproximadamente, 32 m e seção transversal apresentada na *Figura 20*. Para efeitos de criação da malha no modelo numérico, foi feita uma alteração no comprimento da mesa inferior, passando de 0,66 m para 0,68 m, como apresenta a *Figura 58*. As demais dimensões foram mantidas.

A viga *AASHTO Tipo IV* foi analisada com diferentes imperfeições geométrica iniciais. Os desvios do meio do vão em relação aos apoios são apresentados na *Tabela 26* e na *Figura 59*. Partiu-se adotando a máxima excentricidade no meio do vão em relação aos apoios admitida pelo *PCI (2000)* e apresentada na *Figura 19*: 10 mm a cada 10 m de comprimento da viga. Os valores maiores e menores que este valor foram adotados tendo em vista os observados e

medidos em campo por *Cojocar* (2012), à exceção dos dois últimos valores que foram escolhidos para analisar uma situação muito crítica e desfavorável. *Burgoyne e Stratford* (2001) recomendam trabalhar com valores de imperfeições geométricas iniciais da ordem de  $L/1000$ .

Figura 58 – Seção transversal modificada da viga AASHTO Tipo IV



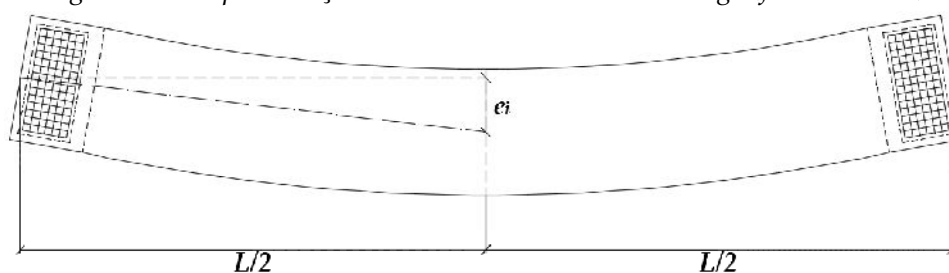
Fonte: Autor (2017).

Tabela 26 – Excentricidades laterais iniciais adotadas

VIGA	EXCENTRICIDADE INICIAL ( $e_i$ )			LIMITES MÁXIMOS
	Absoluta ( $e_i$ ) ( $\cdot 10^{-2}$ m)	Relativa ( $e_i/L$ )		
V1	1,0	$L/3200$	0,0003	$L/1000$ (PCI (2000))
V2	3,0	$L/1067$	0,0009	
V3	3,2	$L/970$	0,0010	
V4	5,0	$L/640$	0,0016	
V5	6,6	$L/485$	0,0021	$L/300$ (Model Code (2010))
V6	9,0	$L/356$	0,0028	
V7	13,5	$L/237$	0,0042	
V8	18,0	$L/178$	0,0056	

Fonte: Autor (2017).

Figura 59 – Representação da excentricidade inicial da viga (fora de escala)



Fonte: Autor (2017).

### 6.2.1 Modelo simplificado adotado para as almofadas de apoio A e B

Para as almofadas A e B, foram adotados os valores de rigidez à compressão axial apresentados na *Tabela 17*, a saber:  $10991,0 \text{ kN}/10^{-2} \text{ m}$  para a almofada A e  $12515,0 \text{ kN}/10^{-2} \text{ m}$  para a almofada B.

A *almofada A* foi concebida como uma grelha com 105 molas de compressão ( $7 \times 15$ ), com região de área igual a  $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ . Foram adotados os mesmos tipos de elementos e condições de contorno apresentados na *Seção 5.4*. Utilizando a *Equação (58)*, calculou-se a rigidez de cada mola, considerando sua posição normalizada em relação ao centro da almofada. A *Tabela 27* apresenta os valores de rigidez à compressão, corrigidos pelo fator de correção determinado e igual a 2,2223, e o valor do módulo de elasticidade das molas do primeiro quadrante. A *Figura 60* apresenta a grelha rígida da almofada A.

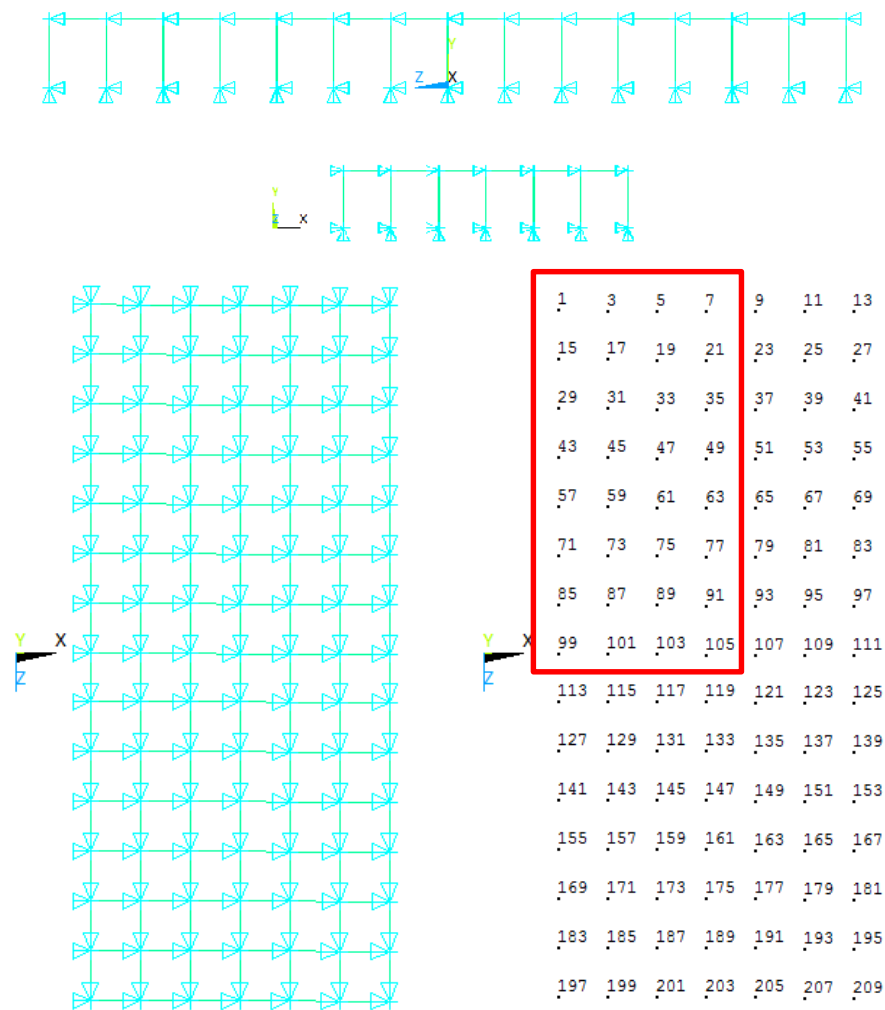
*Tabela 27 – Rigidez à compressão corrigida e módulo de elasticidade das molas do primeiro quadrante da almofada A*

MOLA	NÓ	$x'$	$z'$	$k_{mola}$ ( $\text{kN}/10^{-2} \text{ m}$ )	$E$ ( $\text{kN}/10^{-4} \text{ m}^2$ )
1	1	-0,857	-0,933	7,954	38,181
2	3	-0,571	-0,933	20,192	96,921
3	5	-0,286	-0,933	27,534	132,165
4	7	0,000	-0,933	29,982	143,913
8	15	-0,857	-0,800	22,217	106,643
9	17	-0,571	-0,800	56,398	270,710
10	19	-0,286	-0,800	76,906	369,150
11	21	0,000	-0,800	83,742	401,963
15	29	-0,857	-0,667	34,286	164,573
16	31	-0,571	-0,667	87,034	417,762
17	33	-0,286	-0,667	118,682	569,676
18	35	0,000	-0,667	129,232	620,313
22	43	-0,857	-0,533	44,160	211,970
23	45	-0,571	-0,533	112,099	538,078
24	47	-0,286	-0,533	152,863	733,742
25	49	0,000	-0,533	166,451	798,964
29	57	-0,857	-0,400	51,840	248,834
30	59	-0,571	-0,400	131,595	631,656
31	61	-0,286	-0,400	179,448	861,349
32	63	0,000	-0,400	195,399	937,914
36	71	-0,857	-0,267	57,326	275,166
37	73	-0,571	-0,267	145,520	698,498
38	75	-0,286	-0,267	198,437	952,498
39	77	0,000	-0,267	216,076	1037,164
43	85	-0,857	-0,133	60,618	290,965
44	87	-0,571	-0,133	153,876	738,603
45	89	-0,286	-0,133	209,830	1007,186
46	91	0,000	-0,133	228,482	1096,714
50	99	-0,857	0,000	61,715	296,231
51	101	-0,571	0,000	156,661	751,972
52	103	-0,286	0,000	213,628	1025,416
53	105	0,000	0,000	232,618	1116,564

*Fonte: Autor (2017).*



Figura 60 – Modelo simplificado da almofada A



Fonte: ANSYS (2017).

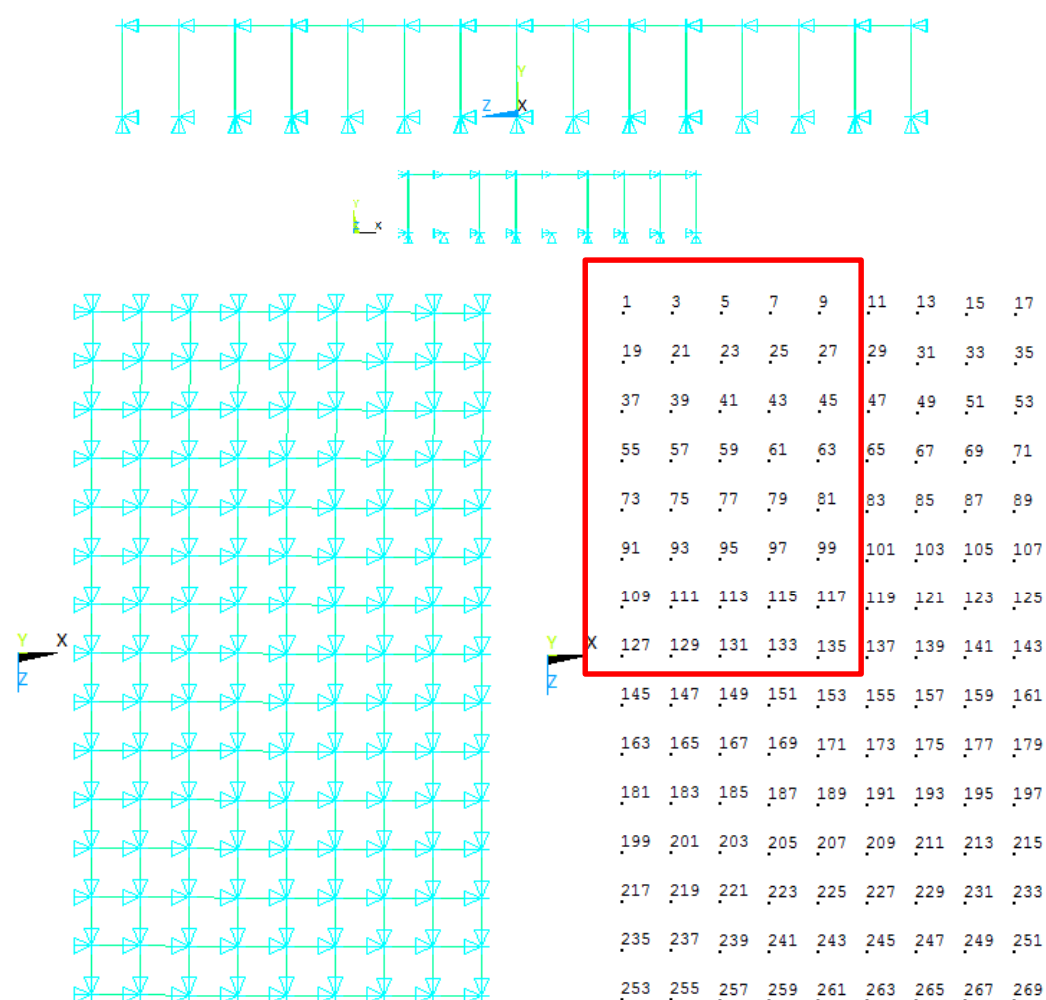
A *almofada B* foi concebida como uma grelha com 135 molas de compressão ( $9 \times 15$ ), com região de área igual a  $1,6 \cdot 10^{-3} m^2$ . Foram adotados os mesmos tipos de elementos e condições de contorno apresentados na Seção 5.3. Utilizando a Equação (58), calculou-se a rigidez de cada mola, considerando sua posição normalizada em relação ao centro da almofada. A Tabela 28 apresenta o valor da rigidez à compressão, corrigidos pelo fator de correção determinado e igual a 2,2312, e o valor do módulo de elasticidade das molas do primeiro quadrante. A Figura 61 apresenta a grelha rígida da almofada B.

