



**Universidade Federal de Uberlândia**

**Faculdade de Engenharia Química**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



# **ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA DINÂMICA DE CORPOS MOEDORES EM MOINHOS DE BOLA**

**Marcela Vieira Caixeta Machado**

**Uberlândia – MG**

**2016**



**Universidade Federal de Uberlândia**  
**Faculdade de Engenharia Química**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



## **ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA DINÂMICA DE CORPOS MOEDORES EM MOINHOS DE BOLA**

Marcela Vieira Caixeta Machado

Orientadores:

Prof. Dr. Claudio Roberto Duarte

Prof. Dr. Marcos A. de Souza Barrozo

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

**Uberlândia – MG**

**2016**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

M149e      Machado, Marcela Vieira Caixeta, 1991-  
2016      Estudo experimental e numérico da dinâmica de corpos moedores  
em moinhos de bola / Marcela Vieira Caixeta Machado. - 2016.  
97 f. : il.

Orientador: Claudio Roberto Duarte.

Marcos Antônio de Souza Barrozo.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.

Inclui bibliografia.

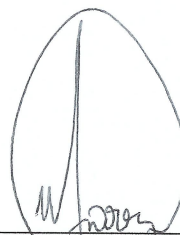
1. Engenharia Química - Teses. 2. Fluidodinâmica computacional -  
Teses. 3. Moinho de bolas - Teses. 4. Centrifugação - Teses. I. Duarte,  
Claudio Roberto. II. Barrozo, Marcos Antônio de Souza.  
IV. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Química. III. Título.

CDU: 66.0

---

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 12 DE FEVEREIRO DE 2016.

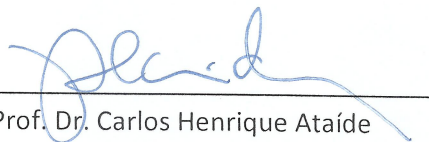
BANCA EXAMINADORA:



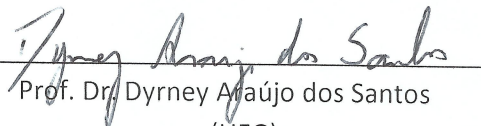
Prof. Dr. Marcos Antônio de Souza Barrozo  
(Orientador PPGEQ-UFU)



Prof. Dr. Claudio Roberto Duarte  
(Orientador PPGEQ-UFU)



Prof. Dr. Carlos Henrique Ataíde  
(PPGEQ-UFU)



Prof. Dr. Dyrney Araújo dos Santos  
(UFG)

## **AGRADECIMENTOS**

Hoje, imensamente realizada e feliz, tenho muito que agradecer. Não há como começar senão agradecendo primeiramente à Deus, que me concedeu saúde, coragem, força e sabedoria para atingir o objetivo de finalizar este trabalho. Todo e qualquer obstáculo em minha vida, a Ele eu entrego, confio, aceito e agradeço.

Minha gratidão aos meus queridos pais, Roberto e Mara, a quem devo toda a minha jornada até aqui. Em vocês, sempre encontrei os mais sábios conselhos e palavras de incentivo em momentos de dificuldade. Obrigada por todo carinho, otimismo, paciência e amor, e por entenderem meus momentos de ausência.

Ao meu amigo, companheiro e namorado Vitor Salomão, por me mostrar o valor de um abraço apertado e longo quando mais precisei. Obrigada pela torcida e apoio incondicional, e por nunca desistir de tentar me convencer que, às vezes, precisamos parar de trabalhar e estar com quem amamos.

Meu profundo agradecimento aos meus orientadores, Claudio Roberto Duarte e Marcos Antonio de Souza Barrozo, por dividirem comigo seus conhecimentos e pela confiança em mim depositada. A vocês, minha estima e meu respeito pela extrema dedicação e competência.

Aos meus colegas de laboratório pela companhia, amizade e tolerância ao barulho vindo do meu laboratório. Em especial, minha gratidão à Suellen, que de forma muito generosa, esteve sempre disposta a me ajudar e acabou se tornando uma amiga. Agradeço também ao Dyrney, pelas valiosas sugestões ao meu trabalho.

Meu agradecimento aos meus pupilos/alunos de iniciação científica Vitor, Thaynara, Daniel e Vinicius, por contribuírem para tornar o nosso ambiente de trabalho mais agradável e leve. A ajuda e o comprometimento de vocês foram essenciais para a realização deste trabalho.

À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos.

E a todos que contribuíram de alguma forma para a execução deste trabalho.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	i
LISTA DE TABELAS .....	iv
LISTA DE SÍMBOLOS .....	v
RESUMO .....	vii
ABSTRACT .....	viii
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1    Objetivos .....	3
<b>CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>4</b>
2.1    Abordagem Experimental .....	4
2.1.1    Cominuição .....	4
2.1.1.1    Mecanismos de fratura.....	4
2.1.2    Operações industriais .....	5
2.1.2.1    Britagem.....	5
2.1.2.2    Moagem .....	6
2.1.3    Equipamentos de moagem .....	6
2.1.4    Moinhos de bolas .....	7
2.1.5    Dinâmica da carga .....	9
2.1.6    Corpos moedores .....	20
2.1.7    Efeito das paredes terminais.....	22
2.1.8    Geometria de revestimento.....	24
2.2    Abordagem Numérica .....	26
2.2.1    Fluidodinâmica computacional .....	27
2.2.1.1    Abordagem Lagrangeana (monofásica) .....	28
2.2.1.2    Abordagem Euleriana (multifásica) .....	30
2.2.2    Modelo Euleriano Granular Multifásico .....	32
2.2.3    Teoria Cinética Granular.....	33
2.2.4    Coeficiente de Restituição.....	35
2.2.5    Condições de contorno na parede.....	36
2.2.5.1    Coeficiente de Especularidade .....	37

2.2.6	Método dos Volumes Finitos .....	39
2.2.7	Malha computacional.....	40
<b>CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>		<b>42</b>
3.1	Materiais e metodologia experimental.....	42
3.1.1	Unidade experimental .....	42
3.1.2	Caracterização dos corpos moedores.....	44
3.1.2.1	Medida do coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ) das esferas.....	45
3.1.2.2	Medida do ângulo de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ) do leito de esferas .....	46
3.1.3	Transição entre os regimes de escoamento .....	47
3.2	Metodologia numérica .....	49
3.2.1	Confecção da malha computacional .....	49
3.2.2	Seleção dos modelos e condição de inicialização dos problemas .....	51
3.2.3	Condições de contorno: Análise do coeficiente de especularidade ( $\varphi$ ) .....	53
3.2.4	Análise do coeficiente de restituição das esferas ( $e_{ss}$ ). .....	53
<b>CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>		<b>55</b>
4.1	Resultados Experimentais .....	55
4.1.1	Caracterização das esferas.....	55
4.1.1.1	Porosidade do leito.....	55
4.1.1.2	Medida experimental do coeficiente de restituição das esferas ( $e_{ss}$ ) .....	56
4.1.1.3	Ângulo de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ).....	57
4.1.2	Transição entre os regimes de escoamento .....	58
4.1.2.1	Efeito do tamanho da esfera .....	61
4.1.3	Velocidade crítica de centrifugação: correlações da literatura.....	63
4.2	Resultados de Simulação.....	68
4.2.1	Análise do coeficiente de especularidade .....	68
4.2.2	Análise do coeficiente de restituição .....	72
<b>CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....</b>		<b>77</b>
5.1	Conclusões .....	77
5.2	Sugestões para trabalhos futuros .....	79
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>80</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Mecanismos de fratura de acordo com as forças aplicadas (Adaptada de FOGGIATTO, 2009). .....	5
Figura 2.2: Configurações de moinhos de bolas: a) moinho de bolas de uma câmara; b) moinho de bolas multicâmaras (METSO, 2005) .....	8
Figura 2.3: Regimes de escoamento de sólidos em um cilindro rotatório (Adaptado de BOATENG, 1993) .....	9
Figura 2.4: Diagrama de comportamento do leito que apresenta as transições entre os regimes de deslizamento, “avalanche”, rolamento, cascadeamento, catarateamento e centrifugação (Adaptado de HENEIN <i>et al.</i> , 1983b).....	11
Figura 2.5: Regiões ativa e passiva de um tambor rotatório em regime de rolamento (Adaptado de AISSA <i>et al.</i> , 2012).....	13
Figura 2.6: Regime de cascadeamento (Adaptado de BERALDO, 1983).....	14
Figura 2.7: Regime de catarateamento (Adaptado de BERALDO, 1983).....	15
Figura 2.8: Pontos de <i>shoulder</i> e <i>toe</i> (Adaptado de HLUNGWANI <i>et al.</i> , 2003) .....	17
Figura 2.9: Definições distintas para a transição para o regime de centrifugação: a) todas as partículas do leito formam um anel; b) apenas a camada mais externa de partículas do leito forma um anel (SANTOS, 2015).....	19
Figura 2.10: Ilustração do fenômeno de segregação radial e axial no interior de um tambor rotatório (SANTOS, 2015).....	24
Figura 2.11: Trajetória parabólica dos corpos moedores que partem dos suspensores (METSO, 2005) .....	25
Figura 2.12: Proporção A/B do suspensor (METSO, 2005). .....	26
Figura 2.13: Representação da abordagem Lagrangeana (LUNA, 2013).....	28
Figura 2.14: Tipos de malhas: estruturada, não-estruturada e híbrida (Adaptado de SANTOS, 2010) .....	40
Figura 3.1: Unidade experimental do moinho juntamente com uma câmera de alta velocidade .....	42



Figura 3.2: Detalhes do moinho cilíndrico com 12 suspensores quadrados em seu interior ...	43
Figura 3.3: Esferas de aço-cromo utilizadas como corpos moedores.....	44
Figura 3.4: Medida experimental do coeficiente de restituição das esferas.....	45
Figura 3.5: Medida experimental do ângulo de repouso dinâmico do leito de esferas pelo software Meazure <sup>TM</sup> .....	47
Figura 3.6: Transições entre os diferentes regimes de escoamento no interior de um tambor rotatório (moinho de bolas) investigadas neste trabalho: entre os regimes de cascadeamento-catarateamento (T1) e entre os regimes de catarateamento-centrifugação (T2).....	47
Figura 3.7: Critério adotado para a identificação da transição entre os regimes cascadeamento-catarateamento (T1) .....	48
Figura 3.8: Critério adotado para a identificação da transição entre os regimes catarateamento-centrifugação (T2).....	49
Figura 3.9: Malha computacional utilizada no estudo de simulação numérica composta por 131000 células .....	50
Figura 3.10: Condição de inicialização do problema: massa concentrada no centro do moinho .....	52
Figura 4.1: Ângulo de repouso dinâmico do leito de esferas em função do nível de enchimento e do diâmetro das esferas. ....	58
Figura 4.2: Curvas de transição entre os regimes cascadeamento-catarateamento (T1) e catarateamento-centrifugação (T2) em função do comprimento do tambor e do diâmetro das esferas - (a) Esfera 20 mm; (b) Esfera 25 mm; (c) Esfera 30 mm; (d) Esfera 35 mm; (e) Esfera 40 mm.....	59
Figura 4.3: Curvas de transição entre os regimes cascadeamento-catarateamento (T1) e catarateamento-centrifugação (T2) destacando o efeito do diâmetro das esferas – (a) 1 camada; (b) 2 camadas; (c) 3 camadas.....	62
Figura 4.4: Transições catarateamento-centrifugação observadas experimentalmente para diferentes diâmetros e calculadas por correlações da literatura levando em conta as propriedades aqui medidas: (a) 20 mm; (b) 25 mm; (c) 30 mm; (d) 35 mm; (e) 40 mm. ....	64

Figura 4.5: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade durante o regime de rolamento (17,0 rpm) .....	69
Figura 4.6: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade durante o regime de catarateamento (31,7 rpm).....	70
Figura 4.7: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade durante o regime de centrifugação (74,6 rpm).....	71
Figura 4.8: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade e diferentes valores de coeficiente de restituição durante o regime de rolamento (17,0 rpm).....	73
Figura 4.9: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade e diferentes valores de coeficiente de restituição durante o regime de catarateamento (31,7 rpm). ....	74
Figura 4.10: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade e diferentes valores de coeficiente de restituição durante o regime de centrifugação (74,6 rpm). ....	75

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Classificação dos regimes de escoamento presentes em um tambor rotatório.....	10
Tabela 3.1: Modelos adotados nas simulações em CFD. ....	51
Tabela 3.2: Métodos numéricos aplicados nas simulações em CFD. ....	51
Tabela 4.1: Porosidade do leito de esferas para os diferentes diâmetros .....	55
Tabela 4.2: Coeficiente de restituição das esferas ( $e_{ss}$ ) para diferentes alturas de abandono (H) .....	56
Tabela 4.3: Ângulos de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ) médios e seus respectivos desvios padrão para diferentes diâmetros de esfera e níveis de enchimento .....	57
Tabela 4.4: Correlações da literatura para o cálculo da velocidade crítica de centrifugação em tambores rotatórios sem suspensores. ....	63
Tabela 4.5: Comparação entre as velocidades de transição catarateamento-centrifugação observadas experimentalmente e as velocidades previstas pela Equação 4.1 .....	67

## LISTA DE SÍMBOLOS

$C$	constante das Equações 2.2 e 2.3 [-]
$D$	diâmetro do tambor rotatório [ $M^0 L^1 T^0$ ]
$d$	diâmetro da partícula [ $M^1 L^0 T^0$ ]
$e_{ss}$	coeficiente de restituição [-]
$f$	nível de enchimento do tambor [-]
$F_r$	número de Froude [-]
$F_{rc}$	número de Froude crítico [-]
$g$	aceleração da gravidade [ $M^0 L^1 T^{-2}$ ]
$g_{0,ss}$	função de distribuição radial [-]
$\bar{\bar{I}}$	tensor de tensão unitário [ $M^1 L^{-1} T^{-2}$ ]
$K_{sf}$	coeficiente de troca de momento entre as fases [ $M^1 L^0 T^{-1}$ ]
$k_{\theta_s}$	coeficiente de difusão de energia granular [-]
$L$	comprimento do moinho [ $M^0 L^1 T^0$ ]
$m_s$	massa de esferas [ $M^1 L^0 T^0$ ]
$n$	vetor unitário normal à parede [-]
$N_f$	componente normal da tensão pela fricção [-]
$P$	pressão [ $M^1 L^{-1} T^{-2}$ ]
$P_s$	pressão de sólidos [ $M^1 L^{-1} T^{-2}$ ]
$R$	raio do tambor rotatório [ $M^0 L^1 T^0$ ]
$T$	temperatura [-]
$\bar{\bar{T}}_f$	tensor tensão da fase fluida [ $M^1 L^{-1} T^{-2}$ ]
$\bar{\bar{T}}_s$	tensor tensão da fase sólida [ $M^1 L^{-1} T^{-2}$ ]
$u_{sl}$	velocidade de deslizamento entre a fase particulada e a parede [ $M^0 L^1 T^{-1}$ ]
$V_f$	volume de água [ $M^0 L^3 T^0$ ]
$v_f$	velocidade da fase fluida [ $M^0 L^1 T^{-1}$ ]
$v_s$	velocidade da fase sólida [ $M^0 L^1 T^{-1}$ ]
$Z$	número de camadas de esferas que determinam o comprimento do moinho [-]

## Símbolos gregos

$\alpha_f$	fração volumétrica da fase fluida [-]
$\alpha_s$	fração volumétrica da fase sólida [-]
$\alpha_{s,max}$	limite máximo de empacotamento [-]
$\gamma_{\theta_s}$	dissipação de energia devido à colisão [-]
$\delta$	ângulo de fricção entre a fase particulada e a parede [-]
$\varepsilon$	porosidade do leito de material [-]
$\theta_s$	ângulo de repouso dinâmico do material no leito [-]
$\lambda$	parâmetro da Equação 2.10 (centrifugação) [-]
$\mu$	coeficiente de atrito da partícula [-]
$\mu_w$	coeficiente de atrito partícula-parede [-]
$\rho_f$	densidade da fase fluida [ $M^1L^{-3}T^0$ ]
$\rho_s$	densidade da fase sólida [ $M^1L^{-3}T^0$ ]
$\sigma_c$	contribuição de colisão do tensor cisalhante [-]
$\sigma_f$	contribuição de fricção do tensor cisalhante [-]
$\tau$	parâmetro da Equação 2.10 (centrifugação) [-]
$\tau_c$	tensão cisalhante de Marangoni [ $M^1L^{-1}T^{-2}$ ]
$\varphi$	coeficiente de especularidade [-]
$\phi_e$	ângulo de repouso estático do material [-]
$\phi_{fs}$	coeficiente de troca de energia entre as fases fluida e sólida [-]
$\psi_s$	temperatura granular [-]
$\omega$	velocidade angular de rotação do tambor [ $M^0L^0T^{-1}$ ]
$\omega_1$	velocidade angular de rotação do tambor de transição entre os regimes de cascadeamento e catarateamento [ $M^0L^0T^{-1}$ ]
$\omega_c$	velocidade angular crítica de rotação do tambor [ $M^0L^0T^{-1}$ ]

## Subscritos

$s$	fase sólida
$f$	fase fluida

## RESUMO

Os moinhos de bolas são utilizados em diversos setores industriais, como indústrias de cimento, alimentícias e de mineração. No interior de um moinho de bolas, a cominuição é realizada pelo movimento dos corpos moedores e sua interação com o material a ser moído. Neste trabalho, a dinâmica dos corpos moedores em um moinho de bolas com suspensores foi estudada experimentalmente através da análise das transições entre os regimes de cascadeamento-catarateamento e catarateamento-centrifugação. A fim de avaliar o efeito das paredes frontal e traseira sobre o movimento dos corpos moedores, ambas as transições foram investigadas para uma, duas e três camadas de esferas dispostas axialmente. O efeito de parede não influenciou significativamente as transições entre os diferentes regimes. As velocidades críticas de centrifugação verificadas experimentalmente foram comparadas com as velocidades previstas por equações da literatura que levam em consideração variáveis do sistema. Essas equações não puderam prever satisfatoriamente a ocorrência da centrifugação em um moinho de bolas com suspensores e, deste modo, foi ajustada uma equação de previsão da centrifugação para as esferas do caso em estudo. Aliado aos estudos experimentais, a dinâmica dos corpos moedores foi estudada por simulações em fluidodinâmica computacional (CFD) por meio do software comercial FLUENT® e utilizando a abordagem Euleriana. A influência da condição de contorno na parede foi investigada através da análise de diferentes valores de coeficiente de especularidade, tendo em vista a dificuldade de medida experimental deste parâmetro. Foi constatada a influência do coeficiente de especularidade sobre a simulação do movimento dos corpos moedores no moinho de bolas, sendo que os valores desse parâmetro que apresentaram maior coerência física com as observações experimentais estão entre 0,40 e 0,20. Isso comprova a cautela requerida quando da especificação da condição de contorno na parede, sobretudo se o equipamento for simulado em escalas reduzidas, mesmo que o efeito de parede não tenha sido observado no estudo experimental. Além disso, o movimento das esferas foi avaliado para valores do coeficiente de restituição das esferas e não foram verificadas diferenças consideráveis.

**Palavras-chave:** moinho de bolas, corpos moedores, catarateamento, centrifugação, CFD, coeficiente de especularidade, coeficiente de restituição.

## ABSTRACT

Ball mills are used in several industrial sectors, such as cement, food and mining industries. Inside a ball mill, the comminution is performed by the grinding media movement and their interaction with the material to be broken. In this work, the grinding media dynamics in a ball mill with lifters was studied experimentally by the analysis of the transitional phenomena between cascading, cataracting and centrifuging. In order to assess the end-walls effect in the behavior of the ball charge, both transitions were investigated for one, two or three layers of balls in the axial direction. The end-wall effect did not significantly influence the transitions between regimes. The centrifuging critical rotation speeds noted experimentally were compared to the centrifuging speeds given by literature equations which take into account some system variables. These equations could not correctly predict the occurrence of centrifuging in a ball mill with lifters. Therefore, a centrifuging equation was adjusted for the steel-chrome balls used in this work. Coupled with experimental work, the grinding media dynamics was studied by simulations in computational fluid dynamics (CFD), using the commercial software FLUENT® and the Eulerian approach. The influence of boundary conditions in the walls was investigated by analyzing the different values of the specular coefficient, considering the difficulty of measuring this parameter. It was found that the influence of the specular coefficient on the movement of grinding media in simulation in a ball mill. The values of this parameter that had greater physical consistency with the experimental observations are between 0.40-0.20. This observation confirms the need for careful assignment of the boundary condition in the wall, especially when the equipment is simulated in small scales and even though the end-wall effect was not observed in the experimental study. Moreover, the grinding media movement was assessed for values of the ball restitution coefficient and it was not observed considerable differences.

**Key-words:** ball mill, grinding media, cataracting, centrifuging, CFD, specular coefficient, restitution coefficient.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

A moagem é a operação responsável pela redução do tamanho de uma partícula, com os objetivos de obter uma granulometria adequada, preparar o material às etapas posteriores de um processamento e facilitar seu manuseio e transporte. Em uma indústria mineral, a moagem é a operação que exige maior investimento, haja vista o seu alto consumo de energia, cerca de 30 a 70% da energia total consumida pela planta (GOMES, 2014) e a sua baixa eficiência energética, em torno de 3% (BERALDO, 1987).

Os moinhos de bolas são os equipamentos mais utilizados em circuitos industriais de moagem. Eles se constituem de tambores rotatórios que giram em torno de seu próprio eixo horizontal e podem operar a úmido ou a seco. O correto dimensionamento dos moinhos de bolas é essencial para a otimização do processo, aumentando sua eficiência e reduzindo os custos operacionais. Atualmente, a maior parte dos projetos de moinhos é feita por meio de equações empíricas. No entanto, para o correto entendimento de como as variáveis operacionais influenciam no processo de moagem, vê-se a necessidade de estudos experimentais acerca deste equipamento.

O movimento da carga moedora no interior do moinho de bolas afeta significativamente a eficiência do processo de moagem através da ocorrência dos fenômenos de quebra. A depender das condições operacionais do moinho de bolas, como a velocidade de rotação e o nível de enchimento, da geometria do equipamento, dentre outros, diferentes regimes de escoamento podem surgir em seu interior.

Moinhos de bolas são rotineiramente operados nos regimes de cascadeamento e catarateamento, já que o primeiro privilegia a quebra por abrasão e o segundo favorece a quebra por impacto (FIGUEIRA *et al.*, 2004). O regime de centrifugação é indesejável para a moagem, pois não há movimento relativo entre os corpos moedores e o material a ser moído, e o evento de quebra é reduzido (WATANABE, 1999).

Na prática, a velocidade de operação de um moinho de bolas é ajustada em termos da velocidade crítica de centrifugação. Dessa forma, o cálculo apropriado dessa velocidade se faz



necessário, a fim de prever a ocorrência dos regimes de cascadeamento e catarateamento, favoráveis à moagem, e também a fim de evitar o regime de centrifugação. São encontradas na literatura algumas expressões que preveem a velocidade de transição para o regime de centrifugação em tambores rotatórios sem suspensores, em função de condições do sistema (ROSE e SULLIVAN, 1957; WALTON e BRAUN, 1993; RISTOW, 1998; WATANABE, 1999; JUAREZ *et al.*, 2011).

O estudo da dinâmica dos corpos moedores também pode ser realizado através de simulações numéricas, executadas de forma a complementar os estudos experimentais. A Fluidodinâmica Computacional (CFD) tem se destacado como uma ferramenta importante na descrição de processos reais, visto que ela permite obter informações em qualquer ponto do processo ocorrendo no interior do equipamento, o que nem sempre pode ser possível em um aparato experimental.

As duas principais abordagens numéricas para o estudo de escoamentos que envolvem partículas são a abordagem Lagrangeana e a abordagem Euleriana. Na aproximação Lagrangeana, também conhecida como DEM (*Discret Element Method*), o balanço de forças é aplicado a cada partícula individualmente, através de leis de interação partícula-partícula. Já na aproximação Euleriana, ambas as fases fluida e sólida são tratadas como contínuas e interpenetrantes, sendo assim a fase dispersa é considerada como fluido.

A abordagem DEM tem sido largamente aplicada na simulação da dinâmica de corpos moedores em moinhos de bolas (RAJAMANI e VENUGOPAL, 2001; CLEARY *et al.*, 2003; DRAGOMIR *et al.*, 2014). No entanto, a abordagem Euleriana requer um menor tempo de cálculo em equipamentos de grande escala, o que é inviável na abordagem DEM. Não são encontrados na literatura estudos referentes à dinâmica de corpos moedores em moinhos de bolas utilizando a abordagem Euleriana, mas tão somente sobre a dinâmica de partículas em tambores rotatórios (HUANG *et al.*, 2013).

Para minimizar o esforço computacional, alguns estudos de simulação adotam leitos com espessuras reduzidas a fim representar um moinho de bolas. Esta prática pode superestimar alguns efeitos que existem na realidade, como é o caso do efeito das paredes frontal e traseira no movimento dos sólidos. Além disso, esta prática pode influenciar no processo de transição entre os regimes.

Dessa forma, é um dos alvos deste trabalho, avaliar o efeito da condição de contorno na parede através do coeficiente de especularidade, via simulação em CFD. Considerando a dificuldade em se medir experimentalmente esta propriedade, faz-se necessário então, desenvolver estudos de simulação para vários valores de coeficiente de especularidade e avaliar aqueles valores que correspondem a uma coerência física. Ao mesmo tempo, é indispensável fazer o estudo experimental para avaliar se existe, de fato, o efeito da parede sobre as partículas.

Diante do exposto, os objetivos deste trabalho são apresentados a seguir:

## **1.1 Objetivos**

Este trabalho possui como objetivo geral a investigação dos regimes de escoamento de corpos moedores no interior de um moinho de bolas por meio de estudos experimentais e numéricos.

Como objetivos específicos, seguem:

- Definir a transição entre os regimes de cascadeamento, catarateamento e centrifugação experimentalmente, para diferentes enchimentos e tamanhos de corpos moedores, e também para diferentes profundidades de leito, que envolvem três, duas ou uma camada de esferas, tentando assim contabilizar o efeito de parede;
- Estudar a influência de condições operacionais e da geometria do equipamento sobre a dinâmica dos corpos moedores, experimental e numericamente;
- Analisar a empregabilidade das equações da literatura de previsão da velocidade crítica de centrifugação em tambor rotatório para o caso em estudo;
- Avaliar os efeitos do coeficiente de especularidade e do coeficiente de restituição sobre o movimento dos corpos moedores para o modelo numérico referente à abordagem Euleriana.

## **CAPÍTULO 2**

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Este capítulo tem o intuito de contextualizar o moinho de bolas no meio industrial e acadêmico, bem como as variáveis que influenciam na dinâmica dos corpos moedores no interior deste equipamento e alguns estudos relacionados (seção 2.1). Será abordada também a utilização de metodologias numéricas aplicadas à dinâmica dos corpos moedores e estudos relacionados (seção 2.2).

#### **2.1 Abordagem Experimental**

##### **2.1.1 Cominuição**

Várias são as definições encontradas na literatura para cominuição, ou fragmentação, e todas são concordantes no que se refere a uma operação unitária destinada à redução do tamanho de uma partícula.

A operação de cominuição é realizada com a finalidade de se obter uma granulometria adequada às especificações de um produto final ou mesmo às etapas subsequentes do processamento industrial. Por exemplo, com a quebra da partícula, tem-se o aumento de sua área superficial específica, o que facilita a cinética de reações na superfície de catalisadores (NASCIMENTO, 2013).

##### **2.1.1.1 Mecanismos de fratura**

A redução do tamanho de uma partícula tem como processo elementar a quebra, que resulta na formação de fragmentos de diferentes tamanhos e de forma irregular. A forma como ocorre a deformação da partícula depende não somente da natureza e do estado da sua rede cristalina, mas também da intensidade e do modo como a força é aplicada. A Figura 2.1 distingue a forma como as forças são aplicadas às partículas, caracterizando os fenômenos físicos responsáveis pela cominuição em três tipos:

- abrasão (ou atrição);
- compressão (ou esmagamento);
- impacto (ou choque).

