



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DO  
HIDROCICLONE FILTRANTE**

Nathacha Kare Gonçalves Silva

Uberlândia, Minas Gerais

2014



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DO  
HIDROCICLONE FILTRANTE**

Nathacha Kare Gonçalves Silva

Orientadores: Marcos Antonio de Souza Barrozo  
Luiz Gustavo Martins Vieira

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Uberlândia, Minas Gerais

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG - Brasil

---

S586e     Silva, Nathacha Kare Gonçalves, 1988-  
2014        Estudo de otimização da configuração do hidrociclone filtrante /  
Nathacha Kare Gonçalves Silva. - 2014.  
              102 f. : il.  
              Orientadores: Marcos Antonio de Souza Barrozo e Luiz Gustavo  
Martins Vieira.

              Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Pro-  
grama de Pós-Graduação em Engenharia Química.  
              Inclui bibliografia.

              1. Engenharia química - Teses. 2. Hidrociclone - Teses. 3. Separa-  
ção (Tecnologia) - Teses. I. Barrozo, Marcos Antonio de Souza. II. Viei-  
ra, Luiz Gustavo Martins, 1976- III. Universidade Federal de Uberlândia.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. IV. Título.

CDU: 66.0

---

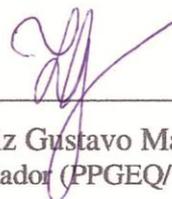
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 24 DE FEVEREIRO DE 2014.

BANCA EXAMINADORA:



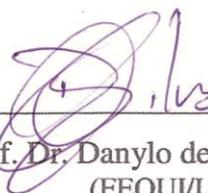
---

Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Barrozo  
Orientador (PPGEQ/UFU)



---

Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira  
Orientador (PPGEQ/UFU)



---

Prof. Dr. Danylo de Oliveira Silva  
(FEQUI/UFU)



---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Nádya Rocha Pereira  
(UENF)

*Aos meus pais e à minha irmã,  
meus companheiros diários.*

# AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus Pai e Mãe pela Sua presença criativa e amorosa, pela vida, pelas bênçãos e pelas oportunidades de aprendizado, de autoconhecimento e de percepção da imensidão, da unidade e da beleza de tudo o que há.

À minha mãe, Valéria, e ao meu pai, Maurício, pelo zelo, pelo exemplo de conduta, pelo incentivo e investimento desde sempre em minha vida acadêmica. À minha irmã, Natane, pelas conversas “insanas” e pelos conselhos. Enfim, agradeço a vocês pelo imperfeito perfeito convívio diário, pela acolhida, compreensão, sinceridade, pelos momentos felizes, pela partilha. Agradeço a todos os meus familiares pelas orações e por torcerem por mim.

À Fernanda Salvador, salvadora de muitos momentos desafiadores que o mestrado me apresentou. Exemplo de companheirismo, sempre me ajudou compartilhando sua experiência com hidrociclones e tornou minha rotina de laboratório mais agradável. À Priscila Bernardes pelas conversas amistosas e pelos conselhos. Ao Pedro Ribeiro, que apareceu como Luz em meu caminho, pelo alto astral, pelo carinho e por estar ao meu lado nas situações difíceis. A todos os amigos pelos momentos de alegria e pelas palavras de amizade.

Aos alunos de iniciação científica Marcos Paulo Martins, Thaynara Silloti e Vitor Eddini pela ajuda na execução dos experimentos e pela paciência frente às dificuldades. Aos discentes do Laboratório de Sistemas Particulados da FEQUI/UFU pela receptividade e compartilhamento de vivências. Aos funcionários da FEQUI por todo o auxílio concedido.

Ao meu orientador Marquinho (prof. Marcos Antonio Barrozo) pelos conhecimentos transmitidos e pela, de fato, orientação acadêmica, cuidadosa e amiga. Ao meu orientador prof. Luiz Gustavo Vieira por dividir suas experiências e informações sobre hidrociclones com gentileza e solicitude. Ao prof. Danylo Silva, que não mediu esforços em compartilhar sua experiência na parte experimental, de otimização e de simulação com hidrociclones. Ao prof. Ricardo Corrêa (Ricardinho) pelas valiosas contribuições dadas a este trabalho na qualificação. Ao prof. Luís Cláudio Lopes pelas importantes informações transmitidas sobre a ciência e suas normas. Ao prof. Carlos Roberto Duarte pelos ensinamentos em fluidodinâmica computacional. À prof<sup>a</sup>. Renata Neponucemo pelo convívio e partilha de conhecimentos. Ao prof. Curt Max Panisset por ter dividido abertamente sua prática com hidrociclones.

À CAPES pelo custeio da bolsa de mestrado e à FAPEMIG pelo financiamento do projeto que permitiu a compra de peças para a execução dos experimentos.

*“As possibilidades são limitadas apenas  
pela imaginação do usuário.”*

Suhas V. Patankar (1980, p. 9)

*“Significa reconhecer que somos seres condicionados  
mas não determinados. Reconhecer que a História  
é tempo de possibilidade e não de determinismo,  
que o futuro, permita-se-me reiterar,  
é problemático e não inexorável.”*

Paulo Freire (2007, p.19)

# SUMÁRIO

<b>Lista de Figuras</b>	<b>i</b>
<b>Lista de Quadros e Tabelas</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>vi</b>
<b>Resumo</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>x</b>
<b>CAPÍTULO 1 – Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 - Motivação	1
1.2 - Hidrociclones	2
1.3 - Hidrociclones filtrantes	4
1.4 - Objetivos do trabalho	5
<b>CAPÍTULO 2 – Revisão bibliográfica</b>	<b>7</b>
2.1 - Caracterização e funcionamento do hidrociclone	7
2.2 - Conceitos básicos relativos à separação em hidrociclones	11
2.2.1 - Razão de líquido ( $R_L$ )	11
2.2.2 - Análise granulométrica	12
2.2.3 - Eficiência total ( $\eta$ )	12
2.2.4 - Eficiência total reduzida ( $\eta'$ )	13
2.2.5 - Eficiência granulométrica ( $\eta_G$ )	13
2.2.6 - Eficiência granulométrica reduzida ( $\eta'_G$ )	14
2.2.7 - Diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d'_{50}$ )	14
2.2.8 - Número de Euler ( $Eu$ )	15
2.3 - Histórico dos estudos com o hidrociclone filtrante	16
2.4 - Otimização	27
2.4.1 - Visão geral	27
2.4.2 - O algoritmo de Evolução Diferencial	28
<b>CAPÍTULO 3 – Materiais e métodos</b>	<b>31</b>
3.1 - Otimização	31
3.1.1 - Estudos de caso	31
3.1.2 - Variáveis de projeto	32

3.1.3 - Restrições.....	33
3.1.4 - Equações empíricas para o Caso 1 (maximização da eficiência total) .....	35
3.1.5 - Equações empíricas para o Caso 2 (minimização da razão de líquido).....	37
3.1.6 - Equações empíricas para o Caso 3 (minimização do número de Euler).....	38
3.1.7 - Aplicação do algoritmo de Evolução Diferencial.....	38
3.2 - Planejamento experimental: efeito de $Du$ e de $\ell$ .....	39
3.2.1 - PCC1 para o hidrociclone do Caso 1 (HFOT1).....	40
3.2.2 - PCC2 para o hidrociclone do Caso 2 (HFOT2).....	41
3.2.3 - PCC3 para o hidrociclone do Caso 3 (HFOT3).....	42
3.3 - Materiais e metodologia experimental .....	42
3.3.1 - Material particulado.....	43
3.3.2 - Hidrociclones .....	45
3.3.3 - Unidade experimental .....	46
3.3.4 - Procedimento experimental .....	48
3.3.5 - Cálculo das grandezas associadas aos hidrociclones.....	49
<b>CAPÍTULO 4 – Resultados e discussão</b> .....	<b>52</b>
4.1 - Estudos de caso de otimização .....	52
4.1.1 - Caso 1: maximização da eficiência total para $Eu < 6500$ .....	52
4.1.2 - Caso 2: minimização da razão de líquido para $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ .....	55
4.1.3 - Caso 3: minimização do número de Euler para $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ .....	57
4.1.4 - Análise comparativa dos estudos de caso.....	59
4.1.5 - Análise comparativa dos hidrociclones filtrantes otimizados com os convencionais otimizados.....	61
4.2 - Efeito do diâmetro de <i>underflow</i> ( $Du$ ) e do comprimento do <i>vortex finder</i> ( $\ell$ ) na separação dos hidrociclones filtrantes otimizados.....	62
4.2.1 - Influência de $Du$ e de ( $\ell$ ) no desempenho do HFOT1 .....	63
4.2.1.1 - Efeito no número de Euler .....	63
4.2.1.2 - Efeito na eficiência total e no diâmetro de corte .....	66
4.2.1.3 - Efeito na razão de líquido .....	69
4.2.2 - Influência de $Du$ e de ( $\ell$ ) no desempenho do HFOT2 .....	71
4.2.2.1 - Efeito no número de Euler .....	71
4.2.2.2 - Efeito na eficiência total e no diâmetro de corte .....	73
4.2.2.3 - Efeito na razão de líquido .....	76
4.2.3 - Influência de $Du$ e de ( $\ell$ ) no desempenho do HFOT3 .....	79
4.2.3.1 - Efeito no número de Euler .....	79

4.2.3.2 - Efeito na eficiência total e no diâmetro de corte	81
4.2.3.3 - Efeito na razão de líquido	84
<b>CAPÍTULO 5 – Conclusões e sugestões</b>	<b>87</b>
5.1 - Conclusões	87
5.2 - Sugestões para trabalhos futuros	90
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>91</b>
<b>APÊNDICE A – Determinação da permeabilidade e da porosidade dos troncos de cone porosos</b>	<b>93</b>
A.1. Determinação da permeabilidade	93
A.2. Determinação da porosidade	95
<b>APÊNDICE B – Dados experimentais</b>	<b>96</b>
B.1. HFOT1 e hidrociclones do PCC1	96
B.2. HFOT2 e hidrociclones do PCC2	97
B.3. HFOT3 e hidrociclones do PCC3	98
B.4. Fotografias dos hidrociclones filtrantes do PCC3 em operação	99
<b>ANEXO I – Matriz de planejamento de Vieira (2006)</b>	<b>101</b>
<b>ANEXO II – Dados experimentais de Vieira (2006)</b>	<b>102</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Trajetória simplificada da suspensão dentro de um hidrociclone (adaptada de Cruz, 2008).....	3
Figura 1.2 – Hidrociclone convencional (a) e Hidrociclone filtrante (b) – em detalhe, filtrado aflorando na parede cônica porosa. Fonte: Vieira (2006). ....	5
Figura 2.1 – Dimensões geométricas de um hidrociclone convencional. ....	8
Figura 2.2 – Representação do fenômeno de curto-circuito em hidrociclones. Fonte: Silva (2012). ....	10
Figura 2.3 – Linha do tempo para os trabalhos com hidrociclones filtrantes realizados na FEQUI/UFU. ....	16
Figura 2.4 – Fundamentação teórica da Evolução Diferencial (adaptada de Lobato, 2008)....	29
Figura 3.1 – Fluxograma do algoritmo de Evolução Diferencial. Fonte: Silva (2012). ....	38
Figura 3.2 – Distribuição granulométrica típica do material particulado. ....	44
Figura 3.3 – Estrutura modular de montagem dos hidrociclones filtrantes. (1) duto de <i>overflow</i> , (2) duto de alimentação, (3) parte cilíndrica, (4) tronco de cone, (5) peça de encaixe do duto de <i>underflow</i> , (6) duto de <i>underflow</i> . ....	45
Figura 3.4 – Dutos de <i>overflow</i> do PCC1. ....	46
Figura 3.5 – Dutos de <i>overflow</i> do PCC2. ....	46
Figura 3.6 – Dutos de <i>overflow</i> do PCC3. ....	46
Figura 3.7 – Dutos de <i>underflow</i> . ....	46
Figura 3.8 – Unidade experimental (adaptada de Vieira, 2006). (1) hidrociclone; (2) tanque; (3) agitador mecânico; (4) bomba helicoidal; (5) manômetro. ....	47
Figura 4.1 – Hidrociclone HFOT1. ....	53
Figura 4.2 – Hidrociclone HFOT2. ....	55
Figura 4.3 – Hidrociclone HFOT3. ....	58
Figura 4.4 – Número de Euler do HFOT1 e dos hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar. ....	63
Figura 4.5 – Gráfico de barra de erros para a vazão de alimentação ( $W$ ) do PCC1. ....	64
Figura 4.6 – Superfície de resposta para o número de Euler em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT1. ....	65

Figura 4.7 – Eficiência total do HFOT1 e dos hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar.....	66
Figura 4.8 – Diâmetro de corte do HFOT1 e dos hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar. ....	67
Figura 4.9 – Superfície de resposta para a eficiência total em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT1. ....	68
Figura 4.10 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT1. ....	68
Figura 4.11 – Razão de líquido do HFOT1 e dos hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar.....	70
Figura 4.12 – Superfície de resposta para a razão de líquido em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT1. ....	70
Figura 4.13 – Número de Euler do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar. ....	71
Figura 4.14 – Gráfico de barra de erros para a vazão de alimentação ( $W$ ) do PCC2. ....	72
Figura 4.15 – Superfície de resposta para o número de Euler em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT2. ....	73
Figura 4.16 – Eficiência total do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar.....	74
Figura 4.17 – Diâmetro de corte do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar. ....	74
Figura 4.18 – Superfície de resposta para a eficiência total em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT2. ....	75
Figura 4.19 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT2. ....	76
Figura 4.20 – Razão de líquido do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar.....	77
Figura 4.21 – Concentração volumétrica da corrente de <i>underflow</i> do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar. ....	77
Figura 4.22 – Superfície de resposta para a razão de líquido em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT2. ....	78
Figura 4.23 – Número de Euler do HFOT3 e dos hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar. ....	79
Figura 4.24 – Gráfico de barra de erros para a vazão de alimentação ( $W$ ) do PCC3. ....	80
Figura 4.25 – Superfície de resposta para o número de Euler em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT3. ....	80
Figura 4.26 – Eficiência total do HFOT3 e dos hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar.....	81
Figura 4.27 – Diâmetro de corte do HFOT3 e dos hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar. ....	82
Figura 4.28 – Superfície de resposta para a eficiência total em função de $x_1$ ( $Du$ ) e de $x_2$ ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo $[-1,46;1,46]$ na geometria do HFOT3. ....	83

- Figura 4.29 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT3. .... 83
- Figura 4.30 – Razão de líquido do HFOT3 e dos hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar. .... 84
- Figura 4.31 – Concentração volumétrica do *underflow* do HFOT3 e hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar. .... 85
- Figura 4.32 – Superfície de resposta para a razão de líquido em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT3. .... 85

# LISTA DE QUADROS E TABELAS

## QUADROS

Quadro 2.1– Influência das variáveis geométricas $D_i$ , $D_o$ , $L$ e $\theta$ no desempenho de hidrociclones filtrantes, segundo informações de Vieira (2006).....	22
Quadro 2.2 – Influência das variáveis geométricas $D_u$ e $\ell$ no desempenho do hidrociclone HF11, segundo informações de Almeida (2008). .....	24

## TABELAS

Tabela 2.1 – Relações geométricas de famílias de hidrociclones (adaptada de Silva, 2012).....	9
Tabela 3.1– Correspondência entre as variáveis de projeto e suas formas codificadas. ....	33
Tabela 3.2 – Hidrociclones filtrantes de Vieira (2006) em ordem crescente de $R_L$ ( $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ ; 1,47 bar). .....	34
Tabela 3.3 – Hidrociclones filtrantes de Vieira (2006) em ordem crescente de $Eu$ ( $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ ; 1,47 bar) .....	34
Tabela 3.4 – PCC genérico para dois fatores e 9 réplicas no centro ( $\alpha = 1,46$ ). .....	40
Tabela 3.5 – Correspondência entre $D_u$ e $\ell$ e suas formas codificadas para o PCC1. ....	41
Tabela 3.6 – PCC1 para o hidrociclone HFOT1. ....	41
Tabela 3.7 – PCC2 para o hidrociclone HFOT2. ....	41
Tabela 3.8 – Correspondência entre $D_u$ e $\ell$ e suas formas codificadas para o PCC2. ....	42
Tabela 3.9 – PCC3 para o hidrociclone HFOT3. ....	42
Tabela 3.10 – Correspondência entre $D_u$ e $\ell$ e suas formas codificadas para o PCC3. ....	42
Tabela 3.11 – Composição química do material particulado (COPEBRÁS, 2013). .....	44
Tabela 4.1– Resultado da otimização para o Caso 1. ....	53
Tabela 4.2 – Resultados experimentais para HFOT1 e HF11 à 1,47 bar. ....	54
Tabela 4.3 – Resultado da otimização para o Caso 2. ....	55
Tabela 4.4 – Resultados experimentais para o HFOT2 e para os hidrociclones filtrantes de Vieira (2006) com menores razões de líquido à 1,47 bar.....	56

Tabela 4.5 – Previsão do desempenho de hidrociclones filtrantes pelas equações de regressão dos dados de Vieira (2006) à 1,47 bar com diferentes restrições para o Caso 2 de otimização. ....	57
Tabela 4.6 – Resultado da otimização para o Caso 3. ....	57
Tabela 4.7 – Resultados experimentais para HFOT3 e HF15 à 1,47 bar. ....	59
Tabela 4.8 – Dimensões dos hidrociclones filtrantes otimizados (HFOTs). ....	59
Tabela 4.9 – Resultados experimentais para os hidrociclones filtrantes otimizados. ....	60
Tabela 4.10 – Dados experimentais de Silva (2012) para HCOT1, HCOT2 e HCOT3 à 1,47 bar. ....	61
Tabela A.1 – Permeabilidades dos troncos de cone filtrantes. ....	95
Tabela B.1 – Dados experimentais para o HFOT1 e para os hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar. ....	96
Tabela B.2 – Dados experimentais para o HFOT2 e para os hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar. ....	97
Tabela B.3 – Dados experimentais para o HFOT3 e para os hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar. ....	98
Tabela I – Planejamento Composto Central para 4 fatores e 5 réplicas no ponto central, sendo $\alpha = 1,66$ (VIEIRA, 2006). ....	101
Tabela II – Dados experimentais de Vieira (2006) para hidrociclones filtrantes à 1,47 bar. ....	102

# LISTA DE SÍMBOLOS

## ABREVIATURAS

CFD	Fluidodinâmica Computacional ( <i>Computational Fluid Dynamics</i> )
HCiF	Hidrociclone Cilíndrico-filtrante
HCoF	Hidrociclone Cônico-filtrante (mencionado de forma simplificada neste trabalho como HF)
HCiCoF	Hidrociclone Cilíndrico-cônico-filtrante
HC	Hidrociclone Convencional
HCOT1	Hidrociclone Convencional Otimizado do Caso 1 de otimização de Silva (2012)
HCOT2	Hidrociclone Convencional Otimizado do Caso 2 de otimização de Silva (2012)
HCOT3	Hidrociclone Convencional Otimizado do Caso 3 de otimização de Silva (2012)
HF	Hidrociclone Filtrante
HF11	Hidrociclone Filtrante de número 11 no PCC de Vieira (2006)
HFOT	Hidrociclone Filtrante Otimizado
HFOT1	Hidrociclone Filtrante Otimizado do Caso 1 de otimização
HFOT2	Hidrociclone Filtrante Otimizado do Caso 2 de otimização
HFOT3	Hidrociclone Filtrante Otimizado do Caso 3 de otimização
PCC	Planejamento Composto Central

## SÍMBOLOS

$A_{lateral}$	área lateral [L <sup>2</sup> ]
$A_{troncocone}$	área lateral do tronco de cone [L <sup>2</sup> ]
$b_i$	vetor dos coeficientes das variáveis isoladas nas Equações 3.7 (em que $i = 1$ ), 3.8 (em que $i = 2$ ), 3.9 (em que $i = 3$ ) e 3.10 (em que $i = 4$ ) [-]
$B_i$	matriz simétrica dos coeficientes das variáveis na forma quadrática e de interação nas Equações 3.7 (em que $i = 1$ ), 3.8 (em que $i = 2$ ), 3.9 (em que $i = 3$ ) e 3.10 (em que $i = 4$ ) [-]
$c_v$	concentração volumétrica de sólidos na corrente de alimentação [-]
$c_{vu}$	concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> [-]
$c_w$	concentração mássica de sólidos na corrente de alimentação [-]
$c_{wu}$	concentração mássica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> [-]
$Cr$	probabilidade de cruzamento [-]
$d$	diâmetro da partícula constituinte do tronco de cone poroso [L]
$d_{50}$	diâmetro de corte [L]
$d'_{50}$	diâmetro de corte reduzido [L]

$d_{63,2}$	parâmetro do modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB) [L]
$d_{63,2_a}$	parâmetro do modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB) para a alimentação [L]
$d_{63,2_u}$	parâmetro do modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB) para o <i>underflow</i> [L]
$d_j$	valor da variável $j$ na escala original ( $j$ pode ser igual a $-\alpha$ , $-1$ , $0$ , $+1$ e $+\alpha$ ) [L]
$d_0$	valor da variável $i = 0$ na escala original [L]
$d_{+1}$	valor da variável $i = +1$ na escala original [L]
$d_{-1}$	valor da variável $i = -1$ na escala original [L]
$dp$	diâmetro da partícula [L]
$Dc$	diâmetro da parte cilíndrica do hidrociclone [L]
$Di$	diâmetro do duto de alimentação do hidrociclone [L]
$Do$	diâmetro do duto de <i>overflow</i> [L]
$Du$	diâmetro do orifício de <i>underflow</i> [L]
$Eu$	número adimensional de Euler [-]
$f_1$	função objetivo genérica [-]
$f_2$	função objetivo genérica [-]
$F$	taxa de perturbação [-]
$g$	aceleração da gravidade [ $LT^{-2}$ ]
$h$	comprimento da parte cilíndrica do hidrociclone [L]
$H$	comprimento da parte cônica do hidrociclone [L]
$\ell$	comprimento do <i>vortex finder</i> [L]
$k$	permeabilidade do meio poroso [ $L^2$ ]
$L$	comprimento do hidrociclone [L]
$n$	parâmetro do modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB) [-]
$n_a$	parâmetro do modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB) para a alimentação [-]
$n_u$	parâmetro do modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB) para o <i>underflow</i> [-]
$N$	tamanho da população [-]
$P$	pressão [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]
$P_{atm}$	pressão atmosférica [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]
$Q$	vazão volumétrica da corrente de alimentação [ $L^3T^{-1}$ ]
$Q_F$	vazão volumétrica da corrente de filtrado [ $L^3T^{-1}$ ]
$Q_u$	vazão volumétrica da corrente de <i>underflow</i> [ $L^3T^{-1}$ ]
$r$	coeficiente de correlação linear [-]
$R_1$	raio maior do tronco de cone [L]
$R_2$	raio menor do tronco de cone [L]
$Re$	número adimensional de Reynolds [-]

$R_L$	razão de líquido [-]
$v$	velocidade superficial [ $LT^{-1}$ ]
$v_c$	velocidade na seção cilíndrica do hidrociclone [ $LT^{-1}$ ]
$W$	vazão mássica da corrente de alimentação [ $MT^{-1}$ ]
$W_u$	vazão mássica da corrente de <i>underflow</i> [ $MT^{-1}$ ]
$x_i$	variável na escala codificada, sendo $i = 1, 2$ [-]
$X$	fração mássica de partículas que apresentam diâmetro menor que $dp$ [-]
$X_i$	variável na escala codificada, sendo $i = 1, 2, 3$ ou $4$ [-]
$X_a$	fração mássica de partículas da alimentação com diâmetro menor que $dp$ [-]
$X_u$	fração mássica de partículas do <i>underflow</i> com diâmetro menor que $dp$ [-]

### SÍMBOLOS GREGOS

$\alpha$	valor extremo na escala codificada da faixa experimental do PCC que garante a sua ortogonalidade [-]
$-\Delta P$	queda de pressão no hidrociclone [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]
$\varepsilon$	porosidade do meio filtrante [-]
$\eta$	eficiência total [-]
$\eta'$	eficiência total reduzida [-]
$\eta_G$	eficiência granulométrica [-]
$\eta'_G$	eficiência granulométrica reduzida [-]
$\theta$	ângulo do tronco de cone [°]
$\mu$	viscosidade do fluido [ $ML^{-1}T^{-1}$ ]
$\nu$	viscosidade cinemática do fluido [ $L^2T^{-1}$ ]
$\rho$	densidade do fluido [ $ML^{-3}$ ]
$\rho_a$	densidade da corrente de alimentação [ $ML^{-3}$ ]
$\rho_s$	densidade do sólido (material particulado) [ $ML^{-3}$ ]
$\rho_u$	densidade da corrente de <i>underflow</i> [ $ML^{-3}$ ]
$\xi$	espessura da parede do tronco de cone [L]
$\psi$	constante na Equação A.6 [ $M^{-1}L^4T$ ]

## RESUMO

A separação sólido-líquido pode ser realizada por hidrociclones, equipamentos interessantes por serem simples, compactos e por apresentarem baixos custos de aquisição, manutenção e operação. Modificações em sua estrutura convencional e/ou novas configurações geométricas têm sido propostas na literatura, a fim de promover melhorias no desempenho do separador. O hidrociclone filtrante enquadra-se na categoria não convencional e apresenta parede cônica porosa, onde ocorre o processo de filtração. Neste trabalho, analisou-se a separação do concentrado de rocha fosfática da água em hidrociclones filtrantes. Por um estudo de otimização, três novas geometrias de hidrociclones filtrantes foram encontradas mediante o uso combinado da técnica de superfícies de respostas e do algoritmo de Evolução Diferencial. Essas geometrias foram testadas experimentalmente e comparadas à literatura. Os efeitos do diâmetro do orifício de *underflow* ( $D_u$ ) e do comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ) no desempenho das três configurações geométricas otimizadas foram avaliados pelo uso de Planejamento Composto Central. As três configurações ótimas encontradas foram: (i) hidrociclone HFOT1, com alta eficiência de separação ( $\eta = 89,11\%$ ); (ii) hidrociclone HFOT2, com razão de líquido pequena ( $R_L = 17,12\%$ ) e (iii) hidrociclone HFOT3, com baixo número de Euler ( $Eu = 753$ ). O estudo da influência das variáveis  $D_u$  e  $\ell$  indicou que: os valores originais do HFOT1 pareceram já estar adequados para o separador oferecer máxima eficiência; a razão de líquido do HFOT2 pôde ser ainda mais minimizada pela alteração de seus valores originais de  $D_u$  e de  $\ell$ ; o número de Euler do HFOT3 foi pouco afetado por essas variáveis e, por estar praticamente no mesmo patamar, tornou possível a melhoria de outras respostas (eficiência e razão de líquido) frente à mudança de  $D_u$  e de  $\ell$ , a um consumo energético baixo.

Palavras-chave: diâmetro do orifício de *underflow*, Evolução Diferencial, hidrociclone filtrante, separação sólido-líquido, *vortex finder*

## ABSTRACT

The solid-liquid separation can be performed by hydrocyclones, which are interesting equipments because they are simple, compact and present low costs of acquisition, maintenance and operation. Modifications in its conventional structure and/or new geometrical configurations have been proposed in the literature, with the aim to improve the separator performance. The filtering hydrocyclone belongs to this non conventional category, and presents a conical porous wall, where the filtration process occurs. In this work, the separation of concentrate of phosphate rock from water was analyzed in filtering hydrocyclones. By an optimization study, three new geometries of filtering hydrocyclones were found by the combined use of the response surface technique with the Differential Evolution algorithm. These geometries were tested experimentally and compared with the literature. Furthermore, the underflow orifice diameter and the vortex finder length effects were evaluated by the use of Central Composite Design. The three optimum configurations found were: (i) HFOT1 hydrocyclone, with high total efficiency ( $\eta = 89,11\%$ ); (ii) HFOT2 hydrocyclone, with low underflow-to-throughput ratio ( $R_L = 17,12\%$ ) and (iii) HFOT3 hydrocyclone, with low Euler number ( $Eu = 753$ ). The study of the influence of the variables  $Du$  and  $\ell$  showed that: the original values of HFOT1 already seemed to be suitable for the separator give maximum efficiency; the underflow-to-throughput ratio of HFOT2 could still be minimized by the change on its original values of  $Du$  and  $\ell$ ; the Euler number of HFOT3 was little affected by these variables and, because it remained practically in the same level, it was possible to improve other responses (efficiency and underflow-to-throughput ratio) by changing  $Du$  and  $\ell$ , at a low energy consumption.

Keywords: Differential Evolution, underflow orifice diameter, filtering hydrocyclone, solid-liquid separation, vortex finder

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 - Motivação

De maneira geral, as tecnologias de separação são indispensáveis para o ciclo produtivo das indústrias. A crescente demanda pela pureza dos produtos, especialmente nas indústrias farmacêuticas, de alimentos e de biotecnologia, a redução gradual na qualidade das matérias-primas (um problema particularmente sério na indústria de processamento mineral) e a crescente demanda por aceitabilidade ambiental de resíduos, por exemplo, elucidam o fato supracitado (SVAROVSKY, 2000).

Especificamente, a separação sólido-líquido está presente em boa parte dos processos industriais. Na verdade, Rushton, Ward e Holdich (2000) comentam que é difícil identificar um processo em larga escala industrial sem a presença de alguma forma de separação sólido-líquido que, fundamentalmente, baseia-se em dois modos de separação: filtração e sedimentação num campo de força (gravitacional ou centrífugo).

Dentre os equipamentos capazes de separar o sólido do líquido estão os hidrociclones, cuja versatilidade explica-se por serem simples, por terem baixos custos de aquisição, manutenção e operação e pelas pequenas dimensões que apresentam, em relação a outros separadores. Podem ser utilizados, por exemplo, na clarificação de líquidos, no espessamento de lamas, na classificação de sólidos por tamanho e na separação de sólidos por densidade ou forma da partícula.

A partir do exposto, fica compreensível o motivo de diversos estudos relacionados a hidrociclones terem sido desenvolvidos desde meados do século XX (VIEIRA, 2006). Diferentes configurações geométricas e alterações na estrutura original do equipamento têm sido propostas, a fim de melhor adequá-lo a processos específicos. Insere-se nesse quadro a idealização de um hidrociclone não convencional, denominado hidrociclone filtrante, capaz de proporcionar melhor desempenho na separação sólido-líquido em relação a um hidrociclone convencional de mesma configuração geométrica e operando nas mesmas condições.

Desde a concepção desse separador não convencional, no início dos anos 1990, faz parte do histórico da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU) desenvolver trabalhos relacionados à hidrociclonagem por equipamentos filtrantes, que mostraram fornecer menor gasto energético e maior eficiência que o hidrociclone convencional. Porém, estudos nessa temática anteriores a este não utilizaram técnicas de otimização para determinar uma geometria de hidrociclone filtrante cujo desempenho é ótimo para uma dada finalidade (por exemplo, clarificação do líquido, espessamento ou classificação de partículas). Assim, a possibilidade de se potencializar esse separador e as suas vantagens em relação ao equipamento convencional consistem em grande motivação para que se realizem novos trabalhos investigativos, a fim de permitir melhorias aplicáveis no processo de separação sólido-líquido industrial.

## 1.2 - Hidrociclones

O hidrociclone é um equipamento que emprega a separação centrífuga sem a necessidade de partes mecânicas móveis. É similar em operação a uma centrífuga, porém com um custo inferior. Para ambos os separadores, uma diferença de densidade entre a fase dispersa e o líquido é um requisito essencial, pois se essa diferença de densidade for pequena, também é a efetividade do separador centrífugo. O tempo de residência dentro de uma centrífuga pode ser estendido para compensar uma pequena diferença de densidade, mas opção similar não existe para hidrociclones. Sujeitos a uma diferença de densidade significativa, hidrociclones podem ser efetivos na separação de partículas com diâmetro de até 2  $\mu\text{m}$ , pois abaixo desse tamanho a eficiência é reduzida em função dos complexos padrões de escoamento e turbulência dentro do equipamento (RUSHTON; WARD; HOLDICH, 2000).

Os hidrociclones podem ser utilizados nos seguintes casos:

- Separação de partículas (suspensas em um líquido de baixa densidade) por tamanho, densidade ou velocidade terminal de queda;
- Remoção de sólidos suspensos de um líquido;
- Separação de líquidos imiscíveis de diferentes densidades;
- Remoção de água de suspensões para fornecer um produto mais concentrado;
- Separação de dispersões líquido-líquido e líquido-gás;
- Remoção de gases dissolvidos em líquidos.

Segundo Svarovsky (2000), cada uma das aplicações do hidrociclone tem requerimentos e objetivos particulares, logo demandam que o projeto e a operação do separador sejam específicos, com o propósito de estarem adequados a cada finalidade. Por isso, é necessário se referir às categorias de aplicação ao se discutir o projeto e a operação desse equipamento, embora, em princípio, qualquer hidrociclone separe a fase dispersa – composta por partículas (sólidos), gotas ou bolhas – do líquido (fase contínua).

Considerando que, nos dias de hoje, a utilização de hidrociclones tem importância na separação sólido-líquido das indústrias do estado de Minas Gerais, com destaque para o setor mineral, e restringindo-se à abordagem deste trabalho, as descrições relativas ao processo de hidrociclonagem ao longo do texto serão direcionadas para a aplicação de separar partículas de um meio líquido.

Na forma convencional, o hidrociclone consiste em uma seção cilíndrica acoplada a um tronco de cone, apresentando uma corrente de entrada (alimentação) e duas correntes de saída: *overflow* (diluída em sólidos) e *underflow* (concentrada em sólidos). A alimentação é introduzida tangencialmente na seção cilíndrica, o que provoca um movimento angular da suspensão ao longo do equipamento. A Figura 1.1 mostra o escoamento básico da mistura no interior do hidrociclone.

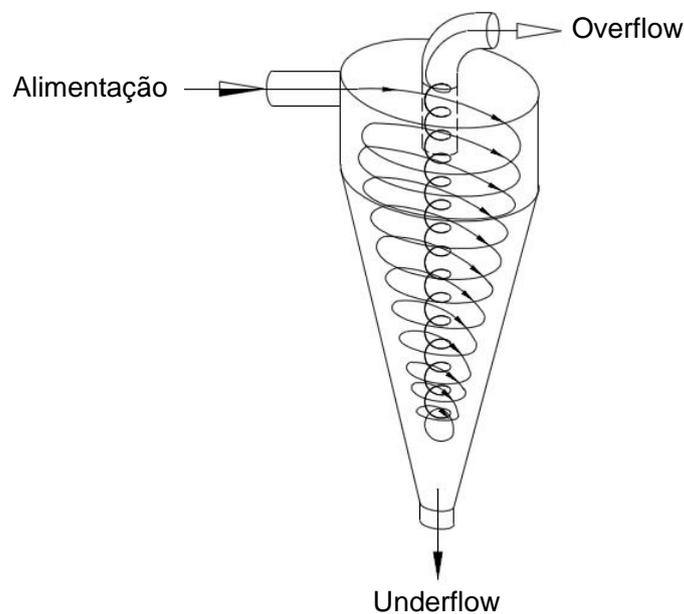


Figura 1.1 – Trajetória simplificada da suspensão dentro de um hidrociclone (adaptada de Cruz, 2008).

A alimentação entra com uma alta velocidade tangencial no hidrociclone e a suspensão inicia um movimento espiralado descendente em direção à parede do equipamento, por ação da força centrífuga. Ao atingir o orifício de *underflow*, que tem um tamanho

pequeno, parcela da suspensão alimentada sai por essa corrente e o restante inverte a direção do movimento e escoar para cima, em sentido contrário ao do primeiro vórtice, formando um vórtice secundário que percorre o centro do separador e atinge o duto de *overflow*. As partículas que atingem a parede do hidrociclone (as maiores e/ou mais densas) quase sempre são coletadas na corrente de *underflow*, e as que chegam ao centro (as menores e/ou menos densas) saem pelo *overflow*. Svarovsky (2000) comenta que, similarmente a outras operações unitárias na Engenharia Química, como transferência de massa ou de calor, a separação sólido-líquido nunca é completa. Tipicamente, existem finos saindo na corrente de *overflow* e, certamente, haverá líquido sendo arrastado com os sólidos através do *underflow*. No hidrociclone, é possível ainda que parte do material não seja classificada, havendo finos no produto de grossos e partículas grossas no produto de finos.

Em resumo, o princípio básico de separação nesse equipamento é a sedimentação centrífuga: as partículas suspensas são sujeitas à aceleração centrífuga, que as separa do fluido. A separação depende fortemente do tamanho da partícula (ou de sua densidade, se o sistema for não-homogêneo).

A diferença mais significativa na mecânica do fluido entre o hidrociclone e a centrífuga é que nesta o líquido rotaciona como se fosse um corpo sólido a uma velocidade angular constante, um vórtice forçado, enquanto o primeiro se aproxima de condições de momento angular constante, um vórtice livre (RUSHTON; WARD; HOLDICH, 2000).

