



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



**CONTROLE COM APRENDIZADO ITERATIVO PARA  
PROCESSOS EM BATELADA**

**Uberlândia - MG - Brasil**

**2010**





**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**



## **Controle com Aprendizado Iterativo para Processos em Batelada**

**Matheus Henrique Granzotto**

**Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química, área de concentração em Pesquisa e Desenvolvimento de Processos Químicos.**

**Uberlândia – MG**

**2010**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG - Brasil

---

G765c Granzotto, Matheus Henrique, 1984-  
Controle com aprendizado iterativo para processos em batelada  
[manuscrito] / Matheus Henrique Granzotto. - 2010.  
167 f. : il.

Orientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.  
Inclui bibliografia.

1. Controle de processos químicos - Teses. I. Lopes, Luís Cláudio Oliveira. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. III. Título.

CDU: 66.012

---

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 29 /04 /2010.

BANCA EXAMINADORA:



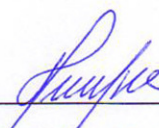
---

Prof. Dr. Luís Cláudio Oliveira Lopes  
Orientador (PPG-EQ/UFU)



---

Prof. Dr. Laércio Ender  
(PPG-EQ/FURB)



---

Prof. Dr. Humberto Molinar Henrique  
(PPG-EQ/UFU)



Dedico esta monografia a minha família pela fé e confiança demonstrada.

Aos meus amigos pelo apoio incondicional.

Ao orientador pela paciência demonstrada no decorrer do trabalho.

Enfim a todos que de alguma forma tornaram este caminho mais fácil de ser percorrido.





## **AGRADECIMENTOS**

Ao amigo e orientador Prof. Dr. Luís Cláudio Oliveira Lopes por todo o conhecimento passado, pelas excelentes supervisões, orientações, pelas diretrizes seguras e permanente incentivo.

À minha família, pela base sólida que sempre me deu força para encarar a vida de frente. Aos meus pais, não só pela dedicação em tornar o filho mais velho mestre, mas formar e dar condições a todos os seus filhos. A minha mãe Marlene, por cumprir este papel magistralmente, pelos pés no chão e pelo amor intenso. Ao meu pai Alexandre, por ser tão pai em minha vida, pelo apoio e pelo carinho sempre. Essa monografia é uma homenagem ao trabalho de vocês.

Aos meus irmãos. Lucas, que hoje é um homem inteligente, formado e apaixonado pela vida. Gabriel, pela força sempre, estudando e mostrando que sempre podemos conseguir o que queremos.

Aos meus amigos Cíntia, Davi, Gustavo, Juliana, Marcelo, Mariana, Marina e Nádia pelo apoio nas horas difíceis e pelas diversões nos momentos de descontração.

Aos amigos e companheiros que estiveram a todos os momentos me incentivando e contribuindo com meu desenvolvimento pessoal.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram na execução deste trabalho.



## RESUMO

Processos com operação em batelada são usualmente sistemas em que quantidades definidas de matérias-primas são combinadas de maneiras específicas durante um tempo designado para produzir produtos intermediários ou finais, com alto valor agregado gerando o menor desperdício possível de matéria-prima para obtenção de maiores lucros. Na sua maioria, são processos inerentemente não lineares, tornando difícil controlá-los de forma satisfatória. O controle com aprendizado iterativo, metodologia apresentada neste trabalho, utiliza características importantes para o controle de plantas industriais com operação em batelada, como a rejeição de perturbações, a inclusão de restrições nas variáveis de controle tornando o controle mais seguro e realista, além da capacidade de rastreamento de trajetórias de referência de forma gradual ao longo das bateladas, entre outras. Nesse contexto, o presente trabalho investiga a metodologia de controle com aprendizado iterativo aplicada com sucesso a diversas plantas e modelos com características distintas, abrangendo desde sistemas lineares SISO e MIMO de fase mínima e não mínima até sistemas não lineares. Estudos comparativos a respeito da qualidade do controle proposto perante metodologias clássicas de controle, como o controle PID, além de metodologias como o GMC, foram realizados. Os resultados da utilização do controle com aprendizado iterativo foram considerados promissores uma vez que a metodologia apresenta versatilidade e facilidade quanto a sintonia, tornando o controlador intuitivo. Para processos de fase mínima LTI, o aprendizado foi quase que imediato. O controlador com aprendizado iterativo foi capaz de compensar os efeitos de fase não mínima resultantes de atraso ou zeros de fase não mínima, levando a um rastreamento perfeito da trajetória de referência. A utilização da metodologia para o controle de plantas não lineares foi avaliada para sistemas reacionais em que foram experimentadas duas maneiras diferentes de obter a matriz de aprendizado, como o modelo FIR e o modelo linearizado localmente. A metodologia de controle com aprendizado iterativo apresentou melhorias no rastreamento de trajetórias desejadas em todos os casos estudados.

Palavras-chave: Controle de processos em batelada, controle com aprendizado iterativo.



## **ABSTRACT**

Batch processes are usually systems for which defined raw materials quantities are combined in specific recipe during a designated time to produce intermediate or final high added value products and generating the smallest waste of raw material. Most of the batch processes with economic interest are inherently nonlinear, making the control task a challenge. The iterative learning control is a methodology that involves the use of learning strategies in order to achieve the better reference trajectory tracking and disturbance rejection. Thus, the addressed methodology uses important features for the control of industrial batch plants, as the disturbances rejection, the inclusion of restrictions on the control variables making control more realistic, added to the ability to track reference trajectories over the batch, among others. In this context, this work presents the iterative learning control methodology successfully applied to various plants with distinct features, ranging from minimum and nonminimum phase SISO and MIMO linear systems and nonlinear systems. Comparative studies about the proposed control quality against classical control methods were also performed to show the degree of increasing performance due to the interactive learning strategy. The results of the use of iterative learning control strategies looked promising since they provide versatility and tuning with easy, making the controller intuitive. For LTI minimum phase processes, the learning was almost immediate. The iterative learning controller was able to compensate for nonminimum phase behavior resulting from delay or nonminimum phase zeros, leading to a perfect tracking of the reference trajectory. The use of the methodology for nonlinear plants control was evaluated for reaction systems in which are tried two different ways to get the learning matrix, such as FIR models and locally linearized models. The iterative learning control methodology brought improvement on the setpoint tracking in all studied cases.

**Keywords:** Batch process control, iterative learning control.



## LISTA DE FIGURAS

2.1 – Típico padrão de operação de um reator semibatelada .....	8
2.2 – Subdivisões de Metodologias de Controle. ....	8
2.3 – Diagrama típico de ILC. ....	20
4.1 – Sinal de saída da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,1$ - sem restrição.....	61
4.2 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,1$ - sem restrição.....	61
4.3 – Comportamento da saída da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,1$ - com restrição.....	62
4.4 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,1$ - com restrição.....	63
4.5 – Sinal de saída da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,1$ - sem restrição - com MPC. ....	64
4.6 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,1$ - sem restrição – com MPC.....	65
4.7 – Comportamento da saída da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,1$ - sem restrição. ....	65
4.8 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,1$ - sem restrição.....	66
4.9 – Comportamento da saída da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,1$ - com restrição.....	67
4.10 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,1$ - com restrição.....	67
4.11 – Comportamento da saída da planta $Gp3$ com o modelo $Gm3,1$ - sem restrição. ....	68
4.12 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp3$ com o modelo $Gm3,1$ - sem restrição.....	69
4.13 – Comportamento da saída da planta $Gp3$ com o modelo $Gm3,1$ - com restrição.....	70
4.14 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp3$ com o modelo $Gm3,1$ - com restrição.....	70
4.15 – Comportamento da saída da planta $Gp4$ com o modelo $Gm4,1$ - sem restrição. ....	71
4.16 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp4$ com o modelo $Gm4,1$ - sem restrição.....	71
4.17 – Comportamento da saída da planta $Gp4$ com o modelo $Gm4,1$ - com restrição.....	72

4.18 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp4$ com o modelo $Gm4,1$ - com restrição. ....	73
4.19 – Comportamento das saídas da planta $Gp11$ com o modelo $Gm11$ - sem restrição. ....	76
4.20 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta $Gp11$ com o modelo $Gm11$ - sem restrição. ....	77
4.21 – Comportamento das saídas da planta $Gp11$ com o modelo $Gm11$ - com restrição. ....	77
4.22 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta $Gp11$ com o modelo $Gm11$ – com restrição. ....	78
4.23 – Diagrama de reator químico com operação em batelada. ....	79
4.24 – Identificação do modelo através do algoritmo N4SID. (a.1) Resposta do modelo com os dados de identificação; (a.2) diferença encontrada entre dados de identificação e modelo; (b.1) Resposta do modelo com os dados de validação; (b.2) diferença encontrada entre dados de validação e modelo. ....	80
4.25 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - sem restrição - modelo FIR. ....	82
4.26 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - sem restrição - modelo FIR. ....	83
4.27 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - com restrição - modelo FIR. ....	83
4.28 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - com restrição - modelo FIR. ....	84
4.29 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - sem restrição - modelo N4SID. ....	84
4.30 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - sem restrição - modelo N4SID. ....	85
4.31 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - com restrição - modelo N4SID. ....	85
4.32 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - com restrição - modelo N4SID. ....	86
4.33 – Diagrama esquemático do reator com operação em batelada exotérmico (adaptado de Cott e Macchietto (1989)). ....	87
4.34 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - modelo médio - sem restrição. ....	89
4.35 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - modelo médio - sem restrição. ....	90
4.36 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - modelo médio - com restrição. ....	91
4.37 – Comportamento da temperatura jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - modelo médio - com restrição. ....	91
A.1 – Comportamento da saída da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,2$ - sem restrição. ....	108



A.2 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,2$ - sem restrição.....	108
A.3 – Comportamento da saída da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,2$ - com restrição.....	109
A.4 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,2$ - com restrição.....	109
A.5 – Comportamento da saída da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,3$ - sem restrição. ....	110
A.6 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,3$ - sem restrição.....	111
A.7 – Comportamento da saída da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,3$ - com restrição.....	111
A.8 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp1$ com o modelo $Gm1,3$ - com restrição.....	112
A.9 – Comportamento da saída da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,2$ - sem restrição. ....	113
A.10 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,2$ - sem restrição.....	114
A.11 – Comportamento da saída da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,2$ - com restrição.....	114
A.12 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,2$ - com restrição.....	115
A.13 – Comportamento da saída da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,3$ - sem restrição. ....	115
A.14 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,3$ - sem restrição.....	116
A.15 – Comportamento da saída da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,3$ - com restrição.....	117
A.16 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp2$ com o modelo $Gm2,3$ - com restrição.....	117
A.17 – Comportamento da saída da planta $Gp3$ com o modelo $Gm3,2$ - sem restrição. ....	119
A.18 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp3$ com o modelo $Gm3,2$ - sem restrição.....	119
A.19 – Comportamento da saída da planta $Gp3$ com o modelo $Gm3,2$ - com restrição.....	120
A.20 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp3$ com o modelo $Gm3,2$ - com restrição.....	120
A.21 – Comportamento da saída da planta $Gp4$ com o modelo $Gm4,2$ - sem restrição. ....	121
A.22 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp4$ com o modelo $Gm4,2$ - sem restrição.....	121
A.23 – Comportamento da saída da planta $Gp4$ com o modelo $Gm4,2$ - com restrição.....	122
A.24 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp4$ com o modelo $Gm4,2$ - com restrição.....	122
A.25 – Comportamento da saída da planta $Gp5$ com o modelo $Gm5,1$ - sem restrição. ....	123
A.26 – Comportamento da variável manipulada da planta $Gp5$ com o modelo $Gm5,1$ - sem restrição.....	123
A.27 – Comportamento da saída da planta $Gp5$ com o modelo $Gm5,1$ - com restrição.....	124

A.28 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp5</i> com o modelo <i>Gm5,1</i> - com restrição. ....	124
A.29 – Comportamento da saída da planta <i>Gp5</i> com o modelo <i>Gm5,2</i> - sem restrição.....	125
A.30 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp5</i> com o modelo <i>Gm5,2</i> - sem restrição. ....	125
A.31 – Comportamento da saída da planta <i>Gp5</i> com o modelo <i>Gm5,2</i> - com restrição. ....	126
A.32 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp5</i> com o modelo <i>Gm5,2</i> - com restrição. ....	126
A.33 – Comportamento das saídas da planta <b>Gp6</b> com o modelo <b>Gm6</b> - sem restrição.....	128
A.34 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta <b>Gp6</b> com o modelo <b>Gm6</b> - sem restrição. ....	129
A.35 – Comportamento das saídas da planta <b>Gp6</b> com o modelo <b>Gm6</b> - com restrição. ....	130
A.36 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta <b>Gp6</b> com o modelo <b>Gm6</b> - com restrição. ....	130
A.37 – Comportamento das saídas da planta <b>Gp7</b> com o modelo <b>Gm7</b> - sem restrição.....	131
A.38 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta <b>Gp7</b> com o modelo <b>Gm7</b> - sem restrição. ....	131
A.39 – Comportamento das saídas da planta <b>Gp7</b> com o modelo <b>Gm7</b> - com restrição. ....	132
A.40 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta <b>Gp7</b> com o modelo <b>Gm7</b> - com restrição. ....	132
A.41 – Comportamento da saída da planta <i>Gp8</i> com o modelo <i>Gm8</i> - sem restrição.....	134
A.42 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp8</i> com o modelo <i>Gm8</i> - sem restrição. ....	135
A.43 – Comportamento da saída da planta <i>Gp8</i> com o modelo <i>Gm8</i> - com restrição. ....	135
A.44 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp8</i> com o modelo <i>Gm8</i> - com restrição. ....	136
A.45 – Comportamento da saída da planta <i>Gp9</i> com o modelo <i>Gm9</i> - sem restrição.....	137
A.46 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp9</i> com o modelo <i>Gm9</i> - sem restrição. ....	137
A.47 - Comportamento da saída da planta <i>Gp9</i> com o modelo <i>Gm9</i> – com restrição. ....	138
A.48 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp9</i> com o modelo <i>Gm9</i> - com restrição. ....	139
A.49 – Comportamento da saída da planta <i>Gp10</i> com o modelo <i>Gm10</i> - sem restrição. ....	139
A.50 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp10</i> com o modelo <i>Gm10</i> - sem restrição. ....	140
A.51 – Comportamento da saída da planta <i>Gp10</i> com o modelo <i>Gm10</i> - com restrição.....	140
A.52 – Comportamento da variável manipulada da planta <i>Gp10</i> com o modelo <i>Gm10</i> - com restrição. ....	141

A.53 – Comportamento das saídas da planta $Gp12$ com o modelo $Gm12$ - sem restrição....	143
A.54 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta $Gp12$ com o modelo $Gm12$ - sem restrição.....	144
A.55 – Comportamento das saídas da planta $Gp12$ com o modelo $Gm12$ - com restrição. ..	144
A.56 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta $Gp12$ com o modelo $Gm12$ - com restrição. ....	144



## LISTA DE TABELAS

2.1 – Estratégias de controle em termos dos objetivos de controle (tempo de execução ou final da execução) e aspectos de implementação (em linha ou corrida a corrida). .....	10
4.1 – Plantas lineares e suas características.....	57
4.2 – Parâmetros do controle utilizado na estimativa do controlador. ....	59
4.3 – Resultados obtidos dos índices de desempenho para os casos estudados com mapeamento estático - sem restrição (indicado por U) e com restrição (indicado por C). .....	60
4.4 – Parâmetros do controle utilizado na estimativa do controlador para os casos estudados com mapeamento dinâmico.....	75
4.5 – Resultados obtidos dos índices de desempenho para os casos estudados com mapeamento dinâmico - sem restrição (indicado por U) e com restrição (indicado por C).....	76
4.6 – Parâmetros para modelo de reator químico exotérmico com operação em batelada.....	79
4.7 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para o reator exotérmico com operação em batelada. ....	81
4.8 – Resultados obtidos dos índices de desempenho do controlador para o reator exotérmico com operação em batelada utilizando o mapeamento dinâmico – sem restrição (indicado por U) e com restrição (indicado por C). ....	81
4.9 – Parâmetros para as reações exotérmicas.....	88
4.10 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para o reator exotérmico com operação em batelada – mapeamento dinâmico. ....	89
4.11 – Resultados obtidos do índice de desempenho do controlador para o reator exotérmico com operação em batelada utilizando o mapeamento dinâmico – sem restrição (representado por U) e com restrição (representado por C).....	90
A.1 – Sintonia do controlador Q-ILC sem restrição para casos SISO com mapeamento estático.....	106
A.2 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para casos SISO mapeados estaticamente. ....	107

- A.3 – Sintonia do controlador Q-ILC sem restrição para casos MIMO com mapeamento estático.  $\text{diag}(\square)$  é referente a matriz cuja diagonal é apresentada entre colchetes..... 127
- A.4 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para casos MIMO com mapeamento estático.  $\text{diag}(\square)$  é referente a matriz cuja diagonal é apresentada entre colchetes. Os índices 1 e 2 são referentes as múltiplas entradas e saídas do sistema..... 128
- A.5 – Sintonia do controlador Q-ILC sem restrição para casos SISO com mapeamento dinâmico. .... 133
- A.6 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para casos SISO com mapeamento dinâmico. .... 134
- A.7 – Sintonia do controlador Q-ILC sem restrição para casos MIMO com mapeamento dinâmico.  $\text{diag}(\square)$  é referente a matriz cuja diagonal é apresentada entre colchetes. .. 142
- A.8 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para casos MIMO com mapeamento dinâmico.  $\text{diag}(\square)$  é referente a matriz cuja diagonal é apresentada entre colchetes. Os índices 1 e 2 são referentes as múltiplas entradas e saídas do sistema. .... 142

# SUMÁRIO

RESUMO .....	ix
ABSTRACT .....	xi
LISTA DE FIGURAS .....	xiii
LISTA DE TABELAS .....	xix
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2. CONTROLE DE PROCESSOS EM BATELADA .....</b>	<b>5</b>
2.1. Controle em linha .....	10
2.2. Controle preditivo baseado em modelo .....	10
2.3. Controle com aprendizado iterativo .....	16
2.4. Controle corrida a corrida.....	32
<b>3. CONTROLE COM APRENDIZADO ITERATIVO .....</b>	<b>37</b>
3.1. Obtenção de modelos para o aprendizado iterativo.....	38
3.2. Controle com aprendizado iterativo sem restrições.....	45
3.3. Controle com aprendizado iterativo com restrições .....	47
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>55</b>
4.1. Sistemas lineares .....	55
4.2. Sistemas não lineares.....	78
<b>5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....</b>	<b>93</b>
5.1. Conclusões.....	93
5.2. Sugestões .....	94
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>97</b>
<b>A. ANÁLISE COMPLEMENTAR DO ESTUDO DE CASOS .....</b>	<b>105</b>
A.1. Mapeamento estático .....	105
A.2. Mapeamento dinâmico .....	132





# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

O desenvolvimento e amadurecimento de novos processos produtivos em que a indústria atualmente está passando criam diferentes desafios e para solucioná-los deve-se concomitantemente desenvolver novas técnicas de controle dos processos industriais. O controle com aprendizado iterativo é um exemplo de método que mais desenvolvido pode auxiliar enormemente o controle de plantas químicas, em especial nos processos repetitivos e que se processam em ciclos. O controle com aprendizado iterativo tem a capacidade de tornar processos cíclicos mais eficientes, avaliando as corridas passadas e, com a ajuda de um modelo, prevendo as ações do sistema perante perturbações.

O comportamento preditivo do controle surge devido à previsão obtida através do modelo da planta. Esse modelo pode ser tanto um modelo físico quanto um empírico. Utilizando o modelo, os dados recebidos da planta são calculados para o futuro, predizendo o sinal que deve ser aplicado à planta para rejeitar perturbações ou desvios do *setpoint*. Essa previsão pode ser precisa ou não, dependendo da confiabilidade do modelo. Já a capacidade de aprendizagem do controle vem da inspiração da habilidade de aprender do ser humano. De forma mais precisa, é baseada no fato que as máquinas podem, em alguma extensão, emular esse comportamento. Não é o escopo desta dissertação avaliar as questões epistemológicas se realmente as máquinas tem capacidade ou não de aprender, mas sim como explorar as repetições de um processo de maneira útil.

Como aplicações para o controle com aprendizado iterativo (ou *Iterative Learning Control* – ILC), podem se citar sistemas que operam de maneira repetitiva, como manipuladores de braços de robôs em linhas de montagem, processos químicos com operação em batelada e em testes de confiabilidade de equipamentos. Essa dissertação se propõe a

estudar o controle com aprendizado iterativo aplicado a processos relacionados à Engenharia Química.

O controle inteligente possui muitas vertentes. Essas vertentes diferem principalmente na maneira em que representam o conhecimento (por exemplo, utilizando redes neuronais ou outras estruturas de dados) da mesma forma em como atualizam a informação armazenada. Nesse projeto aborda-se uma metodologia particular que recebe o nome de controle com aprendizado iterativo. Nas situações em que o controle inteligente meramente supõe sucessivas tarefas relacionadas de controle, o controle com aprendizado iterativo considera tarefas idênticas. Além disso, o controle com aprendizado iterativo considera uma restauração perfeita após cada experimentação (batelada, execução, corrida), então pode se garantir que o sistema pode repetidamente operar a mesma tarefa sob as mesmas condições.

O controle com aprendizado iterativo é responsável por uma única tarefa do controle. Consequentemente, toda a informação é codificada em função de um único parâmetro: o tempo. O comportamento desejado (saída) é definido de acordo com a especificação operacional. Extensões dessa teoria baseadas em diversas estruturas de dados elaboradas foram consideradas. De maneira mais notável, o controle com aprendizado *Feed-forward* (ou *Learning Feed-forward Control* – LFFC) (VELHUIS, 2000; DE KRUIF, 2004) reúne toda a informação como função de um vetor virtual de estados (que pode ter posição, velocidade e aceleração entre os componentes do sistema). A vantagem óbvia do LFFC sobre o controle com aprendizado iterativo é que torna a condição de repetição estrita obsoleta. A desvantagem é que esse método requer estruturas de dados menos “transparentes”, portanto necessita de técnicas de estocagem e recuperação de dados significativamente mais complexas. Outra abordagem é o controle com aprendizado direto (ou *Direct Learning Control* – DLC) (XU, 1996; XU; ZHU, 1999). Dadas duas trajetórias das variáveis de saída, idênticas em uma magnitude ou escala arbitrária no tempo, o problema do DLC consiste em construir o sinal de entrada que corresponde a essas saídas, utilizando os próprios dados de entrada.

O controle com aprendizado iterativo já foi aplicado em diversas configurações industriais, usualmente como uma expansão para os algoritmos de controle existentes. Como exemplo podem se citar, entre outros, interferômetros de “bolacha” (*wafer stages*) (DE ROOVER; BOSGRA, 2000), processos de soldagem (SCHRIJVER, 2002; NAIDU et al., 2003) e manipuladores de robôs (KAVLI, 1992). Outras informações em aplicações do ILC podem ser encontradas em Bien e Xu (1998) e suas referências.

Como o interesse em processos operando em batelada vem aumentando nos últimos anos, levado principalmente pelas novas tecnologias desenvolvidas na área de

microtecnologia e microbiologia, o estudo de métodos de controle como o controle com aprendizado iterativo pode fornecer novas perspectivas para a obtenção de sistemas de controle mais precisos e eficientes.

Essa dissertação tem como objetivo o estudo do controle com aprendizado iterativo. Neste projeto investigam-se a operação em batelada e o controle com aprendizado iterativo dos mesmos, assim como comparações com outras técnicas de controle e as propriedades do controle com aprendizado iterativo para sistemas com interesse industrial.

O controle com aprendizado iterativo possui a capacidade de utilizar as informações de bateladas anteriores de forma a aprimorar a batelada corrente, tornando o controlador muito eficaz no rastreamento de trajetórias de referência, rejeição de perturbações e utilização de restrições para manter as variáveis de controle dentro de parâmetros operacionais e de segurança dos componentes integrantes do sistema de controle, como válvulas, tanques de pressão e outros. Esse aprendizado é conseguido com a utilização de matrizes de aprendizado, obtidas de diferentes métodos.

No primeiro momento, realizou-se uma análise sobre a variedade de plantas lineares em que seriam exploradas características do controlador com aprendizado iterativo. Foram escolhidas plantas SISO de fase mínima estáveis com planta igual ao modelo e com desvio planta modelo, instáveis com planta idêntica ao modelo e com desvio entre planta e modelo, plantas SISO de fase não mínima que abordaram características como atraso e presença de zero positivo, além de plantas MIMO de fase não mínima com atraso e presença de zero positivo global.

Para simplificar o estudo de plantas lineares que são raras em processos reais em batelada, ao invés de fazer o estudo linear sobre processos fenomenológicos, procurou-se primeiro definir as características que seriam abordadas. Definidas essas características, foram propostas plantas no domínio de Laplace, de maneira a simplificar a análise linear do controlador estudado.

As simulações e aplicações do controlador com aprendizado iterativo foram todas realizadas com a utilização do *software* livre SCILAB<sup>®</sup> versão 5.2.1.

O objetivo principal dessa Dissertação foi apresentar e investigar algoritmos de controle com aprendizado iterativo para sistemas representados por modelos de interesse na Engenharia Química operando em batelada.

Como objetivos específicos, foram definidos os seguintes tópicos:

- Estudar sistemas com controladores com aprendizado iterativo;
- Avaliar as propriedades dos controladores com aprendizado iterativo;

- Investigar o uso de ferramentas de otimização associadas ao funcionamento de estruturas de controladores com aprendizado;
- Verificar a adequabilidade de solução de problemas de controle com aprendizado iterativo em plantas lineares e não lineares.

No Capítulo 2 será introduzida uma breve revisão sobre metodologias de controle utilizadas em processos com operação em batelada, com destaque para os controladores preditivos, corrida a corrida e com aprendizado iterativo. No Capítulo 3, encontram-se os desenvolvimentos da metodologia de controle proposta, com detalhes nos processos sem restrição e com restrição. Resultados consolidados obtidos das simulações de diversas plantas e modelos avaliados com o controle com aprendizado iterativo são apresentados no Capítulo 4. As conclusões e sugestões do presente trabalho estão relacionadas no Capítulo 5.

## CAPÍTULO 2

### CONTROLE DE PROCESSOS EM BATELADA

Este capítulo aborda uma revisão de metodologias de controle desenvolvidas para processos em batelada, separadas em quatro grupos: controles em linha, controles preditivo, controles com aprendizado iterativo e controles corrida a corrida. São apresentadas diversas características das metodologias de controle, como o controle com aprendizado iterativo, o controle preditivo baseado em modelo, a teoria do sistema 2-D, entre outros.

O objetivo final de um processo químico com operação em batelada é produzir uma quantidade suficiente do produto final que atenda às especificações de qualidade. Este objetivo é perseguido, de forma geral, controlando variáveis do processo medido ao longo de algumas trajetórias pré-especificadas no tempo através de controle *feedback*, desde que quantidades ou a qualidade do produto não podem ser medidos diretamente no meio de uma operação em batelada. O controle direto do produto final é, certamente, preferível se as suas propriedades relevantes podem ser previstas com fidelidade durante uma batelada. Além do controle do produto final, algumas restrições devem ser respeitadas durante o curso de uma batelada para uma operação estável e segura. Existem algumas características importantes que uma técnica de controle de processo em batelada industrial bem sucedida deve ter:

- a. *Feedback* em linha combinado com *feedback* batelada a batelada: o controle com aprendizado iterativo (*Iterative Learning Control* – ILC) é um controle de malha aberta ao longo de uma única batelada já que a trajetória de entrada inteira é decidida antes do início da batelada e implementada sem refinamento até o fim. Os ajustes de *feedback* ocorrem apenas entre as bateladas. Em geral, gostar-se-ia que o sistema de controle respondesse a perturbações em tempo

real, de modo que seu impacto sobre a batelada em curso pudesse ser minimizado. Assim, o controle *feedback* em linha deve ser integrado ao ILC de alguma maneira apropriada para combinar o comportamento de convergência das bateladas do ILC com a capacidade para responder a erros em uma implementação em linha.

- b. Controle do produto final: a qualidade e produtividade do produto final somente podem ser medidas após a conclusão da batelada, daí o controle *feedback* da qualidade final do produto ou do rendimento somente é possível entre as bateladas. Normalmente, os atrasos nas análises em laboratório vai se adicionar ao problema e isso pode levar várias bateladas, antes que se possa responder a uma alteração, o que leva a produtos de qualidade inferior. Entretanto, o controle do produto final pode ser realizado de forma a funcionar mais rapidamente, usando medições em linha de variáveis de processo relacionadas para prever as variáveis relevantes do produto final (RUSSELL et al., 1998; RUSSELL et al., 2000). Isto exige um modelo que pode ser construído com os conhecimentos fundamentais ou através da identificação do sistema. De qualquer forma, tal modelo não será perfeito, em geral, e, portanto, as qualidades inferidas do produto podem representar apenas estimativas grosseiras. Nesse sentido, é melhor ter uma técnica que pode integrar os dois tipos de medições, tal como *feed-forward* combinado com controle *feedback*.
- c. Incorporação do modelo das perturbações: além da tarefa de rastrear as trajetórias desejadas, o papel primário do controlador é o de rejeitar perturbações diversas. Mesmo um conhecimento parcial da perturbação, quando refletidas no projeto do controlador, pode melhorar o desempenho do controlador ao rejeitar perturbações. A modelagem estocástica linear é uma maneira popular para representar vários tipos de perturbações dentro do quadro estabelecido de controle ótimo (ASTROM; WITTENMARK, 1997). O esforço de modelagem envolvido aqui é necessariamente mais complicado, pois se tem de estabelecer correlação de comportamento em termos do tempo e de bateladas.

- d. Restrição de movimentação: em processos reais, todas as variáveis manipuladas são fisicamente limitadas. Além disso, algumas variáveis de saída devem ser restringidas por razões de segurança, para manter a estabilidade ou para a garantia de validade do modelo ou da qualidade do produto. O tratamento eficaz das restrições de entrada/saída é indispensável ao sucesso de operações de processos industriais.
- e. Variáveis de processo com dimensões variantes no tempo: Ao contrário de processos contínuos, as dimensões das variáveis de entrada/saída envolvidas em uma operação em batelada, muitas vezes mudam com o tempo. Por exemplo, se uma alimentação secundária é feita durante um intervalo de tempo, enquanto um reator está sob controle de temperatura, o número de variáveis de entrada se torna dois durante a alimentação secundária. Uma técnica de controle de processos com operação em batelada deve ser capaz de acomodar este aspecto.
- f. Complexidade manuseável: enquanto um modelo detalhado pode render um melhor desempenho, a princípio, as situações de prática exigem um compromisso, pois o esforço para a construção do modelo computacional e as complexidades envolvidas na otimização resultante pode ser injustificadamente grande. O sucesso de uma técnica de controle em um ambiente industrial reside na sua capacidade de proporcionar desempenho com um modelo relativamente simples e a disponibilidade de um método de identificação que pode frequentemente oferecer modelos adequados para o propósito. Para processos em batelada, não é razoável usar um único modelo linear invariante no tempo, mas pode ser bastante razoável construir uma técnica de controle que utilize um modelo linear variante no tempo, ou múltiplos modelos invariantes no tempo.

Essas características são necessárias a uma metodologia de controle de processos em batelada pelo fato desses processos não possuírem estado estacionário, sendo necessária a utilização de controles de transição entre regiões estáveis. Além disso, esses processos necessitam seguir uma trajetória de controle preestabelecida, chamadas de trajetórias de referência ou “receitas” do processo em batelada.

Essas trajetórias de referência são definidas de maneira que as variáveis de controle mantêm a qualidade do produto final satisfatória, mantendo as perdas em níveis mínimos, além de manter a segurança do processo. Essas trajetórias são inerentes a cada processo produtivo. No caso de um reator em semibatelada em que são alimentados três componentes, A, B e C, que são alimentados em instantes diferentes como apresentado na Figura 2.1, a trajetória apresentada é um típico padrão de operação de um reator semibatelada.

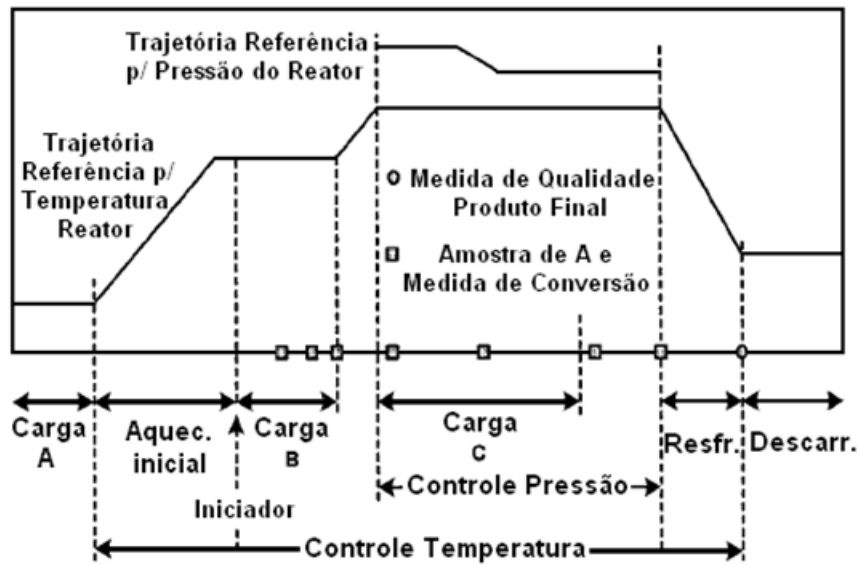


Figura 2.1 – Típico padrão de operação de um reator semibatelada

O controle de processos se divide em diversas subdivisões, de acordo com a Figura 2.2. Nessa imagem, é possível verificar quais técnicas são precursoras do controle com aprendizado iterativo.

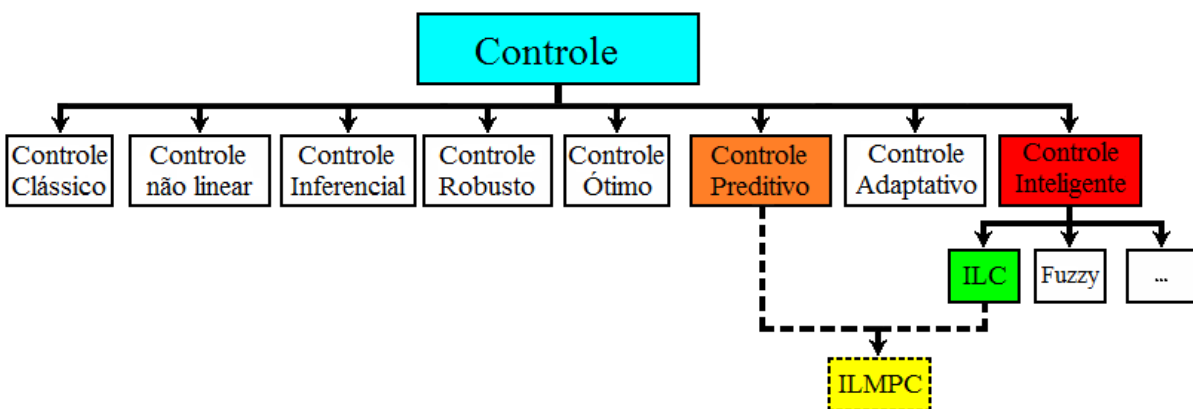


Figura 2.2 – Subdivisões de Metodologias de Controle.

Os processos com operação em batelada consistem usualmente de sistemas em que



quantidades específicas de matérias-primas são combinadas de maneiras específicas durante um tempo estabelecido para gerar produtos intermediários ou finais, com alto valor agregado. Esses processos muitas vezes não obtiveram sucesso quando adaptados para o processo com operação contínua. Uma vez que o processo se tornou somente viável através da operação em batelada, a produtividade desse sistema, se comparada ao sistema contínuo, é usualmente mais baixa. Os processos em batelada são geralmente utilizados para produzir uma quantidade anual relativamente pequena até intermediária de produto, porém com elevado valor agregado.

O controle de processos com operação em batelada tem como principais objetivos rejeitar as perturbações que o sistema está sujeito a enfrentar ao longo das corridas, manter as variáveis de controle em regiões aceitáveis para a produção, mantendo características desejáveis ao produto final, e fazer com que o processo ocorra dentro dos limites de segurança dos equipamentos e da indústria.

Um processo com operação em batelada pode ser visto como um processo dinâmico repetitivo caracterizado pela presença de um tempo final finito. Por isso, existem tipicamente diversas corridas sequenciais, com cada corrida sendo dinâmica. Os processos em batelada possuem as seguintes características principais: (i) possuem duas escalas de tempo, isto é, o tempo contínuo  $t$  da corrida em curso e o índice discreto da batelada  $k$ ; (ii) o tempo de cada corrida é limitado (finito); (iii) não existe um ponto de operação em estado estacionário a respeito de  $t$ , isto é, a análise deve ser feita em torno de uma trajetória ao invés de um ponto de equilíbrio; (iv) existem dois tipos de variáveis de entrada, isto é, trajetórias que são manipuladas no tempo da batelada e valores constantes que podem mudar de batelada para batelada; e (v) dois tipos de medidas estão disponíveis, isto é, durante a batelada e no final desta (SRINIVASAN; BONVIN, 2007).

Desde os primórdios da utilização de controle na indústria, o controle de processos operando em batelada foi considerado um desafio para os responsáveis pelo controle industrial. Diversos foram os métodos estudados e utilizados para suprir os objetivos de controle dessas plantas, uma vez que processos com operação em batelada usualmente são não lineares, tornando a utilização de técnicas de controle utilizando modelos lineares muitas vezes restritas ao problema de controle em questão.

Existem dois tipos de objetivos de controle assim como dois caminhos diferentes para alcançá-los, como ilustrado na Tabela 2.1. Um importante problema é a escolha entre a implementação em linha (*on-line*) e implementação corrida a corrida.

Tabela 2.1 – Estratégias de controle em termos dos objetivos de controle (tempo de execução ou final da execução) e aspectos de implementação (em linha ou corrida a corrida).

		<i>Objetivos de controle</i>	
		Referências tempo de execução $\mathbf{y}_{ref}(t)$ ou $\mathbf{y}_{ref}[0, T_k]$	Referências final da execução $\mathbf{z}_{ref}$
<i>Implementação</i>	Em linha	Controle em linha $\mathbf{u}_k^{on}(t) \rightarrow \mathbf{y}_k(t) \rightarrow \mathbf{y}_k[0, T_k]$ PID	Controle preditivo $\mathbf{u}_k^{on}(t) \rightarrow \mathbf{z}_{pred,k}(t)$ MPC
	Corrida a corrida	Controle com aprendizado iterativo $\mathbf{u}_k^{cac}[0, T_k] \rightarrow \mathbf{y}_k[0, T_k]$ ILC com atraso na corrida	Controle corrida a corrida (CaC) $\mathbb{U}(\pi_k) = \mathbf{u}_k^{cac}[0, T_k] \rightarrow \mathbf{z}_k$ CaC com atraso na corrida

## 2.1. Controle em linha

Este método de controle é similar ao utilizado no processamento contínuo. No entanto, embora algumas variáveis controladas permanecessem constantes, como a temperatura em operação isotérmica, as características-chave do processo, tais como o ganho do processo e as constantes de tempo, podem variar consideravelmente, pois a operação é considerada em torno de trajetórias de estado, em vez de em torno de um ponto de equilíbrio operacional em estado estacionário. Assim, a adaptação no tempo de execução  $t$  ou o controle *feed-forward* variando no tempo é necessária para lidar com as variações esperadas. O controle *feedback* é implementado com a utilização de técnicas PID (**P**roportional-**I**ntegral-**D**erivativo) ou alternativas mais sofisticadas (OGUNNAIKE; RAY, 1994; SEBORG et al., 2004). A lei de controle pode ser escrita formalmente como apresentada na Equação (2.1).

$$\mathbf{u}_k^{on}(t) = \mathcal{K}(\mathbf{y}_k(t), \mathbf{y}_{ref}(t)) \quad (2.1)$$

em que  $\mathcal{K}$  é a lei de controle em linha (operador) para as variáveis de saída no tempo de execução  $\mathbf{y}_k(t)$ , e  $\mathbf{y}_{ref}(t)$  as referências. Faz notar-se que  $\mathcal{K}$  é tipicamente de natureza dinâmica.

## 2.2. Controle preditivo baseado em modelo

No caso do controle preditivo, é necessário prever as saídas  $\mathbf{z}$  no final da execução

baseada em medições das saídas  $\mathbf{y}$  no tempo de execução até o momento atual  $t$ . O controle preditivo baseado em modelo (*Model Predictive Control* – MPC) é bem adequado a esta tarefa (NAGY; BRAATZ, 2003). Contudo, os modelos disponíveis para o processo de previsão são muitas vezes simplificados e, portanto, de precisão limitada. A lei de controle pode ser escrita como definido nas Equações (2.2) e (2.3).

$$\mathbf{z}_{\text{pred},k}(t) = \ell(\mathbf{y}_k[0, t]) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{u}_k^{\text{on}}(t) = \mathcal{P}(\mathbf{z}_{\text{pred},k}(t), \mathbf{z}_{\text{ref}}) \quad (2.3)$$

em que  $\ell$  é o modelo utilizado para a predição,  $\mathcal{P}$  é a lei de controle em linha para as variáveis de saída  $\mathbf{z}_k$  no final da execução, a predição de  $\mathbf{z}_k$ ,  $\mathbf{z}_{\text{pred},k}(t)$ , disponível no instante de tempo  $t$ , e as referências  $\mathbf{z}_{\text{ref}}$ .

### 2.2.1. Controle preditivo baseado em modelo linear

Na literatura, atualmente, o controle preditivo baseado em modelo (MPC) é frequentemente formulado em espaço de estados. O sistema a ser controlado é descrito por um modelo linear no domínio de tempo discreto, como definido na Equação (2.4).

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.4)$$

em que  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^m$  denota o estado e a entrada do controle, respectivamente. Uma implementação com horizonte móvel é tipicamente formulada pela introdução do seguinte problema de otimização em malha aberta, como encontrado em García et al. (1989), e verificado na Equação (2.5).

$$J_{(p,m)}(\mathbf{x}_0) = \min_{\mathbf{u}(\cdot)} \left[ \mathbf{x}^T(p) \mathbf{P}_0 \mathbf{x}(p) + \sum_{i=0}^{p-1} \mathbf{x}^T(i) \mathbf{Q} \mathbf{x}(i) + \sum_{i=1}^{m-1} \mathbf{u}^T(i) \mathbf{R} \mathbf{u}(i) \right] \quad (2.5)$$

A Equação (2.5) é sujeita a Equação (2.6).

$$\mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\mathbf{u} \leq \boldsymbol{\Psi} \quad (2.6)$$

em que  $(p \geq m)$  e  $p$  denota o comprimento do horizonte de predição, e  $m$  denota o comprimento do horizonte de controle ou horizonte de entrada. Quando  $p \rightarrow \infty$ , o problema é chamado de horizonte infinito, e similarmente, quando  $p$  é finito, é referido como problema de horizonte finito. Para o problema ter sentido, considera-se que a origem ( $\mathbf{x} = 0$ ,  $\mathbf{u} = 0$ ) está no interior da região em que o problema é realizável.

As Equações (2.4) a (2.6) definem um programa quadrático para os quais muitos algoritmos e *softwares* comerciais existem. Faz-se  $\mathbf{u}_{(p,m)}^*(i|\mathbf{x}(k))$ ,  $i = 0, \dots, m - 1$  a sequência de minimização do controle para  $J_{(p,m)}(\mathbf{x}(k))$  sujeito à dinâmica do sistema, Equação (2.4), e à restrição, Equação (2.6). A política de horizonte móvel procede implementando-se somente o primeiro termo,  $\mathbf{u}_{(p,m)}^*(0|\mathbf{x}(k))$  para obter  $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{(p,m)}^*(0|\mathbf{x}(k))$ . O resto da sequência de controle  $\mathbf{u}_{(p,m)}^*(i|\mathbf{x}(k))$  é descartado e  $\mathbf{x}(k+1)$  é utilizado para atualizar o problema de otimização – Equação (2.5) – como nova condição inicial. Esse processo é repetido a cada momento, utilizando somente a primeira ação de controle para se obter uma nova condição inicial, então mudando o objetivo adiante um intervalo de tempo e repetindo, daí o nome de controle com horizonte móvel. No caso especial quando  $p = m = N$ , então  $J_{(p,m)} = J_N$  como definido na Equação (2.5).

Nota-se que quando o horizonte de controle é igual o horizonte de predição, a abordagem infinita e não existem restrições, obtém-se um problema com regulador linear quadrático (LQR) padrão, que foi estudado extensivamente na década de 1960 e 1970 (KWAKERNAAK; SIVAN, 1972). A sequência de controle ótimo é gerada por uma lei de estado de *feedback* estático em que a matriz ganho do *feedback* é encontrada com a solução de uma equação algébrica de Riccati. Esta lei *feedback* tem algumas propriedades bem conhecidas, em especial, que garante estabilidade em malha fechada para qualquer matriz peso  $\mathbf{Q}$  positiva semi-definida e qualquer matriz positiva definida  $\mathbf{R}$ .

A obtenção dos resultados de um problema de otimização com restrições e com dimensão infinita não é, pelo menos à primeira vista, uma proposta muito prática. Por outro lado, ao escolher tanto o controle e os horizontes de saída finitos, o programa quadrático é de dimensão finita e pode ser resolvido em linha de forma relativamente fácil em cada intervalo de tempo.

No caso de processos com operação em batelada, o problema de controle possui um limite para o horizonte  $N$ , esse limite é dado pela duração da batelada. Assim, durante a implementação do controle preditivo em processos operando em batelada, o horizonte de predição e/ou de controle, ultrapassaria a duração da batelada se nenhuma consideração fosse utilizada. Desta forma, nas fases finais da batelada, ter-se-á uma condição em que a cada nova

amostragem, o instante de controle se aproxima do tempo máximo de duração da batelada, e os horizontes devem ser encolhidos de forma a considerar isso. Esse fato traz novas considerações de desempenho e estabilidade do controlador que não serão tratados aqui, mas que podem significar a adequação ou não de uma estratégia de controle. Afinal, se uma perturbação atinge o sistema em um instante próximo ao tempo máximo da batelada, pode-se ter uma condição que não se tenha tempo de rejeitar essa perturbação e isso pode levar a produtos fora de especificação.

### 2.2.2. Controle preditivo baseado em modelo não linear

A mesma ideia de horizonte móvel do controle preditivo linear existe para o MPC não linear, com a exceção que o modelo e/ou restrições que descreve a dinâmica do processo é/são não linear(es). Várias formulações de modelos (equações diferenciais, equações algébrico-diferenciais, descrições algébricas em tempo discreto, modelos de Wiener, redes neuronais, etc.) foram utilizadas como tentativas de se obter modelos não lineares e alguns resultados teóricos específicos de algumas desses estudos estão disponíveis na literatura (LI; BIEGLER, 1988; BHAT; MCAVOY, 1990; PATWARDHAN et al., 1990; ESKINAT et al., 1991; TULLEKEN, 1993; MANER et al., 1996; NORQUAY et al., 1996).

A estabilidade em malha fechada desses algoritmos foi estudada extensivamente e endereçada satisfatoriamente do ponto de vista teórico, se não de um ponto de vista prático (na implementação). De forma contrária ao caso linear, entretanto, a viabilidade e o possível desencontro entre o objetivo de desempenho em malha aberta e o desempenho em malha fechada atual são em grande parte questões a serem investigadas no MPC não linear. Uma dificuldade adicional é que os problemas de otimização a serem resolvidos em linha são geralmente não lineares, multimodais e não convexos, o que implica que a convergência ao ótimo global não pode ser garantida. Para os programas quadráticos decorrentes no caso linear, isso é garantido. Como a maioria das provas de estabilidade para o MPC é limitada com base na propriedade monotônica da função objetivo, o ótimo global geralmente não é necessário, enquanto o custo envolvido no minimizador decresce (que normalmente é o caso, especialmente quando o algoritmo de otimização inicia-se da seqüência ideal deslocada anteriormente). No entanto, embora a estabilidade não seja alterada pelos mínimos locais, o desempenho claramente se deteriora.

### 2.2.3. Controle preditivo baseado em modelo com horizonte quasi-infinito

A técnica estudada por Chen e Allgöwer (1996, 1998) utiliza um horizonte infinito e supera tanto a necessidade do ótimo global e dos problemas de viabilidade, sem fazer uso de restrições terminais artificiais, regiões terminais e chaveamento de controladores. Devido aos custos do horizonte infinito não poderem ser avaliados por problemas não lineares, um limite superior é empregado, que pode ser calculado de forma relativamente fácil e que é minimizado pelo algoritmo de controle. O problema de controle ótimo em malha aberta é formulado como descrito na Equação (2.7).

$$\min_{\bar{\mathbf{u}}} J(\mathbf{x}(t), \bar{\mathbf{u}}(\cdot)) \quad (2.7)$$

em que  $J(\mathbf{x}(t), \bar{\mathbf{u}}(\cdot)) = \int_t^{t+T_p} (|\bar{\mathbf{x}}(\tau; \mathbf{x}(t), t)|_{\mathbf{Q}}^2 + |\bar{\mathbf{u}}(\tau)|_{\mathbf{R}}^2) d\tau + |\bar{\mathbf{x}}(t + T_p; \mathbf{x}(t), t)|_{\mathbf{P}}^2$  sujeito a Equação (2.8).

$$\bar{\mathbf{x}}(t + T_p; \mathbf{x}(t), t) \in \Omega \quad (2.8)$$

Nessa formulação do problema de controle, o termo de penalidade no estado final  $\bar{\mathbf{x}}(t + T_p)$ , o segundo termo na função objetivo, é determinado a limitar o custo do horizonte infinito, como se pode observar na Equação (2.9).

$$|\bar{\mathbf{x}}(t + T_p; \mathbf{x}(t), t)|_{\mathbf{P}}^2 \leq \int_{t+T_p}^{\infty} (|\bar{\mathbf{x}}(\tau; \mathbf{x}(t), t)|_{\mathbf{Q}}^2 + |\bar{\mathbf{u}}(\tau)|_{\mathbf{R}}^2) d\tau \quad \forall \bar{\mathbf{x}}(t + T_p; \mathbf{x}(t), t) \in \Omega \quad (2.9)$$

Esta limitação é estabilizada controlando o modelo não linear de forma fictícia com um controle ótimo de modelo linear com *feedback* de estado na região  $\Omega$  depois de  $t + T_p$ . A sequência de controle calculada no tempo  $k$  é realizável em todos os tempos futuros e somente alguma “melhoria” é necessária de intervalo a intervalo de tempo para garantir a estabilidade. Uma técnica similar foi também proposta por Nicolao et al. (1996, 1998).

