

CÉSAR ABRAHÃO PEREIRA MELO

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM
VEÍCULO DA CATEGORIA PREMIUM SOB A
TÉCNICA DE MULTICORPOS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2017

CÉSAR ABRAHÃO PEREIRA MELO

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO DA CATEGORIA PREMIUM SOB A TÉCNICA DE MULTICORPOS

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-graduação em Engenharia Mecânica
da Universidade Federal de Uberlândia,
como parte dos requisitos para a obtenção
do título de **MESTRE EM ENGENHARIA
MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos
Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Junior.
Coorientador: Prof. Dr. José Antônio
Ferreira Borges.

UBERLÂNDIA – MG

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

M528e
2017

Melo, César Abrahão Pereira, 1987-

Estudo do comportamento dinâmico de um veículo da categoria premium sob a técnica de multicorpos / César Abrahão Pereira Melo. - 2017.

113 f. : il.

Orientador: Valder Steffen Junior.

Coorientador: José Antônio Ferreira Borges.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses.
2. Automóveis - Dinâmica - Teses.
3. Testes de vibração - Teses. I. Steffen Junior, Valder. II. Borges, José Antônio Ferreira. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

*Dedico este trabalho a Deus, meu Salvador,
a quem eu louvo por colocar em minha mente
e em minha boca as palavras certas, que
desejas de mim somente um coração
humilde e sincero, para então encher o meu
coração com a tua sabedoria.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelas oportunidades e inúmeras bênçãos, possibilitando as minhas conquistas e a conclusão desta dissertação. Agradeço por tudo o que o Senhor tem feito em minha vida.

Aos meus pais Ademir e Lúcia, pelo amor, pela educação que tive, pelas orações que fizeram e que intercederam por mim a Deus, para me proteger e dar coragem diante das dificuldades. Agradeço por cuidarem de mim e serem bons exemplos ao longo da minha vida, pois cresci aprendendo as coisas do bem com eles.

Às minhas irmãs Dani e Maíra, que são a melhor e mais forte ligação que tenho com a minha história, que me ajudam a não me esquecer de onde vim e nem do que realmente importa nesta vida, eu agradeço pelo amor que sempre me deram.

À Adriana, minha namorada, um anjo de Deus que me acompanha em todos os meus desafios e me dá todos os dias a oportunidade de me conhecer melhor, me reencontrar e de ser uma pessoa cada dia melhor.

Ao Gael, meu sobrinho, por trazer alegria para a minha família e por permitir que laços familiares ficassem mais apertados.

Uma mensagem de agradecimento especial aos meus verdadeiros amigos, por estarem sempre presentes na minha vida e torcerem por mim, pois uma amizade sincera é para sempre. Não importa a distância, no coração estarão sempre perto.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este Curso.

Ao CNPq, CAPES, Fapemig através do INCT-EIE pelo suporte financeiro parcial do trabalho.

Aos professores do programa de Pós-Graduação da FEMEC/UFU, pela excelência no ensinamento de engenharia.

Tenho, ainda, muito orgulho de ter trabalhado com o meu orientador, professor Valder Steffen Junior, a quem eu sou muito grato por ter me acolhido e acreditado na proposta da pesquisa e por estar sempre à disposição e empenhado para que o trabalho fosse desenvolvido da melhor maneira. Tamanha é a sua dedicação e competência. Para mim é um exemplo de professor e de pessoa. Ao meu coorientador, professor José Antônio Ferreira Borges, cujas contribuições foram fundamentais para a definição do tema deste trabalho, compartilhando a sua experiência e também me ensinando tópicos importantes da dinâmica de veículos.

Aos amigos e colegas de profissão pelo apoio e contribuição direta no trabalho desenvolvido, em especial ao Uilian Almeida e Claudio Fernandes, pela imensa ajuda, apoio e conhecimento transmitido. Aos amigos Alexandre Ramos, Caio de Faria, João Paulo Sabioni, Rodrigo Santos, Said Rocha, César Loschi, Rudinixon Bitencourt e a todos os outros que, mesmo não citados aqui, gostaria de dividir o sucesso dos resultados obtidos nessa pesquisa.

Por último gostaria de expressar aqui meu agradecimento especial à empresa Siemens PLM Software por todo o suporte técnico que tive em meus estudos. Sou particularmente grato a Márcio Tokita, pessoa chave que concedeu parte do seu tempo para me dar ensinamentos de modelagem virtual, Lucas Fernando Cósper pela tamanha dedicação oferecida e conhecimento transmitido, Emerson Umbinger e Rodrigo Fraga pelo suporte, e a André de Oliveira e Fábio Orefice pelo apoio e por tudo aquilo que aprendi com eles.

MELO, C. A. P., **Estudo do Comportamento Dinâmico de um Veículo da Categoria Premium sob a Técnica de Multicorpos**, 2017. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

Os sistemas de suspensão automotivos são projetados para permitir que o condutor tenha controle total do veículo. Esses sistemas devem garantir com eficiência o isolamento de vibração para o interior do automóvel, a aderência entre os pneus e o solo e a estabilidade do veículo durante a execução de manobras que envolvam mudança de direção. Neste trabalho foi conduzida uma investigação experimental sobre o comportamento dinâmico de um veículo de passeio da categoria *hatch compacto premium*. Manobras específicas de *handling* e *ride* foram consideradas nos testes físicos, a fim de avaliar a resposta do sistema de direção e o conforto dos passageiros. *Handling* se refere ao modo como o veículo se comporta durante a execução de manobras de mudança de direção e *ride* se relaciona à forma como a suspensão do veículo responde as irregularidades de pista durante o ato de dirigir. O trabalho de pesquisa contempla a definição de uma metodologia aplicada ao desenvolvimento de um modelo completo de veículo, através do método de multicorpos. Na modelagem matemática, a maioria dos componentes de suspensão foram considerados como rígidos, visto que as deformações elásticas são suficientemente pequenas, podendo assim serem consideradas desprezíveis. No entanto, é considerada a presença de alguns elementos flexíveis, em particular a barra estabilizadora e o eixo de torção, que se revelam essenciais na tentativa de construção de um modelo capaz de reproduzir adequadamente os efeitos não lineares. Nesse sentido, a barra estabilizadora foi representada como um corpo flexível, com o objetivo de incluir a sua não linearidade geométrica no modelo. Já a modelagem do eixo de torção foi baseada em uma técnica de cossimulação que utiliza um *solver* de multicorpos e um *solver* externo de elementos finitos para análise não linear. Simulações do comportamento dinâmico foram realizadas a fim de verificar a abrangência do modelo e correlação com os dados experimentais. O estudo de *ride* é apresentado enfatizando a métrica necessária para quantificar o conforto do veículo, de acordo com a norma ISO 2631-1. Os dados coletados experimentalmente foram processados no domínio da frequência e do tempo utilizando o software *LMS Test.Lab*. O processo de construção e simulação do modelo virtual foi realizado

utilizando o *software LMS Virtual.Lab Motion* para a simulação de multicorpos e o *LMS Samcef MECANO* para a simulação de elementos finitos.

Palavras-Chave: *Ride, Handling, Testes Experimentais, Modelagem de Multicorpos, Simulação Virtual.*

MELO, C. A. P., **Study of the Dynamic Behavior of a Subcompact Premium Car under Multibody Technique**, 2017. Master Thesis, Federal University of Uberlandia, Brazil.

Abstract

Automotive suspension systems are designed to allow the driver full control of the vehicle. These systems must efficiently ensure the vibration insulation of the car cabin, the tire grip on the road and the vehicle's stability during turning maneuvers. In this study, an experimental investigation of the dynamic behavior of a subcompact premium car was conducted. Typical ride and handling maneuvers were considered in the physical tests in order to evaluate the steering response and passengers comfort. Vehicle handling refers to the way that the vehicle performs during turning maneuvers, and ride to how the vehicle suspension responds to the track irregularities during the act of driving. This work describes the methodology used for the development of a full vehicle model through the multibody method. In mathematical modeling, the majority of vehicle suspension components were included in the model as rigid bodies, due to the fact the elastic deformations are sufficiently small and hence negligible. However, there is the presence of some flexible elements, in particular the stabilizer bar and the twist beam, which are essential in the attempt to build a model capable of properly reproducing the nonlinear effects. Accordingly, the stabilizer bar was represented as a flexible body, in order to include geometric non-linearity into the model. The modeling of the twist beam was based on a co-simulation technique that uses a multibody solver and an external nonlinear solver for finite element method analysis. Dynamic behavior simulations were performed to verify the scope of the model and correlated with the experimental data. The ride comfort study was carried out emphasizing the required metric to quantify the vehicle comfort according to ISO 2631-1. The data collected were processed and analyzed in frequency and time domain using the LMS Test.Lab software. The building and simulation of the virtual model was performed using the LMS Virtual.Lab Motion software for the multibody simulation and LMS Samcef MECANO software for the finite element simulation.

Keywords: Ride, Handling, Experimental Tests, Multibody Modelling, Simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Obtenção da estrutura otimizada a partir da configuração original do chassis (PINTO FILHO, 2004)	4
Figura 1.2 - Modelo parcial do veículo considerando um modelo de pneu do tipo Fiala, proposto no trabalho de Leal (2008)	5
Figura 1.3 - Representação esquemática do fenômeno Plysteer (CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BORRACHA, 2016)	7
Figura 1.4 - Representação esquemática da Conicidade de um pneu (CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BORRACHA, 2016)	7
Figura 1.5 - Ângulos de convergência e divergência das rodas dianteiras. Figura adaptada de Jazar (2008)	12
Figura 1.6 - Configuração positiva e negativa da cambagem na roda dianteira de um carro. Figura adaptada de Jazar (2008)	12
Figura 1.7 - Configuração positiva e negativa do Caster na roda dianteira de um carro. Figura adaptada de Jazar (2008)	13
Figura 1.8 - Custo das modificações nas etapas de desenvolvimento do produto. Figura adaptada de Catálogo Siemens PLM (2013)	17
Figura 2.1 - Aspectos importantes da dinâmica veicular. Figura adaptada de Catálogo Siemens PLM (2013)	21
Figura 2.2 - Graus de liberdade associados a um corpo rígido sem restrições (BLUNDELL; HARTY, 2004)	22
Figura 2.3 - Representação esquemática de um conjunto de n partículas (RADE, No prelo)	25
Figura 2.4 - Modelo da barra estabilizadora da suspensão dianteira constituído por 46 elementos de viga	42
Figura 2.5 - Presença de bucha entre elementos de viga adjacentes. Figura adaptada de Sinokrot (2011b)	43
Figura 2.6 - Geração automática da malha do modelo do eixo de torção no <i>Simcenter 11</i> ..	45

Figura 2.7 - Modelo em elementos finitos do eixo de torção da suspensão traseira, mostrando o detalhe dos pontos rígidos criados.....	46
Figura 2.8 - Forças que aparecem no ponto de acoplamento do modelo. Figura adaptada de Sinokrot (2011b)	47
Figura 2.9 - Fluxograma do processo de cossimulação. Figura adaptada de Sinokrot (2013)	48
Figura 2.10 - Modelo da suspensão dianteira e sistema de direção, mostrando os principais componentes do subsistema	51
Figura 2.11 - Características definidoras da barra estabilizadora, buchas e juntas da suspensão dianteira e sistema de direção	52
Figura 2.12 - (a) Representação esquemática do funcionamento de um amortecedor viscoso; (b) Diagrama $F_a \times x$ de um amortecedor (RADE, No prelo)	52
Figura 2.13 - Diagrama $F_a \times x$ do amortecedor dianteiro	53
Figura 2.14 - Curva de rigidez do batente superior da suspensão dianteira.....	54
Figura 2.15 - Curva de rigidez do batente interno do amortecedor dianteiro	55
Figura 2.16 - Modelo da suspensão traseira do tipo <i>Twist beam</i>	56
Figura 2.17 - Diagrama $F_a \times x$ do amortecedor traseiro	57
Figura 2.18 - Curva de rigidez do batente superior da suspensão traseira.....	57
Figura 2.19 - Curva de rigidez do batente interno do amortecedor traseiro	58
Figura 2.20 - Recorte da carta de parâmetros do modelo de pneu, mostrando as alterações realizadas nos fatores de escala para os coeficientes LMUY e LKY	60
Figura 2.21 - Modelo completo do veículo construído no <i>Virtual.Lab Motion</i>	60
Figura 3.1 - Resposta de um carro passando sobre um obstáculo do tipo lombada (CATÁLOGO SIEMENS PLM, 2013)	63
Figura 3.2 - Vista do pneu passando por um obstáculo do tipo tira de impacto (APRESENTAÇÃO MICHELIN, 2001)	64
Figura 3.3 - Obstáculos para reprodução de uma entrada de deslocamento vertical para os pneus.....	64
Figura 3.4 - Curvas de tolerância do corpo humano na direção vertical (FERNANDES; FERNANDES, 2000).....	65
Figura 3.5 - Curvas de tolerância do corpo humano nas direções longitudinal e transversal (FERNANDES; FERNANDES, 2000).....	66
Figura 3.6 - Obstáculos da pista para reprodução de uma entrada de deslocamento vertical para os pneus	66

Figura 3.7 - Sinal temporal da vibração na região dos pés do condutor em resposta a passagem do veículo pelos obstáculos do tipo tira de impacto	67
Figura 3.8 - Ângulo de esterçamento do volante e aceleração lateral ao longo do tempo na manobra <i>Swept Steer</i>	68
Figura 3.9 - Ângulo de esterçamento do volante e aceleração lateral ao longo do tempo na manobra <i>On-Center</i>	69
Figura 3.10 - Ângulo de esterçamento do volante e aceleração lateral ao longo do tempo para a manobra <i>Impulsive Steer</i>	70
Figura 3.11 - PSD do ângulo de esterçamento do volante para cada tipo de manobra	70
Figura 4.1 - Eixos coordenados de referência do corpo humano na posição sentado: 1- encosto do banco / 2- superfície de assento do banco / 3- Pés (ISO 2631-1, 1997)	73
Figura 4.2 - Resultados em banda de 1/3 de oitava da análise de conforto para o eixo Z medido no assoalho do veículo próximo aos pés do condutor.....	74
Figura 4.3 - Resultados em banda de 1/3 de oitava da análise de conforto para o eixo X medido no assoalho do veículo próximo aos pés do condutor.....	75
Figura 4.4 - Resultados em banda de 1/3 de oitava da análise de conforto para o eixo Y medido no assoalho do veículo próximo aos pés do condutor.....	76
Figura 4.5 - Curvas de ponderação em frequência para vibração transmitida ao corpo inteiro. Fonte adaptada de ISO 2631-1 (1997)	77
Figura 4.6 - Curvas de Ponderação determinadas pela norma ISO 2631-1 (1997) para cada ponto de medição do corpo humano contendo os três eixos coordenados (x, y e z): 1-Encosto do banco / 2-Superfície de assento do banco / 3-Pés (TREINAMENTO LMS INTERNATIONAL, 2010)	77
Figura 4.7 - Valores numéricos (indicados em vermelho) e experimentais (indicados em azul) da aceleração ponderada RMS medida na região dos pés do condutor, durante a passagem do veículo por obstáculos: (a) Eixo x / (b) Eixo y / (c) Eixo z	78
Figura 4.8 - Valores numéricos (indicados em vermelho) e experimentais (indicados em azul) da aceleração RMS acumulada (<i>Running RMS</i>) medida na região dos pés do condutor, durante a passagem do veículo por obstáculos: (a) Eixo x / (b) Eixo y / (c) Eixo z	79
Figura 4.9 - Valores numéricos (indicados em vermelho) e experimentais (indicados em azul) do Valor da Dose de Vibração (<i>VDV</i>) medida na região dos pés do condutor, durante a passagem do veículo por obstáculos: (a) Eixo x / (b) Eixo y / (c) Eixo z	80
Figura 4.10 - Aceleração lateral em função do tempo na manobra <i>Impulsive Steer</i>	82
Figura 4.11 - Ângulo de rolagem em função do tempo na manobra <i>Impulsive Steer</i>	82
Figura 4.12 - Yaw em função do tempo na manobra <i>Impulsive Steer</i>	83

Figura 4.13 - Aceleração lateral em função do tempo na manobra <i>On-Center</i>	83
Figura 4.14 - Yaw em função do tempo na manobra <i>On-Center</i>	84
Figura 4.15 - Aceleração lateral em função do tempo na manobra <i>Swept Steer</i>	85
Figura 4.16 - Yaw em função do tempo na manobra <i>Swept Steer</i>	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Características Gerais do Veículo	49
Tabela 2.2 - Tipos de juntas disponíveis no <i>Virtual.Lab Motion</i> . Tabela adaptada de Manual de Treinamento VL Motion (2013).....	50
Tabela 2.3 - Recomendações para a escolha do tipo de pneu adequado à faixa de aplicação do modelo. Tabela adaptada de Apresentação Siemens PLM (2015).....	59

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS

n	Número de partículas
S_i	Superfície de restrição
P_i	Partícula genérica
m_i	Massa da partícula
\vec{F}_i	Vetor resultante das forças impostas sobre a partícula
\vec{f}_i	Vetor força de restrição exercida sobre a superfície de restrição
T	Energia cinética
V	Energia potencial
L	Lagrangeano
\vec{v}_i	Vetor velocidade das partículas
q	Coordenada generalizada
\dot{q}	Derivada temporal da coordenada generalizada
t	Tempo
\vec{r}_i	Vetor posição da partícula
W_{nc}^F	Trabalho virtual das forças não conservativas
Q_j	Esforços generalizados
a_w	Aceleração ponderada RMS
a_i	Aceleração RMS para cada banda de frequência
W_i	Fator de ponderação para a frequência correspondente
δr	Deslocamentos virtuais
δW^F	Trabalho virtual das forças impostas
δW^I	Trabalho virtual das forças de inércia
δW_c^F	Trabalho realizados pelas forças impostas conservativas
δW_{nc}^F	Trabalho realizados pelas forças impostas não conservativas
V	Energia potencial

L	Função de Lagrange
δq_j	Variações arbitrárias das coordenadas generalizadas
Q	Componente da força generalizada
Q_v	Representação das forças Centrífuga e de Coriolis
M	Matriz simétrica de massa do corpo
Q_e	Representação das forças impostas
C_q	Matriz Jacobiana dos vínculos
λ	Multiplicadores de Lagrange
ψ	Multiplicadores de Lagrange
K	Matriz de rigidez
D	Matriz de amortecimento
E	Módulo de elasticidade
G	Módulo de cisalhamento
I	Momento de inércia
ξ	Fator de amortecimento

ABREVIACÕES E ACRÔNIMOS

BDF	Método de Diferenciação Regressiva (do inglês: <i>Backward Differentiation Formula</i>)
CAD	Desenho Assistido por Computador (do inglês: <i>Computer Aided Design</i>)
CAE	Engenharia Auxiliada por Computador (do inglês: <i>Computer Aided Engineering</i>)
CG	Centro de Gravidade
DASSL	<i>Solver</i> de Sistemas Algébrico-Diferenciais (do inglês: <i>Differential Algebraic System Solver</i>)
EAD	Equação Algébrico-Diferencial
GDL	Graus de Liberdade
GRF	Sistema de Coordenadas Fixo à Terra (do inglês: <i>Global Reference Frame</i>)
K&C	Análise Elastocinemática (do inglês: <i>Kinematics & Compliance</i>)
MEF	Método dos Elementos Finitos
RMS	Valor Média Quadrática (do inglês: <i>Root Mean Square</i>)
RSM	Metodologia de Superfície de Resposta (do inglês: <i>Response Surface Method</i>)
SWIFT	Pneu de Frequência Intermediária com Comprimento de Onda Curto (do inglês: <i>Short Wavelength Intermediate Frequency Tyre</i>)
VDV	Valor Dose de Vibração (do inglês: <i>Vibration Dose Value</i>)

SUMÁRIO

Capítulo I	1
INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Contextualização do Tema e Revisão Bibliográfica	1
1.2 Justificativa do Trabalho	16
1.3 Objetivos	18
1.4 Organização da Dissertação.....	18
Capítulo II	20
DINÂMICA VEICULAR – MODELAGEM.....	20
2.1 Aspectos Gerais da Dinâmica de Veículos	20
2.2 Dinâmica de Sistemas Multicorpos	23
2.2.1. Fundamentos da Mecânica Analítica.....	24
2.2.2. Dinâmica Lagrangeana.....	32
2.2.3. Formas das Equações do Sistema	36
2.2.4. Implementação da Flexibilidade de Componentes.....	41
2.2.5. Cossimulação a partir de um Solver Não Linear para Elementos Finitos.....	44
2.3 Características da Modelagem	48
2.3.1 Tipos de Juntas	49
2.3.2 Suspensão Dianteira e Sistema de Direção.....	51
2.3.3 Suspensão Traseira	55
Capítulo III	62
DINÂMICA VEICULAR – EXPERIMENTOS.....	62
3.1 Metodologia.....	62

3.1.1 Análise de <i>Ride</i> – Teste de Conforto	62
3.1.2 Testes de <i>Handling</i>	67
Capítulo IV	72
VALIDAÇÃO DO MODELO DE VEÍCULO E RESULTADOS	72
4.1 Conforto <i>Ride</i>	72
4.2 Desempenho <i>Handling</i>	81
Capítulo V	87
CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS	87
Referências Bibliográficas	91

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os aspectos gerais do trabalho envolvendo o comportamento dinâmico de veículos e o Método dos Multicorpos, além de uma revisão acerca de trabalhos recentes realizados neste campo de estudo. Também são apresentados os objetivos gerais e específicos, as contribuições e as principais razões que motivaram a realização deste trabalho. No final deste capítulo é possível consultar a organização desta dissertação, explicando como os capítulos foram distribuídos e o assunto tratado em cada um deles.

1.1 Contextualização do Tema e Revisão Bibliográfica

A concepção dos veículos atuais deve cumprir uma série de requisitos de desempenho e, para isto, fatores como custo, tempo e número de protótipos disponíveis para testes precisam ser reduzidos substancialmente. É muito comum entre os engenheiros de teste o uso de ferramentas que ajudem a reduzir os custos com ensaios experimentais. O uso de ferramentas de simulação é um exemplo e permite determinar, simultaneamente, os efeitos individuais e interativos de muitos fatores que poderiam afetar os resultados de saída dos projetos em desenvolvimento, diminuindo assim a quantidade de testes experimentais (MEYWERK, 2015).

Além disso, os softwares de simulação proporcionam a avaliação de diversas condições de operação durante a fase de projeto e ainda a realização de alterações geométricas, sem a necessidade de fabricação de protótipos.

Logo, a utilização de ferramentas de simulação computacional está sendo cada vez mais utilizada como uma alternativa aos testes experimentais, para reduzir o custo e, além disso, melhorar características do comportamento dinâmico do sistema, tais como vibração, dirigibilidade e desempenho de um veículo, projetando componentes otimizados, segundo critérios estabelecidos para o projeto (HAGA, 2006).

Em virtude disso, estudos do comportamento dinâmico de suspensões veiculares através de modelos numéricos utilizando o método de sistemas multicorpos têm sido desenvolvidos, desde práticas de modelagem e simulação de subsistemas, como, por exemplo, os modelos de $\frac{1}{4}$ de veículo (*quarter car*), até a criação de modelos completos de veículos (*full car*) (BLUNDELL; HARTY, 2004). Esses modelos também são bastante aplicados para a definição dos esforços atuantes no automóvel, possibilitando o desenvolvimento de componentes mais confiáveis e o seu dimensionamento estrutural.

A abordagem utilizada neste trabalho leva em consideração o método de sistemas multicorpos para a criação de um modelo completo da suspensão de um veículo *premium* da categoria B, devido às atividades profissionais do autor e ao grande interesse no mercado por veículos dessa categoria. Essa classe é definida pela Comissão Europeia para a classificação de carros no mercado europeu. Os carros dessa categoria, também conhecidos como *superminis* no mercado britânico ou carros subcompactos na América do Norte, são pequenos, leves e projetados para acomodar quatro passageiros confortavelmente (OPLAND, 2007). No Brasil, os veículos dessa categoria são conhecidos como *hatches compactos premium*.

O comportamento dinâmico desse veículo foi investigado a partir de dados experimentais, baseado na sua capacidade de promover a estabilidade direcional e dirigibilidade ao realizar manobras de *handling* e fornecer conforto adicional ao executar manobras de *ride*. A validação do modelo foi então realizada, através da correlação com os testes experimentais.

De maneira geral, *handling* se refere ao modo como o veículo se comporta durante a execução de manobras de mudança de direção e *ride* se relaciona à forma como a suspensão do veículo responde a buracos, lombadas e irregularidades de pista. O termo *ride* é empregado muitas vezes para referenciar as características de conforto do veículo durante o ato de dirigir (GANZAROLLI, 2012).

A dinâmica de um veículo é uma das principais características avaliadas para a definição da qualidade de um carro e afeta diretamente a decisão de compra e a satisfação do consumidor (LEE; GOVINDAN, 2014). Em outras palavras, a percepção de como o veículo responde a uma estrada de perfil irregular e a forma como se comporta ao mudar de direção,

a magnitude desta resposta e o quanto rápido ele reage, impacta fortemente na satisfação do condutor do veículo.

É possível dizer que *ride* e *handling* fornecem uma base para compreender o comportamento dinâmico de um veículo, pois *ride* lida com conforto e *handling* tem a ver com propriedades objetivas do veículo ao mudar de direção e sustentar a aceleração lateral neste processo.

Além disso, tanto *ride* quanto *handling* são aspectos importantes no desempenho de veículos de passeio, que ao serem bem combinados, normalmente resultam em uma suspensão confiável (MEYWERK, 2015).

Uma boa resposta de *ride* do veículo requer suspensões suaves que conduzam a um maior conforto dos passageiros. Porém, se o *handling* é o alvo principal, a suspensão necessita ser mais rígida, mesmo em detrimento do conforto dos passageiros. Ao mesmo tempo, esses fatores podem ser combinados através da realização de testes e simulações na área da dinâmica veicular para obtenção do melhor nível de conforto, manobrabilidade e estabilidade direcional do veículo.

Estabilidade direcional é a habilidade que um veículo possui de manter o seu curso após uma perturbação externa cessada. O veículo é considerado estável se ele retorna a sua condição inicial de equilíbrio, a partir de uma condição de repouso ou movimento, após sofrer influência de uma força externa ou um momento externo (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

Vários trabalhos na área de dinâmica veicular têm sido objeto de estudo e de grande interesse na Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como pode ser verificado principalmente nas várias publicações realizadas até o momento.

Nesse contexto, tem-se o trabalho de Rezende (2007), o qual relata em seu estudo a construção de um protótipo de $\frac{1}{4}$ de veículo com suspensão do tipo duplo triângulo (*Double Arm*) em escala reduzida. Ele também faz a validação de um modelo computacional a partir de testes em bancada de laboratório, submetido a vários ensaios com diferentes ajustes dos parâmetros de suspensão. Esses ensaios foram reproduzidos computacionalmente utilizando um modelo em multicorpos através do software *MSC-ADAMS*. O modelo se mostrou robusto após a realização da simulação, na qual foi submetido a variações de velocidade através da passagem por obstáculos. Nesse caso, foi verificado que tanto para as velocidades mais baixas utilizadas nos testes quanto para as mais altas, o modelo se mostrou bem ajustado.

Por sua vez, Pinto Filho (2004) aborda em seu estudo o desenvolvimento de um projeto de chassis veicular, envolvendo ensaios experimentais, simulação a partir do método

dos elementos finitos utilizando o *software* ANSYS e otimização numérica. Foi feito um levantamento das informações referentes às características físicas e geométricas, propriedades dinâmicas por meio de análise modal assim como a rigidez à flexão e torção do chassis de um veículo de uso misto de alto desempenho com tração 4x4. O modelo validado foi então simplificado, em elementos de casca e barras, e utilizado como ponto de partida para um procedimento de otimização numérica. Como resultado final, obteve-se uma nova configuração de chassis com rigidez torcional, em torno do eixo X, 75% maior que a configuração original, o que foi conseguido a partir de um aumento de massa na estrutura, correspondente a 5 kg (6%) em relação à massa total da estrutura original. Além disso, a nova configuração apresenta geometria mais uniforme, o que facilita sobremaneira sua produção industrial em pequena escala. A Figura 1.1 mostra uma comparação entre a versão original e a versão otimizada da estrutura proposta por Pinto Filho (2004).

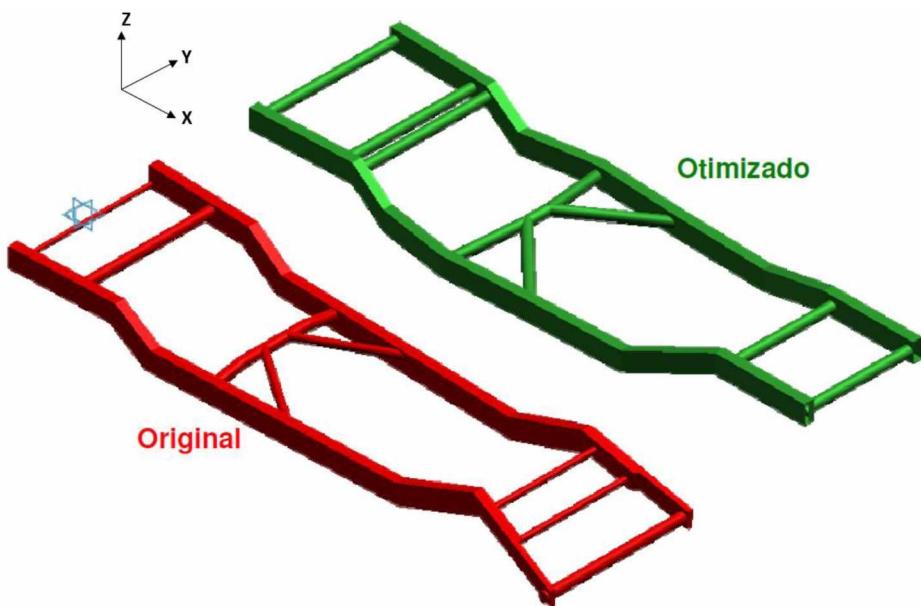


Figura 1.1 - Obtenção da estrutura otimizada a partir da configuração original do chassis (PINTO FILHO, 2004)

Oliveira (2007) também buscou encontrar a configuração ótima de chassis que fosse capaz de atender aos requisitos de baixo peso e alta rigidez torcional. Foi proposta a otimização de uma estrutura veicular do tipo *spaceframe* e modelada utilizando o método dos elementos finitos através do *software* comercial ANSYS. Essa configuração inicial foi então submetida a Métodos Heurísticos de otimização numérica visando a evolução do projeto e a obtenção da melhor configuração. Foram aplicados os Métodos da Colônia de Formigas, Método do Enxame de Partículas e Método dos Algoritmos Genéticos para quatro tipos de formulações. O Método do Enxame de Partículas apresentou melhores resultados por meio

da formulação na qual a massa e a rigidez foram adotadas como restrições. O projeto final apresentou uma estrutura com massa 35% menor que a configuração original, ao mesmo tempo em que sua rigidez torcional teve um aumento de 62%.

Dando seguimento ao trabalho de Pinto Filho (2004), Leal (2008) realizou um estudo baseando-se em várias ferramentas computacionais para modelagem de componentes e análise segundo as técnicas de multicorpos, elementos finitos e otimização numérica, inclusive de CAD e CAE, para elaboração de um modelo multicorpos completo de veículo, visando o estudo de seu comportamento dinâmico vertical e otimização dos parâmetros do sistema de suspensão. Buscou-se, ainda, um refinamento do modelo do veículo através da inclusão da flexibilidade do chassis. No entanto, essa abordagem teve pouca influência para as análises, tendo em vista a elevada rigidez do chassis e o cumprimento de requisitos de conforto dentro de uma faixa de frequência de 0 a 25 Hz. Ficou também definido que um modelo simplificado, considerando o veículo com modelo de pneu conhecido como Fiala, não necessariamente contribui para as análises de dinâmica vertical. Vale ressaltar, também, que as simulações foram realizadas com modelos elaborados sem qualquer tipo de ajuste, objetivando encaixar na premissa de estabelecer uma metodologia com mínimo de recursos. Na Figura 1.2 é mostrado o modelo parcial do veículo desenvolvido no trabalho de Leal (2008).

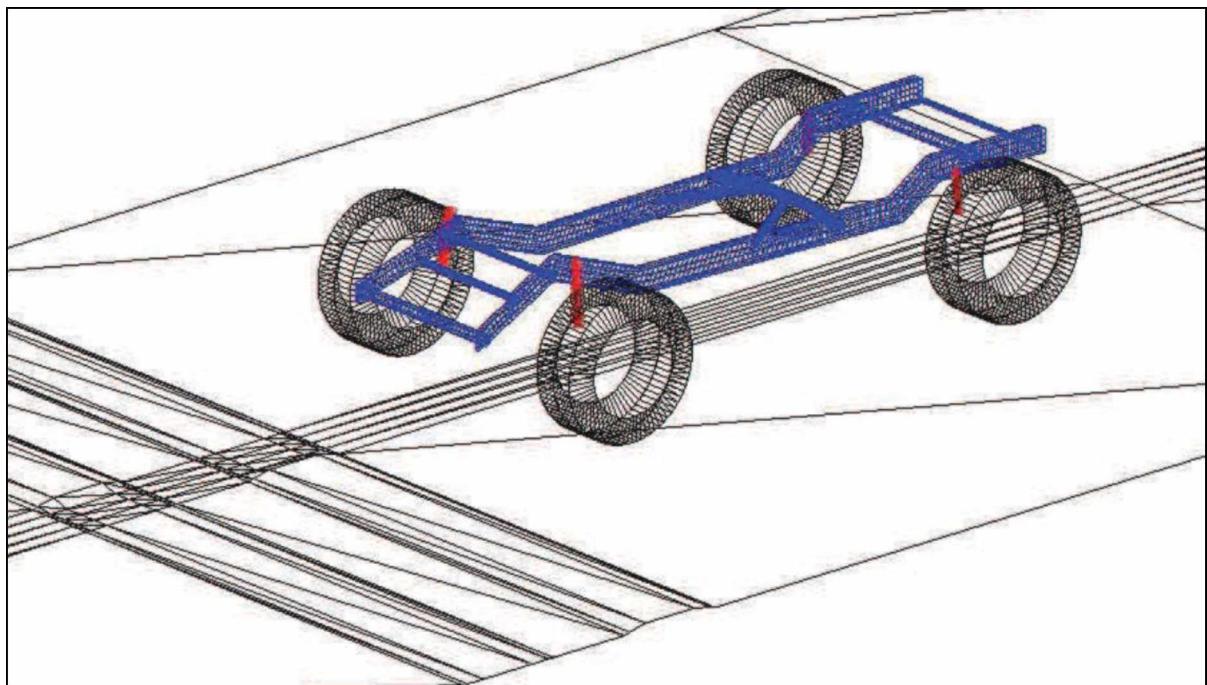


Figura 1.2 - Modelo parcial do veículo considerando um modelo de pneu do tipo Fiala, proposto no trabalho de Leal (2008)

O modelo Fiala é considerado um modelo simples, geralmente empregado na fase preliminar de projeto, para quantificar as respostas básicas do comportamento dinâmico como, por exemplo, em uma simulação elastocinemática, também conhecida como desempenho K&C (*Kinematics & Compliance*) da suspensão. O Fiala é um modelo analítico, onde a carcaça do pneu é modelada como uma viga sobre uma base elástica na direção lateral. Por ser um modelo básico, o Fiala não leva em consideração os efeitos do ângulo de cambagem, do ângulo de inclinação e da variação da velocidade na resistência ao rolamento. Embora apresente algumas limitações, tem a vantagem de poder representar o comportamento de pneu a partir de poucos parâmetros de entrada. A área do pneu em contato com o solo é considerada retangular e a distribuição da pressão é uniforme em toda a superfície de contato com o solo (MANUAL ADAMS/TIRE, 2011).

