

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DANIEL LUIZ RIBEIRO

**UTILIZAÇÃO DE ANTENA FRACTAL DE MICROFITA EM PROJETOS
DE ESTRUTURAS ELETRICAMENTE PEQUENAS E
INDEPENDENTES DA FREQUÊNCIA**

UBERLÂNDIA

2016

DANIEL LUIZ RIBEIRO

**UTILIZAÇÃO DE ANTENA FRACTAL DE MICROFITA EM PROJETOS
DE ESTRUTURAS ELETRICAMENTE PEQUENAS E
INDEPENDENTES DA FREQUÊNCIA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências. Área de concentração: Processamento Digital de Sinais.

Orientador:
GILBERTO ARANTES CARRIJO, PhD

UBERLÂNDIA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

R484u Ribeiro, Daniel Luiz, 1979-
2016 Utilização de antena fractal de microfita em projetos de estruturas
 eletricamente pequenas e independentes da frequência / Daniel Luiz
 Ribeiro. - 2016.
 136 f. : il.

 Orientador: Gilberto Arantes Carrijo.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
 Inclui bibliografia.

 1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Antenas (Eletrônica) - Teses. I.
Carrijo, Gilberto Arantes, 1948- II. Universidade Federal de Uberlândia.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU: 621.3

DANIEL LUIZ RIBEIRO

**UTILIZAÇÃO DE ANTENA FRACTAL DE MICROFITA EM PROJETOS
DE ESTRUTURAS ELETRICAMENTE PEQUENAS E
INDEPENDENTES DA FREQUÊNCIA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências.
Área de concentração: Processamento Digital de Sinais.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Gilberto Arantes Carrijo, PhD
FEELT/ Universidade Federal de Uberlândia – MG

Prof. Paulo Sergio Caparelli, Dr.
FEELT/ Universidade Federal de Uberlândia – MG

Prof. Edgar Silva Junior, Dr.
UEFS/ Feira de Santana – Bahia

AGRADECIMENTOS

À minha família (a esposa Daniela e o filho Ezequiel) que são pessoas que amo muito.

Aos meus pais, Ronaldo e Dora, pelo apoio direto e indireto, sem os quais eu jamais chegaria onde estou.

Ao orientador Gilberto pela dedicação e empenho.

Aos demais membros da banca, Caparelli e Edgar, por aceitarem fazer parte deste processo.

A todos os professores da FEELT, que enriquecem nosso curso.

A todos os funcionários da Faculdade de Engenharia Elétrica, que sempre contribuem com nosso curso e estão sempre prestativos.

A todos os funcionários da UFU, que muitas vezes permanecem no anonimato, mas fazem parte do processo de divulgação do conhecimento.

RESUMO

Antenas fractais são estruturas irradiadoras geradas recursivamente a partir da aplicação reiterada de um fator de conjunto gerador, possuindo a característica marcante de ser auto semelhante. São baseadas na teoria dos fractais desenvolvida por Mandelbrot e cuja aplicação se encontra presente em quase todos os ramos da ciência. Tais antenas possuem hoje inúmeras aplicações, de celulares a antenas de satélites, e têm se mostrado uma alternativa atraente para aplicações que requeiram característica de multibanda associada a alto ganho e miniaturização.

O presente trabalho procura apresentar de forma sistemática a teoria básica envolvendo antenas fractais, tendo-se por base não apenas as contribuições pioneiras de pesquisadores no mundo todo, mas também a teoria básica de antenas, a partir das quais é possível chegar-se a formulações importantes na área. O foco é para antenas de microfitas, dada a grande popularidade que têm encontrado nas últimas décadas.

Além de vasta bibliografia, contou-se com o auxílio da ferramenta computacional *HFSS* da *Ansoft®*, um software que simula estruturas em alta frequência. Este programa é utilizado para simular uma antena fractal de microfita proposta pelo autor, e os resultados são analisados tendo-se um duplo propósito: exemplificar o uso de uma antena fractal, por um lado, e fornecer um protótipo que porventura poderá ser utilizado em aplicações especiais, por algum projetista de antenas.

Os principais parâmetros fundamentais de antenas são analisados, como Perda de Retorno, VSWR, Ganho, etc., mas será dada ênfase especial à aplicação de estruturas fractais de microfita em dois tipos de aplicações: antenas eletricamente pequenas e antenas independentes da frequência.

Palavras-chave: Antenas Fractais, Miniaturização de Antenas, Antenas Independentes da Frequência, Teoria de Antenas

ABSTRACT

Fractal Antennas are radiating structures generated recursively from the reiterated application of a generating array, having the remarkable feature of being self similar. They are based on the theory of fractal developed by Mandelbrot and whose application is present in almost every branches of science. Such antennas have many applications today, from cell phones to satellite antennas, and have proved to be an attractive alternative for applications that required multiband characteristic associated with high gain and miniaturization.

This paper aims do present systematically the basic theory involving fractal antennas, and is based not only on the pioneering contributions of researchers around the world, but also the basic theory of antennas, from which is possible to reach important formulations in the area.

Besides the extensive bibliography, was used the computational tool *HFSS* by *Ansoft®*, a software that simulates high frequency structures. This program is used to simulate a fractal microstrip antenna proposed by the author, and the results are analyzed, having a dual propose: to exemplify the use of fractal antenna on the one hand, and providing a prototype which could possible be used in special applications, for some designer of antennas.

The main fundamental parameters of antennas are analyzed, such as Return Loss, VSWR, Gain, etc., but special emphasis will be given to the application of fractal microstrip structures in two kinds of applications: electrically small antennas and frequency independent antennas.

Keywords: Fractal Antennas, Miniaturization of Antennas, Frequency Independent Antennas, Theory of Antennas.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	11
LISTA DE TABELAS	14
1. INTRODUÇÃO	15
1.1 Motivação Inicial	15
1.2 Objeto de Estudo e Metodologia Utilizada	16
1.3 Estrutura da Dissertação	17
2. FRACTAIS: PARA ALÉM DA GEOMETRIA EUCLIDIANA	19
2.1 Introdução	19
2.2 Dimensão Fractal	25
2.3 Tipos de Fractais	26
2.4 Aplicações dos Fractais	27
2.4.1 Física	27
2.4.2 Ciências Biológicas	28
2.4.3 Ciências Econômicas	28
2.4.4 Teoria da Informação	29
2.4.5 Teoria e Engenharia de Antenas	29
3. ANTENA DIPOLO	30
3.1 Introdução	30
3.2 Determinação do Potencial Vetor Magnético \vec{A}	31
3.3 O Dipolo Curto	36
3.3.1 Potência Radiada pelo Dipolo Curto	39
3.3.2 Resistência de Radiação do Dipolo Curto	40
3.3.3 Resistência de Entrada do Dipolo Curto	41
3.3.4 Perda de Retorno do Dipolo Curto	43
3.3.5 VSWR do Dipolo Curto	45
3.3.6 Intensidade de Radiação e Diretividade do Dipolo Curto	46
3.3.7 Ganho do Dipolo Curto	47
3.3.8 Largura de Banda do Dipolo Curto	47
3.3.9 Fator de Qualidade e Curva de Seletividade do Dipolo Curto	48
3.4 O dipolo de Meio Comprimento de Onda	49
3.4.1 Potência Radiada pelo Dipolo $\lambda/2$	50
3.4.2 Resistência de Radiação do Dipolo $\lambda/2$	51
3.4.3 Resistência de Entrada do Dipolo $\lambda/2$	51
3.4.4 Perda de Retorno do Dipolo $\lambda/2$	52

3.4.5 Intensidade de Radiação e Diretividade do Dipolo $\lambda/2$	52
3.4.6 Ganho e Largura de Banda do Dipolo $\lambda/2$	53
3.4.7 Fator de Qualidade e Curva de Seletividade do Dipolo $\lambda/2$	53
4. CONJUNTO DE ANTENAS	54
4.1 Introdução	54
4.2 Interferências: Construtiva e Destrutiva	55
4.3 Distribuições: Linear, Plana, Tridimensional	57
4.3.1 Distribuição Linear	57
4.3.2 Distribuição Plana	63
4.3.3 Distribuição Circular	66
4.4 Conjuntos Broadside e End-Fire	67
5. LIMITES EM ANTENAS	68
5.1 Introdução	68
5.2 Limites para a Miniaturização de Antenas	68
5.3 Limites para a Largura de Faixa de Antenas	79
5.3.1 Antenas Independentes da Frequência	80
5.3.2 Reexaminando os Requisitos para a Independ. da Frequência ...	85
6. CONJUNTO DE ANTENAS FRACTAIS DE MICROFITA	86
6.1 Introdução	86
6.2 Fator de Conjunto de Antenas Fractais	87
6.3 Construção de Antenas Fractais Básicas	89
6.3.1 Gaxeta de Sierpinski	89
6.3.2 Triângulo de Sierpinski	90
6.3.3 Ilha de Minkowski	92
6.3.4 Curva de Peano-Hilbert	92
6.4 Fractais Utilizando Antenas de Microfita	93
6.4.1 Elementos Constitutivos das Antenas Fractais de Microfita	93
6.4.2 Otimização de Parâmetros Fundamentais de Antenas de Microfita Utilizando Plaquetas com Geometria Fractal	95
a) Curva Fractal de Minkowski	95
b) “Retângulo Dilacerado”	96
c) Triângulo de Koch	97
d) Antena Triangular DRAF	98
e) Triângulo de Sierpinski com Vários Ângulos de Alargamento..	99
f) Quadrado Fractal de Cantor Modificado	100

6.5 PROJETOS DE ANTENAS ELETRICAMENTE PEQUENAS E INDEPENDENTES DA FREQUÊNCIA COM FRACTAIS DE MICROFITA	101
6.6 APLICAÇÕES DE ANTENAS FRACTAIS DE MICROFITA	103
6.6.1 RFID	103
6.6.2 Telefonia Celular	104
6.6.3 Comunicações via Satélite	105
6.6.4 Transferência de Energia sem Fio	105
7. PROPOSTA DE UMA ANTENA FRACTAL DE MICROFITA PARA PROJETOS COM ESTRUTURAS ELETRICAMENTE PEQUENAS E INDEPENDENTES DA FREQUÊNCIA	106
7.1 Introdução	106
7.2 Configurações da Antena	106
7.3 Especificidades do Software	108
7.4 Fator de Conjunto da Antena Fractal Proposta	110
7.5 Simulação e Resultados	111
7.5.1 Perda de Retorno	112
7.5.2 VSWR	113
7.5.3 Impedância de Entrada	114
7.5.4 Ganho	115
7.5.5 Diagrama de Radiação	117
7.5.6 Diagrama 3D	118
7.5.7 Fator de Qualidade	120
7.6 Análise dos Resultados	121
8. CONCLUSÃO	123
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	126

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Função de Weierstrass	20
Figura 2.2 – Pente de Cantor	20
Figura 2.3 – Esfera de Poincaré	21
Figura 2.4 – Curva de Peano-Hilbert	21
Figura 2.5 – Curva de Koch	22
Figura 2.6 – Gaxeta (a) e Triângulo (b) de Sierpinski	22
Figura 2.7 – Conjunto de Julia	23
Figura 2.8 – Folha construída de forma iterativa	23
Figura 2.9 – Conjunto de Mandelbrot	24
Figura 2.10 – Floco de Koch construído iterativamente	26
Figura 3.1 – Distribuição de corrente para o dipolo curto	36
Figura 3.2 – Diagrama de potência de radiação de um dipolo curto	39
Figura 3.3 – Resistência de Radiação versus comprimento do dipolo	40
Figura 3.4 – Comport. da linha de transm. com extremidade em aberto	41
Figura 3.5 – Perda de Retorno versus frequência de uma antena	44
Figura 3.6 – Perda de Retorno (acima) e VSWR (abaixo) de uma antena	45
Figura 3.7 – Diretividade <i>versus</i> comprimento do dipolo	46
Figura 3.8 – Ganho <i>versus</i> frequência de um dipolo curto	47
Figura 3.9 – Fator de Qualidade em função do tamanho do dipolo curto	48
Figura 3.10 – Distribuição de corrente de um dipolo $\lambda/2$	49
Figura 3.11 – Diagrama de radiação em três dimensões de um dipolo	53
Figura 4.1 – Conjunto Yagi-Uda	54
Figura 4.2 – Exemplos de distribuição em conjuntos	55
Figura 4.3 – Interferências construtiva e destrutiva em conjuntos de antenas	55
Figura 4.4 – Padrão de radiação de duas fontes para (a) mesma fase e (b) fases opostas	56
Figura 4.5 – Geometria de campo distante de um conjunto de n fontes isotrópicas	58
Figura 4.6 – Diagrama de radiação para vários valores de beta	60
Figura 4.7 – Fator de conjunto para 20 elementos (a) e diretividade relativa (b)..	62
Figura 4.8 – Conjunto plano	63

Figura 4.9 – Fator de conjunto para 20 elementos planos (a) e diretividade relativa (b)	64
Figura 4.10 – Radiação em 3D para três elementos (a) e representação bidimensional (b)	65
Figura 4.11 – Conjunto circular	66
Figura 4.12 – Fator de Conjunto para 20 elementos circulares (a) e diretividade relativa (b)	66
Figura 4.13 – Exemplos de conjuntos Broadside (à esquerda) e End-Fire (à direita)	67
Figura 5.1 – Fator de Qualidade versus comprimento do dipolo	71
Figura 5.2 – Antena confinada numa superfície esférica imaginária	72
Figura 5.3 – Circuito equivalente da estrutura confinada na esfera	74
Figura 5.4 – Fator de Qualidade versus kr para várias antenas e vários valores de eficiência	76
Figura 5.5 – Intersecção de curvas quando redimensionadas em escala	81
Figura 5.6 – Antenas espirais: fenda espiral (a) e espiral de Arquimedes (b)	83
Figura 5.7 – Antena log-periódica	84
Figura 6.1 – (a) Subconjunto gerador. (b) 1ª iteração. (c) 2ª iteração.	89
Figura 6.2 – Triângulo de Sierpinski utilizado em antenas fractais de microfita ..	90
Figura 6.3 – Triângulo de Pascal para construção do triângulo de Sierpinski	91
Figura 6.4 – Triângulos de Sierpinski: (a) Mod-2. (b) Mod-3.	91
Figura 6.5 – Estágios de crescimento da Ilha de Minkowski.	92
Figura 6.6 – Estágios de crescimento da curva de Peano-Hibert.	92
Figura 6.7 – Elementos constitutivos de uma antena fractal de microfita.	93
Figura 6.8 – Plaquetas de Minkowski com nenhuma iteração (A0), 1 (A1) e 2 (A2) iterações.	95
Figura 6.9 – Perda de Retorno para a antena proposta por OLIVEIRA et. al. 2010	96
Figura 6.10 – Antena patch proposta por GIANVITTORIO et. al. (2002).	96
Figura 6.11 – Perda de Retorno da antena proposta por GIANVITTORIO et. al. (2002).	97
Figura 6.12 – (a) Antena proposta por KRISHNA et. al. (2009) e (b) Perda de Retorno.	98
Figura 6.13 – Antena DRAF (a) e sua Perda de Retorno (b).	98

Figura 6.14 – Triângulo Sierpinski com vários ângulos de alargamento.	99
Figura 6.15 – Coeficiente de Reflexão para as várias antenas. (BALIARDA et. al. 2000a).	99
Figura 6.16 – (a) Quadrado Fractal de Cantor Modificado. (b) Perda de Retorno. (MONDAL et. al. 2015).	100
Figura 6.17 – Fator de Qualidade versus k_r para a curva de Koch. (BALIARDA et. al. 2000b).	101
Figura 6.18 – (a) Antena proposta por ABDERRAHMANE et. al. (2013). (b) VSWR.	102
Figura 6.19 – Circuito de celular com antenas fractais de Peano-Hilbert.	104
Figura 7.1 – (a) Subconjunto gerador, (b) 1º estágio e (c) 2º estágio da antena proposta.	106
Figura 7.2 – (a) Antena fractal proposta e (b) vista de perfil.	108
Figura 7.3 – Antenas propostas nos vários estágios de iteração.	111
Figura 7.4 – Perda de Retorno da antena proposta.	112
Figura 7.5 – VSWR da antena proposta.	113
Figura 7.6 – Impedância de entrada da antena proposta de iteração 0.	114
Figura 7.7 – Impedância de entrada da antena proposta de iteração 1.	114
Figura 7.8 – Impedância de entrada da antena proposta de iteração 2.	114
Figura 7.9 – Ganho da antena proposta de iteração 0.	115
Figura 7.10 – Ganho da antena proposta de iteração 1.	116
Figura 7.11 – Ganho da antena proposta de iteração 2.	116
Figura 7.12 – Diagrama de Radiação da antena proposta de iteração 0.	117
Figura 7.13 – Diagrama de Radiação da antena proposta de iteração 1.	117
Figura 7.14 – Diagrama de Radiação da antena proposta de iteração 2.	118
Figura 7.15 – Diagrama 3D da antena proposta de iteração 0.	118
Figura 7.16 – Diagrama 3D da antena proposta de iteração 1.	119
Figura 7.17 – Diagrama 3D da antena proposta de iteração 2.	119
Figura 7.18 – Fator de Qualidade versus k_r da antena proposta para as três iterações.	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores da Perda de Retorno para a antena de iteração 0.	112
Tabela 2 – Valores da perda de Retorno para a antena de iteração 1.	112
Tabela 3 – Valores da Perda de Retorno para a antena de iteração 2.	112
Tabela 4 – Valores da VSWR para a antena de iteração 0.	113
Tabela 5 – Valores da VSWR para a antena de iteração 1.	113
Tabela 6 – Valores da VSWR para a antena de iteração 2.	113
Tabela 7 – Valores da Impedância de Entrada para a antena de iteração 0.	115
Tabela 8 – Valores da Impedância de Entrada para a antena de iteração 1.	115
Tabela 9 – Valores da Impedância de Entrada para a antena de iteração 2.	115

1. INTRODUÇÃO

1.1 Motivação Inicial

A trajetória do desenvolvimento das antenas praticamente se confunde com a história das telecomunicações modernas. À medida que novos dispositivos eletrônicos de comunicação à distância vêm sendo projetados há quase um século e meio, formas mais eficientes de irradiação precisaram ser concebidas para tornar possível determinados processos e sistemas de transmissão. Inversamente, o aprimoramento de novos tipos de antenas incentivou o surgimento de complexos aparelhos eletrônicos direcionados a aplicações especiais diversas.

As primeiras antenas datam do século XIX e são conhecidas hoje como antenas filamentosas, ou mais comumente, antenas dipolo. Posteriormente novas formas foram sendo criadas como a bicônica, de quadro, helicoidal, Yagi-Uda, Corneta, Parabólicas e muitas outras. Todas elas seguiram aproximadamente as formas euclidianas tradicionais: cone, semiesfera, parábola, etc. ou a união destas entre si. (SCHELKUNOFF, 1992)

Foi somente no final da segunda metade do século XX que novas estruturas irradiadoras não euclidianas começaram a ser analisadas com a devida importância e testadas em vários tipos de antenas. Essas estruturas são as antenas fractais.

Atualmente, a importância das antenas fractais se tornou tão grande que é impossível que o engenheiro de antenas ignore sua existência e ainda não tenha o mínimo de domínio sobre seus benefícios na utilização dos vários projetos. A quantidade de artigos, obras, projetos e estudos sobre antenas fractais atestam esse fato. (BALIARDA et. al., 2000b) (BANCROFT, s/d) (BENAZIR et. al., 2014) (KAUR; AGGARWAL, 2014) (KAUR; SINGH, 2014) (GHATAK et. al., 2015) (COSTA, 2007).

Ao mesmo tempo, o grande desempenho apresentado pelas antenas fractais nos requisitos de atuação em multibanda, miniaturização, alto ganho e eficiência incentivaram o seu estudo e aprofundamento pelos vários pesquisadores e engenheiros da área. (CHOWDARY et. al., 2013b) (ABRAHAM et. al., 2014).

A existência de antenas fractais pode ser constatada numa infinidade de aparelhos, desde telefones celulares, smartphones e RFID's até antenas de satélites e radares. Isso a torna um importante elemento que merece um estudo à parte.

1.2 Objeto de Estudo e Metodologia Utilizada

Neste trabalho, buscou-se realizar um estudo pormenorizado das antenas fractais de microfita e suas aplicações em diversas áreas da engenharia, bem como seu desempenho em relação aos principais parâmetros de antenas tais como Perda de Retorno, VSWR, Impedância de entrada ou ganho, dentre outros. Além disso, buscou-se avaliar a eficácia das antenas fractais em projetos que visem a redução de escala (miniaturização) e aumento da largura de banda.

Para a execução desta tarefa é feita uma revisão dos principais conceitos envolvendo geometria fractal e teoria de antenas, sendo um suporte teórico necessário ao adequado entendimento dos objetivos propostos. Em seguida, são analisadas as principais características dessas antenas, a partir da vasta bibliografia referenciada na parte final. Por fim, é proposto um modelo de antena fractal de microfita para simulação em software especializado, e então os resultados são apresentados e analisados, e seu rendimento é colocado à prova.

O software utilizado é um programa de simulação de estruturas de alta frequência denominado *HFSS* e desenvolvido pela empresa *Ansoft®*. Esta ferramenta computacional é uma das mais utilizadas pela comunidade internacional de projetistas de antenas e representa uma importante ferramenta didática, fornecendo uma visão ampla e intuitiva sobre os processos envolvendo a estrutura e proporcionando um recurso de modelagem ágil e dinâmico.

Uma atenção especial é dada aos quesitos *miniaturização* e *independência em relação à frequência* devido às características especiais das estruturas fractais que as fazem se aproximar de antenas pequenas e independentes da frequência. Por isso, uma revisão da literatura também se faz necessária para um completo entendimento do problema.

Ao final, espera-se que a antena proposta satisfaça os requisitos para os quais foi projetada, e também que sirva como mais um exemplo do grande potencial representado pelas antenas fractais na solução de vários problemas enfrentados no projeto dos aparelhos modernos como transmissão em banda larga, seletividade em frequência, redução de escala ou alto ganho. E acima de tudo, pretende-se que este trabalho sirva como incentivo para futuros engenheiros na elaboração de projetos que possuam viabilidade econômica e grande eficiência.

1.3 Estrutura da Dissertação

O capítulo 2 aborda a teoria básica sobre geometria fractal e de que forma ela representou uma ruptura em relação à geometria euclidiana. São apresentadas as principais figuras geométricas fractais, sua dimensão fractal, forma de construção e características. Por fim, são mostradas várias áreas onde se utiliza a geometria fractal como ferramenta de análise: nas ciências exatas, biomédicas e humanas.

No capítulo 3 é feita uma revisão das antenas dipolo, com ênfase no dipolo curto e no de meio comprimento de onda ($\lambda/2$), pois entende-se que tais estruturas são as formas mais elementares de irradiação e servem de base para modelagem de outros tipos de antenas. Para a determinação dos principais parâmetros, parte-se do potencial vetor magnético, o qual é deduzido das equações de Maxwell.

O capítulo 4 é uma revisão da teoria de conjunto de antenas, com ênfase no fenômeno físico das interferências construtiva e destrutiva, fator de conjunto, tipos de distribuição (plana, circular, etc.) e orientação do feixe. Conjuntos de antenas são fundamentais para o entendimento de antenas fractais, já que estas são concebidas como sendo conjuntos de conjuntos.

No capítulo 5 é feita uma revisão bibliográfica e teórica sobre limites envolvendo redução de antenas e também aumento da largura de faixa. Tanto num caso como noutro, seguiu-se uma abordagem cronológica de apresentação do problema, isto é, como ele foi gradativamente pensado ao longo das décadas, até chegar-se finalmente a uma solução exata ou, pelo menos, aceitável. Também é discutido os requisitos necessários para miniaturização de antenas e para independência em relação à frequência.

No capítulo 6 aglutinam-se as teorias apresentadas nos capítulos anteriores e desta maneira é apresentada a modelagem de antenas fractais de microfita. A teoria básica sobre antenas de microfita é revista, o fator de conjunto de antenas fractais de microfita é apresentado e técnicas de construção de tais antenas são expostas. A seguir vários modelos desenvolvidos por pesquisadores em todo o mundo são analisados para efeito de ilustração. O capítulo termina com exemplos de aplicações de antenas fractais nos diversos ramos das telecomunicações.

O capítulo 7 é dedicado ao projeto e simulação de uma antena fractal de microfita, bem como à apresentação dos resultados. Será encontrado seu fator de conjunto a partir da análise teórica apresentada nos capítulos 4 e 6. Os aspectos práticos de construção da antena são mostrados, as simulações são realizadas através do software *HFSS* da *Ansoft®* e os resultados mostrados em gráficos e tabelas.

Por fim, no capítulo 8 são feitos comentários gerais sobre os resultados das simulações, antenas fractais em geral, e de que modo estas estão ligadas à característica de miniaturização de antenas e antenas independentes da frequência. Destacam-se desafios e perspectivas em relação a trabalhos futuros.

2. FRACTAIS: PARA ALÉM DA GEOMETRIA EUCLIDIANA

2.1 INTRODUÇÃO

Desde a publicação dos *Elementos* de Euclides, por volta do século III a.C., até meados do século XIX, a geometria tem sido analisada em termos de postulados básicos envolvendo as noções de ponto, reta, superfície e volume, e também através de formas clássicas como esferas, pirâmides, cilindros, etc., incluindo os teoremas e as demonstrações envolvendo essas formas. O grande sucesso obtido por tais teorias e a enorme aplicabilidade encontrada a partir das mesmas levou muitos matemáticos e geômetras a suporem que a geometria euclidiana seria a única possível, fora da qual qualquer modelo se tornaria impensável. Muitos chegaram a afirmar, inclusive, que os axiomas da geometria euclidiana fossem juízos *a priori*, isto é, que fariam parte de nossa intuição e que portanto não dependeriam de qualquer experiência. (HILBERT, 1971)

Os primeiros estudos no sentido de transpor a geometria euclidiana foram realizados a partir do famoso *quinto postulado* da obra *Elementos* de Euclides, e que pode ser formulado da seguinte maneira: existe apenas uma única reta que seja paralela a outra reta e que passe por um ponto fora desta. Gauss, Lobatchevsky e Bolyai apresentaram no início do século XIX a ideia de que, por um ponto fora de uma reta dada pode-se traçar mais de uma reta paralela a esta, e assim surgiu a geometria hiperbólica (CARMO et. al., 1987). Essa geometria pode ser utilizada por exemplo na determinação do espaço-tempo de Minkowski, dentre muitas outras aplicações.

Na segunda metade do século XIX, Weierstrass propôs uma função que, apesar de contínua na reta \mathbb{R} , não tinha nenhuma derivada em todo o domínio (MIRANDA et. al., 2012). Essa função ficou conhecida como *função de Weierstrass*, em homenagem ao seu descobridor, e foi definida da seguinte maneira:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x) \quad (2.1)$$

em que a está no intervalo $]0,1[$ e b é um número inteiro positivo ímpar, de tal maneira que $ab > 1 + (3/2)\pi$. O gráfico da função de Weierstrass revela que ela possui a característica de auto similaridade, isto é, ela se repete à medida que se aumenta a escala, conforme pode ser observado na figura 2.1.

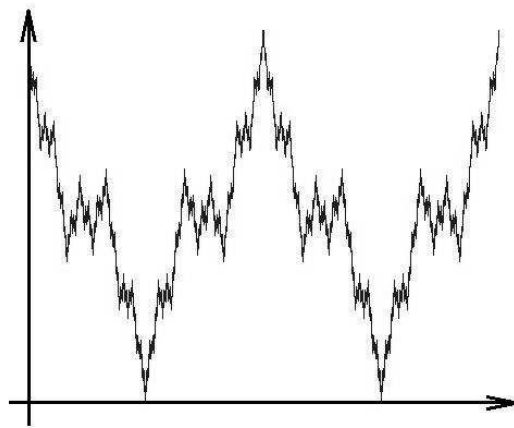


Figura 2.1 – Função de Weierstrass

Alguns anos mais tarde, um aluno de Weierstrass chamado Cantor formulou um tipo de conjunto que se caracteriza por ser constituído de um número infinito de pontos no intervalo $[0,1]$. Sua construção é feita dividindo-se um intervalo inicial $[0,1]$ em três partes e desprezando-se o termo médio, de modo a restar apenas dois intervalos disjuntos, e a seguir repetindo-se o mesmo processo para cada um dos novos intervalos restantes, sucessivamente em novas iterações (EVES, 2002). Este *conjunto de Cantor* também possui a característica da auto similaridade. Um exemplo de um pente de Cantor construído a partir do conjunto assim definido é mostrado na figura 2.2, para as seis primeiras iterações.

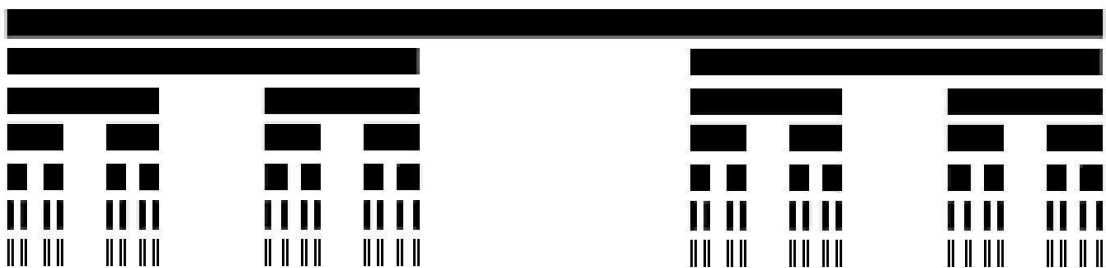


Figura 2.2 – Pente de Cantor

Outra importante visão alternativa à geometria euclidiana foi proposta por Poincaré, no final do século XIX, através de seu disco hiperbólico (ANDERSON, 1999), um disco do espaço bidimensional que possui geometria hiperbólica e é definido da seguinte maneira:

$$\{x \in \mathbb{R}^2: |x| < 1\}$$

$$ds^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{(1 - x^2 - y^2)^2} \quad (2.2)$$

em que ds^2 é a métrica hiperbólica, e x, y são coordenadas do plano cartesiano.

A figura 2.3 ilustra o formato geral desse disco hiperbólico, em que uma linha é representada como um arco no círculo cujas extremidades são perpendiculares ao contorno do disco. Arcos que satisfazem à condição de ortogonalidade correspondem a linhas perpendiculares, e os que não satisfazem, são paralelos.

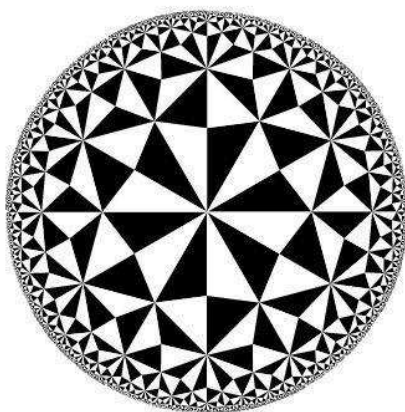


Figura 2.3 – Disco Hiperbólico de Poincaré

Ainda no final do século XIX, o matemático Giuseppe Peano definiu um tipo de curva como o “caminho de um ponto em movimento contínuo” e que podem ser geradas pela simples partição recursiva do espaço. Logo depois outro matemático, Hilbert, descreveu uma curva similar, como uma variação da curva de Peano (BOYER, 1996). As curvas que possuem essa característica de preenchimento espacial são conhecidas como *curvas de Peano-Hilbert*, cujos exemplos são mostrados na figura 2.4.

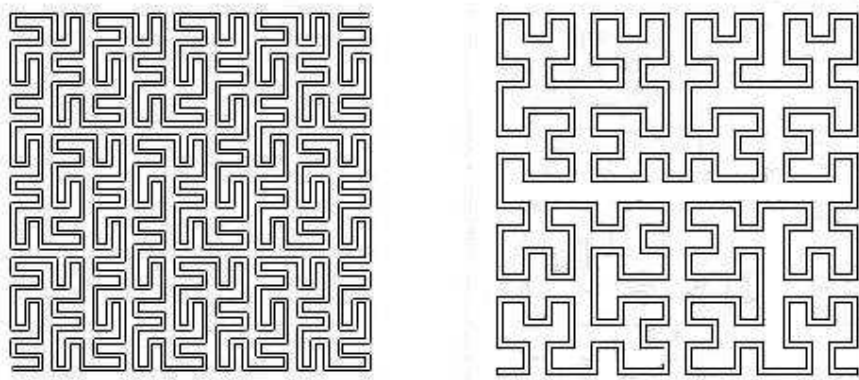


Figura 2.4 – Curva de Peano-Hilbert

No início do século XX, Helge von Koch criou uma curva usando a ideia de iteração: divide-se um segmento de reta em três partes iguais, substitui-se a parte

central por um triângulo equilátero, e repete-se o procedimento para os segmentos de reta restantes, sucessivamente (SILVA et. al., 2010). O resultado será a curva de Koch, mostrada na figura 2.5.

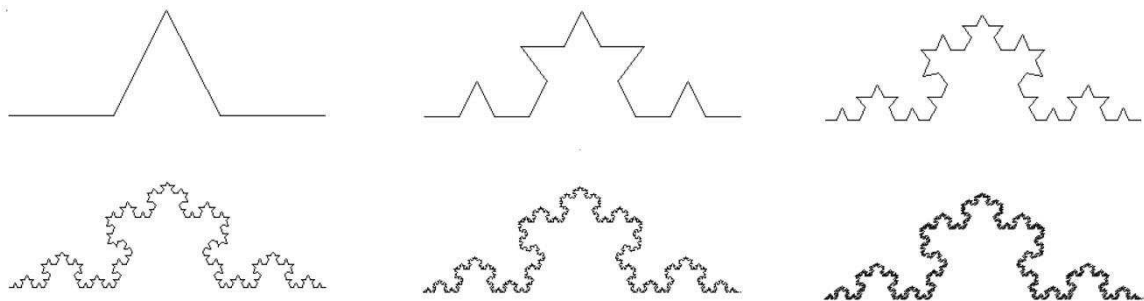


Figura 2.5 – Curva de Koch

Um pouco depois, Sierpinski construiu formas geométricas baseadas no mesmo princípio, mas desta vez utilizando quadrados e triângulos. O processo iterativo para a criação de um *tapete de Sierpinski* consiste na utilização de um quadrado dividido em 9 partes, com a remoção da parte central. Para cada nova parte resultante (8 quadrados), procede-se da mesma forma, e assim por diante (SILVA et. al., op. cit.). O processo para a formação do *triângulo de Sierpinski* é similar. A figura 2.6 ilustra essas duas figuras. A figura 2.6(a) mostra o tapete, e a figura 2.6(b) o triângulo.

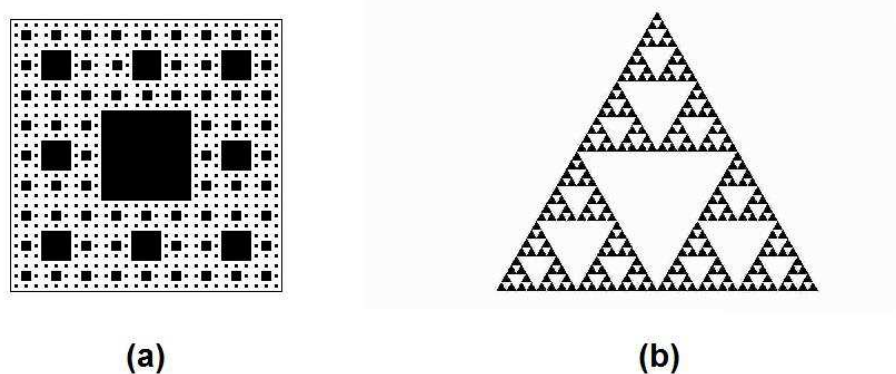


Figura 2.6 – Gaxeta (a) e Triângulo (b) de Sierpinski

Uma grande contribuição à análise das estruturas não euclidianas foi dada posteriormente por Gaston Julia. A partir da expressão complexa desenvolvida pelo matemático Pierre Fatou, $z^2 + c$, em que $z = a + bj$ e c é uma constante, Julia construiu um conjunto que foi gerado recursivamente através da seguinte expressão:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad (2.3)$$

Essa expressão permite a criação de uma figura geométrica a partir da contração ($|z| < 1$) ou dilatação ($|z| > 1$), realizadas através da multiplicação por $|z|$ e da duplicação do ângulo polar (MIRANDA et. al., op. cit.). A figura 2.7 ilustra um conjunto de Julia formado quando $z = 0,8 + 0,6j$ e $z^5 + c$.

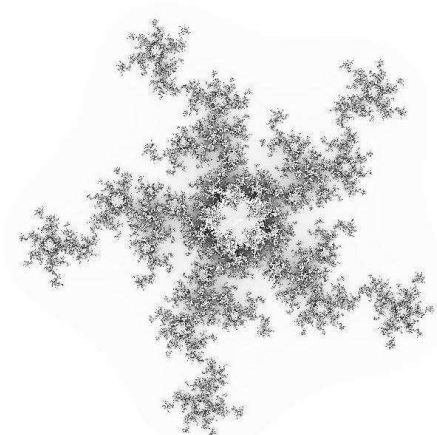


Figura 2.7 – Conjunto de Julia

Durante o século XX, vários estudiosos continuaram investigando essas formas não euclidianas, muitas vezes chamadas de “patológicas”. Entretanto, por volta da metade do século, a ineficácia das tradicionais figuras da geometria euclidiana para descrever formas como nuvens, montanhas, árvores ou raios, instigaram teóricos a repensar esses modelos tradicionais e a propor novas visões. Dentre eles se destaca Benoit Mandelbrot (MANDELBROT, 1983).

Baseando-se nos estudos dos principais geômetras e matemáticos citados anteriormente e suas figuras não euclidianas, Mandelbrot constatou a extrema irregularidade exibida pelos vários contornos apresentados na natureza. Além disso, observou também que havia uma espécie de fragmentação nesses formatos, isto é, a repetição do formato inicial em diferentes escalas. Um exemplo típico dessa repetição pode ser encontrado numa simples folha de árvore, conforme figura 2.8.

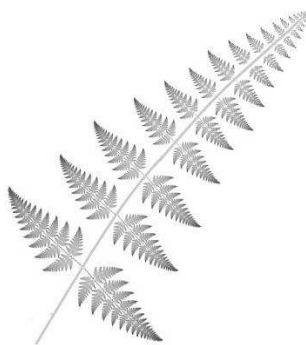


Figura 2.8 – Folha construída de forma iterativa

Mandelbrot deu o nome de *fractais* a essas formas irregulares e auto similares. Embora elas tivessem sido analisadas há séculos, principalmente através dos estudos relatados anteriormente sobre geometria não euclidiana, foi somente com Mandelbrot que um estudo sistemático sobre essas figuras foi realizado e apresentado à academia, embora no início tenha havido uma certa resistência na aceitação dessa nova geometria.

Com o advento dos computadores foi possível implementar, pela primeira vez, figuras que possuíam a geometria fractal, utilizando-se os princípios formulados por Mandelbrot. Ele próprio, trabalhando na IBM, foi um pioneiro na utilização do cálculo computacional e computação gráfica para criação de figuras com forma de fractal, fato esse que o ajudou na formulação e embasamento da teoria sobre fractais.

A figura 2.9 apresenta a clássica figura gerada a partir do chamado “conjunto de Mandelbrot”, que tem por base os cálculos feitos por Fatou e Julia.