O método é bastante promissor, mas a principal dificuldade para se resolver é a determinação da região  $\Omega$  positiva invariante, que pode exigir que algum teste global seja satisfeito, o que novamente pode não ser trivial, exceto para exemplos acadêmicos. Porém, existe uma técnica semelhante que elimina a necessidade dessa restrição de desigualdade que foi proposta para sistemas estáveis em malha aberta (CHEN; ALLGÖWER, 1997). O método

exige ainda que a região  $\Omega$  seja definida, no entanto, para a determinação da matriz peso terminal e o horizonte de previsão. A garantia de estabilidade nominal para um controlador preditivo pode ser feita pela adoção de várias estratégias. Dentre elas, destacam-se: (i) O horizonte de predição infinito; (ii) utilização de restrições terminais (KEERTHI; GILBERT, 1988; e MAYNE; MICHALSKA, 1990); (iii) horizonte variável e (iv) uso de restrição de contração para a função objetivo (YANG; POLAK, 1993; e DE OLIVEIRA; MORARI, 2000). O estudo de estabilidade nominal e robusta não serão detalhados nesse trabalho.

#### 2.2.4. Controle de modelo preditivo com linearização

Todos os métodos discutidos até agora requerem que um programa não linear seja solucionado em linha a cada intervalo de tempo. O esforço varia de alguma forma porque alguns métodos requerem que somente uma solução viável (e não necessariamente a ótima) seja alcançada ou que somente uma “melhoria” seja alcançada de intervalo em intervalo de tempo. Todavia, o esforço normalmente é enorme quando comparado com o caso linear e terminar com uma solução viável ao invés de uma solução ótima pode ter consequências imprevisíveis para o desempenho. O esforço computacional pode ser bastante reduzido quando o sistema é linearizado primeiramente de alguma maneira e, em seguida, as técnicas desenvolvidas para sistemas lineares são empregadas em linha. Quatro diferentes abordagens são conhecidas:

- Nevistić e Morari (1995) aplicaram uma linearização *feedback* e então usaram o MPC em um arranjo cascata para o sistema linear resultante. O problema de otimização se torna ‘quase’ um programa quadrático e as condições para a estabilidade global podem ser estabilizadas. O método é limitado a sistemas de baixa ordem que cumprem as condições requeridas para a linearização *feedback*.
- Na primeira consideração industrial de uma aplicação de MPC não linear, García (1984) usou a cada intervalo de tempo um modelo linear diferente derivado de uma linearização local (jacobiana), e empregou um controle preditivo DMC (*Dynamic Matrix Control*) linear padrão. Gattu e Zafiriou (1992) e posteriormente Lee e Ricker (1994) propuseram-se a acrescentar o filtro de Kalman estendido para lidar com a dinâmica instável e para melhorar a estimativa de perturbação. De Oliveira (1996) desenvolveu essa idéia adiante,

impôs restrições de contração e retirou as condições de estabilidade explícitas que comprovavam a dependência em relação à qualidade da aproximação linear e vários parâmetros de ajuste, como a contração constante.

- Nevistić (1997) apresentou excelentes resultados de simulação quando um sistema aproximado com variação de tempo linear (*Linear Time Variant - LTV*) foi utilizado, que é usualmente calculado em cada intervalo de tempo sobre a trajetória do sistema previsto (LEE; RICKER, 1994). O algoritmo MPC invariante no tempo pode ser facilmente modificado para acomodar sistemas LTV.
- Zheng (1997, 1998) focou em incorporar uma estratégia de controle em malha fechada na formulação MPC e em reduzir a demanda computacional em linha. Ele se utilizou do seguinte caminho. A lei de controle MPC não linear foi aproximada com um controle linear (através da linearização do modelo não linear sem restrição). Esse controle linear foi utilizado para calcular todos os movimentos do controle no futuro. O esforço computacional foi reduzido de forma perceptível uma vez que somente o primeiro movimento do controle é calculado se utilizando de um problema de otimização.

### 2.3. Controle com aprendizado iterativo

Os perfis das variáveis manipuladas podem ser gerados usando o controle com aprendizado iterativo (*Iterative Learning Control – ILC*), que explora as informações da corrida anterior (MOORE, 1993). Esta estratégia apresenta limitações de controle de malha aberta no que diz respeito ao funcionamento atual, em especial o fato de que não há *feedback* para correção de perturbações no tempo de execução. No entanto, este esquema é útil para gerar entradas *feed-forward* variáveis no tempo. A lei de controle do ILC tem a estrutura apresentada na Equação (2.10).

$$\mathbf{u}_{k+1}^{cac}[0, T_{k+1}] = \mathcal{J}(\mathbf{y}_k[0, T_k], \mathbf{y}_{ref}[0, T_k]) \quad (2.10)$$

na qual  $\mathcal{J}$  é a lei do controle com aprendizado iterativo para as variáveis de saída  $\mathbf{y}_k[0, T_k]$  no tempo de execução. O ILC utiliza todo o perfil da corrida anterior para gerar o perfil de



entrada para a próxima corrida.

No artigo de 1984, intitulado “*Bettering Operation of Robots by Learning*”, os autores propõem uma aproximação prática do problema de melhoria da operação de robôs. A introdução do artigo descreve um retrato aproximado dos seres humanos, envolvidos no processo de aprendizagem. Como reflexão, os autores levantam o questionamento se há a possibilidade de se programar a habilidade de aprendizagem nos sistemas de controle automáticos. Os autores não respondem a essa pergunta, porém, pode-se ver do desenvolvimento tecnológico que várias áreas do conhecimento ambicionam responder essa questão.

Arimoto e seus colaboradores (1984) não foram os primeiros a escrever sobre o assunto do controle inteligente. Pode-se mencionar o trabalho anterior do autor russo Tsytkin (1971, 1973), respectivamente intitulados “*Foundations of the Theory of Learning Systems*” e “*Adaptation and Learning in Automatic Systems*”. Pode-se ir antes desses trabalhos, do final de 1940 até meados de 1960, quando ideias relacionadas apareceram na literatura. De natureza mais recente, porém ainda utilizando conceitos do trabalho de Arimoto e colaboradores, é a teoria de processos multipassos, que foi desenvolvida por Edwards e Owens (1982).

Analisando o algoritmo original de Arimoto e colaboradores (1984), percebe-se que é uma estratégia que se mantém pouco alterada devido à grande simplicidade e transparência. Com o essencial, ele evita utilizar generalizações sem propósito e complexidade sem necessidade. Dessa forma, mostrou-se altamente efetivo e serve de base para diversas outras pesquisas posteriores.

Em Arimoto et al. (1984), os autores apresentam um exemplo introdutório em que um simples motor de corrente-contínua com controle de voltagem é configurado para seguir um perfil de velocidade angular  $\omega_d(t)$  (em que ‘d’ é relacionado à ‘desejável’) durante um intervalo de tempo  $[0, T]$ . O objetivo é encontrar a voltagem de entrada correspondente,  $V_d(t)$ . Isto não seria um problema difícil, se não fosse pela hipótese de que a descrição da dinâmica do sistema seja desconhecida.

O que os autores realmente afirmam é que, embora o artigo utilize uma descrição exata da dinâmica do sistema, ele não presume que conhece os valores dos diversos parâmetros. Portanto, o problema é claro: como determinar a fonte de dados requerida para um sistema desconhecido?

Os autores presumem um esquema iterativo (“melhoramento do processo”) em que a fonte corrente  $V_k(t)$  – nota-se que o índice k, indicando o número da iteração – é calculada a partir dos dados fornecidos anteriormente  $V_{k-1}(t)$  e o desvio associado na velocidade angular

resultante  $\omega_d(t) - \omega_{k-1}(t)$ . É demonstrado que sob certas condições, os dados atuais convergem para os dados desejados.

Posteriormente, uma classe geral de sistemas lineares, variantes no tempo foi considerada, como demonstrado na Equação (2.11).

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(t) + \int_0^t \mathbf{H}(t, \tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (2.11)$$

A equação (2.11) segue o esquema iterativo designado pela Equação (2.12).

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{e}_k(t) \quad (2.12)$$

em que  $\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t)$  denota o desvio corrente de rastreamento do *setpoint* e  $\mathbf{\Gamma}(t)$  é um “parâmetro de aprendizagem” variante no tempo. Esse esquema é referido como lei de aprendizado do tipo derivativo, ou tipo D, devido a sua ação derivativa.

As condições para que o esquema atualizado – Equação (2.12) – convirja são as seguintes. Presume-se que  $\mathbf{y}_d(0) = \mathbf{g}(0)$ . Se existir a Equação (2.13), em que  $\|\cdot\| = \max_i \sum_j |(\cdot)_{ij}|$  é a norma soma de linhas absoluta máxima, então  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_d$ , e a convergência se torna uniforme em  $t$  no intervalo  $[0, T]$ .

$$\sup_{t \in [0, T]} \|\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{H}(t, t)\| < 1 \quad (2.13)$$

A condição dada pela Equação (2.14) garante a convergência monotônica na norma  $\lambda$ , e em geral, não garante a convergência monotônica em  $\mathcal{L}_\infty$ , ou na acepção  $\mathcal{L}_2$ .

$$\|\omega\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} |\omega(t)\mathbf{e}^{-\lambda t}| \quad (2.14)$$

O trabalho de Arimoto e colaboradores (1984) foi importante porque lançou o ILC dentro da principal corrente da comunidade de controle e estabeleceu ele como um novo ramo da tecnologia de controle.

Togai e Yamano (1985) mostraram que se o sistema é iniciado de forma que o desvio no tempo inicial seja nulo, então o estado do controlador com aprendizado leva ao rastreamento do estado do modelo do sistema (ou do estado desejado). Se o valor desejado for diferente do valor corrente, o  $\mathbf{H}$  deve ser escolhido de modo que faça com que a matriz do sistema  $\mathbf{A} + \mathbf{BH}$  seja assintoticamente estável.

Em Oh et al. (1988), os autores propuseram um controlador com aprendizado que segue o algoritmo apresentado abaixo.

**Algoritmo:** Defina-se  $\epsilon^* > 0$  como o estado ‘ligado’ da trajetória de desvio. Faz-se com que o controle inicial  $\mathbf{u}_0(t), 0 \leq t \leq T$ , como um vetor de funções contínuas de dimensão  $m$ . Assim, como as matrizes do modelo inicial  $\bar{\mathbf{A}}_0(t)$  e  $\bar{\mathbf{B}}_0(t), 0 \leq t \leq T$ , como matrizes contínuas em  $[0, T]$ . Faz-se  $k = 0$ .

Passo 1: Defina-se  $\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{x}^D(t) - \mathbf{x}_k(t), 0 \leq t \leq T$ . Aqui,  $\mathbf{x}_k(t)$  é a solução da planta, isto é,  $\mathbf{x}_k(t) = \Psi(t)\mathbf{x}_k(0) + \int_0^t \Psi(t)\Psi^{-1}(\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}_k(\tau)d\tau$ .

Passo 2: Defina-se  $\hat{\mathbf{u}}_k(t) = \tilde{\mathbf{B}}_k^+(t)[\dot{\mathbf{e}}_k(t) - \tilde{\mathbf{A}}_k(t)\mathbf{e}_k(t)]$ .

Passo 3: Faz com que  $\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \hat{\mathbf{u}}_k(t)$ .

Passo 4: Se  $\|\mathbf{e}_k(t)\|_n \leq \epsilon^*$ , pare. Se não, faz-se  $k = k + 1$ , e volta-se para o passo 1.

Em Moore et al. (1989), os autores apresentam o desenvolvimento de um controlador com aprendizado iterativo, porém restritos a um horizonte de tempo finito, em que um sistema inverso sempre existirá depois de retirar-se o atraso e, para o caso LTI (*Linear Time Invariant*), pode ser calculado com o conhecimento de medidas de uma única entrada/saída. A conclusão principal do artigo é que para sistemas LTI operando em intervalo de tempo finito não existe a necessidade de realizar operações repetidas para melhorar o rastreamento do desvio para o sistema. Isso complementa a conclusão anterior dos autores que para sistemas LTI, o controle com aprendizado iterativo não dá resultados melhores que um esquema de controle adaptativo convencional sendo operado em uma única batelada. Os autores também deixam claro que conclusões similares não se aplicam para sistemas lineares variantes no tempo ou sistemas não lineares. A aplicação de restrições ao problema não foi estudada pelos autores.

Em Lucibello (1992), o autor apresenta uma sequência de sistemas lineares que define o algoritmo de aprendizado. Consideraram um mapa linear  $\mathbf{N}$  entre o espaço linear  $\mathbf{U}$  e o espaço linear normalizado  $\mathbf{Y}$ . A sequência de sistemas lineares é apresentada na Equação (2.15).

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(k) &= \mathbf{N}\mathbf{a}(k) + \mathbf{b}_0, & \mathbf{a}(k) \in \mathbf{U}, \mathbf{b}(k), \mathbf{b}_0 \in \mathbf{Y} \\ \mathbf{a}(k+1) &= \mathbf{a}(k) + \mathbf{F}(\mathbf{b}(k) - \mathbf{b}_d), & \mathbf{b}_d \in \mathbf{Y} \end{aligned} \quad (2.15)$$

em que  $\mathbf{F}$  é o operador linear matriz entre o espaço linear  $\mathbf{U}$  e o espaço linear normalizado  $\mathbf{Y}$ .

Define-se que a sequência de sistemas lineares apresentada na Equação (2.15) é uma sequência de aprendizagem ou um algoritmo de aprendizagem se  $\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{b}_d, \forall \mathbf{a}(0) \in \mathbf{U}$ . A primeira equação é referenciada como a sequência da planta enquanto a segunda equação é a sequência de atualização. A sequência de sistemas lineares define um algoritmo de aprendizagem se  $|\mathbf{I} + \mathbf{NF}| < 1$ , em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade em  $\mathbf{Y}$  e  $|\cdot|$  denota a norma induzida no espaço dos operadores lineares que mapeia o espaço  $\mathbf{Y}$  nele mesmo.

As variações ocorridas de batelada a batelada são problemas de interesse preliminar. Na maioria dos casos, essas variações são fortemente correlacionadas, provendo a possibilidade de utilizar dados de bateladas prévias para ajustar a “receita” de uma batelada subsequente. O erro que não pode ser removido pelo controle *feedback* em linha pode ser eliminado ou reduzido pelo controle chamado “batelada a batelada” ou “corrida a corrida”.

Consequentemente, a maneira repetitiva da operação permite a extração da informação das bateladas anteriores a fim melhorar a nova batelada. Isto é conhecido como ILC que se refere a um corpo de metodologias que tenta melhorar o desempenho do controle de um processo repetitivo baseado nos resultados das corridas precedentes.

Cada vez que o sistema opera, a entrada do sistema,  $\mathbf{u}_k$ , é armazenada, assim como a saída resultante do sistema,  $\mathbf{y}_k$ . O controle com aprendizado calcula o desvio de desempenho quando comparado com um sinal desejado,  $\mathbf{y}_d$ , e então calcula a nova entrada,  $\mathbf{u}_{k+1}$ , que é armazenado para ser utilizado na próxima vez que o sistema operar. A nova entrada é escolhida de certa forma para garantir que o desvio de desempenho seja reduzido na próxima batelada. O problema do controle de aprendizado é especificar o algoritmo para gerar a próxima entrada, dado a entrada e a saída atuais, tanto que a convergência para a saída desejada (no sentido de alguma norma) é atingida.

A Figura 2.3 apresenta o diagrama básico de um controle com aprendizado iterativo.

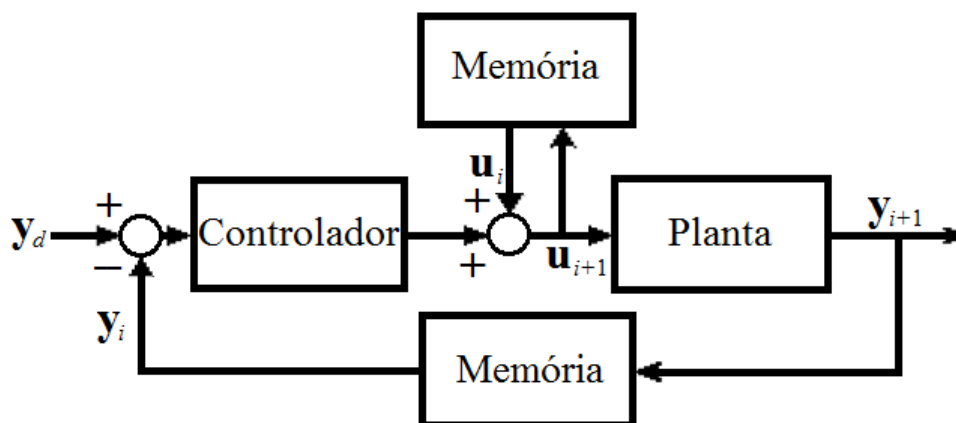


Figura 2.3 – Diagrama típico de ILC.

O principal objetivo do ILC, nos seus estágios iniciais de desenvolvimento, foi definido como encontrar um perfil de entrada para uma nova batelada baseando-se nas informações reunidas das bateladas anteriores, de forma que a norma do desvio da batelada fosse nula ou o menor valor possível, quando o número de bateladas tende a infinito, de acordo com a Equação (2.16).

$$\|\mathbf{e}_k\| \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad k \rightarrow \infty \quad (2.16)$$

O índice  $k$  apresenta a iteração (ou batelada) do processo de aprendizado, e  $\mathbf{e}_k$  representa o desvio da trajetória de saída (de tempo finito) para a  $k$ -ésima batelada. Uma regra básica utilizada para atualizar o perfil de entrada em uma estratégia corrida a corrida é chamada de algoritmo de aprendizado de primeira ordem, representada pela Equação (2.17).

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{H}\mathbf{e}_{k-1} \quad (2.17)$$

em que  $\mathbf{H}$  é chamado de filtro de aprendizagem, que de maneira geral pode ser qualquer mapa dinâmico que transforma trajetórias de desvio de tempo finito em trajetórias cujo comprimento e dimensão são iguais aos da trajetória de entrada. Além disso, é usualmente projetado como uma função do operador de diferenciação do tempo ou operador de mudança, o operador  $\mathbf{H}$  é representado por algum filtro dinâmico,  $\mathbf{H}(s)$  ou  $\mathbf{H}(z)$ , que opera no sinal de tempo  $\mathbf{e}(t)$ , dependendo do domínio do tempo da representação do sistema. Entretanto, uma vez que  $\mathbf{H}$  opera na trajetória de desvio da corrida (ou batelada) anterior, ele não é limitado a um mapa causal. Isto é o que fornece ao ILC a habilidade distinta de superar obstáculos de elementos dinâmicos, como atrasos, para fornecer um rastreamento perfeito.

Pode se notar que o algoritmo de aprendizagem representado na Equação (2.17) possui uma ação integral sobre a batelada com índice  $k$ . Assim, espera-se que a Equação (2.16) possa ser cumprida com um  $\mathbf{H}$  devidamente escolhido para executar uma trajetória de saída invariável de referência assim como a ação integral em um controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) pode remover o *offset* no domínio do tempo. Uma vez que processos em batelada não possuem dinâmicas transportadas de uma batelada para outra, o controle integral puro, como apresentado na Equação (2.12) é suficiente para se conquistar a convergência. No entanto, um algoritmo de ordem elevada, como apresentado na Equação (2.18) foi estudado em Bien e Huh (1989), como uma generalização da Equação (2.17).

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{H}_1 \mathbf{e}_{k-1} + \cdots + \mathbf{H}_p \mathbf{e}_{k-p} \quad (2.18)$$

Quando todos os estados de um processo em batelada são redefinidos para os mesmos valores no início de cada corrida e as perturbações não mudarem de batelada para batelada, não há nenhum benefício a ser obtido a partir da generalização de ordem elevada. No entanto, quando os erros não são transportados por completo de uma batelada para outra em função de várias perturbações, ruídos de medida e erros do modelo, o algoritmo de ordem elevada pode proporcionar um desempenho superior devido à sua capacidade de filtrar as trajetórias de desvio, utilizando os resultados de várias corridas.

Com a equação do algoritmo de aprendizagem, o problema do projeto do ILC é reduzido para o projeto do filtro de aprendizagem. No período inicial de desenvolvimento, os pesquisadores trabalharam principalmente com abordagens sem utilização de modelos para o projeto de filtros de aprendizagem. Uma estrutura genérica de  $\mathbf{H}$  pode ser imposta e os parâmetros ajustados para alcançar a convergência. Os algoritmos tipo D (ARIMOTO et al., 1984) e tipo PID (BONDI et al., 1988) são exemplos dessa abordagem.

De forma alternativa, os algoritmos baseados em modelo foram estudados para resolver algumas limitações do projeto sem a utilização de modelo. Os primeiros estudos foram baseados em inversão do modelo direto, ou seja,  $\mathbf{H} = \mathbf{G}^{-1}$  e suas variações, em que  $\mathbf{G}$  representa a entrada do mapa de saída do processo em questão. No caso em que  $\mathbf{G}$  é exatamente conhecido ele se torna nulo em apenas uma iteração, que pode ser facilmente verificado multiplicando  $\mathbf{G}$  em ambos os lados da Equação (2.17). Porém, a utilização do filtro de aprendizagem baseado na inversão do modelo pode dar muitos problemas. Para um sistema típico superamortecido do qual o inverso do modelo possui ganhos cada vez mais elevados com a frequência, o filtro pode ser muito sensível aos componentes de alta frequência de  $\mathbf{e}_k(t)$  produzindo picos e perfis de entrada ruidosos. Além disso, uma vez que a dinâmica de alta frequência geralmente transporta os erros grandes do modelo, os altos ganhos do filtro na região de alta frequência podem causar divergência nos sinais. Uma vez que  $\mathbf{G}^{-1}$  pode conter diferenciador(es) (no caso de tempo contínuo), o filtro de aprendizagem baseado no modelo inverso se torna hipersensível aos componentes de alta frequência em  $\mathbf{e}_k$ . Já que, na maioria das aplicações de controle de processos, a manipulação suave dos atuadores é pelo menos tão importante quanto à precisão de controle das saídas, essas aproximações não podem ser utilizadas diretamente.

Além disso, o objetivo da Equação (2.16) não pode ser satisfeito para sistemas genéricos com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). Quando o número de variáveis

de saída é maior que o de variáveis de entrada, o erro geralmente não pode ser zero. Um objetivo realizável neste caso é convergir para uma trajetória de entrada que minimiza o desvio da saída em alguma norma. Ou seja, para acomodar os sistemas MIMO não quadrados genéricos, é necessário relaxar o objetivo de acordo com a Equação (2.19).

$$\|\mathbf{e}_k\| \rightarrow \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{e}\| \quad \text{quando } k \rightarrow \infty \quad (2.19)$$

Como forma de atingir o exposto, Moore (1993) propôs resolver a Equação (2.20).

$$\min_{\mathbf{u}_k} \|\mathbf{e}_k\|^2 \quad (2.20)$$

Resolve-se a Equação (2.18) antes do início da  $k$ -ésima batelada, baseada no desvio da  $(k-1)$ -ésima batelada. Para um sistema linear,  $\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u}$ , a entrada é obtida através da Equação (2.21),

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{G}^\# \mathbf{e}_{k-1} \quad (2.21)$$

em que  $\mathbf{G}^\#$  representa a pseudoinversa de  $\mathbf{G}$ . A aproximação de Moore (1993) expande o número de sistemas MIMO para qual o ILC pode ser projetado. Entretanto, o problema da sensibilidade a altas frequências ainda está presente nessa formulação.

Há certas características e requisitos encontrados em protótipos de problemas de controle que motivam uma abordagem mais geral (mas talvez mais intensiva computacionalmente). Primeiro, as variáveis de processo são mais comumente sujeitas à certas restrições que são definidas por processos físicos ou considerações de segurança. Assim, é desejável que existam algoritmos que incorporam as informações de restrição explicitamente no cálculo. Em segundo lugar, as dinâmicas de quase todos os processos químicos são intrinsecamente não lineares, e as não linearidades ficam expostas quando os processos são operados através de uma ampla gama de condições, como em operações em batelada típicas na indústria. Por esta razão, é necessário derivar algoritmos ILC que possam acomodar modelos de sistemas não lineares, quando estes são disponíveis. Em terceiro lugar, perturbações e ruídos são aspectos integrantes da maioria dos problemas de controle de processo e devem ser tratados de uma forma sistemática. Algumas perturbações, uma vez que elas ocorrem, tendem a se repetir em bateladas posteriores, enquanto outras tendem a ser mais específica para uma determinada batelada. A maioria das perturbações apresenta significativa

correlação com o tempo que deve ser explorada para uma rejeição eficiente.

Finalmente, os processos químicos industriais em geral possuem dinâmicas suficientemente lentas que permitem usar um intervalo de amostragem entre amostras relativamente grandes em relação ao tempo total do ciclo. Essas características permitem a implementação numérica de algoritmos mais intensivos, como os baseados em técnicas de programação matemática.

Para acomodar os sistemas MIMO não quadráticos, a exigência de rastreamento do desvio nulo foi relaxada para "o desvio mínimo possível no sentido do mínimo dos quadrados". Este tipo de abordagem foi estudado por Togai e Yamano (1985) e também por Moore (1993). Para a finalidade de reduzir a sensibilidade de ruído, Tao et al. (1994) propuseram um algoritmo ILC para o domínio do tempo discreto baseado no objetivo do mínimo dos quadrados com um termo de penalidade para a entrada, apresentado na Equação (2.22).

$$\|\mathbf{e}_k\|_{\mathbf{Q}}^2 + \|\mathbf{u}_k\|_{\mathbf{R}}^2 \rightarrow \min(\|\mathbf{e}\|_{\mathbf{Q}}^2 + \|\mathbf{u}\|_{\mathbf{R}}^2) \quad \text{quando } k \rightarrow \infty \quad (2.22)$$

Um objetivo semelhante também foi considerado por Sogo e Adachi (1994), mas no domínio do tempo contínuo. Estes algoritmos podem acomodar sistemas MIMO não quadrados e atenuar a sensibilidade de ruído, utilizando o termo de penalidade para a entrada. Entretanto, adicionando o termo de penalidade quadrático sobre as entradas diretamente, tem-se como resultado um *offset*, ou seja, os algoritmos não conseguem atingir o mínimo de desvio possível no limite. Além disso, não está claro qual é a melhor troca de sensibilidade de ruído entre a velocidade de convergência e o *offset* de saída, utilizando a matriz de pesos na entrada.

Podem-se enumerar diversas metodologias que se utilizam da ideia central do trabalho de Arimoto e seus colaboradores, para criar novas metodologias, destinadas a diversas atividades, sendo adaptadas a diferentes objetivos.

A técnica do ILC e o controle repetitivo (*Repetitive Control* – RC) diferem porque o ILC lida com sistemas cujos estados são “reiniciados” no início de cada nova corrida, enquanto o RC dirige-se àqueles sistemas com transição contínua do estado de uma corrida (período) para a próxima. O RC foi desenvolvido para cancelar perturbações periódicas ou rastrear trajetórias periódicas de referência em um sistema contínuo, enquanto que o ILC emerge como um método para conquistar melhorias batelada a batelada. No desenvolvimento dos métodos RC, o princípio de modelo interno tem um papel principal, enquanto os projetos



do ILC seguiram na maior parte o sentido de inversão sucessiva de modelo, como Hara et al. (1988) e Moore (1998) expõem. De fato os conceitos de ambos os controles compartilham alguns princípios básicos e problemas subjacentes.

Dadas as vantagens da estratégia de controle batelada a batelada e das estratégias de controle *feedback*, é natural explorar a possibilidade de combiná-las. A ideia de misturar o controle batelada a batelada com o controle *feedback* baseado em modelo surgiu em Amann et al. (1996) e foi explorada por diversos autores, mais recentemente Lee e Lee (2003).

No trabalho de Amann et al. (1996), os autores estabeleceram para um sistema qualquer em espaço de estados, como apresentado na Equação (2.23).

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 & 0 \leq i \leq N \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) & \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n & \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m & \mathbf{y} \in \mathbb{R}^p \end{aligned} \quad (2.23)$$

As matrizes espaço de estados  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  são consideradas invariantes no tempo para simplificar. Entretanto, se torna simples estender os resultados para sistemas variantes no tempo porque se trata somente da indexação do tempo das matrizes nas derivações desenvolvidas pelos autores. O sistema definido na Equação (2.23) tem uma solução como apresentada na Equação (2.24).

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{A}^t\mathbf{x}_0 + \sum_{i=0}^{t-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{t-1-i}\mathbf{B}\mathbf{u}(i) \quad (2.24)$$

Devido ao fato que somente intervalos de tempo finitos (com  $N < \infty$  amostras) são considerados no ILC, pode-se reescrever isso no formato de vetores, construindo os supervetores  $\mathbf{y}$  e  $\mathbf{u}$  das variáveis  $\mathbf{y}(t)$  e  $\mathbf{u}(t)$  como exemplificado na Equação (2.25).

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \mathbf{y}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(N) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(0) \\ \mathbf{u}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(N-1) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Os supervetores são acentuados pela omissão do índice do tempo. Nota-se que os sinais em tempos diferentes são utilizados nos vetores de entrada e de saída. Isto leva a uma formulação equivalente da Equação (2.23) como uma equação matricial, apresentada na Equação (2.26).

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \mathbf{G}\mathbf{u} \quad (2.26)$$

na qual a matriz  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{(pN) \times (mN)}$  é definida como apresentado na Equação (2.27).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{N-1}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{N-2}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CB} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

O vetor da resposta a condição inicial é  $\mathbf{y}_0 = [(\mathbf{CA})^T \quad (\mathbf{CA}^2)^T \quad \cdots \quad (\mathbf{CA}^N)^T]^T \mathbf{x}_0$ . A matriz  $\mathbf{G}$  é uma matriz triangular inferior com uma estrutura especial. No caso invariante no tempo, a primeira coluna determina a matriz inteira. Esse tipo de estrutura é conhecido como matriz de Toeplitz.

O operador entrada/saída da planta é neste caso somente uma matriz, mapeando vetores de dimensão  $mN$  para vetores de dimensão  $pN$ . É possível que seja uma matriz com uma grande dimensão, porém isso não é um problema, já que a matriz  $\mathbf{G}$  não aparece nos cálculos finais. Ela somente é necessária para propósitos teóricos analíticos. Faz-se notar que a matriz  $\mathbf{G}$  é passível de ser invertida no caso de sistemas SISO se e somente se  $\mathbf{CB} \neq 0$ . Se o sistema possui um atraso, isto é  $\mathbf{CB} = 0$ , então se pode retirar o primeiro sinal de  $\mathbf{y}$  da análise. Analogamente, como a entrada  $\mathbf{u}(N-1)$  não possui efeito sobre a saída no horizonte avaliado, pode-se também retirá-la. Isso se faz com que o sistema permaneça quadrado.

Os autores consideram também um problema de rastreamento em que a trajetória de referência ou saída desejada é denotada por  $\mathbf{r}(t)$ , dada para  $1 \leq t \leq N$  (supondo o grau relativo de um para simplicidade de apresentação). O desvio do rastreamento é definido de acordo com a Equação (2.28).

$$\mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{y} = \mathbf{r} - \mathbf{Gu} - \mathbf{y}_0 = (\mathbf{r} - \mathbf{y}_0) - \mathbf{Gu} \quad (2.28)$$

em que  $\mathbf{e}$  e  $\mathbf{r}$  são supervetores, definidos de forma análoga a  $\mathbf{y}$ . Assim, sem deixar de ser generalizado, é possível substituir  $\mathbf{r}$  por  $\mathbf{y} - \mathbf{y}_0$  na análise e daí supor que  $\mathbf{y}_0 = 0$  ou, equivalentemente,  $\mathbf{x}_0 = 0$ .

Fica claro que qualquer procedimento de controle com aprendizado iterativo, se convergente, resolve a equação  $\mathbf{r} = \mathbf{Gu}_\infty$  para  $\mathbf{u}_\infty$ . Se  $\mathbf{G}$  admite inversa, a solução formal é simplesmente  $\mathbf{u}_\infty = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{r}$ . Uma consideração básica para o paradigma do controle com aprendizado iterativo é que a inversão direta de  $\mathbf{G}$  não é aceitável. A inversão de um sistema dinâmico é considerada uma solução impraticável porque requer conhecimento exato da planta. Isso tornaria a abordagem sensível a incertezas e outros distúrbios. Uma inversa

estimada pode ser utilizada para calcular uma estimativa inicial para a entrada, mas esta entrada deve ser melhorada pelo procedimento com aprendizado iterativo que utiliza um modelo mais ou menos exato da planta.

O problema pode ser facilmente visto como equivalente com a solução do problema de otimização apresentado na Equação (2.29).

$$\mathbf{u}_\infty = \arg \min_{\mathbf{u}} \{ \|\mathbf{e}\|^2 : \mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{y}, \mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} \} \quad (2.29)$$

Isto pode ser interpretado como um problema de controle ótimo singular que, por sua natureza, necessita de uma solução iterativa. Essa solução iterativa é vista como um problema de análise numérica, mas, no contexto do trabalho dos autores dessa ideia, é visto como um procedimento experimental. A diferença entre os dois pontos de vista é o fato que um procedimento experimental possui uma estrutura de causalidade implícita que não é naturalmente presente na computação numérica.

Uma definição formal de causalidade para sistemas de controle com aprendizado iterativo foi apresentada pelos autores:

**Definição:** um algoritmo de controle com aprendizado iterativo é causal se, e somente se, o valor da entrada no tempo  $t$  da  $(k + 1)$ -ésima batelada/iteração é calculada somente através dos dados que estão disponíveis para a  $(k + 1)$ -ésima batelada no intervalo de tempo  $[0, t]$  e das bateladas anteriores para todo o intervalo de tempo  $[0, N]$ . Nota-se que esse processo não é causal no sentido clássico se os dados para tempos  $t' > t$  podem ser utilizados, mas somente para as bateladas anteriores.

Do exposto anteriormente, fica claro que o controlador de um processo em batelada deve ser feito de dois componentes: aprendizagem (responder às variações auto-correlacionadas batelada a batelada devido a perturbações não modeladas, erros de parâmetro e dinâmica) e *feedback* em tempo real. O controle *feedback* é responsável para reduzir o erro devido às variações e as perturbações não repetitivas.

Essa técnica desenvolvida por Amann e colaboradores ficou conhecida como Q-ILC (ILC com critério Quadrático), devido a sua capacidade da convergência (ou divergência) da função objetivo, apresentada na Equação (2.30),

$$\min_{\Delta \mathbf{u}_k} \{ \|\mathbf{e}_k\|_{\mathbf{Q}}^2 + \|\Delta \mathbf{u}_k\|_{\mathbf{R}}^2 \} \quad (2.30)$$

Da Equação (2.30),  $\Delta \mathbf{u}_k = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}$  e a notação  $\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{P}}^2$  remete a  $\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ . A entrada resultante para um sistema linear,  $\mathbf{y} = \mathbf{G} \mathbf{u}$ , pode ser resolvida explicitamente e é apresentada na Equação (2.31).

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{k-1} + (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_{k-1} \quad (2.31)$$

As trajetórias de entrada resultantes das Equações (2.17) e (2.31) são diferentes durante os momentos transientes. Entretanto, como  $k \rightarrow \infty$ , ambas as trajetórias convergem para o mesmo limite  $\mathbf{u}^*$  que satisfaz  $\|\mathbf{e}(\mathbf{u}^*)\| = \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{e}\|$ . O que ocorre com a Equação (2.30) é que a convergência (ou divergência) é retardada pelo termo de penalidade na variação da entrada.

De forma particular, variações de alta frequência no perfil da variável de entrada, que tem tendência a serem grandes devido ao baixo ganho do sistema, são severamente penalizadas. No curso da aprendizagem, entretanto, perfis de entrada mais “suaves” que levam o desvio ao mínimo (exceto para os componentes de alta frequência para quais os ganhos de aprendizagem são muito baixos comparado ao ganho do sistema devido ao termo de penalidade na entrada) são obtidos através da Equação (2.31). Em casos de sistemas com alta frequência, a aprendizagem pode ser interrompida antes que as trajetórias de entrada tenham muitos picos e oscilações ou que o comportamento de divergência se instale.

Lee e colaboradores, (2000) consideraram um processo com operação em batelada sujeito à perturbações estocásticas e propuseram um algoritmo denominado Q-ILC (*Quadratic Iterative Learning Control*) baseado em observadores. Isso foi proposto de forma a remover o ruído e as flutuações de alta frequência, além de fornecer uma técnica de sintonização para controlar a taxa de convergência. Segundo esses autores, um estudo da robustez do Q-ILC indicou que a convergência pode ser alcançada na presença de um modelo com erros dentro de certos limites.

### 2.3.1. Controle preditivo baseado em modelo para operações batelada

O controle preditivo baseado em modelo para operações em batelada (*Batch-MPC*, ou *BMPC – Batch Model Predictive Control*), estudado em Lee et al. (1999), é baseado em modelo de sistema linear variante no tempo (o que representa um sistema não linear ao longo de uma trajetória fixa) e utiliza não apenas as medições de entrada da batelada em curso, mas também as informações armazenadas das bateladas anteriores. Esta particularidade é essencial

para atingir o desempenho de controle eficaz de monitoramento, apesar dos erros do modelo e perturbações.

Considera-se um processo MIMO discreto descontínuo no tempo em que o comprimento de execução é fixo e composto de  $N$  amostras ou medições. O problema é para manipular as entradas obedecendo as restrições para que as saídas se mantenham nas trajetórias de referência especificadas. Em operações em batelada, é de conhecimento comum que alguns insumos são manipulados em meio a uma batelada, enquanto outros são acrescentados desde o início. A adição do iniciador em reatores de polimerização geralmente começa em um instante de tempo estabelecido numa receita. O mesmo vale para os sinais de saída. Alguns sinais de saída são controlados durante uma batelada inteira, enquanto outros são controlados apenas durante um período limitado. A fim de harmonizar tais aspectos em uma estrutura de modelo único, permite-se que as dimensões das entradas e das saídas variem com o tempo, sendo  $n_u(t)$  e  $n_y(t)$  respectivamente. Definem-se as amostras de acordo com a Equação (2.32).

$$N_y \triangleq \sum_{l=1}^t n_y(l), \quad N_u \triangleq \sum_{l=0}^{t-1} n_u(l) \quad (2.32)$$

Uma operação em batelada é tipicamente modelada como um sistema dinâmico, mas é mais conveniente considerar um mapa estático relativo à sequência de entrada para a sequência de saída sobre todo o horizonte da batelada. Definem-se as sequências de entrada, de saída e de perturbação como apresentado na Equação (2.33).

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &\triangleq [\mathbf{u}^T(0) \mathbf{u}^T(1) \cdots \mathbf{u}^T(N-1)]^T \in \mathbb{R}^{N_u(N)} \\ \mathbf{y} &\triangleq [\mathbf{y}^T(1) \mathbf{y}^T(2) \cdots \mathbf{y}^T(N)]^T \in \mathbb{R}^{N_y(N)} \\ \mathbf{d} &\triangleq [\mathbf{d}^T(1) \mathbf{d}^T(2) \cdots \mathbf{d}^T(N)]^T \end{aligned} \quad (2.33)$$

A relação entre entrada e saída para um sistema não linear com operação em batelada genérico pode ser escrito de acordo com a Equação (2.34), em que  $\mathfrak{N}$  é um mapa não linear.

$$\mathbf{y} = \mathfrak{N}(\mathbf{u}, \mathbf{d}) \quad (2.34)$$

Especifica-se a trajetória de referência da saída como  $\bar{\mathbf{y}}$  e  $\bar{\mathbf{u}}$  representa a trajetória nominal de entrada correspondente. Por isso, a Equação (2.35) apresenta essa modificação da Equação (2.34).

$$\bar{\mathbf{y}} = \mathfrak{N}(\bar{\mathbf{u}}, 0) \quad (2.35)$$

Combinando a Equação (2.34) com a Equação (2.35), escreve-se a equação da trajetória de desvio e como representado na Equação (2.36).

$$\mathbf{e} \triangleq \bar{\mathbf{y}} - \mathbf{y} = \mathfrak{N}(\bar{\mathbf{u}}, 0) - \mathfrak{N}(\mathbf{u}, \mathbf{d}) \quad (2.36)$$

Uma vez que geralmente o mapa  $\mathfrak{N}$  não é conhecido de forma precisa e alguns dos parâmetros podem mudar com o tempo, se torna irrealista considerar o conhecimento exato da trajetória nominal de entrada. Por isso, considera-se que alguma estimativa grosseira de  $\bar{\mathbf{u}}$  (denotada como  $\hat{\mathbf{u}}$ ) esteja disponível *a priori*. Então, linearizando a Equação (2.36) para a trajetória de desvio em  $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}}$  e  $\mathbf{d} = 0$ , obtém-se a Equação (2.37),

$$\mathbf{e} = \left. \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{(\hat{\mathbf{u}}, 0)} (\bar{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{u}}) - \left. \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{(\hat{\mathbf{u}}, 0)} (\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}) - \left. \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial \mathbf{d}} \right|_{(\hat{\mathbf{u}}, 0)} \mathbf{d} + \text{termos de alta ordem} \quad (2.37)$$

Denotando-se  $\partial \mathfrak{N} / \partial \mathbf{u}$  e  $\partial \mathfrak{N} / \partial \mathbf{d}$  como  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{G}_d$ , respectivamente, e rearranjando a Equação (2.37), chega-se a uma equação linear para a trajetória do erro, apresentada na Equação (2.38).

$$\mathbf{e} = \mathbf{G}(\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u}) + \underbrace{\mathbf{G}(\bar{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{u}}) - \mathbf{G}_d \mathbf{d}}_{\mathbf{e}^d} + \text{termos de alta ordem} \quad (2.38)$$

Na Equação (2.38),  $\mathbf{e}^d$  representa o desvio de *bias* na trajetória nominal de entrada ( $\bar{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{u}}$ ), assim como o efeito das perturbações e do erro do modelo. Em geral,  $\mathbf{e}^d$  possui tanto o componente determinístico quanto o componente estocástico. Para o projeto do estimador, se torna conveniente modelar  $\mathbf{e}^d$  como saída do sistema linear impulsionado por entradas aleatórias, apresentado na Equação (2.39).

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1}^e &= \mathbf{A} \mathbf{x}_k^e + \mathbf{B} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{e}_k^d &= \mathbf{C} \mathbf{x}_k^e + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (2.39)$$

Note que o subscrito  $k$  representa o índice da batelada,  $\mathbf{w}_k$  e  $\mathbf{v}_k$  são vetores aleatórios com média zero (a respeito do índice da batelada) e independentes e identicamente

distribuídos (i.i.d.). Simplificando, restringe-se a discussão sobre o sistema para a escolha particular de  $\mathbf{A} = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{I}$  e  $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ . Então, a Equação (2.39) é simplificada como apresentado na Equação (2.40).

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{e}}_{k+1}^d &= \bar{\mathbf{e}}_k^d + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{e}_k^d &= \bar{\mathbf{e}}_k^d + \mathbf{v}_k\end{aligned}\tag{2.40}$$

Percebe-se que com a escolha deste modelo  $\bar{\mathbf{e}}^d$  pode ser interpretado como a parte de  $\mathbf{e}^d$  que se repete nas bateladas subsequentes (como o desvio devido ao *bias* na trajetória de entrada nominal e perturbações constantes referentes à batelada em questão), enquanto  $\mathbf{v}$  pode ser considerado como a parte de  $\mathbf{e}^d$  que vai desaparecer nas bateladas posteriores.

De forma similar, pode-se definir  $\bar{\mathbf{e}}$  como  $[\bar{\mathbf{e}}^d + \mathbf{G}(\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u})]$ , que representa a parte da trajetória de erro  $\mathbf{e}$  que se repetirá na próxima batelada, considerando que a entrada  $\mathbf{u}$  continue a mesma. Escrevendo a expressão para  $\bar{\mathbf{e}}$  para duas bateladas consecutivas e diferenciando os rendimentos do modelo de transição para a trajetória de erro de rastreamento, obtém-se a Equação (2.41).

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{e}}_{k+1} &= \mathbf{G}(\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_{k+1}) + \bar{\mathbf{e}}_{k+1}^d \\ \bar{\mathbf{e}}_k &= \mathbf{G}(\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_k) + \bar{\mathbf{e}}_k^d \\ &\quad \Downarrow \\ \bar{\mathbf{e}}_{k+1} &= \bar{\mathbf{e}}_k - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{e}_k &= \bar{\mathbf{e}}_k + \mathbf{v}_k\end{aligned}\tag{2.41}$$

em que  $\Delta\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k$ . A notação  $\Delta$  se refere ao operador diferença a respeito da batelada e não a respeito do tempo.

### 2.3.2. Teoria do sistema de duas dimensões (2-D)

Originalmente, a teoria do sistema de duas dimensões (2-D) foi desenvolvido para filtragem e controle de sistemas distribuídos cujas saídas são distribuídas ao longo do tempo, de uma coordenada espacial ou mesmo duas coordenadas espaciais existentes em alguns problemas de processamento de imagens (KACZOREK, 1985). Um processo em batelada pode ser visualizado como um sistema 2-D devido a sua resposta dinâmica propagar ao longo do tempo e ao longo das bateladas. Baseado nesse fato, alguns algoritmos ILC foram estudados utilizando a teoria 2-D (GENG et al., 1990; KUREK; ZAREMBA, 1993).

Nesta abordagem, transforma-se o sistema em batelada anterior no sistema 2-D descrito na Equação (2.42).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t+1, k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t, k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t, k) \\ \mathbf{y}(t, k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t, k)\end{aligned}\quad (2.42)$$

Nota-se a pequena mudança na indexação de forma a ser consistente com o modelo de sistema 2-D padrão da literatura especializada. A Equação (2.42) pode ser transformada na Equação (2.43).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}(t+1, k) \\ \mathbf{e}(t, k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}\mathbf{A} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t, k) \\ \mathbf{e}(t, k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ -\mathbf{C}\mathbf{B} \end{bmatrix} \Delta\mathbf{u}(t-1, k)\quad (2.43)$$

em que  $\mathbf{z}(t, k) \triangleq \mathbf{x}(t-1, k+1) - \mathbf{x}(t-1, k)$  e  $\mathbf{e}(t, k) \triangleq \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}(t, k)$ .

A Equação (2.43) apresenta o modelo 2-D padrão de Roesser (ROESSER, 1975), do qual vários resultados teóricos de muitos sistemas foram obtidos. Se uma regra de aprendizagem dada de acordo com a Equação (2.44) for considerada, a Equação (2.43) é convertida a uma equação em malha fechada e a condição de convergência em  $k$  pode ser encontrada utilizando a teoria 2-D.

$$\Delta\mathbf{u}(t, k+1) = \mathbf{K}\mathbf{e}(t+1, k)\quad (2.44)$$

Apesar desse paralelo, não está claro se a teoria de sistemas 2-D vai ser capaz de apontar uma abordagem drasticamente diferente para o projeto do ILC. A teoria de sistemas 2-D atual é limitada a sistemas invariantes no tempo.

## 2.4. Controle corrida a corrida

Neste caso, as trajetórias de entrada  $\mathbf{u}$  são parametrizadas como  $\mathbf{u}_k^{cac}[0, T_k] = \mathbb{U}(\pi_{k+1})$  utilizando os parâmetros de entrada  $\pi_k$ . As entradas constantes  $\mathbf{v}_k$  relacionadas à batelada são anexadas a estes parâmetros para formar  $\bar{\pi}_k$ . Os processos em batelada são assim vistos como um mapa estático entre os parâmetros de entrada  $\bar{\pi}_k$  e as variáveis de saída no final da execução  $\mathbf{z}_k$ . A lei de controle é escrita de acordo com as Equações (2.45) e (2.46).

$$\mathbf{u}_{k+1}^{cac}[0, T_{k+1}] = \mathbb{U}(\pi_{k+1})\quad (2.45)$$



$$\bar{\pi}_{k+1} = \begin{bmatrix} \pi_{k+1} \\ \mathbf{v}_{k+1} \end{bmatrix} = \mathcal{R}(\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{\text{ref}}) \quad (2.46)$$

em que  $\mathbb{U}$  representa a parametrização da entrada e  $\mathcal{R}$  é a lei de controle corrida a corrida para as variáveis de saída no final da execução. Por exemplo,  $\mathcal{R}$  pode ser a lei de controle integral discreta  $\bar{\pi}_{k+1} = \bar{\pi}_k + K(\mathbf{z}_{\text{ref}} - \mathbf{z}_k)$  (FRANCOIS et al., 2005). Faz-se notar que as entradas  $\mathbf{v}_k$  podem somente ser atualizadas em uma configuração corrida a corrida.

#### 2.4.1. Controle corrida a corrida (*run-to-run control*)

O controle corrida a corrida (*run-to-run control*) é outro método existente para controlar a qualidade do produto em processos em que as medições diretas *in situ* das variáveis de qualidade são impraticáveis e os resultados de análises do produto fora de linha (*off-line*) deve ser utilizado. Tais processos são comuns na produção de semicondutores e na fabricação de polímeros. A forma básica do modelo linear utilizado para execução do controle *run-to-run* é apresentada na Equação (2.47).

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{M}\mathbf{p}_k + \frac{1}{1-\mathbf{q}^{-1}}\mathbf{v}_k \quad (2.47)$$

em que  $\mathbf{q}_k$  é o vetor contendo as variáveis de qualidade final,  $\mathbf{p}_k$  é o vetor contendo os parâmetros da fórmula do processo, e  $\mathbf{v}_k$  é uma sequência i.i.d. A perturbação é modelada como um ruído branco integrado para dar conta de saltos e deslizos lentos do processo. Outros modelos de perturbação como  $(1 - \alpha\mathbf{q}^{-1})/(1 - \mathbf{q}^{-1})$  ou integradores duplos podem ser utilizados se forem considerados mais apropriados.

