



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA QUÍMICA



Análise do Desempenho de Sistemas de Controle

Davi Leonardo de Souza

Uberlândia - MG
2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA QUÍMICA

Análise do Desempenho de
Sistemas de Controle

Davi Leonardo de Souza

Uberlândia - MG
2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA QUÍMICA

Análise do Desempenho de Sistemas de Controle

Davi Leonardo de Souza

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química, área de concentração Desenvolvimento de Processos Químicos.

Uberlândia - MG
2007

S729a Souza, Davi Leonardo de, 1981
Análise do Desempenho de Sistemas de Controle/Davi Leonardo de Souza. - 2007
114f.: il.

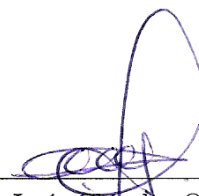
Orientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.
Inclui bibliografia

1. Controle de Processo - Teses. 2. Engenharia Química - Teses.
I. Lopes, Luís Cláudio Oliveira. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. III. Título

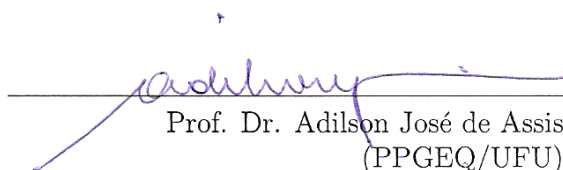
CDU- 681.51

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA EM 14 DE SETEMBRO DE 2007.

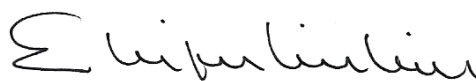
BANCA EXAMINADORA:



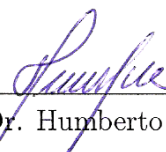
Prof. Dr. Luís Cláudio Oliveira Lopes
(Orientador - PPGEQ/UFU)



Prof. Dr. Adilson José de Assis
(PPGEQ/UFU)



Prof. Dr. Enrique Luis Lima
(PEQ/COPPE/UFRJ)



Prof. Dr. Humberto Molinar Henrique
(PPGEQ/UFU)

Agradecimentos

Primeiramente a Deus pela sua misericórdia em me conceder a fé e a capacidade de desenvolver este trabalho.

Aos meus pais, Landoaldo de Souza e Glória Maria Leonardo Souza, pela dedicação em toda a minha vida para que eu conseguisse alcançar os meus objetivos, me ensinando os valores necessários desde os primeiros passos da minha vida.

A minha irmã Débora Leonardo de Souza e Gabriel Marques Duarte, pela força, incentivo e orações ao meu favor, para que meus objetivos fossem alcançados.

Ao Professor Luís Cláudio Oliveira Lopes pela orientação técnica na produção deste trabalho, e principalmente pela amizade e confiança.

A Juliana Martins Lopes, por todo carinho, incentivo e orações ao meu favor.

Aos meus amigos e companheiros de curso Adriene, Alaine, Andréia, Camila, Emília, Fabiano, Fran Sérgio, Gislaine, José Luiz, Juliana Abreu, Líbia, Lucas Lacerda, Marcos, Patrícia, Ricardo Corrêa, Ricardo Pires e Sandra, pela força e incentivo ao longo do meu trabalho.

Aos meus amigos Adriano e Sabrina, Clóvis e Cristina, João Batista e Elisvane, Junior e Dani, Mabio e Raquel, Renato e Taís, Wisley e Pâmela, Driele, Fabrício, Gabriel, Jessé Maia, Marcinho, Pablo, Ricardo, Thalita Mendes, pela amizade, carinho e orações ao meu favor.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Química.

Aos membros da banca, Prof. Dr. Adilson José de Assis, Prof. Dr. Enrique Luiz Lima, Prof. Dr. Humberto Molinar Henrique, pelo enriquecimento deste trabalho.

Ao CNPq pela concessão de bolsa de estudo.

“Adquire a sabedoria, adquiere a inteligência, e não te esqueças nem te apartes das palavras da minha boca”

Provérbios 4:5

Aos meus Pais e ao meu sobrinho Lucas

SUMÁRIO

Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xvii
Lista de Abreviaturas	xix
Resumo	xxii
Abstract	xxv
1 Introdução	1
1.1 Análise de Desempenho	1
1.2 Técnica Proposta	4
2 Avaliação do Desempenho de Sistemas de Controle	7
2.1 Aspectos Fundamentais	7
2.2 Métricas para a Análise de Desempenho	11
2.3 O MVC como Referência para o Monitoramento	18
3 Proposta de um Índice de Desempenho	31
3.1 Controle Preditivo baseado em Modelo (MPC)	31
3.2 Seleção da Referência para o Monitoramento	39

3.3	Fatoração de Modelos Lineares	43
3.4	Matrizes de Interação no Monitoramento de Sistemas	47
4	Análise do Desempenho de Controladores	49
4.1	O MVC como Referência	49
4.1.1	Sistemas SISO	49
4.1.2	Sistemas MIMO	52
4.2	Utilização do Modelo Fatorado como Referência	54
4.2.1	Análise de Desempenho de Controladores Clássicos	54
4.2.2	Análise de Desempenho de Controlador MPC	64
4.2.3	Estudo de Caso: Destilação Binária em Planta Piloto	69
4.2.4	Estudo de Caso: CSTR Isotérmico	72
4.2.5	Estudo de Caso: Reator Bifásico	77
4.3	Comparativo: FCOR e a Fatoração Proposta	84
5	Conclusões e Sugestões	87
5.1	Conclusões	87
5.2	Sugestões	89
	Referências Bibliográficas	96
A	Algoritmo para o Cálculo da Matriz de Interação Unitária	97
A.1	O Algoritmo	97
A.2	Código em Scilab	100
B	Algoritmo para o Cálculo da Matriz de Interação Generalizada	105
B.1	O Algoritmo	105
B.2	Código em Scilab	107
C	Sintonia de Controladores Clássicos	111

LISTA DE FIGURAS

1.1	Matriz de Desempenho: DB= Desempenho Bom; DF: Desempenho Fraco; AI: Alta Importância; BI: Baixa Importância.	2
1.2	Estrutura da análise de desempenho proposta.	5
2.1	Esquema simples para a avaliação do desempenho de sistemas de controle.	8
2.2	Procedimento básico para a realização da CPM/CPA.	10
2.3	Linha do tempo para a aplicação do MVC.	19
2.4	Interpretação da estratégia de controle GMV com <i>Preditor de Smith</i>	25
2.5	Diagrama de blocos para um sistema de controle.	28
2.6	Algoritmo FCOR.	29
3.1	Atualização da predição no MPC.	35
3.2	Estratégia de implementação do MPC.	35
3.3	Fatoração de modelos limitados por invariantes.	41
3.4	Projeto do sistema de referência.	48
4.1	Comportamento para o sistema com $k = 1$	50
4.2	Comportamento para o sistema com $k = 2$	51
4.3	Índice de desempenho utilizando como referência MVC e controle corrente dado por K	53

4.4	Índice de desempenho com fatoração <i>Blaschke</i> para a avaliação da degradação do sistema corrente sobre a ação do deslocamento do zero de T	55
4.5	Índice de desempenho utilizando como referência modelo fatorado pela fatoração tipo <i>Blaschke</i> sob ação de MPC.	57
4.6	Sistema de controle com estratégia PI.	58
4.7	Índice de desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sobre a ação do deslocamento do zero de G	58
4.8	Comportamento dinâmico do sistema MIMO 2×2 com diferentes sintonias.	61
4.9	Controle corrente PI sintonizado pelo método de tentativa-e-erro.	61
4.10	Controle corrente PI para o sistema de referência sintonizado pelo método de Evolução Diferencial para diferentes valores de K_{12}	62
4.11	Índice de desempenho para sistema MIMO 2×2 com diferentes sintonias.	63
4.12	Índice de desempenho aplicado ao controle corrente PI sintonizado pelo método de tentativa-e-erro.	63
4.13	Análise de desempenho de controle MPC, problema SISO.	64
4.14	Análise de desempenho de MPC para modificações na planta.	65
4.15	Comportamento do sistema de controle MPC para planta MIMO 2×2	67
4.16	Comportamento do sistema de controle MPC e índice de desempenho para planta MIMO 2×2	68
4.17	Índice de desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sobre a ação de deslocamento dos pólos de G utilizando como referência a mesma estratégia de controle nas condições de projeto.	69
4.18	Comportamento do sistema de controle MPC para coluna de destilação binária.	71
4.19	Comportamento do sistema de controle MPC fatorado e índice de desempenho para coluna de destilação binária.	71
4.20	Comportamento dinâmico do sistema não linear e para a aproximação linear utilizada.	73
4.21	Comportamento do sistema sob ação de controladores PIs.	74
4.22	Comportamento do sistema fatorado sob ação de controladores PIs.	75
4.23	Índice de desempenho do sistema submetido a ação de controladores PIs.	75
4.24	Malha fechada com MPC aplicado ao modelo sem fatoração (corrente).	76
4.25	Comportamento do sistema fatorado submetido à ação de controlador MPC.	76

4.26	Índice de desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sob a variação na constante de velocidade k_2	77
4.27	Esquema do processo para reator bifásico.	78
4.28	Controle preditivo considerando a planta nominal.	83
4.29	Controle preditivo considerando a planta nominal fatorada.	83
4.30	Desempenho do controle preditivo para degradação de sintonia do MPC. . .	84
4.31	Comportamento do sistema sob ação de controladores PIs reguladores. . .	85
4.32	Índice de desempenho utilizando como referência MVC generalizado. . . .	86
4.33	Índice de desempenho utilizando as matrizes de interação generalizadas como referência.	86
C.1	Curva de reação para o método de Cohen-Coon.	112

LISTA DE TABELAS

4.1	Parâmetros de sintonia para o controlador PI corrente para $K_{12} = 0$	60
4.2	Parâmetros de sintonia para o controlador PI de referência.	60
4.3	Parâmetros para reator bifásico.	80
4.4	Variáveis de operação para reator bifásico.	80
4.5	Variáveis de saída para condições nominais do reator bifásico.	80
C.1	Parâmetros para o método de Ziegler-Nichols.	112
C.2	Parâmetros para o método de Cohen-Coon.	112

LISTA DE ABREVIATURAS

ARMA - *Auto-Regressive Moving Average*

ARMAX - *Auto-Regressive Moving Average with eXogenous input*

CARIMA - *Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average*

CARMA - *Controlled Auto-Regressive Moving Average*

CPA - *Control Process Assessment*

CPM - *Control Process Monitoring*

CSTR - *Continuous Stirred Tank Reactor*

DMC - *Dynamic Matrix Control*

FCOR - *Filtering and Subsequent Correlation Analysis*

IAE - *Integral of the Absolute Error*

LQG - *Linear Quadratic Gaussian*

LTI - *Linear Time Invariant*

GMV - *Generalized Minimum Variance*

MPC - *Model Predictive Control*

MVC - *Minumum Variance Control*

NLDM - *Nonlinear Detection Methods*

QP - *Quadratic Programming*

RS-MPC - *Reference System Model Predictive Control*

SISO - *Single Input Single Output*

MIMO - *Multiple Input Multiple Output*

Nomenclatura

$E\{\}$ - Esperança Matemática

G - Função de Transferência do Modelo

K - Função de Transferência do Controlador

N - Função de Transferência da Perturbação

T_s - Tempo de Amostragem

w - Interação Generalizada do tipo p ou q

ξ - Matriz de Interação

σ^2 - Variância

σ_i - Zeros finitos fora do ciclo unitário

$\Sigma_{M(p)}$ - Função de Transferência do Modelo fatorado com interação p

$\Sigma_{M(q)}$ - Função de Transferência do Modelo fatorado com interação q

Resumo

Quando o desempenho de um controlador se reduz ao longo do tempo e a eficiência de controle já não é mais satisfatória, tem-se que o controle em vigor ficou obsoleto devido às mudanças ocorridas no processo. Dessa forma, surge a necessidade de se desenvolver técnicas de monitoramento contínuo de sistemas de controle para que o mesmo possa acompanhar as mudanças ocorridas no processo, mantendo as características de eficiência do projeto original do controlador. As divergências entre variáveis controladas e os valores desejados (*setpoint*) podem ser quantificadas por um número que é conhecido como índice de desempenho. Neste trabalho, investiga-se o desempenho de sistemas de controle através de novas medidas de desempenho para estruturas de controle. As medidas propostas utilizam o conhecimento dos invariantes do processo obtidos através de ferramentas de fatoração de modelos locais lineares e da definição de um padrão de referência à ação possível de controle para plantas operando com controladores *feedback* para casos de controladores com variância mínima (MVC), proporcional-integral (PI) e controlador preditivo baseado em modelos (MPC). Desta forma, a técnica proposta neste trabalho serve como uma ferramenta para a avaliação do comportamento do sistema de controle durante a operação industrial, pois, tanto do ponto de vista físico, por se tratar de uma referência realizável, quanto do ponto de vista teórico, que ao realizar a fatoração, as informações dos invariantes dos modelos são extraídos, fazendo com que os mesmos se tornem mais fáceis de serem controlados, então, servindo como referência para o cálculo do índice de desempenho para o sistema. As técnicas propostas possuem baixo custo computacional e preservam a importância de interações e efeitos de elevadas frequências no compromisso entre a atenuação da sensibilidade das perturbações e a velocidade de resposta da malha de controle avaliada. Investigou-se então, com sucesso, o efeito de acoplamentos, interações e degradação da qualidade do controle para processos com uma entrada e uma saída (SISO) e sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), comprovando então a eficácia da técnica proposta como uma ferramenta viável para o monitoramento e avaliação de sistemas de controle.

Palavras-chave: Índice de Desempenho, Fatoração, Matrizes de Interação.


Abstract

When the controller's performance is reduced along the time and the control efficiency is no longer satisfactory, then it is necessary to develop certain techniques for continuously monitor control systems such as it can keep track of process changes maintaining the characteristics of efficiency of the original controller design. The divergences between controlled variables and the desired setpoint can be quantified by a single number that is known as performance index. In the present work, a novel way of evaluating the control process performance is introduced and applied as a new measure of performance for a control structure. For doing that, the knowledge of the invariants of the process under feedback and factorization tools of linear local models were applied for designing a new reference model. The proposed techniques were used as a reference of what can or cannot be achieved by a particular system operating under the action of a feedback control law: minimum variance control (MVC), proportional-integral (PI), and model predictive control (MPC). Hence, the proposed performance indexes are the tools for the evaluation of the behavior of the control system during regular industrial operation, not only based upon the physical point of view, in which the reference is treated as a realizable system, but also from a theoretical point of view, in which the model factorization procedure takes place, and therefore allowing the extraction of the invariant part of a system, changing the system to its easiest controlled form description, and then serving as a reference model for the calculation of the performance index, with a low computing cost and preserving the importance of interactions and high frequency effects for balancing the reference behavior. In this work was investigated, with success, the effect of coupling, interactions and quality degradation of the control for SISO (Single-Input and Single-Output) and MIMO (Multiple-Input and Multiple-Output) processes. The results show that the proposed technique are effective and a viable tool for process monitoring and controlled systems performance evaluation.

Keywords: Performance index, Factorization, Interactor matrix.

CAPÍTULO 1

Introdução

 monitoramento contínuo do desempenho de sistemas de controle (*Control Process Monitoring* - CPM) e a avaliação do desempenho de sistemas de controle (*Control Process Assessment* - CPA) são tecnologias essenciais para a manutenção da eficiência da operação de processos industriais. A incorporação de sistemas avançados de controle com sistemas de gerenciamento de informações tornou-se um lugar comum nas grandes indústrias de processamento. Incidentalmente, esses novos avanços de aplicação levaram ao acúmulo de grandes quantidades de dados de processos, que na maioria das vezes não encontra utilização como fonte de monitoramento de desempenho de sistemas pela grande complexidade e dimensionalidade associadas à realização dessa tarefa.

1.1 Análise de Desempenho

Para que se possa efetuar uma avaliação de eficiência do gerenciamento de processos complexos é necessário o monitoramento e análise de desempenho sob vários pontos de vista. O índice de desempenho de um sistema representa a métrica utilizada para a análise de eficiência. Uma classificação inicial para os tipos de métricas para avaliação de desempenho pode ser descrita como: métricas financeiras (lucro, vendas, custo operacional etc) e métrica não financeiras (taxa de satisfação do cliente, imagem do produto e da empresa etc). Outras categorias de classificações são aquelas quantitativas e qualitativas. As métricas quantitativas compreendem desde aspectos financeiros (vendas por dia etc),

quantidades não financeiras e até medidas técnicas (taxa de defeitos, propriedades físicas do produto etc). Assim, pode-se utilizar uma matriz de desempenho para se obter a ênfase no que é importante para a avaliação de desempenho desejada. A Figura (1.1) apresenta o esquema genérico de uma matriz de desempenho (ORDYS et al., 2007).

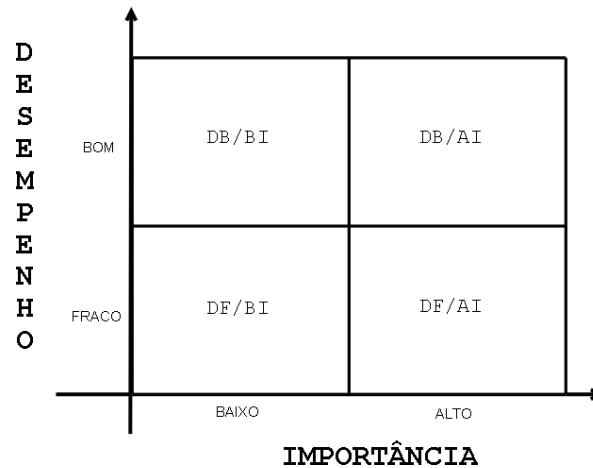


Figura 1.1: Matriz de Desempenho: DB= Desempenho Bom; DF: Desempenho Fraco; AI: Alta Importância; BI: Baixa Importância.

Os quadros apresentados na Figura (1.1) podem ser interpretados conforme segue: (i) DB/AI: resultados de análises nessa região da matriz são relevantes devido a associação entre desempenho e importância ambas favoráveis ao processo; (ii) DF/AI: Resultados de análises nessa região da matriz indicam que se deve fazer um esforço para se melhorar o desempenho dessas variáveis; (iii) DB/BI: resultados nessa região indicam que variáveis de baixa importância estão fornecendo bom desempenho. Isto implica que esforços podem estar sendo empregados para variáveis de baixa importância no contexto do processo; e (iv) DF/BI: resultados nessa região da matriz não são críticos para investigação, pois são de variáveis de baixa importância e onde baixos desempenhos são aceitáveis.

Neste trabalho, o conjunto de variáveis que se define avaliar o desempenho representam aquelas sob as quais se desejam imprimir limites, definir trajetórias etc (variáveis de controle), que são implicitamente relacionadas ao problema em análise e sob a qual demanda-se um desempenho eficiente no contexto do processo. A avaliação de desempenho de um sistema de controle está localizado na região DB/AI, tratando-se, por consequência, de uma investigação diretamente relacionada ao gerenciamento eficiente do processo (seja por lucratividade, segurança ou restrição técnica). Este aspecto motiva a investigação da análise de desempenho de sistemas de controle. Além disso, soma-se o fato de que a incorporação de um sistema de controle avançado necessita de uma atenção contínua para garantia do desempenho projetado e aperfeiçoamento ao longo do tempo da operação do novo sistema.

Mitchell et al. (2004), revisitando a literatura da última década, registram que em média somente 30% das malhas de controle na indústria reduzem a variabilidade dos processos. Mesmo que esse número seja corrigido para os dias atuais, pode-se supor que ainda existe uma grande oportunidade para melhoria na operação de plantas industriais pelo estudo dos sistemas de controle existentes e avaliando-se as potencialidades instaladas com aquelas possíveis de serem atingidas.

Quando o desempenho de um controlador se reduz ao longo do tempo, e a eficiência de controle já não é mais satisfatória, causado principalmente por controlador inadequado ao processo no momento, tem-se que o controle em vigor já ficou obsoleto às mudanças ocorridas ao decorrer do tempo, sendo assim, surge à necessidade de desenvolver técnicas de monitoramento contínuo do sistema de controle para que o mesmo possa acompanhar as mudanças ocorridas, mantendo as características de projeto do controlador, tais como eficiência e robustez.

Desta forma, é a partir de técnicas de monitoramento que se pode detectar mudanças no desempenho e características dinâmicas através de dados históricos ou de modelos do processo, analisando a variabilidade do sistema, bem como a necessidade de re-sintonização ou realização de um novo projeto de controle, identificando a necessidade de modificações no sistema para reduzir a influência de perturbações etc.

As técnicas de CPM/CPA surgiram com Harris (1989), que desenvolveu um estudo sobre avaliação de desempenho de controladores em malha fechada, foi a partir deste trabalho que se despertou um interesse crescente para essa linha de pesquisa. Recentemente, Jelali (2006) desenvolveu um trabalho que aponta uma visão geral sobre métodos de monitoramento e um procedimento sistemático para o monitoramento contínuo bem como avaliações aplicadas a processos industriais.

Sabe-se que cerca de 60% dos controladores industriais desenvolve algum problema, seja de eficiência e ou robustez, perante os processos que mudam suas características ao longo do tempo, tais como manufatura de produtos sazonais (HARRIS et al., 1999).

Não é uma tarefa muito fácil a de estabelecer um monitoramento eficiente de um sistema de controle, devido ao fato da presença de ruídos, perturbações, tempo de resposta variante, não linearidade, dentre outros. Sendo assim, estes fatos dão ênfase a necessidade do desenvolvimento de técnicas eficientes para o monitoramento e avaliação do desempenho de controladores, onde a meta é assegurar que o sistema de controle em vigor atenda as especificações desejadas para o processo.

Para isso, algumas exigências devem ser seguidas para a avaliação de sistemas de controle:

1. Determinação da capacidade do sistema de controle;
2. Desenvolvimento de estatísticas para monitorar o desempenho do controlador;
3. Desenvolvimento de métodos para diagnosticar as causas subjacentes de mudanças no desempenho do sistema de controle (HARRIS et al., 1999).

Um desempenho fraco para o sistema de controle pode resultar em instabilidade e ações de controle não satisfatórias, indicando a necessidade de atividades adicionais tais como a realização da identificação do processo e a reestruturação do controlador (HUANG; SHAH, 1999).

As divergências entre as variáveis controladas e os valores desejados (*setpoint*) podem ser quantificadas por um único número que é conhecido como índice de desempenho. Vários índices de desempenho para sistemas de controle foram propostos na literatura, tais como em Bezergianni e Georgakis (2000), Kozub (1997), Kozub e Garcia (1993), Desborough e Harris (1992) e Devries e Wu (1978), e várias aproximações foram propostas para calcular o índice de desempenho para sistemas SISO, inclusive a aproximação de índice de desempenho normalizada (DESBOROUGH; HARRIS, 1992). Não obstante, existe a necessidade do desenvolvimento de novos índices de desempenho que sejam intuitivos, facilmente determinados e baseados em comportamentos de referência que apresentem implicitamente o que pode ser conseguido por um controlador de interesse.

1.2 Técnica Proposta

Foram estudados, com êxito, novas medidas de desempenho de uma estrutura de controle, utilizando-se, para isso, do conhecimento dos invariantes do processo (atraso, zeros fora do ciclo unitário etc) e de ferramentas de fatoração de modelos locais lineares para conhecimento, por exemplo, da matriz de interação generalizada, utilizando como padrão de referência a medida da ação possível de controle para plantas operando com controladores *feedback*: de variância mínima (MVC), proporcional-integral (PI) e preditivo baseado em modelos (MPC).

A técnica proposta nesta dissertação visa a aplicação da fatoração de modelos locais lineares em duas partes, uma com características passa tudo (*all-pass*) representando a parte não inversível do modelo da planta, e a outra parte, com mesmas características em baixas frequências que a planta é inversível, a ser utilizada como modelo de referência, pois todas as dificuldades impostas pelos invariantes (tempo morto, zeros fora do ciclo unitário etc) são extraídas ou deslocadas para saídas menos importantes através da utilização de

modelos de fatoração, tornando mais fácil de se estabelecer o controle para a representação virtual do sistema e ideal para ser utilizado como referência para avaliação da degradação do sistema de controle corrente.

Neste contexto, o objetivo desta dissertação é investigar o desempenho de sistemas controlados, desenvolvendo-se métricas de comparação para a aplicação e desenvolvimento de índices de desempenho de sistemas MIMO, utilizando-se, para isso, do conhecimento de ferramentas de fatoração de modelos locais lineares que permitam extrair dos mesmos as possíveis causas limitadoras de desempenho. A análise a ser implementada segue o procedimento estabelecido na Figura (1.2):

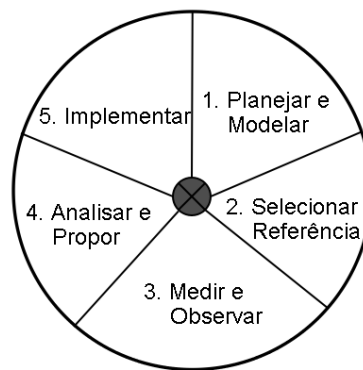



Figura 1.2: Estrutura da análise de desempenho proposta.

A estrutura básica desta dissertação possui a seguinte forma: O Capítulo 2 apresenta os aspectos gerais e métodos para a avaliação do desempenho de sistemas de controle. O Capítulo 3 apresenta o desenvolvimento teórico e matemático de técnicas para o monitoramento de sistemas de controle, com base no índice de desempenho. O Capítulo 4 aborda a aplicação do índice de desempenho como análise de sistemas de controle corrente, em plantas lineares, aplicando variações nos pólos e zeros do modelo do processo, como efeito de perturbação ao longo do tempo para se avaliar a degradação do mesmo, bem como a aplicação da técnica proposta em sistemas não lineares de engenharia, utilizando linearização local, e variações em parâmetros físicos como perturbação no modelo, segundo a mesma idéia anterior, para a avaliação da degradação do sistema ao longo do tempo. Por fim, no Capítulo 5 apresentam-se as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

Avaliação do Desempenho de Sistemas de Controle

este capítulo serão apresentados os aspectos gerais para a avaliação do desempenho de sistemas de controle, abordando o conceito geral de índice de desempenho de forma cronológica, e a utilização do controle de variância mínima variância(MVC) como referência clássica na formulação do índice de desempenho.

2.1 Aspectos Fundamentais

Para se conhecer se um sistema de controle está eficiente e atendendo as especificações desejadas, como pode ser visto na Figura (2.1), devem-se responder as seguintes questões: O sistema está trabalhando satisfatoriamente? Se não, por que sua “eficiência” está comprometida? Como se pode organizar e melhorar o sistema de acordo com um comportamento de referência entendendo como o sistema se comporta perante perturbações? Como os dados correntes de uma indústria podem ser aproveitados para esta tarefa?

Um sistema de controle é dito como “insatisfatório” ou “ineficiente”, quando se enquadra nos seguintes aspectos (JELALI, 2006):

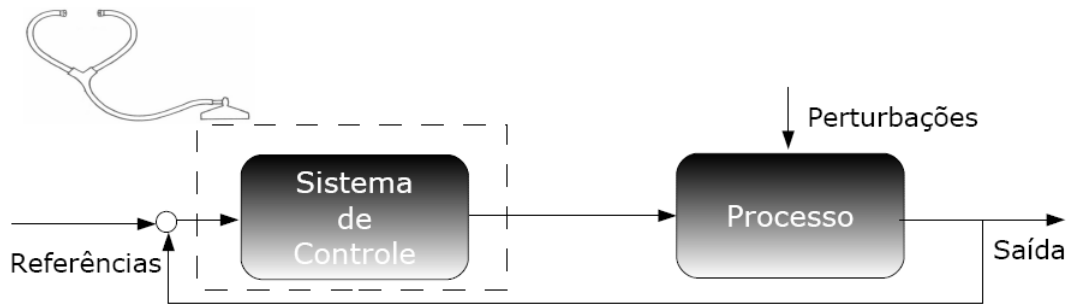


Figura 2.1: Esquema simples para a avaliação do desempenho de sistemas de controle.

- *Controlador inadequado e falta de manutenção:* Isto pode estar relacionado a um controlador que nunca foi sintonizado adequadamente ou que foi sintonizado baseado em um modelo que não descreve eficientemente o comportamento do sistema, ou até mesmo, ao uso de um tipo de controlador inadequado para a atribuição do sistema. Sabe-se que mais do que 90% dos controladores instalados dentro dos sistemas de automação industrial são do tipo PID (**P**roportional-**I**ntegral-**D**erivativo), o que se dá até mesmo em casos onde outros controladores são mais apropriados que o PID. A causa mais comum de um fraco desempenho do sistema de controle é que uma vez sintonizado, e com o passar do tempo e mudanças no processo, o controlador continua com a mesma sintonia, perdendo desempenho e prejudicando sua eficiência. Tais fatos podem ser motivados por: (1) mudanças nas características dos materiais ou produtos utilizados inicialmente; (2) modificações nas condições operacionais; (3) mudanças nos equipamentos (planta industrial); (4) sintonia conservadora para os controladores, tal que, quando ocorrem mudanças nas condições operacionais, principalmente em sistemas não lineares, tende-se a ter um controlador atuando de forma lenta; (5) capacitação de somente uma pessoa para se responsabilizar por toda a manutenção do sistema automático; (6) falta de mão-de-obra qualificada para entender o sistema automático;
- *Mau funcionamento dos equipamentos ou projeto “insatisfatório”:* Um fraco desempenho de um sistema de controle é, em geral, resultado de falhas ou mau funcionamento dos sensores ou atuadores. Contudo, o mais sério é quando o processo ou um componente do mesmo não é projetado adequadamente;
- *Compensação feedforward ineficiente:* Se não forem consideradas perturbações externas, elas podem deteriorar o desempenho de controle. Assim, quando perturbações estão sendo medidas, é recomendada a compensação destas perturbações com o emprego do controlador *feedforward* que possui ações antecipatórias;
- *Estrutura de controle inadequada:* Relações de entrada/saída do processo inadequadas, ignorando interações entre as variáveis do sistema, competição entre os

controladores, graus de liberdade, presença de uma forte não linearidade, e a falta de compensação do tempo-morto são características básicas para a definição de problemas na estrutura de controle;

Existem alguns procedimentos básicos para a avaliação de sistemas de controle. Dentre os procedimentos mais importantes, e apresentando de forma mais detalhada as etapas da Figura (1.2), destacam-se (JELALI, 2006):

- *Determinação da capacidade de controle do sistema:* Envolve a quantificação do desempenho atual. Dados medidos (dinâmicos) são analisados e então se avalia o desempenho, por exemplo, as discrepâncias de produção do sistema de controle atual;
- *Seleção e projeto de um comportamento de referência para avaliação de desempenho:* Este passo especifica o comportamento de referência com relação ao qual o desempenho de controle atual será avaliado, podendo ser utilizado o critério da variância mínima (MV) ou qualquer outro critério que indique quanto os dados do sistema variou em um intervalo de tempo;
- *Descoberta e avaliação de laços de controle com baixo desempenho:* Esta fase testa a divergência do desempenho de controle atual em relação ao comportamento de referência selecionado. Além disso, a pessoa responsável pela manutenção pode determinar a melhoria possível aumentando o desempenho do controle atual de acordo com o comportamento de referência selecionado;
- *Diagnóstico das causas subjacentes:* Quando a análise indica que o desempenho de um controlador diverge com relação a bom/desejado, deve-se localizar as razões para que o sistema não esteja se comportando como o desejado;
- *Sugestões de medidas de melhoria:* Depois de se isolar as causas de fraco desempenho, ações corretivas devem ser empregadas para restabelecer o potencial do sistema de controle. Na maioria dos casos, controladores com funcionamentos insatisfatórios podem ser melhorados através de re-sintonização;

O critério mais difundido para o CPA é o da variância ou a divergência entre o que está sendo medido na planta e o comportamento de referência selecionado, sendo aplicado particularmente para controle regulador. O desempenho de um laço de controle pode ser julgado inaceitável se a variância da variável controlada excede os valores críticos do comportamento de referência, devido a sua relação direta entre o desempenho, qualidade de produto e o lucro.

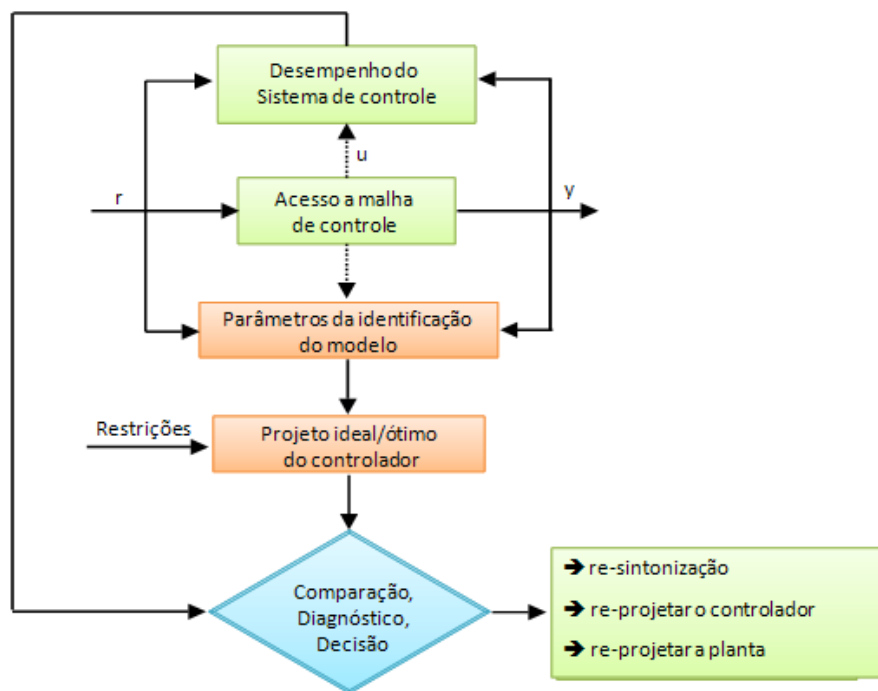


Figura 2.2: Procedimento básico para a realização da CPM/CPA.

Nas últimas décadas, houve um interesse crescente nas indústrias de processo no que se refere ao CPM/CPA. A Figura (2.2) apresenta o procedimento básico para a realização da CPM/CPA. Métodos, aplicações, pacotes e *softwares* foram estudados na literatura. A aceitação crescente da tecnologia CPM/CPA em muitas indústrias se dá pelo fato da consciência de que se manter habitualmente a eficiência do sistema de controle trás conforto tanto para o sistema de produção quanto para o consumidor, que terá em suas mãos produtos de alta qualidade.

Características importantes que CPM/CPA devem satisfazer, foram concluídas por autores de diversos trabalhos, com o intuito de viabilizar a técnica, tais como Vaught e Tippet (2001) e Ingimundarson (2003). As mais importantes são:

- Não necessidade de testes realizados na planta;
- Habilidade para se desenvolver automaticamente;
- Não comprometer o processo;
- Usar dados ou modelo do processo;
- Detectar baixo desempenho do sistema de controle;
- Diagnosticar baixo desempenho do sistema de controle;
- Sugerir medidas satisfatórias para remover a causa da deterioração do desempenho;

- Apresentar de forma apropriada dos resultados para o usuário (interface homem-máquina).

Assim, diante da importância de se manter a qualidade do produto desejado para o mercado consumidor, atendendo as necessidades da população, com preocupações tanto ambientais quanto às exigências de um mercado competitivo, surge a necessidade de projetos de controle automático que atendam as especificações do produto desejado, mesmo que ocorram transições operacionais sem perder suas características tais como eficiência e robustez.

2.2 Métricas para a Análise de Desempenho

O desempenho de um sistema de controle relaciona a sua habilidade para lidar com as divergências entre variáveis controladas e os valores desejados (*setpoint*). Estas divergências podem ser quantificadas por um único número que é conhecido como índice de desempenho.

