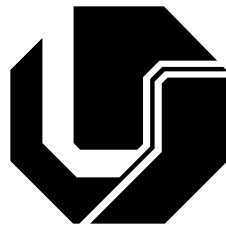


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

INSTITUTO DE SISTEMAS E ROBÓTICA



ESTRATIFICAÇÃO DE SOLOS EM CAMADAS  
HORIZONTAIS UTILIZANDO EVOLUÇÃO  
DIFERENCIAL

WILL ROGER PEREIRA

DOUTORADO

UBERLÂNDIA/BRASIL & COIMBRA/PORTUGAL

2016



**WILL ROGER PEREIRA**

**ESTRATIFICAÇÃO DE SOLOS EM CAMADAS  
HORIZONTAIS UTILIZANDO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL**

Tese de doutorado apresentada ao Departamento de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica na área de Aterramentos Elétricos.

Banca Examinadora:

Luciano Martins Neto, Dr. - UFU - Orientador

António Paulo Mendes Breda Dias Coimbra, Dr. - UC - Coorientador

Keiji Yamanaka, Dr. - UFU

Luciano Vieira Lima, Dr. - UFU

José Lopes de Siqueira Neto, Dr. - UFMG

Marcus Vinícius Borges Mendonça, Dr. - UFTM

UBERLÂNDIA/BRASIL & COIMBRA/PORTUGAL

ABRIL, 2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

P436e  
2016      Pereira, Will Roger, 1987-  
Estratificação de solos em camadas horizontais utilizando evolução  
diferencial / Will Roger Pereira. - 2016.  
173 f. : il.

Orientador: Luciano Martins Neto,.  
Coorientador: Antônio Paulo Mendes Breda Dias Coimbra.  
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Aterramentos elétricos - Teses. 3.  
Inteligência artificial - Teses. 4. Estatística matemática - Teses. I.  
Martins Neto, Luciano. II. Coimbra, Antônio Paulo Mendes Breda Dias.  
III. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica. IV. Título.

---

CDU: 621.3

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

INSTITUTO DE SISTEMAS E ROBÓTICA

WILL ROGER PEREIRA

ESTRATIFICAÇÃO DE SOLOS EM CAMADAS  
HORIZONTAIS UTILIZANDO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Tese de doutorado apresentada ao Departamento de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica na área de Aterramentos Elétricos.

---

Luciano Martins Neto, Dr.

Orientador

---

Darizon Alves de Andrade, PhD.

Coordenador do Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia  
Elétrica

UBERLÂNDIA/BRASIL & COIMBRA/PORTUGAL

ABRIL, 2016



Dedico este trabalho a todos que me  
ajudaram a fazer acontecer.





# Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus por ter me guiado pelo caminho até a realização do doutorado e a hoje ser um professor. Aos meus pais Mara e Clayton, pelo incentivo e pelo investimento realizado, que culminaram na concretização desta etapa e minha realização profissional. Vocês são responsáveis por isto, e estão juntos comigo nesta vitória. Nem sei como agradecê-los. Ao meu pai Hélio (*in memoriam*) por me guiar e acompanhar do plano espiritual.

Ao meu orientador, prof. Luciano Martins, pela confiança e reconhecimento de meu trabalho em momento anterior ao ingresso no doutorado, e também por me orientar ao longo desta longa e árdua jornada, permitindo a realização de diversos sonhos durante ela. Estes quatro anos sob sua orientação me proporcionaram uma oportunidade única de aprendizado e crescimento, tanto pessoal como profissional. Seus ensinamentos e as conversas que tivemos ajudaram no caminho que trilhei para a obtenção deste título. Foi muito bom aplicar o conhecimento prévio em computação em uma área onde eu possuía bem pouco conhecimento, de modo a ser realmente um engenheiro, resolvendo problemas e propondo soluções. Muito obrigado por me incentivar em minha carreira docente e pela oportunidade única de estudar em uma universidade mundialmente conceituada.

Ao prof. Paulo Coimbra, pela orientação e ensinamentos durante minha estada em Coimbra. Seu conhecimento e seus conselhos certamente possibilitaram a conclusão e aprimoramento deste trabalho. Também meu muito obrigado por me permitir a realização do sonho de estudar na Europa, em uma universidade mundialmente conceituada, e por me receber tão bem. Sua seriedade, caráter, carisma, atenção, além do método de trabalho em grupo de professores realizado aqui certamente me inspirarão em minha vida pessoal

e carreira docente. E aos amigos do laboratório CAD/CAE na UC, principalmente ao Rodrigo Lima, pela ajuda na finalização do raciocínio estatístico.

À cidade de Coimbra e aos portugueses, por me receber e me acolher tão bem. Esta fase da minha vida certamente será uma doce memória que guardarei para sempre. Andar por suas ruas e respirar história, com calma e tranquilidade, certamente me fizeram pensar e me tornar uma pessoa melhor, além de afetar diretamente na qualidade de meu trabalho. Uma vez Coimbra, para sempre saudade.

À Cinara, um especial agradecimento por me aguentar e me ajudar incessantemente durante estes 5 anos na pós-graduação. Você é a melhor secretária do mundo. Me ajudou nas horas desesperadoras e sorriu comigo nas horas boas. Por todas as vezes em que fui à sua sala e você resolveu tudo em um piscar de olhos, por tudo que passei e cresci durante estes anos, e também por me auxiliar decisivamente no sonho de estudar em Coimbra. Sem você, eu teria perdido fácil a guerra para a burocracia.

Aos professores Luciano Lima e Eduardo Costa, pelo vasto conhecimento em diversas áreas, principalmente em Programação e Inteligência Artificial, e por contribuir de forma significativa em minha formação pessoal e profissional. Meu muito obrigado por acreditarem em mim e no meu potencial quando eu era apenas um estudante de graduação, que não gostava de estudar, com diversas reprovações e média pífia. Vocês enxergaram um potencial que nem eu mesmo via, e hoje são uma grande parte do que sou e do que posso fazer.

Ao prof. Keiji Yamanaka, pelo conhecimento passado na disciplina de Algoritmos Genéticos, e pelos conselhos dados durante a pós-graduação. Toda a parte de Evolução Diferencial e sobre como olhar o problema com uma outra perspectiva, de modo a tentar uma otimização começou aqui. Com seus ensinamentos consegui aprimorar a metodologia de estratificação de solos e obtive bons resultados. Os conhecimentos iniciais foram cruciais para que este trabalho pudesse acontecer, e que conseguisse resolver os problemas encontrados.

Aos meus amigos(as) da UFU, tanto do laboratório de Inteligência Artificial como do laboratório de Máquinas Elétricas e Aterramentos, pela companhia e ajuda durante esta

etapa. Além disso à todos os professores e colegas que me incentivaram. Matheus, valeu por todas as traduções do "maquinês" quando não entendia o que o professor falava. Com certeza a complementação do nosso conhecimento foi muito bom para ambas as formações. O resultado está aí, com artigo em revista internacional qualis A1, e daqui a pouco será sua vez. E também obrigado pela ajuda com a edição das figuras.

Aos meus amigos(as) e colegas de trabalho do IFTM. Em especial à equipe de gestão, aos professores da minha área, e à equipe administrativa, pelo apoio durante o período de licença em que estive a estudar na UC.

À CAPES, pelo apoio financeiro durante o doutorado e durante o período de estudos na Universidade de Coimbra.

À banca examinadora, por dedicarem seu tempo em ler, avaliar e participar da defesa deste trabalho. Especialmente aos professores José Lopes e Marcus Vinícius, que moram em outras cidades. E ao prof. Rubens Barbosa Filho, pelas contribuições e participação na banca de qualificação. Muito obrigado.

Meu muito obrigado a todos que se sintam parte desta conquista em minha vida, mesmo aqueles que não foram mencionados neste trabalho, além de todos e todas que passaram pela minha vida nestes anos, que vibraram positivamente e me incentivaram para que este trabalho, este sonho se tornasse real.



# Sumário

Lista de Figuras . . . . .	xii
Lista de Tabelas . . . . .	xv
Lista de Abreviaturas . . . . .	xix
<b>1 Introdução</b>	<b>5</b>
1.1 Estado da Arte . . . . .	6
1.2 Desenvolvimento do Trabalho . . . . .	8
1.3 Apresentação do Trabalho . . . . .	10
<b>2 A Linguagem Racket</b>	<b>13</b>
<b>3 Obtenção da Resistividade Aparente Experimental do Solo</b>	<b>17</b>
<b>4 Cálculo da Resistividade Aparente Teórica do Solo Multicamada</b>	<b>21</b>
<b>5 Evolução Diferencial</b>	<b>29</b>
5.1 Parâmetros de Controle . . . . .	32
5.2 Cálculo do <i>Fitness</i> . . . . .	33
5.3 Estratégias Possíveis . . . . .	34
5.4 Mutação . . . . .	34
5.4.1 Seleção dos Participantes . . . . .	34
5.4.2 Diferenciação e Perturbação . . . . .	35
5.5 Cruzamento . . . . .	36
5.5.1 Cruzamento Exponencial . . . . .	36

5.5.2	Cruzamento Binomial . . . . .	37
5.6	Seleção por <i>Fitness</i> . . . . .	38
5.7	Considerações Finais . . . . .	39
<b>6</b>	<b>Computação Paralela</b>	<b>41</b>
6.1	Condições Para Uso de Computação Paralela . . . . .	42
6.2	Modelos de Programação Paralela no Racket . . . . .	43
6.3	Problematização: Identificação de Números Primos . . . . .	47
6.3.1	Divisão do Intervalo Numérico . . . . .	48
6.3.2	Rotina do Sistema . . . . .	50
6.3.3	Rotina de Trabalho da Place . . . . .	51
6.3.4	Resultados . . . . .	52
6.4	Realização da Evolução Diferencial em Paralelo . . . . .	54
6.4.1	Divisão do Processamento da População . . . . .	56
6.4.2	Rotina do Sistema . . . . .	57
6.4.3	Gerenciamento da População . . . . .	58
6.4.4	Rotina de Trabalho da Place . . . . .	60
<b>7</b>	<b>Metodologia Proposta</b>	<b>65</b>
7.1	Metodologia de Otimização . . . . .	66
7.1.1	Parâmetros para a Geração de Dados . . . . .	68
7.1.2	Condições de Contorno Físicas . . . . .	68
7.1.3	Codificação dos Solos Amostra . . . . .	69
7.1.4	Cálculo do Erro . . . . .	70
7.1.5	Função Objetivo . . . . .	71
7.2	Desestagnação do Processo de Otimização . . . . .	71
7.3	Tratamento de Picos de Erro . . . . .	73
7.4	Verificação do Solo Multicamada Otimizado . . . . .	74
7.4.1	Curva Característica do Solo . . . . .	76
7.4.2	Resistividade Aparente do Solo . . . . .	77

<b>8</b>	<b>Resultados</b>	<b>79</b>
8.1	Estudo de Caso I . . . . .	80
8.2	Estudo de Caso II . . . . .	82
8.3	Estudo de Caso III . . . . .	86
8.4	Estudo de Caso IV . . . . .	89
8.5	Estudo de Caso V . . . . .	92
8.6	Estudo de Caso VI . . . . .	94
8.7	Estudo de Caso VII . . . . .	96
8.8	Estudo de Caso VIII . . . . .	98
8.9	Estudo de Caso IX . . . . .	100
8.10	Estudo de Caso X . . . . .	102
8.11	Estudo de Caso XI . . . . .	104
8.12	Estudo de Caso XII . . . . .	106
8.13	Considerações Finais . . . . .	108
<b>9</b>	<b>Procedimento de Análise Estatística</b>	<b>111</b>
9.1	Estrutura do Solo . . . . .	112
9.2	Características da Análise . . . . .	114
9.3	Base Teórica Estatística . . . . .	116
9.3.1	Escolha da Distribuição Amostral . . . . .	117
9.3.2	Teorema do Limite Central . . . . .	118
9.3.3	Margem de Erro . . . . .	121
9.3.4	Nível de Confiança e Valor Crítico . . . . .	121
9.4	Cálculo do Tamanho da Amostra . . . . .	122
9.5	Procedimento de Análise Proposto . . . . .	123
9.5.1	Avaliação da Metodologia . . . . .	123
9.5.2	Análise do Resultado da Avaliação da Metodologia . . . . .	126
9.5.3	Classificação de Amostra de Solos . . . . .	127
9.6	Realização do Procedimento Estatístico . . . . .	129

9.6.1	Parâmetros Utilizados . . . . .	130
9.6.2	Resultados . . . . .	131
9.6.3	Comparação do Número de Camadas . . . . .	132
9.7	Considerações Finais . . . . .	138
<b>10</b>	<b>Conclusão</b>	<b>139</b>
10.1	Contribuições . . . . .	141
10.2	Trabalhos Futuros . . . . .	142
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>143</b>



# Lista de Figuras

2.1	Interface da IDE DrRacket . . . . .	15
3.1	Terrômetro Digital de Quatro Terminais . . . . .	17
3.2	Medição de Resistência com Terrômetro . . . . .	18
3.3	Exemplo de Curva de Resistividade Aparente Experimental . . . . .	19
4.1	Solo Estratificado em Camadas Horizontais . . . . .	22
5.1	Procedimento de Otimização . . . . .	30
5.2	Procedimento de Evolução Diferencial . . . . .	32
5.3	Cruzamento Exponencial . . . . .	37
5.4	Cruzamento Binomial . . . . .	38
6.1	Linha do Tempo de Execução - Fonte: [SWAINE et. al. 2012] . . . . .	44
6.2	Places dentro do Processo - Fonte: [TEW et. al. 2011] . . . . .	45
6.3	Visão Geral da Aplicação de Identificação de Números Primos Paralelizada	50
6.4	Rotina de Trabalho de uma Place . . . . .	51
6.5	Tempo de Execução / Núcleos . . . . .	53
6.6	Aceleração / Núcleos . . . . .	53
6.7	Visão Geral da Aplicação de Evolução Diferencial Paralelizada . . . . .	58
6.8	Rotina de Trabalho de uma Place . . . . .	60
7.1	Situação Prática/Teórica . . . . .	65
7.2	Metodologia de Otimização . . . . .	67
7.3	Exemplo de Pico de Erro . . . . .	73

7.4	Cálculo dos Pontos Intermediários . . . . .	76
8.1	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso I . . . . .	81
8.2	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso I . . . . .	82
8.3	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso II . . . . .	83
8.4	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso II . . . . .	84
8.5	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso II - Tratamento de Picos	85
8.6	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso II - Tratamento de Picos	86
8.7	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso III . . . . .	88
8.8	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso III . . . . .	89
8.9	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso IV . . . . .	91
8.10	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso IV . . . . .	92
8.11	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso V . . . . .	93
8.12	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso V . . . . .	94
8.13	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso VI . . . . .	95
8.14	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso VI . . . . .	96
8.15	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso VII . . . . .	97
8.16	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso VII . . . . .	98
8.17	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso VIII . . . . .	99
8.18	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso VIII . . . . .	100
8.19	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso IX . . . . .	101
8.20	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso IX . . . . .	102
8.21	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso X . . . . .	103
8.22	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso X . . . . .	104
8.23	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso XI . . . . .	105
8.24	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso XI . . . . .	106
8.25	Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso XII . . . . .	107
8.26	Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso XII . . . . .	108
9.1	Solo em Camadas Horizontais Regulares Homogêneas . . . . .	112

9.2	Solo Irregular Próximo ao Modelo em Camadas Horizontais . . . . .	113
9.3	Solo Irregular com Obstáculos Naturais . . . . .	114
9.4	Função de Verificação de Sucesso . . . . .	116
9.5	Processo de Inferência Estatística . . . . .	117
9.6	Avaliação da Metodologia . . . . .	124
9.7	Avaliação de uma Amostra de Solos . . . . .	128
9.8	Distribuição da Diferença das Camadas . . . . .	133
9.9	Curvas de Resistividade Aparente - Caso 1 . . . . .	134
9.10	Verificação do Solo Estratificado - Caso 1 . . . . .	135
9.11	Curvas de Resistividade Aparente - Caso 2 . . . . .	136
9.12	Verificação do Solo Estratificado - Caso 2 . . . . .	137



# Lista de Tabelas

3.1	Exemplo de Medição de Resistividade Aparente Experimental . . . . .	19
8.1	Resultados Alcançados - Estudo de Caso I . . . . .	80
8.2	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso I . . . . .	81
8.3	Resultados Alcançados - Estudo de Caso II . . . . .	82
8.4	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso II . . . . .	83
8.5	Resultados Alcançados - Estudo de Caso II - Tratamento de Picos . . . . .	85
8.6	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso II - Tratamento de Picos . . . . .	85
8.7	Resultados de Trabalhos Anteriores - Estudo de Caso III . . . . .	87
8.8	Solos Estratificados em Trabalhos Anteriores - Estudo de Caso III . . . . .	87
8.9	Resultados Alcançados - Estudo de Caso III . . . . .	88
8.10	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso III . . . . .	89
8.11	Resultados de Trabalhos Anteriores - Estudo de Caso IV . . . . .	90
8.12	Solos Estratificados em Trabalhos Anteriores - Estudo de Caso IV . . . . .	90
8.13	Resultados Alcançados - Estudo de Caso IV . . . . .	91
8.14	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso IV . . . . .	92
8.15	Resultados Alcançados - Estudo de Caso V . . . . .	93
8.16	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso V . . . . .	94
8.17	Resultados Alcançados - Estudo de Caso VI . . . . .	95
8.18	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso VI . . . . .	96
8.19	Resultados Alcançados - Estudo de Caso VII . . . . .	97
8.20	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso VII . . . . .	98

8.21	Resultados Alcançados - Estudo de Caso VIII . . . . .	99
8.22	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso VIII . . . . .	100
8.23	Resultados Alcançados - Estudo de Caso IX . . . . .	101
8.24	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso IX . . . . .	102
8.25	Resultados Alcançados - Estudo de Caso X . . . . .	103
8.26	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso X . . . . .	104
8.27	Resultados Alcançados - Estudo de Caso XI . . . . .	105
8.28	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso XI . . . . .	106
8.29	Resultados Alcançados - Estudo de Caso XII . . . . .	107
8.30	Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso XII . . . . .	107
9.1	Valores críticos para níveis de confiança . . . . .	121
9.2	Resultados Alcançados - Caso 1 . . . . .	134
9.3	Solos Gerado e Otimizado - Caso 1 . . . . .	135
9.4	Resultados Alcançados - Caso 2 . . . . .	136
9.5	Solos Gerado e Otimizado - Caso 2 . . . . .	137

# Lista de Abreviaturas

ANN	Artificial Neural Network - Rede Neural Artificial
CC	Continuous Current - Corrente Contínua
CIM	Complex Images Method - Método das Imagens Complexas
DE	Differential Evolution - Evolução Diferencial
GA	Genetic Algorithm - Algoritmo Genético
GUI	Graphics User Interface - Interface Gráfica do Usuário
IDE	Integrated Development Environment - Ambiente de Desenvolvimento Integrado
LISP	List Programming - Programação por Listas
MRT	Monofásico com Retorno pela Terra
PSO	Particle Swarm Optimization - Otimização por Enxame de Partículas





# Resumo

O objetivo deste trabalho foi o desenvolvimento de uma metodologia para representar um solo desconhecido através de um modelo de solo estratificado em camadas horizontais, a partir do qual o engenheiro pode realizar projetos de aterramentos elétricos com elevada precisão. A metodologia utiliza a curva de resistividade aparente experimental, obtida através de medições realizadas no solo, com o auxílio de um terrômetro de quatro terminais, e cálculos envolvendo a resistência medida. Esta curva então é comparada com a curva de resistividade aparente teórica, obtida através de cálculos realizados sobre um modelo desse solo estratificado horizontalmente, cujos parâmetros são conjecturados.

Os parâmetros deste solo, como o número de camadas, junto com a resistividade e a espessura de cada camada, são otimizados através do método de Evolução Diferencial, com performance aprimorada através da computação paralela, de modo que ambas as curvas de resistividade aparente fiquem suficientemente próximas, e passe a ser possível representar o solo desconhecido através do modelo de solo disposto em camadas horizontais dotado de parâmetros otimizados.

De modo a auxiliar o método de Evolução Diferencial, no caso de haver estagnação durante uma quantidade arbitrária de gerações, é proposta uma metodologia de desestagnação do processo de otimização, para expandir o espaço de busca e testar novas combinações, permitindo que o algoritmo encontre uma solução melhor e/ou saia de mínimos locais.

Foi ainda proposta uma nova metodologia para suavizar picos de erro entre as curvas de resistividade aparente, dando oportunidades para soluções mais uniformes se destacarem, de modo a aumentar a precisão do algoritmo como um todo, minimizando o erro máximo.

Também são propostas metodologias para verificação da aproximação polinomial da função característica do solo e do cálculo da curva de resistividade aparente teórica, incluindo na avaliação pontos intermédios entre os utilizados pelo polinômio.

Finalmente, é apresentado um procedimento de análise estatística, de modo a possibilitar a classificação de amostras de solo. Nele, a metodologia de estratificação de solos é aplicada em um grupo de controle, composto por solos estratificados em camadas horizontais. Utilizando inferência estatística, poder-se-á calcular a quantidade de solos em uma amostra que, com uma margem de erro, não segue o modelo de solo em camadas horizontais.

**Palavras-chave:** Aterramentos Elétricos, Resistividade Aparente, Estratificação de Solo, Evolução Diferencial (DE), Inferência Estatística.

# Abstract

This work's objective is the development of a methodology to represent an unknown soil through a stratified horizontal multilayer soil model, from which the engineer may carry out electrical grounding projects with high precision. The methodology uses the experimental electrical apparent resistivity curve, obtained through measurements on the ground, using a 4-wire earth ground resistance tester kit, along with calculations involving the measured resistance. This curve is then compared with the theoretical electrical apparent resistivity curve, obtained through calculations over a horizontally stratified soil, whose parameters are conjectured.

This soil model parameters, such as the number of layers, in addition to the resistivity and the thickness of each layer, are optimized by Differential Evolution method, with enhanced performance through parallel computing, in order to both apparent resistivity curves get close enough, and it is possible to represent the unknown soil through the multilayer horizontal soil model fitted with optimized parameters.

In order to assist the Differential Evolution method, in case of a stagnation during an arbitrary amount of generations, an optimization process unstuck methodology is proposed, to expand the search space and test new combinations, allowing the algorithm to find a better solution and/or leave the local minima.

It is further proposed an error improvement methodology, in order to smooth the error peaks between the apparent resistivity curves, by giving opportunities for other more uniform solutions to excel, in order to improve the whole algorithm precision, minimizing the maximum error.

Methodologies to verify the polynomial approximation of the soil characteristic function

and the theoretical apparent resistivity calculations are also proposed by including middle points among the approximated ones in the verification.

Finally, a statistical evaluation procedure is presented, in order to enable the classification of soil samples. The soil stratification methodology is used in a control group, formed by horizontally stratified soils. By using statistical inference, one may calculate the amount of soils that, within an error margin, does not follow the horizontal multilayer model.

**Keywords:** Grounding, Apparent Resistivity, Soil Stratification Modelling, Differential Evolution (DE), Statistical Inference.

# Capítulo 1

## Introdução

Na Engenharia Elétrica, os aterramentos elétricos exercem uma vasta gama de funções em um sistema elétrico. Podem assumir configurações distintas, tanto na quantidade e posicionamento de seu eletrodos, quanto em sua dimensão, conforme sua função [VISACRO 2002].

Dentre estas funções, na área de Engenharia Elétrica, destacam-se as seguintes:

- Função de segurança, de modo a evitar ou ao menos minimizar efeitos indesejáveis de energização de partes metálicas expostas ao contato, carregamento de cargas estáticas em corpos ou equipamentos industriais, descargas atmosféricas, e desequilíbrios por falhas no sistema;
- Função de limitação de níveis de potenciais a patamares seguros, reduzindo riscos relacionados às tensões de passo e de toque;
- Função de condução, sendo utilizado como condutor efetivo no circuito de alimentação, e.g., nos sistemas MRT (Monofásico com Retorno pela Terra), largamente adotados em áreas rurais, e nos sistemas CC (Corrente Contínua).

Ao desenvolver um sistema de aterramento elétrico, o conhecimento da estrutura do solo é imprescindível para que este seja bem sucedido. Devido às características da formação geológica do solo ao longo dos anos, o modelo em camadas horizontais tem produzido ex-

celentes resultados comprovados na prática, sendo bastante difundido nas áreas de estudo de solos, incluindo a Engenharia Elétrica [KINDERMANN e CAMPAGNOLO 1995].

Desta maneira, este modelo é o ponto de partida de projetos de aterramentos elétricos para as diversas finalidades, onde devem ser conhecidos a quantidade de camadas presentes no modelo, bem como a resistividade e espessura de cada camada [SUNDE 1968]. A partir destes parâmetros do solo, o engenheiro pode projetar e escolher os elementos mais adequados para contemplar a finalidade do aterramento, variando a dimensão do aterramento, bem como a quantidade, comprimento e posicionamento das hastes de aterramento, ou escolher outra abordagem, e.g., cabo horizontal [KINDERMANN e CAMPAGNOLO 1995].

A resistividade aparente elétrica reflete diretamente o comportamento elétrico do solo [SUNDE 1968]. Por isto, ao longo do tempo, muitas pesquisas foram realizadas com o objetivo de estimar os parâmetros do solo de acordo com o modelo de solo em camadas horizontais. A partir dos dados obtidos através da aplicação do método de Wenner [WENNER 1916], este trabalho propõe uma nova metodologia para determinar de forma eficiente e otimizada tais parâmetros.

## 1.1 Estado da Arte

Um solo raramente é homogêneo, e a resistividade do mesmo tende a variar a diferentes profundidades [WENNER 1916]. Assim, o modelo de solo de camadas horizontais é adequado para representar o modelo físico de um solo desconhecido.

No começo dos estudos de estratificação de solo, usava-se um modelo de solo com duas camadas horizontais, que possuía boa aproximação em alguns casos. Assim, Seedher e Arora estimaram os parâmetros de solos estratificados em duas camadas, alcançando uma boa precisão em alguns casos, onde o solo se aproximava deste modelo bicamada [SEEDHER e ARORA 1992].

Com o surgimento de várias técnicas para estratificar solos em duas camadas, Del Alamo revisou a base matemática, e comparou a performance de oito destas técnicas. Seu trabalho mostrou que elas não são eficientes em problemas não lineares com restrições

desiguais [DEL ALAMO 1993]. Era evidente que uma estratificação em duas camadas não iria ter a precisão aceitável em muitos casos, pois muitos solos possuem modelo físico exato muito distante deste modelo. Deste modo, as pesquisas se voltaram para estratificações multicamada, onde o número de camadas poderia ser maior que dois.

Métodos simplificados podem até ser interessantes, mas não são suficientes para obtenção dos parâmetros de um solo com três ou mais camadas. Assim, as pesquisas começaram a incluir métodos mais sofisticados de otimização. De modo a superar a integral da resistividade aparente, Zhang introduziu o Método das Imagens Complexas (CIM) para a simplificar a expressão dessa integral, e os parâmetros do solo foram otimizados utilizando o método Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno (BFGS) [ZHANG et. al. 2005].

Posteriormente, algoritmos evolutivos foram aplicados para classificar estruturas e encontrar os parâmetros de solos. Lee utilizou redes neurais artificiais (ANN) e propôs um algoritmo para realizar esta tarefa [LEE et. al. 2005]. No entanto, a rede era construída por tentativa e erro, além de ser difícil de codificar, pois variava de acordo com a capacidade do perito e os valores (pesos) iniciais.

Com o objetivo de estimar os parâmetros de um solo estratificado em camadas horizontais, para aplicações mais práticas, as pesquisas verteram para o uso de meta-heurísticas, que utilizavam como base dados experimentais do solo desconhecido. Gonos e Stathopulos, assim como Zhiqiang e Bin, utilizaram Algoritmos Genéticos (GA) como método de otimização, o que permitiu a obtenção de melhores resultados [GONOS e STATHOPULOS 2005] [ZHIQIANG e BIN 2011]. Já Calixto propôs uma nova maneira de determinar a estrutura do solo, introduzindo como parâmetro a ser otimizado a quantidade de camadas que a estratificação horizontal possui [CALIXTO et. al. 2010].

Segundo He, Algoritmos Genéticos podem exigir um longo tempo de processamento para alcançar uma solução quase ótima, além de serem difíceis de implementar. Assim sendo, ele propôs o uso de outra meta-heurística para realizar a obtenção dos parâmetros de um solo desconhecido: O método de otimização por enxame de partículas (PSO) [HE et. al. 2013]. Porém, de acordo com Vesterstrom e Thomsen, PSO não possui operadores evolutivos, como cruzamento e mutação, além de ser mais complicado e possuir

muitos parâmetros definidos pelo usuário, em comparação com outros algoritmos, e.g., o método de Evolução Diferencial (DE) [VESTERSTROM e THOMSEN 2004].

O método de Evolução Diferencial, segundo seus criadores Storn e Price, é simples, robusto, converge rapidamente e é ótimo para encontrar mínimos globais. Além disso, possui poucos parâmetros para definir, é altamente paralelizável, e pode ser reutilizado para diversos outros problemas [STORN e PRICE 1997].

Diversas pesquisas foram realizadas com o intuito de comparar o método de Evolução Diferencial com outras meta-heurísticas e algoritmos de otimização, tanto pelos criadores [STORN e PRICE 1997] [PRICE et. al. 2005], como em pesquisas posteriores [VESTERSTROM e THOMSEN 2004] [PANDURO et. al. 2009] [DEB et. al. 2011], onde se mostrou superior em termos de performance e simplicidade.

## 1.2 Desenvolvimento do Trabalho

A metodologia desenvolvida neste trabalho propõe que um solo desconhecido, que possua sua curva de resistividade aparente experimental levantada através do método de Wenner [WENNER 1916], possa ser representado por um modelo de solo estratificado em múltiplas camadas horizontais. A partir deste modelo, calcula-se a curva de resistividade aparente teórica [SUNDE 1968] [ORELLANA 1972]. Como a curva experimental reflete, na prática, o comportamento elétrico do solo real, o método de otimização ajusta os parâmetros do solo estratificado, para que ele tenha comportamento elétrico semelhante ao solo experimental.

A Evolução Diferencial, em virtude de seus predicados, foi escolhida para otimizar os parâmetros do solo. A performance e a capacidade de se executar o algoritmo de maneira paralela certamente chamaram a atenção. Porém, a simplicidade para o utilizador foi o aspecto que mais se destacou pois, com poucos parâmetros definidos, este método fica mais amigável para a construção de uma aplicação a ser utilizada por usuários leigos em Inteligência Artificial.

Isto permitirá que o objetivo deste trabalho seja atingido: Desenvolver uma aplicação



para permitir ao engenheiro conhecer, com elevada precisão, os parâmetros de um solo desconhecido segundo o modelo de estratificação multicamada. Além disso, ela deve ser capaz de utilizar todo o potencial existente nas máquinas disponíveis e nas que ainda serão desenvolvidas.

Ao desenvolver um projeto de aterramento elétrico, o engenheiro precisa conhecer os parâmetros do modelo de solo estratificado em camadas horizontais. Para obtê-los, primeiramente são realizadas medições experimentais no solo desconhecido. Posteriormente deve-se inserir os dados destas medições no software desenvolvido que, com uma margem de erro pretendida, irá fornecer os parâmetros desse solo. Estes parâmetros podem então ser utilizados no projeto do aterramento elétrico. O trabalho desenvolvido tem aplicação em outras áreas, e.g. em agricultura de precisão [CALIXTO et. al. 2010].

Aplicações envolvendo meta-heurísticas tendem a demandar um tempo grande de execução, sendo recomendável o uso de computação paralela. Para explorar computadores com múltiplos núcleos de processamento e outras tecnologias que estão disponíveis, é necessário fazer bom uso da computação paralela, através de um método simples e eficiente. Também são necessárias linguagens e ferramentas de programação que não fiquem obsoletas antes que a tecnologia fique madura, ou os recursos financeiros estejam disponíveis para implementação e desenvolvimento. Por estas razões, no desenvolvimento do software que aplica a metodologia apresentada foi utilizada a linguagem Racket [RACKET 1994].

Na otimização via Evolução Diferencial, pode haver estagnação durante muitas gerações, o que irá conduzir a um grande aumento no tempo do processamento, ou fazer com que o programa termine precocemente sem atingir a precisão pretendida, por atingir o número de gerações máximo definido. Para contornar esta situação, é proposta uma nova metodologia de desestagnação do processo de otimização. Quando for detectada tal situação, indivíduos distintos serão criados para explorar melhor o espaço de busca, de modo a possibilitar o teste de novas combinações e permitir que o algoritmo deixe tal situação.

Para aprimorar a precisão da otimização, é proposta uma metodologia de tratamento de picos de erros, de modo a suavizá-los, uma vez que será realizada a aproximação de duas curvas, com quantidade de pontos igual à quantidade de medições experimentais re-

alizadas. Ela dará oportunidades para soluções mais uniformes se destacarem diminuindo assim o erro máximo da solução, de forma a aumentar a precisão global.

Também são propostas novas metodologias para verificação da aproximação polinomial da função característica do solo e do cálculo da curva de resistividade aparente teórica, de modo a assegurar a validade da metodologia proposta. As verificações irão diagnosticar a presença do problema de Runge e/ou instabilidade na aproximação polinomial, e seu reflexo na curva de resistividade aparente [RUNGE 1901]. Isto será feito incluindo pontos intermédios e comparando a aproximação com o algoritmo de Sunde [SUNDE 1968].

Quanto maior a discrepância entre o modelo de solo utilizado e o modelo físico exato do solo desconhecido, maior a distância entre as curvas de resistividade aparente experimental e teórica. Isto pode ocorrer por diversos fatores, como falhas na medição, formação irregular do solo, obstáculos como pedras e fendas, o que vai iludir a metodologia de otimização dos parâmetros do solo, visto que tal erro estará na diferença entre os modelos e não na metodologia em si.

Para fins de classificação de solos desconhecidos, é proposto um procedimento de análise estatística da metodologia. É realizada uma inferência estatística da metodologia proposta, aplicando-a em um grupo de controle, composto por solos que são certamente estratificados em camadas horizontais. Tem-se assim uma medida da capacidade da metodologia em estratificar corretamente solos cujo modelo físico exato seja próximo ao modelo de solo utilizado. Posteriormente, é realizada uma análise para classificar qualquer amostra de solos quanto à similaridade com o modelo utilizado.

## 1.3 Apresentação do Trabalho

Este trabalho é dividido nos seguintes capítulos:

- No capítulo 2 é apresentada a linguagem de programação utilizada neste trabalho, o Racket, abordando suas características;
- Já no capítulo 3 é mostrado como obter a resistividade aparente experimental de

um solo desconhecido;

- O capítulo 4 aborda o cálculo da resistividade aparente teórica do solo no modelo multicamada utilizado, com parâmetros conhecidos;
- Por sua vez, o capítulo 5 revisa o método de otimização utilizado, a Evolução Diferencial;
- No capítulo 6 é mostrado o que é computação paralela e como utilizá-la no Racket, juntamente com alguns testes realizados, além da aplicação desta forma de computação no método de Evolução Diferencial.
- O capítulo 7 tem como objetivo apresentar a metodologia desenvolvida para obter os parâmetros de um solo estratificado em camadas horizontais a partir de dados experimentais, bem como as metodologias de desestagnação do processo de otimização e suavização de picos de erros, além da verificação da aproximação polinomial da função característica do solo otimizado e seu reflexo no cálculo da curva de resistividade aparente teórica;
- Os resultados da aplicação da metodologia para diversos estudos de caso realizados estão no capítulo 8;
- No capítulo 9 é abordada a análise estatística utilizada para avaliar a metodologia apresentada, juntamente com os testes realizados e a análise de qualquer amostra de solos;
- Já no capítulo 10 se encontra a conclusão do trabalho, além de trabalhos visados para o futuro, de modo a aprofundar nesta área de pesquisa.



## Capítulo 2

# A Linguagem Racket

Neste trabalho, todos os programas foram codificados em Racket [RACKET 1994]. Esta linguagem foi influenciada pelo Scheme, até o padrão R5RS, e pelo LISP, a "lingua franca" da Inteligência Artificial, de tal maneira que mantém diversas características destas linguagens. Dentre elas, destacam-se o cálculo lambda, Read-Eval-Print-Loop (REPL) e a notação infixa. Criada pela PTC inc., empresa fundada por Matthias Felleisen, era conhecida até Junho de 2010 como PLT Scheme.

Os termos *let over lambda*, ambiente léxico salvo ou *closure*, se referem a um bloco de código que pode ser passado como argumento para uma função. Basicamente pode ser entendido como uma dualidade função/ambiente, onde uma outra função retorna outra função como resultado [HOYTE 2008]. Este aspecto, também presente no Racket, será muito bem aproveitado, principalmente no uso da computação paralela, tanto nos elementos criadores quanto nos elementos executores.

