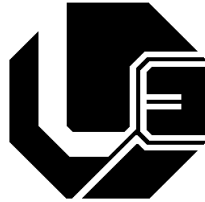


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA – UFU  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



**Projeto Iterativo, Simulação, Análise e  
Otimização de Máquina a Relutância  
Variável Monofásica**

**Ana Camila Ferreira Mamede**







**Ana Camila Ferreira Mamede**

**Projeto Iterativo, Simulação, Análise e  
Otimização de Máquina a Relutância  
Variável Monofásica**

Dissertação apresentada ao Programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Projetos de Máquinas Elétricas, Elementos Finitos

Orientador: José Roberto Camacho, PhD. Prof.

Uberlândia  
2016



Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

M264p  
2016

Mamede, Ana Camila Ferreira, 1991  
Projeto iterativo, simulação, análise e otimização de máquina a  
relutância variável monofásica / Ana Camila Ferreira Mamede. - 2016.  
140 f. : il.

Orientador: José Roberto Camacho.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Algoritmos genéticos - Teses. 3.  
Otimização - Teses. 4. Eletrodinâmica - Teses. I. Camacho, José  
Roberto. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU: 621.3

---



**Ana Camila Ferreira Mamede**

**Projeto Iterativo, Simulação, Análise e  
Otimização de Máquina a Relutância  
Variável Monofásica**

Dissertação apresentada ao Programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Projetos de Máquinas Elétricas, Elementos Finitos

Uberlândia, 12 de Julho de 2016

Banca Examinadora:

---

José Roberto Camacho, PhD. Prof. –  
FEELT/UFU

---

Darizon Alves de Andrade, PhD –  
FEELT/UFU

---

Igor Santos Peretta, PhD – FEELT/UFU

---

Victor Regis Bernardeli, Dr. – IFG



*Dedico esta dissertação à minha família, pelo apoio, confiança e carinho em todos os momentos da minha caminhada.*







---

# Agradecimentos

Aos meus pais, Luiz Mamede e Márcia Mamede, pelo carinho, paciência e compreensão, pelos primeiros e mais importantes ensinamentos e por serem grandes mestres e exemplos.

Às minhas irmãs, Mariana Mamede e Ana Luíza Mamede, família e amigos, pela companhia e apoio.

Ao Prof. PhD José Roberto Camacho, mestre durante a graduação e pós-graduação, pelo grande incentivo, motivação, orientação, compreensão, confiança, generosidade e amizade transmitidos durante todo o trabalho.

Aos colegas do Núcleo de Pesquisa e Extensão em Energias Alternativas da Universidade Federal de Uberlândia, pelo acolhimento, convívio, companheirismo, ensinamentos e amizades compartilhados durante o período do mestrado.

Ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, pelo apoio, orientação e incentivo, em especial à Cinara, pela simpatia e prontidão nos procedimentos junto à secretaria do programa e à CAPES pelo incentivo financeiro.







---

# Resumo

Mamede, A. C. F. **Projeto Iterativo, Simulação, Análise e Otimização de Máquina a Relutância Variável Monofásica**. 111 p. Dissertação – Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, 2016 .

O uso de máquinas a relutância variável como uma alternativa para aplicações de velocidade variável e alta velocidades tem aumentado consideravelmente devido às suas vantagens como robustez, simplicidade de construção e baixo custo. As aplicações mais frequentes nos últimos anos estão relacionadas à aeronáutica, aos veículos elétricos e híbridos e à geração de energia eólica. Este trabalho explora a teoria, funcionamento, procedimentos de projeto e análise de uma máquina a relutância variável. Uma metodologia de projeto iterativo é introduzida e utilizada para o projeto de um protótipo de  $1,25kW$ . Para a análise da máquina dois métodos são utilizados, um método analítico e a simulação computacional de elementos finitos. Os resultados obtidos por ambos os métodos são comparados. Os resultados da simulação de elementos finitos são utilizados para determinar os perfis de indutância e torque do protótipo. A saturação magnética é analisada visualmente e numericamente em quatro pontos críticos da máquina. Os dados coletados na simulação permitem a verificação do projeto e dos limites de operação do protótipo. Além disso, é analisado o comportamento das grandezas de saída (indutância, torque e saturação magnética) através da variação das dimensões físicas do motor. Finalmente, uma otimização multiobjetivo, utilizando algoritmos de Evolução Diferencial e Algoritmos Genéticos, para o projeto da máquina a relutância variável é proposta. As variáveis otimizadas são os arcos polares do rotor e do estator, e os objetivos são maximizar o torque médio, o torque médio por perdas no cobre e o torque médio por volume do núcleo. Por fim, o projeto inicial e o projeto otimizado são comparados.

**Palavras-chave:** Motor de relutância variável. Procedimentos de projeto. Análise de elementos finitos. Saturação magnética. Evolução diferencial. Algoritmos Genéticos.







---

# Abstract

Mamede, A. C. F. **Iterative Design, Simulation, Analysis and Optimization of Single-Phase Switched Reluctance Machine.** 111 p. Master Thesis – Faculty of Electrical Engineering, Federal University of Uberlândia, 2016 .

Variable reluctance motors have been increasingly used as an alternative for variable speed and high speed drives in many industrial applications, due to many advantages like the simplicity of construction, robustness, and low cost. The most common applications in recent years are related to aeronautics, electric and hybrid vehicles and wind power generation. This paper explores the theory, operation, design procedures and analysis of a variable reluctance machine. An iterative design methodology is introduced and used to design a 1.25 kW prototype. For the analysis of the machine two methods are used, an analytical method and the finite element simulation. The results obtained by both methods are compared. The results of finite element simulation are used to determine the inductance profiles and torque of the prototype. The magnetic saturation is examined visually and numerically in four critical points of the machine. The data collected in the simulation allow the verification of design and operating limits for the prototype. Moreover, the behavior of the output quantities is analyzed (inductance, torque and magnetic saturation) by variation of physical dimensions of the motor. Finally, a multi-objective optimization using Differential Evolution algorithms and Genetic Algorithms for switched reluctance machine design is proposed. The optimized variables are rotor and stator polar arcs, and the goals are to maximize the average torque, the average torque per copper losses and the average torque per core volume. Finally, the initial design and optimized design are compared.

**Keywords:** Switched reluctance motors. Design procedures. Finite element analysis. Magnetic saturation. Differential Evolution. Genetic Algorithm.







---

## Lista de ilustrações

Figura 1 – Operação de uma MRV. (a) Fase c alinhada. (b) Fase a alinhada. Adaptado de Krishnan (2001) . . . . .	31
Figura 2 – Solenoide e suas características. (a) Solenoide. (b) Gráfico fluxo vs. força magnetomotriz. Fonte: Krishnan (2001) . . . . .	32
Figura 3 – Configuração básica de MRV com dois polos (KRISHNAN, 2001). . . .	35
Figura 4 – Perfil de indutância típico(KRISHNAN, 2001). . . . .	35
Figura 5 – Circuito equivalente monofásico de um Máquina/Motor de Relutância Variável (MRV) (KRISHNAN, 2001). . . . .	37
Figura 6 – Seção transversal de um MRV monofásico 4/4. . . . .	40
Figura 7 – Perfil de indutância e produção de conjugado positivo em um MRV 4/4.	40
Figura 8 – MRV bifásico típico (TORKAMAN; AFJEI, 2012). . . . .	41
Figura 9 – Rotor em formato (a) convencional, (b) degrau e (c) chanfrado. Fonte: Torkaman e Afjei (2012). . . . .	42
Figura 10 –MRV trifásico típico (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009).	42
Figura 11 –Produção de torque eletromagnético em um MRV trifásico (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009). . . . .	43
Figura 12 –Exemplo de MRV com quatro fases (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009). . . . .	43
Figura 13 –Produção de torque eletromagnético em um MRV com (a) 4 fases e (b) 5 fases. Fonte: Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2009) . . . . .	44
Figura 14 –Fluxo concatenado versus corrente de excitação em um MRV. . . . .	48
Figura 15 –Dimensões em uma MRV. . . . .	51
Figura 16 –Fluxograma do Projeto Iterativo da MRV. . . . .	55
Figura 17 –Perfil de indutância para duas fases sucessivas (KRISHNAN, 2001). . .	56
Figura 18 –Efeito dos arcos polares iguais na produção de conjugado (KRISHNAN, 2001). . . . .	57



Figura 19	– Efeito dos arcos polares na produção de conjugado para uma mesma corrente de pico. (a) $\beta_r = \beta_s$ ; (b) $\beta_r > \beta_s$ . Fonte: Krishnan (2001).	58
Figura 20	– Fluxo concatenado versus corrente de excitação para posição alinhada e desalinhada do rotor. Fonte: Krishnan (2001).	59
Figura 21	– Curva de magnetização ou $B \times H$ para o aço M19.	61
Figura 22	– Lâminas do estator e do rotor do M (MRVM) projetado.	64
Figura 23	– Linhas de fluxo principal e de dispersão.	66
Figura 24	– Modelo simplificado para cálculo de fluxo concatenado quando os polos estão sobrepostos (RADUN, 2000).	67
Figura 25	– Exemplo de distribuição de linhas de fluxo quando $\beta_r > \beta_s$ .	72
Figura 26	– Exemplo de distribuição de linhas de fluxo quando $\beta_r < \beta_s$ .	73
Figura 27	– Circunferência de raio $R$ (TEIXEIRA, 2008).	75
Figura 28	– Fluxo concatenado versus corrente de excitação, calculados através do Método Analítico de Cálculo de Fluxo (MACF) e do Método dos Elementos Finitos (MEF).	78
Figura 29	– Indutância na posição alinhada versus corrente de excitação, calculada através do MACF e do MEF.	79
Figura 30	– Malha de elementos finitos do <i>Finite Element Method Magnetics</i> (FEMM) para o protótipo projetado.	82
Figura 31	– Comportamento das linhas de fluxo no protótipo: (a) posição alinhada; (b) posição desalinhada.	83
Figura 32	– Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para $I_{sat} = 8,5 \text{ A}$ .	83
Figura 33	– Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para $I_p = 17 \text{ A}$ .	84
Figura 34	– Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para $I = 34 \text{ A}$ .	84
Figura 35	– Escala de cores para densidade de fluxo $B$ .	85
Figura 36	– Perfil de indutância do protótipo.	85
Figura 37	– Perfil de torque do protótipo.	86
Figura 38	– Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido.	86
Figura 39	– Indutância na posição alinhada versus corrente no estator.	87
Figura 40	– $k_2$ e relação entre indutância alinhada e desalinhada versus corrente no estator.	87
Figura 41	– $k_2 B$ versus corrente no estator para o protótipo desenvolvido.	88
Figura 42	– Localização dos pontos para coleta do valor de $B$ .	89



Figura 43	–Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido para diferentes valores de $\beta_r$ . . . . .	90
Figura 44	–Variação da indutância para diferentes valores de $\beta_r$ . . . . .	90
Figura 45	–Variação do torque para diferentes valores de $\beta_r$ . . . . .	91
Figura 46	–Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido para diferentes valores de entreferro. . . . .	92
Figura 47	–Variação da indutância para diferentes valores de entreferro. . . . .	93
Figura 48	–Variação do torque para diferentes valores de entreferro. . . . .	93
Figura 49	–Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido para diferentes números de espiras. . . . .	94
Figura 50	–Variação da indutância para diferentes números de espiras. . . . .	95
Figura 51	–Variação do torque para diferentes números de espiras. . . . .	95
Figura 52	–Variação da indutância para diferentes valores de corrente. . . . .	96
Figura 53	–Variação do torque para diferentes valores de corrente. . . . .	96
Figura 54	–Fluxograma para o Algoritmos Genéticos (AG) genérico (PINHO et al., 2013). . . . .	108
Figura 55	–Fluxograma típico para a Evolução Diferencial (ED). . . . .	110
Figura 56	–Desempenho do AG proposto para a solução do problema. . . . .	120
Figura 57	–Desempenho do ED proposto para a solução do problema. . . . .	121
Figura 58	–Comparação entre os desempenhos do AG e da ED para a solução do problema. . . . .	122
Figura 59	–Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para $I_{sat} = 8,5 A$ . . . . .	123
Figura 60	–Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para $I_p = 17 A$ . . . . .	124
Figura 61	–Perfil de indutância do protótipo otimizado. . . . .	124
Figura 62	–Perfil de torque do protótipo otimizado. . . . .	125
Figura 63	–Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido. . . . .	125
Figura 64	–Indutância na posição alinhada versus corrente no estator. . . . .	126
Figura 65	–Perfil de indutância do protótipo com 70 espiras. . . . .	127
Figura 66	–Perfil de torque do protótipo com 70 espiras. . . . .	127
Figura 67	–Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo com 70 espiras. . . . .	128
Figura 68	–Indutância na posição alinhada versus corrente no estator para o protótipo com 70 espiras. . . . .	129
Figura 69	–Perfil de indutância dos três protótipos propostos. . . . .	129







---

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Características do motor de indução. . . . .	60
Tabela 2 – Características preliminares do MRVM. . . . .	60
Tabela 3 – Valores adotados para o início do processo iterativo. . . . .	61
Tabela 4 – Dimensionamento final do MRVM. . . . .	63
Tabela 5 – Torque médio para diferentes valores de corrente. . . . .	79
Tabela 6 – Valores de $B$ obtidos na simulação para os pontos escolhidos. . . . .	89
Tabela 7 – Resultados da variação de $\beta_r$ . . . . .	91
Tabela 8 – Valores de $B$ obtidos na simulação para os pontos escolhidos. . . . .	91
Tabela 9 – Resultados da variação de $g$ . . . . .	93
Tabela 10 – Valores de $B$ obtidos na simulação para os pontos escolhidos. . . . .	93
Tabela 11 – Resultados da variação de $NT$ . . . . .	94
Tabela 12 – Valores de $B$ obtidos na simulação para os pontos escolhidos. . . . .	95
Tabela 13 – Resultados da variação de $I$ . . . . .	97
Tabela 14 – Valores de $B$ obtidos na simulação para diferentes valores de corrente. . . . .	97
Tabela 15 – Analogia entre a terminologia do Algoritmos Evolucionários (AE) e de um problema computacional. . . . .	103
Tabela 16 – Parâmetros do AG proposto. . . . .	119
Tabela 17 – Resultados da otimização multiobjetivo via AG. . . . .	119
Tabela 18 – Parâmetros do ED proposto. . . . .	120
Tabela 19 – Resultados da otimização multiobjetivo via ED. . . . .	121
Tabela 20 – Estudo estatístico de 50 execuções para os algoritmos de AG e ED propostos. . . . .	122
Tabela 21 – Resultados da otimização de projeto do MRVM. . . . .	123
Tabela 22 – Valores de $B$ obtidos na simulação para os pontos escolhidos. . . . .	125
Tabela 23 – Resultados do MRVM otimizado. . . . .	126
Tabela 24 – Resultados do MRVM com 70 espiras. . . . .	127



Tabela 25 –Valores de  $B$  obtidos na simulação do protótipo com 70 espiras. . . . 128

Tabela 26 –Resultados dos três protótipos propostos. . . . . 130



---

## Lista de siglas

**AG** Algoritmos Genéticos

**AE** Algoritmos Evolucionários

**CA** Corrente Alternada

**CC** Corrente Contínua

**CE** Computação Evoluionária

**ED** Evolução Diferencial

**FEMM** *Finite Element Method Magnetics*

**MACF** Método Analítico de Cálculo de Fluxo

**MACE** Método de Análise do Circuito Equivalente

**MEF** Método dos Elementos Finitos

**MRV** Máquina/Motor de Relutância Variável

**MRVM** Motor de Relutância Variável Monofásico

**NSGA-II** *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*

**PO** Problema de Otimização

**POM** Problema de Otimização Multiobjetivo

**PSO** *Particle Swarm Optimization*







---

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>23</b>
1.1	Considerações Iniciais . . . . .	23
1.2	Contextualização . . . . .	24
1.3	Objetivos . . . . .	25
1.4	Estrutura da Dissertação . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Máquina de Relutância Variável . . . . .</b>	<b>29</b>
2.1	Introdução . . . . .	29
2.2	Considerações sobre a MRV e Operação Elementar . . . . .	29
2.3	Princípios de operação da MRV . . . . .	31
2.4	Relação entre a indutância e posição do rotor . . . . .	35
2.5	Circuito equivalente . . . . .	37
2.6	Topologias de MRV Rotativas . . . . .	39
2.6.1	MRV Monofásico . . . . .	39
2.6.2	MRV Bifásico . . . . .	41
2.6.3	MRV Trifásico . . . . .	42
2.6.4	MRV com Quatro fases ou mais . . . . .	43
2.7	Aplicações . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Procedimentos de Projeto de MRV . . . . .</b>	<b>47</b>
3.1	Introdução . . . . .	47
3.2	Equação de saída . . . . .	47
3.3	Dimensionamento da MRV . . . . .	51
3.3.1	Diâmetro interno, externo e Comprimento . . . . .	52
3.3.2	Largura dos polos do estator e do rotor . . . . .	53
3.3.3	Culatra do estator e rotor . . . . .	53
3.3.4	Altura dos polos do estator e do rotor . . . . .	53
3.3.5	Número de Espiras e Seção do condutor . . . . .	54



3.4	Projeto Iterativo da MRV . . . . .	54
3.5	Determinação dos arcos polares do rotor e do estator . . . . .	54
3.5.1	Valor mínimo dos arcos polares . . . . .	54
3.5.2	Limite superior dos arcos polares . . . . .	57
3.6	Cálculo do Torque . . . . .	59
3.7	Projeto de Protótipo . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Métodos de previsão das características e desempenho da MRV . . .</b>	<b>65</b>
4.1	Introdução . . . . .	65
4.2	Modelo Simplificado de Cálculo de Fluxo para MRVM . . . . .	65
4.2.1	Fluxo concatenado para polos sobrepostos . . . . .	66
4.2.2	Fluxo concatenado para polos não alinhados . . . . .	71
4.2.3	Cálculo do torque . . . . .	72
4.3	Método dos Elementos Finitos . . . . .	74
4.3.1	Conceitos fundamentais . . . . .	74
4.3.2	Método de simulação . . . . .	76
4.4	Comparação entre os métodos para o protótipo desenvolvido . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Simulação computacional utilizando MEF . . . . .</b>	<b>81</b>
5.1	Introdução . . . . .	81
5.2	Considerações sobre a simulação . . . . .	81
5.3	Linhas e densidade de fluxo no MRVM . . . . .	83
5.4	Perfil de Indutância e Torque . . . . .	84
5.5	Verificação de projeto . . . . .	85
5.6	Limite operacional e Saturação do motor . . . . .	88
5.7	Variação dos parâmetros físicos do MRV . . . . .	89
5.7.1	Arco polar do rotor . . . . .	89
5.7.2	Entreferro . . . . .	92
5.7.3	Número de espiras . . . . .	94
5.7.4	Corrente de fase . . . . .	96
<b>6</b>	<b>Otimização: Teoria e Métodos . . . . .</b>	<b>99</b>
6.1	Introdução . . . . .	99
6.2	Formulação Geral do Problema de Otimização . . . . .	99
6.2.1	Componentes básicos de um Problema de Otimização . . . . .	99
6.2.2	Classificações de Problema de Otimização (PO) . . . . .	100
6.2.3	Otimização Multiobjetivo - Método da Soma Ponderada . . . . .	101
6.3	Algoritmos evolucionários . . . . .	102
6.3.1	Componentes principais de um AE . . . . .	104
6.3.2	Algoritmos Genéticos . . . . .	107



6.3.3	Evolução Diferencial . . . . .	108
<b>7</b>	<b>Otimização de Projeto do MRV . . . . .</b>	<b>113</b>
7.1	Introdução . . . . .	113
7.2	Critérios . . . . .	113
7.2.1	Torque médio . . . . .	114
7.2.2	Torque médio por Perdas no Cobre . . . . .	114
7.2.3	Densidade de Torque . . . . .	114
7.3	Função Objetivo . . . . .	114
7.4	Restrições . . . . .	115
7.5	Algoritmos . . . . .	116
7.5.1	Algoritmos Genéticos . . . . .	116
7.5.2	Evolução Diferencial . . . . .	118
7.6	Resultados . . . . .	118
7.6.1	Otimização via AG . . . . .	118
7.6.2	Otimização via ED . . . . .	120
7.6.3	Análise e Comparação dos resultados obtidos . . . . .	121
7.7	Simulação computacional do protótipo otimizado . . . . .	123
7.8	Alteração proposta pelo autor . . . . .	126
7.9	Análise de resultados . . . . .	129
<b>8</b>	<b>Conclusões . . . . .</b>	<b>131</b>
8.1	Considerações gerais . . . . .	131
8.2	Sugestões para trabalhos futuros . . . . .	133
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>135</b>







# Introdução

## 1.1 Considerações Iniciais

O surgimento da Máquina de Relutância Variável (MRV) data de finais do século XIX, por volta de 1842 (MILLER; R., 1993). Apresentando uma confiabilidade, robustez e simplicidade de construção invejáveis, esta máquina foi, no entanto, abandonada durante várias décadas devido a inexistência de tecnologia capaz de efetuar o seu controle de modo satisfatório, tornando-a pouco rentável no seu surgimento (MILLER; R., 1993; ARKADAN; KIELGAS, 1994).

As dificuldades inerentes a complexidade de controle começaram a ser superadas durante a década de 70, quando do desenvolvimento tecnológico dos sistemas digitais e dispositivos de eletrônica de potência, basicamente dispositivos semicondutores de potência e inversores que utilizam controle vetorial, tornando a MRV competitiva (ARKADAN; KIELGAS, 1994).

A MRV é uma máquina duplamente saliente, consiste em uma parte fixa, o estator com enrolamentos de excitação e uma parte móvel, o rotor magnético. O conjugado é produzido, exclusivamente, pela tendência da sua parte móvel deslocar-se para a posição em que a indutância do enrolamento de excitação é maximizada, ou seja, nos polos da máquina. A parte girante, rotor, tende a alinhar-se de forma a produzir uma relutância magnética mínima, e conseqüentemente uma densidade máxima de fluxo (KRISHNAN, 2001).

No geral, possuem alta potência e baixo custo, sendo ideais para várias aplicações como tração elétrica, acionamentos, ventilação, entre outros. Suas desvantagens são as causas de um torque descontínuo, como ruído sonoro e vibrações. Em baixas velocidades a ondulação no torque pode ser restrita a 5 – 10% ou menos, porém em altas velocidades a restrição é impraticável (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009).

As máquinas de relutância variável são projetados para operar em região de saturação magnética para aumentar a densidade de potência de saída, em contraste com motores tradicionais (BALAJI; KAMARAJ, 2011). Devido ao efeito de saturação e a variação



da relutância magnética, as características do fluxo concatenado, indutância e torque são funções altamente não lineares tanto para posições do rotor como para a corrente de fase (WU et al., 2003). Além disso, o controle e o projeto da MRV estão vinculados como em nenhuma outra máquina, devido a própria natureza da máquina, é essencial conhecer o projeto da MRV para o desenvolvimento de seu acionamento (VIJAYRAGHAVAN, 2001). É necessário conhecer a posição do rotor para injetar e retirar a corrente de excitação, se feito corretamente contribui para a eficiência da máquina, em caso contrário pode ocasionar a produção de torque negativo. Essas características fazem do projeto e análise da MRV uma missão complexa.

Nesse contexto, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma ferramenta poderosa utilizada pelos projetistas de máquinas que permite, a partir de uma simulação computacional, analisar o comportamento da máquina antes da construção do protótipo. A precisão da simulação de elementos finitos está diretamente ligada à precisão dos dados inseridos, como as dimensões e dados dos materiais da máquina. O uso desta ferramenta permite ao projetista alinhar o projeto da máquina a sua aplicação, bem como especificar o acionamento do mesmo.

## 1.2 Contextualização

Devido às suas características, a MRV é ideal para aplicações aeroespaciais pois pode trabalhar como motor e como gerador. Assim, em (RADUN, 1992), a MRV é utilizada como motor/gerador de partida para motores a jato, inicialmente é usado para partir o motor a jato e finalizada a partida seu modo de operação é alterado e ele passa a trabalhar como gerador fornecendo energia elétrica para a aeronave. Outra aplicação aeroespacial é a bomba de lubrificação/combustível para um motor de turbina a gás de 5 HP (FERREIRA et al., 1994).

Além disso, a MRV também ganhou espaço no desenvolvimento de veículos elétricos, as vantagens do uso da MRV em veículos elétricos são citadas por Rahman et al. (2000). Em (HUSAIN; ISLAM, 1999; RAHMAN; SCHULZ, 2002) e (UEMATSU; WALLACE, 1995) são estudados o projeto de MRV para tração e propulsão de veículos. Por último, em (XUE et al., 2010) o projeto de uma MRV instalado dentro da roda é otimizado.

A capacidade da MRV de trabalhar com velocidades variáveis, juntamente com seu baixo custo, confiabilidade, alta eficiência e alto torque de partida contribuíram para sua aplicação em geração eólica. A faixa de operação da MRV para velocidade é mais ampla do que a dos geradores de indução e síncrono (MCSWIGGAN; XU; LITTLER, 2007; CHEN, 2008). Alguns trabalhos que estudam o comportamento do gerador de relutância variável em situações de velocidade variável são apresentados em (MCSWIGGAN; XU; LITTLER, 2007; BARROS; FILHO, 2015; OGAWA; YAMAMURA; ISHIDA, 2006) e (CARDENAS et al., 2005).



Desde o final dos anos 70, a MRV tem sido alvo de um grande volume de estudos, proporcionando um desenvolvimento consistente de métodos e técnicas de projeto e controle do mesmo. Lawrenson et al. (1980) se dedicaram ao desenvolvimento dos conceitos da máquina, bem como aos fundamentos de controle. Já o artigo de Krishnan, Arumugan e Lindsay (1988) se destaca pelo desenvolvimento de procedimentos de projeto a partir de um ponto de vista analítico, contribuindo para o equacionamento do projeto da MRV em termos de suas dimensões, com base nas similaridades com outras máquinas.

Em termos de projeto, há uma série de trabalhos que dependem fortemente da análise de elementos finitos para o processo de concepção da máquina, como apresentado por (ARUMUGAM et al., 1985) e (OHYAMA et al., 2006). No entanto, apesar da maior precisão do método do MEF em comparação com os métodos analíticos, seu uso é inviável em inúmeras situações devido ao tempo demandado para executar a simulação e obtenção de resultados. Dessa forma, inúmeros trabalhos procuraram desenvolver um método analítico com precisão satisfatória para determinar as características da MRV. Alguns destes trabalhos são (KRISHNAN, 2001; RADUN, 2000; MATERU; KRISHNAN, 1990; ZHANG; RADUN, 2005) e (SHIN et al., 2002).

O método tradicional de projeto da MRV tem como finalidade maximizar o torque médio ou minimizar a ondulação do torque através de um projeto com a geometria e dimensões ótimas para a máquina. Para tanto, vários parâmetros de projeto, como número de fases, quantidade de polos, topologia, devem ser adaptados de acordo com os requisitos de uma aplicação específica.

Como o projeto da MRV para uma aplicação particular é um compromisso entre os vários critérios de desempenho, melhorar um parâmetro de desempenho pode resultar na piora significativa de outras características importantes (BALAJI; KAMARAJ, 2012a). Consequentemente, o projetista tem que procurar soluções que sejam viáveis para todos os parâmetros de desempenho. Para lidar com esse impasse e alcançar o projeto eficiente, a aplicação de otimização multiobjetivo ao projeto da MRV parece ser a abordagem mais adequada. Portanto, há um interesse crescente no sentido da aplicação de técnicas de otimização multiobjetivos para resolver uma grande variedade de problemas de otimização de projeto de MRV (BALAJI; KAMARAJ, 2012a).

Nos últimos anos, os projetistas de máquinas concentraram-se, majoritariamente, em técnicas de otimização de projeto baseados em computação evolucionária, para cumprir os requisitos de desempenho desejados sob várias restrições, como o conversor, a configuração das bobinas e dimensões externas fixas (BALAJI; KAMARAJ, 2012a). Alguns destes trabalhos foram desenvolvidos por Mirzaeian et al. (2002), Kano, Kosaka e Matsui (2007), Balaji e Kamaraj (2011), Balaji e Kamaraj (2012a) e Balaji e Kamaraj (2012b). Neste trabalho, serão utilizados os Algoritmos Genéticos (AG) e a Evolução Diferencial (ED), ambos Algoritmos Evolucionários, para a otimização do projeto de um motor a relutância variável monofásico.



A grande aplicabilidade da MRV, as metodologias de projeto existentes, os métodos de previsão de desempenho e a otimização aplicada especialmente à máquina de relutância variável, justifica o estudo apresentado neste trabalho.

## 1.3 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é ter uma ampla compreensão do comportamento da máquina a relutância variável e de diferentes metodologias de projeto e predição das características de desempenho da máquina, para que, assim, seja feita uma contribuição aos métodos e técnicas de projeto da MRV e a otimização do mesmo. Para tanto, os seguintes passos foram necessários:

- ❑ Compreensão do princípio de funcionamento da MRV;
- ❑ Estudo de metodologias de projeto de MRV;
- ❑ Projeto de um Motor de relutância variável monofásico (MRVM);
- ❑ Estudo de métodos de previsão de desempenho da MRV;
- ❑ Desenvolvimento de ferramenta computacional para determinar os parâmetros da MRV;
- ❑ Compreensão da influência das dimensões físicas da MRV em suas variáveis de saída;
- ❑ Simulação computacional da MRV projetada e obtenção das curvas de desempenho da máquina;
- ❑ Estudo de métodos e técnicas de otimização via algoritmos evolucionários, e suas aplicações;
- ❑ Otimização o projeto de máquinas a relutância variável monofásica.

## 1.4 Estrutura da Dissertação

Com a finalidade de alcançar os objetivos propostos, esta dissertação é estruturada da seguinte maneira:

### **Capítulo 1. Introdução**

Este capítulo tem por objetivo apresentar inicialmente, as motivações e os objetivos da dissertação. Além disso, apresenta-se uma revisão bibliográfica contextualizando o trabalho.

### **Capítulo 2. Máquina de Relutância Variável**



Este capítulo apresenta o modo de operação elementar da MRV através do eletromagnetismo, os princípios de operação e as expressões matemáticas derivadas. Além disso, apresenta algumas especificidades da MRV, a relação entre a produção de torque, fluxo, indutância e modo de operação da máquina. Por fim, as principais topologias da MRV são explanadas, e algumas aplicações da MRV são citadas.

### **Capítulo 3. Procedimentos de Projeto de MRV**

Este capítulo apresenta detalhadamente os procedimentos de projeto da MRV e a influência dos arcos polares nos parâmetros de saída da máquina, estabelecendo limites para os mesmos. São apresentados o cálculo do torque médio produzido e a metodologia de projeto iterativo adotada. Por fim, é apresentado o projeto de um protótipo de um motor a relutância variável monofásico que será objeto de estudo da dissertação.

### **Capítulo 4. Métodos de previsão das características e desempenho do MRV**

Neste capítulo será apresentado duas metodologias diferentes para a obtenção das características de desempenho da máquina, o Método Analítico de Cálculo de Fluxo (MACF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF). Os resultados obtidos pelos métodos serão comparados.

### **Capítulo 5. Simulação Computacional utilizando MEF**

Este capítulo apresenta os resultados da simulação computacional para o protótipo projetado no Capítulo 3. Além de analisar o comportamento das grandezas de saída do protótipo nominal, quatro parâmetros do protótipo serão variados e simulados separadamente, assim a influência destes parâmetros físicos no desempenho da máquina poderá ser avaliada.

### **Capítulo 6. Otimização: Teoria e Métodos**

A teoria da otimização utilizando métodos estocásticos é apresentada neste capítulo. Dentro dos métodos estocásticos, os Algoritmos Evolucionários foram escolhidos para a otimização proposta neste trabalho. Os AG e a ED foram as técnicas eleitas para a otimização do projeto de MRV, assim seus conceitos foram explicadas neste capítulo.

### **Capítulo 7. Otimização de Projeto do MRV**

Este capítulo mostra a formulação do problema de otimização multiobjetivo proposto, bem como os algoritmos de AG e ED utilizados. Os critérios de



desempenho, a função objetivo e as restrições aplicadas também são apresentadas. Os resultados obtidos por cada um dos algoritmos de otimização são comparados, bem como o desempenho dos algoritmos. O motor resultante do processo de otimização é então simulado e seu desempenho comparado com o motor inicial.

## **Capítulo 8. Conclusões**

Este capítulo exhibe considerações conclusivas sobre o trabalho, com o intuito de sumarizar as suas principais contribuições e apontar eventuais necessidades de investigações futuras na área de pesquisa em foco.

## **Referências Bibliográficas**

Por fim, é apresentado o material bibliográfico utilizado no desenvolvimento desta dissertação.



---

# Máquina de Relutância Variável

## 2.1 Introdução

As Máquinas de Relutância Variável (MRV) devido à sua simplicidade de construção e baixo custo têm ganhado importância e têm sido consideradas para aplicações em diversos campos. A MRV têm inúmeras vantagens inerentes a ela, como a simples construção com a ausência de bobinas no rotor, tolerância à falta de fases, robustez, baixo custo de produção, aplicações de alta velocidade e velocidade variável, possibilidade de operação em altas temperaturas e variações intensas de temperatura (AHN, 2011).

Esse capítulo apresenta o princípio de operação da MRV e as expressões matemáticas derivadas para expressar o torque e sua relação com a indutância e o modo de operação da máquina. Além disso, algumas topologias da MRV são explanadas, enumerando as diferenças e vantagens de cada uma. No final do capítulo, algumas aplicações de MRV são citadas.

## 2.2 Considerações sobre a MRV e Operação Elementar

A MRV é uma máquina duplamente saliente, ou seja, com polos no estator e no rotor, essa estrutura contribui para a produção de um alto torque de saída. O torque é produzido pela tendência de alinhamento dos polos, o rotor tende a se mover para uma posição onde a relutância é minimizada e assim a indutância da bobina excitada é maximizada. Embora a estrutura da MRV seja duplamente saliente, não há enrolamento ou ímãs permanentes no rotor (LAWRENSON et al., 1980), simplificando a estrutura da máquina e contribuindo para o baixo custo de fabricação. Mais características da MRV são apresentadas a seguir:

- Robustez, permitindo trabalho em ambientes sujeitos a altas temperaturas e vibrações;



- ❑ Confiabilidade;
- ❑ Tolerância a falta de fase. Como as bobinas são eletricamente separadas umas das outras, e a indutância mútua pode ser ignorada, problemas com falhas em uma fase não afeta as outras fases em geral;
- ❑ Alta relação de torque por volume, que possibilita construção de máquinas com menores dimensões;
- ❑ Operação com velocidade variável de maneira econômica;
- ❑ Construção simples, com enrolamentos concentrados em volta dos polos do estator e laminação simplificada;
- ❑ Inexistência de enrolamentos no rotor, diminuindo perdas Joule e economizando material;
- ❑ Elevado rendimento;
- ❑ O rotor é menor que em qualquer outra máquina e tem o menor momento de inércia, proporcionando uma grande taxa de aceleração à máquina;
- ❑ Devido a ausência de bobinas no rotor, a MRV é muito robusta e naturalmente adequada para a operação em altas velocidades;
- ❑ Alimentação a partir de uma fonte de corrente contínua, com correntes unidirecionais, diminuindo o número de dispositivos eletrônicos em seu conversor;
- ❑ Ausência de escovas (KRISHNAN, 2001).

Algumas desvantagens da MRV são apresentadas a seguir:

- ❑ Alta ondulação no torque, que pode ser reduzida através do controle da corrente de excitação nas fases;
- ❑ Vibrações e ruídos acústicos;
- ❑ Perdas de atrito e ventilação são elevadas para altas velocidades, devido ao rotor saliente;
- ❑ Necessidade de conversor eletrônico de potência para funcionar, aumentando o custo total da máquina;
- ❑ Para o controle da MRV é necessário identificar a posição do rotor.



A maior parte das desvantagens da MRV podem ser reduzidas a partir de um projeto adequado, e, algumas, estão presentes também em outros tipos de máquinas, justificando o uso da MRV em muitas aplicações.

Quando o circuito magnético de um indutor possui uma parte móvel capaz de variar a indutância de uma bobina, sempre que a bobina for excitada, o circuito magnético irá tender para a situação em que a energia magnética armazenada é mínima, ou seja, a situação de relutância mínima (situação de maior estabilidade). É com base neste princípio que as MRVs funcionam (MILLER; R., 1993).

Os polos do rotor tendem a se alinhar aos polos diametricamente opostos do estator sempre que estes forem excitados por uma corrente, uma vez que em um circuito magnético a parte rotativa prefere vir para a posição de mínima relutância no instante da excitação (KRISHNAN, 2001). Enquanto dois polos do rotor estão alinhados a dois polos do estator, um outro conjunto de polos do rotor está desalinhado a um outro conjunto de polos do estator, assim esse conjunto de polos do estator é excitado para trazer os polos do rotor para o alinhamento (KRISHNAN, 2001). E assim, sequencialmente, a corrente na MRV é comutada e o rotor é girado.

A Figura 1 apresenta uma MRV típica com 6 polos no estator e 4 polos no rotor, considere que os polos do rotor  $r_1$  e  $r'_1$  e os polos do estator  $c$  e  $c'$  estão alinhados. Aplicando uma corrente na fase  $a$ , um fluxo é estabelecido através dos polos  $a$  e  $a'$  do estator e  $r_2$  e  $r'_2$  do rotor, que tende a puxar os polos do rotor  $r_2$  e  $r'_2$  para os polos do estator  $a$  e  $a'$ . Quando eles estiverem alinhados a corrente na fase  $a$  é desligada e a fase  $b$  é excitada (KRISHNAN, 2001).

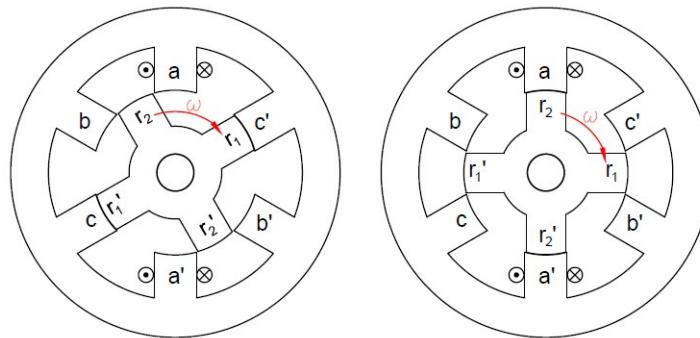


Figura 1 – Operação de uma MRV. (a) Fase c alinhada. (b) Fase a alinhada. Adaptado de Krishnan (2001)

## 2.3 Princípios de operação da MRV

A produção de torque em uma máquina a relutância variável é explicada pelo princípio elementar de conversão eletromecânica de energia em um solenoide. O solenoide, mostrado



na Figura 2, tem  $N$  espiras e quando excitado pela corrente  $i$  produz um fluxo  $\Phi$  na bobina. Ao aumentarmos a corrente de excitação, a armadura irá se mover em direção a parte fixa, denominada culatra (KRISHNAN, 2001). A Figura 2 apresenta o gráfico do fluxo concatenado versus a força magneto-motriz aplicada a bobina para duas posições da armadura,  $x_1$  e  $x_2$ , onde  $x_1 > x_2$ . A energia elétrica de entrada pode ser escrita como:

$$W_e = \int e i dt = \int i dt \frac{dN\Phi}{dt} = \int N i d\Phi = \int F d\Phi \quad (1)$$

Onde  $e$  é o valor instantâneo da tensão induzida e  $F$  a força magneto-motriz.