A aplicação do modelo Fiala para simulações transientes não é tão precisa quando comparada à Fórmula Mágica de Pacejka (2012). O modelo mais recente é o PAC 2002, lembrando ainda os modelos anteriormente criados, conhecidos como PAC 89 e PAC 94.

O modelo de pneu PAC 2002 é principalmente de natureza empírica e contém um conjunto de fórmulas matemáticas, sendo parcialmente baseado em um fundo físico, que calculam as forças (F_x , F_y) e os momentos (M_x , M_y , M_z) que atuam no pneu em condições de deslizamento puro e combinado, utilizando o deslizamento longitudinal ou lateral, cambagem das rodas e a força vertical F_z como grandezas de entrada. O modelo também pode levar em conta *Plysteer* e Conicidade (FERNANDES et al., 2012).

Plysteer pode ser traduzido como uma força lateral que tem o sentido da direita para a esquerda quando o pneu rola no sentido contrário ao dos ponteiros de relógio e tem o sentido da esquerda para a direita quando o pneu rola no sentido dos ponteiros de relógio, conforme ilustrado na Fig. 1.3. Este fenômeno acontece de forma mais efetiva em pneus de construção radial do que em pneus de construção diagonal. Estas forças são originadas pelo conjunto de cintas e variam com o seu ângulo, sendo que o efeito da cinta exterior é predominante. O efeito na condução é o de provocar desvios da trajetória com características de guinada (CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BORRACHA, 2016).

No entanto, se existe conicidade significa que o pneu possui uma forma aproximadamente cônica, conforme é mostrado na Fig. 1.4. A conicidade é proveniente de um erro de produção, geralmente provocada pela descentralização das cintas metálicas. Com esta anomalia construtiva, o pneu tenderá a rolar como um cone (CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BORRACHA, 2016).

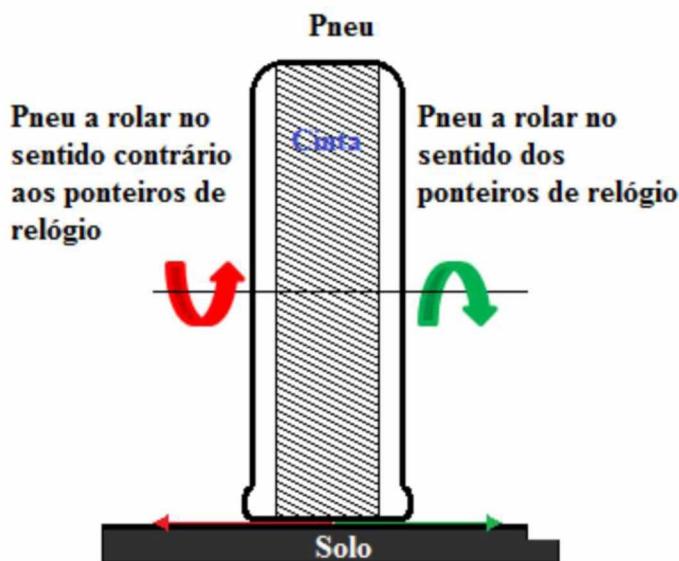


Figura 1.3 - Representação esquemática do fenômeno *Plysteer* (CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BORRACHA, 2016)



Figura 1.4 - Representação esquemática da Conicidade de um pneu (CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BORRACHA, 2016)

Por outro lado, o modelo de pneu FTire possui mais recursos quando comparado ao modelo da Fórmula Mágica de Pacejka. Esse modelo é capaz de simular com precisão a passagem de um veículo através de obstáculos na faixa de frequência que vai de 1 até 80 Hz, podendo alcançar inclusive frequências superiores a 100 Hz em determinadas manobras. Além disso, o modelo FTire é capaz de reproduzir os efeitos térmicos, efeitos de ranhuras do pneu e até deformação de solo (LOTTO, 2014).

Em geral, existe um compromisso entre a resposta do veículo e a precisão de cada modelo de pneu durante a execução de uma determinada manobra. Para isso, deve-se ter em mente que a melhor escolha do modelo de pneu é aquela que consiga reproduzir o tipo de manobra a ser realizada e que seja capaz de simular com precisão dentro da faixa de frequência de interesse do comportamento dinâmico do veículo. Por esse motivo, e de acordo com o que foi apresentado, pode-se dizer que o PAC 2002 é mais indicado para o estudo da dinâmica lateral e o FTire para simulações de dinâmica vertical.

Ao longo dos anos a Fórmula Mágica de Pacejka foi sendo aprimorada e levou ao surgimento de outros modelos de pneu com boa precisão e com capacidade de introduzir fenômenos transientes, obstáculos na pista, aumento da frequência de alcance (BESSELINK; SCHMEITZ; PACEJKA, 2010).

Nesse sentido, o modelo de pneu conhecido como TNO Delft-Tyre atingiu status de maturidade e hoje é amplamente utilizado na indústria para estudos da dinâmica de veículos. O modelo foi desenvolvido pela *Delft University of Technology* em cooperação com a empresa *TNO Automotive* no campo de estudo do comportamento dinâmico de pneus, que inclui os modelos SWIFT e Fórmula Mágica (BESSELINK; SCHMEITZ; PACEJKA, 2010).

Logo, a abordagem adotada nessa dissertação escolheu o formato TNO Delft-Tyre, versão MF-Tyre/MF-Swift 6.1, sendo recomendado para análises de *handling* até 10 Hz e *ride* até 50 Hz (APRESENTAÇÃO SIEMENS PLM, 2015).

A consideração de flexibilidade do chassis também foi abordada em um trabalho realizado por Borges (1999). Esse estudo relatou a modelagem do comportamento dinâmico de um veículo articulado pesado, do tipo cavalo-carreta. A inclusão do elemento flexível ao modelo foi feita através do Método dos Modos Assumidos. Esse método pode ser aplicado para condições de flexão, torção ou de ambos os efeitos simultaneamente. As formas modais foram obtidas através do método dos elementos finitos. Foi considerado o formalismo de Lagrange para a obtenção das equações do movimento, por meio de ferramentas de computação simbólica e integração numérica.

Modelos multicorpos flexíveis podem também ser empregados para a otimização de *ride* e *handling* de veículos. Segundo Gonçalves (2005), esse procedimento permite a utilização de elementos flexíveis com geometrias complexas, representada por elementos finitos. Foram feitas simulações a partir de diferentes velocidades do veículo e diferentes perfis de estrada e geometrias, representando diversas condições de *ride* e *handling*. O modelo do veículo foi otimizado para conforto através do uso do índice *ride*, descrito pela norma ISO 2631-1 (1997). O conforto ótimo foi conseguido a partir da redução do amortecimento da suspensão e do aumento da rigidez da mola dianteira até um valor máximo permitido.

O *handling* do veículo foi otimizado através da melhoria do desempenho direcional e de rolagem, mesmo levando em consideração a restrição do valor ótimo do índice *ride*, que foi usado como uma restrição de otimização, a fim de assegurar que a melhoria de *handling* não prejudicasse o conforto dos passageiros.

Uys (2004) considera em seu trabalho as métricas para analisar o ângulo de rolagem do veículo como o critério principal de sua avaliação experimental de *handling*. Os testes físicos foram realizados em três veículos diferentes e os resultados indicaram que, além do ângulo de esterço, outras métricas de avaliação como aceleração lateral e taxa de guinada (Yaw) podem ser usadas para manobras severas de *handling*, tais como a manobra *Double Impulsive Steer*. Essas observações apontam que o ângulo de rolagem também é adequado para determinar as mudanças e acertos do sistema de suspensão.

As métricas mencionadas por Uys (2004) também foram utilizadas no presente trabalho para a avaliação dos dados experimentais de *handling*, inclusive foram úteis para a validação do modelo de multicorpos do veículo.

Os trabalhos citados na área da engenharia automotiva ilustram o atual patamar de aplicação das ferramentas de modelagem, simulação e otimização em estruturas veiculares. Há um acentuado avanço na procura por estruturas veiculares mais rígidas e por sua representatividade através de modelos computacionais. Pode-se observar, nos trabalhos mais recentes utilizando o método dos multicorpos, uma tendência de aumento da complexidade dos modelos, inclusive pelo aumento de modelos completos de veículo (*full car models*), no sentido de torná-los cada vez mais representativos da realidade.

Em grande parte, essa tendência observada no desenvolvimento dos projetos de veículos tem sido possível devido ao auxílio de vários códigos computacionais elaborados com o objetivo de facilitar a modelagem e a simulação de sistemas mecânicos. Existem diversos softwares disponíveis comercialmente, que são amplamente utilizados pela indústria com um enfoque voltado à simulação da dinâmica de sistemas; dentre estes, destacam-se: *MSC ADAMS*, *LMS Virtual.Lab Motion*, *Simpack* e *MADYMO*. Cada software tem o seu método específico para a formulação de equações e para o próprio solver. O *Virtual.Lab Motion*, por exemplo, utiliza parâmetros de Euler como coordenadas de orientação tridimensional, solvers de equações lineares de matriz esparsa e, para a obtenção das equações do movimento dos sistemas dinâmicos, o software utiliza as Equações de Lagrange do Movimento. Assim como o *Virtual.Lab Motion*, o *ADAMS* também usa o método de Euler-Lagrange para obter as equações de movimento das seis coordenadas espaciais de cada corpo (FERNANDES et al., 2012).

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo completo de veículo através do software *LMS Virtual.Lab Motion 13.5* e manobras do comportamento dinâmico foram realizadas a fim de verificar a abrangência do modelo e sua correlação com os dados experimentais. Informações sobre a metodologia aplicada nos testes experimentais também são descritas oportunamente neste trabalho.

No trabalho de Jaiganesh (2012), os parâmetros de *handling* do veículo foram otimizados utilizando uma sequência de manobras ao invés de uma manobra específica. Ao contrário de outros métodos de cálculo dos parâmetros de *handling* de um veículo, a otimização através de algoritmos genéticos, uma classe particular de procedimento de otimização evolutiva, foi aplicada diretamente a um modelo de veículo com vários graus de liberdade desenvolvido a partir do software comercial *CarSim*. Um estudo de parametrização serviu como o ponto de partida para determinar a ligação de sensibilidade entre uma manobra específica e os parâmetros de resposta. De acordo com a sensibilidade particular de cada manobra realizada, o processo de otimização dos parâmetros de *handling* do veículo foi sendo aperfeiçoado.

Utilizando uma metodologia de simulação funcional, Fernandes (2012) desenvolveu um modelo completo de veículo com base nos dados elastocinemáticos das suspensões dianteira e traseira. Diferentes manobras foram validadas através dos dados experimentais, a fim de certificar a modelagem para diferentes condições. Usando esse modelo, uma análise de sensibilidade foi feita, identificando os principais parâmetros do sistema de direção. Essa análise revelou informações que não são obtidas a partir de uma análise de sistemas multicorpos convencional como, por exemplo, os parâmetros do sistema de direção, já que eles não podem ser alterados individualmente em um software de multicorpos sem alterar as propriedades elastocinemáticas. Essa informação representa uma vantagem estratégica na fase de pré-projeto, uma vez que leva em conta um determinado conjunto de atributos da dinâmica do veículo para a concepção da suspensão.

Geralmente os dados de K&C analisados são:

- Posição lateral e longitudinal da roda em função do seu deslocamento vertical;
- Ângulos de convergência, cambagem e caster em função do deslocamento vertical da roda;
- Posição lateral e longitudinal da roda em função da força lateral e longitudinal;
- Ângulos de convergência, cambagem e caster em função da força lateral e longitudinal.

Uma boa correlação elastocinemática, ou K&C, no processo de modelagem de multicorpos, tanto para a suspensão dianteira quanto para a suspensão traseira, é fundamental para obter um comportamento dinâmico o mais próximo possível do veículo real (TREINAMENTO SIEMENS PLM, 2015). Essa etapa de validação refere-se à correlação teste *versus* simulação. Nesse sentido, a ausência de dados dos testes físicos de K&C impossibilitaria essa etapa de validação.

Em decorrência disso, nessa dissertação não será abordada a análise elastocinemática da suspensão devido ao fato do modelo não possuir testes experimentais específicos que possibilitem esse processo de correlação.

Todavia, tal etapa não é essencial no que se refere estritamente ao fluxo de trabalho da simulação. Em outras palavras, a validação K&C pode ser omitida caso sejam mantidas as boas práticas de modelagem que reduzem a geração de erros. É, portanto, prática comum e recomendada a validação de todos os componentes da simulação em múltiplas etapas, começando pela validação dos componentes individualmente, em seguida pela validação de subsistemas e, por fim, a validação do sistema total (FAQ VL MOTION, 2016).

Os ângulos de convergência ou divergência, cambagem e caster, mencionados há pouco, são parâmetros geométricos do sistema de suspensão que influenciam diretamente na dinâmica do veículo.

O ângulo de convergência da suspensão é o ângulo no plano paralelo ao solo entre a direção de cada roda e o plano da linha de centro do veículo, apresentados como valores positivos. Os valores dos ângulos de divergência são negativos. Os ajustes desse ângulo afetam o desempenho em três principais características: desgaste de pneus, estabilidade direcional e dirigibilidade no estado transiente em entrada de curvas. Quando um par de rodas está ajustado de forma que a borda frontal está apontada para si mesma, este par de rodas possui convergência. Se as bordas frontais estão apontando para fora, este par de rodas está divergente, conforme pode ser observado na Fig. 1.5. A convergência aumenta a estabilidade direcional e a divergência aumenta a resposta de esterçamento. De acordo com Milliken (1995), uma vez que a convergência faz com que o esterçamento fique mais lento no contorno de curvas, a divergência provoca instabilidade no veículo.

O ângulo de cambagem ou camber corresponde ao ângulo na vista frontal que as rodas do veículo fazem com um plano vertical que passa pelo pneu, conforme é mostrado na Fig. 1.6. A força lateral que um pneu consegue gerar é diretamente dependente do ângulo relativo com o solo. O aumento do camber durante o rolamento da roda produz força lateral, por isso é importante o seu ajuste para garantir a máxima área de

contato do pneu com o solo em qualquer situação de trabalho da suspensão ou rolagem do veículo.

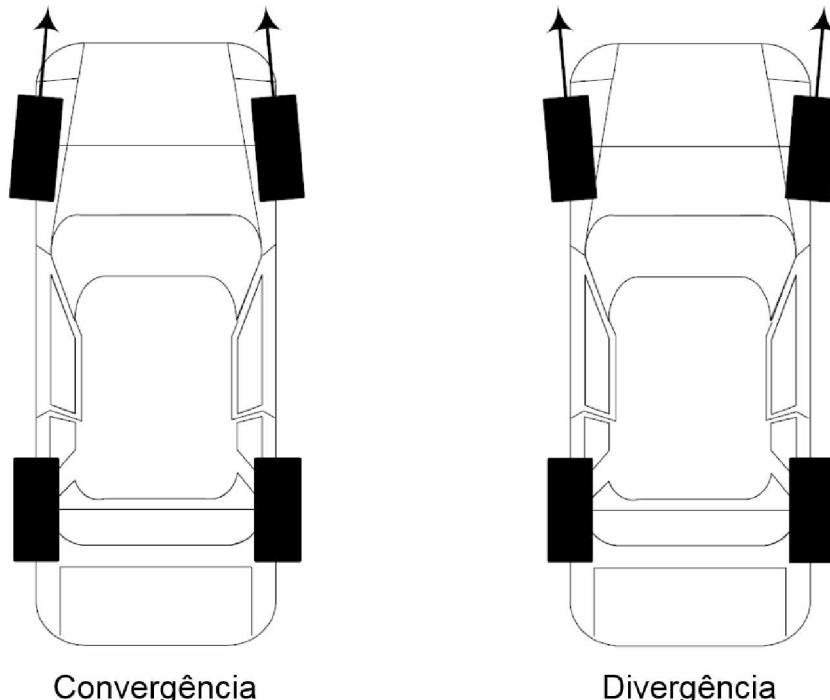


Figura 1.5 - Ângulos de convergência e divergência das rodas dianteiras. Figura adaptada de Jazar (2008)

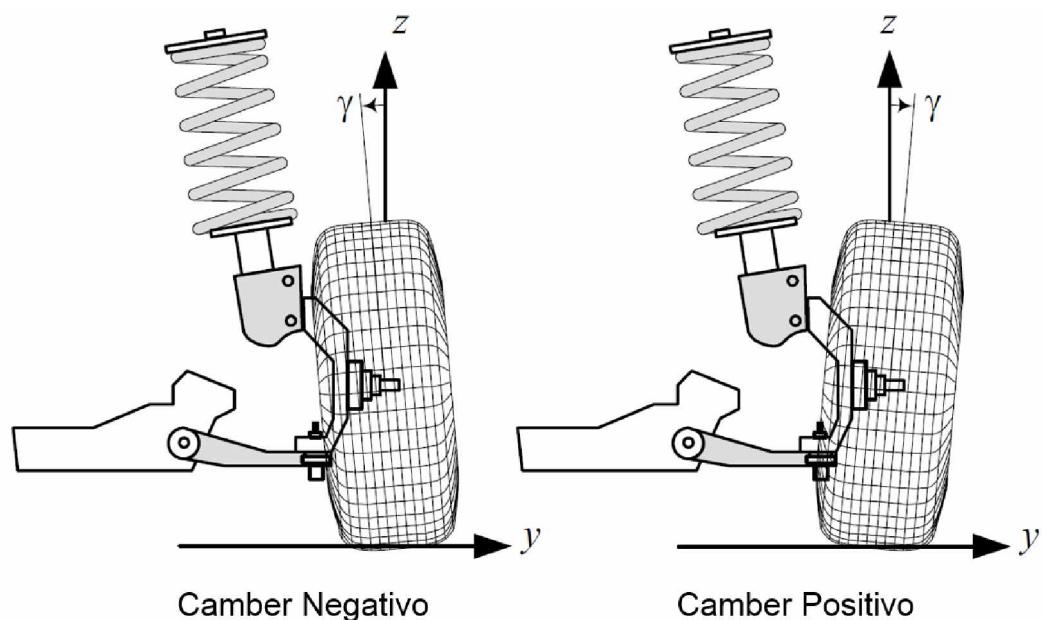


Figura 1.6 - Configuração positiva e negativa da cambagem na roda dianteira de um carro. Figura adaptada de Jazar (2008)

O ângulo de caster é a inclinação em vista lateral do eixo de direção da suspensão, conforme pode ser observado na Fig. 1.7. O caster positivo favorece o autoalinhamento do volante de direção depois de uma curva e alinha os pneus dianteiros de forma mais rápida. O caster positivo apresenta a tendência de alinhar os pneus quando o veículo se movimenta para frente. Logo, o caster é um parâmetro de grande influência no veículo para se chegar a uma melhor estabilidade direcional.

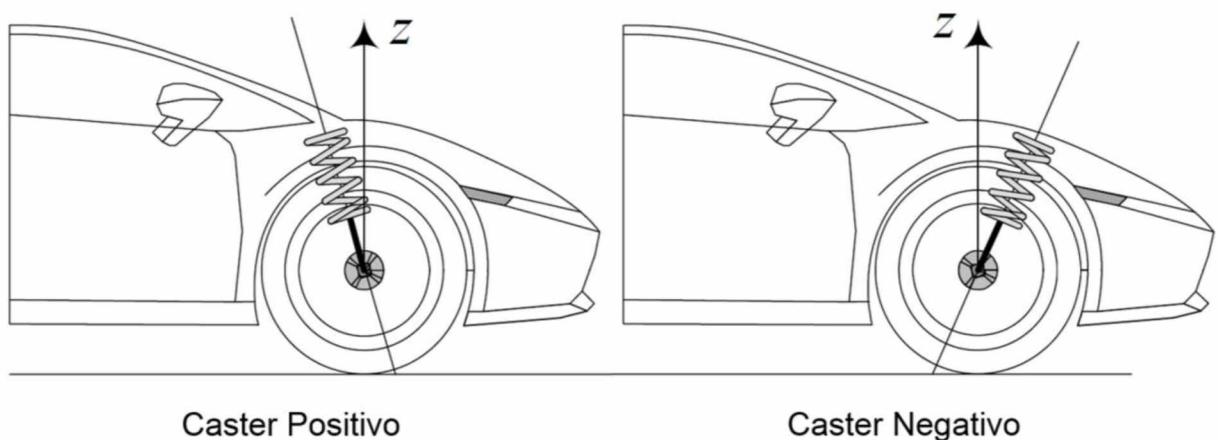


Figura 1.7 - Configuração positiva e negativa do Caster na roda dianteira de um carro. Figura adaptada de Jazar (2008)

Soares (2005) apresenta o estudo da dinâmica vertical de um veículo de competição fora de estrada e do comportamento elastocinemático das suspensões de duplo estágio, através da construção de um modelo completo de veículo em multicorpos, com o auxílio do software ADAMS. Para esse modelo foram considerados os modelos da suspensão dianteira e traseira, sistema de direção, pneus e massa suspensa. As análises elastocinemáticas das suspensões definiram geometrias que permitem longos cursos de trabalho sem variações indesejadas de parâmetros de projeto. A análise modal do modelo possibilitou a definição dos valores de rigidez para as molas das suspensões de duplo estágio semelhantes aos indicados para veículos de passeio e no segundo estágio, próximos dos valores encontrados em veículos de competição. A análise de conforto do veículo durante simulação de passagem por trecho de pista demonstrou que os elementos de força definidos na análise modal resultam em níveis de conforto raramente observados em veículos de competição e estão próximos dos encontrados em veículos comerciais.

Os sistemas multicorpos são ferramentas eficientes para simular problemas de dinâmica não linear de mecanismos, sendo a modelagem feita com corpos rígidos e flexíveis, juntas cinemáticas e elementos de força.

Micheletti (2011) desenvolveu uma metodologia de estudo da dinâmica lateral de um veículo identificando as principais características que influenciam no seu comportamento de dirigibilidade com suspensão elevada. Foram utilizadas ferramentas computacionais para simulação de sistemas multicorpos, sendo inclusive considerada a não linearidade no comportamento de batentes, buchas de suspensão e amortecedores. Esse trabalho demonstra o efeito da alteração de características como ângulo de Ackerman, relação de direção, altura do eixo de rolagem, rigidez da barra estabilizadora dianteira e taxa de variação da convergência no comportamento de dirigibilidade de um veículo no regime estacionário e no regime transitório. O parâmetro identificado nesse estudo como sendo aquele que exerce a maior influência nos resultados foi a variação da taxa de convergência dianteira. A versão com maior taxa de variação de convergência apresentou gradiente de subesterço mais acentuado do que aquela com menor taxa de variação de convergência.

Na etapa de desenvolvimento do modelo de veículo no presente trabalho, os componentes da suspensão foram definidos como corpos rígidos, admitindo que as deformações elásticas sejam pequenas, o suficiente, para considerá-las desprezíveis. No entanto, há a presença de certos elementos flexíveis, em particular a barra estabilizadora e o eixo de torção, que se revelam essenciais na tentativa de construção de um modelo capaz de reproduzir devidamente os efeitos não lineares. Esses efeitos não podem ser desprezados nos estudos da dinâmica de multicorpos de veículos e, por isso, a metodologia adotada para a construção do modelo da barra estabilizadora é uma abordagem com elementos de viga discretizados, unidos por elementos de força, de modo a criar a não linearidade geométrica, representada pela curvatura da barra. Já a modelagem do eixo de torção é baseada em uma técnica de cossimulação que utiliza um *solver* de multicorpos e um *solver* externo de elementos finitos para análise não linear.

A vibração do veículo é transmitida aos passageiros através do assento, assoalho e volante durante o processo de condução do veículo (ISO 2631-1, 1997). Há diversos estudos na literatura que buscam caracterizar e encontrar um critério para avaliação de conforto (*ride*); no entanto, não há um critério totalmente definido para esse tipo de avaliação. A norma internacional ISO 2631-1 (1997) fornece um critério útil e bem conhecido sobre esse quesito. Essa norma é aplicada no caso de vibrações transmitidas ao corpo humano, na faixa de frequência que varia de 1 a 80 Hz e o uso de ponderações permite delinear esta sensibilidade.

Testes experimentais em veículos foram realizados por Walber (2009) com o objetivo de medir acelerações produzidas na direção vertical e confrontá-las com as curvas limite de conforto, saúde e fadiga, de acordo com as recomendações propostas pela norma

ISO 2631-1 (1997). A finalidade era quantificar o nível de vibração a que um passageiro de ônibus está submetido estando sentado em uma poltrona e quanto tempo ele poderia utilizar o transporte sem que houvesse riscos à sua saúde. Para isso, foi necessário o estudo do comportamento da carroceria em relação aos efeitos vibratórios para que os componentes da estrutura pudessem ser dimensionados de modo a minimizar esses efeitos. Por meio do modelo numérico da carroceria, poltrona e chassis, e incluindo também nesse modelo, a rugosidade de pavimentos asfálticos através de medições experimentais, foi possível visualizar numericamente os efeitos vibratórios na estrutura da poltrona e, por consequência, gerar uma mudança de projeto do componente para atender aos limites de tolerância para a saúde ocupacional.

Vilela (2010) apresentou modelos analíticos para a avaliação de resposta de dirigibilidade e conforto de um veículo. A estrutura dos modelos é simples, contendo apenas os aspectos mais relevantes para a representação das características dos componentes em estudo. Em especial, o modelo analítico de resposta da aceleração lateral do veículo para excitação periódica no volante proposto neste trabalho é algo inovador, não sendo encontrada na literatura uma solução analítica para este problema com resultados comparáveis ao modelo proposto. O trabalho utiliza rotinas de otimização numérica, como máxima descida, engenharia robusta e metodologia de superfície de resposta (RSM - *Response Surface Method*), para análise de dirigibilidade e conforto. Foi obtida uma melhoria em torno de 8% apenas aplicando o processo de otimização sobre componentes como molas, pneus, amortecedores e barra estabilizadora.

Ganzarolli (2012) estudou a influência das frequências de *ride* no conforto e dirigibilidade veiculares na faixa linear de uso de um veículo cuja função principal seja voltada para o transporte de passageiros. Nesse caso, a referência dos valores das frequências naturais da suspensão são válidas para direcionar o seu ajuste, geralmente definido em um intervalo de cerca de 1,25 a 1,30 Hz para a suspensão dianteira e, para o eixo traseiro, há um incremento desse valor, na ordem de 8 a 10%.

A linearidade considerada nos cálculos associados ao modelo de multicorpos não representa adequadamente as condições de operação de batentes, perda de contato entre pneu e pavimento e as características não lineares de molas e amortecedores. Mesmo para pistas de boa qualidade, a melhor configuração para conforto pode apresentar desvantagens como, por exemplo, a rigidez insuficiente para todas as condições de carga e o rolamento excessivo em curvas, aspectos estes que são prejudiciais à dirigibilidade e controle do veículo.

De maneira geral, o processo de modelagem divide-se em três etapas principais. A primeira é preparar um conjunto de dados para a descrição do modelo físico, levando em

consideração os aspectos mais importantes do sistema, inclusive as simplificações necessárias. A segunda etapa tem como objetivo a obtenção e solução das equações que descrevem o comportamento do sistema. A última etapa é a validação do modelo numérico através de ensaios experimentais (BLUNDELL; HARTY, 2004).

A dinâmica de multicorpos é baseada na mecânica clássica e, na engenharia, se aplica ao cálculo das respostas associadas ao comportamento de mecanismos. Com base nos recursos oferecidos pelos softwares que operam segundo a técnica de sistemas multicorpos, a modelagem computacional pode ser realizada através das seguintes etapas (FERNANDES et al., 2012):

- Criação das partes do modelo;
- Definição da geometria;
- Adição de restrições cinemáticas e movimentos;
- Adição de forças resistivas ou que induzem movimentos;
- Refinamento da modelagem.

Dentro deste contexto, os dados da suspensão dianteira, suspensão traseira, sistema de direção e massa suspensa foram levantados a fim de construir o modelo de veículo completo através do software *LMS Virtual.Lab Motion 13.5*. A preparação do conjunto de dados para a descrição do modelo leva em consideração os aspectos mais importantes do sistema como os momentos principais de inércia, massa, geometria, curvas de buchas, batentes e amortecedores, rigidez de mola e modelo de pneu.

1.2 Justificativa do Trabalho

Esta dissertação de mestrado procura dar seguimento aos trabalhos desenvolvidos no programa de pós-graduação em engenharia mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, sendo voltada para o estudo do comportamento dinâmico de veículos automotores e à criação de modelos virtuais que representem com fidelidade os testes experimentais em veículos.

No processo de desenvolvimento de um veículo, a simulação numérica computacional tem maior aplicação na fase de conceituação, onde o produto é dimensionado para atender determinadas aplicações. Para a redução do custo e tempo de desenvolvimento, a fase de conceituação deve ser bem definida, evitando a necessidade de grandes modificações na fase de validação e certificação dos protótipos ou até mesmo devido a falhas que, por ventura,

venham a ocorrer nos ensaios de campo. O custo relacionado à necessidade de modificações realizadas nas fases após a conceituação do produto tende a crescer com o decorrer do projeto, conforme é mostrado na Fig. 1.8.

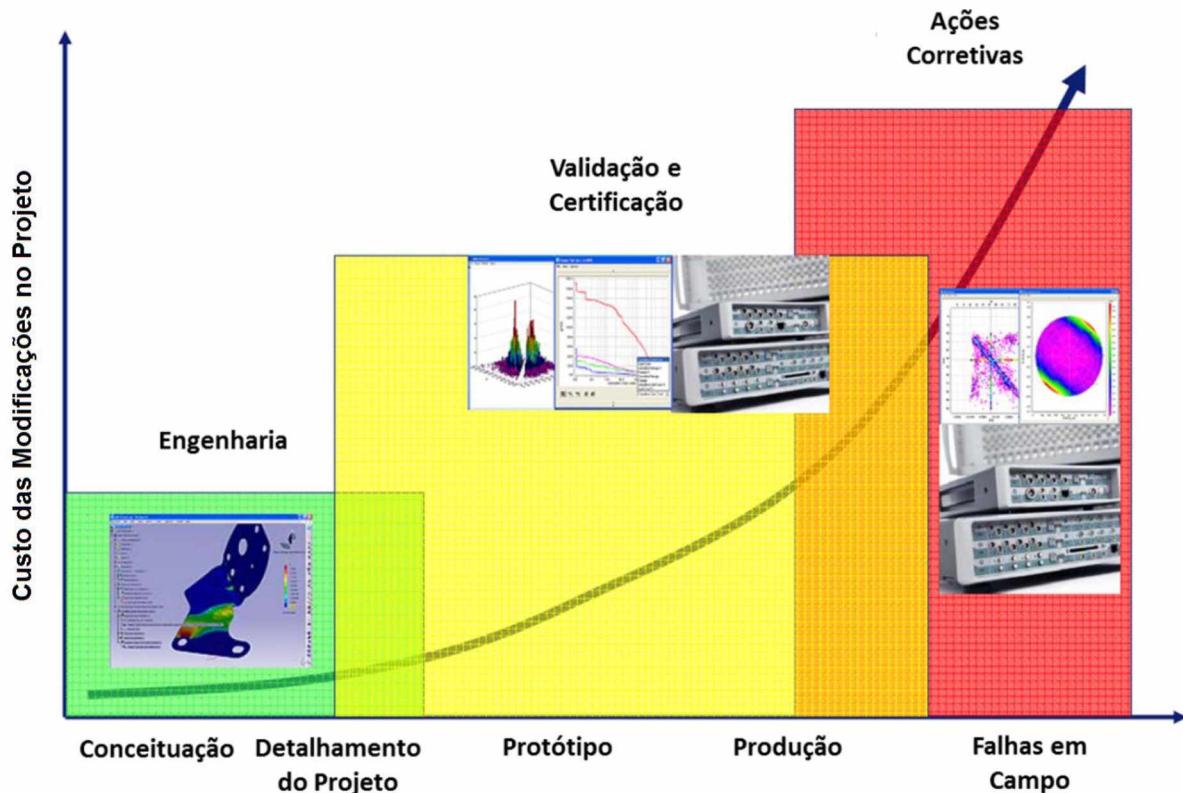


Figura 1.8 - Custo das modificações nas etapas de desenvolvimento do produto. Figura adaptada de Catálogo Siemens PLM (2013)

A criação de um modelo adequado na fase de conceituação, reduz significativamente os custos experimentais durante a fase de desenvolvimento do veículo e permite equilibrar melhor o conflito entre conforto *ride* e desempenho *handling* a fim de aprimorar os projetos de engenharia. Um modelo computacional contribui também para evitar muitos problemas críticos de desenvolvimento tardio, reduz o esforço de ajuste e economiza tempo de projeto.

Através desta abordagem tem-se a liberdade de testar vários componentes em relação aos requisitos funcionais e aumenta-se a maturidade do projeto de desenvolvimento do veículo. Logo, para a prática de um bom projeto de engenharia, a utilização de procedimentos de simulação tende a aumentar a produtividade de projetistas e engenheiros, pois os resultados provenientes de ferramentas computacionais são obtidos de maneira rápida e precisa, considerando que o modelo de partida possui representatividade suficiente.

1.3 Objetivos

No contexto apresentado, este trabalho de pesquisa contempla a definição de uma metodologia para o desenvolvimento de um modelo completo de veículo com base no método de sistemas multicorpos, utilizando ferramentas de modelagem computacional e simulação, sendo este modelo capaz de reproduzir as manobras da dinâmica de veículos para avaliação de conforto, manobrabilidade e estabilidade direcional de um veículo de passeio.

Para tanto, são estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver um modelo completo de veículo através da técnica de multicorpos, utilizando o software comercial *LMS Virtual.Lab Motion*, sendo esse modelo capaz de reproduzir as manobras da dinâmica de veículos para avaliação de conforto, manobrabilidade e estabilidade direcional de um veículo de passeio da categoria *hatch compacto premium*.
- Realizar testes experimentais por meio das manobras de *ride* e *handling* para o estudo do comportamento dinâmico do veículo e validação do modelo computacional;
- Construir um modelo de veículo adequado para o ajuste de parâmetros da suspensão;
- Contribuir, através da criação de modelos computacionais, para a redução do custo com testes experimentais realizados durante a fase de desenvolvimento e/ou melhoramento do produto, a fim de aperfeiçoar os projetos de engenharia;
- Favorecer a interação entre universidade e a indústria no desenvolvimento de trabalhos de pesquisa e geração de conhecimento científico;
- Servir como fonte de pesquisa para trabalhos que envolvam o estudo da dinâmica de veículos e da dinâmica de multicorpos.

1.4 Organização da Dissertação

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

- Capítulo II: Inicia-se com a discussão sobre dinâmica veicular, seguido por uma revisão da literatura sobre modelagem de sistemas multicorpos. São apresentadas as equações representativas e formulação do modelo, metodologia de construção do modelo do

veículo e simulação do comportamento dinâmico. É realizada uma descrição detalhada de todos os passos percorridos, de maneira a proporcionar ao leitor uma compreensão aprofundada sobre o trabalho e os parâmetros necessários para calibração do modelo. São apresentados alguns conceitos de modelagem e simulação computacionais que refletem a técnica de multicorpos aplicada a sistemas dinâmicos;

- Capítulo III: É realizada uma explicação sobre os testes de dinâmica veicular a partir dos quais os parâmetros e resultados foram extraídos para uso nas simulações. Além disso, são descritos os parâmetros de comparação estabelecidos entre os resultados da simulação e dos testes físicos. Por fim, é apresentada uma análise dos resultados obtidos em termos de *handling* e de conforto *ride*.

