

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, encontram-se os resultados obtidos nas determinações experimentais, tratamento estatístico dos dados e simulações numéricas.

#### 4.1 Propriedades dos fluidos Newtonianos e não-Newtonianos

##### 4.1.1 Densidade e viscosidade das soluções de glicerina

Soluções de glicerina e água foram empregadas como fluido de trabalho com características Newtonianas. Para ampliar a faixa de número de Reynolds várias diluições partindo da solução inicial de glicerina foram feitas. As viscosidades da glicerina pura e hidratada foram quantificadas em um reômetro do tipo cone-prato. Este reômetro foi acoplado a um banho termostatzado previamente calibrado visando assegurar uma melhor precisão na reconstituição da temperatura do dia de trabalho experimental

As densidades da glicerina pura e hidratada foram determinadas pela técnica de picnometria. Encontra-se resumidamente na Tabela 4.1 alguns dos valores das propriedades físicas para as soluções de glicerina e água.

Tabela 4.1: Viscosidade e densidade das soluções de glicerina.

Líquido	Temperatura (°C)	Viscosidade (mPa.s)	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )
Glicerina Inicial	21	404,2	1,243
Glicerina 1	22	110,5	1,218
Glicerina 2	23	60,2	1,212
Glicerina 3	25	36,60	1,212
Água	24	0,913	1

##### 4.1.2 Densidade e reograma das soluções poliméricas

As soluções poliméricas empregadas neste trabalho foram Hidroxietilcelulose (HEC) quando se trabalhou com esferas e Carbopol para o estudo com bolhas. A escolha do Carbopol deve-se ao fato de que soluções deste polímero são totalmente cristalinas e permitem a completa visualização do contorno das bolhas. Os valores de tensão de

cisalhamento e taxa de deformação das soluções poliméricas foram obtidas por um reômetro e para representar matematicamente estes resultados escolheu-se o modelo de *power-law* (Equação 2.5) por ser este simples e de ampla aplicação. Para as soluções de HEC o modelo apresentou um coeficiente de correlação quadrática ' $r^2$ ' superior a 98% para todas as soluções. Para as soluções de Carbopol este valor ficou em torno de 95%. A densidade para as suspensões poliméricas, a partir de ensaios preliminares de picnometria, pode ser considerada como o mesmo valor da densidade da água ( $\sim 999 \text{ Kg/m}^3$ ), isto porque as concentrações de polímero foram baixas o suficiente não promovendo variação significativa no valor da densidade da água.

#### **4.1.3 Efeito da temperatura**

Durante os ensaios experimentais, a temperatura mostrou relevância em função de seu efeito sobre as propriedades reológicas dos fluidos de trabalho. Para soluções de glicerina, pequenas variações da temperatura (1 a 2 °C) promoviam desvios de até 10,11% no valor da viscosidade dinâmica. Isto pode ser constatado observando os resultados na Tabela 4.2 apresentada a seguir e nas demais constantes no Anexo A.

Para as soluções de HEC, constatou-se que variações de 1,5°C levaram a desvios médios na viscosidade efetiva de 18% para suspensões mais concentradas e de 22% para soluções mais diluídas. Isto pode ser observado nas tabelas encontradas no Anexo H.

Estes desvios mostram a sensibilidade da viscosidade dos fluidos com a temperatura e justificam o seu monitoramento durante a realização dos ensaios experimentais.

## **4.2 Ascensão de esferas leves em fluidos Newtonianos**

### **4.2.1 Resultados Experimentais**

Com os resultados de distância e tempo percorridos entre cada posição ocupada pela esfera na mesma fotografia, calculou-se a velocidade terminal média e os respectivos valores dos desvios padrão (DP). Os valores de DP não foram calculados usando diferentes ensaios experimentais para a mesma esfera e sim no mesmo experimento. Os resultados encontrados para a ascensão das esferas na solução inicial de glicerina, juntamente com as respectivas densidades das esferas, temperatura da solução no dia de trabalho e viscosidades encontram-se na Tabela 4.2, para efeito de ilustração. Os demais valores obtidos para as outras soluções de glicerina e também para a ascensão das esferas em água, encontram-se no Anexo A.

Tabela 4.2: Resultados experimentais obtidos para esferas na solução inicial de glicerina.

<b>Esfera</b>	<b><math>\rho_s</math> (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b><math>d_{\text{médio}}</math> (cm)</b>	<b><math>v_{\text{tmédia}}</math> (cm/s)</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>T (°C)</b>	<b><math>\mu</math> (g/cm.s)</b>
<b>Isopor<sup>®</sup></b>						
A1	0,449	3,436	42,356	$\pm 0,411$	23	3,343
A2	0,320	3,436	46,150	$\pm 0,014$	23	3,343
A3	0,229	3,480	46,051	$\pm 1,220$	22,5	3,594
1T	0,167	3,440	53,003	$\pm 0,571$	22,5	3,594
4T	0,195	3,439	51,465	$\pm 0,262$	22,5	3,594
6T	0,107	3,421	54,640	$\pm 0,040$	22,5	3,594
2A	0,313	3,445	45,889	$\pm 0,683$	23	3,343
5A	0,451	3,480	41,643	$\pm 0,361$	22	3,719
3M	0,244	3,457	51,085	$\pm 0,262$	22,5	3,594
V	0,063	3,433	52,630	$\pm 0,311$	22	3,719
3T	0,211	2,487	33,500	$\pm 0,269$	22	3,719
4Ta	0,127	2,500	38,647	$\pm 0,024$	22	3,719
1A	0,482	2,494	28,465	$\pm 0,445$	22	3,719
3A	0,362	2,440	31,020	$\pm 0,208$	22	3,719
4A	0,243	2,370	33,218	$\pm 0,565$	22	3,719
1M	0,486	2,475	39,208	$\pm 0,375$	22	3,719
Va	0,076	2,475	39,227	$\pm 0,317$	22	3,719
T	0,574	1,475	14,566	$\pm 0,401$	22	3,719
2Ab	1,036	1,533	4,767	$\pm 0,223$	22,5	3,594
1T	0,602	1,508	13,296	$\pm 0,260$	21	4,041
Vb	0,264	1,493	17,965	$\pm 0,381$	22	3,719
<b>Madeira</b>						
1	0,763	2,379	17,912	$\pm 0,201$	23	3,343
3	0,655	2,384	21,215	$\pm 0,004$	23	3,343
4	0,449	2,376	26,543	$\pm 0,380$	23	3,343
5	0,913	2,422	13,642	$\pm 0,137$	22	3,719

<b>Polipropileno</b>						
5	0,819	0,989	5,222	$\pm 0,239$	23	3,343
10	0,855	1,302	7,715	$\pm 0,000$	23	3,343
16	0,234	2,797	38,682	$\pm 0,212$	23	3,343
17	0,209	2,815	41,170	$\pm 0,030$	23	3,343
18	0,219	2,819	41,243	$\pm 0,019$	23	3,343
19	0,207	3,872	56,470	$\pm 0,310$	22,5	3,594
20	0,171	3,783	57,363	$\pm 0,370$	22,5	3,594
21	0,164	3,848	59,400	$\pm 0,255$	23	3,343
2F	0,949	1,925	9,372	$\pm 0,006$	23	3,343
1B	0,947	2,393	12,590	$\pm 0,495$	23	3,343
2B	0,854	2,400	13,190	$\pm 0,396$	22,5	3,594
3B	0,908	2,350	14,824	$\pm 0,000$	23	3,343
4B	0,925	1,775	8,688	$\pm 0,006$	23	3,343
5B	0,786	1,763	13,345	$\pm 0,342$	23	3,343
6B	0,862	1,725	11,660	$\pm 0,360$	23	3,343
8B	0,732	2,475	17,630	$\pm 0,195$	23	3,343
<b>Nylon</b>						
1	0,937	2,511	16,080	$\pm 0,138$	23	3,343

Com os valores de velocidade e das propriedades do fluido e das esferas pode-se calcular o número de Reynolds terminal ( $Re_t$ ) e coeficiente de arraste ( $C_D$ ), que encontram-se na Tabela 4.3 para a solução inicial de glicerina. Os demais valores obtidos para as outras soluções encontram-se no Anexo A.

Tabela 4.3: Resultados experimentais de  $Re_t$  e  $C_D$  obtidos para esferas na solução inicial de glicerina

<b>Esfera</b>	<b><math>Re_t</math></b>	<b><math>C_D</math></b>
<b>Isopor<sup>®</sup></b>		
A1	54,107	1,599
A2	58,9537	1,565

continuação da Tabela 4.3

A3	55,426	1,749
1T	63,060	1,385
4T	61,212	1,430
6T	64,648	1,368
2A	58,773	1,599
5A	48,428	1,671
3M	59,016	1,391
V	60,378	1,537
3T	27,842	2,404
4Ta	32,287	1,963
1A	23,305	2,419
3A	25,293	2,348
4A	26,308	2,258
1M	24,157	2,309
Va	32,444	1,973
T	7,180	4,889
2Ab	2,593	15,06
1T	6,166	5,748
Vb	8,963	4,765

### Madeira

1	15,842	3,741
3	18,803	3,274
4	23,447	2,815
5	12,284	4,515

### Polipropileno

5	1,920	16,165
10	3,734	8,922
16	40,224	1,983
17	43,087	1,805
18	43,224	1,784
19	75,622	1,322

continuação da Tabela 4.3		
20	75,052	1,295
21	84,978	1,237
2F	6,707	6,773
1B	11,201	4,697
2B	10,948	5,641
3B	12,951	3,766
4B	5,733	7,861
5B	8,747	4,756
6B	7,478	5,082
8B	16,222	4,278
<b>Nylon</b>		
1	15,011	3,124

Com os valores obtidos para todas as condições dos fluidos de trabalho utilizados, uma curva do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds terminal pode ser plotada e é mostrada na Figura 4.1. Observa-se que a faixa de Reynolds encontrada neste trabalho foi  $1 < Re_t < 33000$ .

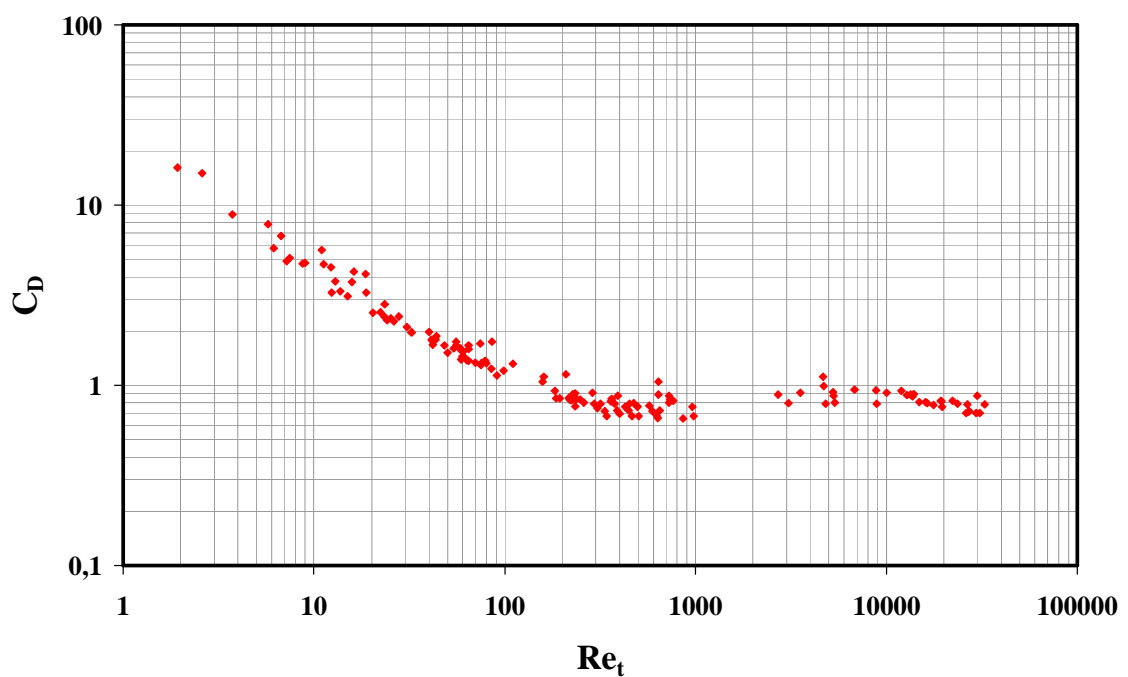


Figura 4.1 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_t$  para esferas leves em fluidos Newtonianos.

Nesta figura existem duas faixas de número de Reynolds terminal que podem ser tratadas separadamente. Para isso a curva da Figura 4.1 foi dividida em duas curvas para um melhor entendimento dos dados obtidos. Plotou-se uma curva para  $Re_t > 1000$  como mostra a Figura 4.2, onde observou-se que os dados experimentais levaram a um valor de coeficiente de arraste de  $0,95 \pm 15\%$ , valor este próximo ao obtido segundo KARAMANEV e NIKOLOV (1992). Com isso observa-se que esferas leves ascendentes não podem ser tratadas da mesma maneira que esferas em queda livre e uma atenção especial a este comportamento deve ser dada. Pois para partículas esféricas em queda livre o coeficiente de arraste quando  $Re_t > 1000$  é aproximadamente 0,43 enquanto que esferas ascendentes têm mais que o dobro do coeficiente de arraste com altos números de Reynolds.

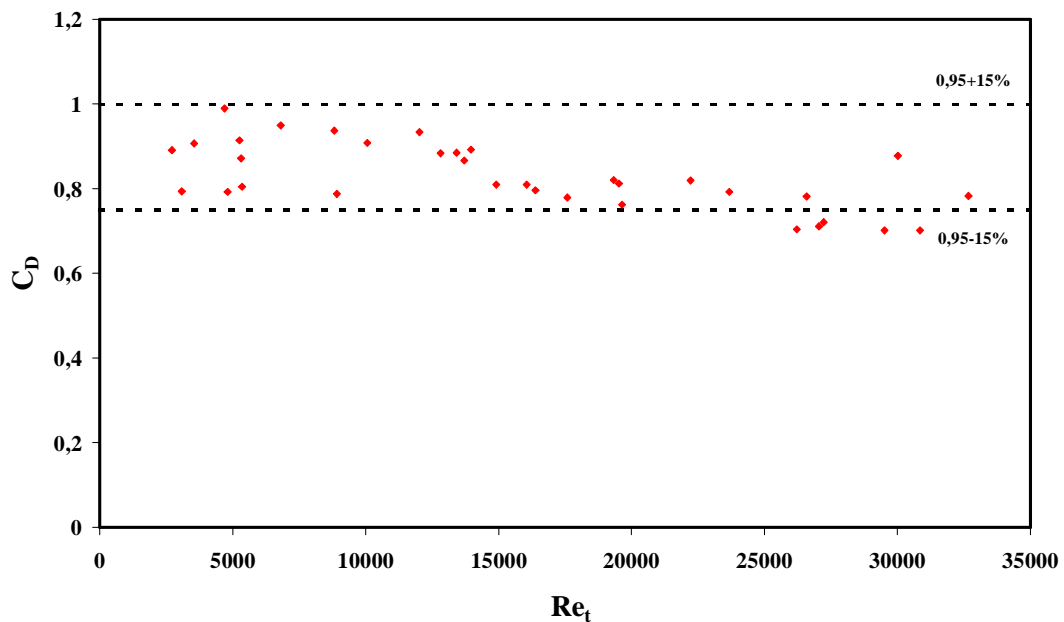


Figura 4.2 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_t > 1000$ .

A trajetória de ascensão das esferas neste caso é espiralada e o ângulo de desvio entre o vetor velocidade e o plano horizontal varia entre  $75^\circ$  e  $85^\circ$  (ângulo  $\alpha$  da Figura 3.4), de acordo com as propriedades da esfera. Nota-se que esferas mais leves e com diâmetros maiores proporcionam maiores ângulos de desvio, conforme pode ser constatado na Figura 4.3 (a). Esferas leves, porém mais densas e com diâmetros menores, apresentam também uma trajetória de ascensão espiralada, porém com uma espiral menos acentuada. Isto pode ser observado na Figura 4.3 (b). Mais fotos dos desvios das trajetórias de ascensão para  $Re_t > 1000$  estão apresentadas no Anexo B.

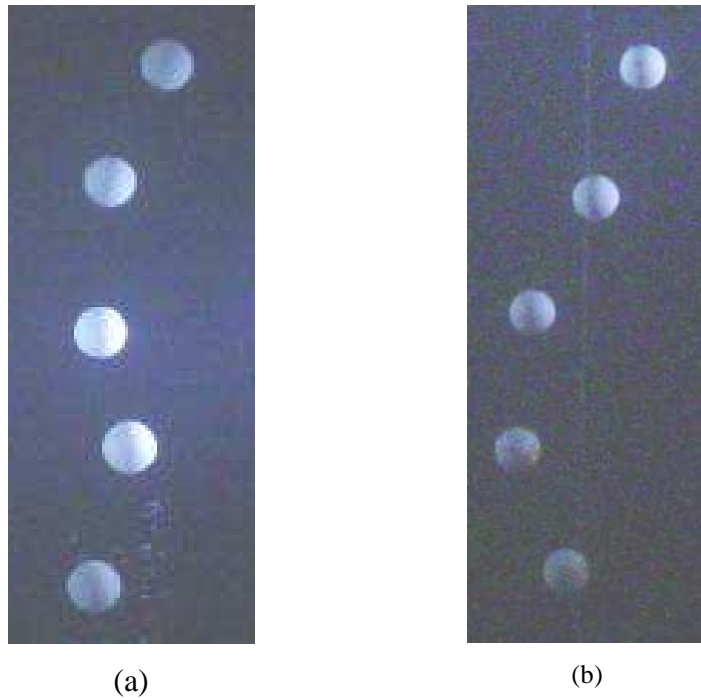


Figura 4.3 – Desvio de trajetória das esferas em água: (a) Polipropileno 19 ( $\rho_s = 0,207 \text{ g/cm}^3$ ;  $d_{\text{médio}} = 3,782 \text{ cm}$ ); e (b) Isopor 5B ( $\rho_s = 0,786 \text{ g/cm}^3$ ;  $d_{\text{médio}} = 1,763 \text{ cm}$ ).

Para o caso de  $Re_t < 1000$ , como mostra a Figura 4.4, os dados experimentais segundo KARAMANEV e NIKOLOV (1992) possuem um comportamento similar ao de partículas esféricas em queda livre e podem ser descritos por uma curva de arraste padrão, como a da Equação (2.15) de TURTON; LEVENSPIEL (1986). Nota-se porém que a curva padrão descreve bem os dados experimentais para  $Re_t < 300$ , acima deste valor observa-se uma divergência.

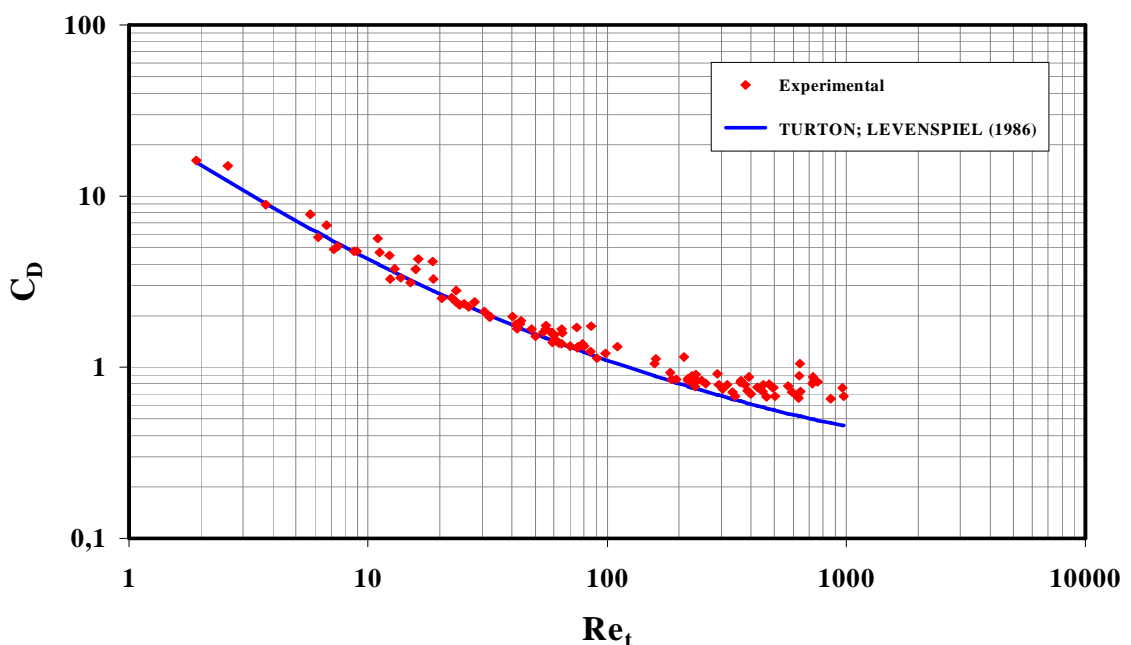


Figura 4.4 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_t < 1000$ .



Para  $Re_t < 1000$  a trajetória de ascensão das esferas é muito próxima de retilínea, conforme pode ser visto na Figura 4.5. Esta trajetória é mais retilínea quanto mais viscoso for o fluido. Se compararmos as Figuras 4.3 (a) e 4.5 (a) onde temos a ascensão da esfera polipropileno 19 este comportamento pode ser observado. Outras fotos das trajetórias de ascensão para  $Re_t < 1000$  estão apresentadas no Anexo B.

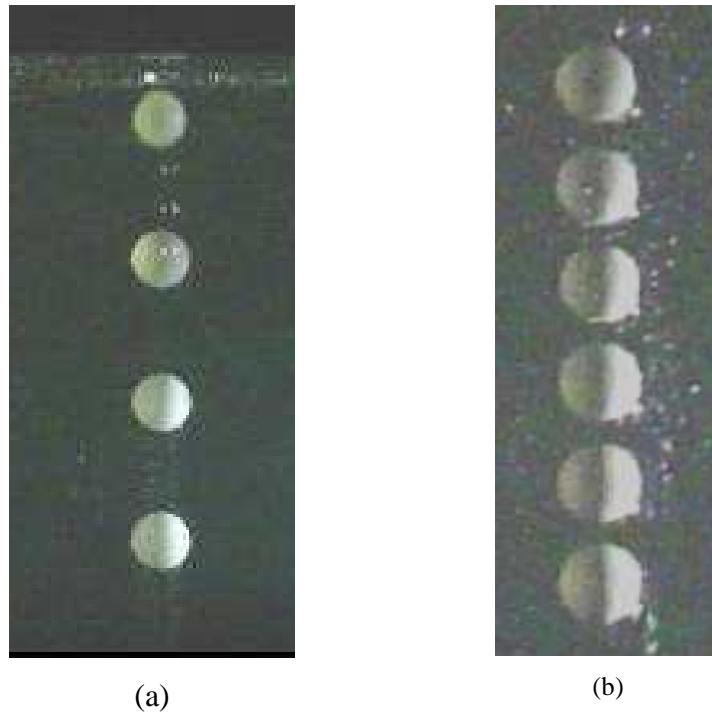


Figura 4.5 – Trajetória de ascensão das esferas em glicerina inicial: (a) Polipropileno 19 ( $\rho_s = 0,207 \text{ g/cm}^3$ ;  $d_{\text{médio}} = 3,782 \text{ cm}$ ); e (b) Isopor 5B ( $\rho_s = 0,786 \text{ g/cm}^3$ ;  $d_{\text{médio}} = 1,763 \text{ cm}$ ).

A previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds foi realizada nesta tese por meio da verificação estatística do ajuste de diversas correlações da literatura. Os resultados obtidos encontram-se na próxima seção.

#### 4.2.2 Correlações para previsão do coeficiente de arraste ( $C_D$ )

Todas as verificações estatísticas do ajuste das correlações encontradas na literatura foram feitas para os dados experimentais obtidos com  $Re_t < 1000$ .

##### 4.2.2.1 Correlação de HAIDER; LEVENSPIEL (1989)

A primeira correlação a ser utilizada foi a de HAIDER; LEVENSPIEL (1989) com quatro parâmetros de ajuste e é descrita pela Equação (4.1) abaixo:

$$C_D = \frac{24}{Re_t} \left( 1 + A Re_t^B \right) + \frac{C}{\left( 1 + \frac{D}{Re_t} \right)} \quad (4.1)$$

Os valores dos parâmetros A, B, C e D originais foram obtidos para a queda de esferas sólidas em líquidos Newtonianos para  $Re_t < 2,6 \times 10^5$  e estão apresentados na Tabela 4.4, juntamente com os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais desta tese para a ascensão de esferas.

Tabela 4.4: Valores dos parâmetros da Equação (4.1).

	Ascensão de esferas				Parâmetros da Equação original			
	A	B	C	D	A	B	C	D
<b>Parâmetro</b>	0,241	0,591	0,864	1185,59	0,1806	0,6459	0,4251	6889,95
<b>Desvio padrão</b>	0,017	0,030	1,731	3702,96				
<b>t(114)</b>	14,412	19,567	0,499	0,320				
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,618	0,749				
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	97,71							

A partir dos valores obtidos para os parâmetros observou-se que a Equação (4.1) não se adequou aos valores experimentais obtidos neste trabalho, apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 97,71%. Podemos chegar a esta conclusão observando os valores de desvio padrão dos parâmetros C e D que apresentaram um valor maior que os próprios parâmetros. E também se observarmos os valores de p-level para estes parâmetros (C e D) concluímos que eles não são significativos em um teste de hipótese usando uma distribuição t de *student*, considerando um erro máximo (nível de significância) de 5 % .

As Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 a seguir mostram as curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos respectivamente.

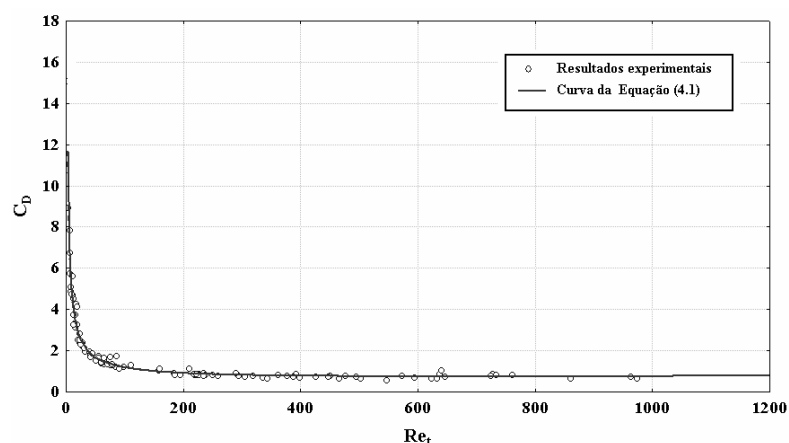


Figura 4.6 – Função ajustada aos valores experimentais (Equação 4.1).

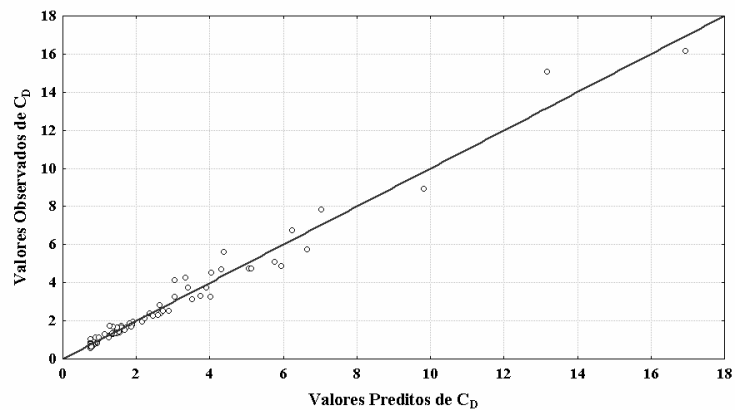


Figura 4.7 – Valores Preditos vs Valores Observados (Equação 4.1).

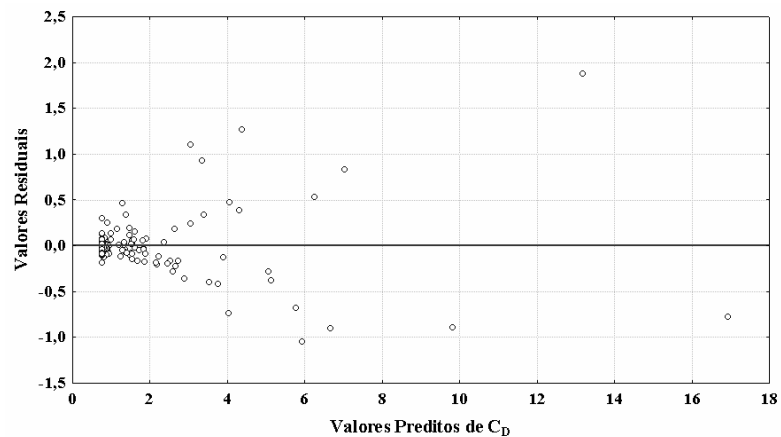


Figura 4.8 – Distribuição de resíduos do coeficiente de arraste (Equação 4.1).

O gráfico de resíduos apresentado na Figura 4.8 mostra que a distribuição dos resíduos não é aleatória e não tem variância constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Constata-se uma tendência de resíduos crescente quando são aumentados os valores Preditos, indicando um problema de previsão do modelo empregado.

#### 4.2.2.2 Correlação de TURTON; LEVENSPIEL (1986)

Outro modelo de expressão a ser utilizada foi a de TURTON; LEVENSPIEL (1986), dada pela Equação (4.2), com 5 parâmetros de ajuste:

$$C_D = \frac{24}{Re_t} (1 + A Re_t^B) + \frac{C}{\left(1 + \frac{D}{Re_t^E}\right)} \quad (4.2)$$

Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais foram obtidos para a queda de esferas em líquidos Newtonianos para  $Re_t < 2,6 \times 10^5$  e estão apresentados na Tabela 4.5,

juntamente com os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais para a ascensão de esferas.

Tabela 4.5: Valores dos parâmetros da Equação (4.2).

	Ascensão de esferas					Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
Parâmetro	0,244	0,582	499,54	87797,78	0,623	0,173	0,657	0,413	16300	1,09
$r^2(\%)$	97,71									

Na Tabela 4.5 não foram apresentados os valores de desvio padrão dos parâmetros, pois a estimativa levou a uma matriz mal condicionada, não sendo possível o cálculo destes valores.

As Figuras 4.9, 4.10 e 4.11 a seguir mostram as curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos respectivamente.

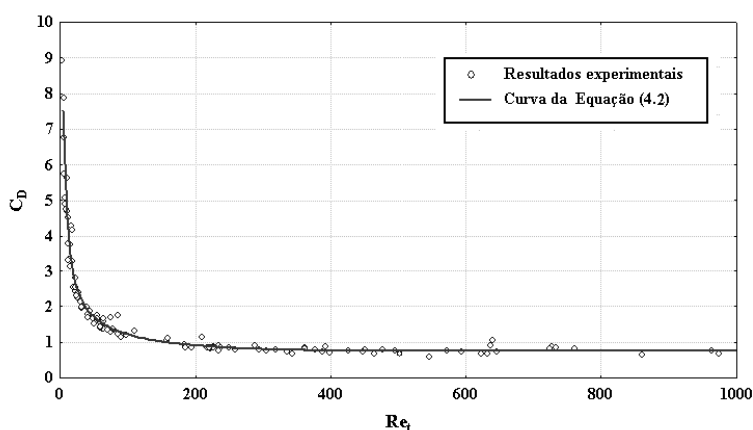


Figura 4.9 – Função ajustada aos valores experimentais (Equação 4.2).

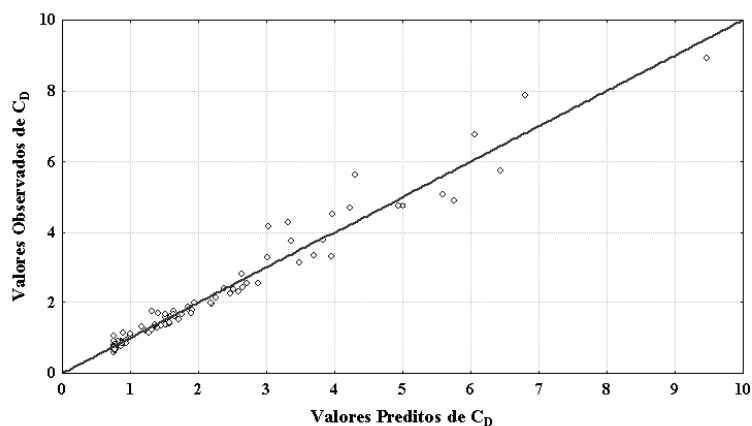


Figura 4.10 – Valores Preditos vs Valores Observados (Equação 4.2).

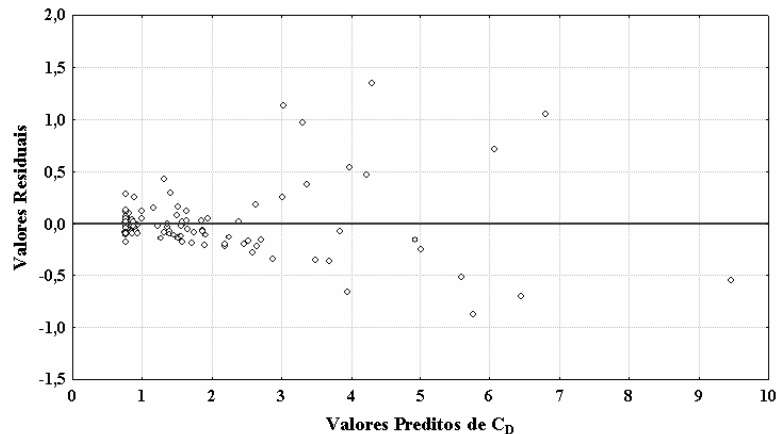


Figura 4.11 – Distribuição de resíduos do coeficiente de arraste (Equação 4.2).

O gráfico de resíduos apresentado na Figura 4.11 mostra uma distribuição não aleatória e variância não constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Observa-se uma tendência de resíduos crescente quando são aumentados os valores preditos, indicando um problema de previsão pelo modelo de correlação de TURTON; LEVENSPIEL (1986). Isto também pode ser constatado pela Figura 4.10 quando se comparam os valores preditos e observados, indicando uma distribuição não aleatória.

#### 4.2.2.3 Correlação de KHAN; RICHARDSON (1987)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste possui 5 parâmetros de ajuste e é dada pela Equação (4.3) abaixo:

$$C_D = (A Re_t^B + C Re_t^D)^E \quad (4.3)$$

onde os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais foram obtidos para a queda de esferas para  $Re_t < 3 \times 10^5$  e estão apresentados na Tabela 4.6, juntamente com os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais desta tese para ascensão.

Tabela 4.6: Valores dos parâmetros da Equação (4.3).

	Ascensão de esferas					Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	1,683	-0,161	0,077	0,238	5,982	2,25	-0,31	0,36	0,06	3,45
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	97,54									

Na Tabela 4.6 não foram apresentados os valores de desvio padrão dos parâmetros, pois a estimativa levou a uma matriz mal condicionada, não sendo possível o cálculo destes valores.

As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos encontram-se no Anexo C. O comportamento visto anteriormente também foi observado para este caso, indicando, portanto um problema de previsão dos dados experimentais pelo modelo de KHAN; RICHARDSON (1987).

#### 4.2.2.4 Correlação de MORSI; ALEXANDER (1972)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste, segundo os autores, possui 3 parâmetros de ajuste que assumem valores distintos dependendo da faixa de número de Reynolds trabalhada. A expressão é dada pela Equação (4.4) e os valores dos parâmetros encontrados por MORSI; ALEXANDER (1972) para a queda de esferas encontram-se na Tabela 4.7.

$$C_D = \frac{A}{Re_t} + \frac{B}{Re_t} + C \quad (4.4)$$

Tabela 4.7: Valores dos parâmetros originais da Equação (4.4).

<b>Re<sub>t</sub></b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
0 – 0,1	24	0	0
0,1 – 10	22,73	0,090	3,69
< 10	29,2	-3,9	1,222
< 100	46,5	-116,7	0,6167
<1000	98,3	-2778	0,3644

Na tentativa de ajustar os parâmetros da correlação de MORSI; ALEXANDER (1972) aos dados experimentais para a ascensão de esferas leves, estes foram divididos em faixas de número de Reynolds semelhantes às encontradas na Tabela 4.7 e um ajuste para cada faixa foi feito. Porém encontrou-se baixos valores para o coeficiente de correlação quadrática bem como diversos parâmetros não significativos. Assim decidiu-se utilizar a estrutura da expressão para tentar um ajuste com todos os valores experimentais com  $Re_t < 1000$ , seguindo a mesma metodologia usada nas expressões anteriores. Constatou-se desta forma um melhor ajuste. Os valores obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais desta tese estão apresentados na Tabela 4.8.

Apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 97,56% e todos os parâmetros estimados serem significativos constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos. Isto pode ser constatado através do gráfico de resíduos

no Anexo C, que possui comportamento similar ao da Figura 4.11, indicando assim um problema de previsão pelo modelo empregado.

Tabela 4.8: Valores dos parâmetros da Equação (4.4) obtidos através da regressão não linear dos pontos experimentais.

	Ascensão de esferas		
	A	B	C
<b>Parâmetro</b>	40,758	-19,999	0,768
<b>Desvio padrão</b>	1,195	2,876	0,043
<b>t(115)</b>	34,092	-6,954	17,721
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	97,56		

#### 4.2.2.5 Correlação de COELHO; MASSARANI (1996)

Esta expressão proposta por COELHO; MASSARANI (1996) possui apenas um parâmetro de ajuste e contabiliza os dois regimes extremos de escoamento, regime de Stokes e regime de Newton, prevendo assim a região intermediária. O parâmetro foi obtido por COELHO; MASSARANI (1996) para a fluidodinâmica de partículas esféricas isoladas em fluidos newtonianos. A expressão é dada pela Equação (4.5) a seguir:

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re_t} \right)^{n_1} + (0,43)^{n_1} \right]^{\frac{1}{n_1}} \quad (4.5)$$

Os valores do parâmetro  $n_1$  obtidos pelos autores, bem como os valores obtidos pela regressão não linear utilizando os dados experimentais de ascensão do presente estudo estão apresentados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Valor do parâmetro da Equação (4.5).

	Ascensão de esferas	Parâmetro da Equação original
	$n_1$	$n_1$
<b>Parâmetro</b>	0,521	0,63
<b>Desvio padrão</b>	0,005	
<b>t(117)</b>	94,952	
<b>p-level</b>	0,000	
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	97,68	

Apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 97,68% e todos os parâmetros estimados serem significativos constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos. Isto pode ser verificado através dos gráficos da função ajustada aos valores experimentais e gráficos de resíduos contidos no Anexo C, cujo comportamento indicam um problema de previsão pelo modelo de COELHO; MASSARANI (1996).

Isto pode ser explicado, pois a expressão de COELHO; MASSARANI (1996) foi proposta para queda de esferas e sabe-se que para altos números de Reynolds o coeficiente de arraste tende a um valor constante e igual a 0,43. Assim, propôs-se uma modificação nesta expressão que é dada pela Equação (4.6) abaixo, que contabiliza o valor do coeficiente de arraste para altos números de Reynolds obtido neste trabalho que foi igual a 0,95, conforme discutido na seção 4.2.1.

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^{n_1} + 0,95^{n_1} \right]^{\frac{1}{n_1}} \quad (4.6)$$

Obteve-se assim um novo valor para o parâmetro  $n_1$  mostrado na Tabela 4.10. Observou-se que com esta modificação não se tem aumento no coeficiente de correlação quadrática, e a distribuição de resíduos, que encontra-se no Anexo C, apresenta problemas no que diz respeito a aleatoriedade e a variância não constante.

Tabela 4.10: Valor do parâmetro da Equação (4.6).

	Ascensão de esferas
	$n_1$
<b>Parâmetro</b>	0,678
<b>Desvio padrão</b>	0,012
<b>t(117)</b>	54,097
<b>p-level</b>	0,000
<b><math>r^2(\%)</math></b>	95,59

Apesar disto pode-se constatar que uma expressão com apenas 1 parâmetro de ajuste apresentou um coeficiente de correlação quadrática muito próximo aos obtidos anteriormente com o uso de expressões mais complexas, mostrando assim a viabilidade de se utilizar um modelo com uma estrutura mais simples e com um menor número de parâmetros como o proposto por COELHO; MASSARANI (1996).