O modelo preditivo ótimo para o modelo da Equação (2.47) é apresentado na Equação (2.48).

$$\mathbf{q}_{k|k-1} = \mathbf{q}_{k-1} + \mathbf{M}\Delta\mathbf{p}_k + \mathbf{v}_k \quad (2.48)$$

em que  $\Delta\mathbf{p}_k$  representa o ajuste da fórmula, que pode ser calculado minimizando  $\|\mathbf{r} - \mathbf{q}_k\|_{\mathbf{P}}^2$  ou  $\|\mathbf{r} - \mathbf{q}_k\|_{\mathbf{P}}^2 + \|\Delta\mathbf{p}_k\|_{\mathbf{Q}}^2$ . Nesses ajustes,  $\mathbf{r}$  representa os valores de qualidade desejados. Claro, os modelos de fórmula não lineares podem ser utilizados, que podem ou não podem ser combinados com um observador de estado não linear.

Examinando o exposto, há pouca diferença entre as metodologias ILC e o controle

*run-to-run*, exceto que a primeira possui problemas de monitoramento de trajetórias, enquanto o segundo aborda os problemas de controle de qualidade final. Essa semelhança foi observada por Chin et al. (2000), que combinou o ILC e os conceitos do controle *run-to-run* em um sistema integrado na técnica chamada controle de qualidade em processos em batelada com MPC (*Quality Batch Model Predictive Control – QBMPC*) destinado ao rastreamento de trajetórias simultâneas e controle de qualidade final. Uma característica adicional do QBMPC foi que as variáveis de qualidade no final do curso da batelada pode ser inferida a partir do processo de medição em linha, dando assim ao controlador a capacidade de fazer os ajustes mais imediatamente no que diz respeito as perturbações.

### 2.4.2. Otimização batelada a batelada (*batch-to-batch optimization - BBO*)

A otimização batelada a batelada (*Batch-to-batch optimization – BBO*) se refere ao uso da técnica de programação não linear em um processo em batelada real. A ideia é avaliar a função objetivo com as medições do processo real e não de um modelo. A ideia ficou conhecida como otimização evolucionária (*Evolutionary Optimization – EVOP*) (WILDE; BEIGHTLER, 1967) e foi popular na década de 1960 para otimizar as condições de funcionamento para as indústrias de processo. Algumas décadas depois, a técnica foi trazida à atenção da comunidade de controle de processos por um número de pesquisadores, principalmente no contexto da otimização de processos na fabricação de semicondutores (ZAFIRIOU; ZHU, 1990; ZAFIRIOU et al., 1995).

Considera-se um problema de otimização como o apresentado na Equação (2.49).

$$\min_{\mathbf{u}} \phi(\mathbf{y}, \mathbf{u}) \quad (2.49)$$

Considera-se que a dinâmica do processo em batelada é representado pelo mapa não linear de entrada-saída,  $\mathbf{y} = \mathcal{N}(\mathbf{u}, \mathbf{d})$ , em que  $\mathbf{d}$  é uma trajetória de perturbação. Com base no modelo, a otimização pode ser reformulada como pode se observar na Equação (2.50),

$$\min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}) (= \phi(\mathbf{y}, \mathbf{u})) \quad (2.50)$$

em que  $\mathbf{y}$  é fornecido pelo modelo de predição dado na Equação (2.51).

$$\mathbf{y}_{k+1|k} = \mathbf{y}_k + \left( \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \mathbf{u}} \right)_k \Delta \mathbf{u}_{k+1} \quad (2.51)$$

Nota-se que as medições do processo real de  $\mathbf{y}_k$  são utilizadas, o que fornece alguma robustez quando o mapa dinâmico  $\mathcal{N}$  e a perturbação  $\mathbf{d}$  não são perfeitamente conhecidas. Um algoritmo geral de procura pode ser escrito como apresentado na Equação (2.52).

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + \alpha_k \mathbf{g}_k \quad (2.52)$$

em que  $\mathbf{g}$  representa a direção de procura. Da Equação (2.53),

$$\begin{aligned} J(\mathbf{u}_{k+1}) &\approx J(\mathbf{u}_k) + \nabla J(\mathbf{u}_k)^T (\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k) \\ &= J(\mathbf{u}_k) + \alpha_k \nabla J(\mathbf{u}_k)^T \mathbf{g}_k \end{aligned} \quad (2.53)$$

Pode se visualizar que  $J(\mathbf{u}_{k+1}) < J(\mathbf{u}_k)$  para um valor de  $\alpha_k$  suficientemente pequeno enquanto  $\mathbf{g}_k$  fazer que  $\nabla J(\mathbf{u}_k)^T \mathbf{g}_k < 0$ . No algoritmo de descida mais íngreme,  $\mathbf{g}_k$  é dada por  $-\nabla \tilde{J}(\mathbf{u}_k)$ , em que  $\tilde{J}$  representa  $\phi$  avaliado com o modelo de previsão – Equação (2.51). Alternativamente, também pode se resolver para  $\Delta \mathbf{u}$  minimizando a função objetivo  $\phi$ . Nota-se que um modelo com erro significativo pode ser permitido em  $J$  (ou equivalentemente em  $\mathcal{N}$ ), antes da convergência ser violada.

A partir do uso da Equação (2.51), é fácil ver que o BBO está intimamente relacionado ao ILC. De fato, o ILC padrão pode ser interpretado como um caso especial de BBO em que a função objetivo  $\phi(\mathbf{y}, \mathbf{u})$  é quadrática no desvio do rastreamento e na alteração de entrada, e o mapa dinâmico de entrada-saída é linear. Assim, o BBO fornece uma abordagem natural do ILC padrão para o caso do modelo não linear.

Em Bonvin et al. (2002), os métodos BBO são classificados em quatro categorias de acordo com a forma como a informação do modelo é utilizada. Nesse trabalho, o termo BBO é utilizado num sentido mais amplo para incluir métodos baseados em modelos de identificação recursiva, e métodos livres de modelos baseados em referência e dados. O método BBO descrito acima pertence ao método baseado em modelo fixo (incerto) de acordo com a classificação. Além disso, eles propuseram um método BBO especial chamado otimização baseada em invariante, em que alguma estrutura invariante do perfil de entrada é determinada primeiro *off-line* utilizando um modelo aproximado para o processo, a entrada é parametrizada com base na estrutura invariante, e os verdadeiros invariantes são encontrados utilizando as medições do processo.



## CAPÍTULO 3

### CONTROLE COM APRENDIZADO ITERATIVO

Neste capítulo apresenta-se o desenvolvimento de algoritmos de aprendizado iterativo utilizados para o controle de processos em batelada, mostrando suas formulações para sistemas não sujeitos a restrições e também com restrições, assim como uma pequena explicação sobre mapeamento estático e dinâmico, e a utilização desses mapeamentos no controle preditivo.

Seja o sistema apresentado na Equação (3.1) descrito pelo esquema estático entre as sequências de entrada e saída definidas ao longo do tempo para uma operação em batelada (LEE; LEE; KIM, 2000).

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{G}\mathbf{u}_k + \mathbf{G}_d\mathbf{d}_k + \mathbf{b} \quad (3.1)$$

em que  $\mathbf{y}_k$ ,  $\mathbf{u}_k$  e  $\mathbf{d}_k$  são definidos nas Equações (3.2), (3.3) e (3.4), respectivamente.

$$\mathbf{y}_k^T = [\mathbf{y}_{1,k}^T(1) \cdots \mathbf{y}_{n,k}^T(1) \quad \mathbf{y}_{1,k}^T(2) \cdots \mathbf{y}_{n,k}^T(2) \quad \cdots \quad \mathbf{y}_{1,k}^T(N) \cdots \mathbf{y}_{n,k}^T(N)], \quad (3.2)$$

$$\mathbf{u}_k^T = [\mathbf{u}_{1,k}^T(0) \cdots \mathbf{u}_{n,k}^T(0) \quad \mathbf{u}_{1,k}^T(1) \cdots \mathbf{u}_{n,k}^T(1) \quad \cdots \quad \mathbf{u}_{1,k}^T(N-1) \cdots \mathbf{u}_{n,k}^T(N-1)], \quad (3.3)$$

$$\mathbf{d}_k^T = [\mathbf{d}_{1,k}^T(1) \cdots \mathbf{d}_{n,k}^T(1) \quad \mathbf{d}_{1,k}^T(2) \cdots \mathbf{d}_{n,k}^T(2) \quad \cdots \quad \mathbf{d}_{1,k}^T(N) \cdots \mathbf{d}_{n,k}^T(N)]. \quad (3.4)$$

em que,  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{d}$  representam os sinais de saída, entrada e perturbações, respectivamente. Essa descrição é adequada para a representação de sistemas com uma saída e uma entrada (*Single Input, Single Output* – SISO) ou com múltiplas entradas e múltiplas saídas (*Multiple Input, Multiple Output* – MIMO). O índice subscrito  $k$  denota a batelada. Para cada batelada  $k = 1, \dots, M$ , têm-se  $N$  valores de  $\mathbf{y}_k$  para problemas SISO. No caso de sistemas MIMO, existem  $N \times n_y$  valores para cada batelada  $k$ .  $\mathbf{b}$  é um vetor constante. A Equação (3.1) é linear nas entradas (*affine*) e é considerada invariante a respeito do índice da batelada. Desde que os operadores  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{G}_d$  relacionam a trajetória de saída com as trajetórias de entrada para toda uma batelada, a formulação acima é geral o suficiente para incluir um modelo linear variante no tempo (o qual pode ser obtido, por exemplo, através da linearização de um modelo não linear de um sistema ao longo de uma trajetória de referência).

### 3.1. Obtenção de modelos para o aprendizado iterativo

#### 3.1.1. Sistemas lineares - obtenção da matriz de funções de transferência

Existem muitas formas para a obtenção da matriz  $\mathbf{G}$ , que é dita a função (ou matriz de funções) de transferência do sistema  $\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u}$ . Entre essas formas, a mais simples é obter a matriz de ganho estático da planta, através da função de transferência de um sistema no domínio de Laplace é realizando  $s = 0$ . Em plantas SISO, torna-se muito simples, porque  $\mathbf{G}$  se torna somente um número. No caso de plantas MIMO,  $\mathbf{G}$  é uma matriz com dimensão  $n_y \times n_u$ .

A outra opção para obtenção da matriz  $\mathbf{G}$  é realizar uma modelagem da planta através da aplicação de um sinal pulso unitário a planta, obtendo a resposta a este sinal, a chamada resposta pulso. É aplicado um pulso unitário no tempo 0 da entrada  $j$ :  $\mathbf{u}_j(0) = 1, \mathbf{u}_j(k) = 0$  para  $k > 0$ .

Seja a sequência de resposta da saída  $i$  apresentada como  $(\mathbf{h}_{ij}(0), \mathbf{h}_{ij}(1), \dots)$ , então o vetor de respostas para todas as saídas no tempo  $t$  é  $[\mathbf{h}_{1j}(t), \mathbf{h}_{2j}(t), \dots, \mathbf{h}_{pj}(t)]^T$ .

Uma matriz que apresenta como cada saída responde a um pulso unitário em cada entrada pode ser construída a partir desses vetores, e é apresentada como na Equação (3.5).

$$\mathbf{H}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{11}(t) & \mathbf{h}_{12}(t) & \cdots & \mathbf{h}_{1m}(t) \\ \mathbf{h}_{21}(t) & \mathbf{h}_{22}(t) & \cdots & \mathbf{h}_{2m}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{h}_{p1}(t) & \mathbf{h}_{p2}(t) & \cdots & \mathbf{h}_{pm}(t) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Dessa forma, a resposta  $\mathbf{y}(t)$  para um sinal de entrada arbitrário  $\{\mathbf{u}(0), \mathbf{u}(1), \dots\}$  – devido a linearidade – pode ser expressa por:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{k=0}^t \mathbf{H}(t-k)\mathbf{u}(k) \quad (3.6)$$

Na teoria, a matriz formada da sequência de respostas pulso  $[\mathbf{H}(0), \mathbf{H}(1), \dots, \mathbf{H}(N)]$  pode ser obtida por testes de resposta pulso. Entretanto, é raramente praticável aplicar esses testes em plantas reais, devido as inaceitáveis altas amplitudes de pulso que usualmente são necessárias de forma a excitar a planta suficientemente para obterem-se resultados úteis. A sequência deve ser longa o bastante para que  $\mathbf{H}(N) \approx \mathbf{0}$ .

Uma forma melhor para se excitar as plantas e obter resultados úteis pode ser através da resposta degrau, quando aplica-se uma entrada degrau ao sistema. Considera-se um degrau unitário na entrada  $j$ :  $\{\mathbf{u}(t)\} = (1, 1, 1, \dots)$ . Utilizando a Equação (3.6), a resposta da saída  $i$  é:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \sum_{k=0}^t \mathbf{h}_{ij}(t-k)\mathbf{u}_j(t) \\ &= \sum_{k=0}^t \mathbf{h}_{ij}(t-k) \\ &= \sum_{k=0}^t \mathbf{h}_{ij}(k) \end{aligned}$$

Dessa forma, pode-se definir a matriz de resposta degrau de acordo com a Equação (3.7).

$$\mathbf{S}(t) = \sum_{k=0}^t \mathbf{H}(k) \quad (3.7)$$

Essa matriz (ou talvez a sequência inteira  $(\mathbf{S}(0), \mathbf{S}(1), \dots)$ ) é muitas vezes chamada de Matriz Dinâmica da planta, que deu origem ao nome do Controle de Matriz Dinâmica (*Dynamic Matrix Control* – DMC). A sequência  $(\mathbf{S}(0), \mathbf{S}(1), \dots, \mathbf{S}(N))$  pode ser utilizada como um modelo da planta, se  $N$  for suficientemente grande que  $\mathbf{S}(N+1) \approx \mathbf{S}(N)$ .

Existem algumas relações que podem se tirar entre o modelo DMC e o modelo em espaço de estados. Considera-se uma planta que possui o modelo em espaço de estados, como definido na Equação (3.8).

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}_y\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_y\mathbf{u}(k) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Considerando-se que  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$ . Então, pode-se aplicar um vetor pulso de entrada, de forma que  $\mathbf{u}(0) \neq \mathbf{0}$ , mas  $\mathbf{u}(k) = \mathbf{0}$  para todo  $k > 0$ . Obtendo-se a sequência de estados e saídas apresentada na Equação (3.9).

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}(0) &= \mathbf{0} & \mathbf{y}(0) &= \mathbf{D}_y \mathbf{u}(0) \\
\mathbf{x}(1) &= \mathbf{B}\mathbf{u}(0) & \mathbf{y}(1) &= \mathbf{C}_y \mathbf{B}\mathbf{u}(0) \\
\mathbf{x}(2) &= \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(0) & \mathbf{y}(2) &= \mathbf{C}_y \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(0) \\
&\vdots & & \vdots \\
\mathbf{x}(k) &= \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B}\mathbf{u}(0) & \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}_y \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B}\mathbf{u}(0) \\
&\vdots & & \vdots
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Torna-se claro, a partir da sequência da Equação (3.9), que a sequência da matriz resposta pulso unitário é a apresentada na Equação (3.10).

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}(0) &= \mathbf{D}_y \quad (\text{o qual é comumente } 0) \\
\mathbf{H}(1) &= \mathbf{C}_y \mathbf{B} \\
\mathbf{H}(2) &= \mathbf{C}_y \mathbf{A}\mathbf{B} \\
&\vdots \\
\mathbf{H}(k) &= \mathbf{C}_y \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B} \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{3.10}$$

A matriz  $\mathbf{C}_y \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B}$  é chamada de  $k$ -ésimo parâmetro de Markov do modelo em espaço de estados. Do exposto na Equação (3.10), imediatamente pode-se obter a sequência de resposta degrau unitário, utilizando a Equação (3.7), como apresentado na Equação (3.11).

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}(0) &= \mathbf{D}_y \quad (\text{o qual é comumente } 0) \\
\mathbf{S}(1) &= \mathbf{C}_y \mathbf{B} + \mathbf{D}_y \\
\mathbf{S}(2) &= \mathbf{C}_y \mathbf{A}\mathbf{B} + \mathbf{C}_y \mathbf{B} + \mathbf{D}_y \\
&\vdots \\
\mathbf{S}(k) &= \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{C}_y \mathbf{A}^i \mathbf{B} + \mathbf{D}_y \\
&= \mathbf{C}_y \left( \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{A}^i \right) \mathbf{B} + \mathbf{D}_y \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{3.11}$$

O formato da matriz  $\mathbf{G}$  obtida através da resposta pulso é apresentada na Equação (3.12).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}(1) & \mathbf{H}(0) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}(2) & \mathbf{H}(1) & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}(N) & \mathbf{H}(N-1) & \mathbf{H}(N-2) & \cdots & \mathbf{H}(0) \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Neste trabalho, a matriz  $\mathbf{G}$  foi obtida das duas maneiras, e utilizada distintamente ao



longo das simulações. Em cada exemplo em que as matrizes  $\mathbf{G}$  foram utilizadas, foi feito o comentário se a matriz utilizada foi estática (obtida através do ganho do estado estacionário da planta) ou se foi dinâmica (obtida através de testes pulso ou degrau, dependendo da planta em questão).

### 3.1.2. Sistemas não lineares – obtenção de modelo para aprendizado iterativo

Para a utilização da metodologia de controle preditivo com aprendizado iterativo para processos não lineares, podem-se usar quatro tipos diferentes de modelos no aprendizado e predição. Os modelos podem ser do tipo:

- Matriz dinâmica: para processos não lineares estáveis, a obtenção da matriz dinâmica pode ser realizada através de testes degrau ou pulso. Essa matriz dinâmica é um modelo linear que pode ser utilizado como modelo do controlador preditivo.
- Modelo de espaço de estados “médio”: pode ser obtido através de técnicas de identificação de modelos, como um método no espaço de estados. Esses métodos são capazes de encontrar modelos multivariáveis confiáveis em espaço de estados diretamente de dados de entrada-saída do sistema, e requerem complexidade computacional modesta sem a necessidade de procedimentos de otimização iterativa;
- Modelo linearizado localmente: o modelo de predição é mantido constante durante o estágio de predição do algoritmo, sendo atualizado a cada instante que o problema de otimização é solucionado, ou então pode ser implementado também através de um modelo variante no tempo, no qual as matrizes do sistema mudam no futuro utilizando informações da última trajetória que o sistema percorreu e do modelo não linear da planta;
- Modelo não linear: uma opção, apesar de ter um alto custo computacional, é a utilização direta do modelo não linear no como modelo de predição para o ILC preditivo. Essa alternativa em alguns casos pode ser a única possível de ser utilizada;

A utilização de modelos obtidos de diferentes maneiras pode fazer com que existam desvios entre os resultados obtidos de cada maneira, devido a complexidade e quantidade de informação agregada ao modelo utilizado.

**Modelo linearizado localmente:**

A relação entre o modelo linear e a planta real necessita de considerações cuidadosas para o controle preditivo. Na maioria das metodologias de controle o modelo linear é utilizado de forma não em linha, como uma ajuda para análises e projeto. No controle preditivo é utilizado como parte do algoritmo de controle, e os sinais resultantes são diretamente aplicados a planta. Portanto, muita atenção deve ser dada ao tratamento adequado das medições antes da sua utilização no cálculo do algoritmo de controle, e do sinal de controle calculado.

Na realidade, a planta se comporta de alguma forma não linear complexa. Suponha que o vetor de estados  $X$  evolui de acordo com alguma equação diferencial não linear, como

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = f(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) \quad (3.13)$$

em que  $\mathbf{U}$  é o vetor de entradas do sistema. Considera-se que o processo esteja no estado  $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0$ , com uma entrada  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0$ , e consideram-se os efeitos de pequenas perturbações  $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{u}$ , com  $\|\mathbf{x}\|$  e  $\|\mathbf{u}\|$  pequenos:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{X}}{dt} &= f(\mathbf{X}_0 + \mathbf{x}, \mathbf{U}_0 + \mathbf{u}, t) \\ &\approx f(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t) + \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right|_{(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t)} \mathbf{x} + \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{U}} \right|_{(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t)} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (3.14)$$

em que os termos quadráticos e de alta ordem em  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{u}$  foram desprezados. As expressões  $\left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right|_{(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t)}$  e  $\left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{U}} \right|_{(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t)}$  denota matrizes de derivadas parciais, avaliadas em  $(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t)$ . Denotam-se essas matrizes  $\mathbf{A}_c$  e  $\mathbf{B}_c$ , respectivamente. Uma vez que  $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{x}$  e  $\mathbf{X}_0$  é um valor particular de  $\mathbf{X}$ , tem-se  $d\mathbf{X}/dt = d\mathbf{x}/dt$ . Então, tem-se o modelo linearizado

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_c \mathbf{u} + f(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t) \quad (3.15)$$

Se  $(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0)$  é um ponto de equilíbrio (isto é, um possível estado estacionário) no instante  $t$ , ou seja, se  $f(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t) = 0$ , então claramente esse modelo, após maiores simplificações, se torna a forma familiar do modelo linear em espaço de estados no domínio contínuo, utilizado largamente na teoria de sistemas de controles, ou seja,

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_c \mathbf{u} \quad (3.16)$$

Este é o caso mais comum: modelos lineares são usualmente encontrados nas vizinhanças de um ponto de equilíbrio.

No caso de controle de processos operando em batelada o ponto  $(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0)$  não é um ponto de equilíbrio. Neste caso, pode-se definir  $(\dot{\mathbf{X}})_0 = f(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0, t)$  e

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{dx}{dt} - (\dot{\mathbf{X}})_0 \quad (3.17)$$

para obter

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_c \mathbf{u} \quad (3.18)$$

A forma da Equação (3.18) é a mesma que obtida quando realizada a linearização em um ponto de equilíbrio, e pode ser utilizada da mesma maneira. Porém,  $\dot{\mathbf{x}}$  é agora uma perturbação da derivada no tempo  $dx/dt$ , não a própria derivada. Isto afeta a formação das predições, por exemplo. A linearização exata sobre uma trajetória de não equilíbrio é um sistema linear variante no tempo, uma vez que o estado  $\mathbf{X}$  não se mantém constante em  $\mathbf{X}_0$ . Quando utilizados tais modelos para o controle preditivo, pode não ser necessário relinearizar a planta a cada intervalo de tempo. Frequentemente o mesmo modelo linear é mantido para um número de intervalos de tempo antes de realizar uma relinearização, mesmo se a planta está se movimentando de um estado a outro.

Para o controle preditivo é necessário a equação do domínio do tempo discreto (Equação (3.19)),

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (3.19)$$

Isto pode ser obtido através da equação diferencial linearizada por técnicas padrões, usualmente considerando que a entrada  $\mathbf{u}$  é constante entre os intervalos de amostragem.

De maneira conceitual, também é possível chegar ao modelo linear no domínio discreto pela linearização de um modelo não linear conhecido no domínio discreto de forma geral

$$\mathbf{x}(k+1) = \phi(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k) \quad (3.20)$$

Mas a função  $\phi$  é usualmente muito difícil de ser escrita como um conjunto de equações; é a função implementada pela solução das equações diferenciais no domínio de tempo contínuo entre os intervalos de amostragem, considerando que as entradas são constantes. Em outras palavras, é necessário operar uma simulação de forma a descobrir qual é o valor da função  $\phi$  para um valor triplo específico  $(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k)$ .

O mapeamento dos estados para a saída é dado por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{g}(\mathbf{X}, t) \quad (3.21)$$

em que  $\mathbf{g}$  é uma função não linear, e em que foi considerado que não existe dependência explícita na entrada  $\mathbf{U}$ . Realizando os mesmos procedimentos apresentados anteriormente, considera-se que  $\mathbf{Y}_0 = \mathbf{g}(\mathbf{X}_0, t)$  e  $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_0 + \mathbf{y}$ . Então,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{g}(\mathbf{X}_0 + \mathbf{x}, t) \quad (3.22)$$

$$\approx \mathbf{g}(\mathbf{X}_0, t) + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(\mathbf{X}_0, t)} \mathbf{x} \quad (3.23)$$

$$= \mathbf{Y}_0 + \mathbf{C}_y \mathbf{x} \quad (3.24)$$

que leva a  $\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_y \mathbf{x}(k)$ .

O principal objetivo da linearização local é possibilitar o tratamento de transições operacionais em regiões não lineares com a representação local linear da planta. A utilização de modelos linearizados na trajetória desejada permite a utilização de algoritmos de programação quadrática (QP) para o qual existem algoritmos eficientes disponíveis.

A partir de um ponto inicial, seja este de equilíbrio ou não, a planta é linearizada sobre uma trajetória desejada. A trajetória de entrada é calculada de forma a excitar a planta de maneira a fazer o rastreamento da trajetória de *setpoint*, enquanto faz com que o sistema seja levado entre regiões em que os modelos lineares trabalham com maior eficiência. Quando a trajetória supera as transições, é realizada uma nova linearização, repetindo assim o processo a cada transição entre regiões em que o modelo linear funciona melhor.

### 3.2. Controle com aprendizado iterativo sem restrições

Seja  $\mathbf{y}_d$  a trajetória de referência (desejada) de saída e  $\mathbf{u}_d$  a sequência de entrada correspondente de uma forma designada pela Equação (3.25).

$$\mathbf{y}_d = \mathbf{G}\mathbf{u}_d + \mathbf{b} \quad (3.25)$$

Fazendo a subtração entre a Equação (3.25) e a Equação (3.1), pode-se escrever a equação para a trajetória de desvio, dada pela Equação (3.26),

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_k &\triangleq \mathbf{y}_d - \mathbf{y}_k = \mathbf{G}\mathbf{u}_d + \mathbf{b} - (\mathbf{G}\mathbf{u}_k + \mathbf{G}_d\mathbf{d}_k + \mathbf{b}) \\ &= \mathbf{G}(\mathbf{u}_d - \mathbf{u}_k) - \mathbf{G}_d\mathbf{d}_k \end{aligned} \quad (3.26)$$

De forma geral, a sequência exata de entrada que produz a sequência desejada de saída não é conhecida, mesmo quando não existem perturbações. Assim mesmo, considera-se que  $\hat{\mathbf{u}}_d$ , uma estimativa para  $\mathbf{u}_d$  seja conhecida. Então, escreve-se a Equação (3.26) como a Equação (3.27).

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_k &= \mathbf{G}\mathbf{u}_d - \mathbf{G}\mathbf{u}_k - \mathbf{G}_d\mathbf{d}_k + \mathbf{G}\hat{\mathbf{u}}_d - \mathbf{G}\hat{\mathbf{u}}_d \\ &= \mathbf{G}(\hat{\mathbf{u}}_d - \mathbf{u}_k) + \underbrace{\mathbf{G}(\mathbf{u}_d - \hat{\mathbf{u}}_d) - \mathbf{G}_d\mathbf{d}_k}_{\mathbf{e}_k^d} \end{aligned} \quad (3.27)$$

A variável  $\mathbf{e}^d$  inclui o desvio de *bias* na trajetória de entrada,  $(\mathbf{u}_d - \hat{\mathbf{u}}_d)$  assim como o efeito das perturbações,  $\mathbf{G}_d\mathbf{d}_k$ . Portanto, existem os componentes determinísticos e estocásticos presentes nele. Escrevendo a Equação (3.27) para as bateladas  $k+1$  e  $k$ , e avaliando a diferença entre elas, chega-se a Equação (3.28).

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1} - \mathbf{e}_k &= [\mathbf{G}(\hat{\mathbf{u}}_d - \mathbf{u}_{k+1}) + \mathbf{e}_{k+1}^d] - [\mathbf{G}(\hat{\mathbf{u}}_d - \mathbf{u}_k) + \mathbf{e}_k^d] \\ &= -\mathbf{G}\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{G}\mathbf{u}_k + \underbrace{\mathbf{e}_{k+1}^d - \mathbf{e}_k^d}_{\mathbf{w}_k} \\ \mathbf{e}_{k+1} &= \mathbf{e}_k - \mathbf{G}(\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ &= \mathbf{e}_k - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{w}_k \end{aligned} \quad (3.28)$$

A variável  $\mathbf{w}_k$  é um vetor aleatório independente de sequência variável identicamente distribuído com média zero (quanto ao índice da batelada). Se  $\mathbf{w}_k = 0$ , a Equação (3.28) se torna como a Equação (3.29).

$$\mathbf{e}_{k+1} = \mathbf{e}_k - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}_{k+1} \quad (3.29)$$

O problema de controle é dado de acordo com a Equação (3.30).

$$\min_{\Delta\mathbf{u}_{k+1}} \frac{1}{2} \{ \mathbf{e}_{k+1}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_{k+1} + \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{R} \Delta\mathbf{u}_{k+1} \} \quad (3.30)$$

mas,  $\mathbf{e}_{k+1}^T = \mathbf{e}_k^T - \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{G}^T$ .

Assim, desenvolvendo o problema de controle na Equação (3.31).

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} [(\mathbf{e}_k^T - \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{G}^T) \mathbf{Q} (\mathbf{e}_k - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}_{k+1}) + \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{R} \Delta\mathbf{u}_{k+1}] \\ 2J &= (\mathbf{e}_k^T - \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{G}^T) \mathbf{Q} (\mathbf{e}_k - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}_{k+1}) + \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{R} \Delta\mathbf{u}_{k+1} \\ &= \mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k + \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} \Delta\mathbf{u}_{k+1} - \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k - \mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{G} \Delta\mathbf{u}_{k+1} + \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{R} \Delta\mathbf{u}_{k+1} \\ &= \mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k + \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}) \Delta\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{e}_k^T \mathbf{Q}^T \mathbf{G} \Delta\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{e}_k^T \mathbf{Q}^T \mathbf{G} \Delta\mathbf{u}_{k+1} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Se  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T$ , manipulando a Equação (3.31), encontra-se a Equação (3.32).

$$2J = \mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k + \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}) \Delta\mathbf{u}_{k+1} - 2\mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{G} \Delta\mathbf{u}_{k+1} \quad (3.32)$$

Fazendo a derivada da função 2J, apresentada na Equação (3.32), chega-se a Equação (3.33).

$$2 \frac{\partial J}{\partial \Delta\mathbf{u}_{k+1}} = 0 \rightarrow (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}) \Delta\mathbf{u}_{k+1} + (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R})^T \Delta\mathbf{u}_{k+1} - 2\mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{G} = 0 \quad (3.33)$$

Para  $\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}$  simétrico, a Equação (3.33) se torna a Equação (3.34).

$$2(\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}) \Delta\mathbf{u}_{k+1} - 2\mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{G} = 0 \quad (3.34)$$

De forma similar, pode-se definir  $\bar{\mathbf{e}}$  como  $(\bar{\mathbf{e}}^d + \mathbf{G}(\hat{\mathbf{u}}_d - \mathbf{u}))$ , que representa a parte da trajetória de desvio e que vai se repetir na próxima batelada com nenhuma mudança nas trajetórias de entrada ou perturbação. Escrevendo a expressão para bateladas consecutivas, a Equação (3.35) apresenta o modelo de transição para a trajetória de rastreamento do desvio.

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{e}}_{k+1} &= \bar{\mathbf{e}}_k - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{w}_k, \\ \mathbf{e}_k &= \bar{\mathbf{e}}_k + \mathbf{v}_k\end{aligned}\quad (3.35)$$

em que  $\Delta\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k$ .

Dado o modelo na forma da Equação (3.35), o objetivo se torna projetar um algoritmo de aprendizagem na forma de  $\Delta\mathbf{u}_{k+1} = f(\mathcal{J}_k)$ , em que  $\mathcal{J}_k$  denota a informação disponível após a  $k$ -ésima batelada. Além disso, exige-se que o algoritmo de aprendizagem tenha a propriedade apresentada na Equação (3.36),

$$\mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k \rightarrow \min_{\mathbf{u}} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \quad \text{com } k \rightarrow \infty \text{ quando } \mathbf{w}_k = \mathbf{v}_k = 0 \quad \forall k \quad (3.36)$$

O algoritmo utilizado para resolver o subproblema quadrático (o chamado Q-ILC) quando a  $k$ -ésima batelada estiver completa para atualizar a trajetória de entrada para a batelada  $k + 1$  é dada pela Equação (3.37).

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + \mathbf{H}^Q \mathbf{e}_k \quad \text{em que } \mathbf{H}^Q = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \quad (3.37)$$

e  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são matrizes positivo-definidas. O algoritmo resolvido através da Equação (3.37) pode ser utilizado sempre que não existirem restrições nos sinais de trajetória de entrada ou de saída, assim como restrições na taxa de variação entre os instantes ou entre as bateladas. A diferença principal entre as Equações (3.36) e (3.37) é que na Equação (3.37) a variação excessiva do sinal de entrada é punida na função objetivo, minimizando as mudanças no sinal. Na Equação (3.36) o sinal de entrada não sofre punições na função objetivo, fazendo com que o sinal de entrada varie de forma expressiva.

### 3.3. Controle com aprendizado iterativo com restrições

Em diversas aplicações de controle de processos na indústria, algumas restrições devem ser impostas as variáveis de processo de maneira a manter a operação segura e suave. Normalmente, as restrições são impostas às entradas (são tanto devido a valores da variável manipulada quanto devido à mudanças com respeito do tempo e o índice da batelada) e saídas do processo. Essas restrições são expressas através de inequações matemáticas.

O problema de controle pode ser então formulado como:

$$\min_{\Delta\mathbf{u}_{k+1}} \frac{1}{2} \{ \mathbf{e}_{k+1}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_{k+1} + \Delta\mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{R} \Delta\mathbf{u}_{k+1} \} \quad (3.38)$$

Sujeito às restrições:

Para a taxa de mudança nas trajetórias de entrada com respeito ao índice de batelada, a Equação (3.39) apresenta a inequação.

$$\mathbf{u}_{low} - \mathbf{u}_k \leq \Delta \mathbf{u}_{k+1} \leq \mathbf{u}_{high} - \mathbf{u}_k \quad (3.39)$$

Para a taxa de mudança nas trajetórias de entrada com respeito ao índice de tempo, a inequação é apresentada na Equação (3.40).

$$\delta \mathbf{u}_{low} - \mathbf{V} \mathbf{u}_k \leq \mathbf{V} \Delta \mathbf{u}_{k+1} \leq \delta \mathbf{u}_{high} - \mathbf{V} \mathbf{u}_k \quad (3.40)$$

Na qual  $\delta$  representa a diferença ao longo do índice de tempo discreto.

E as restrições nas saídas:

$$\mathbf{y}_{low} - \mathbf{y}_k \leq \mathbf{G} \Delta \mathbf{u}_{k+1} \leq \mathbf{y}_{high} - \mathbf{y}_k \quad (3.41)$$

Devido a não viabilidade do problema de otimização, nem sempre pode-se exigir que a restrição nas variáveis de saída sejam impostas de forma inflexível com restrições rígidas, assim, pode-se flexibilizar o atendimento dessas restrições com a inclusão de variáveis folga  $\varepsilon_k$ . A Equação (3.42) apresenta a inequação de restrições flexibilizadas para o sinal de saída (ZAFIRIOU; CHIOU, 1993).

$$\mathbf{y}_{low} - \mathbf{y}_k \leq \mathbf{G} \Delta \mathbf{u}_{k+1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \leq \mathbf{y}_{high} - \mathbf{y}_k \quad (3.42)$$

Essas restrições podem ser úteis para confinar os ajustes na trajetória de entrada para o regime linear quando uma aproximação linear sucessiva (em torno de  $\mathbf{u}_k$ ) é utilizada para representar um processo em batelada não linear.

O problema de controle expresso com restrições pode ser então definido como a solução do problema de otimização, com a função objetivo definida por:

$$\min_{\Delta \mathbf{u}_{k+1}} \frac{1}{2} \{ \mathbf{e}_{k+1}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_{k+1} + \Delta \mathbf{u}_{k+1}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}_{k+1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}^T \mathbf{S} \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \} \quad (3.43)$$

Sujeito às restrições: Equações (3.39),(3.40) e (3.42)



Para a resolução do problema quadrático computacionalmente, é conveniente se agrupar em uma variável os valores de  $\Delta \mathbf{u}_{k+1}$  e  $\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}$ , da seguinte forma apresentada na Equação (3.44). Porém, apesar de existirem as duas variáveis, só existem restrições para  $\Delta \mathbf{u}_{k+1}$  e é desejável que  $\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}$  seja o menor possível.

$$\boldsymbol{\chi}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k+1}(0) - \mathbf{u}_k(0) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{k+1}(N-1) - \mathbf{u}_k(N-1) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}(1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}(N) \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Considerando que  $\delta \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}(0)$ ,  $\delta \mathbf{u}_{k+1}$  pode ser escrito como apresentado na Equação (3.45).

$$\delta \mathbf{u}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k+1}(0) \\ \mathbf{u}_{k+1}(1) - \mathbf{u}_{k+1}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{k+1}(N-1) - \mathbf{u}_{k+1}(N-2) \end{bmatrix} = \mathbf{V} \boldsymbol{\chi}_{k+1} \quad (3.45)$$

A matriz  $\mathbf{V}$  é apresentada na Equação (3.46).

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} & \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Todas as restrições acima podem ser rearranjadas como inequações lineares com respeito à  $\boldsymbol{\chi}_{k+1}$ . Primeiramente, a restrição de entrada representada na Equação (3.39) se torna como definido na Equação (3.47).

$$\mathbf{u}_{low} - \mathbf{u}_k \leq [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \boldsymbol{\chi}_{k+1} \leq \mathbf{u}_{high} - \mathbf{u}_k \quad (3.47)$$

Assim, a restrição a taxa de mudança na entrada a respeito do índice de tempo se torna a Equação (3.48).

$$\delta \mathbf{u}_{low} - \mathbf{V}\mathbf{u}_k \leq [\mathbf{V} \quad \mathbf{0}]\boldsymbol{\chi}_{k+1} \leq \delta \mathbf{u}_{high} - \mathbf{V}\mathbf{u}_k \quad (3.48)$$

As restrições de saída podem ser rearranjadas como apresentado na Equação (3.49).

$$\mathbf{y}_{low} - \mathbf{y}_k \leq [\mathbf{G} \quad \mathbf{I}]\boldsymbol{\chi}_{k+1} \leq \mathbf{y}_{high} - \mathbf{y}_k \quad (3.49)$$

Na qual  $\mathbf{G}$  é obtida de duas formas diferentes. A matriz  $\mathbf{G}$  pode ser uma matriz de ganhos estáticos ou a chamada matriz dinâmica da planta.

As restrições acima podem ser combinadas para formar uma única inequação linear, e uma vez que as restrições nos valores de entrada e na taxa de mudança da entrada a respeito do índice da batelada podem ser facilmente combinadas, a Equação (3.50) apresenta a inequação.

$$\mathbf{M}^u \boldsymbol{\chi}_{k+1} \geq \mathbf{N}\mathbf{m}_{k+1}, \quad \boldsymbol{\chi}_{k+1} \geq 0 \quad (3.50)$$

As quais  $\mathbf{M}^u$  e  $\mathbf{N}\mathbf{m}_{k+1}$  são apresentados na Equação (3.51).

$$\mathbf{M}^u = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{V} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{V} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{G} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}\mathbf{m}_{k+1} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{k,low}^* \\ -\Delta \mathbf{u}_{k,high}^* \\ \delta \mathbf{u}_{low} - \mathbf{V}\mathbf{u}_k \\ -\delta \mathbf{u}_{high} + \mathbf{V}\mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_{low} - \mathbf{y}_k \\ -\mathbf{y}_{high} + \mathbf{y}_k \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

As variações  $\Delta \mathbf{u}_{k,low}^*$  e  $\Delta \mathbf{u}_{k,high}^*$  são definidas nas Equações (3.52) e (3.53), respectivamente.

$$\Delta \mathbf{u}_{k,low}^* = \max(\mathbf{u}_{low} - \mathbf{u}_k, \Delta \mathbf{u}_{low}), \quad (3.52)$$

$$\Delta \mathbf{u}_{k,high}^* = \min(\mathbf{u}_{high} - \mathbf{u}_k, \Delta \mathbf{u}_{high}). \quad (3.53)$$

E a função objetivo para o problema com restrições é então descrito por:

$$\min_{\Delta \mathbf{u}_{k+1}, \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}} \frac{1}{2} \{ \Delta \mathbf{u}_{k+1}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}) \Delta \mathbf{u}_{k+1} - 2 \mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{G} \Delta \mathbf{u}_{k+1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}^T \mathbf{S} \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \} \quad (3.54)$$

Para resolver esse problema utilizando a variável  $\boldsymbol{\chi}_{k+1}$ , a Equação (3.54) pode ser escrita como.

$$\min_{\boldsymbol{\chi}_{k+1}} \frac{1}{2} \{ \boldsymbol{\chi}_{k+1}^T \mathbf{Q}^{\text{star}} \boldsymbol{\chi}_{k+1} + \mathbf{p}^T \boldsymbol{\chi}_{k+1} \} \quad (3.55)$$

As matrizes  $\mathbf{Q}^{\text{star}}$  e  $\mathbf{p}^T$  são apresentadas na Equação (3.56).

$$\mathbf{Q}^{\text{star}} = [\boldsymbol{\Psi} \quad \mathbf{S}^*], \quad \mathbf{p}^T = [\boldsymbol{\Phi}^T \quad \mathbf{0}^T]^T \quad (3.56)$$

Das quais  $\boldsymbol{\Psi}$ ,  $\mathbf{S}^*$  e  $\boldsymbol{\Phi}$  são descritas nas Equações (3.57)- (3.59), respectivamente.

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{S}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{S} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} -\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k(1) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & -\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k(N) \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

A minimização representada pelas Equações (3.55)-(3.59) juntamente com a inequação de restrições apresentada na Equação (3.50) constitui um problema de programação quadrática padrão (QP), para o qual existem algoritmos muito eficientes.

### 3.4. Controle preditivo com aprendizado iterativo

A união das características de aprendizado iterativo com o controle preditivo necessita de cuidados. A simples atualização da trajetória do MPC (*Model Predictive Control*) pelo algoritmo de aprendizado é sabido não funcionar como desejado (LEE; LEE, 2003), pois a saída permanece relativamente distante da trajetória desejada, apesar de repetidos ciclos serem feitos. Na verdade, o que ocorre quando é utilizado o controlador com aprendizado preditivo juntamente com o MPC é que o controlador preditivo desfaz as correções do aprendizado devido a uma predição inconsistente entre as duas formulações. Enquanto o controlador preditivo é realizado em malha fechada, o controlador com aprendizado iterativo é aplicado em malha aberta. Para resolver esse problema, uma proposta viável é a união do controle preditivo com o algoritmo de aprendizado de forma que possam ser tratados concomitantemente na formulação do problema de controle. Mesmo assim, esse tipo de tratamento pode fornecer baixas velocidades de aprendizagem para o algoritmo de aprendizado iterativo.

A união das características de controle preditivo com os algoritmos de aprendizado faz-se necessária devido ao fato de que para implementação em linha deve-se incorporar a realimentação de informações do processo diretamente no algoritmo de controle.

Pode-se apresentar a formulação do problema de controle preditivo com aprendizado iterativo, alterando a forma de implementação dos controladores investigados nas seções anteriores, de forma que seja dado pela solução do problema de otimização no final da batelada  $k$  e com a finalidade de se determinar a trajetória de movimentos de controle da batelada  $k + 1$ .

O controle preditivo é formulado para um horizonte de predição (nesse trabalho ilustrado com valor igual ao horizonte de controle  $m$ ) que implementa a filosofia de horizonte móvel até completar a batelada. A partir do instante que o horizonte de predição passa a ser maior que o tempo final da batelada, é necessário fazer com que esse horizonte se modifique para cada tempo de amostragem passado em direção ao final da batelada. O horizonte de predição e de controle necessitam ser encolhidos à medida que  $t \rightarrow N$  (o tempo final da batelada), de um valor  $m_0 < N$  até 1, no último instante da aplicação da ação de controle.

O problema de controle preditivo com aprendizado iterativo pode então ser definido na seguinte forma para  $j = t, \dots, t + m - 1$ :

$$\min_{\Delta \mathbf{u}_{k+1}(j)} \frac{1}{2} \{ \mathbf{e}_{k+1}^T(j+m|j) \mathbf{Q}(j) \mathbf{e}_{k+1}(j+m|j) + \Delta \mathbf{u}_{k+1}^T(j) \mathbf{R}(j) \Delta \mathbf{u}_{k+1}(j) + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}^T(j) \mathbf{S}(j) \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}(j) \} \quad (3.60)$$

em que  $\mathbf{e}_{k+1}^T(j+m|j)$  é o desvio em relação a trajetória de referência calculado no instante  $j$  para o instante  $j+m$ . O problema apresentado na Equação (3.60) é sujeito às restrições:

$$\mathbf{u}_{low} - \mathbf{u}_k(j) \leq \Delta \mathbf{u}_{k+1}(j) \leq \mathbf{u}_{high} - \mathbf{u}_k(j) \quad (3.61)$$

$$\delta \mathbf{u}_{low} - \mathbf{V}(j) \mathbf{u}_k(j) \leq \mathbf{V}(j) \Delta \mathbf{u}_{k+1}(j) \leq \delta \mathbf{u}_{high} - \mathbf{V}(j) \mathbf{u}_k(j) \quad (3.62)$$

$$\mathbf{y}_{low} - \mathbf{y}_k(j) \leq \mathbf{G}(j) \Delta \mathbf{u}_{k+1}(j) \leq \mathbf{y}_{high} - \mathbf{y}_k(j) \quad (3.63)$$

A solução desse problema de otimização com a adição de uma restrição de estabilidade (devido ao encolhimento do horizonte pode ser necessário para garantia de estabilidade) de forma similar aquele do problema Q-ILC pode ser feita por algoritmos de programação quadrática. A implementação dessa estratégia pode seguir ao algoritmo:

1. Determinar a matriz dinâmica do processo;
2. Determinar  $\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t)$  pela resolução do problema de otimização. Avaliar se os horizontes de predição e controle ultrapassam o tempo projetado para a duração da batelada. Caso de  $t+m > N$  fazer a redução do horizonte  $m \leftarrow m-1$ ;
3. Implementar  $\mathbf{u}_{k+1}(t)$ ;
4. Se o instante sendo considerado for menor que a duração da batelada ( $t < N$ ) avançar no tempo  $t \leftarrow t+1$  e retornar para o cálculo de  $\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t)$  e nova implementação de  $\mathbf{u}_{k+1}(t)$ . Caso o final da batelada tenha sido alcançado,  $t = N$ , finalizar a execução do processo (fim da batelada  $k+1$ ).

Note que para o problema de controle em batelada, tem-se:

$$\mathbb{G}(t) = [\mathbf{G}(t) \quad \dots \quad \mathbf{G}(t+m-1)] \quad (3.64)$$

e,

$$\Delta \mathbf{U}_k(t) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_k(t) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_k(t+m-1) \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

No próximo capítulo, a formulação do controlador com aprendizado iterativo será aplicada a casos ilustrativos com a utilização de simulações de plantas lineares e não lineares, de forma a abranger uma grande diversidade de características presentes em diversas plantas e modelos.

## **CAPÍTULO 4**

### **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

O Capítulo 4 apresenta os resultados condensados obtidos pela simulação de diversos sistemas lineares e não lineares, com ou sem restrições, utilizando diferentes mapeamentos de modelos, para estudar a utilização do controlador proposto nesta dissertação. No Apêndice A, esses resultados são apresentados detalhadamente, juntamente com os gráficos obtidos para cada simulação.

#### **4.1. Sistemas lineares**

A investigação detalhada da aplicação do controle com aprendizado iterativo para sistemas lineares dá-se mais pela consolidação acadêmica, pois permite comparar sem dificuldades diferentes metodologias de aprendizado. Mas, no geral não justifica ocorrer na forma simulada, uma vez que o aprendizado é feito quase instantaneamente nesses casos.

Para estudar as aplicações do Q-ILC, foram realizadas diversas simulações, utilizando plantas e modelos com características diferentes. Devido a dificuldade de encontrar processos fenomenológicos que apresentassem características tão diversas, foram estabelecidos processos no domínio de Laplace, devido a facilidade de manipular essas características interessantes ao comportamento do controlador com aprendizado iterativo. Essas plantas foram mapeadas de duas formas diferentes. Foram utilizados o mapeamento estático e o mapeamento dinâmico. O mapeamento estático foi obtido através dos ganhos estáticos das

plantas e modelos em questão, enquanto que o mapeamento dinâmico foi obtido através de testes pulso ou testes degrau, obtendo se a resposta do sistema, e montando a matriz dinâmica da planta.

As análises detalhadas das simulações e a discussão sobre os resultados obtidos para cada planta estão condensadas no Apêndice A.

As plantas utilizadas, no domínio de Laplace, por ordem de complexidade, foram as seguintes:

$$G_{p1} = \frac{0,8}{(5s+1)(3s+1)} \quad (4.1)$$

$$G_{p2} = \frac{0,8}{(5s+1)(6s-1)} \quad (4.2)$$

$$G_{p3} = \frac{e^{-0,5s}}{(1+10s)(1+20s)} \quad (4.3)$$

$$G_{p4} = \frac{(1-5s)}{(1+10s)(1+20s)} \quad (4.4)$$

$$G_{p5} = \frac{e^{-0,2s}}{s-1} \quad (4.5)$$

$$G_{p6} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{2}{s+3} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$G_{p7} = \begin{bmatrix} \frac{5e^{-s}}{10s+1} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{2}{s+1} & \frac{3e^{-s}}{10s+1} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Quando necessário, foi utilizada a aproximação de Padé para os termos de atrasos. A Equação (4.8) apresenta a aproximação utilizada

$$e^{-xs} \cong R_{1,1}(s) = \frac{2-xs}{2+xs} \quad (4.8)$$

Das Equações (4.1) a (4.7), a relação das características que foram exploradas em cada planta são apresentados na Tabela 4.1. Para cada estudo com cada planta, existiu um modelo



que serviu aos propósitos de representar a planta no processo de controle. Os seguintes modelos utilizados para cada planta estão apresentados nas Equações (4.9), (4.10), (4.11), (4.12), (4.13), (4.14), (4.15), (4.16), (4.17), (4.18), (4.19) e (4.20). Em  $G_{mi,j}$ ,  $i$  é relativo a planta que o modelo substituirá, e  $j$  é relativo ao número do modelo.

Tabela 4.1 – Plantas lineares e suas características.