- Capítulo IV: É apresentada a interpretação e discussão dos resultados do capítulo anterior, proporcionando, assim, uma compreensão geral sobre os dados obtidos. A validação do modelo é então realizada a partir da correlação entre o teste físico e o modelo virtual.

- Capítulo V: Por fim, apresentam-se as conclusões do trabalho e as contribuições científicas para a área da dinâmica de veículos. Perspectivas para pesquisas futuras também são apresentadas no final do capítulo.

CAPÍTULO II

DINÂMICA VEICULAR – MODELAGEM

Neste capítulo faz-se inicialmente uma discussão sobre a dinâmica veicular, seguido por uma apresentação sobre modelagem de sistemas multicorpos e os procedimentos da Mecânica Analítica para obtenção das equações do movimento. Em seguida é apresentada a metodologia adotada para construção do modelo do veículo, por meio de uma descrição detalhada dessa atividade, para simulação do seu comportamento dinâmico. O software utilizado para a criação do modelo em multicorpos foi o LMS Virtual.Lab Motion.

2.1 Aspectos Gerais da Dinâmica de Veículos

A análise do comportamento dinâmico de veículos abrange o estudo de vários parâmetros associados aos seus movimentos sobre uma pista e de seus principais subsistemas envolvidos tais como, as suspensões dianteira e traseira, sistema de direção, chassis, barra estabilizadora, sistema de freios e pneus. Dentro deste contexto, o veículo e seus componentes são estudados com o objetivo de determinar as forças envolvidas durante a execução de uma manobra específica e de que maneira o veículo irá responder a essas forças (GILLESPIE, 1992).

Conforme é ilustrado na Figura 2.1, o estudo do comportamento de um veículo pode ser divido em três tipos: Longitudinal, Lateral e Vertical. A análise do comportamento longitudinal estuda os fenômenos de aceleração e frenagem do veículo trafegando em linha reta e busca-se avaliar os movimentos e forças que agem na direção longitudinal, como, por exemplo as forças de tração e as influências externas, particularmente em se tratando das forças aerodinâmicas, as quais tendem a oferecer resistência ao movimento do automóvel.

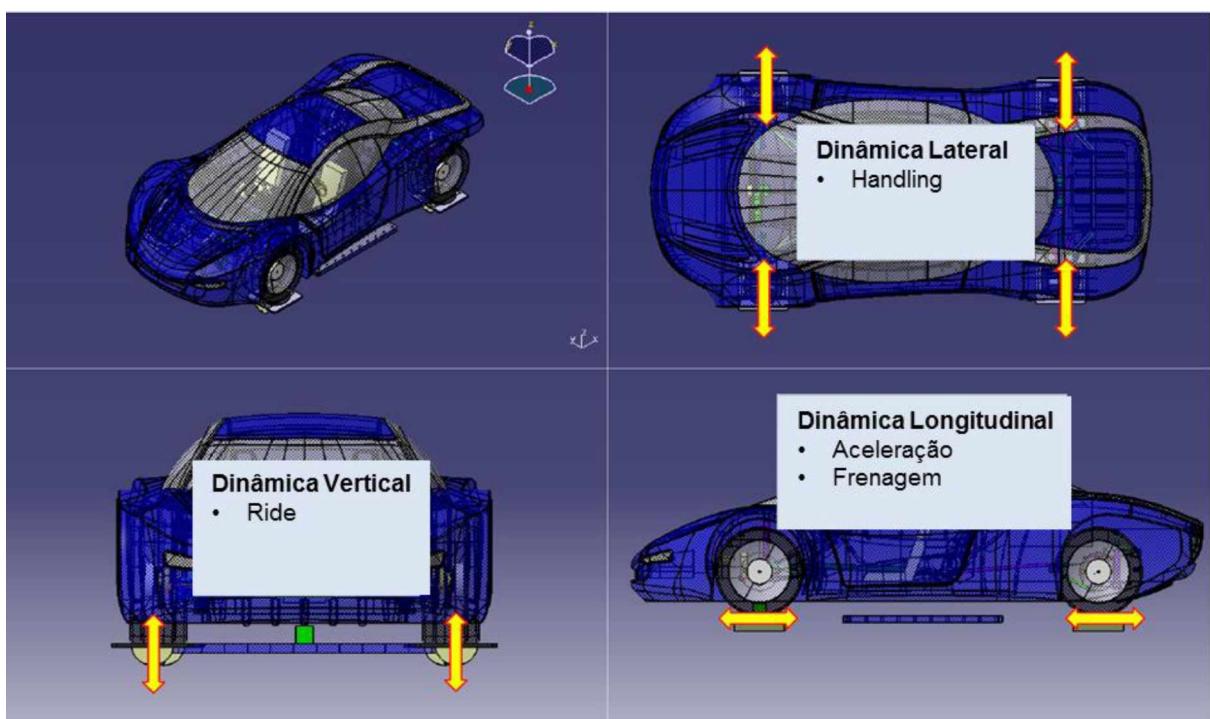


Figura 2.1 - Aspectos importantes da dinâmica veicular. Figura adaptada de Catálogo Siemens PLM (2013)

A dinâmica lateral representa o comportamento do veículo ao realizar manobras de mudança de direção e, por isso, tem um aspecto importante na dinâmica global do sistema, sendo normalmente relacionada com a manobrabilidade e estabilidade. O veículo sofre ação das forças laterais provocadas pelo conjunto de pneus que irão determinar os movimentos de translação na direção lateral e de rotação em torno do eixo vertical, movimento este conhecido como guinada ou *Yaw*.

A dinâmica vertical trata da influência do comportamento do automóvel sobre os seus ocupantes quando submetidos a excitações provenientes dos diferentes tipos de perfis de pista pelos quais o veículo trafega. O ajuste dos parâmetros do sistema de suspensão é essencial para garantir um bom conforto durante o ato de dirigir o automóvel. Esse conforto é avaliado através da percepção subjetiva do condutor em relação às vibrações do veículo, sendo que, na literatura, existem algumas métricas para avaliar o comportamento do corpo humano em função da exposição à vibração, tal como a norma ISO 2631-1 (1997).

Neste trabalho, o comportamento dinâmico do veículo foi investigado em função de sua capacidade de promover a estabilidade ao realizar manobras de *handling* e fornecer conforto adicional ao executar manobras de *ride*, abordando dessa forma, conceitos relacionados principalmente à dinâmica lateral e vertical.

Tendo introduzido os aspectos relacionados com o comportamento dinâmico de veículos, é possível determinar os graus de liberdade (GDL) a serem considerados na análise. O ponto de partida para isso é considerar o veículo como sendo um corpo rígido e que qualquer corpo rígido sob condições de contorno livres possui 6 GDL, conforme é mostrado na Fig. 2.2. Os movimentos do veículo são definidos em relação a dois sistemas de coordenadas: Sistema de coordenadas inercial fixo à Terra, indicado na Fig. 2.2 pela sigla GRF (*Ground Reference Frame*) e o sistema de coordenadas do veículo, cuja origem encontra-se posicionada sobre o seu centro de gravidade (CG). A relação entre esses dois sistemas de coordenadas é definida por meio dos ângulos de Euler.

Para determinar a orientação do veículo em um espaço euclidiano tridimensional em relação ao sistema inercial é necessário fornecer suas rotações com relação aos eixos X , Y e Z , e também especificar a ordem em que essas rotações devem ocorrer. Primeiramente, o sistema de coordenadas fixo ao veículo deve rotacionar em torno do eixo Z (ângulo de guinada ou *Yaw*), depois em torno do eixo Y (ângulo de arfagem ou *pitch*) e, em seguida, rotacionar em torno do eixo X (ângulo de rolagem ou *roll*). Os três ângulos obtidos são os ângulos de Euler. As operações de rotação não são comutativas e, por isso, dependendo da ordem em que as rotações forem aplicadas obtém-se orientações finais diferentes (GILLESPIE, 1992).

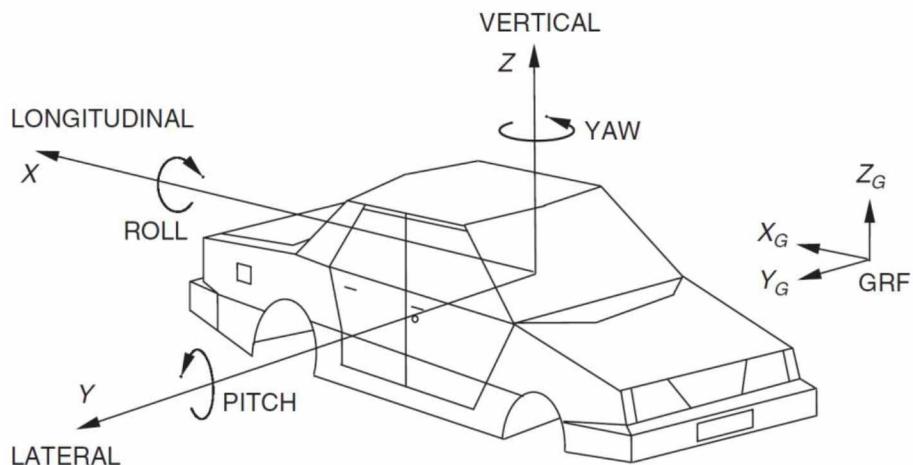


Figura 2.2 - Graus de liberdade associados a um corpo rígido sem restrições (BLUNDELL; HARTY, 2004)

O sistema de coordenadas inercial fixo à Terra, indicado na Fig. 2.2 pelas letras X_G , Y_G e Z_G , é usado para definir as direções longitudinal, lateral e vertical e para referenciar o movimento do veículo em relação a um ponto fixo.

O sistema de coordenadas do veículo é fixo ao seu CG e é usado como referência para todos os movimentos dinâmicos do veículo. Esse sistema de coordenadas indica as três direções (longitudinal, lateral e vertical), a rotação em torno do eixo X , denominada de rolagem (*Roll*), a rotação no eixo Y , denominada arfagem (*Pitch*) e a rotação em torno do eixo Z , denominada guinada (*Yaw*).

2.2 Dinâmica de Sistemas Multicorpos

O método dos multicorpos é um importante e eficiente recurso no estudo da dinâmica de veículos, que utiliza como base a Mecânica Clássica.

A dinâmica dos corpos rígidos é governada pelas relações entre as forças e momentos aplicados e o movimento resultante, expresso em termos da aceleração de translação do centro de massa e da aceleração angular do corpo. Essas relações são fornecidas pelas equações do movimento através do formalismo de Newton-Euler, que são expressões matemáticas na forma de equações diferenciais de segunda ordem. A partir da integração dessas equações, obtém-se a velocidade e posição do centro de massa e a velocidade angular e a posição angular do corpo rígido. Em seguida, de posse dessas grandezas, é possível determinar a posição, velocidade e aceleração de um ponto qualquer do corpo rígido empregando relações cinemáticas simples (RADE, No prelo).

A Mecânica baseada nas Leis de Newton e nos Princípios de Euler também é denominada de Mecânica Vetorial. Embora sejam teoricamente aplicáveis a qualquer tipo de sistema mecânico, os métodos da Mecânica Vetorial podem ter seu uso dificultado no caso de sistemas complexos, formados por significativo número de componentes interconectados, que podem ainda estar sujeitos a diversos tipos de restrições cinemáticas. Nestes casos de grande complexidade física, o monitoramento de grandezas vetoriais como forças, momentos, acelerações lineares e acelerações angulares fica bastante dificultado (RADE, No prelo).

As técnicas baseadas na Mecânica Vetorial tornam-se difíceis de serem implementadas com segurança quando sistemas multicorpos em grande escala são investigados, como é o caso da dinâmica de veículos, que pode ser considerado um sistema complexo de vários graus de liberdade, de coordenadas generalizadas e formados também por um número significativo de componentes interconectados. Como a formulação newtoniana da dinâmica revela-se inconveniente e dispendiosa para obtenção das equações do movimento em tais situações, uma alternativa que se faz interessante é o uso de métodos que compõem a chamada Mecânica Analítica (LEMOS, 2007). Logo, os métodos

mais adequados para a formulação das equações que regem o movimento de sistemas multicorpos, inclusive aqueles mais genéricos e complexos, baseiam-se na Mecânica Analítica.

Diferentemente da Mecânica Vetorial, que faz uso de grandezas vetoriais, a Mecânica Analítica se baseia no uso de quantidades escalares: trabalho de forças e momentos, energia cinética e energia potencial. A formulação em termos de coordenadas generalizadas conduz às Equações de Lagrange do Movimento, as quais constituem uma forma bastante elegante e sistemática para a obtenção das equações do movimento de sistemas dinâmicos (RADE, No prelo).

Desse modo, o emprego das Equações de Lagrange, destinado à análise da dinâmica dos corpos rígidos em duas e três dimensões, pode conduzir a um melhor entendimento de como os vários sistemas que compõe um automóvel interagem entre si. Além disso, a Mecânica lagrangeana permite um melhor equacionamento dos fenômenos estacionários e transientes na dinâmica veicular (GANZAROLLI, 2012).

No regime transitente, as variáveis de estado do veículo sofrem mudanças em função do tempo, sujeitas à ação de eventos internos ou externos, os quais tendem a causar mudança em seu estado de movimento. Em regime estacionário, as variáveis de estado do veículo permanecem constantes ao longo do tempo.

Neste trabalho, foram selecionadas três manobras típicas de *handling*, que se distinguem convenientemente conforme a entrada de esterçamento do volante e o regime de operação, que compreende o estado estacionário e transitente. As informações sobre as manobras realizadas neste trabalho são detalhadas nos capítulos subsequentes.

2.2.1. Fundamentos da Mecânica Analítica

A seguir são sumarizados, a título de revisão, os princípios da Mecânica Analítica para obtenção das equações do movimento, por meio das Equações de Lagrange.

Segundo Rade (No prelo), no caso de um sistema de n partículas, como mostrado na Fig. 2.3, pode-se afirmar que, se todas as partículas se movimentam livre e independentemente uma das outras, a posição de cada uma delas fica determinada por três coordenadas espaciais (x_i, y_i, z_i) , para $i = 1, 2, \dots, n$, de modo que, para a completa determinação da configuração espacial do sistema são necessárias $3n$ coordenadas. No entanto, se houver vínculos ou restrições de ordem geométrica ou cinemática que limitam o movimento das partículas a uma dada região do espaço ou impedem algum tipo de

movimento relativo entre as partículas, algumas destas $3n$ coordenadas tornam-se dependentes entre si.

Nesse caso, o número de coordenadas independentes necessárias e suficientes para determinar a configuração espacial do sistema é dado pela Eq. (2.1).

$$N = 3n - p \quad (2.1)$$

onde p é o número de equações de vínculos impostos pelas restrições cinemáticas e N é denominado número de graus de liberdade do sistema.

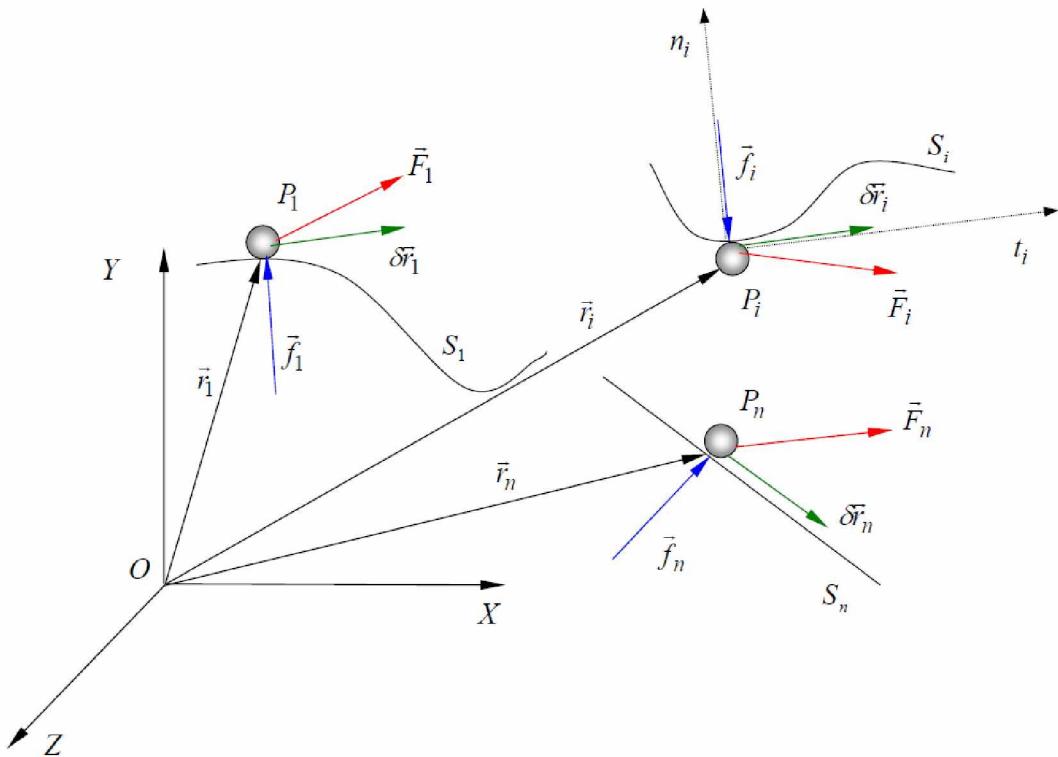


Figura 2.3 - Representação esquemática de um conjunto de n partículas (RADE, No prelo)

No caso de sistemas formados por corpos rígidos, como é o caso do sistema abordado nesta dissertação, para a definição da posição espacial de cada corpo são necessárias $6n$ variáveis, sendo 3 coordenadas lineares e 3 coordenadas angulares, de modo que o número de graus de liberdade de um sistema formado por n corpos rígidos é representado pela Eq. (2.2).

$$N = 6n - p \quad (2.2)$$

É importante enfatizar que vínculos são limitações de ordem cinemática ao movimento das partículas de certo sistema mecânico, ou seja, são restrições às possíveis posições e velocidades das partículas e, portanto, antecedem a dinâmica. A própria formulação das equações de movimento do sistema precisa levar em conta esses vínculos ou restrições. No entanto, restrições de natureza dinâmica não são vínculos. Por exemplo, a Segunda Lei de Newton ao obrigar uma partícula, sujeita a uma força central, a se mover em um plano fixo não caracteriza um vínculo (LEMOS, 2007).

A escolha do conjunto de coordenadas independentes é arbitrária, embora seu número permaneça invariável. Qualquer conjunto de N coordenadas independentes constitui um conjunto de coordenadas generalizadas, denotadas genericamente por (q_1, q_2, \dots, q_n) .

Conforme ilustrado na Fig. 2.3, sobre uma partícula genérica P_i , de massa m_i estão indicadas:

- \vec{F}_i : Resultante das forças impostas sobre a partícula, representando as ações mecânicas dos corpos a ela vizinhos, incluindo as forças exercidas pelas outras partículas do sistema;
- \vec{f}_i : Força de restrição exercida sobre a superfície de restrição S_i sobre a qual P_i é forçada a se mover. O atrito neste caso foi negligenciado, de modo que a força de restrição terá sempre a direção normal à superfície de restrição, indicada na Fig. 2.3 por n_i ;
- \vec{r}_i : Vetor posição da partícula em relação ao sistema de referência, admitido como fixo, OXYZ.

Aplicando a Segunda Lei de Newton para cada partícula do sistema considerada isoladamente, tem-se:

$$\vec{F}_i + \vec{f}_i = m_i \ddot{\vec{r}}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

A partir do Princípio de d'Alembert, a Eq. (2.3) pode ser escrita através da Eq. (2.4).

$$\vec{F}_i + \vec{f}_i - m_i \ddot{\vec{r}}_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

Segundo a interpretação de d'Alembert, cada partícula do sistema encontra-se em estado de equilíbrio para um observador que acompanha o seu movimento, sob a ação das

forças \vec{F}_i, \vec{f}_i e da força de inércia $-m_i \ddot{\vec{r}}_i$. Este estado de equilíbrio observado pelo observador não inercial é denominado *equilíbrio dinâmico* (RADE, No prelo).

A transformação aparente da Segunda Lei de Newton em uma equação de equilíbrio, podendo ser reduzida formalmente à estática sob a forma da Eq. (2.4), é conhecida como Princípio de d'Alembert. Segundo Rade (No prelo), o princípio de d'Alembert é um método frequentemente utilizado para escrever as equações do movimento. É importante sublinhar, entretanto, que a utilização deste princípio não conduz a nenhuma simplificação do problema.

É possível introduzir agora o conceito dos chamados *deslocamentos virtuais*, que serão denotados por $\delta \vec{r}_1, \dots, \delta \vec{r}_i, \dots, \delta \vec{r}_n$. Em suma, as características definidoras de tais deslocamentos virtuais são ditas como sendo perturbações instantâneas, simultâneas, imaginárias, infinitesimais e arbitrárias das posições das partículas, que não violam os vínculos impostos pelas superfícies de restrição. Nota-se que a última condição, para que a partícula permaneça na superfície, implica que os deslocamentos virtuais devem ser tangentes à superfície de restrição, na posição instantaneamente ocupada pela partícula. Dessa forma, conforme ilustra a Figura 2.3, os vetores \vec{f}_i e $\delta \vec{r}_1$ são mutuamente perpendiculares. Portanto, as forças aplicadas às partículas do sistema não variam em decorrência dos deslocamentos virtuais.

Em termos de componentes cartesianas, os vetores posição das partículas são expressos por:

$$\vec{r}_i = X_i \vec{i} + Y_i \vec{j} + Z_i \vec{k} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.5)$$

de tal modo que os deslocamentos virtuais tornam-se:

$$\delta \vec{r}_i = \delta X_i \vec{i} + \delta Y_i \vec{j} + \delta Z_i \vec{k} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

onde $\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i$ são as variações dadas às coordenadas que representam a posição das partículas em relação ao sistema de referência empregado. Em virtude da Equação (2.4), é possível afirmar que, na situação de equilíbrio dinâmico, o trabalho realizado por todas as forças aplicadas sobre a partícula P_i , incluindo a força de inércia, por ocasião de um deslocamento virtual $\delta \vec{r}_i$, é nulo, ou seja:

$$(\vec{F}_i + \vec{f}_i - m_i \ddot{\vec{r}}_i) \delta \vec{r}_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

Tendo em vista que os vetores \vec{f}_i e $\delta\vec{r}_i$ são mutuamente perpendiculares, conclui-se que as forças de vínculo produzem trabalho virtual nulo ($\vec{f}_i \cdot \delta\vec{r}_i = 0$), uma vez que o deslocamento virtual da partícula não pode mover o seu ponto de contato com a superfície.

Dessa forma, a Eq. (2.7) pode ser escrita da seguinte forma:

$$(\vec{F}_i - m_i \ddot{\vec{r}}_i) \delta\vec{r}_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.8)$$

Adicionando as n equações (2.8), obtém-se:

$$\sum_{i=1}^n (\vec{F}_i - m_i \ddot{\vec{r}}_i) \delta\vec{r}_i = 0 \quad (2.9)$$

Nesse caso, o trabalho total sobre a i -ésima partícula admite a decomposição, permitindo escrever a Eq. (2.9) na forma:

$$\delta W^F - \delta W^I = 0 \quad (2.10)$$

onde:

$$\delta W^F = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \delta\vec{r}_i \quad e \quad \delta W^I = \sum_{i=1}^n m_i \ddot{\vec{r}}_i \delta\vec{r}_i \quad (2.11)$$

designam o trabalho virtual das forças impostas e o trabalho virtual das forças de inércia, respectivamente. A Equação (2.10) expressa o chamado Princípio do Trabalho Virtual.

Conclui-se que, para qualquer posição de um sistema de partículas, o Princípio do Trabalho Virtual admite a nulidade do trabalho virtual total realizado por todas as forças impostas e todas as forças de inércia para todo e qualquer conjunto arbitrário de deslocamentos virtuais introduzidos a partir daquela posição (RADE, No prelo).

Uma vez introduzida uma variação virtual via Eq. (2.9), referente ao operador δ , podem ser atribuídas as mesmas propriedades do operador diferencial do Cálculo Diferencial aos deslocamentos virtuais $\delta\vec{r}_i$ mediante a identidade:

$$\frac{d(\dot{\vec{r}}_i \cdot \delta\vec{r}_i)}{dt} = \ddot{\vec{r}}_i \cdot \delta\vec{r}_i + \dot{\vec{r}}_i \cdot \delta\dot{\vec{r}}_i = \ddot{\vec{r}}_i \cdot \delta\vec{r}_i + \delta\left(\frac{1}{2} \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i\right) \quad (2.12)$$

onde:

$$\ddot{\vec{r}_i} \cdot \delta \vec{r}_i = \frac{d(\dot{\vec{r}_i} \cdot \delta \vec{r}_i)}{dt} - \delta \left(\frac{1}{2} \dot{\vec{r}_i} \cdot \dot{\vec{r}_i} \right) \quad (2.13)$$

A substituição da Eq. (2.13) na Eq. (2.9) conduz a:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_i - \sum_{i=1}^n m_i \frac{d(\dot{\vec{r}_i} \cdot \delta \vec{r}_i)}{dt} + \delta \left(\sum_{i=1}^n m_i \frac{1}{2} \dot{\vec{r}_i} \cdot \dot{\vec{r}_i} \right) = 0 \quad (2.14)$$

então:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \dot{\vec{r}_i} \cdot \dot{\vec{r}_i} \quad (2.15)$$

é a energia cinética de um sistema discreto de n de partículas, de modo que a Eq. (2.14) pode ser escrita na forma:

$$\delta W^F + \delta T = \sum_{i=1}^n m_i \frac{d(\dot{\vec{r}_i} \cdot \delta \vec{r}_i)}{dt} \quad (2.16)$$

Nas presentes circunstâncias, vale notar que a energia cinética pode ser representada como sendo uma função de várias variáveis. Em termos de componentes cartesianas dos vetores posição e velocidade das partículas do sistema, tal função pode ser expressa por uma equação da forma:

$$T = T(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_n, y_n, z_n, \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{z}_2, \dots, \dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n) \quad (2.17)$$

de modo que δT designa o diferencial total da função T , expresso segundo:

$$\begin{aligned} \delta T &= \frac{\delta T}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\delta T}{\partial y_1} \delta y_1 + \frac{\delta T}{\partial z_1} \delta z_1 + \dots + \frac{\delta T}{\partial x_n} \delta x_n + \frac{\delta T}{\partial y_n} \delta y_n + \frac{\delta T}{\partial z_n} \delta z_n \\ &+ \frac{\delta T}{\partial \dot{x}_1} \delta \dot{x}_1 + \frac{\delta T}{\partial \dot{y}_1} \delta \dot{y}_1 + \frac{\delta T}{\partial \dot{z}_1} \delta \dot{z}_1 + \dots + \frac{\delta T}{\partial \dot{x}_n} \delta \dot{x}_n + \frac{\delta T}{\partial \dot{y}_n} \delta \dot{y}_n + \frac{\delta T}{\partial \dot{z}_n} \delta \dot{z}_n \end{aligned} \quad (2.18)$$

Multiplicando a Equação (2.16) por dt e integrando entre dois instantes de tempo t_1 e t_2 , obtém-se a Eq. (2.19).

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta W^F + \delta T) dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d(\dot{\vec{r}}_i \cdot \delta \vec{r}_i)}{dt} dt = \left[\sum_{i=1}^n m_i \dot{\vec{r}}_i \cdot \delta \vec{r}_i \right]_{t_1}^{t_2} \quad (2.19)$$

Considerando a hipótese de que os deslocamentos virtuais, embora arbitrários, sejam nulos nos instantes de tempo t_1 e t_2 , ou seja, $\delta \vec{r}_i(t_1) = \delta \vec{r}_i(t_2) = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, a Eq. (2.19) torna-se:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta W^F + \delta T) dt = 0 \quad (2.20)$$

Levando em conta que além das forças impostas conservativas houver forças não conservativas, ou seja, derivam de potenciais escalares, é conveniente separar os trabalhos realizados por estes dois tipos de forças escrevendo:

$$\delta W^F = \delta W_c^F + \delta W_{nc}^F \quad (2.21)$$

onde δW_c^F e δW_{nc}^F designam, os trabalhos realizados pelas forças impostas conservativas e não conservativas, respectivamente.

Considerando que as forças externas (produzidas por fontes exteriores ao sistema) admitam uma função energia potencial, tal que:

$$\delta W_c^F = -\delta V \quad (2.22)$$

onde V é a energia potencial associada às forças impostas, que depende exclusivamente das posições ocupadas pelas partículas do sistema.

Em seguida, combinando as Equações (2.20) e (2.21), e levando em consideração a Eq. (2.22), o chamado Princípio de Hamilton Estendido pode ser escrito sob a forma:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta L dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc}^F dt = 0 \quad (2.23)$$

onde:

$$L = T - V \quad (2.24)$$

é a *função de Lagrange* ou, simplesmente, *Lagrangeano* do sistema.

A Equação (2.23) expressa o chamado Princípio de Hamilton Estendido. Sua utilização é particularmente conveniente na resolução de problemas envolvendo forças conservativas e não conservativas.

A outra quantidade envolvida no Princípio de Hamilton Estendido, que corresponde ao segundo termo do lado esquerdo da Eq. (2.23), representa o *trabalho virtual das forças não conservativas* e pode ser expressa em termos das coordenadas generalizadas.

Para tanto, utilizando o conjunto de n partículas mostrado na Fig. 2.3, é possível expressar os vetores posição das partículas em função de um conjunto previamente escolhido de N coordenadas generalizadas através de relações do tipo:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i(q_1, q_2, \dots, q_N, t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.25)$$

Fazendo uso desse resultado, os deslocamentos virtuais $\delta \vec{r}_i$ podem ser expressos em termos dos deslocamentos virtuais independentes δq_j mediante:

$$\delta \vec{r}_i = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_N} \delta q_N = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \delta q_j \quad (2.26)$$

onde os termos δq_j , $j = 1, 2, \dots, N$, são entendidos como variações arbitrárias e independentes introduzidas nas coordenadas generalizadas.

Nota-se, mais uma vez que, de acordo com as propriedades atribuídas aos deslocamentos virtuais, a variação no tempo, representada pelo termo $\partial \vec{r}_i / \partial t dt$ não é incluída no desenvolvimento (2.26), já que o tempo deve permanecer fixo.

Em decorrência desse último resultado, tem-se:

$$\delta W_{nc}^F = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{nc} \cdot \delta \vec{r}_i = \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{nc} \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \right) \delta q_j \quad (2.27)$$

ou ainda:

$$\delta W_{nc}^F = \sum_{j=1}^N Q_j \delta q_j \quad (2.28)$$

onde:

$$Q_j = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{nc} \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \quad (2.29)$$

é, por definição, a j -ésima componente da força generalizada associada com a coordenada generalizada ∂q_j .

Uma observação a ser feita é que, embora as equações tenham sido desenvolvidas para sistemas de partículas, o Princípio de Hamilton Estendido pode ser imediatamente estendido a sistemas mecânicos formados por corpos rígidos (RADE, No prelo).

2.2.2. Dinâmica Lagrangeana

Como passo intermediário para chegar à formulação de Lagrange, a Eq. (2.25) é detalhada, para melhor compreensão, em termos de coordenadas cartesianas, como segue:

$$\vec{r}_i = x_i \vec{i} + y_i \vec{j} + z_i \vec{k} \quad (2.30)$$

de tal modo que:

$$\begin{aligned} x_i &= x_i(q_1, q_2, \dots, q_N, t) \\ y_i &= y_i(q_1, q_2, \dots, q_N, t) \\ z_i &= z_i(q_1, q_2, \dots, q_N, t) \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2.31)$$

Cada conjunto de valores atribuídos às coordenadas generalizadas define uma configuração do sistema, isto é, as posições de todas as partículas em um dado instante de tempo.

Em seguida, as velocidades das partículas podem ser representadas em termos das coordenadas generalizadas aplicando a regra da cadeia da derivação. Para isso, a derivação da Eq. (2.25) em relação ao tempo transforma a Eq. (2.30) em:

$$\vec{v}_i = \dot{x}_i \vec{i} + \dot{y}_i \vec{j} + \dot{z}_i \vec{k} \quad (2.32)$$

onde:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial x_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial x_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial x_i}{\partial q_N} \dot{q}_N + \frac{\partial x_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial x_i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial x_i}{\partial t} \\ \dot{y}_i &= \frac{dy_i}{dt} = \frac{\partial y_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial y_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial y_i}{\partial q_N} \dot{q}_N + \frac{\partial y_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial y_i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial y_i}{\partial t} \\ \dot{z}_i &= \frac{dz_i}{dt} = \frac{\partial z_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial z_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial z_i}{\partial q_N} \dot{q}_N + \frac{\partial z_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial z_i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial z_i}{\partial t} \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2.33)$$

Levando em conta a Equação (2.26), a expressão da energia cinética do sistema de partículas, dada pela Eq. (2.15), pode ser posta na forma:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \cdot \vec{v}_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) \quad (2.34)$$

Introduzindo (2.33) em (2.34), tem-se:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \left[\left(\sum_{j=1}^N \frac{\partial x_i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial x_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N \frac{\partial y_i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial y_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N \frac{\partial z_i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial z_i}{\partial t} \right)^2 \right] \quad (2.35)$$

De maneira geral, nota-se que a energia cinética será função das coordenadas generalizadas (q_1, q_2, \dots, q_n) , de suas derivadas temporais $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$ e do tempo t . Assim, a energia cinética pode ser representada na forma:

$$T = T(q_1, q_2, \dots, q_N, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N, t) \quad (2.36)$$

Procedendo analogamente, a energia potencial, que é função exclusiva dos vetores posição e, eventualmente, do tempo, tem a forma da Eq. (2.37).

$$V = V(q_1, q_2, \dots, q_N, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N, t) \quad (2.37)$$

Logo, com base nas Equações (2.36) e (2.37), o Lagrangeano pode ser expresso como uma função das coordenadas generalizadas (q_1, q_2, \dots, q_n) , de suas derivadas temporais $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$ e do tempo t .

$$L = T - V = L(q_1, q_2, \dots, q_N, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N, t) \quad (2.38)$$

A partir da Equação (2.38), é possível expressar a variação do Lagrangeano associada a um conjunto arbitrário de deslocamentos virtuais conforme a Eq. (2.39).

$$\delta L = \frac{\partial L}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial L}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial L}{\partial q_N} \delta q_N + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \delta \dot{q}_1 + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \delta \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_N} \delta \dot{q}_N \quad (2.39)$$

ou:

$$\delta L = \sum_{j=1}^N \frac{\partial L}{\partial q_j} \delta q_j + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \delta \dot{q}_j \quad (2.40)$$

Nota-se que, de acordo com as características definidoras dos deslocamentos virtuais, anteriormente apresentadas na seção 2.2.1, a variação no tempo, representada pelo termo $\partial L / \partial t dt$, não é incluída no desenvolvimento que conduz a Eq. (2.37), pois os deslocamentos virtuais ocorrem em um instante de tempo t fixo.

Introduzindo as Equações (2.28) e (2.40) em (2.23), tem-se:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial L}{\partial q_j} \delta q_j + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \delta \dot{q}_j \right) \right] dt + \int_{t_1}^{t_2} \left(\sum_{j=1}^N Q_j \delta q_j \right) dt = 0 \quad (2.41)$$

Rearranjando:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial L}{\partial q_j} + Q_j \right) \delta q_j + \sum_{j=1}^N \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \delta \dot{q}_j \right] dt = 0 \quad (2.42)$$

Em seguida, efetua-se a seguinte integração por partes, tem-se a Eq. (2.43).

