

**RAFAEL MONTEIRO JORGE ALVES DE SOUZA**

**ESTRATÉGIA DE CONTROLE ADAPTATIVO PARA  
ESTABILIZAÇÃO DE UM QUADRICÓPTERO NA  
PRESENÇA DE VARIAÇÃO DE MASSA**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**2016**

**RAFAEL MONTEIRO JORGE ALVES DE SOUZA**

**ESTRATÉGIA DE CONTROLE ADAPTATIVO PARA ESTABILIZAÇÃO  
DE UM QUADRICÓPTERO NA PRESENÇA DE VARIAÇÃO DE  
MASSA**

**Dissertação** apresentada ao Programa de  
Pós-graduação em Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal de Uberlândia, como parte  
dos requisitos para a obtenção do título de  
**MESTRE EM CIÊNCIAS.**

**Banca Examinadora:**

Fábio Vincenzi Romualdo da Silva, Dr. (Orientador) - UFU

Márcio José da Cunha, Dr. - UFU

Aline Fernanda Bianco, Dr<sup>a</sup>. - CEFET/MG

---

Fábio Vincenzi Romualdo da Silva, Dr.

Orientador

---

Darizon Alves de Andrade, Ph.D.

Coordenador do Curso de Pós-graduação

**UBERLÂNDIA – MG**

**2016**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

S729e  
2016 Souza, Rafael Monteiro Jorge Alves de.  
Estratégia de controle adaptiva para estabilização de um  
quadricóptero na presença de variação de massa / Rafael Monteiro Jorge  
Alves de Souza. - 2016.  
115 f. : il.

Orientador: Fábio Vincenzi Romualdo da Silva.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Quadricóptero - Teses. 3. Sistema  
de controle ajustável - Teses. 4. Algoritmos genéticos - Teses. I. Silva,  
Fábio Vincenzi Romualdo da, 1974- II. Universidade Federal de  
Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III.  
Título.

---

CDU: 621.3



**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL**  
**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**



Ata da defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO junto ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia.

Defesa de Dissertação de Mestrado Acadêmico, número \_\_\_\_\_/2016/PPGEE

Data: 05 de agosto de 2016.

Discente: RAFAEL MONTEIRO JORGE ALVES DE SOUZA

Número de matrícula: 11322EEL012

Título do Trabalho: Substituição de controlador estatístico por inteligência de  
para monitoramento em sistemas de energia elétrica

Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Linha de pesquisa: Controle e Automação.

As 10:00 horas do dia 05 de agosto de 2016 na Sala de Defesas da Faculdade de Engenharia Elétrica, Campus Santa Mônica da Universidade Federal de Uberlândia, reuniu-se a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, assim composta:

Josué Silva de Moraes CPF: 049.487.046-01

Márcio José da Cunha CPF: 298.522.678-33

Aline Fernanda Bianco CPF: 295.108.738-10

e Fábio Vincenzi Romualdo da Silva CPF: 191.533.808-51, orientador do candidato.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa Prof. Dr. Fábio Vincenzi Romualdo da Silva apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos examinadores, que passaram a arguir o candidato. Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu os conceitos finais.

Em face do resultado obtido, a Banca Examinadora considerou o candidato A provado.

Esta defesa de Dissertação de Mestrado Acadêmico é parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar, foram encerrados os trabalhos às 11 horas e 20 minutos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.

[Assinatura]  
 Prof. Dr. Márcio José da Cunha  
 UFU

[Assinatura]  
 Profa. Dra. Aline Fernanda Bianco  
 CEFET

[Assinatura]  
 Prof. Dr. Fábio Vincenzi Romualdo da Silva  
 UFU

[Assinatura]  
 Prof. Dr. Josué Silva de Moraes  
 UFU



*À minha mãe Eliana, cuja lição de vida me inspira a superar cada desafio e às professoras Irene, Rosana e Gabriela.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores **Fábio Vincenzi Romualdo da Silva** e **Josué Silva de Moraes** pela grande oportunidade de aprendizado, além da compreensão, confiança e direcionamentos fornecidos durante a execução deste trabalho.

Estendo os meus agradecimentos ao professor **Márcio José Cunha** pela disposição em me auxiliar, incentivo e receptividade sempre a mim dispensada.

Agradeço aos meus familiares, avós, tios, tias, primos e primas que, em suas particularidades, sempre me inspiraram companheirismo e altruísmo. Particularmente à minha avó **Irene** cujo exemplo e busca incessante pelo conhecimento tornaram-se referência para minha escolha profissional.

Agradeço à minha mãe **Eliana**, professora, que fez dos filhos os maiores projetos de sua vida e deixou inúmeros ensinamentos e lições de vida e cuja superação é minha fonte de motivação na busca por desafios e de força de vontade para superá-los.

Agradeço ao meu pai **Júlio** pelo incentivo e apoio ao longo deste trabalho.

Agradeço à **Gabriela**, minha companheira constante pelo carinho, compreensão e apoio indispensáveis à esta realização.

Agradeço, por fim, ao **Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica** da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade de aperfeiçoamento, à **Cinara** pela atenção e prontidão nos procedimentos juntos à secretaria do programa e à **CAPES** (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.

“If you understand the universe, you control it, in a way.”

[Stephen Hawking]

## RESUMO

O presente trabalho objetiva o desenvolvimento de uma estratégia de controle adaptativa capaz de estabilizar e atuar no cumprimento de trajetórias de um veículo quadricóptero.

O quadricóptero é definido como uma aeronave de pousos de decolagens verticais (VTOL) e emergiu a partir da segunda metade da década de 2000 como uma plataforma promissora para utilização em diversas finalidades devido, principalmente, à sua simplicidade mecânica, alto *payload* e robustez. Por isso, essa aeronave tem sido vastamente explorada desde então nas publicações da área, preocupando-se, como este trabalho, em propor metodologias numéricas para aprimorar a autonomia e confiabilidade na utilização prática destes veículos.

O modelo matemático do helicóptero foi obtido a partir do formalismo de Euler-Lagrange, considerando um corpo rígido, simétrico e tomando a origem do sistema de coordenadas coincidente com o centro de gravidade do veículo. Como forma de se obter um modelo mais fiel à situação real de voo, o Efeito Giroscópio sobre corpo e as hélices foi considerado. Sob a ótica da engenharia de controle, é considerado um sistema subatuado por possuir 4 entradas (associadas às quatro velocidades angulares dos rotores) e seis variáveis de estado (correspondentes às coordenadas generalizadas da mecânica lagrangeana).

A partir do modelo obtido, um simulador foi desenvolvido na plataforma Simulink® como método para aferir sobre a eficácia das estratégias de controle propostas. Inicialmente, foi efetivada a estabilização do veículo por um controlador PID clássico e, em seguida, os resultados foram comparados com os dados presentes na literatura a fim de garantir o bom funcionamento da rotina desenvolvida.

Finalmente, uma estratégia de controle PID adaptativo foi proposta a partir da implementação de programação heurística baseada em Algoritmos Genéticos para identificar os ganhos ideais dos controladores das coordenadas  $z$ ,  $x$  e  $y$ .

Os resultados apontaram um considerável ganho de desempenho do método adaptativo sobre o PID clássico para estabilização e seguimento de trajetórias de um veículo quadricóptero na presença de variação de massa.



## ABSTRACT

This work aims the development of an adaptive control strategy on stabilization and path tracking tasks of a quadrotor vehicle.

The quadrotor is defined as a Vertical Take Off and Landing (VTOL) aircraft and it has emerged, in the second half of the 2000s as a promising platform for use in many purposes, mainly due to its mechanical simplicity, high payload and robustness. Therefore, this aircraft has been widely exploited on this area, which researches has focusing, as this work , to propose numerical methods in order to improve the autonomy and reliability in practical use of these vehicles.

The helicopter model of the helicopter was obtained from the Euler-Lagrange formalism, considering it as a rigid body, symmetrical and taking the origin of the coordinate system coincides with the center of gravity of the vehicle. In order to obtain a more accurate model compared to the actual flight situation, the Gyro effect on body and propellers was considered. From the perspective of control engineering, it is considered an underactuated system which has 4 inputs (associated with four angular velocities of the rotors) and six state variables (corresponding to generalized coordinates of Lagrangian mechanics)

A simulator was developed on Simulink<sup>®</sup> platform evaluated from the model obtained as a way to check on the effectiveness of the proposed control strategies. Initially, it was implemented a classic PID controller in order to stabilize the, and then the results were compared to the data present in the literature in order to ensure the reliability of the routine implemented.

Lastly, an adaptive PID control strategy was proposed from the implementation of heuristic programming based on genetic algorithms to identify optimal gains controllers to the coordinates  $z$  ,  $x$  and  $y$  subsystems.

The results indicated a significant performance gain of the adaptive method over the classic PID for stabilization and path tracking tasks of a quadrirrotor vehicle in the presence of mass variation.

---

*Keywords: Quadrotor, Adaptive Control, Simulink, Genetic Algorithm*

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1 -</b>	a) Ilustração; b) secção vertical de uma Vinama; c) Objeto Voador enunciado pelo profeta Ezequiel; d) A lenda de Ícaro e sua tentativa frustrada de alcançar os céus (Bouabdallah, 2007).....	2
<b>Figura 1.2 -</b>	Parafuso Helicoidal Aéreo proposto por Leonardo da Vinci (Bouabdallah, 2007).....	3
<b>Figura 1.3 -</b>	Fotografia do um protótipo da aeronave <i>Kettering Bug</i> (Keane e Carr, 2013).....	6
<b>Figura 1.4 -</b>	Diagrama de Classificação geral de aeronaves (adaptado de Bouabdallah, 2007).....	8
<b>Figura 1.5 -</b>	Exemplos de VANT's.....	9
<b>Figura 1.6 -</b>	<i>Gyroplane</i> n: 01. (Leishman, 2000).....	12
<b>Figura 2.1 -</b>	Descrição do movimento de um quadricóptero a partir da variação da rotação das hélices (Sá, 2012).....	21
<b>Figura 2.2 -</b>	Sistemas de coordenadas (Bouabdallah, 2007).....	22
<b>Figura 3.1 -</b>	Diagrama de blocos de um controlador PID paralelo (Nicula, 2010).....	38
<b>Figura 3.2 -</b>	Influência da variação do ganho $K_p$ na resposta do sistema controlado...	39
<b>Figura 3.3 -</b>	Influência da variação do ganho $K_i$ na resposta do sistema controlado....	40
<b>Figura 3.4 -</b>	Influência da variação do ganho $K_d$ na resposta do sistema controlado...	41
<b>Figura 3.5 -</b>	Configuração genérica dos sistemas baseados em controle adaptativo (adaptado de Ioannou e Sun, 2012).....	44
<b>Figura 3.6 -</b>	Esquema de funcionamento do controlador adaptativo por escalonamento de ganho (adaptado de Sastry and Bodson, 1994).....	45
<b>Figura 3.7 -</b>	Controle adaptativo indireto (adaptado de Ioannou e Sun, 2012).....	46
<b>Figura 3.8 -</b>	Controle adaptativo direto (adaptado de Ioannou e Sun, 2012).....	46
<b>Figura 3.9 -</b>	Controle Adaptativo por Modelo de Referência (adaptado de Sastry e Bodson, 1994).....	47
<b>Figura 3.10 -</b>	Controlador Autoajustável (adaptado de Sastry e Bodson, 1994).....	48
<b>Figura 4.1 -</b>	Tela principal do simulador desenvolvido.....	60
<b>Figura 4.2 -</b>	Interior do bloco “PLANTA PID ADAPTATIVO”.....	61

<b>Figura 4.3 -</b>	Interior do bloco “MOTORES” .....	62
<b>Figura 4.4 -</b>	Diagrama da estrutura de controle em cascata utilizada também neste trabalho (Lima, 2015).....	64
<b>Figura 4.5 -</b>	Diagrama representativo da estrutura de controle deste trabalho.....	65
<b>Figura 4.6 -</b>	Funções de aproximação para os ganhos de P, I e D das coordenadas x e y.....	70
<b>Figura 4.7 -</b>	Funções de aproximação para os ganhos de P, I e D da coordenada z.....	71
<b>Figura 4.8 -</b>	Trajetórias utilizadas para a realização dos testes com o controlador.....	72
<b>Figura 5.1 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 1.....	76
<b>Figura 5.2 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 2.....	77
<b>Figura 5.3 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 3.....	79
<b>Figura 5.4 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 4.....	80
<b>Figura 5.5 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 5.....	82
<b>Figura 5.6 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 6.....	83
<b>Figura 5.7 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 7.....	85
<b>Figura 5.8 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 8.....	86
<b>Figura 5.9 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 9.....	88
<b>Figura 5.10 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 10.....	89
<b>Figura 5.11 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 11.....	91
<b>Figura 5.12 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 12.....	91

<b>Figura 5.13 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 13.....	92
<b>Figura 5.14 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 14.....	94
<b>Figura 5.15 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 15.....	95
<b>Figura 5.16 -</b>	Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 16.....	96

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1.1</b> - Utilização contemporânea dos VANT's.....	7
<b>Tabela 1.2</b> - Comparação dos princípios de voo (1=Ruim, 3=Bom), (adaptado de Bouabdallah, 2007).....	9
<b>Tabela 1.3</b> - Diferentes configurações de VANT's de pouso e decolagem verticais.....	10
<b>Tabela 1.4</b> - Avanços mais significativos em quadricópteros desde 2010.....	17
<b>Tabela 2.1</b> - Parâmetros do modelo.....	35
<b>Tabela 3.1</b> - Método de Ziegler-Nichols (McCormack e Godfrey, 1998).....	42
<b>Tabela 3.2</b> - Teorema de Estabilidade de Lyapunov (adaptado de Sastry e Bodson, 1994).....	54
<b>Tabela 4.1</b> - Valores iniciais de busca para cada PID Adaptativo.....	66
<b>Tabela 4.2</b> - Ganhos ótimos dos controladores de x, y e z, obtidos pelo método heurístico de Algoritmos Genéticos.....	68
<b>Tabela 4.3</b> - Funções de aproximação para a relação entre os ganhos do PID de x e y com a massa do veículo.....	69
<b>Tabela 4.4</b> - Funções de aproximação para a relação entre os ganhos do PID de z e a massa do veículo.....	70
<b>Tabela 4.5</b> - Sugestões de aplicações de quadricóptero com diferentes padrões de variação de massa.....	73
<b>Tabela 5.1</b> - Valores iniciais de busca para cada PID Adaptativo.....	74
<b>Tabela 5.2</b> - Variação relativa do Erro Quadrático Médio do Controlador Adaptativo em relação ao PID convencional em cada coordenada.....	97

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Modelagem

$m$	Massa total do quadricóptero
$b$	Coeficiente de empuxo dos rotores
$d$	Coeficiente de arrasto das hélices
$g$	Aceleração devido à gravidade
$l$	Distância entre os rotores e o centro de massa do veículo
$\Omega_i$	Velocidade angular do $i$ -ésimo rotor ao redor do seu eixo de rotação
$\Omega_r$	Velocidade angular residual das hélices
$J_r$	Momento de inércia do rotor ao redor do seu eixo de rotação
$\phi$	Ângulo de rolagem
$\theta$	Ângulo de arfagem
$\psi$	Ângulo de guinada
$F_i$	Força gerada pelo $i$ -ésimo rotor
$U_1$	Força de empuxo total
$\tau_\phi$	Torque de rolagem
$\tau_\theta$	Torque de arfagem
$\tau_\psi$	Torque de guinada
$E \in \mathfrak{R}^3$	Sistema de coordenadas inercial
$B \in \mathfrak{R}^3$	Sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido
$L$	Função Lagrangeano do sistema
$K_R$	Energia cinética rotacional
$K_T$	Energia cinética translacional
$E_p$	Energia Potencial
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	Momentos de inércia sobre os eixos $x, y, z$

$I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$	Produtos de inércia sobre os eixos $x, y, z$
$\xi$	Vetor posição do centro de massa do veículo em relação ao referencial inercial
$\eta$	Vetor de orientação do veículo (ângulos de Euler)
$\omega$	Vetor de velocidade angular do quadricóptero em relação ao sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido
$\dot{\eta}$	Vetor da derivada temporal dos ângulos de Euler
$f_{\xi}$	Vetor de forças generalizadas
$\tau_{\eta}$	Vetor de torques generalizados
$q$	Vetor de coordenadas generalizadas
$\tau_G$	Vetor do momento giroscópico sobre a aeronave
$\tau_H$	Vetor do momento giroscópico sobre as hélices
$\tau_M$	Vetor do momento não conservativo
$R_E$	Matriz de rotação que descreve a orientação do corpo rígido em relação ao sistema de coordenadas inercial

## LISTA DE ABREVIATURAS

AG	Algoritmo Genético
CAS	<i>Control Augmentation System</i>
EQM	Erro Quadrático Médio
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
MRAC	<i>Model Reference Adaptive Control</i>
PID	Proporcional Integral Derivativo
PD	Proporcional Derivativo
SAS	<i>Stability Augmentation System</i>
SISO	<i>Single Input -Single Output</i>
STR	<i>Self-Tunning Regulators</i>
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
VTOL	<i>Vertical Take Off and Landing</i>



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Concepção e Desenvolvimento das Aeronaves VTOL.....</b>	<b>2</b>
<b>1.2. Uma Breve História dos Veículos Aéreos Não Tripulados.....</b>	<b>5</b>
<b>1.3. Tipos e Aplicações de VANT's.....</b>	<b>8</b>
<i>1.3.1. O Quadricóptero.....</i>	<i>12</i>
<b>1.4. Motivação.....</b>	<b>13</b>
<b>1.5. Objetivos.....</b>	<b>14</b>
<b>1.6. Metodologia.....</b>	<b>15</b>
<b>1.7. Estado da Arte.....</b>	<b>16</b>
<b>1.8. Organização do Trabalho.....</b>	<b>18</b>
 <b>2. MODELAGEM DE UM QUADRICÓPTERO.....</b>	 <b>20</b>
<b>2.1. Considerações Iniciais.....</b>	<b>20</b>
<b>2.2. Sistemas de Coordenadas.....</b>	<b>21</b>
<b>2.3. Modelagem pelo Formalismo de Euler-Lagrange.....</b>	<b>25</b>
<i>2.3.1. Energia Cinética.....</i>	<i>26</i>
<i>2.3.2. Energia Potencial.....</i>	<i>30</i>
<b>2.4. Equações Dinâmicas.....</b>	<b>30</b>
<i>2.4.1. Subsistema Translacional.....</i>	<i>30</i>
<i>2.4.2. Subsistema Rotacional.....</i>	<i>31</i>
<b>2.5. Tabela de Parâmetros.....</b>	<b>35</b>

<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>36</b>
<b>3.1. Controle Proporcional Integral Derivativo.....</b>	<b>36</b>
3.1.1. Terminologia.....	37
3.1.2. Algoritmo de Controle PID.....	37
3.1.3. Sintonia de Controladores PID.....	41
<b>3.2. Controle Adaptativo – Considerações Iniciais.....</b>	<b>43</b>
3.2.1. Escalonamento de Ganhos.....	44
3.2.2. Controle Adaptativo Direto e Indireto.....	45
3.2.3. Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC).....	47
3.2.4. Controladores Autoajustáveis.....	48
<b>3.3. Lei Adaptativa.....</b>	<b>49</b>
3.3.1. Métodos de Sensibilidade.....	49
3.3.2. Regra MIT.....	50
3.3.3. Teoria de Estabilidade Segundo Lyapunov.....	51
<b>3.4. Método dos Algoritmos Genéticos.....</b>	<b>55</b>
3.4.1. Operadores Genéticos.....	55
<b>3.5. Conclusões.....</b>	<b>54</b>
 <b>4. DESENVOLVIMENTO DO SIMULADOR.....</b>	 <b>59</b>
<b>4.1. Apresentação.....</b>	<b>59</b>
<b>4.2. Blocos “Planta PID” e “Planta PID Adaptativo” .....</b>	<b>60</b>
<b>4.3. Blocos “Controle PID” e “Controle PID Adaptativo” .....</b>	<b>63</b>
4.3.1. Projeto de um Controlador PID Clássico.....	63
4.3.2. Projeto de um Controlador PID Adaptativo.....	64
<b>4.4. Demais Blocos.....</b>	<b>71</b>

<b>4.5. Conclusões.....</b>	<b>73</b>
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>74</b>
<b>5.1. Ensaio de Estabilidade.....</b>	<b>75</b>
<b>5.2. Ensaio na Trajetória “Degrau”.....</b>	<b>81</b>
<b>5.3. Ensaio na Trajetória “Anel”.....</b>	<b>87</b>
<b>5.4. Ensaio na Trajetória “Helicoidal”.....</b>	<b>92</b>
<b>5.5. Conclusões.....</b>	<b>96</b>
<b>5.6. Trabalhos Futuros.....</b>	<b>100</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>101</b>
<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>108</b>

# CAPÍTULO 1

## Introdução

- 1.1 Concepção e Desenvolvimento das Aeronaves VTOL
  - 1.2 Uma Breve História dos Veículos Aéreos Não Tripulados
  - 1.3 Tipos e Aplicações de VANT's
    - 1.3.1 O Quadricóptero
  - 1.4 Motivação
  - 1.5 Objetivos
  - 1.6 Metodologia
  - 1.7 Estado da Arte
  - 1.8 Organização do Trabalho
- 

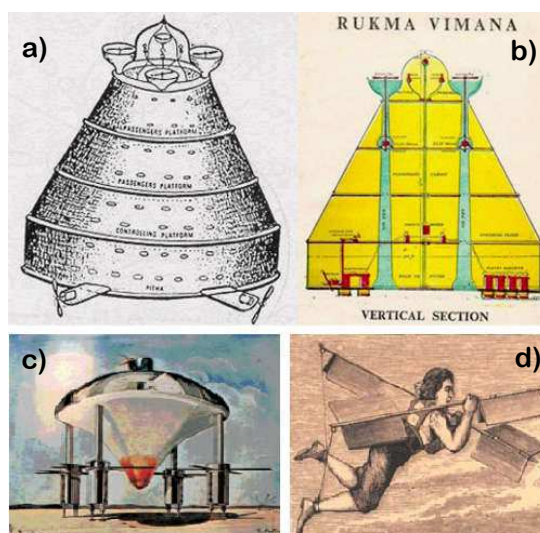
O interesse da humanidade em superar as amarras que nos prendem ao solo e conquistar um espaço no ambiente celeste é evidente nos registros antropológicos sobre as primeiras civilizações. O fascínio que o poder de tocar os céus nos exerce é demonstrado através de inúmeros mitos, lendas e citações religiosas, que, dentro da limitação do conhecimento da época, se não tornou possível esse sonho, pelo menos o estimulou e, afirma-se sem precipitação, serviram como “pedra fundamental” do desenvolvimento dos objetos voadores, séculos mais tarde.

Dentre os primeiros registros sobre estes equipamentos, destacam-se na literatura: a visão de espaçonaves do profeta Ezequiel na civilização hebraica, as carruagens voadoras “Vinamas” na antiga mitologia hindu e o conto de Dédalo e Ícaro na cultura antiga grega, apresentados na Figura 1.1 (Bouabdallah, 2007). A seguir será apresentado um pequeno resumo do histórico do desenvolvimento dos objetos voadores, principalmente VTOL's (do inglês *Vertical Take Off and Landing*, tradução: Pousos e Decolagens Verticais, refere-se às aeronaves capazes de realizar esta manobra) e, na sequência, das aeronaves autônomas.

## 1.1 Concepção e Desenvolvimento das Aeronaves VTOL

As primeiras tentativas de desenvolvimento de objetos voadores remetem à imitação das formas e técnicas encontradas na natureza, como o voo dos pássaros, ou as sementes aerodinâmicas, como por exemplo, da árvore Sucupira. Conforme Leishman (2000), o primeiro mecanismo aéreo criado remete a um brinquedo feito na China Antiga composto por um conjunto de penas dispostas na extremidade de um bastão.

Figura 1.1: a) Ilustração; b) secção vertical de uma Vinama; c) Objeto Voador enunciado pelo profeta Ezequiel; d) A lenda de Ícaro e sua tentativa frustrada de alcançar os céus (Bouabdallah, 2007).

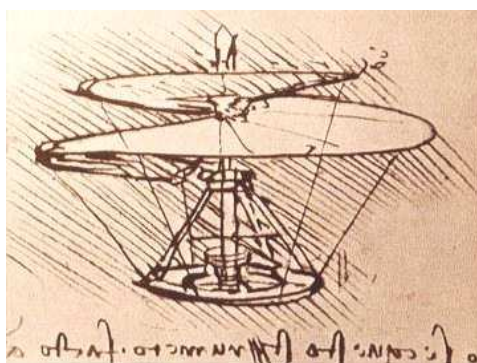


Por volta do ano 1754, o russo Mikhail Lomonosov aprimorou este mecanismo ao adaptar uma mola enrolada na extremidade do bastão. Posteriormente, em 1783, o naturalista francês Launoy, implementou neste mesmo dispositivo, uma corda tensionada por um arco capaz de conferir uma velocidade rotacional ainda maior à estrutura. Tal mecanismo inspirou o matemático A. J. P. Pauton a publicar em 1786, o primeiro trabalho científico sobre o problema das asas rotativas, intitulado “Teoria dos Parafusos de Arquimedes”. Este nome refere-se à invenção do filósofo grego Arquimedes que consistia em um dispositivo no formato helicoidal capaz de bombear líquidos através da aplicação de uma força rotacional.

Também inspirado na ideia do “Parafuso de Arquimedes”, em 1490, o renascentista Leonardo da Vinci desenvolveu aquilo que seria considerado o primeiro projeto de um

helicóptero, o Parafuso Helicoidal Aéreo, apresentado na Figura 1.2. Este projeto era notadamente baseado no princípio da máquina concebida por Arquimedes para bombeamento de líquidos. No entanto, levando-se em conta que a massa específica do ar é consideravelmente menor que a da água, a força motriz para o funcionamento da estrutura deveria ser tal que, com a tecnologia disponível na época, seria obtida apenas por um motor com diâmetro aproximado de 6,1 metros, conforme o próprio autor. Embora Da Vinci tenha conseguido muitos avanços em motores, turbinas e engrenagens, este projeto nunca fora de fato implementado.

Figura 1.2: Parafuso Helicoidal Aéreo proposto por Leonardo da Vinci (Bouabdallah, 2007).



Ao longo dos séculos seguintes, inúmeros avanços foram obtidos no sentido de possibilitar o surgimento das aeronaves. Dentre inúmeras contribuições notáveis, cita-se: George Cayley que publicou, entre 1809 e 1810, um trabalho que fornece as bases teóricas para a aerodinâmica moderna, Horatio Phillips que nos anos 1840 obteve uma aeronave impulsionada por vapor gerado através de um pequeno boiler. Houve também Ponton d'Amecourt que na década de 1860, obteve sucesso no voo de pequenas aeronaves movidas a vapor, além de ter sido o primeiro cientista a utilizar a palavra “helicóptero” (do grego *elikoeioas* e *pteron* que significa “asa espiral” e “pena”, respectivamente) e, por fim, o inventor Thomas Alva Edison que entre as décadas de 1880 e 1910 realizou inúmeros experimentos com diferentes configurações de motores, à explosão e elétricos, além de hélices de diferentes tamanhos. Experimentalmente, ele observou que seriam necessários motores mais eficientes e com maior potência do que o disponível na época e hélices com menor área para possibilitar a pairagem dos veículos, chegando, inclusive, a registrar a patente de um projeto de veículo voador envolvendo hélices no formato de pipas, porém isso nunca foi implementado.

No ano de 1938, Igor Sikorsky descreveu seis problemas fundamentais que podem ser identificados nos primeiros experimentos com VTOL's, sendo:

1. Entendimento sobre a aerodinâmica básica do voo vertical: As teorias básicas que descrevem a operação dos rotores<sup>1</sup> foram estabelecidas no final do século XIX por William Rankine, W. Froude e R. E. Froude, no entanto, a primeira aplicação destes equipamentos foi obtida apenas na década de 1920.
2. Ausência de motores adequados: Apenas na década de 1920 este problema foi contornado com o advento dos motores à combustão interna (gasolina) que conseguiam fornecer maior potência a um custo energético menor.
3. Minimização do peso da estrutura e do motor: Até os anos de 1890, os motores eram feitos de ferro fundido. O alumínio tornou-se disponível comercialmente apenas nos primeiros anos do século XX, sendo utilizado até hoje nos motores de grande parte das aeronaves.
4. Contraposição ao torque de reação das hélices: A utilização do rotor de cauda teve sucesso apenas com Sikorsky (1938) na configuração comumente observada nos helicópteros atualmente.
5. Providenciar estabilidade e controle adequados: Um dos grandes problemas nos primeiros experimentos era o empuxo desigual produzido pelas hélices, no avanço sobre o vento, oriundo do movimento frontal. Essa questão foi solucionada com a utilização de articulações e dobradiças nas hélices através dos trabalhos de Cierva, Breguet e outros.
6. Problema das altas vibrações: As vibrações são fontes de problemas mecânicos tanto nos motores quanto na estrutura, e refletem o baixo entendimento do comportamento das asas rotativas.

Basicamente, as soluções para estes seis problemas foram alcançadas na década de 1920, quando os primeiros protótipos de aeronaves VTOL passaram a ser testados e utilizados em aplicações diversas.

---

<sup>1</sup> Diferentemente dos trabalhos na área de máquinas elétricas, na literatura em aviação, o termo “rotor” refere-se, basicamente, ao conjunto composto por: motor, hélice e os mecanismos envolvidos nas articulações entre ambos.

## 1.2 Uma Breve História dos Veículos Aéreos Não Tripulados

A história dos veículos aéreos não tripulados (VANT's) remonta ao século XIX, quando foi lançado sobre a cidade de Veneza um ataque com 200 balões carregados de explosivos. As aeronaves foram soltas e o controle das mesmas era rudimentarmente realizado pelas correntes de vento, na ação que ficou conhecida como o primeiro ataque de VANT's da história (Neto, 2008).

Posteriormente, em 1911, apenas cinco anos após o advento do voo tripulado em aeronaves mais pesadas que o ar, foi desenvolvido o primeiro protótipo de VANT. De acordo com Keane e Carr (2013), os cientistas Lawrence e Sperry intrigados com a aplicação de radio controle em aeronaves, propuseram um modo de controle à distância. Entre 31 de agosto de 1911 e 4 de outubro de 1913, foram conduzidos 58 testes de aeronaves radio controladas, e verificou-se que o rádiocontrole juntamente com a estabilização obtida pela utilização do giroscópio mostraram-se eficientes.

Nas décadas seguintes, os avanços na área do voo não tripulado foram implementados principalmente para fins militares. Com o início da Primeira Guerra Mundial na Europa, a vantagem desses veículos se tornou evidente. A aeronáutica alemã se mostrava tecnologicamente superior, o que demandou um grande esforço dos países aliados no desenvolvimento de tecnologias de VANT's.

Após grande investimento financeiro e técnico, foi proposto o “*Kettering Bug*”, uma das primeiras aeronaves não tripuladas autônomas da história, que pode ser observada na Figura 1.3. Conforme método proposto pelos irmãos Wright, a aeronave era lançada através de um sistema de trilhos e possuía um giroscópio que estabilizava a aeronave até seu destino a uma velocidade fixa de aproximadamente 54 m/s. O controle foi implementado através de um sistema eletropneumático cuja instrumentação era composta por um barômetro aneróide e um altímetro. Antes da decolagem, um sistema mecânico se encarregaria de medir a distância até o alvo. A partir dessa distância e, levando-se em conta também as condições climáticas, era possível calcular o número de ciclos que o motor levaria até a aeronave atingir uma distância nominal em relação ao alvo. Nesse ponto o motor seria desligado e o aparelho entraria em uma rota balística até a colisão. Posteriormente, nos testes realizados ao longo do ano de 1918 o veículo não apresentou a efetividade necessária para ser lançado em um campo de batalha e o projeto foi então abandonado.



Figura 1.3: Fotografia de um protótipo da aeronave *Kettering Bug* (Keane e Carr, 2013).



Conforme Cook (2006), ao longo do período entre a primeira e a segunda guerra mundial, verificou-se um rápido crescimento da aviação comercial no mundo, o que demandou o surgimento do controle de tráfego aéreo. Isto impactou de forma negativa na aviação não tripulada, uma vez que, não havendo tecnologia suficiente para garantir a robustez dessas aeronaves no espaço aéreo controlado, seus projetos foram momentaneamente abandonados.

Durante a Segunda Guerra Mundial, inúmeros projetos foram implementados visando obtenção de vantagens no campo de batalha. Os engenheiros concentraram esforços no desenvolvimento de alvos móveis, como o projeto “*Option*” e bombas teleguiadas, as quais eram comandadas por operadores localizados no solo, como o drone BG-2. Em 1944 foi lançado o projeto “*Aphrodite*”, o qual consistia em uma aeronave B-17 equipada com câmeras na cabine apontadas para o painel e nariz da aeronave. Um piloto e um engenheiro de voo decolavam o aparelho e, dada a estabilização a 2000 pés de altitude, eles saltavam da aeronave, deixando o comando inteiramente para uma equipe remota. Após inúmeros testes, o projeto se mostrou falho e foi abandonado no mesmo ano.

A evolução observada nas áreas de eletrônica, computação e controle, principalmente ao longo das décadas de 1960 e 1970, viabilizaram o desenvolvimento de novos veículos não tripulados, período de surgimento da era dos VANTs modernos. Com a Guerra Fria, inúmeros programas foram criados com o intuito de desenvolver tecnologias para utilização dessas aeronaves (Camacho e Yuhas, 2004). Nas guerras da Coréia e Vietnam, a marinha norte americana fez uso extensivo de aeronaves não tripuladas, principalmente com a finalidade de se obter imagens aéreas dos terrenos próximos às linhas de defesa inimiga (Cook, 2006).

Ainda conforme Cook (2006) os veículos aéreos não tripulados foram amplamente usados pela defesa de Israel desde a guerra contra o Líbano, em 1982, até os conflitos com o Hamás na Cisjordânia em 2014.

A utilização de drones para fins militares se intensificou após os atentados de 11 de setembro em 2001, principalmente para missão de reconhecimento de terreno, treinamento, logística, espionagem e combate.

Finalmente, com os avanços nas tecnologias em eletrônica e robótica, a manufatura dessas aeronaves se tornou bem menos dispendiosa, o que possibilitou a escalada na utilização para fins civis. A utilização em larga escala destas aeronaves no âmbito civil esbarra na falta de uma legislação específica capaz de regulamentar a operação de forma a garantir segurança. Ainda assim, devido ao crescente interesse comercial, verifica-se a utilização em inúmeras aplicações, algumas das quais encontram-se listadas na Tabela 1.1.