Apesar de possuir base na teoria de programação, Racket foi criado para ser utilizado como uma linguagem para múltiplos propósitos, para produzir software. Deste modo, trata-se de uma linguagem multiparadigma: Funcional, procedural, modular, orientada a objetos, lógica, reflexiva e de alta-ordem. Ao identificar partes de um programa onde tal paradigma se destaca, é possível utilizá-lo para produzir o melhor código possível.

Esta linguagem possui uma biblioteca bastante extensa, que apresenta ferramentas para desenvolvimento em redes e web, interface com o sistema operacional, expressões

regulares, uma completa framework de GUI, gráficos, computação paralela, etc. Também gera executáveis para Windows, Mac OS X e Unix.

Racket é utilizada em projetos e aplicações comerciais. Um exemplo notável é o site da Hacker News, que executa em Arc, desenvolvido em Racket. A empresa Naughty Dog utiliza Racket como linguagem de scripting em diversos de seus jogos.

Diversas características interessantes estão presentes no Racket. Uma delas, muito poderosa, é o sistema de macros, que permite ao usuário ampliar a sintaxe básica. Isto é possível e fácil porque dados e programas possuem a mesma representação: ambos são listas. Se o código fonte contém além da aplicação, os macros necessários para processar a sintaxe utilizada na escrita do código-fonte, a aplicação se torna praticamente imune a obsolescência [TOBIN-HOCHSTADT et. al. 2011].

Seu sistema modular de primeira ordem permite importação e exportação de extensões da linguagem, por isto é muito fácil criar e também utilizar bibliotecas confeccionadas por terceiros. Além disso, o Racket permite ao desenvolvedor programar de maneira tipada e não tipada, além de mecanismos para unir programas feitos de ambas as maneiras.

Por exemplo, a interface gráfica e as estruturas de computação paralela não suportam programação tipada. Porém, outras funcionalidades suportam, com vantagens. Assim, de modo a conseguir unir uma aplicação tipada com elementos que não permitem uma programação tipada, o desenvolvedor pode utilizar os mecanismos de união e verificação para ligar os dois programas, e assim conseguir fazer uso das ferramentas que necessita.

O Racket tipado permite uma grande gama de otimizações. Suporta transformações especializadas de números em ponto flutuante, elimina a redundância do verificador de tipos e, com funções específicas para determinado tipo, aprimora drasticamente a performance da aplicação. E utilizando as expressões lambda de forma correta, o aumento na performance é ainda maior.

A motivação para utilização desta linguagem é o fato de ela gerar códigos binários rápidos, além de ser simples, objetiva, de modo a aumentar a produtividade, bem como todas as ferramentas inclusas na própria linguagem, que permite a confecção de um programa com computação paralela, interface gráfica, gráficos, closures e extensa biblioteca

matemática, com funções específicas para tipos de números diferentes.

Um arquivo que contém um código em Racket possui o sufixo *.rkt*. Para o desenvolvimento dos programas é utilizada a IDE DrRacket, vide figura 2.1.

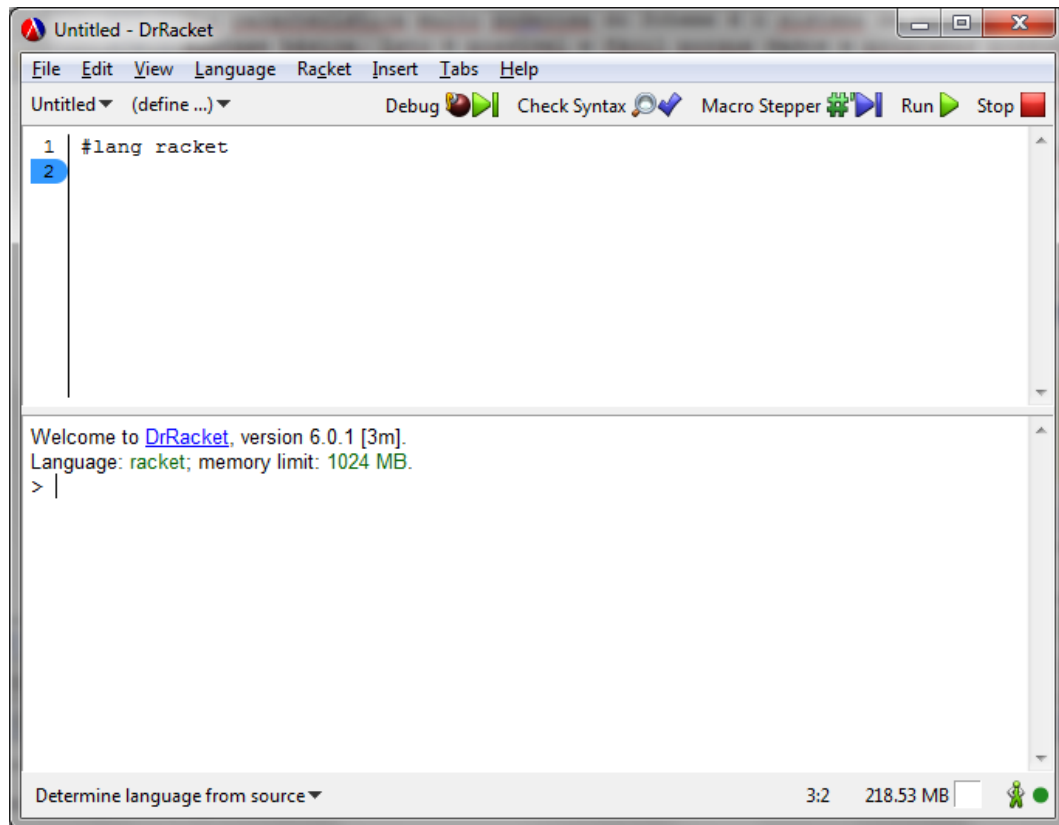


Figura 2.1: Interface da IDE DrRacket





## Capítulo 3

# Obtenção da Resistividade Aparente Experimental do Solo

Na prática, é possível obter a resistividade elétrica aparente experimental  $\rho_{aE}$  de um solo desconhecido, com o uso de um terrômetro, como ilustrado na fig. 3.1, sucedido de alguns cálculos. Este equipamento possui quatro terminais equipados com eletrodos, sendo dois deles para injeção de corrente  $C1$  e  $C2$ , e outros dois para medição de tensão  $P1$  e  $P2$ .



Figura 3.1: Terrômetro Digital de Quatro Terminais

Em um terreno, define-se uma direção na superfície do solo, onde os quatro eletrodos são enterrados, perpendicularmente, em linha reta, separados por uma distância  $a$ , como disposto na fig. 3.2.

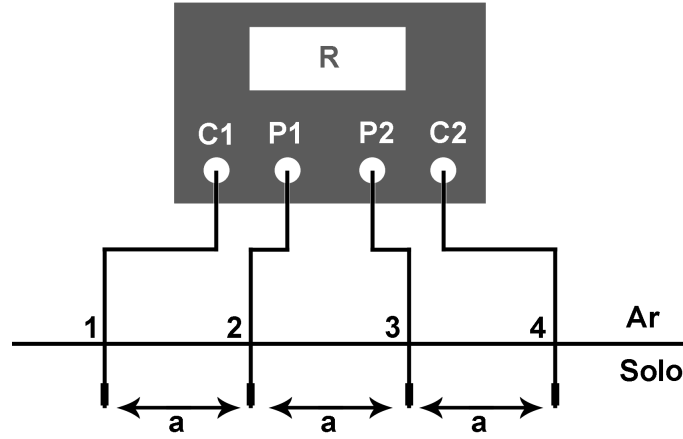


Figura 3.2: Medição de Resistência com Terrômetro

Este método foi proposto por Frank Wenner [WENNER 1916], e é o mais preciso para a medição da resistividade aparente do solo em pequena escala [IEEE Std. 81 2012]. Ele consiste na injeção de uma corrente  $I$ , através do terminal  $C1$ , com seu retorno no terminal  $C2$ . Esta corrente passando entre os pontos 1 e 4, produz uma diferença de potencial entre os pontos 2 e 3, que pode ser obtida subtraindo-se a tensão lida nos terminais  $P1$  e  $P2$ . A distância  $a$  utilizada na medição é diretamente proporcional à profundidade alcançada no solo.

Portanto, de acordo com a Lei de Ohm, ao dividir a diferença de potencial pela corrente injetada, obtém-se a resistência elétrica do solo  $R$  para esta configuração (3.1).

$$R = \frac{V_2 - V_3}{I} \quad (3.1)$$

A partir da resistência lida no terrômetro, pode-se calcular a resistividade aparente experimental do solo  $\rho_{aE}$ , em função da distância  $a$  (3.2).

$$\rho_{aE}(a) = 2 \cdot \pi \cdot a \cdot R \quad (3.2)$$

Ao variar o espaçamento entre os eletrodos  $a$ , realizando a medição da resistência

através do terrômetro a cada valor de  $a$ , e calculando os valores de  $\rho_{aE}(a)$ , é possível levantar a curva de resistividade aparente experimental do solo. Variando a distância  $a$ , varia-se profundidade alcançada no solo.

Um exemplo do resultado deste processo está disposto a seguir, realizado na Cargill, em Uberlândia. Nele foram realizadas medições experimentais de resistência, utilizando o terrômetro, com  $a \in [0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32]$ . Depois de calculadas as resistividades aparentes experimentais  $\rho_{aE}(a)$ , vide equação (3.2), os dados foram dispostos na tabela 3.1. Com estes dados, foi criado o gráfico presente na fig. 3.3, ilustrando uma curva de valores  $\rho_{aE}(a)$  em relação às distâncias  $a$ .

Tabela 3.1: Exemplo de Medição de Resistividade Aparente Experimental

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$
0.5	125
1.0	182
2.0	251
4.0	275
8.0	239
16.0	268
32.0	376

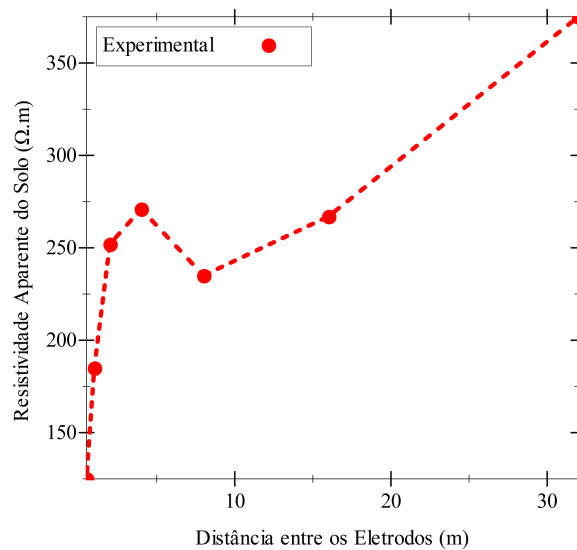


Figura 3.3: Exemplo de Curva de Resistividade Aparente Experimental

A resistividade aparente elétrica experimental reflete diretamente, na prática, o com-

portamento elétrico do solo [SUNDE 1968]. Assim, o método de otimização se baseará nesta curva experimental, e ajustará os parâmetros do solo no modelo estratificado em camadas horizontais, para que ambos apresentem comportamento elétrico similar.

## Capítulo 4

# Cálculo da Resistividade Aparente Teórica do Solo Multicamada

A partir de um solo já estratificado é possível, através de uma modelagem matemática, obter uma expressão da resistividade elétrica aparente teórica  $\rho_{aT}$  em função da distância  $a$ , onde  $a$  é a mesma distância utilizada na abordagem experimental, vide capítulo 3.

Em um solo estratificado em  $n$  camadas horizontais, seus parâmetros são conhecidos: Número de camadas, bem como as resistividades e espessuras de cada camada:

- Número de camadas  $\Rightarrow n$ ;
- Resistividades  $\Rightarrow [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_j, \dots, \rho_{(n-1)}, \rho_n]$ ;
- Espessuras  $\Rightarrow [h_1, h_2, \dots, h_j, \dots, h_{(n-1)}, \infty]$ ;

Assim, considere um potencial elétrico  $V_2$ , no ponto 2, devido a uma corrente pontual injetada no ponto 1, onde ambos os pontos estão separados por uma distância  $a$ , e presentes na superfície deste solo estratificado, conforme fig. 4.1.

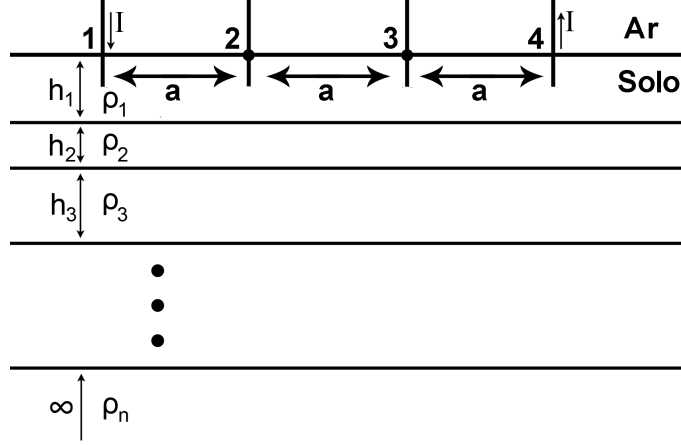


Figura 4.1: Solo Estratificado em Camadas Horizontais

O potencial da superfície, no ponto 2, de um solo estratificado, pode ser expressado segundo (4.1) [ORELLANA 1972].

$$V_2 = \frac{I \cdot \rho_1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\infty N_n(m) \cdot J_0(ma) dm \quad (4.1)$$

Onde  $\rho_1$  é a resistividade da primeira camada e  $J_0$  é a Função de Bessel de ordem zero e tipo um. A função característica do solo  $N_n(m)$  define a estrutura do solo, relacionando as resistividades  $\rho_j$  e espessuras  $h_j$ , assim como  $m$ , que é uma variável auxiliar independente. Na verdade, esta variável auxiliar vem da solução da equação de Laplace, sendo exatamente sua variável de integração.

Ao aplicar o método de Wenner na superfície do solo, vide figs. 3.2 e 4.1, é possível calcular a diferença de potencial entre os pontos 2 e 3, devido a uma corrente pontual injetada no ponto 1 retornada no ponto 4, onde todos os pontos estão separados por uma distância  $a$ , e presentes na superfície deste solo estratificado, como disposto em (4.2).

$$V_2 - V_3 = \frac{2 \cdot I \cdot \rho_1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\infty N_n(m) [J_0(ma) - J_0(2ma)] dm \quad (4.2)$$

Realizando algumas manipulações, e multiplicando por  $a$  nos dois lados da equação, obtém-se (4.3).

$$2 \cdot \pi \cdot a \cdot \frac{(V_2 - V_3)}{I} = 2 \cdot \rho_1 \cdot a \cdot \int_0^\infty N_n(m) [J_0(ma) - J_0(2ma)] dm \quad (4.3)$$

Aplicando as equações (3.1) e (3.2) no lado esquerdo da equação, pode-se obter a resistividade aparente teórica do solo em função da distância entre os eletrodos  $\rho_{aT}(a)$ , com os potenciais da expressão (3.1), já aplicada a uma fonte pontual de corrente em um solo estratificado em camadas horizontais, através de (4.4).

$$\rho_{aT}(a) = 2 \cdot \rho_1 \cdot a \cdot \int_0^\infty N_n(m)[J_0(ma) - J_0(2ma)]dm \quad (4.4)$$

De modo a calcular a resistividade aparente teórica do solo  $\rho_{aT}$  para uma distância  $a$ , é necessário resolver a integral presente em (4.4). O primeiro passo para isto é encontrar a função característica  $N_n(m)$ . De posse dos parâmetros de um solo estratificado, é possível obter tal função utilizando o Algoritmo de Sunde [SUNDE 1968] em conjunto com uma aproximação polinomial da curva característica do solo.

O Algoritmo de Sunde é uma lei de formação que relaciona todas as resistividades  $\rho_j$  e espessuras  $h_j$ , vide fig. 4.1, e gera a curva característica do solo. Nele, temos presente o termo  $e^{-2mh_1}$ , onde  $h_1$  é a espessura da primeira camada e  $m$  representa o mesmo parâmetro apresentado na equação (4.1).

A variável auxiliar  $m$  pertence a um conjunto aberto, tal que  $0 < m < +\infty$ . Fazendo  $E = e^{-2mh_1}$ , ter-se-á que  $1 > E \geq 0$ , onde esta variável  $E$  pertence a um conjunto semiaberto, e portanto, será adotada como uma nova variável em substituição a  $m$ .

No Algoritmo de Sunde, encontra-se a variável  $e^{-2mh_j}$ , para o cálculo de  $N_1(m)$ . De modo a relacioná-la com  $E$ , é feita a manipulação matemática (4.5).

$$e^{-2mh_j} = e^{-2mh_1 \cdot \frac{h_j}{h_1}} = E^{\frac{h_j}{h_1}} = E^{r_j} \quad (4.5)$$

Onde  $r_j = \frac{h_j}{h_1}$ .

Assim, para um valor de  $E$ , pode-se encontrar o respectivo valor de  $N_1(E)$  através do algoritmo de Sunde (4.6).

$$\begin{array}{c}
\text{Começo} \\
\Downarrow \\
\left. \begin{array}{l} K_{(n-1)} = \frac{\rho_{(n-1)} - \rho_n}{\rho_{(n-1)} + \rho_n} \\ N_{(n-1)}(E) = \frac{1 - K_{(n-1)} \cdot E^{r(n-1)}}{1 + K_{(n-1)} \cdot E^{r(n-1)}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Relaciona as} \\ \text{duas camadas inferiores} \end{array} \\
\Downarrow \\
\left. \begin{array}{l} K_j = \frac{\rho_j \cdot N_{j+1}(E) - \rho_{(j+1)}}{\rho_j \cdot N_{j+1}(E) + \rho_{(j+1)}} \\ N_j(E) = \frac{1 - K_j \cdot E^{r_j}}{1 + K_j \cdot E^{r_j}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Relaciona as} \\ \text{camadas } j+1 \text{ e } j \end{array} \quad (4.6) \\
\Downarrow \\
\left. \begin{array}{l} K_1 = \frac{\rho_1 \cdot N_2(E) - \rho_2}{\rho_1 \cdot N_2(E) + \rho_2} \\ N_1(E) = \frac{1 - K_1 \cdot E}{1 + K_1 \cdot E} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Relaciona as} \\ \text{duas camadas superiores} \end{array} \\
\Downarrow \\
\text{Fim}
\end{array}$$

O valor de  $N_1(E)$ , obtido através do Algoritmo de Sunde, é exatamente o valor da função característica  $N_n(m)$ . Desta maneira, pode-se obter os pontos da curva característica do solo  $N_1(E)$ , onde  $0 \leq E < 1$ .

Assim, de modo a obter uma curva  $N_1(E)$ , basta calcular, via Algoritmo de Sunde, para uma quantidade  $D$  de valores de  $E$ , os respectivos valores  $N_1(E)$ . Como o objetivo é obter uma função que represente a curva  $N_1(E)$ , ela pode ser decomposta em um polinômio de grau  $D$  através da equação (4.7).

$$N_1(E) = A_0 E^0 + A_1 E^1 + A_2 E^2 + A_3 E^3 + \dots + A_D E^D \quad (4.7)$$

Onde  $A_0, A_1, \dots, A_D$  são os coeficientes do polinômio.

No algoritmo de Sunde (4.6), o caso  $E = 0$  resulta em  $N_1(E) = 1$  e, conseqüentemente, em  $A_0 = 1$ . Deste modo, é possível trabalhar apenas com os  $D$  últimos valores de  $A$ . Assim, um exemplo de conjunto de valores  $E$  pode ser obtido de acordo com (4.8).



$$E \in \left\{ \frac{1}{D+1}, \frac{2}{D+1}, \frac{3}{D+1}, \dots, \frac{D-1}{D+1}, \frac{D}{D+1} \right\} \quad (4.8)$$

E a decomposição (4.7) pode ser transformada em (4.9).

$$N_1(E) - 1 = A_1 E^1 + A_2 E^2 + A_3 E^3 + \dots + A_D E^D \quad (4.9)$$

Aplicando o algoritmo de Sunde para  $D$  valores de  $E$ ,  $D$  expressões resultantes de (4.9) são definidas em (4.10).

$$\begin{aligned} N_1(E_1) - 1 &= A_1 E_1^1 + A_2 E_1^2 + \dots + A_D E_1^D \\ N_1(E_2) - 1 &= A_1 E_2^1 + A_2 E_2^2 + \dots + A_D E_2^D \\ N_1(E_3) - 1 &= A_1 E_3^1 + A_2 E_3^2 + \dots + A_D E_3^D \\ &\vdots \\ N_1(E_D) - 1 &= A_1 E_D^1 + A_2 E_D^2 + \dots + A_D E_D^D \end{aligned} \quad (4.10)$$

Utilizando notação matricial, é possível representar (4.10) como (4.11).

$$\begin{bmatrix} E \\ (D \times D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ (D \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 - 1 \\ (D \times 1) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

De posse de todos os  $D$  valores de  $E_i$  e dos respectivos valores de  $N_1(E_i)$ , as expressões (4.10) e (4.11) representam um sistema de  $D$  equações e  $D$  incógnitas. Resolvendo o sistema, obtém-se os valores dos coeficientes do polinômio, conjunto  $[1, A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_D]$ . Deste modo, obtém-se a função polinomial que representa a função característica do solo (4.12).

$$N_n(m) = N_1(E) = 1 + \sum_{i=1}^D (A_i \cdot E^i) \quad (4.12)$$

A curva  $N_1(E)$  ou  $N_n(m)$ , em (4.12), caracteriza o solo estratificado. Nela estão embutidos todos os parâmetros deste solo, ou seja, o número de camadas, com a resistividade e espessura de cada camada.

Para um determinado polinômio de grau  $D$ , é possível calcular o erro de aproximação e verificar a presença do fenômeno de Runge [RUNGE 1901], via metodologia de verificação, seção 7.4. Caso a precisão não esteja satisfatória ou houver instabilidade, pode-se repetir o procedimento utilizando uma quantidade diferente de valores de  $E$ , e consequentemente um polinômio de outro grau.

Substituindo  $N_n(m)$  de (4.12) na expressão (4.4), chega-se a (4.13).

$$\rho_{aT}(a) = 2 \cdot \rho_1 \cdot a \cdot \int_0^\infty \left[1 + \sum_{i=1}^D (A_i \cdot E^i)\right] \cdot [J_0(ma) - J_0(2ma)] dm \quad (4.13)$$

Um termo genérico da somatória em (4.13) pode ser escrito como (4.14).

$$2 \cdot \rho_1 \cdot a \cdot \int_0^\infty [A_i \cdot E^i] \cdot [J_0(ma) - J_0(2ma)] dm \quad (4.14)$$

Para auxiliar, será usada a solução analítica, já conhecida, da integral que relaciona a exponencial com a Função de Bessel (4.15).

$$\int_0^\infty J_0(mx) e^{-my} dm = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (4.15)$$

Lembrando que  $E = e^{-2mh_1}$ , a integral em (4.14) pode ser resolvida através de (4.15), resultado em (4.16)

$$2 \cdot \rho_1 \cdot a \cdot A_i \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{4 \cdot h_1^2 \cdot i^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 \cdot h_1^2 \cdot i^2 + 4a^2}} \right] \quad (4.16)$$

Aplicando o resultado encontrado em (4.16) na equação (4.13), e realizando algumas manipulações algébricas, obtém-se (4.17).

$$\rho_{aT}(a) = \rho_1 \cdot \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^D \left[ A_i \cdot \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \left(\frac{h_1}{a}\right)^2 \cdot i^2 + 1}} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\left(\frac{h_1}{a}\right)^2 \cdot i^2 + 1}} \right] \right\} \quad (4.17)$$

Organizando a expressão (4.17), tem-se a expressão final (4.18).

$$\rho_{aT}(a) = \rho_1 \cdot [1 + 2 \sum_{i=1}^D (A_i \cdot S_i(a))] \quad (4.18)$$

O termo  $S_i(a)$  pode ser calculado a partir da equação (4.19).

$$S_i(a) = \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \left(\frac{h_1}{a}\right)^2 \cdot i^2 + 1}} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\left(\frac{h_1}{a}\right)^2 \cdot i^2 + 1}} \quad (4.19)$$

Portanto,  $A_i$  (4.18) é o coeficiente do expoente  $i$  da função polinomial que representa a função característica do solo  $N_1(E)$  (4.12).

Deste modo, pode-se calcular a resistividade aparente teórica em função da distância dos eletrodos  $\rho_{aT}(a)$ , de um solo estratificado em camadas horizontais com parâmetros conhecidos.

De posse dos parâmetros do solo estratificado, e com o uso das mesmas distâncias entre os eletrodos  $a$  do capítulo 3, é possível obter uma curva de resistividade elétrica aparente teórica, análoga à curva de resistividade elétrica aparente experimental.



## Capítulo 5

# Evolução Diferencial

Algoritmos de otimização evolucionários são métodos heurísticos, utilizados em problemas onde soluções analíticas e algoritmos exatos são incapazes de prover soluções ou alternativas satisfatórias. Problemas que envolvem otimização global são recorrentes por toda a comunidade científica.

Em geral, o propósito é otimizar alguma propriedade de um sistema. Normalmente, uma função objetivo, que realizará a avaliação das soluções, é projetada, e utilizada para escolher seus parâmetros de forma apropriada, obedecendo uma heurística pré-determinada. Tanto o cálculo do erro quanto o do *fitness* são particulares ao problema.

A fig. 5.1 ilustra, de maneira genérica, o funcionamento de um método de otimização utilizando algoritmo evolucionário. Ao seu fim, o indivíduo que possuir as propriedades mais próximas dos dados empíricos é escolhido como solução.

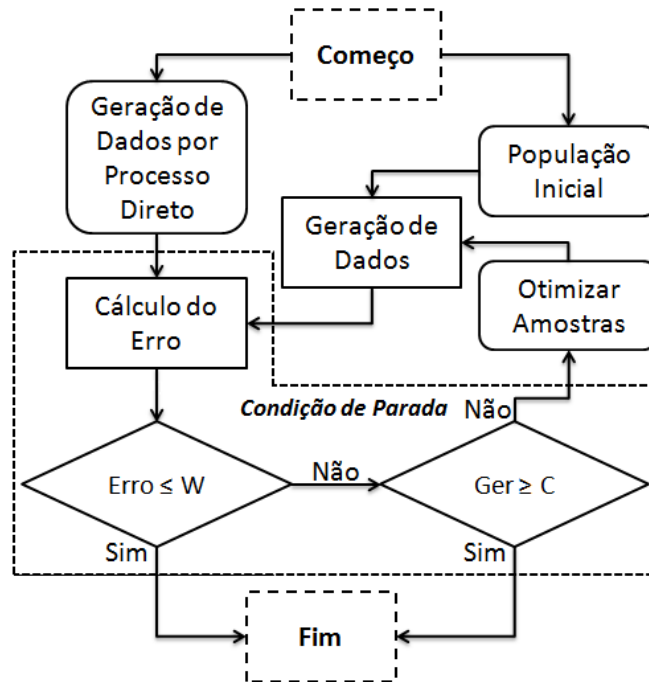


Figura 5.1: Procedimento de Otimização

O principal problema de qualquer algoritmo evolucionário é a definição de uma função objetivo. Isto requer a geração de dados a partir de um processo empírico, geração de dados a partir das soluções apresentadas, e finalmente a comparação entre estes dados, o que permite o discernimento entre o término e a continuação do processo de otimização.

Para isto, é necessário definir qual o erro máximo desejado  $W$ , bem como a quantidade de gerações máxima a ser executada  $C$ , presentes na condição de parada, vide fig. 5.1. Uma condição de parada, é que o erro do melhor indivíduo esteja dentro do máximo desejado. A cada procedimento de otimização, uma geração é criada. Assim, mesmo que o erro não seja alcançado, a quantidade de gerações é limitada para a otimização não ocorrer indefinidamente.

Através de pesquisas acerca do estado da arte, em busca de metodologias de otimização melhores, e também aproveitando o conhecimento adquirido nas disciplinas da pós-graduação, concluiu-se que o método de Evolução Diferencial seria utilizado neste trabalho, pelos predicados que possui, para otimizar os parâmetros de um solo horizontalmente estratificado. No capítulo 8, estão presentes estudos de caso comparando esta metodologia com outras realizadas em pesquisas anteriores.

Diversas pesquisas foram realizadas com o intuito de comparar o método de Evolução Diferencial com outras meta-heurísticas e algoritmos de otimização, tanto pelos criadores [STORN e PRICE 1997] [PRICE et. al. 2005], como em pesquisas posteriores [VESTERSTROM e THOMSEN 2004] [PANDURO et. al. 2009] [DEB et. al. 2011], onde se mostrou superior em termos de performance e simplicidade.

Evolução Diferencial é um algoritmo evolucionário simples e direto, porém muito poderoso, com o objetivo de realizar otimização global. Foi introduzido inicialmente por Storn e Price [STORN e PRICE 1997].

A simplicidade foi o aspecto que mais chamou a atenção, pois, com poucos parâmetros definidos, este método fica mais amigável para a construção de uma aplicação a ser utilizada por usuários leigos em Inteligência Artificial.

Mesmo que a velocidade de processamento não seja o fator mais importante neste trabalho, algumas pesquisas concluíram que este poderoso método supera diversos outros métodos de otimização [STORN e PRICE 1997] [PRICE et. al. 2005], inclusive os métodos de Algoritmos Genéticos (GA) e Otimização por Enxame de Partículas (PSO) [VESTERSTROM e THOMSEN 2004] [DEB et. al. 2011] [PANDURO et. al. 2009], podendo ainda ser aprimorado e ter sua performance melhorada, seja modificando seus parâmetros [BREST et. al. 2006], ou aperfeiçoando seu algoritmo [SUN et al. 2012].

Abaixo estão algumas características do método de Evolução Diferencial:

- Capacidade de lidar com funções custo não-lineares, não-diferenciáveis e multimodais;
- Performance aprimorável com o uso da computação paralela, de modo a utilizar todo o potencial das máquinas atuais. Esta característica será explorada no capítulo 6;
- Poucas variáveis de controle, cujos valores são ajustados de maneira relativamente simples;
- Auto-ajuste do passo de adaptação. Conforme a população converge, os passos são cada vez menores, pois a mutação é baseada na diferenciação dos genes dos indivíduos;

- Bons resultados na convergência para um mínimo global, segundo pesquisas anteriores.

Conforme a fig. 5.1, o método de Evolução Diferencial é executado na etapa de Otimização das Amostras, quando a condição de parada não é alcançada. A fig. 5.2 ilustra como ocorre a otimização de um indivíduo/população via Evolução diferencial.

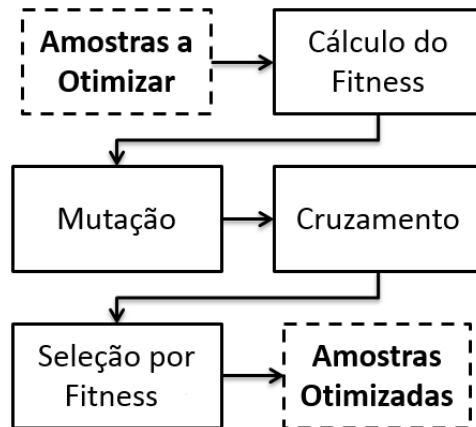


Figura 5.2: Procedimento de Evolução Diferencial

Este procedimento é feito para a população. Ao final do processamento de todos os indivíduos de uma população, uma geração de evolução é concluída. Note que cada indivíduo evolui de maneira singular, independente de outros, sempre baseado na geração atual. Nas seções a seguir serão detalhadas as etapas do método de Evolução Diferencial [PRICE et. al. 2005].

## 5.1 Parâmetros de Controle

Uma das vantagens apresentadas pelo método de Evolução Diferencial é a sua simplicidade, necessitando de poucos parâmetros de controle, definidos pelo usuário, para funcionar de forma satisfatória. Abaixo, segue uma lista com estes parâmetros:

- **P**: Fator de perturbação, tal que  $0 \leq P \leq 1$ ;
- **Cr**: Probabilidade de cruzamento, tal que  $0 \leq Cr \leq 1$ ;



- **NP:** Tamanho da população, tal que  $NP > 6$ , para contemplar as estratégias de mutação;

Por indicação de Storn e Price, os valores otimizados destes parâmetros de controle são:

- $P \in [0.5, 1.0]$ ;
- $Cr \in [0.8, 1.0]$ ;
- $NP \geq 10 \cdot C$ ;

Onde  $C$  é a quantidade de genes de um indivíduo da população.

## 5.2 Cálculo do *Fitness*

Logo após ser constatado que a condição de parada não foi alcançada, a evolução basear-se-á na população de uma geração  $g$ . A partir de uma função objetivo, com base na comparação com a propriedade desejada, definida especificadamente para uma problemática, todos os indivíduos da população da geração  $g$  devem ter seu *fitness* calculado. Neste trabalho, a função que calcula tal *fitness* está definida em (7.4).

A notação  $X_{n,g}$  representa um indivíduo da população, onde  $n$  é o seu índice na população, e  $g$  sua geração. Assim, depois de ser calculado o *fitness* de cada indivíduo, o resultado desta etapa será os pares indivíduo/*fitness*. Abaixo segue um exemplo para uma população de tamanho  $t$ .

$$\begin{array}{c}
 \text{Indivíduos da População} \\
 \\
 X_{1,g}, X_{2,g}, X_{3,g}, \dots, X_{t-1,g}, X_{t,g} \\
 \\
 \Downarrow \\
 \\
 Fit(X_{1,g}), Fit(X_{2,g}), Fit(X_{3,g}), \dots, Fit(X_{t-1,g}), Fit(X_{t,g}) \\
 \\
 \text{Fitness da População}
 \end{array}$$

Durante o processo de Evolução Diferencial, todos os indivíduos serão evoluídos. Assim, o indivíduo alvo da evolução possuirá notação  $X_{i,g}$ , onde  $1 \leq i \leq t$ , de modo a abranger a população.

Dependendo da estratégia de Evolução diferencial utilizada, vide seção 5.3, é importante conhecer qual o melhor indivíduo da população de uma geração  $g$ , i.e, o indivíduo com o maior *fitness*, uma vez que ele poderá ser utilizado no processo de mutação.

## 5.3 Estratégias Possíveis

De modo a facilitar a identificação das principais variantes da Evolução Diferencial, a notação  $DE/m/d/c$  será utilizada, onde:

- **m**: Especifica a estratégia de mutação;
- **d**: Determina quantas diferenças serão realizadas na etapa de mutação;
- **c**: Indica a modalidade de cruzamento realizado.

## 5.4 Mutação

Realizada após o cálculo da habilidade, a mutação tem como objetivo gerar um indivíduo mutante, cuja notação é  $M_{i,g}$ , onde  $i$  é o índice do indivíduo alvo da evolução.

Este indivíduo mutante, em uma próxima etapa, realizará um cruzamento com o indivíduo alvo da evolução  $X_{i,g}$ . Para isto, é realizado um processo que dependerá da estratégia escolhida. A seguir serão detalhados os procedimentos para a obtenção do indivíduo mutante.

### 5.4.1 Seleção dos Participantes

A quantidade de participantes a ser selecionada varia de acordo com a estratégia utilizada, e todos os indivíduos envolvidos devem ser mutuamente exclusivos.

Abaixo segue uma lista com a identificação dos participantes para uma geração  $g$ :

- $X_{i,g}$ : Representa o indivíduo alvo da Evolução Diferencial;
- $X_{ry,g}$ : Representa um participante escolhido de maneira aleatória, onde  $ry$  é um número natural e nunca igual a  $i$ ;
- $X_{best,g}$ : Representa melhor indivíduo da população sem o indivíduo alvo.

Na descrição das estratégias, a quantidade de indivíduos a ser selecionada aleatoriamente é igual a  $\max(y) + 1$ . Além disso, todos os indivíduos utilizados devem ser mutuamente exclusivos.

### 5.4.2 Diferenciação e Perturbação

O processo de mutação no método de Evolução Diferencial ocorre por diferenciação e perturbação, podendo ocorrer 1 ou 2 diferenciações. Assim, por quantidade de diferenciações, ter-se-á as estratégias  $DE/m/1/c$  e  $DE/m/2/c$ . Abaixo, neste trabalho, são detalhadas as estratégias de mutação *Rand*, *Best* e *Target-to-Best*.

O que ocorre é a diferenciação de um ou dois pares de participantes, vide seção 5.4.1, que é a subtração de seus cromossomos correspondentes, seguida de uma perturbação por um fator  $P$ , vide seção 5.1, que é a multiplicação da diferença por este fator.