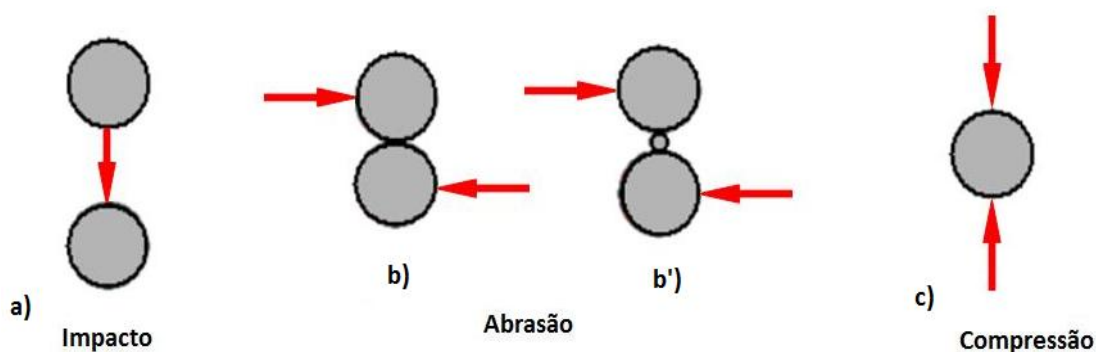


Figura 2.1: Mecanismos de fratura de acordo com as forças aplicadas (Adaptada de FOGGIATTO, 2009).

O mecanismo de abrasão no interior de um moinho ocorre pelo atrito do material com ele mesmo (2.1b), com a carga moedora (2.1b') e com a superfície de revestimento interno do equipamento. Já a compressão (2.1c) pode ocorrer também em moinhos de bolas, onde as partículas são comprimidas entre duas ou mais bolas ou partículas maiores. O mecanismo de impacto (2.1a) é o principal mecanismo de quebra que ocorre na zona de queda dos corpos moedores sobre as partículas em moinhos de bola. Este é considerado o mecanismo mais eficiente de quebra, apesar de causar elevado desgaste nas peças de fragmentação (RIBEIRO, 2004).

## 2.1.2 Operações industriais

As operações de fragmentação utilizadas na indústria podem ser classificadas em britagem e moagem, de acordo com a granulometria envolvida e com os mecanismos de cominuição empregados (CHAVES, 2009).

### 2.1.2.1 Britagem

Segundo Figueira *et al.* (2004), a britagem promove a quebra de partículas maiores, através de mecanismos de compressão e impacto. Normalmente, esta é uma operação seca, que faz uso de equipamentos robustos, como britadores de mandíbula, giratórios e de impacto. Os britadores devem ter sua estrutura reforçada, de modo que a aplicação de elevados esforços localizados seja possível sem qualquer dano ao equipamento (BERALDO, 1987).

### **2.1.2.2 Moagem**

A moagem tem como mecanismos de fragmentação a abrasão e o impacto, que atuam sobre partículas de tamanhos menores que 10 mm. Os equipamentos mais comuns empregados na moagem são os moinhos tubulares (de bolas, de barras ou de seixos).

Dependendo da natureza do material a ser moído ou do processo seguinte à operação de moagem, esta pode ser realizada a seco ou a úmido. Em alguns casos, ao entrar em contato com a água, o material pode sofrer modificações químicas ou físicas, o que exige o uso de moagem seca. A vantagem do processo a seco é que ele provoca menor desgaste abrasivo no revestimento do moinho e no corpo moedor (FIGUEIRA *et al.*, 2004).

Por outro lado, a moagem realizada a úmido apresenta diversas vantagens, já que a água é um meio capaz de transportar e dissipar calor. Segundo Figueira *et al.* (2004), isto resulta num menor consumo de energia em kWt/h e, por este motivo, a operação de moagem é preferencialmente efetuada a úmido. Ademais, o processo a úmido apresenta facilidade no transporte do produto, menor nível de ruído e melhor homogeneidade da carga dentro do moinho (CHAVES, 2009).

Melchiades (2011) comparou as características físico-químicas das massas de porcelanato moídas por via úmida e via seca. O autor concluiu que o produto da moagem via seca era constituído de partículas mais grosseiras (diâmetro maior que 100 µm), com cor mais escura e com elevada densidade de empacotamento. Além disso, a massa produzida por via seca apresentou propriedades mecânicas inferiores à massa de via úmida, o que faz o processo de produção de porcelanatos preferir a moagem úmida.

A sobremoagem é uma situação que ocorre quando há presença demasiada de partículas finas no moinho, devido à fragmentação excessiva ou mesmo da presença natural destas. Isto resulta em perdas nas etapas de classificação e no aumento desnecessário do consumo de energia, pois impede o impacto entre as partículas maiores.

### **2.1.3 Equipamentos de moagem**

As operações de cominuição são altamente consumidoras de energia numa indústria de processamento mineral. Por isso, o dimensionamento e a escolha do equipamento de moagem

devem ser feitos com cautela, levando-se em consideração aspectos como: os diferentes tipos de materiais, suas aplicações e a escala de produção (NASCIMENTO, 2013).

Os moinhos tubulares ou cilíndricos são responsáveis pela grande maioria das utilizações industriais. São também conhecidos como moinhos de carga cadente ou moinhos revolventes. Os moinhos tubulares são tambores cilíndricos que giram em torno do seu próprio eixo e fazem uso ou não de corpos de moagem. De acordo com Beraldo (1987), os moinhos tubulares são preferidos pela sua confiabilidade, simplicidade, robustez e insensibilidade para variações na taxa de alimentação e ingestão acidental de corpos estranhos vindos de etapas anteriores.

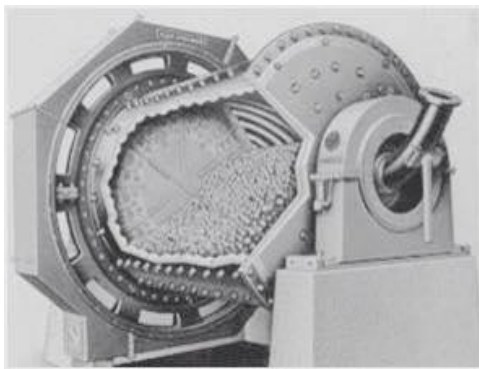
Os moinhos cilíndricos mais utilizados na indústria mineral se diferem, principalmente, pelo tipo de corpo moedor empregado, e estes estão listados abaixo:

- Moinhos de barras;
- Moinhos de seixos;
- Moinhos autógenos (AG) e semi-autógenos (SAG);
- Moinhos de bolas.

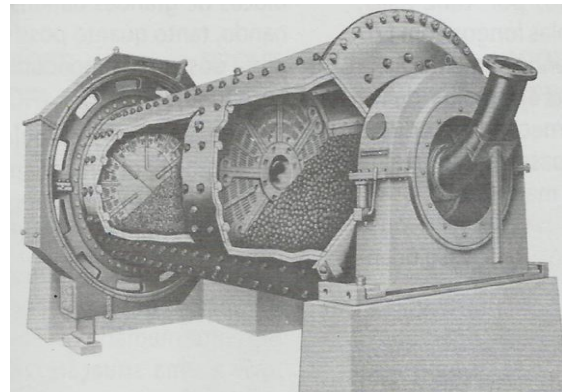
#### **2.1.4 Moinhos de bolas**

O moinho de bolas utiliza esferas como corpos moedores e é definido com uma relação de comprimento/diâmetro entre 1 e 1,5. Esta relação L/D pode ser maior, entre 3 e 5 e, nestes casos, utiliza-se um moinho dividido em compartimentos, no qual cada seção poderá ter um diâmetro de bolas diferente (FIGUEIRA *et al.*, 2004). A Figura 2.2 apresenta os moinhos de bolas de uma só câmara e de multicâmaras.

Normalmente, o moinho de bolas é utilizado em moagem de materiais finos (inferior a 15 mm) e operado em um único estágio de moagem. Quando operado em circuitos ele aparece no segundo estágio, após um moinho de barras ou em remoagens. De acordo com Delboni Jr. (2007), o moinho de bolas é aplicado no segundo estágio devido à regularidade de sua operação, que pode corrigir eventuais oscilações de desempenho do circuito primário.



a)



b)

Figura 2.2: Configurações de moinhos de bolas: a) moinho de bolas de uma câmara; b) moinho de bolas multicâmaras (METSO, 2005)

Os moinhos de bolas são habitualmente empregados no processamento de materiais em grandes volumes, como na indústria de cimento, para moer e misturar o calcário com a argila, na indústria de tintas, para moer pigmentos, e na indústria alimentícia, por exemplo, para moer o trigo. A maior aplicação destes equipamentos ocorre na indústria da mineração, que tem por finalidade moer e selecionar o material, além de facilitar o seu transporte.

Apesar dos moinhos de bolas serem desenvolvidos para um alto grau de eficiência mecânica e de confiabilidade, eles não são capazes de aproveitar toda a energia que demandam na sua operação. A maior parte da energia cinética requerida em moinhos de bolas é dissipada como calor, ruído e outras perdas. Somente uma pequena fração dessa energia é despendida efetivamente na quebra das partículas (WILLS e NAPIER-MUNN, 2006).

A movimentação dos corpos moedores consome grande parte da energia fornecida ao moinho. Outros fatores também podem afetar a potência consumida em moinhos de bolas, tais como: a velocidade de rotação do moinho, a fração de volume do moinho ocupado pelo meio de moagem (grau de enchimento), as características da carga e do revestimento do moinho, entre outros (FIGUEIRA *et al.*, 2004).

A depender destas condições operacionais, diversos regimes de escoamento podem surgir no interior do moinho de bolas, o que afetará a eficiência da operação de cominuição. A seguir, são apresentadas as principais variáveis operacionais e como estas podem influenciar na dinâmica da carga de moinhos cilíndricos.

### 2.1.5 Dinâmica da carga

Os primeiros estudos sobre o movimento das bolas no interior de moinhos cilíndricos datam do início do século XX, e foram realizados por White (1904) e Davis (1919). As teorias formuladas por estes autores são bastante idealizadas e consideram a trajetória em voo livre das partículas individualmente. Esta análise não representa a realidade do que ocorre no interior do moinho, por isso faz-se necessário o estudo do regime de escoamento da carga como um todo.

Vários são os estudos que se referem ao movimento transversal da carga de partículas no interior de um cilindro rotatório. O moinho de bolas, por se tratar de um tambor que gira em torno de seu próprio eixo longitudinal, será, nesta revisão bibliográfica, tratado como tal.

Durante a operação do cilindro rotatório, o leito de sólidos pode assumir diferentes formas, como descrito por Hema (2003). À medida que a velocidade de rotação do cilindro aumenta, seis modos distintos de comportamento do leito podem ser observados (Figura 2.3): deslizamento, “avalanche”, rolamento, cascadeamento (ou cascata), catarateamento (ou catarata) e centrifugação.

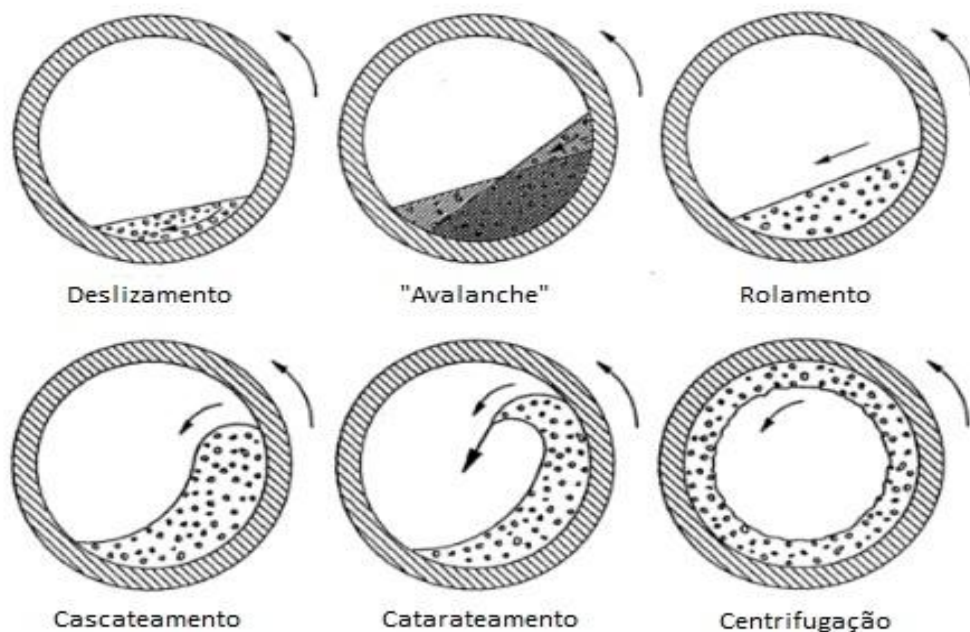


Figura 2.3: Regimes de escoamento de sólidos em um cilindro rotatório (Adaptado de BOATENG, 1993)



O entendimento do movimento do leito de partículas em um cilindro rotatório é de considerável importância prática e teórica em diversas áreas da indústria química, metalúrgica, alimentícia, entre outras. Devido à sua aplicabilidade, os cilindros rotatórios podem ser utilizados como misturadores (ROSEMAN e DONALD, 1962), secadores (BAKER, 1983; LISBOA, 2005), fornos (HENEIN *et al.*, 1983a, 1983b; BOATENG, 1993), moinhos (CLEARY, 2001; POWELL, 2004), entre outros.

No estudo apresentado por Mellmann (2001), o autor faz uma revisão geral dos principais regimes de escoamento em um cilindro rotatório, e classifica a transição entre os regimes em função do coeficiente de atrito partícula-parede ( $\mu_w$ ), do grau de enchimento do cilindro ( $f$ ) e da velocidade de rotação do cilindro ( $\omega$ ), que pode ser expressa pelo número de Froude ( $F_r$ ). O número de Froude é um adimensional (Equação 2.1) e é definido pela razão entre a força centrífuga e a força gravitacional, onde  $\omega$  é a velocidade de rotação do cilindro,  $R$  é o raio do cilindro e  $g$  é a aceleração gravitacional.

$$F_r = \frac{\omega^2 R}{g} \quad (2.1)$$

Para cada tipo de regime identificado, Mellmann (2001) os classificou de acordo com faixas de valores de número de Froude, grau de enchimento e aplicações industriais (Tabela 2.1). No entanto, segundo o autor, essas faixas servem somente de orientação quanto à transição entre os regimes, uma vez que estas dependem das propriedades físicas do material utilizado.

Tabela 2.1: Classificação dos regimes de escoamento presentes em um tambor rotatório.

Regime	Faixa de Número de Froude	Grau de Enchimento	Aplicação Industrial
Deslizamento	$0 < F_r < 10^{-4}$	$f < 0,1$	Não utilizado
“Avalanche”	$10^{-5} < F_r < 10^{-3}$		Fornos rotatórios, reatores, secadores, resfriadores, misturadores
Rolamento	$10^{-4} < F_r < 10^{-2}$	$f > 0,1$	
Cascadeamento	$10^{-3} < F_r < 0,1$		
Catarateamento	$0,1 < F_r < 1$	$f > 0,2$	Moinhos de bola
Centrifugação	$F_r \geq 1$		Não utilizado

### ❖ Regime de deslizamento

Esse regime é caracterizado por um leito estático de material que desliza sobre a parede do cilindro que está em movimento. A combinação de baixas velocidades com baixos coeficientes de atrito ( $\mu_w$ ) entre as partículas do leito e a parede do cilindro contribui para o aparecimento do regime de deslizamento. O regime de deslizamento é indesejável em processos industriais, pois ele resulta em pouco ou nenhum grau de mistura do material (SHERITT *et al.*, 2003).

Henein *et al.* (1983b) desenvolveram um modelo para prever as condições de deslizamento em um forno rotatório e apresentaram os resultados em um gráfico, no qual foi plotado o grau de enchimento ( $f$ ) *versus* o número de Froude ( $Fr$ ). Esse gráfico recebe o nome de Diagrama de Comportamento do Leito (*Bed Behavior Diagram*), conforme mostra a Figura 2.4. A partir de suas análises, os autores concluíram que a velocidade de rotação não exerce influência no deslizamento, ao passo que o grau de enchimento do equipamento ( $f$ ) e o ângulo de repouso estático ( $\phi_e$ ) são variáveis chave que afetam a ocorrência deste regime.

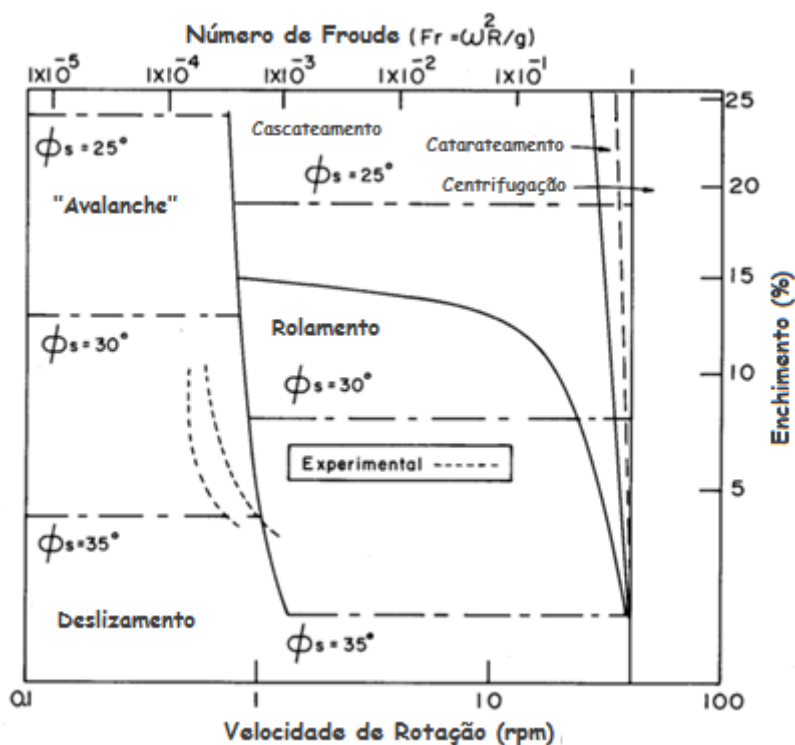


Figura 2.4: Diagrama de comportamento do leito que apresenta as transições entre os regimes de deslizamento, “avalanche”, rolamento, cascadeamento, catarateamento e centrifugação (Adaptado de HENEIN *et al.*, 1983b).

### ❖ Regime de “avalanche” ou caimento

Neste regime, o leito de material se comporta como um corpo rígido que é carregado pela parede do cilindro, de modo que a inclinação da superfície do leito aumenta continuamente até alcançar um valor máximo de ângulo de repouso, para depois cair como uma “avalanche”, atingindo um ângulo de repouso inferior. O ângulo de repouso inferior atingido após a “avalanche” ainda é menor que o ângulo de repouso estático do sólido granular. A frequência de ocorrência deste processo de elevação e caimento do material aumenta com o aumento da velocidade de rotação, eventualmente levando ao regime de rolamento (HEMA, 2003).

Henein *et al.* (1983a) investigaram os efeitos de variáveis como a velocidade de rotação, a profundidade do leito, o diâmetro do cilindro, o tamanho e o formato das partículas, na transição entre os regimes de “avalanche” e rolamento. Os resultados foram representados em um Diagrama de Comportamento do Leito e verificou-se que partículas menores rolam a menores velocidades e exibem maior faixa de transição entre os regimes. Também foi observado que as partículas em regime de “avalanche” apresentaram diferenças de velocidades insignificantes para tambores cilíndricos de diferentes tamanhos, indicando que este regime sofre pouca influência das paredes terminais.

### ❖ Regime de rolamento

À medida que se aumenta a velocidade de rotação, o período entre uma “avalanche” e outra se torna pequeno, dando origem ao movimento contínuo de apenas uma fina camada de partículas sobre a superfície do leito. Essa superfície formada pelas partículas em rolamento é aproximadamente plana e possui inclinação constante, que é o próprio ângulo de repouso dinâmico do material ( $\theta_s$ ).

Na vista transversal do movimento de rolamento, é possível identificar duas regiões distintas: a camada passiva e a camada ativa. A camada passiva é a região mais próxima à parede do tambor, na qual as partículas se movimentam devido somente à velocidade de rotação. Já a camada ativa é a camada que está mais próxima à superfície do leito e onde as partículas apresentam velocidades mais altas. A partir da Figura 2.5, é possível observar, no perfil radial de velocidade das partículas, um ponto de inflexão entre ambas as camadas onde

a velocidade resultante é nula e o sentido do movimento das partículas se inverte (AISSA *et al.*, 2012; SANTOS *et al.*, 2013).

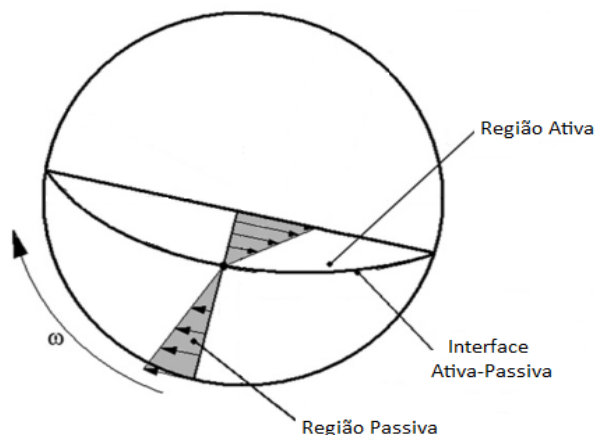


Figura 2.5: Regiões ativa e passiva de um tambor rotatório em regime de rolamento (Adaptado de AISSA *et al.*, 2012)

Santos *et al.* (2015) verificaram a influência da velocidade de rotação e do nível de enchimento do tambor sobre a espessura da camada ativa a partir de dados numéricos e experimentais. A espessura da camada ativa é definida como a distância entre a superfície mais externa do leito e a interface de inflexão entre as camadas. Notou-se que alterações no nível de enchimento e na velocidade de rotação do tambor provocaram variações na velocidade das partículas na região ativa e somente o efeito do nível de enchimento se mostrou significativo sobre a espessura da camada ativa.

O movimento de rolamento é bastante almejado em processos industriais que necessitam de um elevado grau de mistura do leito de partículas, que é favorável aos transportes de massa e calor. Estes mecanismos físicos ocorrem quase que inteiramente na camada ativa.

#### ❖ Regime de cascadeamento

A trajetória circular desenvolvida pelas paredes do tambor carrega as partículas até que elas alcancem certa altura e depois rolem umas sobre as outras no leito da carga, gerando o movimento denominado cascadeamento. Neste regime, uma superfície curvada em forma de “S” se desenvolve sobre o leito (Figura 2.6) e, à medida que a velocidade aumenta, essa curvatura se mostra tão pronunciada, que apresenta o formato de um “feijão” ou “rim”

(MELLMANN, 2001). Segundo Figueira *et al.* (2004), no regime de cascadeamento no interior de um moinho, quase não há impacto entre bolas e partículas, e a fragmentação se dá basicamente por atrito e abrasão.

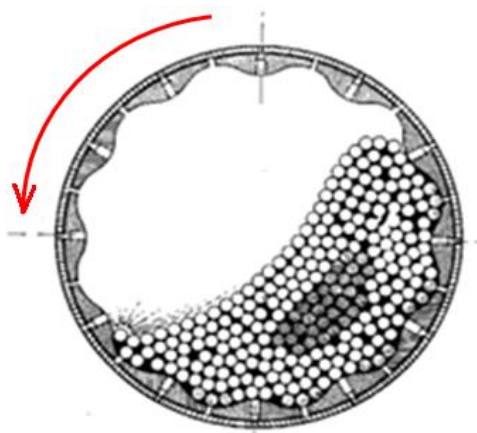


Figura 2.6: Regime de cascadeamento (Adaptado de BERALDO, 1983)

De acordo com Henein *et al.* (1983b), o movimento de cascadeamento é altamente influenciado pelo grau de enchimento do tambor, bem como pela velocidade de rotação e pelo ângulo de repouso dinâmico do leito. Adicionalmente, Blumberg e Schlünder (1996) declararam que, além de outras propriedades, o regime de cascadeamento é dependente também do tamanho das partículas. Segundo os autores, a velocidade necessária para a ocorrência da cascata aumenta com o aumento do tamanho da partícula.

Santomaso *et al.* (2003) desenvolveram equações a fim de relacionar medidas características do leito com condições operacionais e assim descrever o comportamento do leito em movimento. De acordo com os autores, o movimento de partículas menores resulta em uma superfície mais curvada no regime de cascadeamento e o efeito do tamanho da partícula deve ser considerado em conjunto com outros parâmetros.

#### ❖ Regime de catarateamento

Aumentando ainda mais a velocidade de rotação, nota-se a transição do regime de cascadeamento para o catarateamento. Algumas partículas que estão em cascata, após alcançarem certa altura, começam a ser lançadas em voo livre para o espaço vazio do tambor, caindo diretamente sobre o leito da carga, dando origem ao regime de catarateamento (Figura

2.7). O regime de escoamento que possui maior aplicabilidade no processo de moagem é o catarateamento, pois este privilegia a quebra por impacto (MELLMANN, 2001).

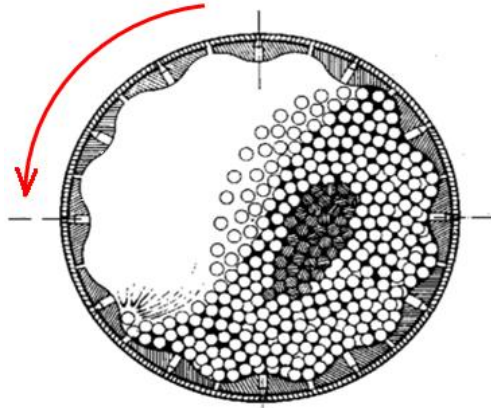


Figura 2.7: Regime de catarateamento (Adaptado de BERALDO, 1983)

De acordo com o estudo de Henein *et al.* (1983b), o limite de transição entre os regimes de cascadeamento e catarateamento se baseia no critério de que as partículas lançadas do ápice do leito caem no ponto médio do tambor ou além deste. O catarateamento total é alcançado quando a partícula mais externa deixa o ápice do leito e intercepta a parede do cilindro na base do leito. Os autores também supõem uma trajetória parabólica das partículas, e as interações das partículas em voo são negligenciadas.

Em 1935, Oyama (*apud* HENEIN *et al.*, 1983b; SKOCZKOWSKA e ULBRICH, 2014) apresentou a seguinte relação (Equação 2.2) obtida experimentalmente para prever as velocidades de rotação em que ocorre o movimento de catarateamento.

$$n = \frac{C}{D^{0,47} f^{0,14}} [rpm] \quad (2.2)$$

Sendo C uma constante igual a 54 para o limite de transição cascadeamento-atarateamento e 72 para o catarateamento total, D o diâmetro do tambor [m], e f o grau de enchimento do tambor [%].

De forma similar, Skoczowska e Ulbrich (2014) descreveram o início do catarateamento e seu movimento definitivo. O início do catarateamento se dá quando ocorre relaxamento do leito compactado e as partículas se separam em movimento livre dentro do equipamento, caindo sobre o leito ou rolando pela sua superfície (cascadeamento). Já o

catarateamento definitivo é designado pelo chamado estado de equilíbrio, quando as partículas começam a cair fora do leito e o movimento de cascata é omitido. Os autores verificaram uma discrepância entre os valores de velocidade calculados pela equação de Oyama (1935) e os valores medidos experimentalmente para diferentes materiais e propuseram uma modificação na Equação 2.2, levando em consideração o coeficiente de atrito da partícula, resultando na Equação 2.3.

$$n = \frac{C}{D^{0,47} f^{0,14} \mu^x} [rpm] \quad (2.3)$$

Sendo a constante C igual a 48 para o início do catarateamento e 51,7 para o catarateamento definitivo,  $\mu$  o coeficiente de atrito da partícula, e x uma constante igual a 0,08 para o início do catarateamento e 0,24 para o catarateamento definitivo.