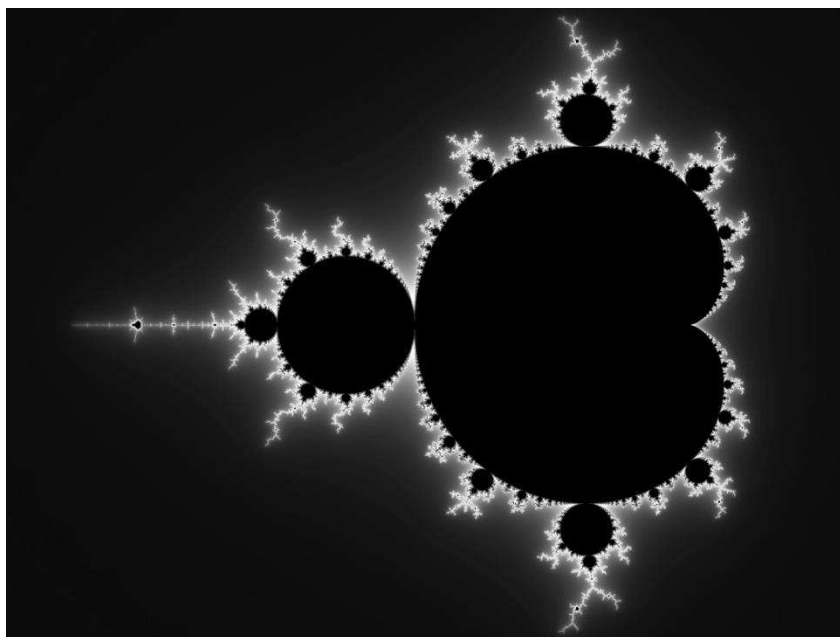


Figura 2.9 – Conjunto de Mandelbrot

Este capítulo irá apresentar as principais definições envolvendo a geometria fractal, bem como sua aplicabilidade nos diversos ramos da ciência.

2.2 DIMENSÃO FRACTAL

Mandelbrot utilizou o conceito de dimensão de Hausdorff para encontrar a dimensão dos fractais, pois este conceito é bastante adequado na investigação de conjuntos irregulares. A dimensão de Hausdorff permite atribuir uma medida positiva a conjuntos que possuam comprimentos nulos ou infinitos para toda dimensão topológica inteira (\mathbb{R} , \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 , etc.) (MANDELBROT, op. cit.).

A dimensão de Hausdorff é obtida dividindo-se um hipercubo em n^d partes iguais, sendo d a dimensão do hipercubo. Essa divisão é obtida iterativamente. Considerando-se p iterações, o número de partes obtidas (N) será:

$$N = \left(\frac{L}{n}\right)^d \quad (2.4)$$

em que L é o comprimento do lado e n é o número de partes que dividirão a figura (coeficiente de redução).

Utilizando a equação (2.4), pode-se determinar a dimensão de Hausdorff como:

$$d = \frac{\log N}{\log \frac{L}{n}} \quad (2.5)$$

A fórmula (2.5) pode ser utilizada para se encontrar a dimensão fractal. O triângulo de Sierpinski, por exemplo, tem dimensão fractal de 1,5849 para um coeficiente de redução igual a 0.5 e N igual a 3 (SILVA et. al., op. cit.).

Baseado em (2.5), Mandelbrot afirma que um conjunto fractal é aquele em que a dimensão de Hausdorff-Besicovitch excede estritamente a dimensão topológica.

Existem métodos para determinação da dimensão fractal que utilizam uma abordagem baseada na análise da imagem digitalizada, como o “*box-counting algorithm*”, que é feito a partir do preenchimento da imagem bidimensional com quadrados dispostos sucessivamente um após o outro até se cobrir a superfície da figura (LONG et. al., 2013). A partir deste método é possível obter a dimensão fractal de formas irregulares encontradas na natureza como a do sistema fluvial do rio Amazonas (1,85), dos relâmpagos no espaço tridimensional (1,51) ou da distribuição das galáxias no universo (1,2).

O cálculo da dimensão fractal é um importante indicativo das propriedades de uma estrutura, entretanto, não é suficiente para mostrar o tipo de processo envolvido na sua formação.

2.3 TIPOS DE FRACTAIS

Os fractais são geralmente agrupados em três tipos (ASSIS et. al., 2008), de acordo com a maneira como foram gerados:

- Por Sistemas de Funções Iteradas (IFS – *Iterated Function Systems*)
- Por Relação de Recorrência (RR)
- Aleatoriamente (A)

A técnica IFS consiste na repetição em escala da mesma figura, a partir de uma regra fixa, até um número fixo de iterações. Pode ser pela redução de escala e geração de cópias menores, ou aumento de escala e formação de cópias maiores, sendo todas as cópias idênticas. A figura 2.10 ilustra o processo de formação de um *Floco de Koch* pela diminuição da escala e sua repetição sucessiva, com um total de 5 iterações.

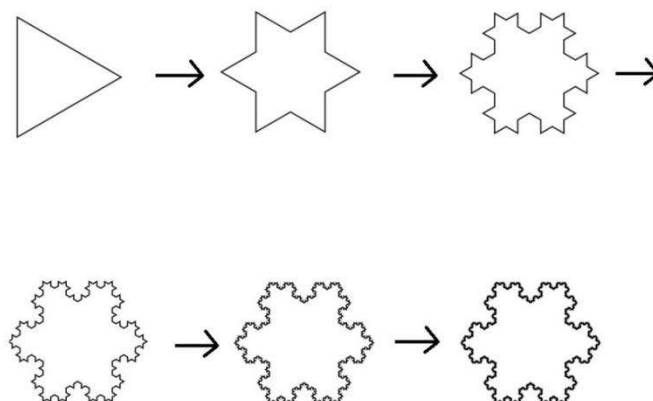


Figura 2.10 – Floco de Koch construído iterativamente

Essa técnica se tornou bastante popular, principalmente quando a eficiência computacional aumentou enormemente nas últimas décadas. Quanto maior a capacidade de processamento e memória de um computador, maior o número de iterações possíveis de serem geradas. Entretanto, a partir de um número máximo de iterações, as variações se tornam imperceptíveis aos olhos ou para fins práticos.

O tipo RR utiliza uma equação de recorrência em cada ponto e a partir dos resultados obtidos calcula os próximos termos, num processo sucessivo. Um exemplo é o *fractal de Lyapunov*, criado a partir da expansão da função logística.

Finalmente, existem os fractais obtidos de forma aleatória por algum processo randômico, por exemplo, uma interferência eletromagnética ou um fenômeno climático. São mais comumente encontrados na natureza, justamente porque fenômenos aleatórios ocorrem nela o tempo todo. Um exemplo de fractal aleatório é o raio.

De todos os três, o mais utilizado é o método IFS. Ele pode ser uma importante ferramenta para modelagem de folhas, nuvens, montanhas, etc. principalmente com o auxílio da enorme capacidade computacional disponível hoje em dia. Outra área onde o método IFS é amplamente utilizado é na concepção de antenas fractais, conforme será visto no capítulo 6.

2.4 APLICAÇÕES DOS FRACTAIS

Após a publicação dos resultados de Mandelbrot sobre geometria fractal houve uma explosão de novas áreas que passaram a utilizá-la como método de análise. Da Física à Economia, passando pelas ciências biomédicas, engenharia, climatologia e inúmeras outras áreas, a geometria fractal se tornou uma importante ferramenta no auxílio à pesquisa e às novas descobertas.

A seguir são apresentadas apenas algumas aplicações das principais áreas, haja vista que a quantidade dessas aplicações é enormemente grande.

2.4.1 Física

Em Astronomia, estudos sugerem que a distribuição de galáxias segue o padrão fractal. Utilizando-se dados de densidade radial e distância observacional, há fortes indícios de que as galáxias estão dispostas de tal maneira que podem ser descritas segundo o modelo fractal relativístico (SAAVEDRA, 2011).

Para descrever a teoria do Caos, muitos pesquisadores têm utilizado o conceito de fractal. A ideia de que pequenas mudanças no início de eventos podem ocasionar efeitos desproporcionais no futuro, totalmente imprevisíveis, começou a ser observada numa infinidade de fenômenos, inclusive nos biológicos e até econômicos ou sociais (LORENZ, 1972). Constatou-se também que as equações que descreviam os fractais eram semelhantes às que descreviam os efeitos caóticos.

Então, aquilo que parecia imprevisível começou a ser visto como tendo uma certa ordem: a ordem fractal (BRIGGS, 1992).

Em Física dos Materiais, muitas estruturas assumem um aspecto ramificado e auto similar, sejam elas sólidas ou compostas de fluidos. E também meios porosos podem ser compreendidos à luz da teoria fractal. Medindo-se a dimensão fractal de uma estrutura, pode-se obter informações sobre a mesma, principalmente em se tratando daquelas muito irregulares (NUSSENZVEIG, 1999).

2.4.2 Ciências Biológicas

Constatou-se que o ritmo cardíaco segue um padrão fractal. Uma análise do eletrocardiograma comprova a existência de padrões auto similares entre picos e vales do sinal, para uma dada sequência temporal (IVANOV et. al., 1999).

Estudos com ressonância magnética mostraram também a existência de dimensão fractal no cerebelo humano (LIU et. al., 2003).

O formato de árvores, folhas, caracóis, artérias, conexões de neurônios ou asas de uma libélula seguem o padrão fractal. Todas as formas vivas parecem adotar estes formatos (MANDELBROT, op. cit.).

Técnicas envolvendo fractais foram utilizadas para detectar tumores em células e isolar antecipadamente casos patológicos. Isso porque os tumores possuem propriedades fractais (REIS et. al., 1999).

2.4.3 Ciências Econômicas

O valor das ações no mercado financeiro se comporta de acordo com a lógica fractal, segundo vários estudos, incluindo do próprio Mandelbrot na obra citada. Essa visão é uma alternativa às tradicionais análises que associam o movimento dos agentes econômicos ao movimento browniano e que não levam em conta os diferentes horizontes temporais dos investidores. Situações extremamente turbulentas do mercado poderiam ser simuladas através de processos iterativos, algo impossível de ser realizado somente com as tradicionais teorias sobre finanças.

Vários outros eventos econômicos são regidos pela auto semelhança, como variação dos preços, equilíbrio entre oferta e demanda, estruturas de mercado ou mesmo crescimento do PIB. (CHIARAVALLLOTI, 2006).

2.4.4 Teoria da Informação

Variáveis aleatórias definidas em função do tempo, denominadas processos estocásticos, apresentam comportamento fractal. Por exemplo, o gráfico de um ruído branco gaussiano é auto similar para um determinado processo, se sua escala de observação for alterada. Estudos sobre comportamento de ruído na teoria da informação possuem grande aplicação em processos de análise de desempenho em telecomunicações (BOYAT et. al., 2015). A aplicação de fractais na análise do ruído pode inclusive levar a uma nova concepção do mesmo, que poderia ser visto também como portador de informação, e não apenas como uma parte indesejada.

Pesquisas apontaram para a grande vantagem dos chamados Sistemas de Comunicação Fractal (FCS – *Fractal Communication Systems*), que utilizam sinais imunes ao ruído com espectros fractais atuando como portadores de informação. Tais sistemas podem ser altamente eficientes em ambientes com forte influência eletromagnética (BOLOTOV et. al., 2007).

2.4.5 Teoria e Engenharia de Antenas

Antenas em formato fractal podem ter suas dimensões reduzidas, e mesmo assim possuírem a mesma característica de antenas tradicionais ocupando um espaço maior (GIANVITTORIO et. al., 2002).

Além disso, estudos mostraram que as antenas com estrutura fractal possuem uma grande largura de banda e por isso são altamente desejáveis em inúmeras aplicações, como transmissão wireless ou via satélite (HOHLFELD et. al., 1999).

Antenas fractais podem prover aumento da impedância de entrada, o que é útil principalmente para antenas de microfita, cuja impedância de entrada baixa dificulta o casamento de impedância entre a linha de transmissão e a plaqueta (GIANVITTORIO et. al., op. cit.).

As antenas fractais podem também prover uma frequência de ressonância menor se comparada com outras estruturas de mesmo tamanho, e simultaneamente são capazes de proporcionar uma maior VSWR, característica que as torna especialmente atrativas para otimização de desempenho (BALANIS, 2009).

A principal aplicação de fractais que interessa ao presente estudo é na área de projetos envolvendo antenas. Este será o foco dos capítulos seguintes.

3. ANTENA DIPOLO

3.1 INTRODUÇÃO

A antena dipolo é a base para a compreensão de outros tipos de antenas. Muitas delas são modeladas tendo-se por referência a antena dipolo. A primeira transmissão de ondas eletromagnéticas da história, realizada por Hertz em 1887, utilizou um dipolo como antena transmissora (KRAUS, 1988).

O dipolo infinitesimal, cujo comprimento do fio é muito menor do que $\lambda/50$ (sendo λ o comprimento da onda eletromagnética) é a forma mais elementar assumida por uma fonte radiante, e é por isso muitas vezes considerado uma fonte pontual. Antenas em formatos diversos como quadro circular ou poligonal podem ser analisadas como sendo uma distribuição contínua de pequenos dipolos infinitesimais, e desta forma o campo elétrico total é obtido por integração. Conjuntos de antenas são projetados tendo-se como referência a adição vetorial de grandezas como campo elétrico ou potencial vetorial de dipolos infinitesimais. Entretanto, embora dipolos infinitesimais forneçam um modelo matemático útil para a representação de distribuições reais de corrente em antenas, na prática eles são irrealizáveis. Para melhor analisar dipolos com comprimento do fio maior do que $\lambda/50$ e menor do que $\lambda/10$, utiliza-se o tipo de modelo conhecido como dipolo curto. (BALANIS, op. cit.).

O dipolo de meio comprimento de onda é amplamente utilizado e também o mais conhecido tipo de antena. Além de servir como referência para outras antenas, também possui ótimas características de casamento de impedância com as principais linhas de transmissão. É simples, barato e versátil.

Por este motivo, serão analisados alguns dos principais parâmetros das antenas dipolo curto e de meio comprimento de onda. Para cumprir este objetivo, será utilizado o procedimento de se determinar primeiramente o potencial vetor magnético \vec{A} e depois, a partir deste, deduzir os principais parâmetros de interesse tais como densidade de potência, resistência de radiação, impedância de entrada, ganho, etc. Esta é a forma mais simples e prática, pois embora envolva maior número de cálculos, as integrações e derivações são mais fáceis de serem solucionadas. (BALANIS, op. cit.) (STUTZMAN et. al., 1982) (KRAUS, op. cit.)

3.2 DETERMINAÇÃO DO POTENCIAL VETOR MAGNÉTICO \vec{A}

Seja \vec{A} um vetor arbitrário qualquer. A partir da identidade vetorial

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0 \quad (3.1)$$

e da equação de Maxwell na forma pontual

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

em que \vec{B} é a densidade de fluxo magnético (Wb/m²), podemos escrever

$$\nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0$$

Isso significa: o vetor densidade de fluxo magnético \vec{B} pode ser considerado como o rotacional de um outro vetor \vec{A} . Este novo vetor é uma função potencial auxiliar útil para se determinar campos magnéticos e elétricos, e recebeu o nome de *potencial vetor magnético*. Ele satisfaz à condição de que \vec{B} deve ter divergência nula.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.3)$$

A partir da definição de densidade de campo magnético

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.4)$$

sendo \vec{H} o campo magnético (ampères por metro, A/m) e μ a permeabilidade magnética (henry por metro, H/m), igualamos as equações (3.3) e (3.4), obtendo

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.5)$$

ou

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu} \quad (3.6)$$

Por meio da equação de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.7)$$

sendo \vec{E} o vetor campo elétrico dado em volt por metro (V/m), podemos substituir (3.4) em (3.7), chegando a

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} \quad (3.8)$$

A permeabilidade magnética é considerada constante, por isso pode ser colocada fora da derivada parcial. Com isso, a expressão se torna

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\mu \partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.9)$$

Essa equação de Maxwell pode ser escrita na forma fasorial com base na propriedade da transformada de Fourier segundo a qual derivar uma grandeza no domínio do tempo equivale a multiplicar a mesma grandeza por $j\omega$ no domínio da frequência, sendo ω a frequência da onda eletromagnética (rad/s) e j um número imaginário. Então,

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (3.10)$$

Substituindo (3.6) em (3.10),

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{j\omega\mu\nabla \times \vec{A}}{\mu} = -j\omega\nabla \times \vec{A} \quad (3.11)$$

Que pode ser reescrito como

$$\nabla \times \vec{E} + j\omega\nabla \times \vec{A} = 0 \quad (3.12)$$

Usando as propriedades do rotacional para o operador gradiente, resulta

$$\nabla \times [\vec{E} + j\omega\vec{A}] = 0 \quad (3.13)$$

Seja V_e uma função escalar que representa um potencial escalar eletrostático arbitrário. Usando a identidade vetorial

$$\nabla \times \nabla V_e = 0 \quad (3.14)$$

a mesma pode ser reescrita como

$$\nabla \times (-\nabla V_e) = 0 \quad (3.15)$$

cujo sinal negativo é colocado por conveniência, e não altera o valor da expressão.

Desta maneira, podemos igualar (3.13) com (3.15),

$$\nabla \times [\vec{E} + j\omega\vec{A}] = \nabla \times (-\nabla V_e) \quad (3.16)$$

a operação de produto vetorial pode ser eliminada nos dois lados da equação. Logo,

$$\vec{E} + j\omega\vec{A} = -\nabla V_e \quad (3.17)$$

Isolando \vec{E} ,

$$\vec{E} = -\nabla V_e - j\omega\vec{A} \quad (3.18)$$

Tomando o rotacional de ambos os lados da equação (3.5),

$$\nabla \times (\mu\vec{H}) = \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) \quad (3.19)$$

e usando a identidade vetorial

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.20)$$

igualamos (3.19) e (3.20), resultando

$$\nabla \times (\mu\vec{H}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.21)$$

Para um meio homogêneo, pode ser reescrito como

$$\mu \nabla \times \vec{H} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.22)$$

Dada a equação de Maxwell na forma fasorial

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E} \quad (3.23)$$

em que \vec{J} é o vetor densidade de corrente de convecção e ϵ a permissividade dada em farad por metro (F/m), podemos substituir esta equação em (3.22), obtendo

$$\mu[\vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E}] = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.24)$$

desmembrando,

$$\mu\vec{J} + j\omega\mu\epsilon\vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.25)$$

Substituindo (3.18) em (3.25),

$$\mu\vec{J} + j\omega\mu\epsilon(-\nabla V_e - j\omega\vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.26)$$

ou

$$\mu\vec{J} - \nabla(j\omega\mu\epsilon V_e) - j^2\omega^2\mu\epsilon\vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (3.27)$$

que pode ser reescrito como

$$\nabla^2 \vec{A} + \omega^2\mu\epsilon\vec{A} = -\mu\vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) + \nabla(j\omega\mu\epsilon V_e) \quad (3.28)$$

Sabe-se que o número de onda é dado por

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (3.29)$$

cuja unidade é radianos por metro (rad/m); ω é a frequência angular (rad/s) da onda eletromagnética e c é a velocidade da luz (m/s)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (3.30)$$

Substituindo (3.30) em (3.29),

$$k = \frac{\omega}{1/\sqrt{\mu\epsilon}} = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \quad (3.31)$$

ou, o que é a mesma coisa,

$$k^2 = \omega^2\mu\epsilon \quad (3.32)$$

Substituindo (3.32) em (3.28) e rearranjando os termos,

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu\vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu\epsilon V_e) \quad (3.33)$$

Dada a *condição de Lorentz*:

$$\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega\mu\epsilon V_e \quad (3.34)$$

ou

$$V_e = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \vec{A} \quad (3.35)$$

Pode-se substituir a equação (3.35) na equação (3.33), resultando

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (3.36)$$

Que é uma forma mais simplificada da equação (3.33). A equação (3.36) é chamada de *equação não-homogênea de Helmholtz*.

Vamos admitir que uma fonte esteja posicionada na origem do sistema de coordenadas cartesianas, e que exista uma densidade de corrente \vec{J} orientada na direção do eixo z, no sentido crescente. Neste caso, somente existirá a componente na direção \vec{a}_z tanto para \vec{J} quanto para \vec{A} . Dessa maneira, a equação (3.36) é reescrita como

$$\nabla^2 A + k^2 A = -\mu J \quad (3.37)$$

com a ressalva de que, agora, trata-se de escalares A e J na direção \vec{a}_z , e não mais de vetores. Em pontos exteriores à fonte, a densidade de corrente é nula.

$$\nabla^2 A + k^2 A = 0 \quad (3.38)$$

Neste ponto, torna-se mais conveniente utilizar o sistema de coordenadas esféricas, ao invés do cartesiano. Usando a transformação

$$\nabla^2 A = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} \quad (3.39)$$

Sabendo que o escalar A não é função de θ e φ , a equação (3.39) pode ser resumida para

$$\nabla^2 A = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) \quad (3.40)$$

e com base no fato de que o escalar A na direção z é uma função do raio (r), podemos substituir a equação (3.40) na equação (3.38), resultando

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) + k^2 A = 0 \quad (3.41)$$

com A na direção \vec{a}_z . Sendo A função apenas de r , pode-se substituir a derivada parcial pela derivada ordinária. Assim, a equação (3.41) pode ser rearranjada para

$$\frac{d^2 A}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dA}{dr} + k^2 A = 0 \quad (3.42)$$

Essa equação diferencial possui duas soluções independentes:

$$A_1 = c_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (3.43)$$

$$A_2 = c_2 \frac{e^{+jkr}}{r} \quad (3.44)$$

em que c_1 e c_2 são duas constantes arbitrárias. Somente a solução da equação (3.43) nos interessa, pois representa a onda eletromagnética na direção radial.

A fonte está na origem. Para frequência nula (solução estática), $\omega = 0$ e $k = 0$, e a equação (3.43) se torna

$$A = \frac{c_1}{r} \quad (3.45)$$

o que difere da equação (3.43) apenas pelo fator e^{-jkr} . A presença deste fator define uma *solução variante no tempo*.

Ainda para $k = 0$ e densidade de corrente J diferente de zero, a equação (3.37) se torna

$$\nabla^2 A = -\mu J \quad (3.46)$$

que é uma equação de Poisson, e cuja solução é dada por

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \iiint \frac{J}{r} dv \quad (3.47)$$

em que r é a distância entre um ponto qualquer da fonte e o ponto de observação.

Para se obter a solução variante no tempo ($k \neq 0$), basta multiplicar pelo fator e^{-jkr} .

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \iiint J \frac{e^{-jkr}}{r} dv \quad (3.48)$$

A equação (3.48) é aplicada a densidades volumétricas de carga, mas pode ser substituída quando se tratar de densidades superficiais ou lineares de carga; nestes casos, a integral tripla num volume se transforma numa integral dupla ou simples, respectivamente, bem como a densidade volumétrica de corrente (J) é substituída por densidades superficiais e lineares, respectivamente. Além disso, a equação (3.48) pode ser estendida para correntes nas outras direções do plano cartesiano (x, y) e com isso permite escrever a equação na forma vetorial como

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint \vec{J} \frac{e^{-jkr}}{r} dv \quad (3.49)$$

Esta é a equação do potencial vetor magnético e será o ponto de partida para se encontrar os principais parâmetros das antenas dipolo, analisadas a seguir. A unidade de medida é weber por metro (Wb/m).

3.3 O DIPOLO CURTO

Segundo Balanis, dipolo curto é o dipolo cujo comprimento do fio é maior que $\lambda/50$ e menor que $\lambda/10$ (BALANIS, op. cit.).

Considere um dipolo posicionado na origem do sistemas de coordenadas e com o comprimento posicionado coincidentemente com o eixo z. A figura 3.1 mostra a distribuição de corrente para um dipolo curto.

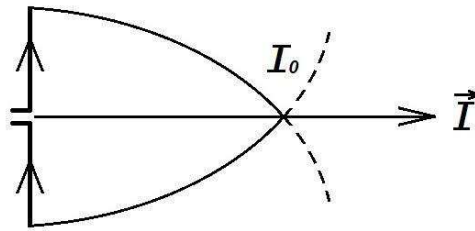


Figura 3.1 – Distribuição de corrente para o dipolo curto

Para uma melhor modelagem matemática, a distribuição de corrente é considerada como aproximadamente triangular. Então, ela pode ser representada conforme mostrado abaixo.

$$\vec{I} = \begin{cases} I_0 \left(1 - \frac{2}{\ell} z\right) \vec{a}_z, & 0 \leq z \leq \ell/2 \\ I_0 \left(1 + \frac{2}{\ell} z\right) \vec{a}_z, & -\ell/2 \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

em que ℓ é o comprimento total do dipolo e I_0 é a corrente no centro do dipolo.

Sendo \vec{I} a densidade linear de corrente em ampères por metro (A/m), a equação (3.48) pode ser reescrita para uma distribuição linear de cargas como

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_C \vec{I} \frac{e^{-jkr}}{r} dl \quad (3.51)$$

A integral tripla foi substituída por uma integral simples cujo percurso de integração é C. Substituindo (3.50) em (3.51), obtemos

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \left[\int_{-\ell/2}^0 I_0 \left(1 + \frac{2}{\ell} z\right) \frac{e^{-jkr}}{r} dz \vec{a}_z + \int_0^{\ell/2} I_0 \left(1 - \frac{2}{\ell} z\right) \frac{e^{-jkr}}{r} dz \vec{a}_z \right] \quad (3.52)$$

A variável de integração foi substituída por z. Integrando (3.51), resulta

$$\vec{A} = A \vec{a}_z = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \vec{a}_z \quad (3.53)$$

Que é o potencial vetor magnético de um dipolo curto. Esta fórmula representa uma boa aproximação, principalmente quando se trata de analisar o campo distante.

Para encontrar os parâmetros da antena dipolo devemos determinar o vetor campo magnético \vec{H} e o vetor campo elétrico \vec{E} , a partir do potencial vetor magnético dado por (3.53). Dada a simetria do problema, é mais conveniente utilizar coordenadas esféricas e então encontrar as componentes r , θ , φ .

Transformando a equação (3.53) para coordenadas esféricas, resulta

$$A_r = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \cos\theta \quad (3.54a)$$

$$A_\theta = -\frac{1}{2} \left[\frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \sin\theta \quad (3.54b)$$

$$A_\varphi = 0 \quad (3.54c)$$

Transformando a equação (3.6) para coordenadas esféricas, resulta

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} A_r \right] \vec{a}_\varphi \quad (3.55)$$

Em que as coordenadas nas direções \vec{a}_r e \vec{a}_θ são anuladas devido à simetria do problema, restando apenas as contribuições na direção \vec{a}_φ . Não há variações em φ .

Substituindo as equações (3.54a) e (3.54b) na equação (3.55), resulta

$$H_r = 0 \quad (5.56a)$$

$$H_\theta = 0 \quad (3.56b)$$

$$H_\varphi = \frac{1}{2} \left[j \frac{k I_0 \ell \sin\theta}{4\pi r} \right] \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{-jkr} \quad (3.56c)$$

As componentes de campo elétrico \vec{E} são encontradas utilizando-se a condição de Lorentz na equação (3.18)

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - j\frac{1}{\omega\mu\epsilon}\nabla(\nabla\cdot\vec{A}) \quad (3.57)$$

Substituindo (3.54a), (3.54b) e (3.54c) em (3.57), e aplicando a operação de produto vetorial para coordenadas esféricas,

$$E_r = \frac{1}{2} \left[\eta \frac{I_0 \ell \cos\theta}{2\pi r^2} \right] \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] e^{-jkr} \quad (3.58a)$$

$$E_\theta = \frac{1}{2} \left[j\eta \frac{k I_0 \ell \sin\theta}{4\pi r} \right] \left[1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \quad (3.58b)$$

$$E_\varphi = 0 \quad (3.58c)$$

em que η é a impedância intrínseca do meio, e vale $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Para uma observação que leve em conta o campo distante, o fator kr se torna muito maior do que 1; além disso, o raio se torna demasiado grande, fazendo com que a componente radial se torne desprezível. Com isso, a componente E_r tende para zero na equação (3.58a), restando apenas a equação (3.58b). Os últimos termos do último colchete se aproximam de zero, e o resultado se torna finalmente

$$E_\theta = \frac{1}{2} \left[j\eta \frac{kI_0\ell e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \sin\theta \quad (3.59)$$

Sendo \vec{E} e \vec{H} perpendiculares, as componentes E_θ e H_ϕ são igualmente perpendiculares entre si, e também transversais à direção de propagação, que é radial. Isso permite a existência de um fluxo médio temporal de potência associado aos campos, de acordo com a equação do *vetor de Poynting* simbolizado por \vec{S} .

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (3.60)$$

A unidade de medida é watts por metro quadrado (W/m^2). Utilizando a forma fasorial dos campos elétrico e magnético, temos

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (3.61)$$

O símbolo Re denota a parte real, a que nos interessa na análise de campo distante por estar associada à resistência de entrada; o asterisco acima de \vec{H} indica o complexo conjugado. Resolvendo o produto vetorial para coordenadas esféricas,

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}[(E_r \vec{a}_r + E_\theta \vec{a}_\theta)] \times (H_\phi^* \vec{a}_\phi) = \frac{1}{2} \text{Re}(E_\theta H_\phi^* \vec{a}_r - E_r H_\phi^* \vec{a}_\theta) \quad (3.62)$$

Como a componente E_r na direção radial é próxima de zero, pode-se simplificar para

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}[(E_\theta \vec{a}_\theta) \times (H_\phi^* \vec{a}_\phi)] = \frac{1}{2} \text{Re}(E_\theta H_\phi^* \vec{a}_r) \quad (3.63)$$

A componente S_r é encontrada substituindo (3.59) e (3.56c) em (3.63), obtendo

$$S_r = \frac{1}{4} \left[\frac{\eta}{8} \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \right] \left[1 - j \frac{1}{(kr)^3} \right] \quad (3.64)$$

Na análise de campo distante somente interessa a parte real, já que kr é muito maior do que 1. Chegamos finalmente à seguinte expressão,

$$S_r = \frac{1}{4} \left[\frac{\eta}{8} \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \right] \quad (3.65)$$

Ela servirá de base para chegarmos aos parâmetros fundamentais do dipolo curto.

3.3.1 Potência Radiada pelo Dipolo Curto

A integração do vetor de *Poynting* ao longo de uma superfície fechada resulta na potência total radiada pela antena. Para análises de campo distante essa potência é predominantemente real, e por isso tem componente apenas radial no sistema de coordenadas esféricas.

$$P = \oint_S \vec{S} \cdot d\vec{s} \quad (3.66)$$

A unidade é watts (W). A integração é feita sobre a componente normal; dada a simetria do problema, essa componente aponta para a direção crescente do raio e a superfície de integração é uma esfera. Disso resulta

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S_r \vec{a}_r \cdot r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \vec{a}_r \quad (3.67)$$

Substituindo (3.65) em (3.67) e integrando,

$$P = \frac{1}{4} \eta \left(\frac{\pi}{3} \right) \left| \frac{I_0 \ell}{\lambda} \right|^2 \quad (3.68)$$

O diagrama de potência de uma antena dipolo curto é ilustrado na figura 3.2.

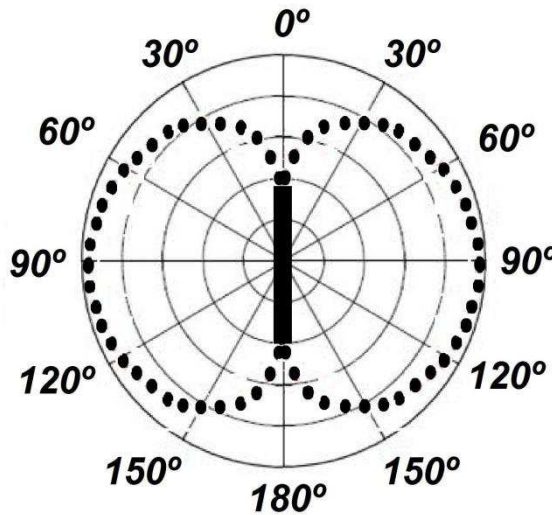


Figura 3.2 – Diagrama de potência de radiação de um dipolo curto

3.3.2 Resistência de Radiação do Dipolo Curto

Da teoria básica de eletricidade, sabe-se que

$$P = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_{rad} \quad (3.69)$$

Em que I é a corrente dada em ampères (A) e R_{rad} é a resistência de radiação dada em ohms (Ω). Igualando (3.69) a (3.68), obtemos

$$R_{rad} = \frac{1}{4} \eta \left(\frac{2\pi}{3} \right) \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (3.70)$$

No espaço livre, a impedância intrínseca (η) vale $120\pi \Omega$, o que implica

$$R_{rad} = 20\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (3.71)$$

A figura 3.3 mostra o comportamento gráfico da resistência de radiação (R_{rad}) em função do comprimento do dipolo (ℓ), sendo este expresso em relação ao comprimento de onda (ℓ/λ).

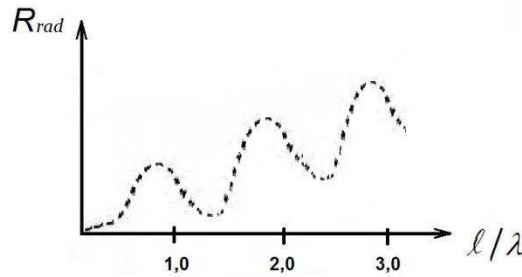


Figura 3.3 – Resistência de Radiação *versus* comprimento do dipolo

Conforme se pode observar, para um dipolo curto a resistência de radiação é muito pequena; à medida que o comprimento do dipolo (em relação ao comprimento de onda) aumenta, a resistência de radiação também aumenta, senoidalmente. Isso faz do dipolo curto um radiador extremamente ineficiente. Além disso, o baixo valor da resistência de radiação resulta num pequeno valor de eficiência de radiação quando a antena dipolo curto é conectada às tradicionais linhas de transmissão de 75 ou 50 ohms.

3.3.3 Resistência de Entrada do Dipolo Curto

Todo dipolo pode se considerado uma linha de transmissão alargada e terminada em circuito aberto. A existência de ondas estacionárias, devido à reflexão ocorrida na extremidade e à junção entre esta onda refletida e a onda viajante, produz um comportamento da impedância de entrada que obedece à seguinte equação:

$$Z_{in} = -jZ_0 \cot g(\beta \ell) \quad (3.72)$$

Sendo Z_{in} a impedância de entrada da linha de transmissão, Z_0 sua impedância característica, ℓ o comprimento total e β a constante de fase ($jk = \alpha + j\beta$). O comportamento indicado pela equação (3.72) pode ser mostrado na figura 3.4, para valores crescentes de comprimento (em comprimentos de onda).

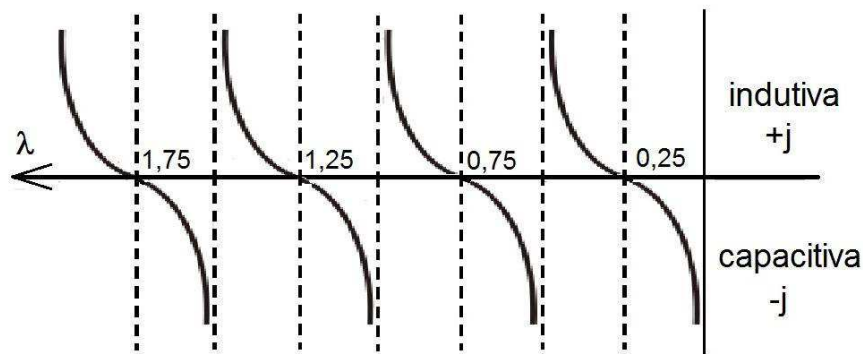


Figura 3.4 – Comportamento da linha de transmissão com extremidade em aberto

Como pode ser observado, para linhas de transmissão menores do que $0,25\lambda$, seu comportamento será sempre capacitivo. Sendo o dipolo analisado como uma linha de transmissão alargada, resulta que a reatância de um dipolo curto será sempre capacitiva. (SARTORI, 1999).

Da teoria básica de circuitos, pode-se expressar a impedância de entrada de uma antena dipolo como

$$Z_{in} = R_{in} + jX_{in} \quad (3.73)$$

em que Z_{in} é a impedância de entrada da antena dipolo, R_{in} é a parte resistiva e X_{in} é a parte reativa. A parte resistiva é composta da resistência de radiação e da resistência de perdas da antena. Para encontrar a resistência de entrada da antena

dipolo, iguala-se a potência nos seus terminais de entrada com a potência associada à resistência de radiação, admitindo-se que a antena praticamente não tem perdas.

$$\frac{|I_{in}|^2}{2} R_{in} = \frac{|I_{max}|^2}{2} R_{rad} \quad (3.74)$$

Sendo I_{in} a corrente de entrada, I_{max} o valor máximo de corrente, R_{in} a resistência de radiação nos terminais de entrada e R_{rad} a resistência de radiação para o máximo de corrente. Sabe-se que a corrente de entrada é associada ao valor máximo de corrente por

$$I_{in} = I_{max} \text{sen} \left(\frac{k\ell}{2} \right) \quad (3.75)$$

em que ℓ é o comprimento do dipolo e k é o número de onda. Substituindo (3.75) em (3.74) e rearranjando os termos, obtemos

$$R_{in} = \frac{R_{rad}}{\text{sen}^2 \left(\frac{k\ell}{2} \right)} \quad (3.76)$$

Esta é a equação utilizada para o cálculo da resistência de entrada de uma antena dipolo.

Uma análise atenta indica que, para dipolos curtos, que possuem pequenos valores de ℓ , o valor da resistência de entrada é muito pequeno, pois neste caso a resistência de radiação do numerador diminui a uma proporção maior do que a função seno ao quadrado no denominador. Também pode ser observado que quando o comprimento da antena dipolo é um múltiplo do comprimento de onda, isto é, quando

$$\ell = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

a resistência de entrada apresenta valores muito altos. Nessa condição dizemos que a antena é *ressonante*, o que significa que haverá uma frequência principal para a qual a antena irá radiar maior energia. Essa característica tem sido bastante utilizada no modo de transmissão, e rejeitada no modo de recepção, pois neste último caso deseja-se receber sinais numa ampla faixa de frequências.

3.3.4 Perda de Retorno do Dipolo Curto

A perda de retorno (*return loss*) de uma antena mede a potência perdida devido ao descasamento de impedância entre a antena e a linha de transmissão. Considerando P_i a potência incidente e P_r a potência refletida, a perda de retorno pode ser expressa como

$$St = 10 \log \frac{P_i}{P_r} \quad (\text{dB}) \quad (3.77)$$

Sendo St a perda de retorno dada em decibéis. Uma perda de retorno igual a zero significa que toda a potência incidente é refletida ($P_i = P_r$); uma perda de retorno igual a -10 dB indica que a cada 1 watt de potência incidente (0 dB), 0,1 watt é refletido (isto é, -10 dB); e assim sucessivamente.

A perda de retorno é considerada um “parâmetro S”. Estes parâmetros indicam a relação entre fontes e terminais em sistemas elétricos. Um sistema que possua duas fontes ou portas de excitação possui os parâmetros S_{11} , S_{12} , S_{21} e S_{22} . O parâmetro S_{12} expressa a potência transferida da porta 2 para a porta 1, o parâmetro S_{11} expressa a potência que retorna para a porta 1 e que foi transmitida por ela mesma, e assim sucessivamente.

A perda de retorno geralmente é expressa em termos do *coeficiente de reflexão*. Denomina-se coeficiente de reflexão (Γ) da antena a relação entre a onda refletida e a onda incidente em seus terminais de entrada (SARTORI, op. cit.).

$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} = \frac{-I_r}{I_i} \quad (3.78)$$

em que V_r é a tensão refletida, V_i é a tensão incidente, I_r é a corrente refletida e I_i é a corrente incidente da antena.

É mais usual expressar o coeficiente de reflexão relacionando impedância de entrada da antena (Z_{in}) e impedância característica (Z_0) da linha de transmissão.