Planta	Característica	Planta	Característica
$G_{p1}$	SISO fase mínima estável	$G_{p5}$	SISO instável com atraso
$G_{p2}$	SISO fase mínima instável	$G_{p6}$	MIMO fase não mínima
$G_{p3}$	SISO com atraso	$G_{p7}$	MIMO fase não mínima com atraso
$G_{p4}$	SISO com zero positivo		

$$G_{m1,1} = \frac{0,8}{(5s+1)(3s+1)} \quad (4.9)$$

$$G_{m1,2} = \frac{0,2}{(6s+1)(2s+1)} \quad (4.10)$$

$$G_{m1,3} = \frac{0,8}{(6s+1)} \quad (4.11)$$

$$G_{m2,1} = \frac{0,8}{(5s+1)(6s-1)} \quad (4.12)$$

$$G_{m2,2} = \frac{1,2}{(6s+1)(2s-1)} \quad (4.13)$$

$$G_{m2,3} = \frac{-0,6}{(5s+1)(3s+1)} \quad (4.14)$$

$$G_{m3,1} = \frac{e^{-0,5s}}{(1+10s)(1+20s)} \quad (4.15)$$

$$G_{m3,2} = \frac{e^{-0,75s}}{(1+10s)(1+20s)} \quad (4.16)$$

$$G_{m4,1} = \frac{(1-5s)}{(1+10s)(1+20s)} \quad (4.17)$$

$$G_{m4,2} = \frac{(1-2,5s)}{(1+10s)(1+20s)} \quad (4.18)$$

$$G_{m5,1} = \frac{e^{-0,2s}}{s-1} \quad (4.19)$$

$$G_{m5,2} = \frac{2e^{-0,2s}}{s-1} \quad (4.20)$$

No caso das plantas  $\mathbf{G}_{p6}$  e  $\mathbf{G}_{p7}$ , apresentadas respectivamente pelas Equações (4.6) e (4.7) os modelos que representam os sistemas são as próprias plantas, portanto  $\mathbf{G}_{m6} = \mathbf{G}_{p6}$  e  $\mathbf{G}_{m7} = \mathbf{G}_{p7}$ .

Em todas as simulações, seja com mapeamento estático ou mapeamento dinâmico, a estimativa para a primeira batelada utilizando Q-ILC foi obtida através de controladores simples, como PI ou PID, dependendo da complexidade da planta e do melhor ajuste apresentado. Porém, fica claro que esse controlador, por ser necessário somente para a obtenção da estimativa, foi sintonizado sem maiores cuidados, através de algoritmos de sintonia baseados em evolução diferencial, sintonia por IFT (*Iterative Feedback Tuning*) ou até mesmo através de tentativa e erro. Isso foi feito exatamente para mostrar a vantagem do Q-ILC perante controladores mais simples, uma vez que o processo se repete.

#### 4.1.1. Mapeamento estático

Para realizar a análise do controlador perante controles clássicos, foram utilizados três índices de desempenho: o índice de desempenho Integral do Erro Quadrático (ISE - *Integral Square Error*), apresentado na Equação (4.21), o índice de desempenho Integral do Erro Absoluto (IAE - *Integral Absolute Error*), apresentado na Equação (4.22) e o índice de desempenho Integral do Tempo multiplicado pelo valor Absoluto do Erro (ITAE - *Integral of Time and Absolute Error*), apresentado na Equação (4.23).

$$\mathbf{ISE}_j = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N [\mathbf{e}_j(i)]^2 \rightarrow ISE_j = \sqrt{(\mathbf{ISE}_{j,1})^2 + \dots + (\mathbf{ISE}_{j,p})^2} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{IAE}_j = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N |\mathbf{e}_j(i)| \rightarrow IAE_j = \sqrt{(\mathbf{IAE}_{j,1})^2 + \dots + (\mathbf{IAE}_{j,p})^2} \quad (4.22)$$

$$ITAE_j = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N i |e_j(i)| \rightarrow ITAE_j = \sqrt{(ITAE_{j,1})^2 + \dots + (ITAE_{j,p})^2} \quad (4.23)$$

em que  $p$  é referente ao número de variáveis,  $i$  referente ao tempo e  $j$  referente a batelada.

A Tabela 4.2 apresenta os parâmetros dos controladores utilizados nas estimativas para os controladores Q-ILC. Na Tabela 4.3 são apresentados os valores dos índices de desempenho do controlador com aprendizado iterativo ISE, IAE e ITAE definidos de acordo com a Equação (4.24).

$$Indice_{n,m} = \left(1 - \frac{Indice_m}{Indice_n}\right) \times 100\% \quad (4.24)$$

em que  $n$  e  $m$  são relativos as bateladas a serem comparadas. Para cada caso, foi utilizada um controlador clássico para a primeira estimativa do controlador com aprendizado iterativo. A Tabela 4.2 apresenta a sintonia de cada um dos controladores utilizados para os processos com mapeamento estático, tanto simulados sem restrições quanto com restrições.

Tabela 4.2 – Parâmetros do controle utilizado na estimativa do controlador.

i	Planta	Modelo	Controle	i	Planta	Modelo	Controle
1	$G_{p1}$	$G_{m1,1}$	PI: $K_c = 20,0$ $\tau_I = 6,07$	8	$G_{p3}$	$G_{m3,2}$	PID: $K_c = 10,03$ $\tau_I = 46,30$ $\tau_D = 6,08$
2	$G_{p1}$	$G_{m1,2}$	PI: $K_c = 20,0$ $\tau_I = 6,07$	9	$G_{p4}$	$G_{m4,1}$	PID: $K_c = 3,03$ $\tau_I = 46,30$ $\tau_D = 6,08$
3	$G_{p1}$	$G_{m1,3}$	PI: $K_c = 20,0$ $\tau_I = 6,07$	10	$G_{p4}$	$G_{m4,2}$	PID: $K_c = 3,03$ $\tau_I = 46,30$ $\tau_D = 6,08$
4	$G_{p2}$	$G_{m2,1}$	PI: $K_c = 16,29$ $\tau_I = 16,34$	11	$G_{p5}$	$G_{m5,1}$	PI: $K_c = 2,65$ $\tau_I = 20,0$
5	$G_{p2}$	$G_{m2,2}$	PI: $K_c = 16,29$ $\tau_I = 16,34$	12	$G_{p5}$	$G_{m5,2}$	PI: $K_c = 2,65$ $\tau_I = 20,0$
6	$G_{p2}$	$G_{m2,3}$	PI: $K_c = 16,29$ $\tau_I = 16,34$	13	$G_{p6}$	$G_{m6}$	PI: $K_{c1} = 1,0$ $K_{c2} = 2,0$ $\tau_{I1} = 5,0$ $\tau_{I2} = 8,0$
7	$G_{p3}$	$G_{m3,1}$	PID: $K_c = 10,03$ $\tau_I = 46,30$ $\tau_D = 6,08$	14	$G_{p7}$	$G_{m7}$	PI: $K_{c1} = 0,2$ $K_{c2} = 0,33$ $\tau_{I1} = 10,0$ $\tau_{I2} = 10,0$

Na Tabela 4.3 estão dispostos os valores de ISE para o controlador com aprendizado iterativo, calculados a partir da batelada de estimativa e da última batelada simulada, somente para processos mapeados estaticamente. A análise mais detalhada de algumas simulações são apresentadas após a Tabela 4.3. No Apêndice A encontram-se as sintonias utilizadas para os controladores Q-ILC em todos os casos, assim como a análise das outras plantas estudadas. Na Tabela 4.2 e na Tabela 4.3,  $i$  é relativo ao caso estudado, de acordo com o restante das Tabelas apresentadas neste capítulo e no Apêndice A.

A Tabela 4.3 mostra que em todos os casos estudados, o controlador Q-ILC consegue cumprir o objetivo de controlar os processos propostos. Isso é verificado através dos altos valores obtidos para o índice de desempenho do controlador com aprendizado iterativo. Em alguns casos, o controlador com restrições foi resintonizado de forma a fornecer um cenário que permitisse a ativação das mesmas sem prejuízo dos objetivos de controle.

Tabela 4.3 – Resultados obtidos dos índices de desempenho para os casos estudados com mapeamento estático - sem restrição (indicado por U) e com restrição (indicado por C).

$i$		$ISE_{1,7} (%)$	$IAE_{1,7} (%)$	$ITAE_{1,7} (%)$	$i$		$ISE_{1,7} (%)$	$IAE_{1,7} (%)$	$ITAE_{1,7} (%)$
1	U	100,0	99,98	99,98	8	U	100,0	100,0	100,0
	C	98,58	96,01	95,61		C	99,36	92,55	92,35
2	U	100,0	99,86	99,86	9	U	100,0	100,0	100,0
	C	100,0	99,59	99,66		C	99,88	96,91	96,62
3	U	100,0	100,0	100,0	10	U	100,0	99,98	99,98
	C	94,51	76,56	76,82		C	99,98	98,71	98,68
4	U	100,0	99,98	99,98	11	U	100,0	100,0	100,0
	C	99,96	98,22	98,15		C	99,37	92,10	91,99
5	U	100,0	99,49	99,49	12	U	100,0	100,0	100,0
	C	100,0	100,0	100,0		C	81,00	61,01	57,83
6	U	100,0	100,0	100,0	13	U	100,0	99,72	99,72
	C	98,49	88,06	87,67		C	94,02	71,35	69,07
7	U	100,0	99,59	99,59	14	U	100,0	100,0	100,0
	C	99,21	97,78	98,62		C	83,39	58,83	58,35

Para exemplificar, a Figura 4.1 apresenta as trajetórias do sinal de saída do sistema sem restrição para o caso em que o modelo, Equação (4.9) não difere da planta SISO estável, Equação (4.1), enquanto que a Figura 4.2 apresenta as trajetórias da variável manipulada sem restrição.

Na Figura 4.1, é fácil visualizar que o PI não faz o rastreamento do *setpoint* de maneira satisfatória, e que a partir da primeira iteração do controlador Q-ILC, a saída do

sistema passa a realizar o rastreamento eficaz da trajetória de *setpoint*, mantendo assim ao longo de todas as bateladas posteriores. Na Figura 4.2 existe uma diferença, apesar de menos perceptível, entre a trajetória da variável manipulada para a batelada utilizando o controlador PI e as trajetórias da variável manipulada para as outras bateladas que foram encontradas utilizando o processo de aprendizagem do Q-ILC.

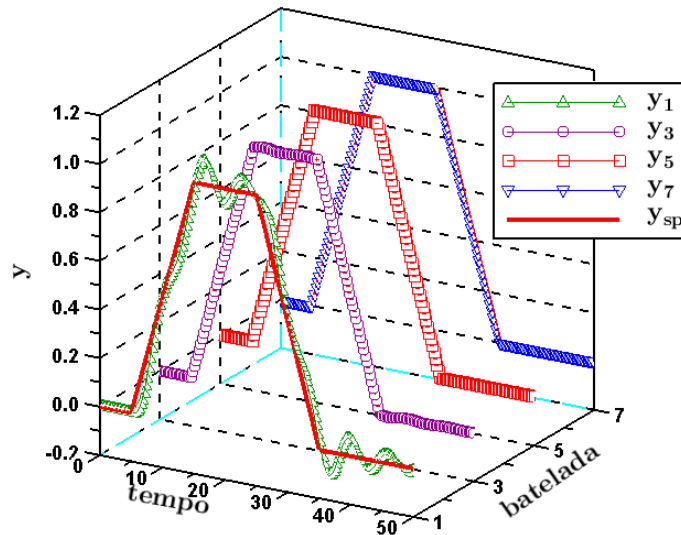


Figura 4.1 – Sinal de saída da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,1}$  - sem restrição.

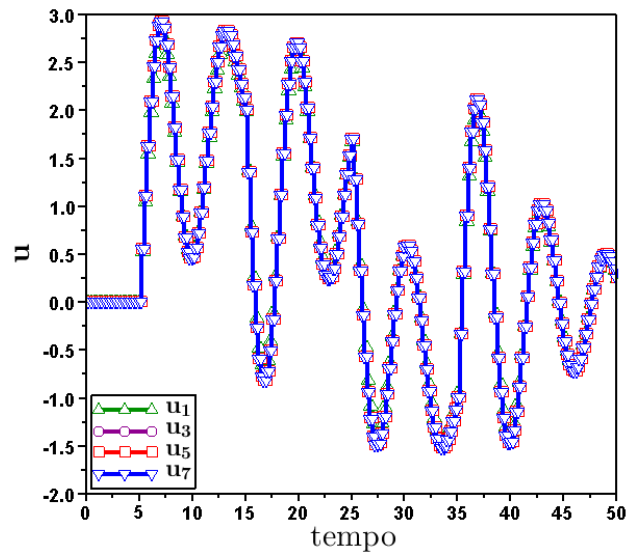


Figura 4.2 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,1}$  - sem restrição.

Como discutido no Capítulo 3, para sistemas dessa natureza (lineares e invariantes no tempo), o aprendizado ocorre quase que de imediato e o ganho com a sequência de bateladas é mínimo perante outros sistemas mais complexos, uma vez que pela simplicidade do problema, a primeira aplicação do algoritmo de aprendizado já levou o sistema de controle a satisfazer

quase completamente a trajetória desejada, visualizado principalmente através do *ISE*. Isso pode ser verificado comparando-se os índices de desempenho do controlador com aprendizado iterativo  $ISE_{1,2} = 94,33\%$ ,  $IAE_{1,2} = 76,19\%$  e  $ITAE_{1,2} = 76,19\%$ , e  $ISE_{1,7} = 100\%$ ,  $IAE_{1,7} = 99,98\%$  e  $ITAE_{1,7} = 99,98\%$ . Nota-se que o *ITAE* apresentou um índice com menor velocidade de satisfação devido a ponderação do tempo, já que o sistema apresentou variações maiores próximo ao final da batelada.

Quando foram aplicadas restrições ao controle, o comportamento deste se mostrou mais suave, uma vez que as restrições aplicadas na velocidade de modificação da variável manipulada ( $\Delta u$  quando a modificação é entre bateladas, e  $\delta u$  quando a modificação é ao longo do tempo), assim como restrição nos valores máximos e mínimos admitidos para a variável manipulada e a saída do sistema.

As restrições utilizadas para esse caso estão especificadas na Tabela A.2. A Figura 4.3 apresenta o comportamento das trajetórias do sinal de saída da planta para as bateladas especificadas.

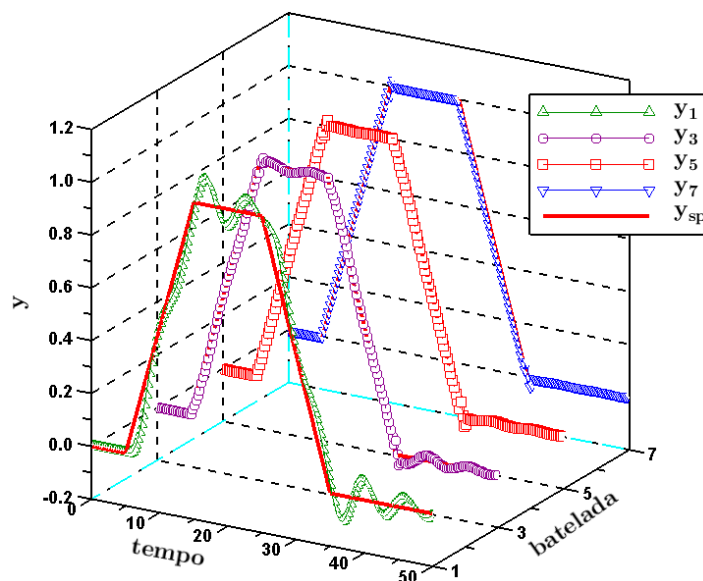


Figura 4.3 – Comportamento da saída da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,1}$  - com restrição.

Pode-se verificar que as restrições levam a um comportamento mais lento para o problema com aprendizado, o que interfere no controle de forma a que o ganho do aprendizado seja bem distinto daquele sem restrição. Isso pode ser verificado observando-se os índices dos desempenhos do controlador com aprendizado iterativo  $ISE_{1,2} = 73,46\%$ ,  $IAE_{1,2} = 48,82\%$ ,  $ITAE_{1,2} = 47,96\%$  e  $ISE_{1,7} = 98,58\%$ ,  $IAE_{1,7} = 96,01\%$  e  $ITAE_{1,7} =$

95,61%. Vê-se que uma sequência de sete (7) bateladas não mais é suficiente para completo cumprimento das exigências do controle.

A Figura 4.4 apresenta o comportamento das trajetórias da variável manipulada da planta para a primeira, terceira, quinta e sétima bateladas, sendo as três últimas referentes ao procedimento de aprendizado do Q-ILC.

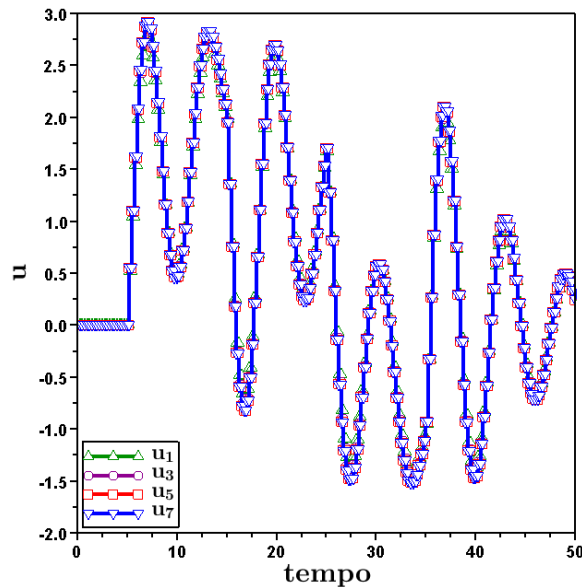


Figura 4.4 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,1}$  - com restrição.

As simulações da planta  $G_{p1}$  com desvio planta modelo ( $G_{m1,2}$  e  $G_{m1,3}$ ) possuem análises semelhantes a quando não existe desvio planta modelo, e estão relacionadas no Apêndice A. A principal diferença que pode-se retirar de quando se utiliza modelos diferentes da planta utilizando o mapeamento estático é que a velocidade com que o aprendizado ocorre depende também da magnitude do ganho do modelo perante o ganho da planta. Quanto maior o ganho do modelo, mais rapidamente o processo de aprendizagem ocorre, porém quanto menor o ganho, mais lentamente o aprendizado ocorre ao longo das bateladas.

Com a inclusão do modelo preditivo ao controlador Q-ILC, procurou-se incluir um método de rejeição de perturbações mais eficiente que juntamente com o procedimento de aprendizado tornaria o controlador resultante eficiente também contra perturbações durante as bateladas. Isso só se tornou possível depois da incorporação simultânea dos procedimentos de predição e aprendizado.

Para ilustrar a aplicação do algoritmo preditivo com aprendizado iterativo, apresenta-se o comportamento aplicado ao processo com a planta apresentada na Equação 4.1 ( $G_{p1}$ ) com modelo idêntico a planta ( $G_{m1,1}$ ). Os parâmetros utilizados para o controlador utilizado na

estimativa e para o controlador com aprendizado são os mesmos utilizados para o caso quando não existe o controlador preditivo. O horizonte de predição utilizado foi o próprio horizonte de controle. Nota-se que o controlador preditivo entra em conflito com as ações aplicadas pelo controlador com aprendizado iterativo, além de que o controlador preditivo necessitaria de uma restrição de estabilidade.

A Figura 4.5 apresenta o comportamento do sinal de saída da planta  $G_{p1}$ , com o modelo  $G_{m1,1}$ , quando incorporado o algoritmo de predição ao controlador com aprendizado iterativo.

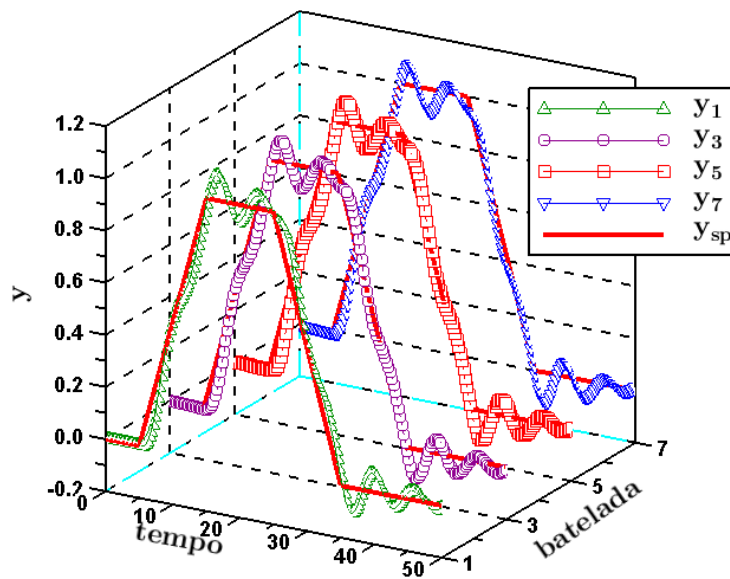


Figura 4.5 – Sinal de saída da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,1}$  - sem restrição - com MPC.

A Figura 4.6 apresenta o comportamento da variável manipulada para o caso em que se incorpora o algoritmo de predição ao controlador com aprendizado iterativo.

Pode se perceber que a ação de ambos os controladores, preditivo e com aprendizado iterativo, tornou o controle inviável, exatamente devido ao conflito estabelecido entre ambas as soluções encontradas pelos dois controladores.

Seguindo as análises dos sistemas SISO lineares, realizou-se a análise da planta de fase mínima instável ( $G_{p2}$ ). Primeiramente, foi estudado o caso em que não existe desvio entre planta e modelo ( $G_{m2,1}$ ).

Para a estimativa inicial, foi utilizado um controlador PI discreto cujos valores das constantes foram definidos em unidades compatíveis como:  $K_c = 16,29$  e  $\tau_I = 16,34$ , encontrados ambos através de um algoritmo de evolução diferencial. O tempo de amostragem



foi mantido o mesmo,  $T_i = 0,25$ . Os parâmetros do controlador Q-ILC adotado são  $Q = 1,0$  e  $R = 0,2$ , como apresentados na Tabela A.1.

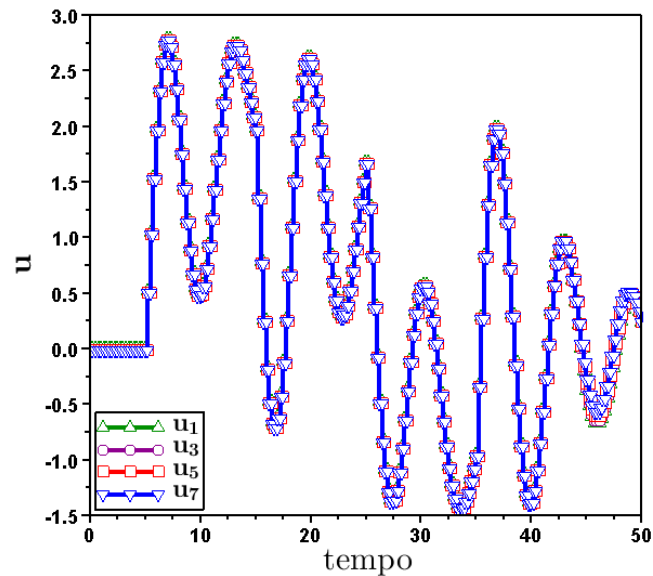


Figura 4.6 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,1}$  - sem restrição – com MPC.

A Figura 4.7 apresenta as trajetórias do sinal de saída obtidas através da simulação da planta SISO instável de fase mínima ( $G_{p2}$ ) quando utilizado um modelo ( $G_{m2,1}$ ) sem desvio da planta, em um cenário sem restrições.

O gráfico apresentado na Figura 4.8 apresenta as trajetórias da variável manipulada para todas as bateladas em questão, relativas a saída apresentada na Figura 4.7.

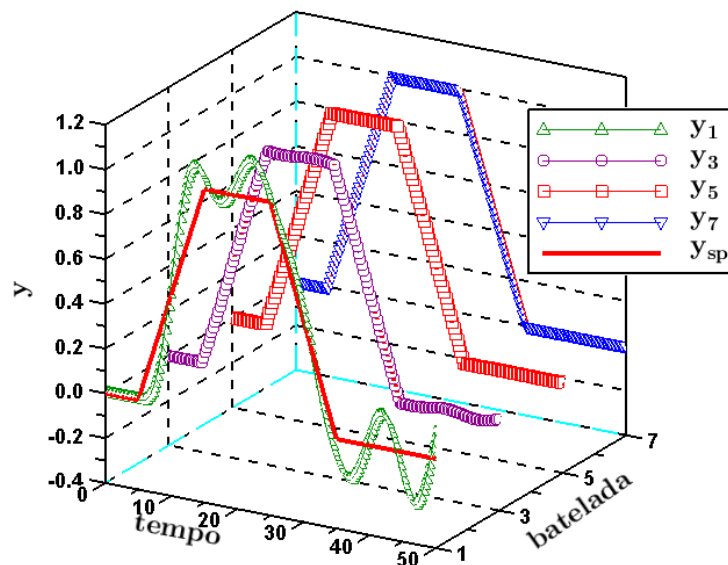


Figura 4.7 – Comportamento da saída da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,1}$  - sem restrição.

Uma vez que não se pode comparar o comportamento de uma planta instável perante uma planta estável, fica claro que as análises foram feitas sobre cada planta. A Figura 4.7 mostra que o controle PI, agora aplicado a uma planta instável, se mostrou ainda mais sujeito a variações. Apesar dessas variações apresentadas na estimativa do controlador Q-ILC, ele consegue logo na primeira batelada de aprendizagem fazer o rastreamento do *setpoint* de maneira satisfatória, mesmo partindo de uma trajetória de controle oscilatória. Como estamos tratando de processos com mapeamento estático, é justificável essa boa aproximação logo na primeira batelada devido a matriz de aprendizagem ser formada com os valores do ganho estático da planta.

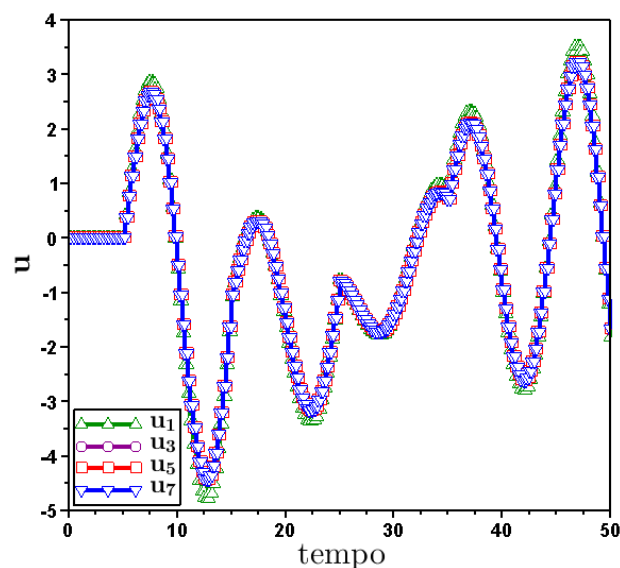


Figura 4.8 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,1}$  - sem restrição.

Realizando a simulação para o processo com restrições, definidas na Tabela A.2, obteve-se as trajetórias de saída do sistema SISO de fase mínima e dinâmica instável, sem desvio planta modelo. Essas trajetórias estão apresentadas na Figura 4.9.

Na Figura 4.9, em que estão apresentados os comportamentos da saída da planta  $G_{p2}$ , quando utilizado um modelo igual a planta e quando o controlador Q-ILC tem sua ação limitada pela ação das restrições, fica mais claro perceber, quando comparada com o processo sem restrições, que o controlador Q-ILC leva um número maior de bateladas para que o rastreamento da trajetória de referência obtenha sucesso. Percebe-se que na terceira e quinta bateladas, a trajetória de saída possui ainda uma variação, presente com maior intensidade na estimativa do controlador Q-ILC. Isso pode ser devido a uma escolha de restrições que tornou o sistema de controle mais lento para seu objetivo, como pode se perceber na Figura 4.10, em

que a velocidade de mudança da variável manipulada apresentada nas trajetórias obtidas através do Q-ILC são as mesmas.

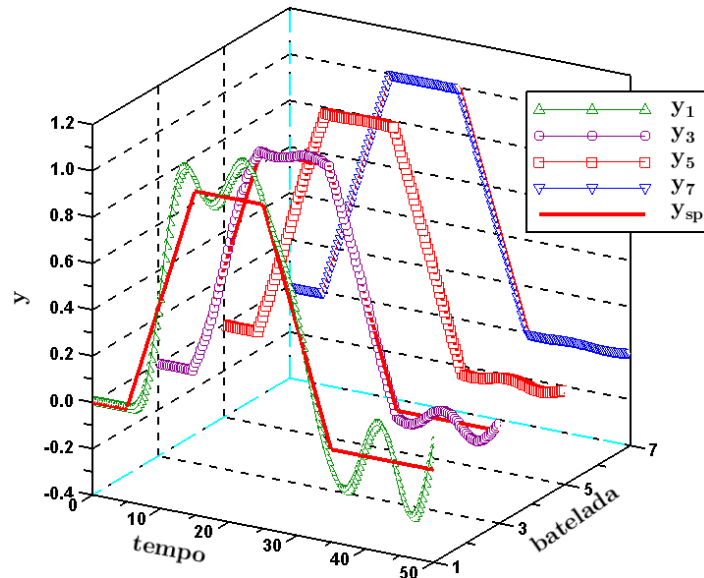


Figura 4.9 – Comportamento da saída da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,1}$  - com restrição.

As trajetórias da variável manipulada para as diversas bateladas referentes a planta  $G_{p2}$ , com modelo  $G_{m2,1}$ , são apresentadas na Figura 4.10.

O restante das análises com desvio entre planta e modelo se encontram no Apêndice A.

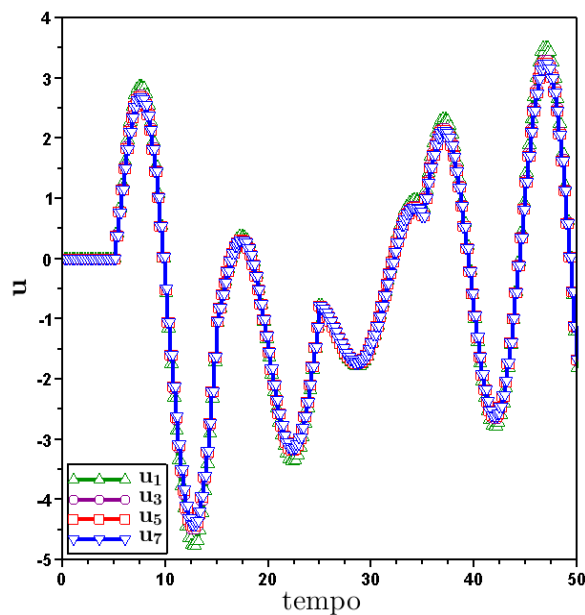


Figura 4.10 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,1}$  - com restrição.

Para plantas SISO de fase não mínima, foram simuladas características como atraso e zero positivo.

Seguindo os procedimentos utilizados nos casos anteriores, foi realizada uma simulação da planta apresentada na Equação (4.3) ( $G_{p3}$ ), cuja característica interessante ao controlador é o atraso, utilizando um modelo idêntico a planta, apresentado na Equação (4.15) ( $G_{m3,1}$ ). A planta e o modelo tiveram que passar por modificações, em que foi utilizada a aproximação de Padé de primeira ordem (VAJTA, 2000). A Equação (4.21) apresenta a aproximação de Padé utilizada.

$$e^{-2T_i s} \cong R_{1,1}(s) = \frac{2-2T_i s}{2+2T_i s} \quad (4.21)$$

Para a estimativa inicial, foi utilizado um controlador PID discreto cujos valores das constantes foram definidos em unidades compatíveis como:  $K_c = 10,03$ ,  $\tau_I = 46,3$  e  $\tau_D = 6,08$ ; O tempo de amostragem foi mantido o mesmo,  $T_i = 0,25$ . Os parâmetros do controlador Q-ILC adotado são  $Q = 1,0$  e  $R = 0,2$ , como apresentados na Tabela A.1.

O comportamento da simulação da planta com atraso, principalmente na primeira batelada, quando utilizado o controlador PID discreto, mostra claramente a dificuldade imposta ao controlador Q-ILC. Essa dificuldade está principalmente em vencer a dinâmica de atraso, verificada como a ação retardada no rastreamento do *setpoint*.

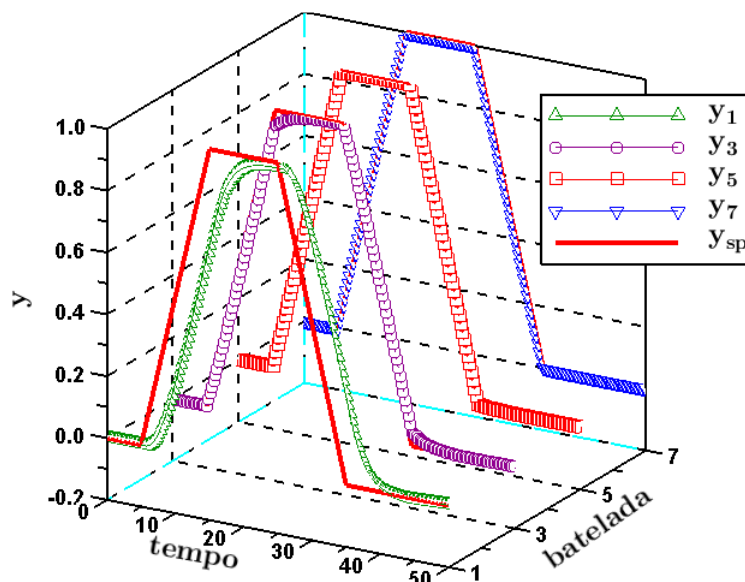


Figura 4.11 – Comportamento da saída da planta  $G_{p3}$  com o modelo  $G_{m3,1}$  - sem restrição.

As trajetórias de saída para o sistema SISO de fase não mínima com atraso utilizando

o modelo igual a planta, para quando não é utilizada nenhuma restrição ao controle, foram apresentadas na Figura 4.11.

Como esperado, a resposta do sistema apresentado na Figura 4.11, quando utilizado o controle PID discreto, apresenta um atraso que faz com que o sistema leve um tempo maior para fazer o rastreamento do *setpoint*. Apesar da estimativa apresentar esse atraso, o controlador Q-ILC consegue vencer o atraso existente na planta e no modelo. Logo na primeira batelada utilizando o controlador Q-ILC, obtém-se uma resposta praticamente de controle perfeito, devido às características da metodologia de controle, já que o mapeamento utilizado é o estático, e o ganho estacionário não costuma carregar informações sobre toda a dinâmica da planta. Nesse caso, com o modelo idêntico a planta, a velocidade com que o Q-ILC realizou o rastreamento do *setpoint* é mais uma vez praticamente instantânea.

As trajetórias da variável manipulada, com as quais o sistema obteve a resposta apresentada na Figura 4.11 foram apresentados na Figura 4.12.

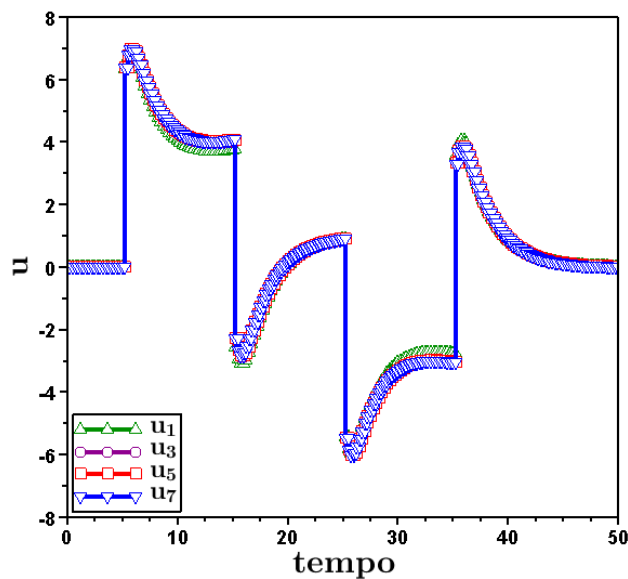


Figura 4.12 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p3}$  com o modelo  $G_{m3,1}$  - sem restrição.

Percebe-se na Figura 4.12 que a trajetória da variável manipulada para a planta de fase não mínima com atraso possui um comportamento considerado não aceitável ao controle de plantas reais.

Os comportamentos da saída e da variável manipulada, obtidos para quando utilizadas as restrições (ativando as restrições de velocidade de maneira leve pois muda drasticamente o comportamento do sistema) que estão apresentadas na Tabela A.2, são visualizados nas Figura 4.13 e Figura 4.14, respectivamente. Pode-se perceber que mesmo com restrição, a variável manipulada deve realizar grandes mudanças entre tempos de amostragem

consecutivos, provocando até mesmo perturbações na ação dos equipamentos de controle. Portanto, a utilização desse controlador Q-ILC a plantas de fase mínima com atraso, deve ser realizada criteriosamente.

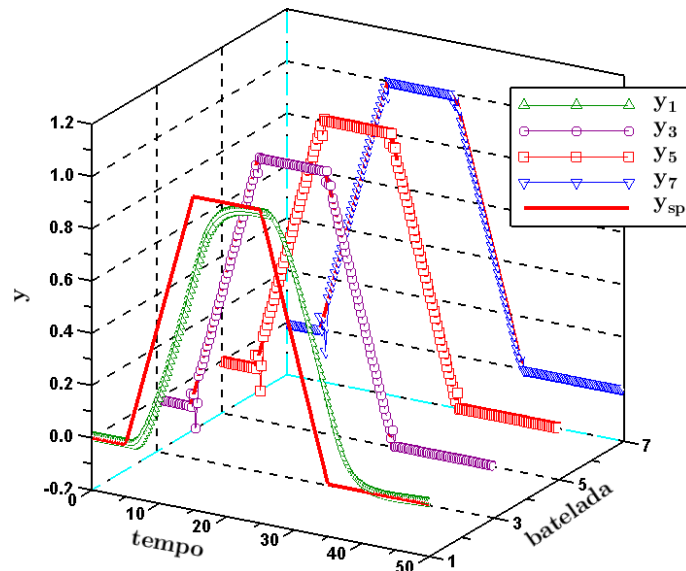


Figura 4.13 – Comportamento da saída da planta  $G_{p3}$  com o modelo  $G_{m3,1}$  - com restrição.

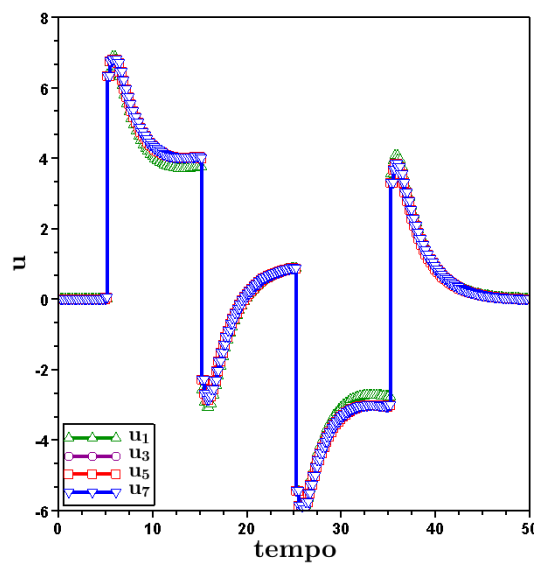


Figura 4.14 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p3}$  com o modelo  $G_{m3,1}$  - com restrição.

Os outros casos com planta de fase não mínima com atraso e desvio entre planta e modelo estão apresentados no Apêndice A. Após o estudo de plantas com atraso, foi realizado a análise de plantas de fase não mínima com zero positivo.

Foi realizada uma simulação da planta apresentada na Equação (4.4) ( $G_{p4}$ ) utilizando um modelo idêntico a planta, apresentado na Equação (4.17) ( $G_{m4,1}$ ). A Figura 4.15 apresenta

as trajetórias de saída para o sistema submetido controlador Q-ILC sem restrição.

Para a estimativa inicial do controlador Q-ILC, foi utilizado um controlador PID discreto cujos valores das constantes foram encontrados através de IFT em unidades compatíveis como:  $K_c = 3,03$ ,  $\tau_I = 46,3$  e  $\tau_D = 6,08$ ; O tempo de amostragem foi mantido o mesmo,  $T_i = 0,25$ . Os parâmetros do controlador Q-ILC adotado são  $Q = 1,0$  e  $R = 0,2$ , como apresentados na Tabela A.1.

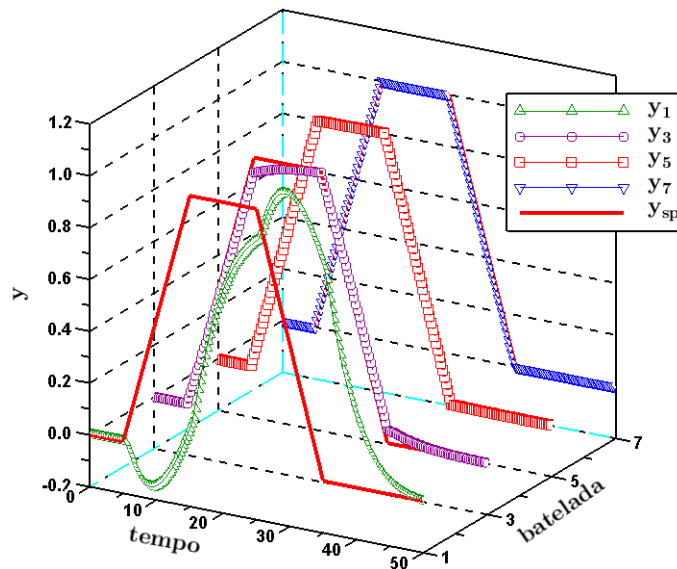


Figura 4.15 – Comportamento da saída da planta  $G_{p4}$  com o modelo  $G_{m4,1}$  - sem restrição.

A Figura 4.16 apresenta as trajetórias da variável manipulada sem restrição, que excita a planta a obter as respostas apresentadas na Figura 4.15.

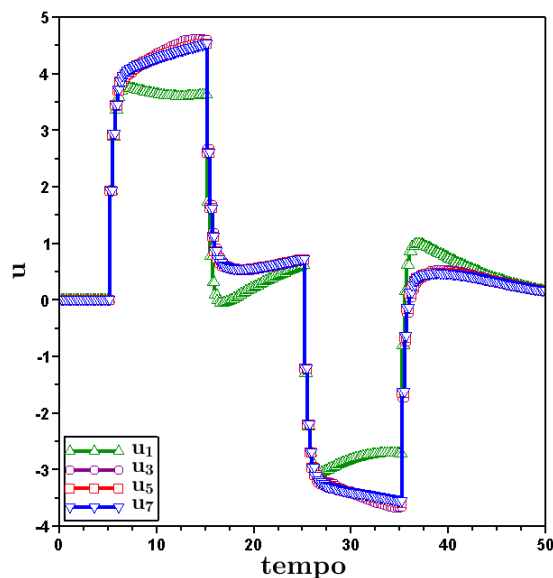


Figura 4.16 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p4}$  com o modelo  $G_{m4,1}$  - sem restrição.

A Figura 4.15 apresenta que quando foi utilizado o controlador PID, existe uma grande resposta inversa no comportamento da resposta da planta. Pois, os invariantes do feedback estão presentes na malha fechada, o que leva ao PID não se apresenta como uma solução satisfatória para respostas de grande velocidade no rastreamento de processos com fase não mínima. Apesar da aproximação fraca apresentada pelo controlador PID, o controlador Q-ILC conseguiu superar as características da planta (de forma intrínseca é como se aplicasse ações *feed-forward* nas bateladas seguintes), fazendo com que o rastreamento do *setpoint* ocorra de forma satisfatória. Mais uma vez a variável manipulada, como verificado na Figura 4.16, apresentou variações extremas a um sistema de controle, em um cenário em que não se aplicou saturação da variável manipulada.

Torna-se importante, nesses casos, aplicar restrições que limitem a velocidade de mudança da variável manipulada, fazendo com que os saltos sejam menores entre os tempos de amostragem. A utilização de restrições faz com que seja possível encontrar alternativas, como tornar mais suave essas transições entre tempos de amostragem, ou mesmo limitar os valores inferiores e superiores da variável manipulada e da saída do sistema. Uma vez apresentada a possibilidade de aplicação dessas restrições, não foi feito maiores esforços para encontrar os melhores valores para as restrições do sistema, de forma a limitar essas variações, e conseqüentemente provocar a degradação do rastreamento do *setpoint*.

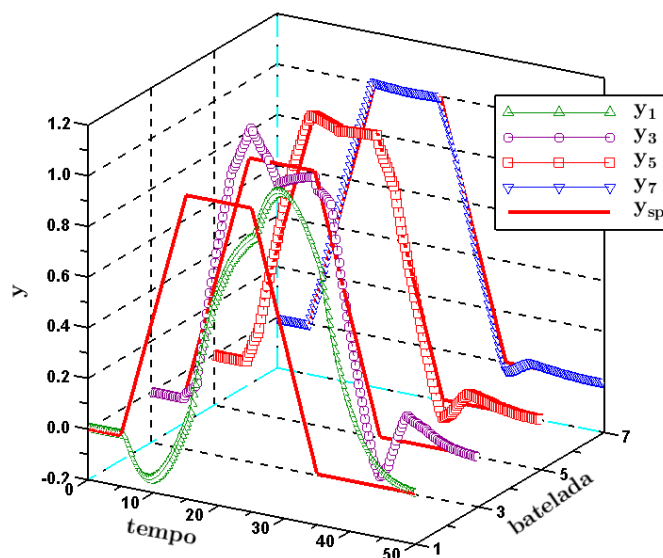


Figura 4.17 – Comportamento da saída da planta  $G_{p4}$  com o modelo  $G_{m4,1}$  - com restrição.

A Figura 4.17 apresenta os sinais de saída para o caso em que as restrições da Tabela A.2 estão ativas para a planta  $G_{p4}$  e o modelo  $G_{m4,1}$ .



As restrições foram mantidas frouxas, para se observar apenas o efeito de parcela delas no aprendizado, uma vez que a sua ativação permite frear a velocidade de resposta do sistema, o que exigiria um número maior de bateladas para o cumprimento dos requisitos de controle. Entretanto, caso as restrições sejam levadas a um cenário muito restritivo, pode ocorrer que o sistema de controle não tenha velocidade suficiente para o controle da planta e a estratégia de controle pode falhar ou mesmo levar a problemas de otimização não viáveis.

A Figura 4.18 apresenta as trajetórias da variável manipulada, referentes as trajetórias de saída apresentadas na Figura 4.17.

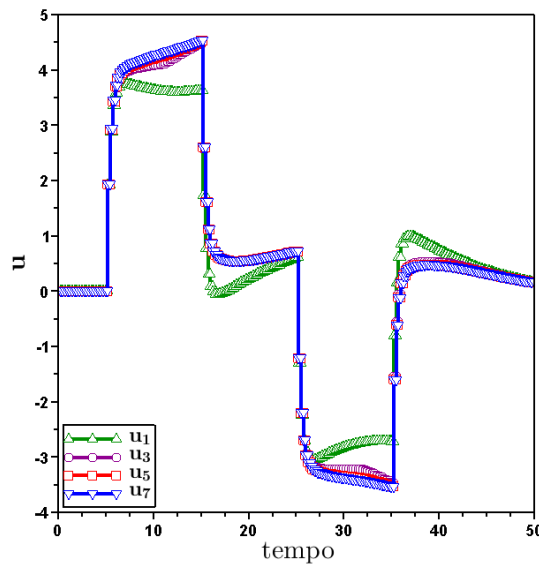


Figura 4.18 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p4}$  com o modelo  $G_{m4,1}$  - com restrição.

Para quando foram utilizadas as restrições, como definidas na Tabela A.2, algumas pequenas modificações foram realizadas na sintonia do controlador Q-ILC, de forma a obter o rastreamento da trajetória de referência. Os parâmetros para o controlador Q-ILC com mapeamento estático, quando as restrições estão ativas foram os seguintes:  $\mathbf{Q} = 1,0$ ,  $\mathbf{R} = 0,2$  e  $S = 1,35$ .

O comportamento da trajetória da terceira batelada, apresentada nas Figura 4.17 e Figura 4.18, mostra que as restrições tornaram a resposta da planta e as trajetórias da variável manipulada mais lentas para o rastreamento do *setpoint*.

As outras análises, bem como os gráficos respectivos apresentando as trajetórias das saídas dos sistemas e as trajetórias das variáveis manipuladas estão dispostos no Apêndice A.

### 4.1.2. Mapeamento dinâmico

Uma vez que o mapeamento dinâmico é realizado através de testes pulso ou degrau, não é possível utilizar essa abordagem para sistemas instáveis, já que a aplicação de qualquer sinal a planta sem controlador faz com que o sistema instabilize. Além do mapeamento estático, quando existirem plantas instáveis deve se proceder outro tipo de mapeamento, porém não com modelos identificados sem que esse problema tenha sido gerenciado (muitas vezes se coloca camadas de controle que estabilize a planta e nessa camada superior pode-se fazer os testes de identificação. No momento não é o objetivo dessa dissertação investigar qual tipo de mapeamento para esses sistemas seria o mais adequado.

As Equações (4.21) a (4.25) apresentam as plantas estudadas quando utiliza-se o mapeamento dinâmico. Todas as plantas apresentadas foram mapeadas através de um teste pulso unitário na entrada.

$$G_{p8} = \frac{0,8}{(5s+1)(3s+1)} \quad (4.25)$$

$$G_{p9} = \frac{e^{-0,5s}}{(1+10s)(1+20s)} \quad (4.26)$$

$$G_{p10} = \frac{(1-5s)}{(1+10s)(1+20s)} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{G}_{p11} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{2}{s+3} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{G}_{p12} = \begin{bmatrix} \frac{5e^{-s}}{10s+1} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{2}{s+1} & \frac{3e^{-s}}{10s+1} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Os modelos utilizados são as matrizes dinâmicas, já que o mapeamento apresenta toda a dinâmica da planta. Portanto,  $G_{m8} = H_{p8}$ ,  $G_{m9} = H_{p9}$ ,  $G_{m10} = H_{p10}$ ,  $\mathbf{G}_{m11} = \mathbf{H}_{p11}$  e  $\mathbf{G}_{m12} = \mathbf{H}_{p12}$ .

A utilização dos testes pulso e degrau unitários são importantes para a obtenção da dinâmica de sistemas, principalmente lineares. No Capítulo 3, é apresentado a metodologia aplicada para a obtenção da resposta ao teste pulso e da resposta ao teste degrau, assim como

a relação entre eles e a relação destes testes com a representação em espaço de estados de um sistema.

Na Tabela 4.4,  $i$  é relativo ao número do caso, quando relacionados no Apêndice A. Na Tabela A.3 está relacionada a sintonia para os controladores Q-ILC sem restrição de cada caso, enquanto que na Tabela A.4 está relacionada a sintonia e as restrições utilizadas nos controladores Q-ILC quando o controlador Q-ILC possui restrições.