Vários autores já publicaram revisões excelentes de cunho teórico sobre CPM, tais como Qin (1998), Harris et al. (1999), Huang e Shah (1999), Harris e Seppala (2001), Shah et al. (2001), Dittmar et al. (2003) e Thornhill et al. (2003a). Muitos pesquisadores propuseram avaliações práticas para CPM. Neste contexto, podem-se citar os trabalhos de Kozub (1996), Thornhill et al. (1999), Haarsma e Nikolaou (2003), Dumont et al. (2002) e Hoo et al. (2003).

Owen et al. (1996) propuseram maneiras automáticas de realizar o monitoramento e correções no mau funcionamento de sistemas de controle. Um estudo realizado por McNabb e Qin (2003) apresenta um método de monitoramento do desempenho de controle baseado em projeções de subespaço, utilizando modelos em espaço de estados, geralmente não quadrados, e aplicando a técnica de variância mínima (MVC). Desborough e Harris (1993) desenvolveram um sistema de controle utilizando variância mínima para sistemas de múltiplas-entradas e única-saída (MISO), observando três aspectos: variância mínima aplicada a uma fonte de perturbação, variância devida a controle *feedforward* sub-ótimo e variância devida a controle *feedforward-feedback* sub-ótimo.

Dando continuidade ao estudo desenvolvido por Harris e utilizando o mesmo método da variância mínima, McNabb e Qin (2005) estudaram sistemas de forma que fossem incluídas perturbações e mudanças no *setpoint*, demonstrando que o método pode ser diretamente aplicado a sistemas com perturbações medidas, aumentando a matriz que contém os dados do sistema com as perturbações medidas. Seguindo esta linha, Kozub

(1996), Huang et al. (1997a) e Huang et al. (1997b) propuseram índices de desempenho de controle que variavam dentro do intervalo $[0, 1]$, sendo que índices de desempenho próximos de 1 (um) representam a existência de um controle com melhor eficiência. Estes índices podem ser avaliados conforme:

$$\eta = \frac{J_{des}}{J_{atual}} \quad (2.1)$$

em que J_{des} é o valor ideal (comportamento de referência) e J_{atual} é o valor atual medido na planta.

Vários métodos foram propostos para se estabelecer índices de desempenho, tais como:

Variância mínima (MV) e índice de Harris: O índice de desempenho baseado em uma referência de comportamento de variância mínima foi sugerido por Harris (1989), inicialmente para sistema SISO, é também chamado de índice de Harris, pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\eta_{Harris} = \frac{\sigma_{MV}^2}{\sigma_y^2} = \frac{\sum_{i=0}^{\tau-1} f_i^2}{\sum_{i=0}^{\infty} f_i^2} \quad (2.2)$$

em que τ é o atraso na resposta do sistema (já conhecido) e os valores f_i (parâmetros de Markov) são calculados a partir da técnica de identificação de sistemas utilizando o modelo ARMA (*Auto-Regressive Moving Average*).

A análise de variância (DESBOROUGH; HARRIS, 1993) realça a contribuição de várias perturbações à variância global, tais como:

$$\sigma_y^2 = \sigma_{MV,v}^2 + \sigma_{FB,v}^2 + \sum_{j=1}^{n_w} (\sigma_{MV,w_j}^2 + \sigma_{FF,w_j}^2 + \sigma_{FB/FF,w_j}^2) \quad (2.3)$$

com $\sigma_{MV,v}^2$ é a variância mínima (MV) associado ao controle *feedback* (devida a perturbações não medidas, v), $\sigma_{FB,v}^2$ é a MV devida à “não-otimalidade” do controle *feedback*, $\sum_{j=1}^{n_w} \sigma_{MV,w_j}^2$ é a MV aplicada ao controle *feedforward* (através de perturbações medidas, w), $\sum_{j=1}^{n_w} \sigma_{FF,w_j}^2$ é a MV devida à “não-otimalidade” do controle *feedforward* e $\sum_{j=1}^{n_w} \sigma_{FB/FF,w_j}^2$ é a MV devida à “não-otimalidade” da combinação entre os controles *feedback*/*feedforward*.

O índice de Harris foi estendido a sistemas MIMO por McNabb e Qin (2003), Ko e Edgar (2001b), Ettaleb (1999), Huang e Shah (1999), Huang et al. (1997b), Huang e Shah

(1997) e Harris et al. (1996). O índice de Harris para estes sistemas é dado por:

$$\eta_{MIMO} = \frac{\sum_{i=1}^s \sigma_{i,MV}^2}{\sum_{i=1}^s \sigma_i^2} \quad (2.4)$$

que ao comparar com a Equação (2.2), nota-se que agora tem-se o somatório de todas as saídas, tanto da referência quanto para o sistema corrente.

Comportamentos de referência avançados: Uma extensão direta do comportamento de referência MV sugerida por Grimble (2002) considera penalizações da ação de controle e conduz ao que se chama de variância mínima generalizada (GMV). Uma referência de comportamento baseado no controlador LQG (Linear Quadrático Gaussiano - *Linear Quadratic Gaussian*) foi proposta por Huang e Shah (1999) como alternativa à MV. Ambas referências são úteis pois permitem a obtenção de detalhes sobre as informações de desempenho do controlador. No caso do índice de desempenho baseado numa referência dada pelo controlador LQG, pode-se entender o quanto a variância de produção pode ser reduzida sem afetar o desempenho do controlador. Sendo assim, pode-se estabelecer uma relação entre as entradas e saídas do processo da seguinte forma:

$$J_{LQG} = \text{var}\{y(k)\} + \lambda \text{var}\{\Delta u(k)\} \quad (2.5)$$

com $y(k)$ os dados de saída do processo num tempo k , $\Delta u(k)$ a variação dos dados de entrada num tempo k e λ um parâmetro de ponderação que varia em $[0, \infty)$.

A derivação da lei de controle GMV é mais simples que aquela para LQG (GRIMBLE, 2002):

$$\begin{aligned} J_{GMV} &= E\{\phi_0^2\} \\ \phi_0(k) &= P_c e(k) + F_c u(k) \end{aligned} \quad (2.6)$$

com P_c e F_c são filtros aplicados ao sistema e ϕ_0 representa um sinal fictício.

Controladores com estrutura restrita: Recentemente foi proposto um comportamento de referência em que se pode pré-especificar a estrutura do controlador usado. Assim, como ilustração, se um controlador PID é utilizado, o método calcula os melhores parâmetros do PID (K_C , τ_I e τ_D), denotados como K_{PID} , que minimizem uma função objetivo. Desta forma, em contraste com o MVC (controlador de variância mínima), dado que a grande maioria (cerca de 90%) dos controladores industriais é do tipo PID, pode se calcular a variância para a análise do seu desempenho da seguinte forma:

$$\sigma_{PID}^2 = \min_{K_{PID}} \sigma_y^2 \quad (2.7)$$

Com o interesse de estabelecer um controlador que tivesse um melhor desempenho, Bender (2003) propôs um sistema de controle PID utilizando controle de modelo interno (IMC), onde a variância para a análise do seu desempenho pode ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma_{PID/IMC}^2 = \min_{\lambda} \sigma_y^2 \quad (2.8)$$

com λ o único parâmetro que deve ser selecionado.

Como um processo industrial está sujeito a várias restrições, tanto quanto aos equipamentos e a instrumentação utilizada no sistema de controle, e sabendo-se que a tecnologia de controle preditivo baseado em modelos (MPC) abrange toda esta estrutura de restrições, Julien et al. (2004) mostraram que até mesmo o projeto de um MPC perfeito e na ausência de discrepâncias planta/modelo, nunca passará pela curva LQG, a menos que as perturbações atuais sejam dadas de forma aleatórias. Assim, o índice de desempenho para sistemas MIMO utilizando a formulação MPC pode ser calculado por:

$$\eta_{MPC} = \frac{\left(\sum_{j=1}^{N_2} \mathbf{e}^T_{(k+j-N_2)} \mathbf{Q} \mathbf{e}_{(k+j-N_2)} + \sum_{j=1}^{N_u} \Delta \mathbf{u}^T_{(k+j-N_2-1)} \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}_{(k+j-N_2-1)} \right)_{\text{referência}}}{\left(\sum_{j=1}^{N_2} \mathbf{e}^T_{(k+j-N_2)} \mathbf{Q} \mathbf{e}_{(k+j-N_2)} + \sum_{j=1}^{N_u} \Delta \mathbf{u}^T_{(k+j-N_2-1)} \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}_{(k+j-N_2-1)} \right)_{\text{atual}}} \quad (2.9)$$

com N_2 e N_u os horizontes de predição e de controle, \mathbf{e} o erro estimado, $\Delta \mathbf{u}$ a variação da entrada, \mathbf{Q} e \mathbf{R} são pesos.

Análise baseada em dados históricos: A análise de desempenho baseada em comportamentos de referência extraídos de dados históricos do processo pode ser feita conforme Huang (2003). Neste caso, o índice de desempenho é dado por:

- Avaliando-se todas as saídas e todas as entradas do sistema:

$$\eta_{his} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n k_i \sigma_{VC_i}^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i \sigma_{\Delta VM_i}^2 \right)_{\text{referência}}}{\left(\sum_{i=1}^n k_i \sigma_{VC_i}^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i \sigma_{\Delta VM_i}^2 \right)_{\text{atual}}} \quad (2.10)$$

- Avaliando-se cada saídas com todas as entradas:

$$\eta_j = \frac{\left(k_j \sigma_{VC_i}^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i \sigma_{\Delta VM_i}^2 \right)_{\text{referência}}}{\left(k_j \sigma_{VC_i}^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i \sigma_{\Delta VM_i}^2 \right)_{\text{atual}}} \quad (2.11)$$

- Avaliando-se a entrada do sistema:

$$\eta_u = \frac{\left(\sum_{i=1}^m \lambda_i \text{média}(\Delta VM_i) \right)_{\text{referência}}}{\left(\sum_{i=1}^m \lambda_i \text{média}(\Delta VM_i) \right)_{\text{atual}}} \quad (2.12)$$

com VC variável controlada e ΔVM a variação da variável manipulada.

Vários métodos para a determinação do comportamento de referência são apontados e comparados, como em Ordys et al. (2005), onde são comparados do ponto de vista das condições dos parâmetros, dados do processo e benefícios.

Sabe-se que há muitas razões para um desempenho fraco de um sistema de controle, como: (i) limitações em desempenho realizável que surge devido a uma combinação do sistema com o projeto do sistema de controle, (ii) mudanças na dinâmica do sistema, (iii) perturbações variadas, (iv) falhas nos sensores ou atuadores, (v) não linearidade do sistema, e (vi) fontes desconhecidas. Alguns destes problemas podem ser descobertos usando métodos especializados e índices de desempenho.

No caso de sistemas que apresentam não linearidade, existem testes para a detecção deste problema conhecido como NLDM (métodos para detecção da não linearidade). De maneira simplificada, quase todos os NLDMs supõem que o sistema investigado pode ser excitado com certos sinais de entrada que nem sempre são possíveis ou permissíveis na prática industrial.

Choundhury et al. (2004) propuseram um método para a NLDM baseada em análise estatística usando bicoerência quadrática (*quadratic bicoherence*), e denominado índice de não linearidade (NLI) com 95% de confiança:

$$NLI = \left| bic_{\max}^2 - (\overline{bic^2} + 2\sigma_{bic^2}) \right| \quad (2.13)$$

com σ_{bic^2} o desvio padrão e $\overline{bic^2}$ a média calculada da bicoerência quadrática.

Com o valor de NLI pode-se chegar à seguinte conclusão:

- $NLI = 0$, o sinal gerado pelo processo é linear;
- $NLI > 0$, o sinal gerado pelo processo é não linear.

Uma das mais comuns formas de degradação de sistemas de controle é a presença de oscilações no processo. De acordo com Desborough e Miller (2002), 32% dos controladores são classificados como “de baixo desempenho”, em uma pesquisa industrial por Honeywell, devido a problemas nas válvulas de controle. Hägglund (1995) propôs uma maneira de calcular o índice de oscilação utilizando a integral do erro absoluto (IAE):

$$IAE = \int_{t_{i-1}}^{t_i} |e(t)| dt \quad (2.14)$$

Os valores das IAEs são separados em positivos e negativos, e o índice de oscilação gerado (OI) dado por h pode ser interpretado (FORSMAN; STATIN, 1999):

- $h > 0,4$: sistema candidato a exame mais aprofundado;
- $h > 0,8$: um padrão de oscilação muito distinto no sinal é esperado;
- Apresentará ruído branco para $h \approx 0,1$.

Outro problema muito comum é a perda de eficiência no sistema de controle, apresentando respostas lentas devido ao fato de que com o passar do tempo pode se transformar em um sistema com sintonia inadequada (conservador). Hägglund (1995) apresentou um método para a detecção de sistemas conservadores, denominado de índice de eficiência (I_i):

$$I_i = \frac{t_{pos} - t_{neg}}{t_{pos} + t_{neg}} \quad (2.15)$$

no qual o I_i será calculado em um período de tempo levando em consideração os sinais positivos e negativos dentro do intervalo $[-1,1]$. Se I_i for 1 (um), o sistema é conservador, se for 0 (zero) a sintonia do sistema de controle é classificada como boa e para valores negativos significa que apresenta a melhor configuração de sintonia.

O objetivo de se aplicar métodos de CPA e índices de desempenho está relacionado com sugestões para melhorar o sistema de controle ou processo, e pode ser dividido em algumas fases:

- *Inspeção e manutenção:* Sempre que se notem diferenças que possam causar problemas futuros relacionados com o desempenho do sistema automático (sensores, atuadores, válvulas etc) deve-se realizar a manutenção de todo o sistema.
- *Re-sintonização da malha de controle:* Uma das opções de se atingir novamente o desempenho desejado é realizar a re-sintonização do sistema de controle. Neste caso, é de extrema importância que a realização da re-sintonia ocorra através de pessoas treinadas para que a nova sintonia não prejudique o processo de produção.
- *Re-projeto do sistema de controle:* Como na maioria dos casos emprega-se a formulação PID para sistemas de controle, e se por ventura deseja-se investir em tecnologia mais avançada, pode-se lançar mão do emprego de controladores mais sofisticados como, por exemplo, o controlador preditivo baseado em modelos (MPC), realizando assim um novo projeto do sistema de controle.

Para se realizar o CPA/CPM, necessita-se da aquisição de dados pertinentes através do sistema a ser analisado, que pode ser resumido da seguinte forma:

- *Aquisição de dados:* Dados obtidos do sistema são necessários para que se possa realizar uma avaliação do desempenho do sistema de controle. Porém pode se levar muito tempo para coletar os dados necessários à essa avaliação. Desta forma, devem ser empregados sistemas em linha (*on-line*) para facilitar a aquisição, dispondo-se de computadores e *softwares* adequados para que se possa também realizar o pré-processamento para indicar se os dados coletados são válidos para se realizar a análise.
- *Determinação do tempo de atraso na resposta (tempo-morto):* É necessário estimar o tempo-morto, pois será empregado na maioria dos métodos de CPA, particularmente em modelos de variância mínima. Björklund (2003) apresentou alguns métodos para realizar a estimativa do tempo-morto de um processo:

1. Método da correlação: Este tradicional método é baseado na correlação entre dados de saída (y) e dados de entrada (u) do processo, e pode ser representado por:

$$\hat{\tau} = \max_{\tau} E\{y(k)u(k - \tau)\} \approx \max_{\tau} \sum_k y(k)u(k - \tau) \quad (2.16)$$

2. Método da aproximação relacionada: Este método utiliza basicamente a aproximação de Padé para sistemas contínuos no tempo. Isaksson (1997) propôs o seguinte método para o cálculo do tempo morto utilizando zeros das funções de

transferência no tempo discreto (z_i), relacionando com zeros no tempo contínuo (s_i) da seguinte forma:

$$\hat{\tau} = 1 + \frac{\hat{T}_d}{T_s} = 1 + \frac{\sum_{i=1}^r (2/s_i)}{T_s}, s_i \approx \frac{1}{T_s} \ln(z_i), \quad (2.17)$$

com r representando o número de zeros contido do lado direito do plano complexo. Este método foi modificado por Horch (2000) aplicado ao domínio de frequência para sistemas discretos no tempo:

$$\hat{\tau} = 1 - \left. \frac{\varphi(\omega)}{\omega T_s} \right|_{\omega < 1} \quad (2.18)$$

- *Determinação de um modelo para o sistema:* A primeira decisão que se deve tomar para realizar um CPA é a escolha de um modelo que descreve a resposta dinâmica do processo associada com o erro de controle. Hoje existem vários pacotes e *softwares* que utilizam modelos para identificação de processos como o ARMA, ARMAX (*Auto-Regressive Moving Average with exogenous input*) e redes neurais. A escolha do modelo adequado é um ponto importantíssimo para um bom desempenho na realização do CPA, e este deve ser escolhido de acordo com as características do sistema de controle e necessidades do processo.

2.3 O MVC como Referência para o Monitoramento

O controle de variância mínima (MVC) tem sido utilizado desde 1970, por Aström, que apresentou um estudo da aplicação do MVC para plantas lineares de fase mínima, e é utilizado até a época contemporânea como referência de comportamento, como pode se visto na Figura (2.3):

A utilização do MVC como uma referência clássica pode ser explicada devido as seguintes vantagens:

- Não é invasivo;
- Simples entendimento e implementação computacional;
- Não requer conhecimento de sintonia da malha específica;
- Facilidade para o desenvolvimento de índices de desempenho etc;

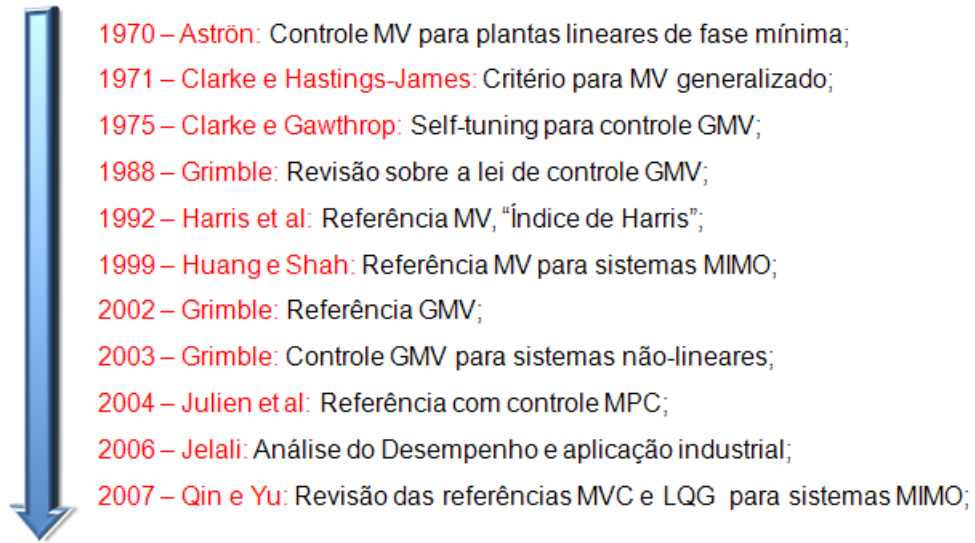


Figura 2.3: Linha do tempo para a aplicação do MVC.

Tham (1999) propôs algoritmos de controle tanto para o Controle de Variância Mínima (MV), quanto para o Controle de Variância Mínima Generalizado (GMV) para sistemas SISO.

Controle de Variância Mínima (MVC) aplicado a sistemas SISO: O MVC é um tipo de controlador que busca encontrar o melhor sinal de entrada $u(t)$ que minimiza a seguinte função objetivo:

$$J_{MV} = E \{ [w(t) - y(t+k)]^2 |_t \} \quad (2.19)$$

A notação $E\{.\}_t$ denota a esperança matemática dos dados disponíveis, inclusive os do tempo atual. Sendo assim, a variância das variáveis pode ser calculada através do valor esperado das variáveis ao quadrado. Neste caso, refere-se à variância do erro entre o *setpoint* $w(t)$ e a saída controlada $y(t+k)$ em um passo k no futuro. Desta forma, o projeto do controlador se dá com a minimização desta variância de acordo com a Equação (2.19), e este controlador recebe o nome de Controlador de Variância Mínima (MVC).

Para realizar esta minimização com relação a $u(t)$, deve-se encontrar uma relação satisfatória entre o sinal de saída y e a variável manipulada u . Este processo pode ser realizado através de identificação de modelos, como por exemplo, o modelo CARMA (*Controlled Auto-Regressive Moving Average*):

$$Ay(t) = q^{-k}Bu(t) + CT(t) \quad (2.20)$$

A Equação (2.20) pode representar tanto um modelo ARMAX, quanto CARMA, onde $k \geq$

1 significa um atraso ou tempo-morto do processo, através de um tempo de amostragem T_s , e $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ são polinômios em q^{-1} tal que:

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{N_A}q^{-N_A}, \quad N_A = \text{grau}(A(q)) \\ B(q) &= b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{N_B}q^{-N_B}, \quad N_B = \text{grau}(B(q)) \\ C(q) &= 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{N_C}q^{-N_C}, \quad N_C = \text{grau}(C(q)) \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde $\Gamma(t)$ é uma sequência randômica de média zero e variância σ^2 finita, tal que:

$$E\{\Gamma(t)\} = 0 \quad \text{e} \quad E\{\Gamma(t)^2\} = \sigma^2 \quad (2.22)$$

A função objetivo envolve um termo no futuro, $y(t+k)$, que não é disponível em linha (*on-line*). Então, a minimização não pode ser executada a menos que se possa substituir $y(t+k)$ por uma estimativa realizável. Isto pode ser alcançado pelo uso da seguinte identidade

$$C = FA + q^{-k}E \quad (2.23)$$

em que E e F são polinômios em q^{-1} . Esta identidade é conhecida matematicamente como a identidade de divisão polinomial, onde se obtém essencialmente o quociente e o resto da divisão direta entre dois polinômios. Neste caso

$$\frac{C}{A} = F + q^{-k}\frac{E}{A} \quad (2.24)$$

com F representando o quociente e de grau $k-1$, e E representando o resto da divisão com grau $n-1$.

Multiplicando-se a Equação (2.20) por F , tem-se:

$$FAy(t) = q^{-k}FBu(t) + CFT(t) \quad (2.25)$$

Substituindo-se a Equação (2.23), para FA , na Equação (2.25), fazendo-se k -passos no futuro e multiplicando-se por q^{-k} , tem-se:

$$(C - q^{-k}E)y(t+k) = FBu(t) + CFT(t+k) \quad (2.26)$$

Separando-se do lado esquerdo da igualdade os termos que envolvem valores futuros, e do lado direito os termos que envolvem os valores passados e corrente, tem-se:

$$Cy(t+k) - CFT(t+k) = FBu(t) + Ey(t) \quad (2.27)$$

Definindo,

$$y^*(t+k|t) = y(t+k) - F\Gamma(t+k) \quad (2.28)$$

Pode-se obter o “preditor k -passos-à-frente” de $y(t)$ como:

$$Cy^*(t+k|t) = FBu(t) + Ey(t) \quad (2.29)$$

Agora se pode usar $y^*(t+k|t)$ no lugar de $y(t+k)$ na função objetivo, desde que a função possua valores no passado e o tempo corrente tanto para y quanto para u obedecendo ao índice $(t+k|t)$. Sendo assim, deve-se re-arranjar a Equação (2.29) na forma:

$$y^*(t+k|t) = FBu(t) + Ey(t) + Hy^*(t+k-1|t-1) \quad (2.30)$$

onde H é um polinômio em q^{-1} definido como:

$$H = (1 - C)q \quad (2.31)$$

Substituindo-se $y^*(t+k|t)$ por $y(t+k)$ na função objetivo, tem-se:

$$J_{MV} = E \{ [w(t) - FBu(t) - Ey(t) - Hy^*(t+k-1|t-1)]^2 | t \} \quad (2.32)$$

Quando se minimiza J_{MV} , busca-se encontrar um $u(t)$ tal que:

$$\frac{\partial J_{MV}}{\partial u(t)} = -2f_0b_0 [w(t) - FBu(t) - Ey(t) - Hy^*(t+k-1|t-1)] = 0 \quad (2.33)$$

Desta forma, de acordo com a Equação (2.33) obtém-se a lei de controle:

$$u(t) = \frac{[w(t) - Ey(t) - Hy^*(t+k-1|t-1)]}{FB} \quad (2.34)$$

O controle de variância mínima apresenta algumas propriedades interessantes. Rearranjando a Equação (2.34) tem-se:

$$w(t) = FBu(t) + Ey(t) + Hy^*(t+k-1|t-1) = y^*(t+k|t) \quad (2.35)$$

A equação acima é conhecida como “lei de controle”, que ao interpretá-la conclui-se que o sinal de controle calculado através da Equação (2.34) levará em k -passos preditos ($y^*(t+k|t)$) ao *setpoint* $w(t)$. Usando a definição da Equação (2.28):

$$w(t) = y(t+k) - F\Gamma(t+k) \Rightarrow y(t)w(t-k) + F\Gamma(t) \quad (2.36)$$

Assim, se o modelo do processo for preciso, a saída controlada irá para o *setpoint* depois do período de atraso (tempo-morto) e o único erro será devido a uma soma no peso do ruído do processo. Se não há nenhum ruído no processo, $\Gamma(t) = 0$, então pode ser visto que o controlador de variância mínima é equivalente a um controlador conhecido como *deadbeat*.

A Equação (2.36) também representa a malha fechada do sistema, e pode-se perceber que não há nenhum pólo ou zeros. Isto indica que o controlador de variância mínima alcança seu objetivo de desempenho através do cancelamento da dinâmica do processo. Então, não pode ser aplicado a sistemas de fase não mínima, pois tornará o sistema instável após a inversão (pólos instáveis). Outra limitação é que a estratégia de variância mínima apresenta um esforço de controle excessivo que pode não ser tolerado do ponto de vista operacional. Estas faltas práticas conduziram ao desenvolvimento do Controlador de Variância Mínima Generalizado.

Controle de Variância Mínima Generalizado (GMV) aplicado a sistemas SISO: O Controlador de Variância Mínima Generalizado busca um sinal de controle $u(t)$ minimizando a seguinte função objetivo:

$$J_{GMV} = E \left\{ [Rw(t) - Py(t+k)]^2 + [Q'u(t)]^2 \mid_t \right\} \quad (2.37)$$

Ao comparar a Equação (2.37) com a Equação (2.19), nota-se que se diferenciam pelo fato de que no Controlador de Variância Mínima Generalizado ocorre a adição de pesos (R e P , com $P = Pn/Pd$) tanto no *setpoint* quanto na saída do sistema, além da inclusão do termo que penaliza o esforço de controle excessivo (Q').

Considerando o mesmo modelo da Equação (2.20), o problema é novamente achar um preditor para substituir o termo desconhecido $\varphi(t+k) = Py(t+k)$ na função objetivo dada pela Equação (2.37). Como agora se tem pesos correspondentes, a equação identidade é dada por:

$$PC = FA + q^{-k} \frac{E}{P_d} \quad (2.38)$$

Multiplicando-se a Equação (2.20) que representa o processo por F , tem-se:

$$FAy(t) = q^{-k} FBu(t) + CFT\Gamma(t) \quad (2.39)$$

Usando-se a Equação (2.38), isolando-se FA para substituição na Equação (2.39), e fazendo-se k -passos no futuro, tem-se:

$$(PC - q^{-k} \frac{E}{P_d})y(t+k) = FBu(t) + CFT\Gamma(t+k) \quad (2.40)$$

Separando-se os termos envolvendo os valores no futuro do lado esquerdo da equação, e os termos envolvendo os valores no presente do lado direito, tem-se:

$$CPy(t+k) - C\Gamma(t+k) = FBu(t) + \frac{E}{P_d}y(t) \quad (2.41)$$

Agora, usando-se as definições: $y'(t) = y(t)/P_d$; $\varphi^*(t+k|t) = \varphi(t+k) - F\Gamma(t+k)$; $G = FB$ e $H = (1-C)q$,

$$\varphi^*(t+k|t) = Gu(t) + Ey'(t) + H\varphi^*(t+k-1|t-1) \quad (2.42)$$

Substituindo-se a Equação (2.42) na Equação (2.37), obtém-se;

$$\frac{\partial J_{GMV}}{\partial u(t)} = -2g_0 [Rw(t) - Gu(t) - Ey'(t) - H\varphi^*(t+k-1|t-1)] + 2q'_0 Q'u(t) = 0 \quad (2.43)$$

Simplificando-se e rearranjando-se a equação, tem-se a seguinte lei de controle:

$$\varphi^*(t+k|t) - Rw(t) + Qu(t) = 0 \quad (2.44)$$

com $Q = q'_0 Q'/g_0$. Novamente, se os parâmetros do processo forem conhecidos, então o sinal de controle é calculado pela equação:

$$u(t) = \frac{\left[Rw(t) - \sum_{i=1}^{N_G} g_i u(t-i) - Ey'(t) - H\varphi^*(t+k-1|t-1) \right]}{g_0 + Q} \quad (2.45)$$

A expressão para a malha fechada utilizando-se o algoritmo GMV é um pouco mais complicada que no caso do algoritmo MV, mas não é de difícil determinação. Primeiro deve-se re-escrever a lei de controle como:

$$\varphi^*(t+k|t) = Py^*(t+k|t) = Py(t+k) - F\Gamma(t+k) = Rw(t) - Qu(t) \quad (2.46)$$

Fazendo-se k -passos a trás, tem-se:

$$\begin{aligned} Py(t) - F\Gamma(t) &= Rw(t-k) - Qu(t-k) \\ u(t-k) &= \frac{Rw(t-k) - Py(t) + F\Gamma(t)}{Q} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Substituindo-se $u(t-k)$ no modelo dado pela Equação (2.20), tem-se então a equação que

representa a malha fechada:

$$y(t) = \frac{BRw(t-k) + (FB + QC)\Gamma(t)}{PB + QA} \quad (2.48)$$

Desta forma, a partir da Equação (2.48), podem-se estudar as propriedades do GMV, mas desde já, nota-se a ausência do termo de atraso da equação da malha fechada, o que denota que o GMV tem ação compensatória do tempo-morto.

Dependendo da escolha dos pesos, o GMV pode ser interpretado de vários modos:

- *Controle de Variância Mínima:* Escolhendo $P = 1$, $R = 1$ e $Q = 0$ para a Equação (2.45) tem-se:

$$y(t) = w(t-k) + F\Gamma(t) \quad (2.49)$$

Ficando evidente que para os valores mencionados acima para os pesos, o controlador GMV fica idêntico ao controlador MV.

- *Controle Seguidor de Modelos:* Escolhendo-se $Q = 0$ na Equação (2.48) tem-se:

$$y(t) = \frac{Rw(t-k) + F\Gamma(t)}{P} \quad (2.50)$$

A Equação (2.50) mostra que a saída controlada irá para o *setpoint* com respostas características governadas pela relação R/P . Também, o termo de ruído é filtrado pela relação $1/P$. Então, pode-se selecionar $1/P$ para agir como um filtro de ruído e enquanto R é especificado tal que R/P é o modelo “desejado” que a malha fechada deve se aproximar. Isto conduz ao que se conhece como “seguidor de modelo” ou “modelo de referência”.

- *Preditor de Smith:* Escolhendo-se $P = 1$, $R = 1$ e $Q \neq 0$, tem-se a seguinte lei de controle:

$$y^*(t+k|t) - w(t) + Qu(t) = 0 \quad (2.51)$$

ou

$$u(t) = \frac{w(t) - y^*(t+k|t)}{Q} \quad (2.52)$$

que pode ser representado pelo diagrama de blocos da Figura (2.4): A expressão correspondente para a malha fechada neste caso é:

$$y(t) = \frac{Bw(t-k) + (FB + QC)\Gamma(t)}{B + QA} \quad (2.53)$$

Feita a interpretação de casos onde se escolhe o peso aplicado ao sistema de controle,

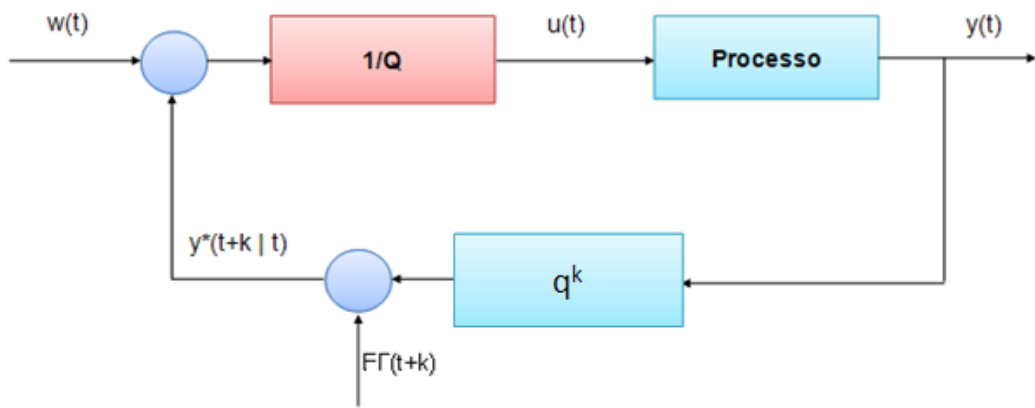


Figura 2.4: Interpretação da estratégia de controle GMV com *Preditor de Smith*.

um dos problemas que afetam tanto o controle MV quanto GMV, é a presença de erros permanentes (*offsets*), e há várias razões para que isso ocorra quando estes controladores forem aplicados:

1. *Offsets devido a Perturbações Desconhecidas:* Ocorre quando o sistema é afetado por perturbações não conhecidas/não medidas e com média diferente de zero. Na tentativa de resolver este problema, Tham (1999) propôs a inclusão do termo de perturbação na equação de processo ficando da seguinte maneira:

$$Ay(t) = q^{-k}Bu(t) + CT(t) + \hat{d}(t) \quad (2.54)$$

com

$$\hat{d}(t) = \hat{d}(t-1) + (y(t) - y^*(t|t-k))$$

Sendo assim, agora com a inclusão do termo de perturbação, tem-se as seguintes leis de controle:

Controle MV:

$$y^*(t+k|t) = FBu(t) + Ey(t) + F\hat{d}(t) + Hy^*(t+k-1|(t-1)) \quad (2.55)$$

e,

$$u(t) = \frac{1}{g_0} \left[w(t) - \sum_{i=1}^{N_G} g_i u(t-i) - Ey(t) - F\hat{d}(t) - Hy^*(t+k-1|t-1) \right] \quad (2.56)$$

Controle *GMV*:

$$\varphi^*(t+k|t) = Gu(t) + Ey'(t) + F\hat{d}(t) + H\varphi^*(t+k-1|t-1) \quad (2.57)$$

$$u(t) = \frac{\left[Rw(t) - \sum_{i=1}^{N_G} g_i u(t-1) - Ey'(t) - F\hat{d}(t) - H\varphi^*(t+k-1|t-1) \right]}{g_0 + Q} \quad (2.58)$$

2. *Offset a partir de um peso escalar utilizado no sistema de controle:* Para ilustrar melhor este caso, toma-se como base a Equação (2.45) com $\Gamma = 0$; $Q = \lambda$; $R = P = 1$, então o valor de saída para o estado estacionário é:

$$y(t) \rightarrow \frac{B(1)w(t-k)}{B(1) + \lambda A(1)} \neq w(t-k) \quad (2.59)$$

Não será alcançado o *setpoint* exato a menos que $A(1) = 0$, e o processo tenha propriedade integrante. Felizmente, este problema pode ser resolvido; em vez de penalizar controle excessivo, a função objetivo é modificada para penalizar mudanças excessivas em controle, o que conduz a uma função objetivo da forma:

$$J = F \left\{ [Rw(t) - Py(t+k)]^2 + [\lambda(1 - q^{-1})u(t)]^2 \right\}_t \quad (2.60)$$

A vantagem aqui é que os pesos podem ser ajustados/sintonizados como se fosse um controlador convencional que usa as numerosas regras de sintonização que estão disponíveis.