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \quad (3.79)$$

O objetivo de todo bom projeto de antena é tornar a impedância de entrada o mais próxima possível da impedância da linha de transmissão. Neste caso, o coeficiente de reflexão deve se aproximar de zero. Quando o coeficiente de reflexão é igual a 1 (valor máximo), significa que toda a potência incidente foi refletida pela antena.

A relação entre perda de retorno e coeficiente de reflexão é dada por

$$S_t = -20 \log|\Gamma| \quad (\text{dB}) \quad (3.80)$$

Costuma-se expressar a perda de retorno com um sinal negativo. Para utilizar este tipo de notação, basta inverter a equação (3.77), isto é, colocar a potência refletida no numerador e a potência incidente no denominador, ao invés do contrário, ou modificar a equação (3.80), retirando o sinal negativo da expressão.

A figura 3.5 mostra um comportamento típico da perda de retorno para uma antena.

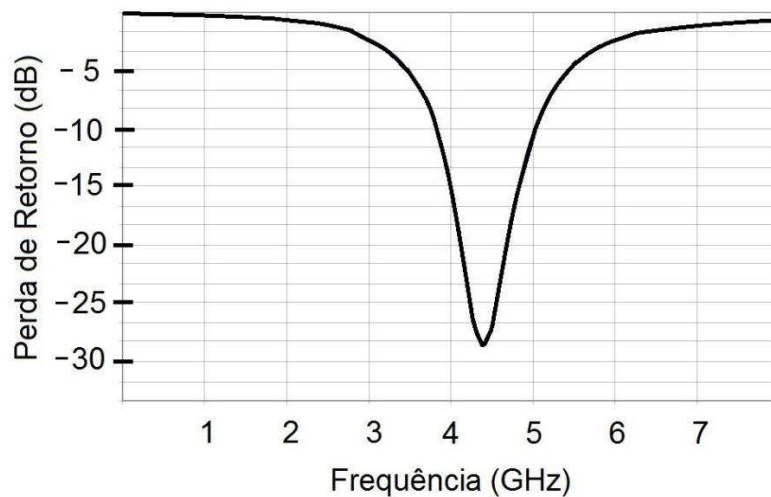


Figura 3.5 – Perda de Retorno *versus* frequência de uma antena

Conforme pode ser observado, a antena hipotética possui a menor perda de retorno para a frequência de aproximadamente 4,4 GHz, e esta perda está em torno de -29 dB. Isso significa que a frequência de ressonância da antena é de aproximadamente 4,4GHz; para quaisquer outros valores de frequência, sua eficiência será muito baixa. Melhorando-se o casamento entre a impedância da linha de transmissão e a impedância de entrada da antena, é possível obter melhores resultados para a perda de retorno – valores mais baixos. Na prática, isso é difícil de se obter pois, conforme já foi visto, a resistência de entrada para antenas dipolo curto é muito pequena, e isto demandaria uma linha de transmissão que tivesse também uma impedância característica muito pequena. Este é um dos motivos que tornam a antena dipolo curto inviável para aplicações práticas.

3.3.5 VSWR do Dipolo Curto

VSWR (*Voltage Standing Wave Ratio*), ou simplesmente SWR, cujo termo em português é conhecido como ROE (Relação de Onda Estacionária), mede o quanto da potência incidente foi refletida pela antena, formando a onda estacionária. Em sua expressão mais usual, a VSWR é relacionada ao coeficiente de reflexão.

$$VSWR = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \quad (\text{dB}) \quad (3.81)$$

A VSWR também é um parâmetro S, e é uma importante medida de desempenho da antena. A relação entre VSWR e Perda de Retorno (S_t) é

$$VSWR = \frac{1+10^{\frac{-S_t}{20}}}{1-10^{\frac{-S_t}{20}}} \quad (\text{dB}) \quad (3.82)$$

O gráfico do comportamento da VSWR é semelhante ao da Perda de Retorno, possuindo quase o mesmo formato geral. Isso pode ser ilustrado na figura 3.6.

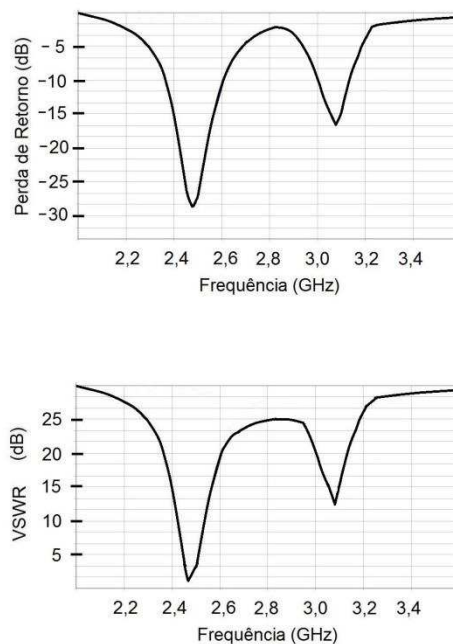


Figura 3.6 – Perda de Retorno (acima) e VSWR (abaixo) de uma antena

Os pontos onde a Perda de Retorno é menor coincidem com os pontos onde a VSWR é pequena. Antenas dipolo possuem VSWR com comportamento semelhante ao mostrado na figura para a Perda de Retorno.

3.3.6 Intensidade de Radiação e Diretividade do Dipolo Curto

A média temporal do vetor de *Poynting* expresso na equação 3.65 é conhecida como Densidade Média de Potência ($S_{\text{méd}}$) e sua unidade é watts por metro quadrado (W/m^2). A parte puramente real desta Densidade de Potência é chamada de Densidade de Radiação (S_{rad}).

Intensidade de Radiação é uma medida da quantidade de potência radiada por unidade de ângulo sólido. Sua unidade é watts por unidade de ângulo sólido (W/sr), sendo sr a medida de ângulo sólido.

$$U = r^2 S_{\text{rad}} \quad (3.83)$$

Uma antena dipolo possui Intensidade de Radiação constante para um ângulo θ constante, considerando que a antena esteja localizada na direção do eixo z .

Uma fonte é dita *isotrópica* quando radia a mesma intensidade de potência em todas as direções. É simbolizada como U_0 .

A Diretividade é a razão entre a intensidade de radiação numa dada direção e a intensidade de radiação de uma fonte isotrópica. É uma grandeza adimensional.

$$D = \frac{U}{U_0} \quad (3.84)$$

A Diretividade indica quanta potência é radiada numa direção especificada. Quando a direção não é mencionada, subentende-se que a Diretividade se refere à direção onde ocorre a máxima intensidade de radiação.

A figura 3.7 ilustra a variação da Diretividade para um dipolo.

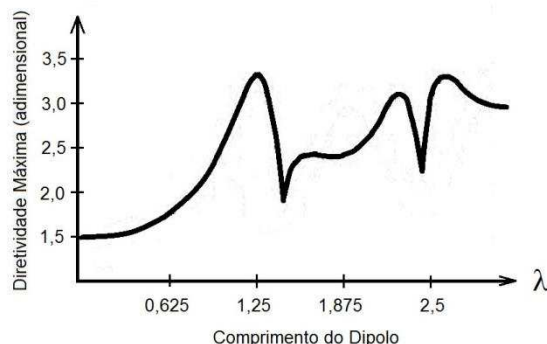


Figura 3.7 – Diretividade *versus* comprimento do dipolo

Conforme pode ser observado, para um dipolo curto a Diretividade tem valores próximos de 1,5.

3.3.7 Ganho do Dipolo Curto

O Ganho (G) se relaciona à Diretividade da seguinte forma

$$G = e_0 D \quad (3.85)$$

em que e_0 é a eficiência total da antena, que leva em consideração a eficiência condutiva, a eficiência dielétrica e as perdas por descasamento entre a impedância da antena e a da linha de transmissão.

3.3.8 Largura de Banda do Dipolo Curto

A Largura de Banda se refere ao intervalo de frequências dentro do qual a antena pode operar adequadamente sem degradar algum parâmetro considerado importante, como Ganho ou VSWR. Por exemplo, pode-se atribuir a Largura de Banda dentro da qual a antena opera com um ganho mínimo de 4 dB; ou pode-se determinar a Largura de Banda dentro da qual a VSWR se mantém menor ou igual a 5dB – para o caso da figura 3.6, essa faixa é de aproximadamente 800 MHz.

Um exemplo típico da variação da Largura de Banda em função do Ganho de um dipolo curto é mostrado na figura 3.8.

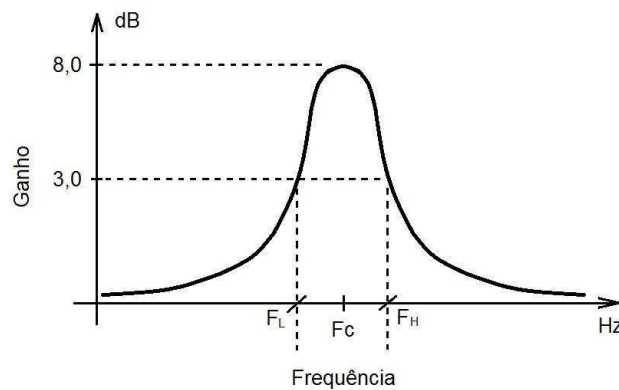


Figura 3.8 – Ganho *versus* frequência de um dipolo curto

Se considerarmos a faixa dentro da qual o Ganho mínimo seja de 3 dB, a Largura de Banda mínima será F_L e a máxima será F_H . A frequência central, para a qual o ganho é máximo (8 dB), é F_C . Neste caso, a Largura de Banda também pode ser escrita em termos de porcentagem em relação à frequência central.

$$LB = 100 \frac{F_H - F_L}{F_C} \quad (3.86)$$

3.3.9 Fator de Qualidade e Curva de Seletividade do Dipolo Curto

A curva vista na figura 3.8 é denominada Curva de Seletividade, e mostra o quanto a antena deve ser seletiva em relação a determinadas faixas de frequência. A seletividade é inversamente proporcional à Largura de Banda.

O Fator de Qualidade (Q) de uma antena ressonante é uma medida da quantidade de energia armazenada pela parte reativa em relação à quantidade de energia dissipada pelo sistema. Matematicamente,

$$Q = \frac{P_{reativa}}{P_{média}} \quad (3.87)$$

Quanto menor o valor da potência média dissipada, mantendo-se a potência reativa constante, maior será o fator de Qualidade (Q). Isso significa que a região de ressonância será mais concentrada e a seletividade será maior.

O Fator de Qualidade de antenas é mais comumente escrito de acordo com a seguinte expressão

$$Q = \frac{F_c}{F_H - F_L} \quad (3.88)$$

Antenas Dipolo Curto possuem grandes valores de Q , portanto são altamente seletivas. Já as antenas dipolo eletricamente maiores possuem menor Q . Isso é ilustrado na figura 3.9.

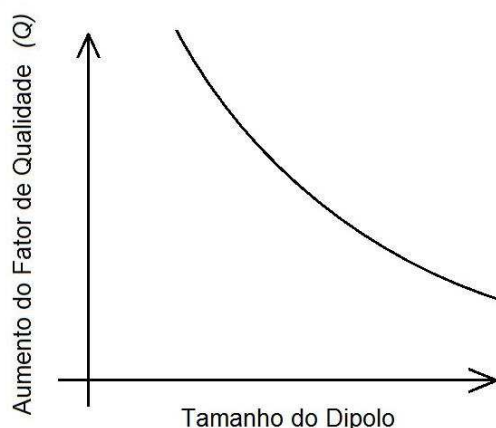


Figura 3.9 – Fator de Qualidade em função do tamanho do dipolo curto

Maiores detalhes sobre o limite de antenas e sua relação com o Fator de Qualidade serão analisados em capítulo posterior.

3.4 O DIPOLO DE MEIO COMPRIMENTO DE ONDA

As antenas dipolo cujo comprimento total é de meio comprimento de onda ($\lambda/2$) estão entre as mais utilizadas. A análise de seus principais parâmetros ajudará a entender os motivos de sua popularidade, além do fato de ela ser barata e de simples montagem.

O procedimento adotado nesta seção será o mesmo que o da anterior, isto é, parte-se do potencial vetor magnético para se encontrar os campos elétrico e magnético, e a partir desses os parâmetros da antena dipolo de meio comprimento de onda.

A distribuição de corrente para um dipolo $\lambda/2$ na origem de um sistema de coordenadas cartesianas e direcionado ao longo do eixo z é mostrada na fig. 3.10.

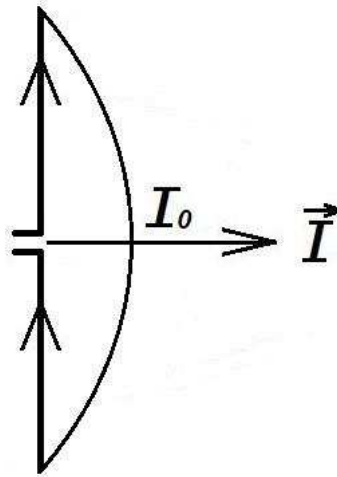


Figura 3.10 – Distribuição de corrente de um dipolo $\lambda/2$

Sua corrente linear possui uma amplitude que varia de forma semelhante a uma onda senoidal pela metade, e a tensão induzida pela onda eletromagnética é máxima em suas extremidades, fazendo com que esta antena possua a máxima corrente induzida no seu centro (I_0), se comparada com outros dipolos.

A distribuição de corrente de um dipolo $\lambda/2$ é mostrada abaixo.

$$\vec{I} = \begin{cases} I_0 \sin \left[k \left(\frac{\lambda}{4} - z \right) \right] \vec{a}_z, & 0 \leq z \leq \ell/2 \\ I_0 \sin \left[k \left(\frac{\lambda}{4} + z \right) \right] \vec{a}_z, & -\ell/2 \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (3.89)$$

Substituindo (3.89) na equação (3.51),

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \left[\int_{-\ell/2}^0 I_0 \sin \left[k \left(\frac{\lambda}{4} + z \right) \right] \frac{e^{-jkr}}{r} dz \vec{a}_z + \int_0^{\ell/2} I_0 \sin \left[k \left(\frac{\lambda}{4} - z \right) \right] \frac{e^{-jkr}}{r} dz \vec{a}_z \right] \quad (3.90)$$

Da mesma forma que fizemos para a antena dipolo curto, integramos a equação (3.52), convertemos para coordenadas esféricas, passamos a equação (3.6) para coordenadas esféricas, eliminamos as componentes \vec{a}_r e \vec{a}_θ , restando

$$H_\phi = j \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right] \quad (3.91)$$

Similarmente, a partir da equação (3.57), convertendo para coordenadas esféricas, substituindo as coordenadas do potencial campo elétrico (em coordenadas esféricas), eliminando as componentes r e ϕ , obtemos

$$E_\theta = j\eta \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right] \quad (3.92)$$

3.4.1 Potência Radiada pelo Dipolo $\lambda/2$

A média temporal é obtida de

$$S_{méd} = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*] \quad (3.93)$$

Resolvendo o produto vetorial e substituindo (3.91), (3.92) em (3.93), resulta

$$S_{méd} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2 \quad (3.94)$$

Integrando (3.94) sobre uma superfície fechada esférica de raio r ,

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S_{méd} r^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad (3.95)$$

Substituindo (3.94) em (3.95) e integrando,

$$P = 2,435\eta \frac{|I_0|^2}{8\pi} \quad (3.96)$$

O diagrama de potência é semelhante ao mostrado na figura para o dipolo curto.

3.4.2 Resistência de Radiação do Dipolo $\lambda/2$

A partir de (3.69),

$$R_{rad} = \frac{2P}{|I_0|^2} \quad (3.97)$$

Substituindo a equação (3.96) em (3.97),

$$R_{rad} = \frac{2 \left(2,435 \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi} \right)}{|I_0|^2} \quad (3.98)$$

O que resulta em

$$R_{rad} \cong 73 \, \Omega \quad (3.99)$$

Isso indica que o casamento de impedâncias entre a antena dipolo $\lambda/2$ e a linha de transmissão é fácil de ser obtido, e esse é outro motivo que faz essa antena ter grande aceitação prática. A maioria das linhas de transmissão possuem impedância de 75 ohms ou 50 ohms.

3.4.3 Resistência de Entrada do Dipolo $\lambda/2$

Sabe-se que o valor máximo de corrente num dipolo $\lambda/2$ ocorre nos terminais de entrada da antena. Isso equivale a igualar a corrente de entrada (I_{in}) com a corrente máxima ($I_{máx}$). A partir da equação (3.74), igualar a corrente de entrada com a corrente máxima significa igualar a resistência de radiação (R_{rad}) com a resistência de entrada (R_{in}). Ou seja, a parte real da resistência de entrada da antena dipolo $\lambda/2$ vale 73 Ω . A reatância da impedância de entrada vale 42,5 Ω (este valor é encontrado utilizando-se o método dos momentos). Logo, a impedância total de entrada de uma antena dipolo $\lambda/2$ vale

$$Z_{in} = 73 + j42,5 \, \Omega \quad (3.100)$$

A parte imaginária pode ser removida por meio de técnicas de casamento de impedância, por exemplo reduzindo-se ligeiramente o comprimento do dipolo $\lambda/2$.

3.4.4 Perda de Retorno e VSWR do Dipolo $\lambda/2$

O dipolo $\lambda/2$ apresenta um comportamento semelhante ao do dipolo curto no que diz respeito à Perda de Retorno e à VSWR, com a diferença no fato de que o dipolo $\lambda/2$ possui largura de banda maior e pode ressonar em frequências menores.

Observou-se também que o comportamento da VSWR (e da Perda de Retorno) é influenciado pelo diâmetro do dipolo. Para dipolos com diâmetro muito pequeno em relação ao seu comprimento, a antena apresenta características de casamento de impedância melhor, e portanto sua curva de VSWR em função da frequência se torna mais seletiva.

3.4.5 Intensidade de Radiação e Diretividade do Dipolo $\lambda/2$

Substituindo a equação (3.94) na equação (3.83), e considerando-se o fato de que para a antena dipolo, S_{rad} é igual a $S_{\text{méd}}$, obtemos

$$U = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2} \sin^3 \theta \quad (3.101)$$

A Intensidade de Radiação de uma antena Dipolo $\lambda/2$ é ligeiramente maior do que a de uma antena Dipolo Curto, para ângulos de referência iguais (θ ou φ).

Isso sugere que a Diretividade de um Dipolo $\lambda/2$ será ligeiramente maior também. A Diretividade máxima é dada por

$$D = 4\pi \frac{U_{\text{máx}}}{P} \quad (3.102)$$

em que $U_{\text{máx}}$ é o maior valor de U para as variações angulares (no caso, para um ângulo $\theta = \pi/2$). Substituindo (3.101) e (3.96) em (3.102), encontramos

$$D \cong 1,643 \quad (3.103)$$

Que é o valor máximo da Diretividade para um Dipolo $\lambda/2$. Este valor, conforme foi dito, é ligeiramente maior que o do Dipolo Curto, que está em torno de 1,5, de acordo com o que foi visto.

A figura 3.11 mostra um diagrama de radiação 3D típico de uma antena $\lambda/2$.

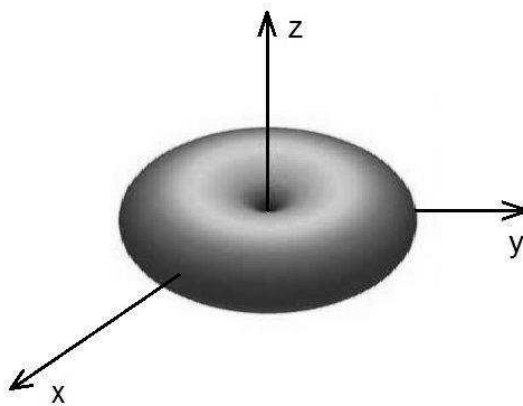


Figura 3.11 – Diagrama de radiação em três dimensões de um dipolo

A antena dipolo é orientada na direção do eixo z. Neste caso, a máxima Diretividade ocorre na direção do plano xy com $z=0$.

3.4.6 Ganho e Largura de Banda do Dipolo $\lambda/2$

De acordo com (3.85) e (3.103), o Ganho do Dipolo $\lambda/2$ também será ligeiramente maior que o ganho do Dipolo Curto.

Um Dipolo $\lambda/2$, assim como o Dipolo Curto, possui largura de banda estreita, considerando –se por exemplo um ganho mínimo de 3 dB. O gráfico da largura de banda é o mesmo mostrado na figura 8.

3.4.7 Fator de Qualidade e Curva de Seletividade do Dipolo $\lambda/2$

De acordo com o gráfico apresentado na figura 3.9, o fator de qualidade diminui à medida em que se aumenta o tamanho elétrico do dipolo. Isso significa que antenas Dipolo $\lambda/2$ possuem menor Q (fator de qualidade) do que as antenas Dipolo Curto; consequentemente são menos seletivas. Ainda assim, as antenas dipolo de meio comprimento de onda possuem elevado fator de qualidade e alta curva de Seletividade.

Técnicas podem melhorar o fator de qualidade de antenas Dipolo $\lambda/2$ como diminuição das perdas por radiação e melhoria do casamento de impedâncias entre antena e linha de transmissão.

4. CONJUNTO DE ANTENAS

4.1 INTRODUÇÃO

Conjunto de antenas é um arranjo composto de múltiplos elementos radiantes dispostos de tal maneira a produzir características de radiação que atendam a determinados requisitos de diretividade, ganho, largura de faixa ou quaisquer outros. Conjuntos de antenas são extremamente versáteis e eficientes, e são amplamente utilizados em diversos dispositivos tecnológicos. Muitas das características exibidas por eles somente seriam possíveis, caso fosse utilizada apenas uma antena, se esta ocupasse um tamanho elétrico muito maior, por vezes inviável do ponto de vista prático. A figura 4.1 mostra um conjunto clássico conhecido como Yagi-Uda.



Figura 4.1 – Conjunto Yagi-Uda

Um conjunto pode ser construído a partir da montagem de vários tipos de antenas: dipolo, quadro, microfita, abertura, etc. Cada conjunto correspondente a um tipo apresentará características de radiação específicas, e a escolha da antena formadora do conjunto dependerá da aplicação a que se destina.

O conjunto pode ter vários tipos de distribuição: colinear, circular, plano, hexagonal, etc. O tipo de distribuição também afeta as características de radiação e seus correspondentes parâmetros, cabendo ao projetista escolher o tipo mais conveniente de acordo com as especificações de projeto. A figura 4.2 ilustra alguns tipos de distribuição utilizados em conjuntos.

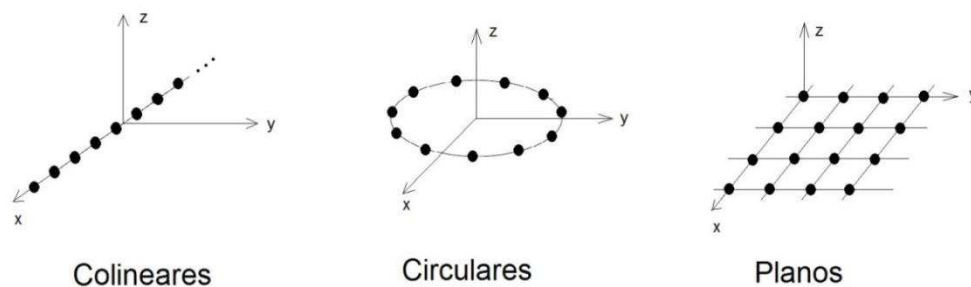


Figura 4.2 – Exemplos de distribuição em conjuntos

Além do tipo de elemento individual utilizado e da configuração geométrica, outros fatores determinam o padrão de radiação do conjunto tais como a separação relativa entre os elementos, a amplitude de excitação dos elementos individuais e a fase de excitação dos elementos individuais.

Neste capítulo serão apresentadas algumas configurações básicas de conjuntos, bem como o cálculo dos principais parâmetros. A bibliografia básica foi retirada de: (BALANIS, op. cit.) (STUTZMAN, op. cit.) (COLLIN et. al., 1969) (KRAUS, op. cit.). Outras obras utilizadas são citadas ao longo do texto.

4.2 INTERFERÊNCIAS: CONSTRUTIVA E DESTRUTIVA

O fenômeno da interferência é observado tanto em ondas mecânicas como em ondas eletromagnéticas. Em conjunto de antenas, ele está por trás do princípio que rege a formação dos lóbulos no diagrama de radiação de campo distante.

Uma interferência *construtiva* ocorre quando os efeitos do campo elétrico de uma fonte se somam com os de outra fonte, reforçando-se. Já numa interferência *destrutiva* ocorre o oposto: há um cancelamento. Isso pode ser visto na figura 4.3.

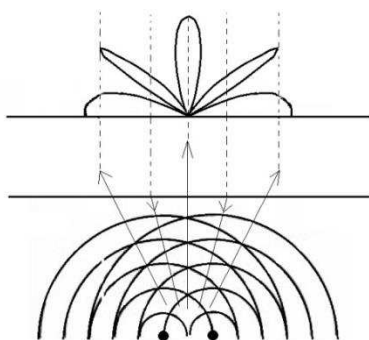


Figura 4.3 – Interferências construtiva e destrutiva em conjuntos de antenas

As duas fontes são antenas dipolo, com mesma amplitude de excitação e mesma fase. As setas para cima indicam os pontos onde houve interferência construtiva; as setas para baixo indicam interferência destrutiva. O padrão de radiação resultante é mostrado na parte de cima da figura.

O fenômeno da interferência somente é possível se as fontes forem *coerentes*, isto é, se a diferença de fase entre elas for constante. Fontes luminosas comuns, como lâmpadas, não são fontes coerentes, pois suas radiações sofrem alterações aleatórias de cerca de uma vez a cada 10^{-8} segundos, e os efeitos destrutivos ou construtivos de interferência não conseguem ser captados pelo olho humano neste curto intervalo de tempo. Dois autofalantes emitindo som através de um único amplificador são fontes coerentes, e as ondas sonoras podem desta forma interferir uma na outra.

Além disso, é necessário que as fontes radiem numa única frequência ao mesmo tempo, ao invés de radiarem cada uma numa frequência aleatória. Para o caso de fontes luminosas, isto é conseguido utilizando-se fontes monocromáticas; para o caso de antenas, a condição é automaticamente satisfeita utilizando-se um conjunto radiante. Sobre interferência, consultar também: (HALLIDAY, 1992).

O efeito de soma ou de subtração dos campos elétricos depende da fase relativa no ponto de encontro entre as duas ondas radiadas. Por exemplo, duas fontes posicionadas ao longo do eixo x, separadas por $\lambda/2$, com amplitudes iguais e com fases idênticas terão o padrão de radiação mostrado na figura 4.4 (a); essas mesmas duas fontes sob as mesmas condições anteriores, mas com fases opostas, isto é, com defasagem entre uma e outra de 180 graus, terão o padrão de radiação mostrado na figura 4.4 (b).

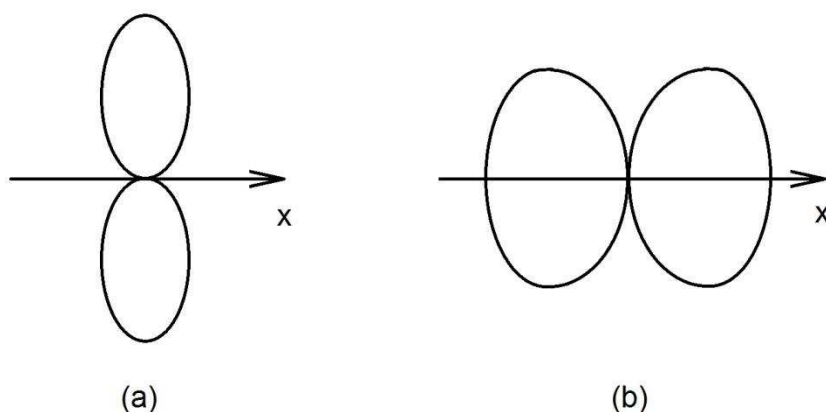


Figura 4.4 – Padrão de radiação de duas fontes para (a) mesma fase e (b) fases opostas

4.3 DISTRIBUIÇÕES: LINEAR, PLANA, TRIDIMENSIONAL

Conjuntos de antenas podem ser formados utilizando-se uma configuração linear, plana ou espacial (tridimensional) dos elementos formadores. Existem também configurações mistas, como a distribuição circular, em que os elementos são dispostos linearmente sobre um círculo, possuindo entretanto características de conjunto tridimensionais.

Por convenção e facilidade de análise, cada elemento formador do conjunto será considerado um dipolo infinitesimal. A partir do conjunto assim formado, chega-se ao *fator de conjunto* (*array factor*, *AF*) do sistema. O fator de conjunto não depende das características isoladas dos elementos radiantes, mas apenas da disposição geométrica, das intensidades relativas de suas excitações e do número desses elementos. Por esse motivo, uma vez encontrado o fator de conjunto do sistema, pode-se substituir cada elemento do conjunto por fontes pontuais isotrópicas. Uma fonte pontual isotrópica é aquela que radia em todas as direções com a mesma intensidade e ocupa exatamente o espaço de apenas um ponto. Na prática, uma fonte pontual isotrópica é irrealizável, de acordo com a equação não-homogênea de Helmholtz, dada por (3.36) e com o teorema proposto por Poincaré denominado *hairy ball theorem*. Entretanto, ela é um modelo útil a partir do qual se pode expressar as características de conjuntos reais.

4.3.1 Distribuição Linear

Considere um dipolo infinitesimal orientado na direção do eixo z do plano cartesiano. Seu campo elétrico pode ser obtido a partir da equação (3.51) utilizando-se os mesmos procedimentos executados na seção 3.3. A distribuição de corrente de um dipolo infinitesimal é dada simplesmente por

$$\vec{I} = I_0 \vec{a}_z \quad (4.1)$$

sendo I_0 a corrente no centro do dipolo infinitesimal (A/m) e considerada constante.

Substituindo a equação (4.1) na equação (3.51) e integrando, obtemos

$$\vec{A} = A \vec{a}_z = \frac{\mu I_0 \ell e^{-jkr}}{4\pi r} \vec{a}_z \quad (4.2)$$

Transformando para coordenadas esféricas, substituindo na equação (3.55), utilizando a condição de Lorentz e aplicando operação de produto vetorial, da mesma maneira como feito na seção 3.3, obtemos finalmente o campo elétrico do dipolo infinitesimal na única direção que interessa para a análise de campo distante.

$$E_{\theta} = j\eta \frac{kI_0\ell e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\theta \quad (4.3)$$

sendo ℓ o comprimento total do dipolo curto, k o número de onda, r a distância do dipolo ao ponto considerado, θ o ângulo entre a reta que liga o centro de coordenadas ao ponto de referência e a reta na direção z . Esta equação será o ponto de partida para se deduzir o comportamento do conjunto.

Seja o conjunto de n dipolos infinitesimais idênticos, excitados com a mesma amplitude de corrente e com defasagem progressiva β entre cada elemento. A distância entre cada dipolo é d , e a orientação é vertical ao longo do eixo z , conforme pode ser visto na figura 4.5.

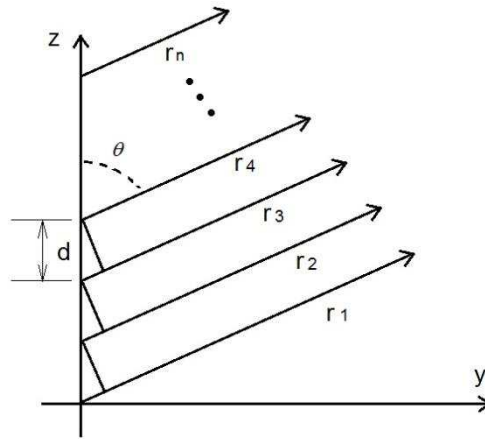


Figura 4.5 – Geometria de campo distante de um conjunto de n fontes isotrópicas

Para uma análise de campo distante, consideramos que os ângulos entre as retas r_1, r_2, r_3 , etc. e z são iguais a θ .

Ignorando-se os efeitos de acoplamento entre os elementos, o campo elétrico resultante é dado pela soma vetorial de cada um.

$$\vec{E}_R = j\eta \frac{kI_0\ell}{4\pi} \sin\theta \left[\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2-\beta}}{r_2} + \frac{e^{-jkr_3-2\beta}}{r_3} + \dots + \frac{e^{-jkr_n-(n-1)\beta}}{r_n} \right] \vec{a}_{\theta} \quad (4.4)$$

Na análise de campo distante, a distância entre cada dipolo infinitesimal e o ponto considerado é praticamente a mesma, e será tomada como r . Além disso, percebe-se que, para o atraso de fase em cada elemento, temos:

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= r_1 - d\cos\theta \\ r_3 &= r_2 - d\cos\theta \\ r_4 &= r_3 - d\cos\theta \\ &\dots \\ r_n &= r_{(n-1)} - d\cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

De modo que podemos reescrever a equação (4.4) como se segue.

$$\vec{E}_R = j\eta \frac{kI_0 \ell e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} \sin\theta \left[1 + e^{+j(kd\cos\theta+\beta)} + e^{+j2(kd\cos\theta+\beta)} + \dots + e^{+j(n-1)(kd\cos\theta+\beta)} \right] \vec{a}_\theta \quad (4.6)$$

Esta equação indica que o campo resultante total de um conjunto de dipolos infinitesimais distribuído linearmente ao longo do eixo z de coordenadas cartesianas é igual ao campo de um elemento isolado posicionado na origem do sistema multiplicado pelo termo que está entre colchetes nessa equação (4.6). Este termo entre colchetes é referido como *fator de conjunto* e simbolizado pela sigla AF .

É evidente também que o fator de conjunto é independente da forma assumida pelos elementos individuais e sua respectiva característica de radiação; isto é, se tivéssemos considerado um conjunto de antenas de quadro, ou parabólicas, ou qualquer outro, ao invés do conjunto de dipolos infinitesimais, o resultado para o fator de conjunto, o termo entre colchetes, seria o mesmo encontrado na equação (4.6). Isso significa que o campo resultante pode ser encontrado multiplicando-se o campo de um único elemento, não importando qual a sua característica de radiação, pelo fator de conjunto (AF).

O fator de conjunto pode ser expresso numa forma que o torne mais evidente. Primeiro, isolamos o termo entre colchetes na equação (4.6).

$$AF = 1 + e^{+j(kd\cos\theta+\beta)} + e^{+j2(kd\cos\theta+\beta)} + \dots + e^{+j(n-1)(kd\cos\theta+\beta)} \quad (4.7)$$

Por questões de conveniência, o termo $kdcos\theta+\beta$ é substituído por ψ . Então,

$$AF = 1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{j(n-1)\psi} \quad (4.8)$$

Ou, utilizando a notação de somatório,

$$AF = \sum_{m=0}^{n-1} e^{jm\psi} \quad (4.9)$$

Esta expressão indica uma soma de n fasores de amplitude unitária e fase progressiva ψ . Se considerarmos que a amplitude dos fasores não é unitária, temos

$$AF = A_0 \sum_{m=0}^{n-1} e^{jm\psi} \quad (4.10)$$

em que A_0 é a amplitude de corrente do fasor de cada elemento do conjunto, para o caso de esta amplitude não ser unitária. De acordo com a álgebra fasorial, a amplitude e a fase de AF podem ser controladas alterando-se o valor de ψ . Em termos práticos, isso significa controlar a fase relativa entre cada elemento do conjunto. A figura 4.6 ilustra as variações do diagrama de radiação para variações de fase β , num conjunto de cinco elementos posicionados ao longo do eixo z no plano cartesiano.

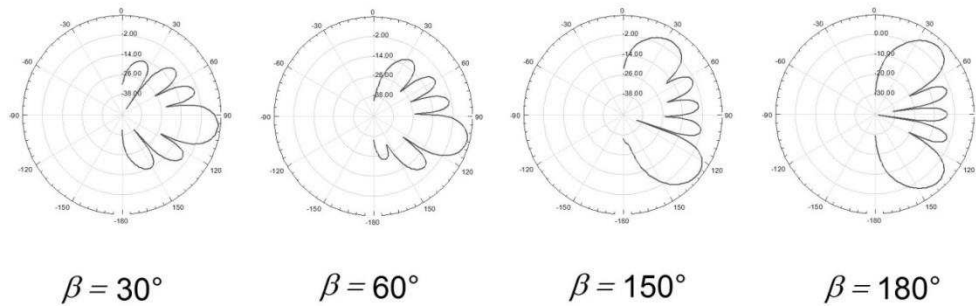


Figura 4.6 – Diagrama de radiação para vários valores de β

Conforme se observa, é possível estabelecer uma varredura numa ampla área que envolve várias direções, bastando apenas controlar o ângulo de defasamento entre os elementos do conjunto. Essa característica torna o conjunto de antenas uma opção atraente para aplicações em radar: muitos alvos precisam ser detectados de forma rápida e flexível, ou por vezes é necessário que a antena mude seu feixe de um ponto a outro do espaço. A versatilidade do conjunto de antenas combinada com um algoritmo de rastreamento executado por computador permite construir um sistema eficiente para tais tarefas. Outra aplicação importante que utiliza a característica de controle da amplitude (A_0) e do ângulo de defasamento (β) de antenas é aquela que envolve antenas inteligentes: um conjunto de antenas foca o diagrama de radiação na direção dos usuários de interesse do sistema e evita as interferências indesejadas, através de um sistema de processamento digital de sinais. O que proporciona a adaptação do diagrama de radiação ao ambiente é o controle da amplitude (A_0) e da fase (β) dos elementos individuais.

Para expressar AF , indicado na equação (4.10), numa forma mais compacta e conveniente, multiplicamos primeiramente os dois lados dessa equação por $e^{j\psi}$:

$$AF e^{j\psi} = A_0(e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{jn\psi}) \quad (4.11)$$

Em seguida subtraímos esta equação (4.11) da equação (4.10), encontrando

$$AF(1 - e^{j\psi}) = A_0(1 - e^{jn\psi}) \quad (4.12)$$

Isolando o fator de conjunto,

$$AF = \frac{1 - e^{jn\psi}}{1 - e^{j\psi}} A_0 \quad (4.13)$$

Que é também equivalente à seguinte expressão:

$$AF = \frac{e^{jn\psi/2} - 1}{e^{j\psi/2} - 1} A_0 \quad (4.14)$$

Na sequência, desmembramos o numerador e o denominador como se segue.

$$AF = \frac{e^{jn\psi/2}}{e^{j\psi/2}} \frac{e^{jn\psi/2} - e^{-jn\psi/2}}{e^{j\psi/2} - e^{-j\psi/2}} A_0 \quad (4.15)$$

Utilizando a relação de Euler

$$\text{sen}\theta = \frac{1}{2j} (e^{j\theta} - e^{-j\theta}) \quad (4.16)$$

A equação (4.15) se torna

$$AF = e^{j(n-1)\psi/2} \frac{\text{sen}(n\psi/2)}{\text{sen}(\psi/2)} A_0 \quad (4.17)$$

O fator $e^{j(n-1)\psi/2}$ representa o deslocamento de fase do centro de fase do conjunto em relação à origem. Se o conjunto estiver centrado em relação à origem, então este fator obviamente será nulo, e portanto a equação (4.17) será resumida para:

$$AF = \frac{\text{sen}(n\psi/2)}{\text{sen}(\psi/2)} A_0 \quad (4.18)$$

O valor máximo dessa expressão ocorrerá quando $\psi = 0$. Substituindo este valor de ψ em (4.10), resulta

$$AF = (1 + 1 + 1 + \dots + 1)A_0 = nA_0 \quad (4.19)$$

Para normalizar os resultados do fator de conjunto de tal maneira que seu máximo valor seja igual à unidade, dividimos a equação (4.18) pela equação (4.19), esta última representando o valor máximo de AF . O resultado é

$$AF_N = \frac{\text{sen}(n\psi/2)}{n \text{sen}(\psi/2)} \quad (4.20)$$

em que o símbolo AF_N significa o *fator de conjunto normalizado*. Esta expressão é a referência para o cálculo de AF nos vários tipos de conjuntos lineares.