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\sum_{j=1}^N \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \delta \dot{q}_j \right) dt = \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \delta q_j \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \left(\sum_{j=1}^N \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) \delta q_j \right) dt \quad (2.43)$$

Considerando a hipótese que os deslocamentos virtuais e, por conseguinte, as variações correspondentes das coordenadas generalizadas devem anular-se nos instantes t_1 e t_2 , ou seja, $\delta q_j(t_1) = \delta q_j(t_2) = 0$, o primeiro termo do lado direito da Eq. (2.43) resulta nulo. Em seguida, introduzindo a equação resultante na Eq. (2.42) e após alguns rearranjos tem-se a Eq. (2.44).

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_{j=1}^N \left(-\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_j} + Q_j \right) \delta q_j \right] dt = 0 \quad (2.44)$$

Como a Equação (2.44) deve ser satisfeita para todo e qualquer conjunto de variações virtuais arbitrárias e independentes, δq_j , $j = 1, 2, \dots, N$, essa última igualdade só pode ser satisfeita se os coeficientes que multiplicam cada uma das variações δq_j na Eq. (2.44) forem nulos. Assim, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.45)$$

Portanto, as *Equações de Lagrange do Movimento* na forma da Equação (2.45) apresentam-se em termos de equações diferenciais de segunda ordem na variável tempo, o que constitui as equações do movimento do sistema mecânico. Em lugar das forças e acelerações vetoriais que caracterizam a abordagem newtoniana, no método de Lagrange basta lidar com as energias cinética e potencial, T e V , de sorte que enormes simplificações são introduzidas no tratamento de problemas mecânicos. Logo, encontra-se o meio mais econômico para determinação das equações do movimento, pois as Equações de Lagrange envolvem o número mínimo de coordenadas e não aparecem as forças de vínculo (LEMOS, 2007).

Além do mais, as Equações de Lagrange representam um conjunto de equações escalares. Então, é necessário escrever um conjunto de N equações escalares para descrever o movimento do sistema. Na formulação newtoniana, é preciso levar em conta o caráter vetorial das forças que aparecem. Assim sendo, uma vantagem adicional do formalismo

lagrangeano sobre o newtoniano é de que, além de lidar com um número mínimo indispensável de coordenadas e não aparecerem as forças de vínculo, é preciso trabalhar apenas com quantidades escalares.

Segundo Rade (No prelo), deve-se observar que, embora tenham sido deduzidas para sistemas de partículas, as Equações de Lagrange podem ser imediatamente aplicadas a sistemas constituídos de corpos rígidos, bastando que se usem as expressões adequadas para o cálculo das energias cinética e potencial que compõem o Lagrangeano. A demonstração desta possibilidade baseia-se no fato de que os corpos rígidos podem ser considerados como um sistema de infinitas partículas com massa individual tendendo a zero e que possuem uma restrição dada pela rigidez ideal que mantém a posição relativa entre cada partícula como invariável.

No entanto, é importante salientar que a formulação lagrangeana, apesar de facilitar enormemente a determinação das equações do movimento, não é um método milagroso para a resolução destas equações. Nessa dissertação, as equações do movimento são complicadas e acopladas. Então, há um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, que acoplam certo número de variáveis e suas derivadas, e são essas as equações que regem o movimento do sistema mecânico em estudo. Por isso, resolver essas equações também representa uma tarefa não trivial. Essas equações são suficientemente complicadas para inviabilizar a utilização dos métodos tradicionais de resolução de equações diferenciais, pois são equações altamente não lineares, acopladas e, nesse caso, só é possível serem resolvidas com o auxílio computacional.

Em virtude disso, é preciso recorrer a ferramentas numérico computacionais para implementar a resolução das equações do movimento. A seguir, são apresentados alguns procedimentos numéricos para a resolução do sistema proposto nessa dissertação através do software de multicorpos *LMS Virtual.Lab Motion*.

2.2.3. Formas das Equações do Sistema

Para se chegar às Equações (2.25) e (2.26), foi assumido que as variações arbitrárias δq_j , $j = 1, 2, \dots, N$, introduzidas nas coordenadas generalizadas de um sistema de partículas, são linearmente independentes. No entanto, em sistemas multicorpos, como é o caso do estudo de veículos, existem restrições de origem cinemática devido à presença de juntas mecânicas, molas, amortecedores ou em decorrência de trajetórias específicas de movimento de alguns componentes. Nesse caso, um processo pode ser seguido para formular o conjunto de equações da dinâmica de sistemas multicorpos quando há existência de vínculos.

De acordo com Shabana (2013), as equações da dinâmica podem ser formuladas em termos de um conjunto de coordenadas redundantes. Como consequência, as equações resultantes são expressas em termos de coordenadas dependentes, bem como as forças associadas aos vínculos. A solução numérica das equações obtidas requer a resolução de um sistema de equações algébrico-diferenciais (EADs).

Antes de discutir a formulação do problema, é preciso atentar para as equações da dinâmica que são apresentadas, pela primeira vez, em uma forma matricial. Equações dessa forma padrão podem ser tomadas muito mais concisas por meio de notação matricial, o que aumenta a clareza da exposição (LEMOS, 2007). De agora em diante, as equações subsequentes serão apresentadas na forma matricial, sem perda de generalidade.

O Princípio de d'Alembert, como mencionado anteriormente, é a base para o desenvolvimento do Princípio do Trabalho Virtual feito por Lagrange e pode ser usado para derivar sistematicamente as equações do movimento de sistemas complexos (SHABANA, 2013).

Foi mostrado anteriormente, que o Princípio do Trabalho Virtual pode ser escrito como $\delta W_F - \delta W_I = 0$, em que δW_I é o trabalho virtual das forças de inércia e δW_F é o trabalho virtual das forças impostas, por meio das equações (2.10) e (2.11), que são repetidas a seguir:

$$\delta W^F = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \delta \vec{r}_i \quad e \quad \delta W^I = \sum_{i=1}^n m_i \ddot{\vec{r}}_i \delta \vec{r}_i \quad (2.46)$$

Conforme mencionado, as equações da seção anterior podem ser também estendidas aos corpos rígidos, usando o argumento de que estes são considerados como sendo constituídos de conjuntos com número infinito de partículas, de massas infinitesimais, distribuídas em uma região contínua do espaço e cuja posição relativa entre elas é invariável para estabelecer a hipótese da rigidez ideal (RADE, No prelo).

De acordo com Lemos (2007), na maioria dos problemas que envolvem a dinâmica de corpos rígidos é mais prático tratá-los como corpos contínuos do que como sistemas discretos de partículas. Em outros termos, a soma sobre todas as partículas é substituída por uma integração ao longo do volume ocupado pelo corpo, onde a massa de um volume infinitesimal dV do corpo é $dm = \rho dV$, sendo ρ a densidade do corpo. O vetor de posicionamento global de um ponto arbitrário no corpo é definido por um vetor r . Isso resulta que a força de inércia desse volume infinitesimal é $\rho dV \ddot{r}$, onde \ddot{r} é o vetor aceleração. A soma sobre todas as partículas é substituída por uma integração ao longo do volume V ocupado pelo corpo.

Consequentemente, o trabalho virtual das forças de inércia do corpo pode ser escrito como se segue:

$$\delta W_I = \int_V \rho \ddot{r}^T \delta r dV \quad (2.47)$$

De acordo com Shabana (2012), uma forma equivalente dessa última equação pode ser escrita através da Eq. (2.48).

$$\delta W_I = (M \ddot{q} - Q_v)^T \delta q \quad (2.48)$$

onde os termos M é a matriz simétrica de massa do corpo e Q_v é o vetor que representa as forças Centrífuga e de Coriolis.

O trabalho virtual das forças impostas W_F pode ser apresentado da seguinte forma:

$$\delta W_F = Q_e^T \delta q \quad (2.49)$$

onde Q_e é o vetor que representa as forças impostas.

Logo, com base nas Equações (2.48) e (2.49), o Princípio do Trabalho Virtual pode ser expresso na forma:

$$(M \ddot{q} - Q_v - Q_e)^T \delta q = 0 \quad (2.50)$$

ou simplesmente:

$$(M \ddot{q} - Q)^T \delta q = 0 \quad (2.51)$$

onde:

$$Q = Q_v + Q_e \quad (2.52)$$

De modo geral, quando há presença de vínculos, pode-se utilizar os chamados multiplicadores de Lagrange e escrever os seguintes conjuntos mistos de equações diferenciais e algébricas:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} + \lambda^T C_q = Q_j \quad (2.53)$$

onde C_q é a matriz Jacobiana dos vínculos, $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_n]^T$ é o vetor que representa os multiplicadores de Lagrange e n é o número de corpos do sistema. Nota-se que a Equação de Lagrange do Movimento (2.45) incorpora os vínculos por meio dos multiplicadores de Lagrange.

Os vínculos existentes entre os diferentes componentes do sistema multicorpos podem ser escritos em uma forma vetorial como

$$C(q_1, q_2, \dots, q_n, t) = C(q, t) = 0 \quad (2.54)$$

Uma vez introduzida uma variação virtual no sistema de coordenadas e utilizando a expansão da Série de Taylor, os vínculos dados pela equação anterior, tornam-se:

$$C_{q_1} \delta q_1 + C_{q_2} \delta q_2 + \dots + C_{q_n} \delta q_n = 0 \quad (2.55)$$

onde $C_{q_i} = \partial C / \partial q_i = [\partial C_1 / \partial q_i \ \partial C_2 / \partial q_i \ \dots \ \partial C_n / \partial q_i]^T$. Essa última equação pode ser reescrita em notação matricial como:

$$C_q \delta q = 0 \quad (2.56)$$

Incorporando os multiplicadores de Lagrange, obtém-se a Eq. (2.57).

$$\lambda^T C_q \delta q = 0 \quad (2.57)$$

Combinando as Equações (2.50) e (2.57), tem-se:

$$\delta q^T (M \ddot{q} - Q_e - Q_v + C_q^T \lambda) = 0 \quad (2.58)$$

Em decorrência desse último resultado, a equação do movimento torna-se:

$$M \ddot{q} + C_q^T \lambda = Q_e + Q_v \quad (2.59)$$

onde:

$$M = \begin{bmatrix} M^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M^n \end{bmatrix}, \quad C_q^T = \begin{bmatrix} C_{q^1}^T \\ C_{q^2}^T \\ \vdots \\ C_{q^n}^T \end{bmatrix}, \quad Q_e = \begin{bmatrix} Q_e^1 \\ Q_e^2 \\ \vdots \\ Q_e^n \end{bmatrix}, \quad Q_v = \begin{bmatrix} Q_v^1 \\ Q_v^2 \\ \vdots \\ Q_v^n \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

A fim de obter o novo estado do sistema em um dado instante de tempo, é necessário resolver as Equações (2.54) e (2.59). Essas equações representam um conjunto de equações algébrico-diferenciais, que podem ser resolvidas simultaneamente escrevendo a Eq. (2.54) em termos de aceleração. Desse modo, deriva-se a Equação (2.54) duas vezes em relação ao tempo para obter $C_q \ddot{q} = -C_t \dot{q}$ e também:

$$C_q \ddot{q} = -C_{tt} - (C_q \dot{q})_q \dot{q} - 2C_q \dot{q} \quad (2.61)$$

onde os subscritos q e t indicam a derivada parcial do vetor dos vínculos com relação ao vetor das coordenadas generalizadas e ao tempo, respectivamente.

A Equação (2.61) pode ser escrita simplesmente como:

$$Q_c = -C_{tt} - (C_q \dot{q})_q \dot{q} - 2C_q \dot{q} \quad (2.62)$$

em que:

$$C_q \ddot{q} = Q_c \quad (2.63)$$

As equações (2.59) e (2.63) podem ser então combinadas agora na forma:

$$\begin{bmatrix} M & C_q^T \\ C_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_e + Q_v \\ Q_c \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

As equações algébrico-diferenciais da Equação (2.64) podem ser resolvidas para o sistema de acelerações generalizadas e os multiplicadores de Lagrange. As acelerações são integradas em relação ao tempo para obter as velocidades generalizadas e as coordenadas do sistema e, em seguida, prosseguir a simulação. No *Virtual.Lab Motion*, métodos explícitos e implícitos de integração são disponibilizados para esse fim. Nessa dissertação é utilizado o

método de integração implícita e, nesse caso, é necessário que as equações do movimento sejam escritas implicitamente conforme Eq. (2.65).

$$G(u) = \begin{cases} \dot{q} - v = 0 \\ M\dot{v} + C_q^T \dot{\psi} - Q = 0 \\ C_q \dot{v} - C_t = 0 \end{cases} \quad (2.65)$$

em que v é vetor das velocidades generalizadas do sistema, \dot{v} é o vetor das acelerações generalizadas, e $\dot{\psi}$ são os multiplicadores de Lagrange.

Na Equação (2.65) as variáveis de estado são:

$$u = (q, v, \dot{\psi}) \quad (2.66)$$

Nesta formulação implícita, as equações das velocidades são uma parte das equações do movimento. A estabilização dos vínculos é necessária para impedir a dispersão das restrições de posição. Após cada passo de tempo, se as restrições de posição residuais da Eq. (2.54) não estiverem dentro de uma determinada tolerância, em seguida, as posições são projetadas de volta para o coletor de restrições. O uso da equação da velocidade, juntamente com a representação dos multiplicadores de Lagrange na Eq. (2.65) como uma variável diferencial, resulta em um conjunto de equações algébricas e diferenciais do movimento de primeira ordem.

No *Virtual.Lab Motion*, o conjunto de equações algébricas e diferenciais na Eq. (2.65) é resolvido implicitamente pelo Método de Diferenciação Regressiva, do inglês *Backward Differentiation Formula* (BDF) e baseado no código DASSL (*Differential Algebraic System SoLver*).

Esses métodos reforçam a conveniência de tratar os sistemas algébrico-diferenciais de forma direta, mantendo as relações originais entre variáveis e efetuando as menores manipulações algébricas possíveis antes da integração do sistema. A capacidade da DASSL de completar a inicialização das variáveis é de grande importância para sistemas altamente não lineares, como os sistemas tipos de multicorpos (SINOKROT et al., 2013).

2.2.4. Implementação da Flexibilidade de Componentes

A seção anterior foi concluída desenvolvendo as equações do movimento de sistemas multicorpos constituídos por componentes rígidos interligados, sendo uma aplicação comum

para a maior parte dos componentes da suspensão do veículo, visto que as deformações elásticas podem ser consideradas desprezíveis.

Entende-se que a substituição de modelos puramente constituídos de corpos rígidos por aqueles que incluem a presença de corpos flexíveis está em sintonia com as tendências de modelagem de multicorpos atual, cuja aplicação vem se tornando crescentemente sofisticada e rigorosa.

No entanto, a capacidade de reproduzir devidamente os efeitos não lineares geométricos próprios do sistema, devido à presença de certos elementos flexíveis, em particular a barra estabilizadora e o eixo de torção, é um tópico com um grau de dificuldade acima da média. Portanto, o alto nível de modelagem da flexibilidade desses componentes exerce uma grande influência na elaboração do modelo virtual, tão necessária para aumentar a fidelidade do modelo de veículo em multicorpos.

Para o caso da barra estabilizadora da suspensão dianteira, a modelagem é concebida a partir de uma abordagem com elementos de viga discretizados, com base na teoria da viga linear de Euler-Bernoulli, unidos por elementos de força, de modo a criar a não linearidade geométrica, representada pela curvatura da barra. A Figura 2.4 mostra o modelo da barra estabilizadora, constituído por 46 elementos de viga.

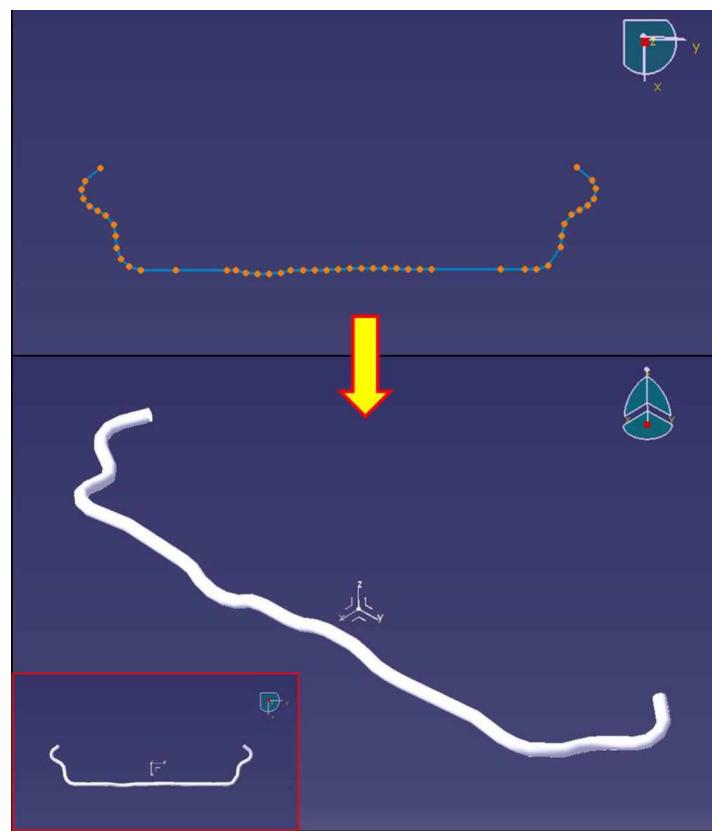


Figura 2.4 - Modelo da barra estabilizadora da suspensão dianteira constituído por 46 elementos de viga

Os elementos de viga são ligados por meio de elementos de bucha nos pontos de acoplamento, conforme ilustra a Fig. 2.5.

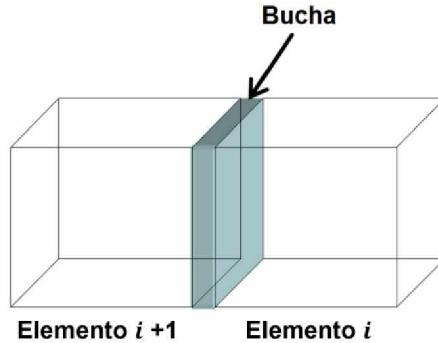


Figura 2.5 - Presença de bucha entre elementos de viga adjacentes. Figura adaptada de Sinokrot (2011b)

Na Figura 2.5, a força gerada pela bucha sobre os dois elementos de viga adjacentes é calculada com base na teoria da viga linear de Euler-Bernoulli que leva em conta a rigidez e o amortecimento da viga. Consequentemente, a força gerada é dependente dos deslocamentos relativos e velocidades entre os dois elementos de viga adjacentes. Por outro lado, rotações relativas são assumidas como sendo pequenas, o que é típico para tal representação linear de rigidez. Em virtude disso, a força Q_{barra}^i gerada pela bucha no elemento de viga i pode ser escrita como:

$$Q_{barra}^i = K(x^i - x^{i+1}) + D(\dot{x}^i - \dot{x}^{i+1}) \quad (2.67)$$

onde x^i é um vetor que contém as coordenadas do elemento de viga i e as três rotações infinitesimais que definem a sua orientação, K é a matriz de rigidez da viga e D é a matriz de amortecimento da viga. Na Equação (2.67), a matriz de rigidez da viga é calculada da seguinte forma:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

onde E é o módulo de elasticidade, A é a área da seção transversal, l é o comprimento livre da viga, G é o módulo de cisalhamento e, I_x , I_y , e I_z são os momentos de inércia das direções x , y , e z , respectivamente. A matriz de amortecimento, por outro lado, é calculada a partir dos elementos da diagonal da matriz de rigidez e massa dos elementos de viga, segundo a Eq. (2.69).

$$D = 2\xi \begin{bmatrix} \sqrt{m_{1,1}k_{1,1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{m_{2,2}k_{2,2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{m_{3,3}k_{3,3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{m_{4,4}k_{4,4}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{m_{5,5}k_{5,5}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{m_{6,6}k_{6,6}} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

em que $m_{j,j}$ e $k_{j,j}$ $j = 1, 2, \dots, 6$ são as matrizes diagonais de massa e rigidez dos elementos de viga e ξ é o fator de amortecimento.

A Equação (2.69) prevê forças e torques que podem ser adicionados diretamente ao vetor Q_e da Eq. (2.59) para cada elemento de viga, que é utilizado na modelagem da barra estabilizadora. Essas forças e torques são iguais entre dois elementos de viga adjacentes, mas agem em direções opostas (SINOKROT et al., 2011a).

2.2.5. Cossimulação a partir de um *Solver* Não Linear para Elementos Finitos

Já a modelagem do eixo de torção foi baseada em uma técnica de cossimulação, na qual se utiliza a combinação de um *solver* de multicorpos e um *solver* externo que usa o método dos elementos finitos (MEF) para análise não linear.

O modelo do eixo de torção ou *twist beam*, que liga os braços da suspensão traseira, é construído de uma forma que permite a deformação torcional, uma propriedade importante que visa facilitar o movimento vertical das rodas (REIMPELL; STOLL; BETZLER, 2001). Essa rigidez torcional é caracterizada pela geometria do eixo de torção e pelas propriedades do material.

Na Figura 2.6, tem-se a geometria do eixo de torção e a malha gerada do modelo, baseado em elementos do tipo casca, com auxílio da ferramenta de geração automática de malha através do *software* *Simcenter 11*.

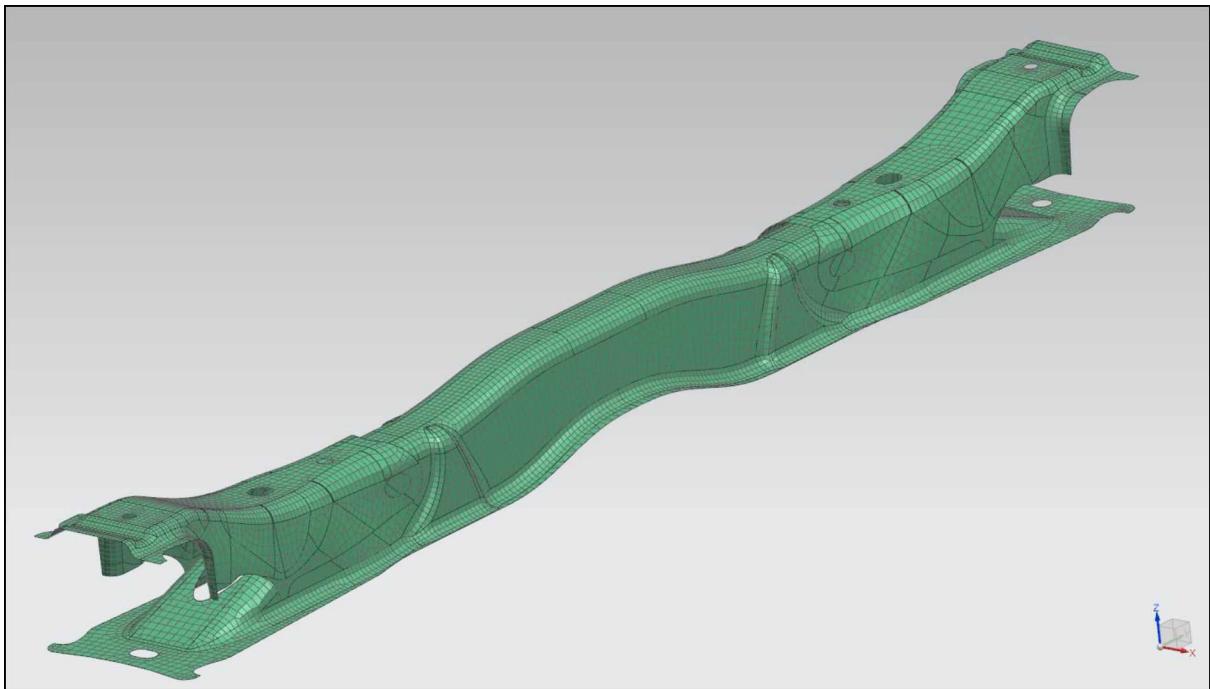


Figura 2.6 - Geração automática da malha do modelo do eixo de torção no *Simcenter 11*

O modelo ilustrado na Figura 2.6 foi posteriormente importado pelo *software LMS Virtual.Lab* para a atribuição das propriedades do material e a criação dos pontos rígidos nas duas extremidades do eixo de torção.

Os pontos rígidos estabelecem o acoplamento entre o modelo de multicorpos e elementos finitos. Para as condições de contorno do modelo de elementos finitos foram introduzidos 6 GDL em cada um dos dois acoplamentos.

O eixo de torção em estudo é construído em aço carbono, conforme as propriedades especificadas a seguir:

- Módulo de Elasticidade: $2,1 \times 10^{11}$ N/m²;
- Coeficiente de Poisson: 0,3;
- Densidade: 7.830 kg/m³.

A Figura 2.7 apresenta o modelo do eixo de torção modelado em elementos finitos mostrando a criação dos pontos rígidos.

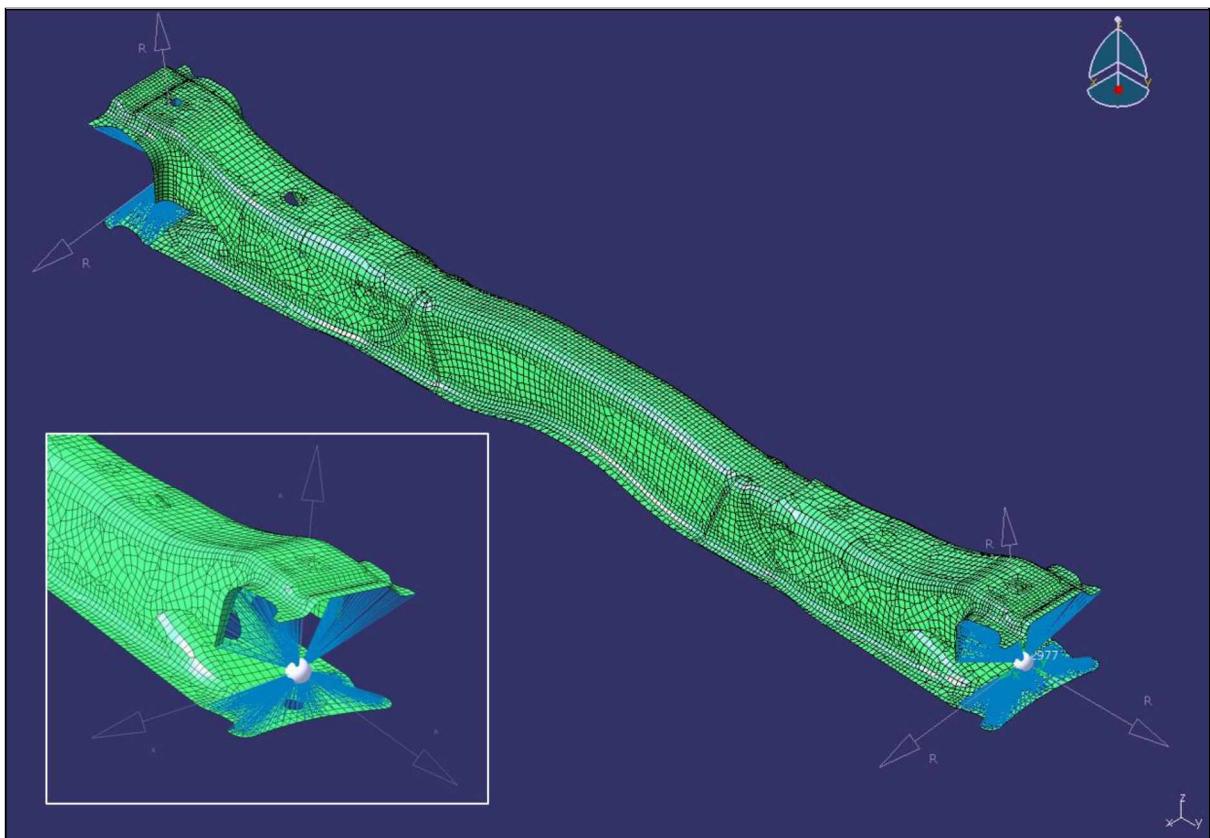


Figura 2.7 - Modelo em elementos finitos do eixo de torção da suspensão traseira, mostrando o detalhe dos pontos rígidos criados no *LMS Virtual.Lab*

O processo de construção e simulação do modelo virtual foi realizado utilizando o software *LMS Virtual.Lab Motion 13.5* para a simulação de multicorpos e o solver do software *LMS Samcef MECANO 17.2* para a simulação de elementos finitos. Nesse caso, o *MECANO* calcula as forças devido às deformações não lineares do corpo flexível, o eixo de torção em questão, e comunica com o solver do *Virtual.Lab Motion* nos pontos de acoplamento, onde o corpo flexível está ligado ao sistema de multicorpos. Os deslocamentos e velocidades desses pontos de acoplamento são calculados pelo *Virtual.lab Motion* e comunicados de volta para o *MECANO*, de modo a prosseguir com a simulação.

A Figura 2.8 mostra como essas forças não lineares são aplicadas no acoplamento entre os modelos de corpo rígido e flexível.

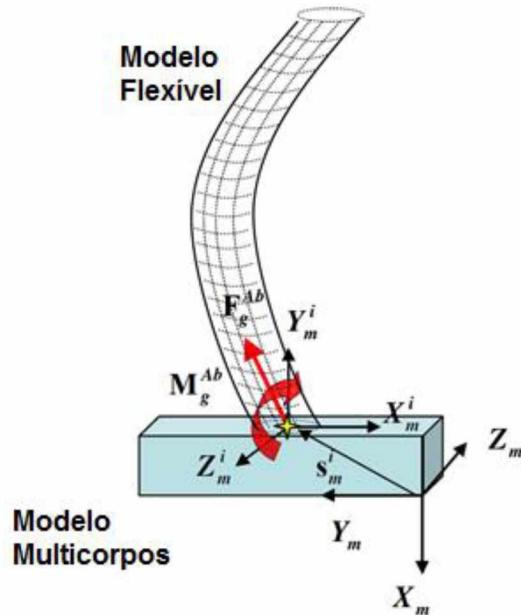


Figura 2.8 - Forças que aparecem no ponto de acoplamento do modelo. Figura adaptada de Sinokrot (2011b)

As forças e os torques não lineares são então aplicados em cada corpo correspondente no *solver* de multicorpos adicionando seus valores diretamente ao vetor das forças generalizadas desse corpo.

No processo de cossimulação, a comunicação de dados é organizada e gerida por um código supervisor, que monitora ambos os *solvers* e escolhe a etapa de integração adequada após cada etapa resolvida, conforme pode ser observado através do fluxograma da Fig. 2.9. O *solver* de multicorpos inicia o processo a partir da leitura das forças iniciais fornecidas pelo *solver* não linear MEF. Em seguida, o *solver* multicorpos integra equações do sistema até o próximo intervalo de comunicação. Durante essa etapa, o *solver* não linear MEF permanece inativo. Posteriormente, o *solver* de multicorpos informa as posições dos pontos de acoplamento para o *solver* não linear MEF. Após a leitura das posições fornecidas pelo *solver* de multicorpos, o *solver* não linear MEF inicia o processo de integração. Como os dados de multicorpos estão à frente no tempo, o *solver* não linear MEF executa a interpolação dos dados para aproximar as posições e velocidades dos pontos de acoplamento em qualquer de suas etapas de integração. Posteriormente, o *solver* não linear MEF envia as informações das forças de reação anexando-as ao *solver* de multicorpos. Isso é feito até o momento em que se atinja a convergência de ambos os integradores, até que o tempo final de processamento é alcançado.

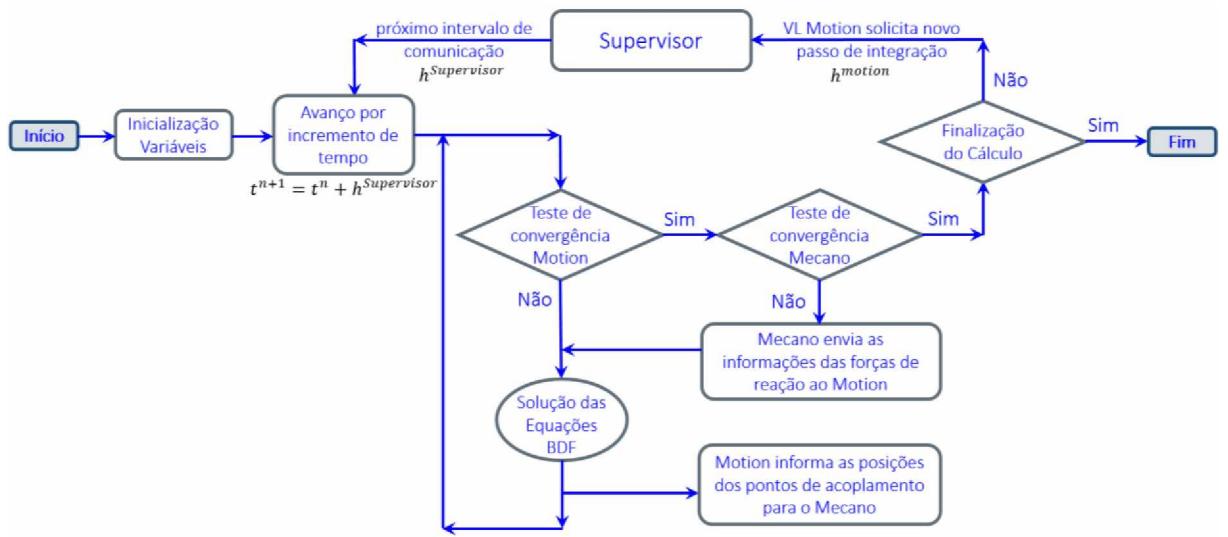


Figura 2.9 - Fluxograma do processo de cossimulação. Figura adaptada de Sinokrot (2013)

Uma das questões desafiadoras em técnicas de cossimulação é a capacidade de enfrentar os problemas de estabilidade numérica que podem surgir devido ao fato de que os dados de posição e força são considerados constantes durante as iterações de cada *solver* (SINOKROT et al., 2011b).

2.3 Características da Modelagem

A metodologia proposta para criação do modelo de multicorpos do veículo foi conduzida em três etapas principais:

- 1^a Etapa: Construção dos modelos da suspensão dianteira, suspensão traseira e sistema de direção;
- 2^a Etapa: Implementação da flexibilidade da barra estabilizadora da suspensão dianteira e do eixo de torção da suspensão traseira. Os dados obtidos nesta análise foram usados para validar o modelo do sistema de suspensão;
- 3^a Etapa: Análise do comportamento dinâmico por meio de manobras de *handling* e *ride*. Nessa etapa foram realizados acertos no modelo do veículo para permitir a correlação com os dados experimentais.

O modelo de veículo escolhido para demonstrar o potencial da metodologia sugerida de simulação é baseado em um veículo da categoria B, um *hatch compacto premium*, com características de ser um carro confortável.

Esse veículo apresenta suspensão dianteira independente do tipo *McPherson*, molas helicoidais, amortecedores hidráulicos telescópicos e barra estabilizadora. A suspensão traseira é do tipo eixo de torção (*twist beam*), molas helicoidais e amortecedores hidráulicos telescópicos. O sistema de direção é formado por coluna e caixa de direção do tipo pinhão e cremalheira.

O modelo multicorpos do veículo é formado pelos subsistemas: suspensão dianteira, suspensão traseira, sistema de direção, massa suspensa, pneus dianteiros e traseiros. Uma análise detalhada dos aspectos construtivos da modelagem desses subsistemas é apresentada nas seções subsequentes. Quanto aos parâmetros do veículo considerado, a Tab. 2.1 apresenta dados suficientes para a especificação do veículo.