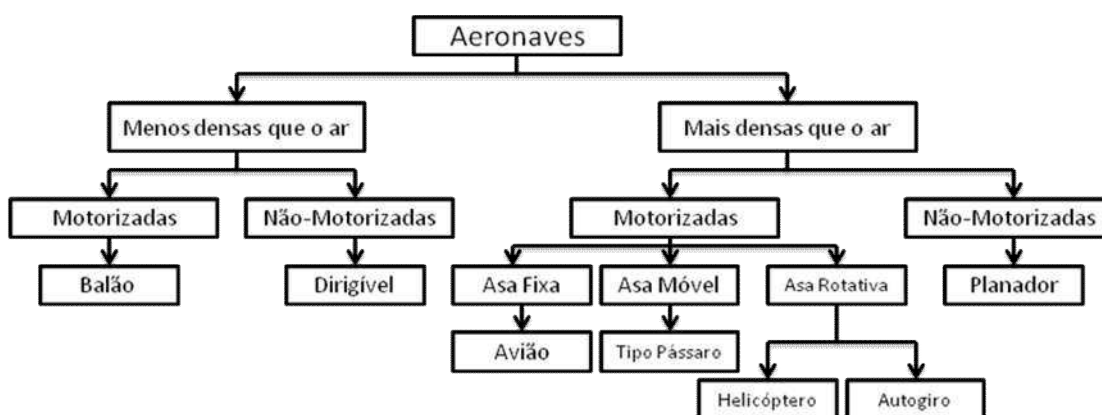
Tabela 1.1: Utilização contemporânea dos VANTs.

<i>Área</i>	<i>Aplicações</i>
Militar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Operações de busca e resgate;</li> <li>• Monitoramento remoto;</li> <li>• Logística;</li> <li>• Mapeamento de áreas de acesso restrito;</li> <li>• Espionagem;</li> <li>• Operações de supressão;</li> <li>• Mísseis autônomos ou teleguiados;</li> </ul>
Civil	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vigilância;</li> <li>• Transporte de bens e materiais;</li> <li>• Monitoramento de atividades e locais de difícil acesso;</li> <li>• Fiscalização e inspeção;</li> <li>• Monitoramento de áreas e bacias hidrográficas;</li> <li>• Produção cultural e jornalística;</li> <li>• Publicidade;</li> <li>• Criação de enlaces de infraestrutura de redes.</li> </ul>

### 1.3 Tipos e Aplicações de VANT's

Atualmente é possível encontrar drones que se enquadram em praticamente todas as categorias descritas no diagrama de classificação geral das aeronaves, Figura 1.4.

Figura 1.4: Diagrama de classificação geral de aeronaves (adaptado de Bouabdallah, 2007).



Na Figura 1.5 é possível observar alguns destes exemplos de aeronaves. Na categoria de veículos mais leves que o ar, há o dirigível desenvolvido na *École Polytechnique Fédérale* de Lausanne (a), e o balão estratosférico do projeto *Loon* da empresa Google (b). Na categoria das aeronaves mais pesadas que o ar tem-se como exemplo os modelos: de asa fixa, *AeroVironment* (c), o helicóptero de rotor único da A. V de Rostyne (d) e o quadricóptero híbrido do *Massachusetts Institute of Technology* (e). Além de algumas aeronaves experimentais que simulam o movimento de animais, como o tipo pássaro da *Caltech* (f), o tipo inseto da Universidade de Berkeley (g) e o tipo peixe do laboratório de pesquisas da marinha norte americana (h).

Bouabdallah (2007) realizou uma análise comparativa entre os diferentes modelos de aeronaves. Foi tomado o helicóptero como exemplo da classe dos VTOL's e o resultado está descrito na Tabela 1.2.

A análise destes dados permite comprovar a viabilidade das aeronaves VTOL quando comparada com outros tipos de veículos aéreos. Apesar de possuir algumas desvantagens pontuais, como o alto custo energético e de controle, e a baixa resistência, essa plataforma se mostra viável devido à possibilidade de praticar o voo estacionário, o pouso e a decolagem vertical, apresentar boa dirigibilidade, além da possibilidade de miniaturização.

Figura 1.5: Exemplos de VANTs (adaptado de Bouabdallah, 2007).

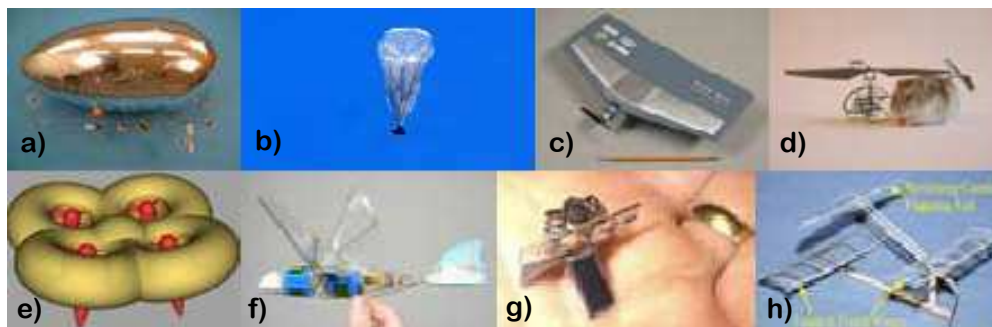












Tabela 1.2: Comparação dos princípios de voo (1=Ruim, 3=Bom) (adaptado de Bouabdallah, 2007).

	<i>Avião</i>	<i>Helicóptero</i>	<i>Tipo Pássaro</i>	<i>Autogiro</i>	<i>Dirigível</i>
Custo de Energia	2	1	2	2	3
Custo de Controle	2	1	1	2	3
<i>Payload</i>	3	2	2	2	1
Dirigibilidade	2	3	3	2	1
Voo Estacionário	1	3	2	1	3
Voo em baixa velocidade	1	3	2	2	3
Vulnerabilidade	2	2	3	2	2
VTOL	1	3	2	1	3
Resistência	2	1	2	1	3
Miniaturização	2	3	3	2	1
Utilização Indoor	1	3	2	1	2
<b>Total</b>	19	25	24	18	25

Dentro da categoria das aeronaves VTOL, é possível obter diversas configurações possíveis ao variar a estrutura da aeronave e o número de rotores. Na Tabela 1.3 foram enumeradas as características, bem como as vantagens e desvantagens dos modelos mais comuns.

Através da Tabela 1.3 é possível atestar sobre a versatilidade dos quadricópteros em detrimento dos outros veículos VTOL, pois, ainda que possua maior gasto energético, é uma aeronave com uma mecânica simples, alta manobrabilidade, boa capacidade de miniaturização e alto *payload* (termo em inglês que designa a capacidade de carga de uma aeronave), o que permite a adaptação dessa aeronave para um maior número de aplicações.

Tabela 1.3: Diferentes configurações de VANT's de pouso e decolagem verticais.

Configuração	Nº de Atuadores	Vantagens	Desvantagens	Imagem
Dualcopter	2 rotores e 2 servomecanismos	Baixo custo energético; Miniaturização.	Baixo <i>payload</i> ; Baixa manobrabilidade; Complexidade de controle; Pouca robustez;	
Twincopter	2 rotores e 3 servomecanismos	Baixo custo energético; Miniaturização.	Baixo <i>payload</i> ; Baixa manobrabilidade; Complexidade de controle; Pouca robustez;	
Tricopter	3 rotores	Baixo custo energético; Simplicidade mecânica; Miniaturização	Baixo <i>payload</i> ; Complexidade de controle; Pouca robustez;	
Y4-copter	4 rotores	Simplicidade mecânica;	Complexidade de controle; Baixo <i>payload</i> ;	
Quadricóptero	4 rotores	Simplicidade mecânica; Alto <i>payload</i> ; Reduzido Efeito Giroscópico; Robustez; Miniaturização;	Complexidade de controle; Custo energético mediano;	
Pentacopter	5 rotores	Alto <i>payload</i> ; Simplicidade mecânica;	Alto custo energético; Complexidade de controle; Reduzida miniaturização;	
Y6-copter	6 rotores	Alto <i>payload</i> ; Robustez; Simplicidade mecânica;	Alto custo energético; Reduzida miniaturização;	
H6-copter	6 rotores	Alto <i>payload</i> ; Robustez; Simplicidade mecânica;	Alto custo energético; Reduzida miniaturização	
Hexacopter	6 rotores	Alto <i>payload</i> ; Alta manobrabilidade; Robustez; Simplicidade mecânica;	Alto custo energético; Reduzida miniaturização	
Octacopter	8 rotores	Alto <i>payload</i> ; Alta manobrabilidade; Robustez; Simplicidade mecânica;	Alto custo energético; Reduzida miniaturização	

As desvantagens presentes nas aeronaves com 2 ou 3 motores consistem basicamente no baixo *payload*, alta complexidade de controle e baixa robustez.

O baixo *payload* ocorre devido ao baixo empuxo total gerado pelos rotores. Uma solução intuitiva seria a utilização de motores de maior potência, contudo, uma vez elevada à relação empuxo/massa da aeronave, iria se gerar uma instabilidade que tornaria ainda maior o segundo inconveniente destes veículos: a dificuldade de controle, além de aumentar o custo energético.

A justificativa da alta complexidade de controle baseia-se no fato de o sistema em questão ser classificado como subatuado. No caso particular do *dualcopter*, há 6 graus de liberdade (três coordenadas cartesianas e três ângulos de orientação) e apenas dois motores. A diferença entre ambos tornaria o sistema impossível de ser controlado, dessa forma fez-se necessário adicionar mais dois atuadores responsáveis pelo controle de inclinação dos rotores, o que possibilitou o controle da aeronave, ainda que configure um desafio aos trabalhos na área. O maior detalhamento sobre as características físicas do sistema está demonstrado no Capítulo 2 – Modelagem de um Quadricóptero.

A característica de robustez está associada à resistência da aeronave a impactos mecânicos. Essa característica é importante na medida em que durante os ensaios, inúmeras quedas acontecem e o fato de a aeronave resistir melhor aos testes, torna a pesquisa menos dispendiosa.

Ainda assim, as aeronaves com menos motores em relação ao quadricóptero possuem algumas vantagens que as tornam interessantes plataformas de pesquisa, como o baixo custo energético, por possuírem menos atuadores, e a maior capacidade de miniaturização, o que permite a utilização em ambientes fechados e em aplicações específicas.

Em relação às aeronaves com mais rotores que o quadricóptero, a principal desvantagem repousa no alto consumo energético, o que implica em menor autonomia. Além disso, a pequena capacidade de miniaturização inviabiliza a utilização em determinadas situações, sendo aeronaves indicadas para trabalhar em ambiente externo.

Comparando as vantagens e desvantagens desses VANTs, percebe-se que o quadricóptero ocupa uma posição intermediária, agregando vantagens de ambos os grupos, o que o torna ideal para uma maior variedade de aplicações. Dentre as desvantagens mencionadas, o consumo energético medianamente elevado pode ser compensado com a inclusão de uma bateria com maior carga, o que diminuiria o *payload* da aeronave, restando ao projetista encontrar um ponto ótimo para a aplicação desejada. Já a complexidade do controle, que se deve ao fato de a aeronave ser um sistema subatuado, configura-se como um desafio o qual muitos trabalhos, incluindo o presente, visam compensar.

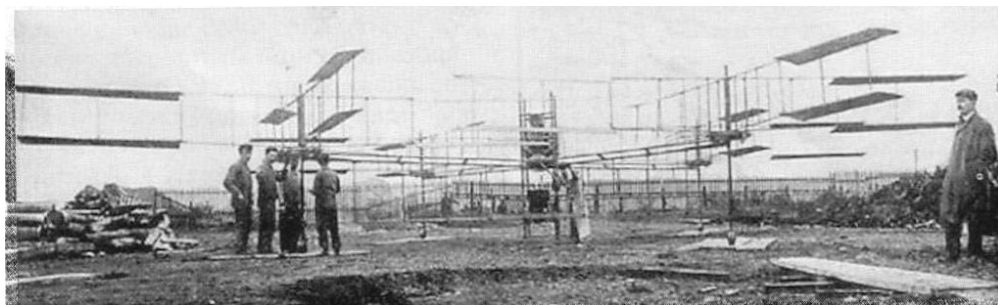
### 1.3.1 O Quadricóptero

Define-se quadricóptero como uma aeronave de asa rotativa munida de quatro rotores dispostos em formato de cruz, classificada no grupo dos helicópteros, conforme o diagrama de classificação geral das aeronaves.

Apesar de possuir uma mecânica simples, sem acoplamentos mecânicos, ou necessidade de controle de inclinação das pás das hélices, o quadricóptero se mostra um veículo bastante desafiador para as pesquisas na área de controle. Devido a isso, a partir da década de 2000, inúmeros trabalhos concentraram esforços para o desenvolvimento e implementação de estratégias de controle capazes de melhorar o desempenho dessas aeronaves.

O primeiro registro histórico de um quadricóptero data de 1907, quando Louis e Jacques Breguet e o professor Richet demonstraram publicamente uma aeronave tripulada que consistia em uma estrutura de aço descoberto em formato de cruz, com um assento, um motor no centro e quatro pares de hélices em cada extremidade. Nomeada *Gyroplane* n:01, a aeronave é conhecida como a primeira experiência bem sucedida de voo de aeronaves de asas rotativas ao alcançar a altura de 0,6 metros, ainda que o não fosse capaz de realizar voo controlado, Figura 1.6. Devido ao enorme peso da estrutura, alto custo de controle e elevado consumo energético, os modelos munidos de quatro hélices foram abandonados em detrimento do desenvolvimento de helicópteros de rotor axial, Tandem, autogiros e de rotor de cauda.

Figura 1.6: *Gyroplane* n: 01 (Leishman, 2000).



Na década de 1980, com a miniaturização dos equipamentos de instrumentação e componentes eletrônicos, os avanços na área de processamento de dados e de armazenamento de energia, o interesse pelo quadricóptero foi retomado, desta vez, sob a forma de aeronave não tripulada.

Atualmente verifica-se que as pesquisas em quadricópteros basicamente atuam em duas frentes: a primeira consiste em desenvolver o controle destas aeronaves ao implementar as ferramentas necessárias para elevar o nível de autonomia destes veículos, já a segunda frente se encarrega de desenvolver diferentes aplicações para esses veículos. Na seção 1.4 será detalhado o estado das pesquisas mais relevantes nesta área.

Conforme Raffo (2011) há três níveis de autonomia dentro dos quais são classificados os objetivos dos controles de voo:

- Sistema de Aumento de Estabilidade (SAS, em inglês: *Stability Augmentation System*): Configura-se como um controle de nível mais inferior atuando no aumento da estabilidade do sistema, com o objetivo de deixar a navegação mais intuitiva para o piloto.
- Sistema de Controle Aumentado (CAS, em inglês: *Control Augmentation System*): Sistema hierarquicamente superior ao SAS, que além de propiciar a estabilização da aeronave, provê melhora na resposta a algumas entradas de referência do piloto, por exemplo, seguimento do ângulo de arfagem.
- Autopiloto: Sistema atuante em um nível superior ao SAS e CAS. Totalmente automático capaz de realizar manobras de modo autônomo, como decolagem, pouso e pairagem.

Uma vez obtido o controle no nível autopiloto, torna-se possível à implementação de algumas tarefas específicas: cumprimento de trajetória, rejeição de distúrbios atmosféricos, robustez a erros provenientes de dinâmicas não modeladas, detecção e desvio de obstáculos, adaptação à variação de parâmetros e controle de falhas.

## 1.4 Motivação

Nos últimos anos, verifica-se uma tendência maior no desenvolvimento de pesquisas que viabilizem a aplicação prática dos quadricópteros. Uma vez que as pesquisas realizadas nesta plataforma, na década de 2000, alcançaram um desempenho satisfatório para os níveis mais baixos de autonomia, como rejeição de distúrbios e estabilização, as pesquisas atuais



concentram-se principalmente em implementar técnicas de controle para viabilizar a utilização prática destas aeronaves.

Dentre as tarefas mais promissoras para estes veículos e que ainda carecem de desenvolvimento numérico para viabilizar a implantação, está o transporte de cargas.

A partir de 2010 nota-se a publicação de vários trabalhos que visam o manejo destes veículos com uma massa acoplada. Lee, Sreenath e Kunar (2013) preocuparam-se com a disposição geométrica de aeronaves VTOL no transporte cooperativo de cargas, já Sreenath e Kunar (2014) continuaram nesta linha e fizeram um estudo da dinâmica e propuseram uma metodologia de controle para manipulação cooperativa de cargas suspensas por cabos, envolvendo múltiplos quadricópteros. Goodarzi, Lee e Lee (2014) proveram a estabilização geométrica de um quadricóptero com uma carga conectada ao centro de massa por um cabo flexível, modelado como uma série de barras rígidas. Min, Hong e Matson (2011) implementaram um controlador robusto adaptativo para controle de altitude de quadricópteros transportando cargas com peso desconhecido, mas ainda sem alterar a carga em pleno voo. Já, Emran, Dias e Cai (2015) implementaram novamente um controlador robusto adaptativo para acréscimo e soltura de cargas, mais próximo do que será realizado neste trabalho. Benito *et al.* (2014) preocupou-se com a parte estrutural da aeronave, investigando a disposição ótima de distribuição de cargas e *design* da aeronave para melhor utilização. Finalmente, Haque *et al.* (2014) direcionou esforço na obtenção de um produto comercial aplicando as tecnologias desenvolvidas. Seu trabalho propôs o desenvolvimento de um quadricóptero autônomo para entrega de produtos em domicílio.

O presente trabalho propõe uma abordagem de controle PID adaptativo para estabilização e seguimento de trajetórias de um veículo com uma carga apresentando variação de massa em pleno voo, a partir da utilização de técnicas de controle adaptativo.

## 1.5 Objetivos

Possuindo como objetivo principal a obtenção de uma metodologia de controle adaptativa capaz de estabilizar e cumprir trajetórias de um VTOL quadricóptero com *payload* variável, os seguintes objetivos secundários são propostos:

- Obter o modelo matemático da aeronave por meio da formulação de Euler-Lagrange;

- Obter o modelo de referência da planta linearizada;
- Construir um simulador no ambiente Matlab® capaz de implementar os modelos matemáticos obtidos e realizar as simulações para aferir sobre a eficiência do controlador;
- Obter uma estratégia de controle capaz de realizar a estabilização do veículo e o cumprimento de trajetórias;
- Obter os parâmetros do controlador e a lei adaptativa, necessários para realização do seguimento de trajetórias;
- Obter uma estratégia de controle capaz de lidar com variações da massa do veículo.

No tópico 1.6 é descrita a metodologia adotada para o cumprimento de cada um dos objetivos mencionados.

## **1.6 Metodologia**

Para o cumprimento dos objetivos listados no tópico 1.5, foi adotada a metodologia de construção de um simulador contendo o modelo matemático de um veículo aéreo e, a partir da validação de seu funcionamento, utilizá-lo para realização de testes que validem a rotina de controle proposta neste trabalho.

Primeiramente, foi obtido o modelo da planta através da mecânica de Lagrange. A verificação deste modelo foi realizada a partir dos trabalhos na literatura da área.

Em seguida, foi construído no Simulink (etapa a ser detalhada no capítulo 3) um simulador capaz de reproduzir o comportamento do modelo e fornecer os dados para análise da operação do controlador. A validação deste simulador ocorreu a partir de ensaios com padrões de entradas e saídas esperados, presentes em diversos trabalhos na área.

Uma vez certificado o funcionamento do simulador mediante a conferência das saídas esperadas em relação às entradas aplicadas, a etapa seguinte do trabalho contemplou o projeto do controlador.

Para o cumprimento das tarefas propostas, a metodologia de controle adaptativa se mostrou mais atrativa. A partir disto, a ideia de simplicidade foi relevada na obtenção de uma

rotina de controle PID adaptativo direto. Foi proposto um modelo capaz de detectar a variação de massa do sistema e, a partir dos valores estimados, atualizar diretamente os ganhos dos controladores PID, a partir de equações encontradas através dos algoritmos genéticos juntamente com técnicas de ajuste de curva.

Finalmente, testes comparativos foram realizados para que, através da análise da resposta do sistema em malha fechada, fosse atestada a eficácia do método proposto. Comparações foram realizadas entre a aplicação de um PID clássico e do método adaptativo com a planta possuindo variação temporal da massa e os resultados encontram-se expostos no capítulo 5.

## 1.7 Estado da Arte

Muito esforço vem sendo feito para implementação de estratégias de controle mais robustas para quadricópteros.

Bouabdallah (2007) realizou testes com diversas técnicas de controle e obteve sucesso ao desenvolver o primeiro veículo quadrirrotor capaz de realizar voo autônomo com detecção e desvio de obstáculos. O autor experimentou a utilização de diversas técnicas, como: controle baseado na teoria de Lyapunov, o qual se mostrou instável na vizinhança do ponto de equilíbrio, inviabilizando a pairagem, controle PID, que apresentou maior estabilidade na vizinhança do ponto de equilíbrio e também foi capaz de rejeitar pequenos distúrbios, controlador LQ que mostrou resultados medianos para estabilização, o controlador *Backstepping*, o qual se mostrou eficaz no controle da orientação dos ângulos sob elevados distúrbios e o controlador baseado na abordagem *sliding-mode* que não obteve bons resultados.

Verificando os melhores resultados, Bouabdallah desenvolveu um controlador baseado nas técnicas *backstepping* e PID, nomeando-o *Backstepping* Integral, o qual se mostrou eficaz no voo autônomo.

Guimarães (2012) e Sá (2012) implementaram um controlador PID capaz de realizar o controle de altitude e a estabilização dos ângulos, respectivamente.

Raffo (2009) realizou o seguimento de trajetória utilizando um controlador preditivo de modo satisfatório. Também se valendo da estratégia preditiva de controle, Alexis *et. al.* (2014), obteve êxito no cumprimento de trajetória na presença de distúrbios.

A utilização de controladores adaptativos para autonomia do voo é observada em alguns trabalhos: Achteik *et. al.* (2011) obteve sucesso na adaptação à grande ou completa presença de incertezas de parâmetros por meio do controle adaptativo. Razinokova *et. al.* (2014) utilizando-se também do controle adaptativo proveu à aeronave a capacidade de rejeitar distúrbios constantes.

Xu e Zhou (2013) implementaram uma estratégia de controle neuro PID adaptativo lançando uso de um único neurônio o qual teve a estrutura modificada, e realiza a própria sintonia pelo processo de aprendizagem em relação ao erro entre a resposta real e a desejada.

Sen, Baokui e Qingbo (2014) obtiveram bons resultados no posicionamento de um quadricóptero fazendo uso de um controlador *Sliding Mode* adaptativo.

Abaixo, segue uma tabela construída com alguns dos avanços mais significativos no voo autônomo dos veículos quadrrrotores na presente década de 2010.

Tabela 1.4: Avanços mais significativos em quadrrrotores desde 2010.

Bibliografia	Realização	Técnica
Raffo (2010)	Seguimento de Trajetórias	Controle robusto não linear $H_{\infty}$ subatuado
Raffo (2011)	Seguimento de Trajetórias com variação de parâmetros	Controle integral preditivo não linear $H_{\infty}$
Pereira e Kienitz (2012)	Rastreamento de referências e estabilização	Controle robusto $H_{\infty}$ <i>loop-shapping</i> de dois graus de liberdade
Souza <i>et. al.</i> (2012)	Seguimento de trajetória na presença de distúrbios aerodinâmicos	Controle baseado em passividade
Shepherd e Turner (2010)	Estabilização	Neurocontrolador robusto
Boudjedir <i>et. al.</i> (2012)	Rastreamento de trajetória com variação de parâmetros	Controle por rede neural adaptativa
Zareb <i>et. al.</i> (2013)	Seguimento de trajetórias	Controle híbrido PID- <i>fuzzy</i>
Becker <i>et. al.</i> (2012)	Esquiva de obstáculos	Controle <i>backstepping</i> integral
Emran e Yesildirek (2014)	Seguimento de trajetória com variação de parâmetros	Controle adaptativo robusto não linear
Fang e Gao (2011)	Rejeição de ruídos e estabilização	Controle adaptativo <i>backstepping</i> integral

Mohammadi e Shahri (2013)	Seguimento de trajetória na presença de incertezas paramétricas e não paramétricas	Controle adaptativo em <i>loops</i>
Yacef <i>et. al.</i> (2014)	Seguimento de trajetória	Controle adaptativo <i>fuzzy backstepping</i>
Chen <i>et. al.</i> (2014)	Seguimento de trajetória	Controle adaptativo simples juntamente com lógica quântica
Nicol, Macnab e Ramirez-Serrano (2011)	Rejeição de grandes distúrbios e adaptação <i>online</i> à variação de peso	Controle adaptativo robusto

## 1.8 Organização do Trabalho

Este trabalho se dividirá em capítulos referentes aos seguintes temas:

- Capítulo 2 – Modelagem de um quadricóptero: Tem como objetivo explicar a dinâmica do movimento do quadricóptero e definir as variáveis a serem utilizadas ao longo do trabalho. Por fim, é realizada a modelagem matemática do veículo pelo método de Euler-Lagrange.
- Capítulo 3 – Controle Adaptativo: Neste capítulo será realizada uma revisão bibliográfica acerca da teoria referente ao controle adaptativo, o que inclui a teoria de estabilidade de Lyapunov, a Norma de Barbalat, Controle Adaptativo por Modelo de Referência (do inglês *Model Reference Adaptive Control*, MRAC) e testes de robustez.
- Capítulo 4 – Implementação: Aqui será detalhado o que foi construído ao longo do trabalho, serão revelados os valores numéricos dos parâmetros do sistema e do controlador, e será explicada a implementação no ambiente Simulink® através do software Matlab®.
- Capítulo 5 – Resultados e discussões: Reservado à apresentação dos resultados obtidos nas simulações, gráficos, planilhas e tabelas serão utilizados para melhor exposição dos dados obtidos em cada ensaio, além de análises matemáticas atestando a eficiência do método de controle utilizado.

- Capítulo 6 – Conclusão: Destinado ao fechamento do trabalho ao apresentar conclusões sobre os resultados e análises obtidos nas simulações, bem como apresentar sugestões para trabalhos futuros.

# CAPÍTULO 2

## Modelagem de um quadricóptero

- 2.1 Considerações Iniciais
  - 2.2 Sistemas de Coordenadas
  - 2.3 Modelagem pelo Formalismo de Euler-Lagrange
    - 2.3.1 Energia Cinética
    - 2.3.2 Energia Potencial
  - 2.4 Equações Dinâmicas
    - 2.4.1 Subsistema Translacional
    - 2.4.2 Subsistema Rotacional
  - 2.5 Tabela de Parâmetros
- 

### 2.1 Considerações Iniciais

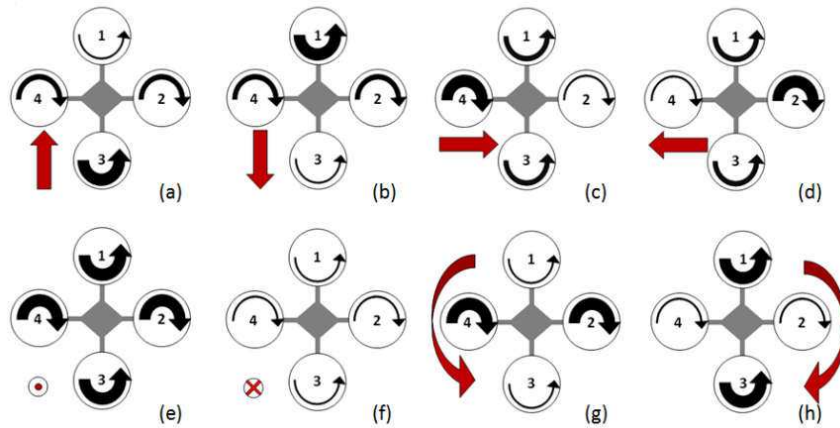
Este capítulo tem por finalidade apresentar o modelo matemático de um veículo aéreo não tripulado, do tipo quadricóptero. As equações dinâmicas que descrevem o comportamento deste veículo serão obtidas através do formalismo de Euler-Lagrange.

O princípio de funcionamento do quadricóptero baseia-se no controle da velocidade de rotação de cada uma das quatro hélices  $(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4)$ . Cada rotor está disposto de modo a apresentar o sentido de rotação oposto aos rotores adjacentes. Os movimentos possíveis estão resumidamente descritos na Figura 2.1.

As setas vermelhas indicam a direção do movimento da aeronave e as setas pretas exibem a magnitude da velocidade rotacional das hélices. Nota-se que para a obtenção dos movimentos translacionais (figuras: *a*, *b*, *c*, *d*), varia-se negativamente a rotação do motor coincidente com o sentido do movimento, mantendo-se constantes as velocidades dos outros motores. Para o movimento ascendente e descendente (figuras *e*, *f*) deve-se elevar/diminuir a velocidade de rotação de todos os motores simultaneamente. Por fim, para realização do movimento de rotação ao longo do eixo perpendicular ao corpo da aeronave (figuras *g* e *h*),

varia-se a velocidades dos rotores opostos entre si, de modo que o movimento horário é obtido acelerando-se os motores que giram no sentido anti-horário e vice-versa.

Figura 2.1: Descrição do movimento de um quadricóptero a partir da variação da rotação das hélices (Sá, 2012).



Para a modelagem do quadricóptero enquanto corpo rígido, as seguintes condições foram estabelecidas:

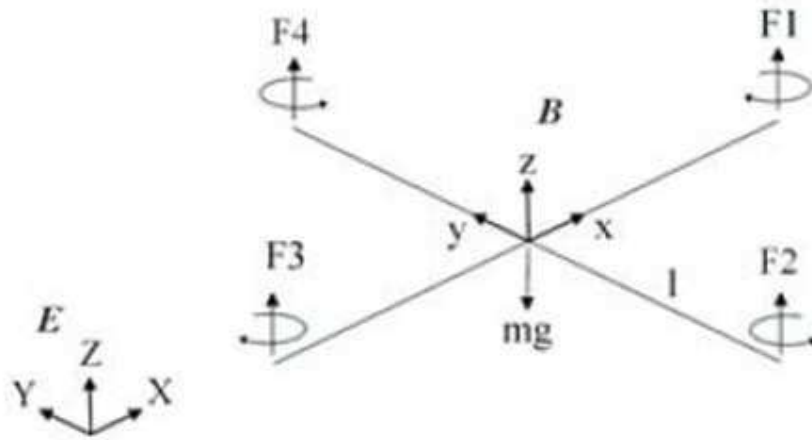
- O veículo é supostamente rígido e simétrico;
- O centro de massa do veículo coincide com a origem do sistema de coordenadas fixo ao corpo;
- As hélices são rígidas;
- As forças de empuxo e arrasto são proporcionais ao quadrado da velocidade das hélices.

## 2.2 Sistemas de Coordenadas

A modelagem do quadricóptero é obtida através de dois sistemas de referências, conforme observado na Figura 2.2. Há o sistema de referência  $B=[{}^B O, {}^B x, {}^B y, {}^B z]$  localizado junto ao centro de massa do veículo e o sistema inercial  $E=[{}^E O, {}^E x, {}^E y, {}^E z]$  fixo na terra.



Figura 2.2: Sistemas de coordenadas (Bouabdallah, 2007).



O quadricóptero apresenta dois grupos de coordenadas, as coordenadas de posição:  $\zeta=[x, y, z]$  que indicam o vetor deslocamento do centro de gravidade do veículo no espaço relativo ao sistema E, e as coordenadas de orientação  $\eta=[\phi, \theta, \psi]$  que discriminam respectivamente os ângulos de rolagem, arfagem e guinada da aeronave, conforme a definição de Euler sobre dinâmica de corpo rígido.

O sistema está sujeito à ação de duas forças e três torques, sendo:

- Força Gravitacional: conservativa, sempre vertical no sentido negativo de  ${}^E z$ ;
- Força de Empuxo: força não conservativa, resultante da somatória dos empuxos dos quatro motores, sempre no sentido positivo de  ${}^B z$ . Associado à entrada de controle  $U_1$ .
- Torque de Rolagem: torque não conservativo, resultante dos desbalanceio das forças de empuxo  $F_2$  e  $F_4$ . Associado à coordenada angular ( $\phi$ ) e à variável de controle  $U_2$ .
- Torque de Arfagem: torque não conservativo, resultante dos desbalanceio das forças de empuxo  $F_1$  e  $F_3$ . Associado à coordenada angular ( $\theta$ ) e à variável de controle  $U_3$ .
- Torque de Guinada: torque não conservativo, resultante da subtração das forças de arraste das hélices que giram no sentido horário e anti-horário. Associado à coordenada ( $\psi$ ) e à variável de controle  $U_4$ .

Portanto, consideram-se as entradas de controle  $U_1$  à  $U_4$ , descritas na equação (2.1).

$$\begin{aligned}
U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\
U_2 &= b(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \\
U_3 &= b(\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \\
U_4 &= d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

em que:

b = coeficiente de empuxo das hélices;

d = coeficiente de arraste das hélices;

$\Omega_{1-4}$  = velocidades angulares dos motores 1 ao 4.

A rotação do eixo B sobre o eixo E pode ser realizada de forma extrínseca e intrínseca, mais comumente realizada. A diferença básica entre os dois métodos é que na primeira, a rotação é realizada em relação à orientação inicial do sistema a ser rotacionado. Já no segundo método, a rotação sobre um determinado eixo é realizada levando-se em consideração a nova orientação deste eixo, após uma rotação anterior sobre outro eixo qualquer.

Independentemente de ser efetuada de forma extrínseca ou intrínseca, existem doze seqüências de rotação possíveis, as quais se dividem em dois grupos:

- Ângulos clássicos de Euler: (z-x-z, x-y-x, y-z-y, z-y-z, x-z-x, y-x-y)
- Ângulos de Tait-Bryan: (x-y-z, y-z-x, z-x-y, x-z-y, z-y-x, y-x-z).

Neste trabalho será utilizado o modelo de rotação de Tait-Bryan correspondente à seqüência z y' x". A nomenclatura y' refere-se à nova posição de y depois de efetuada a primeira transformação linear, conforme a equação (2.2). Já a nomenclatura x'' faz menção à nova posição angular de x depois de aplicada a segunda rotação no referido sistema, equação (2.3).