A figura 4.7 ilustra o gráfico do fator de conjunto para um conjunto de 20 elementos (a), bem como o diagrama de radiação para a diretividade relativa desse conjunto (b). A distância entre os elementos é de meio comprimento de onda.

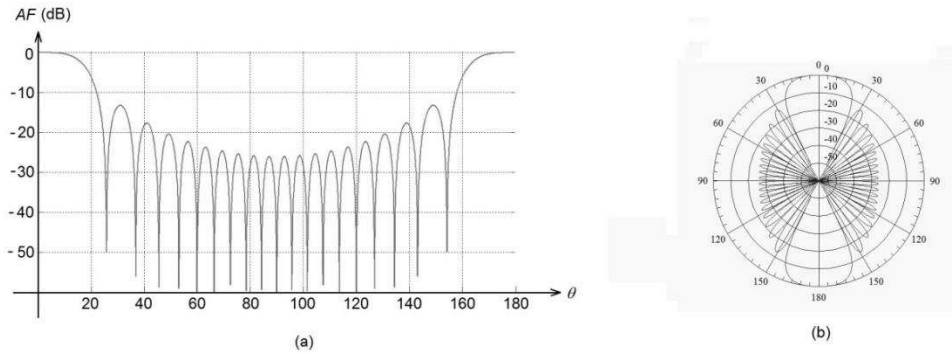


Figura 4.7 – Fator de conjunto para 20 elementos (a) e diretividade relativa (b)

Os valores máximos ocorrem quando $kdcos\theta + \beta = m\pi$, com $m = 0, 1, 2, 3$, etc. Ou seja, os ângulos para os quais ocorrem os valores máximos são dados por:

$$\theta = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (-\beta \pm 2m\pi) \right], \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.21)$$

Os nulos ocorrem quando $\sin(n\psi/2) = 0$, o que significa

$$\theta = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (-\beta \pm 2m\pi/n) \right], \quad \begin{matrix} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ m \neq n, 2n, 3n, \dots \end{matrix} \quad (4.22)$$

Quando $m = n, 2n, 3n$, etc. a função expressa na equação (4.20) atinge seu máximo, por isso é necessário impor a condição $m \neq n, 2n, 3n$, etc. A largura de feixe entre nulos é encontrada uma vez que se determine os ângulos em que ocorrem o primeiro nulo, o segundo, etc.

A largura de feixe de meia potência ocorre quando $\sin(n\psi/2) \approx 1$, ou seja,

$$\theta = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (-\beta \pm (2m + 1/n)\pi) \right], \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.23)$$

A largura de feixe de 3 dB pode se encontrada como sendo

$$\theta = \arccos \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (2,782/n) \right] \quad (4.24)$$

Essa medida é mais popular do que a largura de feixe entre nulos.

4.3.2 Distribuição Plana

Uma distribuição plana pode ser vista como um conjunto formado a partir de duas distribuições lineares de radiadores ao longo de direções ortogonais entre si, formando um plano. Conjuntos planos possuem uma grande abertura efetiva, versatilidade de varredura em qualquer direção e capacidade de formação de diagramas de radiação mais simétricos que possuam lóbulos laterais mais baixos. Um conjunto plano é mostrado na figura 4.8.

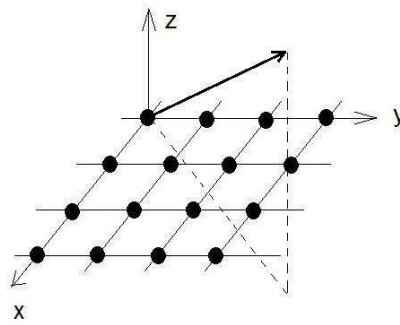


Figura 4.8 – Conjunto plano

O fator de conjunto pode ser encontrado a partir da consideração de que existem n radiadores ao longo da direção x e m radiadores ao longo da direção y . Então o fator de conjunto plano pode ser representado por:

$$AF = AF_x \cdot AF_y \quad (4.25)$$

em que AF_x indica o fator de conjunto da distribuição linear na direção x , e AF_y indica o fator de conjunto da distribuição linear na direção y . Substituindo e adaptando a equação (4.9) em (4.25) para as respectivas direções x e y , resulta:

$$AF = \sum_{x=0}^{n-1} e^{jx\psi_x} \cdot \sum_{y=0}^{m-1} e^{jy\psi_y} \quad (4.26)$$

Substituindo $\psi_x = kd_x \sin\theta \cos\varphi + \beta_x$ e $\psi_y = kd_y \sin\theta \sin\varphi + \beta_y$, sendo d_x a distância entre os radiadores na direção x e d_y a distância entre os radiadores na direção y , β_x a defasagem entre cada elemento na direção x , β_y a defasagem entre cada elemento na direção y , θ e φ ângulos das coordenadas esféricas, obtém-se:

$$AF = \sum_{x=0}^{n-1} e^{jx(kd_x \sin\theta \cos\varphi + \beta_x)} \cdot \sum_{y=0}^{m-1} e^{jy(kd_y \sin\theta \sin\varphi + \beta_y)} \quad (4.27)$$

Essa equação também pode ser expressa numa forma mais compacta, normalizada e conveniente, da mesma forma que foi feito no item anterior para a distribuição linear. O resultado é apresentado como:

$$AF_N = \frac{\text{sen}(n\psi_x/2)}{n \text{sen}(\psi_x/2)} \cdot \frac{\text{sen}(m\psi_y/2)}{m \text{sen}(\psi_y/2)} \quad (4.28)$$

A figura 4.9 ilustra o gráfico do fator de conjunto para um conjunto planar de 20x20 elementos (a), bem como o diagrama de radiação para a diretividade relativa desse conjunto (b). A distância entre os elementos é de meio comprimento de onda, tanto na direção x quanto na direção y.

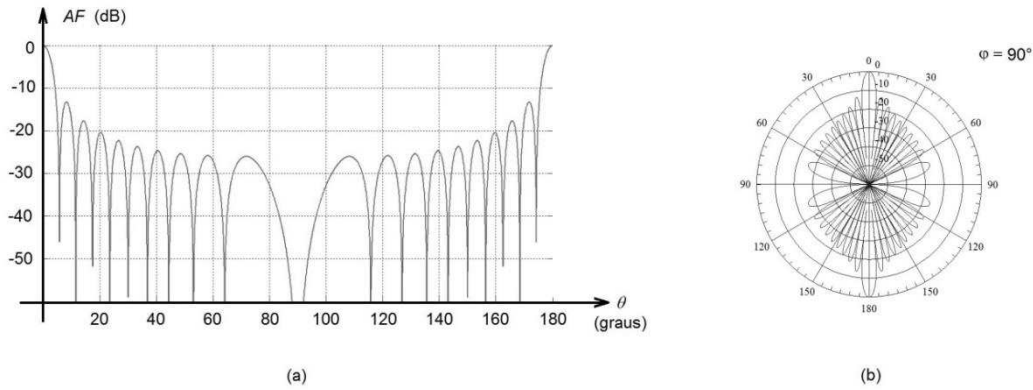


Figura 4.9 – Fator de conjunto para 20 elementos planos (a) e diretividade relativa (b)

Comparando a figura 4.9 com a figura 4.7, observamos que o feixe é mais direcional para o conjunto plano, comparado com o conjunto linear. Essa diretividade pode aumentar ainda mais se a distância entre os elementos nas direções x e y diminuir; dessa maneira, diminuem-se as amplitudes dos lóbulos laterais. Para as distâncias d_x e d_y iguais a $0,5\lambda$, vários lóbulos secundários são formados em várias direções, formando novos pontos de máximo de radiação.

Os pontos de máximo ocorrem quando:

$$kd_x \text{sen}\theta \cos\varphi + \beta_x = \pm 2N\pi, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.29a)$$

$$kd_y \text{sen}\theta \text{sen}\varphi + \beta_y = \pm 2M\pi, \quad M = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.29b)$$

A largura de banda de meia potência de um conjunto planar é encontrada apenas aproximadamente, dada a complexidade do problema. Além disso, ela é avaliada apenas para conjuntos com grande quantidade de elementos.

Para o máximo de radiação na direção transversal a z (direção em que os elementos radiantes estão dispostos), temos:

$$\theta_T = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta_0 \left[\left(\frac{\cos\varphi_0}{\theta_x} \right)^2 + \left(\frac{\text{sen}\varphi_0}{\theta_y} \right)^2 \right]}} \quad (4.30)$$

em que θ_T é a largura de banda de meia potência, θ_0 e φ_0 são os ângulos, em coordenadas cartesianas, onde ocorre o máximo de radiação na direção transversal, θ_x é o ângulo referente à largura de banda de meia potência do conjunto linear na direção x e θ_y é o ângulo referente à largura de banda de meia potência do conjunto linear na direção y.

Para o máximo de radiação na direção longitudinal, temos:

$$\theta_L = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sin\varphi_0}{\theta_x}\right)^2 + \left(\frac{\cos\varphi_0}{\theta_y}\right)^2}} \quad (4.31)$$

sendo θ_L a largura de banda na direção longitudinal.

Para um conjunto em que o número de elementos na direção x seja igual ao número de elementos na direção y, isto é, para um conjunto planar quadrado ($n=m$), o ângulo referente à largura de banda de meia potência do conjunto linear na direção x se iguala ao ângulo na direção y. Chamando esse ângulo simplesmente de Θ , as expressões (4.30) e (4.31) se reduzem a

$$\theta_T = \frac{\Theta}{\cos\theta_0} \quad (4.32)$$

$$\theta_L = \Theta \quad (4.33)$$

Estudos mostram que a largura de banda dos lóbulos principais de um conjunto planar diminui à medida que se aumenta o número de elementos desse conjunto. Isso proporciona uma localização mais precisa no feixe de varredura da antena, sendo esta característica essencial para aplicações em radar.

A figura 4.10 ilustra as características de radiação de um conjunto plano retangular de 5x5 elementos, distanciados de meio comprimento de onda ($\lambda/2$). A da esquerda (a) é o diagrama tridimensional, enquanto que a da direita (b) é o padrão de radiação bidimensional.

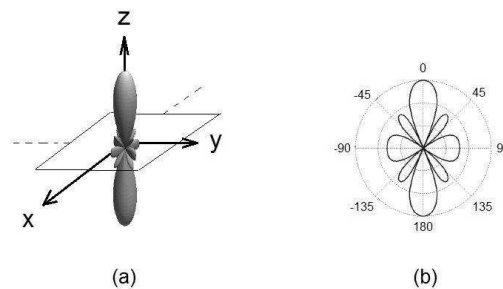


Figura 4.10 – Radiação em 3D para três elementos (a) e representação bidimensional (b)

4.3.3 Distribuição Circular

Existem atualmente vários projetos envolvendo conjuntos de antenas circulares incluindo o uso de novas ferramentas computacionais para síntese de projetos, aplicações espaciais, radar, transmissões wireless e várias outras.

Conjuntos circulares podem ser considerados como um caso especial de conjuntos com distribuição linear, vistos no item 4.3.1. No entanto, eles proporcionam uma capacidade de controle de feixe e diretividade que os tornam similares aos conjuntos planares. Um conjunto circular é mostrado na figura 4.11.

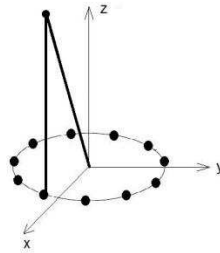


Figura 4.11 – Conjunto circular

O fator de conjunto (AF) é uma função periódica, e pode ser expresso em termos de série exponencial de Fourier por:

$$AF = \sum_{i=1}^n I_i e^{jkr(\cos(\varphi - \varphi^i) - \cos(\varphi_0 - \varphi^i)) + \beta_i} \quad (4.34)$$

em que φ^i é a posição angular do i -ésimo elemento em relação ao outro elemento e dada por $2\pi(i - 1)/n$, φ é o ângulo de incidência da onda plana, φ_0 é a direção de máxima radiação, r é o raio do círculo do conjunto, I_i é a corrente de excitação do i -ésimo elemento e β_i a sua fase.

A figura 4.12 ilustra o fator de conjunto em dB (a) e a diretividade relativa (b) de um conjunto circular de 20 elementos, espaçados entre si de 4λ .

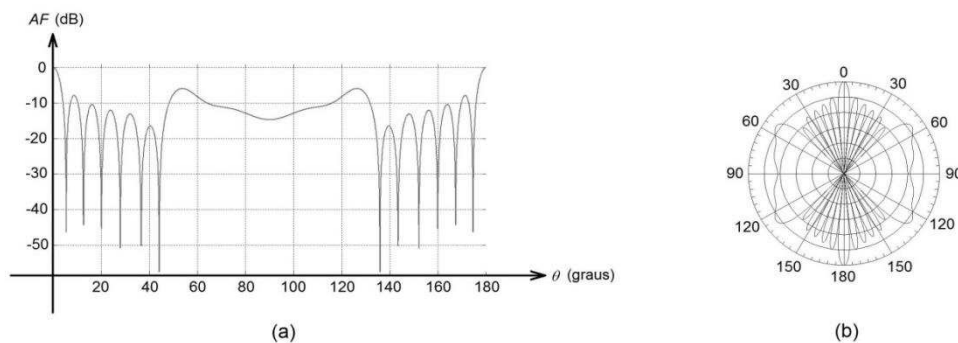


Figura 4.12 – Fator de Conjunto para 20 elementos circulares (a) e diretividade relativa (b)

4.4 CONJUNTOS BROADSIDE E END-FIRE

Os termos *broadside* e *end-fire* referem-se à direção de radiação do feixe máximo do conjunto. O primeiro é na direção transversal, e o segundo na direção longitudinal. Exemplos do comportamento do diagrama de radiação desses conjuntos são mostrados na figura 4.13, para o caso de 7 elementos linearmente dispostos e espaçados de 0.5λ .

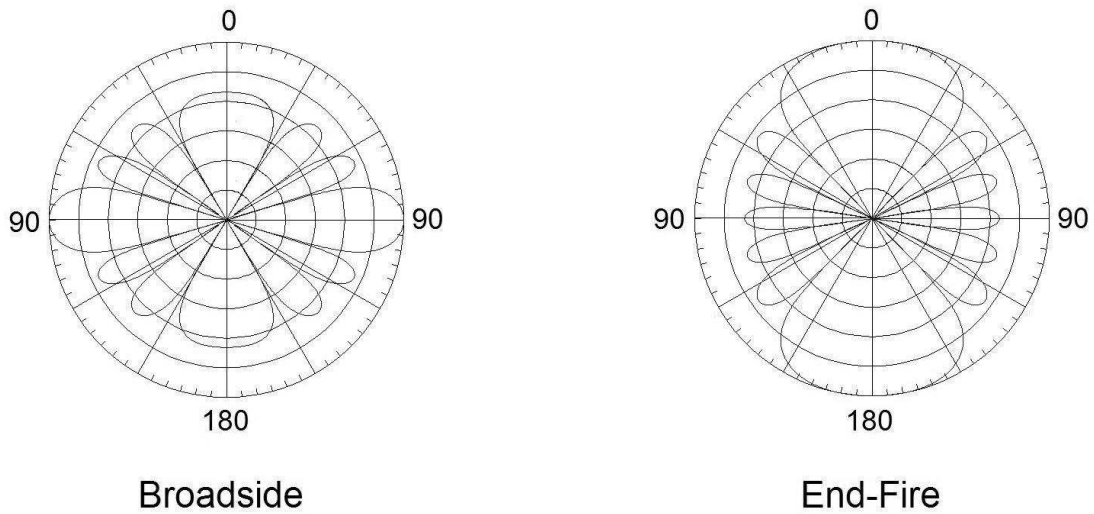


Figura 4.13 – Exemplos de conjuntos Broadside (à esquerda) e End-Fire (à direita)

Um conjunto *Broadside* é obtido fazendo-se o ângulo θ das coordenadas esféricas igual a 90° . Para o caso de conjuntos lineares, isso implica

$$kdcos\theta + \beta = \psi \Rightarrow kdcos90 + \beta = \psi \Rightarrow \beta = -\psi \quad (4.35)$$

Sabendo-se que o primeiro máximo ocorre quando $\psi = 0$, implica

$$\beta = 0 \quad (4.36)$$

(Conjunto Broadside)

Um conjunto *End-Fire* é obtido fazendo-se o ângulo θ das coordenadas esféricas igual a 0° ou igual a 180° . Para conjuntos lineares, isso implica

$$kdcos0 + \beta = \psi \Rightarrow \beta = -kd \quad (\theta = 0^\circ) \quad (4.37a)$$

$$kdcos180 + \beta = \psi \Rightarrow \beta = kd \quad (\theta = 180^\circ) \quad (4.37b)$$

(Conjunto End-Fire)

5. LIMITES EM ANTENAS

5.1 INTRODUÇÃO

As considerações sobre limites em antenas dizem respeito às fronteiras ou extremos que estipulam até onde podem chegar determinadas características ou parâmetros tais como miniaturização, máxima largura de banda, ganho ou eficiência, por exemplo. Esses limites têm sido investigados há décadas e constituem um desafio ainda presente nos modernos projetos de engenharia de antenas. Muitas vezes, é necessário estabelecer um compromisso entre uma exigência e outra, dependendo do tipo de aplicação desejada (BALANIS, op. cit.).

Nesta parte a ênfase será dada a dois dos principais limites relacionados às antenas: (1) redução de sua dimensão; (2) aumento de sua largura de banda. No primeiro caso, serão analisados alguns requisitos como eficiência, fator de qualidade (Q), ganho, largura de banda, etc., e até que ponto estes serão afetados pela redução do tamanho da antena. No segundo caso, serão vistos alguns modelos de antenas que as tornam quase independentes da frequência, isto é, com uma largura de banda incrivelmente grande, e também quais os requisitos para que isso ocorra.

5.2 LIMITES PARA A MINIATURIZAÇÃO DE ANTENAS

Antenas de dimensões reduzidas, eficientes, com alto ganho e de fácil construção são requeridas em várias aplicações atuais como tablets, smartphones, tecnologia espiã e muitas outras. Essas antenas satisfazem a necessidade cada vez maior de construir aparelhos compactos, discretos e com pouco consumo de energia (HANSEN, 2006).

Antenas pequenas dizem respeito a antenas *eletricamente* pequenas. Isso significa que quando se menciona o tamanho de uma antena, leva-se em conta não o comprimento físico da mesma, mas o seu *comprimento efetivo*, que está relacionado à quantidade de tensão induzida nos terminais de um circuito aberto quando iluminado por uma radiação eletromagnética. Em linguagem matemática, isso pode ser expresso por

$$V = \overrightarrow{E_{inc}} \cdot \overrightarrow{c_{ef}} \quad (5.1)$$

sendo V a tensão induzida nos terminais de circuito aberto, \vec{E}_{inc} o campo elétrico incidente e \vec{c}_{ef} o comprimento efetivo. Conforme pode ser observado, o comprimento efetivo foi colocado com notação vetorial, o que é mais conveniente para a sua análise.

A diferença entre comprimento físico e comprimento efetivo existe porque a distribuição de corrente na antena não é uniforme, mas varia de acordo com o tipo, podendo ser senoidal, triangular, etc. Por isso a análise sobre miniaturização de antenas leva em conta a frequência de radiação ou, em outras palavras, o comprimento de onda.

Já foi visto no capítulo 3 um tipo de antena eletricamente pequena cujo tamanho se encontra entre $\lambda/50$ e $\lambda/10$: o dipolo curto. Alguns dipolos podem ter tamanho menor ainda do que $\lambda/50$, e são os chamados *dipolos infinitesimais*. O grande desafio que se coloca para o projetista é o seguinte: pode-se reduzir indefinidamente o tamanho da antena em relação ao seu comprimento de onda, sem alterar seus parâmetros fundamentais? Qual o limite para a redução do comprimento efetivo de uma antena, para além do qual a utilização da mesma se tornaria inviável?

Os estudos pioneiros sobre os limites fundamentais de antenas relacionando dimensão e largura de banda foram publicados nos anos 1940 por Wheeler e Chu. Utilizando metodologias diferentes, estes pesquisadores relacionaram o tamanho da antena com largura de banda e ganho, obtendo resultados similares. Depois, novas técnicas foram desenvolvidas nas décadas seguintes por Collin, Rothschild, Hansen e McLean, dentre outros.

Wheeler definiu antenas pequenas como sendo aquelas cuja dimensão máxima é menor do que o “comprimento de radiano” (*radianlength*). Comprimento de radiano é o comprimento de onda dividido por 2π (aproximadamente, $1/(6,28)$ do comprimento de onda), e foi uma unidade utilizada para maior conveniência dos cálculos. Uma antena menor do que $1/2\pi \lambda$ pode ser considerada como tendo um comportamento puramente capacitivo ou indutivo, dependendo de seu tipo: se for um dipolo elétrico pequeno, terá um comportamento puramente capacitivo; se for um dipolo magnético pequeno, o comportamento será puramente indutivo.

Uma antena possui várias perdas intrínsecas associadas à sua operação normal de funcionamento, tanto na transmissão quanto na recepção, tais como

perdas por condução e perdas devido ao dielétrico. Se essas perdas não existissem, seria possível talvez a uma antena eletricamente muito pequena transportar energia eletromagnética eficientemente a uma carga, independentemente do quão pequena fosse. Entretanto, isso jamais ocorre na prática.

Sabe-se que a área efetiva de uma antena é dada por

$$A_{ef} = \frac{P_{rec}}{S} \quad (5.2)$$

em que A_{ef} é a área efetiva da antena (m^2), P_{rec} é a potência recebida pela carga (W) e S é a densidade de potência da onda incidente (W/m^2). A potência disponível é igual à densidade de potência da onda incidente multiplicada pela área efetiva. Devido ao tipo de padrão de radiação de antenas eletricamente pequenas, sua área efetiva será $3/2$ a área do “círculo de radiano”, pois esse tipo de radiação preenche eficazmente apenas $2/3$ de todo o ângulo sólido de uma esfera. Círculo de radiano, definido por Wheeler, é o círculo cujo raio é igual a um comprimento de radiano.

O padrão de radiação e o ganho diretivo permanecem o mesmo à medida que o tamanho elétrico da antena diminui. Entretanto, a resistência de radiação vai se tornando menor em relação à resistência do circuito de acoplamento, o que gera redução na eficiência de acoplamento entre a antena e o circuito ressonante.

Outra limitação apontada por Wheeler em relação à diminuição do tamanho é que, à medida que a antena se torna eletricamente menor, sua potência disponível também fica reduzida. Para compensar essa menor quantidade disponível é necessário que a antena se torne mais seletiva, mais acentuadamente sintonizada, o que significa um maior Q (fator de qualidade). Isso reduz a largura de banda, o que significa estabelecer um compromisso entre atenuação e largura de banda.

Wheeler parte de um esquema no qual duas antenas ocupam, cada uma, um volume de um cilindro, sendo este volume igual para as duas (em forma e tamanho), e menor do que um comprimento de radiano. Uma antena é um capacitor, outra um indutor. Partindo deste esquema, ele define “fator de potência de radiação” como

$$p_e = \frac{G_e}{\omega C} = \frac{1}{6\pi} \frac{k_a A b}{l^3} \quad (5.3a)$$

$$p_m = \frac{R_m}{\omega L} = \frac{1}{6\pi} \frac{k_b A b}{l^3} \quad (5.3b)$$

sendo a equação (5.3a) relativa ao fator de potência de radiação de uma antena capacitiva (dipolo elétrico), a equação (5.3b) relativa ao fator de potência de

radiação de uma antena indutiva (dipolo magnético), G_e a condutância de radiação em paralelo com a antena (Ω^{-1}), C a capacitância da antena (Farads), ω a frequência angular (rad/s), k_a o fator de correção do capacitor, k_b o fator de correção do indutor, e iguais respectivamente à área efetiva do capacitor e do indutor, A a área da base do volume cilíndrico (m^2), b a altura do volume cilíndrico, l o comprimento de radiano (m) igual a $\lambda/2\pi$, R_m a resistência de radiação em série com a antena (Ω) e por fim L a indutância (H).

A limitação da largura de banda dessas antenas pequenas é indicada pelo fator de potência de radiação. Seu valor é o mesmo para os dois tipos de antenas, e depende apenas da relação de volume da antena Ab com o cubo radiano l^3 .

O desenvolvimento das equações (5.3a) e (5.3b) leva à seguinte fórmula de Wheeler para o cálculo de Q , para uma antena capacitiva:

$$Q = \frac{9}{2} \frac{v_{RS}}{v_{OC}} \frac{k_{SC} + \epsilon_r - 1}{k_{SC}^2} \quad (5.4)$$

em que v_{RS} é o volume da esfera de radiano, igual a $(4/3)\pi (\lambda/2\pi)^3$, v_{OC} é o volume ocupado, k_{SC} é o fator de correção e ϵ_r é a permissividade relativa ao material dielétrico utilizado no núcleo do capacitor. Esta equação serve de base para a modelagem de estruturas pequenas em vários projetos. O gráfico de Q em função do comprimento do dipolo dividido por λ pode ser visto na figura 5.1.

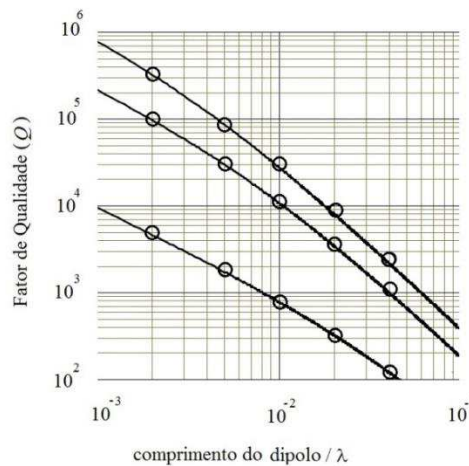


Figura 5.1 – Fator de Qualidade versus comprimento do dipolo/ λ

A curva de cima representa um cilindro ocupado pelo capacitor de raio $5 \cdot 10^{-3}/\lambda$, a do meio $10^{-2}/\lambda$ e a de baixo $5 \cdot 10^{-2}/\lambda$. Para mais detalhes, ver (WHEELER, 1947).

Chu procura investigar o máximo ganho G para um mínimo Q , isto é, a relação entre G e Q , enfatizando que o limite de redução de tamanho de uma antena é determinado pelo ganho (G) ou pela diretividade (D) da mesma. Além disso, ele define a eficiência de uma antena como sendo o ganho de potência numa direção especificada, tendo em vista que quanto maior o ganho da mesma, menor a sua largura de banda. (CHU, 1948)

O ponto inicial da demonstração de Chu é a consideração de uma estrutura de antena cuja maior dimensão linear seja $2a$, de tal maneira que a estrutura completa dessa antena, incluindo a linha de transmissão e o oscilador, estejam dentro de uma superfície esférica de raio a . Chu mostra que o campo do lado de fora da esfera pode ser expresso em termos de um conjunto completo de ondas vetoriais esféricas, da mesma forma que Stratton, sete anos antes, havia publicado um trabalho utilizando também uma esfera de raio finito para qualquer distribuição pré-fixada de campo de radiação em termos de um conjunto completo de funções de onda vetorial ortogonais e esféricas, com o intuito de demonstrar a impraticabilidade da construção de antenas com super-ganho. Cada uma dessas ondas representa uma onda esférica propagando-se radialmente para fora.

A distribuição de corrente ou fonte, pertencentes à estrutura da antena e localizadas dentro da esfera, não são determinadas unicamente pela distribuição de campo fora da esfera. É possível, matematicamente, criar uma dada distribuição de corrente fora da esfera com um número infinito de diferentes fontes de corrente. Assim, Chu procurou analisar uma distribuição de corrente, assim como a estrutura da antena correspondente, que fosse a mais adequada possível para o interesse em questão, que é o de investigar o limite de miniaturização de antenas. Chu também pressupôs que a impedância de entrada fosse resistiva, para uma dada frequência.

A figura 5.2 ilustra a antena proposta por Chu confinada numa superfície esférica esférica. É uma antena omnidirecional polarizada verticalmente.

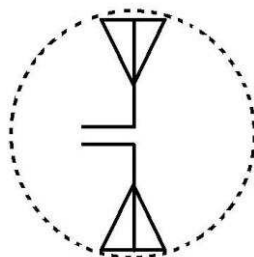


Figura 5.2 – Antena confinada numa superfície esférica imaginária

Pode-se determinar, para uma dada frequência, as características de radiação do sistema a partir de expressões para o campo, incluindo o ganho da antena numa dada direção. Após obter-se o ganho e o fator de qualidade (Q) da antena correspondente a uma distribuição de campo arbitrária fora da esfera, determina-se a distribuição ótima do campo fora da esfera sob diferentes critérios e correspondentes ganhos e fator de qualidade (Q) através do processo de maximização e minimização.

Devido às propriedades ortogonais das funções de onda ortogonais empregadas por Chu, a energia total, elétrica ou magnética, armazenada fora da esfera é igual à soma das energias correspondentes associadas com cada onda esférica. Além disso, a potência complexa transmitida através de uma superfície esférica fechada é igual à soma das potências complexas associadas com cada onda esférica. Isso significa que não há acoplamento entre dois modos quaisquer fora da esfera, seja este acoplamento de energia ou potência.

Como consequência, cada modo ou onda esférica no interior da esfera foi substituído por circuitos equivalentes independentes. O campo fora da esfera pode ser especificado pelas seguintes equações.

$$H_\phi = \sum_n A_n \mathcal{P}_n^{\mathbb{L}}(\cos\theta) h_n(kr) \quad (5.5a)$$

$$E_r = -j \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sum_n A_n n(n+1) \mathcal{P}_n(\cos\theta) \frac{h_n(kr)}{kr} \quad (5.5b)$$

$$E_\theta = j \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sum_n A_n \mathcal{P}_n^{\mathbb{L}}(\cos\theta) \frac{1}{kr} \frac{d}{dr} [r \cdot h_n(kr)] \quad (5.5c)$$

em que $\mathcal{P}_n(\cos\theta)$ é um polinômio de Legendre de ordem n , $\mathcal{P}_n^{\mathbb{L}}(\cos\theta)$ é o primeiro polinômio de Legendre associado, $h_n(kr)$ é uma função de Hankel esférica do segundo tipo, k é o número de onda, $\sqrt{\mu/\epsilon}$ é a impedância da onda de uma onda plana no espaço livre e A_n é um coeficiente complexo. O fator $e^{j\omega t}$ foi omitido.

Consequentemente, a corrente, voltagem e impedância do circuito equivalente, para cada onda esférica, é dado por:

$$V = 4 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{A_n}{k} \sqrt{\frac{4\pi n(n+1)}{2n+1}} j(k a h_n)' \quad (5.6a)$$

$$V = 4 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{A_n}{k} \sqrt{\frac{4\pi n(n+1)}{2n+1}} kah_n \quad (5.6b)$$

$$Z = \frac{j(kah_n)'}{kah_n} \quad (5.6c)$$

sendo $(kah_n)'$ igual à derivada de $kah_n(ka)$ em função de ka e a o raio da superfície esférica.

Utilizando as funções de Bessel para formas esféricas e o princípio da equivalência de campo de Schelkunoff (SCHELKUNOFF, 1936), chega-se ao circuito equivalente mostrado na figura 5.3.

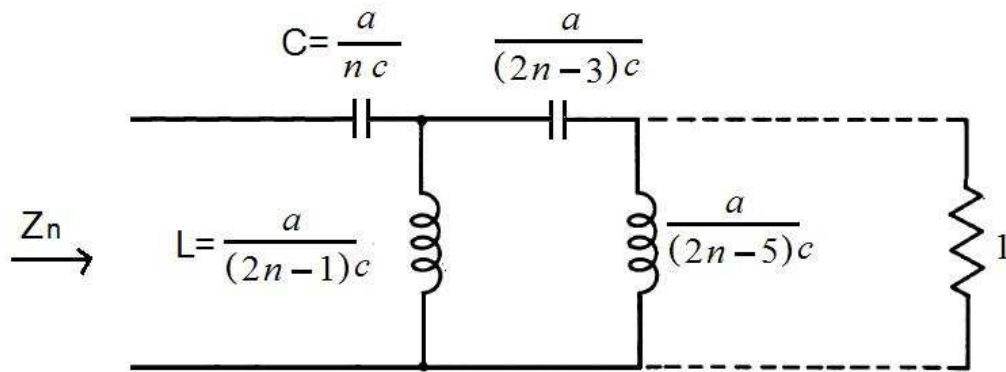


Figura 5.3 – Circuito equivalente da estrutura confinada na esfera

em que c é a velocidade da luz, C é a capacitância (farad) e L é a indutância (H). Este esquema é para o modo propagante TM_n , isto é, para todos os modos propagantes, à medida em que contribuírem para a potência reativa.

À medida que a esfera vai se tornando muito pequena, a existência de vários modos propagantes deixa de ocorrer, tornando-se os mesmos evanescentes e tendo pouca influência na potência, e por isso o fator de qualidade (Q) do sistema vai se tornando muito grande. Cada um desses modos tem ainda uma parte real, ainda que muito pequena.

Os trabalhos de Chu resultaram na constatação da redução da largura de banda quando se reduz o tamanho da antena, e também mostraram quais modos de propagação tornam a miniaturização possível, que são os modos fundamentais esféricos TM_{10} e TE_{10} .

Nos anos 1960 vários pesquisadores utilizaram abordagens semelhantes às de Wheeler e Chu, confirmando e, sobretudo, expandindo suas análises: Harrington, Collin, Rothschild, Fante e vários outros.

Harrington utilizou e estendeu os resultados de Chu incluindo em sua análise antenas polarizadas circularmente e qual o ganho máximo possível (HARRINGTON, 1960). Collin e Rothschild utilizaram teoria de campos e encontraram as energias relacionadas ao cálculo do fator de radiação, conseguindo desta maneira deduzir expressões exatas. Proporcionaram as bases para a análise da energia armazenada como consequência da subtração da densidade de energia de campo distante médio do valor total da densidade de energia (COLLIN; ROTHSCCHILD, 1964).

Entretanto, foi a partir dos anos 1980 que a análise sobre limites fundamentais de antenas eletricamente pequenas ganhou uma abordagem mais refinada, destacando-se os trabalhos de Hansen e, na década seguinte, McLean.

Hansen define uma função F como sendo:

$$F = krh_n^{(2)}(kr) \quad (5.7)$$

sendo k e r as mesmas variáveis utilizadas por Chu, e $h_n^{(2)}$ uma função de Hankel esférica. Dessa forma, a resistência e a reatância se tornam, respectivamente:

$$R_n = \frac{1}{FF^*} \quad (5.8a)$$

$$X_n = R_e \frac{F'}{F} \quad (5.8b)$$

em que R_e é a parte real, F^* é o conjugado de F e F' é a sua derivada. O fator de qualidade (Q) para o n -ésimo modo, com os modos abaixo do corte e $kr < 1$ é:

$$Q = \frac{1+3k^2r^2}{k^3r^3[1+k^2r^2]} \quad (5.9)$$

De acordo com Hansen, este valor de Q é válido apenas para o menor valor do modo TM. Quando os modo TM e o modo TE são excitados, o valor de Q cai pela metade. Para $kr \ll 1$, o valor de Q varia inversamente com o cubo do raio da esfera com comprimento de onda radiano. A equação (5.9), encontrada a partir das contribuições de Chu, mostra o menor valor de Q realizável para uma máxima dimensão de uma antena eletricamente pequena, e este resultado é independente, de acordo com Hansen, da técnica utilizada para construir a antena dentro da

referida esfera hipotética; isto é, não importa qual a geometria da estrutura da antena, se esfera, pirâmide, etc.

No entanto, o formato assumido pelo elemento radiante dentro da esfera hipotética resulta em diferentes modos de excitação: TE, TM ou TE e TM simultâneos. Além disso, uma forma geométrica que ocupe mais eficientemente o volume da esfera pode produzir melhores resultados para a largura de banda.

A largura de banda (BW) é expressa por:

$$BW = \frac{f_H - f_L}{f_C} = \frac{1}{Q} \quad (5.10)$$

em que f_H é a frequência superior, f_L é a frequência inferior e f_C é a frequência central. A figura 5.4, retirada do trabalho de Hansen, ilustra as curvas de Q mínimo versus a dimensão da antena em kr para vários valores de eficiência (η), baseando-se nas análises de Chu e Harrington.

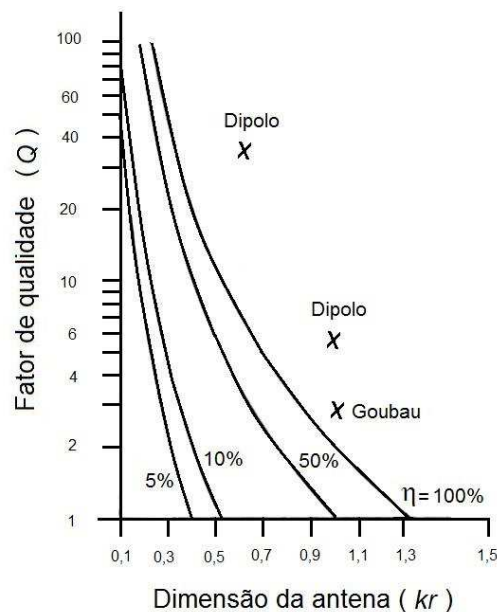


Figura 5.4 – Fator de Qualidade versus kr para várias antenas e vários valores de eficiência

Como se observa, a antena dipolo está bem longe de alcançar o limite de antenas eletricamente pequenas. Já a chamada *antena de Goubau* consegue se aproximar bem mais deste limite. Isso porque esta última utiliza mais eficientemente o volume no interior da esfera hipotética do que a primeira.

O limite encontrado pela equação (5.9) e expresso na figura (5.4) é apenas teórico, jamais sendo igualado ou, menos ainda, excedido. O grande desafio que surge para o projetista de antenas pequenas é encontrar uma configuração geométrica que mais se aproxime deste limite teórico. Ver mais em (HANSEN, 1981)

Na década seguinte, McLean reexaminou este limite com o objetivo de obter a mais alta precisão possível (já que um limite fundamental não poderia ser apenas aproximado) e também com o propósito de fornecer uma visão mais didática sobre os conceitos de “Q mínimo”, recorrendo a uma demonstração alternativa que partisse dos campos gerados pelos modos esféricos TM_{01} .