Tabela 28 – Rigidez à compressão corrigida e módulo de elasticidade das molas do primeiro quadrante da almofada B

MOLA	NÓ	$x'$	$z'$	$k_{mola}$ ( $kN/10^{-2} m$ )	$E$ ( $kN/10^{-4} m^2$ )
1	1	-0,889	-0,933	5,595	36,367
2	3	-0,667	-0,933	14,810	96,265
3	5	-0,444	-0,933	21,392	139,050
4	7	-0,222	-0,933	25,342	164,720
5	9	0,000	-0,933	26,658	173,277
10	19	-0,889	-0,800	15,627	101,576
11	21	-0,667	-0,800	41,366	268,879
12	23	-0,444	-0,800	59,751	388,380
13	25	-0,222	-0,800	70,782	460,081
14	27	0,000	-0,800	74,459	483,982
19	37	-0,889	-0,667	24,116	156,754
20	39	-0,667	-0,667	63,836	414,936
21	41	-0,444	-0,667	92,208	599,352
22	43	-0,222	-0,667	109,231	710,002
23	45	0,000	-0,667	114,905	746,885
28	55	-0,889	-0,533	31,061	201,899
29	57	-0,667	-0,533	82,221	534,438
30	59	-0,444	-0,533	118,764	771,966
31	61	-0,222	-0,533	140,690	914,483
32	63	0,000	-0,533	147,998	961,988
37	73	-0,889	-0,400	36,463	237,012
38	75	-0,667	-0,400	96,521	627,384
39	77	-0,444	-0,400	139,419	906,221
40	79	-0,222	-0,400	165,157	1073,523
41	81	0,000	-0,400	173,737	1129,290
46	91	-0,889	-0,267	40,322	262,092
47	93	-0,667	-0,267	106,734	693,773
48	95	-0,444	-0,267	154,172	1002,117
49	97	-0,222	-0,267	182,634	1187,123
50	99	0,000	-0,267	192,122	1248,792
55	109	-0,889	-0,133	42,637	277,141
56	111	-0,667	-0,133	112,863	733,607
57	113	-0,444	-0,133	163,024	1059,655
58	115	-0,222	-0,133	193,121	1255,283
59	117	0,000	-0,133	203,153	1320,493
64	127	-0,889	0,000	43,409	282,157
65	129	-0,667	0,000	114,905	746,885
66	131	-0,444	0,000	165,974	1078,834
67	133	-0,222	0,000	196,616	1278,004
68	135	0,000	0,000	206,830	1344,393

Fonte: Autor (2017).

Figura 61 – Modelo simplificado da almofada B



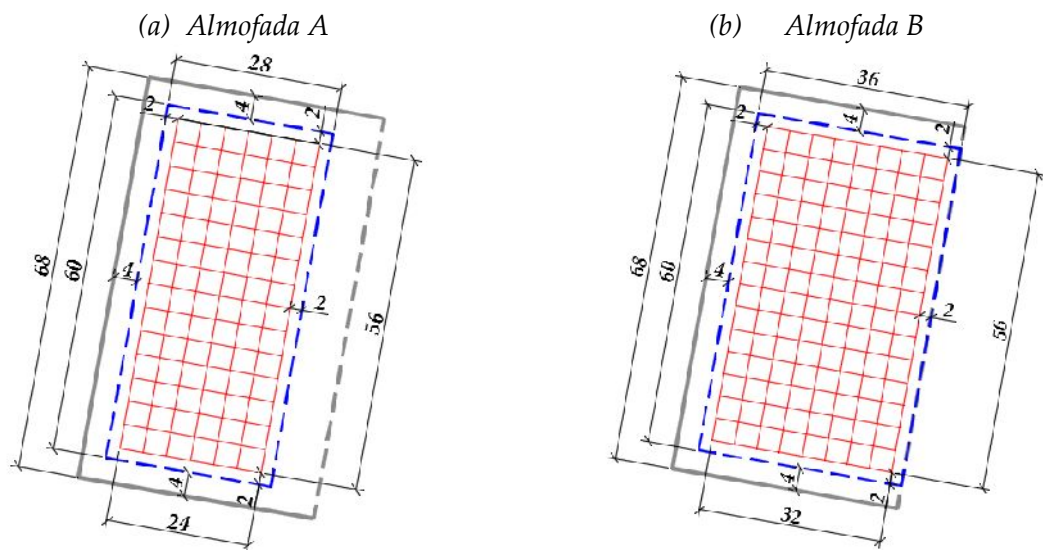
Fonte: ANSYS (2017).

## 6.2.2 Viga AASHTO Tipo IV sobre as almofadas A e B

Uma vez concluídos os modelos simplificados das almofadas A e B, as vigas foram concebidas como um arco entre dois segmentos retos sob os quais estavam as almofadas. Foi necessário proceder dessa forma para que os nós da viga coincidissem exatamente com os nós da almofada de acordo com o modelo simplificado. A Figura 63 apresenta os nós coincidentes da viga com as almofadas A e B.

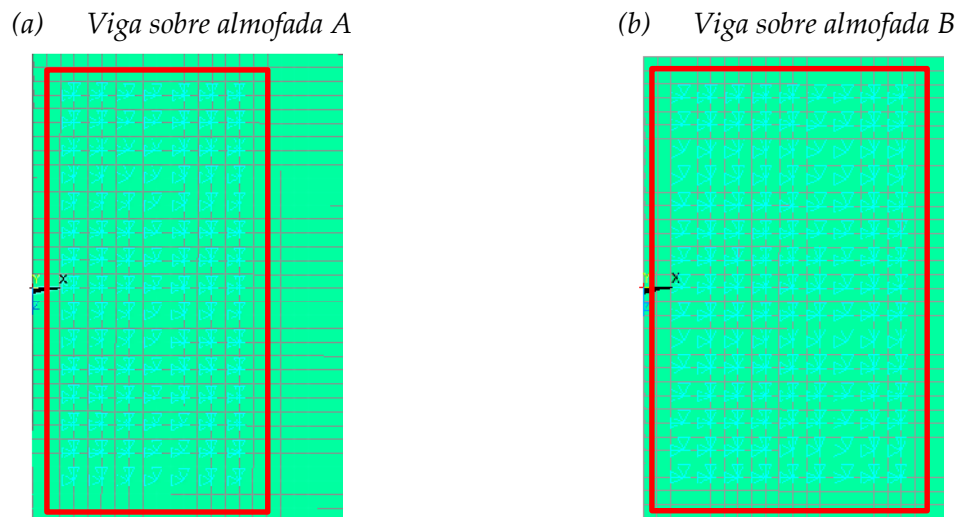
A mesa inferior da viga mede 0,68 m. A dimensão do maior lado das almofadas A e B é 0,60 m. Dessa forma, tem-se uma folga de 40 mm de cada lado. As linhas tracejadas azuis, na Figura 62, representam as dimensões das almofadas, cujas grelhas rígidas (linhas cheias vermelhas) são divididas em espaços de 40 mm.

Figura 62 – Esquema das dimensões ( $\cdot 10^{-2}$  m) das almofadas e da viga



Fonte: Autor (2017).

Figura 63 – Nós coincidentes da viga com as almofadas A e B



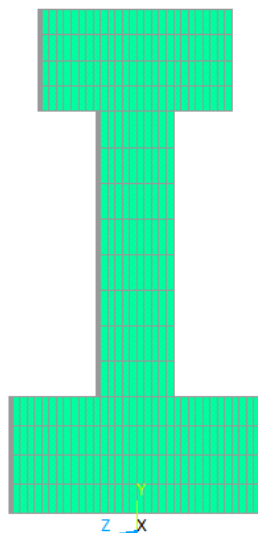
Fonte: ANSYS (2017).

Para modelar a viga, adotou-se o elemento tridimensional SOLID65. A Figura 64 apresenta a malha da seção transversal da viga. Longitudinalmente, adotou-se, na região dos apoios, uma malha mais refinada e, na região do arco da viga, uma malha menos discretizada, conforme estudo de refinamento da malha apresentado na Seção 3.5.1.

Na condição de viga sobre apoios, inicialmente, o único carregamento que atua na estrutura é o peso próprio, que foi aplicado pelo comando de inércia do ANSYS. Foram realizadas diferentes análises, que serão apresentadas com mais detalhes na sequência, tendo sido considerada em todas a não linearidade geométrica. Em casos de instabilidade lateral, a consideração de grandes deslocamentos é de extrema importância para bem representar o problema.

Em todas as análises realizadas, foram adotados três valores de resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), a saber: 27,5; 45 e 90 MPa. Os módulos de elasticidade inicial do concreto adotados para a viga foram respectivamente: 29370; 37570 e 53130 MPa.

Figura 64 – Malha da seção transversal da viga



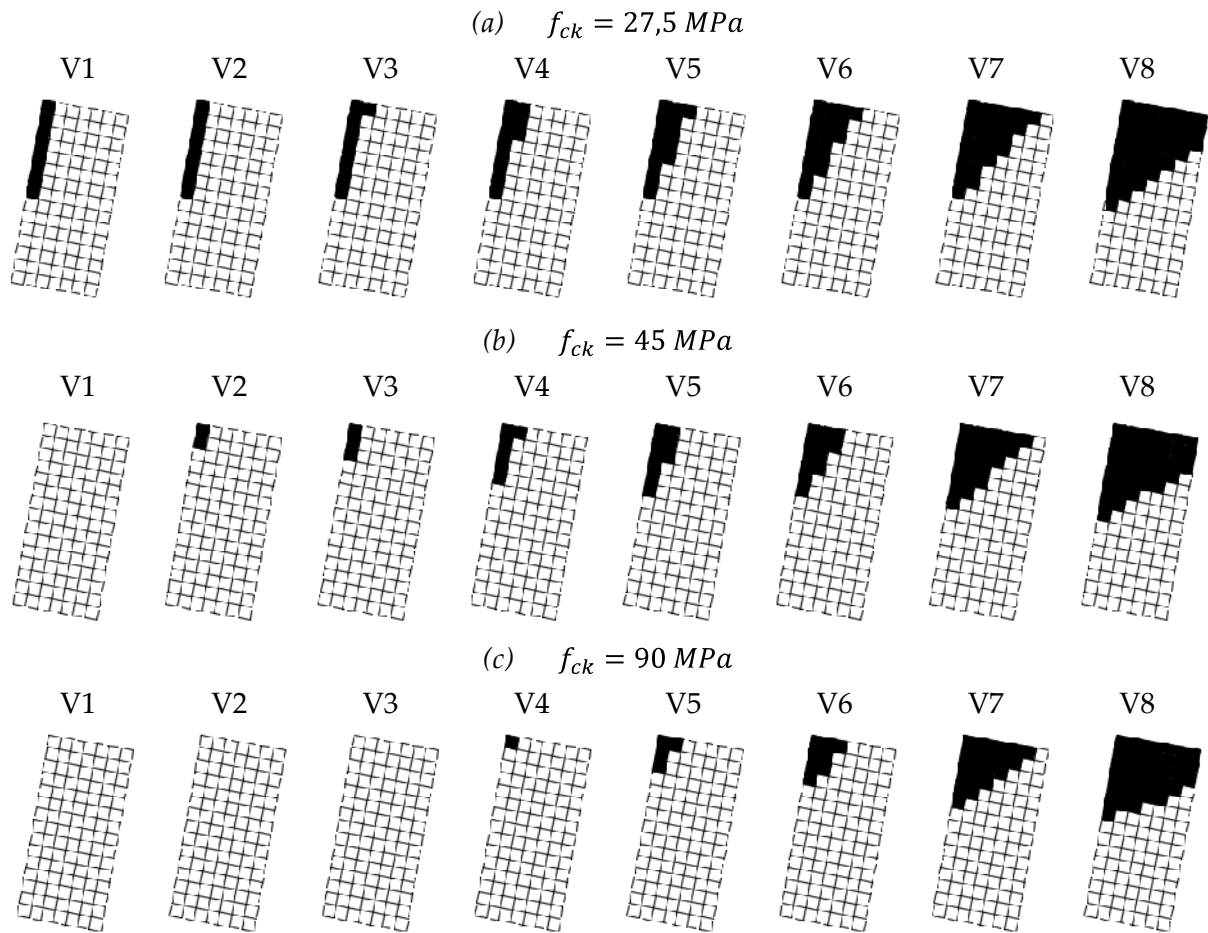
Fonte: ANSYS (2017).