Um exemplo prático da importância de se conhecer a trajetória da carga de bolas no interior do moinho é o caso da determinação da velocidade de rotação e do grau de enchimento do moinho. A escolha destes parâmetros deve ser feita de modo que a queda das partículas no regime de catarateamento ocorra sobre o leito da carga, e não sobre o revestimento do moinho. O impacto das bolas sobre a parede do moinho pode levar ao rápido desgaste do revestimento, aumentando os custos com manutenção, além de reduzir a efetividade dos eventos de quebra.

Uma característica relevante dos regimes de cascadeamento e catarateamento é a localização dos pontos de *shoulder* e *toe* da carga. Estes pontos identificam radialmente a posição onde a carga de bolas inicia e termina o seu movimento em queda livre ou rolando sobre a superfície, respectivamente (Figura 2.8). O ponto de *shoulder* é a posição vertical mais alta que a carga pode atingir até ser lançada em voo livre e o ponto de *toe* é a posição mais baixa de contato da carga com a parede do moinho (POWELL, 2004).

Muitas vezes a orientação da carga é descrita usando as posições de *shoulder* e *toe* e a linha que liga estes pontos. A inclinação desta linha equivale ao ângulo de repouso dinâmico da carga do moinho (DONG e MOYS, 2003). Em seu estudo, Morrell (1993) usou a definição dos pontos de *shoulder* e *toe* para delinear o formato da carga e assim determinar o consumo de energia do moinho.

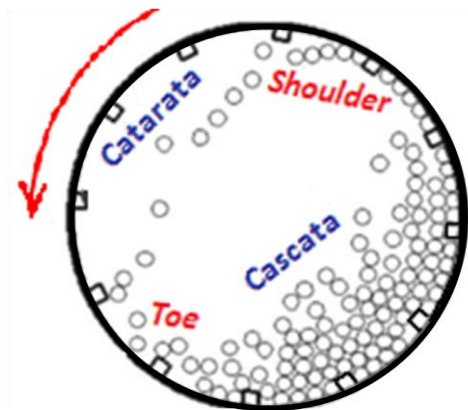


Figura 2.8: Pontos de *shoulder* e *toe* (Adaptado de HLUNGWANI *et al.*, 2003)

### ❖ Regime de centrifugação

Por fim, observa-se a transição do regime de catarateamento para a centrifugação. A centrifugação é alcançada quando as partículas na órbita mais externa do cilindro atingem o ponto vertical mais alto e não caem em catarata. Neste momento, a força centrífuga e a força gravitacional que estão agindo sobre a partícula entram em equilíbrio e o número de Froude é igual a 1. Dessa forma, a velocidade crítica de centrifugação ( $\omega_c$ ) dada pela Mecânica Clássica é definida pela Equação 2.4.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad (2.4)$$

Na velocidade crítica não se observa movimento relativo entre as partículas aderidas à parede do moinho, por isso, este regime não contribui na operação de moagem e deve ser evitado (WATANABE, 1999).

Tradicionalmente, a Equação 2.4 é empregada para o cálculo da velocidade crítica em moinhos de bolas na indústria mineral, uma vez que é comum expressar a taxa de rotação de um moinho como uma fração da velocidade crítica. Segundo Beraldo (1983), os moinhos operam a uma velocidade entre 60% e 85% da velocidade crítica.

Porém, na prática, o cálculo da velocidade crítica através da Mecânica Clássica pode levar a resultados equivocados quanto à transição para o regime de centrifugação e, conseqüentemente, quanto à ocorrência do regime de catarateamento. Isso porque o início da centrifugação pode ser função não apenas do raio ( $R$ ) do tambor, mas também de outros



parâmetros do sistema que não são considerados. Ao longo dos anos, alguns autores recomendaram modificações na Equação 2.4, a fim de adaptá-la às condições do sistema, e estas são elucidadas a seguir:

A equação de Rose e Sullivan (1957) contabilizou a dimensão das partículas em um moinho, que é expresso pelo diâmetro destas ( $d$ ) e pelo diâmetro do tambor ( $D$ ). A Equação 2.5 é estritamente válida para apenas uma camada de partículas centrifugadas na parede.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{2g}{D - d}} \quad (2.5)$$

Walton e Braun (1993) adicionaram à equação da Mecânica Clássica o ângulo de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ) do material no leito (Equação 2.6), que demonstra o comportamento das partículas em um escoamento em tambor rotatório.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sen\theta_s}} \quad (2.6)$$

Ristow (1998) considerou que a velocidade crítica de centrifugação é proporcional  $(1 - f)^{-1/4}$ , onde  $f$  é a fração de enchimento do tambor, e acrescentou esse termo à equação original, resultando na Equação 2.7.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sqrt{1 - f}}} \quad (2.7)$$

Watanabe (1999) verificou em seu estudo que a velocidade crítica de rotação depende significativamente da fração de enchimento do moinho, como já previsto por Ristow (1998). À medida que o grau de enchimento do tambor ( $f$ ) se aproxima de 0, a velocidade crítica se aproxima assintoticamente do valor obtido pela expressão da Mecânica Clássica (Equação 2.4). O autor também considerou o efeito do ângulo de repouso dinâmico do material no leito ( $\theta_s$ ), acarretando na Equação 2.8.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sen\theta_s \sqrt{1 - f}}} \quad (2.8)$$

De acordo com o estudo de Watanabe (1999), existem duas diferentes definições para esta transição. A primeira considera que a centrifugação se inicia quando todas as partículas se aderem à parede do moinho, formando um único anel (Figura 2.9a). Já a segunda definição, diz que a centrifugação tem início quando apenas a camada mais externa do material começa a se aderir na parede do moinho, formando um anel (Figura 2.9b).

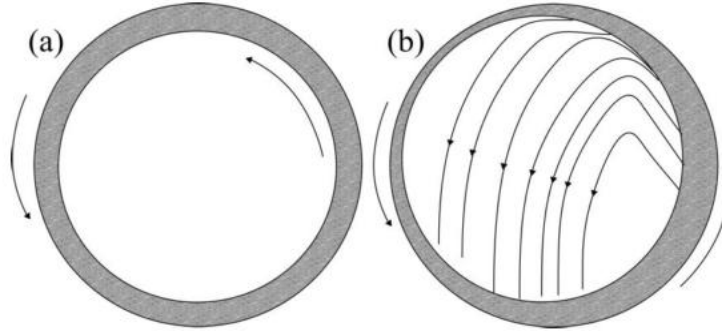


Figura 2.9: Definições distintas para a transição para o regime de centrifugação: a) todas as partículas do leito formam um anel; b) apenas a camada mais externa de partículas do leito forma um anel (SANTOS, 2015).

Juarez *et al.* (2011) estudaram, por meio de experimentos e simulações numéricas, o efeito do tamanho da partícula, do nível de enchimento do tambor e da diferença de densidade entre a partícula e o fluido intersticial. Deste modo, os autores propuseram uma modificação na equação clássica da velocidade crítica considerando as densidades das partículas (fase sólida -  $\rho_s$ ) e do fluido de preenchimento (fase fluida -  $\rho_f$ ), acarretando na Equação 2.9.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g(1 - \rho_f/\rho_s)}{R \sin\theta_s \sqrt{1 - f}}} \quad (2.9)$$

Neste estudo, Juarez *et al.* (2011) verificaram a dependência da velocidade crítica com o diâmetro da partícula. Para elevados níveis de enchimento ( $f > 75\%$ ) constatou-se que as partículas maiores requeriam velocidades mais elevadas que a velocidade crítica para atingir o regime de centrifugação. À medida que a velocidade aumenta, o material tem que superar não somente a força gravitacional, mas também as forças de fricção das paredes terminais do tambor, exigindo maior velocidade de rotação.

Santos (2015) verificou, experimentalmente, que o número de Froude crítico ( $F_{rc}$ ) tende assintoticamente a um valor unitário, à medida que o grau de enchimento ( $f$ ) do tambor

aumenta. Dessa forma, o autor propôs a Equação 2.10 para a previsão do início do regime de centrifugação baseada na definição de centrifugação dada pela Figura 2.9b.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g [1 + \lambda \exp(-\tau f)]}{R}} \quad (2.10)$$

Em que  $\lambda$  corresponde ao efeito adicional, incorporado à velocidade de centrifugação, quando da utilização de baixos valores de grau de enchimento; e  $\tau$  está relacionado ao decaimento exponencial da velocidade crítica de centrifugação com o aumento do grau de enchimento.

Nota-se que, das equações citadas acima de previsão da velocidade crítica de centrifugação em tambores rotatórios, nenhuma delas considera a presença de suspensores no interior do equipamento. E é sabido que a presença de suspensores vai influenciar significativamente no movimento dos corpos moedores em um moinho cilíndrico (HONG e KIM, 2002; HLUNGWANI *et al.*, 2003).

### 2.1.6 Corpos moedores

Nos moinhos de bolas, o trabalho de cominuição é realizado pela ação dinâmica dos corpos moedores em seu interior. A ação que promove a quebra é resultado da combinação da queda e do escorregamento dos corpos moedores sobre o revestimento do moinho, e ainda do impacto e do escorregamento dos corpos moedores entre si (METSO, 2005). De acordo com Gupta e Yan (2006), a magnitude do impacto dos corpos moedores nas partículas de minério vai depender da altura que estes caem e do ângulo no qual o impacto ocorre.

Segundo Wills e Napier-Munn (2006), os corpos de moagem em moinhos cilíndricos são grandes, duros e pesados em relação às partículas de minério, mas são pequenos em relação ao volume do moinho. A carga de corpos moedores em um moinho cilíndrico pode ser composta por esferas ou “cylpebs” (tronco de cone), operados em conjunto, em uma distribuição, ou separadamente. Apesar de os “cylpebs” possuírem uma área superficial 15% maior do que uma esfera de mesma massa, estes apresentam maior consumo de energia e, por isso, as esferas são mais utilizadas (ALVES, 2006).

Dependendo da distribuição granulométrica do produto pretendido e da alimentação do moinho, uma moagem eficiente de partículas de minério requer uma composição adequada dos corpos moedores. De acordo com Beraldo (1983), há uma relação entre os diâmetros das esferas e das partículas de minério para a obtenção de um máximo de eficiência de moagem. O autor constata que a frequência de quebra de partículas de pequenos diâmetros é mais elevada para as esferas (corpos moedores) de pequenos diâmetros do que para as maiores, e vice-versa. Assim, para uma mistura de tamanho de partículas, seria recomendável uma carga de bolas com diversos tamanhos, denominada “carga balanceada”.

Nascimento (2013) estudou o efeito de cargas de um só tamanho e composições de diferentes tamanhos de corpos moedores, através de simulação utilizando o método da Dinâmica dos Corpos Rígidos. Foi observada a importância de se utilizar o carregamento de bolas de diferentes diâmetros, já que assim é possível obter frequências de impacto de alta e baixa magnitude. Ademais, notou-se que o carregamento de bolas de menores diâmetros favorece a ocorrência do catarateamento, pois as esferas são elevadas a pontos mais altos pelos suspensores, e estão mais sujeitas a lançamentos diretos na carcaça do que aquelas de maiores diâmetros.

Kiangi e Moys (2008) estudaram, experimentalmente, o comportamento da carga de bolas em um moinho sob condições de aumento do enchimento de partículas para moagem, classificados como sílica grosseira e sílica fina. Uma sonda indutiva foi usada para obter informações do comportamento da carga de bolas, independente da carga de partículas. Os efeitos do tamanho das partículas e do enchimento do tambor foram quantificados através da localização das posições angulares dos pontos de *toe* e *shoulder*. Verificou-se a ocorrência de segregação radial das partículas grosseiras, com o aumento da velocidade de rotação e do enchimento, e possibilitou, desta forma, a proteção da carcaça do moinho contra o impacto causado pelas bolas no regime de catarateamento.

O nível de enchimento da carga de bolas também afeta diretamente a eficiência da operação de moagem, pela sua dependência com o consumo energético e com a ocorrência dos eventos de quebra em quantidade suficiente no processo de cominuição. Na prática, a porcentagem de carga do moinho não excede a 50% do seu volume (FIGUEIRA *et al.*, 2004).

Segundo Souza (2002), um nível de enchimento elevado implicará numa maior potência consumida e maior custo na aquisição de corpos moedores, enquanto que, no caso de

um enchimento reduzido, haverá maior desgaste dos corpos moedores e do revestimento por conta do aumento de choques na carcaça do moinho. Um fator agravante no segundo caso se deve ao fato de que no desgaste das esferas pode haver contaminação do produto.

No estudo desenvolvido por Nascimento (2013), a potência se mostrou fortemente dependente do nível de enchimento, apresentando um ponto de máximo consumo de energia a 50% do enchimento do moinho. Este estudo também permitiu verificar o delineamento de uma área de “zona-morta”, que se acentua com o aumento do enchimento do moinho. Esta área separa as regiões de ascensão das esferas (parte mais externa, próximo aos suspensores) da região de queda de bolas, mais ao centro do moinho. A adequação dessa área em razão dos custos/eficiência da operação se torna importante, pois o desgaste da carga moedora é fortemente reduzido pela formação dessa região, enquanto que os efeitos de quebra também se reduzem.

O efeito do nível de enchimento também pode ser notado na transição entre os regimes de escoamento que se dão no interior do moinho de bolas. Mellmann (2001) observou este efeito ao estudar os regimes de escoamento de partículas de cascalho, calcário e areia, de diâmetros 3,0 mm, 1,5 mm e 0,5 mm, respectivamente, em um tambor rotatório. Verificou-se que, à medida que se aumentava o grau de enchimento, a velocidade de transição cascadeamento-catarateamento também aumentava. O contrário aconteceu para a transição catarateamento-centrifugação, no qual com o aumento dos níveis de enchimento, as velocidades de transição diminuíram. Para todos os materiais, estes efeitos só puderam ser observados a partir do grau de enchimento de 20%.

### **2.1.7 Efeito das paredes terminais**

O tipo do regime de escoamento que as partículas apresentam no interior de um tambor rotatório pode ser influenciado tanto por fatores externos, como a geometria do equipamento (presença de suspensores, atrito das paredes, etc.), quanto por propriedades físicas das partículas (formato, densidade e coeficiente de restituição) e por condições operacionais (velocidade de rotação, grau de enchimento).

O efeito do atrito das paredes frontal, traseira ou mesmo as laterais, no fluxo das partículas pode resultar em alterações nos ângulos de repouso dinâmico e estático do material,

na variação da espessura da camada ativa do regime de rolamento, e também na ocorrência do fenômeno conhecido como segregação (LEE *et al.*, 2013).

Segundo Boateng (1993), as paredes frontal e traseira, também chamadas de paredes terminais ou paredes da extremidade, têm o papel de carrear as partículas mais próximas a uma altura maior que o resto do leito, ou seja, o atrito entre as paredes terminais e o leito de partículas contribui no movimento e na elevação do ângulo de repouso do leito de material. No entanto, o autor observou que este efeito de elevação tornou-se desprezível a uma distância axial de 10 cm a partir da extremidade, o que representou cerca de 250 diâmetros de partícula.

Henein *et al.* (1983a) investigaram o efeito das paredes terminais de um tambor rotatório no comportamento de um leito granular operando nos regimes de rolamento e “avalanche”. Para isso, foram utilizados quatro tambores de diferentes comprimentos e dois sensores infravermelhos foram alocados no interior de cada tambor, um perto da parede e outro no centro axial. Observou-se que as partículas próximas às paredes terminais tendiam a rolar em menores velocidades de rotação do que aquelas localizadas no centro axial do tambor, devido à ação de carregamento das paredes. No entanto, o limite de transição para o regime de “avalanche” foi encontrado em velocidades levemente inferiores no caso do menor cilindro, indicando uma pequena influência das paredes terminais neste regime.

Cleary *et al.* (2003) constataram que o efeito das paredes terminais pode ser bastante pronunciado desde que o comprimento do moinho seja relativamente menor que o seu diâmetro. Os autores concluíram que o movimento das partículas não é apenas gerado pela ação de elevação dos suspensores, mas também pelo atrito das paredes terminais que ajudam a sustentar e a levantar a carga de bolas, contribuindo para a ocorrência do catarateamento. A combinação destes efeitos acarreta na elevação da posição do ângulo *shoulder* e no decréscimo da posição do ângulo de *toe*.

Com o objetivo de investigar o efeito do atrito da parede terminal sobre outros parâmetros além do ângulo de repouso do material, Maneval *et al.* (2005) mediram os perfis de velocidade transversal do fluxo granular em regime de rolamento num cilindro rotatório por NMR (ressonância magnética nuclear). Os autores concluíram que o cilindro de menor comprimento, que possui as duas paredes terminais mais próximas, poderá afetar muito mais o fluxo de partículas do que somente a parede frontal em um cilindro longo.

Alguns autores consideram que a segregação da carga depende fortemente das paredes terminais, especialmente em moinhos pequenos, no qual as partículas menores se concentram nas extremidades do tambor em altas velocidades de rotação ou se concentram no centro do tambor em baixas velocidades de rotação.

A segregação ocorre, principalmente, devido às diferenças de tamanho das partículas, e também em decorrência das diferenças de outras propriedades físicas dos sólidos, como a densidade e o formato. Em um tambor rotatório, a segregação das partículas pode ocorrer nas direções axial e radial ao eixo do equipamento (Figura 2.10). As variáveis que podem influenciar na segregação da carga são: a velocidade de rotação e as paredes terminais do tambor (SANTOS, 2015; CLEARY *et al.*, 2003).

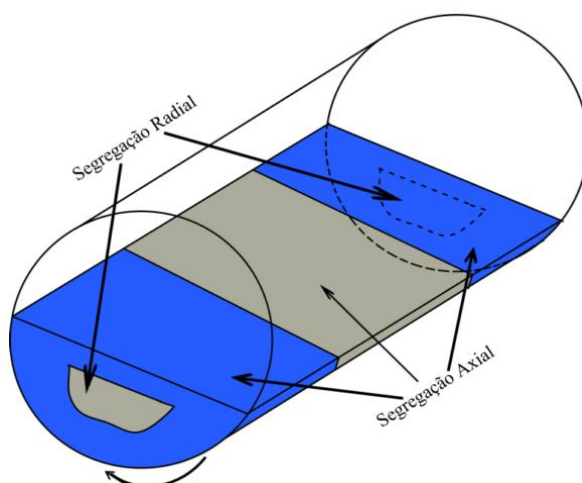


Figura 2.10: Ilustração do fenômeno de segregação radial e axial no interior de um tambor rotatório (SANTOS, 2015)

### 2.1.8 Geometria de revestimento

Internamente, os moinhos são revestidos com um material resistente que tem a função de proteger a parede interna do equipamento do desgaste devido ao impacto e abrasão entre o meio de moagem e o material a ser moído. Os sistemas de revestimento podem apresentar diversas configurações e propriedades, sendo os mais comuns fabricados de borracha, aço ou materiais combinados, que visam o melhor desempenho da operação de moagem (CHAVES, 2009).

Além de evitar o desgaste da parede, o perfil de revestimento também afeta sensivelmente a trajetória dos corpos moedores. Os suspensores ou *lifters* são utilizados para

promover uma maior elevação dos corpos moedores e evitar o deslizamento da carga de material na parede. Os corpos moedores são lançados a partir dos suspensores em trajetórias parabólicas que são características do regime de catarateamento, o que privilegia a quebra do material por impacto (Figura 2.11). As condições ótimas de máximo impacto são derivadas da trajetória que produz a maior altura de queda, que é, de fato, a única que passa pelo centro da circunferência do moinho (WHITE, 1905).

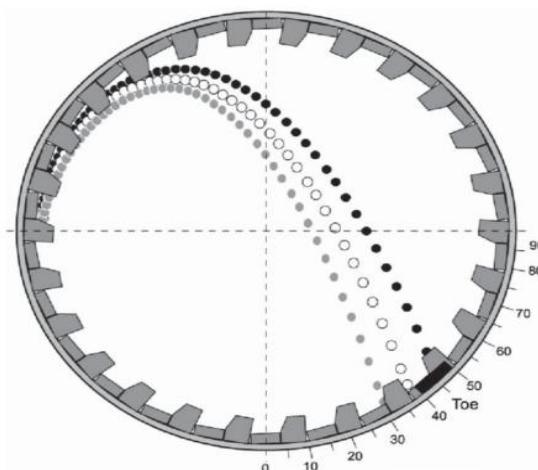


Figura 2.11: Trajetória parabólica dos corpos moedores que partem dos suspensores (METSO, 2005)

Diversas variáveis relacionadas ao perfil de revestimento, a saber, o número e o formato dos suspensores, bem como a altura e o espaçamento entre eles, desempenham papéis importantes na eficiência da moagem. Segundo Powell (1991), o suspensor deve ter, no mínimo, a altura do raio da esfera utilizada como corpo moedor, para ser capaz de elevar a carga e assegurar que as esferas caiam no ponto de *toe*.

De acordo com Meaders e MacPherson (1964), o espaçamento ideal entre os suspensores é de 3 a 5 vezes a altura dele. Isto pode ser dado pela proporção A/B (Figura 2.12), que deve ser especificada de acordo com a velocidade de operação do moinho. Quanto maior a velocidade, maior deve ser esta proporção para garantir um bom desempenho da moagem (METSO, 2005). A proporção A/B naturalmente irá variar no transcorrer da vida útil do revestimento e se tornará maior à medida que a altura do suspensor diminuir.



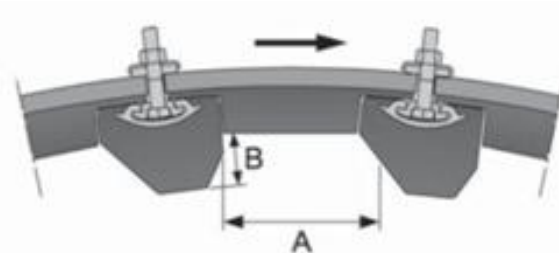


Figura 2.12: Proporção A/B do suspensor (METSO, 2005).

Hlungwani *et al.* (2003) estudaram, experimentalmente e através de simulações numéricas, o efeito do formato dos suspensores sobre o consumo de energia em um moinho cilíndrico 2D. Suspensores quadrados e trapézios foram utilizados, sendo os primeiros considerados recém-instalados, e os segundos simulando o desgaste dos suspensores quadrados. Em frações da velocidade crítica que variaram de 15 a 180%, foi verificado que o suspensor trapézio consumiu mais energia que o suspensor quadrado, ou seja, o suspensor quadrado apresentou melhor desempenho sobre a ocorrência da moagem.

No estudo experimental de Hong e Kim (2002), utilizando um moinho cilíndrico convencional (sem suspensores) e outros com 1, 2, 4 ou 8 suspensores, o movimento das esferas de moagem em regimes de cascadeamento, catarateamento e centrifugação foram comparados. Foi observado que, à medida que se aumentou o número de suspensores, a velocidade de rotação necessária à ocorrência dos regimes cascadeamento e catarateamento diminuiu drasticamente. Dessa forma, sob baixas velocidades de rotação em um moinho com suspensores, flocos de alumínio puderam ser preparados com forma e tamanho semelhantes àqueles moídos no moinho sem suspensores sob altas velocidades de rotação.

## 2.2 Abordagem Numérica

Com o avanço da capacidade de processamento e armazenamento dos computadores nas últimas décadas, a simulação computacional tem se apresentado como uma técnica viável que, empregando uma ampla variedade de modelos matemáticos, é capaz de reproduzir situações e fenômenos complexos reais. As simulações numéricas tornam possível o estudo de problemas que são, na maioria das vezes, onerosos e muito difíceis de serem desenvolvidos

experimentalmente em laboratório, além de permitir a avaliação do efeito de uma vasta gama de variáveis (LAW e KELTON, 1991).

Neste cenário, a Fluidodinâmica Computacional (CFD) tem emergido como uma importante ferramenta na simulação da dinâmica de partículas e fluidos, e os fenômenos associados.

### **2.2.1 Fluidodinâmica computacional**

A Fluidodinâmica Computacional ou CFD (do inglês *Computational Fluid Dynamics*) compreende a solução numérica de equações fundamentais que governam a mecânica dos fluidos, como equações de transferência de momento, energia e massa. A maioria destas equações não possui solução analítica conhecida para problemas práticos, e para isto, existem simuladores avançados que contêm algoritmos fornecedores de resultados em um tempo computacional razoável. Atualmente, podem-se encontrar diversos pacotes comerciais para simulação em CFD, sendo o ANSYS FLUENT<sup>®</sup> um dos mais utilizados para este propósito.

Vale ressaltar que os estudos numéricos em Fluidodinâmica Computacional tem o objetivo de complementar os estudos experimentais e não substituí-los, possibilitando uma pesquisa mais eficiente e um conhecimento mais detalhado do processo.

Como exemplo de aplicação tem-se a dinâmica dos corpos moedores em um moinho de bolas, que afeta o desempenho da operação de moagem. Com isso, o entendimento dos regimes de escoamento granular dentro do moinho cilíndrico se faz necessário. Este sistema pode ser numericamente representado por meio de uma modelagem monofásica, considerando apenas a presença da fase sólida (corpos moedores), ou através de uma modelagem multifásica, com a presença das fases sólida e fluida. Uma modelagem multifásica deste sistema pode ser realizada, visto que no interior do moinho cilíndrico estão presentes duas fases: o ar e as esferas de moagem.

A modelagem de escoamentos multifásicos pode ser classificada de acordo com a descrição da fase sólida. Quando a fase dispersa é considerada como um meio fluido, onde todas as fases devem ter suas frações de volume contabilizadas em cada elemento computacional, denomina-se abordagem ou aproximação Euleriana. No entanto, se a fase

sólida é considerada como um conjunto de partículas discretas, é chamada de abordagem ou aproximação Lagrangeana.

O estudo numérico da dinâmica dos corpos moedores em moinhos de bolas é normalmente feito através de simulações monofásicas aplicando-se a abordagem Lagrangeana à fase sólida (RAJAMANI e VENUGOPAL, 2001; CLEARY *et al.*, 2003).

Tais abordagens serão detalhadas a seguir, juntamente com a aplicação de cada uma em escoamentos de materiais granulados em tambores rotatórios e em moinhos de bolas.

### 2.2.1.1 Abordagem Lagrangeana (monofásica)

Na aproximação Lagrangeana, também conhecida como DEM (*Discrete Element Method*), o comportamento de cada partícula é estudado individualmente, tomando como base a sua trajetória, conforme mostra a Figura 2.13. Esta modelagem inclui o efeito de forças externas e forças de interação com as demais partículas (NASCIMENTO, 2014).

Apesar de a abordagem DEM apresentar informações a nível microscópico das partículas, resultando em um maior detalhamento do processo, este método envolve algumas dificuldades. Uma delas é a necessidade de se utilizar correlações para descrever minuciosamente todas as interações existentes, além de não ser capaz de realizar simulações em equipamentos em escala industrial, devido à limitação do número de partículas. Neste último caso, a abordagem Euleriana é a mais utilizada na simulação de equipamentos grandes, pois não requer a mesma quantidade de parâmetros e tem apresentado resultados satisfatórios (BISOGNIN, 2015).

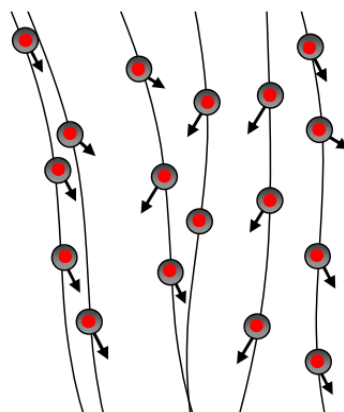


Figura 2.13: Representação da abordagem Lagrangeana (LUNA, 2013)

Na literatura, a abordagem DEM é bastante utilizada para a análise da dinâmica dos corpos moedores em moinhos de bolas, fornecendo informações a respeito do consumo de energia da operação, do desgaste do revestimento e das esferas, e sobre as regiões da carga onde são observados os maiores índices de moagem. Em seguida, são apresentados alguns destes trabalhos.

