



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA QUÍMICA

ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA  
DINÂMICA DE PARTÍCULAS GRANULARES EM UM  
TAMBOR ROTATÓRIO

Dyrney Araújo dos Santos

Uberlândia  
2015



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA QUÍMICA



ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA DINÂMICA  
DE PARTÍCULAS GRANULARES EM UM TAMBOR  
ROTATÓRIO

Dyrney Araújo dos Santos

Tese submetida ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia  
Química da Universidade Federal  
de Uberlândia como parte dos  
requisitos necessários à obtenção  
do título de Doutor em  
Engenharia Química.

Uberlândia – MG

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

S237e Santos, Dyrney Araújo dos, 1983-  
2015 Estudo experimental e numérico da dinâmica de partículas  
granulares em um tambor rotatório / Dyrney Araújo dos Santos. - 2015.  
157 f. : il.

Orientador: Marcos Antonio de Souza Barrozo.

Coorientador: Claudio Roberto Duarte.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Química.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia química - Teses. 2. Escoamento multifásico - Teses. I.  
Barrozo, Marcos Antonio de Souza. II. Duarte, Claudio Roberto. III.  
Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Química. IV. Título.

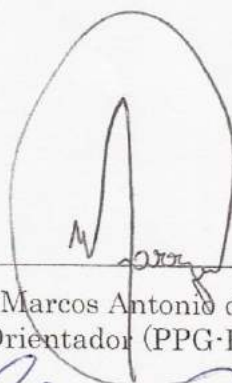
---

CDU: 66.0

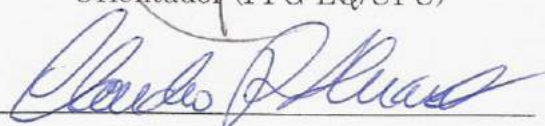
# ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA DINÂMICA DE PARTÍCULAS GRANULARES EM UM TAMBOR ROTATÓRIO

Tese de doutorado submetida ao corpo docente do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Doutor em Engenharia Química em 23 de Julho de 2015.

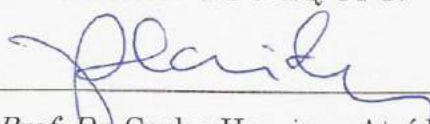
## BANCA EXAMINADORA



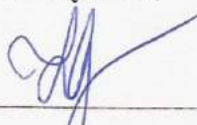
*Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Barrozo*  
Orientador (PPG-EQ/UFU)



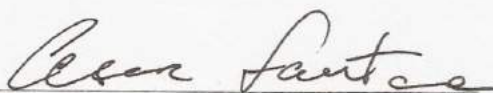
*Prof. Dr. Claudio Roberto Duarte*  
Orientador (PPG-EQ/UFU)



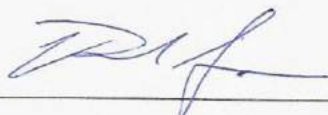
*Prof. Dr. Carlos Henrique Ataíde*  
(PPG-EQ/UFU)



*Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira*  
(PPG-EQ/UFU)



*Prof. Dr. Cesar Costapinto Santana*  
(PPG-EQ/UNICAMP)



*Prof. Dr. Reinaldo Giudici*  
(DEQ/EPUSP)

---

## Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha mãe por tudo que fez e tem feito para que eu esteja aqui neste momento.

Agradeço aos orientadores e grandes amigos Marcos Antonio de Souza Barrozo e Claudio Roberto Duarte pela inestimável contribuição à minha formação e pelas inúmeras oportunidades que foram confiadas a mim.

Aos alunos que me acompanharam nesta trajetória (Fernando, Rafael e Layse), deixo aqui minha enorme gratidão.

Agradeço a todos os amigos antigos, que ainda continuam, e aos novos, que continuarão, que contribuíram direta ou indiretamente para que este momento fosse consumado. À minha companheira de todos os momentos, Diovanina.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa de estudos no Brasil e, novamente, à CAPES pela bolsa de Doutorado Sanduíche no Exterior (PDSE) pelo período de nove (9) meses (processo 99999.001498/2014-02).

Agradeço a todos que lerem ou se identificarem nas páginas deste trabalho, sem exceção.

Mãe e filho, aliança que começa por meio de um cordão que, ao ser rompido, ambos se separam carregando cada qual o gosto do sangue que os unirão para sempre.

À minha mãe Sônia e à memória de meu avô Raimundo.

---

## Resumo

A eficiência dos processos industriais desenvolvidos em um tambor rotatório depende da forma como as partículas ou grãos movimentam-se em seu interior. O entendimento dos principais mecanismos que regem estes movimentos e a capacidade de prevê-los através de técnicas de modelagem computacional tornam-se de importância primordial para questões de operação, projeto e otimização. Neste sentido, este trabalho teve como foco a aplicação de metodologias experimentais e numéricas com o intuito de estudar: 1) o fenômeno de transição entre os diferentes regimes de escoamento; 2) mistura e segregação; 3) dinâmica de partículas em um tambor rotatório sob diferentes condições operacionais utilizando partículas com diferentes propriedades físicas. Foi proposta uma nova expressão para a velocidade crítica de rotação para centrifugação função, além do grau de preenchimento do tambor, das propriedades físicas das partículas. Uma modificação no modelo desenvolvido por Blumberg e Schlünder (1996) para a transição rolamento-cascadeamento através da inclusão do efeito da forma das partículas foi também introduzida. Observou-se, pela primeira vez na literatura, o fenômeno de histerese quando da transição entre os regimes catarateamento-centrifugação o qual se mostrou dependente das propriedades físicas dos materiais particulados tais como: esfericidade, massa específica e coeficiente de atrito partícula-parede. Foi possível a realização de uma investigação, tanto quantitativa quanto qualitativa, acerca dos efeitos das diferenças de diâmetro, massa específica e da condição inicial do material no interior do tambor rotatório sobre o fenômeno de segregação radial e axial (mistura binária). O fenômeno da segregação axial foi observado apenas quando da diferença de diâmetros entre as partículas. A diferença tão somente da massa específica, independente das condições de velocidade de rotação e grau de preenchimento, não causou segregação axial. No que diz respeito à abordagem numérica, duas diferentes aproximações para a previsão do escoamento granular no interior do tambor foram utilizadas: Euleriana e Lagrangeana. Comparações entre os perfis radiais de velocidade de sólidos experimentais e simulados através do modelo Euleriano mostraram que o modelo cinético-colisional, o qual tem sido aplicado com sucesso em muitas simulações de escoamento granulares diluídos pode, também, ser aplicado no tratamento de um escoamento granular denso presente em tambores rotatórios. Neste caso, observou-se também que a força de arrasto ou resistiva fluido-sólido pode ser negligenciada no caso de um tambor rotatório operando no regime de rolamento, onde não há entrada ou saída de fluido do sistema. No processo de calibração do modelo Lagrangeano através de um Planejamento Composto Central, os valores determinados dos parâmetros coeficiente de atrito ( $\mu_p$ ) e razão de amortecimento ( $\zeta$ ) para o arroz foram de, respectivamente, 0,425 e 0,149 (erro relativo de 2,9%), enquanto que para as esferas de vidro foram de 0,701 e 0,425 (erro relativo de 3,4%), respectivamente. Os parâmetros da modelagem Lagrangeana determinados para as partículas arredondadas (esferas de vidro) mostraram-se dependentes das condições operacionais. Já para as partículas irregulares (arroz), a calibração dos parâmetros através de um tambor em escala reduzida, mostrou-se adequada para o emprego na previsão do escoamento em tambores rotatórios em uma escala superior, podendo futuramente ser empregada em uma escala industrial.

**Palavras-chave:** regimes de escoamento, mistura e segregação, velocidade de partículas, DEM, CFD.

---

## Abstract

Since the industrial processes efficiency depends on the granular flow regime established under given operating conditions on the rotary drum, the ability to predict the particle motion inside this equipment, including the particle properties effect, is of primary importance. So, in this work an experimental and numerical study was carried out in order to investigate: the transition phenomenon between different flow regimes, the mixture and segregation phenomenon and the particle dynamic behavior inside an unbaffled rotary drum, under different operating conditions, using particles of different physical properties. A modification of the Blumberg and Schlünder model equation for rolling-cascading transition was proposed by the introduction of the particle shape effect, represented here by the sphericity. It was observed, for the first time, the hysteresis phenomenon in the transition between cataracting-centrifuging regimes which was shown to be dependent on the physical properties of the particles such as sphericity, density and particle-wall friction coefficient. A new expression relating the critical rotation speed for centrifuging as a function of the filling degree, which takes into consideration the particle properties and the hysteresis effects, was proposed. Regarding the segregation phenomenon, radial segregation due to particle diameter and density differences was observed in all systems studied after a few drum rotations. Size induced axial segregation (banding) was observed, as expected. However density differences alone did not induce axial segregation. As regards the numerical investigation, two different approaches were used for the granular flow prediction inside a rotary drum: Eulerian and Lagrangian. For the Eulerian approach, the results indicated that the kinetic model, which has been successfully applied in many dilute granular flow simulations, may also be applied in the dense granular flow treatment present in rotary drums. It was also observed that, the drag force can be neglected in the case of a rotating drum operated in the rolling regime where there is no fluid entering or leaving the system. Taking the computational efforts into account, this force can be set to zero in the entire calculation domain. For the Lagrangian model calibration, a sensitivity analysis of the numerical dynamic angle of repose due to variations in the frictional coefficient ( $\mu_f$ ) and the damping ratio ( $\beta$ ), both varying from 0.149 to 0.701, was assessed using a Central Composite Design. The smallest deviation from the experimental data when using rice grains was obtained in the simulation whose parameters values were  $\mu_f = 0.425$  and  $\beta = 0.149$  with an error of about 2.9%. As regards the glass beads, the smallest deviation between experiment and simulation was found using a friction coefficient  $\mu_f = 0.701$  and damping ratio  $\beta = 0.425$  with an error of about 3.4%. For the case of the rotary drum using rice grains, which are characterized by irregular shapes, the calibrated model was affected by neither the filling degree nor the drum rotation speed. On the other hand, in the case of rounded particles (glass beads), the Lagrangian model parameters should be calibrated to specific conditions of rotation speed and filling degree and cannot be generalized.

**Key-words:** flow regimes, mixture and segregation, particle velocity, *DEM*, *CFD*



---

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: REGIÕES ATIVA E PASSIVA NO PLANO TRANSVERSAL DE UM TAMBOR ROTATÓRIO OPERANDO NO REGIME DE ROLAMENTO. ....	9
FIGURA 2.2: DIFERENTES DEFINIÇÕES PARA A TRANSIÇÃO CATARATEAMENTO-CENTRIFUGAÇÃO – (A) TODAS AS PARTÍCULAS FORMAM UM ANEL; (B) APENAS A CAMADA MAIS EXTERNA DE PARTÍCULAS DO LEITO DE MATERIAL FORMA UM ANEL. ....	10
FIGURA 2.3: ILUSTRAÇÃO DE ALGUNS TIPOS DE MISTURADORES DIFUSIVOS – (A) TAMBOR ROTATÓRIO; (B) DUPLO CONE; (C) MISTURADOR TIPO “V” OU “Y” – E CONVECTIVOS – (D) MISTURADOR NAUTA; (E) LEITO DE JORRO; (F) MISTURADOR DE HÉLICE (MODIFICADO DE BRIDGWATER, 2012). ....	15
FIGURA 2.4: ILUSTRAÇÃO DO FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO (SEGREGAÇÃO RADIAL E SEGREGAÇÃO AXIAL) EM UM TAMBOR ROTATÓRIO. ....	17
FIGURA 2.5: ILUSTRAÇÃO DAS TRÊS PRINCIPAIS FORMAS DE DISSIPACÃO VISCOSA CONSIDERADAS EM UM ESCOAMENTO GRANULAR. ....	23
FIGURA 2.6: MODELO DE CONTATO MOLA-AMORTECEDOR APLICADO NAS SIMULAÇÕES DEM. ....	28
FIGURA 2.7: ALGORITMO SIMPLIFICADO EMPREGADO NAS SIMULAÇÕES DEM (ITASCA CONSULTING GROUP, 2004). ....	31
FIGURA 3.1: UNIDADE EXPERIMENTAL DO TAMBOR ROTATÓRIO. ....	33
FIGURA 3.2: UNIDADE EXPERIMENTAL UTILIZADA NA VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA NUMÉRICA DEM EM UM CASO DE ESCALONAMENTO – TAMBOR ROTATÓRIO JUNTAMENTE COM UMA CÂMERA DE ALTA VELOCIDADE. ....	34

FIGURA 3.3: REGIMES DE ESCOAMENTO TRANSVERSAL EM UM TAMBOR ROTATÓRIO INVESTIGADOS NESTE TRABALHO – (A) ROLAMENTO; (B) CASCADEAMENTO; (C) CATARATEAMENTO; (D) CENTRIFUGAÇÃO.....	34
FIGURA 3.4: PICNOMETRO A GÁS HÉLIO (MICROMERITICS ACCUPYC 1331) UTILIZADO NA MEDIDA DA MASSA ESPECÍFICA DOS MATERIAIS.....	35
FIGURA 3.5: ANALISADOR DIGITAL DE IMAGENS (CAMSIZER®) JUNTAMENTE COM OS DIFERENTES MATERIAIS COM SUAS RESPECTIVAS IMAGENS PROJETADAS: (A) MILHO; (B) ARROZ; (C) COMPRIMIDO “PLACEBO” DE FORMA CÔNCAVO-CILÍNDRICA; (D) SOJA; (E) ESFERA DE VIDRO A; (F) ESFERA DE VIDRO B.....	36
FIGURA 3.6: DISPOSITIVO UTILIZADO NA MEDIDA DO COEFICIENTE DE ATRITO PARTÍCULA-PAREDE.....	37
FIGURA 3.7: ESQUEMA DO PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR ROTATÓRIO, OPERANDO NO REGIME DE ROLAMENTO, ILUSTRANDO O SISTEMA DE COORDENADAS UTILIZADO NA MEDIDA DE VELOCIDADE DE PARTÍCULAS SOBRE A LINHA DE REFERÊNCIA.....	38
FIGURA 3.8: ESQUEMAS UTILIZADOS NA ANÁLISE DO EFEITO DA CONDIÇÃO INICIAL DAS PARTÍCULAS NO INTERIOR DO TAMBOR SOBRE A SEGREGAÇÃO RADIAL E AXIAL – (A) ESQUEMA DE PARTÍCULAS LADO-A-LADO; (B) ESQUEMA DE PARTÍCULAS INFERIOR-SUPERIOR.....	40
FIGURA 3.9: DIFERENTES ETAPAS UTILIZADAS NO TRATAMENTO DE IMAGENS PARA O ESTUDO DE MISTURA E SEGREGAÇÃO EM UM TAMBOR ROTATÓRIO.....	41
FIGURA 3.10: MALHA COMPUTACIONAL UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES EULERIANAS COMPOSTA POR 300.000 CÉLULAS COMPUTACIONAIS (0,22 M DE DIÂMETRO INTERNO E 0,50 M DE COMPRIMENTO).....	50
FIGURA 3.11: PARTÍCULA UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES DEM – (A) ARROZ; (B) CLUMP OU REPRESENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ARROZ. ....	52
FIGURA 4.1: CURVAS DE TRANSIÇÃO ENTRE OS REGIMES ROLAMENTO-CASCADEAMENTO – (A) COMPRIMIDO; (B) MILHO; (C) ARROZ; (D) SOJA; (E) ESFERAS DE VIDRO A; (F) ESFERAS DE VIDRO B. ....	57
FIGURA 4.2: CURVAS DE TRANSIÇÃO ENTRE OS REGIMES CATARATEAMENTO-CENTRIFUGAÇÃO – (A) COMPRIMIDO; (B) MILHO; (C) ARROZ; (D) SOJA; (E) ESFERAS DE VIDRO A; (F) ESFERAS DE VIDRO B.....	60
FIGURA 4.3: ÂNGULO DE REPOUSO DINÂMICO EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO E DO GRAU DE PREENCHIMENTO DO TAMBOR – (A) COMPRIMIDO; (B) MILHO; (C) ARROZ; (D) SOJA; (E) ESFERAS DE VIDRO A; (F) ESFERAS DE VIDRO B.....	63
FIGURA 4.4: FRAÇÕES VOLUMÉTRICAS DE SÓLIDOS, EXPERIMENTAIS E SIMULADAS UTILIZANDO AS CONFIGURAÇÕES <i>S1</i> , <i>S2</i> , <i>S3</i> , <i>S4</i> , <i>S5</i> E <i>S6</i> (TABELA 3.2), PARA ESFERAS DE VIDRO B: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 31,40% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 1,45, 4,08, 8,91 E 16,40 RAD/S.....	64

- FIGURA 4.5: FRAÇÕES VOLUMÉTRICAS DE SÓLIDOS, EXPERIMENTAIS E SIMULADAS UTILIZANDO AS CONFIGURAÇÕES **S1**, **S2**, **S3**, **S4**, **S5** E **S6** (TABELA 3.2), PARA ESFERAS DE VIDRO B: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 18,81% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 1,45, 4,08, 8,91 E 16,40 RAD/S..... 65
- FIGURA 4.6: FRAÇÕES VOLUMÉTRICAS DE SÓLIDOS, EXPERIMENTAIS E SIMULADAS UTILIZANDO AS CONFIGURAÇÕES **S1**, **S2**, **S3**, **S4**, **S5** E **S6** (TABELA 3.2), PARA ESFERAS DE VIDRO A: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 31,40% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 1,45, 4,08, 8,91 E 16,40 RAD/S..... 67
- FIGURA 4.7: FRAÇÕES VOLUMÉTRICAS DE SÓLIDOS, EXPERIMENTAIS E SIMULADAS UTILIZANDO AS CONFIGURAÇÕES **S1**, **S2**, **S3**, **S4**, **S5** E **S6** (TABELA 3.2), PARA ESFERAS DE VIDRO A: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 18,81% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 1,45, 4,08, 8,91 E 16,40 RAD/S..... 68
- FIGURA 4.8: PERFIS RADIAIS DE VELOCIDADE DE SÓLIDOS SIMULADOS UTILIZANDO DIFERENTES MODELOS DE ARRASTE E SEM LEVAR A FORÇA DE ARRASTE EM CONSIDERAÇÃO: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 18,81% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DO TAMBOR DE 0,71 RAD/S.... 70
- FIGURA 4.9: PERFIS RADIAIS DE VELOCIDADE DE PARTÍCULAS: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 18,81% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 0,71 RAD/S – (A) VELOCIDADE RESULTANTE; (B) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO X; (C) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO Y. .... 71
- FIGURA 4.10: PERFIS RADIAIS DE VELOCIDADE DE PARTÍCULAS: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 18,81% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 1,45 RAD/S – (A) VELOCIDADE RESULTANTE; (B) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO X; (C) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO Y. .... 72
- FIGURA 4.11: PERFIS RADIAIS DE VELOCIDADE DE PARTÍCULAS: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 31,40% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 0,71 RAD/S – (A) VELOCIDADE RESULTANTE; (B) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO X; (C) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO Y. .... 73
- FIGURA 4.12: PERFIS DE VELOCIDADE DE PARTÍCULAS: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 31,40% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 1,45 RAD/S – (A) VELOCIDADE RESULTANTE; (B) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO X; (C) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO Y. .... 74
- FIGURA 4.13: PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR MOSTRANDO OS VETORES VELOCIDADE DE SÓLIDOS SIMULADOS NAS SEGUINTE CONDIÇÕES OPERACIONAIS – (A)  $\Omega = 0,71$  RAD/S E  $F = 18,81\%$ ; (B)  $\Omega = 1,45$  RAD/S E  $F = 18,81\%$ ; (C)  $\Omega = 0,71$  RAD/S E  $F = 31,40\%$ ; (D)  $\Omega = 1,45$  RAD/S E  $F = 31,40\%$ . .... 76
- FIGURA 4.14: EFEITO DO EQUIPAMENTO (CONFIGURAÇÃO **MI** DA TABELA 3.1) SOBRE A SEGREGAÇÃO EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO ( $\Omega$ ) E DO GRAU DE PREENCHIMENTO ( $F$ ) – (A, B, C, D, E, F) ANÁLISE TRANSVERSAL; (A', B', C', D', E', F') ANÁLISE LONGITUDINAL. .... 77

FIGURA 4.15: EFEITO DA DIFERENÇA DE DIÂMETROS (CONFIGURAÇÃO <b>M2</b> DA TABELA 3.1) SOBRE A SEGREGAÇÃO EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO ( $\Omega$ ) E DO GRAU DE PREENCHIMENTO ( $F$ ) – (A, B, C, D, E, F) ANÁLISE TRANSVERSAL; (A', B', C', D', E', F') ANÁLISE LONGITUDINAL.....	78
FIGURA 4.16: EFEITO DA DIFERENÇA DE MASSAS ESPECÍFICAS (CONFIGURAÇÃO <b>M3</b> DA TABELA 3.1) SOBRE A SEGREGAÇÃO EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO ( $\Omega$ ) E DO GRAU DE PREENCHIMENTO ( $F$ ) – (A, B, C, D, E, F) ANÁLISE TRANSVERSAL; (A', B', C', D', E', F') ANÁLISE LONGITUDINAL.....	80
FIGURA 4.17: EFEITO DA DIFERENÇA DE CONDIÇÃO INICIAL (CONFIGURAÇÃO <b>M4</b> DA TABELA 3.1) SOBRE A SEGREGAÇÃO RADIAL EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO ( $\Omega$ ) E DO GRAU DE PREENCHIMENTO ( $F$ ) – (A, B, C, D, E, F) ESQUEMA LADO-A-LADO; (A', B', C', D', E', F') ESQUEMA INFERIOR-SUPERIOR.....	81
FIGURA 4.18: EFEITO DA DIFERENÇA DE CONDIÇÃO INICIAL (CONFIGURAÇÃO <b>M4</b> DA TABELA 3.1) SOBRE A SEGREGAÇÃO AXIAL EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO ( $\Omega$ ) E DO GRAU DE PREENCHIMENTO ( $F$ ) – (A, B, C, D, E, F) ESQUEMA LADO-A-LADO; (A', B', C', D', E', F') ESQUEMA INFERIOR-SUPERIOR.....	82
FIGURA 4.19: ANÁLISE PRELIMINAR DO EFEITO DO TAMANHO DA CÉLULA DE MISTURA SOBRE O ÍNDICE DE SEGREGAÇÃO.....	83
FIGURA 4.20: VARIAÇÃO TRANSIENTE DO ÍNDICE DE SEGREGAÇÃO PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE ROTAÇÃO ( $\Omega$ ), GRAUS DE PREENCHIMENTO ( $F$ ) E CONFIGURAÇÕES DE MISTURA (TABELA 3.1) JUNTAMENTE COM AS CURVAS AJUSTADAS ATRAVÉS DA EQUAÇÃO 4.5 – (A) CONFIGURAÇÃO <b>M1</b> ; (B) CONFIGURAÇÃO <b>M2</b> ; (C) CONFIGURAÇÃO <b>M3</b> . ....	85
FIGURA 4.21: TAXA DE MISTURA EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO ( $\Omega$ ) E DO GRAU DE PREENCHIMENTO DO TAMBOR ( $F$ ): (A) CONFIGURAÇÃO <b>M1</b> ; (B) CONFIGURAÇÃO <b>M2</b> ; (C) CONFIGURAÇÃO <b>M3</b> . ....	87
FIGURA 4.22: PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR MOSTRANDO O FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO RADIAL PARA A CONFIGURAÇÃO <b>M2</b> (GRAU DE PREENCHIMENTO DE 25%) – (A) EXPERIMENTAL; (B) SIMULADO, PARTÍCULAS MAIORES; (C) SIMULADO, PARTÍCULAS MENORES.....	88
FIGURA 4.23: PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR MOSTRANDO O FENÔMENO DE SEGREGAÇÃO RADIAL PARA A CONFIGURAÇÃO <b>M2</b> (GRAU DE PREENCHIMENTO DE 50%) – (A) EXPERIMENTAL; (B) SIMULADO, PARTÍCULAS MAIORES; (C) SIMULADO, PARTÍCULAS MENORES.....	89
FIGURA 4.24: ILUSTRAÇÃO DO PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR NAS SIMULAÇÕES <b>DEM</b> SOB A CONDIÇÃO 1 DA TABELA 4.4 – (A) ÂNGULO DE REPOUSO INFERIOR DO ARROZ; (B) ÂNGULO DE REPOUSO SUPERIOR DO ARROZ; (C) SUPERFÍCIE DISTORCIDA DAS ESFERAS DE VIDRO B. ....	91
FIGURA 4.25: IMAGENS DO PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR, TANTO EXPERIMENTAIS QUANTO SIMULADAS, UTILIZADAS NA MEDIDA DOS ÂNGULOS DE REPOUSO DO ARROZ SOB AS DIFERENTES CONDIÇÕES MOSTRADAS NA TABELA 4.5. ....	94

FIGURA 4.26: IMAGENS DO PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR, TANTO EXPERIMENTAIS QUANTO SIMULADAS, UTILIZADAS NA MEDIDA DOS ÂNGULOS DE REPOUSO DAS ESFERAS DE VIDRO B SOB AS DIFERENTES CONDIÇÕES MOSTRADAS NA TABELA 4.6.....	95
FIGURA 4.27: PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 10% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 0,38 RAD/S – (A) EXPERIMENTAL (0,45 M); (B) SIMULADO (0,02 M); (C) EXPERIMENTAL (0,02 M). ....	97
FIGURA 4.28: PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 10% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 0,65 RAD/S – (A) EXPERIMENTAL (0,45 M); (B) SIMULADO (0,02 M); (C) EXPERIMENTAL (0,02 M). ....	97
FIGURA 4.29: PLANO TRANSVERSAL DO TAMBOR: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 15% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 0,38 RAD/S – (A) EXPERIMENTAL (0,45 M); (B) SIMULADO (0,02 M); (C) EXPERIMENTAL (0,02 M). ....	97
FIGURA 4.30: PERFIS RADIAIS DE VELOCIDADE DE PARTÍCULAS SIMULADO (DEM) E EXPERIMENTAL PARA DOIS DIFERENTES COMPRIMENTOS DO TAMBOR: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 10% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 0,38 RAD/S – (A) VELOCIDADE RESULTANTE; (B) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO X; (C) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO Y. ....	99
FIGURA 4.31: PERFIS RADIAIS DE VELOCIDADE DE PARTÍCULAS SIMULADO (DEM) E EXPERIMENTAL PARA DOIS DIFERENTES COMPRIMENTOS DO TAMBOR: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 10% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 0,65 RAD/S – (A) VELOCIDADE RESULTANTE; (B) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO X; (C) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO Y. ....	100
FIGURA 4.32: PERFIS RADIAIS DE VELOCIDADE DE PARTÍCULAS SIMULADO (DEM) E EXPERIMENTAL PARA DOIS DIFERENTES COMPRIMENTOS DO TAMBOR: GRAU DE PREENCHIMENTO DE 15% E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DE 0,38 RAD/S – (A) VELOCIDADE RESULTANTE; (B) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO X; (C) COMPONENTE DA VELOCIDADE NA DIREÇÃO Y. ....	101

---

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1: PRINCIPAIS REGIMES DE ESCOAMENTO EM UM TAMBOR ROTATÓRIO [MODIFICADO DE MELLMANN (2001)].....	6
TABELA 2.2: DIFERENTES MODELOS PARA A PREVISÃO DA TRANSIÇÃO CATARATEAMENTO-CENTRIFUGAÇÃO.....	11
TABELA 2.3: EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA O FECHAMENTO DA TEORIA CINÉTICA DO ESCOAMENTO GRANULAR.....	26
TABELA 3.1: DIFERENTES CONFIGURAÇÕES DE PARTÍCULAS UTILIZADAS NO ESTUDO DA SEGREGAÇÃO RADIAL E AXIAL EM UM TAMBOR ROTATÓRIO.....	39
TABELA 3.2: DIFERENTES CONFIGURAÇÕES DE MODELOS VISCOSOS UTILIZADAS NA VALIDAÇÃO DA MODELAGEM EULERIANA DO ESCOAMENTO EM UM TAMBOR ROTATÓRIO. ....	43
TABELA 3.3: DIFERENTES MODELOS DE ARRASTE INVESTIGADOS.....	46
TABELA 3.4: CONDIÇÕES DE CONTORNO E MÉTODOS NUMÉRICOS ADOTADOS NAS SIMULAÇÕES EULERIANAS.....	49
TABELA 3.5: MATRIZ DO PLANEJAMENTO COMPOSTO CENTRAL UTILIZADA NA CALIBRAÇÃO DA METODOLOGIA <i>DEM</i> (FATOR DE ORTOGONALIDADE $A = 1,41$ ). ....	51
TABELA 3.6: MATRIZ DO PLANEJAMENTO COMPOSTO CENTRAL UTILIZADA NA VERIFICAÇÃO DA CALIBRAÇÃO DO MODELO <i>DEM</i> PARA DIFERENTES CONDIÇÕES OPERACIONAIS (FATOR DE ORTOGONALIDADE $A = 1,41$ ).....	53
TABELA 4.1: PROPRIEDADES FÍSICAS DOS DIFERENTES MATERIAIS INVESTIGADOS. ....	56
TABELA 4.2: DESVIOS MÉDIOS RELATIVOS ENTRE AS EQUAÇÕES 4.1 (BLUMBERG E SCHLÜNDER, 1996) E 4.2 NA PREVISÃO DA TRANSIÇÃO ROLAMENTO-CASCADEAMENTO. ....	58

TABELA 4.3: PARÂMETROS $\lambda$ E $T$ AJUSTADOS POR MEIO DE UMA REGRESSÃO NÃO LINEAR UTILIZANDO A EQUAÇÃO 4.3.....	61
TABELA 4.4: PLANEJAMENTO COMPOSTO CENTRAL UTILIZADO NA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS PRINCIPAIS PARÂMETROS UTILIZADOS NA MODELAGEM DEM.....	90
TABELA 4.5: PLANEJAMENTO COMPOSTO CENTRAL EMPREGADO NA AVALIAÇÃO DA CALIBRAÇÃO DO MODELO <i>DEM</i> PARA DIFERENTES CONDIÇÕES OPERACIONAIS UTILIZANDO O ARROZ.....	93
TABELA 4.6: PLANEJAMENTO COMPOSTO CENTRAL EMPREGADO NA AVALIAÇÃO DA CALIBRAÇÃO DO MODELO DEM PARA DIFERENTES CONDIÇÕES OPERACIONAIS UTILIZANDO AS ESFERAS DE VIDRO B.....	94

---

## LISTA DE SÍMBOLOS

$C$	concentração de partículas em termos de pixels em uma dada célula, $[M^0L^0T^0]$
$C_{média}$	concentração média em termos de pixels sobre todas as células, $[M^0L^0T^0]$
$C_D$	coeficiente de arraste, $[M^0L^0T^0]$
$d_{CI}$	diâmetro de um círculo inscrito à partícula, $[M^0L^1T^0]$
$d_{CC}$	diâmetro de um círculo circunscrito à partícula, $[M^0L^1T^0]$
$D$	diâmetro do tambor, $[M^0L^1T^0]$
$d$	diâmetro da partícula, $[M^0L^1T^0]$
$D_V$	diâmetro equivalente, $[M^0L^1T^0]$
$e_{SS}$	coeficiente de restituição, $[M^0L^0T^0]$
$f$	grau de preenchimento do tambor, $[M^0L^0T^0]$
$F_r$	número de Froude, $[M^0L^0T^0]$
$F_{rc}$	número de Froude crítico, $[M^0L^0T^0]$
$F_{c,ij}$	força de contato entre as partículas $i$ e $j$ , $[M^1L^1T^{-2}]$
$F_{n,ij}$	força de contato normal entre as partículas $i$ e $j$ , $[M^1L^1T^{-2}]$
$F_{t,ij}$	força de contato tangencial entre as partículas $i$ e $j$ , $[M^1L^1T^{-2}]$
$g$	aceleração da gravidade, $[M^0L^1T^{-2}]$
$g_{0,SS}$	função de distribuição radial, $[M^0L^0T^0]$



$I_i$	momento de inércia da partícula $i$ , $[M^1L^2T^0]$
$\bar{I}$	tensor unitário, $[M^1L^{-1}T^{-2}]$
$I_S$	intensidade ou índice de segregação, $[M^0L^0T^0]$
$I_{S0}$	índice de segregação inicial, $[M^0L^0T^0]$
$I_{Sf}$	índice de segregação final, $[M^0L^0T^0]$
$k_{\theta S}$	coeficiente de difusão da energia de flutuação granular, $[M^1L^{-1}T^{-1}]$
$k_{sf}$	coeficiente de troca de momentum entre as fases, $[M^1L^0T^{-1}]$
$k_{sf\_Ergun}$	coeficiente de troca de momentum entre as fases (equação de Ergun), $[M^1L^0T^{-1}]$
$k_{sf\_Wen\_Yu}$	coeficiente de troca de momentum entre as fases (equação de Wen e Yu), $[M^1L^0T^{-1}]$
$k$	taxa de mistura, $[M^0L^0T^{-1}]$
$k_M$	coeficiente de mola, $[M^1L^0T^{-2}]$
$L$	comprimento do tambor rotatório, $[M^0L^1T^0]$
$m$	massa, $[M^1L^0T^0]$
$m_i$	massa da partícula $i$ , $[M^1L^0T^0]$
$m_{eff}$	massa efetiva entre as partículas, $[M^1L^0T^0]$
$M_L$	índice de mistura de Lacey (1954), $[M^0L^0T^0]$
$M_P$	índice de mistura de Poole et al. (1964), $[M^0L^0T^0]$
$n_{ij}$	vetor unitário normal ao longo dos centros das partículas $i$ e $j$ , $[M^0L^0T^0]$
$N$	número total de células de mistura ocupadas por partículas, $[M^0L^0T^0]$
$P^S$	pressão de sólido, $[M^1L^{-1}T^{-2}]$
$P$	pressão, $[M^1L^{-1}T^{-2}]$
$P^f$	pressão friccional, $[M^1L^{-1}T^{-2}]$
$r$	posição radial na seção transversal do tambor, $[M^0L^1T^0]$
$r_p$	raio da partícula, $[M^0L^1T^0]$
$r_i$	vetor posição da partícula $i$ , $[M^0L^1T^0]$
$Re_r$	número de Reynolds relativo, $[M^0L^0T^0]$
$R$	raio do tambor rotatório, $[M^0L^1T^0]$
$t$	tempo, $[M^0L^0T^1]$

$u_i$	velocidade linear da partícula $i$ , [ $M^0 L^1 T^{-1}$ ]
$V$	volume, [ $M^3 L^0 T^0$ ]
$\vec{v}_f$	vetor velocidade da fase fluida, [ $M^0 L^1 T^{-1}$ ]
$\vec{v}_s$	vetor velocidade da fase sólida, [ $M^0 L^1 T^{-1}$ ]

### Símbolos gregos

$\alpha_f$	fração volumétrica da fase fluida, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\alpha_s$	fração volumétrica da fase sólida, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\alpha_{S,máx}$	limite máximo de empacotamento, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\alpha_{SC}$	fração volumétrica crítica para a contribuição friccional, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\beta$	ângulo de inclinação, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\beta_{fr}$	ângulo de fricção interna, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\gamma_{\theta S}$	termo dissipativo de energia de flutuação granular, [ $M^1 L^{-3} T^{-1}$ ]
$\delta$	deslocamento relativo entre as partículas, [ $M^0 L^1 T^0$ ]
$\varepsilon$	porosidade do leito de material, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\zeta$	razão de amortecimento, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\theta_s$	ângulo de repouso dinâmico do material, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\lambda_A$	coeficiente de amortecimento, [ $M^1 L^0 T^{-1}$ ]
$\lambda_{A,C}$	constante crítica de amortecimento, [ $M^1 L^0 T^{-1}$ ]
$\lambda$	parâmetro da Equação 4.3 (centrifugação), [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\lambda_I$	parâmetro da Equação 4.3 para a curva de ida (centrifugação), [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\lambda_D$	parâmetro da Equação 4.3 para a curva de volta (centrifugação), [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\lambda_S$	viscosidade granular <i>bulk</i> , [ $M^1 L^{-1} T^{-1}$ ]
$\mu_{p-w}$	coeficiente de atrito partícula-parede, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\mu_{p-w,c}$	coeficiente de atrito partícula-parede crítico, [ $M^0 L^0 T^0$ ]
$\mu_f$	viscosidade do fluido, [ $M^1 L^{-1} T^{-1}$ ]
$\mu_S$	viscosidade granular, [ $M^1 L^{-1} T^{-1}$ ]
$\mu_{S,col}$	viscosidade granular colisional, [ $M^1 L^{-1} T^{-1}$ ]

$\mu_{S, cin}$	viscosidade granular cinética, $[M^1 L^{-1} T^{-1}]$
$\mu_{S, fr}$	viscosidade granular friccional, $[M^1 L^{-1} T^{-1}]$
$\zeta$	função de transição entre os regime de Ergun e Wen-Yu, $[M^0 L^0 T^0]$
$\rho_f$	massa específica do fluido, $[M^1 L^{-3} T^0]$
$\rho_s$	massa específica do sólido, $[M^1 L^{-3} T^0]$
$\sigma^2$	variância da composição na mistura, $[M^0 L^0 T^0]$
$\sigma_{seg}^2$	variância da composição na mistura segregada, $[M^0 L^0 T^0]$
$\sigma_{mix}^2$	variância da composição na mistura aleatória, $[M^0 L^0 T^0]$
$\bar{\bar{\tau}}_f$	tensor tensão da fase fluida, $[M^1 L^{-1} T^{-2}]$
$\bar{\bar{\tau}}_s$	tensor tensão da fase sólida, $[M^1 L^{-1} T^{-2}]$
$\tau$	parâmetro da Equação 4.3 (centrifugação), $[M^0 L^0 T^0]$
$\tau_I$	parâmetro da Equação 4.3 para a curva de ida (centrifugação), $[M^0 L^0 T^0]$
$\tau_D$	parâmetro da Equação 4.3 para a curva de volta (centrifugação), $[M^0 L^0 T^0]$
$\phi_{fs}$	termo de geração de energia de flutuação granular, $[M^1 L^{-3} T^{-1}]$
$\psi_s$	temperatura granular, $[M^0 L^0 T^0]$
$\omega$	velocidade angular de rotação do tambor, $[M^0 L^0 T^{-1}]$
$\omega_C$	velocidade angular crítica de rotação do tambor, $[M^0 L^0 T^{-1}]$
$\omega_i$	velocidade angular da partícula $i$ , $[M^0 L^0 T^{-1}]$
$\phi$	esfericidade média das partículas, $[M^0 L^0 T^0]$

---

# SUMÁRIO

Resumo.....	i
Abstract.....	ii
Lista de Figuras.....	iii
Lista de Tabelas.....	viii
Lista de Símbolos.....	x
<b>1 Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>5</b>
2.1 Abordagem Experimental.....	5
2.1.1 O Tambor Rotatório e a Transição entre os Diferentes Regimes de Escoamento ..	5
2.1.2 Fenômeno de Segregação e Mistura de Partículas .....	12
2.2 Abordagem Numérica.....	19
2.2.1 Modelagem Euleriana do Escoamento Granular – Fluidodinâmica Computacional ( <i>CFD</i> ) .....	20
2.2.2 Modelagem Lagrangeana do Escoamento Granular – Método dos Elementos Discretos ( <i>DEM</i> ) .....	26
<b>3 Materiais e Métodos .....</b>	<b>32</b>
3.1 Unidade Experimental do Tambor Rotatório .....	32
3.2 Metodologia Experimental .....	34
3.2.1 Transição entre os Diferentes Regimes de Escoamento .....	34
3.2.2 Medida dos Perfis Radiais de Velocidade de Partículas .....	37
3.2.3 Mistura e Segregação de Partículas em um Tambor Rotatório .....	39
3.3 Metodologia numérica.....	42
3.3.1 Modelagem Euleriana ( <i>CFD</i> ).....	42

3.3.1.1	Investigação da Viscosidade Granular .....	43
3.3.1.2	Investigação da Força de Arraste .....	45
3.3.1.3	Simulação Euleriana Trifásica do Fenômeno de Mistura e Segregação em um Tambor Rotatório.....	47
3.3.1.4	Condições Numéricas utilizadas nas Simulações Eulerianas .....	49
3.3.2	Modelagem Lagrangeana ( <i>DEM</i> ).....	50
3.3.2.1	Calibração dos Principais Parâmetros da Metodologia <i>DEM</i> .....	50
3.3.2.2	Verificação da Calibração da Metodologia <i>DEM</i> .....	52
3.3.2.3	Utilização do Modelo Calibrado em um Caso de Escalonamento .....	53
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussões .....</b>	<b>55</b>
4.1	Fenômeno de Transição entre os Diferentes Regimes .....	55
4.1.1	Investigação da Transição entre os Regimes Rolamento-Cascadeamento .....	56
4.1.2	Investigação da Transição entre os Regimes Catarateamento-Centrifugação .....	59
4.2	Aplicação da Modelagem no Estudo da Dinâmica de Partículas em Tambores Rotatórios .....	63
4.2.1	Investigação da Viscosidade Granular na Modelagem Euleriana .....	63
4.2.2	Investigação da Força de Arraste na Modelagem Euleriana .....	69
4.3	Mistura e Segregação de Partículas.....	76
4.3.1	Análise Qualitativa do Fenômeno de Segregação em Tambores Rotatórios .....	76
4.3.2	Análise Quantitativa do Fenômeno de Segregação em Tambores Rotatórios .....	83
4.3.3	Abordagem Euleriana no Estudo da Mistura e Segregação em um Tambor Rotatório .....	88
4.4	Calibração e Validação do Método dos Elementos Discretos ( <i>DEM</i> ).....	90
4.4.1	Influência do Coeficiente de Atrito e da Razão de Amortecimento sobre o Ângulo de Repouso Dinâmico Simulado .....	90
4.4.2	Avaliação da Calibração Utilizada nas Simulações <i>DEM</i> para Diferentes Condições Operacionais .....	92
4.4.3	Aplicação do Modelo <i>DEM</i> Calibrado em um Caso de Escalonamento .....	96
<b>5</b>	<b>Conclusões e Sugestões .....</b>	<b>103</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>109</b>
	<b>Apêndice A</b> Valores Numéricos dos Resultados Apresentados na forma Gráfica .....	<b>120</b>
	<b>Apêndice B</b> Artigos oriundos da Tese Publicados em Periódicos Internacionais .....	<b>157</b>

---

# CAPÍTULO 1

---

## Introdução



escoamento granular ou a dinâmica de partículas tem um papel importante em muitos processos industriais e uma melhor compreensão acerca de seu comportamento é essencial para questões de projeto e otimização. Dentre outros equipamentos que envolvem escoamentos granulares, destaca-se o tambor rotatório, largamente utilizado em processos tais como, granulação (Ramachandran et al., 2008; Xue et al., 2014), mistura (Marigo et al., 2012; Florian et al., 2014), moagem (Metzger e Glasser, 2013), fermentação (Lu et al., 2013), secagem (Geng et al., 2011; Silva et al., 2012; Silvério et al., 2014) e recobrimento (Suzzi et al., 2012; Just et al., 2013).

O uso generalizado de tambores rotatórios em diferentes ramos industriais deve-se, além da simplicidade em seu *design*, à sua capacidade de lidar com partículas contendo uma larga faixa de distribuição granulométrica e diferenças significativas nas suas propriedades físicas. No entanto, a eficiência dos tambores rotatórios, a depender do processo em questão, é altamente influenciada pelo movimento granular em seu interior o qual, por sua vez, está relacionado às taxas de transferência de energia, massa e quantidade de movimento.

Apesar de possuir uma geometria relativamente simples, muitos estudos em tambores rotatórios tem se concentrado nas complexas interações partícula-partícula e partícula-parede no interior deste equipamento, as quais, a depender das condições operacionais e propriedades físicas dos materiais particulados, podem ocasionar o surgimento de diferentes regimes de escoamento (Mellmann, 2001; Liu et al., 2005; Dubé et al., 2013).

A maioria destes regimes tem sido investigados por diversos pesquisadores, principalmente o regime de rolamento (Boateng e Barr, 1997; Ding et al., 2001; Santomaso et al., 2003; Chou et al., 2010; Huang et al., 2012; Chou e Hsiau, 2012; Demagh et al., 2012; Santos et al., 2013; Dubé et al., 2013), embora a literatura apresente um restrito número de trabalhos dedicados ao fenômeno de transição entre os regimes (Watanabe, 1999; Mellmann, 2001; Juarez et al., 2011).

Embora algumas expressões para a velocidade de rotação crítica do tambor tenham sido propostas, o fenômeno de transição entre os diferentes regimes de escoamento, como uma função, além das condições operacionais, das propriedades físicas dos materiais particulados, não foi ainda sistematicamente investigado.

Além disto, quando partículas ou grãos contendo diferentes propriedades físicas são postas em movimento no interior do tambor, elas podem apresentar uma característica segregativa. Segundo Ottino e Khakhar (2000), o processo de mistura de materiais granulares é, indiscutivelmente, importante, visto que, as formulações industriais são normalmente multicomponentes necessitando de várias etapas de mistura e que, invariavelmente, requerem a solução dos graves problemas relacionados à segregação.

Decisões de projetos e operacionais, na maioria dos processos desenvolvidos em tambores rotatórios, inclusive atualmente nas indústrias, são, rotineiramente, feitas sem uma compreensão fundamental dos fenômenos de mistura e segregação, baseados em julgamentos pessoais ao invés de científicos. O problema de segregação afeta negativamente a qualidade dos processos, como, por exemplo, o de secagem, visto que diminui o contato efetivo entre as fases envolvidas, o que é essencial para alcançar maiores taxas de transferência de massa e energia.

Paralelamente aos estudos experimentais, as simulações numéricas surgem como uma ferramenta complementar na investigação dos escoamentos granulares com o intuito de superar as limitações impostas por questões de segurança nos processos e de custo na confecção de equipamentos.