Outro método envolve o ajuste do ganho do peso para o *setpoint* R , tal qual o erro seja direcionado para zero. Isto ocorre, se e somente se:

$$\frac{B(1)R(1)}{P(1)B(1) + Q(1)A(1)} = 1 \quad (2.61)$$

Outro modo para que se consiga compensar o problema de *offset* é o projeto do controlador utilizando o modelo CARIMA (*Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average*) ao invés do modelo CARMA dado pela Equação (2.20):

$$Ay(t) = q^{-1}Bu(t) + C\Gamma(t)/\Delta \quad (2.62)$$

com $\Delta = 1 - q^{-1}$

A interpretação para $\Gamma(t)/\Delta$ é que mesma representa a manifestação de uma seqüência de perturbação que acontece em uma sucessão de passos ocorridos em intervalos de tempo ao acaso. De certo modo, isto é mais representativo para perturbações reais no processo. Sendo assim, o controlador GMV pode

ser desenvolvido a partir da Equação (2.62) e da função objetivo, dada pela Equação (2.37), de acordo com a identidade:

$$PC = FA\Delta + q^{-k} \frac{E}{P_d} \quad (2.63)$$

O resultado é dado por:

$$\varphi^*(t+k|t) = G\Delta u(t) + Ey'(t) + H\varphi^*(t+k-1|t-1) \quad (2.64)$$

com $y'(t) = y(t)/P_d$; $\varphi^*(t+k|t) = \varphi(t+k) - E\Gamma(t+k)$; $G = FB$ e $H = (1-C)q$. Substituindo-se na Equação (2.37) e realizando-se a minimização, obtém-se a seguinte lei de controle, idêntica a Equação (2.44):

$$\varphi^*(t+k|t) - Rw(t) + Qu(t) = 0 \quad (2.65)$$

com $Q = q'_0 Q' / g_0$

Mas, devido à diferença na equação de predição, o sinal de controle é calculado da seguinte maneira:

$$u(t) = \frac{Rw(t) - Ey'(t) - H\varphi^*(t+k-1|t-1)}{Q + \Delta G} \quad (2.66)$$

Assim, se Q também contém o fator $1 - q^{-1}$, a Equação (2.66) descreve a ação de controle que corresponde a seguinte malha fechada:

$$y(t) = \frac{BR\Delta w(t-k) + (FB\Delta + QC)\Gamma(t)}{\Delta(PB + QA)} \quad (2.67)$$

O cálculo da variância do sinal de saída é dado por:

$$\sigma_y^2 = (1 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_{k-1}^2 + f_k^2 + f_{k+1}^2 + \dots) \sigma_a^2 \quad (2.68)$$

Para se obter a variância mínima do sistema, deve-se obedecer:

$$\sigma_y^2 \geq (1 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_{k-1}^2) \sigma_a^2 = \sigma_{MV}^2 \quad (2.69)$$

com $(f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_{k-1}^2)$ coeficientes do polinômio F , e σ_a^2 representa a variância do ruído branco.

O desenvolvimento de abordagens para sistemas SISO é bastante ilustrativo, entretanto,

a realidade industrial demanda por abordagens mais amplas que incluam os sistemas MIMO. Na próxima seção, apresenta-se o estudo de controladores de variância mínima para sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

Controle de Variância Mínima (MVC) aplicado a sistemas MIMO:

Considere o seguinte sistema localmente linear com múltiplas entradas e múltiplas saídas representado pela Figura (2.5) (HUANG et al., 1997b).

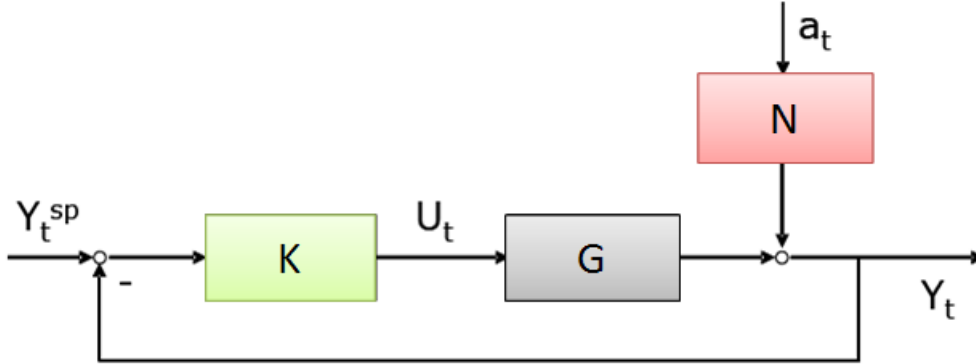


Figura 2.5: Diagrama de blocos para um sistema de controle.

Com malha aberta representada por: $Y_t = GU_t + Na_t$, e a malha fechada dada por:

$$Y_t = (I + GK)^{-1}GY_t^{sp} + (I + GK)^{-1}Na_t \quad (2.70)$$

com Y_t , U_t e a_t , os vetores de saída, entrada e ruído branco, respectivamente. G , a matriz de funções de transferência do processo, K a matriz de funções de transferência do controlador, e N a matriz de funções de transferência da perturbação. Com a adição do ruído branco, deve-se garantir que o mesmo possua média zero e variância unitária.

Um dos métodos mais comumente utilizados para a obtenção do índice de desempenho com MVC é a utilização do algoritmo FCOR (*Filtering and Subsequent Correlation Analysis*), onde se obtém o resultado através da minimização da função objetivo (HUANG et al., 1997a):

$$J = E \left[\tilde{Y}_t^T \tilde{Y}_t \right] \quad (2.71)$$

com $\tilde{Y}_t = q^{-d}DY_t$, e D representa a Matriz de Interação Unitária, que pode ser obtida pela fatoração de T (ROGOZISKI et al., 1987) abordada no Apêndice A, e d representa o grau de D . A medida do sinal de saída para o MVC é obtida por:

$$E \left[\tilde{Y}_t^T \tilde{Y}_t \right]_{\min} = E(e_t^T)(e_t) = tr [\text{variância}(Fa_t)] \quad (2.72)$$

com $e_t = Fa_t$, e a matriz polinomial F depende somente da Matriz de Interação e do

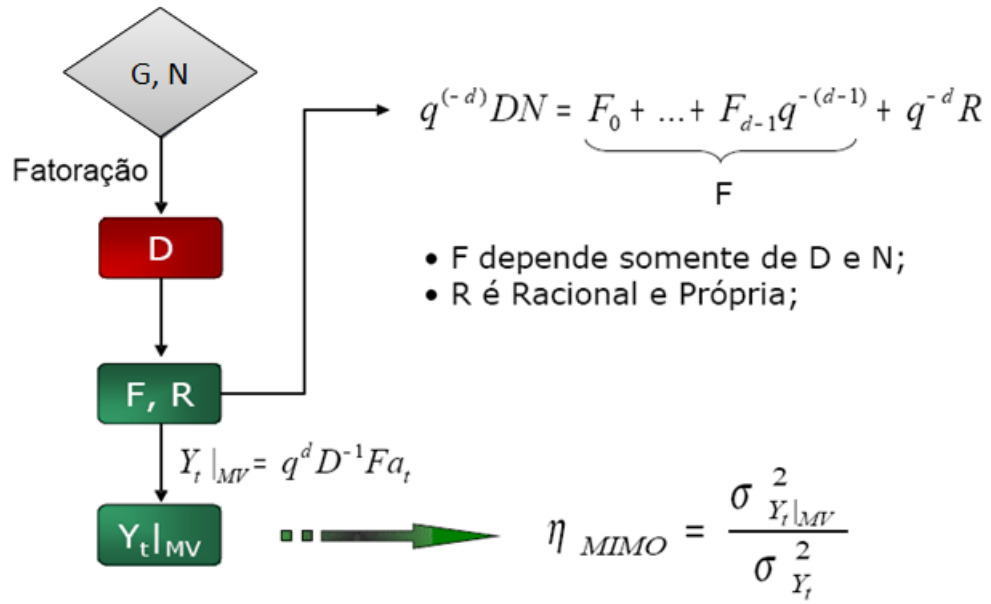


Figura 2.6: Algoritmo FCOR.

modelo da perturbação, satisfazendo a seguinte identidade:

$$q^{-d}DN = F_0 + \dots + F_{d-1}q^{-(d-1)} + q^{-d}R \quad (2.73)$$

com $F = F_0 + \dots + F_{d-1}q^{-(d-1)}$ e R é racional e própria, com o termo de Variância Mínima $e_t = F a_t$ representado por F submetido ao ruído branco.

Desta forma, obtém-se o sinal de saída para o sistema MVC representado por:

$$Y_t|_{MV} = q^d D^{-1} F a_t \quad (2.74)$$

O algoritmo FCOR pode ser facilmente implementado observando-se a Figura (2.6):


Com o sinal de saída representado pela Equação (2.74), submetido a um ruído branco, chega-se ao índice de desempenho, que é representado por:

$$\eta(d) = \frac{\text{Variância Mínima}}{\text{Variância do Controle Atual}} = \frac{E[Y_t^T Y_t]_{\min}}{E[Y_t^T Y_t]} \quad (2.75)$$

O próximo capítulo desenvolve e apresenta algumas técnicas e fundamentos gerais empregados no desenvolvimento do índice de desempenho proposto nesse trabalho.

CAPÍTULO 3

Proposta de um Índice de Desempenho

este capítulo será apresentada a proposta de um índice de desempenho baseado na técnica de fatoração de modelos lineares com o interesse em amenizar as limitações de controle para o projeto da referência. Para isto, apresenta-se também alguns aspectos da abordagem teórica necessária para a sua implementação. Desta forma, aspectos do projeto do controlador MPC são introduzidos. Além disso, serão discutidos os limites para se estabelecer sistemas de controle e a escolha da referência para o monitoramento, utilizando-se de técnicas de fatoração de modelos localmente lineares, em especial através de matrizes de interação generalizadas.

3.1 Controle Preditivo baseado em Modelo (MPC)

Em muitas áreas de interesse em pesquisa, o desenvolvimento de novas tecnologias é motivado freqüentemente por necessidades práticas. Isto é claramente visto nas indústrias de processos químicos com a necessidade de técnicas de controle de processo automático em detrimento de sua grande produção em escala.

Como as indústrias químicas procuram, de uma forma geral, conseguir uma alta qualidade de seus produtos, um uso mais eficiente de energia, uma consciência crescente de responsabilidade ambiental e satisfação de demandas mais rígidas em sistemas de controle

do que aquelas que possam ser atendidas pelos controles tradicionais, têm-se o surgimento de técnicas de controle que utilizam o modelo do processo para o conhecimento da melhor decisão que se pode tomar a cada instante. Assim, surgem então controladores que usam comportamento predito para o processo, na determinação da variável de controle, historicamente destacaram-se controladores tais como a *Controle com Matriz Dinâmica* (DMC) e várias outras formulações de controladores preditivos baseados em modelo (MPC), que é um nome apropriadamente descritivo para uma classe de esquemas de controle otimizadores que utilizam um modelo de processo para duas tarefas centrais:

1. Predição explícita de comportamento da planta para o futuro;
2. Computação de ação de controle corretiva apropriada que conduza o quanto possível o processo para a operação no estado desejado;

O controlador MPC refere-se a um problema de otimização, e a formulação deste problema baseia-se em:

1. A função objetivo;
2. O modelo do processo;
3. Restrições impostas ao problema;

A função objetivo pode representar o lucro, custos, consumo de energia, a produção, uma distância entre estados etc em termos das variáveis de decisão do processo ou sistema em análise. A solução desse problema fornece uma seqüência de movimentos das variáveis manipuladas, que são implementadas ao processo apenas no que se referem ao primeiro instante avaliado da seqüência, após essa implementação, efetua-se a medida da resposta da planta sob ação do movimento do controlador. Com isso, faz-se a realimentação das informações medidas, desloca-se o horizonte do problema de controle e novamente efetua-se outro cálculo para nova seqüência de movimentos das variáveis manipuladas. No caso do controlador MPC, a função objetivo pode representar o próprio índice de desempenho do controlador. O MPC utilizado neste trabalho é representado por um problema de programação quadrática e é caracterizado por uma função objetivo quadrática sujeito a restrições lineares:

$$\begin{aligned} \min S(x) &= c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x \\ \text{sujeito a } &Ax \leq b \end{aligned}$$

em que A é uma matriz de ordem $m \times n$, isto é, m restrições e n variáveis, c é um vetor de n coeficientes e Q é uma matriz simétrica $n \times n$. Vale lembrar que uma matriz

quadrada, M , pode ser transformada em uma matriz simétrica usando a transformação $Q = (M + M^T)/2$ e que $x^T M x = x^T Q x$.

Frente a essas informações, a estratégia MPC possui as seguintes características:

- É particularmente fácil de usar para sistemas multivariáveis; sistemas com atrasos e com resposta inversa;
- Utiliza um modelo de processo, mas nenhuma forma de modelo rígida é requerida (os esquemas de MPC originais estão baseados em modelos não paramétricos ou modelo da resposta impulso);
- Compensa para o efeito mensurável, as perturbações não mensuráveis (o primeiro diretamente associado ao controle *feedforward*, as últimas associadas ao controle *feedback*);
- Como um problema de otimização é então capaz de reunir os objetivos de controle aperfeiçoando o esforço de controle, e ao mesmo tempo sendo capaz de implementar restrições e objetivos com várias formulações;

Nota-se que quando estas características do MPC são comparadas com o controlador “ideal”, é fácil de se apreciar o sucesso industrial desta classe de controladores quando comparados a pontos onde outros controladores falharam. É certo que nem todos os processos requerem a utilização de MPC para a obtenção de um controle com desempenho efetivo. Assim, é importante identificar quais processos requerem MPC para controle efetivo e o que caracteriza tal processo. Desta forma, deve-se fazer um estudo cuidadoso das aplicações do MPC para que o mesmo possa controlar processos que envolvem uma dinâmica complexa. Assim, o consenso convencional entre os especialistas, como também os investigadores industriais e acadêmicos, é que se possa implementar o MPC a processos com qualquer combinação das características seguintes:

- Problemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas e com interações importantes entre os múltiplos sistemas SISO possíveis;
- Sistema quadrados (igual número de variáveis controladas e manipuladas), ou retangulares (número de entradas manipuladas distinto do número de variáveis controladas);
- Sistema complexo e dinâmico (como tempo de atraso longo e resposta inversa);
- Sistemas sujeitos à restrições de entradas e saídas para as variáveis;

De uma forma geral, deve-se considerar alguns princípios gerais para a implementação do controle MPC, talvez um dos principais aspectos é o fato de que processos químicos têm uma dinâmica freqüentemente lenta de forma que, leva-se uma quantia significativa de tempo para se produzir um efeito da ação de controle na resposta do processo. Para se implementar o MPC é útil:

- Considerar primeiro como a resposta do processo se comportará no futuro se nenhuma ação de controle adicional for incorporada;
- Desejar que a ação de controle para a “retificação” dos efeitos restantes a serem corrigidos aconteçam depois que o efeito da ação de controle for completamente manifestado na saída da variável controlada;

Assim, dado o exposto, tem-se grande motivação para a utilização do Controle Preditivo baseado em modelos, como uma metodologia usual de projeto de controladores. Os aspectos fundamentais para o MPC residem em quatro elementos compartilhados; dos quais diferenciam esquemas específicos e a estratégia e filosofia que está por baixo de como cada elemento é implementado de fato. Estes elementos (Figura (3.2)) podem ser definidos conforme seguem:

1. Especificação de uma trajetória de referência: O primeiro elemento do MPC é a definição de uma trajetória especificada e desejada para o processo, $y^*(k)$. Esta, pode ser simplesmente uma trajetória para o novo valor do *setpoint*, ou mais geralmente, pode ser uma trajetória de referência desejada que é menos abrupta que um mudança em uma única etapa.
2. Saída predita pelo processo: Um modelo apropriado, M , é usado para prever o comportamento do processo produzido em um horizonte pré-determinado (com o instante atual como origem de predição) na ausência de ação de controle adicional. Durante a modelagem, em uma abordagem em tempo discreto, significa fazer predição de $y(k+1), y(k+2), \dots, y(k+i)$ para i instantes, assim, avaliando no futuro o comportamento do processo baseado em movimentos passados do controlador conforme $u(k), u(k-1), \dots, u(k-j)$.
3. Controle de ação sucessiva: O mesmo modelo, M , é usado para calcular uma sucessão de movimentos de controle que satisfarão alguns aspectos específicos com o objetivo de otimização, tais como: (a) minimização da divergência do processo, produzindo um objetivo com base no horizonte de predição e (b) minimização do esforço de controle dirigindo o processo para o estado desejado. Sendo assim, sujeito a restrições operacionais. Isto é equivalente a construir e utilizar um modelo

inverso satisfatório, M^* que é capaz de prever o controle, ou seja, a sucessão de contribuições $u(k), \dots, u(k + H_c - 1)$ exigidas para alcançar o que será produzido como comportamento do processo no futuro.

4. Atualização do erro de predição: Em reconhecimento ao fato de que nenhum modelo pode constituir uma representação perfeita da realidade, a medida dos aspectos (comportamento futuro) da planta, $y_m(k)$, é comparada com o modelo de predição, $\hat{y}(k)$, e o erro de predição, $Erro(k) = y_m(k) - \hat{y}(k)$, é usado para atualizar predições futuras. Tal aspecto pode ser representado pelo seguinte esquema (Figura (3.1)):

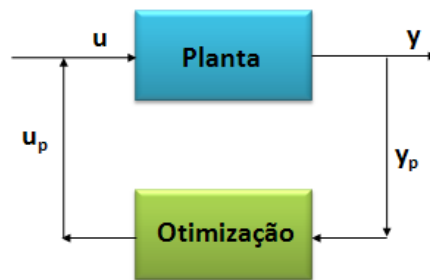


Figura 3.1: Atualização da predição no MPC.

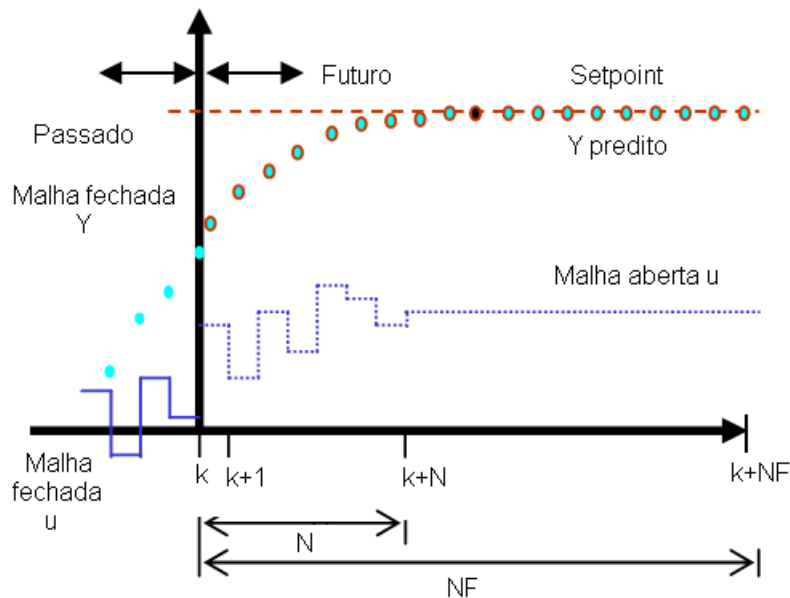


Figura 3.2: Estratégia de implementação do MPC.

O modelo de sistema dinâmico, localmente linear e discreto no tempo que é usado pelo controlador na sua formulação em espaço de estados é apresentado na Equação (3.1), no qual \mathbf{y} é o vetor resposta do modelo, \mathbf{u} é o vetor de entradas, \mathbf{x} é o vetor de estados, e \mathbf{A}_m , \mathbf{B}_m , \mathbf{C}_m , \mathbf{D}_m são as matrizes no espaço de estados para a planta (MUSKE; RAWLINGS, 1993).

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_m \mathbf{u}_k, & k = 1, 2, 3, \dots \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}_m \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_m \mathbf{u}_k \end{cases} \quad (3.1)$$

Modelos de convolução e funções de transferência no domínio discreto são facilmente transformadas em um modelo equivalente no espaço de estados; sendo assim, o regulador do horizonte de predição está baseado na minimização da seguinte função objetivo quadrática no instante k :

$$\min_{\mathbf{u}^N} \sum_{j=0}^{\infty} (\mathbf{y}_{k+j}^T \mathbf{Q} \mathbf{y}_{k+j} + \mathbf{u}_{k+j}^T \mathbf{R} \mathbf{u}_{k+j} + \Delta \mathbf{u}_{k+j}^T \mathbf{S} \Delta \mathbf{u}_{k+j}) \quad (3.2)$$

\mathbf{Q} é uma matriz de penalidade, semidefinida e positiva, simétrica nas posições com \mathbf{y}_{k+j} , \mathbf{R} é uma matriz de penalidade positiva definida simétrica nas posições com \mathbf{u}_{k+j} , \mathbf{S} uma matriz de penalidade semidefinida positiva simétrica em que a razão de mudança na entrada é dada da seguinte forma: $\Delta \mathbf{u}_{k+j} = \mathbf{u}_{k+j} - \mathbf{u}_{k+j-1}$. O vetor \mathbf{u}^N contém os N futuros passos de controle como mostrado a seguir.

$$\mathbf{u}^N = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{u}_{k+1} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{k+N-1} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Em um tempo $k + N$, o vetor de contribuição \mathbf{u}_{k+j} é zerado para todo o $j \geq N$.

O controlador MPC atualiza o vetor \mathbf{u}^N de acordo com a Equação (3.2). Somente o primeiro valor em \mathbf{u}^N , \mathbf{u}_k , é alimentado então à planta. Este procedimento será repetido a cada intervalo de controle, sucessivamente, incorporando-se as informações medidas da planta para atualização do problema de otimização e assim do vetor de movimentos de controle em cada instante k , de acordo com a equação (3.4), na forma de problema de controle regulador:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}^N} \Phi_k &= \mathbf{x}_{k+N}^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{x}_{k+N} + \Delta \mathbf{u}_{k+N}^T \mathbf{S} \Delta \mathbf{u}_{k+N} + \\ &+ \sum_{j=0}^{N-1} (\mathbf{x}_{k+j}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{x}_{k+j} + \mathbf{u}_{k+j}^T \mathbf{R} \mathbf{u}_{k+j} + \Delta \mathbf{u}_{k+j}^T \mathbf{S} \Delta \mathbf{u}_{k+j}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Para sistemas estáveis, $\overline{\mathbf{Q}}$ da Equação (3.4) está definido pelo problema de Lyapunov, como a soma infinita de acordo com a Equação (3.5):

$$\overline{\mathbf{Q}} = \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{A}_m^{T^j} \mathbf{C}_m^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m^j \quad (3.5)$$

Esta soma infinita pode ser determinada da seguinte maneira:

$$\overline{\mathbf{Q}} = \mathbf{C}_m^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_m + \mathbf{A}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{A}_m \quad (3.6)$$

Há vários métodos disponíveis para a solução desta equação e esses métodos não serão apresentados neste trabalho. Uma manipulação algébrica direta da função objetivo quadrática leva a Equação (3.4) para \mathbf{u}^N :

$$\min_{\mathbf{u}^N} \Phi_k = (\mathbf{u}^N)^T \mathbf{H} \mathbf{u}^N + 2(\mathbf{u}^N)^T (\mathbf{G} \mathbf{x}_k - \mathbf{F} \mathbf{u}_{k-1}) \quad (3.7)$$

com,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{B}_m + \mathbf{R} + 2\mathbf{S} & \mathbf{B}_m^T \mathbf{A}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{B}_m - \mathbf{S} & \cdots & \mathbf{B}_m^T \mathbf{A}_m^{T^{N-1}} \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{A}_m \mathbf{B}_m - \mathbf{S} & \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{B}_m + \mathbf{R} + 2\mathbf{S} & \cdots & \mathbf{B}_m^T \mathbf{A}_m^{T^{N-2}} \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{B}_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{A}_m^{N-1} \mathbf{B}_m & \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{A}_m^{N-2} \mathbf{B}_m & \cdots & \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{B}_m + \mathbf{R} + 2\mathbf{S} \end{bmatrix}$$

e,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{A}_m \\ \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{A}_m^2 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_m^T \overline{\mathbf{Q}} \mathbf{A}_m^N \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sujeito as seguintes restrições:

$$\begin{aligned} u_{\min} &\leq \mathbf{u}_{k+j} \leq u_{\max}, j = 0, 1, \dots, N-1 \\ y_{\min} &\leq \mathbf{y}_{k+j} \leq y_{\max}, j = j_1, j_1 + 1, \dots, j_2 \\ \Delta u_{\min} &\leq \Delta \mathbf{u}_{k+j} \leq \Delta u_{\max}, j = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.8)$$

As restrições são aplicadas no instante $k + j_1$ com, $j_1 \geq 1$, até $k + j_2$ com $j_2 \geq j_1$. O valor de j_2 é escolhido tal que se obtenha a viabilidade das restrições até $k + j_2$ no horizonte infinito. O valor de j_1 é escolhido tal que as restrições sejam possíveis no instante k . Assim, as equações para o problema de controle podem ser expressas em uma

representação termo a termo com as seguintes restrições:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} \\ \mathbf{D} \\ -\mathbf{D} \\ \mathbf{W} \\ -\mathbf{W} \end{bmatrix} u^N \leq \begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{i}_2 \\ \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Com:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m^{j_1-1} \mathbf{B}_m & \dots & \mathbf{A}_m^{j_1-N} \mathbf{B}_m \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{A}_m^{j_2-1} \mathbf{B}_m & \dots & \mathbf{A}_m^{j_2-N} \mathbf{B}_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & 1 & \vdots \\ 0 & \dots & -1 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_1 = \begin{bmatrix} u_{\max} \\ \vdots \\ u_{\max} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_2 = \begin{bmatrix} -u_{\min} \\ \vdots \\ -u_{\min} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} y_{\max} - \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m^{j_1} \mathbf{x}_k \\ \vdots \\ y_{\max} - \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m^{j_2} \mathbf{x}_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} -y_{\min} + \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m^{j_1} \mathbf{x}_k \\ \vdots \\ -y_{\min} + \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m^{j_2} \mathbf{x}_k \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_1 = \begin{bmatrix} \Delta u_{\max} + \mathbf{u}_{k-1} \\ \Delta u_{\max} \\ \vdots \\ \Delta u_{\max} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_2 = \begin{bmatrix} \Delta u_{\min} - \mathbf{u}_{k-1} \\ \Delta u_{\min} \\ \vdots \\ \Delta u_{\min} \end{bmatrix}$$

Para assegurar que as restrições sejam consistentes, especifica-se uma restrição que garanta a viabilidade da origem e representada elemento a elemento:

$$\begin{bmatrix} u_{\max} \\ -u_{\min} \\ y_{\max} \\ -y_{\min} \\ \Delta u_{\max} \\ \Delta u_{\min} \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para controle servo, a função objetivo a ser minimizada é representada pela Equação (3.10):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}^N} \Phi_k &= (\mathbf{x}_{k+N} - \mathbf{x}_s)^T \overline{\mathbf{Q}} (\mathbf{x}_{k+N} - \mathbf{x}_s) + \Delta \mathbf{u}_{k+N}^T \mathbf{S} \Delta \mathbf{u}_{k+N} + \\ &+ \sum_{j=0}^{N-1} [(\mathbf{x}_{k+j} - \mathbf{x}_s)^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} (\mathbf{x}_{k+j} - \mathbf{x}_s) + (\mathbf{u}_{k+j} - \mathbf{u}_s)^T \mathbf{R} (\mathbf{u}_{k+j} - \mathbf{u}_s) + \Delta \mathbf{u}_{k+j}^T \mathbf{S} \Delta \mathbf{u}_{k+j}] \end{aligned} \quad (3.10)$$

com $\overline{\mathbf{Q}}$ determinado pela Equação (3.6), \mathbf{x}_s e \mathbf{u}_s são determinados pela solução dos problemas de programação quadrática (QP) dado por (MUSKE; RAWLINGS, 1993):

$$\begin{aligned} \min_{[\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s]^T} \Psi &= (\mathbf{u}_s - \bar{\mathbf{u}})^T \mathbf{R}_s (\mathbf{u}_s - \bar{\mathbf{u}}) \\ \text{sujeito a } \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y}_t \end{bmatrix} \\ u_{\min} &\leq \mathbf{u}_s \leq u_{\max} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min_{[\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s]^T} \Psi &= (\mathbf{y}_t - \mathbf{C} \mathbf{x}_s)^T \mathbf{Q}_s (\mathbf{y}_t - \mathbf{C} \mathbf{x}_s) \\ \text{sujeito a } \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{A} & -\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y}_t \end{bmatrix} \\ u_{\min} &\leq \mathbf{u}_s \leq u_{\max} \end{aligned}$$

3.2 Seleção da Referência para o Monitoramento

Projetar o controle adequado a um determinado sistema pode ser uma tarefa dispendiosa, visto que o sistema em questão pode está sujeito a limitações, dificultando então o alcance dos objetivos de desempenho pré-estabelecidos.

O projeto de sistemas de controle deve, portanto, incorporar os conceitos de *estabilidade robusta* e *desempenho robusto*. Ou seja, o projeto deve ser realizado de tal forma a se manter a estabilidade e os objetivos de desempenho, mesmo sob condições adversas (MARUYAMA, 2007).

De acordo com Maruyama (2007), os objetivos de desempenho são representados através de suas características no domínio do tempo, tais como:

- Erro estático (e_{ss}): $e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$ para uma entrada padronizada;
- Tempo de subida (t_r): tempo que a saída do sistema $y(t)$ demora entre 0 e 100% do valor final, $y(\infty)$.
- Tempo de assentamento (t_s): O tempo de assentamento t_s é definido como o instante de tempo tal que o sinal de erro $e(t)$ passa a ser menor que um determinado valor percentual, em geral, definido como 2% ou 5%.
- Máximo sobresinal (M_p): O máximo sobresinal (*overshoot* ou sobrelevação) é o maior erro percentual em relação ao valor final $y(\infty)$. O maior valor de $y(t)$ é denominando $y(t_p)$ onde t_p é o instante de ocorrência do valor de pico. O máximo sobresinal é definido da seguinte forma:

$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

Em princípio, pode-se imaginar que seria possível, através da introdução de um controlador *feedback*, alterar os pólos e zeros representativos do comportamento de uma planta, para qualquer valor desejável. Entretanto, várias limitações teóricas e físicas não permitem tal flexibilidade. A utilização de estruturas de controle com complexidade polinomial pré-definida pode ser uma restrição para se atingir os objetivos de desempenho, a não linearidade em atuadores (por exemplo: válvulas pneumáticas, válvulas hidráulicas, amplificadores, motores elétricos etc.) que possuem sempre algum comportamento não linear (principalmente saturação e histerese) merecem destaque. Outro fator importante é a presença de perturbações na entrada da planta que usualmente são devido a atrito e folgas. Tais distúrbios podem ser representados como sinais de entrada no sistema que afetam diretamente a planta a ser controlada.

As limitações físicas são fatores que podem ser solucionados, modificando a estrutura do processo onde se deseja implementar a malha de controle, já as limitações teóricas tais como: erro no modelo, presença de tempo morto (atraso na resposta), pólos e zeros fora do ciclo unitário, pólos e zeros com localizações próximas (pois o cancelamento de zeros com pólos instáveis leva a sistemas com comportamentos não-observáveis e internamente

instáveis etc). Assim, cabe ao projetista utilizar técnicas e artifícios que consigam resolver ou amenizar tais problemas. Como o objetivo desta dissertação é investigar o desempenho de sistemas controlados propondo uma nova metodologia para se estabelecer a referência, pois a utilização do controle de variância mínima (MVC) possui vários pontos negativos, tais como:

- Não considera características de zeros que levam a um comportamento de fase não mínima e resposta inversa;
- Não compensa outras características limitantes, como restrições em variáveis manipuladas;
- Não considera nenhuma limitação no atuador de controle, como abertura e velocidade máxima de abertura de válvulas de controle;
- Não é robusto etc.

Frente a esses pontos negativos, e com o interesse em amenizar as limitações de controle para o projeto da referência, a técnica proposta visa fatorar o modelo da planta em duas partes: uma não inversível, e que contenha os invariantes do sistema, e outra de interesse que será totalmente inversível e que esteja livre dos invariantes, como na Figura (3.3), ou seja, livre das dificuldades de controle, tornando-a como modelo de comportamento para a referência.

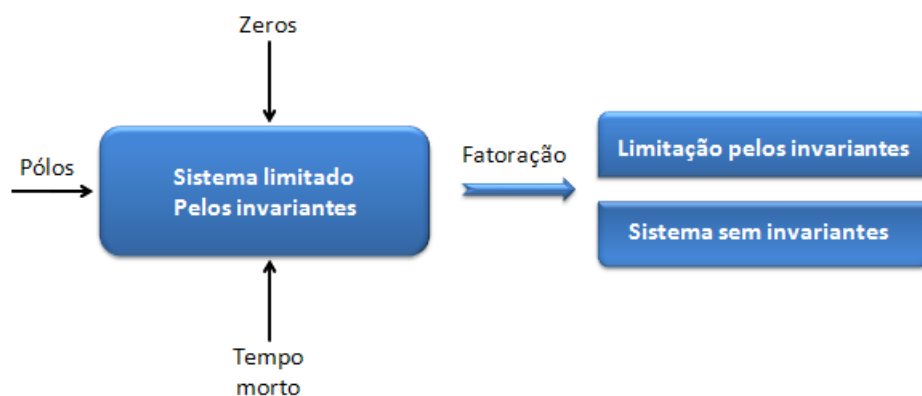


Figura 3.3: Fatoração de modelos limitados por invariantes.

Desta forma, a técnica de seleção da referência para o monitoramento se dá pela utilização de técnicas de fatoração com o objetivo de se extrair invariantes do modelo do sistema, e tornando a representação virtual do processo mais facilmente controlável visto que o modelo fatorado apresenta as informações do modelo original livre dos invariantes.

De fato, cada técnica de fatoração transfere características intrínsecas para o modelo fatorado. Nas próximas seções apresentam-se técnicas de fatoração que serão utilizadas para seleção do sistema de referência.

A seleção da estratégia para avaliação do comportamento de referência segue a idéia desenvolvida em Oliveira-Lopes (2000) para projetar um Controlador Preditivo baseado em Modelos de Referências (RS-MPC, *Reference System Model Predictive Control*). Naquele trabalho, o modelo de referência é projetado para incorporar informações das limitações de desempenho, tais como a ordem relativa de cada saída. Assim, o modelo de referência é apenas um modelo que especifica o desempenho para o sistema de controle. Da mesma forma, pode-se utilizar esse procedimento para se avaliar o melhor desempenho possível de um controlador *feedback* através da seleção do comportamento de referência. Para um controlador *feedback* genérico projetado de forma a que a malha fechada seja estável, tem-se que os efeitos dos invariantes da malha fechada consistem em uma medida significativa do que pode ou não ser desempenhado pelo controlador. A análise da função de sensibilidade, \mathbf{S} , e da função de sensibilidade complementar, \mathbf{T} , oferece uma boa compreensão neste estudo, pois em uma estrutura clássica *feedback*, a função \mathbf{S} mapeia as perturbações na resposta do processo e a função \mathbf{T} mapeia o sinal de referência para as saídas. Ambas funções são diretamente correlacionadas às propriedades da malha fechada. Adicionalmente, baseando-se no compromisso apresentado na integral de Bode (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 1997), deseja-se que a estrutura de controle obtenha especificações na forma (SERON et al., 1997):

$$\begin{aligned} |\mathbf{S}(j\omega)| &\ll 1, \forall \omega \in [0, \omega_a] \\ |\mathbf{T}(j\omega)| &\ll 1, \forall \omega \in [\omega_b, \infty], \quad \omega_b > \omega_a \end{aligned} \quad (3.11)$$

Usando-se argumentos das condições de interpolação (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 1997), é possível mostrar a característica invariante dos zeros e suas direções de resposta (*output directions*) sob *feedback*. Este fato implica que zeros fora do círculo unitário não podem ser removidos da malha fechada preservando a sua estabilidade interna, ou seja, a função de transferência deve ter um zero na mesma direção que a planta em malha aberta possui. Além disso, para plantas mau condicionadas, controladores que desacoplam as respostas das saídas podem ser potencialmente sensíveis à incertezas nas entradas (OLIVEIRA-LOPES, 2000).