Primeiramente, assumindo coincidentes os referenciais B e E, realiza-se uma rotação  $R(z, \psi)$  em torno do eixo  ${}^B Z$ , como observado na equação (2.2). Este movimento corresponde à variável  $\psi$ .

$$\begin{bmatrix} {}^B x' \\ {}^B y' \\ {}^B z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B x \\ {}^B y \\ {}^B z \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Na sequência, realiza-se a rotação  $R(y, \theta)$  em torno do eixo  ${}^B y'$ , o que simboliza a variação na variável de estado  $\theta$ , equação (2.3).

$$\begin{bmatrix} {}^B x'' \\ {}^B y'' \\ {}^B z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B x' \\ {}^B y' \\ {}^B z' \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Finalmente, na equação (2.4) efetua-se a rotação  $R(x, \phi)$  ao longo do eixo  ${}^B x''$ , o que implica na variação da variável  $\phi$ .

$$\begin{bmatrix} {}^E x \\ {}^E y \\ {}^E z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B x'' \\ {}^B y'' \\ {}^B z'' \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Após as sucessivas transformações realizadas intrinsecamente sobre cada um dos eixos, substituindo as equações (2.2-2.4) em (2.5), obtêm-se a equação (2.6), a Matriz dos Cossenos Diretores  $R_E$ . Esta matriz sintetiza a mudança de referencial de qualquer ponto tomado em relação à  $B$  até o referencial  $E$ .

$$R_E = R(z, \psi)R(y, \theta)R(x, \phi) \quad (2.5)$$

$$R_E = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

A relação entre as velocidades angulares  $p$ ,  $r$  e  $q$  medidas pelos sensores giroscópicos da aeronave e a variação temporal das variáveis de orientação do veículo  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$  e  $\dot{\psi}$  é dada por (2.7), conforme descrito por Bouabdallah (2007).

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

### 2.3 Modelagem pelo Formalismo de Euler-Lagrange

O modelo dinâmico do quadricóptero é obtido a partir da equação de movimento de Euler-Lagrange. Este formalismo pressupõe um vetor  $q$ , o qual comporta as variáveis de estado do sistema, formalmente chamado na mecânica lagrangeana de vetor de coordenadas generalizadas, sendo  $q$  definido:

$$q = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}, \phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]$$

A equação dinâmica do movimento é obtida através da análise da variação das energias cinética e potencial no tempo, e ao longo dos próprios estados.

A equação geral do movimento pelo formalismo de Euler-Lagrange é descrita em (2.8), e a variável Lagrangiano é definida em (2.9).

$$\begin{bmatrix} f_{\xi} \\ \tau_{\eta} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (2.8)$$

$$L = K - E_p \quad (2.9)$$

em que:

$L$  - Lagrangiano;

$f_{\xi}$  - forças generalizadas;

$\tau_{\eta}$  - torques generalizados;

$q$  - coordenadas generalizadas;

$K$  - energia cinética total;

$E_p$  - energia potencial total.

As coordenadas generalizadas do sistema estão definidas em (2.10) e (2.11).

$$q = [\zeta \quad \eta] \quad (2.10)$$

em que:

$$\begin{aligned} \zeta &= [x \quad y \quad z] \\ \eta &= [\phi \quad \theta \quad \psi] \end{aligned} \quad (2.11)$$

### 2.3.1 Energia Cinética

Para o desenvolvimento das equações de movimento a partir de (2.8), necessita-se saber, primeiramente, o comportamento das energias cinética e potencial do sistema em relação às coordenadas generalizadas. O cálculo da energia cinética é dividido em translacional e rotacional:

#### a) Energia Cinética Translacional ( $K_T$ )

Sabe-se que a energia cinética translacional é uma grandeza escalar proporcional ao quadrado das velocidades translacionais do veículo. Considerando as variáveis de deslocamento do centro de gravidade do veículo em relação ao referencial E, temos, partindo da definição de energia cinética na equação (2.12), e assumindo a velocidade translacional conforme mostrado, chegamos na expressão final em (2.13).

$$K_T = \int_0^v m dv \cdot v \quad (2.12)$$

em que,

$$\begin{aligned} V = \dot{\xi} &= [\dot{x}^E \dot{y}^E \dot{z}^E]^T \\ V^2 &= V \cdot V^T \end{aligned}$$

Temos:

$$K_T = \frac{1}{2} \int \dot{\xi}^2 dm = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (2.13)$$

#### b) Energia Cinética Rotacional ( $K_R$ )

A energia cinética rotacional advém das velocidades rotacionais do veículo em torno de cada um dos três eixos.

Para o cálculo deste termo, considera-se um ponto  $r^B$  qualquer em repouso no sistema de coordenadas B. Este ponto pode ser referido para o sistema E a partir da matriz de rotação  $R_E$ , expressa em (2.4):

$${}^E r = R_E {}^B r \quad (2.14)$$

Dessa forma, tem-se:

$$\begin{cases} {}^E r_x = (\cos \psi \cos \theta) {}^B x + (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi) {}^B y + (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) {}^B z \\ {}^E r_y = (\sin \psi \cos \theta) {}^B x + (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) {}^B y + (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) {}^B z \\ {}^E r_z = (-\sin \theta) {}^B x + (\cos \theta \sin \phi) {}^B y + (\cos \theta \cos \phi) {}^B z \end{cases} \quad (2.15)$$

Para a obtenção da velocidade, deriva-se cada um dos termos da equação (2.15) em relação ao tempo, obtendo-se os termos presentes na equação (2.16).

$$\begin{aligned} {}^E v_x &= (-\sin \theta \cos \psi \dot{\theta} - \cos \theta \sin \psi \dot{\psi}) {}^B x \\ &\quad + (-\cos \psi \cos \phi \dot{\psi} + \sin \psi \sin \phi \dot{\phi} - \sin \psi \sin \phi \sin \theta \dot{\psi} \\ &\quad + \cos \psi \cos \phi \sin \theta \dot{\phi} + \cos \psi \sin \phi \cos \theta \dot{\theta}) {}^B y \\ &\quad + (\cos \psi \sin \phi \dot{\psi} + \sin \psi \cos \phi \dot{\phi} - \sin \psi \cos \phi \sin \theta \dot{\psi} \\ &\quad - \cos \psi \sin \phi \sin \theta \dot{\phi} + \cos \psi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta}) {}^B z \\ {}^E v_y &= (-\sin \theta \sin \psi \dot{\theta} + \cos \theta \cos \psi \dot{\psi}) {}^B x \\ &\quad + (-\sin \psi \cos \phi \dot{\psi} - \cos \psi \sin \phi \dot{\phi} + \cos \psi \sin \phi \sin \theta \dot{\psi} \\ &\quad + \sin \psi \cos \phi \sin \theta \dot{\phi} + \sin \psi \sin \phi \cos \theta \dot{\theta}) {}^B y \\ &\quad + (\sin \psi \sin \phi \dot{\psi} - \cos \psi \cos \phi \dot{\phi} + \cos \psi \cos \phi \sin \theta \dot{\psi} \\ &\quad - \sin \psi \sin \phi \sin \theta \dot{\phi} + \sin \psi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta}) {}^B z \\ {}^E v_z &= (-\cos \theta \dot{\theta}) {}^B x \\ &\quad + (\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) {}^B y \\ &\quad + (-\sin \phi \cos \theta \dot{\phi} - \cos \phi \sin \theta \dot{\theta}) {}^B z \end{aligned} \quad (2.16)$$

Simplificando as expressões em (2.16), obtemos as equações presentes em (2.17).

$$\begin{aligned}
{}^E v_x &= {}^E v_{x_{xB}} x_B + {}^E v_{x_{yB}} y_B + {}^E v_{x_{zB}} z_B \\
{}^E v_y &= {}^E v_{y_{xB}} x_B + {}^E v_{y_{yB}} y_B + {}^E v_{y_{zB}} z_B \\
{}^E v_z &= {}^E v_{z_{xB}} x_B + {}^E v_{z_{yB}} y_B + {}^E v_{z_{zB}} z_B
\end{aligned} \tag{2.17}$$

O quadrado das velocidades é calculado na expressão (2.18):

$$\begin{aligned}
{}^E v^2(x_B, y_B, z_B) &= {}^E v_x^2(x_B, y_B, z_B) + {}^E v_y^2(x_B, y_B, z_B) + {}^E v_z^2(x_B, y_B, z_B) \\
{}^I v^2(x_L, y_L, z_L) &= x_L^2 \cdot (\cos^2 \theta \dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) \\
&\quad + y_L^2 \cdot (\dot{\psi}^2 (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi \sin^2 \theta) + \dot{\psi} (-2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} - 2 \dot{\phi} \sin \theta) + \sin^2 \phi \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \\
&\quad + z_L^2 \cdot (\dot{\psi}^2 (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi \sin^2 \theta) + \dot{\psi} (2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} - 2 \dot{\phi} \sin \theta) + \cos^2 \phi \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \\
&\quad + 2x_L y_L \cdot (\dot{\psi}^2 \sin \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (\cos \phi \sin \theta \dot{\theta} - \sin \phi \cos \theta \dot{\phi}) - \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&\quad + 2x_L z_L \cdot (\dot{\psi}^2 \cos \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (-\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&\quad + 2y_L z_L \cdot (-\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta + \dot{\psi} (\sin^2 \phi \cos \theta \dot{\theta} - \cos^2 \phi \cos \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \cos \phi \dot{\theta}^2)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Finalmente, obtêm-se em (2.19) a expressão do quadrado da velocidade rotacional de um ponto <sup>Br</sup> referido para o sistema de coordenadas E.

$$\begin{aligned}
{}^E v^2(x_B, y_B, z_B) &= (y_B^2 + z_B^2) \cdot (\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi} + \dot{\phi}^2) \\
&\quad + (x_B^2 + z_B^2) \cdot (\dot{\psi}^2 \sin^2 \phi \cos^2 \theta + 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \cos^2 \phi \dot{\theta}^2) \\
&\quad + (x_B^2 + y_B^2) \cdot (\dot{\psi}^2 \cos^2 \phi \cos^2 \theta - 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \sin^2 \phi \dot{\theta}^2) \\
&\quad + 2x_B y_B \cdot (\dot{\psi}^2 \sin \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (\cos \phi \sin \theta \dot{\theta} - \sin \phi \cos \theta \dot{\phi}) - \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&\quad + 2x_B z_B \cdot (\dot{\psi}^2 \cos \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (-\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
&\quad + 2y_B z_B \cdot (-\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta + \dot{\psi} (\sin^2 \phi \cos \theta \dot{\theta} - \cos^2 \phi \cos \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \cos \phi \dot{\theta}^2)
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Por conseguinte, obtêm-se a expressão da energia cinética rotacional em (2.20):

$$\begin{aligned}
K_R = & \frac{1}{2} \left( \int (y_B^2 + z_B^2) dm \right) (\dot{\phi}^2 - \dot{\psi} \dot{\phi} 2 \sin \theta + \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta) \\
& + \frac{1}{2} \left( \int (z_B^2 + x_B^2) dm \right) (\dot{\theta}^2 \cos^2 \phi + \dot{\psi} \dot{\theta} 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta + \dot{\psi}^2 \sin^2 \phi \cos^2 \theta) \\
& + \frac{1}{2} \left( \int (x_B^2 + y_B^2) dm \right) (\dot{\theta}^2 \sin^2 \phi - \dot{\psi} \dot{\theta} 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta + \dot{\psi}^2 \cos^2 \phi \cos^2 \theta) \\
& + \left( \int (x_B y_B) dm \right) (\dot{\psi}^2 \sin \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (\cos \phi \sin \theta \dot{\theta} - \sin \phi \cos \theta \dot{\phi}) - \cos \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
& + \left( \int (x_B z_B) dm \right) (\dot{\psi}^2 \cos \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (-\cos \phi \cos \theta \dot{\phi} - \sin \phi \sin \theta \dot{\theta}) + \sin \phi \dot{\phi} \dot{\theta}) \\
& + \left( \int (y_B z_B) dm \right) (-\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta + \dot{\psi} (\sin^2 \phi \cos \theta \dot{\theta} - \cos^2 \phi \cos \theta \dot{\phi}) + \sin \phi \cos \phi \dot{\theta}^2)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Conforme considerado no início da modelagem, o veículo é simétrico. Isto garante que os termos relativos ao produto de inércia ( $I_{XY}$ ,  $I_{XZ}$  e  $I_{YZ}$ ) sejam nulos (Bouabdallah, 2007), restando apenas os termos referentes aos momentos de inércia ( $I_{XX}$ ,  $I_{YY}$  e  $I_{ZZ}$ ), explicitado em (2.21).

$$\begin{aligned}
I_{xx} &= \int (y_B^2 + z_B^2) dm \\
I_{yy} &= \int (z_B^2 + x_B^2) dm \\
I_{zz} &= \int (x_B^2 + y_B^2) dm \\
I_{xy} &= \int (x_B y_B) dm = 0 \\
I_{xz} &= \int (x_B z_B) dm = 0 \\
I_{yz} &= \int (y_B z_B) dm = 0
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Desta forma, é possível obter as equações finais da energia cinética rotacional do veículo:

$$\begin{aligned}
K_R = & \frac{1}{2} I_{xx} (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 \\
& + \frac{1}{2} I_{yy} (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta)^2 \\
& + \frac{1}{2} I_{zz} (\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta)^2
\end{aligned} \tag{2.22}$$



### 2.3.2 Energia Potencial ( $E_p$ )

A energia potencial manifesta-se sobre três formas: gravitacional, elétrica e elástica. Considerando o sistema em questão livre de cargas elétricas, bem como o corpo rígido isento de qualquer deformação mecânica, como assumido no começo deste capítulo, levar-se-á em consideração apenas a energia potencial gravitacional no cálculo do modelo.

Sendo a energia potencial gravitacional advinda de um campo conservativo em função apenas da altura em relação ao referencial inercial, temos a expressão da energia potencial:

$$E_p = -mg \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

## 2.4 Equações Dinâmicas

Uma vez obtidas às expressões das energias cinética e potencial, é possível desenvolver a equação (2.8) para obtenção das equações dinâmicas do sistema.

Neste ponto, será útil a consideração de que a origem do sistema de coordenadas B coincide com o centro de gravidade da aeronave, pois dessa forma será possível desacoplar as equações que dizem respeito à dinâmica translacional e rotacional, obtendo assim dois subsistemas: translacional e rotacional.

### 2.4.1 Subsistema Translacional

Depois de desmembrada a equação (2.8), o subsistema translacional é então representado pela expressão (2.24).

$$f_\xi = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi} \quad (2.24)$$

Sendo  $L = f(\xi, \dot{\xi})$  representada pela equação (2.25):

$$L(\xi, \dot{\xi}) = K_T - E_p \quad (2.25)$$

Através da substituição de (2.13) e (2.23) na expressão (2.25), obtemos:

$$L(\xi, \dot{\xi}) = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} - mg\xi_3 \quad (2.26)$$

Substituindo (2.26) na equação (2.24):

$$f_\xi = m\ddot{\xi} + mg\xi_3 \quad (2.27)$$

Finalmente, desmembrando a expressão (2.24) e considerando que a única força translacional não conservativa presente no modelo é a somatória das forças de empuxo das hélices ( $U_1$ ), no sentido de  $^B Z$ , tem-se o conjunto de equações referentes a dinâmica translacional (2.28):

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) U_1 \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}(\sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi) U_1 \\ \ddot{z} = -g + \frac{1}{m}(\cos\theta \cos\phi) U_1 \end{cases} \quad (2.28)$$

#### 2.4.2 Subsistema Rotacional

Considerando apenas a dinâmica rotacional, isto é, associada às variáveis  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ , temos a expressão (2.29).

$$\tau_\eta = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \eta} \quad (2.29)$$

Desmembrando-se as variáveis da equação (2.29), obtêm-se as equações de cada um dos torques presentes no veículo: momento de rolagem ( $\tau_\phi$ ), arfagem ( $\tau_\theta$ ) e guinada ( $\tau_\psi$ ), respectivamente.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} &= \tau_{\phi} \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \tau_{\theta} \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} &= \tau_{\psi}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Desenvolve-se cada um dos termos da equação (2.30), obtendo-se os termos do conjunto (2.31).

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} &= \ddot{\phi} I_{xx} - \dot{\psi} \sin \theta I_{xx} \\
&\quad - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta (I_{xx} + (I_{yy} - I_{zz})(2 \cos^2 \phi - 1)) \\
&\quad + \dot{\theta}^2 \frac{1}{2} \sin 2\phi (I_{yy} - I_{zz}) \\
&\quad - \dot{\psi}^2 \frac{1}{2} \sin 2\phi \cos^2 \theta (I_{yy} - I_{zz}) \\
&\quad + \int y dm(y) \cdot (-g \cos \phi \cos \theta) \\
&\quad + \int z dm(z) \cdot (g \sin \phi \cos \theta) \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \ddot{\theta} (I_{yy} \cos^2 \phi + I_{zz} \sin^2 \phi) \\
&\quad + \dot{\psi} \frac{1}{2} \sin 2\phi \cos \theta (I_{yy} - I_{zz}) \\
&\quad + \dot{\psi}^2 \frac{1}{2} \sin 2\theta (-I_{xx} + I_{yy} \sin^2 \phi + I_{zz} \cos^2 \phi) \\
&\quad + \dot{\theta} \dot{\phi} \sin 2\phi (I_{zz} - I_{yy}) \\
&\quad + \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta (\cos 2\phi (I_{yy} - I_{zz}) + I_{xx}) \\
&\quad + \int x dm(x) \cdot (-g \cos \theta) \\
&\quad - \int y dm(y) \cdot (g \sin \theta \sin \phi) \\
&\quad - \int z dm(z) \cdot (g \cos \phi \sin \theta)
\end{aligned} \tag{2.31}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) = & \ddot{\psi} (\cos^2 \theta (I_{zz} \cos^2 \phi + I_{yy} \sin^2 \phi) + \sin^2 \theta I_{xx}) \\
& - \ddot{\phi} \sin \theta I_{xx} \\
& + \ddot{\theta} \frac{1}{2} \sin 2\phi \cos \theta (I_{yy} - I_{zz}) \\
& + \dot{\theta} \dot{\psi} \sin 2\theta (I_{xx} - I_{zz} \cos^2 \phi + I_{yy} \sin^2 \phi) \\
& - \dot{\psi} \dot{\phi} \sin 2\phi \cos^2 \theta (I_{yy} - I_{zz}) \\
& + \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta (I_{xx} + (2 \cos^2 \phi - 1)(I_{yy} - I_{zz})) \\
& - \dot{\theta}^2 \frac{1}{2} \sin 2\phi \sin \theta (I_{yy} - I_{zz})
\end{aligned}$$

As equações (2.31) são simplificadas a partir da substituição das derivadas das coordenadas generalizadas pelas velocidades angulares, conforme transformada presente na equação (2.7). Com isso, obtemos as equações (2.32):

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = & I_{xx} \dot{\omega}_x - (I_{yy} - I_{zz}) \omega_y \omega_z \\
& + \int y dm(y). (-g \cos \phi \cos \theta) \\
& + \int z dm(z). (+g \sin \phi \cos \theta) \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = & -\sin \phi (\dot{\omega}_z I_{zz} - \omega_x \omega_y (I_{xx} - I_{yy})) \\
& + \cos \phi (\dot{\omega}_y I_{yy} - \omega_x \omega_z (I_{zz} - I_{xx})) \\
& + \int x dm(x). (-g \cos \theta) \\
& - \int y dm(y). (g \sin \phi \sin \theta) \\
& - \int z dm(z). (g \cos \phi \sin \theta) \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) = & -\sin \theta (\dot{\omega}_x I_{xx} - \omega_y \omega_z (I_{xx} - I_{yy})) \\
& + \sin \phi \cos \theta (\dot{\omega}_y I_{yy} - \omega_x \omega_z (I_{zz} - I_{xx})) \\
& + \cos \phi \cos \theta (\dot{\omega}_z I_{zz} - \omega_x \omega_y (I_{xx} - I_{yy}))
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Os torques não conservativos ( $\tau_M$ ) advêm do desbalanceamento das forças de empuxo e de arraste das hélices, as quais, por sua vez, são proporcionais aos quadrados das velocidades de rotação de cada um dos motores, conforme a equação (2.33).

$$\begin{aligned}
\tau_{M\phi} &= bl(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\
\tau_{M\theta} &= bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\
\tau_{M\psi} &= d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Embora fenômenos como o Efeito Solo e a Força Hub foram desconsiderados, o Efeito Giroscópio não poderá ser desprezado devido ao peso diminuto do veículo. Neste trabalho será considerado o Efeito Giroscópio atuante sobre o corpo da aeronave ( $\tau_G$ ), equação (2.34) e sobre as hélices ( $\tau_H$ ), equação (2.35).

$$\begin{aligned}
\tau_{G\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi}(I_{YY} - I_{ZZ}) \\
\tau_{G\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi}(I_{ZZ} - I_{XX}) \\
\tau_{G\psi} &= \dot{\phi}\dot{\theta}(I_{XX} - I_{YY})
\end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{H\phi} &= J_r \dot{\phi}(-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) \\
\tau_{H\theta} &= J_r \dot{\theta}(\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) \\
\tau_{H\psi} &= J_r \dot{\psi} \frac{d(\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4)}{dt}
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Por fim, obtêm-se em (2.36), as equações dos momentos em cada eixo a partir do somatório de  $\tau_M$ ,  $\tau_H$  e  $\tau_G$ .

$$\begin{aligned}
\tau_\phi &= bl(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) + J_r \omega_y(\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4) \\
\tau_\theta &= bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) + J_r \omega_x(-\Omega_1 - \Omega_3 + \Omega_2 + \Omega_4) \\
\tau_\psi &= d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Ao linearizar o sistema em torno do ponto de operação, isto é, na pairagem, onde os ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  são nulos, podemos simplificar as equações (2.32) considerando igualmente nulos os valores de  $\sin(\phi)$ ,  $\sin(\theta)$  e  $\sin(\psi)$ . Desta forma, a partir dos termos encontrados em (2.32) e (2.36) obtemos as equações dinâmicas do sistema rotacional (2.37):

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{J_r \dot{\theta} (\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4)}{I_{xx}} + \frac{bl(\Omega_2^2 - \Omega_4^2)}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{J_r \dot{\phi} (-\Omega_1 - \Omega_3 + \Omega_2 + \Omega_4)}{I_{yy}} + \frac{bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2)}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2)}{I_{zz}} \end{cases} \quad (2.37)$$

## 2.5 Tabela de Parâmetros

Tão logo obtidas às equações do modelo do quadricóptero, na Tabela 2.1 são apresentados os parâmetros do veículo utilizados neste trabalho.

Tabela 2.1: Parâmetros do modelo.

<i>Descrição dos Parâmetros</i>	<i>Unidade</i>	<i>Valor</i>
Massa do quadricóptero ( $m$ )	kg	Variável
Distância entre o centro de massa e os rotores ( $l$ )	m	0,232
Coefficiente de empuxo dos rotores ( $b$ )	Ns <sup>2</sup>	3,13 e-5
Coefficiente de arrasto dos rotores ( $d$ )	Nms <sup>2</sup>	7,5 e-7
Aceleração da gravidade ( $g$ )	m/s <sup>2</sup>	9,806
Momento de inércia ao redor do eixo x ( $I_{xx}$ )	kgm <sup>2</sup>	6,228 e-3
Momento de inércia ao redor do eixo y ( $I_{yy}$ )	kgm <sup>2</sup>	6,228 e-3
Momento de inércia ao redor do eixo z ( $I_{zz}$ )	kgm <sup>2</sup>	1,121 e-2
Momento de inércia do rotor ao redor do seu eixo de rotação ( $J_r$ )	kgm <sup>2</sup>	6,01 e-5

# CAPÍTULO 3

## Revisão Bibliográfica

- 3.1 Controle Proporcional Integral Derivativo
    - 3.1.1 Terminologia
    - 3.1.2 Algoritmo de Controle PID
    - 3.1.3 Sintonia de Controladores PID
  - 3.2 Controle Adaptativo - Considerações Iniciais
    - 3.2.1 Escalonamento de Ganho
    - 3.2.2 Controle Adaptativo Direto e Indireto
    - 3.2.3 Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC)
    - 3.2.4 Controladores Autoajustáveis
  - 3.3 Leis Adaptativas
    - 3.3.1 Métodos de Sensibilidade
    - 3.3.2 Regra MIT
    - 3.3.3 Teoria de Estabilidade Segundo Lyapunov
  - 3.4 Método dos Algoritmos Genéticos
  - 3.5 Conclusão
- 

### 3.1 Controle Proporcional Integral Derivativo

O Controle Proporcional Integral Derivativo (PID) remete a uma família de controladores caracterizados pela combinação de três diferentes tipos de ação: proporcional (P), integral (I) e derivativa (D).

Historicamente, o PID é o controle mais utilizado na indústria devido à sua eficiência e simplicidade de implementação. Conforme Aström e Hägglund (1988), a partir de uma pesquisa em mais de 11000 malhas de controle em diversas plantas, 97% utilizavam um controlador PID naquele ano. Já nos trabalhos de Desoborough, Nordh e Miller (2001), notava-se a utilização desta família de controladores em 90% das plantas pesquisadas.

Dentre as vantagens desta família de controladores, destaca-se: baixo custo computacional e de implementação, boa performance em situações transitórias e capacidade de eliminar o erro de regime permanente.

### 3.1.1 Terminologia

Todo projeto de controle começa pelos requisitos de desempenho, que são geralmente medidos através de ensaio com aplicação de uma entrada em degrau e medição de alguns parâmetros da resposta da planta, sendo:

- Tempo de subida (TS): tempo que o sistema leva para ir de 10% a 90% da resposta em estado estacionário;
- *Overshoot* (OS): sobressinal em português, é medido em porcentagem do valor final, e representa o quanto a resposta do sistema ultrapassa o valor do *setpoint*.
- Tempo de acomodação (TA): é o tempo que a variável controlada leva para acomodar-se dentro da região de 5% do valor final.
- Erro de estado estacionário ou regime permanente ( $e_{RP}$ ): é a diferença final entre o valor da variável do processo e do *setpoint*.

Para este projeto, será desejada a ausência de overshoot e de erro em regime permanente, mesmo com a elevação do tempo de subida e de acomodação.

Outros termos que serão utilizados ao longo do trabalho também são explicados:

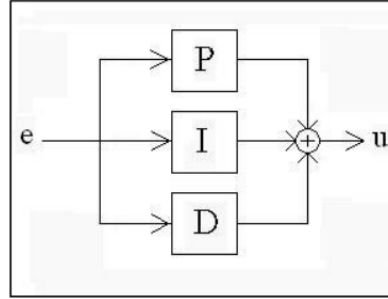
- *Setpoint*: é o valor de referência para a variável controlada.
- *Offset*: sinônimo de erro de regime permanente, aparece após a aplicação da ação proporcional sobre o erro.

### 3.1.2 Algoritmo do Controle PID

Na literatura de PID é possível encontrar três diferentes algoritmos de implementação desse controlador: paralelo, série e misto, sendo o primeiro utilizado neste trabalho e cuja estrutura encontra-se descrita na Figura 3.1.



Figura 3.1: Diagrama de blocos de um controlador PID paralelo (Nicula, 2010).



A saída de um controlador PID é dada pela soma ponderada presente na equação (3.1).

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.1)$$

Onde  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  são todos valores não-negativos, chamados de ganho proporcional, integral e derivativo, respectivamente.

Conforme Araki (1994), o termo relativo à ação proporcional diz respeito aos valores instantâneos do erro, isto é, se o erro naquele instante de tempo for alto e positivo, este fator será também alto e positivo. O termo integrador da soma refere-se aos valores passados do erro de  $0 \rightarrow t$ , ou seja, se a saída atual não é suficiente para zerar o erro, o mesmo acumular-se-á ao longo do tempo e o controlador será capaz de responder adequadamente. Finalmente, o termo derivativo remete aos valores futuros do erro, baseado em sua taxa atual de variação. Cada tipo de ação será detalhada na sequência.

#### a) Ação Proporcional

A ação proporcional do controlador PID, cujo termo encontra-se presente na equação (3.2), possui grande influência na agilidade de resposta do controlador, por atuar sobre o valor do erro a cada instante de tempo. Além disso, um controlador puramente proporcional será incapaz de atuar sobre o erro de regime permanente, gerando um *offset* em relação ao *setpoint*.

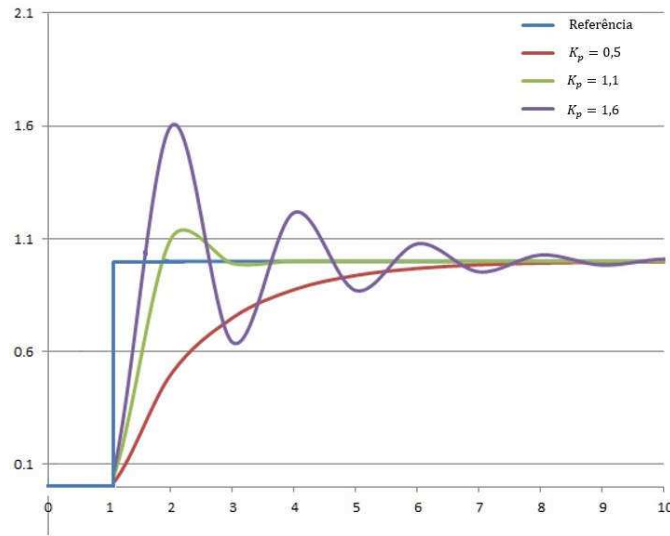
$$P(t) = K_p e(t) \quad (3.2)$$

A partir da análise da Figura 3.2 é possível perceber que, mantendo os ganhos  $K_i$  e  $K_d$  constantes, ao aumentar-se o  $K_p$ , a resposta do sistema torna-se mais rápida, no entanto o valor de *overshoot* e do tempo de acomodação também se elevam.

Figura 3.2: Influência da variação do ganho  $K_p$  na resposta do sistema em malha fechada.

(Adaptado de PID Controller. Disponível em: <[https://en.wikipedia.org/wiki/PID\\_controller](https://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller)>

Acesso em 05 de junho de 2016.)



#### b) Ação Integral

A ação integral, representada pela equação (3.3), é responsável por atuar sobre o erro de regime permanente, sendo capaz de eliminar o *offset* gerado pela ação proporcional por carregar informações do erro acumulado ao longo do tempo.

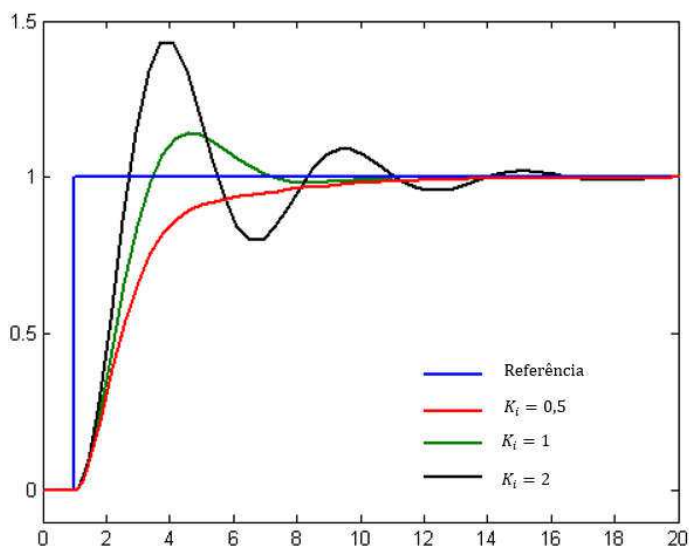
$$I(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (3.3)$$

Na Figura 3.3 é apresentada a influência da ação integrativa sobre a resposta do sistema. Nota-se que o aumento deste ganho é capaz de diminuir o erro de regime permanente do sistema, mas não atua sobre o valor de pico de *overshoot*, uma vez que o integrador atrasa o tempo desta ação. Nota-se também que valores elevados de  $K_i$  levam o sistema a apresentar uma resposta oscilatória (Nicol, 2010).

Figura 3.3: Influência da variação do ganho  $K_i$  na resposta do sistema em malha fechada.

(Adaptado de PID Controller. Disponível em: <[https://en.wikipedia.org/wiki/PID\\_controller](https://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller)>

Acesso em 05 de junho de 2016.)



### c) Ação Derivativa

A ação derivativa, representada pela equação (3.4) atua principalmente sobre o regime transitório da resposta.

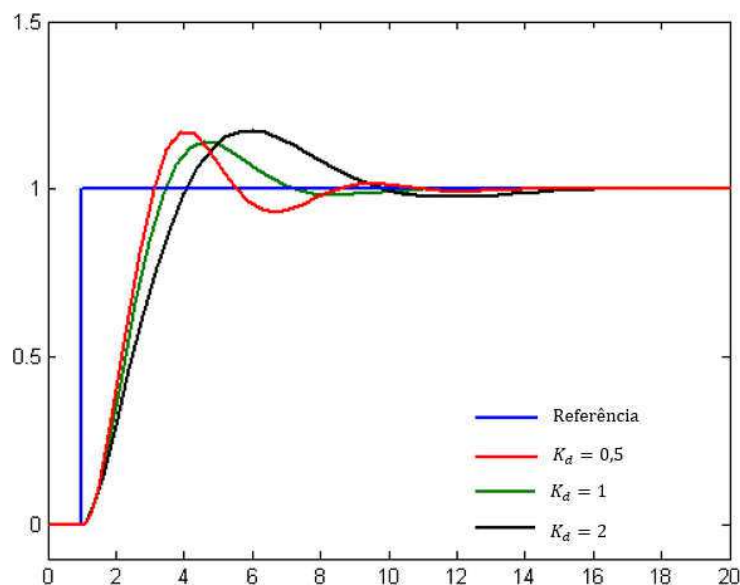
$$D(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.4)$$

Como possui uma derivada sobre o erro, esta ação é capaz de prever o comportamento do sistema a partir da inclinação da curva do erro em cada instante de tempo. Considerando que o erro possui uma derivada alta na situação transitória, e quase nula em regime permanente, esta ação não possui efeito em estado estacionário.

Conforme mostrado na Figura 3.4, um aumento no ganho derivativo  $K_d$  não influencia drasticamente no *overshoot* e no *offset* da saída.

Figura 3.4: Influência da variação do ganho  $K_d$  na resposta do sistema em malha fechada.

(Adaptado de PID Controller. Disponível em: <[https://en.wikipedia.org/wiki/PID\\_controller](https://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller)> Acesso em 05 de junho de 2016.)



### 3.1.3 Sintonia de Controladores PID

Para que se alcance os ganhos ideais de um controlador, baseado na otimização dos requisitos escolhidos pelo projetista, vários métodos são propostos, sendo: Ziegler-Nichols, Tyreus-Luyben, Cohen-Coon e Åström-Hägglund os mais utilizados.