A derivação exata do fator Q começa com a consideração de que os campos do modo esférico TM_{01} possuem simetria em relação ao ângulo $\theta = 0$ no sistema de coordenadas esféricas. A partir da equação do potencial vetor magnético (3.49) (desenvolvida no capítulo 3) e de sua derivação para dipolos eletricamente pequenos e com distribuição de corrente linear, chega-se às expressões para as componentes \vec{E} e \vec{H} , referentes aos campos elétrico e magnético, respectivamente.

$$H_\phi = \sin\theta e^{-jkr} \left(\frac{j}{kr^2} - \frac{1}{r} \right) \quad (5.11a)$$

$$E_\theta = \frac{1}{j\omega\epsilon} \sin\theta e^{-jkr} \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} + \frac{j}{kr^3} \right) \quad (5.11b)$$

$$E_r = \frac{1}{\omega\epsilon} 2\cos\theta e^{-jkr} \left(\frac{1}{kr^3} + \frac{j}{r^2} \right) \quad (5.11c)$$

Que são tomados em seus valores *rms*. As densidades de energia elétrica e magnética são dadas como sendo:

$$w_e = (1/2)\epsilon(\vec{E} \cdot \vec{E}^*) \quad (5.12a)$$

$$w_m = (1/2)\mu(\vec{H} \cdot \vec{H}^*) \quad (5.12b)$$

Substituindo as componentes de campo dada nas equações (5.11) nas respectivas equações em (5.12), resulta:

$$w_e = \frac{1}{\omega} \eta \frac{1}{2} \left[\sin^2\theta \left(\frac{1}{k^3 r^6} - \frac{1}{kr^4} + \frac{k}{r^2} \right) + 4\cos^2\theta \left(\frac{1}{k^3 r^6} + \frac{1}{kr^4} \right) \right] \quad (5.13a)$$

$$w_m = \frac{1}{2} \mu \sin^2\theta \left(\frac{1}{k^2 r^4} + \frac{1}{r^2} \right) \quad (5.13b)$$

Considera-se a densidade de energia elétrica da onda viajante, calculada a partir dos campos H_ϕ e E_θ apenas. Os campos que produzem radiação são dados por:

$$H_\phi^{rad} = -\sin\theta \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (5.14a)$$

$$E_\theta^{rad} = -\eta \sin\theta \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (5.14b)$$

A densidade de energia de propagação é dada por:

$$w_e^{rad} = \frac{1}{2} \epsilon |E_\theta^{rad}|^2 = \frac{\eta^2}{r^2} \sin^2 \theta \quad (5.15)$$

Define-se a densidade de energia elétrica não-propagada (w_e') como sendo a diferença entre a densidade de energia elétrica total e a densidade de energia elétrica propagada. Integrando, obtemos a densidade de energia elétrica total (W_e'):

$$W_e' = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_a^\infty w_e' r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \frac{4\pi\eta}{3\omega} \left[\frac{1}{k^3 a^3} + \frac{1}{ka} \right] \quad (5.16)$$

A potência radiada total é obtida considerando-se a parte real da integração do vetor de *Poynting* sobre uma superfície esférica de raio qualquer. O resultado é:

$$P_{rad} = \frac{8\pi}{3} \eta \quad (5.17)$$

O fator de qualidade (Q) é dado por:

$$Q = \frac{2\omega W_e'}{P_{rad}} \quad (5.18)$$

Substituindo a equação (5.17) na equação (5.18), resulta:

$$Q = \frac{1}{k^3 a^3} + \frac{1}{ka} \quad (5.19)$$

Que é a fórmula exata para o fator de qualidade do sistema para o modo TM_{01} , e indica o limite de uma antena eletricamente pequena nessas condições.

Se a antena for polarizada circularmente através das combinações dos campos dos modos TE_{01} e TM_{01} , encontra-se o fator de qualidade (Q) através de procedimento semelhante ao anterior, resultando:

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k^3 a^3} + \frac{2}{ka} \right) \quad (5.20)$$

Este Q é a metade do outro Q do modo TM_{01} atuando sozinho.

Para maiores detalhes, consultar (MCLEAN, 1996).

Conforme pôde ser observado, as análises realizadas na segunda metade do século XX chegaram a um acordo parcial sobre os limites fundamentais referentes à miniaturização de antenas. Análises mais atuais levam em conta também os ângulos de fase desiguais dos campos gerados em cada elemento individual de um conjunto de antenas. Essas análises são mais complexas e fogem do escopo deste trabalho.

5.3 LIMITES PARA A LARGURA DE FAIXA DE ANTENAS

A largura de faixa ou largura de banda de uma antena se refere ao intervalo de frequências dentro do qual alguns parâmetros considerados importantes pelo projetista permanecem acima de determinados valores de referência. Esses parâmetros podem ser ganho, $VSWR$, polarização, impedância, nível dos lóbulos secundários e fator de qualidade, por exemplo. Encontrar os limites da largura de faixa de uma antena geralmente significa determinar qual a maior largura que esta pode possuir sem degradar, dentro de valores específicos, os referidos parâmetros.

Antenas de banda larga são altamente desejadas em inúmeras aplicações como telefonia móvel, radar, sensoriamento remoto, satélites, etc. Por isso se torna tão importante a determinação da maior largura de banda possível para uma antena em determinada aplicação; ou saber qual tipo de antena seria mais adequado para atender à demanda de obtenção de faixa larga (BALANIS, op. cit.).

A largura de faixa pode ser expressa pela diferença entre o limite superior e o inferior de frequências, em relação à frequência central, semelhante à equação (3.86) ou (5.10). Ou em termos de porcentagem em relação à frequência central:

$$BW = \frac{f_H - f_L}{f_C} \cdot 100 \quad (5.21)$$

Ou ainda, vista como a relação entre a frequência superior e a frequência inferior.

$$BW = \frac{f_H}{f_L} \quad (5.22)$$

A definição de uma antena de banda larga é imprecisa e depende da aplicação. Alguns autores consideram como tendo banda larga uma antena cuja impedância e outro padrão qualquer da mesma não altere significativamente seus valores em um oitavo ou mais ($BW = 2$) (STUTZMAN, 1981).

Sabe-se que o fator de qualidade (Q) e a largura de banda são inversamente proporcionais, e esta característica é válida não somente para antenas, mas para qualquer circuito que possua impedância resistiva/reativa. Foi visto também que, para antenas eletricamente pequenas, o principal fator limitante é justamente o fator Q , sendo muitas vezes necessário diminuir-se este para obter um mínimo de largura de banda necessária. Nesta parte, será dada ênfase a outro aspecto fundamental referente ao aumento da largura de banda: quais formatos de antena proporcionam

ampla faixa de operação de frequência sem alterações substanciais no ganho, impedância, padrão de radiação, etc., e quais os requisitos para que isto ocorra. Tais antenas são conhecidas na literatura como *antenas independentes da frequência*.

5.3.1 Antenas Independentes da Frequência

As primeiras antenas independentes da frequência foram desenvolvidas após a 2ª Guerra Mundial, com estruturas capazes de operar em uma faixa de 2:1. A partir daí, o interesse dos pesquisadores em tais tipos de antenas aumentou bastante. Em 1941 Schelkunoff fez uma análise teórica de estruturas cônicas irradiadoras e a partir de então desenvolveu o estudo para antenas que possuam forma arbitrária (SCHELKUNOFF, 1941). Kandoian apresentou em 1945 uma antena do tipo bicônica que tinha um disco em um dos cones; esta antena polarizada verticalmente e com ganho similar a um dipolo representou um grande avanço para a época em termos de aumento de largura de banda (10:1) (KANDOIAN, 1946). Poucos anos depois, em 1948, Mushiake descobriu o princípio que ficou conhecido como “Auto Complementaridade” (*Self-Complementarity*) e a antena que levou este nome (*Self-Complementarity Antenna, SCA*), cuja ideia principal era a existência de uma estrutura numa forma arbitrária ocupando metade de um condutor plano infinitamente alargado e disposto de tal maneira que sua estrutura complementar (a parte não ocupada pela antena) fosse idêntica à sua forma, ou seja, auto complementar, e cuja característica marcante era a de possuir a mesma impedância de entrada para qualquer frequência, qualquer que fosse a forma da antena (MUSHIAKE, 1992). Nos anos seguintes os avanços se limitaram a pequenos incrementos na largura de banda, com exceção da antena helicoidal modificada que foi investigada primeiramente por Springer em 1949 e depois por Chatterjee em 1953, e da antena espiral proposta por Turner em 1953 baseada na espiral de Arquimedes (DYSON, 1962). Foi somente em 1954 que o tratamento sobre antenas independentes da frequência ganhou uma formulação mais exata, a partir das contribuições de Rumsey e sua teoria segundo a qual uma antena totalmente especificada por ângulos teria características independentes da frequência. As deduções a seguir são baseadas nos trabalhos pioneiros de Rumsey (RUMSEY, 1957).

Existem formas de antenas que são independentes da frequência, e estas formas se estendem ao infinito, como por exemplo o cone infinito. Mas esses formatos não podem ser aplicados na prática, e então um truncamento se faz necessário. Assim, trata-se de investigar o quão rapidamente as estruturas práticas truncadas convergem para as características da estrutura infinita ideal.

Considere o conjunto de todas as curvas planas cujas formas não se alteram quando dimensionadas para outra escala, maior ou menor. Tomando quatro curvas e fazendo os terminais de entrada de cada uma coincidirem com um ponto comum de intersecção, forma-se um esquema parecido com o mostrado na figura 5.5.

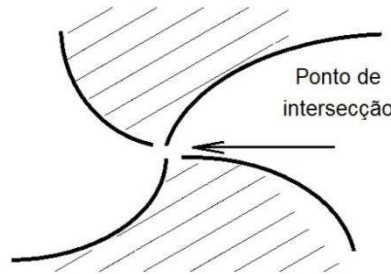


Figura 5.5 – Intersecção de curvas quando redimensionadas em escala

Sabe-se que se uma antena for aumentada por um fator K , sua impedância e padrões de radiação permanecerão inalterados se o seu comprimento de onda também for aumentado pelo mesmo fator K . Então, a antena da figura 5.5 ficará inalterada quando for dimensionada para um comprimento de onda diferente, desde que seus terminais fiquem fixos no mesmo ponto de intersecção após a mudança de escala. Isso implica que uma nova curva pode ser criada de modo que coincida com a antiga bastando efetuar movimentos de translação e rotação com as curvas resultantes do novo dimensionamento.

Dado que a translação não será efetuada devido ao pressuposto de que o ponto comum permanece fixo, resta apenas uma mudança na rotação das antenas para que as novas curvas coincidam com as anteriores (antes da mudança de escala). Este fato foi expresso por Rumsey na seguinte notação:

$$Kr(\varphi) = r(\varphi + C) \quad (5.23)$$

em que $r(\varphi)$ é o raio em função do ângulo φ , K é o fator de mudança de escala e C é o ângulo de rotação para o qual a nova antena se torna equivalente à antiga. Assim, K depende de C mas K e C são independentes do ângulo φ e do raio.

Derivando os dois lados da equação (5.23) em relação a C , resulta:

$$r(\varphi) \frac{dK}{dC} = \frac{\partial r(\varphi+C)}{\partial C} \quad (5.24)$$

Derivando também os dois lados da equação (5.23) em relação a φ :

$$K \frac{dr(\varphi)}{d\varphi} = \frac{\partial r(\varphi+C)}{d\varphi} \quad (5.25)$$

Segue imediatamente que:

$$\frac{\partial r(\varphi+C)}{\partial C} = \frac{dr(\varphi+C)}{d(\varphi+C)} = \frac{\partial r(\varphi+C)}{\partial \varphi} \quad (5.26)$$

Substituindo (5.25) em (5.24) a partir da relação expressa em (5.26), resulta:

$$r(\varphi) \frac{dK}{dC} = K \frac{\partial r(\varphi)}{\partial \varphi} \quad (5.27)$$

ou ainda,

$$\frac{dr}{d\varphi} = \frac{1}{K} \frac{dK}{dC} r \quad (5.28)$$

Fazendo $(1/K)(dK/dC) = a$, resulta

$$\frac{dr}{d\varphi} = ar \quad (5.29)$$

Resolvendo a equação diferencial:

$$r = r_0 e^{a\varphi} \quad (5.30)$$

em que r_0 é uma constante. Fazendo $r_0 = e^{a\varphi_0}$, sendo φ_0 uma constante, temos

$$a\varphi_0 = \ln r_0 \quad (5.31)$$

Finalmente:

$$r = e^{a(\varphi+\varphi_0)} \quad (5.32a)$$

$$\varphi + \varphi_0 = \ln r^{1/a} \quad (5.32b)$$

As equações (5.32) são as fórmulas para uma espiral equiângulo, as quais contém dois parâmetros: o que representa a taxa de expansão (a) e o que representa a orientação espacial (φ_0). Ou seja, essas espirais equiangulares definem antenas planas independentes da frequência.

A partir destes resultados, Rumsey tenta encontrar todas as superfícies que tenham as propriedades apresentadas acima, ou seja, aquelas cuja mudança de tamanho seja equivalente a uma rotação. O resultado final encontrado é expresso na seguinte relação:

$$r = e^{a(\varphi+\varphi_0)} F(\theta) \quad (5.33)$$

sendo $F(\theta)$ uma função qualquer em relação a θ . Já que estas estruturas infinitas são impossíveis de serem realizadas na prática, é necessário especificar um comprimento para essas antenas. Na verdade, basta que a corrente em tais estruturas decaia com a distância aos terminais de entrada; no ponto onde a corrente começa a ficar muito pequena realiza-se um truncamento de modo a ignorar o segmento correspondente a este ponto e o infinito. Isso irá gerar uma corrente de corte inferior, acima da qual as características de radiação da antena truncada serão as mesmas da antena ideal infinita. No entanto, esta antena truncada passa a não ser mais totalmente dependente *apenas* do ângulo, mas se torna também dependente do comprimento finito.

O grande desafio enfrentado pelo projetista tem sido, portanto, minimizar a dependência em relação ao comprimento finito e maximizar a dependência em relação ao ângulo. Este tem sido o limite fundamental para a largura de faixa de antenas, ao longo das últimas décadas.

Dois tipos de configuração principal, dentre tantos outros, atenderam com sucesso o requisito de projeto de antena especificada basicamente por ângulos: as *espirais equiangulares* e as *log-periódicas* (STUTZMAN, op. cit.) (BALANIS, op. cit.).

As antenas espirais equiangulares podem ser planas ou cônicas. A figura 5.6 ilustra alguns exemplos de espirais planas. A da esquerda (a) é uma fenda espiral que pode facilmente ser construída em cobre; a da direita (b) é uma antena espiral de Arquimedes muito utilizada em circuitos impressos.

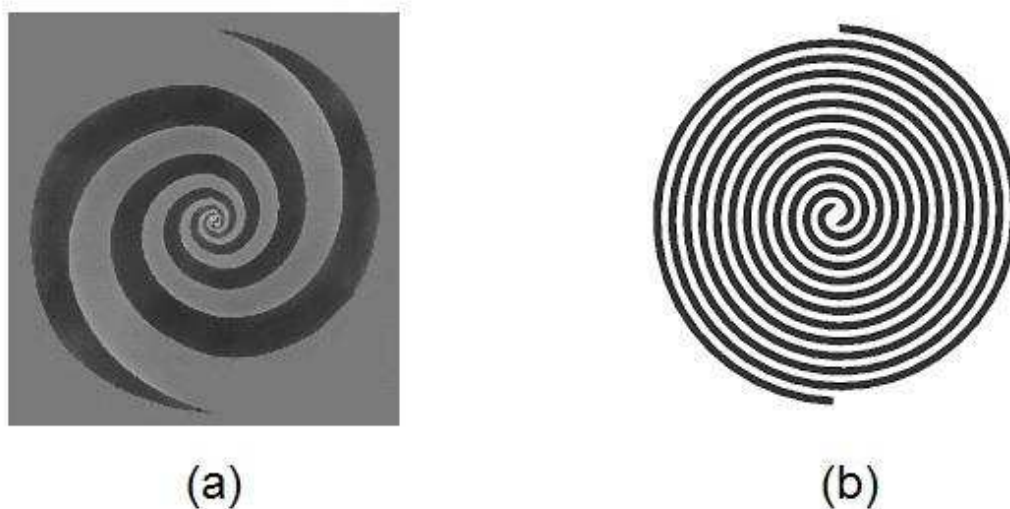


Figura 5.6 – Antenas espirais: fenda espiral (a) e espiral de Arquimedes (b)

As antenas log-periódicas produzem correntes que decaem abruptamente com a distância, em cada dente posicionado periodicamente. Isso faz com que sua impedância e características de radiação se repitam periodicamente com o logaritmo da frequência. Na realidade, tais antenas não podem ser, rigorosamente falando, consideradas como especificadas somente por ângulos; entretanto, elas são consideradas como antenas independentes da frequência. A figura 5.7 ilustra uma das primeiras antenas log-periódicas surgidas.

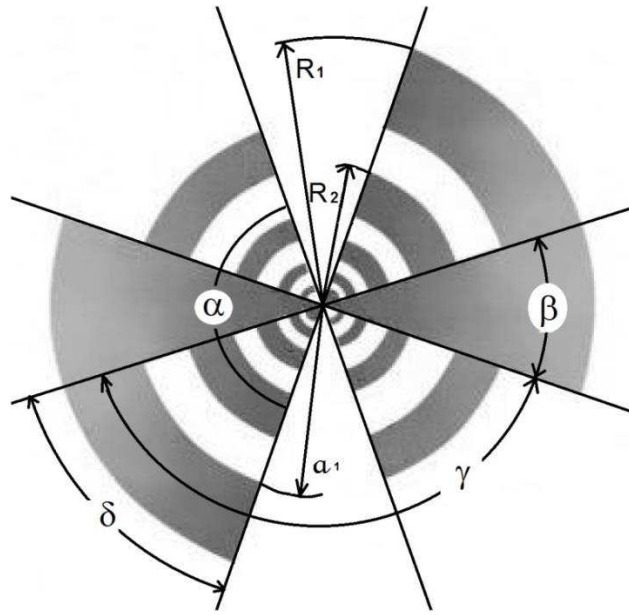


Figura 5.7 – Antiga antena log-periódica

A partir da equação (5.30), as posições das extremidades distantes são dadas por:

$$r_n = r(\varphi + n2\pi) = r_0 e^{(\varphi + n2\pi)} \quad (5.34)$$

A razão entre a posição $n+1$ e a n -ésima posição é o *fator de expansão*:

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{r_0 e^{a(\varphi + (n+1)2\pi)}}{r_0 e^{a(\varphi + n2\pi)}} = e^{a2\pi} \quad (5.35)$$

A razão entre as distâncias das extremidades são dadas por:

$$\tau = \frac{R_{n+1}}{R_n} \quad (5.36)$$

em que o símbolo (τ) é chamado de *fator de escala*. Este fator é uma indicação do período da estrutura. Isso pode ser observado a partir da relação abaixo.

$$\tau = \frac{f_n}{f_{n+1}} \quad (5.37)$$

em que f_n e f_{n+1} são frequências para as quais o desempenho é idêntico, ou seja, diferem de um período. Espera-se, portanto, um comportamento periódico para a impedância e o padrão de radiação.

Tanto o fator de expansão quanto o fator de escala são constantes, conforme se observa claramente a partir das equações (5.35) e (5.36).

A largura da fenda é expressa como:

$$\sigma = \frac{a_n}{R_n} \quad (5.38)$$

Em geral, $\gamma + \beta = 180^\circ$ e $\beta + 2\delta = \alpha$. Se fizermos $\alpha = \gamma$ e $\beta = \delta$, a antena log-periódica da figura 5.7 se tornará também uma estrutura auto complementar.

5.3.2 Reexaminando os Requisitos para a Independência da Frequência

A análise tradicional sobre os limites máximos alcançados pela largura de banda de uma antena tem dado ênfase às estruturas geométricas que apresentam duas características: determinação preponderante por ângulos e/ou auto complementariedade. Várias estruturas de antenas foram propostas visando ampliar este limite e utilizar eficientemente o espectro de frequências. A maior parte dessas estruturas utilizou as formas geométricas euclidianas tradicionais. (FELBER, 2000)

Nas últimas décadas uma quantidade cada vez maior de pesquisadores tem dado atenção a um tipo especial de estrutura capaz de prover características similares às das antenas independentes da frequência, mas essas novas estruturas não são especificadas por ângulos e nem possuem, necessariamente, a característica da auto complementariedade. São antenas auto similares e foram designadas de *antenas fractais* devido à forma geométrica por elas assumida. (DYSON, op. cit.) (KAUR; RAJNI et. al., 2014) (SINGH et. al.; 2009) (KIM, 2013) (IQBAL et. al.; 2014) (GSCHWENDTNER et. al., 2000) (GUSTAFSSON, 2004)

Tais antenas proporcionaram um reexame dos requisitos necessários para a independência da frequência e instigaram novas abordagens do problema da determinação de antenas independentes da frequência ou, em termos práticos, de antenas de banda larga e ultra larga. Alguns autores, por exemplo, propuseram analisar a questão a partir do conceito de antenas de onda viajante (WANG, 2005).

No próximo capítulo será abordado o tipo de antena citado acima que possui auto similaridade, e como elas estão revolucionando as telecomunicações.

6. CONJUNTO DE ANTENAS FRACTAIS DE MICROFITA

6.1 INTRODUÇÃO

Desde os anos 1980 o interesse pelo projeto de antenas baseado em geometria fractal cresceu muito no meio acadêmico e científico. Nos anos 1970 o matemático Benoit B. Mandelbrot apresentou, conforme foi visto, as bases dessa nova geometria (MANDELBROT, op. cit.), abrindo caminho para que Kim e Jaggard (KIM, 1986) relatassem o uso de conjuntos fractais no design de antenas, Lakhtakia et al. (LAKHTAKIA et. al., 1987) mostrassem que um conjunto bifractal de dipolos produz uma resposta de campo distante harmônica no tempo também bifractal e para que Nathan Cohen (HOHLFELD et. al., op. cit.) construísse um pouco mais tarde a primeira antena fractal prática de que se tem notícia. A partir daí, novas propostas e desafios foram apresentados nas décadas seguintes, instigando os estudiosos da área de antenas a realizarem pesquisas cada vez mais sofisticadas.

A maior motivação para o estudo e projeto de antenas fractais vem da comparação de seus parâmetros com o das antenas convencionais. Podemos enumerar cinco motivos principais: (1) As antenas fractais são as que mais se aproximam do limite fundamental de antenas eletricamente pequenas, pois utilizam mais eficientemente o volume correspondente à esfera que envolve a estrutura da antena, a linha de transmissão e o oscilador, melhorando desta maneira a largura de banda sem ultrapassar esse limite envolvido pela esfera. (2) Antenas fractais apresentam menor frequência de ressonância, pois possuem mais bordas, o que resulta em maior franjamento de campo, e esse maior franjamento faz com que a plaqueta aparente ser eletricamente maior; sendo a frequência de ressonância inversamente proporcional ao comprimento da antena, uma plaqueta eletricamente maior reduz essa frequência de ressonância. (3) As antenas fractais apresentam resistência de entrada mais alta, pelos mesmos motivos apresentados no item anterior, e isso permite um melhor casamento de impedância com a linha de transmissão, para o caso de antenas com baixa impedância de entrada, como as antenas de microfita. (4) Quando cada elemento é excitado por uma fonte individual e cada fonte tem sua amplitude e fase próprias, o conjunto de antenas fractais pode ter seu feixe máximo controlado e direcionado de forma mais eficiente do que os

conjuntos convencionais. Essa característica é bastante útil na utilização de radar e antenas inteligentes. (5) Antenas fractais possuem maior largura de banda, requisito indispensável para aplicações modernas em telefonia e televisão digitais. Por esse motivo, elas podem ser classificadas como um tipo especial de antena independente da frequência, conforme foi visto no capítulo anterior. Ver (BALANIS, op. cit.).

Várias técnicas têm sido propostas e utilizadas na análise e no projeto de antenas fractais, bem como vários modelos diferentes, alguns deles baseados inclusive em figuras fractais tradicionais como o triângulo de Sierpinski ou a curva de Koch. Todas essas técnicas se baseiam na IFS vista no capítulo 2, que consiste na utilização de um gerador, o fator de conjunto, e sua aplicação recursiva em escalas de aumento sucessivo. O número de iterações irá depender do tipo de aplicação e principalmente dos recursos computacionais disponíveis ao projeto. Limitações relacionadas à capacidade do computador serão analisadas no capítulo seguinte, bem como os procedimentos que podem ser empregados para contornar esses efeitos. (WERNER; HAUPT, 1999) (WERNER; HAUPT, 1997) (KAVITHA et. al. 2013) (YANG et. al., 1999) (ALVES et. al., 2008) (CHATTERJEE et. al., 2014).

Este capítulo irá analisar os principais resultados obtidos nas últimas décadas pelos vários modelos de antenas fractais já projetados, com ênfase nos parâmetros fundamentais de antenas como Perda de Retorno, VSWR, Impedância de entrada e Fator de Qualidade, dentre outros. Será dada ênfase especial às antenas fractais de microfita, e por isso a teoria básica envolvendo antenas de microfita será também revista. Por fim, será mostrado que as antenas fractais satisfazem os requisitos de miniaturização e independência da frequência, a partir dos dados observados.

6.2 FATOR DE CONJUNTO DE ANTENAS FRACTAIS

Kim e Jaggard (KIM; JAGGARD, op. cit.) mostraram que existe uma correlação entre padrões fractais e conjuntos de antenas lineares. Da mesma forma que o campo distante de um conjunto uniforme linear pode ser visto como o produto do campo de um único elemento isolado, posicionado na origem, pelo fator de conjunto, também uma estrutura fractal pode ser vista como o produto entre a estrutura inicial e o conjunto gerador, com a diferença que, neste último caso, há uma alteração na

escala, a cada nova multiplicação. Ou seja, os fractais são “geradores de geradores” assim como os conjuntos lineares são “conjuntos de conjuntos”.

O fator de conjunto (AF_p) de um conjunto fractal é expresso como (WERNER; HAUPT, 1999):

$$AF_p = \prod_{p=1}^P GA(\delta^{p-1}\Psi) \quad (6.1)$$

em que $GA(\Psi)$ é o fator de conjunto associado ao subconjunto gerador e o parâmetro δ é um fator de escala, isto é, mede a taxa de crescimento do conjunto a cada nova iteração, a cada aplicação recursiva do subconjunto gerador.

Para se encontrar o fator de conjunto de uma antena fractal, portanto, basta determinar-se o fator de conjunto do subconjunto gerador ($GA(\Psi)$) e a sua taxa de crescimento ou fator de escala (δ).

O fator $GA(\Psi)$ depende do tipo de distribuição do conjunto, e os principais tipos foram analisados na seção 4.3. Depende também do tipo de excitação de cada elemento individual (se uniforme ou não) e da fase de excitação de cada elemento (se uniformemente defasados ou não).

Devido ao fato de as principais antenas fractais de microfita possuírem dimensão plana, é apresentado o fator de conjunto de antenas fractais planas:

$$AF(\psi_x, \psi_y) = \begin{cases} I_{11} + 2 \sum_{m=2}^M \{I_{m1} \cos[m\psi_x] + I_{1m} \cos[m\psi_y]\} \\ \quad + 4 \sum_{n=2}^M \sum_{m=2}^M I_{mn} \cos[m\psi_x] \cos[n\psi_y], \\ \quad \text{para } (2M-1)^2 \text{ elementos} \\ 4 \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M I_{mn} \cos[(m-1/2)\psi_x] \cos[(n-1/2)\psi_y], \\ \quad \text{para } (2M)^2 \text{ elementos} \end{cases} \quad (6.2)$$

em que

$$\begin{aligned} \psi_x &= kd_x [\sin\theta \cos\varphi - \sin\theta_0 \cos\varphi_0] \\ \psi_y &= kd_y [\sin\theta \sin\varphi - \sin\theta_0 \sin\varphi_0] \end{aligned} \quad (6.3)$$

θ , φ são ângulos das coordenadas esféricas.

A excitação de cada elemento do conjunto é dada por

$$I_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{se o elemento } (m,n) \text{ estiver ativo} \\ 0, & \text{se o elemento } (m,n) \text{ não estiver ativo} \end{cases}$$

As antenas consideradas aqui são do tipo determinístico, e não do tipo randômico. Para estas últimas existem abordagens mais sofisticadas e relatadas na literatura. (PETKO; WERNER, 2005a).

6.3 CONSTRUÇÃO DE ANTENAS FRACTAIS BÁSICAS

6.3.1 Gaxeta de Sierpinski

Pode ser considerada como um conjunto de Cantor bidimensional. O subconjunto gerador é ilustrado na figura 6.1(a), e é associado a uma matriz 3x3, em que os quadrados em branco representam o número 1, e o quadrado escuro representa o número 0 nessa matriz (WERNER; ANUSHKO; WERNER, 1999).

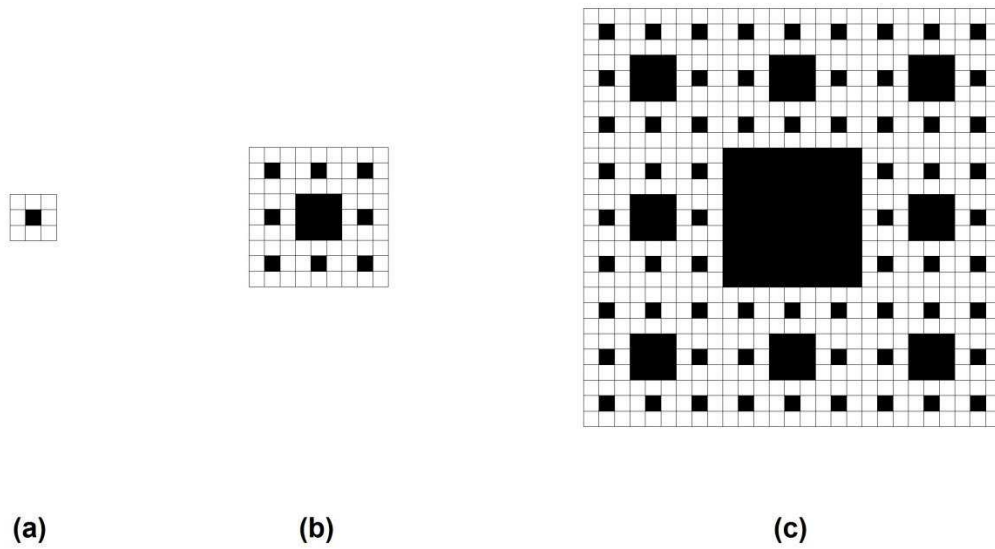


Figura 6.1 – (a) Subconjunto gerador. (b) 1ª iteração. (c) 2ª iteração.

Considerando d_x e d_y iguais a $\lambda/2$ na equação (6.3), substituindo $k = 2\pi/\lambda$ e considerando $N = 1$, $M = 1$ e I_{mn} igual a 1 ou 0 de acordo com o preenchimento do quadrado (branco e escuro, respectivamente) na equação (6.2), o fator de conjunto normalizado é dado por:

$$GA(u_x, u_y) = \frac{1}{4} [\cos(\pi u_x) + \cos(\pi u_y) + 2\cos(\pi u_x)\cos(\pi u_y)] \quad (6.4)$$

em que $u_x = \sin\theta\cos\varphi - \sin\theta_0\cos\varphi_0$ e $u_y = \sin\theta\sin\varphi - \sin\theta_0\sin\varphi_0$.

A seguir, este fator de conjunto é aplicado numa primeira escala de aumento, conforme pode ser visto na figura 6.1 (b). O fator de conjunto é agora parte formadora do novo conjunto 3x3, ocupando o espaço onde o elemento é ativo ($I_{mn} = 1$); quando o elemento for inativo, o espaço é ocupado por um quadrado escuro. A escala de aumento (δ) se torna 1 (WERNER; HAUPT, 1999).

Este novo fractal se torna o gerador de um outro fractal, representado na figura 6.3 (c), segundo os mesmos procedimentos relatados no parágrafo anterior, mas agora com escala de aumento (δ) igual a 2.

Esse processo pode ser representado matematicamente substituindo-se a equação (6.4) na equação (6.1), obtendo-se:

$$AF_P = \frac{1}{4^P} \prod_{p=1}^P [\cos(2^{p-1}\pi u_x) + \cos(2^{p-1}\pi u_y) + 2\cos(2^{p-1}\pi u_x)\cos(2^{p-1}\pi u_y)] \quad (6.5)$$

A equação (6.5) é válida para o primeiro e o segundo estágios de aumento. Se quiséssemos obter mais escalas de aumento ($\delta = 3, 4, 5$, etc.) bastaria substituir os respectivos valores de δ e determinar o fator de conjunto (AF) para o estágio (P) desejado. Ver também: (WERNER; HAUPT, 1997) (CHOWDARY et. al., 2013a).

6.3.2 Triângulo de Sierpinski

O triângulo de Sierpinski é mostrado na figura 6.2.

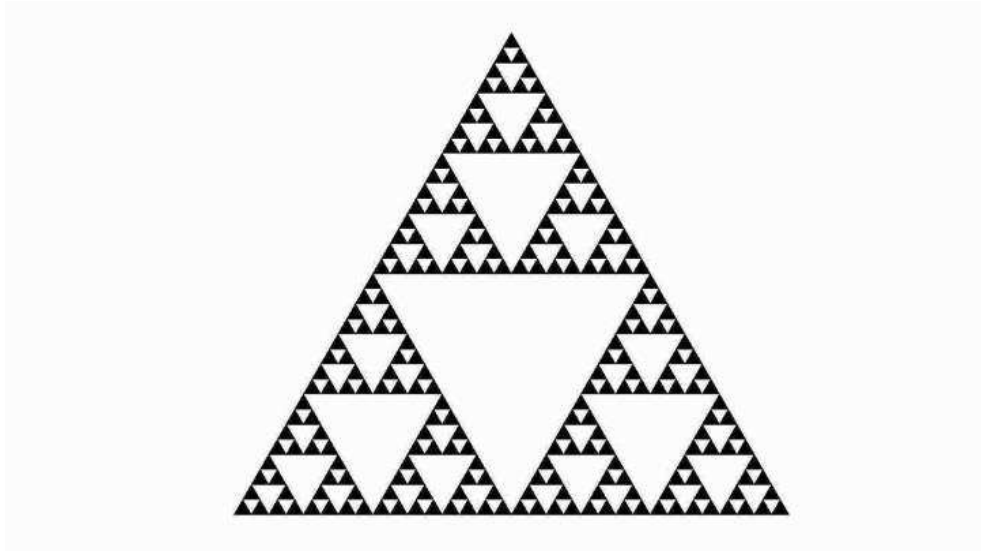


Figura 6.2 – Triângulo de Sierpinski utilizado em antenas fractais de microfita

Existe um procedimento prático de construção deste triângulo a partir do triângulo de Pascal (BALANIS, op. cit.). O triângulo de Pascal é uma disposição de números binomiais $\binom{n}{p}$ em forma de triângulo, de modo que o coeficiente binomial n indica a linha e o número p indica a coluna, com $n, p \in \mathbb{N}$. A figura 6.3 ilustra a construção desse triângulo até a 10ª linha.

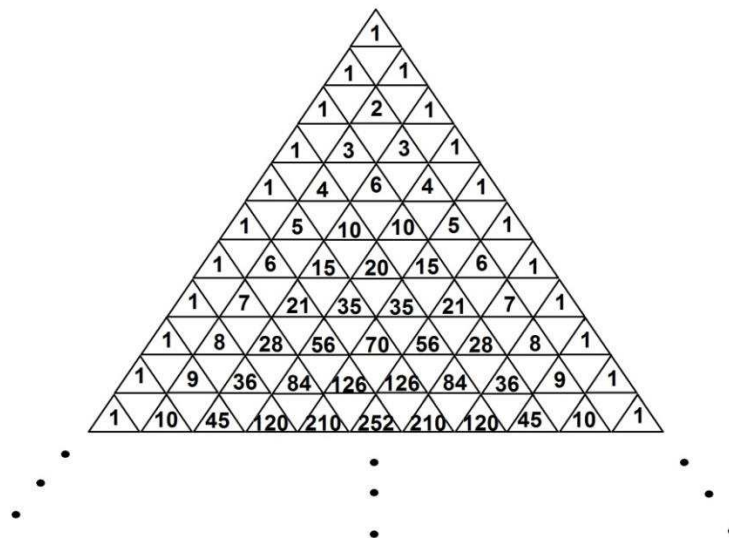


Figura 6.3 – Triângulo de Pascal para construção do triângulo de Sierpinski

Os triângulos preenchidos com número são os elementos ativos e serão marcados com tonalidade escura; os não preenchidos com número são os elementos não ativos e serão marcados de branco. Se retirarmos todos os triângulos cujos números são divisíveis por 2, teremos um triângulo Sierpinski fractal *Mod-2*; se retirarmos todos os triângulos cujos números são divisíveis por três, teremos um triângulo Sierpinski fractal *Mod-3*; e assim sucessivamente. A figura 6.4 ilustra a técnica para *Mod-2* em (a) e *Mod-3* em (b).

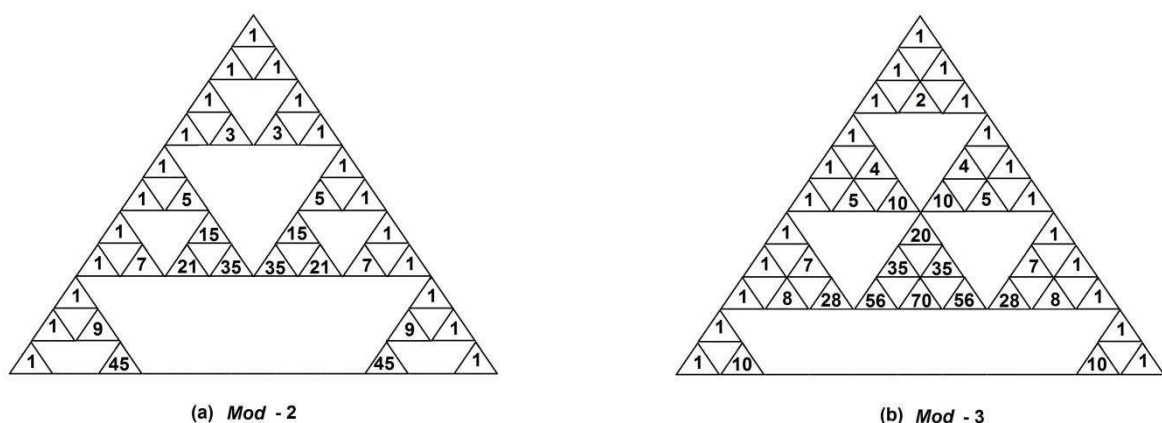


Figura 6.4 – Triângulos de Sierpinski: (a) *Mod-2*. (b) *Mod-3*.

O fator de conjunto pode ser encontrado utilizando-se a equação (6.2).

Para exemplos deste tipo consultar: (MISHRA et. al., 2008) (ABDELLATIF et. al., 2013) (BALIARDA et. al., 1998) (YAZGAN et. al., 2015) (CHOWDARY et. al., 2013b)

6.3.3 Ilha de Minkowski

Antena popular cujos estágios de crescimento são mostrados na figura 6.5.

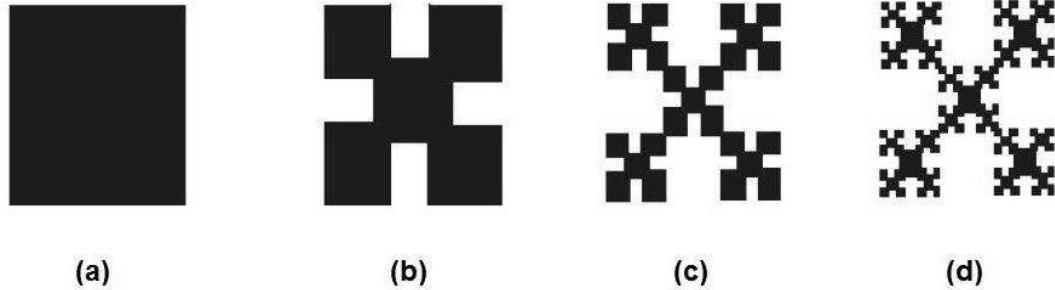


Figura 6.5 – Estágios de crescimento da Ilha de Minkowski.

Seja $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ um conjunto de transformações lineares afins, e A a geometria inicial. O novo conjunto de formas geométricas é expresso como:

$$W(A) = \bigcup_{n=1}^N w_n(A) \quad (6.6)$$

Sendo W o operador Hutchinson. Os resultados são armazenados como $w_1(A)$, $w_2(A)$, $w_3(A)$, \dots , $w_N(A)$.

A Ilha de Minkowski pode ser obtida aplicando-se repetidamente o operador W à geometria imediatamente anterior, de forma recursiva. Isso irá gerar uma sequência que converge para a imagem final (WERNER; GANGULY, 2003).

$$W(A) = w_1(A) \cup w_2(A) \cup w_3(A) \quad (6.7)$$

Ver também: (OLIVEIRA et. al., 2010) (TIZYI et. al., 2016)

6.3.4 Curva de Peano-Hilbert

A antena baseada na curva de Peano-Hilbert é construída segundo o mesmo procedimento recursivo apresentado anteriormente, e é ilustrada na figura 6.6.