Tabela 2.1 - Características Gerais do Veículo

Característica	Dimensões
Distância entre eixos	2.460 mm
Bitola dianteira	1.467 mm
Bitola traseira	1.455 mm
Massa não suspensa	158 kg
Massa suspensa	1.219 kg
Massa total do veículo	1.377 kg
Posição do CG	X - 984 mm; Y - 0 mm; Z - 590 mm

2.3.1 Tipos de Juntas

A seguir são apresentados os tipos de juntas utilizadas neste trabalho e a forma representativa expressa no *Virtual.Lab Motion*.

Na Tabela 2.2 é possível consultar a representação utilizada pelo *software* para designar os diferentes tipos de juntas e os graus de liberdade existentes em cada tipo:

- Junta Rígida: Inibe todos os graus de liberdade dos mecanismos. Nenhum movimento relativo é permitido;

- Junta Cilíndrica: Permite o movimento relativo de translação entre dois elementos ao longo do eixo da junta e o movimento de rotação relativo entre esses dois elementos. Desse modo, a junta cilíndrica introduz 4 vínculos;
- Junta de Revolução: Permite apenas 1 grau de liberdade, que é representado pelo movimento relativo de rotação entre dois corpos vinculados pela junta, em torno de um eixo comum entre eles. Desta forma, 5 vínculos são estabelecidos, sendo 3 de translação e 2 de rotação;
- Junta Esférica: Inibe todos os graus de liberdade de translação e permite a rotação em todos os eixos;
- Junta de Translação: Permite apenas o movimento relativo entre dois elementos ao longo de um eixo comum entre eles e restringe todos os graus de liberdade de rotação, ou seja, a junta de translação introduz 5 vínculos, sendo 2 de translação e 3 de rotação;
- Junta Universal: Permite a liberdade do movimento em 2 eixos de rotação e introduz 4 vínculos, sendo 3 de translação e 1 de rotação.

Tabela 2.2 - Tipos de juntas disponíveis no *Virtual.Lab Motion*. Tabela adaptada de Manual de Treinamento VL Motion (2013)

Tipos de Juntas	Graus de liberdade	Nº GDL removidos	
	Rígida	Nenhum movimento relativo	6
	Cilíndrica	Rotação e Translação ao longo de um único eixo	4
	Revolução	1 eixo de Rotação	5
	Esférica	Rotação em todos os eixos	3
	Translação	1 movimento de Translação	5
	Universal	2 eixos de Rotação	4

2.3.2 Suspensão Dianteira e Sistema de Direção

A suspensão dianteira é definida por uma suspensão independente do tipo *McPherson*, com barra estabilizadora conectada diretamente aos amortecedores através de uma bieleta. Na Figura 2.10, são apresentados os principais componentes do sistema de suspensão e direção do modelo proposto, os quais foram construídos a partir dos dados e recomendações dos fabricantes desses componentes, com base nas características de massa, rigidez, amortecimento e nas coordenadas dos pontos que definem a geometria do sistema.

O modelo da suspensão dianteira e do sistema de direção no ambiente *LMS Virtual.Lab Motion* da Fig. 2.10 é formado pelos seguintes componentes: bandeja, batente, mola, amortecedor, barra estabilizadora, bieleta da barra estabilizadora, cremalheira, caixa de direção, manga de eixo, pneu, roda, volante, garfo superior, cardan e garfo inferior.

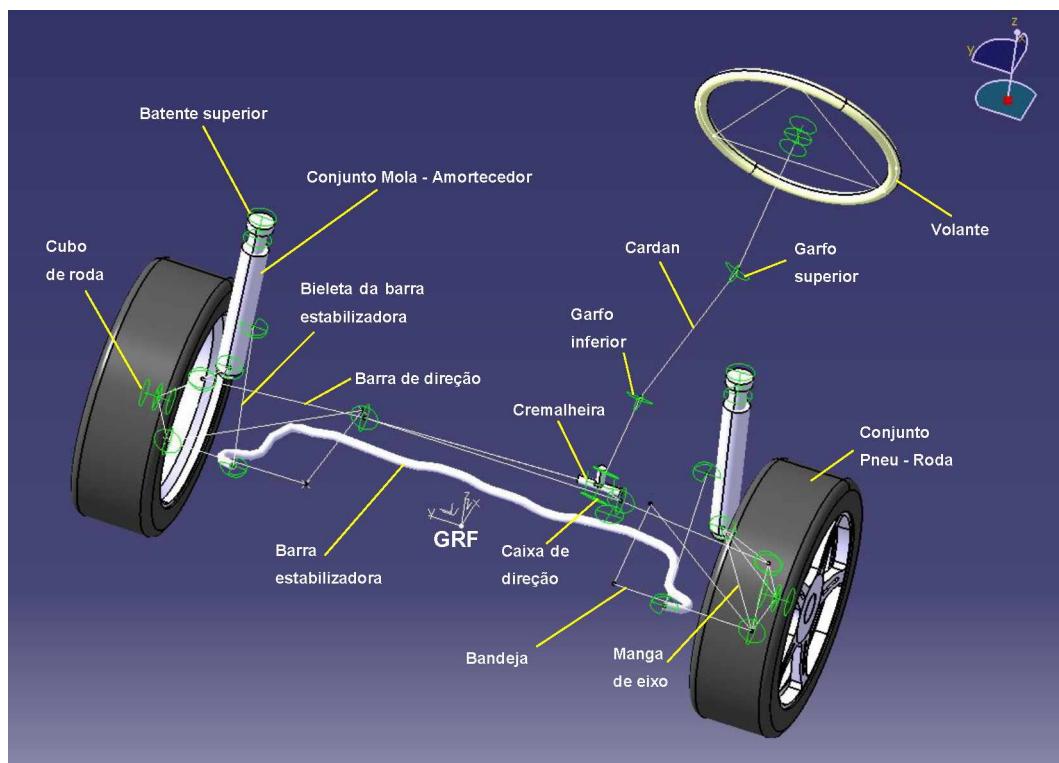


Figura 2.10 - Modelo da suspensão dianteira e sistema de direção, mostrando os principais componentes do subsistema

Com o intuito de mostrar o detalhe das juntas, anteriormente abordadas no item 2.3.1 desse capítulo, a Fig. 2.11 ilustra os tipos de juntas considerados no modelo de multicorpos do veículo.

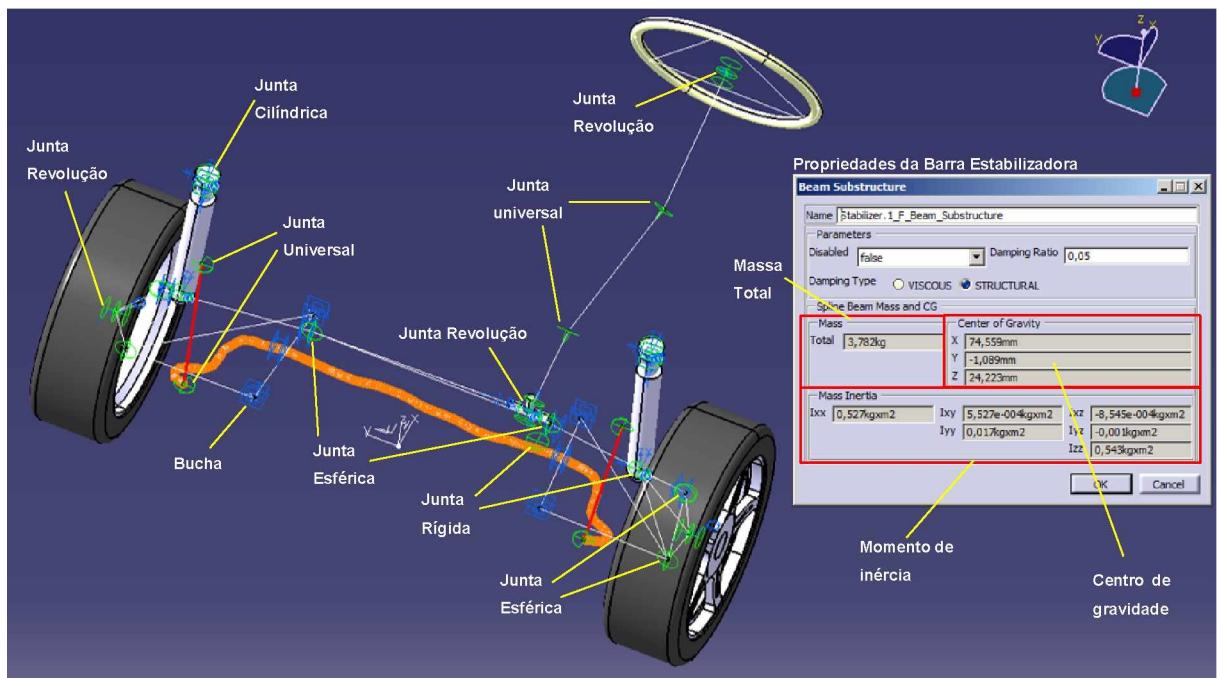


Figura 2.11 - Características definidoras da barra estabilizadora, buchas e juntas da suspensão dianteira e sistema de direção

O conjunto amortecedor, mola helicoidal, batente interno e coxim superior da suspensão tem a massa concentrada no suporte de suspensão e cada componente possui a sua curva de calibração própria.

Os amortecedores são do tipo viscosos, destinados a atenuar o movimento da suspensão, proporcionando a dissipação de energia. A denominação amortecedores viscosos tem origem no fato de que, usualmente, a dissipação é obtida pelo movimento de um pistão dentro de um cilindro preenchido com um fluido de alta viscosidade, como o óleo. O funcionamento de um amortecedor viscoso é ilustrado na Fig. 2.12 (a).

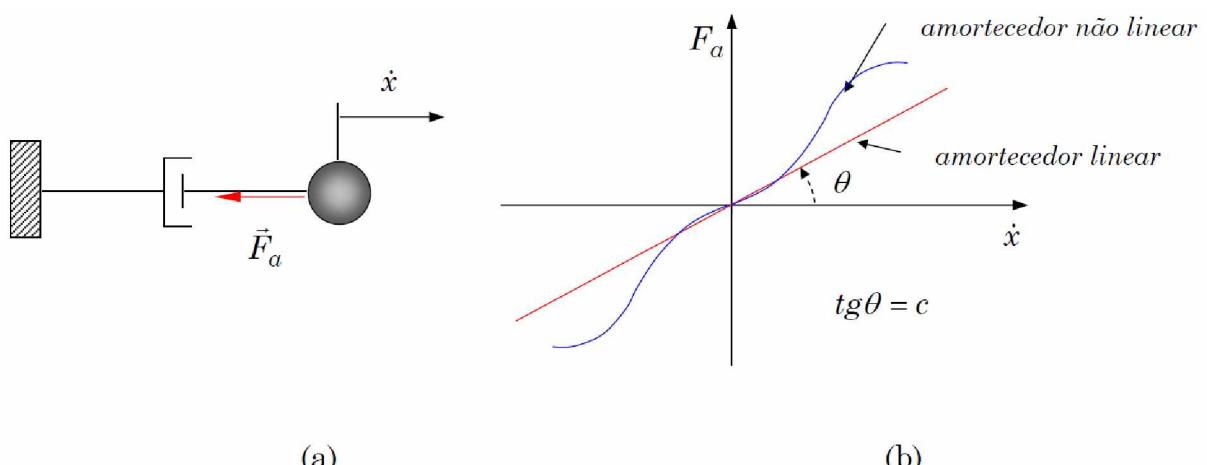


Figura 2.12 - (a) Representação esquemática do funcionamento de um amortecedor viscoso; (b) Diagrama $F_a \times \dot{x}$ de um amortecedor (RADE, No prelo)

Quando as terminações do amortecedor são deslocadas surge uma força de amortecimento que é função da velocidade de deslocamento e que atua no sentido de se opor ao movimento. Os amortecedores viscosos podem possuir comportamento linear e não linear (RADE, No prelo).

Os amortecedores não lineares obedecem a relações $F_a \times \dot{x}$ não lineares, conforme ilustrado na Fig. 2.12(b), sendo estas relações geralmente do tipo exponencial, dadas por:

$$F_a = c\dot{x}^n \quad (2.68)$$

onde n é uma constante adimensional.

O amortecedor dianteiro abordado neste trabalho apresenta uma característica não linear e difere no comportamento durante a extensão e compressão, quando acontece o deslocamento das extremidades do amortecedor, conforme a Fig. 2.13. Este comportamento assimétrico pode ser obtido através da combinação de componentes no sistema interno do amortecedor, de forma que a força durante a tração seja maior que a compressão, a fim de minimizar a força transmitida à carroceria, promovendo uma melhor estabilidade e conforto para o veículo (FERNANDES, 2015).

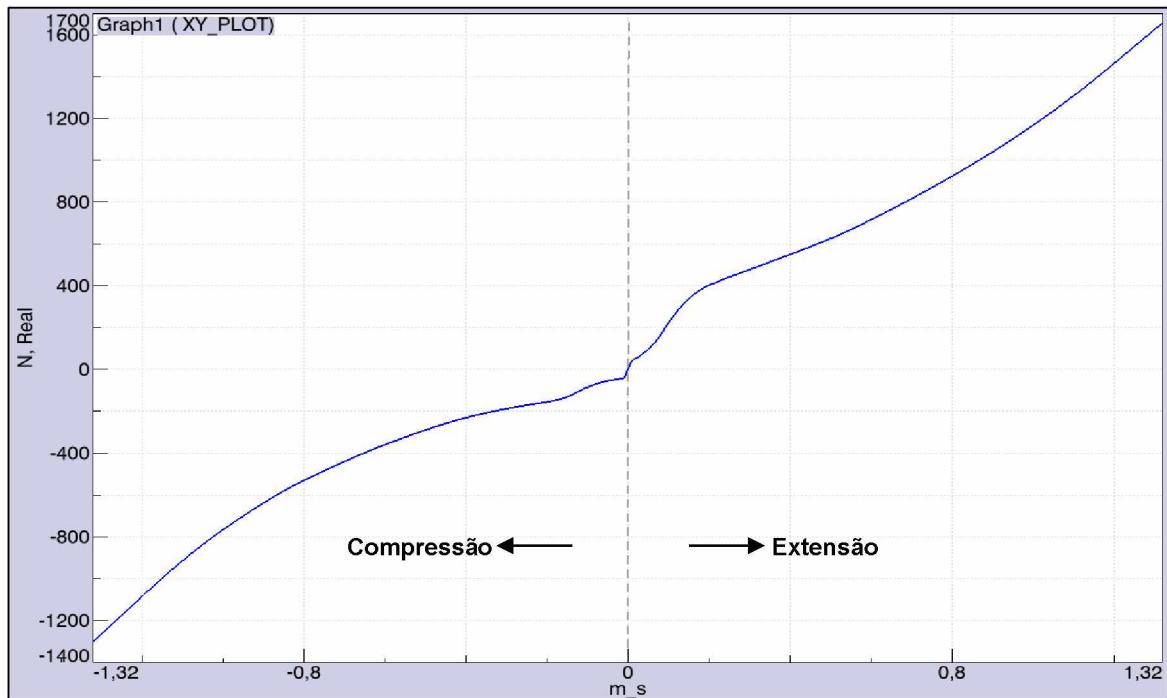


Figura 2.13 - Diagrama $F_a \times \dot{x}$ do amortecedor dianteiro

O sistema ainda conta com um batente ou coxim superior. A Figura 2.14 mostra a curva de rigidez do batente superior, interpolada no *Virtual.Lab Motion* pelo método de Akima, aplicada ao modelo de veículo proposto nessa dissertação, sendo essa curva apresentada por um batente de rigidez progressiva que, acompanhada da rigidez inicial da mola, obtém a condição de trabalho nos regimes lineares e não lineares.

A mola de suspensão é um componente ligado diretamente à função de absorver as irregularidades da pista. A mola de suspensão é do tipo helicoidal e trabalha em conjunto com o amortecedor montado na coluna de suspensão ou em suportes específicos destinados a ela. A mola de suspensão é produzida com o material aço tipo mola que é muito flexível, tornando esse componente essencial no fenômeno do seguimento do perfil da pista por parte da suspensão.

A mola helicoidal dianteira possui rigidez linear de 15.151,5 N/m, pré-carga de 3.385 N e um alongamento em relação à sua posição indeformada de 165 mm.

O braço oscilante, também conhecido como bandeja de suspensão, é o componente que liga a coluna de suspensão ao monobloco do veículo. Este braço oscilante tem o papel de servir como apoio, visto que a coluna de suspensão se movimenta e precisa estar fixa em um ponto.

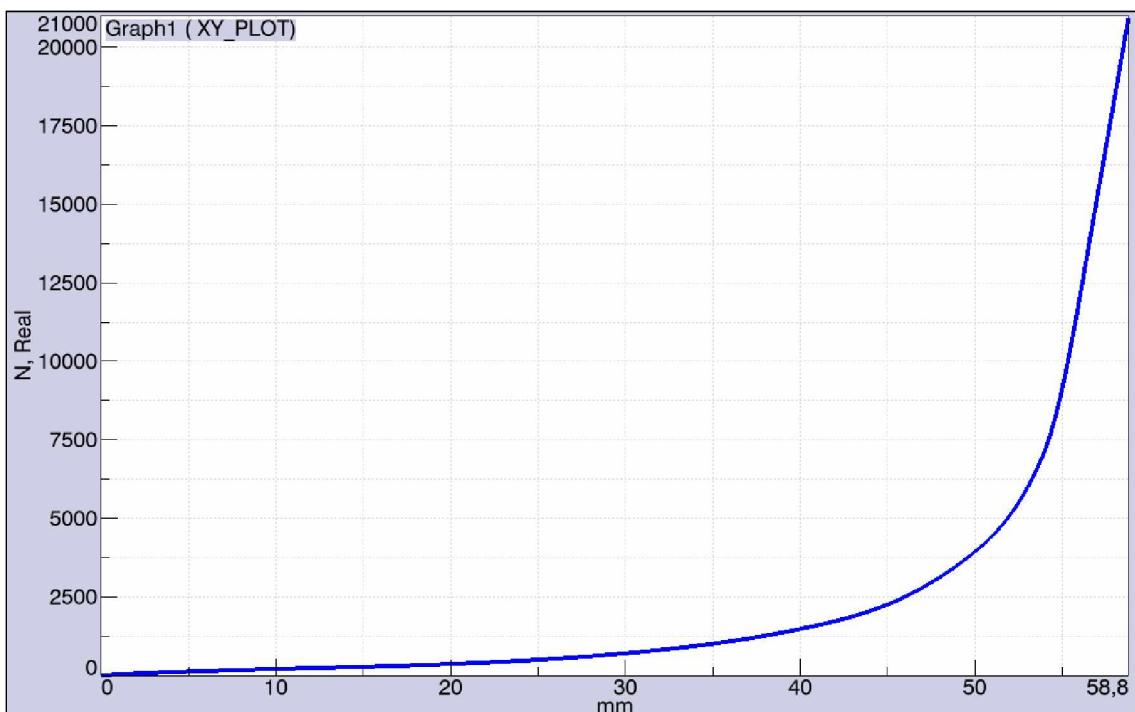


Figura 2.14 - Curva de rigidez do batente superior da suspensão dianteira

O amortecedor dianteiro apresenta um batente interno de fim de curso da haste do amortecedor que é descrito por uma curva de rigidez conforme apresentado na Fig. 2.15, limitando o curso de abertura do amortecedor em 81,7 mm.

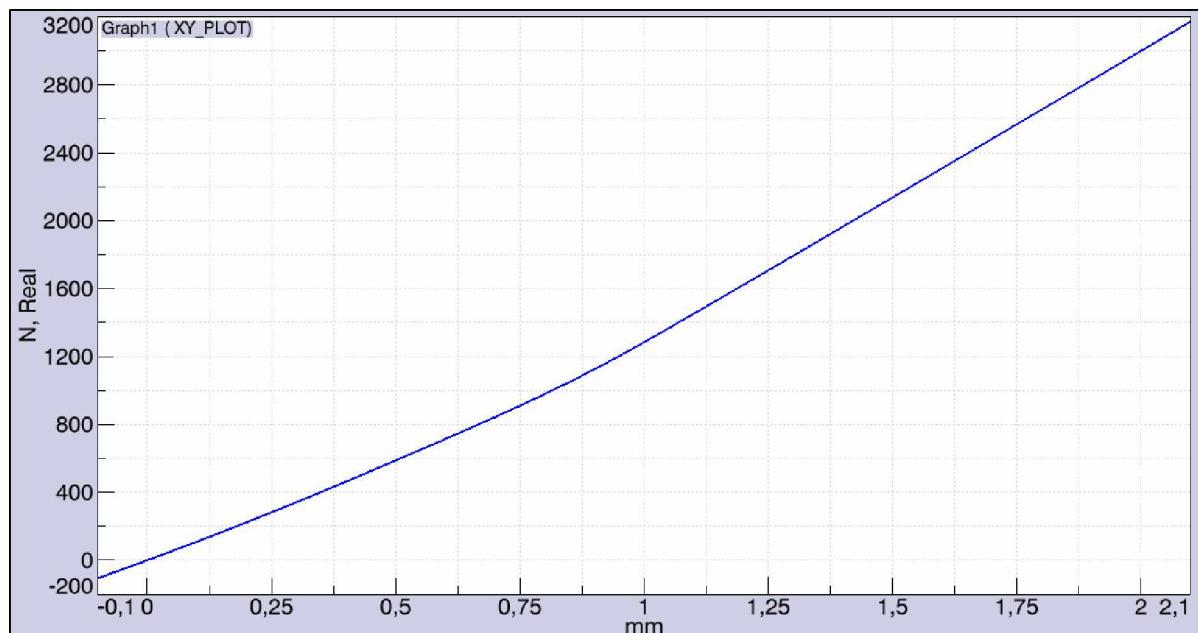


Figura 2.15 - Curva de rigidez do batente interno do amortecedor dianteiro

O subsistema de direção é formado pela coluna e caixa de direção do tipo pinhão e cremalheira, modelados em corpos rígidos de acordo com as suas respectivas juntas, cuja relação de direção da cremalheira é 47,5 mm/rev.

A carroceria e os componentes internos ao habitáculo do veículo são tratados como uma massa concentrada no centro de gravidade da massa suspensa.

2.3.3 Suspensão Traseira

A suspensão traseira do veículo em estudo é do tipo eixo de torção ou *twist beam*, conforme é mostrado na Fig. 2.16, onde se tem os braços longitudinais conectados por um perfil de torção.

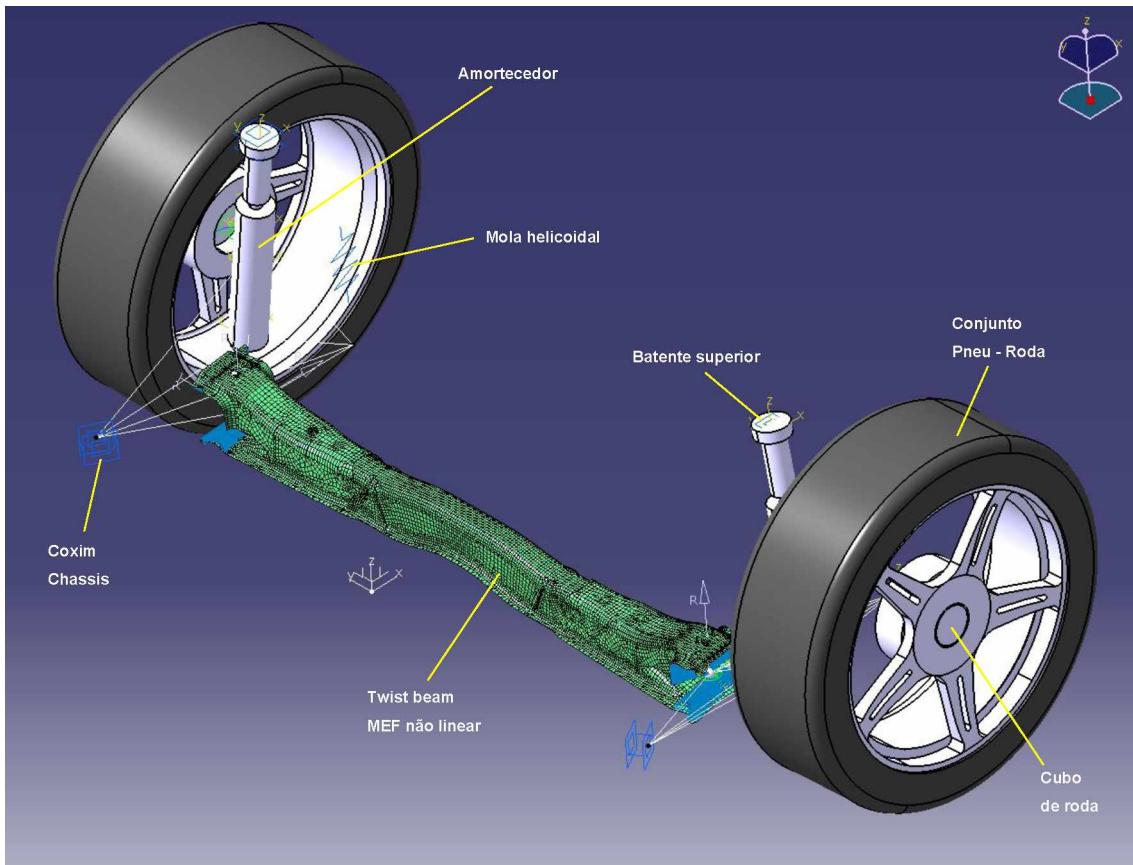


Figura 2.16 - Modelo da suspensão traseira do tipo *Twist beam*

Cada cubo de roda é conectado ao monobloco do veículo através dos braços do eixo de torção. Um coxim está presente nos pontos de fixação entre o braço da suspensão e o monobloco. Outros componentes que estão presentes na suspensão traseira são os amortecedores, rodas, batente inferior ou superior.

Da mesma forma como o amortecedor dianteiro descreve um comportamento não linear, cujo diagrama $F_a \times \dot{x}$ é assimétrico, tal característica é dada para o amortecedor traseiro, pois o coeficiente de amortecimento também difere durante a fase de compressão e a fase de extensão.

Essa característica é particularmente útil na dinâmica do veículo, visto que a energia potencial armazenada na mola de suspensão durante a fase de compressão sofre uma dissipação em condição de amortecimento maior, quando acontece a fase de extensão da mola. Na Figura 2.17 é representado o diagrama do amortecedor traseiro.

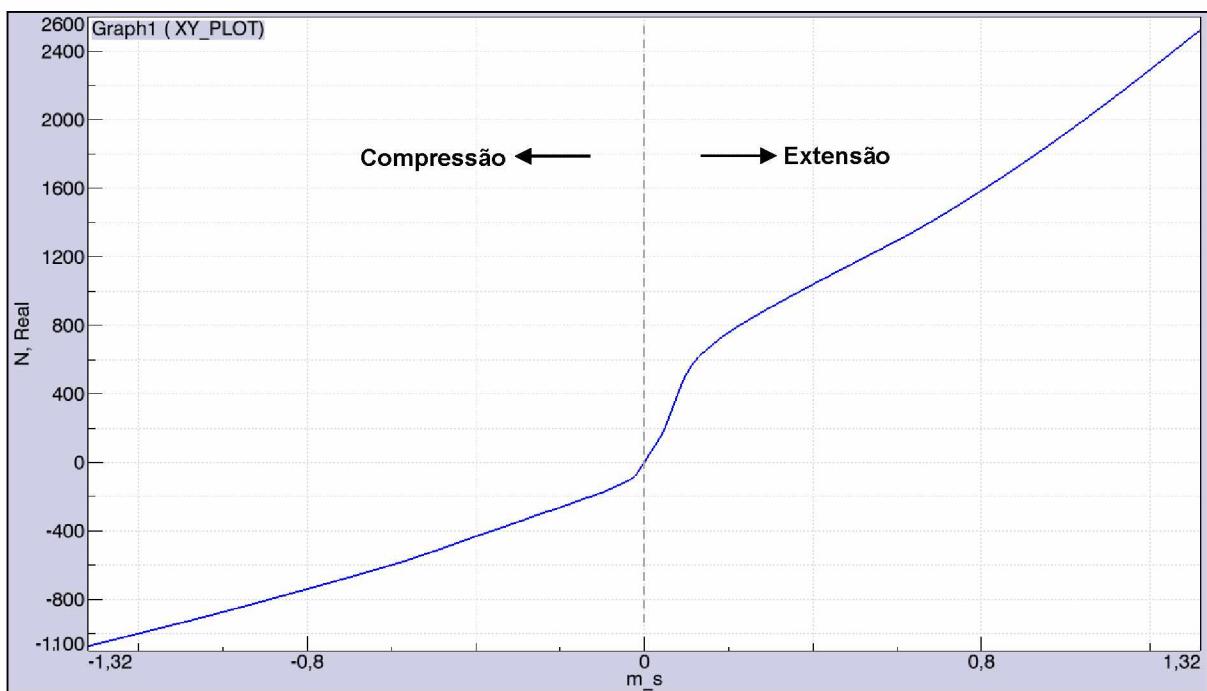


Figura 2.17 - Diagrama $F_a \times \dot{x}$ do amortecedor traseiro

A mola helicoidal da suspensão traseira possui rigidez linear de 15.380 N/m e pré-carga de 2.750 N.

O batente da suspensão traseira também apresenta comportamento não linear, conforme mostra a curva de rigidez na Fig. 2.18.

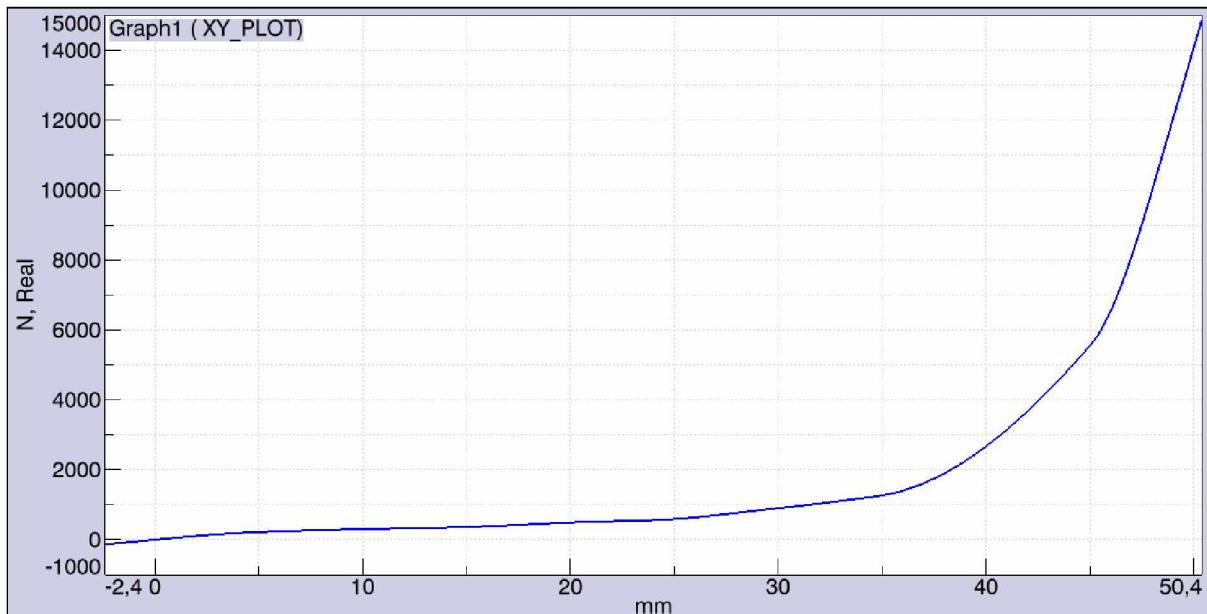


Figura 2.18 - Curva de rigidez do batente superior da suspensão traseira

De forma análoga a suspensão dianteira, o amortecedor traseiro possui internamente um batente, cuja curva de rigidez é ilustrada por meio da Fig. 2.19, situação em que limita o curso de abertura do amortecedor em 72 mm.



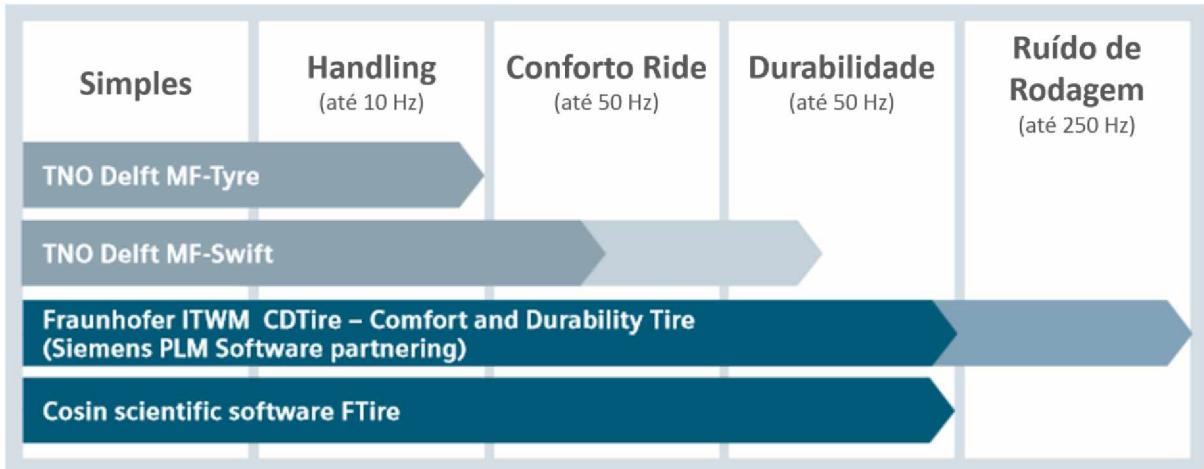
Figura 2.19 - Curva de rigidez do batente interno do amortecedor traseiro

O modelo de pneu utilizado na suspensão dianteira e traseira em todas as manobras analisadas é na medida 195/60 R15 e com modelagem usando a Fórmula Mágica de Pacejka, onde diversos coeficientes experimentais buscam representar o comportamento dos pneus.

Ao longo dos anos a Fórmula Mágica de Pacejka foi sendo aprimorada e levou ao surgimento de outros modelos de pneu com boa precisão, como o modelo de pneu TNO Delft-Tyre. Esse modelo foi utilizado neste trabalho e hoje é amplamente empregado na indústria para estudos da dinâmica de veículos, que inclui os modelos MF-Tyre e MF-SWIFT (BESSELINK; SCHMEITZ; PACEJKA, 2010).

O modelo utilizado na simulação apresenta formulação no formato TNO Delft-Tyre, versão MF-Tyre/MF-Swift 6.1, sendo recomendado para análises de *handling* até 10 Hz e conforto *ride* até 50 Hz, conforme a Tab. 2.3. Essa tabela orienta a escolha do modelo pneu a ser aplicado ao modelo de veículo, de acordo com a faixa de frequência que compreende a análise dos resultados da simulação (APRESENTAÇÃO SIEMENS PLM, 2015)

Tabela 2.3 - Recomendações para a escolha do tipo de pneu adequado à faixa de aplicação do modelo.
Tabela adaptada de Apresentação Siemens PLM (2015)



Devido ao fato do modelo de pneu fornecido pelo fabricante ser construído em bancada de laboratório, a superfície de estrada no dispositivo de teste do pneu é diferente da superfície real da estrada. Combinando isso a outros fatores como temperatura, umidade, desgaste e pressão, o comportamento do pneu na condição em veículo pode variar significativamente em relação aos resultados obtidos a partir de uma máquina de ensaio. Para isso, fatores de escala são inseridos ao modelo, que permitem o ajuste das características do pneu, para que uma melhor correlação entre os testes em veículo e o modelo de simulação seja obtida (MANUAL DELFT-TYRE, 2010).