### 6.2.3 Análise não linear geométrica

Inicialmente, foi feita uma análise estática considerando a não linearidade geométrica que é necessária para simular o efeito exclusivo de compressão nas molas do modelo simplificado das almofadas. Dessa análise, foram obtidas as reações de apoio nas molas para cada uma das oito vigas analisadas, para cada um dos três  $f_{ck}$  avaliados e para cada almofada considerada. Nas Figuras 65 e 66, a área hachurada representa a região em que não há reação de apoio, ou seja, a perda de contato entre a viga e a almofada. Nota-se ainda o deslocamento da reação de apoio vertical na almofada elastomérica, saindo da região central, devendo ser analisados os efeitos decorrentes desta ação.

A resistência característica do concreto confere segurança à perda de contato entre a viga e a almofada. À medida que o  $f_{ck}$  aumentou para 90 MPa, percebe-se que não houve perda de contato entre as vigas V1, V2 e V3 e a almofada A, o que não foi verificado para valores menores de  $f_{ck}$ . Ainda, para o caso mais crítico representado pela viga V8, há um ganho de 6% em área da almofada que efetivamente resiste ao giro de corpo rígido da viga quando se compara a região hachurada na Figura 65 para esta viga com  $f_{ck} = 27,5$  MPa e  $f_{ck} = 90$  MPa.

Figura 65 – Perda de contato na almofada A



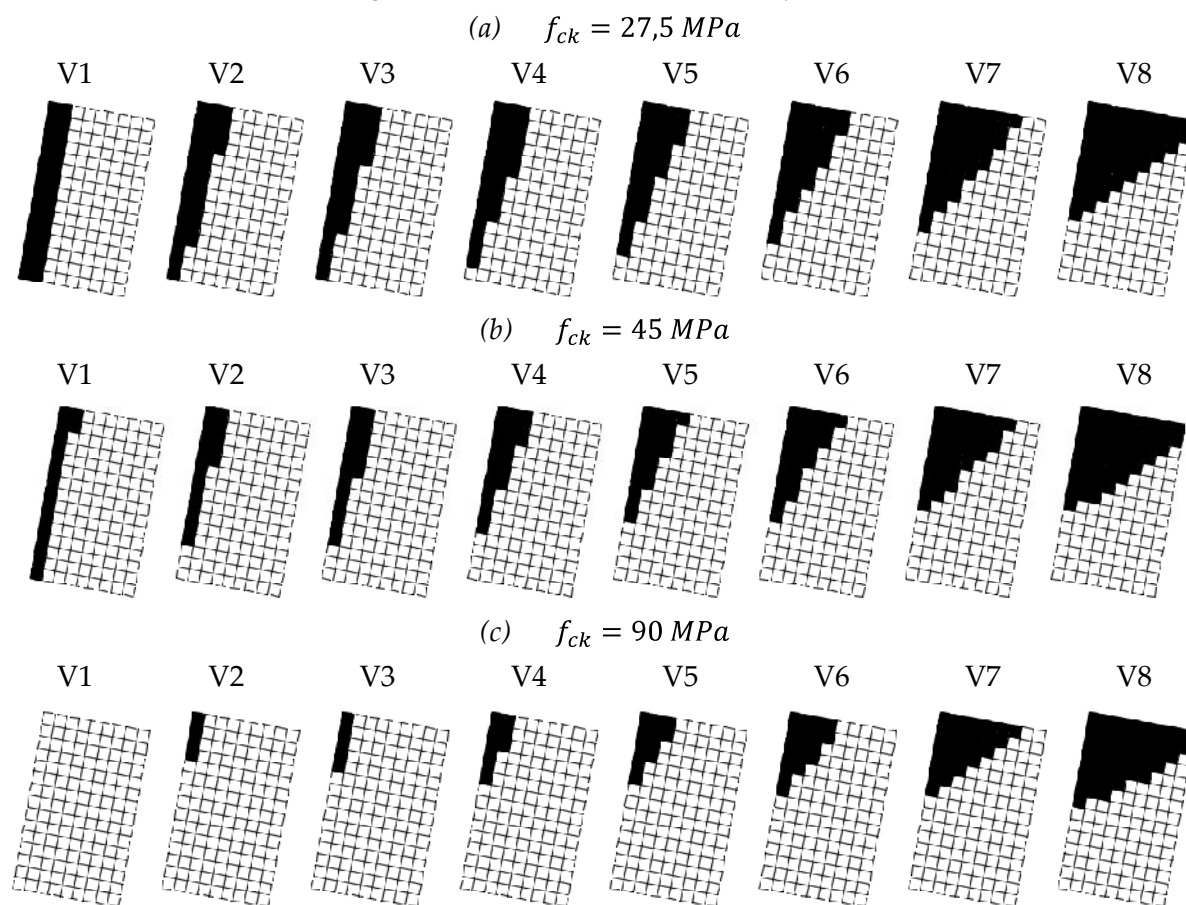
Fonte: Autor (2017).

Como visto para a almofada A, também percebe-se que, para a almofada B, a resistência característica do concreto da viga julga um papel importante da estabilidade do elemento quanto ao tombamento. Valores mais elevados de  $f_{ck}$  reduzem a perda de contato entre a viga e almofada e, assim, uma maior área da almofada trabalha efetivamente no equilíbrio de corpo rígido.

Tomando por referência a viga V3, cuja excentricidade inicial foi considerada como o limite estabelecido pelo *PCI (2000)*, para  $f_{ck} = 27,5 \text{ MPa}$ , tem-se uma perda de contato em 23% da área da almofada; para  $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ , esse valor reduz para 13%; e para  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ , tem-se uma área da almofada de 3,7% em que não há contato com a viga.

Analogamente para a viga V7, que apresenta imperfeição inicial próxima ao limite do *Model Code (2010)*, com  $f_{ck} = 27,5 \text{ MPa}$ , há uma perda de contato em, aproximadamente, 32% da área da almofada; para  $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ , em 27% da almofada não há contato com a viga; e, por fim, com  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ , esse valor reduz para, aproximadamente, 21%.

Figura 66 – Perda de contato na almofada B



Fonte: Autor (2017).

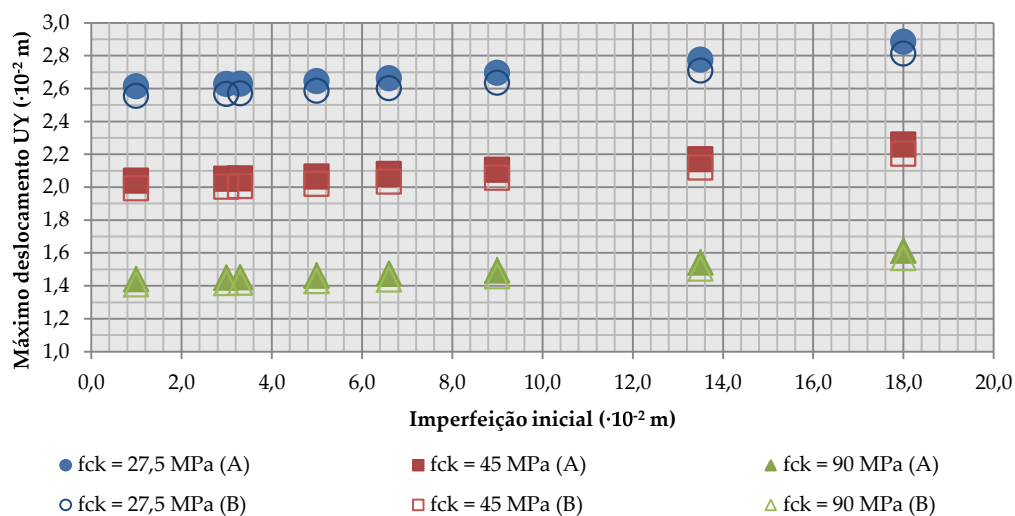
Os deslocamentos verticais e horizontais obtidos são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 29 e 30 e nas Figuras 67 e 68.

Tabela 29 – Máximo deslocamento vertical

VIGA	$e_i$ ( $\cdot 10^{-2} \text{ m}$ )	Máximo deslocamento vertical ( $\cdot 10^{-2} \text{ m}$ )					
		Almofada A			Almofada B		
		27,5 MPa	45 MPa	90 MPa	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa
V1	1,0	2,6121	2,0372	1,4399	2,5534	1,9920	1,4084
V2	3,0	2,6263	2,0492	1,4497	2,5667	2,0011	1,4173
V3	3,2	2,6288	2,0512	1,4514	2,5694	2,0053	1,4189
V4	5,0	2,6446	2,0643	1,4618	2,5846	2,0177	1,4286
V5	6,6	2,6621	2,0786	1,4730	2,6016	2,0315	1,4393
V6	9,0	2,6939	2,1048	1,4933	2,6332	2,0560	1,4582
V7	13,5	2,7738	2,1691	1,5415	2,7083	2,1174	1,5047
V8	18,0	2,8825	2,2584	1,6131	2,8112	2,2010	1,5696

Fonte: Autor (2017).

Figura 67 – Máximos deslocamentos verticais



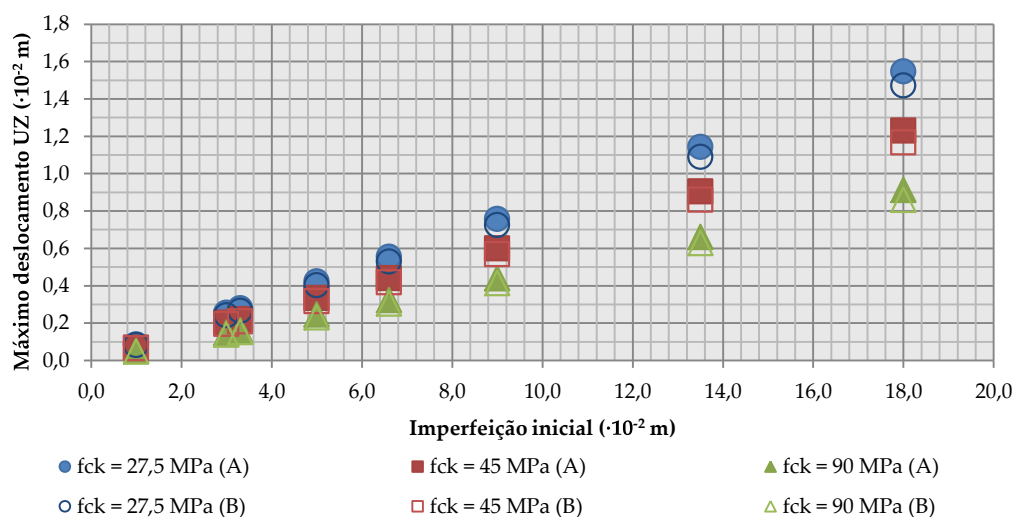
Fonte: Autor (2017).