### 1.3 - Hidrociclones filtrantes

O hidrociclone filtrante foi idealizado e patenteado por pesquisadores da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU) – número da patente: PI0701118-0. A criação desse hidrociclone não convencional foi inspirada no trabalho de Damasceno e Massarani (1986), que propuseram a substituição do fundo maciço de um sedimentador por um material permeável. Henrique, Barrozo e Damasceno (1987) estudaram-no mais a fundo, e observaram que o equipamento de fundo filtrante requeria uma área consideravelmente menor para a sedimentação quando comparado a um sedimentador tradicional análogo (inferior cerca de 50%). Esse resultado foi sugestivo para a hipótese de que incorporar a filtração ao processo de hidrociclonagem poderia ser vantajoso.

A Figura 1.2b mostra um exemplo de hidrociclone filtrante, feito de latão e com meio poroso constituído de partículas de bronze sinterizado. Ao seu lado esquerdo, está um hidrociclone convencional de mesma geometria (Figura 1.2a). O funcionamento do

equipamento filtrante é semelhante ao do separador convencional, porém com o acréscimo da filtração (e, em consequência, de uma corrente adicional de fluido) na região cônica.

Desde a sua concepção, faz parte do histórico da FEQUI/UFU desenvolver trabalhos relacionados à separação por hidrociclones filtrantes, cuja melhoria de desempenho em relação ao hidrociclone convencional foi devidamente comprovada por Vieira (2006) e por outros autores. Os principais resultados dessa linha de pesquisa obtidos até o momento estão apresentados na seção 2.3. Nesta seção também será exposto que, em decorrência dos trabalhos de Façanha (2012) e de Salvador (2013), a nomenclatura “Hidrociclone Filtrante” foi ajustada para contemplar as situações em que o cilindro é permeável (Hidrociclone Cilíndrico-Filtrante – HCoF), que o cone é poroso (Hidrociclone Cônico-Filtrante – HCoF) e que tanto o cilindro quanto o cone são filtrantes (Hidrociclone Cilíndrico-Cônico-Filtrante – HCoCoF). Por simplicidade, será adotada a nomenclatura original “Hidrociclone Filtrante” (HF) ao se mencionar o hidrociclone cônico-filtrante, objeto de estudo deste trabalho.

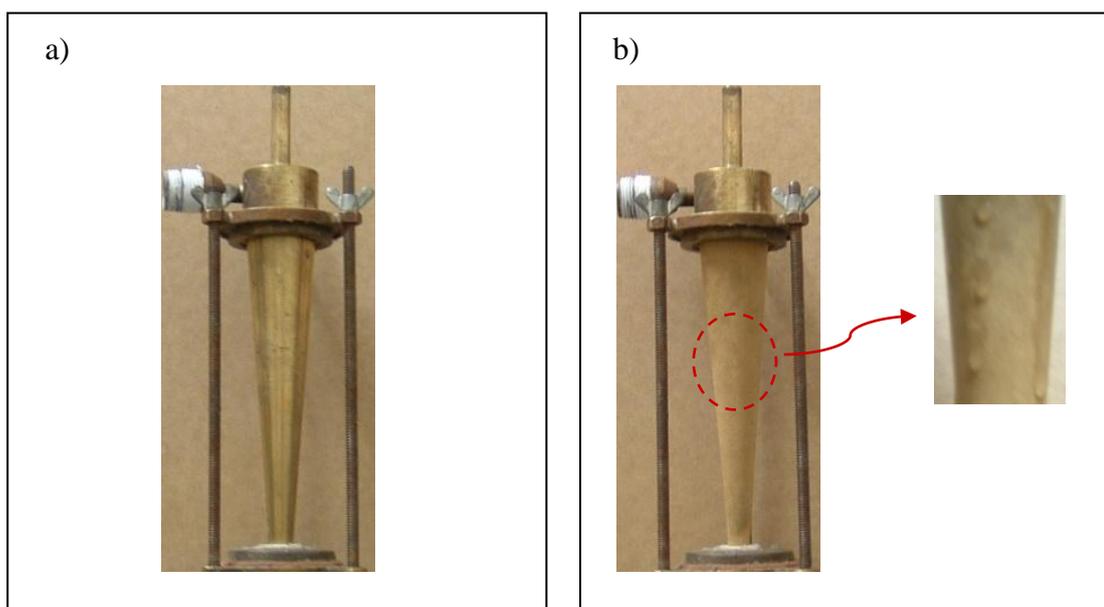


Figura 1.2 – Hidrociclone convencional (a) e Hidrociclone filtrante (b) – em detalhe, filtrado aflorando na parede cônica porosa. Fonte: Vieira (2006).

## 1.4 - Objetivos do trabalho

Conforme contextualizado previamente, o objetivo geral deste trabalho foi otimizar a geometria do hidrociclone filtrante, dando continuidade aos trabalhos desenvolvidos na FEQUI/UFU. Para isto, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

- Formular e resolver problemas de otimização, a fim de propor três novas geometrias de hidrociclone filtrante que forneçam máxima eficiência, mínima razão de líquido e mínimo gasto energético;
- Realizar testes experimentais com as geometrias ótimas obtidas, com a finalidade de verificar o resultado da técnica de otimização utilizada (Evolução Diferencial);
- Comparar o desempenho das configurações de hidrociclones filtrantes propostas com as geometrias da literatura;
- Avaliar, experimentalmente, a influência do diâmetro de *underflow* e do comprimento do *vortex finder* nos hidrociclones filtrantes otimizados.

# CAPÍTULO 2

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, apresentam-se as características dos hidrociclones e os conceitos básicos associados à separação por esses equipamentos. Em seguida, é feito um histórico dos estudos com hidrociclones filtrantes desenvolvidos na FEQUI/UFU (seção 2.3). Vale destacar dois trabalhos aos quais o presente estudo esteve mais vinculado: Vieira (2006) e Almeida (2008). Por fim, tendo em vista o objetivo geral deste trabalho, otimizar a configuração geométrica do hidrociclone filtrante, na seção 2.4 é mostrada, dentre as várias técnicas de otimização existentes, a que foi usada neste trabalho: o algoritmo de Evolução Diferencial.

### 2.1 - Caracterização e funcionamento do hidrociclone

A Figura 2.1 mostra o esquema de um hidrociclone convencional com suas principais dimensões geométricas:

- $D_c$  – diâmetro do cilindro;
- $D_i$  – diâmetro do duto de alimentação;
- $D_o$  – diâmetro do duto de *overflow*;
- $D_u$  – diâmetro do orifício de *underflow*;
- $L$  – comprimento total;
- $h$  – comprimento da seção cilíndrica;
- $H$  – comprimento do tronco de cone;
- $\ell$  – comprimento do *vortex finder*;
- $\theta$  – ângulo do tronco de cone.

Cabe aqui expor a ressalva de Svarovsky (2000): somente hidrociclones especializados ou de pequeno diâmetro tem um diâmetro do orifício de *underflow* fixo, mas a maioria das unidades comerciais é fornecida com essa dimensão variável. Isso é porque o tamanho ótimo de abertura não pode ser predito de forma confiável, e um ajuste correto dessa dimensão é vital para se obter a melhor operação do hidrociclone. O diâmetro de *underflow* é

melhor ajustado após o *start-up* da planta e durante a operação sempre que qualquer condição operacional mudar. Por isso, é frequentemente deixado como uma variável operacional ao invés de uma variável de projeto. Richardson e Harker (2002) acrescentam que, em geral, o desempenho do hidrociclone é melhorado pelo aumento da pressão de operação, e a principal variável de controle é o tamanho do orifício de *underflow*.

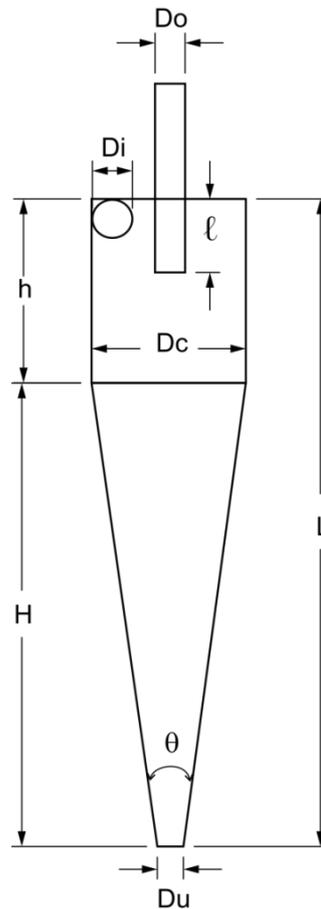


Figura 2.1 – Dimensões geométricas de um hidrociclone convencional.

As dimensões do hidrociclone são variáveis importantes, já que interferem na capacidade de processamento (relacionada à seção cilíndrica) e na eficiência da separação (ligada à seção cônica). Além disso, são responsáveis pela classificação dos hidrociclones em famílias, ou seja, num conjunto de separadores que apresenta uma relação constante das principais dimensões geométricas em relação ao diâmetro da parte cilíndrica ( $D_c$ ). Como exemplos, citam-se quatro famílias clássicas, Bradley, Rietema, Krebs e Demco II, que serão mencionadas na seção 2.3 e cujas principais proporções geométricas podem ser vistas na Tabela 2.1. Segundo Richardson e Harker (2002), a maioria dos hidrociclones tem de 20 a 500 mm de diâmetro, com as menores unidades fornecendo uma separação muito melhor.

Tabela 2.1 – Relações geométricas de famílias de hidrociclones (adaptada de Silva, 2012).

Famílias de hidrociclones	Proporções geométricas				
	$D_i/D_c$	$D_o/D_c$	$l/D_c$	$L/D_c$	$\theta$
<b>Bradley</b>	0,133	0,200	0,330	6,850	9,0°
<b>Rietema</b>	0,280	0,340	0,400	5,000	20,0°
<b>Demco II</b>	0,244	0,313	0,833	3,900	20,0°
<b>Krebs</b>	0,267	0,159	...	5,874	12,7°

De acordo com Svarovsky (2000), existem três categorias de aplicação de hidrociclones na indústria, dentre outras: clarificação, espessamento (ou ambas simultaneamente) e classificação. O objetivo da clarificação consiste em produzir um *overflow* limpo ou, em outras palavras, maximizar a recuperação em massa de sólidos da alimentação. A clarificação do líquido é o interesse primário, não a concentração de sólidos no *underflow*. Já no espessamento, objetiva-se atingir uma alta concentração de sólidos no *underflow*, e qualquer perda de partículas para o *overflow* é indesejável, mas de importância secundária. Por fim, a classificação consiste no emprego de hidrociclones para a separação sólido-líquido por tamanho de partícula. Como a eficiência granulométrica (seção 2.2.5) desse equipamento aumenta com o tamanho da partícula, ele pode ser usado para dividir os sólidos alimentados em frações de finos e de grossos.

No escoamento em um hidrociclone, uma partícula em qualquer ponto é, basicamente, sujeita a duas forças: uma dos campos de aceleração, tanto externo quanto interno (força da gravidade e força centrífuga), e outra do arraste exercido na partícula. O efeito da gravidade é normalmente negligenciado nesses separadores, então somente a força centrífuga (existente sempre que a direção da partícula é alterada) e a força de arraste (que aparece quando há movimento relativo entre a partícula e o fluido) são contabilizadas. Se a força centrífuga excede o arraste, a partícula se move radialmente para a parede do hidrociclone; de outra maneira, se a força de arraste for superior, a partícula é carregada para a parte central. Uma vez que as forças de arraste e centrífuga são determinadas pelos valores da velocidade radial e tangencial, respectivamente, para uma dada partícula, os valores relativos dessas velocidades são decisivos para o desempenho global do separador (SVAROVSKY, 2000).

Como os padrões de escoamento são apenas ligeiramente influenciados pelas forças gravitacionais, hidrociclones podem ser operados com o eixo inclinado a qualquer ângulo, incluindo na horizontal, embora a remoção do *underflow* seja facilitada com o eixo na vertical. A força de separação é maior no *vortex* secundário, que faz com que partículas de

tamanho médio sejam deslocadas para fora, para se juntarem ao escoamento do *vortex* primário, no qual são carregadas para o fundo (*underflow*). É esse *vortex* secundário que exerce a influência predominante na determinação do maior tamanho ou da maior partícula que permanecerá na corrente de *overflow*. A velocidade tangencial do fluido é máxima num raio grosseiramente igual ao do duto de descarga do *overflow*, ou *vortex finder* (RICHARDSON; HARKER, 2002). Em outras palavras, o fenômeno descrito é conhecido como a migração de partículas do vórtice interno para o vórtice externo do hidrociclone, e a turbulência provocada pelo deslocamento dos sólidos pelos vórtices pode interferir nos volumes das correntes que os compõem.

Próximo ao topo do hidrociclone pode ocorrer curto-circuito do escoamento entre a entrada e o *overflow*, embora os efeitos sejam reduzidos como resultado da formação de redemoinhos circulantes que tendem a atuar como uma barreira (RICHARDSON; HARKER, 2002). Haja vista o curto circuito, o projeto do *vortex finder* é importante na redução dessa perda de material não classificado (RUSHTON; WARD; HOLDICH, 2000). A Figura 2.2 mostra a representação desse fenômeno, com a indicação das setas para o caminho mais curto percorrido por um grupo de partículas da corrente de alimentação. Se for muito pequeno, o comprimento do *vortex finder* poderá levar a um curto-circuito de partículas no hidrociclone. Por outro lado, se for muito longo,  $\ell$  reduzirá a migração de partículas do vórtice interno para o vórtice externo do equipamento, prejudicando a coleta de sólidos no *underflow* e, conseqüentemente, a eficiência de separação.

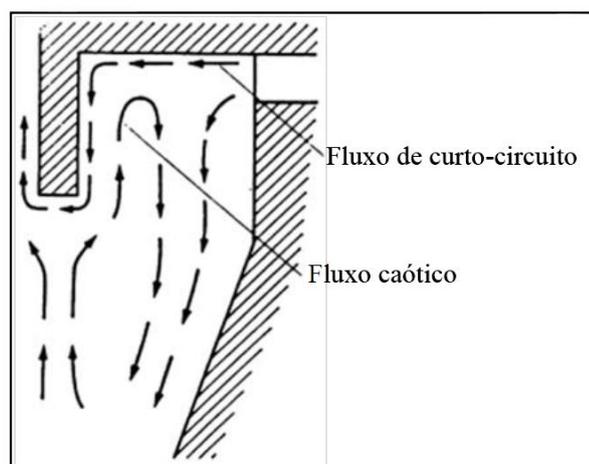


Figura 2.2 – Representação do fenômeno de curto-circuito em hidrociclones. Fonte: Silva (2012).

Richardson e Harker (2002) comentam que dentro do *vortex* secundário a pressão é baixa, frequentemente, um núcleo de gás é formado e qualquer gás disperso na forma de finas

bolhas ou saindo da solução tende a migrar para esse núcleo. Em sistemas pressurizados, o núcleo de gás pode ser muito reduzido em tamanho e, algumas vezes, completamente eliminado.

Embora o hidrociclone seja um equipamento muito simples, a suspensão em seu interior percorre caminhos cuja descrição é complexa. Além do escoamento básico, que opera em regime turbulento (a grandes números de Reynolds), podem ser observadas particularidades em seu fluxo interno: curto-circuito de partículas, alta preservação de vorticidade, quebra de vórtices (*vortex breakdown*: reversão do escoamento na direção axial próximo ao *underflow*) e *air core* (fluxo contínuo de ar geralmente formado ao longo do eixo central de hidrociclones que descarregam à pressão atmosférica) (VIEIRA, 2006).

Com base no exposto, técnicas de CFD (*Computational Fluid Dynamics*) têm sido bastante utilizadas como auxílio na descrição do escoamento no interior do hidrociclone. No entanto, adverte Patankar (1980): a fluidodinâmica computacional atua como auxiliadora da fluidodinâmica experimental, e não como substituta, já que as simulações carecem de confirmação empírica. Isso porque uma análise computacional trabalha com as implicações de um modelo matemático, enquanto a investigação experimental observa a realidade. Logo, a validade de um modelo matemático limita a utilidade da computação, já que uma técnica numérica perfeitamente satisfatória pode levar a resultados sem valor ao se utilizar um modelo matemático inadequado.

## 2.2 - Conceitos básicos relativos à separação em hidrociclones

Alguns dos conceitos fundamentais envolvidos na temática de hidrociclones filtrantes serão brevemente apresentados nesta seção, a fim de propiciar um bom entendimento do trabalho desenvolvido.

### 2.2.1 - Razão de líquido ( $R_L$ )

Quando a suspensão sólido-líquido é alimentada lentamente no hidrociclone, pode-se atingir uma condição em que não se formam vórtices internos, pois não há movimento rotacional do fluido, nem ação do campo centrífugo. Nesse caso, ocorre, na verdade, uma divisão do escoamento, e o separador funciona como uma conexão em “T”, que é suficiente para permitir o arraste de partículas para o *underflow*. Esse fenômeno, popularmente conhecido como “efeito T”, é inerente ao escoamento, independe da existência de campo

centrífugo e, inevitavelmente, contribui para o processo de separação. O grau de extensão desse fenômeno pode ser relacionado à razão de líquido ( $R_L$ ), dada pela Equação 2.1.

$$R_L = \frac{Q_u \cdot (1 - c_{vu})}{Q \cdot (1 - c_v)} \quad (2.1)$$

A razão de líquido corresponde ao quociente entre a vazão volumétrica de líquido da corrente de *underflow* e a vazão volumétrica de líquido da alimentação. Quanto mais se descarrega líquido na corrente concentrada em sólidos, maior também é a razão de líquido. Ela está diretamente relacionada ao poder de recuperação e de concentração de sólidos em hidrociclones: quanto maior  $R_L$ , maior também será a eficiência de coleta, pois se uma quantidade superior de líquido for descarregada no *underflow*, mais partículas serão arrastadas com o fluido. Além disso, na medida em que  $R_L$  aumenta, as restrições ao escoamento impostas pelo vórtice externo do hidrociclone também são superiores (já que uma maior quantidade de suspensão ocupa o vórtice externo), de forma a reduzir as vazões volumétricas de alimentação admitidas pelo sistema. Quanto maior for a razão de líquido, mais diluída será a corrente de *underflow*.

### 2.2.2 - Análise granulométrica

A análise granulométrica consiste na distribuição de tamanho das partículas, expressa por  $X = X(dp)$ , sendo  $X$  a fração mássica das partículas com diâmetro menor que  $dp$  (MASSARANI, 2002). A função  $X$  é crescente e pode ser representada por modelos estatísticos apropriados, por exemplo, Gates-Gaudin-Schumann (GGS), Rosin-Rammler-Bennet (RRB), sigmóide e log normal. No estudo do desempenho de qualquer tipo de hidrociclone, as análises granulométricas das correntes permitem a obtenção do diâmetro de corte (reduzido), conforme será apresentado no subitem 2.2.7.

### 2.2.3 - Eficiência total ( $\eta$ )

A eficiência total (Equação 2.2) consiste no quociente entre a vazão mássica de sólidos coletados no *underflow* e a vazão mássica de sólidos alimentados. Contempla todos os sólidos descarregados no *underflow*, independentemente do que os levou a serem separados, ou seja, considera tanto os sólidos arrastados devido ao “efeito T” (seção 2.2.1) quanto aqueles separados devido à ação do campo centrífugo.

$$\eta = \frac{c_w W_u}{c_w W} \quad (2.2)$$

Há uma série de condições operacionais que afetam o desempenho de hidrociclones. Talvez, as mais importantes sejam a queda de pressão e a concentração da alimentação. Acréscimos na queda de pressão de um determinado hidrociclone elevam a eficiência de separação devido ao aumento da vazão alimentada, porém a lei da redução de retorno se aplica. Aumentando a concentração da alimentação, a eficiência de separação diminui, em virtude do efeito da concentração na velocidade terminal das partículas. Sendo assim, hidrociclones operam com alimentações diluídas sempre que uma alta recuperação de sólidos for solicitada (SVAROVSKY, 2000).

#### 2.2.4 - Eficiência total reduzida ( $\eta'$ )

Ao contrário da eficiência total ( $\eta$ ), a eficiência total reduzida ( $\eta'$ ) contempla apenas os sólidos coletados no *underflow* a partir do efeito exclusivo do campo centrífugo, desconsiderando as partículas separadas devido ao “efeito T” (seção 2.2.1). Como esse fenômeno está relacionado à razão de líquido, esta é descontada da eficiência total, conforme mostra a Equação 2.3.

$$\eta' = \frac{(\eta - R_L)}{(1 - R_L)} \quad (2.3)$$

#### 2.2.5 - Eficiência granulométrica ( $\eta_G$ )

De acordo com Svarovsky (2000), a eficiência de separação em um hidrociclone tem um caráter de probabilidade. Isso é em virtude da provável posição de diferentes partículas na entrada do separador, das chances separá-las na camada limite de escoamento e da característica geral de probabilidade do regime turbulento. Com base nisso, as partículas grossas são sempre mais prováveis de serem separadas do que as finas. Efetivamente, o hidrociclone processa os sólidos alimentados por uma curva de eficiência denominada eficiência granulométrica, uma porcentagem que aumenta com o tamanho da partícula.

A eficiência granulométrica ( $\eta_G$ ) está relacionada ao poder de separação do hidrociclone frente ao tamanho das partículas presentes na corrente de alimentação. Considerando um determinado tamanho de partícula,  $\eta_G$  consiste na razão entre a taxa

mássica dessas partículas no *underflow* e a taxa mássica de sólidos com esse mesmo tamanho na alimentação. Se conhecida a distribuição granulométrica do material particulado da alimentação do hidrociclone, a eficiência granulométrica pode ser genericamente representada pela Equação 2.4.

$$\eta_G = \eta \frac{\frac{dX_u}{d(dp)}}{\frac{dX_a}{d(dp)}} \quad (2.4)$$

### 2.2.6 - Eficiência granulométrica reduzida ( $\eta'_G$ )

A eficiência granulométrica reduzida ( $\eta'_G$ ) admite apenas a atuação do campo centrífugo aplicado na separação das partículas por tamanho, e exclui as partículas separadas devido ao efeito “T” (seção 2.2.1). Sendo assim, a razão de líquido é descontada da eficiência granulométrica, conforme apresenta a Equação 2.5.

$$\eta'_G = \frac{(\eta_G - R_L)}{(1 - R_L)} \quad (2.5)$$

Substituindo a Equação 2.4 na Equação 2.5 obtém-se a Equação 2.6, que relaciona a eficiência granulométrica reduzida à eficiência total. Já a Equação 2.7 mostra a relação entre a eficiência granulométrica reduzida e a eficiência total reduzida.

$$\eta'_G = \frac{\left( \eta \frac{\frac{dX_u}{d(dp)}}{\frac{dX_a}{d(dp)}} - R_L \right)}{1 - R_L} \quad (2.6)$$

$$\eta^i = \int_0^1 \eta'_G dX \quad (2.7)$$

### 2.2.7 - Diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d'_{50}$ )

O diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) pode ser especificado de diferentes formas. Neste trabalho, a definição de Massarani (2002) foi adotada:  $d_{50}$  consiste no diâmetro das partículas coletadas

com 50% de eficiência no separador. Essa variável consiste em um valor de referência para o poder de classificação, utilizado para comparar o desempenho de hidrociclones.

Em outras palavras, trata-se do diâmetro da partícula que é separada com uma eficiência granulométrica de 50%, ou seja, as partículas com diâmetro  $d_{50}$  têm a mesma chance de serem direcionadas tanto para o *underflow* quanto para o *overflow*. Partículas de tamanho maior que o diâmetro de corte serão coletadas com uma eficiência granulométrica superior a 50%, enquanto partículas menores que  $d_{50}$  serão coletadas com uma eficiência abaixo de 50%. A eficiência total ( $\eta$ ) dos hidrociclones relaciona-se de maneira inversamente proporcional ao diâmetro de corte: quanto maior for a eficiência total, menor será o diâmetro de corte, e vice-versa.

O diâmetro de corte reduzido ( $d'_{50}$ ) é definido como o diâmetro da partícula que é coletada com uma eficiência granulométrica reduzida de 50%.

### 2.2.8 - Número de Euler ( $Eu$ )

O número de Euler ( $Eu$ ), aplicado aos hidrociclones, é um fator de perda de pressão baseado na queda de pressão estática do equipamento (SVAROVSKY, 2000). Esse adimensional representa o quociente entre a queda de pressão (diferença de pressão entre a alimentação e a corrente de *overflow*) e a energia cinética por unidade de volume, conforme mostra a Equação 2.8.

$$Eu = \frac{(-\Delta P)}{\frac{\rho v_c^2}{2}} \quad (2.8)$$

O número de Euler está relacionado aos custos energéticos de bombeamento da suspensão: quanto maior a queda de pressão, para uma mesma vazão volumétrica de alimentação, maior o número de Euler e, conseqüentemente, os custos energéticos são mais elevados. Além disso, esse adimensional varia na proporção inversa à vazão volumétrica de alimentação. Essa é uma variável importante, pois permite comparar a capacidade de processamento de separadores, em uma dada queda de pressão.

É interessante que, para uma queda de pressão operacional estabelecida, a geometria do hidrociclone a ser selecionada apresente a mais alta vazão de alimentação possível (ou, em outras palavras, o menor número de Euler), pois, assim, será capaz de processar uma maior quantidade de suspensão.

## 2.3 - Histórico dos estudos com o hidrociclone filtrante

Os hidrociclones filtrantes foram criados e patenteados por pesquisadores da Faculdade de Engenharia Química (FEQUI) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), por inspiração nos vantajosos dados experimentais alcançados ao se incorporar a filtração em sedimentadores, conforme apresentado no subitem 1.3.

Nesta seção, foram compilados, em ordem cronológica, os principais resultados obtidos na FEQUI/UFU relacionados ao hidrociclone filtrante. A Figura 2.3, por uma linha do tempo, fornece uma visão geral dos trabalhos desenvolvidos. Os estudos objetivaram, principalmente, a comparação do hidrociclone de cone permeável com o de cone maciço (equipamento convencional) de mesma geometria e operando nas mesmas condições que o primeiro. Para facilitar a referência a esses dois hidrociclones, as seguintes nomenclaturas foram adotadas no texto: HF (Hidrociclone Filtrante) e HC (Hidrociclone Convencional), que são as denominações usuais de muitos trabalhos anteriores nessa temática.

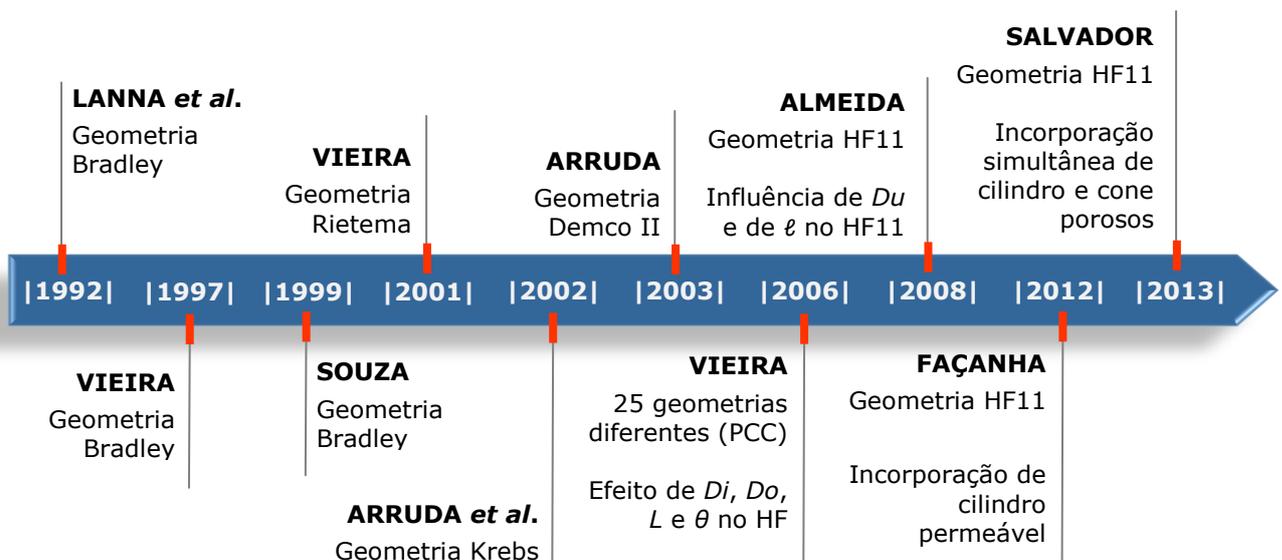


Figura 2.3 – Linha do tempo para os trabalhos com hidrociclones filtrantes realizados na FEQUI/UFU.

Lanna *et al.* (1992) coletaram os primeiros dados experimentais envolvendo o hidrociclone filtrante. Algumas informações da pesquisa:

- Geometria do hidrociclone: segundo a família Bradley ( $D_c = 30$  mm);
- Seção cônica: feita de tecido filtrante de nylon;
- Materiais particulados: carbonato de cálcio e sulfato de bário;
- Intervalo de queda de pressão: de 0,55 a 2,25 kgf/cm<sup>2</sup>.

Independente do material particulado utilizado, os autores chegaram ao mesmo resultado: o HF forneceu maior capacidade de processamento que o HC (valores até 40% superiores), portanto, menor gasto energético; já a razão de líquido e a eficiência total reduzida foram inferiores em relação ao HC, com a ressalva de que a diminuição da eficiência total reduzida no HF tornava-se menos relevante com o aumento da queda de pressão. Além disso, observou-se que o filtrado era água pura e que não havia formação de torta na parede interna do tronco de cone, haja vista a atuação das forças cisalhantes sobre as paredes.

Prosseguindo nessa linha de pesquisa, Vieira (1997) teve como propósito avaliar o efeito que um meio filtrante diferente ocasionaria na separação. Para isto, utilizou:

- Geometria do hidrociclone: segundo a família Bradley ( $D_c = 30$  mm);
- Seção cônica: tecido de polipropileno;
- Material particulado: sulfato de bário.

As análises levaram ao mesmo comportamento do HF em relação ao HC obtido por Lanna *et al.* (1992) para as respostas analisadas ( $Eu$ ,  $R_L$ ,  $d'_{50}$ ,  $\eta'$ ), com alteração apenas na ordem de grandeza dos valores numéricos. Vale mencionar que as equações de projeto desses dois trabalhos foram desenvolvidas a partir da sistemática de Massarani (1989) e, portanto, não apresentavam de forma explícita a resistência do meio filtrante, de forma que o conjunto de equações obtido é válido apenas para um meio poroso cuja resistência equivale à dos experimentos realizados.

Expandindo o cenário de materiais constituintes da seção cônica, Souza (1999) estudou outro meio filtrante manufaturado com bronze em duas granulometrias diferentes, a fim de sinterizar dois cones com permeabilidades distintas e estudar também o efeito da permeabilidade. As informações gerais da pesquisa foram:

- Geometria do hidrociclone: segundo a família Bradley, para  $D_c = 30$  mm e três valores de  $D_u$  (3, 4 e 5 mm);
- Seção cônica: bronze sinterizado;
- Material particulado: pirocloro (minério de nióbio).

Essa troca de material da seção cônica foi vantajosa em relação aos tecidos empregados nos trabalhos anteriores, pois permitiu rigidez mecânica (as paredes do tronco de

cone não se deformavam elasticamente quando o hidrociclone era posto em operação) e possibilitou o aproveitamento de praticamente toda a área da seção cônica para a filtração (ao contrário do tecido, que perdia parte da área filtrante por ter de ser colado). Todos os trabalhos subsequentes a esse nesta temática utilizaram partículas de bronze sinterizado como meio poroso.

Souza (1999) desenvolveu uma metodologia de cálculo de desempenho mais generalizada, que incorporava a resistência do meio permeável nas equações de projeto dos hidrociclones filtrantes com geometria Bradley. Além disso, mostrou que o aumento na permeabilidade do meio filtrante elevava a vazão de alimentação (para uma mesma queda de pressão), a fim de suprir a maior parcela de fluido retirada no filtrado.

O referido autor explicou que a força centrífuga era maior no interior do HF em relação ao HC, devido a sua maior vazão de alimentação. Uma parcela dessa força era destinada à separação sólido-líquido (aceleração das partículas em direção à parede) e outra parcela à produção de filtrado. Apesar de possuir maior força centrífuga, o que é favorável para a separação, na geometria Bradley, a parcela dessa força destinada à separação não foi suficiente para diminuir o diâmetro de corte reduzido, o que justifica, em parte, as menores eficiências reduzidas do HF comparado ao HC. Melhores resultados em termos de eficiência seriam obtidos com quedas de pressão mais altas (acima de 1,8 kgf/cm<sup>2</sup>), nas quais a força centrífuga promotora da separação sólido-líquido poderia superar a força centrífuga responsável pela filtração.

Outra particularidade do hidrociclone filtrante detectada por Souza (1999) diz respeito à razão de líquido ( $R_L$ ) e suas variações.  $R_L$  não sofreu mudanças bruscas para um meio filtrante de baixa resistência (ou seja, alta permeabilidade) quando o diâmetro do orifício de *underflow* foi alterado. A explicação fornecida para esse fato consistiu no fenômeno da migração: em meios filtrantes de baixa resistência o efeito de migração era mais pronunciado, logo a mistura entre as correntes ascendente e descendente de suspensão no hidrociclone era mais intensa, o que levava à saída de um volume maior de suspensão pelo *overflow*, reduzindo o valor de  $R_L$ . Se a razão de líquido era menor, menos partículas seriam arrastadas para o *underflow*, e esta foi outra justificativa dada para o HF de geometria Bradley ter um diâmetro de corte reduzido superior ao do HC. Em outras palavras, em meios filtrantes de maior resistência (baixa permeabilidade) a migração e, conseqüentemente, a turbulência eram menores, os vórtices interno e externo quase não se misturavam, o indesejável arraste de sólidos pelo *overflow* era menor, e existia uma maior flutuação no valor de  $R_L$  quando se variava  $Du$ .

Até então, todo o estudo relativo ao hidrociclone filtrante foi desenvolvido exclusivamente para a geometria Bradley. Vieira (2001) alterou esse quadro e utilizou:

- Geometria do hidrociclone: segundo a família Rietema ( $D_c = 30$  mm);
- Seção cônica: bronze sinterizado;
- Material particulado: pirocloro (minério de nióbio).

De maneira geral, os resultados obtidos por Vieira (2001) apresentaram uma tendência oposta àqueles da família Bradley: o HF Rietema, comparado ao HC, teve maior consumo energético (número de Euler superior) e eficiência de coleta superior (em virtude do aumento de  $R_L$ ). Com essas informações, o HF Rietema seria indicado para processos em que o interesse preponderante fosse a coleta de sólidos no *underflow*, por exemplo, na separação de sólidos com alto valor econômico, cujo descarte ou recuperação mal sucedida levaria a grandes prejuízos financeiros. Uma conclusão geral obtida pelo autor foi a de que tanto a filtração quanto a geometria do tronco de cone interferiam simultaneamente na fluidodinâmica do sistema, o que levou a acreditar na possibilidade de existir uma geometria ótima que combinasse, em um único hidrociclone filtrante, baixo custo energético e elevada eficiência.

Outras famílias de hidrociclones prosseguiram nos estudos. Arruda *et al.* (2002) utilizaram em sua pesquisa, em termos gerais:

- Geometria do hidrociclone: segundo a família Krebs ( $D_c = 30$  mm);
- Seção cônica: bronze sinterizado;
- Material particulado: pirocloro (minério de nióbio).

Os autores supracitados constataram que a presença do meio filtrante na geometria Krebs não provocava mudanças significativas no desempenho do HF, já que os valores de  $d'_{50}$ ,  $Eu$  e  $R_L$  foram próximos aos do HC.

Já Arruda (2003) avaliou outra geometria de família clássica, e algumas informações de sua pesquisa estão a seguir:

- Geometria do hidrociclone: segundo a família Demco II ( $D_c = 30$  mm);
- Seção cônica: bronze sinterizado;

- Material particulado: rocha fosfática;
- Estudo experimental e de CFD (pelo resolvidor numérico FLUENT e *software* gerador de malha GAMBIT).

Em resumo, o autor concluiu que, assim como para configuração Krebs, a filtração praticamente não influenciou o desempenho do separador Demco, ao contrário do que ocorria com as famílias Bradley e Rietema. Em relação ao HC, o HF Demco forneceu valores próximos para a vazão de alimentação (e número de Euler) e para o diâmetro de corte reduzido. Houve uma exceção: para  $Du$  igual a 4 mm,  $d'_{50}$  do HF foi inferior ao do HC. Por outro lado, a presença do meio filtrante levou a acréscimos na razão de líquido, fenômeno favorecido pelo valor do ângulo do tronco de cone ( $\theta = 20,0^\circ$ ), assim como para a geometria Rietema, embora o aumento de  $R_L$  para o HF Krebs não tenha sido tão pronunciado quanto foi para Rietema. O autor utilizou a técnica de Fluidodinâmica Computacional (CFD) para realizar simulações numéricas bidimensionais (considerando um eixo de simetria no hidrociclone), e obteve resultados simulados próximos aos experimentais para a razão de líquido e a queda de pressão.