Diferenças de até 20% no coeficiente de atrito e rigidez em curva foram relatadas na literatura para um pneu testado em diferentes perfis de pista em comparação com as medições em laboratório (MANUAL DELFT-TYRE, 2010).

Neste trabalho, os parâmetros do modelo de pneu foram ajustados para obter uma melhor correlação entre os resultados da simulação e dos testes físicos, de modo a permitir a validação do modelo virtual. Os coeficientes de atrito lateral (LMUY) e força de rigidez lateral em curva (LKY) foram aumentados em 20%, conforme é apresentado na Fig 2.20. Variações maiores do que 20%, relativas aos fatores de escala, poderiam levar a um comportamento inadequado do modelo de pneu.

Na Figura 2.21 é apresentado o modelo completo do veículo construído no software *LMS Virtual.Lab Motion*, com os seus respectivos subsistemas: suspensão dianteira, suspensão traseira e sistema de direção.

```

168 [SCALING_COEFFICIENTS]
169 LFZO = 1 $Scale factor of nominal (rated) load
170 LCX = 1 $Scale factor of Fx shape factor
171 LMUX = 1 $Scale factor of Fx peak friction coefficient
172 LEX = 1 $Scale factor of Fx curvature factor
173 LKX = 1 $Scale factor of Fx slip stiffness
174 LHX = 1 $Scale factor of Fx horizontal shift
175 LVX = 1 $Scale factor of Fx vertical shift
176 LCY = 1 $Scale factor of Fy shape factor
177 LMUY = 1.2 $Scale factor of Fy peak friction coefficient
178 LEY = 1 $Scale factor of Fy curvature factor
179 LKY = 1.2 $Scale factor of Fy cornering stiffness
180 LKYC = 1 $Scale factor of Fy camber stiffness
181 LKZC = 1 $Scale factor of Mz camber stiffness
182 LHY = 1 $Scale factor of Fy horizontal shift
183 LVY = 1 $Scale factor of Fy vertical shift
184 LTR = 1 $Scale factor of Peak of pneumatic trail
185 LRES = 1 $Scale factor for offset of Mz residual torque
186 LXAL = 1 $Scale factor of alpha influence on Fx
187 LYKA = 1 $Scale factor of kappa influence on Fy
188 L瑶KA = 1 $Scale factor of kappa induced Fy
189 LS = 1 $Scale factor of Moment arm of Fx
190 LMX = 1 $Scale factor of Mx overturning moment
191 LVMX = 1 $Scale factor of Mx vertical shift
192 LMY = 1 $Scale factor of rolling resistance torque
193 LMP = 1 $Scale factor of Mz parking torque

```

Figura 2.20 - Recorte da carta de parâmetros do modelo de pneu, mostrando as alterações realizadas nos fatores de escala para os coeficientes LMUY e LKY

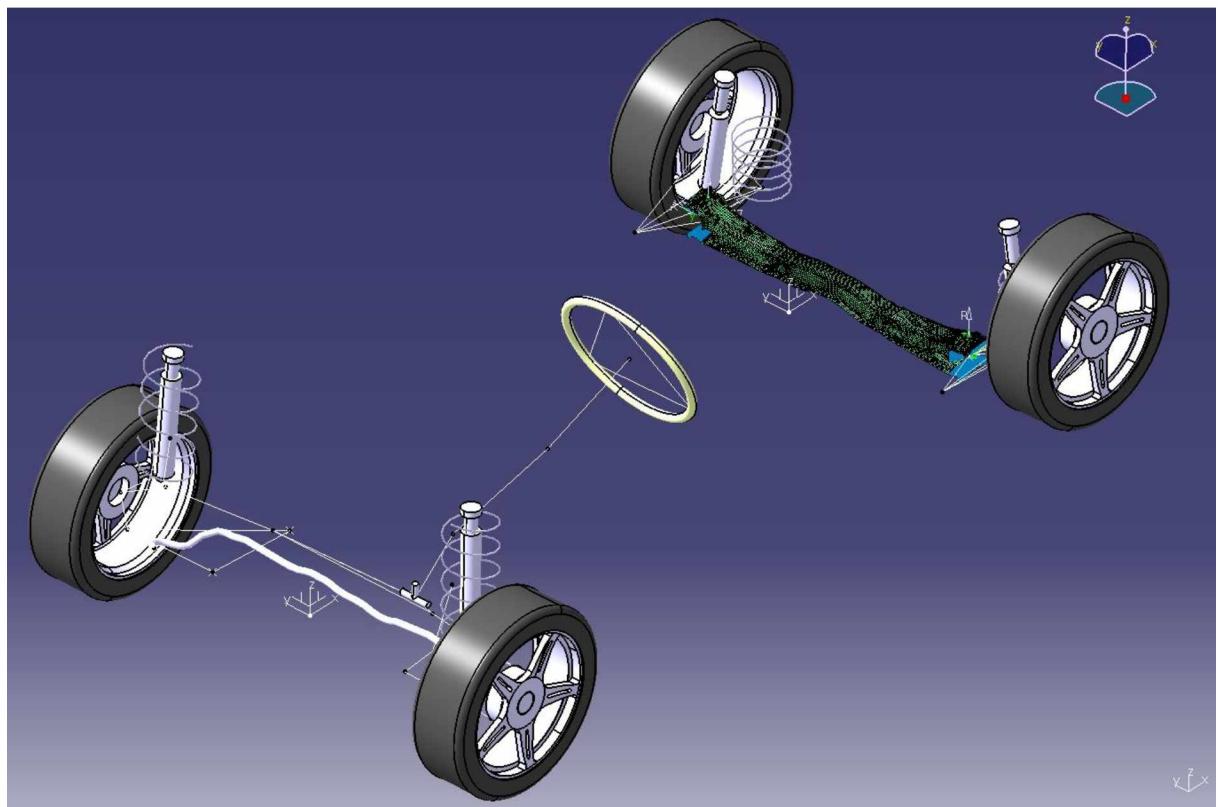


Figura 2.21 - Modelo completo do veículo construído no *Virtual.Lab Motion*

Portanto, na Figura 2.21 é possível visualizar o modelo completo do veículo construído no *Virtual.Lab Motion*, bem como a inclusão dos modelos dos elementos flexíveis, como a barra estabilizadora da suspensão dianteira e do eixo de torção da suspensão traseira. Nos capítulos subsequentes, será apresentada a metodologia aplicada para a realização dos testes físicos, para permitir a correlação dos resultados de simulação com os dados experimentais e, consequentemente, a validação do modelo.

CAPÍTULO III

DINÂMICA VEICULAR – EXPERIMENTOS

Este capítulo apresenta uma visão geral do trabalho experimental e descreve os testes físicos que foram realizados. Uma explicação detalhada é conduzida referente aos testes de dinâmica veicular a partir dos quais os parâmetros e resultados foram extraídos para uso nas simulações.

3.1 Metodologia

Os testes foram realizados em um veículo do segmento B, a fim de correlacionar o comportamento dos eventos dinâmicos com os dados obtidos em simulação.

3.1.1 Análise de *Ride* – Teste de Conforto

O estudo de *ride* e da dinâmica vertical do veículo concentra-se nos fenômenos que estão contidos em uma faixa de frequência que vai de 1 a 80 Hz. Os testes de conforto *ride* podem ser do tipo evento discreto, como por exemplo a passagem do veículo por obstáculos, ou aleatório, como é o caso dos testes em pista irregular, presente nas cidades e estradas com pavimentação em paralelepípedos. No caso da passagem por obstáculos, um método de avaliação inicial pode subestimar o efeito de vibrações devido à excitação de base e, nesse caso, a norma ISO 2631-1 (1997) recomenda a determinação do Valor da Dose de Vibração (VDV).

Nos eventos aleatórios, as pistas têm como característica principal um espectro de frequências de excitação mais largo, sendo assim são mais importantes para a avaliação de fenômenos como aspereza, ou também chamados de *harshness*. Os perfis de pista que mais caracterizam este tipo de evento são aqueles com pavimentação em forma de paralelepípedos.

Nos eventos discretos, as pistas que apresentam um perfil de elevação bem definido são as mais consideradas, pois excitam fenômenos em uma frequência específica, de tal modo que possibilite a avaliação de movimentos isolados de carroceria ou desempenho de determinados componentes da suspensão (VIEIRA NETO, 2011).

Outra característica importante das pistas consideradas como eventos discretos é a precisão dos resultados que é possível atingir com o veículo. Se o obstáculo for bem caracterizado, é possível avaliar com maior rigor a influência dos fenômenos isoladamente (VIEIRA NETO, 2011).

Um exemplo de evento discreto são as lombadas, conforme ilustrado na Fig. 3.1. Esses obstáculos agem de forma a reduzir a velocidade de tráfego da via, a fim de aumentar a segurança no trânsito. As lombadas de uma maneira geral apresentam um perfil de entrada suave, sendo que seu comprimento e altura são definidos de acordo com a velocidade regulamentada para a via. Devido ao perfil de entrada suave, a excitação proporcionada por uma lombada se restringe exclusivamente às análises da dinâmica vertical.

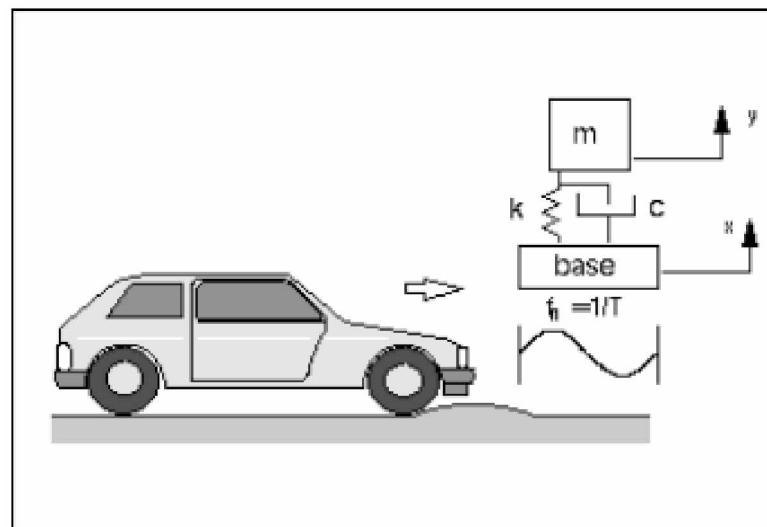


Figura 3.1 - Resposta de um carro passando sobre um obstáculo do tipo lombada (CATÁLOGO SIEMENS PLM, 2013)

Outro exemplo de evento discreto de grande importância são as chamadas tiras de impacto. Tais eventos são encontrados em obstáculos curtos e de baixa elevação com entrada em formato de degrau, com a finalidade de simular, por exemplo, emendas em viadutos ou entrada de ponte. As tiras podem ser construídas em diversas dimensões e a partir de diferentes materiais. A Figura 3.2 mostra o detalhe de um pneu passando por obstáculo do tipo tira de impacto.



Figura 3.2 - Vista do pneu passando por um obstáculo do tipo tira de impacto (APRESENTAÇÃO MICHELIN, 2001)

Nesse contexto, a abordagem aplicada neste trabalho escolheu as tiras de impacto como objeto de teste, as quais foram construídas em forma de barras com 0,5 m de comprimento e seção transversal de 0,012 x 0,012 m. A Figura 3.3 mostra o detalhe dos obstáculos para a realização dos testes de conforto.



Figura 3.3 - Obstáculos para reprodução de uma entrada de deslocamento vertical para os pneus

O estudo do *ride* do veículo é apresentado enfatizando a métrica necessária para quantificar o conforto, de acordo com a norma ISO 2631-1 (1997). Nesse caso, a frequência ponderada do valor da média quadrática da aceleração foi o critério apropriado para avaliação de conforto, que caracteriza na determinação do Valor da Dose de Vibração (VDV).

Nas Figuras 3.4 e 3.5 são apresentadas as curvas de tolerância para avaliar os critérios de conforto do veículo. Essas curvas estão na escala logarítmica devido ao fato da percepção humana não ser linear.

As curvas de tolerância das Figuras 3.4 e 3.5 correspondem ao limite diário de exposição ocupacional à vibração, com diferentes magnitudes e durações. Na direção vertical, a banda de frequência mais sensível, em que o limite estabelecido de exposição à vibração é mais baixo, está na faixa que vai de 4 a 8 Hz. Nas direções longitudinal e transversal, a banda de frequência mais sensível está localizada abaixo de 2 Hz. Além disso, é possível observar que a tolerância à vibração decresce em função do aumento do tempo de exposição.

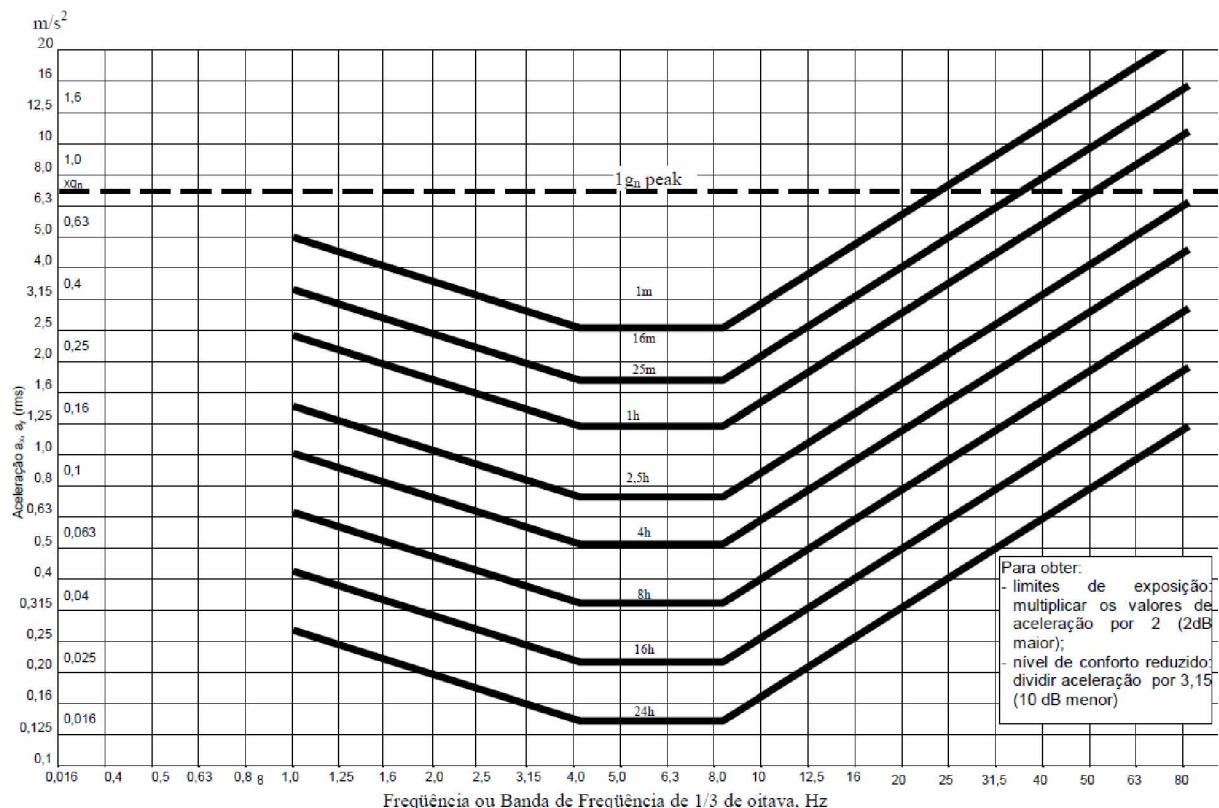


Figura 3.4 - Curvas de tolerância do corpo humano na direção vertical (FERNANDES; FERNANDES, 2000)

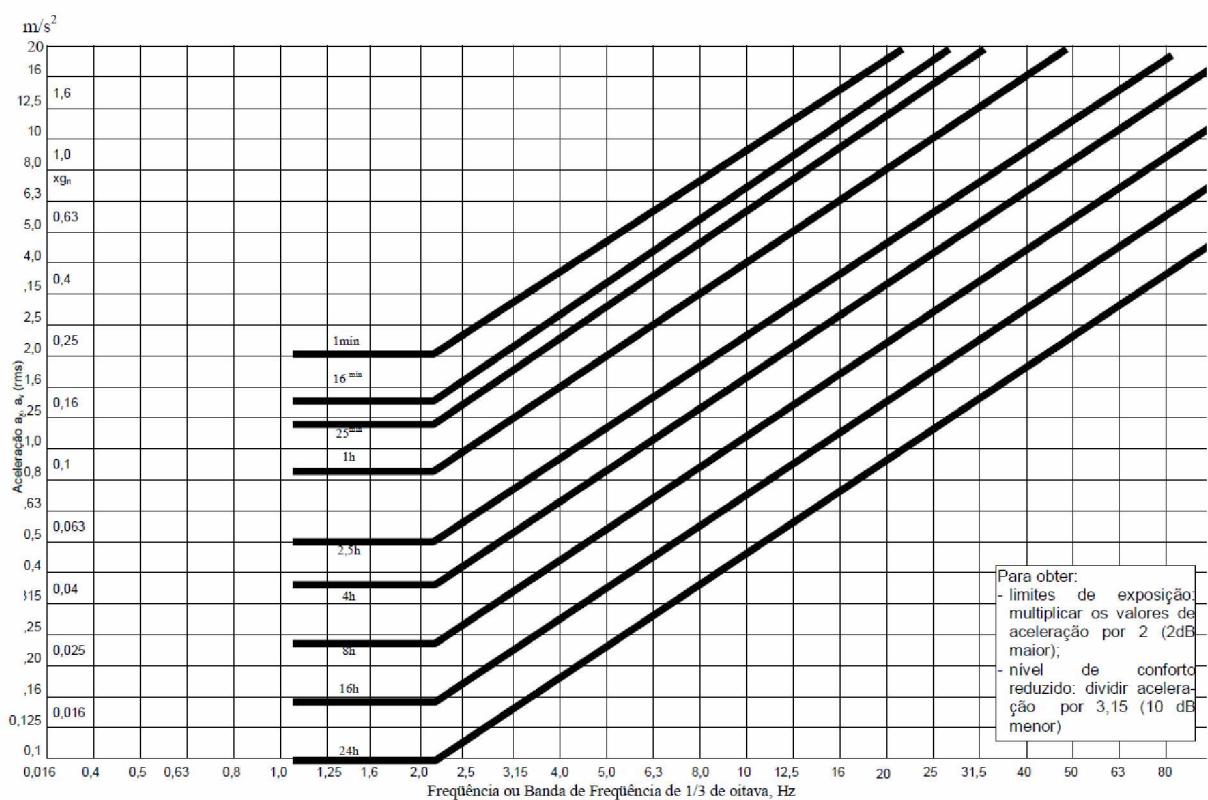


Figura 3.5 - Curvas de tolerância do corpo humano nas direções longitudinal e transversal (FERNANDES; FERNANDES, 2000)

Neste trabalho, o comportamento dinâmico da suspensão foi observado durante a passagem do veículo pelas tiras de impacto, a fim de gerar um pulso de excitação no pneu. Para avaliar a influência do conforto *ride*, as respostas dinâmicas são obtidas no domínio do tempo e da frequência, utilizando como entrada um pulso sobre o pneu, quando o veículo se desloca em linha reta sobre o obstáculo a 30 km/h (8,33 m/s). As tiras de impacto são posicionadas a cada 10 m ao longo de um trecho pavimentado, distanciadas de 2 m lateralmente para permitir a passagem de forma adequada do veículo sobre os obstáculos, conforme mostrado na Fig. 3.6.

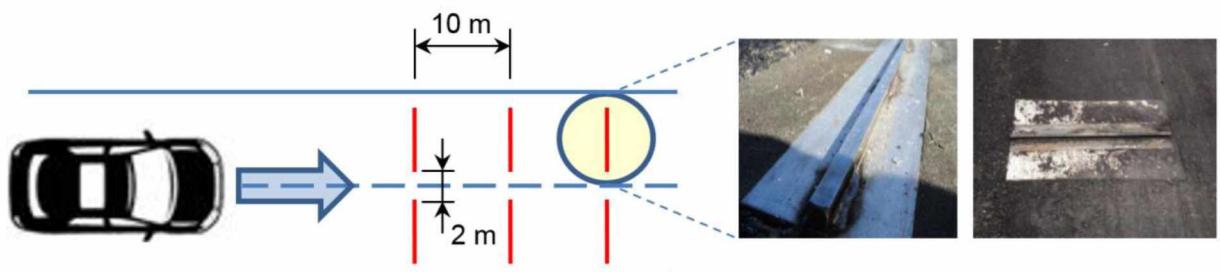


Figura 3.6 - Obstáculos da pista para reprodução de uma entrada de deslocamento vertical para os pneus

Na Figura 3.7 é possível observar no tempo o comportamento da curva de resposta do veículo durante a passagem pelos obstáculos.

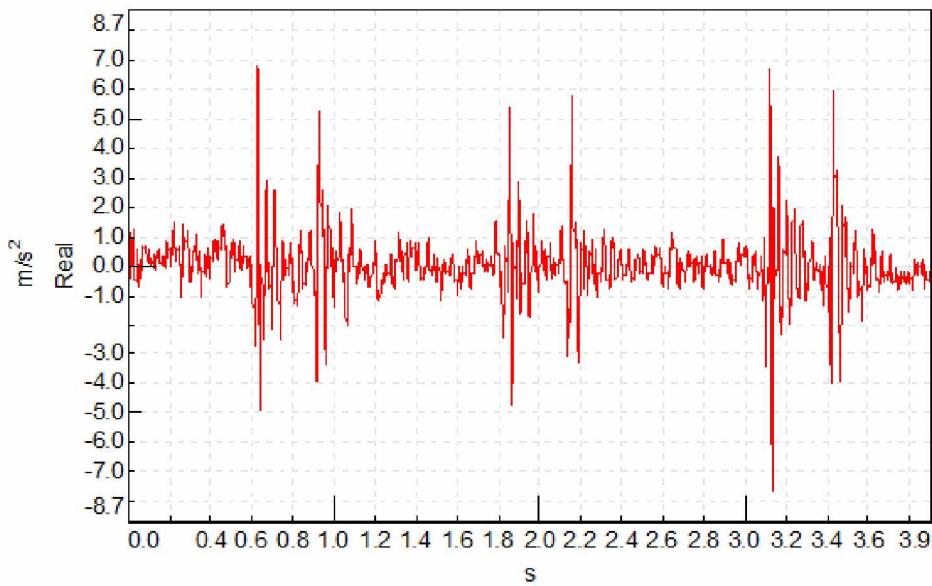


Figura 3.7 - Sinal temporal da vibração na região dos pés do condutor em resposta a passagem do veículo pelos obstáculos do tipo tira de impacto

Acelerômetros triaxiais foram instalados em vários pontos do veículo, sendo que para a análise de conforto *ride* foi considerado apenas o acelerômetro triaxial fixado no assoalho do veículo, na região próxima aos pés do condutor do automóvel, de acordo com orientações da norma ISO 2631-1 (1997). Os sinais de medição foram obtidos por meio do sistema de aquisição *LMS SCADAS Mobile*. Os dados foram processados e analisados utilizando o software *LMS Test.Lab 16A*.

3.1.2 Testes de *Handling*

Handling pode ser definido como a caracterização da controlabilidade e estabilidade direcional do veículo durante a execução de manobras. A estabilidade é caracterizada como a propriedade do veículo em produzir forças e momentos que o façam retornar à condição inicial, quando retirado de uma posição de equilíbrio ou movimento contínuo (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

No presente trabalho, três manobras diferentes foram realizadas para avaliação de *handling*, conhecidas como *Impulsive Steer*, *On-Center* e *Swept Steer*, conforme é apresentado nas Figs. 3.9, 3.10 e 3.11.

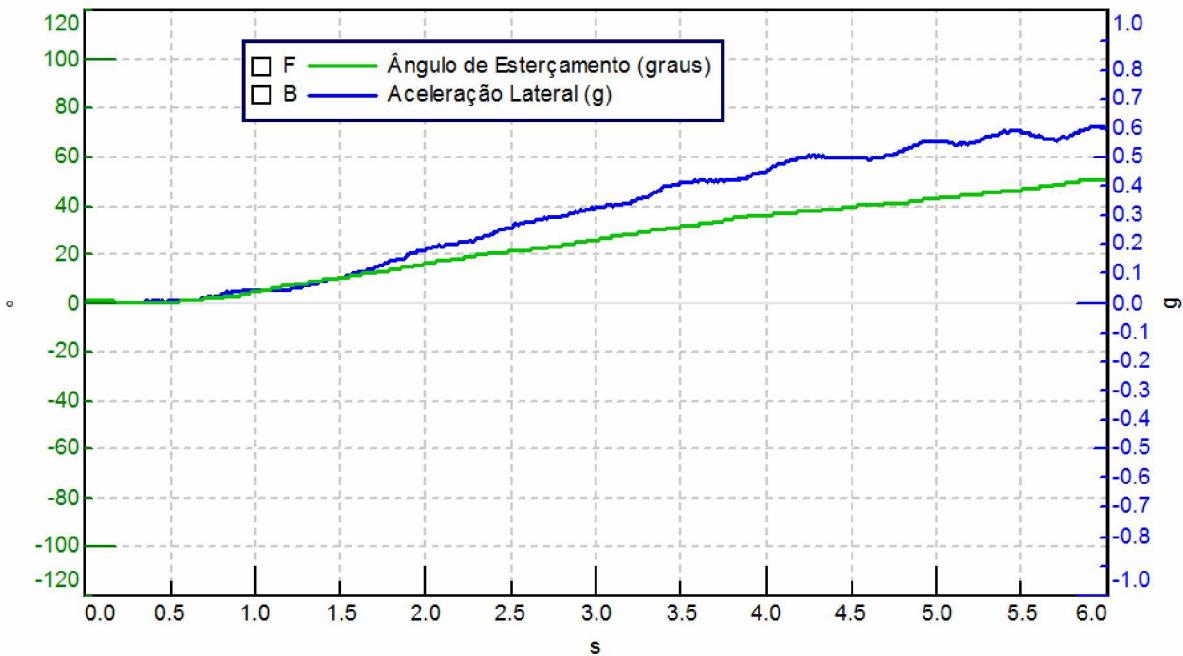


Figura 3.8 - Ângulo de esterçamento do volante e aceleração lateral ao longo do tempo na manobra *Swept Steer*

O procedimento adotado para a manobra *Impulsive Steer* consiste em deixar o veículo em linha reta sob velocidade constante de 75 km/h (20,83 m/s) e, em seguida, aplicar o esterçamento no volante o mais rápido possível para um valor pré-definido. A velocidade longitudinal é mantida estável durante a manobra e o ângulo do volante de direção é alterado. Nessa manobra, a posição do acelerador não pode ser alterada mesmo que ocorra uma diminuição da velocidade.

Na manobra *Impulsive Steer* é aplicado um ângulo de esterçamento com uma taxa de 400 a 700 °/s (6,98 a 12,217 rad/s), de modo a alcançar uma aceleração lateral entre 0,3 e 0,6 g (2,94 a 5,88 m/s²), como mostra a Fig. 3.8, intervalo esse que corresponde ao comportamento linear do veículo, de acordo com as orientações contidas na literatura (BLUNDELL; HARTY, 2004). A manobra foi realizada a 75 km/h (20,83 m/s), o que resultou em uma taxa de incremento de esterçamento em torno de 550 °/s (9,599 rad/s). O teste *Impulsive Steer* é representado por um único ciclo senoidal aplicado ao volante de direção.

Na manobra *On-Center*, os testes no veículo foram conduzidos aplicando um ângulo de esterço do tipo senoidal, com amplitude de 30 graus (0,52 rad) e sob esterçamento contínuo. Essa manobra é um método de teste em circuito aberto para determinar o comportamento da resposta no tempo e o desempenho do esterçamento da direção para acelerações laterais mais baixas, cerca de 0,2 g ($1,96 \text{ m/s}^2$). Durante o teste, o veículo é conduzido a uma velocidade constante de 75 km/h (20,83 m/s). A Figura 3.9 mostra o ângulo de esterçamento e a aceleração lateral em função do tempo de aquisição.

O teste em circuito aberto não leva em conta a possibilidade das reações humanas em alimentar a reação de um veículo a comportar-se de uma determinada maneira durante as manobras. Com efeito, esse tipo de manobra é interessante, visto que este trabalho se concentra na determinação do comportamento do veículo para correlação com os dados de simulação e, naturalmente, os resultados poderiam variar de indivíduo para indivíduo.

O teste de *Swept Steer* determina o desempenho de esterçamento da direção no estado estacionário, realizado a fim de avaliar a dinâmica lateral e de rolagem (BÖRJESSON; WIBORG, 2013). Esse teste é também uma manobra de circuito aberto. O esterçamento do volante é executado com um valor pré-definido de 50 graus, com o objetivo de atingir valores mais altos de aceleração lateral, como pode ser visto através da Fig. 3.10. A aceleração lateral padrão no estado estacionário é 0,6 g para um intervalo de tempo entre 0,3 a 0,6 s.

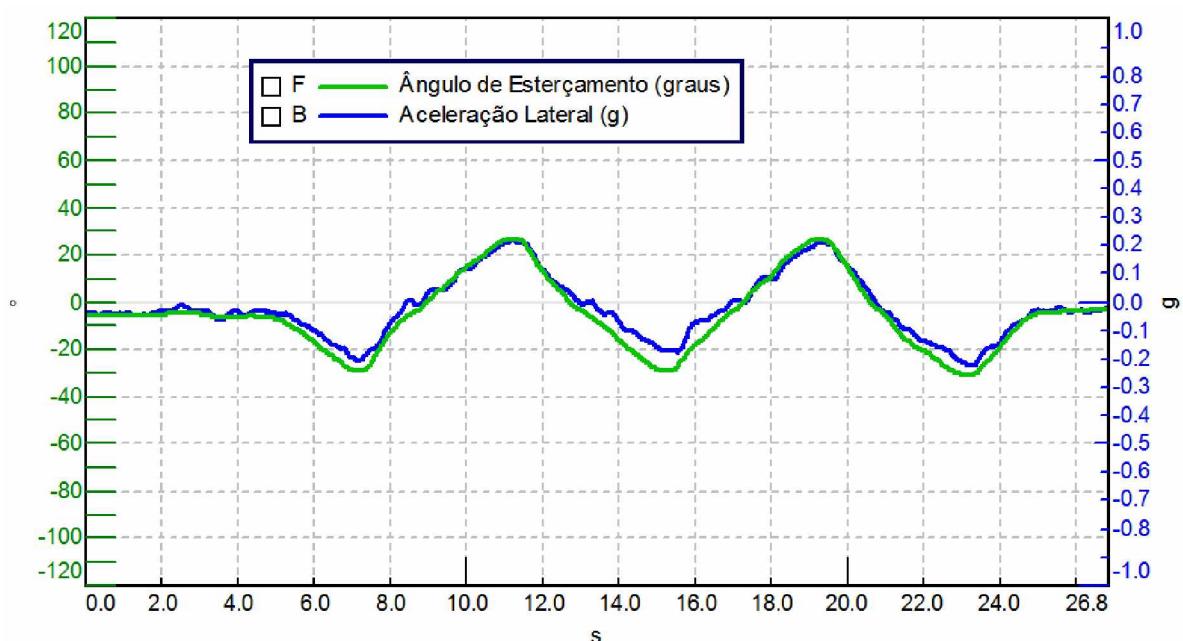


Figura 3.9 - Ângulo de esterçamento do volante e aceleração lateral ao longo do tempo na manobra *On-Center*

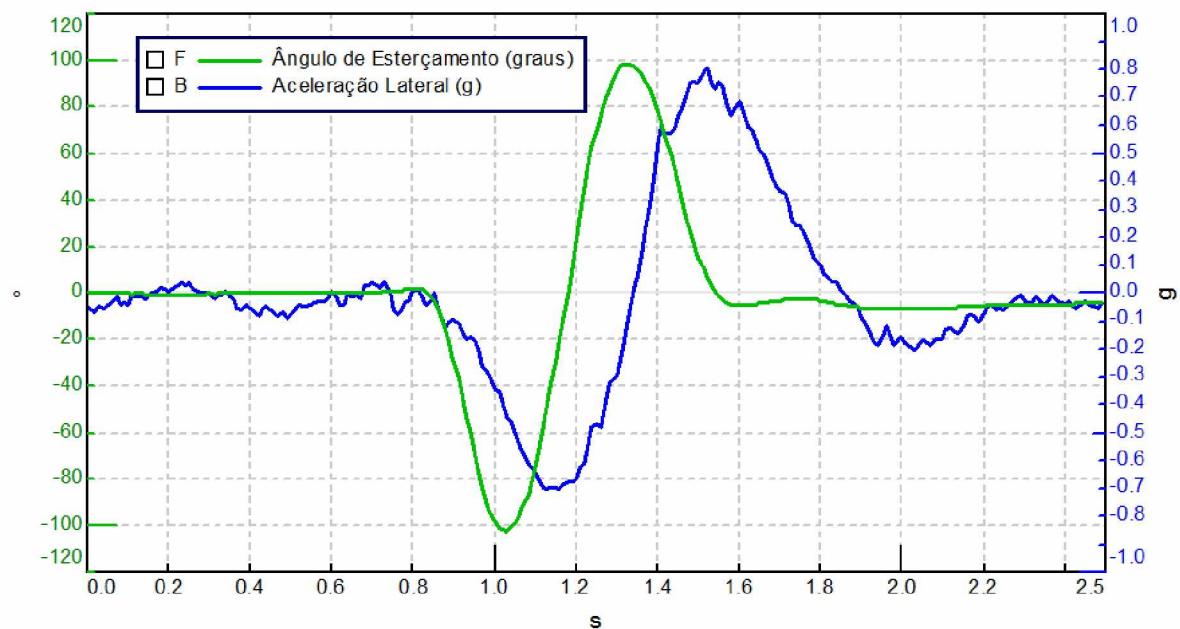


Figura 3.10 - Ângulo de esterçamento do volante e aceleração lateral ao longo do tempo para a manobra *Impulsive Steer*

Ao analisar as manobras citadas através da função PSD do ângulo de esterçamento do volante, Fig. 3.11, verifica-se que a manobra *Impulsive Steer* é aquela que possui maior capacidade de excitar altas frequências da dinâmica do veículo e, por isso, mantém um nível relativamente constante e adequado de energia de excitação até 1,4 Hz.