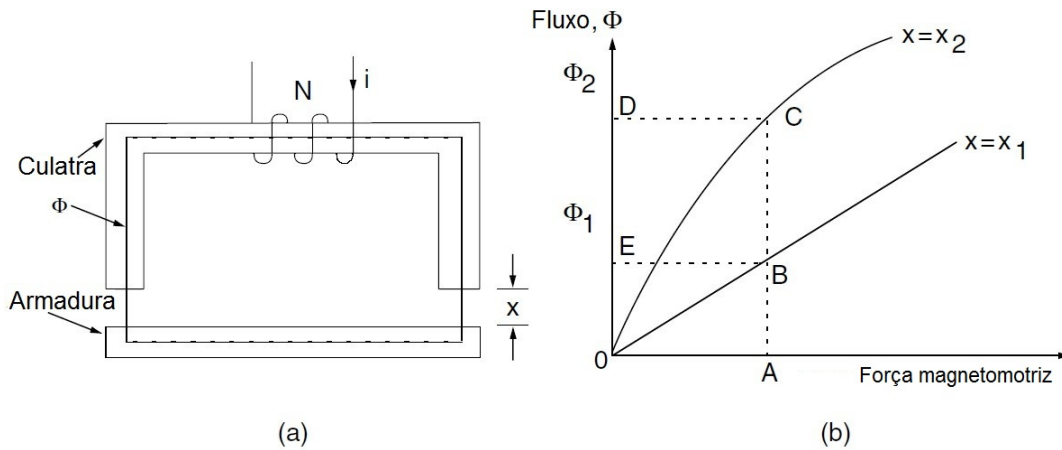


Figura 2 – Solenoide e suas características. (a) Solenoide. (b) Gráfico fluxo vs. força magnetomotriz. Fonte: Krishnan (2001)

De acordo com o princípio da conservação de energia, a energia não pode ser criada nem destruída, mas somente transformada de uma espécie em outra. Assim, aplicando este princípio a sistemas eletromecânicos, quando a energia elétrica é armazenada principalmente em campos magnéticos, nesses sistemas a energia de entrada é igual a energia armazenada no sistema. A energia elétrica de entrada é igual a soma da energia armazenada no campo,  $W_c$ , da energia convertida em trabalho mecânico,  $W_m$  e da energia perdida, em forma de calor por exemplo, que não se transformou em trabalho mecânico  $W_p$ . Em um sistema magnético perfeito, sem perdas, a energia elétrica de entrada é dada pela Equação (2).

$$W_e = W_c + W_m \quad (2)$$

Quando nenhum trabalho mecânico foi feito, mantendo constante a posição  $x_1$  por exemplo, a energia armazenada no campo é igual a energia elétrica de entrada dada pela Equação (1). Isso correspondente a área  $OBE$  na Figura 2b. A mudança no valor da energia no campo, chamada coenergia, é dada pela área  $OBA$  e matematicamente expressa por  $\int \Phi dF$ . Logo, para a posição  $x_2$  a energia armazenada no campo corresponde



a área  $OCDO$  e a coenergia pela área  $OCAO$ . A mudança no valor da energia pode ser escrita por:

$$\delta W_e = \delta W_c + \delta W_m \quad (3)$$

Para uma corrente de excitação constante  $i_1$ , dada pelo ponto de operação A na Figura 2a, as energias podem ser derivadas como:

$$\delta W_e = \int_{\phi_1}^{\phi_2} F_1 d\phi = F_1(\phi_2 - \phi_1) = \text{area}(BCDEB) \quad (4)$$

$$\delta W_c = \delta W_c|_{x=x_2} - \delta W_c|_{x=x_1} = \text{area}(OCDO) - \text{area}(OBEO) \quad (5)$$

Usando as equações anteriores, o incremento na energia mecânica é dado por:

$$\delta W_m = \delta W_e + \delta W_c = \text{area}(OBCO) \quad (6)$$

A área  $OBCO$  corresponde a área entre as duas curvas para uma força magnetomotriz. Logo, no caso de uma máquina rotativa, o incremento na energia mecânica pode ser escrito em termos do torque eletromagnético e uma mudança na posição do rotor:

$$\delta W_m = T_e \delta \theta \quad (7)$$

Onde  $T_e$  é o torque eletromagnético e  $\delta \theta$  o incremento no ângulo do rotor. Consequentemente, o torque eletromagnético é dado por:

$$T_e = \frac{\delta W_m}{\delta \theta} \quad (8)$$

Para o caso de excitação constante, o incremento de trabalho mecânico feito é igual a taxa de mudança da coenergia  $W'_t$ , que é simplesmente o complemento da energia armazenada no campo. A expressão para o incremento do trabalho mecânico e cálculo da coenergia são apresentados nas Equação (9) e Equação (10), respectivamente.

$$\delta W_m = \delta W'_t \quad (9)$$

$$W'_t = \int \Phi dF = \int \Phi d(Ni) = \int (N\Phi) di = \int \lambda(\theta, i) di = \int L(\theta, i) i di \quad (10)$$

A indutância  $L$  e o fluxo concatenado  $\lambda$  são funções da posição do rotor e da corrente na Equação (10). Essa mudança no valor da coenergia acontece entre duas posições do rotor,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , logo o torque no entreferro, em função da coenergia, pode ser representado como uma função da posição do rotor e da corrente de excitação.

$$T_e = \frac{\delta W_m}{\delta \theta} = \frac{\delta W'_t}{\delta \theta} = \frac{\delta W'_t(i, \theta)}{\delta \theta} \Big|_{i=\text{constante}} \quad (11)$$



Se a indutância varia linearmente com a posição do rotor para uma dada corrente, o que geralmente não ocorre na prática, então o torque pode ser derivado como:

$$T_e = \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \cdot \frac{i^2}{2} \quad (12)$$

Onde:

$$\frac{dL(\theta, i)}{d\theta} = \left. \frac{L(\theta_2, i) - L(\theta_1, i)}{\theta_2 - \theta_1} \right|_{i=\text{constante}} \quad (13)$$

É importante enfatizar que para uma máquina de relutância variável, a indutância não é constante e varia continuamente com a posição do rotor. Desse modo, um MRV não terá um circuito equivalente em estado permanente como os motores de corrente contínua e alternada (KRISHNAN, 2001).

A demonstração feita acima foi feita por Krishnan (2001) e segundo ele, a Equação (12) tem as seguintes implicações.

O torque é proporcional ao quadrado da corrente, consequentemente a corrente pode ser unipolar para produzir um torque unidirecional. Isso representa uma vantagem considerável frente as tradicionais máquinas de corrente alternada, pois é utilizado um reduzido número de dispositivos de potência no conversor, diminuindo o custo do acionamento do MRV. Além disso, como o torque é proporcional ao quadrado da corrente, essa máquina se assemelha a um motor Corrente Contínua (CC) série e consequentemente tem um alto conjugado de partida.

A indutância do enrolamento é uma função da posição do rotor e do valor da corrente, isso a faz não linear. Devido à sua natureza não linear, não é possível desenvolver um circuito equivalente para o MRV.

O MRV pode operar como gerador se a corrente for aplicada durante o período de decrescimento da indutância. A direção da rotação de um MRV pode ser alterada com uma simples mudança na sequência de excitação do estator. Logo, a MRV pode funcionar nos quatro quadrantes de operação com um conversor adequado.

Torque e velocidade controláveis podem ser obtidos utilizando um conversor controlável no acionamento. Esta máquina precisa de um conversor para funcionar, ela não pode ser ligada diretamente à rede, assim em aplicações de velocidade constante seu uso é caro em comparação com motores de indução e síncronos, tornando-o inviável. Por causa de sua dependência de um conversor de potência, a MRV é amplamente utilizada em aplicações de velocidade variável.

O valor da indutância mútua entre os enrolamentos de fase em uma MRV é muito pequeno e praticamente nulo, para todos os efeitos práticos é considerada desprezível. Uma vez que o acoplamento mútuo é desprezível, cada fase é eletricamente independente das outras. Esta é uma característica única da MRV e traz vantagens consideráveis como: um curto-circuito em uma fase não tem efeito sobre as outras fases, se uma fase for



danificada as outras fases continuam funcionando e o motor também, uma vez que a tensão necessária é a mesma antes e depois da falta. Essa independência das fases da MRV é uma vantagem muito grande e imprescindível em muitas aplicações.

Portanto, pode-se concluir que o motor a relutância variável é semelhante ao motor de passo, exceto por possuir menor número de polos, maior ângulo de passo, usualmente tem um dente por polo e alta capacidade de potência de saída. No entanto, essa comparação não deve ser levada muito adiante devido a não linearidade do circuito magnético.

## 2.4 Relação entre a indutância e posição do rotor

Como demonstrado anteriormente, o torque depende da relação entre fluxo, posição do rotor e corrente. Logo, para uma melhor compreensão das possibilidades de controle e limitações de acionamento do MRV, é relevante um estudo mais aprofundado da relação entre a indutância e posição do rotor.

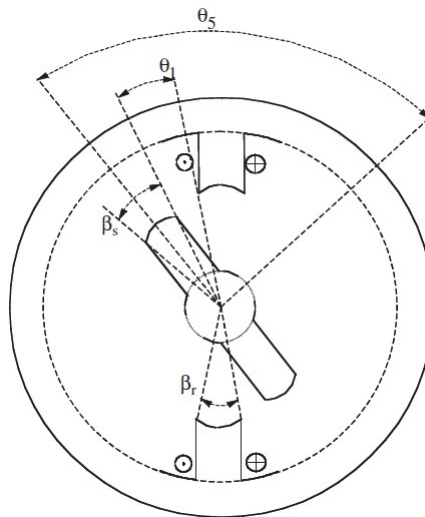


Figura 3 – Configuração básica de MRV com dois polos (KRISHNAN, 2001).

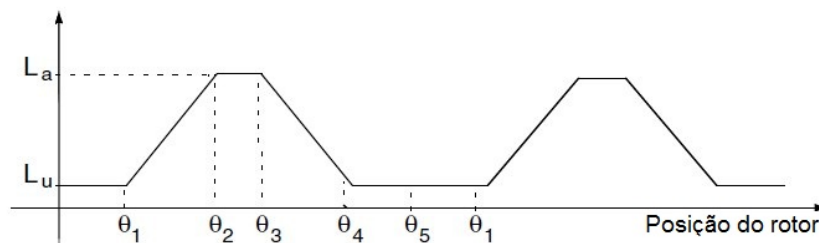


Figura 4 – Perfil de indutância típico (KRISHNAN, 2001).

Um perfil de indutância típico, indutância da fase versus posição do rotor, é mostrado na Figura 4 para um valor de corrente fixo. A indutância apresentada corresponde a



indutância própria da bobina de uma fase do estator, negligenciando o espraçamento do fluxo e a saturação do material. O formato do perfil de indutância é determinado pelos arcos polares do rotor e do estator e pelo número de polos do rotor. Na Figura 3 o arco polar do rotor é maior que o arco polar do estator, o que acontece normalmente em MRVs. A partir da Figura 3, os seguintes ângulos podem ser definidos:

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{2\pi}{N_r} - (\beta_s + \beta_r) \right] \quad (14)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \beta_s \quad (15)$$

$$\theta_3 = \theta_2 + (\beta_r - \beta_s) \quad (16)$$

$$\theta_4 = \theta_3 + \beta_s \quad (17)$$

$$\theta_5 = \theta_4 + \theta_1 = \frac{2\pi}{N_r} \quad (18)$$

Onde  $\beta_s$  e  $\beta_r$  são o arco polar do estator e do rotor, respectivamente, e  $N_r$  é o número de polos do rotor.

Segundo Krishnan (2001), quatro intervalos são identificados no perfil de indutância, e são descritos a seguir. No intervalo de  $0 - \theta_1$ , os polos do estator e do rotor não estão sobrepostos, e o fluxo é determinado principalmente pelas linhas de fluxo que passam pelo ar, assim o valor da indutância é mínimo e praticamente constante (KRISHNAN, 2001). Logo, essas regiões não contribuem para a produção de torque. A indutância nessa região é conhecida como indutância desalinhada  $L_u$ . O mesmo acontece no intervalo  $\theta_4 - \theta_5$ .

Na região  $\theta_1 - \theta_2$ , os polos do estator e do rotor estão se sobrepondo, assim as linhas de fluxo estão passando pelas lâminas do estator e do rotor. Logo, o valor da indutância cresce à medida que a sobreposição dos polos aumenta. Uma corrente de excitação aplicada a bobina nesta região produz torque positivo. Isso acontece até que os polos estejam totalmente sobrepostos.

Durante período  $\theta_2 - \theta_3$ , o movimento do rotor não altera a sobreposição total dos polos do rotor e do estator, logo não altera o fluxo estabelecido e, assim, o valor da indutância, conhecida como indutância alinhada  $L_a$ . Nesta região, mesmo com a presença de corrente, a produção de torque é nula, uma vez que não há alteração no valor da indutância/fluxo. Esta característica é útil para o chaveamento da corrente, pois fornece tempo para a corrente ser extinta antes da etapa de decrescimento da indutância, prevenindo produção de torque negativo (KRISHNAN, 2001).

No intervalo  $\theta_3 - \theta_4$ , o polo do rotor está se desalinhando do polo do estator. Esta região se assemelha a região  $\theta_1 - \theta_2$ , mas o decrescimento da indutância com o movimento do rotor contribuem para a inclinação negativa do perfil de indutância. A aplicação de corrente na máquina nesta região produz torque negativo, e a máquina irá operar no modo gerador, isto é, a geração de energia elétrica através da entrada de energia mecânica na MRV (KRISHNAN, 2001). Logo, para operação da máquina como motor não poderá existir corrente de excitação nesta região.



O perfil ideal de indutância mostrado na Figura 4 é impossível de ser encontrado em uma máquina real devido a saturação. A saturação faz com que o perfil de indutância seja mais curvo perto do valor máximo e isso reduz o valor do torque, logo a saturação da máquina além de um determinado ponto reduz o torque e a potência produzidos pela máquina (KRISHNAN, 2001), contradizendo uma situação ideal. Portanto, existe um limite de operação para a máquina a relutância variável, no qual um aumento da saturação da máquina, ou corrente de excitação, além desse ponto produz um ganho mínimo no torque e potência de saída.

Para correntes retangulares, o torque é produzido por um pequeno período em forma de pulso, causando um alto valor de *ripple* no torque. Isso pode causar vários problemas, como ruídos audíveis, fadiga no eixo e possíveis oscilações de velocidade. A ondulação no torque pode ser minimizada através do projeto da máquina de modo que a sobreposição do perfil de indutância de duas fases sucessivas se dê durante o fim de uma e início da outra. Para que isso aconteça, deve ser feita uma escolha ótima do número de polos do rotor e do estator e dos valores de seus arcos polares (KRISHNAN, 2001).

## 2.5 Circuito equivalente

Um circuito equivalente elementar do MRV pode ser obtido se desconsiderarmos os efeitos da saturação magnética, espalhamento de fluxo nas bordas do polo, fluxo disperso e acoplamento mútuo entre as fases. A seguinte demonstração foi feita por Krishnan (2001). O circuito de uma fase do MRV é apresentado na Figura 5, e a equação para esse circuito é definida por (19).

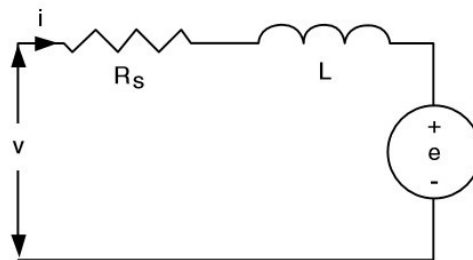


Figura 5 – Circuito equivalente monofásico de um MRV (KRISHNAN, 2001).

$$V = R_s i + \frac{d\lambda(\theta, i)}{dt} \quad (19)$$

$$\lambda = i \cdot L(\theta, i) \quad (20)$$



Onde  $\lambda$  é o fluxo concatenado,  $i$  é a corrente no enrolamento,  $L$  é a indutância da fase e  $R_s$  é a resistência por fase. A indutância é dependente da corrente e da posição angular do rotor, logo, a Equação (19) se torna

$$\begin{aligned} v &= R_s i + L(\theta, i) \frac{di}{dt} + i \frac{d\theta}{dt} \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \\ &= R_s i + L(\theta, i) \frac{di}{dt} + i \omega \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \end{aligned} \quad (21)$$

Nessa equação de tensão para uma fase, os três termos do lado direito da equação representam a queda de tensão na resistência, a queda de tensão na indutância e a fem induzida, respectivamente. Note que o resultado é similar à equação de tensão do motor CC série. A fem induzida,  $e$ , é obtida como:

$$e = \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \omega_m i \quad (22)$$

Visto que as correntes empregadas em um MRV são normalmente unipolares e o sinal de  $i$  é sempre positivo, o sinal de  $e$  é determinado por  $\frac{dL}{d\theta}$ . Assim, quando  $\frac{dL}{d\theta} > 0$  a fem induzida é positiva e tende a forçar a redução da corrente, indo contra a tensão aplicada, a energia elétrica aplicada é convertida em energia mecânica (funcionamento como motor). Quando  $\frac{dL}{d\theta} < 0$  a fem induzida é negativa e contribui para o crescimento da corrente, assim acontece a conversão da energia mecânica em energia elétrica (funcionamento como gerador). A amplitude da fem induzida  $e$  varia com a velocidade do rotor  $w$  e o comportamento da corrente é determinado pela relação entre  $e$  e  $V$ .

Se a Equação (21) for multiplicada pela corrente da fase, tem-se então, a potência instantânea na fase.

$$p_i = vi = R_s i^2 + i^2 \frac{dL(\theta, i)}{dt} + L(\theta, i) i \frac{di}{dt} \quad (23)$$

O último termo da Equação (23) não pode ser interpretado fisicamente, assim, em busca de uma inferência significativa, pode-se colocar essa expressão em termos de variáveis conhecidas da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L(\theta, i) i^2 \right) = L(\theta, i) i \frac{di}{dt} + \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta, i)}{dt} \quad (24)$$

Substituindo (24) em (23):

$$p_i = R_s i^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L(\theta, i) i^2 \right) + \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta, i)}{dt} \quad (25)$$

Onde  $p_i$  representa a potência instantânea de entrada. A Equação (23) está na forma geralmente encontrada em textos introdutórios de estudos em eletromecânica e conversão de energia. A potência de entrada é a soma das perdas resistivas, dada por  $R_s i^2$ , a taxa de mudança da energia armazenada no campo dada por  $p[L(\theta, i).i^2/2]$ , e a potência no



entreferro,  $p_a$ , identificada pelo termo  $[i^2 p L(\theta, i)]/2$ , onde  $p$  é o operador diferencial  $d/dt$  (KRISHNAN, 2001). Definindo o tempo em termo da posição do rotor e velocidade:

$$t = \frac{\theta}{\omega_m} \quad (26)$$

E substituindo na expressão da potência teremos:

$$p_a = \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL(\theta, i)}{dt} = \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \omega_m \quad (27)$$

A potência no entreferro é o produto do torque eletromagnético pela velocidade do rotor, logo:

$$p_a = \omega_m T_e \quad (28)$$

Essa análise completa o desenvolvimento de um circuito equivalente e equações para avaliar o torque eletromagnético, a potência no entreferro, e a potência de entrada do MRV tanto para operação em estado dinâmico e permanente.

## 2.6 Topologias de MRV Rotativas

A MRV é uma máquina duplamente saliente, isso quer dizer que tanto o estator como o rotor tem polos salientes. Além disso, ambos são laminados o que significa o empilhamento das laminas de aço de alta qualidade magnética e alto rendimento. As bobinas são colocadas em cada um dos polos do estator, cada par de polos diametricamente opostos formam uma fase e serão excitados de modo a produzir um fluxo magnético dentro da máquina. Como demonstrado nas seções anteriores o valor do torque e da potência de um MRV é influenciado diretamente pelo número de polos e arcos polares do rotor e do estator. Além disso, o custo de uma MRV é uma combinação do custo da máquina e do conversor, assim quanto maior o número de fases mais alto o custo da máquina. Portanto a escolha da topologia adequada para cada aplicação deve ser feita cuidadosamente.

### 2.6.1 MRV Monofásico

As MRVs monofásicas são interessantes por possuir uma forte semelhança com os motores de indução monofásicos e motores universais e por compartilharem também seu baixo custo de fabricação (KRISHNAN, 2001). Aplicações de alta velocidade são particularmente atraentes para esta topologia de MRV.

Em um Motor de relutância variável monofásico (MRVM) o número de fases se reduz a unidade e a quantidade de polos no estator e no rotor são iguais. As características construtivas são similares aos demais MRV, porém o controle dessa máquina é muito mais simples, uma vez que é necessário controlar apenas uma fase (MAMEDE; CAMACHO;



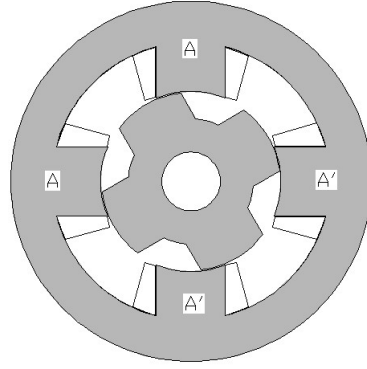


Figura 6 – Seção transversal de um MRV monofásico 4/4.

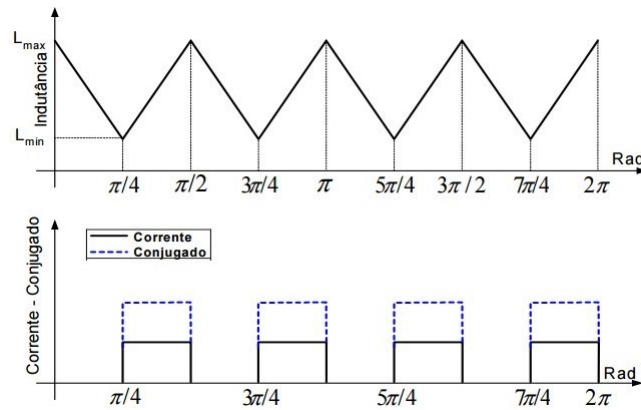


Figura 7 – Perfil de indutância e produção de conjugado positivo em um MRV 4/4.

ANDRADE, 2016). As configurações típicas deste tipo de máquina são 2/2, 4/4, 6/6 e 8/8 polos no estator e no rotor. Quando os polos do rotor e do estator se alinham, a corrente é desligada e o rotor continua a se mover devido à energia cinética armazenada. Quando os polos estão desalinhados o enrolamento do estator é energizado novamente produzindo torque eletromagnético. A Figura 6 mostra um MRV monofásico 4/4 e a Figura 7 mostra o perfil ideal de indutância, os pulsos de corrente e conjugado ideais produzidos por um motor com essa configuração.

A Figura 7 ilustra um problema com a operação de um MRVM, existem regiões onde o conjugado produzido é nulo, e a consequência disto é a impossibilidade da máquina ser acionada nessas posições caso não seja utilizado algum artifício apropriado. Essas posições são quando os polos do rotor e do estator estão alinhados ou o rotor está em uma posição na qual o torque produzido é menor que o torque de partida da carga.

Observa-se também que a produção de conjugado positivo não é contínua, sendo composto por uma série de pulsos equidistantes. Consequentemente, uma carga acionada por um motor com esta característica deve ser insensível a estas variações, ou seja, a carga deve ser capaz de acelerar na região de conjugado positivo e permanecer em movimento



na região de conjugado nulo, até a próxima região de conjugado positivo (COSTA, 2004).

Logo, se faz necessário o uso de alguma metodologia que permita ao motor partir estando o rotor em qualquer posição. As técnicas ou artifícios utilizados para dar ao MRVM capacidade de partida em todas as posições do rotor podem ser divididas em cinco categorias, a saber:

- ❑ Utilização de Imãs permanentes;
- ❑ Efeito da Saturação Magnética;
- ❑ Uso de Artifícios Mecânicos;
- ❑ Uso de Bobina de Partida no Rotor;
- ❑ Utilização de Bobinas Auxiliares.

Todos os métodos, com exceção dos artifícios mecânicos, causam saturação assimétrica no rotor e no estator, o que resulta no deslocamento do eixo do fluxo, e essa variação fornece torque eletromagnético de partida em todas as posições.

### 2.6.2 MRV Bifásico

A MRV bifásica compartilha com a MRVM uma grande desvantagem que é o alto *ripple* no torque, no entanto, para esta máquina essa desvantagem se torna um inconveniente devido ao aumento no custo do inversor por possuir uma fase a mais. Além disso, a MRV bifásica também tem problemas de partida em determinadas posições.

Assim, alterações nesta máquina são estudadas de modo a reduzir o *ripple* no torque e garantir a partida do motor em qualquer posição. A Figura 8 mostra um MRV bifásico típico com dois polos no rotor e quatro polos no estator, já a Figura 9 apresenta diferentes formatos de rotores propostos por Torkaman e Afjei (2012) para melhorar o desempenho do MRV bifásico.

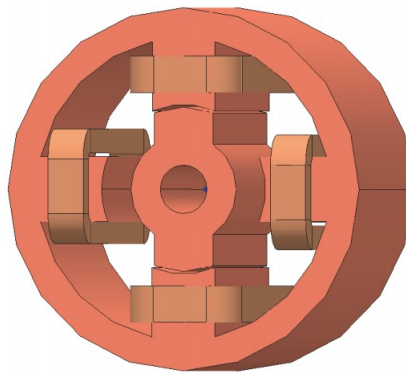


Figura 8 – MRV bifásico típico (TORKAMAN; AFJEI, 2012).



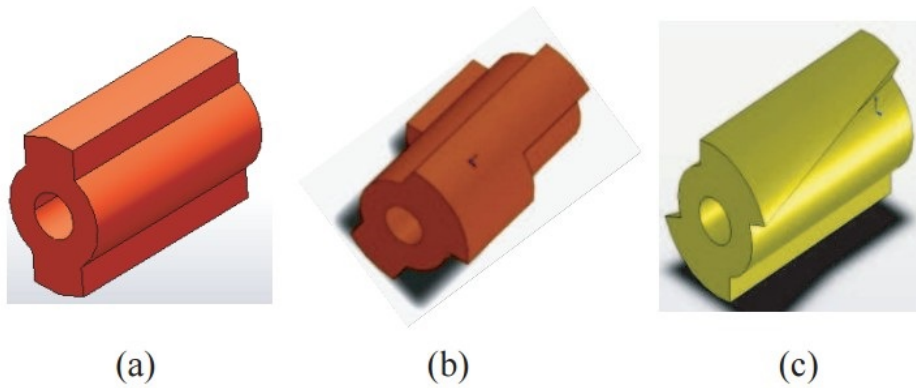


Figura 9 – Rotor em formato (a) convencional, (b) degrau e (c) chanfrado. Fonte: Torkaman e Afjei (2012).

De um modo geral, a vantagem de um MRV bifásico é que é possível garantir a partida própria do motor. O campo magnético rotativo produzido por um motor bifásico fornece conjugado de partida para uma velocidade zero, o que não é possível para um MRVM (TORKAMAN; AFJEI, 2012). A análise de desempenho do MRV para os rotores com polos em degrau (Figura 9.b) e inclinado (Figura 9.c) apresentam resultados satisfatórios e promissores, podendo competir com motores bifásicos convencionais (TORKAMAN; AFJEI, 2012).

### 2.6.3 MRV Trifásico

O MRV trifásico é uma topologia bastante utilizada, pois oferece uma boa relação entre partida própria da máquina, ondulação no torque e custo do inversor. A topologia mais popular do MRV trifásico possui seis polos no estator e quatro polos no rotor é apresentada na Figura 10, e o torque eletromagnético produzido por ele na Figura 11.

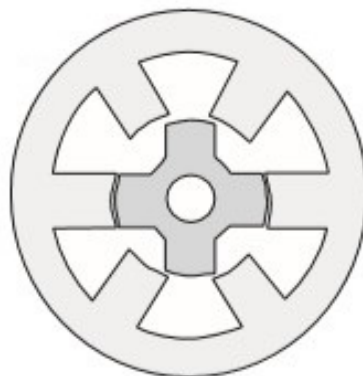


Figura 10 – MRV trifásico típico (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009).



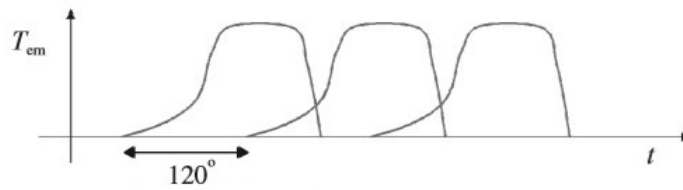


Figura 11 – Produção de torque eletromagnético em um MRV trifásico (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009).

Essa máquina ainda possui uma ondulação considerável no torque, que pode ser reduzida a partir de um projeto otimizado. Os polos do rotor e do estator a serem magnetizados devem estar no início da sobreposição, a fim de produzir torque em todas as posições do rotor (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009).

Para garantir torque contínuo, suave e sem dificultar o perfil da corrente de fase, o motor deve ter pelo menos quatro fases (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009)

#### 2.6.4 MRV com Quatro fases ou mais

A MRV de quatro fases é conhecida por fornecer torque contínuo e suave, com reduzida ondulação, vide Figura 13.a . Uma topologia típica desta MRV com oito polos no estator e seis polos no rotor é apresentada na Figura 12. O alto número de dispositivos eletrônicos e conexões nesta máquina é sua maior desvantagem, limitando a MRV tetrafásica a um campo de aplicação específico (WANG, 2014). Isso acontece devido ao alto custo do conversor, fazendo com que o custo total da máquina seja alto, tornando-a inviável para muitas aplicações.

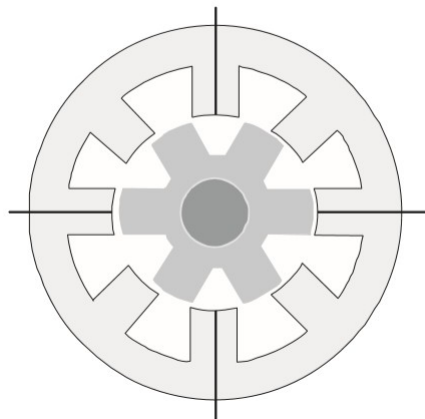


Figura 12 – Exemplo de MRV com quatro fases (PYRHONEN; JOKINEN; HRABOVCOVA, 2009).



A Figura 13 mostra o torque eletromagnético para um MRV de quatro e cinco fases.

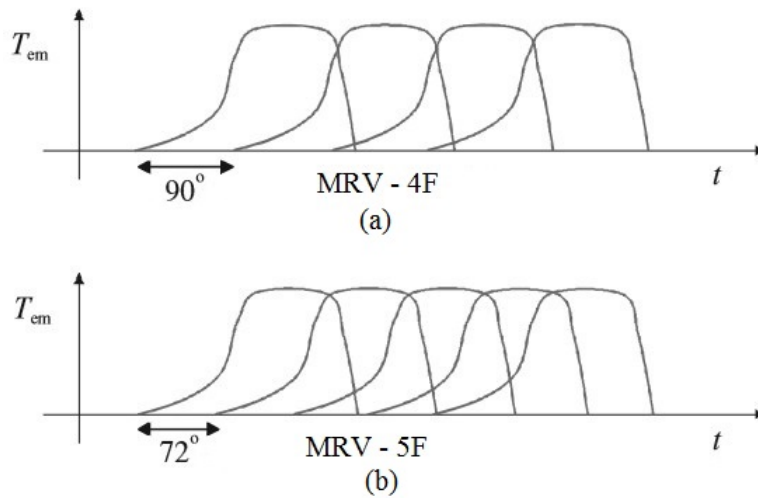


Figura 13 – Produção de torque eletromagnético em um MRV com (a) 4 fases e (b) 5 fases. Fonte: Pyrhonen, Jokinen e Hrabovcova (2009)

A partir das Figuras 11 e 13, é possível concluir que quanto maior o número de fases em um MRV mais fácil é obter um torque contínuo e suave, no entanto mais dispositivos eletrônicos são necessários para operar o MRV. Assim, o custo total do MRV fica alto, restringindo seu uso a um campo restrito e diminuindo sua capacidade de competir com outros tipos de motores.

## 2.7 Aplicações

Algumas aplicações industriais das máquinas de relutância variável são descritas nessa Seção, com a finalidade de exemplificar o aumento do uso e versatilidade da MRV.

As aplicações de até  $5kW$  são uma categoria de sucesso do MRV, cada vez mais populares com um alto número de vendas anuais. A empresa Hewlett-Packard desenvolveu e aplicou uma MRV como servo-motor em uma impressora que produz cerca de  $0,1275 N.m$  de torque a  $4000 rpm$  e entrega uma potência máxima de  $53W$ . Utilizaram para isso uma topologia incomum, uma máquina trifásica com seis polos no estator e oito polos no rotor. A empresa francesa Radio Energie desenvolveu um motor para aplicação em empilhadeira/paleteira manual que desenvolve  $1,8 kW$  de potência a  $1500 rpm$ . Na velocidade de  $3200 rpm$  a eficiência medida foi de  $82\%$ .

A Besam produz um atuador de porta com um motor trifásico 12/8 entregando  $5 N.m$  a  $300 rpm$ , é um sistema de controle de posição que exige operação em baixa velocidade com alta precisão. Além disso, algumas empresas já introduziram MRVs em suas lavadoras e secadoras, sendo o principal motivo da substituição é o baixo custo da MRV.



As aplicações de média potência são aquelas até  $300\text{ kW}$ . O MRV ainda não conquistou uma posição forte nesta categoria por algumas razões como o enraizamento dos motores Corrente Alternada (CA) e CC em aplicações existentes. Como novas aplicações não surgem em grande escala frequentemente, a MRV está entrando lentamente neste mercado. A empresa Normalair Garrett comercializa sistemas de ar condicionado para trens que utilizam em seu compressor uma MRV trifásica 6/4, com potência de  $40\text{ kW}$  a  $30000\text{ rpm}$ . British Jeffrey Diamond oferece no mercado MRVs trifásicas para mineração, com potência de  $150$  a  $300\text{ kW}$  a  $1500\text{ rpm}$ , configuração 12/8 e operação nos quatro quadrantes.

Na categoria de alta potência estão as máquinas de  $300\text{ kW}$  a  $1000\text{ kW}$ . Estudos são realizados para aplicações de ventiladores e bombas de alta potência, entretanto, elas ainda não entraram no mercado. Este é um campo promissor para as MRVs, pois a esta potência o conversor se torna competitivo frente aos conversores utilizados por máquinas CA e CC. Como o custo de fabricação da MRV é mais baixo, devido a suas características de enrolamento e laminação, o custo total da MRV é mais atrativo.

A MRV é uma escolha natural para aplicações de alta velocidade principalmente pela robustez de seu rotor e alta densidade de potência (KRISHNAN; BHARADWAJ, ). A ausência de ímãs e enrolamentos no rotor, ambos sensíveis a variações de temperatura, fazem com que a sensibilidade da MRV a altas temperaturas seja mínima em comparação com as máquinas de indução, ímã permanente, e motor CC sem escovas. Assim, a MRV é ideal para aplicações de alta velocidade e velocidade variável.

Algumas empresas desenvolveram MRVs para compressores de parafuso rotativo. A CompAir Broom Wade por exemplo, comercializa um MRV 8/4 bifásico que entrega  $75\text{ kW}$  a  $4500\text{ rpm}$ . A Beckman Instruments comercializa centrífugas para aplicações médicas que utilizam um MRV trifásico, com 6/4 polos que funcionando a velocidade de  $30000\text{ rpm}$  desenvolve  $2,5\text{ kW}$  de potência.

A MRV é ideal para aplicações aeroespaciais, tais como motor/gerador de partida para motores a jato (RADUN, 1992). A MRV pode ser usada inicialmente para partir o motor a jato e operar a  $27000\text{ rpm}$  e, finalizada a partida a MRV é alterada para trabalhar como gerador fornecendo energia elétrica para a aeronave. A faixa de velocidade do gerador é  $27000\text{ rpm}$  a  $50000\text{ rpm}$ . A MRV é adequada para aplicações onde é integralmente montado sobre o motor a jato, para isso deve ter elevada capacidade térmica e habilidade para operar, tanto como motor como gerador, com uma ou mais fases em curto-circuito. Esta MRV é geralmente desenvolvida com um alto número de fases independentes, para que o curto-circuito em algumas fases não impeça o funcionamento da mesma. A faixa de potência para essa aplicação foi inicialmente de  $30\text{ kW}$  e depois estendida para  $250\text{ kW}$ . Outra aplicação aeroespacial é a bomba de lubrificação/combustível para um motor de turbina a gás de  $5\text{ HP}$  (FERREIRA et al., 1994).

Além disso, a MRV também ganhou espaço no desenvolvimento de veículos elétricos



automotivos. A utilização de um gerador elétrico ligado ao eixo das rodas, ou do gerador instalado dentro da roda (XUE et al., 2010), possibilita que a geração de energia elétrica através do torque disponibilizado pelo movimento das rodas, assim as baterias podem ser recarregadas e o sistema elétrico do carro alimentado (COELHO et al., 2011). Para aplicações em veículos elétricos a MRV oferece inúmeras vantagens como alto torque de partida para a aceleração inicial, alta densidade de torque e eficiência para operar em velocidades variáveis, contribuindo para prolongar a vida útil da bateria.

As vantagens citadas acima, juntamente com o baixo custo e confiabilidade da MRV, vem fazendo dessa máquina um promissor substituto do motor de indução para aplicação em geração eólica. O grande intervalo de variação do vento faz necessário o uso de uma caixa de câmbio para realizar as regulagens na velocidade da máquina de indução. Assim o uso do gerador de relutância variável reduziria custos e aumentaria a eficiência do sistema de geração eólica.

Por fim, o uso da MRV em sistemas armazenadores de energia cinética, mais conhecidos *flywheels*, cujo objetivo é armazenar energia cinética e alimentar uma carga elétrica durante a ocorrência de uma falta na rede elétrica, ou ainda compensar eventuais afundamentos de tensão, aumento na demanda e harmônicos no sistema (RIBEIRO, 2008). A MRV atua como volante de inércia nesses sistemas, fornecendo a energia cinética. A MRV é uma excelente opção para estes sistemas devido a operação em uma ampla faixa de velocidades, suportabilidade aos estresses mecânicos causados pelas elevadas velocidades de rotação, simplicidade, confiabilidade e robustez (RIBEIRO, 2008).



---

## Procedimentos de Projeto de MRV

### 3.1 Introdução

A análise de desempenho da MRV requer as dimensões das lâminas do rotor e do estator, detalhes dos enrolamentos, número de polos e arcos polares (KRISHNAN, 2001). Portanto, um dimensionamento aproximado serve de ponto de partida para a análise da MRV e a obtenção de um projeto final melhorado. O ponto de partida para projetar uma máquina é a obtenção da equação de saída de potência da MRV, este capítulo apresenta esse processo. Além disso, outras variáveis da máquina são determinadas, como número de polos, arcos polares do rotor e estator, comprimento do núcleo, diâmetro interno, culatra do rotor e do estator, número de espiras por fase, entreferro.

Os valores adotados no início do processo de projeto da MRV serão verificados e corrigidos a partir de um processo iterativo. A verificação de projeto é realizada através das características de desempenho do motor, esses dados podem ser obtidos analiticamente ou através de simulação computacional pelo método dos elementos finitos. Estes métodos serão apresentados no próximo capítulo. O estudo de verificação de projeto será apresentado no Capítulo 5, juntamente com a apresentação de resultados da simulação computacional.

### 3.2 Equação de saída

A equação de saída relaciona o diâmetro interno, comprimento, velocidade e o carregamento magnético e elétrico da máquina. Em geral, os projetos de máquinas se iniciam a partir da grandeza de saída (como a potência de saída) que é desejada para a máquina. O gráfico do fluxo concatenado versus a corrente de excitação para a posição totalmente alinhada, saturada e não saturada, e para a posição de alinhamento mínimo, ou desalinhada, para uma fase da MRV é apresentado na Figura 14.