Tabela 30 – Máximo deslocamento horizontal

VIGA	$e_i$ ( $\cdot 10^{-2}$ m)	Máximo deslocamento vertical ( $\cdot 10^{-2}$ m)					
		Almofada A			Almofada B		
		27,5 MPa	45 MPa	90 MPa	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa
V1	1,0	0,0854	0,0677	0,0498	0,0815	0,0639	0,0466
V2	3,0	0,2537	0,2006	0,1477	0,2412	0,1953	0,1384
V3	3,2	0,2789	0,2206	0,1624	0,2653	0,2087	0,1521
V4	5,0	0,4215	0,3334	0,2453	0,4014	0,3157	0,2301
V5	6,6	0,5550	0,4389	0,3225	0,5290	0,4164	0,3036
V6	9,0	0,7567	0,5989	0,4399	0,7243	0,5675	0,4142
V7	13,5	1,1427	0,9042	0,6608	1,0887	0,8588	0,6274
V8	18,0	1,5456	1,2298	0,9129	1,4708	1,1654	0,8589

Fonte: Autor (2017).

Figura 68 – Máximos deslocamentos horizontais



Fonte: Autor (2017).



De modo geral, percebe-se que o aumento da rigidez à compressão da almofada, proporcionado ao utilizar a almofada B, levou a deslocamentos verticais pouco menores em todos os casos. Ainda, mais uma vez, percebe-se aqui que a influência da resistência do concreto é também benéfica, uma vez que reduziu em quase duas vezes os máximos deslocamentos verticais medidos na seção transversal do meio do vão da viga.

Mais uma vez, percebe-se que o aumento da resistência do concreto e a utilização de uma almofada de maior rigidez à compressão (almofada B) conferiram menores deslocamentos horizontais à viga no meio de seu vão. O efeito das imperfeições iniciais foi sentido mais fortemente nos deslocamentos horizontais que nos verticais. Percebe-se, pela *Figura 68*, que a variação do deslocamento horizontal em relação à variação da imperfeição inicial foi maior para as vigas que apresentavam maiores deslocamentos laterais iniciais.

## 6.2.4 Análise não linear geométrica e física

Na situação de pré-serviço, espera-se que a viga não esteja fissurada. No entanto, na prática, sabe-se que é possível que a viga fissure devido aos esforços decorrentes do manuseio e do transporte até seu local definitivo. Ainda, mesmo quando a viga está sobre as almofadas de apoio, as tensões geradas no concreto devido ao giro de corpo rígido e ao tombamento da viga podem levar à fissuração e perda da capacidade resistente.

Assim, a fim de representar a perda da capacidade resistente da viga e o comportamento não linear do concreto, foi realizada uma análise não linear física no *ANSYS*. Utilizou-se o modelo *concrete* próprio do elemento *SOLID65*. A curva tensão  $\times$  deformação foi obtida pela definição de seis pontos cujas coordenadas foram calculadas através de equações paramétricas que relacionam a resistência característica do concreto e seu módulo de elasticidade inicial ou tangente.

Para utilizar o modelo *concrete* no *ANSYS*, foi necessário definir quatro parâmetros relativos ao comportamento do concreto tracionado. Os dois primeiros referem-se à tensão de cisalhamento transferida para a fissura aberta e fechada. Para essas variáveis, foram adotados os valores de 0,2 e 1,0, respectivamente. Os dois parâmetros restantes relacionam-se com as tensões de fissuração e de esmagamento do concreto para os quais foram definidos os valores de um décimo da resistência do concreto e  $(-1,0)$ , respectivamente.

As análises não lineares com  $f_{ck} = 27,5 \text{ MPa}$  não convergiram. Dessa forma, não se obtiveram resultados para nenhuma das oito vigas avaliadas. Para as análises com concreto de  $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ , as soluções convergiram para todas as vigas, exceto V7 e V8. O programa computacional *ANSYS* não encontrou equilíbrio para essas duas vigas. Para  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ , obtiveram-se resultados para as oito excentricidades avaliadas. Mais uma vez, a resistência e rigidez do concreto conferem segurança à estrutura e levam ao equilíbrio da viga face à estabilidade lateral.

São analisados aqui apenas os deslocamentos. O comportamento da reação de apoio manteve-se o mesmo daquele verificado pela análise não linear geométrica.

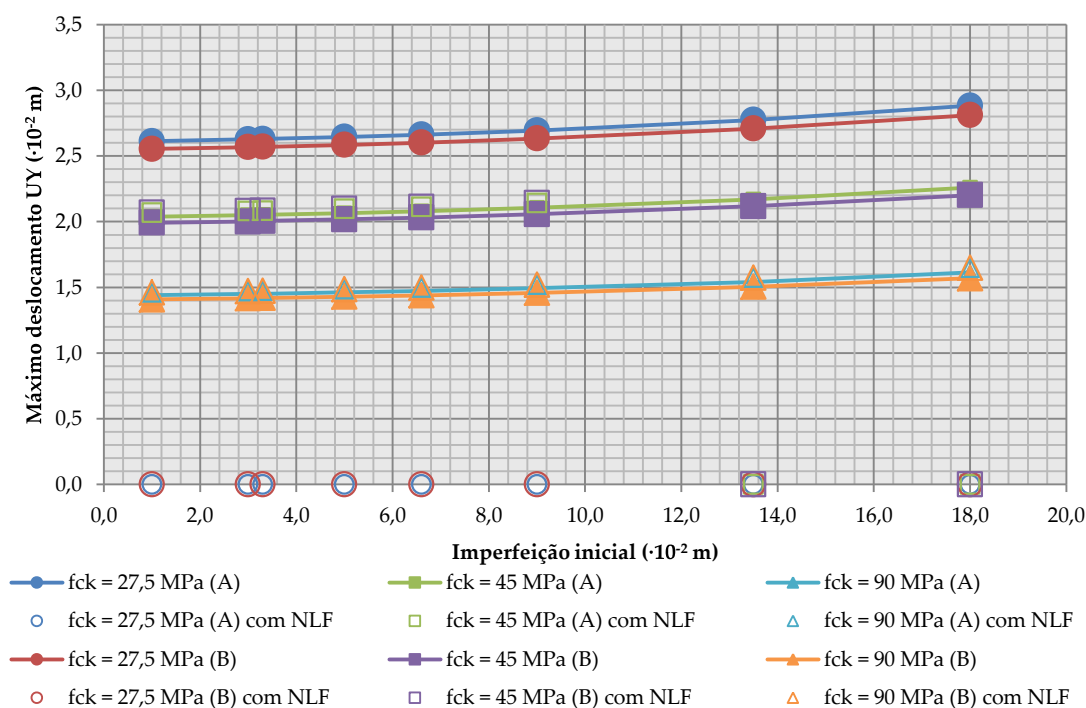
As Tabelas 31 e 32 apresentam os máximos deslocamentos vertical e lateral, respectivamente, medidos no meio do vão da viga após análise não linear física. As Figuras 69 e 70 apresentam, além desses deslocamentos, os já apresentados na Seção 6.2.3.

Tabela 31 – Máximo deslocamento vertical com análise não linear física

VIGA	$e_i$ ( $\cdot 10^{-2}$ m)	Máximo deslocamento vertical ( $\cdot 10^{-2}$ m)					
		Almofada A			Almofada B		
		27,5 MPa	45 MPa	90 MPa	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa
V1	1,0	---	2,0685	1,4618	---	2,0255	1,4319
V2	3,0	---	2,0809	1,4720	---	2,0374	1,4412
V3	3,2	---	2,0831	1,4737	---	2,0394	1,4428
V4	5,0	---	2,0971	1,4848	---	2,0527	1,4531
V5	6,6	---	2,1126	1,4968	---	2,0677	1,4646
V6	9,0	---	2,1411	1,5187	---	2,0946	1,4850
V7	13,5	---	---	1,5724	---	---	1,5357
V8	18,0	---	---	1,6479	---	---	1,6055

Fonte: Autor (2017).

Figura 69 – Máximos deslocamentos verticais com análise não linear física



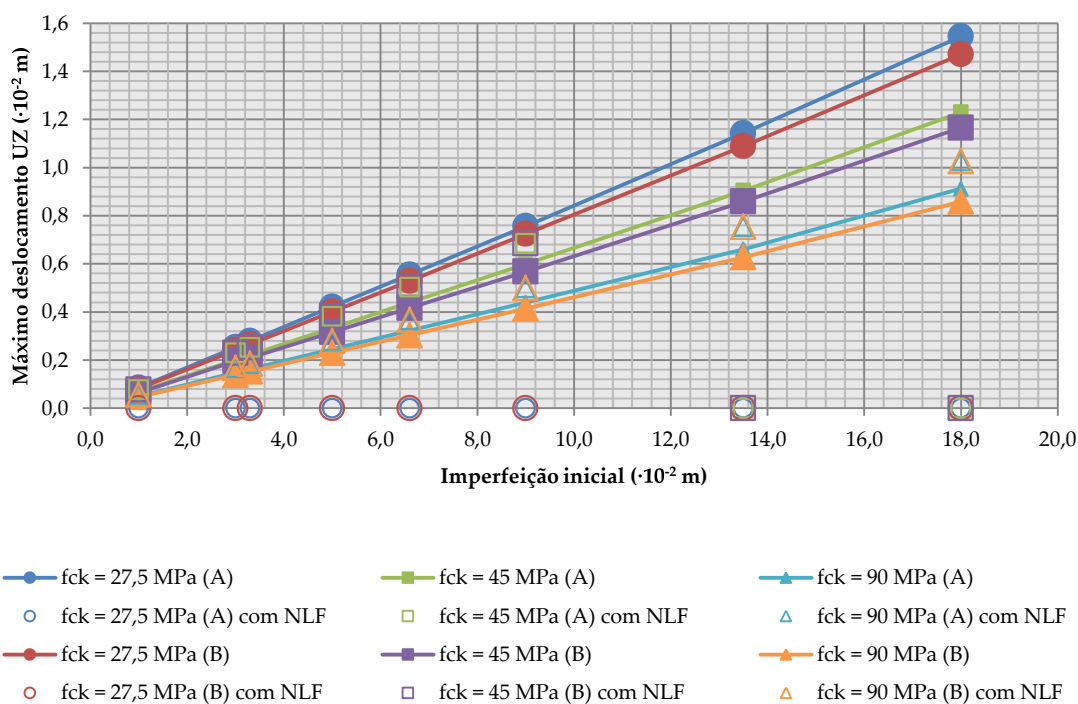
Fonte: Autor (2017).

Tabela 32 – Máximo deslocamento horizontal com análise não linear física

VIGA	$e_i$ ( $\cdot 10^{-2}$ m)	Máximo deslocamento vertical ( $\cdot 10^{-2}$ m)					
		Almofada A			Almofada B		
		27,5 MPa	45 MPa	90 MPa	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa
V1	1,0	---	0,0775	0,0566	---	0,0736	0,0534
V2	3,0	---	0,2299	0,1679	---	0,2188	0,1585
V3	3,2	---	0,2527	0,1846	---	0,2406	0,1742
V4	5,0	---	0,3820	0,2788	---	0,3638	0,2635
V5	6,6	---	0,5026	0,3666	---	0,4798	0,3475
V6	9,0	---	0,6854	0,4995	---	0,6534	0,4736
V7	13,5	---	---	0,7541	---	---	0,7161
V8	18,0	---	---	1,0273	---	---	0,9721

Fonte: Autor (2017).

Figura 70 – Máximos deslocamentos horizontais com análise não linear física



Fonte: Autor (2017).