Na literatura, diversos trabalhos propõem métodos computadorizados baseados em otimização ou heurística que apresentam bons resultados. Gaing (2002) e Kumar *et. al.* (2008) utilizam otimização por enxame de partículas. Saad, Jamaluddin e Darus (2012), Gundogdu (2005) e Sadasivarao e Chidambaram (2006) utilizaram técnicas de Algoritmos Genéticos, tendo, este último implementado em um sistema de controle PID em cascata, modelo igualmente utilizado nesta dissertação.

Neste trabalho, foi utilizado o método de Ziegler-Nichols por ser o mais difundido dentre os citados, bem como não necessitar do modelo da planta, ainda que consuma um certo tempo de implementação, uma vez que é baseado em tentativa e erro (Shahrokhi e Zomorodi, 2012).

### a) Método de Ziegler-Nichols

O método de Ziegler-Nichols (Z-N) é um método heurístico para sintonia de controladores PID. Foi desenvolvido por Ziegler e Nichols (1942) e é, atualmente, um dos métodos mais difundidos para esta finalidade.

A implementação deste método ocorre conforme os passos descritos na sequência.

- Igualam-se todos os ganhos  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  a zero;
- Eleva-se o valor do ganho proporcional ( $K_p$ ) até que se atinja o ganho final ( $K_u$ ), isto é, o ganho para o qual o sistema entra no limiar da instabilidade, observável pelo comportamento oscilatório da saída;
- Mede-se o período de oscilação ( $T_u$ ).

A partir dos valores encontrados de  $T_u$  e  $K_u$ , utiliza-se a Tabela 3.1, retirada de McCormack e Godfrey (1998) para obter os ganhos conforme os requisitos desejados.

Tabela 3.1: Método de Ziegler-Nichols (McCormack e Godfrey, 1998).

<i>Tipo de Controlador</i>	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$0,5K_p$	-	-
PI	$0,45K_p$	$T_u / 1,2$	-
PD	$0,8K_p$	-	$T_u / 8$
PID clássico	$0,6K_p$	$T_u / 2$	$T_u / 8$
Regra Integral de Pessen	$0,7K_p$	$T_u / 2,5$	$3T_u / 20$
Pouco <i>overshoot</i>	$0,33K_p$	$T_u / 2$	$T_u / 3$
Nenhum <i>overshoot</i>	$0,2K_p$	$T_u / 2$	$T_u / 3$

Este método foi criado visando obter parâmetros de ganho capazes de apresentar uma melhor rejeição aos ruídos.

### **3.2 Controle Adaptativo - Considerações Iniciais**

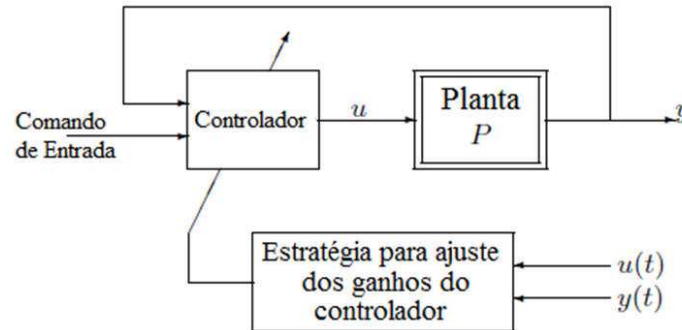
O controle adaptativo é utilizado principalmente em sistemas dotados de dinâmicas não modeladas, incertezas paramétricas ou parâmetros variantes no tempo, e uma das vantagens destes métodos é a possibilidade de utilização tanto em plantas lineares quanto não lineares.

O princípio de funcionamento dos métodos de controle adaptativo baseia-se na atualização dos ganhos do controlador a partir da variação dos parâmetros do sistema, estimada através de medições auxiliares ou aferição direta na saída da planta. Diferentemente do Controle Robusto, o qual é capaz de manter um sistema estabilizado na presença de pequenas alterações sem, no entanto, efetuar mudança nos ganhos do controlador.

O esquema básico do princípio do controlador adaptativo é mostrado na Figura 3.5. Nota-se a presença de dois elementos essenciais: um estimador de parâmetros, o qual provê estimativas dos parâmetros desconhecidos do sistema em cada instante, e uma lei de controle (Ioannou e Sun, 2012).

O primeiro elemento consiste em um subsistema capaz de, a partir da medição de dados auxiliares, ser capaz de detectar e quantificar alteração nos parâmetros da planta. Já a lei de controle, também conhecida na literatura como lei de adaptação, lei de atualização ou mecanismo de ajuste, é responsável por atualizar os ganhos do controlador no sentido de minimizar o erro da resposta do sistema. As combinações entre os diferentes tipos destes elementos dão origem a diferentes controladores adaptativos, alguns dos quais, são utilizados neste trabalho e estão explicitados na sequência.

Figura 3.5: Configuração genérica dos sistemas baseados em controle adaptativo (adaptado de Ioannou e Sun, 2012).



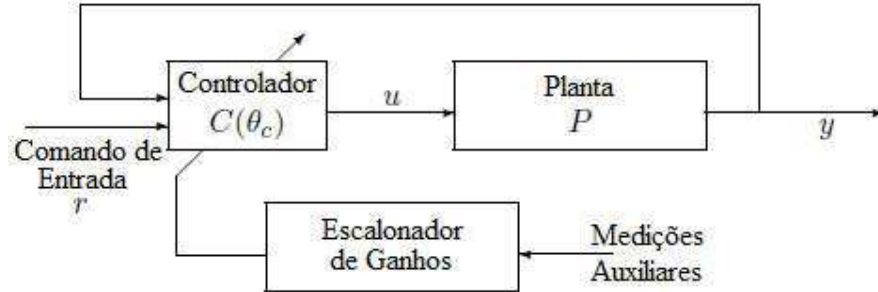
### 3.2.1 Escalonamento de Ganho

Um dos primeiros modelos de controle adaptativo desenvolvido foi o escalonamento de ganho. Atualmente este modelo ainda está entre os mais utilizados em aplicações práticas devido a sua praticidade, simplicidade de construção e agilidade na resposta adaptativa à mudança de parâmetros da planta, ainda que exista um limite para o quão rápido e frequente os ganhos poderão ser atualizados.

Conforme Ioannou e Sun (2012), considerando um sistema qualquer em que para um determinado estado, tem-se um ganho correspondente que define uma saída desejada, este método consiste, basicamente, em ser capaz de identificar o estado do sistema e escolher, em uma tabela, o respectivo ganho ideal. Sendo assim, temos que, para a completa implementação deste método, dois elementos são necessários: um sistema auxiliar de medição do estado da planta e uma tabela que armazena os ganhos ideais relacionados com cada um dos estados do sistema. A Figura 3.6 ilustra o esquema desta abordagem de controlador adaptativo.

Dentre as desvantagens desta abordagem, cita-se o fato de a tabela ser pré-calculada *offline*, o que impossibilita a compensação em caso de correspondências incorretas. Além disso, transições por estados não contemplados na correlação presente na tabela podem levar à instabilidade ou até à falha total, possibilidade que pode ser atenuada se aumentado o número de pontos de operação, relevando, logicamente, o aumento no custo computacional.

Figura 3.6: Esquema de funcionamento do controlador adaptativo por escalonamento de ganho (adaptado de Sastry and Bodson, 1994).



### 3.2.2 Controle Adaptativo Direto e Indireto

Apesar da eficácia do controle adaptativo por escalonamento de ganho em sistemas com estados pré-concebidos e transição rápida, este método não se mostra suficientemente hábil em lidar com outros tipos de sistemas com estados não contemplados e dinâmicas não previstas (Ioannou e Sun, 2012). Dessa forma, outras abordagens foram propostas e, neste tópico, enumera-se o controle adaptativo indireto e direto, diferenciando-os pelo modo como a lei adaptativa combina-se com a lei de controle.

Na primeira abordagem, o modelo da planta  $P$  é parametrizado em função de um vetor de parâmetros desconhecidos  $\theta^*$ . O estimador de parâmetros irá calcular um vetor de parâmetros estimados  $\theta(t)$  a cada instante de tempo computando os valores de  $y$ ,  $u$  e  $r$ . Este vetor estimado será utilizado para calcular um modelo estimado  $\hat{P}(\theta(t))$  que será tratado pelo controlador como verdadeiro a partir do princípio de Equivalência de Certeza. Finalmente, os ganhos do controlador  $\theta_c$  são calculados a partir de uma equação algébrica  $\theta_c = F(\theta)$ .

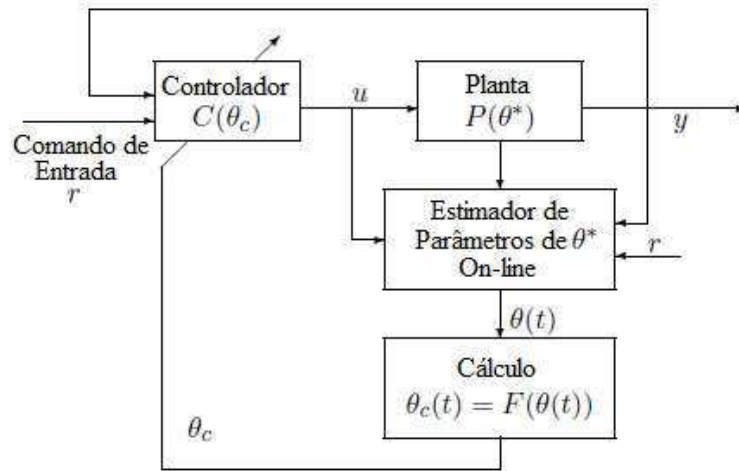
O principal problema nesta abordagem de controle é a escolha das classes da lei de controle  $C(\theta_c)$  e do estimador de parâmetros que gera  $\theta(t)$ , bem como da equação  $\theta_c = F(\theta)$ , para que o controlador seja capaz de atingir a performance desejada para a planta com os parâmetros desconhecidos.

Na abordagem direta em controle adaptativo, o modelo da planta é parametrizado em função dos ganhos  $\theta_c$ , o que evita a necessidade de uma função para calcular os parâmetros do controlador a partir dos parâmetros da planta  $\theta$ . Dessa forma, o estimador de parâmetros é



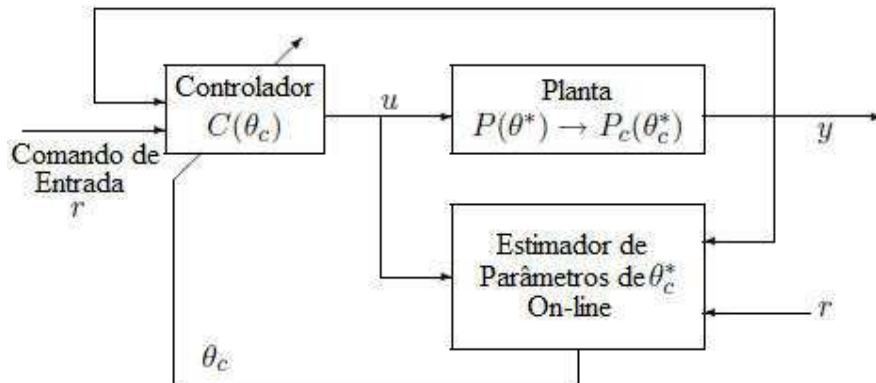
capaz de gerar os ganhos, a cada instante de tempo, diretamente a partir do processamento dos sinais de entrada ( $u$ ) e saída da planta ( $y$ ).

Figura 3.7: Controle adaptativo indireto (adaptado de Ioannou e Sun, 2012).



O problema fundamental presente neste método é a escolha das classes de lei de controle  $C(\theta_c)$  e do estimador de parâmetros responsável por gerar valores de  $\theta(t)$  para os quais o controlador  $C(\theta_c(t))$  atinge o desempenho desejado. Como resultado, este método é restrito a sistemas de entrada única e saída única, SISO (do inglês: *Single Input Single Output*) e linear e invariante no tempo, LTI (do inglês *Linear Time Invariant*) e que sejam de fase mínima, isto é, os zeros posicionados na região  $\text{Re}[s] < 0$ .

Figura 3.8: Controle adaptativo direto (adaptado de Ioannou e Sun, 2012).



### 3.2.3 Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC)

O Controle Adaptativo por Modelo de Referência é um método de controle adaptativo que consiste em, a partir do conhecimento prévio sobre o sistema, implementar um modelo de referência ( $W$ ) paralelo à planta capaz de fornecer o comportamento desejado ( $y_m$ ) para cada entrada ( $u$ ).

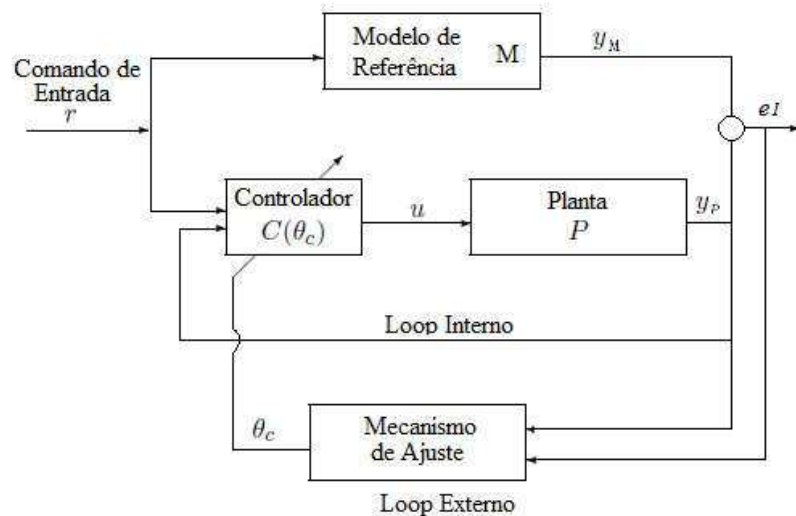
Neste contexto, surge uma segunda malha no diagrama de controle, além da malha de retroalimentação do controlador, o que resulta no esquema ilustrado na Figura 3.9 para uma planta LTI, SISO.

Dessa forma, o papel do controle adaptativo passa a ser, para cada instante de tempo, encontrar os parâmetros ideais do controlador, capazes de minimizar o erro de rastreamento ( $e_1$ ), definido como a diferença entre a resposta da planta ( $y_p$ ) e a resposta desejada ( $y_m$ ), conforme a equação (3.5):

$$e_1 \triangleq y_p - y_m \quad (3.5)$$

O esquema do modelo de referência pode ser utilizado tanto na configuração direta quanto indireta, conforme a melhor adequação de ambas para a situação desejada. Na Figura 3.9, apresenta-se um esquema de um controlador adaptativo por modelo de referência direto.

Figura 3.9: Controle Adaptativo por Modelo de Referência (adaptado de Sastry e Bodson, 1994).





De acordo com Sastry e Bodson (1994), os reguladores autoajustáveis são bastante flexíveis quanto à escolha da metodologia de controle (linear quadrática, variância mínima, projeto de margem de ganho-fase, entre outros) e ao método de identificação (mínimos quadráticos, filtro de Kalman extendido, etc.).

### 3.3 Lei Adaptativa

Como já mencionado, um sistema de controle adaptativo é formado basicamente por uma técnica de controle combinada com uma lei adaptativa, responsável por atualizar os coeficientes do controlador, visando induzir a resposta desejada na saída da planta. Na literatura é possível verificar a utilização de diferentes técnicas de controle, por exemplo: Xu e Zhou (2013) e Senkul e Altug (2014) aplicaram um controlador PID, Modirrousta e Khodabandeh (2014), Emran e Yesildirek (2014) e Nicol *et. al.* (2011) implementaram um controlador robusto, Bouadi *et. al.* (2014) e Yasser *et. al.* (2006) utilizaram a técnica *Sliding Mode*, entre outros.

Neste tópico serão introduzidas algumas técnicas utilizadas como lei de atualização.

#### 3.3.1 Métodos de sensibilidade

As leis adaptativas baseadas nos métodos de sensibilidade são projetadas para que os parâmetros estimados da planta sejam ajustados na direção que minimiza uma função custo escolhida pelo projetista, geralmente contemplando o erro da resposta  $e_1$ .

A lei adaptativa, neste método, é constituída pelas derivadas parciais da função custo em relação aos parâmetros estimados multiplicados pelo erro  $e_1$  que representa a diferença entre o comportamento apresentado pela planta e o esperado pelo modelo. A esse conjunto de equações diferenciais dá-se o nome de função sensibilidade.

Uma vez obtido o conjunto de funções sensibilidade, é possível utilizar qualquer método de otimização, dentre os quais, o Método do Gradiente ou Máxima Descida, que, resumidamente, consistem em um método iterativo capaz de encontrar uma aproximação do mínimo de uma função  $J = F(\theta)$  a partir de sucessivas buscas unidimensionais direcionadas para o sentido negativo do vetor gradiente de  $J$ .

Uma função custo comumente utilizada, para um sistema SISO é a função quadrática presente na equação (3.6).

$$J(\theta_c) = \frac{e_1^2(\theta_c)}{2} \quad (3.6)$$

A partir da aplicação do método da máxima descida, obtemos a equação (3.7).

$$\dot{\theta}_c = -\gamma \nabla J(\theta_c) = -\gamma \nabla e_1(\theta_c) \quad (3.7)$$

Onde  $\gamma$  é o ganho adaptativo escolhido pelo projetista conforme os requisitos do projeto e  $\nabla e_1(\theta_c)$  é o gradiente da função custo em relação ao vetor  $\theta_c$ .

### 3.3.2 Regra MIT

A Regra MIT, amplamente utilizada nos projetos de controle adaptativo desde a década de 1960, é utilizada nos casos em que não é possível obter as funções sensibilidade *online*, uma vez que, para o cálculo das mesmas, são necessários os parâmetros, por ora, desconhecidos ou incertos da planta.

Um dos principais inconvenientes deste método consiste no fato de que, ao utilizar funções de aproximação, não se podem obter garantias quanto à convergência e estabilidade do sistema. Conforme Ioannou e Sun (2012) foi observado nas simulações que, apesar de instável, a Regra MIT funciona bem quando o ganho adaptativo e a magnitude do sinal são de ordem pequena

Considerando o exemplo da função custo presente na equação (3.6), e sabendo que  $\nabla e_1 = \nabla y$ , temos a equação (3.8).

$$\dot{\theta}_c = -\gamma e_1 \nabla y(\theta_c) \quad (3.8)$$

Finalmente, a partir do conhecimento de que a função  $\nabla y$  depende dos parâmetros desconhecidos da planta, a regra MIT é aplicada para estimar este valor e, então, proceder-se no projeto do controlador.

### 3.3.3 Teoria de Estabilidade Segundo Lyapunov

A teoria de estabilidade de Lyapunov foi proposta pelo matemático e engenheiro russo Aleksandr Mikhailovich Lyapunov no ano de 1892. Devido ao isolamento entre as academias russas e ocidentais ao longo da primeira metade do século XX, o interesse sobre a aplicabilidade desta teoria na área de controle foi despertado apenas na década de 1960.

Esta teoria provê os conceitos matemáticos necessários para se garantir a estabilidade de sistemas dinâmicos variantes e invariantes no tempo, e é utilizada na área de controle adaptativo para se garantir a convergência e estabilidade do sistema resultante da aplicação do projeto de controle. A utilização desta teoria no controle adaptativo se dá na fase de obtenção da lei adaptativa.

A ideia básica desta teoria parte do pressuposto de que um sistema autônomo, ou invariante no tempo, não linear e dinâmico, cujo ponto de equilíbrio, localizado sempre na origem, é dito estável se:

$$\forall R > 0, \exists r > 0, \{\|x(0)\| < r\} \Rightarrow \{\forall t \geq 0, \|x(t)\| < R\} \quad (3.9)$$

De maneira sucinta: a partir da equação (3.5), se o sistema com as características já mencionadas inicia-se dentro de uma região delimitada por um raio  $R$ , ele será considerado estável se, para qualquer tempo maior que zero, ele se mantiver dentro desta região.

Definido o conceito de estabilidade, define-se também:

- Estabilidade local: um sistema é dito localmente estável se, e somente se, o valor de  $R$  equação (3.9) é tal que:  $R < \infty$ . Este conceito é valido apenas para sistemas não lineares;
- Estabilidade global: de maneira complementar a definição anterior, um sistema é dito globalmente estável se, e somente se, ele apresentar o comportamento descrito em (3.9) para  $R \rightarrow \infty$ ;
- Estabilidade marginal: um sistema é classificado como marginalmente estável se, ao longo do tempo, ele naturalmente se acomodar em uma região suficientemente próxima do ponto de estabilidade, não convergindo necessariamente ao ponto de estabilidade. O conceito de proximidade suficiente é decidido pelo projetista conforme as especificações de cada projeto;

- Estabilidade assintótica: a estabilidade assintótica ocorre quando um sistema é conduzido, ao longo do tempo, até o ponto de estabilidade, definição explicitada em (3.10):

$$\exists r > 0, \{ \|x(0)\| < r \} \Rightarrow \left\{ \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0 \right\} \quad (3.10)$$

- Estabilidade exponencial: conceito similar à estabilidade assintótica, no qual além do sistema tender ao ponto de equilíbrio com o tempo, ele o faz em uma “velocidade” maior ou igual a uma função exponencial conforme descrito em (3.11):

$$\exists r, \alpha, \lambda > 0, \{ \|x(0)\| < r \wedge t > 0 \} : \|x(t)\| \leq \alpha \|x(0)\| e^{-\lambda t} \quad (3.11)$$

Neste ponto é importante definir o conceito de função decrescente: uma função  $v(x, t)$  é dita decrescente se existe uma função  $B(\cdot)$ , tal que, para todo  $x \in B$  e  $t \geq 0$ :  $v(t, x) \leq B(\|x\|)$ .

Definidos os conceitos básicos, inicia-se agora a explanação da teoria de Lyapunov. O primeiro método diz respeito às conclusões possíveis de se obter a partir da análise da equação linear que representa um sistema.

Seja um sistema dinâmico autônomo não linear, do tipo presente em (3.12).

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.12)$$

Realizando-se a linearização de (3.8), considerando que seja continuamente diferenciável, obtemos o padrão apresentado em (3.13).

$$\dot{x} = \left( \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right) x + f_{t.o.s.}(x) \cong Ax \quad (3.13)$$

Onde  $f_{t.o.s.}(x)$  refere-se aos termos de ordem superior, os quais serão desconsiderados.

Conforme o primeiro método de Lyapunov, se a matriz  $A$  é Hurwitz (ou seja. possuir todos seus autovalores situados no semiplano real negativo), então o sistema tem um equilíbrio local e assintoticamente estável. Se  $A$  possuir pelo menos um autovalor no

semiplano complexo positivo, então o equilíbrio será instável. Por fim, se pelo um dos autovalores de  $A$  se localizar sobre o eixo imaginário, não podemos concluir nada sobre a estabilidade do equilíbrio deste sistema.

O segundo método de Lyapunov parte do pressuposto de que todo sistema dinâmico, linear ou não linear, pode ter o comportamento previsto através da análise de uma única variável escalar, chamada de energia do sistema, representada por  $V$ .

A ideia por traz do desenvolvimento desta variável é implementar uma função escalar, similar ao comportamento da energia total do sistema, também chamada na literatura de pseudoenergia, que se alterará em função das variáveis de estado e que será capaz de representar a evolução temporal da dinâmica da planta. Deste modo, conforme este método, garantindo-se condições matemáticas suficientes para assegurar que a energia do sistema se dissipe ao longo do tempo, garantir-se-á a acomodação do sistema em um ponto de equilíbrio estável.

A função de Lyapunov deverá ser e possuir derivadas contínuas na região de interesse e ser localmente positiva definida (*f.l.p.d*), conforme a equação (3.14):

$$V(0) = 0 \wedge \{\forall x \neq 0 \wedge \|x\| < R\} \Rightarrow V(x) > 0 \quad (3.14)$$

Sendo  $R$  o raio de uma região delimitada no espaço. Se o valor de  $R$  tender ao infinito, diz-se que a função  $V(x)$  é globalmente positiva definida.

Concomitantemente, a derivada temporal da função de Lyapunov deverá ser local ou globalmente negativa definida na mesma região de raio  $R$ .

Novamente, se o valor mínimo da função ( $V_{\min}$ ) for diferente de 0, ou se este mínimo não estiver referido para o estado  $x_{\min} = 0$ , obtêm-se uma nova função  $V'$  na qual estes requisitos estão cumpridos, conforme (3.15):

$$V'(x) = V(x - x_{\min}) - V_{\min} \quad (3.15)$$

Finalmente, a partir das definições descritas nesta seção, a análise de estabilidade de um sistema pode ser resumida conforme os dados presentes na Tabela 3.2:



Tabela 3.2: Teorema de Estabilidade de Lyapunov (adaptado de Sastry e Bodson, 1994).

<i>Condições de</i> $V(t, x)$	<i>Condições de</i> $-\dot{V}(t, x)$	<i>Conclusões</i>
<i>f.l.p.d.</i>	$\geq 0$ localmente	estável
<i>f.l.p.d.</i> , decrescente	$\geq 0$ localmente	uniformemente estável
<i>f.l.p.d.</i>	<i>f.l.p.d.</i>	assintoticamente estável
<i>f.l.p.d.</i> , decrescente	<i>f.l.p.d.</i>	uniforme assintoticamente estável
<i>f.p.d.</i> , decrescente	<i>f.p.d.</i>	global uniforme assintoticamente estável

**a) Teorema da Invariância de La Salle**

O Teorema da Invariância de La Salle é utilizado para sistemas autônomos cuja derivada seja apenas negativa semi-definida, o que implica, conforme o Segundo Método de Lyapunov, em indeterminação quanto à convergência da função  $V$ .

De acordo com La Salle, nos pontos em que  $\dot{V} = 0$ , o projetista deverá dispor de indícios para assegurar a convergência do sistema. Comumente, utiliza-se a análise das derivadas segundas da função de Lyapunov as quais são capazes de indicar se a energia no sistema naquele ponto tende a ser dissipada. Em caso afirmativo, comprova-se a convergência do sistema para um estado de menor energia e garante-se a aplicabilidade do Segundo Método de Lyapunov.

**b) Lema de Barbalat**

Enquanto o Teorema da Invariância de La Salle provê as ferramentas para análise de estabilidade em sistemas autônomos, o Lema de Barbalat é capaz de definir os critérios para convergência em sistemas não autônomos. A definição deste Lema parte de uma função diferenciável  $f(t)$ . Se esta função possuir um limite finito em  $t \rightarrow \infty$ , e se  $\dot{f}(t)$  for uniformemente contínua, então temos que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{f}(t) = 0 \quad (3.16)$$

No cotidiano dos projetos, observa-se que, devido à dificuldade de atestar se uma função é uniformemente contínua, uma simples condição é suficiente: se  $\dot{f}(t)$  é limitada, então se assume que ela é uniformemente contínua.

### 3.4 Método dos Algoritmos Genéticos

O Método dos Algoritmos Genéticos (AG) foi proposto inicialmente por John Holland e seus alunos em 1975 e consiste em um método heurístico classificado, juntamente com os Métodos de Redes Neurais e Lógica Difusa, como Algoritmo Inteligente.

A motivação do desenvolvimento do AG foi a mimetização do comportamento biológico de populações de indivíduos e o aprimoramento temporal de suas características genótípicas em adaptação à um certo meio conforme os trabalhos de Charles Darwin em “A Origem das Espécies” de 1859 bem como trabalhos complementares posteriores.

Atualmente este método é empregado em diversas áreas, principalmente para solução de problemas de otimização e busca, valendo-se da vantagem de necessitar apenas das informações sobre as soluções possíveis e suas aptidões sem necessidade de, por exemplo, o cálculo do gradiente, o que o torna um método mais simples e com baixo custo computacional para implementação.

O algoritmo consiste em, basicamente, a partir de uma população inicial de indivíduos (soluções possíveis do problema), a população se recombinar de modo a permitir que os indivíduos mais aptos (soluções melhores) possuam maior chance de cruzamento e, conseqüente, transmitir suas características adiante. Este processo é repetido por inúmeras gerações até que se atinja um critério de parada que pode ser definido a partir de um limite de gerações ou da proximidade da solução obtida à solução ideal do problema. A implementação deste algoritmo passa pela utilização de operadores específicos, detalhados na sequência.

#### 3.4.1 Operadores Genéticos

O funcionamento do AG baseia-se na aplicação de operadores específicos que simulam os eventos naturais sobre populações biológicas, sendo:

**a) Inicialização**

Este operador é utilizado para obtermos uma população inicial com  $p$  indivíduos, sobre a qual os outros operadores serão posteriormente aplicados. Consiste em gerar cada indivíduo (composto por um ou mais cromossomos) sobre o espaço de busca de forma aleatória ou conforme uma função pré-determinada, objetivando uma maior variabilidade de soluções para evitar convergências prematuras à mínimos locais.

Uma vez gerados, os indivíduos são testados para que se garanta as condições de existência de cada um. Havendo necessidade de troca, um novo indivíduo é então gerado.

**b) Função de Aptidão ou Função Objetivo**

Obtida uma população inicial, será aplicada uma função que determinará a Aptidão de cada indivíduo, desse modo, cada indivíduo possuirá um valor associado que representa o quão apto ele é perante os outros indivíduos daquela geração. Na perspectiva do problema, este valor indicará o quão ótima será cada solução (indivíduo).

Esse operador simula a ação do meio, o qual proverá ao indivíduo mais apto uma maior probabilidade de cruzamento e aos indivíduos menos aptos, uma menor chance de passar suas características adiante.

**c) Seleção**

Uma vez obtida a aptidão de todos os indivíduos de uma geração, será implementado um operador de Seleção capaz de escolher os pares de indivíduos para o cruzamento. Relevando a ideia de que indivíduos mais aptos deverão possuir maior probabilidade de efetivar o cruzamento, três métodos são propostos.

- **Roleta:** Nesta técnica, para seleção de cada indivíduo será sorteado um número aleatório dentro de um espaço no qual os indivíduos com maior aptidão ocuparão um espaço maior, similarmente à uma roleta. Este processo é repetido até que se atinja o número  $p$  de indivíduos igual ao da população inicial.
- **Torneio:** A seleção por torneio consiste em, para cada escolha,  $n$  indivíduos são sorteados aleatoriamente dentre a população e então, dentre estes, realizada a escolha apenas do melhor indivíduo. Igualmente este processo se repetirá até que atinja o número  $p$  de indivíduos estipulado anteriormente.

- Dizimação: Neste método, os indivíduos são ordenados conforme sua aptidão e os  $n$  piores são excluídos da seleção. Os indivíduos restantes são aleatoriamente sorteados para comporem os pares de cruzamento.

#### d) Cruzamento

Uma vez obtidos os pares através da seleção, são realizados os cruzamentos entre os indivíduos. Para cada par de indivíduos parentais, é sorteada a probabilidade de cruzamento, não ocorrendo, os pais serão mantidos para a geração seguinte.

Conforme a natureza da população dos indivíduos, diferentes métodos de cruzamentos podem ser utilizados, como por exemplo, para indivíduos binários, o cruzamento de um ponto, dois pontos ou pontos aleatórios encontram-se entre os mais utilizados.

Já para populações compostas por números reais, operações matemáticas são comumente utilizadas, objetivando a obtenção de indivíduos capazes de cobrir todo o escopo do problema.

Mais de dois “filhos” poderão ser gerados após o cruzamento entre os pais, no entanto, objetivando a manutenção da magnitude  $p$  de indivíduos da população apenas dois filhos deverão ser escolhidos para cada par de “pais”.

#### e) Mutação

Após realizados os cruzamentos, será aplicado o operador de mutação, emulando as mutações genéticas que ocorrem aleatoriamente em uma população, os quais podem, arbitrariamente, conduzir um indivíduo para uma aptidão maior ou mesmo leva-lo à uma região fora do escopo de busca do problema.

Este operador funciona ao operar uma mudança aleatória conforme uma probabilidade  $m$  de mutação. No caso dos indivíduos binários, eles são pareados e é checada esta possibilidade (geralmente da ordem de 0.0001 ou menor, conforme o requisito do problema) para cada bit. Havendo mutação, aquele bit será invertido.

A utilidade deste operador é conferir a possibilidade de dispersar melhor os indivíduos no espaço de busca de modo a dificultar convergência para mínimos locais.

**f) Atualização**

A etapa seguinte consiste no operador de Atualização, responsável por estabelecer a nova população. Esta consolidação se dá a partir da ordenação dos indivíduos oriundos dos cruzamentos e, eventuais mutações.

É nesta etapa que estratégias como o Elitismo ou Seleção Gulosa são implementadas. A primeira consiste em selecionar os  $j$  melhores indivíduos da geração anterior e substituí-los no lugar dos  $j$  piores da nova geração, no caso de possuírem maior aptidão. Já a segunda consiste em, pareados os indivíduos parentais e descendentes, consolidar a geração seguinte com os  $p$  indivíduos com maior aptidão dentre este grupo. Esta estratégia não é indicada pois, muitas vezes um indivíduo com baixa aptidão pode carregar uma informação que resultará, após o cruzamento, em um indivíduo mais apto, evitando a convergência para mínimos locais.

**g) Finalização**

Por fim, o operador de Finalização é aplicado para verificação da condição de parada do algoritmo, que pode ser caracterizada por um número predeterminado de gerações ou por um valor suficientemente ótimo de aptidão. Não alcançado nenhum destes critérios, o algoritmo é então reiniciado tomando a nova geração como população inicial do novo ciclo.

### **3.5 Conclusão**

Foi apresentado neste capítulo um resumo contendo os principais tópicos da pesquisa bibliográfica realizada em controle adaptativo de veículos do tipo quadricópteros e da metodologia de AG que foram utilizados ao longo do desenvolvimento do trabalho. Os detalhes do projeto desenvolvido são apresentados no Capítulo 4.

# CAPÍTULO 4

## Desenvolvimento do Simulador

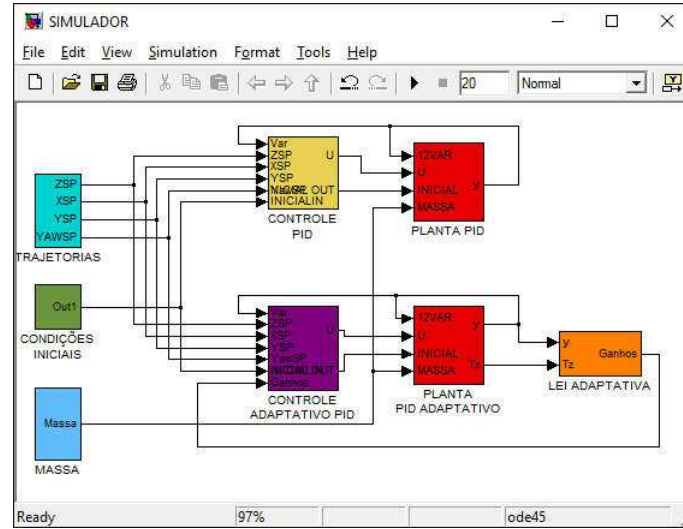
- 4.1 Apresentação
  - 4.2 Blocos “PLANTA PID” E “PLANTA PID ADAPTATIVO”
  - 4.3 Blocos “CONTROLE PID” e “CONTROLE PID ADAPTATIVO”
    - 4.3.1 Projeto de um Controlador PID Clássico
    - 4.3.2 Projeto de um Controlador PID Adaptativo
  - 4.4 Demais Blocos
  - 4.5 Conclusão
- 

### 4.1 Apresentação

Para aplicação da metodologia de controle proposta, foi desenvolvido um simulador na plataforma Simulink<sup>®</sup>, contendo a modelagem do veículo contemplada no capítulo 2 e as técnicas de controle explícitas no capítulo 3.