Duas trajetórias de operação são apresentadas. Na trajetória de operação 1 a máquina experimenta uma pequena saturação magnética, já na trajetória 2 a máquina experimenta



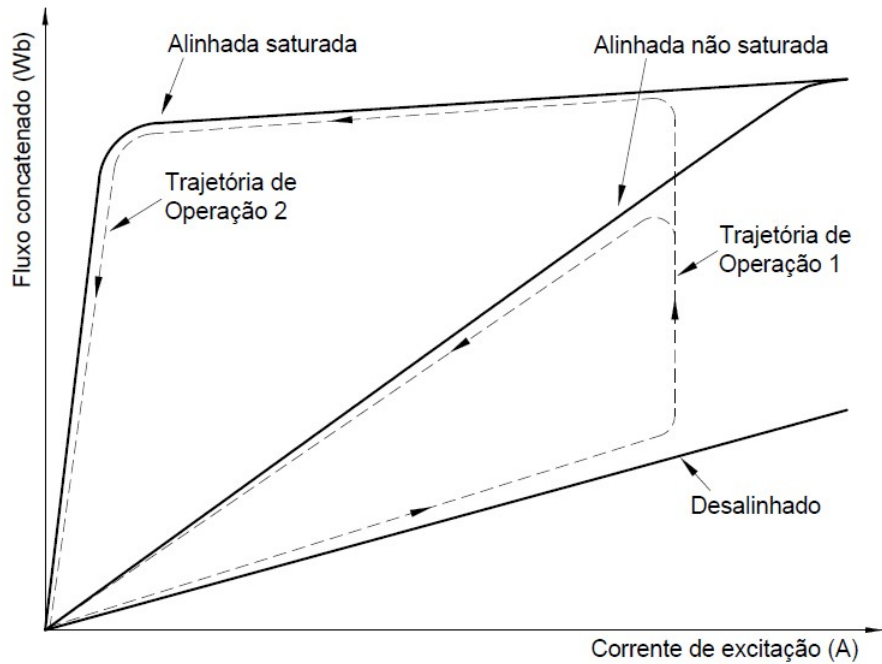


Figura 14 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação em um MRV.

alta saturação magnética. O potencial de conversão de energia de um MRV é determinado pela sua trajetória de operação no plano da curva fluxo concatenado-corrente, a máquina saturada tem o potencial de converter aproximadamente o dobro de energia do que a máquina não saturada, para as mesmas dimensões e corrente de pico (RADUN, 1995). Logo, o MRV deve ser projetado com o objetivo de atingir a saturação com uma corrente inferior a corrente de pico, assim a densidade de energia será maximizada e o desempenho da máquina também.

A saturação do aço ocorrerá somente quando houver sobreposição dos polos do rotor e do estator, e é maior à medida que a área sobreposta aumenta. Assim, mesmo que os polos não estejam saturados em toda sua extensão angular, as curvas de fluxo apresentam comportamento saturado (RADUN, 1995). Isto acontece, pois, o fluxo deve ser suficientemente grande de modo a atravessar o entreferro e encontrar os polos do rotor, saturando assim o aço próximo ao entreferro e produzindo uma região de alta relutância para a passagem do fluxo. A corrente que causa o efeito de saturação pode ser encontrada através da Lei de Ampère, utilizando uma linha de fluxo quando os polos estão sobrepostos, e pode ser calculada através de (29).

$$I_{sat} = \frac{B_{sat} \cdot g}{\mu_0 \cdot NT} \quad (29)$$

Na equação (29),  $B_{sat}$  é o valor da densidade de fluxo em que ocorre a saturação do aço,  $g$  é o entreferro,  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo e  $NT$  é o número de espiras por polo do estator.



A área delimitada pelos fluxos concatenados na posição alinhada e não alinhada determinam a energia mecânica de saída do motor. Desprezando a queda de tensão causada pela resistência da bobina, a tensão aplicada é igual a taxa de mudança nos fluxos. Uma vez que o fluxo concatenado pode ser determinado pela equação (20), a tensão aplicada pode ser deduzida como apresentado na equação (30).

$$V \cong \frac{d\lambda}{dt} = \frac{(\lambda_a - \lambda_u)}{\lambda_u} = \frac{(L_a^s - L_u)i}{t} \quad (30)$$

Onde  $L_a^s$  é a indutância saturada na posição alinhada e  $t$  o tempo necessário para o rotor se mover da posição desalinhada para a posição alinhada. O tempo pode ser determinado pela divisão do arco polar do estator, em radianos, pela velocidade do rotor em  $rad/s$  ( $t = \frac{\beta_s}{\omega_m}$ ). A relação entre a indutância alinhada saturada e não saturada é chamada  $\sigma_s$ , e a relação entre as indutâncias alinhada não saturada e desalinhada é nomeada  $\sigma_u$ .

$$\sigma_s = \frac{L_a^s}{L_a^u} \quad (31)$$

$$\sigma_u = \frac{L_a^u}{L_u} \quad (32)$$

Substituindo as equações acima na equação (30), a tensão aplicada se torna:

$$V = \frac{\omega_m}{\beta_s} L_a^s i \left( 1 - \frac{1}{\sigma_s \sigma_u} \right) \quad (33)$$

O fluxo concatenado na posição alinhada pode ser calculado como:

$$\lambda_a = L_a^s \cdot i = \phi \cdot NT = B \cdot A_{sp} \cdot NT \quad (34)$$

Na equação (34),  $\phi$  é o fluxo na posição alinhada,  $B$  a densidade de fluxo e  $A_{sp}$  a área do polo do estator, que é calculada por:

$$A_{sp} = \frac{D_i \cdot L \cdot \beta_s}{2} \quad (35)$$

onde:

$D_i$ : diâmetro interno;

$L$ : comprimento do núcleo (estator e motor);

$\beta_s$ : arco polar do estator.

Assim, substituindo (35) na equação (34), o fluxo concatenado na posição alinhada é definido a seguir:

$$\lambda_a = L_a^s \cdot i = \frac{B \cdot D_i \cdot L \cdot \beta_s \cdot NT}{2} \quad (36)$$

A corrente no estator pode ser obtida através do carregamento elétrico específico  $A_s$ , que é dado por:



$$A_s = \frac{2.NT.i.m}{\pi.D_i} \quad (37)$$

Onde  $m$  é o número de fases excitadas simultaneamente. Definindo  $k_e$  e  $k_d$  como a eficiência e ciclo de trabalho da máquina, respectivamente, a potência desenvolvida pode ser calculada como:

$$P_d = k_e.k_d.V.i.m \quad (38)$$

$$k_d = \frac{\theta_i.q.N_r}{2\pi} \quad (39)$$

Na equação (39),  $\theta_i$  é o ângulo de condução de corrente,  $q$  é o número de fases do estator e  $N_r$  é o número de polos do rotor. Substituindo as equações (exp-tensao2) e (36) na equação (38), a velocidade do rotor em rad/s convertida para rpm, é chamada  $N_{rt}$ , a potência desenvolvida  $P_d$  será calculada por:

$$P_d = k_e.k_d.\left(\frac{\pi^2}{120}\right).\left(1 - \frac{1}{\sigma_s\sigma_u}\right).B.A_s.D_i^2.L.N_{rt} \quad (40)$$

Definindo:

$$k_1 = \frac{\pi^2}{120} \quad (41)$$

$$k_2 = 1 - \frac{1}{\sigma_s\sigma_u} = 1 - \frac{L_u}{L_a^s} \quad (42)$$

A equação de saída da MRV, que é a potência desenvolvida, pode ser calculada por:

$$P_d = k_e.k_d.k_1.k_2.B.A_s.D_i^2.L.N_{rt} \quad (43)$$

O torque pode ser obtido da equação (43) e é expresso por:

$$T = k_e.k_d.k_2.\frac{\pi}{4}.B.A_s.D_i^2.L \quad (44)$$

Definindo a constante  $k_3$  como:

$$k_3 = \frac{\pi}{4} \quad (45)$$

O cálculo do torque fica simplificado para a equação (46) a seguir.

$$T = k_e.k_d.k_2.k_3.B.A_s.D_i^2.L \quad (46)$$

Observando as equações (43) e (46), nota-se que a única variável dependente do ponto de operação do motor é  $k_2$  e é determinada pela corrente de excitação, características magnéticas, materiais utilizados e dimensões do motor (KRISHNAN, 2001). Assim, o fluxo concatenado para ambas as posições alinhada e desalinhada, deve ser estimado para vários valores de corrente de excitação e gráficos similares ao da Figura 14 devem ser



plotados. Dessa forma é possível avaliar os pontos de operação do motor e definir a máxima corrente permitida, calcular  $k_2$  e, logo, a potência máxima de saída da MRV.

Para  $k_d = 1$  a potência desenvolvida é máxima para determinada corrente, no entanto é usual adotar que o máximo valor possível para o ciclo de trabalho é inferior a um. Um valor razoável de  $k_d$  pode ser obtido utilizando o ângulo de condução de corrente igual ao valor do arco polar do estator na equação (39) e assim calcular  $k_d$ . A velocidade do rotor é controlada pela frequência de comutação das fases, semelhante a um motor síncrono (KRISHNAN, 2001).

### 3.3 Dimensionamento da MRV

A Figura 15 apresenta todas as dimensões que devem ser determinadas para a construção de uma MRV e que serão descritas a seguir.

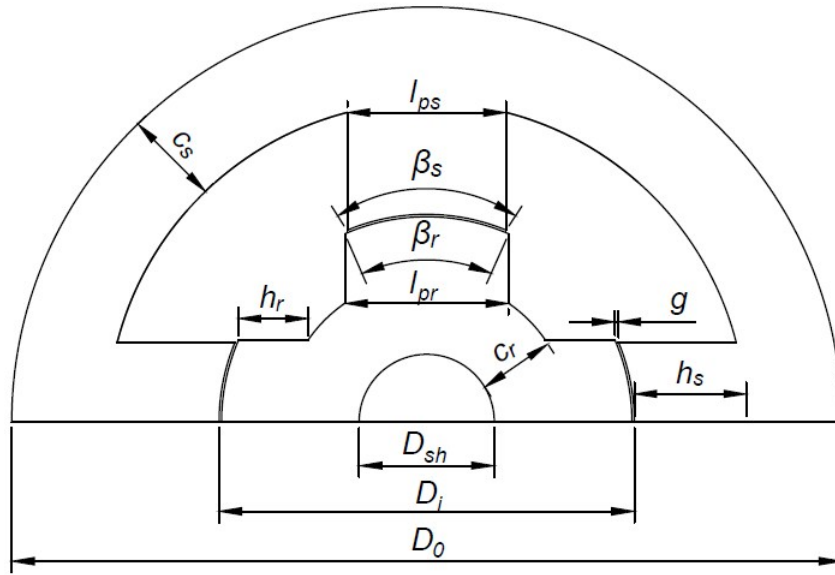


Figura 15 – Dimensões em uma MRV.

onde:

- $\beta_s$ : arco polar do estator;
- $\beta_r$ : arco polar do rotor;
- $l_{ps}$ : largura do polo do estator;
- $l_{pr}$ : largura do polo do rotor;
- $c_s$ : culatra do estator;
- $c_r$ : culatra do rotor;
- $h_{ps}$ : altura do polo do estator;



$h_{pr}$ : altura do polo do rotor;  
 $D_{sh}$ : diâmetro do eixo;  
 $D_i$ : diâmetro interno;  
 $D_o$ : diâmetro externo;  
 $g$ : comprimento do entreferro.

### 3.3.1 Diâmetro interno, externo e Comprimento

Normalmente a MRV é utilizada em aplicações de velocidade variável, assim na etapa de projeto é necessário especificar uma velocidade base de operação. Logo, na velocidade base é esperado que o motor entregue a potência de saída nominal e o torque nominal. Determinando o comprimento da pilha como um múltiplo do diâmetro interno, teremos:

$$L = k.D_i \quad (47)$$

O valor de  $k$  não é escolhido arbitrariamente, é decidido pela natureza da aplicação do motor e limitação de espaço. Para aplicações não-servo, o intervalo de  $k$  é:

$$0,25 < k < 0,75 \quad (48)$$

E para aplicações servo o valor de  $k$  é geralmente adotado no intervalo dado por:

$$1,0 < k < 3,0 \quad (49)$$

Substituindo a expressão (47) na equação (43), o cálculo da potência desenvolvida se torna:

$$P_d = k.k_e.k_d.k_1.k_2.B.A_s.D_i^3.N_{rt} \quad (50)$$

Assim, a partir da equação acima é possível determinar o valor de  $D_i$ , se os outros valores são conhecidos. Os valores de  $k_d$  e  $k_1$  podem ser calculados a partir de expressões dadas anteriormente. O valor da eficiência  $k_e$  deve ser inferior a unidade. A velocidade  $N_{rt}$  é a velocidade base de operação, determinada pelo projetista. O valor de  $B$  para a posição alinhada pode ser adotado como o valor máximo permitido para o material do núcleo. Os valores de  $k_2$  e  $A_s$  devem ser adotados dentro de um intervalo razoável. Em geral, no ponto de operação nominal do motor, o intervalo de  $k_2$  é:

$$0,65 < k_2 < 0,75 \quad (51)$$

O carregamento elétrico específico  $A_s$  geralmente está na faixa de:

$$25000 < A_s < 90000 \quad (52)$$

Com base nas considerações feitas acima o valor de  $D_i$  pode ser determinado e a partir dele os valores das outras dimensões da MRV. Nesta fase inicial é também necessário



determinar o valor do entreferro. Para máquinas pequenas, potência inferior a  $1,0 \text{ cv}$ , o entreferro deve variar de  $0,18$  a  $0,25 \text{ mm}$ , já para máquinas com potências superiores a  $1,0 \text{ cv}$  podem ter o entreferro a partir de  $0,3$  a  $0,5 \text{ mm}$ .

O diâmetro externo  $D_0$  é determinado como um múltiplo do diâmetro interno. Normalmente o diâmetro interno é de  $0,4$  a  $0,7$  vezes o valor do diâmetro externo.

### 3.3.2 Largura dos polos do estator e do rotor

A largura dos polos do rotor e do estator são determinados pelos arcos polares e pelo valor do diâmetro interno. Assim a largura do polo do estator pode ser calculada como:

$$l_{ps} = D_i \cdot \text{sen} \left( \frac{\beta_s}{2} \right) \quad (53)$$

E a largura do polo do rotor pode ser calculada utilizando o arco polar do rotor:

$$l_{pr} = (D_i - 2g) \cdot \text{sen} \left( \frac{\beta_r}{2} \right) \quad (54)$$

### 3.3.3 Culatra do estator e rotor

A culatra do estator deve ser larga o suficiente para suportar metade da densidade de fluxo que passa pelo polo do estator. Logo, a culatra do estator deve ser no mínimo metade da largura do polo do estator. No entanto, para melhorar a robustez e minimizar a vibração e ruídos sonoros um fator adicional deve ser considerado. Assim, o valor da culatra deve estar no intervalo:

$$l_{ps} > c_s \geq 0,5l_{ps} \quad (55)$$

É recomendado escolher valores maiores que o mínimo para  $c_s$ . Já a culatra do rotor não precisa ser tão grande como a do estator e também não precisa ser igual ao valor mínimo, que é igual ao valor mínimo da culatra do estator. A culatra do rotor, em termos da largura do polo do estator, pode ser definida no intervalo dado a seguir:

$$0,5l_{ps} < c_r < 0,75l_{ps} \quad (56)$$

### 3.3.4 Altura dos polos do estator e do rotor

Determinados os valores do diâmetro externo e interno, e da culatra do estator, podemos calcular o valor da altura do polo do estator a partir da equação (57).

$$h_s = \frac{D_0 - D_i - 2c_s}{2} \quad (57)$$

A altura do polo do rotor pode ser determinada da mesma maneira, e é definida por:

$$h_r = \frac{D_i - 2g - D_{sh} - 2c_r}{2} \quad (58)$$



### 3.3.5 Número de Espiras e Seção do condutor

O número de espiras ( $NT$ ) por fase da MRV pode ser calculado em termos da intensidade de campo magnético no entreferro ( $H_g$ ), da corrente de pico ( $I_p$ ) e do comprimento do entreferro, vide equação (59).

$$NT = \frac{2 \cdot g}{I_p} \cdot H_g = \frac{2 \cdot g}{I_p} \frac{B}{\mu_0} \quad (59)$$

Se  $J_c$  é a densidade de corrente máxima permitida em uma bobina e  $q$  o número de fases, a seção do condutor é calculada como:

$$a_c = \frac{I_p}{J_c \sqrt{q}} \quad (60)$$

## 3.4 Projeto Iterativo da MRV

Para iniciar o dimensionamento da MRV alguns valores foram adotados, como o valor de  $k_2$ ,  $A_s$  e  $J_c$ . Uma vez que  $k_2$  depende do ponto de operação do motor, calculado por (42),  $A_s$  depende das dimensões do motor, calculado pela equação (37), e  $J_c$  é determinado pela relação da corrente de pico com a seção do condutor.

Logo, com a finalidade de reduzir o erro no valor adotado dessas variáveis, e assim o erro no cálculo das outras dimensões da máquina, será executado um algoritmo que realiza o processo iterativo mostrado na Figura 16. O valor do erro aceitável no cálculo dessas variáveis foi de 1,0% e o algoritmo executado como script no *Octave*.

## 3.5 Determinação dos arcos polares do rotor e do estator

Os arcos polares do rotor e do estator são variáveis importantes no projeto da MRV (KRISHNAN, 2001), logo, sua influência no projeto e algumas orientações para determinação dessas variáveis serão elucidadas.

Os valores dos arcos polares do estator e do rotor são escolhidos para garantir a partida própria da máquina e para moldar o perfil de torque do motor (KRISHNAN, 2001). Esses requisitos são inseridos no projeto da MRV oferecendo um limite inferior e superior para os valores dos arcos polares, esses limites são encontrados analiticamente através da análise das características da curva de indutância e torque.

### 3.5.1 Valor mínimo dos arcos polares

O valor mínimo dos arcos polares depende da topologia do motor, e pode ser determinado a partir da análise da Figura 17. Ângulo de passo é o ângulo entre dois polos do rotor



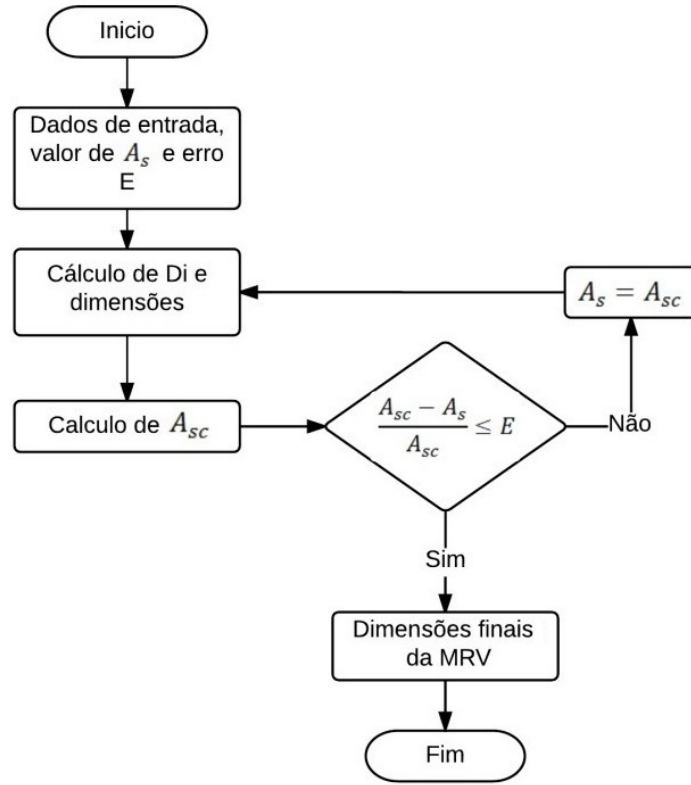


Figura 16 – Fluxograma do Projeto Iterativo da MRV.

ou do estator. Sendo  $N_s$  e  $N_r$  o número de polos no estator e no rotor, respectivamente, e definindo o ângulo de passo do rotor como:

$$\theta_{rp} = \frac{2\pi}{N_r} [rad] \quad (61)$$

A defasagem angular entre as curvas de indutância de duas fases sucessivas em uma MRV é dada por:

$$\theta_{rs} = \frac{2\pi}{N_r} \cdot \frac{1}{q} = \frac{\theta_{rp}}{q} [rad] \quad (62)$$

Sabendo-se que:

$$q = \frac{N_s}{2} \quad (63)$$

Assim, o valor de  $\theta_{rs}$  pode ser calculado como:

$$\theta_{rs} = \frac{2\pi}{N_r} \cdot \frac{2}{N_s} = \frac{4\pi}{N_s \cdot N_r} [rad] \quad (64)$$

Os ângulos definidos acima estão representados na Figura 17, que apresenta dois perfis de indutância para duas fases sucessivas. Pode ser observado que a condição para torque contínuo de partida é o ângulo de sobreposição, chamado  $\theta_0$ , ser igual ou menor que zero.



Assim, considerando essa premissa,  $\theta_0$  pode ser escrito em termos dos outros ângulos, vide (65).

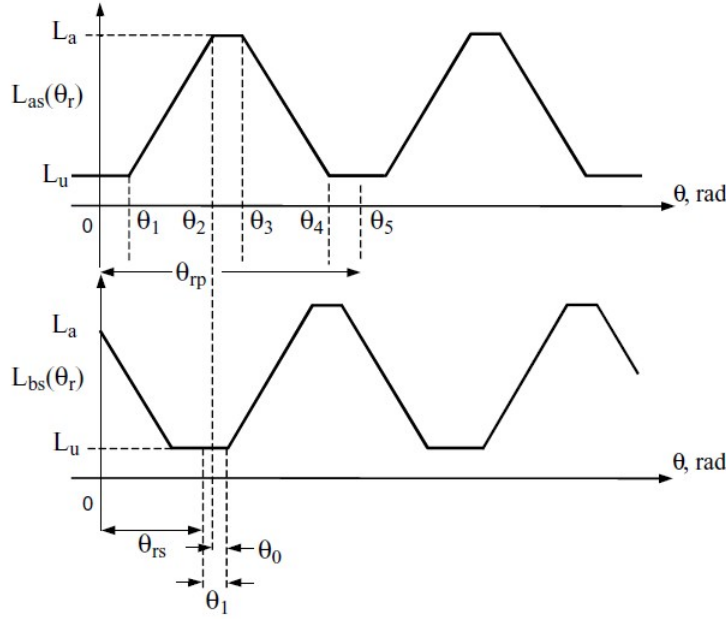


Figura 17 – Perfil de indutância para duas fases sucessivas (KRISHNAN, 2001).

$$\theta_0 = \theta_{rs} + \theta_1 - \theta_2 = \theta_{rs} - (\theta_2 - \theta_1) = 0 \quad (65)$$

O cálculo do ângulo  $\theta_2$  é feito a seguir:

$$\theta_2 = \theta_1 - \beta_s \quad (66)$$

Logo:

$$\beta_s = \theta_2 - \theta_1 \quad (67)$$

Assim, substituindo a expressão (67) na equação (65) e utilizando da definição de  $\theta_{rs}$  na equação (64), o valor mínimo do arco polar do estator é:

$$\min[\beta_s] = \frac{4\pi}{N_s \cdot N_r} \quad (68)$$

Outra conclusão que pode ser deduzida a partir da Figura 17 é que:

$$\theta_3 = \theta_2 + (\beta_r - \beta_s) \quad (69)$$

logo,

$$(\beta_r - \beta_s) = (\theta_3 - \theta_2) \quad (70)$$

Note que para garantir partida própria da máquina, a diferença entre os ângulos  $\theta_3$  e  $\theta_2$  deve ser maior ou igual a zero. Logo:

$$(\beta_r - \beta_s) \geq 0 \quad (71)$$



Pode-se deduzir a partir da expressão acima que o arco polar do rotor deve ser maior ou pelo menos igual ao arco polar do estator.

$$\beta_r \geq \beta_s \quad (72)$$

As equações (68) e (72) entregam o valor mínimo dos arcos polares e sua relação para que seja garantido o requisito de partida própria da máquina.

### 3.5.2 Limite superior dos arcos polares

A diferença entre os valores dos arcos polares do rotor e do estator influencia diretamente no funcionamento do motor, no perfil de indutância e no acionamento. A maioria dos projetos adotam o arco polar do rotor levemente maior ou quase igual ao arco polar do estator (KRISHNAN, 2001).

A produção de conjugado positivo em uma MRV acontece no intervalo de crescimento da indutância, assim quando a indutância é máxima a corrente deve ser extinta para não ter a produção de conjugado negativo. A posição ideal para extinção da corrente é a posição de máximo da indutância, porém quando os arcos polares do rotor e do estator são iguais é praticamente impossível retirar a corrente na posição exata. Assim, há a produção de conjugado negativo até que a corrente seja completamente extinta, como mostrado na Figura 18, o que diminui o valor médio do conjugado. A solução para isso é retirar a corrente antes do pico da indutância, o que também diminui o valor médio do conjugado, uma vez que a corrente máxima permaneceu por um intervalo menor.

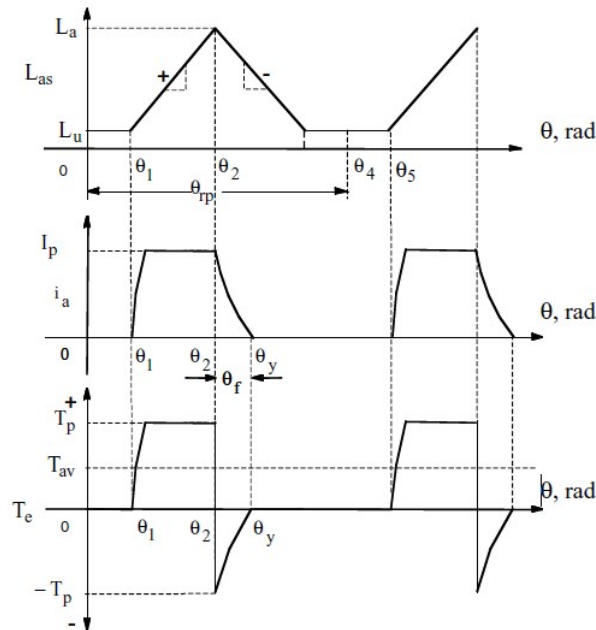


Figura 18 – Efeito dos arcos polares iguais na produção de conjugado (KRISHNAN, 2001).



Caso o arco polar do rotor seja maior que o do estator a indutância permanecerá um tempo no valor máximo até iniciar o processo de decrescimento e desalinhamento dos polos. Essa região é conhecida como zona morta, onde nenhum conjugado é produzido mesmo que haja corrente.

A vantagem de ter o motor operando dessa maneira é que pode-se iniciar o crescimento da corrente na zona morta de indutância mínima e a extinção da corrente na zona morta de indutância máxima, assim durante o período de crescimento da indutância a corrente é máxima e o conjugado produzido também, aumentando o valor médio do conjugado. A Figura 19 mostra as situações descritas acima, a influência dos arcos polares do rotor e do estator no perfil de indutância do motor e na produção do conjugado, bem como as características da corrente de acionamento.

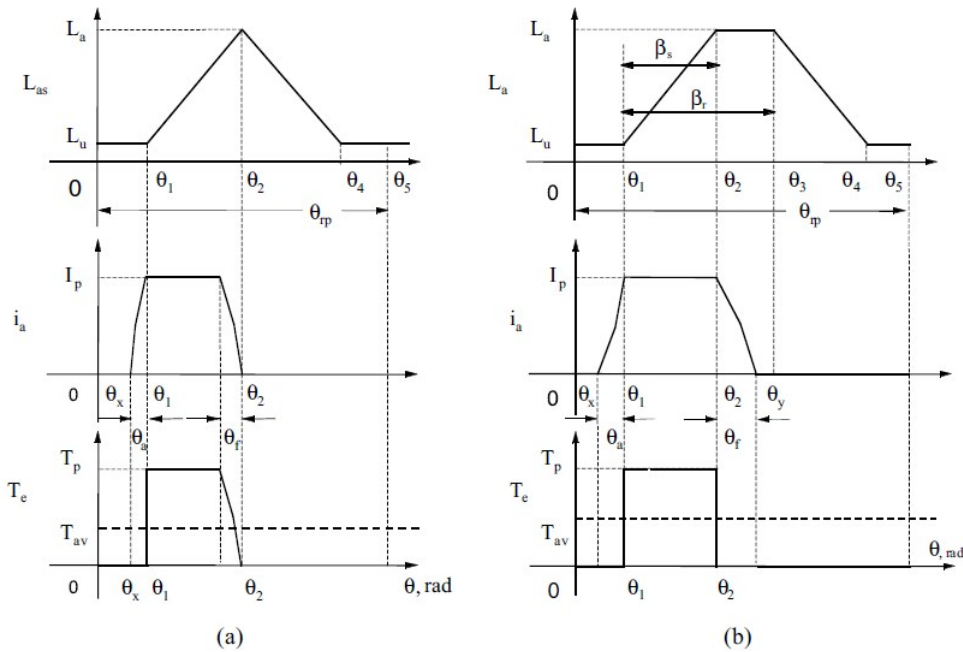


Figura 19 – Efeito dos arcos polares na produção de conjugado para uma mesma corrente de pico. (a)  $\beta_r = \beta_s$ ; (b)  $\beta_r > \beta_s$ . Fonte: Krishnan (2001).

Portanto, é muito vantajoso ter o arco polar do rotor maior que o arco polar do estator, além de evitar a produção de torque negativo, facilitar o acionamento e aumentar o valor médio do conjugado. A eliminação do torque negativo reduz a ondulação no torque e a produção de ruídos sonoros.

O limite superior de  $\beta_r$  deve ser um consenso entre as vantagens oferecidas e o custo do motor. Para o rotor, um alto valor de arco polar implica em um maior volume de ferro e maior inércia, já para o arco polar do estator um valor acima do recomendado irá reduzir o espaço para acomodação das espiras e também causará um aumento no volume de ferro e de cobre utilizado. Tudo isso causa um aumento no custo do motor, pois um maior volume de material será utilizado, além de um mal aproveitamento do material.



Além disso, o valor da indutância alinhada determina a corrente de pico possível na produção de torque e é sensível à relação entre o arco polar do rotor e do estator (XUE et al., 2010). Com uma variação de apenas 15% no valor da indutância alinhada, o arco polar do rotor em relação ao arco polar do estator deve estar limitado no intervalo apresentado na equação (73)(KRISHNAN, 2001):

$$0,85 < \frac{\beta_r}{\beta_s} \leq 1,2 \quad (73)$$

### 3.6 Cálculo do Torque

Assumindo que a curva de fluxo concatenado versus corrente está disponível e a corrente  $I_p$  é mantida constante entre as posições alinhada e desalinhada do rotor, o torque médio pode ser calculado como se segue (KRISHNAN, 2001). Vide Figura 20. A área entre as duas curvas é chamada de  $\delta W_m$ , e corresponde ao trabalho feito por ciclo da máquina, que pode ser calculado a partir das coenergias, como mostra a equação (74).

$$\delta W_m = W'_t \text{ alinhado} - W'_t \text{ desalinhado} \quad (74)$$

Existem inúmeras maneiras para o cálculo de  $\delta W_t$ . A integração trapezoidal, desde que considerado um número razoável de pontos na curva, oferece bons resultados.

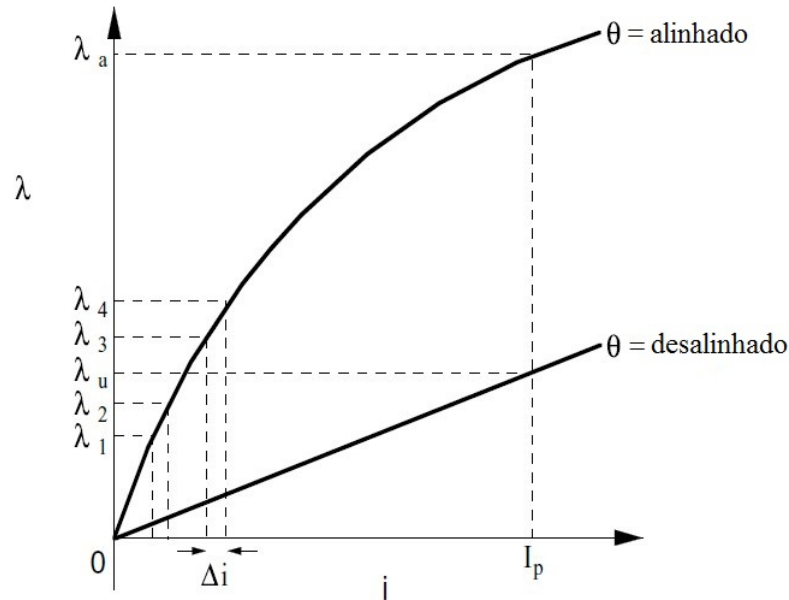


Figura 20 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para posição alinhada e desalinhada do rotor. Fonte:Krishnan (2001).

O torque médio é

$$T_m = \frac{\text{Trabalho total/revolução}}{2.\pi} \quad (75)$$



$$\begin{aligned}
\text{Trabalho total/revolução} &= \delta W_m \times \text{Número de ciclos/revolução} \\
&= \delta W_m \times q N_r \\
&= \delta W_m \times q \frac{N_s}{s} N_r
\end{aligned} \tag{76}$$

As variáveis utilizadas acima foram definidas nas seções anteriores. Substituindo a equação (76) na equação (75) têm-se como resultado a definição do cálculo de torque.

$$\begin{aligned}
T_m &= \frac{\delta W_m N_s N_r}{4\pi} \\
T_m &= \frac{(W'_{t \text{ alinhado}} - W'_{t \text{ desalinhado}}) N_s N_r}{4\pi} \quad N \cdot m
\end{aligned} \tag{77}$$

### 3.7 Projeto de Protótipo

O protótipo calculado a seguir foi dimensionado com o objetivo de substituir um motor monofásico de indução, assim o MRVM projetado deve entregar a carga às mesmas condições que o motor de indução. A Tabela 1 mostra as características elétricas do motor de indução.

Tabela 1 – Características do motor de indução.

Parâmetro	Valor
Potência de entrada (W)	1500
Velocidade nominal (rpm)	1725
Corrente nominal (A)	10,5
Tensão nominal (V)	220
Rendimento	0,80
Fator de potência	0,85
Número de polos	4

A Tabela 2 mostra as diretrizes para o início do dimensionamento do MRVM.

Tabela 2 – Características preliminares do MRVM.

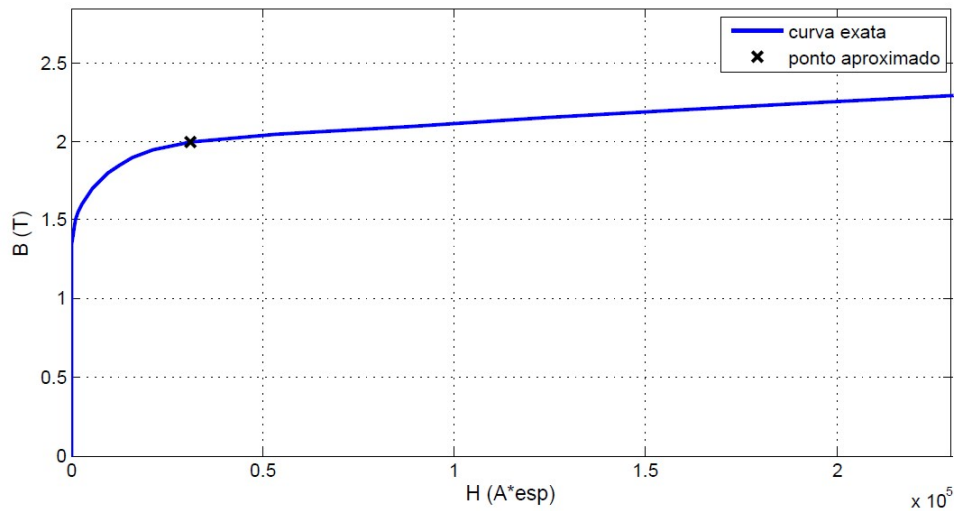
Parâmetro	Valor
$N_s$	4
$N_r$	4
Potência de entrada (W)	1250
Velocidade nominal (rpm)	1725
Corrente nominal (A)	10
Corrente de pico (A)	17
Conjugado nominal ( $N.m$ )	6,92
Material magnético do núcleo	M19
Densidade magnética (T)	2,00



Tabela 3 – Valores adotados para o início do processo iterativo.

Parâmetro	Unidade	Valor
$g$	$mm$	0,30
$D_{sh}$	$mm$	28
$k_e$	-	0,5
$k_2$	-	0,65
$A_s$	$A_{esp}/m$	25000
$k$	-	0,7
$J_c$	$A/mm^2$	6,0

A Figura 21 apresenta a curva de magnetização  $B \times H$  do aço magnético de grãos não-orientados M19 utilizado para o projeto e simulação do protótipo, está destacado o ponto  $B = 2,0 T$  que foi considerado referência para o projeto do MRVM.

Figura 21 – Curva de magnetização ou  $B \times H$  para o aço M19.

Os valores adotados para iniciar o processo de dimensionamento e projeto do MRVM são apresentados na Tabela 3.

Como se trata de uma aplicação não-servo, o valor de  $k$  adotado será 0,7. Assim, isolando o termo  $D_i$  na equação (50) pode-se determinar o valor do diâmetro interno:

$$D_i = \sqrt[3]{\frac{P_d}{k \cdot k_e \cdot k_d \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot B \cdot A_s \cdot N_{rt}}} \quad (78)$$

$$D_i = 115,7072 \text{ mm} \quad (79)$$

O valor do comprimento da pilha é calculado a seguir:

$$L = 0,7 \cdot 115,7072 = 80,9950 \text{ mm} \quad (80)$$

Como as lâminas do aço utilizado tem 0,5 mm de espessura, o comprimento aproximado da pilha é de  $L = 81 \text{ mm}$ . A relação entre o diâmetro interno com o diâmetro



externo foi adotada como metade, assim:

$$D_0 = \frac{D_i}{0,5} = 231,4144 \text{ mm} \quad (81)$$

O valor mínimo para os arcos polares é calculado a seguir:

$$\min[\beta_s] = \frac{4\pi}{N_s \cdot N_r} = \frac{4\pi}{4.4} = 0,7854 \text{ rad} \quad (82)$$

O arco polar do estator será adotado como o valor mínimo calculado acima e, seguindo as premissas apresentadas anteriormente, o arco polar do rotor será 5,0% maior que o arco polar do estator, logo:

$$\beta_s = 0,7854 \text{ rad} = 45^\circ \quad (83)$$

$$\beta_r = 1,05 \cdot 0,7854 = 0,8247 \text{ rad} = 47,25^\circ \quad (84)$$

Em posse desses valores, podemos calcular sistematicamente as outras dimensões do MRVM proposto.

$$l_{ps} = D_i \cdot \sin\left(\frac{\beta_s}{2}\right) = 44,2792 \text{ mm} \quad (85)$$

$$l_{pr} = D_i \cdot \sin\left(\frac{\beta_r}{2}\right) = 46,3695 \text{ mm} \quad (86)$$

As culatras do rotor e do estator foram escolhidas como 60% o valor da largura do polo do estator.

$$c_s = c_r = 0,6 \cdot l_{ps} = 26,5675 \text{ mm} \quad (87)$$

Assim, a altura do polo do rotor e do estator podem ser calculados como se segue:

$$h_s = \frac{D_0 - D_i - 2c_s}{2} = 31,2861 \text{ mm} \quad (88)$$

$$h_r = \frac{D_i - 2g - D_{sh} - 2c_r}{2} = 16,9861 \text{ mm} \quad (89)$$

O número de espiras por fase e a seção do condutor são encontrados a seguir, a densidade de corrente  $J_c$  adotada foi de  $6,0 \text{ A/mm}^2$ .

$$NT = \frac{2 \cdot g}{I_p} \cdot H_g = \frac{2 \cdot g}{I_p} \frac{B}{\mu_0} \cong 57 \text{ espiras} \quad (90)$$

$$a_c = \frac{I_p}{J_c \sqrt{q}} = 2,0034 \text{ mm}^2 \quad (91)$$

A determinação da seção do condutor é feita através da aproximação da área calculada com os fios fabricados. Assim sendo observa-se que a seção do condutor mais próximo ao calculado é do condutor 13 AWG, com seção de  $2,627 \text{ mm}^2$ .