Os deslocamentos verticais e horizontais máximos medidos após a análise não linear física foram maiores que os obtidos na análise não linear geométrica. Essa diferença foi pequena, porém mais acentuada na direção horizontal, ao se comparar com os deslocamentos verticais. Para a viga V7, essa diferença foi de 14%, quando se compara os deslocamentos horizontais no meio do vão obtidos apenas com a análise não linear geométrica e os obtidos considerando as não linearidades física e geométrica. Mantém-se a contribuição da maior resistência característica do concreto e o efeito mais importante do aumento das imperfeições geométricas iniciais nos deslocamentos horizontais que nos verticais.

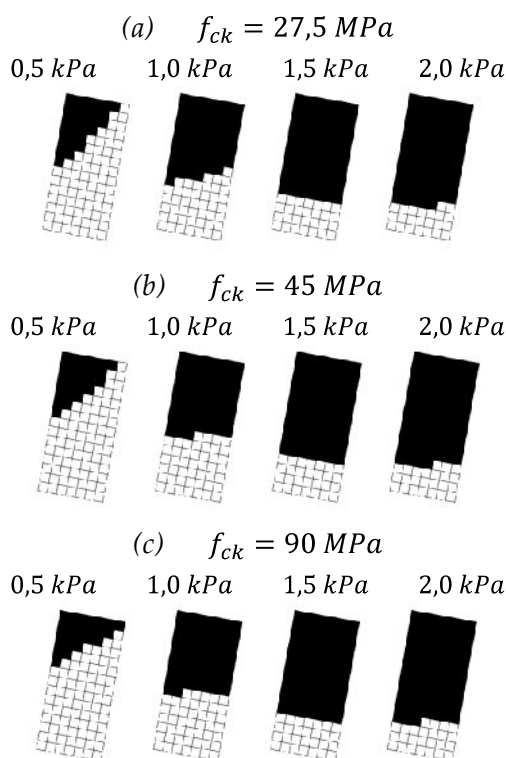
## 6.2.5 Vento

Sabe-se que, em condições de pré-serviço, embora não seja desejável, podem ocorrer carregamentos provenientes do vento em diferentes magnitudes e direções. Assim, analisou-se a ocorrência de vento na viga *AASHTO Tipo IV* sobre as almofada de elastômero A e B levando-se em conta as não linearidades geométrica e física e três valores para a resistência característica do concreto.

Para representar o esforço gerado pelo vento, foi considerada uma força horizontal atuando na direção da excentricidade inicial da viga V3. *Plaut e Moen (2014)* adotaram uma pressão de 2,4 kPa correspondente ao vento de velocidade básica 45 m/s. Neste trabalho, adotou-se uma pressão de 2,0 kPa, que corresponderia a uma velocidade básica de 37,5 m/s, e a força resultante correspondente foi aplicada de forma simplificada na extremidade da mesa superior da viga no meio do vão. O esforço total do vento (88 kN) foi aplicado em quatro passos de carga, para que se obtivesse o comportamento da estrutura sujeita a diferentes pressões do vento: 0,5 kPa; 1,0 kPa; 1,5 kPa e 2,0 kPa.

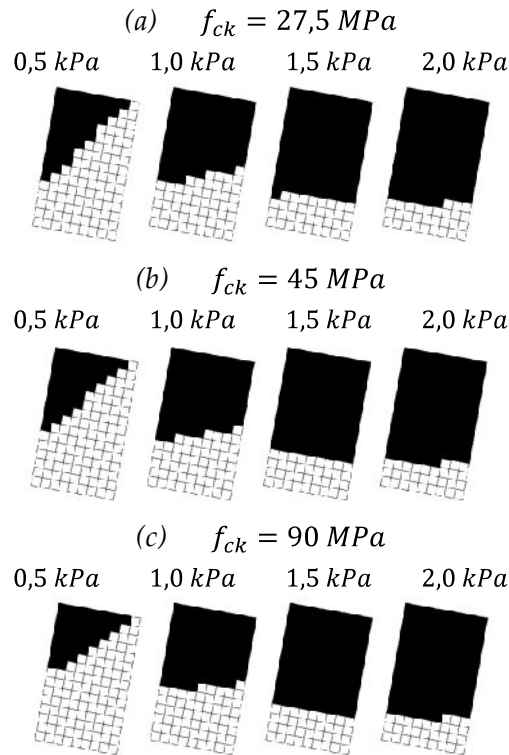
As Figuras 71 e 72 apresentam o comportamento das almofadas A e B, respectivamente, considerando a viga *AASHTO Tipo IV* com excentricidade de 32 mm (V3). A área hachurada representa a região em que não há reação de apoio na almofada, ou seja, a região em que não há contato entre a viga e a almofada.

Figura 71 – Perda de contato na viga V3 sobre almofada A com atuação do vento



Fonte: Autor (2017).

Figura 72 – Perda de contato na viga V3 sobre almofada B com atuação do vento



Fonte: Autor (2017).

Como visto nas análises previamente apresentadas, mais uma vez, a rigidez da viga desempenha um papel importante face à sua estabilidade. O vento representou um esforço adicional significativo à estabilidade da viga sobre a almofada A. A perda de contato foi muito maior quando comparada à situação apresentada na Seção 6.2.3, quando apenas o peso próprio atuava na estrutura.

Para a viga V3 sobre a almofada A, a atuação do vento em sua totalidade levou a uma perda de contato em 77% da área da almofada para  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ . Quando apenas o peso próprio atua, não houve perda de contato entre a viga e a almofada verificada para esse valor de resistência característica do concreto.

Nesse sentido, é importante mencionar o limite de compressão da almofada fretada, cujo valor é  $11 \text{ MPa}$ . Assim, é interessante verificá-lo para a situação mais desfavorável: viga V3 com  $f_{ck} = 27,5 \text{ MPa}$  sujeita a vento de pressão igual a  $2,0 \text{ kPa}$ .

$$\sigma_{c,lim} = \frac{N}{A} \rightarrow A = \frac{N}{\sigma_{c,lim}}$$

Onde:  $\sigma_{c,lim}$  é a tensão de compressão limite na almofada, igual a  $11 \text{ MPa}$ ;

$N$  é o esforço normal que atua na almofada; neste caso, temos que todo peso próprio da viga encontra-se sobre duas almofada, ou seja, o esforço normal é metade do peso próprio

da viga que vale, aproximadamente, 208 kN;

A é a área que está sendo solicitada da almofada.

O valor de  $A$  é, aproximadamente,  $1,89 \cdot 10^{-2} m^2$ . A almofada possui  $1,68 \cdot 10^{-1} m^2$  e sua área foi discretizada, no modelo simplificado, em 105 regiões de área igual a  $1,60 \cdot 10^{-3} m^2$ . Assim, a área  $A$  que está sendo solicitada da almofada corresponde a 12 regiões no modelo simplificado. Portanto, como pode ser visto na *Figura 71*, no último caso de pressão do vento igual a 2,0 kPa e  $f_{ck} = 27,5 MPa$ , ainda na condição mais desfavorável para a viga V3 sobre a almofada A, foi possível estabelecer o equilíbrio e a estabilidade da viga e atender o limite de compressão da almofada fretada, pois a região da almofada que está sendo solicitada corresponde a 23 regiões, ou seja,  $3,68 \cdot 10^{-2} m^2$ .

Fazendo a mesma análise do limite de compressão da almofada fretada para a almofada B (*Figura 72*) em sua situação mais solicitada, percebe-se que aqui também esse limite é atendido. Sua situação mais crítica ocorre quando a pressão do vento que atua corresponde a 2,0 kPa. Neste caso, uma área de  $4,80 \cdot 10^{-2} m^2$  (23 regiões) ainda efetivamente trabalha para garantir a estabilidade da viga e evitar seu tombamento, valor este que é superior aos  $1,89 \cdot 10^{-2} m^2$  necessários para que o limite de compressão seja atendido.

As Tabelas 33 e 34 e a *Figura 73* apresentam os máximos deslocamentos verticais obtidos na viga V3 para as quatro pressões de vento analisadas, considerando o comportamento não linear físico do concreto. A pressão de vento igual a 0,0 kPa corresponde à atuação exclusiva do peso próprio.

Tabela 33 – Máximo deslocamento vertical na viga V3

VENTO (kPa)	Máximo deslocamento vertical na viga V3 ( $\cdot 10^{-2} m$ )					
	Almofada A			Almofada B		
	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa
0,0	2,6288	2,0512	1,4514	2,5694	2,0053	1,4189
0,5	2,7307	2,1333	1,5159	2,6731	2,0899	1,4841
1,0	2,9161	2,2907	1,6459	2,8536	2,2396	1,6073
1,5	3,3357	2,6463	1,9591	3,2299	2,5699	1,8867
2,0	3,6436	2,9236	2,1936	3,5258	2,8309	2,1549

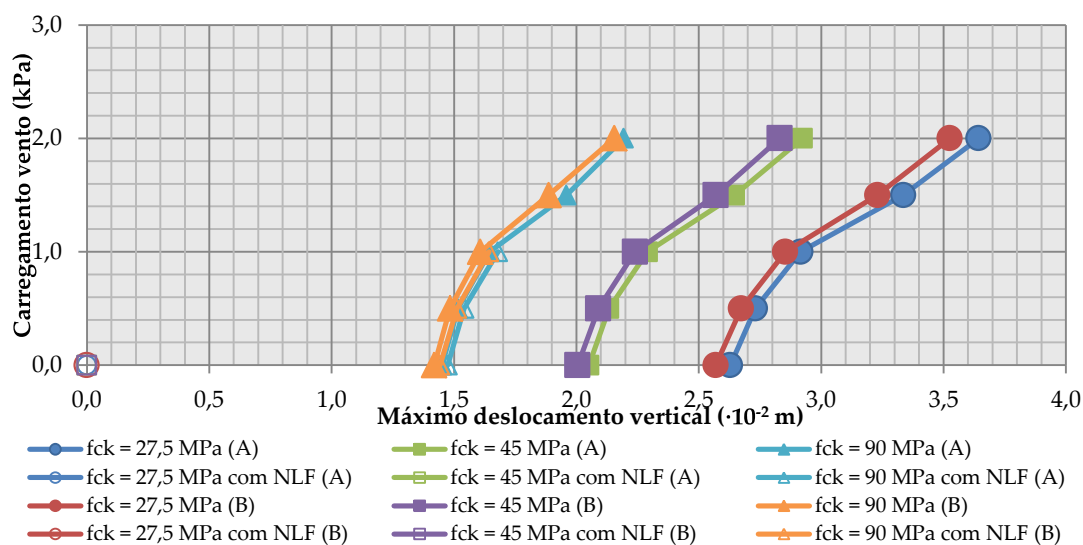
Fonte: Autor (2017).

Tabela 34 – Máximo deslocamento vertical na viga V3 com análise não linear geométrica e física

VENTO (kPa)	Máximo deslocamento vertical na viga V3 ( $\cdot 10^{-2} m$ )					
	Almofada A com NLF			Almofada B com NLF		
	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa
0,0	---	---	1,4737	---	---	1,4428
0,5	---	---	1,5417	---	---	1,5118
1,0	---	---	1,6792	---	---	1,6425
1,5	---	---	---	---	---	---
2,0	---	---	---	---	---	---

Fonte: Autor (2017).

Figura 73 – Máximo deslocamento vertical na viga V3



Para a viga V3 com  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$  e pressão de vento de  $1,0 \text{ kPa}$ , o deslocamento horizontal obtido considerando as não linearidades geométrica e física foi em torno de 12% superior ao obtido apenas com análise não linear geométrica.

As Tabelas 35 e 36 e a Figura 74 apresentam os máximos deslocamentos horizontais obtidos na viga V3 para as quatro pressões de vento analisadas, considerando o comportamento não linear físico do concreto. Os deslocamentos correspondentes à pressão de  $0,0 \text{ kPa}$  correspondem aos deslocamentos obtidos quando apenas o peso próprio atua na estrutura.