Após isto, serão somados os resultados destas operações com o participante alvo da mutação. Esta soma é realizada também por cromossomos correspondentes. O resultado da mutação será um indivíduo mutante  $M_{i,g}$ . Abaixo segue uma descrição das estratégias de Evolução Diferencial, no formato  $DE/m/d/c$ :

- **DE/Rand/1/c:**  $M_{i,g} = X_{r0,g} + P(X_{r1,g} - X_{r2,g})$
- **DE/Rand/2/c:**  $M_{i,g} = X_{r0,g} + P(X_{r1,g} - X_{r2,g}) + P(X_{r3,g} - X_{r4,g})$

A estratégia *Rand* utiliza somente indivíduos aleatórios mutuamente exclusivos em sua composição, tanto na(s) diferenciação(ões) como no alvo da mutação.

- **DE/Best/1/c:**  $M_{i,g} = X_{best,g} + P(X_{r0,g} - X_{r1,g})$

- **DE/Best/2/c:**  $M_{i,g} = X_{best,g} + P(X_{r0,g} - X_{r1,g}) + P(X_{r2,g} - X_{r3,g})$

A estratégia *Best* também utiliza indivíduos aleatórios mutuamente exclusivos na(s) diferenciação(ões). Porém, o alvo da mutação é o melhor indivíduo  $X_{best,g}$ , i.e., aquele com o maior *fitness*.

- **DE/Target-to-Best/1/c:**  $M_{i,g} = X_{i,g} + P(X_{best,g} - X_{r0,g})$
- **DE/Target-to-Best/2/c:**  $M_{i,g} = X_{i,g} + P(X_{best,g} - X_{i,g}) + P(X_{r0,g} - X_{r1,g})$

Já a estratégia *Target-to-Best* tem como indivíduo alvo da mutação o indivíduo alvo da evolução  $X_{i,g}$ , e como base, na diferenciação, o melhor indivíduo  $X_{best,g}$ , como se o indivíduo alvo fosse mutar em direção ao melhor. Na estratégia com duas diferenciações, o indivíduo alvo da evolução entra na primeira diferenciação.

## 5.5 Cruzamento

Após a etapa de mutação ser concluída, um indivíduo mutante  $M_{i,g}$  é gerado. Nesta etapa, é realizado o cruzamento entre o indivíduo alvo da Evolução Diferencial  $X_{i,g}$ , e o respectivo indivíduo mutante  $M_{i,g}$ , resultando em um indivíduo evoluído  $E_{i,g}$ . A probabilidade de cruzamento  $Cr$ , um parâmetro de controle, serve para saber se ocorrerá ou não o cruzamento.

Nas seções a seguir serão detalhadas as estratégias de cruzamento exponencial e binomial, com notação  $DE/m/d/Exp$  e  $DE/m/d/Bin$  respectivamente.

### 5.5.1 Cruzamento Exponencial

O cruzamento binomial, cuja notação é  $DE/m/d/Exp$ , é uma modalidade de cruzamento em um único ponto. Para cada gene do indivíduo, um número aleatório  $rand$  é gerado, tal que  $0 \leq rand \leq 1$ .

Ao cruzar os indivíduos, analisando um gene por vez, enquanto  $rand \leq Cr$ , o cruzamento acontece, e o indivíduo  $E_{i,g}$  será composto por genes do indivíduo mutante  $M_{i,g}$ .

Uma vez que  $rand > Cr$ , todos os outros cromossomos de  $E_{i,g}$  serão oriundos de  $X_{i,g}$ , e não há mais sorteio de número aleatório  $rand$ .

Do ponto onde  $rand > Cr$  para trás, todos os cromossomos do indivíduo evoluído  $E_{i,g}$  são oriundos do indivíduo mutante  $M_{i,g}$ . A partir deste ponto, todos os cromossomos de  $E_{i,g}$  são oriundos do indivíduo alvo da mutação  $X_{i,g}$ , não havendo outra configuração possível.

Caso no primeiro sorteio  $rand > Cr$ , o indivíduo evoluído  $E_{i,g}$  será  $M_{i,g}$ . Porém, caso nunca aconteça de  $rand > Cr$ ,  $E_{i,g}$  será  $X_{i,g}$ . A fig. 5.3 ilustra o cruzamento binomial.

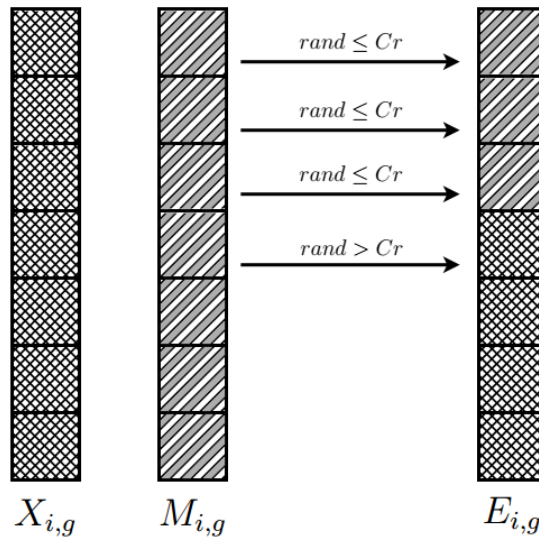


Figura 5.3: Cruzamento Exponencial

### 5.5.2 Cruzamento Binomial

O cruzamento exponencial, conhecido como estratégia  $DE/m/d/Bin$ , é uma modalidade de cruzamento multiponto. Para cada cromossomo analisado, um número aleatório  $rand$  é gerado, tal que  $0 \leq rand \leq 1$ . Ao cruzar os indivíduos, todos os cromossomos são processados, um por vez, independente do valor de  $rand$ , diferente do cruzamento binomial.

Para cada cromossomo, se  $rand \leq Cr$ , o cruzamento acontece, e o indivíduo  $E_{i,g}$  terá

aquele cromossomo oriundo de  $M_{i,g}$ . Caso contrário, se  $rand > Cr$ , o referido cromossomo de  $E_{i,g}$  será oriundo de  $X_{i,g}$ .

Ao contrário do cruzamento binomial, esta modalidade permite a mudança da origem dos cromossomos em diversos pontos, resultando em uma maior diversidade de indivíduos gerados a partir deste procedimento de cruzamento. A fig. 5.4 ilustra o cruzamento exponencial.

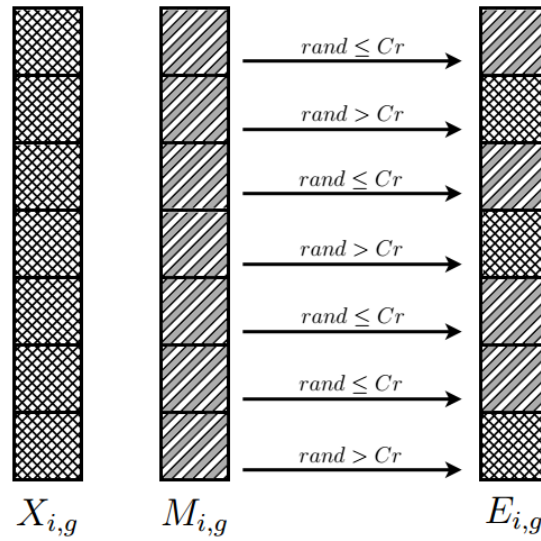


Figura 5.4: Cruzamento Binomial

## 5.6 Seleção por *Fitness*

Na última etapa, a de Seleção, para cada índice, os respectivos indivíduos original e evoluído irão lutar por um lugar na geração futura. Será escolhido quem possuir o melhor *fitness*. Assim, para que este processo de seleção aconteça, deve-se calcular o *fitness* de todos os indivíduos evoluídos  $E_{n,g}$ , vide seção 5.2.

Com o *fitness* dos indivíduos da geração atual  $X_{n,g}$  e das suas respectivas evoluções  $E_{n,g}$ , o indivíduo  $X_{n,g+1}$ , que fará parte da próxima geração, em caso de maximização do *fitness*, é definido por (5.1). Caso o objetivo seja minimização do *fitness*, troque o sinal de maior ( $>$ ) por menor ( $<$ ).

$$X_{n,g+1} = \begin{cases} E_{n,g} & \text{se } Fitness(E_{n,g}) > Fitness(X_{n,g}) \\ X_{n,g} & \text{senão} \end{cases} \quad (5.1)$$

Abaixo segue um exemplo para uma população de tamanho  $t$ .

$$\begin{array}{c} \text{População da geração } g \\ X_{1,g}, X_{2,g}, X_{3,g}, \dots, X_{t-1,g}, X_{t,g} \\ \Downarrow \\ X_{1,g+1}, X_{2,g+1}, X_{3,g+1}, \dots, X_{t-1,g+1}, X_{t,g+1} \\ \text{População da geração } g+1 \end{array}$$

Este processo anula a necessidade de um processo de elitismo, como presente no Algoritmo Genético, pois a melhor solução nunca será perdida. Ela será substituída apenas se for encontrada outra solução melhor.

## 5.7 Considerações Finais

Através do procedimento de otimização, realizado pelo método de Evolução Diferencial, os indivíduos são otimizados de modo que, a cada geração, uma população com indivíduos melhores e mais próximos da solução do problema tende a ser gerada.

Tal meta-heurística será crucial para que seja possível encontrar, dentro de uma margem de erro, o solo estratificado correspondente ao solo desconhecido, objetivo deste trabalho,

Informações da Evolução Diferencial aplicadas a este trabalho, tais como tamanho do indivíduo, tipo do gene, tratamento de indivíduos inválidos, tamanho da população e função objetivo, estão presentes no capítulo 7.

Como a Evolução Diferencial é um procedimento altamente paralelizável, no capítulo 6 é detalhado como será realizada esta paralelização, de modo a aprimorar a performance deste método de otimização nas máquinas atuais.





## Capítulo 6

# Computação Paralela

Computação paralela é uma forma de computação em que há processamento de dados, instruções ou tarefas distintas simultaneamente, por diferentes núcleos de processamento [ALMASI e GOTTLIEB 1989]. É operado sob o princípio de que grandes problemas geralmente podem ser divididos em problemas menores, que então são resolvidos concorrentemente, ou seja, em paralelo [ADVE et al. 2008].

Entre 1980 e 2004, o aumento da frequência foi o principal recurso para melhorar o desempenho dos computadores. Com uma maior frequência de processamento, gasta-se menos tempo para processar cada instrução, aumentando assim a performance do computador [HENNESSY e PATTERSON 2002]. Devido a diminuição da razão entre o aumento da performance e o custo, além da crescente preocupação do consumo de energia por parte dos computadores, máquinas dotadas de múltiplos núcleos de processamento tornaram-se dominantes no mercado a partir de 2004. Com isso, a computação paralela passou a ser cada vez mais popular.

O ganho de performance depende muito da estratégia utilizada e da porcentagem do programa que é paralelizável. Quanto maior for a parte do programa possível de ser paralelizada, maior o ganho de performance por este tipo de estratégia [AMDAHL 1967] e [GUSTAFSON 1988]. Porém, a computação paralela também apresenta desvantagens. Para usar múltiplos núcleos de processamento ou computadores simultaneamente há um custo (memória, comunicação, entre outros), e dependendo da situação pode não com-

pensar pagar.

Deve ser levado em consideração que, para permitir o processamento simultâneo de diversos fragmentos, devem ser criadas entidades, que serão estudadas posteriormente. Para manter estas entidades é preciso memória, independente da arquitetura utilizada (multiprocessador ou multicomputador). Além disso, para que informações sejam trocadas entre estas entidades há o custo da comunicação [GRAMA et al. 2003].

Além dos custos computacionais, programas que utilizam o recurso da computação paralela são mais difíceis de programar que programas sequenciais. Isto acontece, pois a concorrência introduz diversas novas variáveis ao contexto, como a condição de corrida, além de potenciais defeitos, como deadlocks<sup>1</sup> e starvation<sup>2</sup> [PATTERSON e HENNESSY 1998].

A computação paralela será tratada neste trabalho somente como uma ferramenta, que possibilitará o uso do potencial das máquinas atuais, quando executarem o método de Evolução Diferencial. Além disso, todos os experimentos envolvendo computação paralela serão realizados em uma máquina, dotada de múltiplos núcleos de processamento, com o objetivo de aprimorar a performance da aplicação. Conteúdo adicional é somente para informação do leitor.

## 6.1 Condições Para Uso de Computação Paralela

Além da arquitetura do hardware, também é necessário analisar o programa em que se deseja utilizar a computação paralela. Considere  $P_1$  e  $P_2$  como processos que executem fragmentos de um programa, com entradas  $I_1$  e  $I_2$ , e saídas  $O_1$  e  $O_2$ , respectivamente.

Segundo [BERNSTEIN 1966], quando os dois fragmentos de um programa satisfazem certas condições, chamadas de condições de Bernstein, eles são independentes e podem ser executados em paralelo. De maneira simplificada, as condições são as seguintes:

- **Independência de fluxo** ( $I_2 \cap O_1 = \emptyset$ ): Um fragmento não pode produzir um

---

<sup>1</sup>Situação desastrosa, onde um processo de um programa precisa de um determinado recurso que está com outro, e este outro precisa do recurso do primeiro para continuar, assim travando a execução.

<sup>2</sup>Quando um processo nunca é executado, pois processos de prioridade maior sempre o impedem de ser executado.

resultado que será utilizado por outro fragmento;

- **Independência de variáveis** ( $I_1 \cap O_2 = \emptyset$ ): Um fragmento não pode necessitar, para sua execução, que uma variável seja preenchida por outro fragmento;
- **Independência de saída** ( $O_1 \cap O_2 = \emptyset$ ): As saídas de diferentes fragmentos devem ser independentes. Porém, quando duas saídas escrevem em um mesmo local, a saída final deve vir do fragmento que terminou sua execução por último.

Existem diversos tipos de paralelismo, mas o paralelismo a nível de dado é o mais utilizado para aplicações científicas e de engenharia. Ele está inerente a laços de repetição, focando em distribuir o dado por diferentes nós computacionais, para serem processados em paralelo [CULLER et al. 1999].

## 6.2 Modelos de Programação Paralela no Racket

Linguagens de programação, bibliotecas, API e modelos foram criados para desenvolver programas que utilizam computação paralela. Diversas abordagens foram estudadas, dentre elas: Multiplexação, multi-processos, e multi-threads [DAVIS et al. 2004]. Em Racket, a utilização pura de threads permite a programação concorrente, em um processador. Porém, a computação paralela não pode ser utilizada por esta abordagem. Deve-se utilizar Futures [SWAINE et. al. 2010] ou Places [TEW et. al. 2011].

Racket Futures é uma abordagem de paralelização incremental de sistemas de execução, e pode ser utilizada de maneira simples, para processar diversos sistemas de execução sequenciais em paralelo, com o uso de máquinas virtuais. Ela provê o uso da computação paralela em processadores com múltiplos núcleos com um esforço muito pequeno, quando comparado a abordagem convencional.

No entanto, o nível de paralelismo com Futures é ideal para sistemas onde não haja sincronização ou alocações em paralelo, uma vez que quem define como será realizado o paralelismo é o próprio Racket. Assim, a gama de aplicações com computação paralela em Racket Futures é limitada, se restringindo à operações seguras e sem sincronismo.

A implementação atual no Racket é melhor para operações numéricas, como algoritmos matemáticos, dentre outros.

Isto acontece pois, quando é detectada uma tentativa de realização de uma operação muito complexa ou insegura, ou quando há muitas alocações, o Racket decide não realizar tais operações em paralelo, mesmo que isto seja possível. No entanto, com o uso de uma ferramenta presente no próprio Racket, chamada linha do tempo de execução, vide fig. 6.1, é possível prever se a aplicação será ou não paralelizada com sucesso utilizando Futures, através de uma simulação temporal de sua execução [SWAINE et. al. 2012].



Figura 6.1: Linha do Tempo de Execução - Fonte: [SWAINE et. al. 2012]

Analisando a aplicação a ser paralelizada e, por verificar necessidade de sincronização a cada geração processada, Racket Futures não se mostra como uma boa alternativa para paralelizar o algoritmo de Evolução Diferencial, devido à complexidade do algoritmo, e também ao desejo de um controle maior sobre a computação paralela. Assim, esta alternativa foi descartada.

A outra alternativa, denominada Racket Places, cria uma nova instância separada da máquina virtual do Racket, denominada place. Diversas places podem ser criadas dentro de uma mesma máquina. Cada instância pode ser executada em paralelo a outras places e ao processo principal. Todo o poder da linguagem Racket está disponível em cada place. Esta abordagem permite uma construção mais customizada dos elementos que executarão em paralelo, ao contrário dos Futures.

Nesta arquitetura, cada place possui seu próprio espaço de endereçamento dentro de

uma única máquina. Assim, todos os módulos de código executados, bem como os dados, são carregados separadamente em cada place. A coleta de lixo também é feita individualmente. Uma representação das places dentro de um processo Racket está na fig. 6.2.

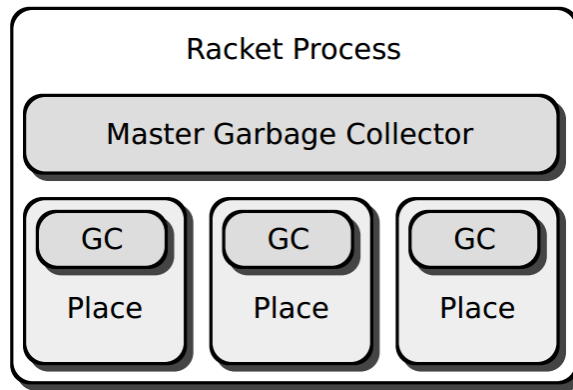


Figura 6.2: Places dentro do Processo - Fonte: [TEW et. al. 2011]

A comunicação entre places é feita somente por passagem de mensagem, via canais de comunicação bidirecionais, por funções que garantem a segurança e a independência das computações em paralelo. Para isto, somente dados imutáveis podem ser enviados/recebidos através destes canais.

Porém, ao contrário de outras estruturas de passagem de mensagem, o canal de uma place suporta o envio e recebimento de dados estruturados, incluindo valores booleanos, números, caracteres, símbolos, string de variados tipos, tuplas, listas, vetores, estruturas customizadas, etc. Endereços de places também podem ser enviados através dos canais de comunicação, permitindo ao programa possuir topologias de comunicação customizadas, variando de acordo com a criatividade e necessidade do desenvolvedor. Somente valores de alta ordem, e.g. funções, não podem ser enviados através destes canais, por serem valores mutáveis.

Uma arquitetura de passagem de mensagens, com elementos que possuem espaço de endereçamento exclusivo, é mais fácil ser utilizada do que arquiteturas que usam memória compartilhada por diversas entidades. Além de evitar problemas criados por esta memória compartilhada, fazendo necessário o uso de mecanismos de controle e gerenciamento de memória, a comunicação por passagem de mensagens deixa o desenvolvedor mais focado

na comunicação e transmissão de dados, minimizando os possíveis problemas, permitindo uma escalabilidade maior da aplicação.

Os canais de comunicação são assíncronos, ou seja, enviam mensagem e continuam a executar suas tarefas, de forma que o remetente não precise sincronizar com o destinatário. Somente o recebimento ou espera da mensagem que é uma instrução síncrona.

Por todos os seus recursos e características, além da facilidade em se adaptar ao método de Evolução Diferencial, a Racket Places foi a abordagem escolhida para a computação paralela. Neste trabalho será realizada a computação paralela em uma máquina multiprocessada, entre seus núcleos de processamento, utilizando somente a memória desta máquina.

Com a estratégia definida, serão detalhadas as ferramentas que permitirão a criação e manipulação das Racket Places. Abaixo segue a descrição das funções que serão utilizadas para implementar o paralelismo do método de Evolução Diferencial:

**(place *ch func*)** Cria uma place e retorna o canal de comunicação bidirecional dela.

Toda a passagem e recebimento de mensagem deve utilizar este canal. Dentro da função *func* a referência do canal é *ch*;

**(place-channel-put *ch msg*)** Envia uma mensagem *msg* para um canal *ch*;

**(place-channel-get *ch*)** Recebe uma mensagem de um canal *ch*. Bloqueia a execução da place ou processo principal até que uma mensagem seja recebida.

Ao utilizar Racket Places, elas irão executar em paralelo, caso hajam núcleos de processamento disponíveis para isto. Assim, é importante as places para receber mensagens e realizar seu trabalho. A arquitetura da aplicação paralela, i.e., quem aguarda ordem para realizar um trabalho, quem informa quando um trabalho deve ser realizado, é totalmente customizável. Um exemplo completo do uso das Racket Places para realizar computação paralela, com detalhamento e testes, é mostrado na próxima seção.

## 6.3 Problematização: Identificação de Números Primos

De modo a testar o ganho de performance e ilustrar o conceito de computação paralela, é proposto o seguinte problema: Encontrar todos os números primos entre 2 e um determinado número.

Os números primos, e as suas propriedades, foram pela primeira vez estudados extensivamente pelos antigos matemáticos Gregos. Entende-se por número primo, todo número cujo o resto da divisão dele por 1(um) ou por ele mesmo é igual a 0(zero). Um algoritmo bem simples para saber se um número é primo é o seguinte:

```
Defina q = 2
Loop
  Se q < número, faça
    Se (número % q) == 0, faça
      O número não é primo, retorne falso
    Caso contrário, faça
      q = q + 1
      Retorne para Loop
  Caso contrário, faça
    O número é primo, retorne verdadeiro
Fim Loop
```

Sabendo identificar quais números são primos, basta construir uma outra função que executa o algoritmo acima para cada valor em um intervalo, colocando em uma lista os números identificados como primos. Um algoritmo para executar esta tarefa é o seguinte:

```
Dados: nini = limite inicial
       nfin = limite final
Defina i = nini
       res = lista de resultado
Loop
  Se i <= nfin, faça
    Se i for primo, faça
      Coloque i dentro de res
    i = i + 1
    Retorne para Loop
Fim Loop
Retorne a lista res
```

O problema de encontrar todos os números primos em um intervalo, de maneira sequencial, é resolvido por este algoritmo. Neste caso, cada número é testado individual e independentemente. Porém, para testar e ilustrar a computação paralela utilizando Racket Places, podemos dividir estes números em grupos, e realizar identificações em paralelo, de acordo com a capacidade do hardware.

### 6.3.1 Divisão do Intervalo Numérico

Com um grupo de números a serem identificados, é possível fazer uso da computação paralela, a nível de dado, de maneira bem simples. Basta dividir um intervalo grande em grupos menores, já que um número não depende de outros para ser identificado como primo. Porém, algumas considerações devem ser feitas:

- Todo número primo par será identificado como não primo em um tempo muito pequeno, comparado aos demais;
- Números primos muito grandes tendem a demorar muito mais tempo para serem identificados do que números primos pequenos.

Assim, visto que o que importa nesta seção é mensurar ganho de performance e não o tempo geral, o algoritmo de identificação de números primos será modificado, de forma a balancear os tempos de identificação entre todos os números:

```
Defina q = 2
    primo? = false
Loop
    Se q < número, faça
        Se (número % q) != 0, faça
            primo? = true
            q = q + 1
            Retorne para Loop
    Caso contrário, faça
        Retorne primo?
Fim Loop
```



Mesmo que um número seja identificado como não primo, todo o espectro de números entre 2 e o número a ser identificado será processado, cumprindo com o objetivo de balancear os tempos de execução.

Caso, em uma situação hipotética, o intervalo de números [2, 10000] fosse diretamente dividido em dois, [2, 5001] e [5002, 10000], o primeiro grupo teria um tempo de execução muito menor que o segundo. Isto afetaria o comportamento da computação paralela, pois o tempo de execução total é sempre igual ao tempo de execução do fragmento que despendiu mais tempo. Durante algum tempo, somente um dos grupos seria processado, enquanto o outro já teria seus resultados gerados.

Assim, para prevenir este problema e permitir que os grupos tenham um tempo de execução similar, de modo a distribuir a carga entre os núcleos de processamento, é importante que na divisão dos números a magnitude seja levada em consideração.

Para isto, a divisão dos grupos será feita em rodadas, onde cada número é atribuído a um grupo por vez até que a totalidade dos números seja distribuída, conforme algoritmo a seguir:

```
Defina q = 2
      grupos = número de núcleos de processamento
      i = 1
Loop
  Se q <= número, faça
    Atribua q ao grupo i
    Se i == grupos, faça
      i = 1
    Caso contrário, faça
      i = i + 1
    Retorne para Loop
  Caso contrário, faça
    Retorne os grupos devidamente divididos
Fim Loop
```

Abaixo se encontra um exemplo da execução deste algoritmo, realizada no intervalo [2, 20], dividido em 4 (quatro) grupos. Observe as listas com os números a serem identificados por cada place.

```
> (grupos 20 4)
'((2 6 10 14 18) (3 7 11 15 19) (4 8 12 16 20) (5 9 13 17))
```

Com o intervalo numérico dividido em grupos, na próxima seção será abordada a rotina do sistema para processar estes grupos em paralelo.

### 6.3.2 Rotina do Sistema

Uma vez que os grupos de números a serem identificados foram definidos, deve-se definir qual será a rotina do sistema para realizar a tarefa toda, distribuindo o trabalho realizado.

Antes de delegar tarefas às places, que realizam o trabalho em paralelo, estas devem ser criadas. No momento da criação, obtém-se seus canais de comunicação, por onde serão enviados os grupos de números a serem identificados. Uma visão geral do sistema está disposta na fig. 6.3.

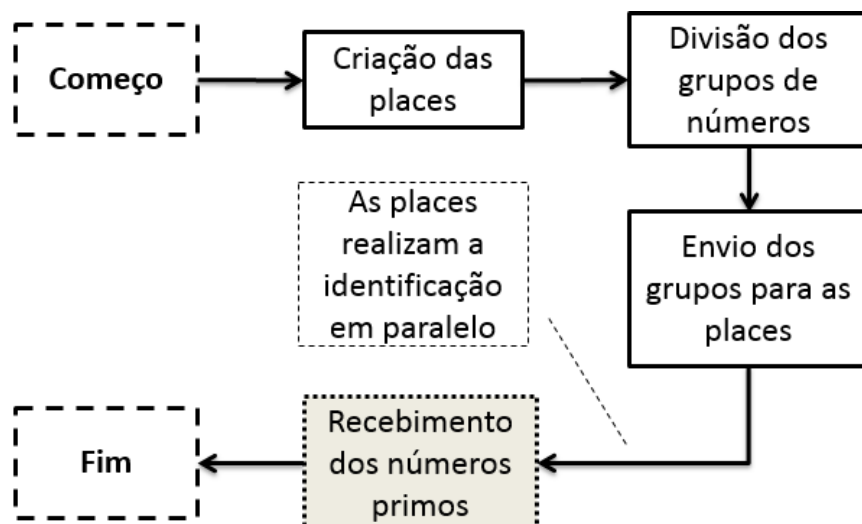


Figura 6.3: Visão Geral da Aplicação de Identificação de Números Primos Paralelizada

Assim, no início da aplicação, são criadas as places e enviados a elas os respectivos grupos de números. Neste exato momento, as places são requisitadas para executarem sua rotina de trabalho. De posse do seu grupo, cada uma realiza a identificação dos números sob sua responsabilidade, enviando o resultado posteriormente ao processo principal.

Enquanto as places não terminarem seu trabalho, o processo principal aguarda o recebimento dos dados, e é bloqueado enquanto todas as places não enviarem os números primos identificados (execução síncrona, etapa em cinza). Assim que estes elementos são recebidos, o processo principal volta a ser executado, mostrando a totalidade dos números que são primos, concatenando as informações recebidas pelas places.

### 6.3.3 Rotina de Trabalho da Place

Partindo do princípio que uma place, depois de criada, possa receber e enviar mensagens através de seu canal de comunicação bidirecional, é definida uma rotina de trabalho para cada uma delas que, caso o hardware permita, será executada em paralelo. Seu principal trabalho é identificar, dentro do grupo de sua responsabilidade, quais números são primos. Desta maneira, a fig. 6.4 demonstra sua rotina de trabalho.

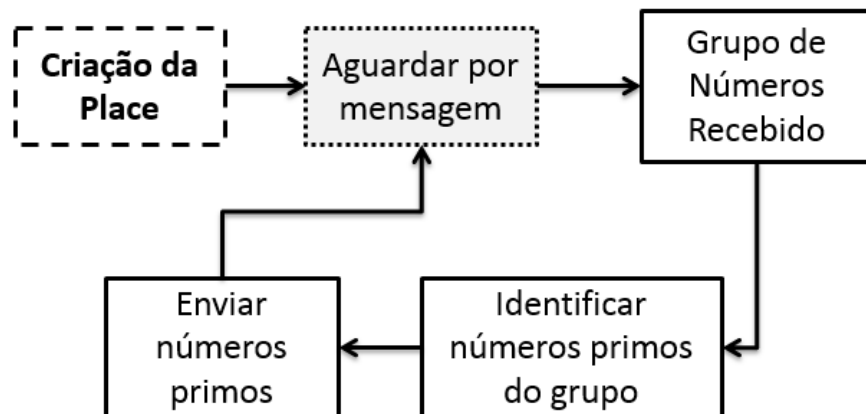


Figura 6.4: Rotina de Trabalho de uma Place

Assim que a place é criada, a primeira coisa que ela faz é aguardar por uma mensagem. É através destas mensagens que a place será controlada, e saberá quando deve realizar suas tarefas. É importante lembrar que a execução da place será bloqueada enquanto a mensagem não é recebida (execução síncrona, etapa em cinza). Ao receber a mensagem com seu grupo de números, ela irá identificar quais são os primos, como disposto na seção 6.3.1. Posteriormente enviará sua parte do trabalho para o processo principal, e aguardará por uma nova mensagem.

### 6.3.4 Resultados

Para os testes, foram realizadas várias execuções em sequência, com números no intervalo  $\{x \in \mathbb{N} | x = 1000 \cdot k \ \forall \ k = [20, 200]\}$ . Os testes foram realizados em uma máquina dotada de processador Intel® Core™ i7-4770K, com quatro processadores e oito núcleos de processamento lógico, graças à tecnologia Intel® Hyper-threading [INTEL 2013].

Em cada teste, o programa deve identificar quais são os números primos entre 2 e o número utilizado, seguindo as seguintes configurações:

- Sequencial, identificando um número após o outro;
- 2 places, consequentemente 2 núcleos de processamento;
- 4 places, consequentemente 4 núcleos de processamento;
- 6 places, consequentemente 6 núcleos de processamento;
- 8 places, consequentemente todos os núcleos de processamento,

De modo a comparar os tempos de execução totais, foram mensurados os tempos de execução de todas as configurações, dando origem a um gráfico relacionando os tempos de execução e o limite superior, i.e, o número utilizado. O resultado se encontra na fig. 6.5.

Para calcular a aceleração obtida com o aprimoramento via computação paralela  $S$ , relacionou-se o tempo de execução na configuração sequencial  $T_{seq}$  e o tempo de execução nas outras configurações  $T_{par}$ , conforme (6.1).

$$S = \frac{T_{seq}}{T_{par}} \quad (6.1)$$

Um gráfico relacionando a aceleração obtida e o limite superior utilizado no teste se encontra na fig. 6.6.

A performance na execução de uma aplicação depende de diversos fatores instantâneos, e.g. as atividades que o sistema operacional esteja executando. Como foram realizados

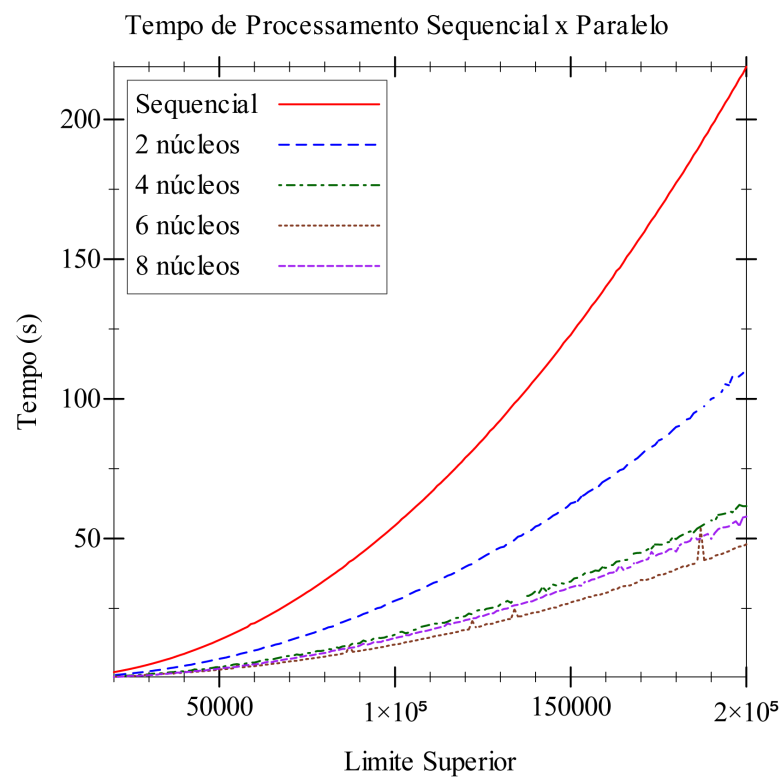


Figura 6.5: Tempo de Execução / Núcleos

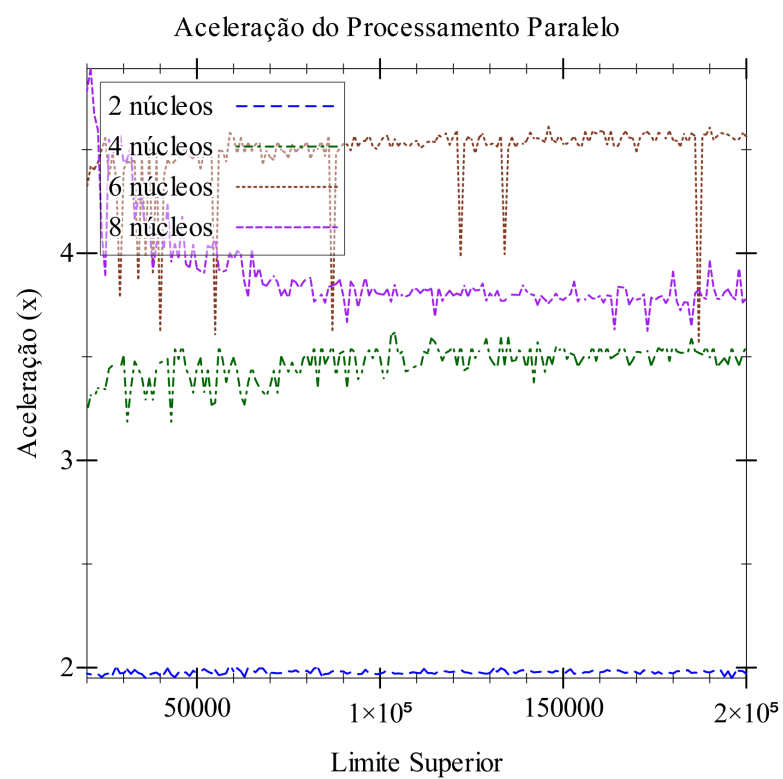


Figura 6.6: Aceleração / Núcleos

diversos testes, percebe-se uma tendência no valor do aprimoramento de performance, dependendo da quantidade de places utilizada:

- 2 places/núcleos: 190
- 4 places/núcleos: 350
- 6 places/núcleos: 450
- 8 places/núcleos: 380

Como pode ser percebido nos valores dos testes, há custos inerentes ao uso da computação paralela, que fazem com que o ganho de performance não seja igual a quantidade de núcleos utilizada.

Também observa-se uma relação diferenciada entre o primeiro par (2 e 4 places) e o segundo par (6 e 8 places) de configurações: Como a máquina possui 4 processadores, o primeiro par de testes conseguiu um aprimoramento relativo ao número de processadores maior comparado ao outro par. Porém, a tecnologia Hyper-threading, com núcleos de processamento lógico, permitiu um resultado melhor por parte do segundo par.

Dentro do segundo par de configurações, o que usa uma menor quantidade de places se mostrou melhor, devido à necessidade de execução de tarefas por parte do sistema operacional, o que faz pausar a execução de algumas places em alguns momentos quando todos os núcleos são utilizados pela aplicação.

Desta maneira, os testes realizados levam a concluir que a computação paralela, utilizando Racket Places, aprimora com sucesso a performance de um programa paralelizável, e que esta é uma ferramenta que auxiliará na aplicação da metodologia objetivo deste trabalho. Na seção 6.4 serão aplicados os conceitos mostrados aqui para realizar, em paralelo, a evolução dos indivíduos de uma população via Evolução Diferencial.