#### 4.2.2.6 Outras correlações

Como em grande parte das expressões acima deparou-se com o problema de validação dos modelos, algumas expressões foram propostas e a tentativa de ajuste dos dados experimentais foram feitos. Estas expressões nada mais são do que modelos híbridos das expressões mostradas anteriormente e algumas estão dispostas no Anexo C, juntamente com os valores obtidos para cada parâmetro, bem como os gráficos da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos.

Na maioria das expressões propostas e apresentadas no Anexo C, observamos o mesmo comportamento visto anteriormente, ou seja, a validação do modelo nem sempre foi possível considerando à hipótese de variação aleatória dos resíduos, ou alguns dos parâmetros não eram significativos ou ainda o coeficiente de correlação quadrática não era satisfatório.

Porém dentre estes modelos propostos o que melhor se ajustou aos dados experimentais de ascensão de esferas em fluidos Newtonianos foi o dado pela Equação (4.7), mostrada a seguir, que possui forma similar a de COELHO; MASSARANI (1996), porém com 3 parâmetros de ajuste e regime de Newton caracterizado pelo valor 0,95.

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A + (0,95)^B \right]^C \quad (4.7)$$

Na Tabela 4.11 encontram-se os valores obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais, onde todos os parâmetros são significativos e tem-se um coeficiente de correlação quadrática de 97%. As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos estão apresentados no Anexo C.

Tabela 4.11: Valor do parâmetro da Equação (4.7).

	Ascensão de esferas		
	A	B	C
<b>Parâmetro</b>	0,526	8,497	1,902
<b>Desvio padrão</b>	0,068	1,743	0,165
<b>t(115)</b>	7,724	4,875	11,559
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	97,0		

Constatamos assim a viabilidade de se utilizar um modelo com uma estrutura mais simples para a previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds.

#### 4.2.3 Simulação Numérica da ascensão de esferas leves em fluidos Newtonianos

A condução de simulações numéricas não é algo elementar. Um resultado conciso demanda grandes esforços pessoais e computacionais, seja desde a reprodução da unidade experimental através do uso do *software* comercial apropriado, quanto à escolha do modelo multifásico a se utilizar. A simulação através de pacotes comerciais deve ser vista como uma ferramenta complementar para a compreensão de certos fenômenos físicos.

Nesta tese, para o caso da ascensão de esferas leves em fluidos Newtonianos o modelo utilizado foi o Modelo de Fase Discreta. Como visto no Capítulo III, primeiramente estabilizava-se o campo de pressão para posterior injeção da esfera. Um exemplo de campo de pressão estabilizado pode ser visto na Figura 4.12, onde a escala que se encontra à esquerda indica as variações nos valores de pressão (Pa). A cor azul indica a pressão atmosférica (local) ou pressão de saída e a cor vermelha a pressão no fundo do tanque. Para cada condição de viscosidade, densidade e altura de fluido no tanque era necessário proceder a uma nova simulação para o campo de pressão.

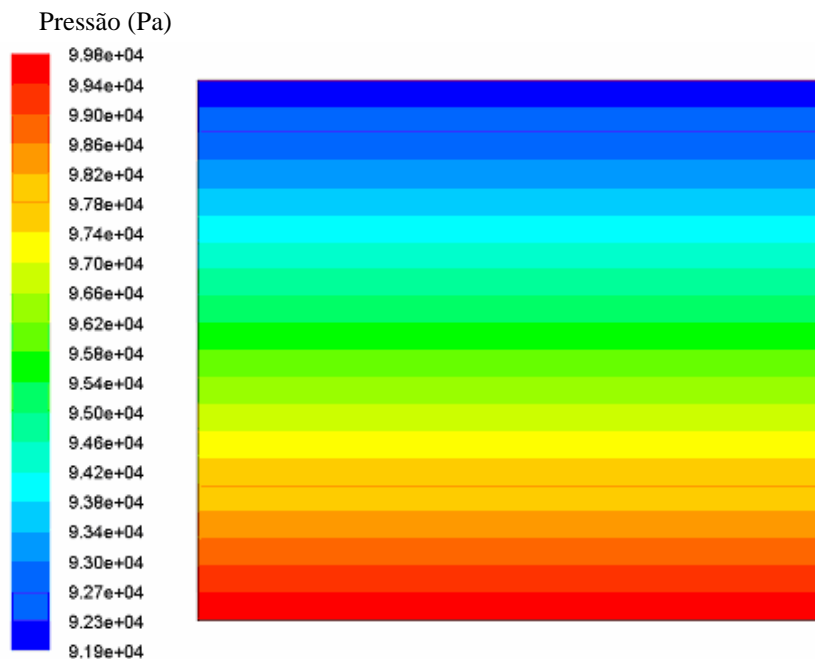
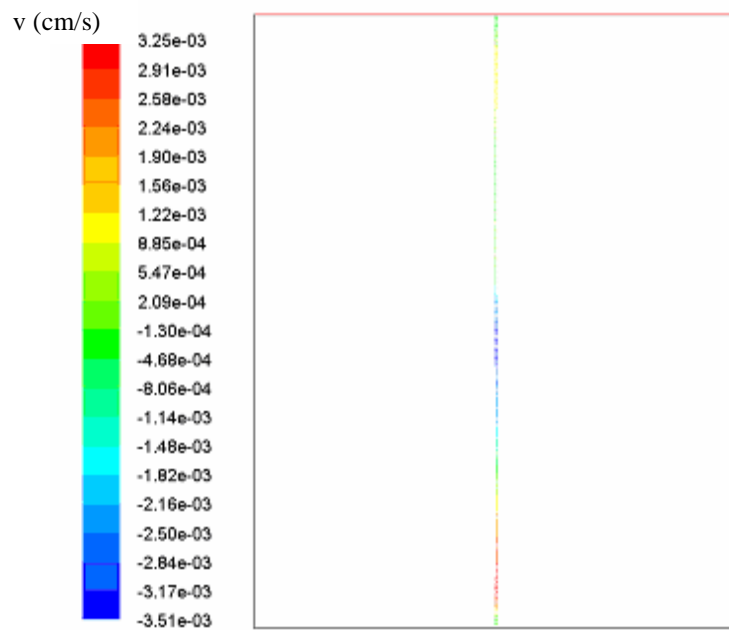
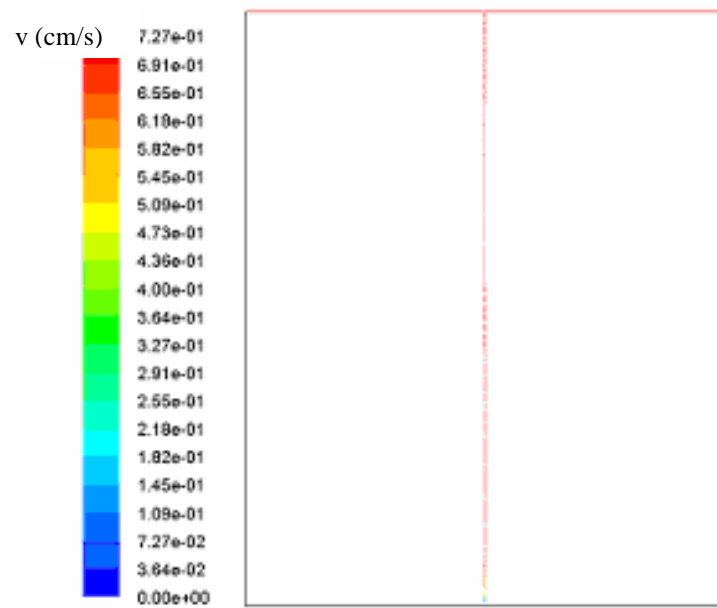


Figura 4.12 – Campo de pressão estabilizado utilizando técnicas de CFD.

Neste trabalho as variáveis de interesse são a velocidade e a trajetória de ascensão. Assim através da simulação numérica obtinham-se as componentes da velocidade, no caso como adotamos uma simulação bidimensional, as velocidades em x e y. Dois exemplos de componentes de velocidade são mostrados a seguir. Na Figura 4.13 (a) tem-se a velocidade em x para a ascensão da esfera Isopor 4A ( $\rho_s = 0,243\text{g/cm}^3$ ;  $d_{\text{médio}} = 2,370\text{ cm}$ ) em água e na Figura 4.13 (b) a velocidade em y.



(a)

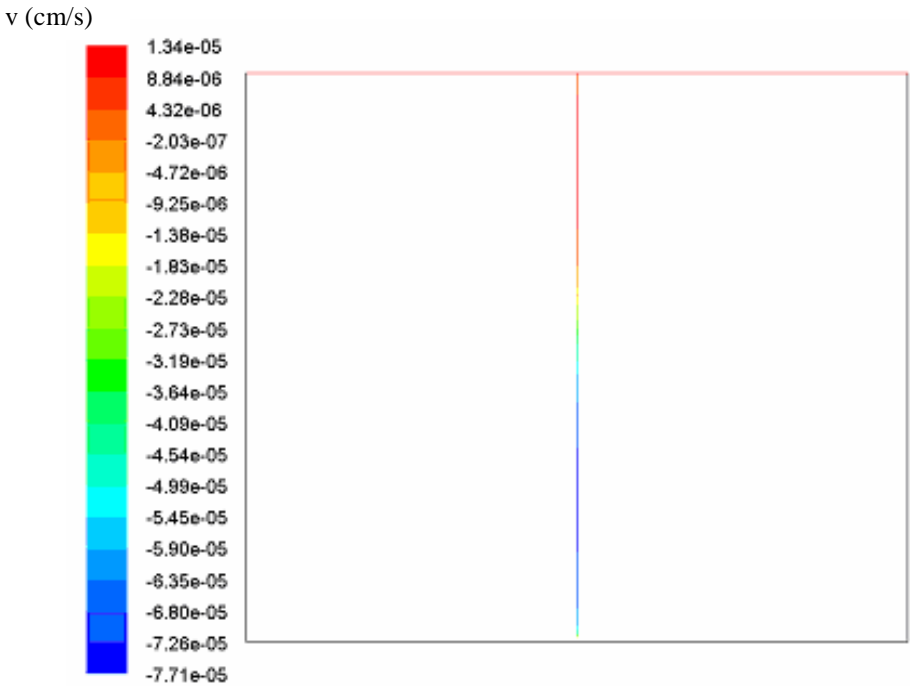


(b)

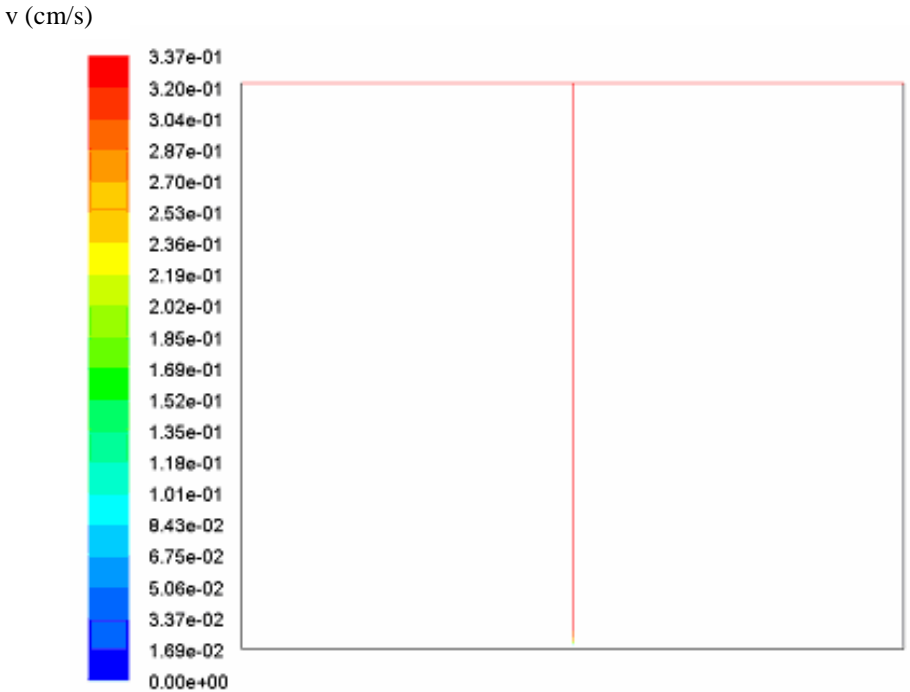
Figura 4.13 – Componentes da velocidade da esfera Isopor 4A em água: (a) direção  $x$ ; (b) direção  $y$ .

De acordo com os valores da componente  $x$  da velocidade constata-se que estes oscilam entre valores negativos e positivos. Como a injeção da esfera ocorre no centro do tanque, estas oscilações indicam a existência da componente horizontal de velocidade, que leva a uma trajetória não retilínea de ascensão.

Na Figura 4.14 (a) tem-se a velocidade em x para a ascensão da mesma esfera anterior, porém agora em glicerina inicial e em (b) a velocidade em y. Observa-se também oscilações nos valores da componente x de velocidade.



(a)



(b)

Figura 4.14 – Componentes da velocidade da esfera Isopor 4A em glicerina inicial: (a) direção x; (b) direção y.

Podemos observar que apesar de se ter uma variação na componente x da velocidade, esta não é significativa e não causa oscilações horizontais visíveis na trajetória de ascensão das esferas. Pode-se constatar este comportamento em todas as outras simulações.

Para poder resolver as equações da continuidade e do movimento e calcular as componentes de velocidade das partículas fazia-se necessário definir o modelo que seria usado para o coeficiente de arraste. O FLUENT<sup>®</sup> disponibiliza dois modelos para o caso de esferas, a expressão de HAIDER; LEVENSPIEL (1989) para partículas não esféricas o qual definiu-se o valor 1 para a esfericidade e a expressão de MORSI; ALEXANDER (1972). Cabe ressaltar que ambas as expressões foram determinadas originalmente para a queda livre de partículas em fluidos Newtonianos e não para a ascensão.

Assim, como podemos constatar na Tabela 4.12 obtivemos duas velocidades, calculadas com base nas expressões descritas anteriormente. Portanto, com os valores de velocidade e das propriedades do fluido e das partículas pode-se calcular o número de Reynolds terminal e coeficiente de arraste. Estes valores encontram-se na Tabela 4.12 para a solução inicial de glicerina. Os demais, obtidos para as outras soluções e para a água encontram-se no Anexo D.

Tabela 4.12: Resultados simulados de  $v_t$ ,  $Re_t$  e  $C_D$  para esferas em glicerina inicial.

Esfera	d <sub>médio</sub> (cm)	ρ <sub>s</sub> (g/cm <sup>3</sup> )	μ (g/cm.s)	v <sub>t</sub> <sup>1</sup>	v <sub>t</sub> <sup>2</sup>	A partir de v <sub>t</sub> <sup>1</sup>		A partir de v <sub>t</sub> <sup>2</sup>	
				HAIDER; LEVENSPIEL	MORSI; ALEXANDER	Re <sub>t</sub>	C <sub>D</sub>	Re <sub>t</sub>	C <sub>D</sub>
				(cm/s)	(cm/s)				
Isopor®									
2A	3,445	0,313	3,343	51,200	48,000	65,583	1,285	61,484	1,461
A1	3,436	0,449	3,343	45,800	43,000	58,513	1,367	54,396	1,549
A2	3,436	0,320	3,343	50,800	47,600	64,901	1,292	60,813	1,471
1T	3,440	0,167	3,594	55,200	52,000	65,673	1,276	61,866	1,438
2Ac	1,573	1,036	3,594	5,890	5,640	3,204	9,866	3,068	10,76
4T	3,439	0,195	3,594	54,100	51,000	64,346	1,293	60,659	1,455
6T	3,421	0,107	3,594	57,100	53,900	67,559	1,252	63,773	1,406
A3	3,480	0,229	3,594	53,500	50,500	64,391	1,295	60,78	1,455
1A	2,450	0,482	3,719	28,700	27,600	23,501	2,379	22,601	2,573
1M	2,475	0,486	3,719	28,900	27,800	23,907	2,111	22,997	2,549

continuação da Tabela 4.12									
3A	2,440	0,362	3,719	31,800	30,500	25,933	2,235	24,873	2,428
3M	3,457	0,244	3,719	51,600	48,700	59,62	1,362	56,269	1,532
3T	2,487	0,211	3,719	36,600	34,900	30,423	2,015	29,01	2,216
4A	2,370	0,243	3,719	33,700	32,300	26,695	2,195	25,586	2,389
4Ta	2,500	0,127	3,719	39,000	37,100	32,587	1,927	30,999	2,133
5A	3,480	0,451	3,719	44,400	41,900	51,642	1,468	48,735	1,649
T	1,475	0,602	3,719	13,900	13,100	6,852	5,145	6,458	5,791
V	3,433	0,063	3,719	57,400	54,100	65,861	1,291	62,075	1,456
Va	2,475	0,076	3,719	39,800	37,900	32,923	1,841	31,351	2,114
Vb	1,493	0,263	3,719	19,000	18,100	9,481	4,261	9,032	4,694
<b>Madeira</b>									
1	2,379	0,763	3,343	20,800	20,000	18,399	2,774	17,691	2,999
3	2,384	0,655	3,343	24,300	23,300	21,54	2,496	20,654	2,713
4	2,376	0,449	3,343	30,200	28,800	26,68	2,174	25,443	2,390
5	2,422	0,913	3,343	16,100	15,500	14,499	3,241	13,959	3,488
<b>Polipropileno</b>									
5	0,989	0,819	3,343	5,500	5,270	2,022	14,572	1,938	15,87
10	1,302	0,855	3,343	7,900	7,500	3,824	8,509	3,631	9,441
16	2,797	0,234	3,343	43,600	40,800	45,343	1,561	42,431	1,782
17	2,815	0,209	3,343	44,700	41,800	46,786	1,531	43,751	1,751
18	2,819	0,219	3,343	44,400	41,500	46,538	1,539	43,499	1,762
19	3,872	0,207	3,594	60,300	57,000	80,751	1,158	76,331	1,297
20	3,783	0,171	3,594	60,300	57,100	78,894	1,173	74,708	1,309
21	3,848	0,164	3,343	62,900	59,200	89,995	1,104	84,701	1,247
2F	1,925	0,949	3,343	11,200	10,500	8,016	4,734	7,515	5,396
1B	2,393	0,947	3,343	14,700	14,000	13,079	3,444	12,457	3,800
2B	2,400	0,854	3,594	17,400	16,800	14,443	3,242	13,945	3,477

continuação da Tabela 4.12

3B	2,350	0,908	3,343	15,700	15,100	13,718	7,889	13,194	8,528
4B	1,775	0,925	3,343	10,600	9,990	6,996	9,374	6,593	10,55
5B	1,763	0,786	3,343	14,000	13,200	9,177	4,321	8,653	4,861
6B	1,725	0,862	3,343	11,800	11,100	7,568	4,961	7,119	5,608
8B	2,475	0,732	3,343	22,900	21,900	21,074	2,534	20,154	2,772
<b>Nylon</b>									
1	2,511	0,937	3,343	15,900	15,300	14,845	3,194	14,285	3,450

Com os valores obtidos através das simulações numéricas para todas as condições dos fluidos de trabalho utilizados, uma curva do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds terminal pode ser plotada e é mostrada na Figura 4.15, juntamente com os dados experimentais.

Observa-se um desvio entre os dados obtidos experimentalmente e aqueles das simulações numéricas, tanto quando se utilizou as velocidades oriundas do uso da expressão de HAIDER; LEVENSPIEL (1989) para o cálculo do coeficiente de arraste quanto pela expressão de MORSI; ALEXANDER (1972).

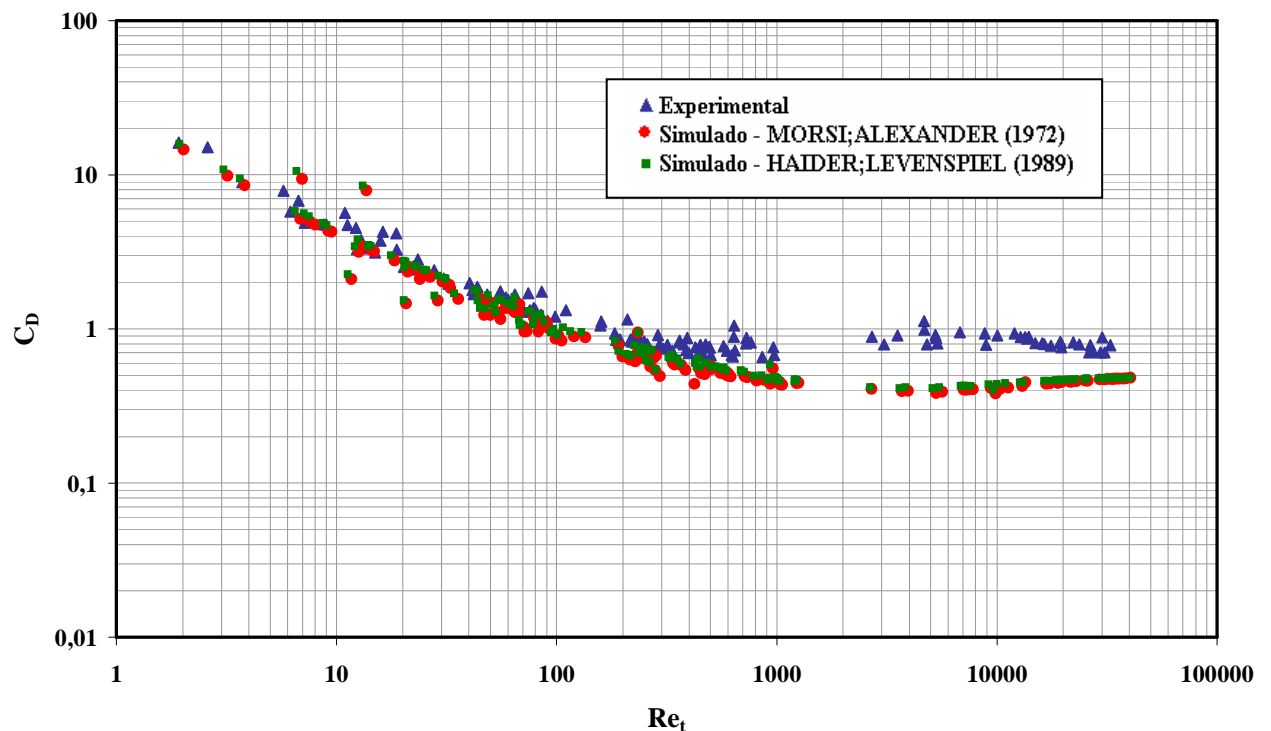


Figura 4.15 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_t$  obtida através de dados de simulação numérica.

Esta discrepância entre os resultados experimentais e os obtidos através das simulações numéricas deve-se à previsão deficiente da velocidade terminal através do uso das expressões disponíveis no FLUENT®. Observa-se que estes desvios são maiores quanto maior for o número de Reynolds, variando de 3,26% para baixos números de Reynolds e chegando a 33% para altos números de Reynolds. Como dito anteriormente, estas expressões foram originalmente obtidas para a queda livre de partículas em fluidos Newtonianos, onde para números de Reynolds maiores que 1000 o coeficiente de arraste tende a um valor constante e igual a 0,43. Para a ascensão vimos que este valor é próximo a 0,95 e a trajetória é espiralada. Nas simulações numéricas não foi verificado em nenhum dos casos a ocorrência de trajetória espiralada que ocasionasse desvios significativos na componente x de velocidade.

Para se constatar estes desvios relativos nos valores do coeficiente de arraste utilizamos os dados de número de Reynolds experimentais e calculamos o coeficiente de arraste pelas expressões disponibilizadas pelo FLUENT® 6.3.26. Estes valores encontram-se na Tabela 4.13 para glicerina inicial. Os demais, obtidos para as outras soluções e para a água encontram-se no Anexo D.

Tabela 4.13: Resultados de coeficiente de arraste através do uso de  $Re_i$  experimental.

Esfera	Re <sub>texp</sub>	C <sub>Dexp</sub>	C <sub>D</sub>	Desvio	C <sub>D</sub>	Desvio
			HAIDER; LEVENSPIEL	Relativo (%)	MORSI; ALEXANDER	Relativo (%)
Isopor®						
A1	54,107	1,598	1,563	2,185	1,434	10,245
A2	58,953	1,565	1,496	4,414	1,371	12,356
A3	55,426	1,749	1,545	11,650	1,417	18,953
1T	63,059	1,385	1,444	4,322	1,322	4,350
4T	61,212	1,430	1,467	2,575	1,345	5,958
6T	64,648	1,368	1,426	4,248	1,308	4,410
2A	58,773	1,599	1,498	6,302	1,374	14,087
5A	48,428	1,670	1,660	0,601	1,527	8,599
3M	59,015	1,391	1,495	7,496	1,371	1,436
V	60,378	1,537	1,477	3,882	1,354	11,855
3T	27,841	2,404	2,272	5,489	2,136	11,139
4T	32,287	1,963	2,083	6,082	1,944	0,954



continuação da Tabela 4.13

1A	23,305	2,418	2,529	4,566	2,397	0,901
3A	25,293	2,348	2,406	2,476	2,272	3,223
4A	26,308	2,257	2,350	4,094	2,215	1,869
1M	24,157	2,308	2,474	7,181	2,341	1,424
V	32,444	1,973	2,077	5,275	1,939	1,729
T	7,179	4,889	5,597	14,492	5,213	6,632
2A	2,593	15,062	12,464	17,248	11,901	20,987
1T	6,166	5,747	6,299	9,067	5,854	1,859
V	8,963	4,765	4,765	0,004	4,431	7,018

### Madeira

1	15,842	3,741	3,228	13,703	3,049	18,492
3	18,803	3,741	2,891	22,717	2,759	26,243
4	23,446	3,274	2,520	23,032	2,387	27,074
5	12,283	4,514	3,825	15,264	3,628	19,623

### Polipropileno

5	1,9201	16,165	16,062	0,633	15,371	4,908
10	3,734	8,922	9,255	3,766	8,761	1,800
16	40,223	1,982	1,838	7,264	1,700	14,22
17	43,086	1,805	1,769	1,951	1,633	9,535
18	43,224	1,784	1,767	0,960	1,630	8,631
19	75,621	1,322	1,317	0,363	2,211	8,409
20	75,051	1,295	1,322	2,082	1,215	6,178
21	84,977	1,237	1,243	0,541	1,147	7,215
2F	6,707	6,773	5,886	13,087	5,488	18,965
1B	11,200	4,697	4,075	13,246	3,838	18,299
3B	10,948	5,641	4,140	26,608	3,890	31,036
4B	12,951	3,766	3,690	1,995	3,511	6,762
5B	5,733	7,861	6,623	15,736	6,196	21,175
6B	8,746	7,755	4,849	37,473	4,509	41,858
8B	7,477	5,081	5,432	6,909	5,057	0,482

continuação da Tabela 4.13

Nylon						
Nylon 1	15,011	3,123	3,345	7,080	3,196	3,327

Com os valores obtidos para todas as condições dos fluidos de trabalho utilizados observou-se um desvio relativo médio entre os dados experimentais de coeficiente de arraste e os calculados através da expressão de HAIDER; LEVENSPIEL (1989) em torno de 20,86% e calculados com a expressão de MORSI; ALEXANDER (1972) de 25,66%. De acordo com as tabelas que se encontram no Anexo D, constata-se que estes desvios são maiores quando se tratam de números de Reynolds mais elevados. Verificando-se com isso a necessidade de se ter uma expressão própria para o coeficiente de arraste em função do número de Reynolds para a ascensão de esferas leves.

### 4.3 Similaridades entre queda e ascensão de esferas

Um estudo para verificar as similaridades entre a queda e a ascensão de esferas de diâmetro e gradiente de densidades muito próximos foi realizado. Os experimentos foram feitos na solução Glicerina 1.

Os dados experimentais obtidos estão apresentados na Tabela 4.14, onde os de mesma cor representam as comparações entre queda e ascensão de esferas com características semelhantes.

Tabela 4.14: Comparação entre queda e ascensão de esferas.

Esfera	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$d_{\text{médio}}$ (cm)	$\Delta\rho$	$Re_t$	$C_D$
Queda					
T1	2,076	3,005	0,852	283,52	0,815
T2	2,197	2,566	0,969	221,04	0,888
T3	2,197	2,254	0,979	169,49	1,034
PVC3	1,461	2,495	0,243	92,888	1,184
PVC5	1,503	1,878	0,285	51,123	1,911
Ascensão					
3A	0,364	3,492	0,854	336,65	0,903
3T	0,224	2,487	0,994	192,45	1,094

continuação da Tabela 4.14					
4A	0,293	2,370	0,925	187,75	0,926
1B	0,947	2,393	0,271	89,287	1,234
2F	0,949	1,925	0,269	53,669	1,765

De acordo com os resultados apresentados tem-se que para  $Re_t < 1000$  os dados de queda e ascensão são muito próximos apresentando um desvio relativo médio na ordem de 10%. Mesmo assim constata-se a necessidade de se utilizar uma expressão própria para descrever os dados de ascensão de esferas em fluidos Newtonianos ao invés de se utilizar curvas de arraste padrão encontradas na literatura e que foram propostas para a queda de esferas.

Para  $Re_t > 1000$  não foi possível fazer esta comparação devido a limitações na unidade experimental.

## 4.4 Ascensão de bolhas de nitrogênio em fluidos Newtonianos

### 4.4.1 Resultados Experimentais

Com os resultados de distância e tempo percorridos entre cada posição ocupada pela bolha, calculou-se a velocidade média e os respectivos valores dos desvios padrão (DP). Calculou-se também os valores médios e desvios padrão do diâmetro volumétrico equivalente e diâmetro projetado sobre o plano horizontal conforme mostrado anteriormente no Item 3.6.3 para as diferentes formas assumidas pelas bolhas. Os resultados encontrados, juntamente com a temperatura da solução de glicerina no dia de trabalho e viscosidades encontram-se na Tabela 4.15, para efeito de ilustração. Os demais valores obtidos para as outras soluções de glicerina e também para a ascensão das bolhas de nitrogênio em água, encontram-se no Anexo E. Os números indicados na coluna “bolha” são referentes à quantidade de pequenas bolhas de mesmo volume injetadas no recipiente de soltura para formar o tamanho final desejado de uma única bolha, pois o objetivo desta tese é o estudo do comportamento de bolha isolada.

Tabela 4.15: Resultados experimentais obtidos para bolhas na solução Glicerina 1.

Bolha	$d_{eq}$ médio (cm)	Desvio padrão	$v_{média}$ (cm/s)	Desvio padrão	$d_h$ médio (cm)	Desvio padrão	T (°C)	$\mu$ (g/cms)
1	0,464	± 0,032	8,840	± 0,225	0,510	± 0,038	24,5	0,922
3	0,577	± 0,023	13,941	± 0,129	0,673	± 0,013	25,5	0,856

continuação da Tabela 4.15

5	0,806	$\pm 0,060$	18,950	$\pm 0,244$	1,018	$\pm 0,023$	25	0,866
8	0,898	$\pm 0,014$	21,301	$\pm 0,141$	1,167	$\pm 0,014$	24,5	0,922
10	0,871	$\pm 0,018$	31,473	$\pm 0,399$	1,150	$\pm 0,040$	24,5	0,922
14	0,932	$\pm 0,018$	22,577	$\pm 0,311$	1,214	$\pm 0,055$	25	0,866
18	1,078	$\pm 0,055$	24,004	$\pm 0,180$	1,432	$\pm 0,052$	25	0,866
22	1,174	$\pm 0,024$	24,510	$\pm 0,306$	1,710	$\pm 0,480$	25	0,866
26	1,109	$\pm 0,042$	25,312	$\pm 0,130$	1,687	$\pm 0,048$	25	0,866
30	1,216	$\pm 0,000$	27,114	$\pm 0,314$	1,799	$\pm 0,014$	25	0,866
35	1,257	$\pm 0,046$	27,153	$\pm 0,342$	1,986	$\pm 0,047$	25	0,866
40	1,320	$\pm 0,021$	28,042	$\pm 0,478$	2,088	$\pm 0,013$	25	0,866
50	1,327	$\pm 0,046$	28,851	$\pm 0,211$	2,301	$\pm 0,014$	25	0,866
55	1,479	$\pm 0,014$	30,284	$\pm 0,429$	2,368	$\pm 0,023$	25	0,866
65	1,643	$\pm 0,036$	31,388	$\pm 0,156$	2,512	$\pm 0,035$	25	0,866
80	1,653	$\pm 0,024$	31,663	$\pm 0,018$	2,675	$\pm 0,053$	25	0,866
85	1,679	$\pm 0,041$	31,523	$\pm 0,182$	2,717	$\pm 0,029$	25	0,866
95	1,739	$\pm 0,028$	32,143	$\pm 0,138$	2,800	$\pm 0,035$	25	0,866
105	1,876	$\pm 0,000$	33,008	$\pm 0,009$	2,812	$\pm 0,018$	25	0,866
110	1,800	$\pm 0,022$	33,105	$\pm 0,237$	2,900	$\pm 0,035$	25	0,866
120	1,804	$\pm 0,000$	33,670	$\pm 0,386$	3,019	$\pm 0,075$	25	0,866
130	1,950	$\pm 0,065$	34,134	$\pm 0,365$	3,152	$\pm 0,095$	25	0,866
140	2,042	$\pm 0,036$	35,129	$\pm 0,236$	3,262	$\pm 0,047$	25	0,866
150	2,141	$\pm 0,035$	35,323	$\pm 0,277$	3,315	$\pm 0,036$	25	0,866
160	2,179	$\pm 0,014$	35,853	$\pm 0,148$	3,411	$\pm 0,049$	25	0,866
170	2,266	$\pm 0,124$	36,671	$\pm 0,235$	3,548	$\pm 0,055$	25	0,866
180	2,368	$\pm 0,014$	37,511	$\pm 0,469$	3,644	$\pm 0,095$	23	0,946
190	2,336	$\pm 0,037$	37,601	$\pm 0,232$	3,738	$\pm 0,144$	23	0,946
200	2,425	$\pm 0,006$	38,191	$\pm 0,450$	3,932	$\pm 0,033$	23	0,946
220	2,440	$\pm 0,011$	38,365	$\pm 0,0129$	4,307	$\pm 0,000$	23	0,946
260	2,563	$\pm 0,040$	38,899	$\pm 0,0103$	4,068	$\pm 0,183$	23	0,946
280	2,600	$\pm 0,021$	39,901	$\pm 0,455$	4,138	$\pm 0,105$	23	0,946

O fato das bolhas de nitrogênio modificarem o formato ao longo do movimento de ascensão no líquido estagnado aumenta a complexidade do estudo dinâmico dessas bolhas. KARAMANEV (1994) observou que o comportamento dinâmico do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds de bolhas de gás é similar ao deslocamento de esferas leves em líquidos estagnados. Entretanto, essa semelhança é observada quando se emprega o conceito de geometria ou forma real da bolha em substituição ao diâmetro volumétrico equivalente, classicamente empregado em inúmeros trabalhos encontrados na literatura. Segundo MIYAHARA; TAKAHASHI (1985) a forma real das bolhas pode ser contemplada através do uso da razão entre definições de dimensões características (“*aspect ratio*”), que seria  $d_e/d_h$ . Os autores observaram que empregando esta razão tem-se ao final uma curva universal padrão para coeficiente de arraste.

Pensando nisso, com os valores de velocidade e das propriedades do fluido e das bolhas propôs-se nesta tese obter o coeficiente de arraste em função do número de Reynolds contabilizando diferentes formas de se caracterizar o diâmetro das bolhas nas expressões para o cálculo de ambos. Estes valores encontram-se na Tabela 4.16 para a solução Glicerina 1. Os demais valores obtidos para as outras soluções encontram-se no Anexo E.

Tabela 4.16: Resultados experimentais de  $Re$  e  $C_D$  obtidos para bolhas na solução Glicerina 1.

Formas utilizadas para caracterizar o diâmetro das bolhas nos cálculos de $Re$ e $C_D$					
	$d_{eq}$ em ambos		<i>aspect ratio</i>	$d_h$	<i>aspect ratio</i>
Bolha	$C_D$	$Re$	$C_D$	$Re$	$Re$
1	7,752	5,426	6,417	5,967	4,494
3	3,876	11,465	2,849	13,372	8,427
5	2,930	21,517	1,837	27,177	13,488
8	2,584	25,311	1,530	32,893	14,987
10	2,466	24,478	1,415	32,675	14,196
14	2,387	29,643	1,407	38,612	17,471
18	2,443	36,454	1,384	48,425	20,658
22	2,551	40,537	1,203	59,045	19,107
26	2,260	39,560	0,977	60,157	17,090
30	2,159	46,448	0,987	68,717	21,221
35	2,226	48,683	0,892	75,969	19,262

continuação da Tabela 4.16					
40	2,192	52,146	0,876	82,486	20,841
50	2,081	53,935	0,692	93,523	17,938
55	2,105	63,099	0,821	101,027	24,615
65	2,177	72,651	0,931	111,077	31,080
80	2,153	73,734	0,822	119,321	28,156
85	2,206	74,562	0,842	120,659	28,474
95	2,197	78,746	0,848	126,790	30,375
105	2,248	87,236	1,001	130,760	38,827
110	2,144	83,948	0,826	135,249	32,341
120	2,078	85,570	0,742	143,002	30,554
130	2,185	93,770	0,836	151,571	35,889
140	2,160	101,056	0,847	161,433	39,601
150	2,240	106,541	0,934	164,962	44,441
160	2,213	110,059	0,903	172,286	44,913
170	2,200	117,064	0,897	183,294	47,750
180	2,368	114,554	0,928	176,281	48,374
190	2,157	113,277	0,842	181,262	44,239
200	2,171	119,438	0,826	193,661	45,429
220	2,164	120,724	0,695	213,098	38,746
260	3,211	128,575	0,878	204,074	51,038
280	2,132	133,791	0,842	212,933	52,819

Com os valores obtidos para todas as condições dos fluidos de trabalho utilizados, curvas do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds terminal puderam ser plotadas e são mostradas nas seções a seguir.

#### 4.4.1.1 Diâmetro volumétrico equivalente

Nesta seção o coeficiente de arraste e o número de Reynolds foram ambos calculados considerando o diâmetro volumétrico equivalente como dimensão característica. E a curva plotada pode ser vista na Figura 4.16 a seguir. Observa-se que a faixa de número de Reynolds encontrada foi de  $5 < Re < 12500$ , observando-se uma descontinuidade nos valores experimentais entre  $500 < Re < 2000$ , que ocorreu devido a limitações na unidade experimental.

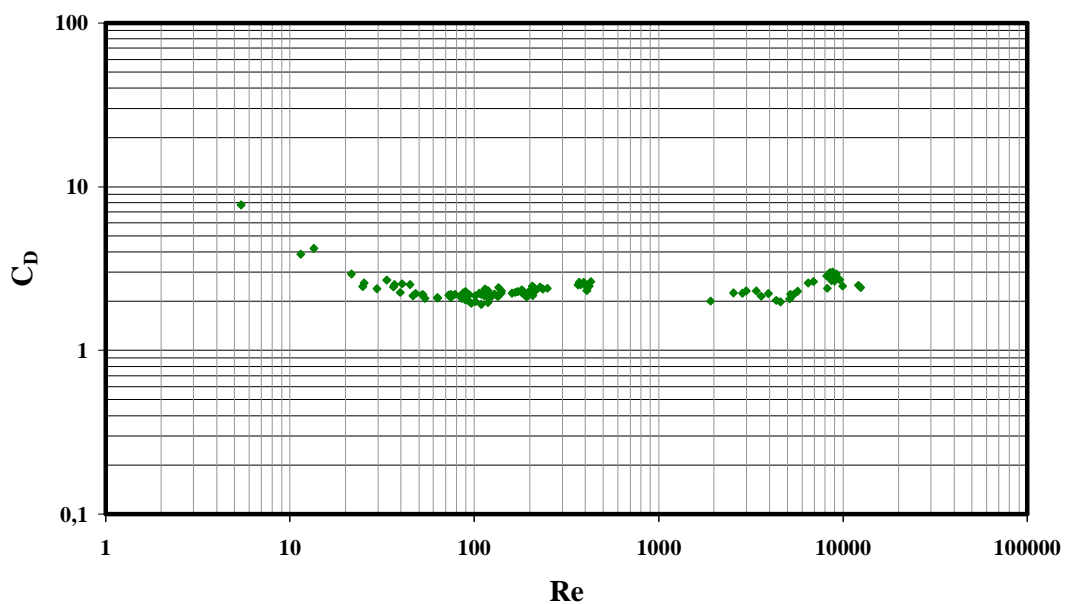


Figura 4.16 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re$  considerando  $d_{eq}$  em ambos.