Com base nos resultados experimentais das quatro geometrias analisadas, até então, (Bradley, Rietema, Krebs e Demco), Arruda (2003) chegou à seguinte conclusão: o efeito do meio filtrante no desempenho dos hidrociclones diminuiu na medida em que o quociente entre a área lateral do tronco de cone permeável e a área lateral da parte cilíndrica aproximou-se de 1 (um). Equipamentos que tinham áreas laterais do cone e do cilindro próximas (famílias Demco e Krebs), pouco foram influenciados pela presença do meio filtrante. Quando a relação entre as áreas era menor que a unidade, a filtração levou a um acréscimo na eficiência de coleta em relação ao HC (o que ocorreu com a geometria Rietema). Já quando a razão entre as áreas esteve maior do que um, a presença do meio filtrante reduziu a eficiência total, comparada ao HC (situação que descreve o comportamento observado para a família Bradley). A razão entre as áreas laterais do tronco de cone e do cilindro fornecida pelo autor para as famílias Bradley, Rietema, Krebs e Demco foram, respectivamente, iguais a: 1,99; 0,52; 1,03 e 0,90.

Diante dos resultados obtidos até esse ponto, levantou-se a possibilidade de existir uma geometria capaz de fornecer as vantagens de diminuição simultânea do número de Euler e do diâmetro de corte. Vieira (2006) deu continuidade aos estudos com o hidrociclone filtrante considerando essa hipótese. Seguem algumas informações de seu trabalho:

- Geometrias dos hidrociclones: 25 configurações diferentes, estabelecidas segundo um PCC (variáveis:  $Di/Dc$ ,  $Do/Dc$ ,  $L/Dc$  e  $\theta$ ), sendo fixos:  $Dc = 30$  mm,  $Du = 5$  mm e  $\ell = 12$  mm;
- Seção cônica: bronze sinterizado;
- Material particulado: rocha fosfática;
- Estudo experimental e de CFD (pelo resolovedor numérico FLUENT e *software* gerador de malha GAMBIT).

O autor analisou a influência das variáveis geométricas  $Di$ ,  $Do$ ,  $L$  e  $\theta$  nas respostas de interesse (razão de líquido, número de Euler, eficiência total e diâmetro de corte) por meio de um Planejamento Composto Central (PCC), apresentado no Anexo I, e de um estudo fluidodinâmico (CFD). Uma síntese do efeito dessas variáveis comentado por Vieira (2006) pode ser vista no Quadro 2.1, onde se apresenta a consequência do aumento de cada dimensão do hidrociclone filtrante nas principais respostas analisadas.

O Quadro 2.1 compila as análises dos dados experimentais e da simulação numérica bidimensional, considerando eixo de simetria no hidrociclone, feitas por Vieira (2006). Notou-se que as evidências experimentais estiveram de acordo com as tendências da simulação. Com os dados experimentais do PCC, o autor realizou regressões múltiplas relacionando as respostas de interesse com as variáveis independentes estudadas, e as equações resultantes indicaram que:

- $Di$  foi a variável que influenciou mais significativamente em  $Eu$ , o qual não sofreu mudanças expressivas ao se variar  $\theta$ . Dentre as variáveis significativas (10% de significância), a queda de pressão foi a que menos teve efeito;
- $Do$  foi a variável que mais influenciou  $R_L$ , seguida de  $\theta$ , enquanto  $Di$  e a queda de pressão não exerceram influência significativa;
- tanto  $\eta$  quanto  $d_{50}$  foram influenciados significativamente por alterações feitas em  $Do$ , em  $\theta$  e na queda de pressão, ao passo que pouco sofreram efeito com mudanças em  $Di$  e  $L$ .

Vieira (2006) também propôs encontrar a melhor configuração geométrica, dentre as 25 estudadas, para a separação de sólidos. Para isso, fez uma análise conjunta dos números de Euler e das eficiências totais obtidas experimentalmente, a partir da interseção entre dois

intervalos: o primeiro correspondeu ao grupo de geometrias de eficiência superior a 75%, e o segundo nas configurações que levavam a um número Euler inferior a 1800. O equipamento que atendeu aos dois intervalos, ou seja, que conciliou baixo custo energético e alta eficiência total foi o Hidrociclone Filtrante de número 11 do PCC, denominado HF11, cuja geometria era  $\{Di/Dc; Do/Dc; L/Dc; \theta\} = \{0,26; 0,22; 6,9; 11,2^\circ\}$ , para  $Dc = 30$  mm,  $\ell = 12$  mm e  $Du = 5$  mm. No trabalho de Vieira (2006) não se empregou uma técnica de otimização para determinar a melhor geometria de hidrociclone filtrante, em termos de separação de partículas.

Quadro 2.1– Influência das variáveis geométricas  $Di$ ,  $Do$ ,  $L$  e  $\theta$  no desempenho de hidrociclones filtrantes, segundo informações de Vieira (2006).

Variável geométrica	Efeito que o aumento da variável geométrica provocou nas respostas de interesse, mantendo-se as demais variáveis geométricas fixas		
	Número de Euler ( $Eu$ )	Razão de líquido ( $R_L$ )	Eficiência total ( $\eta$ )
<b>Diâmetro do duto de alimentação (<math>Di</math>)</b>	Diminuiu. O fluido dentro do hidrociclone cedeu energia sob a forma de pressão de maneira mais gradativa.	Manteve-se praticamente no mesmo patamar, embora as velocidades axiais do fluido tenham sido modificadas.	Não sofreu grandes mudanças, pois houve um aumento tanto na velocidade tangencial quanto na velocidade radial do fluido.
<b>Diâmetro do duto de overflow (<math>Do</math>)</b>	Diminuiu. O fluido cedeu energia sob a forma de pressão mais gradativamente.	Diminuiu na maioria das configurações estudadas. Quanto maior $Do$ , menor a restrição ao escoamento no duto de overflow.	Diminuiu essencialmente devido à redução de $R_L$ .
<b>Comprimento do hidrociclone (<math>L</math>)</b>	Diminuiu. O aumento de tamanho da seção cilíndrica do hidrociclone está diretamente relacionado à capacidade de processamento.	Aumentou, diminuiu ou permaneceu constante, devido à dependência e à interação identificada com a variável $\theta$ .	Não sofreu grandes mudanças, já que $R_L$ e os perfis de velocidade radial e tangencial quase não se alteraram.
<b>Ângulo do tronco de cone (<math>\theta</math>)</b>	Não sofreu mudanças significativas.	Diminuiu, e esse efeito foi mais intenso nas geometrias de menor $L$ , devido à interação entre $\theta$ e $L$ .	Diminuiu. $\eta$ era favorecida por um menor $\theta$ , pois, assim, $R_L$ foi maior e as velocidades radiais foram menores.

A influência da filtração no desempenho de hidrociclones também foi estudada por Vieira (2006), pela comparação das 25 geometrias de hidrociclones filtrantes com as mesmas

geometrias de hidrociclones convencionais. O autor mostrou que a presença do cone permeável:

- Foi benéfica para a demanda energética, pois o HF apresentou número de Euler inferior ao HC. Justificou-se que na medida em que o líquido próximo à parede saía como filtrado, mesmo que em porções ínfimas, o sistema demandava uma alimentação maior de fluido, o que não acontecia no HC;
- Foi vantajosa para a separação sólido-líquido, pois, em relação ao análogo HC, o HF apresentou maior eficiência total. Comentou-se que o meio poroso diminuiu a intensidade do movimento espiralado da suspensão dentro do hidrociclone, reduzindo a força centrífuga (foram observadas menores velocidades tangenciais). Teoricamente, isso levaria a uma menor coleta de partículas, entretanto, não foi o que ocorreu. As explicações sugeridas foram: como o fluido girava menos intensamente no HF, menor foi a mistura na base do cone e menos partículas foram retiradas da parede, suspendidas e arrastadas pelo vórtice interno; além disso, a saída de fluido pelo meio poroso reduziu os gradientes de velocidade radial próximo à parede, ocasionando um menor arraste radial de líquido em direção ao centro;
- Foi capaz de diminuir ou de aumentar a razão de líquido em relação ao HC, a depender do ângulo do tronco de cone (ou seja, da área disponível à filtração). Ângulos menores forneceram maior área de filtração, e elevaram o valor de  $R_L$ , enquanto ângulos maiores levaram a menores áreas de filtração e a decréscimos em  $R_L$ . Mesmo que a razão de líquido fosse reduzida, a quantidade de fluido descarregada no *underflow* não diminuiu devido à maior capacidade de alimentação fornecida pelo HF. Então, mesmo frente à diminuição de  $R_L$ , o HF permitia um maior arraste de partículas para o *underflow* por causa: da ausência de mudança na vazão de líquido descarregada no concentrado, dos menores efeitos de mistura e das menores velocidades radiais próximas à parede cônica.

O diâmetro do orifício de *underflow* ( $D_u$ ) e o comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ), mantidos fixos no trabalho de Vieira (2006), foram variáveis cuja influência no desempenho do hidrociclone selecionado como o de melhor desempenho (HF11) foi analisada por Almeida (2008). Seguem as informações gerais de sua pesquisa:

- Geometria do hidrociclone: HF11, sendo  $Du$  e  $\ell$  estabelecidos segundo um planejamento fatorial a 3 níveis ( $Du = 3, 4$  ou  $5$  mm e  $\ell = 12, 21$  ou  $30$  mm) com duas variáveis ( $Du$  e  $\ell$ );
- Seção cônica: bronze sinterizado;
- Material particulado: rocha fosfática;
- Estudo experimental e de CFD (pelo resolvido numérico FLUENT e *software* gerador de malha GAMBIT).

Uma síntese do efeito das variáveis  $Du$  e  $\ell$  explicado por Almeida (2008) está apresentada no Quadro 2.2, onde se encontra a consequência que o aumento dessas dimensões no hidrociclone HF11 provocou nas respostas analisadas ( $Eu$ ,  $R_L$  e  $d_{50}$ ). As informações que constam no quadro são referentes a dados experimentais e simulados.

Quadro 2.2 – Influência das variáveis geométricas  $Du$  e  $\ell$  no desempenho do hidrociclone HF11, segundo informações de Almeida (2008).

Variável geométrica	Efeito que o aumento da variável geométrica provocou nas respostas de interesse, mantendo-se as demais variáveis geométricas fixas		
	Número de Euler ( $Eu$ )	Razão de líquido ( $R_L$ )	Diâmetro de corte ( $d_{50}$ )
<b>Diâmetro do orifício de underflow (<math>Du</math>)</b>	Aumentou no intervalo do maior $Du$ até $Du$ intermediário, e diminuiu do valor intermediário de $Du$ até o $Du$ mais baixo. Ou seja, houve um efeito não-linear em $Eu$ .	Aumentou. Quanto menor $Du$ , menos líquido era direcionado para a corrente de <i>underflow</i> .	Diminuiu. O acréscimo provocado em $R_L$ permitiu um maior arraste de partículas para a corrente de <i>underflow</i> .
<b>Comprimento do vortex finder (<math>\ell</math>)</b>	Aumentou, assim como os níveis de pressão interna, em virtude da maior resistência ao escoamento do fluido provocada pelo maior $\ell$ na seção cilíndrica.	Não sofreu variações significativas.	$d_{50}$ foi mínimo para um valor intermediário de $\ell$ . Acredita-se que para $\ell$ pequeno ocorreu curto-circuito e para $\ell$ grande inibiu-se a migração das partículas do vórtice interno para o externo.

A partir dos dados advindos do planejamento fatorial, Almeida (2008) fez regressões múltiplas para as respostas analisadas. A análise das equações obtidas mostra que:

- O termo isolado de  $\ell$  teve mais efeito no número de Euler que o termo isolado de  $Du$ ; o termo quadrático negativo de  $Du$  foi o mais significativo;

- $Du$  foi a variável que interferiu mais significativamente em  $R_L$ ;
- $d_{50}$  foi muito mais sensível à variação de  $Du$  do que de  $\ell$ .

O referido autor concluiu que  $Du$  e  $\ell$  são variáveis importantes na determinação do desempenho do hidrociclone filtrante, e seus valores ideais dependiam da função específica do equipamento (classificador ou concentrador). Se a prioridade fosse a classificação por tamanho de partículas, para a faixa experimental estudada, indicou-se  $Du = 5$  mm e  $\ell = 21$  mm. Por outro lado, se o objetivo fosse concentrar a corrente de *underflow*, os valores sugeridos para  $Du$  e  $\ell$ , foram, respectivamente, 3 e 12 mm. Almeida (2008) observou que, independente da combinação dos valores de  $Du$  e de  $\ell$ , a filtração sempre foi benéfica para a separação e para a demanda energética, pois, em relação ao análogo equipamento convencional, o hidrociclone filtrante apresentou menor número de Euler e maior eficiência de coleta.

Prosseguindo os estudos com o HF11, Façanha (2012) comparou o desempenho de três separadores com essa geometria, porém com diferentes locais de filtração: hidrociclone convencional (não filtrante), hidrociclone filtrante com seção cônica permeável (HF, ou como nomeado pela autora, HCoF) e hidrociclone filtrante com seção cilíndrica permeável (HCiF). Algumas informações de sua pesquisa:

- Geometria do hidrociclone: HF11, com as variações: HC, HCoF e HCoF;
- Seção cônica: bronze sinterizado;
- Material particulado: rocha fosfática.

Ao avaliar o efeito do posicionamento do meio poroso no hidrociclone, Façanha (2012) concluiu que, em termos de custos energéticos, independente da posição do meio permeável, a filtração era um fenômeno benéfico. Houve um decréscimo médio no número de Euler de 17% para o HCoF e de 22% para o HCoF em relação ao HC. Observou-se um aumento na eficiência total reduzida de, aproximadamente, 3% para o HCoF quando comparado ao HC e uma diminuição em  $\eta'$  de 4% no HCoF em relação ao HC. A razão de líquido reduziu 7% no HCoF e 20% no HCoF, comparada ao HC. A autora sugeriu que no HCoF, num primeiro momento, as partículas do vórtice externo direcionaram-se mais rapidamente para a parede da seção cilíndrica (fato benéfico para a separação), devido à retirada de filtrado. Entretanto, quando o vórtice externo adentrou na região cônica

(impermeável), a componente radial da velocidade do fluido aumentava no sentido da parede para o centro e uma maior quantidade de suspensão (em relação ao HCoF e ao HC) era arrastada para a região central antes que alcançasse o orifício de *underflow*, fato que se refletiu na diminuição de  $R_L$ .

Salvador (2013) explorou mais a geometria HF11 comparando o desempenho de um hidrociclone totalmente filtrante (HCiCoF) com o HC, HCiF e HCoF. Além disso, avaliou a influência da permeabilidade e de  $Du$ . As informações gerais de sua pesquisa foram:

- Geometria do hidrociclone: HF11, com as variações: HC, HCiF, HCoF e HCiCoF, para  $Du = 3, 4$  e  $5$  mm;
- Seção cônica: bronze sinterizado;
- Material particulado: rocha fosfática.

A autora observou que, para as condições estudadas, a eficiência total dos três tipos de hidrociclones filtrantes não apresentou modificações significativas em relação ao HC. Concluiu também que o número de Euler dos hidrociclones HCiF, HCoF e HCiCoF apresentou acréscimos ou decréscimos em relação ao HC, dependendo da permeabilidade do meio poroso. O número de Euler para os hidrociclones filtrantes foi menor do que para o HC quando se utilizou a permeabilidade menor ou intermediária. Quando se utilizou o maior valor de permeabilidade, o número de Euler teve seu valor aumentado em relação ao HC. Independente de ser HF ou HC,  $Eu$  sofreu decréscimos com o aumento do diâmetro de *underflow*.

Salvador (2013) observou que, nas três modalidades de hidrociclone filtrante (HCiF, HCoF e HCiCoF), a retirada de filtrado fazia com que tais equipamentos, em relação ao HC, produzissem acréscimos na razão de líquido. Incrementos na permeabilidade do meio poroso provocaram uma queda na razão de líquido de todas as modalidades de HF estudadas, porém não ocasionaram modificações significativas em suas eficiências totais.

Diante da gama de informações levantadas a respeito do hidrociclone filtrante, expostas aqui concisamente, é possível observar o quanto os estudos relacionados a essa temática avançaram, desde a sua concepção até os dias atuais. A notável melhoria de desempenho na separação sólido-líquido passível de ser atingida mediante o uso desse equipamento é incentivadora para se continuarem as pesquisas a ele relacionadas, na expectativa de propiciar uma benéfica mudança de paradigma no que diz respeito aos separadores utilizados no setor industrial.

## 2.4 - Otimização

### 2.4.1 - Visão geral

Otimizar significa determinar o melhor resultado, de tal forma a permitir um aproveitamento mais efetivo de uma situação, de uma oportunidade ou de um recurso. Segundo Price, Storn e Lampinen (2005), em termos simples, otimização é a tentativa de maximizar as propriedades desejáveis de um sistema enquanto se minimizam as características indesejáveis.

No cotidiano da indústria, a otimização consiste no elemento fundamental para que as metas sejam atingidas, sejam elas aumento de produção, do lucro e da qualidade, ou redução de custos, do consumo energético e da geração de resíduos, por exemplo.

Um problema de otimização apresenta, de maneira geral, os seguintes componentes:

- Função objetivo: equação matemática que define a característica do sistema a ser melhorada;
- Variáveis de projeto: parâmetros que, quando manipulados, podem aumentar ou diminuir a função objetivo. São também chamadas de variáveis de decisão ou de busca;
- Restrições: limites para os valores que a função objetivo pode assumir.

Com base no exposto, a solução do problema de otimização é obtida quando se determinam os valores das variáveis de projeto para os quais a função objetivo atinge um valor mínimo ou máximo, respeitando as restrições estabelecidas (quando existentes, pois podem ser estabelecidos problemas irrestritos). Lobato (2008), porém, adverte que não existe uma definição universalmente aceita como ótimo de um problema de otimização com um único objetivo, o que dificulta a comparação de resultados de um método para outro.

Existem otimizações com um único objetivo, que visam encontrar o ponto ótimo global. Há também problemas de otimização multi-objetivo, cuja finalidade, de maneira geral, é obter um conjunto de soluções ótimas (e não um único ponto ótimo) e cujos objetivos, frequentemente, são conflitantes (a melhora em um objetivo piora outro). Lobato (2008) cita um exemplo simples de problema multi-objetivo: na compra de um carro, o objetivo é minimizar o custo e maximizar o conforto. Grande parte das situações a serem otimizadas na

indústria e nos projetos modernos de sistemas de engenharia envolve vários objetivos, porém esse não é caso deste trabalho. Aqui, foi estudado o problema mono-objetivo.

Em termos industriais, um hidrociclone com grande poder de classificação, com baixo consumo energético e com elevada concentração da corrente de *underflow* seria um separador excelente. Entretanto, tais objetivos (classificação, consumo energético, concentração) podem não convergir para uma situação da indústria. Em geral, altos desempenhos tendem a demandar maiores custos energéticos e apresentar correntes de *underflow* diluídas. Assim, em face das características contraditórias, mas inerentes ao processo de hidrociclonagem, torna-se necessário aplicar técnicas apropriadas de otimização, a fim de satisfazer as necessidades reais e específicas de cada processo (SILVA, 2012).

Vale destacar que não existe um algoritmo de otimização que possa ser aplicado de maneira eficiente a todos os tipos de problemas. O método adequado para um caso particular depende da natureza da função objetivo e das restrições, bem como do número de variáveis dependentes e independentes. Dentre as metodologias existentes para a resolução de problemas de otimização, será mostrado o algoritmo de Evolução Diferencial. Este apresenta vantagens por ser um método não determinístico e foi selecionado para as otimizações propostas neste trabalho.

#### **2.4.2 - O algoritmo de Evolução Diferencial**

O algoritmo de Evolução Diferencial, segundo Feoktistov (2006), foi descrito pela primeira vez por Kenneth Price e Rainer Storn em 1995, no ICSI (*International Computer Science Institute*) pelo relatório técnico “*Differential Evolution – A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces*”.

Além de ser fácil de usar, um algoritmo de otimização global deve ser robusto o suficiente para convergir seguramente ao verdadeiro ótimo. Além disso, o tempo computacional necessário para a busca da solução não deve ser excessivo. Então, um método de otimização global genuinamente vantajoso deve ser simples de implementar, fácil de usar, confiável e rápido. A Evolução Diferencial é um método que apresenta essas características (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

Tal como qualquer algoritmo evolutivo, a Evolução Diferencial tem como base os modelos de evolução biológica natural, e utiliza de um conjunto de soluções potenciais, competidoras entre si durante o processo evolutivo e candidatas à solução ótima. O princípio que rege essa competição é análogo à teoria evolucionista de Charles Darwin: uma função

matemática (a chamada função de adaptação) ordena sequencialmente as soluções, compara soluções individuais e seleciona as que são mais aptas para serem avaliadas futuramente. Mas, ao contrário de outras técnicas não determinísticas, a estrutura da Evolução Diferencial não tem representação inspirada no comportamento biológico, por exemplo, de colônias de pássaros ou de insetos (Otimização por Colônia de Partículas e Algoritmo da Colônia de Formigas, respectivamente – mais informações sobre essas técnicas podem ser encontradas em Lobato, (2008)). Esse algoritmo tem concepção puramente matemática, já que se baseia em operações com vetores.

A nomenclatura “Evolução Diferencial” é explicada por Feoktistov (2006): o algoritmo realiza a evolução de uma população de indivíduos de maneira inteligente, pelo uso de diferenças entre indivíduos com um rápido operador linear chamado diferenciação. Então, o elemento-chave que distingue a Evolução Diferencial de outras técnicas baseadas em populações é a mutação diferencial. Vale mencionar o significado de população: grupo de soluções potenciais ou vetor de indivíduos contendo possíveis soluções para o problema.

Para uma melhor compreensão, convém relatar em maiores detalhes a fundamentação teórica da Evolução Diferencial, ilustrada na Figura 2.4.

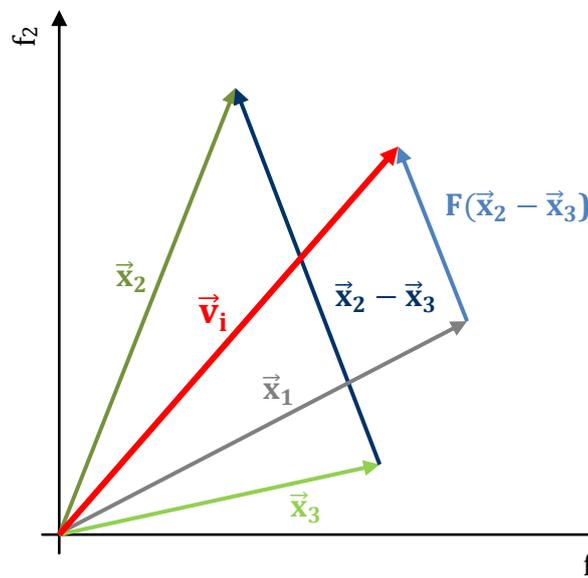


Figura 2.4 – Fundamentação teórica da Evolução Diferencial (adaptada de Lobato, 2008).

A Figura 2.4 mostra como um novo indivíduo é gerado por meio do algoritmo de Evolução Diferencial. De três vetores ( $\vec{x}_1$ ,  $\vec{x}_2$  e  $\vec{x}_3$ ), dois são escolhidos aleatoriamente (nesse caso,  $\vec{x}_2$  e  $\vec{x}_3$ ) e um é subtraído do outro. O resultado é multiplicado por um escalar  $F$ , criando um vetor com mesma direção e sentido, porém com módulo diferente daquele original obtido

pela subtração. O vetor criado é, então, somado a  $\vec{x}_I$ , gerando  $\vec{v}_i$ , vetor este que indica uma nova posição no espaço e representa o novo indivíduo gerado. Então, esse indivíduo é avaliado pela função objetivo, de forma que se for mais bem sucedido que o indivíduo anterior o substituirá.

É necessário que o usuário ajuste os parâmetros de otimização. Existem três parâmetros de controle no algoritmo: (1) constante de diferenciação ou de mutação  $F$ , (2) constante de cruzamento  $Cr$  e (3) tamanho da população  $N$  (FEOKTISTOV, 2006).

Apesar de esse método ser recente em relação a outras técnicas não determinísticas, tem sido amplamente utilizado com sucesso e acredita-se, inclusive, que poderá superar os algoritmos genéticos clássicos, em virtude de suas conhecidas vantagens: robustez, simplicidade conceitual e fácil implementação (LOBATO, 2008).

# CAPÍTULO 3

## MATERIAIS E MÉTODOS

No Capítulo 3, encontra-se a metodologia empregada para otimizar o desempenho do hidrociclone filtrante, em três estudos de caso, de forma que em cada um deles o equipamento forneça alta eficiência, razão de líquido baixa ou custo energético mínimo. É apresentado também o método de avaliação da influência do diâmetro de *underflow* e do comprimento do *vortex finder* no desempenho dos hidrociclones filtrantes obtidos por otimização. Em seguida, mostram-se os materiais, a unidade e o procedimento experimental utilizados.

### 3.1 - Otimização

#### 3.1.1 - Estudos de caso

Foram realizados três estudos de caso de otimização do desempenho de hidrociclones filtrantes:

- Caso 1: maximização da eficiência total
- Caso 2: minimização da razão de líquido
- Caso 3: minimização do número de Euler

Os problemas de otimização foram definidos de tal forma a se obterem hidrociclones filtrantes ótimos com aplicabilidade para os seguintes casos: clarificação (Caso 1: alta eficiência total, por conseguinte, grande recuperação de sólidos alimentados), espessamento (Caso 2: baixa razão de líquido, portanto, concentração de sólidos na corrente de *underflow* elevada) e alta capacidade de processamento (Caso 3: número de Euler pequeno, logo, alta vazão de alimentação).

A metodologia de resolução desses problemas de otimização teve como base o trabalho de Silva (2012), que estudou os mesmos casos supracitados, porém para o hidrociclone convencional. A técnica de otimização utilizada correspondeu ao uso combinado do algoritmo de Evolução Diferencial (seção 2.4.2) com equações empíricas obtidas a partir dos dados experimentais de Vieira (2006).

Vieira (2006) trabalhou com quatro quedas de pressão (0,88; 1,18; 1,47 e 1,77 bar), cujos valores foram historicamente utilizados nos estudos com hidrociclones filtrantes desenvolvidos na FEQUI/UFU. Para este trabalho, selecionou-se a pressão intermediária de 1,47 bar, que foi mantida fixa tanto no estudo de otimização quanto na realização dos experimentos. No Anexo II, encontram-se os dados experimentais de Vieira (2006) para 25 configurações de hidrociclone filtrante operando à 1,47 bar.

### 3.1.2 - Variáveis de projeto

As quatro variáveis de projeto dos problemas de otimização deste trabalho foram as dimensões geométricas do hidrociclone que atuaram como fatores no planejamento experimental (PCC) de Vieira (2006):  $D_i/D_c$  ( $D_i$  = diâmetro da alimentação,  $D_c$  = diâmetro da parte cilíndrica),  $D_o/D_c$  ( $D_o$  = diâmetro do duto de *overflow*),  $L/D_c$  ( $L$  = comprimento do hidrociclone) e  $\theta$  (ângulo do tronco de cone). O diâmetro da parte cilíndrica, o diâmetro do *underflow* ( $D_u$ ) e o comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ) foram mantidos fixos e iguais a 30 mm, 5 mm e 12 mm, respectivamente. O PCC elaborado por Vieira (2006) encontra-se no Anexo I.

Cada problema de otimização propõe que as variáveis de projeto estejam em níveis adequados para satisfazerem as funções objetivo: 1) eficiência total máxima; 2) razão de líquido mínima; 3) número de Euler mínimo (o menor gasto energético possível). Para cada estudo de caso proposto, o resultado da otimização consistiu em uma nova configuração geométrica de hidrociclone filtrante. Então, a seguinte nomenclatura foi adotada:

- HFOT1 – Hidrociclone Filtrante Otimizado do Caso 1
- HFOT2 – Hidrociclone Filtrante Otimizado do Caso 2
- HFOT3 – Hidrociclone Filtrante Otimizado do Caso 3

A técnica de otimização escolhida foi do tipo discreta, pois cada variável de projeto só podia assumir cinco valores, estabelecidos segundo o PCC de Vieira (2006). Essa escolha justifica-se pela facilidade na construção do hidrociclone otimizado e a consequente economia de tempo, uma vez que, a princípio, as peças necessárias para a montagem do hidrociclone (parte cilíndrica, tronco de cone e dutos de alimentação, de *overflow* e de *underflow*) já haviam sido fabricadas para a execução do trabalho de Vieira (2006). A Tabela 3.1 apresenta a correspondência entre os valores na escala original das variáveis de projeto e suas formas

codificadas ( $-\alpha$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $+1$  e  $+\alpha$ ). A Equação 3.1, equação de codificação, relaciona o valor na escala original ao valor codificado da variável.

Tabela 3.1– Correspondência entre as variáveis de projeto e suas formas codificadas.

	$Di/Dc$	$Do/Dc$	$L/Dc$	$\theta$
$-\alpha$	0,13	0,19	3,9	$9,0^\circ$
$-1$	0,16	0,22	4,7	$11,2^\circ$
$0$	0,21	0,27	5,8	$14,5^\circ$
$+1$	0,26	0,32	6,9	$17,8^\circ$
$+\alpha$	0,29	0,35	7,6	$20,0^\circ$

$$X_i = \frac{d_j - d_0}{\frac{d_{+1} - d_{-1}}{2}} \quad (3.1)$$

### 3.1.3 - Restrições

Hidrociclones com características similares ao HFOT1 apresentam alta eficiência total. Para maximizar a eficiência desse equipamento, um maior gasto energético se faz necessário. Neste estudo, foi de interesse estabelecer um limite de energia a ser gasto, representado por uma restrição no número adimensional de Euler.

De maneira análoga, a minimização do número Euler (Caso 3), implica em uma redução na eficiência do hidrociclone. Por isso, um limite para essa redução foi imposto pelo valor do diâmetro de corte, que é uma característica do hidrociclone inversamente proporcional à eficiência.

Similarmente, a otimização do Caso 2 leva a uma redução da eficiência, uma vez que razão de líquido e eficiência total estão diretamente relacionadas. Com base no exposto, os problemas de otimização com suas respectivas restrições foram assim definidos:

- Caso 1: máxima eficiência total para  $Eu < 6500$
- Caso 2: mínima razão de líquido para  $d_{50} < 7 \mu\text{m}$
- Caso 3: mínimo número de Euler para  $d_{50} < 7 \mu\text{m}$

A análise dos dados experimentais de Vieira (2006) para os hidrociclones filtrantes à 1,47 bar (Anexo II) mostra que o maior número de Euler obtido correspondeu a 5854,

referente ao hidrociclone *HF17* (Hidrociclone Filtrante de número 17 do PCC de Vieira, 2006). Neste estudo de otimização, foi desejável impor uma restrição ao número de Euler um pouco superior ao maior valor obtido por Vieira (2006), para permitir encontrar um hidrociclone de maior eficiência possível. Adotou-se a restrição  $Eu < 6500$  tendo por base esse valor de referência utilizado no trabalho de Silva (2012).

Para o diâmetro de corte, utilizou-se também a mesma restrição imposta por Silva (2012), que se mostrou adequada a partir da análise dos dados de Vieira (2006): ao colocar as geometrias em ordem crescente de razão de líquido, o hidrociclone que apresentou maior  $d_{50}$  (para  $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ ), foi o *HF16*, de  $R_L$  igual a 16,18% (Tabela 3.2); para uma ordem crescente de número de Euler, o hidrociclone cujo valor de  $d_{50}$  foi o mais elevado (para  $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ ), também correspondeu ao *HF16*, de  $Eu = 941$  (Tabela 3.3). Com base nessas informações, é esperado, então, que o HFOT2 tenha  $R_L$  menor ou próximo de 16,18% e que o HFOT3 tenha  $Eu$  menor ou próximo de 941.

Tabela 3.2 – Hidrociclones filtrantes de Vieira (2006) em ordem crescente de  $R_L$  ( $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ ; 1,47 bar).

Hidrociclone	$Q$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$R_L$ (%)	$Eu$	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$\eta$ (%)
<b>HF20</b>	311	16,10	1521	4,27	70,41
<b>HF16</b>	398	16,18	941	6,26	61,33

Tabela 3.3 – Hidrociclones filtrantes de Vieira (2006) em ordem crescente de  $Eu$  ( $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ ; 1,47 bar)

Hidrociclone	$Q$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$R_L$ (%)	$Eu$	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$\eta$ (%)
<b>HF15</b>	402	22,17	911	4,61	68,80
<b>HF16</b>	398	16,18	941	6,26	61,33
<b>HF18</b>	394	20,98	948	5,45	61,98

Além das restrições supracitadas para as funções objetivo, os problemas de otimização necessitaram de uma restrição física comum, a fim de garantir a existência de parte cilíndrica no hidrociclone otimizado. Considerando que  $L = h + H$ , a restrição física dos três estudos de caso consistiu em:

$$L > H \quad (3.2)$$

Mediante um cálculo trigonométrico simples efetuado no tronco de cone, obteve-se a Equação 3.3, característica do hidrociclone, que relaciona o comprimento do tronco de cone com seu ângulo e seus diâmetros menor e maior.

$$H = \frac{Dc - Du}{2tg(\theta/2)} \quad (3.3)$$

Para que estivesse na forma de uma restrição física, a Equação 3.3 foi transformada em uma inequação, e resultou:

$$L > \frac{Dc - Du}{2tg(\theta/2)} \quad (3.4)$$

Ao dividir ambos os lados da expressão anterior por  $Dc$ , obteve-se:

$$\frac{L}{Dc} > \frac{1 - Du/Dc}{2tg(\theta/2)} \quad (3.5)$$

Na inequação anterior, é possível identificar duas variáveis de projeto:  $X_3$ , a forma codificada de  $L/Dc$ , e  $X_4$ , a forma codificada de  $\theta$ . Uma vez que no estudo de otimização  $Du = 5$  mm e  $Dc = 30$  mm, a restrição física de todos os problemas de otimização consistiu na expressão abaixo:

$$\frac{L}{Dc} > \frac{5}{12tg(\theta/2)} \quad (3.6)$$

### 3.1.4 - Equações empíricas para o Caso 1 (maximização da eficiência total)

A partir dos dados experimentais de Vieira (2006) à 1,47 bar (Anexo II), realizaram-se regressões múltiplas, utilizando o *software* STATISTICA 7.1, para as respostas de interesse do Caso 1: a eficiência total e o número de Euler que são, respectivamente, a função objetivo a ser maximizada e a restrição do problema de otimização. Essas respostas foram colocadas em função das variáveis de projeto na forma codificada ( $X_1, X_2, X_3$  e  $X_4$ , sendo  $X_1 = Di/Dc$ ,  $X_2 = Do/Dc$ ,  $X_3 = L/Dc$ ,  $X_4 = \theta$ ). As equações empíricas resultantes (Equações 3.7 e 3.8) foram postas na forma de notação matricial.

A Equação 3.7 explica 80,4% da variabilidade dos dados para a eficiência total e 97,8% da variabilidade dos dados para o número de Euler é explicada pela Equação 3.8.

Os coeficientes de maior valor na Equação 3.7 ( $b_4 = -5,195$  e  $b_2 = -4,109$ ) mostram que as variáveis que interferiram mais significativamente no valor da eficiência total foram o ângulo do tronco de cone ( $X_4$ ) e o diâmetro do duto de *overflow* ( $X_2$ ), nesta ordem. O sinal

negativo indica uma relação inversamente proporcional: o aumento de  $\theta$  e de  $Do$  tendeu a diminuir a eficiência total do hidrociclone filtrante. Essa informação está de acordo com o que foi apresentado no Quadro 2.1.

$$\eta = 66,87 + X'_i b_1 + X'_i B_1 X_i \quad (r^2 = 0,804) \quad (3.7)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad b_1 = \begin{bmatrix} 0,528 \\ -4,109 \\ 0,066 \\ -5,195 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} -0,402 & 0,107 & 0,330 & 0,558 \\ 0,107 & 2,220 & 0,113 & -0,496 \\ 0,330 & 0,113 & -0,745 & 0,507 \\ 0,558 & -0,496 & 0,507 & -0,433 \end{bmatrix}$$

$$Eu = 1624,32 + X'_i b_2 + X'_i B_2 X_i \quad (r^2 = 0,978) \quad (3.8)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} -1186,54 \\ -288,62 \\ -181,64 \\ 1,54 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 621,62 & 33,69 & 11,69 & -4,56 \\ 33,69 & 111,93 & 31,50 & -29,00 \\ 11,69 & 31,50 & 31,37 & -13,37 \\ -4,56 & -29,00 & -13,37 & -21,80 \end{bmatrix}$$

Na Equação 3.8, os coeficientes mais significativos foram, respectivamente, os que acompanharam  $X_1$ ,  $X_1^2$ ,  $X_2$  e  $X_3$ . Eles indicam que ao aumentar o diâmetro da alimentação ( $X_1$ ), o diâmetro do duto de *overflow* ( $X_2$ ) e o comprimento do hidrociclone ( $X_3$ ) ocorreu uma diminuição do número de Euler e, conseqüentemente, do gasto energético do equipamento, que se relaciona a um aumento na vazão de alimentação. Esse comportamento já era esperado, conforme mostrou o Quadro 2.1. Observa-se também um comportamento não linear em relação ao diâmetro da alimentação.