## 6.4 Realização da Evolução Diferencial em Paralelo

Antes de colocar esta arquitetura em prática, é necessário verificar se o método de Evolução Diferencial é passível de paralelização com Racket Places, através das condições

de Bernstein. Veja a seguir:

- **Independência de fluxo:** Cada indivíduo é evoluído independentemente, baseando-se somente no estado atual da população, ou seja, nenhum fragmento irá produzir um resultado necessário por outro;
- **Independência de variáveis:** Cada place utiliza seu próprio espaço de endereçamento. Portanto, cada fragmento utilizará suas próprias variáveis localmente. A comunicação interfragmento é realizada somente por passagem de mensagem.
- **Independência de saída:** As saídas não escreverão no mesmo local. O processo principal irá recolher todos os resultados, em ordem, para depois verificar as condições de parada.

Com a estratégia de paralelização em Racket definida, bem como verificadas as condições de Bernstein para o método de Evolução Diferencial, nesta seção será detalhado como será aplicado a computação paralela em conjunto com o método de otimização, no sistema que implementará o método de Evolução Diferencial, permitindo que os indivíduos sejam evoluídos e outras operações sejam feitas em paralelo.

Na fig. 5.1 é possível observar claramente um laço de repetição: Se a condição de parada não for alcançada, as amostras são otimizadas (etapa Otimizar Amostras) e os dados acerca delas são gerados (etapa Geração de Dados). Em uma aplicação sequencial, todos os indivíduos da população seriam otimizados e seus dados seriam gerados, um após o outro.

Porém, ao dividir esta população em grupos menores, de acordo com a quantidade de núcleos de processamento que a máquina detém, é possível distribuir estes grupos entre os diferentes núcleos, para serem processados em paralelo. Toda a computação paralela será realizada em uma única máquina multicore, com um único espaço de busca, objetivando o aprimoramento da performance da aplicação.

Uma vez que a evolução de um indivíduo é realizada baseando-se somente nos indivíduos população atual, e de forma independente, esta estratégia encaixa muito bem no contexto do trabalho.

### 6.4.1 Divisão do Processamento da População

Para saber quantos indivíduos serão processados por cada núcleo de processamento, foi desenvolvida uma metodologia para realizar a divisão mais próxima da população em grupos pequenos, de tal maneira que a diferença entre grupos não passará de 1 (um) indivíduo. Devido aos tempos de processamento, da evolução dos indivíduos e do cálculo de seus *fitness*, serem muito próximos, os grupos serão processados em tempos quase iguais, tornando esta divisão eficiente para esta aplicação.

O pseudocódigo abaixo ilustra como será feita a divisão do trabalho para cada processador, pela função (*divide npop nplaces*) onde o argumento *npop* representa o tamanho da população, e *nplaces* representa a quantidade de places que se deseja utilizar. A quantidade de núcleos de processamento lógicos disponíveis em uma máquina pode ser obtida pela função (*processor-count*), e ajustada para aprimorar a performance ou permitir ao usuário utilizar a máquina enquanto executa a aplicação.

```
Dados: npop = tamanho da população
       nplaces = quantidade de places
Defina share = quociente exato de NP/nplaces
       left = resto de NP/nplaces
       listatrabalho = lista de nplaces elementos com valor share
Defina i = 0
Enquanto left > 0 faça
    listatrabalho[i]++, i++, left--
Fim Enquanto
Retorne listatrabalho
```

Abaixo se encontra um exemplo da execução da função *divide*, realizada para dividir uma população de 100 indivíduos em 6 (seis) places. Observe a lista com a quantidade de indivíduos a ser processado por cada place.

```
> (divide 100 6)
'(17 17 17 17 16 16)
```

Assim, de acordo com o exemplo, enquanto na abordagem sequencial um único núcleo



de processamento iria processar 100 indivíduos, ao utilizar 6 núcleos de processamento, cada um processará entre 16 e 17 indivíduos por geração. Ao variar o tamanho da população e a quantidade de núcleos que se deseja utilizar, estes valores mudarão. Porém, a diferença de indivíduos processados nunca será maior que 1 (um).

## 6.4.2 Rotina do Sistema

Uma vez que a quantidade de indivíduos a serem otimizados e terem seus dados gerados foi definido para cada place, que realizará tal tarefa em paralelo, deve-se definir qual será a rotina do sistema.

Quanto à modalidade de computação, o sistema que implementará o método de Evolução Diferencial pode ser dividido em duas partes: A parte sequencial e a parte em paralelo.

Tanto a otimização da população via Evolução Diferencial, quanto a geração de dados acerca dela, serão realizados em paralelo, dividindo-se tal população em grupos menores, a serem processados separadamente pelas places. É onde a maior parte do esforço computacional se encontra. Todo o restante será feito sequencialmente.

Antes de delegar tarefas às places, estas devem ser criadas. No momento da criação, obtém-se seus canais de comunicação, por onde serão enviados os parâmetros iniciais ou os parâmetros para realizar uma evolução, e recebidos os grupos evoluídos juntamente com os dados gerados.

Deste modo, sabendo quais as atividades serão realizadas em paralelo pelas places, e quais serão realizadas sequencialmente pelo processo principal, ter-se-á a uma visão geral do sistema, conforme a fig. 6.7.

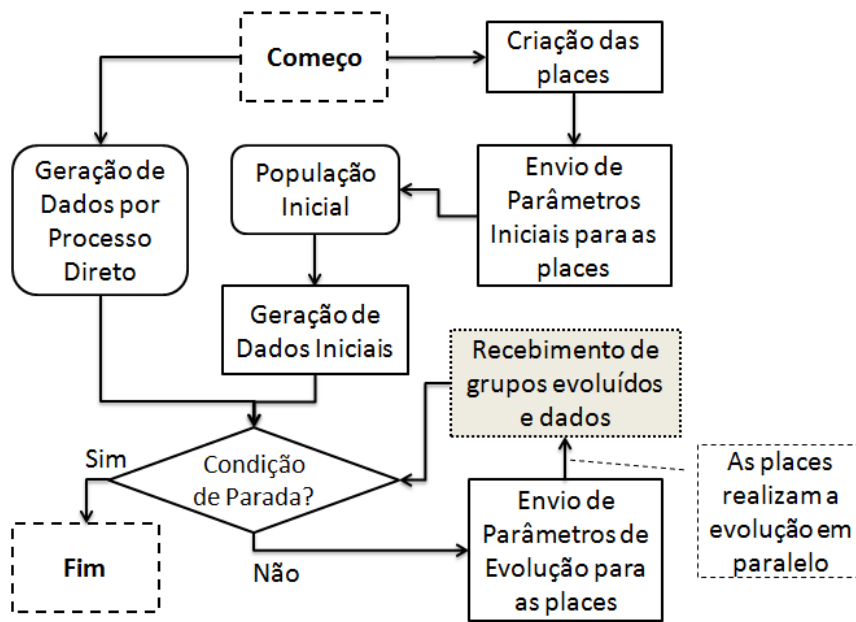


Figura 6.7: Visão Geral da Aplicação de Evolução Diferencial Paralelizada

Assim, no início da aplicação, na parte sequencial, são criadas as places e enviados a elas o parâmetros iniciais. A população inicial é criada e os dados iniciais são gerados. A condição de parada é verificada. Caso ela não seja alcançada, outra geração de indivíduos deverá ser gerada.

Neste exato momento as places são requisitadas para executarem sua rotina de trabalho. Elas são comunicadas acerca do estado da população da geração atual. De posse destas informações, cada uma realiza a evolução e geração de dados do grupo sob sua responsabilidade, enviando o resultado posteriormente ao processo principal.

Enquanto as places não terminarem seu trabalho, o processo principal aguarda o recebimento dos dados, e é bloqueado enquanto todas as places não enviarem os indivíduos evoluídos e seus dados (execução síncrona, etapa em cinza). Assim que estes elementos são recebidos, o processo principal volta a ser executado, dando continuidade ao processo de evolução.

### 6.4.3 Gerenciamento da População

Com a quantidade de trabalho definida para cada núcleo de processamento, o primeiro passo do programa é criar as places, obtendo assim uma lista com seus canais de

comunicação.

Assim, para controlar qual será o grupo da place, basta saber quantos elementos seu grupo possui, e uma closure [HOYTE 2008], como mostrado abaixo, pode informar em qual índice o processamento da place começa ou alterar este valor. O código abaixo está em Racket.

```
(define (counter)
  (let [(c 0)]
    (case-lambda
      [(())
       c]
      [(inc)
       (set! c (+ c inc))])))
```

Ao executar a função *counter*, uma closure é criada. Caso esta closure resultante seja executada sem argumentos, ela retorna a posição inicial de responsabilidade da place. Caso tenha como argumento um número natural, ela incrementa esta posição inicial. Esta estrutura de funções condicionais anônimas, controladas pela aridade, é feita pelo comando *case-lambda*.

Ao criar todas as places, pode-se armazenar seus canais em uma lista. O pseudocódigo abaixo ilustra como será feita a criação das places, baseado na lista com a quantidade de indivíduos a ser processado por cada núcleo de processamento, vide seção 6.4.1.

```
Dados: listatrabalho = lista com o tamanho do grupo de cada place
      cont = closure criada a partir da função (counter)
Defina listaplaces = lista vazia
Para todos os elementos de listatrabalho faça
  trabalho = elemento corrente da listatrabalho
  posinicial = (cont)
  Crie a place e armazene seu canal em listaplaces
  Envie posinicial, trabalho e os parâmetros iniciais para a place
  (cont trabalho)
Fim
```

Assim, baseando-se no exemplo de lista de trabalho '(17 17 17 17 16 16), cada place possuirá uma posição inicial e uma quantidade de indivíduos, culminando em uma faixa

de posições correspondente a seu grupo:

- **Place/Núcleo 1:** Posição 0, 17 indivíduos  $\Rightarrow$  Faixa 0-16;
- **Place/Núcleo 2:** Posição 17, 17 indivíduos  $\Rightarrow$  Faixa 17-33;
- **Place/Núcleo 3:** Posição 34, 17 indivíduos  $\Rightarrow$  Faixa 34-50;
- **Place/Núcleo 4:** Posição 51, 17 indivíduos  $\Rightarrow$  Faixa 51-67;
- **Place/Núcleo 5:** Posição 68, 16 indivíduos  $\Rightarrow$  Faixa 68-83;
- **Place/Núcleo 6:** Posição 84, 16 indivíduos  $\Rightarrow$  Faixa 84-99;

#### 6.4.4 Rotina de Trabalho da Place

Partindo do princípio que uma place, depois de criada, possa receber e enviar mensagens através de seu canal de comunicação bidirecional, é definida uma rotina de trabalho para cada uma delas, que será executada em paralelo. Seu principal trabalho é evoluir um grupo e gerar dados acerca dele. Desta maneira, a fig. 6.8 demonstra sua rotina de trabalho.

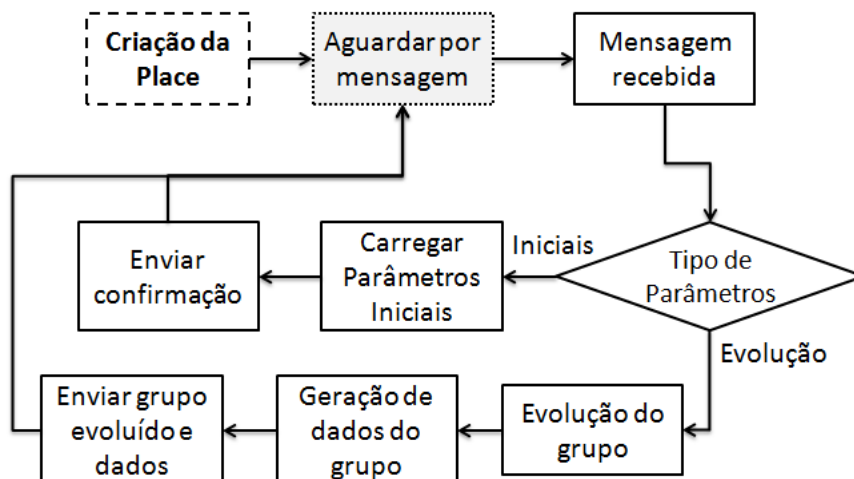


Figura 6.8: Rotina de Trabalho de uma Place

Assim que a place é criada, a primeira coisa que ela faz é aguardar por uma mensagem. É através destas mensagens que a place será controlada, e saberá quando deve realizar

suas tarefas. É importante lembrar que a execução da place será bloqueada enquanto a mensagem não é recebida (execução síncrona, etapa em cinza). Dois tipos de mensagens podem ser recebidos: Parâmetros iniciais ou parâmetros de evolução.

### **Parâmetros Iniciais**

A mensagem com os parâmetros iniciais é crucial para o início das tarefas, pois conterá todos os valores que a place necessitará para executar suas tarefas de maneira satisfatória. São parâmetros iniciais os seguintes elementos:

- Posição inicial de responsabilidade da place;
- Quantidade de elementos no grupo da place;
- Parâmetros de controle da Evolução Diferencial;
- Estratégia de mutação;
- Estratégia de cruzamento;
- Parâmetros para a geração de dados, vide seção 7.1.1;
- Parâmetros de condição de contorno, vide seção 7.1.2.

Uma vez que os parâmetros iniciais são recebidos, eles são carregados no espaço de endereçamento da place, como ilustrado na fig. 6.2, e uma confirmação é enviada ao processo principal. Esta abordagem permite que a place possa ser reutilizada para a diversas otimizações distintas que possuem os mesmos parâmetros iniciais.

### **Parâmetros de Evolução**

Já a mensagem com os parâmetros de evolução, deve ser enviada quando deseja-se realizar a evolução e geração de dados acerca do grupo a ser evoluído. É importante ressaltar que a place deve ser sempre carregada com os parâmetros iniciais antes de poder realizar a evolução. Isto é assegurado no processo principal, que controla as places. São parâmetros de evolução os seguintes elementos:

- Indivíduos que compõem a população atual;
- *Fitness* dos indivíduos da população atual;
- Parâmetro de desestagnação, vide seção 7.2.

De posse da população atual e seus dados, o grupo é otimizado através do método de Evolução Diferencial, seus dados são gerados, e estas informações são enviadas ao processo principal.

Depois de realizar qualquer processamento em paralelo, a place aguarda por uma evolução, ou parâmetros iniciais para serem carregados, culminando na otimização de outro problema.

## Procedimento das Places

A vantagem de poder contar com valores de alta ordem pode ser muito bem aproveitada aqui. Basta apenas que as places sejam closures. Cada uma armazena seus parâmetros, e executa uma de três funções, dependendo de seus argumentos. Esta estrutura de funções condicionais anônimas, controladas pela aridade e, no Racket Tipado, pelo tipo, é feita pelo comando *case-lambda*.

Caso não haja argumentos, ela retorna uma mensagem com seu estado atual, para monitoramento. Caso os argumentos sejam estruturas que armazenam os parâmetros iniciais, eles são carregados. Caso contrário, o grupo de sua responsabilidade é evoluído. Isto pode ser visto no pseudocódigo, aproximado do Racket tipado, abaixo.

```
(define: (createWorker) : Tipos e respectivos retornos
  (let*: [Parâmetros Iniciais Armazenados]
    (case-lambda:
      [(Parâmetros Iniciais)
       Carregue os parâmetros iniciais
       Retorne uma confirmação]
      [(Parâmetros de Evolução)
       Evolua o grupo de sua responsabilidade
       Calcule o fitness de todos
       Retorne o grupo com os respectivos fitness]
      [()])
```

```
|         Retorne o estado atual]
|     )))
```

Após entender como será realizada a Evolução Diferencial de modo paralelo, em múltiplos núcleos de processamento dentro de uma máquina, no próximo capítulo será detalhada a metodologia proposta neste trabalho, de modo a encontrar o solo estratificado em camadas horizontais, com comportamento elétrico similar ao de um solo desconhecido.





# Capítulo 7

## Metodologia Proposta

Observe que, foi feito no capítulo 4, o caminho inverso do que realmente é aplicado na prática: Partiu-se de um solo estratificado em camadas horizontais, com parâmetros conhecidos, e, através do algoritmo de Sunde, chegou-se na função característica deste solo. A partir daí, foi calculada a resistividade aparente teórica do solo em função da distância dos eletrodos  $\rho_{aT}(a)$ .

Na prática, vide capítulo 3, parte-se de um solo desconhecido, onde aplica-se o método de Wenner para obtenção da resistividade aparente experimental do solo em função da distância dos eletrodos  $\rho_{aE}(a)$ .

Utilizando o mesmo conjunto de espaçamentos  $a$ , ter-se-á a situação apresentada na fig. 7.1.

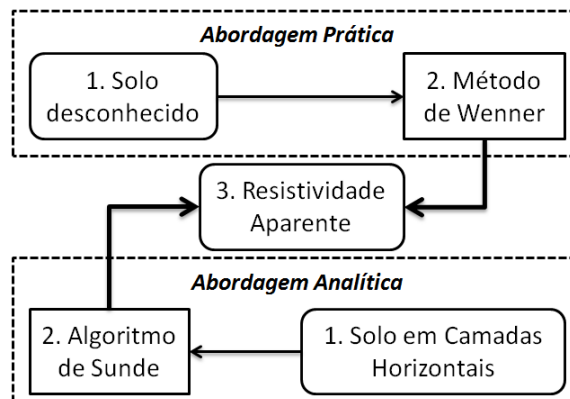


Figura 7.1: Situação Prática/Teórica

Mas a situação desejada é que a partir de um solo desconhecido, seja estimado um solo

estratificado em camadas horizontais, onde o número de camadas, e respectivas resistividades e espessuras sejam conhecidos, e que ambos possuam propriedades com valores próximos, onde o primeiro seja uma representação do segundo, devido ao comportamento elétrico similar.

Nas seções seguintes será detalhada a metodologia de otimização, utilizando Evolução Diferencial em conjunto com Racket Places, bem como a desestagnação do processo de otimização, o tratamento de picos de erro e a verificação do solo multicamada otimizado.

## 7.1 Metodologia de Otimização

A propriedade em comum, levantada por ambos os métodos, presentes nos capítulos 3 e 4, é a resistividade aparente em função da distância entre os eletrodos  $\rho_a(a)$ .

Desta maneira, ter-se-ão dois solos:

- Referência: Solo desconhecido, do qual deseja-se saber suas características, onde é aplicado o método de Wenner para a geração de dados, i.e., a curva de resistividade aparente experimental  $\rho_{aE}(a)$ .
- Amostra: Solo estratificado em camadas horizontais, gerado como amostra, que possui suas características conhecidas. O algoritmo de Sunde é o responsável pela geração de seus dados, i.e., a curva de resistividade aparente teórica  $\rho_{aT}(a)$ .

Neste trabalho, ter-se-á uma população de solos amostra. A metodologia proposta realizará a otimização da população, via Evolução Diferencial, até que a condição de parada seja alcançada.

Na fig. 7.2, pode-se observar como funciona a metodologia que encontra a amostra de solo estratificado mais próxima do solo referência.

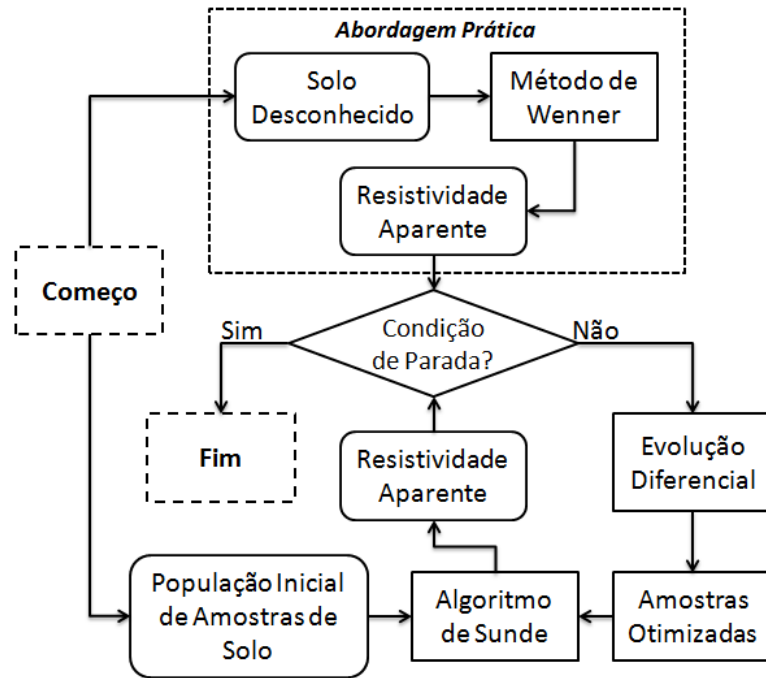


Figura 7.2: Metodologia de Otimização

1. A abordagem prática (processo direto), calcula as resistividades aparentes experimentais do solo referência. Estas resistividades são então guardadas para posterior comparação com as amostras de solo geradas;
2. Amostras de solo horizontalmente estratificado são geradas aleatoriamente, formando uma população inicial, e suas resistividades aparentes teóricas são calculadas;
3. A resistividade aparente de todas as amostras são comparadas com a referência (7.3), e a que possuir menor erro é utilizada na verificação da condição de parada:
  - (a) Caso o erro seja satisfatório ou o número de gerações tenha estourado um limite, a melhor amostra de solo encontrada é considerada a estratificação do solo referência;
  - (b) Caso contrário, as amostras são então avaliadas e otimizadas, via método de Evolução Diferencial, e um novo conjunto de amostras é então gerado e o passo 3 é realizado novamente.

Deste modo, ao fim do processo de otimização, ter-se-á, com uma margem de erro, a estratificação horizontal do solo que fora um dia desconhecido, representado pelo melhor indivíduo da população.

Caso o erro esteja fora do limite estipulado, o processo não concluiu sua tarefa com sucesso. Se o limite de erro for um valor muito pequeno, considere elevá-lo. Porém, um erro de magnitude considerável pode ser causado por diferenças entre o modelo de solo estratificado em camadas horizontais e o solo desconhecido. Mais detalhes no capítulo 9.

### 7.1.1 Parâmetros para a Geração de Dados

Para realizar a geração de dados acerca de um solo estratificado, i.e., o *fitness* baseado nas resistividades aparentes  $\rho_{aT}$  para cada espaçamento  $a$ , os seguintes parâmetros são necessários:

- Lista de espaçamentos  $a$ ;
- Lista de resistividades experimentais  $\rho_{aE}$ ;
- Grau do polinômio  $D$ , vide equação (4.7);

### 7.1.2 Condições de Contorno Físicas

Neste trabalho, um solo estratificado horizontalmente possuirá seus parâmetros otimizados, de modo que seu comportamento elétrico se assemelhe ao de um solo desconhecido. Porém, os valores dos parâmetros devem obedecer às condições de contorno, para preservar seu significado físico, além de atender à restrição da equação (4.15).

Deste modo, os seguintes parâmetros possuirão suas respectivas condições de contorno:

- **Número de camadas:** Deve ser um número natural maior ou igual a 2, pois neste trabalho o objetivo é um solo estratificado em camadas horizontais, e não um solo homogêneo;
- **Resistividades:** Deve ser um número real positivo;

- **Espessuras:** Deve ser um número real positivo.

No momento da evolução dos indivíduos, mais precisamente na etapa de mutação, vide seção 5.4, caso alguma característica mutada esteja fora das condições de contorno, são realizadas até mais quatro tentativas de mutação. Caso ainda persista a característica inválida, um valor aleatório válido é gerado no lugar da mutação, de modo a não perpetuar a execução neste ponto.

### 7.1.3 Codificação dos Solos Amostra

Todos os solos amostra, que são os indivíduos que compõem a população a ser evoluída através da metodologia proposta, possuirão três tipos de elementos em sua codificação, como observado na fig. 4.1:

- Número de camadas;
- Par resistividade e espessura das camadas superiores;
- Resistividade da última camada, que possui espessura infinita.

Com exceção do número de camadas, que deve ser um valor natural maior que 2, todos os outros genes do indivíduo são números reais positivos. O parâmetro a ser definido  $c_{max}$ , que representa a quantidade máxima de camadas que um solo amostra pode possuir, define a quantidade de genes que todos os indivíduos de uma população terão. Todos os indivíduos serão codificados a partir dele, em uma lista, da seguinte maneira:

$$(c, \rho_1, h_1, \rho_2, h_2, \dots, \rho_{c_{max}-1}, h_{c_{max}-1}, \rho_{c_{max}})$$

Onde  $c$  é o número de camadas deste solo amostra, e  $\rho_i$  e  $h_i$  são as resistividades e espessuras de cada camada.

Assim, todos os indivíduos terão o mesmo tamanho e as operações do método de Evolução Diferencial podem ser executadas sem problema. Porém, quando for aplicado o Algoritmo de Sunde, serão utilizados somente  $c$  elementos, sendo os  $(c - 1)$  primeiros

pares resistividade e espessura, juntamente com a resistividade da última camada. Esta codificação também apresenta vantagens na desestagnação do processo de otimização, vide seção 7.2. Um exemplo está disposto abaixo, com  $cmax = 6$  e  $c = 3$ :

$$(3, \rho_1, h_1, \rho_2, h_2, \rho_3, h_3, \rho_4, h_4, \rho_5, h_5, \rho_6)$$

$$\Downarrow$$

$$(\rho_1, h_1, \rho_2, h_2, \rho_6)$$

Por indicação de Storn e Price, vide seção 5.1, o tamanho da população sugerido é dez vezes a quantidade de cromossomos. Assim, para um parâmetro a ser definido  $cmax$ , o tamanho da população sugerido  $Tam$  é definido por (7.1).

$$Tam \geq 20 \cdot cmax \quad (7.1)$$

#### 7.1.4 Cálculo do Erro

Para calcular o erro, compara-se a resistividade aparente do solo referência e do solo amostra, resultando em uma medida de quão distante a amostra está do solo referência. O erro relativo pontual  $ep(a)$ , para um valor de  $a$ , pode ser calculado através de (7.2).

$$ep(a) = \left| \frac{\rho_{aT}(a) - \rho_{aE}(a)}{\rho_{aE}(a)} \right| \cdot 100 \quad (7.2)$$

Em uma situação prática, são realizadas  $Z$  medições. Replicando este cálculo para todos os  $Z$  valores de  $a$ , obtém-se o erro relativo médio entre a resistividade aparente destes dois solos (7.3).

$$Erro = \frac{\sum_{i=1}^Z ep(a_i)}{Z} \quad (7.3)$$

Esta medida de erro relativo médio será utilizada na condição de parada da metodologia, vide figs. 5.1 e 7.2.

É importante salientar que o erro relativo médio é quem garante uma maior semelhança

do comportamento elétrico do solo, i. e., da resistividade aparente.

### 7.1.5 Função Objetivo

A melhor amostra de solo será a que possuir o menor erro em relação ao solo referência. Como o melhor avaliado deve possuir o maior valor de *fitness*, a função objetivo, que define o *fitness* de determinado solo amostra, está disposta em (7.4).

$$Fitness = \frac{1}{Erro} \quad (7.4)$$

Também pode se utilizar o Erro e, como mostrado na seção 5.6, realizar a minimização do fitness. Desta maneira podemos comparar  $n$  amostras: Aquela que possuir o valor mais apropriado de *Fitness* é a amostra mais apta a ser o solo que procuramos, e também possuirá uma probabilidade maior de ser usado no processo de evolução, passando para a outra geração na etapa de seleção.

## 7.2 Desestagnação do Processo de Otimização

Durante a otimização dos solos amostra via Evolução Diferencial, podem ocorrer situações onde o processo fica estagnado, i.e., não há aprimoramento do melhor solo e conseqüentemente não há diminuição do erro. Nestas situações, possivelmente a evolução ficou presa em um mínimo local.

Mesmo que o método de Evolução Diferencial seja eficiente em encontrar mínimos globais, diante de tal situação é interessante auxiliá-lo, de forma com que ele possa continuar sua otimização e encontrar resultados melhores ao longo das gerações.

Desta maneira, para realizar este trabalho, foi desenvolvida a desestagnação do processo de otimização, que é executada quando a evolução não apresenta aprimoramento durante uma quantidade arbitrária de gerações.

Assim, quando esta quantidade, definida pelo usuário, de gerações sem aprimoramento é atingida, um parâmetro é passado para as places trabalhadoras, de modo que a Evolução

Diferencial normal dê lugar a este procedimento, que acontece conforme descrito abaixo:

1. Primeiramente, uma população aleatória é gerada, obedecendo às condições de contorno, vide seção 7.1.2;
2. Esta população aleatória é utilizada para a realização da mutação da população atual;
3. Os indivíduos mutantes resultantes são utilizados no cruzamento com os elementos da população atual;
4. A seleção é feita normalmente, de tal forma que continuarão prevalecendo as melhores amostras de solo;
5. Após a geração da população evoluída para a geração anterior, será realizado um teste de camadas com cada solo amostra:
  - O número de camadas existente na amostra é desprezado, e são testadas todas as combinações de número de camadas entre  $cmin$  e  $cmax$ , que representam o número mínimo e máximo de camadas, definido pelo usuário;
  - O solo amostra respectivo, com o número de camadas que resulte no melhor *fitness*, é escolhido para compor a próxima geração.

Este procedimento ocorre uma só vez, e, assim como ocorre no método de Evolução Diferencial, as melhores soluções jamais serão perdidas. Seja qual for o resultado da desestagnação, a otimização continuará normalmente.

O objetivo deste procedimento é espalhar os solos amostra no espaço de busca, de maneira que algumas amostras possam melhorar, além de otimizar o número de camadas para cada solo amostra, de modo que ambas operações auxiliem na otimização das amostras com maior *fitness*.



### 7.3 Tratamento de Picos de Erro

Em alguns casos observados, os resultados obtidos via metodologia proposta apresentaram erros muito distintos entre pontos consecutivos. Entre dois valores de  $a$ , que possuem determinados erros próximos, aparece um valor de  $a$  que apresenta um valor de erro desproporcional, um pico de erro. Um exemplo de tal situação se encontra na fig. 7.3.

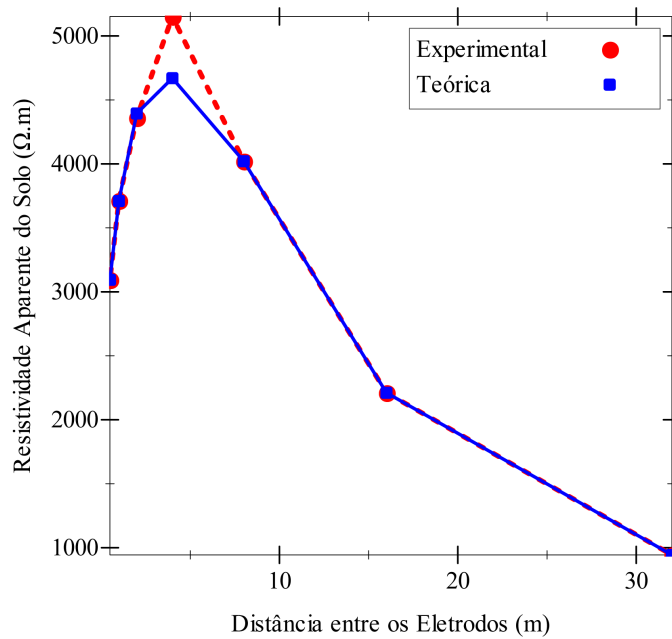


Figura 7.3: Exemplo de Pico de Erro

Isto acontece, pois a otimização não ocorre somente em um ponto, mas sim em diversos pontos de maneira conjunta, em uma curva. Este indivíduo, por mais que agora detenha o menor erro e o melhor *fitness*, possui um comportamento inadequado em um ponto em particular, o que pode acentuar a imprecisão pontualmente.

Outros solos, por mais que apresentem até o presente momento um menor *fitness*, são mais adequados, por possuir um erro menor neste determinado ponto, mesmo apresentando erro um pouco maior nos pontos no entorno. Isto ocorre, pois o erro estará distribuído ao longo da curva, em magnitude menor, deixando o comportamento no pico em particular mais adequado, o que diminui sua influência no resultado.

Por mais que o objetivo deste tratamento seja a minimização dos picos de erro máximo,

o mais importante para a metodologia é o erro médio relativo. Somente em casos onde o erro máximo se destaca, como um pico, é necessário fazer um tratamento mais rigoroso.

Para tal, no cálculo do *fitness*, devemos penalizar soluções que possuem picos de erro, em benefício das outras soluções. O tratamento propõe a penalização da solução, com a elevação do erro pontual, proporcionalmente ao que ultrapassar um determinado limiar. Isto consequentemente diminuirá o *fitness* da solução, o que dará oportunidade para que outras soluções melhores, ou seja, mais uniformes, possam sobressair.

Assim sendo, para aplicar o tratamento de picos de erro, calcule o erro relativo pontual  $ep(a)$  (7.2) e verifique a condição disposta em (7.5).

$$ep(a) = \begin{cases} ep(a) & \text{se } ep(a) > l \\ ep(a) + [2 \cdot (ep(a) - l)] & \text{senão} \end{cases} \quad (7.5)$$

Onde  $l$  é o limiar de porcentagem de erro desejado para penalização, definido pelo usuário.

Caso o erro relativo pontual ultrapasse o limiar  $l$ , ele será acrescido de duas vezes a diferença entre o erro calculado e o limiar desejado.

Após isto, proceda com o cálculo do erro médio relativo, conforme (7.3) . A solução que possuir valores de erro que excedam  $l$  será penalizada, dando lugar à soluções com erros mais uniformes. É interessante ressaltar que este tratamento será realizado para o cálculo do *fitness*, e não para o cálculo do erro para a condição de parada.

## 7.4 Verificação do Solo Multicamada Otimizado

Ao observar a fig. 7.2, pode-se notar que o Algoritmo de Sunde é o responsável por gerar os dados sobre as amostras de solo, ou seja, a curva de resistividade aparente teórica.

Sua precisão influencia diretamente todo o processo, uma vez que afeta o cálculo do erro do solo estratificado, consequentemente impactando na condição de parada. Além disso, tem efeito sobre a aptidão das amostras da população, afetando também o processo de Evolução Diferencial.

Caso o processo de cálculo das resistividades aparentes teóricas possua falhas ou não seja preciso, o solo estratificado encontrado pelo processo de otimização não representará apropriadamente o solo em que foi aplicado o método de Wenner.

Desta maneira, é prudente realizar a verificação do processo de geração de dados, i.e., o Algoritmo de Sunde em conjunto com a aproximação polinomial, de modo a assegurar a autenticidade da metodologia proposta.

Neste processo, a aproximação polinomial (4.11) pode gerar uma função característica do solo imprecisa, uma vez que o polinômio é condicionado a aproximar-se somente dos pontos desejados, i.e., os  $D$  valores de  $E$ , onde  $D$  é o grau do polinômio. Mesmo que a aproximação polinomial contemple estes pontos, ela pode apresentar comportamentos indesejados entre eles, além da possibilidade de ocorrer o fenômeno de Runge, o que pode gerar imprecisão na geração de dados [RUNGE 1901]. Deste modo, é importante realizar uma verificação que contemple tanto os  $D$  valores de  $E$ , como os pontos intermediários.

O objetivo é gerar 7 (sete) pontos intermediários entre cada par de valores consecutivos de  $E$ . Para isto, será utilizada a representação em frações. Com dois números quaisquer, é calculado o mínimo múltiplo comum e multiplicado o numerador e denominador de ambos por 2. O número intermediário possuirá mesmo denominador. Para o numerador do número intermediário  $Num_{inter}$ , é calculado o valor médio, conforme (7.6).

$$Num_{inter} = \frac{Num_2 - Num_1}{2} + Num_1 \quad (7.6)$$

Onde  $Num_1$  e  $Num_2$  são os respectivos numeradores do par de valores consecutivos de  $E$ . Ao realizar esta operação mais duas vezes para todos os intervalos obtidos, alcança-se o objetivo. Na fig. 7.4, é exemplificada a geração dos pontos intermediários.

Para todos os  $D$  valores de  $E$ , será avaliada um quantidade  $W$  de pontos, contemplando os valores de  $E$  e seus pontos intermediários (7 pontos para cada um dos  $(D-1)$  intervalos, além dos  $D$  pontos iniciais). Assim,  $W$  pode ser definido por (7.7)

$$W = 8D - 7 \quad (7.7)$$

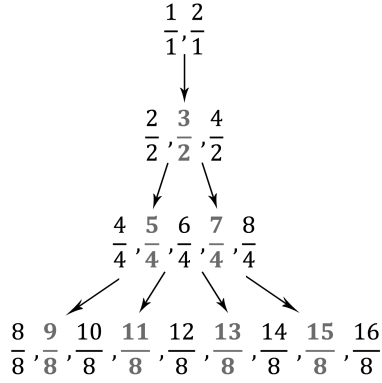


Figura 7.4: Cálculo dos Pontos Intermediários

Ao observar a equação (4.8) e aplicar o raciocínio presente na fig. 7.4, pode-se obter os  $W$  valores que serão utilizados na verificação da metodologia através de (7.8).

$$E_{many} \in \left\{ \frac{8}{(D+1) \cdot 8}, \frac{9}{(D+1) \cdot 8}, \frac{10}{(D+1) \cdot 8}, \dots, \frac{8 \cdot D - 1}{(D+1) \cdot 8}, \frac{8 \cdot D}{(D+1) \cdot 8} \right\} \quad (7.8)$$

Assim sendo, serão realizadas duas verificações: A primeira sobre a curva característica do solo, e a segunda sobre a resistividade aparente teórica.