Na Figura 4.16 existem duas faixas de número de Reynolds terminal que podem ser tratadas separadamente. Para isso a curva da Figura 4.16 foi dividida em duas, uma para  $Re_t > 1000$  como mostra a Figura 4.17, onde observou-se que os dados experimentais levaram a um valor de coeficiente de arraste de  $2,6 \pm 15\%$ , valor este próximo ao obtido segundo KARAMANEV (1994). Com isso observa-se que bolhas de nitrogênio não podem ser tratadas da mesma maneira que esferas leves quando o conceito de diâmetro volumétrico equivalente é usado para caracterizar a bolha, pois nota-se uma grande diferença no valor do coeficiente de arraste para  $Re > 1000$ .

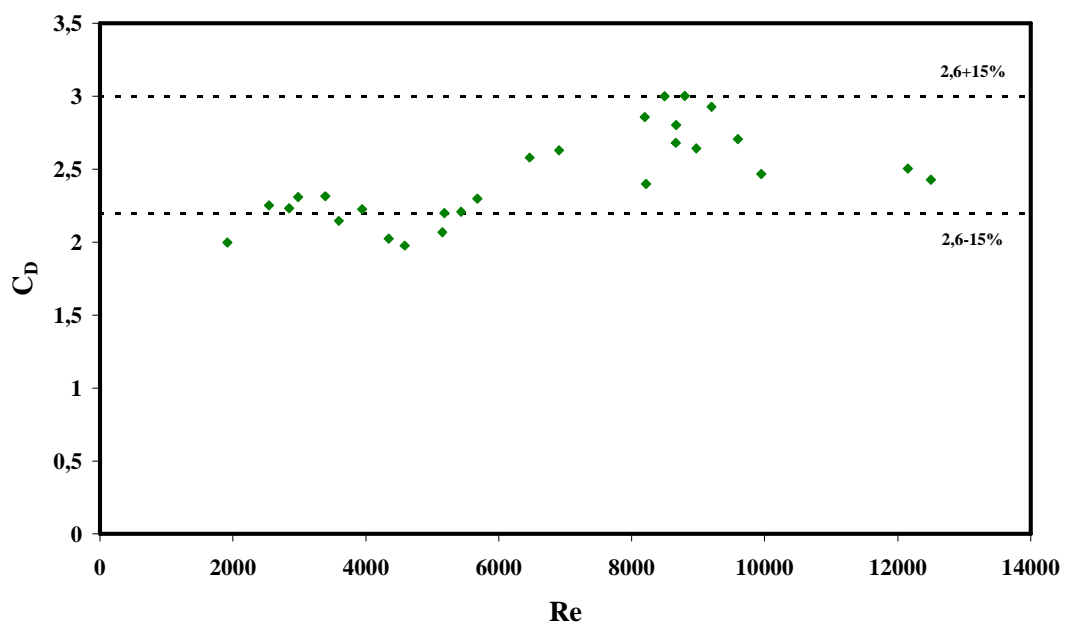


Figura 4.17 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re > 1000$ , considerando  $d_{eq}$  em ambos.

Para o caso de  $Re < 1000$ , segundo KARAMANEV (1994) os dados experimentais poderiam ser descritos por uma curva de arraste padrão, porém isto não foi observado quando se utilizou  $d_{eq}$  para o cálculo de ambos, coeficiente de arraste e número de Reynolds. Isto pode ser constatado na Figura 4.18, a seguir.

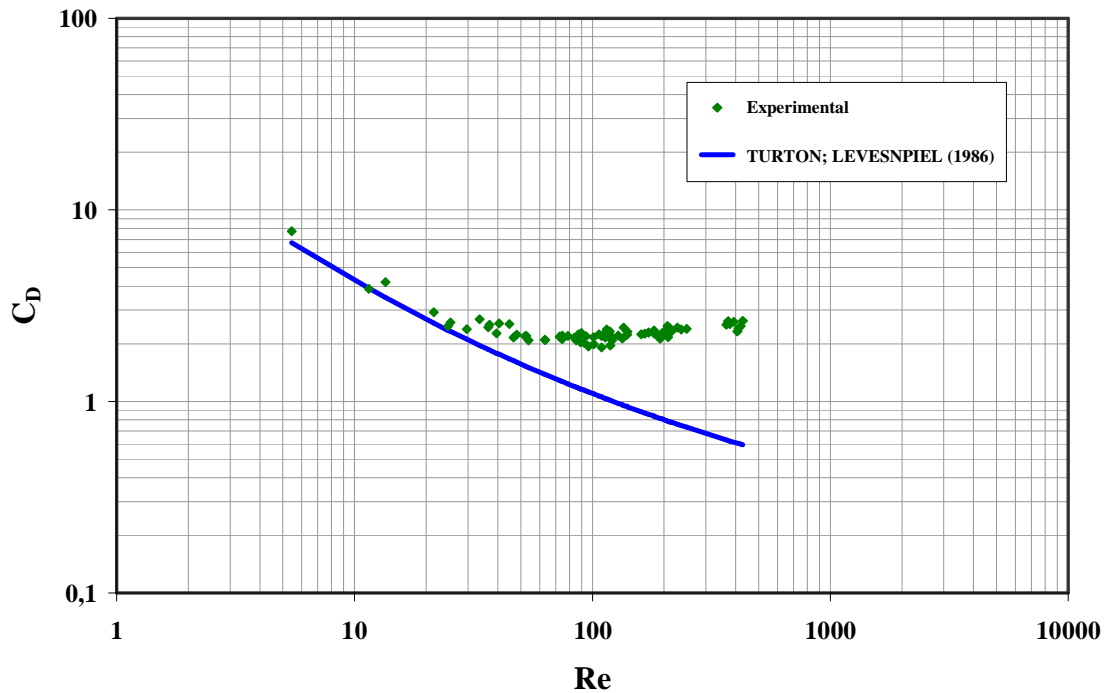


Figura 4.18 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re < 1000$ , considerando  $d_{eq}$  em ambos.

A previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds ambos calculados com base no diâmetro volumétrico equivalente foi realizada por meio da verificação estatística do ajuste de diversas correlações da literatura. Os resultados obtidos encontram-se na seção 4.4.2.

#### 4.4.1.2 Aspect ratio e diâmetro projetado sobre o plano horizontal

Nesta seção o coeficiente de arraste foi calculado considerando a *aspect ratio* ( $d_v/d_h$ ) e o número de Reynolds utilizando o diâmetro projetado sobre o plano horizontal como dimensões características. A curva plotada pode ser vista na Figura 4.19 a seguir. Observa-se que a faixa de número de Reynolds encontrada foi de  $6 < Re < 20000$ , observando-se uma descontinuidade nos valores experimentais entre  $700 < Re < 1000$ , que ocorreu devido a limitações na unidade experimental.



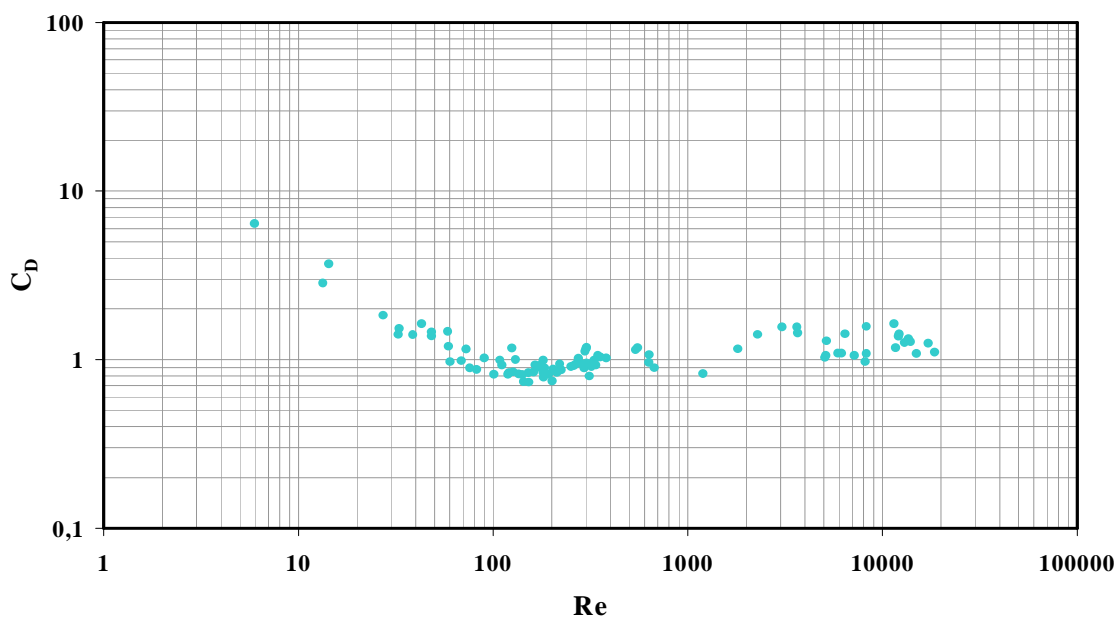


Figura 4.19 – Curva de  $C_D$  (*aspect ratio*) em função de  $Re$  ( $d_h$ ).

Dividiu-se a Figura 4.19 em duas, uma para  $Re > 1000$ , como mostra a Figura 4.20, onde observou-se que os dados experimentais levaram a um valor de coeficiente de arraste de  $1,25 \pm 15\%$ , valor este próximo ao obtido para a ascensão de esferas leves. Com isso observa-se que bolhas de nitrogênio podem ser tratadas da mesma maneira que esferas leves em ascensão quando a forma real das bolhas for contemplada usando-se a razão entre definições de dimensões características (“*aspect ratio*”) para se quantificar o coeficiente de arraste e  $d_h$  no cálculo de Reynolds, como sugerido por KARAMANEV (1994).

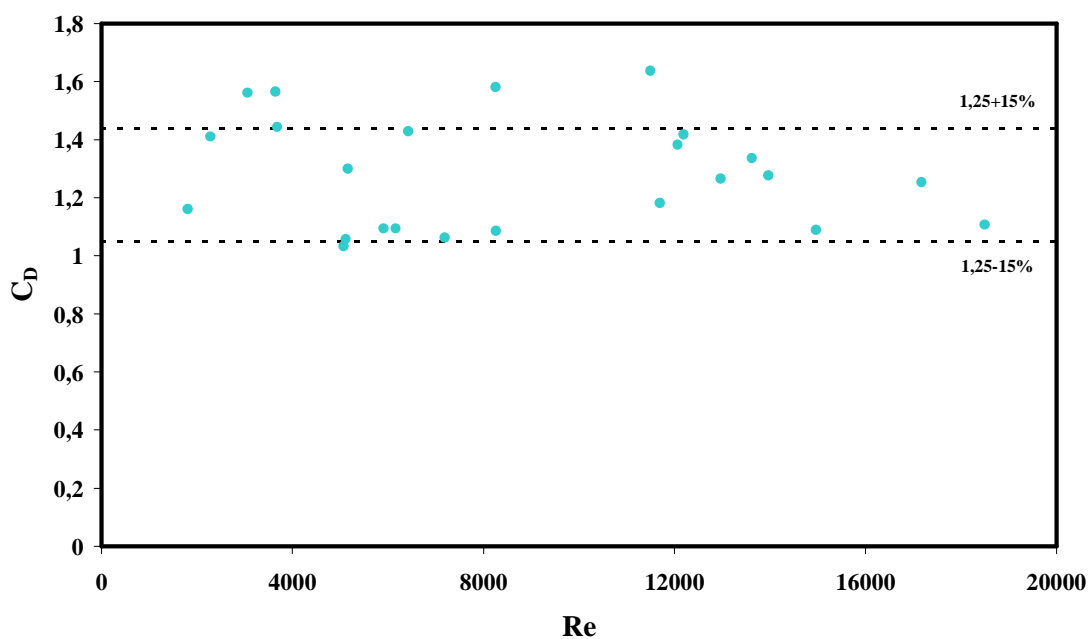


Figura 4.20– Curva de  $C_D$  em função de  $Re > 1000$ .

Para o caso de  $Re < 1000$ , como mostra a Figura 4.21, os dados experimentais possuem um comportamento similar ao de esferas sólidas ascendendo e podem ser descritos por uma curva de arraste padrão. Nota-se, porém que a curva padrão descreve bem os dados experimentais para  $Re < 200$ , acima deste valor observa-se uma divergência.

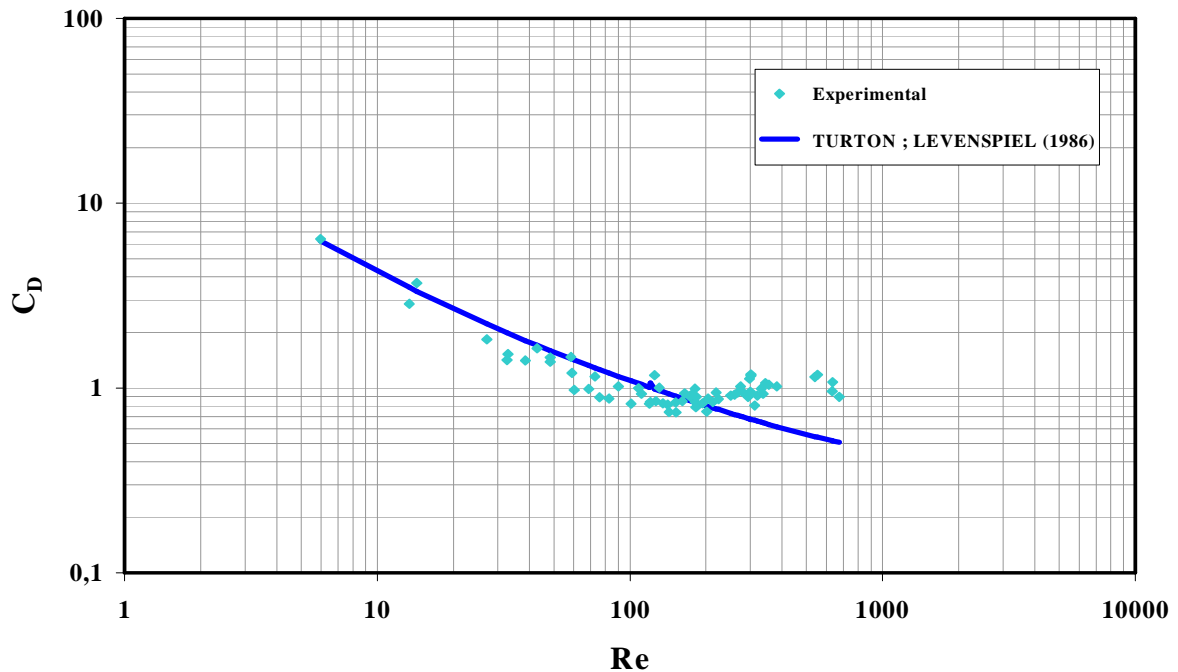


Figura 4.21 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re < 1000$ .

A previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds calculados conforme visto anteriormente foi realizada por meio da verificação estatística do ajuste de diversas correlações da literatura. Os resultados obtidos encontram-se na Seção 4.4.3.

#### 4.4.1.3 *Aspect Ratio*

Nesta seção o coeficiente de arraste e o número de Reynolds foram ambos calculados considerando o *aspect ratio* como dimensão característica. E a curva plotada pode ser vista na Figura 4.22 a seguir. A faixa de número de Reynolds para esta condição encontrada foi de  $4 < Re_t < 6000$ , observando-se uma quebra nos valores experimentais entre  $200 < Re < 1000$ . Esta quebra fica mais evidenciada quando se usa *aspect ratio* para o cálculo de ambos, do que quando se utiliza as outras duas formas de dimensão característica mostrada nas Seções 4.4.1.1 e 4.4.1.2.

Novamente a curva obtida foi dividida em duas para uma melhor compreensão e tratamento dos dados experimentais.

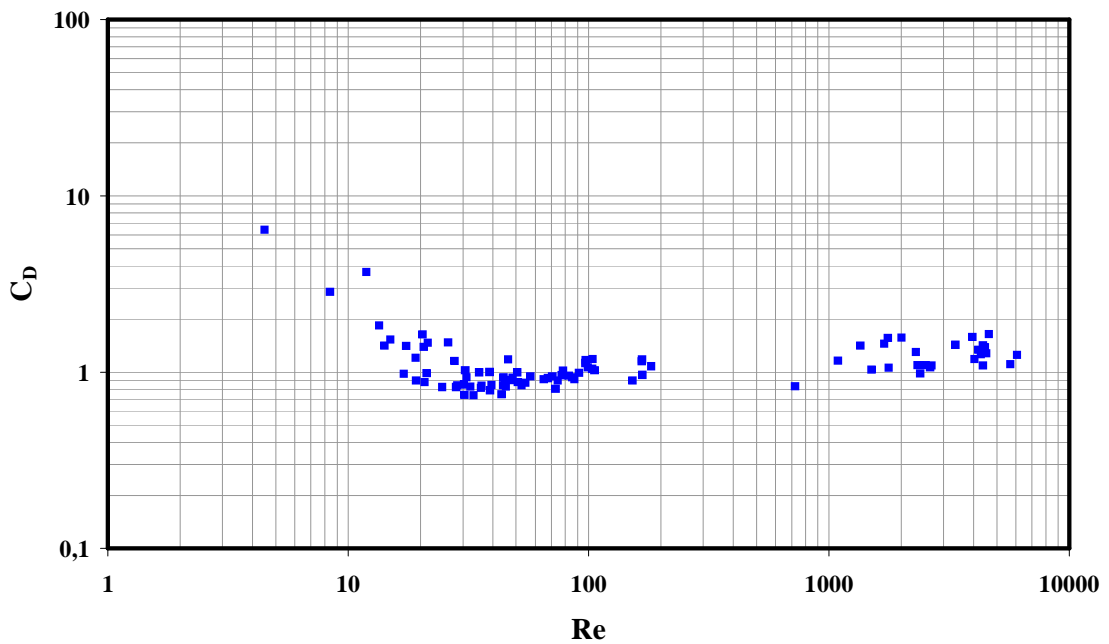


Figura 4.22 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re$  considerando *aspect ratio* em ambos.

A Figura 4.23 foi plotada para  $Re > 1000$  onde constata-se um valor de coeficiente de arraste de  $1,33 \pm 20\%$ , valor este diferente dos encontrados anteriormente.

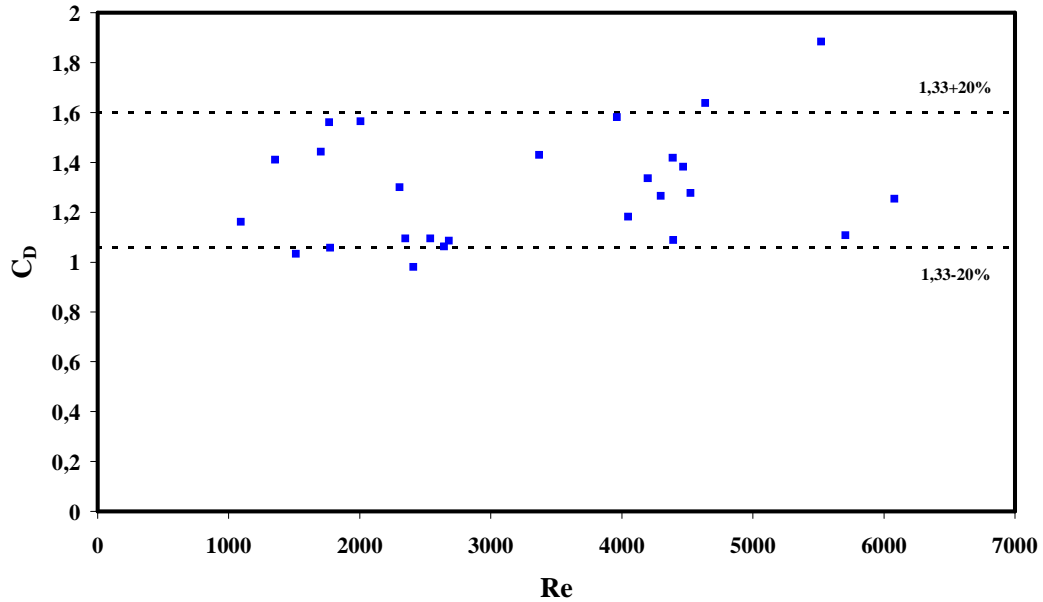


Figura 4.23 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re > 1000$ , considerando *aspect ratio* em ambos.

Para o caso de  $Re < 1000$ , como mostra a Figura 4.24, os dados experimentais não podem ser descritos por uma curva de arraste padrão, como a de TURTON; LEVENSPIEL (1986), constatando-se assim o fato de que utilizar o *aspect ratio* em ambos, coeficiente de arraste e número de Reynolds, não é a melhor opção para se caracterizar a bolha.

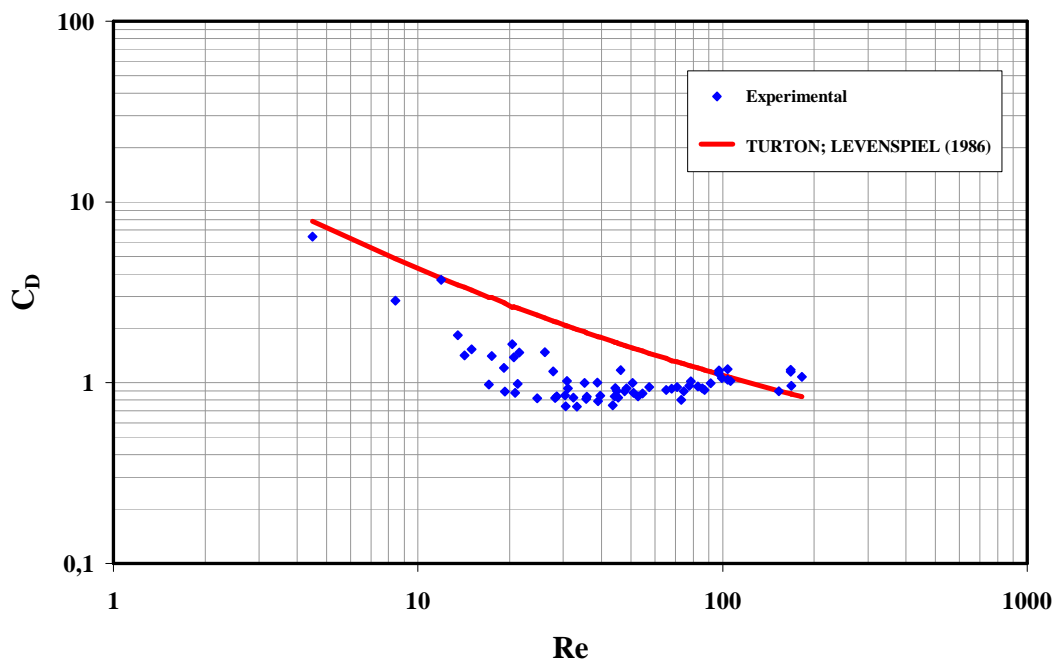


Figura 4.24 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re < 1000$ , considerando *aspect ratio* em ambos.

De acordo com as Figuras 4.18, 4.21 e 4.24 constata-se que a forma de se caracterizar a dimensão da bolha de nitrogênio, ou seja, qual dimensão característica usar nos cálculos de coeficiente de arraste e número de Reynolds interfere nos valores finais. E observa-se que bolhas de nitrogênio podem ser tratadas da mesma maneira que esferas leves em ascensão desde que a forma real das bolhas for contemplada usando-se a razão entre definições de dimensões características (“*aspect ratio*”) para se quantificar o coeficiente de arraste e  $d_h$  no cálculo de Reynolds, como sugerido por KARAMANEV (1994).

A previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds encontram-se na seção 4.4.4.

#### 4.4.1.4 Trajetória de ascensão das bolhas

Quando utilizou-se água como fluido de trabalho a trajetória de ascensão das bolhas de nitrogênio foi muito próxima de retilínea, porém ocorrem pequenas oscilações. Bolhas pequenas possuem um formato elipsoidal bem definido, como mostra a Figura 4.25(a). Quando aumenta-se o tamanho da bolha observam-se desvios do formato elipsoidal, Figura 4.25 (b). Outras fotos das trajetórias de ascensão para  $Re_t > 1000$  estão no Anexo F.

Para glicerina como fluido de trabalho a trajetória de ascensão é retilínea e as bolhas possuem formato de cápsula esférica, podendo ter formato elipsoidal para pequenas bolhas. Exemplos desta forma estão apresentados na Figura 4.25 (c) e (d). Outros exemplos apresentam-se no Anexo F.

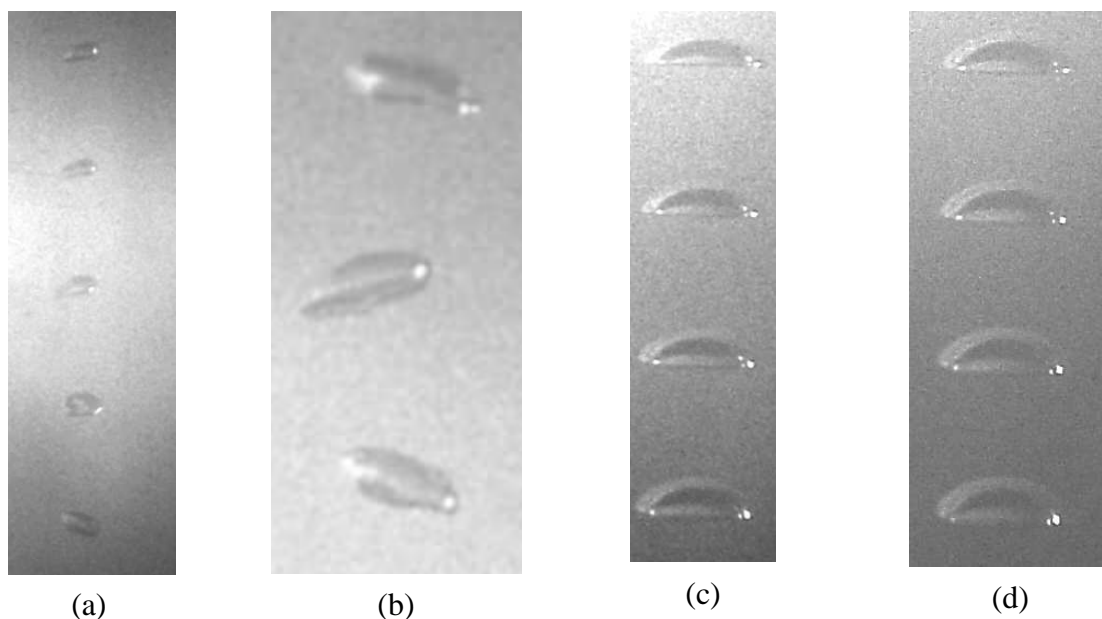


Figura 4.25 – Trajetória de ascensão das bolhas em água: (a) e (b); em glicerina (c) e (d).

#### 4.4.2 Correlações para previsão do coeficiente de arraste ( $C_D$ ) com base em $d_{eq}$

Nesta seção o coeficiente de arraste e o número de Reynolds foram ambos calculados considerando o diâmetro volumétrico equivalente como dimensão característica.

##### 4.4.2.1 Correlação de HAIDER; LEVENSPIEL (1989)

A primeira correlação a ser utilizada foi a de HAIDER; LEVENSPIEL (1989) com quatro parâmetros de ajuste e é descrita pela Equação (4.1) mostrada anteriormente.

Na Tabela 4.17, encontram-se os parâmetros originais juntamente com os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais desta tese para a ascensão de bolhas.

Tabela 4.17: Valores dos parâmetros da Equação (4.1) para ascensão de bolhas.

	Ascensão de bolhas				Parâmetros da Equação original			
	A	B	C	D	A	B	C	D
<b>Parâmetro</b>	0,381	0,359	2,755	91,288	0,1806	0,6459	0,4251	6889,95
<b>Desvio padrão</b>	0,060	0,079	0,101	20,393				
<b>t(73)</b>	6,296	4,542	27,173	4,476				
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,000	0,000				
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	96,60							

Apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 96,60% e todos os parâmetros estimados serem significativos constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos. Isto pode ser visto nas Figuras 4.26, 4.27 e 4.28.

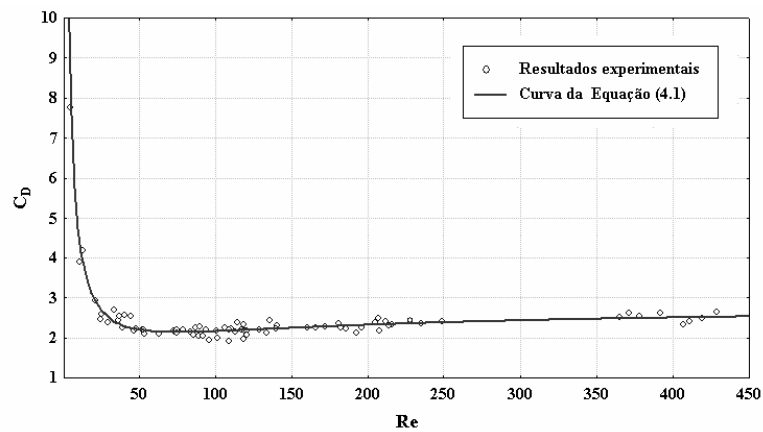


Figura 4.26 – Função ajustada aos valores experimentais, considerando  $d_{eq}$  em ambos (Equação 4.1).

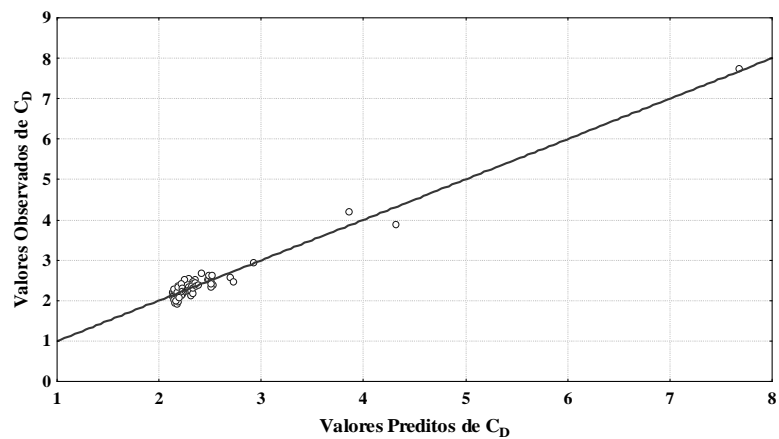


Figura 4.27– Valores Preditos vs Valores Observados (Equação 4.1).

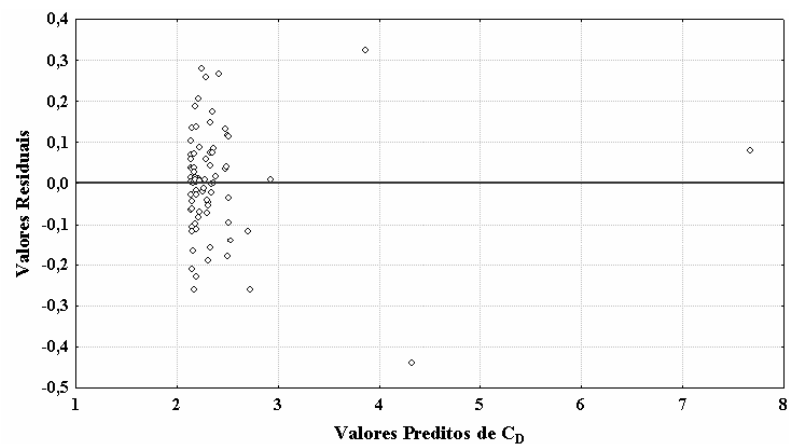


Figura 4.28 – Distribuição de resíduos do coeficiente de arraste, considerando  $d_{eq}$  em ambos, (Equação 4.1).

O gráfico de resíduos apresentado na Figura 4.28 mostra que a distribuição dos resíduos não é aleatória e não tem variância constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Constata-se uma tendência de resíduos crescente quando são aumentados os valores Preditos, indicando um problema de previsão da correlação ajustada.

#### 4.4.2.2 Correlação de TURTON; LEVENSPIEL (1986)

Outro modelo de expressão a ser utilizada foi a de TURTON; LEVENSPIEL (1986), dada pela Equação (4.2).

Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais e os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais estão apresentados na Tabela 4.18.

Tabela 4.18: Valores dos parâmetros da Equação (4.2)

	Ascensão de bolhas					Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	0,606	-0,015	4,143	10,795	0,456	0,173	0,657	0,413	16300	1,09
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	96,70									

Na Tabela 4.18 não foram apresentados os valores de desvio padrão dos parâmetros, pois a estimativa levou a uma matriz mal condicionada, não sendo possível o cálculo destes valores.

As Figuras 4.29, 4.30 e 4.31 a seguir mostram as curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos respectivamente.

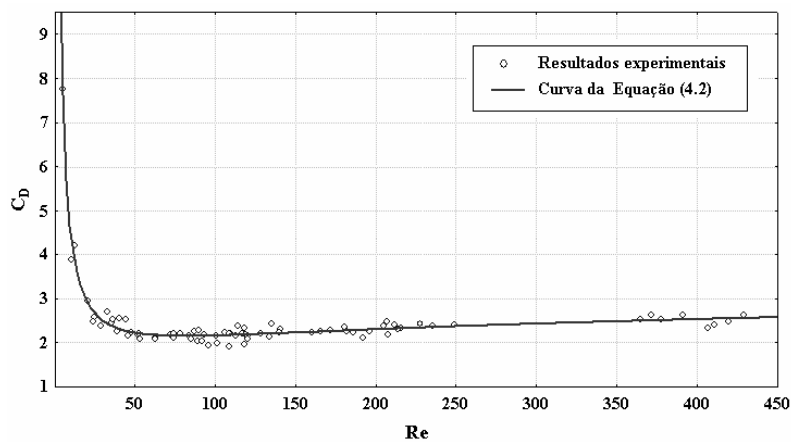


Figura 4.29 – Função ajustada aos valores experimentais (Equação 4.2).

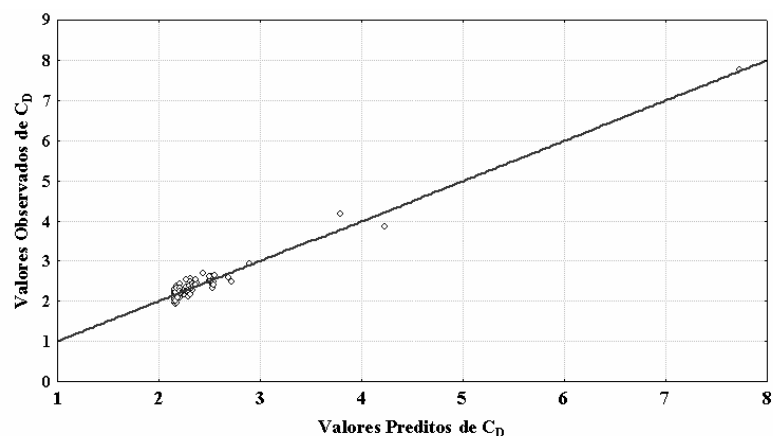


Figura 4.30 – Valores Preditos vs Valores Observados (Equação 4.2).

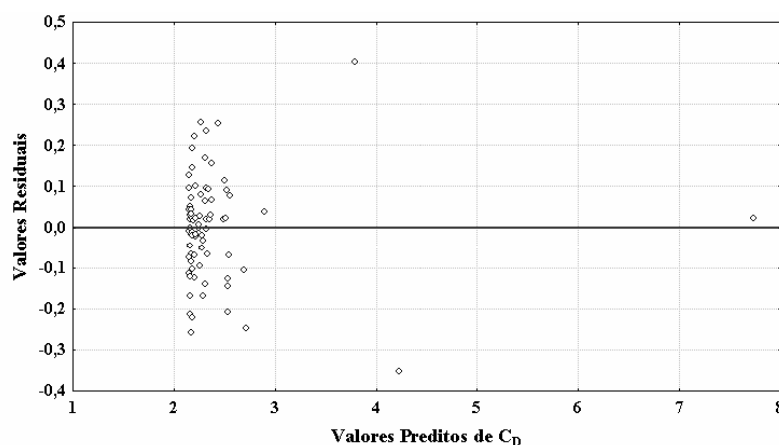


Figura 4.31 – Distribuição de resíduos do coeficiente de arraste.

O gráfico de resíduos apresentado na Figura 4.31 mostra uma distribuição não aleatória e variância não constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Isto também pode ser constatado pela Figura 4.30 quando se comparam os valores preditos e observados, indicando uma distribuição não aleatória.

#### 4.4.2.3 Correlação de KHAN; RICHARDSON (1987)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste possui 5 parâmetros de ajuste e é dada pela Equação (4.3) vista anteriormente. Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais e os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais estão na Tabela 4.19.

As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos encontram-se no Anexo G. O comportamento visto anteriormente também foi observado para este caso, indicando, portanto um problema de previsão dos dados experimentais pelo modelo de KHAN; RICHARDSON (1987).



Tabela 4.19: Valores dos parâmetros da Equação (4.3).

	Ascensão de bolhas					Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	0,673	-0,457	0,825	0,038	11,675	2,25	-0,31	0,36	0,06	3,45
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	96,49									

## 4.4.2.4 Correlação de MORSI; ALEXANDER (1972)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste, segundo os autores, possui 3 parâmetros de ajuste que assumem valores distintos dependendo da faixa de número de Reynolds trabalhada. A expressão é dada pela Equação 4.4 mostrada anteriormente e decidiu-se também utilizar a estrutura da expressão para tentar um ajuste com todos os valores experimentais para  $Re < 500$ , não dividindo-se os dados experimentais em faixas como feito por MORSI; ALEXANDER (1972). Os valores encontrados estão na Tabela 4.20 a seguir.

Tabela 4.20: Valores dos parâmetros da Equação (4.4).

	Ascensão de bolhas		
	A	B	C
<b>Parâmetro</b>	5,755	136,486	2,196
<b>Desvio padrão</b>	2,531	15,420	0,037
<b>t(74)</b>	2,274	8,851	59,595
<b>p-level</b>	0,025	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	91,82		

Apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 91,82% e todos os parâmetros estimados serem significativos constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos. Indicando assim um problema de previsão pela correlação ajustada. As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos encontram-se no Anexo G.

## 4.4.2.5 Correlação de COELHO; MASSARANI (1996)

Esta expressão proposta por COELHO; MASSARANI (1996) foi mostrada na seção 4.2.2.5, Equação (4.5). O valor do parâmetro  $n_1$  obtido através da regressão não linear utilizando os dados experimentais de ascensão de bolhas do presente estudo para esta

expressão não conduziu a resultados satisfatórios, obtendo-se um coeficiente de correlação baixo, em torno de 30%. Assim propôs-se uma modificação nesta expressão que é dada pela Equação (4.8) a seguir, que contabiliza o valor do coeficiente de arraste para altos números de Reynolds obtido neste trabalho que foi igual a 2,6 conforme discutido na seção 4.4.1.1.

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^{n_1} + 2,6^{n_1} \right]^{\frac{1}{n_1}} \quad (4.8)$$

Obteve-se assim um novo valor para o parâmetro  $n_1$  mostrado na Tabela 4.21. Observou-se que com esta modificação tem-se um aumento significativo no coeficiente de correlação quadrática, porém ainda não satisfatório, e a distribuição de resíduos, que encontra-se no Anexo F, apresenta problemas no que diz respeito a aleatoriedade e a variância não constante.

Tabela 4.21: Valor do parâmetro da Equação (4.8).