Mishra e Rajamani (1992) introduziram o DEM na simulação e otimização da moagem, no qual o consumo de energia foi estimado num moinho de bolas 2D que simulou os impactos ocorridos entre as partículas. Este método foi considerado eficiente para prever o movimento da carga de bolas, mas a aproximação 2D pode ser um problema, pois o movimento das bolas na direção axial foi totalmente omitido.

Baseado no estudo anterior, Rajamani e Venugopal (2001) descreveram a modelagem discreta em um moinho tridimensional (3D) pela primeira vez. O movimento da carga de esferas e o consumo de energia, ambos obtidos numericamente, foram comparados com dados experimentais de um moinho piloto. Uma boa concordância entre os resultados simulados e experimentais implicou que este esquema de simulação pôde ser adequado para diagnosticar problemas e prever o tempo de vida útil de um moinho de bolas.

Cleary (2001) estudou o comportamento do leito de um material em um moinho de bolas a partir de simulações numéricas DEM. Neste estudo, foi possível identificar claramente as regiões de maior cisalhamento das partículas em regime cascadeamento em função do nível de enchimento do moinho e da velocidade de rotação. A maior taxa de cisalhamento foi observada na região onde as partículas da superfície em cascadeamento se chocam com a parede do moinho e mudam rapidamente seu movimento de cascadeamento para baixo da superfície quando o material é puxado pelos suspensores.

O estudo realizado por Cleary *et al.* (2003) permitiu verificar a influência da forma da partícula e da dimensionalidade do modelo DEM nas posições *shoulder* e *toe* no regime de cascadeamento. Os resultados simulados foram comparados com dados experimentais sob as mesmas condições. Foi constatado que a forma da partícula possui um efeito significativo sobre a posição *shoulder*. Por outro lado, a dimensionalidade do modelo, ou seja, se este é bidimensional ou tridimensional, afeta principalmente a posição *toe*.

Através de estudos experimentais e numéricos (DEM), Dragomir *et al.* (2014) determinaram o valor da velocidade crítica de centrifugação em um cilindro rotatório para diferentes níveis de enchimento, com o objetivo de maximizar a taxa de energia dissipada. Para isto, foi investigada a importância relativa de propriedades do material, tais como coeficientes de atrito e restituição, e a densidade mássica na transição para o regime de centrifugação. O coeficiente de atrito foi o que apresentou maior influência, haja vista que altos valores de coeficiente de atrito levaram à transição precoce ao regime de centrifugação. Além disso, as velocidades de centrifugação previstas pela modelagem DEM se aproximaram daquelas calculadas pela equação de Watanabe (1999), apesar de esta última ser exclusiva somente para partículas esféricas.

### **2.2.1.2 Abordagem Euleriana (multifásica)**

A abordagem Euleriana é caracterizada por considerar a fase dispersa como um fluido, no qual a fase granulada, juntamente com a fase fluida, são modeladas em um campo Euleriano. Esta abordagem adota a condição de interpenetrabilidade das fases, ou seja, ambas as fases podem ocupar o mesmo volume de controle, sendo que a fração volumétrica é a variável que quantifica cada fase. Também considera que toda a matéria é contínua, isto é, não há vazios ou espaços, nem corpos puntiformes como moléculas e sólidos particulados (LUNA, 2013).

Em seguida, são apresentados os principais estudos acerca da modelagem Euleriana em tambores rotatórios.

Huang *et al.* (2013) investigaram o fenômeno de segregação de uma mistura de partículas binárias em tambores rotatórios utilizando a modelagem Euleriana. Os resultados simulados se mostraram consistentes com as observações experimentais, indicando um padrão de segregação, no qual as partículas pequenas tendem a se concentrar na área central do tambor, enquanto que as partículas grandes se distribuem ao redor do núcleo central radial formado pelas partículas menores.

Zheng e Yu (2015) apresentaram um estudo numérico do comportamento do fluxo de materiais granulares em um tambor rotatório 3D baseado na formulação Euleriana juntamente com o método dos elementos finitos e a teoria elastoplástica constitutiva (*Eulerian FEM*). Este modelo pode descrever o comportamento duplo de sólido e fluido que o material

granulado apresenta a nível contínuo, ao contrário do método CFD baseado na mecânica dos fluidos e dos métodos discretos estabelecidos a um nível de partícula. O *Eulerian FEM* se mostrou capaz de reproduzir quase todos os padrões de fluxo que ocorrem no interior de um tambor rotatório, desde que alguns parâmetros sejam devidamente selecionados. No entanto, o método *Eulerian FEM* pode ser menos preciso em termos de algumas características discretas, o que o torna útil para tratar problemas em larga-escala em processos industriais.

Na atualidade, a abordagem Euleriana é a mais empregada no estudo de escoamentos multifásicos, apesar de ser pouco utilizada em escoamento de partículas em tambores rotatórios. É utilizada na simulação de escoamento gás-sólido, quando as frações volumétricas das fases são próximas. Dentre as vantagens de se utilizar a simulação Euleriana, encontra-se a capacidade de simular equipamentos em larga escala, o que é inviável na simulação Lagrangeana. Outra vantagem se refere ao seu algoritmo de solução, que exige menos esforço computacional, resultando em um menor tempo de cálculo em relação à abordagem Lagrangeana.

Dentro da aproximação Euleriana, o software FLUENT<sup>®</sup> apresenta três modelos diferentes para escoamentos multifásicos:

- Modelo de Volume de Fluido (VOF)
- Modelo de Mistura
- Modelo Euleriano

O Modelo VOF é indicado para sistemas com dois ou mais fluidos imiscíveis, no qual o interesse do estudo está na interface entre os fluidos. Já o Modelo de Mistura é indicado para sistemas com duas ou mais fases (fluido ou partícula), tratadas como contínuas, e calcula as equações de transporte para a mistura como um todo.

Por fim, o Modelo Euleriano resolve um conjunto de equações de transporte de massa e movimento para cada fase, tornando este o mais complexo modelo multifásico. Quando o sistema é composto por partículas e fluido, as propriedades da fase particulada são dadas pela Teoria Cinética Granular, e este modelo recebe o nome de Modelo Euleriano Granular Multifásico.

O Modelo Euleriano Granular Multifásico tem sido bastante utilizado em estudos de CFD desenvolvidos na Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de

Uberlândia. Duarte (2006) e Santos (2011) utilizaram tal modelo para simular a fluidodinâmica em leitos de jorro. Nascimento (2014) e Santos (2015) aplicaram esta modelagem no estudo da dinâmica de partícula em tambores rotatórios com suspensores e sem suspensores, respectivamente. Todos os trabalhos citados alcançaram ótimos resultados com a aplicação deste modelo no estudo de sistemas gás-sólido.

Neste sentido, o Modelo Euleriano Granular Multifásico foi escolhido no presente trabalho para simular a dinâmica dos corpos moedores em um moinho de bolas, devido ao histórico de sucesso de sua aplicação em estudos de materiais granulados e às vantagens supracitadas deste modelo.

A seguir é apresentado o desenvolvimento da formulação matemática do Modelo Euleriano Granular Multifásico utilizado neste trabalho.

## 2.2.2 Modelo Euleriano Granular Multifásico

No Modelo Euleriano Granular Multifásico, cada fase é processada com seu próprio campo de escoamento. Uma vez que as fases são dois meios contínuos interagindo constantemente, surge então o conceito de fração volumétrica das fases, representada pelo símbolo “ $\alpha$ ”. Dessa forma, dentro de um mesmo volume de controle, a somatória das frações volumétricas das fases é igual a 1 (Equação 2.11):

$$\alpha_s + \alpha_f = 1 \quad (2.11)$$

sendo  $\alpha_s$  a fração volumétrica da fase sólida e  $\alpha_f$  a fração volumétrica da fase fluida.

Para cada uma das fases, são empregadas as equações de conservação de massa e de movimento, com as mesmas estruturas. As Equações 2.12 e 2.13 representam a conservação da massa para a fase sólida e para a fase fluida, respectivamente.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) = 0 \quad (2.13)$$

sendo  $\vec{v}$  a velocidade e  $\rho$  a densidade, nos quais os subscritos “s” e “f” denominam as fases sólida e fluida, respectivamente.

De forma análoga, as expressões da conservação de quantidade de movimento das fases são dadas a seguir, sendo a Equação 2.14 para a fase sólida e a Equação 2.15 para a fase fluida.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\alpha_s \nabla P_s + \nabla \cdot \bar{\bar{T}}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + (K_{sf}(\vec{v}_f - \vec{v}_s)) \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = -\alpha_f \nabla P + \nabla \cdot \bar{\bar{T}}_f + \alpha_f \rho_f \vec{g} + (K_{sf}(\vec{v}_s - \vec{v}_f)) \quad (2.15)$$

sendo P a pressão,  $P_s$  a pressão de sólidos,  $\bar{\bar{T}}_s$  o tensor tensão da fase sólida,  $\bar{\bar{T}}_f$  o tensor tensão da fase fluida e  $K_{sf}$  o coeficiente de troca de momento entre as fases.

Dentro da modelagem Euleriana Granular Multifásica, as interações entre as fases fluida e granular são calculadas através da força de arraste, que é computada pelo coeficiente de troca de momento entre as fases ( $K_{sf}$ ). Cinco diferentes modelos de arraste foram investigados por Santos (2015), a fim de quantificar a influência deste parâmetro sobre o escoamento granular em tambores rotatórios.

Já para a investigação das interações entre as partículas da fase granulada, é aplicada a Teoria Cinética Granular, cujos detalhes são apresentados no item 2.2.3.

### 2.2.3 Teoria Cinética Granular

Esta teoria foi desenvolvida a fim de descrever o comportamento e as interações da fase granular em um escoamento multifásico. Ela foi construída em analogia à Teoria Cinética dos Gases e, por isto, considera que as partículas estão em movimento desordenado entre a fase fluida (LUN *et al.*, 1984).

O desenvolvimento da Teoria Cinética Granular faz surgir novos conceitos que precisam ser definidos neste estudo: função de distribuição radial, pressão de sólidos e temperatura granular.



### ➤ Função de distribuição radial

A função de distribuição radial ( $g_{0,ss}$ ) é considerada uma medida que evita o excesso de compactação das partículas. Este fator modifica a frequência de colisões entre as partículas, prevenindo que uma partícula se sobreponha sobre a outra. Esta função é dada pela Equação 2.16:

$$g_{0,ss} = \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} \quad (2.16)$$

sendo  $\alpha_s$  a fração volumétrica da fase sólida e  $\alpha_{s,max}$  o limite máximo de empacotamento.

### ➤ Pressão de sólidos

Em fluxo granular compressível, a pressão de sólidos ( $P_s$ ) pode ser interpretada como o resultado do impacto de partículas atuando sobre uma superfície. Assim sendo, quanto maior a energia da fase sólida, maior a pressão granular. A pressão de sólidos pode ser definida pela soma de um termo cinético e de um termo colisional (Equação 2.17) e, por isso, é também conhecida como pressão cinética-colisional.

$$P_s = \underbrace{\alpha_s \rho_s \psi_s}_{\text{termo cinético}} + \underbrace{2 \rho_s \alpha_s^2 g_{0,ss} \psi_s (1 + e_{ss})}_{\text{termo colisional}} \quad (2.17)$$

Há casos em que a concentração de partículas sólidas pode ser muito alta, o que faz surgir colisões inelásticas entre elas. Esta propriedade do choque entre as partículas é contabilizada pelo coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ), e será descrito mais detalhadamente no item 2.2.4.

### ➤ Temperatura granular

De forma análoga à temperatura termodinâmica para gases, que mede a energia interna de um sistema, a temperatura granular ( $\psi_s$ ) é uma medida da energia cinética de partículas devido à flutuação de velocidade das mesmas, como mostra a Equação 2.18.

$$\psi_s = \frac{1}{3} \langle v_s^2 \rangle \quad (2.18)$$

Em que  $v_s$  é a velocidade da fase sólida e  $\langle \rangle$  representa a média da flutuação de velocidade dos sólidos.

Quando a fração de sólidos em um sistema é menor, a mobilidade das partículas é maior e, conseqüentemente, a temperatura granular é mais alta nestes casos (SANTOS, 2011). Assim, a equação de transporte obtida da teoria cinética tem a forma da Equação 2.19:

$$\frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \psi_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \psi_s) \right] = (-P_s \bar{I} + \bar{T}_s) : \nabla \vec{v}_s + \nabla \cdot (k_{\theta_s} \nabla \psi_s) - \gamma_{\theta_s} + \phi_{f_s} \quad (2.19)$$

sendo  $(-P_s \bar{I} + \bar{T}_s)$  o termo de geração de energia pelo tensor de tensão do sólido,  $k_{\theta_s} \nabla \psi_s$  o termo que representa a energia de difusão,  $\gamma_{\theta_s}$  o termo de dissipação de energia devido à colisão e  $\phi_{f_s}$  a troca de energia entre a fase fluida e a fase sólida.

## 2.2.4 Coeficiente de Restituição

A Teoria Cinética Granular permite a investigação da interação entre as partículas da fase granular através de relações empíricas. Estas equações consideram a dissipação de energia devido a colisões entre partículas por meio do coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ). Tal coeficiente mede a quantidade de energia cinética conservada após o choque entre partículas. O coeficiente de restituição pode ser 1 para colisões perfeitamente elásticas, no qual a dissipação de energia cinética é nula, ou 0 para colisões perfeitamente inelásticas, em que ocorre a dissipação total da energia cinética.

Para um material granular típico, Darteville (2003) assume o valor do coeficiente de restituição entre 0,90 e 0,99. De forma similar, o software FLUENT<sup>®</sup> apresenta este parâmetro como *default* (padrão) igual a 0,90. No entanto, sabe-se que o coeficiente de restituição é uma propriedade dos corpos sólidos que se colidem, assim ele pode ser considerado constante para dadas geometrias e tipos de materiais.

O coeficiente de restituição tem sido notadamente estudado no escoamento multifásico em leitos fluidizados. Luna (2013) desenvolveu uma correlação para o coeficiente de restituição em termos da fração de vazio, a fim de considerar o efeito do conjunto de partículas sólidas na dissipação de energia cinética. Os resultados deste estudo demonstraram a necessidade de estimar o coeficiente de restituição dependendo das propriedades do sólido e da vazão de gás no leito fluidizado.

Na literatura, alguns valores para o coeficiente de restituição de esferas de aço são considerados em estudos de simulação DEM. Rajamani e Venugopal (2001) assumiram como 0,60 o valor do coeficiente de restituição de esferas de aço de diâmetro 50,80 mm e densidade 8000 kg/m<sup>3</sup>, enquanto que Hlungwani *et al.* (2003) assumiram o valor  $e_{ss} = 0,66$  para esferas de aço-cromo de diâmetro 22,24 mm e densidade 7800 kg/m<sup>3</sup>.

### 2.2.5 Condições de contorno na parede

A interação entre partículas sólidas e a parede do equipamento também podem ser investigadas pela Teoria Cinética Granular, através das condições de contorno impostas pela parede. O software FLUENT<sup>®</sup> apresenta quatro condições de contorno na parede, definidas como:

- não-deslizamento
- “cisalhamento especificado”
- coeficiente de especularidade
- tensão de Marangoni

A condição de não-deslizamento (*no-slip*), já predefinida pelo software, indica que o fluido se adere à parede e se move com a mesma velocidade da parede que está se movendo. Esta condição é padrão para a modelagem de fluidos viscosos (FLUENT User's Guide, 2009).

Já as condições de “cisalhamento especificado” (*specified shear*) e de tensão de Marangoni são úteis na modelagem de situações no qual a tensão de cisalhamento é conhecida. A condição de “cisalhamento especificado” permite ao usuário informar ao software as componentes x, y e z da tensão cisalhante como constantes ou em perfis. Neste

caso, pode-se então modelar o deslizamento na parede esclarecendo as condições de cisalhamento zero ou diferente de zero.

Similarmente, a condição de contorno devido à tensão cisalhante de Marangoni permite ao usuário especificar o gradiente de tensão de superfície com respeito à temperatura granular da superfície. Dessa forma, a tensão cisalhante aplicada na parede é dada pela Equação 2.20:

$$\tau_c = \frac{d\sigma}{dT} \nabla_s T \quad (2.20)$$

Em que  $d\sigma/dT$  é o gradiente de tensão na superfície em relação à temperatura  $T$  e  $\nabla_s T$  é o gradiente da superfície. Esta tensão cisalhante é então aplicada à equação de momento. Vale salientar que a opção da condição de contorno de Marangoni está disponível para os cálculos no software FLUENT® somente quando a equação de conservação de energia está sendo resolvida.

Por fim, tem-se o coeficiente de especularidade, que é a condição de contorno utilizada especificamente para fluxo granular multifásico.

### 2.2.5.1 Coeficiente de Especularidade

O termo coeficiente de especularidade ( $\phi$ ) foi primeiro introduzido por Hui *et al.* (1984) para medir a fração de colisões que transfere uma quantidade significativa de momento lateral para a parede.

Johnson e Jackson (1987) desenvolveram uma modelagem que levou em conta o balanço de forças entre a fase particulada e a parede, e incorporaram o atrito da parede ao coeficiente de especularidade. Isso implica que a força exercida pelas partículas na parede é a soma das contribuições colisional e friccional durante a colisão. A Equação 2.21 mostra essa soma, que representa o componente do vetor tensão:

$$\frac{u_{sl}(\sigma_c + \sigma_f) \cdot n}{|u_{sl}|} + \frac{\varphi \sqrt{3} \psi_s \rho_s \alpha_s |u_{sl}| \pi}{6 \alpha_{s,max} \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]} + N_f \tan \delta = 0 \quad (2.21)$$

Sendo  $u_{sl}$  a velocidade de deslizamento entre a fase particulada e a parede;  $\sigma_c$  e  $\sigma_f$  são as contribuições de colisão e fricção ao tensor cisalhante, respectivamente;  $n$  é o vetor unitário normal à parede;  $\varphi$  é o coeficiente de especularidade;  $N_f$  é o componente normal da tensão pela fricção; e  $\delta$  é o ângulo de fricção entre a fase particulada e a parede.

O valor do coeficiente de especularidade ( $\varphi$ ) vai depender da condição de deslizamento da parede e da rugosidade da mesma. Então, ele pode variar de 0, para colisões perfeitamente especulares, com condição de parede lisa e deslizamento livre, e 1, para colisões perfeitamente difusas, com condição de parede rugosa e deslizamento nulo (JOHNSON e JACKSON, 1987).

No entanto, segundo o estudo de Zhong *et al.* (2015), há diferenças significantes entre o coeficiente de especularidade igual a 1 e a condição de não-deslizamento (*no-slip*) da fase particulada na parede. Neste estudo, a taxa de segregação da fase sólida em um leito fluidizado se mostrou menor do que a taxa de segregação para o coeficiente de especularidade igual a 1. Dessa forma, não é recomendado descrever a condição de contorno dada por Johnson e Jackson (1987) com  $\varphi = 1$  como uma condição de não-deslizamento na parede.

Vários são os trabalhos encontrados na literatura que investigam o efeito do coeficiente de especularidade sobre o escoamento gás-sólido de um leito fluidizado (ZHONG *et al.*, 2012; LOHA *et al.*, 2013; ALTANTZIS *et al.*, 2015). Apesar disso, não são encontrados trabalhos de simulação que analisam o efeito deste coeficiente sobre o escoamento multifásico em tambores rotatórios ou em moinhos de bolas.

Não se observa na literatura nenhuma correlação que permita estimar exatamente o valor do coeficiente de especularidade. Da mesma maneira, nenhum valor experimental deste parâmetro é reportado na literatura, e isto pode ser devido à dificuldade de sua medida. Frente a este impasse, é necessário que se realize simulações testando diferentes valores de coeficiente de especularidade, a fim de comparar os resultados com os dados experimentais.

Dessa forma, pode ser escolhido o melhor valor que se ajuste ao problema em questão (LI, BENYAHIA, 2011; BISOGNIN, 2015).

A escolha do valor do coeficiente de especularidade mais adequado é fundamental para os estudos de simulação, uma vez que se acredita que o efeito de parede é mais importante em escala pequena de laboratório do que em plantas industriais de grande escala. Ao simular moinhos de bolas, é comum que estes tenham as dimensões reduzidas ao construir a geometria e aplicar a malha para poupar o esforço computacional.

No presente trabalho, diferentes valores de coeficiente de especularidade foram testados a partir de simulação em CFD. O comportamento da carga de esferas foi analisado na parede frontal e num plano transversal traçado na metade do comprimento do moinho, a fim de selecionar os valores de coeficiente de especularidade mais adequados com as observações experimentais.

## **2.2.6 Método dos Volumes Finitos**

Os métodos de discretização têm a função de resolver uma ou mais equações diferenciais a partir de uma aproximação numérica. Isso ocorre de maneira que as equações são substituídas por aproximações algébricas e, finalmente, são resolvidas por um método numérico. Essas aproximações numéricas das equações diferenciais utiliza um número de pontos discretos com um erro associado a eles (PATANKAR, 1980).

O Método dos Volumes Finitos (MVF) é o método de discretização utilizado pelo software FLUENT<sup>®</sup>. Ele é aplicado para resolver equações diferenciais parciais, que são as equações de conservação de massa, movimento e energia para a fase fluida em nível discreto.

Este método divide o domínio de cálculo em subdomínios menores, também chamados de volumes de controle. O domínio de cálculo é definido pela geometria do sistema e os volumes de controle são definidos pela construção de uma malha computacional na geometria. As equações diferenciais são integradas em cada volume de controle, e tem suas quantidades de massa, movimento e energia conservadas em valores distintos por todo o domínio de cálculo. Essa condição é satisfeita, tanto para o caso da utilização de uma malha refinada, como para uma malha grosseira na determinação dos volumes de controle.

## 2.2.7 Malha computacional

A geração da malha computacional sobre a geometria do sistema é uma parte importante da resolução de problemas em CFD. A depender do número de elementos (volumes de controle) e de como eles estão distribuídos na geometria, a qualidade da solução do problema pode ser afetada. Para um maior número de elementos, maior será a precisão dos resultados simulados, mas o esforço computacional exigido também será maior. Desse modo, é necessário equilibrar o refinamento da malha com a acuidade da solução.

As malhas computacionais podem ser classificadas segundo a forma de seus elementos, como: estruturada, não-estruturada e híbrida, conforme ilustra a Figura 2.14.

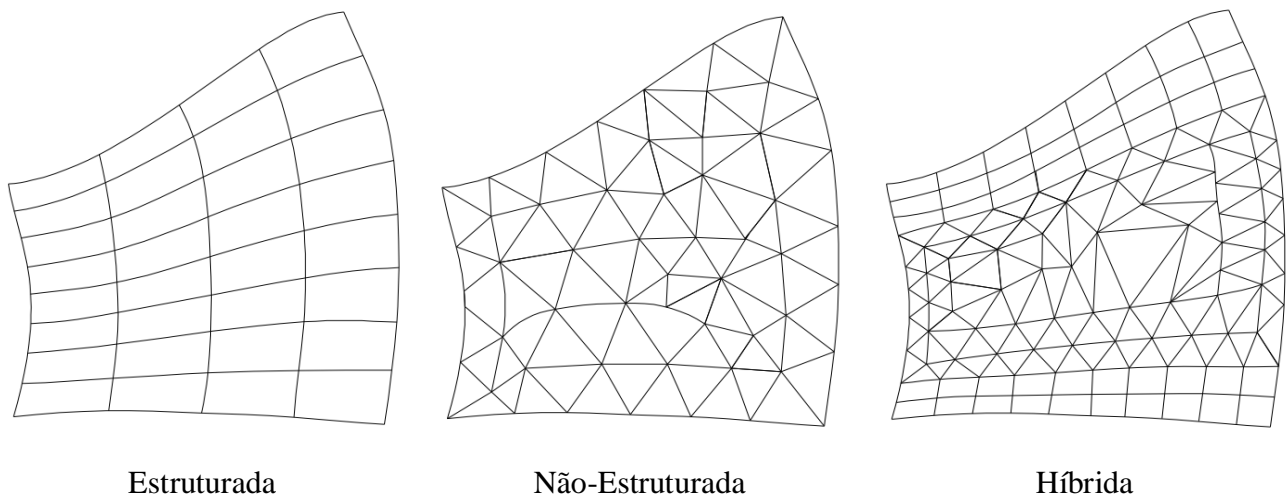


Figura 2.14: Tipos de malhas: estruturada, não-estruturada e híbrida (Adaptado de SANTOS, 2010)

A malha estruturada possui um arranjo menos complicado, organizada em um padrão regular repetido (conhecida por bloco), o que facilita a discretização das equações. No entanto, esta malha não se adapta a geometrias complexas (DUARTE, 2006).

A malha não-estruturada consiste de formas aleatórias de elementos para preencher o domínio de cálculo, e se adapta facilmente a qualquer geometria. Como vantagens, esta malha exige um menor tempo computacional para atingir a solução de problemas complexos e requer um menor esforço do usuário na sua construção.

Por último, a malha híbrida reúne as características positivas das malhas estruturada e não-estruturada. Em regiões que carecem de maior detalhamento dos resultados aplica-se a malha estruturada, e em regiões de menor relevância para o estudo utiliza-se a malha não-estruturada. A possibilidade de controlar a forma e a distribuição dos volumes de controle localmente pode resultar em malhas de ótima qualidade e em resultados bastante precisos (DUARTE, 2006).



## CAPÍTULO 3

### MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo tem a intenção de apresentar a unidade experimental e os materiais utilizados, bem como as metodologias experimental e numérica aplicadas neste trabalho.

#### 3.1 Materiais e metodologia experimental

##### 3.1.1 Unidade experimental

A parte experimental deste trabalho foi conduzida em uma unidade experimental localizada no Laboratório de Granulação da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU), cuja estrutura é mostrada na Figura 3.1. É válido destacar que este é o primeiro trabalho em moagem realizado pela Faculdade e, por isto, a unidade em questão foi construída exclusivamente para este estudo.



- 1 - Moinho cilíndrico
- 2 – Câmera de alta velocidade
- 3 – Motor de 1750 rpm
- 4 – Inversor de frequências
- 5 – Suporte para carregamento e descarregamento do moinho
- 6 – Motor para elevação do moinho
- 7 – Controle do motor para elevação do moinho

Figura 3.1: Unidade experimental do moinho juntamente com uma câmera de alta velocidade

O equipamento utilizado na parte experimental deste trabalho é composto por um moinho cilíndrico de 300 mm de diâmetro e 450 mm de comprimento (item 1 da Figura 3.1), fabricado em aço carbono e operado na horizontal. O aparato experimental conta ainda com um motor elétrico de 1750 rpm (item 3 da Figura 3.1) acoplado na parte de baixo do moinho, que permite uma grande faixa de variação de velocidade de rotação. O controle e a variação da velocidade do motor são feitos por um inversor de frequência, modelo CFW-10 (item 4 da Figura 3.1).

Outro motor (item 6 da Figura 3.1) é posicionado na parte superior da estrutura e este permite a elevação do moinho e seu posterior repouso no suporte abaixo (item 5 da Figura 3.1), o que facilita o carregamento e descarregamento do material no interior do moinho. A operação deste motor é possível através do manuseio de um controle (item 7 da Figura 3.1).

No interior do moinho, 12 suspensores quadrados foram fixados igualmente espaçados ao longo do seu comprimento (Figura 3.2 – item a). Cada suspensor possui a dimensão de 20 mm x 20 mm e são fabricados em aço carbono.