Esses foram os valores calculados na etapa inicial do processo iterativo. Agora, a partir dessas dimensões, será calculado o valor de  $A_s$  corrigido, denominado  $A_{sc}$ , e o valor de



Tabela 4 – Dimensionamento final do MRVM.

Parâmetro	Unidade	Valor Inicial	Valor Final
$\beta_s$	graus	45	45
$\beta_r$	graus	47,25	47,25
$D_i$	mm	115,7072	124,91
$D_0$	mm	231,4144	249,82
$L$	mm	80,995	87,44
$l_{ps}$	mm	44,2792	47,80
$l_{pr}$	mm	46,3695	50,06
$c_s$	mm	26,5675	28,68
$c_r$	mm	26,5675	28,68
$h_s$	mm	31,2861	33,77
$h_r$	mm	16,9861	19,47
$D_{sh}$	mm	28	28
$NT$	unidades	57	57
$a_c$	mm	2,0034	1,4167

$J_c$  corrigido, chamado  $J_{cc}$ . O erro aceitável para terminar a correção de valores e assim o algoritmo é de 1,0%.

$$erro = 100 \cdot \frac{A_{sc} - A_s}{A_{sc}} \quad (92)$$

$$J_{cc} = \frac{I_p}{a_c} \quad (93)$$

A Tabela 4 apresenta o dimensionamento completo do motor após o término do processo iterativo. O valor calculado no projeto inicial é colocado nesta tabela para facilitar a comparação dos valores obtidos em cada etapa do projeto. O valor de  $A_s$  adotado para iniciar o projeto foi de 25000, e para a potência de saída desejada do MRVM teve seu valor corrigido para 14737 com um erro final de  $-0,44\%$ . O valor da densidade de corrente foi corrigido para  $8,48 \text{ A/mm}^2$ .

Assim, a seção do condutor corrigida é inferior à seção calculada anteriormente, o novo condutor será  $15 \text{ AWG}$ , com seção de  $1,651 \text{ mm}^2$ . A Figura 22 mostra as lâminas do estator e do rotor com algumas dimensões indicadas.



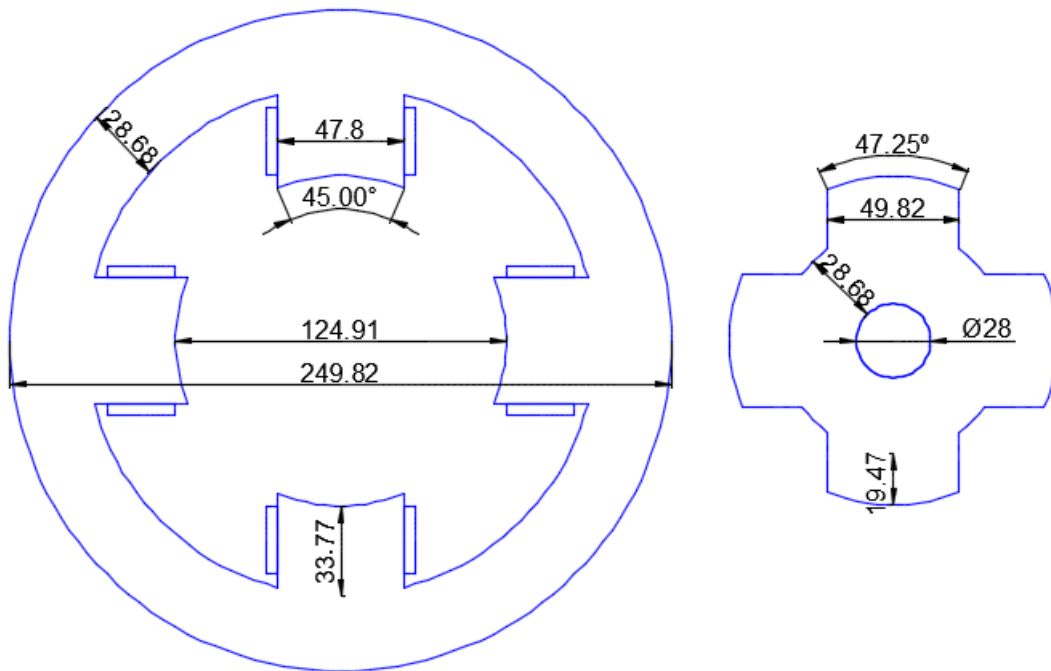


Figura 22 – Lâminas do estator e do rotor do MRVM projetado.



---

# Métodos de previsão das características e desempenho da MRV

## 4.1 Introdução

O torque eletromagnético de um motor a relutância variável é dependente da mudança na coenergia e, portanto, da taxa de variação da indutância com a posição do rotor (MATERU; KRISHNAN, 1990). O valor da indutância do motor varia de acordo com a corrente de excitação e posição do rotor. Portanto, o requisito para encontrar as características do desempenho do motor é conhecer os valores do fluxo concatenado, coenergia e indutância em todas as posições do rotor. A não-linearidade do material magnético do motor dificulta o cálculo analítico dessas variáveis, pois é necessário considerar a curva de magnetização e saturação do material.

Neste capítulo, será apresentado dois métodos para a obtenção das características de desempenho do motor: o Método Analítico de Fluxo e o Método dos Elementos Finitos. Ambos os métodos serão utilizados para obter as características de desempenho do protótipo desenvolvido no capítulo anterior, e serão comparados de forma a avaliar a funcionalidade de cada um.

## 4.2 Modelo Simplificado de Cálculo de Fluxo para MRVM

O Método Analítico de Cálculo de Fluxo (MACF) apresentado nesta seção foi desenvolvido por Arthur Radun, (RADUN, 1999) e (RADUN, 2000), e consiste em um modelo analítico para o cálculo do fluxo concatenado por fase. Uma das vantagens de utilização deste método é a rapidez e precisão nos valores encontrados quando comparados aos métodos tradicionais, como o Método de Análise do Circuito Equivalente (MACE) e o MEF, descrito a seguir. O método é baseado nas leis básicas dos campos magnéticos, logo não



é necessário nenhum dado experimental, o modelo só precisa das dimensões geométricas, número de espiras, conexões dos enrolamentos e as características magnéticas do aço, os quais são obtidos na etapa de projeto ou com o fabricante do motor.

O cálculo do fluxo concatenado para uma fase da MRV é um desafio significativo devido aos seus polos salientes e ao fato da saturação magnética do aço desempenhar um papel crítico na operação da MRV (RADUN, 2000). Embora não seja possível calcular o fluxo concatenado por fase da MRV, esse método adota aproximações, através das características únicas da MRV, que permitem o cálculo analítico do fluxo com um elevado grau de precisão.

A primeira aproximação adotada é a de desprezar o acoplamento mútuo entre as fases do motor, ou seja, cada fase é independente uma da outra. Isso significa que o fluxo concatenado por fase depende unicamente da posição do rotor e da corrente de excitação aplicada na bobina. A outra simplificação feita é dividir o cálculo do fluxo em duas partes, uma que é válida apenas para quando os polos do rotor e do estator se sobrepõem e outra quando os polos não se sobrepõem.

#### 4.2.1 Fluxo concatenado para polos sobrepostos

O fluxo concatenado por fase pode ser dividido em duas partes, o fluxo principal e o fluxo de dispersão, apresentados na Figura 23. O fluxo principal é aquele que passa do estator para o rotor através da sobreposição dos polos, para este campo o entreferro é mínimo. Já o fluxo de dispersão são as linhas de fluxo que passam do estator para o rotor onde os polos não se sobrepõem, desse modo o intervalo de ar que enfrentam é muito maior.

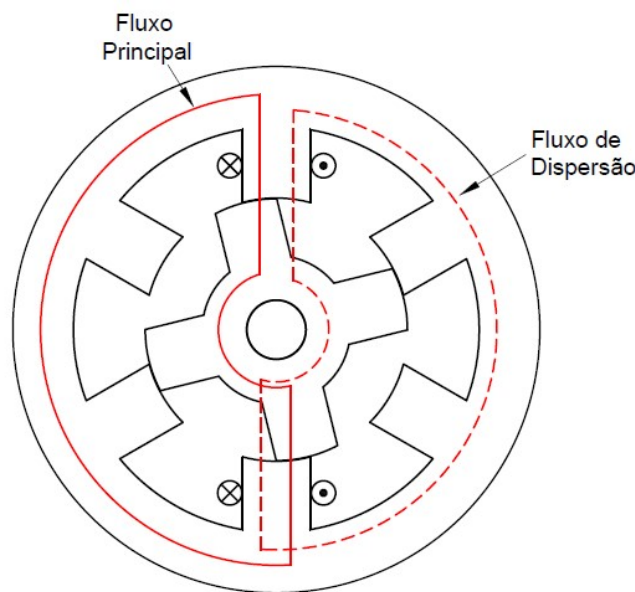


Figura 23 – Linhas de fluxo principal e de dispersão.



O fluxo concatenado total produzido por uma fase é, simplesmente, a soma do fluxo principal com o fluxo de dispersão.

$$\lambda_\phi(\theta, I_\phi) = \lambda_m(\theta, I_\phi) + \lambda_f(\theta, I_\phi) \quad (94)$$

#### 4.2.1.1 Fluxo principal

A Lei de Ampère é integrada em torno da linha de fluxo principal apresentada na Figura 23, que passa através dos polos sobrepostos e se fecha através da culatra do motor. De maneira geral, um par de polos diametralmente opostos formam uma fase do motor. Assume-se que a culatra do estator e do rotor não satura e, logo, as permeabilidades nas culatras podem ser consideradas infinitas, assim o campo  $H$  na culatra é nulo. Em um bom projeto, as culatras do estator e do rotor devem ser largas o suficiente para suportar metade do fluxo que passa pelos seus respectivos polos, essa é uma boa aproximação pois as culatras dificilmente irão saturar. Assim, com as considerações feitas acima, a integral da Lei de Ampère em torno da linha de fluxo nos dá:

$$H_{Fe,m} \cdot 2l_p + H_{g,m} \cdot 2g = 2NT \cdot I_p \quad (95)$$

Onde  $H_{Fe,m}$  é a intensidade do campo magnético no ferro,  $H_{g,m}$  a intensidade de campo magnético no entreferro,  $l_p$  o comprimento total entre os polos do estator e do rotor e as outras variáveis foram definidas no capítulo anterior. A Figura 24 apresenta uma forma útil para visualizar os parâmetros e entender as considerações feitas, nesta imagem a região entre os polos é ampliada e linearizada.

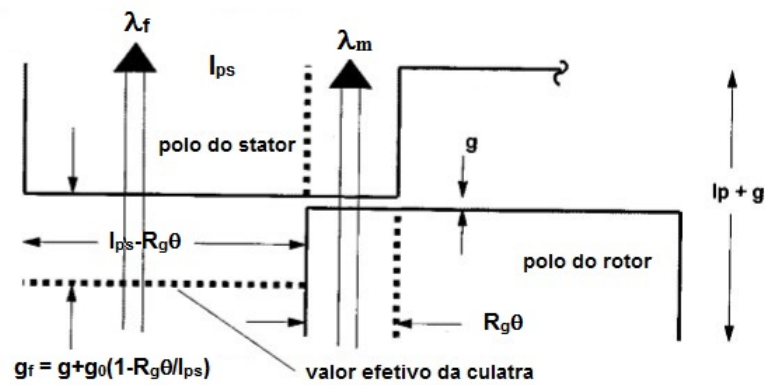


Figura 24 – Modelo simplificado para cálculo de fluxo concatenado quando os polos estão sobrepostos (RADUN, 2000).

A relação entre o campo  $B$ , o campo  $H$  no ferro e o campo  $H$  no entreferro quando o ferro não está saturado e a área da seção transversal através do polo é constante e pode ser expresso pela equação (96) (RADUN, 2000).



$$B_m = \mu_0 H_{g,m} \quad (96)$$

A seguinte equação expressa a relação do campo  $B$  no ferro ao longo do contorno do fluxo principal:

$$B_m = \frac{\mu H_{Fe,m}}{1 + \frac{\mu |H_{Fe,m}|}{B_{sat}}} + \mu_0 H_{Fe,m} \quad (97)$$

Essa equação inclui a saturação do ferro, os parâmetros  $\mu$  e  $B_{sat}$  caracterizam o ponto de saturação do ferro através da equação a seguir.

$$H_{Fe,m,sat} = \frac{B_{sat}}{\mu} \quad (98)$$

As equações (95), (96) e (97) constituem três equações com três variáveis desconhecidas  $H_{Fe,m}$ ,  $H_{g,m}$  e  $B_m$ . Poderemos determinar o fluxo  $B_m$  isolando o termo  $H_{g,m}$  na equação (96), substituindo na equação (95), pode-se determinar  $H_{Fe,m}$  como:

$$\begin{aligned} H_{Fe,m} l_p + \frac{B_m}{\mu_0} g &= NT \cdot I_p \\ H_{Fe,m} &= \frac{NT \cdot I_p}{l_p} - \frac{B_m}{\mu_0} \frac{g}{l_p} \end{aligned} \quad (99)$$

Substituindo a expressão (99) encontrada acima na equação (97) será obtido:

$$B_m = \frac{\mu \left( \frac{NT \cdot I_p}{l_p} - \frac{B_m}{\mu_0} \frac{g}{l_p} \right)}{1 + \frac{\mu \left( \frac{NT \cdot I_p}{l_p} - \frac{B_m}{\mu_0} \frac{g}{l_p} \right)}{B_{sat}}} + \mu_0 \left( \frac{NT \cdot I_p}{l_p} - \frac{B_m}{\mu_0} \frac{g}{l_p} \right) \quad (100)$$

Admitindo que  $B_m$  e  $H_{Fe,m}$  são ambos positivos, a magnitude de  $B_m$  na equação (97) também será. Escrevendo a equação (100) como uma equação quadrática para  $B_m$  multiplicando os dois lados da equação (100) pelo denominador do primeiro termo do lado direito e reescrevendo em função dos termos semelhantes, teremos:

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{\mu_0} \frac{g}{l_p} \frac{1}{B_{sat}} \left( 1 + \frac{g}{l_p} \right) B_m^2 - \left( 1 + \frac{\mu \cdot NT \cdot I_p}{l_p B_{sat}} \left( 1 + \frac{2g}{l_p} \right) + \left( 1 + \frac{\mu}{\mu_0} \right) \frac{g}{l_p} \right) B_m \\ + (\mu + \mu_0) \frac{NT \cdot I_p}{l_p} + \frac{\mu \mu_0}{B_{sat}} \left( \frac{NT \cdot I_p}{l_p} \right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (101)$$

Na forma padrão e utilizando a definição  $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$  a expressão pode ser simplificada para:

$$\begin{aligned} B_m^2 - \left( \frac{\left( 1 + \frac{2g}{l_p} \right) \frac{\mu_0 NT \cdot I_p}{g} + (l_p + (\mu_r + 1)g) \frac{B_{sat}}{\mu_r g}}{1 + \frac{g}{l_p}} \right) B_m \\ + \frac{\left( \frac{(\mu + \mu_0) NT \cdot I_p B_{sat}}{\mu_r g} + \frac{(\mu_0 NT \cdot I_p)^2}{l_p g} \right)}{\left( 1 + \frac{g}{l_p} \right)} = 0 \end{aligned} \quad (102)$$



Definindo  $l_{m1}$  e  $l_{m2}$  nas equações (103) e (104), respectivamente, e resolvendo a função quadrática (102) para  $B_m$ , encontraremos a equação (105) que define  $B_m$  em função do ângulo de sobreposição  $\theta$  e da corrente de pico  $I_p$ .

$$l_{m1} = l_p + (\mu_r + 1)g \quad (103)$$

$$l_{m2} = l_p - (\mu_r - 1)g \quad (104)$$

$$B_m(\theta, I_p) = \frac{\mu_0 NT}{2 \left(1 + \frac{g}{l_p}\right) g} \left[ \left(1 + \frac{g}{l_p}\right) I_p + \frac{l_{m1} B_{sat}}{\mu \cdot NT} - \sqrt{\left(\frac{l_{m1} B_{sat}}{\mu \cdot NT}\right)^2 + \frac{2l_{m2} B_{sat}}{\mu \cdot NT} I_p + I_p^2} \right] \quad (105)$$

A subtração da raiz quadrada é feita a fim de obter o limite correto para  $B_m$  quando  $I_p$  vai a zero (RADUN, 2000). Neste limite o ferro não está saturado e  $B_m$  pode ser facilmente calculado para determinar o limite correto indicado na equação (105).

A partir da Lei de Faraday, o fluxo concatenado principal, produzido pelo enrolamento do polo, pode ser considerado como a área de sobreposição dos polos vezes o número de espiras em torno do polo (RADUN, 2000). Se as bobinas nos polos do estator estão ligadas em paralelo, o fluxo concatenado por fase é somente o fluxo concatenado por uma única bobina. Logo, a corrente no polo nesse caso é igual a corrente de fase dividido pelo número de bobinas em paralelo ( $n_{par}$ ). Já se as bobinas nos polos estão em série, o fluxo concatenado por fase é o fluxo concatenado por uma fase vezes o número de bobinas em série ( $n_{ser}$ ). Nesse caso, a corrente no polo é igual a corrente na fase. Se as bobinas estão em paralelo  $n_{ser}$  será igual a um e se as bobinas estiverem conectadas em série o valor de  $n_{par}$  será igual a um (RADUN, 2000).

Com as considerações acima, a contribuição do fluxo concatenado principal por fase é:

$$\lambda_m(\theta, I_\phi) = \lambda_0 \frac{R_g \theta}{\left(1 + \frac{g}{l_p}\right) g} \left[ \left(1 + \frac{2g}{l_p}\right) \frac{I_\phi}{n_{par}} + \frac{l_{m1} B_{sat}}{\mu \cdot NT} - \sqrt{\left(\frac{l_{m1} B_{sat}}{\mu \cdot NT}\right)^2 + \frac{2l_{m2} B_{sat}}{\mu \cdot NT} \frac{I_\phi}{n_{par}} + \left(\frac{I_\phi}{n_{par}}\right)^2} \right] \quad (106)$$

Onde:

$$\lambda_0 = n_{ser} \cdot \mu_0 \cdot \frac{NT}{2} \cdot L \cdot k_{emp} \quad (107)$$

Onde  $I_\phi$  é a corrente na fase,  $R_g$  é o raio do diâmetro interno  $D_i$  e  $k_{emp}$  é o fator de empilhamento das lâminas do rotor e do estator. O ângulo  $\theta$  é mínimo quando a sobreposição dos polos se inicia e aumenta à medida que a sobreposição aumenta. De forma a simplificar a equação (106), pode-se reescrevê-la da seguinte forma:



$$\lambda_m(\theta, I_\phi) = \frac{\lambda_0 \cdot \beta_m(\theta)}{n_{par}} \left[ d_m \cdot I_\phi + \sqrt{a_m} - \sqrt{a_m + b_m \cdot I_\phi + (I_\phi)^2} \right] \quad (108)$$

$\lambda_0$  foi definido na equação (107) e as outras variáveis são definidas nas equações a seguir:

$$\beta_m(\theta) = \frac{R_g \theta}{g} \quad (109)$$

$$a_m = \left[ \frac{n_{par} \cdot l_{m1} \cdot B_{sat}}{\mu \cdot NT} \right]^2 \quad (110)$$

$$b_m = \frac{2n_{par} \cdot l_{m2} \cdot B_{sat}}{\mu \cdot NT} \quad (111)$$

$$d_m = 1 + \frac{2g}{l_p} \quad (112)$$

#### 4.2.1.2 Fluxo de dispersão

O fluxo de dispersão pode ser encontrado da mesma maneira que o fluxo principal, através da simples substituição do entreferro mínimo ( $g$ ) pelo valor do intervalo de ar que o fluxo atravessa ( $g_f$ ) e pela substituição da área de sobreposição dos polos pela área em que eles não se sobrepõem. Assim, o fluxo de dispersão  $\lambda_f$  pode ser calculado com a equação (113) a seguir.

$$\begin{aligned} \lambda_f(\theta, I_\phi) = & \lambda_0 \frac{l_{sp} - R_g \theta}{g_f} \left[ \left( 1 + \frac{2g_f}{l_p} \right) \frac{I_\phi}{n_{par}} + \frac{l_{f1} B_{sat}}{\mu \cdot NT} \right. \\ & \left. - \sqrt{\left( \frac{l_{f1} B_{sat}}{\mu \cdot NT} \right)^2 + \frac{2l_{f2} B_{sat}}{\mu \cdot NT} \frac{I_\phi}{n_{par}} + \left( \frac{I_\phi}{n_{par}} \right)^2} \right] \end{aligned} \quad (113)$$

Onde  $l_{sp}$  é a largura total do polo do estator e  $l_{f1}$  e  $l_{f2}$  podem ser calculados como:

$$l_{f1} = l_p + (\mu_r + 1)g_f \quad (114)$$

$$l_{f2} = l_p - (\mu_r - 1)g_f \quad (115)$$

O fluxo de dispersão no entreferro é assumido, neste caso, como função da posição do rotor. Atinge seu valor máximo quando os polos do rotor e do estator começam a se sobrepor e é mínimo na posição alinhada. Supõe-se que o valor da indutância varia linearmente entre seus valores máximo e mínimo. Note que na posição em que os polos do estator e do rotor começam a se alinhar,  $\theta = 0$ , o valor de  $\lambda_m$  é nulo e apenas o fluxo de dispersão contribui para o cálculo da indutância. O valor mínimo do entreferro usado para o cálculo de  $\lambda_f$  é o valor do próprio entreferro,  $g$ . O fluxo de dispersão determina a inclinação das curvas de fluxo concatenado da MRV depois do joelho devido a saturação do ferro no fluxo principal (RADUN, 2000).



O valor de  $g_f$  pode ser determinado a partir de:

$$g_f(\theta) = g + g_0 \left( 1 - \frac{R_f \theta}{l_{ps}} \right) \quad (116)$$

Onde  $g_0$  é escolhido para obter o valor de indutância desejado  $L_{po}$  na posição onde os polos do rotor e do estator começam a se sobrepor, ou seja,  $\theta = 0$ :

$$g_0 = \frac{n_{ser}}{n_{par}} \mu_0 \cdot NT^2 \cdot \frac{L \cdot k_{emp} \cdot l_{sp}}{L_{po}} - g \quad (117)$$

De forma a simplificar a expressão (113), pode-se reescrevê-la da seguinte forma:

$$\lambda_f(\theta, I_\phi) = \frac{\lambda_0 \cdot \beta_f(\theta)}{n_{par}} \left[ d_f(\theta) \cdot I_\phi + \sqrt{a_f(\theta)} - \sqrt{a_f(\theta) + b_f(\theta) \cdot I_\phi + (I_\phi)^2} \right] \quad (118)$$

$\lambda_0$  foi definido na equação (107) e as outras variáveis são definidas nas equações a seguir:

$$\beta_f(\theta) = \frac{l_{sp} - R_g \theta}{g_f(\theta)} \quad (119)$$

$$a_f(\theta) = \left[ \frac{n_{par} \cdot l_{f1}(\theta) \cdot B_{sat}}{\mu \cdot NT} \right]^2 \quad (120)$$

$$b_f(\theta) = \frac{2n_{par} \cdot l_{f2}(\theta) \cdot B_{sat}}{\mu \cdot NT} \quad (121)$$

$$d_f(\theta) = 1 + \frac{2g_f(\theta)}{l_p} \quad (122)$$

## 4.2.2 Fluxo concatenado para polos não alinhados

A análise do fluxo concatenado quando os polos estão desalinhados será feita, neste trabalho, para o caso especial da MRVM com o mesmo número de polos no rotor e no estator.

Assim, possuindo o mesmo número de polos no rotor e no estator, há duas possibilidades para o cálculo do fluxo concatenado no motor monofásico. A primeira é quando o arco polar do rotor é maior que o arco polar do estator. Neste caso, mesmo na posição totalmente desalinhada, ainda há uma parte dos polos que estão sobrepostas, que é a diferença positiva entre os arcos polares. No segundo caso, menos frequente, o arco polar do rotor é menor que o arco polar do estator e não há sobreposição de polos na posição totalmente desalinhada.

Logo, analisando esses dois casos de maneira análoga à feita acima, pode-se concluir que o cálculo do fluxo concatenado para o primeiro caso é semelhante ao item anterior, há contribuição do fluxo principal e do fluxo de dispersão. Já no segundo caso, não há fluxo principal pois não há sobreposição de polos. Assim, o único fluxo que contribui para o fluxo total é o fluxo de dispersão.



#### 4.2.2.1 Caso 1: Arco polar do rotor maior que o arco polar do estator

Neste caso, o cálculo do fluxo concatenado é semelhante ao cálculo do fluxo para polos sobrepostos. No entanto, o ângulo  $\theta$  é mínimo sugerindo o início da sobreposição e uma maior contribuição do fluxo de dispersão no valor total que na posição de polos alinhados ( $\theta$  máximo). A Figura 25 apresenta um exemplo de distribuição de linhas de fluxo em um MRVM com o arco polar do rotor maior que o arco polar do estator. Observa-se que mesmo com a pequena sobreposição uma parte do fluxo concatenado passa pelos polos da MRV, no entanto, uma parte maior está fechando seu caminho através de um entreferro maior, constituindo o fluxo de dispersão. O valor do fluxo total pode ser calculado através das equações (94), (108) e (118).

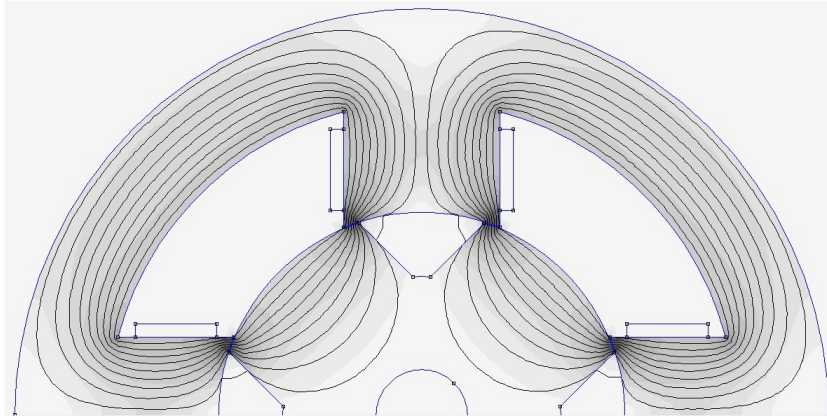


Figura 25 – Exemplo de distribuição de linhas de fluxo quando  $\beta_r > \beta_s$ .

#### 4.2.2.2 Caso 2: Arco polar do rotor menor que o arco polar do estator

Este caso é muito raro, pois contraria a recomendação para o projeto de MRVs, que o arco polar do rotor seja maior que o arco polar do estator. Assim, sempre haverá uma pequena sobreposição de polos. Essa recomendação é feita baseada em inúmeros estudos e vantagens que essa configuração oferece, como a facilidade no chaveamento de corrente e o aumento do valor médio do torque. Além disso, essa configuração evita a produção de torque negativo e com isso reduz a ondulação no torque e a produção de ruídos sonoros.

A Figura 26 apresenta um exemplo de distribuição de linhas de fluxo em um MRVM com o arco polar do rotor menor que o arco polar do estator. É evidente que, neste caso, o fluxo concatenado gerado é igual ao fluxo de dispersão.

### 4.2.3 Cálculo do torque

O torque estático pode ser calculado a partir da coenergia, como foi apresentado e demonstrado no Capítulo 2 deste trabalho. Agora, a coenergia, assim como o fluxo, será



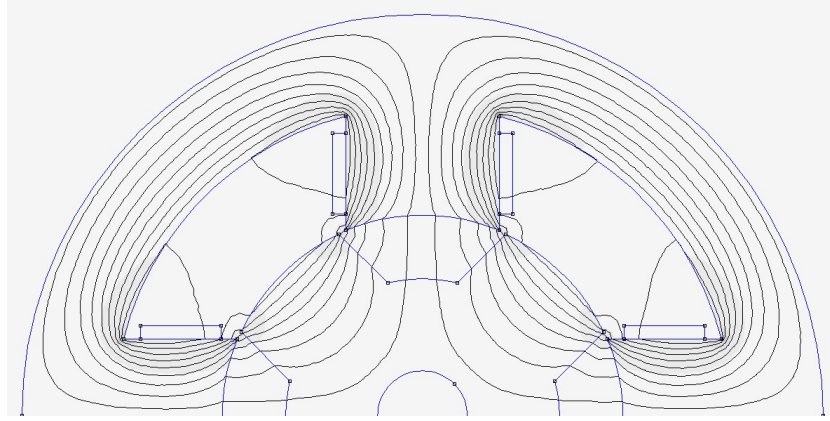


Figura 26 – Exemplo de distribuição de linhas de fluxo quando  $\beta_r < \beta_s$ .

dividida em coenergia principal, originada pelo fluxo principal, e coenergia de dispersão, originada pelo fluxo de dispersão. Assim, como os fluxos nas equações (108) e (118) são funções analíticas, elas podem ser integradas analiticamente para obter uma função analítica da coenergia (RADUN, 2000).

$$\begin{aligned}
 W'_t(\theta, I_\phi) &= \int_{i=0}^{I_\phi} \lambda_\phi(\theta, I_\phi) di \\
 &= \int_{i=0}^{I_\phi} (\lambda_m(\theta, I_\phi) + \lambda_f(\theta, I_\phi)) di \\
 W'_t(\theta, I_\phi) &= W'_m(\theta, I_\phi) + W'_\phi(\theta, I_\phi)
 \end{aligned} \tag{123}$$

A coenergia principal encontrada a partir da integração é:

$$\begin{aligned}
 W'_m(\theta, I_\phi) &= \frac{\lambda_0 \cdot \beta_m(\theta)}{2n_{par}} \left\{ d_m \cdot I_\phi^2 + \sqrt{a_m} \left( 2I_\phi + \frac{b_m}{2} \right) - \left( I_\phi + \frac{b_m}{2} \right) \sqrt{a_m + b_m \cdot I_\phi + (I_\phi)^2} \right. \\
 &\quad \left. - \left( a_m - \left( \frac{b_m}{2} \right)^2 \right) \cdot \ln \left[ \frac{\sqrt{a_m + b_m \cdot I_\phi + (I_\phi)^2} + I_\phi + \frac{b_m}{2}}{\sqrt{a_m} + \frac{b_m}{2}} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{124}$$

A coenergia de dispersão é responsável pela variação do torque de acordo com a posição do rotor, e pode ser encontrada a partir da integração como mostra a equação (125). é:

$$\begin{aligned}
 W'_f(\theta, I_\phi) &= \frac{\lambda_0 \cdot \beta_f(\theta)}{2n_{par}} \left\{ d_f(\theta) \cdot I_\phi^2 + \sqrt{a_f(\theta)} \left( 2I_\phi + \frac{b_f(\theta)}{2} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left( I_\phi + \frac{b_f(\theta)}{2} \right) \sqrt{a_f(\theta) + b_f(\theta) \cdot I_\phi + (I_\phi)^2} - \left( a_f(\theta) - \left( \frac{b_f(\theta)}{2} \right)^2 \right) \right. \\
 &\quad \cdot \left. \ln \left[ \frac{\sqrt{a_f(\theta) + b_f(\theta) \cdot I_\phi + (I_\phi)^2} + I_\phi + \frac{b_f(\theta)}{2}}{\sqrt{a_f(\theta)} + \frac{b_f(\theta)}{2}} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{125}$$



Assim, para se obter o torque médio é necessário calcular, através das equações (124) e (125), as coenergias parciais para as posições alinhada e desalinhada, determinar a coenergia total e aplicar a equação (78) apresentada na Seção 3.6. Logo, o torque médio pode ser obtido através da equação (126).

$$T_m = (W'_t \text{ alinhado} - W'_t \text{ desalinhado}) \cdot \left( \frac{N_s N_r}{4\pi} \right) \quad [N \cdot m]$$

$$T_m = [(W'_m \text{ alin.} + W'_f \text{ alin.}) - (W'_m \text{ desalin.} + W'_f \text{ desalin.})] \cdot \left( \frac{N_s N_r}{4\pi} \right) \quad [N \cdot m] \quad (126)$$

### 4.3 Método dos Elementos Finitos

Diversos tipos de problemas físicos que são encontrados nas ciências e nas engenharias são descritos matematicamente na forma de equações diferenciais ordinárias e parciais. A solução exata usualmente é fruto de um método de solução analítico encontrado através de métodos algébricos e diferenciais aplicados a geometrias e condições de contorno particulares; a aplicação generalizada dos métodos analíticos para diferentes geometrias e condições de contorno torna impraticável ou até mesmo impossível a obtenção de soluções analíticas exatas (HUTTON; HUTTON, 2003).

O chamado Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste em diferentes métodos numéricos que aproximam a solução de problemas de valor de fronteira descritos tanto por equações diferenciais ordinárias quanto por equações diferenciais parciais através da subdivisão da geometria do problema em elementos menores, chamados elementos finitos, nos quais a aproximação da solução exata pode ser obtida por interpolação de uma solução aproximada pela solução do sistema de equações gerado pelo equacionamento de cada elemento.

#### 4.3.1 Conceitos fundamentais

O conceito base do MEF diz que: qualquer função contínua, tal como campo magnético, temperatura, ou pressão, pode ser aproximada por um modelo discreto contínuo de funções elementares, definidas num número finito de subdomínios da função contínua. As funções elementares serão definidas a partir de um conjunto definido de pontos da função contínua (SEGERLIND, 1984).

A formulação de um problema pelo MEF tem, portanto, duas componentes: a primeira, derivada do conceito base do método, consiste na divisão do meio contínuo em partes (elementos) e na descrição do comportamento do meio contínuo como resultado da soma do comportamento dos elementos; a segunda componente é relativa à formulação do comportamento de cada elemento como parte do meio contínuo em que se integra (GONÇALVES, 2001).



De uma forma mais sistemática, definiram-se cinco etapas para a obtenção do modelo discreto de funções elementares:

1. Identificação de um conjunto finito de pontos do domínio, os chamados nós;
2. Divisão do domínio em um número finito de subdomínios, que serão chamados elementos;
3. Definição da função elementar, representativa da função contínua, para cada elemento;
4. Determinação da equação geral do domínio;
5. Ajuste dos valores das variáveis nodais de forma a produzir a melhor aproximação possível à função contínua.

Teixeira (2008) apresenta um exemplo do conceito básico do MEF, o cálculo da área de uma circunferência de raio  $R$  mostrada na Figura 27. Na Figura 27 pode-se ver que a primeira e a segunda etapa descritas acima já foram concluídas, os nós bem como os elementos já foram identificados.

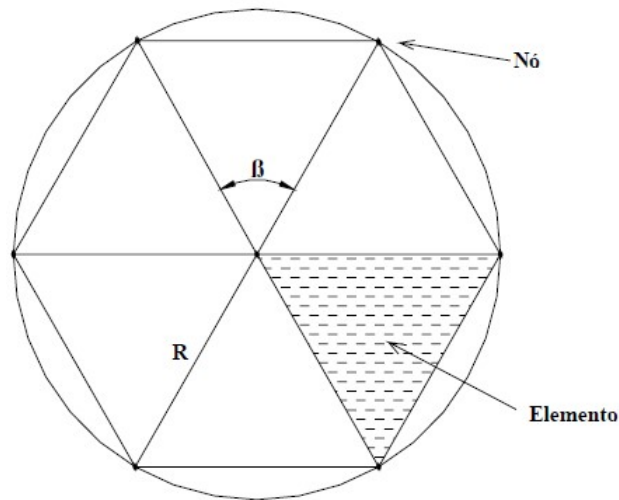


Figura 27 – Circunferência de raio  $R$  (TEIXEIRA, 2008).

A terceira etapa consiste na solução de um elemento, ou seja, o cálculo de área de um elemento da circunferência. Assim sendo, a área de cada elemento pode ser obtida através de:

$$A_x = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \text{sen}(\beta) \quad (127)$$

O ângulo  $\beta$  é determinado por (128), sendo  $n$  o número de elementos existentes no domínio.

$$\beta = \frac{2\pi}{n} \quad (128)$$



Para a quarta etapa, reunindo as soluções de cada elemento em uma única equação obtém-se a expressão a seguir, que representa a equação geral do domínio:

$$F(n) = \sum_{x=1}^n A_x = \sum_{x=1}^n \frac{1}{2} R^2 \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi}{n} \right) = n \frac{1}{2} R^2 \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi}{n} \right) \quad (129)$$

A quinta etapa consiste em obter a solução geral do domínio, para tanto é necessário substituir o valor de  $n$  na equação (129). Sabendo-se que para o cálculo da área de uma circunferência, é necessário conhecer o raio  $R$  da mesma, e usar a fórmula  $A = \pi R^2$ . Temos para uma solução genérica que o número  $n$  de elementos que oferece a maior exatidão para o cálculo da área é o que fornece o valor mais próximo de  $\pi = 3,14159265359$ .

Para  $n=6$ :

$$F(n) = n \frac{1}{2} r^2 \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi}{n} \right) = 2,59807 R^2 \quad (130)$$

Para  $n=20$ :

$$F(n) = n \frac{1}{2} r^2 \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi}{n} \right) = 3,09017 R^2 \quad (131)$$

Para  $n=200$ :

$$F(n) = n \frac{1}{2} r^2 \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi}{n} \right) = 3,14108 R^2 \quad (132)$$

Observa-se que quanto maior for a quantidade de subdomínios melhor será o resultado final. No entanto, o aumento excessivo deste valor ocasionará aumento do custo computacional. A quantidade de subdomínios necessários para obter um resultado final satisfatório deve ser determinado através da precisão desejada para o resultado final. Logo, devido à grande quantidade de cálculos que devem ser realizados nesse método, foram desenvolvidos programas computacionais para fazê-los de forma rápida e eficiente, alavancando ainda mais o uso e aplicações do MEF, bem como melhorando os resultados obtidos.

### 4.3.2 Método de simulação

Como já foi dito anteriormente, em termos de precisão, pode-se afirmar que quanto menor for o volume, ou o tamanho, do elemento maior será a precisão do cálculo. No entanto, deve ser lembrado que o aumento do número de elementos para um mesmo volume computacional (domínio) implica em um tempo maior de simulação, devido ao maior número de iterações matemáticas a serem desenvolvidas.

Ao longo dos anos foram desenvolvidos inúmeros softwares para a simulação de elementos finitos. Entretanto, o método de simulação utilizado independe do software escolhido, e é composto de três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento, descritos detalhadamente a seguir.



#### 4.3.2.1 Pré-processamento

A primeira etapa a ser executada em qualquer simulação por análise dos elementos finitos é conhecida e definida na literatura técnica como pré-processamento. Todos os passos envolvidos na etapa de pré-processamento têm como finalidade configurar e preparar o modelo para a simulação, além de definir condições e variáveis de saída a serem analisadas no processo de pós-processamento (OLIVEIRA, 2013).

O pré-processamento é constituído por aspectos importantes do problema proposto, como as características geométricas, as propriedades elétricas, a formulação analítica do problema, a definição do domínio, as condições de contorno, que corresponde à criação de fronteiras, e a geração da malha de elementos finitos.

Os passos para o pré-processamento de um MRV são o desenho geométrico do MRV, a escolha e definição de materiais utilizados no MRV, circuitos e fronteira, o tamanho da malha de elementos finitos, o modo de funcionamento do motor e a escolha das variáveis de saída ou resultados que o usuário deseja obter.

#### 4.3.2.2 Processamento

A etapa de processamento baseia-se na aplicação de um método para resolução das equações que descrevem o problema. Geralmente é feito através de métodos residuais, nos quais as equações numéricas são discretizadas e implementadas diretamente no programa computacional, resultando numa maior facilidade e simplicidade na aplicação e compreensão do programa computacional utilizado para implementar o MEF (OLIVEIRA; FERREIRA; PONTES, 2010).

A duração desta etapa está diretamente ligada com a complexidade do problema, com a quantidade de nós gerados na etapa de pré-processamento e com a capacidade de processamento do computador. Quanto mais complexo o sistema a ser simulado, maior o tempo gasto na simulação.

Geralmente, para as MRVs faz-se a análise para inúmeras posições do rotor. Assim, a etapa de processamento tem uma duração relevante.