	<b><math>n_1</math></b>
<b>Parâmetro</b>	1,618
<b>Desvio padrão</b>	0,158
<b>t(76)</b>	10,195
<b>p-level</b>	0,000
<b><math>r^2</math>(%)</b>	50,41

#### 4.4.2.6 Outras correlações

Como em grande parte das expressões acima deparou-se com o problema de validação dos modelos, algumas expressões foram propostas e a tentativa de ajuste dos dados experimentais foram feitos. Estas expressões nada mais são do que modelos híbridos das expressões mostradas anteriormente e algumas estão dispostas no Anexo G, juntamente com os valores obtidos para cada parâmetro, bem como os gráficos da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos.

Na maioria das expressões propostas e apresentadas no Anexo G, observamos o mesmo comportamento visto anteriormente, ou seja, a validação do modelo nem sempre foi possível considerando à hipótese de variação aleatória dos resíduos, ou alguns dos parâmetros não eram significativos ou ainda o coeficiente de correlação quadrática não era satisfatório.

Dentre estes modelos propostos o que melhor se adequou aos dados experimentais de ascensão de bolhas em fluidos Newtonianos foi o dado pela Equação (4.9), mostrada a seguir, que possui forma similar a de COELHO; MASSARANI (1996), porém com 3 parâmetros de

ajuste e regime de Newton caracterizada pelo coeficiente de arraste assumir um valor constante e igual a 2,6.

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A + 2,6^B \right]^C \quad (4.9)$$

Na Tabela 4.22 encontram-se os valores obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais, onde todos os parâmetros são significativos e tem-se um coeficiente de correlação quadrática de 92,98%. As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos estão apresentados no Anexo G.

Tabela 4.22: Valor dos parâmetros da Equação (4.9).

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
<b>Parâmetro</b>	1,885	1,210	0,691
<b>Desvio padrão</b>	0,174	0,107	0,053
<b>t(74 )</b>	10,817	11,261	13,072
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	92,98		

Constata-se novamente a viabilidade de se utilizar uma correlação com uma estrutura mais simples para a previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds.

#### 4.4.3 Correlação para previsão de $C_D$ com base em *aspect ratio* e $Re_t$ no diâmetro projetado sobre o plano horizontal

Nesta seção o coeficiente de arraste foi calculado utilizando como dimensão característica da bolha o *aspect ratio* ( $d_v/d_h$ ) e o número de Reynolds utilizando o diâmetro projetado sobre o plano horizontal.

##### 4.4.3.1 Correlação de HAIDER; LEVENSPIEL (1989)

A correlação de HAIDER; LEVENSPIEL (1989) com quatro parâmetros de ajuste é descrita pela Equação (4.1) mostrada anteriormente.

Na Tabela 4.23, encontram-se os parâmetros originais juntamente com os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais para a ascensão de bolhas.

Apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 96,53% e todos os parâmetros estimados serem significativos constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos. Isto pode ser constatado através da Figura 4.34 que

mostra uma distribuição dos resíduos não aleatória e variância não constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. São apresentadas também as curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados.

Tabela 4.23: Valores dos parâmetros da Equação (4.1) para ascensão de bolhas.

Ascensão de bolhas					Parâmetros da Equação original			
	A	B	C	D	A	B	C	D
Parâmetro	0,319	0,351	1,475	356,213	0,1806	0,6459	0,4251	6889,95
Desvio padrão	0,052	0,066	0,305	169,309				
t(63)	6,153	5,312	4,835	2,104				
p-level	0,000	0,000	0,000	0,039				
r <sup>2</sup> (%)	96,53							

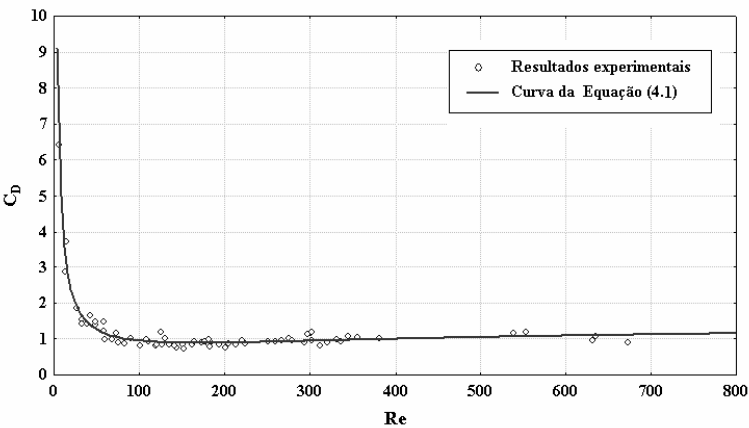


Figura 4.32 – Função ajustada (Equação 4.1) aos valores experimentais.

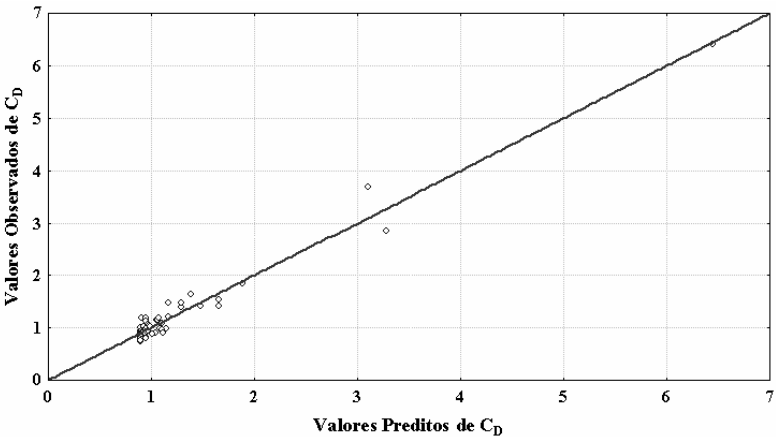


Figura 4.33 – Valores Preditos vs Valores Observados (Equação 4.1).

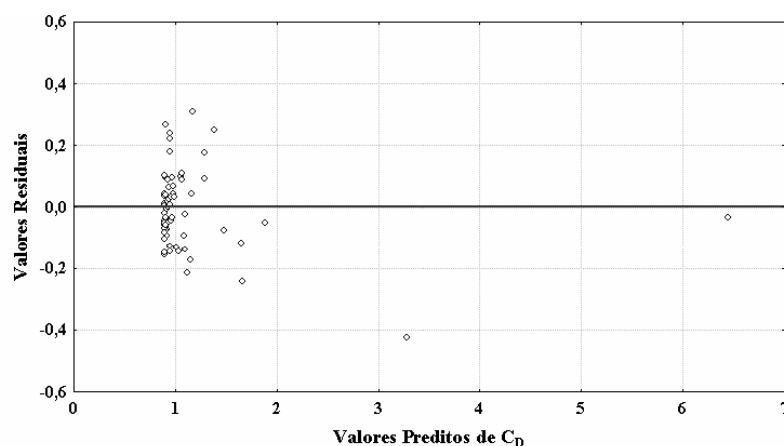


Figura 4.34 – Distribuição de resíduos do coeficiente de arraste (Equação 4.1).

#### 4.4.3.2 Correlação de TURTON; LEVENSPIEL (1986)

Outro modelo de expressão a ser utilizada foi a de TURTON; LEVENSPIEL (1986), dada pela Equação (4.2).

Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais e os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais estão apresentados na Tabela 4.24.

Tabela 4.24: Valores dos parâmetros da Equação (4.2)

Ascensão de bolhas						Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	0,256	0,464	0,919	73783,7	2,081	0,173	0,657	0,413	16300	1,09
<b>DP</b>	0,043	0,066	0,1944	314096,7	0,819					
<b>t(63)</b>	5,933	6,947	4,731	0,200	2,541					
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,000	0,800	0,014					
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	96,66									

A partir dos valores obtidos para os parâmetros observou-se que a Equação 4.2 não se adequou aos valores experimentais obtidos neste trabalho, apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 96,66%. Podemos chegar a esta conclusão observando os valores de desvio padrão do parâmetro D que apresentou um valor maior que o próprio parâmetro. E também se observarmos o valor de p-level para este parâmetro (D) concluímos que ele não é significativo em um teste de hipótese usando uma distribuição t de *student*, considerando um erro máximo (nível de significância) de 5 % .

As Figuras 4.35, 4.36 e 4.37 a seguir mostram as curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos

respectivamente. O gráfico de resíduos apresentado na Figura 4.37 mostra uma distribuição não aleatória e variância não constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Isto também pode ser constatado pela Figura 4.36 quando se comparam os valores preditos e observados, indicando uma distribuição não aleatória.

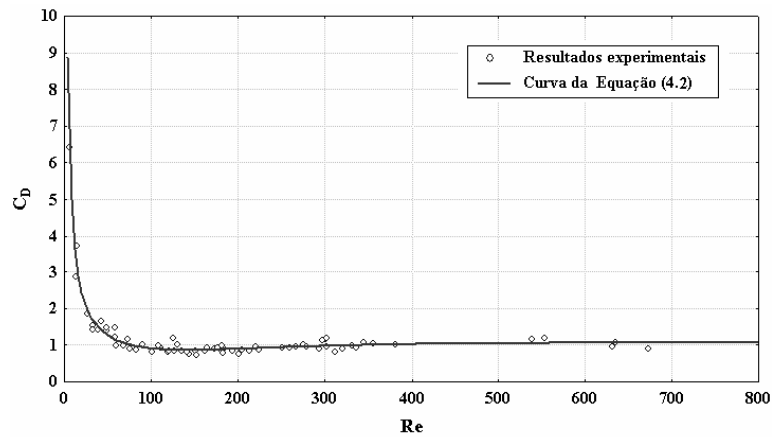


Figura 4.35 – Função ajustada aos valores experimentais.

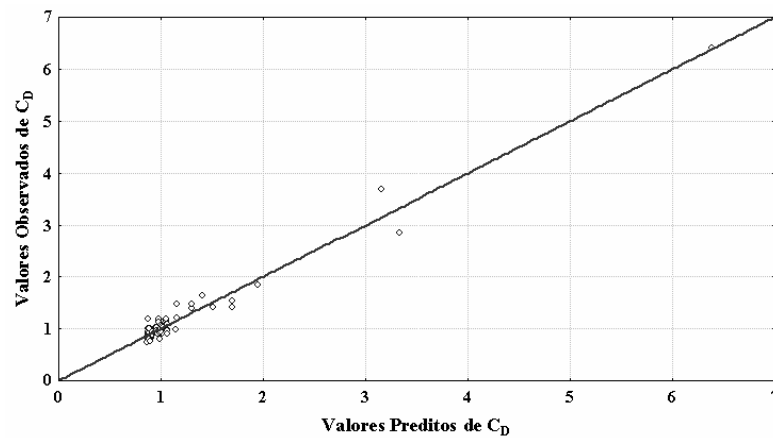


Figura 4.36 – Valores Preditos vs Valores Observados.

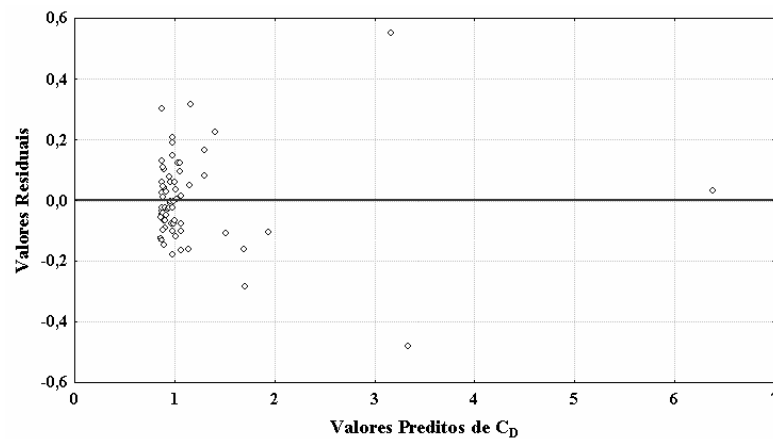


Figura 4.37 – Distribuição de resíduos do coeficiente de arraste.

#### 4.4.3.3 Correlação de KHAN; RICHARDSON (1987)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste possui 5 parâmetros de ajuste e é dada pela Equação (4.3) vista anteriormente. Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais e os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais desta tese estão na Tabela 4.25.

Tabela 4.25: Valores dos parâmetros da Equação (4.3).

	Ascensão de bolhas					Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	1,730	-0,189	0,058	0,338	6,385	2,25	-0,31	0,36	0,06	3,45
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	96,09									

Na Tabela 4.25 os valores de desvio padrão dos parâmetros não foram apresentados, pois a estimativa levou a uma matriz mal condicionada, não sendo possível o cálculo destes valores.

As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos encontram-se no Anexo G. O comportamento visto anteriormente também foi observado para este caso, indicando, portanto um problema de previsão dos dados experimentais do modelo de KHAN; RICHARDSON (1987).

#### 4.4.3.4 Correlação de MORSI; ALEXANDER (1972)

Esta correlação para o cálculo do coeficiente de arraste, segundo os autores, possui 3 parâmetros de ajuste que assumem valores distintos dependendo da faixa de número de Reynolds trabalhada. A expressão é dada pela Equação (4.4) mostrada anteriormente e decidiu-se também utilizar a estrutura da expressão para tentar um ajuste com todos os valores experimentais para  $Re_t < 1000$ . Os valores encontrados estão na Tabela 4.26 a seguir.

Tabela 4.26: Valores dos parâmetros da Equação (4.4).

	Ascensão de bolhas		
	A	B	C
<b>Parâmetro</b>	27,044	42,067	0,788
<b>Desvio padrão</b>	2,778	18,452	0,033
<b>t(74)</b>	9,732	2,279	23,606
<b>p-level</b>	0,000	0,026	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	94,43		

Apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 94,43% e todos os parâmetros estimados serem significativos constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos. Indicando assim um problema de previsão pela correlação modificada. As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos encontram-se no AnexoG.

#### 4.4.3.5 Correlação de COELHO; MASSARANI (1996)

Esta expressão proposta por COELHO; MASSARANI (1996) foi mostrada na seção 4.2.2.5. O valor do parâmetro  $n_1$  obtido através da regressão não linear utilizando os dados experimentais de ascensão de bolhas do presente estudo para esta expressão não conduziu a resultados satisfatórios, obtendo-se uma não aleatoriedade dos resíduos, mesmo com um coeficiente de correlação quadrática de 86,07%. Assim propôs-se uma modificação nesta expressão que é dada pela Equação (4.10) a qual contabiliza o valor do coeficiente de arraste para altos números de Reynolds obtido neste trabalho que foi igual a 1,25 conforme discutido na seção 4.4.1.2.

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^{n_1} + 1,25^{n_1} \right]^{\frac{1}{n_1}} \quad (4.10)$$

Obteve-se assim um novo valor para o parâmetro  $n_1$  mostrado na Tabela 4.27. Observou-se que com esta modificação não obtivemos um melhor ajuste dos dados e sim uma diminuição no coeficiente de correlação quadrática e a distribuição de resíduos, que encontra-se no Anexo G, apresenta problemas no que diz respeito a aleatoriedade e a variância não constante.

Tabela 4.27: Valor do parâmetro da Equação (4.10).

	<b><math>n_1</math></b>
<b>Parâmetro</b>	1,369
<b>Desvio padrão</b>	0,154
<b>t(72)</b>	8,884
<b>p-level</b>	0,000
<b><math>r^2</math>(%)</b>	65,59



#### 4.4.3.6 Outras correlações

Como em grande parte das expressões anteriores deparou-se com o problema de validação dos modelos, as expressões híbridas testadas na seção 4.4.2.6 foram utilizadas os valores obtidos para cada parâmetro, bem como os gráficos da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos encontram-se no Anexo G.

Na maioria das expressões apresentadas no Anexo G, observamos o mesmo comportamento visto anteriormente, ou seja, a validação do modelo nem sempre foi possível considerando à hipótese de variação aleatória dos resíduos, ou alguns dos parâmetros não foram significativos ou ainda o coeficiente de correlação quadrática não satisfatório.

Dentre as expressões híbridas testadas a que apresentou um coeficiente de correlação quadrática satisfatório e todos os parâmetros foram significativos foi a dada pela Equação (4.11), mostrada a seguir, que possui forma similar a de COELHO; MASSARANI (1996), porém com 3 parâmetros de ajuste e coeficiente de arraste em regime de Newton igual a 1,25.

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A + 1,25^B \right]^C \quad (4.11)$$

Na Tabela 4.28 encontram-se os valores obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais. As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos estão apresentados no Anexo G.

Tabela 4.28: Valores dos parâmetros da Equação (4.11).

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
<b>Parâmetro</b>	1,203	-0,627	1,031
<b>Desvio padrão</b>	0,116	0,181	0,078
<b>t(70)</b>	10,310	-3,469	13,086
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	92,37		

Novamente constata-se a viabilidade de se utilizar uma expressão com uma estrutura mais simples para a previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds, não justificando o uso de modelos mais robustos para se obter valores muito próximos de coeficiente de correlação quadrática, não tendo uma melhora significativa nos gráficos de resíduos.

#### 4.4.4 Correlações para previsão do coeficiente de arraste ( $C_D$ ) com base no *aspect ratio*

Utilizou-se aqui o *aspect ratio* como dimensão característica da bolha no cálculo de ambos, coeficiente de arraste e número de Reynolds.

##### 4.4.4.1 Correlação de HAIDER; LEVENSPIEL (1989)

A correlação de HAIDER; LEVENSPIEL (1989) com quatro parâmetros de ajuste é descrita pela Equação (4.1) mostrada anteriormente.

Na Tabela 4.29, encontram-se os parâmetros originais juntamente com os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais desta tese para a ascensão de bolhas.

Tabela 4.29: Valores dos parâmetros da Equação (4.1) para ascensão de bolhas.

Ascensão de bolhas					Parâmetros da Equação original			
	A	B	C	D	A	B	C	D
<b>Parâmetro</b>	6,677	-2,351	3,675	432,083	0,1806	0,6459	0,4251	6889,95
<b>Desvio padrão</b>	29,563	2,949	4,860	708,677				
<b>t(63)</b>	0,226	-0,797	0,756	0,609				
<b>p-level</b>	0,822	0,428	0,452	0,544				
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	88,14							

De acordo com os valores de desvio padrão dos parâmetros A, B, C e D, observamos que estes possuem valores maiores que o próprio parâmetro, assim constata-se que a expressão dada pela Equação (4.1) não se ajustou aos valores experimentais. E também se observarmos os valores do nível de significância (p-level) para estes parâmetros conclui-se que nenhum é significativo em um teste de hipótese usando uma distribuição *t de student*, considerando um erro máximo de 5 %.

As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos estão apresentados no Anexo G.

##### 4.4.4.2 Correlação de TURTON; LEVENSPIEL (1986)

Outro modelo de expressão a ser utilizada foi a de TURTON; LEVENSPIEL (1986), dada pela Equação 4.2.

Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais e os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais estão apresentados na Tabela 4.30, a seguir. Considerando os valores de desvio padrão dos parâmetros A, B, e D, observamos que estes possuem

maiores que o próprio parâmetro, assim constata-se que a expressão dada pela Equação (4.2) não se adequou aos valores experimentais neste caso. E também se observarmos os valores do nível de significância (p-level) pra estes parâmetros concluímos que nenhum é significativo em um teste de hipótese usando uma distribuição *t de student*, considerando um erro máximo de 5 %.

Tabela 4.30: Valores dos parâmetros da Equação (4.2)

Ascensão de bolhas						Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	0,951	-1,029	0,934	306616	3,132	0,173	0,657	0,413	16300	1,09
<b>DP</b>	1,056	0,675	0,150	1168184	1,028					
<b>t(63)</b>	0,900	-1,525	6,215	0,000	3,046					
<b>p-level</b>	0,371	0,132	0,000	1,000	0,003					
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	89,62									

As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos estão apresentados no Anexo G.

#### 4.4.4.3 Correlação de KHAN; RICHARDSON (1987)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste possui 5 parâmetros de ajuste e é dada pela Equação (4.3) vista anteriormente. Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais e os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais desta seção estão na Tabela 4.31. Os valores de desvio padrão dos parâmetros não foram apresentados, pois a estimativa levou a uma matriz mal condicionada, não sendo possível o cálculo destes valores.

Tabela 4.31: Valores dos parâmetros da Equação (4.3).

	Ascensão de bolhas					Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	1,673	-0,132	-0,066	-0,132	6,073	2,25	-0,31	0,36	0,06	3,45
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	63,53									

As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos encontram-se no Anexo G. O gráfico de resíduos mostra uma distribuição não aleatória e variância não constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Isto também pode ser constatado quando se comparam os

valores preditos e observados, indicando uma distribuição não aleatória. Além de se ter obtido um coeficiente de correlação quadrático não satisfatório, indicando, portanto um problema de previsão dos dados experimentais quando utilizamos a expressão de KHAN; RICHARDSON (1987).

#### 4.4.4.4 Correlação de MORSI; ALEXANDER (1972)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste, segundo os autores, possui 3 parâmetros de ajuste que assumem valores distintos dependendo da faixa de número de Reynolds trabalhada. A expressão é dada pela Equação (4.4) mostrada anteriormente. Aqui como nas seções anteriores, decidiu-se utilizar a estrutura da expressão para tentar um ajuste com todos os valores experimentais para  $Re < 1000$ , não dividindo-se os dados experimentais em faixas como feito por MORSI; ALEXANDER (1972). Os valores encontrados estão na Tabela 4.32 a seguir.

Tabela 4.32: Valores dos parâmetros da Equação (4.4).

	Ascensão de bolhas		
	A	B	C
<b>Parâmetro</b>	4,185	97,705	0,834
<b>Desvio padrão</b>	2,861	14,522	0,075
<b>t(74)</b>	1,463	6,728	11,061
<b>p-level</b>	0,148	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	85,81		

Apesar de não se ter problemas no desvio padrão dos parâmetros e o coeficiente de correlação quadrática ser aceitável, observamos a existência de um parâmetro (A) não significativo em um teste de hipótese usando uma distribuição *t de student*, considerando um erro máximo de 5 %. Assim a Equação (4.4) não se ajustou de forma satisfatória aos valores experimentais.

As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos estão apresentados no Anexo G.

#### 4.4.4.5 Correlação de COELHO; MASSARANI (1996)

A expressão proposta por COELHO; MASSARANI (1996) foi mostrada na seção 4.2.2.4, e o valor do parâmetro  $n_1$  da Equação (4.5), na sua forma original, foi obtido através

da regressão não linear utilizando os dados experimentais de ascensão de bolhas do presente estudo e está apresentado na. Tabela 4.33 a seguir.

Apesar do parâmetro  $n_1$  ser significativo constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos, que pode ser contatado pelo gráfico de resíduos no Anexo G. Indicando assim um problema de previsão pelo modelo proposto.

Tabela 4.33: Valor do parâmetro  $n$  da Equação (4.5).

	<b><math>n_1</math></b>
<b>Parâmetro</b>	1,172
<b>Desvio padrão</b>	0,113
<b>t(72)</b>	10,409
<b>p-level</b>	0,000
<b><math>r^2(\%)</math></b>	68,76

Como feito nas seções anteriores várias modificações na expressão original de COELHO; MASSARANI (1996) foram feitas. Estas modificações contabilizam o regime de Newton pelo valor de 1,33 para o coeficiente de arraste, obtido neste trabalho, e os resultados encontrados estão apresentados no Anexo G.

#### 4.4.4.6 Outras correlações

Como em grande parte das expressões da literatura mostradas anteriormente, bem como nas modificações da expressão de COELHO; MASSARANI (1996) deparou-se com o problema de validação dos modelos, as expressões híbridas testadas na seção 4.4.3.6 foram testadas aqui e os valores obtidos encontram-se no Anexo G.

Dentre estes modelos propostos o que apresentou um coeficiente de correlação quadrática satisfatório e todos os parâmetros foram significativos foi o dado pela Equação (4.12), mostrada a seguir, com 4 parâmetros de ajuste e coeficiente de arraste igual a 1,33 no regime de Newton.

$$C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A (1 + B Re^C) + 1,33^A \right]^D \quad (4.12)$$

Na Tabela 4.34 encontram-se os valores obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais e as curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico de resíduos estão no Anexo G.

Tabela 4.34: Valores dos parâmetros da Equação (4.12).

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>Parâmetro</b>	2,992	-0,0005	2,658	0,372
<b>Desvio padrão</b>	0,152	0,0001	0,118	0,020
<b>t(63)</b>	19,624	-3,004	22,415	18,711
<b>p-level</b>	0,000	0,004	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	89,69			

O gráfico de resíduos mostra uma distribuição não aleatória e variância não constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Isto também pode ser constatado quando se comparam os valores preditos e observados, indicando uma distribuição não aleatória.

Não encontrou-se neste caso uma correlação que se adequasse satisfatoriamente aos dados experimentais. Verificando-se assim, que a forma de caracterizar o diâmetro da bolha utilizando *aspect ratio* para o cálculo de ambos, coeficiente de arraste e número de Reynolds, não seja a mais apropriada.

#### 4.4.5 Simulação Numérica da ascensão de bolhas em fluidos Newtonianos

Nesta tese, para o caso da ascensão de bolhas em fluidos Newtonianos o modelo multifásico utilizado foi o VOF (*Volume of Fluid*). Empregou-se este modelo por se tratar de um escoamento de dois fluidos imiscíveis onde se tem uma interface bem definida entre eles, uma fase gasosa que escoar e a outra, fase fluida, que encontra-se estagnada. As simulações numéricas foram conduzidas em estado não estacionário. Nesses cálculos um conjunto de equações de momento é compartilhado pelas fases, e a fração volumétrica de cada fase em cada célula computacional é seguida durante todo o domínio. Podendo-se também acompanhar a trajetória, velocidade e deformação na forma da bolha durante a sua ascensão. Para cada condição de viscosidade, densidade, altura de líquido no tanque e tamanho da bolha era necessário proceder a uma nova simulação. O tempo de simulação variava de acordo com as condições fluido/bolha, e com a máquina (computador) utilizada.

Como não foi possível reproduzir o sistema real de soltura das bolhas, a quantificação de como o modo de soltura da mesma interfere na velocidade de ascensão e na deformação da bolha não pode ser realizada. Assim, as bolhas eram liberadas 5 cm acima do

fundo do tanque em formato esférico. A partir daí a deformação acontecia durante a trajetória de ascensão.

Uma descrição qualitativa da trajetória e deformação das bolhas de nitrogênio durante a ascensão em água são mostradas a seguir nas Figuras 4.38 e 4.39.

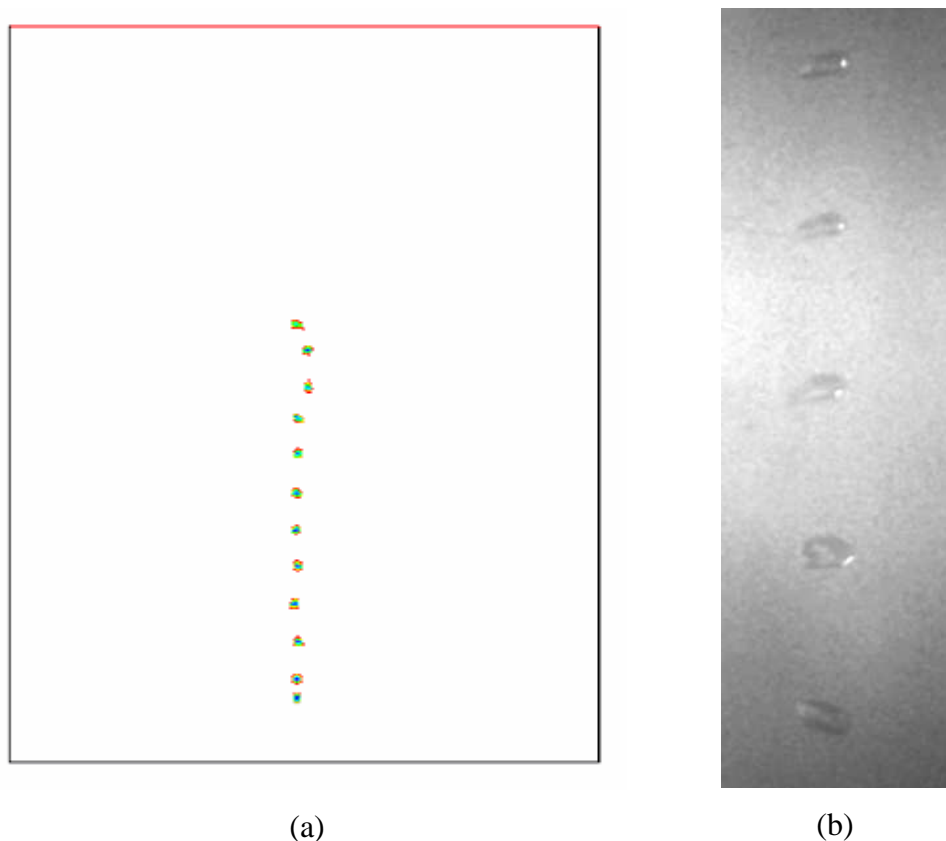
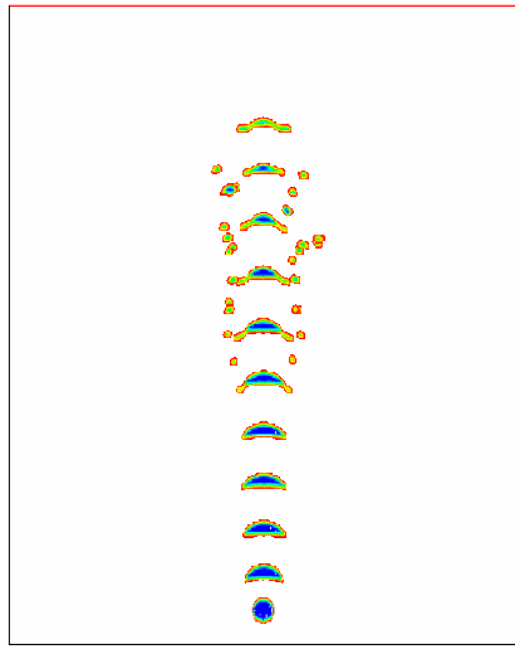


Figura 4. 38 – Ascensão da bolha 14 em água: (a) simulado e (b) experimental.

Se compararmos as Figuras 4.38 (a) e (b) onde se tem as trajetórias de ascensão para a bolha 14 simulada e experimental respectivamente, constata-se um comportamento muito similar, indicando a possibilidade de se utilizar o FLUENT<sup>®</sup> como uma ferramenta para compreensão de certos fenômenos físicos, como por exemplo, a deformação, e quebra de bolhas durante a ascensão em líquidos. Como é o caso da bolha 170 em água, a qual apresenta ao longo de sua trajetória uma grande deformação e a ocorrência de quebra da mesma em pequenas bolhas. Este comportamento foi observado experimentalmente e pode ser visto na Figura 4.39 (b) juntamente como o obtido através da simulação numérica.



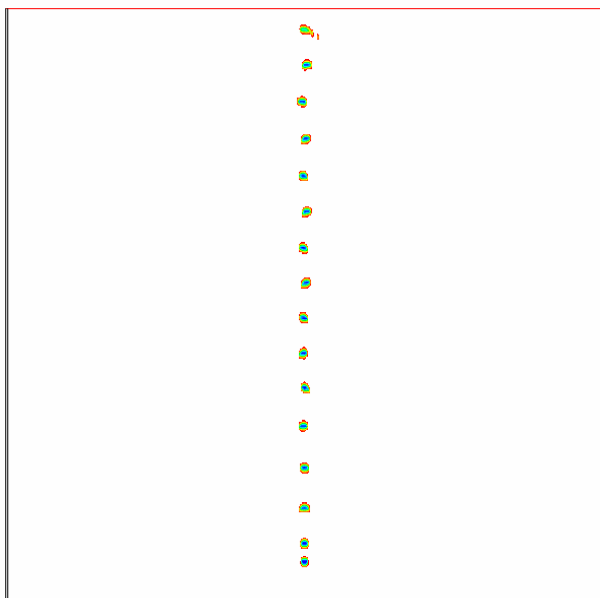
(a)



(b)

Figura 4. 39 – Ascensão da bolha 170 em água: (a) simulado e (b) experimental.

O mesmo comportamento foi observado na ascensão da bolha 14 em glicerina 1 e é mostrado nas Figuras 4.40 (a) e (b), onde tem-se a trajetória obtida através da simulação numérica juntamente com a experimental.



(a)



(b)

Figura 4. 40 – Ascensão da bolha 14 em glicerina 1: (a) simulado e (b) experimental.



A ascensão da bolha 170 em glicerina 1 também foi observada e pode ser visto na Figura 4.41 (a). A deformação durante a trajetória de ascensão é muito similar a verificada experimentalmente, vista na Figura 4.41 (b).

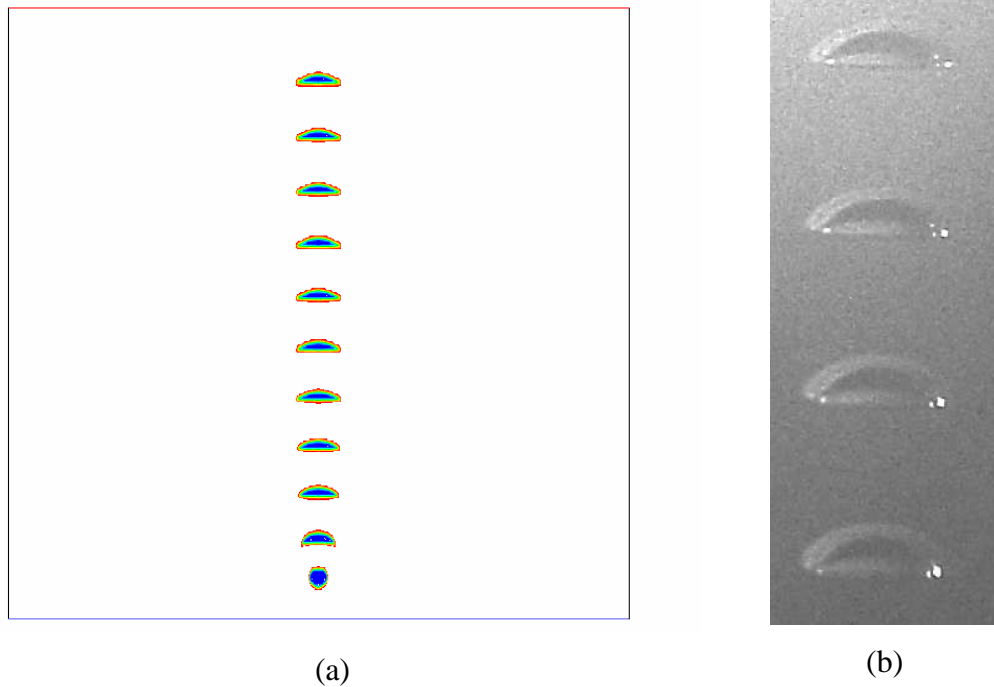


Figura 4. 41 – Ascensão da bolha 170 em glicerina 1: (a) simulado e (b) experimental.

Os valores de velocidade média obtidos através da simulação numérica da ascensão das bolhas 14 e 170 em água e glicerina 1 são apresentados, para efeito de ilustração, na Tabela 4.35, juntamente como os obtidos experimentalmente.

Tabela 4.35: Valores de velocidade média experimental e simulada para a ascensão de bolhas em fluido Newtoniano.

Bolha	$V_{média}$ (experimental)	$V_{m[édia}$ (simulada)	Desvio Relativo (%)
<b>Água</b>			
<b>14</b>	26,767	23,800	11,084
<b>170</b>	40,702	37,975	6,700
<b>Glicerina</b>			
<b>14</b>	22,577	22,6	0,102
<b>170</b>	36,671	35,13	4,202

Através dos valores obtidos de desvio relativo entre as velocidades experimental e simulada, pode-se constatar novamente a viabilidade de se utilizar um pacote comercial, como o FLUENT® como ferramenta complementar no estudo de certos fenômenos físicos e processos cujas determinações em escala real podem ser economicamente impraticáveis.

A fluidodinâmica computacional tem sido, usualmente, empregada no projeto de equipamentos que dependem criticamente da descrição do comportamento do escoamento dos fluidos e interação entre as fases. O papel da CFD tem se tornado cada vez mais forte, porém não se pode esquecer das dimensões experimentais e teóricas que são a base para que se tenham resultados concisos em qualquer simulação numérica.

## 4.5 Ascensão de esferas leves em fluidos não-Newtonianos

### 4.5.1 Resultados Experimentais

Com os resultados de distância e tempo percorridos entre cada posição ocupada pela esfera, calculou-se a velocidade terminal média e os respectivos valores dos desvios padrão (DP). Os resultados encontrados para a ascensão das esferas na condição inicial de hidroxietilcelulose (solução 0,75%), juntamente com as respectivas densidades das esferas, temperatura do fluido no dia de trabalho e reograma da solução polimérica encontram-se na Tabela 4.36. Os demais valores obtidos para as outras condições trabalhadas apresentam-se no Anexo H.

Tabela 4.36: Resultados experimentais obtidos para esferas na condição inicial da solução inicial de hidroxietilcelulose.

<b>Esfera</b>	<b><math>\rho_s</math> (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b><math>d_{\text{médio}}</math> (cm)</b>	<b><math>v_{\text{tmédia}}</math> (cm/s)</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>T (°C)</b>	<b>K (g/cm.s<sup>n</sup>)</b>	<b>n (-)</b>
<b>Madeira</b>							
1	0,828	2,379	12,699	± 0,126	23	3,15	0,707
3	0,685	2,384	20,329	± 0,523	23	3,15	0,707
4	0,482	2,376	26,049	± 0,917	23	3,15	0,707
5	0,929	2,422	6,477	± 0,000	23	3,15	0,707
<b>Polipropileno</b>							
5	0,819	0,989	6,030	± 0,000	23	3,15	0,707
10	0,855	1,302	8,334	± 0,000	23	3,15	0,707

continuação da Tabela 4.36							
2B	0,854	2,400	4,063	$\pm 0,207$	26	2,119	0,743
4B	0,925	1,775	5,085	$\pm 0,204$	26	2,119	0,743
5B	0,786	1,763	13,815	$\pm 0,404$	23	3,15	0,707
6B	0,862	1,725	12,423	$\pm 0,094$	26	2,119	0,743
8B	0,732	2,475	14,810	$\pm 0,065$	23	3,15	0,707
<b>Isopor®</b>							
T	0,581	1,475	19,336	$\pm 0,542$	24,5	2,58	0,733
1A	0,492	2,450	38,489	$\pm 0,617$	24,5	2,58	0,733
V	0,087	2,475	54,632	$\pm 0,344$	22,5	2,827	0,728
2M	0,651	1,543	14,432	$\pm 0,575$	22,5	2,827	0,728
3M	0,538	1,538	23,219	$\pm 0,000$	22,5	2,827	0,728
3T	0,214	2,487	51,572	$\pm 0,604$	22,5	2,827	0,728
3A	0,371	2,440	45,427	$\pm 0,564$	22,5	2,827	0,728
4A	0,287	2,370	39,167	$\pm 0,231$	22,5	2,827	0,728

Com os valores de velocidade e das propriedades do fluido e das esferas pode-se calcular o número de Reynolds ( $Re_{PL} \equiv Re_t$ ) através da Equação (3.3) e o coeficiente de arraste ( $C_D$ ), que encontram-se na Tabela 4.37 para a condição inicial de hidroxietilcelulose. Os demais valores obtidos para as outras condições encontram-se no Anexo H.

Tabela 4.37: Resultados experimentais de  $Re$  e  $C_D$  obtidos para esferas na condição inicial da solução de hidroxietilcelulose.

<b>Esfera</b>	<b><math>Re_t</math></b>	<b><math>C_D</math></b>
<b>Madeira</b>		
1	15,651	3,300
3	28,801	2,369
4	38,591	2,368
5	6,637	5,286
<b>Polipropileno</b>		
5	3,212	6,404

10	5,929	3,531
2B	5,263	27,573
4B	5,577	6,644
5B	14,120	2,574
6B	16,781	2,003
8B	19,635	3,941
<b>Isopor<sup>®</sup></b>		
T	21,953	2,157
1A	76,177	2,580
V	110,865	0,989
2M	14,456	3,372
3M	26,406	1,720
3T	16,850	0,953
3A	86,769	0,971
4A	70,348	1,439

Com os valores obtidos para todas as condições de hidroxietilcelulose utilizados, uma curva do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds terminal pode ser plotada e é mostrada na Figura 4.42. Observa-se que a faixa de Reynolds encontrada neste trabalho foi  $3 < Re_t < 1500$ .