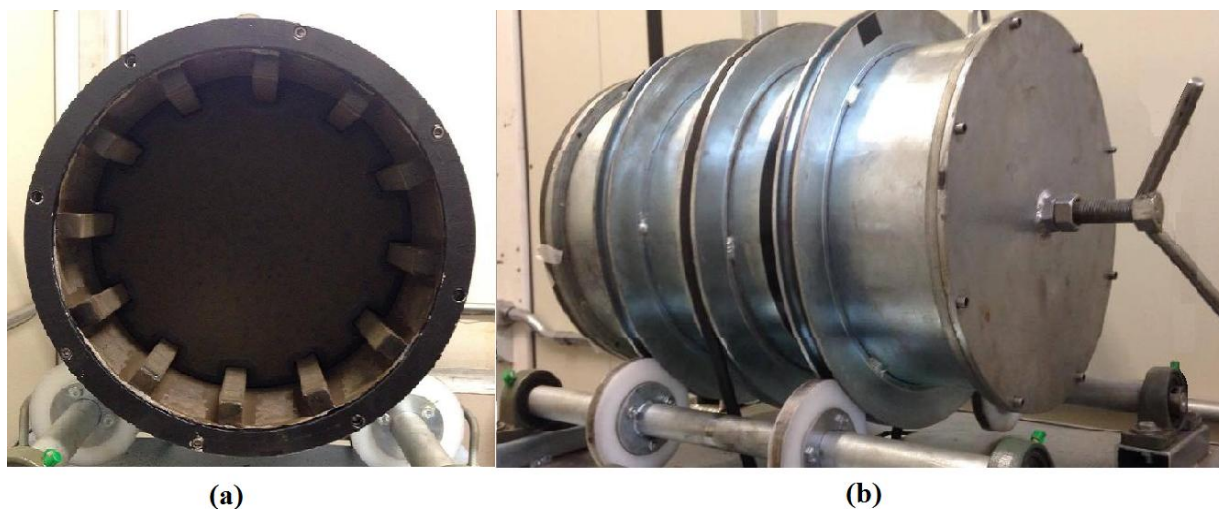


Figura 3.2: Detalhes do moinho cilíndrico com 12 suspensores quadrados em seu interior

A parede frontal do moinho é constituída por um vidro temperado de 10 mm de espessura que permite a observação do movimento das esferas no interior do equipamento. O vidro é uma peça se encaixa à frente do moinho e é retirado quando se deseja carregar e descarregar o mesmo. A parede traseira do moinho é feita de aço carbono e recoberta por uma borracha de espessura 1,6 mm. Essa parede traseira é móvel ao longo do eixo horizontal, e é ajustável por uma rosca (item b da Figura 3.2). Ao girar esta rosca, a parede pode se

locomover axialmente, permitindo a variação do comprimento do moinho. Este ajuste é necessário para avaliar se existe, de fato, a influência das paredes frontal e traseira sobre o movimento dos corpos moedores no estudo experimental.

A determinação do comprimento do moinho ( $L$ ) foi feita para acomodar uma, duas ou três camadas de esferas ( $Z$ ) enfileiradas, mais o espaçamento de um quarto do diâmetro de cada esfera ( $d$ ), conforme mostra a Equação 3.1:

$$L = Z d + 0,25 d \quad (3.1)$$

Uma câmera de alta velocidade (máximo de 2000 frames/s - item 2 da Figura 3.1) foi utilizada para acompanhar e gravar o movimento das esferas dentro do moinho a partir da parede frontal de vidro, auxiliando na identificação da transição entre os regimes de escoamento.

### 3.1.2 Caracterização dos corpos moedores

Esferas de aço-cromo (densidade  $\rho_s = 7890 \text{ kg/m}^3$ ) foram utilizadas como corpos de moagem. As esferas foram classificadas em cinco diâmetros diferentes, os quais sejam 20, 25, 30, 35 e 40 mm (Figura 3.3). Vale ressaltar que as esferas definidas pelos seus diâmetros nominais de 30, 35 e 40 mm não possuíam exatamente tal dimensão, variando em torno de  $\pm 1$  mm, e nem todas eram perfeitamente esféricas, apresentando algumas irregularidades, ao contrário das esferas de 20 e 25 mm.

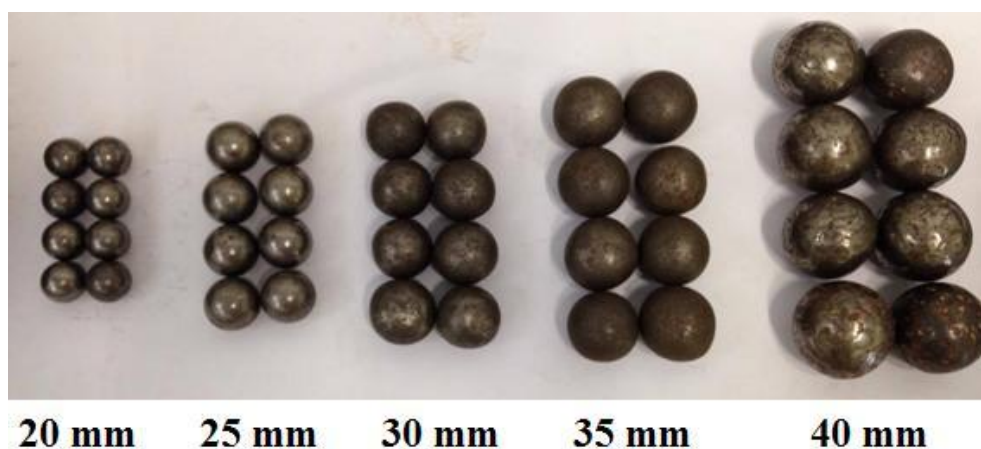


Figura 3.3: Esferas de aço-cromo utilizadas como corpos moedores

A porosidade do leito de cada diâmetro de esfera foi determinada diretamente, no qual as esferas de massa ( $m_s$ ) e densidade ( $\rho_s$ ) conhecidas, foram colocadas em um recipiente cilíndrico de 270 mm de diâmetro e o nível do topo das camadas de esferas foi marcado. Água foi adicionada até atingir o limite demarcado pelo topo do leito, em volume conhecido ( $V_f$ ), e a porosidade do leito ( $\varepsilon$ ) foi determinada pela Equação 3.2:

$$\varepsilon = \frac{V_f}{V_f + \frac{m_s}{\rho_s}} \quad (3.2)$$

### 3.1.2.1 Medida do coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ) das esferas

O coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ) mede a quantidade de energia cinética conservada após a colisão entre partículas. Na simulação computacional, este coeficiente é contabilizado pelo termo colisional da Equação 2.17.

O coeficiente de restituição das esferas foi obtido pela observação da queda livre de uma esfera e seu posterior ressalto. Os testes foram realizados com o auxílio de uma câmera de alta velocidade com capacidade de captura de até 2000 quadros por segundo, que gravava a altura em que a esfera era solta ( $H$ ) e a altura máxima vertical que esta atingia após o ressalto ( $h$ ), como mostrado pela Figura 3.4:

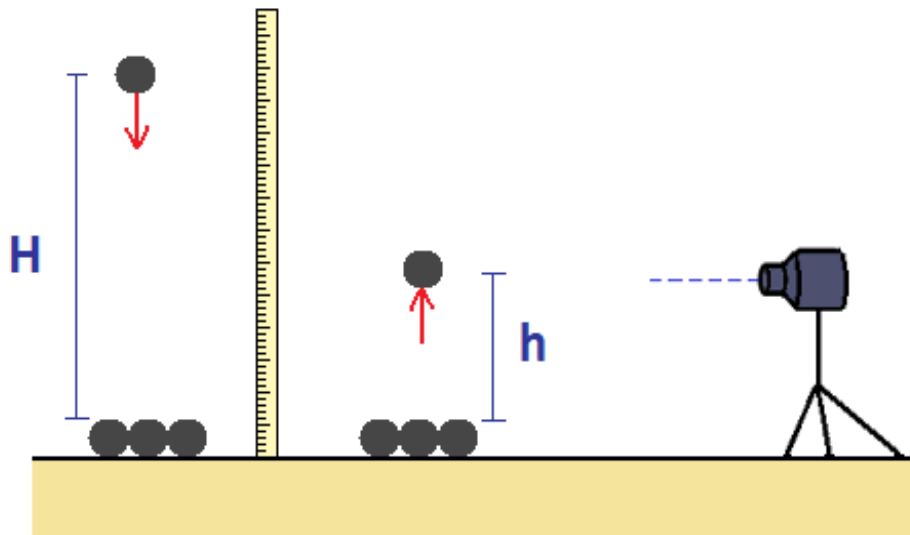


Figura 3.4: Medida experimental do coeficiente de restituição das esferas.

Dessa forma, o valor do coeficiente de restituição pôde ser obtido pela Equação 3.3.

$$e_{ss} = \sqrt{\frac{h}{H}} \quad (3.3)$$

A altura inicial em que a esfera foi abandonada variou entre 150 e 300 mm. Os valores de altura máxima atingida após o ressalto só foram consideradas nas condições em que a esfera aparece ressaltando verticalmente, com mínimo desvio para a horizontal. Uma régua foi anexada à parede ao fundo das gravações para permitir a melhor visualização das alturas alcançadas (h).

A esfera de diâmetro 25 mm foi escolhida para os testes, nos quais uma esfera era solta de uma altura e atingia uma camada de esferas de mesmo diâmetro que estavam presas sobre o solo. As esferas foram coladas entre si, de forma que, no momento da colisão, não houvesse movimento ou sobressalto das mesmas.

### 3.1.2.2 Medida do ângulo de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ) do leito de esferas

Para a realização das medidas dos ângulos de repouso dinâmico do leito de cada tamanho de esfera, foi utilizada a câmera de alta velocidade no intuito de capturar as imagens das esferas no interior do moinho durante o regime de rolamento, em uma velocidade definida em 17,0 rpm.

Os vídeos foram gravados para cada tamanho de esfera, em leitos de enchimentos de 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50%, no qual cada um dos enchimentos foi determinado por 3 diferentes comprimentos do moinho, definidos por uma, duas e três camadas de esferas. Logo, para cada enchimento foram gravados 3 vídeos, resultando num total de 21 vídeos para cada tamanho de esfera.

Utilizando-se o software ImageGrab<sup>®</sup> foi possível obter *frames* a partir dos vídeos, e conseguir imagens do leito de esferas. A partir das imagens foi possível escolher determinados momentos em que a superfície do leito se encontrava aproximadamente plana (Figura 3.5). Dessa forma, para cada condição, foram selecionadas 3 imagens do leito alinhado (triplicatas) para que os ângulos de repouso dinâmico fossem medidos com o

software Meazure<sup>TM</sup>. Isso resultou num total de 9 medidas de ângulo para cada enchimento, no qual foi feita uma média destas medidas.

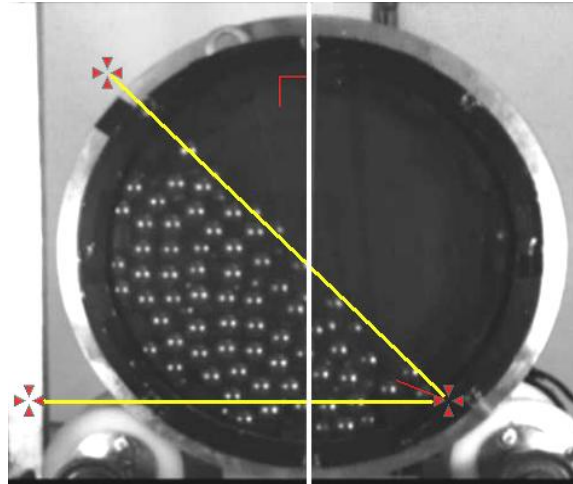


Figura 3.5: Medida experimental do ângulo de repouso dinâmico do leito de esferas pelo software Meazure<sup>TM</sup>.

### 3.1.3 Transição entre os regimes de escoamento

A dinâmica dos corpos moedores dentro do moinho foi investigada pela identificação da transição entre os regimes de cascadeamento e catarateamento e entre os regimes de catarateamento e centrifugação (Figura 3.6). Para isso, as velocidades nas quais se observaram a transição entre os regimes, foram determinadas como função do nível de enchimento ( $f$ ) do moinho variando de 20% a 50% e do comprimento do moinho ( $L$ ).

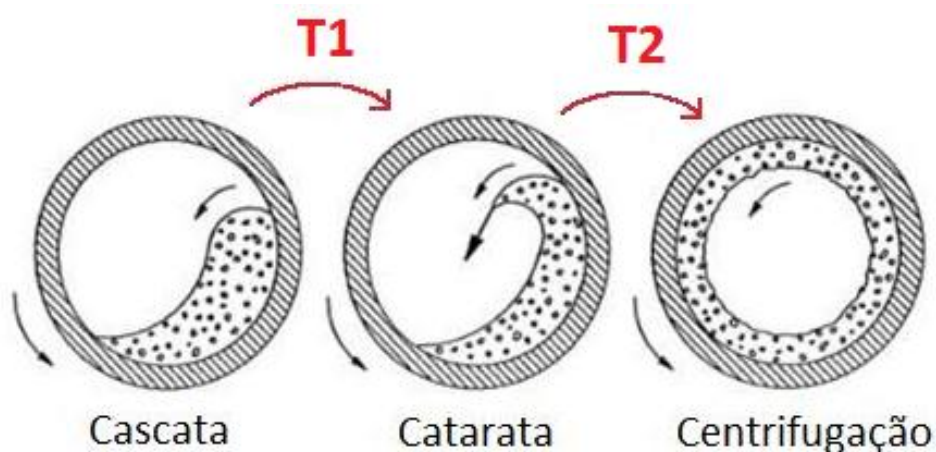


Figura 3.6: Transições entre os diferentes regimes de escoamento no interior de um tambor rotatório (moinho de bolas) investigadas neste trabalho: entre os regimes de cascadeamento-atarateamento (T1) e entre os regimes de catarateamento-centrifugação (T2).



As medidas das velocidades críticas de rotação do tambor que representam as transições entre os regimes de cascadeamento-catarateamento (denominada por T1) e de catarateamento-centrifugação (denominada por T2), foram tomadas por um tacômetro digital, com precisão de  $\pm 0,1$  rpm.

Para cada um dos cinco diâmetros de esfera, foram analisadas as transições entre os diferentes regimes. A massa de esferas que está relacionada ao nível de enchimento do moinho ( $f$ ) requerido pelos experimentos é dada pela Equação 3.4:

$$m = [\pi R^2 L - 12(0,02^2 L)] \rho_s (1 - \varepsilon) f \quad (3.4)$$

O critério utilizado para a identificação da transição entre os regimes de cascadeamento-catarateamento foi aquele no qual as esferas lançadas em catarata no ponto mais alto (*shoulder*) caíssem no ponto médio do tambor (HENEIN *et al.*, 1983b). A determinação desta condição foi possível pela observação dos quadros gravados pela câmera de alta velocidade, que operou a uma taxa de 250 frames/s. Sendo assim, uma linha de referência foi disposta verticalmente passando pelo ponto médio do tambor e, se pelo menos uma esfera fosse identificada em voo livre, sem qualquer interação com as demais, saindo do ponto mais alto e caindo imediatamente depois da linha de referência, então este seria o ponto limite de transição entre os regimes. Este critério adotado é ilustrado pela Figura 3.7.

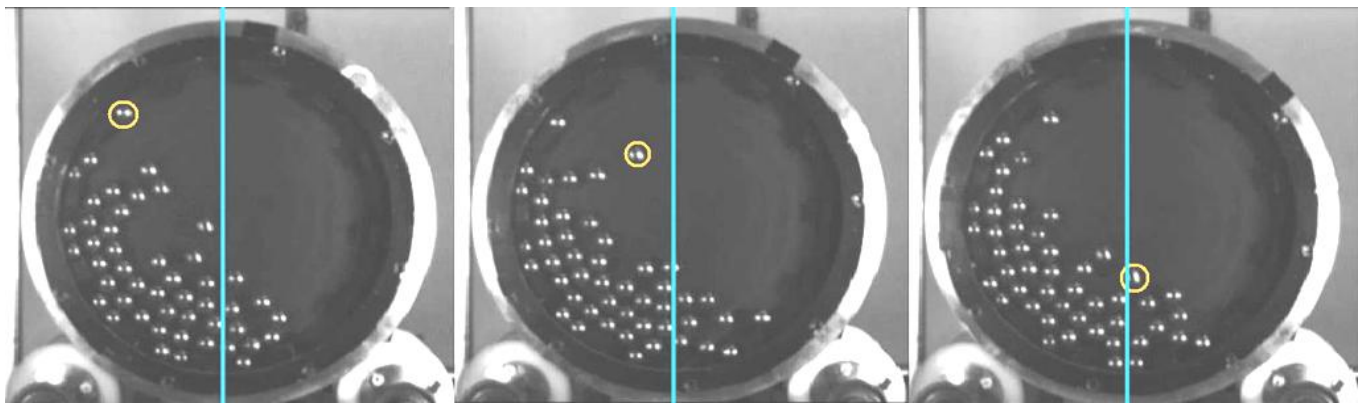


Figura 3.7: Critério adotado para a identificação da transição entre os regimes cascadeamento-catarateamento (T1)

O software Measure<sup>TM</sup> foi utilizado para identificação da posição do ponto médio do tambor e o posterior posicionamento da linha de referência vertical.

O critério adotado para a determinação do limite de transição entre os regimes catarateamento-centrifugação foi a condição na qual a camada mais externa de esferas começava a aderir-se à parte interna do moinho no espaçamento entre os suspensores. Ou seja, quando após uma rotação nenhuma das esferas se desprendia e caía sobre o leito das partículas abaixo, como mostra a Figura 3.8.

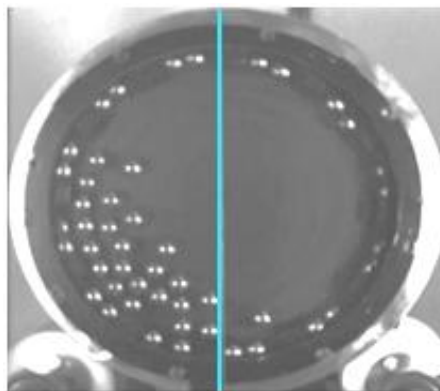


Figura 3.8: Critério adotado para a identificação da transição entre os regimes catarateamento-centrifugação (T2)

## **3.2 Metodologia numérica**

Visando a análise da dinâmica dos corpos moedores no interior do moinho a partir de estudos numéricos, foram utilizados o software GAMBIT<sup>®</sup>, versão 2.4.6, para construção da malha computacional e o software comercial ANSYS FLUENT<sup>®</sup>, versão 14.0, para realização dos cálculos numéricos, cujas licenças são de posse da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia.

### **3.2.1 Confecção da malha computacional**

A primeira etapa para a realização do estudo numérico foi a criação da malha computacional, a partir da construção da geometria do equipamento. Esta é uma etapa determinante para estudos computacionais, visto que a qualidade da malha pode interferir diretamente nos resultados simulados, levando a conclusões que não condizem com a realidade do fenômeno.



A malha computacional utilizada neste trabalho foi construída pelo software GAMBIT<sup>®</sup> 2.4.6, sendo esta composta por 131000 células (ou volumes) e classificada como regular tridimensional, no qual todos os volumes são representados por células retangulares, como mostrado na Figura 3.9:

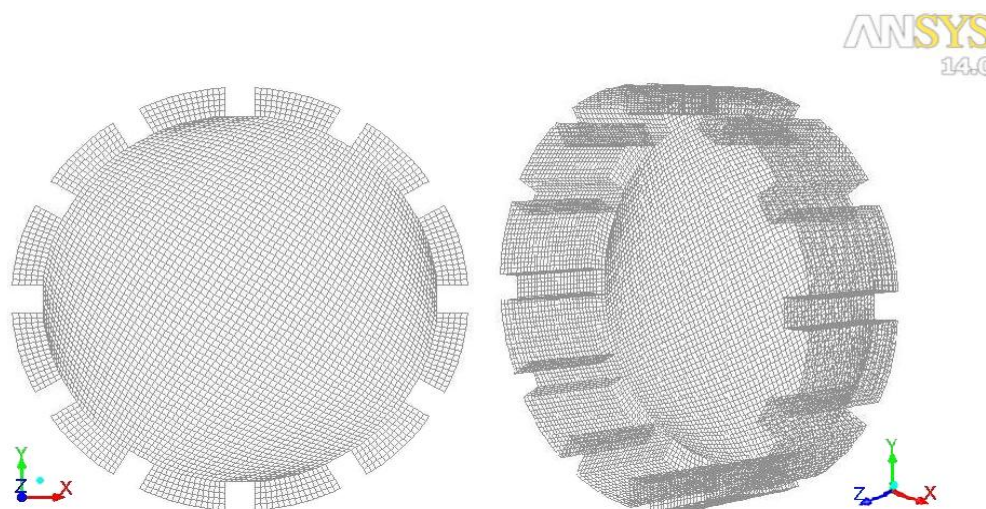


Figura 3.9: Malha computacional utilizada no estudo de simulação numérica composta por 131000 células

Esta malha foi construída com a intenção de simular a dinâmica dos corpos moedores no moinho de bolas, para posterior comparação com o fenômeno observado experimentalmente. Para isto, foi escolhido a situação em que as esferas de diâmetro de 25 mm são avaliadas em três camadas dispostas axialmente, o que corresponde a um comprimento do moinho de 81 mm. As outras dimensões, como o diâmetro do moinho, altura e largura dos suspensores, foram mantidas, sendo 300 mm e 20 mm x 20 mm, respectivamente.

Após a construção da geometria e aplicação da malha no corpo geométrico, foram definidas as condições de contorno do problema. As extremidades frontal e traseira, bem como os suspensores e as paredes no espaçamento entre eles (aqui chamadas de paredes laterais) foram definidos como paredes. As demais faces da malha foram definidas como interior. Esta malha não apresenta as faces de entrada e nem de saída, visto que no moinho experimental não há entrada e nem saída de massa.

Finalizadas as etapas anteriores de definição dos limites da malha, foi feita a conversão do arquivo contendo a malha do software GAMBIT® (extensão .msh) em uma extensão conhecida pelo software FLUENT® (extensão .cas).

### 3.2.2 Seleção dos modelos e condição de inicialização dos problemas

Para todas as simulações realizadas, foi utilizado o software FLUENT® 14.0 e o modelo de mistura escolhido foi o Euleriano Granular Multifásico. Os demais modelos utilizados nas simulações estão apresentados na Tabela 3.1:

Tabela 3.1: Modelos adotados nas simulações em CFD.

Propriedade	Modelo
Viscosidade granular	Syamlal e O'brien (1993)
Viscosidade granular bulk	Lun <i>et al.</i> (1984)
Pressão de sólidos	Lun <i>et al.</i> (1984)
Função de distribuição radial	Lun <i>et al.</i> (1984)
Modelo de arraste	Gidaspow (1992)

No que tange aos métodos numéricos aplicados nas simulações, estes estão dispostos na Tabela 3.2:

Tabela 3.2: Métodos numéricos aplicados nas simulações em CFD.

Método de discretização	Método dos volumes finitos
Acoplamento pressão-velocidade	Algoritmo SIMPLE
Método de interpolação temporal	Euler de 1ª ordem implícito
Método de interpolação espacial	Up-Wind de 1ª ordem
Critério de convergência	$1 \times 10^{-3}$
Passo de tempo ( <i>time-step</i> )	$1 \times 10^{-4}$ segundos
Tempo simulado	22 - 26 segundos

Para a realização das simulações numéricas, foi determinado que o volume de esferas presentes no equipamento seria de 40% do volume total do moinho, desconsiderando o volume dos suspensores. Sendo assim, para inicializar o problema, foi considerada a condição de que a fase sólida está concentrada no centro do moinho, como mostra a Figura 3.10, em um hexaedro de volume igual ao volume das esferas (NASCIMENTO, 2014). Esta condição de inicialização foi adotada, pois está relacionada à presença dos suspensores que influencia na massa de esferas a ser estimada, e também devido às interpolações que ocorrem nas paredes na abordagem multifluida, que fazem com que o volume de esferas não corresponda ao seu volume real.

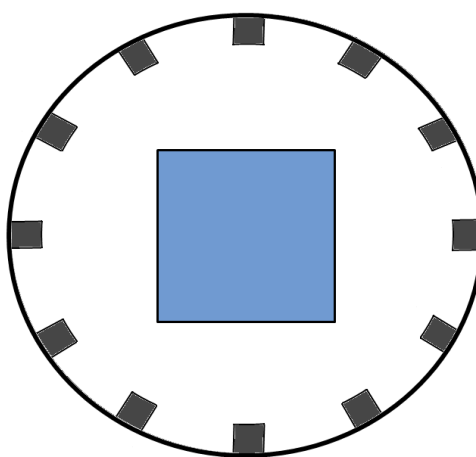


Figura 3.10: Condição de inicialização do problema: massa concentrada no centro do moinho

Inicialmente, foram simulados 4 segundos até a queda do volume de esferas na parte inferior do moinho. Esse tempo foi suficiente para que a aceleração da gravidade agisse e a fase granulada se acomodasse no fundo.

Após este tempo, foi acrescentada à simulação a condição de malha móvel, no qual a malha se move com uma velocidade de rotação constante. Essa condição permite o movimento de rotação do moinho, de forma que as condições de contorno nas paredes mantenham sua velocidade igual à zero.

As velocidades de rotação adicionadas à malha foram de 17,0 rpm, 31,7 rpm e 74,6 rpm, que são as velocidades observadas experimentalmente para os regimes de rolamento e início dos regimes de catarateamento e centrifugação, respectivamente. Tais velocidades foram observadas experimentalmente na operação do moinho para a esfera de diâmetro 25

mm, utilizada em um comprimento do moinho de três camadas e em um nível de enchimento de 40%.

### **3.2.3 Condições de contorno: Análise do coeficiente de especularidade ( $\varphi$ )**

Como já comentado no capítulo anterior, uma forma de verificar a influência da parede no escoamento de sólidos é através da análise da condição de contorno definida pelo coeficiente de especularidade ( $\varphi$ ). Este coeficiente vai determinar as condições de parede rugosa e “não deslizamento” ( $\varphi = 1$ ) ou de parede lisa e livre deslizamento ( $\varphi = 0$ ).

Na literatura, ainda não existe uma correlação que permita estimar corretamente este parâmetro. Dessa forma, é necessário que se realize simulações com diferentes valores de coeficiente de especularidade e seja feita a comparação dos resultados simulados frente aos dados experimentais, a fim de adequar o valor mais coerente para cada caso.

Deste modo, foram realizadas simulações para diferentes valores de coeficiente de especularidade com a intenção de verificar quais os valores mais adequados para representar a condição de contorno na parede do moinho e, conseqüentemente, como este parâmetro altera o movimento dos corpos moedores. Os valores de coeficiente de especularidade testados foram: 1,0; 0,50; 0,45; 0,40; 0,30; 0,20; 0,10 e 0,01. Cada um destes valores foi avaliado nas velocidades de rolamento (17,0 rpm), início do catarateamento (31,7 rpm) e início da centrifugação (74,6 rpm).

Vale ressaltar que esta simulação foi realizada com um tempo simulado de 22 segundos, e que o coeficiente de restituição das esferas ( $e_{ss}$ ) foi mantido constante e igual a 0,90.

### **3.2.4 – Análise do coeficiente de restituição das esferas ( $e_{ss}$ ).**

Da mesma forma que a interação entre a condição de contorno (parede) e as partículas sólidas pode ser verificada pela análise do coeficiente de especularidade, a interação entre partículas sólidas pode ser verificada pela análise do comportamento das colisões entre elas, que é determinada pelo coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ). Este parâmetro pode variar de  $e_{ss} = 0$ , que representa uma colisão perfeitamente inelástica, até  $e_{ss} = 1$ , que representa uma colisão perfeitamente elástica.

Devido à semelhança das características das esferas utilizadas na literatura (RAJAMANI e VENUGOPAL, 2001; HLUNGWANI *et al.*, 2003) em relação às esferas utilizadas neste trabalho, foram escolhidos três valores de coeficiente de restituição para serem analisados na simulação numérica, as quais sejam 0,50, 0,60 e 0,70.

Muitos autores não realizam a medida experimental deste coeficiente, como é feita na parte experimental deste trabalho. Dessa forma, esta análise é necessária a fim de reconhecer se esta medida é de fato indispensável, ou se é aceitável empregar os valores da faixa fornecida pela literatura sem grandes prejuízos.