Tabela 4.4 – Parâmetros do controle utilizado na estimativa do controlador para os casos estudados com mapeamento dinâmico.

$i$	Planta	Modelo	Controle
15	$G_{p8}$	$G_{m8}$	PI: $K_c = 20,0$ $\tau_I = 6,07$
16	$G_{p9}$	$G_{m9}$	PID: $K_c = 10,03$ $\tau_I = 46,30$ $\tau_D = 6,08$
17	$G_{p10}$	$G_{m10}$	PID: $K_c = 3,03$ $\tau_I = 46,30$ $\tau_D = 6,08$
18	$G_{p11}$	$G_{m11}$	PI: $K_{c1} = 4,5$ $K_{c2} = 2,0$ $\tau_{I1} = 5,0$ $\tau_{I2} = 1,0$
19	$G_{p12}$	$G_{m12}$	PI: $K_{c1} = 0,2$ $K_{c2} = 0,33$ $\tau_{I1} = 10,0$ $\tau_{I2} = 10,0$

Na Tabela 4.5 estão dispostos os valores de ISE, IAE e ITAE para o controlador com aprendizado iterativo calculados a partir da batelada de estimativa e da última batelada simulada, somente para processos mapeados dinamicamente. A análise mais detalhada de algumas simulações são apresentadas após a Tabela 4.5. No Apêndice A encontram-se as sintonias utilizadas para os controladores Q-ILC em todos os casos, assim como a análise das outras plantas estudadas, que não foram incorporadas neste capítulo.

As restrições foram definidas de maneira a restringir minimamente o movimento das variáveis manipuladas e também das variáveis de saída. Devido ao mapeamento dinâmico possuir informações quanto a dinâmica da planta, a movimentação dessas variáveis são também mais suaves e graduais do que quando utilizado o mapeamento estático.

Tabela 4.5 – Resultados obtidos dos índices de desempenho para os casos estudados com mapeamento dinâmico - sem restrição (indicado por U) e com restrição (indicado por C).

i		$ISE_{1,7}$ (%)	$IAE_{1,7}$ (%)	$ITAE_{1,7}$ (%)
15	U	99,16	92,74	93,73
	C	93,37	73,62	77,00
16	U	98,44	86,91	86,56
	C	88,93	62,44	47,63
17	U	97,49	90,20	97,19
	C	79,28	46,50	39,36
18	U	100,0	99,38	99,45
	C	94,02	70,96	67,86
19	U	98,98	92,58	97,70
	C	84,43	56,48	62,25

Para exemplificar a análise dinâmica, a planta apresentada na Equação (4.28) ( $G_{p11}$ ), MIMO linear de fase não mínima, foi simulada e controlada através da metodologia Q-ILC, sem e com restrição. Os parâmetros utilizados para o controlador Q-ILC se encontram na Tabela A.8 enquanto os parâmetros para o controlador PI utilizado para encontrar a estimativa foram apresentados na Tabela 4.2.

A Figura 4.19 apresenta as trajetórias das saídas,  $y_1$  e  $y_2$ , do sistema MIMO de fase não mínima e sem restrições. Nota-se para esse exemplo, que o zero MIMO é dado pelo valor 1, o que caracteriza comportamento de fase não mínima, mesmo sendo as funções de transferência associadas a cada par entrada/saída todas de fase mínima.

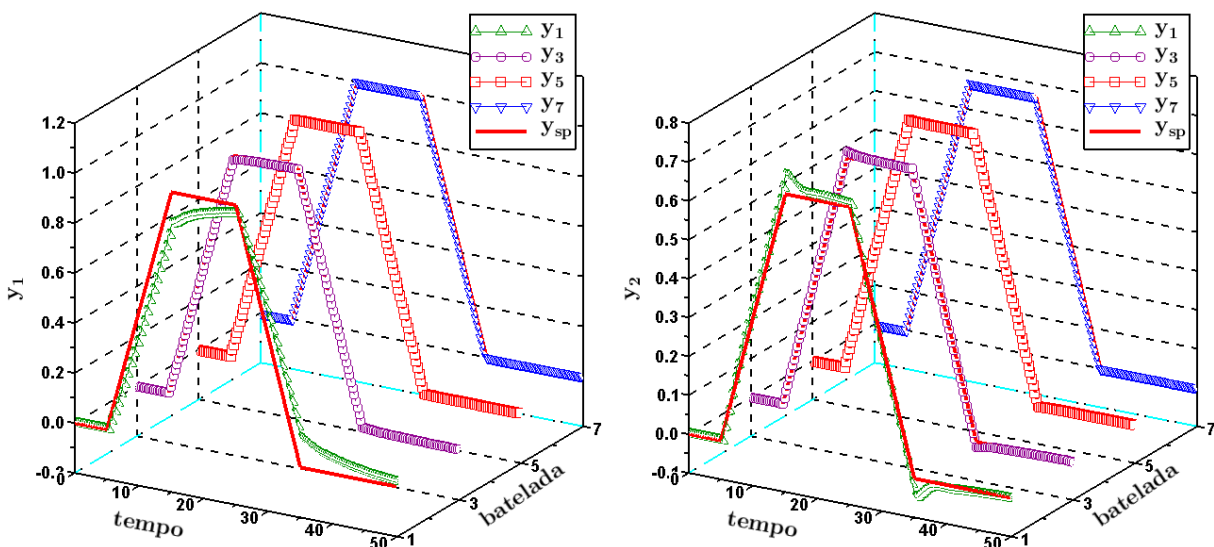


Figura 4.19 – Comportamento das saídas da planta  $G_{p11}$  com o modelo  $G_{m11}$  - sem restrição.

Na Figura 4.19, percebe-se que tanto para a saída  $y_1$  quanto para a saída  $y_2$ , o controlador Q-ILC foi muito eficiente em realizar rapidamente o rastreamento das trajetórias de *setpoint*.

A Figura 4.20 apresenta as trajetórias das variáveis manipuladas,  $u_1$  e  $u_2$ , do sistema MIMO de fase não mínima, sem restrições e mostra que uma vez que não existem restrições e perturbações ao sistema além dele ser sistema linear e invariante no tempo, o aprendizado ocorre instantaneamente e não é verificada modificações aparentes entre as bateladas em que o controlador Q-ILC realiza o procedimento de aprendizagem.

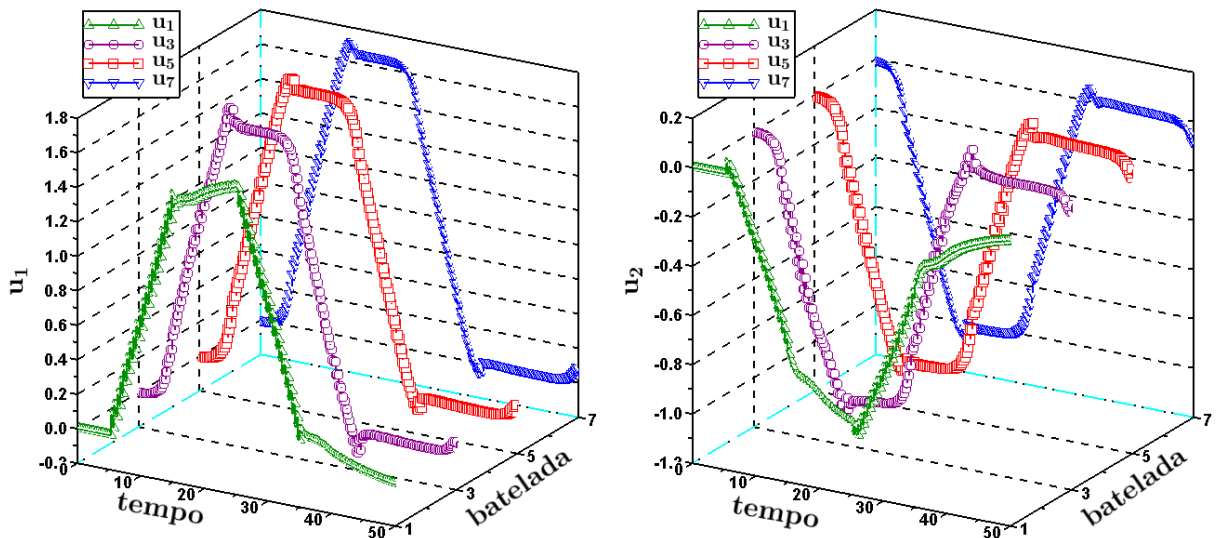


Figura 4.20 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta  $G_{p11}$  com o modelo  $G_{m11}$  - sem restrição.

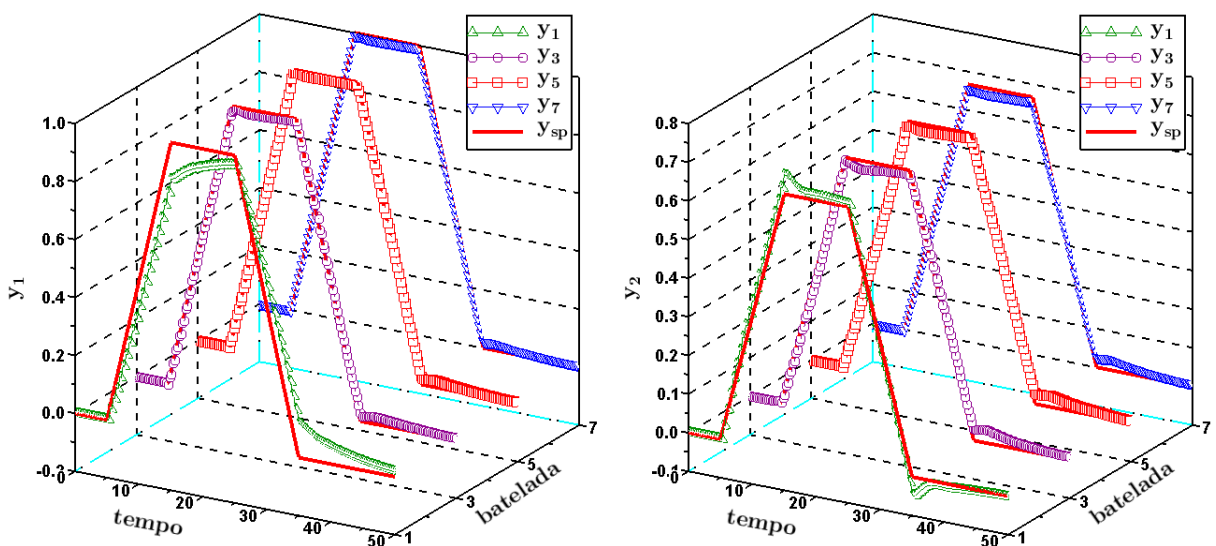


Figura 4.21 – Comportamento das saídas da planta  $G_{p11}$  com o modelo  $G_{m11}$  - com restrição.

A Figura 4.21 e a Figura 4.22 apresentam os resultados obtidos através da simulação do sistema quando submetido as restrições relacionadas na Tabela 4.3. Outras plantas foram analisadas no Apêndice A.

Percebe-se que o comportamento das saídas e das entradas obtidas através do controlador com aprendizado iterativo, quando comparadas a estimativa utilizada, possuem diferenças marcantes quanto a movimentação e a amplitude de movimentos. Uma vez que o modelo utilizado para o controlador com aprendizado iterativo possuía informações acerca da dinâmica das variáveis, esse comportamento diferente foi o esperado.

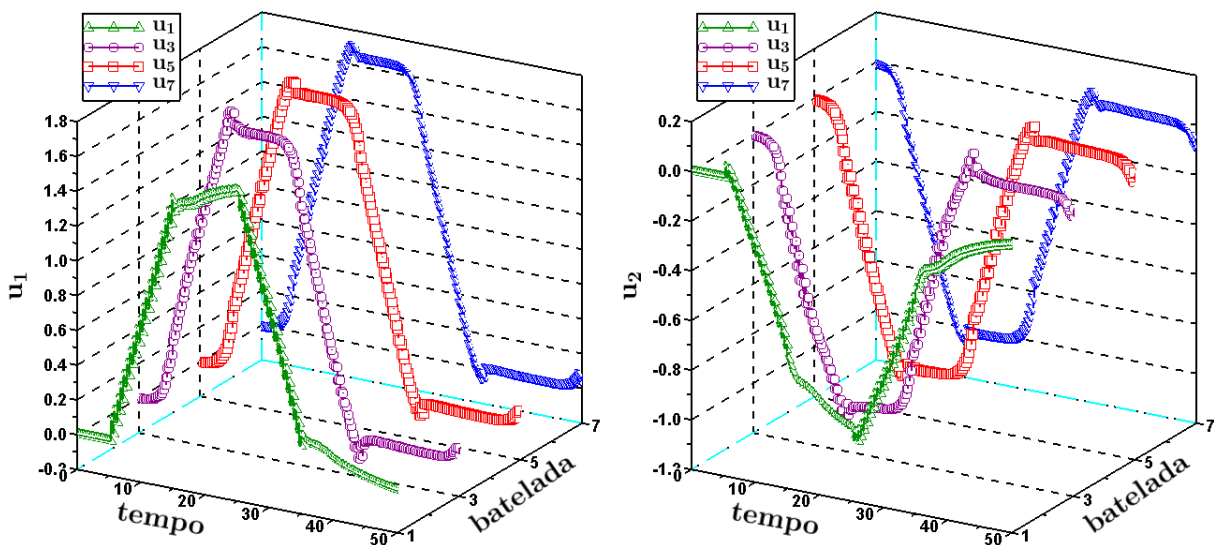


Figura 4.22 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta  $G_{p11}$  com o modelo  $G_{m11}$  – com restrição.

## 4.2. Sistemas não lineares

### 4.2.1. Reator químico exotérmico com operação em batelada

Para o primeiro caso não linear, foi estudado um problema de controle de temperatura para um reator químico com operação em batelada em que uma reação exotérmica  $A \rightarrow B$  ocorre (LEE et. al. 2000). Para simplificação, considera-se que o reator possui uma jaqueta de resfriamento em que a temperatura é diretamente manipulada. Existe a necessidade de manter a temperatura do reator de acordo com uma trajetória de controle, manipulando a temperatura da jaqueta de resfriamento. Um diagrama esquemático do reator químico com operação em batelada está apresentado na Figura 4.23.

As Equações (4.30) e (4.31) apresentam a dinâmica do sistema reacional.

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{UA}{MC_p}(T - T_j) + \frac{(-\Delta H)V}{MC_p}k_0e^{-E/RT}C_A^2, \quad T(0) = T_I, \quad (4.30)$$

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_0e^{-E/RT}C_A^2, \quad C_A(0) = C_{A_I}, \quad (4.31)$$

Seguindo os estudos sobre o comportamento do controlador Q-ILC em uma diversidade de plantas e modelos diferentes, é de extrema importância estudar a adaptação da metodologia de controle a sistemas não lineares. As Equações (4.30) e (4.31), juntamente com os parâmetros da Tabela 4.6 definem o problema de um reator exotérmico, esquematizado na Figura 4.23.

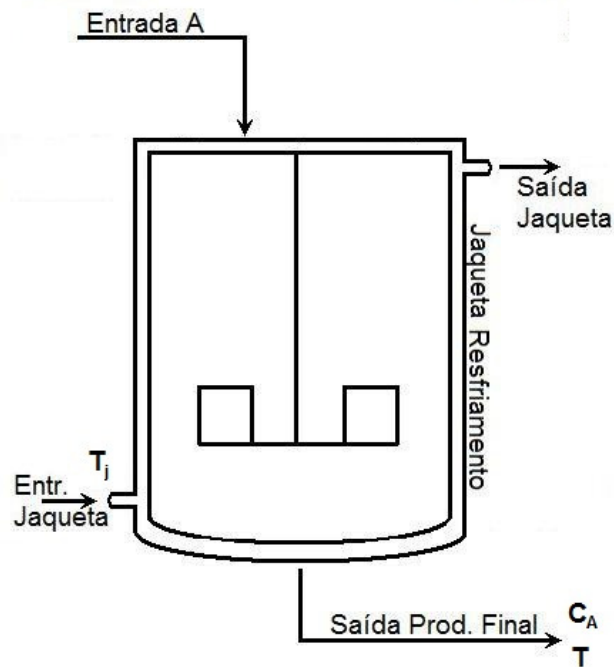


Figura 4.23 – Diagrama de reator químico com operação em batelada.

Os parâmetros utilizados no modelo apresentado nas Equações (4.30) e (4.31) estão disponibilizados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Parâmetros para modelo de reator químico exotérmico com operação em batelada.

$UA/MC_p = 0,09 \text{ (1/min)}$	$(-\Delta H)V/MC_p = 1,64 \text{ (K/min)}$
$k_0 = 2,53 \times 10^{19} \text{ (1/(mol min))}$	$E/R = 13550 \text{ (K)}$
$C_{A_I} = 0,9 \text{ (mol/l)}$	$T_I = 298,38 \text{ (K)}$

De posse do sistema não linear apresentado nas Equações (4.30) e (4.31), utilizando os

parâmetros da Tabela 4.6, foram realizados dois mapeamentos da planta. O primeiro mapeamento obtido foi o dinâmico, obtendo o modelo linear da planta através de dois testes degraus unitários cujos sinais de entrada foram definidos de maneira que a diferença entre eles se mantivesse a mesma durante o tempo do teste. De posse da resposta dos dois testes degraus, foi feita a diferença entre as duas respostas e obtida a matriz dinâmica do sistema não linear.

O segundo mapeamento foi obtido com a identificação de um modelo “médio” em espaço de estado usando a técnica de identificação em espaço de estados disponível no Scilab® que implementa o algoritmo N4SID (*Numerical algorithm for Subspace State Space System IDentification*) (VAN OVERSCHEE, 1995) a partir de uma excitação na planta com sinal aleatório, em torno da temperatura de 303,0 K. A Figura 4.24 apresenta o comportamento de modelo com 3 (três) estados para os resultados da identificação e validação.

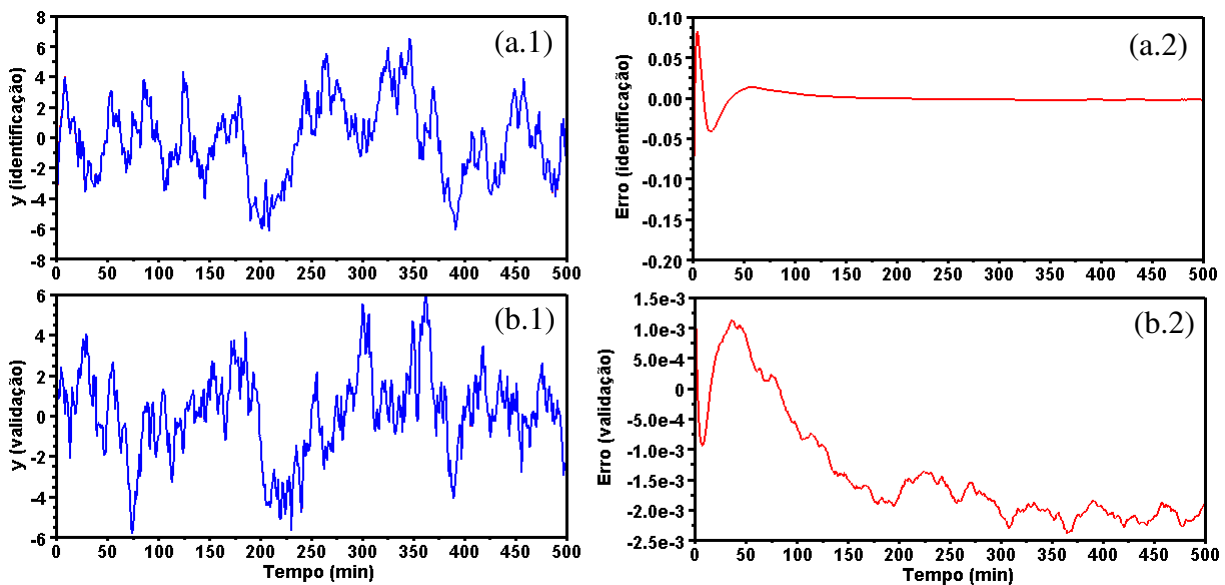


Figura 4.24 – Identificação do modelo através do algoritmo N4SID. (a.1) Resposta do modelo com os dados de identificação; (a.2) diferença encontrada entre dados de identificação e modelo; (b.1) Resposta do modelo com os dados de validação; (b.2) diferença encontrada entre dados de validação e modelo.

Para o caso em que foi utilizada a identificação de sistemas pelo algoritmo N4SID os parâmetros do sistema identificado obtido **A**, **B**, **C** e **D** estão relacionados nas Equações (4.32)-(4.35).



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,9138740 & -0,2256263 & 0,1227355 \\ 0,0000315 & 0,9662206 & 0,4596233 \\ -0,0000023 & -0,0003865 & 0,9850227 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0,1871596 \\ -0,0000149 \\ 0,0000067 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$\mathbf{C} = [0,4203277 \quad 0,4065435 \quad -0,4265491] \quad (4.34)$$

$$\mathbf{D} = 0,0860664 \quad (4.35)$$

Os parâmetros do controlador Q-ILC foram definidos de maneira a não prejudicar a movimentação das variáveis de controle e permitir o cálculo da variável manipulada através de otimização. Esses parâmetros utilizados no controle da planta em questão estão apresentados na Tabela 4.7. O tempo de amostragem utilizado nas simulações para este caso foi estabelecido como 1,0 (um) minuto.

Tabela 4.7 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para o reator exotérmico com operação em batelada.

$Q$	1,0
$R$	0,1
$S$	1,0
$T_{j,low} (K)$	289,0
$T_{j,high} (K)$	312,0
$\Delta T_j (K)$	1,4
$\delta T_j (K)$	1,4
$T_{low} (K)$	296,0
$T_{high} (K)$	308,0

Tabela 4.8 – Resultados obtidos dos índices de desempenho do controlador para o reator exotérmico com operação em batelada utilizando o mapeamento dinâmico – sem restrição (indicado por U) e com restrição (indicado por C).

Planta	Modelo	Controle	$ISE_{1,7} (%)$		$IAE_{1,7} (%)$	$ITAE_{1,7} (%)$
Não Linear SISO	Modelo Linear (FIR)	PI: $K_c = 0,6$ $\tau_I = 10$	U	99,94	98,06	98,32
		C	99,85	96,54	96,63	
Não Linear SISO	Modelo Identificado (N4SID)	PI: $K_c = 0,6$ $\tau_I = 10$	U	99,94	98,07	98,32
		C	99,84	96,50	96,64	

A Tabela 4.8 apresenta os resultados da simulação e aplicação do controlador Q-ILC a planta, através dos valores do ISE, do IAE e do ITAE para o caso sem restrição e para o caso com restrição, juntamente com os parâmetros do controlador PI utilizado para a estimativa ao controle Q-ILC.

A Figura 4.25 apresenta o comportamento da temperatura do reator exotérmico durante o tempo, para cada batelada, quando utilizado o mapeamento feito com os testes degrau. No primeiro momento, as variáveis de controle não foram restringidas, fazendo com que o movimento da variável manipulada e da variável controlada fosse livre.

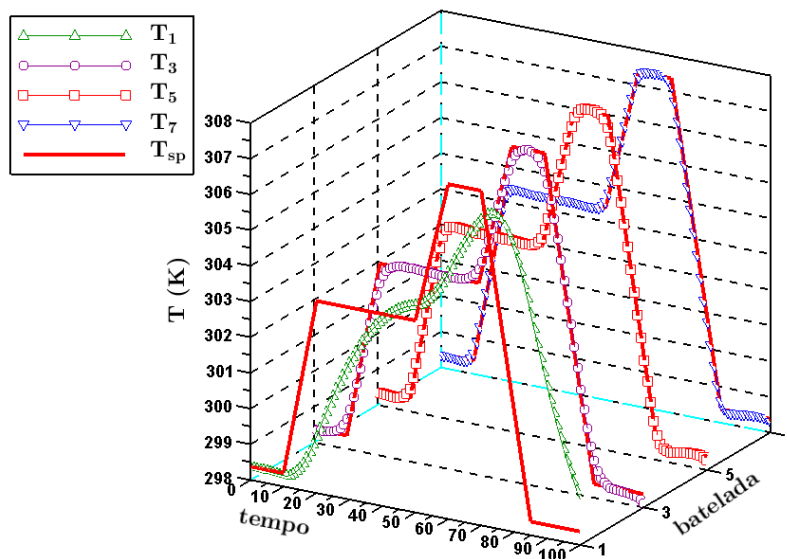


Figura 4.25 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - sem restrição - modelo FIR.

A Figura 4.26 apresenta a temperatura da camisa de resfriamento, manipulada ao longo do tempo, para ocorrer o rastreamento da trajetória de *setpoint* da temperatura do reator, sem a ação de restrições.

O sistema não linear controlado com o Q-ILC apresentou um ótimo rastreamento do *setpoint*. Percebe-se na Figura 4.26, que mesmo a temperatura da jaqueta variando rapidamente, perceptível principalmente entre a estimativa e a batelada em que se utiliza o Q-ILC, a temperatura do reator manteve-se na trajetória desejada por todas as bateladas simuladas, a não ser a trajetória inicial que foi determinada por um controlador PI. Esse fato demonstra a flexibilidade da metodologia de controle Q-ILC, uma vez que mesmo com um modelo não tão preciso, o objetivo de controle foi alcançado.

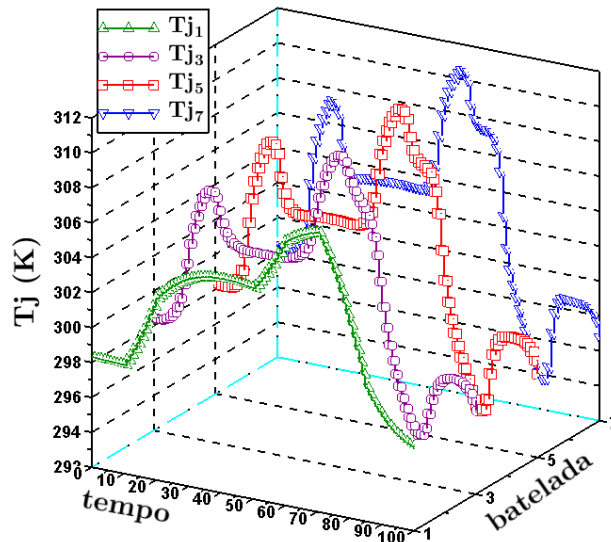


Figura 4.26 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - sem restrição - modelo FIR.

A Figura 4.27 apresenta o comportamento da temperatura do reator exotérmico ao longo do tempo para cada batelada, quando as variáveis de controle são submetidas a restrições apresentadas na Tabela 4.7.

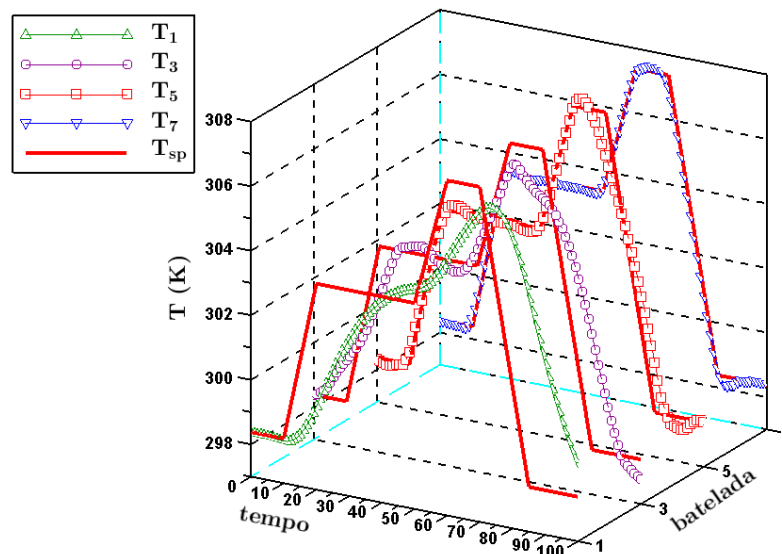


Figura 4.27 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - com restrição - modelo FIR.

Apesar dos bons resultados obtidos através do mapeamento conseguido através da resposta pulso unitário, é de extrema importância obter modelos mais fiéis a dinâmica da planta. Isso pode ser conseguido através de identificações através de espaços de estados, como apresentado a seguir.

A Figura 4.28 apresenta o comportamento da temperatura da camisa de resfriamento

do reator manipulada ao longo do tempo, que provoca o rastreamento da trajetória de *setpoint* para a variável de saída, quando as variáveis de controle são submetidas a restrições apresentadas na Tabela 4.7.

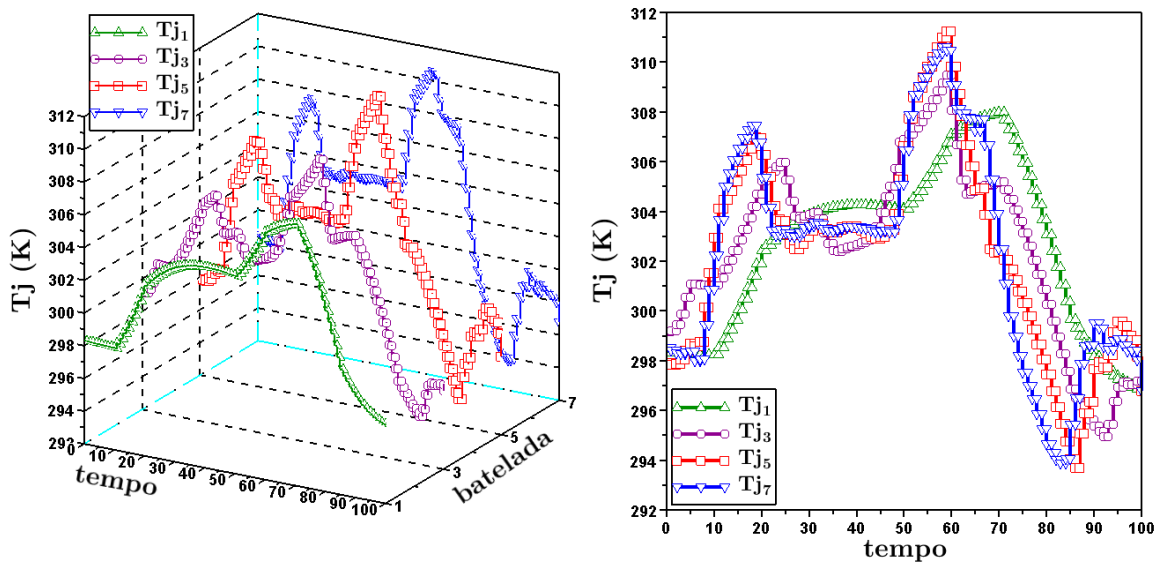


Figura 4.28 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - com restrição - modelo FIR.

Os resultados obtidos na aplicação do controlador com aprendizado iterativo a planta não linear, utilizando o modelo identificado estão apresentados na Figura 4.29.

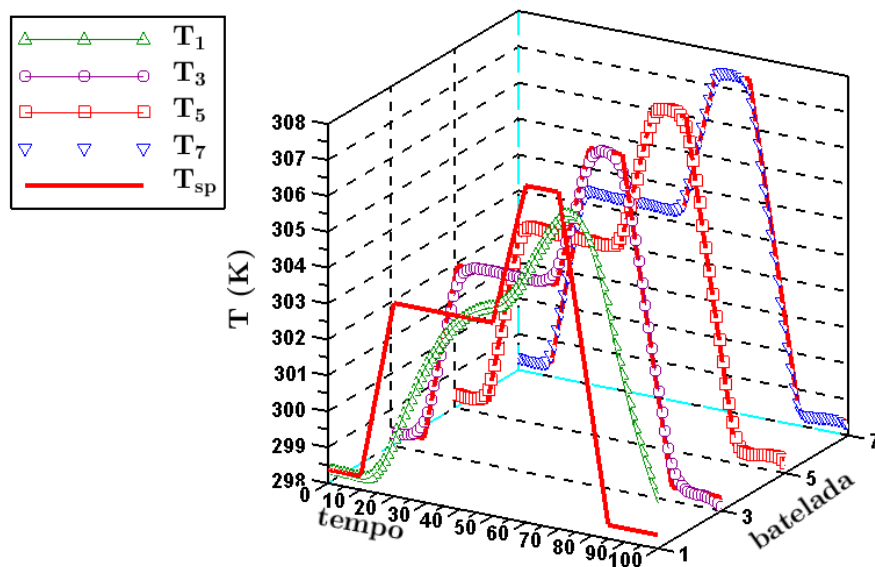


Figura 4.29 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - sem restrição - modelo N4SID.

A Figura 4.30 apresenta o comportamento da variável manipulada  $T_j$  para o problema sem restrição modelado pelo algoritmo N4SID.

Para o caso com restrições quando utilizado o modelo obtido através de identificação, a sintonia do controlador Q-ILC foi mantida a mesma utilizada para o caso em que o modelo foi obtido através do FIR.

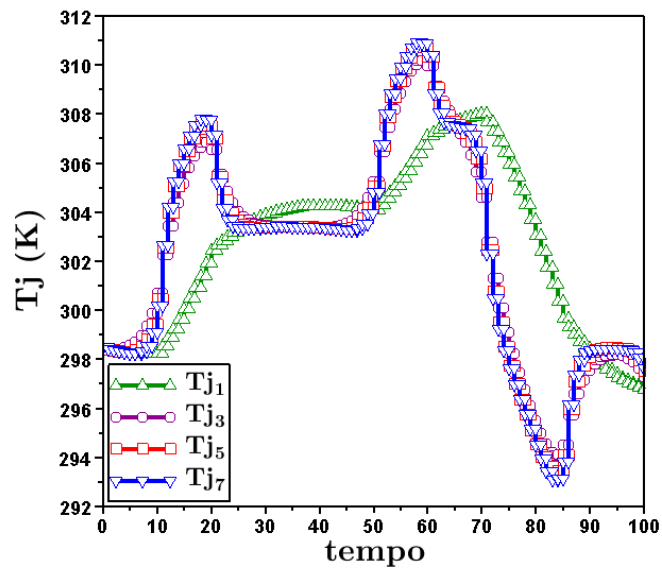


Figura 4.30 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - sem restrição - modelo N4SID.

A Figura 4.31 apresenta o comportamento da temperatura do reator uma vez que as restrições estão ativas, definidas de acordo com a Tabela 4.7. A Figura 4.32 apresenta o comportamento da temperatura da jaqueta para a resposta apresentada na Figura 4.31.

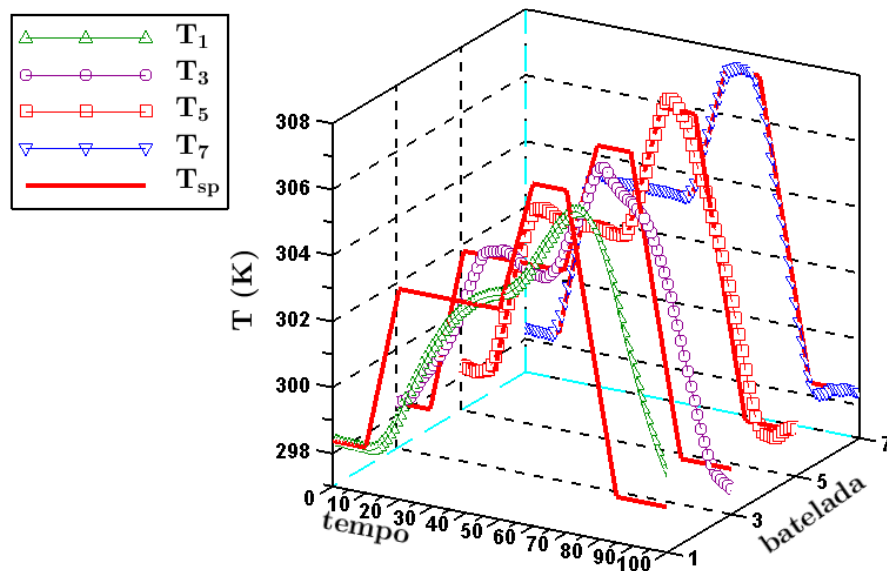


Figura 4.31 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - com restrição - modelo N4SID.

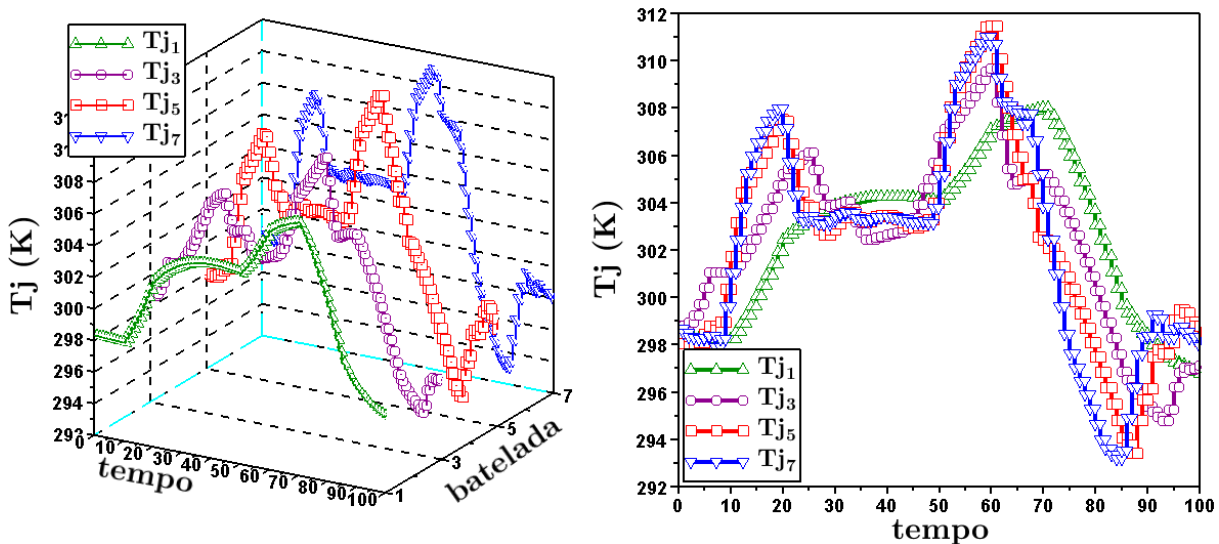


Figura 4.32 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - com restrição - modelo N4SID.

#### 4.2.2. Controle de reatores exotérmicos com linearização local

O problema de interesse é um reator estudado por Cott e Macchietto (1989), em que há um sistema reacional em fase líquida com mistura perfeita. O sistema é formado por um reator exotérmico em que ocorrem duas reações simultâneas,  $A + B \rightarrow C$  e  $A + C \rightarrow D$ . O composto  $C$  é o produto desejado enquanto  $D$  é um produto secundário não desejado. O objetivo principal é a obtenção de uma boa conversão para  $C$  enquanto a produção de  $D$  seja minimizada. As taxas de transferência de calor e massa no reator foram hipoteticamente consideradas altas o bastante, de maneira que a taxa limitante passou ser a própria reação. As Equações (4.36) e (4.37) são as expressões das taxas de produção de  $C$  e  $D$ , respectivamente.

$$R_1 = k_1 M_A M_B \quad (4.36)$$

$$R_2 = k_2 M_A M_C \quad (4.37)$$

em que  $R_1$  e  $R_2$  são as taxas de reação referentes a primeira e segunda reações, respectivamente, e  $M_A$ ,  $M_B$  e  $M_C$  são as quantidades de matéria (mol) dos componentes  $A$ ,  $B$  e  $C$  presentes no reator em qualquer instante. As constantes das taxas,  $k_1$  e  $k_2$ , são dependentes da temperatura de reação, de acordo com a relação de Arrhenius. Ambas as reações possuem altos calores de reação ( $\Delta H_1 = -41.840$  kJ/kmol,  $\Delta H_2 = -25.105$  kJ/kmol), que torna o sistema reacional global fortemente exotérmico.

O aquecimento e resfriamento do reator são realizados com a ajuda de um sistema de jaqueta de único passe. Os valores dos parâmetros físicos do reator, como volume, coeficientes de transferência de calor, e área são baseados nas dimensões do reator em batelada apresentado por Luyben (1973). O controle da temperatura da jaqueta é realizado por um controlador de temperatura na corrente de entrada da jaqueta. Os trocadores de calor necessários para controlar esta temperatura não foram modelados, porém foram contabilizados por basear a constante de tempo da resposta da temperatura na jaqueta. A Figura 4.33 apresenta o diagrama do sistema de reação.

As Equações (4.38) a (4.41) definem os balanços de massa (expressos em quantidade de matéria) para os compostos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , respectivamente.

$$dM_A/dt = -R_1 - R_2 \quad (4.38)$$

$$dM_B/dt = -R_1 \quad (4.39)$$

$$dM_C/dt = +R_1 - R_2 \quad (4.40)$$

$$dM_D/dt = +R_2 \quad (4.41)$$

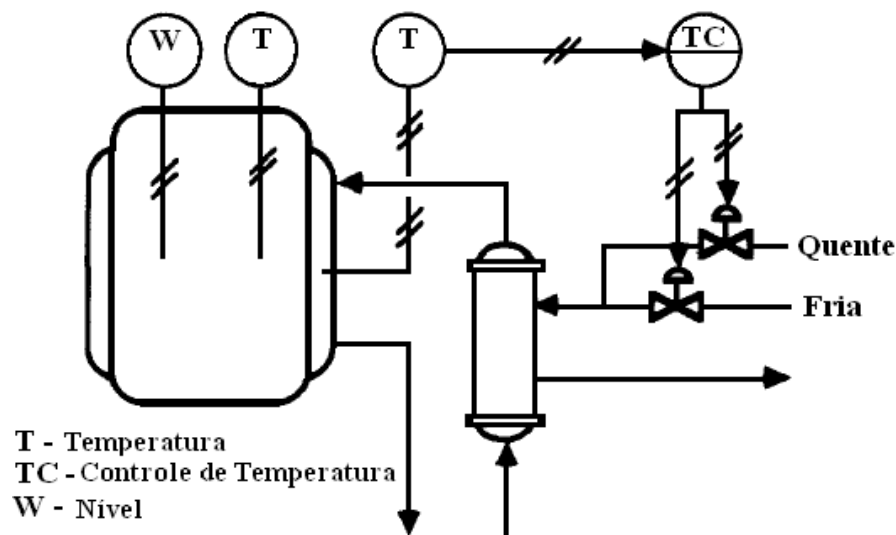


Figura 4.33 – Diagrama esquemático do reator com operação em batelada exotérmico (adaptado de Cott e Macchietto (1989)).

As Equações (4.42) e (4.43) apresentam as constantes de taxa de reação para cada uma das reações.

$$k_1 = \exp(k_1^1 - k_1^2/(T_r + 273,15)) \quad (4.42)$$

$$k_2 = \exp(k_2^1 - k_2^2 / (T_r + 273,15)) \quad (4.43)$$

nas quais  $k_i^1$  é o primeiro termo da exponencial para a reação  $i$ ,  $k_i^2$  é parte do segundo termo da exponencial para a mesma reação  $i$  e  $T_r$  é a temperatura do reator.

Os parâmetros para as Equações (4.36)-(4.43) estão relacionados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Parâmetros para as reações exotérmicas.

Reações ( $i$ )	$k_i^1$	$k_i^2$
1	20,9057	10000
2	38,9057	17000

A estimativa inicial do controle Q-ILC foi obtida com a utilização de um controlador GMC (*Generic Model Control*) (COTT; MACCHIETTO, 1989).

O controlador GMC necessita de um modelo dinâmico para escrito na forma de variáveis de estado padrão. O controlador é formulado resolvendo-se o modelo dinâmico do processo para a derivada da variável controlada,  $x$ , e permitindo ser igual a um termo proporcional integral operando na diferença entre o valor atual de  $x$  e o seu valor desejado,  $x^{sp}$ . Dessa forma, o controlador GMC para o controle de temperatura de um reator exotérmico com operação em batelada pode ser escrito como:

$$\frac{dx}{dt} = K_1(x^{sp} - x) + K_2 \int_0^t (x^{sp} - x) dt \quad (4.44)$$

em que  $K_1$  e  $K_2$  são as constantes de sintonia. De posse do modelo do reator e da Equação (4.44), realizando algumas manipulações e fazendo a variável controlada a temperatura do reator  $T_r$  e a variável manipulada a temperatura da jaqueta  $T_j$ , a Equação (4.45) apresenta o controlador GMC utilizado como estimativa para o processo em questão.

$$T_j = T_r + \frac{W_{Cp}}{UA} \left( K_1(T_r^{sp} - T_r) + K_2 \int_0^t (T_r^{sp} - T_r) dt \right) + \frac{Q}{UA} \quad (4.45)$$

Para o sistema em estudo, foram realizadas simulações utilizando a abordagem com mapeamento dinâmico com a metodologia Q-ILC.

Os parâmetros definidos por experimentação do controlador Q-ILC utilizado no controle da planta em questão estão apresentados na Tabela 4.10. O tempo de amostragem



utilizado nas simulações foi estabelecido como  $T_i = 10,0$  segundos, enquanto o tempo total foi de 2,5 horas (9000 segundos).

Tabela 4.10 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para o reator exotérmico com operação em batelada – mapeamento dinâmico.

$Q$	1,0
$R$	0,1
$S$	1,0
$T_{j,low} (^{\circ}C)$	1,0
$T_{j,high} (^{\circ}C)$	36,0
$\Delta T_j (^{\circ}C)$	4,0
$\delta T_j (^{\circ}C)$	4,0
$T_{low} (^{\circ}C)$	5,0
$T_{high} (^{\circ}C)$	45,0

A trajetória de saída do sistema, sem restrição e calculada através da metodologia do Q-ILC, formado pelo reator exotérmico com operação em batelada está apresentada na Figura 4.34.

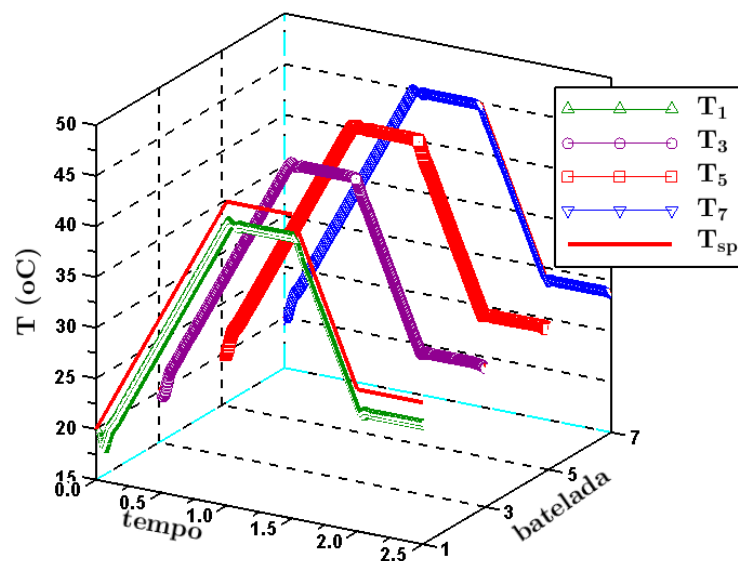


Figura 4.34 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - modelo médio - sem restrição.

A Tabela 4.11 apresenta os dados da simulação e aplicação do controlador GMC a planta, para a estimativa do controlador Q-ILC sem e com restrição, além dos índices de desempenho do controle preditivo.

Tabela 4.11 – Resultados obtidos do índice de desempenho do controlador para o reator exotérmico com operação em batelada utilizando o mapeamento dinâmico – sem restrição (representado por U) e com restrição (representado por C).

Planta	Modelo	Controle		$ISE_{1,7}$ (%)	$IAE_{1,7}$ (%)	$ITAE_{1,7}$ (%)
Não Linear SISO	FIR	GMC: $K_1 = 0,16$ $K_2 = 0,25$	U	99,89	98,89	99,28
			C	86,13	66,23	62,14

Como apresentado na trajetória da primeira batelada, apresentada na Figura 4.34, e com o objetivo de avaliar a estratégia de aprendizado, aplicou-se artificialmente um deslocamento na trajetória medida para que o GMC fizesse um rastreamento inicial visualmente necessitando de aperfeiçoamento (na verdade para um cenário de modelo perfeito, o GMC fornece um rastreamento de trajetória bem melhor que o selecionado). A Figura 4.35 apresenta o comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento ao longo das bateladas, com o controlador Q-ILC, quando não existem restrições ativas.

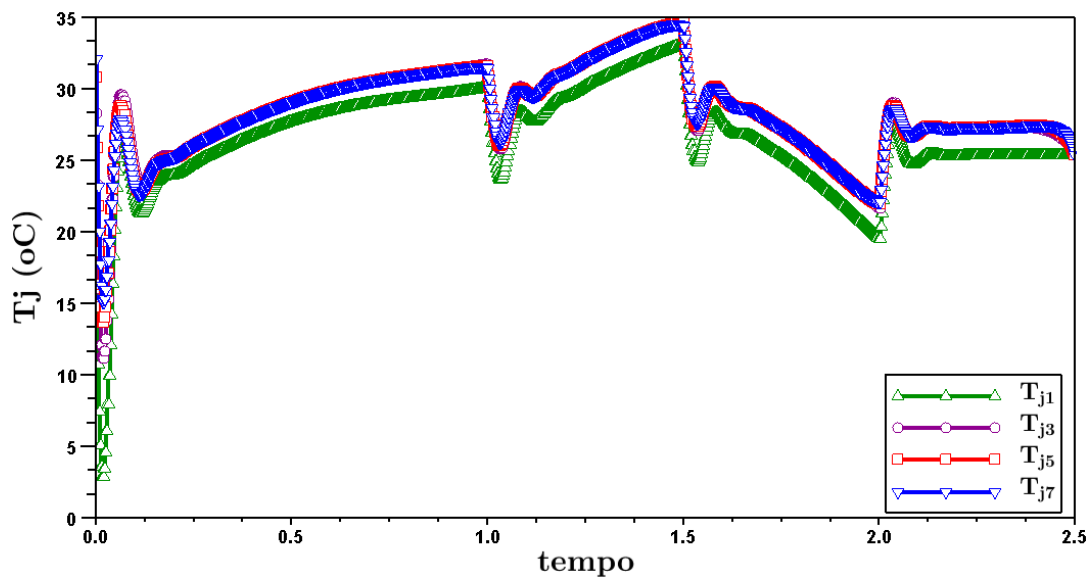


Figura 4.35 – Comportamento da temperatura da jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - modelo médio - sem restrição.