#### 4.3.2.3 Pós-processamento

O pós-processamento é a terceira e última etapa de atividades a serem executadas em qualquer simulação por análise dos elementos finitos. Nessa etapa são avaliados e processados todos os resultados das etapas de processamento.

Simultaneamente, é obtida toda a distribuição dos campos calculados ao longo do domínio do problema, os resultados são mostrados tanto no formato numérico quanto no formato gráfico, com o uso de legendas coloridas, para análise de campos escalares, ou de vetores, para a análise de campos vetoriais.



Os dados apresentados nesta etapa são definidos previamente como variáveis de saída na etapa de pré-processamento. No caso específico da MRV, a simulação é realizada para um ciclo, ou seja, quando o rotor parte na posição desalinhada, passa pelo alinhamento dos polos e retorna à posição desalinhada, simulando, portanto, o funcionamento do motor. Assim, os dados são coletados para cada posição do rotor, de acordo com o deslocamento angular definido no pré-processamento.

## 4.4 Comparação entre os métodos para o protótipo desenvolvido

O fluxo concatenado por fase em um MRV é um parâmetro importante para o cálculo do desempenho da máquina (RADUN, 1999). Em virtude do tempo necessário para fazer a análise de elementos finitos, essa não é uma abordagem adequada para cálculos de desempenho da MRV durante a etapa de projeto e, por exemplo, de otimização, indicando a necessidade de uma abordagem alternativa (RADUN, 1999). Independente do quão impreciso seja essa abordagem, é de suma importância para o projetista conhecer as relações quantitativas entre os parâmetros de desempenho e as variáveis de projeto.

Nesta seção, com o objetivo de validar o MACF proposto neste capítulo, foi implementada uma função no *Octave* para fazer o cálculo do fluxo concatenado e torque médio para diversos valores de corrente, com a finalidade de comparar os resultados obtidos analiticamente com os resultados obtidos através da simulação de elementos finitos. A Figura 28 mostra os valores do fluxo concatenado do protótipo, projetado no capítulo anterior, calculado analiticamente pelo MACF e simulado pelo MEF.

Observando-se a Figura 28, pode-se concluir que a diferença entre os valores calculados e obtidos na simulação é muito pequena, apresentando uma diferença maior no momento de saturação do material, o que é esperado devido à dificuldade de expressar matematicamente este efeito. A Figura 29 apresenta o valor da indutância alinhada em relação ao valor da corrente de excitação, obtidos através dos métodos propostos.

A Tabela 5 mostra os valores de torque médio calculados analiticamente pelo MACF e os valores obtidos na simulação de elementos finitos, para cinco valores de corrente e o valor do erro em relação ao MEF.

Tabela 5 – Torque médio para diferentes valores de corrente.

Variáveis	Valores de $I$			
	10 A	20 A	30 A	40 A
$T_m(N \cdot m) - MACF$	5,1111	13,9544	22,9042	31,9232
$T_m(N \cdot m) - MEF$	5,1232	13,2098	21,2342	28,8968
Erro (%)	0,2362	-5,637	-7,8647	-10,473



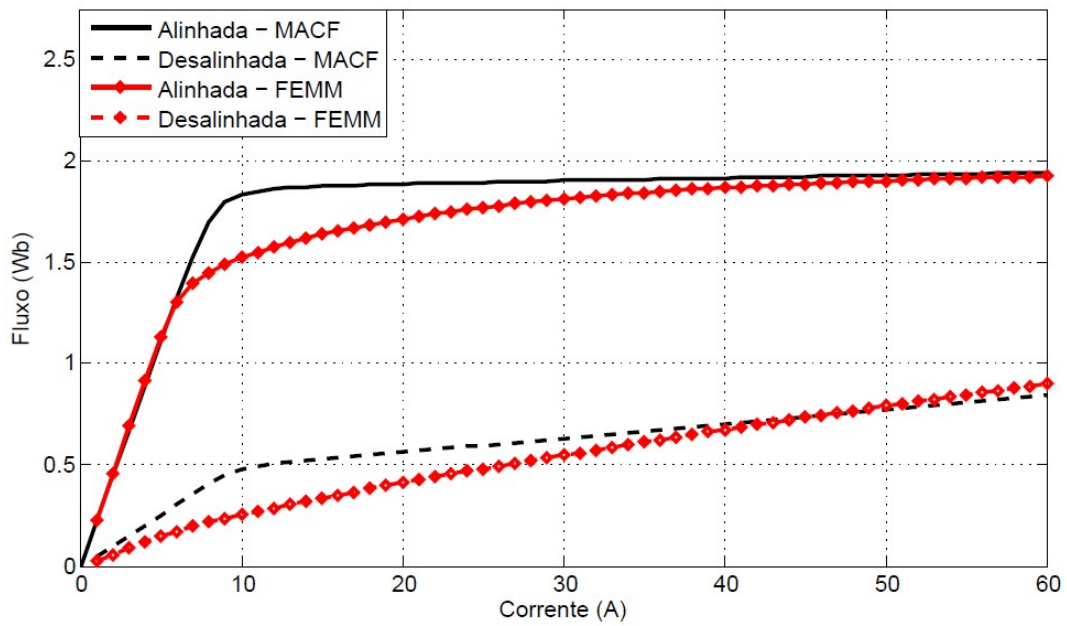


Figura 28 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação, calculados através do MACF e do MEF.

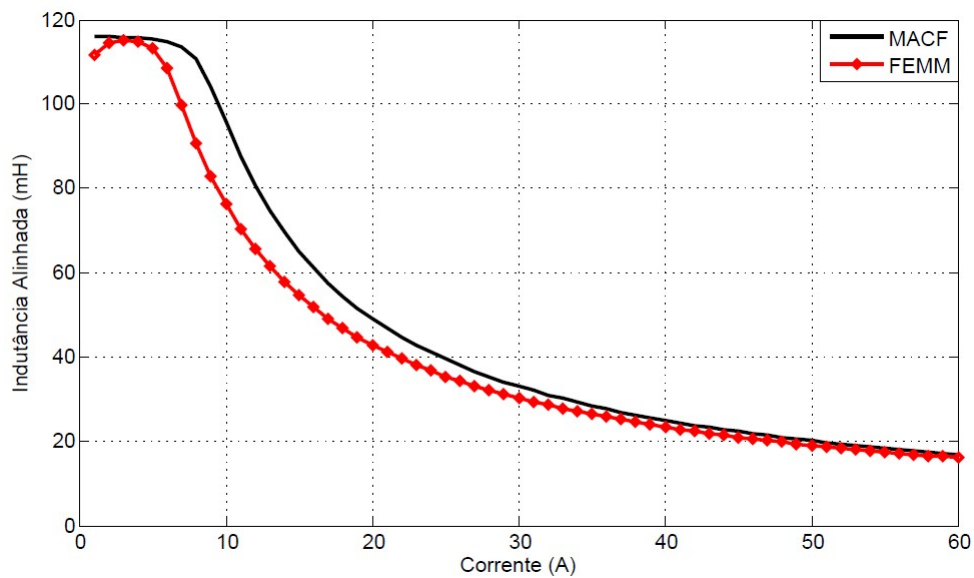


Figura 29 – Indutância na posição alinhada versus corrente de excitação, calculada através do MACF e do MEF.

A partir dos resultados mostrados, o MACF proposto apresentou precisão satisfatória e será utilizado para o cálculo dos parâmetros de desempenho do motor durante a etapa de otimização, quando é necessário que este cálculo seja repetido exaustivamente até que o resultado ótimo seja encontrado.







---

# Simulação computacional utilizando MEF

## 5.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo analisar o comportamento das grandezas de saída (fluxo concatenado, indutância e torque) do MRV, através da simulação computacional. Primeiramente o protótipo será simulado tal qual foi projetado no Capítulo 3. Os resultados obtidos na simulação também serão utilizados para um estudo de verificação do projeto, limite operacional e saturação da máquina. Em seguida será avaliado a influência de alguns parâmetros físicos no desempenho do motor. Assim estes, parâmetros serão variados e avaliados separadamente, mantendo-se fixas as outras dimensões do MRVM projetado.

Os parâmetros construtivos escolhidos foram: arco polar do rotor ( $\beta_r$ ), o entreferro ( $g$ ), o número de espiras por fase ( $NT$ ) e a corrente de fase. Estes parâmetros podem influenciar o comportamento da MRV em diferentes proporções. Deste modo, a verificação da influência dos mesmos visa auxiliar o projeto das máquinas de relutância de um modo geral.

## 5.2 Considerações sobre a simulação

A simulação computacional foi realizada através do método dos elementos finitos, utilizando o *software* FEMM, um programa amplo e de fácil utilização que possibilita a obtenção de inúmeros resultados, tanto gráficos como numéricos. Paralelamente ao FEMM, foi utilizado o *software* *LuaEdit* para rodar o código de simulação do motor. O algoritmo desenvolvido é responsável por todas as etapas, desde a importação do desenho dimensional do motor, feito no *software* *AutoCad*, até o movimento do rotor e a obtenção de resultados.



O intervalo de corrente avaliado será de 1,0 a 60 A, em intervalos de 1,0 A. Para cada valor de corrente, o motor desenvolverá um quarto do ciclo, ou seja, partirá da posição desalinhada, passará pela posição alinhada e voltará à posição desalinhada, com passos de  $1^\circ$ , percorrendo no total  $90^\circ$  mecânicos. Assim, podemos avaliar o comportamento das grandezas de saída durante o crescimento e decrescimento da indutância.

No FEMM, o tamanho da malha de elementos finitos pode ser escolhida pelo usuário ou pelo programa. Na análise em questão, optou-se por definir dois tamanhos diferentes de malha, um tamanho maior para o Ar e o eixo do motor, pois a baixa permeabilidade magnética desses materiais não influenciam no funcionamento do MRVM, logo elementos maiores nessas áreas aumentam a velocidade de simulação, diminuindo o domínio computacional utilizado.

O tamanho menor de malha foi atribuído ao rotor, estator e bobinas, uma vez que estes são os elementos condutores e objetos de análises, dessa forma elementos menores resultarão em maior exatidão nos resultados. Em pontos críticos do problema, ou regiões onde a geometria se torna mais estreita, o FEMM automaticamente torna os elementos menores, para uma análise mais detalhada.

A Figura 30 apresenta a malha gerada pelo FEMM na análise do protótipo.

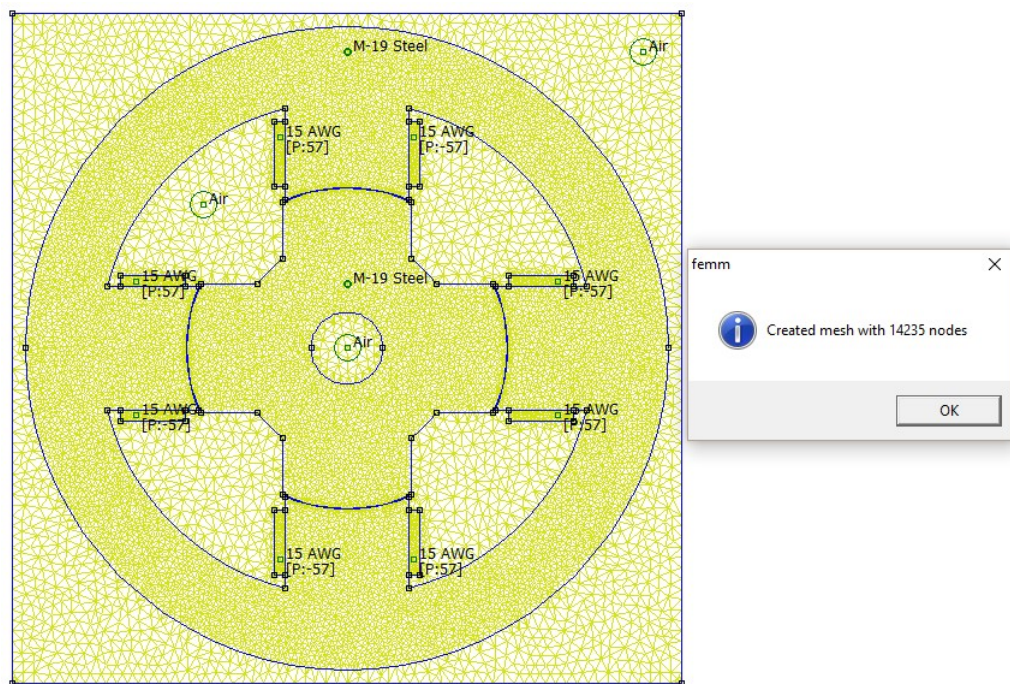


Figura 30 – Malha de elementos finitos do FEMM para o protótipo projetado.



### 5.3 Linhas e densidade de fluxo no MRVM

A Figura 31 mostra o comportamento das linhas de fluxo no protótipo desenvolvido, em ambas as posições de total alinhamento e desalinhamento.

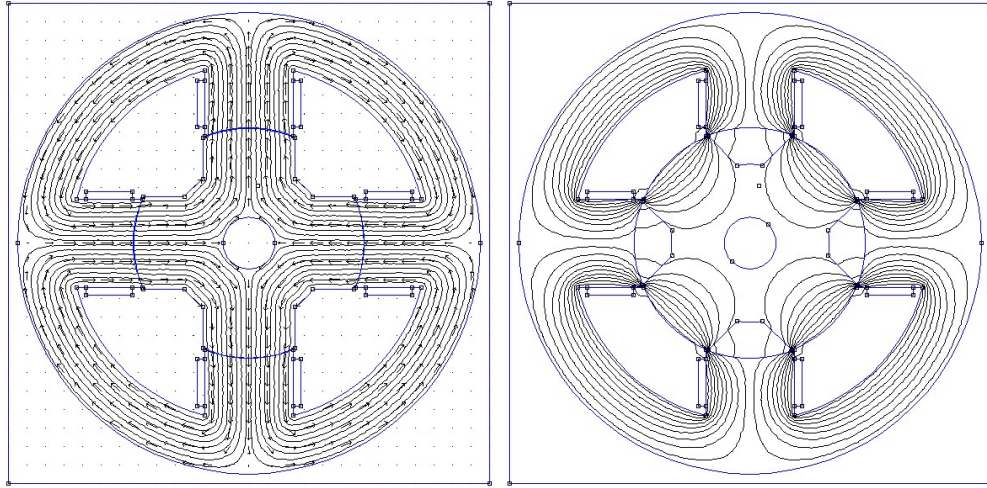


Figura 31 – Comportamento das linhas de fluxo no protótipo: (a) posição alinhada; (b) posição desalinhada.

A Figura 32 apresenta a densidade de fluxo para a posição de completo alinhamento dos polos do estator e do rotor e a posição de completo desalinhamento dos polos para a corrente de saturação  $8,5\text{ A}$ , calculada através da equação (29). Já a Figura 33 mostra a densidade de fluxo para a corrente de pico de  $17\text{ A}$ . A Figura 34 mostra o MRVM operando com o dobro da corrente de pico estabelecida no projeto,  $34\text{ A}$ , com a finalidade de analisar visualmente a saturação magnética do motor.

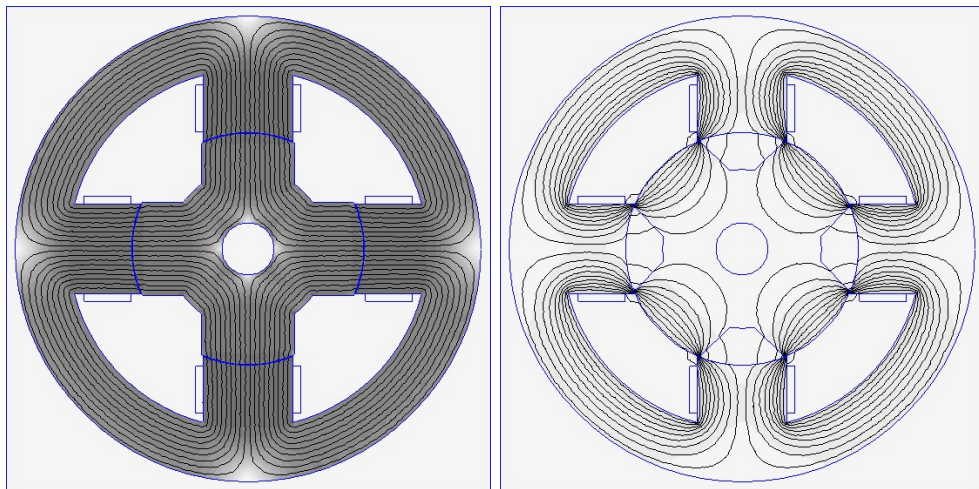


Figura 32 – Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para  $I_{sat} = 8,5\text{ A}$ .



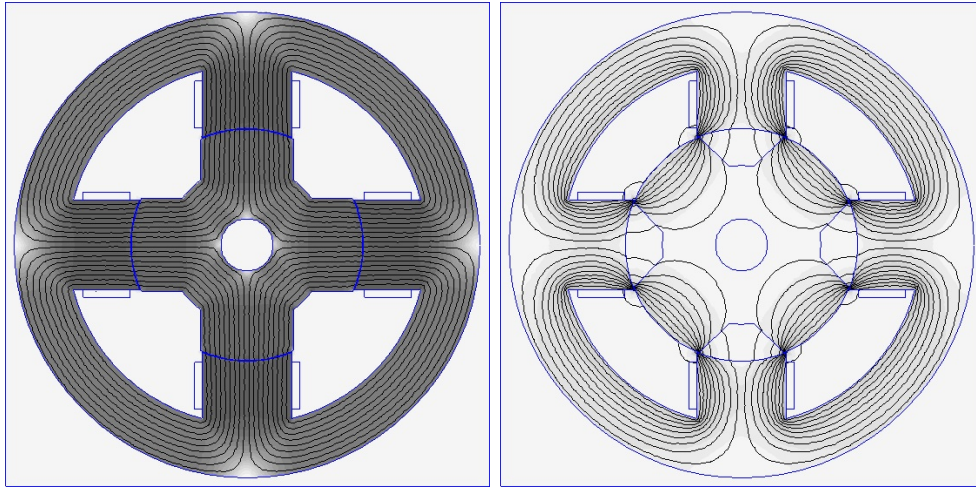


Figura 33 – Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para  $I_p = 17 A$ .

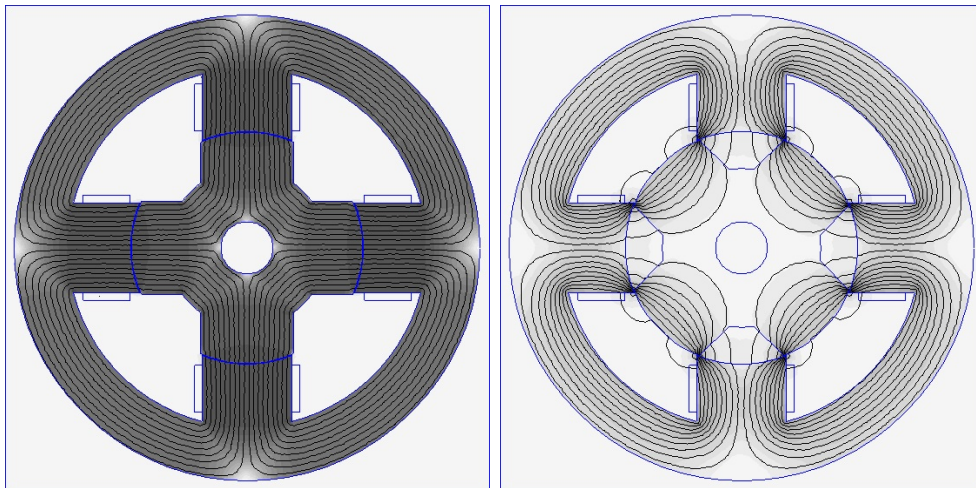


Figura 34 – Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para  $I = 34 A$ .

A Figura 35 apresenta a escala de cores para a densidade de fluxo apresentada nas Figuras 32, 33 e 34.

## 5.4 Perfil de Indutância e Torque

A Figura 36 apresenta a curva tridimensional da indutância versus a corrente versus a posição do rotor do MRVM projetado.

A Figura 37 mostra a curva de torque versus a posição do rotor para diferentes valores de corrente.



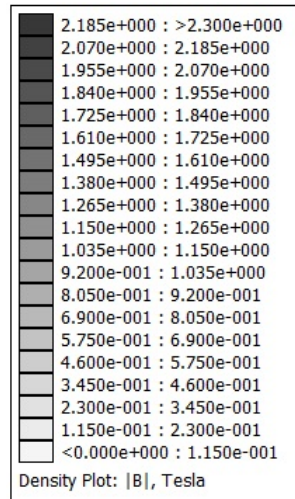
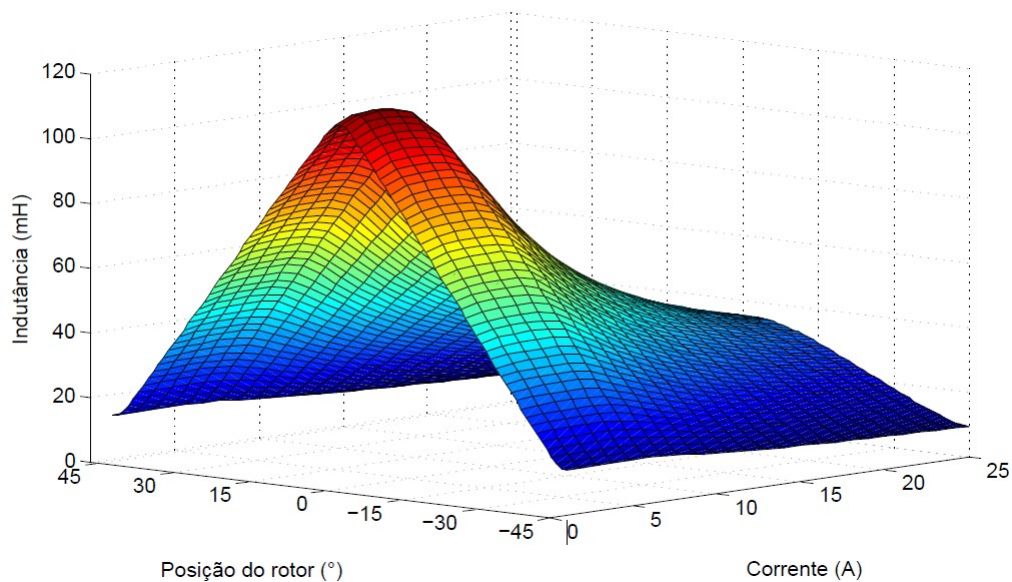
Figura 35 – Escala de cores para densidade de fluxo  $B$ .

Figura 36 – Perfil de indutância do protótipo.

## 5.5 Verificação de projeto

O projeto do MRV utilizando a equação de saída deve ser verificado a partir da curva de fluxo concatenado versus a corrente de excitação tanto para a posição alinhada como para a posição desalinhada (KRISHNAN, 2001).

A Figura 38, apresenta o gráfico do fluxo concatenado versus a corrente de excitação para a posição totalmente alinhada e para a posição de alinhamento mínimo. A Figura 39 mostra a variação do valor da indutância alinhada em relação ao valor da corrente de excitação.

Como explicado durante a etapa de projeto do MRVM, a variável  $k_2$  é dependente



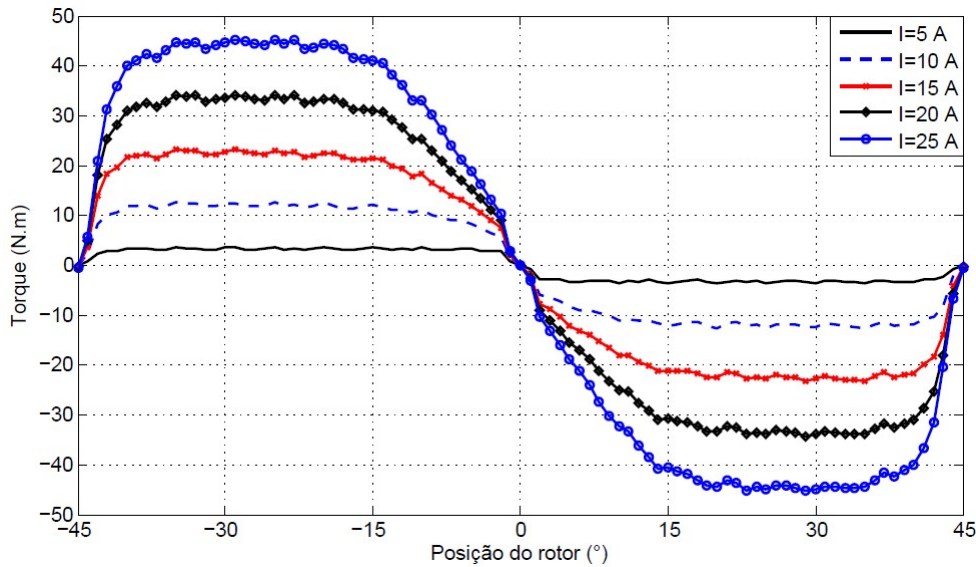


Figura 37 – Perfil de torque do protótipo.

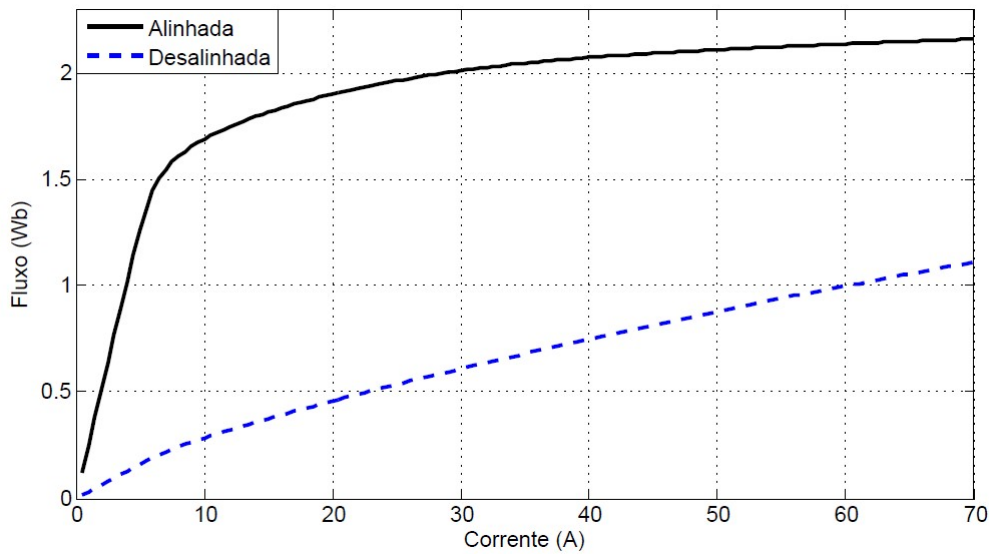


Figura 38 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido.

do ponto de operação do motor e pode ser calculada a partir da equação (42). Assim, o valor de  $k_2$  e a relação entre a indutância alinhada e desalinhada versus a corrente na fase é apresentada na Figura 40. A partir dos dados coletados, o valor de  $k_2$  no ponto de operação do motor,  $I = 10$  A, é de 0,74, e está dentro do intervalo esperado apontado na equação (51). Além disso, este valor de  $k_2$  indica que o valor adotado no projeto é aceitável, uma vez que esta diferença é de aproximadamente 10% no valor de  $k_2$ , o que causaria uma alteração de aproximadamente 5% no valor do diâmetro interno e das outras dimensões.



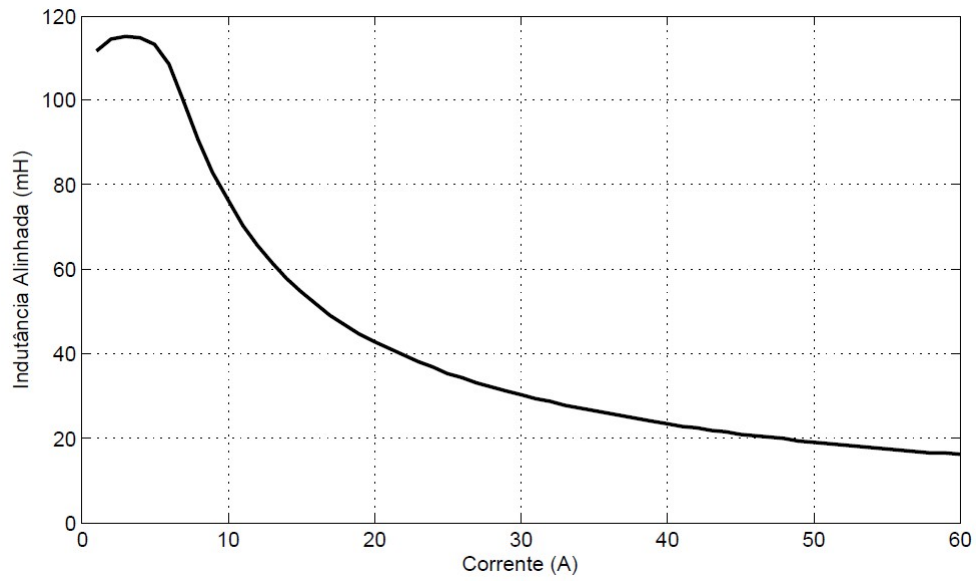


Figura 39 – Indutância na posição alinhada versus corrente no estator.

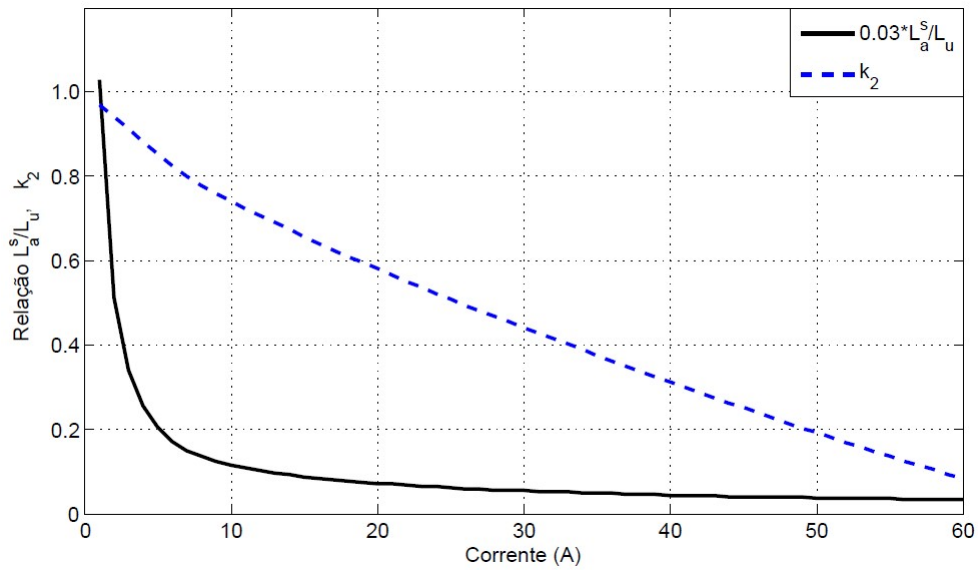


Figura 40 –  $k_2$  e relação entre indutância alinhada e desalinhada versus corrente no estator.

A partir da equação de saída, pode-se perceber que a potência desenvolvida por corrente de entrada é proporcional ao produto da densidade de fluxo e  $k_2$  (KRISHNAN, 2001). Assim, este produto é apresentado na Figura 41.



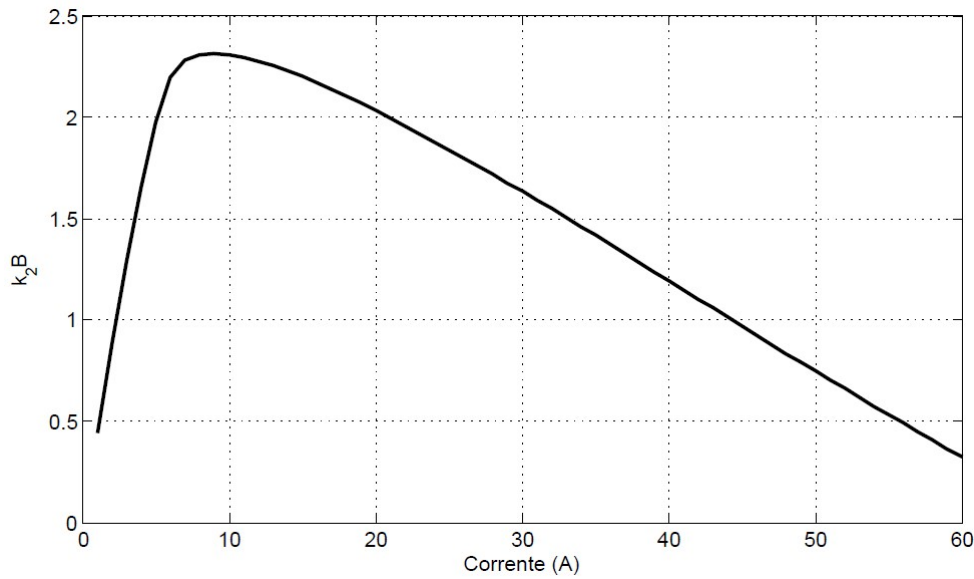


Figura 41 –  $k_2B$  versus corrente no estator para o protótipo desenvolvido.

## 5.6 Limite operacional e Saturação do motor

Um aumento da corrente de excitação resulta num aumento da potência de saída mecânica do MRV, mas o aumento da energia mecânica não é uniforme para todos os pontos de operação, em particular na região saturada (KRISHNAN, 2001). O aumento da corrente de excitação causa um aumento do fluxo concatenado em ambas as posições, alinhada e desalinhada. No entanto, para a posição alinhada que já está saturada, o aumento é cada vez menor. Assim o ganho de energia é cada vez menor. Vide Figuras 14 e 38. Logo, é necessário estabelecer um limite operacional para a MRV.

A partir das explicações dadas neste trabalho, pode-se concluir que o limite operacional do MRV ocorre quando o valor do fluxo na posição desalinhada é igual ao valor do fluxo na posição alinhada.

Em adição à análise de saturação magnética visual que podemos fazer a partir das Figuras 32, 33, 34 e a escala de cores da Figura 35, foi coletado o valor do módulo de  $B$  para estes três valores de corrente em quatro pontos do motor na posição alinhada, quando ocorre maior magnetização do material. Dois pontos estão localizados nos polos do estator e do rotor e dois pontos na culatra do estator e do rotor. A Figura 42 mostra estes pontos.

A Tabela 6, relaciona os valores coletados para  $B$  na análise de elementos finitos para cada ponto e os respectivos valores de corrente.

A partir dos resultados mostrados na Tabela 6, e da análise visual da saturação magnética do motor, podemos concluir que os valores estão dentro da faixa desejada no projeto, quando foi definido o valor de  $B = 2,0 \text{ T}$ . Logo, observando a curva de magnetização do aço M19 na Figura 21 e de acordo com as considerações feitas no Capítulo 3, o projeto



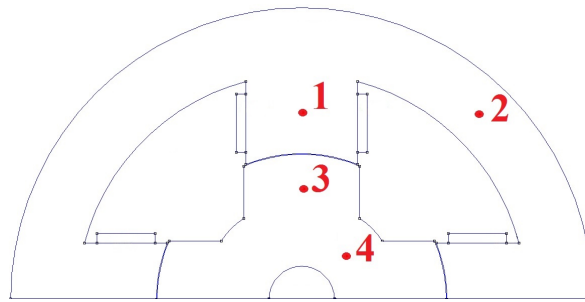


Figura 42 – Localização dos pontos para coleta do valor de  $B$ .

Tabela 6 – Valores de  $B$  obtidos na simulação para os pontos escolhidos.

Corrente	Valores de $B$			
	1 - Polo do Estator	2 - Culatra do Estator	3 - Polo do Rotor	4 - Culatra do Rotor
8,5 A	1,5459	0,9399	1,4659	0,8985
17 A	1,7539	1,0650	1,6569	1,0171
34 A	1,9287	1,1683	1,8086	1,1087

assegurou que a região de operação do motor possa explorar a capacidade de condução do aço e melhorar o desempenho do motor.

## 5.7 Variação dos parâmetros físicos do MRV

Nesta Seção apresenta-se os parâmetros físicos variados e os resultados obtidos para cada alteração. Cada dimensão alterada assumirá um valor inferior e um valor superior ao valor nominal de projeto, respeitando os limites do motor. As outras dimensões do motor serão mantidas. Os resultados mostrados são o fluxo concatenado, o perfil de indutância, o perfil de torque, os valores da indutância para as posições alinhada e desalinhada, o valor do torque médio (situação ideal) e os valores de  $B$  em diferentes pontos do motor.

### 5.7.1 Arco polar do rotor

Nesta simulação, o arco polar do rotor irá assumir os seguintes valores:  $40,5^\circ$ ,  $47,25^\circ$  (nominal) e  $54^\circ$ . A mudança de valor do arco polar do rotor provoca uma mudança no valor da largura do polo do rotor. Assim, nesta simulação houve, por consequência, a variação de duas dimensões do motor.

Os resultados gráficos obtidos são mostrados a seguir. A Figura 43 apresenta o comportamento do fluxo concatenado para os três valores de  $\beta_r$ .

As Figuras 44 e 45 apresentam os perfis de indutância e torque para os três valores de arcos polares, para a corrente nominal de projeto  $I_n = 10A$ .



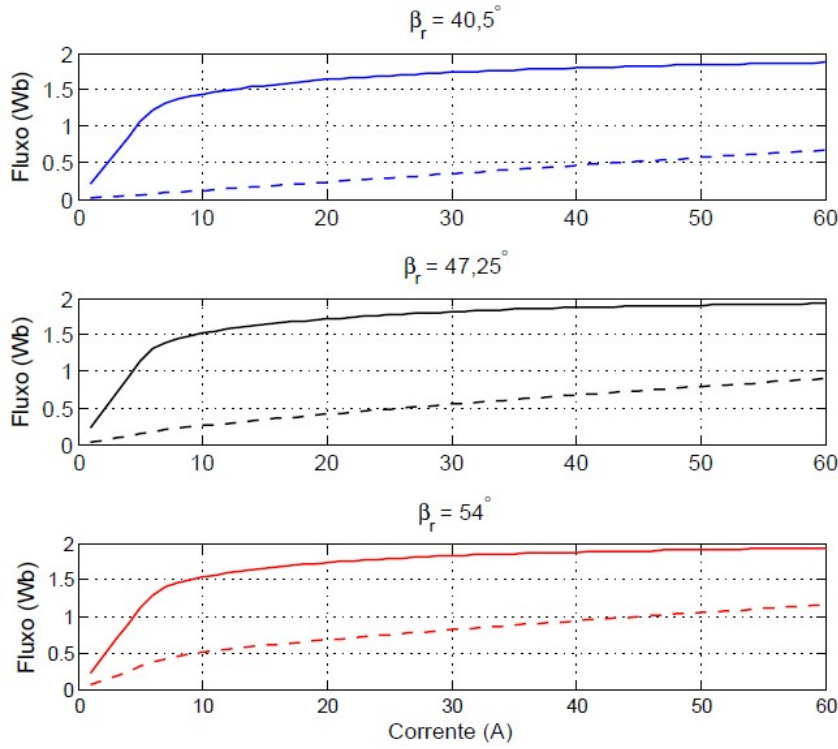


Figura 43 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido para diferentes valores de  $\beta_r$ .