Sendo assim, para cada um dos três valores de coeficiente de restituição, foram realizadas simulações para três valores de coeficiente de especularidade, dentre os apresentados anteriormente que mais se adequaram ao movimento real apresentado pelas esferas. Cada uma dessas combinações de coeficiente de especularidade e coeficiente de restituição foram avaliadas em velocidades de rolamento (17,0 rpm), início do catarateamento (31,7 rpm) e início da centrifugação (74,6 rpm).

O planejamento 3<sup>3</sup> apresentado acima com níveis (coeficiente de especularidade, coeficiente de restituição e velocidade de rotação), perfaz um total de 27 simulações, para um tempo simulado de 26 segundos em cada uma.

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, são apresentados os principais resultados do estudo experimental (seção 4.1) e do estudo numérico (seção 4.2) realizados e suas respectivas discussões.

#### 4.1 Resultados Experimentais

##### 4.1.1 Caracterização das esferas

A fim de investigar o efeito das características físicas das esferas de moagem sobre a transição entre os regimes, tanto no estudo experimental quanto no estudo numérico, foram realizadas as seguintes medidas de propriedades: porosidade do leito, coeficiente de restituição e ângulo de repouso dinâmico do leito.

###### 4.1.1.1 Porosidade do leito

A porosidade do leito ( $\epsilon$ ) de material foi determinada conforme metodologia descrita anteriormente e a Tabela 4.1 apresenta os seus valores para os diferentes diâmetros de esfera.

Tabela 4.1: Porosidade do leito de esferas para os diferentes diâmetros

Diâmetro [mm]	Porosidade [-]
20	0,394
25	0,397
30	0,412
35	0,418
40	0,448

Percebe-se que quanto maior o diâmetro das esferas, maior a fração de vazios do leito. Tais valores observados estão de acordo com a literatura, visto que muitos autores consideram a porosidade média do leito de esferas em um moinho como sendo 0,40 (ALVES, 2006; NASCIMENTO, 2013).

O valor da porosidade de cada leito de esfera foi utilizado no cálculo da massa que representa o enchimento do moinho, dado pela Equação 3.4.

#### 4.1.1.2 Medida experimental do coeficiente de restituição das esferas ( $e_{ss}$ )

Neste trabalho, objetivando-se determinar o coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ) das esferas de moagem, foram efetuadas medidas a quatro diferentes alturas de abandono, conforme mostrado na Tabela 4.2. A altura de abandono (H) e a altura de ressalto (h) das esferas de diâmetro de 25 mm puderam ser determinadas com o auxílio de uma câmera de alta velocidade.

Tabela 4.2: Coeficiente de restituição das esferas ( $e_{ss}$ ) para diferentes alturas de abandono (H)

Medidas	H (cm)	h (cm)	$e_{ss}$ [-]
1	30,0	8,0	0,52
2	29,0	7,7	0,52
3	25,0	8,8	0,59
4	24,5	7,3	0,55
5	21,0	7,5	0,60
6	20,0	8,7	0,66
7	15,0	5,3	0,59
8	15,0	6,1	0,64
9	14,5	5,8	0,63
Média			<b>0,59</b>
Desvio Padrão			0,05

Nota-se que, à medida que se aumenta a altura de abandono da esfera, menor é o valor do coeficiente de restituição. Isto pode ser devido à maior possibilidade de deslocamento lateral da esfera para quedas de maiores alturas, já que havendo desvio para a lateral, menor será a velocidade que a esfera atinge as demais esferas abaixo.

O valor médio do coeficiente de restituição obtido foi de  $0,59 \pm 0,05$ . Este valor está condizente com os valores observados na literatura. Rajamani e Venugopal (2001) assumiram como 0,60 o valor do coeficiente de restituição para esferas de aço de diâmetro 50,80 mm e

densidade 8000 kg/m<sup>3</sup>, enquanto que Hlungwani *et al.* (2003), adotaram o valor de  $e_{ss} = 0,66$  para esferas de aço-cromo de diâmetro 22,24 mm e densidade 7800 kg/m<sup>3</sup>.

#### 4.1.1.3 Ângulo de repouso dinâmico ( $\theta_s$ )

Foram realizadas medidas do ângulo de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ) do leito para diferentes diâmetros de esfera e níveis de enchimento. Para cada enchimento foram tomadas nove medidas do ângulo, as quais foram utilizadas no cálculo da média. A Tabela 4.3 mostra, portanto, o valor médio dos ângulos de repouso dinâmico medidos para cada tamanho de esfera e seus respectivos desvios padrão, enquanto que a Figura 4.1 mostra os valores destes ângulos em função do nível de enchimento e do tamanho das esferas.

Tabela 4.3: Ângulos de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ) médios e seus respectivos desvios padrão para diferentes diâmetros de esfera e níveis de enchimento

Enchimento [-]	Esferas 20 mm		Esferas 25 mm		Esferas 30 mm		Esferas 35 mm		Esferas 40 mm		Média [°]
	Média [°]	DP [°]	Média [°]	DP [°]	Média [°]	DP [°]	Média [°]	DP [°]	Média [°]	DP [°]	
0,20	35,69	1,75	37,00	1,01	37,50	1,47	36,98	1,72	37,39	2,43	<b>36,91</b>
0,25	35,02	3,20	37,80	0,96	38,98	1,05	37,30	2,34	37,00	2,73	<b>37,22</b>
0,30	35,89	2,54	37,95	1,20	38,67	2,47	36,40	0,67	37,19	3,01	<b>37,22</b>
0,35	35,82	1,83	37,30	2,55	39,08	2,92	35,42	3,61	38,44	2,24	<b>37,21</b>
0,40	35,42	2,72	38,00	2,12	38,44	2,59	35,59	2,61	38,24	3,02	<b>37,14</b>
0,45	36,17	1,98	39,60	2,01	37,91	2,57	35,17	2,33	38,74	1,98	<b>37,52</b>
0,50	36,57	2,29	37,53	2,94	37,88	2,33	37,06	3,02	38,51	3,03	<b>37,51</b>
Média [°]	<b>35,80</b>		<b>37,88</b>		<b>38,35</b>		<b>36,27</b>		<b>37,93</b>		

Observa-se que para um mesmo tamanho de esfera, o ângulo de repouso dinâmico não apresentou variações significantes com o aumento do nível de enchimento. Da mesma forma, não foi possível notar uma diferença nos valores dos ângulos para os diferentes tamanhos de esferas. Assim, conclui-se que os ângulos de repouso dinâmico das esferas não se mostraram dependentes do nível de enchimento, nem do diâmetro das mesmas.



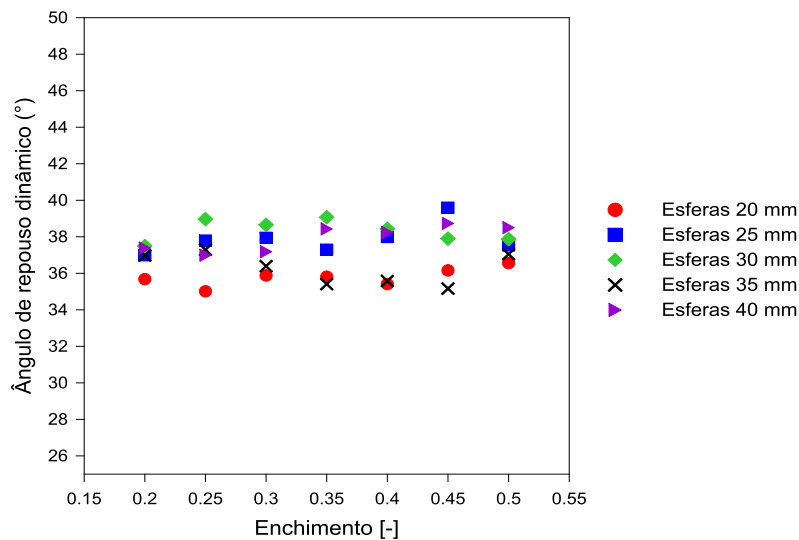


Figura 4.1: Ângulo de repouso dinâmico do leito de esferas em função do nível de enchimento e do diâmetro das esferas.

Os valores médios dos ângulos de repouso dinâmico apresentados na Figura 4.1 variaram entre  $39,60^\circ$  e  $35,02^\circ$  e apresentaram um desvio médio de  $2,26^\circ$ . A necessidade de se medir o ângulo de repouso dinâmico para cada tamanho de esfera em sete níveis de enchimento se justifica, pois cada valor será utilizado no cálculo das velocidades críticas de centrifugação através das correlações da literatura, que serão apresentados na seção 4.1.3.

#### 4.1.2 Transição entre os regimes de escoamento

Neste trabalho, a determinação da transição entre os regimes de escoamento foi feita através da técnica de análise de imagens empregando uma câmera de alta velocidade. Com o aumento gradual da velocidade de rotação do tambor, foi possível observar a transição entre o regime de cascadeamento e o regime de catarateamento (intitulada aqui como T1) e a transição entre o regime de catarateamento e o regime de centrifugação (intitulada aqui como T2). A identificação de ambas as transições foram baseadas nos critérios de transição, como já foi elucidado no Capítulo 3, seção 3.1.3.

A seguir, os gráficos das velocidades de transições T1 e T2 obtidos para cada diâmetro de esferas (20, 25, 30, 35 e 40 mm) são apresentados na Figura 4.2. As velocidades observadas estão representadas pelo número de Froude ( $Fr$ ) em função do nível de enchimento ( $f$ ) do moinho e da quantidade de camadas de esferas acomodadas, o que determinou o comprimento ( $L$ ) do moinho.

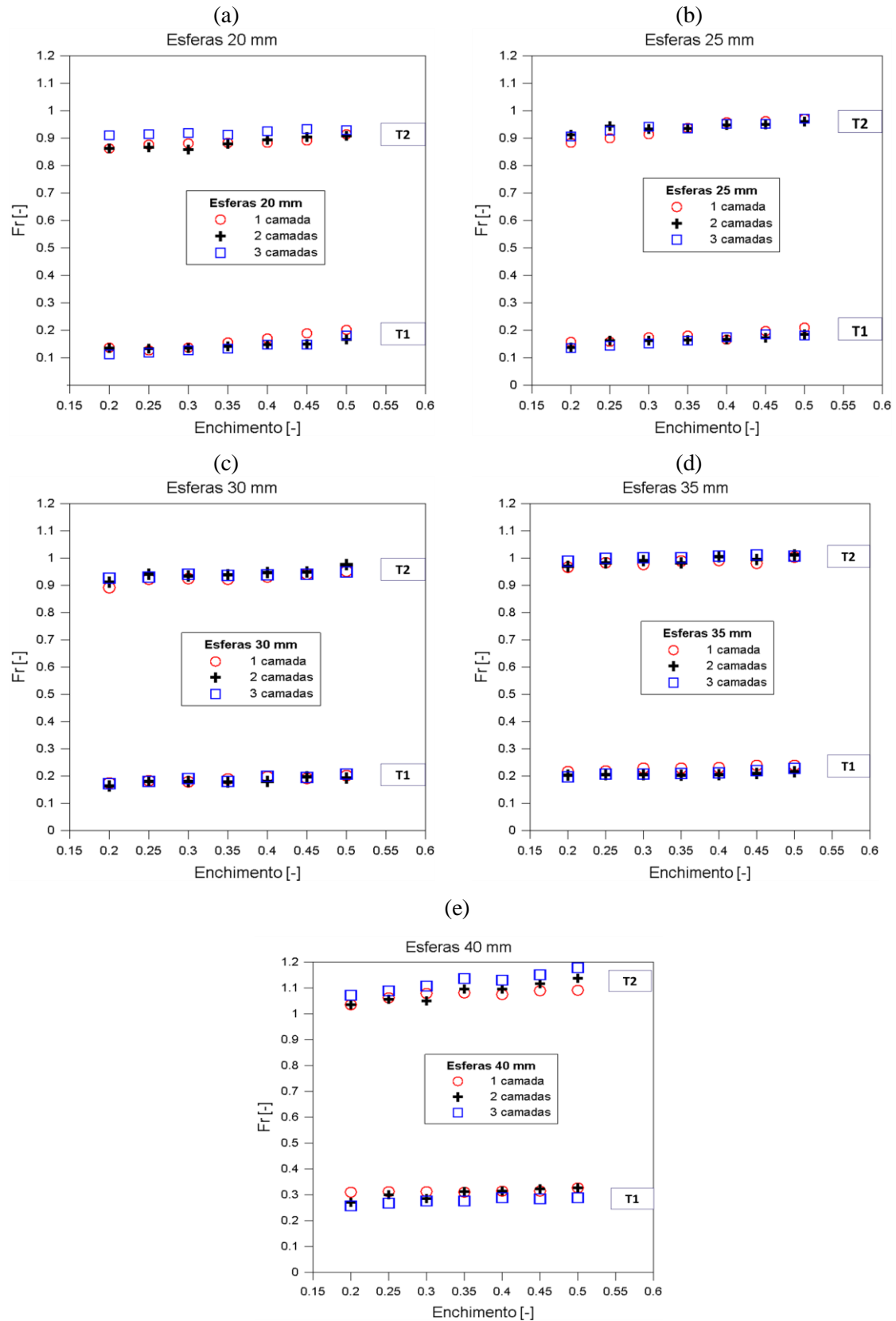


Figura 4.2: Curvas de transição entre os regimes cascateamento-catarateamento (T1) e catarateamento-centrifugação (T2) em função do comprimento do tambor e do diâmetro das esferas - (a) Esfera 20 mm; (b) Esfera 25 mm; (c) Esfera 30 mm; (d) Esfera 35 mm; (e) Esfera 40 mm.

Pode-se perceber que, à medida que o nível de enchimento do moinho aumentou, as velocidades de transição cascadeamento-catarateamento (T1) das esferas de 20 e 25 mm também aumentou. Este mesmo efeito pode ser notado tanto para uma, duas, ou três camadas de esferas. Essa observação também pode ser verificada no trabalho de Mellmann (2001), no qual a transição cascadeamento-catarateamento de partículas de cascalho, calcário e areia, de diâmetros 3,0 mm, 1,5 mm e 0,5 mm, respectivamente, apresentou o mesmo efeito.

O efeito do aumento do nível de enchimento do moinho pode ser observado nas velocidades de transição catarateamento-centrifugação (T2) para a esfera de 40 mm. Este efeito foi mais pronunciado quando a transição foi analisada para três camadas de esferas.

No que tange ao efeito da parede sobre as velocidades de transição cascadeamento-catarateamento (T1) e catarateamento-centrifugação (T2), não foi possível observar diferenças significantes, quando do aumento do comprimento do tambor. Em outras palavras, as velocidades para ambas as transições T1 e T2 não sofreram variações consideráveis quando da utilização de uma, duas ou três camadas de esferas acomodadas axialmente.

Todavia, é possível notar que algumas velocidades de transição T1 se apresentaram apenas levemente maiores para uma camada de esfera. Esta observação não condiz com os trabalhos de Maneval *et al.* (2005), Boateng (1993) e Henein *et al.* (1983a), que sugerem que o atrito das paredes frontal e traseira exercem uma ação de elevação nas partículas, contribuindo para a ocorrência do catarateamento. Os tambores rotatórios estudados nos trabalhos citados acima não possuíam suspensores em seu interior e as partículas utilizadas eram de menor tamanho e menor densidade que as esferas de moagem utilizadas no presente trabalho.

Não obstante, no trabalho desenvolvido por Cleary *et al.* (2003), foi utilizado um moinho cilíndrico com suspensores do tipo C-Noranda e partículas de minério de basalto, em tamanhos entre 22,4 mm e 2,0 mm. Foi verificado que, além da ação dos suspensores, as partículas também sofreram ação de elevação exercida pelas paredes frontal e traseira do moinho. Os suspensores do tipo C-Noranda têm o formato arredondado e recobrem toda a parte interna do moinho, diferentemente dos suspensores presentes no interior do moinho utilizado neste trabalho.

Pode-se sugerir então que o formato dos suspensores e a disposição deles no interior do moinho vão influenciar no efeito que as paredes frontal e traseira exercem sobre o movimento das partículas. No caso do presente trabalho, os doze suspensores quadrados igualmente espaçados e o atrito das paredes frontal e traseira não irão contribuir para o catarateamento das partículas, demandando, aqui, maiores velocidades para a ocorrência deste regime.

Além disso, o tamanho e a densidade das partículas também vão influenciar no efeito que as paredes frontal e traseira exercem sobre o movimento. Na literatura, as partículas utilizadas possuíam menor tamanho e densidade, e por isso, sofreram maior efeito das paredes, em relação às esferas de aço-cromo adotadas neste trabalho.

#### **4.1.2.1 Efeito do tamanho da esfera**

O tamanho dos corpos moedores é uma variável que pode afetar a ocorrência dos regimes de escoamento e, consequentemente, a operação de moagem. A utilização de um só tamanho de esferas não é comumente adotada na operação de moagem, mas servirá neste trabalho para investigar o comportamento que cada tamanho de esfera tende a apresentar. Com este fim, as transições cascadeamento-catarateamento (T1) e catarateamento-centrifugação (T2) foram novamente plotadas, destacando o efeito do diâmetro das esferas, como mostra a Figura 4.3.

Como pode ser notado na Figura 4.3, quanto maior o diâmetro da esfera, maior a velocidade necessária para a identificação de ambas as transições T1 e T2. Esta diferença de velocidades para os diferentes tamanhos de esferas pode ser devido à presença dos suspensores no interior do moinho, que contribuem para a elevação das esferas.

Segundo Powell (1991), para evitar o deslizamento das partículas sobre a parede interna do moinho, os suspensores devem ter, no mínimo, a altura do raio da esfera. Portanto, os suspensores vão exercer mais influência sobre as transições das esferas de 20, 25, 30 e 35 mm, visto que estas possuem raio menor que a altura do suspensor (20 mm). Já a esfera de 40 mm, que apresenta o raio exatamente igual à altura do suspensor, sentirá um menor efeito do suspensor sobre suas velocidades de transição T1 e T2.

Além disto, os suspensores vão influenciar até certo ponto na altura que as esferas são carregadas. Atingido tal ponto, o peso de cada esfera vai começar a influenciar na transição catarateamento-centrifugação, uma vez que no ponto mais alto do moinho, o peso da esfera se iguala à força centrífuga. Em outras palavras, as esferas de maior diâmetro (mais pesadas) vão demandar maiores velocidades de rotação para que a força centrífuga se iguale ao peso destas esferas no ponto mais alto do moinho, dando origem, assim, ao regime de centrifugação.

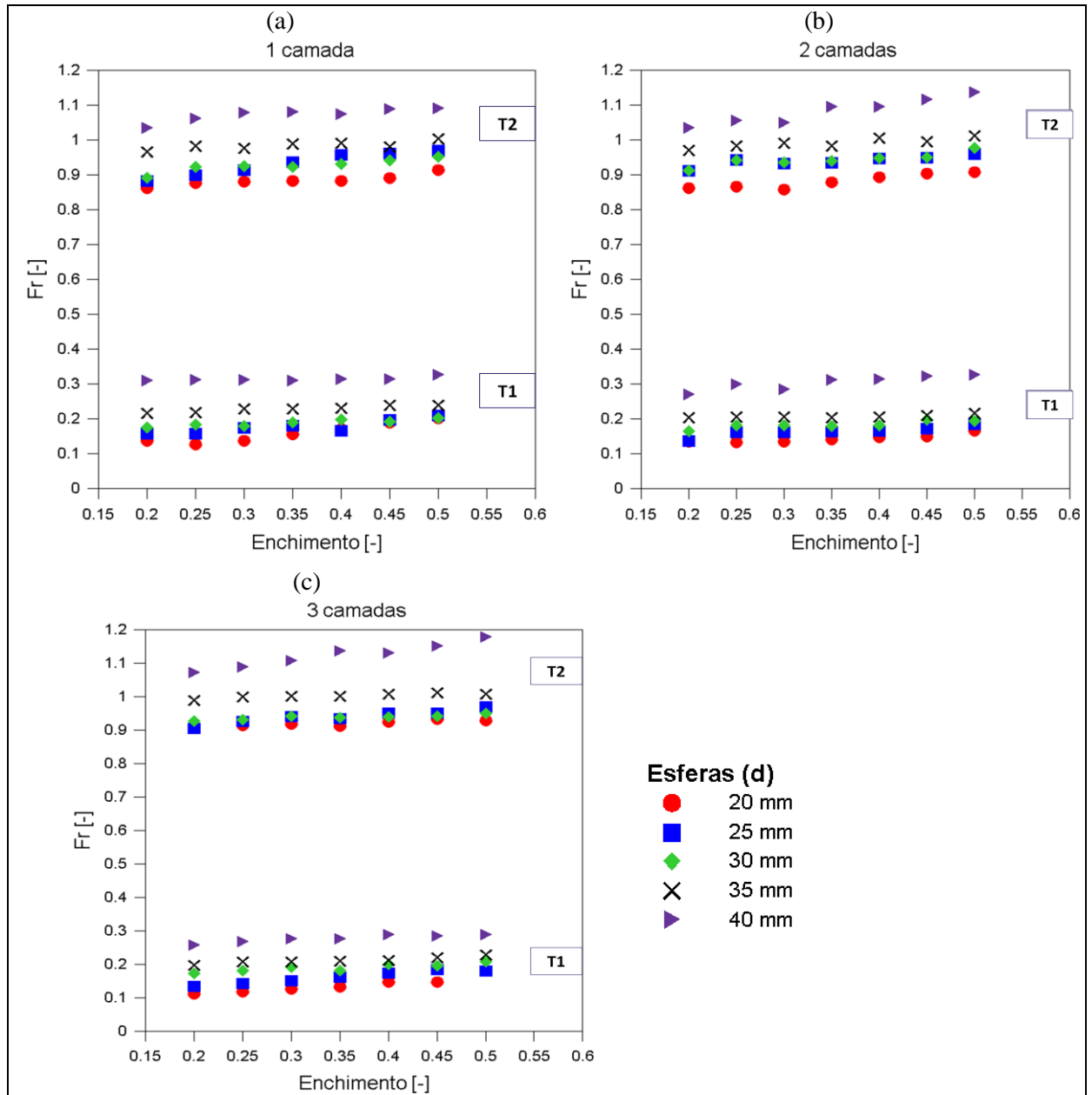


Figura 4.3: Curvas de transição entre os regimes cascadeamento-atarateamento (T1) e catarateamento-centrifugação (T2) destacando o efeito do diâmetro das esferas – (a) 1 camada; (b) 2 camadas; (c) 3 camadas.

### 4.1.3 Velocidade crítica de centrifugação: correlações da literatura

São encontradas na literatura correlações que preveem a ocorrência da centrifugação em tambores rotatórios. Estas equações calculam a velocidade crítica de centrifugação, em função de variáveis, tais como: o diâmetro das partículas ( $d$ ), o ângulo de repouso dinâmico do leito ( $\theta_s$ ), o grau de enchimento do tambor ( $f$ ) e a densidade das partículas ( $\rho_s$ ) e do fluido intersticial ( $\rho_f$ ).

A Tabela 4.4 reapresenta estas equações e seus respectivos autores, enquanto que a Figura 4.4 apresenta as transições catarateamento-centrifugação (número de Froude *versus* grau de enchimento) observadas experimentalmente juntamente com as transições obtidas a partir das correlações da literatura, levando em conta as propriedades aqui medidas. É importante destacar que, para cada diâmetro de esfera, as velocidades de centrifugação experimentais mostradas nos gráficos são uma média das velocidades de transição T2 observadas para uma, duas e três camadas de esferas.

Tabela 4.4: Correlações da literatura para o cálculo da velocidade crítica de centrifugação em tambores rotatórios sem suspensores.

Mecânica Clássica	$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R}}$	(2.4)
Rose e Sullivan (1957)	$\omega_c = \sqrt{\frac{2g}{D-d}}$	(2.5)
Walton e Braun (1993)	$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \operatorname{sen} \theta_s}}$	(2.6)
Ristow (1998)	$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sqrt{1-f}}}$	(2.7)
Watanabe (1999)	$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \operatorname{sen} \theta_s \sqrt{1-f}}}$	(2.8)
Juarez <i>et al.</i> (2011)	$\omega_c = \sqrt{\frac{g(1-\rho_f/\rho_s)}{R \operatorname{sen} \theta_s \sqrt{1-f}}}$	(2.9)

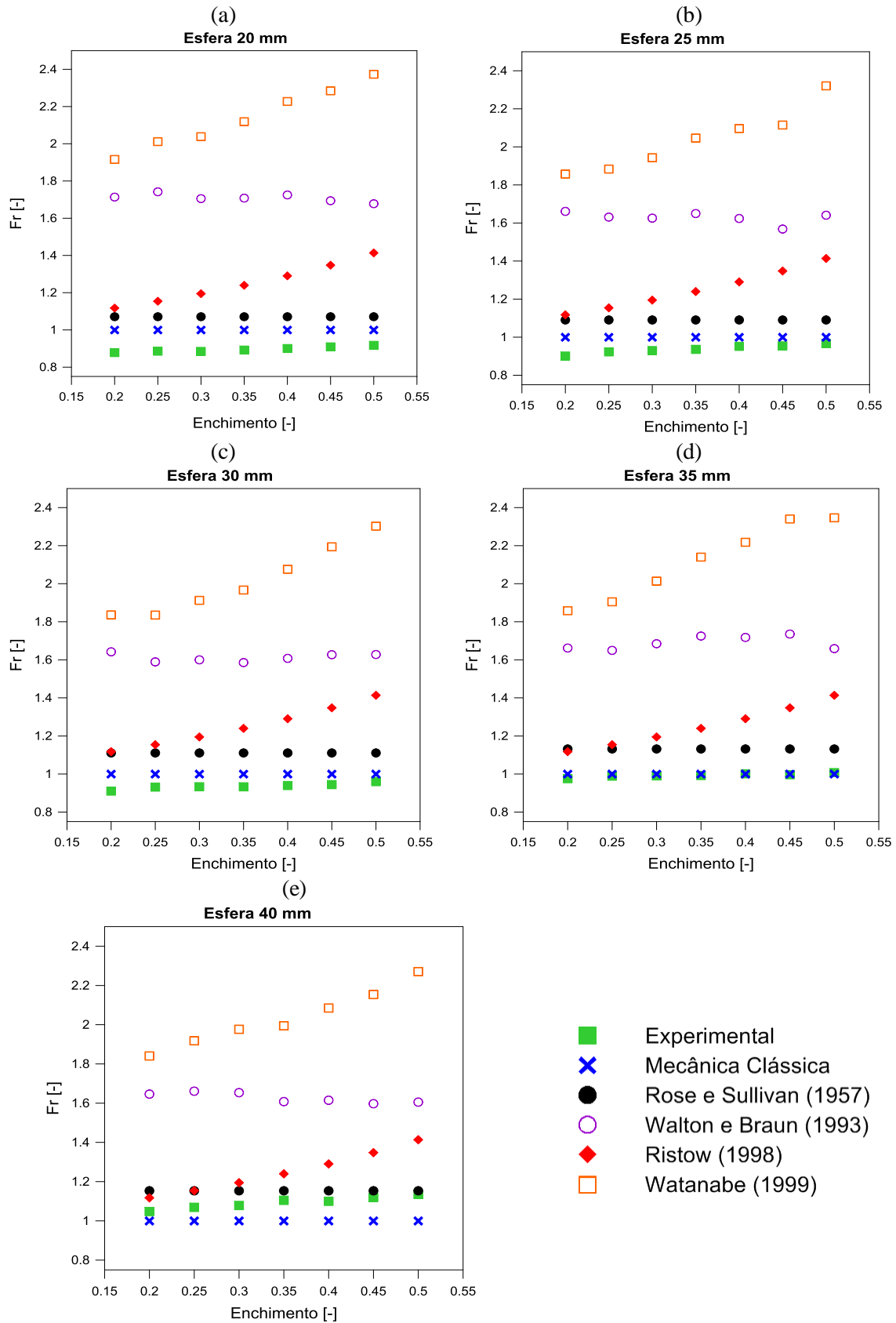


Figura 4.4: Transições catarateamento-centrifugação observadas experimentalmente para diferentes diâmetros e calculadas por correlações da literatura levando em conta as propriedades aqui medidas: (a) 20 mm; (b) 25 mm; (c) 30 mm; (d) 35 mm; (e) 40 mm.