Na Figura 4.1 está presente a tela principal do simulador desenvolvido. Nota-se a presença dos blocos “TRAJETÓRIAS” (ciano), “CONDIÇÕES INICIAIS” (verde escuro), “MASSA” (azul claro), “CONTROLE PID” (amarelo), “CONTROLE PID ADAPTATIVO” (roxo), os blocos que comportam o modelo do quadricóptero “PLANTA PID” e “PLANTA PID ADAPTATIVO” (vermelho) e o bloco “LEI ADAPTATIVA” (laranja). Cada bloco será descrito na sequência deste capítulo.

Figura 4.1: Tela principal do simulador desenvolvido.



#### 4.2 Blocos “PLANTA PID” E “PLANTA PID ADAPTATIVO”

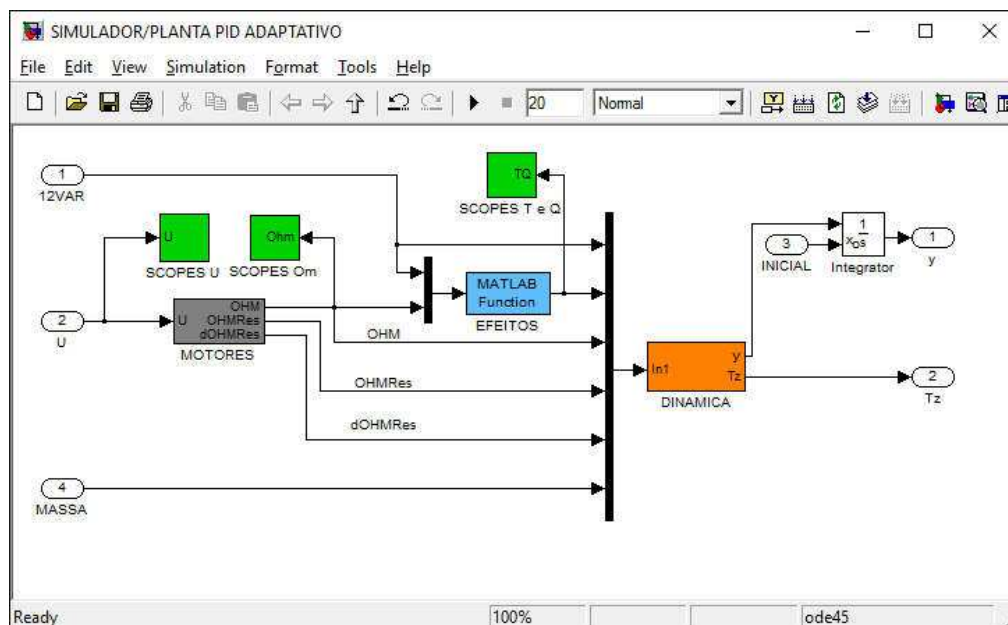
Os blocos “PLANTA PID” E “PLANTA PID ADAPTATIVO” são o cerne deste trabalho por comportarem o modelo do veículo utilizado. O conteúdo de ambos é idêntico e está ilustrado na Figura 4.2, havendo diferença nos nomes apenas a critério de organização do simulador.

Os blocos possuem como entradas as seis variáveis de estado juntamente com suas derivadas  $(\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z})$ , resumidamente as coordenadas generalizadas descritas pela mecânica de Lagrange, as variáveis de controle  $(U_1, U_2, U_3, U_4)$ , as condições iniciais que transpassam os respectivos blocos de controle e o valor da massa do veículo oriundo do bloco homônimo. A saída destes blocos fornece os próprios valores atualizados das seis variáveis de estado e suas derivadas.

Na implementação, foram contemplados alguns fatores visando a maior proximidade com o modelo real, sendo:

- Comportamento não linear dos rotores;
- Efeito Giroscópio do corpo;
- Efeito Giroscópio das hélices;

Figura 4.2: Interior do bloco “PLANTA PID ADAPTATIVO”.



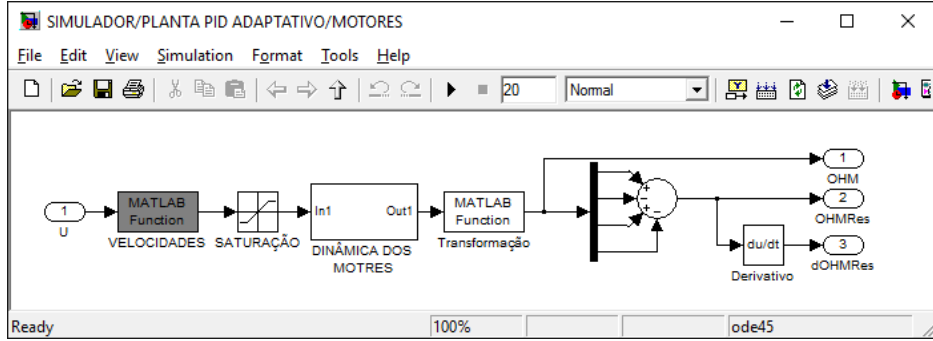
Na Figura 4.2 é possível notar o bloco “MOTORES”, responsável por transformar os valores das variáveis de controle U nas velocidades rotacionais de cada um dos rotores. Este processo se dá de acordo com o algoritmo presente no subsistema ilustrado na Figura 4.3.

Conforme a Figura 4.3, verifica-se que primeiramente o bloco “VELOCIDADES” transforma as variáveis de controle nas velocidades rotacionais a partir da relação extraída da equação (2.1) e, em seguida, aplica uma transformação linear para melhor enquadramento numérico dos dados nos passos subsequentes. Na etapa seguinte, esses valores são condicionados ao máximo de 125, mimetizando a limitação física dos rotores e, então, adentram o bloco “DINÂMICA DOS MOTORES”.

Este bloco possui uma função de transferência inspirada nos ensaios presentes no trabalho de Bouabdallah (2007) e está descrita na equação (4.1). A utilização dessa função implica no aumento do realismo do simulador na medida em que o torna capaz de reproduzir o tempo de resposta dos rotores da aeronave real ao partirem do repouso até alcançarem a velocidade desejada. Posteriormente é aplicada ao sinal a transformação linear inversa à anterior para recondicioná-los aos valores reais de velocidade. Finalmente, são calculados os valores da velocidade residual ( $\Omega_R$ ) e sua derivada temporal ( $\dot{\Omega}_R$ ) para que sejam utilizados no bloco “DINÂMICA”.



Figura 4.3: Interior do bloco “MOTORES”.



No subsistema seguinte, nomeado “EFEITOS”, são calculadas as forças oriundas da ação dos rotores. As entradas são as 12 coordenadas generalizadas do sistema e as velocidades angulares dos rotores recém-calculadas. As saídas são os valores das forças de empuxo ( $T_1, T_2, T_3, T_4$ ) e arraste ( $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$ ) de cada um dos quatro rotores.

$$F(s) = \frac{39451s^3 - 340,09s^2 + 3,3928s}{42107s^3 + 5589,7s^2 + 74,387s + 1} \quad (4.1)$$

Para isto, primeiramente, são calculados os coeficientes de empuxo e arrasto a partir das equações (4.2) e (4.3).

$$C_T = \sigma\alpha \left[ \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{4}\mu^2 \right) \theta_0 - (1 + \mu^2) \frac{\theta_{tw}}{8} - \frac{1}{4}\lambda \right] \quad (4.2)$$

$$C_H = \sigma\alpha \left[ \frac{1}{4}\mu\bar{C}_d + \frac{1}{4}\lambda\mu(\theta_0 - \frac{\theta_{tw}}{2}) \right] \quad (4.3)$$

Finalmente calcula-se as forças de empuxo e arraste para cada um dos rotores conforme as equações (4.4) e (4.5).

$$T = C_T \rho A (\Omega R_{rad})^2 \quad (4.4)$$

$$H = C_H \rho A (\Omega R_{rad})^2 \quad (4.5)$$

O último bloco presente no subsistema do modelo da planta é aqui nomeado “DINÂMICA”. Ele recebe os valores das doze coordenadas generalizadas, das forças de empuxo e arraste calculadas no bloco anterior, das velocidades rotacionais dos rotores, velocidade residual e sua derivada, calculadas no bloco “MOTORES” e do valor atual da massa do veículo, para ser capaz de, enfim, atualizar os valores das variáveis de estado do sistema, através das equações (2.28) e (2.37).

### 4.3 Blocos “CONTROLE PID” e “CONTROLE PID ADAPTATIVO”

São os blocos responsáveis por implementar as estratégias de controle desenvolvidas neste trabalho. O primeiro encarrega-se de atuar na planta a partir de uma abordagem PID clássica, já o segundo apresenta um esquema PID semelhante, porém com a capacidade de acomodar seus ganhos conforme o valor estimado da massa do veículo a cada instante de tempo.

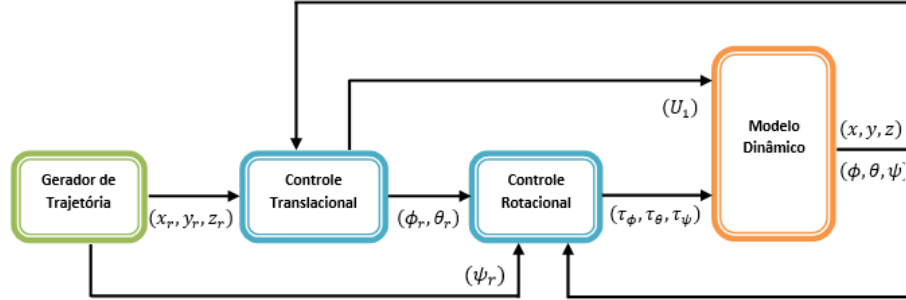
Ambos os blocos possuem como entradas as seis variáveis de estado com suas derivadas  $(\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z})$  e os valores de referência  $(x_d, y_d, z_d, \psi_d)$  advindos do bloco “TRAJETÓRIAS”. As condições iniciais oriundas do bloco homônimo transpassam os blocos da planta por motivo de organização da área de trabalho do Simulink®.

#### 4.3.1 Projeto de um Controlador PID clássico

A aplicação do controlador PID clássico foi executada a partir de uma estratégia de controle em cascata, conforme diagrama presente na Figura 4.4. Isto se deve à característica subatuada da planta e a limitação dos controladores PID em lidar com essa característica. Conforme Lima (2015), esta estratégia é composta por um controlador interno responsável pelo subsistema rotacional e por um controlador externo que viabiliza os movimentos translacionais. Apenas dessa maneira é possível obter o controle pleno da aeronave.

Primeiramente é aplicado o PID individualmente sobre o erro das variáveis  $(x, y, z, \psi)$  e, assim, obtidos os valores respectivos valores de  $x_c, y_c, z_c$  e  $\psi_c$ . Em seguida,  $U_1, U_x$  e  $U_y$  são calculados conforme as equações (4.6) e, posteriormente convertidas nos valores de referência virtuais  $\theta_d$  e  $\phi_d$  através das equações (4.7). Estas equações são oriundas de manipulações das equações (2.28).

Figura 4.4: Diagrama da estrutura de controle em cascata utilizada também neste trabalho (Lima, 2015).



Finalmente, estes valores são conduzidos aos respectivos blocos de PID das variáveis correspondentes e obtém-se os valores de  $U_2$  e  $U_3$ .

$$U_1 = \frac{(z_c + g) \cdot m}{\cos(\phi) \cdot \cos(\theta)}$$

$$U_x = \frac{x_c \cdot m}{U_1} \quad (4.6)$$

$$U_y = \frac{y_c \cdot m}{U_1}$$

$$\begin{aligned} \phi_d &= \arcsen[Ux \cdot \sen(\psi) - Uy \cdot \cos(\psi)] \\ \theta_d &= \frac{\arcsen[Ux - \sen(\phi) \cdot \sen(\psi)]}{\cos(\phi) \cdot \cos(\psi)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

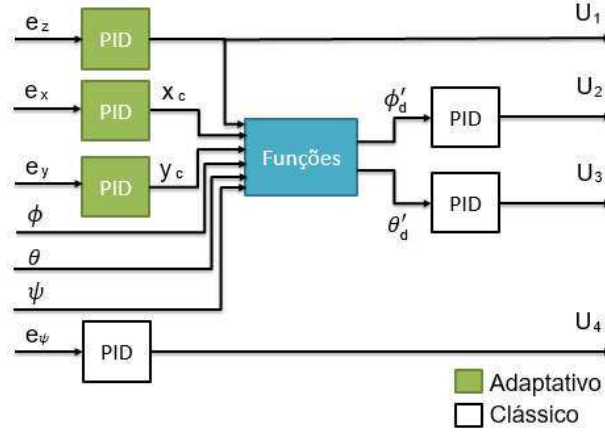
#### 4.3.2 Projeto de um Controlador PID Adaptativo

O esquema de controle PID adaptativo proposto neste trabalho possui a mesma configuração do PID clássico em cascata esquematizado na Figura 4.4. A inovação aqui diz respeito à adaptabilidade dos ganhos dos controladores PID das variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$  mediante detecção da variação da massa da aeronave.

A estrutura do controlador presente neste trabalho está esquematizada na Figura 4.5. É possível notar a disposição em cascata dos controladores a ser explicada mais à frente. Salienta-se que, neste trabalho, os valores dos ganhos dos controladores PID dos ângulos de atitude do veículo mantêm-se inalterados, havendo ação adaptativa apenas sobre os ganhos

das coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Nesta figura, o bloco “Funções” ilustra a atuação das equações (4.6) e (4.7), capazes de gerar os valores virtuais  $\phi'_d$  e  $\theta'_d$  que adentram os respectivos blocos PID.

Figura 4.5: Diagrama representativo da estrutura de controle deste trabalho.



#### a) Detecção de variação da massa do veículo

Conforme bibliografia descrita no capítulo 3, o primeiro subsistema fundamental para o funcionamento de um controlador adaptativo é a quantificação ou simples detecção de alteração nos parâmetros da planta a partir de medições auxiliares.

A detecção da variação da massa no simulador é realizada a partir dos valores de  $T_z$  e  $\ddot{z}$  calculados no bloco “DINÂMICA”. É levada em consideração a equação (4.8) presente neste bloco para o cálculo da ação das forças de empuxo atuantes no eixo da coordenada generalizada  $z$ , resultando na equação (4.9) presente no bloco “LEI ADAPTATIVA”.

$$T_z = (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) \cdot [\cos(\theta) \cos(\phi)] \quad (4.8)$$

$$m = \frac{T_z}{\ddot{z} + g} \quad (4.9)$$

Uma vez estimado o valor da massa do veículo em cada ciclo, os parâmetros dos controladores PID são estimados conforme as leis designadas na sequência deste trabalho.

**b) Metodologia para aquisição dos valores ótimos de ganhos para cada massa**

Uma vez implementados a modelagem do quadricóptero em função da massa variante, e o esquema de controle, faz-se necessário obter a Lei de Adaptação do sistema. Para isto, foi proposta uma metodologia de ensaios de modo a se obter uma relação numérica entre o valor pontual da massa e os parâmetros de cada um dos controladores PID dos estados  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

A metodologia para obtenção de cada relação foi de cunho heurística e consistiu na aplicação de uma rotina baseada no método dos algoritmos genéticos (AG) a ser detalhada na sequência.

Primeiramente, para cada um dos três controladores PID, definiu-se o escopo de busca dos valores ideais a partir de um valor inicial obtido pelo Método de Ziegler-Nichols. Considerando que a aplicação deste método visa obtenção de ganhos capazes de melhorar a característica de rejeição de distúrbios e rapidez na resposta, ainda que isso leve à presença de *overshoot*. Os valores iniciais obtidos para uma massa inicial de 2 kg estão presentes na Tabela 4.1.

Em concordância com a teoria de AG brevemente explicada no capítulo 3, o operador de Inicialização é aplicado sobre o escopo definido no processo anterior, obtendo, de modo randômico, a população inicial de cada ensaio.

Tabela 4.1: Valores iniciais de busca para cada PID Adaptativo.

<i>Coordenada</i>	<i>z</i>			<i>x e y</i>		
<i>Tipo</i>	<i>P</i>	<i>I</i>	<i>D</i>	<i>P</i>	<i>I</i>	<i>D</i>
<i>P</i>	5	-	-	0.01	-	-
<i>PI</i>	4.5	1.25	-	0.009	14.166	-
<i>PD</i>	8	-	0.1875	0.016	-	2.125
<i>PID Clássico</i>	6	0.75	0.1875	0.012	8.5	2.125
<i>Pessen</i>	7	0.6	0.225	0.014	6.8	2.55
<i>Baixo OS</i>	3.3	0.75	0.5	0.0066	8.5	5.6666
<i>Sem OS</i>	2	0.75	0.5	0.004	8.5	5.6666

Na sequência, os indivíduos, que possuem o formato de variável contínua, são selecionados mediante uma Função de Aptidão desenvolvida conforme os critérios de análise utilizados na literatura, sendo relevantes: o tempo de subida, a magnitude do *overshoot*, o tempo de acomodação e o erro de regime permanente.

Para cada critério foi adotado um multiplicador  $M_{1-4}$ , consoante com a percepção do projetista e finalmente obtida a função de aptidão utilizada no trabalho, presente na equação (4.10).

$$f_{\text{aptidão}} = M_1 \cdot \left(\frac{1}{TS}\right) + M_2 \cdot \left(\frac{1}{OS}\right) + M_3 \cdot \left(\frac{1}{TA}\right) + M_4 \cdot \left(\frac{1}{e_{RP}}\right) \quad (4.10)$$

A magnitude de cada multiplicador obedeceu ao critério pessoal do projetista, levando em consideração que *overshoot* e o erro de regime permanente deverão ser inexistentes, ainda que isso acarrete um tempo maior de subida e acomodação.

Como operador de Seleção, foi disponibilizada a opção para utilização da Roleta e do Torneio, eximindo-se das opções de seleção gulosa ou dizimadores, de modo a evitar convergência prematura a valores mínimos locais.

O Cruzamento entre os indivíduos foi implementado a partir das equações algébricas 4.11, sendo  $p \in \mathbb{R} / 0 < p < 1$  um valor sorteado aleatoriamente a cada cruzamento.

$$\begin{aligned} I_n^{g+1} &= \frac{p \cdot I_n^g + (1-p) \cdot I_{n+1}^g}{2} \\ I_{n+1}^{g+1} &= \frac{(1+p) \cdot I_n^g + (2-p) \cdot I_{n+1}^g}{2} \\ I_{n+2}^{g+1} &= \frac{(1-p) \cdot I_n^g + (1+p) \cdot I_{n+1}^g}{2} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Nota-se a obtenção de 3 indivíduos, dentre os quais é realizado um sorteio para definição de qual será descartado.

Em seguida, é empregado o operador de Mutação, o qual sorteia um indivíduo aleatório da geração  $(g+1)$  obtida naquela época e lhe é aplicado o cálculo presente na equação (4.12), onde  $m \in \mathbb{R} / -2 < p < 2$ .

$$I_n^{g+1} = m \cdot I_n^g \quad (4.12)$$

Realizados os cruzamentos e a mutação, para consolidação da geração  $(g + 1)$  é adotado o critério do Elitismo, no qual, após a realização dos ensaios e calculada a aptidão de cada um dos novos indivíduos, o sujeito com menor aptidão é substituído pelo sujeito com melhor aptidão da geração anterior  $(g)$ , condicionado ao fato da aptidão deste ser maior em relação à aptidão do melhor indivíduo de  $(g + 1)$ .

No final de cada ciclo é realizada a verificação das condições de parada, que contemplam um número máximo de épocas e o cumprimento de um requisito escolhido, sendo, neste trabalho, um valor suficientemente alto da função de aptidão.

Ao final dos ensaios, foram obtidos os valores ótimos dos ganhos dos controladores PID das variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$  para cada valor da massa do veículo no intervalo  $m = [1 \ 1,5 \ 2 \ 2,5 \ 3]$ . Os ganhos obtidos após a realização dos ensaios encontram-se expostos na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Ganhos ótimos dos controladores de  $x$ ,  $y$  e  $z$ , obtidos pelo método heurístico de Algoritmos Genéticos.

<i>Coordenada</i>	<i>z</i>			<i>x e y</i>		
<i>Massa (kg)</i>	<i>P</i>	<i>I</i>	<i>D</i>	<i>P</i>	<i>I</i>	<i>D</i>
1	8,2	0,005	2,2	2,8	0	1,8
1.5	10,5	0,195	3,3	4	0	2
2	13,1	1,45	4	5,5	0	2,4
2.5	15,3	2,2	4,8	6	0	2,3
3	18	2,25	5,8	11	0	2,9
3.5	20,6	1,54	8,5	3,5	0	1,1

### c) Obtenção das Leis de Adaptação mediante ajuste de curva

Os valores ótimos obtidos pela aplicação de Algoritmos Genéticos foram submetidos a vários ensaios de ajuste de curva para que fosse encontrada uma função matemática entre o valor instantâneo de massa total do veículo e de cada um dos ganhos dos controladores em questão.

Considera-se que, devido à simetria considerada na modelagem de corpo rígido, explicitada no capítulo 2, a dinâmica do sistema é exatamente a mesma nas coordenadas  $x$  e  $y$ , o que levou à necessidade de apenas um ajuste de curva.

Os dados presentes na Tabela 4.2 foram sujeitos aos ensaios com diferentes funções matemáticas e cada ganho foi tratado de forma independente dos demais, de forma que, em

um mesmo controlador, cada ganho será calculado unicamente em função da massa. Para este ensaio, foi utilizada a toolbox “*Curve Fitting*” presente no Matlab®.

Na Tabela 4.3 estão presentes as funções utilizadas para aproximação das curvas dos ganhos do PID das coordenada  $x$  e  $y$ , e os respectivos coeficientes de determinação ( $R^2$ ), e na Figura 4.6, os gráficos da massa em relação à cada um dos ganhos com as respectivas funções de aproximação.

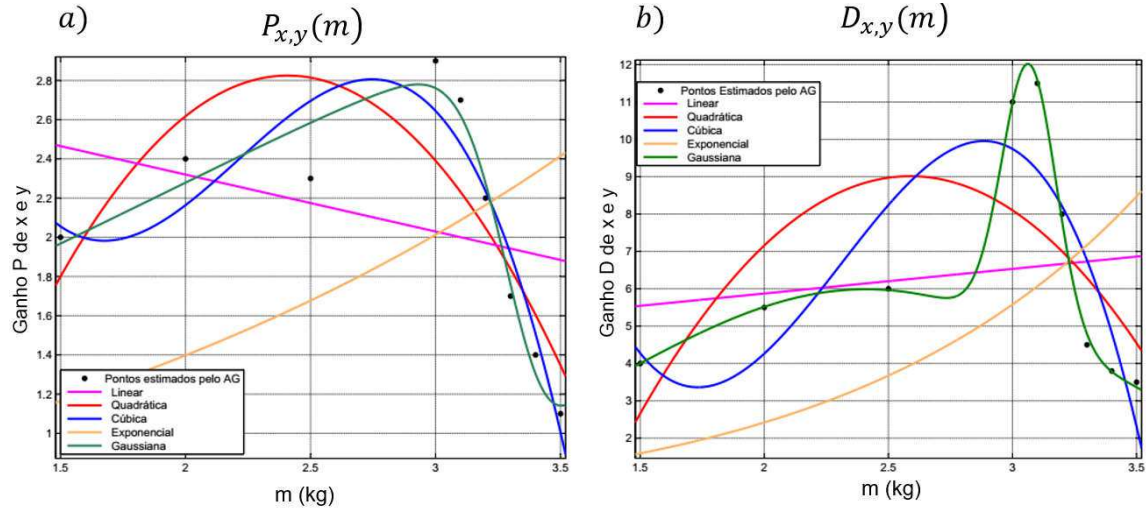
Tabela 4.3: Funções de aproximação para a relação entre os ganhos do PID de  $x$  e  $y$  com a massa do veículo.

<i>Coordenadas <math>x</math> e <math>y</math></i>			
<i>Função</i>	<i>P</i>	<i>I</i>	<i>D</i>
Linear	$P_{x,y}(m) = 0,6588m + 4,556$ $R^2 = 0,2192$	-	$P_{x,y}(m) = -0,2904m + 2,9$ $R^2 = 0,5946$
Quadrática	$P_{x,y}(m) = -5,37m^2 + 27,79m - 26,94$ $R^2 = 0,4013$	-	$P_{x,y}(m) = -1,242m^2 + 5,981m - 4,379$ $R^2 = 0,5974$
Cúbica	$P_{x,y}(m) = -8,617m^3 + 59,68m^2 - 129,2m + 92,87$ $R^2 = 0,7176$	-	$P_{x,y}(m) = -1,341m^3 + 8,894m^2 - 18,5m + 14,33$ $R^2 = 0,7714$
Exponencial	$P_{x,y}(m) = 0,4555e^{(0,8351m)}$ $R^2 = -0,7191$	-	$P_{x,y}(m) = 0,6743e^{(0,3645m)}$ $R^2 = -1,197$
Gaussiana	$P_{x,y}(m) = 7,158e^{-\left(\frac{m-3,067}{0,1536}\right)^2} + 5,987e^{-\left(\frac{m-2,41}{1,434}\right)^2}$ $R^2 = 0,998$	-	$D_{x,y}(m) = -1,434e^{-\left(\frac{m-3,443}{0,2515}\right)^2} + 3,721e^{-\left(\frac{m-5,576}{5,107}\right)^2} - 5,031 \cdot 10^{13} e^{-\left(\frac{m-17,21}{2,425}\right)^2}$ $R^2 = 0,9491$

Nota-se que, conforme os valores encontrados pelo AG, para as variáveis  $x$  e  $y$ , será utilizado um controlador PD. A partir da análise da Tabela 4.3, atesta-se que, tanto para  $P$  quanto  $D$  a função com melhor coeficiente de determinação é a gaussiana, com  $R^2 = 0,998$  e  $R^2 = 0,9491$ , respectivamente.



Figura 4.6: Funções de aproximação para os ganhos P e D das coordenadas x e y.



Nas Figuras 4.6 (a) e (b), nota-se que a presença de pontos além dos presentes na Tabela 4.2. Isso se deu devido à necessidade de obtenção de medidas auxiliares uma vez que, foi verificado ao longo destes ensaios que os pontos utilizados anteriormente não proporcionavam a convergência desejada a partir de nenhuma curva proposta.

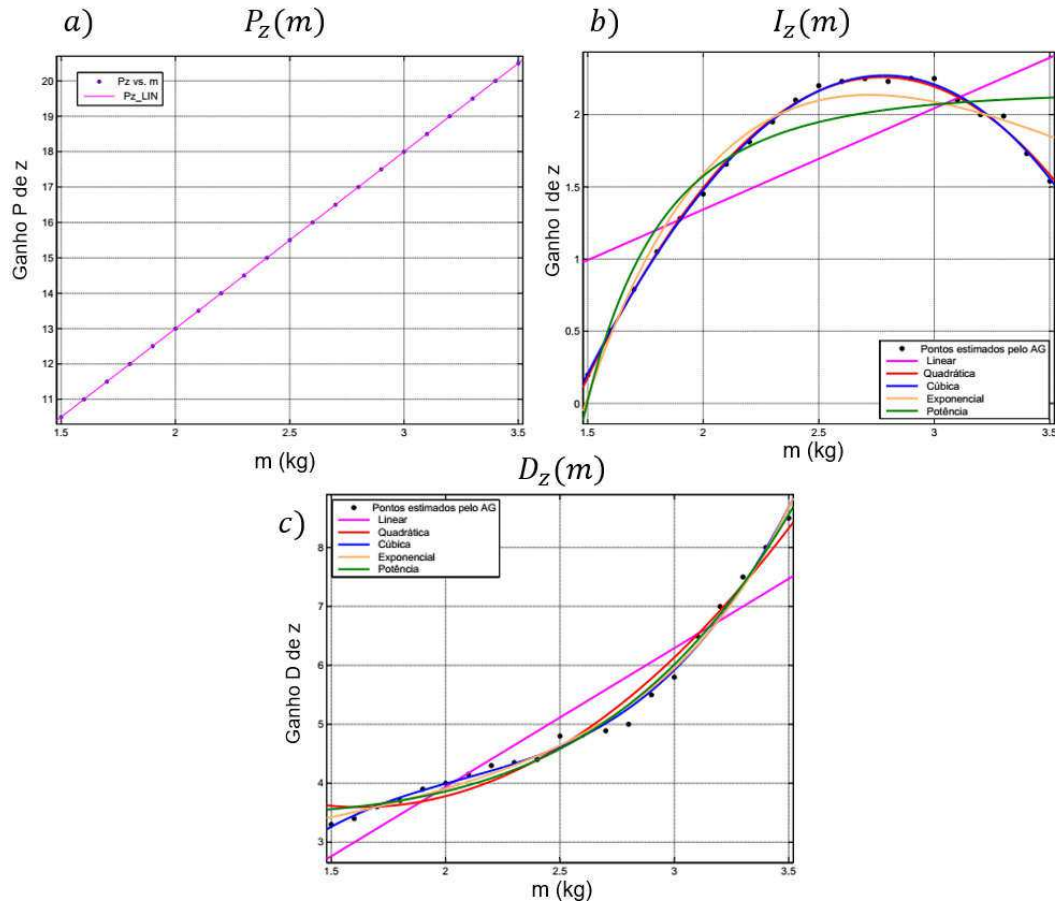
Da mesma maneira, estão presentes na Tabela 4.4 os testes realizados para os ganhos dos controladores do eixo  $z$ , bem como na Figura 4.7 as respectivas representações gráficas das funções de aproximação dos ganhos em função da massa.

Tabela 4.4: Funções de aproximação para a relação entre os ganhos do PID de  $z$  e a massa do veículo.

Coordenada $z$			
Função	$P$	$I$	$D$
Linear	$P_z(m) = 5m + 3$ $R^2 = 0,9987$	$I_z(m) = 0,7014m - 0,06017$ $R^2 = 0,5051$	$D_z(m) = 2,36m - 0,77$ $R^2 = 0,8939$
Quadrática	-	$I_z(m) = -1,283m^2 + 7,114m - 7,606$ $R^2 = 0,9972$	$D_z(m) = -1,35m^2 - 4,41m + 7,19$ $R^2 = 0,9799$
Cúbica	-	$I_z(m) = -0,07m^3 - 0,72m^2 - 5,76m - 6,57$ $R^2 = 0,9977$	$D_z(m) = 1,04m^3 - 6,47m^2 + 14,45m - 7,39$ $R^2 = 0,994$
Exponencial	-	$I_z(m) = 9,411 \cdot 10^4 e^{(-0,8134m)} - 9,41 \cdot 10^4 e^{(-0,8136m)}$ $R^2 = 0,9598$	$D_z(m) = 2,49e^{(0,2m)} + 0,006e^{(1,86m)}$ $R^2 = 0,9913$
Potência	-	$I_z(m) = -13,27x^{-4,49} + 2,17$ $R^2 = 0,8718$	$D_z(m) = 0,02x^{4,47} + 3,44$ $R^2 = 0,9888$

Na Figura 4.7, é notável a aproximação da função linear com os pontos obtidos. Este fato juntamente com o valor de  $R^2 = 0.9987$  para este ensaio, levou à conclusão de que, para o intervalo testado, a função linear seria suficientemente próxima ao padrão obtido pelo AG.

Figura 4.7: Funções de aproximação para os ganhos P, I e D da coordenada z.



Nas Figuras 4.7 (b) e (c), nota-se novamente a presença de mais pontos oriundos do AG. O motivo, do mesmo modo que nos ensaios para determinação dos ganhos do PID de  $x$  e  $y$ , é aumentar as garantias de aproximação das funções testadas.

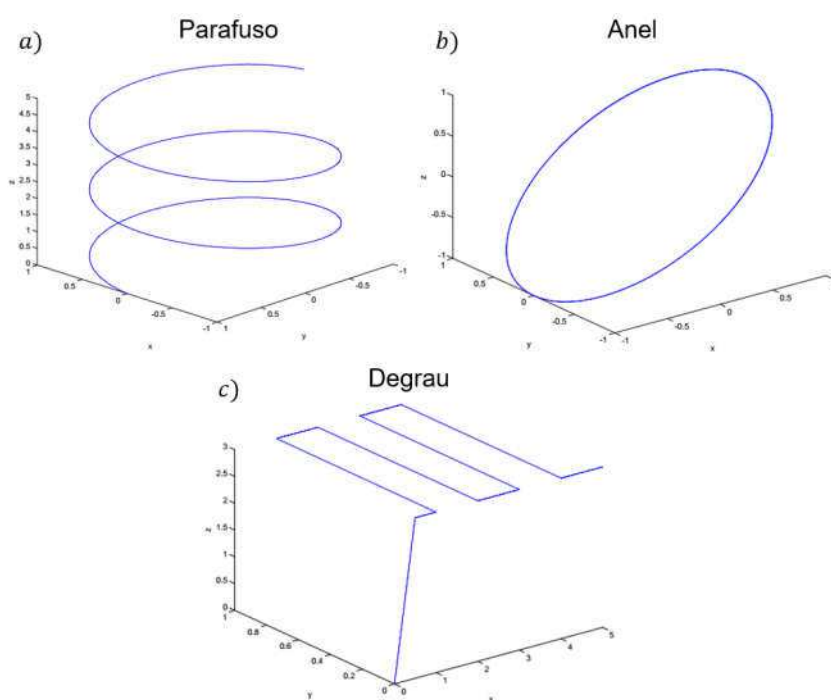
#### 4.4 Demais Blocos

Dentre os demais blocos presentes no sistema, encontram-se: “CONDIÇÕES INICIAIS”, “TRAJETÓRIAS”, “MASSA” e “LEI ADAPTATIVA”.

O primeiro fornece para o simulador os valores iniciais das doze coordenadas generalizadas do sistema, podendo ser escolhidos individualmente pelo próprio projetista.