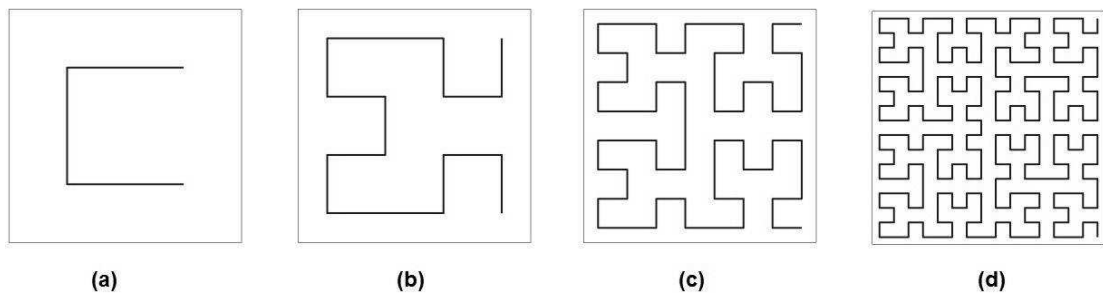


Figura 6.6 – Estágios de crescimento da curva de Peano-Hilbert.

Para maiores detalhes consultar: (ZHU et. al., 2004).

6.4 FRACTAIS UTILIZANDO ANTENAS DE MICROFITA

A maioria dos projetos que utilizam antenas fractais é baseada em microfita. A princípio não existem razões para se optar por antenas de microfita na construção de estruturas fractais, visto que estas podem ser implementadas em praticamente qualquer tipo de antena tal como dipolo, quadro, etc. (BEST, 2002). É evidente que as grandes vantagens proporcionadas pela microfita atraíram a atenção dos projetistas e a tornaram muito popular, ideal para implementação de elementos radiadores que tivessem o formato de fractais clássicos como a gaxeta e o triângulo de Sierpinski, o quadro de Koch ou a curva de Peano-Hilbert. Entre essas vantagens pode-se citar baixo custo, leveza, fácil construção, grande capacidade de adaptação aos parâmetros desejados, robustez, versatilidade e possibilidade de implementação de polarização linear ou circular, por exemplo. Entretanto, talvez as desvantagens tenham exercido um peso também considerável na escolha de antenas de microfita para projetos com fractais, pois muitas dessas desvantagens (baixa largura de banda, baixa impedância de entrada, alto fator de qualidade (Q) ou acoplamento mútuo) podem ser minimizadas através do uso da geometria fractal nos elementos irradiantes. (REHA et. al., 2014)

6.4.1 Elementos Constitutivos das Antenas Fractais de Microfita

A figura 6.7 ilustra os elementos constitutivos de uma antena fractal de microfita (BALANIS, op. cit.).

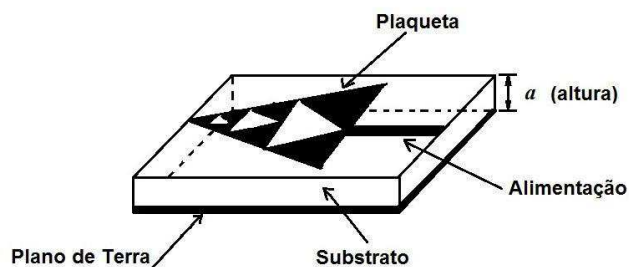


Figura 6.7 – Elementos constitutivos de uma antena fractal de microfita.

Uma plaqueta ou *patch* é impressa sobre um substrato, o qual é disposto sobre um plano de terra idealmente considerado infinito. A plaqueta é alimentada por uma linha de microfita, conforme a figura 6.7, ou por outros métodos como sonda coaxial e acoplamento.

É possível obter um bom controle da antena de microfita regulando-se os vários elementos facilmente manipuláveis da mesma, como a largura da microfita, a altura do substrato ou a posição da sonda de alimentação. Os ajustes são feitos de acordo com os requisitos do projeto: às vezes necessita-se de menos eficiência para obter menor tamanho da estrutura, ou vice-versa.

A plaqueta ou *patch* é constituída de material com boa condutividade, geralmente cobre. Alguns projetos especiais utilizam o laminado de ouro. O formato da plaqueta irá determinar o tipo de radiação e o comportamento dos parâmetros fundamentais da antena como a impedância de entrada, a resistência de radiação, o ganho ou a VSWR. A disposição das várias estruturas da plaqueta poderá gerar também o fenômeno de acoplamento mútuo, o que poderá interferir enormemente nos métodos de análise.

O substrato geralmente possui permissividade relativa baixa (em torno de 2,2) e pode ser constituído por diferentes materiais, sendo o *Rogers RT/duroid* um tipo bem comum. Geralmente, a altura (a) do substrato tem um comprimento que é muito menor do que o comprimento de onda, da ordem de centésimos ou milésimos do tamanho deste. Alturas relativamente grandes do substrato podem ocasionar franjamento considerável nas bordas e efeitos significativos associados à reatância.

A alimentação é realizada da forma mais conveniente para as demandas do projeto. Linhas de microfita são fáceis de ser construídas e podem ser facilmente manipuláveis no processo de fabricação, com o intuito de se obter melhor casamento de impedância entre elas e a plaqueta, como por exemplo a utilização de indentação na entrada da plaqueta. Sondas também podem controlar a frequência de ressonância e a impedância de entrada, simplesmente sendo posicionadas em pontos diferentes no contato com a plaqueta. A alimentação influencia também nos modos de propagação (TM).

O plano de terra é composto de um material considerado eletricamente perfeito. O comprimento e o tamanho do mesmo podem afetar a largura de banda, a quantidade de frequências de ressonância e a impedância de entrada. O plano de terra também determina as características do diagrama de radiação, como a quantidade de lóbulos secundários, a diretividade, etc.

Para mais detalhes: (SAWANT et. al., 2012)

6.4.2 Otimização de Parâmetros Fundamentais de Antenas de Microfita Utilizando Plaquetas com Geometria Fractal

Existe uma quantidade inumerável de estudos sobre antenas fractais diferentes, e todos eles mostraram os resultados do emprego de tais antenas sobre parâmetros como perda de retorno, ganho, impedância de entrada ou frequência de ressonância, por exemplo. Alguns desses resultados são apresentados a seguir para efeito de ilustração e principalmente de comprovação sobre os verdadeiros benefícios advindos do uso de geometria fractal. O foco será nas antenas de microfita, tema deste capítulo e tipo de construção de maior interesse para os propósitos deste trabalho.

a) Curva Fractal de Minkowski

Oliveira et al. apresentaram um modelo de antena *patch* fractal e compararam o resultado com plaquetas que utilizaram menor número de iterações fractais, designando-as pelas siglas A0, M1 e M2. As antenas com suas respectivas iterações e siglas podem ser vistas na figura 6.8.

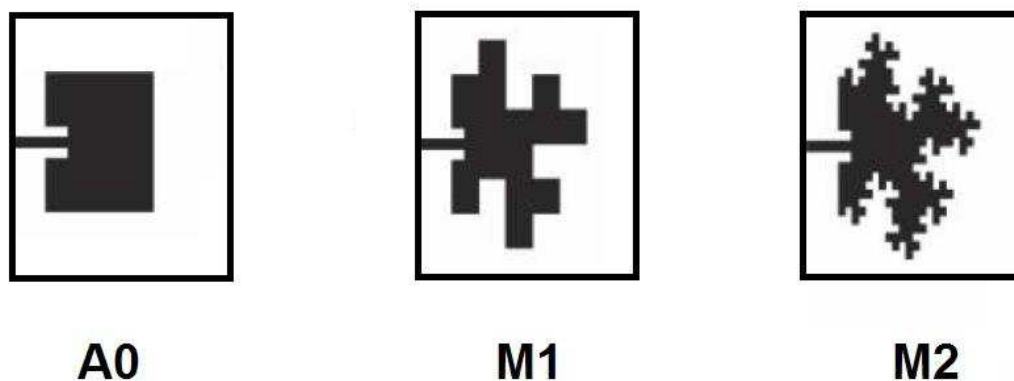


Figura 6.8 – Plaquetas de Minkowski com nenhuma iteração (A0), 1 (A1) e 2 (A2) iterações.

Para cada uma, foi medido a perda de retorno para uma faixa de 1 a 3 GHz. O resultado é mostrado na figura 6.9. Conforme se pode observar, a frequência de ressonância caiu de 2,45 GHz na primeira antena (A0) para 1,62 GHz na segunda antena (M1) e finalmente para 1,42 GHz na terceira antena (M2). Isso mostra claramente que houve uma redução na frequência de ressonância quando se aumentou o número de iterações fractais. Essa diminuição permite que se projete

uma antena *patch* com menores dimensões, aproximadamente 42% menor, o que significa um grande ganho em termos de miniaturização (OLIVEIRA et. al., op. cit.).

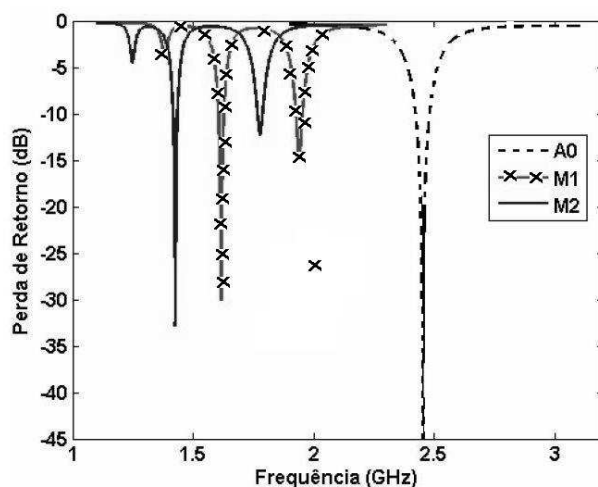


Figura 6.9 – Perda de Retorno para a antena proposta por OLIVEIRA et. al. 2010

Entretanto, houve uma diminuição da Perda de Retorno, de - 45 dB na antena A0 para - 33dB na antena fractal (M2). Outro ponto negativo foi a redução da largura de banda, de 60 MHz na antena A0 para 21 MHz na antena fractal (M2).

b) “Retângulo Dilacerado”

Gianvittorio et al. (GIANVITTORIO et. al., op. cit.) projetaram um antena *patch* segundo a mesma metodologia usada para criar uma curva de Koch, que consiste em manter constantes as larguras das bordas retas irradiantes do *patch* retangular, mas aproximando-as segundo o padrão fractal. A figura 6.10 (a) ilustra o formato de antena resultante, enquanto que a figura 6.10 (b) mostra o retângulo original.

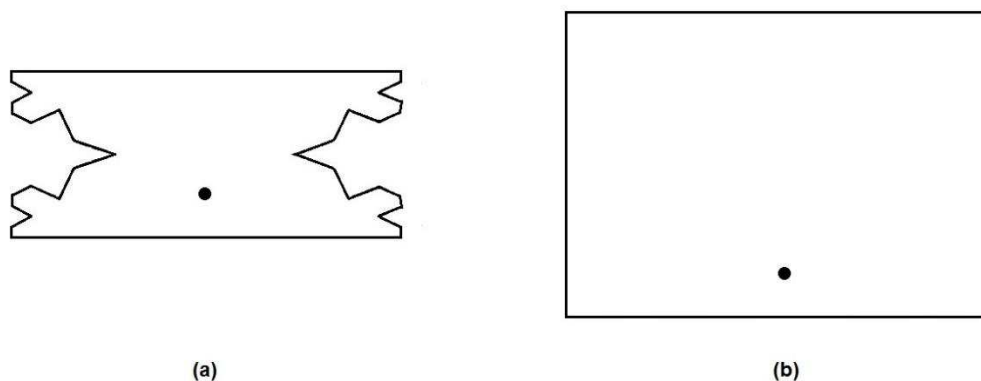


Figura 6.10 – Antena *patch* proposta por GIANVITTORIO et. al. (2002).

A alimentação foi realizada por sonda posicionada no ponto escuro em cada *patch*. Os dois possuem a mesma largura, mas o fractal possui menor comprimento.

Os experimentos mostraram que as duas antenas possuem a mesma frequência de ressonância, entretanto a antena em 6.10-a é 38% mais curta. Por outro lado, a antena fractal apresentou menor largura de banda: 0,4% contra 1,8% para a antena retangular. Isso pode ser visualizado na figura 6.11.

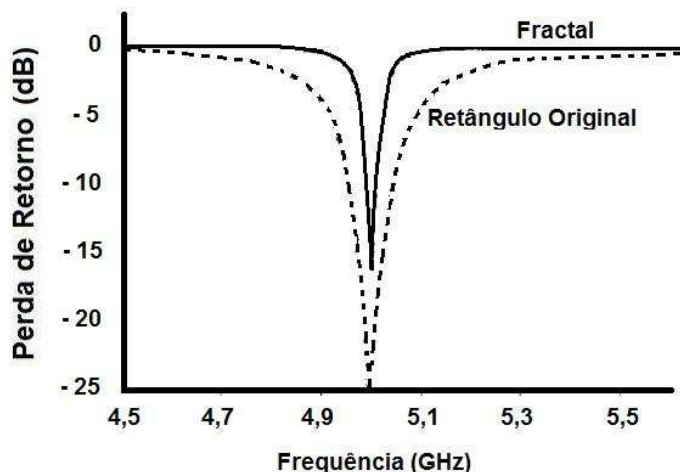


Figura 6.11 – Perda de Retorno da antena proposta por GIANVITTORIO et. al. (2002).

A curva pontilhada representa a perda de retorno da antena *patch* em formato de retângulo, enquanto a curva contínua indica a perda de retorno da antena *patch* fractal. Pode ser notado que houve uma pequena degradação deste parâmetro para a antena fractal.

Estes autores também utilizaram fractal para minimizar os efeitos de acoplamento mútuo entre plaquetas, sendo que tais efeitos são produzidos pelos campos que perpassam a interface entre ar e dielétrico, e quando acentuados, podem degradar o padrão de radiação.

c) Triângulo de Koch

Krishna et al. apresentaram uma antena de microfita composta de triângulos de Koch com 3 iterações, e simularam a perda de retorno para cada uma das iterações, bem como para o triângulo equilátero. A antena fractal pode ser visualizada na figura 6.12-a, enquanto que o gráfico das várias perdas de retorno pode ser visto em 6.12-b. Pode ser notado claramente que houve uma redução da frequência de ressonância à medida que se realizaram várias iterações, bem como um aumento da

perda de retorno para a 3ª iteração. Outra característica interessante é que a antena fractal pode operar em outras frequências de ressonância, e não apenas em torno de 2,2 GHz (KRISHNA et. al., 2009).

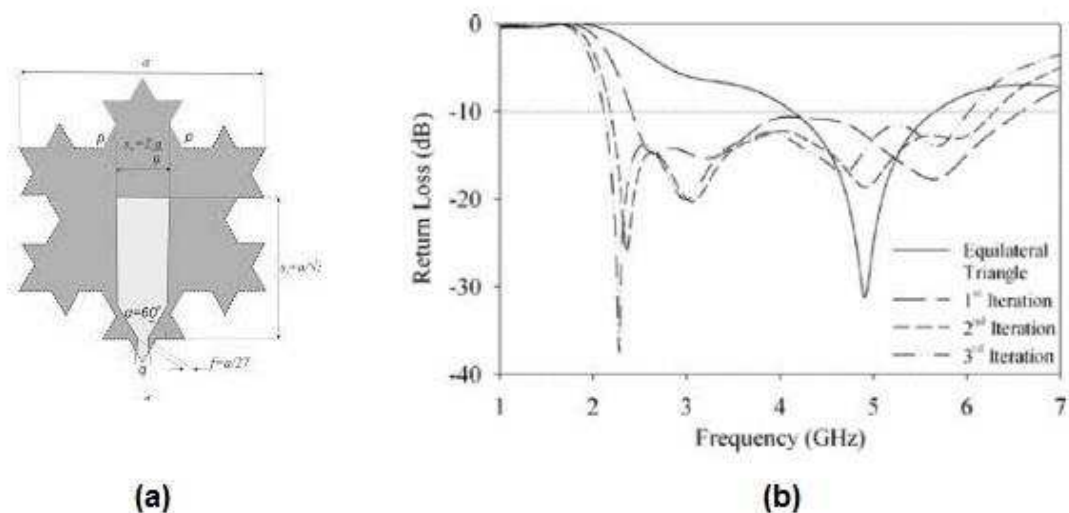


Figura 6.12 – (a) Antena proposta por KRISHNA et. al. (2009) e (b) Perda de Retorno.

Além das características de grande largura de banda, essa antena também apresentou um ganho considerável e uma excelente eficiência .

d) Antena Triangular DRAF

Orazi e Soleimani introduziram a geometria fractal chamada DRAF (*dual-reverse arrow fractal*) a partir de um *patch* em forma de triângulo equilátero. O procedimento construtivo é ilustrado na figura 6.13-a.

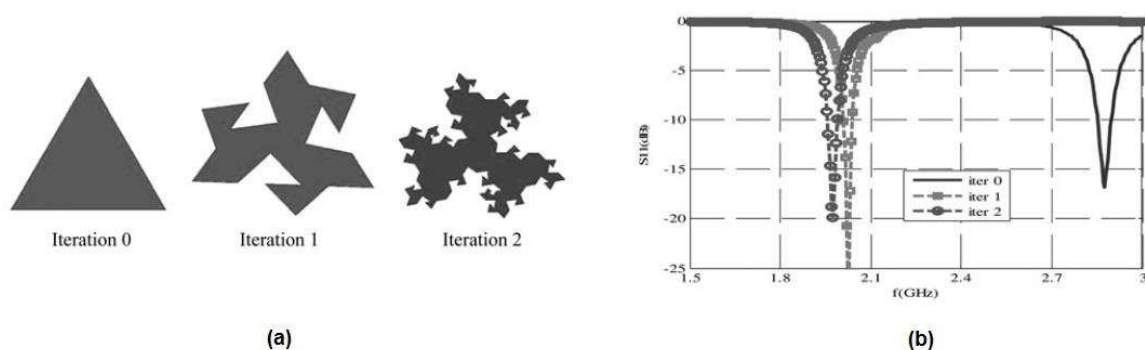


Figura 6.13 – Antena DRAF (a) e sua Perda de Retorno (b).

Para cada iteração mediu-se a perda de retorno, e os resultados foram colocados juntos, conforme 6.13-b. Aqui ocorreu novamente a diminuição da frequência de ressonância e o aumento da perda de retorno (ORAZI et. al, 2014).

e) Triângulo de Sierpinski com Vários Ângulos de Alargamento

Baliarda et al. realizaram modificações no projeto da antena fractal de microfita em forma de Triângulo de Sierpinski. Essas modificações consistiram na utilização de vários triângulos iniciais com ângulos de abertura diferentes (90° , 60° e 30°), conforme pode ser visto na figura 6.14.

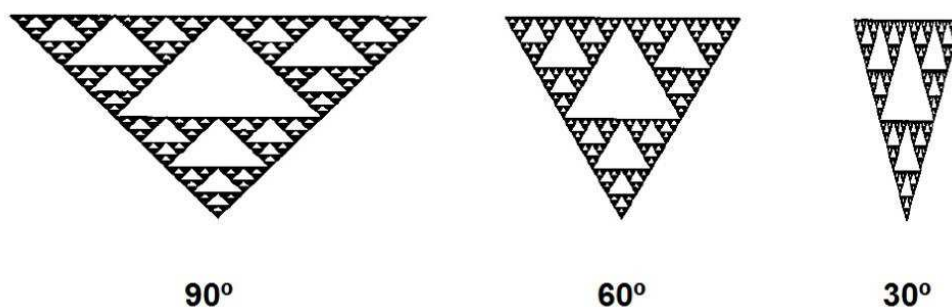


Figura 6.14 – Triângulo Sierpinski com vários ângulos de alargamento.

Eles comprovaram que simples modificações no ângulo de alargamento eram suficientes para modificar a impedância de entrada e a perda de retorno, por exemplo. A figura 6.15 mostra os resultados do coeficiente de reflexão para as antenas nos vários ângulos.

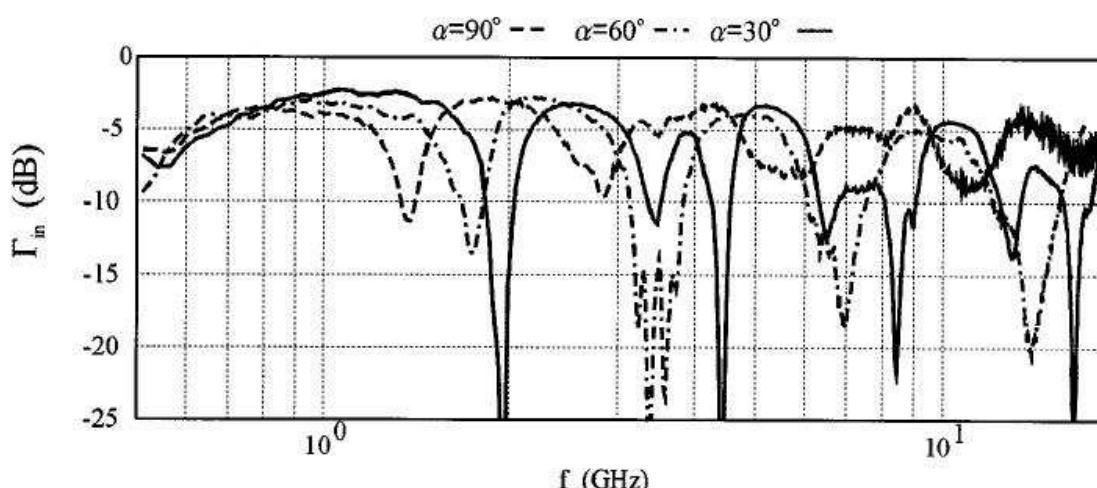


Figura 6.15 – Coeficiente de Reflexão para as várias antenas. (BALIARDA et. al. 2000a).

À medida que o ângulo de alargamento aumenta, as frequências de ressonância se tornam mais baixas. A partir do gráfico, pode-se observar também a natureza inerentemente log-periódica da estrutura fractal (BALIARDA et. al., 2000a).

f) Quadrado Fractal de Cantor Modificado

Mondal et al. propuseram um conjunto de antena fractal de microfita em forma de um quadrado fractal de Cantor modificado, conforme pode ser visualizado na figura 6.16-a.

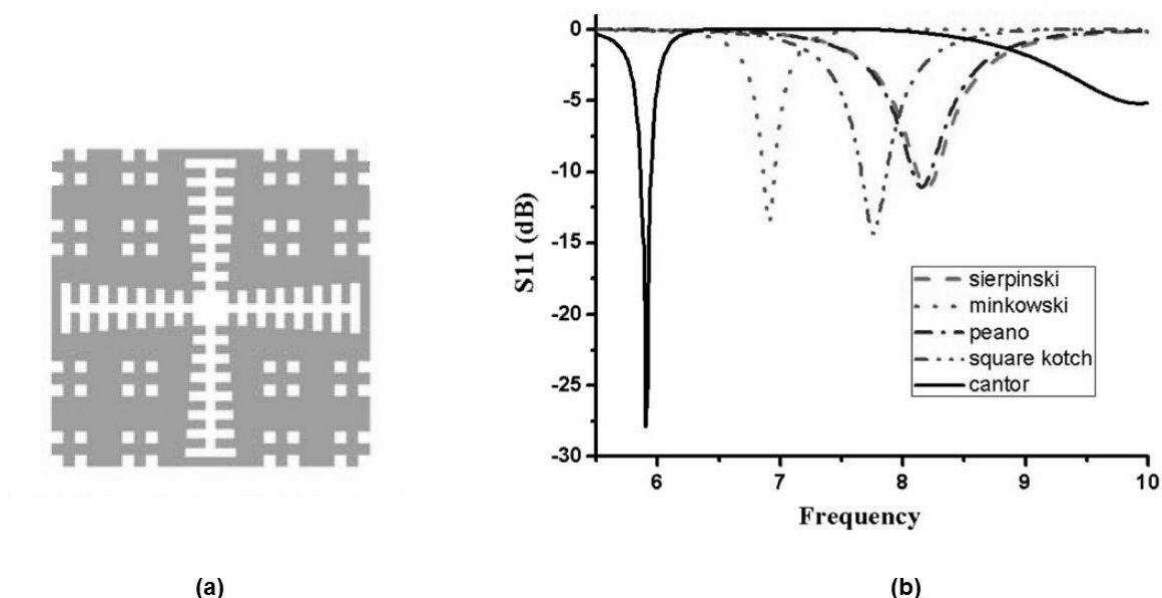


Figura 6.16 – (a) Quadrado Fractal de Cantor Modificado. (b) Perda de Retorno. (MONDAL et. al. 2015).

Com esta configuração, conseguiu-se uma redução da superfície de 65%, além de uma ótima perda de retorno, conforme pode ser visto na figura 6.16-b. Essa figura mostra ainda a comparação da perda de retorno dessa antena com a de outros modelos tais como a gaxeta de Sierpinski, a curva de Minkowski, a de Peano e o quadro de Koch.

Além da diminuição da perda de retorno, foi possível abaixar enormemente a frequência de ressonância, em torno de 6 GHz.

Os autores utilizaram um conjunto de quatro elementos semelhantes àquele mostrado na figura 6.16-a, o qual foi acoplado em um veículo, na parte lateral, para melhorar a segurança do mesmo em situações como ultrapassagem, pois a antena serve como uma espécie de radar. Essa geometria fractal proporcionou uma estrutura pequena, de baixo custo e fácil utilização. O ganho total, considerando as interferências do corpo do próprio veículo, chegou a 12 dB, o que é bastante satisfatório (MONDAL et. al., 2015).

6.5 PROJETOS DE ANTENAS ELETRICAMENTE PEQUENAS E INDEPENDENTES DA FREQUÊNCIA COM FRACTAIS DE MICROFITA

Desde que Cohen utilizou pela primeira vez uma estrutura fractal como antena, em 1988, a propriedade da geometria fractal na redução do tamanho elétrico dos irradiadores se tornou evidente. Muitos projetos surgiram em vários países.

Não é difícil deduzir por que as antenas fractais são eficientes na construção de antenas eletricamente pequenas. Foi visto na seção 5.2 que toda a estrutura de uma antena pode ser pensada como estando confinada em uma superfície esférica imaginária. À medida que o tamanho dessa esfera vai se tornando gradativamente pequena, o fator de qualidade (Q) da antena vai se tornando muito grande. Isso leva a um limite, chamado de *limite de antenas eletricamente pequenas*, conforme visto. A aproximação a este limite somente é possível se a estrutura da antena aproveitar de forma mais eficiente o espaço correspondente ao interior da superfície esférica.

As antenas fractais são as que mais se aproximam do limite fundamental de antenas eletricamente pequenas, pois utilizam mais eficientemente o volume correspondente à esfera que envolve a estrutura da antena, a linha de transmissão e o oscilador (BALANIS, op. cit.). Essa característica já foi demonstrada em inúmeros trabalhos, como por exemplo o de Baliarda et al. que, utilizando uma curva de Koch, mostraram que a cada iteração da mesma ocorria uma maior aproximação ao limite fundamental de antenas eletricamente pequenas (BALIARDA et. al., 2000b). Isso pode ser visto na figura 6.17. Ver também: (GRIMES et. al., 2001) (DALARY, 2014).

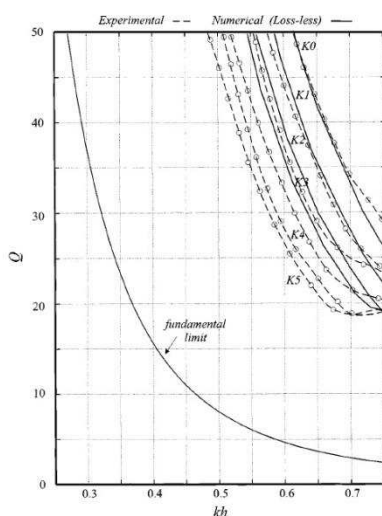


Figura 6.17 – Fator de Qualidade *versus* kh para a curva de Koch. (BALIARDA et. al. 2000b).

Os símbolos $K0$, $K1$, $K2$, etc. indicam a iteração correspondente. Estudos indicaram que um número de iterações maiores resulta numa aproximação cada vez menor em relação ao limite fundamental, o que significa, para efeitos práticos, que somente algumas iterações são necessárias (GIANVITTORIO et. al., 2002).

A utilização de geometria fractal na construção de antenas levou também ao estudo de seus efeitos sobre a largura de banda e a independência em relação à frequência. Hohlfeld e Cohen mostraram que não somente a dependência em relação ao ângulo ou a auto complementaridade seriam critérios para a independência em relação à frequência, mas também a auto semelhança, embora este último critério não fosse unicamente suficiente (HOHLFELD et. al., op. cit.).

Abderrahmane e Brahimi criaram uma antena para aplicações via satélite que utiliza mais eficientemente a largura de banda. A antena é mostrada na figura 6.18a, enquanto a VSWR é apresentada na figura 6.18b para a 1ª e a 2ª iteração.

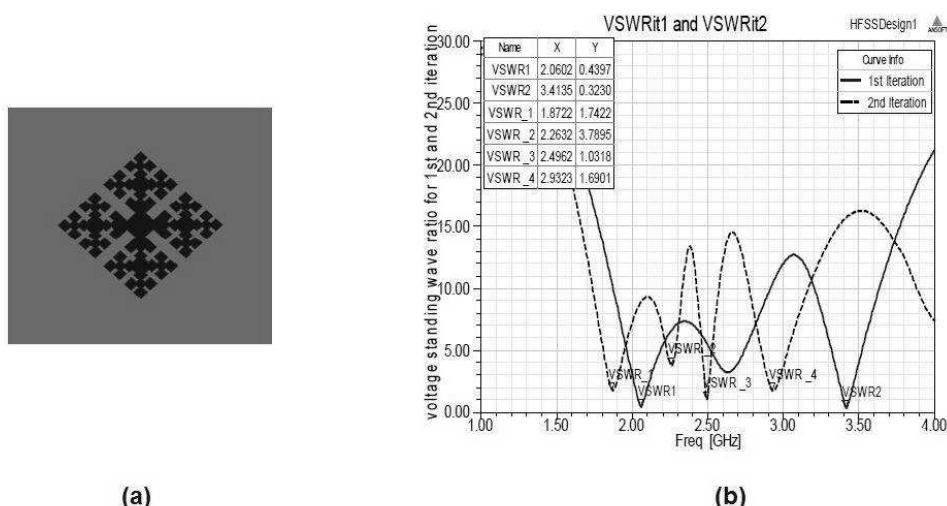


Figura 6.18 – (a) Antena proposta por ABDERRAHMANE et. al. (2013). (b) VSWR.

Conforme podemos observar, o aumento de iterações fractais resultou em mais pontos de ressonância, o que significa mais bandas de operação. Entretanto, o preço que se pagou neste caso foi uma diminuição do ganho à medida em que se aumentou o número de iterações (ABDERRAHMANE et. al., 2013).

Numerosos outros estudos mostraram que a aplicação recursiva de novas iterações fractais resulta em novas frequências de ressonância, consequentemente novas bandas de utilização. Isso significa que um projeto adequado de antena fractal pode criar estruturas cujas características de radiação se repitam periodicamente, tal qual uma antena log-periódica (HAMDOUNI et. al., 2015) (AZARI et. al., 2008).

6.6 APLICAÇÕES DE ANTENAS FRACTAIS DE MICROFITA

A grande popularidade alcançada pelas antenas fractais, em especial as de microfita, está intimamente relacionado à grande aplicação encontrada pelas mesmas nos diversos domínios da Engenharia de Telecomunicações. Exigências de miniaturização, ampla largura de banda, alto ganho, diretividade, baixo custo, fácil utilização, fácil casamento de impedância, versatilidade e acima de tudo, eficiência, são requeridas nas inúmeras aplicações.

A seguir serão apresentadas algumas dessas aplicações, bem como seus desafios e perspectivas para os próximos anos.

6.6.1 RFID

A identificação por radiofrequência, RFID (*Radio Frequency IDentification*), é uma técnica bastante utilizada para identificar coisas ou pessoas, rastreando-as e controlando-as. Uma antena recebe o sinal eletromagnético, o qual é processado por um sistema de processamento de dados ligado a um identificador, e então a antena retransmite a energia recebida com uma mensagem de identificação. Existem RFID's ativos e passivos; os primeiros utilizam toda a energia recebida para operarem, enquanto que os segundos possuem uma fonte de energia associada à sua etiqueta.

Existem vários RFID's que trabalham em frequências diversas. Em especial destaca-se o RFID de frequência ultra alta (UHF RFID), que opera entre 902 MHz e 928 MHz, nos Estados Unidos. O grande desafio em relação a estes dispositivos é aumentar a largura de banda em que operam, bem como a distância entre o leitor e o transponder. (MONTI et. al., 2009)

O uso de antenas fractais de microfita se tornaram uma opção atraente para minimizar estes obstáculos, e têm sido utilizadas cada vez mais frequentemente em aplicações RFID, principalmente com o desenvolvimento da logística, em que se procura rastrear objetos em tempo real, e na rede de sensores sem fio, utilizadas para monitorar animais ou objetos. Pois além de absorverem uma quantidade maior de energia radiada, podem também transmitir uma quantidade também maior, numa largura de banda maior que os convencionais RFID's (ABDELHAK et. al., 2010).

6.6.2 Telefonia Celular

Até bem pouco tempo, os telefones celulares possuíam uma antena externa com uma protuberância visível e esteticamente desagradável. O desenvolvimento da tecnologia de codificação de voz, transmissão de dados e aumento da capacidade de processamento, bem como a demanda por aparelhos mais discretos e eficientes resultou na utilização de antenas embutidas dentro do próprio aparelho. Mas tais antenas deveria ser capazes de executar tão bem, ou melhor, as funções da velha antena protuberante.

A geometria fractal foi a grande responsável por este avanço. A característica de miniaturização e a utilização em várias bandas de frequência tornaram a antena fractal de microfita um elemento indispensável nos modernos aparelhos de celular, smartphones ou similares (SINGH et. al., op. cit.).

A figura 6.19 ilustra um circuito com um conjunto de antenas fractais de microfita de um aparelho celular moderno.

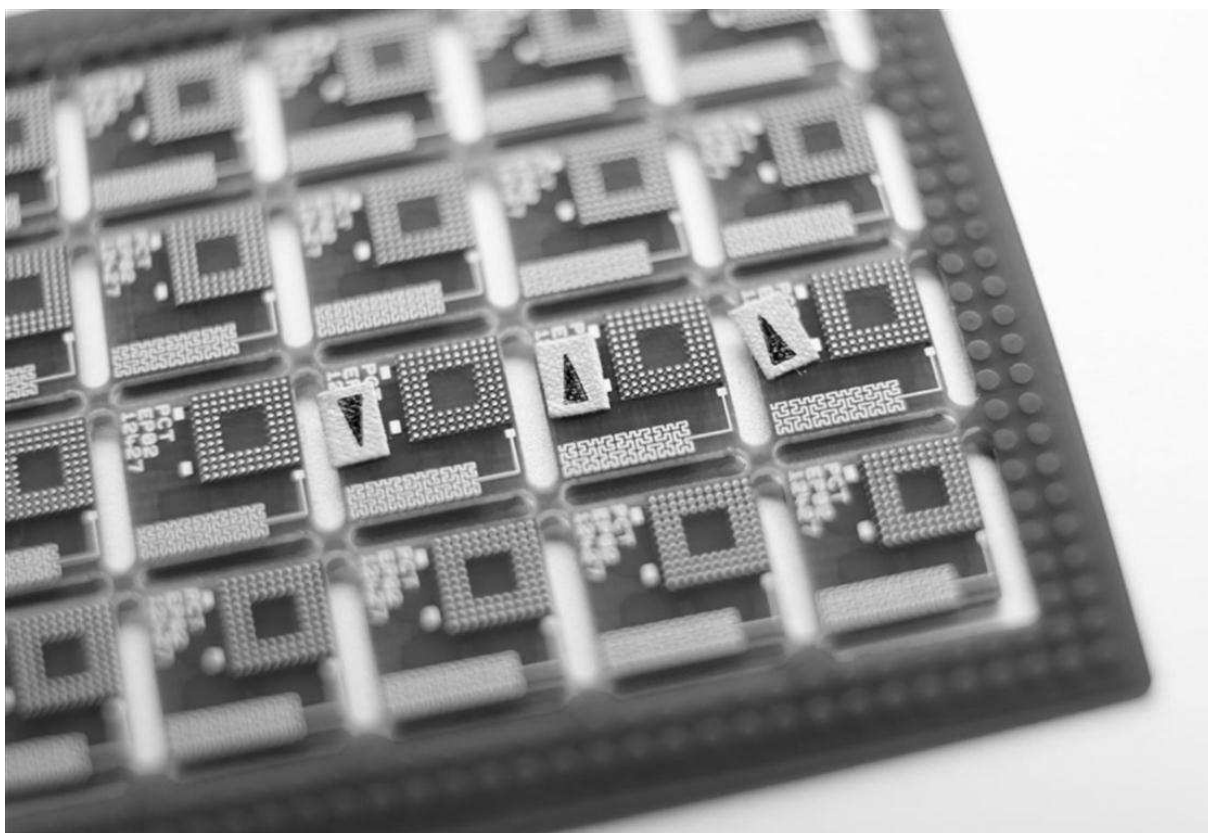


Figura 6.19 – Circuito de celular com antenas fractais de Peano-Hilbert.

Pode ser notado que as antenas possuem o formato de um fractal de Peano-Hilbert.

6.6.3 Comunicações via Satélite

Os satélites artificiais consomem bastante energia, são caros e, portanto, precisam operar de modo a utilizar o mais eficientemente possível seus recursos. Precisam reduzir o tamanho de sua antena sem degradar consideravelmente a largura de banda. Isso é conseguido utilizando uma estrutura fractal.

Os primeiros satélites utilizavam apenas um único feixe que iluminava um terço da superfície da Terra. Essa técnica se tornou inviável, e então passou-se a utilizar diversas antenas e transponders, cada um abarcando uma largura de banda e apontando para uma região geográfica.

Formatos fractais permitem às antenas operar eficientemente em multibanda, e com isso pode-se reduzir o custo e tamanho de um satélite utilizando-se menos antenas (ABDERRAHMANE et. al., op. cit.) (TRINH-VAN et. al., 2013).

6.6.4 Transferência de Energia sem Fio

A transferência de energia sem fio, conhecida como WPT (*Wireless Power Transfer*) é a transferência de energia elétrica de uma fonte para uma carga sem o uso de conectores físicos, como condutores metálicos, etc. Desde a formulação das equações de Maxwell este assunto intrigou muitos estudiosos de renome como Poynting e Tesla, dentre outros. Isso porque as aplicações da WPT são inumeráveis, e mudaria radicalmente o conceito que possuímos hoje de transferência de energia.

Um dos segredos para se aumentar a eficiência na transferência de energia via ondas de rádio é melhorar o acoplamento de ressonância entre a fonte e a carga (ou receptor). Estudos mostraram que ressonantes dielétricos com alto índice de refração podem melhorar este acoplamento. Outras propostas se basearam na utilização, tanto no transmissor quanto no receptor, de estruturas fractais.

Yogamathi et al. projetaram uma antena para aplicação WPT que mantém um alto ganho diretivo, mesmo com as variações de frequência. A antena proposta utiliza uma *fractena* ao invés de uma *rectena* (antena retificadora). A diretividade se mantém em torno de 7,48 dB, para um ângulo φ igual a zero, para uma ampla faixa de frequências (YOGAMATHI et. al., 2013).