Tabela 35 – Máximo deslocamento horizontal na viga V3

VENTO (kPa)	Máximo deslocamento horizontal na viga V3 ( $\cdot 10^{-2} \text{ m}$ )					
	Almofada A			Almofada B		
	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa
0,0	0,2789	0,2206	0,1624	0,2653	0,2087	0,1521
0,5	1,5716	1,2321	0,8964	1,5314	1,2052	0,8721
1,0	3,2790	2,6313	1,9795	3,1590	2,5249	1,8936
1,5	6,5847	5,4408	4,4064	6,1245	5,1200	4,0513
2,0	9,0760	7,7171	6,3519	8,5190	8,2641	6,2044

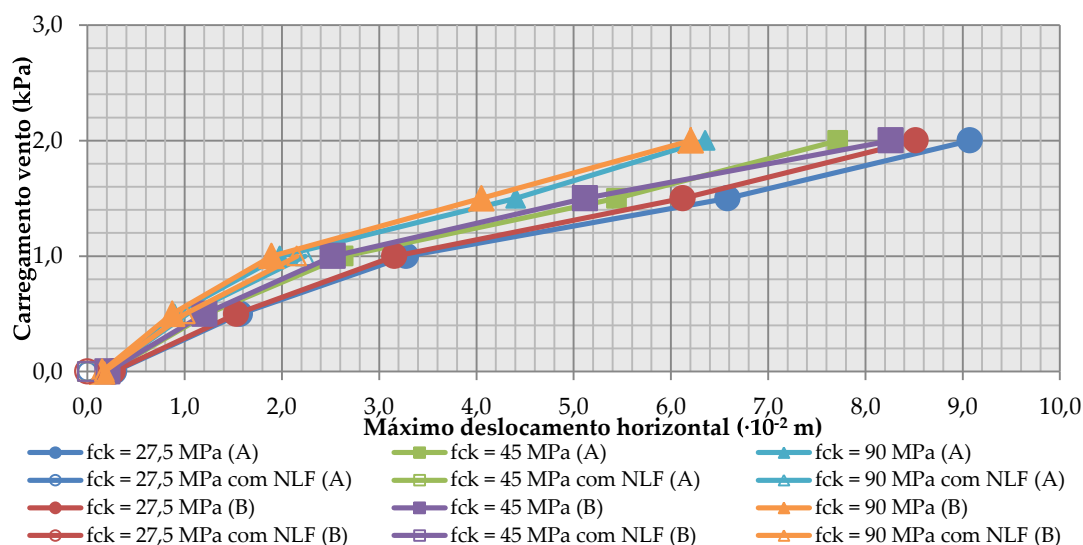
Fonte: Autor (2017).

Tabela 36 – Máximo deslocamento horizontal na viga V3 com análise não linear geométrica e física

VENTO (kPa)	Máximo deslocamento horizontal na viga V3 ( $\cdot 10^{-2} \text{ m}$ )					
	Almofada A com NLF			Almofada B com NLF		
	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa	27,5 MPa	45 MPa	90 MPa
0,0	---	---	0,1846	---	---	0,1742
0,5	---	---	1,0284	---	---	1,0064
1,0	---	---	2,2382	---	---	2,1547
1,5	---	---	---	---	---	---
2,0	---	---	---	---	---	---

Fonte: Autor (2017).

Figura 74 – Máximo deslocamento horizontal na viga V3



Fonte: Autor (2017).

A tendência observada nas análises de deslocamento anteriores mantém-se aqui. A influência do vento foi mais significativa no deslocamento horizontal, na direção do eixo de menor inércia da viga.

Para o içamento, existe um fator de segurança, já consolidado na literatura, igual a 4,0, ou seja, deve-se considerar no dimensionamento dos dispositivos de suspensão um esforço igual a quatro vezes o peso próprio da estrutura. Fazendo uma analogia desse mesmo valor de fator de segurança à situação da viga sobre apoios de elastômero, com relação ao limite de compressão da almofada fretada, teríamos:

$$\sigma_{c,lim} = \frac{N}{A} \rightarrow A = \frac{4 \cdot \left(\frac{P}{2}\right)}{\sigma_{c,lim}}$$

$$A = \frac{4 \cdot 208}{11000} \cong 7,57 \cdot 10^{-2} m^2$$

Assim, para que esse limite fosse atendido seria necessária uma área de  $7,57 \cdot 10^{-2} m^2$  da almofada, o que corresponde a 48 regiões no modelo simplificado adotado. Dessa forma, para a almofada A, das configurações de reação de apoio apresentadas na Figura 71, apenas aquelas que correspondem à pressão do vento de 0,5 kPa atenderiam o limite de compressão da almofada fretada. Para a almofada B, cujas reações de apoio são apresentadas na Figura 72, poderiam ser admitidos esforços de vento de até 1,0 kPa para atender o limite de compressão da almofada fretada.

Burgoyne e Stratford (2001) mencionam em seu trabalho um fator de segurança igual a 10,0 ( $P_{crit}/P$ ) para evitar o giro da viga em torno de seus apoios. Numa primeira análise, pode-se considerar o valor elevado para o fator de segurança. Os autores, porém, justificam

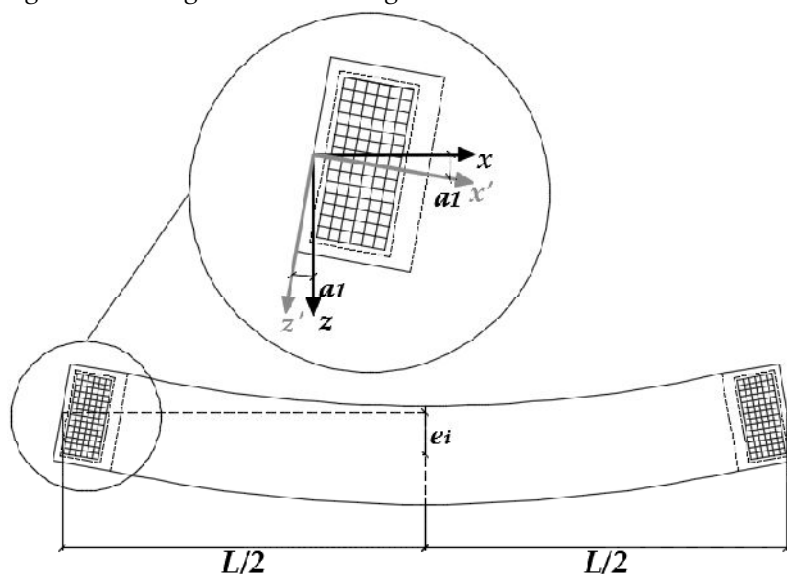


que as imperfeições geométricas iniciais, não consideradas durante o dimensionamento, podem induzir tensões adicionais à viga que podem ser evitadas pela escolha de uma almofada de apoio adequada.

### 6.2.6 Determinação da rigidez ao giro para diferentes ângulos de excentricidade da almofada

A viga AASHTO Tipo IV foi analisada com oito diferentes valores de excentricidade inicial como apresentado na Tabela 26. Cada viga foi modelada como um arco e, a cada arco, foi associado um ângulo inicial ( $a_1$ ), como apresenta a Figura 75.

Figura 75 – Ângulo inicial na viga com excentricidade lateral inicial



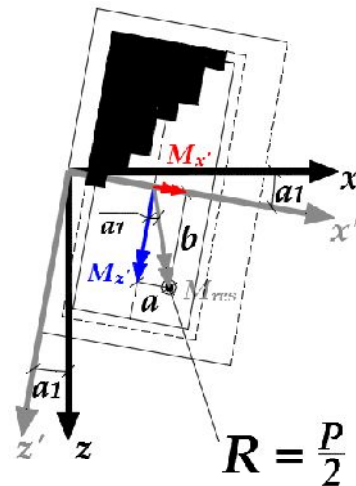
Fonte: Autor (2017).

Assim, em relação aos eixos originais ( $x$  e  $z$ ), surgem dois novos eixos obtidos ( $x'$  e  $z'$ ) rotacionando os anteriores de  $a_1$ . Como a resultante da reação de apoio na almofada se encontra deslocada em relação aos eixos  $x'$  e  $z'$ , são gerados dois momentos fletores em torno desses eixos ( $M_{x'}$  e  $M_{z'}$ ), como apresenta a Figura 76.

O primeiro passo consiste em determinar o valor dos momentos fletores. Conhecendo as reações em cada mola do modelo simplificado, foi possível determinar a posição da resultante da reação de apoio na almofada e, assim, obter o valor dos braços de momento ( $a$  e  $b$ ) apresentados na Figura 76 e o valor dos momentos fletores.

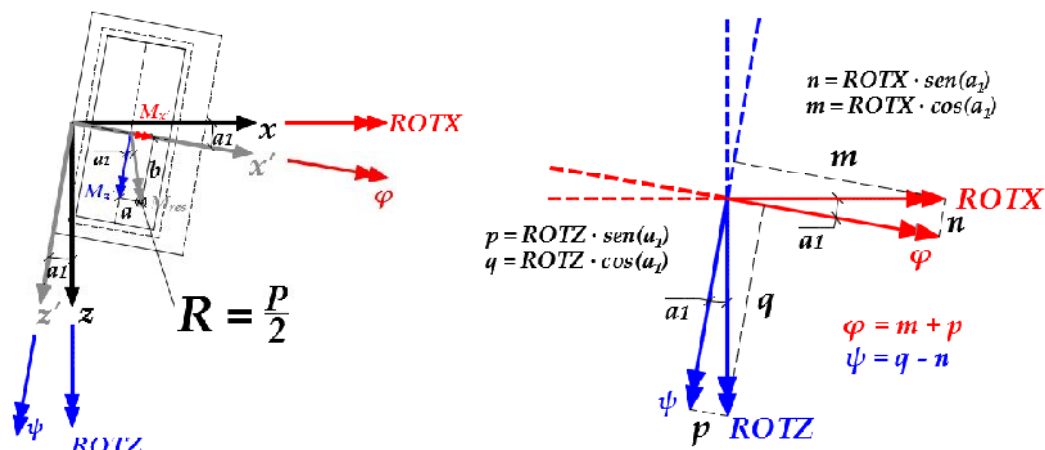
Em seguida, procedeu-se à determinação das rotações nas direções dos eixos  $x'$  e  $z'$ . Como resultado do modelo numérico, foram obtidas do ANSYS as rotações em  $x$  (ROTX) e em  $z$  (ROTZ). Com essas rotações, foram calculadas suas componentes nos eixos  $x'$  e  $z'$ , a fim de obter a rotação  $\psi$  no eixo  $z'$  e a rotação  $\varphi$  no eixo  $x'$ , como apresenta a Figura 77.

Figura 76 – Momentos fletores gerados pela reação de apoio na almofada



Fonte: Autor (2017).

Figura 77 – Rotações nos eixos  $x'$  e  $z'$



Fonte: Autor (2017).

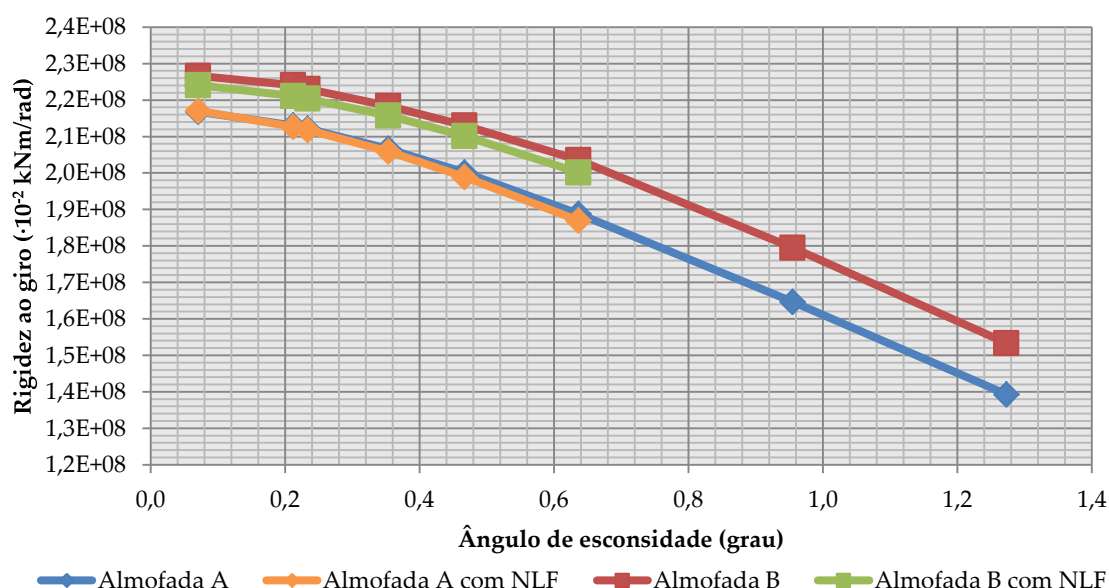
Com os valores de momento e rotação nos eixos  $x'$  e  $z'$ , foram obtidos o momento e a rotação resultante para cada uma das oito vigas analisadas. A rigidez ao giro na condição de almofada esconsa foi determinada fazendo o quociente entre o momento resultante a rotação resultante.