### 7.4.1 Curva Característica do Solo

Nesta etapa, as curvas características de um solo estratificado, geradas de duas maneiras diferentes, serão comparadas: Uma gerada diretamente pelo Algoritmo de Sunde, e outra gerada pela solução do sistema linear. Para tanto, será utilizado, em ambos os casos, o mesmo conjunto de  $W$  valores de  $E$ , conforme (7.8).

A curva referência  $N_{Ref}$ , é gerada aplicando-se a expressão (4.6) aos  $W$  valores de  $E$ , culminando em uma matriz  $W \times 1$ .

Já a curva amostra  $N_{Sam}$  (7.9), é resultado do produto da matriz dos coeficientes do polinômio  $A$  (4.11), e da matriz  $E_{Many}$ . Esta última é gerada de acordo com a equação (4.10), porém com uma quantidade  $W$  de valores de  $E$ .

$$\begin{bmatrix} N_{Sam} \\ (W \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{Many} \\ (W \times D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ (D \times 1) \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Ao comparar e calcular o erro entre a curva de referência  $N_{Ref}(E)$  e a curva amostra  $N_{Sam}(E)$ , ter-se-á a dimensão do erro da aproximação polinomial na curva característica do solo.

Para uma análise mais visual, um gráfico contendo as curvas  $N_{Ref}(E)$  e  $N_{Sam}(E)$  é traçado para os estudos de caso, vide capítulo 8.

## 7.4.2 Resistividade Aparente do Solo

A partir da curva referência  $N_{Ref}$ , e da matriz  $E_{Many}$  (7.9), pode-se obter os coeficientes deste novo polinômio  $A_{Many}$ , resolvendo o sistema sobredeterminado (7.10).

$$\begin{bmatrix} E_{Many} \\ (W \times D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{Many} \\ (D \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{Ref} \\ (W \times 1) \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

Ao multiplicar a matriz transposta  $E_{many}^T$  pelas matrizes  $E_{many}$  e  $N_{Ref}$ , torna-se possível solucionar o sistema sobredeterminado e, conseqüentemente, encontrar a matriz  $A_{Many}$  (7.11).

$$\begin{bmatrix} E_{Many}^T \cdot E_{Many} \\ (D \times D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{Many} \\ (D \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{Many}^T \cdot N_{Ref} \\ (D \times 1) \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

Encontrando a matriz  $A_{Many}$ , pode-se calcular a resistividade aparente  $\rho_{aTmany}(a)$  para  $W$  valores de  $E$ , contemplando os pontos intermediários, através da expressão (4.18). Nesta curva, estará o reflexo da aproximação polinomial em muitos pontos no resultado final, a resistividade aparente teórica.

Ao comparar e calcular o erro entre as curvas  $\rho_{aT}(a)$  e  $\rho_{aTmany}(a)$ , ter-se-á a dimensão do erro da aproximação polinomial no cálculo da resistividade aparente teórica de um solo estratificado em camadas horizontais.

Para uma análise mais visual, um gráfico contendo as curvas  $\rho_{aT}(a)$  e  $\rho_{aTmany}(a)$  é traçado para os estudos de caso, vide capítulo 8.

# Capítulo 8

## Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados alcançados utilizando a metodologia proposta, em diversos estudos de caso, de modo a demonstrar sua aplicação na prática. Os estudos de caso baseiam-se tanto em medições reais, realizadas em solos desconhecidos, como em medições realizadas em trabalho de terceiros, de modo a comparar esta metodologia com as existentes anteriormente.

Em diversos testes realizados, a adoção de  $D = 40$ , onde  $D$  é o grau do polinômio que aproxima a função característica, resultou em sucesso, mostrando tanto boa precisão na aproximação como boa estabilidade nas verificações. Deste modo, todos os resultados apresentados neste capítulo adotam este valor. Porém, nada impede que sejam utilizados outros valores para  $D$  em outros trabalhos. Assim, de acordo com (4.8), os valores de  $E$  utilizados se encontram em (8.1).

$$E \in \left\{ \frac{1}{41}, \frac{2}{41}, \frac{3}{41}, \frac{4}{41}, \dots, \frac{37}{41}, \frac{38}{41}, \frac{39}{41}, \frac{40}{41} \right\} \quad (8.1)$$

E de acordo com (7.8), os valores de  $E$  na verificação dos solos estratificados em camadas horizontais se encontram em (8.2).

$$E \in \left\{ \frac{8}{328}, \frac{9}{328}, \frac{10}{328}, \frac{11}{328}, \dots, \frac{317}{328}, \frac{318}{328}, \frac{319}{328}, \frac{320}{328} \right\} \quad (8.2)$$

## 8.1 Estudo de Caso I

No Estudo de Caso I, foram realizadas medições em um solo desconhecido, localizado na fazenda Botafogo, no município de Três Ranchos - GO - Brasil, com o apoio de Elder Luiz Rodrigues Silva [SILVA 2014]. A resistência do solo foi medida, de acordo com o método de Wenner, e sua resistividade aparente experimental foi calculada, vide capítulo 3. Através destes valores, a metodologia proposta foi aplicada, dando origem a um solo estratificado em camadas horizontais, com parâmetros conhecidos, e que representa, com certa margem de erro, o solo desconhecido. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas definitivas, além de serem feitas as devidas verificações, tanto na curva característica, quanto na resistividade aparente teórica.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.1. Na fig. 8.1, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.1: Resultados Alcançados - Estudo de Caso I

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	2393	2393	0.00
1.0	2752	2741	0.40
2.0	3418	3449	0.91
4.0	4549	4545	0.09
8.0	6333	6335	0.03
16.0	8444	8509	0.77
32.0	10455	10444	0.11
Erro Médio			0.33



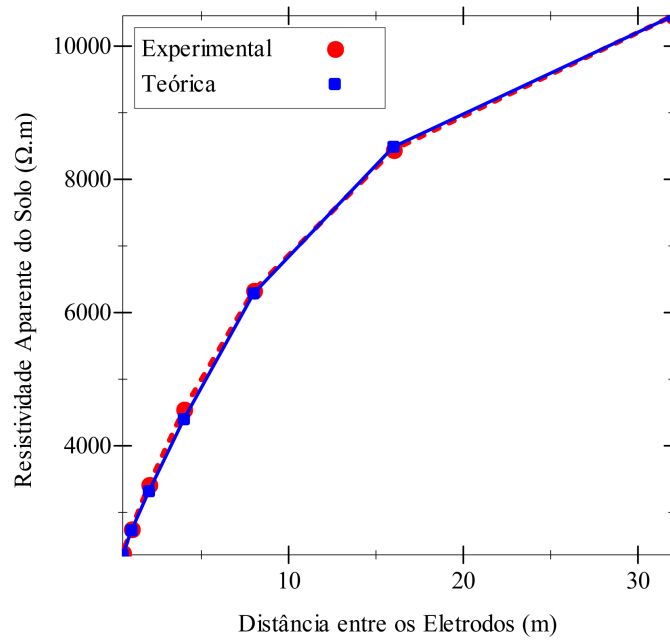


Figura 8.1: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso I

Na tabela 8.2, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais que possui comportamento elétrico semelhante ao solo desconhecido prospectado.

Tabela 8.2: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso I

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	2286.6	0.77
2	4199.26	2.89
3	11325.84	14.27
4	12851.72	$\infty$

Já nas figuras 8.2a e 8.2b, estão presentes as verificações do solo estratificado, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

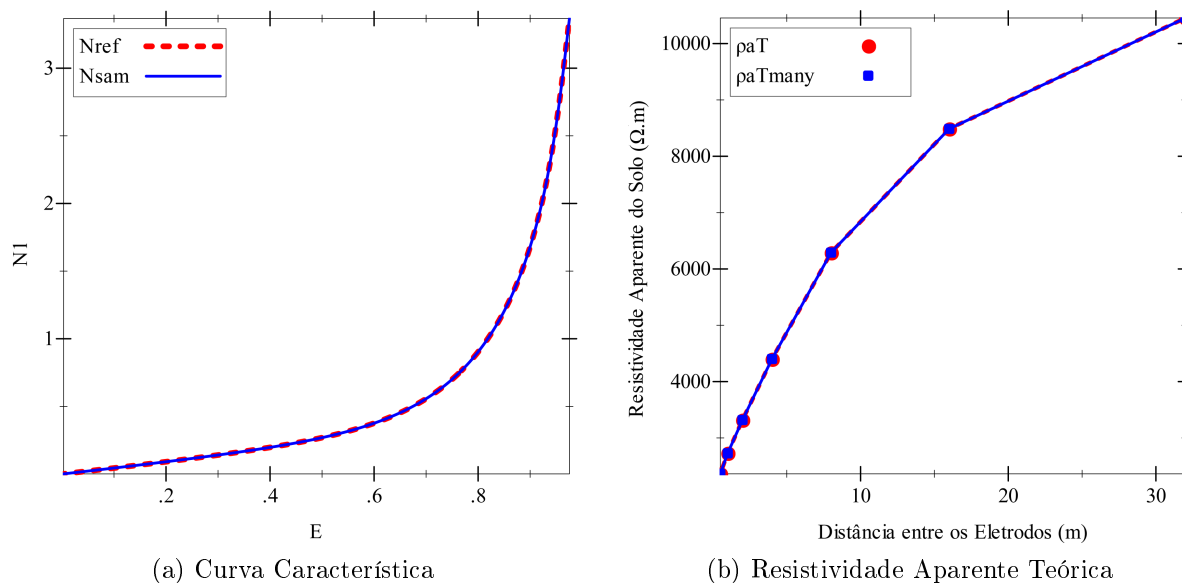


Figura 8.2: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso I

## 8.2 Estudo de Caso II

Para o Estudo de Caso II, também foram realizadas medições em um solo desconhecido para obtenção das resistividades aparentes experimentais do solo. Porém, as medições foram realizadas em uma localidade diferente, dentro da mesma fazenda pesquisada no estudo de caso I.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.3. A fig. 8.3 ilustra as curvas de resistividade aparente experimental e teórica.

Tabela 8.3: Resultados Alcançados - Estudo de Caso II

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	3094	3094	0.00
1.0	3713	3712	0.03
2.0	4360	4399	0.89
4.0	5152	4677	9.22
8.0	4021	4025	0.10
16.0	2211	2211	0.00
32.0	944	944	0.00
Erro Médio			1.46

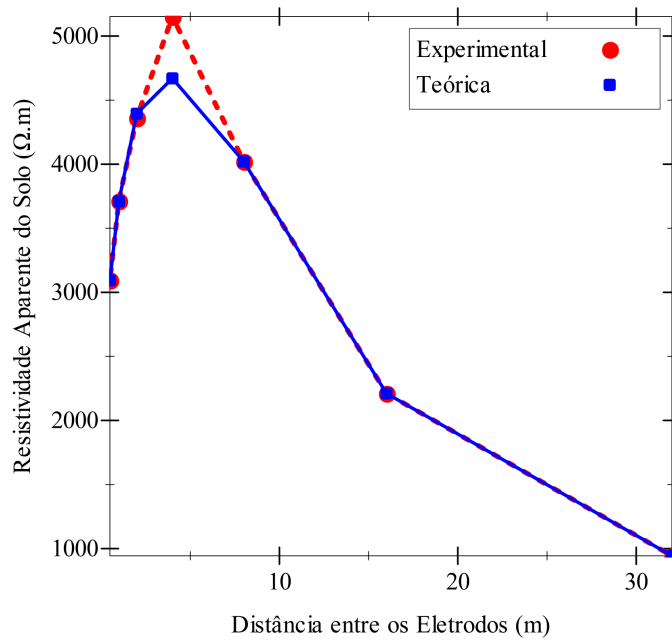


Figura 8.3: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso II

Na tabela 8.4, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrados pelo processo de otimização.

Tabela 8.4: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso II

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	2787.94	0.52
2	5157.51	7.99
3	700.82	$\infty$

Por sua vez, nas figuras 8.4a e 8.4b, estão presentes as verificações do solo estratificado, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

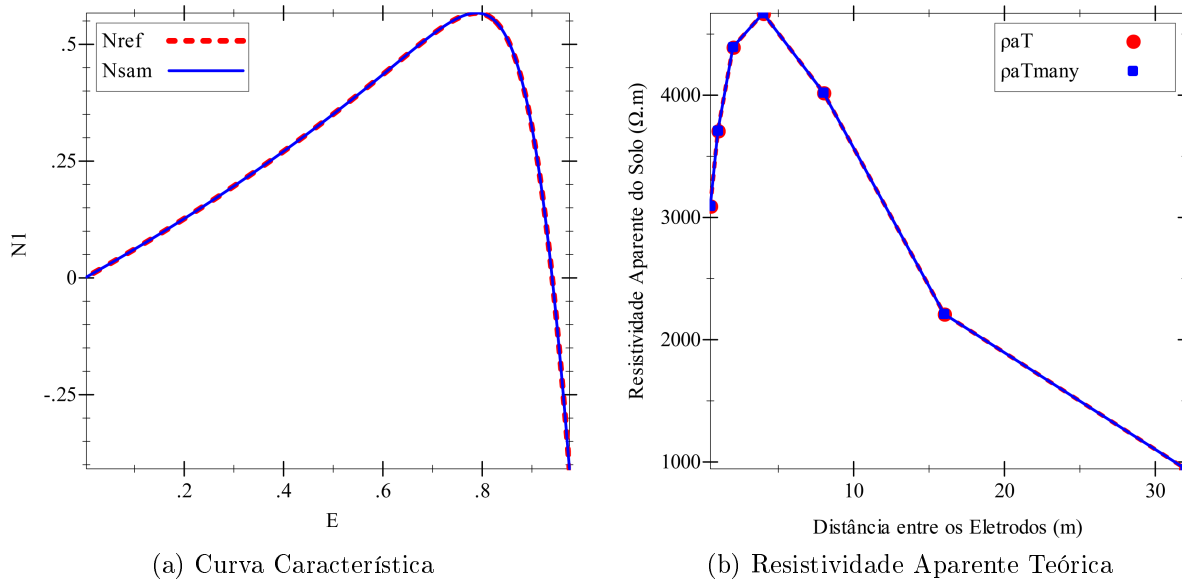


Figura 8.4: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso II

Particularmente neste estudo de caso, o solo estratificado otimizado gerado apresenta um pico de erro onde  $a = 4.0m$ , visto a diferença do erro neste ponto e nos demais, conforme fig. 8.3. Porém, com a metodologia de tratamento de picos de erro apresentada na seção 7.3, é possível reverter esta situação e obter uma solução mais uniforme.

Assim, a metodologia foi aplicada novamente para os mesmos valores experimentais, mas desta vez penalizando os indivíduos que apresentavam erros relativos pontuais maiores que 5.0%. Com isto, foi encontrada uma outra solução com o erro mais uniformemente distribuído, culminando na atenuação do pico de erro.

Para este novo experimento, os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes, e dos erros, estão presentes na tabela 8.5. Já na fig. 8.5, estão ilustradas as curvas de resistividade aparente experimental e teórica.

Tabela 8.5: Resultados Alcançados - Estudo de Caso II - Tratamento de Picos

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	3094	3094	0.00
1.0	3713	3713	0.00
2.0	4360	4513	3.51
4.0	5152	4894	5.01
8.0	4021	4178	3.90
16.0	2211	2211	0.00
32.0	944	944	0.00
Erro Médio			1.77

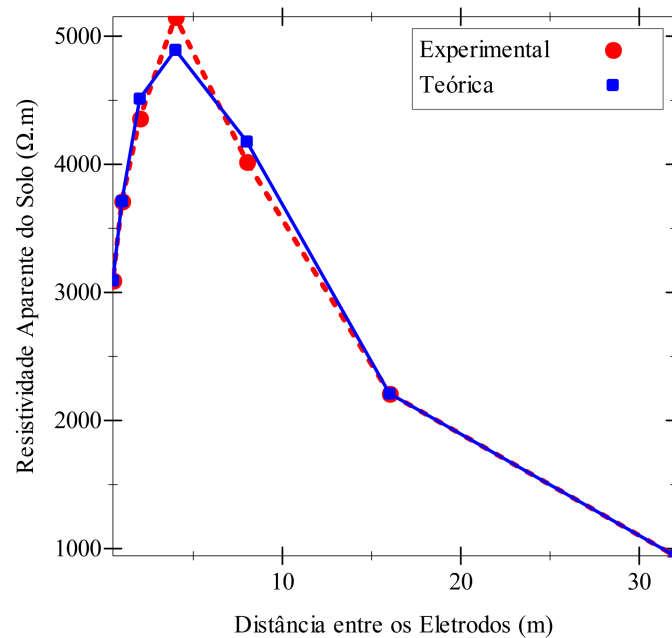


Figura 8.5: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso II - Tratamento de Picos

Por sua vez, a tabela 8.6 abriga os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrados pelo processo de otimização em conjunto com o tratamento de picos.

Tabela 8.6: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso II - Tratamento de Picos

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	2832.91	0.59
2	5555.27	7.43
3	722.65	$\infty$

Já nas figuras 8.6a e 8.6b, estão presentes as verificações do solo estratificado presente na tabela 8.6, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

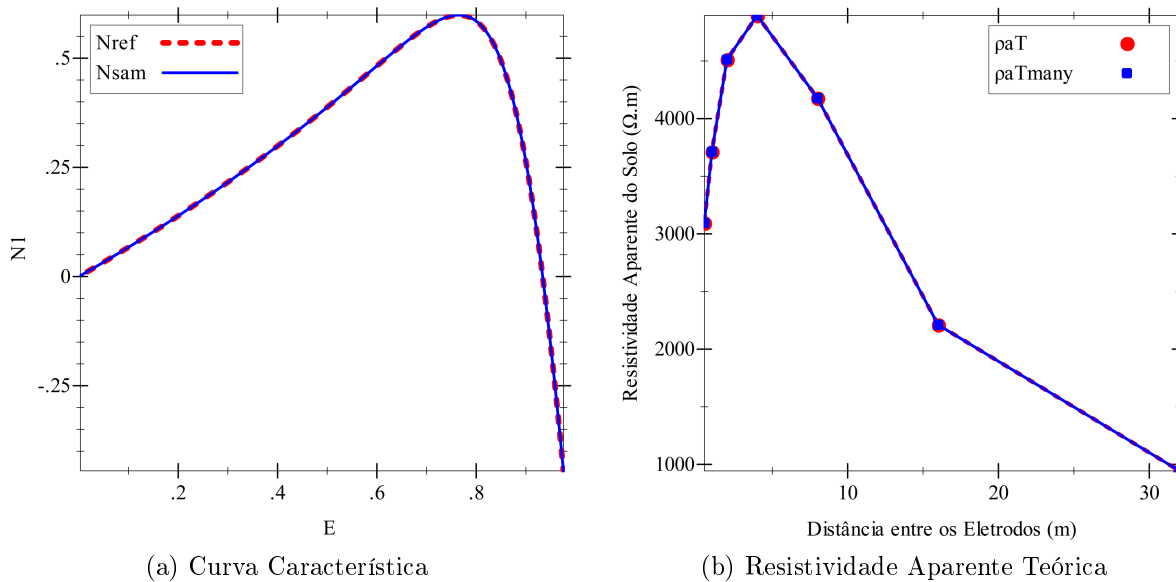


Figura 8.6: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso II - Tratamento de Picos

### 8.3 Estudo de Caso III

Já no Estudo de Caso III, com o intuito de comparar esta metodologia com outras criadas anteriormente, foram utilizados como ponto de partida os valores de resistividades aparentes experimentais presentes em trabalhos anteriores. Como referência, foram analisados os trabalhos de Gonos and Stathopulos [GONOS e STATHOPULOS 2005], Zhiqiang e Bin [ZHIQIANG e BIN 2011] e He [HE et. al. 2013]. Os resultados alcançados nestes trabalhos podem ser observados na tabela 8.7.

Tabela 8.7: Resultados de Trabalhos Anteriores - Estudo de Caso III

Experimental		Gonos		Zhiqiang		He	
$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
1.0	138	148	7.25	144	4.35	140	1.45
3.0	79	95	20.25	92	16.46	75	5.06
6.0	71	79	11.27	77	8.45	70	1.41
8.0	67	81	20.90	78	16.42	72	7.46
10.0	80	84	5.00	81	1.25	76	5.00
15.0	88	96	9.09	93	5.68	88	0.00
20.0	99	109	10.1	105	6.06	101	2.02
40.0	151	146	3.31	142	5.96	143	5.30
60.0	170	165	2.94	162	6.06	168	1.18
Erro Médio		10.01		7.70		3.15	

Em ordem cronológica, é possível notar um aprimoramento dos resultados, com erro relativo médio de 10.01% no trabalho de Gonos e Stathopulos, diminuindo para 7.70% com Zhiqiang e Bin, e culminando em 3.15% no trabalho de He. Os solos estratificados otimizados pelas metodologias deles estão presentes na tabela 8.8.

Tabela 8.8: Solos Estratificados em Trabalhos Anteriores - Estudo de Caso III

	Gonos		Zhiqiang		He	
Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	164.5	1.2	160.69	1.16	193.88	0.74
2	71.6	10.6	70.65	11.44	65.93	12.3
3	203.7	$\infty$	204.36	$\infty$	231.77	$\infty$

Porém com a metodologia proposta, incluindo os métodos de desestagnação da evolução e de tratamento de picos de erro, resultados melhores foram alcançados neste trabalho, resultando em um erro relativo médio de 1.95%.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, e das respectivas resistividades aparentes experimentais, retirados dos trabalhos citados, estão presentes na tabela 8.9, bem como as respectivas resistividades aparentes teóricas do solo, encontrado através da metodologia proposta, e o erro relativo. Na fig. 8.7 estão ilustradas as curvas de resistividade aparente

experimental e teórica.

Tabela 8.9: Resultados Alcançados - Estudo de Caso III

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
1.0	138	138	0.00
3.0	79	79	0.00
6.0	71	71	0.00
8.0	67	72	7.46
10.0	80	75	6.25
15.0	88	87	1.14
20.0	99	101	2.02
40.0	151	150	0.66
60.0	170	170	0.00
Erro Médio			1.95

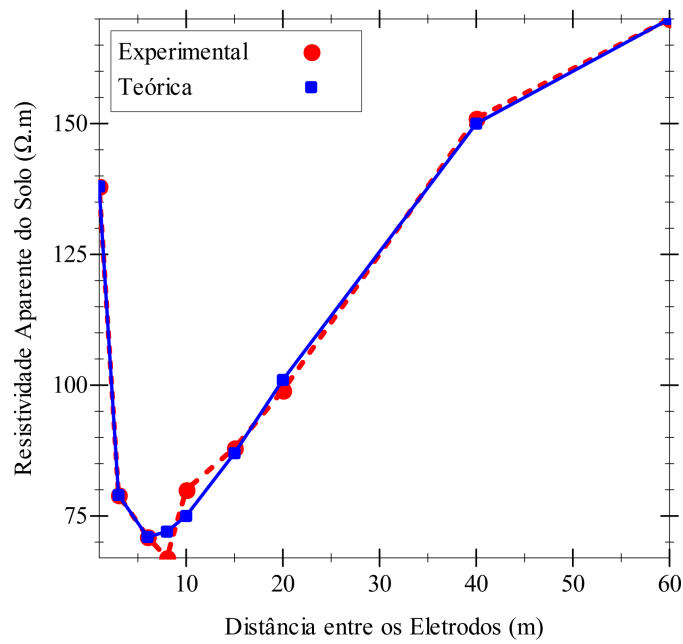


Figura 8.7: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso III

Na tabela 8.10, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrados pela metodologia proposta, utilizado para calcular a curva de resistividade aparente teórica.



Tabela 8.10: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso III

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	171.01	0.88
2	67.13	16.02
3	1225.59	10.54
4	80.16	$\infty$

Finalmente, nas figuras 8.8a e 8.8b, estão presentes as verificações do solo estratificado gerado neste estudo de caso, conforme tabela 8.10, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

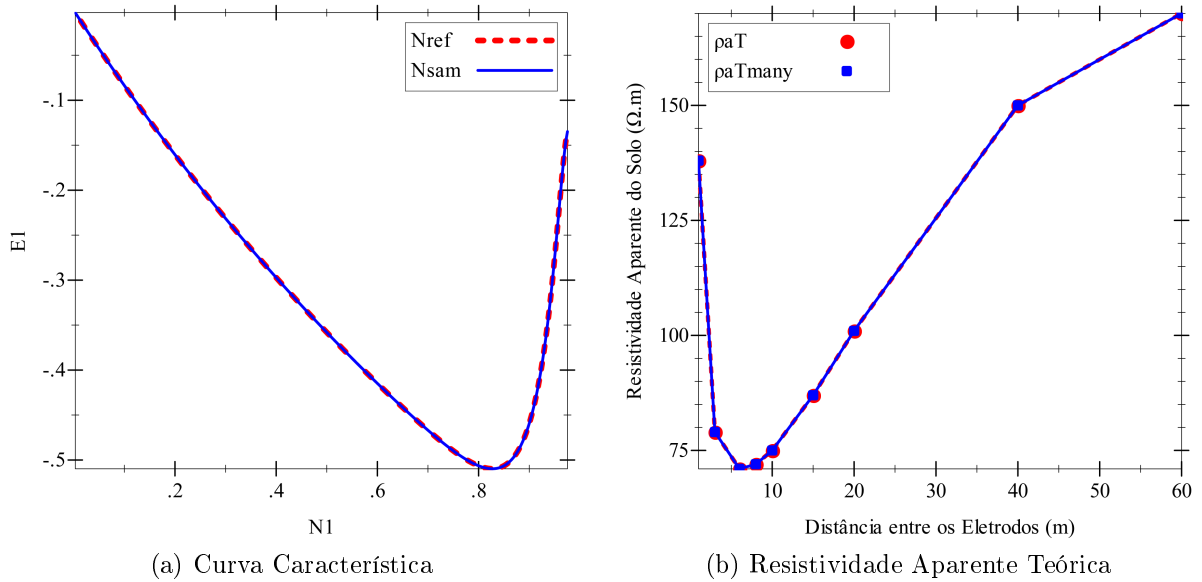


Figura 8.8: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso III

## 8.4 Estudo de Caso IV

Novamente com o intuito de comparar os resultados obtidos neste trabalho com os resultados presentes no estado da arte, foram utilizados neste estudo de caso valores de resistividades aparentes experimentais presentes nos trabalhos de Gonos and Stathopoulos [GONOS e STATHOPOULOS 2005], Zhiqiang e Bin [ZHIQIANG e BIN 2011] e He [HE et. al. 2013]. Os resultados alcançados em trabalhos anteriores podem ser observados na tabela 8.11.

Tabela 8.11: Resultados de Trabalhos Anteriores - Estudo de Caso IV

Experimental		Gonos		Zhiqiang		He	
$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
1.0	214	203	5.14	201	6.07	215	0.47
3.0	256	250	2.34	250	2.34	249	2.73
5.0	273	282	3.30	282	3.30	282	3.30
10.0	307	294	4.23	294	4.23	300	2.28
15.0	284	274	3.52	274	3.52	281	1.06
20.0	250	252	0.80	252	0.80	258	3.20
30.0	225	222	1.33	222	1.33	225	0.00
50.0	210	198	5.71	199	5.24	200	4.76
80.0	186	190	2.15	190	2.15	191	2.69
Erro Médio		3.16		3.22		2.28	

Neste estudo de caso, ambos os trabalhos que utilizaram Algoritmos Genéticos, de Gonos e Zhiqiang, alcançaram erros relativos médios semelhantes, respectivamente 3.16% e 3.22%. Já o trabalho de He alcançou resultados melhores, diminuindo este erro para 2.28%. Os solos otimizados pelas metodologias deles estão presentes na tabela 8.12.

Tabela 8.12: Solos Estratificados em Trabalhos Anteriores - Estudo de Caso IV

	Gonos		Zhiqiang		He	
Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	196.9	1.7	194.83	1.68	211.59	2.25
2	351.7	8.4	353.46	8.23	379.72	7.5
3	185.2	$\infty$	186.27	$\infty$	187.01	$\infty$

Porém, com a aplicação da metodologia proposta, resultados melhores foram novamente alcançados, resultando em um erro relativo médio de 1.87%.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, e das respectivas resistividades aparentes experimentais, retirados dos trabalhos citados, estão presentes na tabela 8.13, bem como as respectivas resistividades aparentes teóricas do solo, encontrado através da metodologia proposta, e o erro relativo. Na fig. 8.9 estão ilustradas as curvas de resistividade aparente experimental e teórica.

Tabela 8.13: Resultados Alcançados - Estudo de Caso IV

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
1.0	214	215	0.47
3.0	256	252	1.56
5.0	273	290	6.23
10.0	307	306	0.33
15.0	284	280	1.41
20.0	250	255	2.00
30.0	225	225	0.00
50.0	210	201	4.29
80.0	186	187	0.54
Erro Médio			1.87

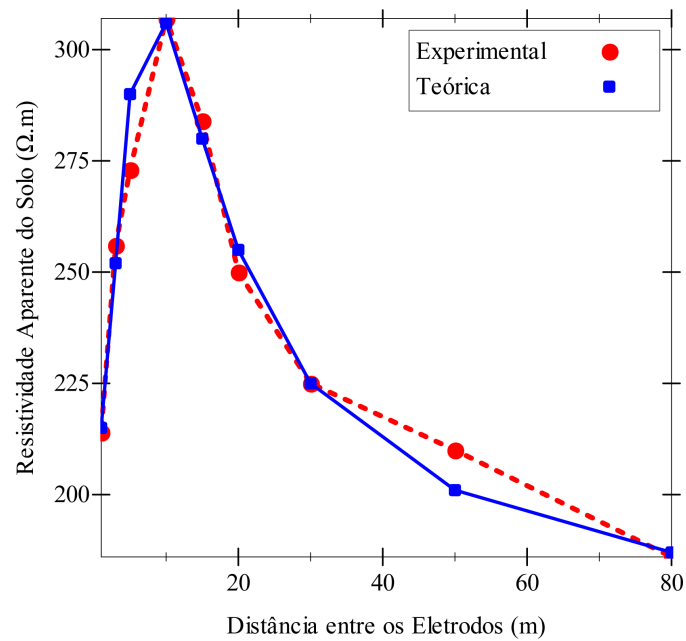


Figura 8.9: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso IV

Na tabela 8.14, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrados pela metodologia proposta, utilizado para calcular a curva de resistividade aparente teórica.

Tabela 8.14: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso IV

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	212.23	2.75
2	583.6	3.19
3	206.17	27.92
4	173.3	$\infty$

Finalmente, nas figuras 8.10a e 8.10b, estão presentes as verificações do solo estratificado gerado neste estudo de caso, conforme tabela 8.14, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

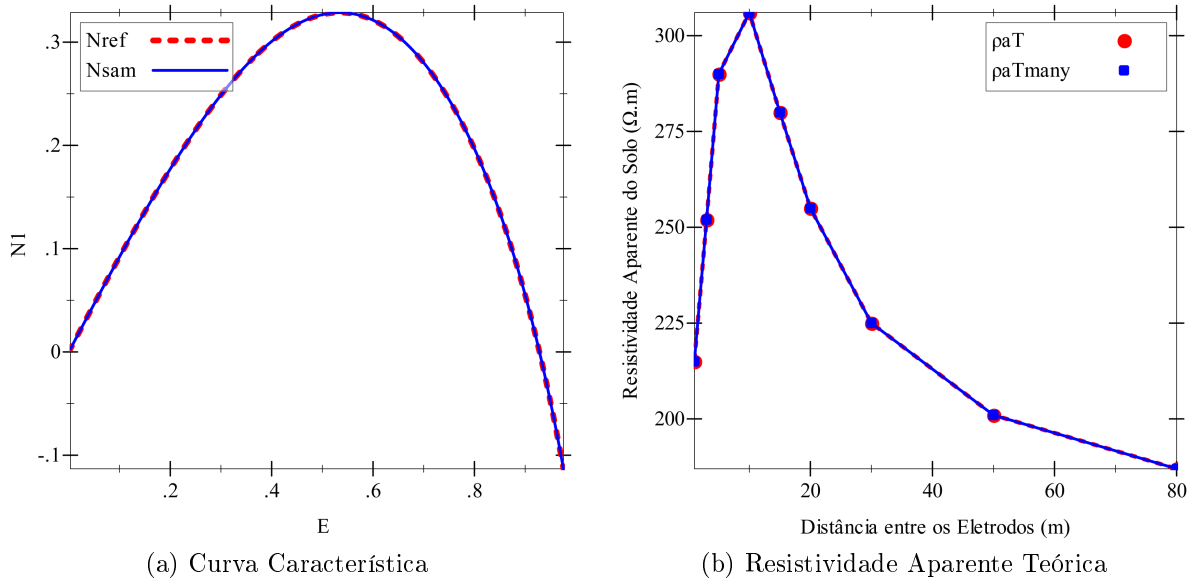


Figura 8.10: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso IV

## 8.5 Estudo de Caso V

No Estudo de Caso V, foram realizadas medições em um solo desconhecido, localizado na fazenda Custódia, no município de Catalão - GO - Brasil, com o apoio de Elder Luiz Rodrigues Silva [SILVA 2014]. Através dos valores das resistividades aparente experimentais, a metodologia proposta foi aplicada, culminando em um solo estratificado em

camadas horizontais, com parâmetros conhecidos, e que representa, com certa margem de erro, o solo desconhecido. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas definitivas, além de serem feitas as devidas verificações, tanto na curva característica, quanto na resistividade aparente teórica.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.15. Na fig. 8.11, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.15: Resultados Alcançados - Estudo de Caso V

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	4291	4291	0.00
1.0	3945	3945	0.00
2.0	3066	3068	0.07
4.0	2387	2388	0.04
8.0	2814	2812	0.07
16.0	4523	4520	0.07
32.0	7238	7231	0.10
Erro Médio			0.05

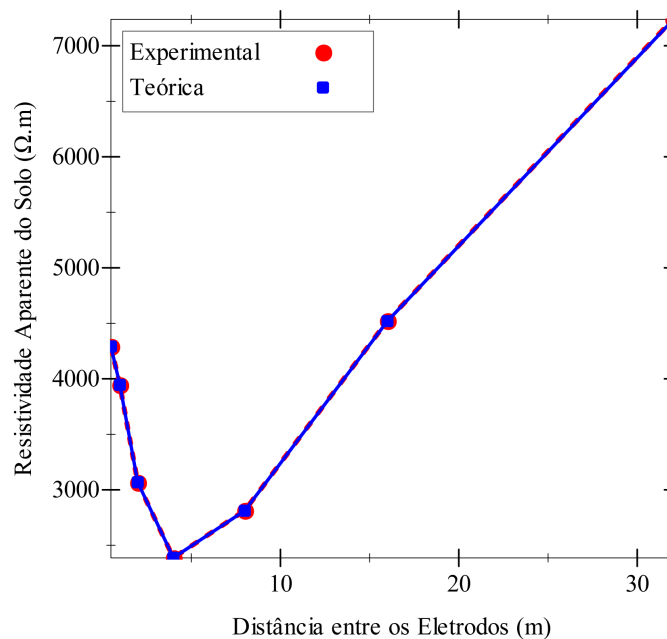


Figura 8.11: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso V

Na tabela 8.16, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas hori-

zontais, encontrados pela metodologia proposta.