O bloco “TRAJETÓRIAS” consiste em três diferentes geradores de função para cada variável ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ) sendo: constante, senóide e rampa. Combinados eles são capazes de gerar inúmeras trajetórias, por exemplo, o parafuso, o anel e o degrau de varredura. Na Figura 4.8, encontram-se entre as trajetórias mais utilizadas na literatura para testes de quadricópteros.

Figura 4.8: Trajetórias utilizadas para a realização dos testes com o controlador.



As trajetórias “Parafuso” e “Anel” são pertinentes para realização de testes em situações de curva suave, já a trajetória “Degrau”, além de ser útil para análise do desempenho da estratégia de controle em curvas bruscas, também configura como uma trajetória utilizada em situações práticas de varredura de área.

No bloco “MASSA”, é fornecido o valor da massa do veículo ao longo do tempo de simulação. Três diferentes padrões poderão ser gerados: massa constante, variação suave ou variação brusca positiva ou negativamente. Dessa forma, inúmeras situações práticas envolvendo alteração de massa do veículo são contempladas no simulador, das quais alguns exemplos encontram-se descritos na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Sugestões de aplicações de quadricóptero com diferentes padrões de variação de massa.

<i><b>Variação de massa</b></i>	<i><b>Positiva</b></i>	<i><b>Negativa</b></i>
Brusca	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Acoplamento repentino de massa;</li> <li>▪ Veículos utilizados no combate ao fogo (etapa de captação de água).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Retirada repentina de massa acoplada ao veículo;</li> <li>▪ Veículos utilizados no combate ao fogo (etapa de despejo de água).</li> <li>▪</li> </ul>
Suave	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Carregamento de carga líquida para transporte.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transporte de cabeamento elétrico para instalação.</li> </ul>

Nota-se que o simulador não contempla variação do momento de inércia em nenhum eixo do veículo, bem como a alteração do centro de gravidade e o efeito gangorra proporcionado pela aceleração e desaceleração brusca da aeronave sobre uma massa apenas ao veículo.

Finalmente, no bloco “LEI ADAPTATIVA”, é implementado o mecanismo de reconhecimento da variação da massa a partir de medições auxiliares e os valores atualizados dos ganhos dos controladores.

São entradas destes bloco: as variáveis  $\ddot{z}$  e  $T_z$ , e saídas os ganhos atualizados. A metodologia implementada aqui está descrita no item 4.3 por motivo de organização.

## 4.5 Conclusão

Neste trabalho foi obtido um simulador capaz de reproduzir o comportamento de um VTOL quadricóptero considerando os efeitos mais relevantes presentes no voo destas aeronaves. Na sequência, foi projetado um controlador PID adaptativo capaz de aprimorar o desempenho da aeronave para cumprimento de trajetórias perante variação de massa.

A Lei de Atualização presente no controlador foi encontrada através da aplicação do método heurístico de Algoritmos Genéticos juntamente com técnicas para ajuste de curvas.

Os resultados comparativos que atestam a eficiência do controle utilizado encontram-se no capítulo 5.

# CAPÍTULO 5

## Resultados e Discussões

- 5.1 Ensaios de Estabilidade
- 5.2 Ensaios na Trajetória “Degrau”
- 5.3 Ensaios na Trajetória “Anel”
- 5.4 Ensaios na Trajetória “Helicoidal”
- 5.5 Conclusões
- 5.6 Trabalhos Futuros

---

Com o objetivo de aferir sobre a eficiência do método de controle proposto, foram realizados ensaios em três diferentes trajetórias e de estabilidade, combinados com quatro tipos de variação de massa, resultando em dezesseis diferentes ensaios que se encontram enumerados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Valores iniciais de busca para cada PID Adaptativo.

<i>Ensaio</i>	Variação brusca de massa		Variação suave de massa	
	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa
<i>Ponto Fixo (estabilidade)</i>	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4
<i>Degrau</i>	Ensaio 5	Ensaio 6	Ensaio 7	Ensaio 8
<i>Anel</i>	Ensaio 9	Ensaio 10	Ensaio 11	Ensaio 12
<i>Helicoidal</i>	Ensaio 13	Ensaio 14	Ensaio 15	Ensaio 16

Para todos os ensaios foram estipulados: tempo de duração de 40 segundos e tempo de aplicação da variação de massa em 10 segundos. Após a realização de cada ensaio, foram gerados os gráficos da trajetória no espaço e do comportamento das coordenadas x, y e z da referência, do sistema com controlador PID convencional sem adaptação e do sistema controlador pelo método PID adaptativo proposto neste trabalho, além do gráfico das saídas de controle ( $U_{1-4}$ ) deste controlador e da variação da massa.

A descrição de cada ensaio, bem como o comportamento das variáveis de interesse será exposta na sequência deste capítulo seguidos dos gráficos do comportamento das variáveis de controle e das Tabelas contendo os Erros máximo, mínimo e quadrático médio (E.Q.M.) entre a referência e as trajetórias controladas por ambos controladores nos três eixos de deslocamento. Os valores dos erros, serão tomados a partir da aplicação da variação de massa, uma vez que o comportamento dos controladores é similar antes desse instante. Os gráficos das variáveis de controle em cada ensaio são apresentados no apêndice do trabalho.

Em todos os ensaios, tanto o controlador PID clássico quanto o adaptativo possuem os mesmos ganhos até o tempo de início da variação de massa em 10 segundos, a partir daí os ganhos do controlador adaptativo são alterados conforme metodologia explicitada no capítulo 4.

Após a apresentação do resultado de cada ensaio, será realizada uma explanação acerca dos resultados obtidos nos gráficos de cada ensaio.

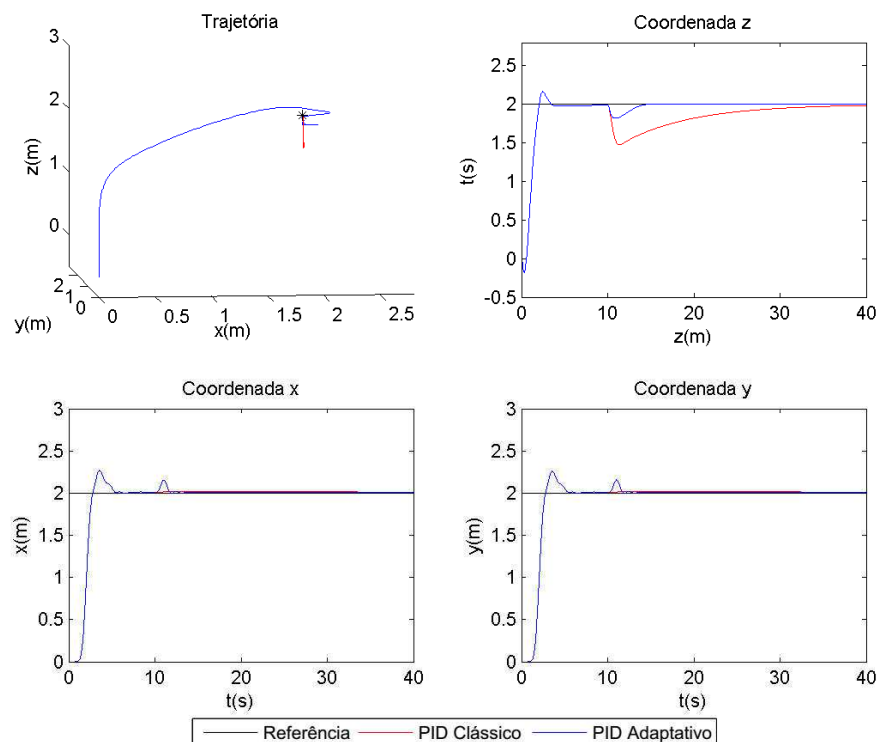
### 5.1 Ensaios de Estabilidade

Os ensaios de estabilidade foram elaborados para testar a capacidade do controlador em manter o veículo em uma mesma posição dados os diferentes impulsos de alteração de sua massa. Para tal, todos os quatro ensaios foram efetivados com os seguintes parâmetros:

- Condições Iniciais:  $\xi_0 = [0, 0, 0]$  e  $\eta_0 = [0, 0, 0]$ .
- Referência:  $\xi_{ref} = [2, 2, 2]$  e  $\eta_{ref} = [0, 0, 0]$ .

Na Figura 5.1 são expostos os comportamentos das coordenadas de interesse e a trajetória cumprida no espaço tridimensional após a realização do Ensaio 1, cuja variação de massa ocorreu de forma brusca no formato de uma função degrau indo da massa inicial  $m_0 = 2kg$  para uma massa final  $m_0 = 3kg$ .

Figura 5.1: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 1.



A partir dos gráficos presentes na Figura 5.1, nota-se a presença de sobressinal e baixo tempo de resposta e acomodação em ambos controladores. A partir do tempo de disparo, verifica-se a dificuldade do controlador clássico em lidar com o degrau de massa, ao observar uma queda da aeronave de ordem superior a 25% da sua altitude, ainda que tenha gerado a surgimento de um pequeno sobressinal nos eixos x e y. O tempo de resposta e acomodação do PID adaptativo mostrou-se bem inferior no eixo z e o erro de regime permanente praticamente nulo em todas as coordenadas.

Na Tabela 5.2, verifica-se que nos eixos x e y, o erro quadrático médio indicou que o controlador convencional, a princípio, apresentou um comportamento mais próximo do desejado, no entanto, a análise do erro mínimo aponta um erro menor no regime permanente provido pelo controlador adaptativo além de um ganho considerável de desempenho na coordenada z.

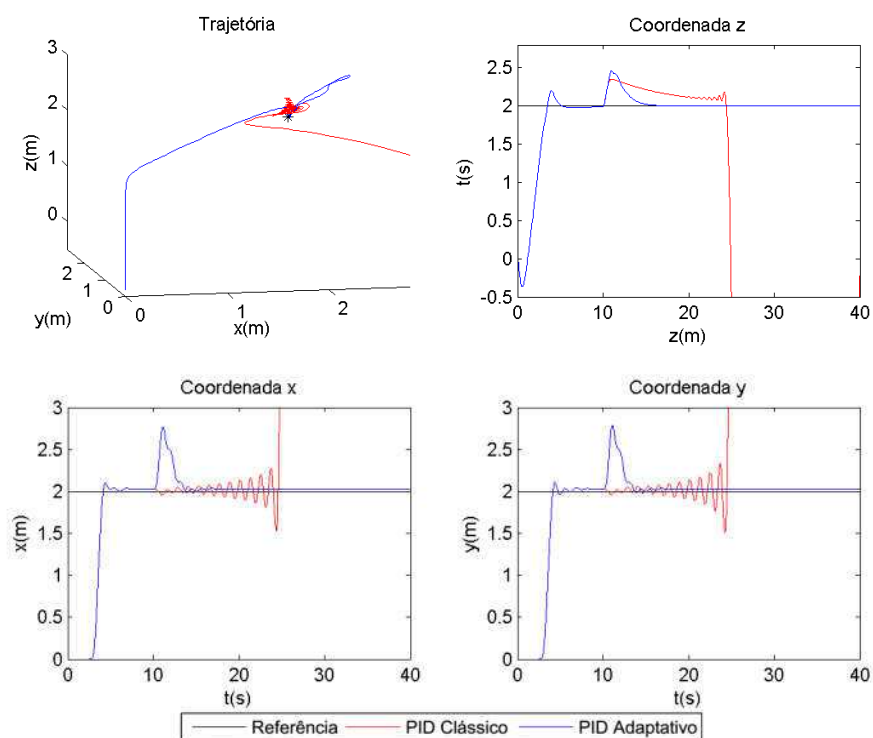
No Ensaio 2, fora mantida a referência e as condições iniciais, havendo alteração na variação da massa que passa a ser negativa, variando de  $m_0 = 3kg$  para  $m_0 = 2kg$ , novamente

sob a forma de uma função degrau. Os gráficos do comportamento resultante deste ensaio encontram-se na Figura 5.2.

Tabela 5.2: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 1.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 1	Y	Adaptativo	0,156179	0,000245	0,000952
		PID Conv.	0,017044	0,008794	0,000203
	X	Adaptativo	0,15444	0,000124	0,000934
		PID Conv.	0,017637	0,008563	0,000207
	Z	Adaptativo	0,179315	2,3E-09	0,003144
		PID Conv.	0,523279	0,011147	0,054784

Figura 5.2: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 2.



A análise destes gráficos permite a percepção de que, embora o sistema controlado pelo PID clássico apresente menor *overshoot* no instante de diminuição brusca da massa no centro de gravidade do veículo, ele mostrou-se instável na nova configuração do sistema nas três



coordenadas de interesse. Já o controlador PID adaptativo foi capaz de, alterando seus ganhos, adaptar-se à nova configuração da planta e manter o sistema em malha fechada dentro da região de estabilidade, ainda que tenha havido um considerável sobressinal no momento de disparo da variação da massa.

Os dados presentes na Tabela 5.3 corroboram o ganho de desempenho na utilização do controlador adaptativo em detrimento do convencional.

Tabela 5.3: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 2.

	<i>Coorden.</i>	<i>Controlador</i>	<i>E. Max</i>	<i>E. Min</i>	<i>E. Q. M.</i>
Ensaio 2	Y	Adaptativo	0,792443	0,000346	0,029215
		PID Conv.	8	7,21E-05	19,1813
	X	Adaptativo	0,775544	0,00032	0,028985
		PID Conv.	8	9,14E-05	16,00621
	Z	Adaptativo	0,460006	2,81E-11	0,013666
		PID Conv.	12	0,000479	35,41751

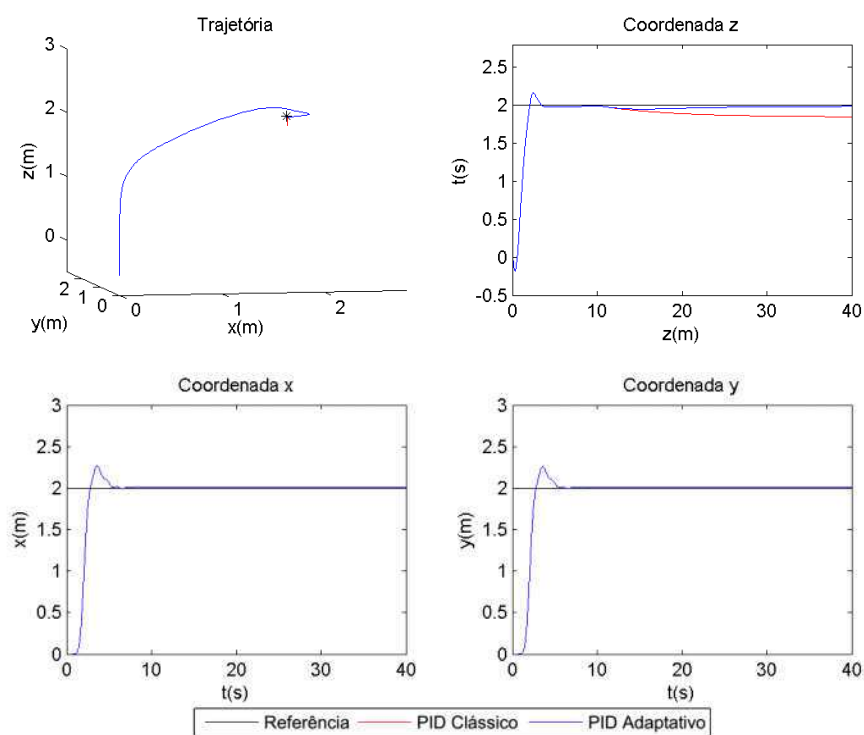
No Ensaio 3, a massa inicial  $m_0 = 2kg$  é acrescida suavemente à uma taxa de  $\Delta m = \frac{1}{30} kg / s$  a partir do tempo de 10 segundos até alcançar o valor de  $m_f = 3kg$  no instante de 40 segundos. O comportamento dos sistemas neste ensaio está presente na Figura 5.3 e na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 3.

	<i>Coorden.</i>	<i>Controlador</i>	<i>E. Max</i>	<i>E. Min</i>	<i>E. Q. M.</i>
Ensaio 3	Y	Adaptativo	0,013263	0,006748	0,000147
		PID Conv.	0,01279	0,009066	0,000138
	X	Adaptativo	0,013465	0,006796	0,00015
		PID Conv.	0,012883	0,008861	0,000141
	Z	Adaptativo	0,049127	0,011005	0,000944
		PID Conv.	0,149476	0,011005	0,013776

Os dados que constam na Tabela 5.4, indicam que não houve diferença significativa no desempenho dos controladores nas coordenadas  $x$  e  $y$ , no entanto, verifica-se que o controlador convencional foi incapaz de rejeitar o erro em regime permanente até o fim do ensaio, acumulando um erro quadrático médio aproximadamente 14,6 vezes maior que o controlador adaptativo até o tempo de 40s

Figura 5.3: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas  $z$ ,  $x$  e  $y$  mediante aplicação do Ensaio 3.



Os resultados presentes nos gráficos da Figura 5.3 indicam a considerável melhora na performance que o método adaptativo proposto é capaz de conferir ao sistema. Apesar de ambos controladores reagirem bem nos eixos  $x$  e  $y$ , observa-se no gráfico da coordenada  $z$  a incapacidade do esquema clássico em lidar com variação constante de massa. Nota-se neste gráfico que a resposta adaptativa recupera-se rapidamente, após ter havido queda ao valor mínimo de  $z = 1.951m$ , diferentemente da resposta do PID convencional que ainda possuía ritmo descendente no instante  $t = 40s$ .

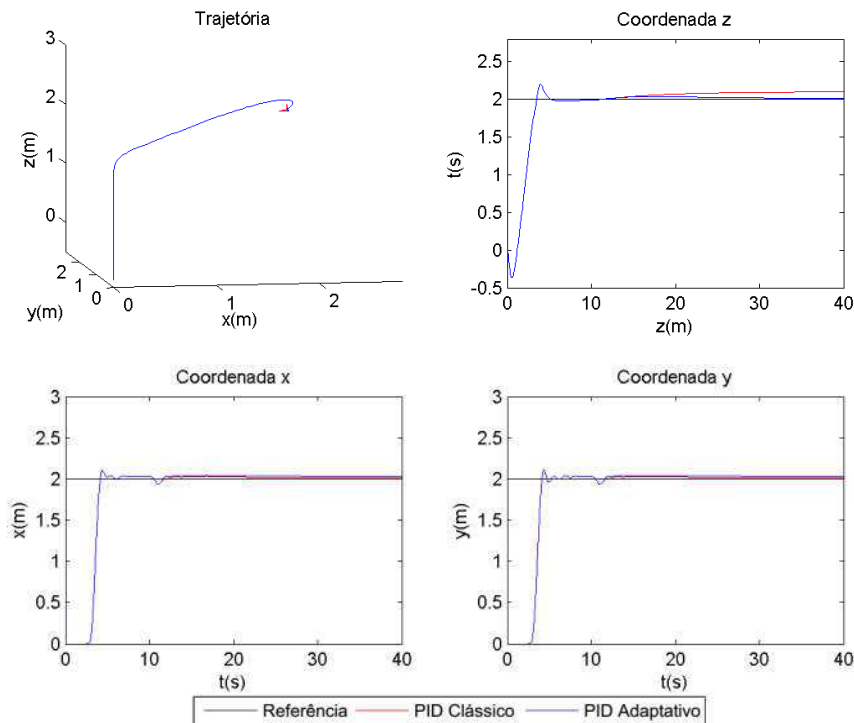
No Ensaio 4, uma variação suave da mesma magnitude do Ensaio 3, mas no sentido decrescente é aplicada, fazendo com que a massa do veículo medida em seu centro de

gravidade varie de  $m_0 = 3kg$  à  $m_f = 2kg$ . Os resultados deste ensaio encontram-se na Figura 5.4.

Tabela 5.5: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 4.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 4	Y	Adaptativo	0,0643	5,39E-05	0,001289
		PID Conv.	0,064887	0,000226	0,000563
	X	Adaptativo	0,065307	0,000282	0,001298
		PID Conv.	0,065911	0,000108	0,000569
	Z	Adaptativo	0,039025	0,000161	0,000648
		PID Conv.	0,100271	9,28E-05	0,00607

Figura 5.4: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 4.



Aqui nota-se um comportamento semelhante ao encontrado no Ensaio 3. Considerando que a variação de massa agora é negativa, é compreensível que o sistema controlado pelo PID clássico seja incapaz de efetivar um bom controle e que o veículo tenda a aumentar sua altitude. O sistema controlado pelo PID adaptativo alcançou uma altitude máxima de

$z = 2.039m$  e logo se recuperou até atingir um nível mínimo de erro permanente, já o sistema do PID clássico possuía a altitude de  $z = 2.1m$  no tempo  $t = 40s$  ainda com viés de subida.

A análise dos dados presentes na Tabela 5.5, permite a verificação do melhor desempenho na coordenada  $z$ , em que o erro médio quadrático foi diminuído para menos de um terço com a utilização do controlador adaptativo, em detrimento do desempenho nas coordenadas  $x$  e  $y$ , em que houve um aumento do valor desse indicador, o que, devido à sua baixa amplitude, não influenciou de forma contundente no desempenho esperado.

## 5.2 Ensaio na Trajetória “Degrau”

A trajetória “Degrau” foi incluída nos testes neste trabalho por ser amplamente utilizada na aplicação dos veículos quadricóptero em tarefas de busca e resgate. Decompondo-a obtêm-se uma função constante na coordenada  $z$  ( $z_{ref}(t) = 2$ ), uma função linear crescente na coordenada  $x$  ( $x_{ref}(t) = 0.2t$ ) e uma função  $y_{ref}(t)$  de onda quadrada com frequência  $1/16Hz$  e amplitude de  $1m$  na coordenada  $y$ .

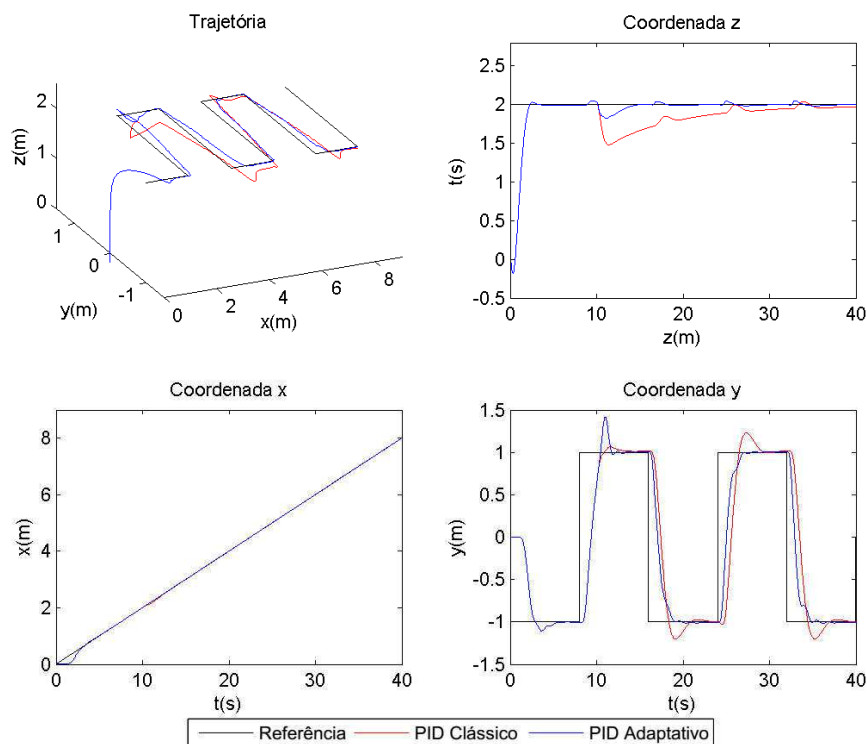
- Condições Iniciais:  $\xi_0 = [0, 0, 0]$  e  $\eta_0 = [0, 0, 0]$ .
- Referência:  $\xi_{ref} = [x_{ref}(t), y_{ref}(t), 2]$  e  $\eta_{ref} = [0, 0, 0]$ .

O Ensaio 5, cujos resultados encontram-se presentes na Figura 5.5, foi realizado a partir da aplicação de um degrau de massa de  $m_0 = 2kg$  para  $m_0 = 3kg$ .

Tabela 5.6: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixo após o Ensaio 5.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 5	Y	Adaptativo	2,010323	0,000149	0,56152
		PID Conv.	2,030325	6,8E-05	0,826711
	X	Adaptativo	0,007985	2,22E-07	4,83E-06
		PID Conv.	0,048455	1,06E-05	0,000121
	Z	Adaptativo	0,180323	2,27E-06	0,002545
		PID Conv.	0,520794	0,000147	0,04535

Figura 5.5: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 5.



É possível perceber neste ensaio a melhora significativa no controle presente nas coordenadas z e y. Na primeira, a queda do quadricóptero no instante da aplicação do degrau é melhor amortizada pelo PID adaptativo, alcançando um valor mínimo de  $z = 1,82m$  em contraposição ao valor mínimo de  $z = 1,479m$  obtido pelo controlador convencional. No gráfico da coordenada y, um overshoot significativo ocorre após o degrau de massa em 10 segundos, no entanto a configuração adaptativa alcança maior êxito em amenizar o sobressinal nos degraus de referência subsequentes, além de possuir menores tempos de resposta e acomodação. Na coordenada x não é verificada diferença significativa entre o desempenho de ambos controladores.

A partir dos dados da Tabela 5.6, verifica-se o ganho de desempenho em todas as coordenadas, sendo, mais significativa a diferença no eixo z, o qual foi nitidamente mais difícil de ser controlado, havendo redução para aproximadamente 5,6% do valor de erro quadrático médio obtido pelo controlador convencional.

Ainda na Tabela 5.6, é possível notar o alto valor do EQM na coordenada y, o que denota o desafio para controlar o veículo por uma trajetória degrau.

No próximo ensaio, nomeado Ensaio 6 foi contemplada a variação brusca de massa partindo de  $m_0 = 3kg$  para  $m_0 = 2kg$  nas mesmas condições iniciais e trajetórias do Ensaio 5. Os resultados apresentam-se através dos gráficos da Figura 5.6.

Figura 5.6: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 6.

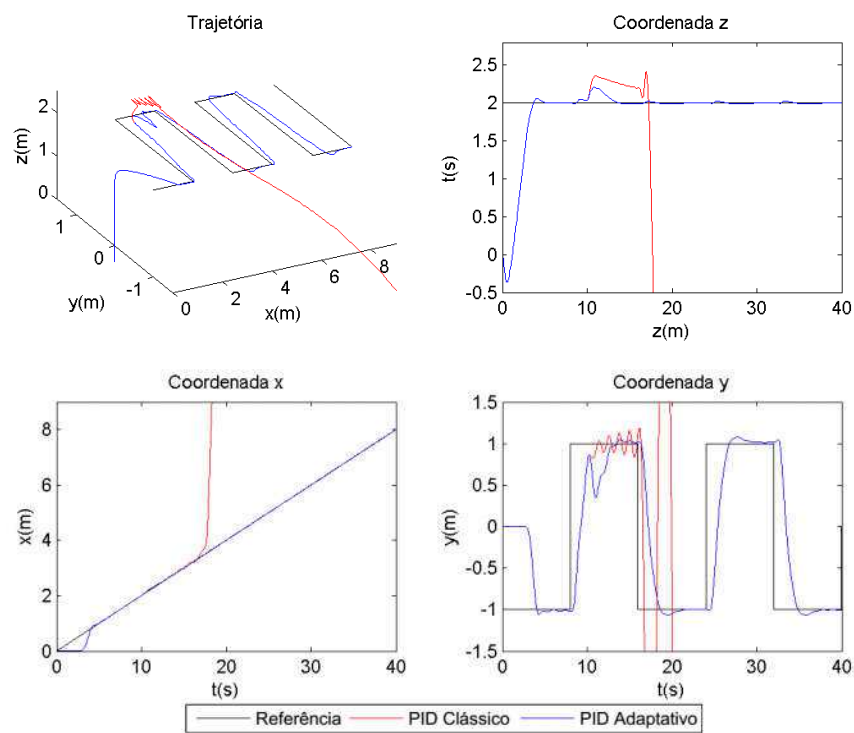


Tabela 5.7: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 6.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 6	Y	Adaptativo	2,044624	6,52E-06	0,691132
		PID Conv.	11	0,000754	54,17732
	X	Adaptativo	0,029757	1,68E-05	9,36E-05
		PID Conv.	6,309767	2,28E-05	11,9941
	Z	Adaptativo	0,211875	9,29E-07	0,003029
		PID Conv.	12	0,01056	86,74108

Os resultados oriundos deste ensaio indicam a completa instabilidade do sistema controlado pela metodologia clássica. A partir da aplicação de um degrau de massa negativo, percebe-se que o subsistema da coordenada  $y$  adquire um comportamento oscilatório e logo após o tempo  $t = 10s$  atinge valores extremamente elevados e que, devido à natureza de alto acoplamento entre as coordenadas generalizadas da planta, levam os eixos  $z$  e  $x$  ao colapso, resultando na queda brusca do veículo.

Por sua vez, o controlador adaptativo alcança sucesso em alterar os ganhos para a nova condição de massa, ainda que tenha havido um pequeno sobressinal no instante de aplicação do degrau de massa e o tempo de resposta ainda não apresentar um comportamento ideal.

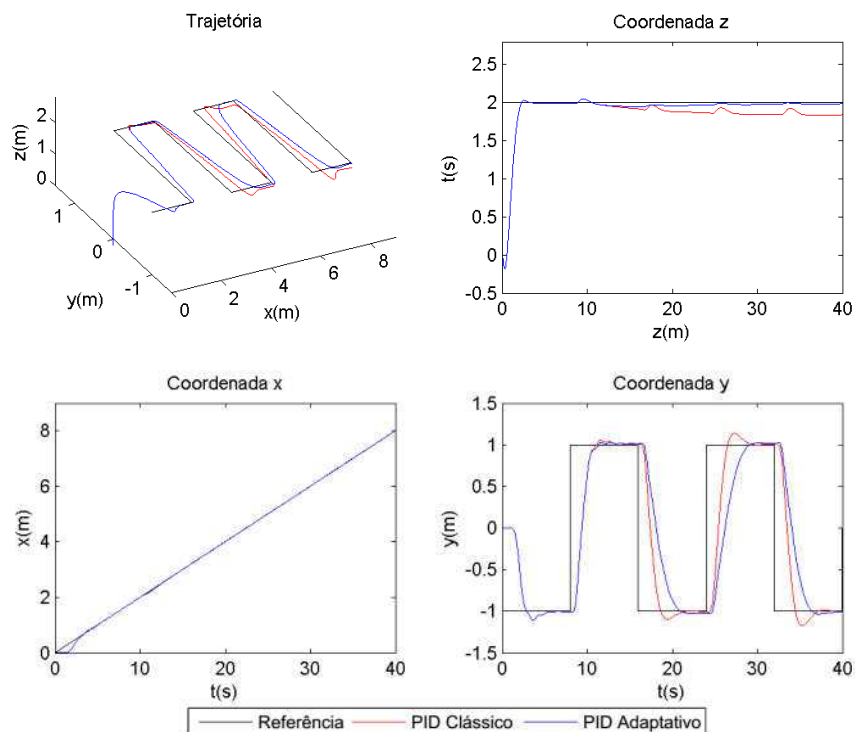
Com os dados da Tabela 5.7, confirma-se a dificuldade em se controlar trajetórias do tipo degrau, ao observar o elevado valor do EQM da coordenada  $y$  controlada adaptativamente, em detrimento dos valores menores encontrados para as trajetórias de  $x$  e  $z$ . Os elevados valores no sistema convencional, comprovam o colapso da experiência com este tipo de controle.

Nos ensaios seguintes são aplicadas variações suaves de massa positiva (Ensaio 7) e negativamente (Ensaio 8) ainda na trajetória degrau e com as mesmas condições iniciais dos dois ensaios anteriores. O comportamento do sistema em ambos os ensaios são expostos nos gráficos das Figuras 5.7 e 5.8 e nas Tabelas 5.8 e 5.9.

Tabela 5.8: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixo após o Ensaio 7.

	<i>Coorden.</i>	<i>Controlador</i>	<i>E. Max</i>	<i>E. Min</i>	<i>E. Q. M.</i>
Ensaio 7	Y	Adaptativo	2,029119	0,000246	1,175654
		PID Conv.	2,013091	1,99E-05	0,889186
	X	Adaptativo	0,043793	1E-06	7,26E-05
		PID Conv.	0,043471	2,75E-06	6,42E-05
	Z	Adaptativo	0,051516	0,000182	0,000896
		PID Conv.	0,161602	0,000558	0,013087

Figura 5.7: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas  $z$ ,  $x$  e  $y$  mediante aplicação do Ensaio 7.



Neste ensaio, verifica-se novamente a incapacidade do PID convencional em lidar com massa continuamente variável. Nota-se que a coordenada  $z$  além de perder magnitude, ainda sofre interferências não amortizadas devido à trajetória no eixo  $y$ , fato corroborado pelo elevado EQM do controlador convencional a coordenada  $z$ , efeito que é amortecido pelo controlador adaptativo. No próprio eixo  $y$ , observa-se que o controlador adaptativo não provê uma resposta tão rápida quanto o controlador clássico, além de apresentar um maior EQM, no entanto praticamente não se observa sobressinal. Aqui é novamente verificado que para a trajetória rampa presente no subsistema da coordenada  $x$ , os dois controladores produzem comportamento semelhante. Constatação possível de ser obtida para todos os outros ensaios nesta trajetória, salvo o Ensaio 6, cujo subsistema  $x$  foi influenciado pela instabilidade advinda do subsistema de  $y$ .

Já no Ensaio 8, observa-se um comportamento análogo ao anterior na coordenada  $z$ , sendo o PID clássico apresentando pequenos picos não amortizados oriundos do comprimento da trajetória no eixo  $y$  além de notável crescimento na altitude resultante da diminuição paulatina da massa, fato não observado na saída do controlador adaptativo.