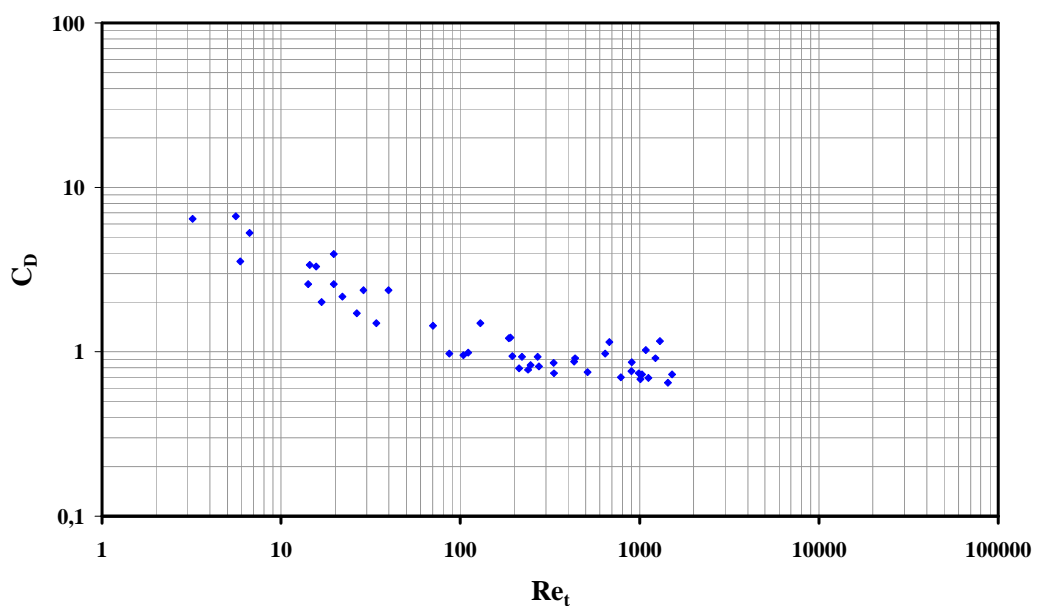


Figura 4.42 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_t$  de esferas em fluidos não Newtonianos.

Observa-se na Figura 4.42 um comportamento similar ao que foi observado para a ascensão de esferas leves em fluidos Newtonianos. Assim, a ascensão de esferas rígidas com baixa densidade em fluido não Newtoniano obedece ao mesmo padrão de escoamento para Reynolds abaixo de 1000, onde o coeficiente de arraste pode ser descrito por uma curva de arraste padrão. Para confirmar este comportamento várias expressões encontradas na literatura para a queda livre de esferas em fluidos Newtonianos e não Newtonianos, juntamente com expressões propostas para ascensão foram plotadas e este resultado pode ser observado na Figura 4.43.

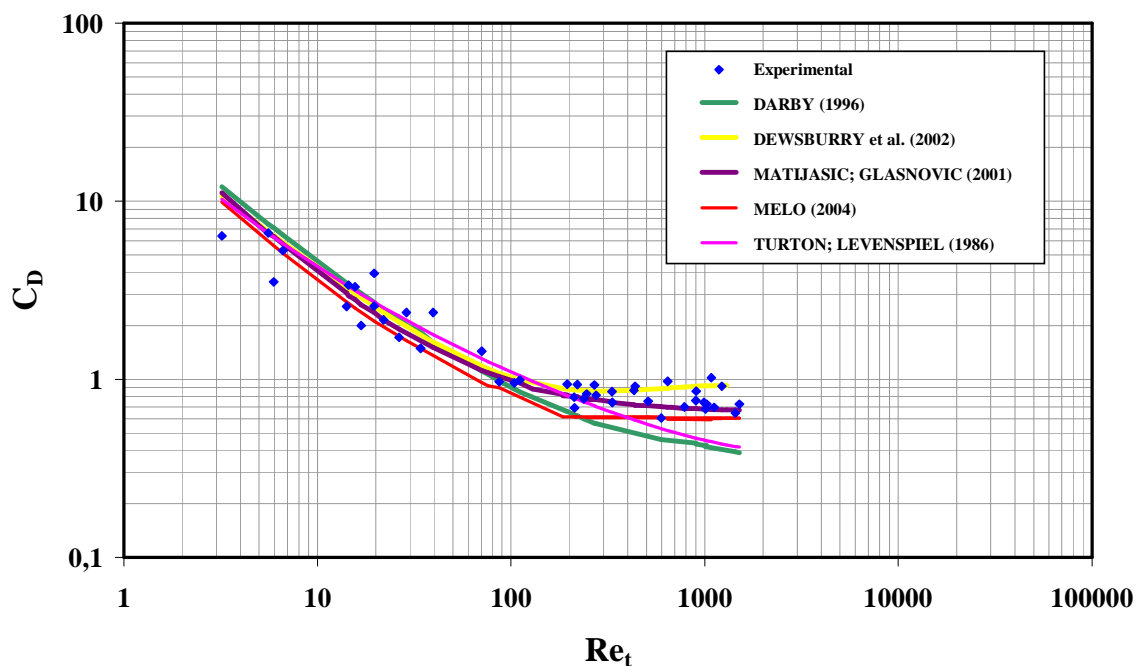


Figura 4.43 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_t$  (dados experimentais/expressões da literatura).

Como visto na Figura 4.43, das correlações apresentadas, as de DARBY (1996) e MELO (2004), propostas originalmente para a queda de esferas em fluidos não-Newtonianos não descrevem bem os dados experimentais. A expressão de TURTON; LEVENSPIEL (1986) pode ser usada somente para Reynolds  $< 200$ , acima deste valor ela já não é recomendável. Somente as expressões de DEWSBURRY *et al.* (2002) a qual possui estrutura similar a de CLIFT; GAUVIN (1970), porém com os parâmetros estimados para a ascensão e válida para  $0,1 < Re_t < 25000$  e a de MATIJASIC; GLASNOVIC (2001) originalmente obtida para a queda de esferas em fluidos não-Newtonianos para  $Re < 1000$ , se ajustaram aos valores experimentais obtidos neste trabalho.

Para números de Reynolds acima de 1000 não foi possível observar o comportamento descrito por diversos trabalhos encontrados na literatura onde o coeficiente de

arraste assume um valor aproximadamente constante e cerca de 0,95, devido a limitações na unidade experimental.

A trajetória de ascensão das esferas para  $Re_t < 1000$  é muito próxima de retilínea, quanto mais densa for a esfera e/ou quanto mais viscoso for o fluido. Para os poucos pontos obtidos no caso de  $Re_t > 1000$  observou-se uma trajetória de ascensão espiralada com um ângulo de desvio entre o vetor velocidade e o plano horizontal de aproximadamente 70 - 80° (ângulo  $\alpha$  da Figura 3.4), de acordo com as propriedades da esfera.

Uma verificação estatística do ajuste de diversas correlações da literatura foi realizada para a previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds. Os resultados obtidos encontram-se na próxima seção.

#### 4.5.2 Correlações para previsão do coeficiente de arraste ( $C_D$ )

Todas as verificações estatísticas do ajuste das correlações encontradas na literatura para previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds foram feitas para os dados experimentais obtidos com  $Re_t < 1000$ . As equações utilizadas são as mesmas da Seção 4.2.2. Algumas expressões encontradas na literatura para a queda de esferas em fluidos não-Newtonianos também foram testadas. A influência do índice de comportamento do fluido não newtoniano nas expressões foi quantificada no número de Reynolds terminal, o qual foi calculado em todos os casos a seguir pela Equação (3.3).

##### 4.5.2.1 Correlação de HAIDER; LEVENSPIEL (1989)

A primeira estrutura de expressão a ser utilizada foi a de HAIDER; LEVENSPIEL (1989) com quatro parâmetros de ajuste e é descrita pela Equação (4.1). Na Tabela 4.38, encontram-se os parâmetros obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais desta tese para a ascensão de esferas leves em fluidos não-Newtonianos

Tabela 4.38: Valores dos parâmetros da Equação (4.1) para ascensão de esferas.

	Ascensão de esferas			
	A	B	C	D
<b>Parâmetro</b>	0,023	1,279	-4,187	349,985
<b>Desvio padrão</b>	0,009	0,051	0,713	204,587
<b>t(45)</b>	2,348	24,877	-5,867	1,711
<b>p-level</b>	0,023	0,000	0,000	0,094
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	87,32			

A partir dos valores obtidos para os parâmetros observou-se que a forma da correlação proposta por HAIDER; LEVENSPIEL (1989) não se ajustou aos valores experimentais obtidos neste trabalho, apresentando um coeficiente de correlação quadrático baixo e ainda possui um parâmetro (parâmetro D) não significativo em um teste de hipótese usando uma distribuição t de *student*, considerando um erro máximo (nível de significância) de 5 % .

As Figuras 4.44, 4.45 e 4.46 a seguir mostram as curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos respectivamente.

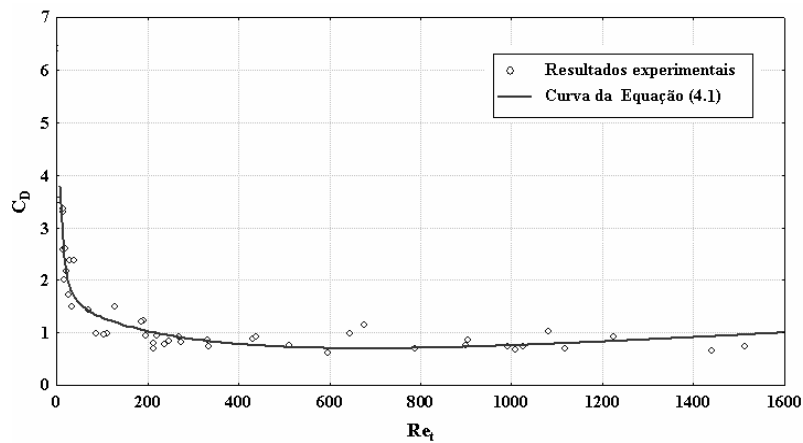


Figura 4.44 – Função ajustada aos valores experimentais, para esferas em fluidos não-Newtonianos (Equação 4.1).

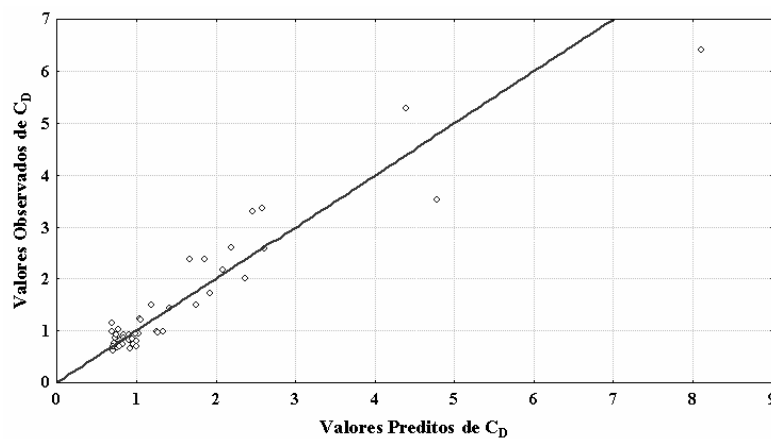


Figura 4.45 – Valores Preditos vs Valores Observados.

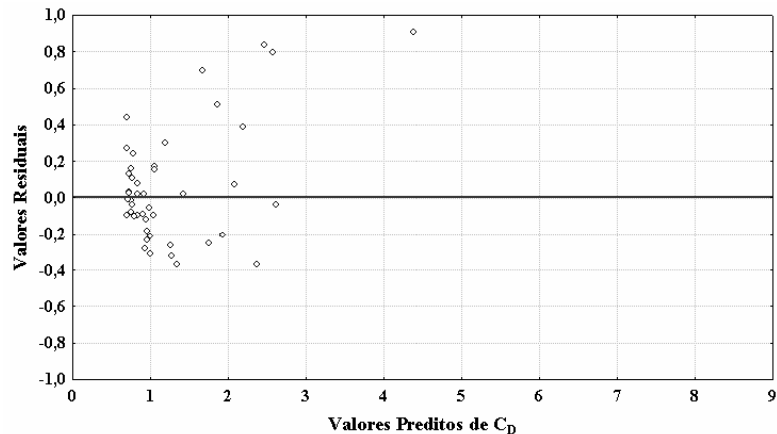


Figura 4.46 – Distribuição de resíduos do coeficiente de arraste, para esferas em fluidos não-Newtonianos (Equação 4.1).

O gráfico de resíduos apresentado na Figura 4.46 mostra que a distribuição dos resíduos não é aleatória e não tem variância constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Constata-se uma tendência de resíduos crescente quando são aumentados os valores Preditos, indicando um problema de previsão pela correlação ajustada.

#### 4.5.2.2 Correlação de TURTON; LEVENSPIEL (1986)

Outro modelo de expressão utilizada foi a de TURTON; LEVENSPIEL (1986), com 5 parâmetros de ajuste. Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais estão apresentados na Tabela 4.39, onde os valores de desvio padrão dos parâmetros não foram apresentados, pois a estimativa levou a uma matriz mal condicionada, não sendo possível o cálculo dos mesmos.

Tabela 4.39: Valores dos parâmetros da Equação (4.2).

	Ascensão de esferas				
	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	0,024	1,298	-5,456	238,262	0,902
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	87,33				

As curvas da função ajustada aos valores experimentais, valores preditos versus observados e gráfico dos resíduos encontram-se no Anexo I. O comportamento visto anteriormente também foi observado para este caso, indicando portanto, um problema de previsão dos dados experimentais pela estrutura da expressão similar a de TURTON; LEVENSPIEL (1986).



#### 4.5.2.3 Correlação de KHAN; RICHARDSON (1987)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste possui 5 parâmetros de ajuste e é dada pela Equação (4.3) vista anteriormente.

Os valores dos parâmetros não foram apresentados aqui, pois todos não são significativos em um teste de hipótese usando uma distribuição t de *student*, considerando um nível de significância de 5 % . Apresentando também um coeficiente de correlação quadrático muito baixo.

#### 4.5.2.4 Correlação de MORSI; ALEXANDER (1972)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste, segundo os autores, possui 3 parâmetros de ajuste que assumem valores distintos dependendo da faixa de número de Reynolds trabalhada. Porém utilizou-se a estrutura da expressão para tentar um ajuste com todos os valores experimentais para  $Re_t < 1000$ , seguindo a mesma metodologia usada nas expressões anteriores, ressaltando que o número de Reynolds nesta seção foi calculado utilizando a Equação (3.3) que contabiliza o índice de comportamento do fluido não-newtoniano. Os valores encontrados estão na Tabela 4.40 a seguir.

Tabela 4.40: Valores dos parâmetros da Equação (4.4)

	Ascensão de esferas		
	A	B	C
<b>Parâmetro</b>	32,326	-48,099	0,802
<b>Desvio padrão</b>	2,507	9,384	0,063
<b>t(46)</b>	12,890	-5,125	12,762
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	91,98		

Apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 91,98% e todos os parâmetros estimados serem significativos constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos. Isto pode ser constatado através do gráfico de resíduos no Anexo I, mostrando que a distribuição dos resíduos não é aleatória e não tem variância constante. Indicando assim um problema de previsão pelo modelo.

#### 4.5.2.5 Correlação de COELHO; MASSARANI (1996)

Esta expressão proposta por COELHO; MASSARANI (1996) possui apenas um

parâmetro de ajuste e é dada pela Equação (4.5). O valor do parâmetro  $n_1$  obtido através da regressão não linear utilizando os dados experimentais de ascensão do presente estudo estão apresentados na Tabela 4.41.

Tabela 4.41: Valor do parâmetro da Equação (4.5).

	Ascensão de esferas
	$n_1$
<b>Parâmetro</b>	0,696
<b>Desvio padrão</b>	0,042
<b>t(48)</b>	16,451
<b>p-level</b>	0,000
<b><math>r^2(\%)</math></b>	76,49

Apesar de se ter um coeficiente de correlação quadrático de 76,49% e todos os parâmetros estimados serem significativos constatou-se problemas nos resultados da regressão referentes à distribuição de resíduos. Isto pode ser verificado através dos gráficos da função ajustada aos valores experimentais e gráficos de resíduos contidos no Anexo I, cujo comportamento indicam um problema de previsão pelo modelo.

Isto pode ser explicado, conforme discutido na seção 4.2.2.5, pois a expressão de COELHO; MASSARANI (1996) foi proposta para queda de esferas e sabe-se que para altos números de Reynolds o coeficiente de arraste tende a um valor constante e igual a 0,43. Assim, a mesma modificação proposta anteriormente e dada pela Equação (4.6) que contabiliza o valor do coeficiente de arraste para altos números de Reynolds como igual a 0,95 foi utilizada e o novo valor obtido para o parâmetro  $n$  é mostrado na Tabela 4.42.

Tabela 4.42: Valor do parâmetro da Equação (4.6).

	Ascensão de esferas
	$n_1$
<b>Parâmetro</b>	1,026
<b>Desvio padrão</b>	0,073
<b>t(48)</b>	14,080
<b>p-level</b>	0,000
<b><math>r^2(\%)</math></b>	85,03

Observou-se que com esta modificação se tem aumento significativo no coeficiente de correlação quadrática, porém o gráfico de distribuição de resíduos, que encontra-se no Anexo I, apresenta problemas no que diz respeito a aleatoriedade e a variância não constante.

Pode-se constatar observando os valores dos parâmetros obtidos anteriormente através das expressões utilizadas, que expressões com 1 ou até 3 parâmetros de ajuste apresentaram um coeficiente de correlação quadrática muito próximos aos obtidos com o uso de expressões mais complexas, mostrando assim a viabilidade de se utilizar uma expressão com uma estrutura mais simples e com um menor número de parâmetros como o proposto por COELHO; MASSARANI (1996).

Desta forma a Equação (4.7) proposta anteriormente para a ascensão de esferas em fluidos Newtonianos similar a de COELHO; MASSARANI (1996), porém com 3 parâmetros de ajuste e coeficiente de arraste de 0,95 no regime de Newton, foi testada e os valores encontrados para os parâmetros estão na Tabela 4.43.

Tabela 4.43: Valor do parâmetro da Equação (4.7).

	Ascensão de esferas		
	A	B	C
<b>Parâmetro</b>	0,682	4,876	1,364
<b>Desvio padrão</b>	0,193	2,162	0,156
<b>t(46)</b>	3,528	2,255	8,728
<b>p-level</b>	0,000	0,029	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	83,14		

Observou-se que com esta modificação não se tem aumento significativo no coeficiente de correlação quadrática, porém o gráfico de distribuição de resíduos, que encontra-se no Anexo I, apresenta uma melhor aleatoriedade.

#### 4.5.2.6 Correlação de DEWSBURY *et al.* (2002)

Outro modelo de expressão a ser utilizada foi a de DEWSBURY *et al.* (2002) dada pela Equação (4.13), com 5 parâmetros de ajuste, e número de Reynolds calculado pela Equação (3.3) a seguir:

$$C_D = \frac{24}{Re_t} \left( 1 + A Re_t^B \right) + \left( \frac{1 - C Re_t}{1 + D Re_t^E} \right) \quad (4.13)$$

Os valores dos parâmetros A, B, C, D e E originais foram obtidos para a ascensão de esferas em líquidos não-Newtonianos do tipo *power-law* para  $0,1 < Re_{PL} < 25000$  e estão apresentados na Tabela 4.44, juntamente com os obtidos através da regressão não linear dos pontos experimentais para a ascensão de esferas.

Tabela 4.44: Valores dos parâmetros da Equação (4.13).

	Ascensão de esferas					Parâmetros da Equação original				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	0,076	0,864	-7,454	685930,6	-0,275	0,24	0,5	0,000024	370	-1
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	83,17									

Na Tabela 4.44 não foram apresentados os valores de desvio padrão dos parâmetros, pois a estimativa levou a uma matriz mal condicionada, não sendo possível o cálculo destes valores.

#### 4.5.2.7 Correlação de MATJASIC; GLASNOVIC (2001)

Esta expressão para o cálculo do coeficiente de arraste possui 3 parâmetros de ajuste e foi obtida originalmente para a queda livre de esferas em fluidos não-Newtonianos para  $Re_t < 1000$  e é dada pelas Equações (4.15) e (4.16) a seguir.

$$C_D = \frac{24}{Re_t} A(n) + P_3 \quad (4.15)$$

$$A(n) = -P_1 n + P_2 \quad (4.16)$$

Os valores dos parâmetros  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  originais e os obtidos através da regressão não linear dos dados experimentais estão na Tabela 4.45.

Tabela 4.45: Valores dos parâmetros das Equações (4.15) e (4.16)

	Ascensão de esferas			Parâmetros da Equação original		
	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>
<b>Parâmetro</b>	2,638	-0,986	0,927	-1,26	2,3	0,653
<b>Desvio padrão</b>	2,040	1,446	0,071			
<b>t(114)</b>	1,293	-0,682	12,903			
<b>p-level</b>	0,202	0,498	0,000			
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	81,13					

A partir dos valores obtidos para os parâmetros observou-se que a Equação (4.15) não se ajustou aos valores experimentais obtidos neste trabalho. Podemos chegar a esta conclusão observando os valores de p-level para os parâmetros  $P_1$  e  $P_2$  onde estes não são significativos em um teste de hipótese usando uma distribuição t de *student*, considerando um erro máximo de 5 % e também através do gráfico de resíduos, apresentado no Anexo I, observa-se que a distribuição de resíduos não é aleatória e não tem variância constante. Portanto, esta hipótese de validade do modelo não foi observada. Consta-se uma tendência de resíduos crescente quando são aumentados os valores Preditos, indicando um problema de previsão da correlação.

De acordo com o que foi visto nas seções anteriores, constata-se novamente a viabilidade de se utilizar uma expressão de estrutura mais simples para a previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds. Devido a limitações na unidade experimental não se conseguiu levantar uma quantidade suficiente de dados, justificando-se assim a dificuldade de se ajustar uma expressão para o cálculo do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds para a ascensão de esferas em fluidos não-Newtonianos.

Porém de acordo com os resultados mostrados na Seção 4.5.1, pode-se usar expressões encontradas na literatura para descrever o comportamento do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds para valores de  $Re_t < 1000$ . Para  $Re_t > 1000$  o coeficiente de arraste possui valor diferente entre queda e ascensão de esferas leves em fluidos não-Newtonianos.

## **4.6 Ascensão de bolhas de nitrogênio em fluidos não-Newtonianos**

### **4.6.1 Resultados Experimentais**

Com os resultados de distância e tempo percorridos entre cada posição ocupada pela bolha, calculou-se a velocidade média e os respectivos valores dos desvios padrão (DP). Calculou-se também os valores médios e desvios padrão do diâmetro volumétrico equivalente e diâmetro projetado sobre o plano horizontal conforme mostrado anteriormente no Item 3.6.3 para as diferentes formas assumidas pelas bolhas. Os resultados encontrados, juntamente com temperatura do fluido no dia de trabalho e reograma da solução inicial de Carbopol (solução 0,07%) encontram-se na Tabela 4.46, para efeito de ilustração. Os demais valores obtidos para as outras condições trabalhadas encontram-se no Anexo J.

Tabela 4.46.: Resultados experimentais obtidos para bolhas obtidos para bolhas na solução inicial de Carbopol.

<b>Bolha</b>	<b>d<sub>eq</sub> médio (cm)</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>v<sub>média</sub> (cm/s)</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>d<sub>h</sub> médio (cm)</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>T (°C)</b>	<b>K (g/cm.s<sup>n</sup>)</b>	<b>n (-)</b>
6	0,629	± 0,025	17,245	± 0,000	0,725	± 0,031	23	5,972	0,40
10	0,977	± 0,000	23,256	± 0,000	1,231	± 0,0	26	5,972	0,40
20	1,225	± 0,000	24,144	± 0,351	1,671	± 0,0	26	5,972	0,40
30	1,402	± 0,083	25,223	± 0,000	1,987	± 0,097	26	5,972	0,40
40	1,686	± 0,021	26,441	± 0,586	2,246	± 0,027	26	5,972	0,40
50	1,716	± 0,000	27,838	± 0,588	2,328	± 0,039	26	5,972	0,40
60	1,848	± 0,021	28,787	± 0,755	2,643	± 0,021	26	5,972	0,40
70	2,096	± 0,039	30,240	± 0,000	2,766	± 0,039	26	5,972	0,40
80	2,177	± 0,002	30,884	± 0,215	2,699	± 0,002	26	1,951	0,49
91	1,993	± 0,119	32,919	± 0,000	3,175	± 0,049	26	1,951	0,49
100	1,923	± 0,083	31,867	± 0,000	3,221	± 0,048	26	1,951	0,49
110	20,56	± 0,013	32,101	± 0,000	3,337	± 0,082	26	1,951	0,49
120	2,215	± 0,013	32,216	± 0,206	3,372	± 0,305	26	1,951	0,49
130	2,287	± 0,104	33,267	± 0,000	3,616	± 0,049	26	1,951	0,49
140	2,601	± 0,062	34,441	± 0,350	3,768	± 0,125	26	1,951	0,49
150	2,759	± 0,164	33,867	± 0,317	4,091	± 0,064	26	1,916	0,51
160	2,629	± 0,000	34,138	± 0,418	4,338	± 0,097	27	2,648	0,48
170	2,986	± 0,182	34,546	± 0,643	4,364	± 0,193	26	1,916	0,51
180	2,505	± 0,043	37,056	± 0,958	4,167	± 0,137	26	1,916	0,51
190	2,397	± 0,057	37,622	± 0,157	4,151	± 0,206	26	1,916	0,51
200	2,428	± 0,018	35,125	± 0,172	3,999	± 0,064	26	1,916	0,51
210	2,697	± 0,105	35,124	± 0,138	4,545	± 0,023	26	1,916	0,51
220	2,783	± 0,116	36,000	± 0,000	4,489	± 0,139	26	1,916	0,51
230	2,506	± 0,023	36,746	± 0,241	4,182	± 0,079	26	1,916	0,51
240	2,704	± 0,080	36,844	± 0,604	4,416	± 0,086	26	1,916	0,51
250	2,605	± 0,000	37,557	± 1,978	4,227	± 0,039	26	1,916	0,51
260	2,662	± 0,078	38,791	± 0,537	4,560	± 0,095	26	1,916	0,51
270	2,701	± 0,072	38,157	± 0,571	4,446	± 0,196	26	1,916	0,51

continuação da Tabela 4.46

280	3,197	± 0,034	40,044	± 0,403	4,592	± 0,080	27	2,648	0,48
290	3,502	± 0,000	41,447	± 1,650	4,873	± 0,0	27	2,648	0,48
300	3,711	± 0,200	40,762	± 0,630	5,505	± 0,021	27	2,648	0,48
cheio	4,257	± 0,184	42,035	± 0,353	6,057	± 0,040	27	2,648	0,48

O fato das bolhas de nitrogênio modificarem o formato ao longo do movimento de ascensão no líquido estagnado aumenta a complexidade do estudo dinâmico dessas bolhas. KARAMANEV *et al.* (2005) mostrou que a introdução do diâmetro projetado sobre o plano horizontal tem efeito significativo sobre o decréscimo do erro na descrição dos dados experimentais de velocidade de bolhas em líquidos não-Newtonianos. E no cálculo do coeficiente de arraste o uso do diâmetro projetado sobre o plano horizontal para descrever o tamanho da bolha deve ser considerado, principalmente quando se trata de bolhas no formato cápsula esférica. Isso porque um aumento no tamanho da bolha, respectivamente no número de Reynolds, resulta normalmente em uma diminuição da esfericidade, que é descrita pela razão  $E=d_e/d_h$ .

Assim, da mesma forma feita para a ascensão de bolhas de nitrogênio em fluidos Newtonianos, o coeficiente de arraste em função do número de Reynolds foi obtido contabilizando diferentes formas de se caracterizar o diâmetro das bolhas nas expressões para o cálculo de ambos. A influência do comportamento reológico do fluido não newtoniano foi quantificada calculando-se o número de Reynolds pela Equação (3.3), onde os valores de tensão de cisalhamento e taxa de deformação das soluções poliméricas foram representadas matematicamente pelo modelo de *power-law*.

Estes valores encontram-se na Tabela 4.47 para a solução inicial de Carbopol. Os demais valores obtidos para as outras soluções encontram-se no Anexo J.

Tabela 4.47: Resultados experimentais de Re e  $C_D$  obtidos para bolhas na solução inicial de Carbopol.

Formas utilizadas para caracterizar o diâmetro das bolhas nos cálculos de Re e $C_D$					
Bolha	$d_{eq}$ em ambos		<i>aspect ratio</i>	$d_h$	<i>aspect ratio</i>
	$C_D$	Re	$C_D$	Re	Re
6	2,761	13,230	2,078	14,004	11,809
10	2,298	25,995	1,447	28,512	21,607

continuação da Tabela 4.47					
20	2,743	29,593	1,474	33,507	23,085
30	2,877	33,498	1,432	38,512	25,343
40	3,148	38,890	1,774	43,617	30,917
50	2,890	42,528	1,570	48,046	33,320
60	2,911	46,221	1,423	53,333	34,715
70	2,992	52,594	1,718	58,765	42,127
80	2,979	133,155	1,938	147,943	107,864
91	2,401	140,414	0,946	176,403	88,965
100	2,472	131,372	0,881	169,149	79,245
110	2,604	137,256	0,989	174,019	85,390
120	2,786	143,130	1,202	175,858	94,812
130	2,697	152,612	1,079	191,021	97,411
140	2,862	171,282	1,364	205,394	119,113
150	3,140	166,464	1,428	203,503	111,384
160	2,945	128,431	1,082	163,331	79,409
170	3,266	178,517	1,529	216,633	121,224
180	2,381	181,201	0,861	234,898	107,826
190	2,211	181,221	0,737	239,793	103,503
200	2,569	164,670	0,947	212,390	98,987
210	2,854	173,728	1,005	226,705	102,019
220	2,803	183,131	1,077	233,699	112,454
230	2,423	178,984	0,870	232,401	106,160
240	2,600	186,801	0,975	239,895	113,265
250	2,411	188,591	0,916	241,399	115,104
260	2,309	200,095	0,787	263,300	115,559
270	2,422	196,695	0,894	253,618	118,309
280	2,602	179,796	1,261	231,927	127,002
290	2,661	197,929	1,374	231,942	144,134
300	2,915	198,423	1,325	239,772	135,886
cheio	3,145	220,078	1,553	263,039	158,299



Com os valores obtidos em todas as condições reológicas das soluções de Carbopol utilizadas, curvas do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds puderam ser plotadas e são mostradas nas seções a seguir.

Porém, não foi possível observar o comportamento das bolhas para números de Reynolds maiores que 1000 e menores que 10 devido a limitações na unidade experimental.

#### 4.6.1.1 Diâmetro volumétrico equivalente

Nesta seção o coeficiente de arraste e o número de Reynolds foram ambos calculados considerando o diâmetro volumétrico equivalente como dimensão característica. E a curva plotada pode ser vista na Figura 4.47 a seguir. Observa-se que a faixa de número de Reynolds encontrada foi de  $10 < Re_{PL} < 900$ .

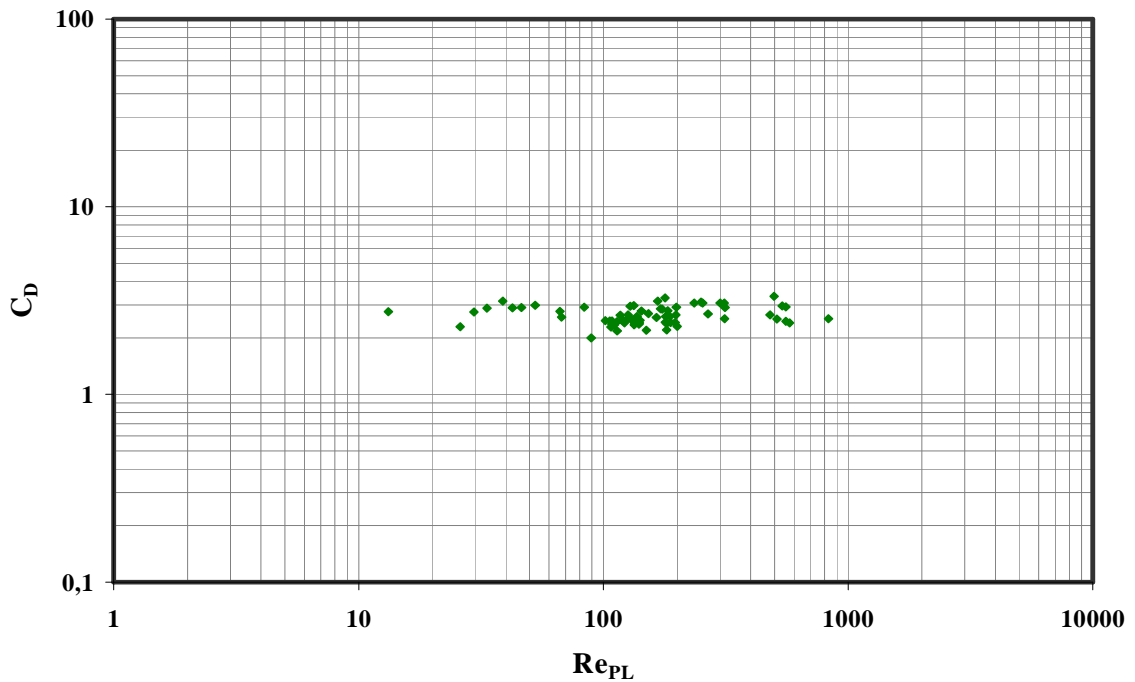


Figura 4.47 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_{PL}$  considerando  $d_{eq}$  em ambos.

Como visto na maioria dos trabalhos encontrados na literatura o coeficiente de arraste para a ascensão de bolhas em fluidos não-Newtonianos pode ser descrito por uma curva de arraste padrão para baixos números de Reynolds. Para confirmar este comportamento algumas das expressões encontradas na literatura para a queda livre de esferas em fluidos Newtonianos e não Newtonianos, juntamente com expressões propostas para ascensão de bolhas foram plotadas e este resultado pode ser observado na Figura 4.48.

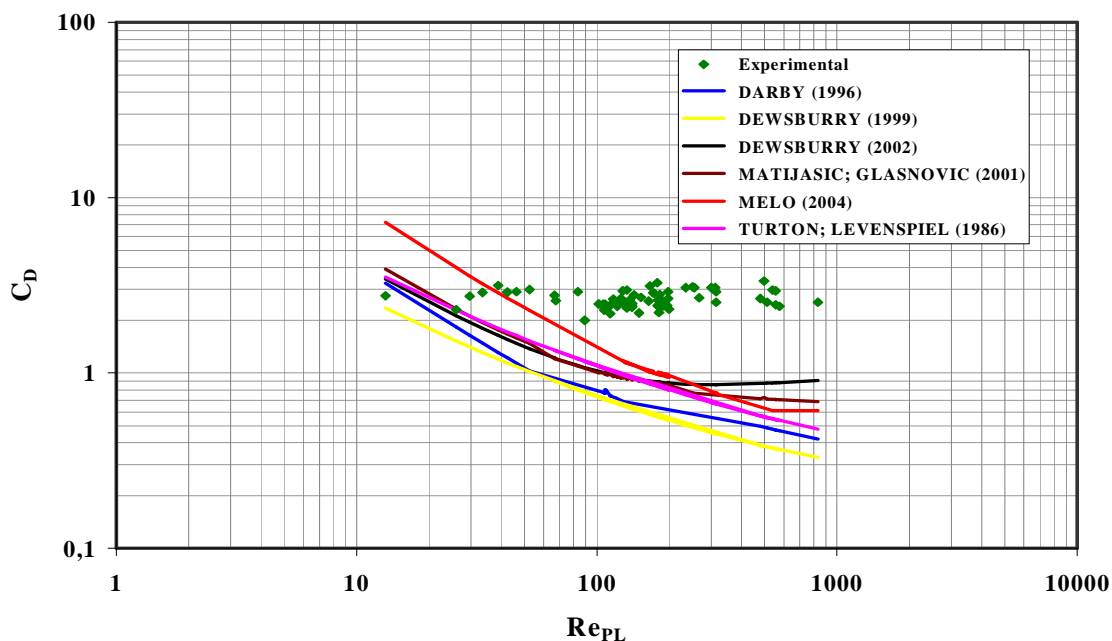


Figura 4.48 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_{PL}$  (dados experimentais/expressões da literatura).

Como pode ser visto na Figura 4.48 os dados experimentais não podem ser descritos por uma curva de arraste padrão, quando se utiliza  $d_{eq}$  para o cálculo de ambos, coeficiente de arraste e número de Reynolds.

#### 4.6.1.2 Aspect ratio e diâmetro projetado sobre o plano horizontal

Nesta seção o coeficiente de arraste foi calculado considerando a *aspect ratio* ( $d_e/d_h$ ) e o número de Reynolds utilizando o diâmetro projetado sobre o plano horizontal como dimensões características. A curva plotada pode ser vista na Figura 4.49 a seguir.

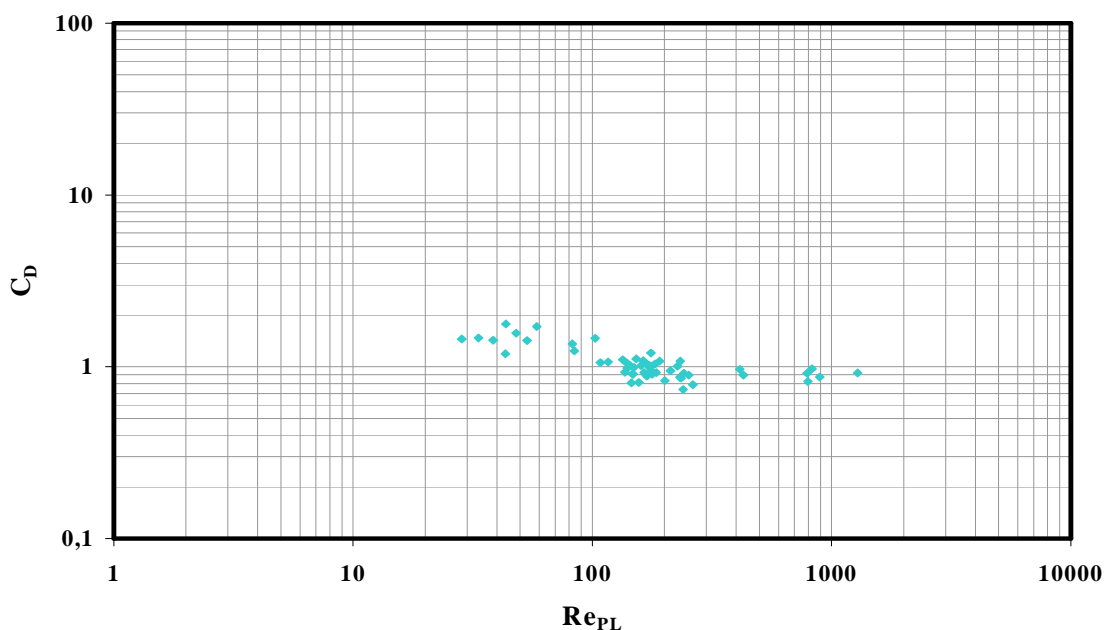


Figura 4.49 – Curva de  $C_D$  (*aspect ratio*) em função de  $Re_t$  ( $d_h$ ).

Observa-se que a faixa de número de Reynolds encontrada foi de  $20 < Re_{PL} < 1500$ .

Da mesma forma feita na Seção 4.6.1.1, algumas das expressões encontradas na literatura para a queda livre de esferas em fluidos Newtonianos e não Newtonianos, juntamente com expressões propostas para ascensão de bolhas foram plotadas e este resultado pode ser observado na Figura 4.50.