Na Figura 4.35, devido a falha apresentada na estimativa, a variação da temperatura da jaqueta teve que ser grande para superar a variação apresentada. Na Figura 4.36 e na Figura 4.37 estão apresentadas as trajetórias das temperaturas de saída e da jaqueta de resfriamento para o caso em que as restrições presentes na Tabela 4.7 estão ativas, respectivamente.

O controle Q-ILC apresenta o procedimento de aprendizado com as informações obtidas em bateladas anteriores, de forma a aprimorar o rastreamento da trajetória de referência desejada. A junção dessa característica com a possibilidade de aplicar restrições ao controle torna o controle Q-ILC robusto e adaptável a planta em que se deseja aplicá-lo. A

sintonia do controlador Q-ILC se apresenta mais intuitiva que outros controles inteligentes.

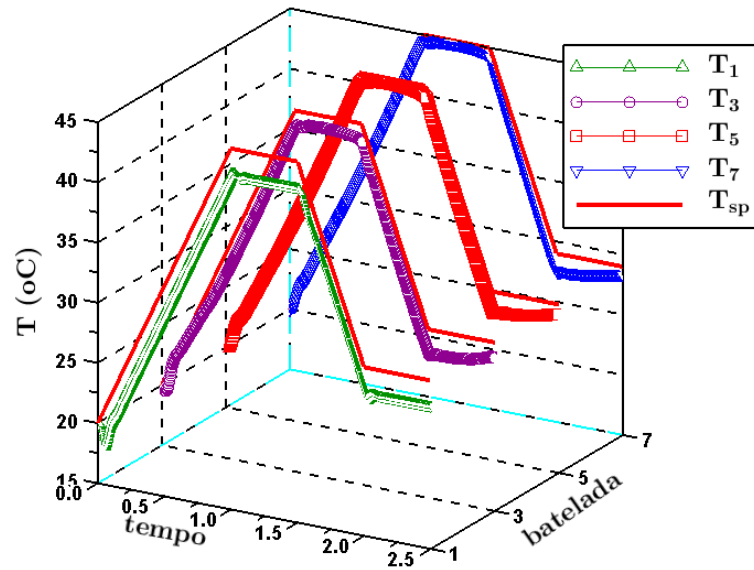


Figura 4.36 – Comportamento da temperatura de saída do reator exotérmico - modelo médio - com restrição.

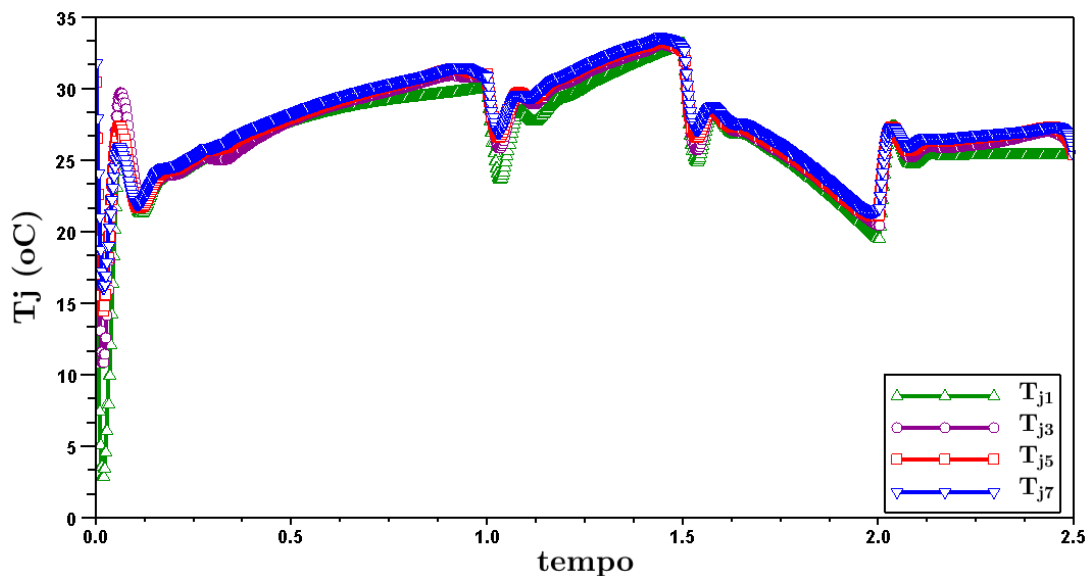


Figura 4.37 – Comportamento da temperatura jaqueta de resfriamento do reator exotérmico - modelo médio - com restrição.

Procurou-se verificar suas características com a utilização de diversos exemplos de plantas, com ou sem desvio entre a planta e o modelo, e ficou claro que com o aumento da complexidade, o Q-ILC cumpria com seu objetivo, mas os procedimentos de aprendizagem tornaram-se mais lentos e mais difíceis.



## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

#### 5.1. Conclusões

Desde os primórdios do desenvolvimento do controle com aprendizado iterativo (ILC), diversos pesquisadores o estudaram e aplicaram-no em problemas existentes em muitas áreas de conhecimento. A aplicação do controlador com aprendizado iterativo em manipuladores de robôs, passando pela aplicação em controles de indústrias químicas com operação em batelada, entre outras aplicações, fez com que despertasse o sentimento na comunidade de pesquisadores da área de controle da obtenção de uma melhor tecnologia de controle automático, que se autoadaptasse as características do sistema e perturbações durante a execução, como apresentado no Capítulo 2 desta dissertação.

Apesar do desenvolvimento já realizado em controle com aprendizado iterativo, tornou-se importante agregar metodologias ao controlador, a fim de tornar o procedimento mais confiável e robusto a ponto de vencer perturbações em poucas bateladas. O controle com aprendizado iterativo é uma dessas tentativas, agregando restrições ao controlador, de forma a manter as variáveis de controle dentro de limites estabelecidos pelo engenheiro de controle, como apresentado no Capítulo 3 desta dissertação.

A maneira com que os dados foram guardados durante todo o processo de controle, assim como o método utilizado para encontrar os melhores valores para as variáveis manipuladas a fim de ir ao encontro do objetivo de fazer o rastreamento da trajetória de *setpoint* forneça uma alternativa viável aos métodos propostos na literatura, devido a

facilidade em mudar os parâmetros do controlador com aprendizado iterativo, assim como o tempo de amostragem do sistema, restrições e outros parâmetros.

A aplicação inicial do controlador com aprendizado iterativo a diversas plantas LTI, com as mais diversas características, foi necessária para verificar o comportamento do algoritmo perante outras metodologias de aprendizado.

Duas formas de mapeamento foram utilizadas, de forma a pesquisar as características de cada uma delas e como se ajustavam ao controlador preditivo com aprendizado iterativo. O mapeamento estático, apesar de mais simples de se implementar possui deficiências inerentes (não informa comportamento dinâmico por não fornecer ao sistema de controle informações mais adequadas para o o aprendizado). O mapeamento dinâmico possui informações a respeito da dinâmica do sistema, tornando as variações das variáveis de controle mais suaves, e mais próximas da realidade.

O comportamento da maioria das plantas estudadas foi o previsto. O controlador com aprendizado iterativo realizou o rastreamento da trajetória de *setpoint* em todos os casos estudados, seja com mapeamento estático, seja com mapeamento dinâmico.

A utilização do índice de desempenho do sistema de controle com aprendizado  $ISE_{n,m}$  foi importante para se avaliar a qualidade do algoritmo de aprendizado. Em todos os casos estudados e analisados, o índice de desempenho ISE apresentou melhoria em um grande número de bateladas obtidas através do procedimento de aprendizagem do controlador com aprendizado iterativo, principalmente em relação aos controladores utilizados para se obter a estimativa inicial ao controle proposto.

A impossibilidade de se obter modelos através da matriz dinâmica, em plantas instáveis, prejudicou um pouco a obtenção de resultados para essas plantas quando utilizado o mapeamento dinâmico. Portanto, de forma a não prejudicar o andamento do trabalho, na seção 5.2 de sugestões, propõe-se o estudo de maneiras alternativas para a utilização de modelos dinâmicos e a obtenção deles, principalmente em casos de sistemas instáveis.

Concluindo, o procedimento de simulação de diversas plantas com características distintas demonstrou a versatilidade da metodologia de controle, mostrando uma variedade de situações em que se tomaram diferentes atitudes referentes aos parâmetros do controlador Q-IILC, as restrições utilizadas, entre outras variáveis importantes ao controle.

## 5.2. Sugestões

Para dar continuidade ao estudo realizado nesta Dissertação, em seguida encontra-se

algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Estudar a possibilidade de aplicação de outros modelos dinâmicos e variantes no tempo ao controlador com aprendizado iterativo, obtidos de maneiras diferentes a obtenção da matriz dinâmica;
- Utilizar o controlador com aprendizado iterativo para o controle de plantas não lineares SISO e MIMO, sem necessidade da linearização do modelo evitando assim a incorporação de erros existentes no modelo;
- Analisar o controle com aprendizado iterativo e verificar a qualidade de seus resultados perante outras metodologias de controle inteligente;
- Estender a aplicação de controladores com aprendizado iterativo a plantas contínuas com transições cíclicas;
- Estudar a aplicação do controlador com aprendizado iterativo em sistemas biológicos, como por exemplo no caso de utilização prolongada de remédios em pacientes acamados;
- Desenvolver sistema de aprendizado iterativo acoplado a módulo de gerenciamento de falhas das bateladas (controle tolerante com aprendizado iterativo);
- Implementar o controlador com aprendizado iterativo em processo real, utilizando planta piloto.





## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHN, H.-S. ; CHEN, Y. Q. ; MOORE, K. L. Iterative learning control: brief survey and categorization. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part C: Applications and Reviews, vol. 37, n. 6, p. 1099–1121, nov. 2007.
- AMANN, N. ; OWENS, D. H. ; ROGERS, E. Iterative learning control for discrete-time system with exponential rate of convergence. In: IEE CONTROL THEORY AND APPLICATIONS, vol. 143, n. 2, p. 217–224, 1996.
- ARIMOTO, S. ; KAWAMURA, S. ; MIYAZAKI, F. Bettering operation of robotics by learning. Journal of Robotic Systems, vol. 1, n. 2, p. 123–140, jan./mar. 1984.
- ASTROM, K. J. ; WITTENMARK, B. Computer Controlled Systems: Theory and Design, 3<sup>a</sup>. ed, Englewood Cliffs, Ed. Prentice-Hall, 1997. 555 p.
- BHAT, N. ; MCAVOY, T. J. Use of neural networks for dynamic modeling and control of chemical process systems. Computers and Chemical Engineering, vol. 14, p. 573–582, 1990.
- BIEN, Z. ; HUH, K. M. Higher-order iterative learning control algorithm. IEE Proceedings Part D on Control Theory and Applications, vol. 136, p. 105–112, maio 1989.
- BIEN, Z. ; XU, J.-X. Iterative Learning Control: Analysis, Design, Integration and Applications, 1<sup>a</sup>. ed, Nova Iorque, Ed. Springer-Verlag, 1998. 408 p.
- BONDI, P. ; CASALINO, G. ; GAMBRADELLA, L. On the iterative learning control theory for robotic manipulator. IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 4, n. 1, p. 14–22, fev. 1988.
- CAI, Z. ; FREEMAN, C. T. ; LEWIN, P. L. ; ROGERS, E. Iterative learning control for a non-minimum phase plant based on a reference shift algorithm. Control Engineering Practice, vol. 16, p. 633–643, jan. 2008.

- CASTAGLIOLA, P. ; ROSA, A. F. P. Monitoring of batch processes with varying durations based on the Hausdorff distance. International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, vol. 13, n. 3, p. 213–236, fev. 2006.
- CHEN, H. ; ALLGÖWER, F. A quasi-infinite horizon predictive control scheme for constrained non-linear systems. In: CHINESE CONTROL CONFERENCE, 16. Qindao, China, 1996, p. 309–316.
- CHEN, H. ; ALLGÖWER, F. A quasi-infinite horizon non-linear predictive control scheme for stable systems. In: IFAC ADCHEM CONFERENCE. Banff, Canadá, 1997, p. 471–476.
- CHEN, J. ; KONG, C.-K. Performance assessment for iterative learning control of batch units. Journal of Process Control, vol. 19, p. 1043–1053, 2009.
- CHIN, I. S. ; LEE, K. S. ; LEE, J. H. A technique for integrated quality control, profile control, and constraint handling for batch processes. Industrial and Engineering Chemistry Research, vol. 39, n. 3, p. 693–705, 2000.
- CHIN, I. ; QIN, S. J. ; LEE, K. S. ; CHO, M. A two-stage ILC technique combined with real-time feedback for independent disturbance rejection. Automatica, vol. 40, n. 11, p. 1913–1920, 2004.
- CHO, M. ; JOO, S. ; WON, S. ; LEE, K. S. Multivariable optimal learning control of wafer temperatures in a commercial RTP equipment. The Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 83, n. 2, p. 371–376, 2005.
- CHO, M. ; LEE, Y. ; JOO, S. ; LEE, K. S. Semi-empirical modelbased multivariable iterative learning control of an RTP system. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, vol. 18, n. 3, p. 430–439, 2005.
- COTT, B. J.; MACCHIETTO, S. Temperature control of exothermic batch reactors using generic model control. Ind Eng Chem Res, vol. 28, p. 1177–1184, 1989.
- CUELI, J. R. ; BORDONS, C. Iterative nonlinear model predictive control: Stability, robustness and applications. Control Engineering Practice, vol. 16, p. 1023–1034, 2008.
- DE KRUIF, B. J. Function Approximation for Learning Control — a Key Sample Based Approach. Tese de doutorado defendida na University of Twente, Enschede, Holanda, 2004.
- DE OLIVEIRA, S. L. Model predictive control (MPC) for constrained non-linear systems. Tese de doutorado defendida no Instituto de Tecnologia da Califórnia, Pasadena, CA, EUA, 1996.
- DE OLIVEIRA, S. L. ; MORARI, M. Contractive model predictive control for constrained non-linear systems. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, n. 6, p. 1053–1071, 2000.
- DE ROOVER, D.; BOSGRA, O. H. Synthesis of Robust Multivariable Iterative Learning Controllers with Application to a Wafer Stage Motion System. International Journal of Control, vol. 73, n. 10, p. 968–979, 2000.

- ESKINAT, E.; JOHNSON, S. H.; LUYBEN, W. L. Use of Hammerstein models in identification of non-linear systems. AICHE Journal, vol. 37, p. 255–268, 1991.
- FRANCOIS, G. ; SRINIVASAN, B. ; BONVIN, D. Use of measurements for enforcing the necessary conditions of optimality in the presence of constraints and uncertainty. Journal of Process Control, vol. 15, n. 6, p. 701–712, 2005.
- GARCÍA, C. E. Quadratic dynamic matrix control of non-linear processes: an application to a batch reactor process. In: AICHE ANNUAL MEETING, 1984. São Francisco, CA, EUA, 1984.
- GARCÍA, C. E. ; PRETT, D. M. ; MORARI, M. Model predictive control: theory and practice - a survey. Automatica, vol. 25, n. 3, p. 335–348, 1989.
- GARDEN, M. Learning control of actuators in control system, US Patent no. 3555252. 1971.
- GATTU, G. ; ZAFIRIOU, E. Nonlinear quadratic dynamic matrix control with state estimation. Ind. Eng. Chem. Res., vol. 31, n. 4, p. 1096–1104, 1992.
- GENG, Z. ; CARROLL, R. ; XIES, J. Two-dimensional model and algorithm analysis for a class of iterative learning control systems. International Journal of Control, vol. 52, p. 833–862, 1990.
- HARA, S. ; YAMAMOTO, Y. ; OMATA, T. ; NAKANO, N. Repetitive control system: A new type servo system for periodic exogeneous signals. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 33, n. 7, p. 659–668, 1988.
- KAVLI, T. Frequency Domain Synthesis of Trajectory Learning Controllers for Robot Manipulators. Journal of Robotic Systems, vol. 9, n. 5, p. 663–680, 1992.
- KEERTHI, S. ; GILBERT, E. Optimal infinite-horizon feedback laws for a general class of constrained discrete-time systems: stability and moving-horizon approximations. Journal of Optimization Theory and Applications, p. 265–293, 1988.
- KIM, W. C. ; CHIN, I. S. ; LEE, K. S. ; CHOI, J. Analysis and reduced-order design of quadratic criterion-based iterative learning control using singular value decomposition. Computers and Chemical Engineering, vol. 24, n. 8, p. 1781–2039, 2000.
- KUREK, J. E. ; ZAREMBA, M. B. Iterative learning control synthesis based on 2-D system theory. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 38, n. 1, p. 121–125, 1993.
- KWAKERNAAK, H. ; SIVAN, R. Linear optimal control systems, 1<sup>a</sup>. ed., Ed. Wiley-Interscience, Nova Iorque, NY, EUA, 1972. 608 p.
- LEE, J. H. ; GUPTA, M. Period-robust repetitive model predictive control. Journal of Process Control, vol. 16, n. 6, p. 545–555, 2006.
- LEE, J. H. ; LEE, K. S. ; KIM, W. C. Model-based iterative learning control with a quadratic criterion for time-varying linear systems. Automatica, vol. 36, n. 5, p. 641–657, 2000.

- LEE, J. H. ; NATARAJAN, S. ; LEE, K. S. A model-based predictive control approach to repetitive control of continuous processes with periodic operations. Journal of Process Control, vol. 11, n. 2, p. 195–207, 2001.
- LEE, J. H. ; RICKER, N. L. Extended Kalman filter based non-linear model predictive control. Ind. Eng. Chem. Res., vol. 33, n. 6, p. 1530–1541, 1994.
- LEE, K. S. ; KIM, W. C. ; LEE, J. H. Model-based iterative learning control with quadratic criterion for linear batch processes. Journal of Control, Automation, and System Engineering, vol. 2, n. 3, p. 148–157, 1996.
- LEE, K. S. ; LEE, J. H. Convergence of constrained model predictive control for batch processes. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, n. 10, p. 1928–1932, 2000.
- LEE, K. S. ; LEE, J. ; CHIN, I. S. ; CHOI, J. ; LEE, J. H. Control of wafer temperature uniformity in rapid thermal processing using an optimal iterative learning control technique. Industrial and Engineering Chemistry Research, vol. 40, n. 7, p. 1661–1672, 2001.
- LEE, K. S. ; LEE, J. H. ; CHIN, I. S. ; LEE, H. J. Model predictive control technique combined with iterative learning control for batch processes. AIChE Journal, vol. 45, n. 10, p. 2175–2187, 1999.
- LI, W. Ch. ; BIEGLER, L. Process control strategies for constrained non-linear systems. Industrial Engineering Chemistry Research, vol. 27, p. 1421–1433, 1988.
- LUCIBELLO, P. Learning control of linear systems. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE. Chicago, IL, EUA, p. 1888–1892, 1992.
- MACIEJOWSKI, J. M. Predictive control with constraints. Nova Jersey. EUA. Ed. Pearson Education, 2001. 352 p.
- MANER, B. R. ; DOYLE, F. J. III ; OGUNNAIKE, B. A. ; PEARSON, R. K. Nonlinear model predictive control of a simulated multivariable polymerization reactor using second-order Volterra models. Automatica, vol. 32, p. 1285–1301, 1996.
- MAYNE, D. Q. ; MICHALSKA, H. Receding horizon control of non linear systems. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 35, p. 814–824, 1990.
- MICHALSKA, H. ; MAYNE, D. Q. Robust receding horizon control of constrained non linear systems. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 38, n. 11, p. 1623–1633, 1993.
- MOORE, K. L. ; DAHLEH, M. ; BHATTACHARYYA, S. P. Iterative learning for trajectory control. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 28, 1989.
- MOORE, K. L. Iterative learning control for deterministic system. Nova Iorque, NY, EUA, Ed. Springer-Verlag, 1993. 152 p.
- MOORE, K. L. Iterative learning control: an expository overview. In: DATTA, B. Applied and Computational Controls, Signal Processing and Circuits: Volume 1, 1 ed., Boston, Ed. Birkhäuser Boston, 1998. p. 425–488.

- MORARI, M. ; LEE, J. H. Model predictive control: Past, present, and future. Computers and Chemical Engineering, vol. 23, n. 4–5, p. 667–682, 1999.
- NAGY, Z. K. ; BRAATZ, R. D. Robust nonlinear model predictive control of batch processes, AIChE Journal, vol. 49, n. 7, p. 1776–1786, 2003.
- NAIDU, D. S. ; OZCELIK, S. ; MOORE, K. L. Modeling, Sensing and Control of Gas Metal Arc Welding, Ed. Elsevier Science Ltd., Oxford, RU, 2003.
- NATARAJAN, S. ; LEE, J. H. Repetitive model predictive control applied to a simulated bed chromatography system. Computers and Chemical Engineering, vol. 24, n. 2–7, p. 1127–1133, 2000.
- NEVISTIĆ, V. Constrained control of non linear systems. ETH-Swiss Federal Institute of Technology, Zurique, Suíça. 1997.
- NEVISTIĆ, V. ; MORARI, M. Constrained control of feedbacklinearizable systems. In: EUROPEAN CONTROL CONFERENCE. Roma, Itália, 1995. p. 1726–1731.
- NICOLAO, G. D. ; MAGNI, L. ; SCATTOLINI, R. Stabilizing non linear receding horizon control via a nonquadratic terminal state penalty. In: SYMPOSIUM ON CONTROL, OPTIMIZATION AND SUPERVISION CESA'96. IMACS MULTICONFERENCE: COMPUTATIONAL ENGINEERING IN SYSTEMS APPLICATIONS. Lille, França, 1996. p.185–187.
- NICOLAO, G. D. ; MAGNI, L. ; SCATTOLINI, R. Stabilizing receding-horizon control of non linear time-varying systems. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 43, n. 7, p.1030–1034, 1998.
- NORQUAY, S. J. ; PALAZOGLU, A. ; ROMAGNOLI, J. A. Non linear model predictive control of pH neutralization using Wiener models. In: WORLD CONGRESS OF THE IFAC, 13, vol. M, São Francisco, CA, EUA, p. 31–36, 1996.
- OGUNNAIKE, B. A. ; RAY, W. H. ; Process dynamics, modeling and control, Ed. Oxford University Press, 1994.
- OH, S. R. ; BIEN, Z. ; SUH, I. H. An iterative learning control method with application for robot manipulator. IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 4, n. 5, p. 508–514, out. 1988.
- PATWARDHAN, A. A. ; RAWLINGS, J. B. ; EDGAR, T. F. Nonlinear model predictive control. Chemical Engineering Communications, vol. 87, p. 123, 1990.
- QIN, S. J. ; BADGWELL, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. Control Engineering Practice, vol. 116, n. 1, p. 129–136, 2003.
- RUSSELL, S. A. ; KESAVAN, P. ; LEE, J.H. ; OGUNNAIKE, B. A. Recursive data-based prediction and control of product quality. AIChE Journal, vol. 44, p. 2442, 1998.

- RUSSELL, S. A. ; ROBERTSON, D. G. ; LEE, J. H. ; OGUNNAIKE, B. A. Modelbased quality monitoring of batch and semi-batch processes. Journal of Process Control, vol. 10, p. 317–332, 2000.
- SCHRIJVER, E. Improved Robot Tracking Control for Laser Welding. Tese de doutorado defendida no Drexel Institute for Mechatronics, University of Twente, 2002.
- SEBORG, D. E. ; EDGAR, T. F. ; MELLICHAMP, D. A. Process dynamics and control, Ed. John Wiley, New York, 2004.
- SISON, L. G. ; CHONG, E. K. P. No-reset iterative learning control. In: IEEE conference on decision and control, 3, vol. 3, Kobe, Japão, 1996. p. 3062–3063.
- SOGO, T. ; ADACHI, N. A gradient-type learning control algorithm for linear systems. In: ASCC, 3, Tóquio, Japão, julho 1994. p. 227–230.
- SRINIVASAN, B. ; BONVIN, D. Controllability and stability of repetitive batch processes. Journal of Process Control, vol. 17, p. 285–295, 2007.
- STUBER, J. D. ; TRACHTENBERG, I. ; EDGAR, T. F. Model-based control of rapid thermal processes. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 33, vol. 1, Lake Buena Vista, FL, EUA. 1994. p.79–85.
- TOGAI, M. ; YAMANO, O. Analysis and design of an optimal learning control scheme for industrial robots: a discrete system approach. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 24, Ft. Lauderdale, FL, EUA, 1985. p. 1399–1404.
- TULLEKEN, H. J. A. F. Grey-box modeling and identification using physical knowledge and Bayesian techniques. Automatica, vol. 29, p. 285–308, 1993.
- VAN OVERSCHEE, P., Subspace Identification: Theory, Implementation, Application. Tese de doutorado defendida na Faculdade de Engenharia, K. U. Leuven (Leuven, Bélgica), fev. 1995, 264 p.
- VELTHUIS, W. J. R. Learning Feed-Forward Control. Tese de doutorado defendida na Universidade de Twente, Enschede, Holanda, 2000.
- XU, J.-X. Direct Learning of Control Input Profiles with Different Time Scales. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 35, Kobe, Japão, dez. 1996.
- XU, J.-X. ; ZHU, T. Dual-scale Direct Learning Control of Trajectory Tracking for a Class of Nonlinear Uncertain Systems. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 44, n. 10, p. 1884–1888, 1999.
- YANG, D. R. ; LEE, K. S. ; AHN, H. J. ; LEE, J. H. Experimental application of a quadratic optimal iterative learning control method for control of wafer temperature uniformity in rapid thermal processing. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, vol. 16, n.1, p. 36–44, fev. 2003.
- YANG, T. H., POLAK, E. Moving horizon control of non linear systems with input saturation, disturbances and plant uncertainty. International Journal of Control, vol. 58, n. 4, p. 875–903, 1993.

- ZAFIRIOU, E. ; ADOMAITIS, R. A. ; GATTU, G. Approach to run-to-run control for rapid thermal processing. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE. Seattle, WA, EUA, 1995. p. 1286–1288.
- ZAFIRIOU, E. ; CHIOU, H. W. Output Constraint Softening for SISO Model Predictive Control. In: ACC, São Francisco, CA, Junho, 1993, p. 372-376.
- ZAFIRIOU, E.; ZHU, J. M. Optimal control of semi-batch processes in the presence of modeling error. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE. São Diego, CA, EUA, 1990. p. 1644–1649.
- ZHENG, A. A computationally efficient non linear model predictive control algorithm. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE. Albuquerque, NM, EUA, 1997.
- ZHENG, A. Non linear model predictive control of the Tennessee–Eastman process. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE. Filadélfia, PA, EUA, 1998.





## APÊNDICE A

### ANÁLISE COMPLEMENTAR DO ESTUDO DE CASOS

No presente capítulo, estão relacionados os resultados referentes as simulações realizadas com diversas plantas e modelos de diferentes características.

#### A.1. Mapeamento estático

##### A.1.1. Sistemas SISO lineares estáveis de fase mínima

Primeiramente, foram realizadas as simulações para uma planta SISO de fase mínima estável, com mapeamento estático. Essas simulações foram realizadas obedecendo a seguinte diretriz. Foi escolhida uma planta e diversos modelos para o caso de fase mínima, de forma a representar diversas situações para o controlador Q-ILC, tanto a planta quanto os modelos no domínio de Laplace. O *software* livre SCILAB<sup>®</sup> 5.2.1 foi utilizado em todas as simulações. O controlador Q-ILC utiliza o modelo para o seu processo de aprendizagem no controle da planta, então é de extrema importância testar várias representações para verificar a ação do controlador. A Equação (4.1) ( $G_{p1}$ ) apresenta a função de transferência da planta que foi estabelecida para o caso de sistema de fase mínima SISO.

Com a planta e um controlador PI, foi realizada a simulação da primeira batelada, que servirá de aproximação para a próxima batelada, a primeira utilizando o controlador Q-ILC. Os modelos utilizados para o caso da planta SISO de fase mínima estável estão apresentados nas Equações (4.9), (4.10) e (4.11).

Foram estudados os seguintes casos:



A Tabela A.2 apresenta a sintonia dos mesmos sistemas apresentados na Tabela A.1, porém quando estão submetidos a restrições. Pode perceber-se que alguns parâmetros foram mantidos entre os casos, enquanto outros foram modificados constantemente. Isso é devido o objetivo de cada um dos parâmetros.  $\mathbf{Q}$  é a variável peso referente a minimização do erro corrente, enquanto  $\mathbf{R}$  é responsável pela variação na variável de entrada do sistema e  $\mathbf{S}$  confere peso a variável folga, necessária ao processo de minimização.

Tabela A.2 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para casos SISO mapeados estaticamente.

	Casos estudados											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\mathbf{Q}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,3	1,0	1,0	0,6	1,0	1,0
$\mathbf{R}$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
$\mathbf{S}$	1,0	1,0	10,0	1,0	1,0	1,0	10,0	10,0	1,35	1,35	1,0	1,0
$\mathbf{u}_{low}$	-1,7	-1,75	-1,75	-4,5	-5,0	-4,5	-6,0	-6,5	-4,0	-4,0	-1,5	-1,5
$\mathbf{u}_{high}$	3,0	3,25	3,0	3,5	3,5	3,5	6,8	7,0	5,0	5,0	1,0	1,0
$\Delta\mathbf{u}$	0,2	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	6,3	6,5	0,5	2,0	0,8	0,8
$\delta\mathbf{u}$	0,6	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	6,3	6,5	2,0	2,0	2,0	1,0
$\mathbf{y}_{low}$	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1
$\mathbf{y}_{high}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,5	1,5

Após o estudo do caso em que o modelo é igual a planta, que se encontra no Capítulo 4, estudou-se separadamente duas abordagens para quando existe desvio entre a planta e o modelo. A primeira abordagem leva em conta o erro no ganho do estado estacionário e comportamento dinâmico, em que se preocupou em utilizar um modelo de mesma ordem que a planta. Para este caso, o modelo utilizado ( $G_{m1,2}$ ) está apresentado na Equação (4.10). Uma vez que não houve mudança na planta, estabeleceu-se os mesmos valores para as constantes do controlador PI.

A Figura A.1 apresenta as trajetórias do sinal de saída da planta para as bateladas simuladas, para o caso de se utilizar um modelo com desvio da planta, embora que com a mesma ordem da planta, fazendo a simulação sem restrição.

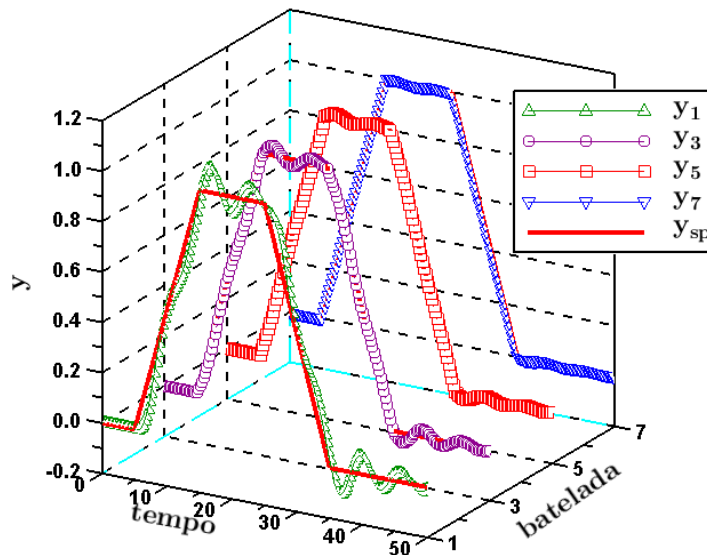


Figura A.1 – Comportamento da saída da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,2}$  - sem restrição.

A Figura A.2 apresenta as trajetórias da variável manipulada para as bateladas correspondentes as bateladas apresentadas na Figura A.1.

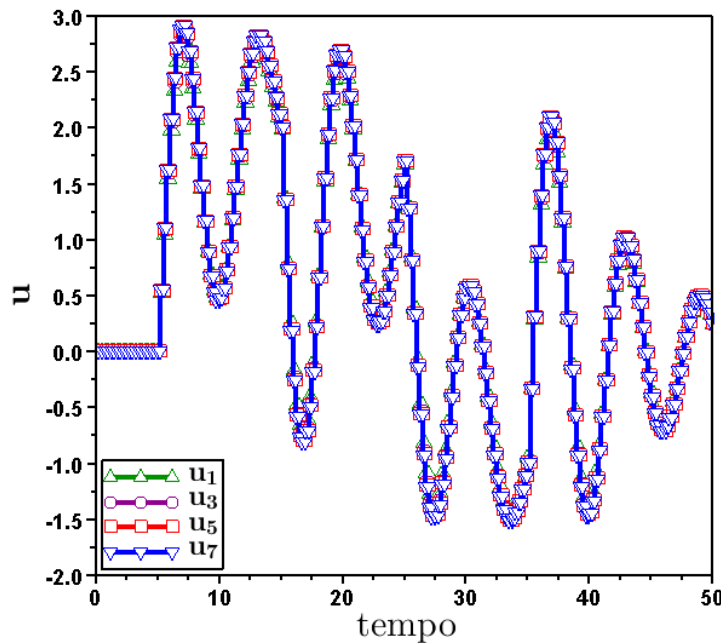


Figura A.2 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,2}$  - sem restrição.

As Figura A.3 e Figura A.4 apresentam as respostas da planta e as trajetórias da variável manipulada respectivamente, para o caso quando se utilizam as restrições, apresentadas na Tabela A.2.

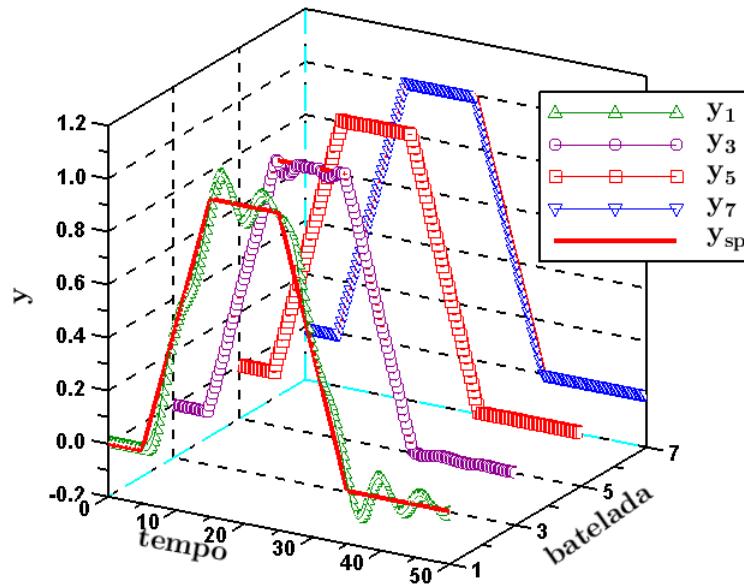


Figura A.3 – Comportamento da saída da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,2}$  - com restrição.

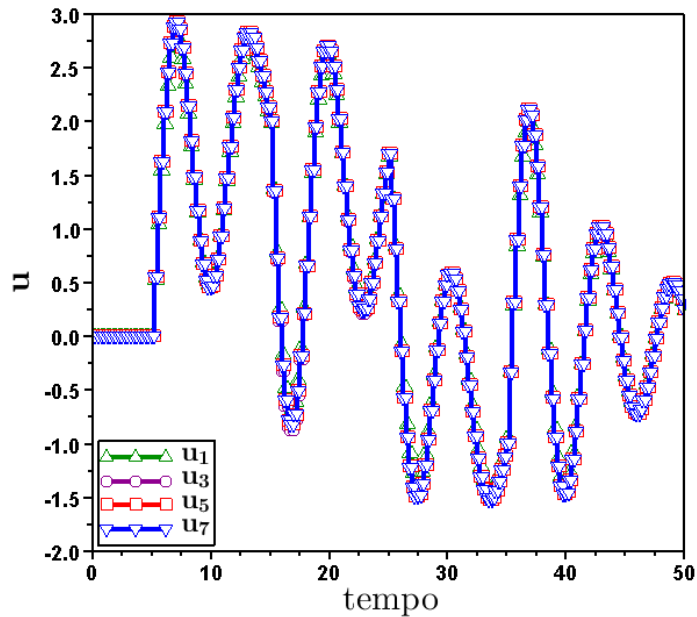


Figura A.4 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,2}$  - com restrição.

Uma vez que a planta utilizada nesse caso é a mesma, com os mesmo parâmetros para o controlador PI, a análise da primeira batelada é a mesma apresentada no caso da planta  $G_{p1}$  com modelo  $G_{m1,1}$ . Porém, a modificação do modelo, nesse caso, agiu de forma a tornar o controlador Q-ILC mais suave entre as bateladas, mostrando melhor na Figura A.1 e na Figura A.7 o progresso existente no processo de aprendizagem. Diferente do primeiro caso, em que o Q-ILC agiu rigorosamente e rapidamente, a modificação do modelo nesse caso fez com que o Q-ILC levasse o processo mais lentamente para o *setpoint*.

Percebe-se também, que por influência da diferença entre o ganho de estado estacionário do modelo  $G_{m1,2}$  e da planta  $G_{p1}$ , o processo de aprendizagem do Q-ILC foi mais lento que o apresentado no primeiro caso, tanto sem restrição como com restrição.

A segunda abordagem estudada para a existência de diferenças entre planta e modelo é quando se utiliza um modelo de ordem diferente que a planta. Nesse caso, se utilizou o modelo  $G_{m1,3}$ , apresentado na Equação (4.12). Os parâmetros do controlador PI estão apresentados na Tabela 4.2, assim como os parâmetros para o controlador Q-ILC, são apresentados na Tabela A.2.

O gráfico da Figura A.9 apresenta as trajetórias de saída ( $y_1$ ,  $y_3$ ,  $y_5$  e  $y_7$ ), além da trajetória do *setpoint* ( $y_{sp}$ ), cuja trajetória ( $y_1$ ) é relativo ao controlador PI, enquanto que as outras trajetórias ( $y_3$ ,  $y_5$  e  $y_7$ ) são relativas ao controlador Q-ILC, para o caso em que não existe restrição.

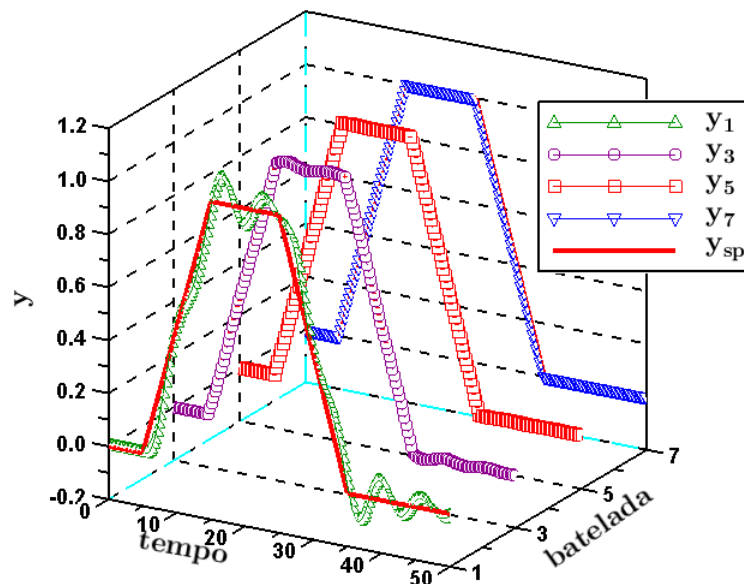


Figura A.5 – Comportamento da saída da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,3}$  - sem restrição.

As trajetórias apresentadas na Figura A.6 apresenta os perfis da variável manipulada para as bateladas correspondentes, sendo  $u_1$  relativo a  $y_1$ ,  $u_3$  relativo a  $y_3$ , e assim por diante, referentes a Figura A.5.

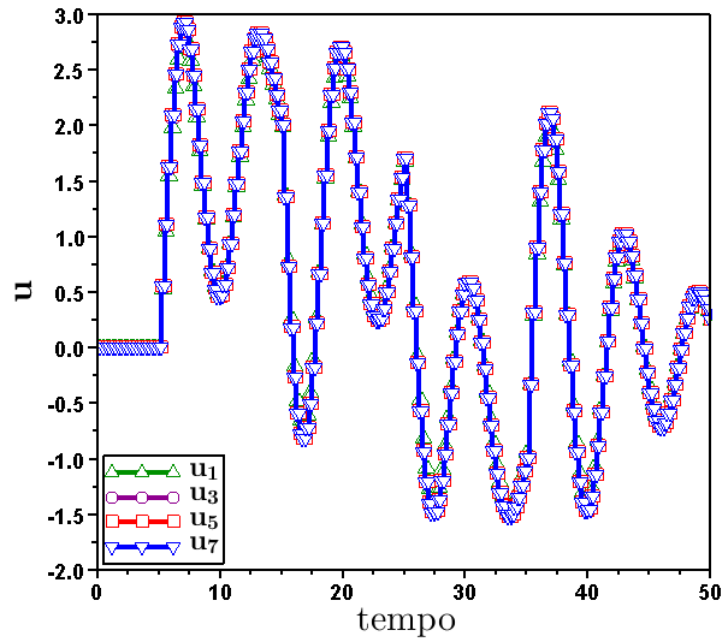


Figura A.6 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,3}$  - sem restrição.

Como verificado no primeiro caso, a Figura A.5 e a Figura A.6 apresentam o controlador Q-ILC mantendo o rastreamento do *setpoint* em todas as bateladas, sendo graficamente praticamente indistinguível a diferença entre as bateladas controladas pelo Q-ILC.

O gráfico da Figura A.7 apresenta as trajetórias de saída relativas ao controlador Q-ILC, para o caso em que existem restrições, que estão definidas na Tabela A.2.

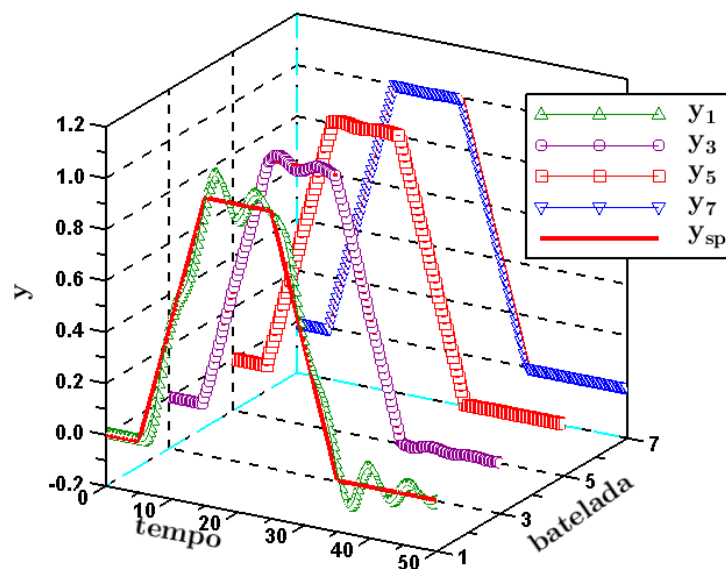


Figura A.7 – Comportamento da saída da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,3}$  - com restrição.

As trajetórias apresentadas na Figura A.8 apresenta os perfis da variável manipulada para as bateladas correspondentes, quando existe restrições ao controlador Q-ILC.

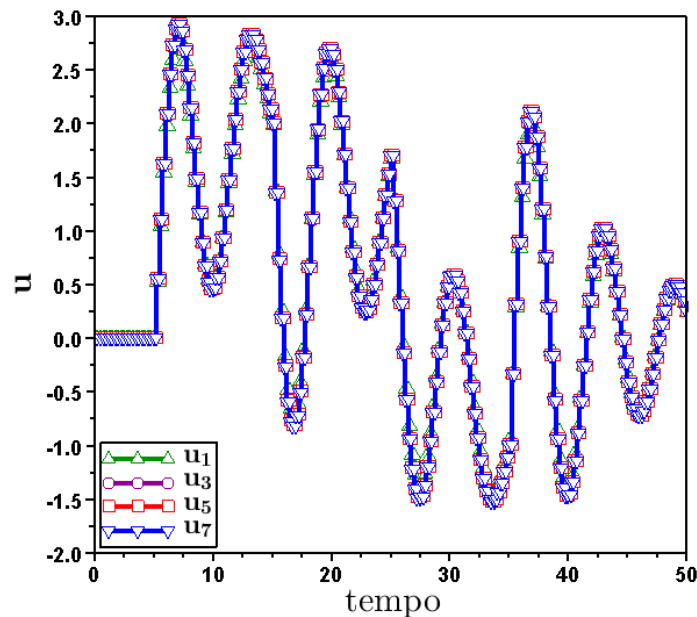


Figura A.8 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p1}$  com o modelo  $G_{m1,3}$  - com restrição.

### A.1.2. Sistema SISO linear instável de fase mínima

Prosseguindo com as simulações, após os estudos sobre a planta SISO estável de fase mínima e o comportamento dos modelos propostos, torna-se necessário o estudo de plantas instáveis. Nessa próxima etapa, a planta escolhida foi escolhida e está apresentada na Equação (4.2) ( $G_{p2}$ ). Essa planta SISO de fase mínima apresenta instabilidade, facilmente visualizada devido a existência de um pólo positivo. Fez se a análise dos seguintes casos:

- planta e modelo instáveis e iguais,  $G_{m2,1}$  – Equação (4.12);
- planta instável e modelo instável diferente,  $G_{m2,2}$  – Equação (4.13);
- planta instável com modelo estável,  $G_{m2,3}$  – Equação (4.14);

Para todos os casos apresentados acima, como a planta foi mantida a mesma, as constantes do controlador PI foram encontradas através de um algoritmo de evolução diferencial, preparado somente com o propósito de facilitar a sintonia do controlador PI. Os valores obtidos para o controlador discreto PI apresentado na Equação (A.1) são os seguintes:  $K_c = 16,29$  e  $\tau_I = 16,34$ , em unidades usuais. O tempo de amostragem foi mantido o mesmo,  $T_i = 0,25$ . Os parâmetros do controlador Q-ILC foram definidos como estão apresentados na Tabela 4.2.



Manteve-se os mesmos padrões para as simulações, considerando 7 bateladas, em que a primeira delas era a estimativa obtida através do controlador PI. Foram também calculados os índices de desempenho para cada uma das bateladas, em todos os casos.

Os resultados para o caso em que o modelo é igual a planta estão apresentados no Capítulo 4. Modificando o modelo, tornando o como o da Equação (4.13), para o sistema sem restrições, obtivemos os dados de saída do sistema na Figura A.9, nas mesmas especificações do caso anterior, para planta SISO instável de fase mínima. As sintonias do controlador Q-ILC sem restrição estão apresentadas na Tabela A.1, enquanto que as restrições e as sintonias do controlador Q-ILC com restrição estão relacionadas na Tabela A.2.

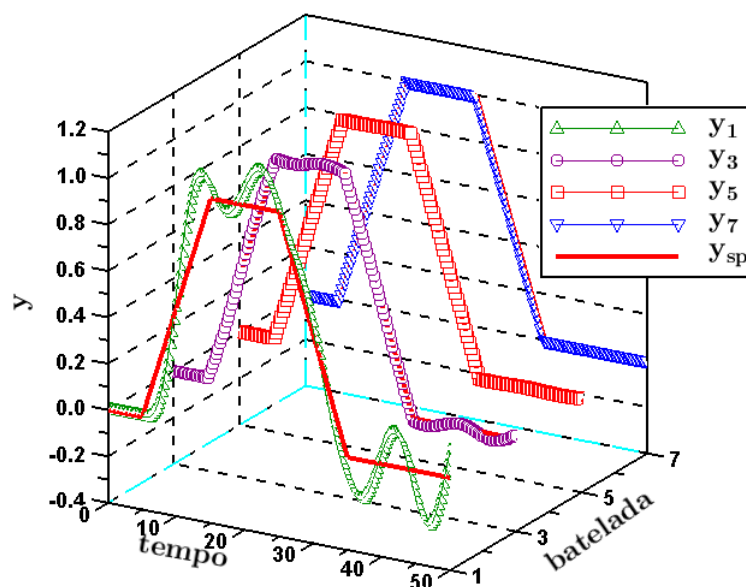


Figura A.9 – Comportamento da saída da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,2}$  - sem restrição.

A Figura A.10 apresenta as trajetórias da variável manipulada para quando não existem restrições e o modelo difere da planta, de acordo com a Equação (4.14).

Verificando a Figura A.9 e a Figura A.10, pode se perceber mais claramente o processo de aprendizagem do controlador Q-ILC. Fica perceptível devido a diferença existente entre o modelo e a planta, perceptível quando verifica-se o ganho do estado estacionário da planta e do modelo.

Ficou mais uma vez evidenciado o processo de aprendizagem existente entre as bateladas, fazendo com que o rastreamento do *setpoint* fosse mais preciso quanto maior o número de bateladas.

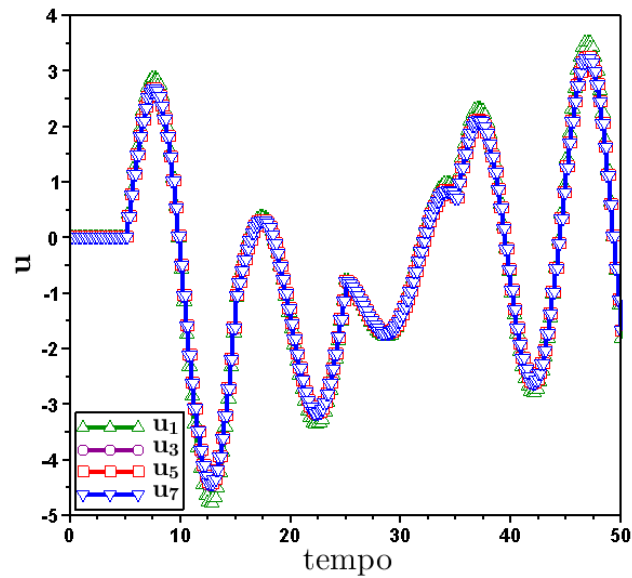


Figura A.10 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,2}$  - sem restrição.

A Figura A.11 apresenta as trajetórias de saída do sistema controlado, de acordo com cada batelada que o processo foi submetido, para quando existem restrições ao sistema apresentadas todas na Tabela A.2.