As Equações 3.7 e 3.8, bem como as que serão apresentadas na sequência, são válidas para a faixa experimental de Vieira (2006), conforme Tabela 3.1:  $0,13 \leq Di/Dc \leq 0,29$ ;  $0,19 \leq Do/Dc \leq 0,35$ ;  $3,9 \leq L/Dc \leq 7,6$  e  $9,0^\circ \leq \theta \leq 20,0^\circ$ .

A análise dos resíduos para todas as equações encontradas mostrou que eles são aleatórios, independentes e que seguem uma distribuição normal de média zero e variância constante.

### 3.1.5 - Equações empíricas para o Caso 2 (minimização da razão de líquido)

De maneira similar à adotada para o Caso 1, foram obtidas as equações empíricas para as respostas de interesse do Caso 2, isto é, razão de líquido (Equação 3.9) que é a função objetivo a ser minimizada, e diâmetro de corte (Equação 3.10), a restrição do problema de otimização.

$$R_L = 20,83 + X'_i b_3 + X'_i B_3 X_i \quad (r^2 = 0,974) \quad (3.9)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad b_3 = \begin{bmatrix} -0,024 \\ -7,223 \\ 1,468 \\ -4,270 \end{bmatrix} \quad B_3 = \begin{bmatrix} -0,022 & 0,006 & 0,087 & 0,147 \\ 0,006 & 3,355 & -0,135 & 0,286 \\ 0,087 & -0,135 & 0,122 & 0,983 \\ 0,147 & 0,286 & 0,983 & 0,358 \end{bmatrix}$$

$$d_{50} = 4,60 + X'_i b_4 + X'_i B_4 X_i \quad (r^2 = 0,935) \quad (3.10)$$

Em que:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad b_4 = \begin{bmatrix} -0,172 \\ 1,450 \\ -0,237 \\ 1,090 \end{bmatrix} \quad B_4 = \begin{bmatrix} 0,298 & -0,089 & -0,022 & -0,069 \\ -0,089 & -0,725 & -0,015 & 0,142 \\ -0,022 & -0,015 & 0,251 & -0,252 \\ -0,069 & 0,142 & -0,252 & 0,115 \end{bmatrix}$$

A Equação 3.9 explica 97,4% da variabilidade dos dados de razão de líquido e 93,5% da variabilidade dos dados de diâmetro de corte são explicados pela Equação 3.10.

Pela Equação 3.9 é possível observar que as variáveis mais importantes, segundo o nível de significância, foram  $X_2$ ,  $X_4$ ,  $X_2^2$ ,  $X_3 X_4$  e  $X_3$ . Uma vez que o aumento da razão de líquido eleva a eficiência do hidrociclone, foi coerente a relação inversamente proporcional obtida entre  $Do$  ( $X_2$ ) e  $\theta$  ( $X_4$ ) com  $R_L$ , pois esse comportamento também foi observado para a eficiência total (seção 3.1.4).

A Equação 3.10 para o diâmetro de corte apresentou como coeficientes mais significativos  $b_2$  e  $b_4$ , nesta ordem, cujos valores positivos indicam uma relação proporcional de  $Do$  e  $\theta$  com  $d_{50}$ . Isso está consistente com a análise das Equações 3.7 e 3.9, já que o diâmetro de corte do hidrociclone é inversamente proporcional à  $\eta$  e à  $R_L$ .

### 3.1.6 - Equações empíricas para o Caso 3 (minimização do número de Euler)

As equações empíricas para as respostas de interesse do Caso 3 foram determinadas previamente nos Casos 1 e 2 e consistiram nas Equações 3.8 e 3.10.

### 3.1.7 - Aplicação do algoritmo de Evolução Diferencial

As equações empíricas apresentadas nas seções 3.1.4 e 3.1.5 foram acopladas ao algoritmo de Evolução Diferencial, permitindo que todas as combinações possíveis entre as variáveis de projeto fossem feitas, de maneira a atender às restrições do problema. Utilizou-se o código implementado no *software* Matlab 15 por Silva (2012) em seu trabalho, adequando-o aos casos de estudo referentes à hidrociclones filtrantes. A Figura 3.1 apresenta o fluxograma geral do algoritmo de Evolução Diferencial.

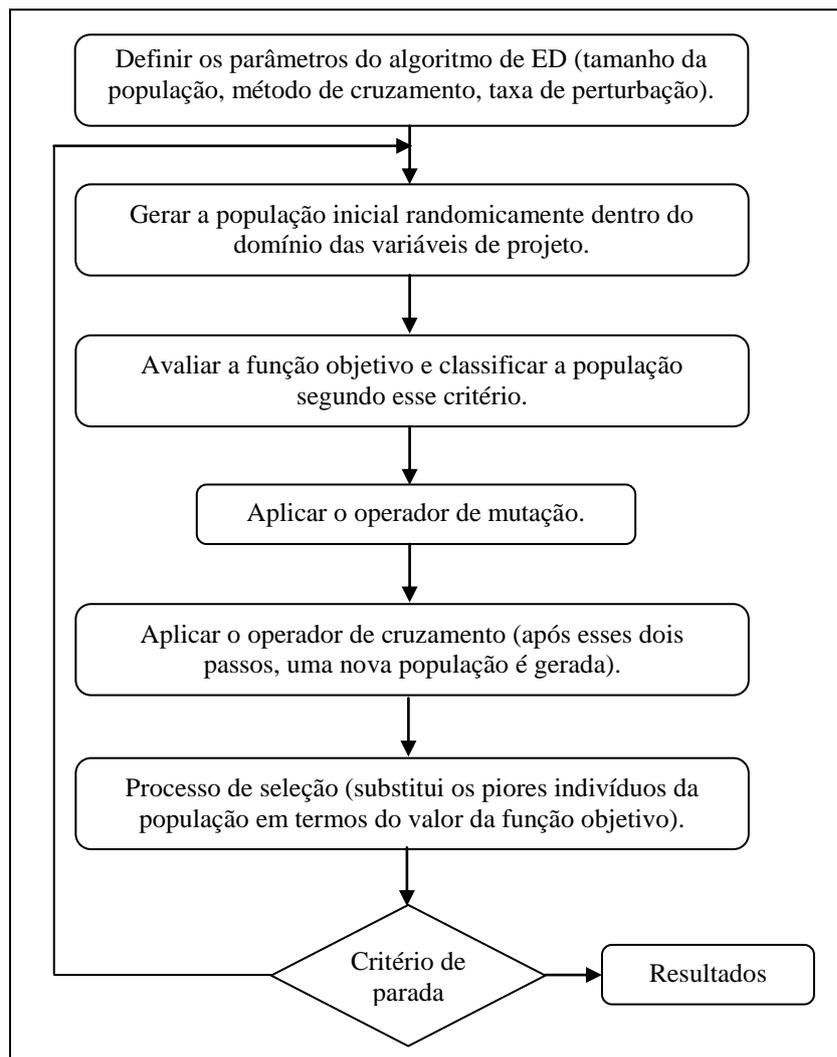


Figura 3.1 – Fluxograma do algoritmo de Evolução Diferencial. Fonte: Silva (2012).

Os parâmetros utilizados no algoritmo de Evolução Diferencial foram:

- Tamanho da população ( $N$ ): 50 indivíduos
- Taxa de perturbação ( $F$ ): 0,8
- Probabilidade de cruzamento ( $Cr$ ): 0,8
- Estratégia para geração de candidatos potenciais:  $DE/rand/1/Bin$ , ou seja, o vetor perturbado foi escolhido aleatoriamente na população ( $rand$ ), um par de vetores foi considerado durante a perturbação ( $I$ ) e o cruzamento usado para a geração de candidato foi do tipo binomial ( $Bin$ )
- Critério de parada: atingir o número de gerações (250)

Maiores detalhes sobre a técnica de otimização empregada podem ser encontrados no trabalho de Silva (2012).

### 3.2 - Planejamento experimental: efeito de $Du$ e de $\ell$

Vale retomar que no estudo de otimização do desempenho de hidrociclones filtrantes pelo uso do algoritmo de Evolução Diferencial aliado à técnica de superfícies de respostas, quatro dimensões do equipamento consistiram nas variáveis de projeto ( $Di/Dc$ ,  $Do/Dc$ ,  $L/Dc$  e  $\theta$ ), enquanto  $Dc$ ,  $Du$  e  $\ell$  foram mantidos constantes.

A partir das dimensões dos três hidrociclones otimizados (HFOT1, HFOT2 e HFOT3) segundo os casos de estudo propostos, elaborou-se um Planejamento Composto Central (PCC), a fim de avaliar a influência de  $Du$  e de  $\ell$  nos referidos separadores.

A Tabela 3.4 mostra a matriz do PCC genérico utilizado nesse estudo, sendo  $x_1$  o diâmetro de *underflow* e  $x_2$  o comprimento do *vortex finder*. O valor extremo do intervalo que garantiu a ortogonalidade do planejamento correspondeu a  $\alpha = 1,46$ . Adicionou-se uma letra minúscula do alfabeto à nomenclatura HFOT (Hidrociclone Filtrante Otimizado), a fim de diferenciar as geometrias advindas do planejamento.

Os valores máximo e mínimo estabelecidos para  $Du$  foram idênticos para os três planejamentos, em virtude das restrições existentes para essa variável geométrica: (1) todos os troncos de cone apresentavam diâmetro menor igual a 5 mm, e como a peça do duto de *underflow* é encaixada no tronco de cone (seção 3.3.2), o maior valor possível para  $Du$  foi 5 mm; (2) a fim de não provocar entupimento no orifício de *underflow* durante a operação do

hidrociclone, o menor valor atribuído para  $Du$  foi 2 mm. Além disso, para garantir uma diferença de tamanho de pelo menos 0,5 mm no diâmetro do orifício de *underflow*, o PCC foi estabelecido com nove réplicas no ponto central. Em consequência desses fatores, os três planejamentos elaborados tiveram os mesmos valores de  $Du$  e de  $\alpha$ .

Tabela 3.4 – PCC genérico para dois fatores e 9 réplicas no centro ( $\alpha = 1,46$ ).

Hidrociclone	$x_1$	$x_2$
<b>HFOTa</b>	-1	-1
<b>HFOTb</b>	+1	-1
<b>HFOTc</b>	-1	+1
<b>HFOTd</b>	+1	+1
<b>HFOTe</b>	$-\alpha$	0
<b>HFOTf</b>	$+\alpha$	0
<b>HFOTg</b>	0	$-\alpha$
<b>HFOTh</b>	0	$+\alpha$
<b>HFOTi (9)</b>	0	0

A faixa experimental para  $\ell$  foi determinada depois de obtido o resultado da otimização e a consequente configuração de cada um dos três hidrociclones otimizados, uma vez que o valor máximo de  $\ell$  foi estabelecido de modo que o *vortex finder* não adentrasse no tronco de cone e, para isso, a altura da parte cilíndrica precisava ser previamente conhecida.

O PCC específico de cada estudo de caso será exposto a seguir.

### 3.2.1 - PCC1 para o hidrociclone do Caso 1 (HFOT1)

A configuração geométrica do hidrociclone HFOT1 obtida via otimização será apresentada no Capítulo 4, mas, para fins explicativos, convém apresentar aqui seu comprimento da seção cilíndrica:  $h = 15,0$  mm. O menor valor de  $\ell$  estabelecido correspondeu a 6% de  $h$  e o maior a 94% de  $h$ , o que mostra uma ampla variação nessa variável. Uma vez que o comprimento do *vortex finder* original do HFOT1 foi igual a 12 mm, optou-se que este valor constasse no planejamento.

A faixa experimental estabelecida para  $Du$  e para  $\ell$  do primeiro PCC considerou as informações anteriores e é mostrada na Tabela 3.5. A Tabela 3.6 apresenta o PCC1, elaborado para o hidrociclone resultante do Caso 1 do estudo de otimização.

Tabela 3.5 – Correspondência entre  $Du$  e  $\ell$  e suas formas codificadas para o PCC1.

	$-\alpha$	$-1$	$0$	$+1$	$+\alpha$
$Du$ (mm)	2,0	2,5	3,5	4,5	5,0
$\ell$ (mm)	0,9	3,0	7,5	12,0	14,1

Tabela 3.6 – PCC1 para o hidrociclone HFOT1.

Hidrociclone	$Du$ (mm)	$\ell$ (mm)
<b>HFOT1a</b>	2,5	3,0
<b>HFOT1b</b>	4,5	3,0
<b>HFOT1c</b>	2,5	12,0
<b>HFOT1d</b>	4,5	12,0
<b>HFOT1e</b>	2,0	7,5
<b>HFOT1f</b>	5,0	7,5
<b>HFOT1g</b>	3,5	0,9
<b>HFOT1h</b>	3,5	14,1
<b>HFOT1i (9)</b>	3,5	7,5

### 3.2.2 - PCC2 para o hidrociclone do Caso 2 (HFOT2)

O comprimento da seção cilíndrica do hidrociclone HFOT2 dado pelo resultado do problema de otimização correspondeu a  $h = 61,0$  mm (Capítulo 4). O valor mínimo e máximo da faixa experimental de  $\ell$  foi igual a 8% e a 82% de  $h$ , nesta ordem, que representam uma faixa de variação extensa. A matriz do PCC2 pode ser vista na Tabela 3.7, e a equivalência entre os valores de  $Du$  e de  $\ell$  na escala original e na codificada na Tabela 3.8.

Tabela 3.7 – PCC2 para o hidrociclone HFOT2.

Hidrociclone	$Du$ (mm)	$\ell$ (mm)
<b>HFOT2a</b>	2,5	12,0
<b>HFOT2b</b>	4,5	12,0
<b>HFOT2c</b>	2,5	42,8
<b>HFOT2d</b>	4,5	42,8
<b>HFOT2e</b>	2,0	27,4
<b>HFOT2f</b>	5,0	27,4
<b>HFOT2g</b>	3,5	5,0
<b>HFOT2h</b>	3,5	50,0
<b>HFOT2i (9)</b>	3,5	27,4

Tabela 3.8 – Correspondência entre  $Du$  e  $\ell$  e suas formas codificadas para o PCC2.

	<b>-<math>\alpha</math></b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>+1</b>	<b>+<math>\alpha</math></b>
<b><math>Du</math> (mm)</b>	2,0	2,5	3,5	4,5	5,0
<b><math>\ell</math> (mm)</b>	5,0	12,0	27,4	42,8	50,0

### 3.2.3 - PCC3 para o hidrociclone do Caso 3 (HFOT3)

No Capítulo 4 apresenta-se a configuração geométrica do HFOT3, cuja altura da parte cilíndrica foi igual a 157,0 mm. Na elaboração do terceiro PCC (Tabela 3.9), o menor valor de  $\ell$  foi igual a 7,6% de  $h$ , enquanto o maior correspondeu a 85% de  $h$ , o que mostra um intervalo grande de variação para essa variável geométrica. A Tabela 3.10 mostra a faixa experimental estabelecida para  $Du$  e para  $\ell$  no terceiro planejamento.

Tabela 3.9 – PCC3 para o hidrociclone HFOT3.

<b>Hidrociclone</b>	<b><math>Du</math> (mm)</b>	<b><math>\ell</math> (mm)</b>
<b>HFOT3a</b>	2,5	31,2
<b>HFOT3b</b>	4,5	31,2
<b>HFOT3c</b>	2,5	114,8
<b>HFOT3d</b>	4,5	114,8
<b>HFOT3e</b>	2,0	73,0
<b>HFOT3f</b>	5,0	73,0
<b>HFOT3g</b>	3,5	12,0
<b>HFOT3h</b>	3,5	134,0
<b>HFOT3i (9)</b>	3,5	73,0

Tabela 3.10 – Correspondência entre  $Du$  e  $\ell$  e suas formas codificadas para o PCC3.

	<b>-<math>\alpha</math></b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>+1</b>	<b>+<math>\alpha</math></b>
<b><math>Du</math> (mm)</b>	2,0	2,5	3,5	4,5	5,0
<b><math>\ell</math> (mm)</b>	12,0	31,2	73,0	114,8	134,0

## 3.3 - Materiais e metodologia experimental

Os materiais utilizados e a metodologia experimental empregada neste trabalho tiveram como base os trabalhos anteriores desenvolvidos na FEQUI/UFU com hidrociclones filtrantes, cuja menção já fora feita na seção 2.3.

### 3.3.1 - Material particulado

O material particulado utilizado neste trabalho foi o concentrado de rocha fosfática, concedido pela empresa Copebrás, unidade de Catalão (GO). Esse tipo de material tem, historicamente, feito parte dos estudos com hidrociclones desenvolvidos pela FEQUI/UFU desde o trabalho de Arruda (2003). Sua obtenção é de fácil acesso, pois o município de Uberlândia está localizado próximo a unidades produtoras de fertilizantes fosfatados e porque consiste em um material de interesse para a região.

Um breve resumo do processo produtivo da Copebrás será a seguir relatado, a fim de se construir um vislumbre sobre a fabricação de fertilizantes e o processamento da rocha fosfática. O minério é extraído da mina de fosfato em Ouvidor (GO) por métodos tradicionais de mineração a céu aberto e, então, transportado por caminhão até a usina de beneficiamento. Nesta usina, o minério é processado pelas técnicas de britagem, moagem e flotação, a fim de produzir concentrado de  $P_2O_5$  (pentóxido de difósforo) com teor de, aproximadamente, 37%. Transporta-se por mineroduto o concentrado de  $P_2O_5$  para a planta química em Catalão (GO). Lá, aproximadamente 50% do concentrado úmido fornecido pela usina de beneficiamento é transformado em produtos intermediários e finais (fertilizantes fosfatados de alta e baixa concentração, 40% e 20% de pentóxido de difósforo, e DCP – *Di-calcium phosphate* – fosfato bicálcico para alimentação animal). O concentrado úmido restante é seco, depois transportado por via férrea para a unidade de Cubatão (SP), onde é transformado em produtos finais (fertilizantes, DCP e ácidos para uso industrial: fosfórico, sulfúrico e fluossilícico). Considerando os níveis atuais de produção, a mina tem reservas que permitem 40 anos de atividade (COPEBRÁS).

Uma das matérias-primas básicas da indústria de fertilizantes fosfatados consiste, então, na rocha fosfática, cuja aplicação direta como fertilizante está sendo estudada em instituições de diversos países. A rocha fosfática é rica em minerais do grupo da apatita e, após o beneficiamento, recebe a denominação de concentrado fosfático. No Brasil, as rochas fosfáticas apresentam teores de  $P_2O_5$  que oscilam entre 5% (Jacupiranga, SP) e 22% (Paulista, PE). Após o beneficiamento, o concentrado fosfático atinge teores de  $P_2O_5$  que variam entre 32% e 38% (LUZ; LINS, 2008). Popularmente, usa-se a nomenclatura rocha fosfática significando concentrado de rocha fosfática.

A Tabela 3.11 mostra a composição química do material particulado utilizado nos experimentos. O concentrado de rocha fosfática recebido foi homogeneizado, mediante a técnica de quarteamento e, depois, determinou-se a sua densidade ( $3,237 \pm 0,006 \text{ g/cm}^3$ ), por

picnometria a gás hélio, e distribuição granulométrica (Figura 3.2), por difração a raios *laser* num equipamento analisador de tamanho de partículas (*Mastersizer* da Malvern).

Tabela 3.11 – Composição química do material particulado (COPEBRÁS, 2013).

Espécie	Composição química (%)
CaO	47,65
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	37,40
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2,42
SiO <sub>2</sub>	2,13
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,55
BaO	0,53
MgO	0,24

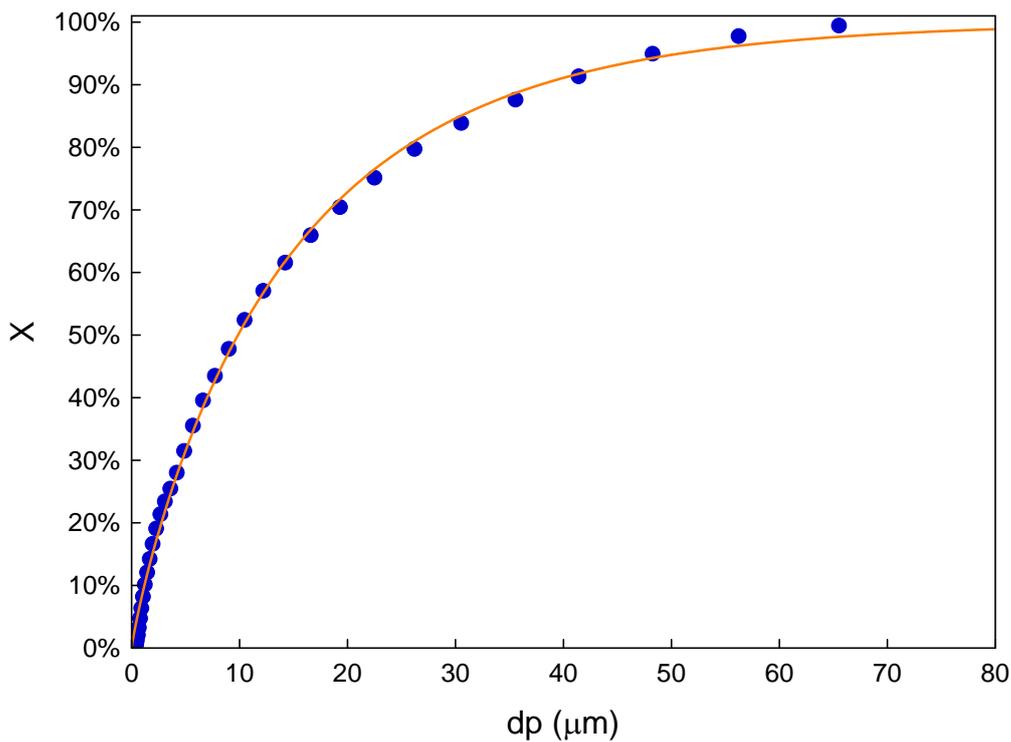


Figura 3.2 – Distribuição granulométrica típica do material particulado.

O modelo Rosin-Rammler-Bennet (RRB), mostrado na Equação 3.11, foi o que melhor se ajustou aos dados de distribuição granulométrica obtidos. Os parâmetros estimados do modelo foram  $d_{63,2} = 14,85 \mu\text{m}$  e  $n = 0,89$ , para o qual  $r^2 = 0,997$ . Esse material particulado foi, propositalmente, selecionado como fino, a fim de permitir uma diferenciação e melhor comparação das eficiências totais dos hidrociclones testados.

$$X = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{dp}{d_{63,2}} \right)^n \right] \quad (3.11)$$

### 3.3.2 - Hidrociclones

A técnica de otimização empregada forneceu a configuração geométrica de três hidrociclones filtrantes avaliados experimentalmente neste trabalho (HFOT1, HFOT2 e HFOT3), cujas dimensões são apresentadas no Capítulo 4. Originalmente, esses separadores têm  $Du = 5,0$  mm e  $\ell = 12,0$  mm, mas a partir dos Planejamentos Compostos Centrais (PCCs) que propuseram a variação de  $Du$  e de  $\ell$  (seção 3.2), 27 novas configurações de hidrociclones filtrantes foram testadas. Todas possuíam  $Dc$  igual a 30,0 mm.

Os hidrociclones filtrantes contavam com um sistema de montagem modular, conforme mostra a Figura 3.3. Algumas peças se conectavam por um sistema de rosca (dutos de alimentação, de *overflow* e de *underflow*), a parte cilíndrica era encaixada à cônica por uma trava mecânica e silicone foi aplicado nos encaixes do tronco de cone para evitar vazamentos. Esse sistema de montagem permitiu a realização de um estudo econômico, pois a parte cilíndrica, os troncos de cone porosos e os dutos de alimentação utilizados foram os mesmos de Vieira (2006).

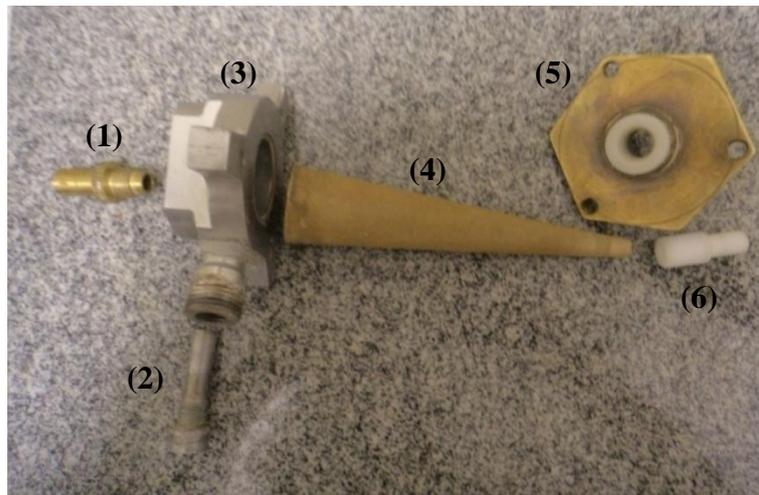


Figura 3.3 – Estrutura modular de montagem dos hidrociclones filtrantes. (1) duto de *overflow*, (2) duto de alimentação, (3) parte cilíndrica, (4) tronco de cone, (5) peça de encaixe do duto de *underflow*, (6) duto de *underflow*.

Todas as peças utilizadas eram de latão, salvo: os dutos de *underflow*, feitos de Teflon; os troncos de trone, constituídos de partículas de bronze sinterizadas; uma parte cilíndrica e dois dutos de alimentação, fabricados com alumínio.

A parede dos troncos de cone porosos tinha espessura de 2,5 mm, diâmetro maior igual a 30,0 mm e diâmetro menor correspondente a 5,0 mm. A permeabilidade média e a porosidade média do meio filtrante foram  $k = 9,97 \times 10^{-14} \text{ m}^2$  e  $\varepsilon = 12,68\%$ , respectivamente, valores determinados segundo o procedimento descrito no Apêndice A.

As peças confeccionadas para este trabalho, a fim de realizar os PCCs, dutos de *underflow* e de *overflow*, são mostradas nas Figuras 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7. Na execução dos experimentos, acoplaram-se mangueiras aos dutos de *overflow* e de *underflow* para direcionar o escoamento e permitir a determinação das vazões dessas correntes.

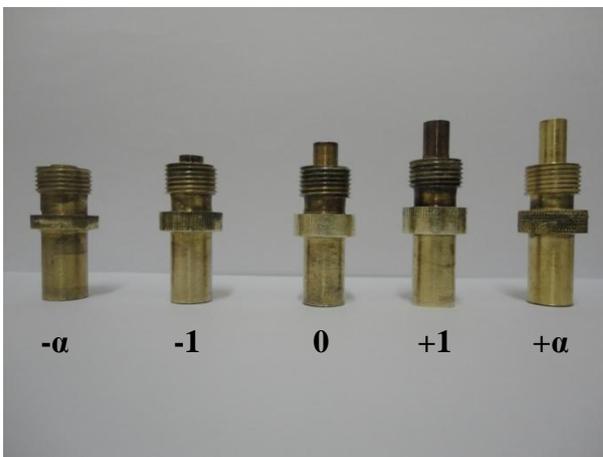


Figura 3.4 – Dutos de *overflow* do PCC1.



Figura 3.5 – Dutos de *overflow* do PCC2.



Figura 3.6 – Dutos de *overflow* do PCC3.

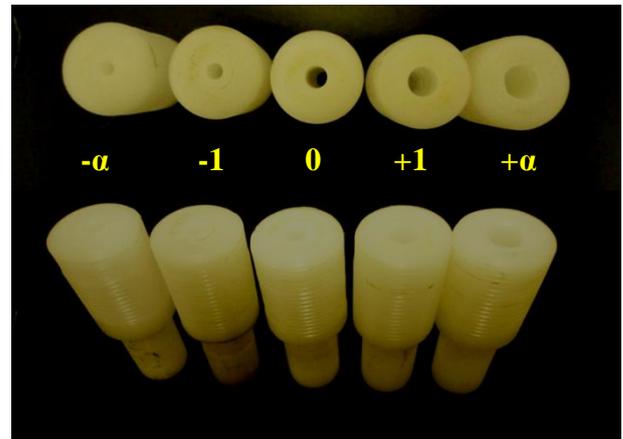


Figura 3.7 – Dutos de *underflow*.

### 3.3.3 - Unidade experimental

Os experimentos foram realizados na unidade experimental pertencente ao Laboratório de Sistemas Particulados (LSP) da FEQUI/UFU, também utilizada em trabalhos anteriores (SOUZA, 1999; VIEIRA, 2001; ARRUDA *et al.*, 2002; ARRUDA, 2003; VIEIRA,

2006; ALMEIDA, 2008; FAÇANHA, 2012; SILVA, 2012). A Figura 3.8 mostra a unidade utilizada.

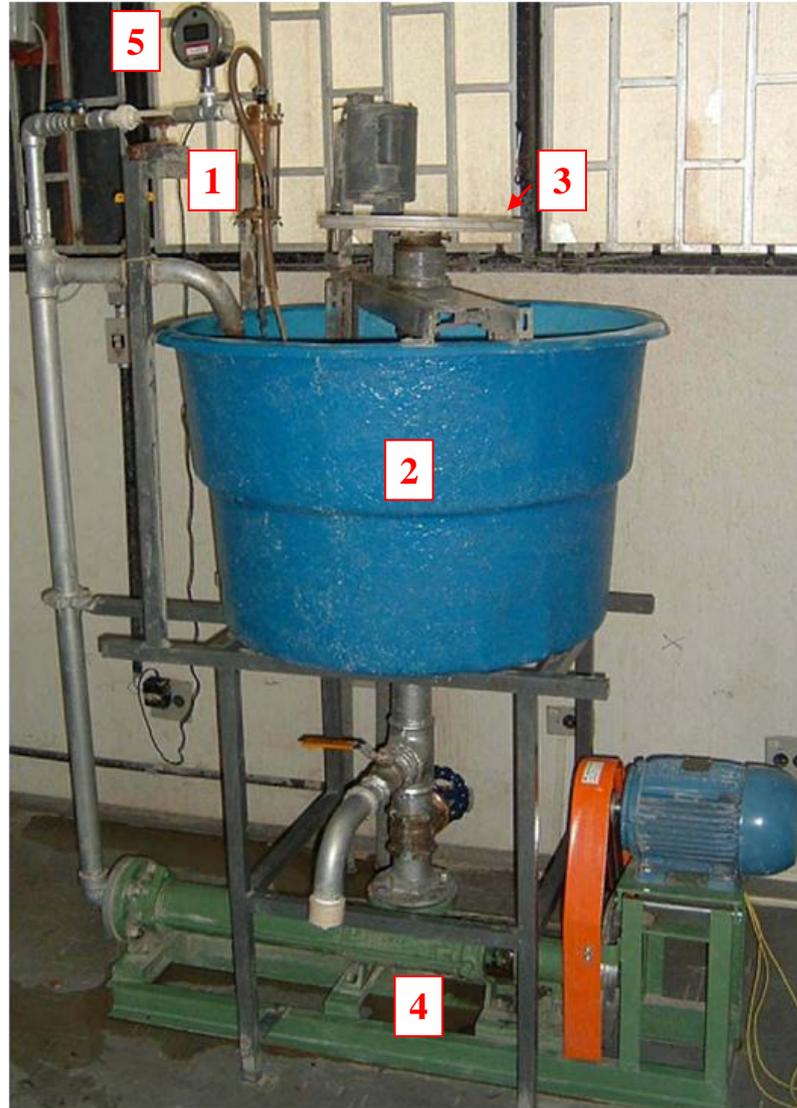


Figura 3.8 – Unidade experimental (adaptada de Vieira, 2006). (1) hidrociclone; (2) tanque; (3) agitador mecânico; (4) bomba helicoidal; (5) manômetro.

A unidade era constituída por: um tanque de 250 L, onde se armazenava a suspensão; um sistema de homogeneização, composto por um agitador mecânico acoplado a um motor de 0,5 cv e um par de chicanas feitas com placas perfuradas de aço; uma bomba helicoidal resistente à abrasão com potência de 5 cv para fornecer energia à suspensão; um manômetro de Bourdon digital que permite a leitura da queda de pressão entre o ponto de medição e o meio externo; válvulas globo e gaveta para a regulação da vazão.

Quando a unidade estava em funcionamento, a suspensão de concentrado de rocha fosfática em água armazenada no tanque era submetida à agitação constante. Parcela da

suspensão homogeneizada passava pela bomba helicoidal, responsável por fornecer energia à corrente que escoava pela tubulação. Esta se subdividia em duas partes: no tubo inferior (*bypass*) e no tubo superior (alimentação do hidrociclone). O ajuste da vazão de cada uma destas correntes era feito por válvulas manuais (globo e gaveta). As correntes de saída do hidrociclone (*underflow*, *overflow* e filtrado) eram descarregadas de volta ao tanque.

### 3.3.4 - Procedimento experimental

Na avaliação do desempenho de cada geometria de hidrociclone filtrante, realizava-se o procedimento descrito a seguir.

Com o auxílio de um paquímetro, as peças constituintes do hidrociclone filtrante com a configuração geométrica de interesse eram medidas. O hidrociclone era montado e acoplado na unidade experimental, em cujo tanque de armazenamento colocou-se uma suspensão aquosa de concentrado de rocha fosfática, com concentração volumétrica de 1%. De início, ligava-se o agitador mecânico, a fim de homogeneizar a mistura. Em seguida, ligava-se a bomba helicoidal, permitindo que a suspensão percorresse pela tubulação da unidade experimental.

Estabeleceu-se neste estudo uma queda de pressão de operação fixa para todos os hidrociclones e correspondente à 1,47 bar. O valor dessa queda de pressão era estabelecido mediante a regulagem da abertura e fechamento da válvula presente na linha da corrente de *bypass*, e pela observação simultânea do valor de queda de pressão indicado pelo manômetro. A temperatura da suspensão era medida com um termômetro ( $\pm 1$  °C).

Em condições estáveis de queda de pressão observadas no manômetro, medidas de vazão das correntes de *underflow*, *overflow*, filtrado e das três conjuntamente (ou seja, corrente de alimentação) eram obtidas por gravimetria pelo uso de uma balança semi-analítica com precisão de  $\pm 0,01$  g e de um cronômetro digital com precisão de 1/100 s. Fazia-se a conferência do balanço de massa em uma planilha do Excel, averiguando se a soma da vazão individual das correntes de *underflow* e *overflow* era igual ao valor da vazão obtida pela coleta simultânea das duas correntes. Esse procedimento foi válido, principalmente para os hidrociclones de alta vazão, notadamente do PCC3, pois a dificuldade de coleta da vazão de alimentação e o erro experimental são superiores.

Cinco amostras das correntes de *underflow* e de alimentação eram coletadas em béqueres para a determinação da concentração mássica de sólidos, mediante técnica

gravimétrica: pesavam-se os béqueres antes e depois de colocá-los na estufa, à 105 °C, por 24 horas. A massa seca resultante era retornada ao tanque.

Outras cinco amostras das correntes de *underflow* e de alimentação eram coletadas em béqueres para determinar a distribuição granulométrica dessas correntes mediante análise no equipamento *Malvern Mastersizer*, que utiliza a técnica de difração a raios *laser*. Cada amostra era diluída em 500 mL de água destilada, à qual se adicionava 20 mL de Calgon (hexametáfosfato de sódio puríssimo), que proporcionava uma concentração de 1 g/L de suspensão, aproximadamente. Essa substância é um dispersante cuja função era manter as partículas afastadas, evitando a formação de conglomerados. Durante a análise no *Mastersizer*, utilizou-se o banho ultrasônico por 30 s para romper possíveis conglomerados de partículas. Após a análise, a amostra era descartada.

### 3.3.5 - Cálculo das grandezas associadas aos hidrociclones

As grandezas determinadas e calculadas neste estudo foram as seguintes:

- Concentrações mássicas e volumétricas das correntes;
- Densidades das correntes;
- Vazões mássicas e volumétricas das correntes;
- Razão de líquido;
- Eficiência total e reduzida;
- Número de Euler;
- Número de Reynolds;
- Distribuição granulométrica da alimentação e do *underflow* e parâmetros do modelo RRB para cada uma dessas correntes;
- Diâmetro de corte e diâmetro de corte reduzido.