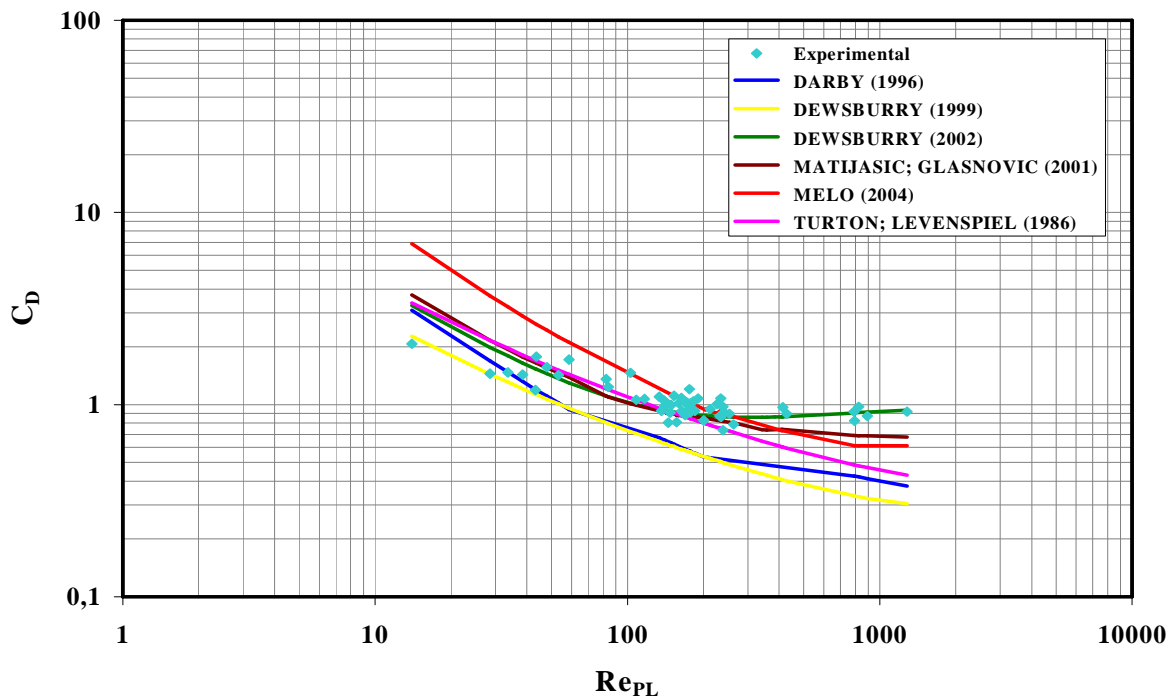


Figura 4.50 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_{PL}$  (dados experimentais/expressões da literatura).

Como visto na Figura 4.50, das correlações apresentadas, as de DARBY (1996) e MELO (2004), propostas originalmente para a queda de esferas em fluidos não-Newtonianos não descrevem bem os dados experimentais. A expressão de TURTON; LEVENSPIEL (1986) pode ser usada somente para Reynolds  $< 200$ , acima deste valor ela já não é recomendável. Somente as expressões de DEWSBURRY *et al.* (2002) a qual possui estrutura similar a de CLIFT; GAUVIN (1970), porém com os parâmetros reestimados para a ascensão e válida para  $0,1 < Re_t < 25000$  e a de MATIJASIC; GLASNOVIC (2001) originalmente obtida para a queda de esferas em fluidos não-Newtonianos para  $Re_{PL} < 1000$ , se ajustaram aos valores experimentais obtidos neste trabalho.

#### 4.6.1.3 Aspect Ratio

Nesta seção o coeficiente de arraste e o número de Reynolds foram ambos calculados considerando o *aspect ratio* como dimensão característica. E a curva plotada pode ser vista na

Figura 4.51 a seguir. A faixa de número de Reynolds encontrada para esta condição foi de  $10 < Re_{PL} < 400$ .

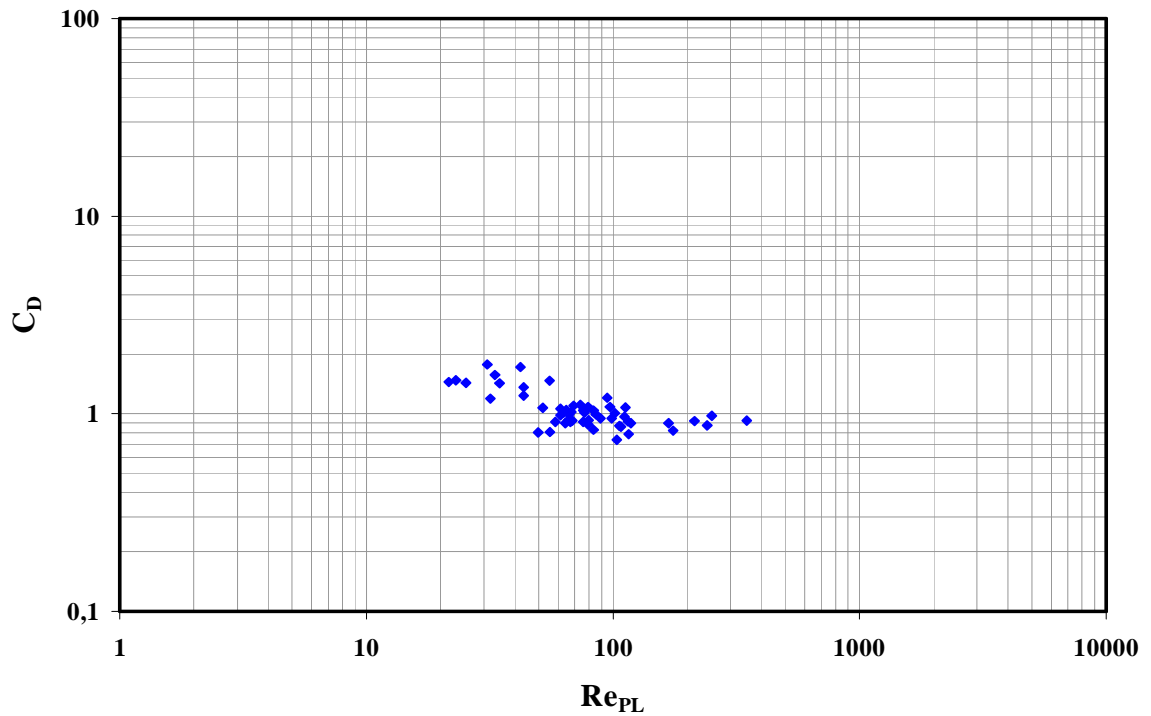


Figura 4.51 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_{PL}$  considerando *aspect ratio* em ambos.

Da mesma forma feita nas Seções 4.6.1.1 e 4.6.1.2, algumas das expressões encontradas na literatura foram plotadas juntamente com os dados experimentais e este resultado pode ser observado na Figura 4.52.

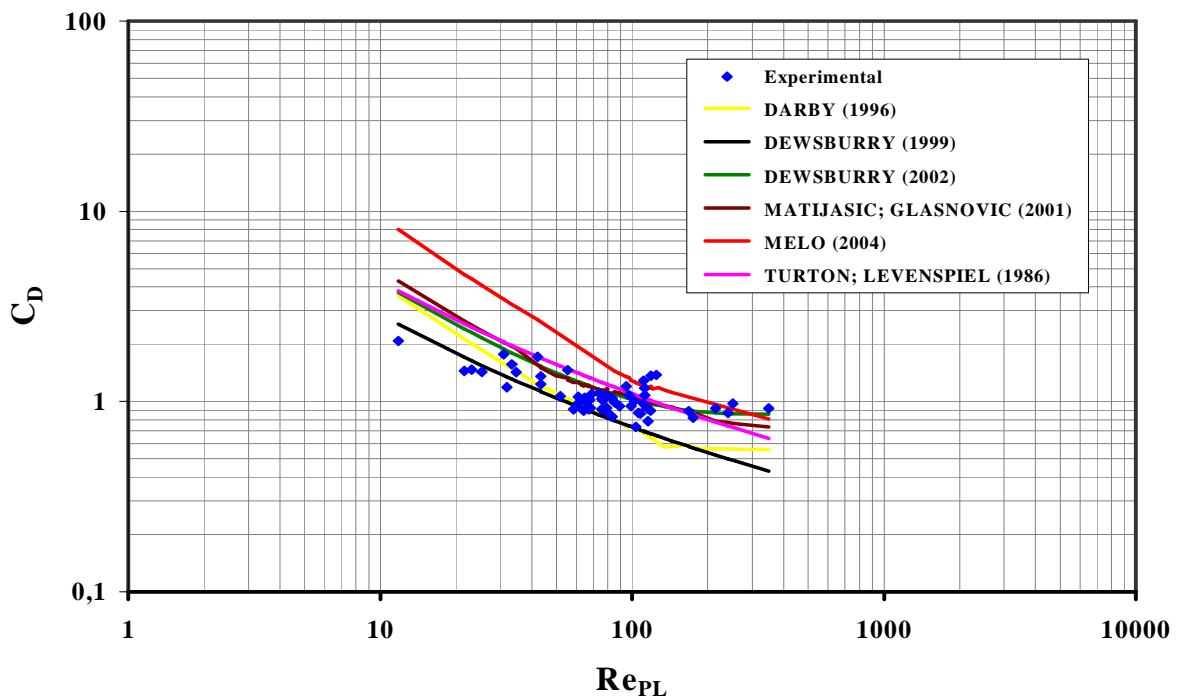


Figura 4.52 – Curva de  $C_D$  em função de  $Re_{PL}$  (dados experimentais/expressões da literatura).

Como visto na Figura 4.52, das correlações apresentadas, nenhuma delas se ajustou aos valores experimentais obtidos neste trabalho. Observa-se um grande espalhamento nos dados experimentais, bem como uma faixa de número de Reynolds muito menor do que as obtidas anteriormente. Constatando-se assim o fato de que utilizar o *aspect ratio* em ambos, coeficiente de arraste e número de Reynolds, não é a melhor opção para se caracterizar a forma das bolhas.

Desta forma verifica-se que a dimensão característica usada nos cálculos de coeficiente de arraste e número de Reynolds interfere nos valores finais. E observa-se que bolhas de nitrogênio só podem ser tratadas da mesma maneira que esferas leves em ascensão desde que a forma real das bolhas for contemplada usando-se a razão entre definições de dimensões características (“*aspect ratio*”) para se quantificar o coeficiente de arraste e  $d_h$  no cálculo de Reynolds.

#### 4.6.1.4 Trajetória de ascensão das bolhas em Carbopol

A trajetória de ascensão das bolhas de nitrogênio em Carbopol é muito próxima de retilínea, ocorrendo pequenas oscilações. Bolhas pequenas possuem um formato elipsoidal bem definido. Quando aumenta-se o tamanho da bolha observam-se desvios do formato elipsoidal chegando a cápsula esférica para bolhas grandes.

#### 4.6.2 Correlações para previsão do coeficiente de arraste ( $C_D$ )

Verificações estatísticas do ajuste de correlações encontradas na literatura para previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds foram feitas para os dados experimentais obtidos com  $Re_{PL} < 1000$ . Porém, devido ao número limitado de pontos experimentais, não se obteve aqui coeficientes de correlação quadrática aceitáveis, e a maioria dos parâmetros encontrados não foram significativos, justificando-se a não apresentação dos resultados nesta seção.

## CAPÍTULO V

### CONCLUSÕES

Neste capítulo, apresentam-se as principais conclusões obtidas considerando as investigações realizadas experimentalmente e por meio de simulações numéricas, sobre a ascensão de esferas leves e bolhas em fluidos Newtonianos e não-Newtonianos. Bem como algumas sugestões para a continuidade deste tema de pesquisa.

#### 5.1 Principais conclusões

Levando em conta as metas que foram traçadas e considerando os resultados obtidos, tanto para fluidos Newtonianos como para não-Newtonianos, nas condições experimentais investigadas, pode-se concluir de forma geral que:

- O procedimento experimental empregado de fotografar a ascensão de esferas leves e bolhas, utilizando-se uma câmera digital e uma luz estroboscópica, mostrou-se adequado e confiável;
- A temperatura mostrou relevância durante a realização dos ensaios experimentais em função de seu efeito sobre as propriedades reológicas dos fluidos de trabalho, justificando o seu controle e monitoramento;
- Constatou-se a viabilidade de se utilizar uma expressão com estrutura mais simples para a previsão do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds, tanto para descrever a ascensão de esferas leves quanto para bolhas de nitrogênio;

No estudo da ascensão de esferas leves e bolhas de nitrogênio em fluidos Newtonianos, conclui-se que:

- Os dados experimentais para a ascensão de esferas leves para  $Re_t > 1000$  levaram a valores de coeficiente de arraste constantes e aproximadamente igual a 0,95, valor este diferente do encontrado para queda livre de esferas. A diferença no comportamento hidrodinâmico entre esferas caindo e ascendendo com altos números de Reynolds pode ser explicada pelo efeito de turbulência no líquido. Para altos números de Reynolds o fenômeno de turbulência e rotação no líquido atrás da partícula são aparentes e levam a um desequilíbrio das forças não verticais que atuam sobre ela, conduzindo a uma componente horizontal da velocidade e trajetória não linear, com ângulo de desvio entre o vetor velocidade e o plano horizontal variando entre 75 e 85°,

- de acordo com o diâmetro e densidade da esfera;
- Para o caso de  $Re_t < 1000$  os dados experimentais possuem um comportamento similar ao de partículas esféricas em queda livre e podem ser descritos por uma curva de arraste padrão, como a de TURTON; LEVENSPIEL (1986). A trajetória de ascensão das esferas é muito próxima de retilínea quanto mais densa for a esfera e/ou quanto mais viscoso for o fluido;
- A discrepância entre os resultados experimentais e os obtidos através das simulações numéricas da ascensão de esferas leves em fluidos Newtonianos deve-se à previsão deficiente da velocidade terminal através do uso das expressões disponíveis no FLUENT<sup>®</sup>, principalmente para altos números de Reynolds. Porém de forma geral pôde-se avaliar o potencial da técnica de CFD como ferramenta para prever diversos fenômenos físicos e condições experimentais;
- Nos dados experimentais para a ascensão de bolhas de nitrogênio em fluidos Newtonianos observa-se que as bolhas podem ser tratadas da mesma maneira que esferas leves em ascensão, desde que a forma real das bolhas for contemplada usando-se a razão entre definições dimensões características (“*aspect ratio*”) para se quantificar o coeficiente de arraste e  $d_h$  no cálculo do número de Reynolds;
- A trajetória de ascensão das bolhas de nitrogênio é muito próxima de retilínea, porém ocorrem pequenas oscilações. Quanto à forma adquirida pelas bolhas durante a ascensão observou-se que bolhas pequenas possuem um formato elipsoidal bem definido, e bolhas grandes aproximam-se bem de cápsula esférica;
- Através dos valores obtidos de desvio relativo entre as velocidades de ascensão de bolhas de nitrogênio, experimental e simulada, pode-se constatar novamente a viabilidade de se utilizar um pacote comercial, como o FLUENT<sup>®</sup> como ferramenta complementar no estudo de certos fenômenos físicos;

No estudo da ascensão de esferas leves e bolhas de nitrogênio em fluidos não-Newtonianos, conclui-se que:

- Para  $Re_t < 1000$  os dados experimentais de ascensão de esferas leves podem ser descritos por uma curva de arraste padrão, como a de TURTON; LEVENSPIEL (1986) ou pelas expressões de DEWSBURRY *et al.* (2002) e a de MATIJASIC; GLASNOVIC (2001) originalmente obtidas para a queda livre de esferas em fluidos não-Newtonianos;
- Para  $Re_t > 1000$  não foi possível observar o comportamento descrito por diversos

trabalhos encontrados na literatura, devido a limitações na unidade experimental;

- Nos dados experimentais para a ascensão de bolhas de nitrogênio o mesmo comportamento para a ascensão de esferas leves foi observado, porém somente quando a forma real das bolhas for contemplada usando-se a razão entre definições dimensões características (“*aspect ratio*”) para se quantificar o coeficiente de arraste e  $d_h$  no cálculo do número de Reynolds;

## **5.2 Sugestões para trabalhos futuros**

São propostas as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Efetuar outros ensaios experimentais com o objetivo de explorar melhor toda a faixa de número de Reynolds, ampliando o conjunto de dados experimentais;
- Utilizar a unidade experimental existente mudando o sistema de formação de bolhas para se quantificar como este interfere na deformação e velocidade terminal das bolhas;
- Utilização de expressões para coeficiente de arraste definidas pelo usuário, para comparar com as correlações disponíveis pelo FLUENT<sup>®</sup>, que apontaram desvios de 3,6% a 33% no cálculo da velocidade terminal de esferas leves em fluidos Newtonianos;
- Proceder simulações numéricas para a ascensão de esferas leves e bolhas de nitrogênio em fluidos não-Newtonianos;
- Estender o estudo da dinâmica de bolhas na presença de surfactantes (tensoativos);
- Adequar a unidade experimental para estudar a dinâmica de mais de uma bolha (duas ou três) e avaliar os efeitos relacionados a deformação, colisão, coalescência, etc.
- Medir a tensão superficial do líquido.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, S. S.; ORVALHO, S. P.; VASCONCELOS, J. M. T. Effect of bubble contamination on rise velocity and mass transfer, Chemical Engineering Science, Vol. 60, p. 1-9, 2005.
- BAILEY, M.; GOMEZ, C. O.; FINCH, J. A. A method of bubble diameter assignment, Minerals Engineering, Vol. 18, p. 119-123, 2005.
- BARNES, H. A., Non-Newtonian Fluid Mech. 81, p. 133, 1999. Apud: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-newtonian Flow in the Process Industries, Fundamentals and Engineering Applications, Butterworth Heinemann, Great Britain, p. 436, 1999.
- BATCHELOR, G. K., "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, 1967.
- BOZZANO, G.; DENTE, M. Shape and terminal velocity of single bubble motion: a novel approach, Computers and Chemical Engineering, Vol. 25, p. 571-576, 2001.
- BRENN, G.; KOLOBARIC, V.; DURST, F. Shape oscillations and path transition of bubbles rising in a model bubble column, Chemical Engineering Science, 61, p. 3795-3805, 2006.
- CHHABRA, R. P. Bubbles, Drops and Particle in Non-Newtonian Fluids, CRC Press, Boca Raton (FL), p. 454, 1993.
- CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-newtonian Flow in the Process Industries, Fundamentals and Engineering Applications, Butterworth Heinemann, Great Britain, p. 436, (1999).
- CLIFT, R.; GAUVIN, W. H. Canadian journal of Chemical Engineering, 50, p.23-30, 1970. Apud: DEWSBURY, K. H.; KARAMANEV, D. G.; MARGARITIS, A. A. Rising solid sphere hydrodynamics at high Reynolds numbers in non-newtonian fluids, Chemical Engineering Journal, 3982, p. 1-5, 2002.
- CLIFT, R.; GRACE, J. R.; WEBER, M. E. Bubbles, Drops and Particles, New York, Academic Press, 1978.
- CLIFT, R.; GRACE, J. R.; WEBER, M. E. Bubbles, Drops and Particles, New York, Dover Publication, Inc., 2005.
- COELHO, R.M.L.; MASSARANI, G. Fluidodinâmica de partículas: ainda sobre correlações em base aos dados experimentais de Pettyjohn e Christiansen, Relatório LSP; COPPE 1;96, 1996 In: MASSARANI, G. Foudodinamica em sistema particulados, Rio de

Janeiro, UFRJ, p. 11-45, 1997.

COLLINS, R. Journal Fluid Mechanics, 28, 97, 1967. Apud: KRISHNA, R.; URSEANU, M. I.; van BATEN, J. M.; ELLENBERGER, J. Wall effects on the rise of single gas bubbles in liquids, International Communication Heat Mass Transfer, Vol. 26, No. 6 p. 781-790, 1999.

CROWE, C.; SOMMER, M.; TSUJI, Y. Multiphase Flows with Droplets and Particles, CRC Press, 1998.

DARBY, R. Determining settling rates of particles, Chemical Engineering, 103, p. 109, Dezembro 1996.

DAVIES, R. M.; TAYLOR, G. I. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes, Proc. Roy. Soc. London A200, 375, 1950. Apud: KRISHNA, R.; URSEANU, M. I.; van BATEN, J. M.; ELLENBERGER, J. Wall effects on the rise of single gas bubbles in liquids, International Communication Heat Mass Transfer, Vol. 26, No. 6 p. 781-790, 1999.

DEWSBURY, K. H.; KARAMANEV, D. G.; MARGARITIS, A. A. Hydrodynamic characteristics of free rise of light solid particles and gas bubbles in non-Newtonian liquids, Chemical Engineering Science, 54, p. 4825-4830, 1999.

DEWSBURY, K. H.; KARAMANEV, D. G.; MARGARITIS, A. A. Dynamic behavior of freely rising buoyant solid spheres in non-Newtonian liquids, AIChE Journal, Vol. 46, No. 1, p. 46-51, 2000.

DEWSBURY, K. H.; KARAMANEV, D. G.; MARGARITIS, A. A. Rising solid sphere hydrodynamics at high Reynolds numbers in non-newtonian fluids, Chemical Engineering Journal, 3982, p. 1-5, 2002.

DEWSBURY, K. H.; TZOUNAKOS, A.; KARAMANEV, D. G.; MARGARITIS, A. A. Wall effects for the free rise of solid spheres in moderately viscous liquids, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 80, p. 974 -978, 2002.

Di MARCO, P.; GRASSI, W.; MEMOLI, G. Experimental study on rising velocity of nitrogen bubbles in FC-72, International Journal of Thermal Sciences, 42, p. 435-446, 2003.

DZIUBINSKI, M.; ORCZYKOWSKA, M. The drag coefficient of bubbles rising in non-Newtonian liquids, International Chemical i Proc., 23, p. 67-81, 2002. Apud: DZIUBINSKI, M.; ORCZYKOWSKA, M.; BUDZYNSKI, P. Comments on bubble rising velocity in non-Newtonian liquids, Chemical Engineering Science, 58, p. 2441-2443, 2003.

- DZIUBINSKI, M; ORCZYKOWSKA, M.; BUDZYNSKI, P. Comments on bubble rising velocity in non-Newtonian liquids, Chemical Engineering Science, 58, p. 2441-2443, 2003.
- FLUENT INC, Fluent 6.1.18 Users's Guide, Centerra Resource Park, 10 Cavendish Court, Lebanon, NH 03766, February 2005.
- FRANK, X.; LI, H. Z.; FUNFSCHILLING, D.; BURDIN, F.; MA, Y. Bubble motion in non-Newtonian fluids and suspensions, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 81, p. 483-490, 2003.
- FUNFSCHILLING, D.; LI, H. Z. Flow of non-Newtonian fluids around bubbles: PIV measurements and birefringence visualization, Chemical Engineering Science, 56, p. 1137-1141, 2001.
- GANSER, G. H. A rational approach to drag prediction of spherical and nonspherical particles. Powder Technology, 77, p. 143-152, 1993.
- GRACE, J. R.; WAIREGI, T.; NGUYEN, T. H. Shapes and velocities of single drops and bubbles moving freely through immiscible liquids, Trans. Instn. Chemical Engineering, 54, p. 167, 1976.
- HADAMARD, J. Mouvement permanent lens dune sphere liquide et visqueuse dans un liquide visqueux, Comptes Rendus, 152, 1735. Apud: DEWSBURY, K. H.; KARAMANEV, D. G.; MARGARITIS, A. A. Hydrodynamic characteristics of free rise of light solid particles and gas bubbles in non-Newtonian liquids, Chemical Engineering Science, 54, p. 4825-4830, 1999.
- HASSAN, Y. A.; VILLAFUERTE, J. O.; SCHMIDL W. D. Measurements of a rising single bubble in stagnant liquid, Journal of Flow Visualization & Image Processing, Vol. 6, p. 129-137, 1999.
- HAIDER, A. & LEVENSPIEL, Drag Coefficient and Terminal Velocity of Spherical and Nonspherical Particles, Powder Technology, Vol. 58, p. 63-70, 1989.
- HERRERA-VELARDE, J. R.; ZENIT, R.; CHEHATA, D.; MENA, B. The flow of non-Newtonian fluids around bubbles and its connection to the jump discontinuity, Journal Non-Newtonian Fluid Mech., 111, p. 199-209, 2003.
- HUAI, Z. L. Bubbles in non-Newtonian fluids: Formation, interaction and coalescence, Chemical Engineering Science, 54, p. 2247-2254, 1999.
- KARAMANEV, D. G.; NIKOLOV, L. N. Free rising spheres do not obey Newton's Law for free settling, AIChE Journal, Vol. 38, No. 11, p. 1843-1846, 1992.
- KARAMANEV, D. G. Rise of gas bubbles in quiescent liquids, AIChE Journal, Vol. 40, No.

8, p. 1418-1421, 1994.

KARAMANEV, D. G.; CHAVARIE, C.; MAYER, R. C. Dynamics of the free rise of a light solid sphere in liquid, AIChE Journal, Vol. 42, No. 6, p. 1789-1792, 1996.

KARAMANEV, D. G. The study of free rise of buoyant spheres in gas reveals the universal behaviour of free rising rigid spheres in fluid in general, International Journal of Multiphase Flow, 27, p. 1479-1486, 2001.

KARAMANEV, D. G.; DEWSBURY, K. H.; MARGARITIS A. Comments on the free rise of gas bubbles in non-Newtonian liquids, Chemical Engineering Science, Vol. 60, p. 4655-4657, 2005.

KHAN, A. R.; RICHARDSON, J. F. The resistance to motion of a solid sphere in a fluid, Chemical Engineer Communication, 62, p. 135-150, 1987.

KRISHNA, R.; URSEANU, M. I.; van BATEN, J. M.; ELLENBERGER, J. Wall effects on the rise of single gas bubbles in liquids, International Communication Heat Mass Transfer, Vol. 26, No. 6 p. 781-790, 1999.

LIMA-OCHOTERENA, R.; ZENIT, R. Visualization of the flow around a bubble moving in a low viscosity liquid, Revista Mexicana de Fisica, 49, p. 348-352, 2003.

LUEWISUTTHICHAT, W.; TSUTSUMI, A.; YOSHIDA, K. Chaotic hydrodynamics of continuous single-bubble flow systems, Chemical Engineering Science, Vol. 52, p. 3685-3691, 1997.

MARGARITIS, A.; BOKKEL, D. W.; KARAMANEV D. G. Bubble rise velocities and drag coefficients in non- Newtonian polysaccharide solutions, Biotechnology and Bioengineering, Vol. 64, No. 3, p. 257-266, 1999.

MASSARANI, G. Fluidodinâmica em Sistemas Particulados, Editora UFRJ, Rio de Janeiro (1997).

MATIJASIC, G.; GLASNOVIC, A. Measurement and Evalution of Drag Coefficient for Settling of Spherical Particles in Pseudoplastic Fluids, Chemical and Biochemical Engineering Quarterly, 15 (1), p. 21-24, 2001.

MELO, F.R.G. Velocidade terminal de esferas em líquidos não-Newtonianos, Anais do XV Congresso Brasileiro de Engenharia Química (CD-ROM), 2004, Curitiba - PR.

MENDELSON, H. D. The prediction of bubble terminal velocities from wave theory, AIChE Journal, Vol. 13, p. 250, 1967. Apud: KRISHNA, R.; URSEANU, M. I.; van BATEN, J. M.; ELLENBERGER, J. Wall effects on the rise of single gas bubbles in liquids, International Communication Heat Mass Transfer, Vol. 26, No. 6 p. 781-790, 1999.

MIYAHARA, T.; TAKAHASHI, T. Drag coefficient of a single bubble rising through a

- quiescent liquid, International Chemical Engineering, Vol. 26, p. 146, 1985. Apud: KARAMANEV, D. G. Rise of gas bubbles in quiescent liquids, AIChE Journal, Vol. 40, No. 8, p. 1418-1421, 1994.
- MORSI, S. A. & ALEXANDER, A. J., “An Investigation of Particle Trajectories in Two-Phase Flow Systems”, J. Fluid Mech, Vol. 55, n. 2, p. 193-208, 1972.
- NEWTON, I. Philosophia Naturalis: Principia Mathematica, Coloniae Allobrochum, Roma (1760).
- NGUYEN, A. V. Prediction of bubble terminal velocities in contaminated water, AIChE Journal, Vol. 44, No. 1, p. 226-230, 1998.
- NICKLIN, D. J.; WILKES, J. O.; DAVIDSON, J. F. Two-phase flow in vertical tubes, Trans. Inst. Chem. Eng., 40, 61, 1962. Apud: TOMIYAMA, A.; NAKAHARA, Y.; ADACHI, Y.; HOSOKAWA, S. Shapes and rising velocities of single bubbles rising through an inner subchannel, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol. 40, No. 3, p. 136-142, 2003.
- ORCZYKOWSKA, M. Ph.D. Thesis Technical University, Lodz (2002). Apud: DZIUBINSKI, M; ORCZYKOWSKA, M.; BUDZYNSKI, P. Comments on bubble rising velocity in non-Newtonian liquids, Chemical Engineering Science, 58, p. 2441-2443, 2003.
- PEREIRA, F. A. R., “Escoamento Laminar de Líquidos não-Newtonianos em Seções Anulares: Estudos de CFD e Abordagem Experimental”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia MG, Brasil, 2006.
- RAYMOND, F. *Contribution à la simulation numérique de l'interaction entre un écoulement et une interface déformable*. Ph.D. thesis, E.C.N. – Université de Nantes, 1995.
- RAYMOND, F.; ROSANT, J. M. A numerical and experimental study of the terminal velocity and shape of bubbles in viscous liquids, Chemical Engineering Science, 55, p. 943-955, 2000.
- RODRIGUE, D. Generalized correlation for bubbles, AIChE Journal, Vol. 47, No. 1, p. 39-44, 2001.
- RODRIGUE, D. A simple correlation for gas bubbles rising in power-law fluids, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 80, p. 289-292, 2002.
- RYBCZYNSKI, W. Bulletin of the Academy of Sciences Cracow, 1A, 40 (1911). Apud: DEWSBURY, K. H.; KARAMANEV, D. G.; MARGARITIS, A. A. Hydrodynamic characteristics of free rise of light solid particles and gas bubbles in non-Newtonian

- liquids, Chemical Engineering Science, 54, p. 4825-4830, 1999.
- SALVADOR, Y. *Contribution à l'étude numérique d'écoulements axisymétriques delimités par une interface déformable*. Ph.D. thesis, E.C.N. – Université de Nantes, 1994.
- SCHEID, C. M.; PUGET, F. P.; HALASZ, M. R. T.; MASSARANI, G. Fluid dynamics of bubbles in liquid, Brazilian Journal of Chemical Engineering, Vol. 16 No. 4, 1999.
- TAKEMURA, F.; YABE, A.. Rising speed and dissolution rate of a carbon dioxide bubble in slightly contaminated water, Journal of fluid Mechanics, 378, p. 319-334, 1999. Apud: ALVES, S. S.; ORVALHO, S. P.; VASCONCELOS, J. M. T. Effect of bubble contamination on rise velocity and mass transfer, Chemical Engineering Science, Vol. 60, p. 1-9, 2005.
- TOMIYAMA, A.; CELATA, G. P.; HOSOKAWA, S.; YOHIDA, S. Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime, International Journal Multiphase Flow, 28, 1497, 2002.
- TOMIYAMA, A.; NAKAHARA, Y.; ADACHI, Y.; HOSOKAWA, S. Shapes and rising velocities of single bubbles rising through an inner subchannel, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol. 40, No. 3, p. 136-142, 2003.
- TOROBIN, C. B.; GAUVIN, W. H. Fundamental Aspects of Solids-Gas Flow, Can. J. Chem. Eng., 37, 167, 1959.
- TURTON, R.; LEVENSPIEL, O. A short note on drag correlation for spheres, Powder Technology, 47, p. 83-86, 1986. Apud: KARAMANEV, D. G.; NIKOLOV, L. N. Free rising spheres do not obey Newton's Law for free settling, AIChE Journal, Vol. 38, No. 11, p. 1843-1846, 1992.
- VIEIRA, L. G. M., "Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclones Filtrantes", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia MG, Brasil, 2006.
- WU, M.; GHARIB, M. Experimental studies on the shape and path of small air bubbles rising in clear water, Physics of Fluids, 14, n. 7, p. 49-52, 2002.

## **ANEXO A**

### **Dados experimentais da ascensão de esferas em fluidos Newtonianos**

Glicerina 1								
$\rho=1,218 \text{ g/cm}^3$								
Esfera	$\rho_s$ ( $\text{g/cm}^3$ )	$d_{\text{médio}}$ (cm)	$v_{\text{média}}$ (cm/s)	Desvio padrão	T (°C)	$\mu$ (g/cm.s)	Re	$C_D$
Isopor®								
A1	0,461	3,436	55,495	$\pm 0,513$	23	0,991	234,358	0,906
A2	0,324	3,436	62,713	$\pm 1,094$	22	1,105	237,517	0,838
3A	0,361	3,492	60,032	$\pm 0,818$	21	1,128	226,358	0,891
2T	0,189	3,466	69,149	$\pm 1,497$	21	1,128	258,793	0,800
4T	0,201	3,439	67,086	$\pm 0,326$	21	1,128	249,116	0,834
2A	0,327	3,445	60,938	$\pm 0,331$	21	1,128	226,681	0,887
5A	0,463	3,480	58,141	$\pm 0,255$	21	1,128	218,474	0,834
3M	0,252	3,457	69,327	$\pm 0,572$	23,5	0,958	304,708	0,745
V	0,069	3,433	76,722	$\pm 1,317$	23,5	0,958	334,869	0,719
3T	0,225	2,487	56,643	$\pm 0,298$	26	0,775	221,395	0,826
4T	0,131	2,500	58,661	$\pm 0,833$	25,5	0,799	223,558	0,847
1A	0,503	2,450	42,303	$\pm 0,207$	25,5	0,799	157,993	1,050
3A	0,382	2,440	50,718	$\pm 0,197$	26	0,775	194,490	0,851



4A	0,274	2,370	50,727	± 0,886	25,5	0,799	183,269	0,933
1M	0,491	2,475	47,731	± 0,245	26	0,775	185,660	0,847
V	0,080	2,475	60,082	± 0,203	25,5	0,799	226,684	0,837
1A	1,138	1,551	6,324	± 0,187	25	0,872	13,704	3,328
2A	1,040	1,573	8,500	± 0,000	25	0,872	18,676	4,157
2M	0,678	1,543	24,377	± 0,204	25,5	0,799		
3M	0,536	1,538	27,913	± 0,378	25	0,872	59,960	1,444
V	0,274	1,493	33,665	± 0,000	25	0,872	70,205	1,334
T	0,576	1,475	24,717	± 0,531	25,5	0,799	55,576	1,663

#### Madeira

1	0,828	2,379	27,357	± 0,000	23	0,991	79,990	1,330
3	0,685	2,384	33,665	± 0,328	23	0,991	98,641	1,203
4	0,482	2,376	37,695	± 0,351	23	0,991	110,079	1,320
5	0,929	2,422	21,765	± 0,148	23	0,991	64,789	1,585

#### Polipropileno

5	0,819	0,989	11,356	± 0,367	22	1,105	12,379	3,283
10	0,855	1,302	14,155	± 0,268	22	1,105	20,314	2,531
13	1,010	1,913	16,589	± 0,017	24	0,922	49,482	1,113

16	0,234	2,797	58,774	± 1,556	24	0,922	217,167	0,855
17	0,209	2,815	62,972	± 0,827	24	0,922	234,176	0,768
18	0,219	2,819	59,411	± 0,339	24	0,922	221,247	0,856
19	0,207	3,872	70,767	± 1,177	24	0,922	361,978	0,838
20	0,171	3,783	72,176	± 1,519	24	0,922	360,699	0,816
21	0,164	3,848	74,182	± 2,299	24	0,922	377,094	0,791
2F	0,949	1,925	17,197	± 0,162	24	0,922	43,732	1,878
1B	0,947	2,393	20,415	± 0,001	24	0,922	64,537	1,669
2B	0,854	2,400	23,455	± 0,400	24	0,922	74,364	1,704
3B	0,908	2,350	23,903	± 0,214	25	0,872	78,461	1,368
4B	0,925	1,775	17,656	± 0,000	24	0,922	41,401	1,789
5B	0,786	1,763	23,207	± 0,195	23	0,991	50,286	1,517
6B	0,862	1,725	19,789	± 0,204	23	0,991	41,955	1,680
7B	0,993	1,763	14,174	± 0,231	23	0,991	30,713	2,118
8B	0,732	2,475	27,195	± 0,315	23,5	0,958	80,574	1,745
<b>Nylon</b>								
1	0,937	2,511	25,868	± 0,196	25	0,872	90,728	1,131
2	1,135	2,068	8,500	± 0,351	23,5	0,958	22,348	2,548

4	1,169	1,502	5,361	± 0,264	23,5	0,958	10,237	2,747
---	-------	-------	-------	---------	------	-------	--------	-------

### Glicerina 2

$\rho=1,212 \text{ g/cm}^3$

Esfera	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	d <sub>médio</sub> (cm)	v <sub>média</sub> (cm/s)	Desvio padrão	T (°C)	$\mu$ (g/cm.s)	Re	C <sub>D</sub>
--------	----------------------------------	----------------------------	------------------------------	------------------	-----------	-------------------	----	----------------

### Isopor<sup>®</sup>

A1	0,455	3,436	56,627	± 0,549	23	0,602	391,726	0,875
A2	0,311	3,436	65,114	± 0,047	23	0,602	450,437	0,787
3A	0,361	3,492	66,562	± 0,000	27,5	0,436	646,125	0,723
2T	0,185	3,466	70,894	± 0,945	23	0,602	494,703	0,764
4T	0,199	3,439	68,728	± 0,857	23	0,602	475,852	0,795
5A	0,460	3,480	60,844	± 1,013	23	0,602	426,288	0,762
3M	0,258	3,457	78,565	± 0,093	23	0,602	546,808	0,576
V	0,069	3,433	71,381	± 0,288	27,5	0,436	681,197	0,830
4T	0,136	2,500	63,158	± 0,506	24	0,494	387,386	0,727
1A	0,495	2,450	48,886	± 0,515	24	0,494	293,850	0,792

3A	0,372	2,440	57,265	$\pm 0,124$	24	0,494	342,811	0,674
4A	0,286	2,370	54,721	$\pm 1,065$	24	0,494	318,184	0,790
1M	0,504	2,475	45,496	$\pm 0,678$	24,5	0,473	288,529	0,913
V	0,086	2,475	65,626	$\pm 0,978$	24	0,494	398,499	0,698

### Polipropileno

16	0,234	2,797	66,152	$\pm 0,049$	26,5	0,446	502,809	0,674
17	0,209	2,815	67,269	$\pm 0,035$	24	0,494	464,589	0,673
18	0,219	2,819	64,599	$\pm 0,807$	24	0,494	446,783	0,723
19	0,207	3,872	69,152	$\pm 0,123$	26,5	0,446	727,625	0,877
20	0,171	3,783	71,331	$\pm 1,063$	26,5	0,446	733,301	0,834

### Madeira

3	0,685	2,384	34,282	$\pm 0,497$	24,5	0,473	209,418	1,153
5	0,929	2,422	25,715	$\pm 0,148$	24,5	0,473	159,589	1,118

Glicerina 3								
$\rho=1,212 \text{ g/cm}^3$								
Esfera	$\rho_{\text{esfera}}$ (g/cm <sup>3</sup> )	$d_{\text{médio}}$ (cm)	$v_{\text{média}}$ cm/s)	Desvio padrão	T (°C)	$\mu$ (g/cm.s)	Re	$C_D$
Isopor <sup>®</sup>								
A1	0,458	3,436	55,972	$\pm 1,299$	25	0,366	636,862	0,892
A2	0,314	3,436	56,297	$\pm 1,536$	25	0,366	340,560	1,050
3A	0,374	3,492	62,587	$\pm 0,828$	25	0,366	723,736	0,805
4T	0,203	3,439	75,535	0,0	25	0,366	860,205	0,656
5 A	0,474	3,480	58,102	$\pm 0,187$	26	0,322	761,057	0,820
V	0,073	3,433	74,520	$\pm 1,867$	26	0,322	962,927	0,759
3T	0,208	2,500	59,798	$\pm 0,914$	25	0,366	495,049	0,757
4T	0,149	2,500	60,830	$\pm 1,060$	26	0,322	572,407	0,774

Polipropileno								
16	0,234	2,797	64,088	± 0,437	25	0,366	593,596	0,718
17	0,209	2,815	67,885	± 0,465	25	0,366	632,811	0,661
18	0,219	2,819	68,787	± 1,320	25	0,366	622,993	0,678
19	0,207	3,872	77,776	± 0,213	25	0,366	974,057	0,677
20	0,171	3,783	85,336	0,0	25	0,366	1069,031	0,583
Água								
$\rho_{\text{água}} = 0,997(\text{g/cm}^3)$								
Esfera	$\rho_{\text{esfera}}$ (g/cm <sup>3</sup> )	d <sub>médio</sub> (cm)	V <sub>média</sub> (cm/s)	Desvio padrão	T (°C)	$\mu$ (g/cm.s)	Re	C <sub>D</sub>
Isopor <sup>®</sup>								
A1	0,406	3,436	57,030	± 0,042	25,5	0,00882	22229,73	0,820
A2	0,291	3,436	67,247	± 0,279	25,5	0,00882	26212,22	0,704
A3	0,191	3,480	71,416	± 0,072	24	0,00913	27215,03	0,721
1T	0,134	3,440	70,587	± 0,457	24	0,00913	28589,93	0,781
4T	0,181	3,439	72,455	± 0,425	27,5	0,00844	29512,35	0,701
6T	0,090	3,421	76,125	± 0,968	27,5	0,00844	30814,92	0,702

2A	0,306	3,445	66,280	$\pm 0,119$	27,5	0,00844	27044,25	0,711
5A	0,425	3,480	57,489	$\pm 0,446$	27,5	0,00844	23679,09	0,792
3M	0,233	3,457	72,164	$\pm 0,244$	27,5	0,00844	29547,67	0,665
V	0,042	3,433	80,139	$\pm 2,007$	27,5	0,00844	32585,24	0,669
1T	0,298	2,480	53,020	$\pm 0,055$	25,5	0,00882	14916,57	0,809
3T	0,192	2,487	56,932	$\pm 0,827$	25,5	0,00882	16062,38	0,810
4T	0,127	2,500	59,820	$\pm 1,040$	24	0,00913	16376,48	0,797
2A	0,402	2,494	46,911	$\pm 0,077$	26	0,00872	13413,90	0,885
3A	0,348	2,440	48,984	$\pm 0,634$	26	0,00872	13703,39	0,886
4A	0,239	2,370	51,379	$\pm 0,563$	26	0,00872	13961,04	0,893
1M	0,482	2,475	42,363	$\pm 0,994$	26	0,00872	12021,14	0,934
V	0,073	2,475	62,008	$\pm 1,403$	26	0,00872	17595,71	0,779
T	0,562	1,475	30,392	$\pm 0,333$	27	0,00854	5251,66	0,914
2T	0,565	1,533	31,615	$\pm 0,976$	24	0,00913	5307,25	0,872
1T	0,594	1,508	28,431	$\pm 0,199$	24	0,00913	4694,91	0,989
2M	0,649	1,543	29,657	$\pm 1,014$	27	0,00854	5360,91	0,805
V	0,264	1,493	38,875	$\pm 0,514$	27	0,00854	6799,48	0,950

Madeira								
1	0,763	2,379	30,590	$\pm 1,186$	25,5	0,00882	8929,28	0,787
3	0,655	2,384	34,390	$\pm 0,225$	25,5	0,00882	10059,60	0,909
4	0,449	2,376	43,981	$\pm 0,630$	25,5	0,00882	12821,95	0,884
5	0,913	2,422	15,676	$\pm 0,205$	25,5	0,00882	4658,56	1,120
Polipropileno								
5	0,819	0,989	18,627	$\pm 0,438$	26	0,00872	2112,14	0,674
10	0,855	1,,302	19,747	$\pm 0,960$	26	0,00872	2947,79	0,633
16	0,234	2,797	60,618	$\pm 0,005$	26,5	0,00882	19648,69	0,762
17	0,209	2,815	59,844	$\pm 2,655$	26,5	0,00882	19522,64	0,812
18	0,219	2,819	59,199	$\pm 1,211$	26,5	0,00882	19339,67	0,821
19	0,207	3,872	67,600	$\pm 0,689$	26	0,00872	30009,99	0,878
20	0,171	3,783	76,916	$\pm 0,029$	26,5	0,00854	33720,39	0,693
21	0,164	3,848	73,250	$\pm 0,868$	26,5	0,00854	32664,97	0,783
2F	0,949	1,925	12,000	$\pm 0,000$	27	0,00854	2706,19	0,891
1B	0,947	2,393	13,520	$\pm 0,156$	24	0,00913	3542,86	0,907
3B	0,908	2,350	20,929	$\pm 0,525$	24	0,00844	5825,32	0,645
4B	0,925	1,775	14,800	$\pm 0,079$	27	0,00854	3077,55	0,794

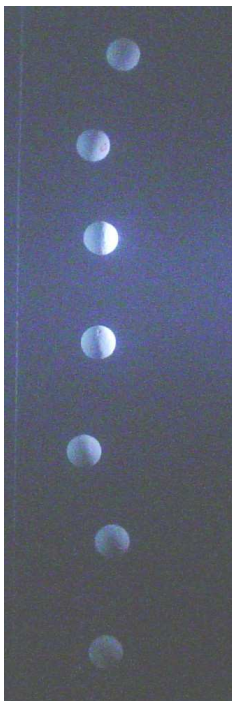


5B	0,786	1,763	24,947	$\pm 0,546$	24	0,00854	4816,20	0,792
6B	0,862	1,725	22,734	$\pm 0,511$	24	0,00854	4294,87	0,601
8B	0,732	2,475	30,405	$\pm 0,530$	27	0,00854	8815,00	0,938
<b>Nylon</b>								
1	0,937	2,511	24,262	$\pm 0,143$	27	0,00854	7137,05	0,351

## **ANEXO B**

**Trajectoria de ascensão de esferas.**

## Trajetória de ascensão de esferas em água



Isopor 6T ( $\rho_s = 0,09\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 3,421\text{cm}$ ).