Os coeficientes de rigidez ao giro foram calculados para as oito vigas com  $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$  e considerando os resultados de reação de apoio obtidos apenas com a análise não linear geométrica e também os obtidos com a análise não linear física. A Tabela 37 e a Figura 78 apresentam as rigidezes ao giro obtidas para cada viga e considerando ou não a não linearidade física do concreto. Não há resultados para as vigas V7 e V8, pois a solução não convergiu no modelo numérico dessas vigas quando o valor da resistência característica do concreto foi igual a  $45 \text{ MPa}$ .

Tabela 37 – Rigidezes ao giro obtidas para as vigas com  $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ 

VIGA	ÂNGULO $\alpha_1$ (grau)	RIGIDEZ AO GIRO ( $\cdot 10^{-2} \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ )			
		Almofada A	Almofada B	Almofada A com NLF	Almofada B com NLF
V1	0,071	2,17E + 08	2,27E + 08	2,17E + 08	2,24E + 08
V2	0,212	2,13E + 08	2,24E + 08	2,13E + 08	2,21E + 08
V3	0,233	2,12E + 08	2,23E + 08	2,12E + 08	2,20E + 08
V4	0,354	2,07E + 08	2,18E + 08	2,06E + 08	2,16E + 08
V5	0,467	2,00E + 08	2,13E + 08	1,99E + 08	2,10E + 08
V6	0,637	1,89E + 08	2,04E + 08	1,87E + 08	2,00E + 08
V7	0,955	1,65E + 08	1,79E + 08	---	---
V8	1,273	1,39E + 08	1,53E + 08	---	---

Fonte: Autor (2017).

Figura 78 – Rigidez ao giro  $\times$  ângulo de escuridade da almofada

Fonte: Autor (2017).

Como esperado, maiores ângulos de escuridade levaram a menores valores de coeficiente de rigidez ao giro da almofada. A atuação de momentos fletores nas duas direções da almofada reduz a capacidade da almofada de resistir ao giro de corpo rígido da viga e prejudica a estabilidade lateral tendo em vista o tombamento da viga. Comparando a viga V3 com a viga V8, percebe-se uma redução de, aproximadamente, 30% na rigidez ao giro desta em relação ao daquela. Os ângulos de escuridade considerados neste trabalho são pequenos, uma vez que são decorrentes das imperfeições geométricas, mas no caso de vigas curvas, a influência deste parâmetro torna-se de fato significativa.

Vale ressaltar que *Burgoyne e Stratford (2001)* afirmaram em seu trabalho que a rigidez necessária para a almofada de apoio pode ser facilmente calculada e deve ser especificada adequadamente em projeto. Entretanto, devido à alta e complexa interação das imperfeições

geométricas da viga, desalinhamento dos apoios e modos de flambagem, é desejável que se tenha uma grande reserva de segurança (e, por isso, o alto fator de segurança recomendado pelos autores) da rigidez à rotação dada pelas almofadas de apoio. Ainda, é preciso ter cuidado e ater-se ao posicionamento centralizado da viga sobre o aparelho de apoio.

As análises desenvolvidas neste capítulo permitem quantificar o efeito combinado de parâmetros como imperfeição geométrica inicial, rigidez da viga, atuação do vento e os efeitos não lineares físicos do concreto. Por fim, percebeu-se que a estabilidade lateral da viga foi beneficiada pelo aumento da rigidez do concreto, como era esperado, e que a atuação do vento reduziu consideravelmente a região de contato entre a viga e a almofada. A fissuração, levada em conta pela análise não linear física, prejudicou o equilíbrio e a estabilidade da viga para todos os valores de imperfeições iniciais quando utilizou-se  $f_{ck} = 27,5 \text{ MPa}$ . Para  $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ , os modelos numéricos das vigas com os dois maiores valores de imperfeições iniciais não encontraram equilíbrio, enquanto que para  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$ , foi possível chegar ao equilíbrio em todas as situações analisadas.

## CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

---

### 7.1 CONCLUSÕES

O estudo da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto é importante nas fases transitórias, pois a viga pode estar sujeita a esforços típicos dessa fase que não foram previstos no seu dimensionamento. Foram registrados na literatura casos de acidentes relacionados com a estabilidade de vigas sobre apoios deformáveis que levaram a tombamento e colapso desses elementos. O assunto tratado neste trabalho revela-se, assim, de extrema importância para a segurança durante o manuseio da viga e contra o seu tombamento. As principais conclusões das análises realizadas são apresentadas na sequência.

A determinação da carga crítica durante o içamento e quando a viga encontra-se sobre apoios deformáveis e indeformáveis a torção revelou ser um parâmetro importante para estimar a segurança da estrutura. Dos casos analisados neste trabalho, a suspensão com cabos retos e balanços e a situação da viga sobre apoios indeformáveis a torção mostraram ser os casos mais benéficos para a segurança da estrutura.

No estudo da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas durante o içamento, destacaram-se esforços e deslocamentos na direção do eixo de menor inércia. Preocupa, nas vigas esbeltas, seu comportamento face à baixa rigidez no eixo de menor inércia. A utilização de cabos inclinados no içamento pode levar a deslocamentos horizontais até 22% maiores daqueles obtidos utilizando-se cabos retos. Das variáveis analisadas, a presença ou ausência de balanços foi a mais importante. A suspensão sem balanços pode provocar um aumento no momento fletor na direção do eixo de menor inércia de até 2,35 vezes e deslocamentos horizontais 87% maiores quando se compara com a suspensão com balanços iguais a 5% do comprimento total da viga. Vale ressaltar que, para vigas protendidas, o comprimento dos balanços deve ser reduzido, tendo em vista as tensões e suas consequências na fissuração.

No caso da viga sobre apoios deformáveis e entre eles destacam-se as almofadas de elastômero, sabe-se que a almofada trabalha melhor e é mais solicitada na região próxima ao seu centro, como foi visto na distribuição de rigidezes no modelo simplificado adotado neste trabalho. Ainda sobre o modelo simplificado do elastômero, sua utilização permitiu

considerar, a partir da rigidez à compressão, o comportamento global da almofada, inclusive relativamente à sua rigidez ao giro. A direção de aplicação do momento na almofada quando há momentos fletores atuando nas duas direções interfere na sua rigidez para aparelhos de apoio retangulares que é o caso mais usual.

Das análises realizadas com a viga *AASHTO Tipo IV* sobre as almofadas de dimensões padronizadas A e B, concluiu-se que:

- (a) Na análise não linear geométrica, o aumento da resistência característica do concreto e, conseqüentemente, da rigidez da viga, levou a menores deslocamentos e a menores áreas de perda de contato entre a viga e a almofada. Para a viga V3, que apresenta o limite de excentricidade inicial máxima  $L/1000$  estabelecido pelo *PCI (2000)*, sobre a maior almofada (B), um aumento de duas vezes para o  $f_{ck}$  (de 45 para 90 MPa) levou a redução de, aproximadamente, 10% em área de perda de contato entre a viga e almofada. Para a viga V7 com imperfeição inicial próxima ao limite de  $L/300$  estabelecido pelo *Model Code (2000)*, a utilização de um  $f_{ck}$  duas vezes maior (de 45 para 90 MPa) produziu uma redução da perda de contato em 6% de área da almofada;
- (b) A consideração do comportamento não linear geométrico e físico do concreto mostrou que, para o menor valor de resistência do concreto, o modelo numérico não encontrou equilíbrio; para o valor intermediário de resistência do concreto, também isso ocorreu para os dois maiores valores de imperfeições iniciais; e, para o maior valor de resistência do concreto, foi possível chegar ao equilíbrio em todos os valores de imperfeições iniciais. Os deslocamentos obtidos com análise não linear geométrica e física foram superiores aos obtidos somente com análise não linear geométrica. Para a viga V7 com  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$  sobre a almofada B, essa diferença chegou a 14% para os deslocamentos horizontais no meio do vão;
- (c) A consideração da atuação do vento mostrou ser uma condição muito mais desfavorável em termos de perda de contato entre a viga e a almofada, quando comparada com apenas o carregamento do peso próprio, uma vez que altera a posição da reação de apoio no elastômero para satisfazer o equilíbrio. Para a viga V3 com  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$  sobre a almofada A, a atuação do vento em sua totalidade produziu perda de contato em 76% da área da almofada, ao passo que não houve perda de contato registrada quando apenas o peso próprio atuava na viga. Com relação aos deslocamentos horizontais, para a viga V3 com  $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$  sobre as almofadas A e B, a consideração da não linearidade física representou um aumento em torno de 12% nesses deslocamentos no meio do vão;
- (d) É imprescindível certificar-se que a área comprimida da almofada, reduzida da região com descolamento da viga (*lift off*), é capaz de atender ao seu limite máximo de compressão;
- (e) A rigidez ao giro da almofada decresceu à medida que a excentricidade da viga aumentou, ou seja, na medida em que maiores momentos fletores passaram a atuar nas

duas direções do aparelho de apoio. A presença de imperfeições geométricas iniciais gera um ângulo de escurvidade que interfere na rigidez ao giro da almofada; considerando como referência a viga V3 com imperfeição inicial limite  $L/1000$  estabelecida pelo *PCI (2000)*, valores de imperfeição inicial que superem até cinco vezes este limite (viga V8) podem ocasionar uma redução em torno de 30% na rigidez ao giro.

Finalmente, este trabalho mostra a importância de se considerar as imperfeições geométricas das vigas pré-moldadas longas e esbeltas nas análises de instabilidade durante a fase de manuseio. É necessário estar atento ao fato de que o aumento da curvatura no meio do vão, provocado pela presença das imperfeições iniciais, gera acréscimo de tensões na viga que normalmente não são consideradas durante o projeto. Essas tensões podem tornar-se significativas quando a rigidez do apoio for reduzida, sugerindo-se aqui trabalhar com um fator de segurança elevado por meio da escolha adequada da almofada de apoio. Em casos mais severos, as elevadas tensões podem gerar fissuração no concreto, reduzindo a rigidez da viga e provocando o colapso repentino.

## 7.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No decorrer do estudo sobre a estabilidade lateral de vigas sobre apoios deformáveis, percebeu-se que diversas variáveis podem influenciar a estabilidade e a segurança da viga sobre almofadas de apoio. Algumas dessas variáveis não foram consideradas neste trabalho, mas seguem como sugestão para trabalhos futuros.

Num contexto prático, verificam-se casos de erro de posicionamento da viga com a almofada, o que poderia ser levado em conta em modelos numéricos. Ainda, a curvatura vertical proveniente da aplicação de esforços de protensão e a presença de contraventamento temporários até a execução das ligações definitivas são variáveis que podem conferir à viga segurança nas fases transitórias e merecem ser avaliados.

## REFERÊNCIAS

---

ANSYS. v. 17.0. ANSYS, Inc.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE CONSTRUCAO INDUSTRIALIZADA. **Manual de pré-fabricados de concreto**. São Paulo, 1986.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto armado – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2006.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO). **Standard Specifications for Highway Bridges**. 16 ed. Washington, D.C., 1996.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – **ACI 318-14**: Building Code Requirements for Structural Concrete. Michigan, USA, 2014.