A partir das concentrações mássicas das correntes obtidas por gravimetria e das densidades da água ( $\rho$ ) e do material particulado ( $\rho_s$ ), calcularam-se as concentrações volumétricas das correntes de alimentação e de *underflow* pelas Equações 3.12 e 3.13, respectivamente.

$$c_v = \frac{1}{\frac{\rho_s}{\rho} \left( \frac{1}{c_w} - 1 \right) + 1} \quad (3.12)$$

$$c_{vu} = \frac{1}{\frac{\rho_s}{\rho} \left( \frac{1}{c_{wu}} - 1 \right) + 1} \quad (3.13)$$

As densidades da alimentação e do *underflow* foram calculadas pelas Equações 3.14 e 3.15, nesta ordem, e as vazões volumétricas dessas correntes pelas Equações 3.16 e 3.17.

$$\rho_a = \frac{\rho}{1 - c_w \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} \quad (3.14)$$

$$\rho_u = \frac{\rho}{1 - c_{wu} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} \quad (3.15)$$

$$Q = \frac{W}{\rho_a} \quad (3.16)$$

$$Q_u = \frac{W_u}{\rho_u} \quad (3.17)$$

A razão de líquido, as eficiências total e reduzida e o número de Euler foram determinados pelas Equações 2.1, 2.2, 2.3 e 2.8, respectivamente. A velocidade da Equação 2.8 (definição do número de Euler) foi calculada a partir da Equação 3.18, e o número de Reynolds pela Equação 3.19.

$$v_c = \frac{Q}{\pi \frac{Dc^2}{2}} \quad (3.18)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho D c v_c}{\mu} \quad (3.19)$$

Como o diâmetro de corte corresponde ao tamanho da partícula separada com eficiência granulométrica de 50%, foi necessário utilizar a Equação 2.4 para calcular o  $d_{50}$  do hidrociclone. Nesta equação, deve-se determinar os valores de  $dX_u / d(dp)$  e de  $dX_a / d(dp)$ . Para isto, o modelo RRB (Equação 3.11) foi ajustado à distribuição de tamanho de partículas das correntes de alimentação e de *underflow*, e determinaram-se os parâmetros  $d_{63,2-a}$ ,  $n_a$ ,

$d_{63,2_u}$ ,  $n_u$  por ajuste não-linear no *software* STATISTICA 7.1. As Equações 3.20 e 3.21 mostram o resultado obtido por essa metodologia.

$$\frac{dX_u}{d(dp)} = \frac{n_u \left( \frac{dp}{d_{63,2_u}} \right)^{n_u} \exp \left[ - \left( \frac{dp}{d_{63,2_u}} \right)^{n_u} \right]}{dp} \quad (3.20)$$

$$\frac{dX_a}{d(dp)} = \frac{n_a \left( \frac{dp}{d_{63,2_a}} \right)^{n_a} \exp \left[ - \left( \frac{dp}{d_{63,2_a}} \right)^{n_a} \right]}{dp} \quad (3.21)$$

A eficiência granulométrica, então, é dada pela substituição das Equações 3.20 e 3.21 na Equação 2.4, o que resulta na Equação 3.22.

$$\eta_G = \eta \frac{n_u \left( \frac{dp}{d_{63,2_u}} \right)^{n_u} \exp \left[ - \left( \frac{dp}{d_{63,2_u}} \right)^{n_u} \right]}{n_a \left( \frac{dp}{d_{63,2_a}} \right)^{n_a} \exp \left[ - \left( \frac{dp}{d_{63,2_a}} \right)^{n_a} \right]} \quad (3.22)$$

Ao substituir nesta última equação  $dp$  por  $d_{50}$ ,  $\eta_G$  assume o valor de 0,5. A expressão utilizada para o cálculo do diâmetro de corte, então, consistiu na Equação 3.23, que é não-linear e foi resolvida numericamente. O diâmetro de corte reduzido foi calculado de maneira análoga ao diâmetro de corte, porém, em vez de se usar a Equação 2.4, utilizou-se a Equação 2.5 para determinar a eficiência granulométrica reduzida.

$$\eta \frac{n_u \left( \frac{d_{50}}{d_{63,2_u}} \right)^{n_u} \exp \left[ - \left( \frac{d_{50}}{d_{63,2_u}} \right)^{n_u} \right]}{n_a \left( \frac{d_{50}}{d_{63,2_a}} \right)^{n_a} \exp \left[ - \left( \frac{d_{50}}{d_{63,2_a}} \right)^{n_a} \right]} - 0,5 = 0 \quad (3.23)$$

# CAPÍTULO 4

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, primeiramente apresentam-se os resultados experimentais obtidos para os hidrociclones filtrantes otimizados (HFOTs) segundo os três estudos de caso, detalhados no Capítulo 3. O desempenho dos HFOTs é comparado à literatura (VIEIRA, 2006), com o propósito de verificar os resultados das otimizações. Adicionalmente, os hidrociclones filtrantes otimizados são analisados de forma comparativa aos hidrociclones convencionais otimizados por Silva (2012).

Posteriormente, faz-se uma análise da influência do diâmetro do orifício de *underflow* ( $D_u$ ) e do comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ) no desempenho dos HFOTs, a partir dos dados provenientes dos Planejamentos Compostos Centrais. As informações do efeito de  $D_u$  e de  $\ell$  foram comparadas aos resultados de Almeida (2008).

Os trabalhos da literatura utilizados a título de comparação foram brevemente relatados nos Capítulos 2 e 3.

Toda a análise estatística deste trabalho foi feita pelo uso do *software* STATISTICA 7.1, os gráficos foram gerados no OriginPro 8 e as superfícies de resposta no Grapher 8.

### 4.1 - Estudos de caso de otimização

#### 4.1.1 - Caso 1: maximização da eficiência total para $Eu < 6500$

A geometria do hidrociclone obtido pelo Caso 1 de otimização (HFOT1) é mostrada na Tabela 4.1, bem como os valores de eficiência total e de número de Euler previstos pelas equações empíricas (Equações 3.7 e 3.8). Esse hidrociclone apresenta eficiência total máxima para um número de Euler inferior a 6500, e suas dimensões, em milímetros, são:  $D_c = 30,0$ ;  $D_i = 3,9$ ;  $D_o = 5,7$ ;  $\ell = 12,0$ ;  $L = 174,0$ ;  $h = 15,0$ ;  $H = 159,0$  e  $\theta = 9,0^\circ$ . A Figura 4.1 mostra o hidrociclone HFOT1 utilizado nos experimentos.

O Quadro 2.1 e a análise das equações de regressão na seção 3.1.4 indicaram que ao aumentar o diâmetro de *overflow* e o ângulo do tronco de cone ocorre uma redução na eficiência total do hidrociclone. Isso explica o menor nível da faixa experimental de Vieira

(2006) obtido para as variáveis  $X_2$  e  $X_4$ , conforme aponta a Tabela 4.1, já que o objetivo da otimização foi maximizar a eficiência.

Tabela 4.1– Resultado da otimização para o Caso 1.

Variável		Valor da variável	
Forma codificada	Forma original	Forma codificada	Forma original
$X_1$	$Di/Dc$	-1,66	0,13
$X_2$	$Do/Dc$	-1,66	0,19
$X_3$	$L/Dc$	0,00	5,80
$X_4$	$\theta$	-1,66	9,0°
		$\eta$ (%)	86,19
		$Eu$	6032



Figura 4.1 – Hidrociclone HFOT1.

Adicionalmente, tendo por base o Quadro 2.1 e a Equação 3.8,  $Do$  afeta  $Eu$  de maneira inversamente proporcional e, por estar no limite inferior da faixa experimental, levou a um aumento do número de Euler do HFOT1, que é um fator indesejável (maior gasto energético), porém de segunda importância, visto que o objetivo primário desse estudo de caso foi majorar a eficiência total. O menor valor possível em que se encontra o diâmetro da alimentação também contribuiu para a elevação do número de Euler.

De acordo com os dados experimentais de Vieira (2006) para hidrociclones filtrantes operando à 1,47 bar (Anexo II), o HF11 foi o que apresentou maior eficiência total. Por isso,

selecionou-se esse hidrociclone como referência comparativa para o HFOT1, a fim de verificar, experimentalmente, o resultado da técnica de otimização utilizada.

A Tabela 4.2 mostra os resultados experimentais obtidos para o HFOT1 e os dados de Vieira (2006) para o HF11. Vale ressaltar que o material particulado utilizado neste trabalho foi o mesmo de Vieira (2006), concentrado de rocha fosfática, porém com distribuição granulométrica um pouco diferente (valores do autor:  $d_{63,2} = 12,88 \mu\text{m}$  e  $n = 0,81$ ; valores deste trabalho:  $d_{63,2} = 14,85 \mu\text{m}$  e  $n = 0,89$ ).

Tabela 4.2 – Resultados experimentais para HFOT1 e HF11 à 1,47 bar.

<b>Respostas</b>	<b>HFOT1</b>	<b>HF11</b>	<b>Comparação HF11 em relação ao HFOT1</b>
$\eta$ (%)	89,11	80,64	-9,5%
$Eu$	6202	1344	-78,3%
$Q$ (cm <sup>3</sup> /s)	154	331	+114,9%
$R_L$ (%)	46,40	36,57	-21,2%

Verificou-se que a eficiência total do HF11 foi 9,5% menor que a fornecida pelo HFOT1 ( $\eta = 89,11\%$ ), a um custo energético, representado pelo número de Euler, 78,3% inferior. Este é mais um indicativo do fato de que para se maximizar a eficiência é necessário consumir mais energia, e justifica o alto número de Euler do HFOT1 ( $Eu = 6202$ ).

O desempenho desses hidrociclones foi comparado na condição de mesma queda de pressão, o que implica em vazões de alimentação diferentes. Se operando com uma intensidade de campo centrífugo superior, tendo em vista a maior vazão de alimentação ( $Q = 331 \text{ cm}^3/\text{s}$ ), o HF11 apresentou eficiência menor em relação ao HFOT1, caso esses hidrociclones fossem colocados a uma mesma intensidade de campo de centrífugo (mesma vazão de alimentação), a eficiência do HF11 em relação ao HFOT1 seria ainda menor. Uma observação experimental interessante foi que para ambos operando à  $154 \text{ cm}^3/\text{s}$ , a queda de pressão do HF11 correspondeu a 0,09 bar e sua eficiência total foi igual a 77,42%. O HFOT1 operando nessa vazão de alimentação ( $Q = 154 \text{ cm}^3/\text{s}$ ) teve uma eficiência 15% superior ( $\eta = 89,11\%$ ).

Ao comparar os valores de eficiência total e de número de Euler do HFOT1 previstos pelas equações empíricas com os obtidos experimentalmente, observou-se um desvio, em módulo, de 3,3% para  $\eta$  e de 2,7% para  $Eu$ , o que mostrou a boa predição das equações (Equações 3.7 e 3.8).

#### 4.1.2 - Caso 2: minimização da razão de líquido para $d_{50} < 7 \mu\text{m}$

Na Tabela 4.3 encontram-se a configuração geométrica e os valores de razão de líquido e do diâmetro de corte previstos pelas Equações 3.9 e 3.10 para o hidrociclone do segundo caso de otimização (HFOT2), que fornece razão de líquido mínima a um diâmetro de corte inferior a  $7 \mu\text{m}$ . O resultado da otimização (HFOT2) foi a seguinte geometria (dimensões em milímetros):  $D_c = 30,0$ ;  $D_i = 6,3$ ;  $D_o = 8,1$ ;  $\ell = 12,0$ ;  $L = 142,0$ ;  $h = 61,0$ ;  $H = 80,0$  e  $\theta = 17,8^\circ$ . A Figura 4.2 mostra o hidrociclone HFOT2 utilizado nos experimentos.

Tabela 4.3 – Resultado da otimização para o Caso 2.

Variável		Valor da variável	
Forma codificada	Forma original	Forma codificada	Forma original
$X_1$	$D_i/D_c$	0	0,21
$X_2$	$D_o/D_c$	0	0,27
$X_3$	$L/D_c$	-1	4,70
$X_4$	$\theta$	1	17,8°
		$R_L$ (%)	13,60
		$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	6,80



Figura 4.2 – Hidrociclone HFOT2.

A Equação 3.9 e o Quadro 2.1 apontaram que o comprimento do hidrociclone e a razão de líquido estão relacionados de maneira diretamente proporcional. Isso pode ser associado ao baixo valor que  $X_3$  assumiu, de forma a alcançar o objetivo da otimização, minimizar  $R_L$ . O aumento de  $D_o$  e de  $\theta$  diminuem a razão de líquido, porém aumentam o

diâmetro de corte (Equação 3.10). Talvez por isso  $X_2$  e  $X_4$  não receberam o maior valor da faixa experimental: há uma restrição no problema a ser atendida.

Hidrociclones filtrantes de Vieira (2006) com os menores valores de razão de líquido (HF6, HF14 e HF20, conforme Anexo II) foram selecionados para comparação de desempenho com o HFOT2. A Tabela 4.4 mostra os dados experimentais para o HFOT2 e os dados de Vieira (2006) para o HF6, HF14 e HF20 que, respectivamente, estão em ordem crescente de  $R_L$ . Na seção 4.1.1 foi informada a diferença na distribuição granulométrica do material particulado utilizado neste trabalho para o de Vieira (2006).

Tabela 4.4 – Resultados experimentais para o HFOT2 e para os hidrociclones filtrantes de Vieira (2006) com menores razões de líquido à 1,47 bar.

Respostas	HFOT2	HF6	HF14	HF20	Comparação em relação ao HFOT2		
					HF6	HF14	HF20
$R_L$ (%)	17,12	10,44	10,50	16,10	-39,0%	-38,7%	-5,9%
$\eta$ (%)	76,13	48,02	56,17	70,41	-36,9%	-26,2%	-7,5%
$Eu$	1838	3010	1102	1521	63,8%	-40,0%	-17,2%
$Q$ (cm <sup>3</sup> /s)	283	221	366	311	-21,9%	29,3%	9,9%

O hidrociclone HFOT2 teve razão de líquido igual a 17,12% (Tabela 4.4). A equação empírica (Equação 3.9) levou a um desvio, em módulo, de 20,6% desse valor. A razão de líquido fornecida pelo HFOT2 não foi mais baixa que o valor mínimo observado por Vieira (2006), isto é,  $R_L = 10,44\%$  para o HF6. Isso foi verdade tanto para o resultado experimental do HFOT2 ( $R_L = 17,12\%$ ) quanto para o valor predito pela equação empírica ( $R_L = 13,60\%$ ) e pode ser explicado pela restrição imposta ao problema de otimização, a qual HFOT2 atendeu, enquanto HF6 não.

Além do HF6, utilizaram-se outros hidrociclones (HF14 e HF20) para serem comparados ao HFOT2, a fim de verificar o resultado da otimização de maneira experimental. Os três hidrociclones apresentaram razão de líquido inferior a do HFOT2, assim como eficiência total, o que justifica o resultado obtido para esse hidrociclone otimizado, que apresenta uma razão de líquido baixa e uma eficiência relativamente alta, já que o material particulado submetido à separação era muito fino.

Ao modificar a restrição do problema que visa minimizar  $R_L$ , as configurações geométricas resultantes forneceram razões de líquido comparáveis às dos hidrociclones HF6, HF14 e HF20, porém, certamente, com eficiência total inferior à do HFOT2. A Tabela 4.5

exibe essa situação. Os resultados encontrados são interessantes, e mostram que há a possibilidade de se obter um hidrociclone filtrante com razão de líquido ainda menor que a do HFOT2. Por exemplo, se a restrição do problema de otimização fosse alterada para  $d_{50} < 9,0$   $\mu\text{m}$ , o valor predito indica uma razão de líquido igual a 8,64% para a nova geometria otimizada, valor este 36,5% inferior ao predito de  $R_L$  para o HFOT2 ( $R_L = 13,60\%$ ). Isso mostra a potencialidade que existe na obtenção de uma corrente de *underflow* mais concentrada em sólidos (espessamento), por mais que se tenha uma baixa eficiência total.

Tabela 4.5 – Previsão do desempenho de hidrociclones filtrantes pelas equações de regressão dos dados de Vieira (2006) à 1,47 bar com diferentes restrições para o Caso 2 de otimização.

Respostas	Hidrociclone de $d_{50} < 7,5$ $\mu\text{m}$	Hidrociclone de $d_{50} < 8,0$ $\mu\text{m}$	Hidrociclone de $d_{50} < 8,5$ $\mu\text{m}$	Hidrociclone de $d_{50} < 9,0$ $\mu\text{m}$
$R_L$ (%)	12,35	10,38	10,12	8,64
$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	7,47	8,00	8,06	8,92
$\eta$ (%)	57,62	55,87	54,55	54,29
$Eu$	987	1221	1824	1473

#### 4.1.3 - Caso 3: minimização do número de Euler para $d_{50} < 7$ $\mu\text{m}$

O hidrociclone resultante do terceiro estudo de caso de otimização (HFOT3), tem a geometria mostrada na Tabela 4.6, onde também constam o número de Euler e o diâmetro de corte previstos pelas equações empíricas (Equações 3.8 e 3.10). Esse hidrociclone apresenta gasto energético mínimo (o menor número de Euler possível) para um diâmetro de corte inferior a 7  $\mu\text{m}$ , e suas dimensões, em milímetros, são:  $D_c = 30,0$ ;  $D_i = 7,8$ ;  $D_o = 9,6$ ;  $\ell = 12,0$ ;  $L = 228,0$ ;  $h = 157,0$ ;  $H = 71,0$  e  $\theta = 9,0^\circ$ . A Figura 4.3 mostra o hidrociclone HFOT3 utilizado nos experimentos.

Tabela 4.6 – Resultado da otimização para o Caso 3.

Variável		Valor da variável	
Forma codificada	Forma original	Forma codificada	Forma original
$X_1$	$D_i/D_c$	1,00	0,26
$X_2$	$D_o/D_c$	1,00	0,32
$X_3$	$L/D_c$	1,66	7,60
$X_4$	$\theta$	1,66	20,0°
$Eu$ 636			
$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ ) 6,44			



Figura 4.3 – Hidrociclone HFOT3.

Na Tabela 4.6 pode ser visto que o comprimento do hidrociclone ( $X_3$ ) assumiu o maior valor da faixa experimental de Vieira (2006). Pela análise das Equações 3.8 e 3.10 sabe-se que o aumento de  $L$  diminui tanto o número de Euler quanto o diâmetro de corte. Logo, a maximização de  $X_3$  caminhou a favor da restrição do problema.

A variável  $X_4$  também atingiu o maior valor possível, e isso implicou na altura do tronco de cone ter sido a menor dentre as utilizadas por Vieira (2006), já que existe uma relação entre essas variáveis ( $H$  e  $\theta$ ), dada pela Equação 3.3. Porque o comprimento do hidrociclone ( $X_3 = L/Dc$ ) foi o maior possível e a altura da parte cônica a menor, a altura da parte cilíndrica assumiu o valor mais elevado. Esse resultado está de acordo com o esperado, uma vez que a parte cilíndrica do hidrociclone está associada à capacidade de processamento.

É válido destacar que os três casos de estudo de otimização foram definidos de tal forma que o comprimento do hidrociclone ( $L$ ) e o ângulo do tronco de cone ( $\theta$ ) só puderam assumir os valores discretos do PCC de Vieira (2006), conforme a Tabela 3.1. Devido à relação com o ângulo  $\theta$  (Equação 3.3), a altura do tronco de cone ( $H$ ) também só poderia admitir os valores da Tabela 3.1. No entanto, a parte cilíndrica ( $h$ ) não teve restrição de valor nos problemas de otimização:  $h$  poderia ser qualquer número, desde que  $H$  e  $\theta$  fossem um dos cinco valores de Vieira (2006). Para os Casos 1 e 2, a parte cilíndrica dos hidrociclones resultantes (HFOT1 e HFOT2) assumiu uma altura utilizada por Vieira (2006). Para o HFOT3 isso não ocorreu:  $h$  foi 157,0 mm, comprimento que não consta no planejamento experimental do referido autor.

A Tabela 4.7 expõe os resultados experimentais obtidos para o HFOT3 e os dados de Vieira (2006) para o HF15 (Anexo II), hidrociclone filtrante, dentre os 25 estudados pelo autor, que apresentou o menor número de Euler. Esse equipamento foi selecionado para comparar ao HFOT3, com o propósito de verificar os resultados da metodologia de otimização empregada. A diferença na distribuição granulométrica entre o material particulado utilizado no trabalho de Vieira (2006) e este foi esclarecida na seção 4.1.1.

Tabela 4.7 – Resultados experimentais para HFOT3 e HF15 à 1,47 bar.

Respostas	HFOT3	HF15	Comparação HF15 em relação ao HFOT3
$Eu$	753	911	21,0%
$Q$ (cm <sup>3</sup> /s)	442	402	-9,0%
$\eta$ (%)	66,69	68,80	3,2%
$R_L$ (%)	10,54	22,17	110,3%

O número de Euler do HFOT3 correspondeu a 753 (Tabela 4.7). Existiu um desvio, em módulo, do valor predito pela equação empírica (Equação 3.8) para o dado experimental de 15,5%. Notou-se que o número de Euler do HF15 foi 21,0% superior que o do HFOT3. Por conseguinte, o hidrociclone filtrante otimizado teve consumo energético mais baixo. Isso significou um acréscimo de 10,0% na vazão de alimentação do HFOT3, para uma eficiência do HF15 superior em 3,2%.

#### 4.1.4 - Análise comparativa dos estudos de caso

A configuração geométrica obtida para os três hidrociclones filtrantes otimizados pode ser vista na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Dimensões dos hidrociclones filtrantes otimizados (HFOTs).

Hidrociclone	$D_c$ (mm)	$D_i$ (mm)	$D_o$ (mm)	$D_u$ (mm)	$\ell$ (mm)	$L$ (mm)	$h$ (mm)	$H$ (mm)	$\theta$ (°)
HFOT1	30,0	3,9	5,7	5,0	12,0	174,0	15,0	159,0	9,0
HFOT2	30,0	6,3	8,1	5,0	12,0	141,0	61,0	80,0	17,8
HFOT3	30,0	7,8	9,6	5,0	12,0	228,0	157,0	71,0	20,0

Observou-se que o HFOT3 foi o hidrociclone com maior diâmetro de alimentação ( $D_i = 7,8$  mm), e isso contribuiu para que ele tivesse o menor gasto energético (Quadro 2.1 e

Equação 3.8). Não somente  $Di$ , mas todas as dimensões do HFOT3 (exceto  $H$ ) foram superiores às do HFOT1 e HFOT2, uma vez que a minimização do número de Euler é favorecida pelo aumento de  $Do$ , de  $L$  e de  $\theta$ , conforme se discutiu na seção 4.1.3. O HFOT3 apresentou a menor altura do tronco de cone ( $H = 71,0$  mm) e o maior comprimento do cilindro ( $h = 157,0$  mm), o que era previsto para um hidrociclone energeticamente econômico, visto que uma altura de cilindro grande permite uma capacidade de processamento elevada.

O HFOT2 teve todas as dimensões intermediárias ao HFOT1 e ao HFOT3, com exceção de  $H$ . A diferença entre a altura da parte cilíndrica e da parte cônica foi bem menos acentuada para o HFOT2 do que para os outros hidrociclones otimizados, mas, ainda assim, o HFOT2 teve um comprimento do tronco de cone superior ao do cilindro.

Os menores valores de  $Di$ ,  $Do$  e  $\theta$  foram obtidos para o HFOT1. Conforme se discutiu na seção 4.1.1, aumentos em  $Do$  e em  $\theta$  prejudicam a eficiência total. Além disso, esse hidrociclone foi o que apresentou a menor parte cilíndrica ( $h = 15,0$  mm) e o maior tronco de cone ( $H = 159,0$  mm), fato esperado para um hidrociclone de alta eficiência, visto que a separação da partícula do fluido ocorre, predominantemente, na seção cônica do equipamento. Por esta razão o ângulo do tronco de cone foi pequeno: para que a altura do tronco de cone fosse grande, conforme estabelece a Equação 3.3. De maneira geral, o HFOT1 apresentou comportamento, em termos de dimensões, contrário ao HFOT3.

Os hidrociclones filtrantes otimizados foram comparados entre si em termos de desempenho, e a Tabela 4.9 mostra os principais dados experimentais relativos a eles.

Tabela 4.9 – Resultados experimentais para os hidrociclones filtrantes otimizados.

<b>Respostas</b>	<b>HFOT1</b>	<b>HFOT2</b>	<b>HFOT3</b>
<b><math>Q</math> (cm<sup>3</sup>/s)</b>	154	283	442
<b><math>Eu</math></b>	6202	1838	753
<b><math>\eta</math> (%)</b>	89,11	76,13	66,69
<b><math>d_{50}</math> (µm)</b>	4,08	7,88	10,54
<b><math>R_L</math> (%)</b>	46,40	17,12	10,40
<b><math>c_{vu}</math> (%)</b>	2,01	4,68	6,03
<b><math>Q_F</math> (cm<sup>3</sup>/s)</b>	0,176	0,135	0,068

Os dados dos experimentos confirmaram o que se esperava pelos problemas de otimização: o HFOT1 foi o hidrociclone de maior eficiência total ( $\eta = 89,11\%$ ), enquanto o HFOT3 apresentou o menor gasto energético ( $Eu = 753$ ). O HFOT2, todavia, não teve a menor razão de líquido: o valor de  $R_L$  mais baixo foi o do HFOT3 ( $R_L = 10,40\%$ ), que

conjugou as características de bom concentrador e de econômico energeticamente, porém com eficiência total 12,4% inferior à do HFOT2. O hidrociclone HFOT2, então, seria indicado para processos em que se objetiva concentrar a corrente de *underflow* o máximo possível, não prejudicando muito a recuperação de sólidos (ou a clarificação do líquido).

Observou-se que as vazões de filtrado foram baixas (e em consonância com a literatura de hidrociclones filtrantes) e representaram a parcela da vazão de alimentação correspondente a: 0,114% para o HFOT1, 0,048% para o HFOT2 e 0,015% para o HFOT3. A ordem crescente na vazão de filtrado dos hidrociclones HFOT1, HFOT2 e HFOT3 pode estar associada à sequência progressiva da área disponível à filtração: o comprimento do tronco de cone do HFOT1 e, conseqüentemente, a área de filtração, foi superior ao do HFOT2 que, por sua vez, teve maior altura da parte cônica em relação ao HFOT3.

#### 4.1.5 - Análise comparativa dos hidrociclones filtrantes otimizados com os convencionais otimizados

A Tabela 4.10 apresenta os resultados experimentais de Silva (2012) para os hidrociclones convencionais otimizados (HCOT1, HCOT2 e HCOT3), obtidos a partir da resolução dos mesmos problemas de otimização deste trabalho, com restrições idênticas para a função objetivo: Caso 1 – maximização da eficiência total para  $Eu < 6500$ ; Caso 2 – minimização da razão de líquido para  $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ ; Caso 3 – minimização do número de Euler para  $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ .

A técnica de otimização empregada neste trabalho foi semelhante à utilizada por Silva (2012). Entretanto, as equações empíricas utilizadas pelo autor foram obtidas a partir dos dados experimentais de Vieira (2006) para hidrociclones convencionais operando à 1,47 bar, logo, as geometrias dos HCOTs foram diferentes das configurações dos HFOTs. Vale ressaltar que o material particulado utilizado pelo autor, embora tenha sido o mesmo deste trabalho, possuía distribuição granulométrica um pouco diferente (valores do autor:  $d_{63,2} = 8,82 \mu\text{m}$  e  $n = 0,78$ ; valores deste trabalho:  $d_{63,2} = 14,85 \mu\text{m}$  e  $n = 0,89$ ).

Tabela 4.10 – Dados experimentais de Silva (2012) para HCOT1, HCOT2 e HCOT3 à 1,47 bar.

Respostas	HCOT1	HCOT2	HCOT3
$Q$ (cm <sup>3</sup> /s)	262	309	433
$Eu$	2151	1549	788
$\eta$ (%)	85,53	63,39	52,88
$R_L$ (%)	44,57	9,37	5,08

Notou-se que a eficiência total do HFOT1 ( $\eta = 89,11\%$ ) foi superior à do HCOT1 em 4,2%, para um número de Euler quase três vezes maior ( $Eu = 6202$ ). Vale mencionar que, como o material de Silva (2012) era um pouco mais fino, desfavoreceu a eficiência do HCOT1. Por outro lado, a eficiência desses hidrociclones está sendo comparada em condições distintas de intensidade do campo centrífugo: a vazão volumétrica de alimentação do HFOT1 ( $Q = 154 \text{ cm}^3/\text{s}$ ) foi 41,2% inferior à do HCOT1, à 1,47 bar. Isso indica que para ambos os hidrociclones operando numa mesma vazão, a eficiência do HCOT1 seria ainda menor que a do HFOT1. Uma situação parecida foi mostrada na seção 4.1.1 (comparação de eficiências entre HF11 e HFOT1). A razão de líquido do HFOT1 ( $R_L = 46,40\%$ ) foi mais elevada que a HCOT1 em 4,1%, o que pode significar maior eficiência. Em resumo, os resultados apontaram que o HFOT1 teve eficiência superior à do HCOT1, assim como gasto energético.

A comparação dos hidrociclones do Caso 2 de otimização permitiu observar que a razão de líquido do HFOT2 ( $R_L = 17,12\%$ ) foi 82,7% maior que a do HCOT2, para uma eficiência total 20,1% superior ( $\eta = 76,13\%$ ). Para fins de espessamento, o hidrociclone HCOT2 se mostrou superior. Mas, ambos os hidrociclones são adequados para fornecer correntes de *underflow* concentradas, a depender do interesse preponderante da separação: ter razão de líquido bem mais baixa, mesmo com uma eficiência menor (HCOT2), ou ter uma razão de líquido baixa e uma eficiência relativamente alta (HFOT2).

O hidrociclone HFOT3 teve um número de Euler inferior ao HCOT3 em 4,4%, correspondente a  $Eu = 753$ , e isso representou uma vazão de alimentação 2% superior para o HFOT3 ( $Q = 442 \text{ cm}^3/\text{s}$ ). O HFOT3 forneceu razão de líquido 2 vezes maior ( $R_L = 10,40\%$ ) e eficiência mais elevada em 26% ( $\eta = 66,69\%$ ). Esses dados indicaram que o HFOT3 teve um gasto energético ligeiramente inferior ao do HCOT3 e maior eficiência total, enquanto o poder concentrador do HCOT3 foi mais elevado ( $R_L = 5,08\%$ ). Curiosamente, na minimização do número de Euler de ambos os hidrociclones filtrante e convencional, tornou-se baixa também a razão de líquido que, inclusive, teve menor valor que o resultado do Caso 2 de otimização (minimização de  $R_L$ ).

## **4.2 - Efeito do diâmetro de *underflow* ( $D_u$ ) e do comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ) na separação dos hidrociclones filtrantes otimizados**

Analisou-se o efeito do diâmetro de *underflow* ( $D_u$ ) e do comprimento do *vortex finder* nas principais respostas relacionadas a hidrociclones: número de Euler, eficiência total, diâmetro de corte e razão de líquido.

Todas as equações obtidas por regressão múltipla nesta seção foram apresentadas para um nível de significância dos coeficientes menor ou igual a 10%. A análise de resíduos mostrou que eles foram aleatórios, independentes, com média zero e variância constante.

Os resultados experimentais para os hidrociclones HFOT1, HFOT2 e HFOT3, bem como para os hidrociclones advindos do PCC1, PCC2 e PCC3 podem ser encontrados no Apêndice B. Na seção B.4, estão fotografias dos hidrociclones do PCC3 em operação, permitindo visualizar o efeito de  $Du$  e de  $\ell$  na vazão das correntes de *underflow* e de *overflow*.

#### 4.2.1 - Influência de $Du$ e de $\ell$ no desempenho do HFOT1

##### 4.2.1.1 - Efeito no número de Euler

Os resultados experimentais obtidos para o número de Euler do HFOT1 e dos hidrociclones advindos do primeiro PCC podem ser vistos na Figura 4.4. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT1i-1 a HFOT1i-9.

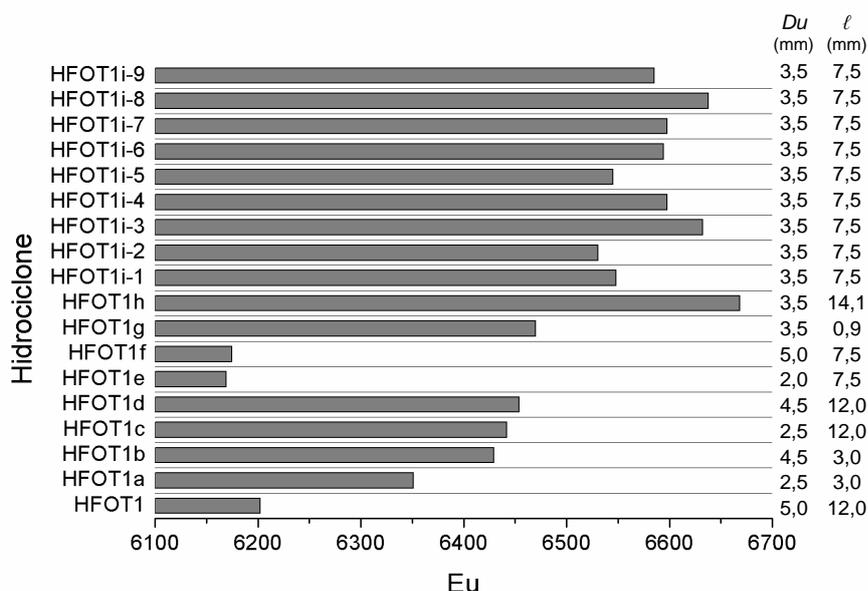


Figura 4.4 – Número de Euler do HFOT1 e dos hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar.

Observou-se que a variação no número de Euler foi pequena, pertencente a um intervalo de 6169 (HFOT1e) a 6669 (HFOT1h), representativo de um acréscimo igual a 8% em  $Eu$ . Visivelmente, o aumento no valor de  $Du$  e de  $\ell$  do HFOT1e ( $Du = 2,0$  mm;  $\ell = 7,5$  mm) para o HFOT1h ( $Du = 3,5$  mm;  $\ell = 14,1$  mm) contribuiu para a elevação do gasto energético. No trabalho de Almeida (2008), considerando os dados do HF11 à 1,47 bar, a variação em  $Eu$  (de 1234 a 1868) foi superior e igual a 51,4%.

Os hidrociclones de menor número de Euler foram, respectivamente, HFOT1e, HFOT1f e HFOT1. Contudo, tendo em vista a pequena variação observada nessa resposta, para complementar essa afirmação, utilizou-se a Figura 4.5, que mostra o valor médio da vazão mássica de alimentação ( $W$ ) dos hidrociclones do PCC1, com as barras relacionadas ao desvio padrão amostral. Vale ressaltar o estreito intervalo observado para  $W$  (de 152 a 158 g/s, aumento de 3,9%). Notavelmente, os três hidrociclones supracitados apresentaram maior vazão de alimentação, portanto, menor número de Euler, porém com pequena variação dessa resposta entre eles.

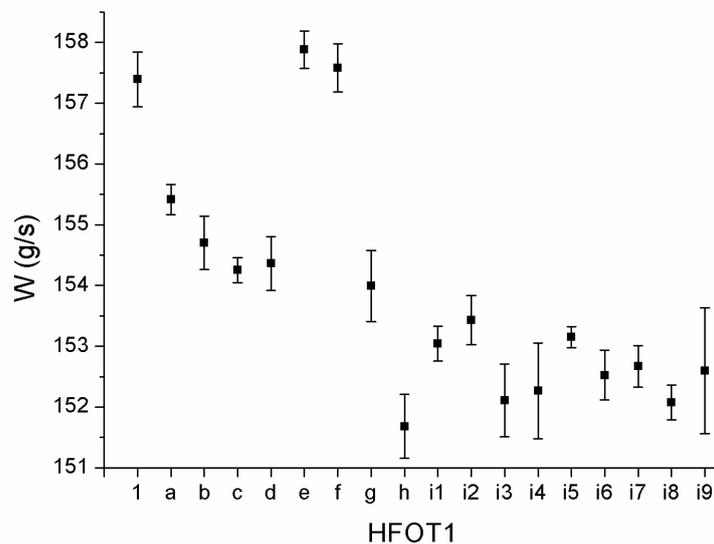


Figura 4.5 – Gráfico de barra de erros para a vazão de alimentação ( $W$ ) do PCC1.