Tabela 8.16: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso V

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	4369.29	1.19
2	1882.92	6.55
3	16032.77	$\infty$

Já nas figuras 8.12a e 8.12b, estão presentes as verificações do solo estratificado, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

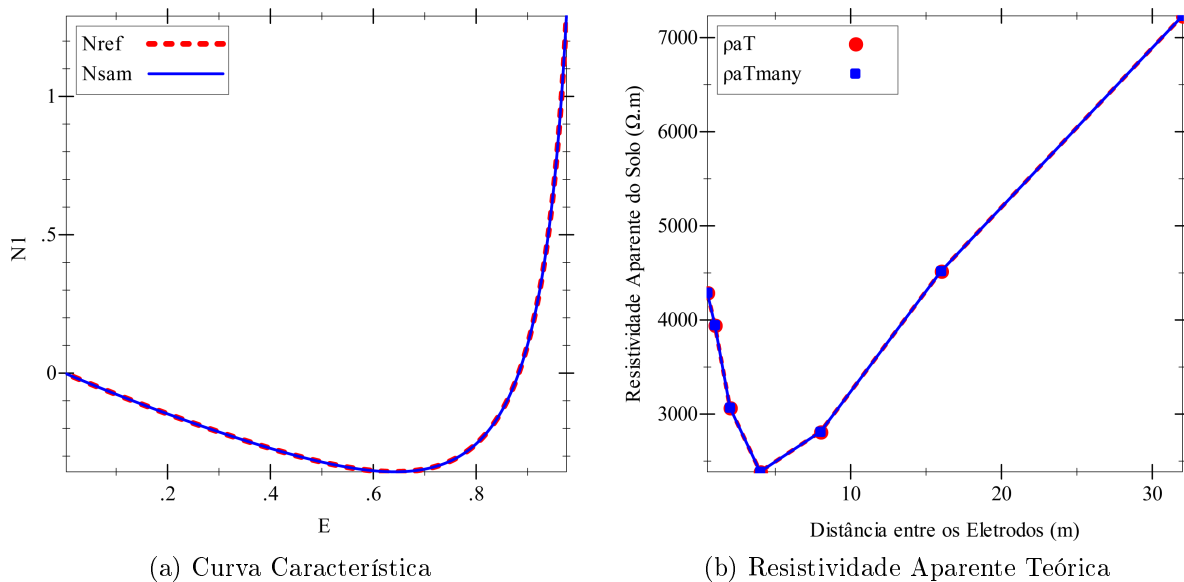


Figura 8.12: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso V

## 8.6 Estudo de Caso VI

Por sua vez, no Estudo de Caso VI, foram realizadas medições em outro solo desconhecido. Através dos valores das resistividades aparente experimentais, a metodologia proposta foi aplicada, culminando em um solo estratificado em camadas horizontais. Com base nos parâmetros deste solo, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas, além de serem feitas as devidas verificações, tanto na curva característica, quanto na resistividade aparente teórica.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.17. Na fig. 8.13, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.17: Resultados Alcançados - Estudo de Caso VI

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
2.0	3389	3385	0.12
4.0	1900	1889	0.58
8.0	585	592	1.20
16.0	568	570	0.35
32.0	823	824	0.12
Erro Médio			0.47

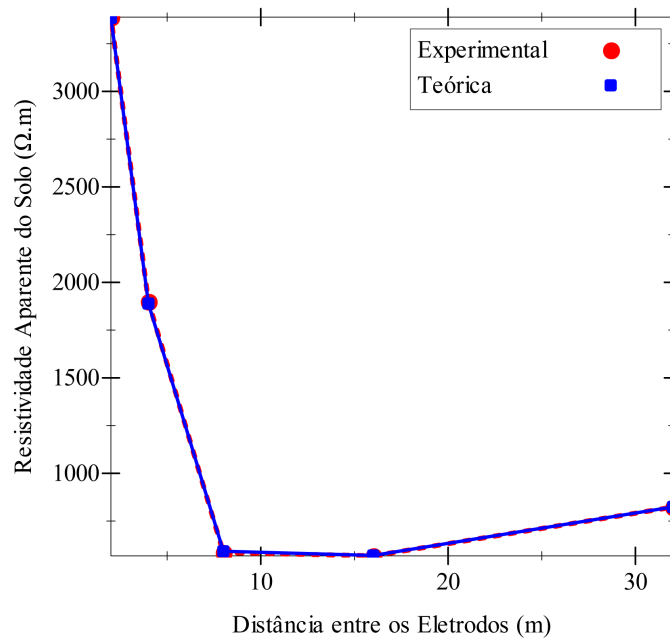


Figura 8.13: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso VI

Na tabela 8.18, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, utilizado para calcular a curva de resistividade aparente teórica.

Tabela 8.18: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso VI

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	4021.22	2.73
2	120.21	3.78
3	17219.68	3.22
4	193.56	$\infty$

Nas figuras 8.14a e 8.14b, estão presentes as verificações do solo estratificado, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

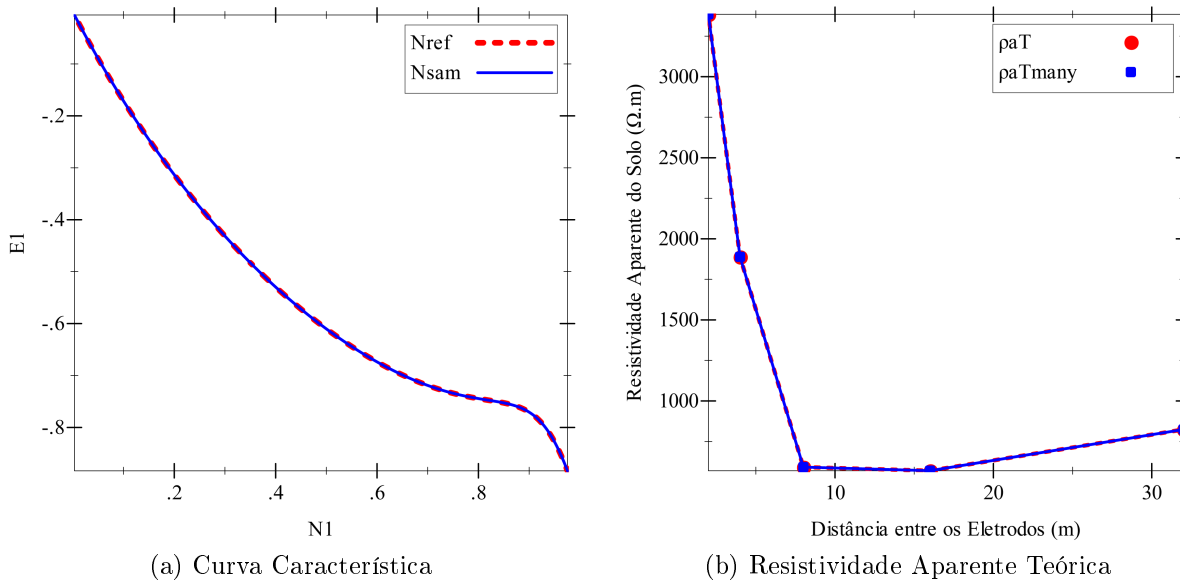


Figura 8.14: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso VI

## 8.7 Estudo de Caso VII

No Estudo de Caso VII, foram realizadas medições em um solo desconhecido, localizado na empresa Cargill, no município de Uberlândia - MG - Brasil. Através dos valores das resistividades aparentes experimentais, onde se observou duas grandes inflexões, a metodologia proposta foi aplicada, culminando em um solo estratificado em camadas horizontais, com parâmetros conhecidos, e que representa, com certa margem de erro, o solo desconhecido. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas, além de serem feitas as devidas verificações.



Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.19. Na fig. 8.15, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.19: Resultados Alcançados - Estudo de Caso VII

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	125	125	0.00
1.0	185	182	1.62
2.0	252	251	0.40
4.0	271	275	1.48
8.0	235	239	1.70
16.0	267	268	0.37
32.0	375	376	0.27
Erro Médio			0.83

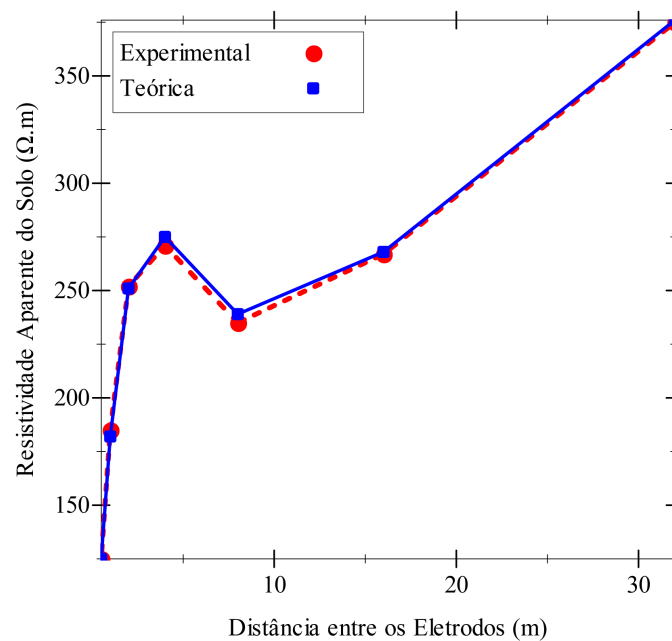


Figura 8.15: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso VII

Na tabela 8.20, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais que possui comportamento elétrico semelhante ao solo desconhecido prospectado.

Tabela 8.20: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso VII

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	96.25	0.48
2	429.52	2.76
3	81.72	3.56
4	595.52	$\infty$

Já nas figuras 8.16a e 8.16b, estão presentes as verificações do solo estratificado, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

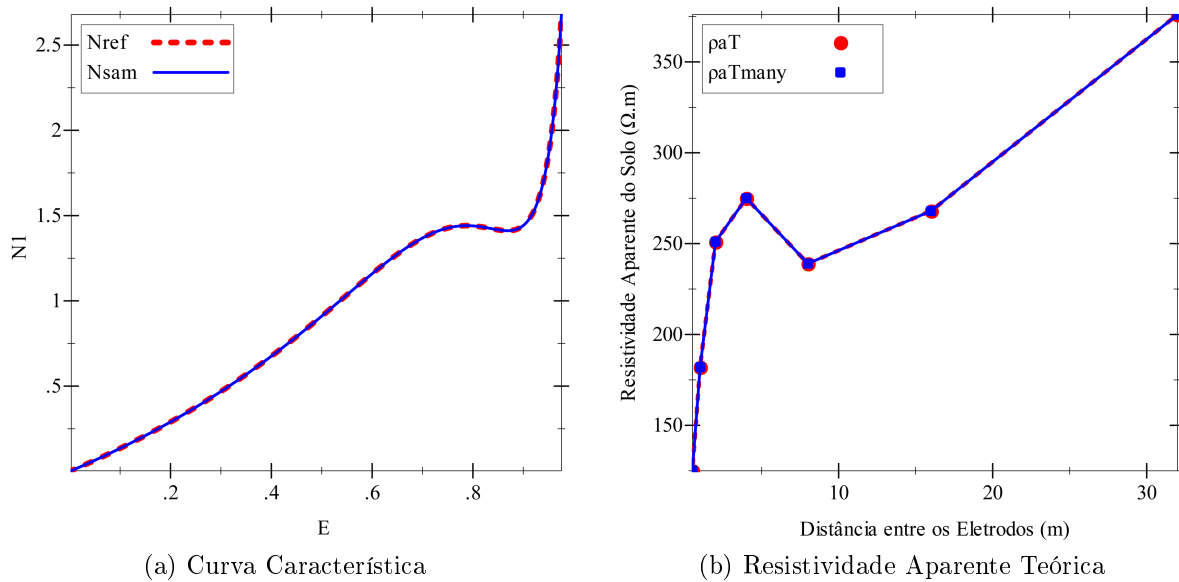


Figura 8.16: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso VII

## 8.8 Estudo de Caso VIII

Assim como no estudo de caso anterior, o Estudo de Caso VIII foi realizado na empresa Cargill, no município de Uberlândia - MG - Brasil. Através dos valores das resistividades aparente experimentais, onde se observou duas inflexões ainda maiores, a metodologia proposta foi aplicada, que originou um solo estratificado em camadas horizontais. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas definitivas, além de serem feitas as devidas verificações, tanto na curva característica, quanto na resistividade aparente teórica.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.21. Na fig. 8.17, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.21: Resultados Alcançados - Estudo de Caso VIII

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	114	114	0.00
1.0	160	154	3.75
2.0	224	229	2.23
4.0	299	306	2.34
8.0	332	323	2.71
16.0	247	247	0.00
32.0	239	250	4.60
64.0	466	446	4.29
Erro Médio			2.49

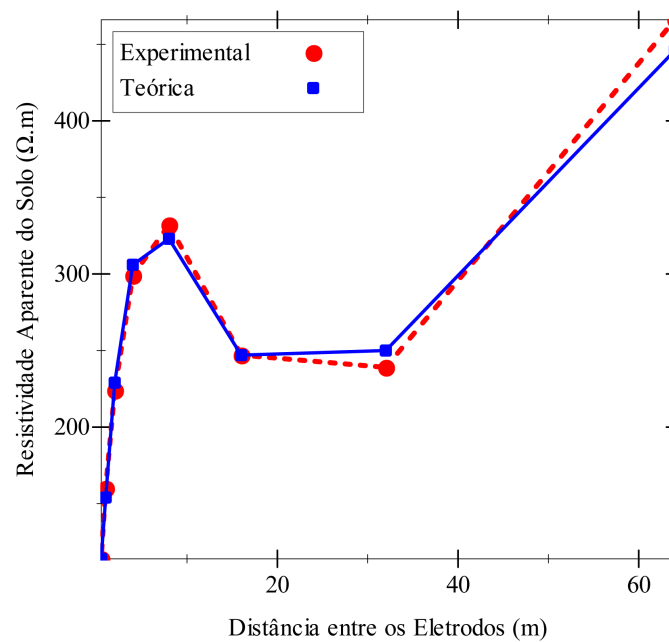


Figura 8.17: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso VIII

Na tabela 8.22, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrado pelo processo de evolução diferencial.

Tabela 8.22: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso VIII

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	101.73	0.71
2	454.73	7.46
3	36.72	5.93
4	13587.1	1.04
5	51111.42	$\infty$

Já nas figuras 8.18a e 8.18b, estão presentes as verificações do solo estratificado.

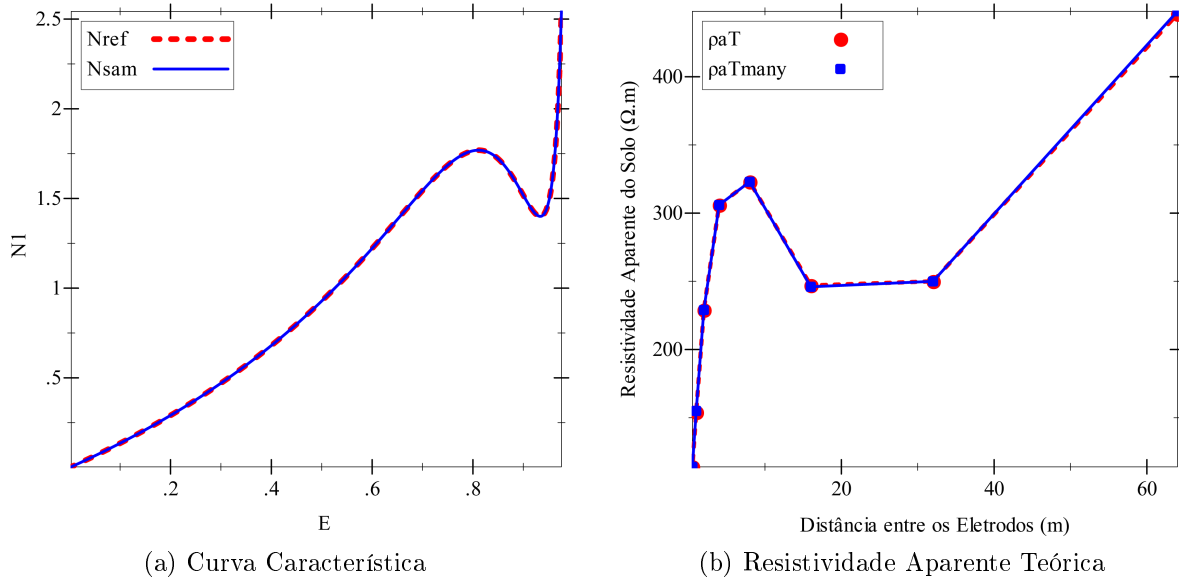


Figura 8.18: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso VIII

## 8.9 Estudo de Caso IX

Assim como nos dois estudos de caso anteriores, o Estudo de Caso IX foi realizado na empresa Cargill, no município de Uberlândia - MG - Brasil. Porém, diferentemente deles, a curva de resistividade aparente não apresentou inflexões relevantes. Baseado nas resistividades aparentes experimentais, a metodologia proposta foi aplicada, que originou um solo estratificado em camadas horizontais de parâmetros conhecidos. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas, além de serem feitas as devidas verificações, tanto na curva característica, quanto na resistividade aparente teórica.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.23. Na fig. 8.19, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.23: Resultados Alcançados - Estudo de Caso IX

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	139	142	2.16
1.0	217	216	0.46
2.0	310	298	3.87
4.0	358	363	1.40
8.0	390	405	3.85
16.0	472	443	6.14
32.0	506	521	2.96
64.0	671	672	0.15
Erro Médio			2.62

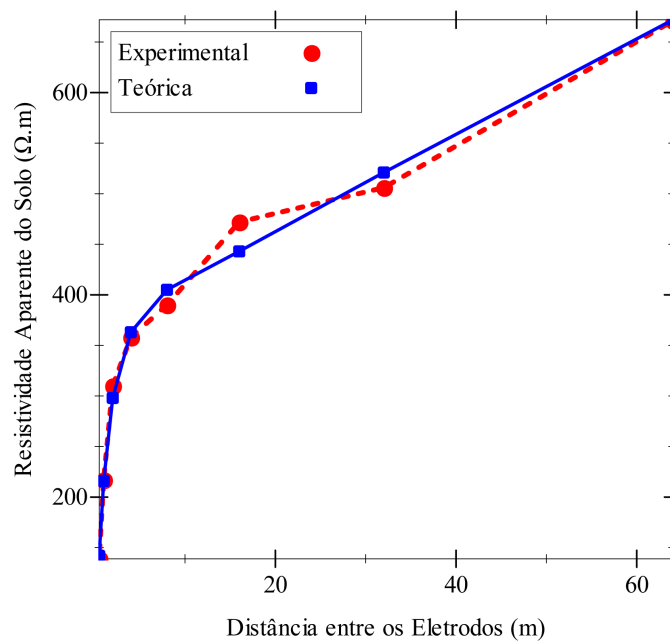


Figura 8.19: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso IX

Na tabela 8.24, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrado pela metodologia proposta, base para a resistividade aparente teórica calculada.

Tabela 8.24: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso IX

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	84.84	0.31
2	419.32	8.3
3	459.39	29.90
4	4398.83	$\infty$

Já nas figuras 8.20a e 8.20b, estão presentes as verificações do solo estratificado, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

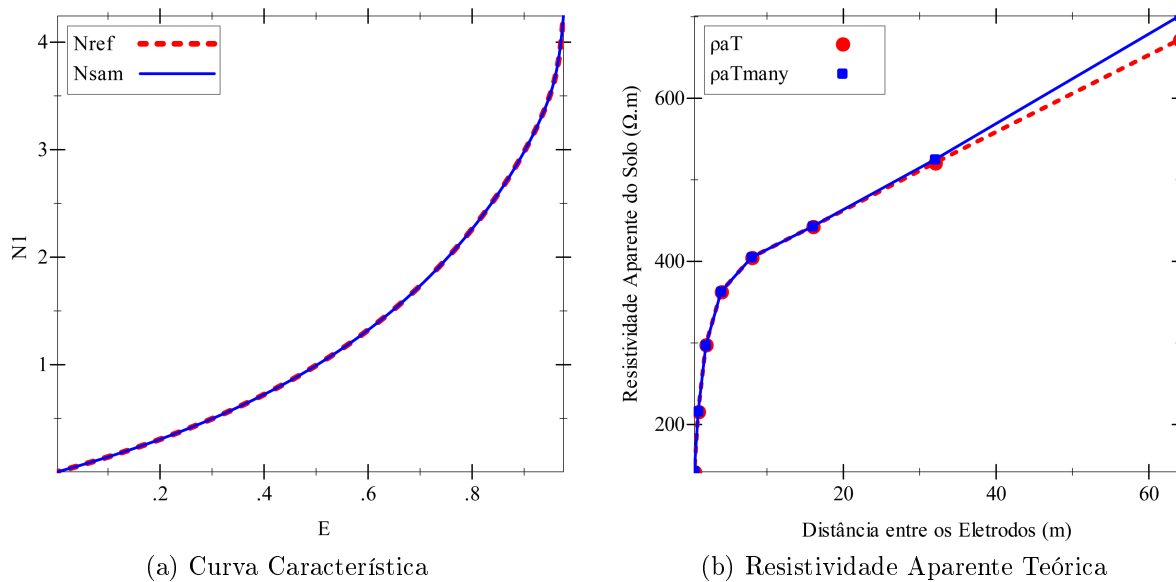


Figura 8.20: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso IX

## 8.10 Estudo de Caso X

O Estudo de Caso X foi realizado em uma área onde uma empresa planejava instalar uma nova unidade, na cidade de Quirinópolis - GO - Brasil. Assim, foram realizadas medições e estratificações em alguns locais para saber onde seriam instalados alguns elementos da unidade, e.g. a subestação de energia, malha de proteção contra descargas atmosféricas, etc.

Através dos valores das resistividades aparente experimentais a metodologia proposta foi aplicada, culminando em um solo estratificado em camadas horizontais, com parâme-

tros conhecidos, e que representa, com certa margem de erro, o solo desconhecido. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas definitivas, além de serem feitas as devidas verificações, tanto na curva característica, quanto na resistividade aparente teórica.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.25. Na fig. 8.21, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.25: Resultados Alcançados - Estudo de Caso X

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	345	237	31.30
1.0	241	241	0.00
2.0	246	266	8.13
4.0	370	354	4.32
8.0	457	454	0.66
16.0	367	365	0.54
32.0	124	124	0.00
Erro Médio			6.42

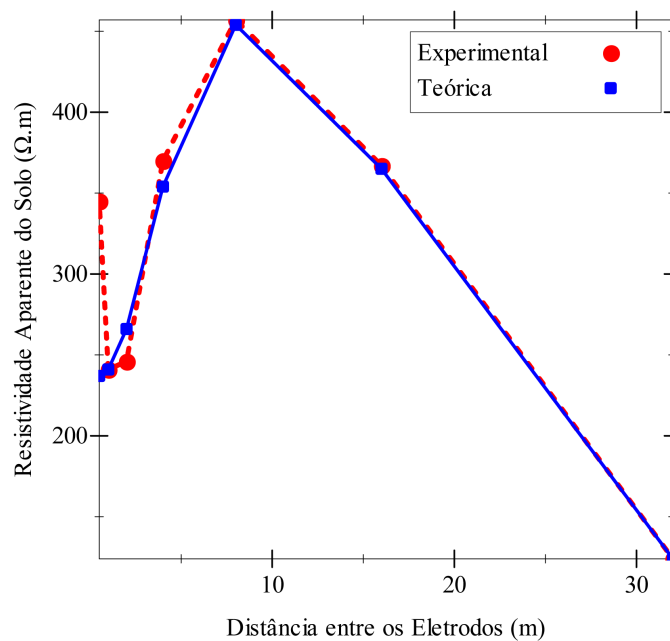


Figura 8.21: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso X

Na tabela 8.26, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrado pela metodologia proposta.

Tabela 8.26: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso X

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	236.67	3.04
2	4790.6	1.3
3	22.32	$\infty$

Já nas figuras 8.22a e 8.22b, estão presentes as verificações do solo estratificado, respectivamente da curva característica e da curva de resistividade aparente teórica.

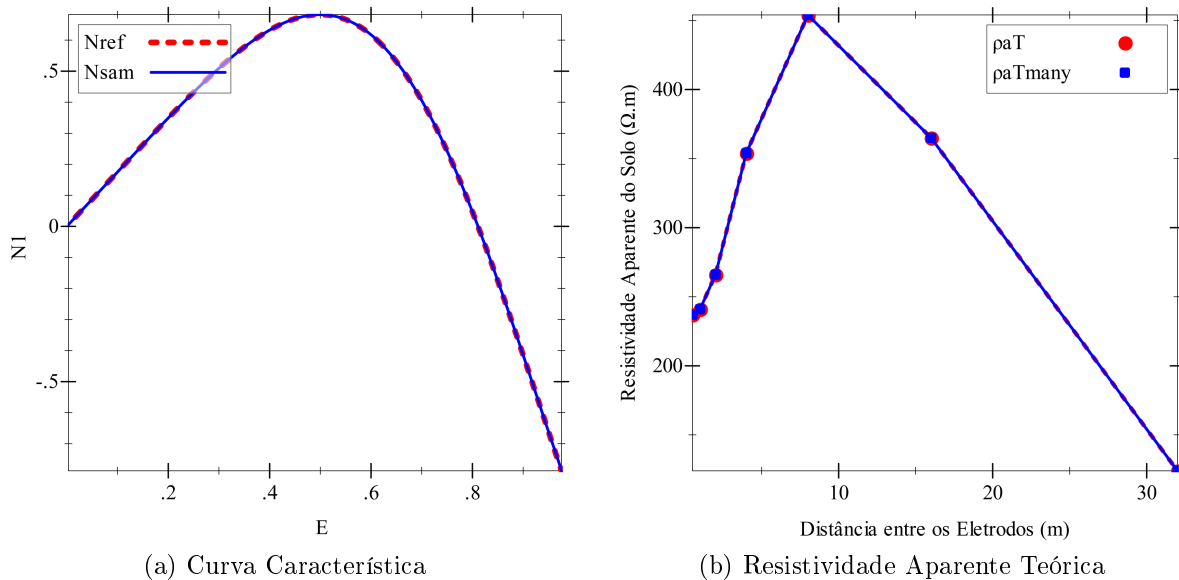


Figura 8.22: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso X

## 8.11 Estudo de Caso XI

Realizado na mesma área que o estudo de caso anterior, o Estudo de Caso XI visou pesquisar um local diferente na mesma área.

Através dos valores das resistividades aparente experimentais a metodologia proposta foi aplicada, culminando em um solo estratificado em camadas horizontais, com parâmetros conhecidos, e que representa, com certa margem de erro, o solo desconhecido. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas definitivas, além de se-



rem feitas as devidas verificações, tanto na curva característica, quanto na resistividade aparente teórica.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.27. Na fig. 8.23, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.27: Resultados Alcançados - Estudo de Caso XI

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	157	157	0.00
1.0	252	240	4.76
2.0	321	359	11.84
4.0	469	446	4.90
8.0	407	407	0.00
16.0	296	298	0.68
32.0	249	249	0.00
Erro Médio			3.17

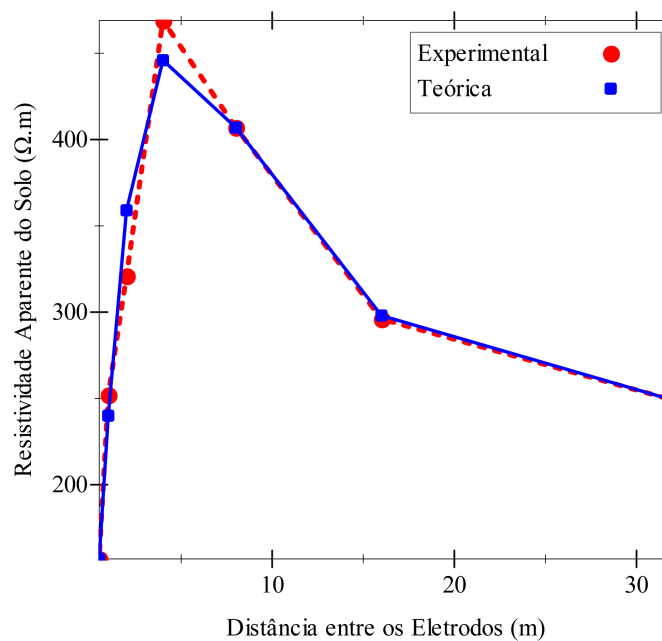


Figura 8.23: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso XI

Na tabela 8.28, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrado pela metodologia proposta.

Tabela 8.28: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso XI

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	119.57	0.5
2	717.8	3.23
3	236.53	$\infty$

Já nas figuras 8.24a e 8.24b, estão presentes as verificações do solo estratificado.

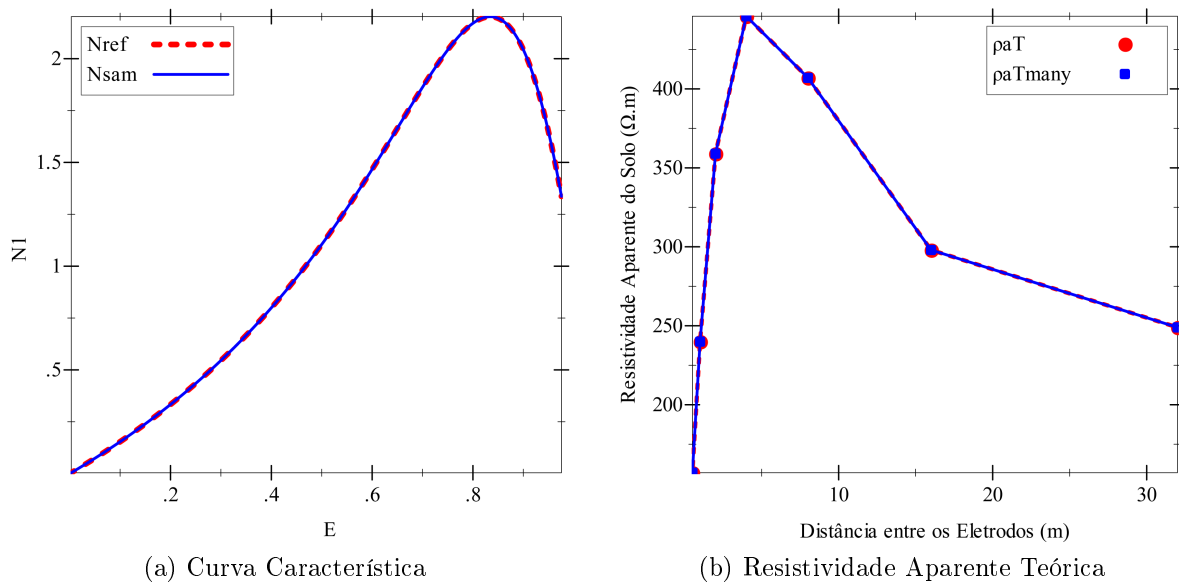


Figura 8.24: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso XI

## 8.12 Estudo de Caso XII

Realizado na mesma área que os dois estudos de caso anteriores, o Estudo de Caso XII visou pesquisar um local diferente na mesma área.

Através dos valores das resistividades aparente experimentais a metodologia proposta foi aplicada, culminando em um solo estratificado em camadas horizontais, com parâmetros conhecidos, e que representa, com certa margem de erro, o solo desconhecido. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas definitivas, além de serem feitas as devidas verificações.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 8.29. Na fig. 8.25, estão

ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 8.29: Resultados Alcançados - Estudo de Caso XII

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	358	269	5.79
1.0	231	265	34.89
2.0	246	244	0.75
4.0	571	177	64.91
8.0	102	105	4.55
16.0	287	105	50.00
32.0	132	135	0.00
Erro Médio			22.98

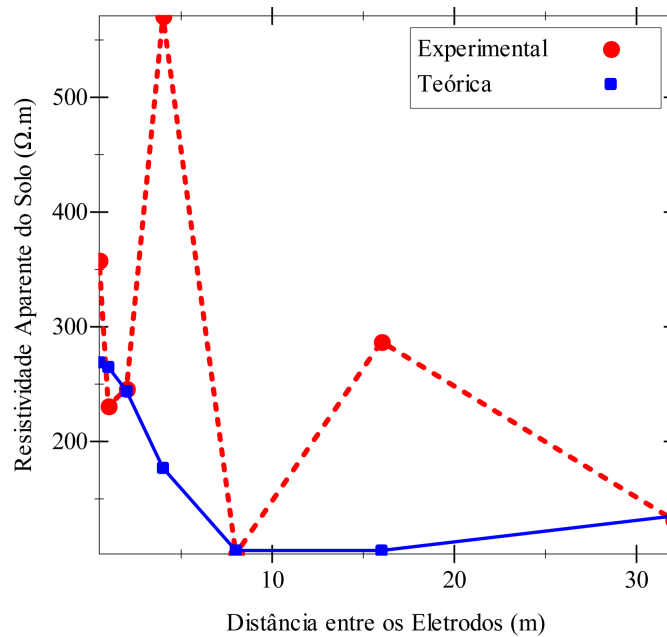


Figura 8.25: Curvas de Resistividade Aparente - Estudo de Caso XII

Na tabela 8.30, estão presentes os parâmetros do solo estratificado em camadas horizontais, encontrado pela metodologia proposta.

Tabela 8.30: Solo Estratificado Resultante - Estudo de Caso XII

Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	270.03	2.92
2	61.85	7.13
3	181.13	$\infty$

Já nas figuras 8.26a e 8.26b, estão presentes as verificações do solo estratificado.

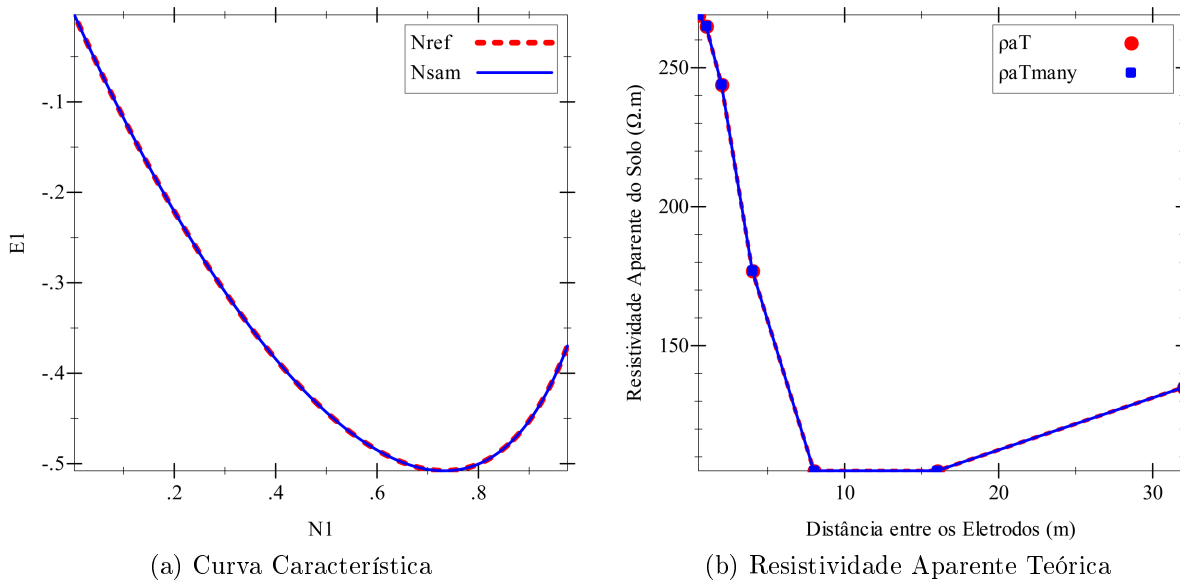


Figura 8.26: Verificação do Solo Estratificado - Estudo de Caso XII

## 8.13 Considerações Finais

Como é possível observar nos estudos de caso descritos neste capítulo, a metodologia proposta foi um sucesso em otimizar os parâmetros de solos no modelo estratificado em camadas horizontais, de forma que estes apresentaram comportamento elétrico semelhante aos solos desconhecidos, onde foram realizadas medições experimentais.

Além destes estudos de casos mostrados, diversas medições e otimizações foram realizadas. Porém, o objetivo deste capítulo foi relatar casos de uso onde as curvas de resistividade aparente experimental tivessem perfis diferentes, otimizando redundâncias, além de comparar os resultados obtidos neste trabalho com o estado da arte.

Os estudos de caso I, II, V e VI apresentaram resultados altamente satisfatórios, onde os solos estratificados otimizados possuem resistividades aparentes bem próximas ao obtido experimentalmente.

Particularmente no estudo de caso II, onde foi observado com destaque um pico de erro, a metodologia de tratamento foi aplicada com sucesso, sendo possível observar que o processo de otimização deu oportunidade para soluções mais uniformes se sobressaírem,

resultando em um solo otimizado com pico de erro suavizado.

Já nos estudos de caso III e IV, ao comparar os resultados obtidos neste trabalho com os obtidos em trabalhos anteriores, notou-se uma melhora no erro médio relativo em ambos os casos, culminando em solos estratificados em camadas horizontais que possuem propriedades elétricas mais próximas dos solos desconhecidos estudados.

Nos estudos de caso VII e VIII, múltiplas inflexões acentuadas estão presentes nas curvas de resistividade aparente experimental. Porém isto não foi problema para a metodologia proposta, que conseguiu otimizar os parâmetros do solo estratificado com pequena margem de erro. É possível notar que, mesmo que o estudo de caso IX tenha sido realizado próximo aos dois anteriores, ele não apresentou as mesmas inflexões acentuadas, indicando mudança no perfil do solo nesta área.

Porém, em alguns casos de uso, mesmo após múltiplas tentativas de aplicação da metodologia proposta, não se obteve o sucesso alcançado anteriormente. É possível observar isto nos estudos de caso X e XII, onde o solo otimizado apresentou semelhança no comportamento elétrico bem aquém do observado nos outros estudos de caso. Ainda assim, o estudo de caso XI, realizado em um local próximo, apresentou resultados satisfatórios, contrariando o que era esperado.