Para sistemas MIMO, perturbações, zeros da planta, e pólos fora do círculo unitário possuem direções associadas com eles. Assim, o controle perfeito, resultante da inversão da planta, é em geral, não viável, e conseqüentemente o melhor controle possível é resultante das limitações inerentes de desempenho, tais como: comportamento de fase não mínima, restrições, perturbações, e incertezas no modelo. Fora da situação nominal, o controle

necessita ser sintonizado para melhor comportamento na região de altas frequências. Assim, embora exista o invariante relativo aos zeros numa estrutura *feedback*, mesmo com a direção de resposta fixada, pode-se ainda mover os efeitos de um zero para uma dada saída (que seja de menor importância se controlar com elevado desempenho).

Considere o modelo de ordem mínima de uma planta estável, e suponha que o mesmo possa ser fatorado em duas partes. O comportamento de referência será definido levando-se em consideração a malha fechada em condição nominal. Se a representação do modelo do processo é dada por $\Sigma = \Sigma_c \Sigma_M$. O comportamento de referência para monitoramento será formulado usando-se o modelo estável e de fase mínima, expresso por $\Sigma_M(\mathbf{x}_M, \mathbf{u}) : (\mathbf{A}_M, \mathbf{B}_M, \mathbf{C}_M, \mathbf{D}_M)$, chamado neste trabalho de parte inversível do processo. Devido ao fato de que controladores baseado em modelo podem apresentar problemas de robustez, a seleção do modelo para o comportamento de referência irá adotar a sintonia do controlador de forma a se ter uma condição estável. Supondo que um sistema estável em malha fechada com zeros fora do círculo unitário da função de transferência da malha, $L(z) = G(z)K(z)$, dado por σ_i , com $L(1) \neq 0$ e ordem relativa β , então a integral de Bode para T é dada por (OLIVEIRA-LOPES, 2000):

$$\int_0^\pi \log \left| \frac{T(e^{j\theta})}{T(1)} \right| \frac{d\theta}{1 - \cos\theta} = \frac{\pi}{T(1)} \lim_{z \rightarrow 1} \frac{dT(z)}{dz} + \pi \sum_{i=1}^{n_\sigma} \frac{|\sigma_i|^2 - 1}{|\sigma_i - 1|^2} + \pi\beta \quad (3.12)$$

Enquanto o primeiro termo do lado direito da Equação (3.12) relaciona-se como as propriedades do estado estacionário, o segundo e terceiros termos são dados pelas contribuições dos zeros fora do círculo unitário e ordem relativa de $L(z)$, respectivamente.

3.3 Fatoração de Modelos Lineares

Existem diferentes alternativas de fatoração para os sistemas lineares e invariantes no tempo (LTI) discretos. A técnica mais básica para esta análise é provavelmente a que utiliza métodos desenvolvidos na literatura para sistemas contínuos, com adaptações. Nesta abordagem, pela aplicação da transformação bilinear do domínio discreto (z) para o domínio contínuo (w), utiliza-se diretamente o resultado para sistemas contínuos. O mapeamento inverso completa o processo (OLIVEIRA-LOPES, 2000).

Para sistemas SISO esta análise é bastante direta. O modo mais simples de se fatorar um modelo do processo Σ , dá-se da seguinte forma:

$$\Sigma_C = \prod_{j=1}^{N_S} \frac{(1 - (\sigma_j)^{-1})(z - \sigma_j)}{(z - (\sigma_j)^{-1})(1 - \sigma_j)}$$

com N_S o número de zeros finitos fora do ciclo unitário, e σ_j o zero finito j fora do ciclo unitário.

Desta forma, obtém Σ_M de acordo com $\Sigma = \Sigma_C \Sigma_M$

Outra forma simples de se fatorar um sistema é utilizar o mapeamento do sistema discreto no domínio w , de acordo com $z = (1 + wT_s/2)/(1 - wT_s/2)$, com T_s o tempo de amostragem, e logo em seguida retorna-se ao domínio discreto, na qual este mapeamento é representado da seguinte forma:

$$G(z) = C[zI - A]^{-1}B + D$$

com $z = (1 + wT_s/2)/(1 - wT_s/2)$, e na ausência de pólos em $z = -1$,

$$G(w) = \begin{bmatrix} \frac{2}{T_s}(A - I)(A + I)^{-1} & \frac{2}{\sqrt{T_s}}(A + I)^{-1}B \\ \frac{2}{\sqrt{T_s}}C(A + I)^{-1} & D - C(A + I)^{-1}B \end{bmatrix}$$

Esta fatoração é apresentada em Chu (1988) e Morari e Zafiriou (1989). Neste caso, o deslocamento dos zeros é dado a partir da fatoração conhecida como *Blaschke factorization* (ZHANG; FREUDENBERG, 1993) conforme:

$$\begin{aligned} G(z) &= G_C^{(1)}(z)G_M^{(1)}(z), \\ G_M^{(1)}(z) &= G_C^{(2)}(z)G_M^{(2)}(z) \\ &\dots \\ G_M^{(N_S-1)}(z) &= G_C^{(N_S)}(z)G_M^{(N_S)}(z) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} G_C^{(i)} &= I - \left(\frac{\alpha_i \bar{\alpha}_i - 1}{\alpha_i + 1} \right) \left(\frac{z + 1}{\bar{\alpha}_i z + 1} \right) \bar{\omega}_i \omega_i^T \\ C_M^{(i)} &= C_M^{(i-1)} - \left(\frac{\alpha_i \bar{\alpha}_i - 1}{\alpha_i + 1} \right) \bar{\omega}_i v_i^T (A + I) \end{aligned}$$

com v_i a direção do zero e ω_i a direção de saída do zero (α_i).

Outras possibilidades de implementação da fatoração são apresentadas na literatura tais como Varga (1998), Tsiligiannis e Svoronos (1989), Tsiligiannis e Svoronos (1988) e

Chu (1988). O objetivo em cada caso é o de expressar um modelo linear Σ , como fatores conforme $\Sigma = \Sigma_C \Sigma_M$. Assim, de forma resumida, a essência das técnicas de fatoração pode ser representada para o um sistema LTI dado por (OLIVEIRA-LOPES, 2000):

1. Determinação de uma inversa generalizada-(1,2) Σ^+ de Σ tal que os pólos instáveis de Σ^+ sejam exatamente os zeros instáveis de Σ ;
2. Computação da fatoração co-prima à direita com denominador interno de Σ^+ como, $\Sigma^+ = N \Sigma_C^{-1}$, com N e Σ_C estáveis, e Σ_C *inner* e de ordem mínima;
3. Cálculo de $\Sigma_M = \Sigma_C^{-1} \Sigma$.

Uma forma de fatoração com características muito interessantes é aquela da fatoração que introduz o conceito de matriz de interação. Ela pode ser apresentada para sistemas discretos no tempo conforme a definição 1:

Definição 1: Para qualquer matriz de transferência quadrada $G(z)$ de dimensão $m \times m$, existe uma única matriz polinomial $\xi_G(z)$, chamada de matriz de interação, que é da forma:

$$\xi_G(z) = H_G(z) \text{diag}(z^{k_1}, z^{k_2}, \dots, z^{k_m})$$

com

$$H_G(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ h_{21}(z) & 1 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{m1}(z) & h_{m2}(z) & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

e $h_{ij}(z)$ divisível por z (ou zero), tal que:

1. $\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_G(z)G(z) = K_G$ com K_G não singular.
2. $G(z)^{-1}\xi_G(z)^{-1}$, um sistema próprio.
3. Se $G_1(z)$, $G_2(z)$ são matrizes de transferência cheias e próprias, então existe uma matriz própria $G(z)$ tal que $G_1(z)G(z) = G_2(z)$ se e somente se $\xi_{G_1}(z)\xi_{G_2}(z)^{-1}$ é própria.

A matriz de interação de Wolowich-Falb (WF) extrai os elementos não inversíveis de um sistema se eles são originados apenas de atrasos, isto é, zeros no infinito. Os zeros que resultam em comportamento de fase não mínima (NMP) finitos continuam presentes,

necessitando-se assim de uma técnica para a sua extração. Pode-se fazer a extração do zero finito fora do círculo unitário através da fatoração generalizada, utilizando-se mapeamentos que levem os zeros NMP finitos para o infinito. Aqui se discute a fatoração w , onde w representa as duas interações generalizadas básicas (interação p e interação q) introduzidas por Tsiligiannis e Svoronos (1989) e que pode ser observado no Apêndice B. A interação generalizada utiliza a transformação para mudar cada zero finito (fora do círculo unitário) e então usa a interação p , $z = \frac{1+\sigma p}{p+\sigma}$ e a interação q , $z = \frac{\sigma q}{q+\sigma-1}$, representando mínimo resíduo e mínimo tempo, respectivamente. Note que para zeros no infinito (atrasos puros), as duas transformações se degeneram para uma simples identidade, $p = q = z$.

É possível provar (TSILIGIANNIS; SVORONOS, 1989) que para um sistema quadrado, próprio, não singular e estável, sem cancelamento de pólos e zeros, existe uma única matriz triangular inferior, chamada matriz de interação- w - σ_i que extrai o elemento σ_i de Σ , e ela é dada por:

$$\xi_\sigma^w = \Gamma_\sigma(w) \text{diag} [w^{k_{1\sigma}}, \dots, w^{k_{n\sigma}}] \quad (3.14)$$

em que n é a dimensão do sistema, $k_{i\sigma} \geq 0$, e,

$$\Gamma_\sigma(w) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \gamma_{21}(w) & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \gamma_{31}(w) & \gamma_{32}(w) & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n1}(w) & \gamma_{n2}(w) & \gamma_{n3}(w) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

com $\gamma_{ij}(w)$ polinômios em w , divisível por w ou zero.

Então a matriz de interação generalizada w é dada por:

$$\xi^w(z) = \xi_M^w(z) \xi_{M-1}^w(z) \dots \xi_2^w(z) \xi_1^w(z) \quad (3.16)$$

$\xi_i^w(z)$ é a matriz de interação- σ_i - w de K_{i-1}^w , $K_0^w = G(z)$, e $K_i^w = \xi_i^w(z) K_{i-1}^w$. A multiplicação à esquerda de Σ , transfere a matriz $\xi^w(z)$ para extrair as partes de Σ . Portanto, a fatoração de interesse pode ser representada como $\Sigma = \xi^w(z)^{-1} K$. Para a proposta a ser estudada, uma normalização de interação de matriz é usada, então, $\Sigma_C = \xi^w(z)^{-1} \xi^w(z)$ e Σ_M é tal que pode ser descrito conforme $\Sigma_M = \Sigma_C^{-1} \Sigma$.

A matriz de interação descreve, então, características de invariantes de um sistema, tais como aquelas expressas pela matriz de atrasos de um sistema. Pode-se conhecer o comportamento possível para um sistema através da utilização do conceito apresentado na seção anterior. Assim, pode-se fatorar um modelo de processo em duas partes: $\Sigma_M =$

$\Sigma_C^{-1} \Sigma$, sendo que o fator Σ_C representa a parte não inversível do modelo, e Σ_M a parte que pode ser exatamente invertida numa estrutura de controle *feedback*. Neste trabalho, propõe-se que a parte Σ_M seja utilizada como modelo de referência para o monitoramento de sistemas de controle.

A mais rápida resposta para o sistema de controle *feedback* é dada por Σ_C . Assim, com o seu conhecimento pode-se escolher a resposta desejada para o processo e com ela avaliar o desempenho de controladores baseados nessa resposta. De forma análoga, o modelo definido por Σ_M representa características do modelo da planta, mas com a possibilidade de inversão perfeita sem problemas associados à perda de estabilidade interna da malha de controle.

3.4 Matrizes de Interação no Monitoramento de Sistemas

Como já abordado anteriormente, na Seção 3.2 deste Capítulo, frente às limitações dos sistemas a serem controlados, e aos pontos negativos da referência clássica utilizando Controlador de Variância Mínima (MVC), a proposta de interesse é se projetar uma referência que use outras configurações de controladores (PID, MPC etc.) como referência, utilizando da ferramenta necessária para a fatoração de modelos lineares, por exemplo através de matrizes de interação generalizadas, em duas partes: a parte não inversível e a parte totalmente inversível, pois:

$$G = \Sigma_C \Sigma_M \quad (3.17)$$

com $\Sigma_C = \xi_G^w(z)^{-1}$ representando a parte não inversível e $\Sigma_M = \xi_G^w(z)G(z)$ representando a parte totalmente inversível e livre dos invariantes do sistema, onde $\xi_G^w(z)$ pode ser, por exemplo, a matriz de interação generalizada em w , que representa as transformações em p ou q de acordo com a Seção 3.3.

De acordo com este cenário, novos índices de desempenho, utilizando o sistema livre dos invariantes podem ser descritos como:

1. Índice de desempenho com modelo de referência aplicado ao modelo fatorado e o sistema de controle atual aplicado ao sistema original:

$$\eta = \frac{\text{Medida do Desempenho do Sistema sem Invariantes}}{\text{Medida do Desempenho do Sistema Original}}$$

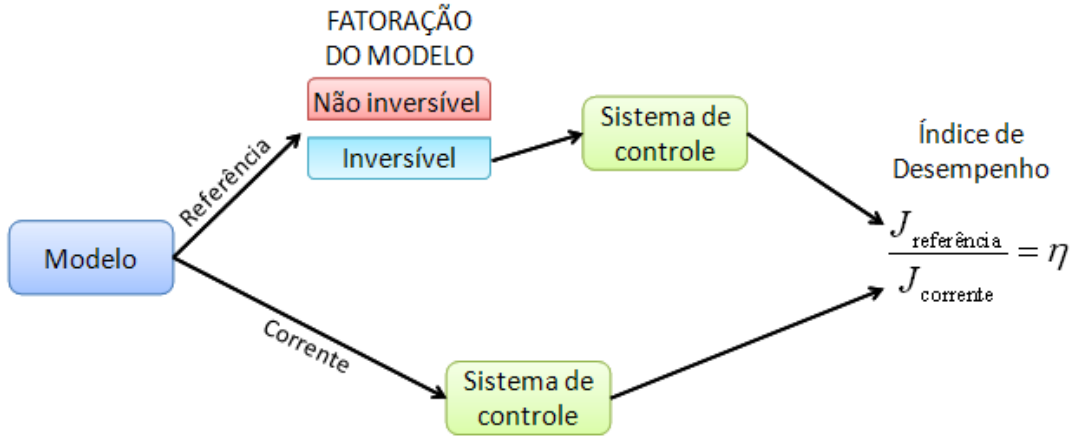


Figura 3.4: Projeto do sistema de referência.

2. Índice de desempenho que mede o envelhecimento do sistema de controle.

$$\eta = \frac{\text{Medida do Desempenho do Sistema Mantido com Referência Inicial}}{\text{Medida do Desempenho do Sistema Atual}}$$

No caso de se utilizar a fatoração de modelos através da matriz de interação, tem-se:


$$\eta_f = \frac{\left(\lambda \sigma_{\sum M(p)}^2 + (1 - \lambda) \sigma_{\sum M(q)}^2 \right)_{\text{referência}}}{(\sigma_k^2)_{\text{corrente}}} \quad (3.18)$$

com $0 \leq \lambda \leq 1$ um parâmetro de ponderação, $\sigma_{\sum M(p)}^2$ é a variância do sinal de saída do sistema de controle com fatoração p do modelo, $\sigma_{\sum M(q)}^2$ é a variância do sinal de saída do sistema de controle com fatoração q do modelo e σ_k^2 é a variância do sinal de saída do controlador corrente que será analisado.

Sendo assim, de acordo com a Equação (3.18), a referência poderá ser representada então por um controlador P, PI, PID e MPC, ou outra estratégia de controlador. De uma maneira mais simples, a Figura (3.4) mostra como se projeta a referência proposta, na qual se utiliza o mesmo modelo da planta submetida ao controle corrente para realizar a fatoração, e então se projeta o controlador para o modelo sem os invariantes, utilizando-se então este sistema como referência.

CAPÍTULO 4

Análise do Desempenho de Controladores

este capítulo serão abordadas as aplicações dos Índices de Desempenho utilizando como referência o controlador clássico MVC, e a técnica de fatoração de modelos para as configurações de controladores PI e MPC. Foi utilizado como plataforma de programação para obtenção dos resultados, o software livre Scilab® 4.1.1

4.1 O MVC como Referência

4.1.1 Sistemas SISO

De forma ilustrativa, nesta seção, apresenta-se o exemplo de um processo SISO, em que será calculado a variabilidade do sinal de saída utilizando MVC, com o objetivo de demonstrar a influência do atraso k no comportamento da variável controlada da malha fechada. Este sistema é descrito por (ÅSTRÖM, 2006):

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t - k) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}\Gamma(t)$$

com

$$A(q^{-1}) = 1 - 1,7q^{-1} + 0,7q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + 0,5q^{-1}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + 1,5q^{-1} + 0,9q^{-2}$$

Para o primeiro caso, considera-se $k = 1$, e através da identidade dada pela Equação (2.24), apresentada no Capítulo 2, e realizando o procedimento de divisão direta (*long division*) obtém-se:

$$F = 1$$

$$E = 3,2 + 0,2q^{-1}$$

Assim, pode-se obter a lei de controle:

$$u(t) = -\frac{E(q^{-1})}{B(q^{-1})F(q^{-1})}y(t) = -\frac{3,2 + 0,2q^{-1}}{1 + 0,5q^{-1}}y(t)$$

A Figura (4.1) mostra o comportamento da variável controlada da malha aberta, da malha fechada e da variável de controle frente a uma perturbação aleatória.

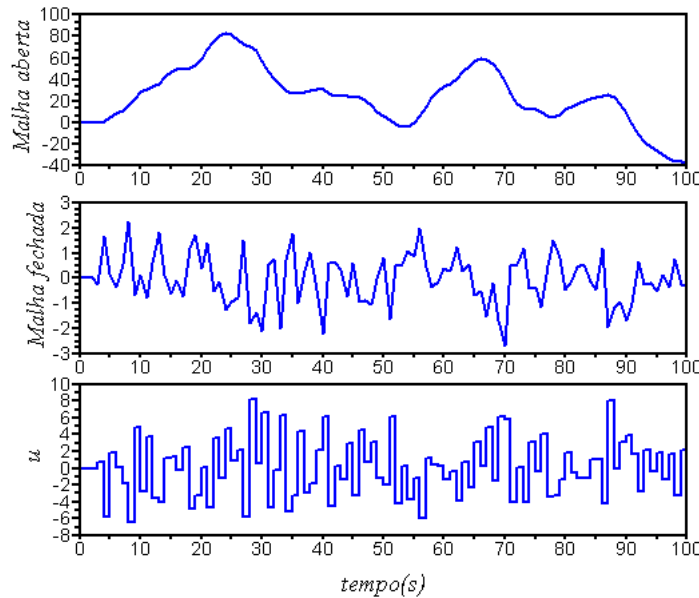


Figura 4.1: Comportamento para o sistema com $k = 1$.

Agora, considera-se $k = 2$, e através da identidade dada pela Equação (2.24), apresentada no Capítulo 2, e o procedimento de divisão direta obtém-se:

$$F = 1 + 3,2q^{-1}$$

$$E = 5,64 - 2,24q^{-1}$$

Assim, pode-se obter a lei de controle:

$$u(t) = -\frac{E(q^{-1})}{B(q^{-1})F(q^{-1})}y(t) = -\frac{5,64 - 2,24q^{-1}}{1 + 3,7q^{-1} + 1,6q^{-2}}y(t)$$

Através da Equação (2.69) apresentada no Capítulo 2, e com $\sigma_a = 1$ obtém-se a mínima variância:

$$\sigma_{MV}^2 = (1 + f_1^2)\sigma_a^2 = (1 + 3,2^2) = 11,24$$

A Figura (4.2) também mostra o comportamento da variável controlada da malha aberta, da malha fechada e da variável de controle frente a uma perturbação aleatória. Note que houve um aumento na variação do sinal de saída da malha fechada do sistema, devido a um aumento no atraso de resposta ($k = 2$).

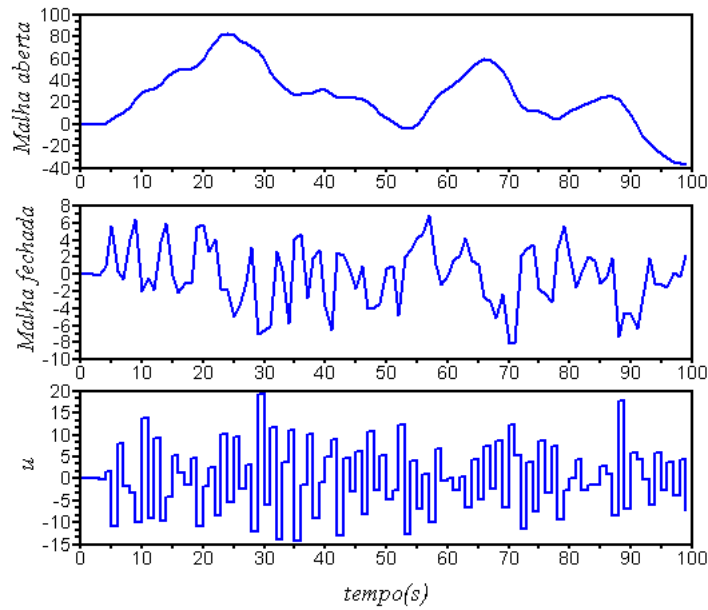


Figura 4.2: Comportamento para o sistema com $k = 2$.

Na próxima seção, ilustra-se a técnica proposta por Huang et al. (1997b) para monitorar sistemas MIMO.

4.1.2 Sistemas MIMO

Para exemplificar a aplicação da referência clássica MVC, considere o seguinte sistema MIMO 2×2 , com matriz de funções de transferência T e matriz de funções de transferência da perturbação N (HUANG et al., 1997b):

$$G = \begin{bmatrix} \frac{q^{-1}}{1-0,4q^{-1}} & \frac{K_{12}q^{-2}}{1-0,1q^{-1}} \\ \frac{0,3q^{-1}}{1-0,1q^{-1}} & \frac{q^{-2}}{1-0,8q^{-1}} \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-0,5q^{-1}} & \frac{-0,6}{1-0,5q^{-1}} \\ \frac{0,5}{1-0,5q^{-1}} & \frac{1}{1-0,5q^{-1}} \end{bmatrix}$$

De acordo com o diagrama de blocos da Figura (2.5), e a malha fechada do sistema, representada pela Equação (2.70), ambas apresentadas no Capítulo 2, deseja-se então analisar a seguinte estrutura como controle corrente proposta por Huang et al. (1997b):

$$K = \begin{bmatrix} \frac{0,5-0,2q^{-1}}{1-0,5q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0,25-0,2q^{-1}}{(1-0,5q^{-1})(1+0,5q^{-1})} \end{bmatrix}$$

Desta forma, através do algoritmo FCOR, dado pela Figura (2.6), calcula-se primeiramente a matriz de interação unitária (Apêndice A), para $K_{12} = 0$, que é dada por:

$$D = \begin{bmatrix} -0,9578q & -0,2873q \\ -0,2873q^2 & 0,9578q^2 \end{bmatrix}$$

Então DN é igual a:

$$DN = \begin{bmatrix} \frac{-1,1014q}{(1-0,5q^{-1})} & \frac{0,2874q}{(1-0,5q^{-1})} \\ \frac{0,1916q^2}{(1-0,5q^{-1})} & \frac{1,1302q^2}{(1-0,5q^{-1})} \end{bmatrix}$$

De acordo com a identidade: $q^{-d}DN = F_0 + \dots + F_{d-1}q^{-(d-1)} + q^{-d}R$, com $F = F_0 + \dots + F_{d-1}q^{-(d-1)}$ tem-se:

$$F = \begin{bmatrix} -1,1014q^{-1} & 0,2874q^{-1} \\ 0,1916 + 0,0958q^{-1} & 1,1302 + 0,5651q^{-1} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{0,5507}{(1-0,5q^{-1})} & \frac{0,1437}{(1-0,5q^{-1})} \\ \frac{0,0479}{(1-0,5q^{-1})} & \frac{0,2826}{(1-0,5q^{-1})} \end{bmatrix}$$

Como $d = 2$, e de acordo com a Equação (2.74), $Y_t|_{MV} = q^d D^{-1} F a_t$ tem-se:

$$Y_t|_{MV} = \begin{bmatrix} 1 - 0,02752q^{-1} & -0,6 - 0,1623q^{-1} \\ 0,5 + 0,0958q^{-1} & 1 + 0,5412q^{-1} \end{bmatrix} a_t$$

em que a_t é um ruído branco. Repetindo-se o mesmo procedimento, variando K_{12} , e de acordo com a Equação (2.75), tem-se o seguinte resultado:

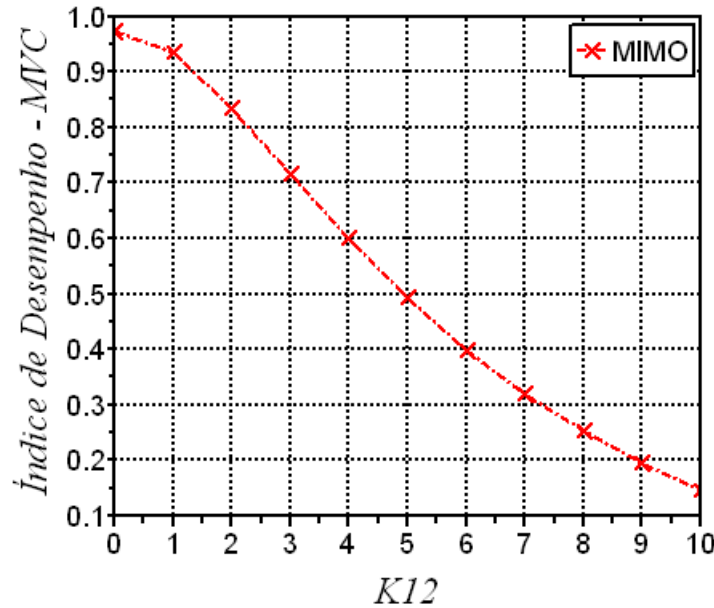


Figura 4.3: Índice de desempenho utilizando como referência MVC e controle corrente dado por K .

Pode-se notar então que, à medida que se aumenta K_{12} (interação no modelo da planta), há um decréscimo significativo no desempenho do sistema controlado por Q , ficando visível a degradação da configuração de controle corrente. Além disso, vê-se que além das inerentes limitações de utilização do comportamento de referência pelo MVC, a técnica atual apenas penaliza o desempenho de uma sistema de controle através da variabilidade do sinal de saída, não importando se o ponto desejado (*setpoint*) foi alcançado na operação do sistema. No caso ilustrativo, nota-se que o controlador em análise é diagonal e não apresenta ação integral, podendo deixar comportamentos da planta com erros permanentes. Uma abordagem simples para solucionar esta deficiência, se pertinente para o caso, poderia ser feita adicionando-se à variância dos sinais de saída o sinal quadrado originário do *offset* nos controladores avaliados, e_{∞}^2 . Assim,

$$\eta = \frac{J_{ref}}{J_{atual}} = \frac{\sigma_{ref}^2 + e_{\infty,ref}^2}{\sigma_{atual}^2 + e_{\infty,atual}^2}$$

4.2 Utilização do Modelo Fatorado como Referência

Como observado na Seção 3.3 desta dissertação, a utilização do controle de variância mínima possui pontos negativos, e frente a esses pontos, nos itens posteriores serão apresentadas aplicações da referência proposta por este trabalho, utilizando fatorações do modelo da planta e estratégias de controle PI e MPC.

4.2.1 Análise de Desempenho de Controladores Clássicos

Análise de *SISTEMA SISO*

Considere a seguinte função de transferência SISO e estável (OLIVEIRA-LOPES, 2000):

$$G(z) = K_p \frac{z^{-\eta}(z - a)}{(z - b)(z - c)}$$

com $|a| > 1$, $a \in \mathbb{R}$, $\eta \in \mathbb{Z}_+$ e $K_p = 2(1 - b)(1 - c)/(1 - a)$.

Adotando-se os seguintes valores: $a = 3$; $b = 0,9$; $c = 0,2$ e $\eta = 1$, tem-se:

$$G = \frac{-0,08z + 0,24}{z^3 - 1,1z^2 + 0,18z}$$

Considera-se uma estratégia de controle do tipo PI dada por

$$K = K_C \left(1 + \frac{T_s z}{\tau_I(z - 1)} \right)$$

com K_C e τ_I parâmetros do controlador e T_s é o tempo de amostragem.

Avalia-se a estratégia de controle PI submetida a diferentes sintonias. A referência para este sistema será fornecida pela fatoração do modelo representado por T com técnicas de matrizes de interação generalizada e fatoração *Blaschke*, para o cálculo do novo modelo na ausência de invariantes, como apresentado na Seção 3.5 do Capítulo 3.

Os parâmetros de sintonia pelo método de Ziegler-Nichols foram selecionados aproximadamente como $K_C = 1,125$ e $\tau_I = 8,333$, e pelo método de Cohen-Coon como $K_C = 1,672$ e $\tau_I = 8,494$.

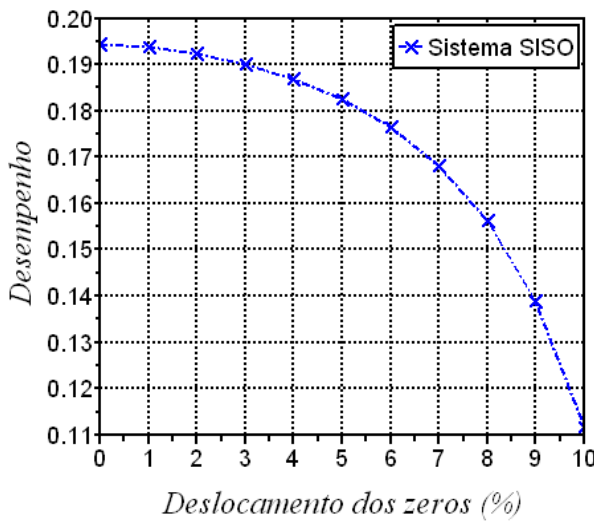
A referência então foi projetada pela fatoração do tipo *Blaschke* com modelo da planta,

T , com o objetivo de se obter um novo modelo (Σ_M), conforme Seção 3.4 do Capítulo 3 desta dissertação.

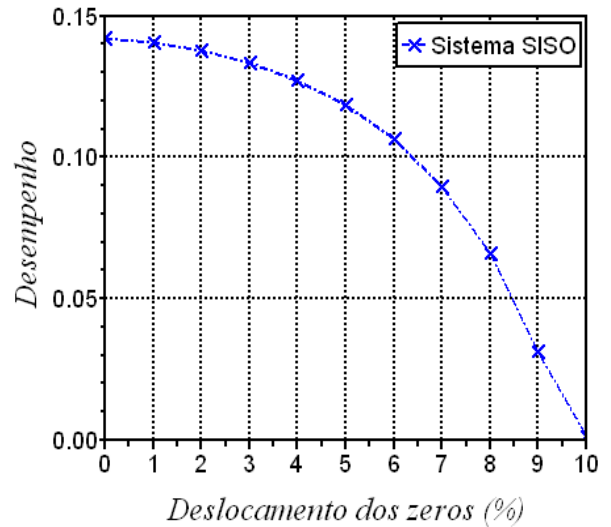
Deseja-se avaliar o índice de desempenho quando se realiza um deslocamento da posição dos zeros do sistema, mantendo-se o mesmo projeto de sistema de controle. Isto representa uma variação das características dinâmicas na planta, que podem ser resultantes de vários fatores como: desativação de catalisador, operação em outra região operacional etc. A parte fatorada que é inversível (extraindo-se todos os zeros de fase não mínima) do sistema é:

$$\Sigma_M = \frac{K_p}{K} \frac{z - 1/a}{(z - b)(z - c)} \quad (4.1)$$

com $K = \frac{1-1/a}{1-a}$. A Figura (4.4) apresenta a variação do índice de desempenho mensurado de acordo com a Equação (3.18) para o sistema submetido a uma extração dos invariantes do tipo *Blaschke*, onde se extraíram todos os zeros fora do círculo unitário para a representação do modelo de referência para o sistema. Vê-se que os padrões de avaliação de



(a) Desempenho com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols.



(b) Desempenho com controlador sintonizado pelo método de Cohen-Coon.

Figura 4.4: Índice de desempenho com fatoração *Blaschke* para a avaliação da degradação do sistema corrente sobre a ação do deslocamento do zero de T .

desempenho são dados de forma consistente, assim, o sistema de controle inicia-se de uma eficiência superior para a sintonia de Ziegler-Nichols em relação à sintonia de Cohen-Coon e ambos perdem desempenho para elevação do erro entre o modelo utilizado para projeto do sistema e o processo corrente.

Falta mensurar a qualidade da avaliação de desempenho dos índices utilizados. É importante deixar claro que a referência de comportamento proposta independe da es-

estrutura de controle utilizada, depende apenas do modelo e do critério selecionado para o tipo de fatoração escolhido. Assim, a determinação do índice de desempenho utiliza a mesma estrutura de controle para o processo real e modelo de referência projetado para o processo.

A determinação da capacidade máxima de um sistema de controle *feedback* pode ser dada qualitativamente pelo comportamento do fator Σ_c frente a uma perturbação degrau. Assim, o controlador inverte exatamente a planta e a saída muda instantaneamente para o ponto desejado. Este é o melhor desempenho atingível para o comportamento de um sistema de controle *feedback*, independentemente do controlador utilizado. A compensação instantânea da dinâmica da planta é possível sem a presença dos invariantes, pois estes aparecerão no comportamento da malha fechada, com estabilidade interna garantida. Entretanto, de acordo com a integral de Bode, quanto mais rápido se forçar que a planta seja invertida, maiores são os efeitos do comportamento de baixas frequências se pronunciarão que estão presentes na resposta do processo. Da mesma forma, maior será a solicitação de movimento do controlador e suscetibilidade a problemas de robustez no controle.

A estratégia selecionada para se mensurar a capacidade de uma estrutura de controle sem restrição nos movimentos do controlador é a de se avaliar os sistemas através da comparação do desempenho do sistema corrente e o desempenho do mesmo controle aplicado ao modelo de referência. Salienta-se que a referência pode ter sua capacidade aumentada devido a falta de restrições na velocidade da variável manipulada. Para se ilustrar isto, apresenta-se a mesma técnica de avaliação de desempenho para outras estratégias de controle. Assim, seja um controlador preditivo baseado em modelo (MPC), para o qual se espera que o processo possua melhor desempenho quando comparado com os controladores PI. Salienta-se que nenhum esforço foi feito para aperfeiçoamento da sintonia do MPC. Os resultados da Figura (4.5) indicam que o controle MPC foi superior aos sistemas com controladores PI e também sofre fortemente em relação ao desempenho quando distanciou-se a planta em relação ao controle projetado.