As duas principais abordagens numéricas para o tratamento de escoamentos que envolvem partículas são a aproximação Euleriana e a aproximação Lagrangeana. Na abordagem Euleriana as fases são tratadas, independente de sua estrutura física, como interpenetrantes e contínuas, sendo as equações diferenciais que regem a transferência de massa, energia e quantidade de movimento, resolvidas numericamente sobre uma “estrutura” Euleriana fixa no domínio de cálculo de interesse.

As principais etapas para o desenvolvimento de uma modelagem Euleriana adequada ao escoamento de interesse, normalmente omitidas em algumas investigações, são a verificação do modelo de viscosidade granular, o qual modela a interação partícula-partícula, e do modelo de arraste, o qual conecta as fases sólido-fluido.

Já na abordagem Lagrangeana, cada partícula pertencente ao sistema é acompanhada, individualmente, com a consequente aplicação transiente do balanço de forças, levando em consideração as interações com as demais partículas através de leis de contato. A maioria das simulações utilizando *DEM* (*Discrete Element Method*) se restringem ao emprego de partículas esféricas principalmente devido ao alto custo computacional (Sakaguchi et al., 2001; Luding, 2008; Laurent e Cleary, 2012; Marigo et al., 2012; Liu et al., 2013; Alizadeh et al., 2014), embora a maioria dos materiais granulares industriais se distancie significativamente da forma de uma esfera perfeita.

Com relação à determinação dos principais parâmetros pertencentes à modelagem *DEM*, Just et al. (2013) afirmaram que, os valores destes parâmetros (coeficiente de atrito, coeficiente de amortecimento etc.) obtidos experimentalmente não descrevem de forma satisfatória o movimento granular simulado em um tambor rotatório, sendo necessária uma calibração dos respectivos parâmetros *DEM* através de uma análise de sensibilidade numérica.

Vários aspectos relacionados à dinâmica de partículas no interior de tambores rotatórios têm sido estudados, tanto por meio de experimentos quanto por meio de simulações, embora os principais mecanismos não sejam ainda completamente entendidos.

Com base no exposto, esta tese possui como objetivo principal o estudo, através de técnicas experimentais e computacionais, dos principais mecanismos que regem a dinâmica de partículas no interior de um tambor rotatório. Como objetivos específicos, destacam-se os seguintes:



- ❖ Investigação do fenómeno de transição entre os regimes de escoamento em um tambor rotatório sob diferentes condições operacionais e utilizando materiais com diferentes propriedades físicas;
- ❖ Determinação dos modelos de viscosidade granular e de coeficiente de troca de quantidade de movimento adequados para o emprego da modelagem Euleriana na previsão dos principais mecanismos do escoamento granular em um tambor rotatório;
- ❖ Caracterização dos fenómenos de mistura e segregação envolvidos em uma mistura binária contendo partículas de diferentes diâmetros e massas específicas;
- ❖ Aplicação da metodologia Lagrangeana no escoamento granular em um tambor rotatório através de uma calibração dos principais parâmetros do modelo por meio de um Planejamento Composto Central, verificação da calibração sob diferentes condições operacionais e utilização do modelo Lagrangeano calibrado em um caso de escalonamento de processo.

---

# CAPÍTULO 2

---

## Revisão Bibliográfica



este capítulo é apresentado, de forma a contextualizar a sua importância tanto no meio acadêmico quanto no industrial, o tambor rotatório juntamente com os principais fenômenos que regem o escoamento de partículas em seu interior: transição entre os diferentes regimes de escoamento, formação de camada ativa e passiva e segregação e mistura de partículas. Serão abordadas, também, as principais aproximações ou metodologias numéricas utilizadas na modelagem do escoamento granular deste equipamento.

### **2.1 Abordagem Experimental**

#### **2.1.1 O Tambor Rotatório e a Transição entre os Diferentes Regimes de Escoamento**

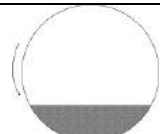

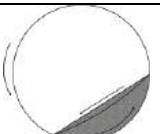

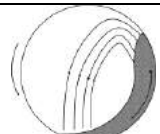

Dependendo de algumas características geométricas (diâmetro e comprimento do tambor), condições operacionais (grau de preenchimento e velocidade de rotação do tambor) e propriedades físicas dos materiais particulados (tamanho, forma e propriedades friccionais), o leito de material no interior de um tambor rotatório pode apresentar diferentes regimes de

escoamento, a saber, deslizamento, avalanche ou caimento, rolamento, cascadeamento, catarateamento e centrifugação, cada qual com propriedades intrínsecas o que aumenta ainda mais a complexidade em seu estudo.

Mellmann (2001) apresenta uma revisão geral sobre os diferentes tipos de regimes de escoamento de sólidos no interior de tambores rotatórios, com o posterior desenvolvimento de modelos matemáticos analíticos com o intuito de prever a transição entre as diferentes formas de movimentos transversais como uma função do grau de preenchimento do tambor ( $f$ ), do número de Froude ( $F_r$ ) e do coeficiente de atrito partícula-parede ( $\mu_{p-w}$ ).

Os seguintes regimes foram, por ele, classificados de acordo com as faixas de número de Froude (Tabela 2.1):

Tabela 2.1: Principais regimes de escoamento em um tambor rotatório [modificado de Mellmann (2001)].

Regimes	Deslizamento	Avalanche	Rolamento	Cascadeamento	Catarateamento	Centrifugação		
Esquemas								
Faixa de Froude [-]	$0 < F_r < 10^{-4}$	$10^{-5} < F_r < 10^{-3}$	$10^{-4} < F_r < 10^{-2}$	$10^{-3} < F_r < 10^{-1}$	$0,1 < F_r < 1$	$F_r \geq 1$		
Faixa de preenchimento [-]	$f < 0,1$	$f < 0,1$	$f > 0,1$		$f > 0,2$			
Condição de atrito na parede [-]	$\mu_{p-w} < \mu_{p-w,c}$	$\mu_{p-w} > \mu_{p-w,c}$						
Aplicação	Não utilizado	Granuladores, secadores, resfriadores, misturadores, etc.			Moinhos de bola	Não utilizado		

Vale à pena ressaltar que, segundo Mellmann (2001), estas faixas de número de Froude são apenas formas de orientação quanto à transição entre os regimes, visto que as mesmas são dependentes das propriedades físicas do material particulado utilizado ocorrendo, em alguns casos, a superposição.

Como declarado por Blumberg e Schlünder (1996), uma análise quantitativa dos contornos de transição entre os diferentes regimes de escoamento pode ser realizada por meio da utilização do número de Froude. O número de Froude ( $F_r$ ) é um adimensional definido como sendo a razão entre as forças centrífuga e gravitacional e pode ser representado através da Equação 2.1 a seguir, sendo  $\omega$ ,  $R$  e  $g$  a velocidade de rotação do tambor, o raio do tambor e a aceleração gravitacional, respectivamente:

$$F_r = \frac{\omega^2 R}{g} \quad (2.1)$$

Os regimes de “avalanche”, rolamento e cascadeamento são os regimes com maiores aplicabilidades em processos industriais, tais como, mistura, granulação, secagem e recobrimento, enquanto que o regime de catarateamento é, principalmente, utilizado em processos de moagem. Por outro lado, os regimes de deslizamento e centrifugação não possuem aplicação prática e, desta forma, devem ser evitados (Henein et al., 1983; Mellmann, 2001; Santomaso et al., 2003).

As principais características dos diferentes regimes de escoamento em um tambor rotatório são elucidadas a seguir (Blumberg e Schlünder, 1996; Mellmann, 2001; Liu et al., 2005; Juarez et al., 2011):

**Regime de deslizamento:** Baixas velocidades de rotação combinadas com uma parede lisa do tambor, ou seja, quando o coeficiente de atrito partícula-parede ( $\mu_{p-w}$ ) é menor do que um coeficiente de atrito mínimo necessário para a aderência das partículas à parede do tambor ( $\mu_{p-w,c}$ ), podem induzir ao surgimento do regime de deslizamento. Este regime é caracterizado por um leito estático de material deslizando sobre a parede do tambor, sendo que, nenhum grau de mistura do material particulado é alcançado.

**Regime de avalanche ou caimento:** À medida que a velocidade de rotação do tambor ou a rugosidade da parede aumenta, o regime de “avalanche” surge como uma combinação de um movimento ascendente seguido de um movimento descendente do material particulado, o qual se repete periodicamente. Neste regime, o leito de material é carregado pela parede do tambor, comportando-se como um corpo rígido, até alcançar um ângulo de repouso dito superior e, então, ocorre uma avalanche do material até que um ângulo de repouso inferior seja atingido.

Liu et al. (2005) investigaram os efeitos da velocidade de rotação, do grau de preenchimento e das dimensões do tambor sobre os ângulos de repouso superior e inferior. Eles concluíram que, dentre as variáveis estudadas apenas as dimensões do tambor descritas como a razão entre o diâmetro da partícula e o diâmetro do tambor ( $d/D$ ) tiveram efeitos significativos sobre ambos os ângulos de repouso, sendo que estes ângulos aumentaram com o aumento da razão de diâmetros.

Quanto à transição entre os regimes avalanche-rolamento, Ding et al. (2002) apresentaram modelos matemáticos teóricos com base no tempo de *turnover*, definido como sendo o tempo requerido pelo tambor para girar todo o leito de partículas uma vez em seu interior. Os resultados previstos por este tipo de modelagem mostraram-se satisfatórios quando comparados com dados experimentais reportados na literatura.

**Regime de rolamento:** Em maiores velocidades de rotação, o intervalo de tempo entre os ângulos de repouso superior e inferior, do regime de “avalanche”, torna-se pequeno e o escoamento apresenta uma certa “continuidade”, transicionando, desta forma, para o regime de rolamento. Este tipo de regime é caracterizado por um fluxo uniforme, sendo que as partículas rolam sobre uma superfície aproximadamente plana, apresentando uma inclinação constante (ângulo de repouso do material). Observa-se aqui, um elevado grau de mistura do leito de partículas, possibilitando condições favoráveis ao transporte de calor e massa, sendo, por isto, desejado em vários processos industriais (Dubé et al., 2013; Ding et al., 2001).

No regime de rolamento, o leito de material pode ser dividido em duas regiões distintas: região passiva, próxima à parede do tambor, onde as partículas se movimentam mais lentamente, como um corpo sólido, somente devido à rotação do tambor (movimento difusivo), e uma região ativa, encontrada próxima à superfície do leito de material, caracterizada por um constante movimento convectivo possuindo, conseqüentemente, maiores valores de velocidade de partículas (Figura 2.1). Os principais mecanismos físicos envolvidos em processos industriais, tais como, mistura e segregação, transferência de calor e massa, dentre outros, ocorrem, principalmente, na região ativa (Rajchenbach, 1990; Chou e Hsiau, 2012).

Nota-se através da Figura 2.1, a existência de um ponto de inflexão no perfil radial de velocidade de partículas (interface ativa-passiva), onde ocorre a inversão no sentido do escoamento granular devido ao movimento da parede do tambor. Próximo desta região, as velocidades das partículas são aproximadamente nulas, apresentando um movimento de vórtices. A distância entre a interface ativa-passiva e a superfície do material caracteriza a espessura da camada ativa (Boateng e Barr, 1997; Demagh et al., 2012; Santos et al., 2013; Santos et al., 2015).

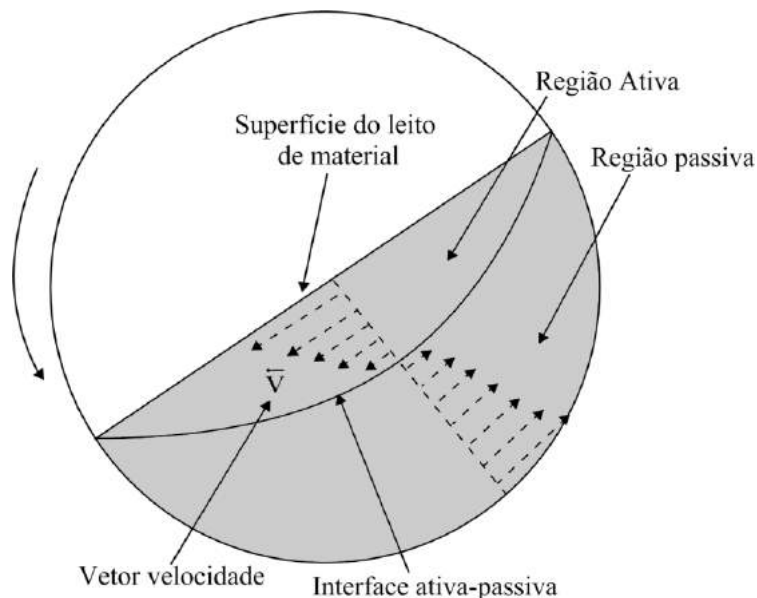


Figura 2.1: Regiões ativa e passiva no plano transversal de um tambor rotatório operando no regime de rolamento.

**Regime de cascadeamento:** Com um maior aumento da velocidade de rotação, uma superfície curvada, em forma de “S”, começa a se desenvolver sobre o leito de material, correspondendo, desta forma, à transição para o regime de cascadeamento. Em maiores velocidades, a curvatura da superfície do leito torna-se mais intensa apresentando um formato do tipo “feijão”.

De acordo com Blumberg e Schlünder (1996), a transição rolamento-cascadeamento é fortemente dependente, dentre outras propriedades, do tamanho das partículas. Os autores concluíram que, quanto maior o diâmetro da partícula, maior a velocidade de rotação necessária para ocorrer a transição para o regime de cascadeamento.

**Regime de catarateamento:** Aumentando-se, ainda mais, a velocidade de rotação do tambor, o regime de cascadeamento torna-se tão pronunciado que partículas individuais começam a serem lançadas do leito de material para o espaço vazio do tambor. Este processo caracteriza a transição para o regime de catarateamento. Com um aumento mais pronunciado da velocidade de rotação, o número de partículas lançadas e o comprimento das trajetórias das mesmas aumentam até a formação de um verdadeiro “véu” de partículas ao longo do diâmetro do tambor.

Um critério de transição entre os regimes de cascadeamento-atarateamento, o qual necessita do cálculo da trajetória das partículas, foi proposto por Heinen et al. (1983). Neste

critério, é adotada a suposição de que as partículas lançadas do ápice do leito caem no ponto médio da superfície de material ou além deste.

Mellmann (2001) desenvolveu um modelo matemático de transição, tanto para condições de baixo grau de preenchimento do tambor, como função apenas do coeficiente de atrito partícula-parede, quanto para alto grau de preenchimento do tambor, neste caso, função do grau de preenchimento e do ângulo de repouso dinâmico do material. Segundo o autor, quanto menor o ângulo de repouso dinâmico do material, maior o grau de preenchimento necessário para alcançar o regime de catarateamento.

**Regime de centrifugação:** De acordo com Watanabe (1999), a velocidade de rotação crítica para a transição catarateamento-centrifugação pode ser definida de duas maneiras distintas: a velocidade crítica é alcançada quando todas as partículas se aderem à parede do tambor formando um único anel (Figura 2.2a); por outro lado, a velocidade crítica de centrifugação é definida como aquela na qual apenas a camada mais externa do leito de material forma um anel (Figura 2.2b).

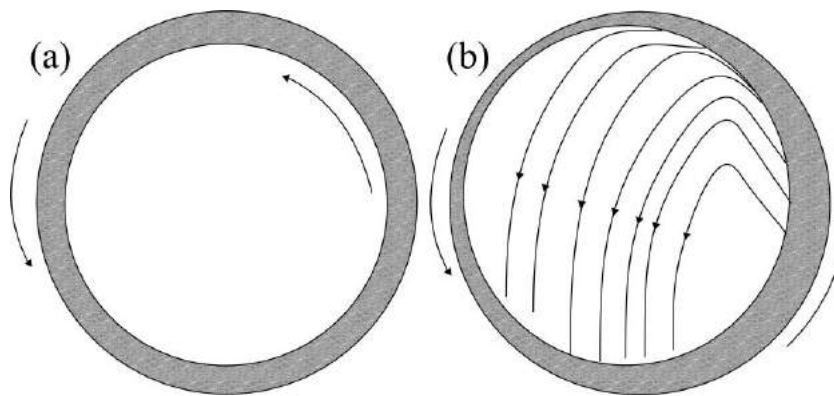


Figura 2.2: Diferentes definições para a transição catarateamento-centrifugação – (a) todas as partículas formam um anel; (b) apenas a camada mais externa de partículas do leito de material forma um anel.

Baseando-se na definição de centrifugação retratada na Figura 2.2a, diferentes expressões foram desenvolvidas, ao longo das últimas décadas, a fim de prever a transição entre os regimes catarateamento-centrifugação (Tabela 2.2).

Na mecânica clássica, o equilíbrio de forças é alcançado quando o número de Froude se iguala ao valor unitário ( $F_r = 1$ ) e a correspondente velocidade de rotação é conhecida como velocidade crítica de rotação para centrifugação ( $\omega_c$ ) (Equação 2.2 da Tabela 2.2).

Tabela 2.2: Diferentes modelos para a previsão da transição catarateamento-centrifugação.  
Mecânica Clássica

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad (2.2)$$

Rose e Sullivan (1957)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{2g}{2R - 2r_p}} \quad (2.3)$$

Walton e Braun (1993)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sin(\theta_s)}} \quad (2.4)$$

Ristow (1998)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sqrt{1-f}}} \quad (2.5)$$

Watanabe (1999)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sin(\theta_s) \sqrt{1-f}}} \quad (2.6)$$

Juarez et al. (2011)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g(1 - \rho_f / \rho_s)}{R \sin(\theta_s) \sqrt{1-f}}} \quad (2.7)$$

A Equação 2.2 é função apenas da geometria do tambor e não leva em consideração nem as propriedades físicas das partículas nem outras condições operacionais, como por exemplo, o grau de preenchimento do tambor.

Outros autores propuseram modificações da equação teórica a fim de adaptá-la para diferentes materiais, como por exemplo, Rose e Sullivan (1957) introduziram um fator de tamanho das partículas, representado pelo raio ( $r_p$ ), enquanto Walton e Braun (1993) levaram em consideração um fator que caracteriza o comportamento das partículas frente a um escoamento, representado pelo ângulo de repouso do material particulado ( $\theta_s$ ) (Tabela 2.2).

Como constatado por alguns autores (Ristow, 1998; Watanabe, 1999; Mellmann, 2001), a velocidade crítica de rotação (determinada teoricamente pelo número de Froude) depende, significativamente, do grau de preenchimento do tambor, ao contrário do comumente aceito pela teoria a qual declara que a velocidade de rotação crítica é uma função somente do diâmetro do tambor e da gravidade local. Esta velocidade crítica, na verdade, aproxima-se, assintoticamente, do valor obtido teoricamente (fazendo-se  $F_r = 1$ ), à medida que o grau de preenchimento do tambor aproxima-se de 100% (porcentagem em termos volumétricos).



Juarez et al. (2011) estudaram, por meio de experimentos e simulações numéricas, o efeito do diâmetro de partículas, grau de preenchimento e diferentes características de fluidos intersticiais sobre a velocidade crítica de centrifugação. Baseando-se em um sistema granular imerso em um fluido, os autores propuseram uma modificação da expressão para a velocidade crítica de rotação levando em consideração as massas específicas das fases sólida ( $\rho_s$ ) e líquida ( $\rho_f$ ) (Equação 2.7).

Embora muitas expressões para a previsão da transição catarateamento-centrifugação tenham sido reportadas na literatura baseando-se na definição ilustrada na Figura 2.2a, poucas são as investigações levando a definição da Figura 2.2b em consideração.

Visto que, a condição em que algumas partículas já se encontram aderidas à parede do tambor já influi, diretamente, na eficiência do processo, sendo que estas partículas não estão mais participando do processo em si, uma investigação acerca de quando se dá esta transição, em função das propriedades das partículas, além das condições operacionais, mostra-se de suma importância e praticidade. Logo, este, dentre outros assuntos, faz parte das investigações que serão apresentadas nos tópicos que seguem.

### 2.1.2 Fenômeno de Segregação e Mistura de Partículas

De acordo com Fan et al. (1970), os aspectos importantes de uma mistura de sólidos podem ser resumidos através das seguintes perguntas: O que é uma mistura homogênea? Como saber se um sistema contendo diferentes partículas está satisfatoriamente misturado? Como uma mistura homogênea pode ser preparada, eficiente e economicamente?

Uma mistura é perfeita se qualquer amostra, de qualquer tamanho, que se retire dela tiver sempre exatamente a mesma composição. Infelizmente tais misturas não existem, só sendo teoricamente possíveis com meios contínuos, já que a redução sucessiva do tamanho da amostra retirada de um meio descontínuo (como em uma mistura de partículas sólidas) conduzirá, inevitavelmente, a um ponto em que a amostra conterá uma só partícula. Acresce que, amostras menores do que a menor partícula na mistura não são possíveis, e, portanto, o tamanho da amostra também tem um limite inferior (Coelho, 2007).

Misturas contendo partículas com diferentes propriedades físicas são particularmente propensas à segregação quando postas em movimento, visto que, as partículas dos vários

componentes da mistura não reagem da mesma forma às forças externas impostas ao sistema (Coelho, 2007; Bridgwater, 2012).

O grau de mistura<sup>1</sup> e a taxa de mistura<sup>2</sup>, além da ocorrência ou não da segregação, são funções de muitas variáveis relacionadas com o material a ser misturado e com as condições de operação do equipamento. As variáveis podem ser agrupadas da seguinte forma (Fan et al., 1970):

### ***Características dos sólidos:***

- 1) Distribuição de tamanho das partículas;
- 2) Forma das partículas e características das superfícies;
- 3) Densidade *bulk* e massa específica das partículas;
- 4) Conteúdo de umidade do material;
- 5) Ângulo de repouso do material;
- 6) Coeficiente de atrito das partículas;
- 7) Friabilidade do material;
- 8) Estado de aglomeração do material;
- 9) Fluidez do material.

### ***Características do equipamento misturador:***

- 1) Dimensões e geometria do misturador;
- 2) Dimensões do agitador;
- 3) Material de construção e acabamento das superfícies;
- 4) Tipo, local e número de dispositivos de carga e descarga.

### ***Condições operacionais:***

- 1) Peso de cada componente adicionado à mistura;
- 2) Grau de preenchimento do equipamento com o material (em termos volumétricos);
- 3) Método, sequência e taxa da adição dos componentes;
- 4) Velocidade do misturador ou de agitação;
- 5) Tempo de mistura.

Cada uma destas características dos sólidos podem, sob certas circunstâncias, levar à segregação, porém, todas as evidências disponíveis mostram que a diferença de tamanho é, indiscutivelmente, a mais importante (Williams, 1976).

<sup>1</sup>grau de mistura: estado da mistura atual com relação à mistura completa ideal na escala de mistura considerada.

<sup>2</sup>taxa de mistura: velocidade com que um determinado grau de mistura é alcançado.

O conhecimento dos mecanismos de mistura, das características do material a ser misturado e das características do tipo de misturador, é essencial para o preparo de uma mistura homogênea adequada. Sendo assim, os principais mecanismos envolvidos no processo de mistura, comumente reportados na literatura (Fan et al., 1970; Poux et al., 1991; Bridgwater, 2012), podem ser descritos, resumidamente, como:

**Convecção:** caracterizado pela homogeneização devido ao movimento de grupos de partículas (*clumps*) de uma zona para outra dentro da mistura, possibilitando, desta forma, uma mistura em larga escala;

**Difusão:** cuja homogeneização é realizada pelo movimento de partículas individuais as quais são, frequentemente, distribuídas de uma camada de maior movimento para uma camada de menor movimento, desenvolvendo, assim, uma mistura em pequena escala;

**Cisalhamento:** é também conhecido como difusão-convecção, pois pode ser visto como uma combinação entre os mecanismos anteriores. Uma ação mecânica deve ser imposta e a mistura ocorre pelo deslizamento de planos de partículas no interior da mistura.

Existem diferentes formas de geometrias utilizadas nos equipamentos disponíveis para mistura de materiais granulares e pós. Estes equipamentos são classificados em duas classes principais a depender da forma como a mistura é realizada e de quais mecanismos de mistura encontram-se envolvidos, apesar de que, em alguns equipamentos, todos os mecanismos podem atuar simultaneamente ou prevalecer em algum momento do processo (Coelho, 2007; Bridgwater, 2012):

**Misturadores Difusivos:** Neste caso, a carcaça do misturador é móvel e gira em torno de um eixo, sendo que o material particulado é posto em movimento devido à parede interna do equipamento. Os principais mecanismos de mistura neste tipo de equipamento são o difusivo e o cisalhante. Normalmente podem ser introduzidos dispositivos adicionais, presos à parede do equipamento, a fim de melhorar a eficiência de mistura (por exemplo, “*flights*”). Alguns exemplos destes equipamentos são: tambores rotatórios (Figura 2.3a), duplo cone (Figura 2.3b) e misturadores do tipo “V” ou “Y” (Figura 2.3c);

**Misturadores Convectivos:** Por outro lado, alguns equipamentos possuem sua carcaça fixa, sendo que o material é misturado pela ação do movimento de pás ou pela injeção de ar, através do mecanismo convectivo. Exemplos deste tipo são: misturador nauta (Figura 2.3d), leito de jorro (Figura 2.3e) e misturador de hélice (*ribbon blender*) (Figura 2.3f).

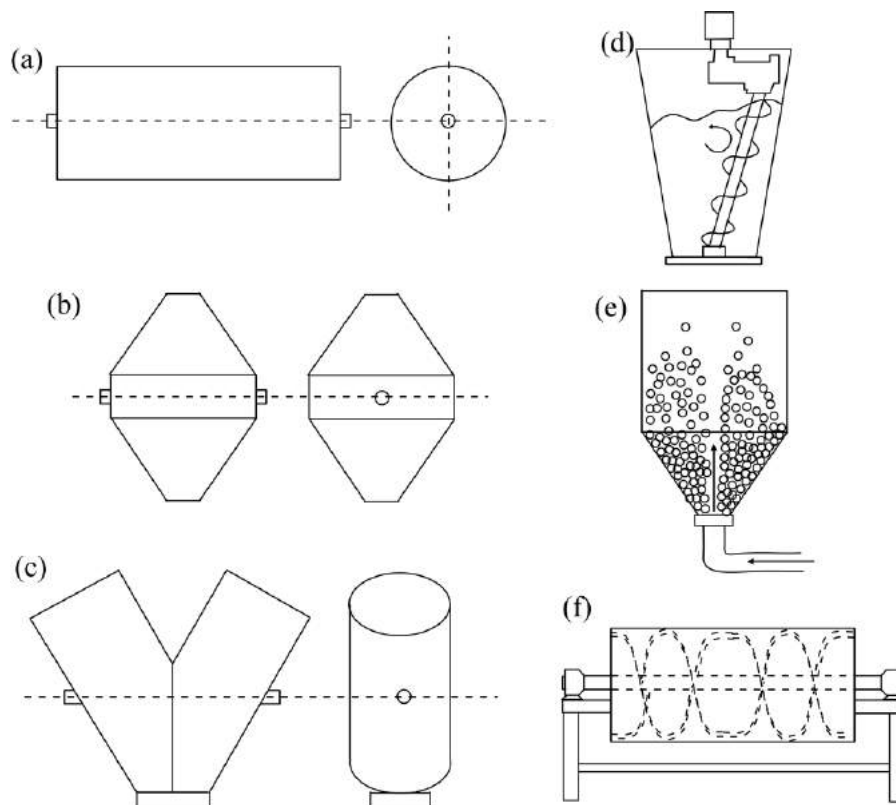


Figura 2.3: Ilustração de alguns tipos de misturadores difusivos – (a) tambor rotatório; (b) duplo cone; (c) misturador tipo “V” ou “Y” – e convectivos – (d) misturador nauta; (e) leito de jorro; (f) misturador de hélice (modificado de Bridgwater, 2012).

A função de um misturador é a de produzir uma mistura o mais aleatória possível enquanto que as partículas tendem a resistir por meio da segregação. O resultado é um equilíbrio entre a mistura e a segregação, estabelecendo um limite para a qualidade da mistura que pode ser alcançado. Desta forma, a eficiência de um misturador pode ser avaliada, não só pelo tempo necessário para se atingir a mistura de equilíbrio, mas, também, pelo grau de mistura que, em equilíbrio, se obtém (Williams, 1976; Coelho, 2007).

Poux et al. (1991) apresentam uma visão geral sobre os diferentes tipos de equipamentos empregados no processo de mistura, abordando questões tais como: aplicação, limitação, capacidade de processamento de material, tempo de mistura, dentre outras.

Para a quantificação da eficiência ou intensidade de mistura, diferentes índices foram desenvolvidos e reportados na literatura, embora não exista, ainda, um índice que consiga representar, de forma generalizada, todas as características de uma mistura de sólidos (Bhattacharya, 2011).

O índice de Lacey (1954) representa a razão entre o grau de mistura atingido em um determinado processo de mistura e a máxima mistura possível neste processo (Equação 2.8):

$$M_L = \frac{\sigma_{seg}^2 - \sigma^2}{\sigma_{seg}^2 - \sigma_{mix}^2} \quad (2.8)$$

sendo,  $\sigma^2$ ,  $\sigma_{seg}^2$  e  $\sigma_{mix}^2$  a variância da composição das amostras retiradas da mistura atual, a variância no caso de total segregação e a variância no caso de uma mistura aleatória, respectivamente. Nota-se que,  $M_L = 0$  para um sistema totalmente segregado e  $M_L = 1$  para um sistema contendo uma mistura aleatória.

A Equação 2.9 representa o índice de mistura descrito por Poole et al. (1964), sendo que, neste caso,  $M_p = 1$  para uma mistura aleatória e este valor aumenta à medida que a qualidade da mistura diminui.

$$M_p = \frac{\sigma^2}{\sigma_{mix}^2} \quad (2.9)$$

Uma lista abrangente dos diferentes índices utilizados na caracterização de misturas pode ser encontrada em Fan et al. (1970). O índice de mistura, aqui utilizado, no intuito de investigar o fenômeno de mistura e segregação em um tambor rotatório, será descrito no Capítulo 3, seção 3.2.3.

## Segregação e Mistura em Tambores Rotatórios

Quando partículas contendo diferentes tamanhos, formas, massas específicas, rugosidades superficiais ou elasticidades são colocadas em movimento no interior de um tambor rotatório, elas tendem a apresentar um comportamento segregativo. Estas misturas contendo partículas de diferentes propriedades físicas podem desenvolver, a depender das condições operacionais, duas diferentes formas de segregação, como ilustrado na Figura 2.4: segregação axial e segregação radial (Huang et al., 2013a).

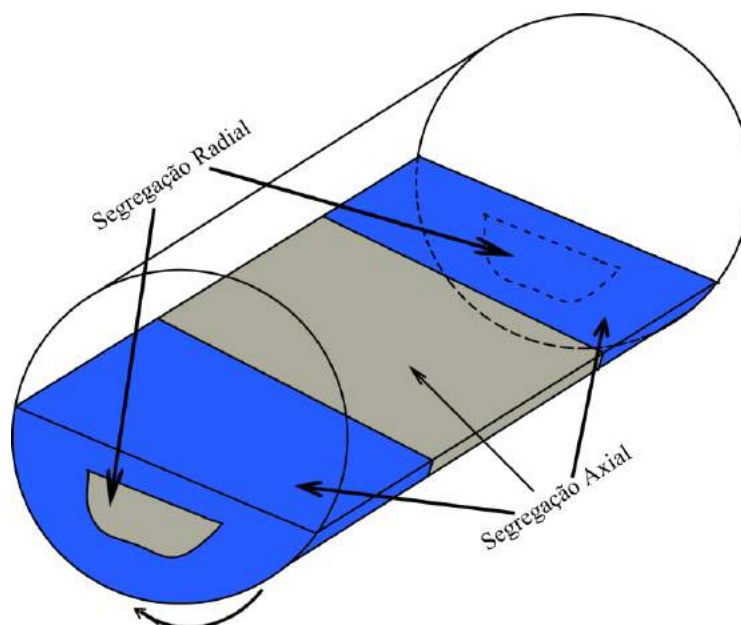


Figura 2.4: Ilustração do fenômeno de segregação (segregação radial e segregação axial) em um tambor rotatório.

**Segregação radial:** No caso da segregação radial, as partículas de um determinado tipo (normalmente as menores ou as mais densas) tendem a se concentrarem, rapidamente, no centro do leito de material formando um verdadeiro núcleo com as demais partículas (normalmente as maiores ou as menos densas) concentradas na periferia ao redor deste núcleo. O principal mecanismo neste tipo de segregação, devido à diferença de tamanhos, é o mecanismo de percolação. A percolação é, essencialmente, um mecanismo de preenchimento de vazios facilitado pelo movimento relativo das partículas e atua como uma filtragem das partículas menores através dos interstícios das partículas maiores. Por outro lado, o mecanismo relacionado à segregação devido à diferença de massa específica é denominado de estratificação (Jain et al., 2013).

**Segregação axial:** Já a segregação axial, significativamente mais lenta do que a segregação radial, é caracterizada pela separação das partículas em bandas ou faixas alternadas ao longo do tambor. Normalmente, o fenômeno da segregação axial ocorre quando os componentes em uma mistura possuem diferentes ângulos dinâmicos de repouso. Este fenômeno começa a desenvolver-se nas proximidades das paredes frontal e traseira do tambor, onde o efeito de parede é mais acentuado, as quais carregam o material até uma altura maior do que na região longe das extremidades do tambor. Isto produz uma pequena inclinação próxima às extremidades a qual permite que um determinado tipo de partícula role sobre as outras em direção ao centro longitudinal do tambor (Williams, 1976).

Comparada com o processo lento de segregação axial, a segregação radial ocorre após algumas revoluções do tambor rotatório e possui um papel dominante no fenômeno segregativo neste equipamento (Chou et al., 2010).

A rugosidade superficial das partículas, assim como, a forma das partículas, exceto em casos de formas extremas como “agulhas” ou “plaquetas”, não possuem efeitos significativos sobre a segregação. Dois casos especiais de sistemas onde ocorre segregação granular têm recebido maiores atenções: sistema composto por partículas de mesmo diâmetro e massas específicas diferentes e sistema composto por partículas de mesma massa específica e diâmetros diferentes (Xu et al., 2010; Bhattacharya, 2011).

Sanfratello e Fukushima (2009) estudaram a segregação radial e axial em um tambor rotatório promovida, exclusivamente, pela diferença de massas específicas entre as partículas. Quatro diferentes razões de massa específica foram utilizadas, a saber, 1,6, 2,4, 3,0 e 4,9, sendo o diâmetro igual a 3,0 mm para todas as partículas. Em todas as condições observou-se a ocorrência da segregação radial, com as partículas mais densas concentradas no núcleo central do leito de material e as menos densas distribuídas ao redor deste núcleo. Contudo, contrariando o que tem sido frequentemente reportado na literatura, os autores notaram que, somente a diferença de massas específicas entre as partículas não causou a segregação axial, independente da razão de massas específicas investigada.

Com o intuito de analisar o efeito da rugosidade das paredes frontal e traseira sobre a segregação axial, Lee et al. (2013) realizaram experimentos empregando duas diferentes configurações do tambor: paredes laterais com rugosidades iguais (simétricas); paredes

laterais com rugosidades diferentes (assimétricas). No caso das paredes laterais de rugosidades simétricas, os autores observaram que a diferença, tão somente, dos ângulos de repouso dinâmico entre as partículas em uma mistura binária não levaram à formação, nem de um núcleo radial, nem de bandas axiais.

Desta forma, a diferença entre outras propriedades físicas, tais como, diâmetro e massa específica, foi necessária para que ocorresse a segregação. Nesta mesma configuração e utilizando-se partículas de diferentes diâmetros (mesma massa específica), observou-se a formação de uma banda axial, composta pelas partículas menores, concentrada no centro longitudinal do tambor. Já para o caso das paredes laterais de rugosidades assimétricas, utilizando, também, partículas de diferentes diâmetros (mesma massa específica), a banda axial, formada por partículas menores, não se encontrou mais no centro, mas, ao contrário, se deslocou em direção à parede lateral de menor rugosidade.

Jain et al. (2005) apresentaram um estudo experimental de como a combinação entre o tamanho ( $d$ ) e a massa específica ( $\rho$ ) das partículas influencia a mistura e segregação em um tambor rotatório. Neste caso, segundo os autores, a segregação foi aparentemente eliminada quando os valores da razão entre os diâmetros das partículas “pesadas” e “leves” ( $d_{\text{pesado}}/d_{\text{leve}}$ ) foram iguais aos valores da razão entre as massas específicas das partículas “pesadas” e “leves” ( $\rho_{\text{pesado}}/\rho_{\text{leve}}$ ). Além disto, a mistura melhorou à medida que  $d_{\text{pesado}}/d_{\text{leve}}$  se tornou, substancialmente, maior do que  $\rho_{\text{pesado}}/\rho_{\text{leve}}$ . Por outro lado, a segregação tornou-se dominante para os casos onde  $d_{\text{pesado}}/d_{\text{leve}}$  era menor do que  $\rho_{\text{pesado}}/\rho_{\text{leve}}$ .

Várias outras pesquisas têm se concentrado, nas últimas décadas, no estudo do processo de mistura em tambores rotatórios, destacando-se os trabalhos de Chakraborty et al. (2000), Liao et al. (2010) e Alizadeh et al. (2013), relacionados à segregação radial, e Kuo et al. (2005), Taberlet et al. (2006), Huang e Kuo (2011), Huang e Kuo (2012) e Santomaso et al. (2013), à segregação axial.

As metodologias empregadas na modelagem numérica do escoamento granular no interior de um tambor rotatório serão apresentadas na seção a seguir.

## 2.2 Abordagem Numérica

Um escoamento multifásico aparece quando o movimento médio de um material é essencialmente diferente de outros que o suportam, havendo desta forma, uma grande



interação entre eles. A influência de uma fase sobre a outra causará uma modificação profunda na fluidodinâmica do escoamento. Para modelar um sistema multifásico, é necessário levar em consideração a conservação das propriedades envolvidas para ambas as fases assim como contabilizar a interação entre elas (Dartevelle, 2003).

Duas aproximações ou metodologias numéricas são normalmente encontradas na literatura para a modelagem de sistemas granulares, as quais são assunto dos próximos tópicos: a aproximação Euleriana e a aproximação Lagrangeana.

### **2.2.1 Modelagem Euleriana do Escoamento Granular – Fluidodinâmica Computacional (CFD)**

Apesar de ser uma metodologia adequada, quando comparada ao custo computacional das demais, para a modelagem de escoamentos no interior de equipamentos em escala próxima a real, há na literatura, um número restrito de trabalhos dedicados ao seu emprego no estudo de tambores rotatórios (Santos et al., 2013; Santos et al., 2015).

Demagh et al. (2012) e Yin et al. (2014) empregaram a aproximação Euleriana na previsão do comportamento dinâmico das partículas no interior de tambores rotatórios. Para o cálculo da distribuição de tensões na fase granular, viscosidade granular e pressão de sólidos, utilizaram a teoria cinética do escoamento granular desenvolvida por Lun et al. (1984). Foram obtidos resultados satisfatórios quando comparados com dados experimentais, tais como, a previsão das regiões ativa, passiva e região de interface ativa-passiva, juntamente com suas principais características.

He et al. (2007) e Huang et al. (2013) utilizaram, também, a modelagem Euleriana no estudo dos principais mecanismos de segregação em uma mistura binária contendo partículas de diferentes tamanhos e massas específicas constantes. Os resultados numéricos mostraram-se compatíveis com as observações experimentais, sendo que, o modelo conseguiu capturar as principais características dos movimentos dos sólidos, destacando-se a formação de um núcleo radial, composto pelas partículas menores, e de bandas axiais alternadas.

No estudo da dinâmica de partículas utilizando a modelagem Euleriana, se faz necessária a resolução transiente dos campos de velocidades, pressões, dentre outras variáveis, para ambas as fases, fluido-partícula (no caso de somente uma fase granular), utilizando-se de equações diferenciais (hipótese da continuidade). Logo, as fases são tratadas

como interpenetrantes e contínuas, com a consequente introdução do conceito de fração volumétrica a fim de quantificar a distribuição de um determinado componente ou fase em um escoamento multifásico.

A conservação da massa pode ser expressa, na modelagem Euleriana, para a fase fluida (Equação 2.10) e para a fase granular (Equação 2.11), da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \vec{v}_f) = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \vec{v}_s) = 0 \quad (2.11)$$

sob a seguinte restrição,

$$\alpha_f + \alpha_s = 1 \quad (2.12)$$

sendo  $\alpha_f$ ,  $\alpha_s$ ,  $\vec{v}_f$ ,  $\vec{v}_s$  a fração volumétrica da fase fluida, a fração volumétrica da fase sólida, o vetor velocidade da fase fluida e o vetor velocidade da fase sólida, respectivamente.

Vale ressaltar que, todas as equações que serão apresentadas aqui podem ser estendidas, de forma similar, para  $n_s$  fases sólidas e  $n_f$  fases fluidas.

De forma análoga, a expressão que descreve a transferência de quantidade de movimento pode ser expressa como a seguir, sendo a Equação 2.13 para a fase fluida e a Equação 2.14 para a fase sólida:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = -\alpha_f \nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_f + \alpha_f \rho_f \vec{g} + (K_{sf} (\vec{v}_s - \vec{v}_f)) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\alpha_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + (K_{sf} (\vec{v}_f - \vec{v}_s)) \quad (2.14)$$

sendo  $\rho_f$ ,  $\rho_s$ ,  $p$ ,  $p_s$ ,  $\bar{\bar{\tau}}_f$ ,  $\bar{\bar{\tau}}_s$  e  $K_{sf}$  a massa específica da fase fluida, a massa específica da fase sólida, a pressão, a pressão de sólidos, o tensor tensão da fase fluida, o tensor

tensão da fase sólida e o coeficiente de troca de momento entre as fases, respectivamente.

O coeficiente de troca de momento entre as fases,  $K_{sf}$ , contabiliza o efeito do arrasto exercido pela fase fluida sobre a fase sólida, sendo este de grande importância na “interconexão” entre as diferentes fases.

Existem várias maneiras de estimar o valor de  $K_{sf}$  a depender do modelo de arraste adotado na modelagem do escoamento multifásico (Schiller e Naumann, 1935; Richardson e Zaki, 1954; Wen e Yu, 1966; Clift et al., 1978; Gibilaro et al., 1985; Syamlal e O’Brien, 1988; Arastoopour et al., 1990; Gidaspow et al., 1992; Huilin et al., 2003). Visto que a força de arraste é uma força de aceleração essencial no acoplamento das fases fluido-sólido, a escolha do modelo de arraste possui, a depender do tipo de sistema, influência significativa sobre resultados simulados.

Diferentes modelos de arraste foram investigados a fim de quantificar sua influencia sobre o escoamento granular em tambores rotatórios, os quais serão apresentados na seção 3.5.

Qualquer fluido quando posto em movimento exibe evidências da existência de um atrito interno o qual tende a homogeneizar, ou transferir, o movimento vindo de camadas de fluido superiores por todo o volume, sendo a causa deste “atrito” devido à presença da viscosidade (White, 2010).

Desta forma, para a modelagem do tensor tensão da fase fluida, utiliza-se, no caso de fluidos newtonianos, a equação de Navier-Stokes (relação linear entre tensão e taxa de deformação):

$$\overline{\overline{\tau}}_f = \mu_f \left[ \nabla \overline{v}_f + (\nabla \overline{v}_f)^T \right] - \frac{2}{3} \mu_f (\nabla \cdot \overline{v}_f) \overline{\overline{I}} \quad (2.15)$$

sendo  $\mu_f$  e  $\overline{\overline{I}}$  a viscosidade do fluido e o tensor unitário, respectivamente. O sobrescrito “T” corresponde ao transposto de uma matriz.

Existem vários outros modelos reológicos para os mais diversos tipos de fluidos nos quais suas viscosidades dependem da tensão aplicada (White, 2010), porém estes se encontram fora do escopo deste trabalho.

Por outro lado, a distribuição das tensões viscosas na fase granular ( $\bar{\tau}_s$ ) é de suma importância na modelagem utilizando a aproximação Euleriana e é determinada através da Teoria Cinética do Escoamento Granular juntamente com a Mecânica dos Solos.

### Modelagem da Distribuição das Tensões Viscosas na fase Granular

Dentro de um escoamento contendo partículas ou grãos, dito escoamento granular, podem existir variações de concentrações de sólidos ao longo do espaço, ou seja, regiões de maior porosidade e regiões de menor porosidade. Consequentemente, na modelagem de um escoamento granular deve-se levar em conta esta não homogeneidade do escoamento e os vários efeitos intrínsecos a estas diferenças de concentrações de sólidos.

A Figura 2.5 ilustra um escoamento granular contendo uma grande faixa de concentrações de sólidos onde notam-se três principais regiões e suas respectivas formas de dissipação viscosa: cinético, colisional e friccional.

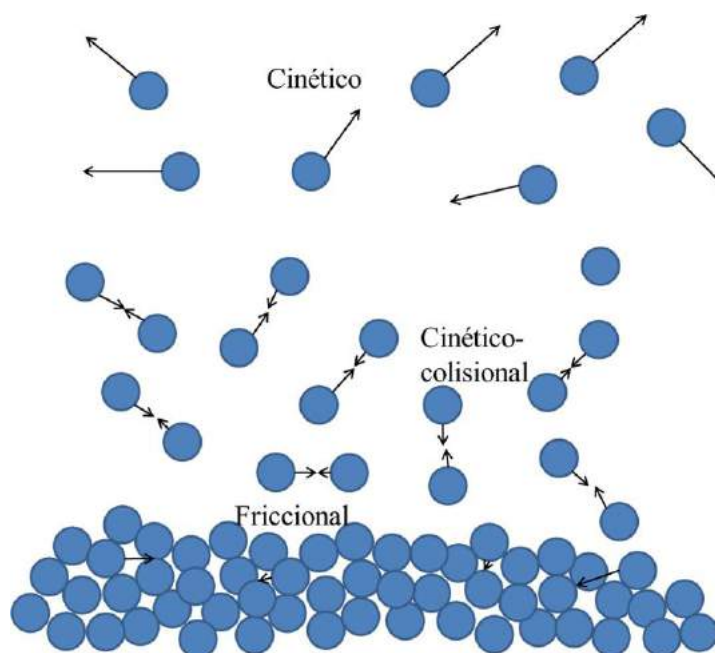


Figura 2.5: Ilustração das três principais formas de dissipação viscosa consideradas em um escoamento granular.