Realizou-se uma regressão múltipla para o número de Euler, expressa pela Equação 4.1, com a respectiva superfície de resposta, apresentada na Figura 4.6. As Equações 4.2 e 4.3 correspondem às equações de codificação de  $Du$  ( $x_1$ ) e de  $\ell$  ( $x_2$ ) para o PCC1, determinadas segundo a Equação 3.1.

$$Eu = 6586 + 49 x_2 - 187 x_1^2 \quad (r^2 = 0,942) \quad (4.1)$$

Em que:

$$x_1 = \frac{Du - 3,5}{1,0} \quad (4.2)$$

$$x_2 = \frac{\ell - 7,5}{4,5} \quad (4.3)$$

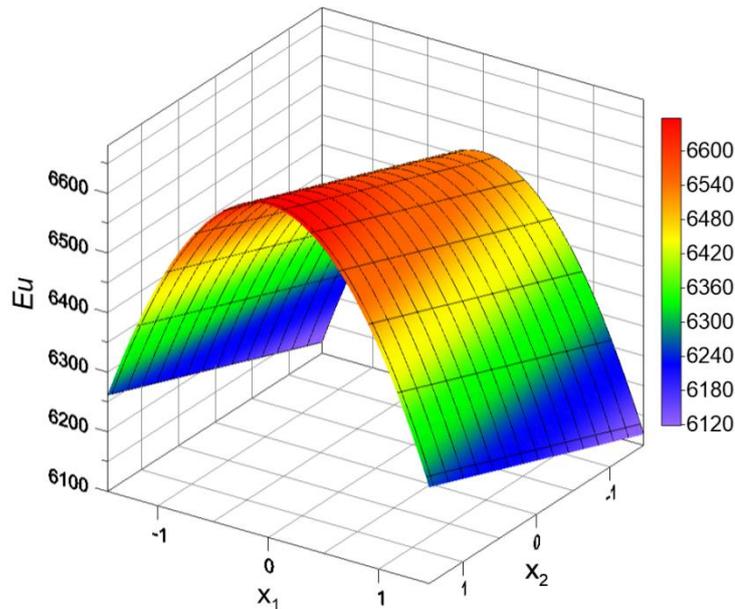


Figura 4.6 – Superfície de resposta para o número de Euler em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $l$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT1.

A Equação 4.1 mostra que o efeito isolado do diâmetro de *underflow* não foi estatisticamente significativo no número de Euler. Porém, o seu termo quadrático ( $x_1^2$ ) foi o mais importante, que refletiu no formato curvilíneo da superfície de resposta (Figura 4.6). Um incremento em  $Du$  do nível mais alto ( $x_1 = 1,46$ ) ao nível central ( $x_1 = 0$ ) provocou um aumento em  $Eu$ , porém ao variar  $Du$  do nível central para o nível mais baixo ( $x_1 = -1,46$ ), ocorreu uma diminuição em  $Eu$ . Esse resultado está em concordância com o obtido por Almeida (2008) em seu estudo com o HF11, que também observou esse mesmo efeito quadrático significativo de  $Du$ . Diante disso, aparentemente, hidrociclones filtrantes de alta eficiência apresentam esse comportamento com relação ao número de Euler. Isso pode ter ocorrido em virtude das migrações de correntes que compõem os vórtices do hidrociclone, ocasionadas pela retirada de líquido na parede cônica.

Foi constatado para todas as configurações testadas, inclusive as referentes ao PCC2 e PCC3, que o aumento de  $Du$  elevou a vazão da corrente de *underflow* e reduziu a vazão da corrente de *overflow*. Isso era esperado, em virtude da menor restrição ao escoamento que existe no orifício de *underflow* ao se majorar o seu tamanho.

Acredita-se que para este planejamento (PCC1), por um lado, ao diminuir a restrição ao escoamento no duto de *underflow* (aumentar  $Du$ ), a redução do número de Euler foi favorecida: houve uma diminuição no gasto de energia ao se aliviar a descarga do *underflow* e, considerando uma queda de pressão fixa (conforme adotada neste trabalho), ocorreu um aumento na vazão de alimentação ao se comparar as geometrias do PCC1 (Equação 2.8). Por

outro lado, a filtração na parte cônica pode ter ocasionado a migração de corrente no sentido do centro para a parede (devido à retirada de filtrado) e um contrafluxo da parede para o centro, de tal forma que o deslocamento dessas correntes em sentido contrário elevou o gasto energético. Possivelmente, esses efeitos antagônicos de aumento e de diminuição no número de Euler justificam as pequenas variações observadas nessa resposta.

O comprimento do *vortex finder* e o número de Euler estiveram relacionados de maneira diretamente proporcional. Isso significa que maiores vazões de alimentação foram obtidas para os hidrociclones de menor  $\ell$ . É possível que tamanhos de *vortex finder* grandes tenham elevado as perdas por atrito da corrente que percorria o duto de *overflow*.

Em síntese, o menor gasto energético para o HFOT1 foi encontrado para os valores extremos de  $Du$  combinados com o menor  $\ell$ . Não se detectou um ponto de mínimo global na superfície de resposta do número de Euler, apenas menores valores dentro da faixa trabalhada.

#### 4.2.1.2 - Efeito na eficiência total e no diâmetro de corte

Os resultados experimentais obtidos para a eficiência total do HFOT1 e dos hidrociclones advindos do primeiro PCC podem ser vistos na Figura 4.7, e os dados de diâmetro de corte são mostrados na Figura 4.8. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT1i-1 a HFOT1i-9.

Notou-se que a eficiência total sofreu um aumento de 24,2%, na faixa de 71,77% (HFOT1e) a 89,11% (HFOT1). O diâmetro de corte esteve no intervalo de 4,08  $\mu\text{m}$  (HFOT1) a 9,89  $\mu\text{m}$  (HFOT1e), aumentando 2,4 vezes em relação ao limite inferior observado.

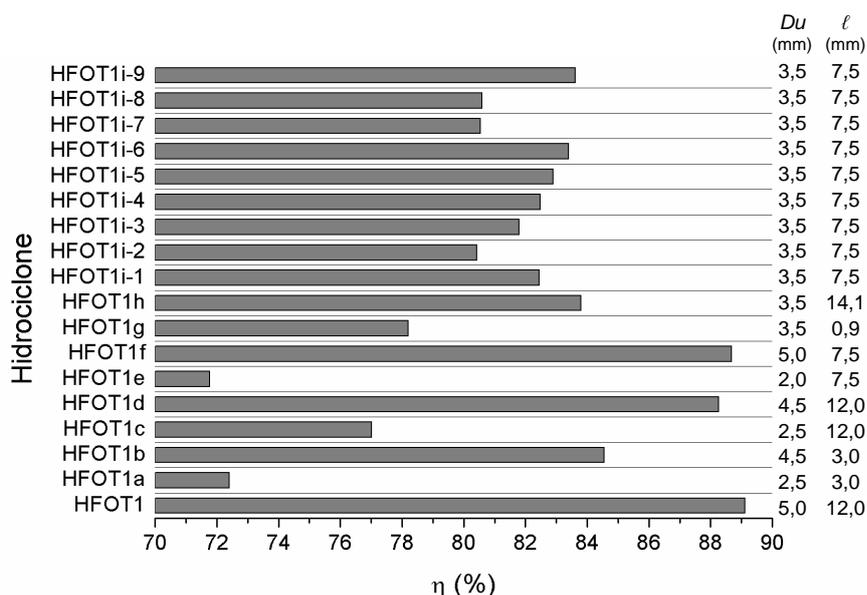


Figura 4.7 – Eficiência total do HFOT1 e dos hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar.

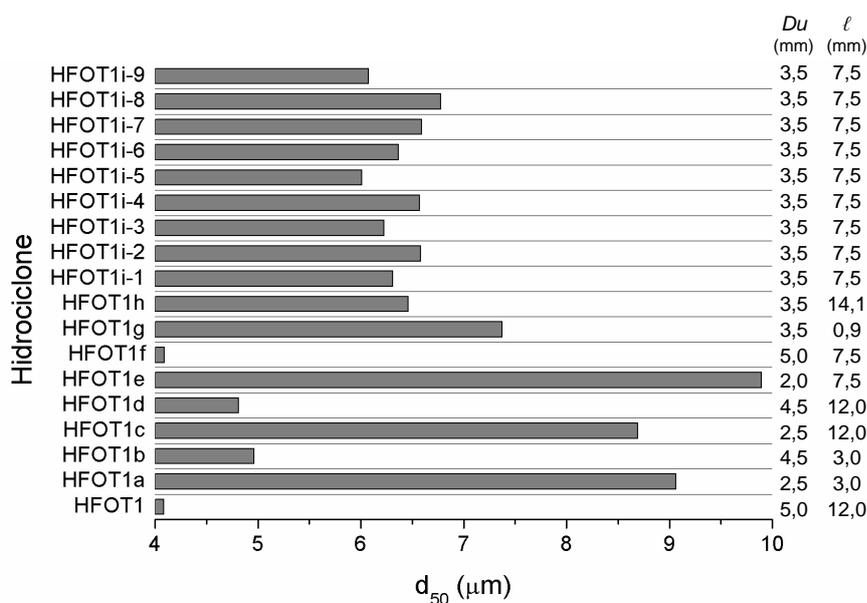


Figura 4.8 – Diâmetro de corte do HFOT1 e dos hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar.

Além de ter  $Du$  e  $\ell$  em níveis adequados para gastar pouca energia (seção 4.2.1.1), o HFOT1 ( $Du = 5$  mm;  $\ell = 12$  mm) também forneceu a maior eficiência total e o menor diâmetro de corte, dentre todas as configurações estudadas no PCC1. O HFOT1f ( $Du = 5$  mm;  $\ell = 14,1$  mm) também se mostrou uma configuração interessante, pois tem valores tanto de eficiência quanto de número de Euler muito próximos aos do HFOT1. Nota-se que esses hidrociclones têm o mesmo  $Du$  e  $\ell$  pouco diferente. Outro equipamento que se destacou em termos de eficiência foi o HFOT1d ( $\eta = 88,26\%$ ).

Os hidrociclones de menor diâmetro de corte foram o HFOT1, HFOT1f e HFOT1d, enquanto HFOT1a e HFOT1e apresentaram os maiores  $d_{50}$ .

A equação empírica obtida para a eficiência total é mostrada na Equação 4.4 e para o diâmetro de corte na Equação 4.5, sendo  $x_1$  e  $x_2$  dados pelas Equações 4.2 e 4.3. As superfícies correspondentes a essas respostas podem ser vistas nas Figuras 4.9 e 4.10, respectivamente.

$$\eta = 81,77 + 5,82 x_1 + 2,00 x_2 - 0,88 x_1^2 \quad (r^2 = 0,955) \quad (4.4)$$

$$d_{50} = 6,39 - 1,99 x_1 - 0,22 x_2 + 0,27 x_1^2 + 0,24 x_2^2 \quad (r^2 = 0,982) \quad (4.5)$$

A variável mais interferente na eficiência total do HFOT1 foi diâmetro de *underflow*, que quanto maior, forneceu eficiência mais elevada. Isso pode ser explicado pelo fato de que para um  $Du$  alto a restrição ao escoamento no orifício de *underflow* é baixa, logo mais líquido é direcionado para o *underflow* (o que aumenta a razão de líquido) e mais partículas saem por

essa corrente, arrastadas pelo fluido. A maior coleta de sólidos no *underflow* eleva a eficiência do hidrociclone (Equação 2.2).

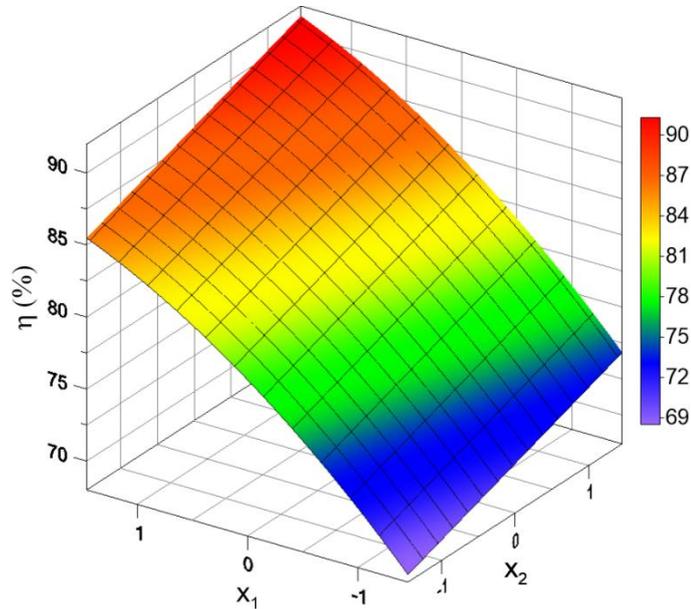


Figura 4.9 – Superfície de resposta para a eficiência total em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT1.

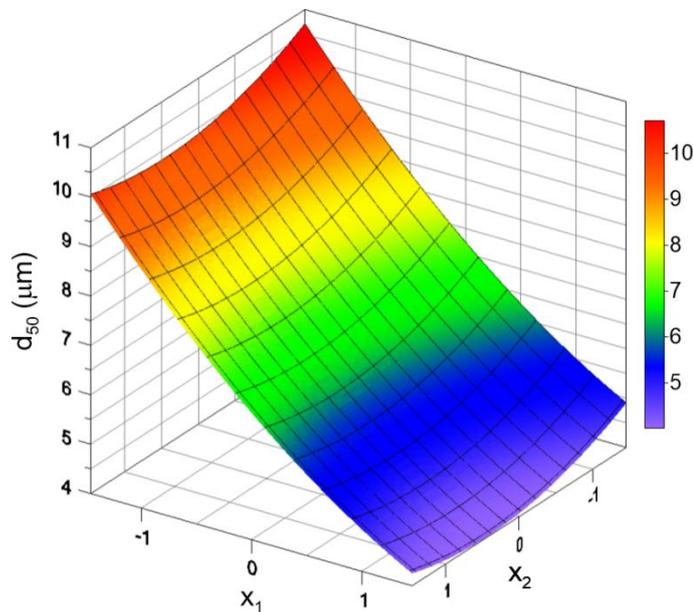


Figura 4.10 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT1.

Incrementos no tamanho do *vortex finder* majoraram a eficiência total. Acredita-se que isso está relacionado à ocorrência de curto-circuito (Figura 2.2) de forma acentuada nesses hidrociclones do Caso 1, principalmente para os baixos valores de  $\ell$ , visto que essas

geometrias apresentam uma pequena altura da parte cilíndrica ( $h = 15,0$  mm). Assim, os maiores comprimentos de *vortex finder* favoreceram a coleta de partículas no *underflow* devido à redução do curto-circuito. Embora o aumento de  $\ell$  tenha favorecido a eficiência total, prejudicou o consumo energético elevando-o (Figura 4.6), e esse efeito concorrente entre as respostas  $\eta$  e  $Eu$  é conhecido e esperado.

Com base no que foi exposto, as eficiências totais mais elevadas do PCC1 foram obtidas para os maiores valores de  $Du$  e de  $\ell$ . Os tamanhos de  $Du$  e de  $\ell$  originais do HFOT1 pareceram já estar em nível adequado para fornecer alta eficiência, a um gasto energético baixo, não requerendo mudança nas dimensões propostas pelo planejamento experimental. Porém, um ponto de máximo global não foi encontrado na curva da eficiência (Figura 4.9).

Elevando-se  $Du$  diminuiu-se o diâmetro de corte, e houve um efeito quadrático tanto de  $Du$  quanto de  $\ell$  nessa resposta. No modelo completo da equação de regressão para a eficiência total esse efeito quadrático de  $\ell$  também foi observado, porém com concavidade contrária à de  $d_{50}$ , conforme o esperado. Entretanto, esse efeito não foi significativo em  $\eta$  para um nível de significância de 10%. Por isso, não apareceu na Figura 4.9.

#### 4.2.1.3 - Efeito na razão de líquido

Os resultados experimentais obtidos para a razão de líquido do HFOT1 e dos hidrociclones advindos do primeiro PCC podem ser vistos na Figura 4.11. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT1i-1 a HFOT1i-9.

Verificou-se que a variação de  $R_L$ , na faixa de 1,24% (HFOT1e) a 46,40% (HFOT1) representou um aumento de 37,4 vezes o limite inferior observado. A análise da Figura 4.11 mostra o forte efeito de  $Du$  na razão de líquido (HFOT1e apresenta  $Du$  no nível mais baixo, enquanto HFOT1 no mais alto). Essa resposta mostrou-se coerente com o comportamento da eficiência total: foi maior para os valores mais elevados de  $Du$  (seção 4.2.1.2).

Três hidrociclones se destacaram em termos de  $R_L$  baixo, inferior a 5%, mostrando-se com poder concentrador elevado: HFOT1e, HFOT1a e HFOT1c. O HFOT1e apresentou o menor  $R_L$ , e foi capaz de produzir corrente de *underflow* concentrada em 38,10% (volume de sólidos), para uma eficiência total de 71,77%. Nas condições desse trabalho, a operação com um  $Du$  tão pequeno (2 mm) ocorreu normalmente, sem entupimento do orifício de *underflow*. O hidrociclone HFOT1c produziu *underflow* com 15,30% de sólidos (em volume) e forneceu uma eficiência alta, igual a 77,02%. Já o HFOT1a apresentou uma eficiência menor ( $\eta = 72,40\%$ ), porém concentrou mais ( $c_{vu} = 18,14\%$ ). Esses resultados são interessantes, pois

conjugaram uma alta concentração da corrente de *underflow* e uma eficiência total em um patamar mais elevado, comparado a outros hidrociclones concentradores.

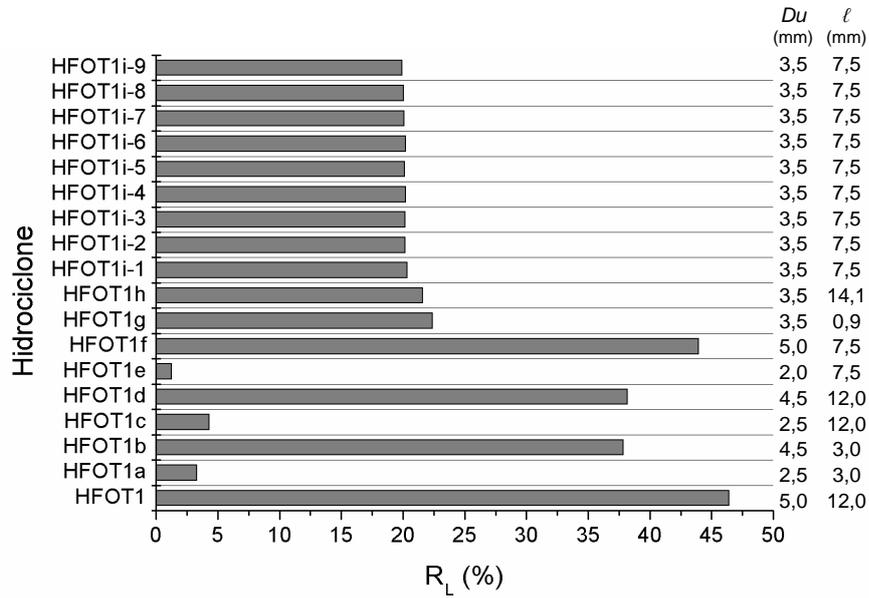


Figura 4.11 – Razão de líquido do HFOT1 e dos hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar.

A equação empírica obtida para a razão de líquido é mostrada na Equação 4.6, sendo  $x_1$  e  $x_2$  dados pelas Equações 4.2 e 4.3. A superfície de resposta correspondente pode ser vista na Figura 4.12.

$$R_L = 20,41 + 15,84x_1 + 0,86x_1^2 \quad (r^2 = 0,991) \quad (4.6)$$

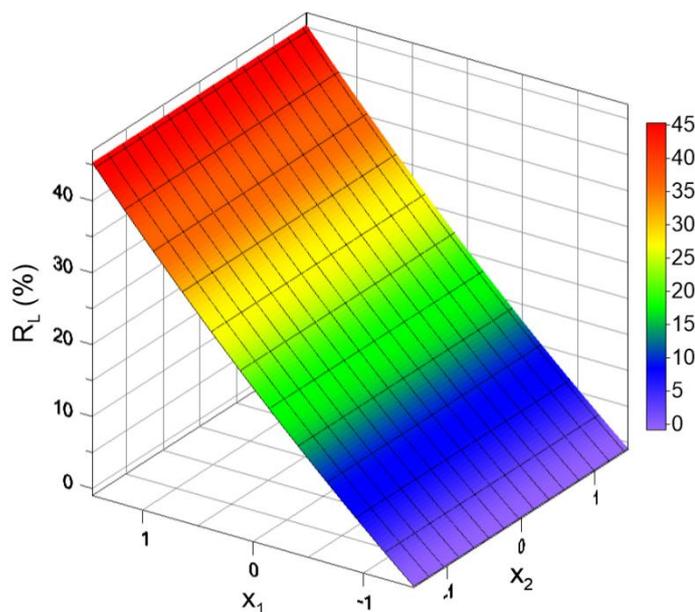


Figura 4.12 – Superfície de resposta para a razão de líquido em função de  $x_1$  ( $D_u$ ) e de  $x_2$  ( $l$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46; 1,46]$  na geometria do HFOT1.

Pela Equação 4.6 constatou-se que o comprimento do *vortex finder* não influenciou de forma significativa estatisticamente a razão de líquido do HFOT1, o que era esperado, pois essa dimensão interfere na migração de partículas do vórtice interno para o vórtice externo do hidrociclone, não na migração de fluido. A superfície de resposta dessa equação mostra que não existiu um ponto de mínimo global para  $R_L$  na faixa experimental estudada.

## 4.2.2 - Influência de $Du$ e de $(\ell)$ no desempenho do HFOT2

### 4.2.2.1 - Efeito no número de Euler

Os resultados experimentais obtidos para o número de Euler do HFOT2 e dos hidrociclones advindos do segundo PCC podem ser vistos na Figura 4.13. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT2i-1 a HFOT2i-9.

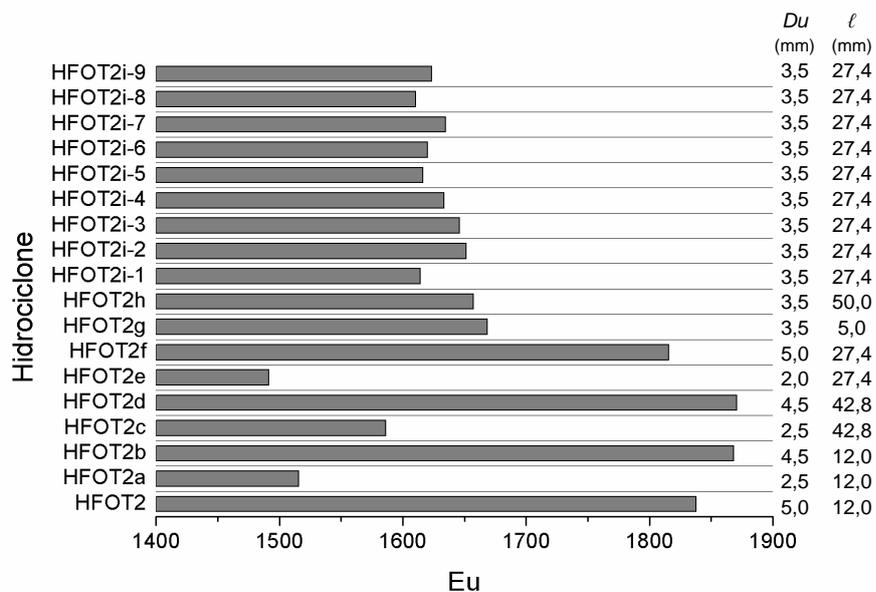


Figura 4.13 – Número de Euler do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar.

Foi observada uma variação no número de Euler superior à do Caso 1 (seção 4.2.1.1), que correspondeu a um aumento de 25,4% na faixa de 1492 (HFOT2e) a 1871 (HFOT2d). Visivelmente, o aumento no valor de  $Du$  e de  $\ell$  do HFOT2e ( $Du = 2,0$  mm;  $\ell = 27,4$  mm) para o HFOT2d ( $Du = 4,5$  mm;  $\ell = 42,8$  mm) contribuiu para a elevação do gasto energético.

Os hidrociclones de menor número de Euler foram, respectivamente, HFOT2e e HFOT2a, que tiveram consumo de energia inferior ao do HFOT2 original. As configurações

HFOT2d, HFOT2b e HFOT2e estiveram entre as de maior  $Eu$ . A Figura 4.14 complementa essa informação e mostra a maior amplitude da faixa de vazão mássica de alimentação observada no PCC2 em relação ao PCC1 (Figura 4.5), bem como os maiores níveis de vazão. Vale comentar que na faixa observada (de 287 a 320 g/s) houve um aumento de vazão mássica igual a 11,5%. As barras da Figura 4.14 são relativas ao desvio padrão amostral.

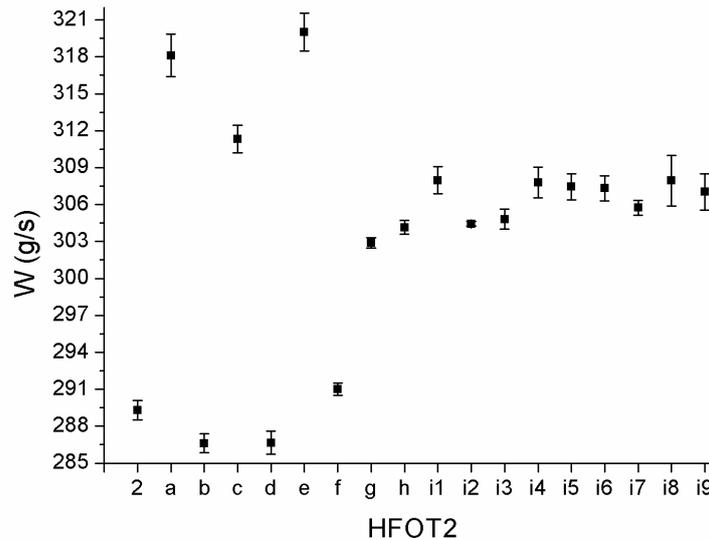


Figura 4.14 – Gráfico de barra de erros para a vazão de alimentação ( $W$ ) do PCC2.

A regressão múltipla obtida para o número de Euler pode ser vista na Equação 4.7, sendo a Equação 4.8 a codificação de  $\ell$  no PCC2. A variável  $Du$  foi codificada da mesma forma para todos os planejamentos experimentais (Equação 4.2). A Figura 4.15 apresenta a respectiva superfície de resposta.

$$Eu = 1627 + 134x_1 + 25x_1^2 + 30x_2^2 \quad (r^2 = 0,915) \quad (4.7)$$

Em que:

$$x_2 = \frac{\ell - 27,4}{15,4} \quad (4.8)$$

Verificou-se que o diâmetro de *underflow* foi a variável que mais interferiu no número de Euler e, quanto maior o seu valor, mais elevado esteve o gasto energético do hidrociclone HFOT2. O comprimento do *vortex finder*, na forma isolada ( $x_2$ ), não exerceu influência em  $Eu$ , porém, o seu termo quadrático, assim como o de  $Du$ , foi estatisticamente significativo.

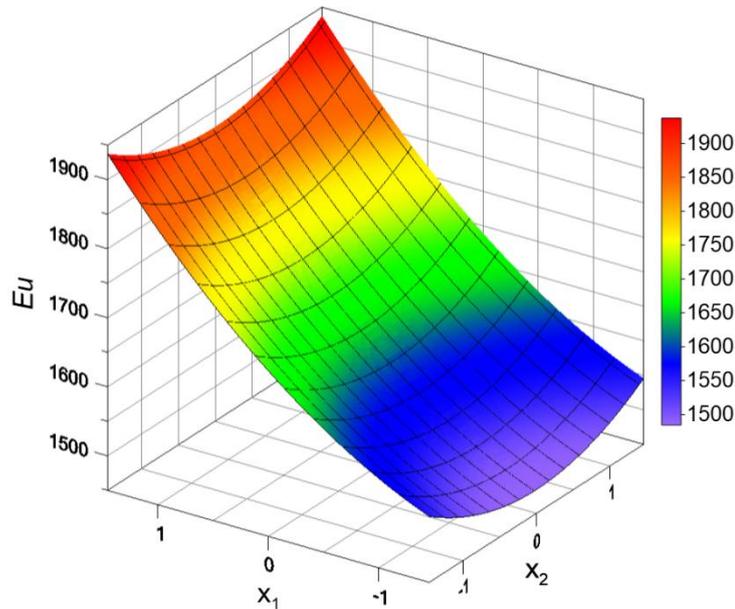


Figura 4.15 – Superfície de resposta para o número de Euler em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $l$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT2.

A elevação no número de Euler provocada por aumentos no diâmetro de *underflow*, possivelmente, ocorreu devido à saída de filtrado na região cônica do hidrociclone, que interferiu na fluidodinâmica do escoamento interno de tal maneira a haver migração de suspensão pelos vórtices do separador, tanto do centro para a parede, quanto da parede para o centro, cujos deslocamentos contrários podem ter levado a perdas de energia por atrito.

A influência do tamanho do *vortex finder* se deu da seguinte forma: um incremento em  $l$  do nível mais alto ( $x_2 = 1,46$ ) ao nível central ( $x_2 = 0$ ) provocou uma diminuição em  $Eu$ ; ao variar  $l$  do nível central para o nível mais baixo ( $x_2 = -1,46$ ), ocorreu um aumento nessa resposta. Essas variações em  $Eu$ , no entanto, foram pequenas (Figura 4.15).

Em resumo, os números de Euler mais baixos foram obtidos para os menores  $Du$  e para valores intermediários de *vortex finder*. Não se obteve um ponto de mínimo global na superfície de resposta do número de Euler.

#### 4.2.2.2 - Efeito na eficiência total e no diâmetro de corte

Os resultados experimentais obtidos para a eficiência total do HFOT2 e dos hidrociclones advindos do segundo PCC podem ser vistos na Figura 4.16, e os dados para o diâmetro de corte na Figura 4.17. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT2i-1 a HFOT2i-9.

Verificou-se que a variação na eficiência total foi de um aumento em 43%, no intervalo de 53,59% (HFOT2c,  $Du = 2,5$  mm;  $\ell = 42,8$  mm) a 76,64% (HFOT2f,  $Du = 5,0$  mm;  $\ell = 27,4$  mm). Com base no exposto, o aumento de  $Du$  e a diminuição de  $\ell$  pareceram favorecer a eficiência total do HFOT2. A modificação em  $d_{50}$  foi até 2,3 vezes maior que o valor mínimo observado, na faixa de  $7,88 \mu\text{m}$  (HFOT2) a  $18,38 \mu\text{m}$  (HFOT2e).

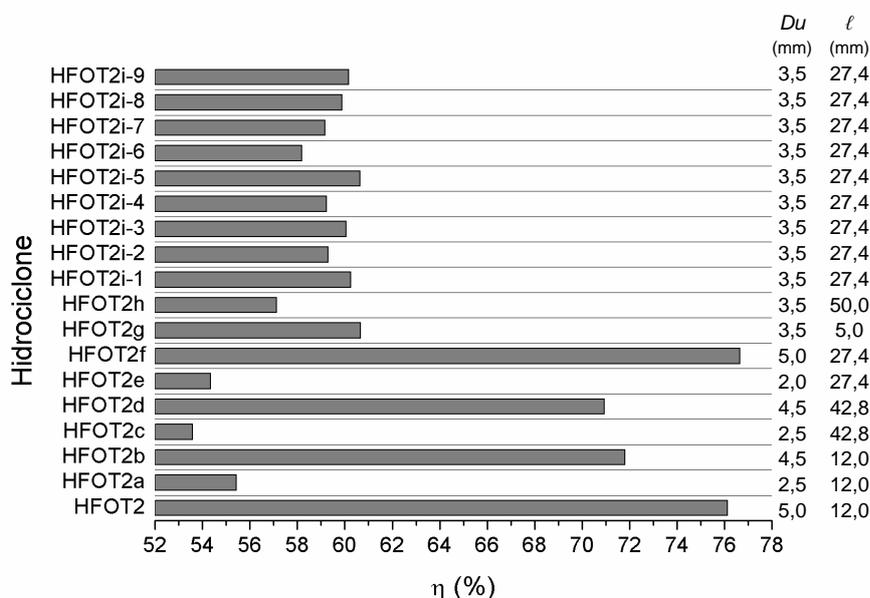


Figura 4.16 – Eficiência total do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar.

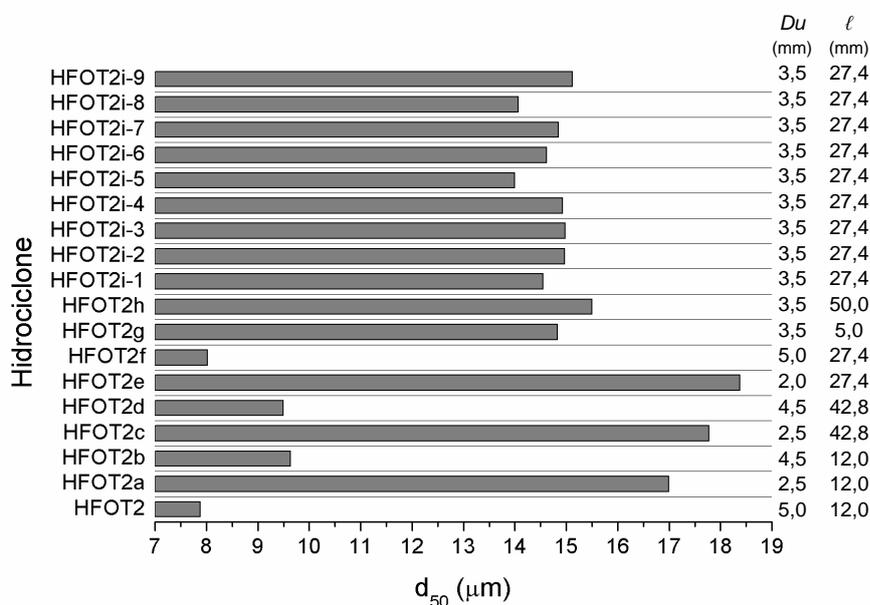


Figura 4.17 – Diâmetro de corte do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar.

Os hidrociclones de maior eficiência foram, nesta ordem, HFOT2f, HFOT2, HFOT2b e HFOT2d, ou seja, os de maior  $Du$ . Notou-se, porém, que eficiência total do

HFOT2 ( $\eta = 76,13\%$ ) esteve muito próxima à do HFOT2f ( $\eta = 76,64\%$ ). Não existe uma diferença estatisticamente significativa entre esses valores. Essas configurações, portanto, foram as que apresentaram menor diâmetro de corte.

A equação empírica obtida para a eficiência total é mostrada na Equação 4.9 e para o diâmetro de corte na Equação 4.10, sendo  $x_1$  e  $x_2$  dados pelas Equações 4.2 e 4.8. As superfícies de respostas correspondentes podem ser visualizadas nas Figuras 4.18 e 4.19.

$$\eta = 59,56 + 8,03 x_1 - 0,95 x_2 + 2,97 x_1^2 \quad (r^2 = 0,986) \quad (4.9)$$

$$d_{50} = 14,70 - 3,73 x_1 - 0,87 x_1^2 \quad (r^2 = 0,973) \quad (4.10)$$

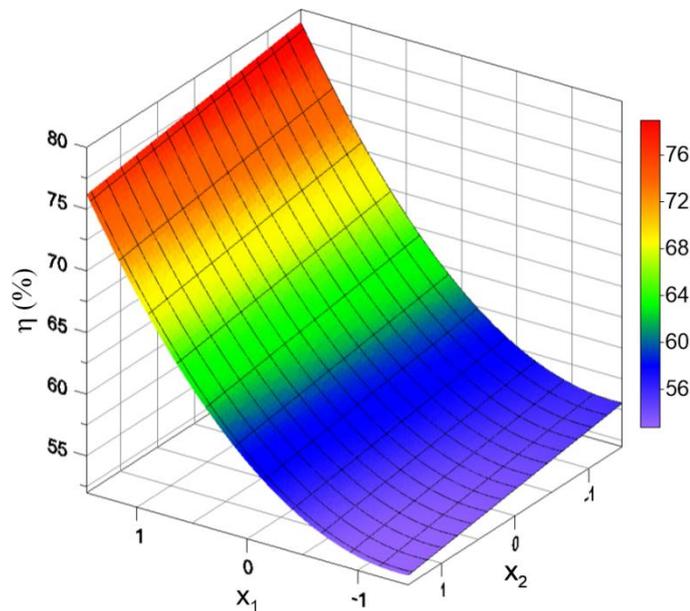


Figura 4.18 – Superfície de resposta para a eficiência total em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46; 1,46]$  na geometria do HFOT2.

Notou-se que o aumento da eficiência total foi mais influenciado por acréscimos em  $Du$  do que pela redução de  $\ell$ . Possivelmente, o fenômeno de migração das partículas do vórtice interno para o vórtice externo do hidrociclone foi levemente prejudicado ao se utilizarem os maiores comprimentos de *vortex finder* nessa geometria (HFOT2).

Foi observado que o comprimento do *vortex finder* não produziu efeito estatisticamente significativo no diâmetro de corte.