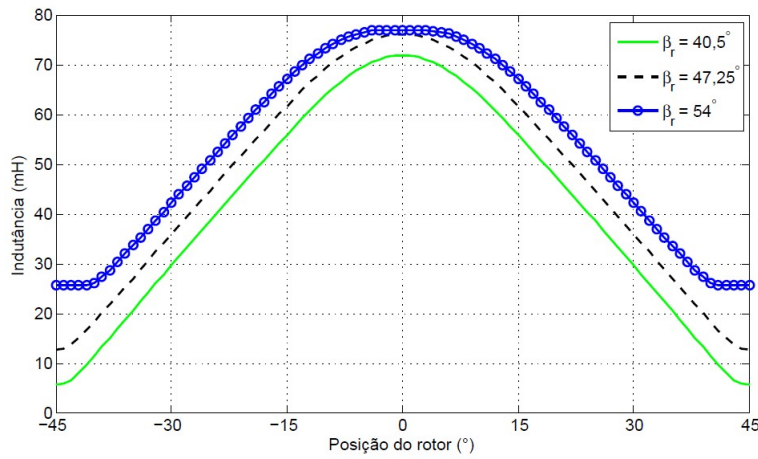
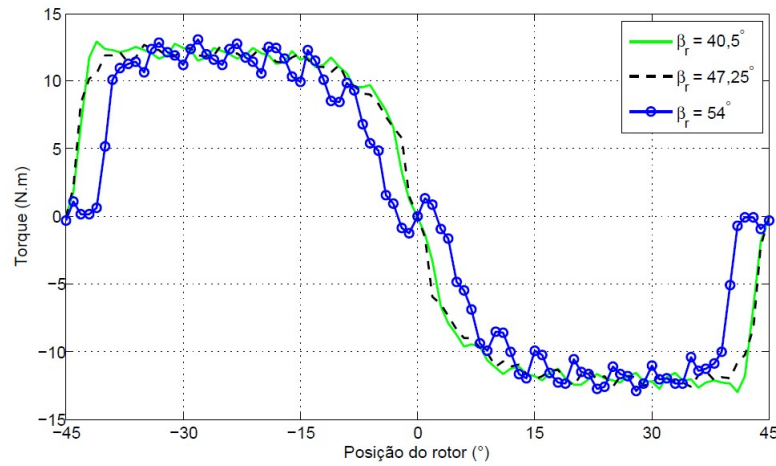


Figura 44 – Variação da indutância para diferentes valores de  $\beta_r$ .

De modo a facilitar a visualização dos resultados, a Tabela 7 apresenta os valores da indutância nas posições alinhada e desalinhada e do torque médio em uma situação ideal para motor, ou seja, quando existe apenas a parte positiva do torque e, durante a etapa de decrescimento da indutância não há presença de corrente e, portanto, produção de conjugado.

A Tabela 8 apresenta os valores de  $B$  obtidos na simulação para os quatro pontos do motor apresentados na Figura 42 para os três valores de arcos polares diferentes.



Figura 45 – Variação do torque para diferentes valores de  $\beta_r$ .Tabela 7 – Resultados da variação de  $\beta_r$ .

Variáveis	Valores de $\beta_r$		
	40.5°	47.25°	54°
Indutância Alinhada (mH)	71,8058	76,1375	76,9727
Indutância Desalinhada (mH)	5,7402	12,6742	25,5471
Torque médio (N · m)	5,1744	5,1232	4,2888

Tabela 8 – Valores de  $B$  obtidos na simulação para os pontos escolhidos.

$\beta_r$	Valores de $B$			
	1 - Polo do Estator	2 - Culatra do Estator	3 - Polo do Rotor	4 - Culatra do Rotor
40.5°	1,5097	0,9141	1,6419	0,8772
47.25°	1,5997	0,9676	1,5177	0,9294
54°	1,6169	0,9803	1,4112	0,929

A partir dos resultados apresentados nas Figuras 43 e 44 pode-se concluir que o aumento do arco polar do rotor causa um aumento da indutância desalinhada, pois a maior área de contato com o polo do estator permite maior passagem de fluxo e, logo, uma maior magnetização do aço. Como para a posição alinhada o aço já está na região de saturação, o aumento de fluxo é mínimo, sendo praticamente constante. A produção de torque é proporcional à diferença entre os valores do fluxo alinhado e desalinhado. Portanto quanto menor for essa diferença, menor será o valor do torque.

Além disso, podemos concluir que o aumento do arco polar do rotor provoca o achatamento do perfil de indutância, o que também contribui para a diminuição do valor do torque médio. Isso acontece pois, durante o intervalo em que não há variação no valor da indutância, não há produção de conjugado, seja o mesmo positivo ou negativo, assim o intervalo para a produção de torque é menor e o valor do torque médio diminui. Isto pode ser observado na Figura 45 onde, para o valor de  $\beta_r = 54^\circ$  o torque inicia seu processo



de crescimento após as outras curvas e seu processo de decrescimento antes, contribuindo ainda mais para redução do valor do torque médio (Vide Tabela 7).

### 5.7.2 Entreferro

Para a variação do entreferro, escolheu-se como valor inferior  $g = 0,20 \text{ mm}$  e como valor superior  $g = 0,45 \text{ mm}$ . O aumento/diminuição do comprimento do entreferro se deu através do aumento/diminuição do diâmetro do rotor, mantendo fixo o diâmetro externo e interno da máquina.

A Figura 46 mostra o comportamento do fluxo concatenado nas posições de total alinhamento e desalinhamento dos polos para os três valores de entreferro analisados.

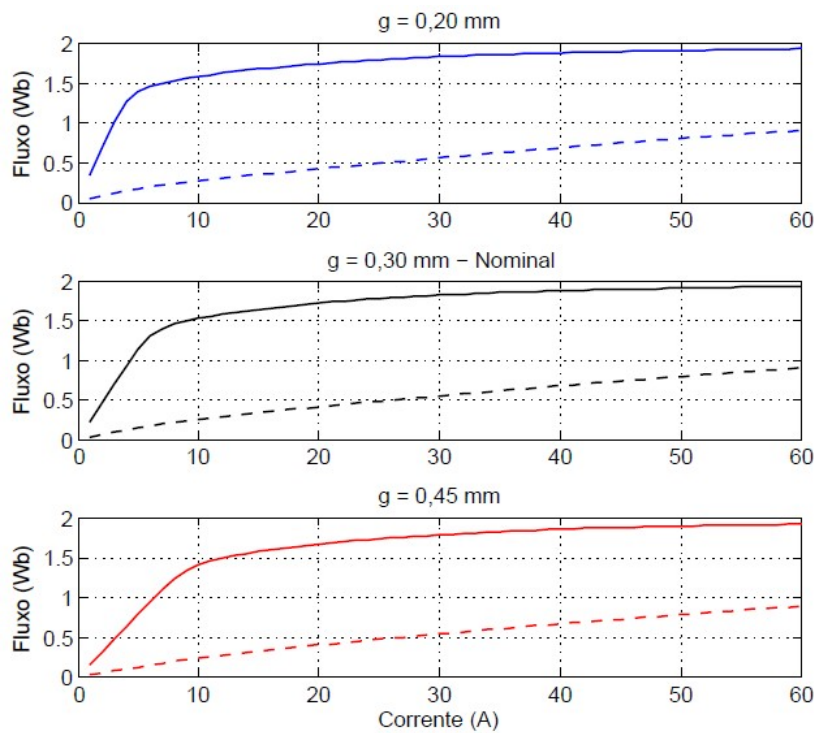


Figura 46 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido para diferentes valores de entreferro.

As Figuras 47 e 48 mostram, respectivamente, o perfil de indutância e torque para os três valores de entreferro.

A Tabela 9 resume os resultados apresentados nas figuras, e a Tabela 10 apresenta os valores de  $B$  coletados nos quatro pontos de referência do motor, permitindo a análise de saturação do mesmo.



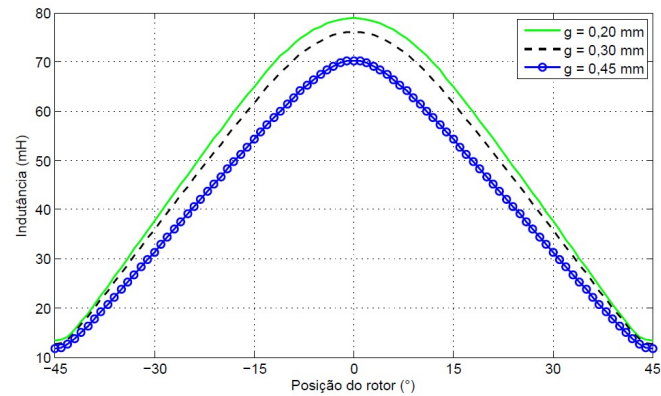


Figura 47 – Variação da indutância para diferentes valores de entreferro.

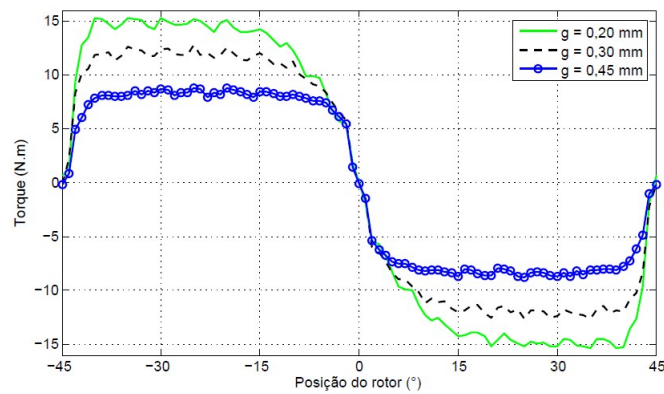


Figura 48 – Variação do torque para diferentes valores de entreferro.

Tabela 9 – Resultados da variação de  $g$ .

Variáveis	Valores de $g$		
	0,20 mm	0,30 mm	0,45 mm
Indutância Alinhada (mH)	78,9425	76,1375	70,2318
Indutância Desalinhada (mH)	13,3289	12,6742	11,7158
Torque médio (N · m)	6,0914	5,1232	3,6803

Tabela 10 – Valores de  $B$  obtidos na simulação para os pontos escolhidos.

$g$	Valores de $B$			
	1 - Polo do Estator	2 - Culatra do Estator	3 - Polo do Rotor	4 - Culatra do Rotor
0,20 mm	1,6571	1,0064	1,5738	0,9651
0,30 mm	1,5997	0,9676	1,5177	0,9294
0,45 mm	1,4773	0,8937	1,3995	0,8523

Como esperado, o encurtamento do entreferro ocasiona a diminuição da relutância do mesmo e, conseqüentemente, o aumento da indutância. Portanto, entreferros menores



Tabela 11 – Resultados da variação de  $NT$ .

Variáveis	Valores de $NT$		
	28 esp.	57 esp.	86 esp.
Indutância Alinhada (mH)	27,4511	76,1375	123,6162
Indutância Desalinhada (mH)	3,5806	12,6742	25,7096
Torque médio (N $\cdot$ m)	3,1194	5,1232	9,1937

terão um valor de indutância maior. Quanto à saturação do aço dos núcleos do rotor e do estator, seu comportamento é similar. Quanto menor o entreferro, maiores valores de  $B$  são esperados para cada ponto.

### 5.7.3 Número de espiras

Nessa simulação foram utilizados dois valores de espiras para a comparação com o valor nominal. O primeiro valor corresponde a 50% do número de espiras nominal, 28 espiras, e o segundo valor é 50% maior que o número de espiras nominal, 86 espiras. Para a escolha do número de espiras por fase é fundamental atentar-se ao volume da região interpolar onde as bobinas ficarão acomodadas, de modo que estas não excedam o volume existente.

A influência do número de espiras no fluxo concatenado, indutância e torque do MRVM são mostradas nas Figuras 49, 50 e 51, respectivamente.

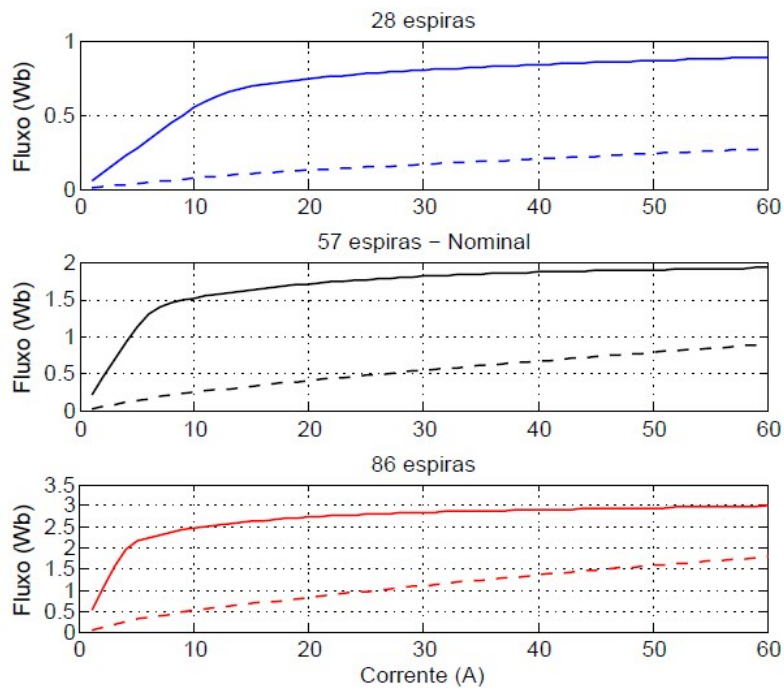


Figura 49 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido para diferentes números de espiras.



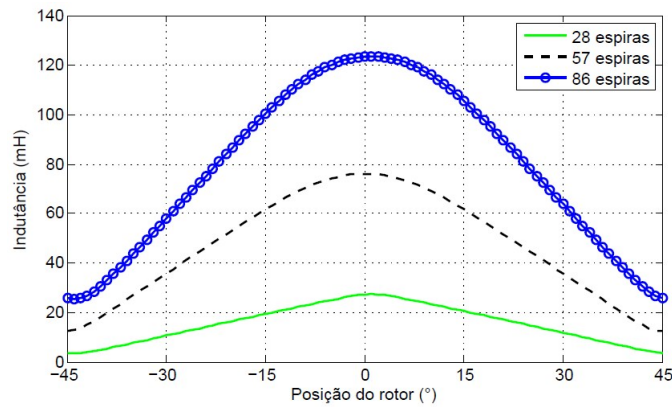


Figura 50 – Variação da indutância para diferentes números de espiras.

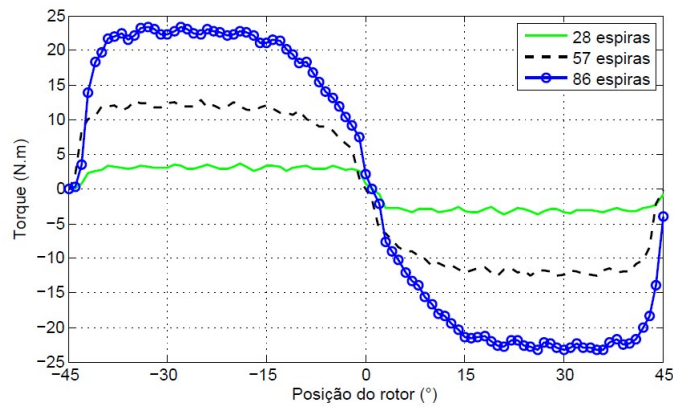


Figura 51 – Variação do torque para diferentes números de espiras.

Tabela 12 – Valores de  $B$  obtidos na simulação para os pontos escolhidos.

$NT$	Valores de $B$			
	1 - Polo do Estator	2 - Culatra do Estator	3 - Polo do Rotor	4 - Culatra do Rotor
28 esp.	1,1675	0,7126	1,1111	0,6541
57 esp.	1,5997	0,9676	1,5177	0,9294
86 esp.	1,72	1,0454	1,6293	0,9986

Verifica-se através das figuras e da Tabela 11 que os valores da indutância alinhada e desalinhada aumentam com o aumento do número de espiras. Esse aumento é esperado, uma vez que uma maior quantidade de espiras implica em um aumento de fluxo concatenado, como pode ser percebido através da Figura 49, e é limitado pela saturação magnética do material.



### 5.7.4 Corrente de fase

As Figuras 52 e 53 exibem os perfis de indutância e o torque do MRVM projetado, respectivamente, para a variação da corrente de fase. As simulações foram realizadas para quatro valores de correntes, as quais são 10 A, 20 A, 30 A e 40 A.

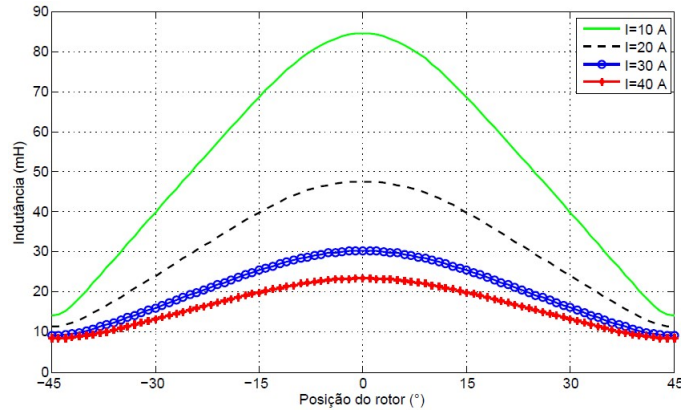


Figura 52 – Variação da indutância para diferentes valores de corrente.

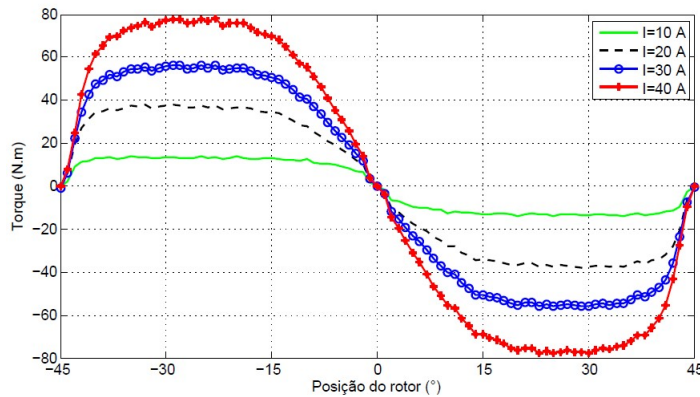


Figura 53 – Variação do torque para diferentes valores de corrente.

A Tabela 13 mostra os valores máximo e mínimo da indutância e do torque médio para cada valor de corrente. Quando o MRVM está operando na região linear da curva de magnetização do material, o acréscimo do fluxo concatenado se dá proporcionalmente ao aumento da corrente de fase, fazendo com que a indutância permaneça praticamente constante (TEIXEIRA, 2008). No entanto, com o aumento da corrente de fase, a magnetização do material irá aumentar até entrar na região de saturação. Nesta região a taxa de crescimento do fluxo com o aumento da corrente é muito pequena e cada vez menor. Assim, a partir de um determinado ponto, o valor do fluxo é praticamente constante. Logo, a partir desse ponto, o valor da indutância diminui com o aumento da corrente.

Da Tabela 13 verifica-se que praticamente não ocorreu alteração na indutância desalinhada, uma vez que ela opera na região linear da curva de magnetização. Já a indutância



Tabela 13 – Resultados da variação de  $I$ .

Variáveis	Valores de $I$			
	10 A	20 A	30 A	40 A
Indutância Alinhada (mH)	76,1355	42,8326	30,2158	23,3617
Indutância Desalinhada (mH)	12,6712	10,2581	9,1141	8,4114
Torque médio (N $\cdot$ m)	5,1228	13,2098	21,2343	28,8968

alinhada diminui com o aumento da corrente indicando saturação. Embora ocorra o decréscimo da indutância, o torque continua a crescer à medida que a corrente aumenta, uma vez que ele é proporcional ao quadrado da corrente.

A Tabela 14 apresenta o comportamento de  $B$  para esses valores de corrente na posição de alinhamento dos polos.

Tabela 14 – Valores de  $B$  obtidos na simulação para diferentes valores de corrente.

$I$	Valores de $B$			
	1 - Polo do Estator	2 - Culatra do Estator	3 - Polo do Rotor	4 - Culatra do Rotor
10 A	1,5997	0,9676	1,5177	0,9294
20 A	1,7973	1,0851	1,6974	1,0404
30 A	1,9004	1,1458	1,7869	1,0903
40 A	1,9604	1,1808	1,8373	1,1187







# Otimização: Teoria e Métodos

## 6.1 Introdução

Otimização é o processo de fazer algo melhor, consiste em testar variações do conceito inicial e usar as informações obtidas para melhorar a idéia (HAUPT; HAUPT, 2004). Assim, a otimização é um processo de busca da melhor solução para um processo, ajustando as características de entrada para que o resultado seja maximizado ou minimizado.

Existem diversos métodos e técnicas de otimização. De forma geral eles podem ser classificados como métodos determinísticos e métodos probabilísticos. Os métodos de otimização baseados nos algoritmos determinísticos - a maioria dos métodos clássicos - geram uma sequência determinística de possíveis soluções requerendo, na maioria das vezes, o uso da primeira derivada, pelo menos, da função objetivo com respeito às variáveis de projeto (BASTOS, 2004). Enquanto isso, os métodos baseados nos algoritmos probabilísticos usam somente a avaliação da função objetivo e introduzem, no processo de otimização, dados e parâmetros estocásticos resolvendo o problema do ponto de vista probabilístico (BASTOS, 2004).

O problema apresentado neste trabalho será otimizado através dos métodos estocásticos, mais particularmente os Algoritmos Evolucionários. Este capítulo se restringe a explicar os métodos e técnicas que serão utilizados na otimização do projeto de MRVM.

## 6.2 Formulação Geral do Problema de Otimização

### 6.2.1 Componentes básicos de um Problema de Otimização

De forma conceitual, cada Problema de Otimização (PO) apresenta as seguintes características básicas (VANDERPLAATS, 1999; LOBATO, 2008):

- **Função Objetivo:** define a característica do problema que se deseja melhorar. Matematicamente, esta característica é representada por uma equação matemática dependente (explicitamente ou não) das variáveis;



- ❑ **Variáveis:** conjunto de parâmetros que podem influenciar os valores da função objetivo. Devidamente manipuladas, promovem modificações no sentido de aumentar ou diminuir os valores da função objetivo. São também denominadas variáveis de projeto, de decisão ou de busca;
- ❑ **Restrições:** são características que limitam os valores que podem ser atribuídos às variáveis (ENGELBRECHT, 2007). A maioria dos problemas definem, pelo menos, um conjunto de restrições que limitam o espaço de busca para cada variável.

### 6.2.2 Classificações de PO

De acordo com Engelbrecht (2007), os PO são classificados de acordo com um número de características:

- ❑ O **número de variáveis** que influencia a função objetivo. Um problema com apenas uma variável a ser otimizada é chamado de problema uni-dimensional, já se mais de uma variável for considerada, o problema será chamado de problema multi-dimensional.
- ❑ O **tipo de variáveis:** O processo de otimização pode ser discreto ou contínuo. O primeiro se refere ao tratamento de problemas com um número finito de possíveis valores para as variáveis, enquanto que, no segundo, essas tendem a infinitas possibilidades (LOBATO, 2008).
- ❑ A **linearidade ou não-linearidade da função objetivo:** Problemas lineares têm uma função objetivo composta por relações lineares entre suas variáveis. Quando funções objetivo não-lineares são utilizadas, assim são as relações entre suas variáveis, e logo o problema é referido como não linear.
- ❑ Quanto às **restrições:** o problema pode ser restrito (apresenta restrições) e não restrito (não apresentam nenhum tipo de restrição). Contudo, qualquer processo, por mais simples que seja, possui algum tipo de restrição: igualdade, desigualdade ou laterais, oriundas de limitações operacionais, físicas, ambientais, entre outras (LOBATO, 2008). As restrições podem ser classificadas em:
  - Restrições de Desigualdade: estabelecem uma região do espaço de projeto dentro da qual o seu valor deve ser maior ou igual/menor ou igual, a um valor pré-estabelecido;
  - Restrições de Igualdade: definem uma região onde as variáveis de projeto conferem à restrição um valor pré-determinado;
  - Restrições Laterais: delimitam uma faixa de variação para cada variável de projeto, ou seja, definem os valores máximos e mínimos que podem ser adotados para tais variáveis.



- ❑ **O número de ótimos:** Se existe apenas uma solução clara, o problema é unimodal. Se existem mais de um ponto ótimo o problema é multimodal. Alguns problemas tem ótimos locais, dificultando a convergência do algoritmo de otimização.
- ❑ **O número de critérios de otimização:** O PO pode ter um objetivo (mono) ou múltiplos objetivos (multi). Em um problema multiobjetivo, vários objetivos precisam ser otimizados simultaneamente. Esses se diferenciam pela forma como o ótimo é definido e pela metodologia de tratamento empregada.

Existem inúmeros métodos de otimização para resolver cada tipo diferente de problema. O método de otimização multiobjetivo utilizada neste trabalho será detalhada a seguir.

### 6.2.3 Otimização Multiobjetivo - Método da Soma Ponderada

Matematicamente, o Problema de Otimização Multiobjetivo (POM) é definido como (DEB, 2001):

$$\min/\max \quad f_m(x), \quad m = 1, 2, \dots, M; \quad (133)$$

$$\text{sujeito a} \quad \begin{cases} g_j(x) \leq 0, & j = 1, 2, \dots, J; \\ h_k(x) = 0, & k = 1, 2, \dots, K; \\ x_i^{inf} \leq x_i \leq x_i^{sup} \end{cases} \quad (134)$$

A solução  $x \in \mathbf{R}$  é o vetor de  $n$  variáveis:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ . Os valores  $x_i^{inf}$  e  $x_i^{sup}$ , representam os valores mínimo e máximo para a variável  $x_i$ , respectivamente, as  $J$  desigualdades ( $g_j$ ) e as  $K$  igualdades ( $h_k$ ) são chamadas de funções de restrição.

Cada uma das  $M$  funções objetivo  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$  pode ser maximizada ou minimizada. O vetor de funções objetivo  $f(x)$  forma um espaço multi-dimensional denominado espaço de objetivos.

Existem várias técnicas para lidar com os POM, uma das abordagens mais simples é a soma ponderada de objetivos. Este método é utilizado antes da inicialização do processo de otimização, quando o usuário atribui coeficientes de ponderação aos critérios. Assim, o problema inicialmente com  $m$  objetivos, é transformado em um outro, com os objetivos agregados, resultando num problema com um único objetivo. Este processo é representado pela equação (135).

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(x) \quad (135)$$

onde os coeficientes de ponderação  $w_i$  obedecem à seguinte relação:

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad (136)$$

Os resultados obtidos através desta abordagem são fortemente dependentes dos valores de  $w_i$ . Além disso, esses coeficientes não refletem proporcionalmente a importância relativa dos objetivos, são somente ponderações (OSYCZKA, 1978). Para os problemas de



otimização, a localização do mínimo depende não apenas dos valores de  $w_i$ , mas também das unidades nas quais essas funções são expressas. Assim, caso se deseje que esses pesos reflitam a importância de cada objetivo, todas as funções devem ser expressas em unidades que assumam aproximadamente o mesmo valor numérico (OSYCHKA, 1984). Isso pode ser feito da seguinte forma:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^m w_i \frac{f_i(x)}{f_i^0} \quad (137)$$

onde  $f_i^0$  é o  $i$ -ésimo valor da função objetivo otimizada individualmente com a presença de todas as restrições originais. Utilizando a solução ideal  $f_i^0$ , a função vetorial na equação (135) é normalizada e os coeficientes de ponderação  $w_i$  refletem de forma aproximada a importância dos objetivos.

## 6.3 Algoritmos evolucionários

A Computação Evolucionária (CE) tem como objetivo imitar os processos da evolução natural, onde o conceito principal é a sobrevivência do mais apto: o menos apto deve morrer (ENGELBRECHT, 2007). Na evolução natural, os indivíduos mais aptos sobrevivem e se reproduzem, seus filhos herdam as melhores características de seus pais. Aqueles indivíduos que herdam características ruins são fracos e perdem a batalha para sobreviver em um ambiente competitivo, assim o indivíduo mais bem adaptado ao ambiente tende a sobreviver e repassar seu material genético para as futuras gerações.

Os Algoritmos Evolucionários (AE) usam uma *população* de indivíduos, onde cada indivíduo é referido como um *cromossomo* e cada característica do indivíduo é chamada de *gene*. Uma população de indivíduos representa um conjunto de possíveis soluções para o problema a ser otimizado. A cada geração, os indivíduos competem para produzir descendentes, os indivíduos mais aptos a sobrevivência tem maiores chances de se reproduzir. Os filhos são gerados a partir do processo de *cruzamento* (*crossover*) e podem sofrer *mutação*, quando alguma característica do indivíduo é modificada aleatoriamente. A força de sobrevivência de um indivíduo é medida usando uma função *fitness*, ou função de aptidão, que reflete os objetivos e restrições do problema a ser resolvido (ENGELBRECHT, 2007).

Diferentes classes de AE foram desenvolvidos:

- ❑ **Algoritmos Genéticos (AG)** são modelos de evolução genética.
- ❑ **Programação Genética** é baseada nos AG, porém os indivíduos são programas.
- ❑ **Programação Evolucionária** é derivada a partir da simulação do comportamento adaptativo dos indivíduos da população na evolução.
- ❑ **Estratégias Evolucionárias** buscam modelar os parâmetros da estratégia que controlam a variação da evolução.



- ❑ **Evolução Diferencial** que é similar ao AG, diferindo no mecanismo de reprodução utilizado.
- ❑ **Evolução Cultural** que modela a evolução cultural da população e o quanto a cultura influencia a evolução genética e fenotípica dos indivíduos.
- ❑ **Coevolução** trata da evolução de indivíduos menos aptos através da cooperação ou concorrência com os outros, adquirindo as características necessárias para sobreviver.

Os AE têm sido bastante utilizados por possuírem uma série de características que os tornam bastante atraentes para aplicações de otimização numérica. Os AE são facilmente implementáveis; são modulares e se adaptam facilmente a vários tipos de problema; são métodos de otimização global mais robustos a ótimos locais; podem otimizar um grande número de parâmetros discretos, contínuos ou uma combinação deles; realizam buscas simultâneas em várias regiões do espaço de busca (paralelismo inerente); podem ser combinados com outras heurísticas de busca (OLIVEIRA, 2004). Naturalmente, também possuem algumas desvantagens como, por exemplo, podem ser mais lentos que outros métodos por trabalharem com uma população de soluções; é necessário definir um mecanismo apropriado de codificação e avaliação de soluções; dificuldades para se ajustar adequadamente os valores dos parâmetros de desempenho (OLIVEIRA, 2004).

Para entender a terminologia utilizada nos processos de otimização baseados na evolução natural, a Tabela 15 mostra a analogia entre esses termos e um problema computacional típico.

Tabela 15 – Analogia entre a terminologia do AE e de um problema computacional.

<b>Evolução Natural</b>	<b>Problema Computacional</b>
População	Conjunto de soluções
Indivíduo	Candidato a solução de um problema
Cromossomo	Representação codificada de uma solução
Gene	Parte da representação de uma solução
Ambiente	Função objetivo ou aptidão ( <i>fitness</i> )
Cruzamento, Mutação	Operadores de busca
Geração	Iteração

Neste trabalho, duas metodologias de AE são utilizados para buscar a melhor solução para o problema: os Algoritmos Genéticos e a Evolução Diferencial, os quais são descritos mais detalhadamente nas próximas seções.

Uma breve descrição dos componentes principais de um AE é feita adiante.



### 6.3.1 Componentes principais de um AE

#### 6.3.1.1 Representação genética

A representação genética corresponde a codificação do cromossomo de forma que este possa ser compreendido por computadores e represente as informações do problema.

A codificação binária é tradicionalmente muito utilizada, uma vez que foi utilizada nos trabalhos pioneiros de Holland (1975). Contudo, se um problema tem parâmetros contínuos e deseja-se trabalhar com boa precisão numérica, será necessário armazenar indivíduos relativamente longos na memória do computador (PINHO et al., 2013) prejudicando, assim, a velocidade de execução do algoritmo. Neste sentido, a representação real apresenta vantagens sobre a binária no que diz respeito à velocidade de processamento, consistência dos resultados a cada geração e maior precisão (especialmente em grandes domínios quando a representação binária exige codificação especialmente longa) (MICHALEWICZ, 1996).

A escolha de uma representação adequada para o problema é importante na medida que quanto mais adequada a representação for, maior a qualidade dos resultados obtidos (PINHO et al., 2013).

#### 6.3.1.2 População inicial

A população inicial de soluções pode ser obtida de duas formas, ou os indivíduos são gerados aleatoriamente ou a população é gerada através de uma heurística relacionada às características do problema abordado (SOARES, 2006).

Ao direcionar a população inicial com o auxílio de alguma heurística, o AE pode chegar a soluções melhores e mais rapidamente do que quando comparado ao processo de geração aleatória. No entanto pode ocorrer convergência prematura para pontos ótimos locais, o que não é conveniente para a resolução do problema (PINHO et al., 2013) (REEVES, 1995). Independente da forma como é gerada, a população inicial deve cobrir a maior parte do espaço de busca da solução. Se regiões do espaço de busca não forem cobertas pela população inicial, há chances de que essas partes do domínio sejam negligenciadas no processo de busca (ENGELBRECHT, 2007).

O tamanho da população é um parâmetro de configuração importante para um AE. Populações pequenas podem não representar adequadamente o espaço de busca podendo levar o AE a uma convergência prematura e populações muito grandes acarretam maiores esforços computacionais e maior tempo para resolução do problema (MICHALEWICZ, 1996).

#### 6.3.1.3 Função de aptidão/avaliação/*fitness* da população

A função de aptidão representa a função objetivo, que descreve o problema de otimização. Assim, o valor da função de aptidão determina a qualidade de um indivíduo como



solução do problema.

A função de aptidão precisa ser elaborada de modo que represente fielmente as condições do problema. Assim, poderá entregar soluções que possam levar o AG ao resultado ótimo (GUIMARÃES, 2013).

#### 6.3.1.4 Métodos de seleção

Após a fase de avaliação, os indivíduos com melhor aptidão terão maior probabilidade de serem selecionados para a aplicação dos demais operadores genéticos (GUIMARÃES, 2013). A seleção é um dos principais operadores em AE e se relaciona diretamente com o conceito de sobrevivência dos mais aptos.

Ao final de cada geração uma nova população de soluções candidatas é selecionada para servir como população na geração seguinte. A nova população pode ser selecionada a partir dos filhos apenas ou a partir de ambos pais e filhos (ENGELBRECHT, 2007).

Alguns métodos de seleção são descritos a seguir.

- ❑ **Seleção aleatória** é o método mais simples, cada indivíduo tem a mesma probabilidade de ser selecionado, nenhuma informação de aptidão é utilizada.
- ❑ **Seleção por Roleta proporcional** proposto por (HOLLAND, 1975). Os indivíduos são representados de forma proporcional ao seu valor de aptidão, assim um indivíduo mais apto tem maiores chances de ser sorteado.
- ❑ **Seleção por torneio** um subconjunto da população é sorteado e os melhores indivíduos desse grupo são selecionados e competem entre si para se tornarem um dos pais da próxima geração.
- ❑ **Seleção elitista** armazena o melhor indivíduo de uma geração e o reintroduz na geração seguinte, evitando a perda de informações importantes presentes em indivíduos de alta aptidão e que podem ser perdidas ao longo do processo (PINHO et al., 2013).

O operador seleção deve garantir que os indivíduos mais aptos sobrevivam para as próximas gerações.

#### 6.3.1.5 Operadores Genéticos: Cruzamento e Mutação

Segundo Goldberg (1989) existem diversos operadores genéticos. Entretanto, dois operadores são comumente utilizados: cruzamento (*crossover*) e mutação.

##### 1. Cruzamento

Nesta operação, dois indivíduos são combinados para formar novos indivíduos. Aplicando iterativamente este operador, é esperado que as características dos indivíduos



mais aptos apareçam com maior frequência na população e eventualmente convirjam para uma boa solução (PINHO et al., 2013). Para a representação binária, os tipos mais comuns de cruzamentos encontrados na literatura são o cruzamento uniforme, o cruzamento de um ponto e o cruzamento de dois pontos. Em problemas com representação real, são utilizados operadores de cruzamento aritméticos que realizam algum tipo de combinação linear entre os cromossomos pais (LACERDA; CARVALHO, 1999). Entre eles estão cruzamento de média, de média geométrica, linear, aritmético, heurístico e simples.

## 2. Mutação

O operador de mutação foi proposto inicialmente para introduzir na população material genético inovador de maneira constante (GOLDBERG, 1989). Todavia, a mutação também pode ser empregada para introduzir um ruído aleatório, reduzido deterministicamente ao longo das gerações. Constituindo-se assim, como um operador que intensifica a busca em torno de regiões de busca (MICHALEWICZ, 1996). A mutação introduz características novas que podem ser mais ou menos apropriadas à adaptação do indivíduo ao meio em que ele vive. No caso de ser mais apropriado, o indivíduo tende a se sobressair, aumentando suas chances de reproduzir-se e, conseqüentemente, transmitir esse material genético novo a um número maior de descendentes. No caso de ser menos apropriado, esse indivíduo pode ter uma vida breve, limitando o efeito do novo material a um número pequeno de indivíduos. A longo prazo, pequenas mutações podem causar mudanças substanciais na população, incluindo a formação de novas espécies (OLIVEIRA, 2004).

A escolha do operador mutação depende da codificação do cromossomo. Quando a codificação é binária, o operador de mutação padrão simplesmente troca o valor de um gene em um cromossomo (GOLDBERG, 1989). Em problemas com representação real, o operador de mutação mais popular é a mutação gaussiana, quando um gene é substituído por um número aleatório com distribuição normal. Outros tipos de mutação para representação real são: mutação uniforme, mutação *creep*, mutação limite, mutação não-uniforme e mutação não-uniforme múltipla.

### 6.3.1.6 Critérios de parada e Número de gerações

A geração é uma iteração do AE na qual os indivíduos da população atual são selecionados e recombinados e/ou mutados, gerando descendentes até que um critério de parada seja satisfeito. O critério de parada mais simples é o de limitar o número de gerações que AE está autorizado a executar. Este limite, no entanto, deve ser suficiente para permitir que o AE explore o espaço de busca (ENGELBRECHT, 2007). Além disso, pode ser utilizado um critério de convergência para verificar se a população de soluções converge para uma solução específica.



### 6.3.2 Algoritmos Genéticos

Os AG são técnicas de otimização e busca estocástica baseada nos princípios da seleção genética e natural (HAUPT; HAUPT, 2004). O AG de John H. Holland e colaboradores (HOLLAND, 1975), (JONG, 1975), (GOLDBERG, 1989) é consideravelmente diferente dos AG's utilizados atualmente. Essa diferença se dá pois os operados utilizados inicialmente eram muito simples, e muitas vezes os resultados não eram satisfatórios, o que acabava limitando as aplicações dos AG's. Como alternativa de melhoria de desempenho, inúmeros variações de AG foram desenvolvidas, que diferem no esquema de representação, no operador de seleção, operador cruzamento e no operador de mutação (ENGELBRECHT, 2007).

Algumas vantagens dos AG são citadas a seguir (PINHO et al., 2013) e (HAUPT; HAUPT, 2004):

- ❑ Trabalham com uma população de soluções em um determinado espaço de busca;
- ❑ São capazes de lidar com funções discretas e contínuas, podendo trabalhar também com funções mistas;
- ❑ Não são afetados por descontinuidades na função ou em suas derivadas;
- ❑ Não utilizam métodos de busca totalmente aleatórios;
- ❑ Lidam com um grande número de variáveis;
- ❑ Resolvem problemas de buscas em espaços de buscas grandes demais para métodos de otimização tradicionais;
- ❑ Otimiza variáveis com superfícies de busca extremamente complexas;
- ❑ Fornecem uma lista de variáveis ótimas, e não uma única solução ótima;
- ❑ Podem trabalhar com variáveis codificadas;
- ❑ Trabalha com dados numéricos, dados experimentais, ou funções analíticas.

Estas vantagens são intrigantes e, em alguns casos, entregam resultados impressionantes quando abordagens de otimização tradicionais falham (HAUPT; HAUPT, 2004).

É evidente que o AG não é a melhor maneira de resolver todos os problemas. Devido ao fato de o AG trabalhar com uma população de soluções candidatas, muitos problemas de baixa complexidade são resolvidos mais rapidamente utilizando métodos tradicionais de otimização.

O fluxograma genérico apresentado na Figura 54 é capaz de abranger a maioria dos AGs existentes.