**Região cinética:** Na região mais diluída do escoamento, as partículas apresentam um comportamento caótico onde se observam movimentos aleatórios. Esta região é

caracterizada por apresentar uma dissipação viscosa devido somente ao movimento aleatório das partículas, dita, dissipação viscosa cinética;

**Região cinética-colisional:** Em uma região que apresenta uma concentração um pouco maior, nota-se a presença de outra forma de dissipação viscosa além da anteriormente citada. Aqui, as partículas, além de se movimentarem aleatoriamente, podem sofrer colisões instantâneas. A forma de dissipação viscosa causada pelas colisões entre as partículas é conhecida como dissipação viscosa colisional;

**Região friccional:** Por outro lado, quando o escoamento granular apresenta uma região de alta concentração de sólidos, ou seja, próximo ao limite máximo de empacotamento (concentrações volumétricas de sólidos maiores do que 50%), não se observam mais oscilações aleatórias das partículas ou colisões instantâneas, mas, ao contrário, observam-se íntimos e duradouros contatos entre as partículas ao mesmo tempo em que umas começam a deslizar e atritar sobre as outras. A forma de dissipação viscosa, de natureza totalmente diferente das anteriores, é dita dissipação viscosa friccional.

De uma forma geral, o tensor tensão da fase granular pode ser modelado de forma análoga à modelagem da tensão da fase fluida, como mostrado a seguir,

$$\bar{\bar{\tau}}_s = \alpha_s \mu_s \left( \nabla \bar{\bar{v}}_s + \nabla \bar{\bar{v}}_s^T \right) + \alpha_s \left( \lambda_s - \frac{2}{3} \mu_s \right) \nabla \bar{\bar{v}}_s \bar{\bar{I}} \quad (2.16)$$

sendo  $\mu_s$  e  $\lambda_s$  a viscosidade granular cisalhante e a viscosidade granular *bulk*, respectivamente.

Para a modelagem da viscosidade de sólidos ( $\mu_s$ ), levando em consideração todas as diferentes regiões em um escoamento granular (Figura 2.5), Savage (1983) propôs uma simples relação linear de soma entre os efeitos cinético, colisional e friccional (Equação 2.17):

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,cin} + \mu_{s,fr} \quad (2.17)$$

sendo  $\mu_{S, cin}$ ,  $\mu_{S, col}$  e  $\mu_{S, fr}$  a viscosidade granular cinética, viscosidade granular colisional e a viscosidade granular friccional, respectivamente.

O tratamento dado às contribuições cinética-colisional é baseado em uma profunda analogia com a teoria cinética dos gases (Chapman e Cowling, 1970) adaptada para compor uma teoria que caracteriza o escoamento granular, dita, Teoria Cinética do Escoamento Granular, iniciada por Bagnold (1954) e, posteriormente, desenvolvida por Savage e Jeffrey (1981), Jenkins e Savage (1983), Shahinpour e Ahmadi (1983) e Lun et al. (1984).

Visto que partículas podem mover-se aleatoriamente no escoamento e, conseqüentemente, estarem sujeitas a uma flutuação em seu movimento, assim como as moléculas em um gás, a mesma demonstração feita na teoria cinética dos gases pode ser aplicada para o escoamento granular. Logo, a substituição das moléculas por partículas dá origem à Teoria Cinética do Escoamento Granular (Lun et al., 1984).

Para o fechamento da teoria cinética do escoamento granular, é necessário definir aqui a variável temperatura granular ( $\psi_s$ ). Analogamente à temperatura termodinâmica para gases, a temperatura granular pode ser introduzida como sendo uma medida da flutuação da velocidade das partículas.

A obtenção da distribuição dos valores de temperatura granular no interior de um escoamento granular é realizada levando-se em conta o fato de que, sendo esta variável uma representação da energia da flutuação granular, deve existir, naturalmente, uma equação fundamental para a sua conservação (Equação 2.18).

$$\frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s \psi_s) + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s \vec{v}_s \psi_s) \right] = \left( -p_s \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\tau}}_s \right) : \nabla \vec{v}_s + \nabla \cdot (k_{\theta s} \nabla \psi_s) - \gamma_{\theta s} + \phi_{fs} \quad (2.18)$$

sendo os demais termos da Equação 2.18 dispostos na Tabela 2.3.

Por outro lado a contribuição friccional é definida utilizando-se da teoria do escoamento potencialmente plástico e da teoria do estado crítico baseadas na Mecânica dos Solos (Johnson e Jackson, 1987; Srivastava e Sundaresan, 2003).

Em face da grande importância da modelagem da viscosidade granular na caracterização do escoamento de sólidos, foi realizada uma investigação dos diferentes modelos viscosos, cinético, colisional e friccional, a fim de avaliar quais modelos mostram-se apropriados na representação física do escoamento em tambores rotatórios (ver seção 3.5).

Para um maior detalhamento da teoria cinética do escoamento granular e, para consulta de outros modelos não investigados neste trabalho, ver Santos (2011).

Tabela 2.3: Equações constitutivas para o fechamento da teoria cinética do escoamento granular.

Pressão de sólidos	$p_s = \alpha_s \rho_s \psi_s + 2\rho_s (1+e_{ss}) \alpha_s^2 g_{0,ss} \psi_s$	(2.19)
Função de distribuição radial	$g_{0,ss} = \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1}$	(2.20)
Viscosidade bulk de sólido	$\lambda_s = \frac{4}{3} \alpha_s^2 \rho_s d g_{0,ss} (1+e_{ss}) \sqrt{\frac{\psi_s}{\pi}}$	(2.21)
Coefficiente de difusão da energia granular	$k_{\theta s} = \frac{150 \rho_s d \sqrt{\psi_s \pi}}{384 (1+e_{ss}) g_{0,ss}} \left[ 1 + \frac{6}{5} (1+e_{ss}) \alpha_s g_{0,ss} \right]^2 + 2 \alpha_s^2 \rho_s d g_{0,ss} (1+e_{ss}) \sqrt{\frac{\psi_s}{\pi}}$	(2.22)
Dissipação da energia granular	$\gamma_{\theta s} = 3 (1-e_{ss}^2) \alpha_s^2 \rho_s g_{0,ss} \psi_s \left( \frac{4}{d} \sqrt{\frac{\psi_s}{\pi}} - \nabla \cdot \vec{v}_s \right)$	(2.23)
Transferência de energia granular entre as fases	$\varphi_{fs} = -3 K_{sf} \psi_s$	(2.24)

### 2.2.2 Modelagem Lagrangeana do Escoamento Granular – Método dos Elementos Discretos (DEM)

O Método dos Elementos Discretos (*DEM – Discrete Element Method*) foi proposto, originalmente, por Cundall e Strack (1979) no estudo de solos e rochas. Na aproximação *DEM* todas as trajetórias das partículas são “acompanhadas” e uma integração temporal explícita do balanço de forças é aplicada sobre cada partícula individual, levando em consideração as interações partícula-partícula e partícula-parede.

Xu et al. (2010) realizaram uma investigação sobre os mecanismos de mistura e segregação em um tambor rotatório por meio de experimentos e simulações bidimensionais (2D) utilizando *DEM*. Este trabalho restringiu-se ao estudo de uma mistura binária envolvendo apenas partículas esféricas. De acordo com os autores, sob uma determinada

velocidade de rotação, somente o diâmetro e a massa específica das partículas influenciaram, significativamente, o comportamento de mistura.

Por outro lado, Wachs et al. (2012) propuseram uma nova variação da metodologia *DEM* a qual se mostra adequada, em termos de custo computacional, para as simulações do escoamento granular envolvendo partículas não esféricas. Esta nova aproximação é restrita a partículas com formas convexas (esferas, cilindros, cubos e tetraedros foram investigados pelos autores), porém, permite uma combinação de diferentes formas e tamanhos.

Muitos outros autores têm adotado a aproximação Lagrangeana no cálculo do escoamento granular em tambores rotatórios, embora esta metodologia seja restrita (devido ao alto custo computacional) a simulações bidimensionais envolvendo um pequeno número de partículas, na maioria das vezes com formas esféricas, impossibilitando a sua aplicação em equipamentos de escala industrial (Finnie et al., 2005; Kwapinska et al., 2006; Jiang et al., 2011; Pereira et al., 2011; Marigo et al., 2012; Chand et al., 2012; Laurent e Cleary, 2012; Liu et al., 2013; Alizadeh et al., 2014; Komossa et al., 2014).

Uma revisão abrangente, acerca do desenvolvimento e da aplicação da metodologia *DEM* em diferentes equipamentos, pode ser encontrada em Zhu et al. (2008).

Basicamente duas etapas principais constituem este tipo de aproximação: uma lei de deslocamento (*displacement law*) é aplicada nos contatos entre as partículas e entre estas e os contornos rígidos (paredes), a fim de contabilizar as forças de contato; a Segunda Lei de Newton é aplicada sobre cada partícula no intuito de determinar a sua aceleração e, após sucessivas integrações temporais, sua posição ou trajetória, levando em consideração, também, as forças de campo (por exemplo, gravitacional).

As seguintes suposições são usualmente adotadas nas simulações *DEM* (Cleary, 2010; Itasca Consulting Group, 2004):

- ❖ as partículas são tratadas como corpos rígidos;
- ❖ os contatos ocorrem sobre uma área infinitesimal, considerada como um ponto;
- ❖ é permitida a sobreposição das partículas (*overlap*), umas sobre as outras, e sobre o contorno rígido nos pontos de contato;
- ❖ a magnitude da sobreposição (*overlap*) está relacionada a uma força de contato determinada através de um lei de deslocamento (*displacement law*);
- ❖ as sobreposições são pequenas quando comparadas com as dimensões das partículas.



Os movimentos de translação e rotação das partículas podem ser calculados através da Segunda Lei de Newton juntamente com uma relação cinética apropriada, como mostrado a seguir (Gao e Sun, 2011; Liu et al., 2013):

$$m_i \frac{du_i}{dt} = \sum_j F_{c,ij} + m_i g \quad (2.25)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = - \sum_j r_{pi} n_{ij} \times F_{c,ij} \quad (2.26)$$

$$\frac{dr_i}{dt} = u_i \quad (2.27)$$

Os subscritos  $i$  e  $j$  são utilizados para identificar diferentes partículas, enquanto que os demais termos,  $m$ ,  $I$ ,  $u$ ,  $\omega$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $r_p$ ,  $F_{c,ij}$  e  $n_{ij}$  são a massa da partícula, o momento de inércia da partícula, o vetor velocidade linear da partícula, o vetor velocidade angular da partícula, a aceleração gravitacional, o vetor posição da partícula, o raio da partícula, a força de contato entre as partículas  $i$  e  $j$  e o vetor unitário normal direcionado ao longo da linha que une os centros das partículas  $i$  e  $j$ , respectivamente.

No que diz respeito à lei de deslocamento, o modelo linear viscoelástico mola-amortecedor (*linear spring-dashpot model*) é comumente empregado (Cleary, 2010; Suzzi et al., 2012; Gui et al., 2013; Höhner et al., 2014). Um esquema ilustrando as principais forças consideradas na modelagem mola-amortecedor é mostrado na Figura 2.6.

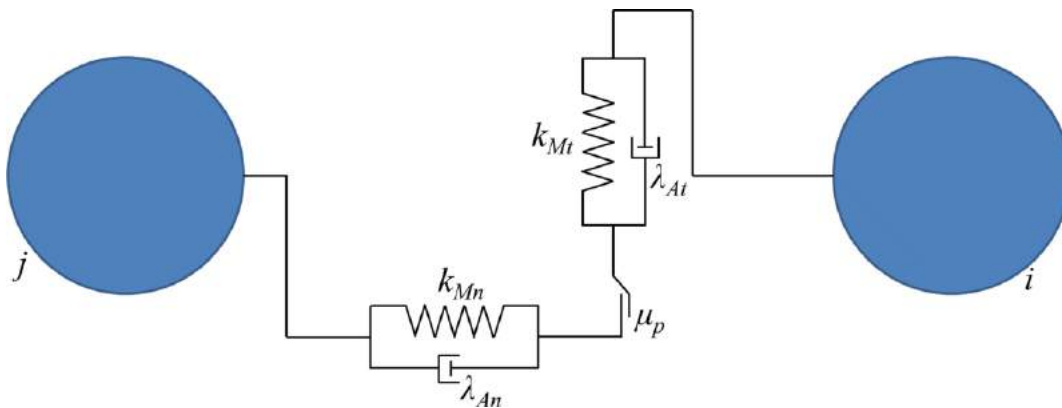


Figura 2.6: Modelo de contato mola-amortecedor aplicado nas simulações DEM.

Este modelo leva em conta uma força oscilatória que relaciona o coeficiente de rigidez da mola ( $k_M$ ), no ponto de contato, com o deslocamento relativo entre as partículas ( $\delta$ ), e a força de amortecimento, a qual é proporcional ao coeficiente de amortecimento ( $\lambda_A$ ), com a velocidade relativa entre as partículas ( $u_{ij}$ ). Adicionalmente, a força de contato resultante ( $F_{c,ij}$ ) é composta por uma componente normal ( $F_{n,ij}$ ) e uma componente tangencial ( $F_{t,ij}$ ):

$$F_{c,ij} = F_{n,ij} + F_{t,ij} \quad (2.28)$$

Sendo,

$$F_{n,ij} = -k_{Mn}\delta_{n,ij} + \lambda_{An}u_{n,ij} \quad (2.29)$$

$$F_{t,ij} = \begin{cases} -k_{Mt}\delta_{t,ij} + \lambda_{At}u_{t,ij} & \text{se } |F_{t,ij}| \leq \mu_p |F_{n,ij}| \\ \mu_p F_{n,ij} & \text{se } |F_{t,ij}| > \mu_p |F_{n,ij}| \end{cases} \quad (2.30)$$

A força de atrito cisalhante é representada pelo critério de Coulomb, o qual considera que a força tangencial ( $F_{t,ij}$ ) é diretamente proporcional à força normal ( $F_{n,ij}$ ) e a constante de proporcionalidade pode ser representada pelo coeficiente de atrito ( $\mu_p$ ).

A força de amortecimento e a força de atrito cisalhante são empregadas com o intuito de dissipar a energia armazenada nas colisões, visto que todas as colisões são inelásticas, e a energia armazenada nos contatos, respectivamente.

Ao invés de utilizar, diretamente, o coeficiente de amortecimento ( $\lambda_A$ ), muitas formulações dos elementos discretos utilizam a razão de amortecimento ( $\zeta$ ), definida a seguir:

$$\zeta = \frac{\lambda_A}{\lambda_{A,C}} \quad (2.31)$$

O coeficiente de amortecimento crítico ( $\lambda_{A,C}$ ) é descrito como sendo uma função do coeficiente de mola ( $k_M$ ) e da massa efetiva entre as partículas ( $m_{eff}$ ):

$$\lambda_{A,C} = 2\sqrt{m_{eff}k_M} \quad (2.32)$$

Sendo,

$$m_{eff} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \quad (2.33)$$

Dependendo dos valores da razão de amortecimento ( $\zeta$ ), o sistema se comporta de diferentes maneiras. O sistema é classificado como sendo crítico (criticamente amortecido) quando  $\zeta = 1$ , e o comportamento transiente converge para um estado de equilíbrio tão rapidamente quanto possível sem oscilações. Se a resposta decresce exponencialmente, mas, ainda, sem oscilações, o sistema é dito sobreamortecido e isto ocorre quando  $\zeta > 1$ . Para valores de  $\zeta < 1$ , o sistema se mostra subamortecido e apresenta um decaimento exponencial com oscilações (Gao e Sun, 2011; Itasca Consulting Group, 2004).

A relação entre a razão de amortecimento ( $\zeta$ ) e o coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ) pode ser expressa como a seguir (Cleary e Sawley, 2002; Hu et al., 2011):

$$\zeta = -\frac{\ln(e_{ss})}{\sqrt{\ln^2(e_{ss}) + \pi^2}} \quad (2.34)$$

Os valores dos parâmetros na aproximação *DEM* devem ser fixados levando-se em consideração as características do sistema, as propriedades das partículas e o custo computacional, visto que, valores altos de coeficientes de mola ( $k_M$ ) resultam em baixos tempos de colisão e, conseqüentemente, em pequenos passos de tempo (*times step*), tornando a simulação inviável.

Além disto, como na maioria dos tratamentos numéricos explícitos, a escolha do passo de tempo ( $\Delta t$ ) é uma importante etapa no cálculo dos elementos discretos, sendo que valores excessivos de passos de tempo podem levar a uma instabilidade do sistema e a resultados fisicamente incoerentes. A seguinte restrição deve ser imposta com o intuito de se obter um sistema estável (Itasca Consulting Group, 2004):

$$\Delta t < \Delta t_{crítico} \quad (2.35)$$

Sendo,

$$\Delta t_{\text{crítico}} = 2 \sqrt{\frac{m}{k_M}} \quad (2.36)$$

De acordo com Wachs et al. (2012) e Höhner et al. (2014), o principal propósito do coeficiente de mola ( $k_M$ ) é controlar a máxima sobreposição entre as partículas no ponto de contato e, somente o coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ), representado aqui pela razão de amortecimento ( $\zeta$ ), e o coeficiente de atrito ( $\mu_p$ ), são considerados de importância significativa no estudo da dinâmica de partículas.

Cleary (2010) declara que sobreposições médias de 0,1-0,5% do raio das partículas são necessárias a fim de garantir uma independência do comportamento dinâmico do sistema frente aos valores de coeficiente de mola e, no caso de um sistema tridimensional (3D), os coeficientes de molas possuem, tipicamente, suas magnitudes entre  $10^4$ - $10^6$  N/m, embora estes valores dependam do tamanho das partículas e da magnitude das forças que agem sobre elas.

Desta forma, o seguinte algoritmo, simplificado, é comumente empregado pela aproximação Lagrangeana na determinação da dinâmica de partículas (Figura 2.7):

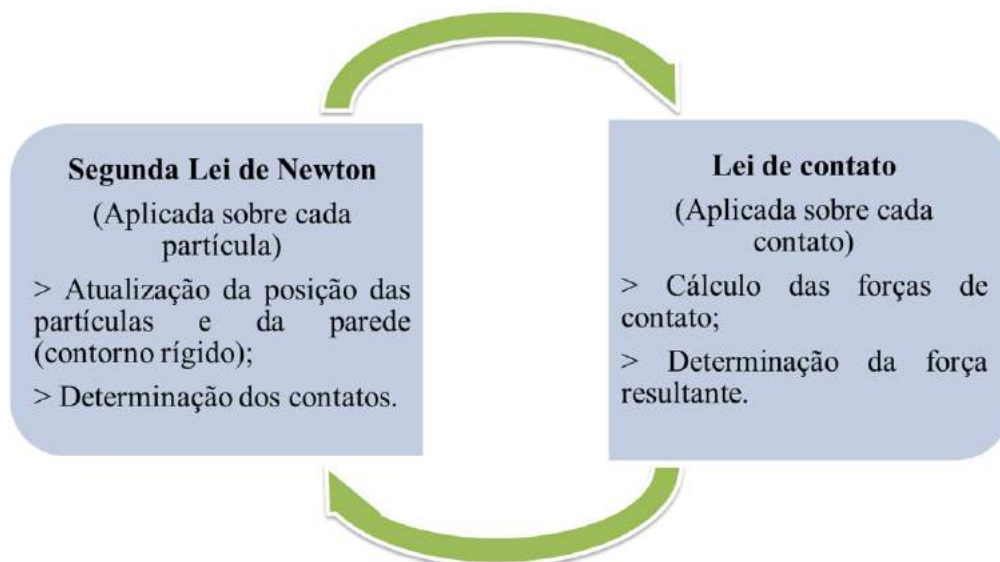


Figura 2.7: Algoritmo simplificado empregado nas simulações DEM (Itasca Consulting Group, 2004).

---

# CAPÍTULO 3

---

## Materiais e Métodos



Este capítulo tem o intuito de apresentar o aparato experimental utilizado, assim como as diferentes metodologias, tanto experimental quanto numéricas, empregadas na investigação dos principais mecanismos no que concerne ao escoamento granular no interior de um tambor rotatório.

### **3.1 Unidade Experimental do Tambor Rotatório**

Para a execução dos experimentos foi utilizada uma unidade experimental localizada no Laboratório de Granulação da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU), mostrada na Figura 3.1.

A referida unidade experimental contém um tambor rotatório operado em batelada, composto por uma parte cilíndrica, confeccionada em aço inox com 0,22 m de diâmetro interno e 0,50 m de comprimento, e paredes frontal e traseira de vidro transparente com o intuito de permitir a observação do escoamento transversal das partículas no seu interior.



- I - Tambor rotatório
- II - Câmera de alta velocidade
- III - Motor
- IV - Inversor de frequências

Figura 3.1: Unidade experimental do tambor rotatório.

A fim de se evitar a ocorrência do regime de deslizamento (ou escorregamento), uma lixa apropriada (P80) foi fixada sobre a parede interna ao longo do tambor.

Para o controle de velocidade de rotação, foi utilizada uma placa de aquisição de dados a qual tinha por objetivo converter os sinais analógicos, provenientes do inversor de frequência (acoplado a um motor de 2 hp), em sinais digitais enviados ao computador que operava através do software LabView (*National Instruments*<sup>TM</sup>). Uma calibração prévia foi necessária a fim de correlacionar a intensidade do sinal lido pelo *software* com a velocidade de rotação do tambor medida por meio de um tacômetro digital.

Uma câmera de alta velocidade (até 2.000 quadros por segundo – item II da Figura 3.1) foi utilizada para auxiliar na medida das principais propriedades do escoamento granular no interior do tambor, tais como, determinação da transição entre regimes de escoamento e medida de velocidade de partículas.

Vale ressaltar que, no que diz respeito à investigação da metodologia Lagrangeana empregada no estudo do escoamento granular, duas outras diferentes unidades de tambores rotatórios foram utilizadas. Para os experimentos realizados com o intuito de verificar o efeito dos principais parâmetros utilizados nas simulações Lagrangeanas (calibração do modelo), foi utilizado um tambor rotatório de 0,10 m de diâmetro interno e 0,10 m de comprimento, em virtude do alto custo computacional característico neste tipo de tratamento numérico.

Já para a posterior validação desta metodologia numérica quando do aumento de escala do equipamento (*scale up*), foi utilizado um tambor rotatório de 0,39 m de diâmetro interno e

comprimento variável até um máximo de 0,45 m, presente no laboratório do *Institut für Agrartechnik* em Potsdam na Alemanha (Figura 3.2).



Figura 3.2: Unidade experimental utilizada na validação da metodologia numérica DEM em um caso de escalonamento – tambor rotatório juntamente com uma câmera de alta velocidade.

## 3.2 Metodologia Experimental

### 3.2.1 Transição entre os Diferentes Regimes de Escoamento

No intuito de se investigar a dinâmica de partículas no interior de um tambor rotatório, os seguintes regimes de escoamento foram investigados: rolamento, cascadeamento, catarateamento e centrifugação (Figura 3.3).

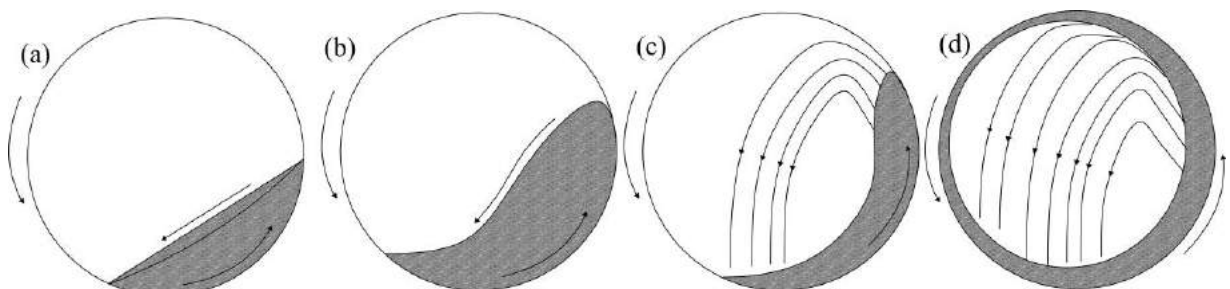


Figura 3.3: Regimes de escoamento transversal em um tambor rotatório investigados neste trabalho – (a) rolamento; (b) cascadeamento; (c) catarateamento; (d) centrifugação.

Visto que o estudo do regime de deslizamento não faz parte do escopo deste trabalho, o interior do tambor foi revestido com uma lixa (P80) com o intuito de evitá-lo. As velocidades críticas de rotação ( $\omega_c$ ), para a transição entre os regimes, foram determinadas como uma função do grau de preenchimento do tambor variando de 10% até 60% espaçados de 5% (em termos volumétricos).

O cálculo da massa de material introduzida no interior do tambor, a qual correspondia ao grau de preenchimento do tambor ( $f$ ), foi determinada através da seguinte expressão:

$$m = \pi R^2 L (1 - \varepsilon) \rho_s f \quad (3.1)$$

sendo  $R$ ,  $L$ ,  $\varepsilon$  e  $\rho_s$  o raio do tambor, o comprimento do tambor, a porosidade do leito de material e a massa específica do material, respectivamente.

Vale ressaltar que, neste trabalho foi considerado, como critério para a transição catarateamento-centrifugação, a condição na qual a camada mais externa de partículas começava a aderir à parede interna do tambor formando um anel (Figura 3.3 d).

Cinco diferentes materiais particulados foram utilizados: arroz, milho, comprimido “placebo” de forma côncavo-cilíndrica, soja e esferas de vidro de dois tamanhos diferentes. Para a medida da massa específica ( $\rho_s$ ) dos diferentes materiais utilizou-se um picnometro a gás hélio (Figura 3.4).



Figura 3.4: Picnometro a gás hélio (Micromeritics AccuPyc 1331) utilizado na medida da massa específica dos materiais.

A caracterização do tamanho das partículas foi feita utilizando-se o diâmetro característico ou volumétrico ( $D_v$ ), o qual é definido como sendo o diâmetro de uma esfera de igual volume que a partícula.



Uma análise dinâmica de imagens foi realizada com o objetivo de se medir a esfericidade dos diferentes materiais. Para tanto, o sistema dinâmico de análise de imagens CAMSIZER<sup>®</sup> foi empregado. Este equipamento permite o armazenamento e processamento de um grande número de imagens projetadas de partículas individuais em vários ângulos de medida (Figura 3.5) (Cardoso et al., 2013).

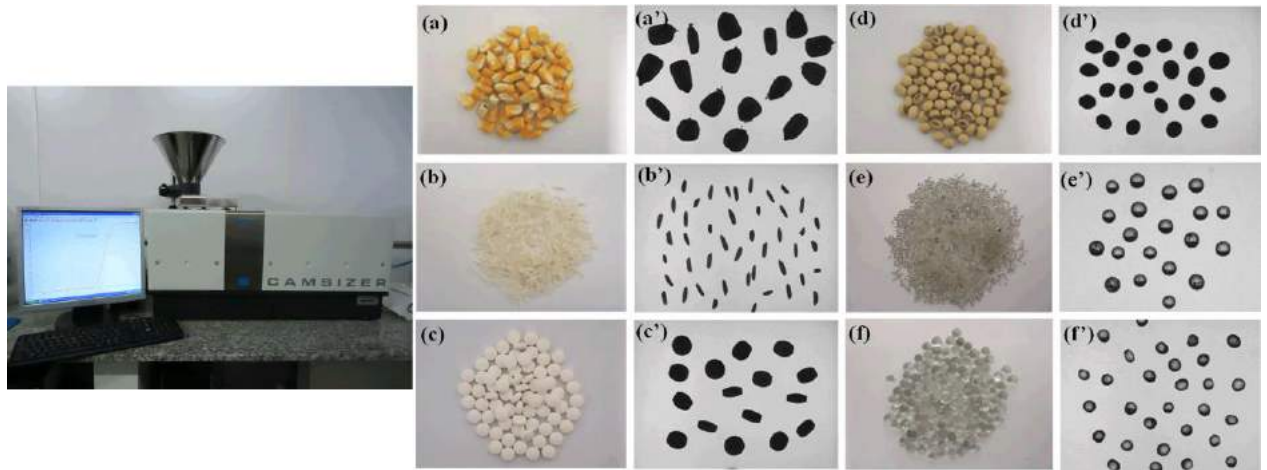


Figura 3.5: Analisador digital de imagens (CAMSIZER<sup>®</sup>) juntamente com os diferentes materiais com suas respectivas imagens projetadas: (a) milho; (b) arroz; (c) comprimido “placebo” de forma côncavo-cilíndrica; (d) soja; (e) esfera de vidro A; (f) esfera de vidro B.

A partir da análise das imagens foi possível medir a esfericidade ( $\phi$ ) das diferentes partículas utilizando a seguinte equação (Peçanha e Massarani, 1989), sendo  $d_{CI}$  e  $d_{CC}$ , os diâmetros de um círculo inscrito e circunscrito à partícula, respectivamente:

$$\phi = \frac{d_{CI}}{d_{CC}} \quad (3.2)$$

Ressalta-se que a esfericidade pode ser também expressa, de forma clássica, como sendo a razão entre a área da superfície de uma esfera de igual volume da partícula e a área da superfície da partícula. Visto que a esfericidade foi determinada por meio de uma análise de imagens (bidimensional), a definição clássica (volumétrica) não foi aqui empregada.

O efeito das propriedades friccionais sobre o padrão de escoamento granular foi levado em consideração através da determinação do coeficiente de atrito partícula-parede ( $\mu_{p-w}$ ). O coeficiente de atrito partícula-parede foi determinado através da elevação de um plano

inclinado revestido com a mesma lixa com a qual foi revestido o interior do tambor (Figura 3.6).

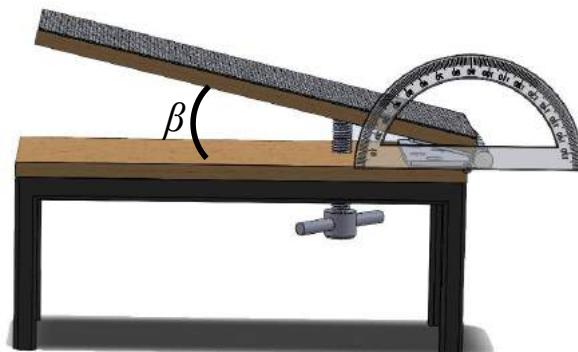


Figura 3.6: Dispositivo utilizado na medida do coeficiente de atrito partícula-parede.

Quando a camada de partículas, sobre o plano inclinado, tendia ao deslizamento, o ângulo de inclinação ( $\beta$ ) correspondente era utilizado no cálculo do coeficiente de atrito partícula-parede (Equação 3.3).

$$\mu_{p-w} = \text{tg}(\beta) \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Medida dos Perfis Radiais de Velocidade de Partículas

Os perfis radiais de velocidade de partículas na metade da corda da superfície do leito de material (linha de referência), sob diferentes condições operacionais, foram medidos por meio de uma câmera de alta velocidade (até 2.000 quadros ou *frames* por segundo).

Esta técnica permite o rastreamento de partículas individuais em diferentes quadros ou *frames* e a velocidade é determinada através da subtração das posições da mesma partícula em dois frames distintos, imediatamente antes e depois da linha de referência, e a posterior divisão pelo intervalo de tempo entre os respectivos *frames*, como ilustrado na Figura 3.7.

Dois diferentes *softwares* foram utilizados para “acompanhar” ou determinar a posição das partículas sobre cada *frame* após a captura de imagens do plano transversal do tambor rotatório pela câmera de alta velocidade.

O *software* Measure<sup>TM</sup> (disponibilizado gratuitamente em <http://www.cthing.com/>) foi utilizado no Laboratório de Granulação da Faculdade de Engenharia Química da Universidade

Federal de Uberlândia (FEQUI/UFU), cujos valores experimentais de velocidade de partículas foram comparados com os resultados numéricos obtidos pela aproximação Euleriana.

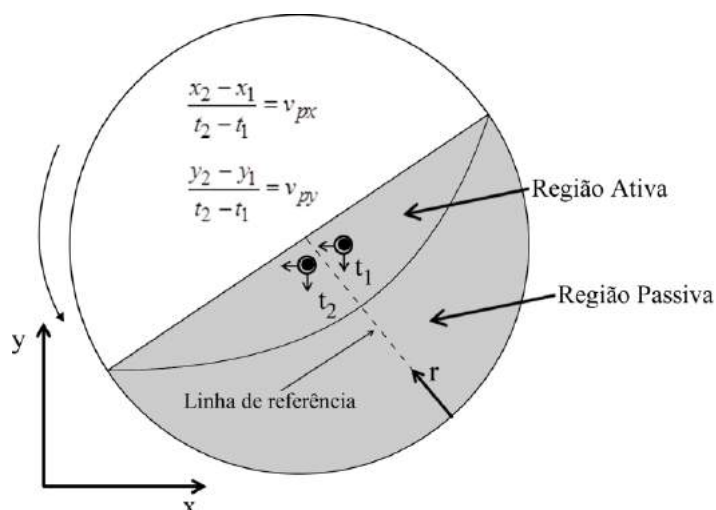


Figura 3.7: Esquema do plano transversal do tambor rotatório, operando no regime de rolamento, ilustrando o sistema de coordenadas utilizado na medida de velocidade de partículas sobre a linha de referência.

Já para a comparação com os resultados numéricos advindos da aproximação Lagrangeana, no caso de escalonamento, o *software ImageJ* (disponibilizado gratuitamente em <http://imagej.nih.gov/ij>) foi utilizado no laboratório do *Institut für Agrartechnik* em Potsdam na Alemanha.

A escolha de diferentes *softwares* de tratamento de imagens para a comparação com diferentes metodologias numéricas foi devido, tão somente, à disponibilidade dos mesmos nas diferentes instituições.

Visto que a imagem capturada não correspondia à imagem real (devido à ferramenta *zoom* da câmera), uma calibração prévia foi necessária através da fixação, sobre a parede do tambor, de uma escala de dimensões conhecidas. Foram medidos, para cada posição  $r$  ao longo da linha de referência, vários valores de velocidade de partículas os quais foram utilizados no posterior cálculo das médias e dos desvios padrão.

Nota-se, através da Figura 3.7 que, a variável  $r$  possui um valor nulo na parede do tambor e um valor máximo na superfície do leito de material, o qual depende do grau de preenchimento do tambor ( $f$ ).

### 3.2.3 Mistura e Segregação de Partículas em um Tambor Rotatório

Para o estudo do fenômeno de segregação radial e axial (mistura binária) em um tambor rotatório, foram utilizadas diferentes configurações ou combinações de partículas no intuito de investigar os efeitos da diferença de diâmetro, da diferença de massa específica e da diferença da condição inicial do material no interior do tambor.

Foram realizados, também, experimentos levando-se em conta partículas idênticas (mesmo diâmetro e mesma massa específica), as quais foram diferenciadas apenas pela cor, com o intuito de verificar o efeito do equipamento (tambor rotatório) no processo de mistura e, também, para servir como padrão de comparação com as demais configurações (Tabela 3.1).

Tabela 3.1: Diferentes configurações de partículas utilizadas no estudo da segregação radial e axial em um tambor rotatório.

Configurações	Material 1		Material 2		Efeito analisado
<b>M1</b>	Esfera de vidro		Esfera de vidro		Efeito do equipamento
	$d$ (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$d$ (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	
	6,35	2460	6,35	2460	
<b>M2</b>	Esfera de vidro		Esfera de vidro		Efeito do diâmetro
	$d$ (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$d$ (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	
	6,35	2460	1,13	2460	
<b>M3</b>	Esfera de vidro		Soja		Efeito da massa específica
	$d$ (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$d$ (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	
	6,35	2460	6,39	1164	
<b>M4</b>	Esfera de vidro		Esfera de vidro		Efeito da condição inicial
	$d$ (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$d$ (mm)	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	
	6,35	2460	1,13	2460	

Os diferentes esquemas de condições iniciais dos materiais no interior do tambor (no tempo  $t = 0$ ) investigados são ilustrados na Figura 3.8, sendo que, para as configurações **M1**, **M2** e **M3**, somente a condição inicial (a) foi utilizada.

Em todos os experimentos envolvendo as diferentes configurações (**M1**, **M2**, **M3** e **M4**), as esferas de vidro maiores (6,35 mm), as quais foram pintadas de cor preta para o posterior tratamento de imagens, sempre ocuparam a região de cor preta na Figura 3.8, sendo o movimento do tambor no sentido anti-horário.

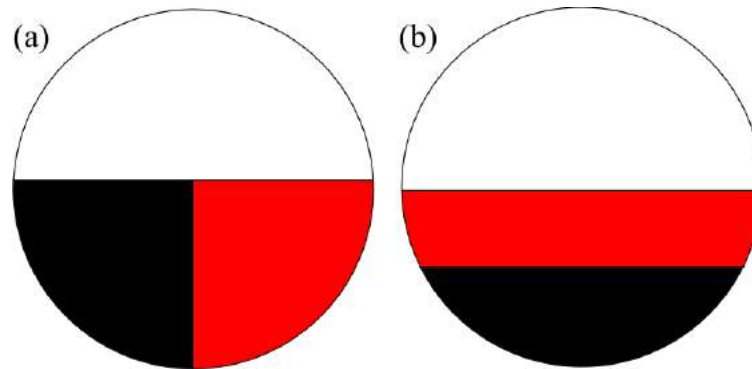


Figura 3.8: Esquemas utilizados na análise do efeito da condição inicial das partículas no interior do tambor sobre a segregação radial e axial – (a) esquema de partículas lado-a-lado; (b) esquema de partículas inferior-superior.

Vale ressaltar que, visto que os efeitos de diferenças de forma e rugosidade superficial são considerados de menor importância, em se tratando do mecanismo de segregação, quando comparados às diferenças de diâmetro e massa específica (Coelho, 2007; Xu et al., 2010), a condição **M3** será, aqui, tratada como sendo somente uma análise do efeito da massa específica (as diferenças de diâmetro, forma e rugosidade superficial entre os materiais, nesta configuração, foram consideradas desprezíveis).

Além dos efeitos obtidos pela utilização de diferentes materiais, foram avaliados, também, os efeitos das condições operacionais do tambor rotatório operando no regime de rolamento: velocidades de rotação de 0,59 rad/s ( $F_r = 0,0038$ ), 1,10 rad/s ( $F_r = 0,0133$ ) e 1,77 rad/s ( $F_r = 0,0343$ ) e frações de preenchimento do tambor de 25% e 50% (em uma proporção de mistura de 1 para 1, para todas as condições).

Para capturar a dinâmica de mistura, uma câmera JVC Full HD1080 foi utilizada. As seguintes etapas foram executadas no tratamento de imagens do plano transversal do tambor (ilustradas na Figura 3.9):

- ❖ **Etapas I:** Primeiramente a câmera foi posicionada em frente à parede frontal do tambor, a fim de capturar o movimento transversal do material e, desta forma, avaliar a segregação radial. Foi utilizado um tempo de gravação de 20 min para cada condição experimental. Após o término de cada condição, o tambor foi parado e fotos foram tiradas da superfície do material particulado (ao longo do tambor) com o intuito de avaliar a segregação axial;

- ❖ **Etapa II:** Com o propósito de empregar um tratamento de imagens, *frames* ou quadros foram extraídos de cada vídeo utilizando o *software ImageGrab* (disponibilizado gratuitamente em [http://paul.glagla.free.fr/ImageGrab\\_en.htm](http://paul.glagla.free.fr/ImageGrab_en.htm)). Desta forma foi possível obter fotos dos perfis de mistura transversais em cada tempo desejado ao longo de todo o processo;
- ❖ **Etapa III:** As imagens foram então convertidas para 8 bits (em uma escala de cinza com níveis de 0 a 255) e “filtradas”, com o intuito de se obter apenas *pixels* que condiziam à cor preta e branca, através do *software ImageJ* (disponibilizado gratuitamente em <http://imagej.nih.gov/ij>);
- ❖ **Etapa IV:** Cada foto, após o devido tratamento descrito na Etapa III, foi dividida em várias células (uso do gradeamento) e um adequado índice de mistura foi aplicado a fim de se obter uma análise quantitativa do grau de mistura ou segregação ao longo do tempo, para cada configuração disposta na Tabela 3.1.

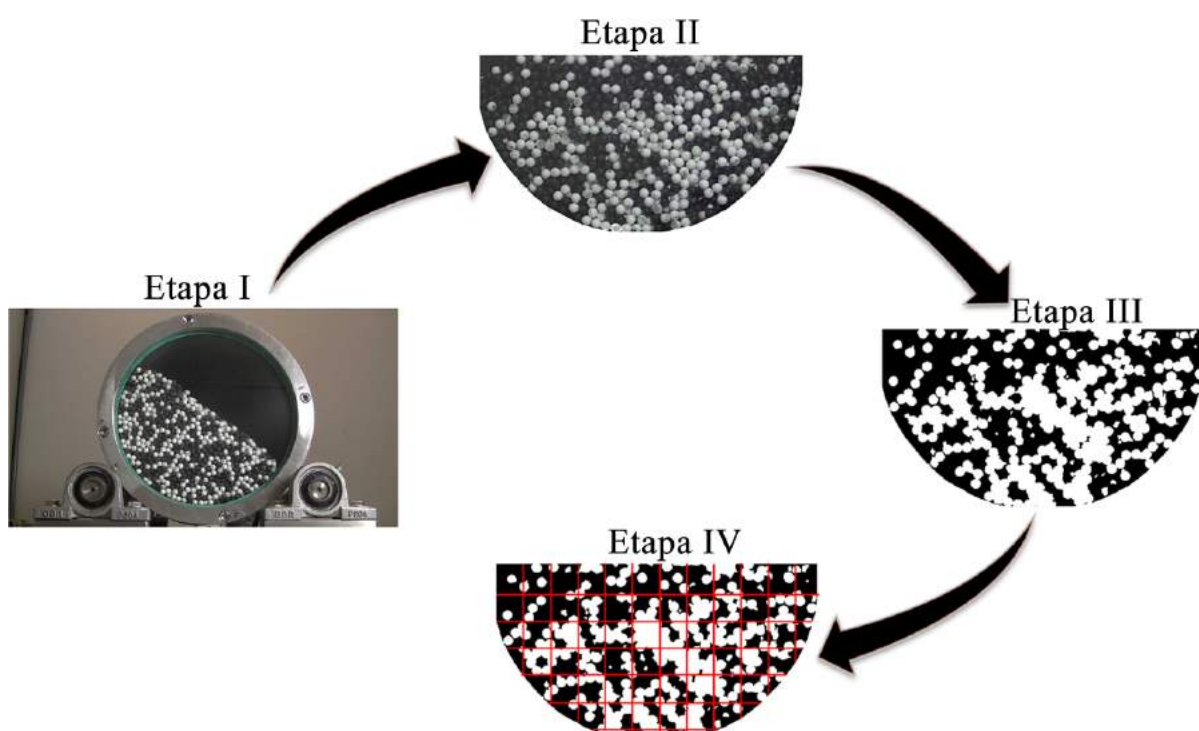


Figura 3.9: Diferentes etapas utilizadas no tratamento de imagens para o estudo de mistura e segregação em um tambor rotatório.

As concentrações dos *pixels* pretos em todas as células de mistura (Etapa IV da Figura 3.9) foram calculadas, e a intensidade ou índice de segregação ( $I_s$ ), o qual é definido como o desvio padrão das concentrações, foi determinado como a seguir (Chou et al., 2010):

$$I_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (C - C_{\text{médio}})^2}{N-1}} \quad (3.4)$$

sendo  $C$ ,  $C_{\text{médio}}$  e  $N$  a concentração local de *pixels* pretos (em cada célula), a concentração média de *pixels* pretos, levando em consideração todas as células ocupadas pelas partículas, e o número total de células ocupadas pelas partículas, respectivamente.

Os valores do índice de segregação ( $I_s$ ) variam de 0, no caso em que as partículas se encontram completamente misturadas, e 0,5, no caso de uma completa segregação (para uma mistura binária na proporção de 1 para 1).

De acordo com Huang e Kuo (2012), por um lado, as células de mistura devem ser grandes o suficiente para alcançar a escala de escrutínio adequada e, por outro lado, pequenas o suficiente para revelar as informações locais do grau de mistura.

Vários tamanhos de células de mistura foram testados *a priori*, a fim de avaliar o efeito do tamanho da célula na determinação do índice de segregação ( $I_s$ ) e, desta forma, definir um tamanho adequado para a realização do tratamento de imagens (apresentado como resultado no Capítulo 4).

### 3.3 Metodologia numérica

#### 3.3.1 Modelagem Euleriana (CFD)

Os termos de viscosidade granular e de força de arrasto são de suma importância para o sucesso de uma modelagem Euleriana aplicada a um escoamento granular, devido às suas principais funções de representar a troca de momento entre as diferentes camadas de sólidos, em níveis microscópicos, e de acoplar, ou levar em conta a influência da presença das diferentes fases no escoamento multifásico, respectivamente.

Logo, a determinação dos modelos apropriados para representar o escoamento granular em um tambor rotatório faz parte do escopo deste trabalho, como mostrado nos tópicos a seguir.

### 3.3.1.1 Investigação da Viscosidade Granular

Como comentado no capítulo anterior, tipicamente a viscosidade granular é expressa como uma soma de três contribuições: viscosidade granular colisional ( $\mu_{s,col}$ ), viscosidade granular cinética ( $\mu_{s,cin}$ ) e viscosidade granular friccional ( $\mu_{s,fr}$ ).