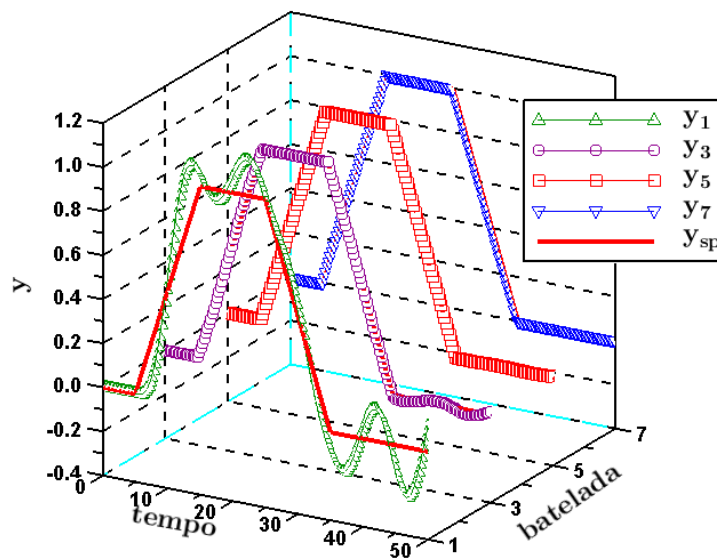


Figura A.11 – Comportamento da saída da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,2}$  - com restrição.

A Figura A.12 apresenta as trajetórias da variável manipulada, referentes as saídas apresentadas na Figura A.11.

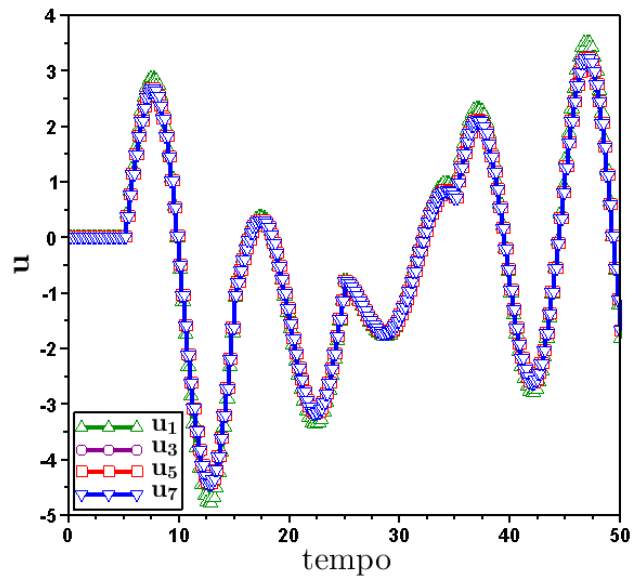


Figura A.12 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,2}$  - com restrição.

Para a última análise da planta SISO instável de fase mínima, estabeleceu-se a utilização de um modelo estável, para servir ao controlador Q-ILC

Graficamente, percebe-se nas Figuras A.11 e A.12 que existe um desvio existente tanto entre a trajetória de saída do controlador PI ( $y_1$ ) e os subsequentes perfis calculados através do processo de aprendizagem do controlador Q-ILC ( $y_3$ ,  $y_5$  e  $y_7$ ), quanto entre a trajetória da variável manipulada utilizada pelo controlador PI ( $u_1$ ) e as outras trajetórias atualizadas para a utilização do controlador Q-ILC ( $u_3$ ,  $u_5$  e  $u_7$ ).

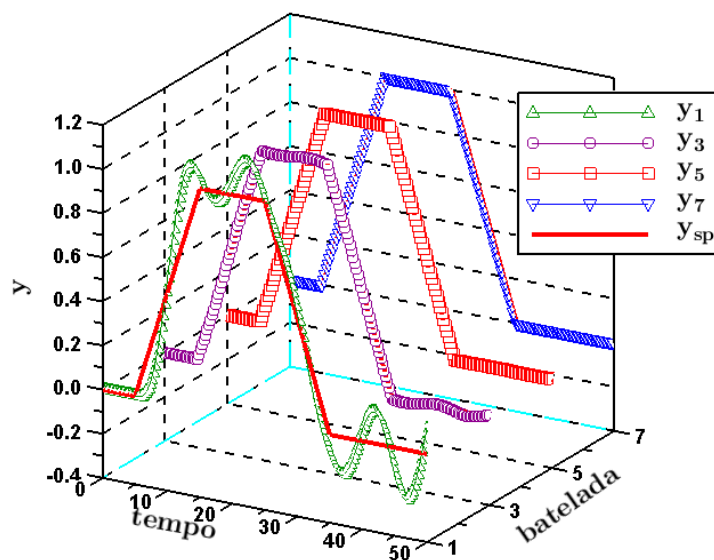


Figura A.13 – Comportamento da saída da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,3}$  - sem restrição.

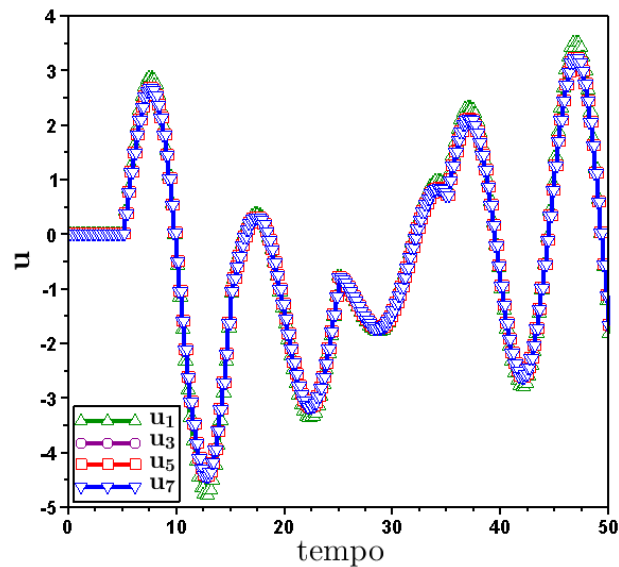


Figura A.14 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,3}$  - sem restrição.

Na Figura A.13, é fácil visualizar que o PI não se adéqua de maneira satisfatória a *setpoint*, e que a partir das primeiras iterações do controlador Q-ILC, a saída do sistema passa a realizar o rastreamento eficaz da trajetória de *setpoint*, mantendo o processo de melhoramento ao longo de todas as bateladas posteriores. Na Figura A.14 existe a diferença entre a trajetória da variável manipulada para a batelada utilizando o controlador PI e as trajetórias da variável manipulada para as outras bateladas que foram encontradas utilizando o processo de aprendizagem do Q-ILC.

Para o fato de existir a diferença entre modelo estável e planta instável, foi necessário utilizar um modelo que possuísse um ganho de estado estacionário de mesmo sinal que o ganho de estado estacionário da planta instável em questão. Isso mostra que um dos fatores determinantes ao controlador Q-ILC com mapeamento estático é o ganho do estado estacionário, e a diferença entre estes valores da planta e do modelo utilizado.

Para o caso com restrições apresentadas na Tabela A.2, a Figura A.15 e a Figura A.16 apresentam os resultados.

A Figura A.15 apresenta o comportamento do sinal de saída para o caso em que são utilizadas as restrições. O comportamento dos sinais foi mais suave do que no caso sem restrição. A Figura A.16 apresenta a trajetória da variável manipulada para cada batelada simulada. O fato de o mapeamento estático ter sido utilizado contribuiu para que essas trajetórias pouco se modificassem.

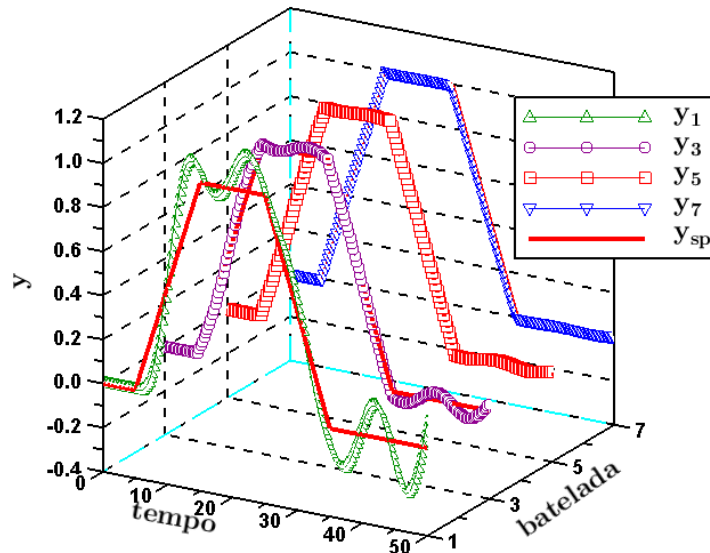


Figura A.15 – Comportamento da saída da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,3}$  - com restrição.

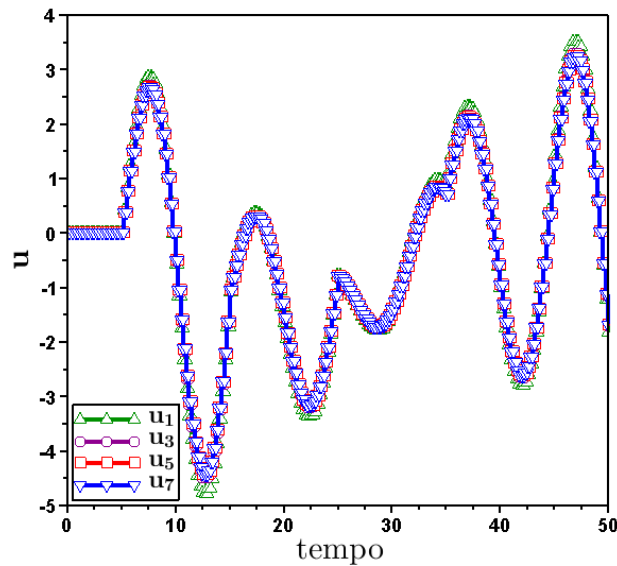


Figura A.16 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p2}$  com o modelo  $G_{m2,3}$  - com restrição.

### A.1.3. Sistemas SISO lineares de fase não mínima

Uma vez estudadas uma variada gama de sistemas SISO de fase mínima, torna-se importante estudar também os sistemas de fase não mínima. Para os sistemas SISO de fase não mínima foram definidos alguns critérios para obter plantas para as análises. Para cobrir a maior parte dos aspectos de plantas de fase não mínima, foram escolhidas algumas plantas, de acordo com as características que se desejava obter.

As características desejáveis foram:

- planta de fase não mínima com atraso,  $G_{p3}$  – Equação (4.3);
- planta de fase não mínima com zero positivo,  $G_{p4}$  – Equação (4.4);
- planta de fase não mínima instável,  $G_{p5}$  – Equação (4.5);

Para cada uma das características foram analisadas duas situações: sem desvio planta modelo – Equações (4.15), (4.17) e (4.19), respectivamente  $G_{m3,1}$ ,  $G_{m4,1}$  e  $G_{m5,1}$  – e com desvio planta modelo. Quando estudado a situação de desvio entre planta e modelo, os desvios foram estabelecidos da seguinte forma:

- desvio no tempo morto,  $G_{m3,2}$  – Equação (4.16);
- desvio no zero positivo,  $G_{m4,2}$  – Equação (4.18);
- desvio no pólo positivo,  $G_{m5,2}$  – Equação (4.20);

Para obter as estimativas iniciais, ou seja, os dados de uma batelada inicial para o processo de aprendizagem do Q-ILC, nos casos de planta SISO com atraso e com zero positivo, foi utilizado um controlador PID (Proporcional Integral Derivativo) discreto, cuja função de transferência é apresentada na Equação (A.2), enquanto que no caso de planta de fase não mínima instável foi utilizado um controlador PI discreto, como definido na Equação (A.1).

$$G_{cPID} = \frac{K_c}{1-z^{-1}} \left( \left( 1 + \left( \frac{T_i}{\tau_i} \right) + \left( \frac{\tau_D}{T_i} \right) \right) - \left( 2 \left( \frac{\tau_D}{T_i} \right) + 1 \right) (1 - z^{-1}) + \left( \frac{\tau_D}{T_i} \right) z^{-2} \right) \quad (A.2)$$

Para cada caso, foi necessário realizar uma sintonia do controlador PID discreto, que foram apresentadas juntamente com o desenvolvimento de cada um destes. Os parâmetros do controlador Q-ILC utilizados estão apresentados na Tabela A.1 e na Tabela A.2.

A simulação utilizando um modelo idêntico a planta com atraso está apresentado no Capítulo 4, e após esse estudo, fez-se necessário modificar o modelo ( $G_{m3,2}$ ), para analisar o comportamento do controlador Q-ILC perante essas modificações. Os parâmetros do controlador PID foram mantidos os mesmos, assim como o tempo de amostragem do sistema, porém foi necessário realizar pequenos ajustes aos parâmetros do controlador Q-ILC, como apresentado na Tabela A.1. As trajetórias de saída para o sistema SISO de fase não mínima com atraso com desvio planta modelo foram apresentadas na Figura A.17, quando não submetidas a restrições.

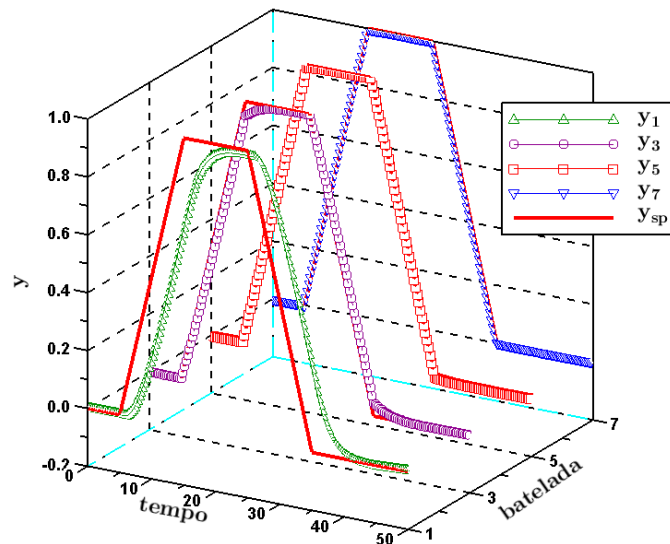


Figura A.17 – Comportamento da saída da planta  $G_{p3}$  com o modelo  $G_{m3,2}$  - sem restrição.

As trajetórias da variável manipulada, com os quais o sistema obteve a resposta apresentada na Figura A.17 foram apresentadas na Figura A.18.

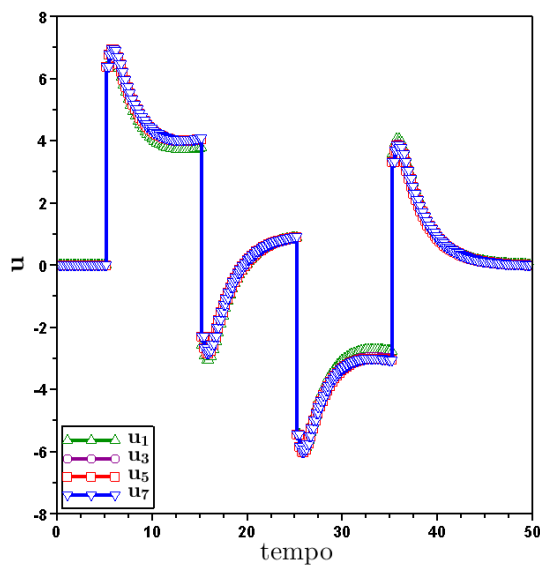


Figura A.18 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p3}$  com o modelo  $G_{m3,2}$  - sem restrição.

A resposta do sistema apresentado na Figura A.17 possui comportamento parecido a resposta do sistema para o caso em que o modelo é igual a planta (Figura 4.11). Isso é devido a metodologia do Q-ILC, quando utilizado mapeamento estático, ser susceptível ao ganho em estado estacionário da planta e do modelo. A modificação do modelo ( $G_{m3,2}$ ) foi insuficiente para modificar o comportamento. A Figura A.18 mostra, assim como no caso anterior, a

grande variação da variável manipulada, que pode ser considerado ruim para um sistema de controle, devido a exigência do *setpoint* e as características do sistema.

A Figura A.19 e a Figura A.20 apresentam as respostas ao controle e as trajetórias da variável manipulada, respectivamente, com as restrições ativas para os valores apresentados na Tabela 4.2.

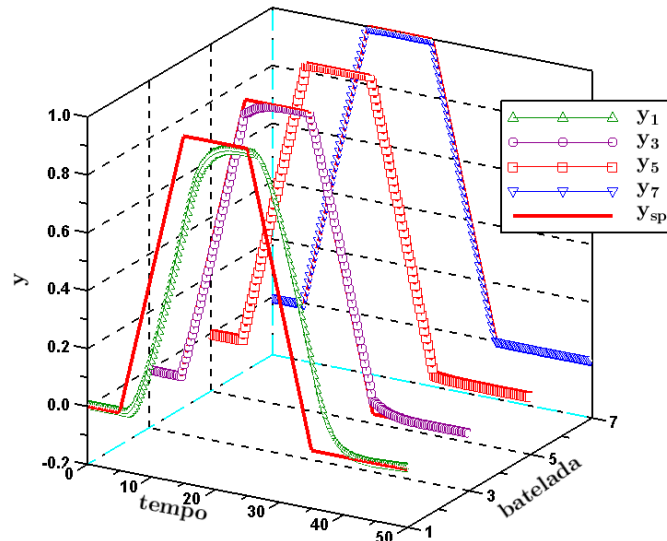


Figura A.19 – Comportamento da saída da planta  $G_{p3}$  com o modelo  $G_{m3,2}$  - com restrição.

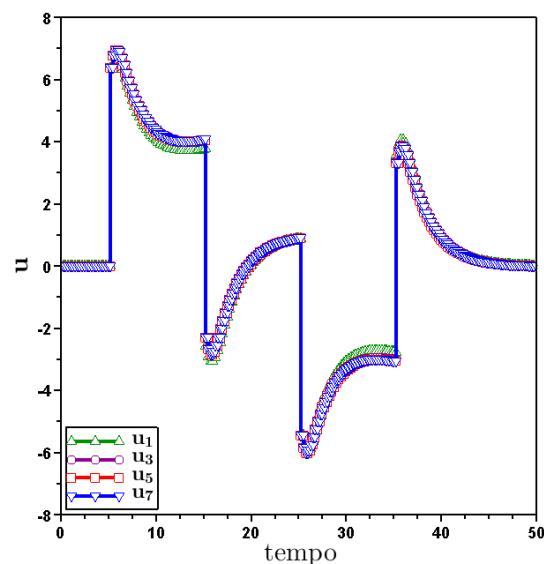


Figura A.20 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p3}$  com o modelo  $G_{m3,2}$  - com restrição.

Seguindo os procedimentos utilizados nos casos anteriores, realizou-se a simulação para um sistema SISO de fase não mínima com atraso. Os resultados para o caso em que se



utiliza a planta ( $G_{p4}$ ) juntamente com o modelo identificado pela Equação (4.17) estão apresentados no Capítulo 4.

Mantendo a mesma planta ( $G_{p4}$ ), e modificando o modelo para o da Equação (4.18) ( $G_{m4,2}$ ), realizou-se o mesmo procedimento feito para todos os casos, fazendo a simulação para os casos sem e com restrição, atendendo os parâmetros especificados na Tabela 4.2.

A Figura A.21 e a Figura A.22 apresentam as respostas e trajetórias da variável manipulada, respectivamente, para o caso sem restrição, enquanto que a Figura A.23 e a Figura A.24 apresentam as mesmas trajetórias para o processo com restrição.

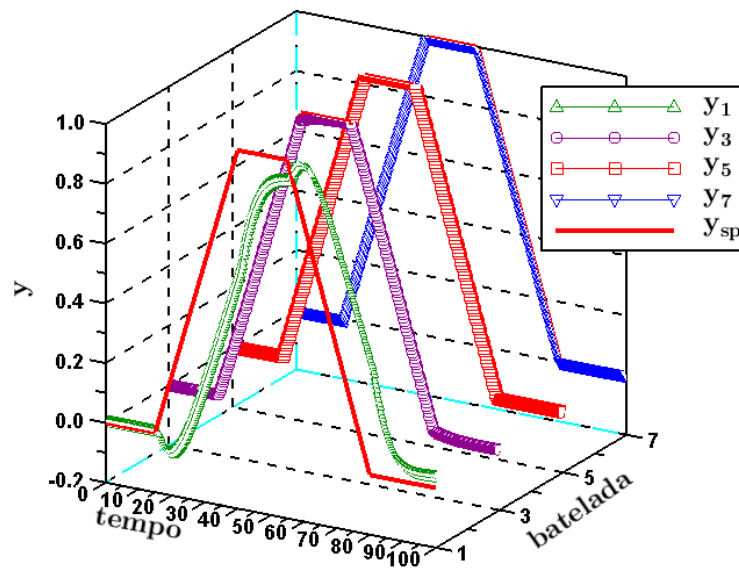


Figura A.21 – Comportamento da saída da planta  $G_{p4}$  com o modelo  $G_{m4,2}$  - sem restrição.

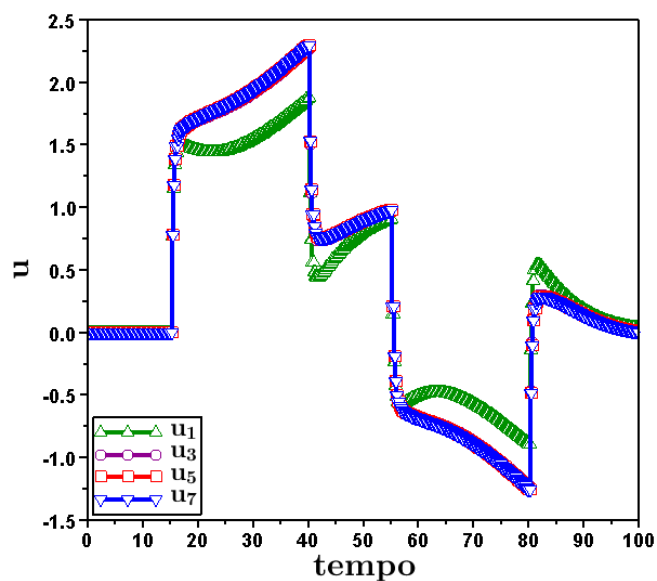


Figura A.22 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p4}$  com o modelo  $G_{m4,2}$  - sem restrição.

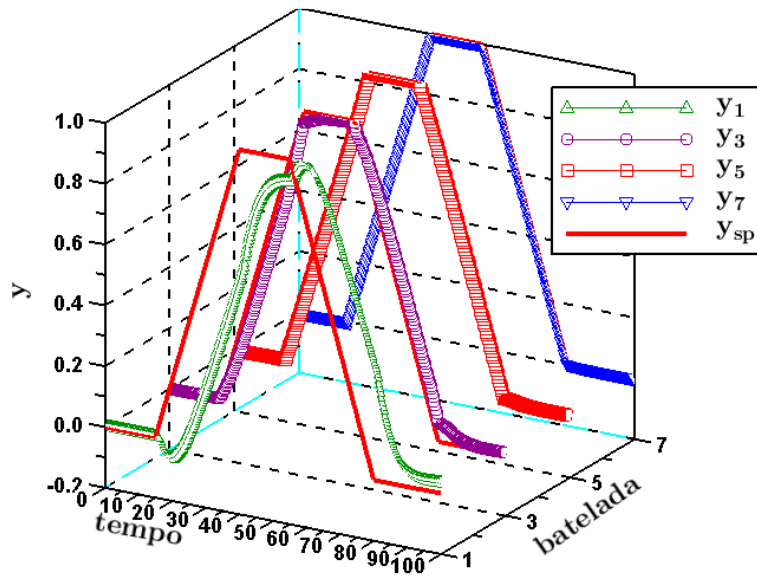


Figura A.23 – Comportamento da saída da planta  $G_{p4}$  com o modelo  $G_{m4,2}$  - com restrição.

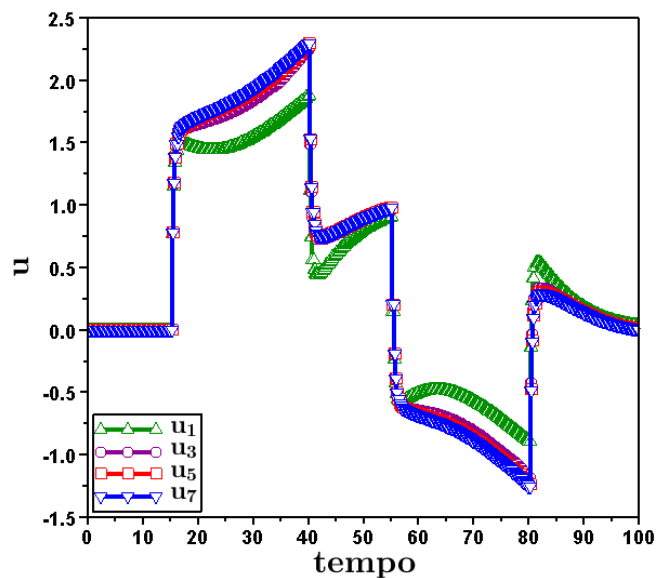


Figura A.24 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p4}$  com o modelo  $G_{m4,2}$  - com restrição.

Pode-se traçar um paralelo entre a Figura A.21 e a Figura A.23, mostrando o quanto a restrição faz com que o rastreamento da trajetória de referência seja mais lento do que comparado ao processo simulado sem restrições. Apesar disso, é importante a inclusão das restrições, mesmo que tornando o controle mais lento, já que estas garantem a segurança do processo, prevenindo até mesmo o desgaste dos componentes de controle, como válvulas e sensores.

Após o estudo de plantas com atraso e de plantas com zero positivo, restou o estudo da instabilidade de plantas de fase não mínima. A planta estudada, apresentada na Equação (4.5) ( $G_{p5}$ ) foi aplicada ao controlador Q-ILC juntamente com dois modelos diferentes, o primeiro onde não existia desvio entre planta e modelo – Equação (4.19) ( $G_{m5,1}$ ) – e o segundo quando se modificou o modelo – Equação (4.20) ( $G_{m5,2}$ ). Os parâmetros dos controladores PI e Q-ILC, além dos tempos de amostragem para cada combinação estão apresentados na Tabela 4.2.

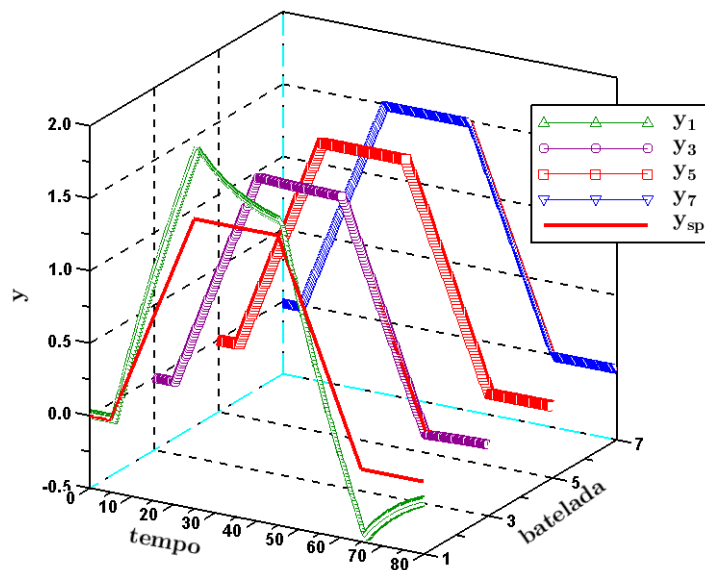


Figura A.25 – Comportamento da saída da planta  $G_{p5}$  com o modelo  $G_{m5,1}$  - sem restrição.

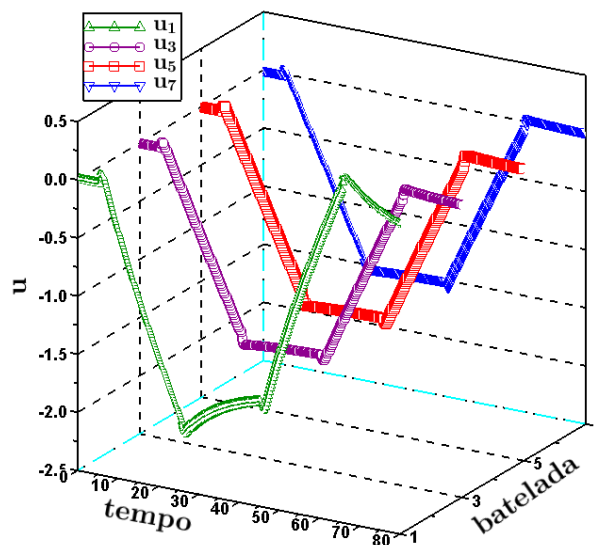


Figura A.26 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p5}$  com o modelo  $G_{m5,1}$  - sem restrição.

Primeiramente fez-se a simulação da planta  $G_{p5}$  quando não existe desvio planta modelo ( $G_{m5,1}$ ), sem nenhuma restrição ao controlador Q-ILC. A Figura A.25 e a Figura A.26 apresentam as trajetórias de resposta e da variável manipulada, respectivamente.

A Figura A.26 apresenta o comportamento do sinal da variável manipulada para todo o processo de aprendizagem, até a sétima batelada. Através dessas trajetórias, verifica-se que o fato da planta de fase mínima instável possuir ganho em estado estacionário negativo influencia nos valores obtidos, já que um sinal negativo da variável manipulada faz com que a resposta da planta seja positiva, como visualizado na Figura A.25.

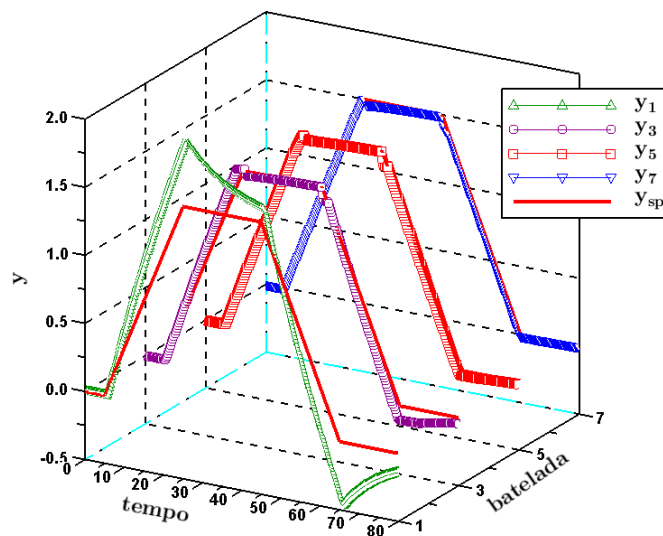


Figura A.27 – Comportamento da saída da planta  $G_{p5}$  com o modelo  $G_{m5,1}$  - com restrição.

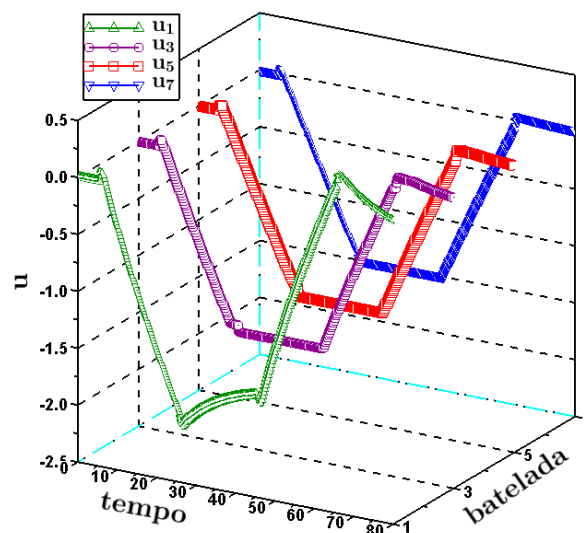


Figura A.28 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p5}$  com o modelo  $G_{m5,1}$  - com restrição.

Para o caso com restrições cujos valores estão relacionados na Tabela 4.2, a simulação realizada apresentou como resultados a Figura A.27 e a Figura A.28.

Modificando o modelo, e fazendo o igual a Equação (4.21) ( $G_{m5,2}$ ), utilizou-se os parâmetros de controlador PI e Q-ILC, assim como os valores de restrição e tempo de amostragem especificados na Tabela 4.2, para realizar-se a simulação para o processo sem e com restrição. A Figura A.29 e a Figura A.30 apresentam os resultados para o processo sem restrição.

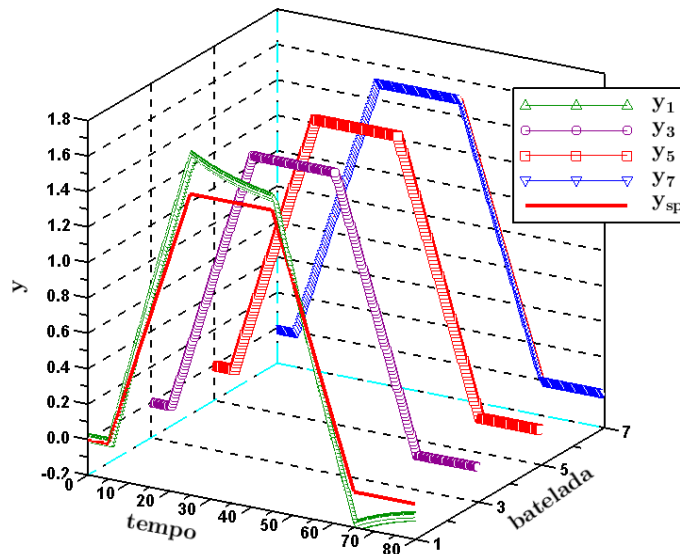


Figura A.29 – Comportamento da saída da planta  $G_{p5}$  com o modelo  $G_{m5,2}$  - sem restrição.

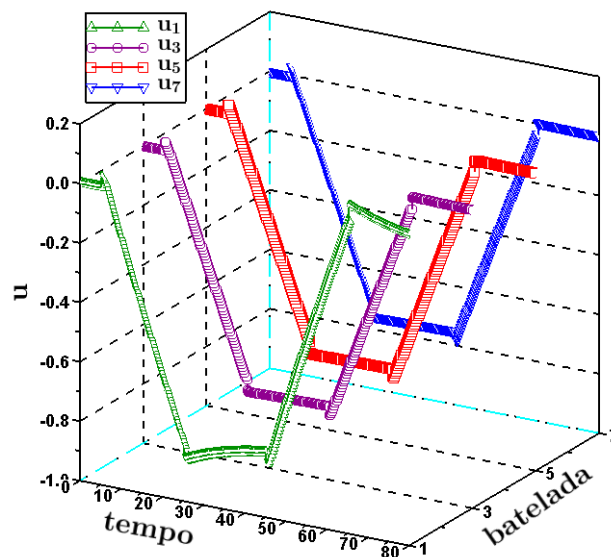


Figura A.30 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p5}$  com o modelo  $G_{m5,2}$  - sem restrição.

O problema sem restrição é facilmente controlado, mantendo o *setpoint* em todas as bateladas controladas com a metodologia de controle Q-ILC. Tornando o processo restrito, com as restrições apresentadas na Tabela 4.2, o comportamento da saída do sistema e da variável manipulada foram apresentados respectivamente na Figura A.31 e na Figura A.32.

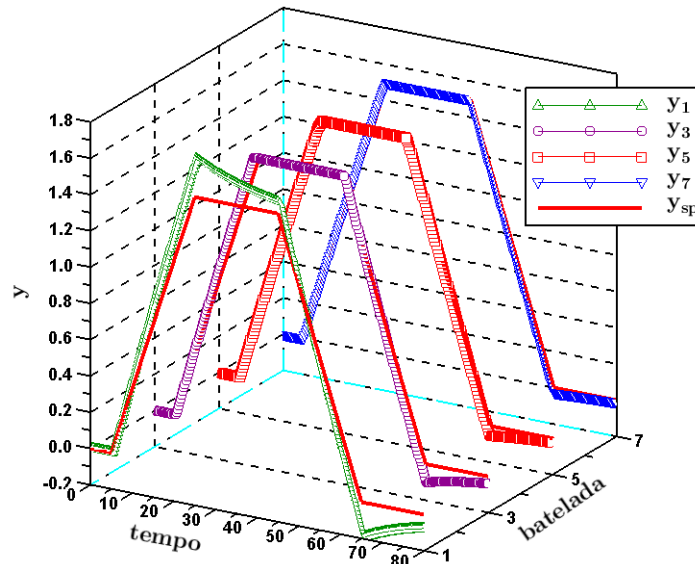


Figura A.31 – Comportamento da saída da planta  $G_{p5}$  com o modelo  $G_{m5,2}$  - com restrição.

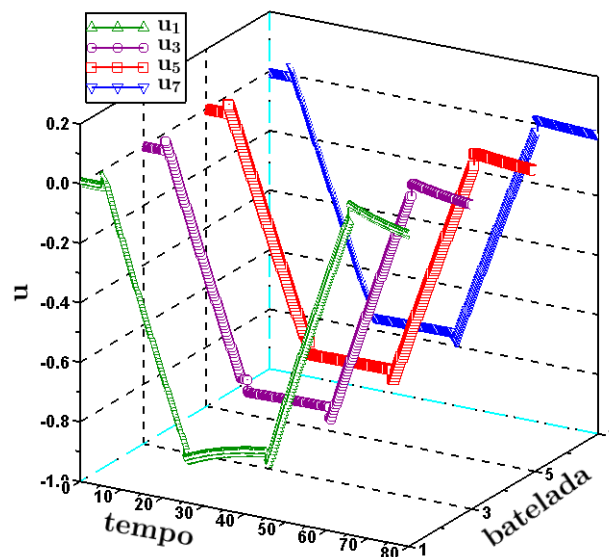


Figura A.32 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p5}$  com o modelo  $G_{m5,2}$  - com restrição.

O comportamento dos sinais de saída da Figura A.31 mostra que as restrições tornaram o processo de aprendizagem mais devagar nessa situação. O comportamento da variável manipulada na Figura A.32 apresentou basicamente o mesmo padrão de

comportamento que o processo sem restrição.

#### A.1.4. Sistemas MIMO

Após o estudo de plantas SISO de fase mínima e fase não mínima, com mapeamento estático, tornou-se evidente a necessidade do estudo de sistemas MIMO, tanto de fase mínima quanto de fase não mínima. Foram escolhidas duas plantas MIMO – Equações (4.6) e (4.7) respectivamente  $G_{p6}$  e  $G_{p7}$  – para o estudo com mapeamento estático, porém pela dificuldade de encontrarem-se modelos com características parecidas com as plantas, foram realizados somente simulações sem desvio planta modelo ( $G_{m6} = G_{p6}$  e  $G_{m7} = G_{p7}$ ).

Todos os parâmetros do controlador Q-ILC utilizados para as simulações das plantas MIMO com mapeamento estático sem restrição estão relacionados nas Tabela A.3.

Tabela A.3 – Sintonia do controlador Q-ILC sem restrição para casos MIMO com mapeamento estático.  $\text{diag}([\ ])$  é referente a matriz cuja diagonal é apresentada entre colchetes.

		Casos estudados	
		13	14
Q		$\text{diag}([1,0;1,0])$	$\text{diag}([1,0;1,0])$
R		$\text{diag}([0,02;0,02])$	$\text{diag}([0,2;0,2])$

As restrições foram escolhidas com o objetivo de permitirem o livre movimento das variáveis de controle, em alguns casos até mesmo com algumas delas sendo desativadas para que o procedimento de aprendizado funcionasse corretamente.

A primeira planta MIMO a ser estudada ( $G_{p6}$ ) possui duas variáveis manipuladas,  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_2$ , e duas saídas do sistema,  $\mathbf{y}_1$  e  $\mathbf{y}_2$ . Nesse primeiro caso, a estimativa para o controlador Q-ILC foi obtida através de um controlador PI discreto apresentado na Equação (A.4).

$$\mathbf{G}_{cPI,MIMO} = \begin{bmatrix} K_{c1} \left( \frac{\left(1 + \frac{T_i}{\tau_{I1}}\right) - z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right) & 0 \\ 0 & K_{c2} \left( \frac{\left(1 + \frac{T_i}{\tau_{I2}}\right) - z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

A sintonia do controlador PI discreto apresentado na Equação (A.4) foi feita de maneira a encontrar rapidamente o melhor ajuste ao *setpoint*, sem preocupação quanto ao perfeito rastreamento para o controlador em questão. Quanto ao controlador Q-ILC, foi feito o

esforço somente de encontrar os valores das variáveis peso para manter o rastreamento do *setpoint* ao longo de todo o processo de aprendizagem.

Na Tabela A.4 estão relacionadas as sintonias e restrições para as plantas MIMO com mapeamento estático.

Tabela A.4 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para casos MIMO com mapeamento estático.  $\text{diag}([\ ])$  é referente a matriz cuja diagonal é apresentada entre colchetes. Os índices 1 e 2 são referentes as múltiplas entradas e saídas do sistema.

		Casos estudados	
		13	14
<b>Q</b>		$\text{diag}([1,0;1,0])$	$\text{diag}([1,0;1,0])$
<b>R</b>		$\text{diag}([0,02;0,02])$	$\text{diag}([0,2;0,2])$
<b>S</b>		$\text{diag}([1,0;1,0])$	$\text{diag}([1,0;1,0])$
$\mathbf{u}_{low}$	$\mathbf{u}_1$	-0,4	-0,1
	$\mathbf{u}_2$	-1,3	-0,3
$\mathbf{u}_{high}$	$\mathbf{u}_1$	2,0	0,25
	$\mathbf{u}_2$	0,2	0,3
$\Delta \mathbf{u}$		0,25	0,5
$\delta \mathbf{u}$		0,15	0,1
$\mathbf{y}_{low}$	$\mathbf{y}_1$	-0,1	-0,1
	$\mathbf{y}_2$	-0,1	-0,1
$\mathbf{y}_{high}$	$\mathbf{y}_1$	1,01	1,0
	$\mathbf{y}_2$	0,68	0,7

A Figura A.33 apresenta as trajetórias de saída ao longo das diversas bateladas simuladas, para cada uma das saídas,  $y_1$  e  $y_2$ , sem restrições.

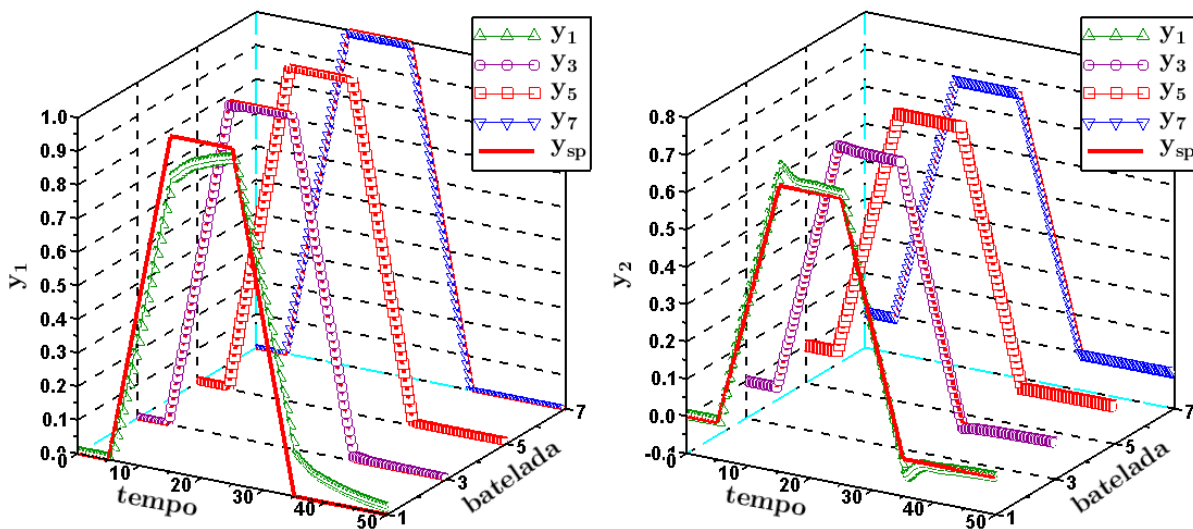


Figura A.33 – Comportamento das saídas da planta  $G_{p6}$  com o modelo  $G_{m6}$  - sem restrição.

A Figura A.34 apresenta as trajetórias das variáveis manipuladas,  $u_1$  e  $u_2$ , sem



restrições ao longo das bateladas simuladas, de forma a obter as respostas apresentadas na Figura A.33.

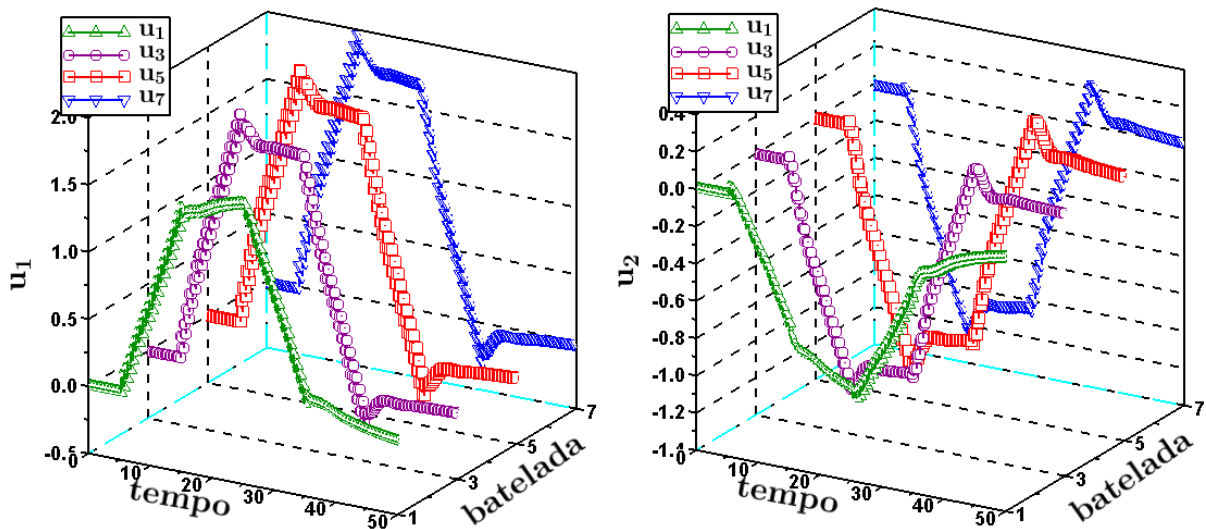


Figura A.34 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta  $G_{p6}$  com o modelo  $G_{m6}$  - sem restrição.

A resolução da simulação do problema sem restrições, apresentado nas Figura A.33 e Figura A.34, apesar de partir de um controle PI em que foi empregado pouco esforço na sintonia, mostrou que o controlador Q-ILC apresenta robustez mesmo em situações de plantas com múltiplas entradas e múltiplas saídas. A partir da primeira batelada em que o controle Q-ILC é utilizado, ocorre um rastreamento quase que perfeito da trajetória de *setpoint*.

Utilizando a sintonia e as restrições apresentadas na Tabela A.4, foram feitas a simulação e controle da planta  $G_{p6}$ , com o mesmo modelo  $G_{m6}$ , e disponibilizados os resultados na Figura A.35 e na Figura A.36.

Visualizando a Figura A.35 e a Figura A.36, fica evidente que as restrições tornam o procedimento de aprendizagem do Q-ILC mais “tortuoso”, tornando os sinais de saída e das variáveis manipuladas mais irregulares. Apesar disso, o procedimento de aprendizagem foi efetivo, fazendo o rastreamento do *setpoint* de maneira muito satisfatória. Os dados do ISE na Tabela 4.2 mostram essa evolução, que apesar de pior que o valor obtido para a situação sem restrição, ainda assim pode ser considerada uma ótima aproximação da trajetória de *setpoint*.

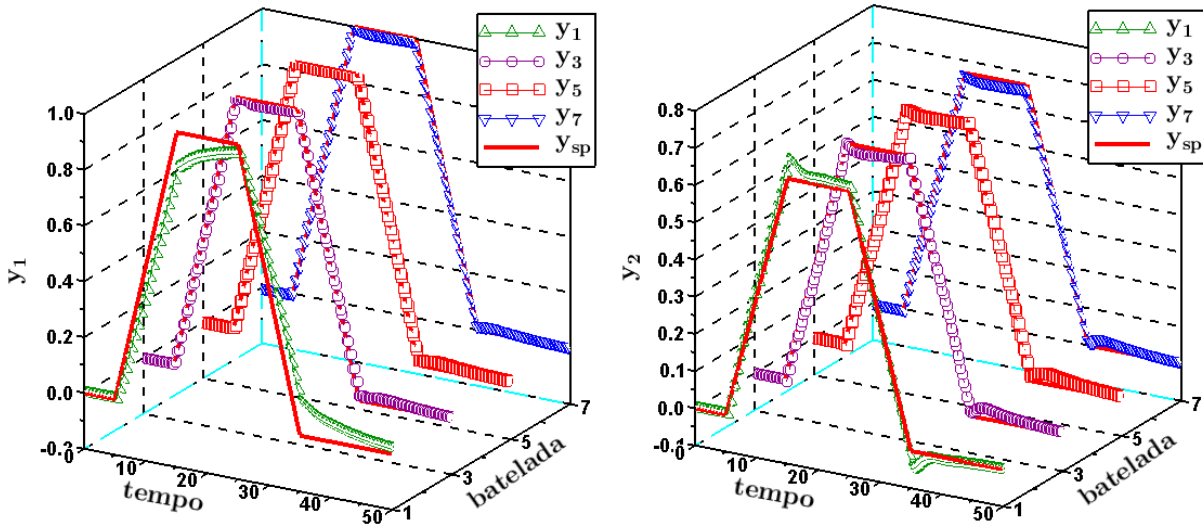


Figura A.35 – Comportamento das saídas da planta  $G_{p6}$  com o modelo  $G_{m6}$  - com restrição.