A seguir, avalia-se o desempenho do sistema de controle utilizando-se o modelo de referência com fatorações do tipo matriz de interação generalizada para mapeamentos p e q . Os modelos de referência (sem a extração do atraso entrada-saída) são dados por:

$$\Sigma_{M(p)} = \frac{0,24z^4 - 0,08z^3}{z^2 - 1,1z + 0,18} \quad \Sigma_{M(q)} = \frac{0,16z^4}{z^2 - 1,1z + 0,18}$$

Utilizando-se então $\Sigma_{M(p)}$ e $\Sigma_{M(q)}$ para referência de controladores PIs dados por:

$$K_{\Sigma_{M(p)}} = \frac{9z - 8,28}{z - 1} \quad e \quad K_{\Sigma_{M(q)}} = \frac{27z - 23,76}{z - 1}$$

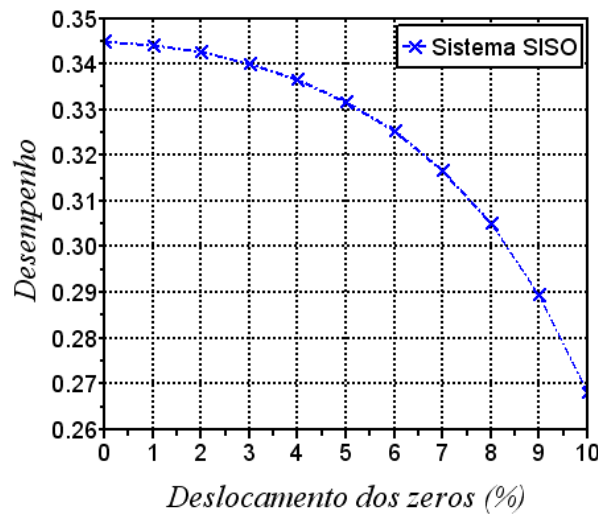


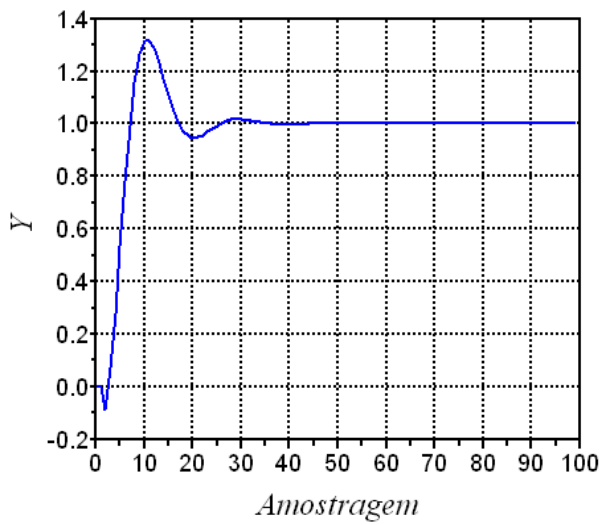
Figura 4.5: Índice de desempenho utilizando como referência modelo fatorado pela fatoração tipo *Blaschke* sob ação de MPC.

Os resultados com o índice de desempenho baseado na fatoração por matrizes de interação estão apresentados nas Figuras (4.6a-4.6b), que mostram o comportamento do sistema para a estratégia PI sintonizada pelos métodos de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon, respectivamente.

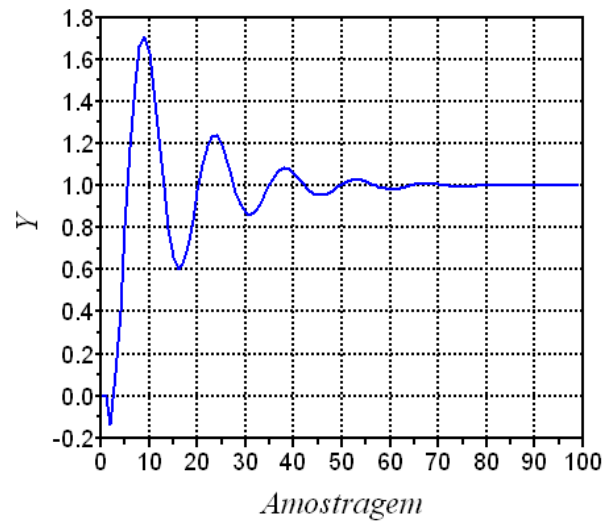
Frente ao desenvolvimento das estruturas de controle corrente, bem como o projeto da referência, de acordo com a Equação (3.18) com $\lambda = 0,5$, pode-se avaliar o desempenho do sistema corrente com pequenos deslocamentos no zero da função de transferência como efeito de modificações do processo ao longo do tempo. Os resultados desta análise encontram-se nas Figuras (4.7a-4.7b).

Pode-se notar que, frente à mesma modificação no processo, o sistema de controle corrente sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols sofre menos degradação ao se comparar com o sistema corrente sintonizado pelo método de Cohen-Coon, mas segue a mesma tendência, ficando evidente a maior eficácia no método de Ziegler-Nichols nos casos estudados. Não obstante, vê-se que o ajuste de Ziegler-Nichols pode ser melhorado para esse sistema.

A utilização de uma fatoração que possui características antecipatórias faz com que a capacidade do sistema de controle apresente um desempenho elevado, o que leva a índices de desempenho para patamares muito baixos. No exemplo investigado, a referência $\Sigma_{M(p)}$ possui mesma dinâmica (excetuando-se os zeros no centro do círculo unitário). Assim, da observação desse exemplo, pode-se verificar que a investigação por matriz de interação por sistemas simples e por fatoração *Blaschke* deve fornecer resultados compatíveis, quando tomadas as precauções de se avaliarem dinâmicas com mesmo ordem relativa. De todas as formas, a matriz de interação possui maior impacto quando trata-se de sistemas MIMO,

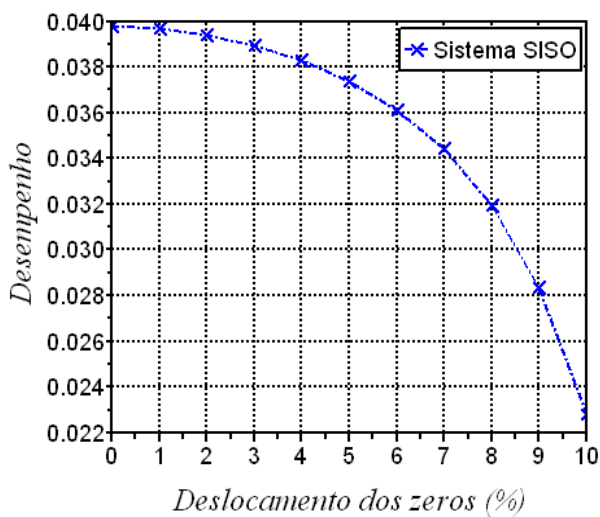


(a) PI Sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols.

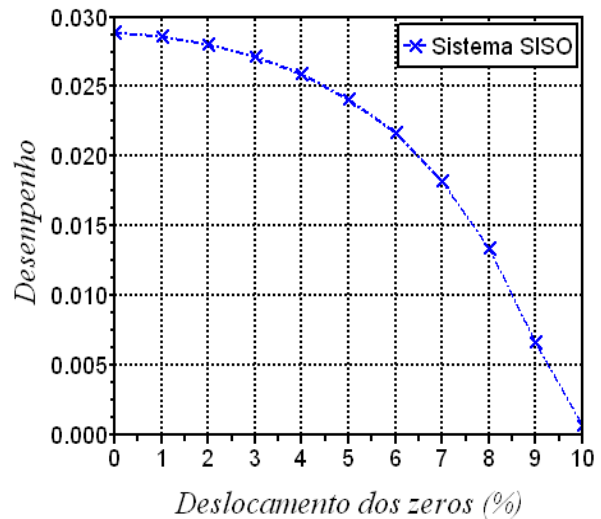


(b) PI sintonizado pelo método de Cohen-Coon.

Figura 4.6: Sistema de controle com estratégia PI.



(a) Desempenho com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols.



(b) Desempenho com controlador sintonizado pelo método de Cohen-Coon.

Figura 4.7: Índice de desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sobre a ação do deslocamento do zero de G .

como mostrado a seguir.

Análise de *SISTEMA MIMO*

Para o caso de sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas, a fatoração pode levar a tratamentos distintos entre as saídas. Enquanto o comportamento do sistema submetido a fatoração inner-outer distribui os efeitos limitantes do processo de forma idêntica entre as saídas, a utilização de matrizes de interação triangulares faz com que os efeitos sejam transferidos das saídas importantes para outras menos importantes (previamente ordenadas na descrição do sistema). Assim, y_1 mais importante que y_2 , este mais importante que y_3 , e assim, sucessivamente.

Para ilustração, seja o sistema apresentado na Seção 4.1.2 e dado por:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{q^{-1}}{1-0,4q^{-1}} & \frac{K_{12}q^{-2}}{1-0,1q^{-1}} \\ \frac{0,3q^{-1}}{1-0,1q^{-1}} & \frac{q^{-2}}{1-0,8q^{-1}} \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-0,5q^{-1}} & \frac{-0,6}{1-0,5q^{-1}} \\ \frac{0,5}{1-0,5q^{-1}} & \frac{1}{1-0,5q^{-1}} \end{bmatrix}$$

Neste estudo, avalia-se a estratégia de controle PI com a utilização de métodos clássicos de sintonia para o sistema corrente. A referência para este sistema será dada pela fatoração do modelo representado por G utilizando matriz de interação generalizada, para o cálculo do novo modelo, como apresentado na Seção 3.5 do Capítulo 3.

A estratégia de controle PI avaliada é dada por:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

com K_1 e K_2 iguais a $K_C \left(1 + \frac{T_s q}{\tau_I(q-1)}\right)$, K_C e τ_I são parâmetros do controlador, T_s o tempo de amostragem.

A Tabela (4.1) apresenta os parâmetros sintonizados para o controlador corrente, que será avaliado também com a variação de K_{12} no modelo dado por G .

A referência, neste exemplo, foi projetada pela fatoração do modelo da planta, dado por G , com o objetivo de se obter um novo modelo (Σ_M), conforme apresentado na Seção 3.4, do Capítulo 3, desta dissertação. Assim, ordenando-se em graus de preferência as variáveis de saída podem-se então transferir efeitos na malha fechada para as saídas menos importantes e desta forma, a aplicação da metodologia de fatoração proposta resulta num modelo de referência triangular dado pela Equação (4.3), em que as variáveis de saída foram ordenadas. Neste caso, têm-se que os efeitos serão deslocados da primeira saída Y_1 ,

Tabela 4.1: Parâmetros de sintonia para o controlador PI corrente para $K_{12} = 0$.

Métodos	Parâmetros			
	K_C		τ_I	
	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2
Ziegler-Nichols	0,63	0,45	1,66	2,91
Cohen-Coon	0,86	0,65	1,40	2,15
Tentativa-e-erro	1,53	0,43	1,70	6,51

para a segunda saída, Y_2 . Para o exemplo em particular, os mapeamentos p e q fornecem fatores iguais, $\Sigma_M(p) = \Sigma_M(q)$. Assim, a fatoração resulta em um modelo de referência dado pela Equação (4.3).

$$\Sigma_M = \begin{bmatrix} \frac{1}{q-0,4} & 0 \\ \frac{0,3}{q-0,1} & \frac{1}{q^2-0,8q} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

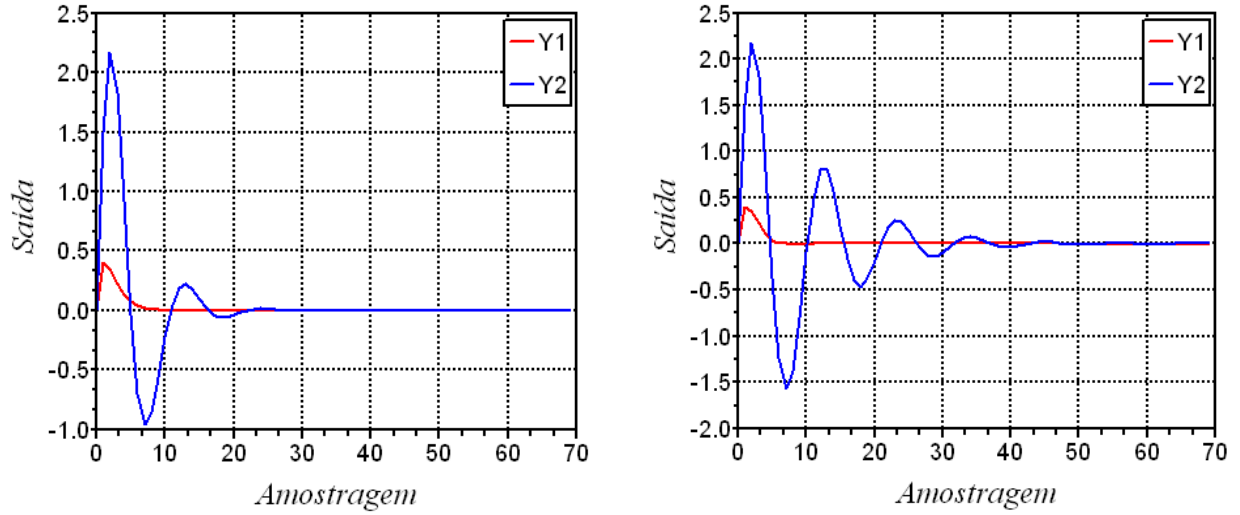
Utilizou-se então Σ_M como modelo para o comportamento de referência e aplicou-se a mesma estratégia de controle PI dado pela Equação (4.2), na qual os parâmetros do controlador PI foram sintonizados pelo método da Evolução Diferencial conforme apresentados na Tabela (4.2), para variações em K_{12} simulando o aumento das características de acoplamento entre as variáveis do sistema. Nessa ilustração, realizou-se uma nova sintonia, de forma automática, somente para o modelo selecionado como referência de comportamento, com o objetivo de se estabelecer uma adaptação na sintonia do controlador da referência.

Tabela 4.2: Parâmetros de sintonia para o controlador PI de referência.

K_{12}	Parâmetros			
	Saída Y_1		Saída Y_2	
	K_C	τ_I	K_C	τ_I
0	1,121	2,447	0,172	2,763
1	1,941	1,816	1,710	1,061
2	1,932	2,912	1,780	2,151
3	1,882	1,099	1,643	2,358
4	1,012	1,089	0,281	1,928
5	1,536	0,691	0,380	6,999
6	9,476	0,710	0,346	3,999
7	9,685	0,649	0,342	3,297
8	5,229	1,392	0,363	2,739
9	3,194	0,865	0,273	5,770
10	7,326	2,170	0,270	4,924

As Figuras (4.8a-4.8b) e a Figura (4.9) apresentam as saídas das variáveis contro-

ladas para a estratégia PI sintonizada pelos métodos de Ziegler-Nichols, Cohen-Coon e Tentativa-e-erro, respectivamente, para $K_{12} = 0$.



(a) Comportamento do Sistema com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols.

(b) Comportamento do Sistema com controlador sintonizado pelo método de Cohen-Coon.

Figura 4.8: Comportamento dinâmico do sistema MIMO 2×2 com diferentes sintonias.

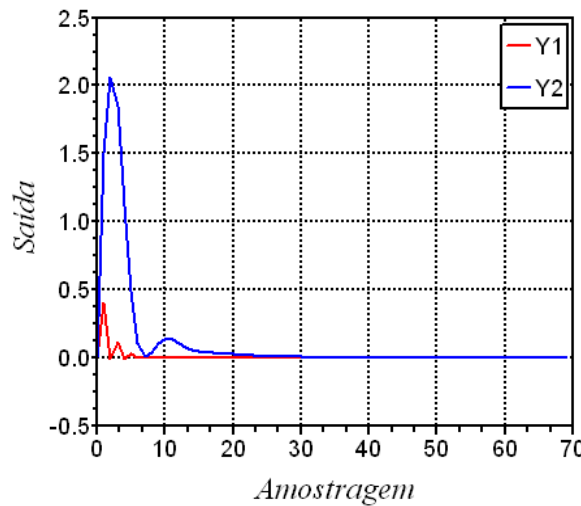


Figura 4.9: Controle corrente PI sintonizado pelo método de tentativa-e-erro.

A Figura (4.10) mostra a resposta à ação de controle para a estratégia PI sintonizada pelo método da Evolução Diferencial, de acordo com os parâmetros da Tabela (4.2), quando aplicado ao sistema de referência. Neste caso, ao variar K_{12} no modelo da planta, fez-se uma nova sintonia para a malha de controle utilizando Evolução Diferencial.

Frente ao desenvolvimento das estruturas de controle corrente, bem como o projeto

da referência, de acordo com a Equação (3.18) com $\lambda = 1$, e variando K_{12} , obtiveram-se os seguintes resultados:

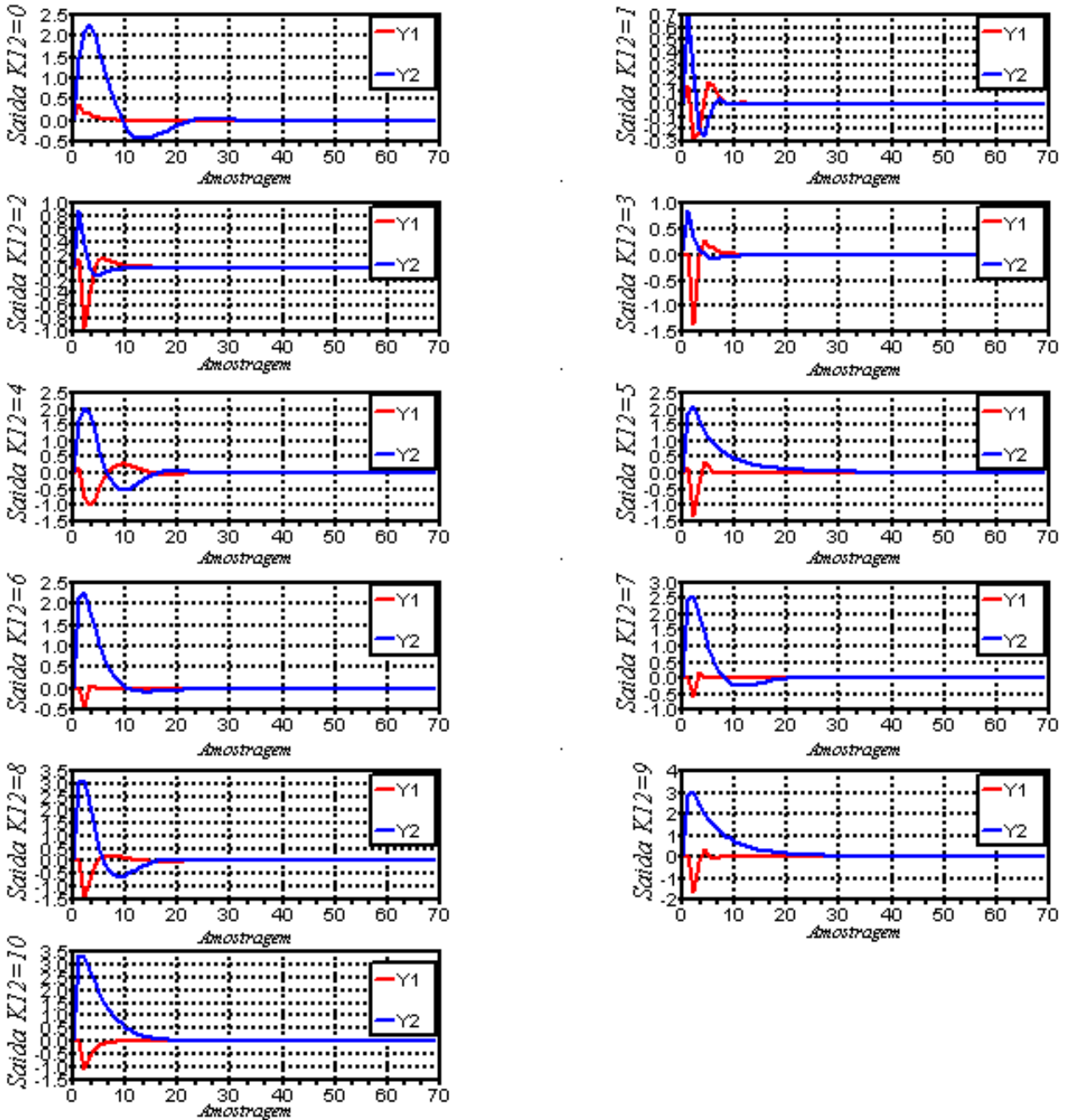
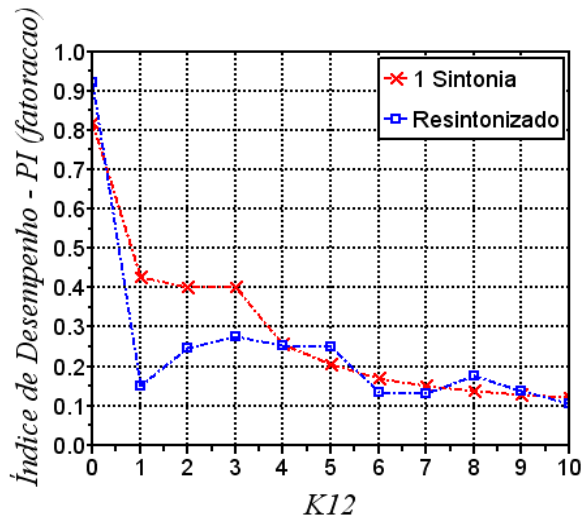
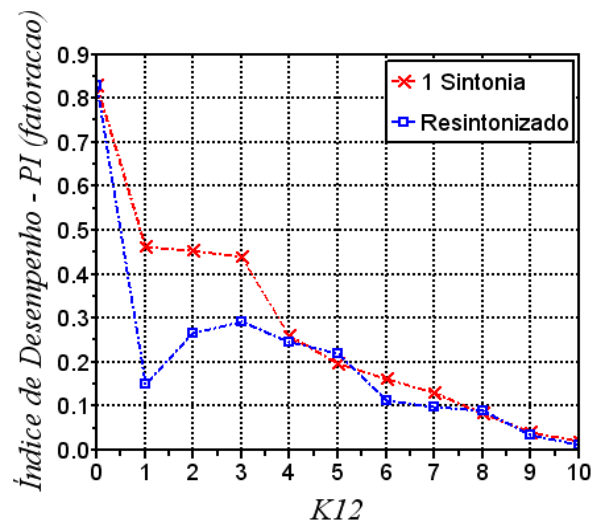


Figura 4.10: Controle corrente PI para o sistema de referência sintonizado pelo método de Evolução Diferencial para diferentes valores de K_{12} .

As Figuras (4.11-4.12) apresentam 2 (duas) curvas denominadas: 1 Sintonia e Resintonizado. A curva representada por “1 Sintonia” denota a utilização da referência com sintonia fixa, quando $K_{12} = 0$, já a curva representada por “Resintonizado”, para cada valor de K_{12} realizou-se uma nova sintonia somente para o controlador utilizado no sistema de referência, o que explica a variação na curva.



(a) Índice de desempenho aplicado ao controle corrente PI sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols.



(b) Índice de desempenho aplicado ao controle corrente PI sintonizado pelo método de Cohen-Coon.

Figura 4.11: Índice de desempenho para sistema MIMO 2×2 com diferentes sintonias.

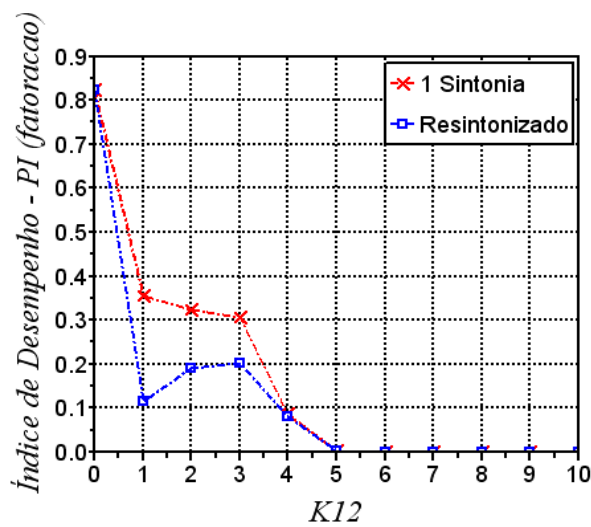


Figura 4.12: Índice de desempenho aplicado ao controle corrente PI sintonizado pelo método de tentativa-e-erro.

Os resultados obtidos utilizando a técnica de fatoração do modelo do processo foram bastante satisfatórios, comprovando-se então que para os casos em que se desejou avaliar o desempenho para um sistema corrente utilizando estratégia de controle PI sintonizado por diferentes métodos (Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, tentativa-e-erro), observou-se a degradação do sistema de controle com o aumento da interação no modelo da planta (variação de K_{12}), conforme esperado para esse sistema.

4.2.2 Análise de Desempenho de Controlador MPC

ESTUDO DE CASO 1: SISTEMA SISO

Deseja-se, neste exemplo, investigar o desempenho do sistema apresentado na Seção 4.2.1 (OLIVEIRA-LOPES, 2000), sob a operação de um MPC (Controle Preditivo baseado em Modelo) em uma configuração de problema servo com horizonte infinito (MUSKE; RAWLINGS, 1993), como apresentado na Seção 3.2 do Capítulo 3.

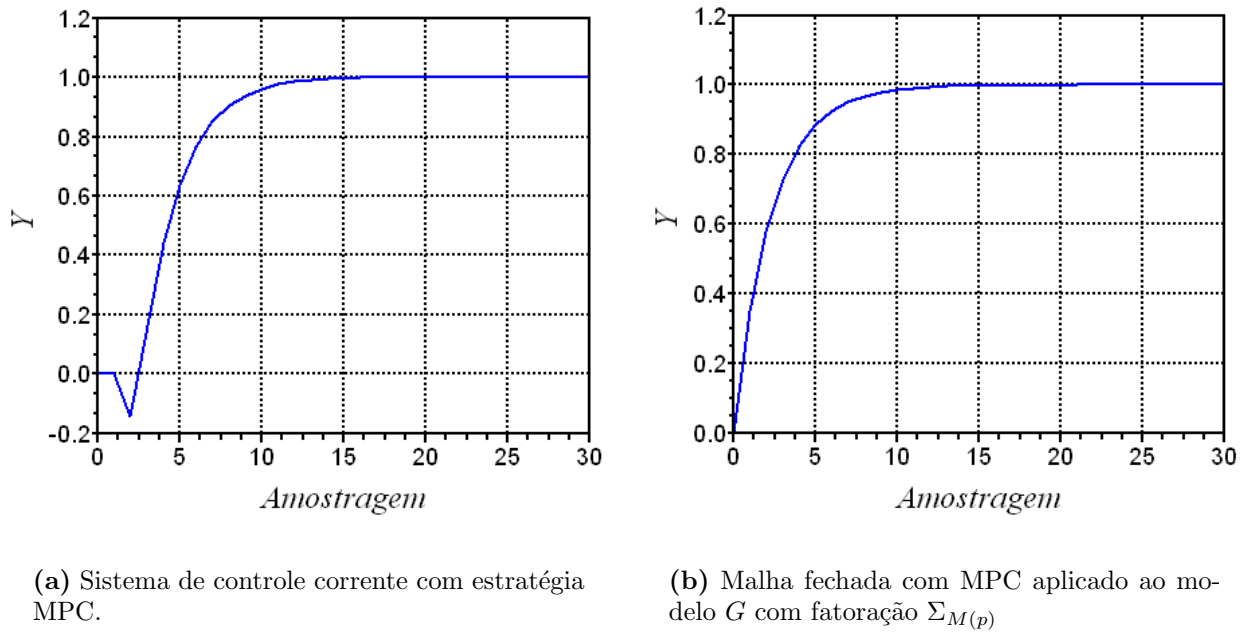


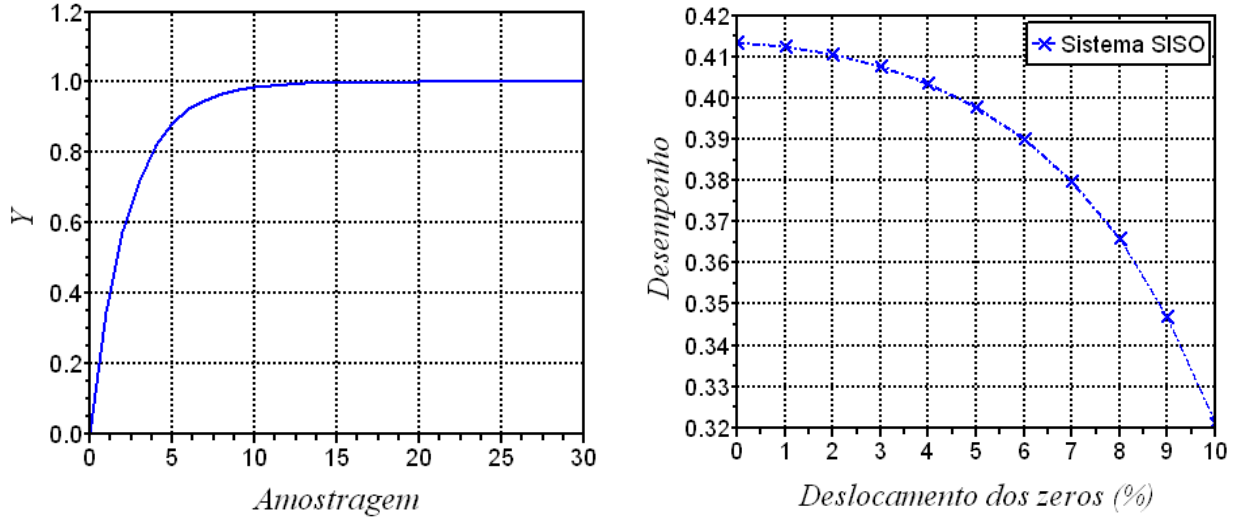
Figura 4.13: Análise de desempenho de controle MPC, problema SISO.

Projetou-se então o MPC com mesmos parâmetros, tanto para o sistema corrente quanto para a referência com fatoração em p e q , e dados por:

$$N = 2; j_1 = 1; j_2 = 1; u_{k-1} = 0; \Delta u_{max} = 20; \Delta u_{min} = -20; u_{max} = 20; u_{min} = -2; y_{max} = 2; y_{min} = -2; Setpoint=1 \text{ e os pesos } Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$S = \begin{bmatrix} 2,05 & 0 \\ 0 & 2,05 \end{bmatrix}.$$

As Figuras (4.13a-4.13b) e (4.14a) mostram a resposta do processo para o MPC projetado.



(a) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo G com fatoração $\Sigma_{M(q)}$

(b) Índice de Desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sobre a ação do deslocamento do zero de G

Figura 4.14: Análise de desempenho de MPC para modificações na planta.

O índice de desempenho foi obtido conforme introduzido anteriormente, através de uma modificação do índice proposto por Huang (2003) e dado pela Equação (2.10) no Capítulo 2, conforme:

$$\eta_{sol} = \frac{(\lambda\Omega_p + (1 - \lambda)\Omega_q)_{\text{referência}}}{\left(\sum_{i=1}^n (k_i\sigma_{VC_i}^2) + \sum_{i=1}^m (\gamma_i\sigma_{\Delta VM_i}^2)\right)_{\text{corrente}}} \quad (4.4)$$

com

$$\Omega_p = \left(\sum_{i=1}^n (k_i\sigma_{VC_i}^2) + \sum_{i=1}^m (\gamma_i\sigma_{\Delta VM_i}^2)\right)_{\Sigma_{M(p)}}$$

$$\Omega_q = \left(\sum_{i=1}^n (k_i\sigma_{VC_i}^2) + \sum_{i=1}^m (\gamma_i\sigma_{\Delta VM_i}^2)\right)_{\Sigma_{M(q)}}$$

VC = Variável controlada, VM = Variável manipulada, λ , k_i e γ_i , parâmetros de ponderação.

Pequenos deslocamentos nos zeros da função de transferência como efeito de modificação do processo ao longo do tempo e utilizando $\lambda = 0,5$, $k_i = 0,5$ e $\gamma_i = 0$, resultaram no desempenho do sistema corrente apresentado pela Figura (4.14a).

De acordo com a Figura (4.14b), fica evidente a queda do desempenho do sistema de controle frente à ação do deslocamento do zero de T , mostrando a eficiência da técnica proposta para se monitorar o desempenho de sistemas de controle.

ESTUDO DE CASO 2: SISTEMA MIMO

Para exemplificar a aplicação da referência proposta à estratégia de controle MPC, considera-se nesta seção, o sistema MIMO 2×2 , com matriz de funções de transferência G da planta (TSILIGIANNIS; SVORONOS, 1989):

$$G = \begin{bmatrix} \frac{0,6}{z-0,4} & \frac{0,5}{z-0,5} \\ \frac{0,6}{z-0,5} & \frac{0,6}{z-0,4} \end{bmatrix}$$

A estratégia de controle utilizada para o sistema corrente e de referência foi MPC (Controle Preditivo baseado em Modelos) com horizonte infinito (MUSKE; RAWLINGS, 1993), como apresentado na Seção 3.2 do Capítulo 3.

A referência foi projetada pela fatoração do modelo da planta G , com o objetivo de se obter um modelo para comportamento de referência (Σ_M), conforme Seção 3.4 do Capítulo 3 desta dissertação.

A aplicação da metodologia de fatoração proposta resulta num modelo de referência cheio dado por (4.5) e (4.6), em que as variáveis de saída foram ordenadas por nível de importância.

$$\Sigma_{M(p)} = \begin{bmatrix} \frac{0,6z}{z-0,4} & \frac{0,5z}{z-0,5} \\ \frac{0,088z^2-0,057z}{z^2-0,9z+0,2} & \frac{0,080z^2-0,052z}{z^2-0,9z+0,2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

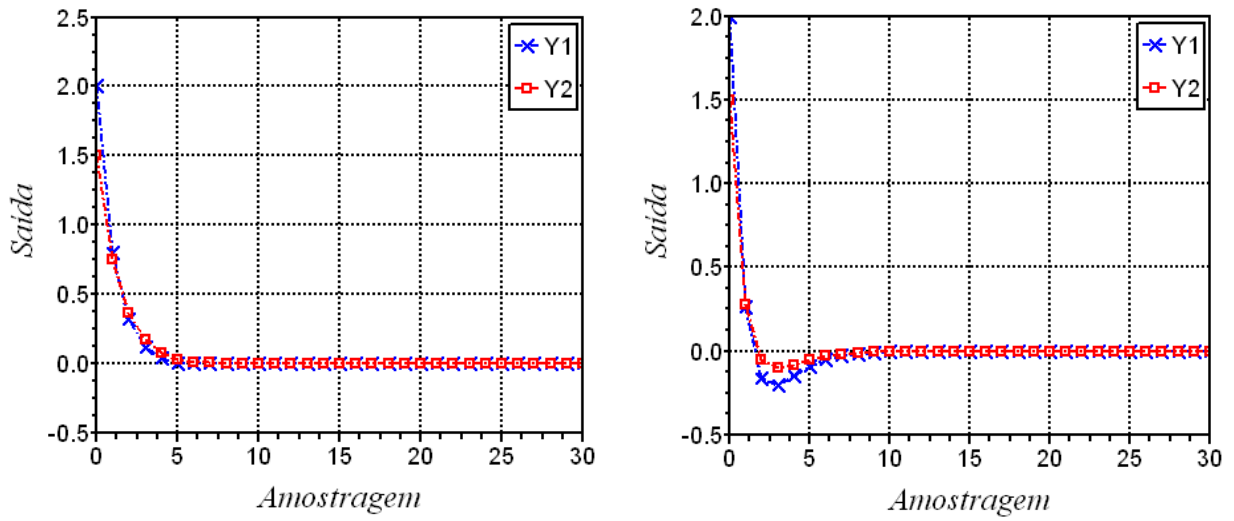
$$\Sigma_{M(q)} = \begin{bmatrix} \frac{0,6z}{z-0,4} & \frac{0,5z}{z-0,5} \\ \frac{0,031z^2}{z^2-0,9z+0,2} & \frac{-0,028z^2}{z^2-0,9z+0,2} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Projetou-se então o MPC de acordo com os seguintes parâmetros, tanto para o sistema corrente quanto para os modelos de referência com fatoração em p e q :

$N = 10$; $j_1 = 1$; $j_2 = 10$; $u_{k-1} = 0$; $\Delta u_{max} = 0,5$; $\Delta u_{min} = 0,05$; $u_{max} = 0,05$; $u_{min} = -0,01$; $y_{max} = 6$; $y_{min} = -6$; Condição inicial: $Y_{01} = 2$; $Y_{02} = 1,5$ e os pesos

$$Q = R = S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

As Figuras (4.15) e (4.16a) mostram a saída da planta sob a ação do controlador MPC projetado. Neste caso, vê-se que a simulação para o modelo fatorado apresenta maior velocidade de resposta, permitindo que se possa aperfeiçoar a sintonia para a referência, se desejado. Como o objetivo deste estudo é o de se monitorar o desempenho do MPC, a seleção de sintonia para o MPC aplicado à referência, foi sempre aquela escolhida para a planta. Isso leva, na maioria dos casos, a uma resposta mais rápida e portanto com menor variância para as repostas do modelo de referência.