A contribuição friccional é adicionada à tensão de sólidos prevista pela teoria cinética do escoamento granular quando a fração volumétrica de sólidos excede um valor crítico ( $\alpha_{SC}$ ).

Alguns autores que utilizaram o modelo friccional na aproximação Euleriana para tambores rotatórios (Huang et al., 2013; He et al., 2007; Demagh et al., 2012), não mencionaram sobre a magnitude dos valores de fração crítica por eles utilizados.

De acordo com Darteville (2003), o valor limite para a fração de sólidos em que os efeitos friccionais tornam-se importantes é de aproximadamente 0,5 (em termos volumétricos). Neste trabalho dois diferentes valores de fração volumétrica crítica ( $\alpha_{SC}$ ) foram testados: 0,50 e 0,61. Este último valor foi utilizado por se encontrar próximo do limite máximo de empacotamento para as partículas em questão, ou seja, 0,63.

A fim de validar a modelagem Euleriana aplicada a escoamentos em tambores rotatórios, as seguintes configurações de modelos viscosos foram investigadas (Tabela 3.2):

Tabela 3.2: Diferentes configurações de modelos viscosos utilizadas na validação da modelagem Euleriana do escoamento em um tambor rotatório.

Configurações	Modelo viscoso cinético	Modelo viscoso friccional	$\alpha_{SC}$
<b>S1</b>	Syamlal e O'Brien	---	---
<b>S2</b>	Gidaspow	---	---
<b>S3</b>	Syamlal e O'Brien	Schaeffer	0,50
<b>S4</b>	Syamlal e O'Brien	Schaeffer	0,61
<b>S5</b>	Gidaspow	Schaeffer	0,50
<b>S6</b>	Gidaspow	Schaeffer	0,61



O modelo de Schaeffer, para o cálculo da viscosidade friccional, pode ser expresso pela seguinte equação:

$$\mu_{s,fr} = \frac{P^s \sin(\beta_{fr})}{2\sqrt{I_{2D}}} \quad (3.5)$$

sendo  $P^s$ ,  $\beta_{fr}$  e  $I_{2D}$  a pressão de sólidos, o ângulo de fricção interna e o segundo invariante do tensor tensão de sólidos, respectivamente.

Neste modelo, o segundo invariante do tensor de sólido ( $I_{2D}$ ) é definido como a seguir:

$$I_{2D} = \frac{1}{6} \left[ (D_{s11} - D_{s22})^2 + (D_{s22} - D_{s33})^2 + (D_{s33} - D_{s11})^2 \right] + D_{s12}^2 + D_{s23}^2 + D_{s31}^2 \quad (3.6)$$

sendo os índices: 1 – representa a coordenada x no espaço; 2 – representa a coordenada y no espaço; 3 – representa a coordenada z no espaço.

A forma tensorial para as componentes do tensor taxa de deformação ( $D_s$ ) é dada abaixo (Equação 3.7).

$$D_{s,ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{s,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{s,j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.7)$$

sendo  $D_{s,ij}$  e  $u_s$  a componente do tensor taxa de deformação e a componente do vetor velocidade, respectivamente.

Visto que o ângulo de fricção interna pode ser considerado, aproximadamente, como sendo o ângulo de repouso que caracteriza a interação partícula-partícula (Huang et al., 2013), o mesmo foi determinado através da elevação do plano inclinado mostrado na Figura 3.5, mas, ao invés de revestir o plano com uma lixa, as próprias partículas foram grudadas sobre o mesmo.

Quando a camada de partículas “livres”, sobre as partículas grudadas no plano inclinado, tendia ao deslizamento, o ângulo de inclinação ( $\beta$ ) correspondente era utilizado como sendo o ângulo de fricção interna do material ( $\beta_{fr}$ ). Para os materiais utilizados nesta investigação, esferas de vidro A e B (Figura 3.5), os valores de  $\beta_{fr}$  foram respectivamente,

28,8° e 32,0°. O limite máximo de empacotamento foi de, aproximadamente, 0,63 (em termos volumétricos) para ambos os materiais.

Para o cálculo da viscosidade colisional, utilizou-se o seguinte modelo (Syamlal et al., 1993):

$$\mu_{S,col} = \frac{4}{5} \alpha_S \rho_S d g_{0,SS} (1 - e_{SS}) \left( \frac{\psi_S}{\pi} \right)^{1/2} \alpha_S \quad (3.8)$$

sendo  $\alpha_S$ ,  $\rho_S$ ,  $d$ ,  $g_{0,SS}$ ,  $e_{SS}$  e  $\psi_S$  a fração volumétrica de sólidos, a massa específica do sólido, o diâmetro da partícula, a função de distribuição radial, o coeficiente de restituição e a temperatura granular, respectivamente.

Já para o cálculo da viscosidade cinética, dois diferentes modelos foram investigados, como reportados na Tabela 3.1, modelo de Gidaspow (1994) (Equação 3.9) e modelo de Syamlal e O'Brien (1993) (Equação 3.10):

$$\mu_{S,cin} = \frac{10 \rho_S d \sqrt{\psi_S \pi}}{96 \alpha_S (1 + e_{SS}) g_{0,SS}} \left[ 1 + \frac{4}{5} g_{0,SS} \alpha_S (1 + e_{SS}) \right]^2 \alpha_S \quad (3.9)$$

$$\mu_{S,cin} = \frac{\alpha_S \rho_S d \sqrt{\psi_S \pi}}{6(3 - e_{SS})} \left[ 1 + \frac{2}{5} (1 + e_{SS}) (3e_{SS} - 1) \alpha_S g_{0,SS} \right] \quad (3.10)$$

Graus de preenchimento de 18,81% e 31,40% (em termos volumétricos) foram utilizados para cada diâmetro de partícula. As velocidades de rotação do tambor foram fixadas em 1,45 rad/s, 4,08 rad/s, 8,91 rad/s e 16,40 rad/s, para permitir a ocorrência dos diferentes regimes de escoamento no interior do tambor: rolamento, cascadeamento, catarateamento e centrifugação.

### 3.3.1.2 Investigação da Força de Arraste

No intuito de se investigar a influência da força de arraste sobre o comportamento do escoamento granular em um tambor rotatório, cinco diferentes modelos de arraste foram

levados em consideração: Gidaspow et al. (1992), Wen e Yu (1966), Gibilaro et al. (1985), Huilin et al. (2003) e Syamlal e O'Brien (1988) (Tabela 3.3).

Tabela 3.3: Diferentes modelos de arraste investigados.

Gidaspow et al. (1992)	
$K_{sf} = \begin{cases} K_{sf\_Wen\_Yu} & \alpha_f > 0,80 \\ K_{sf\_Ergun} & \alpha_f \leq 0,80 \end{cases}$	$K_{sf\_Wen\_Yu} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f  \vec{v}_s - \vec{v}_f }{d_s} \alpha_f^{-2,65} \quad (3.11)$
	$K_{sf\_Ergun} = 150 \frac{\alpha_s (1 - \alpha_f) \mu_f}{\alpha_f d^2} + 1,75 \frac{\rho_f \alpha_s  \vec{v}_s - \vec{v}_f }{d} \quad (3.12)$
	$C_D = \begin{cases} \frac{24}{(\text{Re}_r \alpha_f)} \left[ 1 + 0,15 (\text{Re}_r \alpha_f)^{0,687} \right], & \text{Re}_r \leq 1000 \\ 0,44, & \text{Re}_r > 1000 \end{cases} \quad (3.13)$
	$\text{Re}_r = \frac{\rho_f  \vec{v}_f - \vec{v}_s  d}{\mu_f} \quad (3.14)$
Huilin et al. (2003)	
	$\xi = \frac{1}{2} + \frac{\arctan(262,5(\alpha_s - 0,2))}{\pi} \quad (3.15)$
	$K_{sf} = \xi K_{sf\_Ergun} + (1 - \xi) K_{sf\_Wen\_Yu} \quad (3.16)$
Syamlal e O'Brien (1988)	
	$K_{sf} = \frac{3\alpha_s \alpha_f \rho_f}{4v_{r,s}^2 d} C_D \left( \frac{\text{Re}_r}{v_{r,s}} \right)  \vec{v}_s - \vec{v}_f  \quad (3.17)$
	$v_{r,s} = 0,5(A - 0,06 \text{Re}_r) + 0,5 \left( \sqrt{(0,06 \text{Re}_r)^2 + 0,12 \text{Re}_r (2B - A) + A^2} \right) \quad (3.18)$
	$A = \alpha_f^{4,14} \quad (3.19)$
	$B = \begin{cases} 0,8 \alpha_f^{1,28} & \alpha_f \leq 0,85 \\ \alpha_f^{2,65} & \alpha_f > 0,85 \end{cases} \quad (3.20)$
Gibilaro et al. (1985)	
	$K_{sf} = \left( \frac{18}{\text{Re}_r \alpha_f} + 0,33 \right) \frac{\alpha_s \rho_f  \vec{v}_s - \vec{v}_f }{d} \alpha_f^{-1,8} \quad (3.21)$

No modelo de Gidaspow et al. (1992), os termos  $K_{sf\_Wen\_Yu}$  e  $K_{sf\_Ergun}$ , representam os coeficientes de troca de momento entre as fases gás-sólido propostos por Wen e Yu (1966) e Ergun (1952), respectivamente. Algumas simulações foram, também, conduzidas sem levar o cálculo da força de arraste em consideração a fim de comparar com aquelas que consideraram os modelos citados anteriormente.

Perfis radiais de velocidade de partículas foram medidos experimentalmente (ver seção 3.2.2), para a posterior comparação com os resultados simulados utilizando diferentes modelos de arraste, sob as seguintes condições operacionais: grau de preenchimento de 18,81% e 31,40% (em termos volumétricos) e velocidades de rotação do tambor de 0,71 rad/s ( $F_r = 0,0056$ ) e 1,45 rad/s ( $F_r = 0,0231$ ).

Foram utilizados, como material particulado, grãos de soja, cujas propriedades físicas serão apresentadas, como resultados, no Capítulo 4. Em todas as condições o tambor rotatório foi operado no regime de rolamento.

### 3.3.1.3 Simulação Euleriana Trifásica do Fenômeno de Mistura e Segregação em um Tambor Rotatório

Para o estudo numérico do efeito da diferença de diâmetro das partículas sobre o fenômeno de segregação radial (mistura binária) em um tambor rotatório, foi utilizada uma modelagem Euleriana trifásica gás-sólido(s)-sólido(p), sob as mesmas condições experimentais.

Devido à adição de mais uma fase sólida ao escoamento granular descrito nos tópicos anteriores, algumas modificações devem ser feitas no equacionamento para incluir o acoplamento das fases sólido(s)-sólido(p).

O coeficiente de troca de *momentum* entre as fases sólido(s)-sólido(p) foi calculado utilizando o modelo simétrico de Syamlal e O'Brien (1988), mostrado através da Equação 3.22, sendo que, o índice  $s$  e  $p$  correspondem às diferentes fases sólidas:

$$K_{ps} = \frac{3(1 + e_{ss}) \left( \frac{\pi}{2} + C_{fr,ps} \frac{\pi^2}{8} \right) \alpha_s \rho_s \alpha_p \rho_p (d_p + d_s)^2 g_{0,ps}}{2\pi (\rho_p d_p^3 + \rho_s d_s^3)} \left| \vec{v}_p - \vec{v}_s \right| \quad (3.22)$$

sendo,

$$g_{0,ps} = \frac{d_p g_{0,pp} + d_s g_{0,ss}}{d_s + d_p} \quad (3.23)$$

A função de distribuição radial da fase sólida ( $s$ ) em uma mistura binária é calculada como a seguir, sendo que a mesma pode ser estendida de forma similar para a fase sólida( $p$ ):

$$g_{0,ss} = \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_s + \alpha_p}{\alpha_{T,\max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} + \frac{1}{2} d_s \left( \frac{\alpha_s}{d_s} + \frac{\alpha_p}{d_p} \right) \quad (3.24)$$

Visto que uma mistura de partículas de diferentes diâmetros aumenta o limite máximo de empacotamento do leito de material, foi utilizado, aqui, o modelo proposto por Fedors e Landel (1979) para o limite máximo de empacotamento de uma mistura binária ( $\alpha_{T,\max}$ ), contendo dois diferentes diâmetros ( $d_s > d_p$ ), como uma função da razão de composição, defina como:

$$X_b = \frac{\alpha_s}{(\alpha_s + \alpha_p)} \quad (3.25)$$

Se,

$$X_b \leq \frac{\alpha_{s,\max}}{(\alpha_{s,\max} + (1 - \alpha_{s,\max}) \alpha_{p,\max})} \quad (3.26)$$

Então,

$$\alpha_{T,\max} = 1 - \frac{\left[ \left( \alpha_{s,\max} - \alpha_{p,\max} + \left( 1 - \sqrt{\frac{d_p}{d_s}} \right) (1 - \alpha_{s,\max}) \alpha_{p,\max} \right) \right]}{\left[ \left( \alpha_{s,\max} + (1 - \alpha_{s,\max}) \alpha_{p,\max} \right) \frac{X_b}{\alpha_{s,\max}} \right]^{-1}} \quad (3.27)$$

Senão,

$$\alpha_{T,\max} = 1 - \left( 1 - \sqrt{\frac{d_p}{d_s}} \right) \left( \alpha_{p,\max} + (1 - \alpha_{s,\max}) \alpha_{p,\max} \right) (1 - X_b) + \alpha_{s,\max} \quad (3.28)$$

Os demais modelos, tais como, os de viscosidade granular e de arraste (acoplamento das fases gás-sólido), utilizados na modelagem desta mistura binária, foram aqueles apresentados nas seções anteriores e validados no Capítulo 4.

### 3.3.1.4 Condições Numéricas utilizadas nas Simulações Eulerianas

Para todas as simulações Eulerianas realizadas, o resolvidor numérico Fluent<sup>®</sup>, versão 14.0, foi utilizado e as principais condições e métodos numéricos adotados são dispostos na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Condições de contorno e métodos numéricos adotados nas simulações Eulerianas.

Método de discretização:	Método dos volumes finitos
Acoplamento pressão-velocidade:	Algoritmo SIMPLE
Método de interpolação espacial:	Método de primeira ordem <i>Up-wind</i>
Método de interpolação temporal:	Método de Euler
Condição de contorno na parede:	Condição de não deslizamento ( <i>no-slip</i> ) para as velocidades de todas as fases envolvidas
	Gradiente de pressão nulo
Passo de tempo ( <i>time step</i> ):	$1 \times 10^{-4}$ s
Critério de convergência:	$1 \times 10^{-3}$
Tempo de simulação:	50 s

A malha computacional empregada nas simulações Eulerianas foi construída utilizando o *software ICEM-CFD*, sendo a mesma classificada como regular tridimensional (todos os volumes são representados por paralelepípedos) e composta por 300.000 células ou volumes (Figura 3.10).

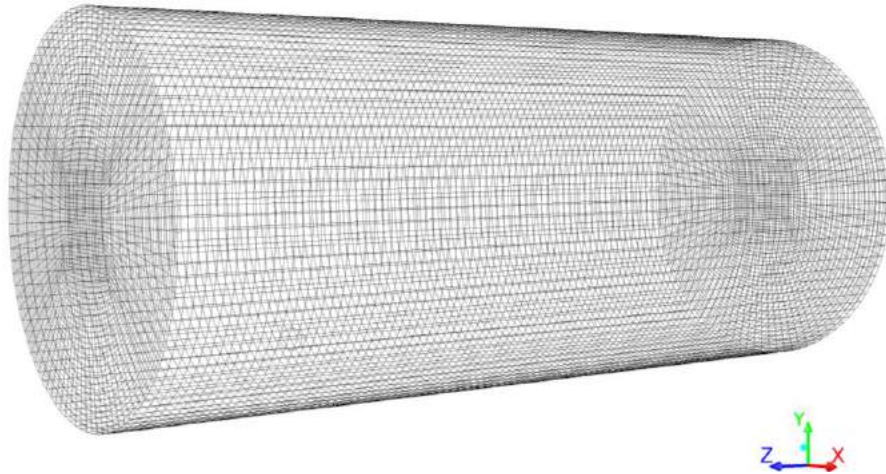


Figura 3.10: Malha computacional utilizada nas simulações Eulerianas composta por 300.000 células computacionais (0,22 m de diâmetro interno e 0,50 m de comprimento).

### 3.3.2 Modelagem Lagrangeana (*DEM*)

Todas as simulações Lagrangeanas (*DEM*) foram realizadas por meio do *software* comercial PFC3D<sup>®</sup> (*Particle Flow Code 3-Dimensions*), sendo que a licença do *software* foi disponibilizada durante a estadia do aluno no *Leibniz Institut für Agrartechnik* em Potsdam na Alemanha.

O estudo da metodologia Lagrangeana foi dividido em três partes: calibração do modelo através de um Planejamento Composto Central, verificação da calibração e utilização do modelo calibrado em um caso de escalonamento, descritos nos tópicos a seguir.

#### 3.3.2.1 Calibração dos Principais Parâmetros da Metodologia *DEM*

No que se refere às simulações utilizando a abordagem Lagrangeana, primeiramente foi realizada uma análise de sensibilidade paramétrica, por meio de um Planejamento Composto Central, a fim de se avaliar os efeitos do coeficiente de atrito ( $\mu_p$ ) e da razão de amortecimento ( $\zeta$ ) sobre o ângulo de repouso dinâmico do material ( $\theta_s$ ).

Com o intuito de se investigar, também, o efeito da forma da partícula sobre o comportamento do escoamento granular previsto pela modelagem *DEM*, utilizou-se arroz e esferas de vidro B em um tambor rotatório de 0,10 m de diâmetro interno e 0,10 m de comprimento.

A matriz de planejamento empregada na calibração da metodologia *DEM*, tanto para o arroz quanto para as esferas de vidro B, foi criada por meio do software STATISTICA® e é disposta na Tabela 3.5.

Tabela 3.5: Matriz do Planejamento Composto Central utilizada na calibração da metodologia *DEM* (fator de ortogonalidade  $\alpha = 1,41$ ).

Simulação	Fatores (ajustados)			
	Coeficiente de atrito		Razão de amortecimento	
	Níveis reais (-)	Níveis codificados	Níveis reais (-)	Níveis codificados
1	0,230	-1	0,230	-1
2	0,230	-1	0,620	+1
3	0,620	+1	0,230	-1
4	0,620	+1	0,620	+1
5	0,149	$-\alpha$	0,425	0
6	0,701	$+\alpha$	0,425	0
7	0,425	0	0,149	$-\alpha$
8	0,425	0	0,701	$+\alpha$
9	0,425	0	0,425	0

Normalmente o coeficiente de mola deve possuir um valor alto, porém, quanto maior o valor do coeficiente de mola, menor terá que ser o passo de tempo (*time step*) utilizado na integração das equações do movimento e, conseqüentemente, maior será o tempo despendido nas simulações *DEM* (Pereira et al., 2011). Para todas as simulações *DEM* realizadas neste trabalho, um valor constante de coeficiente de mola de  $2 \times 10^5$  N/m foi empregado, o que tornou as simulações viáveis em termos de tempo computacional.

De acordo com as condições de contato locais e propriedades do material particulado, o *software* PFC3D® ajusta, automaticamente, o passo de tempo (*times step*) a fim de garantir uma estabilidade numérica. O passo de tempo para todas as simulações *DEM* variaram de  $1 \times 10^{-6}$  a  $1 \times 10^{-7}$  s e o tempo total de simulação foi de, aproximadamente, 15 s.

Nas simulações envolvendo as esferas de vidro B, todas as partículas foram consideradas perfeitamente esféricas. Contudo, para as simulações envolvendo o arroz, foi aplicada uma metodologia de “agrupamento” (*clump*), a qual permite a criação de partículas contendo um formato arbitrário. Cada *clump* consiste em um conjunto de esferas sobrepostas umas às outras agindo como um único corpo rígido e com contornos deformáveis (Shamsi e Mirghasemi, 2012).

Como pode ser visto na Figura 3.11, cada partícula de arroz foi criada por meio de cinco esferas sobrepostas.



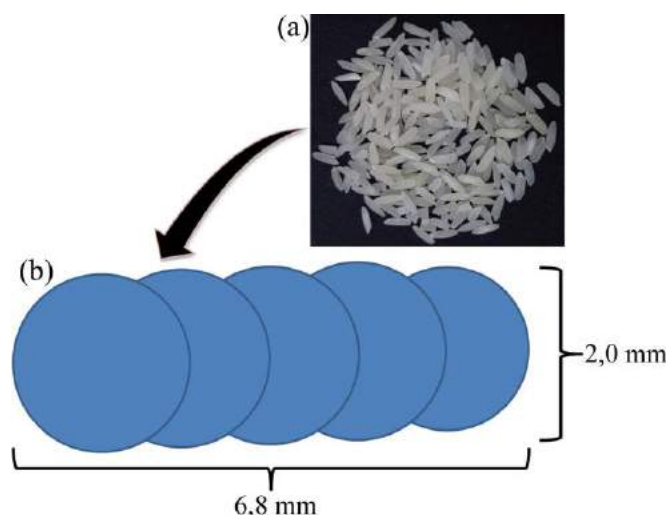


Figura 3.11: Partícula utilizada nas simulações DEM – (a) arroz; (b) clump ou representação computacional do arroz.

Para as esferas de vidro B, as seguintes condições operacionais foram fixadas neste planejamento: grau de preenchimento de 20% e velocidade de rotação do tambor de 1,5 rad/s ( $F_r = 0,011$ ). Neste caso, o número de partículas (esferas) geradas no interior do tambor foi de 2407 partículas.

Visto que cada partícula de arroz foi criada utilizando-se cinco esferas sobrepostas (*clump*), optou-se, neste planejamento, por um grau de preenchimento de 15% ao invés de 20% em virtude do alto custo computacional. A velocidade de rotação do tambor, para o caso do arroz, foi a mesma daquela utilizada para esferas de vidro (1,5 rad/s). O número de *clumps* gerados no interior do tambor, para o caso de um grau de preenchimento de 15%, utilizando-se arroz como material particulado, foi de 2.160 *clumps* o que corresponde a um total de 10.800 esferas.

### 3.3.2.2 Verificação da Calibração da Metodologia DEM

Após o procedimento de calibração e a consequente determinação dos valores adequados dos parâmetros aplicados na modelagem da dinâmica de partículas em um tambor rotatório, um novo Planejamento Composto Central foi executado e comparado com dados experimentais, sob as mesmas condições, a fim de verificar a calibração para diferentes condições operacionais.

A nova matriz de planejamento, empregando como resposta, novamente, o ângulo de repouso dinâmico ( $\theta_s$ ), mas, agora, como uma função dos fatores velocidade de rotação ( $\omega$ ) e grau de preenchimento ( $f$ ), é mostrada na Tabela 3.6.

Tabela 3.6: Matriz do Planejamento Composto Central utilizada na verificação da calibração do modelo DEM para diferentes condições operacionais (fator de ortogonalidade  $\alpha = 1,41$ ).

Simulação	Fatores (ajustados)			
	Velocidade de rotação		Grau de preenchimento	
	Níveis reais (rad/s)	Níveis codificados	Níveis reais (-)	Níveis codificados
1	1,15	-1	0,115	-1
2	1,15	-1	0,186	+1
3	1,86	+1	0,115	-1
4	1,86	+1	0,186	+1
5	1,00	$-\alpha$	0,150	0
6	2,00	$+\alpha$	0,150	0
7	1,50	0	0,100	$-\alpha$
8	1,50	0	0,200	$+\alpha$
9	1,50	0	0,150	0

Para o processo de verificação dos parâmetros *DEM* utilizou-se, ainda, o tambor rotatório de 0,10 m de diâmetro e 0,10 m de comprimento, devido à quantidade de simulações e ao alto custo computacional. Todas as condições mostradas na Tabela 3.6 foram realizadas, tanto para o arroz, quanto para as esferas de vidro B.

### 3.3.2.3 Utilização do Modelo Calibrado em um Caso de Escalonamento

A grande maioria dos estudos utilizando simulações *DEM* (Yang et al., 2003; Liu et al., 2013 ) restringe-se a equipamentos em escalas bastante reduzidas, não se averiguando a generalização da modelagem, antes calibrada, frente ao aumento de escala.

Logo, após a verificação da calibração dos parâmetros *DEM* com a variação das condições operacionais, foi realizada a aplicação do modelo calibrado em um caso de escalonamento.

Para a realização dos experimentos, para posterior comparação com os resultados simulados e para uma investigação do efeito do comprimento do tambor sobre o escoamento granular, foi utilizado um tambor rotatório de 0,39 m de diâmetro interno e contendo dois diferentes comprimentos: 0,02 m e 0,45 m (Figura 3.2).

Para a comparação com a metodologia Lagrangeana, utilizou-se as seguintes condições na obtenção das velocidades de partículas experimentais (ver seção 3.2.2): grau de preenchimento de 10% e 15% (em termos volumétricos) e velocidades de rotação do tambor de 0,38 rad/s ( $F_r = 0,0029$ ) e 0,65 rad/s ( $F_r = 0,0084$ ). Neste caso, o arroz foi utilizado como material particulado (suas propriedades físicas serão apresentadas, como resultados, no Capítulo 4). Em todas as condições o tambor rotatório foi operado no regime de rolamento.

Após testes preliminares do custo computacional envolvendo o número de partículas no interior do tambor em função do tempo despendido nas simulações, optou-se por uma geometria numérica do tambor contendo 0,39 m de diâmetro interno e 0,02 m de comprimento.

O tempo de simulação estipulado foi baseado no tempo mínimo necessário para que o tambor completasse, pelo menos, um ciclo.

Apesar do pequeno comprimento utilizado (0,02 m), a simulação envolvendo, por exemplo, o grau de preenchimento de 15% (número de *clumps* igual a 10.267 ou 51.335 esferas) e a menor velocidade de rotação (0,38 rad/s), levou em torno de 2 a 3 semanas para completar um único ciclo (aproximadamente 16,53 s de simulação com um passo de tempo entre  $1 \times 10^{-6}$  e  $1 \times 10^{-7}$  s).

---

# CAPÍTULO 4

---

## Resultados e Discussões



este capítulo, serão apresentados e discutidos os principais resultados obtidos quando da utilização das diferentes metodologias, experimentais e numéricas, empregadas no estudo da dinâmica de partículas no interior do tambor rotatório.

### 4.1 Fenômeno de Transição entre os Diferentes Regimes

A fim de se investigar o efeito das propriedades físicas das partículas sobre o fenômeno de transição entre os regimes de escoamento em um tambor rotatório, diferentes materiais particulados foram utilizados, cujas principais propriedades foram medidas e dispostas na Tabela 4.1, sendo,  $\rho_s$ ,  $D_V$ ,  $\phi$  e  $\mu_{p-w}$ , a massa específica, o diâmetro volumétrico, a esfericidade e o coeficiente de atrito partícula-parede, respectivamente.

Como pode ser observado por meio da Tabela 4.1, os valores de coeficiente de atrito partícula-parede ( $\mu_{p-w}$ ) foram maiores para as partículas irregulares ou achatadas (menores valores de  $\phi$ ) do que para as partículas regulares ou arredondadas (maiores valores de  $\phi$ ), o que pode ser atribuído ao fato de que partículas irregulares possuem uma maior área superficial de contato e, conseqüentemente, seu movimento de rotação é mais inibido, como esperado.

Tabela 4.1: Propriedades físicas dos diferentes materiais investigados.

Materiais	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$D_V$ (m)	$\phi$ [-]	$\mu_{p-w}$ [-]
Comprimido	1517	0,00662	0,50	0,90
Milho	1288	0,00788	0,66	0,76
Arroz	1465	0,00277	0,35	0,73
Soja	1164	0,00639	0,84	0,31
Esferas de vidro A	2460	0,00113	0,91	0,48
Esferas de vidro B	2460	0,00422	0,86	0,35

Todas as curvas de transição foram determinadas visualmente, utilizando uma câmera de alta velocidade, tanto pelo aumento gradual da velocidade de rotação do tambor (intitulada, aqui, como Curva de Ida), desde o regime de rolamento até o regime de centrifugação, quanto pela diminuição gradual da velocidade de rotação do tambor (intitulada, aqui, como Curva de Volta), desde o regime de centrifugação até o regime de rolamento, como uma função do grau de preenchimento.

Vale ressaltar que o conceito de obtenção de “Curvas de Ida” e de “Curvas de Volta” em tambores rotatórios está sendo, aqui, introduzido pela primeira vez na literatura.

#### 4.1.1 Investigação da Transição entre os Regimes Rolamento-Cascadeamento

Para a transição entre os regimes rolamento-cascadeamento, Blumberg e Schlünder (1996) observaram, por meio de experimentos utilizando dois diferentes diâmetros de tambor (0,10 m e 0,29 m) e diferentes diâmetros de partículas arredondadas (0,55 – 5,0 mm), uma considerável dependência entre a velocidade crítica de rotação do tambor e o tamanho da partícula, descrita pela Equação 4.1 a seguir:

$$F_{rc} \approx \frac{2d}{D} \quad (4.1)$$

sendo  $F_{rc}$ ,  $D$  e  $d$  o número de Froude crítico, o diâmetro interno do tambor e o diâmetro da partícula, respectivamente (Blumberg e Schlünder, 1996).

Apesar de algumas faixas do número de Froude crítico para a condição de regime de rolamento serem reportadas na literatura, como por exemplo,  $10^{-4} < F_r < 10^{-2}$  (Mellmann, 2001) e  $5,0 \times 10^{-4} < F_r < 2,0 \times 10^{-2}$  (Henein et al., 1983), o efeito da forma da partícula deve ser

considerada, além da velocidade de rotação e do diâmetro das partículas, a fim de se melhor representar o fenômeno de transição rolamento-cascadeamento.

Desta forma, é sugerida por este trabalho a substituição do diâmetro da partícula,  $d$  na Equação 4.1, pelo diâmetro volumétrico ( $D_v$ ) multiplicado pela esfericidade ( $\phi$ ) (Equação 4.2):

$$F_{rc} \approx \frac{2D_v\phi}{D} \quad (4.2)$$

Devido à escassez de validação da Equação 4.1 para diferentes materiais, foram feitas comparações entre as curvas de transição rolamento-cascadeamento experimentais, obtidas neste trabalho considerando partículas contendo diferentes propriedades físicas, e as previstas pelo modelo de Blumberg e Schlünder (1996) (Figura 4.1). Os resultados obtidos utilizando-se a Equação 4.2 são, também, apresentados na Figura 4.1.

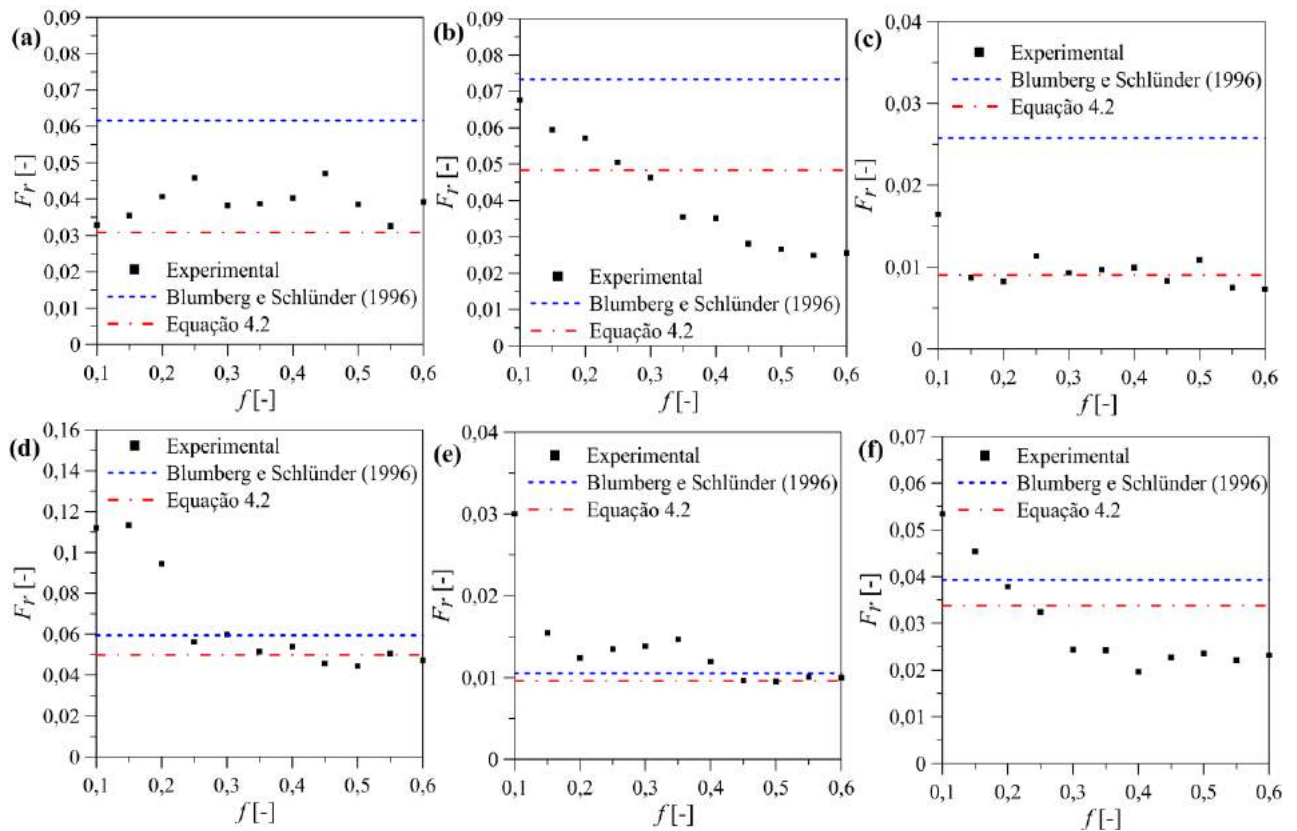


Figura 4.1: Curvas de transição entre os regimes rolamento-cascadeamento – (a) comprimido; (b) milho; (c) arroz; (d) soja; (e) esferas de vidro A; (f) esferas de vidro B.

Visto que, independente do material utilizado, não se observou uma diferença significativa entre as Curvas de Ida e as Curvas de Volta para cascadeamento, apenas as curvas experimentais de ida foram plotadas.

De um modo geral, os melhores resultados entre o experimental e o predito pela equação de Blumberg e Schlünder (1996), foram aqueles obtidos utilizando partículas regulares ou arredondadas (maiores valores de  $\phi$ ), visto que a Equação 4.1 foi, originalmente, desenvolvida utilizando partículas esféricas de silicato alumínio. Pode-se notar que, o efeito do grau de preenchimento sobre a transição rolamento-cascadeamento, observado experimentalmente, não é levado em consideração no modelo.

Para uma melhor comparação entre o modelo desenvolvido por Blumberg e Schlünder (1996) e o representado pela Equação 4.2, os desvios com relação ao experimental do número de Froude crítico são dispostos, como uma média sobre toda a faixa de grau de preenchimento investigada, na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Desvios médios relativos entre as Equações 4.1 (Blumberg e Schlünder, 1996) e 4.2 na previsão da transição rolamento-cascadeamento.

Materiais	<i>Desvios médios (%)</i> <i>Equação 4.1</i>	<i>Desvios médios (%)</i> <i>Equação 4.2</i>
Arroz	176,31	15,20
Comprimido	59,71	20,14
Milho	99,53	43,83
Soja	24,66	20,51
Esferas de vidro A	20,68	23,07
Esferas de vidro B	52,29	38,02

Pode-se observar que, os desvios médios obtidos utilizando-se a Equação 4.1 para a previsão da transição rolamento-cascadeamento foram maiores do que os obtidos pela Equação 4.2, principalmente para partículas irregulares ou achatadas, o que demonstra uma considerável influência da forma da partícula sobre o padrão de escoamento em tambores.

Apesar da melhor acurácia da Equação 4.2 na previsão da transição rolamento-cascadeamento, incluindo partículas regulares e irregulares, investigações adicionais, com relação ao efeito do grau de preenchimento, são necessárias.

#### 4.1.2 Investigação da Transição entre os Regimes Catarateamento-Centrifugação

No que concerne à transição catarateamento-centrifugação, Watanabe (1999) e Mellmann (2001) observaram que a velocidade crítica de centrifugação depende significativamente do grau de preenchimento, visto que, quanto menor os valores de grau de preenchimento, maiores as velocidades de rotação necessárias para centrifugação ( $F_{rc} > 1$ ).

Visto que o número de Froude crítico ( $F_{rc}$ ) tende, assintoticamente, a um valor unitário ( $F_{rc} = 1$ ), à medida que o grau de preenchimento ( $f$ ) aumenta, propõe-se a seguinte expressão para a transição catarateamento-centrifugação (Equação 4.3):

$$F_{rc} = 1 + \lambda \exp(-\tau f) \quad (4.3)$$

Introduzindo  $F_{rc} = \omega_c^2 R/g$  na Equação 4.3 e resolvendo para a velocidade crítica de rotação ( $\omega_c$ ), resulta em

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g [1 + \lambda \exp(-\tau f)]}{R}} \quad (4.4)$$

Pode-se notar, por meio da Equação 4.4 que, dependendo do valor de  $\tau$ , à medida que  $f \rightarrow 1$ , o termo  $\lambda \exp(-\tau f) \rightarrow 0$  e, conseqüentemente, a Equação 4.4 se reduz à Equação 2.1 a qual corresponde ao equilíbrio de forças teórico. Por outro lado, à medida que  $f$  decresce ( $f \rightarrow 0$ ), a velocidade crítica de centrifugação aumenta ( $F_{rc} \gg 1$ ), o qual se encontra de acordo com as observações experimentais (Watanabe, 1999; Mellmann, 2001).

Logo, o parâmetro  $\lambda$  corresponde ao efeito adicional, incorporado à velocidade de rotação ou ao número de Froude, necessário para a transição ao regime de centrifugação quando da utilização de pequenos valores de graus de preenchimento ( $f$ ). Por outro lado,  $\tau$  é relacionado ao decaimento exponencial da velocidade crítica para centrifugação ( $\omega_c$ ) com o aumento do grau de preenchimento ( $f$ ) durante a transição catarateamento-centrifugação. Espera-se que ambos os parâmetros, aqui introduzidos, sejam dependentes das propriedades físicas dos materiais particulados.



A Figura 4.2 mostra as curvas de transição catarateamento-centrifugação (número de Froude pelo grau de preenchimento) para diferentes materiais particulados, tanto de ida quanto de volta, juntamente com as curvas ajustadas através da Equação 4.3.

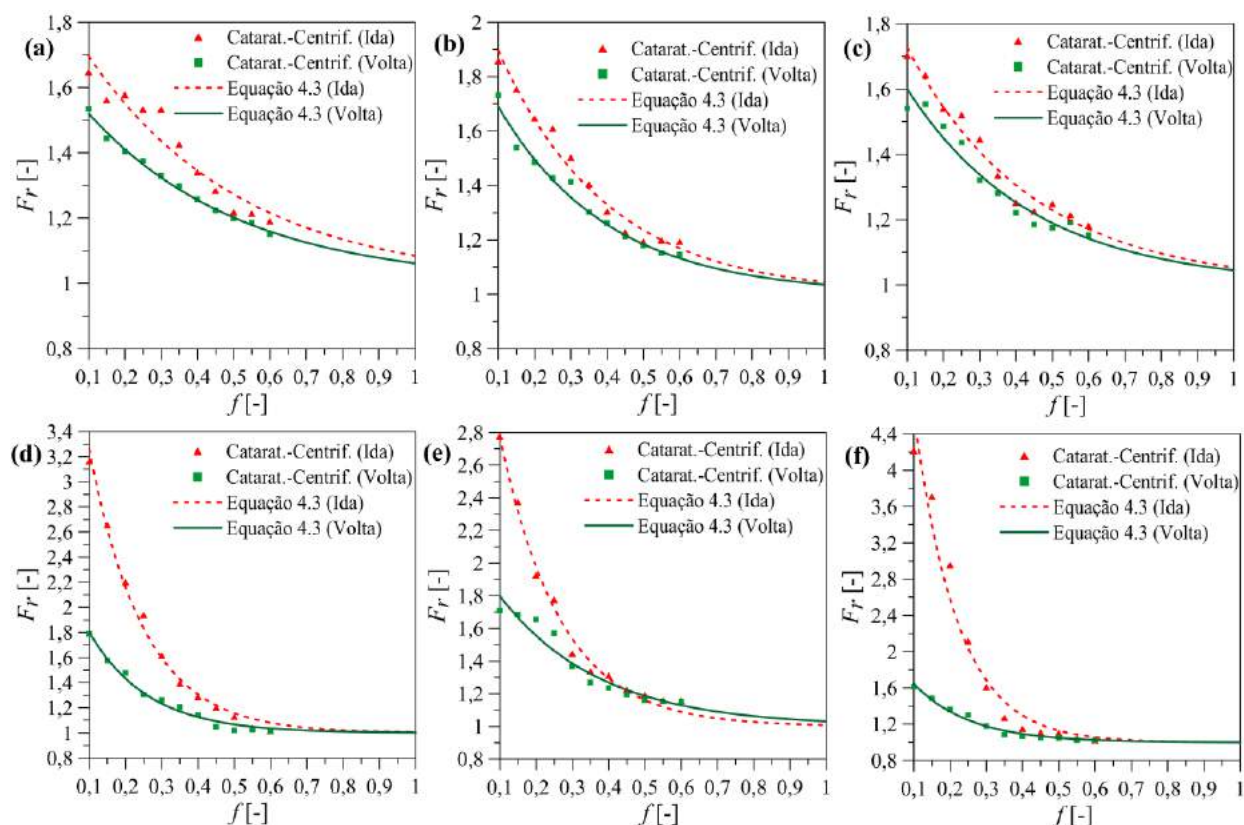


Figura 4.2: Curvas de transição entre os regimes catarateamento-centrifugação – (a) comprimido; (b) milho; (c) arroz; (d) soja; (e) esferas de vidro A; (f) esferas de vidro B.

Pode-se observar que os valores de velocidade crítica para centrifugação, no caso das curvas de volta (quadrados fechados), foram diferentes daqueles no caso das curvas de ida (triângulos fechados), e os efeitos foram mais pronunciados quando da utilização das partículas arredondadas (maiores valores de  $\phi$ ) e dos menores valores de grau de preenchimento. Desta forma, foi observado, pela primeira vez na literatura, o fenômeno de histerese quando da transição entre os regimes catarateamento-centrifugação.

Nota-se que, a intensidade da histerese foi significativamente influenciada pela forma da partícula, o que pode ser atribuído ao fato de que, para partículas arredondadas, nas quais a área de contato partícula-parede e partícula-partícula é reduzida a um ponto, a transferência de *momentum* é, de alguma forma, menos eficiente quando comparada às partículas irregulares.

Adicionalmente, partículas irregulares podem formar estruturas estáveis, através de “encaixes”, o que facilita a aderência à parede do tambor, podendo ser carregadas a alturas mais elevadas. Logo, no caso das curvas de ida, a transição catarateamento-centrifugação ocorre a velocidades de rotação maiores para partículas arredondadas do que para partículas irregulares.

Nesta investigação, os parâmetros  $\lambda$  e  $\tau$  que se encontram na Equação 4.3, foram ajustados, tanto para a curva de centrifugação de ida ( $\lambda_I$  e  $\tau_I$ ) quanto de volta ( $\lambda_V$  e  $\tau_V$ ), para diferentes materiais (Figura 4.2), por meio de uma regressão não linear (Tabela 4.3).

Tabela 4.3: Parâmetros  $\lambda$  e  $\tau$  ajustados por meio de uma regressão não linear utilizando a Equação 4.3.

Materiais		Curva de Ida		Curva de Volta	
		$\lambda_I$ [-]	$\tau_I$ [-]	$\lambda_V$ [-]	$\tau_V$ [-]
Grupo 1	Comprimido	0,88	2,34	0,66	2,37
	Milho	1,25	3,33	0,96	3,30
	Arroz	0,97	2,89	0,80	2,88
Grupo 2	Soja	4,40	6,66	1,49	6,18
	Esferas de vidro A	3,24	6,00	1,15	3,64
	Esferas de vidro B	8,38	8,35	1,23	6,44

Os coeficientes de correlação foram maiores do que 0,96 para todos os materiais, mostrando um comportamento exponencial entre o número de Froude crítico para centrifugação ( $F_{rc}$ ) e o grau de preenchimento ( $f$ ).

Como pode ser observado na Tabela 4.3, os materiais foram divididos em dois diferentes grupos, chamados aqui de Grupo 1 e Grupo 2. O Grupo 1 foi composto por partículas com baixos valores dos parâmetros  $\lambda$  e  $\tau$  (partículas irregulares) enquanto os materiais que apresentaram altos valores dos parâmetros  $\lambda$  e  $\tau$  (partículas regulares) foram introduzidos no Grupo 2. Diferenças significativas podem ser observadas entre os escoamentos de partículas arredondadas e partículas irregulares.

Pode-se observar que, todos os materiais irregulares (Grupo 1) não mostraram diferenças significativas entre os parâmetros  $\lambda_I$  e  $\lambda_V$  e entre  $\tau_I$  e  $\tau_V$ , o que significa que, para esta classe de materiais, as curvas de ida e de volta para centrifugação foram similares e, consequentemente, a histerese foi menos pronunciada.

Por outro lado, partículas arredondadas (Grupo 2), as quais são caracterizadas por apresentar baixos valores de coeficiente de atrito partícula-parede ( $\mu_{p-w}$ ) e altos valores de

esfericidade ( $\phi$ ), mostraram serem significativamente afetadas pelo fenômeno de histerese ( $\lambda_I \neq \lambda_V$  e  $\tau_I \neq \tau_V$ ) (ver Tabela 4.3 e Figura 4.2).

O efeito do tamanho da partícula sobre a transição catarateamento-centrifugação pode ser avaliado através da comparação entre as esferas de vidro A e B. Pode-se notar que, para uma massa específica constante, a histerese é mais acentuada para partículas contendo o maior diâmetro.