Isopor 1T ( $\rho_s = 0,594\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 1,508\text{cm}$ ).



Isopor T ( $\rho_s = 0,562\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 1,475\text{cm}$ ).



Nylon 1 ( $\rho_s = 0,937\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 2,511\text{cm}$ ).



Isopor 3A ( $\rho_s = 0,348\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 2,440\text{cm}$ ).

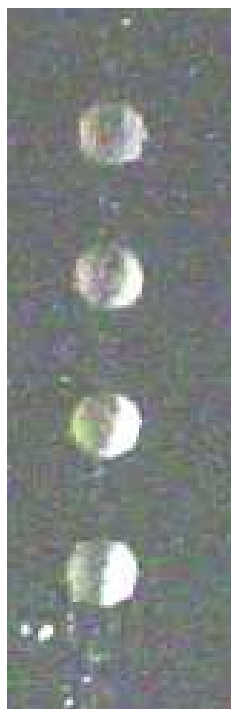


Isopor 4A ( $\rho_s = 0,243\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 2,370\text{cm}$ ).

## Trajetória de ascensão de esferas em glicerina



Isopor 6T ( $\rho_s = 0,107\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 3,421\text{cm}$ ).



Isopor 1T ( $\rho_s = 0,602\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 1,508\text{cm}$ ).



Isopor T ( $\rho_s = 0,562\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 1,475\text{cm}$ ).



Nylon 1 ( $\rho_s = 0,937\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 2,511\text{cm}$ ).



Isopor 3A ( $\rho_s = 0,362\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 2,440\text{cm}$ ).

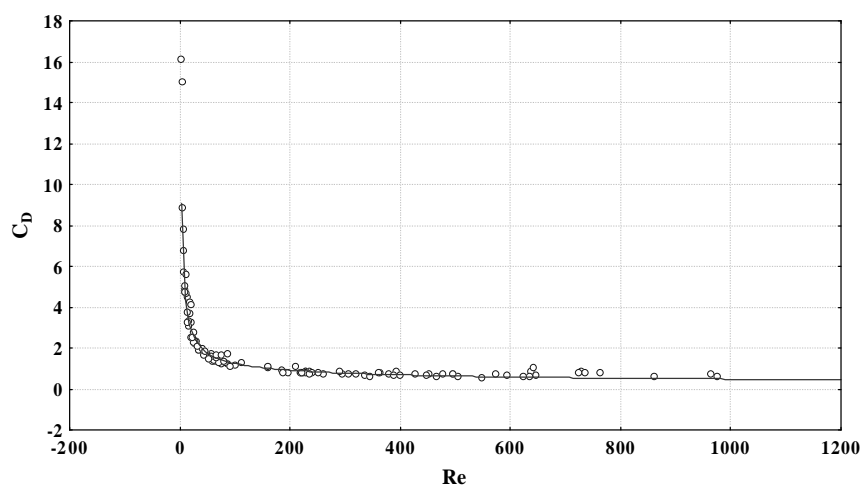


Isopor 4A ( $\rho_s = 0,243\text{g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{médio}} = 2,370\text{cm}$ ).

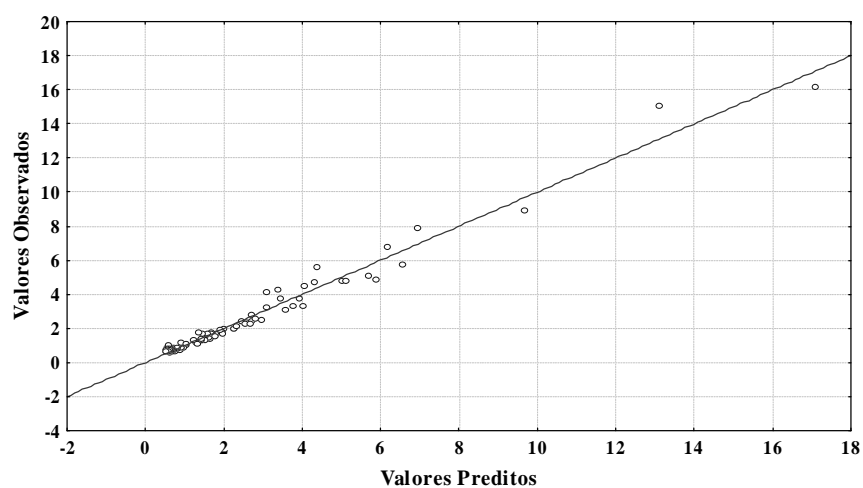
## **ANEXO C**

**Verificações estatísticas do ajuste das correlações encontradas na literatura para a ascensão de esferas leves em fluidos Newtonianos**

### Correlação de KHAN; RICHARDSON (1987)



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

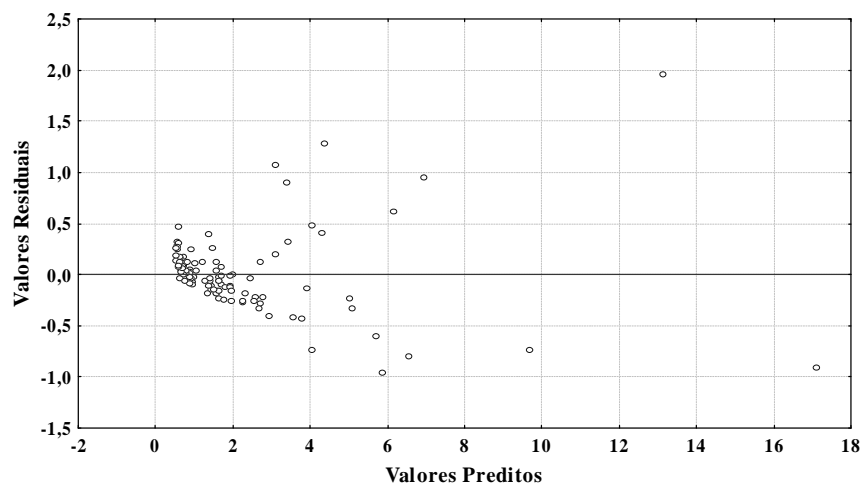
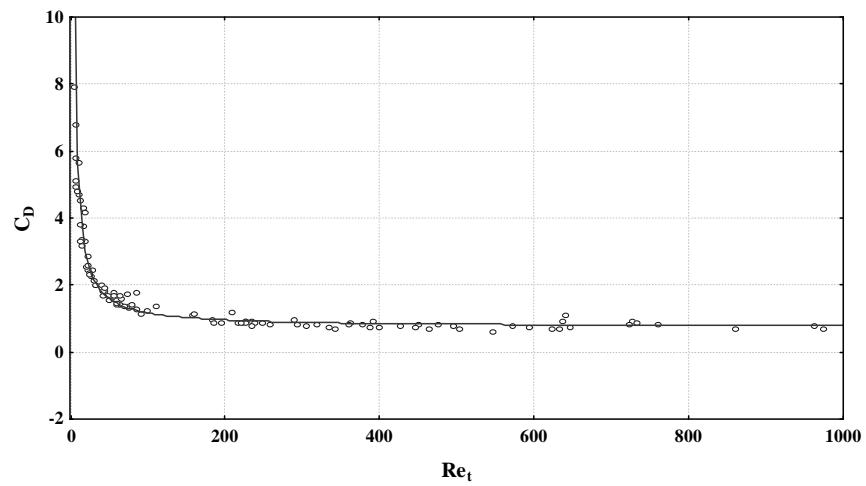
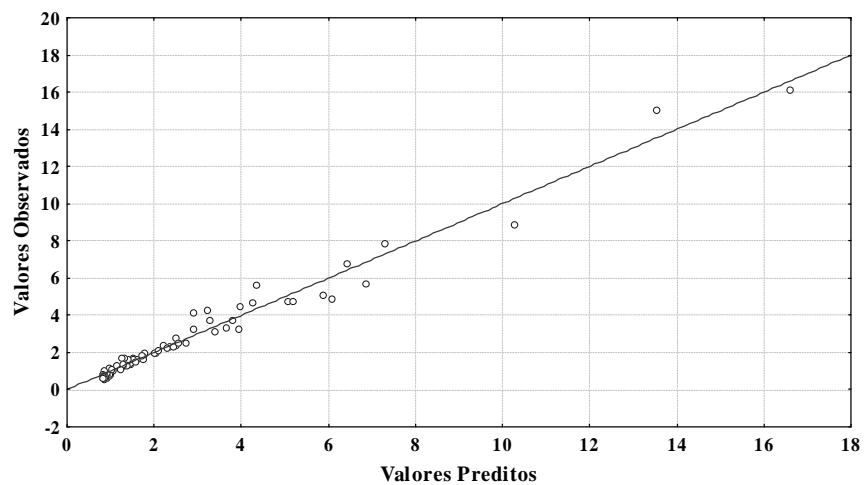


Gráfico de resíduos.

### Correlação de MORSI; ALEXANDER (1972)



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

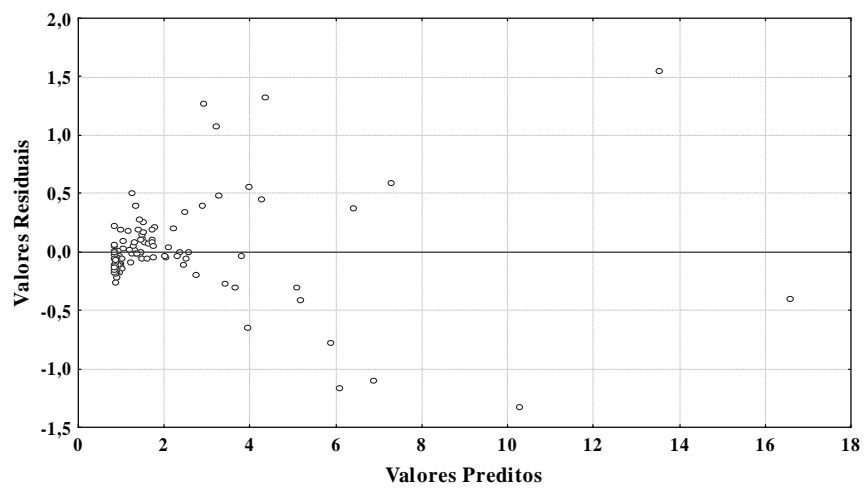
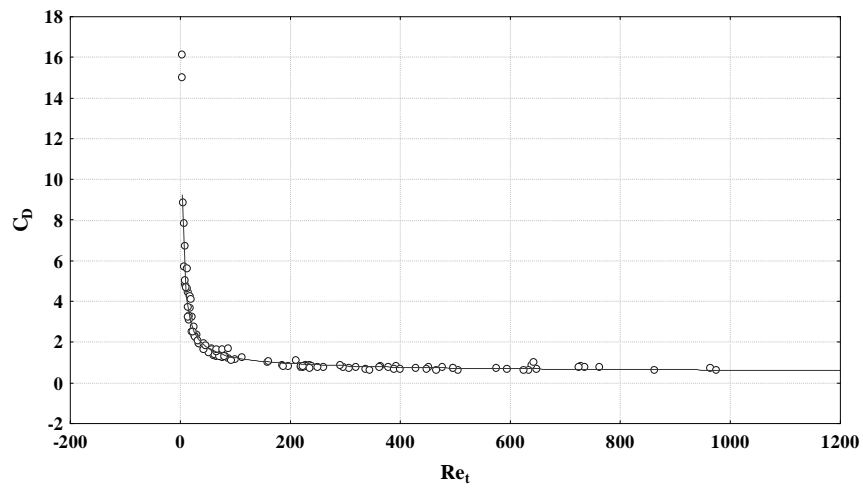
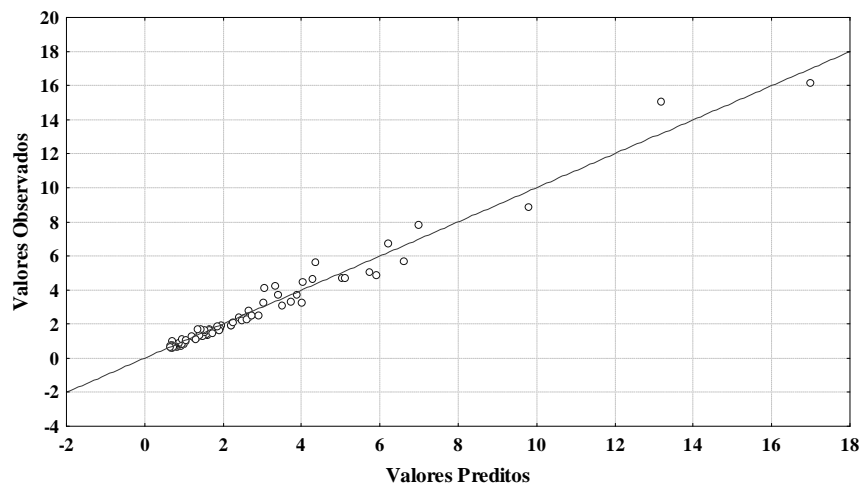


Gráfico de resíduos.

Correlação de COELHO; MASSARANI (1996)



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

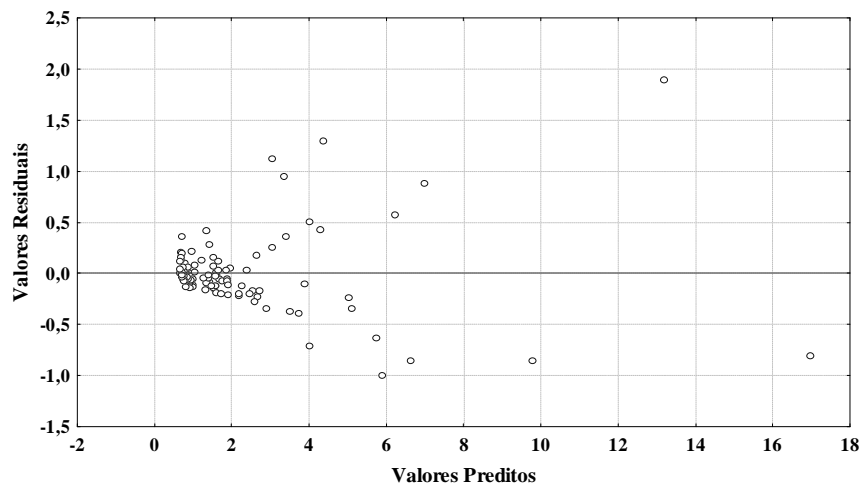
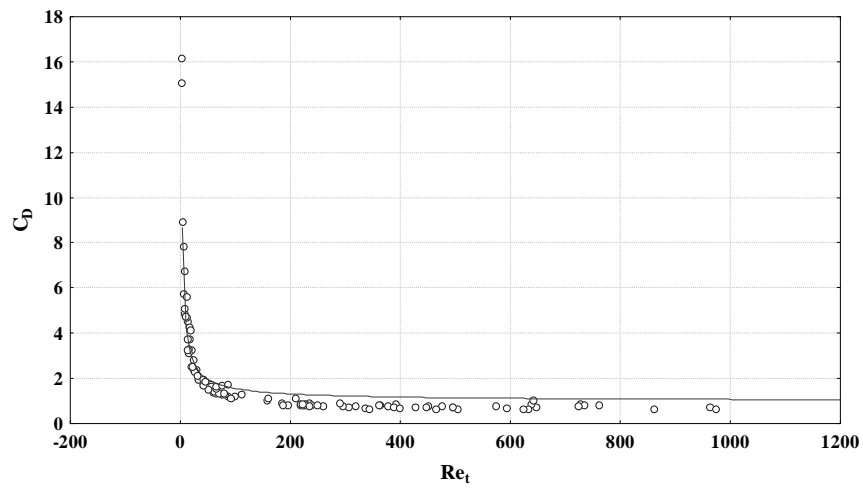


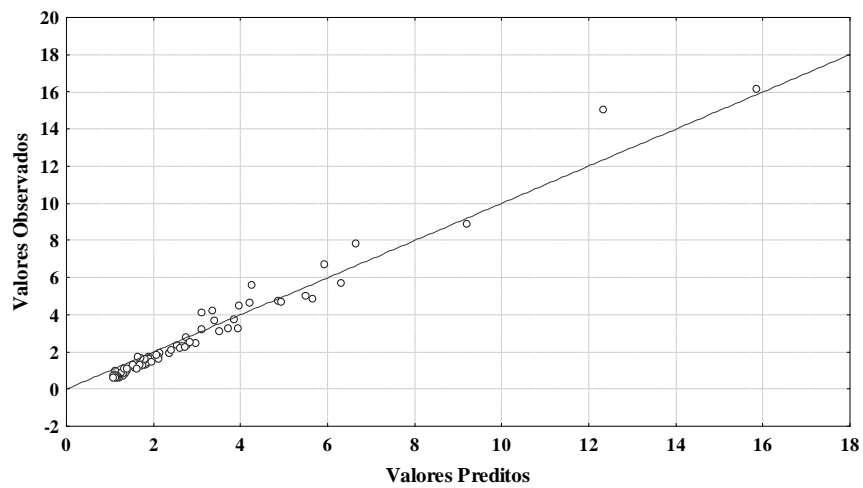
Gráfico de resíduos.



### Correlação de MASSARANI (1996) – Modificada



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

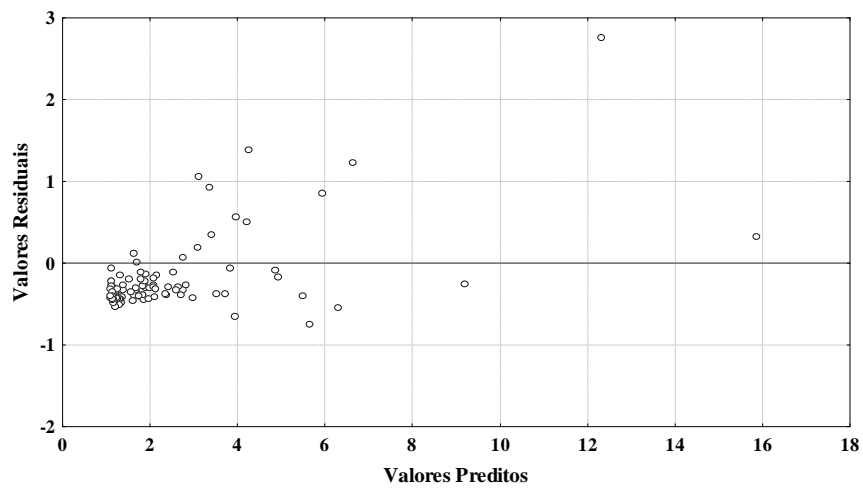
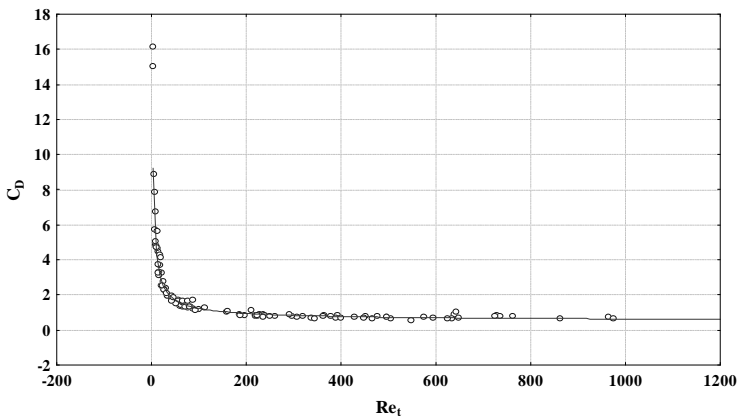


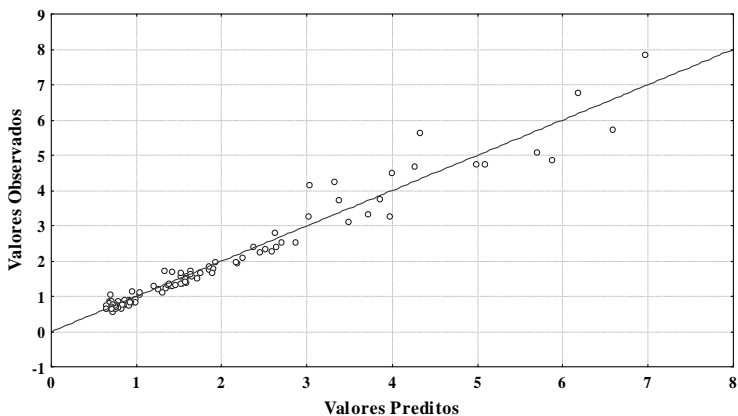
Gráfico de resíduos.

Outras Correlações

Equação 1 :  $C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A + (0,95)^B \right]^C$



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

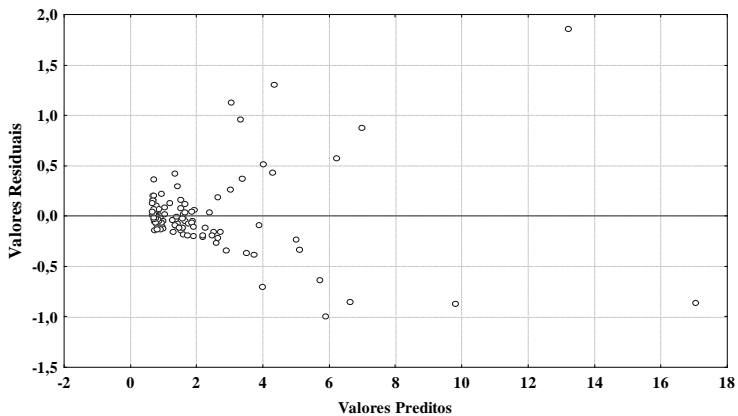
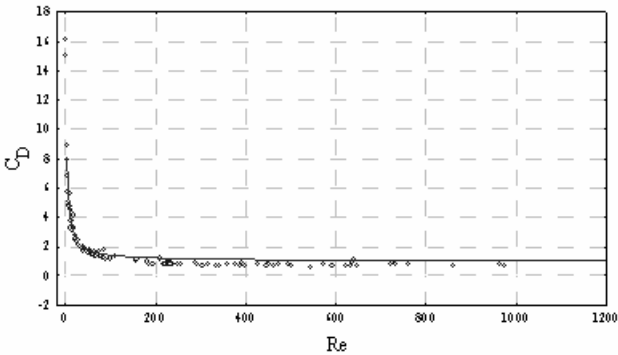


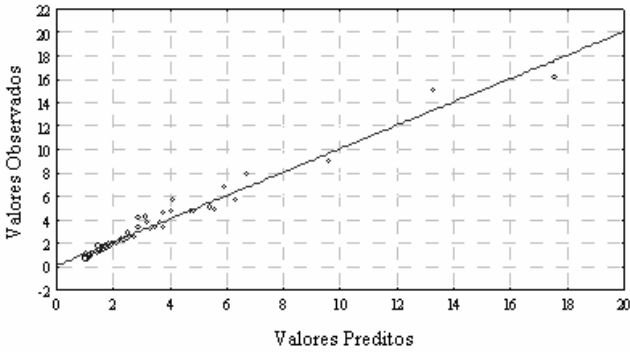
Gráfico de resíduos.

**Equação 2 :**  $C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A + 0,95^A \right]^B$

	A	B
Parâmetro	0,782	1,368
Desvio padrão	0,025	0,034
t(116)	30,972	40,740
p-level	0,000	0,000
r <sup>2</sup> (%)	96,568	



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

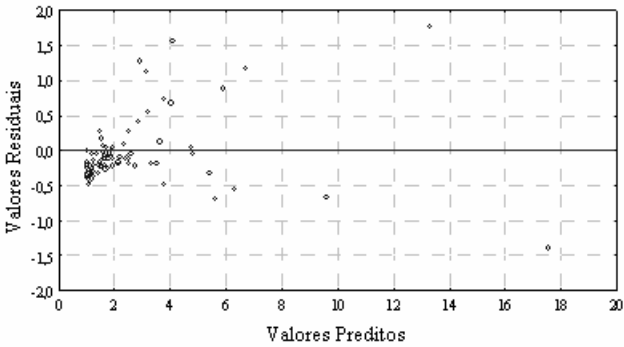
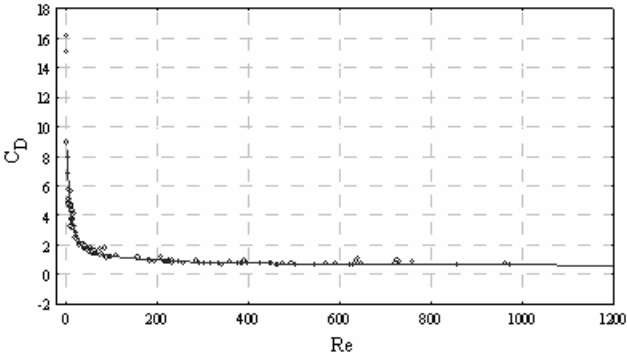


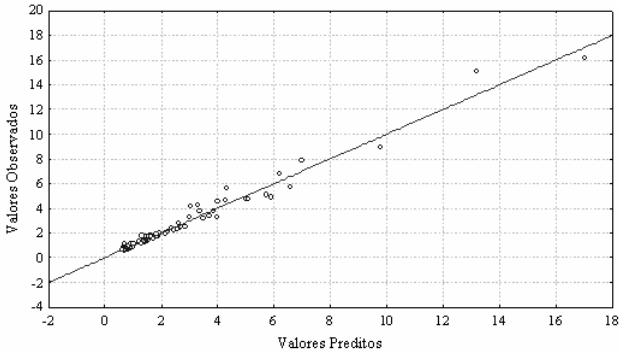
Gráfico de resíduos.

**Equação 3 :**  $C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A (1 + B Re^C) + 0,95^A \right]^D$

	A	B	C	D
Parâmetro	0,460	-0,120	0,400	2,177
Desvio padrão	0,481	0,481	0,754	2,166
t(114)	1,035	-0,249	0,531	1,005
p-level	0,303	0,803	0,596	0,317
r <sup>2</sup> (%)	97,68			



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

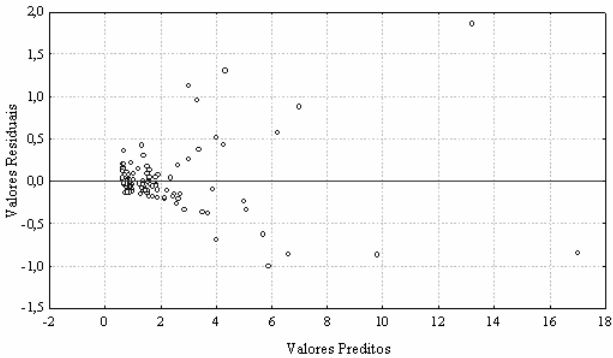
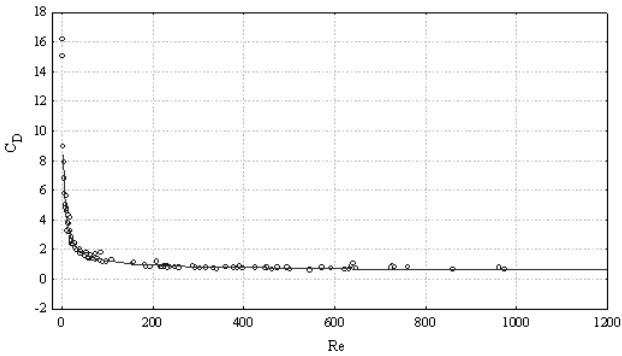


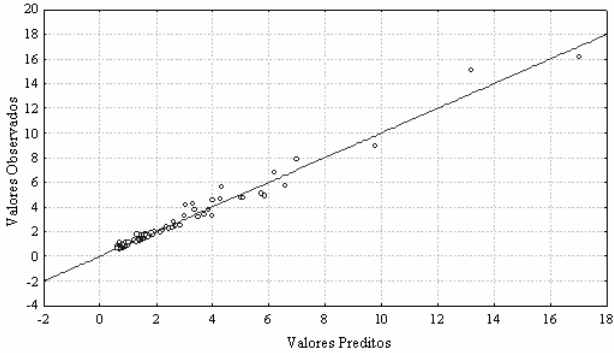
Gráfico de resíduos.

**Equação 4 :**  $C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A (1 + B Re^A) + 0,95^A \right]^C$

	A	B	C
<b>Parâmetro</b>	0,523	-0,063	1,915
<b>Desvio padrão</b>	0,0384	0,0157	0,114
<b>t(115)</b>	13,642	-3,988	16,804
<b>p-level</b>	0,000	0,000	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	97,68		



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

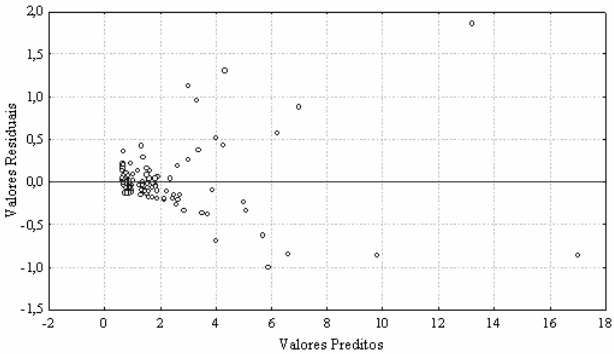
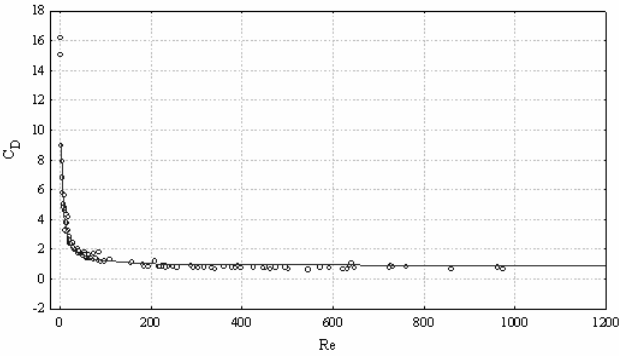


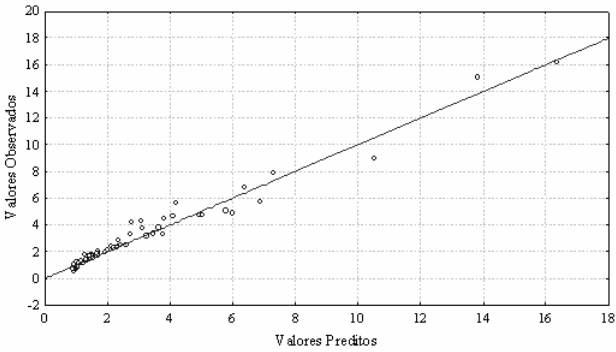
Gráfico de resíduos.

**Equação 5 :**  $C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right) (1 + A Re^B) + C^D \right]^E$

	A	B	C	D	E
<b>Parâmetro</b>	-0,863	-0,274	0,0003	0,009	1,885
<b>Desvio padrão</b>	0,058	0,113	0,005	0,022	0,355
<b>t(113)</b>	-14,884	-2,419	0,0514	0,4155	5,302
<b>p-level</b>	0,0000	0,017	0,959	0,678	0,000
<b>r<sup>2</sup>(%)</b>	97,25				



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

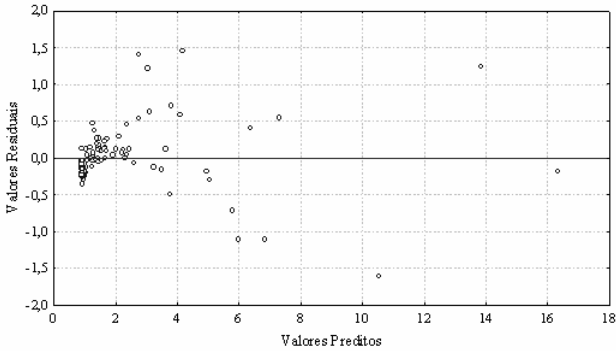
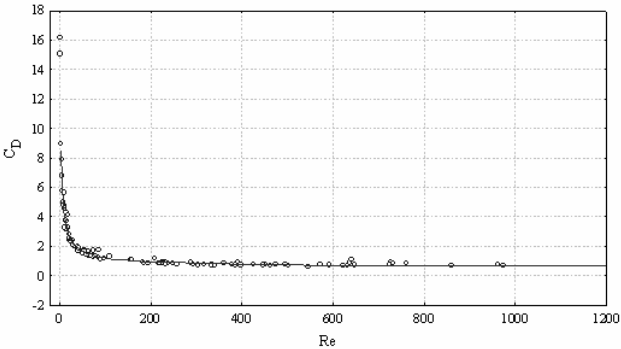


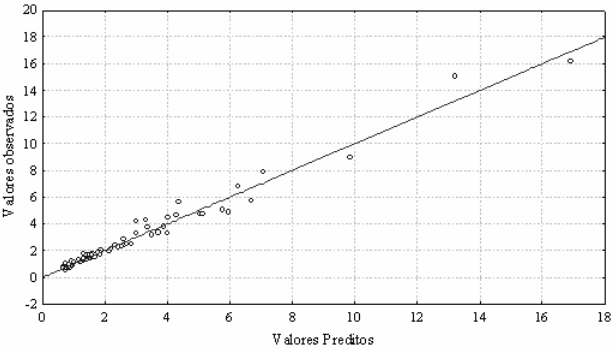
Gráfico de resíduos.

**Equação 6 :**  $C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right) (1 + A Re^B) + C \right]^D$

	A	B	C	D
Parâmetro	0,435	0,303	0,558	0,948
Desvio padrão	0,378	0,244	0,120	0,080
t(114)	1,150	1,240	4,647	11,717
p-level	0,252	0,217	0,000	0,000
r <sup>2</sup> (%)	97,70			



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

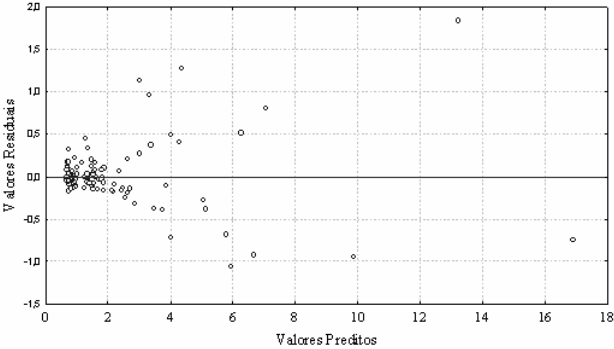
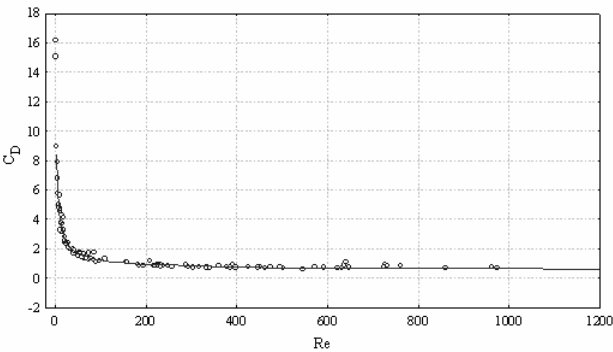


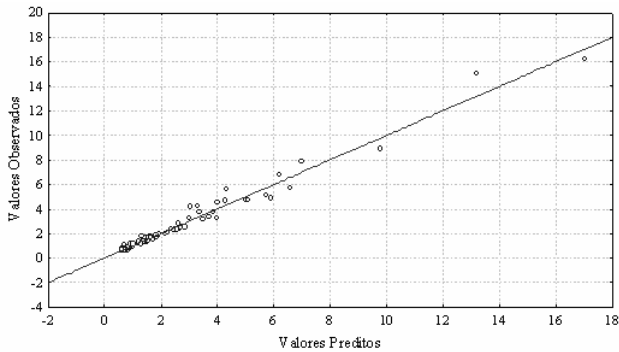
Gráfico de resíduos.