(a) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo G sem fatoração (corrente).

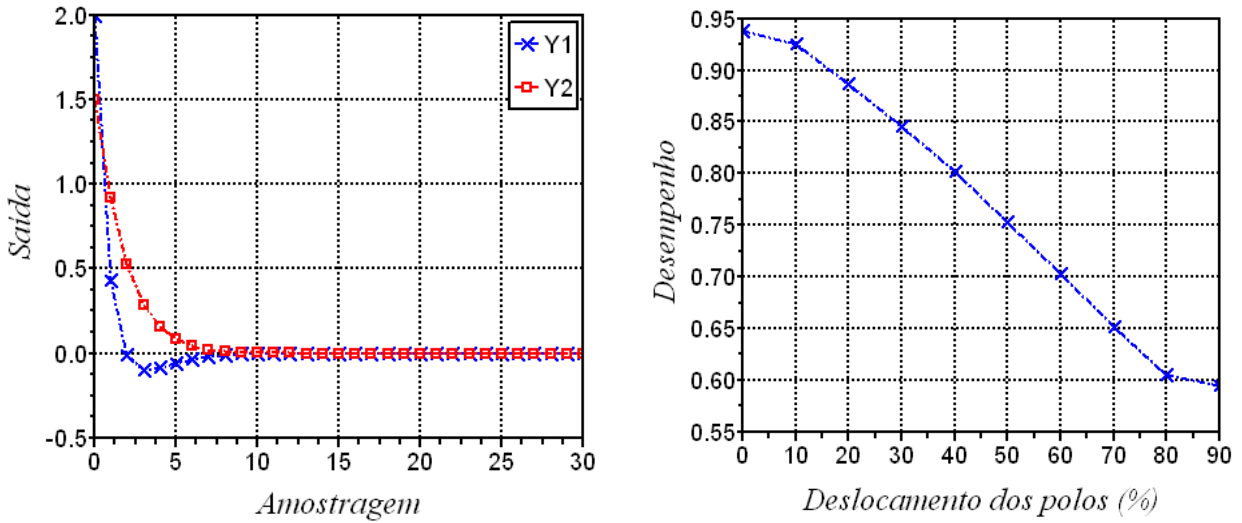
(b) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo G com fatoração $\Sigma_{M(p)}$.

Figura 4.15: Comportamento do sistema de controle MPC para planta MIMO 2×2 .

Com a referência projetada, a análise do desempenho do sistema corrente foi realizada aplicando-se deslocamentos dos pólos de G , para se avaliar a degradação do controle em vigor.

Para este caso, o deslocamento dos pólos, somente afetou o sistema de controle corrente, visto que a referência foi projetada somente na condição nominal, não acompanhando as mudanças no sistema causadas pelo deslocamento dos pólos.

O índice de desempenho foi obtido através da Equação (4.4) com $\lambda = 0,5$, $k_i = 0,5$ e $\gamma_i = 0,5$ e seu comportamento pode ser observado através da Figura (4.16b). Nota-se que, à medida que se desloca os pólos de G , há uma degradação no sistema de controle corrente, denotando assim a adequação do método proposto para o propósito de monitoramento e como ferramenta para a avaliação do comportamento de sistemas controlados frente às



(a) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo G com fatoração $\Sigma_{M(q)}$.

(b) Índice de Desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sobre a ação do deslocamento dos pólos de G .

Figura 4.16: Comportamento do sistema de controle MPC e índice de desempenho para planta MIMO 2×2 .

alterações ao longo da vida útil de um processo.

Dentro deste mesmo cenário, de uma maneira ilustrativa, analisou-se também o desempenho do sistema corrente utilizando como referência o próprio sistema na condição de projeto. Assim, projetou-se a malha de controle com a estratégia MPC utilizando o modelo nominal como comportamento de referência (sem fatoração) e deslocou-se os pólos de G para se observar o comportamento do sistema frente a esta alteração no processo.

O índice de desempenho foi obtido através da Equação (2.10), inicialmente proposto por Huang (2003), e pode ser observado na Figura (4.17). Nota-se que, como esperado, à medida que se desloca os pólos de G , há degradação no sistema de controle corrente, comprovando a mesma tendência utilizando no projeto da referência a fatoração do modelo, ou seja, há perda da eficiência de controle frente às modificações de dinâmica que ocorrem ao longo do tempo para o processo e a ferramenta de monitoramento proposta pode constituir-se numa alternativa viável de implementação de CPM.

Desta forma, as ilustrações apresentadas indicam a viabilidade e eficiência da técnica proposta, visto que ao projetar a referência através da fatoração de modelos, deixa-se o modelo de referência livre das dificuldades de controle extraídas do modelo do processo, e se tem uma idéia bastante realista do desempenho do sistema de controle corrente quando mudanças ocorrem ao longo do tempo.

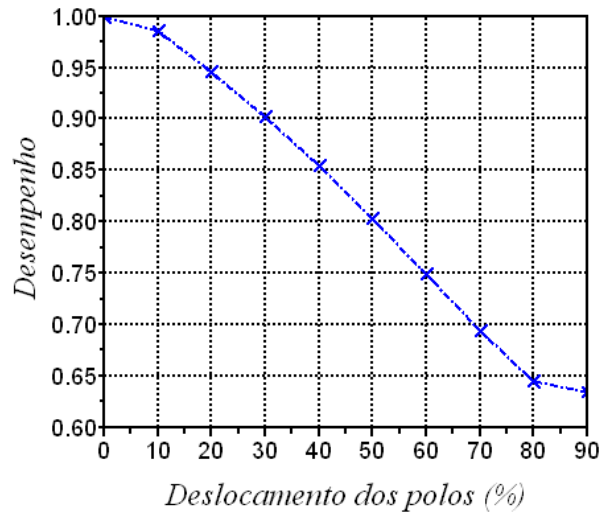


Figura 4.17: Índice de desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sobre a ação de deslocamento dos pólos de G utilizando como referência a mesma estratégia de controle nas condições de projeto.

A utilização da mesma estratégia de controle tanto para a referência quanto ao sistema corrente, não é uma técnica adequada a processos que já estão com o sistema de controle implantado há algum tempo, pois se terá uma idéia do desempenho deste sistema a partir do momento em que se aplica a técnica, desta forma, não se tem idéia do quanto o sistema já possa estar degradado. Assim, como apresentado anteriormente, pode-se utilizar esta abordagem quando se conhece o rendimento esperado para as condições de projeto da estrutura de controle. Contudo, a técnica proposta original é viável se se deseja ter uma idéia da capacidade de controle do sistema que já está longe do ideal.

4.2.3 Estudo de Caso: Destilação Binária em Planta Piloto

Considere o modelo 2×2 de uma coluna de destilação binária em planta piloto usada para a separação metanol-água (MAURATH et al., 1988; RAHUL; COOPER, 1997):

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12,8e^{-s}}{16,7s+1} & \frac{-18,9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6,6e^{-7s}}{10,9s+1} & \frac{-19,4e^{-s}}{14,4s+1} \end{bmatrix}$$

Discretizando-se para um tempo de amostragem $T_s = 0,5min$, tem-se:

$$G(z) = \begin{bmatrix} \frac{-0,098z+0,337}{z^2-1,338z+0,357} & \frac{0,311z-0,437}{z^2-1,693z+0,699} \\ \frac{-0,255z+0,294}{z^2-1,822z+0,828} & \frac{0,462z-0,650}{z^2-1,682z+0,692} \end{bmatrix}$$

A estratégia de controle utilizada tanto para o sistema corrente quanto para a referência será o MPC (Controle Preditivo baseado em Modelos) com horizonte infinito (MUSKE; RAWLINGS, 1993), como apresentado na Seção 3.2 do Capítulo 3.

A referência então é projetada pela fatoração do modelo da planta, G , com o objetivo de se obter um novo modelo (Σ_M) conforme Seção 3.4 do Capítulo 3 desta Dissertação.

A aplicação da metodologia de fatoração proposta resulta num modelo de referência cheio dado pelas Equações (4.7) e (4.8), em que as variáveis de saída foram ordenadas por nível de importância. O procedimento de fatoração resulta nas Equações (4.7) e (4.8) para os modelos de referência:

$$\Sigma_{M(p)} = \begin{bmatrix} \frac{-0,098z^2+0,337z}{z^2-1,338z+0,357} & \frac{0,311z^2-0,437z}{z^2-1,693z+0,699} \\ \frac{-0,341z^4+0,543z^3-0,104z^2-0,098z}{z^4-3,160z^3+3,623z^2-1,758z+0,295} & \frac{-0,003z^3+0,004z^2+0,001z}{z^3-2,658z^2+2,334z-0,675} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\Sigma_{M(q)} = \begin{bmatrix} \frac{-0,098z^2+0,337z}{z^2-1,338z+0,357} & \frac{0,311z^2-0,437z}{z^2-1,693z+0,699} \\ \frac{-0,449z^4+0,858z^3-0,410z^2}{z^4-3,160z^3+3,623z^2-1,758z+0,295} & \frac{-0,005z^3+0,007z^2}{z^3-2,658z^2+2,334z-0,675} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

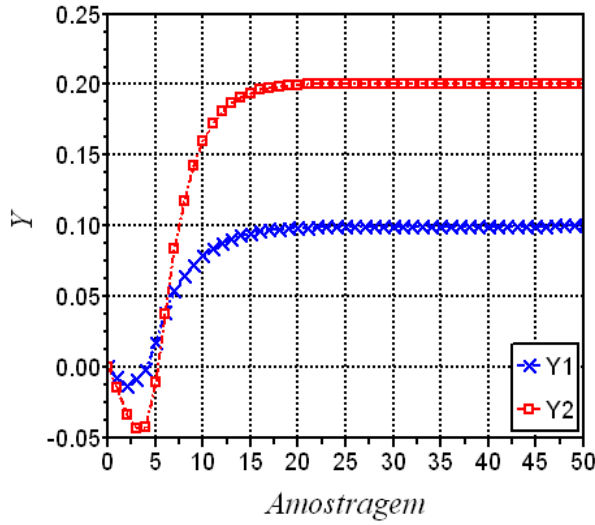
Projetou-se então o MPC de acordo com os seguintes parâmetros, tanto para o sistema corrente quanto para a referência com fatoração em p e q :

$$\begin{aligned} N &= 10; j_1 = 1; j_2 = 1; u_{k-1} = 0; \Delta u_{max} = 0,02; \Delta u_{min} = 0,02; u_{max} = 10; \\ u_{min} &= -2; y_{max} = 2; y_{min} = -2; Setpoint: [Y_1 = 0,1; Y_2 = 0,2] \text{ e os pesos } Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \\ R &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, S = \mathbf{0}. \end{aligned}$$

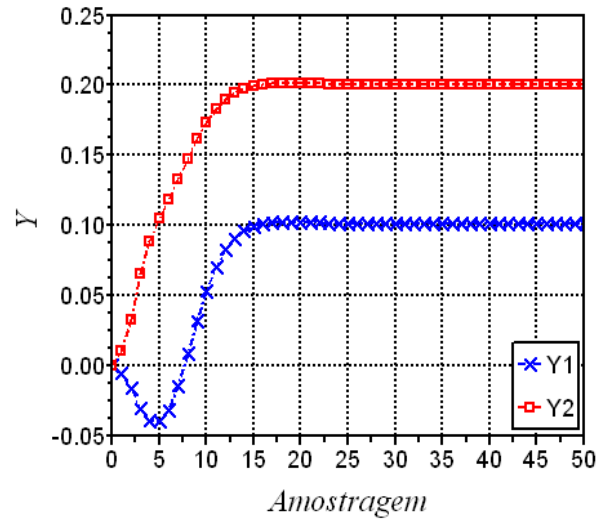
As Figuras (4.18) e (4.19a) apresentam o comportamento do sistema de controle implementado. Com a referência projetada, a análise do desempenho do sistema corrente foi realizada aplicando-se deslocamentos dos zeros de G , para se avaliar a degradação do controle em vigor. Também para este caso, o deslocamento dos zeros somente afetou o sistema de controle corrente, visto que a referência foi projetada sem conhecimento da alteração do processo, não acompanhando as mudanças no sistema causadas pelo deslocamento dos zeros.

O índice de desempenho foi obtido através da Equação (4.4) com $\lambda = 0,5$, $k_i = 0,5$ e $\gamma = 0$ e pode ser observado na Figura (4.19b).

Pode-se notar que, à medida que se deslocam os zeros de G , há uma degradação no sistema de controle corrente, comprovando a mesma tendência utilizando no projeto da referência a fatoração do modelo, ou seja, há uma perda da eficiência de controle frente às

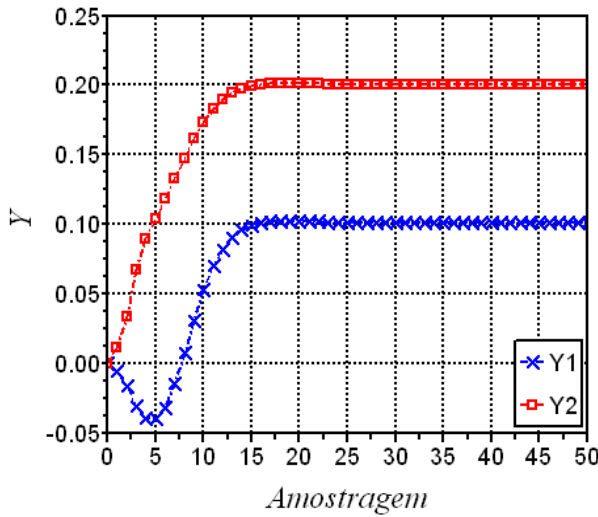


(a) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo $G(z)$ sem fatoração (corrente).

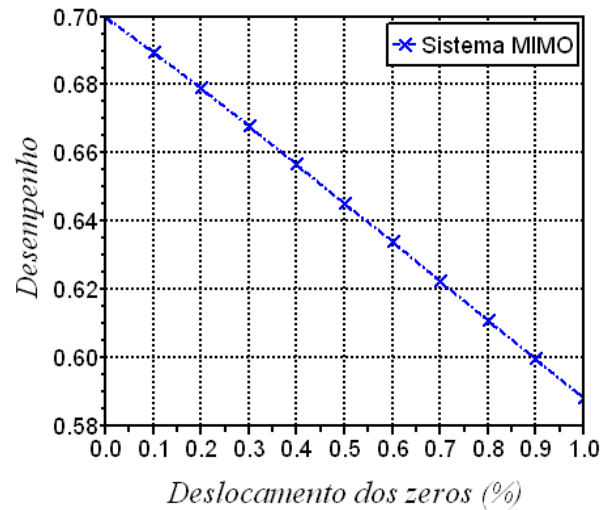


(b) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo $G(z)$ com fatoração $\Sigma_{M(p)}$.

Figura 4.18: Comportamento do sistema de controle MPC para coluna de destilação binária.



(a) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo $G(z)$ com fatoração $\Sigma_{M(q)}$.



(b) Índice de Desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sob a ação do deslocamento dos zeros de G .

Figura 4.19: Comportamento do sistema de controle MPC fatorado e índice de desempenho para coluna de destilação binária.

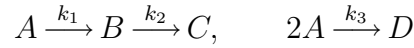
alterações ao longo do processo, e a metodologia proposta é capaz de detectar e mensurar isto.

4.2.4 Estudo de Caso: CSTR Isotérmico

Considere o seguinte sistema representado por um CSTR isotérmico e de volume constante (SISTU; BEQUETTE, 1995):

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -k_1x_1 - k_3x_1^2 + (x_{1f} - x_1)u \\ \frac{dx_2}{dt} &= k_1x_1 - k_2x_2 - x_2u\end{aligned}\tag{4.9}$$

Este modelo é representado pela reação clássica de van der Vusse:



Com x_1 e x_2 as concentrações das espécies A e B , respectivamente, x_{1f} representa a concentração de A alimentada ao reator e u representa a razão de diluição da alimentação no tanque.

Os parâmetros k_1 , k_2 , k_3 e x_{1f} para o caso estudado possuem os seguintes valores: $50h^{-1}$, $100h^{-1}$, $10L/(mol\ h)$, $10mol/L$, respectivamente. O objetivo de controle é manter a concentração de B em $1mol/L$ manipulando a razão de diluição u , desta forma: $y = x_2$.

Nesta seção, deseja-se fazer a avaliação local do sistema. Se o objetivo fosse se conhecer o desempenho ao longo de uma trajetória, precisaria-se implementar o processo de linearização sucessiva. No caso de interesse, deseja-se avaliar o efeito da utilização de uma cinética com desativação para o controle do reator, nas proximidades do ponto de operação desejado. O modelo local (linearizado) pode ser escrito como (OLIVEIRA-LOPES, 2000):

$$\frac{dx}{dt} = A_px + B_pu$$

com

$$A_p = \begin{bmatrix} -k_1 - 2k_3x_1 - u_1 & 0 \\ k_1 & -k_2 - u \end{bmatrix}_{ss} \quad \text{e} \quad B_p = \begin{bmatrix} x_{1f} - x_1 \\ -x_2 \end{bmatrix}_{ss}$$

Supondo que o modelo seja perfeito, pode-se encontrar duas soluções para o estado estacionário com $x_2 = 1$. A condição operacional 1: $(x_1 = 2,5, x_2 = 1, u = 25)$ e a condição

operacional 2: $(x_1 = 6,6667, x_2 = 1, u = 233,33)$. Assim, existem duas condições para as quais o valor de $x_2 = 1$. A esta ocorrência, chama-se de multiplicidade de sinais de entrada. Desta forma, se o controlador estiver operando neste processo apenas seguindo o erro em x_2 , pode acontecer de se ter alguma perturbação que leve o valor de $x_1 = 2,5$ para $x_1 = 6,6667$. De outra forma, pode-se desejar manter o sistema em $x_2 = 1$, mas operado sob outra condição de produtividade. Controladores que gerenciam apenas erros nas variáveis de saída podem falhar para essas situações. Neste estudo, utiliza-se a estratégia MPC que penaliza, não apenas erros de sinais de saída, mas também erros em relação ao alvo desejado do estado estacionário para a variável manipulada.

A Figura (4.20) mostra a simulação do processo estudado frente a uma perturbação degrau unitário para o modelo não linear e o linearizado. Para sistemas não lineares, a técnica proposta nesta dissertação poderia ser aplicada com a linearização local do modelo do processo. No caso de interesse, deseja-se avaliar o sistema nas vizinhanças do ponto de operação. Assim, seguindo a mesma sistemática mostrada anteriormente, a referência será projetada pela fatoração do modelo linearizado no ponto dado pela condição operacional 1 do estado estacionário $x_1 = 2,5, x_2 = 1, u = 25$, e com $C = [0 \ 1]$ e $D = 0$, com o objetivo de se obter um novo modelo (Σ_M) de referência, conforme Seção 3.4 do Capítulo 3 desta Dissertação.

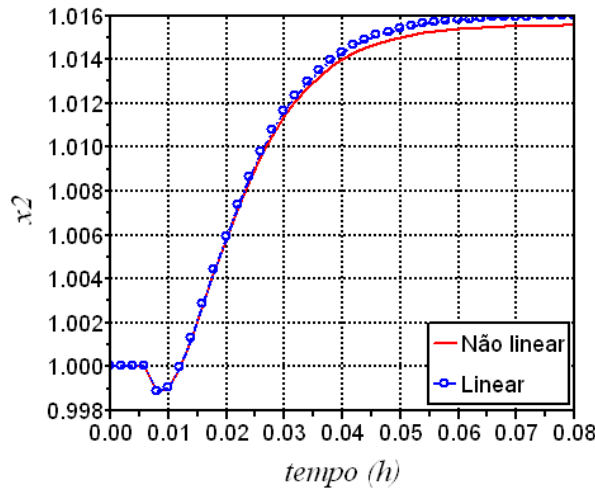


Figura 4.20: Comportamento dinâmico do sistema não linear e para a aproximação linear utilizada.

A representação discreta do modelo para um tempo de amostragem $T_s = 0,002h$ pode ser investigada e a aplicação da metodologia de fatoração proposta resulta num modelo de referência dado por (4.10) e (4.11), conforme:

$$\Sigma_{M(p)} = \frac{0,001z^2 + 0,001z}{z^2 - 1,557z + 0,606} \quad (4.10)$$

e,

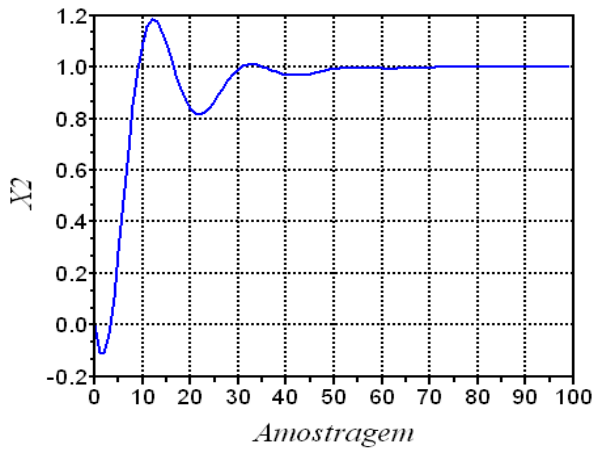
$$\Sigma_{M(q)} = \frac{0,0007z^2}{z^2 - 1,557z + 0,606} \quad (4.11)$$

Foram avaliadas duas estratégias de controle clássico para este problema: PI sintonizado pelos métodos de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon, bem como um sistema submetido à ação de um MPC.

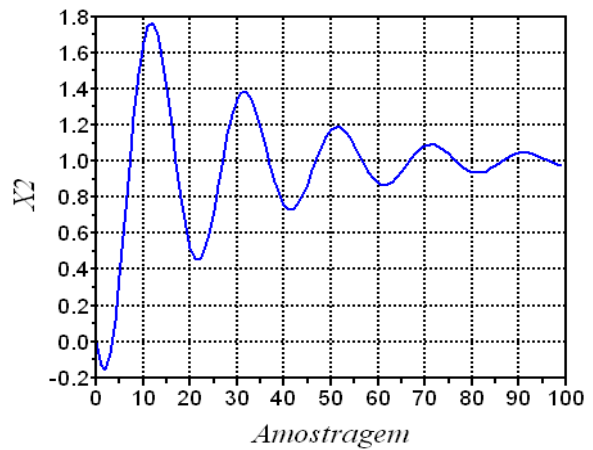
Em primeira análise, será avaliado o sistema controlado por um PI com parâmetros de sintonia pelo método de Ziegler-Nichols dados por: $K_C = 1,125$ e $\tau_I = 8,333$, e pelo método de Cohen-Coon: $K_C = 1,672$ e $\tau_I = 8,494$, para o controle corrente, já para a referência, os controladores foram:

$$K_{\Sigma_{M(p)}} = \frac{76,5z - 67,32}{z - 1} \quad \text{e} \quad K_{\Sigma_{M(q)}} = \frac{67,5z - 59,4}{z - 1}$$

As Figuras (4.21a) e (4.21b) mostram as respostas do processo controlado com estratégias PIs sintonizadas pelos métodos de Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, respectivamente. E as Figuras (4.22a) e (4.22b) mostram a resposta dos processos de referência associados ao processo.



(a) Controle corrente PI sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols.



(b) Controle corrente PI sintonizado pelo método de Cohen-Coon.

Figura 4.21: Comportamento do sistema sob ação de controladores PIs.

Frente ao desenvolvimento da estrutura de controle corrente, bem como o projeto da referência, de acordo com a Equação (3.18) com $\lambda = 0,5$, tem-se que o desempenho do sistema corrente para uma variação na constante de velocidade k_2 , simulando o efeito de inibição ou desativação catalítica ao longo do tempo, pode ser observado nas Figuras (4.23a) e (4.23b).

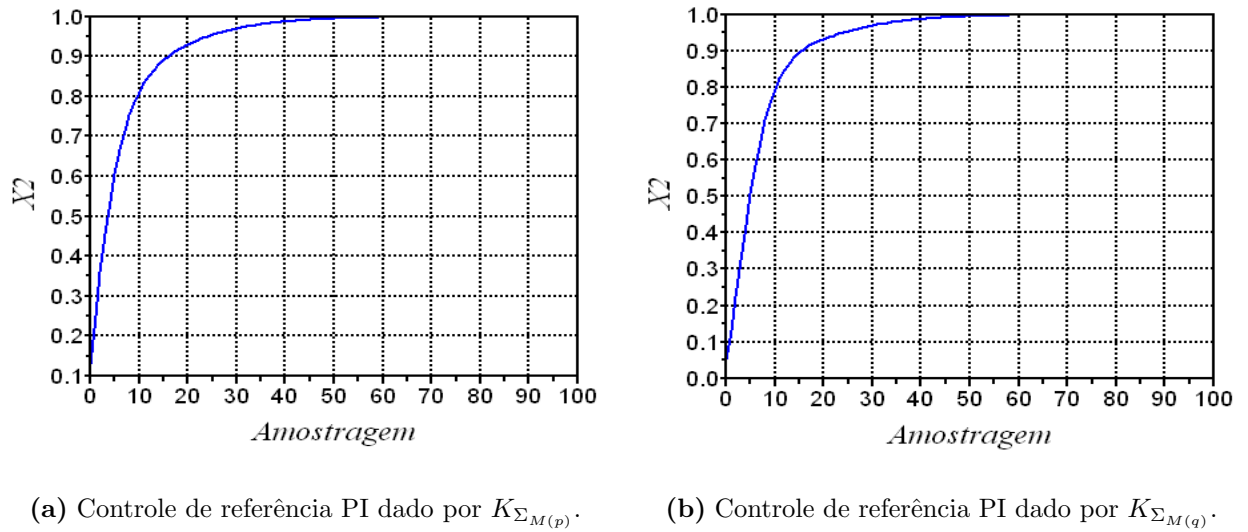


Figura 4.22: Comportamento do sistema fatorado sob ação de controladores PIs.

Pode-se notar mais uma vez que, frente à mesma alteração, o sistema de controle corrente sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols sofreu menor degradação ao se comparar com o sistema corrente sintonizado pelo método de Cohen-Coon. Assim, seguindo a mesma tendência, fica evidente a maior eficácia no método de Ziegler-Nichols utilizado e a capacidade do método proposto em avaliar esse aspecto.

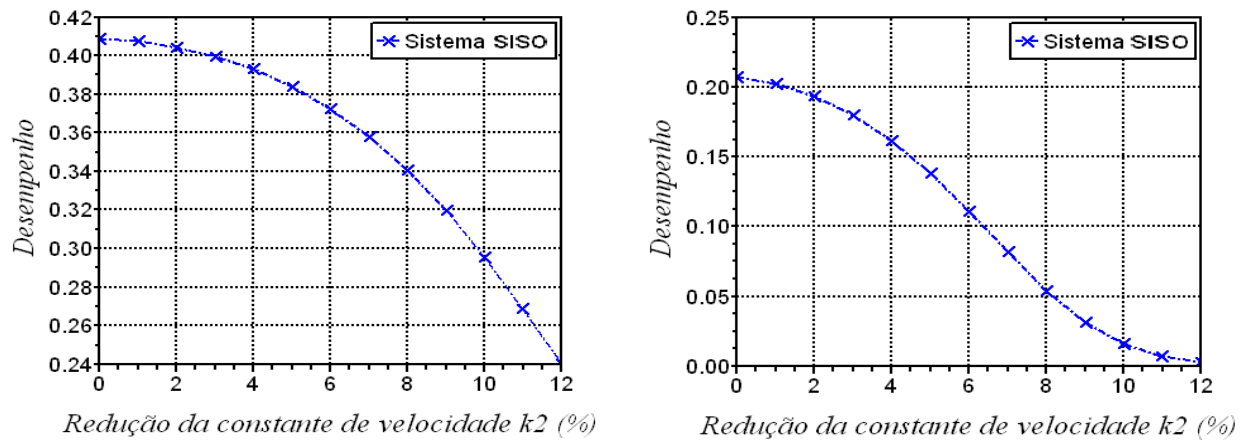


Figura 4.23: Índice de desempenho do sistema submetido a ação de controladores PIs.

Seguindo a mesma sistemática, também foi avaliado o sistema submetido à ação de um MPC de horizonte infinito, de acordo com os parâmetros a seguir, tanto para o sistema

corrente quanto para a referência com fatoração em p e q . $N = 10$; $j_1 = 1$; $j_2 = 1$; $u_{k-1} = 0$; $\Delta u_{max} = 20$; $\Delta u_{min} = 20$; $u_{max} = 10$; $u_{min} = -2$; $y_{max} = 2$; $y_{min} = -2$; $Setpoint = x_2 = 1$ e os pesos $Q = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}$, $R = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}$, $S = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix}$.

As Figuras (4.24-4.25) mostram a saída do processo controlado de acordo com o MPC projetado. O índice de desempenho foi obtido através da Equação (4.4), avaliando-se também uma pequena variação na constante de velocidade k_2 para simular o efeito de alteração do processo ao longo do tempo, e com $\lambda = 0,5$, $k_i = 0,5$ e $\gamma_i = 0$.

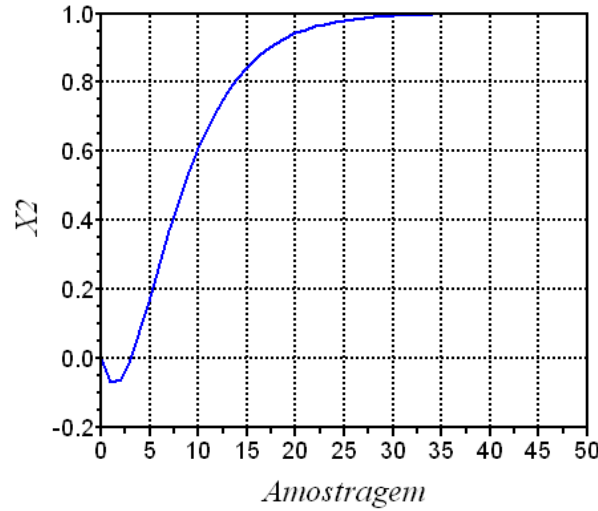
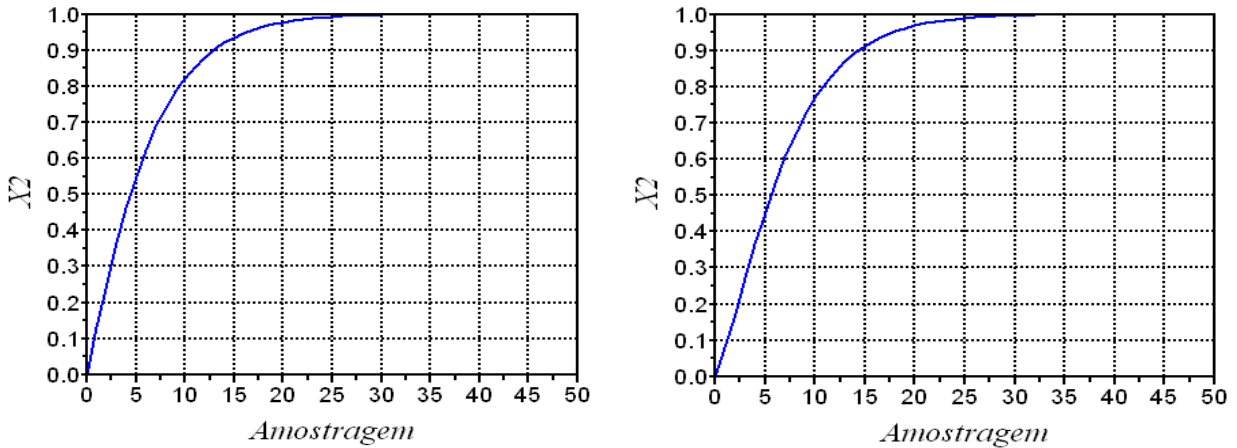


Figura 4.24: Malha fechada com MPC aplicado ao modelo sem fatoração (corrente).



(a) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo com fatoração $\Sigma_{M(p)}$.

(b) Malha fechada com MPC aplicado ao modelo com fatoração $\Sigma_{M(q)}$.

Figura 4.25: Comportamento do sistema fatorado submetido à ação de controlador MPC.

Agora, seguindo o mesmo procedimento, avalia-se o sistema submetido à ação de um

MPC de horizonte infinito, de acordo com os parâmetros a seguir, tanto para o sistema corrente quanto para a referência com fatoração em p e q :

$$N = 10; j_1 = 1; j_2 = 1; u_{k-1} = 0; \Delta u_{max} = 20; \Delta u_{min} = -20; u_{max} = 10; u_{min} = -2; y_{max} = 2; y_{min} = -2; Setpoint = x_2 = 1 \text{ e os pesos } Q = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \text{ e } S = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix}.$$

O índice de desempenho foi obtido através da Equação (4.4), avaliando-se também uma pequena variação na constante de velocidade k_2 como efeito de perturbação ao longo do tempo, e com $\lambda = 0,5$, $k_i = 0,5$ e $\gamma_i = 0$, que pode ser observado na Figura (4.26).

Pode-se notar que, à medida que se varia a constante de velocidade k_2 , há um aumento na degradação no sistema de controle corrente, comprovando a mesma tendência utilizando no projeto da referência a fatoração do modelo, ou seja, há uma perda da eficiência de controle frente às perturbações ao longo do processo.

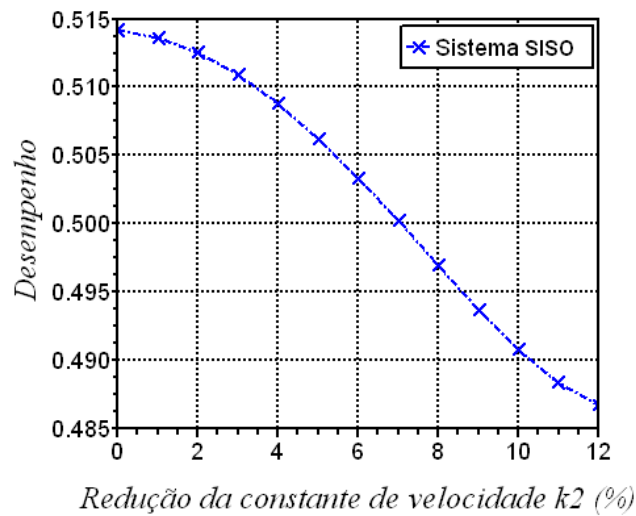


Figura 4.26: Índice de desempenho para a avaliação da degradação do sistema corrente sob a variação na constante de velocidade k_2 .