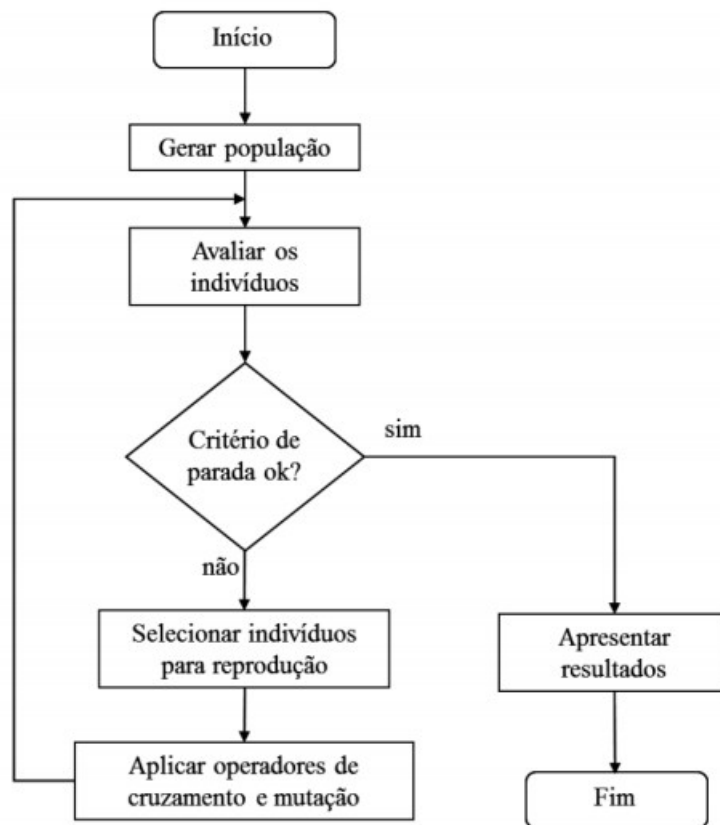


Figura 54 – Fluxograma para o AG genérico (PINHO et al., 2013).

- ❑ **1ª Etapa** - Uma população inicial de soluções candidatas ao problema é gerada.
- ❑ **2ª Etapa** - Os indivíduos da população são avaliados segundo a função de avaliação.
- ❑ **3ª Etapa** - O critério de parada é verificado.
- ❑ **4ª Etapa** - Se o critério de parada não for satisfeito os indivíduos selecionados se reproduzem (cruzamento) aos pares para gerar os filhos que irão compor a nova população de soluções. Caso ocorra a mutação, uma pequena característica do cromossomo será alterada.

Este ciclo é repetido até que o critério de parada do algoritmo seja alcançado ou o limite de gerações atingido. Neste momento, a solução encontrada para o problema é apresentada.

### 6.3.3 Evolução Diferencial

A Evolução Diferencial (ED) foi apresentada como uma versão do AG, resolvendo de forma mais rápida os problemas de otimização (RAMPAZZO; YAMAKAMI; FRANÇA, 2013). É uma meta-heurística desenvolvida para ser um método de busca paralela, direta e estocástica (STORN; PRICE, 1997).



O método da ED foi desenvolvido para preencher todos os requisitos de uma técnica de otimização prática, são eles: capacidade de lidar com funções não diferenciáveis, não-lineares e multimodais; capacidade de paralelismo para lidar com funções de intenso custo computacional; fácil de usar, as variáveis de controle do algoritmo devem ser poucas, robustas e de fácil escolha; boas propriedades de convergência, escapando de mínimos locais (STORN; PRICE, 1997). Assim, um método de otimização global genuinamente útil deve ser simples de implementar, fácil de usar, confiável e rápido (PRICE; LAMPINEN; STORN, 2005). O algoritmo de ED preencheu todos esses requisitos, e provou sua eficiência em inúmeros trabalhos que comparam a ED com outros algoritmos evolucionários e métodos de otimização.

Uma das principais vantagens do algoritmo de ED em comparação com os outros algoritmos é sua propriedade de auto-ajuste. O ED utiliza a diferença entre dois vetores (indivíduos), escolhidos aleatoriamente na população candidata para produzir novos indivíduos. Este é um mecanismo de busca simples e poderoso, uma vez que à medida que a população evolui, a direção de busca e o tamanho do passo na mutação mudam, ajustando-se de acordo com a distribuição da população no espaço de busca (PRICE; LAMPINEN; STORN, 2005). Além disso, a evolução diferencial trabalha com uma população de vetores compostos de números reais, assim não é necessário usar processos de codificação e decodificação.

Uma população inicial gerada aleatoriamente e composta por  $N_p$  indivíduos, chamados vetores, cobre todo o espaço de busca. Para um problema com  $n$  variáveis, cada vetor possui  $n$  componentes. A população segue um processo de evolução natural, porém o número de indivíduos permanece o mesmo ao longo das gerações e do processo de otimização.

A idéia principal da ED é gerar novos indivíduos através da adição da diferença ponderada entre dois indivíduos aleatórios a um terceiro indivíduo. Esta operação é chamada de *mutação* e a ponderação previne duplicações de indivíduos existentes. O vetor mutado (*donor* ou doador) é então combinado com outro vetor pré-determinado, o vetor *target* ou vetor alvo, para gerar o vetor *trial* ou vetor teste. Esta combinação corresponde ao cruzamento (*crossover*) e tem a finalidade de aumentar a diversidade das soluções mudadas ao mesmo tempo que incorpora indivíduos bons de gerações anteriores (RAMPAZZO; YAMAKAMI; FRANÇA, 2013).

Se a função aptidão do vetor *trial* for inferior a função aptidão do vetor *target*, então o vetor *trial* será o vetor *target* da geração seguinte (OLIVEIRA, 2006). É importante ressaltar que cada indivíduo presente na população atual deve ser usado pelo menos uma vez como vetor *target*, assim todo indivíduo deve ser utilizado no cruzamento e na seleção.

Existem inúmeras estratégias desenvolvidas para a ED, todas, no entanto, respeitam a ordem explicada acima e representada no fluxograma apresentado na Figura 55.



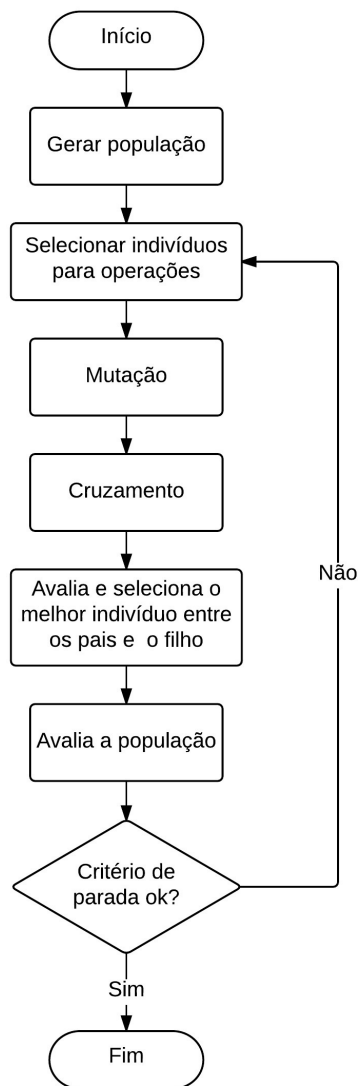


Figura 55 – Fluxograma típico para a ED.

### 6.3.3.1 Operadores da ED

Os operadores da ED se baseiam nos princípios da evolução natural de manter a diversidade da população, evitar convergências prematuras e obter a melhor solução (OLIVEIRA, 2006).

Seja uma população de soluções candidatas, representada por  $X_t = x_{t,i}; i = 1, 2, \dots, N_p$  onde  $t$  é o índice da geração corrente e  $i$  é o índice do indivíduo na população e  $N_p$  é o número de indivíduos na população. Cada indivíduo na população é representado por um vetor:



$$x_{t,i} = \begin{bmatrix} x_{t,i,1} \\ x_{t,i,2} \\ \vdots \\ x_{t,i,n} \end{bmatrix} \quad (138)$$

Onde o terceiro índice indica uma entre as  $n$  variáveis do problema.

A seguir, a estratégia básica da ED é descrita.

#### ❑ Mutação

Para cada vetor alvo  $x_{t,i}$  da população, para  $i = 1, 2, \dots, N_p$ , um novo indivíduo é gerado através da mutação diferencial:

$$v_{t,i} = x_{t,r1} + F \cdot (x_{t,r2} - x_{t,r3}) \quad (139)$$

Na equação acima  $v_{t,i}$  representa a  $i$ -ésima solução mutante,  $F$  é o fator de escala aplicado ao vetor diferença e parâmetro do algoritmo de ED, com  $F \in [0, 2]$ . O vetor  $x_{t,r1}$ , ao qual é aplicado a mutação diferencial, é denominado vetor base e  $r1, r2, r3 \in \{1, \dots, N_p\}$ .

#### ❑ Cruzamento

O cruzamento é introduzido para aumentar a diversidade dos indivíduos que sofreram mutação. Assim, a população mutante e a população corrente serão recombinadas a partir da seguinte comparação:

$$u_{t,i,j} = \begin{cases} v_{t,i,j}, & \text{se } r_j \leq CR \text{ ou } j = l_i \\ x_{t,i,j}, & \text{se } r_j > CR \text{ ou } j \neq l_i \end{cases} \quad (140)$$

Onde  $l_i \in 1, \dots, n$  é um índice aleatório sorteado para o vetor teste  $i$ . Como em algum momento a igualdade  $j = l_i$  será verificada, essa condição garante que pelo menos um dos parâmetros da solução teste será herdado do indivíduo mutante. O parâmetro  $CR$  é a probabilidade de cruzamento  $\in [0, 1]$  e controla a fração de valores em  $u_{t,i}$  que são copiados do vetor mutante  $v_{t,i}$ .

#### ❑ Seleção

A seleção é o processo de produzir filhos melhores que os pais (OLIVEIRA, 2006). Diferente dos outros AE, a ED não usa o elitismo ou a seleção proporcional. Pelo contrário, são comparados os valores da função *fitness* do vetor teste com o vetor base. Se o *fitness* do vetor teste for menor ou igual ao *fitness* do vetor base, então o vetor teste será escolhido para a próxima geração. Caso contrário, o vetor base continua na próxima geração.

$$x_{t+1,i} = \begin{cases} u_{t,i}, & \text{se } f(u_{t,i}) \leq f(x_{t,i}) \\ x_{t,i}, & \text{se } f(u_{t,i}) > f(x_{t,i}) \end{cases} \quad (141)$$



### 6.3.3.2 Estratégias da ED

Diferentes estratégias de ED podem ser obtidas alterando-se os operadores mutação e cruzamento. Para classificar as diferentes variações de ED, Storn e Price (1997) introduziram a seguinte notação:

$$ED/x/y/z$$

onde:

$x$  - especifica o vetor a ser mutado, que pode ser escolhido aleatoriamente na população ou o melhor indivíduo da população (menor valor de aptidão).

$y$  - determina o número de vetores diferença usados.

$z$  - representa o tipo de cruzamento adotado, que pode ser binomial (*bin*) ou exponencial (*exp*).

A estratégia básica de ED descrita nesta seção pode ser escrita como ED/rand/1/bin.



## Otimização de Projeto do MRV

### 7.1 Introdução

A otimização do projeto de máquinas a relutância variável visa, principalmente, a redução da ondulação no torque, o aumento do torque médio e da eficiência do motor. Naayagi e Kamaraj (2005) propôs a otimização dos arcos polares para redução da ondulação no torque da MRV. Algoritmos Genéticos foram usados na otimização do projeto de MRV por (MIRZAEIAN et al., 2002) e (KANO; KOSAKA; MATSUI, 2007). O AG *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) foi utilizado por Balaji e Kamaraj (2012a) para determinar a forma de polo ideal para melhorar o desempenho da MRV. A Evolução Diferencial e o algoritmo de *Particle Swarm Optimization* (PSO) foram utilizados para a otimização de projeto de MRV por (BALAJI; KAMARAJ, 2011) e (BALAJI; KAMARAJ, 2012b), respectivamente. Xue et al. (2010) utilizou os arcos polares do estator e do rotor como variáveis de otimização para otimizar o projeto do MRV em veículos elétricos. Da literatura, é evidente que técnicas de inteligência computacional como os algoritmos evolucionários e redes neurais artificiais, têm sido aplicados com sucesso para otimização do projeto de MRV (BALAJI; KAMARAJ, 2012b).

Independente da configuração e do tamanho da máquina projetada, a produção de torque e a ondulação do torque são sensíveis aos valores e à relação dos arcos polares do rotor e do estator. Sua seleção é uma parte vital do processo de projeto do MRV. Logo, com base nos trabalhos citados e nas considerações feitas neste trabalho, as variáveis de otimização escolhidas serão os arcos polares do rotor e do estator ( $\beta_r$  e  $\beta_s$ ).

Neste capítulo, os Algoritmos Evolucionários serão utilizados para a otimização multiobjetivo do projeto do MRVM, especificadamente os Algoritmos Genéticos e a Evolução Diferencial. O desempenho destes serão comparados na resolução do problema apresentado.



## 7.2 Critérios

Os três critérios de desempenho propostos para avaliar o projeto de MRVMs são o torque médio, o torque médio por perdas no cobre (eficiência), e o torque médio por volume do núcleo (densidade de torque).

### 7.2.1 Torque médio

O cálculo do torque médio utilizado para a otimização é o mesmo apresentado detalhadamente nos Capítulos 3 e 4, e definido detalhadamente na equação (131). Será utilizado um algoritmo para cálculo do torque médio através do MACF, uma vez que o uso do MEF é inviável devido a grande quantidade de possíveis soluções a serem analisadas a cada geração.

### 7.2.2 Torque médio por Perdas no Cobre

As perdas no cobre para a corrente nominal pode ser calculada pela equação (142) .

$$P_c = I^2 R_f \quad (142)$$

Onde  $R_f$  representa a resistência da bobina, e é calculada por:

$$R_f = \frac{\rho \cdot l_m \cdot NT}{a_c} \quad (143)$$

Na equação (143)  $\rho$  é a resistividade do material condutor e  $l_m$  é comprimento médio de cada espira, as outras variáveis foram definidas anteriormente.

O material condutor utilizado nas bobinas é o cobre, que possui resistividade igual a  $\rho = 1,68 \cdot 10^{-8}$ . O comprimento médio de cada bobina é calculado pela equação (144).

$$l_m = 2L + 2h_s + \pi D_i \sin\left(\frac{\beta_s}{2}\right) \quad (144)$$

Logo, o torque médio por perdas no cobre ( $TP$ ) pode ser calculado através de

$$TP = \frac{T_m}{P_c} \quad (145)$$

### 7.2.3 Densidade de Torque

O volume do núcleo do motor é obtido através da soma do volume do estator ( $V_{es}$ ) e do volume do rotor ( $V_r$ ). Consequentemente, a densidade de torque ( $TV$ ) é determinada pela equação (146) a seguir.

$$TV = \frac{T_m}{V_{es} + V_r} \quad (146)$$



## 7.3 Função Objetivo

Os três critérios apresentados acima são selecionados como os três objetivos do projeto de um MRV. Logo, o problema de otimização é caracterizado como otimização multiobjetivo. A abordagem utilizada para lidar com este problema foi o método da soma ponderada de objetivos, apresentado anteriormente na Seção 6.2.3. O arco polar do estator e do rotor são considerados como variáveis de projeto. Logo, a função objetivo é definida como

$$F_{obj} = \max \left\{ c_t \frac{T_m}{T_m^0} + c_{tp} \frac{TP}{TP^0} + c_{tv} \frac{TV}{TV^0} \right\} \quad (147)$$

$$T_m^0 = \max\{T_m\} \quad (148)$$

$$TP^0 = \max\{TP\} \quad (149)$$

$$TV^0 = \max\{TV\} \quad (150)$$

$$c_T + c_{TP} + c_{TV} = 1 \quad (151)$$

onde  $c_t$ ,  $c_{tp}$  e  $c_{tv}$  são os coeficientes de ponderação do torque médio, do torque médio por perdas no cobre e da densidade de torque, respectivamente.  $T_m^0$  representa o valor base do torque médio,  $TP^0$  o valor base para o torque médio por perdas no cobre e  $TV^0$  representa o valor base para o torque médio por volume do motor.

A partir da equação (147) que a otimização com três objetivos foi simplificada para uma função de otimização com um único objetivo, utilizando três fatores de peso e três valores de base. Os coeficientes de ponderação são usados para estabelecer a relação de importância entre as funções a serem otimizadas, ou seja, se para um coeficiente de ponderação for escolhido um valor maior do que os outros dois este objetivo será priorizado. Os valores base para cada objetivo é determinado obtendo-se separadamente o máximo viável para cada função objetivo. O valor máximo da função objetivo da otimização é a unidade.

## 7.4 Restrições

As expressões a seguir apresentam as restrições impostas para a otimização de acordo com as condições de construção, partida e funcionamento do motor.

$$\beta_r \geq \beta_s \quad (152)$$

$$1,0 < \frac{\beta_r}{\beta_s} \leq 1,2 \quad (153)$$

$$\beta_s \geq \frac{4\pi}{N_s \cdot N_r} \quad (154)$$

$$\frac{2\pi}{N_r} - \beta_r > \beta_s \quad (155)$$



As equações (152), (153) e (154) mostradas acima, foram apresentadas e fundamentadas na Seção 3.5 deste trabalho, portanto são resumidamente citadas neste momento.

## 7.5 Algoritmos

### 7.5.1 Algoritmos Genéticos

#### 7.5.1.1 População inicial

Para iniciar o AG, definimos uma população inicial de  $N_{pop}$  cromossomos. Uma matriz representa a população, cada linha da matriz é composta por um vetor (cromossomo)  $1 \times N_{var}$ . Portanto, dada uma população inicial de  $N_{pop}$  cromossomos, a matriz completa  $N_{pop} \times N_{var}$  será composta de valores aleatórios, gerados através de

$pop = rand(N_{pop}, N_{var})$

Todas as variáveis são normalizadas para obter valores entre 0 e 1, o intervalo da função gerador de números aleatórios utilizada. Os valores das variáveis são então corrigidas para o intervalo desejado, através de

$$p = (p_{sup} - p_{inf})p_{norm} + p_{inf} \quad (156)$$

onde

$p_{sup}$ : limite superior da variável;

$p_{inf}$ : limite inferior da variável;

$p_{norm}$ : valor normalizado da variável.

#### 7.5.1.2 Seleção por Roleta

As probabilidades atribuídas aos cromossomos são inversamente proporcionais à sua aptidão. Assim, um cromossomo com menor aptidão tem maior probabilidade de se reproduzir, enquanto o cromossomo com a aptidão mais elevada tem a menor probabilidade de reprodução (HAUPT; HAUPT, 2004). Um número aleatório determina qual cromossomo é selecionado. Existem duas técnicas, a roleta proporcional e a roleta por ordenamento (*ranking*).

O método de seleção utilizado será o método da roleta por ordenamento, uma vez que este proporciona uma maior diversidade à população. Neste método, os indivíduos de uma determinada população são ordenados de acordo com os valores dados pela função de aptidão, e a probabilidade de cada cromossomo é calculada a partir de sua posição.

As probabilidades cumulativas ( $c_i$ ) são utilizadas na seleção do cromossomo. Para selecionar um indivíduo, um valor real  $r \in [0, 1]$  para identificar o  $i$ -ésimo indivíduo da população é gerado aleatoriamente, quando  $r < c_1$ , o primeiro indivíduo é selecionado. O



segundo indivíduo é selecionado da mesma maneira. A aleatoriedade nesta abordagem é característico da natureza. Há uma tendência em utilizar este método pois as probabilidades são calculadas apenas uma vez, não mudam a cada geração (HAUPT; HAUPT, 2004).

Ao fim deste processo, os cromossomos escolhidos sobrevivem e serão utilizados como pais para a próxima geração, passando pelo cruzamento e mutação. A quantidade de indivíduos que sobrevivem de uma geração para a outra é determinada pela taxa de cruzamento.

### 7.5.1.3 Cruzamento

O cruzamento (também chamado *crossover* ou recombinação) é um operador de reprodução sexuada que produz descendentes a partir da combinação do material genético de dois ou mais indivíduos – dependendo apenas da abordagem adotada.

Para problemas de otimização com representação real, os métodos de cruzamento apresentados por Radcliff (1991) e Wright (1991) são os mais utilizados. Neste trabalho, o método de cruzamento utilizado é o método proposto por Radcliff (1991), mais conhecido como *recombinação aritmética*.

A recombinação aritmética produz novos indivíduos através da combinação linear entre dois pais. Sendo  $p_{pai}$  e  $p_{mae}$  os cromossomos pais selecionados na geração atual, os filhos  $f_1$  e  $f_2$  serão gerados através da operação apresentada na equação (157), onde  $\beta$  é um número aleatório pertencente ao intervalo  $[0, 1]$ .

$$\begin{aligned} f_1 &= \beta \cdot p_{pai} + (1 - \beta) \cdot p_{mae} \\ f_2 &= (1 - \beta) \cdot p_{pai} + \beta \cdot p_{mae} \end{aligned} \tag{157}$$

Esse operador é particularmente apropriado para problemas de otimização numérica com restrições, pois a combinação linear entre  $p_{pai}$  e  $p_{mae}$  pertencentes ao domínio do problema resulta em elementos também pertencentes ao domínio.

A probabilidade de cruzamento  $P_c$  determina a quantidade de cruzamentos executados, e é usualmente adotado na literatura no intervalo  $60\% \leq P_c \leq 90\%$ .

Para este trabalho, no final de cada operação de cruzamento as aptidões dos cromossomos filhos são calculadas e comparadas com as aptidões dos pais. Os pais serão substituídos pelos filhos se estes apresentarem melhor aptidão. Essa é uma medida adotada para que os melhores indivíduos permaneçam na população para a próxima geração.

### 7.5.1.4 Mutação

A mutação é um operador que executa alterações estruturais aleatórias na população, reintroduzindo, dessa maneira, a diversidade populacional, evitando assim a convergência



prematura. É um operador assexuado: a partir de um único indivíduo, produz um único filho (KOZA, 1992).

Para o AG binário, a operação básica de mutação é feita apenas pela troca de um bit escolhido de 0 para 1, e vice-versa. O método básico de mutação para o AG contínuo é tão simples quanto o binário, e é o escolhido para este trabalho. Em primeiro lugar, define-se a taxa de mutação, que multiplicada pelo tamanho da população e número de variáveis irá determinar a quantidade de mutações feitas. A seguir, números aleatórios são escolhidos para selecionar as linhas e colunas das variáveis que serão mutadas. A variável mutada  $p_{mut}$  será então substituída por um número aleatório gerado no intervalo da variável, através de

$$p_{mut} = (p_{sup} - p_{inf}) * rand + p_{inf}$$

A probabilidade de mutação  $P_m$  é pequena para evitar que o processo de otimização se torne puramente aleatório, ficando, geralmente, limitado ao intervalo  $0, 1\% \leq P_m \leq 5\%$ .

Do mesmo modo feito no cruzamento, as aptidões de pais e filhos serão calculadas e comparadas, para que o melhor indivíduo sobreviva.

## 7.5.2 Evolução Diferencial

### 7.5.2.1 População inicial

A estratégia de geração da população inicial é a mesma utilizada no algoritmo de AG apresentado na Seção 7.5.1.1.

### 7.5.2.2 Estratégia de ED utilizada

A estratégia de ED utilizada para a otimização do problema proposto é chamada de *ED/best/1/bin*, e difere da estratégia apresentada no capítulo anterior pela escolha do vetor *target*, o vetor que sofrerá mutação. O vetor mutado será o melhor indivíduo da população atual, dessa forma ele será perturbado através da mutação diferencial e um novo indivíduo será formado através da operação a seguir

$$v_{t,i} = x_{t,best} + F \cdot (x_{t,r1} - x_{t,r2}) \quad (158)$$

Onde  $v_{t,i}$  representa a  $i$ -ésima solução mutante,  $x_{t,best}$  é melhor indivíduo da população corrente,  $F$  é o fator de escala aplicado ao vetor diferença, e  $r1, r2, r3 \in \{1, \dots, N_p\}$  são índices escolhidos aleatoriamente que indicam a posição dos vetores diferença na matriz de solução.

Os outros operadores da ED utilizados, cruzamento e seleção, são os mesmos apresentados no capítulo anterior.



## 7.6 Resultados

### 7.6.1 Otimização via AG

A otimização via AG será realizada em duas etapas. Primeiro, as três funções objetivos são subordinadas a pesos iguais e as taxas de cruzamento e mutação do AG são definidas empiricamente. Após a definição dos valores dos parâmetros que fornecem o melhor resultado, a relação entre as funções objetivos são alteradas através da mudança de seus respectivos pesos. Por fim, a partir da análise dos resultados obtidos, os pesos serão escolhidos e a função multiobjetivo será definida. Assim, o resultado ótimo será apresentado.

Após a realização de alguns testes, os parâmetros do AG que se mostraram mais adequados para o problema são apresentados na Tabela 16 e utilizados em todas as execuções do AG apresentadas nesta seção.

Tabela 16 – Parâmetros do AG proposto.

Parâmetro	Valor
Tamanho da População	50
Número de Gerações	200
Probabilidade de Cruzamento (%)	75
Probabilidade de Mutação (%)	5
Critério de Parada	Número de Gerações

A Tabela 17 apresenta os resultados da otimização para diferentes coeficientes de ponderação para a função multiobjetivo. Sabendo-se que o valor mínimo para a função objetivo, que maximizará os objetivos, é  $-1,0$  e esse valor é atingido se todos os três objetivos atingirem seu máximo simultaneamente, ou seja, se os valores dos arcos polares do rotor e do estator que otimizam o torque médio, também otimizarem o torque médio por perdas e a densidade de torque.

Tabela 17 – Resultados da otimização multiobjetivo via AG.

Coeficientes de ponderação	Função Objetivo	$\beta_s$ ótimo (graus)	$\beta_r$ ótimo (graus)	Torque Médio
$c_t = 1, c_{tp} = c_{tv} = 0$	-0,9998	44,99	45,0	5,3873
$c_t = c_{tp} = 0, c_{tv} = 1$	-0,9998	44,99	45,0	5,3873
$c_t = c_{tp} = 0, c_{tv} = 1$	-0,9998	44,99	45,0	5,3873
$c_t = c_{tp} = c_{tv} = 1/3$	-0,9998	44,99	45,0	5,3873

Portanto, como pode ser observado nas três primeiras linhas da Tabela 17, quando os objetivos são analisados separadamente, os valores ótimos obtidos são os mesmos, e assim podemos concluir que o valor ótimo dos arcos polares para o motor a relutância variável monofásico 4/4, considerando os três critérios propostos, são  $\beta_s = 44.99^\circ$  e  $\beta_r = 45^\circ$ .



A Figura 56 mostra o desempenho do melhor cromossomo em cada geração. Os valores encontrados são:

$$\begin{aligned}
 F_{obj} &= -0,9998 \\
 \beta_s &= 44,99^\circ \\
 \beta_r &= 45,00^\circ \\
 T_m &= 5,3873
 \end{aligned} \tag{159}$$

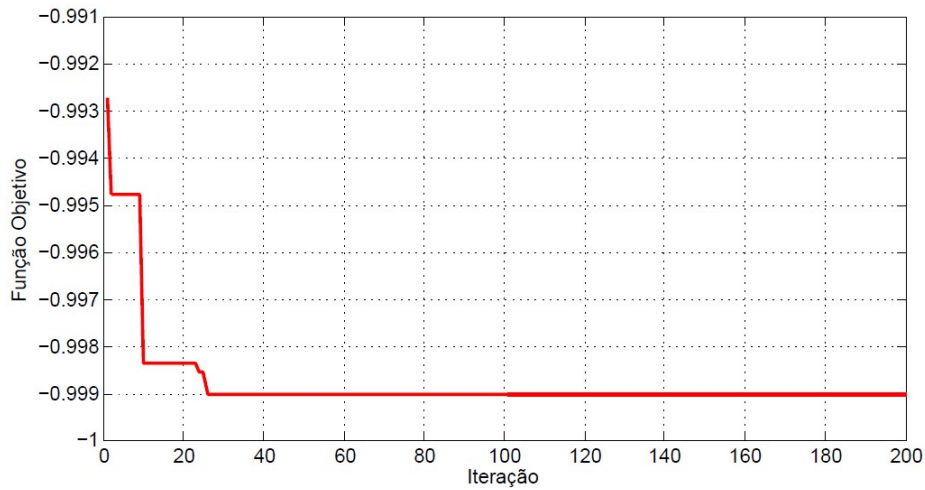


Figura 56 – Desempenho do AG proposto para a solução do problema.

### 7.6.2 Otimização via ED

A otimização via ED segue os mesmos passos da otimização via AG. A otimização via ED será realizada em duas etapas, primeiro as três funções objetivos estarão subordinadas a pesos iguais, e a taxas de cruzamento e o fator escalar, parâmetros que influenciam o desempenho da ED, são definidas empiricamente. Após a definição dos valores dos parâmetros que fornecem o melhor resultado, a relação entre as funções objetivos é alterada através da mudança dos respectivos pesos. Por fim, a partir da análise dos resultados obtidos, os pesos são escolhidos e a função multiobjetivo é definida e o desempenho do algoritmo de ED é apresentado.

Os parâmetros do algoritmo de ED, escolhidos após uma série de testes, são apresentados na Tabela 18 e utilizados em todas as execuções do ED apresentadas.

Os resultados da otimização através do algoritmo de ED são exibidos na Tabela 19. Podemos ver que, se apenas o torque médio for selecionado como função objetivo, os arcos polares do rotor e do estator serão  $45^\circ$  e  $45^\circ$  respectivamente. Esses valores de arcos polares se repetem quando o torque médio por perdas no cobre ( $TP$ ) e a densidade de



Tabela 18 – Parâmetros do ED proposto.

Parâmetro	Valor
Tamanho da População	50
Número de Gerações	200
Fator escalar (F)	0.5
Probabilidade de Cruzamento (%)	30
Critério de Parada	Número de Gerações

Tabela 19 – Resultados da otimização multiobjetivo via ED.

Coefficientes de ponderação	Função Objetivo	$\beta_s$ ótimo (graus)	$\beta_r$ ótimo (graus)	Torque Médio
$c_t = 1, c_{tp} = c_{tv} = 0$	-1,0	45,0	45,0	5,3886
$c_t = c_{tv} = 0, c_{tp} = 1$	-1,0	45,0	45,0	5,3886
$c_t = c_{tp} = 0, c_{tv} = 1$	-1,0	45,0	45,0	5,3886
$c_t = c_{tp} = c_{tv} = 1/3$	-1,0	45,0	45,0	5,3886

torque (TV) são considerados como objetivos e ao utilizar os coeficientes de ponderação iguais a 1/3.

Os coeficientes de ponderação escolhidos são os mesmos da seção anterior. A Figura 56 mostra o desempenho do melhor cromossomo em cada geração. Os valores encontrados são semelhantes aos obtidos na otimização via AG, como esperado, e são exibidos a seguir:

$$\begin{aligned}
 F_{obj} &= -1,00 \\
 \beta_s &= 45,00^\circ \\
 \beta_r &= 45,00^\circ \\
 T_m &= 5,3886
 \end{aligned} \tag{160}$$

### 7.6.3 Análise e Comparação dos resultados obtidos

A Figura 58 apresenta as curvas de desempenho do melhor cromossomo versus função objetivo, para o algoritmo de ED e AG, com a finalidade de comparar as características de convergência dos dois métodos.

Como ambos os métodos de otimização utilizados usam uma população inicial gerada aleatoriamente para iniciar o processo de otimização, o desempenho dos algoritmos estão diretamente relacionados à qualidade da população inicial gerada. Portanto, cada execução do algoritmo implica em um desempenho diferente, e o resultado encontrado pode ser um ótimo local, e não global como se deseja. Logo, para se determinar que o resultado encontrado pode ser utilizado é necessário executar o algoritmo de otimização várias vezes e fazer uma análise estatística dos resultados obtidos.



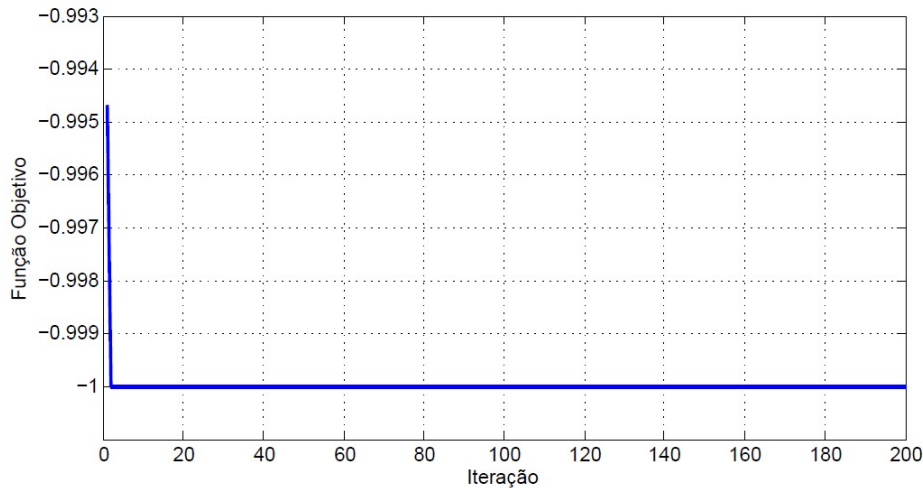


Figura 57 – Desempenho do ED proposto para a solução do problema.

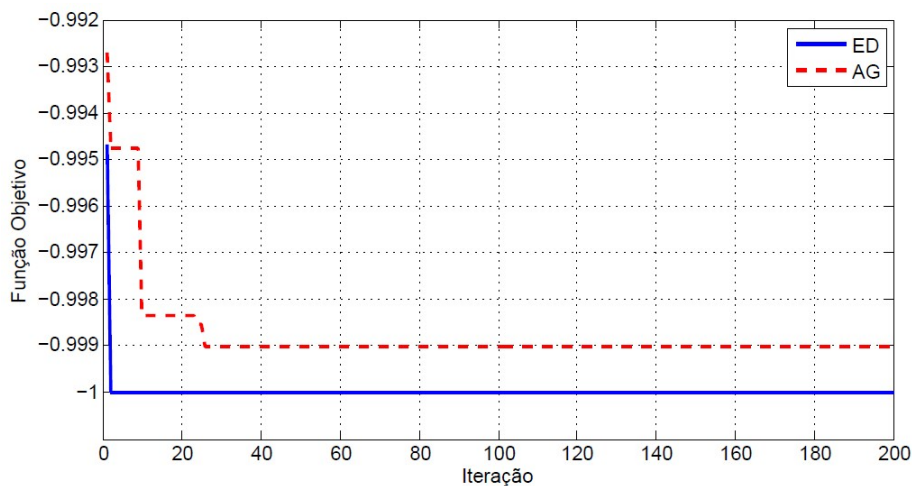


Figura 58 – Comparação entre os desempenhos do AG e da ED para a solução do problema.

A Tabela 20 apresenta a análise estatística dos dois métodos com o objetivo de comparar a robustez e o desempenho de cada método. Para isso, cada programa é executado 50 vezes independentemente e os resultados são coletados.

É evidente através da Figura 58 que a convergência do algoritmo de ED é mais rápida quando comparada ao AG. O último necessita de um número maior de gerações para encontrar o mesmo resultado. Além disso, pode-se concluir através da Tabela 20 que há maior probabilidade de que o algoritmo de ED encontre o resultado ótimo comparado ao AG, muito embora os resultados apresentados pelo AG sejam satisfatórios.

A Tabela 21 resume os resultados obtidos na otimização e os valores do projeto inicial, bem como os valores das variáveis otimizadas calculados analiticamente.



Tabela 20 – Estudo estatístico de 50 execuções para os algoritmos de AG e ED propostos.

Medidas	Função objetivo		$\beta_s$ ótimo (graus)		$\beta_r$ ótimo (graus)	
	AG	ED	AG	ED	AG	ED
Média	-0,99731	-0,99997	44,86	45	45,035	45
Erro Padrão	0,000107	$1,23 \times 10^{-16}$	0,007386	0	0,002037	0
Moda	-0,9975	-0,99997	44,91	45	45,02	45
Desvio Padrão	0,001067	$1,23 \times 10^{-15}$	0,073861	0	0,020366	0
Variância	$1,14 \times 10^{-6}$	$1,51 \times 10^{-30}$	0,005455	0	0,000415	0
Mínimo	-0,9993	-0,99997	44,67	45	45,01	45
Máximo	-0,9949	-0,99997	44,97	45	45,1	45
Amostragem	100	100	100	100	100	100
Nível de confiança (95 %)	0,00012	$2,44 \times 10^{-16}$	0,014656	0	0,004041	0

Tabela 21 – Resultados da otimização de projeto do MRVM.

Parâmetro	Valor inicial	Valor ótimo
$\beta_s$	45°	45°
$\beta_r$	47,25°	45°
Torque médio ( $N \cdot m$ )	5,1232	5,3886
Perdas no cobre (W)	45,2855	45,2855
$TP$ ( $N \cdot m/W$ )	0,1131	0,1190
Volume ( $m^3$ )	0,003208	0,003184
$TV$ ( $N \cdot m/m^3$ )	$1,5934 \times 10^3$	$1,692 \times 10^3$

Logo, com a validação dos resultados a partir da análise estatística e com os valores dos arcos polares obtidos, o motor será novamente simulado através do MEF para a comparação dos resultados.

## 7.7 Simulação computacional do protótipo otimizado

Nesta Seção, os resultados da simulação do protótipo otimizado são apresentados. A Figura 59 apresenta a densidade de fluxo para a posição de completo alinhamento dos polos do estator e do rotor e para a posição de completo desalinhamento dos polos para a corrente de saturação de 8,5 A. Já a Figura 60 mostra a densidade de fluxo para a corrente de pico adotada no projeto de 17 A. A Figura 35 apresenta a escala de cores para a densidade de fluxo apresentada nas Figuras 59 e 60.

A Figura 61 apresenta a curva tridimensional da indutância versus corrente versus posição do rotor do MRVM otimizado. A Figura 62 mostra a curva de torque versus posição do rotor para diferentes valores de corrente.

A Figura 63, apresenta o gráfico do fluxo concatenado versus a corrente de excitação para a posição totalmente alinhada e para a posição de alinhamento mínimo. A Figura 64



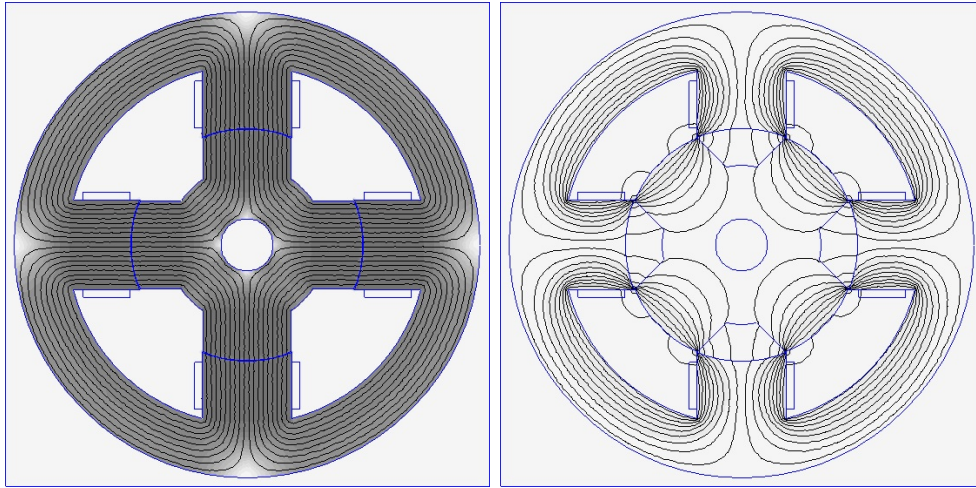


Figura 59 – Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para  $I_{sat} = 8,5 \text{ A}$ .