Ao contrário do PCC1, a contribuição quadrática de  $Du$  na eficiência total foi positiva para o PCC2, o que refletiu na Figura 4.18 uma concavidade contrária à superfície de

resposta do HFOT1 (Figura 4.9). Isso talvez seja explicado pela grande diferença na relação entre as partes cônica e cilíndrica dessas duas geometrias de hidrociclone (HFOT1 e HFOT2).

Na faixa experimental estudada, não foi encontrado um ponto máximo global para a eficiência, nem de mínimo global para o diâmetro de corte, mas podem ser observados os valores extremos nas duas superfícies de respostas.

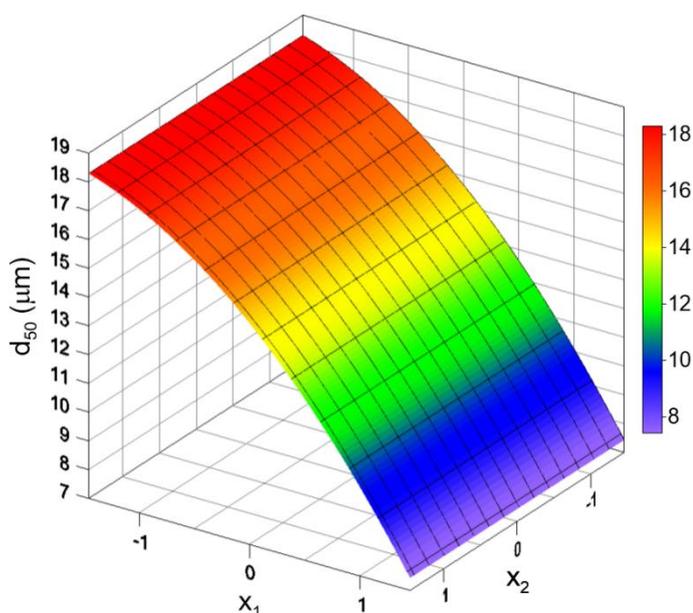


Figura 4.19 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT2.

#### 4.2.2.3 - Efeito na razão de líquido

Os resultados experimentais obtidos para a razão de líquido do HFOT2 e dos hidrociclones advindos do segundo PCC podem ser vistos na Figura 4.20. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT2i-1 a HFOT2i-9.

Constatou-se que houve um aumento de 28 vezes em  $R_L$  do valor máximo para o mínimo observado, na faixa de 0,62% (HFOT2e) a 17,29% (HFOT2f). Todos os hidrociclones tiveram razão de líquido inferior a 1,00%, exceto quatro: HFOT2, HFOT2b, HFOT2d e HFOT2f, justamente as configurações que indicaram ter maior eficiência (seção 4.2.2.2) e que tinham os maiores níveis de  $Du$ . Esses dados revelaram o alto poder concentrador que pode ser atingido pelo HFOT2 ao se modificar seus valores originais de  $Du$  e de  $\ell$ , segundo propostas do planejamento experimental.

O hidrociclone que se mostrou mais concentrador foi o HFOT2a ( $Du = 2,5$  mm;  $\ell = 12,0$  mm), que forneceu  $c_{vu} = 48,01\%$  e razão de líquido de 0,63%, praticamente igual à do

HFOT2e ( $Du = 2,0$  mm;  $\ell = 27,4$  mm). Este, no entanto, concentrou menos a corrente de *underflow*, em 44,96% (porcentagem em volume de sólidos). Essas configurações apresentaram razão de líquido bem inferior à geometria original HFOT2 ( $R_L = 17,12$  %;  $c_{vu} = 4,68$  %). Esse comportamento pode também ser observado na Figura 4.21, assim como as altas concentrações fornecidas inclusive para hidrociclones com  $Du$  intermediário ( $Du = 3,5$  mm).

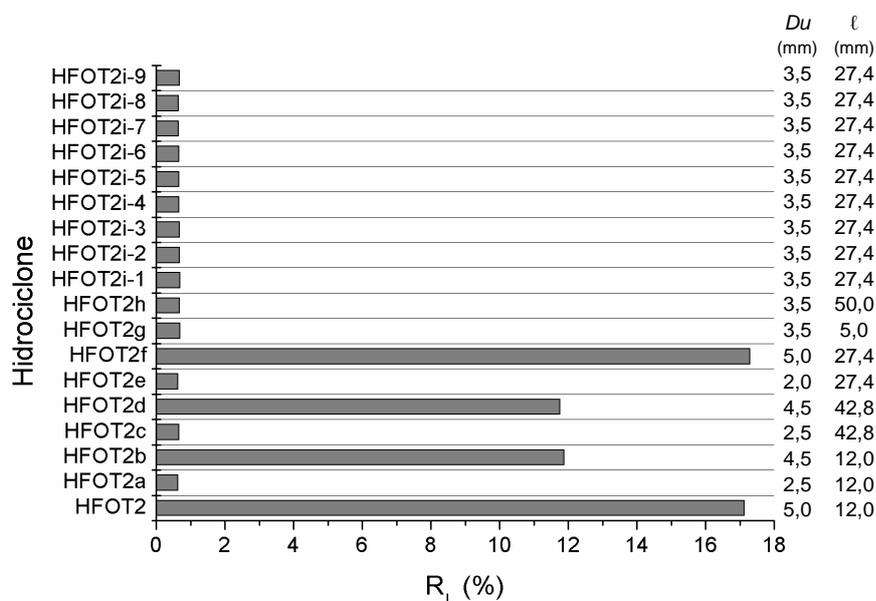


Figura 4.20 – Razão de líquido do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar.

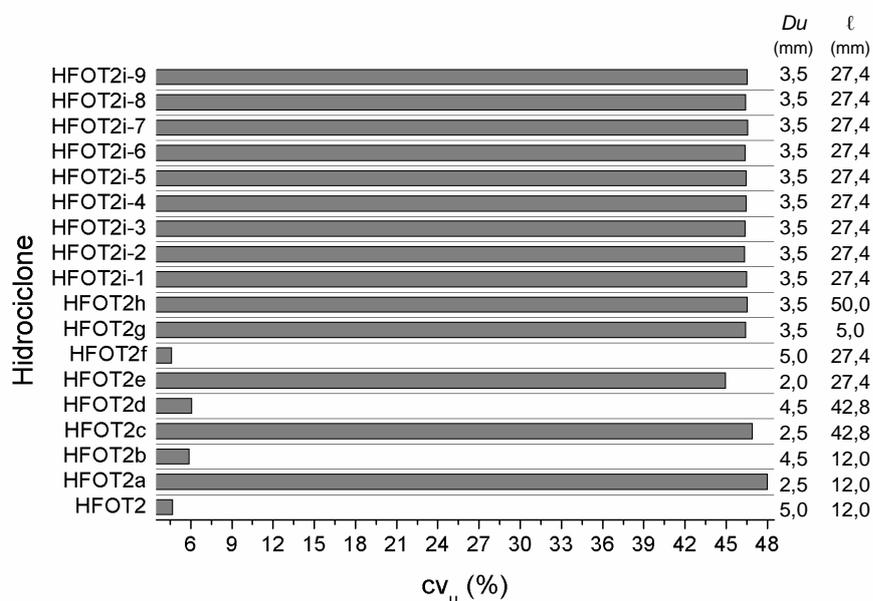


Figura 4.21 – Concentração volumétrica da corrente de *underflow* do HFOT2 e dos hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar.

Durante a execução do experimento com o HFOT2e, observou-se que a vazão da corrente de *underflow* não era contínua, mas pulsante. Acredita-se que ocorreu uma obstrução

ou entupimento do orifício de *underflow* e, pelo fato de algumas partículas terem ficado estagnadas no orifício, o líquido passava por entre elas (como se fosse uma filtração), diluindo a corrente de saída. Com base nisso, o menor valor de  $Du$  (2 mm) não se mostrou adequado para a hidrociclonagem no HFOT2. A Equação 4.11 é representativa da superfície de resposta para a razão de líquido, e o ponto de mínimo global encontrado na Figura 4.22 corroborou a observação experimental supracitada: nota-se que ele está localizado na região de  $x_1$  entre 0 e -1 ( $Du$  entre 3,5 e 2,5 mm) e de  $x_2$  próximo à zero ( $\ell = 27,4$  mm). A Equação 4.11 é representativa da superfície de resposta, sendo  $x_1$  e  $x_2$  dados pelas Equações 4.2 e 4.8.

$$R_L = 0,69 + 5,66 x_1 + 4,28 x_1^2 + 0,38 x_2^2 \quad (r^2 = 0,987) \quad (4.11)$$

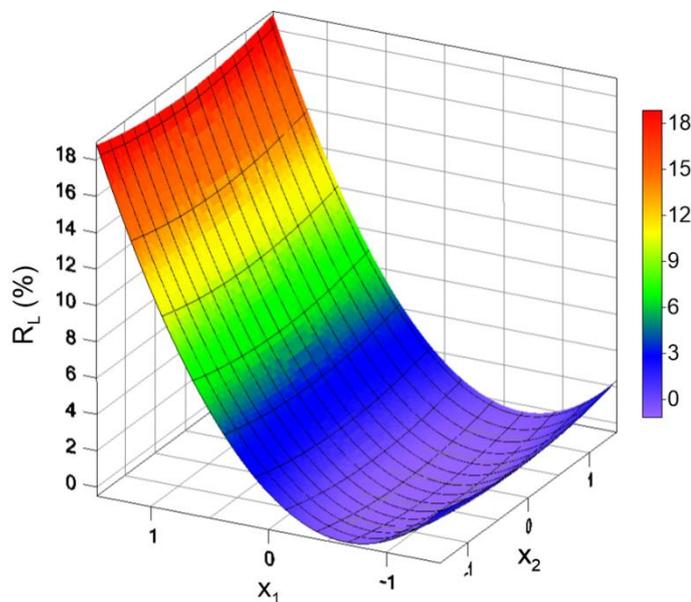


Figura 4.22 – Superfície de resposta para a razão de líquido em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT2.

A redução de  $Du$  pela metade (de 5,0 para 2,5 mm) do HFOT2 para o HFOT2a permitiu um decréscimo em  $R_L$  de 96,3%, fornecendo uma corrente de *underflow* concentrada 48% em volume de sólidos. Essa alta concentração do HFOT2a indicou que essa geometria de hidrociclone, dentre aquelas do PCC2, se mostrou a mais adequada quando a finalidade da separação for o espessamento, para uma eficiência total de 55,43% e o segundo menor número de Euler ( $Eu = 1516$ ) (seção 4.2.2.1).

Assim como foi identificado para o HFOT1 (seção 4.2.1.3), o termo isolado do comprimento do *vortex finder* não influenciou significativamente na razão de líquido do HFOT2, ao passo que a variável  $Du$  na forma isolada teve o efeito mais significativo.

### 4.2.3 - Influência de $Du$ e de $(\ell)$ no desempenho do HFOT3

#### 4.2.3.1 - Efeito no número de Euler

Os resultados experimentais obtidos para o número de Euler do HFOT3 e dos hidrociclones advindos do terceiro PCC podem ser vistos na Figura 4.23. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT3i-1 a HFOT3i-9.

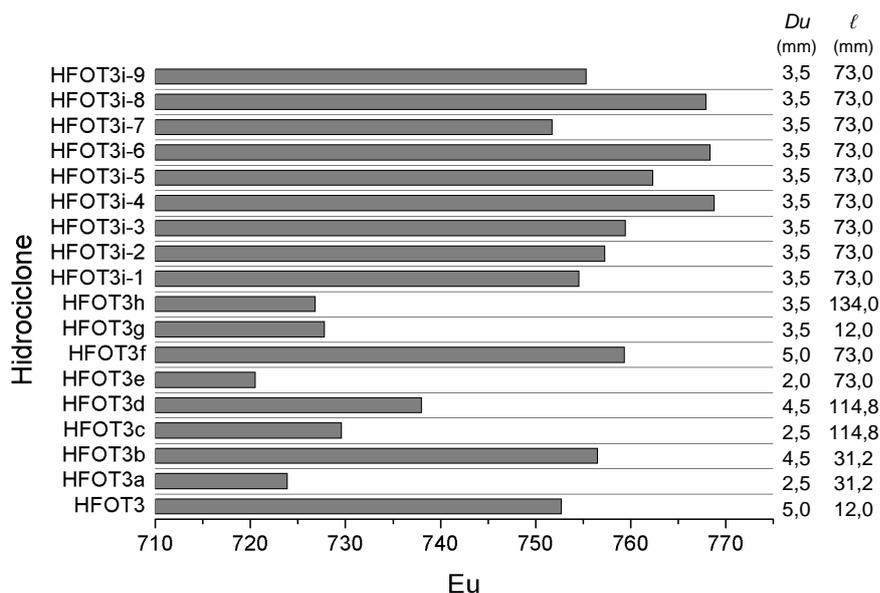


Figura 4.23 – Número de Euler do HFOT3 e dos hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar.

Foi constatado que a variação no número de Euler foi pequena, inferior ao primeiro planejamento experimental, e pertencente à faixa de 721 (HFOT3e) a 769 (HFOT3i-4), representativa de um acréscimo igual a 6,7% em  $Eu$ .

Dada a pequena mudança dessa resposta, para complementar a informação fornecida pela Figura 4.23, traçou-se o gráfico da barra de erros para a vazão mássica da alimentação (barras relacionadas ao desvio padrão amostral), que pode ser visualizado na Figura 4.24. A faixa de vazão observada foi pequena (de 446 a 461 g/s, que representa um aumento de 3,4% em relação ao limite inferior), e os hidrociclones HFOT3, HFOT3b, HFOT3f, HFOT3i foram os que apresentaram as menores vazões de alimentação (números de Euler mais elevados).

O número de Euler dos hidrociclones do PCC3 foi tão próximo que pode ser considerado como praticamente o mesmo patamar de gasto energético. Com base nisso, os esforços foram direcionados para a melhoria de outras respostas, a fim de explorar as configurações de alta eficiência e de baixa razão de líquido. Todavia, vale mencionar que o HFOT3e apresentou  $Eu = 721$ , que foi inferior ao do hidrociclone original (HFOT3).

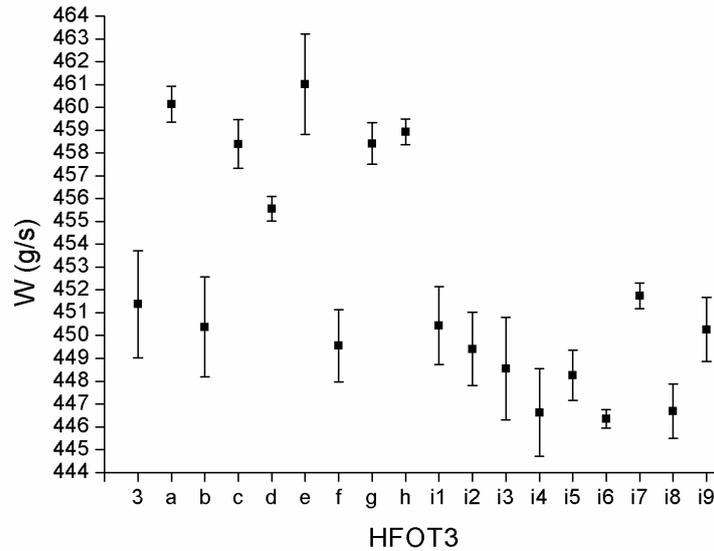


Figura 4.24 – Gráfico de barra de erros para a vazão de alimentação (W) do PCC3.

Os números de Euler experimentais foram representados por uma equação empírica (Equação 4.12), cuja superfície de resposta pode ser vista na Figura 4.25. A codificação do comprimento do *vortex finder* para o PCC3 foi realizada pela Equação 4.13, e do diâmetro de *underflow* pela Equação 4.2.

$$Eu = 761 + 12 x_1 - 9 x_1^2 - 15 x_2^2 - 6 x_1 x_2 \quad (r^2 = 0,912) \quad (4.12)$$

Em que:

$$x_2 = \frac{\ell - 73}{41,8} \quad (4.13)$$

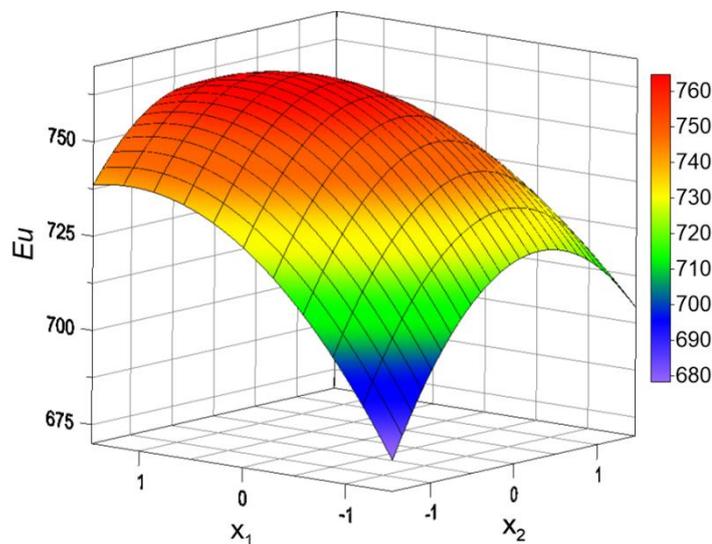


Figura 4.25 – Superfície de resposta para o número de Euler em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $\ell$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT3.

Acréscimos em  $Du$  elevaram o número de Euler do HFOT3, comportamento também observado para o HFOT2 (seção 4.2.2.1). Talvez, essa semelhança tenha ocorrido porque o HFOT2 e o HFOT3 têm geometrias do tronco de cone relativamente próximas ( $H = 80,0$  mm para o primeiro e  $71,0$  mm para o segundo) e bem distintas do HFOT1 ( $H = 159,0$  mm). Isso está relacionado à hipótese de que a filtração na região cônica foi um fator determinante para a fluidodinâmica do escoamento da suspensão, para a migração de correntes na direção radial do hidrociclone e para o consumo de energia durante a separação.

O termo isolado do comprimento do *vortex finder* não interferiu significativamente nessa resposta, porém sua contribuição quadrática foi a mais importante. Obteve-se um comportamento quadrático significante também para  $Du$ , e verificou-se uma interação entre as variáveis  $Du$  e  $\ell$ . Entretanto, ressalta-se, novamente, que a variação de  $Eu$  foi pequena para essa geometria de hidrociclone (HFOT3).

Os menores valores de  $Du$  e de  $\ell$  levaram aos gastos energéticos mais baixos no HFOT3. Essa observação foi similar à de Almeida (2008) para o hidrociclone HF11.

#### 4.2.3.2 - Efeito na eficiência total e no diâmetro de corte

Os resultados experimentais obtidos para a eficiência total do HFOT3 e dos hidrociclones advindos do terceiro PCC podem ser vistos na Figura 4.26, e para o diâmetro de corte na Figura 4.27. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT3i-1 a HFOT3i-9.

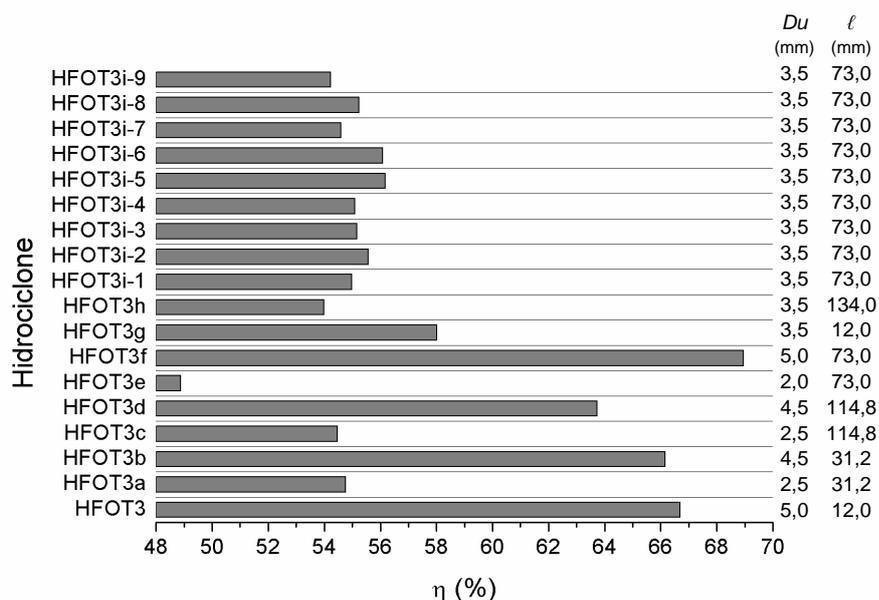


Figura 4.26 – Eficiência total do HFOT3 e dos hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar.

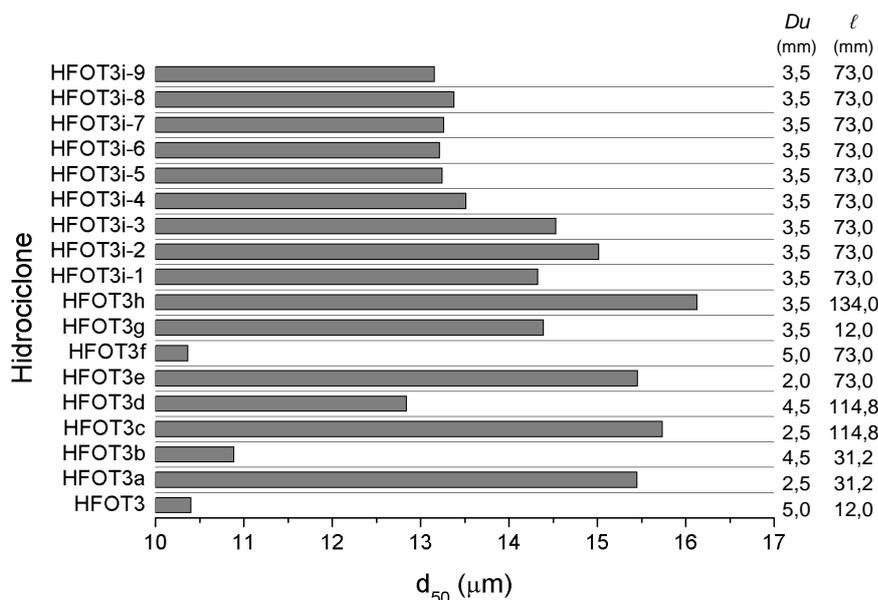


Figura 4.27 – Diâmetro de corte do HFOT3 e dos hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar.

Verificou-se que a variação na eficiência total foi de um aumento em 41%, na faixa de 48,88% (HFOT3e,  $Du = 2,0$  mm;  $\ell = 73,0$  mm) a 68,96% (HFOT3f,  $Du = 5,0$  mm;  $\ell = 73,0$  mm). Foi possível notar que, nesse caso citado, o aumento de  $Du$  favoreceu a eficiência total do HFOT3, o que também ocorreu para as demais mudanças de nível de  $Du$ . Esse intervalo de variação em  $\eta$  esteve próximo ao obtido para o PCC2, porém, neste o patamar em que encontraram as respostas foi mais alto e correspondente a [53,59% ; 76,64%], conforme mostrou a análise da seção 4.2.2.1.

A variação de  $d_{50}$  foi de 55,5%, na faixa de 10,37  $\mu\text{m}$  (HFOT3f) a 16,13  $\mu\text{m}$  (HFOT3h), a menor diferença identificada nessa resposta dentre os planejamentos estudados.

Os hidrociclones de maior eficiência foram, respectivamente, HFOT3f, HFOT3, HFOT3b e HFOT3d, ou seja, os que tinham maior  $Du$ . Esse comportamento foi idêntico para os PCCs 1 e 2 e coerente com o esperado fisicamente. Uma mudança no nível original do tamanho do *vortex finder* do HFOT3 ( $\ell = 12,0$  mm;  $\eta = 66,69\%$ ) para a configuração HFOT3f ( $\ell = 73,0$  mm;  $\eta = 68,96\%$ ), permitiu um aumento na eficiência total de 3,4%.

A equação empírica obtida para a eficiência total é mostrada na Equação 4.14 e para o diâmetro de corte na Equação 4.15, sendo  $x_1$  e  $x_2$  dados pelas Equações 4.2 e 4.13. As superfícies de respostas correspondentes podem ser vistas nas Figuras 4.28 e 4.29.

Tanto a eficiência total quanto o diâmetro de corte do HFOT3 foram influenciados mais significativamente pelo diâmetro de *underflow* do que pelo comprimento do *vortex finder*. Acréscimos em  $Du$  elevaram a eficiência e reduziram  $d_{50}$ , o que também se constatou para o HFOT1 e para o HFOT2. Aumentos no tamanho do *vortex finder* diminuíram  $\eta$ , logo, valores grandes de  $\ell$  podem ter prejudicado a migração de partículas do vórtice interno para o

vórtice externo do HFOT3. Não se observou um ponto de máximo nem de mínimo global para a eficiência e para o diâmetro de corte, nesta ordem, na faixa experimental estudada.

$$\eta = 55,27 + 6,05 x_1 - 1,04 x_2 + 2,30 x_1^2 + 0,92 x_2^2 \quad (r^2 = 0,938) \quad (4.14)$$

$$d_{50} = 13,73 - 1,80 x_1 + 0,58 x_2 - 0,47 x_1^2 + 0,64 x_2^2 \quad (r^2 = 0,879) \quad (4.15)$$

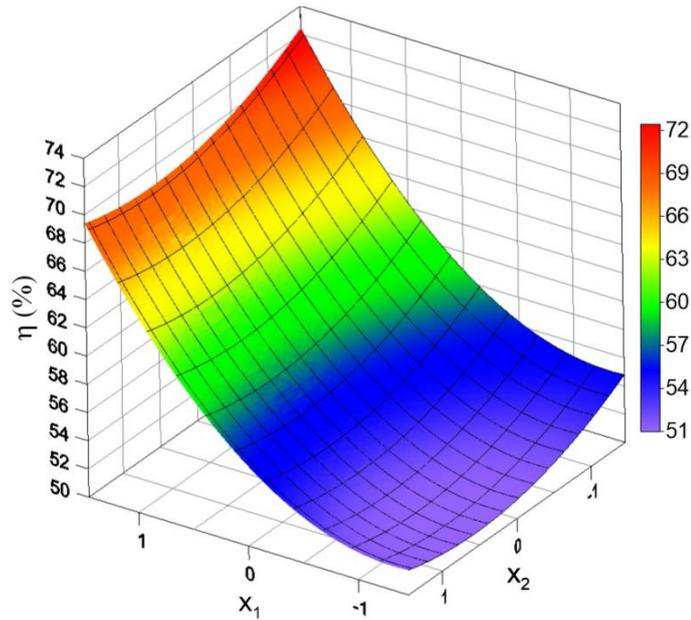


Figura 4.28 – Superfície de resposta para a eficiência total em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $L$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT3.

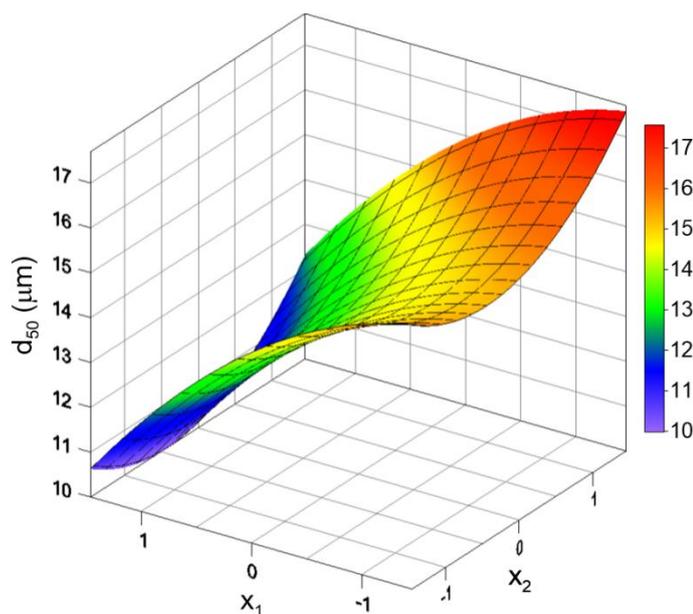


Figura 4.29 – Superfície de resposta para o diâmetro de corte em função de  $x_1$  ( $Du$ ) e de  $x_2$  ( $L$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT3.

### 4.2.3.3 - Efeito na razão de líquido

Os resultados experimentais obtidos para a razão de líquido do HFOT3 e dos hidrociclones advindos do terceiro PCC podem ser vistos na Figura 4.30. As nove réplicas no ponto central foram representadas pela nomenclatura: de HFOT3i-1 a HFOT3i-9.

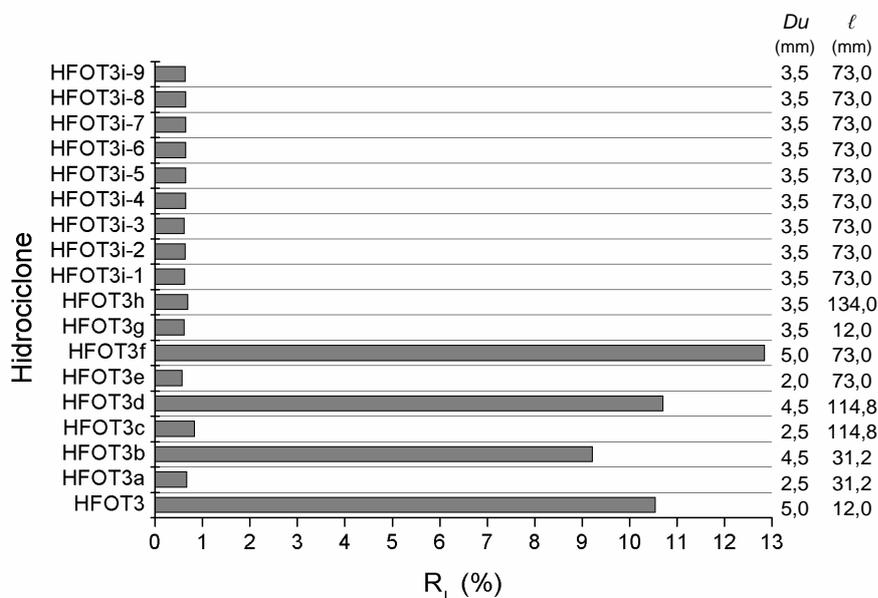


Figura 4.30 – Razão de líquido do HFOT3 e dos hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar.

Os dados experimentais do PCC3 revelaram que a variação de  $R_L$  foi de forma a aumentar 22,5 vezes em relação ao menor valor observado, e esteve no intervalo de 0,57% (HFOT3e) a 12,85% (HFOT3f), faixa mais estreita que a do PCC2 [0,62% ; 17,29%].

Todos os hidrociclones tiveram razão de líquido inferior a 1,00%, exceto quatro: HFOT3f, HFOT3d, HFOT3 e HFOT3b, justamente as configurações de maior eficiência (seção 4.2.2.2) e que tinham os maiores níveis de  $Du$ . Isso mostrou o alto poder concentrador do HFOT3 ( $R_L = 10,54\%$ ), superior, inclusive, ao do HFOT2 ( $R_L = 17,12\%$ ), que está aliado, ainda, a um baixo consumo de energia (número de Euler pequeno).

O hidrociclone HFOT3 ( $Du = 5,0$  mm;  $l = 12,0$  mm;  $c_{vu} = 6,03\%$ ) pode ter o seu potencial concentrador majorado, ao alterar seus valores originais de  $Du$  e  $l$ , segundo mudanças propostas pelo PCC3. A configuração HFOT3g ( $Du = 3,5$  mm;  $l = 12,0$  mm) se mostrou a mais concentradora, forneceu  $c_{vu} = 47,71\%$  e razão de líquido igual a 0,62%, muito próxima à do HFOT3e ( $Du = 2,0$  mm;  $l = 73,0$  mm), para o qual se obteve  $c_{vu} = 46,08\%$ . As concentrações volumétricas do *underflow* experimentais podem ser vistas na Figura 4.31, onde se nota as altas concentrações fornecidas para hidrociclones com  $Du$  intermediário.

Diâmetros de *underflow* inferiores a 3,5 mm não se mostraram adequados para a operação no HFOT3 quando for desejável ter uma corrente de *underflow* com a concentração de sólidos mais alta possível, pois  $c_{vu}$  diminuiu para os hidrociclones de menor  $D_u$ .

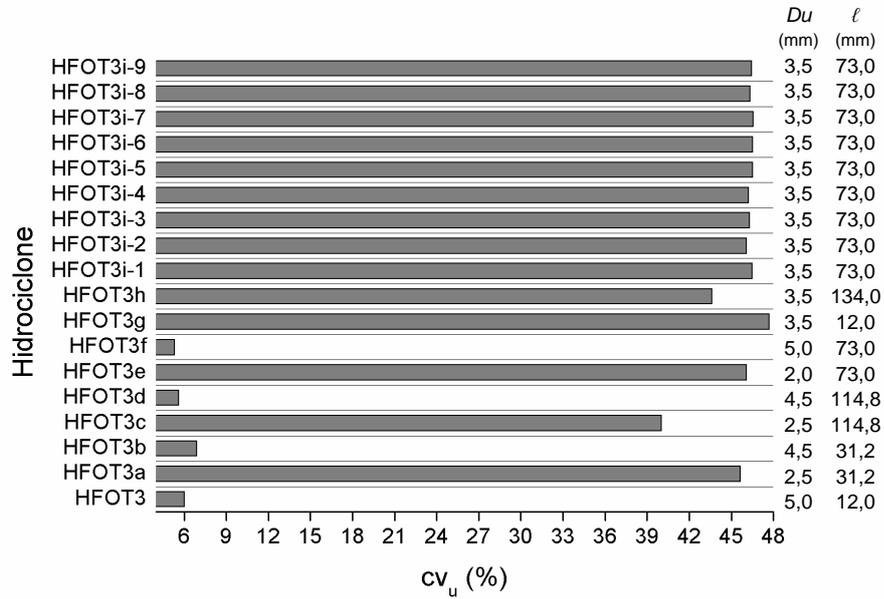


Figura 4.31 – Concentração volumétrica do *underflow* do HFOT3 e hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar.

A Equação 4.16 é representativa da superfície de resposta da razão de líquido (Figura 4.32), sendo  $x_1$  e  $x_2$  dados pelas Equações 4.2 e 4.13.

$$R_L = 0,87 + 4,40 x_1 + 3,28 x_1^2 \quad (r^2 = 0,961) \quad (4.16)$$

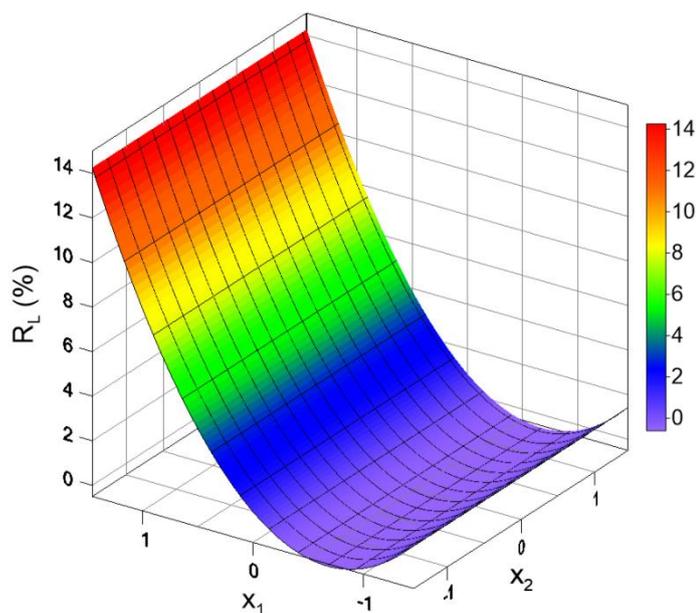


Figura 4.32 – Superfície de resposta para a razão de líquido em função de  $x_1$  ( $D_u$ ) e de  $x_2$  ( $l$ ) pertencentes ao intervalo  $[-1,46;1,46]$  na geometria do HFOT3.

Conforme o esperado e observado para todos os hidrociclones otimizados, a razão de líquido da geometria HFOT3 foi influenciada principalmente pelo diâmetro de *underflow*, de forma diretamente proporcional. Além disso, não recebeu influência significativa da variação no comprimento do *vortex finder*. A superfície de resposta para  $R_L$  do HFOT3 foi parecida com a do HFOT2 (Figura 4.22), apresentando um ponto de mínimo global, localizado entre  $x_1$  igual a 0 e -1 ( $3,5 \text{ mm} < Du < 2,5 \text{ mm}$ ). Acredita-se que isso ocorreu porque a geometria do tronco de cone para essas configurações (HFOT3 e HFOT2) era relativamente semelhante e bem distinta da que teve o HFOT1.