4.2.5 Estudo de Caso: Reator Bifásico

Nesta seção, considera-se uma versão simplificada do problema de Tennessee Eastman (TE) (RICKER, 1993). O processo esquemático é apresentado na Figura (4.27) e consiste de um único recipiente com volume constante na qual ocorre simultaneamente reação e separação (OLIVEIRA-LOPES, 2000). O modelo usado contém oito variáveis de estado, quatro variáveis manipuladas, e 10 medidas de saída. Uma única reação irreversível

acontece na fase vapor : $A + C \rightarrow D$. Neste sistema, o componente A e C não são condensáveis, D é um líquido não volátil, e as correntes de alimentação são como seguem: corrente 1 é formado por A, C e traços de B (inerte) e a corrente 2 é formada por A puro.

O sistema tem as seguintes características:

- As solubilidades de A, B e C em D são desprezíveis, então, a fase de vapor consiste de A, B, e C, e o líquido D é puro;
- Um controle independente mantém o sistema sob operação isotérmica;
- A taxa de reação só depende da pressão parcial de A e C: $R_D = k_o P_A^{1,2} P_C^{0,4}$ [kmol h⁻¹];
- A taxa de produto, corrente 4, é ajustada por um controlador PI embarcado no processo, e a taxa de purga, corrente 3, depende da pressão no vaso, e também da abertura da válvula de controle na linha.

Para este caso, a taxa de produção selecionada como nominal em condição de projeto foi de 100 kmol/h , com uma condição de pressão de 2700 kPa , quantidade de líquido: 44% do máximo (ou seja, 44% de 30 m^3), e purga com 47% de A.

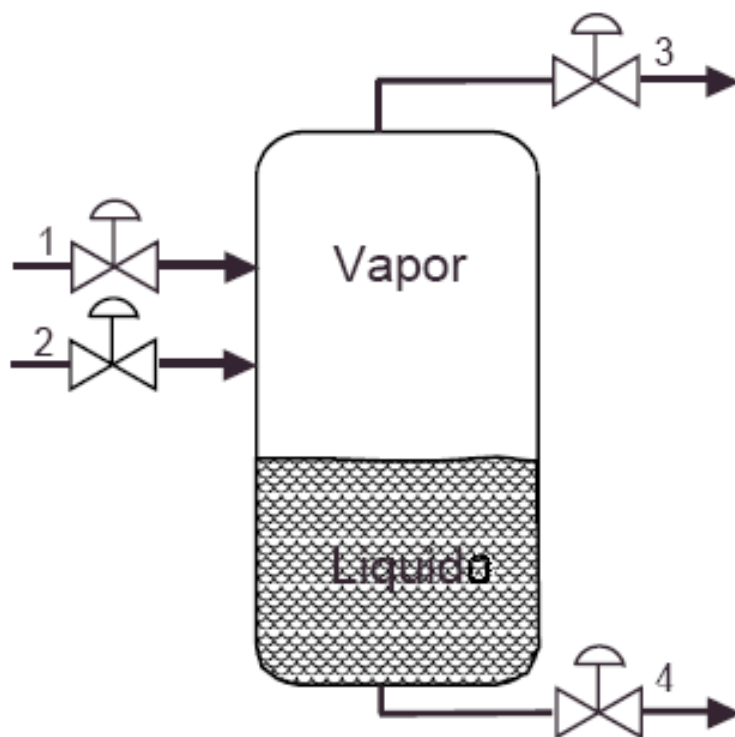


Figura 4.27: Esquema do processo para reator bifásico.

As saídas medidas incluem as quatro vazões, pressão, volume de líquido, e medidas de composição. A abordagem dinâmica e parâmetros de processo nominais são usados na formulação do modelo e o período de amostragem é de 6 min .

Neste exemplo, há um total de 10 variáveis a serem controladas. Seguindo o problema

original proposto por Ricker (1993). Mas, só 4 variáveis manipuladas estão disponíveis. Assim, a estrutura de controle considerada neste estudo tem como objetivo de controle as variáveis: a taxa de produção (F_4), a pressão (P), a concentração de A no purga (y_{A3}), e o volume de líquido (V_L). Este problema de controle tem, adicionalmente, uma característica muito importante que é a existência de um limite de $3000kPa$ de pressão no reator, com uma margem de segurança de $100kPa$. Assim, o sistema de controle deve ser capaz de manter a operação sob esse limite.

O modelo do processo para o problema indicado através de Figura (4.27) é dado por:

O modelo dinâmico (RICKER, 1993):

$$\begin{aligned}\frac{dN_A}{dt} &= y_{A1}F_1 + F_2 - y_{A3}F_3 - R_D & [kmol\ h^{-1}] \\ \frac{dN_B}{dt} &= y_{B1}F_1 - y_{B3}F_3 & [kmol\ h^{-1}] \\ \frac{dN_C}{dt} &= y_{C1}F_1 - y_{C3}F_3 - R_D & [kmol\ h^{-1}] \\ \frac{dN_D}{dt} &= R_D - F_4 & [kmol\ h^{-1}]\end{aligned}\quad (4.12)$$

com N_i a quantidade em moles de líquido i na coluna (kmol), y_{ij} é a fração molar i na corrente j , $R_D = k_o P_A^{1,2} P_C^{0,4}$ [$kmol\ h^{-1}$], e F_i é a razão molar na corrente i ($kmol\ h^{-1}$). A posição da válvula corresponde à mudanças de acordo com o sinal de comando, u_i , como segue:

$$\tau_v \frac{d\chi_i}{dt} = u_i - \chi_i \quad \text{com } i = 1, \dots, 3 \quad [\%] \quad (4.13)$$

$$\tau_v \frac{d\chi_4}{dt} = [\chi_4 + K_c(u_4 - y_6)] - \chi_4 \quad [\%] \quad (4.14)$$

e,

$$F_i = F_{i,max}\chi_i \quad \text{com } i = 1, 2 \quad [kmol\ h^{-1}] \quad (4.15)$$

$$F_i = \chi_i C_{vi} \sqrt{P - 100} \quad \text{com } i = 3, 4 \quad [kmol\ h^{-1}] \quad (4.16)$$

em que $0 \leq \chi_i \leq 1$ é a i -ésima fração de abertura da válvula. Supõe-se a fase gasosa ideal,

$$P_i = y_{i3}P \quad [kPa] \quad (4.17)$$

$$P = \frac{NRT}{V_v} \quad [kPa] \quad (4.18)$$

$$N = N_A + N_B + N_C \quad [kmol] \quad (4.19)$$

$$V_v = V - V_L \quad [m^3] \quad (4.20)$$

$$(4.21)$$

A quantidade de líquido é dada por: $V_L = \frac{N_D}{\rho_L} \quad [m^3]$ e a fração molar na fase vapor na coluna é o mesmo que na purga e definida como: $y_{i3} = \frac{N_i}{N}$. O custo de operação é dado por:

$$C = \frac{F_3}{F_4} (2,206y_{A3} + 6,177y_{C3}) \quad [\$ (kmol \quad produto)^{-1}] \quad (4.22)$$

As variáveis em suas condições de operação são apresentadas na Tabela (4.3).

Tabela 4.3: Parâmetros para reator bifásico.

T [K]	R [kJ/kmol/K]	V [m ³]	$\tilde{\rho}_L$ [kmol/m ³]	$F_{1,max}$ [kmol/h]	$F_{2,max}$ [kmol/h]
373	8,314	122	8,3	330,46	22,46
C_{v3}	C_{v4}	K_o	τ_V [h]	K_c	
0,00352	0,0417	0,00117	10/3600	-1,4	

A Tabela (4.4) apresenta aproximadamente as saídas do sistema nas mesmas condições:

Tabela 4.4: Variáveis de operação para reator bifásico.

Variável de Estado	Valor Nominal	Perturbação	Valor nominal
N_A (Kmol)	44,50	y_{A1}	0,485
N_B (Kmol)	13,53	y_{B1}	0,005
N_C (Kmol)	36,65	Variável Manipulada	Valor Nominal
N_D (Kmol)	110,0		
χ_1 (%)	60,95	u_1 (%)	60,95
χ_2 (%)	25,02	u_2 (%)	25,02
χ_3 (%)	39,26	u_3 (%)	39,26
χ_4 (%)	47,03	u_4 (%)	44,18

Tabela 4.5: Variáveis de saída para condições nominais do reator bifásico.

F_1 Kmol/h	F_2 Kmol/h	F_3 Kmol/h	F_4 Kmol/h	P KPa
201,43	5,62	7,05	100,0	2700
V_L % max	y_{A3} mol %	y_{B3} mol %	y_{C3} mol %	C \$/Kmol
44,18	47,00	14,29	38,71	0,2415

Após a linearização local do sistema, nas condições do estado estacionário nominal e após discretização, têm-se as matrizes no espaço de estados na forma discreta e com elas

pode-se avaliar o modelo de referência. Assim, a fatoração do sistema linearizado fornece $\Sigma_{M(p)} = \Sigma_{M(q)}$ conforme,

$$\Sigma_m = \begin{bmatrix} COL_1 & COL_2 & COL_3 & COL_4 \end{bmatrix}$$

com:

$$COL_1 = \begin{bmatrix} \frac{0,3015577+10,23072z-27,337455z^2+16,846379z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{16,070174+640,00969z-1426,9322z^2+772,03578z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{0,0000898z+0,0042839z^2-0,0079649z^3+0,0034118z^4}{-0,6077188z+2,1766167z^2-2,5686436z^3+z^4} \\ \frac{-0,0000084-0,0066508z-0,0003585z^2+0,0070797z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$COL_2 = \begin{bmatrix} \frac{0,0202667+0,6801127z-1,8491376z^2+1,1522377z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{1,0970045+47,174532z-97,418869z^2+48,225253z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{0,0002123z+0,0070460z^2-0,0188571z^3+0,0120180z^4}{-0,6077188z+2,1766167z^2-2,5686436z^3+z^4} \\ \frac{-0,0000009-0,0007274z+0,0000031z^2+0,0007965z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$COL_3 = \begin{bmatrix} \frac{-0,0164162-0,5581921z+1,4862083z^2-0,9137238z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{-0,8719829-34,143151z+77,424746z^2-42,641978z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{-0,0000700z+0,0000076z^2+0,0000805z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{0,0000004+0,0003150z+0,0000241z^2-0,0003316z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$COL_4 = \begin{bmatrix} \frac{182,13863-627,99706z+710,14511z^2-264,28668z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{1,5322039+63,584102z-135,14454z^2+70,028229z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{0,0000002+0,0001272z+0,0000076z^2-0,0001350z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \\ \frac{0,0020377+0,0698303z-0,1822242z^2+0,1106104z^3}{-0,6077188+2,1766167z-2,5686436z^2+z^3} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Foi avaliado o sistema submetido à ação de um MPC regulador de horizonte infinito, tanto para o sistema corrente quanto para a referência com modelo fatorado (Σ_M), de acordo com os parâmetros:

$$N = 10; j_1 = 1; j_2 = 1; u_{k-1} = 0; \Delta u_{max} = 20; \Delta u_{min} = 20; u_{max} = 10; u_{min} = -2; y_{max} = 2; y_{min} = -2; \text{ e os pesos } Q = \begin{bmatrix} 2500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2500 \end{bmatrix},$$

$$R = \begin{bmatrix} 0,005 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,005 \end{bmatrix} \text{ e } S = \mathbf{0}.$$

O objetivo de se investigar esse problema deve-se ao fato de que o mesmo apresenta elevado grau de interação entre as saídas. Além disso, por não estar escalonado, essa interação é de complexa compensação. Assim, deseja-se considerar a situação em que se utiliza a fatoração como matriz de interação de forma a que as variáveis sejam ordenadas por importância segundo a prioridade na qualidade requerida para o controle. O comportamento da planta sob ação do controle preditivo é dado pelas Figuras (4.28-4.29).

A Figura (4.29) apresenta a análise de desempenho, mostrando a degeneração da qualidade do controle para uma situação de inadequação de sintonia crescente para o controlador preditivo utilizado.

Como esperado, diante das características do modelo fatorado utilizado, os efeitos de interação de controle foram transferidos para as saídas com menor prioridade de controle, e o monitoramento aponta com clareza a degradação do controle nos casos das saídas importantes. Pode-se observar que devido ao deslocamento dos problemas das saídas mais importantes para aquelas com menor importância, o sistema de referência não se preocupa com o desempenho do controle para as saídas sem prioridade, chegando inclusive

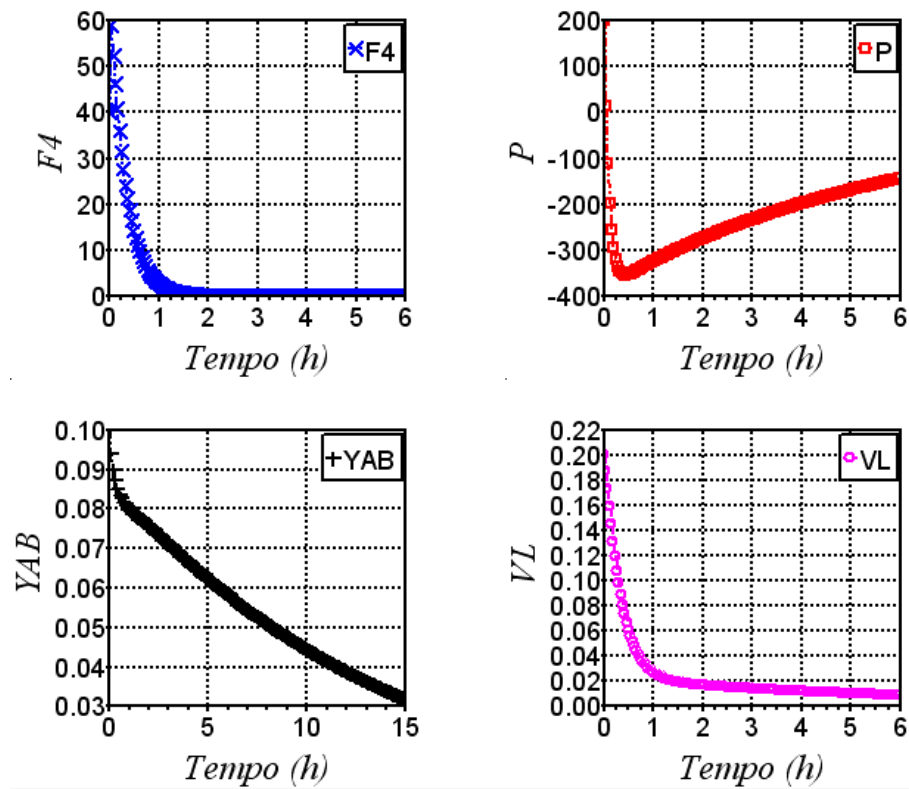


Figura 4.28: Controle preditivo considerando a planta nominal.

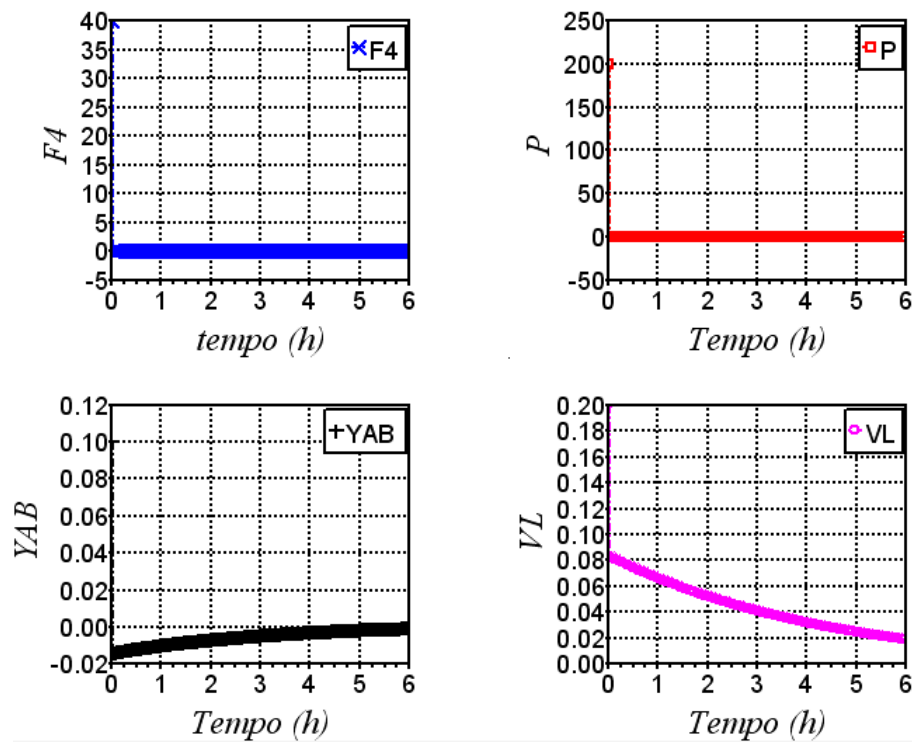


Figura 4.29: Controle preditivo considerando a planta nominal fatorada.

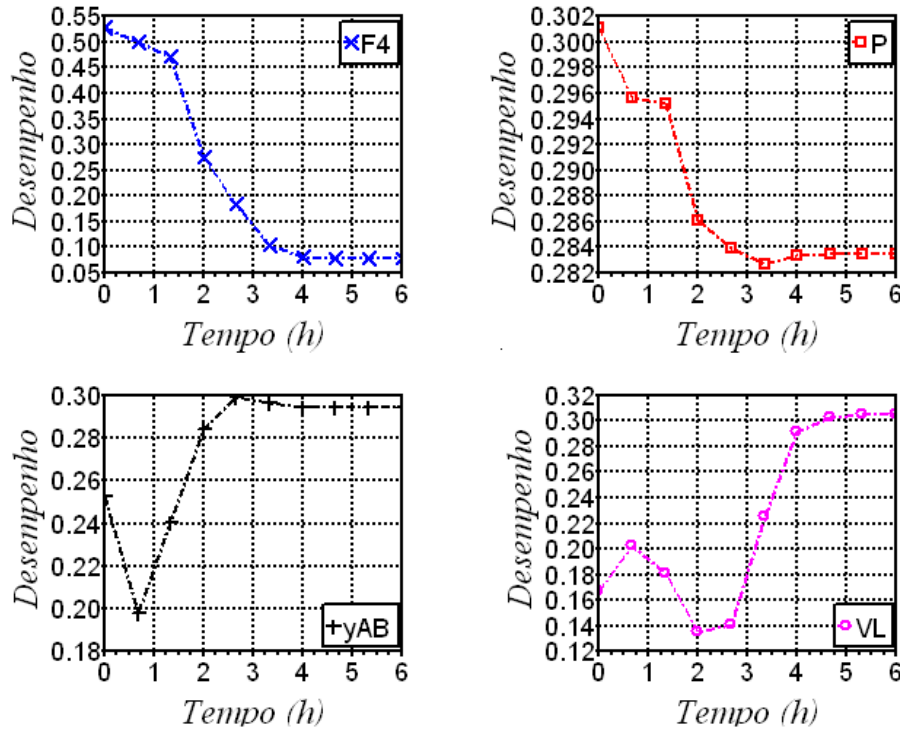


Figura 4.30: Desempenho do controle preditivo para degradação de sintonia do MPC.

a levar situações em que o índice de desempenho para aquela variável seja muito baixo. Caso esse não seja a opção dos projetistas, a fatoração a ser utilizada deve distribuir uniformemente esses efeitos entres as saídas.

4.3 Comparativo: FCOR e a Fatoração Proposta

Esta seção apresenta um comparativo entre as técnicas FCOR (Seção 2.3) e a proposta neste trabalho utilizando Matrizes de Interação Generalizadas no cálculo do índice de desempenho para sistemas de controle.

Utilizou-se o mesmo sistema apresentado na Seção 4.2.4 deste Capítulo, referindo-se a um CSTR isotérmico para a aplicação das técnicas. O sistema de controle é do tipo regulador, tanto para o projeto das referências quanto o sistema corrente.

O sistema de controle a ser analisado (corrente) é da configuração PI dado por:

$$K = \frac{0,9z - 0,82}{z - 1}$$

De acordo com a técnica proposta neste trabalho, a aplicação da metodologia de fatoração resulta nos modelos de acordo com as Equações (4.10) e (4.11), e a configuração

de controle PI regulador para os modelos de referência é formada pelos controladores:

$$K_{\Sigma_{M(p)}} = K_{\Sigma_{M(q)}} = \frac{0,001 - 0,05z}{z - 1}$$

Realizou-se a análise do desempenho para as duas soluções de estado estacionário com $x_2 = 1$. A condição operacional 1: ($x_1 = 2,5$; $x_2 = 1$; $u = 25$) e a condição operacional 2: ($x_1 = 6,6667$; $x_2 = 1$; $u = 233,33$). Aplicou-se também a técnica proposta por Huang et al. (1997a) utilizando o algoritmo FCOR.

A Figura (4.31) apresenta a dinâmica de controle do sistema para as duas condições operacionais do estado estacionário, submetido a ação de um pulso, mostrando que o controle projetado tanto para as referências quanto o sistema corrente possuem resultados dinâmicos equivalentes para ambas condições operacionais.

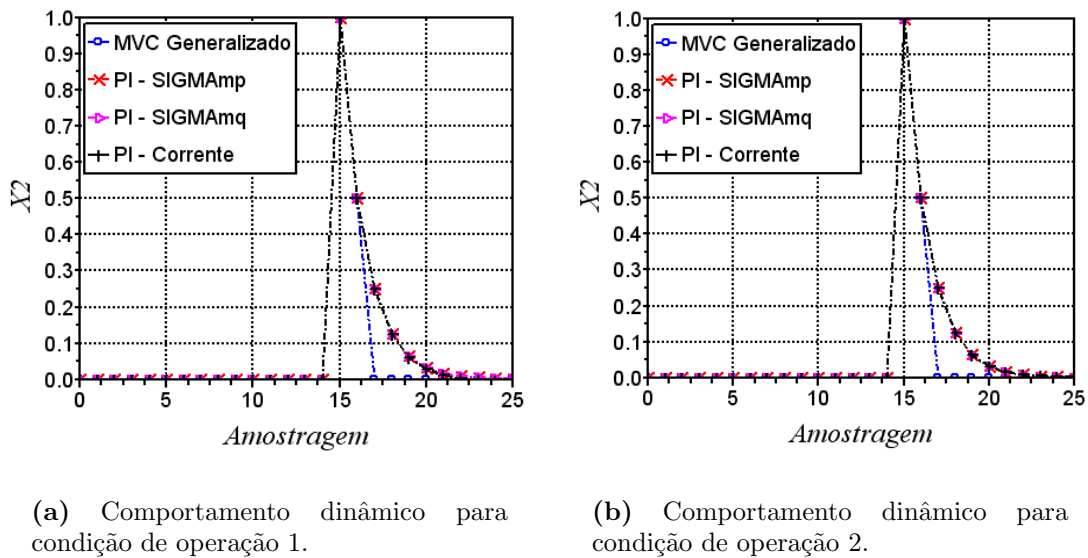
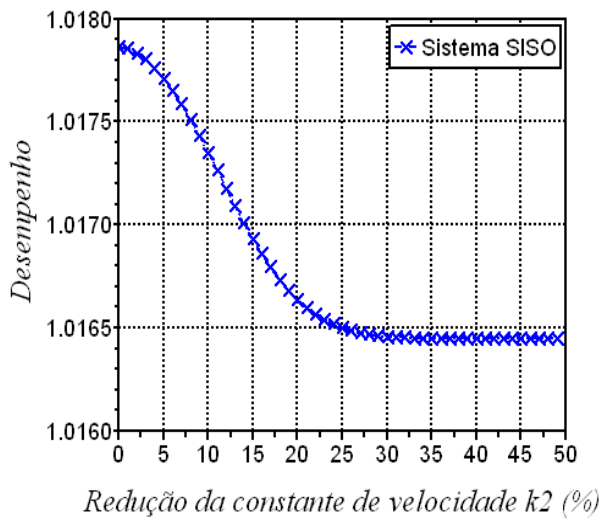


Figura 4.31: Comportamento do sistema sob ação de controladores PIs reguladores.

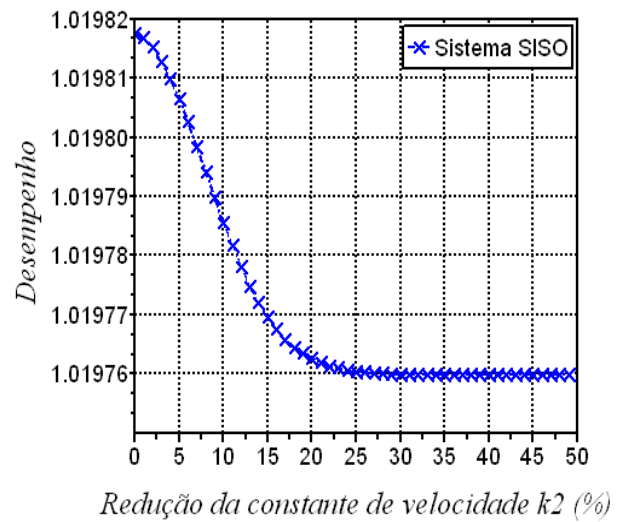
As Figuras (4.32) e (4.33) mostram o desempenho do sistema frente a uma variação na constante de velocidade k_2 , simulando o efeito de inibição ou desativação catalítica ao longo do tempo, utilizando os métodos FCOR e fatoração por Matrizes de Interação Generalizadas, respectivamente, no projeto da referência.

Notou-se que a utilização do MVC Generalizado através do algoritmo FCOR não foi satisfatória para este caso, visto que, ao observar a Figura (4.32) o Índice de Desempenho permanece maior que 1 (um) indicando que o sistema corrente é melhor que a referência, o que do ponto de vista teórico seria inviável. Comparando-se então com a Figura (4.33) a variação no desempenho praticamente foi a mesma embora o Índice de Desempenho seja menor que 1 (um), indicando mais uma vez a eficácia do método proposto nesta

dissertação sendo possível a observação da degradação do sistema de controle.

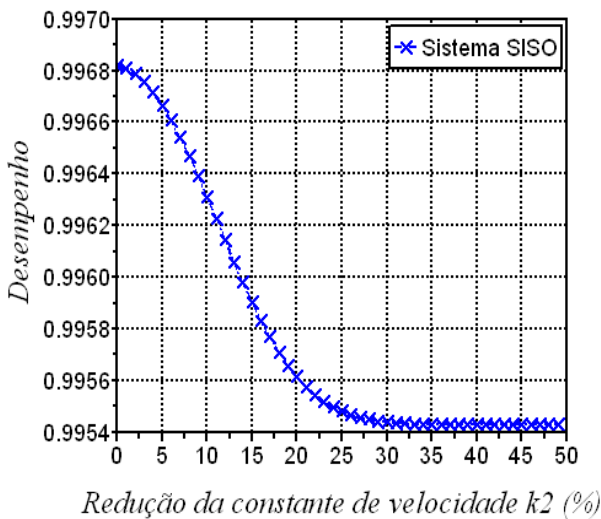


(a) Comportamento dinâmico para condição de operação 1.

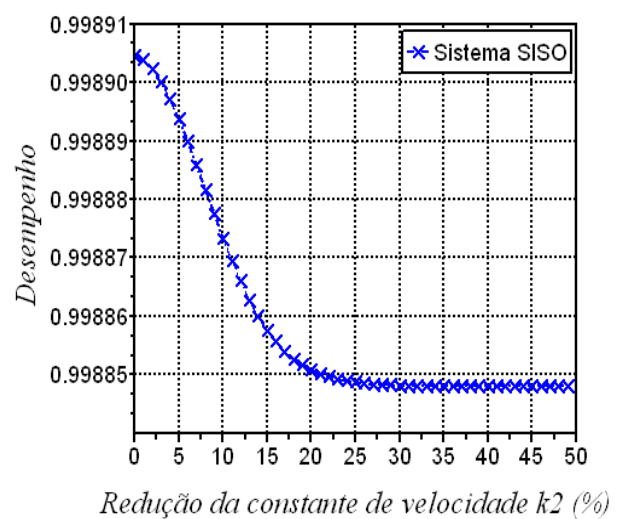


(b) Comportamento dinâmico para condição de operação 2.

Figura 4.32: Índice de desempenho utilizando como referência MVC generalizado.



(a) Índice de desempenho para condição de operação 1.



(b) Índice de desempenho para condição de operação 2.

Figura 4.33: Índice de desempenho utilizando as matrizes de interação generalizadas como referência.

CAPÍTULO 5

Conclusões e Sugestões

5.1 Conclusões

A utilização do controle de variância mínima (MVC) desde a década de 70, até os dias atuais, o tornou o método de referência clássica, estudado e aplicado pela grande maioria dos pesquisadores da área, apoiados a pontos positivos para a sua aplicação, como mostrado na Seção 2.3 do Capítulo 2, desta dissertação.

O controle de variância mínima (MVC) também apresenta pontos negativos, os quais foram abordados na Seção 3.2 do Capítulo 3 desta dissertação. Desta forma, a técnica proposta neste trabalho é considerada como alternativa ao uso do MVC ou LQG, como referência na determinação do índice de desempenho.

O índice de desempenho proposto neste trabalho fornece a idéia do quanto o controle corrente do sistema está distante do melhor controle idealizado com mesma estrutura. Devido as características do comportamento de referência, que independe da estrutura de controle utilizada, pode-se comparar avaliar controladores de diversos tipos e sob várias situações.

Quanto mais o índice de desempenho de um sistema de controle, η , se aproxima de 1 (um), tem-se que o controle corrente é uma boa escolha para o sistema e está tendo comportamento aproximadamente equivalente àquele do sistema de referência. Duas si-

tuações podem acontecer para que isso seja verdadeiro: (i) o processo em análise não possui fatores intrínsecos que possam ser extraídos pela técnica de projeto do comportamento de referência adotado. (ii) o controle adotado para o processo opera próximo a capacidade máxima atingível para um controlador *feedback* naquele processo.

Quando o índice de interação situa-se conforme $0 < \eta < 1$, então isto indica que o sistema tem degradação de desempenho, mas pode ser sintonizado de forma a apresentar desempenho melhorado, e se não suficiente, outras estruturas de controle devem ser consideradas. É importante se salientar que, nem todas as estruturas de controle podem eficientemente responder a essa deficiência e então, o projetista deve colocar um parâmetro, considerado como aceitável, que baseia-se nas condições nominais de projeto para o sistema.

Quando o controlador possui desempenho superior ao do modelo de referência, $\eta > 1$, então, isto indica que o sistema de referência foi pobremente projetado, devendo-se então, recorrer a novas técnicas para estabelecer a referência. Isso pode acontecer, quando se utiliza-se uma fatoração que prioriza determinadas saídas que não são as desejadas para o processo.

Como a observação de alguns casos ilustrativos da técnica proposta, pode-se concluir que a metodologia sugerida para CPM é válida, pois, tanto no ponto de vista físico, no qual se trata de uma referência realizável, quanto do ponto de vista teórico, que ao realizar a fatoração, extrai-se possíveis invariantes, tornando o sistema mais fácil de ser controlado, e então servindo como referência para o cálculo do índice de desempenho. Somado a isso, a técnica proposta pode ser aplicada a qualquer algoritmo de controle, pois o comportamento de referência é característica unicamente do processo e da escolha de fatoração adotada no projeto. Assim, independente da estrutura de controle, e por isso pode ser aplicada para qualquer realidade industrial presente ou futura.

Os exemplos investigados comprovam a eficácia da técnica proposta nesta Dissertação, faz-se então dela, uma contribuição que pode ser significativa para monitoramento e avaliação de sistemas controlados. É possível, inclusive, se utilizar a mesma metodologia para se isolar malhar que não estejam funcionando adequadamente, bastando para isso, se ordenar a saída em análise de forma a se observar com máxima importância. A falta de desempenho nessa variável, desacoplada dos invariantes, é indicativo de problema naquela parte do processo, ou resultante de falha de equipamentos, projeto ou mesmo de sintonia. A próxima seção destaca algumas sugestões para trabalhos futuros.

5.2 Sugestões

Para dar continuidade ao estudo realizado nesta Dissertação, segue algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Desenvolver métricas de avaliação de sistemas de controle baseados em dados históricos e em linha (*online*) de plantas industriais bem como algoritmos para o projeto de sistemas de referência;
- Desenvolver estratégias para a avaliação da capacidade de controle e de estruturas de controle multivariáveis incorporando incertezas do modelo e avaliar o efeito do erro do modelo no projeto do comportamento de sistemas de referência;
- Desenvolver um índice de desempenho de sistemas de controle que incorpore a robustez na seleção do comportamento de referência;
- Aplicar a técnica para sistemas não lineares, representados a cada instante por sistemas localmente lineares na sua forma fatorável;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ÅSTRÖM, K. J. *Introduction to Stochastic Control Theory*. New York: Mineola, 2006. (Mathematics in science and engineering series, v. 70).
- BENDER, M. *Auswahl, Implementierung Und Test Von Algorithmen Zur Bewertung Der Güte Von Reglern*. Tese (Doutorado) — Bfi/University Of Cologne, Germany, 2003.
- BEZERGIANNI, S.; GEORGAKIS, C. Controller performance assessment based on minimum and open-loop output variance. *Chem. Eng. Practice*, v. 8, p. 791–797, 2000.
- BJÖRKLUND, S. *A Survey And Comparison Of Time Delay Estimation Methods In Linear Systems*. Tese (Doutorado) — Lund Institute Of Technology, Sweden, 2003.
- CHOUNDHURY, M. A. A. S.; SHAH, S. L.; THORNHILL, N. F. Detection and diagnosis of system nonlinearities using higher order statistics. *Automatica*, v. 40, p. 1719–1728, 2004.
- CHU, C. C. On discrete innerouter and spectral factorizations. In: IN AMERICAN CONTROL CONFERENCE. USA, 1988.
- DESBOROUGH, L.; HARRIS, T. Performance assessment measures for univariate feedback control. *Can. J. Chem. Eng.*, v. 70, p. 1186–1197, 1992.
- DESBOROUGH, L.; HARRIS, T. Performance assessment measures for univariate feedforward/feedback control. *Canadian Journal Of Chemical Engineering*, v. 71, p. 605–616, 1993.
- DESBOROUGH, L.; MILLER, R. Increasing customer value of industrial control performance monitoring-honeywell's experience. In: AICHE. Symposium Series, 2002.

- DEVRIES, W.; WU, S. Evaluation of process control effectiveness and diagnosis of variation in paper basis weight via multivariate time series analysis. *IEEE Trans. Auto. Cont.*, v. 23, p. 702–708, 1978.
- DITTMAR, R.; BEBAR, M.; REINIG, G. Control loop performance monitoring: Motivation, methoden, anwendungswünsche. *Automatisierungstechnische Praxis*, v. 45, p. 94–103, 2003.
- DUMONT, G. A. et al. Control performance monitoring: New developments and practical issues. In: IN PROCEEDINGS OF THE IFAC WORLD CONGRESS. Barcelona, Spain, 2002.
- ETTALEB, L. *Control Loop Performance Assessment And Oscillation Detection*. Tese (Doutorado) — University Of British Columbia, Canada, 1999.
- FORSMAN, K.; STATIN, A. A new criterion for detecting oscillations in control loops. In: IN PROCEEDINGS OF THE EUROPEAN CONTROL CONFERENCE. Karlsruhe, Germany, 1999.
- GRIMBLE, M. J. Controller performance benchmarking and tuning using generalised minimum variance control. *Automatica*, v. 38, p. 2111–2119, 2002.
- HAARSMA, G.; NIKOLAOU, M. Multivariate controller performance monitoring: Lessons from an application to snack food process. URL: <http://www.chee.uh.edu/faculty/nikolaou/fryermonitoring.pdf>, Último acesso em 15.04.2006, 2003.
- HÄGGLUND, T. A control-loop performance monitor. *Control Engineering Practice*, v. 3, p. 1543–1551, 1995.
- HARRIS, T. Assessment of closed loop performance. *Canadian Journal Of Chemical Engineering*, v. 67, p. 856–861, 1989.
- HARRIS, T.; BOURDREAU, F.; MACGREGOR, J. Performance assessment for multivariate feedback controllers. *Automatica*, v. 32, p. 1505–1518, 1996.
- HARRIS, T.; SEPPALA, C. T. Recent developments in performance monitoring and assessment techniques. Tucson, USA, 2001.
- HARRIS, T.; SEPPALA, C. T.; DESBOROUGH, L. D. A review of performance monitoring and assessment techniques for univariate and multivariate control systems. *Journal Of Process Control*, v. 9, p. 1–17, 1999.