7. PROPOSTA DE UMA ANTENA FRACTAL DE MICROFITA PARA PROJETOS COM ESTRUTURAS ELETRICAMENTE PEQUENAS E INDEPENDENTES DA FREQUÊNCIA

7.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os detalhes técnicos e os resultados práticos de simulações de uma antena desenvolvida sistematicamente com o propósito de atuar em projetos que requeiram miniaturização e ao mesmo tempo características de multibanda.

A estrutura foi analisada através do software de simulação de micro-ondas *HFSS* da *Ansoft®*, uma poderosa ferramenta computacional que utiliza método dos momentos e equações integrais e que tem ganhado cada vez mais a atenção de profissionais da área de antenas em todo o mundo.

O objetivo final será verificar através dos dados se ela atende aos requisitos propostos e qual o seu desempenho em relação aos principais parâmetros fundamentais de antenas.

7.2 CONFIGURAÇÕES DA ANTENA

A antena fractal foi formada a partir da aplicação reiterada de um subconjunto gerador mostrado na figura 7.1-a.

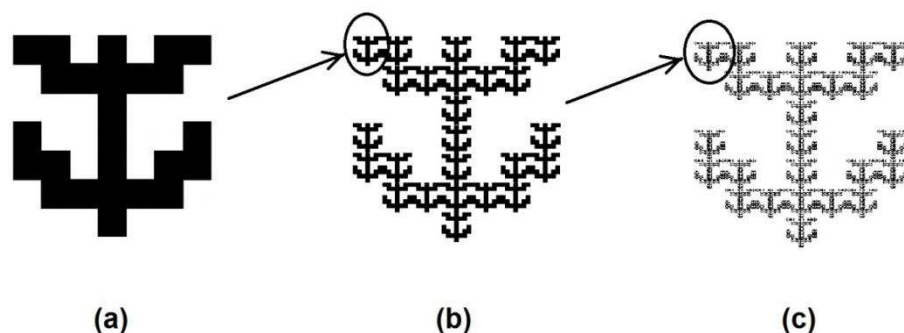


Figura 7.1 – (a) Subconjunto gerador, (b) 1º estágio e (c) 2º estágio da antena proposta.

O subconjunto gerador é referido como de iteração 0. Este subconjunto pode ser considerado como um conjunto planar 7x7 quadrados, dispostos de tal maneira que o elemento ativo aparece como escuro e o elemento não ativo, como branco.

Cada quadrado possui 0,2mm de lado. O subconjunto total tem $0,2 \times 7 = 1,4\text{mm}$ de lado.

Este subconjunto será o elemento ativo de uma nova iteração, mostrada na figura 7.1-b e referida como iteração 1. Essa nova figura mantém a mesma forma do subconjunto gerador, criando assim a auto semelhança característica do fractal. Assim, cada novo elemento ativo possui 1,4mm de lado, e a nova figura possui $1,4 \times 7 = 9,8\text{mm}$ de lado.

Finalmente, este novo conjunto de iteração 1 serve novamente como um novo subconjunto gerador para uma nova iteração, mostrada na figura 7.1-c e referida como iteração 2. Esta nova figura também mantém a forma inicial do subconjunto gerador, com cada elemento ativo tendo 9,8mm de lado e a figura total tendo $9,8 \times 7 = 6,86\text{cm}$ de lado.

Desta maneira, o conjunto fractal criado por este procedimento é composto de uma sequência de subconjuntos auto similares, e são considerados conjuntos de conjuntos.

A antena foi impressa sob um substrato de 8x8 cm de lado, composto pelo material do tipo *Rogers RT/duroid 5880* ($\epsilon_r = 2,2$; $\mu_r = 1$). A altura utilizada para o substrato foi de 3,2mm Este valor está de acordo com a maioria dos projetos que demandam baixos valores para a constante dielétrica, e visa um equilíbrio entre eficiência e tamanho.

O substrato está posicionado logo acima de um plano de terra considerado infinito e simulado como tal.

A alimentação foi realizada por sonda coaxial colocada exatamente no centro da antena fractal e passando por dentro do substrato. O uso de sonda ao invés de uma linha de alimentação impressa tem a vantagem de isolar o circuito de alimentação da face radiante do conjunto e diminuir os efeitos de radiação provenientes desse circuito. Além disso, sua montagem prática é relativamente simples e seu casamento de impedância é mais fácil de ser realizado. No entanto, o uso de sonda coaxial traz a desvantagem de se ter uma estrutura mais difícil de modelar e de resultar numa menor largura de banda quando alimenta uma *patch* sobre o substrato. Esta última desvantagem será minimizada pelo fato de se usar uma geometria fractal, já que as antenas com essa geometria produzem, a princípio, um aumento da largura de banda.

A figura 7.2-a ilustra a antena fractal de microfita impressa sobre o substrato, enquanto que a figura 7.2-b mostra a antena em perfil onde se pode ver a sonda, a plaqueta alimentada por ela, o substrato, o plano de terra infinito abaixo do substrato e o cabo coaxial embaixo de toda a estrutura.

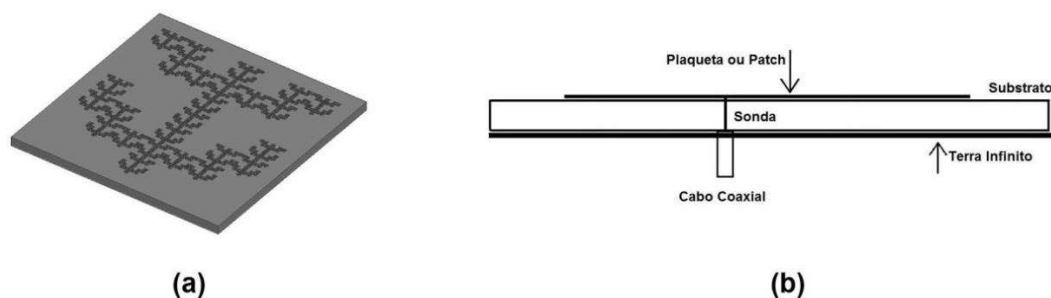


Figura 7.2 – (a) Antena fractal proposta e (b) vista de perfil.

7.3 ESPECIFICIDADES DO SOFTWARE

O software *HFSS* no modo *HFSS design* calcula e apresenta os campos eletromagnéticos gerados pela estrutura a partir da solução das equações de Maxwell através do *Método dos Elementos Finitos*. Este método numérico consiste na divisão de um domínio, discretizando-o e apresentando-o como uma união de um número finito de elementos, de forma aproximada. Cada elemento ou subdomínio tem a forma de um triângulo formando malhas e aos elementos são associadas equações, as quais são resolvidas por métodos numéricos. Desta maneira, o campo em cada sub-região é determinado através da densidade de corrente local, e ao final os campos dos vários elementos são somados para se chegar ao campo final.

Já no modo *HFSS-IE design*, utiliza-se a *Equação Integral de Campo Elétrico* por meio do *Método da Equação Integral* (EI), que procura descrever a solução para a densidade de corrente desconhecida existente na superfície da estrutura irradiadora por meio de uma equação integral, e depois resolvê-la usando a técnica numérica conhecida como *Método dos Momentos*. Este método transforma uma equação diferencial num sistema de equações algébricas através da utilização de funções de base ou de expansão, escolhidas para aproximar-se da incógnita.

Tanto o *Método dos Elementos Finitos* quanto o *Método dos Momentos da Equação Integral* utilizam uma grande quantidade de cálculos computacionais, o que pode ser um grande obstáculo quando se trata de analisar estruturas

demasiadamente complexas. Esse enorme custo computacional demanda, para antenas fractais, o uso de máquinas com muita memória RAM acoplada. Caso contrário, a análise poderá ser interrompida no meio do processo.

Para a solução numérica, o software utiliza os critérios de convergência ou de erro máximo aceitável, ou as duas coisas. Esses critérios são ajustados de acordo com as exigências do projeto ou segundo as limitações da máquina. A complexidade existente em algumas antenas fractais exige a realização de alguns ajustes de análise como diminuição do número de passos até a convergência ou diminuição do erro aceitável. Caso contrário, talvez possa ocorrer uma demora excessiva até a convergência ou mesmo o sistema nunca convergir.

O software também utiliza uma frequência de varredura para analisar a estrutura projetada pelo usuário. A varredura pode ser de três tipos: por *interpolação*, *rápida* ou *discreta*. A varredura por interpolação estima uma solução para toda uma faixa de frequência, e é indicada quando esta faixa é grande e a resposta é suave, ou ainda em casos de limitação de recursos de memória do computador. A varredura rápida divide a faixa de frequência em várias e gera uma solução de campo para cada uma delas, sendo indicada para espectros de frequência com mudanças abruptas. A varredura discreta fornece soluções apenas para pontos específicos numa faixa de frequência, e é indicada quando se necessita analisar apenas alguns pontos de interesse. Para o caso da antena fractal proposta, a escolha do método de interpolação ao invés da varredura rápida e a diminuição do número de pontos para interpolação foi um procedimento fundamental para otimização dos resultados e viabilidade da análise. Muitas vezes, quando se utiliza esse software *HFSS*, é necessário estabelecer um compromisso entre precisão dos dados *versus* tempo de resposta, ou entre esse tempo de processamento *versus* execução completa do processo, ou ainda entre esta última *versus* precisão.

Devido à natureza repetitiva e auto-similar das estruturas fractais, uma antena fractal pode ser construída facilmente por meio de funções de duplicação de objeto. Entretanto, observou-se que a excessiva duplicação resultou numa considerável diminuição do desempenho do programa, levando ocasionalmente a erros do sistema. Para minimizar estes efeitos, procurou-se restringir ao máximo o uso da função de duplicação de objetos. Ainda assim, a antena fractal proposta demorou um tempo razoavelmente grande para ser analisada – várias horas, contra 1 minuto

para antenas comuns de geometria simples como retangular ou circular. Isso leva a outra situação de compromisso que o projetista deve ter em mente: a facilidade de construção da estrutura *versus* tempo de processamento.

7.4 FATOR DE CONJUNTO DA ANTENA FRACTAL PROPOSTA

Utilizando a equação 6.2, pode-se chegar ao fator de conjunto da antena fractal de microfita proposta. O conjunto tem $7 \times 7 = 14$ elementos, logo, valor de M é 4, pois

$$(2M - 1)^2 = (2 \cdot 4 - 1)^2 = 7^2 = 49$$

O valor do fator de conjunto da antena proposta, a partir da equação 6.2, é:

$$GA = I_{11} + 2 \sum_{m=2}^4 \{I_{m1} \cos[m\psi_x] + I_{1m} \cos[m\psi_y]\} + 4 \sum_{n=2}^4 \sum_{m=2}^4 I_{mn} \cos[m\psi_x] \cos[n\psi_y] \quad (7.1)$$

em que $\psi_x = kd_x[\sin\theta\cos\varphi - \sin\theta_0\cos\varphi_0]$, $\psi_y = kd_y[\sin\theta\sin\varphi - \sin\theta_0\sin\varphi_0]$, as variáveis θ e φ pertencem às coordenadas esféricas, $k = 2\pi/\lambda$ é o número de onda, d_x é o tamanho de cada elemento na direção x e d_y é o tamanho de cada elemento na direção y .

O fator de conjunto de um conjunto fractal é expresso por

$$AF = \prod_{p=1}^P GA(\delta^{p-1}\psi) \quad (7.2)$$

Substituindo a equação (7.1) na equação (7.2), fazendo $d_x = d_y = \lambda/2$, chamando $\sin\theta\cos\varphi - \sin\theta_0\cos\varphi_0 = u_x$, $\sin\theta\sin\varphi - \sin\theta_0\sin\varphi_0 = u_y$, e a partir da constatação de que $I_{11} = 1$, obtemos:

$$AF = 1 + 2^P \prod_{p=1}^P [\cos(2^{p-1}\pi u_x) + \cos(2^{p-1}\pi u_y) + 2\cos(2^{p-1}\pi u_x)\cos(2^{p-1}\pi u_y)] \quad (7.3)$$

Que é o fator de conjunto da antena proposta. Nesta equação (7.3), P é a escala (1, 2, 3, etc.), δ é o fator de escala ou de expansão que rege o quão grandemente o conjunto cresce com cada aplicação recursiva do subconjunto gerador.

7.5 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

A simulação foi realizada em três etapas principais. Na primeira, foi feita a análise da antena de iteração 0; na segunda etapa, da antena de iteração 1; e na terceira, de iteração 2. Para cada uma das três, são coletados dados sobre seu comportamento em relação aos vários parâmetros fundamentais de antenas como Perda de Retorno, VSWR, Impedância de entrada, Ganho, etc., conforme será visto. Depois, os resultados para cada antena são apresentados juntos para alguns parâmetros de interesse, de modo que possam ser melhor comparados e intuitivamente apreendidos.

As três antenas, de iteração 0, 1 e 2, são mostradas na figura 7.3 a, b e c, respectivamente.

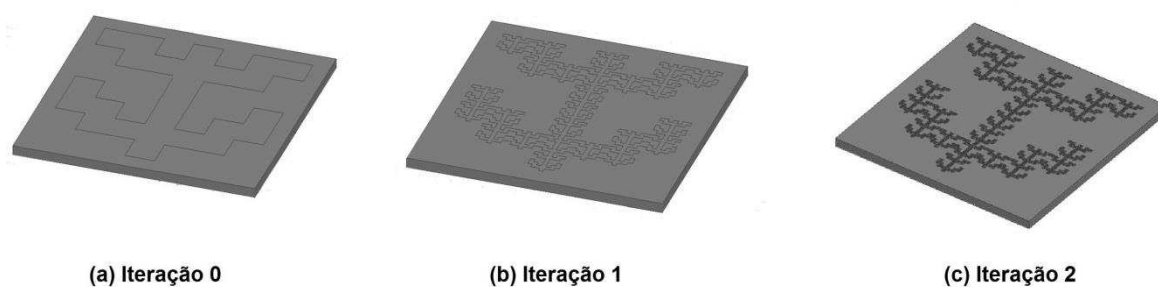


Figura 7.3 – Antenas propostas nos vários estágios de iteração.

Todas as antenas possuem as mesmas dimensões citadas no item 7.3, e também são compostas pelos mesmos materiais.

O tempo necessário para análise das estruturas foi de aproximadamente 1 minuto para a antena de iteração 0, 10 minutos para a antena de iteração 1 e em torno de 20 horas para a antena de iteração 2. Essas diferenças significativas se justificam devido à complexidade que é adicionada à estrutura à medida que novas iterações fractais são realizadas, pois tal complexidade demanda da máquina uma quantidade muito maior de cálculos.

Para a antena de iteração 0, foram precisos 9 passos adaptativos, com um erro máximo (delta) de 0,02, para que a análise convergisse. Já para a antena de iteração 1, foram necessários 12 passos adaptativos, com o mesmo valor para o erro máximo. Finalmente, para a antena de iteração 2, foram precisos 15 passos adaptativos, mas com a condição de manter o erro máximo um pouco maior que as anteriores, de 0,03, para que a análise chegasse até o final (convergência).

7.5.1 Perda de Retorno

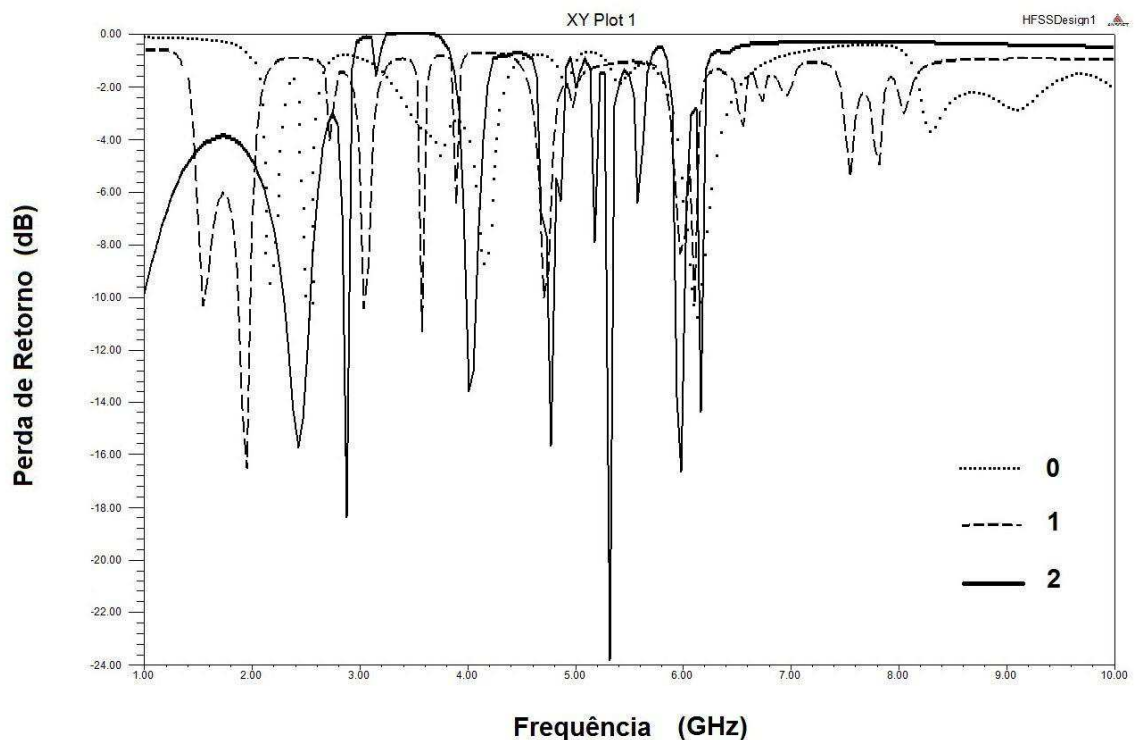


Figura 7.4 – Perda de Retorno da antena proposta.

Para a antena de iteração 0, cujo traço é marcado como pontilhado na figura 7.4, pode-se anotar na tabela os seguintes pontos de pico para a perda de retorno (St), com sua respectiva frequência:

Tabela 1 – Valores da Perda de Retorno para a antena de iteração 0.

Freq. (GHz)	2,17	2,53	4,15	6,13
St (dB)	-9,44	-10,80	-8,70	-10,73

Para a antena de iteração 1, marcada com traço descontinuo na figura 7.4, são obtidos os seguintes resultados principais:

Tabela 2 – Valores da perda de Retorno para a antena de iteração 1.

Freq. (GHz)	1,94	3,025	3,565	4,69	6,085
St (dB)	-17,14	-10,62	-11,58	-10,138	-10,45

Para a antena de iteração 2, indicada com um traço na figura 7.4, podem ser observados os seguintes pontos principais:

Tabela 3 – Valores da Perda de Retorno para a antena de iteração 2.

F. (GHz)	2,44	2,89	4,015	4,78	5,32	5,995	6,175
St (dB)	-15,60	-18,40	-13,50	-15,60	-24,00	-16,50	-14,4

7.5.2 VSWR

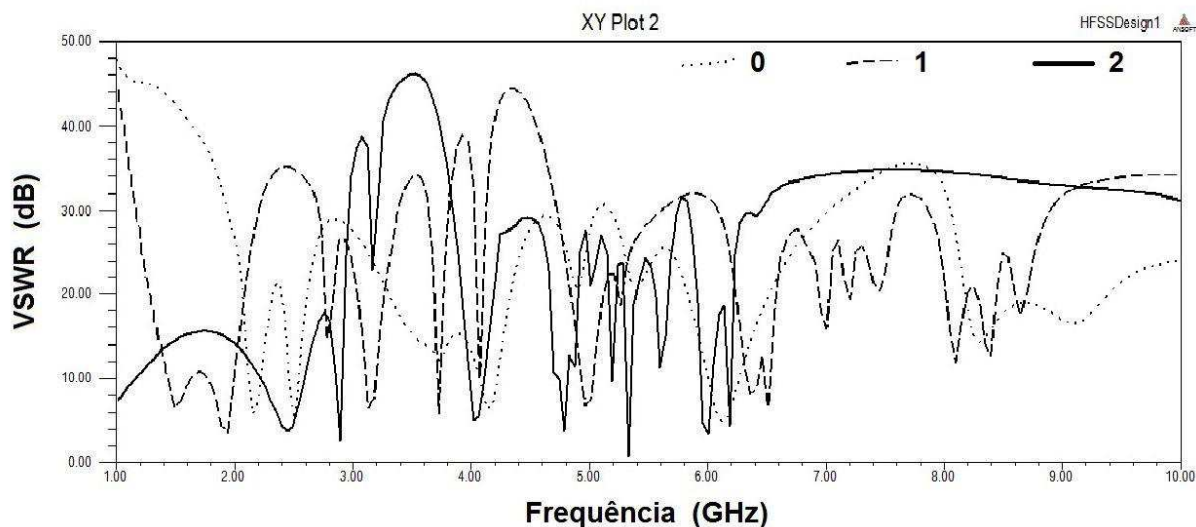


Figura 7.5 – VSWR da antenna proposta.

Os valores da VSWR acompanham os da Perda de Retorno, obviamente. Os resultados para a antenna de iteração 0 são apresentados na tabela.

Tabela 4 – Valores da VSWR para a antenna de iteração 0.

Freq. (GHz)	2,17	2,53	4,15	6,13
VSWR (dB)	6	5	6,7	5

Os resultados para a antenna de iteração 1 são:

Tabela 5 – Valores da VSWR para a antenna de iteração 1.

Freq. (GHz)	1,94	3,025	3,565	4,69	6,085
VSWR (dB)	2,43	5,27	4,68	5,59	5,38

Os valores para a antenna de iteração 2 foram:

Tabela 6 – Valores da VSWR para a antenna de iteração 2.

F. (GHz)	2,44	2,89	4,015	4,78	5,32	5,995	6,175
VSWR (dB)	2,40	2,20	5,10	3,00	1,0	2,50	3,00

Outros valores da VSWR, principalmente para a antenna de iteração 2, não são tão representativos.

7.5.3 Impedância de Entrada

a) Antena de Iteração 0

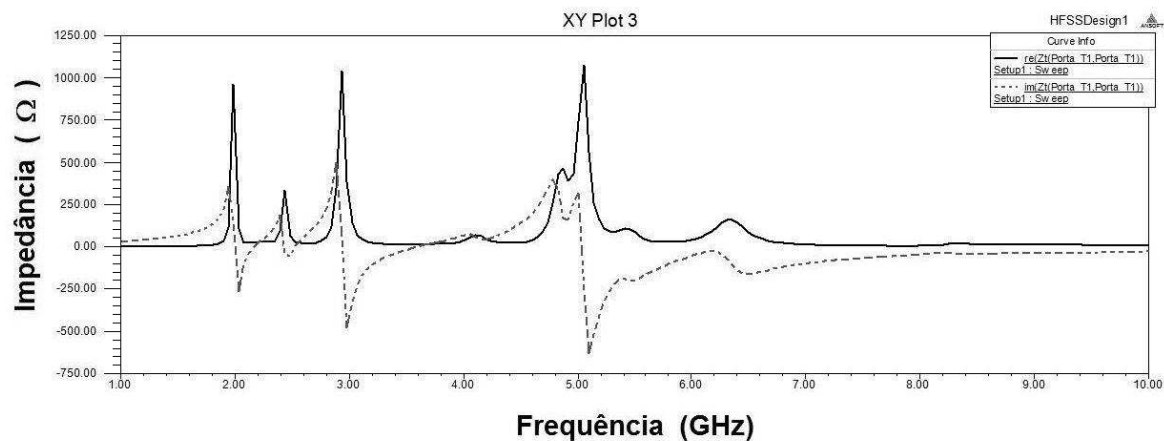


Figura 7.6 – Impedância de entrada da antena proposta de iteração 0.

b) Antena de Iteração 1

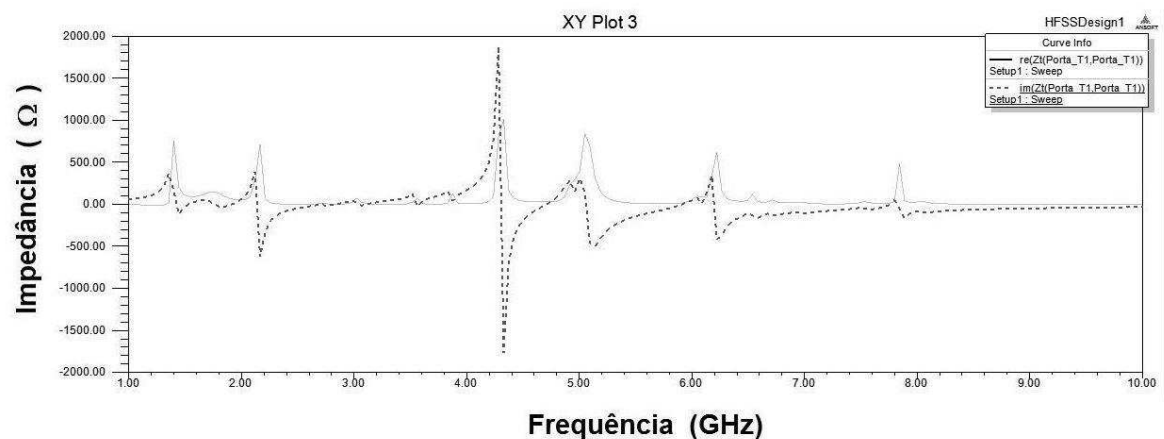


Figura 7.7 – Impedância de entrada da antena proposta de iteração 1.

c) Antena de Iteração 2

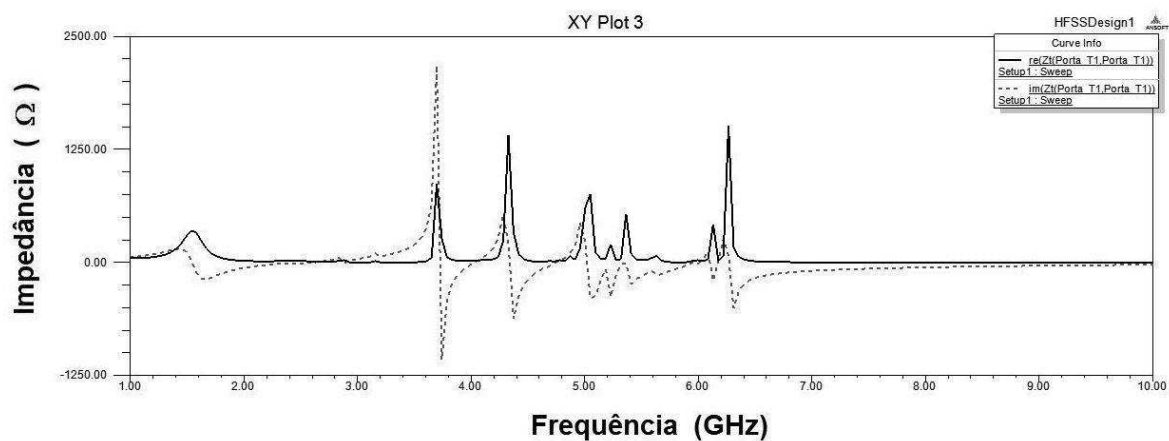


Figura 7.8 – Impedância de entrada da antena proposta de iteração 2.

Os valores significativos da impedância de entrada para as antenas de iteração 0, 1 e 2 também acompanham as frequências destacadas no item anterior. Para a antena de iteração 0:

Tabela 7 – Valores da Impedância de Entrada para a antena de iteração 0.

Freq. (GHz)	2,17	2,53	4,15	6,13
Z (Ω)	25	28	45+j40	90-j25

No caso da antena de iteração 1, os valores anotados foram:

Tabela 8 – Valores da Impedância de Entrada para a antena de iteração 1.

F. (GHz)	1,94	3,025	3,565	4,69	6,085
Z (Ω)	55+j10	74+j29	70-j25	30-j14	92+j8,65

Para a antena de iteração 2, os resultados são:

Tabela 9 – Valores da Impedância de Entrada para a antena de iteração 2.

F. (GHz)	2,44	2,89	4,015	4,78	5,32	5,995	6,175
Z (Ω)	26-j4	30-j6	22-j10	28+j19	45-j5	28-j10	26+j12

Para todas as antenas, a impedância da linha de transmissão e da fonte de excitação foi de 50 Ω .

7.5.4 Ganho

a) Antena de iteração 0

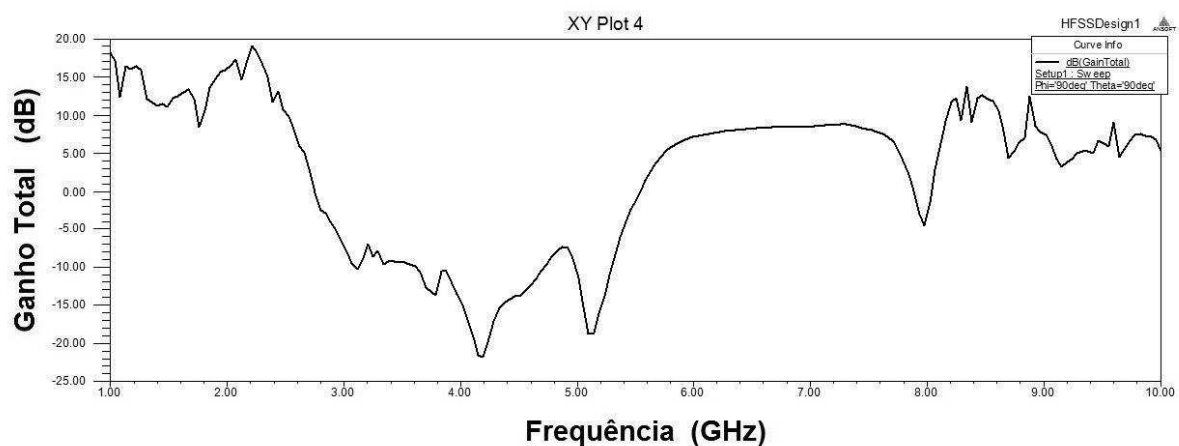


Figura 7.9 – Ganho da antena proposta de iteração 0.

b) Antena de Iteração 1

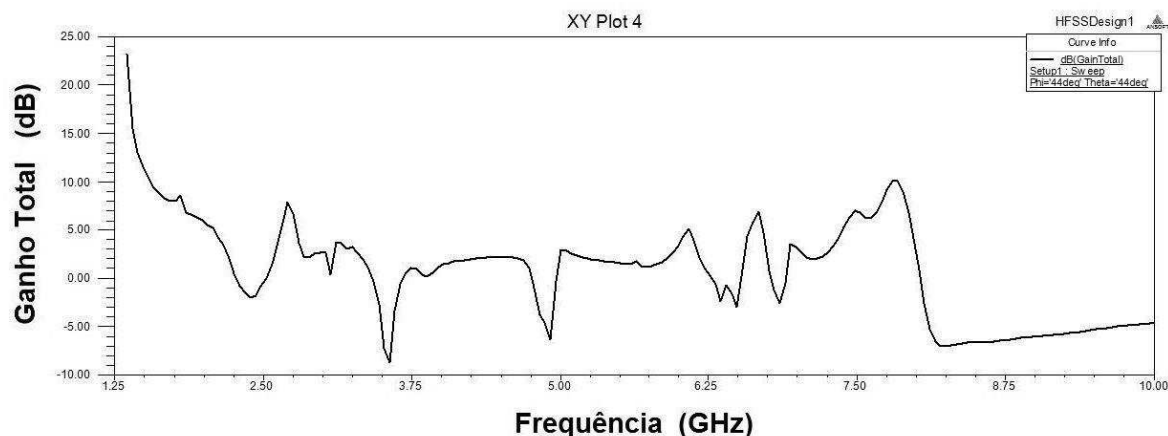


Figura 7.10 – Ganho da antena proposta de iteração 1.

c) Antena de Iteração 2

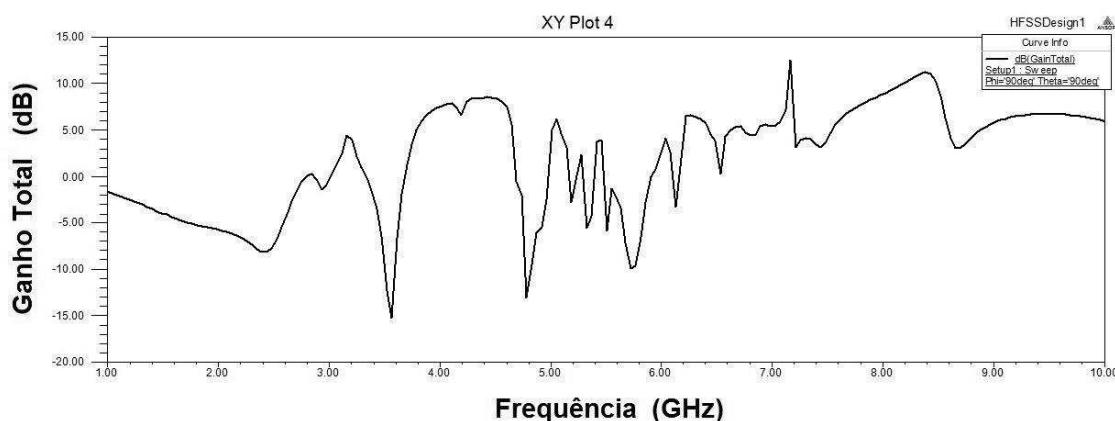


Figura 7.11 – Ganho da antena proposta de iteração 2.

A antena de iteração 0 apresentou altos ganhos em amplas faixas de frequência, conforme pode ser visto na figura 7.9.

Já a antena de iteração 1 teve resultados ruins em relação ao ganho, chegando a valores altos apenas numa estreita banda de frequência, de acordo com a figura 7.10.

Finalmente, a antena de iteração 2 mostrou ótimos resultados para o ganho em amplas faixas de frequências diferentes. O maior pico de ganho ocorre em 7,165 GHz, com ganho de 12,54 dB. Da faixa de 7,5 GHz até 8,61 GHz, consegue-se um ganho maior ou igual a 4 dB, chegando num máximo de 11 dB em 8,40 GHz, para esse intervalo (1,11 GHz). De 7,55 GHz até 8,58 GHz, o ganho é maior ou igual a 5dB.

7.5.5 Diagrama de Radiação

a) Iteração 0

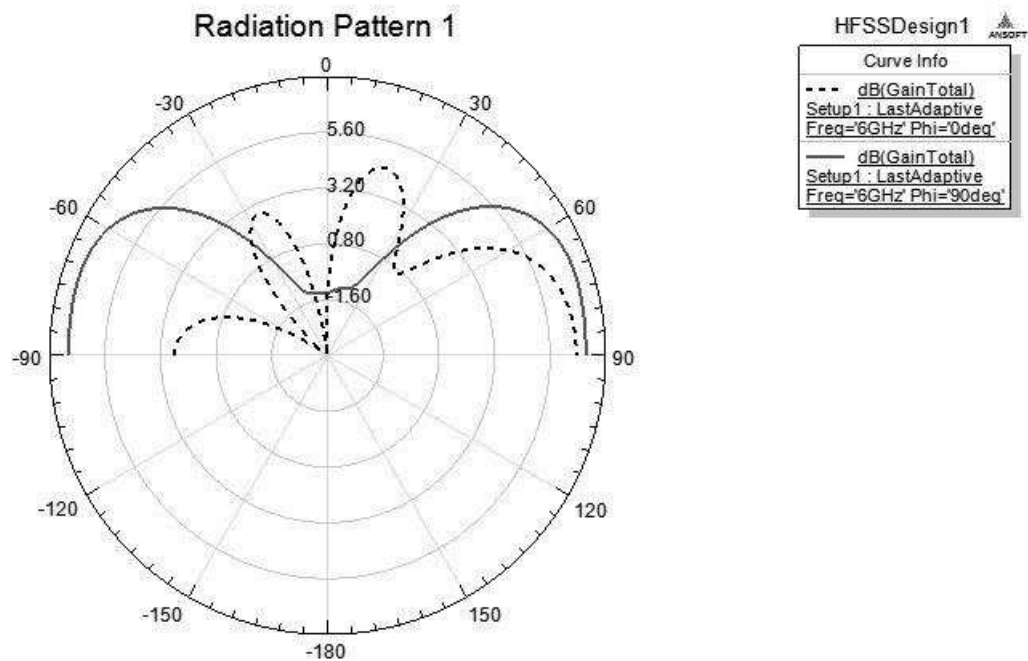


Figura 7.12 – Diagrama de Radiação da antena proposta de iteração 0.

b) Iteração 1

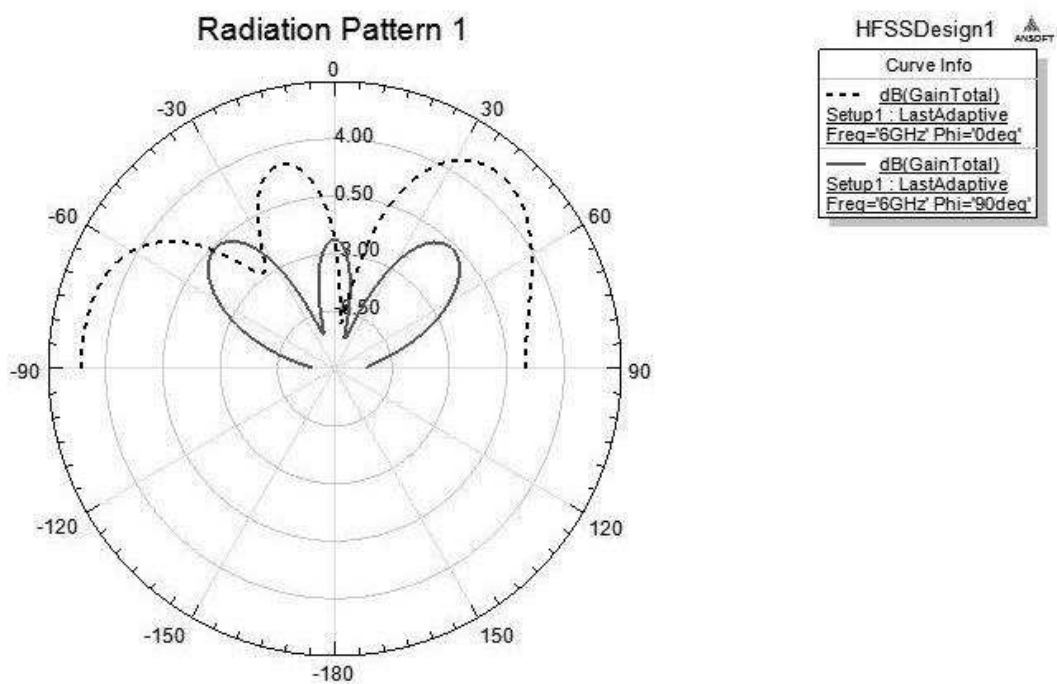


Figura 7.13 – Diagrama de Radiação da antena proposta de iteração 1.

c) Iteração 2

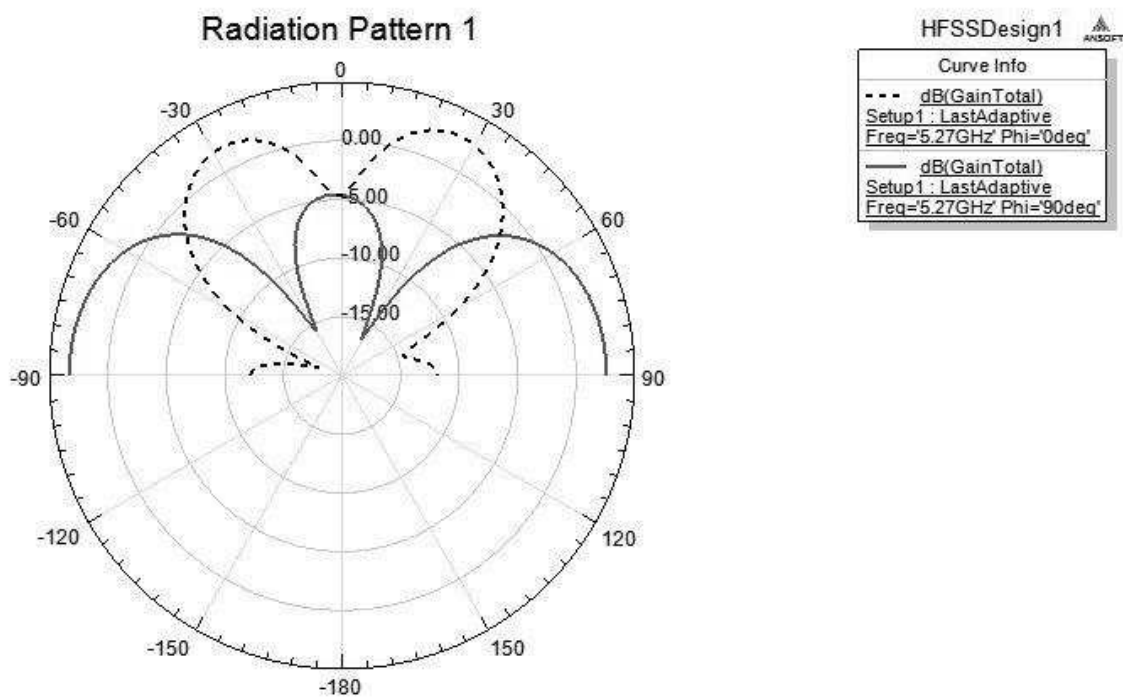


Figura 7.14 – Diagrama de Radiação da antena proposta de iteração 2.