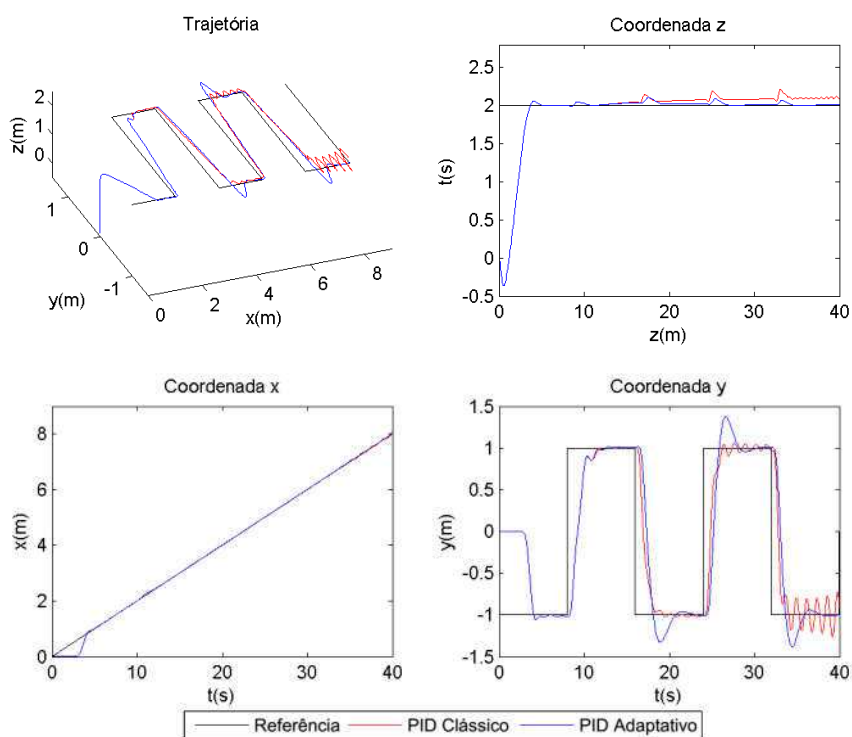
Na coordenada y, nota-se que o sistema alcançou a instabilidade após 30s de ensaio, ainda que, na Tabela 5.9 o valor do EQM do controlador convencional seja menor. No tempo de ensaio não foi observado colapso do voo, mas certamente aconteceria se a tendência observada na coordenada y se mantivesse nos instantes seguintes.

Na coordenada x, não houve diferença significativa no erro em ambos controladores, já no eixo z fica clara, através dos dados presentes nesta Tabela, a significativa redução de aproximadamente 86,7% do erro quadrático médio ao implementar o controlador adaptativo.

Tabela 5.9: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 8.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 8	Y	Adaptativo	2,015405	2,64E-05	0,592669
		PID Conv.	2,004482	2,71E-05	0,444615
	X	Adaptativo	0,064455	3,01E-05	0,000122
		PID Conv.	0,063132	3,82E-06	0,00029
	Z	Adaptativo	0,108867	1,13E-05	0,001171
		PID Conv.	0,219167	0,00449	0,008811

Figura 5.8: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 8.



### 5.3 Ensaios na Trajetória “Anel”

A trajetória “Anel” consiste em um desafio muito utilizado nos testes de controle para estes veículos. É composta por trajetórias senoidais nos três eixos, adiantada em  $90^\circ$  na coordenada y. Os dados pertinentes aos ensaios 5.9 a 5.12 são:

- Condições Iniciais:  $\xi_0 = [0, 2, 0]$  e  $\eta_0 = [0, 0, 0]$ .
- Referência:  $\xi_{ref} = [2 \cdot \sin\left(\frac{t}{16}\right), 2 \cdot \sin\left(\frac{t}{16} + 0,5\pi\right), 2 \cdot \sin\left(\frac{t}{16}\right)]$  e  $\eta_{ref} = [0, 0, 0]$ .

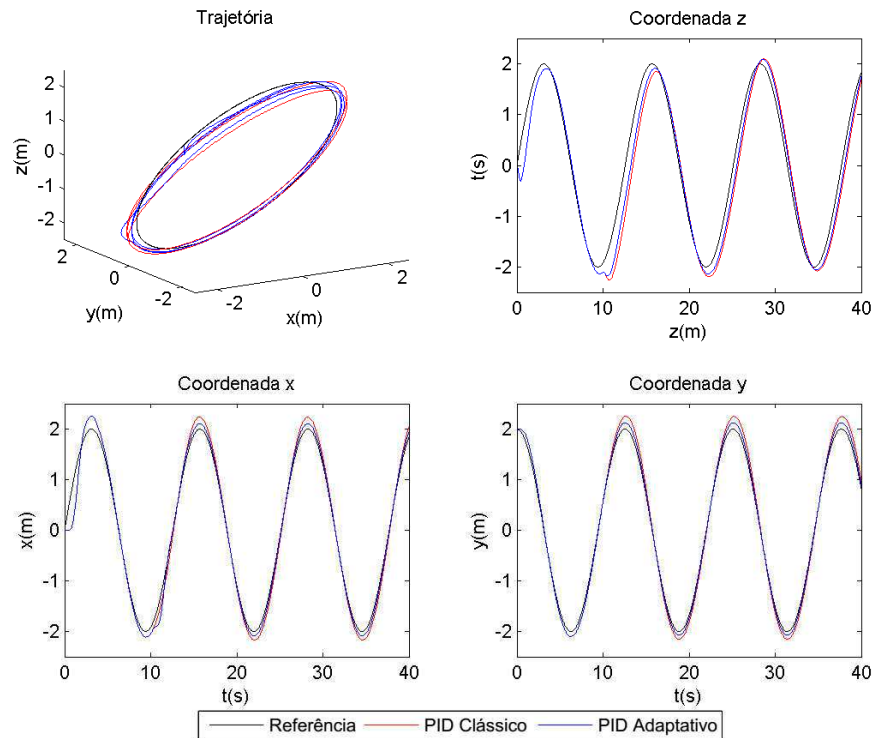
O primeiro ensaio realizado nestas condições foi nomeado Ensaio 9 e contempla a variação brusca de massa partindo de  $m_0 = 2kg$  e assumindo  $m_f = 3kg$  em  $t = 10s$ , já no Ensaio 10 o degrau de massa aplicado no mesmo instante parte de  $m_0 = 2kg$  e alcança  $m_f = 1,5kg$ .

Nos ensaios seguintes com esta mesma trajetória, ocorre variação suave de massa de  $m_0 = 2kg$  e assumindo  $m_f = 3kg$  à uma taxa de  $\Delta m = \frac{1}{30} kg/s$  no Ensaio 11 e variação de  $m_0 = 2kg$  e assumindo  $m_f = 1,5kg$  à uma taxa de  $\Delta m = -\frac{1}{60} kg/s$  no Ensaio 12. Os gráficos e valores do erro resultantes da aplicação de cada ensaio estão representados respectivamente nas Figuras 5.9, 5.10, 5.11 e 5.12 e nas Tabelas 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13.

Tabela 5.10: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixo após o Ensaio 9.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 9	Y	Adaptativo	0,129977	3,87E-05	0,005972
		PID Conv.	0,271884	0,000401	0,026309
	X	Adaptativo	0,407855	8,2E-05	0,008829
		PID Conv.	0,239881	1,3E-05	0,019386
	Z	Adaptativo	0,677199	0,000198	0,093418
		PID Conv.	0,975679	0,000294	0,183344

Figura 5.9: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 9.

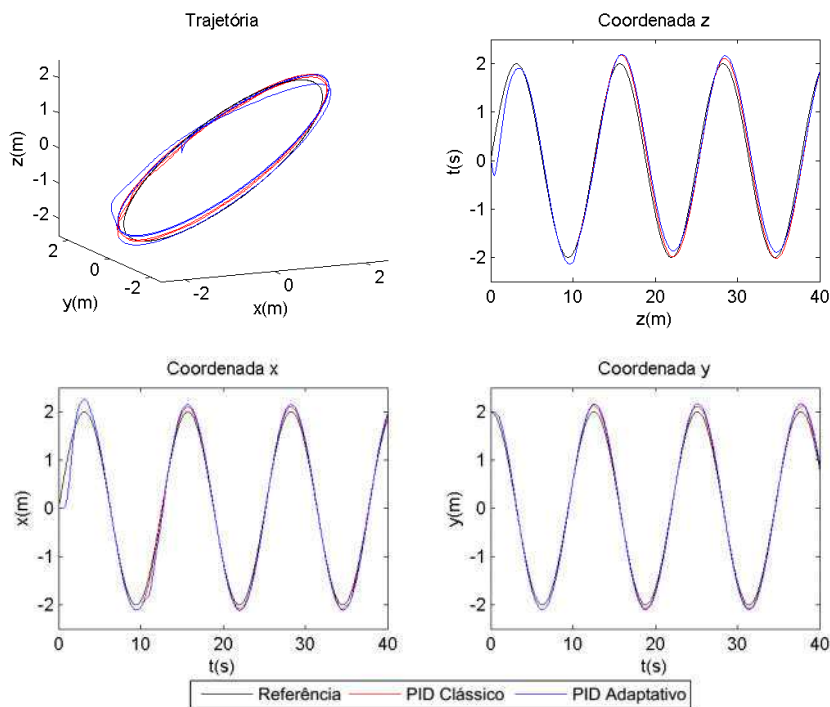


Em todos os ensaios realizados com esta trajetória nota-se uma diferença pequena no desempenho entre os controladores testados, destacando-se os Ensaios 9 e 10, nos quais observa-se que no primeiro, a estratégia adaptativa melhora o desempenho do sistema em todas as coordenadas, diferentemente do Ensaio 10, no qual nota-se perda de desempenho na estratégia proposta, conforme Tabelas 5.10 e 5.11.

Tabela 5.11: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 10.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 10	Y	Adaptativo	0,176184	3,37E-05	0,011011
		PID Conv.	0,155594	7,68E-05	0,006009
	X	Adaptativo	0,404692	7,78E-05	0,013617
		PID Conv.	0,127374	8,8E-05	0,00474
	Z	Adaptativo	0,363063	0,000474	0,04756
		PID Conv.	0,26377	0,000346	0,02596

Figura 5.10: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 10.



Ressalva-se: nos testes 10 e 12, diferentemente dos Ensaios 2, 4, 6, 8, 14 e 16, ocorre variação negativa de apenas 25% da massa em contraposição aos 50% nestes ensaios. Isso se deve ao fato de, ao condicionar a malha fechada do sistema ao desnível de 50% de massa, não ter havido sucesso em obter-se um controlador adaptativo capaz de manter o sistema estável. Na sessão Trabalhos Futuros, será proposta a realização de mais testes afim de obter um controlador adaptativo capaz de igualar o desempenho nos Ensaios 10 e 12 aos demais.

Tabela 5.12: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 11.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 11	Y	Adaptativo	0,233376	0,000343	0,020072
		PID Conv.	0,2613	2,27E-06	0,017708
	X	Adaptativo	0,195519	0,000127	0,015794
		PID Conv.	0,205257	1,56E-05	0,013131
	Z	Adaptativo	0,43089	0,000103	0,062508
		PID Conv.	0,599537	3,13E-05	0,094711

Tabela 5.13: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 12.

	<i>Coorden.</i>	<i>Controlador</i>	<i>E. Max</i>	<i>E. Min</i>	<i>E. Q. M.</i>
Ensaio 12	Y	Adaptativo	0,156219	1,89E-05	0,007785
		PID Conv.	0,171206	7,96E-05	0,008511
	X	Adaptativo	0,141431	0,00015	0,005954
		PID Conv.	0,147362	0,000157	0,006272
	Z	Adaptativo	0,371113	0,000148	0,051194
		PID Conv.	0,366496	0,00028	0,041814

A partir das Tabelas 5.12 e 5.13 verifica-se novamente que não houve diferença significativa no desempenho do controlador adaptativo em detrimento do convencional. Enquanto o primeiro mostrou-se melhor nas coordenadas z do Ensaio 11 e x e y no Ensaio 12, houve perda de desempenho no controle das outras coordenadas, ainda que a discrepância tenha sido mínima em todos os casos, o que permite a conclusão de que para todos os ensaios na trajetória anel, nenhum ganho significativo foi observado na utilização da estratégia adaptativa.

Nas Figuras 5.11 e 5.12, são observados os gráficos temporais de cada coordenada, bem como a trajetória no espaço do centro de gravidade do veículo nos Ensaios 11 e 12.

Figura 5.11: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas  $z$ ,  $x$  e  $y$  mediante aplicação do Ensaio 11.

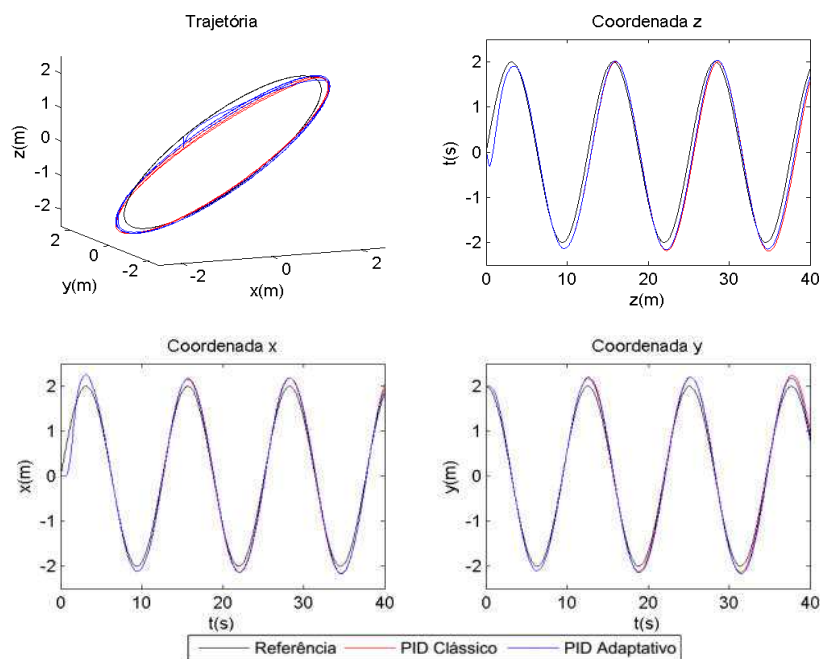
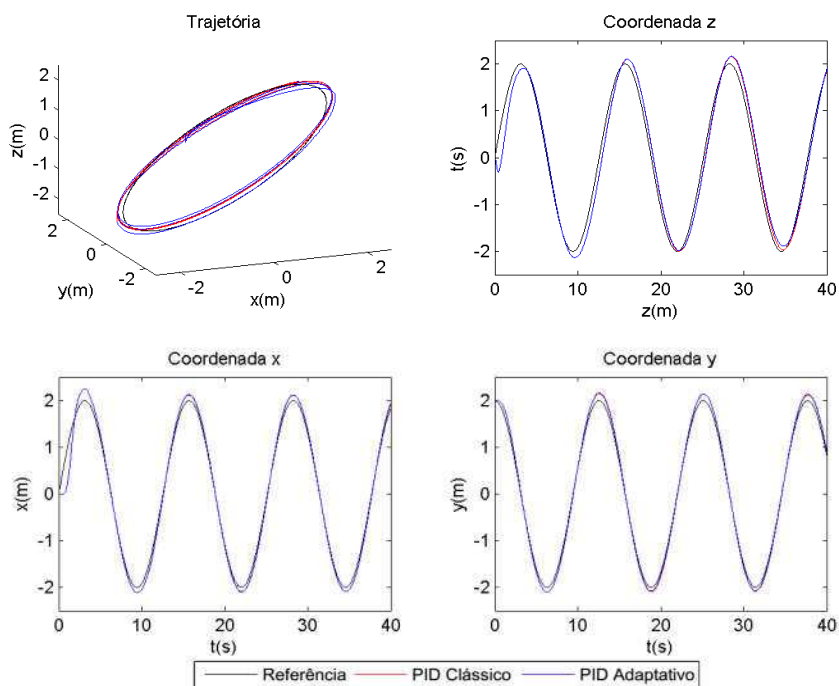


Figura 5.12: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas  $z$ ,  $x$  e  $y$  mediante aplicação do Ensaio 12.



### 5.4 Ensaios na Trajetória “Helicoidal”

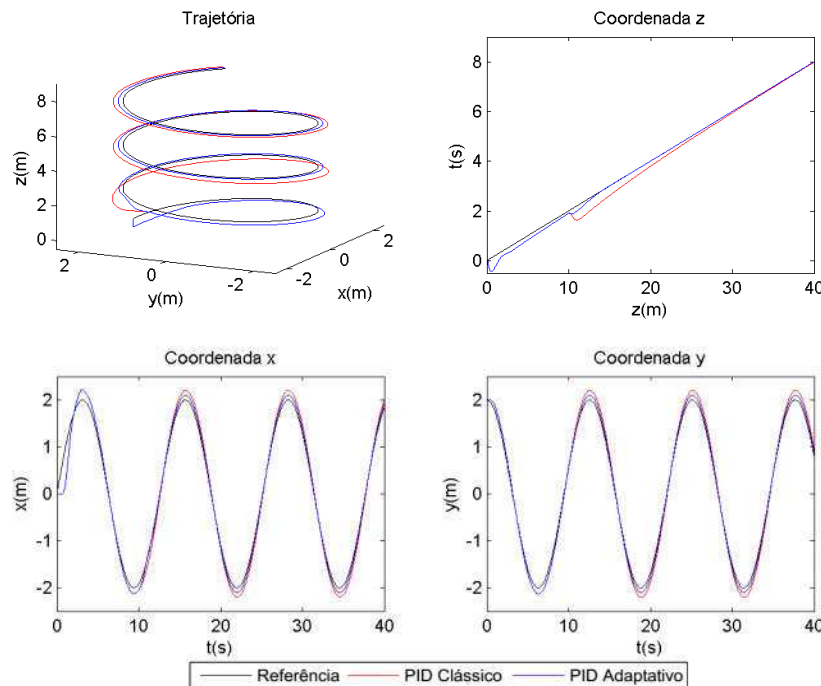
A trajetória “Helicoidal”, juntamente com o “Anel” constituem trajetórias desafiadoras para sistemas de controle de aeronave, sendo comumente utilizadas para realização de testes para aferição sobre a eficácia de diferentes estratégias de controle.

Constitui-se como a composição de duas trajetórias senoidais deslocadas em  $90^\circ$  nas coordenadas  $x$  e  $y$  e uma rampa no eixo  $z$ , possuindo os seguintes parâmetros válidos entre os Ensaios 13 à 16.

- Condições Iniciais:  $\xi_0 = [0, 2, 0]$  e  $\eta_0 = [0, 0, 0]$ .
- Referência:  $\xi_{ref} = [2 \cdot \sin\left(\frac{t}{16}\right), 2 \cdot \sin\left(\frac{t}{16} + 0,5\pi\right), 0, 2t]$  e  $\eta_{ref} = [0, 0, 0]$ .

O primeiro ensaio realizado para esta trajetória, nomeado Ensaio 13, aplicou uma variação degrau na massa do veículo de  $m_0 = 2kg$  para  $m_f = 3kg$ . O comportamento observado está exposto na Figura 5.13 e Tabela 5.14.

Figura 5.13: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas  $z$ ,  $x$  e  $y$  mediante aplicação do Ensaio 13.



Como esperado, o veículo comportou-se de forma muito semelhante aos Ensaios 9 à 12 nas coordenadas x e y, uma vez que a trajetória e as coordenadas iniciais são os mesmos. O efeito do degrau da massa é sentido majoritariamente no eixo z, como é possível observar na Figura 5.13.

Tabela 5.14: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 13.

	<i>Coorden.</i>	<i>Controlador</i>	<i>E. Max</i>	<i>E. Min</i>	<i>E. Q. M.</i>
Ensaio 13	Y	Adaptativo	0,101119	0,000201	0,005457
		PID Conv.	0,210587	0,000242	0,02424
	X	Adaptativo	0,130898	0,000153	0,004271
		PID Conv.	0,214689	0,00015	0,018967
	Z	Adaptativo	0,220841	1,55E-09	0,003092
		PID Conv.	0,601861	0,017166	0,060828

A partir de 10 segundos, o controlador clássico não evita uma considerável perda de altitude da aeronave, atingindo uma altitude mínima de  $z = 1,636m$  em  $t = 11,01s$ , enquanto neste mesmo instante, o controlador adaptativo conferia um vale de  $z = 1,993m$  e a referência da coordenada indicava  $z = 2,202m$ , o que pode ser observado com um acréscimo de aproximadamente 19,7 vezes no erro quadrático médio na coordenada z.

No Ensaio 14, a partir da análise dos resultados presentes na Figura 5.14, percebe-se novamente um colapso do sistema controlado pelo PID clássico a partir da variação em degrau da massa de  $m_0 = 2kg$  para  $m_f = 3kg$ . A partir da instabilidade gerada no subsistema da variável x, a partir de 30 segundos nota-se novamente a desestabilização da aeronave nos três eixos analisados, e o consequente aumento substancial no erro em todos os três eixos.

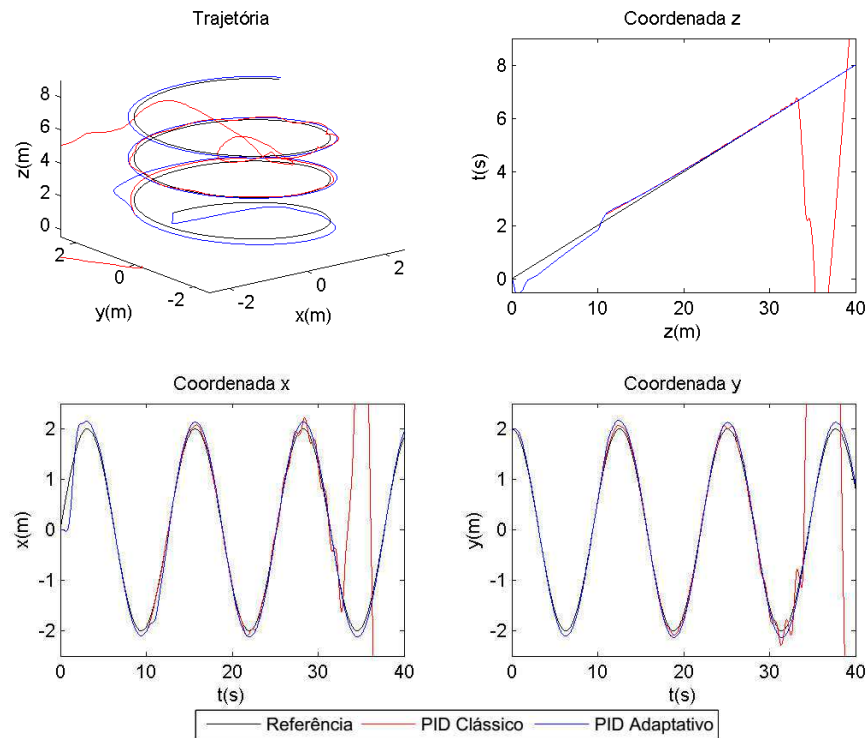
Tabela 5.15: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 14.

	<i>Coorden.</i>	<i>Controlador</i>	<i>E. Max</i>	<i>E. Min</i>	<i>E. Q. M.</i>
Ensaio 14	Y	Adaptativo	0,218935	0,000389	0,011176
		PID Conv.	11,26031	8,55E-05	8,285408
	X	Adaptativo	0,398897	0,000282	0,013543
		PID Conv.	11,82589	7,56E-06	10,84601
	Z	Adaptativo	0,253281	0,000668	0,008174
		PID Conv.	10,13896	0,000113	5,628414



Graças à ação adaptativa, a metodologia proposta neste trabalho foi capaz de lidar com a variação negativa de massa em degrau, apresentando um pequeno sobressinal no eixo z, mas com rápida acomodação.

Figura 5.14: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 14.



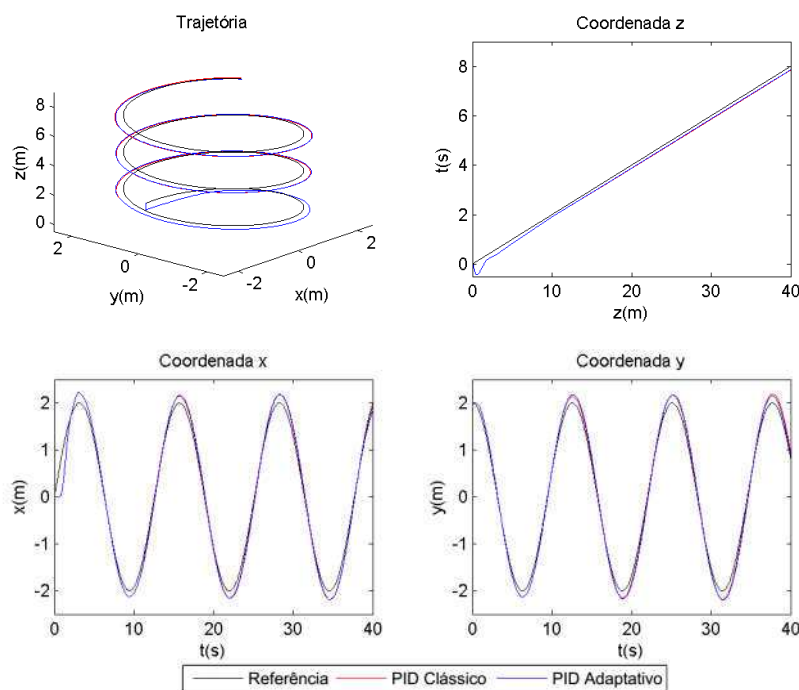
Nos Ensaio 15 e 16, cujos resultados encontram-se nas Figuras 5.15 e 5.16 e Tabelas 5.16 e 5.17, não percebe-se uma diferença significativa entre ambos controladores, o que permite a conclusão de que com variação suave de massa de  $\Delta m = \frac{1}{30} kg/s$  e  $\Delta m = -\frac{1}{30} kg/s$  partindo de  $m_0 = 2kg$  e  $m_0 = 3kg$  respectivamente, o sistema clássico também é capaz de manter estabilizada a aeronave e realizar satisfatoriamente a tarefa de seguimento de trajetórias helicoidais.

Como trabalho futuro será proposta a elevação da taxa de variação de massa e o estudo sobre até qual patamar de elevação, a estratégia proposta será capaz de estabilizar o sistema.

Tabela 5.16: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 15.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 15	Y	Adaptativo	0,218037	1,67E-05	0,019147
		PID Conv.	0,201383	0,000361	0,015976
	X	Adaptativo	0,20479	2,27E-05	0,016229
		PID Conv.	0,189404	0,000203	0,013216
	Z	Adaptativo	0,145496	0,091712	0,015253
		PID Conv.	0,152875	0,091763	0,018859

Figura 5.15: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 15.

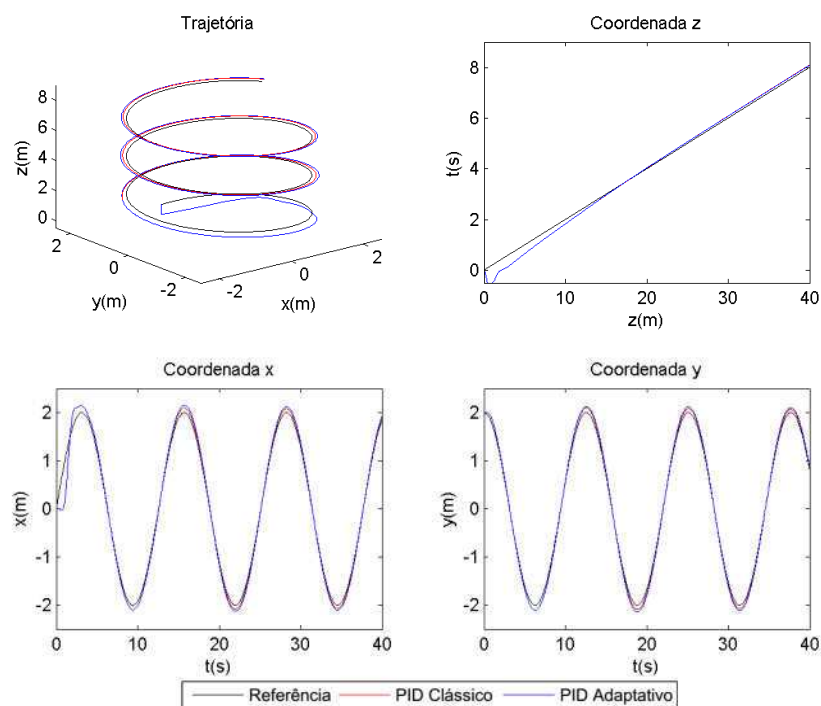


No Ensaio 16, novamente há pouca diferença no erro quadrático da coordenada z (7,8%), no entanto, houve diminuição no erro quadrático médio de 56,8% e 51,2% nos eixos x e y, diferentemente do ensaio anterior, em que houve ganho apenas no eixo z.

Tabela 5.17: Valores do erro máximo, mínimo e quadrático médio de cada controlador nos três eixos após o Ensaio 16.

	Coorden.	Controlador	E. Max	E. Min	E. Q. M.
Ensaio 14	Y	Adaptativo	0,141566	0,000393	0,008238
		PID Conv.	0,100143	6,1E-05	0,004016
	X	Adaptativo	0,154962	8,55E-05	0,006718
		PID Conv.	0,095917	5,65E-05	0,0029
	Z	Adaptativo	0,181211	7,38E-05	0,006035
		PID Conv.	0,181211	1,64E-05	0,006558

Figura 5.16: Gráficos da trajetória tridimensional e comportamento das coordenadas z, x e y mediante aplicação do Ensaio 16.



## 5.5 Conclusões

A partir dos resultados dos dezesseis ensaios realizados em quatro diferentes trajetórias, foi montada a Tabela 5.18 com a variação relativa do valor do erro quadrático médio em cada coordenada de cada ensaio.

Tabela 5.2: Variação relativa do Erro Quadrático Médio do Controlador Adaptativo em relação ao PID convencional em cada coordenada.

<i>Coordenada</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
Ensaio 1	3,509864	3,700804	-0,94261
Ensaio 2	-0,99819	-0,99848	-0,99961
Ensaio 3	0,069774	0,068849	-0,93146
Ensaio 4	1,281891	1,288399	-0,89327
Ensaio 5	-0,96001	-0,32078	-0,94388
Ensaio 6	-0,99999	-0,98724	-0,99997
Ensaio 7	0,129766	0,322169	-0,9315
Ensaio 8	-0,57811	0,332994	-0,86708
Ensaio 9	-0,54458	-0,77299	-0,49047
Ensaio 10	1,872424	0,832351	0,832085
Ensaio 11	0,202796	0,133498	-0,34002
Ensaio 12	-0,05083	-0,0853	0,224335
Ensaio 13	-0,7748	-0,77489	-0,94916
Ensaio 14	-0,99875	-0,99865	-0,99855
Ensaio 15	0,227974	0,198493	-0,19118
Ensaio 16	1,316371	1,051518	-0,07978

De modo geral, foi observado que em três dos quatro ensaios envolvendo variação brusca negativa da massa da planta (Ensaios 2, 6 e 14), o controlador PID clássico foi incapaz de manter o sistema em malha fechada na região de estabilidade, havendo colapso do voo, fato que não foi notado no sistema controlado pelo PID adaptativo.

A partir dos resultados dos testes envolvendo variação suave positiva (Ensaios 3 e 7) e negativa de massa (Ensaios 4 e 8), conclui-se novamente o ganho de desempenho do controlador PID adaptativo ao verificar que até o tempo final dos ensaios, o controlador clássico ainda não havia sido capaz de recolocar o veículo no nível de referência na coordenada *z* (perda nos Ensaios 3 e 7 e ganho contínuo de altitude nos Ensaios 4 e 8), enquanto o controlador adaptativo foi bem sucedido em conduzir a aeronave ao valor desejado após pequena variação de altitude.

Constatou-se o considerável ganho de desempenho do controlador PID adaptativo proposto neste trabalho em relação ao controlador PID clássico em quase todos os ensaios realizados. Destaca-se que em cada ensaio, nos instantes anteriores à variação da massa, ambos controladores propiciaram a mesma resposta, uma vez que o conjunto dos ganhos de ambos eram idênticos, havendo atualização dos ganhos adaptativos apenas após o instante de

mudança no parâmetro massa da planta. Assim, os dados utilizados no cálculo dos erros presentes nas Tabelas deste capítulo foram tomados apenas após este instante.

Nos quatro primeiros ensaios, relativos ao teste da estabilidade, verificou-se que o controlador da coordenada  $z$ , diretamente afetada pela variação de massa na condição de pairagem, obteve melhor desempenho em todos. Destaca-se o desempenho no Ensaio 2, o qual houve melhoria de desempenho superior a 99% nos três eixos. Nos demais ensaios desta trajetória, houve perda de desempenho nos eixos  $x$  e  $y$ , sendo mais importante no primeiro ensaio, no qual a elevação do erro médio quadrático chegou a 4,5 e 4,7 vezes mais.

Este comportamento, bem como nos ensaios 3 e 4 pode ser explicado devido ao esforço do controlador em melhorar o desempenho no eixo  $z$ , havendo, com isso, deterioração da eficácia em estabilizar os eixos  $x$  e  $y$ . Tal anomalia, foi verificada durante os ensaios e não foi obtido êxito ao compensar com igual eficiência as três coordenadas, tendo havido opção pelo sucesso no controle na coordenada  $z$  em detrimento das demais. Embora proporcionalmente o resultado não tenha sido satisfatório nos eixos  $x$  e  $y$ , dada a baixa magnitude do erro ainda presente nesses eixos e o ganho de desempenho de, no mínimo 89% na coordenada  $z$ , os resultados nestes ensaios foram considerados satisfatórios.

Nos ensaios seguintes, referentes à trajetória “Degrau”, foi numericamente constatado o ganho de desempenho em todos os eixos nas situações envolvendo variação brusca de massa (Ensaio 5 e 6). Nas situações com variação suave de massa, ainda que, numericamente o controlador adaptativo tenha apresentado desempenho inferior, nos Ensaios 7 e 8 foi obtida anulação do *overshoot* à cada degrau e, considerando o ganho de desempenho na coordenada  $z$ , considerou-se que o controlador adaptativo foi capaz de prover melhor desempenho nestes testes.

Particularmente, no sétimo ensaio, a perda de 13% em  $x$  e 32% em  $y$  foi suprimida pelo elevado ganho em  $z$ , ainda que trabalhos futuros objetivarão o ganho em todos os eixos. Já no oitavo ensaio, a perda de 34% de eficácia em  $y$  foi compensada pelo ganho no eixo  $x$  em 58% e em 87% no  $z$ .

Em relação aos ensaios pertinentes à trajetória “Anel”, foi observado que não houve ganho significativo na adoção da estratégia adaptativa. Isto se deve, no entendimento do autor, à dificuldade inerente dos controladores da família PID em lidar com trajetórias senoidais em sistemas não lineares.

Dado isto, o controlador reagiu relativamente bem nos testes com variação positiva de massa (Ensaio 9 e 11), no entanto apresentou pior performance em todas as coordenadas no

Ensaio 10 e o ganho de desempenho em x e y não foi numericamente suficiente para compensar a perda de 22% na coordenada z no Ensaio 12. Os resultados destes ensaios, permitem-nos a conclusão de que a variação negativa de carga imprime um desafio maior às estratégias de controle em quadricópteros. Embora o controlador adaptativo tenha se mostrado pior em metade das coordenadas destes quatro ensaios, a discrepância da magnitude real do erro destas variáveis não implica em perda de controle ou instabilidade do sistema e, de forma prática, não impactou contundentemente no desempenho do veículo em uma hipotética situação real de voo nas condições simuladas.