Vale à pena notar que, para todos os materiais pertencentes ao Grupo 1, as médias dos parâmetros  $\lambda$  e  $\tau$  (incluindo os valores das curvas de ida e volta) foram de 0,92 e 2,85 e os desvios padrão foram de 0,19 e 0,43, respectivamente. Este esforço representa uma tentativa de generalizar a expressão para a transição catarateamento-centrifugação para esta classe de partículas embora experimentos adicionais, empregando outros materiais, devem ser realizados a fim de se confirmar os resultados.

Com o propósito de esclarecer ainda mais o efeito da forma da partícula sobre os regimes de transição, os ângulos de repouso dinâmico ( $\theta_S$ ) dos diferentes materiais foram medidos como uma função do grau de preenchimento ( $f$ ) e da velocidade de rotação do tambor ( $\omega$ ) (Figura 4.3).

A Figura 4.3 mostra que, o uso de partículas pertencentes ao Grupo 1 resultou em maiores ângulos de repouso dinâmico quando comparados aos respectivos valores atribuídos às partículas do Grupo 2. Como observado por Dubé et al. (2013), ao invés de rolarem, as partículas irregulares são submetidas a um diferente mecanismo de empacotamento o qual permite a formação de um emaranhado próximo à parede do tambor resultando em maiores ângulos de repouso.

Logo, o ângulo de repouso dinâmico, o qual está relacionado com a forma e rugosidade da partícula, fornece um adequado indicativo sobre o fenômeno de transição catarateamento-centrifugação, visto que, quanto maior o ângulo de repouso dinâmico do material, menor a velocidade crítica de rotação para centrifugação e, conseqüentemente, menor o efeito de histerese.

É também interessante notar que, dentro do erro experimental, o ângulo de repouso para as partículas do Grupo 1 foi mais dependente da velocidade de rotação do tambor do que do grau de preenchimento e esta dependência tendeu a decrescer à medida que o coeficiente de atrito partícula-parede ( $\mu_{p-w}$ ) decresceu (Figura 4.3 *a*, *b* e *c*).

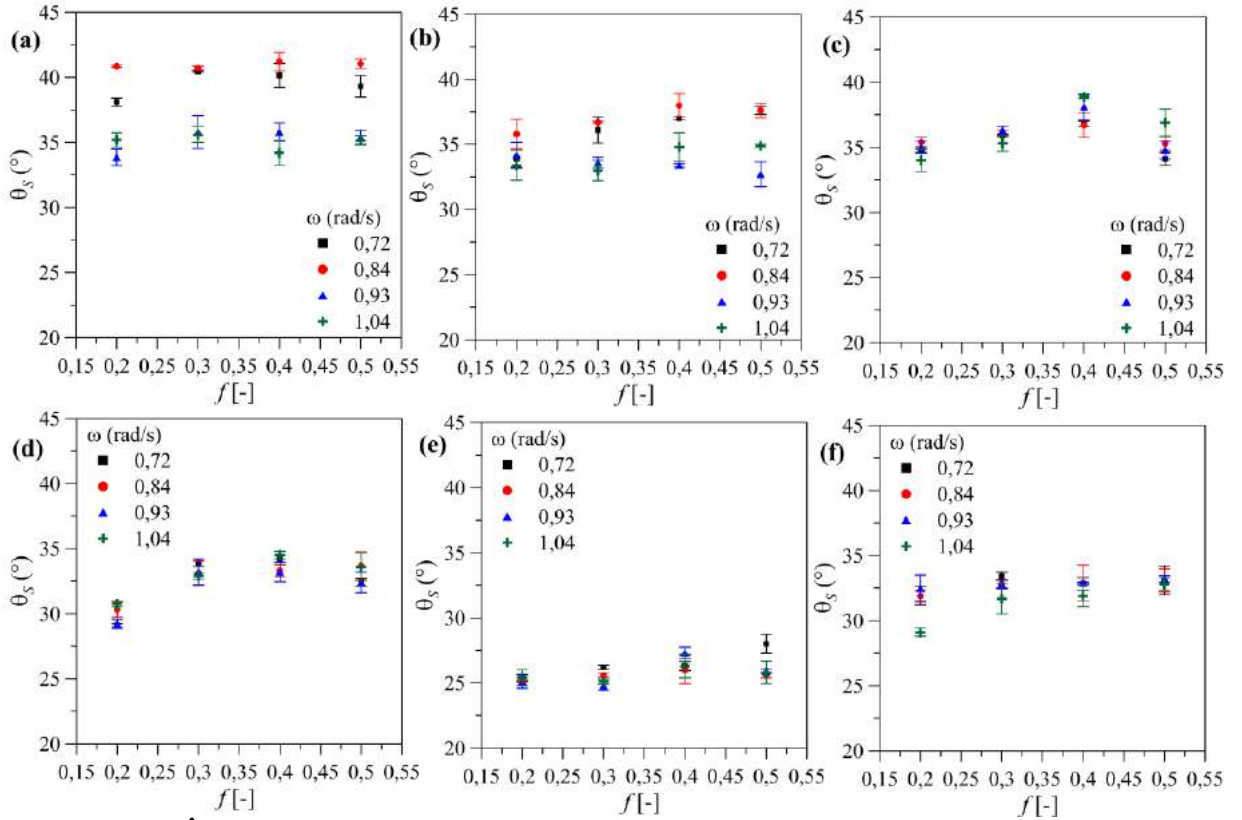


Figura 4.3: Ângulo de repouso dinâmico em função da velocidade de rotação e do grau de preenchimento do tambor – (a) comprimido; (b) milho; (c) arroz; (d) soja; (e) esferas de vidro A; (f) esferas de vidro B.

Por outro lado, para os materiais do Grupo 2 (Figura 4.3 *d, e e f*), os ângulos de repouso foram mais influenciados pelo grau de preenchimento do que pela velocidade de rotação do tambor, o que torna evidente a influência da forma da partícula sobre a dinâmica no interior de um tambor rotatório.

## 4.2 Aplicação da Modelagem no Estudo da Dinâmica de Partículas em Tambores Rotatórios

### 4.2.1 Investigação da Viscosidade Granular na Modelagem Euleriana

Foi um dos objetivos principais deste trabalho investigar, para o caso específico do escoamento transversal no interior de um tambor rotatório, os diferentes modelos utilizados para prever a viscosidade granular, a qual é de suma importância na modelagem Euleriana de escoamentos de sólidos.

A seguir é apresentada uma análise qualitativa, tanto experimental quanto numérica, dos diferentes regimes de escoamento como uma função da velocidade de rotação, do grau de preenchimento do tambor e do diâmetro de partículas.

As Figuras 4.4-4.7 mostram as distribuições da fase sólida, experimental e numérica, no plano transversal de um tambor rotatório para diferentes diâmetros de partículas, graus de preenchimento e velocidades de rotação. As simulações numéricas foram conduzidas utilizando-se das diferentes configurações apresentadas na Tabela 3.1.

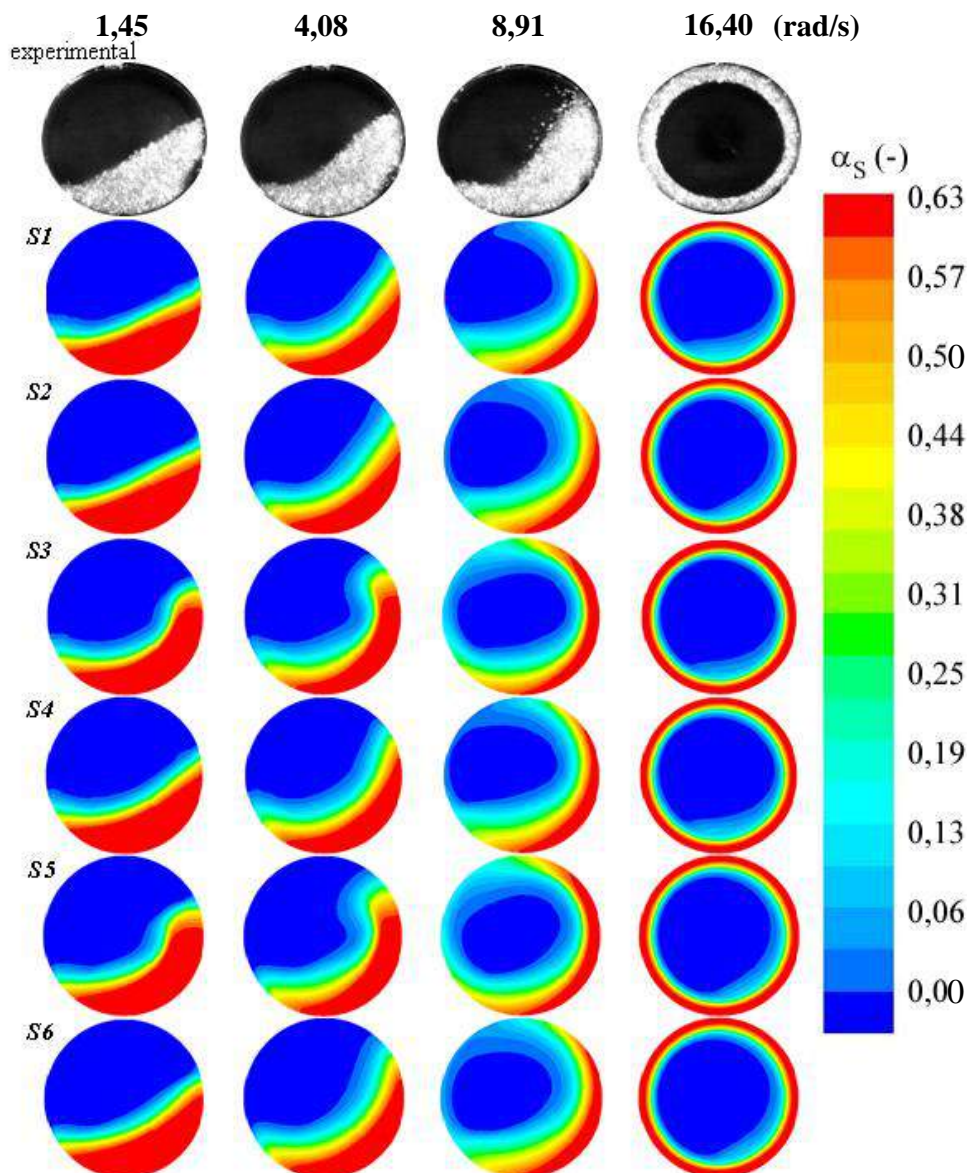


Figura 4.4: Frações volumétricas de sólidos, experimentais e simuladas utilizando as configurações *S1*, *S2*, *S3*, *S4*, *S5* e *S6* (Tabela 3.2), para esferas de vidro B: grau de preenchimento de 31,40% e velocidade de rotação de 1,45, 4,08, 8,91 e 16,40 rad/s.



Pode-se observar que os diferentes regimes de escoamento de sólidos em um tambor rotatório, como os descritos por Mellmann (2001), foram identificados na medida em que a velocidade de rotação foi aumentada: rolamento, cascadeamento, catarateamento e centrifugação (Figuras 4.4-4.7).

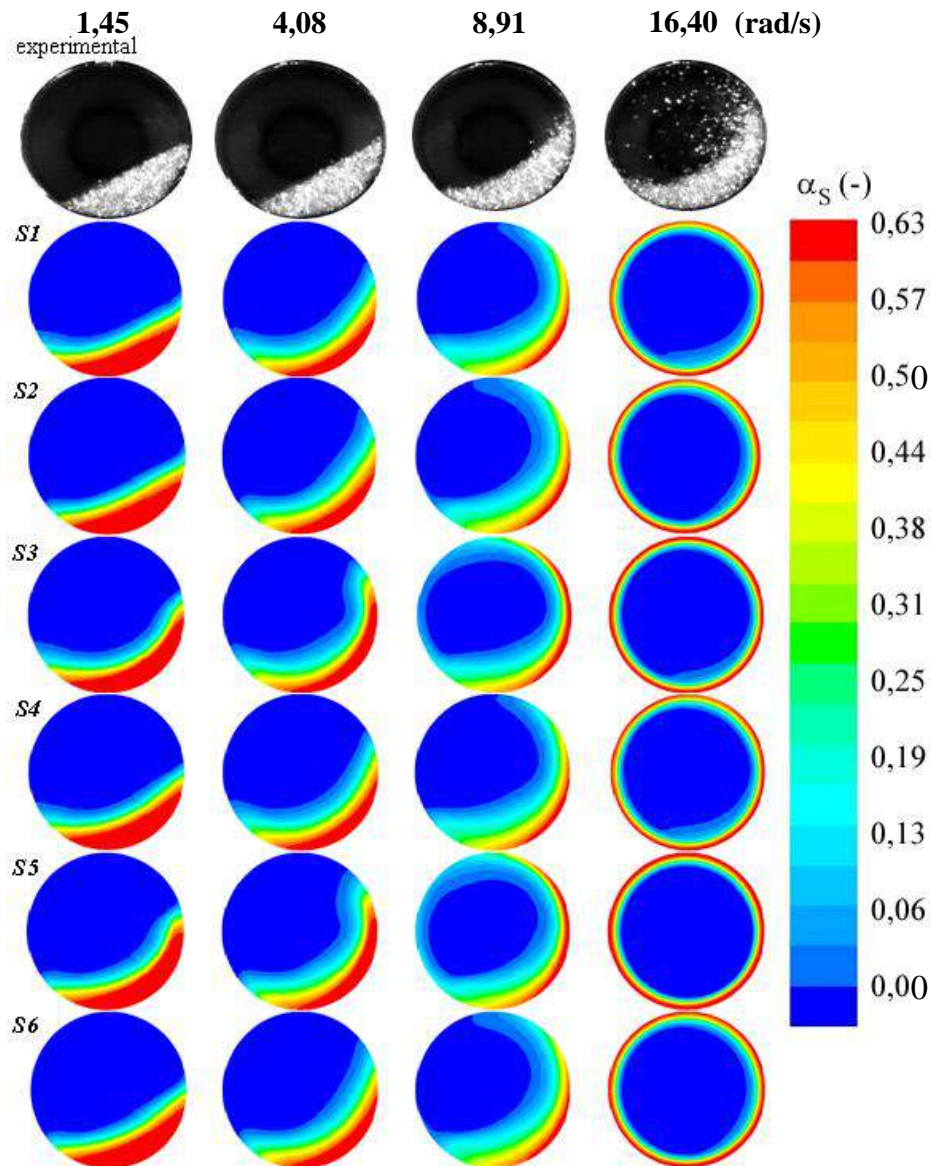


Figura 4.5: Frações volumétricas de sólidos, experimentais e simuladas utilizando as configurações *S1*, *S2*, *S3*, *S4*, *S5* e *S6* (Tabela 3.2), para esferas de vidro B: grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação de 1,45, 4,08, 8,91 e 16,40 rad/s.

Quando a velocidade de rotação é baixa (1,45 rad/s), o regime de rolamento é observado. Este tipo de regime é caracterizado por um escoamento uniforme de uma camada fina de partículas sobre a superfície do leito, enquanto que a maior parte do material é

transportado pela parede do tambor como um corpo sólido. A superfície do leito apresenta uma inclinação aproximadamente constante.

Na maioria dos processos industriais, o regime de rolamento é desejado por providenciar condições favoráveis à transferência de calor, em processos que utilizam altas temperaturas, e garantir uma maior uniformidade dos componentes em uma mistura, os quais estão diretamente ligados à qualidade final dos produtos (Mellmann, 2001).

Com o aumento da velocidade de rotação (4,08 rad/s), a superfície do leito começa a “arquear” e o regime de cascadeamento toma lugar no processo. A intensidade da deformação da superfície do leito aumenta com o aumento da velocidade. Com um maior incremento na velocidade de rotação (8,91 rad/s), o regime de cascadeamento torna-se tão pronunciado que partículas individuais desprendem-se do leito de material e são lançadas para o espaço vazio do tambor.

O desprendimento de partículas é uma característica do regime de catarateamento. O número de partículas lançadas e o comprimento da trajetória percorrida por elas aumentam com o aumento da velocidade de rotação do tambor até que uma fina camada de partículas adere-se à parede do tambor. Este caso é considerado como a transição ao regime de centrifugação.

Quando todas as partículas aderem-se à parede do tambor formando um anel, o que ocorre a altas velocidades de rotação (16,4 rad/s), quando o  $F_r > 1$ , diz-se que o regime é de centrifugação total.

Uma comparação entre o experimental e o simulado na condição de regime de rolamento, apresentados nas Figuras 4.4-4.7, mostram que, em geral, as configurações **S1** e **S2** melhor representaram, qualitativamente, as características deste regime quando comparados às demais configurações de modelos investigadas.

As configurações **S1** e **S2** levam em consideração somente os efeitos cinético-colisional e a viscosidade granular é calculada através dos modelos de Syamlal e O’Brien (1993) e Gidaspow (1994), respectivamente.

Como pode ser visto em todas as simulações utilizando o modelo friccional (**S3**, **S4**, **S5** e **S6**) no regime de rolamento (Figuras 4.4-4.7), a superfície do leito de material não se apresenta plana, mas, ao contrário, “arqueada” como no regime de cascadeamento, o que não condiz com o observado experimentalmente. Este efeito de “arqueamento” da superfície é

ainda mais acentuado quando da utilização de baixos valores de fração volumétrica crítica de sólido ( $\alpha_{SC}$ ), visto nas condições *S3* e *S5*.

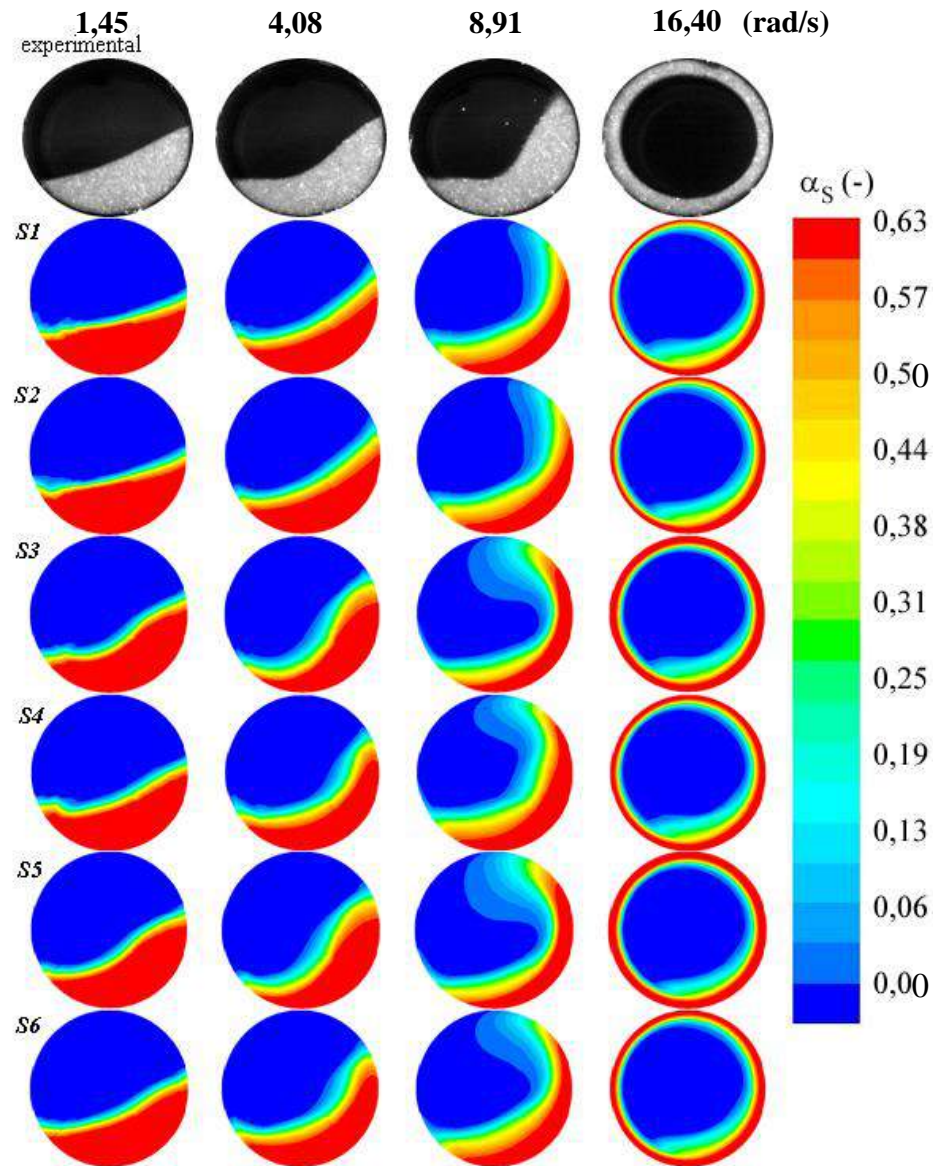


Figura 4.6: Frações volumétricas de sólidos, experimentais e simuladas utilizando as configurações *S1*, *S2*, *S3*, *S4*, *S5* e *S6* (Tabela 3.2), para esferas de vidro A: grau de preenchimento de 31,40% e velocidade de rotação de 1,45, 4,08, 8,91 e 16,40 rad/s.

Isto pode ser devido ao fato de que, a utilização de baixos valores de fração volumétrica crítica na modelagem de escoamentos granulares, induz a formação de forças friccionais mais fortes resultando, desta forma, em uma maior “coesão” entre as partículas e, conseqüentemente, necessitando de uma menor velocidade crítica para transicionar. Logo, as



simulações conduzidas levando-se em consideração os efeitos friccionais não representaram, fisicamente, as características de um regime de rolamento.

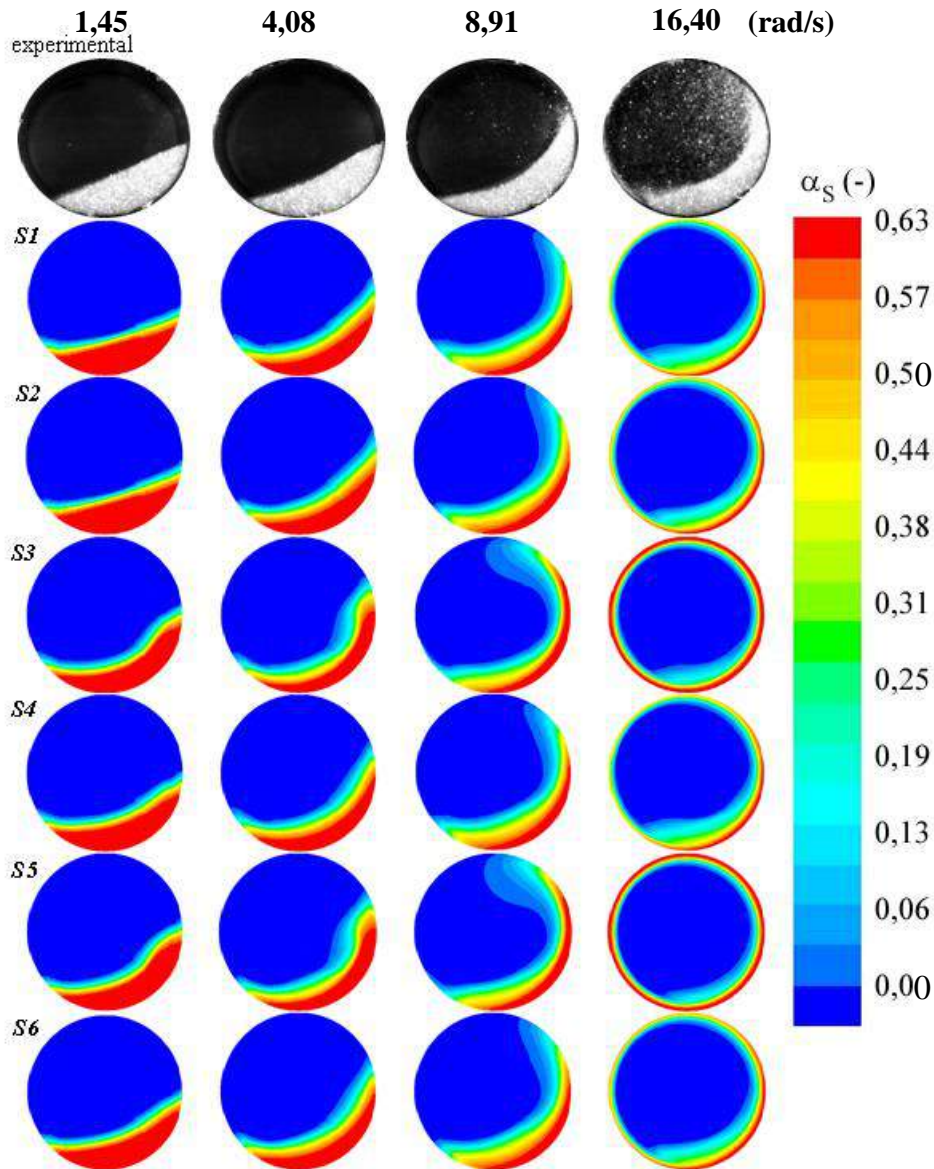


Figura 4.7: Frações volumétricas de sólidos, experimentais e simuladas utilizando as configurações *S1*, *S2*, *S3*, *S4*, *S5* e *S6* (Tabela 3.2), para esferas de vidro A: grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação de 1,45, 4,08, 8,91 e 16,40 rad/s.

Wang (2006) também investigou o efeito dos termos friccionais sobre o escoamento granular em leitos de jorro. O autor concluiu que os resultados das simulações utilizando o modelo friccional não representaram adequadamente as observações experimentais. Desta forma, levando-se em consideração o custo computacional, estes termos foram considerados nulos para todas as simulações Eulerianas apresentadas nas seções seguintes.

Isto indica que, o modelo cinético, o qual tem sido aplicado com sucesso em muitos escoamentos granulares diluídos, pode, também, ser aplicado no tratamento de um escoamento granular denso em tambores rotatórios a fim de caracterizar o regime de rolamento.

No que diz respeito aos demais regimes de escoamento, as simulações sob os efeitos friccionais (*S3*, *S4*, *S5* e *S6*) “superestimaram”, na maior parte das vezes, a condição de transição por motivos similares aos descritos anteriormente para o regime de rolamento. Com a diminuição da fração volumétrica crítica ( $\alpha_{SC}$ ), ou seja, com o aumento das forças “coesivas”, houve uma maior deformação das superfícies dos leitos na condição experimental de cascadeamento e, em alguns casos, uma camada fina de partículas já se encontrava aderida à parede do tambor na condição experimental de catarateamento.

Nota-se, também, o efeito do grau de preenchimento sobre a velocidade crítica para centrifugação, sendo que, independente do diâmetro das partículas, para o grau de preenchimento de 18,81%, observou-se, experimentalmente, apenas uma fina camada de partículas aderida sobre a parede do tambor, enquanto que, para o grau de preenchimento de 31,40%, ocorreu a centrifugação total. O efeito do grau de preenchimento e das propriedades físicas do material particulado sobre a velocidade crítica de transição entre os regimes foi o tema discutido na seção anterior.

Logo, o modelo cinético-colisional foi adequado para a modelagem dos diferentes regimes de escoamento em um tambor rotatório operado sobre uma larga faixa de grau de preenchimento e velocidade de rotação.

### 4.2.2 Investigação da Força de Arraste na Modelagem Euleriana

A possível influência da força de arraste sobre o comportamento dinâmico de partículas em um tambor rotatório, quando da utilização da aproximação Euleriana, foi investigada e será apresentada nesta seção. Como exposto anteriormente, cinco diferentes modelos de arraste foram empregados no cálculo do coeficiente de troca de *momentum* entre as fases gás-sólido: Gidaspow et al. (1992), Wen e Yu (1966), Gibilaro et al. (1985), Huilin et al. (2003) e Syamlal e O'Brien (1988). Estes modelos possuem diferentes formas funcionais (Tabela 3.2) e conduzem a uma diferente previsão da força de arraste em função da porosidade do leito de material.

A Figura 4.8 mostra os resultados simulados, com diferentes modelos de arraste e sem levar em consideração a força de arraste, dos perfis radiais de velocidade de sólidos, na metade da corda da superfície do leito (linha de referência na Figura 3.7), em um tambor rotatório operado no regime de rolamento. A seguinte condição operacional foi empregada utilizando-se a soja como material particulado: grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação do tambor de 0,71 rad/s ( $F_r = 0,0056$ ).

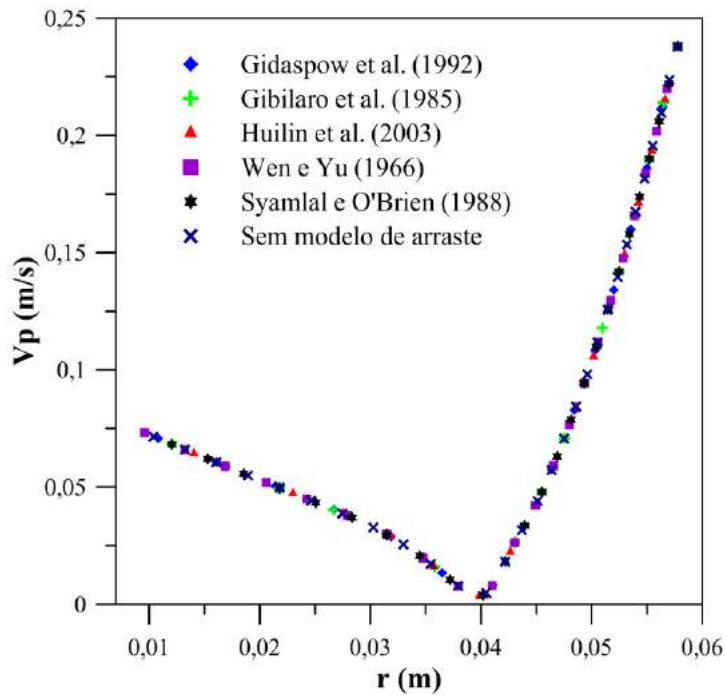


Figura 4.8: Perfis radiais de velocidade de sólidos simulados utilizando diferentes modelos de arraste e sem levar a força de arraste em consideração: grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação do tambor de 0,71 rad/s.

O modelo de arraste normalmente empregado na literatura relacionada ao emprego da modelagem Euleriana em tambores rotatórios é o modelo de Gidaspow et al. (1992) (Huang et al., 2013; He et al., 2007; Demagh et al., 2012; Santos et al., 2013).

Contudo, os resultados encontrados mostram que nenhuma influência sobre a previsão do comportamento dinâmico em um tambor rotatório foi observada quando da utilização de diferentes modelos de arraste. Nota-se, também que, resultados idênticos daqueles simulados com diferentes modelos de arraste foram obtidos nas simulações desconsiderando a força de arrasto. Isto é devido à baixa velocidade relativa entre as fases que se encontram no interior do tambor operado no regime de rolamento (Figura 4.8).

No cálculo do escoamento transiente, a força de arraste deve ser atualizada, em todo o domínio computacional, após cada iteração, até que uma solução convergida (de acordo com

o critério de convergência adotado) para um determinado passo de tempo seja alcançada. Logo, levando-se em consideração o custo computacional, a força de arraste pode ser considerada nula no caso de um tambor rotatório operando no regime de rolamento onde não há qualquer fluido entrando ou saindo do sistema (sem efeitos convectivos).

Para uma melhor avaliação da modelagem Euleriana aplicada a um tambor rotatório operando no regime de rolamento, distribuições de velocidade da fase sólida (soja) simuladas foram comparadas com dados experimentais obtidos por meio de uma câmera de alta velocidade. As Figuras 4.9 e 4.10 mostram os resultados experimentais e simulados para um grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação do tambor de 0,71 rad/s ( $F_r = 0,0056$ ) e 1,45 rad/s ( $F_r = 0,023$ ), respectivamente.

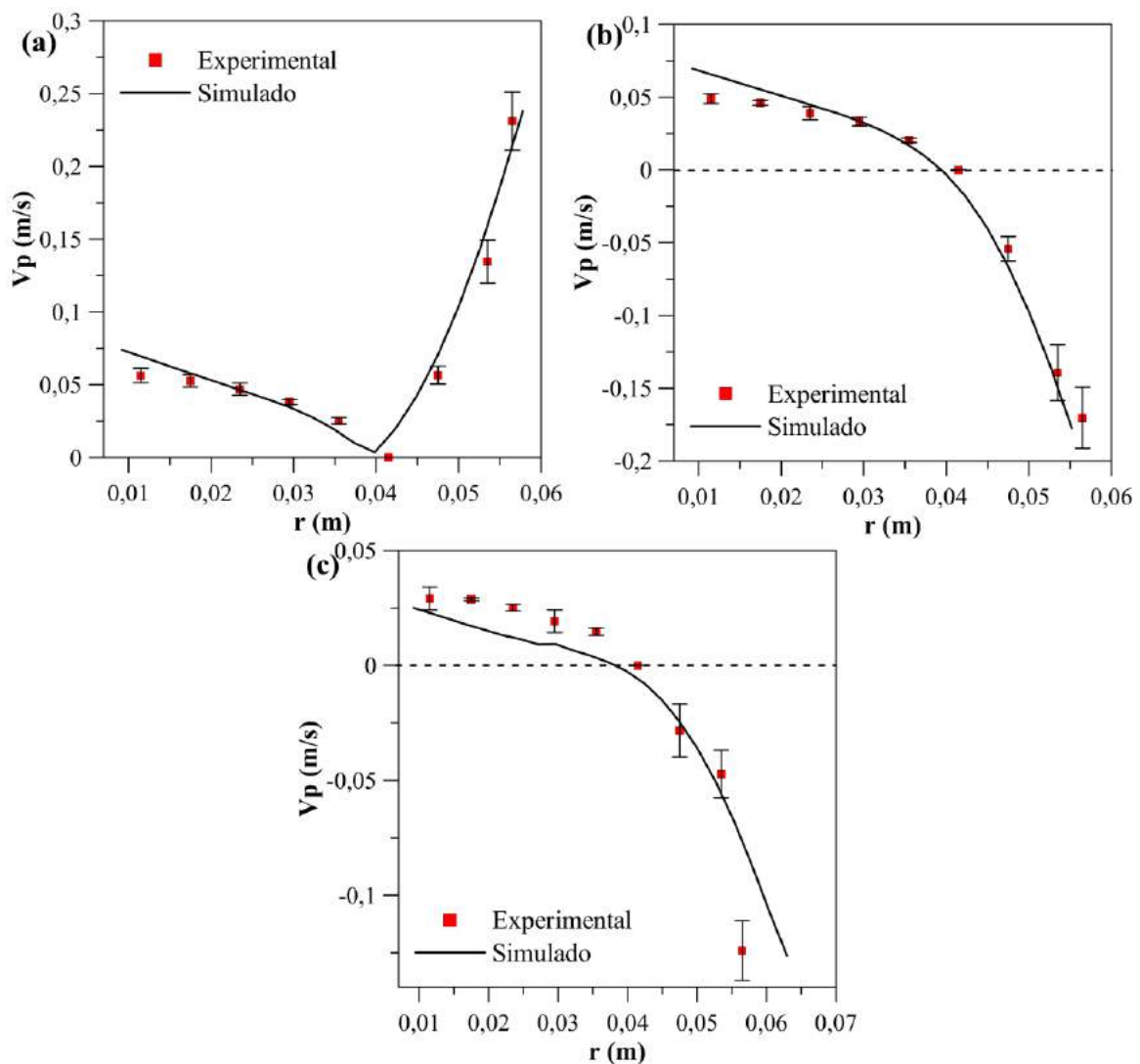


Figura 4.9: Perfis radiais de velocidade de partículas: grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação de 0,71 rad/s – (a) velocidade resultante; (b) componente da velocidade na direção  $x$ ; (c) componente da velocidade na direção  $y$ .

Nota-se, através das Figuras 4.9 e 4.10, uma satisfatória concordância entre os resultados simulados e os dados experimentais sob as mesmas condições.

Para ambos, experimental e simulado, os perfis radiais de velocidade apresentaram características similares, ou seja, a velocidade de sólidos alcançou um valor máximo na superfície do leito, decresceu à medida que  $r$  decresceu e tornou-se, aproximadamente, nula na interface entre as regiões ativa e passiva onde ocorreu a inversão no sentido do escoamento pela ação da parede do tambor (presença de um ponto de inflexão).

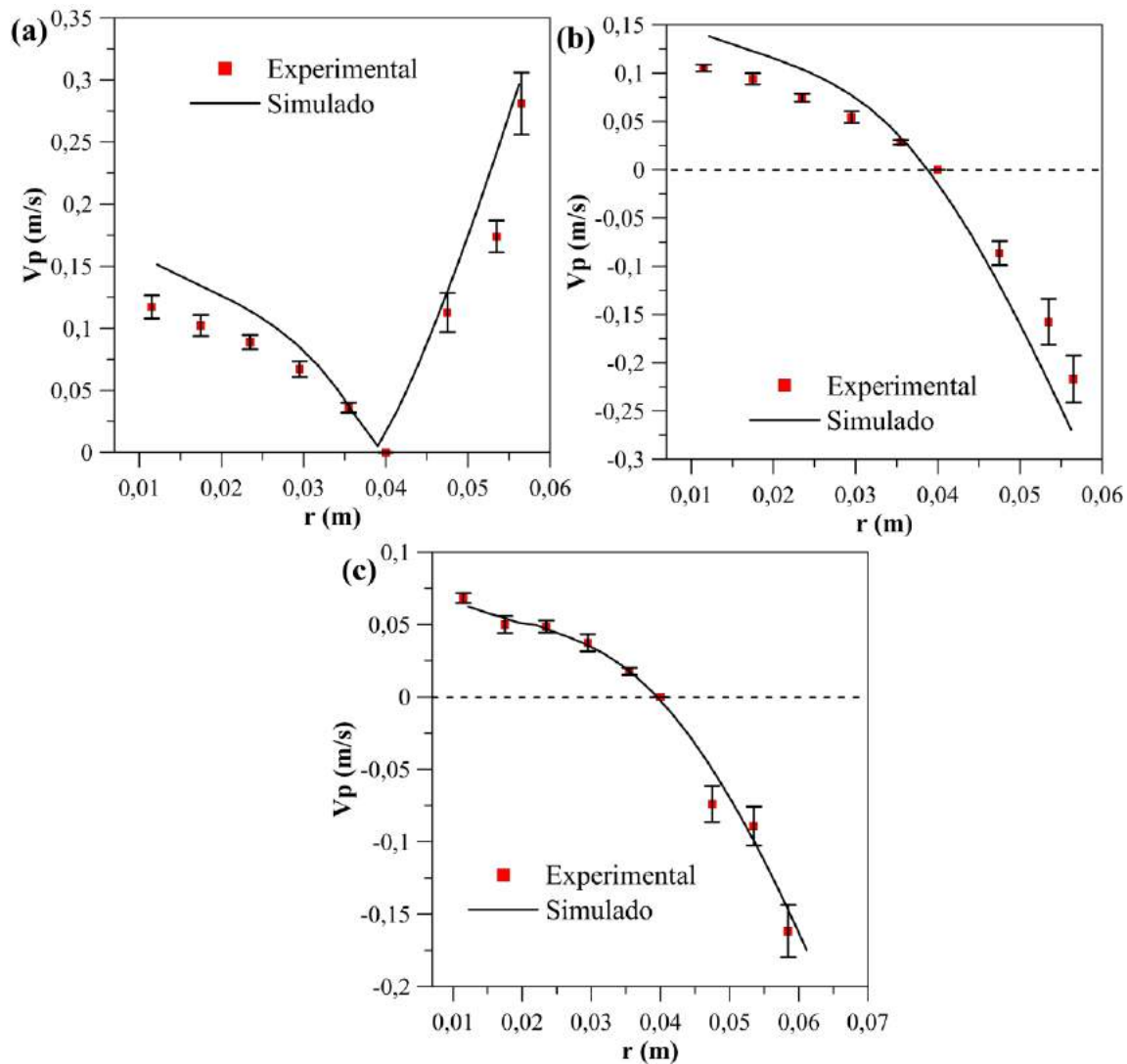


Figura 4.10: Perfis radiais de velocidade de partículas: grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação de 1,45 rad/s – (a) velocidade resultante; (b) componente da velocidade na direção  $x$ ; (c) componente da velocidade na direção  $y$ .

As Figuras 4.11 e 4.12 mostram os mesmos comportamentos, mas, agora, para um grau de preenchimento de 31,40% e velocidades de rotação de 0,71 rad/s e 1,45 rad/s, respectivamente.

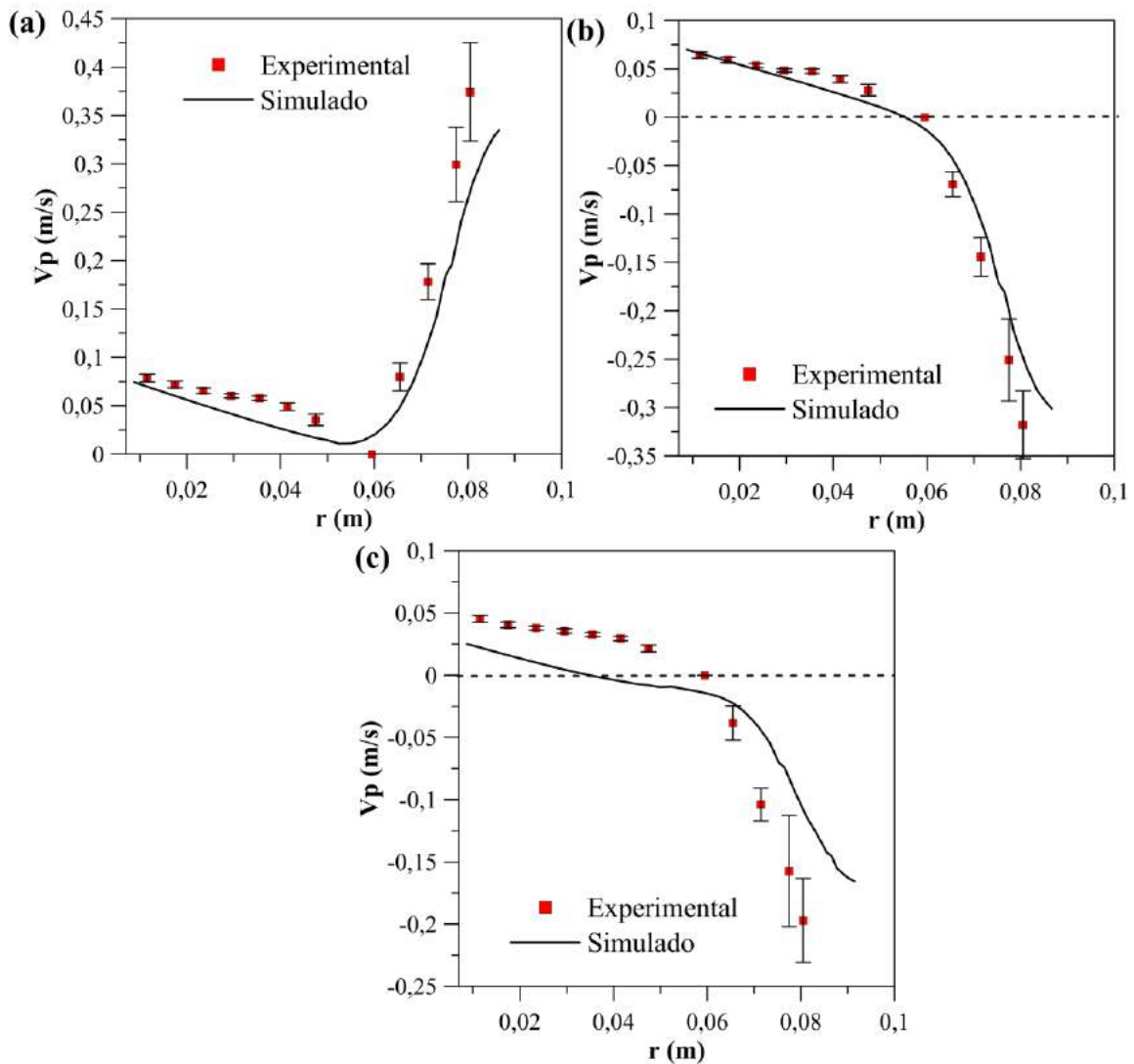


Figura 4.11: Perfis radiais de velocidade de partículas: grau de preenchimento de 31,40% e velocidade de rotação de 0,71 rad/s – (a) velocidade resultante; (b) componente da velocidade na direção  $x$ ; (c) componente da velocidade na direção  $y$ .

Em todos os casos, duas diferentes regiões puderam ser visualizadas no plano transversal do tambor rotatório operando no regime de rolamento: uma região passiva, próxima à parede do tambor, onde as partículas movimentam-se mais lentamente, como um corpo sólido, somente devido à rotação do tambor (movimento difusivo), e uma região ativa, encontrada próxima à superfície do leito de material, caracterizada por um constante movimento

convectivo possuindo, conseqüentemente, maiores valores de velocidade de partículas (Figuras 4.9-4.12).