A razão de líquido média e a concentração volumétrica média para o PCC3 foram, respectivamente, iguais a 0,87% e 36,91%, enquanto que para o PCC2 corresponderam a 0,69% e 46,43%. Em média, os hidrociclones do PCC2 foram mais concentradores em relação aos do PCC3 e apresentaram uma elevação na eficiência total média de 7,8%, comparada ao terceiro planejamento experimental. Por outro lado, os hidrociclones do PCC3 apresentaram um número de Euler médio 53% inferior aos do PCC2.

Dentre as configurações mais concentradoras de cada um dos três PCCs, observou-se que, para a finalidade de espessamento, o hidrociclone HFOT3g pareceu o mais adequado, pois foi capaz de produzir uma corrente de *underflow* com concentração volumétrica de sólidos em torno de 48% a um gasto energético muito baixo ( $Eu = 728$ ), de acordo com a comparação realizada a seguir:

- HFOT1e:  $R_L = 1,24\%$ ;  $c_{vu} = 38,10\%$ ;  $\eta = 71,77\%$ ;  $Eu = 6169$
- HFOT2a:  $R_L = 0,63\%$ ;  $c_{vu} = 48,01\%$ ;  $\eta = 55,43\%$ ;  $Eu = 1516$
- HFOT3g:  $R_L = 0,62\%$ ;  $c_{vu} = 47,71\%$ ;  $\eta = 58,01\%$ ;  $Eu = 728$

O hidrociclone HFOT1 apresentou a eficiência total mais elevada ( $\eta = 89,11\%$ ), dentre todas as geometrias testadas neste trabalho, portanto, pareceu ser a mais indicada para a finalidade de clarificação (recuperação de sólidos no *underflow*), conforme o estudo comparativo feito com as configurações de maior eficiência de cada um dos PCCs:

- HFOT1:  $\eta = 89,11\%$ ;  $d_{50} = 4,08 \mu\text{m}$ ;  $R_L = 46,40\%$ ;  $Eu = 6202$
- HFOT2f:  $\eta = 76,64\%$ ;  $d_{50} = 8,02 \mu\text{m}$ ;  $R_L = 17,29\%$ ;  $Eu = 1815$
- HFOT3f:  $\eta = 68,96\%$ ;  $d_{50} = 10,37 \mu\text{m}$ ;  $R_L = 12,85\%$ ;  $Eu = 759$

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 5.1 - Conclusões

Os resultados obtidos pelos três estudos de caso de otimização do desempenho de hidrociclones filtrantes levaram às seguintes conclusões,

– com relação ao Caso 1 (maximização da eficiência total):

- O hidrociclone resultante da otimização (HFOT1) teve a seguinte configuração geométrica:  $\{Di/Dc; Do/Dc; L/Dc; \theta\} = \{0,13; 0,19; 5,80; 9,0^\circ\}$ ,  $\{Dc, Du, \ell\} = \{30,0; 5,0; 12,0\}$  mm, e forneceu a mais alta eficiência dentre todas as geometrias analisadas neste trabalho ( $\eta = 89,11\%$ ;  $d_{50} = 4,08 \mu\text{m}$ ;  $Eu = 6202$ ).
- O HFOT1 apresentou eficiência total 10,5% maior que a do HF11, e um número de Euler superior cerca de 4,6 vezes, para ambos operando à 1,47 bar.
- A eficiência total do HFOT1 foi mais alta em relação à do HCOT1 em 4,2%, assim como o número de Euler (cerca de 3 vezes maior).

– com relação ao Caso 2 (minimização da razão de líquido):

- O hidrociclone proveniente da otimização (HFOT2) teve esta geometria:  $\{Di/Dc; Do/Dc; L/Dc; \theta\} = \{0,21; 0,27; 4,70; 17,8^\circ\}$ ,  $\{Dc, Du, \ell\} = \{30,0; 5,0; 12,0\}$  mm, para  $R_L = 17,12 \%$  e  $d_{50} = 7,88 \mu\text{m}$ .
- O HFOT2 teve razão de líquido 64% superior à do HF6, porém uma eficiência total 58,5 % mais elevada.
- A razão de líquido do HFOT2 foi 82,7% maior comparada à do HCOT2, para uma eficiência total 20% superior.

– com relação ao Caso 3 (minimização do número de Euler):

- O hidrociclone advindo da otimização (HFOT3) teve esta configuração:  $\{Di/Dc; Do/Dc; L/Dc; \theta\} = \{0,26; 0,32; 7,6; 20^\circ\}$ ,  $\{Dc, Du, \ell\} = \{30,0; 5,0; 12,0\}$  mm. Seu gasto energético foi muito baixo ( $Eu = 753$ ) e  $d_{50} = 10,40 \mu\text{m}$ .

- O HFOT3 forneceu número de Euler 17,3% menor que o do HF15 (aumento de 2,1% em  $Q$ ), porém, a eficiência do HF15 foi superior em 3,2%.
- O HFOT3 teve  $Eu$  inferior ao do HCOT3 em 4,4% (elevação de 2% em  $Q$ ), apresentou  $R_L$  cerca de 2 vezes maior e  $\eta$  mais elevada em 26% que o HCOT3.
- A minimização de Euler para o hidrociclone filtrante, paralelamente, resultou numa geometria com alto poder concentrador, HFOT3 ( $R_L = 10,40\%$ ), cuja razão de líquido foi inferior, inclusive, à do hidrociclone filtrante otimizado para minimizar  $R_L$  (HFOT2). Isso também foi verificado na literatura para o hidrociclone convencional otimizado HCOT3 ( $R_L = 5,08\%$ ). Para fins de espessamento, o HCOT3 foi superior, já que teve  $R_L$  menor que o do HFOT3.

– com relação aos três estudos de caso de otimização:

- A eficiência total do HFOT1 foi superior à do HFOT2 e à do HFOT3 em 17% e em 33,6%, respectivamente. Haja vista sua elevada eficiência total, o HFOT1 se mostrou adequado para a recuperação de sólidos (clarificação).
- A razão de líquido do HFOT2 foi 63% inferior à do HFOT1 e 64,6% superior à do HFOT3, não apresentando, desta forma,  $R_L$  mais baixo. Isso ocorreu devido à restrição do problema de otimização do Caso 2 ( $d_{50} < 7 \mu\text{m}$ ) que, se fosse menos severa, levaria a um hidrociclone com alto poder concentrador, mesmo que a eficiência total fosse prejudicada. O HFOT2 seria indicado, então, para operações em que se deseja  $R_L$  pequeno, aliado a uma alta eficiência.
- O número de Euler do HFOT3 foi mais baixo em relação ao HFOT1 e ao HFOT2 em 87,9% e 59%, nesta ordem. O HFOT3 foi capaz de fornecer alta capacidade de processamento, atingindo o objetivo do problema de otimização. Além de econômico energeticamente, foi um bom hidrociclone concentrador.

A partir dos dados experimentais provenientes dos planejamentos experimentais que visaram analisar o efeito do diâmetro de *underflow* ( $D_u$ ) e do comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ) nos hidrociclones de geometria otimizada foi possível concluir,

– com relação ao HFOT1 que:

- Embora a variação verificada para o número de Euler tenha sido pequena (aumentou 8% em relação ao menor valor observado), notou-se que o termo

quadrático negativo de  $Du$  exerceu o maior efeito em  $Eu$ , e que  $\ell$  esteve relacionado de maneira diretamente proporcional a essa resposta.

- A variável mais interferente na eficiência total foi  $Du$ , que quanto maior, forneceu  $\eta$  mais elevada, devido à menor restrição ao escoamento imposta no orifício de *underflow* e à maior coleta de sólidos nessa corrente. Incrementos em  $\ell$  majoraram a eficiência total, possivelmente, em virtude da presença acentuada de curto-circuito no HFOT1, cuja altura do cilindro é pequena.
- Acréscimos em  $Du$  elevaram a razão de líquido do HFOT1, enquanto  $\ell$  não exerceu influência estatisticamente significativa nessa resposta.
- Os valores de  $Du$  e de  $\ell$  originais do HFOT1 pareceram já estar adequados para fornecer alta eficiência a um custo energético baixo, não requerendo mudança nas dimensões propostas pelo planejamento experimental.
- A configuração HFOT1e  $\{Du, \ell\}$  (mm) =  $\{2,0; 7,5\}$  pareceu uma interessante concentradora, a uma eficiência total alta ( $c_{vu} = 38,10\%$ ;  $\eta = 71,77\%$ ).

– com relação ao HFOT2 que:

- Houve uma variação no número de Euler superior à do HFOT1 (aumento de 25,4% em relação ao menor valor observado). A variável  $Du$  foi a que mais interferiu em  $Eu$  e, quanto maior o seu valor, mais elevado esteve o gasto energético, possivelmente, devido à filtração na região cônica ter provocado o deslocamento de correntes em sentido contrário na direção radial. Os níveis mais baixos de  $Eu$  foram encontrados para menores  $Du$  e para  $\ell$  intermediário.
- O aumento da eficiência total foi mais influenciado por acréscimos em  $Du$  do que pela redução de  $\ell$ . O fenômeno de migração das partículas do vórtice interno para o vórtice externo do HFOT2 pode ter sido levemente prejudicado ao se utilizarem comprimentos de *vortex finder* maiores.
- Incrementos em  $Du$  majoraram a razão de líquido do HFOT2, cuja superfície de resposta forneceu um ponto de mínimo global na região de  $Du$  entre 3,5 e 2,5 mm e de  $\ell$  próximo a 27,4 mm.
- A razão de líquido do HFOT2 pode ser ainda mais minimizada pela modificação de seus valores originais de  $Du$  e de  $\ell$ . A configuração geométrica que se mostrou mais concentradora foi a HFOT2a,  $\{Du, \ell\}$  (mm) =  $\{2,5; 12,0\}$ , que forneceu:  $c_{vu} = 48,01\%$ , para  $R_L = 0,63\%$  e  $\eta = 55,43\%$ .

- Apenas 4 das 10 configurações geométricas estudadas (PCC2, incluindo o HFOT2) apresentaram  $c_{vu}$  inferior a 40%.

– com relação ao HFOT3 que:

- A variação no número de Euler foi pequena, inferior à do PCC1 (em relação ao menor valor observado, aumentou 6,7%), o que implicou em patamares praticamente iguais de gasto energético para as geometrias do PCC3.
- Acréscimos em  $Du$  elevaram o número de Euler do HFOT3, assim como o do HFOT2, e o efeito quadrático de  $\ell$  foi o mais importante.
- A eficiência total foi influenciada mais significativamente pelo aumento de  $Du$  do que pelo efeito de  $\ell$ , e isso foi observado para os três PCCs. A configuração HFOT3f  $\{Du, \ell\}$  (mm) =  $\{5,0; 73,0\}$  pareceu interessante para fornecer eficiência elevada a um gasto energético muito baixo ( $\eta = 68,96\%$ ;  $Eu = 759$ ).
- A razão de líquido não foi alterada significativamente com variações em  $\ell$ , e acréscimos em  $Du$  majoraram essa resposta, cuja superfície forneceu um ponto de mínimo global na região de  $Du$  entre 3,5 e 2,5 mm.
- A razão de líquido do HFOT3 pôde ser reduzida pela alteração em seus valores originais de  $Du$  e de  $\ell$ . A configuração geométrica que se mostrou mais concentradora, dentre todas as analisadas neste trabalho, foi a HFOT3g,  $\{Du, \ell\}$  (mm) =  $\{3,5; 12,0\}$ , que forneceu:  $c_{vu} = 47,71\%$ ,  $R_L = 0,62\%$ ,  $Eu = 728$ .

## 5.2 - Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros sugere-se:

- Realizar uma otimização multi-objetivo, objetivando, por exemplo: maximizar a eficiência e minimizar o número de Euler; ou ainda, minimizar a razão de líquido e minimizar o diâmetro de corte.
- Realizar uma otimização que visa minimizar a razão de líquido com uma restrição menos rigorosa, a fim de obter uma razão de líquido baixa (objetivando o espessamento), mesmo que isso desfavoreça a eficiência total.
- Utilizar técnicas de CFD para fornecer uma descrição mais detalhada do escoamento interno da suspensão em hidrociclones filtrantes e do efeito provocado pela variação de  $Du$  e de  $\ell$ .

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, C.A.K. **Comportamento do hidrociclone filtrante frente às modificações no diâmetro de underflow e no tubo de vortex finder**. 2008. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2008.
- ARRUDA, E.B.; KOBOLDT, C.A.; VIEIRA, L.G.M.; DAMASCENO, J.J.R.; BARROZO, M.A.S. Avaliação do comportamento de hidrociclones filtrantes de Krebs. **XXX Encontro nacional sobre escoamento em meios porosos**, São Carlos. [S.l.: s.n.], 2002.
- ARRUDA, E.B. **Performance de hidrociclones filtrantes com geometria Demco**. 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFU, Uberlândia, 2003.
- COPEBRÁS (Companhia Petroquímica Brasileira). [S.l.:sn], 2013.
- COPEBRÁS. Disponível em: [www.copebras.com.br](http://www.copebras.com.br). Acesso em: 30 dez. 2013.
- CRUZ, O.C. **Desempenho de um hidrociclone de geometria "Rietema" como pré-filtro para sistemas de irrigação**. 2008. 66 f. Tese (Doutorado em Agronomia), UNESP, Jaboticabal, 2008.
- DAMASCENO, J.J.R; MASSARANI, G. Estudo de um sedimentador contínuo com fundo filtrante. **XIV Encontro Nacional sobre Escoamento em Meios Porosos**, Campinas, p. 283-290, 1986.
- DARBY, R. **Chemical Engineering Fluid Mechanics**. 2nd ed. New York: Taylor & Francis, 2001. 559 p.
- FAÇANHA, J.M.F. **Incorporação de um Cilindro Filtrante na Separação Sólido-Líquido em Hidrociclones**. 2012. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2012.
- FEOKTISTOV, V. **Differential Evolution: in search of solutions**. Optimizations and its applications, v.5, 2006. 195 p.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 36ª ed. Coleção Leitura. São Paulo: Editora Paz e Terra, 2007.
- HENRIQUE, H.M.; BARROZO, M.A.S.; DAMASCENO, J.J.R. Estudo da Dinâmica de um Sedimentador Filtrante. **XV Encontro Nacional sobre Escoamento em Meios Porosos**, Uberlândia, p.303-310, 1987.
- LANNA, A.E.; BARROZO, M.A.S; DAMASCENO, J.J.R. Estudo de Desempenho de um Hidrociclone Filtrante. **Revista Ciência & Engenharia**, Uberlândia, p.175-186, 1992.

- LOBATO, F.S. **Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia**. 2008. 402 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - UFU, Uberlândia, 2008.
- LUZ, A.B. da; LINS, F.A.F. **Rochas & Minerais Industriais: usos e especificações**. 2ª ed. Rio de Janeiro: CETEM-MCT, 2008. 990 p.
- MASSARANI, G. Projeto e análise do desempenho de ciclones e hidrociclones ii. In: Anais do **XVII Encontro Nacional sobre Escoamento em Meios Porosos**, São Carlos. [S.l.: s.n.], 1989. p. 125-136.
- MASSARANI, G. **Fluidodinâmica em Sistemas Particulados**. 2ª ed. Rio de Janeiro: E-Papers Serviços Editoriais, 2002.
- PATANKAR, S.V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. New York: Ed. Hemisphere Pub. Co., 1980.
- PRICE, K.V.; STORN, R.M.; LAMPINEN, J.A. **Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization**. Natural Computing Series: Springer Verlag, 2005.
- RICHARDSON, J. F.; HARKER, J. H. **Particle technology and separation processes**. 5th ed. Vol 2. Oxford OX2 8DP: Butterworth-Heinemann, 2002. 1229 p.
- RUSHTON. A.S.; WARD, A.S.; HOLDICH, R.G. **Solid-liquid filtration and separation technology**. 2nd ed. Wiley-VCH Verlag GmbH, 2000.
- SALVADOR, F. F. **Estudo experimental do comportamento de um hidrociclone com cone e cilindro filtrantes**. 2013. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2013.
- SILVA, D.O. **Otimização da separação sólido-líquido em hidrociclones mediante modificações geométricas**. 2012. 189 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2012.
- SOUZA, F.J. **Análise da Influência do Meio Filtrante no Comportamento do Hidrociclone Filtrante**. 1999. 85p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 1999.
- SVAROVSKY, L. **Solid-Liquid Separation**. 4th Edition. Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP: Butterworth-Heinemann, 2000. 554 p.
- VIEIRA, L.G.M. **Análise da Separação Sólido-Líquido em um Hidrociclone Filtrante. Relatório de Iniciação Científica**. PIBIC/CNPq-UFU, Uberlândia, 1997.
- VIEIRA, L.G.M. **Estudo da Performance de Hidrociclones Filtrantes Rietema**. 2001. 141 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2001.
- VIEIRA, L. G. M. **Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclone Filtrante**. 2006. 297 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) - UFU, Uberlândia, 2006.

## APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE E DA POROSIDADE DOS TRONCOS DE CONE POROSOS

A determinação da permeabilidade dos troncos de cone porosos teve por base a metodologia de Vieira (2006), enquanto a porosidade foi estabelecida segundo o método utilizado por Salvador (2013).

### A.1. Determinação da permeabilidade

Para um fluido escoando em um meio poroso, a equação do movimento pode ser substituída pela Equação de Darcy:

$$v = \frac{-k}{\mu} (\nabla P - \rho g) \quad (\text{A.1})$$

Em que:

- $v$  – velocidade superficial
- $k$  – permeabilidade do meio poroso
- $\mu$  – viscosidade do fluido
- $P$  – pressão
- $\rho$  – densidade do fluido
- $g$  – aceleração da gravidade

Considerando que o escoamento na matriz porosa é lento, incompressível e que ocorre apenas na direção radial (para simplificação), a Equação A.1 fica desta forma:

$$-\frac{dP}{dr} = \frac{\mu}{k} v = \frac{\mu}{k} \frac{Q_F}{A_{lateral}} \quad (\text{A.2})$$

sendo,  $Q_F$  a vazão volumétrica de filtrado e  $A_{lateral}$  a área superficial do tronco de cone do hidrociclone, dada pela Equação A3.

$$A_{troncodecone} = \pi(R_1 + R_2) \sqrt{H^2 + (R_1 - R_2)^2} \quad (\text{A.3})$$

sendo,  $R_1$ ,  $R_2$  e  $H$  o raio maior, o raio menor e a altura do tronco de cone, respectivamente.

A Equação A.3, porém, leva a dificuldades no processo de integração da Equação A.2. Por isso, a área lateral do tronco de cone foi simplificada como equivalente à área superficial de um trapézio (composto por dois triângulos e um retângulo). A diferença nos valores da área real e da área simplificada foi pequena para os troncos de cone deste trabalho: os desvios entre esses valores foram de -0,3%, -1,2% e -1,5% para uma altura do tronco de cone igual a 159, 80 e 71 mm, respectivamente. Todos os troncos de cone tinham diâmetro maior  $D_c = 30$  mm, diâmetro menor  $D_u = 5$  mm e espessura da parede  $\xi = 2,5$  mm.

Visto que a parede do tronco de cone poroso tem uma espessura, pela simplificação adotada, existe um trapézio mais interno de menor área (cujas bases são  $\pi D_u$  e  $\pi D_c$ ), outro mais externo cuja área é a maior (cujas bases são  $\pi D_u + \xi$  e  $\pi D_c + \xi$ ), e trapézios com área de valor intermediário a essas duas. Isso significa que a área lateral do trapézio varia com a espessura da parede. Essa área lateral foi posta como uma função do raio menor ( $R_2$ ).

Para um tronco de cone com base menor igual a  $2\pi R_2$  ( $D_u/2 < R_2 < D_u/2 + \xi$ ), altura  $H$  e relação entre as bases superior e inferior sendo  $D_c/D_u$ , a área lateral correspondente é:

$$A_{lateral} = 2\pi H R_2 + \frac{\pi}{2} H (D_c - D_u) \quad (A.4)$$

Substituindo a Equação A.4 na Equação A.2, integrando  $P$  da pressão interna do hidrociclone à pressão atmosférica, e integrando  $R_2$  de  $D_u/2$  à  $D_u/2 + \xi$ , obtém-se:

$$-P + P_{atm} = \frac{\mu}{k} \frac{1}{2\pi H} \ln\left(\frac{D_u + D_c + 4\xi}{D_u + D_c}\right) Q_F \quad (A.5)$$

A Equação A.5 pode ser simplificada à seguinte forma, visto que  $\psi$  é uma constante:

$$Q_F = \psi [-\Delta P] \quad (A.6)$$

A Equação A.6 pode ser linearizada, o que resulta em:

$$\ln(Q_F) = \ln(\psi) + \ln([-\Delta P]) \quad (A.7)$$

As permeabilidades dos troncos de cone deste trabalho foram calculadas pela Equação A.5. Para isso, colocaram-se os hidrociclones filtrantes otimizados (HFOT1, HFOT2, HFOT3) em operação e coletaram-se 10 medidas de vazão mássica de filtrado (água

pura) por gravimetria, para diferentes quedas de pressão (0,29; 0,59; 0,88; 1,18; 1,47 e 1,77 bar). Ao medir a temperatura da suspensão contida no tanque, foi possível determinar a densidade do filtrado e sua vazão volumétrica. Com os dados experimentais de vazão volumétrica de filtrado e de queda de pressão, fez-se uma regressão linear no *software* STATISTICA 7.1, determinou-se  $\psi$  pela Equação A.7 e, então,  $k$ , pela Equação A.5. Vale mencionar que a determinação da permeabilidade só foi realizada após ter sido feita a colmatação dos troncos de cone filtrantes. Os valores de  $\psi$  e de  $k$  obtidos podem ser visualizados na Tabela A.1.

Tabela A.1 – Permeabilidades dos troncos de cone filtrantes.

<b>Altura do tronco de cone (mm)</b>	<b><math>\psi</math> (<math>\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}</math>)</b>	<b><math>k</math> (<math>\text{m}^2</math>)</b>
159	$7,93 \times 10^{-11}$	$1,65 \times 10^{-14}$
80	$3,22 \times 10^{-11}$	$6,76 \times 10^{-15}$
71	$3,40 \times 10^{-11}$	$6,65 \times 10^{-15}$

## A.2. Determinação da porosidade

Darby (2001) apresenta uma equação que relaciona a permeabilidade ao tamanho da partícula e à porosidade do meio:

$$k = \frac{d^2 \varepsilon^3}{180(1 - \varepsilon)^2} \quad (\text{A.8})$$

A Equação A.8 é obtida quando se descreve o fator de atrito no meio poroso pela equação de Blake-Kozeny para o escoamento laminar, válida para números de Reynolds do meio poroso menores que 10.

Considerando os dados de permeabilidade obtidos na seção anterior, e que as partículas de bronze sinterizado constituintes dos troncos de cone tinham diâmetro  $d = 25 \mu\text{m}$ , utilizou-se a Equação A.8 para determinar as porosidades dos troncos de cone filtrantes, que corresponderam a:

- $\varepsilon = 15,09\%$  (para  $H = 159 \text{ mm}$ );
- $\varepsilon = 11,51\%$  (para  $H = 80 \text{ mm}$ );
- $\varepsilon = 11,45\%$  (para  $H = 71 \text{ mm}$ ).

## APÊNDICE B – DADOS EXPERIMENTAIS

### B.1. HFOT1 e hidrociclones do PCC1

Tabela B.1 – Dados experimentais para o HFOT1 e para os hidrociclones do PCC1 à 1,47 bar.

Hidrociclone	$Q$ (cm <sup>3</sup> /s)	$Eu$	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu$ m)	$d'_{50}$ ( $\mu$ m)	$R_L$ (%)	$c_{vu}$ (%)	$c_v$ (%)	$Re$	$Q_F$ (cm <sup>3</sup> /s)
<b>HFOT1</b>	154	6202	89,11	79,68	4,08	7,31	46,40	2,01	1,06	6924	0,176
<b>HFOT1a</b>	152	6351	72,40	71,46	9,06	9,35	3,29	18,14	1,00	6101	0,120
<b>HFOT1b</b>	151	6429	84,55	75,15	4,96	7,57	37,82	2,39	1,08	6485	0,119
<b>HFOT1c</b>	151	6442	77,02	75,99	8,69	9,07	4,31	15,30	1,00	6794	0,121
<b>HFOT1d</b>	151	6454	88,26	81,00	4,81	7,79	38,17	2,45	1,08	6787	0,182
<b>HFOT1e</b>	154	6169	71,77	71,42	9,89	10,00	1,24	38,10	1,06	6327	0,103
<b>HFOT1f</b>	155	6175	88,68	79,81	4,09	7,11	43,93	2,04	1,02	7294	0,178
<b>HFOT1g</b>	151	6470	78,20	71,92	7,37	9,00	22,37	3,47	1,02	6618	0,103
<b>HFOT1h</b>	149	6669	83,80	79,34	6,46	8,26	21,60	3,87	1,03	6844	0,208
<b>HFOT1i-1</b>	150	6548	82,45	77,97	6,31	8,12	20,33	4,01	1,02	6906	0,198
<b>HFOT1i-2</b>	150	6531	80,42	75,47	6,58	8,29	20,18	4,13	1,07	6747	0,190
<b>HFOT1i-3</b>	149	6632	81,79	77,18	6,22	7,90	20,18	4,06	1,03	6949	0,188
<b>HFOT1i-4</b>	150	6598	82,47	78,03	6,57	8,28	20,22	3,84	0,97	7241	0,188
<b>HFOT1i-5</b>	150	6545	82,90	78,59	6,01	7,68	20,11	4,14	1,04	6740	0,181
<b>HFOT1i-6</b>	150	6594	83,39	79,18	6,36	8,03	20,23	4,09	1,02	6882	0,166
<b>HFOT1i-7</b>	149	6598	80,53	75,65	6,59	8,26	20,06	4,18	1,08	6713	0,149
<b>HFOT1i-8</b>	149	6638	80,59	75,72	6,78	8,52	20,06	4,06	1,04	6859	0,141
<b>HFOT1i-9</b>	150	6585	83,62	79,54	6,07	7,69	19,92	4,13	1,02	6974	0,124

## B.2. HFOT2 e hidrociclones do PCC2

Tabela B.2 – Dados experimentais para o HFOT2 e para os hidrociclones do PCC2 à 1,47 bar.

Hidrociclone	$Q$ (cm <sup>3</sup> /s)	$Eu$	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$d'_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$R_L$ (%)	$c_{vu}$ (%)	$c_v$ (%)	$Re$	$Q_F$ (cm <sup>3</sup> /s)
<b>HFOT2</b>	283	1838	76,13	71,19	7,88	9,36	17,12	4,68	1,09	13369	0,135
<b>HFOT2a</b>	312	1516	55,43	55,14	16,99	17,06	0,63	48,01	1,03	15107	0,085
<b>HFOT2b</b>	281	1868	71,81	68,01	9,63	10,88	11,89	5,88	1,02	12030	0,103
<b>HFOT2c</b>	305	1586	53,59	53,28	17,78	17,85	0,66	46,90	1,08	14032	0,090
<b>HFOT2d</b>	281	1871	70,94	67,07	9,49	10,68	11,75	6,08	1,06	12308	0,099
<b>HFOT2e</b>	314	1492	54,33	54,05	18,38	18,44	0,62	44,96	0,93	14470	0,079
<b>HFOT2f</b>	285	1815	76,64	71,76	8,02	9,67	17,29	4,60	1,08	13282	0,112
<b>HFOT2g</b>	297	1669	60,66	60,38	14,83	14,90	0,69	46,44	0,97	13348	0,076
<b>HFOT2h</b>	298	1657	57,13	56,84	15,49	15,57	0,67	46,53	1,01	13729	0,076
<b>HFOT2i-1</b>	302	1614	60,25	59,97	14,55	14,62	0,68	46,49	0,98	13571	0,072
<b>HFOT2i-2</b>	299	1651	59,29	59,01	14,97	15,04	0,68	46,34	0,98	13926	0,069
<b>HFOT2i-3</b>	299	1646	60,06	59,79	14,98	15,05	0,68	46,40	0,97	14497	0,069
<b>HFOT2i-4</b>	302	1616	58,91	58,64	14,98	15,05	0,66	46,46	0,96	12937	0,063
<b>HFOT2i-5</b>	302	1616	60,65	60,39	14,00	14,06	0,65	46,46	0,93	13563	0,062
<b>HFOT2i-6</b>	302	1620	58,19	57,91	14,62	14,68	0,66	46,40	0,97	13884	0,061
<b>HFOT2i-7</b>	300	1635	59,17	58,90	14,85	14,92	0,65	46,58	0,94	14360	0,062
<b>HFOT2i-8</b>	303	1610	59,87	59,61	14,07	14,13	0,65	46,41	0,93	14658	0,065
<b>HFOT2i-9</b>	301	1623	60,16	59,88	15,12	15,19	0,67	46,55	0,97	13533	0,055

### B.3. HFOT3 e hidrociclones do PCC3

Tabela B.3 – Dados experimentais para o HFOT3 e para os hidrociclones do PCC3 à 1,47 bar.

Hidrociclone	$Q$ (cm <sup>3</sup> /s)	$Eu$	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$d'_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$R_L$ (%)	$c_{vu}$ (%)	$c_v$ (%)	$Re$	$Q_F$ (cm <sup>3</sup> /s)
<b>HFOT3</b>	442	753	66,69	62,77	10,40	11,59	10,54	6,03	1,00	18953	0,068
<b>HFOT3a</b>	451	724	54,76	54,46	15,45	15,52	0,67	45,64	1,01	21302	0,045
<b>HFOT3b</b>	441	757	66,16	62,73	10,89	11,86	9,22	6,88	1,02	18905	0,058
<b>HFOT3c</b>	449	730	54,47	54,09	15,73	15,82	0,83	40,03	1,01	20435	0,051
<b>HFOT3d</b>	447	738	63,72	59,37	12,84	13,94	10,70	5,59	0,98	20072	0,054
<b>HFOT3e</b>	452	721	48,88	48,59	15,46	15,50	0,57	46,08	0,99	21352	0,039
<b>HFOT3f</b>	441	759	68,96	64,38	10,37	11,68	12,85	5,31	1,03	20280	0,053
<b>HFOT3g</b>	450	728	58,01	57,75	14,39	14,44	0,62	47,71	0,96	21245	0,042
<b>HFOT3h</b>	450	727	53,98	53,66	16,13	16,20	0,69	43,62	0,98	20729	0,048
<b>HFOT3i-1</b>	442	755	54,98	54,69	14,33	14,39	0,63	46,49	0,99	21412	0,041
<b>HFOT3i-2</b>	441	757	55,56	55,28	15,01	15,07	0,64	46,10	0,97	21922	0,040
<b>HFOT3i-3</b>	441	759	55,16	54,88	14,53	14,59	0,62	46,32	0,96	22307	0,041
<b>HFOT3i-4</b>	438	769	55,10	54,80	13,51	13,56	0,65	46,24	1,01	19199	0,036
<b>HFOT3i-5</b>	440	762	56,18	55,90	13,24	13,29	0,65	46,51	0,99	20496	0,038
<b>HFOT3i-6</b>	438	768	56,09	55,80	13,22	13,27	0,65	46,52	1,00	21969	0,038
<b>HFOT3i-7</b>	443	752	54,59	54,30	13,26	13,31	0,65	46,56	1,03	20640	0,033
<b>HFOT3i-8</b>	438	768	55,24	54,95	13,38	13,43	0,65	46,36	1,01	21225	0,036
<b>HFOT3i-9</b>	442	755	54,22	53,93	13,16	13,20	0,63	46,46	1,00	22157	0,037

#### B.4. Fotografias dos hidrociclones filtrantes do PCC3 em operação

À esquerda corrente de *underflow* e à direita corrente de *overflow*.



HFOT3



HFOT3a



HFOT3b



HFOT3c



HFOT3d



HFOT3e



HFOT3f



HFOT3g



HFOT3h



HFOT3i



HFOT3 (foto com flash)



HFOT3e (foto com flash)

## ANEXO I – MATRIZ DE PLANEJAMENTO DE VIEIRA (2006)

Na Tabela I é apresentada a matriz do Planejamento Composto Central (PCC) de Vieira (2006) para as 25 geometrias estudadas de hidrociclones. A nomenclatura atribuída a cada configuração foi  $H_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, 25$ , significando *Hidrociclone de número i*. As quatro variáveis independentes do PCC foram:  $X_1$  ( $D_i/D_c$ ),  $X_2$  ( $D_o/D_c$ ),  $X_3$  ( $L/D_c$ ) e  $X_4$  ( $\theta$ ). A Equação 3.1 (p. 33) transforma a variável na escala codificada ( $X_1, X_2, X_3$  e  $X_4$ ) para a escala original. Os valores na escala original das variáveis constam na Tabela 3.1 (p.33).

Tabela I – Planejamento Composto Central para 4 fatores e 5 réplicas no ponto central, sendo  $\alpha = 1,66$  (VIEIRA, 2006).

<b>Hidrociclone</b>	<b><math>X_1</math></b>	<b><math>X_2</math></b>	<b><math>X_3</math></b>	<b><math>X_4</math></b>
<b>H1</b>	-1	-1	-1	-1
<b>H2</b>	-1	-1	-1	+1
<b>H3</b>	-1	-1	+1	-1
<b>H4</b>	-1	-1	+1	+1
<b>H5</b>	-1	+1	-1	-1
<b>H6</b>	-1	+1	-1	+1
<b>H7</b>	-1	+1	+1	-1
<b>H8</b>	-1	+1	+1	+1
<b>H9</b>	+1	-1	-1	-1
<b>H10</b>	+1	-1	-1	+1
<b>H11</b>	+1	-1	+1	-1
<b>H12</b>	+1	-1	+1	+1
<b>H13</b>	+1	+1	-1	-1
<b>H14</b>	+1	+1	-1	+1
<b>H15</b>	+1	+1	+1	-1
<b>H16</b>	+1	+1	+1	+1
<b>H17</b>	$-\alpha$	0	0	0
<b>H18</b>	$+\alpha$	0	0	0
<b>H19</b>	0	$-\alpha$	0	0
<b>H20</b>	0	$+\alpha$	0	0
<b>H21</b>	0	0	$-\alpha$	0
<b>H22</b>	0	0	$+\alpha$	0
<b>H23</b>	0	0	0	$-\alpha$
<b>H24</b>	0	0	0	$+\alpha$
<b>H25(5)</b>	0	0	0	0

## ANEXO II – DADOS EXPERIMENTAIS DE VIEIRA (2006)

Na Tabela II estão os dados experimentais de Vieira (2006) referentes a um PCC (Anexo I) para hidrociclones filtrantes à 1,47 bar. As respostas  $Re$ ,  $d'_{50}$ , e  $\eta'$  foram suprimidas.

Tabela II – Dados experimentais de Vieira (2006) para hidrociclones filtrantes à 1,47 bar.

Hidrociclone	$Q$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$Eu$	$\eta$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	$R_L$ (%)	$c_v$ (%)	$Q_F$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )
HF1	197	3791	77,62	1,81	38,84	1,00	0,120
HF2	184	4354	67,75	4,52	21,70	1,02	0,086
HF3	204	3549	77,33	2,14	37,22	1,00	0,156
HF4	206	3460	64,53	3,59	29,85	1,00	0,077
HF5	212	3290	72,03	4,32	23,51	1,00	0,096
HF6	221	3010	48,02	9,66	10,44	1,02	0,064
HF7	221	3029	68,43	5,13	21,52	1,00	0,131
HF8	223	2971	55,82	7,18	16,76	1,00	0,054
HF9	304	1592	77,32	1,96	36,51	1,00	0,178
HF10	296	1679	66,93	4,71	22,60	1,02	0,126
HF11	331	1344	80,64	1,81	36,57	1,00	0,180
HF12	335	1310	71,28	3,08	30,43	1,00	0,144
HF13	367	1195	70,37	4,19	22,09	1,00	0,211
HF14	366	1102	56,17	7,87	10,50	1,02	0,128
HF15	402	911	68,80	4,61	22,17	1,00	0,228
HF16	398	941	61,33	6,26	16,18	1,00	0,125
HF17	159	5854	67,98	5,36	19,61	1,01	0,082
HF18	394	948	61,98	5,45	20,98	1,01	0,188
HF19	244	2472	74,00	0,90	43,10	1,02	0,131
HF20	311	1521	70,41	4,27	16,10	0,85	0,112
HF21	259	2199	67,21	5,23	18,56	1,01	0,137
HF22	330	1350	60,86	5,32	22,82	1,02	0,094
HF23	298	1656	68,22	4,13	24,92	1,02	0,233
HF24	303	1600	61,57	5,67	17,76	1,02	0,113
HF25-1	306	1576	67,14	4,65	21,23	1,05	0,110
HF25-2	307	1558	67,30	4,61	21,52	1,10	0,120
HF25-3	300	1636	67,58	4,77	20,75	1,10	0,110
HF25-4	302	1617	67,10	4,40	20,60	1,10	0,120
HF25-5	306	1576	67,14	4,65	21,23	1,05	0,110