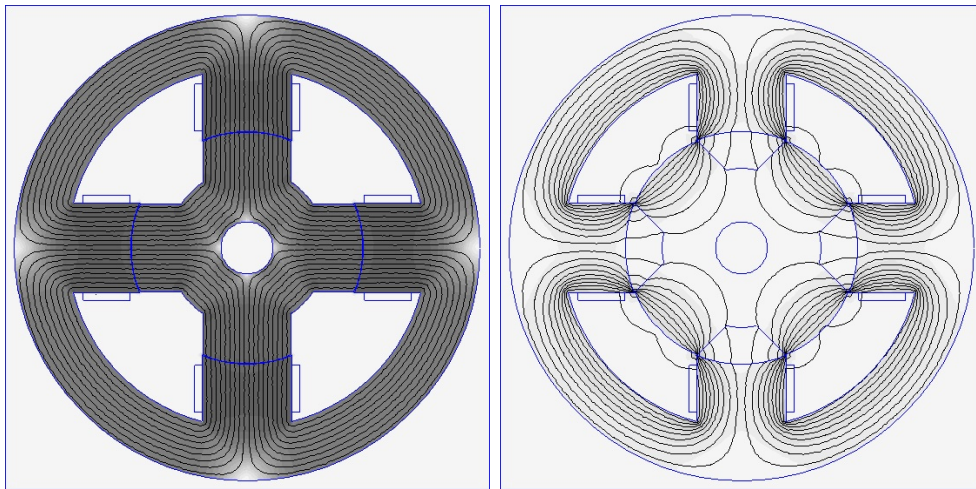


Figura 60 – Densidade de fluxo para posições totalmente alinhada e desalinhada para  $I_p = 17 \text{ A}$ .

mostra a variação do valor da indutância alinhada em relação ao valor da corrente de excitação.

Com a alteração dos arcos polares do rotor e do estator, a largura do polo também é alterada e portanto, é pertinente a análise da saturação magnética do motor. Os pontos analisados são os mesmos do Capítulo 5. A Tabela 22 relaciona os valores coletados para  $B$  na análise de elementos finitos para cada ponto e valor de corrente, de acordo com o exposto na Figura 42.



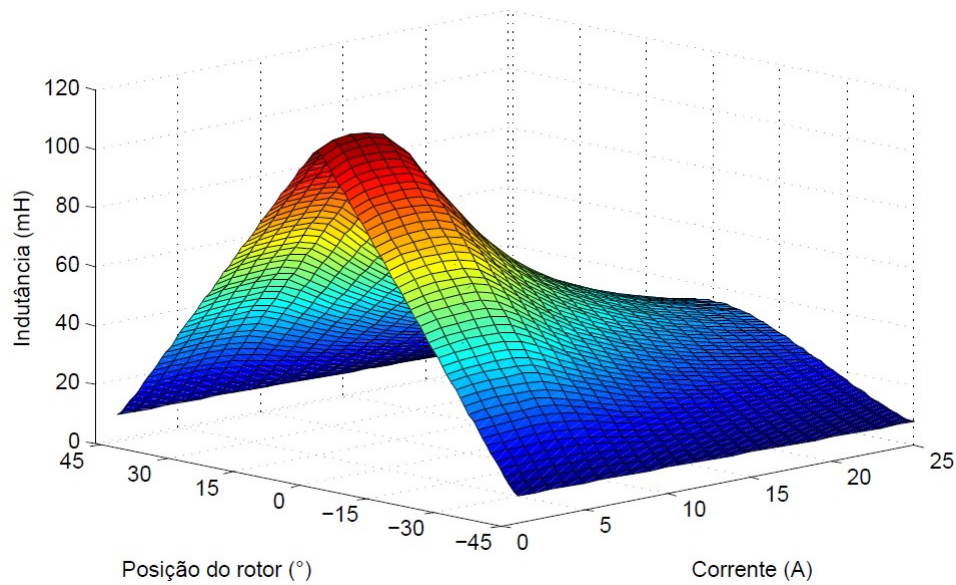


Figura 61 – Perfil de indutância do protótipo otimizado.

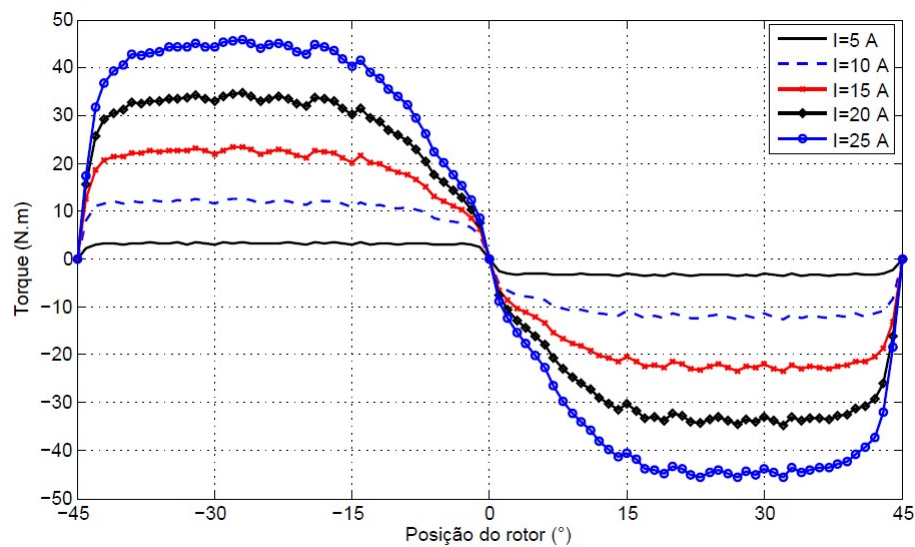


Figura 62 – Perfil de torque do protótipo otimizado.

Tabela 22 – Valores de  $B$  obtidos na simulação para os pontos escolhidos.

Corrente	Valores de $B$			
	1 - Polo do Estator	2 - Culatra do Estator	3 - Polo do Rotor	4 - Culatra do Rotor
8,5 A	1,5317	0,9293	1,5184	0,8867
17 A	1,7369	1,0481	1,7114	1,0019
34 A	1,9153	1,1558	1,8686	1,1001

A partir dos resultados mostrados na Tabela 22, e da análise visual da saturação magnética do motor, podemos concluir que os valores estão dentro da faixa desejada no



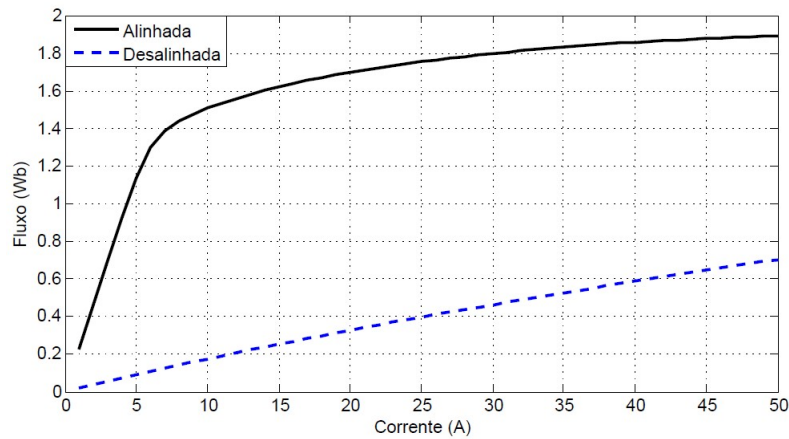


Figura 63 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo desenvolvido.

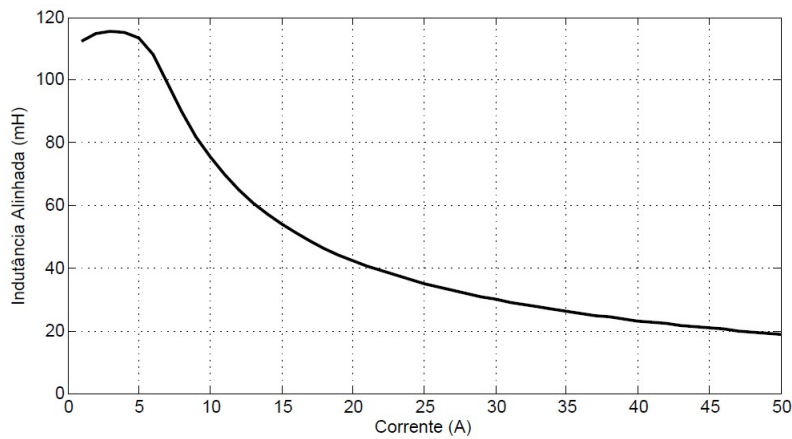


Figura 64 – Indutância na posição alinhada versus corrente no estator.

projeto inicial, quando foi definido o valor de  $B = 2,0 \text{ T}$ .

A Tabela 23 apresenta os valores da indutância na posição alinhada e desalinhada e do torque médio em uma situação ideal para motor, quando existe apenas a parte positiva do torque, para a corrente nominal  $I_n = 10\text{A}$ .

Tabela 23 – Resultados do MRVM otimizado.

Variáveis	Valores
Indutância Alinhada (mH)	75,3668
Indutância Desalinhada (mH)	8,7800
Torque médio ( $\text{N} \cdot \text{m}$ )	5,3246

Observa-se a partir da Tabela 23, que o crescimento no valor do torque médio apresentado pelo protótipo otimizado em relação ao protótipo inicial é de apenas 3,78%. Este resultado aponta que uma pequena variação do arco polar do rotor não causa uma grande



variação no valor do torque médio, validando a escolha do arco polar do rotor um pouco maior para facilitar o chaveamento da corrente.

## 7.8 Alteração proposta pelo autor

De acordo com a análise apresentada no Capítulo 5 deste trabalho, que apresenta a influência de algumas dimensões físicas nas variáveis de saída da MRVM, e em posse dos resultados apresentados acima, pode-se concluir que a alteração de outras dimensões pode oferecer um maior valor de torque do que a alteração dos arcos polares. Desta forma, optou-se por aumentar a quantidade de espiras em 23%, totalizando *70 espiras* por polo do estator. Assim, espera-se um crescimento considerável no valor do torque médio.

O protótipo inicial alterado, é então simulado através do MEF e os resultados são apresentados a seguir. A Figura 65 apresenta o perfil de indutância em relação a variação de corrente e mudança de posição do rotor. A Figura 66 mostra o perfil de torque para diferentes valores de corrente.

A Tabela 24 apresenta os valores da indutância na posição alinhada e desalinhada e do torque médio obtidos através da simulação para o protótipo com 70 espiras, para a corrente nominal  $I_n = 10A$ .

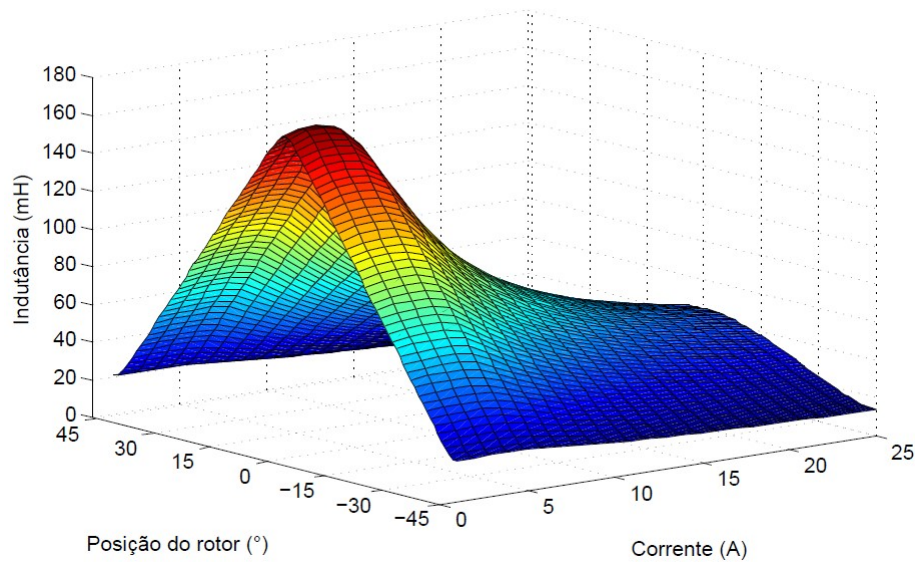


Figura 65 – Perfil de indutância do protótipo com 70 espiras.

Tabela 24 – Resultados do MRVM com 70 espiras.

Variáveis	Valores
Indutância Alinhada (mH)	97,1476
Indutância Desalinhada (mH)	17,8914
Torque médio (N · m)	6,9060



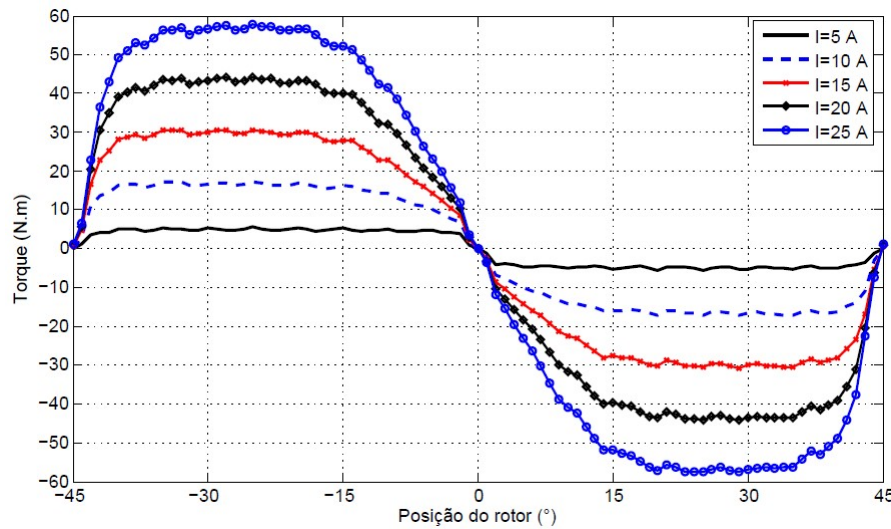


Figura 66 – Perfil de torque do protótipo com 70 espiras.

Com a alteração dos número de espiras, espera-se que um maior fluxo percorra o motor e, assim, teremos maiores valores de fluxo concatenado, de indutância, de torque e maior saturação magnética da máquina. Faz-se necessário, portanto, a análise desses dados.

A Figura 67 mostra o gráfico do fluxo concatenado versus corrente de excitação para as posições de completo alinhamento e desalinhamento dos pólos. Já a Figura 68 apresenta a variação do valor da indutância na posição alinhada em relação ao valor da corrente de excitação.

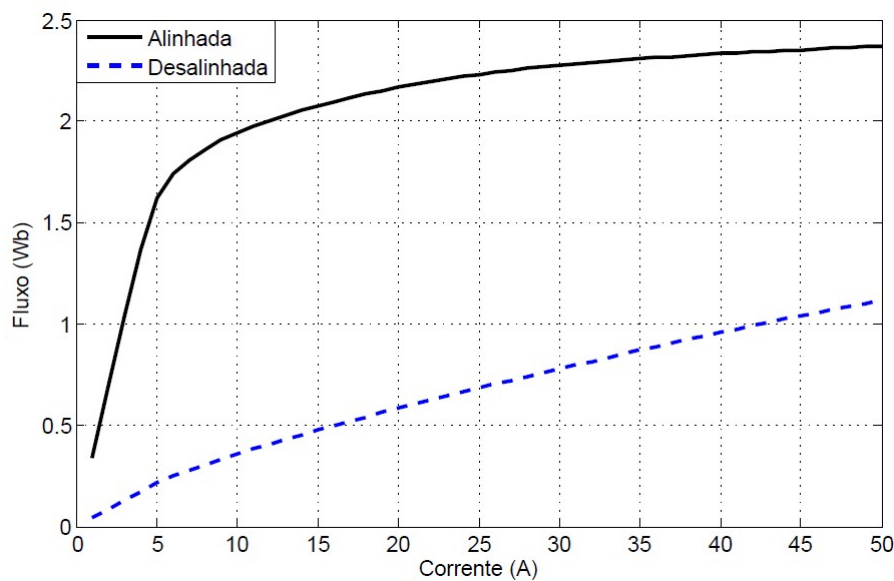


Figura 67 – Fluxo concatenado versus corrente de excitação para o protótipo com 70 espiras.



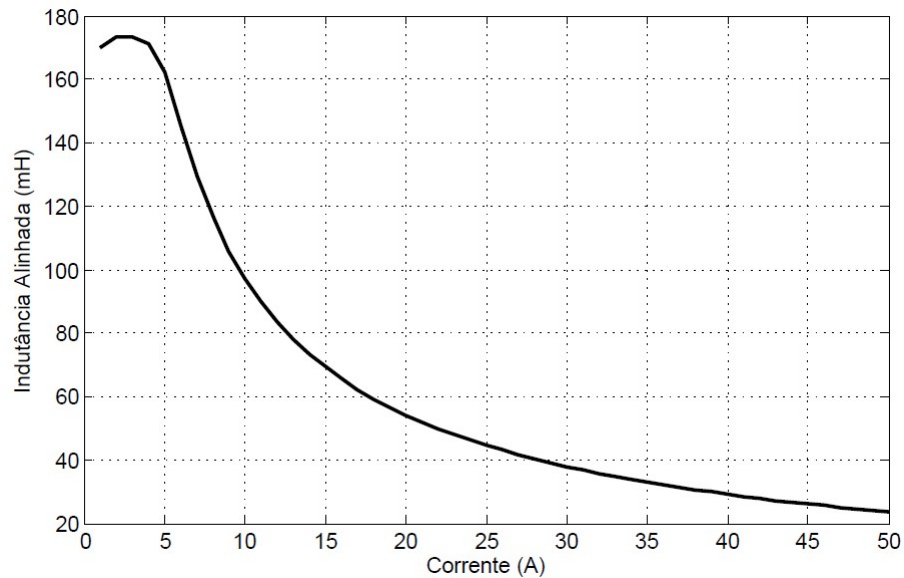


Figura 68 – Indutância na posição alinhada versus corrente no estator para o protótipo com 70 espiras.

A Tabela 25, relaciona os valores coletados de  $B$  nos mesmos pontos do MRVM apresentados anteriormente. Observa-se, a partir da Tabela 25, que houve uma maior saturação do motor, conforme esperado. Os valores obtidos para  $B$  estão dentro do intervalo esperado no projeto inicial, e a principal implicação do aumento de espiras é um limite operacional inferior ao protótipo inicial, devido a maior saturação do motor.

Tabela 25 – Valores de  $B$  obtidos na simulação do protótipo com 70 espiras.

Corrente	Valores de $B$			
	1 - Polo do Estator	2 - Culatra do Estator	3 - Polo do Rotor	4 - Culatra do Rotor
8,5 A	1,6129	0,9791	1,5302	0,9377
17 A	1,8081	1,0964	1,7078	1,0463
34 A	1,9671	1,1901	1,8442	1,1227

## 7.9 Análise de resultados

A Figura 69 mostra o perfil de indutância dos três protótipos desenvolvidos neste trabalho para a corrente nominal de 10 A. A Tabela 26 apresenta os resultados obtidos nas simulações dos três protótipos desenvolvidos, o protótipo inicial, o protótipo otimizado através de algoritmos evolucionários e o protótipo inicial alterado com 70 espiras.



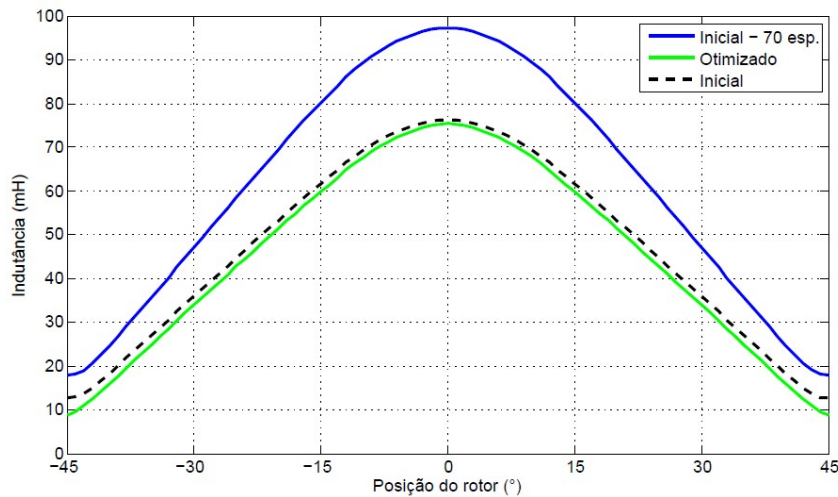


Figura 69 – Perfil de indutância dos três protótipos propostos.

Tabela 26 – Resultados dos três protótipos propostos.

Variáveis	Protótipos		
	Inicial	Otimizado	Inicial - 70 esp.
Indutância Alinhada (mH)	76,1375	75,3668	97,1476
Indutância Desalinhada (mH)	12,6742	8,7800	17,8914
Torque médio (N · m)	5,1232	5,3246	6,9060

O torque médio produzido pelo protótipo otimizado é 3,78% maior que o torque médio produzido pelo protótipo inicial, enquanto o protótipo inicial alterado apresenta um crescimento de 25,8% em relação ao protótipo inicial e 22,9% em relação ao protótipo otimizado. Logo, a alteração no número de espiras produziu uma diferença muito maior no valor do torque médio produzido do que a otimização dos arcos polares para o MRVM 4/4 estudado.



---

## Conclusões

### 8.1 Considerações gerais

Esta dissertação de mestrado dedica-se ao estudo do projeto das máquinas de relutância variável. Inicialmente, o estudo da MRV foi contextualizado e justificado no capítulo introdutório. O Capítulo 2 prioriza o estudo teórico da MRV, apresentando o princípio de operação básico e as expressões matemáticas que descrevem seu funcionamento. Além disso, a relação do perfil de indutância com a produção de torque e modo de operação do motor é elucidado e as vantagens e desvantagens da MRV são elencadas. As principais topologias de MRV são explanadas e algumas aplicações da MRV são citadas.

Posteriormente, a metodologia de projeto é apresentada detalhadamente, assim como o cálculo do torque e a metodologia de projeto iterativo adotada. A influência dos arcos polares nas grandezas de saída do motor é explicada, bem como seus limites definidos. Este estudo possibilitou o projeto de um protótipo que foi estudado exaustivamente ao longo deste trabalho.

São mostrados um método analítico para o cálculo de fluxo e torque, baseado nos trabalhos de Radun (2000) e uma introdução teórica do método dos elementos finitos, aplicado ao MRV através de uma simulação computacional com o objetivo de obter os valores de fluxo e torque. Os dois métodos são aplicados ao protótipo desenvolvido, e os resultados da simulação de elementos finitos são utilizados como parâmetro de comparação. A dificuldade para implementar a saturação magnética do aço no cálculo analítico é grande, porém os valores obtidos são satisfatórios.

A análise de elementos finitos é realizada através da simulação no *software FEMM*. Os dados coletados e apresentados no Capítulo 5 deste trabalho foram: a densidade de fluxo para as corrente nominal, de pico e o dobro da corrente de pico; a curva de fluxo concatenado; os perfis de indutância e conjugado; e os valores de  $B$  para quatro pontos críticos do MRVM projetado. A análise da densidade de fluxo feita visualmente e os valores de  $B$  coletados durante a simulação comprovam que a saturação do motor não ultrapassa o valor estabelecido no projeto ( $B = 2 \text{ T}$ ) nem mesmo quando a corrente é



exageradamente grande.

As influências da variação dos parâmetros da máquina foram investigadas através de simulações de elementos finitos. Os parâmetros investigados foram o arco polar do rotor, o entreferro, o número de espiras e o valor da corrente de fase. Os seguintes resultados são apresentados: as curvas de fluxo concatenado, o comportamento do perfil de indutância e do perfil de conjugado, os valores de indutância máxima e mínima, o valor do torque médio e os valores de  $B$  no estator e no rotor. Esta análise oferece ao projetista dados confiáveis sobre a influência e os limites de variação dos parâmetros, podendo ser utilizada para embasar decisões de projeto.

A partir dos resultados obtidos, observou-se que os valores adotados no projeto do protótipo entregavam bons resultados de modo geral. Observou-se que a escolha do arco polar do rotor é um fator muito importante para o desempenho do motor, uma vez que para melhorar o acionamento do MRV pode-se causar uma diminuição considerável no valor do torque médio obtido e ainda um aumento de volume desnecessário do MRV, contribuindo para o aumento do custo e para a diminuição da relação de torque por volume do motor.

Assim, é apresentado um estudo de otimização dos arcos polares do rotor e do estator, baseados nos critérios e restrições apresentadas no Capítulo 7. As técnicas de otimização utilizados são apresentados no Capítulo 6, expondo detalhadamente a teoria e particularidades dos Algoritmos Evolucionários, Algoritmos Genéticos e Evolução Diferencial.

Observou-se através dos resultados apresentados pelo protótipo otimizado, que a escolha do arco polar do rotor feita no projeto inicial é satisfatória, uma vez que a melhora no valor de torque médio do protótipo otimizado para o protótipo inicial foi de apenas 3,78%. Assim, observando os fatores que levaram a escolha do arco polar do rotor ligeiramente maior que o arco polar do estator, é proposto uma alteração no projeto inicial, baseado no estudo de variação dos parâmetros apresentado no Capítulo 5, para aumentar o valor do torque médio produzido.

A alteração proposta no projeto inicial foi o aumento do número de espiras por polo do estator. O aumento proposto foi de 23%, passando de 57 espiras por polo para 70 espiras por polo. O protótipo inicial alterado é então examinado sob a ótica dos elementos finitos, e os resultados apresentados por ele são notadamente melhores, apresentado um crescimento de 25,8% em relação ao protótipo inicial e 22,9% em relação ao protótipo otimizado. A alteração proposta foi validada através do estudo de saturação do motor, que apresentou resultados dentro do limite estabelecido como aceitável no projeto inicial.

Portanto, a principal contribuição desta dissertação foi oferecer e fundamentar um estudo aprofundado das características de projeto de um MRVM 4/4, apresentando um estudo das influências de alguns parâmetros físicos do motor e a otimização dos arcos polares.



## 8.2 Sugestões para trabalhos futuros

Espera-se que a partir deste trabalho possam surgir muitos outros na área de motores de relutância variável monofásicos. Como trabalhos futuros, com vistas a complementar o estudo aqui apresentado, destaca-se as seguintes sugestões:

- ❑ Dimensionar e analisar outras topologias de máquinas de relutância variável;
- ❑ Estudo comparativo das topologias de MRVM;
- ❑ Aperfeiçoar o cálculo analítico do fluxo concatenado, indutância e torque;
- ❑ Desenvolver e aplicar propostas de acionamento e controle a MRVM;
- ❑ Incluir a otimização no fluxograma de projeto do MRV, estabelecendo o valor de torque desejado;
- ❑ Otimizar todas as dimensões do MRV;
- ❑ Incluir a análise de custo na otimização;
- ❑ Incluir o cálculo de perdas no núcleo do MRV, que adicionalmente as perdas no cobre possibilitam determinar o rendimento da máquina;
- ❑ Fabricação do protótipo desenvolvido e otimizado, para a realização de ensaios e comparação entre os resultados simulados e medidos;
- ❑ Aplicar a otimização proposta à outras MRVMs;
- ❑ Criação de um software com interface amigável que englobe a realização do projeto, a otimização e a simulação de elementos finitos;







---

## Referências

AHN, J.-W. Switched reluctance motor. In: **Torque Control**. [S.l.]: InTech, 2011.

ARKADAN, A. A.; KIELGAS, B. W. Switched reluctance motor drive systems dynamic performance prediction and experimental verification. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, 1994. v. 9, n. 1, p. 36–44, Mar 1994. ISSN 0885-8969.

ARUMUGAM, R. et al. Magnetic field analysis of a switched reluctance motor using a two dimensional finite element model. **IEEE Trans. Magn.**, 1985. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 21, n. 5, p. 1883–1885, sep 1985.

BALAJI, M.; KAMARAJ, V. Differential evolution optimization combined with chaotic sequences for optimal design of switched reluctance machine. **Journal of Theoretical and Applied Information Technology**, 2011. v. 27, n. 2, p. 62–67, May 2011.

\_\_\_\_\_. Evolutionary computation based multi-objective pole shape optimization of switched reluctance machine. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, 2012. Elsevier BV, v. 43, n. 1, p. 63–69, Dec. 2012.

\_\_\_\_\_. Optimum design of switched reluctance machine using adaptive particle swarm optimization. **ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences**, 2012. v. 7, n. 6, p. 666–671, June 2012.

BARROS, T. A. S.; FILHO, E. R. Direct power control for switched reluctance generator in wind energy. **IEEE Latin America Transactions**, 2015. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 13, n. 1, p. 123–128, jan 2015.

BASTOS, E. A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado) — UFRJ, 2004.

CARDENAS, R. et al. Control of a switched reluctance generator for variable-speed wind energy applications. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, 2005. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 20, n. 4, p. 781–791, dec 2005.

CHEN, H. Implementation of a three-phase switched reluctance generator system for wind power applications. In: **2008 14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2008.



- COELHO, A. et al. Experimental performance comparison between singlephase and three-phase switched reluctance generator. In: **XI Brazilian Power Electronics Conference**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2011.
- COSTA, R. S. **Análise, Projeto e Construção do motor monofásico à relutância chaveado: Uma solução eficiente para cargas de potência fracionária**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2004.
- DEB, D. K. **Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms**. [S.l.]: JOHN WILEY & SONS INC, 2001. ISBN 047187339X.
- ENGELBRECHT, A. P. **Computational Intelligence**. [S.l.]: John Wiley and Sons Ltd, 2007. ISBN 0470035617.
- FERREIRA, C. et al. Design and implementation of a five horsepower switched reluctance, fuel-lube, pump motor drive for a gas turbine engine. In: **Proceedings of 1994 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - ASPEC94**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1994.
- GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. [S.l.]: ADDISON WESLEY PUB CO INC, 1989. ISBN 0201157675.
- GONÇALVES, H. N. B. **Optimização do projecto de motores assíncronos trifásico: Caracterização da temperatura**. Tese (Doutorado) — Universidade do Porto, 2001.
- GUIMARÃES, Á. de O. **Algoritmo genético aplicado no controle de posição do rotor de um motor de corrente contínua com rejeição a distúrbios por ação *feedforward***. Dissertação (Mestrado) — UFERSA, 2013.
- HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. **Practical Genetic Algorithms**. Hoboken, N.J: John Wiley, 2004. ISBN 0471455652.
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. Tese (Doutorado) — University of Michigan, 1975.
- HUSAIN, I.; ISLAM, M. S. Design, modeling and simulation of an electric vehicle system. In: **SAE Technical Paper Series**. [S.l.]: SAE International, 1999.
- HUTTON, D. V.; HUTTON, D. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. [S.l.]: McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2003. ISBN 0072922362.
- JONG, K. A. D. **An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems**. Tese (Doutorado) — University of Michigan, 1975.
- KANO, Y.; KOSAKA, T.; MATSUI, N. Optimum design approach for two-phase switched reluctance compressor drive. In: **2007 IEEE International Electric Machines & Drives Conference**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2007. v. 1, p. 797–804.
- KOZA, J. R. **Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection**. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1992. ISBN 0-262-11170-5.



- KRISHNAN, R. **Switched Reluctance Motor Drives**. [S.l.]: Taylor & Francis Inc, 2001. ISBN 0849308380.
- KRISHNAN, R.; ARUMUGAN, R.; LINDSAY, J. Design procedure for switched-reluctance motors. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 1988. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 24, n. 3, p. 456–461, 1988.
- KRISHNAN, R.; BHARADWAJ, A. A comparative study of various motor drive systems for aircraft applications. In: **Conference Record of the 1991 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE).
- LACERDA, E. G. M.; CARVALHO, A. C. P. L. F. Introdução aos algoritmos genéticos. In: GALVAO, C. de O. (Ed.). **Sistemas inteligentes: aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais**. [S.l.]: Ed. Universidade, 1999. cap. Introdução aos algoritmos genéticos., p. 87–148.
- LAWRENSON, P. J. et al. Variable-speed switched reluctance motors. **IEE Proceedings B-Electric Power Applications**, 1980. v. 127, n. 4, p. 253–265, jul. 1980. ISSN 0143-7038.
- LOBATO, F. S. **Otimização Multi-Objetivo para o projeto de sistemas de engenharia**. Tese (Doutorado) — UFU, 2008.
- MAMEDE, A. C. F.; CAMACHO, J. R.; ANDRADE, D. A. Design procedures and analysis for single-phase variable reluctance motors. **The Renewable Energy Power Quality Journal (REPQJ)**, 2016. n. 14, may 2016.
- MATERU, P.; KRISHNAN, R. Analytical prediction of SRM inductance profile and steady-state average torque. In: **Conference Record of the 1990 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1990.
- MCSWIGGAN, D.; XU, L.; LITTLER, T. Modelling and control of a variable-speed switched reluctance generator based wind turbine. In: **2007 42nd International Universities Power Engineering Conference**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2007.
- MICHALEWICZ, Z. **Genetic Algorithms Data Structures = Evolution Programs**. [S.l.]: Springer Science Business Media, 1996.
- MILLER, T. J. E.; R., J. H. J. **Switched Reluctance Motors and Their Control (Monographs in electrical and electronic engineering)**. [S.l.]: Magna Physics Pub, 1993. ISBN 1881855023.
- MIRZAEIAN, B. et al. Multiobjective optimization method based on a genetic algorithm for switched reluctance motor design. **IEEE Trans. Magn.**, 2002. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 38, n. 3, p. 1524–1527, may 2002.
- NAAYAGI, R.; KAMARAJ, V. Optimum pole arcs for switched reluctance machine with reduced ripple. In: **International Conference on Power Electronics and Drives Systems, 2005**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2005. v. 1, p. 761–764.



OGAWA, K.; YAMAMURA, N.; ISHIDA, M. Study for small size wind power generating system using switched reluctance generator. In: **2006 IEEE International Conference on Industrial Technology**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2006.

OHYAMA, K. et al. Design using finite element analysis of switched reluctance motor for electric vehicle. In: **Information and Communication Technologies, 2006. ICTTA '06. 2nd**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2006. v. 1, p. 727–732.

OLIVEIRA, A. C. M. de. **ALGORITMOS EVOLUTIVOS HÍBRIDOS COM DETECÇÃO DE REGIÕES PROMISSORAS EM ESPAÇOS DE BUSCA CONTÍNUOS E DISCRETOS**. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2004.

OLIVEIRA, D. N.; FERREIRA, G. B.; PONTES, R. S. T. Método dos elementos finitos como ferramenta didática para o ensino de eletrostática e magnetostática. In: **XXXVIII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia**. [S.l.: s.n.], 2010.

OLIVEIRA, G. T. da S. **Estudos e Aplicações da Evolução Diferencial**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2006.

OLIVEIRA, V. S. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos 3D na caracterização eletromagnética estática de motores de relutância variável com validação experimental**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2013.

OSYCZKA, A. An approach to multicriterion optimization problems for engineering design. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 1978. Elsevier BV, v. 15, n. 3, p. 309–333, sep 1978.

\_\_\_\_\_. **Multicriterion Optimization in Engineering with FORTRAN Programs**. [S.l.]: E. Horwood, 1984.

PINHO, A. F. de et al. Algoritmos genéticos: Fundamentos e aplicações. In: **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional**. [S.l.]: Omnipax Editora, 2013. p. 21–32.

PRICE, K. V.; LAMPINEN, J.; STORN, R. **Differential Evolution**. [S.l.]: Springer-Verlag GmbH, 2005. ISBN 3540209506.

PYRHONEN, J.; JOKINEN, T.; HRABOVCOVA, V. **Design of Rotating Electrical Machines**. [S.l.]: Wiley, 2009. ISBN 0470695161.

RADCLIFF, N. J. Forma analysis and random respectful recombination. In: **Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms**. [S.l.: s.n.], 1991. p. 222–229.

RADUN, A. V. High-power density switched reluctance motor drive for aerospace applications. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 1992. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 28, n. 1, p. 113–119, 1992.



- \_\_\_\_\_. Design considerations for the switched reluctance motor. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 1995. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 31, n. 5, p. 1079–1087, 1995.
- \_\_\_\_\_. Analytical calculation of the switched reluctance motors unaligned inductance. **IEEE Transactions on Magnetics**, 1999. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 35, n. 6, p. 4473–4481, 1999.
- \_\_\_\_\_. Analytically computing the flux linked by a switched reluctance motor phase when the stator and rotor poles overlap. **IEEE Trans. Magn.**, 2000. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 36, n. 4, p. 1996–2003, jul 2000.
- RAHMAN, K.; SCHULZ, S. Design of high-efficiency and high-torque-density switched reluctance motor for vehicle propulsion. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 2002. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 38, n. 6, p. 1500–1507, nov 2002.
- RAHMAN, K. M. et al. Advantages of switched reluctance motor applications to ev and hev: design and control issues. **IEEE Transactions on Industry Applications**, 2000. v. 36, n. 1, p. 111–121, Jan 2000. ISSN 0093-9994.
- RAMPAZZO, P. C. B.; YAMAKAMI, A.; FRANÇA, F. O. de. Algoritmo genético e evolução diferencial para a resolução do problema de planejamento hidrelétrico. In: **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional**. [S.l.]: Omnipax Editora, 2013. p. 307–327.
- REEVES, C. R. **Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1995.
- RIBEIRO, M. R. **Sistema armazenador de energia cinética - SAEC - Estratégia de controle e simulações**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- SEGERLIND, S. L. J. **Applied Finite Element Analysis**. [S.l.]: JOHN WILEY & SONS INC, 1984. ISBN 0471806625.
- SHIN, P. S. et al. Interactive design and analysis program for switched reluctance motor using an analytical method. In: **Proc. 10th Biennial IEEE Electromagnetic Field Computation Conf.** [S.l.: s.n.], 2002.
- SOARES, M. M. **Análise do Uso de Algoritmos Genéticos na Otimização do Planejamento Mestre da Produção**. Dissertação (Mestrado) — PUC-PR, 2006.
- STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization**, 1997. Springer Science + Business Media, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997.
- TEIXEIRA, V. S. C. **Projeto de motores a relutância variável e Ferramenta computacional para determinação das características estáticas da máquina**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2008.



TORKAMAN, H.; AFJEI, E. COMPARISON OF THREE NOVEL TYPES OF TWO-PHASE SWITCHED RELUCTANCE MOTORS USING FINITE ELEMENT METHOD. **Progress In Electromagnetics Research**, 2012. EMW Publishing, v. 125, p. 151–164, 2012.

UEMATSU, T.; WALLACE, R. Design of a 100 kW switched reluctance motor for electric vehicle propulsion. In: **Proceedings of 1995 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC95**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1995. v. 1, p. 411–415.

VANDERPLAATS, G. N. **Numerical optimization techniques for engineering design**. Thridy edition. [S.l.]: Vanderplaats Research and Development, Inc, 1999.

VIJAYRAGHAVAN, P. **Design of Switched Reluctance Motors and Development of a Universal Controller for Switched Reluctance and Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives**. Tese (Doutorado) — Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001.

WANG, H. **Simulation of Switched Reluctance Motor and Control Based on MATLAB Environment**. Dissertação (Mestrado) — University of Alberta, 2014.

WRIGHT, A. H. Genetic algorithms for real parameter optimization. In: **Foundations of Genetic Algorithms**. [S.l.]: Morgan Kaufmann, 1991. p. 205–218.

WU, W. et al. Design optimization of a switched reluctance motor by electromagnetic and thermal finite-element analysis. **IEEE Transactions on Magnetics**, 2003. v. 39, n. 5, p. 3334–3336, Sept 2003. ISSN 0018-9464.

XUE, X. D. et al. Multi-objective optimization design of in-wheel switched reluctance motors in electric vehicles. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, 2010. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 57, n. 9, p. 2980–2987, sep 2010.

ZHANG, J.; RADUN, A. A simplified analytical flux model of switched reluctance motor. In: **IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, 2005**. [S.l.]: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2005. p. 510–515.