Assim, quais fatores influenciam a aplicação desta metodologia, que apesar de encontrar ótimos resultados em diversas situações, melhores que os alcançados em trabalhos anteriores, a apresentar uma performance distinta? É possível quantificar esta performance distinta? Um estudo envolvendo esta reflexão está presente no capítulo 9.



## Capítulo 9

# Procedimento de Análise Estatística

Na metodologia proposta, apresentada no capítulo 7, caso o modelo físico exato seja próximo ao modelo de solo em camadas horizontais, o erro alcançado tende a ser pequeno e dentro do desejado, e ambos os solos possuem propriedades elétricas semelhantes. Porém, há situações em que o erro alcançado é de uma magnitude considerável, conforme observado nos estudos de caso X e XII. Há um fator de erro a ser considerado nesta abordagem e que não pode ser mensurado pelo método de Wenner: A diferença entre os modelos de solo.

Devido à sua própria natureza, o solo desconhecido não se comporta exatamente como o modelo utilizado. E quanto maior esta diferença, menos provável será a metodologia proposta ter sucesso. Também, por se tratar de uma metodologia baseada em uma meta-heurística, ela pode falhar, e serem necessárias múltiplas execuções para se obter sucesso. Ainda assim, mesmo diversas aplicações da metodologia podem não produzir um resultado com erro relativo médio dentro do desejado, ainda mais se este for muito pequeno, no caso do solo não ser disposto em camadas horizontais homogêneas.

O objetivo do procedimento de análise estatística descrito neste capítulo é justamente saber qual a probabilidade da metodologia ser aplicada com sucesso, em um solo cujo modelo físico seja semelhante ao modelo em camadas horizontais e, a partir dessa probabilidade de sucesso da metodologia, poder realizar uma análise para qualquer amostra de solos, de modo a saber quantas destas amostras não seguem o modelo de solo em camadas

horizontais.

## 9.1 Estrutura do Solo

Em pequena escala, o solo tende a ser disposto em camadas horizontais. Porém, há situações em que esta estrutura é alterada devido à presença de obstáculos no subsolo e fenômenos geológicos podem dar uma característica disforme ao solo. Em outros casos, a umidade pode prejudicar por alterar temporariamente a resistividade do solo. [FAO 2006] [EBERHARDT 2014].

Em um solo desconhecido que possua modelo físico exato próximo ao modelo de solo em camadas horizontais bem definidas, o resultado tende a ser bastante bom, inferior a 1%. A fig. 9.1 ilustra um solo assim.

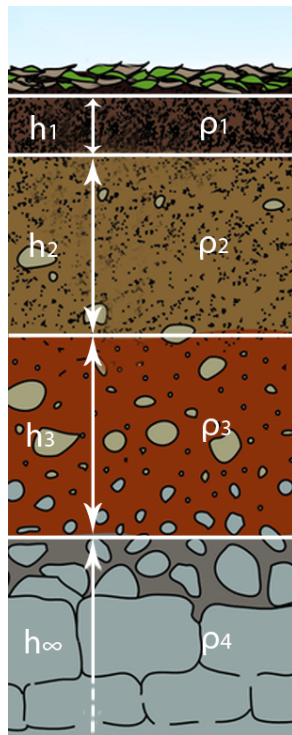


Figura 9.1: Solo em Camadas Horizontais Regulares Homogêneas



Porém, alguns solos não apresentam uma estrutura bem definida, com camadas horizontais regulares e homogêneas. As linhas que separam duas camadas consecutivas não são horizontais. A fig. 9.2 ilustra um solo assim. Deste modo, a semelhança do comportamento elétrico do solo relativamente ao modelo em camadas horizontais determina o sucesso ou fracasso da metodologia proposta.

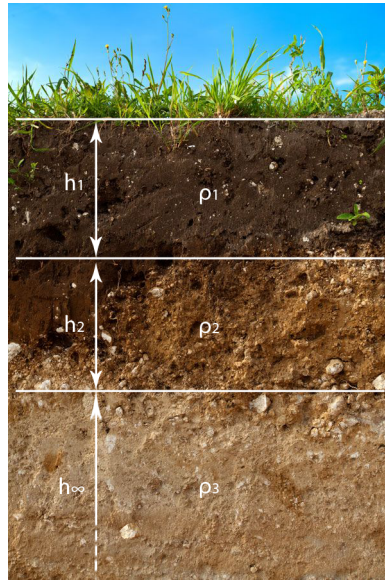


Figura 9.2: Solo Irregular Próximo ao Modelo em Camadas Horizontais

Já em outros solos situações piores podem acontecer, como a disformidade ou um obstáculo perturbar ainda mais a definição das camadas. Dentre estes obstáculos podem estar pedras, fissuras, fendas, lençol freático, colônias de animais, além de elementos inseridos pelo homem, como outros aterramentos, fundações de construções já demolidas, dentre outros. Também, o modelo físico exato pode não ser nada parecido com o modelo estratificado em camadas horizontais devido a fatores geológicos. Uma ilustração de solo com obstáculos é apresentada na fig. 9.3.

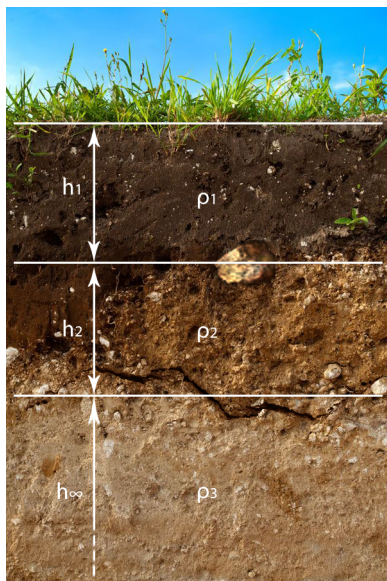


Figura 9.3: Solo Irregular com Obstáculos Naturais

Assim, em muitas situações onde o erro da solução é considerável, a razão pode estar no modelo físico exato do solo desconhecido. A metodologia fornece uma solução com erro médio relativo agravado de acordo com a disparidade entre o modelo físico exato e o modelo em camadas horizontais. Também, pelo fato de a metodologia proposta se basear em uma meta-heurística, ela pode não alcançar o erro médio relativo desejado por ter ficado presa em um mínimo local, ou por não ter convergido em uma quantidade determinada de gerações.

Desta maneira, como a formação irregular do solo ou a presença de obstáculos não pode ser detectada utilizando o método de Wenner, propõe-se um procedimento de avaliação da metodologia e consequente análise de qualquer amostra de solos em que ela for aplicada.

## 9.2 Características da Análise

Para a realização da análise estatística compreendida no procedimento proposto, deve ser definido o tamanho da amostra a analisar, de forma que esta possa ser uma representação do espaço amostral, i. e., do universo a ser analisado. Para a definição desta amostra, é muito importante saber o tamanho deste espaço amostral [COCHRAN 1977].

O princípio para estimar o tamanho do espaço amostral é o seguinte: Em um intervalo

entre dois números reais há uma quantidade infinita de números. Assim, como solos estratificados em camadas horizontais possuem parâmetros contidos em intervalos contínuos de números reais (seção 7.1.2) e em um espaço N-dimensional devido à disposição em N camadas, é possível concluir que o tamanho do espaço amostral que engloba todos os solos estratificados possíveis é infinito.

Além disso, é preciso saber o objetivo da análise, que definirá a saída do procedimento. Isto é essencial para a escolha da distribuição amostral a ser utilizada, pois define como o procedimento será realizado [WACKERLY et. al. 2008]. A variável de saída de um procedimento qualquer pode assumir dois perfis:

- **Contínuo:** Variáveis contínuas podem assumir qualquer valor em um intervalo;
- **Discreto:** Variáveis discretas podem assumir uma quantidade contável de valores possíveis.

Ao ser aplicada em medidas de resistividade aparente experimental, a metodologia proposta pode ter dois desfechos: terminar por ter alcançado seu objetivo possuindo erro médio relativo dentro do desejado, ou por ter atingido o número máximo de gerações permitido sem alcançar o erro desejado (seção 7.1).

O objetivo é justamente diferenciar estes dois desfechos. Assim, a verificação do sucesso da metodologia proposta terá uma saída dicotômica: Caso o erro relativo médio alcançado pela metodologia seja menor ou igual a  $P\%$  (7.3), onde  $\{P \in \mathbb{R} | P > 0\}$ , o experimento será considerado um sucesso, saída 1. Caso contrário, será considerado um fracasso, saída 0. Assim, como a saída pode possuir apenas dois valores possíveis, ela possui um perfil discreto. Consequentemente tem-se uma distribuição de natureza discreta. Uma ilustração deste comportamento está disposto na fig. 9.4.

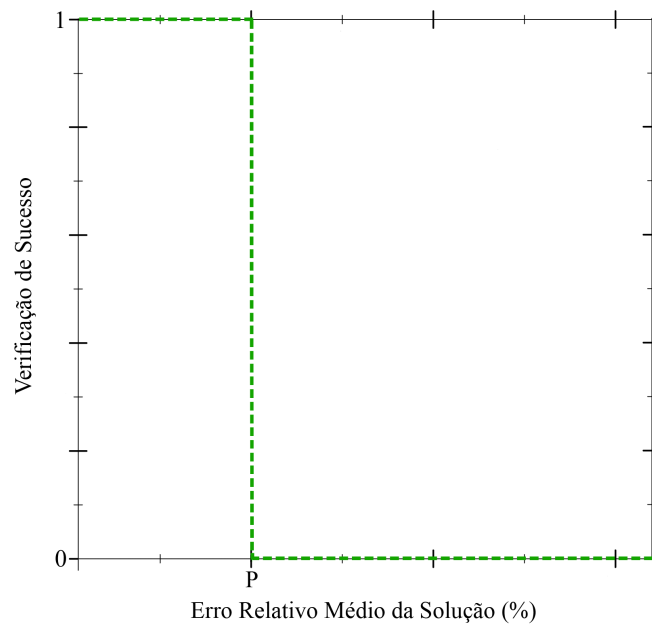


Figura 9.4: Função de Verificação de Sucesso

### 9.3 Base Teórica Estatística

Uma distribuição amostral é a distribuição de probabilidades de uma medida estatística baseada em uma amostra aleatória. É um conceito muito importante pois fornece uma grande simplificação e pode ser usado para inferência estatística. Além disso, permite que considerações analíticas sejam baseadas na distribuição amostral de uma medida estatística [WACKERLY et. al. 2008].

Na inferência estatística uma amostra é coletada, e nela são aplicados procedimentos estatísticos. Tais procedimentos possibilitam a obtenção de parâmetros desejados que descrevem a população com uma margem de erro, pois são obtidos de uma amostra e não da população toda. Uma ilustração deste procedimento segue na fig. 9.5. Definido o nível de aproximação desejado, é possível saber a dimensão da amostra para que esta reflita o comportamento da população.

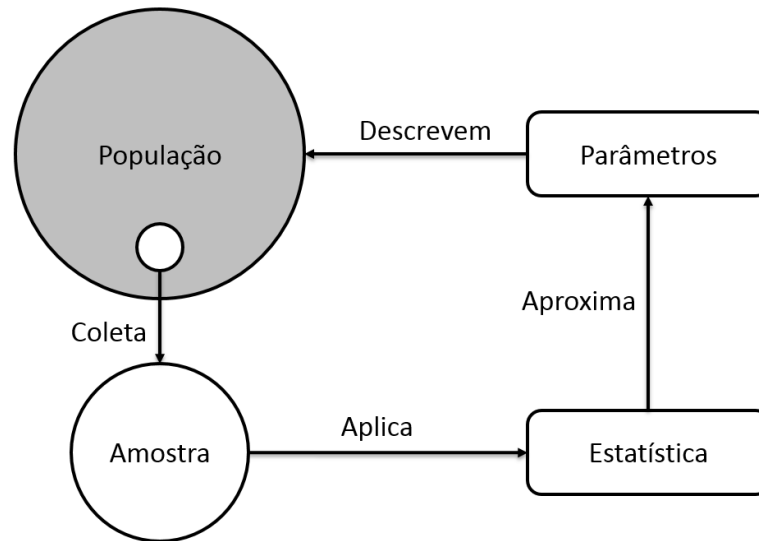


Figura 9.5: Processo de Inferência Estatística

A seguir são apresentados os conceitos que vão permitir saber qual a dimensão da amostra, i.e. quantos testes estatísticos devem ser realizados para que a partir de uma inferência estatística com margem de erro e nível de confiança determinados, seja possível realizar considerações analíticas a partir dos resultados do procedimento de análise proposto.

### 9.3.1 Escolha da Distribuição Amostral

Como apresentado na seção 9.2, as saídas da verificação de sucesso das amostras a tratar neste estudo são discretas. Assim, apresentam-se abaixo alguns tipos de distribuição amostral discreta [WACKERLY et. al. 2008] [WROUGHTON e COLE 2013]:

- **Bernoulli:** Distribuição de sucessos em uma única tentativa. Nesta tentativa há sucesso ou falha. E. g. se em um solo a metodologia for aplicada, qual a probabilidade de ele ser estratificado com sucesso?
- **Binomial:** Distribuição do sucesso em  $N$  tentativas de Bernoulli. Neste caso haverá  $N$  tentativas, e deseja-se saber em quantas delas haverá sucesso. E. g. se a metodologia proposta for aplicada em 50 solos quaisquer, qual a probabilidade que 40 solos sejam estratificados com sucesso? A distribuição de Bernoulli é um caso

especial da distribuição binomial, onde  $N = 1$ . Aqui o número de tentativas é fixo, e o número de sucessos é variável.

- **Hipergeométrica:** Similar à distribuição Binomial no tocante ao interesse no número de sucessos em  $N$  tentativas. Porém, se trata da distribuição do sucesso quando todas as tentativas são feitas com elementos mutuamente exclusivos, ou seja, quando se sorteia um elemento e este não pode ser sorteado novamente, fazendo com que a probabilidade mude a cada tentativa. Ex: Se a metodologia proposta for aplicada em 50 solos mutuamente excludentes, qual a probabilidade de 40 solos sejam estratificados com sucesso.

Ao analisar o objetivo do procedimento de análise estatística, percebe-se que a distribuição hipergeométrica é a que melhor se encaixa no contexto deste trabalho pois o desejo é que todos os solos avaliados sejam distintos. Porém, se a quantidade de tentativas for pequena em comparação ao tamanho do espaço amostral, as tentativas não são independentes, mas a dependência possui apenas um pequeno efeito, tal que se aproxima bastante da distribuição Binomial [WROUGHTON e COLE 2013].

Como o tamanho do espaço amostral é infinito, o número de tentativas sempre terá uma magnitude muito menor, justificando o uso da distribuição binomial no procedimento de análise proposto. Há uma razão para que estas distribuições sejam bastante utilizadas: o Teorema do Limite Central.

### 9.3.2 Teorema do Limite Central

A base para o procedimento proposto é um dos conceitos mais fundamentais e profundos na estatística: O Teorema do Limite Central, também conhecido como CLT [WACKERLY et. al. 2008]. Ele sustenta a distribuição amostral escolhida na seção anterior.

Seja  $\bar{x}$  a média amostral de uma amostra de tamanho  $n$ , conforme (9.1).

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (9.1)$$

E que a população tenha média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . Havendo várias amostras, define-se o valor médio de  $\bar{x}$ ,  $\mu_{\bar{x}}$ , e o desvio padrão de  $\bar{x}$ ,  $\sigma_{\bar{x}}$ , pelas equações (9.2) e (9.3) respectivamente.

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \quad (9.2)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (9.3)$$

O teorema diz que quando a distribuição da população é normal, a distribuição de  $\bar{x}$  também é normal para qualquer valor de  $n$ . E para um valor suficientemente grande de  $n$ , a distribuição de  $\bar{x}$  é aproximadamente normal, independente da distribuição da população.

Caso a distribuição amostral seja discreta e a amostra for suficientemente grande, é possível utilizar o teorema para que a distribuição de  $\bar{x}$  seja aproximadamente uma distribuição binomial, baseada na distribuição normal. A base é que a soma da probabilidade da metodologia proposta funcionar com sucesso ou fracassar obedeça a (9.4) [WACKERLY et. al. 2008].

$$p + q = 1 \quad (9.4)$$

Aqui  $p$  é a probabilidade de sucesso e  $q$  a probabilidade de fracasso, para cada elemento.

De acordo com o Teorema de de Moivre-Laplace [de MOIVRE 1756] [FELLER 1968], um caso específico do Teorema do Limite Central, caso  $p$  e  $q$  sejam positivos e obedeçam a (9.4), pode-se afirmar que a distribuição binomial  $B(n, p)$  é aproximadamente a distribuição normal com média  $\mu = n \cdot p$  e desvio padrão  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$ , conforme (9.5).

$$B(n, p) \approx N(n \cdot p, \sqrt{n \cdot p \cdot q}) \quad (9.5)$$

Assim, a distribuição agora binomial de  $\bar{x}$  terá média  $\mu_{\bar{x}}$  e desvio padrão  $\sigma_{\bar{x}}$  definidos respectivamente pelas equações (9.6) e (9.7).

$$\mu_{\bar{x}} = n \cdot p \quad (9.6)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{n \cdot p \cdot q} \quad (9.7)$$

Uma vez que o Teorema do Limite Central descreve o comportamento de  $\bar{x}$ , é possível utilizá-lo em uma analogia para descrever as proporções de uma população a partir de uma amostra aleatória de tamanho  $n$ . Suponha que cada elemento desta amostra possua ou não uma característica, e que o sucesso aconteça quando um elemento possua tal característica. O objetivo é contar o número de sucessos. Esta é exatamente a descrição da distribuição binomial. Nesta amostra,  $x$  elementos possuem tal característica, ou seja,  $x$  é o número de sucessos.  $B(n, p)$  representa uma variável binomial de  $n$  tentativas e probabilidade de sucesso  $p$ , de modo que  $x = B(n, p)$ . A proporção de indivíduos que possui tal característica  $\hat{p}$  é disposta em (9.8).

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{B(n, p)}{n} \quad (9.8)$$

Relacionando as equações (9.5) e (9.8), obtém-se (9.9).

$$\hat{p} = \frac{1}{n}B(n, p) \approx \frac{1}{n}N(np, \sqrt{npq}) = N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right) \quad (9.9)$$

O Teorema do Limite Central para as proporções diz que caso as condições do Teorema de Moivre-Laplace ocorram, a distribuição amostral de uma amostra de tamanho suficientemente grande ( $n > 30$ ) é aproximadamente normal, e terá média  $\mu_{\hat{p}}$  e desvio padrão  $\sigma_{\hat{p}}$ , definidos respectivamente pelas equações (9.10) e (9.11).

$$\mu_{\hat{p}} = p \quad (9.10)$$

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad (9.11)$$



Assim, conclui-se que é possível assumir que a distribuição amostral da nossa amostra discreta é normal, e utilizar todo o aparato estatístico existente em favor do procedimento proposto.

### 9.3.3 Margem de Erro

A margem de erro é uma expressão estatística do erro de amostragem aleatória no resultado de uma pesquisa. É uma medida da proximidade do resultado de uma amostra em relação ao resultado obtido se o espaço amostral fosse todo utilizado no procedimento estatístico [COCHRAN 1977]. Suponha que em uma amostra de solos qualquer a metodologia proposta foi aplicada com 90% de sucesso. Uma margem de erro de 3% implica que o intervalo esperado para o sucesso no universo de solos pretendido é de  $90 \pm 3\%$ , i. e., um valor entre 87 e 93%.

### 9.3.4 Nível de Confiança e Valor Crítico

O nível de confiança, ou probabilidade de confiança, refere-se à porcentagem de todas as amostras possíveis em que se pode esperar um comportamento dentro da margem de erro prevista. Suponha que todas as possíveis amostras sejam coletadas da mesma população. Um nível de confiança de 95% implica que 95% das amostras teriam os resultados dentro do esperado [NEYMAN 1937] [COCHRAN 1977].

A partir de um nível de confiança  $nc$ , é possível calcular seu valor crítico  $Z$ . Porém, este já se encontra tabelado conforme tabela 9.1 [COCHRAN 1977].

Tabela 9.1: Valores críticos para níveis de confiança

nc(%)	50	80	90	95	99
Z	0.67	1.28	1.64	1.96	2.58

## 9.4 Cálculo do Tamanho da Amostra

É possível calcular o tamanho da amostra que, dentro de uma margem de erro e nível de confiança, representará o espaço amostral [COCHRAN 1977]. Para tal, deve-se definir valores para o nível de confiança  $nc$  e para a margem de erro  $m$ . A partir do nível de confiança, encontra-se o respectivo valor crítico  $Z$ , conforme tabela 9.1.

A distribuição binomial é perfeitamente simétrica quando a probabilidade de sucesso  $p$  for igual a 0.5 e possui alguma assimetria quando  $p \neq 0.5$ . Além disso, a aproximação da distribuição normal pela distribuição binomial funciona melhor quando  $p = 0.5$  e o tamanho da amostra é grande. Quando a probabilidade de sucesso está em uma faixa de valores, utiliza-se o valor mais próximo de 0.5 para o cálculo do tamanho da amostra,  $T_{am}$ . E quando o valor de  $p$  é desconhecido, no caso deste trabalho, utiliza-se  $p = 0.5$ , de modo a maximizar a variância e consequentemente o tamanho da amostra.

Sendo  $N$  o tamanho da população, caso  $T_{am}/N$  seja um valor desprezável,  $T_{am}$  será uma aproximação suficiente de  $N$ , com o nível de confiança escolhido. Neste trabalho como o valor de  $N$  é infinito,  $T_{am}$  será utilizado como o tamanho da amostra que reflete o comportamento da população, i. e., do espaço amostral, dentro da margem de erro e nível de confiança definidos. Assumindo que será realizada amostragem aleatória e que a distribuição amostral das proporções seja normal, conforme seção 9.3.2, é possível calcular o tamanho da amostra  $T_{am}$  através de (9.12).

$$T_{am} = \frac{Z^2 \cdot p \cdot (1 - p)}{m^2} \quad (9.12)$$

A variância é definida por (9.13).

$$\sigma^2 = \frac{p \cdot (1 - p)}{T_{am}} \quad (9.13)$$

## 9.5 Procedimento de Análise Proposto

Nesta seção é proposto um procedimento de análise da metodologia e de classificação de amostras de solos desconhecidos, partindo do princípio de que é utilizado o modelo de solo estratificado em camadas horizontais. Como visto na seção 9.1, os solos podem ser divididos em três categorias:

1. Solos estratificados em camadas horizontais;
2. Solos cujo modelo físico exato está próximo ao modelo em camadas horizontais;
3. Solos cujo modelo físico exato está distante do modelo em camadas horizontais.

A partir destas três categorias, é possível determinar dois grupos de solos:

- **Solos estratificáveis:** Dentro deste grupo estão os solos das categorias 1 e 2. Nestes solos a metodologia pode ser aplicada com sucesso;
- **Solos não estratificáveis:** Dentro deste grupo estão os solos da categoria 3. Nestes solos a metodologia não obtém sucesso por o erro ser superior ao desejado.

O que irá definir se um solo pertence ao grupo dos estratificáveis ou ao grupo dos não estratificáveis será o erro relativo médio desejado. Quanto maior este erro mais distante o modelo físico do solo poderá estar do modelo em camadas horizontais, e ainda assim a metodologia ser aplicada com sucesso.

Duas situações serão analisadas, dentro da possibilidade de geração de amostras: Um conjunto de controle contendo solos estratificados em camadas horizontais, e um conjunto de teste que contenha solos das três categorias mencionadas, i. e., qualquer solo. Enquanto no primeiro conjunto o objetivo é a avaliação da metodologia, no segundo a meta é a classificação dos solos.

### 9.5.1 Avaliação da Metodologia

Nesta seção é mostrado o procedimento a ser seguido para avaliar a metodologia proposta neste trabalho. A ideia principal é calcular qual a probabilidade da metodologia

proposta funcionar com sucesso, caso o solo desconhecido possua características físicas próximas ao modelo utilizado, ou seja, pertença ao grupo dos solos estratificáveis. O procedimento está disposto na fig. 9.6.

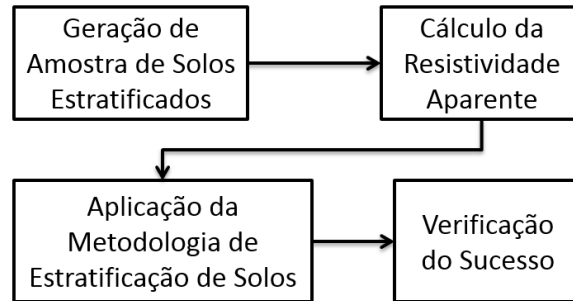


Figura 9.6: Avaliação da Metodologia

Solos estratificados em camadas horizontais são gerados e suas resistividades aparentes teóricas são calculadas e serão utilizadas como resistividades aparentes experimentais. Somente as resistividades aparentes são utilizadas, eliminando quaisquer informações acerca da estrutura do solo. Desta maneira, há a certeza de que o fator irregularidade do modelo físico exato foi eliminado das amostras.

Posteriormente, a metodologia para otimização dos parâmetros do solo proposta é aplicada, utilizando estes dados agora experimentais para encontrar os respectivos solos estratificados em camadas horizontais otimizados, com comportamentos elétricos semelhantes. Por fim é calculada a probabilidade da metodologia otimizar com sucesso os parâmetros de um solo estratificável,  $p_{met}'$ .

## Geração da Amostra

Para gerar uma amostra que reflita o comportamento da população, deve-se calcular o tamanho dela de acordo com o disposto na seção 9.4. Como não se sabe a probabilidade de sucesso adota-se  $p = 0.5$ . Além disso, deve-se definir valores de fronteira para os parâmetros dos solos, assim como ocorre na metodologia proposta, vide seção 7.1.2, de modo que seus parâmetros sejam válidos:

- Número de camadas:  $c \in \mathbb{N} \mid c_{min} \leq c \leq c_{max}$ ;

- Resistividades:  $\rho_i \in \mathbb{R} \mid \rho_{min} \leq \rho_i \leq \rho_{max}$ ;
- Espessuras:  $h_i \in \mathbb{R} \mid h_{min} \leq h_i \leq h_{max}$ .

De forma a fazer uma análise de todo o espectro de números de camadas, deve ser gerada a mesma quantidade de amostras para cada valor de  $c$  e, aleatoriamente, gerar as resistividades e espessuras destas amostras. Assim, com a amostra de  $T_{am}$  solos gerada, segue-se para o próximo passo.

### Cálculo da Resistividade Aparente

Nesta etapa é realizado o cálculo da resistividade aparente teórica nos solos gerados,  $\rho_{aT}$ , como no capítulo 4. De modo a contemplar diversos casos experimentais, gera-se grupos de distâncias entre hastes  $a$  com os valores mais utilizados pelo engenheiro, e realiza-se uma distribuição equitativa destes grupos entre os solos da amostra. Um exemplo segue abaixo, com as distâncias medidas em metros:

- **Grupo 1:** [0.5 1.0 2.0 4.0 8.0 16.0 24.0]  $\Rightarrow \sim 25\%$ ;
- **Grupo 2:** [0.5 1.0 2.0 4.0 8.0 16.0 24.0 32.0]  $\Rightarrow \sim 25\%$ ;
- **Grupo 3:** [0.5 1.0 2.0 4.0 8.0 16.0 24.0 32.0 48.0]  $\Rightarrow \sim 25\%$ ;
- **Grupo 4:** [0.5 1.0 2.0 4.0 8.0 16.0 24.0 32.0 48.0 64.0]  $\Rightarrow \sim 25\%$ .

Assim, cada solo estará vinculado à um grupo de valores de  $a$ , como em um cenário experimental. Ao calcular os valores das resistividades aparentes teóricas para cada distância entre hastes, ao final desta etapa resultarão pares de  $\rho_{aT}$  e  $a$ .

### Aplicação da Metodologia Proposta

De posse dos valores de  $\rho_{aT}$  e  $a$ , sendo o primeiro agora tratado como  $\rho_{aE}$ , aplica-se a metodologia proposta, apresentada no capítulo 7. Para isto acontecer, três parâmetros devem ser definidos:

- O erro relativo médio desejado  $P\%$ , conforme fig. 9.4;
- A quantidade de gerações máxima;
- O número de tentativas da metodologia antes de considerar a aplicação um fracasso.

Sendo baseada em uma meta-heurística, a metodologia proposta pode falhar ao tentar encontrar um erro mínimo dentro do esperado. Porém, como ela é baseada em fatores aleatórios dirigidos, o desfecho pode mudar em outra tentativa e acontecer um sucesso. Assim a metodologia é aplicada um número definido de vezes, que entrará como parâmetro no resultado da avaliação.

Ao aplicar a metodologia proposta na amostra controlada de solos, ter-se-á o erro relativo médio alcançado em cada um deles.

### Verificação do Sucesso

Após aplicar a metodologia proposta e calcular o erro relativo médio alcançado em todas as amostras, nesta etapa é realizada a verificação do sucesso. A saída da avaliação do solo será 1 para sucesso ou 0 para fracasso, conforme (9.14).

$$\text{Saída} = \begin{cases} 0 & \text{se } \textit{Erro} > P\% \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (9.14)$$

De posse da quantidade de solos em que a metodologia atingiu o sucesso e do tamanho da amostra  $T_{am}$ , é possível calcular a proporção de sucessos da metodologia  $\hat{p}$  através de (9.8). Como a amostra gerada reflete o espaço amostral, com uma margem de erro  $m$  e nível de confiança  $nc$ , a probabilidade  $p_{met}'$  da metodologia otimizar com sucesso os parâmetros de um solo estratificável será  $\hat{p} \pm m\%$ .

### 9.5.2 Análise do Resultado da Avaliação da Metodologia

É importante salientar que, caso a metodologia obtenha sucesso em determinado solo, é certo que se trata de um solo estratificável, pois a metodologia é aplicável somente a

solos deste grupo. Ao adaptar (9.4) para o experimento em ambiente controlado, i. e., somente com solos estratificáveis, vide seção 9.5.1, tem-se a equação (9.15).

$$p_{met}' + q_{met}' = 1 \quad (9.15)$$

Onde  $p_{met}'$  e  $q_{met}'$  são respectivamente as probabilidades de sucesso e falha da metodologia em ambiente controlado. Sabendo o total de solos em que a metodologia foi aplicada,  $n_{total}$ , e a quantidade de solos em que se obteve sucesso,  $n_{suc}$ , pode-se calcular a probabilidade de sucesso de acordo com (9.16).

$$p_{met}' = \frac{n_{suc}}{n_{total}} \quad (9.16)$$

Neste procedimento em ambiente controlado, todos os solos são da categoria de solos estratificados, e pertencem ao grupo dos solos estratificáveis. Assim, a quantidade de solos estratificáveis  $n_{est}$  obedece a equação (9.17).

$$n_{est} = n_{total} \quad (9.17)$$

Ao combinar (9.16) e (9.17), a equação (9.18) descreve o número de sucessos da metodologia.

$$n_{suc} = p_{met}' \cdot n_{est} \quad (9.18)$$

### 9.5.3 Classificação de Amostra de Solos

Nesta seção é realizada uma generalização da análise descrita na seção 9.5.2, para um conjunto contendo solos estratificáveis e/ou não estratificáveis. Assim, pode-se calcular a quantidade e/ou percentual de solos não estratificáveis em uma amostra qualquer de solo, desde que o erro relativo médio desejado seja P%, ou seja, um valor igual ao utilizado no teste com conjunto de solos controlado.

Neste conjunto de teste ter-se-á tanto solos estratificáveis como não estratificáveis.

Assim, a quantidade total de solos obedecerá à equação (9.19).

$$n_{total} = n_{est} + n_{nest} \quad (9.19)$$

Onde  $n_{nest}$  representa o número de solos não estratificáveis.

Na avaliação da metodologia, a única falha apresentada era por culpa da própria metodologia  $q_{met}'$ . Porém, em um conjunto de teste, a falha também pode ser causada por um solo que possui modelo físico exato distante do modelo em camadas horizontais, cuja probabilidade é denominada  $q_{solo}$ . Assim, com o auxílio de (9.15) e (9.19), a equação (9.4), no caso de uma amostra com solos de qualquer tipo, pode ser escrita como (9.20).

$$p_{met}' + q_{met}' + q_{solo} = 1 \quad (9.20)$$

Assim será feito um novo procedimento, agora com este conjunto de teste, de modo a avaliar qual o número de sucessos da metodologia nesta nova situação. Este conjunto pode ser obtido com medições práticas.

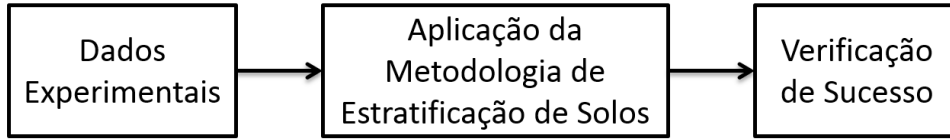


Figura 9.7: Avaliação de uma Amostra de Solos

De posse dos dados experimentais de solos, vide capítulo 3, a metodologia proposta é aplicada de maneira análoga à seção 9.5.1. Neste novo procedimento com qualquer solo, as probabilidades de sucesso e falha, respectivamente  $p_{met}$  e  $q_{met}$ , seguem a equação (9.21).

$$p_{met} + q_{met} = 1 \quad (9.21)$$

Para calcular a probabilidade de sucesso da metodologia para esta amostra  $p_{met}$ , deve ser utilizado o mesmo valor de erro relativo médio para verificar o sucesso do grupo controlado. A partir disto, basta saber a quantidade de sucessos  $n_{suc}$ , obtida através da condição disposta em (9.14), a quantidade total de solos avaliados  $n_{total}$ , e utilizar a



equação (9.22).

$$p_{met} = \frac{n_{suc}}{n_{total}} \quad (9.22)$$

Sabendo que onde há sucesso é certeza que o solo é estratificável, o número de sucessos  $n_{suc}$  já está definido em (9.18). Ao substituir este valor em (9.22), obtém-se (9.23).

$$p_{met} = \frac{p_{met}' \cdot n_{est}}{n_{total}} \quad (9.23)$$

Após alguma manipulação algébrica, é possível calcular a quantidade de solos estratificáveis conforme (9.24).

$$n_{est} = \frac{p_{met} \cdot n_{total}}{p_{met}'} \quad (9.24)$$

De posse da quantidade total de solos da amostra e do número de solos estratificáveis, a partir de (9.19) pode-se obter a quantidade de solos não estratificáveis na amostra  $n_{nest}$  através de (9.25).

$$n_{nest} = n_{total} - n_{est} = n_{total} - \frac{p_{met} \cdot n_{total}}{p_{met}'} \quad (9.25)$$

É importante salientar que a probabilidade da metodologia funcionar com sucesso,  $p_{met}'$ , é na verdade um intervalo de valores devido à margem de erro  $m$ , implícita na inferência estatística. O maior valor possível é 1. Deste modo, o valor de  $p_{met}'$  a ser calculado para realização do procedimento se encontra em (9.26).

$$p_{met}' = \min(p_{met}' \pm m, 1) \quad (9.26)$$

## 9.6 Realização do Procedimento Estatístico

Nesta seção, todo o procedimento descrito na seção 9.5 é realizado na prática, para elucidar o procedimento proposto e gerar resultados, de modo a permitir uma análise da

aplicação da metodologia proposta, além de realizar a generalização dos resultados para dados experimentais.

### 9.6.1 Parâmetros Utilizados

Para a realização do experimento, os seguintes parâmetros foram definidos para o cálculo do tamanho da amostra  $T_{am}$ :

- **Nível de confiança:** 99%;
- **Margem de erro:** 1%;

Ao realizar os cálculos, conforme seção 9.4, conclui-se que a amostra deve conter 16641 solos. E através de (9.13), a variância calculada é  $1.5023 \cdot 10^{-5}$ .

Os valores de fronteira para os solos dispostos em camadas horizontais envolvidos neste experimento estão dispostos abaixo:

- **Número de camadas:**  $2 \leq c \leq 10$ ;
- **Resistividades ( $\Omega m$ ):**  $20.0 \leq \rho_i \leq 20000.0$ ;
- **Espessuras ( $m$ ):**  $0.2 \leq h_i \leq 20.0$ ;

De modo a contemplar diversos casos de medição, os espaçamentos entre as hastes utilizadas pertencem aos seguintes grupos, com as distâncias medidas em metros:

- **Grupo 1:** 4161 solos  $\Rightarrow [0.5 \ 1.0 \ 2.0 \ 4.0 \ 8.0 \ 16.0 \ 24.0]$ ;
- **Grupo 2:** 4160 solos  $\Rightarrow [0.5 \ 1.0 \ 2.0 \ 4.0 \ 8.0 \ 16.0 \ 24.0 \ 32.0]$ ;
- **Grupo 3:** 4160 solos  $\Rightarrow [0.5 \ 1.0 \ 2.0 \ 4.0 \ 8.0 \ 16.0 \ 24.0 \ 32.0 \ 48.0]$ ;
- **Grupo 4:** 4160 solos  $\Rightarrow [0.5 \ 1.0 \ 2.0 \ 4.0 \ 8.0 \ 16.0 \ 24.0 \ 32.0 \ 48.0 \ 64.0]$ ;

Já para a metodologia proposta, os parâmetros utilizados foram os seguintes:

- **Erro médio relativo máximo (P%):** 2%;

- **Tamanho da população:** 200;
- **Estratégia da Evolução Diferencial:** DE/Best/2/Exp;
- **Número máximo de gerações:** 2000;
- **Número de tentativas antes de falha:** 5.