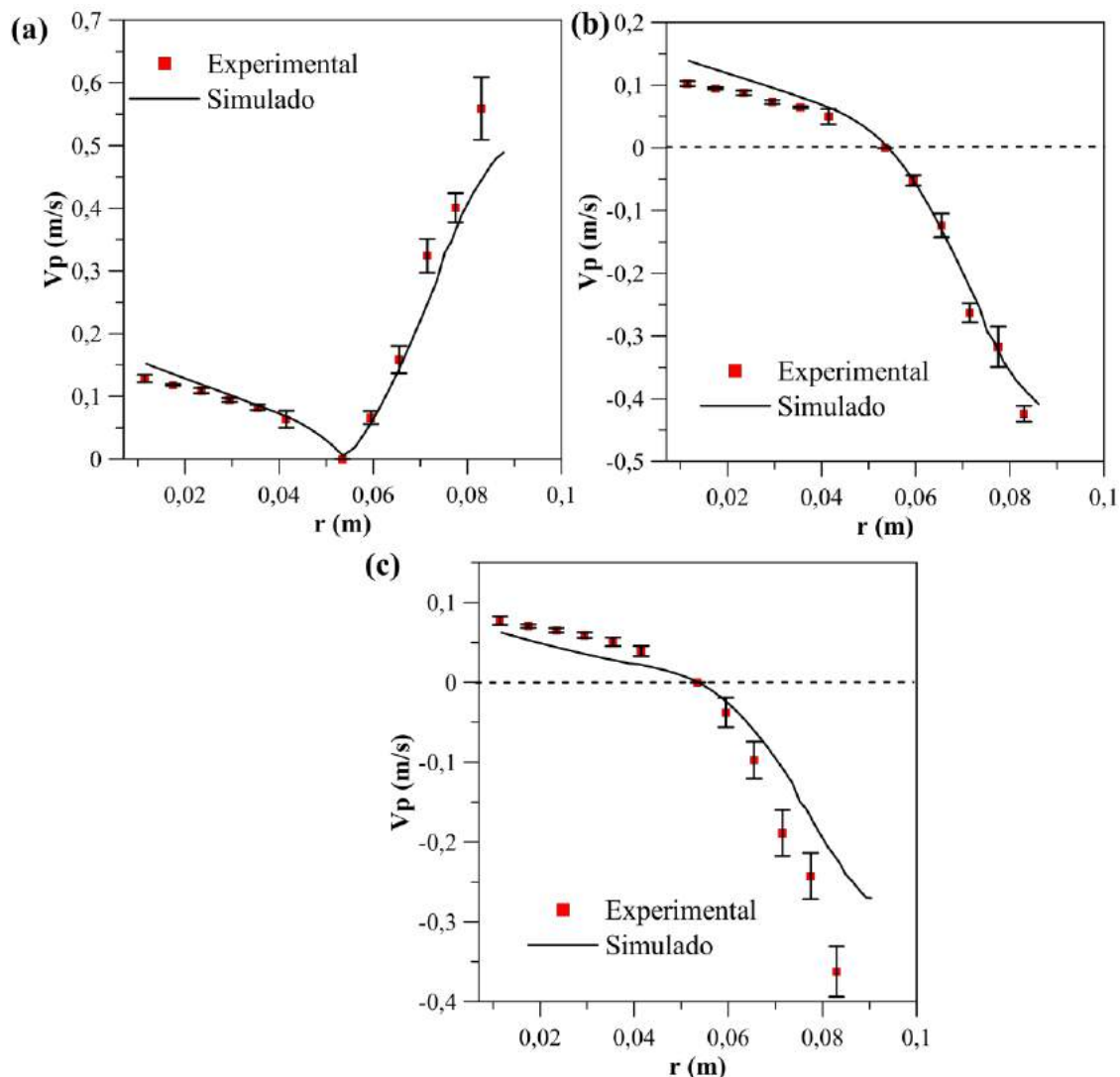


Figura 4.12: Perfis de velocidade de partículas: grau de preenchimento de 31,40% e velocidade de rotação de 1,45 rad/s – (a) velocidade resultante; (b) componente da velocidade na direção  $x$ ; (c) componente da velocidade na direção  $y$ .

Nota-se que, mantendo-se o grau de preenchimento constante e aumentando-se a velocidade de rotação do tambor, observou-se um aumento na magnitude da velocidade das partículas, tanto na região ativa, quanto na região passiva.

Como pode ser visto nas Figuras 4.9 e 4.10, os pontos de inflexão do perfil radial de velocidade de sólidos experimental, para um grau de preenchimento de 18,81%, ocorreram, aproximadamente, a 4,15 cm e 4,0 cm da parede do tambor, respectivamente. Por outro lado,



no caso do grau de preenchimento de 31,40%, os respectivos valores ocorreram a 6,0 cm e 5,15 cm (Figuras 4.11 e 4.12).

Mantendo-se a velocidade de rotação constante e aumentando-se o grau de preenchimento do tambor, pôde-se notar um aumento na magnitude de velocidade de sólidos somente na região ativa do leito de material.

Com o aumento do grau de preenchimento de 18,81% para 31,40%, houve uma mudança no ponto de inflexão de 4,15 cm para 6,0 cm, no caso da velocidade de rotação de 0,71 rad/s, e de 4,0 cm para 5,15 cm, no caso da velocidade de rotação de 1,45 rad/s, ou seja, ocorreu um aumento na espessura da região passiva, como era de se esperar.

A espessura da camada ativa medida experimentalmente foi de, aproximadamente, 1,5 cm e 1,65 cm, para um grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação do tambor de 0,71 rad/s e 1,45 rad/s, respectivamente. No caso do grau de preenchimento de 31,40%, as correspondentes espessuras foram de 2,10 cm e 2,95 cm, para velocidades de 0,71 rad/s e 1,45 rad/s.

Desta forma, um aumento na velocidade de rotação do tambor causou um aumento na espessura da camada ativa e este efeito foi mais pronunciado para altos valores de grau de preenchimento.

Consequentemente, quanto maior a velocidade de rotação e/ou grau de preenchimento do tambor, maior a espessura da camada ativa o que pode causar um aumento na taxa de transferência de massa e energia em um determinado processo, tornando-o mais eficiente.

O efeito da velocidade de rotação e do grau de preenchimento sobre a espessura da camada ativa pode ser visto, também, nos perfis de velocidade simulados e mostrados na Figura 4.13.

De forma semelhante ao experimental, o aumento de ambos, velocidade de rotação e grau de preenchimento, causou um aumento na espessura da camada ativa simulada (Figura 4.13).

Como visto anteriormente no tópico relativo ao estudo da transição entre os diferentes regimes de escoamento, um aumento de velocidade de rotação e/ou grau de preenchimento pode levar a uma transição entre os diferentes regimes, o que poderia estar relacionado a este aumento na espessura da camada ativa e consequente aumento na transferência de quantidade de movimento entre as partículas nesta camada.



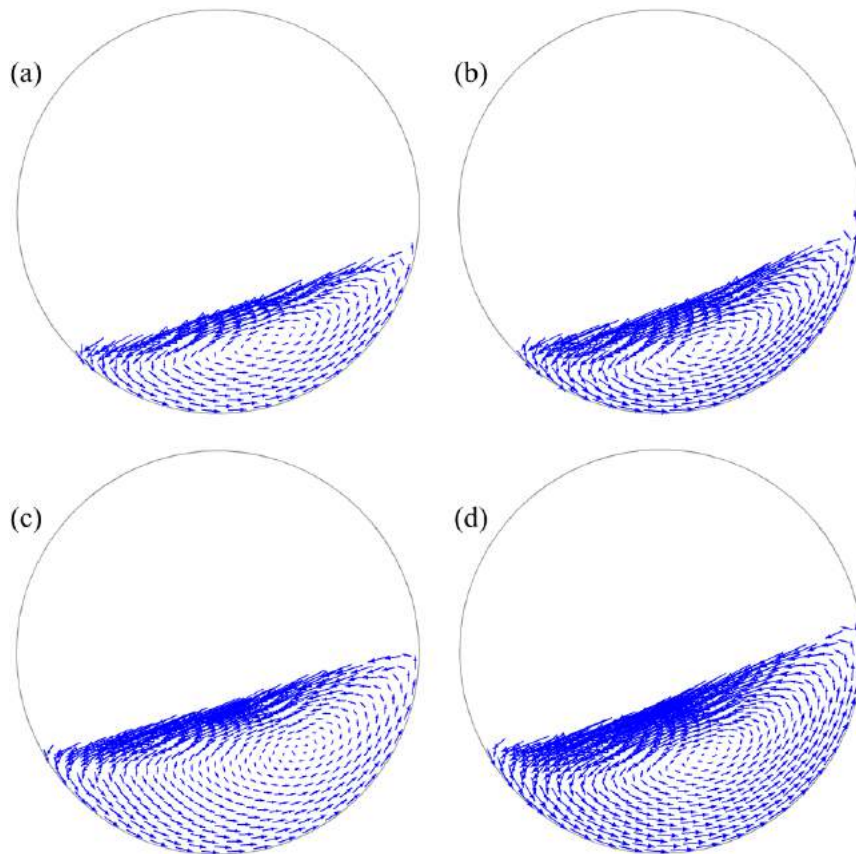


Figura 4.13: Plano transversal do tambor mostrando os vetores velocidade de sólidos simulados nas seguintes condições operacionais – (a)  $\omega = 0,71$  rad/s e  $f = 18,81\%$ ; (b)  $\omega = 1,45$  rad/s e  $f = 18,81\%$ ; (c)  $\omega = 0,71$  rad/s e  $f = 31,40\%$ ; (d)  $\omega = 1,45$  rad/s e  $f = 31,40\%$ .

Vale à pena notar também que, os valores de velocidade de sólidos na região ativa tiveram um comportamento linear ao invés de um comportamento parabólico. Este resultado está de acordo com aquele observado por Boateng e Barr (1997), os quais sugeriram que, através da camada ativa a taxa de cisalhamento é essencialmente uniforme (isto é, a derivada  $dv_p/dr$  é constante).

### 4.3 Mistura e Segregação de Partículas

#### 4.3.1 Análise Qualitativa do Fenômeno de Segregação em Tambores Rotatórios

Em um primeiro momento foram realizados experimentos com o intuito de avaliar, de forma qualitativa, os efeitos do equipamento, no caso um tambor rotatório, e das diferenças de diâmetro, massa específica e condições iniciais do material particulado no interior do tambor, sobre o fenômeno de segregação.

Na Figura 4.14 serão apresentadas, após um tempo necessário para se atingir um estado estacionário, imagens transversais, com suas respectivas imagens longitudinais, do tambor rotatório sob diferentes condições de velocidade de rotação e grau de preenchimento. Neste caso (configuração **MI** mostrado na Tabela 3.1), utilizou-se partículas de mesmo diâmetro e mesma massa específica (metade pintada de cor branca e a outra metade de cor preta) com o intuito de avaliar, apenas, o efeito do equipamento no processo de mistura.

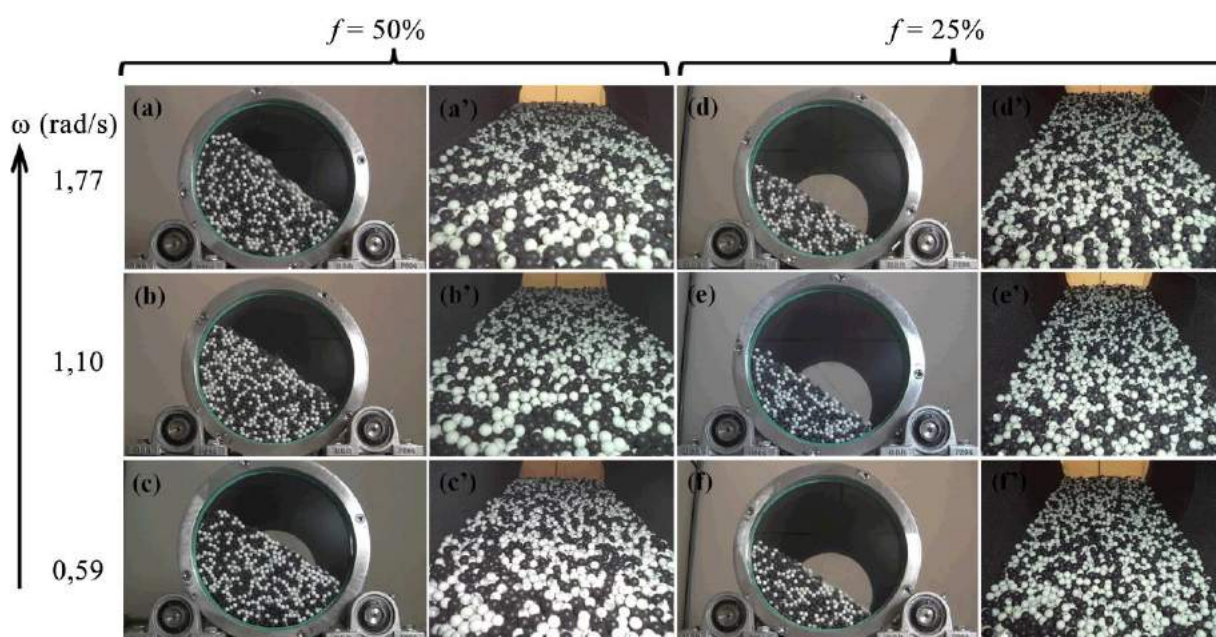


Figura 4.14: Efeito do equipamento (Configuração **MI** da Tabela 3.1) sobre a segregação em função da velocidade de rotação ( $\omega$ ) e do grau de preenchimento ( $f$ ) – (a, b, c, d, e, f) análise transversal; (a', b', c', d', e', f') análise longitudinal.

Nota-se que, independentemente das condições operacionais, ao fim de um tempo suficientemente longo (em torno de 20 min), o leito de partículas em questão atingiu um estado de mistura aleatória. Como era de se esperar, visto que não há diferença nas propriedades físicas dos materiais, não se observou nenhuma tendência de segregação radial, nem axial, entre as partículas.

Logo, fica evidente que, qualquer possível efeito de segregação devido a uma modificação na propriedade física das partículas, analisado a seguir, será atribuído, tão somente, à influencia desta diferença e não ao equipamento em si.

Para a análise do efeito da diferença de diâmetros, experimentos foram realizados utilizando-se a configuração **M2**, cujos resultados são mostrados na Figura 4.15. Vale lembrar aqui que, para estes experimentos, empregou-se como condição inicial das partículas no

interior do tambor, o esquema lado-a-lado (Figura 3.8). A razão de diâmetros utilizada, definida aqui como sendo o diâmetro da partícula maior sobre o diâmetro da partícula menor, foi de, aproximadamente, 5,6.

Nota-se que, devido à diferença de diâmetros, as partículas menores tendem a se concentrarem no centro do leito de material, formando um verdadeiro núcleo, enquanto que as partículas maiores se acumulam na periferia ao redor deste núcleo central (Figura 4.15a, b, c, d, e, f).

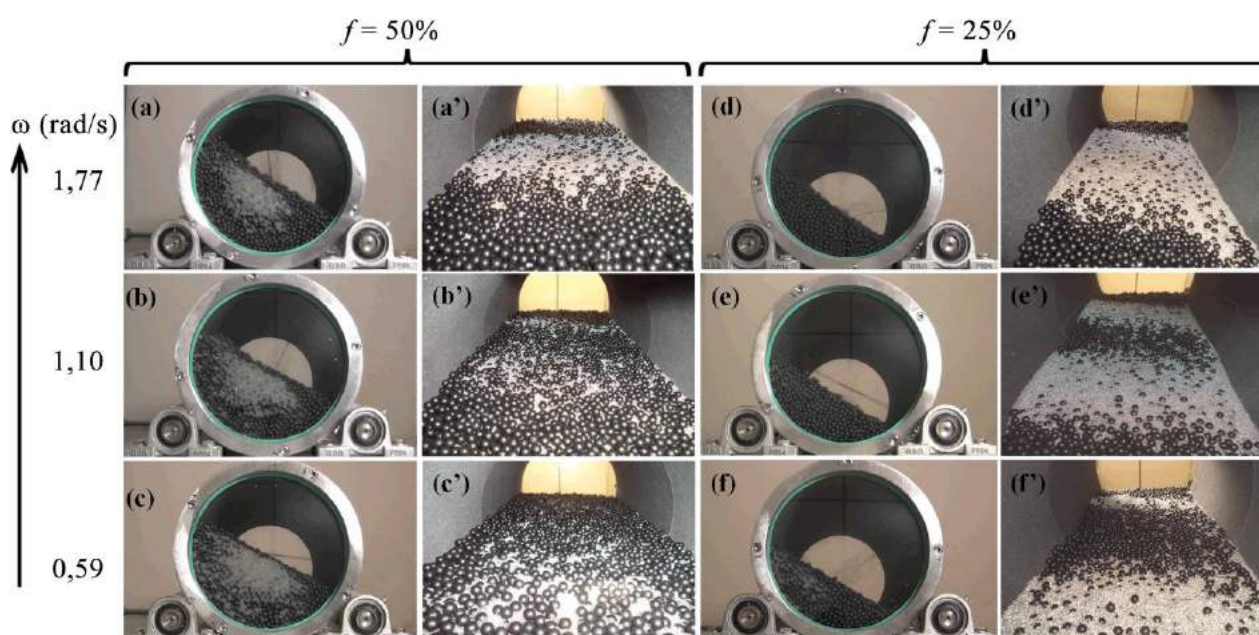


Figura 4.15: Efeito da diferença de diâmetros (Configuração *M2* da Tabela 3.1) sobre a segregação em função da velocidade de rotação ( $\omega$ ) e do grau de preenchimento ( $f$ ) – (a, b, c, d, e, f) análise transversal; (a', b', c', d', e', f') análise longitudinal.

A segregação radial ocorre, principalmente, devido ao mecanismo de percolação, no qual as partículas menores tendem, sob a ação da combinação da força peso e forças internas geradas pelo movimento do leito, a percorrerem o espaço deixado pelas partículas maiores (Chou et al., 2010; Huang e Kuo, 2012).

Como pode-se observar, o fenômeno de segregação radial foi mais intenso quando da utilização do maior valor de grau de preenchimento ( $f = 50\%$ ).

Um aumento na velocidade de rotação causou, para ambos os graus de preenchimento, o surgimento do fenômeno da segregação axial. Visto que as partículas menores possuem um ângulo de repouso menor do que as partículas maiores e, conseqüentemente, possuem uma maior escoabilidade, o surgimento de uma pequena inclinação do material próximo às paredes

laterais, promovida pelo efeito de parede, permitiu uma migração destas partículas menores, do núcleo transversal (próximo às paredes frontal e traseira do tambor), em direção ao centro longitudinal do tambor.

Para todas as condições, a segregação radial, ao contrário da segregação axial, ocorreu após poucas rotações do tambor.

No caso do grau de preenchimento de 50%, nota-se que, para os menores valores de velocidade de rotação (0,59 e 1,10 rad/s), não se observa a presença, definida, de bandas axiais, exceto quando do uso da maior velocidade de rotação (1,77 rad/s).

Por outro lado, quando se utiliza um grau de preenchimento de 25%, mesmo empregando o menor valor de velocidade de rotação (0,59 rad/s), já se observa a formação de duas bandas axiais próximas às paredes do tambor, sendo que, a distância entre elas diminui com o aumento da velocidade de rotação até que, sob o maior valor de velocidade de rotação, ocorre uma fusão entre as bandas compondo, agora, uma única banda larga central. Neste caso, percebe-se que todas as partículas menores migraram para o centro longitudinal do tambor (não se observa mais um núcleo radial).

Logo, a segregação radial, quando da diferença de diâmetros de partículas, é intensificada pelo aumento do grau de preenchimento e/ou diminuição da velocidade de rotação. A segregação axial, por outro lado, é intensificada pela diminuição do grau de preenchimento e/ou aumento da velocidade de rotação do tambor.

Uma investigação acerca do fenômeno de segregação devido à diferença de massas específicas entre as partículas (configuração **M3**) foi realizada, experimentalmente, utilizando-se uma razão de massa específica de 2,1, definida como a razão entre o valor da maior massa específica pelo valor da menor massa específica. Os resultados obtidos, como uma função da velocidade de rotação e do grau de preenchimento, são mostrados na Figura 4.16.

Neste caso, nota-se, independente dos valores de velocidade de rotação e grau de preenchimento, a formação, bem definida, de um núcleo central composto pelas partículas que possuem maior valor de massa específica. As partículas com o menor valor de massa específica tiveram um comportamento semelhante às partículas com maior diâmetro, como mostrado anteriormente na Figura 4.15, concentrando-se ao redor do núcleo central.

Observações semelhantes quanto à segregação radial promovida pela diferença de massas específicas foram reportadas na literatura (Sanfratello e Fukushima, 2009), validando,



desta forma, a suposição feita neste trabalho, o qual considerou a configuração **M3** como sendo uma análise somente do efeito da massa específica (as diferenças de diâmetro e rugosidade superficial entre os materiais foram consideradas desprezíveis).

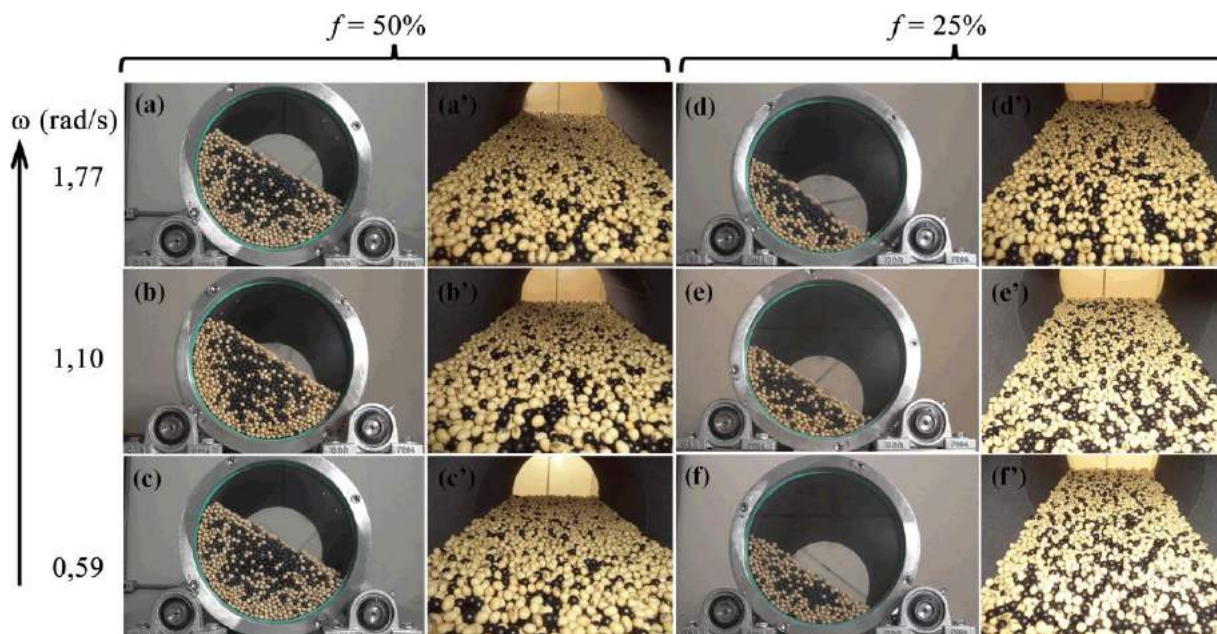


Figura 4.16: Efeito da diferença de massas específicas (Configuração **M3** da Tabela 3.1) sobre a segregação em função da velocidade de rotação ( $\omega$ ) e do grau de preenchimento ( $f$ ) – (a, b, c, d, e, f) análise transversal; (a', b', c', d', e', f') análise longitudinal.

À primeira vista, não se observou uma variação da segregação radial com a variação do grau de preenchimento nem da velocidade de rotação do tambor para a razão de massas específicas, aqui, considerada.

Como pode ser visto por meio da Figura 4.16, a diferença tão somente da massa específica entre as partículas, independente das condições de velocidade de rotação e grau de preenchimento, não causou segregação axial. Ao invés de bandas axiais, observou-se uma mistura aleatória ao longo da superfície longitudinal do leito. Um comportamento semelhante deste tipo de mistura foi, também, observado por Sanfratello e Fukushima (2009).

Finalmente, experimentos adicionais foram realizados com o intuito de analisar o efeito da condição inicial do material no interior do tambor rotatório. Na Figura 4.17 serão apresentados os resultados da investigação da segregação radial (plano transversal do tambor), utilizando-se da configuração **M4**, para dois diferentes esquemas de condição inicial, lado-a-lado e inferior-superior, enquanto que a Figura 4.18 mostra os mesmos resultados, porém, analisados longitudinalmente (segregação axial).

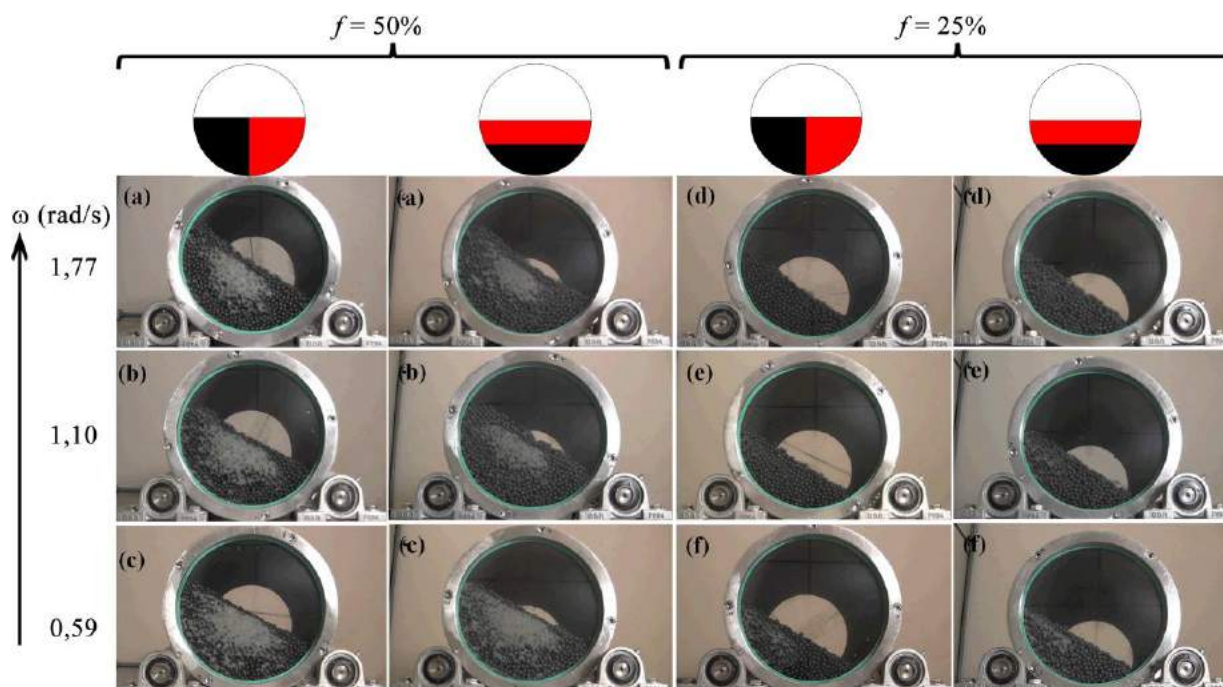


Figura 4.17: Efeito da diferença de condição inicial (Configuração **M4** da Tabela 3.1) sobre a segregação radial em função da velocidade de rotação ( $\omega$ ) e do grau de preenchimento ( $f$ ) – (a, b, c, d, e, f) esquema lado-a-lado; (a', b', c', d', e', f') esquema inferior-superior.

No caso do emprego do grau de preenchimento de 25%, não se observou uma variação significativa no comportamento da segregação radial frente a uma mudança da disposição inicial do material no interior do tambor, independentemente da velocidade de rotação do tambor (Figura 4.17).

Já para o caso da segregação axial, ainda utilizando um grau de preenchimento de 25%, observa-se que o efeito da condição inicial foi mais pronunciado para altos valores de velocidade de rotação, sendo que, para o esquema lado-a-lado, a distância entre as duas bandas axiais foi menor do que no esquema inferior-superior e, neste esquema, na maior velocidade rotação, não ocorreu a fusão entre bandas, mas tão somente a presença de duas bandas separadas (Figura 4.18).

Vale ressaltar que, a partir deste estado, o qual foi considerado aqui como um estado de equilíbrio, não houve mais nenhuma mudança no comportamento da mistura independente do tempo de rotação.

Tanto no caso do uso da velocidade de rotação intermediária (1,10 rad/s) quanto da maior velocidade de rotação (1,77), nota-se que, para o grau de preenchimento de 50%, houve uma maior concentração de partículas pequenas no núcleo radial quando se utilizou o

esquema lado-a-lado do que quando do emprego do esquema inferior-superior, não se observando o mesmo para a menor velocidade de rotação (0,59 rad/s).

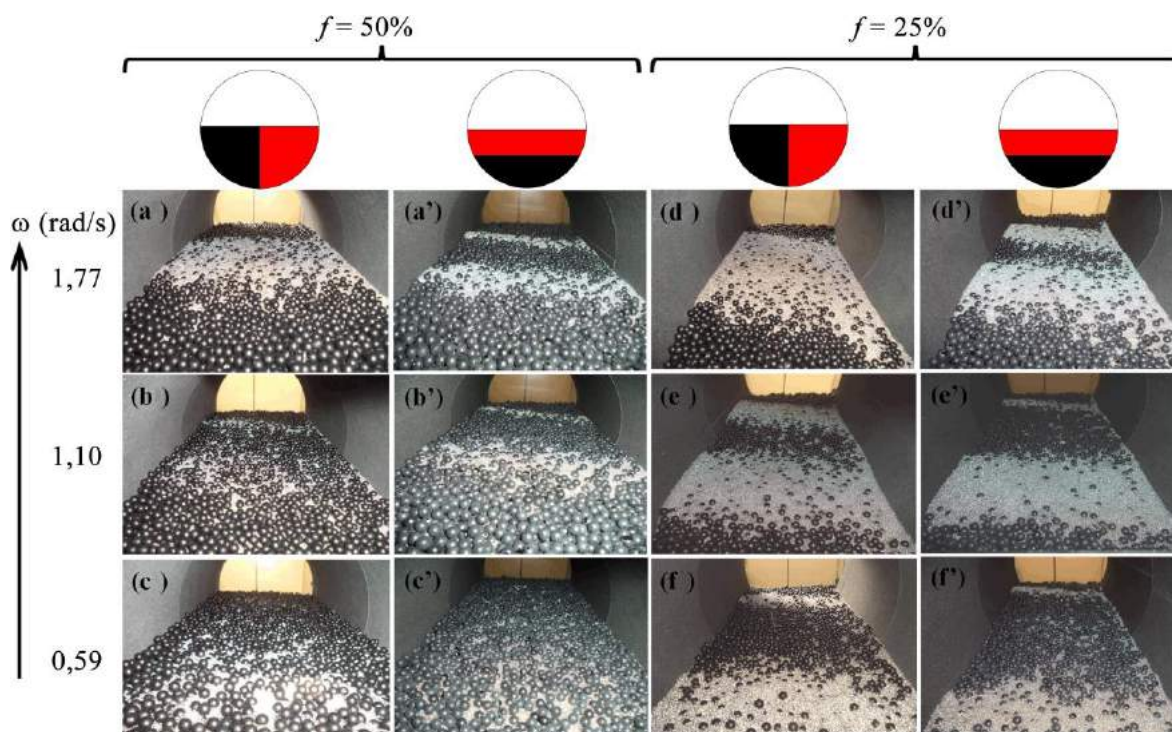


Figura 4.18: Efeito da diferença de condição inicial (Configuração **M4** da Tabela 3.1) sobre a segregação axial em função da velocidade de rotação ( $\omega$ ) e do grau de preenchimento ( $f$ ) – (a, b, c, d, e, f) esquema lado-a-lado; (a', b', c', d', e', f') esquema inferior-superior.

Isto pode ser justificado quando se observa a mesma condição, porém, longitudinalmente (Figura 4.18), onde a intensidade da migração das partículas pequenas para o centro longitudinal foi intensificada pela mudança da condição inicial, visto que as partículas pequenas já se encontravam sobre a superfície do leito no tempo  $t = 0$ . Neste caso nota-se a formação de duas bandas axiais bem definidas na superfície do leito, a partir da velocidade intermediária.

Ao final do processo de mistura no caso da maior velocidade de rotação (1,77 rad/s), percebe-se a formação de duas bandas axiais no esquema inferior-superior e a formação de apenas uma banda axial no esquema lado-a-lado (Figura 4.18a, a', d, d').

Logo, a disposição inicial do material no interior do tambor é de grande importância quando da consideração do fenômeno de segregação, principalmente para altos valores de velocidade de rotação. O esquema lado-a-lado levou à formação de apenas uma banda axial, enquanto o esquema inferior-superior, de duas bandas axiais, quando utilizou-se altas

velocidades de rotação, independente do grau de preenchimento. Desta forma, o número de bandas axiais formadas na superfície do leito parece se correlacionar, dentre outras variáveis, com a disposição inicial do material no interior do tambor.

#### 4.3.2 Análise Quantitativa do Fenômeno de Segregação em Tambores Rotatórios

No intuito de analisar quantitativamente o fenômeno de segregação em um tambor rotatório, primeiramente verificou-se o efeito do tamanho da célula de mistura sobre o cálculo do índice de segregação (Equação 3.4) para alcançar uma escala de escrutínio adequada no tratamento de imagens.

Na Figura 4.19 são mostrados os resultados do índice de segregação calculado em função do tamanho das células de mistura, contabilizado aqui em termos do número de partículas de cor preta (partícula usada como padrão) necessário para preencher uma célula de mistura. Para este teste foi utilizada a configuração **MI** (Tabela 3.1) juntamente com as seguintes condições operacionais: grau de preenchimento de 25% e velocidade de rotação de 0,59 rad/s. Todos os cálculos foram feitos após um tempo suficientemente longo para que a mistura atingisse um estado estacionário.

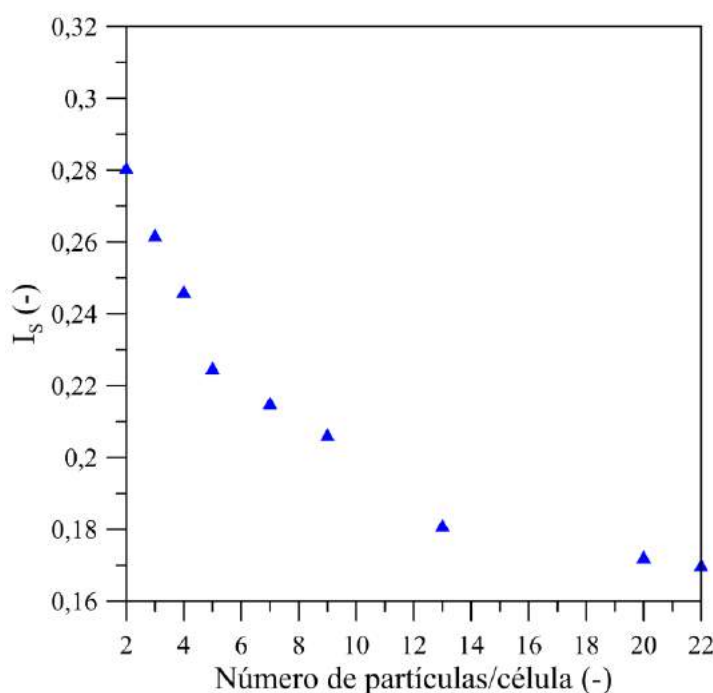


Figura 4.19: Análise preliminar do efeito do tamanho da célula de mistura sobre o índice de segregação.



Como pode ser visto na Figura 4.19, o índice de segregação diminuiu com o aumento do tamanho das células de mistura, sendo este efeito mais pronunciado para valores de número de partículas por célula menores do que 5. Visto que o índice de segregação utilizado é expresso como sendo o desvio padrão da concentração das partículas pretas, já era de se esperar uma influência do tamanho da amostra sobre o seu valor.

Por outro lado, para valores de número de partículas por célula maiores do que 13, não se observaram diferenças significativas nos resultados de índice de segregação. Logo, levando- em consideração o fato de que, as células de mistura devem ser grandes o suficiente para alcançar a escala de escrutínio adequada e pequenas o suficiente para revelar as informações locais do grau de mistura, optou-se por um tamanho de célula que contivesse 20 partículas pretas. Resultados semelhantes do número de partículas adequado por célula foram obtidos por Huang e Kuo (2012).

Após a determinação do tamanho da célula adequado para o tratamento de imagens, foram calculados os índices de segregação em função do tempo, velocidade de rotação e grau de preenchimento do tambor para as diferentes configurações de mistura (Figura 4.20).

Com o intuito também de analisar a taxa de mistura em função do grau de preenchimento e da velocidade de rotação do tambor, a seguinte equação exponencial foi ajustada e plotada para cada condição mostrada na Figura 4.20 (Chou et al., 2010):

$$I_s = I_{sf} + (I_{s0} - I_{sf})e^{-kt} \quad (4.5)$$

sendo  $t$ ,  $I_{s0}$ ,  $I_{sf}$  e  $k$  o tempo de rotação do tambor, o índice de segregação inicial ( $t = 0$ ), o índice de segregação final ( $t \rightarrow \infty$ ) e a taxa de mistura, respectivamente. Os coeficientes de correlação foram maiores do que 0,85 para todas as condições.

Nota-se que, apesar do esforço para que a condição inicial experimental ( $t = 0$ ), para todas as configurações, fosse de total segregação, o índice de segregação medido foi menor do que 0,5 (valor teórico para um estado de completa segregação). Por outro lado, o valor do índice medido na avaliação do efeito do equipamento (Figura 4.20 a), após atingir o estado estacionário, foi maior do que 0 (valor teórico para um estado de completa mistura). Logo, isto reflete a dificuldade em se obter, experimentalmente, uma condição de segregação total e de mistura perfeita.

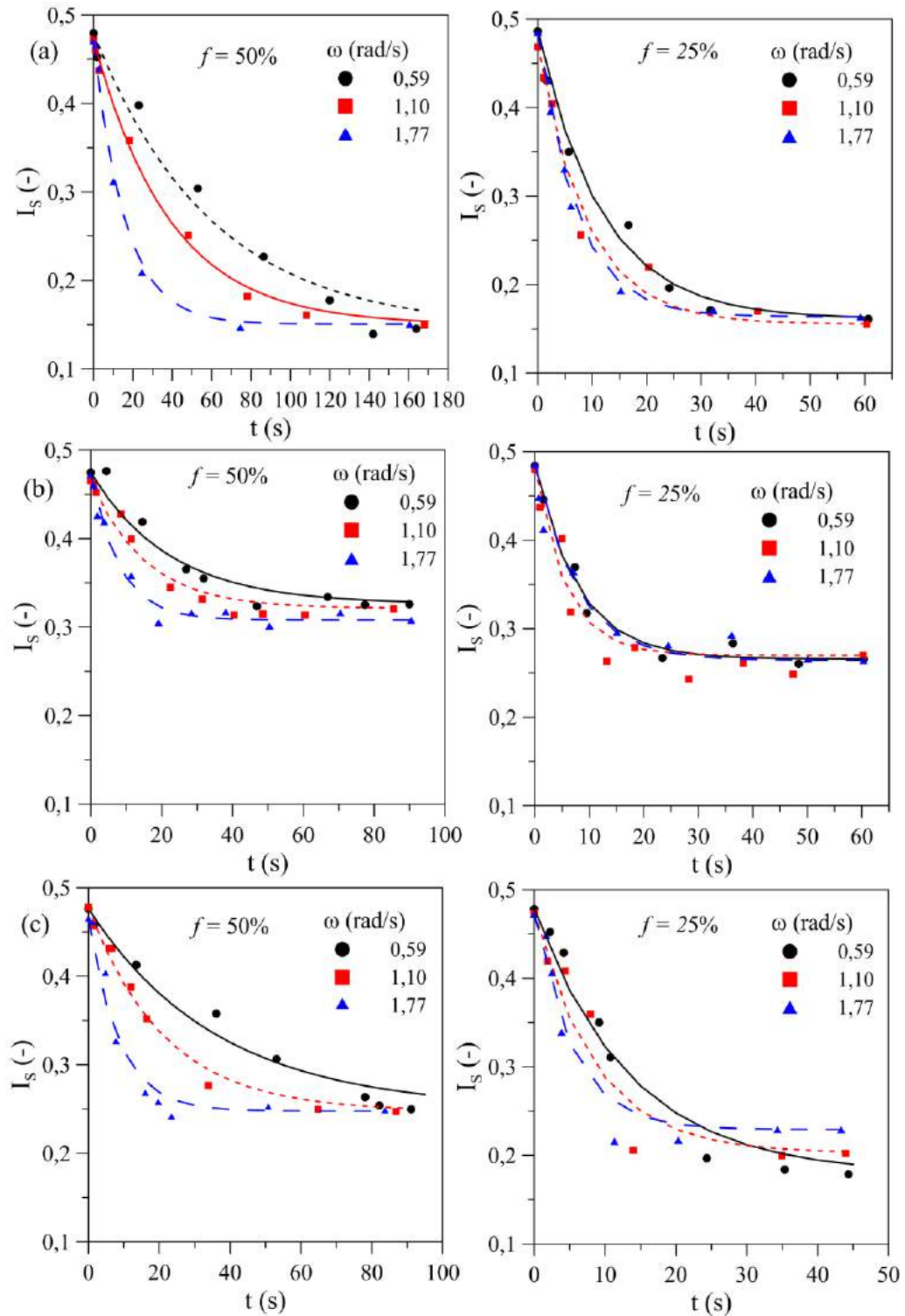


Figura 4.20: Variação transiente do índice de segregação para diferentes velocidades de rotação ( $\omega$ ), graus de preenchimento ( $f$ ) e configurações de mistura (Tabela 3.1) juntamente com as curvas ajustadas através da Equação 4.5 – (a) configuração **M1**; (b) configuração **M2**; (c) configuração **M3**.

Desta forma, para fins práticos e de comparação com as condições estacionárias de segregação causadas pelos efeitos da diferença de diâmetro e massa específica das partículas, irá se considerar aqui o valor do índice de segregação em torno de 0,15 como sendo o correspondente a uma condição final de mistura aleatória devida, tão somente, ao equipamento (tambor rotatório).

A Figura 4.20 evidencia um decaimento exponencial do índice de segregação com o tempo, independente da configuração empregada, sendo que, após um determinado tempo de rotação do tambor, este índice alcança um valor estacionário.

Observa-se que, os valores dos índices de segregação estacionário no caso da configuração **M3** (aproximadamente 0,33 para  $f = 50\%$  e 0,27 para  $f = 25\%$ ) foram menores do que os valores correspondentes no caso da configuração **M2** (aproximadamente 0,25 para  $f = 50\%$  e 0,20 para  $f = 25\%$ ), sugerindo que, os efeitos de diferença de diâmetro mostraram-se de maior importância quando comparados aos efeitos da diferença de massa específica, sobre o mecanismo de segregação radial. Contudo, experimentos adicionais devem ser realizados, levando-se em consideração razões de diâmetro e de massa específica semelhantes, a fim de comprovar o exposto.

Nota-se, também, uma influência significativa do grau de preenchimento e da velocidade de rotação do tambor sobre a taxa de mistura, ou seja, sobre o tempo necessário para se atingir um estado estacionário.

A Figura 4.21 mostra os resultados do cálculo das taxas de mistura (Equação 4.5), para as diferentes configurações, em função da velocidade de rotação e do grau de preenchimento.

Observa-se que o estado de mistura final para cada condição é o mesmo independente do grau de mistura e da velocidade de rotação, sendo que, estas variáveis operacionais irão influir apenas no tempo no qual aquele estado é atingido. Quanto maior for o valor de  $k$ , mais rapidamente a mistura radial atinge o seu estado final.

Pode-se observar, através da Figura 4.21 que, a taxa de mistura ( $k$ ) aumenta com a diminuição do grau de preenchimento e/ou com o aumento da velocidade de rotação do tambor. A ordem de magnitude dos valores da taxa de mistura aqui reportados está coerente com aqueles encontrados na literatura (Chou et al., 2010).

Como discutido na seção 4.2.2, a espessura da camada ativa aumenta com o aumento da velocidade de rotação do tambor, justificando, desta forma, o aumento no mecanismo de mistura, aqui observado. Já no caso do grau de preenchimento, notou-se, ainda na seção 4.2.2,

que a espessura da camada ativa aumenta com o aumento do grau de preenchimento, porém, observou-se, em paralelo, um aumento mais pronunciado da espessura da camada passiva o que poderia ocasionar uma diminuição na velocidade de mistura pela presença de uma quantidade maior de partículas na região “não participativa” do leito de material no interior do tambor.

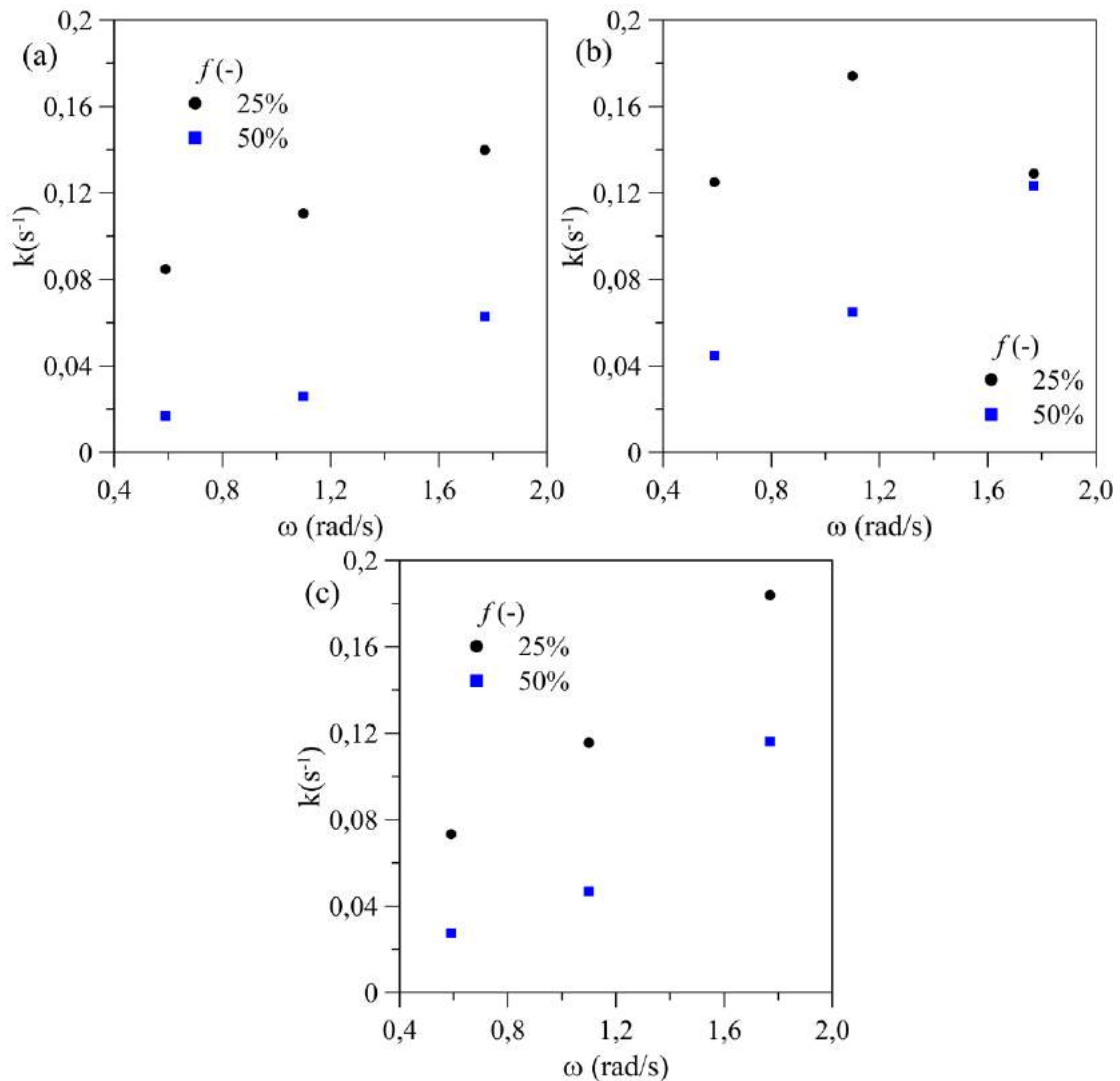


Figura 4.21: Taxa de mistura em função da velocidade de rotação ( $\omega$ ) e do grau de preenchimento do tambor ( $f$ ): (a) configuração **M1**; (b) configuração **M2**; (c) configuração **M3**.