Vale lembrar também que, para o cálculo das velocidades críticas pelas equações de Walton e Braun (1993) e Watanabe (1999) foram utilizados os ângulos de repouso dinâmico do leito ( $\theta_s$ ) apresentados no item 4.1.1.3, para cada nível de enchimento e para cada diâmetro de esfera.

As velocidades críticas de centrifugação previstas pela equação de Juarez *et al.* (2011) não são apresentadas na Figura 4.4, já que as velocidades dadas pelas equações de Juarez *et al.* (2011) e de Watanabe (1999) são equivalentes para todos os tamanhos de esferas. Tal coincidência se deve ao fato de que, para este caso em estudo, a diferença de densidades entre a fase sólida e a fase fluida é muito grande, já que o aço-cromo possui densidade  $\rho_s=7890$  kg/m<sup>3</sup> e ar tem densidade  $\rho_f=1,18$  kg/m<sup>3</sup>, a 25°C. Assim, o termo que leva em consideração as densidades na Equação 2.9 é aproximadamente zero. A equação de Juarez *et al.* (2011) poderá ter aplicabilidade na previsão da centrifugação em moinhos de bolas operando a úmido.

A partir da Figura 4.4, é possível verificar o comportamento de cada equação da literatura sobre a previsão do regime de centrifugação para o caso em estudo. A Equação 2.4 da Mecânica Clássica é dependente apenas da geometria do cilindro e, por isso, se mostra constante e igual a 77,13 rpm, para qualquer valor de enchimento e de diâmetro de esfera utilizados neste trabalho. Já a Equação 2.5 de Rose e Sullivan (1957) apresentou valores constantes de velocidade para qualquer valor de enchimento, mas seu valor aumenta com o aumento do tamanho da esfera ( $d$ ).

A Equação 2.6 de Walton e Braun (1993) variou de acordo com o ângulo de repouso dinâmico do leito ( $\theta_s$ ) e observa-se que à medida que este ângulo aumenta, a velocidade crítica de centrifugação diminui. A Equação 2.7 de Ristow (1998) leva em conta somente o enchimento de partículas ( $f$ ) no tambor, sendo que com o aumento do enchimento, a velocidade crítica de centrifugação também aumentou. Nesta última equação, para um mesmo enchimento, a velocidade crítica de centrifugação é constante para qualquer tamanho de esfera.

Finalmente, observa-se pela Figura 4.4 que as velocidades de centrifugação experimentais foram menores que as velocidades obtidas pelas equações da literatura, para as esferas de 20, 25 e 30 mm. Para a esfera de 35 mm, as velocidades de centrifugação experimentais e as previstas pela Mecânica Clássica são praticamente coincidentes, enquanto



que para a esfera de 40 mm, as velocidades de centrifugação experimentais foram maiores apenas que a velocidade dada pela Equação 2.4 da Mecânica Clássica.

Desta maneira, é interessante notar que as velocidades dadas pela expressão da Mecânica Clássica tenham se aproximado mais das velocidades experimentais do que as outras correlações da literatura. Isso deve justificar, de certa forma, a persistência de aplicação desta equação na produção mineral em larga escala.

Isto já era de se esperar, visto que a equação da Mecânica Clássica foi desenvolvida para o equilíbrio de apenas uma partícula no ponto mais alto do tambor, sem considerar o restante do leito. O leito, como um todo, tenta dificultar a fixação das partículas à parede do tambor. As demais correlações também tentam levar isto em consideração e, desta forma, buscam aumentar a velocidade crítica de centrifugação teórica para se aproximar do experimental.

No caso dos suspensores, estes separam exatamente partículas individuais do leito, ou seja, minimiza a interferência com as demais partículas, agindo sobre elas apenas o efeito gravitacional. Então, como já mencionado anteriormente, pode-se concluir que todas as esferas sofrem algum efeito da presença dos suspensores na previsão do regime de centrifugação, sendo que este efeito se mostra mais pronunciado sobre as esferas de menor tamanho.

Deste modo, percebe-se que as velocidades previstas pelas correlações da literatura não são adequadas para estimar a velocidade crítica de centrifugação em um moinho de bolas que apresente suspensores em seu interior. Normalmente, numa indústria mineral, utiliza-se a equação da Mecânica Clássica para o cálculo da velocidade crítica e, a partir dela, determina-se a fração de velocidade que se quer operar o moinho. Dependendo da velocidade de funcionamento ajustada, o moinho irá operar sob o regime de cascadeamento ou catarateamento, o que influenciará na eficiência da moagem.

Assim sendo, fica clara a necessidade de adaptar uma equação de previsão da velocidade de centrifugação para moinhos de bolas que leve em conta os efeitos das variáveis do sistema e também da geometria do equipamento.

Neste trabalho, foi estudado o efeito do enchimento do moinho e do tamanho da esfera sobre a velocidade crítica de centrifugação. Estes dois efeitos puderam ser verificados pelas

equações de Rose e Sullivan (1957) e Ristow (1998), respectivamente, como mostrado no tópico anterior. O comportamento qualitativo das velocidades críticas previstas por estas duas equações foi semelhante àquele observado pelas velocidades obtidas experimentalmente.

Sendo assim, levando em consideração o formato das Equações 2.5 e 2.7, a seguinte expressão (Equação 4.1) é proposta pelo presente trabalho para a previsão da velocidade crítica de centrifugação de esferas de moagem em moinho com suspensores:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g \ a}{\left(1 - \frac{d}{R}\right)^x (1 - f)^y}} \quad (4.1) \quad \begin{cases} a = 4,86 \text{ para velocidade em rad/s} \\ a = 443,50 \text{ para velocidade em rpm} \\ x = 1,056 \\ y = 0,098 \end{cases}$$

A Equação 4.1 foi obtida por um ajuste pelo Método dos Mínimos Quadrados, para um coeficiente de correlação maior que 0,94. Para o ajuste da Equação 4.1 foram utilizados 95 velocidades em um total de 105 velocidades observadas experimentalmente.

A fim de verificar a qualidade da equação ajustada para os dados deste trabalho, a Tabela 4.5 apresenta a comparação entre os valores de velocidades de transição de catarateamento-centrifugação observadas experimentalmente e os valores preditos pela Equação 4.1, para as mesmas condições.

Tabela 4.5: Comparação entre as velocidades de transição catarateamento-centrifugação observadas experimentalmente e as velocidades previstas pela Equação 4.1

Diâmetro da esfera $d$ (mm)	Enchimento $f$ [-]	Velocidades previstas pela Equação 4.1 (rpm)	Velocidades observadas experimentalmente (rpm)
20	0,47	73,3	73,6
25	0,43	74,6	74,8
30	0,37	75,8	75,3
35	0,33	77,3	76,8
40	0,27	78,8	79,4

Nota-se, a partir da Tabela 4.5, que as velocidades observadas experimentalmente e as velocidades previstas pela Equação 4.1 possuem valores muito próximos, apresentando um

erro máximo de 0,6 rpm. Deste modo, é possível concluir que a Equação 4.1 pôde prever bem as velocidades de transição catarateamento-centrifugação, para qualquer nível de enchimento.

## **4.2 Resultados de Simulação**

Nesta seção, serão apresentados os resultados do estudo numérico realizado, com respeito ao efeito do coeficiente de especularidade (item 4.2.1) e do coeficiente de restituição (item 4.2.2) sobre o escoamento dos sólidos no interior do moinho de bolas.

### **4.2.1 Análise do coeficiente de especularidade**

Conforme mencionado anteriormente, um dos objetivos deste trabalho foi testar diferentes valores de coeficiente de especularidade, a fim de verificar aqueles mais adequados para o caso em estudo e, ao mesmo tempo, verificar o efeito da condição de contorno na parede do moinho sobre o movimento dos corpos moedores.

A seguir, é apresentada uma análise qualitativa dos resultados numéricos obtidos para valores de coeficiente de especularidade iguais a 1,0; 0,50; 0,45; 0,40; 0,30; 0,20; 0,10 e 0,01. As Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 mostram a distribuição numérica da fase sólida na parede frontal do moinho e no plano transversal traçado na metade do comprimento do moinho (paralelo à parede frontal), para os diferentes valores de coeficiente de especularidade. Tais simulações foram comparadas com a distribuição experimental da fase sólida para as velocidades de rolamento (17,0 rpm), catarateamento (31,7 rpm) e centrifugação (74,6 rpm), após 22 segundos simulados.

Pela Figura 4.5 nota-se que as simulações que mais se assemelham à observação experimental do regime de rolamento são aquelas referentes aos coeficientes de especularidade iguais a 0,50, 0,45, 0,40, 0,30 e 0,20. Percebe-se também que o maior valor de coeficiente de especularidade ( $\varphi = 1,0$ ), que caracteriza a condição de parede rugosa e “deslizamento nulo”, é aquele em que a parede atua levantando as partículas a alturas mais elevadas que o restante do leito, como descrito por Boateng (1993).

Pela Figura 4.6 é possível notar que as simulações que mais apresentaram coerência física com a observação experimental do regime de catarateamento são aquelas referentes aos coeficientes de especularidade 0,45, 0,40, 0,30 e 0,20.

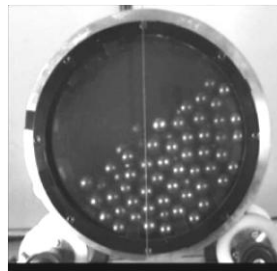
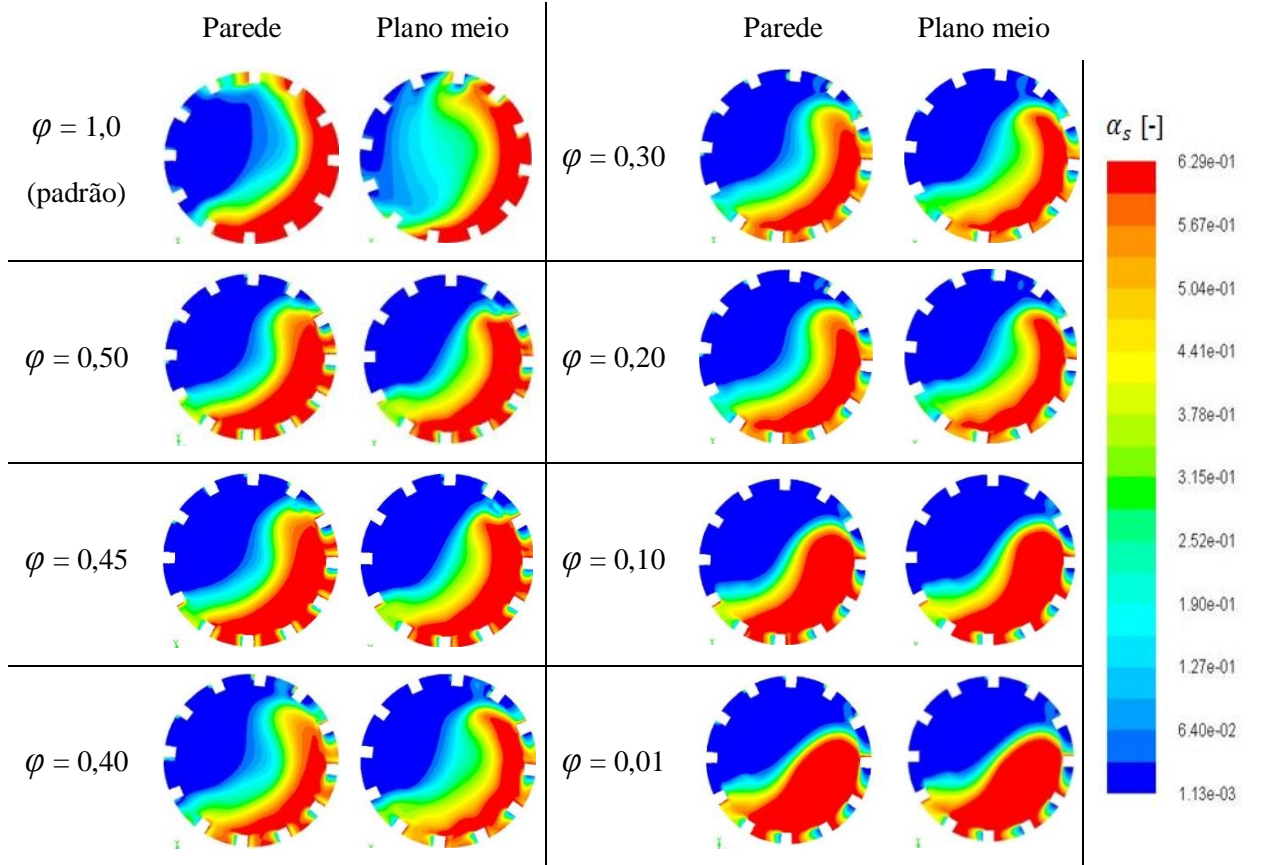


Figura 4.5: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade durante o regime de rolamento (17,0 rpm)

Como observado pelas Figuras 4.5 e 4.6, o efeito de parede se mostrou mais pronunciado para o maior valor de coeficiente de especularidade ( $\varphi = 1$ ) do que para o menor valor de coeficiente de especularidade ( $\varphi = 0,01$ ), sendo que, neste último caso, se observa

que a fração de volume de sólidos na parede frontal e no plano na metade do comprimento são equivalentes. Por outro lado, para o maior valor de coeficiente de especularidade ( $\varphi = 1$ ), a diferença na fração de sólidos na parede frontal e no plano na metade do comprimento do tambor é bastante evidente. Logo, vê-se a importância de se adequar corretamente o valor do coeficiente de especularidade em estudos de simulação, de forma que este não subestime ou superestime o efeito de parede.

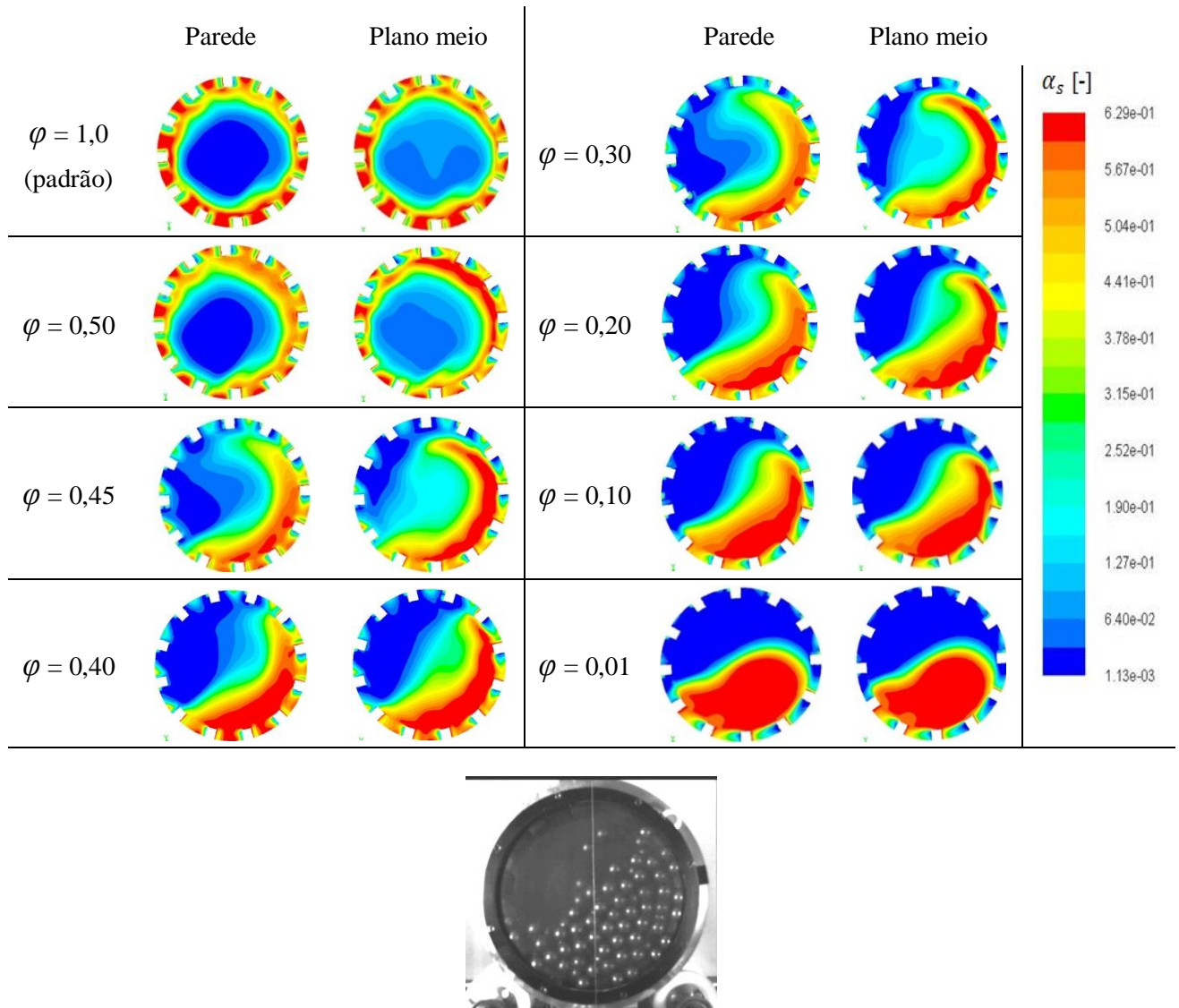


Figura 4.6: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade durante o regime de catarateamento (31,7 rpm).

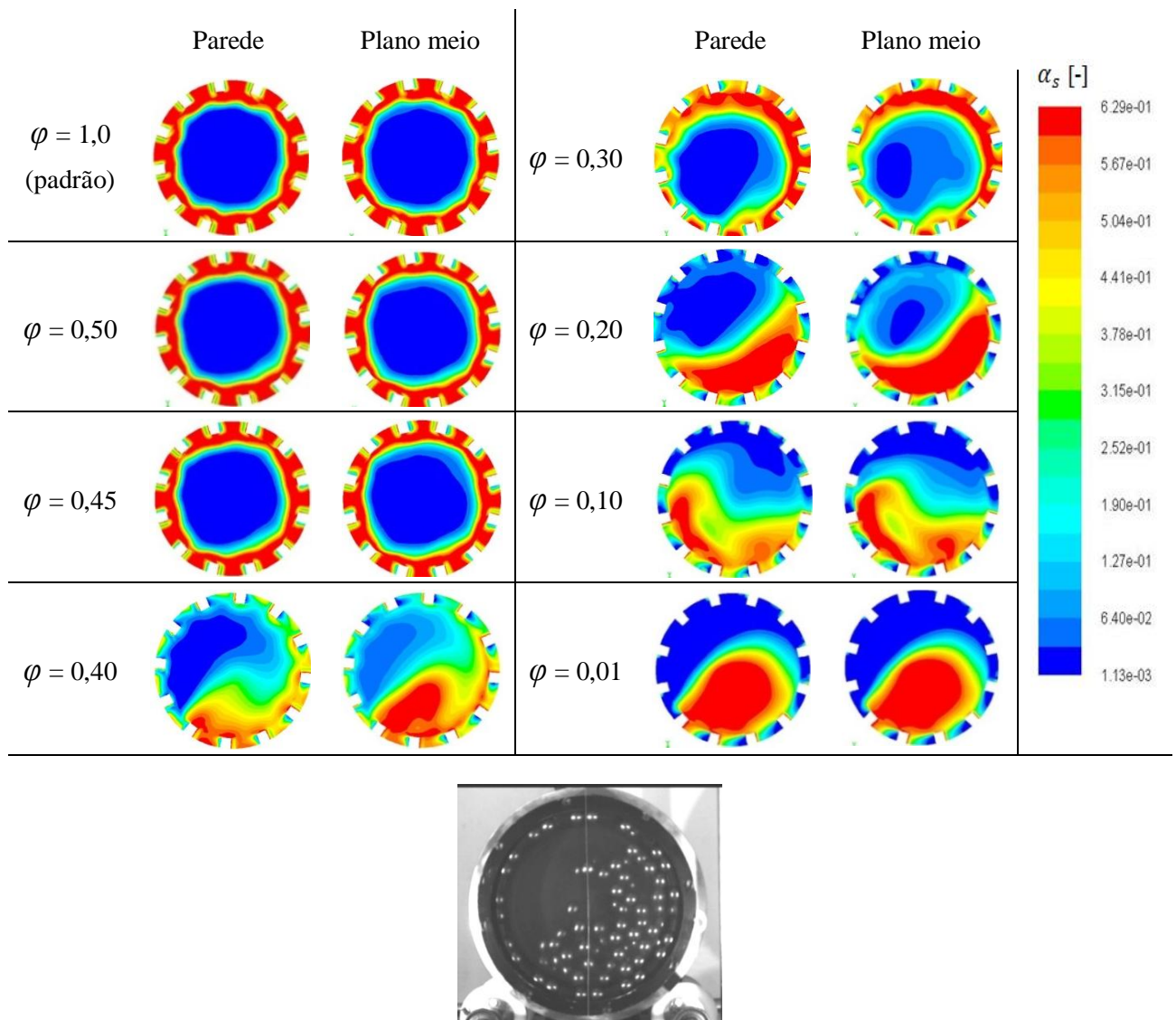


Figura 4.7: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade durante o regime de centrifugação (74,6 rpm).

No regime de centrifugação (Figura 4.7), verifica-se que apenas os valores 0,40 e 0,30 de coeficientes de especularidade apresentaram maior concordância com a observação experimental. Nota-se também nas Figuras 4.5 a 4.7 que, o maior efeito dos diferentes valores de coeficiente de especularidade nos resultados simulados foi observado quando o moinho operou em velocidades mais altas, ou seja, no regime de centrifugação.

Assim sendo, torna-se evidente a influência do coeficiente de especularidade na simulação do comportamento dos corpos moedores no interior de um moinho contendo suspensores. Isso comprova o cuidado requerido ao especificar a condição de contorno na

parede na simulação de um moinho de bolas, sobretudo se o equipamento for simulado em escalas reduzidas.

#### 4.2.2 Análise do coeficiente de restituição

Após definir os valores de coeficiente de especularidade que resultaram nas simulações mais coerentes com as observações experimentais, foi feito um planejamento experimental <sup>33</sup>, num total de 27 simulações. As variáveis independentes deste planejamento são:

- coeficiente de especularidade ( $\phi$ ): 0,40, 0,30 e 0,20;
- coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ): 0,70, 0,60 e 0,50;
- velocidade de rotação: 17,0 rpm (rolamento), 31,7 rpm (catarreamento), 74,6 rpm (centrifugação).

As Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 mostram os perfis simulados de fração volumétrica da fase sólida na parede frontal e no plano traçado na metade do comprimento do moinho, para os diferentes valores de coeficiente de especularidade e de coeficiente de restituição. Estes perfis foram comparados com a distribuição experimental da fase sólida durante os regimes de rolamento (17,0 rpm), catarreamento (31,7 rpm) e centrifugação (74,6 rpm), após 26 segundos simulados.

Nota-se, pelas Figuras 4.8 e 4.9, que representam os regimes de catarreamento e centrifugação, respectivamente, que todas as simulações se mostraram coerentes com as observações experimentais. Pode-se observar também que, para um mesmo valor de coeficiente de especularidade, as simulações para os diferentes valores de coeficiente de restituição apresentaram diferenças pouco expressivas. Verifica-se que o menor coeficiente de restituição ( $e_{ss} = 0,50$ ) apresentou uma leve elevação da carga de partículas pelas paredes em relação aos demais valores, nas velocidades de rotação dos regimes de rolamento e catarreamento.

A partir da Figura 4.10, que representa o regime de centrifugação, foi possível observar diferenças mais perceptíveis das simulações dos diferentes valores de coeficiente de



restituição para um mesmo valor de coeficiente de especularidade. Isso pode ser devido ao maior número de colisões entre as esferas, o que é esperado para maiores velocidades de rotação, resultando, desta forma, num efeito mais acentuado do coeficiente de restituição.

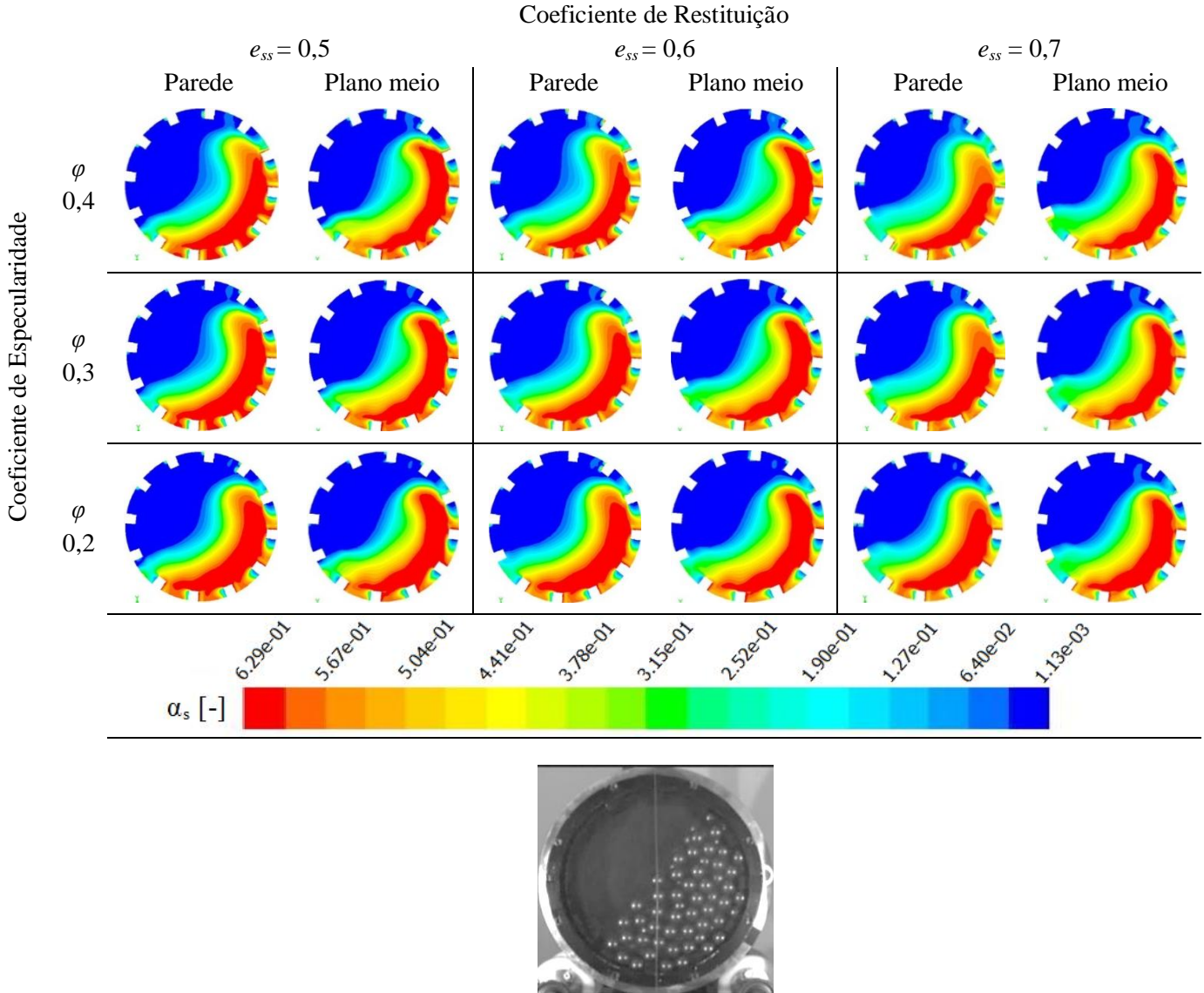


Figura 4.8: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade e diferentes valores de coeficiente de restituição durante o regime de rolamento (17,0 rpm).