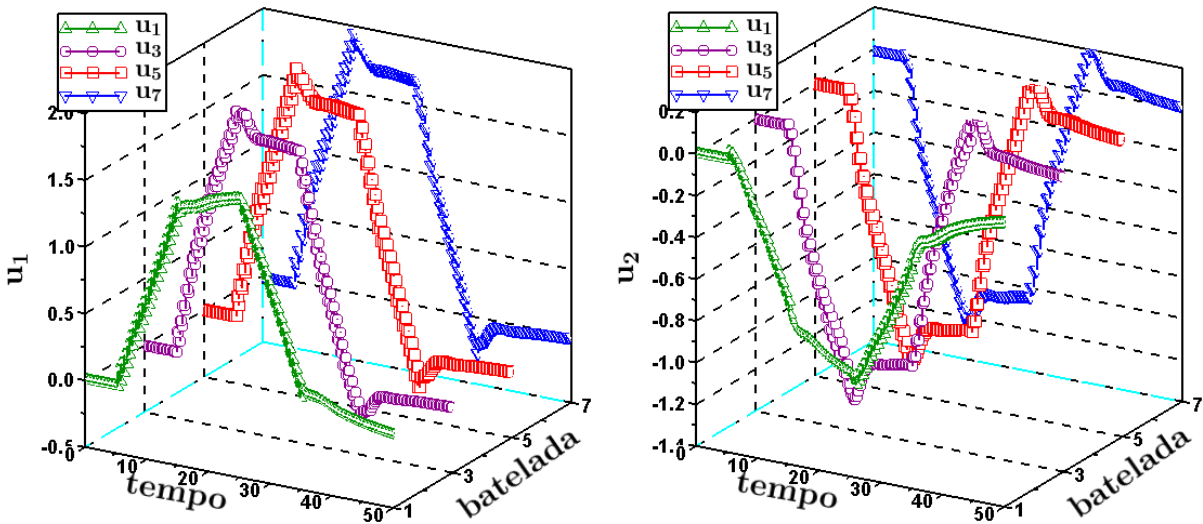


Figura A.36 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta  $G_{p6}$  com o modelo  $G_{m6}$  - com restrição.

A última planta MIMO linear a ser estudada com mapeamento estático foi apresentada na Equação (4.7) ( $G_{p7}$ ), cujo modelo utilizado na aprendizagem foi a própria planta ( $G_{m7} = G_{p7}$ ). Os parâmetros utilizados para o controlador PI discreto, apresentado na Equação (A.4), para o controlador Q-ILC, tanto sem quanto com restrições, as restrições e a sintonia do controlador Q-ILC utilizadas para quando utilizado o mapeamento estático estão apresentados na Tabela A.4.

A Figura A.37 apresenta as trajetórias de saída ao longo das diversas bateladas simuladas, para cada uma das saídas,  $y_1$  e  $y_2$ , sem restrições.

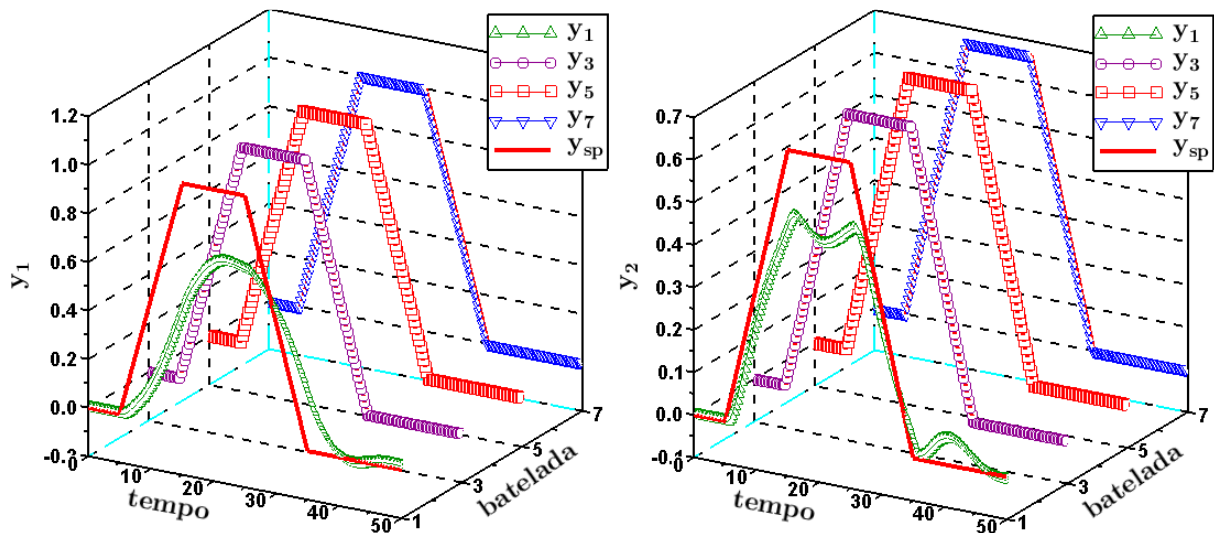


Figura A.37 – Comportamento das saídas da planta  $G_{p7}$  com o modelo  $G_{m7}$  - sem restrição.

Apesar das trajetórias de *setpoint* diferentes para cada uma das saídas, verifica-se que o controlador Q-ILC foi muito efetivo para realizar o rastreamento das trajetórias de *setpoint*, quando as restrições não eram ativadas. Isso mostra que mesmo com um controlador PI realizando uma estimativa pobre para o controlador Q-ILC, este realizou o rastreamento, e manteve por diversas bateladas.

A Figura A.38 apresenta o comportamento das variáveis manipuladas,  $u_1$  e  $u_2$ .

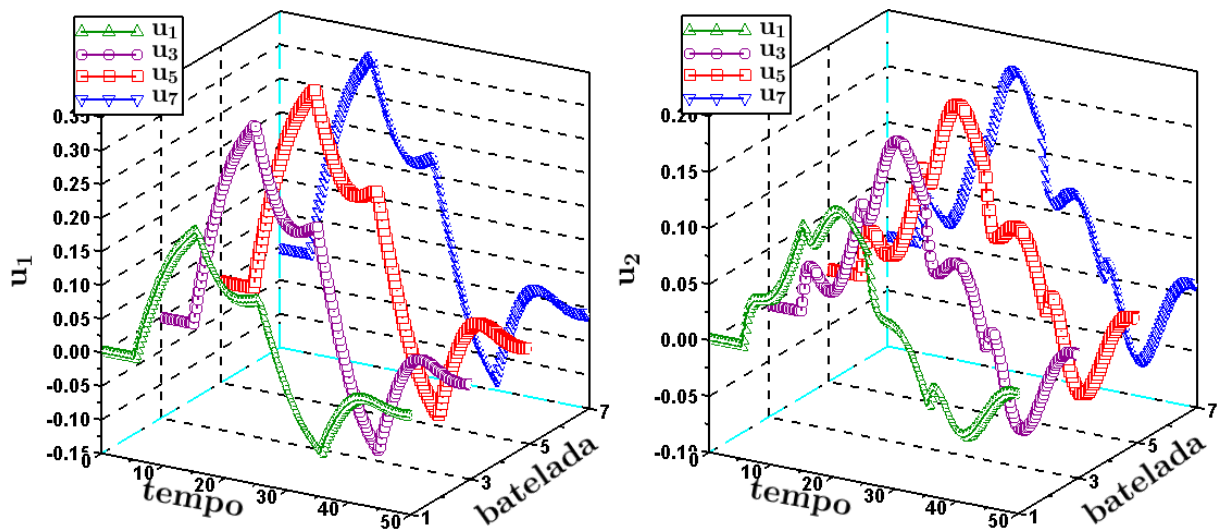


Figura A.38 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta  $G_{p7}$  com o modelo  $G_{m7}$  - sem restrição.

O procedimento com restrições foi realizado, e os resultados são apresentados na Figura A.39 e a Figura A.40.

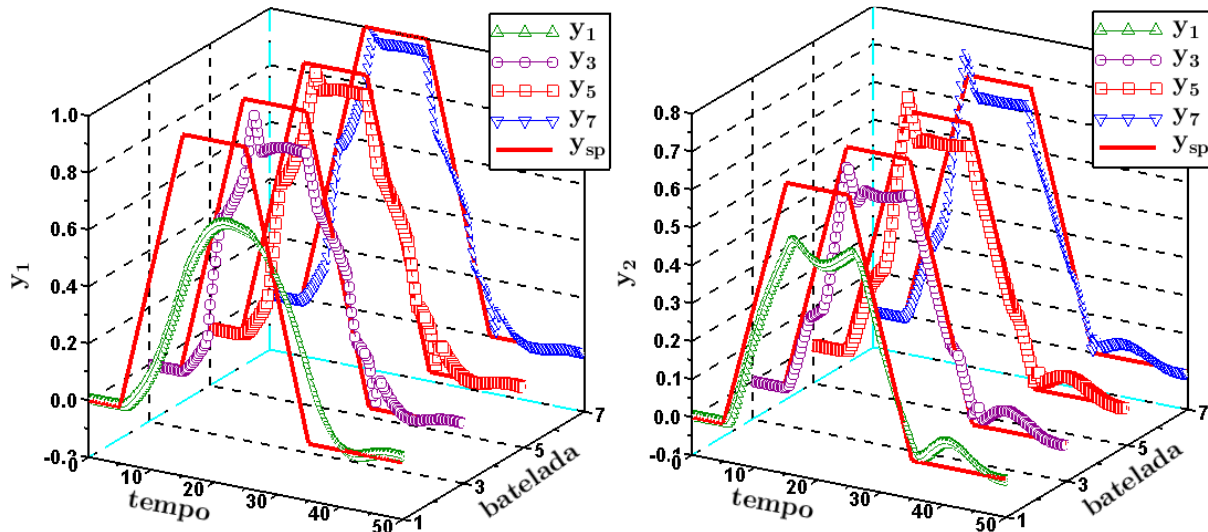


Figura A.39 – Comportamento das saídas da planta  $G_{p7}$  com o modelo  $G_{m7}$  - com restrição.

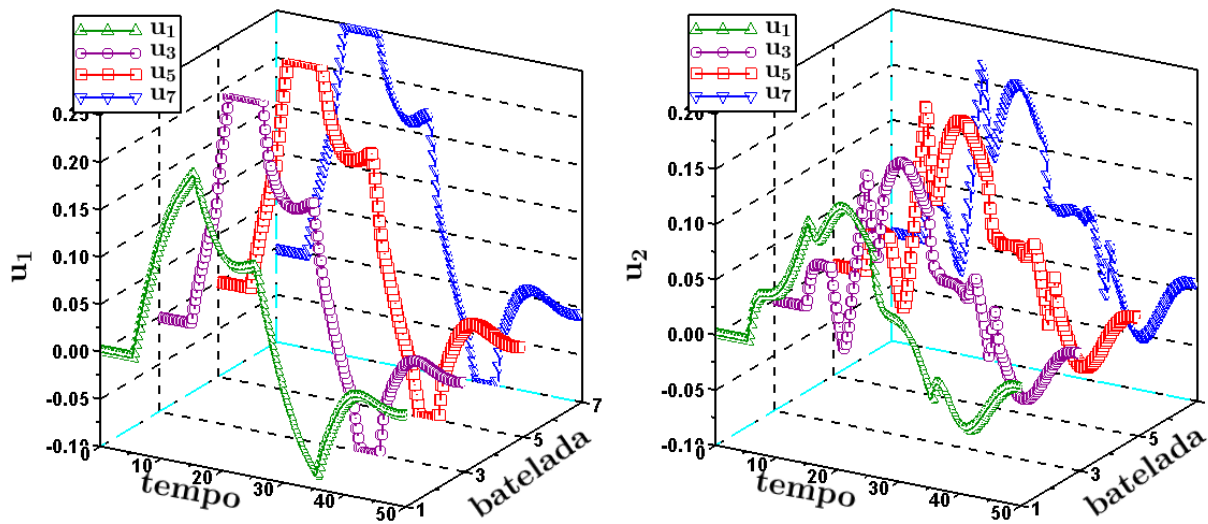


Figura A.40 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta  $G_{p7}$  com o modelo  $G_{m7}$  - com restrição.

## A.2. Mapeamento dinâmico

O mapeamento dinâmico foi uma forma encontrada para utilizar toda a informação da dinâmica do sistema no procedimento de aprendizagem do controlador Q-ILC. Chamada de matriz dinâmica, ela contém informações sobre o comportamento da planta estudada, ao longo do tempo, para todas as variáveis manipuladas. A matriz dinâmica é obtida através de testes degrau ou testes pulso unitários, aplicados diretamente à planta. A resposta do sinal do teste pulso unitário forma a matriz dinâmica de acordo com a Equação (3.12).

A relação entre as respostas pulso e respostas degrau são apresentadas na Equação (3.7). Em plantas industriais, devido a impossibilidade de se excitar uma planta com uma

entrada pulso unitário, faz-se necessário utilizar-se duas entradas degrau unitário, em que a diferença entre os dois pulsos mantenha-se constante para todo o período do teste. Com as respostas dos testes degrau, passa a ser necessário somente fazer a diferença entre os dois sinais resposta, obtendo-se a dinâmica necessária para fazer o mapeamento dinâmico de um grande número de plantas industriais.

O objetivo dessa dissertação não é verificar quais são as plantas suscetíveis ao mapeamento dinâmico, mas sim aplicar esse mapeamento no procedimento de aprendizagem do controlador Q-ILC. Torna-se então necessário escolher as plantas que serão utilizadas no estudo do controlador Q-ILC com mapeamento dinâmico. Levando-se em conta a metodologia de mapeamento dinâmico através de testes pulso, torna-se claro que plantas instáveis não são passíveis de obtenção de matrizes dinâmicas, porque excitar essas plantas com um pulso ou degrau unitário pode levar a sinais com instabilidades ou fazer com que o sinal tenha a tendência de ir para o infinito.

Portanto, foram selecionados somente plantas lineares, SISO e MIMO, de fase mínima e não mínima, além dos exemplos de processos não lineares. Não é propósito de essa dissertação encontrar outras maneiras de encontrar modelos para os processos instáveis que representem a dinâmica da planta em questão.

As Equações (4.25) a (4.29), respectivamente  $G_{p8}$  a  $G_{p12}$ , apresentam as plantas estudadas para quando utilizado o mapeamento dinâmico. Essas plantas foram mapeadas através de um teste pulso unitário na entrada manipulada. Os modelos utilizados são as matrizes dinâmicas, já que o mapeamento apresenta a dinâmica da planta. Portanto,  $G_{m8} = H_{p8}$ ,  $G_{m9} = H_{p9}$ ,  $G_{m10} = H_{p10}$ ,  $G_{m11} = H_{p11}$  e  $G_{m12} = H_{p12}$ . A Equação (3.12) apresenta a forma como se configura a matriz dinâmica.

Tabela A.5 – Sintonia do controlador Q-ILC sem restrição para casos SISO com mapeamento dinâmico.

		Parâmetros	
		Q	R
Casos estudados	15	10,0	0,02
	16	10,0	0,02
	17	10,0	0,02

Todos os parâmetros do controlador PI ou PID discreto utilizado para a obtenção da estimativa inicial para o controle Q-ILC nos casos com mapeamento dinâmico estão apresentados na Tabela 4.4, assim como os parâmetros para o controlador Q-ILC e as restrições utilizadas, estão relacionados para os sistemas sem e com restrição nas Tabela A.5 e

Tabela A.6, respectivamente, para todas as plantas SISO mapeadas através da matriz dinâmica.

Tabela A.6 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para casos SISO com mapeamento dinâmico.

		Parâmetros			Restrições					
		Q	R	S	$u_{low}$	$u_{high}$	$\Delta u$	$\delta u$	$y_{low}$	$y_{high}$
Casos estudados	15	10,0	0,02	1,0	-1,5	3,0	0,2	0,6	-0,1	1,0
	16	10,0	0,02	1,0	-6,0	7,5	7,0	7,0	-0,1	1,0
	17	10,0	0,02	1,0	-3,5	7,5	7,0	7,0	-0,1	1,0

### A.2.1. Sistema SISO linear estável de fase mínima

A planta  $G_{p8}$ , Equação (4.25), é de fase mínima SISO, em que foi aplicado inicialmente um controlador PI para obtenção da estimativa para o controle Q-ILC. Como a planta  $G_{p8}$  é a mesma planta  $G_{p1}$ , Equação (4.1), os parâmetros para o mapeamento dinâmico foram os mesmos utilizados no caso em que não existia desvio entre planta e modelo ( $G_{m1,1}$ ), no mapeamento estático, para compararmos as duas formas de mapeamento tanto sem restrição quanto com restrição, porém houve algumas modificações, de maneira a tornar o rastreamento do *setpoint* mais rápido. Manteve-se também os valores das restrições, para obtermos uma comparação fiel entre os dois tipos de mapeamento.

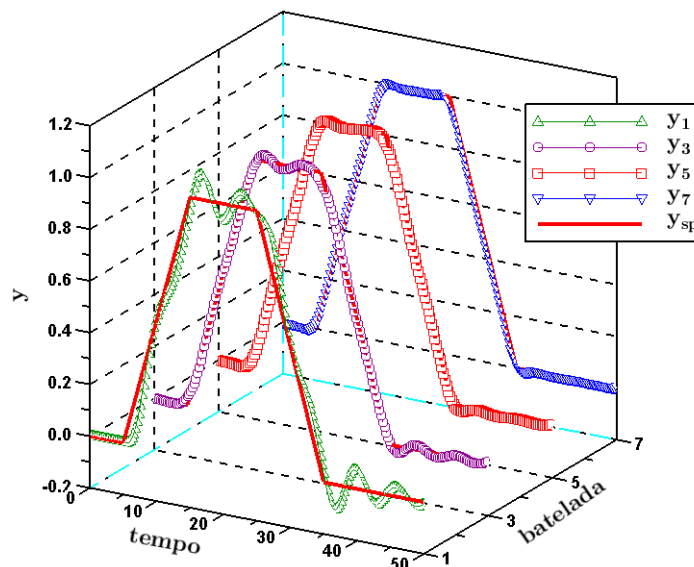


Figura A.41 – Comportamento da saída da planta  $G_{p8}$  com o modelo  $G_{m8}$  - sem restrição.

A Figura A.41 apresenta as trajetórias de saída ao longo das bateladas de uma planta SISO de fase mínima linear, obtida sem restrição e com mapeamento dinâmico.

A principal diferença encontrada entre a Figura A.41 e a Figura 4.1 é exatamente na velocidade do procedimento de aprendizagem. O procedimento de aprendizagem para o mapeamento dinâmico foi muito mais suave que quando utilizado o mapeamento estático. Isso é devido as informações da dinâmica presentes no modelo atual, algo que não ocorria no mapeamento estático, quando tratava-se de somente o valor do ganho no estado estacionário.

A Figura A.42 apresenta as trajetórias da variável manipulada para a planta SISO de fase mínima linear, quando mapeada de forma dinâmica, sem restrições.

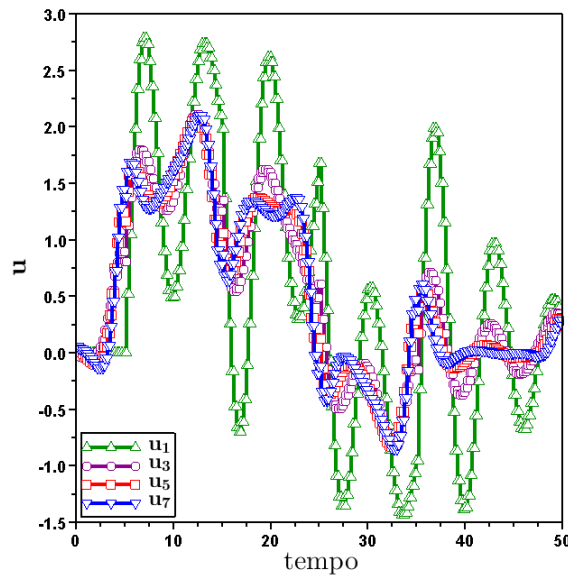


Figura A.42 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p8}$  com o modelo  $G_{m8}$  - sem restrição.

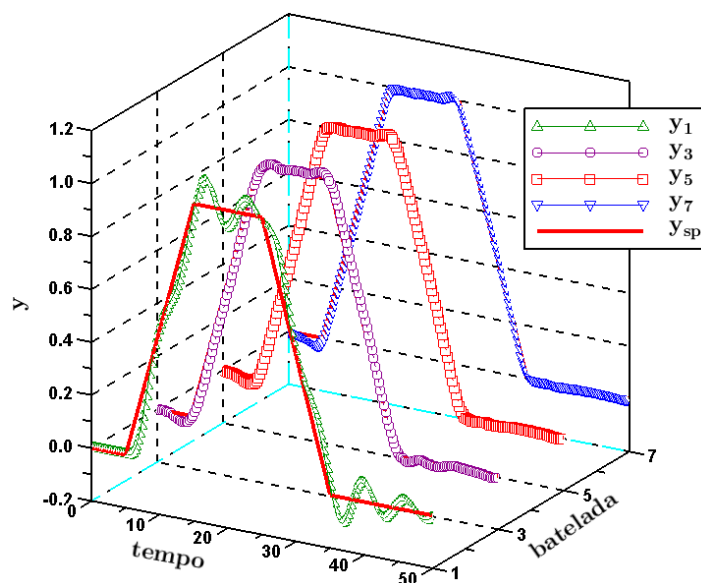


Figura A.43 – Comportamento da saída da planta  $G_{p8}$  com o modelo  $G_{m8}$  - com restrição.

A Figura A.43 e a Figura A.44 apresentam as trajetórias de saída e da variável manipulada, respectivamente, para quando as restrições do controlador Q-ILC estão ativas.

O comportamento da variável manipulada, apresentado na Figura A.42, mostra como a informação da dinâmica, presente no modelo, faz com que as variações ocorridas na variável manipulada sejam muito mais suaves quando utilizado o mapeamento dinâmico do que quando utilizado o mapeamento estático. O mapeamento dinâmico guarda informações das contribuições anteriores ao movimento, fazendo com que exista essa maior suavidade.

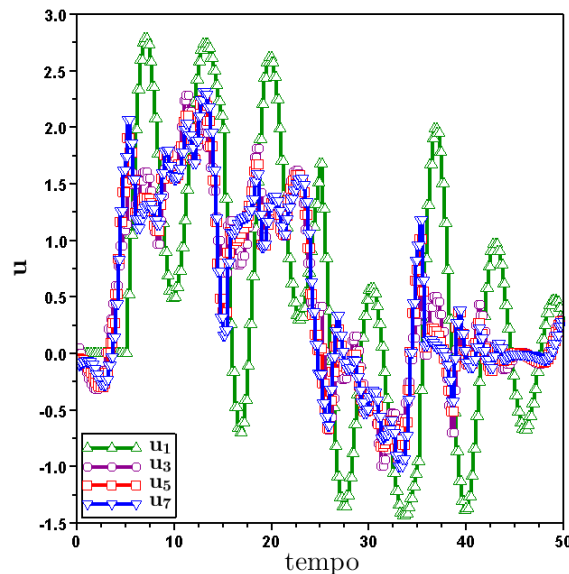


Figura A.44 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p8}$  com o modelo  $G_{m8}$  - com restrição.

A principal diferença entre o comportamento da variável manipulada quando utilizadas restrições e quando não se utiliza restrições é a necessidade de cumprir as exigências de velocidade máxima de mudança entre os sinais de diferentes bateladas, assim como a velocidade máxima de modificações entre os instantes de tempo. Isso faz com que o comportamento do sinal de saída seja mais impreciso quando utilizada restrições, ao contrário do que ocorre sem restrições.

### A.2.2. Sistemas SISO lineares de fase não mínima

A próxima planta a ser estudada é uma planta SISO de fase não mínima linear, com atraso, apresentada na Equação (4.26) ( $G_{p9}$ ), cujo sistema planta modelo pode ser comparado com a planta estudada com mapeamento estático, apresentada na Equação (4.3) ( $G_{p3}$ ), juntamente com o modelo sem desvio da planta ( $G_{m3,1}$ ).



Os parâmetros para o controlador PID, assim como o tempo de amostragem são os mesmos utilizados no mapeamento estático. Esses dados estão apresentados na Tabela 4.3. As restrições utilizadas foram escolhidas de maneira a não impedir a trajetória das variáveis manipuladas, assim como a resposta obtida a essas ações implicadas.

Primeiramente foi realizada a simulação da planta  $G_{p9}$  com modelo dinâmico, sem restrições a movimentações da variável manipulada e das trajetórias de saída do sistema, aplicadas ao controlador Q-ILC.

A Figura A.45 apresenta o sinal de saída obtido da simulação sem restrições.

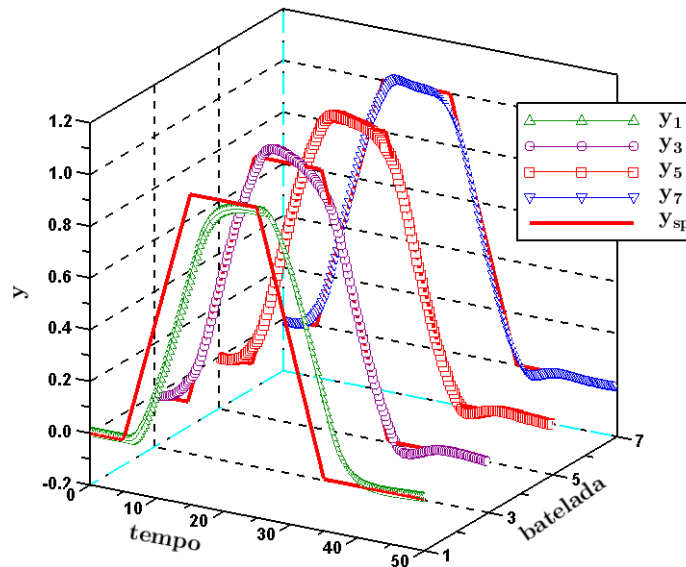


Figura A.45 – Comportamento da saída da planta  $G_{p9}$  com o modelo  $G_{m9}$  - sem restrição.

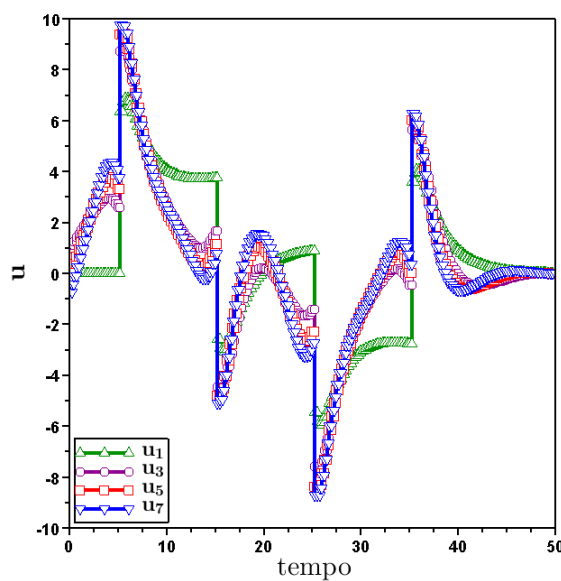


Figura A.46 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p9}$  com o modelo  $G_{m9}$  - sem restrição.

A existência do atraso na planta  $G_{p9}$  torna necessário o ajuste pesado das variáveis peso  $Q$  e  $R$ , de forma a cumprir o objetivo de rastreamento do *setpoint*. A Figura A.46, que apresenta as trajetórias da variável manipulada, necessárias para obter a resposta apresentada na Figura A.45, mostra o que essa exigência de ajuste do controlador Q-ILC provoca.

Na Figura A.46 percebe-se que as trajetórias das variáveis manipuladas, principalmente para as bateladas em que o controlador Q-ILC realiza o procedimento de aprendizagem, os sinais variam bem mais que no caso de mapeamento estático sem restrição. Isso pode tornar a utilização do Q-ILC mais problemática, de acordo com a planta e o sistema de controladores utilizado.

O procedimento com restrições, apresentadas na Tabela 4.3, foi simulado e seus resultados apresentados na Figura A.47 e na Figura A.48.

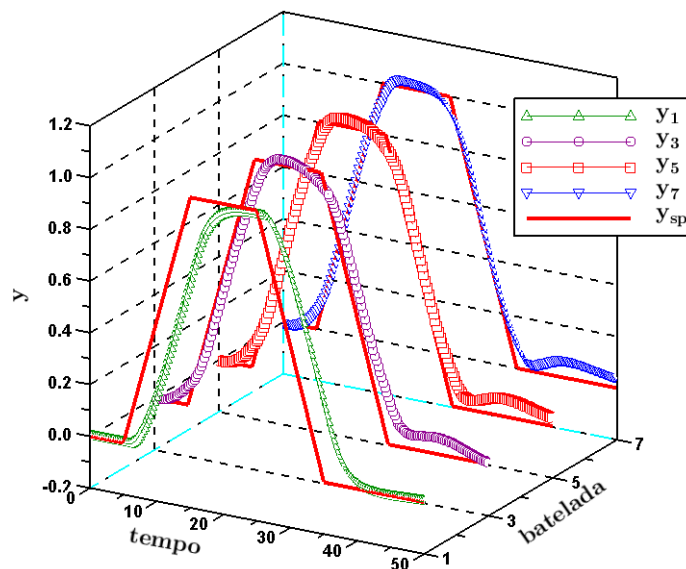


Figura A.47 - Comportamento da saída da planta  $G_{p9}$  com o modelo  $G_{m9}$  – com restrição.

Podem-se perceber os momentos em que as restrições de máximo e mínimo da variável manipulada estão ativas, fazendo com que o sinal mantenha o mesmo valor durante vários tempos de amostragem, diferente do que ocorre quando as restrições não estão ativas. Devido também a essa restrição na movimentação da variável manipulada, torna-se mais difícil o rastreamento da trajetória de *setpoint*.

A próxima planta a ser estudada, ainda de fase não mínima, é a planta apresentada na Equação (4.23) ( $G_{p10}$ ), que possui um zero positivo e, portanto, possui comportamento diferente ao apresentado nas plantas anteriormente estudadas. Pode ser feita uma comparação entre os resultados obtidos nesse caso com o par planta modelo  $G_{p4} - G_{m4,1}$ , apresentado na seção A.1.3.

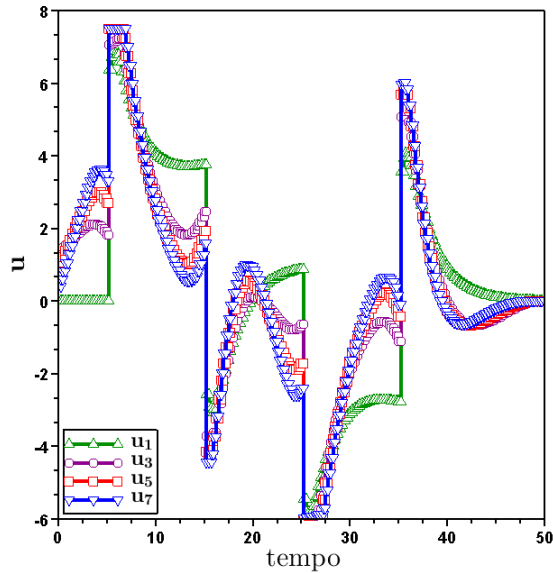


Figura A.48 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p9}$  com o modelo  $G_{m9}$  - com restrição.

Os parâmetros utilizados para a estimativa do controlador Q-ILC, assim como os próprios utilizados pelo controlador Q-ILC, são relacionados na Tabela 4.3, para todos os casos lineares em que é utilizado o mapeamento dinâmico.

A Figura A.49 apresenta as trajetórias do sinal de saída da planta, da primeira ( $y_1$ ), terceira ( $y_3$ ), quinta ( $y_5$ ) e sétima ( $y_7$ ) batelada, quando as restrições não estão ativas. O *setpoint* ( $y_{sp}$ ) é representado pela curva contínua.

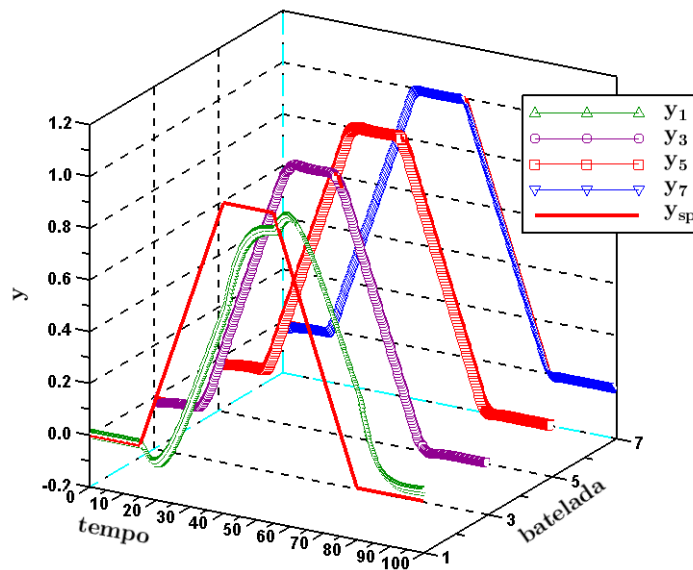


Figura A.49 – Comportamento da saída da planta  $G_{p10}$  com o modelo  $G_{m10}$  - sem restrição.

Percebe-se o comportamento que o zero positivo provocou na resposta do sistema,

verificado principalmente na estimativa do controlador Q-ILC. Essa inversão na trajetória, apresentada quando existem as modificações no *setpoint*, é característica de plantas em que existem zeros positivos no numerador de suas representações no domínio de Laplace. Apesar dessa estimativa, o controlador Q-ILC foi mais que capaz de superar as características de inversão, mesmo com o mapeamento dinâmico.

A Figura A.50 apresenta as trajetórias da variável manipulada da planta, da primeira ( $\mathbf{u}_1$ ), terceira ( $\mathbf{u}_3$ ), quinta ( $\mathbf{u}_5$ ) e sétima ( $\mathbf{u}_7$ ) batelada, quando as restrições não estão ativas.

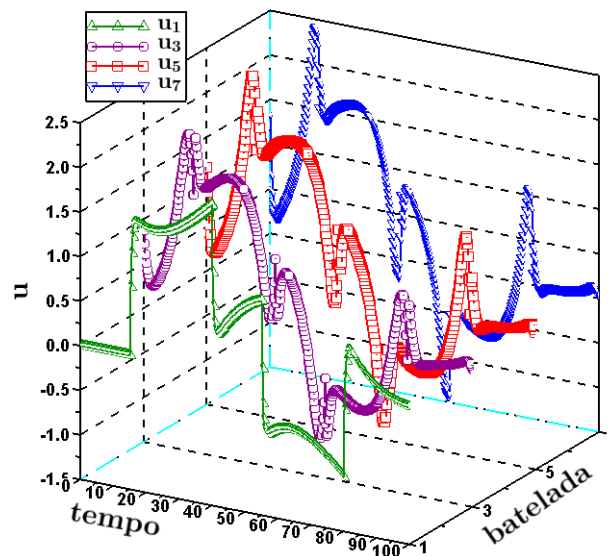


Figura A.50 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p10}$  com o modelo  $G_{m10}$  - sem restrição.

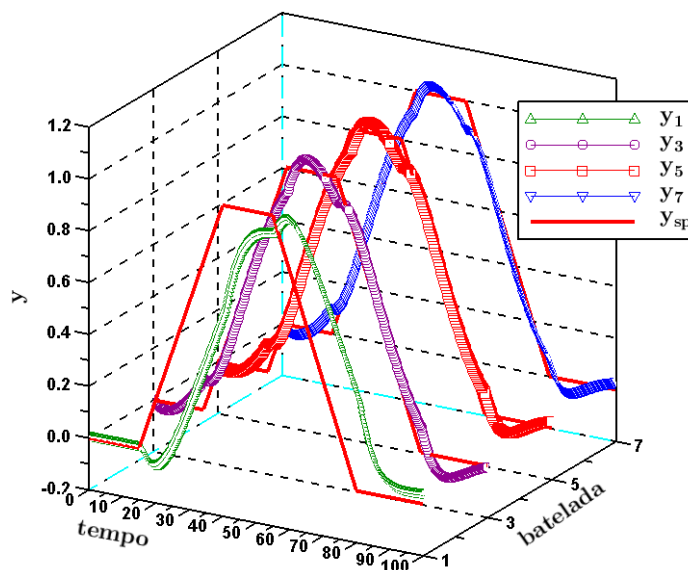


Figura A.51 – Comportamento da saída da planta  $G_{p10}$  com o modelo  $G_{m10}$  - com restrição.

O comportamento da variável manipulada sofre modificações importantes quando comparado ao comportamento dela no sistema mapeado de maneira estática, representado na Figura 4.12. Isso é devido principalmente as informações da dinâmica presentes no modelo, que fazem com que a variável manipulada varie mais suavemente.

A Figura A.51 apresenta as trajetórias de saída para a simulação da planta  $G_{p10}$ , quando utilizadas as restrições relacionadas na Tabela A.6.

A Figura A.52 apresenta as trajetórias da variável manipulada para o sistema com as restrições apresentadas na Tabela A.6.

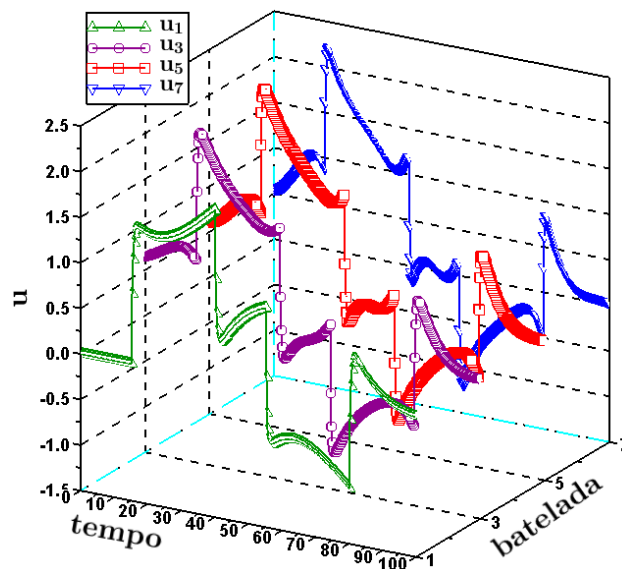


Figura A.52 – Comportamento da variável manipulada da planta  $G_{p10}$  com o modelo  $G_{m10}$  - com restrição.

Na Figura A.51, fica claro a dificuldade encontrada quando utilizada as restrições ao controlador Q-ILC. Apesar das bateladas simuladas com o controlador Q-ILC serem mais próximas do *setpoint*, o resultado é bem inferior ao obtido pelo processo simulado sem restrições. Apesar disso, para processos em que existe a necessidade de fazer com que a saída do sistema não extrapole certos limites, assim como a variável manipulada, o processo com restrição é importante e com certeza deve ser considerado.

Novamente, as restrições fizeram com que a variável manipulada se comportasse de forma diferente ao processo sem restrições, como visualizado na Figura A.52 e na Figura A.50, respectivamente.

### A.2.3. Sistemas MIMO lineares

O estudo de plantas MIMO lineares, de não mínima, é o próximo a ser realizado. Foi verificada a influência do mapeamento dinâmico para o controlador Q-ILC, em plantas MIMO.

A planta apresentada na Equação (4.28) ( $G_{p11}$ ), MIMO linear de fase não mínima, com pólo global, foi simulada e controlada através da metodologia Q-ILC, sem e com restrição. Sua análise se encontra no Capítulo 4, por isso segue-se para a análise da planta  $G_{p12}$ .

Tabela A.7 – Sintonia do controlador Q-ILC sem restrição para casos MIMO com mapeamento dinâmico.  $\text{diag}([\ ])$  é referente a matriz cuja diagonal é apresentada entre colchetes.

Casos estudados			
		18	19
<b>Q</b>	diag([1,0;1,0])		diag([1,0;1,0])
<b>R</b>	diag([0,02;0,02])		diag([0,2;0,2])

Tabela A.8 – Sintonia do controlador Q-ILC com restrição para casos MIMO com mapeamento dinâmico.  $\text{diag}([\ ])$  é referente a matriz cuja diagonal é apresentada entre colchetes. Os índices 1 e 2 são referentes as múltiplas entradas e saídas do sistema.

Casos estudados			
		18	19
<b>Q</b>		diag([1,0;1,0])	diag([1,0;1,0])
<b>R</b>		diag([0,02;0,02])	diag([0,2;0,2])
<b>S</b>		diag([1,0;1,0])	diag([1,0;1,0])
<b>u<sub>low</sub></b>	<b>u<sub>1</sub></b>	-0,1	-0,1
	<b>u<sub>2</sub></b>	-1,1	-0,2
<b>u<sub>high</sub></b>	<b>u<sub>1</sub></b>	1,8	0,3
	<b>u<sub>2</sub></b>	0,1	0,3
<b>Δu</b>		0,25	0,5
<b>δu</b>		0,15	0,1
<b>y<sub>low</sub></b>	<b>y<sub>1</sub></b>	-0,1	-0,1
	<b>y<sub>2</sub></b>	-0,1	-0,1
<b>y<sub>high</sub></b>	<b>y<sub>1</sub></b>	1,01	1,0
	<b>y<sub>2</sub></b>	0,68	0,7

A planta apresentada na Equação (4.29) ( $G_{p12}$ ), MIMO linear de fase não mínima, foi simulada e controlada através da metodologia Q-ILC, sem e com restrição. Os parâmetros utilizados para o controlador Q-ILC sem e com restrição estão apresentados na Tabela A.7 e na Tabela A.8. Para o controlador PI utilizado para encontrar a estimativa foram apresentados os parâmetros na Tabela 4.4.

A Figura A.53 apresenta as trajetórias das saídas,  $y_1$  e  $y_2$ , do sistema MIMO de fase não mínima sem restrições.

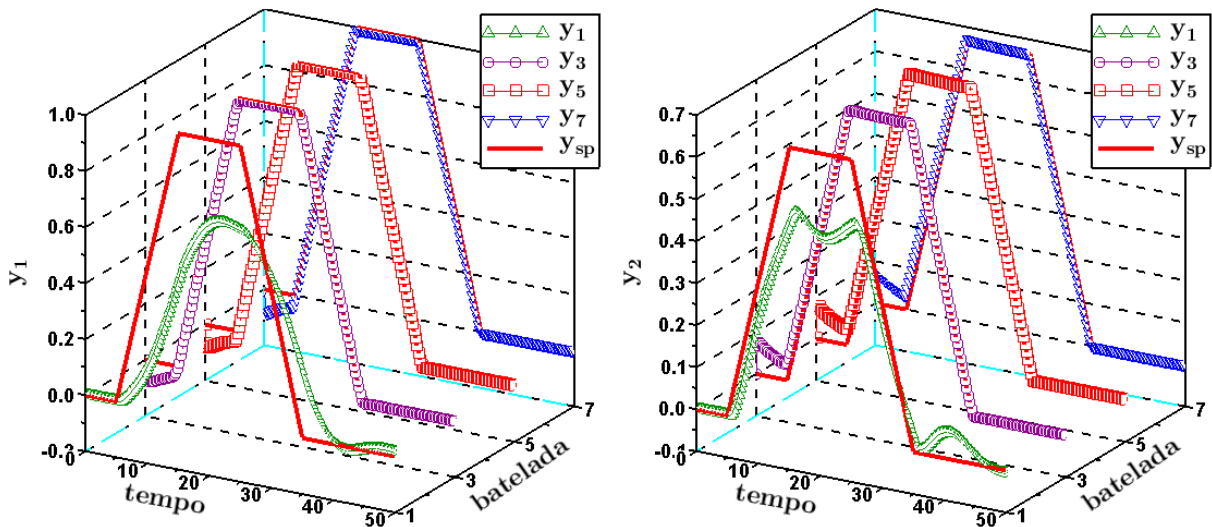


Figura A.53 – Comportamento das saídas da planta  $G_{p12}$  com o modelo  $G_{m12}$  - sem restrição.

Na Figura A.53, percebe-se que tanto para a saída  $y_1$  quanto para a saída  $y_2$ , o controlador Q-ILC foi muito eficiente em realizar rapidamente o rastreamento das trajetórias de *setpoint*. A Figura A.54 apresenta as trajetórias das variáveis manipuladas,  $u_1$  e  $u_2$ , do sistema MIMO de fase não mínima quando não submetido a restrições.

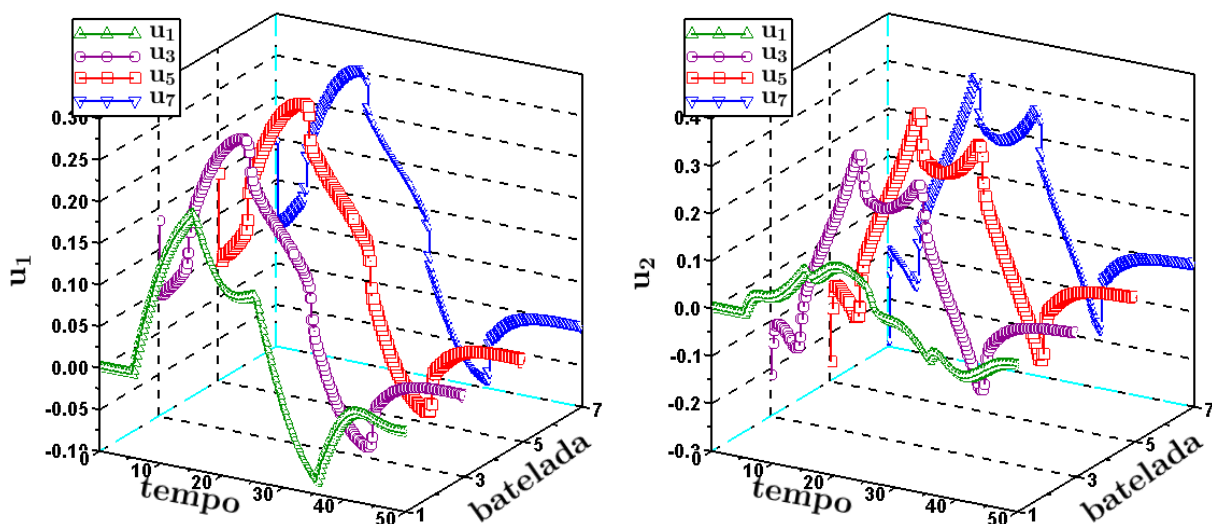


Figura A.54 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta  $G_{p12}$  com o modelo  $G_{m12}$  - sem restrição.

A resolução do controle Q-ILC com restrições para a planta  $G_{p12}$  foi realizada de acordo com os parâmetros apresentados na Tabela 4.3. A Figura A.55 apresenta os sinais de saída  $y_1$  e  $y_2$  para as bateladas iniciais do processo de controle.

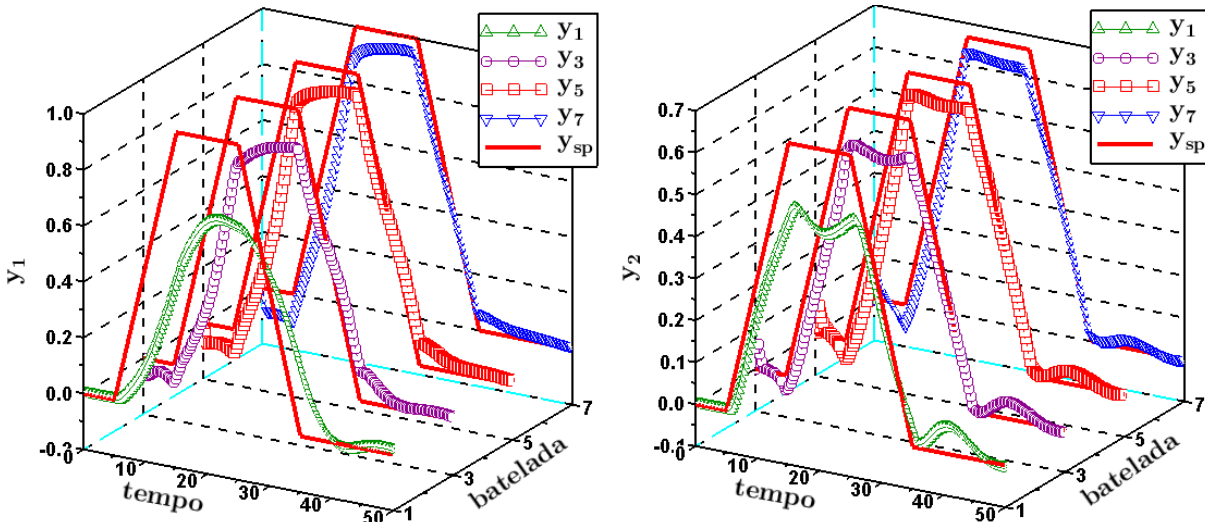


Figura A.55 – Comportamento das saídas da planta  $G_{p12}$  com o modelo  $G_{m12}$  - com restrição.

A Figura A.56 apresenta as variáveis manipuladas  $u_1$  e  $u_2$  para as bateladas iniciais do processo de controle.

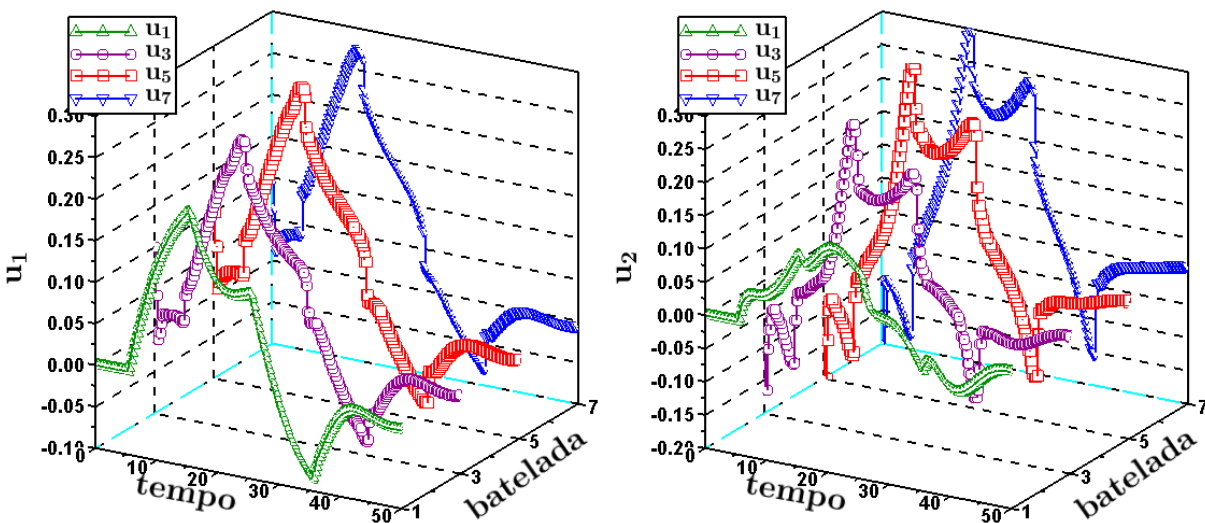


Figura A.56 – Comportamento das variáveis manipuladas da planta  $G_{p12}$  com o modelo  $G_{m12}$  - com restrição.



Os resultados obtidos para o controlador Q-ILC para todas as plantas são considerados bons perante suas estimativas, realizando com sucesso o procedimento de aprendizado inculido pela metodologia de controle.