**Equação 7:**  $C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A + (B Re^C) + 0,95 \right]^D$

	A	B	C	D
Parâmetro	0,463	-0,484	-0,062	2,162
Desvio padrão	0,322	0,967	0,246	1,545
t(114)	1,438	-0,501	-0,251	1,399
p-level	0,153	0,617	0,802	0,164
r <sup>2</sup> (%)	97,68			



Função ajustada aos valores experimentais.



Valores Preditos vs Valores Observados.

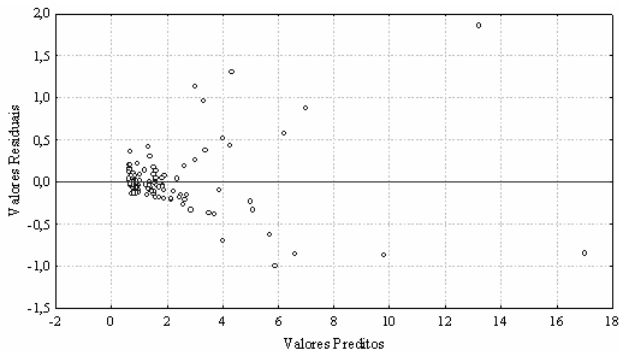


Gráfico de resíduos.



$$\textbf{Equação 8 : } C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A (1 + B Re^A) + 0,95^D \right]^E$$

$$\textbf{Equação 9 : } C_D = \left[ \left( \frac{24}{Re} \right)^A + (B Re^C) \right]^D$$

$$\textbf{Equação 10 : } C_D = \left[ \left( \frac{A}{Re} \right)^B + C^D \right]^E$$

As Equações 8, 9e 10 acima apresentam matriz mal condicionada, não sendo possível obter os valores de DP, t-student e nível de significância. A obtenção dos parâmetros destas equações dependem dos valores de chute inicial e também do método de estimação utilizado e ainda apresentam coeficiente de correlação quadrática não satisfatórios.

## **ANEXO D**

**Dados resultantes da simulação numérica da ascensão de esferas  
em fluidos Newtonianos**

Glicerina 1									
$\rho_{\text{glicerina}} = 1,218 \text{ (g/cm}^3\text{)}$									
Esfera	Diâmetro (cm)	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\mu$ (g/cm.s)	$v_t$ (esférico)	$v_t$ (não esférico)	Re (esférico)	$C_D$ (esférico)	Re (não esférico)	$C_D$ (não esférico)
Isopor®									
1M	2,475	0,491	0,775	55,200	53,000	214,714	0,633	206,156	0,688
3A	2,440	0,382	0,775	59,600	57,100	228,55	0,615	218,963	0,671
3 T	2,487	0,225	0,775	68,000	65,300	265,785	0,572	255,232	0,622
1A	2,450	0,503	0,799	53,300	51,200	199,064	0,662	191,221	0,718
2M	1,543	0,678	0,799	30,500	28,900	71,741	0,961	67,977	1,055
4A	2,370	0,274	0,799	62,100	59,500	224,357	0,623	214,964	0,678
T	1,475	0,576	0,799	32,500	30,800	73,076	0,962	69,254	1,071
V	2,475	0,080	0,799	78,200	74,600	295,041	0,493	281,459	0,542
4T	2,500	0,131	0,799	73,400	69,400	279,728	0,540	264,484	0,605
1A	1,551	1,138	0, 872	9,560	9,320	20,711	1,456	20,191	1,532
A1	3,436	0,461	0,991	65,500	62,600	276,61	0,649	264,363	0,711
V	1,493	0,274	0, 872	39,700	37,600	82,791	0,958	78,411	1,069

3M	1,538	0,536	0, 872	33,100	31,400	71,107	1,027	67,455	1,141
3M	3,457	0,252	0,958	78,300	74,600	344,146	0,584	327,884	0,643
V	3,433	0,069	0,958	88,500	84,100	386,277	0,539	367,072	0,597
A2	3,436	0,324	1,105	69,400	66,200	262,844	0,684	250,724	0,753
2A	3,445	0,327	1,128	68,900	65,800	256,299	0,692	244,767	0,761
2T	3,466	0,189	1,128	75,700	72,300	283,31	0,669	270,586	0,731
3A	3,492	0,382	1,128	68,100	65,000	256,779	0,674	245,09	0,740
4T	3,439	0,201	1,128	63,000	63,000	233,943	0,946	233,943	0,946
5A	3,480	0,463	1,128	62,700	60,000	235,605	0,717	225,46	0,783
<b>Madeira</b>									
1	2,379	0,828	0,991	31,400	29,900	91,912	1,009	87,426	1,113
3	2,384	0,685	0,991	38,000	36,400	11,343	0,944	106,655	1,027
4	2,376	0,482	0,991	46,200	44,400	134,916	0,879	129,659	0,950
5	2,422	0,929	0,991	22,800	21,600	67,871	1,444	64,299	1,608
<b>Polipropileno</b>									
5	0,989	0,819	1,105	11,600	11,100	12,646	3,146	12,101	3,436
10	1,302	0,855	1,105	14,700	14,200	21,097	2,346	20,379	2,514
13	1,913	1,010	0,922	18,600	17,700	47,005	1,234	44,73	1,362

16	2,797	0,234	0,922	67,800	64,700	250,518	0,641	239,063	0,705
17	2,815	0,209	0,922	69,100	66,200	256,964	0,639	246,18	0,695
18	2,819	0,219	0,922	68,900	65,800	256,585	0,637	245,04	0,696
19	3,872	0,207	0,922	90,000	86,000	460,356	0,519	439,896	0,643
20	3,783	0,171	0,922	90,700	86,400	453,273	0,515	431,784	0,567
21	3,848	0,164	0,922	92,500	87,800	470,211	0,508	446,32	0,566
2F	1,925	0,949	0,922	21,900	20,800	55,692	1,159	52,895	1,284
2B	2,400	0,854	0,922	32,100	30,600	101,773	0,909	97,017	1,000
3B	2,350	0,908	0,922	26,900	25,500	83,51	1,079	79,163	1,201
4B	1,775	0,925	0,922	21,300	20,300	49,945	1,230	47,6	1,354
5B	1,763	0,786	0,991	25,300	23,900	54,821	1,276	51,787	1,430
6B	1,725	0,862	0,991	21,800	20,700	46,219	1,387	43,887	1,537
7B	1,763	0,993	0,991	16,500	15,800	35,753	1,564	34,236	1,705
8B	2,475	0,732	0,958	38,100	36,600	119,89	0,888	115,17	0,963
<b>Nylon</b>									
1	2,511	0,937	0, 872	30,100	28,700	105,571	0,836	100,661	0,919
2	2,068	1,135	0,958	11,000	10,600	28,922	1,522	27,87	1,638
4	1,502	1,169	0,958	6,130	5,900	11,706	2,101	11,267	2,268

Glicerina 2									
$\rho_{\text{glicerina}} = 1,212 \text{ (g/cm}^3\text{)}$									
Esfera	Diâmetro (cm)	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\mu$ (g/cm.s)	$v_t$ (esférico)	$v_t$ (não esférico)	Re (esférico)	$C_D$ (esférico)	Re (não esférico)	$C_D$ (não esférico)
Isopor <sup>®</sup>									
3A	3,492	0,361	0,436	83,400	80,500	809,574	0,461	781,423	0,496
V	3,433	0,069	0,436	98,000	95,000	935,225	0,439	906,595	0,467
1M	2,475	0,504	0,473	55,500	52,900	351,973	0,614	335,484	0,676
1A	2,450	0,495	0,494	56,300	53,700	338,415	0,598	322,787	0,657
3A	2,440	0,372	0,494	61,700	58,800	369,361	0,581	352	0,639
4A	2,370	0,286	0,494	72,700	60,800	422,725	0,438	353,531	0,639
4T	2,500	0,136	0,494	72,700	69,400	445,913	0,547	425,672	0,603
V	2,475	0,086	0,494	74,100	70,600	449,955	0,547	428,702	0,601
2T	3,466	0,185	0,602	88,500	84,600	617,558	0,489	590,344	0,537
3M	3,457	0,258	0,602	83,700	80,000	582,547	0,508	556,795	0,557
4T	3,439	0,199	0,602	87,000	83,200	602,362	0,495	576,052	0,543
5A	3,480	0,460	0,602	71,800	68,500	503,048	0,546	479,928	0,602

A1	3,436	0,455	0,602	71,500	68,200	494,613	0,549	471,784	0,601
A2	3,436	0,311	0,602	80,200	76,500	554,796	0,519	529,201	0,570
<b>Madeira</b>									
3	2,384	0,685	0,473	44,900	42,900	274,28	0,672	262,063	0,737
5	2,422	0,929	0,473	30,900	29,700	191,767	0,773	184,32	0,838
<b>Polipropileno</b>									
16	2,797	0,234	0,436	76,900	73,700	597,91	0,498	573,028	0,543
17	2,815	0,209	0,494	72,700	73,300	502,098	0,574	506,242	0,566
18	2,819	0,219	0,494	72,700	73,000	502,811	0,569	504,886	0,567
19	3,872	0,207	0,436	98,300	95,400	1058,047	0,434	1026,833	0,461
20	3,783	0,171	0,436	98,600	95,800	1036,882	0,435	1007,437	0,462

Glicerina 3									
$\rho_{\text{glicerina}} = 1,212 \text{ (g/cm}^3\text{)}$									
Isopor®									
4T	2,500	0,149	0,322	75,700	72,800	712,332	0,500	685,043	0,540
5A	3,480	0,474	0,322	77,600	75,300	1016,454	0,459	986,327	0,487
V	3,433	0,073	0,322	97,100	95,400	1254,7	0,446	1232,733	0,464
3A	3,492	0,374	0,366	82,900	80,400	958,628	0,552	929,719	0,588
3T	2,500	0,208	0,366	72,400	69,400	599,377	0,515	574,541	0,563
4T	3,439	0,203	0,366	91,000	88,500	1036,323	0,451	1007,853	0,478
A1	3,436	0,458	0,366	77,300	74,800	879,537	0,467	851,092	0,498
A2	3,436	0,314	0,366	85,200	82,700	969,425	0,457	940,98	0,485
Polipropileno									
16	2,797	0,234	0,366	77,500	74,600	717,82	0,489	690,96	0,529
17	2,815	0,209	0,366	79,000	76,100	736,422	0,487	709,389	0,526
18	2,819	0,219	0,366	78,600	75,700	733,735	0,488	706,663	0,527
19	3,872	0,207	0,366	96,200	94,300	1233,48	0,453	1209,118	0,472
20	3,783	0,171	0,366	98,100	96,200	1228,929	0,443	1205,127	0,458



Água									
$\rho_{\text{água}} = 0,997(\text{g/cm}^3)$									
Esfera	Diâmetro (cm)	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\mu$ (g/cm.s)	$v_t$ (esférico)	$v_t$ (não esférico)	Re (esférico)	$C_D$ (esférico)	Re (não esférico)	$C_D$ (não esférico)
Isopor®									
2A	3,445	0,306	0,0084	81,300	80,800	33242,65	0,472	33038,21	0,479
3M	3,457	0,233	0,0084	85,500	85,000	35081,76	0,474	34876,6	0,477
4T	3,439	0,181	0,0084	88,000	87,600	35919,54	0,475	35756,27	0,478
5A	3,480	0,425	0,0084	74,600	74,000	30813	0,469	30565,17	0,476
6T	3,421	0,090	0,0084	92,500	92,000	37558,71	0,476	37355,69	0,479
V	3,433	0,042	0,0084	94,900	94,500	38668,37	0,477	38505,39	0,481
2M	1,543	0,649	0,0085	41,700	40,600	7547,067	0,405	7347,984	0,427
T	1,475	0,562	0,0085	57,000	55,600	9861,503	0,382	9619,291	0,401
V	1,493	0,264	0,0085	59,200	57,100	10367,11	0,409	9999,359	0,440
1M	2,475	0,482	0,0087	61,500	60,200	17443,2	0,442	17074,48	0,461
2A	2,494	0,402	0,0087	66,000	64,700	18863,24	0,446	18491,69	0,465
3A	2,440	0,348	0,0087	68,200	66,900	19069,97	0,446	18706,47	0,464

4A	2,370	0,239	0,0087	72,400	71,100	19663,59	0,449	19310,51	0,466
V	2,475	0,073	0,0087	81,000	79,800	22973,97	0,457	22633,62	0,471
1T	2,480	0,298	0,0088	82,000	69,800	23039,76	0,338	19611,9	0,466
3T	2,487	0,192	0,0088	76,000	74,800	21414,2	0,455	21076,08	0,469
A1	3,436	0,406	0,0088	75,300	74,600	29313,02	0,469	29040,53	0,478
A2	3,436	0,291	0,0088	82,000	81,400	31921,22	0,473	31687,65	0,479
1T	3,440	0,134	0,0091	90,600	90,000	34146,04	0,474	33919,91	0,480
1T	1,508	0,594	0,0091	44,500	43,300	7352,163	0,402	7153,902	0,424
2T	1,533	0,565	0,0091	46,300	45,100	7776,37	0,405	7574,823	0,427
4T	2,500	0,127	0,0091	79,400	78,100	21747,75	0,452	21391,68	0,467
A3	3,480	0,191	0,0091	88,200	87,600	33628,04	0,473	33399,28	0,4792
<b>Madeira</b>									
1	2,379	0,763	0,0088	41,900	40,500	11293,3	0,416	10915,96	0,445
3	2,384	0,655	0,0088	50,000	48,600	13504,82	0,451	13126,68	0,453
4	2,376	0,449	0,0088	62,300	60,900	16770,54	0,439	16393,67	0,460
5	2,422	0,913	0,0088	25,700	25,000	7052,121	0,404	6860,04	0,426
<b>Polipropileno</b>									
5	0,989	0,819	0,0087	23,800	23,500	2697,424	0,407	2663,422	0,418

10	1,302	0,855	0,0087	24,800	24,200	3700,314	0,394	3610,79	0,414
16	2,797	0,234	0,0086	77,900	76,900	25259,61	0,461	24935,35	0,473
17	2,815	0,209	0,0086	79,300	78,300	25879,05	0,462	25552,7	0,474
18	2,819	0,219	0,0086	78,900	77,900	25785,29	0,462	25458,29	0,474
19	3,872	0,207	0,0087	91,300	91,000	40511,85	0,481	40378,73	0,484
2F	1,925	0,949	0,0085	17,500	17,000	3951,346	0,395	3838,45	0,419
1B	2,393	0,947	0,0091	20,200	19,500	5295,998	0,384	5112,474	0,412
2B	2,400	0,854	0,0084	33,000	32,100	9400,286	0,413	9143,914	0,437
3B	2,35	0,908	0,0084	26,100	25,300	7279,88	0,402	7056,742	0,428
5B	1,763	0,786	0,0085	34,800	33,800	7196,276	0,402	6989,486	0,427
6B	1,725	0,862	0,0085	27,900	27,000	5645,073	0,392	5462,974	0,419
8B	2,475	0,732	0,0085	45,000	43,700	13063,63	0,425	12686,24	0,450

Glicerina 1						
$\rho_{\text{glicerina}} = 1,218 \text{ (g/cm}^3\text{)}$						
Esferas	$Re_{\text{exp}}$	$C_{D\text{exp}}$	$C_D$ (Haider; Levenspiel)	Desvio Relativo	$C_D$ (Morsi; Alexander)	Desvio Relativo
Isopor®						
A1	234,358	0,906	0,789	12,959	0,733	19,065
A2	237,517	0,838	0,784	6,409	0,729	13,004
3A	226,358	0,891	0,799	10,224	0,744	16,447
2T	258,793	0,800	0,757	5,305	0,702	12,154
4T	249,116	0,834	0,769	7,762	0,714	14,360
2 A	226,681	0,887	0,799	9,872	0,744	16,123
5 A	218,474	0,834	0,812	2,673	0,756	9,336
3M	304,708	0,745	0,710	4,649	0,657	11,800
V	334,869	0,719	0,685	4,705	0,633	11,936
3T	221,395	0,826	0,807	2,269	0,721	8,991
4T	223,558	0,847	0,804	5,074	0,748	11,626
1A	157,993	1,050	0,932	11,210	0,875	16,639
3A	194,490	0,851	0,852	0,146	0,796	6,417
4A	183,269	0,933	0,874	6,312	0,818	12,319
1M	185,660	0,847	0,869	2,629	0,813	3,982

V	226,684	0,837	0,799	4,488	0,744	11,113
1A	13,704	3,328	3,553	6,774	3,388	1,8168
2A	18,976	4,157	2,904	30,141	2,771	33,318
3M	59,960	1,444	1,483	2,705	1,359	5,834
V	70,205	1,334	1,367	2,531	1,255	5,894
T	55,576	1,663	1,543	7,203	1,415	14,876

#### Madeira

1	79,990	1,330	1,281	3,662	1,179	11,294
3	98,641	1,203	1,157	3,810	1,076	10,547
4	110,079	1,320	1,098	16,770	1,028	22,110
5	64,789	1,585	1,424	10,101	1,306	17,563

#### Polipropileno

5	12,379	3,283	3,805	15,917	3,611	10,006
10	20,314	2,531	2,754	8,809	2,623	3,633
13	49,482	1,113	1,641	47,493	1,508	35,559
16	217,167	0,855	0,813	4,827	0,758	11,328
17	234,176	0,768	0,788	2,713	0,733	4,490
18	221,247	0,856	0,807	5,668	0,751	12,155
19	361,978	0,838	0,665	20,588	0,614	26,639
20	360,699	0,816	0,666	18,340	0,615	24,562

21	377,694	0,791	0,655	17,131	0,605	23,446
2F	43,732	1,878	1,755	6,519	1,619	13,792
1B	64,537	1,669	1,427	14,454	1,309	21,557
3B	74,364	1,704	1,328	22,025	1,220	28,351
2B	78,461	1,368	1,293	5,437	1,190	12,982
4B	41,401	1,789	1,809	7,704	1,671	0,489
5B	50,286	1,517	1,627	7,281	1,495	1,433
6B	41,955	1,680	1,796	6,914	1,658	1,266
7B	30,713	2,118	2,144	2,389	2,007	5,240
8B	85,574	1,745	1,239	30,170	1,144	36,125
<b>Nylon</b>						
1	90,728	1,131	1,204	6,512	1,115	1,410
2	22,348	2,548	2,595	1,859	2,463	3,306
4	10,237	2,747	4,338	57,928	4,045	47,268

Glicerina 2						
$\rho_{\text{glicerina}} = 1,212 \text{ (g/cm}^3\text{)}$						
Esferas	$Re_{\text{exp}}$	$C_{D\text{exp}}$	$C_D$ (Haider; Levenspiel)	Desvio Relativo	$C_D$ (Morsi; Alexander)	Desvio Relativo
Isopor®						
A1	391,726	0,875	0,646	26,1220	0,5972	31,7443
A2	450,437	0,787	0,615	21,853	0,568	27,707
3A	646,125	0,723	0,546	21,470	0,509	29,476
2T	494,125	0,764	0,595	22,059	0,551	27,780
4T	475,852	0,795	0,603	24,097	0,558	29,722
5 A	426,288	0,762	0,627	17,706	0,579	23,922
3M	546,808	0,576	0,575	0,0217	0,534	7,1390
V	681,197	0,830	0,537	35,257	0,502	39,431
4T	387,386	0,727	0,649	10,720	0,599	17,518
1A	293,850	0,792	0,720	9,034	0,666	15,814
3A	342,811	0,674	0,679	0,762	0,627	6,8979
4A	318,184	0,790	0,698	11,5656	0,645	18,240
1M	288,529	0,913	0,725	20,524	0,671	26,426
V	398,499	0,698	0,642	7,964	0,593	14,959

Madeira						
3	209,418	1,153	0,8261	28,349	0,770	33,178
5	159,589	1,118	0,928	16,978	0,871	22,067
Polipropileno						
16	502,809	0,674	0,5922	12,137	0,548	18,558
17	464,589	0,673	0,6084	9,594	0,563	16,327
18	446,783	0,723	0,6168	14,692	0,570	21,092
19	727,625	0,877	0,5269	39,914	0,494	43,643
20	733,301	0,834	0,5258	36,959	0,049	40,853



Glicerina 3						
$\rho_{\text{glicerina}} = 1,212 \text{ (g/cm}^3\text{)}$						
Esferas	$Re_{\text{exp}}$	$C_{D\text{exp}}$	$C_D$ HAIDER; LEVENSPIEL	Desvio Relativo	$C_D$ MORSI;ALEXANDER	Desvio Relativo
Isopor®						
A1	636,862	0,892	0,548	38,506	0,511	42,612
A2	640,560	1,050	0,547	47,853	0,511	51,324
3A	723,736	0,805	0,527	34,437	0,494	38,519
4T	860,205	0,656	0,502	23,353	0,474	27,603
5 A	761,057	0,820	0,520	36,566	0,488	40,394
V	962,927	0,759	0,488	35,664	0,463	38,934
3T	495,049	0,757	0,595	21,357	0,551	27,129
4T	572,407	0,775	0,537	26,697	0,527	31,827
Polipropileno						
16	593,596	0,718	0,5608	21,896	0,522	27,281
17	632,811	0,661	0,549	16,852	0,512	22,420
18	622,993	0,678	0,552	18,540	0,515	24,037
19	974,067	0,677	0,486	28,078	0,462	31,700
20	1069,03	0,583	0,476	18,332	0,453	22,140

Agua						
$\rho_{\text{glicerina}} = 0,987 \text{ (g/cm}^3\text{)}$						
Esferas	$Re_{\text{exp}}$	$C_{D\text{exp}}$	$C_D$ HAIDER; LEVENSPIEL	Desvio Relativo	$C_D$ MORSI;ALEXANDER	Desvio Relativo
Isopor®						
A1	22229,73	0,819	0,470	42,671	0,368	55,016
A2	26212,22	0,703	0,474	32,531	0,368	47,699
A3	27215,03	0,721	0,475	34,018	0,368	48,397
1T	26589,93	0,781	0,475	39,165	0,368	52,887
4T	29512,35	0,701	0,478	31,812	0,367	47,542
6T	30844,92	0,701	0,479	31,749	0,367	47,630
2 A	27044,25	0,711	0,475	33,095	0,368	48,244
5 A	23679,09	0,792	0,472	40,421	0,368	53,478
3M	29547,67	0,665	0,478	28,149	0,367	44,728
V	32585,24	0,669	0,480	28,223	0,367	45,087
1T	14916,57	0,809	0,455	43,674	0,371	54,155
3T	16062,38	0,810	0,458	43,384	0,370	54,263
4T	16376,48	0,796	0,459	42,354	0,370	53,520
2A	13413,90	0,885	0,451	49,010	0,371	58,027
3A	13703,39	0,866	0,452	47,481	0,371	57,114

4A	13961,04	0,892	0,453	49,236	0,371	58,392
1M	12021,14	0,933	0,447	52,103	0,372	60,090
V	17595,71	0,779	0,462	40,717	0,370	52,530
T	5251,66	0,913	0,417	54,292	0,383	58,089
2T	5307,25	0,871	0,418	52,057	0,382	56,088
1T	4694,91	0,989	0,415	58,019	0,385	61,077
2M	5360,91	0,804	0,418	48,024	0,382	52,443
V	6799,48	0,950	0,425	55,450	0,378	60,298

#### **Madeira**

1	8929,28	0,787	0,472	40,014	0,364	53,701
3	10059,60	0,908	0,439	51,598	0,374	58,826
4	12821,95	0,884	0,449	49,147	0,372	57,932
5	4658,56	1,120	0,415	62,914	0,385	65,591

#### **Polipropileno**

5	2112,14	0,674	0,424	37,067	0,410	39,122
10	2947,79	0,632	0,414	34,466	0,397	37,175
16	19648,69	0,761	0,466	38,842	0,369	5,5165
17	19522,64	0,812	0,465	42,671	0,369	54,526
18	19339,67	0,820	0,465	43,304	0,369	59,991
19	3009,99	0,877	0,478	45,506	0,367	58,119

20	33720,39	0,692	0,4810	30,557	0,367	46,973
21	32664,97	0,783	0,480	38,684	0,367	53,101
2F	2706,19	0,890	0,416	53,286	0,400	55,057
1B	3542,86	0,906	0,413	54,435	0,391	56,774
3B	5825,32	0,644	0,420	34,822	0,381	40,891
4B	3077,55	0,794	0,414	47,865	0,396	50,126
5B	4816,20	0,792	0,415	47,489	0,384	51,434
6B	4294,37	0,601	0,414	31,173	0,387	35,669
8B	8815,00	0,937	0,434	53,648	0,375	59,945
<b>Nylon</b>						
1	7137,05	0,351	0,426	21,529	0,378	7,695

## **ANEXO E**

### **Dados experimentais de bolhas de nitrogênio em fluidos Newtonianos**

Glicerina 1 : $\rho=1,218 \text{ g/cm}^3$													
Nitrogênio : $\rho=0,00104 \text{ g/cm}^3$													
Nº bolhas	$d_{eq}$ médio (cm)	Desvio padrão	$v_{média}$ (cm/s)	Desvio padrão	$d_h$ médio (cm)	Desvio padrão	T (°C)	$\mu$ (g/cm.s)	$C_D$ ( $d_{eq}$ )	Re ( $d_{eq}$ )	$C_D$ ( $d_e^3/d_h^2$ )	Re ( $d_h$ )	Re ( $d_e^3/d_h^2$ )
1	0,475	$\pm 0,007$	12,169	$\pm 0,168$	0,505	$\pm 0,010$	23	0,520	4,188	13,472	3,705	14,323	11,919
3	0,786	$\pm 0,009$	20,169	$\pm 0,240$	1,031	$\pm 0,015$	23	0,520	2,523	36,949	1,466	48,467	21,475
5	0,752	$\pm 0,036$	19,115	$\pm 0,347$	0,964	$\pm 0,062$	23	0,520	2,687	33,504	1,635	42,949	20,358
10	0,893	$\pm 0,007$	21,494	$\pm 0,004$	1,168	$\pm 0,025$	23	0,520	2,524	44,737	1,475	58,514	26,151
15	0,952	$\pm 0,007$	23,808	$\pm 0,271$	1,312	$\pm 0,000$	23	0,520	2,193	52,827	1,154	72,804	27,814
20	1,053	$\pm 0,028$	25,657	$\pm 0,155$	1,505	$\pm 0,028$	23	0,520	2,088	62,970	1,022	90,000	30,826
25	1,182	$\pm 0,022$	27,042	$\pm 0,251$	1,720	$\pm 0,000$	23	0,520	2,110	74,500	0,997	108,409	35,183
35	1,374	$\pm 0,026$	28,035	$\pm 0,327$	1,914	$\pm 0,037$	23	0,520	2,282	89,781	1,176	125,067	46,268
45	1,318	$\pm 0,000$	29,043	$\pm 0,274$	2,086	$\pm 0,063$	23	0,520	2,040	89,219	0,814	141,207	35,617
50	1,342	$\pm 0,000$	29,362	$\pm 0,157$	2,229	$\pm 0,044$	23	0,520	2,032	91,841	0,737	152,544	33,291
55	1,363	$\pm 0,000$	30,262	$\pm 0,134$	2,393	$\pm 0,073$	23	0,520	1,943	96,137	0,630	168,787	31,189
60	1,378	$\pm 0,000$	31,307	$\pm 0,169$	2,570	$\pm 0,013$	23	0,520	1,836	100,552	0,528	187,531	28,908
65	1,474	$\pm 0,008$	31,734	$\pm 0,138$	2,601	$\pm 0,073$	23	0,520	1,911	109,024	0,614	192,382	35,014
70	1,572	$\pm 0,000$	32,374	$\pm 0,152$	2,839	$\pm 0,074$	23	0,520	1,958	118,617	0,600	214,221	36,368

80	1,569	± 0,007	32,060	± 0,014	2,816	± 0,000	22	0,601	1,933	101,441	0,619	182,064	31,492
85	1,702	± 0,000	31,772	± 0,241	2,844	± 0,062	22	0,601	2,201	109,052	0,788	182,223	39,056
90	1,832	± 0,087	32,067	± 0,261	2,803	± 0,023	22	0,601	1,326	118,471	0,994	181,263	50,608
95	2,032	± 0,033	33,083	± 0,000	2,816	± 0,082	22	0,601	2,424	135,568	1,262	187,874	70,589
100	1,788	± 0,040	33,509	± 0,261	2,980	± 0,132	22	0,601	2,079	120,825	0,748	201,375	43,497
110	2,049	± 0,000	34,005	± 0,254	3,206	± 0,082	22	0,601	2,313	140,512	0,945	219,854	57,394
120	2,018	± 0,000	34,360	± 0,332	3,230	± 0,123	22	0,601	2,232	139,831	0,871	223,812	54,581
130	2,212	± 0,000	35,919	± 0,146	3,466	± 0,062	22	0,601	2,238	160,228	0,912	251,062	65,261
140	2,271	± 0,025	36,258	± 0,344	3,550	± 0,130	22	0,601	2,255	166,054	0,923	259,573	67,956
150	2,333	± 0,000	36,508	± 0,009	3,630	± 0,069	22	0,601	2,285	171,764	0,944	267,253	70,949
160	2,438	± 0,107	36,800	± 0,000	3,700	± 0,077	22	0,601	2,350	180,930	1,020	274,586	78,555
170	2,487	± 0,000	37,979	± 0,591	3,812	± 0,065	21	0,628	2,251	182,232	0,958	279,319	77,566
180	2,510	± 0,000	38,361	± 0,347	3,962	± 0,163	21	0,628	2,227	185,767	0894	293,230	74,557
190	2,615	± 0,000	38,870	± 0,010	4,022	± 0,199	21	0,628	2,260	196,106	0,955	301,621	82,899
200	2,527	± 0,018	39,466	± 0,192	4,101	± 0,016	21	0,628	2,118	192,412	0,8004	312,261	73,057
210	2,680	± 0,093	40,162	± 0,490	4,136	± 0,165	21	0,628	2,169	207,661	0,911	320,480	87,189
220	2,935	± 0,071	39,345	± 0,023	4,227	± 0,055	20,5	0,677	2,475	206,612	1,166	301,083	97,296
230	2,955	± 0,000	40,022	± 0,000	4,215	± 0,130	20,5	0,677	2,409	211,599	0,184	301,824	104,000
240	2,962	± 0,007	40,677	± 0,008	4,545	± 0,107	20,5	0,677	2,338	215,519	0,993	330,669	91,535
250	2,874	± 0,000	39,800	± 0,283	4,173	± 0,282	20,5	0,677	2,369	204,657	1,124	297,159	97,074

260	2,932	± 0,000	40,667	± 0,013	4,622	± 0,000	20,5	0,677	2,313	213,388	0,931	336,385	85,869
280	3,113	± 0,000	40,892	± 0,000	4,708	± 0,064	20,5	0,677	2,430	227,759	1,063	344,455	99,577
290	3,156	± 0,126	41,743	± 0,133	4,755	± 0,058	20,5	0,677	2,365	235,710	1,042	355,133	103,837
300	3,289	± 0,000	42,343	± 0,159	5,034	± 0,047	20,5	0,677	2,395	249,174	1,022	381,375	106,366
330	3,603	± 0,149	41,710	± 0,143	5,275	± 0,279	23	0,520	2,704	350,271	1,261	512,816	163,413
360	3,615	± 0,095	43,339	± 0,057	5,341	± 0,000	23	0,520	2,513	365,163	1,151	539,512	167,285
390	3,706	± 0,000	43,752	± 0,301	5,363	± 0,000	23	0,520	2,528	377,922	1,207	546,896	180,467
450	3,836	± 0,182	43,796	± 0,327	5,341	± 0,096	23	0,520	2,611	391,573	1,347	545,201	201,937
480	3,706	± 0,076	43,023	± 0,295	5,520	± 0,070	23	0,520	2,614	371,625	1,178	553,527	167,509
510	3,785	± 0,000	46,100	± 0,424	5,885	± 0,101	23	0,520	2,325	406,692	0,962	632,334	168,231
540	4,086	± 0,196	45,041	± 0,000	5,785	± 0,056	23	0,520	2,630	428,949	1,312	607,310	213,991
580	3,945	± 0,020	45,607	± 0,911	5,978	± 0,000	23	0,520	2,476	419,351	1,078	655,458	182,625
610	3,856	± 0,000	45,700	± 0,000	6,323	± 0,000	23	0,520	2,410	410,726	0,896	673,502	152,750



Água :  $\rho = 0.997 \text{ g/cm}^3$

Nitrogênio :  $\rho = 0,00104 \text{ g/cm}^3$

Nº bolhas	$d_{eq}$ médio (cm)	Desvio padrão	$v_{média}$ (cm/s)	Desvio padrão	T (°C)	$d_h$ médio (cm)	Desvio padrão	$C_D$ ( $d_{eq}$ )	Re ( $d_{eq}$ )	$C_D$ ( $d_e^3/d_h^2$ )	Re ( $d_h$ )	Re ( $d_e^3/d_h^2$ )
1	0,451	± 0,002	22,540	± 0,000	25	0,533	± 0,008	1,159	1013,504	0,830	1197,78	725,645
3	0,664	± 0,016	23,115	± 0,345	25	0,785	± 0,064	1,622	1530,231	1,161	1809,084	1094,848
5	0,827	± 0,016	23,249	± 0,110	25	0,984	± 0,033	1,997	1916,924	1,411	2280,838	1354,022
8	1,040	± 0,030	24,555	± 0,180	25	1,249	± 0,070	2,251	2546,059	1,561	3057,719	1765,266
10	1,117	± 0,043	25,558	± 0,360	25	1,443	± 0,018	2,232	2846,264	1,443	3676,955	1705,489
12	1,169	± 0,035	25,595	± 0,284	25	1,426	± 0,133	2,329	2983,079	1,565	3638,897	2004,725
14	1,270	± 0,036	26,767	± 0,020	25	1,901	± 0,041	2,314	3389,211	1,033	5073,411	1512,662
18	1,288	± 0,020	27,992	± 0,299	25	1,834	± 0,119	2,146	3594,553	1,058	5118,332	1772,870
23	1,387	± 0,028	28,527	± 0,325	25	1,815	± 0,184	2,226	3943,995	1,300	5161,032	2303,223
26	1,433	± 0,083	30,400	± 0,260	25	1,949	± 0,066	2,204	4343,251	1,094	5907,185	2347,922
34	1,474	± 0,060	31,198	± 0,824	25	1,981	± 0,117	1,977	4584,789	1,094	6161,783	2538,314
35	1,617	± 0,015	31,939	± 0,440	25	2,256	± 0,084	2,069	5149,043	1,063	7183,822	2645,266
40	1,657	± 0,047	31,365	± 1,193	25	2,055	± 0,083	2,199	5181,589	1,429	6426,171	3368,870
45	1,787	± 0,038	31,854	± 0,334	25	5,600	± 0,103	2,299	5675,233	1,086	8257,194	2680,934

50	1,713	±0,478	31,819	± 0,264	25	2,572	± 0,249	2,209	5434,243	0,980	8159,295	2410,526
55	2,025	± 0,081	32,014	± 0,081	25	2,586	± 0,021	2,579	6463,386	1,581	8253,984	3963,265
60	2,130	± 0,047	32,516	± 1,305	25	2,540	± 0,415	2,630	6905,130	1,849	8234,287	4855,836
65	2,455	± 0,094	33,490	± 0,339	25	2,980	± 0,192	2,857	8197,130	1,939	9950,080	5563,294
71	2,555	± 0,106	33,345	± 1,194	25	3,458	± 0,137	2,999	8494,089	1,637	11496,10	4637,12
75	2,616	± 0,075	33,727	± 0,504	24,5	3,302	±0,224	3,002	8796,514	1,884	11103,24	5521,183
80	2,532	± 0,185	34,347	± 1,393	24,5	3,559	± 0,003	2,802	8670,570	1,418	12187,42	4388,53
85	2,673	± 0,144	34,525	± 1,049	24,5	3,957	± 0,255	2,927	9200,847	1,336	13620,55	4198,49
95	2,494	± 0,044	34,850	± 0,705	24,5	3,473	± 0,157	2,680	8665,515	1,382	12067,09	4468,664
100	2,541	± 0,234	35,415	± 1,094	25	3,672	± 0,340	2,644	8971,955	1,266	12965,37	4296,25
110	2,319	± 0,071	35,525	± 1,067	25	3,303	± 0,173	2,399	8213,533	1,182	11698,70	4048,688
120	2,659	± 0,107	37,312	±0,511	25	4,001	± 0,213	2,467	9944,517	1,089	14963,52	4392,212
130	1,678	± 0,079	35,934	±0,389	25	3,899	± 0,309	2,707	9594,256	1,277	13968,63	4526,119
150	3,054	± 0,012	39,901	± 0,511	25	4,317	± 0,257	2,504	12149,20	1,253	17173,58	6080,257
170	3,080	± 0,016	40,702	± 1,009	25	4,558	± 0,199	2,427	12498,60	1,408	18496,31	8707,086

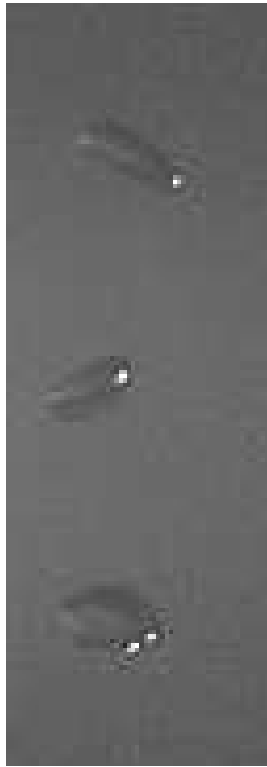
## **ANEXO F**

**Trajectoria de ascensão de bolhas.**

## Trajetória de ascensão de bolhas em água.



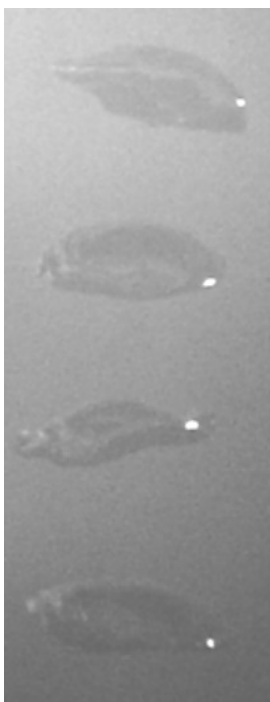
Bolha 1



Bolha 10



Bolha 34



Bolha 100



Bolha 150

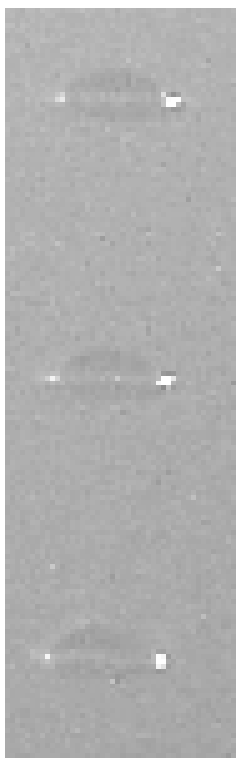


Bolha 170

## Trajetória de ascensão de bolhas em glicerina.



Bolha 1



Bolha 10



Bolha 34



Bolha 100



Bolha 150



Bolha 170