No regime de centrifugação, foi possível selecionar as combinações de coeficientes de restituição e coeficientes de especularidade mais condizentes com a observação experimental. Foram eles:  $\phi = 0,40$  e  $e_{ss} = 0,50$ ;  $\phi = 0,40$  e  $e_{ss} = 0,60$ ;  $\phi = 0,30$  e  $e_{ss} = 0,50$ . É importante lembrar que, nesta faixa de coeficientes de restituição que apresentou os melhores resultados



de simulação quando da velocidade de centrifugação ( $e_{ss} = 0,50 - 0,60$ ), localiza-se o valor do coeficiente de restituição medido experimentalmente, cujo valor foi de  $e_{ss} = 0,59$ .

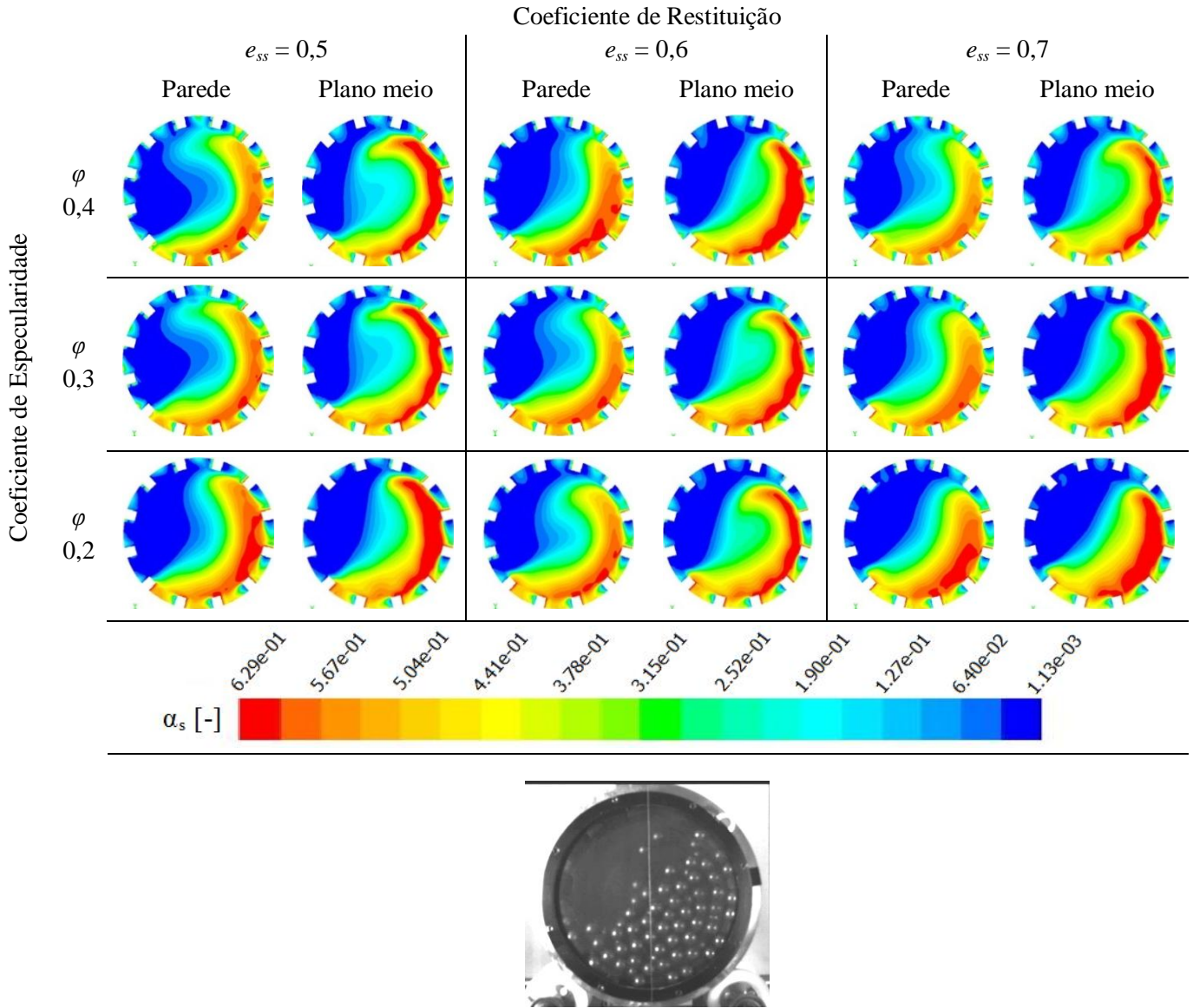


Figura 4.9: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade e diferentes valores de coeficiente de restituição durante o regime de catarateamento (31,7 rpm).

De forma geral, o comportamento dos corpos moedores no interior do moinho de bolas foi pouco influenciado pelo coeficiente de restituição dos sólidos, salvo para baixos valores de velocidade de rotação, em que a quantidade de colisões entre as esferas são relativamente

menores. No caso de altas velocidades, as colisões tendem a aumentar e o efeito do coeficiente de restituição tende a ficar mais pronunciado.

Já para os diferentes valores de coeficiente de especularidade, o comportamento dos corpos moedores no interior do moinho de bolas foi bastante influenciado, sobretudo para altos valores de velocidade de rotação. Isso comprova o cuidado requerido quando da análise da condição de contorno nas paredes frontal e traseira do tambor no estudo numérico.

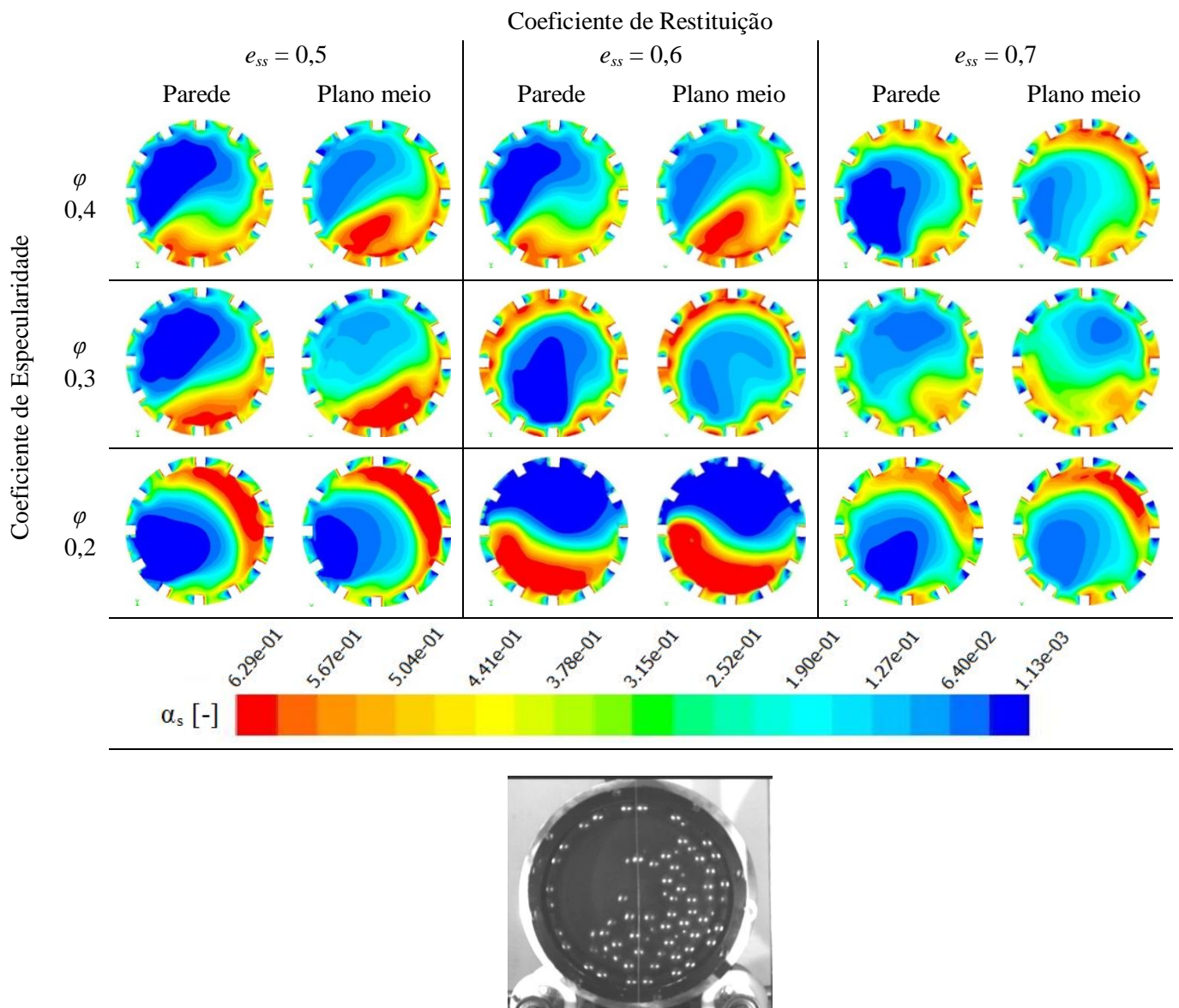


Figura 4.10: Frações volumétricas de sólidos observadas experimental e numericamente para diferentes valores de coeficiente de especularidade e diferentes valores de coeficiente de restituição durante o regime de centrifugação (74,6 rpm).

Entretanto, no estudo experimental, as paredes frontal e traseira apresentaram pouca influência no movimento das esferas. Esta diferença observada nos estudos numérico e experimental a respeito dos efeitos de parede aumenta à medida que se aumenta a densidade das partículas. No caso do presente estudo, as esferas de moagem possuíam elevada densidade e, por isso, a diferença entre o estudo experimental e o simulado tende a ser muito alta.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Com base nos capítulos anteriores, serão apresentadas neste capítulo as principais conclusões acerca dos estudos experimental e numérico da dinâmica de corpos moedores em um moinho de bolas com suspensores realizados no presente trabalho.

#### 5.1 Conclusões

Quanto ao estudo experimental, podem ser expostas as seguintes conclusões:

- ✓ O valor médio das medidas de coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ) realizadas foi de  $0,59 \pm 0,05$ . Este valor está coerente com os valores observados na literatura para o coeficiente de restituição de esferas de aço e aço-cromo;
- ✓ Os ângulos de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ) do leito de esferas medidos experimentalmente não se mostraram dependentes do grau de enchimento do moinho e nem do diâmetro das esferas, variando em uma faixa de  $39,60^\circ$  a  $35,02^\circ$  com desvio médio de  $2,26^\circ$ ;
- ✓ Os critérios adotados para a identificação das transições entre os regimes de cascadeamento-catarateamento (T1) e entre os regimes de catarateamento-centrifugação (T2) puderam prever de maneira eficaz o início de ocorrência de cada regime;
- ✓ A presença dos suspensores no interior do moinho de bolas influenciou as velocidades de transição entre os regimes de cascadeamento, catarateamento e centrifugação (T1 e T2), atuando de acordo com o tamanho do corpo moedor. Além disso, as esferas de menor diâmetro sentiram um maior efeito dos suspensores e apresentaram menores velocidades de transição do que as esferas de maior diâmetro;
- ✓ O efeito das paredes frontal e traseira sobre as transições entre os regimes de escoamento não se mostrou significativo quando do emprego de uma, duas ou três camadas de esferas acomodadas axialmente. Logo, os efeitos do tamanho e da

densidade dos sólidos, juntamente com o formato e a disposição dos suspensores no interior do moinho de bolas, prevaleceram sobre o efeito das paredes frontal e traseira;

- ✓ As velocidades críticas de centrifugação dadas pela equação da Mecânica Clássica foram as que mais se aproximaram das velocidades observadas experimentalmente no moinho de bolas com suspensores. Isto deve justificar, de certa forma, o constante emprego desta equação em indústrias minerais;
- ✓ A equação proposta neste trabalho para o cálculo da velocidade crítica de centrifugação pôde prever bem as velocidades do caso em estudo (moinho de bolas com suspensores), ao contrário das equações da literatura modificadas a partir da equação da Mecânica Clássica para previsão em tambores rotatórios. Contudo, ainda é necessário incluir um termo adicional que leve em consideração a presença dos suspensores no interior do moinho.

Em relação ao estudo de simulação, destacam-se as seguintes conclusões:

- ✓ Este trabalho foi pioneiro quanto à investigação do efeito das paredes frontal e traseira em um moinho de bolas através do coeficiente de especularidade. O efeito da variação do coeficiente de especularidade se mostrou mais acentuado para altos valores de velocidade de rotação. O valor de coeficiente de especularidade que melhor representou o comportamento experimental dos corpos moedores para o caso em estudo se encontrou entre a faixa de 0,40-0,20;
- ✓ Apesar do efeito de parede ser pouco significativo no estudo experimental, ele deve ser analisado com cautela em estudos numéricos, a partir das condições de contorno na parede e da aplicação de um refinamento mais acentuado na malha computacional nesta região;
- ✓ Dentro do intervalo do coeficiente de restituição estudado, não foi possível observar diferenças expressivas nas simulações para um mesmo coeficiente de especularidade, quando do emprego de baixas velocidades de rotação do moinho. Já para altas velocidades de rotação, o efeito do coeficiente de restituição se mostrou mais pronunciado devido ao aumento no número de colisões entre as esferas.

## 5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Os resultados advindos deste trabalho desencadearam uma série de possibilidades de estudos experimentais e numéricos sobre a dinâmica de sólidos em um moinho de bolas. Assim, algumas sugestões para trabalhos futuros são apresentadas:

- ✓ Estudo experimental e de simulação do efeito da quantidade, do formato e da disposição dos suspensores no interior do moinho de bolas sobre as transições entre os regimes cascadeamento-catarateamento (T1) e catarateamento-centrifugação (T2);
- ✓ Estudo das transições cascadeamento-catarateamento (T1) e catarateamento-centrifugação (T2) para composições de diferentes tamanhos de esferas e para esferas de diferentes densidades, experimentalmente e em simulação através de softwares DEM;
- ✓ Estudo de simulação com aplicação de diferentes valores de coeficiente de especularidade nas paredes frontal, traseira e laterais do moinho, visto que, no estudo experimental, estas paredes são fabricadas de diferentes materiais e, consequentemente, possuem diferentes rugosidades e condições de deslizamento;
- ✓ Avaliação do desempenho dos corpos moedores sobre a moagem de fato.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, V.K. Otimização de carga moedora utilizando ferramentas de modelamento matemático e simulação de moagem. 122p. Dissertação de mestrado. UFMG, Belo Horizonte/MG, 2006.
- ALTANTZIS, C.; BATES, R.B.; GHONIEM, A.F. 3D Eulerian modeling of thin rectangular gas–solid fluidized beds: Estimation of the specular coefficient and its effects on bubbling dynamics and circulation times. Powder Technology, v. 270, p. 256–270, 2015.
- AISSA, A.A., DUCHESNE, C., RODRIGUE, D. Transverse mixing of polymer powders in a rotary cylinder part I: Active layer characterization. Powder Technology, vol. 219, p. 193-201, 2012.
- BAKER, C.G.J. Cascading rotary dryers. Advances in Drying, Hemisphere, New York, (ed), v. 2, 1983, p. 1-51.
- BERALDO, J.L. Moagem de minérios em moinhos tubulares. São Paulo: Edgard Blücher, 1987. 143p.
- BISOGNIN, P.C., Transferência de calor em leitos fluidizados: influência dos parâmetros da superfície de troca térmica. 115p. Dissertação de mestrado, UFSC, Florianópolis/SC, 2015.
- BLUMBERG, W., SCHLÜNDER, E.-U., Transversale Schüttgutbewegung und konvektiver Stoffübergang in Drehrohren. Teil 1: Ohne Hubschaufeln, Chemical Engineering and Processing, vol. 35, p. 395-404, 1996.
- BOATENG, A., Rotary kiln transport phenomena, Ph.D. Dissertation, University of British Columbia, British Columbia, Canada, 1993.
- CHAVES, A.P. Britagem, Peneiramento e Moagem. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 4. Ed. São Paulo: Ed. Signus, 2009. v. 3.
- CLEARY, P.W. Charge behaviour and power consumption in ball mills: sensitivity to mill operating conditions, liner geometry and charge composition. International Journal of Mineral Processing, vol. 63, p. 79-114, 2001.
- CLEARY, P.W., MORRISSON, R., MORRELL, S. Comparison of DEM and experimental for a scale model SAG mill. International Journal of Mineral Processing, v.68, p.129-165, 2003.
- DAVIS, E.W. Fine crushing in ball mills. AIME Trans. v.61, p.250– 296, 1919.
- DARTEVELLE, S. Numerical and granulometric approaches to geophysical granular flows. 132 p. Ph. D. thesis, Michigan Technological University, Department of Geological and Mining Engineering, Houghton, Michigan, 2003.

DELBONI Jr., H. Cominuição. Parte II: Tecnologia mineral. In: FERNANDES, F. R. C. et al. Tendências tecnológicas Brasil 2015: geociência e tecnologia. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2007. cap. 2, p. 103-131.

DONG, H., MOYS, M.H. Load behavior and mill power. International Journal of Mineral Processing, v.69, p.11-28, 2003.

DRAGOMIR, S.C., SINNOTT, M.D., SEMERCIGIL, S.E., TURAN, O.F. A study of energy dissipation and critical speed of granular flow in a rotating cylinder. Journal of Sound and Vibration, vol. 333, p. 6815-6827, 2014.

DUARTE, C.R. Estudo experimental e de simulação da fluidodinâmica e recobrimento em leito de jorro. 194p. Tese de Doutorado, UFU, Uberlândia/MG, 2006.

FIGUEIRA, H. V. O.; ALMEIDA, S. L. M.; LUZ, A. B. Cominuição. In: LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A.; ALMEIDA, S. L. M. (Ed.). Tratamento de Minérios. 4. Ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2004. p.113-182.

FLUENT INC., Fluent 14.0 User's Guide, Centerra Resource Park 10, Cavendish Court, Lebanon, NH 03766, 2006.

FOGGIATTO, B. Previsão de desempenho do circuito de moagem de Carajás. 232p. Dissertação de mestrado, USP, São Paulo/SP, 2009.

GOMES, W.L. Integração de modelos energéticos e de balanço populacional para simulação de moagem em moinhos de bolas. 199p. Dissertação de Mestrado, USP, São Paulo/SP, 2014.

GUPTA, A.; YAN, D.S. Mineral Processing Design and Operations: An Introduction. 1. Ed. Amsterdam. Publisher: Elsevier. 2006.

HEMA, V. Mathematical modelling of the dynamics of granular materials in a rotating cylinder. Doctor Thesis, The Cochin University of Science and Technology, India, 2003

HENEIN, H., BRIMACOMBE, J.K., WATKINSON, A.P. Experimental study of transverse bed motion in rotary kilns. Metallurgical Transactions B, v.14, p.191–205, 1983a.

HENEIN, H., BRIMACOMBE, J.K., WATKINSON, A.P. The modelling of transverse solids motion in rotary kilns. Metallurgical Transactions B, v.14 (2), p.207-220, 1983b.

HLUNGWANI, O., RIKHOTSO, J., DONG, H., MOYS, M.H. Further validation of DEM modeling of milling: effects of liner profile and mill speed. Minerals Engineering, vol. 16, p. 993-998, 2003.

HONG, S.H., KIM, B.K., Effects of lifter bars on the ball motion and aluminum foil milling in tumbler ball mill, Materials Letters, vol. 57, p. 275-279, 2002.

HUANG, A.N., KAO, W.C., HUO, H.P. Numerical studies of particle segregation in a rotating drum based on Eulerian continuum approach, Adv. Powder Technol, vol. 24, p. 364–372, 2013.



HUI, K., UNGAR, J., HAFF, P., JACKSON, R. Boundary conditions for high-shear grain flows, J. Fluid Mech., vol.145, p. 223-233, 1984.

JOHNSON, P.C., JACKSON, R., Frictional-collisional constitutive relations for granular materials with application to plane shearing, J. Fluid Mech., vol. 176, p. 67 – 93, 1987.

JUAREZ, G., CHEN, P., LUEPTOW, R. M., Transition to centrifuging granular flow in rotating tumblers: a modified Froude number, New Journal of Physics, vol. 13, p. 1-12, 2011.

KIANGI, K.K., MOYS, M.H. Particle filling and size effects on the ball load behaviour and power in a dry pilot mill: experimental study, Powder Technology, v.187, p.79-87, 2008.

LAW, A.M.; KELTON, D.W. Simulation modeling and analysis. 2 ed. New York: McGraw-Hill, 1991.

LEE, C.F., CHOU, H.T., CAPART, H. Granular segregation in narrow rotational drums with different wall roughness: Symmetrical and asymmetrical patterns, Powder Technology, v. 233, p. 103-115, 2013.

LISBOA, M. H. Estudo de Secadores Rotatórios na Secagem de Fertilizantes. 100 p. Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia/MG, 2005.

LI, T.; BENYAHIA, S. Revisiting Johnson and Jackson Boundary Conditions for Granular Flows. American Institute of Chemical Engineers (AIChE), v.58, n.7, p. 2058–2068, 2011.

LOHA, C.; CHATTOPADHYAY, H.; CHATTERJEE, P.K. Euler-Euler CFD modeling of fluidized bed: Influence of specular coefficient on hydrodynamic behavior. Particuology, v. 11, n. 6, p. 673–680, 2013.

LUN, C.K.K.; SAVAGE, S.B.; JEFFREY, D.J.; CHEPURNIY N.; Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in coquette flow and singly inelastic particles in a general flow field, J. Fluid Mech. v.140, p. 223–256, 1984.

LUNA, C. M. R. Estudo numérico de modelos de arrasto e do coeficiente de restituição no escoamento gás-sólido em leito fluidizado. 157p. Tese de doutorado, Unesp, Guaratinguetá, 2013.

MANEVAL, J.E., HILL, K.M., SMITH, B.E, CAPRIHAN, A., FUKUSHIMA, E.. Effects of end wall friction in rotating cylinder granular flow experiments. Granul. Matter, v.7, p199–202, 2005.

MEADERS, R.C., MacPHERSON, A.R., Technical design of autogenous mills. Mining Engineering v.6, p.81–83, 1964.

MELCHIADES, F.G. Estudo comparativo entre as tecnologias via úmida e via seca para a preparação de massas de porcelanatos. 214p. Tese de doutorado, UFSCar, São Carlos/SP, 2011.

MELLMANN, J., The transverse motion of solids in rotating cylinders—forms of motion and transition behavior, Powder Technology, vol. 118, p. 251-270, 2001.

METSO MINERALS. Manual de Britagem. 6. Ed. 2005.

- MISHRA, B.K., RAJAMANI, R.K. The discrete element method for the simulation of ball mills. Appl. Math. Modelling, vol. 16, p. 598-604, 1992.
- MORRELL, S. The prediction of power draw in wet tumbling mills. PhD Thesis, University of Queensland, 228p, 1993.
- NASCIMENTO, D.V. Análise da dinâmica da carga moedora nos moinhos de bolas. 136p. Dissertação de Mestrado, UFMG, Belo Horizonte/MG, 2013.
- NASCIMENTO, S.M. Estudo experimental e de simulação da dinâmica de material particulado em tambor rotatório com suspensores. 107p. Dissertação de mestrado, UFU, Uberlândia/MG, 2014.
- OYAMA, Y. Rikwagaku-Kenkyo-Jo-lho Bull., vol.14, p.570-583, 1935.
- PATANKAR, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- POWELL, M.S. The effect of liner design on the motion of the outer grinding elements in a rotary mill. International Journal of Mineral Processing, v.31, p.163-193, 1991.
- POWELL, M.S., McBRIDE, A.T. A three-dimensional analysis of media motion and grinding regions in mills. Minerals Engineering, v. 17, p. 1099-1109, 2004.
- RAJAMANI, R.K., VENUGOPAL, R. 3D simulation of charge motion in tumbling mills by the discrete element method. Powder Technology, vol. 115, p. 157-166, 2001.
- RIBEIRO, M.R. Investigação das características dos minérios de ferro da CVRD que influenciam seu comportamento na moagem. 129p. Dissertação de Mestrado, UFOP, Ouro Preto/MG, 2004.
- RISTOW, G.H., Flow properties of granular materials in three-dimensional geometries. Habilitationsschrift, Philipps-Universität Marburg, p. 63-92, 1998.
- ROSE, H.E., SULLIVAN, R.M.E., A treatise on the internal mechanics of ball, tube and rod mills, Constable, London, p. 35-68, 1957.
- ROSEMAN, B., DONALD, M.B. Effects of varying the operating conditions of a horizontal drum mixer, Br. Chem Eng, 7(11), 823-827, 1962.
- SANTOMASO, A.C., DING, Y.L., LICKISS, J.R., YORK, D.W., Investigation of the granular behaviour in a rotating drum operated over a wide range of rotational speed. Institution of Chemical Engineers, vol. 81, p. 936-945, 2003.
- SANTOS, M.M. Simulação numérica do escoamento bifásico óleo-água em tubos. 99p. Dissertação de mestrado. Unifei, Itajubá/MG, 2010.
- SANTOS, D.A. Contribuições ao estudo da fluidodinâmica em leito de jorro- Estudos experimentais e de simulação via CFD. 106p. Dissertação de mestrado. PPGEQ/UFU- Uberlândia/MG, 2011.

- SANTOS, D.A., PETRI, I.J., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S., Experimental and CFD study of the hydrodynamic behavior in a rotating drum, Powder Technology, vol. 250, p. 52-62, 2013.
- SANTOS, D.A., DADALTO, F.O., SCATENA, R., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S., A hydrodynamic analysis of a rotating drum operating in the rolling regime, Chemical Engineering Research and Design, vol. 94, p. 204-212, 2015.
- SANTOS, D.A. Estudo experimental e numérico da dinâmica de partículas em um tambor rotatório. 147p. Tese de Doutorado, UFU, Uberlândia/MG, 2015.
- SHERITT, R.G., CHAOUKI, J., MEHROTRA, A.K., BEHIE, L.A. Axial dispersion in the three-dimensional mixing of particles in a rotating drum reactor. Chemical Engineering Science, vol. 58, p. 401-415, 2003.
- SKOCKZKOWSKA, K. ULBRICH, R. 2014. Experimental investigation of moving particles in rotating drum. MATEC Web of Conferences. 18, 02006, 2014.
- SOUZA, V.C.G., Modelagem matemática e simulação do circuito de moagem de cimento. 124p. Dissertação de mestrado, UFRGS, Porto Alegre/RS, 2002.
- WALTON, O.R., BRAUN R.L., Simulation of rotary-drum and repose tests for frictional spheres and rigid sphere clusters, Proc. Joint DOE/NFS Workshop on Flow of Particulates and Fluids, p. 1-18, 1993.
- WATANABE, H., Critical rotation speed for ball-milling, Powder Technology, vol. 104, p. 95-99, 1999.
- WELLENKAMP, F. Moagens fina e ultrafina de minerais industriais: uma revisão. Série Tecnologia Mineral. n. 75. Rio de Janeiro: CETEM/MCP, 1999.
- WHITE, H.A. The theory of the tube mill. J. Chem., Metall. Min. Soc. S. A, p.290–305, May, 1905.
- WILLS, B. A. NAPIER-MUNN, T.J. Mineral Processing Technology. An introduction to the practical aspects of the ore treatment and mineral recovery. 7. Ed. Publisher: Elsevier. October, 2006.
- ZHENG, Q., YU, A. Modelling the granular flow in a rotating drum by the Eulerian finite element method. Powder Technology, v. 286, p. 361-370, 2015.
- ZHONG, H., GAO, J., XU, C., LAN, X. CFD modeling the hydrodynamics of binary particle mixtures in bubbling fluidized beds: Effect of wall boundary condition. Powder Technology, v. 230, p. 232–240, 2012.
- ZHONG, H., LAN, X., GAO, J., ZHENG, Y., ZHANG, Z. The difference between specular coefficient of 1 and no-slip solid phase wall boundary conditions in CFD simulation of gas-solid fluidized beds, Powder Technology, vol. 286, p. 740-743, 2015.