BAIRAN, J. M.; CLADERA, A. Collapse of a precast concrete beam for a light roof. Importance of elastomeric bearing pads in the element's stability. **Engineering Failure Analysis**, v. 39, p. 188-199, apr., 2014.

BURGOYNE, C. J.; STRATFORD, T. J. Lateral Instability of long-span prestressed concrete beams on flexible bearings. **The Structural Engineer**, v. 79, n. 6, p. 23-26, March 2001.

CARDOSO, M. T. S. A.; LIMA, M. C. V. Determinação numérica de rigidezes de almofada de apoio fretado em análise tridimensional no ANSYS. In: SIMPÓSIO DE MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA, 1., 2016, Curitiba. **Anais do 1º Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia**. Curitiba, PR: Setor de Tecnologia da UFPR, 2016. p. 46-51. Disponível em: <[https://drive.google.com/file/d/0B3tX\\_yH7DpclUlpXaklHTzdCZ2c/view](https://drive.google.com/file/d/0B3tX_yH7DpclUlpXaklHTzdCZ2c/view)>. Acesso em: 5 fev. 2017.

COJOCARU, R. **Lifting analysis of precast prestressed concrete beams**. 2012. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2012.



COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION. **NF EN 1992 (Français): Eurocode 2: Calcul des structures en béton.** CEN, Bruxelles, 2004.

CONSOLAZIO, G. R.; HAMILTON, H. R. **Lateral bracing of long-span Florida bulb-tee-girders.** Structures Research Report 2007/52290. University of Florida, Gainesville, jul., 2007.

CONSOLAZIO, G. R.; HAMILTON, H. R.; BEERY, M. S. **Experimental validation of bracing recommendations for long-span concrete girders.** Structure Research Report 2012/72909-74040. University of Florida, Gainesville, dec., 2012.

CORREIO DE UBERLÂNDIA. Acidente com viga na BR-365. Disponível em: <<http://www.correiodeuberlandia.com.br/fotos/acidente-com-viga-na-br-365/>>. Acesso em: 25 jun. 2015.

DUX, P.; KITIPORNCHAI, S. Buckling of Suspended I-Beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 7, p. 1877-1891, jul., 1990.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Model Code 2010: First Complete Draft.** v. 2, Switzerland, 2010.

FERREIRA, M. A. **Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto.** 1993. 183 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

FERREIRA, M. A. **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado.** 1999. 253 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

FLINT, A. R. The influence of restraints on the stability of beams. **The Structural Engineer**, v. 29, n. 9, p. 235-246, sep., 1951.

G1 SÃO PAULO. Queda de viga deixa um morto em obra do monotrilho, diz PM. Disponível em: <<http://g1.globo.com/sao-paulo/noticia/2014/06/queda-de-viga-deixa-um-morto-em-obra-do-monotrilho-diz-pm.html>>. Acesso em: 25 jun. 2015.

GIRIJA, K.; MENON, D. Reduction in flexural strength in rectangular RC beams due to slenderness. **Engineering Structures**, v. 33, n. 8, p. 2398-2406, aug., 2011.

GIRIJA, K.; MENON, D. **Influence of slab connection on slenderness effects in slender rectangular RC beams.** Disponível em: <[http://www.civil.mrt.ac.lk/ICSECM\\_2011/SEC-11-32.pdf](http://www.civil.mrt.ac.lk/ICSECM_2011/SEC-11-32.pdf)>. Acesso em: 08 abr. 2015.

HARPER, Z. S.; CONSOLAZIO, G. R. Calculation method for quantifying axial and roll stiffnesses of rectangular steel-reinforced elastomeric bridge bearing pads. **Journal of the Transportation Research Board**, n. 2331, p. 3-13, 2013.

HERRANDO, V. H. **Lateral stability analysis of long precast prestressed concrete beams**. 2015. 195 f. Dissertação (Màster Enginyeria d'Estructures i Construcció) – Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports, Barcelona, Espanha, 2015.

HILL, C.D.; DICK, J.S.; TADROS, M. K. PCI Advisory on I-Girder Stability during Handling and Construction. **ASPIRE**, p. 38-40, 2009.

HURFF, J.; KAHN, L. Lateral-Torsional Buckling of Structural Concrete Beams: Experimental and Analytical Study. **Journal of Structural Engineering**, v. 138, n. 9, p. 1138-1148, sep., 2012.

IMPER, R. R.; LAZLO, G. Handling and shipping of long span bridge beams. **PCI Journal**, v. 32, n. 6, p. 86-101, nov.-dec., 1987.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **JSCE-SSCS n° 15: Standard specifications for concrete structures**. Tokyo, 2007.

KALKAN, I.; HURFF, J. B. Experimental techniques for lateral stability testing of beams. **Experimental Techniques**, v. 39, n. 5, p. 36-47, sep.-oct., 2015.

KRAHL, P. A. **Instabilidade lateral de vigas pré-moldadas em situações transitórias**. 2014. 208 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

KRAHL, P. A.; CARRAZEDO, R.; EL DEBS, M. K. Lateral buckling analysis of precast UHPFRC beams. **4th International Symposium on Ultra-High Performance Concrete and High Performance Construction Materials**, v. 4, Kassel, Germany, 2016.

KRAHL, P. A.; LIMA, M. C. V.; EL DEBS, M. K. Recomendações para verificação da estabilidade lateral de vigas pré-moldadas em fases transitórias. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 8, n.6, p. 763-786, dec., 2015.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto – Princípios básicos da construção de pontes de concreto – volume 6**. 3. Ed. Rio de Janeiro: RJ, 1979. 256 p.

LIMA, M. C. V. **Instabilidade lateral das vigas pré-moldadas em regime de serviço e durante a fase transitória**. 1995. 181 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

LIMA, M. C. V. **Contribuição ao estudo da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas**. 2002. 179 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

LIMA, M. C. V.; EL DEBS, M. K. Numerical and experimental analysis of lateral stability in precast concrete beams. **Magazine of Concrete Research**, v. 57, n. 10, p. 635-647, dec., 2005.

LIMA, M. C. V.; EL DEBS, M. K. Análise da instabilidade lateral de duas vigas pré-moldadas protendidas. **Caderno de Engenharia de Estruturas**, v. 9, n. 37, p. 71-93, 2007.

MASSEY, C.; WALTER, K. R. The Lateral Stability of a Reinforced Concrete Beam Supporting a Concentrated Load. **Building Science**, v. 3, n. 3, p. 183-187, jan., 1969.

MAST, R. F. Lateral stability of long prestressed concrete beams – Part 1. **PCI Journal**, v. 34, n. 1, jan.-feb., 1989.

MAST, R. F. Lateral stability of long prestressed concrete beams – Part 2. **PCI Journal**, v. 38, n. 1, jan.-feb., 1993.

MAST, R. F. Lateral bending test to destruction of a 149 ft prestressed concrete I-beam. **PCI Journal**, v. 39, p.54-62, jul.-aug., 1994.

MAST, R. F. Analysis of cracked prestressed concrete sections: a practical approach. **PCI Journal**, v. 43, p.80-91, jul.-aug., 1998.

MOEN, C. D. Direct calculation of deflections and stresses in precast prestressed concrete beams during lifting. **PCI Convention**, Washington, DC, 2014.

MUSCARELLA, J. V.; YURA, J. A. **An experimental study on elastomeric bridge bearings with design recommendations**. Technical Report n. FHWA/TX-98/1304-3. Texas Department of Transportation. 1995.

OESTERLE, R. G.; SHEEHAN, M. J.; LOTFI, H. R.; CORLEY, W. G.; ROLLER, J. J. **Investigation of red mountain freeway bridge girder collapse**. Arizona Department of Transportation, Bridge Group, Skokie, Illinois. CTL Group Project No. 262291, nov., 2007.

PARK, J. S.; STALLINGS, J. M.; KANG, Y. J. Lateral-torsional buckling of prismatic beams with continuous top-flange bracing. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 60, n. 2, p. 147-160, feb., 2004.

**PCI Bridge Design Manual**, 2nd ed., Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL, 2003.

PCI Committee on Tolerances. PCI Tolerance Manual for Precast and Prestressed Concrete Construction. 1st ed. Chicago, IL: PCI, 2000.

PCI Design Handbook, 6<sup>th</sup> ed., Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL, 2004.

PINTO, R. C.; RAMALHO, M. A. Não linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado. **Caderno de Engenharia de Estruturas**, n. 19, p. 171-206, 2002.

PLAUT, R. H.; MOEN, C. D. **Theory and applications of the lifting of elastic, doubly symmetric, horizontally curved beams**. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA. Report No. CE/VPI-ST-11/04, dec., 2011.

PLAUT, R. H.; MOEN, C. D. Analysis of Elastic, Doubly Symmetric, Horizontally Curved Beams during Lifting. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 1, p. 39-46, jan., 2013.

PLAUT, R. H.; MOEN, C. D. Stability of unbraced concrete beams on bearing pads including wind loading. **Journal of Structural Engineering**, v. 69, p. 246-254, jun., 2014.

RACHID, M.; MORI, D. D. **Instabilidade: conceitos – aplicações na flambagem por flexão**. Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos. Departamento de Estruturas. São Carlos, 1989.

REVATHI, P. **Slenderness effects in reinforced concrete rectangular beams**. 2006. 170 f. Tese (Doctor of Philosophy) – Structural Engineering Division, Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology Madras, Chennai, 2006.

REVATHI, P.; MENON, D. Estimation of critical buckling moments in slender reinforced concrete beams. **ACI Structural Journal**, p. 296-303, mar.-apr., 2006.

REVATHI, P.; MENON, D. Slenderness effects in reinforced concrete beams. **ACI Structural Journal**, p. 412-419, jul.-aug., 2007.

SANTOS, L. M. **Estado limite último de instabilidade**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo, 1987.

STITH, J. C. **Predicting the behavior of horizontally curved I-girders during construction**. Tese (Doctor of Philosophy) – University of Texas at Austin, EUA, 2010.

STRATFORD, T. J.; BURGOYNE, C. J. Lateral stability of long precast concrete beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Structures and Bridges**, v. 124, p. 169-180, may, 1999.

STRATFORD, T. J.; BURGOYNE, C. J.; TAYLOR, H. P. J. Stability design of long precast concrete beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Structures and Bridges**, v. 134, p. 159-168, may, 1999.

STRATFORD, T. J.; BURGOYNE, C. J. The toppling of hanging beams. **International Journal of Solids and Structures**, v. 37, n. 26, p. 3569-3589, jun., 2000.

SWANN, R. A.; GODDEN, W. G. The lateral buckling of concrete beams lifted by cables. **The Structural Engineer**, v. 44, p.21-33, 1966.

TRAHAIR, N. S. **Flexural-Torsional Buckling of Structures**. 1993.

TREMBLAY, R.; MITCHELL, D. Collapse during Construction of a Precast Girder Bridge. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, v. 20, n. 2, p. 113-125, may, 2006.

VIDOT-VEGA, A. L.; POSSIEL, B.; ROBINSON, B.; KOWALSKY, M. J.; GABR, M. A. Evaluation of rotational stiffness of elastomeric bearing pad-anchor bolt connections on deep foundation bents. **Journal of Bridge Engineering**, v. 14, p. 487-495, nov., 2009.

VT LIFTING ANALYSIS. **VT Lifting Analysis** spreadsheet. Download Metric units <<http://vtechworks.lib.vt.edu/handle/10919/23722>>, US units <<http://vtechworks.lib.vt.edu/handle/10919/23723>>, at the Virginia Tech Library's VTechWorks institutional repository, 2013.

YAZDANI, N.; EDDY, S.; CAI, C. S. Effect of bearing pads on precast prestressed concrete bridges. **Journal of Bridge Engineering**, v. 5, p. 224-232, aug., 2000.