No caso da configuração **M2**, com o menor grau de preenchimento (25%) e a maior velocidade de rotação (1,77 rad/s), ocorreu uma “distorção” no cálculo da taxa de mistura (Figura 4.21 b). Isto pode ser devido à considerável movimentação das partículas menores

entre os interstícios das partículas maiores sob estas condições, em virtude do alto valor de razão de diâmetros empregado (5,6), dificultando, desta forma, o tratamento das imagens.

Não foi possível uma análise quantitativa, através dos cálculos tanto dos índices de segregação quanto das taxas de mistura, para a configuração **M4**, devido às “distorções” no tratamento das imagens descrito anteriormente. Neste caso, as “distorções” foram intensificadas pela presença, na condição inicial, das partículas pequenas sobre as grandes (esquema inferior-superior), as quais, somente pela ação da força gravitacional, iniciavam um processo de percolação.

### 4.3.3 Abordagem Euleriana no Estudo da Mistura e Segregação em um Tambor Rotatório

A fim de validar a metodologia Euleriana no cálculo do escoamento granular envolvendo mais de uma fase sólida, gás-sólido(s)-sólido(p), foram realizadas simulações numéricas com o intuito de prever a segregação radial no plano transversal em um tambor rotatório promovida por meio da diferença de diâmetros.

As Figuras 4.22 e 4.23 mostram imagens do plano transversal do tambor, tanto experimental quanto simulado, utilizando a configuração **M2** sob diferentes velocidades de rotação e graus de preenchimento de 25% e 50%, respectivamente.

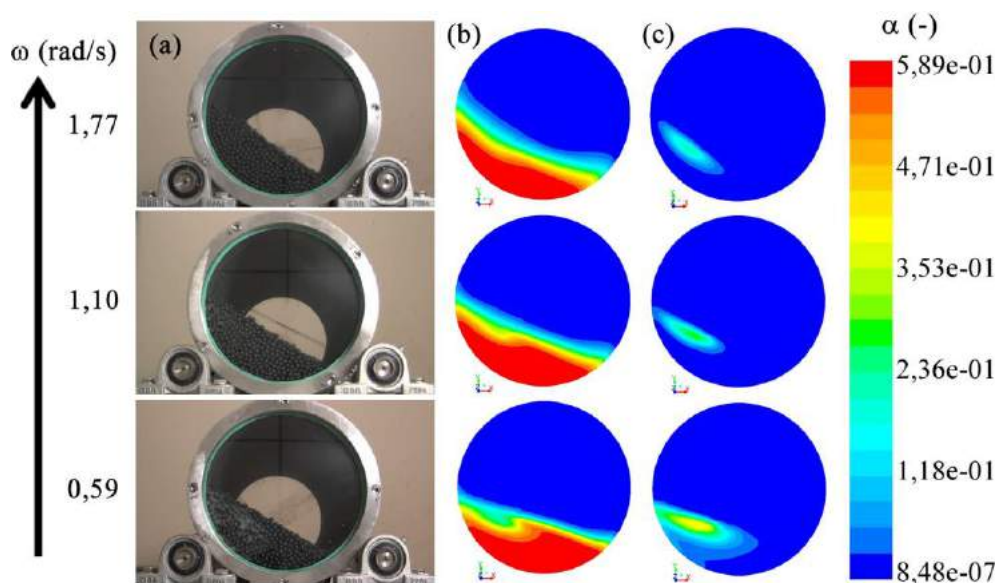


Figura 4.22: Plano transversal do tambor mostrando o fenômeno de segregação radial para a configuração **M2** (grau de preenchimento de 25%) – (a) experimental; (b) simulado, partículas maiores; (c) simulado, partículas menores.

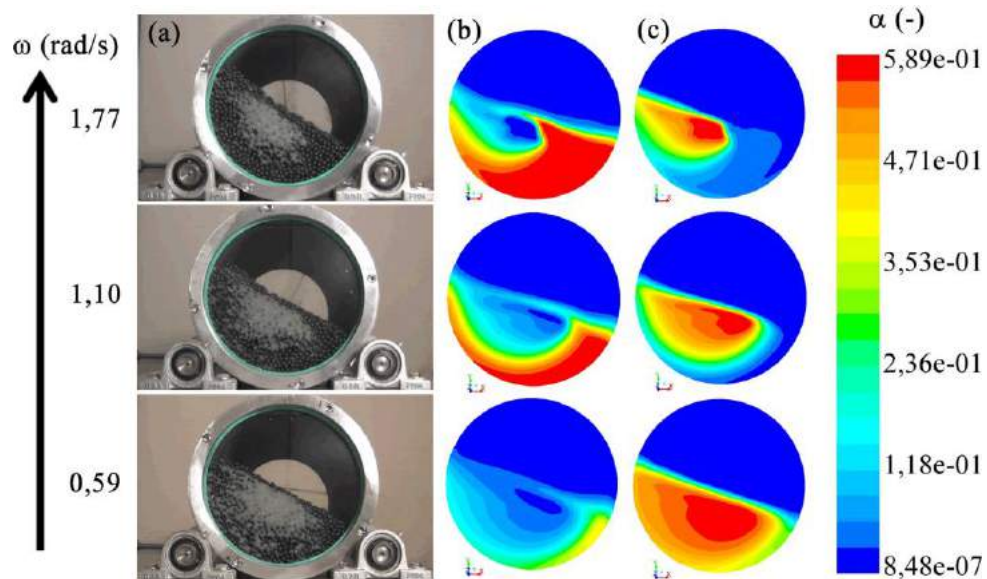


Figura 4.23: Plano transversal do tambor mostrando o fenômeno de segregação radial para a configuração M2 (grau de preenchimento de 50%) – (a) experimental; (b) simulado, partículas maiores; (c) simulado, partículas menores.

Nota-se uma satisfatória correspondência entre o experimental e o simulado, sendo que, em ambos os casos, as partículas menores concentraram-se no centro do leito de material, formando um núcleo radial, enquanto as partículas maiores distribuíram-se ao redor deste núcleo (Figuras 4.22 e 4.23).

Independente do grau de preenchimento do tambor observou-se que, a fração de partículas menores, localizadas na parte frontal e traseira do tambor, diminuiu com o aumento da velocidade de rotação, o que sugere uma migração, por difusão, destas partículas para o centro longitudinal do tambor. Estes resultados mostraram-se coerentes com os resultados obtidos experimentalmente sob as mesmas condições.

Logo, a simulação Euleriana envolvendo mais de uma fase sólida foi adequada para a previsão do fenômeno de segregação radial em tambores rotatórios envolvendo partículas de diferentes diâmetros.

## 4.4 Calibração e Validação do Método dos Elementos Discretos (DEM)

### 4.4.1 Influência do Coeficiente de Atrito e da Razão de Amortecimento sobre o Ângulo de Repouso Dinâmico Simulado

Os valores das variáveis (níveis), coeficiente de atrito ( $\mu_p$ ) e razão de amortecimento ( $\zeta$ ), utilizados no Planejamento Composto Central, incluindo os valores medidos de ângulos de repouso dinâmico (resposta desejada), são dispostos, tanto para o arroz quanto para as esferas de vidro B, na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Planejamento Composto Central utilizado na análise de sensibilidade dos principais parâmetros utilizados na modelagem DEM.

Simulações	Fatores		Ângulos de repouso dinâmico (°)	
	$\mu_p$ (-)	$\zeta$ (-)	Esferas de vidro B	Arroz
1	0,230	0,230	---	20,7-27,8
2	0,230	0,620	---	30,2
3	0,620	0,230	28,5	38,1
4	0,620	0,620	29,1	39,2
5	0,149	0,425	---	17,2-22,8
6	0,701	0,425	31,0	39,23
7	0,425	0,149	27,6	36,03
8	0,425	0,701	29,6	37,3
9	0,425	0,425	28,2	36,5

Nota-se, a partir da Tabela 4.4 que, as simulações utilizando arroz nas condições 1 e 5 revelaram um regime de caimento (*slumping regime*) do leito de material, como pode ser visto pela presença de dois diferentes ângulos de repouso dinâmico, o que não condiz com o observado experimentalmente sob as mesmas condições operacionais (regime de rolamento).

Neste regime, o material é carregado como um corpo sólido pela parede do tambor até alcançar o ângulo de repouso superior e então ocorre uma “avalanche” ou um caimento do material, formando, com a horizontal, um ângulo de repouso inferior.

Para as esferas de vidro B, sob as condições 1, 2 e 5 (Tabela 4.4), não foi possível a medida dos ângulos de repouso dinâmico devido a uma distorção da superfície do leito de material causada pelos baixos valores dos parâmetros coeficiente de atrito e razão de amortecimento. A Figura 4.24 ilustra o regime de caimento obtido numericamente quando se utilizou o arroz e a superfície distorcida das esferas de vidro.

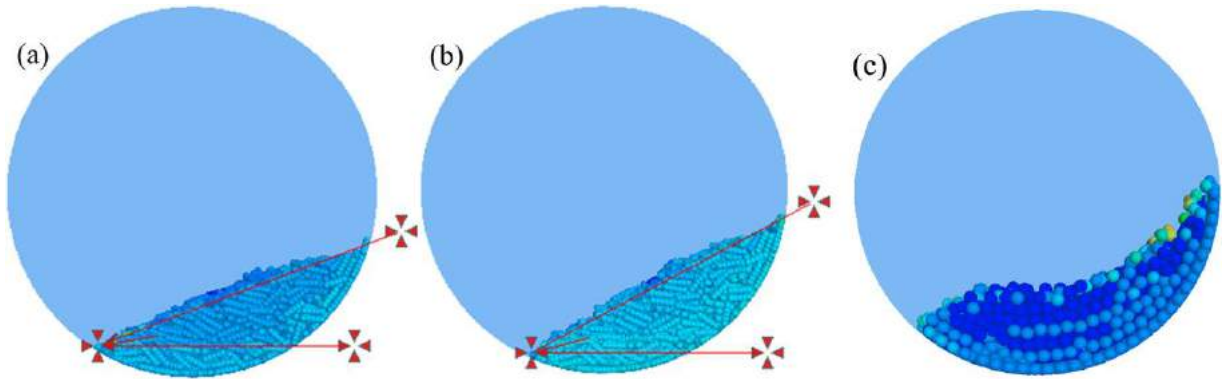


Figura 4.24: Ilustração do plano transversal do tambor nas simulações *DEM* sob a condição 1 da Tabela 4.4 – (a) ângulo de repouso inferior do arroz; (b) ângulo de repouso superior do arroz; (c) superfície distorcida das esferas de vidro B.

Observa-se na Figura 4.24c que, no caso das esferas de vidro B (Figura 4.24c), cujos contatos partícula-partícula e partícula-parede se reduzem a simples “pontos”, a transferência de *momentum* da parede para as camadas de partículas subjacentes torna-se ineficiente devido ao pequeno valor do coeficiente de atrito (corresponde ao “*driving force*” da transferência de *momentum* entre partículas), o que já era de se esperar.

Já no caso das simulações envolvendo o arroz, apesar de ser utilizado, em algumas condições, baixos valores dos parâmetros *DEM*, o padrão de escoamento sempre apresentou um movimento uniforme do leito de partículas, com uma superfície aproximadamente plana, o que torna evidente a influência da forma das partículas sobre o escoamento granular, e não somente dos valores das propriedades do escoamento (parâmetros). Isto se deve ao fato de as partículas irregulares formarem uma estrutura estável devido a um “emaranhamento” permitindo que o leito movimente-se como um todo, o que explica, também, os maiores ângulos de repouso quando comparados aos das esferas de vidro.

Nota-se, também que, o ângulo de repouso dinâmico foi mais significativamente afetado pelo coeficiente de atrito ( $\mu_p$ ) do que pela razão de amortecimento ( $\zeta$ ). Independente do material utilizado, os ângulos de repouso aumentaram tanto com o aumento do coeficiente de atrito quanto da razão de amortecimento. Estes resultados numéricos mostraram-se em concordância com aqueles observados na literatura (Just et al., 2013).

Através da Equação 2.34, apresentada na seção 2.2.2, pode-se notar que, o coeficiente de restituição ( $e_{ss}$ ) decresce com o aumento do valor da razão de amortecimento ( $\zeta$ ) e vice-versa. Desta forma, altos valores de coeficiente de atrito e razão de amortecimento podem levar a uma significativa resistência aos movimentos de rotação e translação das partículas,



providenciando, desta forma, altos valores de ângulos de repouso dinâmico em virtude do efetivo consumo de energia cinética.

Os valores experimentais de ângulos de repouso dinâmico para o arroz e para as esferas de vidro B foram de  $35,0^\circ$  e  $32,1^\circ$ , respectivamente. Logo, o menor desvio dos dados experimentais, quando utilizando arroz, foi obtido nas simulações cujos valores de coeficiente de atrito e razão de amortecimento foram, respectivamente,  $\mu_p = 0,425$  e  $\zeta = 0,149$  (condição 7 na Tabela 4.4), com um erro relativo de, aproximadamente, 2,9%. A razão de amortecimento de  $\zeta = 0,149$  corresponde a um coeficiente de restituição de  $e_{ss} = 0,621$ , de acordo com a Equação 2.34.

No que diz respeito às esferas de vidro B, o menor desvio obtido foi quando da utilização de um coeficiente de atrito de  $\mu_p = 0,701$  e uma razão de amortecimento de  $\zeta = 0,425$  (condição 6 na Tabela 4.4), com um erro relativo de, aproximadamente, 3,4%. Este valor de razão de amortecimento corresponde a um coeficiente de restituição de  $e_{ss} = 0,232$  (Equação 2.34).

### 4.4.2 Avaliação da Calibração Utilizada nas Simulações *DEM* para Diferentes Condições Operacionais

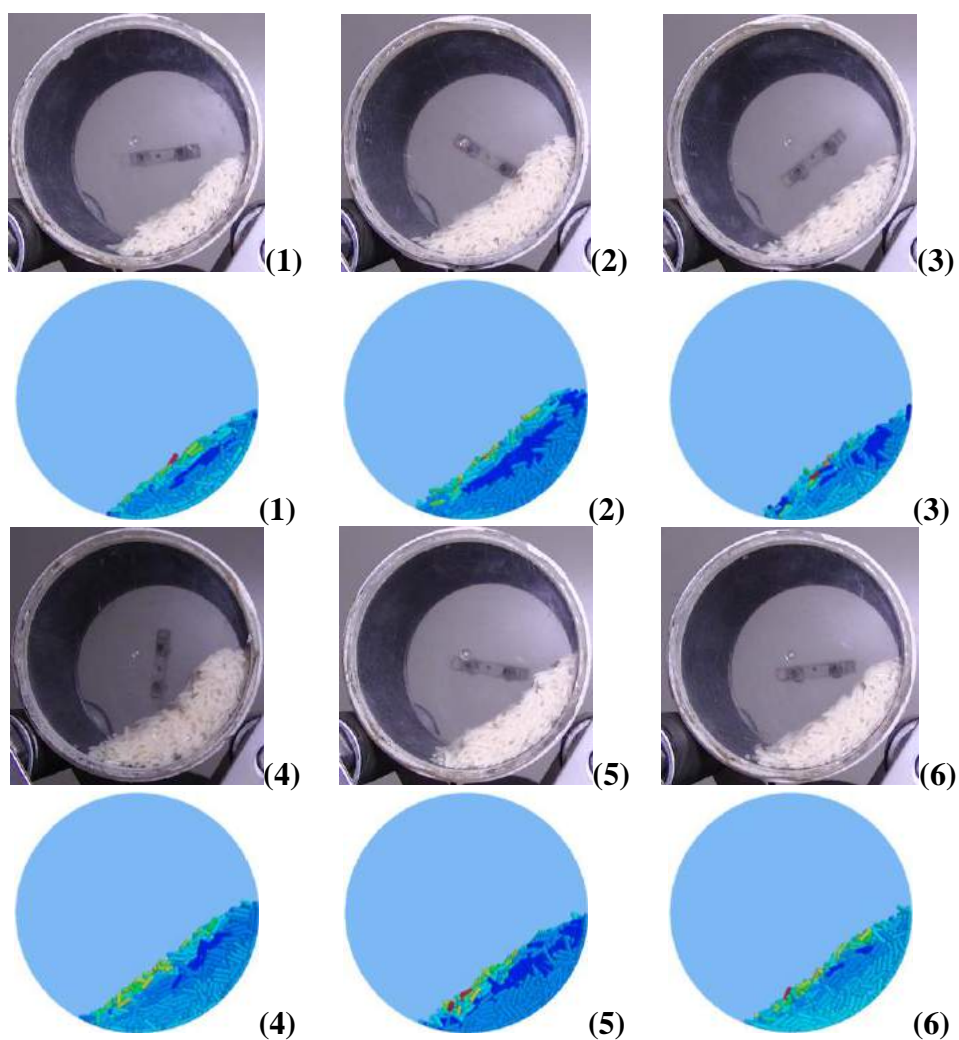
Com o intuito de avaliar a calibração da modelagem *DEM*, determinada anteriormente, frente a variações das condições operacionais do tambor, tais como, velocidade de rotação e grau de preenchimento, um novo Planejamento Composto Central foi aplicado, tanto para o arroz, quanto para as esferas de vidro B.

A Tabela 4.5 apresenta os dados experimentais e os resultados simulados, do ângulo de repouso dinâmico como uma função da velocidade de rotação e do grau de preenchimento do tambor, para o arroz, juntamente com os respectivos erros relativos. As imagens utilizadas na medida dos respectivos ângulos de repouso dinâmico são mostradas na Figura 4.25.

Nota-se, a partir da Tabela 4.5, uma satisfatória correspondência entre os resultados experimentais e os resultados simulados dos ângulos de repouso dinâmico do arroz sob as mesmas condições.

Tabela 4.5: Planejamento Composto Central empregado na avaliação da calibração do modelo *DEM* para diferentes condições operacionais utilizando o arroz.

Experimento	Variáveis		Ângulo de repouso (°)		
	$\omega$ (rad/s)	$f$ (-)	Experimental	Simulado	Erro (%)
1	1,15	0,115	35,1	35,8	1,99
2	1,15	0,186	34,4	35,2	2,33
3	1,86	0,115	36,7	36,1	1,63
4	1,86	0,186	34,2	35,1	2,63
5	1,00	0,150	34,3	34,9	1,75
6	2,00	0,150	36,1	35,8	0,83
7	1,50	0,100	36,4	36,2	0,55
8	1,50	0,200	33,1	34,7	4,83
9	1,50	0,150	35,0	36,0	2,94



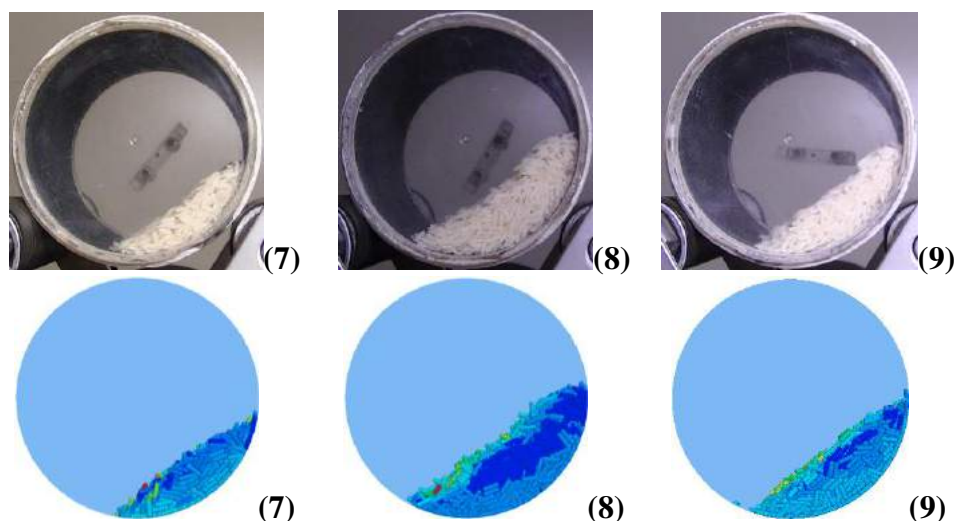


Figura 4.25: Imagens do plano transversal do tambor, tanto experimentais quanto simuladas, utilizadas na medida dos ângulos de repouso do arroz sob as diferentes condições mostradas na Tabela 4.5.

Para ambos, experimental e simulado, um aumento da velocidade de rotação ocasionou, normalmente, um aumento do ângulo de repouso dinâmico do material, enquanto que, por outro lado, o aumento do grau de preenchimento ocasionou uma diminuição do ângulo de repouso dinâmico. O maior erro relativo observado foi de 4,83%, o qual corresponde à condição 8 da Tabela 4.5.

Logo, para o arroz, não se observou uma influência significativa da velocidade de rotação e do grau de preenchimento do tambor sobre os parâmetros calibrados no modelo *DEM* (coeficiente de atrito e razão de amortecimento).

As mesmas condições operacionais foram empregadas para as esferas de vidro B, como mostrados na Tabela 4.6 e Figura 4.26.

Tabela 4.6: Planejamento Composto Central empregado na avaliação da calibração do modelo *DEM* para diferentes condições operacionais utilizando as esferas de vidro B.

Experimento	Variáveis		Ângulo de repouso (°)		
	$\omega$ (rad/s)	$f$ (-)	Experimental	Simulado	Erro (%)
1	1,15	0,115	27,3	---	---
2	1,15	0,186	30,3	29,7	1,98
3	1,86	0,115	28,4	---	---
4	1,86	0,186	31,3	30,2	3,51
5	1,00	0,150	28,9	26,8	7,27
6	2,00	0,150	31,1	28,2	9,32
7	1,50	0,100	27,9	---	---
8	1,50	0,200	32,1	31,0	3,43
9	1,50	0,150	30,2	27,1	10,26

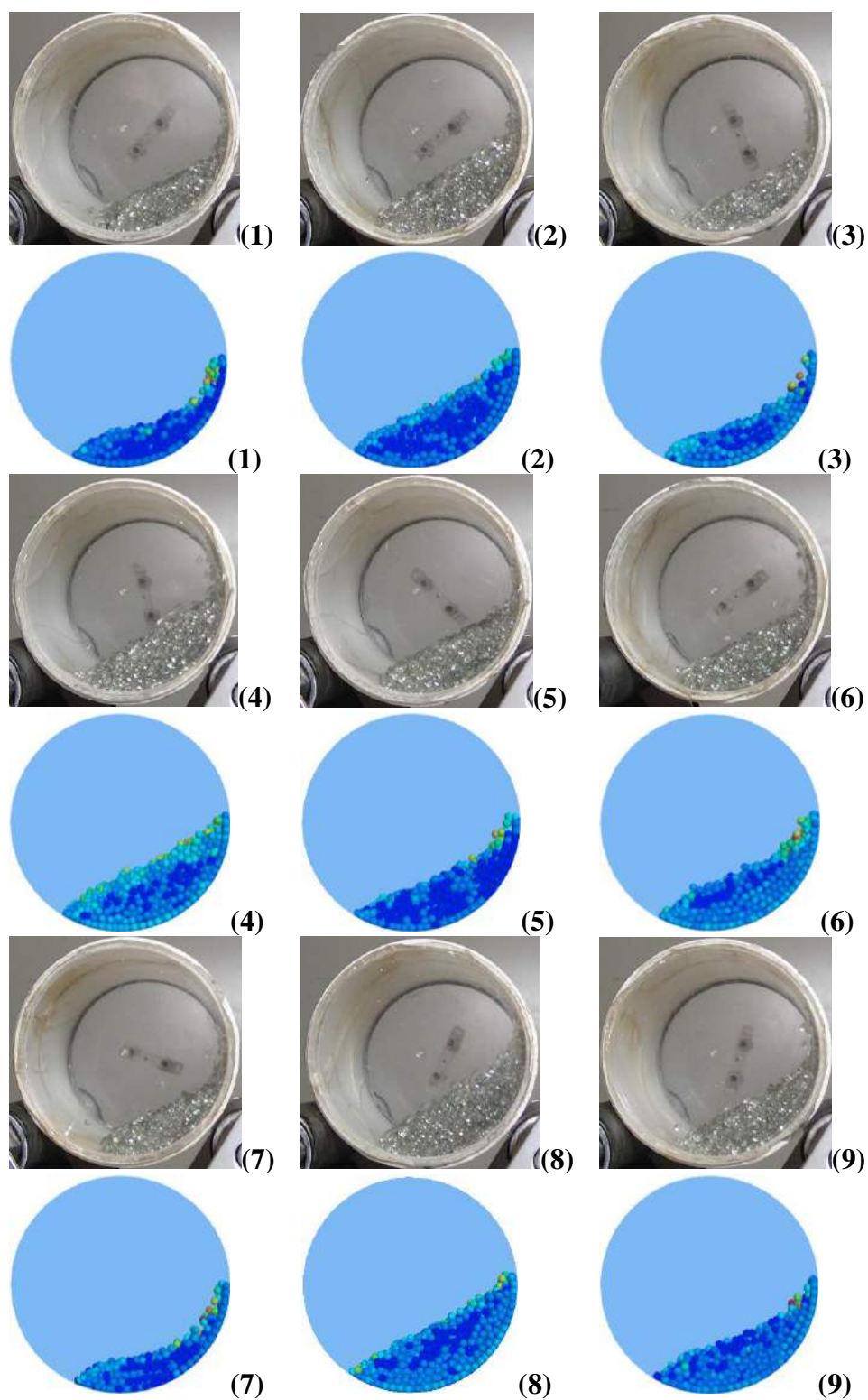


Figura 4.26: Imagens do plano transversal do tambor, tanto experimentais quanto simuladas, utilizadas na medida dos ângulos de repouso das esferas de vidro B sob as diferentes condições mostradas na Tabela 4.6.

Não foi possível medir, com uma certa precisão, os ângulos de repouso dinâmico para as esferas de vidro B, sob as condições 1, 3 e 7 mostradas na Tabela 4.6, devido a deformação da superfície do leito de material (Figura 4.26). Nota-se que estas condições correspondem aos menores valores de graus de preenchimento, o qual está relacionado à “compressão” exercida pelo peso das partículas do leito de material sobre a camada de partículas próxima à parede do tambor.

Visto que as partículas arredondadas (esferas B), ao contrário do que acontece com as partículas “fusiformes” (arroz), não formam, como discutido anteriormente, uma estrutura interligada através dos interstícios do leito de material, as partículas que se encontram mais afastadas da parede do tambor não conseguem “detectar” o movimento desta, sendo que este fenômeno foi mais pronunciado para pequenos valores de coeficiente de atrito e grau de preenchimento (menor peso exercido sobre a parede).

Desta forma, os parâmetros da modelagem *DEM* aplicados na previsão da dinâmica de partículas arredondadas no interior de um tambor rotatório se mostraram, sob as condições, aqui, estudadas, dependentes das condições operacionais. Isto significa que, para esta classe de partículas, estes parâmetros devem ser calibrados para cada condição operacional de interesse e não podem ser utilizados de uma forma generalizada.

Logo, atesta-se a grande influência da forma da partícula, além dos valores dos parâmetros, sobre o padrão de escoamento granular simulado através da aproximação *DEM* em um tambor rotatório.

### 4.4.3 Aplicação do Modelo *DEM* Calibrado em um Caso de Escalonamento

O objetivo principal desta seção é examinar a robustez do modelo *DEM*, calibrado através de um equipamento em pequena escala, através da aplicação em um caso de escalonamento (aumento de escala).

Como material particulado optou-se pelo arroz devido a não influência das condições operacionais sobre a calibração dos parâmetros *DEM*, como visto na seção anterior, e em virtude da escassez de investigações acerca do escoamento granular envolvendo partículas não esféricas.

As Figuras 4.27-4.29 mostram uma análise do ângulo de repouso dinâmico através do plano transversal do tambor, tanto simulado quanto experimental, para diferentes condições



operacionais. Com o intuito também, de analisar a influência do comprimento do tambor sobre a dinâmica das partículas, foram realizados experimentos com dois diferentes comprimentos: 0,02 m e 0,45 m.

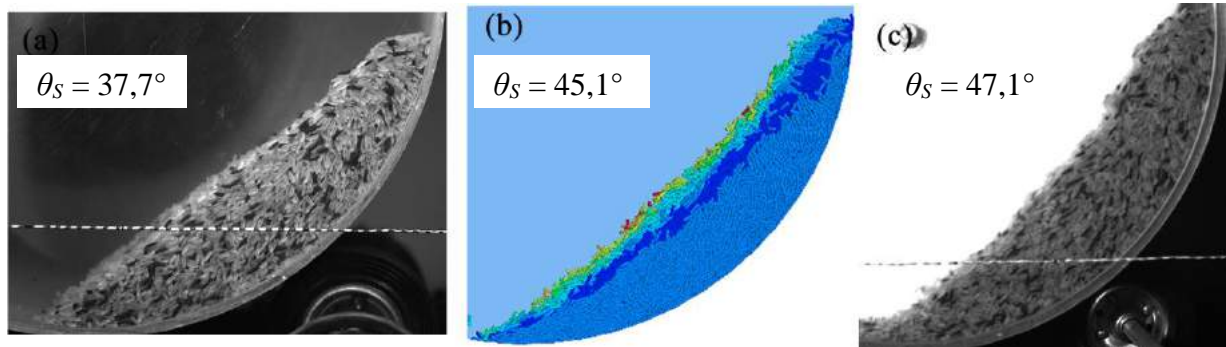


Figura 4.27: Plano transversal do tambor: grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s – (a) experimental (0,45 m); (b) simulado (0,02 m); (c) experimental (0,02 m).

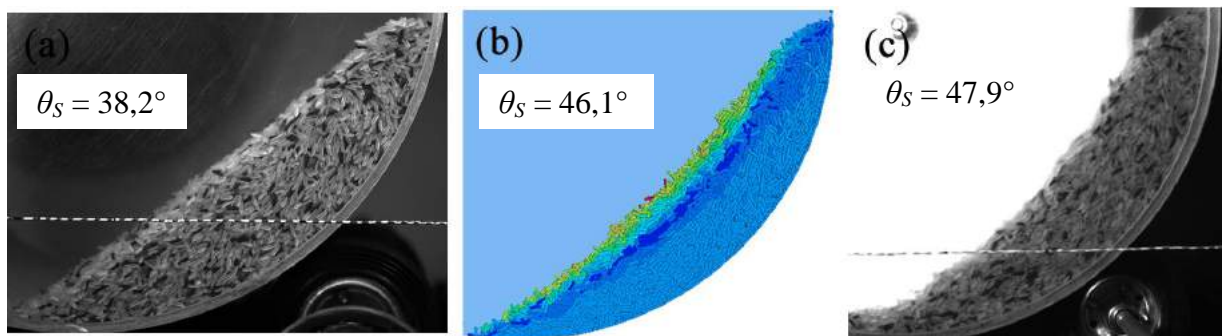


Figura 4.28: Plano transversal do tambor: grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,65 rad/s – (a) experimental (0,45 m); (b) simulado (0,02 m); (c) experimental (0,02 m).

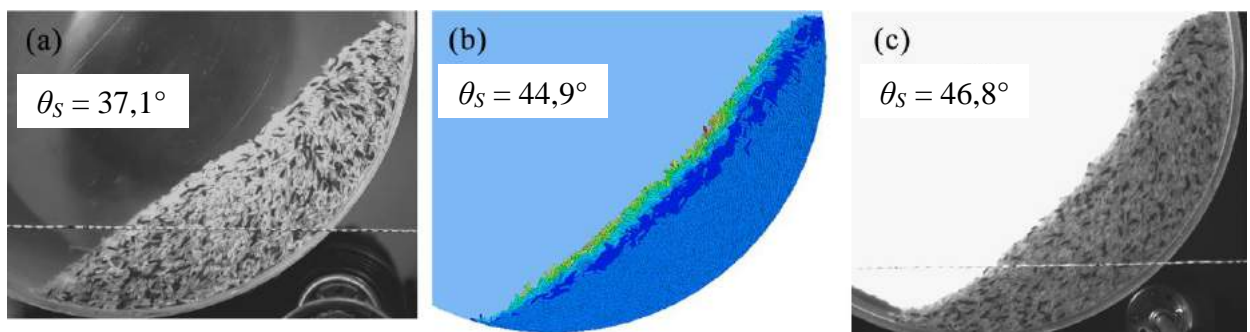


Figura 4.29: Plano transversal do tambor: grau de preenchimento de 15% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s – (a) experimental (0,45 m); (b) simulado (0,02 m); (c) experimental (0,02 m).

Observa-se, através das Figuras 4.27-4.29, quando se compara a inclinação do leito de partículas com relação à horizontal (ângulo de repouso dinâmico) nos experimentos realizados com diferentes comprimentos, uma considerável influência do comprimento do tambor sobre o padrão de escoamento granular.

A redução do comprimento do tambor ocasionou um aumento do ângulo de repouso do material, independente da condição operacional, devido à intensificação do efeito de parede o qual proporciona uma maior elevação do leito de material através do movimento ascendente das paredes laterais.

Os erros relativos, quando comparados os resultados simulados com os dados experimentais de ângulo de repouso utilizando o mesmo comprimento do tambor (0,02 m), foram, em média, de 4,0%, enquanto que, os erros relativos quando comparados com o comprimento de 0,45 m foram, em média, de 20,0%. Logo, nas simulações *DEM* do escoamento granular em um tambor rotatório, a simplificação da modelagem relacionada à diminuição da geometria do equipamento, quando comparada à escala real, pode levar a resultados que não condizem com a realidade.

No geral, o aumento da velocidade de rotação ocasionou um aumento no ângulo de repouso dinâmico do material, tanto para o simulado, quanto para o experimental, independente do comprimento do tambor. Por outro lado, o ângulo de repouso diminuiu com o aumento do grau de preenchimento do tambor (Figuras 4.27-4.29).

Para melhor avaliar a modelagem *DEM* quando do aumento de escala, perfis radiais de velocidade de sólidos medidos experimentalmente através de uma câmera de alta velocidade e utilizando dois diferentes comprimento do tambor (2 cm e 45 cm), foram comparados com os resultados simulados sob as mesmas condições, como mostrados nas Figuras 4.30, 4.31 e 4.32.

A relação linear, representada pela Equação 4.6, foi plotada nas Figuras 4.30-4.32 para auxiliar na comparação dos perfis radiais de velocidade quando da utilização dos dois diferentes comprimentos e para indicar a transição entre as camadas ativa e passiva, tanto do experimental quanto do simulado.

$$V_{lin} = \omega r \quad (4.6)$$

sendo  $V_{lin}$ ,  $\omega$  e  $r$  a velocidade linear, a velocidade angular e a posição radial, respectivamente.

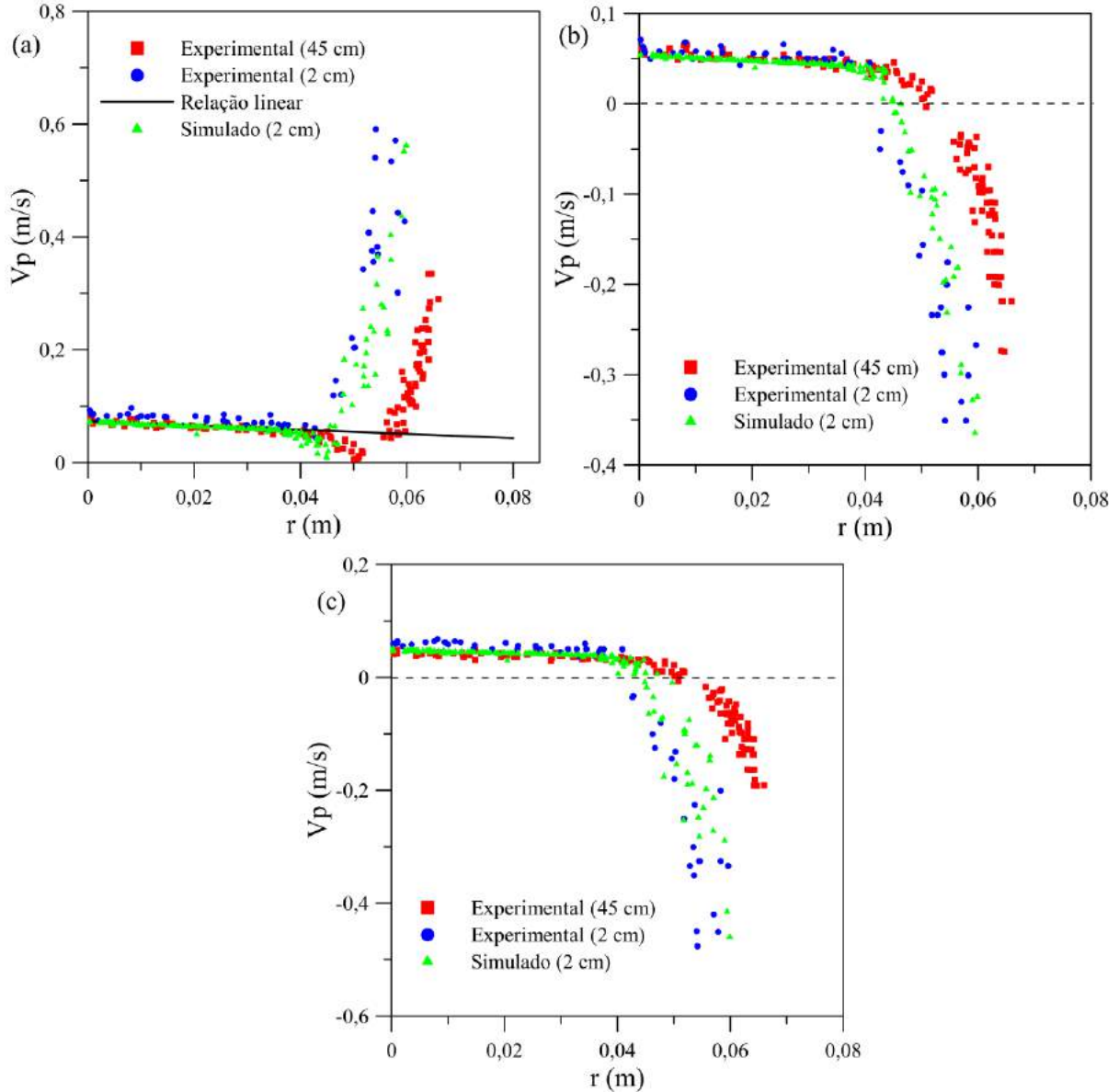


Figura 4.30: Perfis radiais de velocidade de partículas simulado (*DEM*) e experimental para dois diferentes comprimentos do tambor: grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s – (a) velocidade resultante; (b) componente da velocidade na direção x; (c) componente da velocidade na direção y.

Nota-se que as principais propriedades do escoamento em um tambor rotatório, já elucidadas em capítulos anteriores, foram captadas por meio das simulações *DEM* e por meio dos experimentos realizados na nova unidade, tais como, região passiva, região ativa e inversão do movimento das partículas na interface ativa-passiva (Figuras 4.30-4.32).



Em ambos os casos, simulado e experimental, independente do comprimento do tambor utilizado, as velocidades das partículas coincidiram com a relação linear próximo à parede do tambor, o que torna evidente que as partículas nesta região se movem como um corpo rígido, não possuindo, desta forma, velocidades relativas.

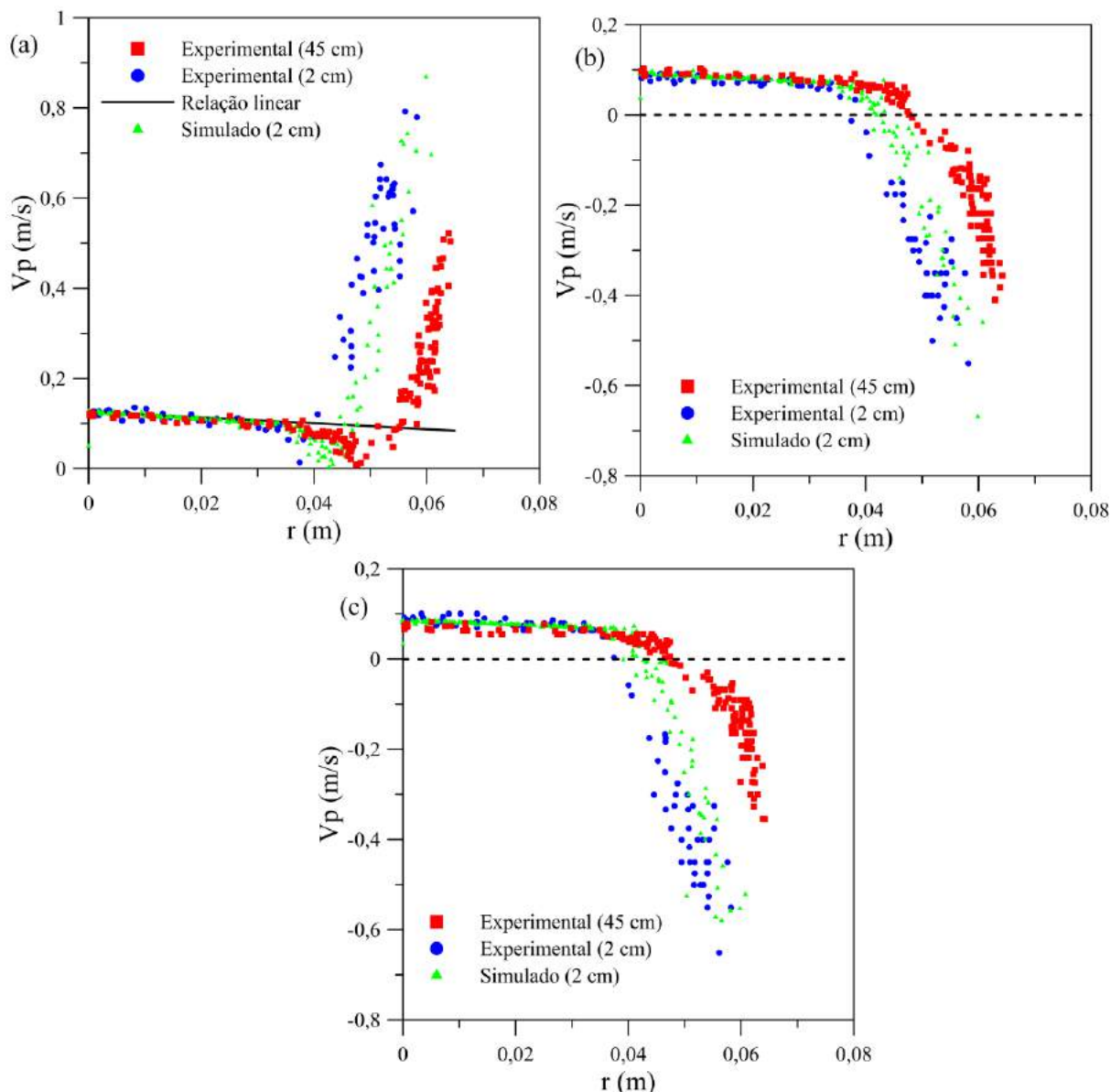


Figura 4.31: Perfis radiais de velocidade de partículas simulado (DEM) e experimental para dois diferentes comprimentos do tambor: grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,65 rad/s – (a) velocidade resultante; (b) componente da velocidade na direção x; (c) componente da velocidade na direção y.

Logo, como era de se esperar, o comprimento do tambor possui influência somente sobre a região ativa, caracterizada por um movimento dinâmico descendente das partículas por ação, dentre outras, da força gravitacional.