### 9.6.2 Resultados

Em testes realizados utilizando os parâmetros definidos na seção anterior, os resultados obtidos com um conjunto de solos estratificados em camadas horizontais foram os seguintes:

Sucesso: 16607 / 99.7957%  
 Fracasso: 34 / 0.2043%  
 Total: 16641 / 100%

Assim, com base nos resultados obtidos, se a metodologia for aplicada em um solo estratificável, utilizando os mesmos parâmetros, ela terá entre 98.796 e 100% de probabilidade de encontrar um solo estratificado cujo comportamento elétrico terá um erro médio relativo de no máximo 2% com 99% de nível de confiança. É importante salientar que, nos testes realizados, nenhuma das 34 amostras em que a metodologia fracassou foi constatado erro médio relativo maior que 8%.

Caso a metodologia seja aplicada com os mesmos parâmetros, em uma quantidade  $n_{total}$  de solos, e forem obtidos  $n_{suc}$  sucessos, a quantidade de solos não estratificados pode ser calculada pela equação (9.27).

$$n_{nest} = n_{total} - \frac{p_{met} \cdot n_{total}}{\min(0.99796 \pm 0.01, 1)} \quad (9.27)$$

Suponha que são realizadas 100 medições no solo e a metodologia proposta é aplicada em todas elas, com os mesmos parâmetros utilizados na seção 9.6.1. Assuma que

em 93 delas a metodologia obtém sucesso. Assim, de acordo com (9.22),  $p_{met} = 0.93$ . Substituindo os valores na equação (9.27), tem-se (9.28).

$$n_{nest} = 100 - \frac{0.93 \cdot 100}{\min(0.99796 \pm 0.01, 1)} = [5.86, 7] \quad (9.28)$$

Pela análise estatística estima-se que entre 5 e 7 medições terão sido realizadas em solos não estratificáveis. A metodologia não terá obtido o erro desejado em no máximo 2 aplicações.

### 9.6.3 Comparação do Número de Camadas

Na prática é impossível saber o número de camadas que um solo desconhecido possui através do método de Wenner. Porém, como no conjunto de controle, que visa avaliar a metodologia proposta aplicada a solos estratificáveis, o número de camadas foi gerado e é conhecido, nesta seção é mostrada uma comparação dos solos amostra gerados e dos solos otimizados encontrados pela metodologia.

Como o objetivo é a semelhança do comportamento elétrico entre o solo desconhecido e o solo otimizado, o número de camadas dos dois pode ser distinto, como disposto abaixo:

```
Número de camadas igual: 2807 / 16.867976684093502%
Número de camadas diferente: 13834 / 83.1320233159065%
Total: 16641 / 100%
```

De uma maneira mais detalhada, a fig. 9.8 mostra a distribuição das diferenças de camada entre os solos gerados para avaliação e os solos otimizados para se comportar como os anteriores.

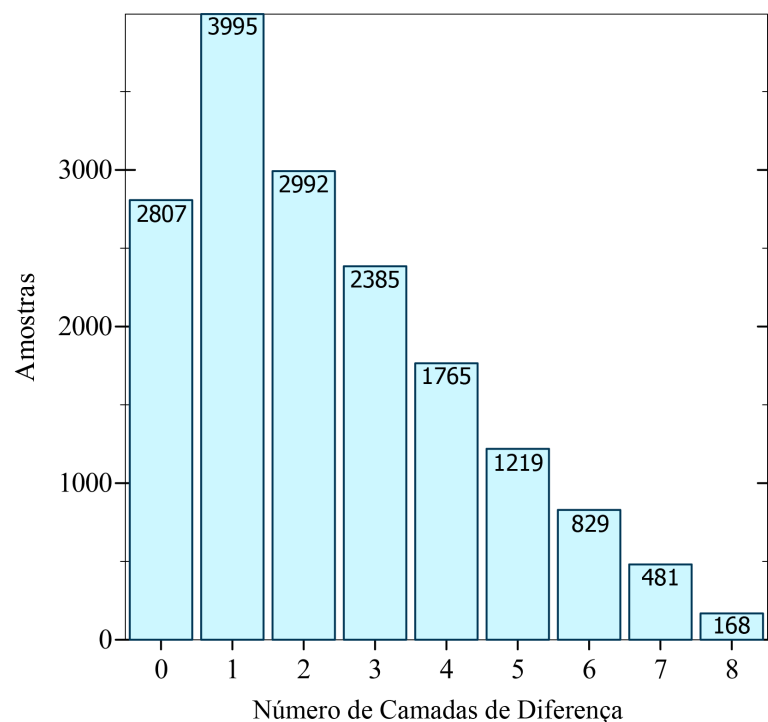


Figura 9.8: Distribuição da Diferença das Camadas

Nas próximas seções são detalhados dois casos envolvendo as diferenças mais extremas, de oito camadas.

### Caso 1 - Amostra 7503

Neste caso foi gerado um solo de duas camadas, sendo as resistividades aparentes teóricas calculadas e utilizadas como experimentais. Assim, através dos valores das resistividades aparentes agora experimentais a metodologia proposta foi aplicada, culminando em um solo estratificado em dez camadas horizontais, que representa, com certa margem de erro, o solo amostra gerado. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas definitivas, além de serem feitas as devidas verificações, tanto na curva característica, quanto na resistividade aparente teórica.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 9.2. Na fig. 9.9, estão ilustradas ambas curvas de resistividade aparente.

Tabela 9.2: Resultados Alcançados - Caso 1

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	4576	4535	0.90
1.0	4583	4542	0.89
2.0	4637	4594	0.93
4.0	4973	4923	1.01
8.0	6290	6255	0.56
16.0	8894	8908	0.16
24.0	10613	10482	1.23
32.0	11750	11298	3.85
Erro Médio			1.19

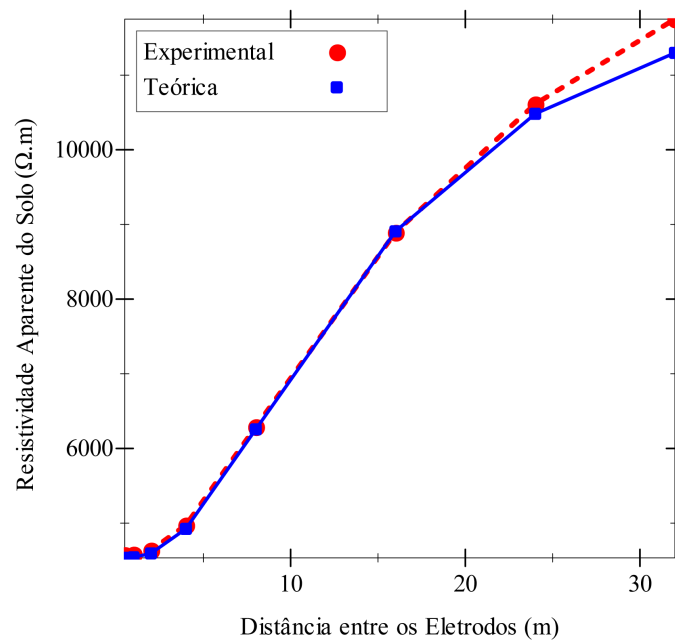


Figura 9.9: Curvas de Resistividade Aparente - Caso 1

Na tabela 9.3, estão presentes os parâmetros do solo gerado como amostra e do solo otimizado a partir das resistividades aparentes experimentais do solo gerado.

Tabela 9.3: Solos Gerado e Otimizado - Caso 1

Solo Amostra			Solo Otimizado		
Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$	Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	4575.16	6.18	1	4534.73	6.48
2	15466.05	$\infty$	2	18372.72	12.02
			3	13792.79	10.83
			4	5800.19	3.22
			5	17581.01	0.97
			6	17066.65	13.08
			7	17871.02	7.33
			8	4100.96	14.67
			9	4864.24	15.0
			10	8536.38	$\infty$

Já nas figuras 9.10a e 9.10b, estão presentes as verificações do solo estratificado.

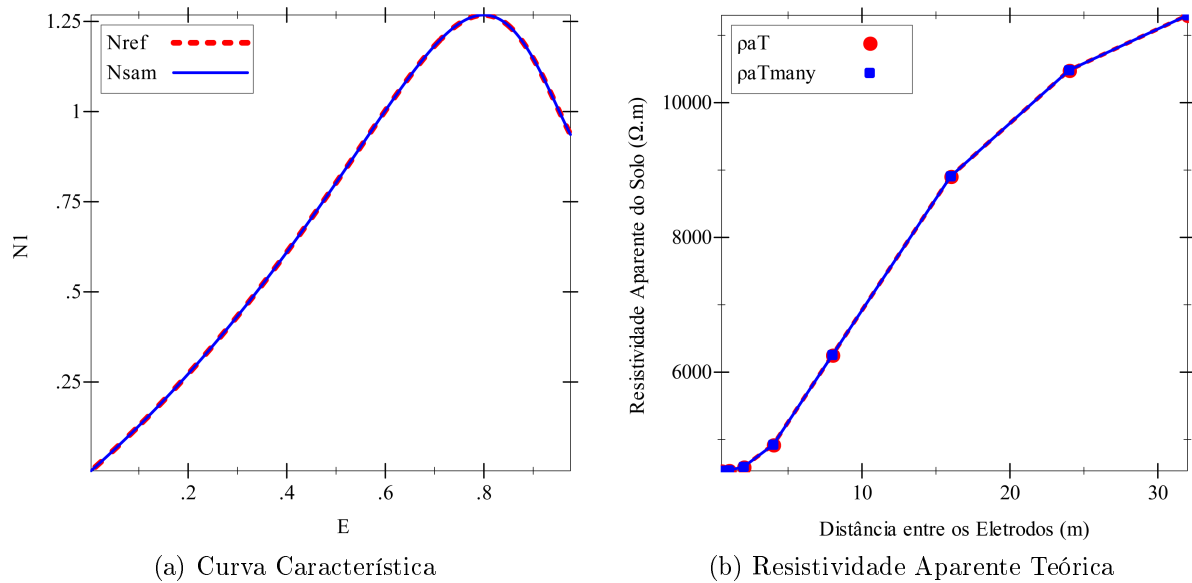


Figura 9.10: Verificação do Solo Estratificado - Caso 1

## Caso 2 - Amostra 16190

Já neste caso ocorreu o contrário. Um solo de dez camadas foi gerado e tendo as resistividades aparentes teóricas calculadas e utilizadas como experimentais. A metodologia proposta foi aplicada, culminando em um solo estratificado em duas camadas horizon-

tais, que representa, com certa margem de erro, o solo gerado. A partir deste, foram calculadas as resistividades aparentes teóricas definitivas, além de serem feitas as devidas verificações.

Os valores das distâncias entre os eletrodos, das respectivas resistividades aparentes experimentais e teóricas, e dos erros, estão presentes na tabela 9.4. Na fig. 9.11, estão ilustradas ambas as curvas de resistividade aparente.

Tabela 9.4: Resultados Alcançados - Caso 2

$a(m)$	$\rho_{aE}(\Omega.m)$	$\rho_{aT}(\Omega.m)$	Erro(%)
0.5	848	845	0.35
1.0	849	847	0.24
2.0	863	861	0.23
4.0	943	938	0.53
8.0	1198	1192	0.50
16.0	1576	1596	1.27
24.0	1790	1822	1.79
32.0	1935	1957	1.14
48.0	2127	2100	1.27
64.0	2275	2170	4.62
Erro Médio			1.19

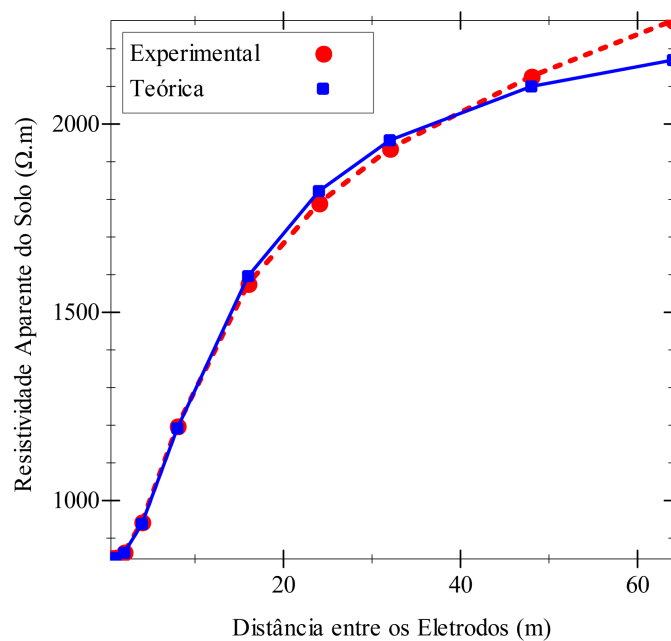


Figura 9.11: Curvas de Resistividade Aparente - Caso 2



Na tabela 9.5, estão presentes os parâmetros do solo gerado como amostra e do solo otimizado.

Tabela 9.5: Solos Gerado e Otimizado - Caso 2

Solo Amostra			Solo Otimizado		
Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$	Camada	$\rho(\Omega.m)$	$h(m)$
1	847.74	5.38	1	845.27	5.18
2	3004.9	4.26	2	2298.14	$\infty$
3	1558.4	13.02			
4	18825.75	3.50			
5	413.67	12.96			
6	14256.22	7.60			
7	12558.48	12.05			
8	13585.61	1.09			
9	13535.59	2.49			
10	10074.74	$\infty$			

Já nas figuras 9.12a e 9.12b, estão presentes as verificações do solo estratificado.

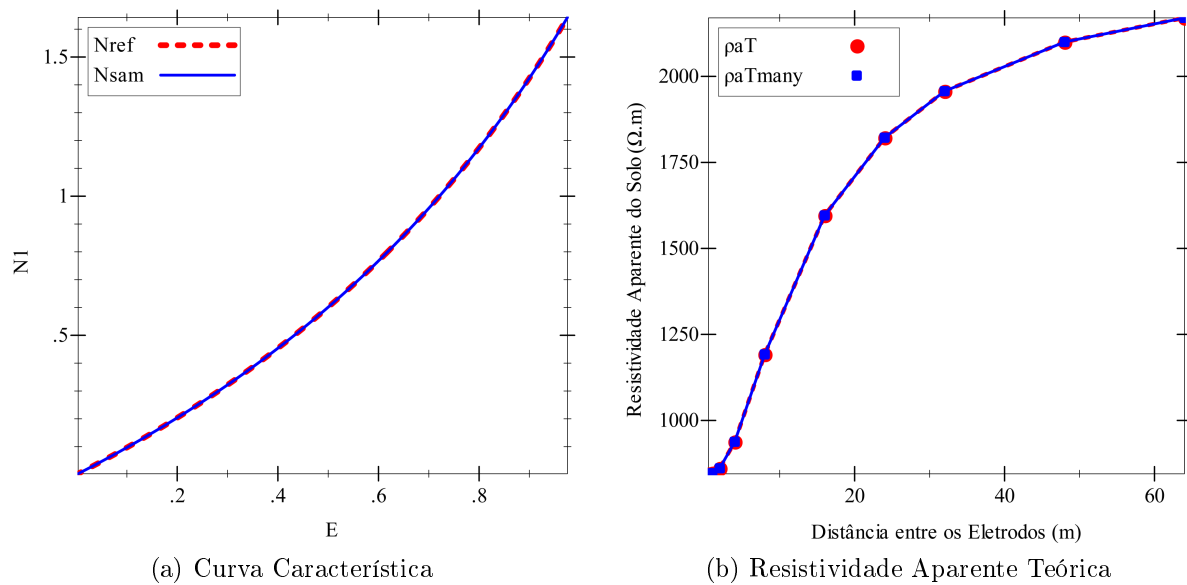


Figura 9.12: Verificação do Solo Estratificado - Caso 2

## 9.7 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado um procedimento para avaliar tanto a aplicação da metodologia proposta, quanto uma amostra de solos que o engenheiro deseja estratificar, possibilitando a realização de conclusões analíticas a partir do resultado.

A inferência estatística realizada foi baseada nas características da metodologia e em conceitos já consolidados na comunidade científica, além de estar alicerçada em um dos conceitos mais fundamentais na estatística: O Teorema do Limite Central.

Os resultados do procedimento de avaliação da metodologia foram confirmados em diversos outros testes realizados, dentro da margem de erro. E sua aplicação em quaisquer dados experimentais é muito simples, bastando saber a quantidade de experimentos realizados e a taxa de sucesso. Deste modo, mesmo que nem todos os dados obtidos pelo método de Wenner culminem em solos estratificados com comportamento elétrico dentro do esperado, é possível quantificar quantos possuem modelo físico exato distante do utilizado.

Além disso, pode-se concluir que solos com diferentes números de camada podem apresentar comportamento elétrico similar, mesmo em cenários extremos. Porém, caso não se fique satisfeito com a estratificação, é possível mudar a condição de contorno de número de camadas para que esta situação não ocorra, mesmo que isto não altere em nada o projeto de aterramento elétrico, visto que há semelhança no comportamento elétrico.

Quando o resultado não for satisfatório, é recomendado que medições sejam realizadas utilizando-se outras distâncias, afim de se evitar possíveis obstáculos pontuais.

# Capítulo 10

## Conclusão

A necessidade de conhecer a estrutura do solo onde se deseja instalar um sistema de aterramento elétrico é uma necessidade real na área de Engenharia Elétrica, pois o uso deste tipo de sistema, seja para qual finalidade for, é uma crescente demanda tanto no Brasil quanto no mundo. Uma prova disto é a criação, em 2011, da NBR 14136, que define o padrão oficial de tomadas no Brasil. Neste padrão, as tomadas contam com condutor terra para permitir a ligação de aparelhos elétricos à um sistema de aterramento elétrico. Também há uma preocupação das indústrias e grandes empreendimentos com a instalação de sistemas de aterramento elétrico, com o objetivo de evitar acidentes e avarias em equipamentos.

Este trabalho permite que o engenheiro conheça com maior precisão a estrutura do solo onde se deseja instalar o sistema de aterramento elétrico, baseado nas propriedades elétricas desse solo, de modo que a resistência do sistema de aterramento seja adequada e ele cumpra seu papel com alta qualidade.

Neste trabalho foi proposta uma nova metodologia (capítulo 7) para realizar a estratificação de solos desconhecidos utilizando o modelo em camadas horizontais, de forma a obter um modelo que possua comportamento elétrico semelhante ao do solo prospectado, com elevada precisão. De modo a auxiliar a metodologia a ultrapassar mínimos locais e limitar o erro máximo e não apenas o erro médio entre as curvas de resistividade aparente, foram propostas, respectivamente, a desestagnação do processo de otimização e o

tratamento de picos de erro.

No início deste trabalho foi realizado um estudo do estado da arte, de forma a saber em qual patamar estavam os estudos da comunidade científica. Analisando as metodologias já desenvolvidas, foram pesquisados métodos de otimização que poderiam ser melhores que aqueles já utilizados. Assim, através de diversos trabalhos de outros autores comparando diferentes métodos, foi concluído que o método de Evolução Diferencial poderia produzir melhores resultados.

Para produzir os dados experimentais acerca das propriedades elétricas do solo, o método de Wenner (capítulo 3) foi estudado e aplicado, de modo a produzir valores de resistividades aparentes experimentais com qualidade.

Houve uma atenção especial na precisão do processo direto (capítulo 4), i. e., o cálculo da resistividade aparente teórica baseado em um modelo solo disposto em camadas horizontais. A precisão desta etapa é de suma importância para a metodologia proposta neste trabalho, pois qualquer imprecisão ou erro produziria resultados finais equivocados. Houve bastante atenção aos fundamentos físicos escritos por Orellana e à aplicação do algoritmo de Sunde, de forma a respeitar todas as condições de contorno físicas e matemáticas que o problema possui. Qualquer imprecisão na aproximação polinomial pode causar problemas, pois a otimização é balizada por este processo que produz as resistividades aparentes teóricas dos solos estratificados em camadas horizontais. Por este motivo foi proposta a verificação da precisão do modelo de solo multicamada otimizado obtido (seção 7.4), no tocante à aproximação polinomial da curva característica do solo e à resistividade aparente teórica calculada.

Na implementação do método de Evolução Diferencial, a computação paralela foi utilizada no aprimoramento da performance da metodologia (capítulo 6), atingindo resultados satisfatórios e permitindo que a metodologia proposta fosse executada em menos tempo.

Após obter sucesso em casos reais com medições realizadas em solos de propriedades rurais e de empresas, a metodologia proposta foi depois aplicada em medições experimentais presentes no estado da arte, para comparação (capítulo 8). Os resultados obtidos foram melhores, de forma que o solo estratificado em camadas horizontais otimizado, fruto

da aplicação da metodologia proposta, possui comportamento elétrico mais semelhante ao solo experimental do que as metodologias anteriores.

Quando, em alguns estudos de caso reais a metodologia não conseguia obter um erro dentro do desejado, percebeu-se que era necessário um estudo acerca da estrutura do solo, visto que a aplicação da metodologia estava condicionada ao atendimento de uma premissa primordial: O solo prospectado deve ter modelo físico exato próximo ao modelo em camadas horizontais. Sem meios de detectar isto pelo processo prático, foi feito um estudo estatístico para a aplicação da metodologia proposta (capítulo 9). Foi criado o procedimento estatístico que a priori avalia a probabilidade de sucesso da metodologia quando o solo é estratificável em camadas horizontais. A posteriori o resultado obtido nesta avaliação é generalizado, permitindo a avaliação de qualquer amostra de solos e sua consequente classificação quanto à semelhança entre seu modelo físico exato e o modelo em camadas horizontais, utilizado pela metodologia, permitindo estimar a quantidade de solos da amostra que não são estratificáveis.

Diante disto, é possível dizer que este trabalho contribui para a área de aterramentos elétricos de uma forma significativa e inovadora, pois permite conhecer, baseado no comportamento elétrico, a estrutura elétrica do solo onde se planeja a instalação de um sistema de aterramento. Deste modo, o sistema pode ser melhor projetado, de forma a atender aos objetivos para o qual fora designado.

## 10.1 Contribuições

As contribuições dadas por este trabalho foram, então, as seguintes:

- Uma nova metodologia proposta para estimar os parâmetros da estrutura do solo em camadas horizontais, baseado em medições experimentais, que permite alcançar resultados melhores que os presentes no estado da arte;
- O uso da computação paralela aplicada de maneira clara e intuitiva, que permite que a aplicação utilize todo o potencial de processamento dos computadores atuais

e seja executada mais rapidamente;

- O tratamento de picos de erro de forma a minimizar o erro máximo obtido, que proporcionou a obtenção de curvas de resistividade aparente mais suaves;
- Através das metodologias de verificação do processo direto propostas, proveu meios para verificar a precisão e validar o processo direto, de forma a assegurar que os resultados obtidos sejam de qualidade;
- O uso da inferência estatística, para avaliar a probabilidade de sucesso da metodologia e classificar qualquer amostra de solos, no tocante à semelhança com o modelo de solo estratificado em camadas horizontais;
- Deste trabalho resultaram as seguintes publicações:
  - PEREIRA W., SOARES M. e MARTINS NETO L., Horizontal Multilayer Soil Parameter Estimation Through Differential Evolution, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 31, no. 2, pp. 622-629. DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2475637 - Revista Qualis A1 Internacional - Artigo publicado;
  - PEREIRA W., SOARES M., PAULO COIMBRA A. e MARTINS NETO L., Statistical Methodology for Soil Sample Classification According to the Horizontal Multilayer Model - Artigo submetido em revista Qualis A1 Internacional.

## 10.2 Trabalhos Futuros

Abaixo segue uma lista com trabalhos futuros propostos:

- Uso de algoritmos evolucionários probabilísticos, e. g., PBIL, MPBIL, etc;
- Aproximação da função característica do solo através de outras abordagens, e. g., polinômio de Chebyshev;
- Uso de GPUs na aplicação da computação paralela da metodologia proposta;

- Implementação de ilhas de indivíduos no método de Evolução Diferencial com computação paralela;
- Utilização da inferência bayesiana na realização da inferência estatística;
- Associação entre o modelo do solo estratificado em camadas horizontais e as irregularidades inerentes ao solo real, utilizando o método dos elementos finitos;
- Uso do método dos elementos finitos para detectar padrões de comportamento em solos que não possuem modelo físico exato próximo ao modelo em camadas horizontais.





# Referências Bibliográficas

- [AMDAHL 1967] AMDAHL G. (1967). Validity of the Single Processor Approach to Achieving Large-Scale Computing Capabilities. AFIPS Conference Proceedings (30): pp. 483-485.
- [ALMASI e GOTTLIEB 1989] ALMASI, G. S. e GOTTLIEB A. (1989). Highly Parallel Computing. Benjamin-Cummings, Redwood City, CA.
- [ADVE et al. 2008] ADVE S. V., ADVE V. S., AGHA G., FRANK, M. I., GARZARÁN, M. J., HART J. C., HWU W. W., JOHNSON R. E., KALE L. V., KUMAR R., MARINOV D., NAHRSTEDT K., PADUA D., PARTHASARATHY M., PATEL S. J., ROSU G., ROTH D., SNIR M., TORRELLAS J. e ZILLES C. (2008). Parallel Computing Research at Illinois: The UPCRC Agenda. Parallel@Illinois, Universidade de Illinois, Urbana, IL.
- [BERNSTEIN 1966] BERNSTEIN, A. J. (1966). Program Analysis for Parallel Processing, IEEE Trans. em Electronic Computers. EC-15, p. 757-762.
- [BREST et. al. 2006] BREST J., GREINER S., BOSKOVIC B., MERNIK M. e ZUMER V. (2006) Self-Adapting Control Parameters in Differential Evolution: A Comparative Study on Numerical Benchmark Problems. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 10, pp. 646-657.
- [CALIXTO et. al. 2010] CALIXTO W. P., NETO L. M., WU M., YAMANAKA K. e MOREIRA E. P. (2010) Parameters Estimation of a Horizontal Multilayer Soil Using

Genetic Algorithm. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 25, no. 3, pp. 1250-1257.

[CALIXTO et. al. 2010] CALIXTO W. P., COIMBRA A. P., ALVARENGA B., MOLIN J. P., CARDOSO A. e NETO L. M. (2012) 3-D Soil Stratification Methodology for Geoelectrical Prospection. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 27, no. 3, pp. 1636-1643.

[COCHRAN 1977] COCHRAN W. G. (1977) Sampling Techniques. New York, NY, EUA: John Wiley & Sons.

[CULLER et al. 1999] CULLER D. E., SINGH J. P. e GUPTA A. (1999). Parallel Computer Architecture - A Hardware/Software Approach. Morgan Kaufmann Publishers. [ISBN: 1-55860-343-3]. pp. 124-125.

[DAVIS et al. 2004] DAVIS K., TURNER J. W. e YOCUM N. (2004). The Definitive Guide to Linux Network Programming (Expert's Voice). [ISBN-10: 1590593227], [ISBN-13: 978-1590593226] 1ª ed, Apress, 400p.

[DEB et. al. 2011] DEB A., GUPTA B. e ROY J. S. (2011) Performance Comparison of Differential Evolution, Genetic Algorithm and Particle Swarm Optimization in Impedance Matching of Aperture Coupled Microstrip Antennas. 11th Mediterranean Microwave Symposium (MMS) (MMS '11), pp. 17-20.

[DEL ALAMO 1993] DEL ALAMO J. L. (1993) A comparison among eight different techniques to achieve an optimum estimation of electrical grounding parameters in two-layered earth. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 8, no. 4, pp. 1890-1899.

[EBERHARDT 2014] EBERHARDT E. (2014) Improving Soil Data - Rules for Horizon Identification, Description and Data Storage 20th World Congress of Soil Sciences.

[FAO 2006] FAO - FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS (2006) Guidelines for soil description. Rome, Italy: FAO, 4th ed.

- [FELLER 1968] FELLER W. (1968) An Introduction to Probability Theory and Its Applications. New York, NY, EUA: John Wiley & Sons, 3rd ed.
- [GONOS e STATHOPOULOS 2005] GONOS I. F. e STATHOPOULOS I. A. (2005) Estimation of Multilayer Soil Parameters using Genetic Algorithms. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, no. 1, pp. 100-106.
- [GRAMA et al. 2003] GRAMA A., GUPTA A., KARYPIS G. e KUMAR V. (2003). Introduction to Parallel Computing. [ISBN: 0-201-64865-2] 2<sup>a</sup> ed, Addison-Wesley, 856p.
- [GUSTAFSON 1988] GUSTAFSON J. L. (1988). Reevaluating Amdahl's Law. Communications of the ACM 31(5), pp. 532-33.
- [HE et. al. 2013] HE W., ZHANG R., ZHU L., CHEN T., YANG F. e SHI Q. (2013) Parameter estimation of horizontal multilayer earth based on complex image method and improved particle swarm optimization. IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering, vol. 8, pp. 456-462.
- [HENNESSY e PATTERSON 2002] HENNESSY J. L. e PATTERSON D. A. (2002). Computer Architecture: A Quantitative Approach. 3<sup>a</sup> ed., Morgan Kaufmann, p. 43.
- [HOYTE 2008] HOYTE, D. (2008). Let over lambda. 50 years of Lisp. HCSW and Hoytech. La Vergne. pp. 17-37. [ISBN: 978-1-4357-1275-1].
- [IEEE Std. 81 2012] IEEE Std. 81-2012 (2012) *Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance and Earth Surface Potentials of a Ground System*. IEEE Std. 81-2012.
- [INTEL 2013] INTEL CORPORATION (2013). Especificações do processador Intel® Core™ i7-4770K. Disponível em <http://ark.intel.com/PT-BR/products/75123>. Intel Corporation. Acessado em: 05/11/2015.
- [ISLAM et. al. 2012] ISLAM T., CHIK Z., MUSTAFA M. M. e SANUSI H. (2012) Estimation of Soil Electrical Properties in a Multilayer Earth Model with Boundary

Element Formulation. Mathematical Problems in Engineering, vol. 2012, Article ID 472457, 13p..

[KARNAS et. al. 2012] KARNAS G., MALOWSKI G., ZIEMBA R. e WEDERKA S. (2012) Influence of different multilayer soil models on grounding system resistance. International Conference on Lightning Protection (ICLP), pp. 1-4.

[KINDERMANN e CAMPAGNOLO 1995] KINDERMANN G. e CAMPAGNOLO J. M. (1995) Aterramentos Elétricos. Porto Alegre, Brasil: Sagra-DC Luzzatto.

[LEE et. al. 2005] LEE J. P., JI P. S., LIM J. Y., KIM S. S., OZDEMIR A. e SINGH C. (2005) Earth parameter and equivalent resistivity estimation using ANN. IEEE Proceedings of Power Engineering Society General Meeting, vol. 3, pp. 2597-2602.

[ORELLANA 1972] ORELLANA E. (1972) Prospección Geoelectrica en Corriente Continua. Madrid, Spain: Paraninfo.

[de MOIVRE 1756] de MOIVRE A. (1756) The Doctrine of Chances. New York, NY, EUA: Chelsea, 3rd ed.

[NEYMAN 1937] NEYMAN J. (1937) Outline of a Theory of Statistical Estimation Based on the Classical Theory of Probability. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 236, no. 767, pp. 333-380.

[PANDURO et. al. 2009] PANDURO M. A., BRIZUELA C. A., BALDERAS L. I. e ACOSTA D. A. (2009) A comparison of Genetic Algorithms, Particle Swarm Optimization and the Differential Evolution Method for the design of Scannable Circular Antenna Arrays. Progress In Electromagnetics Research C, vol. 13, pp. 171-186.

[PATTERSON e HENNESSY 1998] PATTERSON D. A. e HENNESSY J. L. (1998). Computer Organization and Design, Morgan Kaufmann Publishers, p. 715. [ISBN: 1558604286].

- [PRICE et. al. 2005] PRICE K., STORN R. M. E LAMPINEN J. A. (2005) Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization. Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- [RACKET 1994] FELLEISEN M. e PLT Inc. (1994). Racket, a programmable programming language. Disponível em: <http://racket-lang.org/>. PLT Inc. Acessado em: 14/05/2015.
- [RUNGE 1901] RUNGE C. (1901). Über empirische Funktionen und die Interpolation zwischen äquidistanten Ordinaten, Zeitschrift für Mathematik und Physik 46, pp. 224–243.
- [SEEDHER e ARORA 1992] SEEDHER H. R. e ARORA J. K. (1992) Estimation of two layer soil parameters using finite Wenner resistivity expressions. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 7, pp. 1213-1217.
- [SILVA 2014] SILVA E. L. R. (2014) Resistência e potenciais elétricos para aterramento de um cabo horizontal situado na primeira camada considerando o solo com qualquer número de camadas. Dissertação de Mestrado, UFU, 68p..
- [SUN et al. 2012] SUN C., ZHOU H. e CHEN L. (2012). Improved differential evolution algorithms. IEEE International Conference on Computer Science and Automation Engineering (CSAE), vol. 3, pp. 142-145.
- [SUNDE 1968] SUNDE E. D. (1968) Earth Conduction Effects in Transmission Systems. New York, USA: MacMillan.
- [STORN e PRICE 1997] STORN R. M. e PRICE K. (1997) Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. Journal of Global Optimization, vol. 11, pp. 341-359.
- [SWAINE et. al. 2010] SWAINE J., TEW K., DINDA P., FINDLER R. B. e FLATT M. (2010) Back to the futures: incremental parallelization of existing sequential runtime systems. OOPSLA '10 Proceedings of the ACM international conference on Object

oriented programming systems languages and applications, pp. 583-597, ACM New York, NY, USA.

[SWAINE et. al. 2012] SWAINE J., FETSCHER B., ST-AMOUR R., FINDLER R. B. e FLATT M. (2012) Seeing the futures: profiling shared-memory parallel racket. FHPC '12 Proceedings of the 1st ACM SIGPLAN workshop on Functional high-performance computing, pp. 73-82, ACM New York, NY, USA.

[TAKAHASHI e KAWASE 1990] TAKAHASHI T. e KAWASE T. (1990) Analysis of apparent resistivity in a multi-layer earth structure. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 5, pp. 604-612.

[TEW et. al. 2011] TEW K., SWAINE J., FLATT M., FINDLER R. B. e DINDA P. (2011) Places: Adding Message-Passing Parallelism to Racket. DLS '11 Proceedings of the 7th symposium on Dynamic languages, pp. 85-96, ACM New York, NY, USA.

[TOBIN-HOCHSTADT et. al. 2011] TOBIN-HOCHSTADT S., ST-AMOUR V., CULPEPPER R., FLATT M. e FELLEISEN M. (2011) Languages as Libraries. PLDI '11 Proceedings of the 32nd ACM SIGPLAN conference on Programming language design and implementation, pp. 132-141, ACM New York, NY, USA.

[VESTERSTROM e THOMSEN 2004] VESTERSTROM J. e THOMSEN R. (2004) A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems. IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC '04), vol. 2, pp. 1980-1987.

[VISACRO 2002] VISACRO FILHO S. (2002) Aterramentos Elétricos: Conceitos básicos, técnicas de medição e instrumentação, filosofias de aterramento. São Paulo, Brasil: Artliber.

[WACKERLY et. al. 2008] WACKERLY D. D., MENDENHALL III W. e SHEAFFER R. L. (2008) Mathematical Statistics with Applications. Belmont, CA, EUA: Thomson Brooks/Cole.

- [WENNER 1916] WENNER F. (1916) Method of Measuring Earth Resistivity. Bulletin of the Bureau of Standards, Washington D.C., USA: Govt. Print. Off..
- [WROUGHTON e COLE 2013] WROUGHTON J. e COLE T. (2013) Distinguishing Between Binomial, Hypergeometric and Negative Binomial Distributions. Journal of Statistics Education, vol. 21, no. 1, 16p.
- [ZHANG et. al. 2005] ZHANG B., CUI X., LI L. e HE. J. (2005) Parameter estimation of horizontal multilayer earth by complex image method. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, no. 2, pt. 2, pp. 1394-1401.
- [ZHIQIANG e BIN 2011] ZHIQIANG H. e BIN Z. (2011) Soil model's inversion calculation based on genetic algorithm. Proceedings of the 7th Asia-Pacific International Conference on Lightning, pp. 225-230.