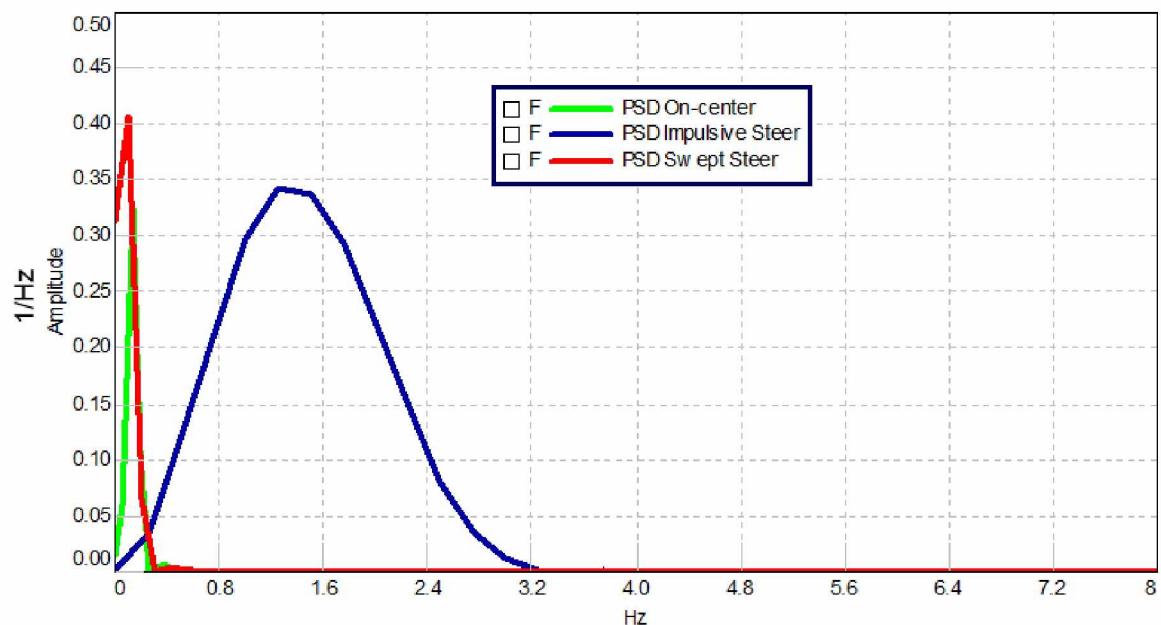


Figura 3.11 - PSD do ângulo de esterçamento do volante para cada tipo de manobra

Segundo Fernandes (2007), a metodologia de avaliar a função PSD do ângulo de esterço é uma representação bastante útil para verificar qual o alcance da resposta em frequência da manobra executada.

Portanto, na Figura 3.11, é possível verificar que a manobra *Impulsive Steer* possui alta frequência de alcance para *handling*, o que a caracteriza como sendo uma manobra evasiva, com capacidade de manter um nível de energia de excitação adequado para o estudo das altas frequências da dinâmica do veículo.

Como foi visto nesse capítulo, a realização do trabalho experimental oferece importantes parâmetros para a correlação entre os resultados da simulação e dos testes físicos, de modo a permitir a validação do modelo virtual.

CAPÍTULO IV

VALIDAÇÃO DO MODELO DE VEÍCULO E RESULTADOS

Esta seção apresenta e discute os resultados dos testes obtidos a partir do veículo analisado. A metodologia para medição do comportamento dinâmico do veículo foi essencial para validação do modelo em multicorpos do veículo, objetivando aplicar procedimentos capazes de avaliar de forma adequada o seu comportamento. O método também fornece uma visão mais detalhada sobre os compromissos de conforto e handling do veículo.

4.1 Conforto *Ride*

Um dos critérios de avaliação utilizados pela norma ISO 2631-1 (1997) para comparar os níveis de vibração de uma determinada fonte de excitação com os limites relativos a conforto humano é a medição dos níveis de aceleração em banda de 1/3 de oitava, tratados em RMS (*Root Mean Square* ou Raiz Média Quadrática).

A Figura 4.1 mostra os eixos coordenados de referência do corpo humano na posição sentado. Para a análise dos resultados de conforto *ride* foi considerado os dados de medição de um acelerômetro triaxial fixado no assoalho do veículo, na região próxima aos pés do condutor do automóvel.

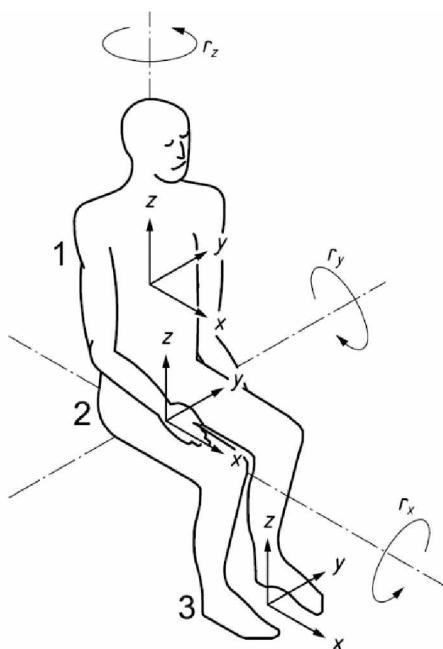


Figura 4.1 - Eixos coordenados de referência do corpo humano na posição sentado: 1- encosto do banco / 2- superfície de assento do banco / 3- Pés (ISO 2631-1, 1997)

Desta forma, as Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 apresentam um comparativo entre os resultados experimentais e de simulação, mostrando os níveis de aceleração em banda de 1/3 de oitava, tratados em RMS, na gama que vai de 1 a 80 Hz. Os gráficos comparam a vibração da região dos pés do condutor, quando o veículo se desloca em linha reta sobre as tiras de impacto a 30 km/h (8,33 m/s), conforme proposto no capítulo anterior. As linhas pontilhadas correspondem ao limite diário de exposição ocupacional a vibração, com diferentes magnitudes e durações. Vale notar que as bandas de frequência mais sensíveis, em que o limite estabelecido é mais baixo, estão entre 4 a 8 Hz para vibração no eixo z e abaixo de 2 Hz para vibração nos eixos x e y; e que a tolerância à vibração decresce em função do aumento do tempo de exposição.

Uma característica importante a ser observada nas Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 é a contribuição das forças quasi-estáticas e das forças dinâmicas nos resultados, que podem ser distinguidas analisando a faixa de frequência em que ocorrem. As forças quasi-estáticas estão presentes em baixas frequências, inferiores a 10 Hz, e o conteúdo de frequência onde as forças dinâmicas são significativas situa-se na gama de frequências acima de 30 Hz.

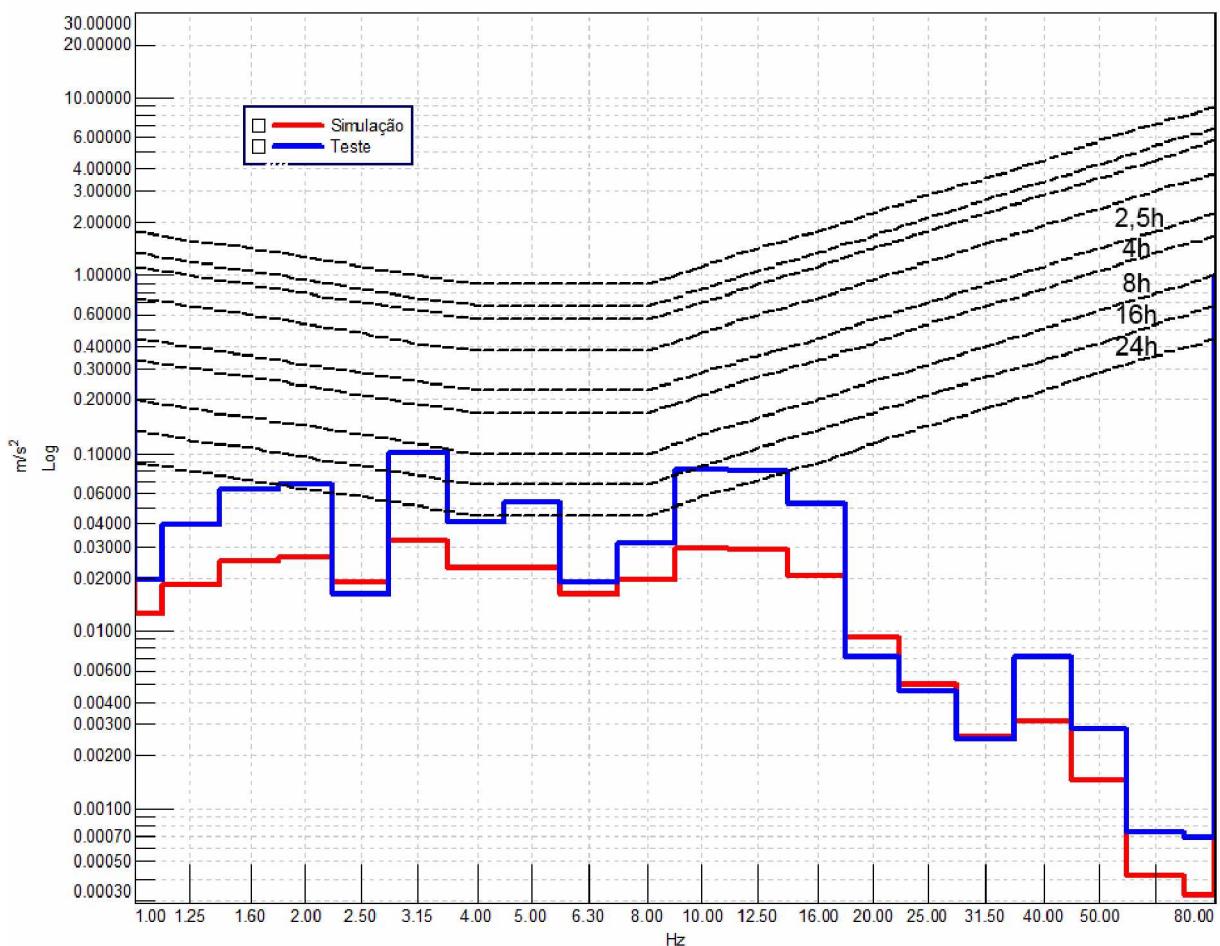


Figura 4.2 - Resultados em banda de 1/3 de oitava da análise de conforto para o eixo Z medido no assoalho do veículo próximo aos pés do condutor

Na Figura 4.2, nota-se uma diferença entre os resultados dos testes experimentais e da simulação acontecendo em baixas frequências, inferiores a 16 Hz, para a resposta de aceleração na direção z. Presume-se que nesse caso, a resposta em baixas frequências está sendo subestimada pelo modelo numérico. Isso pode ser explicado devido à subestimação das forças quasi-estáticas agindo sobre o veículo durante o impacto que é sofrido pelas rodas ao passar pelas tiras de impacto. Da mesma forma, a resposta está sendo subestimada pelo modelo de simulação devido a não incorporação da flexibilidade da estrutura ao modelo do veículo. Além disso, cumpre destacar a influência do modelo de pneu utilizado na resposta do veículo, visto que o seu comportamento é significativo nessa faixa de frequência. Os valores em RMS da aceleração mostram que a melhor precisão do modelo acontece acima de 16 Hz.

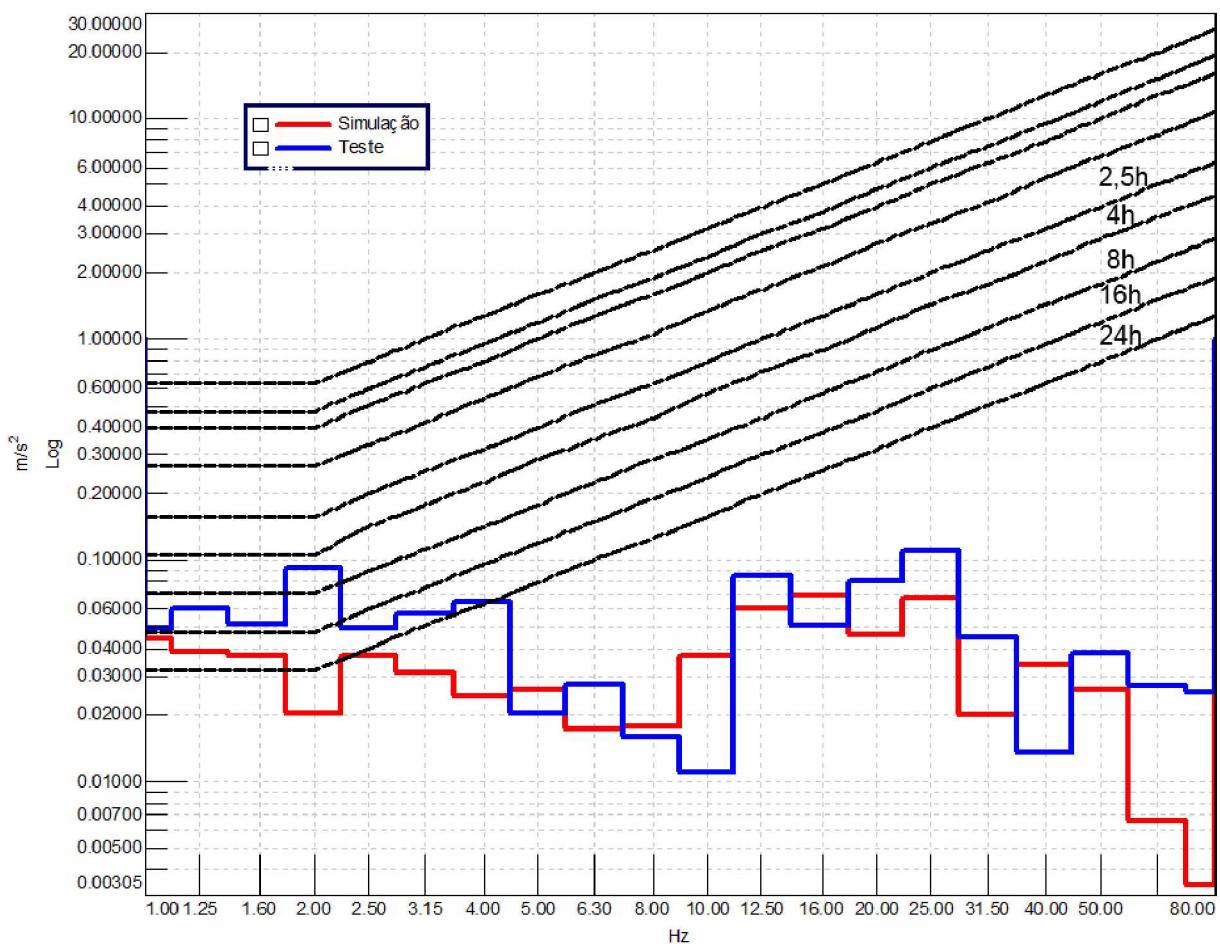


Figura 4.3 - Resultados em banda de 1/3 de oitava da análise de conforto para o eixo X medido no assoalho do veículo próximo aos pés do condutor

Ambas as respostas de aceleração na direção z e x mostram uma diferença entre os resultados experimentais e numéricos, ocorrendo em baixas frequências. Na Figura 4.3, é observada a influência das forças quasi-estáticas, bem como das forças dinâmicas, onde os níveis de vibração dos testes são máximos em 2 Hz e 25 Hz, respectivamente. No entanto, a contribuição das forças quasi-estáticas está sendo subestimada abaixo de 8 Hz e tem diminuído o valor da amplitude da resposta de vibração do modelo numérico.

Na Figura 4.4, pode ser observado uma boa correlação entre os resultados experimentais e numéricos, para a resposta de aceleração na direção y . A variação do comportamento do modelo na faixa quasi-estática, em baixas frequências, não apresentou influência significativa sobre os resultados da simulação. A resposta do modelo em multicorpos do veículo tem aproximadamente a mesma grandeza que a resposta do veículo real durante o teste realizado em pista.

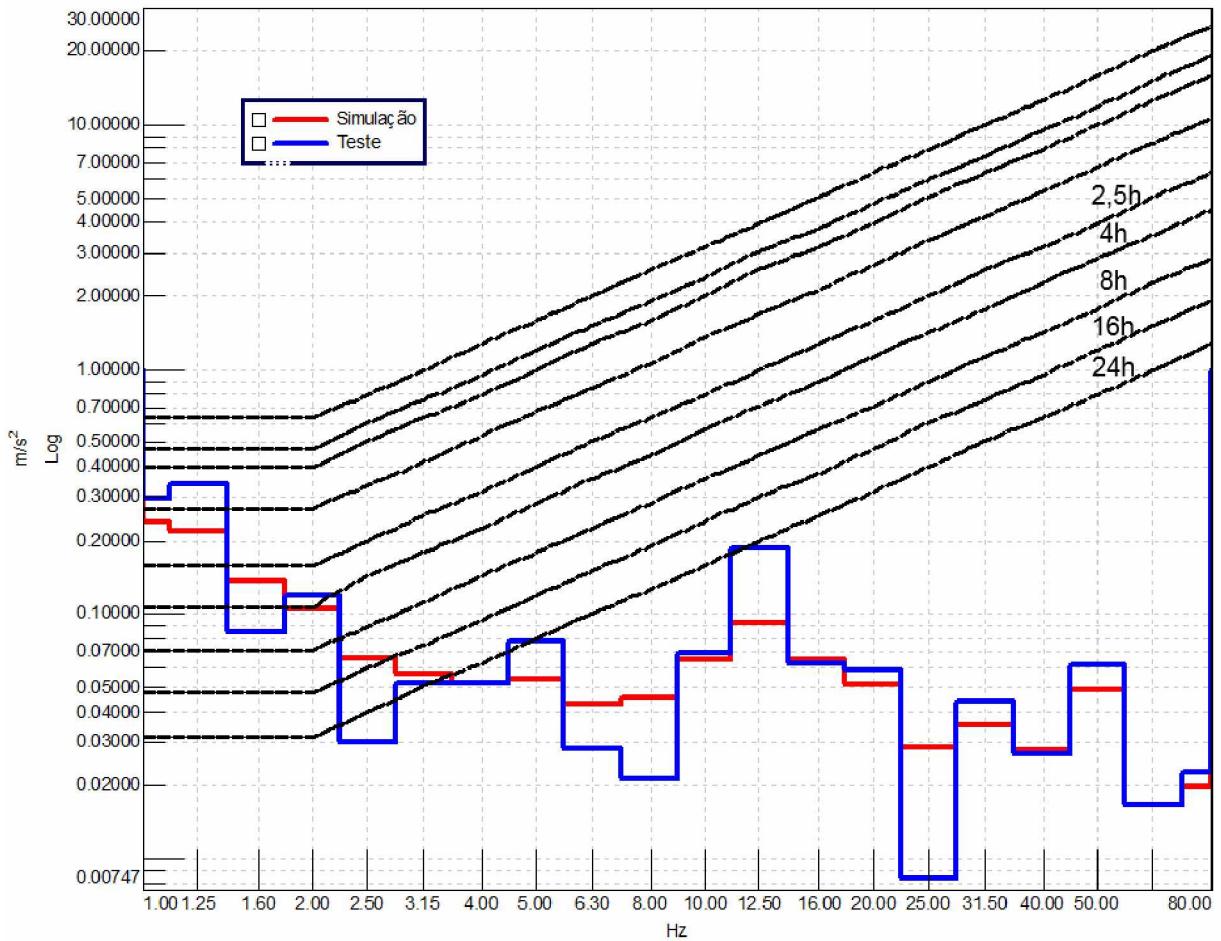


Figura 4.4 - Resultados em banda de 1/3 de oitava da análise de conforto para o eixo Y medido no assoalho do veículo próximo aos pés do condutor

Lançando mão do método apresentado pela norma ISO 2631-1 (1997), a avaliação de vibração de corpo inteiro estabelece o cálculo da aceleração ponderada RMS dos diversos valores da aceleração ocorridos em um período de medição. Para os casos onde vibrações transientes e impactos ocasionais estiverem presentes, como é o caso considerado neste trabalho, o cálculo do valor *Running RMS* (ou valor RMS acumulado) e do Valor da Dose de Vibração (VDV) são usualmente requeridos.

Primeiramente, todas as acelerações obtidas a partir desse procedimento são ponderadas em frequência segundo as curvas de ponderação W_k , W_d e W_c para os eixos x , y e z , conforme estabelecido pela norma ISO 2631-1 (1997). A ponderação aplicada é realizada de acordo com as curvas apresentadas na Fig. 4.5 e são devidamente empregadas aos eixos de medição conforme ilustrado na Fig. 4.6.

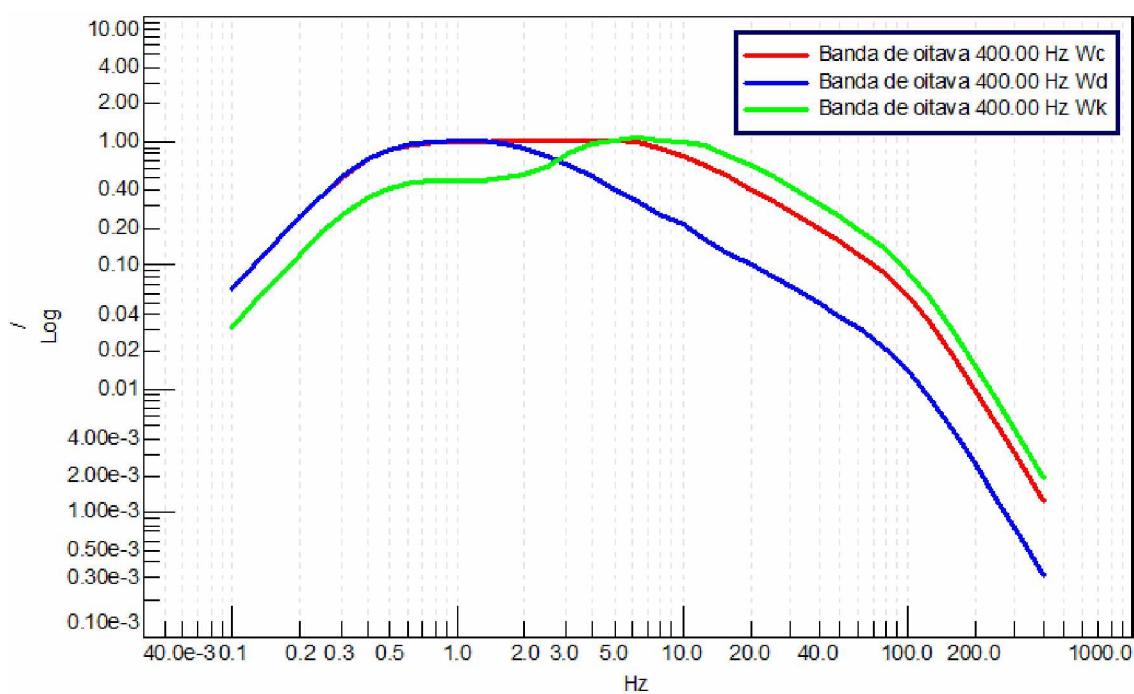


Figura 4.5 - Curvas de ponderação em frequência para vibração transmitida ao corpo inteiro. Fonte adaptada de ISO 2631-1 (1997)

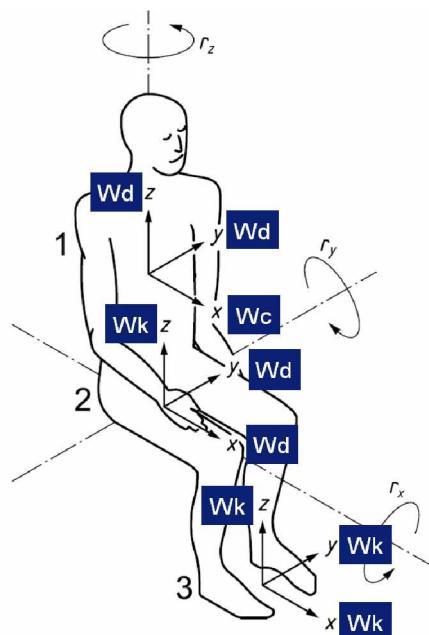


Figura 4.6 - Curvas de Ponderação determinadas pela norma ISO 2631-1 (1997) para cada ponto de medição do corpo humano contendo os três eixos coordenados (x, y e z): 1-Encosto do banco / 2-Superfície de assento do banco / 3-Pés (TREINAMENTO LMS INTERNATIONAL, 2010)

Para justificar esse procedimento, o ponto de medição escolhido para análise nos testes experimentais e na simulação foi a região dos pés, cuja aceleração obtida é ponderada em frequência segundo a curva de ponderação W_k .

Dispondo dos valores de aceleração ocorridos em um período de tempo e aplicando devidamente a curva de ponderação, a aceleração ponderada RMS é imediatamente obtida através da Eq. (4.1).

$$a_w = \left[\frac{1}{T} \int_0^T a_w^2(t) dt \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.1)$$

onde $a_w(t)$ é a aceleração ponderada RMS dos valores de aceleração em relação ao tempo e T é o valor do tempo de medição.

A Figura 4.7 compara os valores obtidos nos testes experimentais e na simulação, devidamente calculados segundo a Eq. (4.1). Presume-se que esses resultados de aceleração ponderada expliquem de certa forma o comportamento da resposta em frequência da aceleração RMS apresentada nas Figs. 4.2, 4.3 e 4.4.

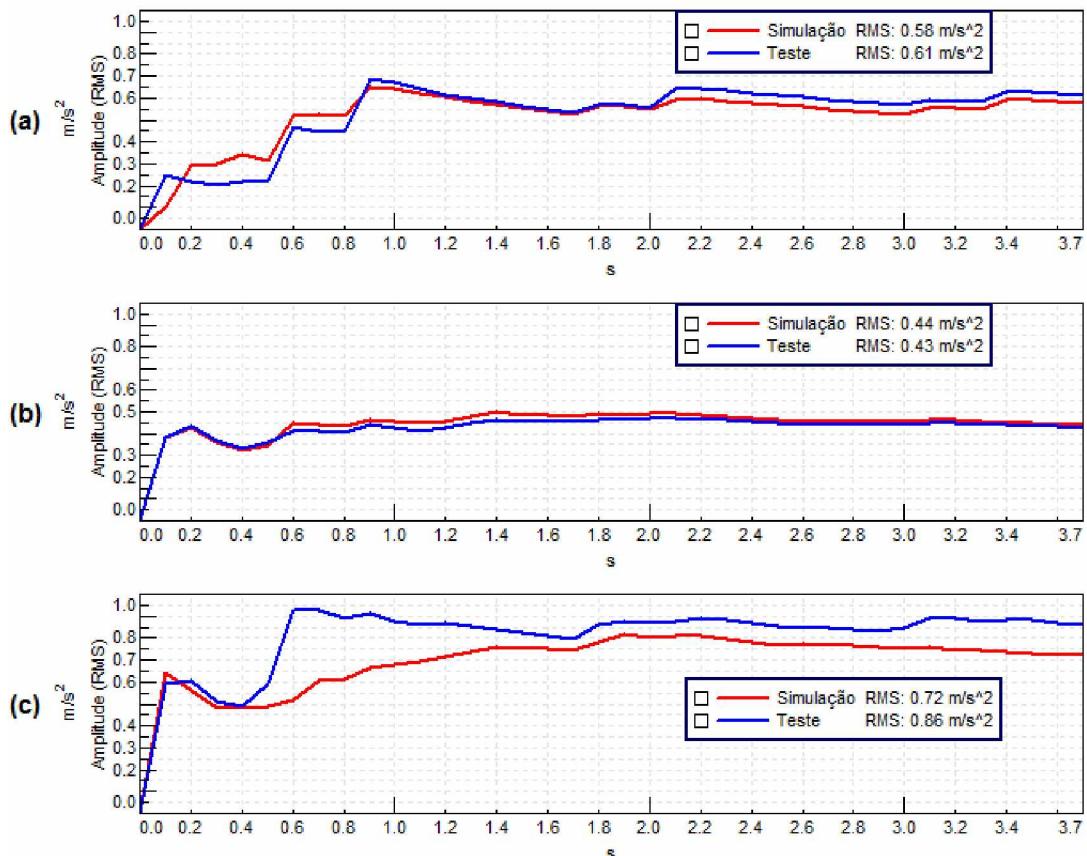


Figura 4.7 - Valores numéricos (indicados em vermelho) e experimentais (indicados em azul) da aceleração ponderada RMS medidos na região dos pés do condutor, durante a passagem do veículo por obstáculos: (a) Eixo x / (b) Eixo y / (c) Eixo z

Na Figura 4.7, verifica-se prontamente que os resultados de simulação nas direções x e y tiveram boa correlação com os testes físicos, principalmente na direção y , o que também foi visto na Fig. 4.3, onde os valores de RMS são bem próximos, registrando uma variação máxima de $0,03 \text{ m/s}^2$ entre si. No entanto, na direção z os dados de simulação não foram tão bem correlacionados, o que pode ser explicado devido à subestimação das forças quasi-estáticas agindo sobre o veículo durante o impacto das rodas sobre os obstáculos posicionados na pista e, também, em razão da não incorporação da flexibilidade da estrutura do veículo ao modelo de simulação.

O método chamado *Running RMS* leva em conta as vibrações transientes e os impactos eventuais e pode ser calculado conforme Eq. 4.2.

$$a_w(t_0) = \left\{ \frac{1}{\tau} \int_{t_0-\tau}^{t_0} [a_w(t)]^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.2)$$

onde t_0 é o tempo de observação (tempo instantâneo), t é o tempo (variável de integração) e τ é o tempo de integração para executar o cálculo da média.

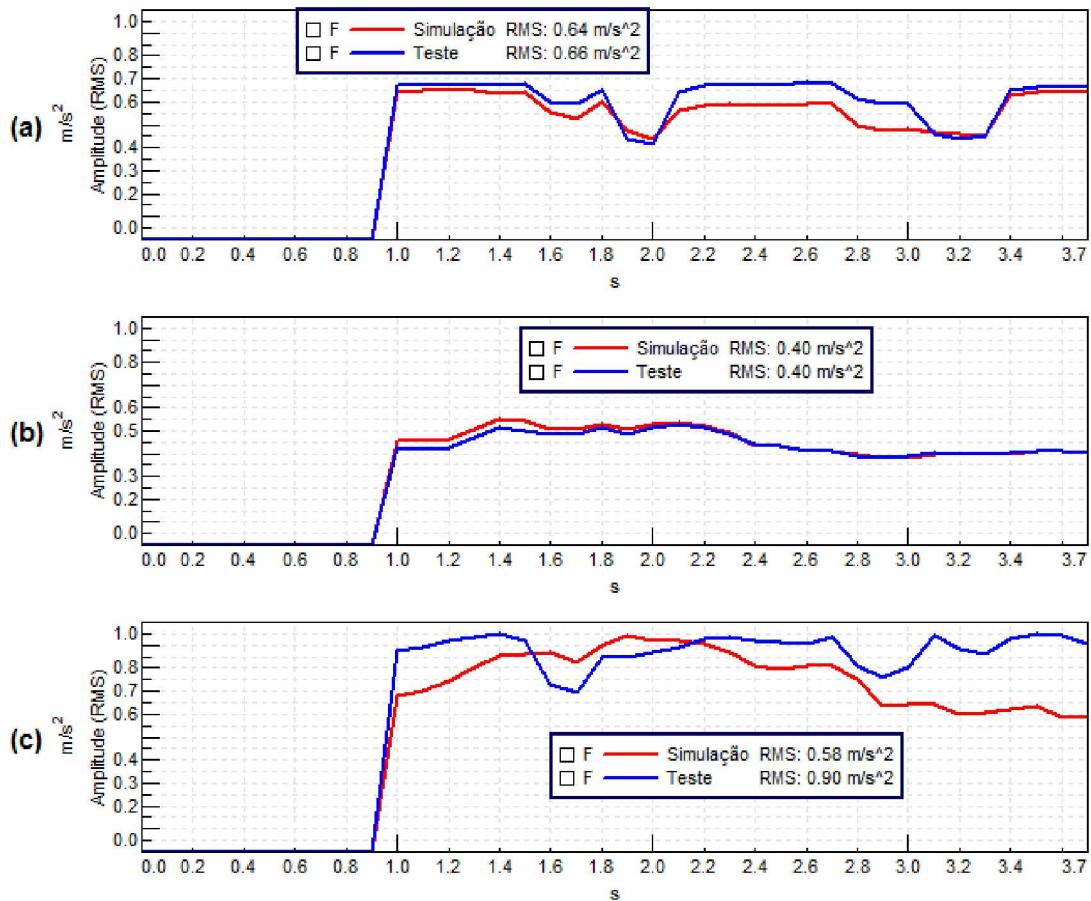


Figura 4.8 - Valores numéricos (indicados em vermelho) e experimentais (indicados em azul) da aceleração RMS acumulada (*Running RMS*) medidos na região dos pés do condutor, durante a passagem do veículo por obstáculos: (a) Eixo x / (b) Eixo y / (c) Eixo z

Na Figura 4.8, pode ser notado uma boa correlação entre resultados do modelo virtual com os testes físicos obtidos nas direções x e y . Nesses eixos, em particular, o valor da aceleração RMS acumulada apresentou valores RMS bem próximos, registrando uma variação máxima de $0,02 \text{ m/s}^2$ entre si. No entanto, na direção z os dados de simulação não foram tão bem correlacionados com os testes experimentais.

Por fim, o Valor da Dose de Vibração (VDV) é tratado para cada eixo como mostrado a seguir na Eq. (4.3).

$$VDV = \left\{ \int_0^T [a_w(t)]^4 dt \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (4.3)$$

onde $a_w(t)$ é a aceleração ponderada RMS dos valores de aceleração em relação ao tempo obtidos em cada eixo coordenado e T é o valor do tempo de medição.

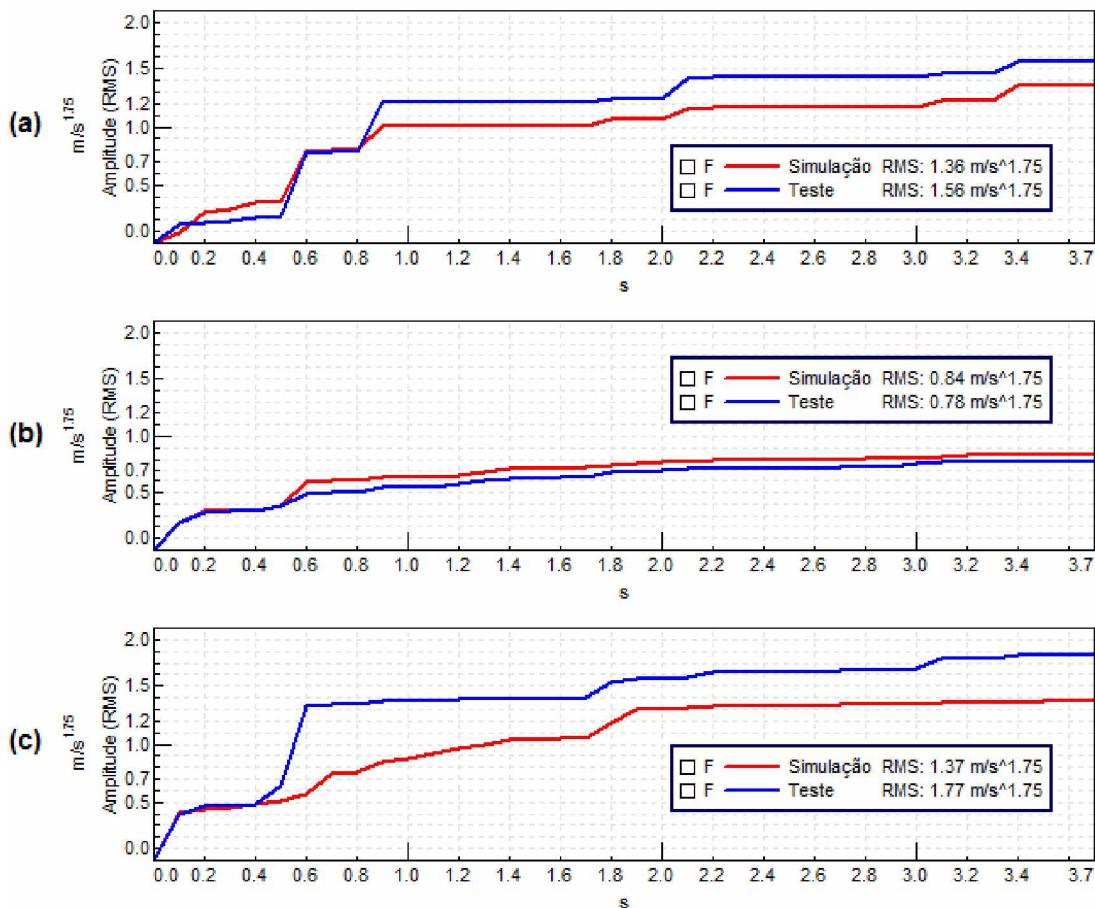


Figura 4.9 - Valores numéricos (indicados em vermelho) e experimentais (indicados em azul) do Valor da Dose de Vibração (VDV) medidos na região dos pés do condutor, durante a passagem do veículo por obstáculos: (a) Eixo x / (b) Eixo y / (c) Eixo z

Na Figura 4.9, o valor VDV é apresentado e corresponde ao valor obtido a partir do cálculo da quarta potência da aceleração ponderada RMS para os eixos coordenados x , y e z , expresso em $m/s^{1,75}$ (ISO 2631-1, 1997). É possível verificar que o eixo que melhor se correlacionou, comparando-se os dados experimentais e de simulação, foi o eixo y .