Por fim, acerca dos resultados no Ensaio com a trajetória “Helicoidal”, observa-se que, novamente, nas situações de variação brusca de massa houve melhoria na performance do controlador em todas as coordenadas. Já nos ensaios envolvendo variação suave, o controlador adaptativo foi capaz de conduzir melhor a aeronave apenas na coordenada z, na qual o sinal de referência consiste em uma rampa.

Nestes ensaios foram obtidas respostas similares aos Ensaio com a trajetória “Anel” considerando que a referência nos eixos x e y também eram sinais senoidais.

Finalmente, a partir das análises pontuais sobre os resultados de cada ensaio, algumas conclusões podem ser consideradas.

- Houve ganho considerável de desempenho do controlador PID adaptativo em relação ao PID clássico em praticamente todos os testes, destacando-se os Ensaio 2, 6 e 14 nos quais o sistema colapsou na ausência da ação adaptativa sobre os ganhos dos controladores.
- Nos subsistemas com referência em degrau e rampa houve notória melhora no seguimento com a utilização da estratégia adaptativa.
- Nos ensaios envolvendo trajetórias senoidais a implementação da ação adaptativa não causou melhora significativa ou apresentou deterioração de desempenho, o que não necessariamente causaria colapso ou prejuízo significativo na experiência de voo real nas condições propostas.
- A variação negativa de massa mostrou-se particularmente mais desafiadora aos sistemas de controle de veículos aéreos em relação à variação positiva, tanto na alteração brusca quanto na suave.

O controlador adaptativo melhorou o desempenho na saída perante variação brusca de massa (positiva e negativa), no entanto mostrou-se fundamental nas situações de variação suave, nas quais o controlador clássico foi incapaz de levar a aeronave de volta ao valor de

referência, diferentemente das variações bruscas, em que a aeronave retornou ao ponto de referência, ainda que com um tempo de acomodação bastante superior ao do sistema controlado pela estratégia adaptativa.

## 5.6 Trabalhos Futuros

Propõe-se a partir dos resultados obtidos, implementar novas estratégias de controle adaptativo de modo a minimizar o *overshoot* presente nos Ensaios 1 à 4, bem como melhorar a perda de altitude na coordenada  $z$  principalmente dos ensaios com degrau positivo de massa. Conforme a literatura na área de controle de quadricópteros, controladores  $H_\infty$ , *Backstepping* e Robusto mostraram-se eficientes quando utilizados juntamente com estratégias adaptativas.

Objetiva-se também a melhora no seguimento de trajetórias senoidais, conforme observados nos Ensaios 9 à 16 nos quais a estratégia proposta foi incapaz de diminuir o erro médio quadrático de seguimento.

Em seguida, planeja-se aprimorar o simulador de modo a considerar a massa como corpo rígido ao invés do ponto material de massa aplicado sobre o próprio centro de gravidade do veículo. Com isso, pretende-se obter um simulador capaz de prever o deslocamento da massa em relação à aeronave e o consequente desvio do centro de gravidade do conjunto, o que resultaria em efeitos sobre todas as seis coordenadas generalizadas do sistema. O objetivo dessa implementação recai sobre a possibilidade de incrementar o realismo do sistema para que seja alcançado plenamente o objetivo final deste projeto ao implementar as estratégias previstas em uma plataforma real.

## Referências Bibliográficas

---

- [1] BOUABDALLAH, S. **Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying**. 2007. 129 f. Tese (Doutorado). École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne 2007.
- [2] LEISHMAN, J. G. **A History of Helicopter Flight**. University of Maryland, 2000.  
Disponível em:  
[http://www.itlims.meil.pw.edu.pl/zsis/pomoce/SSR/A\\_History\\_of\\_Helicopter\\_Flight.pdf](http://www.itlims.meil.pw.edu.pl/zsis/pomoce/SSR/A_History_of_Helicopter_Flight.pdf).  
Data de acesso: 14/10/2015.
- [3] SIKORSKY, I. I. **The Story of the Winged-S: An Autobiography**, Dodd, Mead & Co., New York, 1938.
- [4] NETO, A. A. **Geração de Trajetórias para Veículos Aéreos Autônomos Não-Tripulados**. 2008. 100 f. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- [5] KEANE, J. F.; CAR, S. S. **A Brief History of Early Unmanned Aircraft**. Johns Hopkins APL Technical Digest, volume 32, number 3, 2013.
- [6] COOK, K. L. B. The Silent Force Multiplier: The History and Role of UAVs in Warfare. **In Proc. IEEE Aerospace Conference** - 1619, version 1, 2006.
- [7] COX, T. H.; NAGY, C. J.; SKOOG, M. A.; SOMERS, I. A. **Civil UAV Capability Assessment**. Disponível em:  
[https://www.nasa.gov/centers/dryden/pdf/111761main\\_UAV\\_Capabilities\\_Assessment.pdf](https://www.nasa.gov/centers/dryden/pdf/111761main_UAV_Capabilities_Assessment.pdf).  
Data de acesso: 13/11/2015.
- [8] RAFFO, G. V. **Robust Control Strategies for a Quadrotor Helicopter: An Underactuated Mechanical System**. 2011. 267 f. Tese (Doutorado). Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Seville, 2011.



- [9] GUIMARÃES, J. P. F. **Controle de Atitude e Altitude para um Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadrirotor**. 2012. 67 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.
- [10] SÁ, R. C. **Construção, Modelagem Dinâmica e Controle PID para Estabilidade de um Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadrirotor**. 2012. 67 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia em Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.
- [11] RAFFO, G. V.; ORTEGA, M. G.; RUBIO, F. R. An integral predictive/nonlinear  $H_\infty$  control structure for a quadrotor helicopter. **Automatica**, 46:29–39, 2010.
- [12] ALEXIS, K.; NIKOLAKOPOULOS, G.; TZES, A. Switching model predictive attitude control for a quadrotor helicopter subject to atmospheric disturbances. **In Proc. Control Engineering Practice** **19**, 1195–1207, 2011.
- [13] ACHELNIK, M.; BIERLING, T.; WANG, J.; HOCHT, L.; HOLZAPFEL, F. Adaptive Control of a Quadcopter in the Presence of large/complete Parameter Uncertainties. **Infotech@Aerospace** 29 – 31, St. Louis, Missouri, March, 2011.
- [14] RAZINKOVA, A.; GAPONOV, I.; CHO, H. C. Adaptive Control over Quadcopter UAV under Disturbances. **14th International Conference on Control, Automation and Systems**, Oct, 22-25, Korea, 2014.
- [15] XU, G.; ZHOU, M. Modified Adaptive Flight Control of Quadrotor Based on Single Neuron PID. **Third International Conference on Information Science and Technology**, March 23-25, Yangzhou, Jiangsu, China, 2013.
- [16] SEN, L.; BAO KUI, L.; QINGBO, G. Adaptive Sliding Mode Control for Quadrotor Helicopters. **Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference**, July 28-30, Nanjing, China, 2014.

- [17] NICOL, C.; MACNAB, C. J. B.; RAMIREZ-SERRANO, A. Robust Adaptive Control of a Quadrotor Helicopter. **Mechatronics** – **21**, 927–938, 2011.
- [18] RAFFO, G. V.; ORTEGA, M. G.; RUBIO, F. R. Path Tracking of a UAV via an Underactuated  $H_\infty$  Control Strategy. **European Journal of Control** 2:1-20, EUCA. 2011.
- [19] PEREIRA, R. L.; KIENITZ, K. H. Projeto de um Controlador robusto  $H_\infty$  Loop-Shaping de Dois Graus de Liberdade Aplicado em um Hover. **XIX Congresso Brasileiro de Automática - CBA**, Campina Grande, 2012.
- [20] SOUZA, C.; RAFFO, G. V.; MILHOMEM, R. L.; SILVA, L. F. P.; CASTELAN, E. B.; MORENO, U. F. Controle Baseado em Passividade de uma Aeronave VTOL. **XIX Congresso Brasileiro de Automática - CBA**, Campina Grande, 2012.
- [21] SHEPERD, J. F.; TUMER, K. Robust Neuro-Control for a Micro Quadrotor. **In Proc. Genetic and Evolutionary Computation**, July 7–11, Portland, Oregon, USA, 2010.
- [22] BOUDJEDIR, H.; YACEF, F.; BOUHALI, O.; RIZOUG, N. Adaptive Neural Network for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle. **In Proc. International Journal in Foundations of Computer Science & Technology (IJFCST)**, Vol. 2, No.4, July 2012.
- [23] ZAREB, M.; AYAD, R.; NOUIBAT, W. Fuzzy-PID hybrid control system to navigate an autonomous mini-Quadrotor. **Proceedings of the 3rd International Conference on Systems and Control**, Algiers, Algeria, October 29-31, 2013.
- [24] BECKER, M.; SAMPAIO, R. C. B.; BOUABDALLAH, S.; PERROT, V.; SIEGART, R. In flight collision avoidance for a Mini UAV robot based on onboard sensors. **In Proc. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**.
- [25] EMRAM, B. J.; YESILDIREK, A. Robust Nonlinear Composite Adaptive Control of Quadrotor. **International Journal of Digital Information and Wireless Communications (IJDIWC)**, 4(2): 213-225, 2014.
- [26] FANG, Z.; GAO, W. Adaptive Integral Backstepping Control of a Micro-Quadrotor. **Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Intelligent Control and Information Processing**, 2011.

- [27] MOHAMMADI, M.; SHAHRI, A. M. Modelling and Decentralized Adaptive Tracking Control of a Quadrotor UAV. **Proceeding of the RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics**, February 13-15, Tehran, Iran, 2015.
- [28] YACEF, F.; BOUHALI, O.; HAMERLAIN, M. Adaptive Fuzzy Tracking Control of Unmanned Quadrotor via Backstepping. **In Proc. IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)**, 2014.
- [29] CHEN, F.; WU, Q.; JIANG, B.; TAO, G. A Reconfiguration Scheme for Quadrotor Helicopter via Simple Adaptive Control and Quantum Logic. **In Proc. IEEE Transactions on Industrial Electronics**, September, 2014.
- [30] NICOL, C.; MACNAB, C. J. B.; RAMIREZ-SERRANO, A. Robust Adaptive Control of a Quadrotor Helicopter. **In Proc. Mechatronics** **21**, 927–938, 2011.
- [31] ASTROM, K. J. Theory and Applications of Adaptive Control – A Survey. **Automatica**, Vol. 19, no. 5, pp. 471-486, 1983.
- [32] IONNOU, P. SUN, J. **Robust Adaptive Control**. Ed. Prentice-Hall, 2012.
- [33] SASTRY, S.; BODSON, M. **Adaptive Control – Stability, Convergence and Robustness**. Prentice Hall, 1989.
- [34] SENKUL, F.; ALTUG, E. Adaptive Control of a Tilt – Roll Rotor Quadrotor UAV. **In Proc. International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)**, May 27-30, Orlando, FL, USA, 2014.
- [35] MODIRROUSTA, A.; KHODABANDEH, M. Adaptive Robust Sliding Mode Controller Design for Full Control of Quadrotor with External Disturbances. **Proceeding of the 2<sup>nd</sup> RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics** October 15-17, Tehran, Iran, 2014.
- [36] BOUADI, H.; CUNHA, S. S.; DROUIN, A.; MORA-CAMINO, F. Adaptive Sliding Mode Control for Quadrotor Attitude Stabilization and Altitude Tracking. **In Proc. IEEE 12th International Symposium on Computational Intelligence and Informatics**, Budapest, Hungary. pp 449 - 455, 2011.

- [37] YASSER, M.; TRISANTO, A.; LU, J.; SEKIYA, H.; YAHAGI, T. Adaptive Sliding Mode Control Using Simple Adaptive Control for SISO Nonlinear Systems. **In Proc. IEEE – International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)**, 2006.
- [38] ARAKI, M. **Control Systems, Robotics, and Automation – System Analysis and Control: Classical Approaches**, Vol. II.
- [39] NICULA, M. T. **Estudo, Análise e Simulação das Técnicas de Sintonia de Controladores PID mais Empregadas Atualmente em Plantas Industriais**. 2010. 120 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Programa de Graduação em Engenharia Mecatrônica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2010.
- [40] LIMA, G. V. **Modelagem Dinâmica e Controle para Navegação de um Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadricóptero**. 2015. 119 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.
- [41] SHAHROKHI, M.; ZOMORRODI, A. **Comparison of PID Controller Tuning Methods**, 2012. Disponível em:  
[http://www.ie.itcr.ac.cr/einteriano/control/clase/Zomorrodi\\_Shahrokhi\\_PID\\_Tunning\\_Comparison.pdf](http://www.ie.itcr.ac.cr/einteriano/control/clase/Zomorrodi_Shahrokhi_PID_Tunning_Comparison.pdf). Data de acesso: 12/01/2016.
- [42] GAING, Z. A Particle Swarm Optimization Approach for Optimum Design of PID Controller in AVR System. **In Proc. IEEE Transactions Energy Conv.**, November 6, 2002.
- [43] KUMAR, S. M. G.; RAVISHANKAR, R.; KRISHNAN, T. K. R.; DHARMALINGAM, V.; ANANTHARAMAN, N. Particle Swarm Optimization Technique Based Design of PI Controller for a Real time Non- Linear Process. **Instrumentation Science and Technology**, 2008.
- [44] SAAD, M. S.; JAMALUDDIN, H.; ZAURAH, I.; DARUS, M. Implementation of PID Controller Tuning Using Differential Evolution and Genetic Algorithm. **In Proc. International Journal of Innovative Computing, Information and Control**, November 2012.

- [45] GUNDOGDU, O. Optimal-Tuning of PID Controller Gains Using Genetic Algorithms. **In Proc. Journal of Engineering Sciences**, 11, 1, pp. 131-135, 2005.
- [46] SADASIVARAO, M. V.; CHIDAMBARAM, M. PID Controller Tuning of Cascade Control Systems Using Genetic Algorithm. **In Proc. Journal of Indian Institute of Science**, 86, July, pp. 343-354, 2006.
- [47] MCCORMACK, A. S.; GODFREY, K. R. Rule-Based Autotuning Based on Frequency Domain Identification. **In Proc. IEEE Transactions on Control Systems Technology**, vol. 6 n° 1, January 1998.
- [48] SREENATH, K.; KUMAR, V. Dynamics, Control and Planning for Cooperative Manipulation of Payloads Suspended by Cables from Multiple Quadrotor Robots. **In Proc. Robotics: Science and Systems (RSS)**, 2013.
- [49] GOODARZI, F. A.; LEE, D.; LEE, T. Geometric Stabilization of a Quadrotor UAV with a Payload Connected by Flexible Cable. **In Proc. American Control Conference (ACC)**, June 4-6, Portland, Oregon, USA, 2014.
- [50] LEE, T.; SREENATH, K.; KUMAR, V. Geometric Control of Cooperating Multiple Quadrotor UAV's with a Suspended Payload. **In Proc. 52nd IEEE Conference on Decision and Control**, December 10-13, Florence, Italy, 2013.
- [51] MIN, B. C.; HONG, J. H.; MATSON, E. T. Adaptive Robust Control (ARC) for an Altitude Control of a Quadrotor Type UAV Carrying an Unknown Payloads. **In Proc. 11th International Conference on Control, Automation and Systems**, Oct. 26-29, Gyeonggi-do, Korea, 2011.
- [52] HAQUE, M. R.; MUHAMMAD, M.; SWARNAKER, D.; ARIFUZZAMAN, M. Autonomous Quadcopter for Product Home Delivery. **In Proc. International Conference on Electrical Engineering and Information & Communication Technology (ICEEICT)**, 2014.
- [53] EMRAN, B. J.; DIAS, J.; SENEVIRATNE, L.; CAI, G. Robust Adaptive Control Design for Quadcopter Payload Add and Drop Applications. **Proceedings of the 34th Chinese Control Conference**, July 28-30, Hangzhou, China, 2015.

- [54] BENITO, J. A.; GLEZ-DE-RIVERA, G.; GARRIDO, J. PONTICELLI, R. Design Considerations of a Small UAV Platform Carrying Medium Payloads. **Conference on Design of Circuits and Integrated Circuits (DCIS)**, 2014.
- [55] PID Controller. Disponível em: <[https://en.wikipedia.org/wiki/PID\\_controller](https://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller)> Acesso em 05 de junho de 2016.).

# APÊNDICE A

## Gráficos das variáveis de controle

---

1. Variáveis de controle ( $U_{1-4}$ ) dos Ensaio de Estabilidade. Condições Iniciais:

$\xi_0 = [0, 0, 0]$  e  $\eta_0 = [0, 0, 0]$ . Referências:  $\xi_{ref} = [2, 2, 2]$  e  $\eta_{ref} = [0, 0, 0]$ .

Figura A1: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 1.

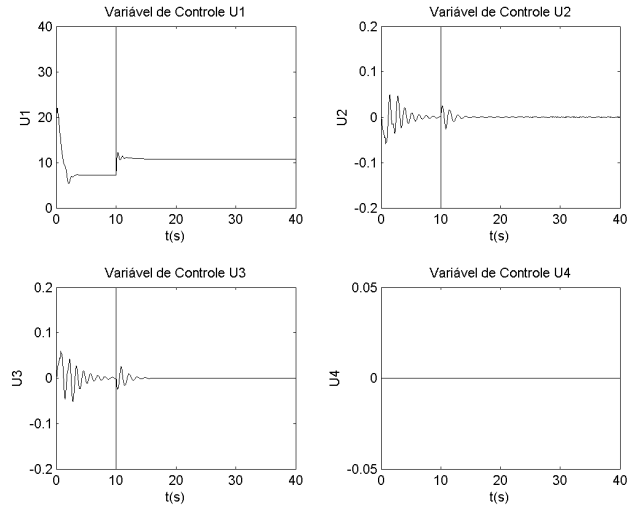


Figura A2: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 2.

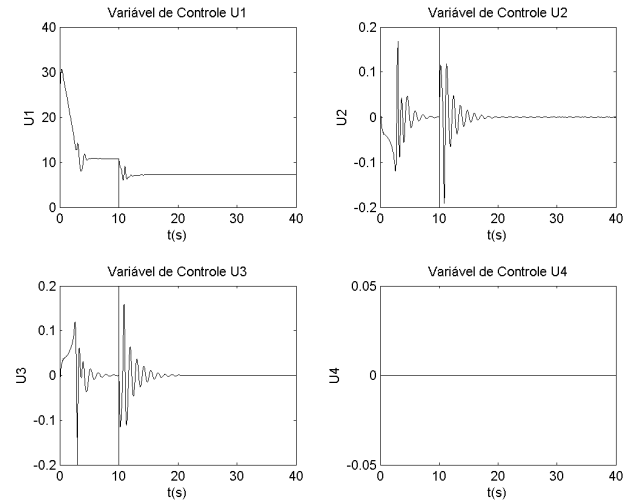


Figura A3: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 3.

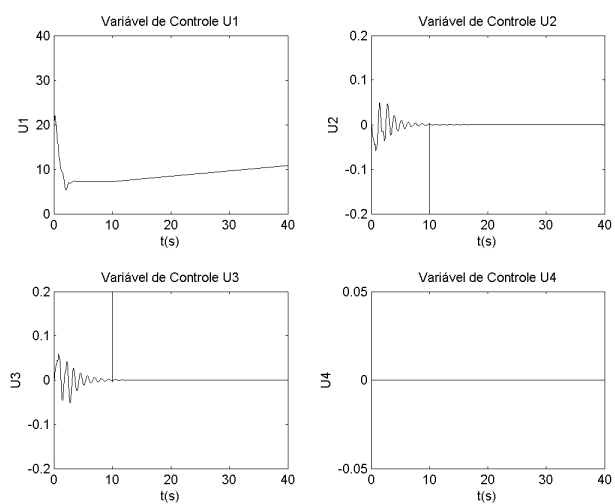
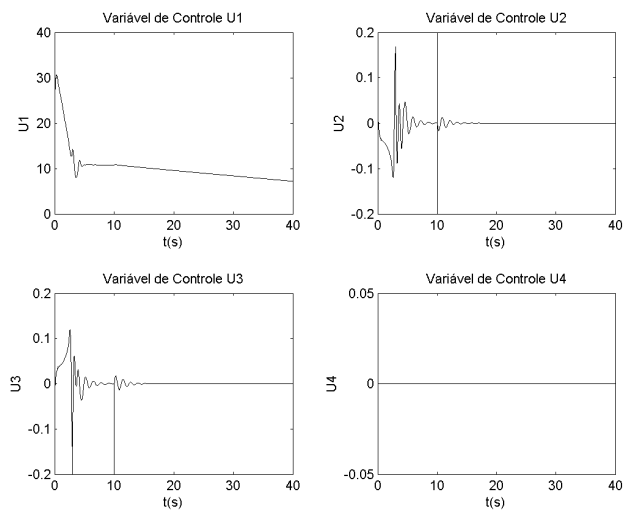


Figura A4: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 4.





2. Variáveis de controle dos Ensaios com a trajetória “Degrau”. Condições Iniciais:

$\xi_0 = [0, 0, 0]$  e  $\eta_0 = [0, 0, 0]$ . Referência:  $\xi_{ref} = [x_{ref}(t), y_{ref}(t), 2]$  e  $\eta_{ref} = [0, 0, 0]$ .

Figura A5: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 5.

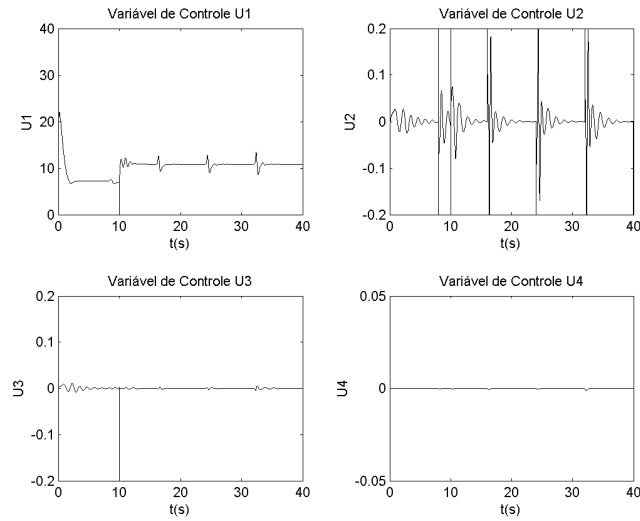


Figura A6: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 6.

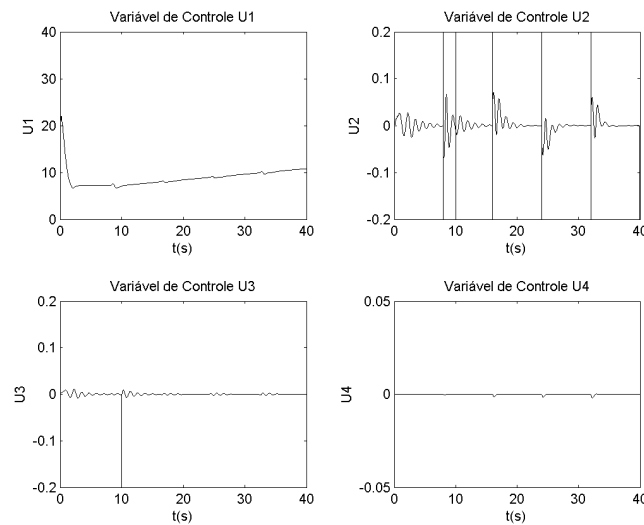


Figura A7: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 7.

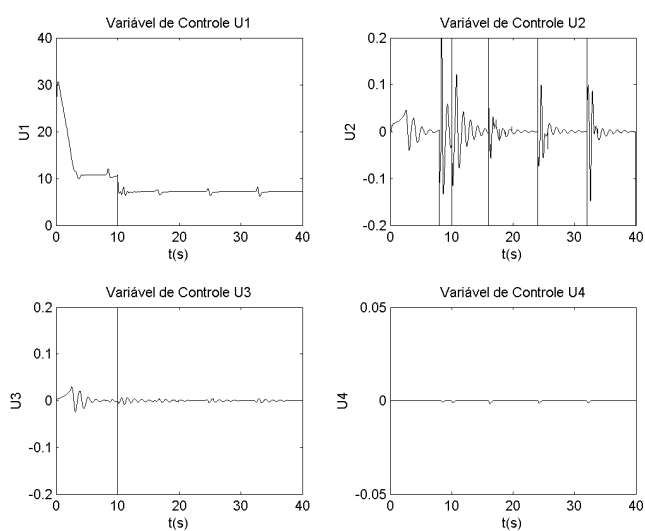
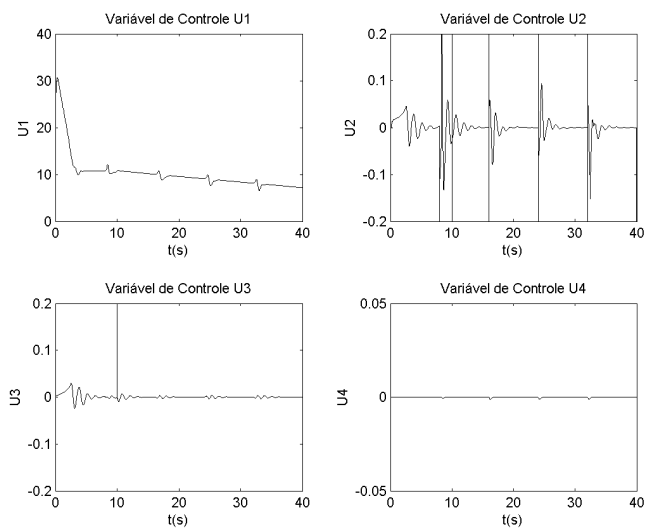


Figura A8: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 8.



3. Variáveis de controle dos Ensaio com a trajetória “Anel”. Condições Iniciais:

$$\xi_0 = [0, 2, 0] \quad \text{e} \quad \eta_0 = [0, 0, 0]. \quad \text{Referência:} \quad \eta_{ref} = [0, 0, 0] \quad \text{e}$$

$$\xi_{ref} = \left[ 2 \cdot \sin\left(\frac{t}{16}\right), 2 \cdot \sin\left(\frac{t}{16} + 0,5\pi\right), 2 \cdot \sin\left(\frac{t}{16}\right) \right].$$

Figura A9: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 9.

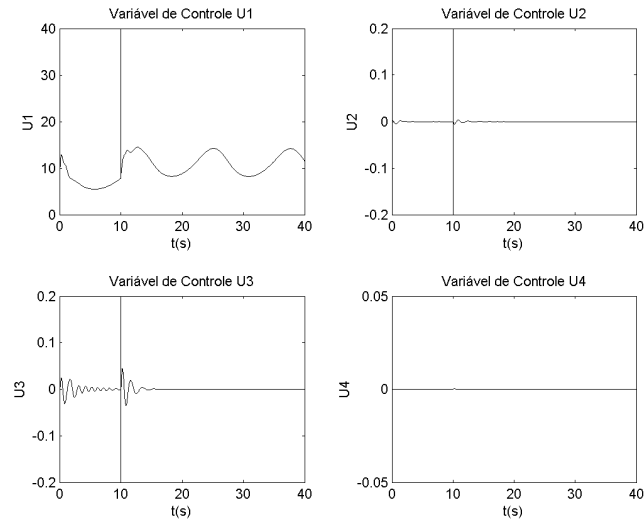


Figura A10: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 10.

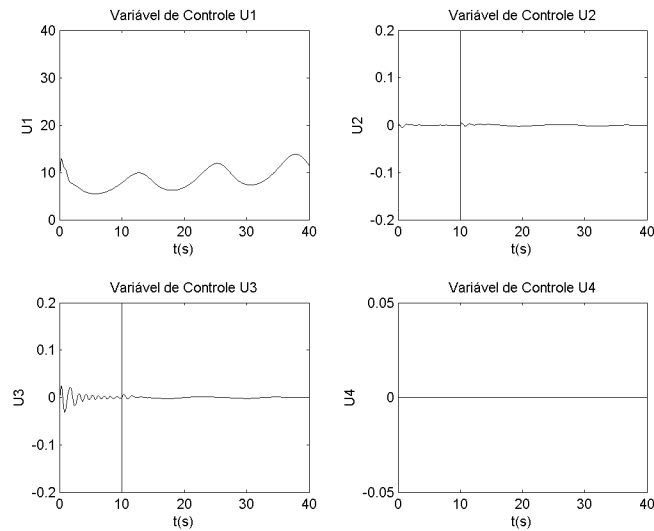


Figura A11: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 11.

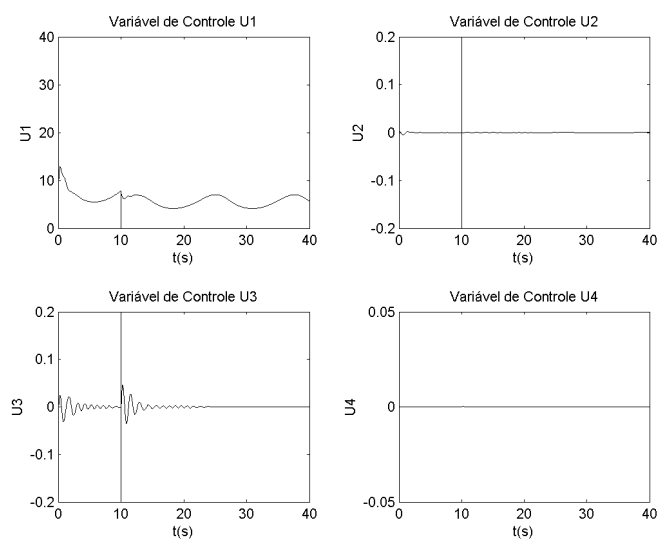
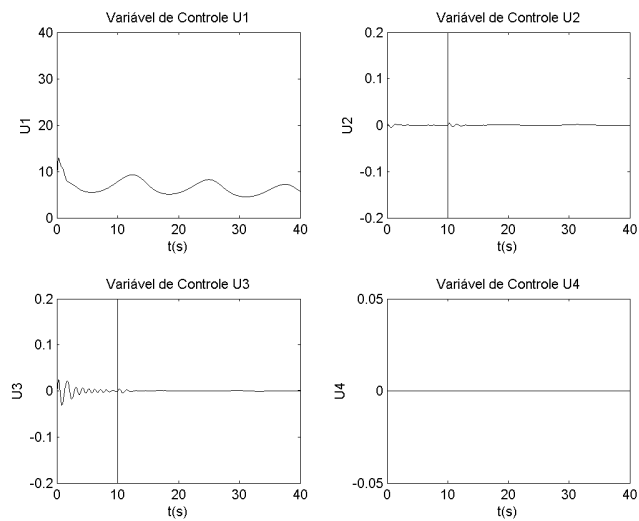


Figura A12: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 12.



4. Variáveis de controle dos Ensaio com a trajetória “Helicoidal”. Condições Iniciais:

$$\xi_0 = [0, 2, 0] \text{ e } \eta_0 = [0, 0, 0]. \text{ Referência: } \xi_{ref} = \left[ 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{t}{16}\right), 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{t}{16} + 0,5\pi\right), 0, 2t \right]$$

$$\text{e } \eta_{ref} = [0, 0, 0].$$

Figura A13: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 13.

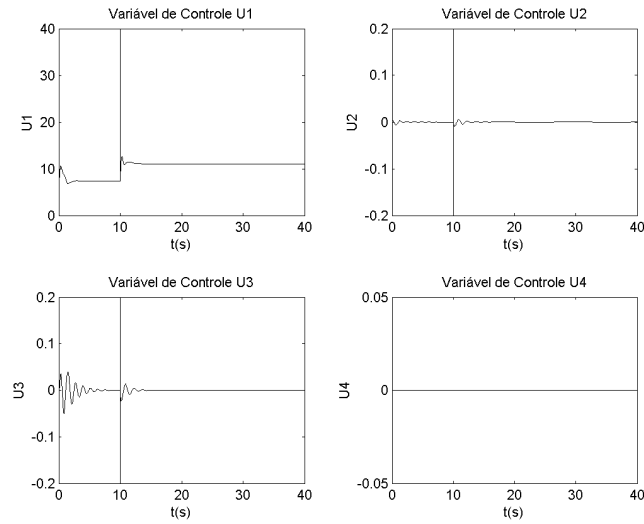


Figura A14: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 14.

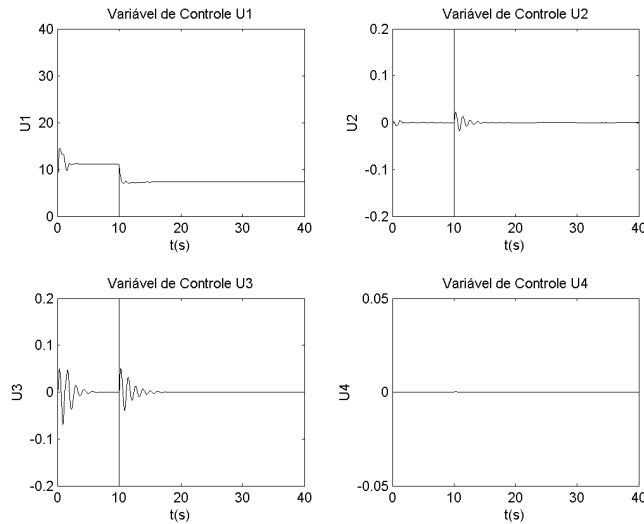


Figura A15: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 15.

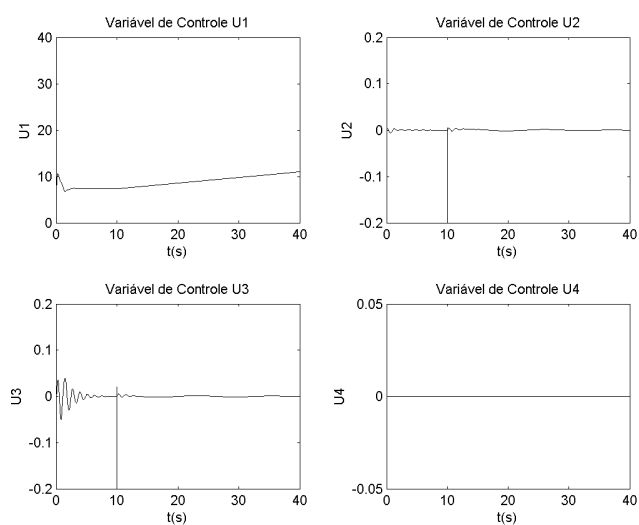


Figura A16: Gráficos das variáveis de controle  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  do Ensaio 16.