-
- HOO, K. A. et al. Process and controller performance monitoring: Overview with industrial applications. *International Journal Of Adaptive Control And Signal Processing*, v. 17, p. 635–662, 2003.
- HORCH, A. *Condition Monitoring Of Control Loops*. Tese (Doutorado) — Royal Institute Of Technology, Stockholm, Sweden, 2000.
- HUANG, B. A pragmatic approach towards assessment of control loop performance. *International Journal Of Adaptive Control And Signal Processing*, v. 17, p. 489–608, 2003.
- HUANG, B.; SHAH, S.; FUJII, H. The unitary interactor matrix and its estimation from closed-loop data. *J. Process Control*, v. 7, p. 195–207, 1997a.
- HUANG, B.; SHAH, S.; KWOK, E. Good, bad, or optimal: Performance assessment of multivariable processes. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v. 33, p. 1175–1183, 1997b.
- HUANG, B.; SHAH, S. L. Practical issues in multivariable feedback control performance assessment. In: IN PROCEEDINGS OF THE IFAC ADCHEM. Banff, Canada, 1997.
- HUANG, B.; SHAH, S. L. Performance assessment of control loops. *Chem. Eng. Res. Des.*, Berlin: Springer, 1999.
- INGIMUNDARSON, A. *Dead-Time Compensation And Performance Monitoring In Process Control*. Tese (Doutorado) — PhD Thesis, Lund Institute Of Technology, Sweden, 2003.
- ISAKSSON, M. *A Comparison Of Some Approaches To Time-Delay Estimation*. Tese (Doutorado) — Royal Institute Of Technology, Stockholm, Sweden, 1997.
- JELALI, M. An overview of control performance assessment technology and industrial applications. *Control Engineering Practice*, v. 14, p. 441–466, 2006.
- JULIEN, R. H.; FOLEY, M. W.; CLUETT, W. R. Performance assessment using a model predictive control benchmark. v. 14, p. 441–456, 2004.
- KO, B.-S.; EDGAR, T. F. Performance assessment of multivariable feedback control systems. *Automatica*, v. 37, p. 899–905, 2001b.
- KOZUB, D.; GARCIA, C. Monitoring and diagnosis of automated controllers in the chemical process industry. In: AICHE ANNUAL MEETING. St. Louis, Mo, 1993.
- KOZUB, D. J. Controller performance monitoring and diagnosis: Experiences and challenges. In: IN PROCEEDINGS OF THE CHEMICAL PROCESS CONTROL CONFERENCE. Lake Tahoe, USA (Pp. 83-96), 1996.

- KOZUB, D. J. Controller performance monitoring and challenges. In: CPC V PROCEEDINGS. Pp. 83-96, 1997.
- LOBATO, F. S.; STEFFEN, V. Uma metodologia híbrida para otimização usando evolução diferencial e programação seqüencial quadrática. In: CD ROM DO VII SIMPÓSIO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL. Araxá, MG, 2006.
- MARUYAMA, N. Uma breve introdução aos sistemas de controle. Notas de Aula, <http://www.poli.usp.br/d/pmr2360/Download/PMR2360ApostCap1Versao2004.pdf>. Último acesso em Junho de 2007.
- MAURATH, P. et al. Predictive controller design by principal component analysis. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 27, p. 1258–1264, 1988.
- MCNABB, C.; QIN, S. Projection based mimo control performance monitoring: I- covariance monitoring in state space. *J. Proc. Cont.*, v. 13, p. 739–757, 2003.
- MCNABB, C.; QIN, S. Projection based mimo control performance monitoring: Ii- measured disturbances and setpoint changes. *J. Proc. Cont.*, v. 15, p. 89–102, 2005.
- MITCHELL, W.; SHOOK, D. E.; SHAH, S. L. A picture worth a thousand control loops: An innovative way of visualizing controller performance data. In: INVITED PLENARY PRESENTATION, CONTROL SYSTEMS. Quebec City, 2004.
- MORARI, M.; ZAFIRIOU, E. Robust process control. *Prentice Hall*, 1989.
- MUSKE, K. R.; RAWLINGS, J. B. Model predictive control with linear models. *AIChE Journal*, v. 39, n. 2, p. 262–287, 1993.
- OLIVEIRA-LOPES, L. C. *Reference System Nonlinear Model Predictive Control*. Tese (Doutorado) — Lehigh University, USA, 2000.
- ORDYS, A. et al. Controller benchmarking: From single loops to plant-wide economic assessment. URL: <http://www.isc-ltd.com>, 2005.
- ORDYS, A. W.; UDUEHI, D.; JOHNSON, M. A. *Process Control Performance Assessment: From Theory to Implementation*. First. London: Springer, 2007. (Advances in Industrial Control, First).
- OWEN, J. et al. A mill prototype for automatic monitoring of control loop performance. In: IN PROCEEDINGS OF THE CONTROL SYSTEMS. Halifax, Canada (Pp. 171-178), 1996.
- PENG, Y.; KINNAERT, M. Explicit solution to the singular lq regulation problem. *IEEE Trans AC*, v. 37, p. 633–636, 1992.

-
- QIN, S. J. Control performance monitoring-a review and assessment. *Computers and Chemical Engineering*, v. 23, p. 173–186, 1998.
- RAHUL, S.; COOPER, D. A tuning strategy for unconstrained siso model predictive control. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 36, p. 729–746, 1997.
- RICKER, N. L. Model predictive control of a continuous, nonlinear, two-phase reactor. *J. Proc. Cont.*, v. 3, n. 2, p. 109–123, 1993.
- ROGOZISKI, M.; PAPLINSKI, A.; GIBBARD, M. An algorithm for calculation of a nilpotent interactor matrix for linear multivariable systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, v. 32, p. 234–237, 1987.
- SERON, M. M.; BRASLAVSKY, J. H.; GOODWIN, G. C. *Fundamental Limitations in Filtering and Control*. First. London, UK: Springer-Verlag Telos, 1997. 369 p. (Communications and Control Engineering).
- SHAH, S. L.; PATWARDHAN, R.; HUANG, B. Multivariate controller performance analysis: Methods, applications and challenges. In: IN PROCEEDINGS OF THE CHEMICAL PROCESS CONTROL CONFERENCE. Tucson, Usa (Pp. 187-219), 2001.
- SISTU, P. B.; BEQUETTE, B. W. Model predictive control of processes with input multiplicities. *Chemical Engineering Science*, v. 50, p. 921–936, 1995.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control*. First. New York, USA: John Wiley & Sons, 1997.
- STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution: A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *International Computer Science Institute*, v. 12, p. 1–16, 1995.
- THAM, M. Minimum variance and generalized minimum variance control algorithms. In: NEWCASTLE UPON TYNE. Ne1 7ru, UK, 1999.
- THORNHILL, N. F.; HUANG, B.; SHAH, S. L. Controller performance assessment in set point tracking and regulatory control. *International Journal Of Adaptive Control And Signal Processing*, v. 17, p. 709–727, 2003a.
- THORNHILL, N. F.; OETTINGER, M.; FEDENCZUK, M. S. Refinery-wide control loop performance assessment. *Journal Of Process Control*, v. 9, p. 109–124, 1999.
- TSILIGIANNIS, C. A.; SVORONOS, S. A. Dynamic interactors in multivariable process control i. the general time delay case. *Chemical Engineering Science*, v. 43, p. 339–347, 1988.

- TSILIGIANNIS, C. A.; SVORONOS, S. A. Dynamic interactors in multivariable process control ii. time delays and zeroes outside the unit circle. *Chemical Engineering Science*, v. 44, p. 2041–2047, 1989.
- VARGA, A. Computation of innerouter factorizations of rational matrices. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 43, p. 684–688, 1998.
- VAUGHT, R.; TIPPET, J. Control performance monitoring: Shaman or saviour - a candid look at what such a system can truly do. *Pulp and Paper Canada*, v. 102, p. 26–29, 2001.
- ZHANG, Z.; FREUDENBERG, J. S. Discrete-time loop transfer recovery for systems with nonminimum phase zeros and time delays. *Automatica*, v. 29, p. 351–363, 1993.

APÊNDICE A

Algoritmo para o Cálculo da Matriz de Interação Unitária

Neste Apêndice serão apresentados o algoritmo proposto por Rogoziski et al. (1987) e Peng e Kinnaert (1992) para o cálculo da matriz de interação unitária, bem como uma função desenvolvida em Scilab® 4.1.1, abordando a realização do mesmo.

A.1 O Algoritmo

DEFINIÇÃO A.1: Uma matriz polinomial $n \times n$ $U(q)$ é chamada de matriz de linha trocada (*row shift polynomial matrix* - r.s.p.m.) de ordem k_i , onde

$$U(q) = U_0q + U_1 = \begin{bmatrix} 0 & I_r \\ qI_{ki} & 0 \end{bmatrix}$$

Com U_0 e U_1 , definidas como:

$$U = \begin{bmatrix} U_0 \\ U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_r \\ I_n \\ 0_{k_i} \end{bmatrix}, \quad n = r + k_i$$

na qual U_0 e U_1 possuem dimensões $n \times n$, I_n é uma matriz identidade $n \times n$ e 0_r é uma matriz de zeros com r -linha.

Como o sistema pode ser escrito na forma RMF (*right matrix fraction*), descrito como:

$$T(q^{-1}) = N(q)R^{-1}(q)$$

com

$$N(q) = N_0q^p + N_1q^{p-1} + \dots + N_p \quad (\text{A.1})$$

Podendo ser representado pela matriz de seus coeficientes:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} N_0 \\ \vdots \\ N_p \end{bmatrix}$$

A matriz de interação unitária $D(q)$ pode ser obtida através da fatoração da Equação (A.1) de acordo com o seguinte teorema:

TEOREMA A.1: (ROGOZISKI et al., 1987) Para a matriz de funções de transferência $T(q)$, existe uma matriz de interação unitária com fatores finitos (t) de acordo com:

$$D(q) = S^{(t)}(q)S^{(t-1)}(q) + \dots + S^{(1)}(q) \quad (\text{A.2})$$

com

$$S^{(i)}(q) = U^{(i)}(q)Q^{(i)} \quad (\text{A.3})$$

com $U^{(i)}(q)$ matriz *r.s.p.m.* de ordem k_i , e $Q^{(i)}$ matriz não singular de ordem $n \times n$.

Desta forma, o algoritmo para o cálculo da matriz de interação unitária é descrito como se segue:

Inicia-se o algoritmo com os valores: $i = 0$, $N^{(0)}(q) = N(q)$, $\Lambda(0) = \Lambda$ e $D(0) = I_n$.

Considere a i -ésima interação a matriz de interação unitária $D(q)$.

ETAPA 1:

Se $r_i = \text{rank}(N^{(i-1)}) = \min(n, m)$ o algoritmo termina e a matriz de interação unitária $D(q) = D^{(i-1)}(q)$, então $t = i - 1$;

Se $r_i < \min(n, m)$, então se deve fatorar $N_0^{(i-1)}$ utilizando a fatoração QR de acordo com:

$$N_0^{(i-1)} = (Q^{(i)})^{-1} \begin{bmatrix} 0_i \\ N_{0D}^{(i)} \end{bmatrix}, \text{ ou seja, } Q^{(i)} N_0^{(i-1)} = \begin{bmatrix} 0_i \\ N_{0D}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

com $Q^{(i)}$ uma matriz real unitária (ortogonal) $n \times n$, $k_i = n - r_i$ e 0_i uma matriz de zeros com k_i -linhas.

ETAPA 2:

Após a fatoração QR de $N_0^{(i-1)}$ deve-se pré-multiplicar $N^{(i-1)}(q)$ pela matriz $Q^{(i)}$ da seguinte forma:

$$\overline{N}(q) = Q^{(i)} N^{(i-1)}(q) \quad (\text{A.5})$$

no qual os coeficientes de \overline{N} são iguais ao segundo termo da Equação (A.4).

ETAPA 3:

Efetue a multiplicação: \overline{N} pela matriz r.s.p.m. de ordem k_i de acordo com:

$$N^{(i)}(q) = U^{(i)}(q) \overline{N}(q) \quad (\text{A.6})$$

Esta multiplicação atualiza os coeficientes de $\Lambda^{(i)}$.

Logo em seguida, calcule a matriz de interação unitária parcial da seguinte forma:

$$D^{(i)}(q) = S^{(i)}(q) D^{(i-1)}(q) \quad (\text{A.7})$$

Desta forma, a i -ésima interação é dada pela combinação das Equações (A.3) e (A.7), resultando em:

$$N^{(i)}(q) = U^{(i)}(q) Q^{(i)} N^{(i-1)}(q) = S^{(i)}(q) N^{(i-1)}(q) = D^{(i)}(q) N(q)$$

com $S^{(i)}(q)$ e $D^{(i)}(q)$ são definidos pelas Equações ((A.3) e (A.7).

A interação final é dada por ($t = i - 1$):

$$N^{(t)}(q) = D(q)N(q) \quad (\text{A.8})$$

com $D(q) = D^{(t)}(q)$ a matriz de interação unitária.

A.2 Código em Scilab

```
//-----//
//  CALCULO DA MATRIZ DE INTERACAO UNITARIA  //
//  IMPLEMENTADO POR: DAVI LEONARDO DE SOUZA  //
//                      VERSAO: 1.0                      //
//-----//
function D=interactor_unitary(T,w)
    q=poly(0,"q");
    //-----
    //  MATRIZ RMF ==> T(q^-1)=N(q)*R^(-1)(q)
    //CÁLCULO DA MATRIZ R:
    num=numer(T);
    den=denom(T);
    [p,m]=size(T);  // matriz p X m
    for i=1:m
        for j=1:m
            if i == j
                aux=den(:,j);
                R(i,j)=prod(aux);
            else
                R(i,j)=0;
            end
        end
    end
    //CÁLCULO DA MATRIZ N:
    N=numer(T*R);
    minimo=min(p,m);
    // CÁLCULO DO GRAU n:
    n=max(degree(R));
    nn=max(degree(N));
    //-----
    //                      CÁLCULO DE G
    sistema=tf2ss(T);
    A=clean(sistema.A);
```

```

B=clean(sistema.B);
C=clean(sistema.C);
[li,co]=size(C*B);
rankG=0;
testeV21=1;
Gi=[];
expoente=0;
while rankG < minimo //& testeV21 < > 0
    expoente=expoente+1;
    Gi=[Gi;C*A^(expoente-1)*B];
    [liGi,coGi]=size(Gi);
    G=Gi;
    for j=1:expoente-1
        zero=zeros(j*li,co);
        [liz,coz]=size(zero);
        col=[zero;Gi(1:(liGi-liz),:)]';
        G=[G col];
        clear liz
    end
    // DECOMPOSIÇÃO SVD
    [UU,S,V]=svd(G);
    UU=clean(UU); V=clean(V); S=clean(S);
    [linha,coluna]=size(S);
    a=0;
    for i=1:linha
        for j=1:coluna
            if i == j & S(i,j) < > 0
                a=a+1;
            end
        end
    end
    // CÁLCULO DE U2, V2, SIGMA, V21:
    U2=UU(:,a+1:$);
    V2=V(:,a+1:$);
    SIGMA=S(1:a,1:a);
    V21=V2(1:m,:);
    //TESTE DO TEOREMA PARA CÁLCULO DE G:
    clear rankG
    clear testeV21
    rankG=rank(G);
    testeV21=sum(V21);
end

// ORDEM DA MATRIZ DE INTERAÇÃO:
d=expoente;

// CÁLCULO DE Nq:
metodo=2;

```

```

//-----
// MÉTODO 1: ACRESCENTANDO ZEROS EM Gi
if metodo == 1
    if n < > nn
        for i=1:n-nn
            Gi=[zeros(p,m);Gi];
        end
    else
        Gi=Gi;
    end
    Nq=[];
    ex=n;
    h=1;
    [tl,tc]=size(Gi);
    for i=1:tl/p
        Nq=Nq+Gi(h:i*li,:)*w^(ex);
        ex=ex-1;
        h=h+li;
    end
    Nq;
    Gi;
//-----
//MÉTODO 2: SEM O INCREMENTO DE ZEROS EM Gi
else
    Nq=[];
    ex=d;
    h=1;
    for i=1:d
        Nq=Nq+Gi(h:i*li,:)*w^(ex-1);
        ex=ex-1;
        h=h+li;
    end
    Nq;
end
Nq;
Gi;
//-----
// CÁLCULO DE LABMDA:
lambda=Gi;
// CÁLCULO DE NO:
NO=Gi(1:p,1:m);
[Q,RR,rk,E] = qr(NO,1.d-10);
//-----
// PRIMEIRO PASSO
D0=eye(p,p);
r=0;//rank(NO);
convergencia=15;
contador=0;

```

```

while r < minimo & contador < convergencia
    // CÁLCULO DE U:
    U=[zeros(r,p);eye(p,p);zeros(p-r,p)];
    U0=U(1:p,1:p);
    U1=U(p+1:$,1:p);
    Uq=U0*w+U1;
    Si=Uq*Q;

    //-----
    //          SEGUNDO PASSO
    Nbarra=clean(Q*N);
    //-----
    //          TERCEIRO PASSO
    Niq=clean(Uq*Nbarra);
    D=Si*D0;
    D0=D;
    clear N
    N=Niq;
    coefi=coeff(Niq);
    Ni=[];
    [li2,co2]=size(coefi);
    for i=co2/m:-1:1
        Ni=[Ni;coefi(1:p,i*m-(m-1):i*m)];
    end
    Ni;
    clear NO
    NO=Ni(1:p,1:m);
    // FATORAÇÃO QR:
    clear Q
    clear RR
    [Q,RR,rk,E] = qr(NO,1.d-10);
    Q=clean(Q);
    Q=Q';
    Q=Q($:-1:1,1:p);
    RR=clean(RR);
    //
    r=rank(NO);
    k=n-r;
    contador=contador+1;
end
endfunction

```

APÊNDICE B

Algoritmo para o Cálculo da Matriz de Interação Generalizada

Neste Apêndice serão apresentados o algoritmo proposto por Tsiligiannis e Svoronos (1989) para o cálculo da matriz de interação generalizada e duas funções desenvolvidas em Scilab® 4.1.1, abordando a realização do mesmo.

B.1 O Algoritmo

Sistemas sem pólos em $z = -1$:

Dada uma matriz de função de transferência estritamente própria e não singular $G(z)$ onde existe um único inteiro $k_i, i = 1, 2, \dots, L$ no qual:

$\lim_{z \rightarrow \infty} z^{k_i} G_i(z) = \tau_i$; $G_i(z) = i$ -ésima linha de $G(z)$, e ambos são finitos e não nulos.

Define-se a primeira linha $\xi(z)_1$ de $\xi(z)$ por: $\xi(z)_1 = (z^{k_1}, 0, \dots, 0)$ então:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)_1 G(z) = \tau_i = \xi_1$$

Se τ_2 é linearmente independente para $\tau_1 = \xi_1$, então tem-se $\xi(z)_2 = (0, z^{k_2}, \dots, 0)$ então;

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)_2 G(z) = \tau_2$$

Se τ_2 e $\xi(z)_1$ são linearmente dependentes entre si, então tem-se $\tau_2 = \alpha_1^1 \xi_1$ e pode-se escrever:

$$\xi^1(z)_2 = z^{k_2^1} [(0, z^{k_2^1}, 0, \dots, 0) - \alpha_1^1 \xi(z)_1], \text{ em que } k_2^1 \text{ é o único inteiro para o qual:}$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)^1 G(z) = \xi_2^1, \text{ ambos finitos e não nulos.}$$

Se ξ_2^1 é linearmente independente de ξ_1 , então se pode obter a segunda linha da matriz:

$$\xi(z)_2 = \xi^1(z)_2$$

Se não, tem-se: $\xi_2^1 = \alpha_1^2 \xi_1$ e então, $\xi^2(z)_2 = z^{k_2^2} [\xi^1(z)_2 - \alpha_1^2 \xi(z)_1]$, em que k_2^2 é o único inteiro para o qual $\lim_{z \rightarrow \infty} \xi^2(z)_2 G(z) = \xi_2^2$, ambos finitos e não nulos.

Se ξ_2^2 é linearmente independente de ξ_1 então pode-se obter a segunda linha da matriz:

$$\xi(z)_2 = \xi^2(z)_2$$

Se não, devem-se repetir os passos acima até que se encontre a independência entre as linhas da matriz.

Sistemas com pólos em $z = -1$:

ETAPA 1:

Dada uma matriz de função de transferência estritamente própria e não singular $G(z)$, no qual, através deste sistema deve-se obter os zeros que sejam finitos e em módulo, maiores que 1 (um), e os zeros infinitos dados por σ_i e σ_j , respectivamente (TSILIGIANNIS; SVORONOS, 1989), com i e $j = 1, 2, \dots, n$.

ETAPA 2:

Com os zeros σ_i e σ_j , faz-se a substituição no sistema em z para p ou q conforme as equações:

$$\text{Para } p: z = \frac{1+\sigma p}{p+\sigma}$$

$$\text{Para } q: z = \frac{\sigma q}{q+\sigma-1}$$

Assim, pode-se obter $\xi_i^p(z)$ ou $\xi_i^q(z)$ para um zero finito e repetir a *ETAPA 2* até

completar o número de zeros finitos.

ETAPA 3:

Extraír as informações de zeros finitos do sistema, dado por: $K_i^w = \xi_{G\sigma i}^w(z)G(z)$, onde $w = p$ ou q e $i = 1, 2, \dots, n$.

Utilizar novamente o algoritmo para o cálculo de $\xi_j^w(z)$, repetindo esta etapa até o número de zeros no infinito.

ETAPA 4:

Efetua-se o cálculo da matriz de função de transferência já abordada anteriormente, da seguinte forma:

$$\xi^w(z) = \xi_M^w(z)\xi_{M-1}^w(z)\dots\xi_2^w(z)\xi_1^w(z)$$

com $M = n$.

B.2 Código em Scilab

```
//-----//
//   MATRIZ DE INTERACAO - ALGORITMO WF           //
//   IMPLEMENTADO POR: DAVI LEONARDO DE SOUZA     //
//   VERSAO: 1.0                                   //
//-----//
function QSI_AUX=WF(G,w) // w É O DOMÍNIO DA FUNÇÃO DE
TRANSFERÊNCIA (w= z, p ou q) q=poly(0,"q"); clear pp mm
[pp,mm]=size(G);
//CÁLCULO DE f E DE tau:
tau_i=[]; teste1=[]; for i=1:pp
    j=0;
    for k=1:mm
        tau=w^(j)*G(i,k);
        limite_inf=limite(tau);
        teste1=[teste1 limite_inf];
        teste2=sum(teste1);
        if teste2 < > 0 & teste2 < > \%inf
            Tau=teste1;
        else
            while teste2 == 0 | teste2 == \%inf
                j=j+1;
                tau=w^(j)*G(i,k);
                limite_inf=limite(tau);
```

```

        clear teste1
        teste1=[];
        teste1=[teste1 limite_inf];
        teste2=sum(teste1);
        Tau=teste1;
    end
end
end
tau_i=[tau_i;Tau];
f(i)=j;
clear teste1
teste1=[];
end Tau_i=tau_i;
//-----
// CÁLCULO DA PRIMEIRA LINHA DA MATRIZ DE INTERAÇÃO:
I=eye(pp,pp); csi_1=w^f(1)*I(1,:) ;
// primeira linha da matriz de interação Tau_1=Tau_i(1,:) ;
// vetor de TAU da primeira linha
// CÁLCULO DAS DEMAIS LINHAS DA MATRIZ DE INTERAÇÃO:
tau_teste=Tau_1; CSI=csi_1; for i=2:pp
    tau_teste=[tau_teste;Tau_i(i,:)];
    [linha,coluna]=size(tau_teste);
    RANK=rank(tau_teste);
    if RANK == linha
        csi_i=w^f(i)*I(i,:);
    else
        csi_i=w^f(i)*I(i,:);
        pass=1;
        tau_alpha=[Tau_1; Tau_i(i,:)];
        while RANK < > linha & pass < 100
            alpha=alfa(tau_alpha,2);
            mi=0;
            CSItiu=w^mi*(csi_i-alpha*csi_1);
            limite_CSItiu=CSItiu*G;
            limite_final=[];
            for i=1:mm
                limite_inf=limite(limite_CSItiu(1,i));
                limite_final=[limite_final limite_inf];
            end
            teste=sum(limite_final);
            if teste < > 0 & teste < > %inf
                limite_final=limite_final;
                csi_i=CSItiu;
            else
                while teste == 0 | teste == %inf
                    mi=mi+1;
                    CSItiu=w^mi*(csi_i-alpha*csi_1);
                    limite_CSItiu=CSItiu*G;
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        limite_final=[];
        for i=1:mm
            limite_inf=limite(limite_CSItiu(1,i));
            limite_final=[limite_final limite_inf];
        end
        teste=sum(limite_final);
    end
    csi_i=CSItiu;
end
tau_teste=[tau_teste(1:i-1,:);limite_final];
[linha,coluna]=size(tau_teste);
RANK=rank(tau_teste);
tau_alpha=[tau_alpha(1,:); limite_final];
pass=pass+1;
end
end
CSI=[CSI;csi_i];
clear csi_i linha
end QSI_AUX=CSI;
endfunction
//-----
function
[SIGMAmp,SIGMAmq,SIGMAcp,SIGMAcq]=interactor_generalized(G,w)
q=poly(0,"q"); clear pp mm [pp,mm]=size(G); sistema=syslin('d',G);
// CÁLCULO DOS ZEROS NO INFINITO
for i=1:pp
    for j=1:mm
        numerador=numer(G(i,j));
        denominador=denom(G(i,j));
        contnum=length(coeff(numerador));
        contden=length(coeff(denominador));
        subtracao=contnum-contden;
        if subtracao < 0
            subtracao=-1*(subtracao);
        else
            subtracao=subtracao;
        end
        matrizsubt(i,j)=subtracao;
        zeroinf=min(min(matrizsubt));

    end
end
// CÁLCULO DOS ZEROS DO SISTEMA
zer=trzeros(sistema)';
// CÁLCULO DE QSI PARA ZEROS NO INFINITO
QSI_infinito=1; for i=1:zeroinf
    QSI_AUX=WF(G,w);
    QSI_infinito=QSI_AUX*QSI_infinito;
end

```

```

end
// CÁLCULO DE QSI PARA ZEROS FORA DO CICLO UNITÁRIO
clear p v p=poly(0,"p"); v=poly(0,"v"); zero=[]; for
i=1:length(zero)
    if norm(zero(i)) > 1
        zero=[zero zero(i)];
    else
        i=i+1;
    end
end
end
//MATRIZ DE INTERAÇÃO PARA ZEROS FORA DO CICLO UNITÁRIO E FINITOS:
QSI_2p=1; QSI_2q=1; for i=1:length(zero)
    //Transformação p
    ww=p;
    hhp=horner(G, (1+zero(i)*ww)/(ww+zero(i)));
    QSI_AUXp=WF(hhp,ww);
    QSI_2zp=horner(QSI_AUXp, (1-zero(i)*w)/(w-zero(i)));
    QSI_2p=QSI_2zp*QSI_2p;
    clear ww
    //Transformação q
    ww=v;
    hhq=horner(G, (zero(i)*ww)/(ww+zero(i)-1));
    QSI_AUXq=WF(hhq,ww);
    QSI_2zq=horner(QSI_AUXq, ((1-zero(i))*w)/(w-zero(i)));
    QSI_2q=QSI_2zq*QSI_2q;
    clear ww
end
//
QSI1=clean(QSI_infinity*QSI_2p); QSI2=clean(QSI_infinity*QSI_2q);
tam=size(QSI1); for i=1:tam(1)
    for j=1:tam(2)
        QSIp(i,j)=real(numer(QSI1(i,j)))/real(denom(QSI1(i,j)));
        QSIq(i,j)=real(numer(QSI2(i,j)))/real(denom(QSI2(i,j)));
    end
end SIGMAmp=clean(QSIp*G);
SIGMAmq=clean(QSIq*G);
SIGMAcp=clean(inv(QSIp));
SIGMAcq=clean(inv(QSIq));
endfunction

```

APÊNDICE C

Sintonia de Controladores Clássicos

Cerca de 90% dos controladores industriais são do tipo PID, e ao implementá-los na prática, ou até mesmo durante a manutenção dos mesmos, existem várias técnicas de ajustes dos seus parâmetros. Como o objetivo desse trabalho não é o desenvolvimento, nem a avaliação de técnicas de sintonia de controladores PIDs, os métodos utilizados para avaliação são simples e foram selecionados porque consistem em prática usual entre os engenheiros que trabalham na área de controle de processos. Assim, mostra-se brevemente a técnica de Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, e por último, um método que utiliza otimização com múltiplos objetivos, denominado Método de Evolução Diferencial.

O método de Ziegler-Nichols: Este procedimento só é válido para plantas estáveis em malha aberta e devem ser utilizados as seguintes etapas:

- Fixação do parâmetro proporcional com um ganho muito pequeno;
- Aumento do ganho até que a resposta comece a oscilar;
- Registro do ganho crítico K_u e o período de oscilação P_u ;
- Ajuste dos parâmetros do controlador PID de acordo com a Tabela (C.1);

O método de Cohen-Coon: Esta metodologia pode ser obtida empiricamente utilizando-se de informações da resposta do sistema em malha aberta frente a uma perturbação degrau, de acordo com o seguinte procedimento:

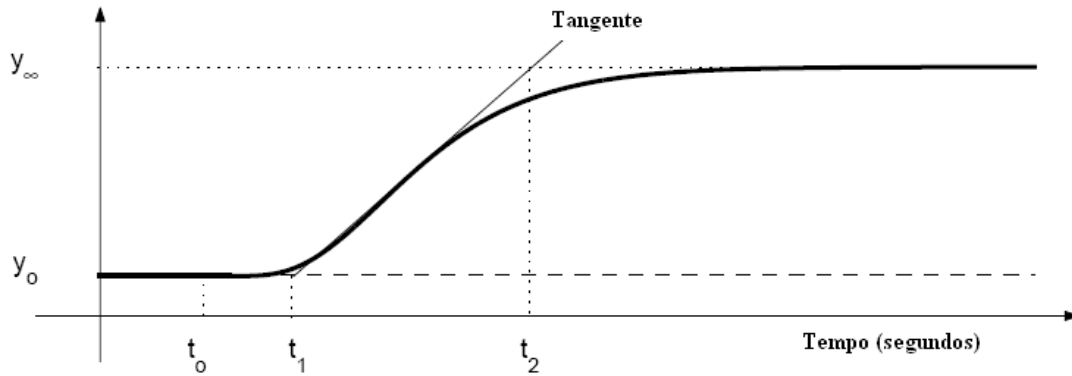
Tabela C.1: Parâmetros para o método de Ziegler-Nichols.

Controlador/Parâmetros	K_c	τ_I	τ_D
P	$0,5K_u$	–	–
PI	$0,45K_u$	$P_u/1,2$	–
PID	$0,6K_u$	$0,5P_u$	$P_u/8$

- Com a planta em malha aberta, opera-se a planta manualmente a um ponto normal de operação $y(t) = y_0$ na condição de entrada $u(t) = u_0$;
- Em um momento inicial t_0 , aplica-se uma mudança u_0 para u_f (entre 10 a 20%);
- Registra-se o comportamento da resposta da malha aberta até atingir o novo estado estacionário, conhecida como curva de reação, de acordo com a Figura (C.1);
- Calcula-se os seguintes parâmetros:

$$K_0 = \frac{y_f - y_0}{u_f - u_0}; \quad \tau_0 = t_1 - t_0; \quad v_0 = t_2 - t_1$$

- Ajusta-se os parâmetros de acordo com a Tabela (C.2);

**Figura C.1:** Curva de reação para o método de Cohen-Coon.**Tabela C.2:** Parâmetros para o método de Cohen-Coon.

Controlador/Parâmetros	K_c	τ_I	τ_D
P	$\frac{v_0}{K_0\tau_0} \left[1 + \frac{\tau_0}{3v_0} \right]$		
PI	$\frac{v_0}{K_0\tau_0} \left[0,9 + \frac{\tau_0}{12v_0} \right]$	$\frac{\tau_0[30v_0+3\tau_0]}{9v_0+20\tau_0}$	
PID	$\frac{v_0}{K_0\tau_0} \left[\frac{4}{3} + \frac{\tau_0}{4v_0} \right]$	$\frac{\tau_0[32v_0+6\tau_0]}{13v_0+8\tau_0}$	$\frac{4\tau_0v_0}{11v_0+2\tau_0}$

O método da Evolução Diferencial: Este método é um algoritmo evolutivo proposto por Storn e Price (1995) para problemas de otimização com múltiplos objetivos, em que o valor de cada variável é representado por um valor real, e segue o seguinte procedimento:

- Gera-se uma população inicial, com distribuição uniforme, dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista;
- Seleciona-se um indivíduo, de forma aleatória, para ser substituído e três diferentes indivíduos são selecionados como genitores (pais);
- Escolhe-se um destes indivíduos como genitor principal;
- Modifica-se cada variável do genitor principal pela adição do valor atual da variável de uma taxa, F , da diferença entre dois valores desta variável nos dois outros genitores, representando assim o operador de cruzamento na Evolução Diferencial;
- Se o vetor resultante apresenta uma função de adaptação melhor que o obtido na geração anterior, ele o substitui; caso contrário, esse vetor é mantido na população (LOBATO; STEFFEN, 2006);

Em linguagem matemática, uma solução S na geração w é um vetor multidimensional representado por:

$$x_{G=w}^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_N^S)^T \quad (\text{C.1})$$

Uma população $P_{G=k}$ na geração $G = k$ é um vetor de M soluções, com $M > 4$. A população inicial $P_{G=0} = (x_{G=0}^S, x_{G=0}^S, \dots, x_{G=0}^S)^T$ é gerada inicialmente com distribuição uniforme:

$$x_{G=0}^S = S_{inferior}(x_i) + rand_i(0, 1)(S_{superior}(x_i) - S_{inferior}(x_i)) \quad (\text{C.2})$$

em que $S_{inferior}(x_i)$ e $S_{superior}(x_i)$ são os limites inferior e superior para a variável x_i , M é a população, N é a dimensão da solução e $rand(0, 1)$ gera um número aleatório entre 0 e 1, onde quatro índices diferentes são selecionados: r_1, r_2, r_3 e $j \in (1, M)$.

Os valores de cada variável na solução são modificados com uma mesma probabilidade de cruzamento, p_c , para $\forall \leq N$:

$$x_{G=k}^S = \begin{cases} x_{i,G=k-1}^{r_3} + F(x_{i,G=k-1}^{r_1} - x_{i,G=k-1}^{r_2}) & \text{se } rand(0, 1) < p_c \\ x_{i,G=k-1}^j & \text{nos outros casos} \end{cases}$$

com $F \in (0, 1)$ uma taxa a ser adicionada a solução escolhida aleatoriamente denominada genitor principal. Se a nova solução for melhor que a anterior, ela substitui a antiga, e pelo menos uma variável é modificada. Depois da operação de cruzamento, se uma ou mais variáveis da solução estiverem fora da fronteira imposta pelo projetista, pode-se então realizar a correção dos valores dessas variáveis da seguinte maneira:

$$x_{G=k}^S = \begin{cases} (x_{i,G}^S + S_{inferior}(x_i))/2 & \text{se } x_{i,G+1}^S < S_{inferior}(x_i) \\ (x_{i,G}^S - S_{superior}(x_i))/2 & \text{se } x_{i,G+1}^S < S_{superior}(x_i) \\ x_{i,G+1}^j & \text{nos outros casos} \end{cases}$$