Em decorrência desse último resultado, e fazendo um reexame das Figs. 4.4, 4.5 e 4.6, verifica-se prontamente uma possível influência do modelo de pneu adotado, apontado como um possível responsável pela dispersão observada nos resultados. No entanto, já era sabido da dificuldade de se ter um modelo de pneu representativo para trabalhar nas regiões de frequência de *handling* e *ride*. Apesar disso, é possível assumir, no geral, que o modelo do veículo para *ride* teve uma boa aproximação.

De modo geral, os resultados da simulação em comparação com os dados obtidos em teste mostram que o modelo apresenta bom comportamento para avaliação de *ride* e bem ajustado inclusive para alcançar regiões acima de 50 Hz, apesar da limitação do modelo de pneu em atuar com consistência acima desse valor de frequência, conforme apresentado na Tab. 2.3, do Capítulo II.

4.2 Desempenho *Handling*

Os resultados do modelo de multicorpos do veículo para as três manobras realizadas podem ser vistos a partir da Fig. 4.10 a 4.16, juntamente com as curvas correspondentes medidas experimentalmente. As curvas mostram séries simples de dados normalizados apresentados no domínio do tempo para aceleração lateral, ângulo de rolagem e Yaw.

Nas Figuras 4.10, 4.11 e 4.12, podem ser observados os resultados da manobra *Impulsive Steer*, em que foi aplicado um ângulo de esterçamento com uma taxa em torno de 550 °/s (9,599 rad/s), representado por um único ciclo senoidal aplicado ao volante de direção, de modo que a aceleração lateral alcançou 0,7 g (6,87 m/s²). No geral, o modelo tende a se comportar de maneira adequada aos testes experimentais realizados no veículo, sendo possível avaliar o seu comportamento transitório, como pode ser visto pelo efeito do amortecimento mostrado na resposta da aceleração lateral em função do tempo, a partir de 4,4 segundos na Fig. 4.10.

Esse efeito pode ser explicado por fatores como a histerese das buchas de suspensão e devido ao atraso do desenvolvimento do ângulo de deriva dos pneus. Quando um pneu é submetido a uma força lateral, um ângulo é criado entre a direção longitudinal do pneu e a direção de percurso, conhecido como ângulo de deriva. Esse processo não

acontece de maneira instantânea, em virtude da deflexão das paredes laterais do pneu na direção lateral, o que retarda o desenvolvimento real do ângulo de deriva do pneu (GILLESPIE, 1992).

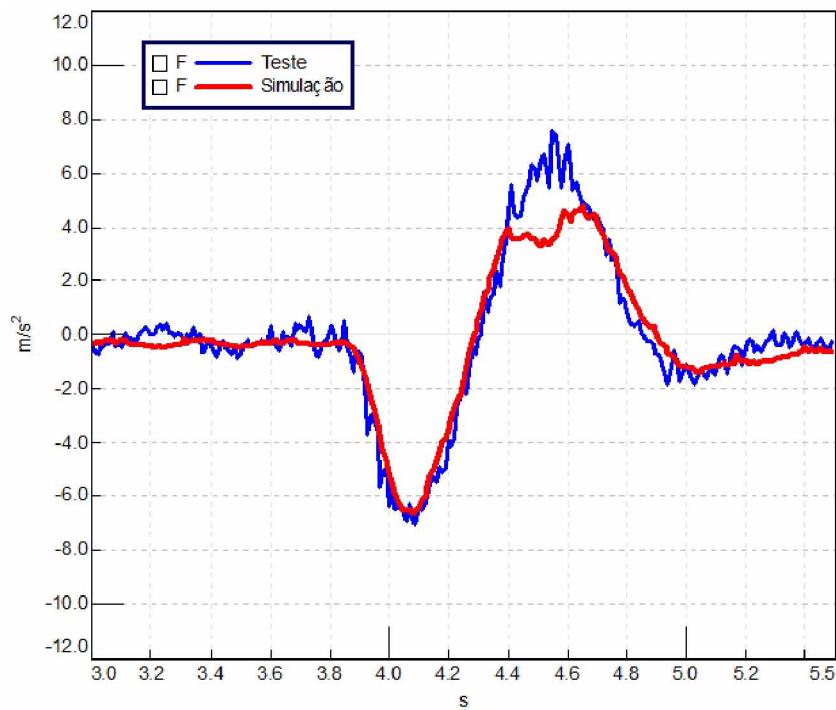


Figura 4.10 - Aceleração lateral em função do tempo na manobra *Impulsive Steer*

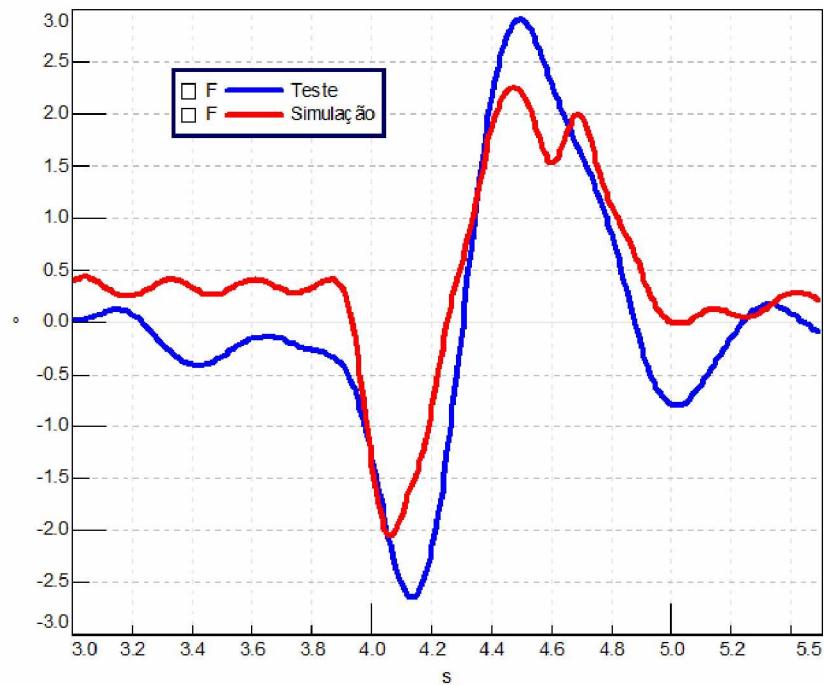


Figura 4.11 - Ângulo de rolagem em função do tempo na manobra *Impulsive Steer*

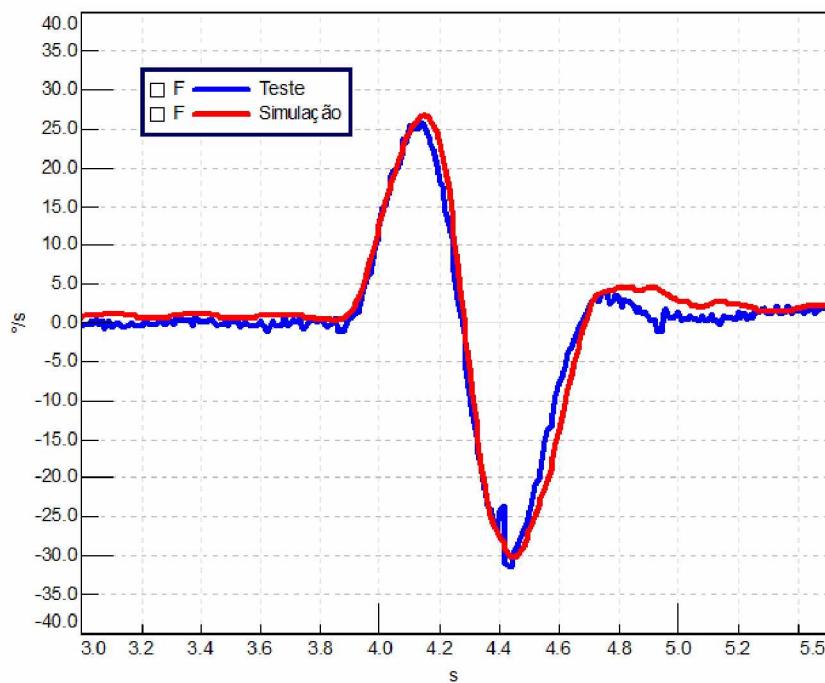


Figura 4.12 - Yaw em função do tempo na manobra *Impulsive Steer*

Na manobra *On-Center*, os testes no veículo foram conduzidos aplicando um ângulo de esterço do tipo senoidal, com amplitude em torno 30 graus (0,52 rad) e sob esterçamento contínuo. Nas Figuras 4.13 e 4.14 são apresentados os resultados dessa manobra executada.

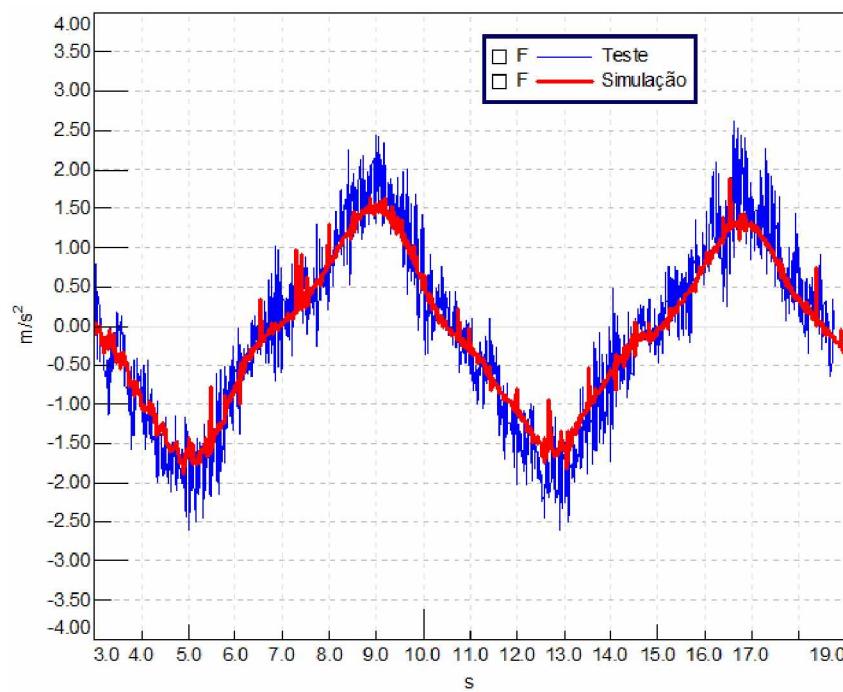


Figura 4.13 - Aceleração lateral em função do tempo na manobra *On-Center*

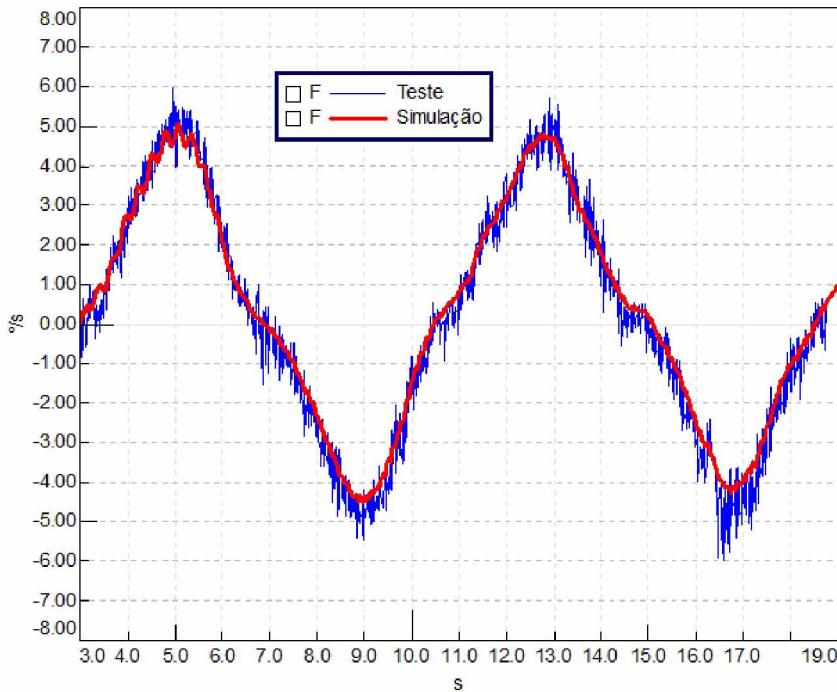


Figura 4.14 - Yaw em função do tempo na manobra *On-Center*

A partir dos resultados obtidos, conforme mostrado nas Figs. 4.13 e 4.14, é possível verificar que o modelo representou de forma adequada os limites de linearidade e apresentou um bom desempenho do esterçamento da direção para acelerações laterais mais baixas, cerca de 0,2 g ($1,96 \text{ m/s}^2$), bem como a sensibilidade de esterçamento do veículo.

Nas Figuras 4.15 e 4.16 são apresentados os resultados da manobra de estado estacionário *Swept Steer*. Pode ser verificado que o modelo apresentou boa correlação com os dados experimentais, o que resultou em um bom desempenho de esterçamento da direção, sendo que a aceleração lateral alcançou 0,65 g ($6,42 \text{ m/s}^2$), com taxa de incremento em torno de 0,1 g/s. De modo geral, essa manobra é realizada até o limite de aderência do veículo, 0,6 g ($5,88 \text{ m/s}^2$), limite esse que corresponde ao comportamento linear do veículo, conforme apresentado no capítulo anterior. No entanto, o modelo foi mais longe ao atingir 0,65 g de aceleração lateral no centro de gravidade do veículo, cobrindo dessa forma, o domínio não linear.

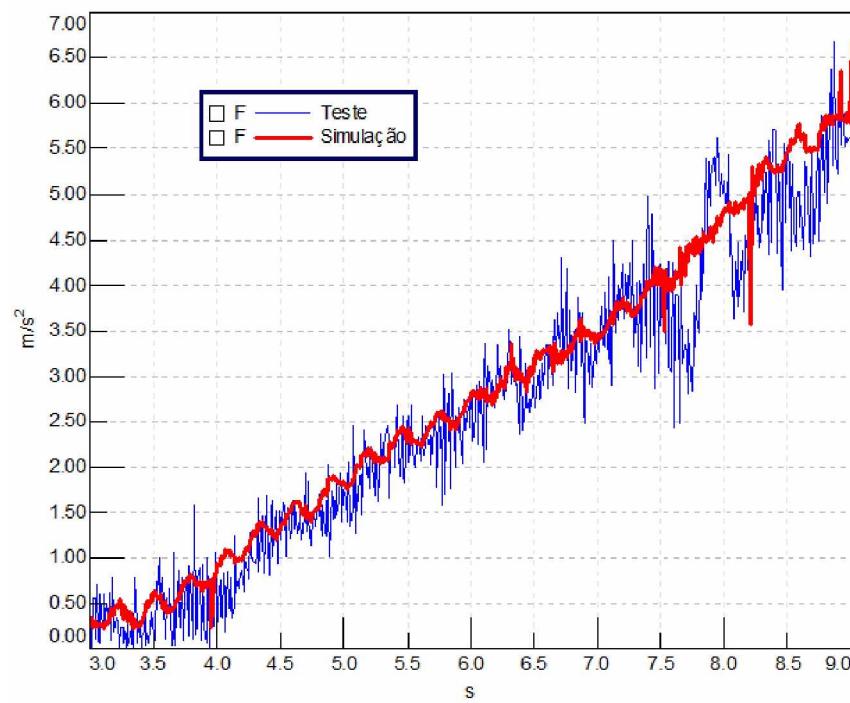


Figura 4.15 - Aceleração lateral em função do tempo na manobra *Swept Steer*

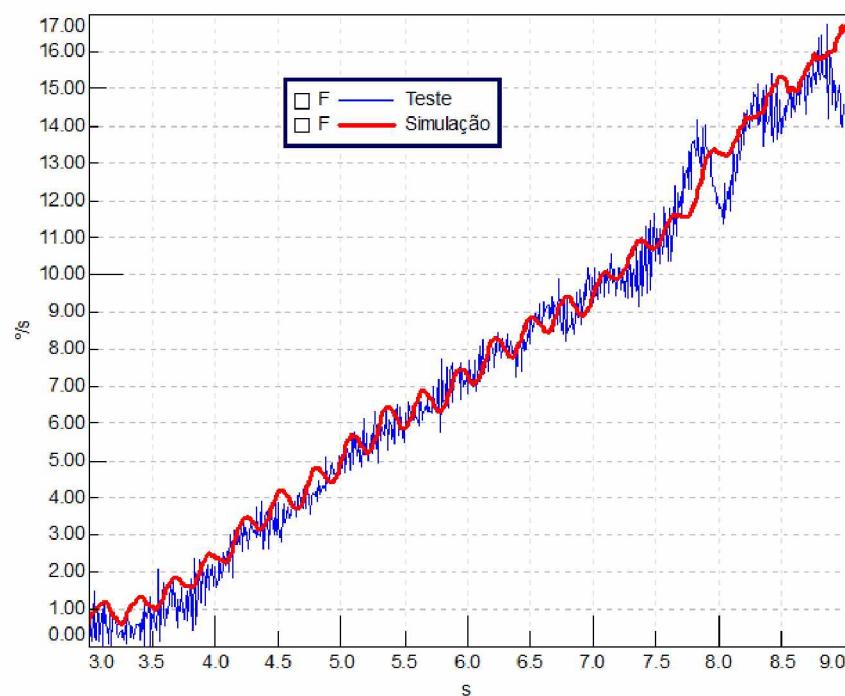


Figura 4.16 - Yaw em função do tempo na manobra *Swept Steer*

Como pode ser visto, o modelo tende a se comportar, no geral, de maneira bem semelhante às medições experimentais realizadas no veículo, valendo para todas as manobras analisadas. Apesar de ligeiras discrepâncias encontradas entre a simulação e a medição experimental, o modelo representa de maneira muito fiel os dados experimentais, mostrando boa correlação até mesmo para simulação no regime transiente.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

A abordagem realizada neste trabalho levou em consideração o método de multicorpos para a criação de um modelo completo de veículo do tipo *hatch compacto premium*. Esse modelo foi desenvolvido através do software *LMS Virtual.Lab Motion* e manobras para simulação do comportamento dinâmico foram realizadas a fim de verificar a abrangência do modelo e sua correlação com os dados experimentais.

Com base na teoria apresentada observou-se que o estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos e sua representação através de modelos de multicorpos requer um conhecimento sólido das bases da Mecânica Analítica, aspecto este de fundamental importância para a resolução de problemas de engenharia como aqueles que envolvem a dinâmica de veículos.

Este trabalho de pesquisa contemplou a definição de uma metodologia para o desenvolvimento de um modelo completo de veículo, utilizando ferramentas de modelagem numérico computacionais e simulação, sendo esse modelo capaz de reproduzir algumas manobras da dinâmica de veículos, e que são importantes para a avaliação de conforto (*ride*), manobrabilidade e estabilidade direcional (*handling*) de um veículo de passeio.

Ao mesmo tempo, o comportamento dinâmico desse veículo foi investigado a partir dos dados experimentais, objetivando a correlação e validação do modelo de multicorpos, aplicando procedimentos capazes de avaliar de forma adequada o comportamento dinâmico do veículo.

O modelo virtual construído apresentou boa representatividade nas avaliações de *handling*, o que aumenta a possibilidade de melhoria e desenvolvimento do produto para o cumprimento de critérios previamente estabelecidos. Os resultados obtidos na simulação mostraram uma concordância adequada com os valores experimentais, considerando um padrão razoável de rigor na exposição, o que contribuiu para a validação do modelo.

As manobras de *handling* realizadas eram típicas manobras de estado estacionário e transiente, apropriadas para o estudo da estabilidade e avaliação da resposta de esterçamento do veículo. O modelo também mostrou boa representatividade ao visitar o domínio não linear da dinâmica lateral.

Foi observado que o modelo ao simular a manobra *Impulsive Steer* alcançou uma aceleração lateral de 0,7 g (6,87 m/s²). No geral, o modelo tende a se comportar de maneira adequada aos testes experimentais realizados no veículo, sendo possível avaliar o seu comportamento transiente, como pode ser visto pelo efeito do amortecimento mostrado na resposta da aceleração lateral em função do tempo. Conforme apresentado no capítulo anterior, esse efeito pode ser devido aos fatores como a histerese das buchas de suspensão e ao atraso do desenvolvimento do ângulo de deriva dos pneus.

Na manobra de estado estacionário *Swept Steer*, o modelo apresentou boa correlação com os dados experimentais, o que resultou em um bom desempenho de esterçamento da direção, sendo que a aceleração lateral alcançou 0,65 g (6,42 m/s²), com taxa de incremento em torno de 0,1 g/s. De modo geral, essa manobra é realizada até o limite de aderência do veículo, 0,6 g (5,88 m/s²), limite esse que corresponde ao comportamento linear do veículo. No entanto, o modelo foi mais longe ao atingir 0,65 g de aceleração lateral no centro de gravidade do veículo, cobrindo dessa forma, o domínio não linear.

Na manobra *On-Center* foi possível verificar que o modelo representou de forma adequada os limites de linearidade e apresentou um bom desempenho de esterçamento da direção para acelerações laterais mais baixas, cerca de 0,2 g (1,96 m/s²), bem como a sensibilidade de esterçamento do veículo.

Ao avaliar o conforto *ride*, verificou-se uma possível influência do modelo de pneu adotado, apontado como responsável na dispersão encontrada nos resultados. No entanto, já era sabido da dificuldade de se ter um modelo de pneu representativo que trabalhasse de forma adequada tanto nas regiões de frequência de *handling* quanto nas frequências de *ride*. O modelo de pneu utilizado nessa dissertação seguiu as especificações do formato TNO Delft-Tyre, versão MF-Tyre/MF-Swift 6.1, previamente recomendado para análises de *handling* até 10 Hz e *ride* até 50 Hz. Apesar disso, é possível assumir, no geral, que o modelo do veículo para o compromisso *ride* teve uma boa aproximação quando comparado com o comportamento real do veículo e bem ajustado inclusive para alcançar regiões acima de 50 Hz, apesar da limitação do modelo de pneu em atuar com consistência acima desse valor de frequência.

Durante a avaliação de conforto, com base na norma ISO 2631-1 (1997), foi observada uma diferença entre os resultados dos testes físicos e da simulação ocorrendo principalmente em frequências inferiores a 16 Hz, quando avaliada a resposta de aceleração na direção

vertical (direção z). Presume-se que, nesse caso, a resposta nessa faixa de frequência está sendo subestimada pelo modelo numérico, o que se justifica devido à subestimação das forças quasi-estáticas agindo sobre o veículo durante a excitação que as rodas sofram ao passar pelas tiras de impacto e, também, em razão da não incorporação da flexibilidade da estrutura do veículo ao modelo de simulação. Além disso, é importante destacar a influência do modelo de pneu utilizado na resposta do veículo, visto que o seu comportamento *ride* é significativo nessa faixa de frequência. Os valores globais em RMS da aceleração mostram que a melhor precisão do modelo acontece acima de 16 Hz.

A validação do modelo em etapas permitiu a separação de efeitos e tornou-se possível inferir de um comportamento global inadequado, qual era o subsistema e o componente responsável pelo problema. Sem a validação em etapas, teria sido impossível chegar a uma conclusão a respeito dos problemas globais que surgiram durante o desenvolvimento do modelo.

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho, o modelo final validado que foi apresentado nessa dissertação é fruto da evolução de várias etapas e alternativas testadas, como a validação do modelo em baixa frequência e baixas cargas, seguido do detalhamento em corpos flexíveis e a não linearidade de buchas e amortecedores, que contribuíram para a obtenção de um modelo representativo e consistente. Cumpre destacar que durante a exposição dos resultados no texto, pretendeu-se evitar a apresentação de resultados auxiliares, de modo a não sobrecarregar demasiadamente a leitura e o entendimento do processo de desenvolvimento do modelo em multicorpos do veículo.

Durante esta primeira etapa de desenvolvimento do modelo, os componentes da suspensão foram definidos como sendo corpos rígidos. O passo subsequente foi então acrescentar a não linearidade no comportamento de batentes, buchas de suspensão e amortecedores, e adicionar elementos flexíveis, como a barra estabilizadora e o eixo de torção. Para a criação do modelo flexível da barra estabilizadora, foi apresentada uma abordagem com elementos de viga discretizados, unidos por elementos de força, de modo a criar a não linearidade geométrica representada pela curvatura da barra. Já a modelagem do eixo de torção foi baseada em uma técnica de cossimulação que utiliza um *solver* de multicorpos (*LMS Virtual.Lab Motion*) e um *solver* externo de elementos finitos para análise não linear (*LMS Samcef MECANO*).

A metodologia apresentada neste trabalho é muito rica e permitiu o contato com diferentes técnicas e conceitos empregados de forma adequada, como eminentemente se deram, por exemplo, a cossimulação entre um *solver* de multicorpos e um *solver* de elementos finitos, a representação da barra estabilizadora em um perfil flexível e a abordagem tradicional de avaliação de conforto.

Perspectivas de trabalhos futuros:

- Correlação com classificações subjetivas de desempenho;
- Realização de análise de sensibilidade da suspensão objetivando avaliar o comportamento da dinâmica do veículo quando alteradas as propriedades da suspensão, a fim de validar o modelo para diferentes situações de operação;
- Incorporação da flexibilidade da estrutura ao modelo matemático de simulação;
- Identificação das demais não linearidades do sistema, que não foram abordadas neste trabalho;
- Ajuste do modelo através de técnicas de otimização;
- Considera-se aconselhável o desenvolvimento do modelo matemático de outros subsistemas, sendo que os mais importantes para análise seriam o perfil das irregularidades da pista, o comportamento do motorista (manobras em circuito fechado), o conjunto motopropulsor e o contato do pneu com o solo. A modelagem desses subsistemas poderia reduzir algumas discrepâncias encontradas entre a simulação e as medições experimentais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APRESENTAÇÃO MICHELIN. **Le pneu: Le Confort Mécanique & Acoustic**, Société de Technologie Michelin, 2001.

APRESENTAÇÃO SIEMENS PLM. **Achieving Optimal Vehicle Handling by integrating the Entire Engineering Process**, 2015.

BESSELINK, I. J. M.; SCHMEITZ, A. J. C.; PACEJKA, H. B. An Improved Magic Formula/Swift Tyre Model that can Handle Inflation Pressure Changes. **Proceedings of the 21st symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics (IAVSD 09)**, 2010.

BLUNDELL, M.; HARTY, D. **The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics**. Burlington, MA: Oxford: Elsevier Science, 2004.

BORGES, J. A. F. **Dinâmica de Veículos Articulados: Simulação Computacional, Otimização e Ensaios Experimentais**. Tese de Doutorado - Uberlândia, MG, Brasil: Universidade Federal de Uberlândia, 1999.

BÖRJESSON, L.; WIBORG, P. **Difference in Chassis Setup due to Different Body Variants**. Göteborg, Sweden: Chalmers University of Technology, 2013.

CATÁLOGO SIEMENS PLM. **Brochure Virtual.Lab Motion**, 2013.

CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BORRACHA. **Ciência e Tecnologia da Borracha**, 2016. Disponível em: <http://ctborracha.com/?page_id=9697>. Acesso em: 10 fev. 2016.

FAQ VL MOTION. **Frequently Asked Questions Virtual.Lab Motion**, 2016.

FERNANDES, C. et al. A New Approach to Improve Steering Response Development Using Bode Diagrams. p. 12, 2007.

FERNANDES, C. et al. SAE International. **Functional Vehicle Dynamics Simulation**, p. 10, 2012.

FERNANDES, J. C. DE M. **Influência das Não Linearidades Geométricas em Sistemas de Suspensão com Amortecimento Assimétrico sob Excitação Harmônica**. Bauru, SP, Brasil: Universidade Estadual Paulista, 2015.

FERNANDES, J. C.; FERNANDES, M. R. M. **Guia para Avaliação da Exposição Humana à Vibrações de Corpo Inteiro**, 2000.

GANZAROLLI, F. **Influência das Frequências de Ride no Conforto e Dirigibilidade Veiculares na Faixa Linear de Uso do Veículo**. Dissertação de Mestrado - São Carlos, SP, Brasil: Universidade de São Paulo, 2012.

GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale, PA: SAE International, 1992.

GONÇALVES, J. P. C.; AMBRÓSIO, J. A. **Multibody System Dynamics. Road Vehicle Modeling Requirements for Optimization of Ride and Handling**, p. 21, 2005.

HAGA, H. 2006 SAE World Congress. **Evaluation Method for Road Load Simulation Using a Tire Model and an Applied Example**, p. 12, 2006.

ISO 2631-1. **Mechanical vibration and shock, Evaluation of human exposure to whole-body vibration, Part 1: General requirements**, International Standards Organization 1997.

JAIGANESH, S.; KUMAR, R. K. International Journal of Advances in Engineering Sciences and Applied Mathematics. **Sequential estimation strategy based on sensitivity analysis for vehicle handling parameter estimation**, p. 10, 2012.

JAZAR, R. N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**. Melbourne, Austrália: Springer-Verlag New York, 2008.

LEAL, M. DE F. **Desenvolvimento de uma Metodologia Moderna de Projeto de Veículos**. Tese de Doutorado - Uberlândia, MG, Brasil: Universidade Federal de Uberlândia, 2008.

LEE, T. W.; GOVINDAN, S. 2014 SAVAP International. **Emerging Issues in Car Purchasing Decision**, p. 11, 2014.

LEMOS, N. A. **Mecânica Analítica**. 2. ed. São Paulo, SP, Brasil: Livraria da Física, 2007.

LOTTO, R. S. **Dinâmica Lateral: Construção e Validação de um Modelo de Simulação Multicorpos de um Veículo FSAE usando Modelo Semi-empírico de Pneu**. Dissertação de Mestrado - São Bernardo do Campo, SP, Brasil: Centro Universitário da FEI, 2014.

MANUAL ADAMS/TIRE. **Help Document for Adams/Tire - MD Adams 2011**, 2011.

MANUAL DE TREINAMENTO VL MOTION. **Core Training - Joints**, 2013.

MANUAL DELFT-TYRE. **MF-Tyre/MF-Swift 6.1.2 Help Manual**, TNO Automotive, 2010.

MEYWERK, M. **Vehicle Dynamics**. 1. ed. Helmut-Schmidt-University, Alemanha: Wiley, 2015.

MICHELETTI, M. **Análise Comparativa da Dirigibilidade de um Veículo na sua versão com Suspensão Elevada em Ambiente Multicorpos**. Dissertação de Mestrado - Campinas, SP, Brasil: Universidade Estadual de Campinas, 2011.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race Car Vehicle Dynamics**. Warrendale, PA, Estados Unidos: Society of Automotive Engineers, 1995.

OLIVEIRA, F. C. G. **Contribuição ao Desenvolvimento de uma Estrutura Veicular Tipo Spaceframe usando o Método de Elementos Finitos e Métodos Heurísticos de Otimização Numérica**. Dissertação de Mestrado - Uberlândia, MG, Brasil: Universidade Federal de Uberlândia, 2007.

OPLAND, L. **Size classification of passenger cars. Pre-study on how to size classify passenger cars by inventorying the existing classification models**. Gotemburgo, Suécia, 2007. Disponível em: <<http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/44868.pdf>>. Acesso em: 20 out. 2015.

PACEJKA, H. **Tire and Vehicle Dynamics**. Terceira ed. Oxford, Reino Unido: Elsevier, 2012.

PINTO FILHO, R. R. **Concepção, Projeto e Otimização de uma Estrutura para Aplicação em Veículo de Uso Misto.** Dissertação de Mestrado - Uberlândia, MG, Brasil: Universidade Federal de Uberlândia, 2004.

RADE, D. A. **Cinemática e Dinâmica para Engenharia.** 1. ed. [s.l.] Elsevier, No prelo.

REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J. W. **The Automotive Chassis: Engineering Principles.** 2. ed. [s.l.] Butterworth-Heinemann, 2001.

REZENDE, J. C. C. **Projeto e Implementação de um Modelo de Suspensão Automotiva em Bancada de Laboratório.** Dissertação de Mestrado - Uberlândia, MG: Universidade Federal de Uberlândia, 2007.

SHABANA, A. A. **Computational Continuum Mechanics.** 2. ed. University of Illinois, Chicago: Cambridge University Press, 2012.

SHABANA, A. A. **Dynamics of Multibody Systems.** 4. ed. University of Illinois, Chicago: Cambridge University Press, 2013.

SINOKROT, T. Z. et al. A Comparison of Different Multibody System Approaches in the Modeling of Flexible Twist Beam Axles. 2011a.

SINOKROT, T. Z. et al. Multibody System Modeling of Flexible Twist Beam Axles in Car Suspension Systems. p. 169–178, 1 jan. 2011b.

SINOKROT, T. Z. et al. **A New Technique for Stronger Coupling between Multibody System and Nonlinear Finite Element Solvers in Co-simulation Environments.** Multibody Dynamics 2013. Anais... In: ECCOMAS THEMATIC CONFERENCE. Zagreb, Croácia: 2013.

SOARES, A. L. V. **Análise de Conforto e Elastocinemática das suspensões de Duplo Estágio de um Veículo de Competição Off-Road em Ambiente Multicorpos.** Dissertação de Mestrado - São Carlos, SP, Brasil: Universidade de São Paulo, 2005.

TREINAMENTO LMS INTERNATIONAL. **Human Body Vibration and the Data Block Processing concept**, 2010.

TREINAMENTO SIEMENS PLM. **Vehicle Dynamics Master Class**, 2015.

UYS, P. E.; ELS, P. S.; THORESSON, M. J. Jornal of Terramechanics 43. **Criteria for Handling Measurement**, p. 25, 2004.

VIEIRA NETO, A. J. Metodologia de Aperfeiçoamento de Suspensões através de Modelo Virtual em ambiente Multicorpos. Dissertação de Mestrado - São Carlos, SP, Brasil: Universidade de São Paulo, 2011.

VILELA, D. Aplicação de Métodos Numéricos de Otimização ao Problema Conjunto da Dirigibilidade e Conforto Veicular. Tese de Doutorado - São Paulo, SP, Brasil: Universidade de São Paulo, 2010.

WALBER, M. Avaliação dos Níveis de Vibração existentes em Passageiros de Ônibus Rodoviários Intermunicipais, Análise e Modificação Projetual. Tese de Doutorado - Porto Alegre, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.