7.5.6 Diagrama 3D

a) Antena de Iteração 0

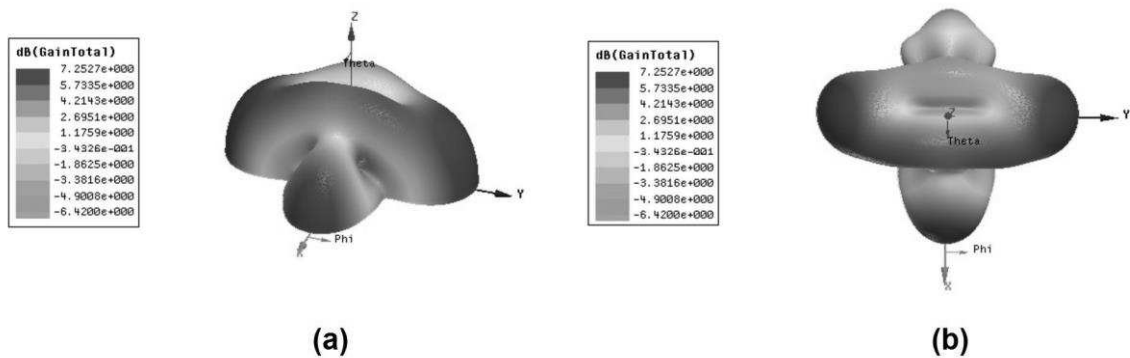


Figura 7.15 – Diagrama 3D da antena proposta de iteração 0.

b) Antena de Iteração 1

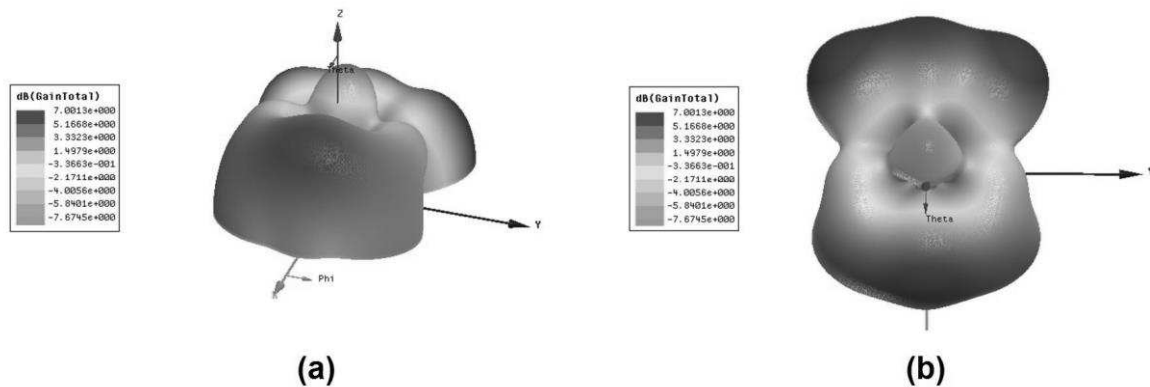


Figura 7.16 – Diagrama 3D da antenna proposta de iteração 1.

c) Antena de Iteração 2

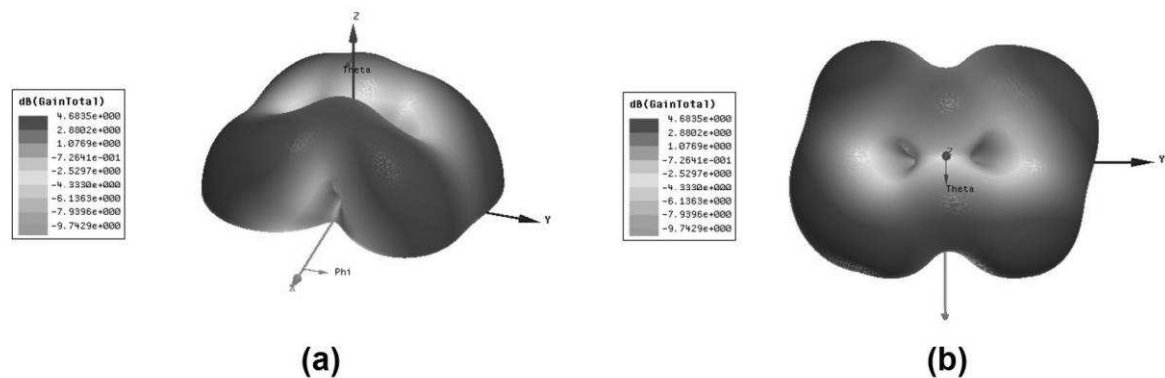


Figura 7.17 – Diagrama 3D da antenna proposta de iteração 2.

Observa-se através dos gráficos e figuras que embora o ganho tenha diminuído ligeiramente para a antenna de iteração 2, a largura de feixe aumentou consideravelmente e a o diagrama de radiação se tornou menos direcional. Isso significa que a antenna é menos direcional que as de menor iteração (0 e 1).

Também a forma geral do padrão de radiação alterou-se significativamente, como pode ser visto tanto a partir do diagrama de radiação quanto pelo diagrama em três dimensões.

7.5.7 Fator de Qualidade

O Fator de Qualidade foi simulado no modo *Eigenmode* do programa *HFSS*, que é um tipo de solução usada quando se deseja calcular a ressonância da estrutura, chamada “modo próprio”.

A figura 7.18 mostra o fator de qualidade (Q) das três antenas (iteração 0, 1 e 2) em função de kr , sendo k o número de onda e r o raio da superfície esférica dentro da qual se coloca toda a estrutura da antena. Todas as três antenas foram simuladas no modo TM_{01} .

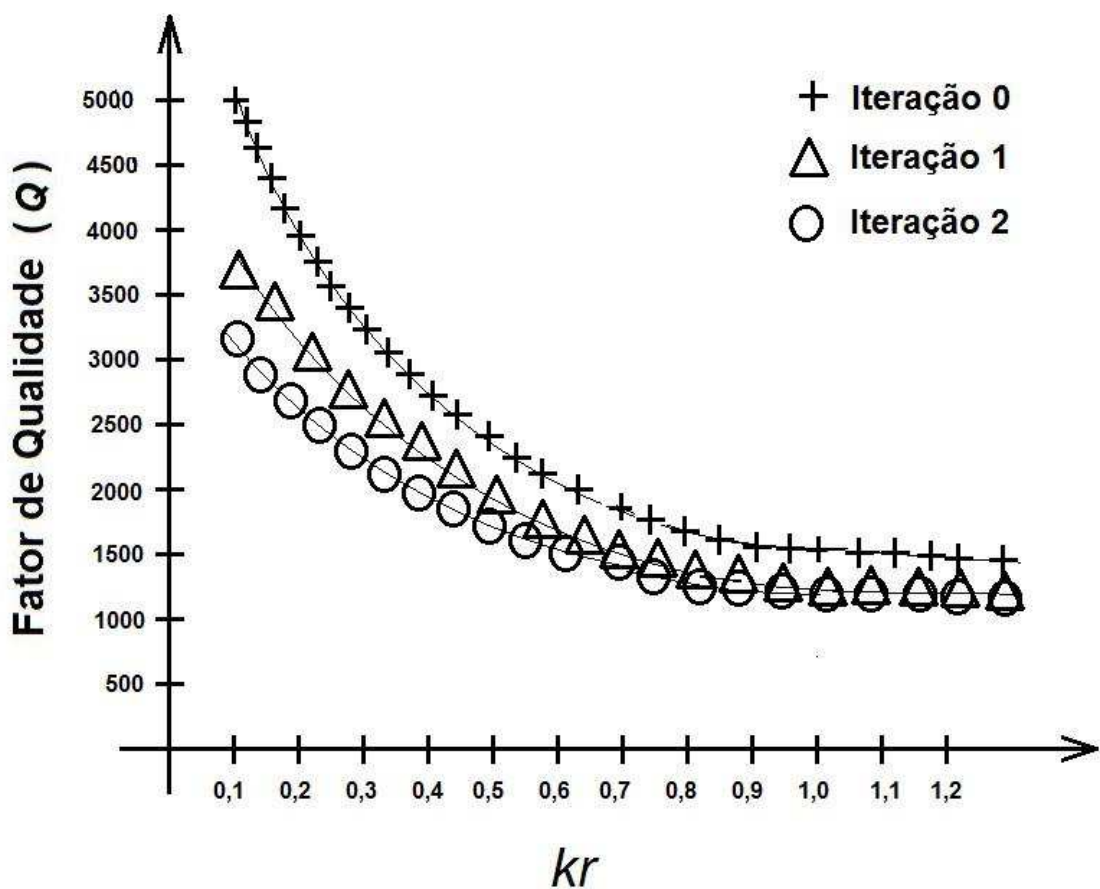


Figura 7.18 – Fator de Qualidade *versus* kr da antena proposta para as três iterações.

À medida que os valores de kr aumentam, isto é, à medida que o tamanho da antena aumenta, os valores de Q para as três antenas (iteração 0, 1 e 2) tendem a se aproximar.

7.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

As sucessivas iterações fractais resultaram em menor perda de retorno e, ao mesmo tempo, em mais pontos onde a antena possui menor perda de retorno, conforme pode ser visto imediatamente pela figura 7.4. Nas tabelas 1, 2 e 3 estão registrados os valores observados no gráfico: para a antena de iteração 0, a menor perda de retorno foi de -10,80 dB, para a frequência de 2,53 GHz; para a antena 1, conseguiu-se uma diminuição para -17,14 dB, na frequência de 1,94 GHz; e para a antena de iteração 2, reduziu-se o valor da perda de retorno para até -24 dB, na frequência de 5,32 GHz. Além disso, para antena de iteração 0 foram observados 4 pontos principais para os quais os valores da perda de retorno eram significativos; para a de iteração 1, observou-se 5 pontos; e para a de iteração 2, foram observados 7 pontos significativos.

A VSWR, como se sabe, acompanha os valores da perda de retorno. Isso pode ser comprovado comparando-se as figuras 7.5 e 7.4 e as tabelas 1, 2, 3 com as tabelas 4, 5, 6. O menor valor da VSWR para a antena de iteração 0 foi de 5 dB na frequência de 2,53 GHz; já para a de iteração 1 foi de 2,43 dB na frequência de 1,94 GHz; e finalmente para a antena de iteração 2 o menor valor encontrado foi de 1 dB para a frequência de 5,32 GHz. Ou seja, houve uma significativa redução da VSWR, o que quer dizer que a antena ficou mais casada com a linha de transmissão.

Os gráficos para a impedância de entrada das várias antenas, mostrados nas figuras 7.6, 7.7 e 7.8, revelam que a impedância elevou-se gradativamente em alguns casos e diminuiu noutros, à medida que novas iterações fractais foram sendo implementadas. Isso ajuda a explicar a diminuição do coeficiente de reflexão, e consequentemente da VSWR, pois a linha de transmissão, tendo um valor de 50 Ω , necessita de uma carga de mesmo valor. A antena de iteração 0 possui impedância baixa para muitas frequências e alta para outras, mas as de iteração fractal maior estão mais próximas de 50 ohms e, portanto, mais próximas de estarem casadas com a linha de transmissão. Isso pode ser visto nas tabelas 7, 8 e 9.

Em relação ao ganho, uma análise atenta das figuras 7.9, 7.12 e 7.15 mostra que, embora ele seja alto em muitas frequências para a antena sem iteração, ele é mais direcional – ocorre na direção $\theta=90^\circ$, $\phi=90^\circ$ e $\phi=180^\circ$, tendo valor muito baixo para outras direções. Para a antena de iteração 1, embora o ganho seja muito

menor de uma maneira geral para a maioria das frequências, nota-se que ela é menos direcional e, conseqüentemente, possui diagrama de radiação mais amplo, apontando em muitas direções, conforme pode ser visto nas figuras 7.10, 7.13 e 7.16. E para a antena de iteração 2, conseguiu-se bons resultados para o ganho com o diagrama de radiação menos direcional que a antena de iteração 0. Observou-se a partir das figuras 7.11, 7.14 e 7.17 que existem muitas frequências, e não apenas uma, dentro das quais a antena pode operar sem degradar significativamente seus resultados.

Por fim, podemos ver a partir do gráfico da figura 7.18 que, embora o fator de qualidade da antena proposta seja relativamente elevado, estruturas com maiores interações fractais se aproximam mais do limite fundamental de antenas do que aquelas sem iteração, e essa aproximação tende a aumentar quando novas iterações são levadas adiante. Notou-se também que a diferença entre as antenas de iteração 0, 1 e 2, em relação ao fator de qualidade, tende a se acentuar à medida que se miniaturiza a estrutura, e ao contrário, tende a ser inexistente quando a mesma estrutura vai se tornando cada vez maior.

8. CONCLUSÃO

A guinada da geometria euclidiana em direção às formas não euclidianas ocorrida gradualmente ao longo dos séculos, e que culminou no advento da geometria fractal, foi uma transformação semelhante à que vem ocorrendo nas últimas décadas com a utilização de estruturas irradiantes em formato fractal ao invés das convencionais antenas. As formas mais conhecidas de estrutura fractal foram testadas, simuladas e analisadas em todo o mundo, tais como a função de Weierstrass, o conjunto de Cantor, as hipérboles de Poincaré, as curvas de Peano-Hilbert, o floco de neve de Koch, o tapete e a gaxeta de Sierpinski, o conjunto de Julia e muitos outros.

Embora Mandelbrot não tenha inventado os fractais, foi ele quem sistematizou essas formas não convencionais e descreveu-as de forma rigorosa, cunhando inclusive o seu nome, a partir da palavra latina “fractus”. Por tal motivo, a contribuição deste matemático para a área de antenas fractais foi enorme.

Os maiores obstáculos encontrados atualmente no projeto e análise de antenas fractais são as limitações computacionais, a dificuldade de construção prática e a falta de um tratamento matemático mais adequado. As limitações computacionais dizem respeito principalmente à capacidade de processamento e às limitações de memória RAM, embora grandes progressos tenham sido realizados nas últimas décadas. A dificuldade de construção prática se refere às limitações tecnológicas no processo de construção e implementação da estrutura real, ainda mais quando se tratar de antenas muito reduzidas; mas esses obstáculos estão sendo vencidos gradativamente, destacando-se o uso de nanotecnologia e de impressoras 3D. Por fim, a falta de tratamento matemático mais adequado é uma alusão à relativamente escassa literatura sobre o tema, à pouca preocupação com uma modelagem e sistematização que permitam analisar, de forma ágil e intuitiva, os principais parâmetros das antenas – VSWR, impedância de entrada, ganho, etc. – relacionados às estruturas fractais; na maioria dos casos, a única modelagem que se faz é através de métodos numéricos, com a ajuda dos computadores.

As teorias referentes às antenas dipolo e ao conjunto de antenas significam um importante ponto de partida por meio do qual se poderia elaborar instrumentos de análise matemática mais adequados, que já a antena dipolo é a forma mais

elementar assumida por uma fonte radiante, ao mesmo tempo em que as antenas fractais são conjuntos de conjuntos. Essas teorias constituíram a base para muitos tipos de antenas, e com as do tipo fractal não é diferente.

O uso do modelo de antena proposto revelou que iterações fractais sucessivas na estrutura irradiadora resulta em melhorias na Perda de Retorno e, conseqüentemente, na VSWR. Isso significa que há uma menor quantidade de energia refletida pela antena, o que quer dizer uma menor taxa de onda estacionária. A razão para isso é a alteração ocorrida na impedância de entrada a partir das novas iterações, aproximando-a da impedância da linha de transmissão e promovendo um melhor casamento de impedâncias entre esta e a antena. O baixo valor da impedância de entrada, típico de antenas de microfita em formato convencional, é mais um motivo que justifica o uso de formato fractal no sentido de aumentar esta impedância e melhorar a eficiência do conjunto.

Estruturas irradiantes em formato fractal podem ter desempenho similar ao das estruturas tradicionais (VSWR, ganho, etc.) e ao mesmo tempo ocupar um espaço menor do que estas. O número de iterações fractais faz com que a antena se aproxime da curva limite *Q versus Dimensão da Antena*. Isso ocorre porque as antenas fractais utilizam mais eficientemente o volume correspondente à esfera que envolve a estrutura da antena, a linha de transmissão e o oscilador. Os altos valores de *Q* encontrados para a antena proposta indicam que embora ela esteja longe do limite fundamental, se aproxima deste a cada nova iteração. Obviamente, outros modelos de antena fractal podem utilizar mais eficientemente o espaço no entorno da estrutura.

Essas estruturas também possuem a característica marcante de repetição do desempenho dos principais parâmetros ao longo da frequência, bem como o incremento da largura de banda, o que as faz se aproximarem do tipo de antenas conhecido como “independentes da frequência”. Ou seja, elas são capazes de operar de forma eficiente numa ampla faixa do espectro. Dependência em relação ao ângulo, auto complementariedade e auto similaridade são indicativos da existência de antenas independentes da frequência ou, pelo menos, de antenas cujo desempenho dos parâmetros se repete com o logaritmo da frequência. Resta examinar, em trabalhos futuros, que outros indicativos existiriam para que uma antena possuísse tais características.

Todas as antenas fractais analisadas apresentaram menor frequência de ressonância, exceto em um único caso, em que esta frequência permaneceu inalterada para um tipo de antena, mas ainda assim apresentou a vantagem de ocupar um menor espaço, conforme foi observado à página 96, para o caso do “Retângulo Dilacerado”.

A antena fractal proposta e muitas outras analisadas no presente trabalho apresentaram um ganho ligeiramente menor do que as estruturas convencionais, embora estas fossem mais direcionais. Entretanto, essa pequena diminuição do ganho total não é motivo suficiente para que a estrutura fractal não seja utilizada, já que foi superior nos demais requisitos.

A maioria dos conjuntos de antenas fractais projetados é do tipo plano. Embora eficazes, conjuntos em três dimensões preenchem mais eficientemente o volume da esfera hipotética citada acima, do que em duas dimensões. O grande desafio é a concepção de estruturas irradiadoras em três dimensões, e o advento de impressoras 3D cada vez mais sofisticadas torna a tarefa mais realizável.

Antenas fractais têm sido utilizadas com outras ferramentas computacionais, por exemplo, através de algoritmos genéticos. (PETKO; WERNER, 2005b).

Espera-se que o trabalho aqui desenvolvido possa servir de referência e incentivo a futuros projetos que envolvam tecnologia de miniaturização de antenas, wireless, telefonia celular, RFID, satélites ou quaisquer outros onde eficiência, redução de escala e ampla utilização do espectro se façam necessários.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDELHAK, F.; NAJIB, F.; ALI, G. A Sierpinski Slot Antenna as a TAG FRID Antenna. *International Journal of Communication Networks and Information Security (IJCNIS)*. Kohat, Pakistan, Vol. 2, No. 3, December, 2010, p.248-252.

ABDELLATIF, S.; KIRAH, K. Nanowire Photovoltaic Efficiency Enhancement Using Plasmonic Coupled Nano-Fractal Antennas. *Optics Letters*. Vol. 38, nº 18, pp. 3680-3683, 2013.

ABDERRAHMANE, L. H.; BRAHIMI, A. A New Design of Dual Band Fractal Antenna for LEO Applications. *The Eighth International Conference on Systems and Networks Communications*. Venice, Italy, ISBN: 978-1-61208-305-6, October 27 - November 1, 2013.

ABRAHAM, J.; JOHN, K. K. A.; MATHEW, T. Microstrip Antenna Based on Durer Pentagon Fractal Patch for Multiband Wireless Applications. *International Conference on Information Communication and Embedded Systems (ICICES)*, 2014.

ALVES, M. J. L.; FARIAS, K. C. S.; REGIS, C. D. M.; ALENCAR, M. S. de; PEROTONI, M. B. Uma Nova Antena Fractal para Aplicação em Televisão Digital Móvel na Banda VHF. *XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*. RJ, 2008.

ANDERSON, J. W. *Hyperbolic Geometry*. New York: Springer-Verlang, 1999.

ASSIS, T. A de; MIRANDA, J. G. V.; MOTA, F. B.; ANDRADE, R. F. S.; CASTILHO, C. M. C. Geometria Fractal: Propriedades e Características de Fractais Ideais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 30, nº2, 2008.

AZARI, A.; ROWHANI, J. Ultra Wideband Fractal Microstrip Antenna Design. *Progress in Electromagnetics Research C*, vol. 2, pp. 7-12, 2008.

BALANIS, C. A. *Teoria de Antenas: Análise e Síntese*. Tradução e revisão técnica de J. R. Souza. Rio de Janeiro: LTC, 3ª ed., v. I e II, 2009.

BALIARDA, C. P.; BORAU, C. B.; RODERO, M. N.; ROBERT, J. R. An Iterative Model for Fractal Antennas: Application to the Sierpinski Gasket Antenna. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 48, No 5, pp. 713-719, May 2000a.

BALIARDA, C. P.; ROMEU, J.; CARDAMA, A. The Koch Monopole: A Small Fractal Antenna. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 48, No 11, pp. 1773-1781, Nov. 2000b.

BALIARDA, C. P. ROMEU, J.; POUS, R.; CARDAMA, A. On the Behavior of the Sierpinski Multiband Fractal Antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, vol. 46, nº 4, pp. 517-524, 1998.

BANCROFT, Randy. Fundamental Dimension Limits of Antennas: Ensuring Proper Antenna Dimensions in Mobile Devices Designs. Westminster, Colorado: *Centurion Wireless Technologies*, s/d.

BENAZIR, M.; JOTHILAKSHMI, P. Circular Patch with Star Triangular Fractal Antenna for SWB Applications. *International Conference on Communication and Signal Processing*. India, p. 485-489, April 3-5, 2014.

BEST, S. R. On the Resonant Behavior of the Small Koch Fractal Monopole Antenna. *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 35, nº 4, pp. 311-315, 2002.

BOLOTOV, V. N.; KOLESNIKOV, S. E.; TKACH, Y. V.; TKACH, Y. Y.; KHUPCHENKO, P. V. Fractal Communication System. *Electromagnetic Phenomena*, Vol. 7, nº 1 (18), pp. 174-179, 2007.

BOYAT, A. K.; JOSHI, B. K. A Review Paper: Noise Models in Digital Image Processing. *Signal & Image Processing: An International Journal (SIPIJ)*, vol.6, nº2, 2015.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRIGGS, J. *Fractals: the Patterns of Chaos*. New York: Touchstone, Simon and Schuster Inc. 1992.

CARMO, M. P. Geometrias Não-Euclidianas. *Matemática Universitária*, nº6. IMPA, Rio de Janeiro, p. 25-48, 1987.

CHATTERJEE, S.; MAJUMDER, A.; GHATAK, R.; PODDAR, D. R. Wide Impedance and Pattern Bandwidth Realization Using Fractal Slotted Array Antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, nº8, pp. 4049-4056, 2014.

CHIARAVALLOTI, André de Moraes. *Análise Fractal da Taxa de Câmbio da Moeda Chinesa, o Yuan, Contra o Dólar Americano*. 2006, 70f. Monografia (Departamento de Ciências Econômicas). Departamento de Ciências Econômicas, Centro Sócio-Econômico, Universidade Federal de Santa Catarina, SC, 2006.

CHOWDARY, P. S. R.; PRASAD, A. M.; RAO, P. M. Investigations on the Radiation Characteristics of Cantor Fractal Array. *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*. Vol. 2, Issue 9, pp. 4492-4498, September 2013a.

CHOWDARI, P. S. R.; PRASAD, A. M.; RAO, P. M. ANGUERA, J. Simualtion of Radiation Characteristics of Sierpinski Fractal Geometry for Multiband Applications. *International Journal of Information and Electronics Engineering*, vol. 3, nº 6, pp. 618-621, 2013b.

CHU, L. J. Physical Limitations of Omnidirectional Antennas. *J. Appl. Phys.*, Vol. 19, pp. 1163-1175, 1948.

COLLIN, R. E.; ROTHSCCHILD, S. Evaluation of Antenna Q. *IEEE Transactions on AP*, vol. 44, pp. 23-27, 1964.

COLLIN, R. E.; ZUCKER, F. J. *Antenna Theory*, Part 1. New York: McGraw-Hill, 1969.

COSTA, K. Q. da; DMITRIEV, V. A. Cálculo do Fator Q de Combinações de Dipolos Elétricos e Magnéticos Infinitesimais com Diferentes Amplitudes, Fases e Orientações. *XXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*. Recife, PE, 2007.

DALIRI, A.; GALEHDAR, A.; ROWE, W. S. T.; JOHN, S.; WANG, C. H.; GHORBANI, K. Quality Factor Effect on the Wireless Range of Microstrip Patch Antenna Strain Sensors. *Sensors*, vol. 14; doi: 10.3390/s140100595, pp. 595-605, 2014.

DYSON, J. D. A Survey of the Very Wide Band and Frequency Independent Antennas – 1945 to the Present. *Journal of Research of the National Bureau of Standards – D. Radio Propagation*, vol. 66D, nº 1, pp.1-6, 1962.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Unicamp, 2002.

FELBER, Philip. Fractal Antennas. *Illinois Institute of Technology*, December 12, 2000.

GHATAK, R.; KARMAKAR, A.; PODDAR, D. Evolutionary Optimization of Haferman Carpet Fractal Patterned Antenna Array. *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*. Vol. 25, No. 8, pp.719-729, 2015.

GIANVITTORIO, John P.; RAHMAT-SAMII, Yahya. Fractal Antennas: A Novel Antenna Miniaturization Technique, and Applications. *IEEE Antennas Propagation Magazine*, Vol. 44, nº 1, p. 20-36, February 2002.

GRIMES, D. M.; GRIMES, C. A. Minimum Q of Electrically Small Antennas: A Critical Review. *Microwave and Optical Technology Letters*, 28, John Wiley & Sons, pp. 172-177, 2001.

GSCHWENDTNER, E.; WIESBECK, W. Frequency-Independent Antenna Concepts for the Use in Vehicles. *10th International Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology"*. Sevastopol, Ukraine, ISBN: 966-572-048-1, pp. 39-42, 2000.

GUSTAFSSON, Mats. Broadband Array Antennas Using a Self-complementary Antenna Array and Dielectric Slabs. *Department of Electrosience, Electromagnetic Theory, Lund Institute of Technology*. Sweden. LUTEDX, TEAT-7129, pp.1-8. 2004.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K. S. *Physics*. 4th ed. New York: John Wiley & Sons, Inc. Vol.4, 1992.

HAMDOUNI, A. EI; ZBITOU, J.; TAJMOUATI, A.; ABDELLAOUI, L. EI; ERRKIK, A.; TRIBAK, A; LATRACH, M. A Novel Design of a CPW-Fed Printed Fractal Antenna for UWB Applications. *Third International Workshop on RFID And Adaptive Wireless Sensor Networks (RAWSN)*. Agadir, Morocco, 13-15, May, 2015.

HANSEN, R. C. *Electrically Small, Superdirective, and Superconducting Antennas*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006.

HANSEN, R. C. Fundamental Limitations in Antennas. *Proc. IEEE*, Vol. 69, n° 2, February 1981.

HARRINGTON, R. F. Effect of Antenna Size on Gain, Bandwidth, and Efficiency. *J. Res. Nat. Bur. Stand.-D, Radio Propagat.*, Vol. 64D, pp. 1-12, Jan-Feb, 1960.

HILBERT, D. *Foundations of Geometry*. Translated by Leo Unger. La Salle: Illinois. Open Court, 2 ed. 1971.

HOHLFELD, Robert G.; COHEN, Nathan. Self-Similarity and the Geometric Requirements for Frequency Independence in Antenna. In: *Fractals*, vol. 7, n° 1. Singapura: World Scientific Publishing Company, p.79-84, 1999.

IQBAL, M. N.; RAHMAN, H.-Ur; JILANI, S. F. An Ultrawideband Monopole Fractal Antenna with Coplanar Waveguide Feed. *International Journal of Antennas and Propagation*. Hindawi Publishing Corporation. Vol. 2014, March 2014.

IVANOV, P. C.; AMARAL, L. A. N.; GOLDBERGER, A.; HAVLIN, S.; ROSENBLUM, M. B.; STRUZI, Z.; STANLEY, H. E. Multifractality in Human Heartbeat Dynamics. *Nature*, n°399, 1999.

KANDOIAN, A. G., Three New Antenna Types and Their Applications, *Proc. IRE*, 35, pp. 70w- 75w, Feb. 1946.

KAUR, A.; SINGH, G. A Review Paper on Fractal Antenna Engineering. *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*. Tamilnadu, India, Vol. 3, Issue 6, p. 9983-9989, 2014.

KAUR, P.; DE, A.; AGGARWAL, S. K. Design of a Novel Reconfigurable Fractal Antenna for Multi-Band Application. *International Journal of Advanced Science and Technology*. Vol. 62, p. 103-112, 2014.

KAUR, S.; RAJNI; MARWAHA, A. Fractal Antennas: A Novel Miniaturization Technique for Next Generation Networks. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. Vol. 9, n° 15, 2014.

KAVITHA, S.; CHAITANYA, S. P. K. Design of Linear and Planar Fractal Arrays. *Int. Journal of Engineering Research and Applications*. ISSN: 2248-9622, Vol. 3, Issue 5, pp.1162-1168, 2013.

KIM, Dong-Jun; CHOI, Jun-Ho; KIM, Young-Sik. CPW-Fed Ultrawideband Flower-Shaped Circular Fractal Antenna. *Microwave and Optical Technology Letters*. Vol. 55, n° 8, August 2013.

KIM, Y.; JAGGARD, D. L. The Fractal Random Array, *Proc. IEEE*, Vol. 74, No. 9, pp 1278-1280, 1986.

KRAUS, J. D. *Antennas*. 2nd edition. New York: McGraw-Hill, 1988.

KRISHNA, D. D.; GOPIKRISHNA, M.; AANANDAN, C. K. Compact Wideband Koch Fractal Printed Slot Antenna. *IET Microwave Antennas Propagation*, vol. 3, Iss. 5, pp. 782-789, 2009.

LAKHTAKIA, A.; VARADAN, V. K.; VARADAN, V. V. Time-Harmonic and Time-Dependent Radiation by Bifractal Dipole Arrays. *Int. J. Electronics*, 63, 6, p. 819-824, 1987.

LIU, J. Z.; ZHANG, L. D.; YUE, G. H. Fractal Dimension in Human Cerebellum Measured by Magnetic Resonance Imaging. *Biophysical Journal*, vol. 85, pp. 4041-4046, 2003.

LONG, M.; PENG, F. A Box-Counting Method with Adaptable Box Height for Measuring the Fractal Feature of Images. *Radioengineering*, vol. 22, n°1, pp. 208-213, 2013.

LORENZ, E. N. Predictability. *American Association for the Advanced of Science*, 139th, 1972.

MANDELBROT, Benoit B. *The Fractal Geometry of Nature*. 3^a ed. New York: W. H. Freeman, 1983.

MCLEAN, J. S. A Re-examination of the Fundamental Limits on the Radiation Q of Electrically Small Antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 44, No. 5, pp. 672-676, May 1996.

MIRANDA, A. J. Fractais: Conjuntos de Julia e Conjuntos de Mandelbrot. *Sigmae*, vol.1, nº1, p. 110-117, 2012.

MISHRA, R. K.; GHATAK, R.; PODDAR, D. R. Design Formula for Sierpinski Gasket Pre-Fractal Planar-Monopole Antennas. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 50, nº 3, pp.104-107, June 2008.

MONDAL, T.; ROY, T.; GHATAK, R.; CHAUDHURI, S. B. Novel Adaptive Blind Spot Detector Using Square Modified Cantor Fractal Microstrip Antenna Array. *Microwave and Optical Technology Letters*. Vol. 57, nº5, pp. 1067-1072, 2015.

MONTI, G.; CATARINUCCI, L.; TARRICONE, L. Compact Microstrip Antenna for RFID Applications. *Progress in Electromagnetics Research Letters*, vol. 8, pp.191-199, 2009.

MUSHIAKE, Y. Self-Complementary Antennas. *IEEE Ant. Prop. Mag.* Vol. 34, pp. 23-29, 1992.

NUSSENZVEIG, H. M. *Complexidade e Caos*. Rio de Janeiro: UFRJ/ COPEA, 1999.

OLIVEIRA, E. E.; MARTINS, R. A.; D'ASSUNÇÃO, A. G.; OLIVEIRA, J. B. L. Antenas de Microfita Utilizando a Curva de Fractal de Minkowski. V CONNEPI - Congresso Norte-Nordeste de Pesquisa e Inovação. Maceió, Alagoas. Nov. 2010.

ORAZI, H.; SOLEIMANI, H. Miniaturization of the Triangular Patch Antenna by the Novel Dual-Reverse-Arrow Fractal. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, p. 1-7, 2014.

PETKO, J. S.; WERNER, D. H. The Autopolyploidy Enhanced Evolution of Large- N Fractal-Random Arrays. *IEEE International Radar Conference*, pp. 922-926, 2005a.

_____. The Evolution of Optimal Linear Polyfractal Arrays Using Genetic Algorithms. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, nº 11, pp. 3604-3615, 2005b.

REHA, A.; AMRI, A. EL; BENHMAMMOUCH, O.; SAID, A. O. Fractal Antennas: A Novel Miniaturization Technique for Wireless Networks. *Transactions on Networks and Communications*. United Kingdom: Society for Science and Education. Vol. 2, Issue 5, ISSN: 2054-7420, pp.165-193, 2014.

REIS, A. N.; MOMBACH, J. C. M.; WALTER, M. Simulação de Crescimento Tumoral: Investigação da Hipótese de Adesão Celular Diminuída e sua Implicação na Invasividade Maligna. *Scientia (Unisinos)*, vol. 10, São Leopoldo, p. 135-146, 1999.

RUMSEY, V. H. Frequency Independent Antennas. *IRE National Convention Record*. pt. 1, pp. 114-118, 1957.

SAAVEDRA, G. D. *A Distribuição Fractal de Galáxias em $0,05 \leq z \leq 5,0$* . 2011. 94f. Dissertação (Mestrado em Astronomia) – Programa de Pós-Graduação em Astronomia, UFRJ/OV, Rio de Janeiro, 2011.

SARTORI, J. C. *Linhas de Transmissão e Carta de Smith: Projeto Assistido por Computador*. São Carlos: EESC/USP. 1999.

SAWANT, K. K.; KUMAR Sc 'E', Raj; GAIKWAD, Arun N. A Novel CPW-Fed Circular Square-Corner Fractal Antenna with Varying Notch-Band for UWB Applications. *International Conference on Communication, Information & Computing Technology (ICCICT)*, Mumbai, India, Oct. 19-20, 2012.

SCHELKUNOFF, S. A. *Advanced Antenna Theory*. Princeton: Van Nostrand Company, Inc, NJ, 1952.

SCHELKUNOFF, S. A. Some Equivalence Theorems of Electromagnetics and Their Application to Radiation Problems. *Bell System Technical Journal*, 15, pp. 92-112, 1936.

SCHELKUNOFF, S. A. Ultra Short Wave Radio System. *U.S. Patent 2, 235, 506* (March 18, 1941).

SILVA, M. M.; SOUZA, W. A. Dimensão Fractal. *Revista Eletrônica de Matemática*, nº2. ISSN 2177-5095, 2010.

SINGH, K.; GREWAL, V.; SAXENA, R. Fractal Antennas: A Novel Miniaturization Technique for Wireless Communications. *International Journal of Recent Trends in Engineering*, Vol 2, nº 5, pp.172-176, November 2009.

STUTZMAN, Warren L.; THIELE, Gary A. *Antenna Theory and Design*. New York: John Wiley & Sons, 1981.

TIZYI, H.; RIOUCH, F.; TRIBAK, A.; NAJID, A.; MEDIAVILLA, A. CPW and Microstrip Line-Fed Compact Fractal Antenna for UWB-RFID Applications. *Progress In Electromagnetics Research C*, Vol. 65, 201-209, 2016.

TRINH-VAN, S.; KIM, H. B.; KWON, G.; HWANG, K. C. Circularly Polarized Spidron Fractal Slot Antenna Arrays for Broadband Satellite Communications in KU-Band. *Progress in Electromagnetics Research*, Vol. 137, 203-218, 2013.

YANG, X.; CHIOCHETTI, J.; PAPADOPOULOS, D.; SUSMAN, L. Fractal Antenna Elements and Arrays. *Applied Microwave & Wireless*. Vol. 5, no. 11, pp. 34-46, 1999.

YAZGAN, A.; KAYA, H.; CAVDAR, I. H. Optically Reconfigurable Sierpinski Fractal Antennas for RoF Based Communication Systems. *Telecommun Syst.* DOI 10.1007/s11235-014-9905-4, pp. 453-461, 2015.

YOGAMATHI, R.; BANU, S.; VISHWAPRIYA, A. Design of Fractal Antenna for Multiband Applications. *Fourth International Conference on Computing*,

Communications and Networking Technologies (ICCCNT). Tiruchengode, India, IEEE – 31661, July 4-6, 2013.

WANG, J. J. H. Theory of Frequency-Independent Antennas as Traveling-Wave Antennas and Their Asymptotic Solution by Method of Stationary Phase. *Proceedings of ISAP*. ISBN: 89-86522-78-0, Seoul, Korea, pp. 379-382., 2005.

WERNER, D. H.; ANUSHKO, K. C.; WERNER, P. L. The Generation of Sum and Difference Patterns Using Fractal Subarrays. *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 22, n°1, pp. 54-57, 1999.

WERNER, D. H.; GANGULY, S. An Overview of Fractal Antenna Engineering Research. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. Vol. 45, n° 1, p.38-57, Feb. 2003.

WERNER, D. H.; HAUPT, R.L.; WERNER, P. L. Fractal Antenna Engineering: The Theory and Design of Fractal Antenna Arrays. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. Vol. 41, n° 5, p. 37-59, October 1999.

WERNER, D.; HAUPT, R. L. Fractal Constructions of Linear and Planar Arrays. *Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 3, pp. 1968-1971, July 1997.

WHEELER, H. A. Fundamental Limitations of Small Antennas. *Proc. IRE*, p. 1479-1488, December 1947.

ZHU, J.; HOORFAR, A.; ENGHETA, N. Peano Antennas. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 3, pp. 71-74, 2004.