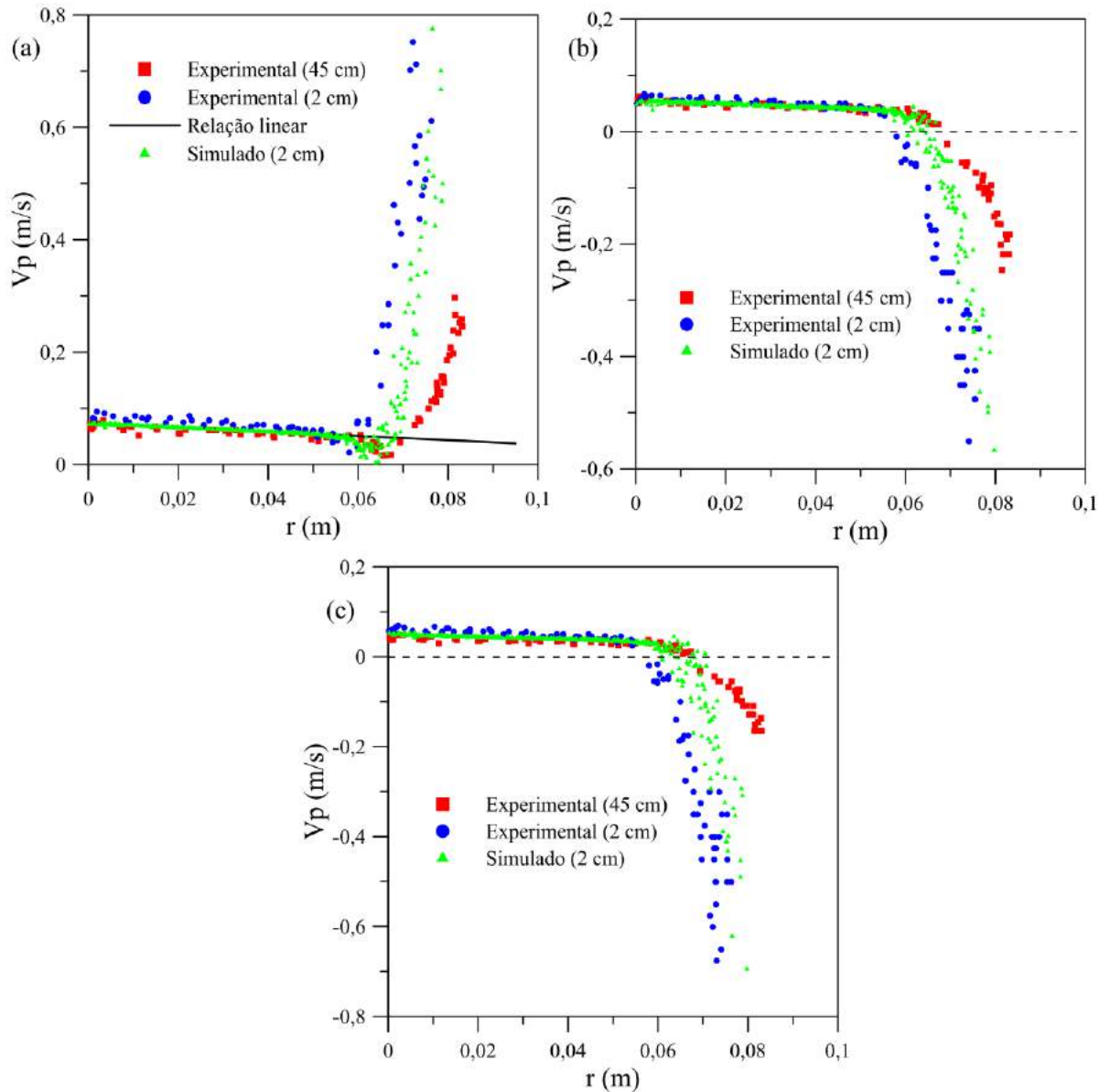


Figura 4.32: Perfis radiais de velocidade de partículas simulado (DEM) e experimental para dois diferentes comprimentos do tambor: grau de preenchimento de 15% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s – (a) velocidade resultante; (b) componente da velocidade na direção x; (c) componente da velocidade na direção y.

Observa-se que a diminuição do comprimento do tambor causou um aumento, em todas as condições, na magnitude das velocidades das partículas na região ativa (Figuras 4.30-4.32).

Este fato está diretamente relacionado ao aumento do ângulo de repouso e a consequente reestruturação do leito de material (Figuras 4.27-4.29), visto que, uma maior elevação do material causa um aumento na energia potencial das partículas que, ao ser convertida em energia cinética pela força gravitacional, proporciona um aumento nas suas velocidades.

Nota-se uma satisfatória correspondência entre os perfis radiais de velocidade simulados e experimentais para um comprimento de tambor de 2 cm para todas as condições operacionais. Um aumento na velocidade de rotação do tambor e/ou grau de preenchimento, causou um aumento na magnitude da velocidade das partículas na região ativa.

Desta forma, a calibração dos parâmetros da modelagem Lagrangeana, através de um tambor em escala reduzida, foi adequada para o emprego na previsão do escoamento do arroz em tambores rotatórios em uma escala superior, podendo, futuramente, ser empregada em uma escala industrial.

---

# CAPÍTULO 5

---

## Conclusões e Sugestões



Com base nos experimentos e simulações realizadas sobre uma considerável faixa de velocidade de rotação e grau de preenchimento e utilizando diferentes materiais particulados, foi possível, como conclusão geral, investigar os principais mecanismos em um escoamento granular no interior de um tambor rotatório operado em um regime de batelada. Como conclusões específicas, seguem:

### 1 – Fenômeno de Transição entre os Diferentes Regimes em um Tambor Rotatório

- ❖ Foi proposta uma modificação no modelo desenvolvido por Blumberg e Schlünder (1996) para a transição entre os regimes rolamento-cascadeamento através da inclusão do efeito da forma das partículas representada pela esfericidade;
- ❖ Foi observado e caracterizado, pela primeira vez, o fenômeno da histerese quando da transição entre os regimes catarateamento-centrifugação o qual foi dependente das propriedades físicas dos materiais, tais como, esfericidade, massa específica e coeficiente de atrito partícula-parede;

- ❖ Uma nova expressão para a velocidade crítica de rotação para centrifugação, a qual inclui o fenômeno de histerese, foi proposta como uma função, além de outras propriedades, do grau de preenchimento do tambor;
- ❖ Quanto maior o ângulo de repouso dinâmico do material, o qual está relacionado com a forma e a rugosidade das partículas, menor a velocidade crítica de rotação para centrifugação e, conseqüentemente, menor o efeito de histerese.

### 2 – Aplicação da Metodologia Euleriana no Escoamento Granular em um Tambor Rotatório

- ❖ O modelo Euleriano, juntamente com a teoria cinética do escoamento granular, possibilitou a identificação dos principais regimes de escoamento em um tambor rotatório (rolamento, cascadeamento, catarateamento e centrifugação) e as principais regiões que caracterizam o regime de rolamento (regiões ativa e passiva);
- ❖ Comparações entre os dados experimentais e os resultados simulados mostraram que, o modelo cinético-colisional, o qual tem sido aplicado com sucesso em muitas simulações de escoamento granulares diluídos pode, também, ser aplicado no tratamento de um escoamento granular denso em tambores rotatórios;
- ❖ Observou-se que a força de arrasto pode ser negligenciada, no caso de um tambor rotatório operando no regime de rolamento, onde não há entrada ou saída de fluido do sistema (advecção);
- ❖ A partir da análise experimental e numérica, foi possível verificar que o aumento da velocidade de rotação e/ou do grau de preenchimento do tambor causa um aumento da espessura da camada ativa, camada esta diretamente relacionada às taxas de transferência de massa, energia e *momentum*;
- ❖ A simulação Euleriana envolvendo mais de uma fase sólida foi adequada para a previsão do fenômeno de segregação radial em tambores rotatórios com partículas de diferentes diâmetros.

### 3 – Mistura Binária de Partículas no Interior de um Tambor Rotatório

- ❖ Foi possível a realização de uma investigação, tanto quantitativa quanto qualitativa, acerca dos efeitos da diferença de diâmetro, da diferença de massa específica e da diferença da condição inicial do material no interior do tambor rotatório sobre o fenômeno de segregação radial e axial (mistura binária);
- ❖ Notou-se a ocorrência da segregação radial tanto pela diferença de diâmetros quanto pela diferença de massas específicas, na qual as partículas menores e as mais densas tenderam a se concentrar no centro do leito de material, formando um verdadeiro núcleo, enquanto que as partículas maiores e menos densas se acumularam na periferia ao redor deste núcleo central;
- ❖ O fenômeno da segregação axial foi observado apenas quando há diferença de diâmetros entre as partículas. A diferença tão somente da massa específica, independente das condições de velocidade de rotação e grau de preenchimento, não causou segregação axial;
- ❖ A segregação radial promovida pela diferença de diâmetro entre as partículas foi intensificada pelo aumento do grau de preenchimento e/ou diminuição da velocidade de rotação. A segregação axial, por outro lado, foi intensificada pela diminuição do grau de preenchimento e/ou aumento da velocidade de rotação do tambor. Por outro lado, para partículas com diferentes massas específicas, a segregação radial não foi afetada pelas condições operacionais do tambor;
- ❖ A disposição inicial do material no interior do tambor é de grande importância quando da consideração do fenômeno de segregação, sendo que o esquema lado-a-lado levou à formação de apenas uma banda axial, enquanto o esquema inferior-superior apresentou duas bandas axiais. Desta forma, o número de bandas axiais formadas na superfície do leito parece se correlacionar, dentre outras variáveis, com a disposição inicial do material;

- ❖ A análise dos índices de segregação ( $I_S$ ) sugere que os efeitos de diferença de diâmetro possuem maior importância quando comparados aos efeitos da diferença de massa específica sobre o mecanismo de segregação radial;
- ❖ Notou-se, também, uma influência significativa do grau de preenchimento e da velocidade de rotação do tambor sobre a taxa de mistura ( $k$ ), sendo que esta aumentou com a diminuição do grau de preenchimento e/ou com o aumento da velocidade de rotação do tambor.

### 4 – Aplicação da Metodologia Lagrangeana no Escoamento Granular em um Tambor Rotatório

- ❖ Foi possível a investigação do padrão de escoamento granular no interior de um tambor rotatório, utilizando partículas de diferentes formas (arroz e esferas de vidro), através da abordagem Lagrangeana;
- ❖ No processo de calibração do modelo, através de um Planejamento Composto Central, os valores determinados dos parâmetros coeficiente de atrito ( $\mu_p$ ) e razão de amortecimento ( $\zeta$ ) para o arroz foram de, respectivamente, 0,425 e 0,149 (erro relativo de 2,9%), enquanto que para as esferas de vidro foram de 0,701 e 0,425 (erro relativo de 3,4%), respectivamente;
- ❖ Os parâmetros da modelagem *DEM* determinados para as partículas arredondadas mostraram-se dependentes das condições operacionais. Isto significa que, para esta classe de partículas, estes parâmetros devem ser calibrados para cada condição operacional de interesse e não podem ser utilizados de uma forma generalizada;
- ❖ No caso do arroz (partícula irregular), não foi observado uma dependência dos parâmetros *DEM* frente às variações das condições operacionais, o que pode ser devido ao fato de as partículas irregulares formarem uma estrutura estável devido a um “emaranhamento” permitindo que o leito movimente-se como um todo, o que explica, também, os maiores ângulos de repouso quando comparados aos das esferas de vidro.

Logo, atesta-se a grande influência da forma da partícula, além dos valores dos parâmetros, sobre o padrão de escoamento granular;

- ❖ Notou-se uma grande influência do comprimento do tambor sobre o escoamento granular, sendo que, a redução do comprimento do tambor ocasionou um aumento do ângulo de repouso do material e um consequente aumento da magnitude da velocidade das partículas na região ativa;
- ❖ Obteve-se uma satisfatória correspondência entre os perfis radiais de velocidade simulados e experimentais, obtidos por meio de uma câmera de alta velocidade, para um comprimento de tambor de 0,02 m para todas as condições operacionais;
- ❖ A calibração dos parâmetros da modelagem Lagrangeana, através de um tambor em escala reduzida, foi adequada para o emprego na previsão do escoamento do arroz em tambores rotatórios em uma escala superior, podendo, futuramente, ser empregada em uma escala industrial.

Como sugestões para trabalhos futuros destacam-se:

- ❖ Utilizar diferentes materiais particulados (contendo diferentes formas), para a verificação da equação de transição catareamento-centrifugação, aqui, proposta;
- ❖ Realizar experimentos envolvendo uma mistura contendo dois ou mais diferentes diâmetros ou massas específicas, ou até mesmo, uma combinação entre estas propriedades (mistura polifásica), com o posterior desenvolvimento de uma modelagem Euleriana e Lagrangeana;
- ❖ Investigar a influência da rugosidade da parede do tambor nos fenômenos de transição entre os regimes e de mistura de partículas;
- ❖ Para uma futura aplicação destes fundamentos no processo de granulação de fertilizantes, seguem:



- empregar partículas contendo uma distribuição granulométrica cujo  $D_{50}$  (corresponde ao valor que 50% da distribuição das partículas apresentam diâmetros menores) esteja dentro da faixa  $2,8 \text{ mm} < D_{50} < 3,0 \text{ mm}$ ;
- investigar a adição de fluidos, contendo diferentes viscosidades, sobre o comportamento dinâmico das partículas no interior do tambor;
- verificar também, o efeito da configuração inicial das partículas superior-inferior no processo de mistura, mas, agora, com as partículas maiores sobre as menores;
- analisar o efeito da razão entre o diâmetro e o comprimento do tambor ( $D/L$ ) sobre a transição entre os regimes;
- implementar a transferência de calor na modelagem Euleriana e Lagrangeana;
- implementar a transferência de massa na modelagem Euleriana e Lagrangeana juntamente com a técnica de Balanço Populacional visando a predição da quebra e aglomeração das partículas.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AISSA, A.A., DUCHESNE, C., RODRIGUE, D., Effect of friction coefficient and density on mixing particles in the rolling regime, Powder Technology, vol. 212, p. 340-347, 2011.
- ALENZI, A., MARINACK, M., HIGGS, C.F., MCCARTHY, J.J., DEM validation using an annular shear cell, Powder Technology, vol. 248, p. 131-142, 2013.
- ALIZADEH, E., BERTRAND, F., CHAOUKI, J., Discrete element simulation of particle mixing and segregation in atetrapodal blender, Computers and Chemical Engineering vol. 64, p. 1-12, 2014.
- ALIZADEH, E., DUBÉ, O., BERTRAND, F., CHAOUKI, J., Characterization of mixing and size segregation in a rotating drum by a particle tracking method, American Institute of Chemical Engineers Journal, vol. 59, p. 1894-1905, 2013.
- ARASTOOPOUR, H., PAKDEL, P., ADEWUMI, M., Hydrodynamic analysis of dilute gas–solids flow in a vertical pipe, Powder Technology, vol. 62 (2), p. 163-170, 1990.
- ATAÍDE, C.H., PEREIRA, F.A.R., BARROZO, M.A.S., Wall effects on the terminal velocity of spherical particles in Newtonian and non-Newtonian fluids, Brazilian Journal of Chemical Engineering, vol. 16, p. 387-394, 1999.
- BAGNOLD, R. A., Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, Proc. Roy. Soc. Lond., A 255, p. 49-63, 1954.
- BARROZO, M.A. S., DUARTE, C. R., EPSTEIN, N., GRACE, J. R., LIM, C.J., Experimental and CFD study of dense-phase, transition region and dilute-phase spouting, Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 49, p. 5102-5109, 2010.

- BHATTACHARYA, T., Controlling mixing and segregation in time periodic granular flows, PhD Dissertation – University of Pittsburgh, Swanson School of Engineering, 2011.
- BLUMBERG, W., SCHLÜNDER, E.-U., Transversale Schüttgutbewegung und konvektiver Stoffübergang in Drehrohren. Teil 1: Ohne Hubschaufeln, Chemical Engineering and Processing, vol. 35, p. 395-404, 1996.
- BOATENG, A.A., BARR, P.V., Granular flow behaviour in the transverse plane of a partially filled rotating cylinder, Journal of Fluid Mechanics, vol. 330, p. 233-249, 1997.
- BRIDGWATER, J., Mixing of powders and granular materials by mechanical means-A perspective, Particuology, vol. 10, p. 397- 427, 2012.
- CARDOSO, C.R., OLIVEIRA, T.J.P., SANTANA JUNIOR, J.A., ATAÍDE, C.H., Physical characterization of sweet sorghum bagasse, tobacco residue, soy hull and fiber sorghum bagasse particles: Density, particle size and shape distributions, Powder Technology, vol. 245, p. 105-114, 2013.
- CHAND, R., KHASKHELI, M.A., QADIR, A., GE, B., SHI, Q., Discrete particle simulation of radial segregation in horizontally rotating drum: Effects of drum-length and non-rotating end-plates, Physical A, vol. 391, p. 4590-4596, 2012.
- CHAPMAN, S., COWLING, T.G., The mathematical theory of non-uniform gases, Cambridge University Press, Cambridge, UK, p. 448, 1970.
- CHAKRABORTY, S., NOTT, P.R., PRAKASH, J.R., Analysis of radial segregation of granular mixtures in a rotating drum, The European Physical Journal E, vol. 1, p. 265-273, 2000.
- CHOU, S.H., HSIAU, S.S., Dynamic properties of immersed granular matter in different flow regimes in a rotating drum, Powder Technology, vol. 226, p. 99-106, 2012.
- CHOU, S.H., LIAO, C.C., HSIAU, S.S., An experimental study on the effect of liquid content and viscosity on particle segregation in a rotating drum, Powder Technology, vol. 201, p. 266-272, 2010.
- CLEARY, P. W., DEM prediction of industrial and geophysical particle flows, Particuology, vol. 8, p. 106-118, 2010.
- CLEARY, P. W., SAWLEY, M. L., DEM modelling of industrial granular flows: 3D case studies and the effect of particle shape on hopper discharge, Applied Mathematical Modelling, vol. 26, p. 89-111, 2002.
- CLIFT, R., GRACE, J. R., WEBER, M. E., Bubbles, drops and particles, Academic Press, New York, 1978.
- COELHO, M., C., Tecnologia dos pós: Curso de especialização pós-graduada em farmacotecnia avançada na Faculdade de Farmácia da Universidade de Lisboa. Curso de Pós-Graduação em Farmacotecnia Avançada (Tecnologia de Pós), Abril,19- 20, 2007.

- CUNDALL, P.A., STRACK, O.D.L., A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, vol. 29, p. 47-65, 1979.
- CUNHA, F.G., SANTOS, K.G., ATAÍDE, C.H., EPSTEIN, N., BARROZO, M.A.S., Annatto Powder Production in a Spouted Bed: An Experimental and CFD Study, Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 48, p. 976-982, 2009.
- DARTEVELLE, S., Numerical and granulometric approaches to geophysical granular flows, Ph.D. thesis, Michigan Technological University, Department of Geological and Mining Engineering, Houghton, Michigan, 2003.
- DEGRÈVE, J., BAEYENS, J., VAN DE VELDEN, M., DE LAET, S., Spray-agglomeration of NPK-fertilizer in a rotating drum granulator, Powder Technology, vol. 163, p. 188-195, 2006.
- DEMAGH, Y., MOUSSA, H.B., LACHI, M., NOUI, S., BORDJA, L., Surface particle motions in rotating cylinders: Validation and similarity for an industrial scale kiln, Powder Technology, vol. 224, p. 260-272, 2012.
- DING, Y.L., FORSTER, R., SEVILLE, J.P.K., PARKER, D.J., Granular motion in rotating drums: bed turnover time and slumping–rolling transition, Powder Technology, vol. 124, p. 18-27, 2002a.
- DING, Y.L., FORSTER, R., SEVILLE, J.P.K., PARKER, D.J., Segregation of granular flow in the transverse plane of a rolling mode rotating drum, International Journal of Multiphase Flow, vol. 28, p. 635-663, 2002b.
- DING, Y.L., SEVILLE, J.P.K., FORSTER, R., PARKER, D.J., Solids motion in rolling mode rotating drums operated at low to medium rotational speeds, Chemical Engineering Science, vol. 56, p. 1769-1780, 2001.
- DUARTE, C.R. OLAZAR, M., MURATA, V.V., BARROZO, M.A.S., Numerical simulation and experimental study of fluid–particle flows in a spouted bed, Powder Technology, vol. 188, p. 195-205, 2009.
- DUARTE, C.R., MURATA, V.V., BARROZO, M. A. S., A Study of the fluid dynamics of the spouted bed using CFD, Brazilian Journal of Chemical Engineering, vol. 22, p. 263-270, 2005.
- DUBÉ, O., ALIZADEH, E., CHAOUKI, J., BERTRAND, F., Dynamics of non-spherical particles in a rotating drum, Chemical Engineering Science, vol. 101, p. 486-502, 2013.
- ERGUN, S., Fluid flow through packed columns, Chemical Engineering Progress, vol. 48, p. 89-94, 1952.
- FAN, L.T., CHEN, S.J., WATSON, C.A., Solids mixing, Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 62, p. 53-69, 1970.

- FEDORS, R.F., LANDEL, R.F., An empirical method of estimating the void fraction in mixtures of uniform particles of different size, Powder Technology, vol. 23, p. 225-231, 1979.
- FINNIE, G.J., KRUYT, N.P., YE, M., ZEILSTRA, C., KUIPERS, J.A.M., Longitudinal and transverse mixing in rotary kilns: A discrete element method approach, Chemical Engineering Science, vol. 60, p. 4083-4091, 2005.
- FLORIAN, M., VELÁZQUEZ, C., MÉNDEZ, R., New continuous tumble mixer characterization, Powder Technology, vol. 256, p. 188-195, 2014.
- GAO, D., SUN, J., Using DEM in Particulate Flow Simulations, Hydrodynamics - Optimizing Methods and Tools, Prof. Harry Schulz (Ed.), ISBN: 978-953-307-712-3, InTech, DOI: 10.5772/26681. Available from: <http://www.intechopen.com/books/hydrodynamics-optimizing-methods-and-tools/using-dem-in-particulate-flow-simulations>, 2011.
- GENG, F., LI, Y., WANG, X., YUAN, Z., YAN, Y., LUO, D., Simulation of dynamic processes on flexible filamentous particles in the transverse section of a rotary dryer and its comparison with ideo-imaging experiments, Powder Technology, vol. 207, p. 175-182, 2011.
- GIBILARO, L.G., DI FELICE, R., WALDRAM, S.P., Generalized friction factor and drag coefficient correlations for fluid-particle interactions, Chemical Engineering Science, vol. 40, p. 1817-1823, 1985.
- GIDASPOW, D., BEZBURUAH, R., DING, J., Hydrodynamics of circulating fluidized beds, kinetic theory approach in fluidization, Proceedings of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization, p. 75, 1992.
- GIDASPOW, D., Multiphase Flow and Fluidization, Academic Press, Boston, 1994.
- GUI, N., YAN, J., XU, W., GE, L., WU, D., JI, Z., GAO, J., JIANG, S., YANG, X., DEM simulation and analysis of particle mixing and heat conduction in a rotating drum, Chemical Engineering Science, vol. 97, p. 225-234, 2013.
- HE, Y.R., CHEN, H.S., DING, Y.L., LICKISS, B., Solids motion and segregation of binary mixtures in a rotating drum mixer, Chemical Engineering Research and Design, vol. 85, p. 963-973, 2007.
- HENEIN H, BRIMACOMBE, J.K., WATKINSON, A. P., The modelling of transverse solids motion in rotary kilns, Metallurgical Transactions B, vol. 14 (2), p. 207-220, 1983b.
- HENEIN, H., BRIMACOMBE, J.K., WATKINSON, A.P., Experimental studies of transverse bed motion in rotary kilns, Metallurgical Transactions B, vol. 14, p. 191-205, 1983a.
- HÖHNER, D., WIRTZ, S., SCHERER, V., A study on the influence of particle shape and shape approximation on particle mechanics in a rotating drum using the discrete element method, Powder Technology, vol. 253, p. 256-265, 2014.

- HU, G., HU, Z., JIAN, B., LIU, L., WAN, H., On the Determination of the Damping Coefficient of Non-linear Spring-dashpot System to Model Hertz Contact for Simulation by Discrete Element Method, Journal of Computers, vol. 6, p. 984-988, 2011.
- HUANG, A. N., KUO, H. P., A Study of the three-dimensional particle size segregation structure in a rotating drum, American Institute of Chemical Engineers Journal, vol. 58, p. 1076-1083, 2012.
- HUANG, A.-N., LIU, L.-C., KUO, H.-P., The role of end wall shearing in the drum segregation band formation, Powder Technology, vol. 239, p. 98-104, 2013a.
- HUANG, A.-N., KAO, W.-C., KUO, H.-P., Numerical studies of particle segregation in a rotating drum based on Eulerian continuum approach, Advanced Powder Technology, vol. 24, p. 364-372, 2013b.
- HUANG, A.N., KUO, H.P., A study on the transition between neighbouring drum segregated bands and its application on functionally graded material production, Powder Technology, vol. 212, p. 348-353, 2011.
- HUILIN, L., GIDASPOW, D., BOUILLARD, J., WENTIE, L., Hydrodynamic simulation of gas-solid flow in a riser using kinetic theory of granular flow, Chemical Engineering Journal, vol. 95, p. 1-13, 2003.
- ITASCA CONSULTING GROUP., PFC 2D, version 3.1, theory and background manual, Minneapolis, USA: Itasca Consulting Group, 2014.
- JAIN, N., OTTINO, J.M., LUEPTOW, R.M., Regimes of segregation and mixing in combined size and density granular systems: an experimental study, Granular Matter, vol. 7, p. 69-81, 2005.
- JAIN, A., METZGER, M.J., GLASSER, B.J., Effect of particle size distribution on segregation in vibrated systems, Powder Technology, vol. 237, p. 543-553, 2013.
- JENKINS, J. T., SAVAGE, S. B., A theory for the rapid flow of identical, smooth, nearly elastic sphere particles, Journal of Fluid Mechanics, vol. 130, p. 187 – 202, 1983.
- JIANG, M., ZHAO, Y., LIU, G., ZHENG, J., Enhancing mixing of particles by baffles in a rotating drum mixer, Particuology, vol. 9, p. 270-278, 2011.
- JIN, J., SHI, S., LIU, G., ZHANG, Q., CONG, W., Arsenopyrite bioleaching by Acidithiobacillus ferrooxidans in a rotating-drum reactor, Minerals Engineering, vol. 39, p. 19-22, 2012.
- JOHNSON, P. C., JACKSON, R., Frictional-collisional constitutive relations for granular materials with application to plane shearing, Journal of Fluid Mechanics, vol. 176, p. 67 – 93, 1987.

- JUAREZ, G., CHEN, P., LUEPTOW, R. M., Transition to centrifuging granular flow in rotating tumblers: a modified Froude number, New Journal of Physics, vol. 13, p. 1-12, 2011.
- JUST, S., TOSCHKOFF, G., FUNKE, A., DJURIC, D., SCHARRER, G., KHINAST, J., KNOP, K., KLEINEBUDDE, P., Experimental Analysis of Tablet Properties for Discrete Element Modeling of an Active Coating Process, AAPS PharmSciTech, vol. 14, p. 402-411, 2013.
- KETTERHAGEN, W. R., Modeling the motion and orientation of various pharmaceutical tablet shapes in a film coating pan using DEM, International Journal of Pharmaceutics, vol. 409, p. 137-149, 2011.
- KOMOSSA, H., WIRTZ, S., SCHERER, V., HERZ, F., SPECHT, E., Transversal bed motion in rotating drums using spherical particles: Comparison of experiments with DEM simulations, Powder Technology, vol. 264, p. 96-104, 2014.
- KUO, H.P., HSU, R.C., HSIAO, Y.C., Investigation of axial segregation in a rotating drum, Powder Technology, vol. 153, p. 196-203, 2005.
- KWAPINSKA, M., SAAGE, G., TSOTSAS, E., Mixing of particles in rotary drums: A comparison of discrete element simulations with experimental results and penetration models for thermal processes, Powder Technology, vol. 161, p. 69-78, 2006.
- LACEY, P.M.C., Developments in the theory of particle mixing, Journal of Applied Chemistry, vol. 4, p. 257-268, 1954.
- LAURENT, B.F.C., CLEARY, P.W., Comparative study by PEPT and DEM for flow and mixing in a ploughshare mixer, Powder Technology, vol. 228, p. 171-186, 2012.
- LEE, C.-F., CHOU, H.-T., CAPART, H., Granular segregation in narrow rotational drums with different wall roughness: Symmetrical and asymmetrical patterns, Powder Technology, vol. 233, p. 103-115, 2013.
- LIAO, C.C., HSIAU, S.S., TO, K., Granular dynamics of a slurry in a rotating drum, Physical Review E, vol. 82, p. 1-4, 2010.
- LIU, P.Y., YANG, R.Y., YU, A.B., DEM study of the transverse mixing of wet particles in rotating drums, Chemical Engineering Science, vol. 86, p. 99-107, 2013.
- LIU, X. Y., SPECHTA, E., MELLMANN, J., Experimental study of the lower and upper angles of repose of granular materials in rotating drums, Powder Technology, vol. 154, p. 125-131, 2005.
- LU, J., LI, D., CHEN, L., KITAMURA, Y., JIANG, W., LI, B., Simultaneous pretreatment and acidogenesis of solid food wastes by a rotational drum fermentation system with methanogenic leachate recirculation and andesite porphyry addition, Bioresource Technology, vol. 138, p. 101-108, 2013.

- LUDING, S., Cohesive, frictional powders: contact models for tension, Granular Matter, vol. 10, p. 235-246, 2008.
- LUN, C.K.K., SAVAGE, S.B., JEFFREY, D.J., CHEPURNIY, N., Kinetic theories for granular flow: Inelastic particles in coquette flow and singly inelastic particles in a general flow field, Journal of Fluid Mechanics, vol. 140, p. 223-256, 1984.
- MARIGO, M., CAIRNS, D.L., DAVIES, M., INGRAM, A., STITT, E.H., A numerical comparison of mixing efficiencies of solids in a cylindrical vessel subject to a range of motions, Powder Technology, vol. 217, p. 540-547, 2012.
- MELLMANN, J., IROBA, K.L., METZGER, T., TSOTSAS, E., MÉSZÁROS, C., FARKAS, I., Moisture content and residence time distributions in mixed-flow grain dryers, Biosystems Engineering, vol. 109, p. 297-307, 2011.
- MELLMANN, J., The transverse motion of solids in rotating cylinders—forms of motion and transition behavior, Powder Technology, vol. 118, p. 251-270, 2001.
- METZGER, M. J., GLASSER, B. J., Simulation of the breakage of bonded agglomerates in a ball mill, Powder Technology, vol. 237, p. 286-302, 2013.
- NAKAGAWA, M., ALTOBELLI, S.A., CAPRIHAN, A., FUKUSHIMA, E., JEONG, E.-K., Non-invasive measurements of granular flows by magnetic resonance imaging, Experiments in Fluids, vol. 16, p. 54-60, 1993.
- OLIVEIRA, D.C., ALMEIDA, C.A.K., VIEIRA, L.G.M., DAMASCENO, J.J.R., BARROZO, M.A.S., Influence of geometric dimensions on the performance of a filtering hydrocyclone: an experimental and CFD study, Brazilian Journal of Chemical Engineering, vol. 26, p. 575-582, 2009.
- OTTINO, J.M., KHAKHAR, D.V., Mixing and segregation of granular materials, Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 32, p. 55-91, 2000.
- PEÇANHA, R.P., MASSARANI, G., Avaliação do desempenho de hidrociclones, Revista Brasileira de Tecnologia, Rio de Janeiro, vol. 11, p. 289-299, 1980.
- PEREIRA, F.A.R., BARROZO, M.A.S., ATAÍDE, C.H., CFD predictions of drilling fluid velocity and pressure profiles in laminar helical flow, Brazilian Journal of Chemical Engineering, vol. 24, p. 587-595, 2007.
- PEREIRA, G.G., SINNOTT, M.D., CLEARY, P.W., LIFFMAN, K., METCALFE, G., ŠUTALO, I.D., Insights from simulations into mechanisms for density segregation of granular mixtures in rotating cylinders, Granular Matter, vol. 13, p. 53-74, 2011.
- POOLE, K.R., TAYLOR, R.F., WALL, G.P., Mixing powders to fine scale homogeneity: studies of batch mixing, Transactions of the Institution of Chemical Engineers, vol. 42, p. 305-315, 1964.
- POUX, M., FAYOLLE, P., BERTRAND, J., Powder mixing: some practical rules applied to agitated systems, Powder Technology, vol. 68, p. 213-234, 1991.



- RAJCHENBACH, J., Flow in Powders: From discrete avalanches to continuous regime, Physical Review Letters, vol. 65, p. 2221-2224, 1990.
- RAMACHANDRAN, R., POON, J. M.-H., SANDERS, C. F.W., GLASER, T., IMMANUEL, C. D., DOYLE III, F. J., LITSTER, J. D., STEPANEK, F., WANG, F.-Y., CAMERON, I. T., Experimental studies on distributions of granule size, binder content and porosity in batch drum granulation: Inferences on process modelling requirements and process sensitivities, Powder Technology, vol. 188, p. 89-101, 2008.
- RICHARDSON, J.R., ZAKI, W.N., Sedimentation and fluidization: part I, Transactions of Institute of Chemical Engineering, vol.32 (1), p. 35-53, 1954.
- RISTOW, G.H., Flow properties of granular materials in three-dimensional geometries. Habilitationsschrift, Philipps-Universität Marburg, p. 63-92, 1998.
- ROCHA, N.R.A.F., BARROS, M.A., FISCHER, J., COUTINHO FILHO, U., CARDOSO, V.L., Ethanol production from agroindustrial biomass using a crude enzyme complex produced by Aspergillus niger, Renewable Energy, vol. 57, p. 432-435, 2013.
- ROSE, H.E., SULLIVAN, R.M.E., A treatise on the internal mechanics of ball, tube and rod mills, Constable, London, p. 35-68, 1957.
- SAKAGUCHI, E., SUZUKI, M., FAVIER, J. F., KAWAKAMI, S., Numerical simulation of the shaking separation of paddy and brown rice using the Discrete Element Method, Journal of Agricultural Engineering Research, vol. 79, p. 307-315, 2001.
- SANFRATELLO, L., FUKUSHIMA, E. Experimental studies of density segregation in the 3D rotating cylinder and the absence of banding, Granular Matter, vol. 11, p. 73-78, 2009.
- SANTOMASO, A. C., DING, Y. L., LICKISS, J. R., YORK, D. W., Investigation of the granular behaviour in a rotating drum operated over a wide range of rotational speed, Institution of Chemical Engineers, vol. 81, p. 936-945, 2003.
- SANTOMASO, A.C., ARTONI, R., CANU, P., Controlling axial segregation in drum mixers through wall friction: Cellular automata simulations and experiments, Chemical Engineering Science, vol. 90, p. 151-160, 2013.
- SANTOS, D. A, Contribuições ao estudo da fluidodinâmica em leito de jorro – Estudos experimentais e de Simulação via CFD, Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química (PPGEQ), 2011.
- SANTOS, D.A., ALVES, G.C., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S., Disturbances in the Hydrodynamic Behavior of a Spouted Bed Caused by an Optical Fiber Probe: Experimental and CFD Study, Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 51, p. 3801-3810, 2012a.

- SANTOS, D.A., DADALTO, F.O., SCATENA, R., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S., A hydrodynamic analysis of a rotating drum operating in the rolling regime, Chemical Engineering Research and Design, vol. 94, p. 204-212, 2015.
- SANTOS, D.A., PETRI, I.J., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S., Experimental and CFD study of the hydrodynamic behavior in a rotating drum, Powder Technology, vol. 250, p. 52-62, 2013.
- SANTOS, K. G., MURATA, V. V., BARROZO, M.A.S., Three-dimensional computational fluid dynamics modeling of spouted bed, The Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 87, p. 211-219, 2009.
- SANTOS, K.G., SANTOS, D.A., DUARTE, C.R., MURATA, V.V., BARROZO, M.A.S., Spouting of bidisperse mixture of particles: A CFD and experimental study, Drying Technology, vol. 30, p. 1354-1367, 2012b.
- SAVAGE, S. B., JEFFREY, D. J., The stress tensor in a granular flow at high shear rates, J. Fluid Mech., vol. 110, p. 255 – 272, 1981.
- SCHILLER, L., NAUMANN, Z., A drag coefficient correlation, Ver. Deutsch. Ing. 77, 318 p., 1935.
- SHAHINPOUR, M., AHMADI, G., A kinetic theory for the rapid flow of rough identical spherical particles and the evolution of fluctuation: Advances in the mechanics and the flow of granular materials II, p. 641-667 in M. Shahipoor, Ed. Trans. Tech. Pub. Switzerland: Andermannsdorf, 1983.
- SHAMSI, M.M. M., MIRGHASEMI, A.A., Numerical simulation of 3D semi-real-shaped granular particle assembly, Powder Technology, vol. 221, p. 431-446, 2012.
- SILVA, M. G., LIRA, T. S., ARRUDA, E. B., MURATA, V. V., BARROZO, M. A. S., Modelling of fertilizer drying in a rotary dryer: parametric sensitivity analysis, Brazilian Journal of Chemical Engineering, vol. 29, p. 359-369, 2012.
- SILVÉRIO, B. C., SANTOS, K. G., DUARTE, C. R., BARROZO, M. A. S., Effect of the friction, elastic, and restitution coefficients on the fluid dynamics behavior of a rotary dryer operating with fertilizer, Industrial & Engineering Chemistry Research, vol.53, p. 8920-8926, 2014.
- SRIVASTAVA, A.; SUNDARESAN, S., Analysis of a frictional-kinetic model for gas-particle flow, Powder Technology, vol. 129, p. 72-85, 2003.
- SUZZI, D., TOSCHKOFF, G., RADL, S., MACHOLD, D., FRASER, S. D., GLASSER, B. J., KHINAST, J. G., DEM simulation of continuous tablet coating: Effects of tablet shape and fill level on inter-tablet coating variability, Chemical Engineering Science, vol. 69, p. 107-121, 2012.
- SYAMLAL, M., O'BRIEN, T.J., Simulation of granular layer inversion in liquid fluidized beds, International Journal of Multiphase Flow, vol. 14, p. 473-481, 1988.

- SYAMLAL, M., ROGERS, W., O'BRIEN, T.J., Mfix documentation: Theory Guide, National Technical Information Service, vol. 1, Springfield, USA, 1993.
- TABERLET, N., NEWAY, M., RICHARD, P., LOSERT, W., On axial segregation in a tumbler: an experimental and numerical study, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, vol. 2006, p. 1-17, 2006.
- WACHS, A., GIROLAMI, L., VINAY, G., FERRER, G., Grains 3D, a flexible DEM approach for particles of arbitrary convex shape — Part I: Numerical model and validations, Powder Technology, vol. 224, p. 374-389, 2012.
- WALTON, O.R., BRAUN R.L., Simulation of rotary-drum and repose tests for frictional spheres and rigid sphere clusters, Proc. Joint DOE/NFS Workshop on Flow of Particulates and Fluids, p. 1-18, 1993.
- WANG, Z., Experimental Studies and CFD Simulations of Conical Spouted Bed Hydrodynamics, Ph.D. Thesis, University of British Columbia, Vancouver, Canada, 2006.
- WATANABE, H., Critical rotation speed for ball-milling, Powder Technology, vol. 104, p. 95-99, 1999.
- WEIGLER, F., MELLMANN, J., Investigation of grain mass flow in a mixed flow dryer, Particuology, vol. 12, p. 33-39, 2014.
- WEN, C.Y., YU, Y. H., Mechanics of fluidization, Chemical Engineering Progress Symposium Series, vol. 62, p. 100-111, 1966.
- WHITE, F. M., Mécanica dos Fluidos, 6ª ed., McGraw Hill, 2010.
- WILLIAMS, J. C., The Segregation of Particulate Materials. A Review, Powder Technology, vol. 15, p. 245-251, 1976.
- XU, Y., XU, C., ZHOU, Z., DU, J., HU, D., 2D DEM simulation of particle mixing in rotating drum: A parametric study, Particuology, vol. 8, p. 141-149, 2010.
- XUE, B.C., LIU, T., HUANG, H., LIU, E.B., The effect of the intimate structure of the solid binder on material viscosity during drum granulation, Powder Technology, vol. 253, p. 584-589, 2014.
- YADA, H., KAWAGUCHI, T., TANAKA, T., Relation between segregation patterns and granular flow modes in conical rotating drum, Flow Measurement and Instrumentation, vol. 21, p. 207-211, 2010.
- YAMANE, K., NAKAGAWA, M., ALTABELLI, S.A., TANAKA, T., TSUJI, Steady particulate flows in a horizontal rotating cylinder, Physics of Fluids, vol. 10, p. 1419-1427, 1998.

- YANG, R.Y., YU, A.B., MCELROY, L., BAO, J., Numerical simulation of particle dynamics in different flow regimes in a rotating drum, Powder Technology, vol. 188, p. 170-177, 2008.
- YIN, H., ZHANG, M., LIU, H., Numerical simulation of three-dimensional unsteady granular flows in rotary kiln, Powder Technology, vol. 253, p. 138-145, 2014.
- ZHU, H.P., ZHOU, Z.Y., YANG, R.Y., YU, A.B., Discrete particle simulation of particulate systems: A review of major applications and findings, Chemical Engineering Science, vol. 63, p. 5728-5770, 2008.

# APÊNDICE A

## Valores Numéricos dos Resultados Apresentados na forma Gráfica

**A1: Valores Numéricos utilizados na Figura 4.1.**

Experimental											
Comprimido		Milho		Arroz		Soja		Esferas A		Esferas B	
$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]
0,033	0,10	0,068	0,10	0,016	0,10	0,112	0,10	0,030	0,10	0,053	0,10
0,036	0,15	0,059	0,15	0,009	0,15	0,113	0,15	0,015	0,15	0,045	0,15
0,041	0,20	0,057	0,20	0,008	0,20	0,095	0,20	0,012	0,20	0,038	0,20
0,046	0,25	0,051	0,25	0,011	0,25	0,056	0,25	0,013	0,25	0,032	0,25
0,038	0,30	0,046	0,30	0,009	0,30	0,060	0,30	0,014	0,30	0,024	0,30
0,039	0,35	0,035	0,35	0,010	0,35	0,051	0,35	0,015	0,35	0,024	0,35
0,040	0,40	0,035	0,40	0,010	0,40	0,054	0,40	0,012	0,40	0,020	0,40
0,047	0,45	0,028	0,45	0,008	0,45	0,046	0,45	0,010	0,45	0,023	0,45
0,039	0,50	0,027	0,50	0,011	0,50	0,044	0,50	0,010	0,50	0,024	0,50
0,033	0,55	0,025	0,55	0,008	0,55	0,051	0,55	0,010	0,55	0,022	0,55
0,039	0,60	0,026	0,60	0,007	0,60	0,047	0,60	0,010	0,60	0,023	0,60
Modelo de Blumberg e Schlünder (1996)											
Comprimido		Milho		Arroz		Soja		Esferas A		Esferas B	
$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]
0,062	0,10	0,073	0,10	0,026	0,10	0,059	0,10	0,011	0,10	0,039	0,10
0,062	0,15	0,073	0,15	0,026	0,15	0,059	0,15	0,011	0,15	0,039	0,15
0,062	0,20	0,073	0,20	0,026	0,20	0,059	0,20	0,011	0,20	0,039	0,20
0,062	0,25	0,073	0,25	0,026	0,25	0,059	0,25	0,011	0,25	0,039	0,25
0,062	0,30	0,073	0,30	0,026	0,30	0,059	0,30	0,011	0,30	0,039	0,30
0,062	0,35	0,073	0,35	0,026	0,35	0,059	0,35	0,011	0,35	0,039	0,35
0,062	0,40	0,073	0,40	0,026	0,40	0,059	0,40	0,011	0,40	0,039	0,40
0,062	0,45	0,073	0,45	0,026	0,45	0,059	0,45	0,011	0,45	0,039	0,45
0,062	0,50	0,073	0,50	0,026	0,50	0,059	0,50	0,011	0,50	0,039	0,50
0,062	0,55	0,073	0,55	0,026	0,55	0,059	0,55	0,011	0,55	0,039	0,55
0,062	0,60	0,073	0,60	0,026	0,60	0,059	0,60	0,011	0,60	0,039	0,60

**A1: Continuação...**

<b>Resultados obtidos pela Equação 4.2</b>											
Comprimido		Milho		Arroz		Soja		Esferas A		Esferas B	
$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]
0,031	0,10	0,048	0,10	0,009	0,10	0,050	0,10	0,010	0,10	0,034	0,10
0,031	0,15	0,048	0,15	0,009	0,15	0,050	0,15	0,010	0,15	0,034	0,15
0,031	0,20	0,048	0,20	0,009	0,20	0,050	0,20	0,010	0,20	0,034	0,20
0,031	0,25	0,048	0,25	0,009	0,25	0,050	0,25	0,010	0,25	0,034	0,25
0,031	0,30	0,048	0,30	0,009	0,30	0,050	0,30	0,010	0,30	0,034	0,30
0,031	0,35	0,048	0,35	0,009	0,35	0,050	0,35	0,010	0,35	0,034	0,35
0,031	0,40	0,048	0,40	0,009	0,40	0,050	0,40	0,010	0,40	0,034	0,40
0,031	0,45	0,048	0,45	0,009	0,45	0,050	0,45	0,010	0,45	0,034	0,45
0,031	0,50	0,048	0,50	0,009	0,50	0,050	0,50	0,010	0,50	0,034	0,50
0,031	0,55	0,048	0,55	0,009	0,55	0,050	0,55	0,010	0,55	0,034	0,55
0,031	0,60	0,048	0,60	0,009	0,60	0,050	0,60	0,010	0,60	0,034	0,60

**A2: Valores Numéricos utilizados na Figura 4.2.**

<b>Curva de “Ida” Experimental: Catarateamento – Centrifugação</b>											
Comprimido		Milho		Arroz		Soja		Esferas A		Esferas B	
$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]
1,648	0,10	1,858	0,10	1,703	0,10	3,164	0,10	2,778	0,10	4,217	0,10
1,562	0,15	1,753	0,15	1,643	0,15	2,657	0,15	2,376	0,15	3,712	0,15
1,578	0,20	1,648	0,20	1,541	0,20	2,202	0,20	1,927	0,20	2,958	0,20
1,534	0,25	1,609	0,25	1,521	0,25	1,940	0,25	1,776	0,25	2,115	0,25
1,534	0,30	1,503	0,30	1,446	0,30	1,617	0,30	1,447	0,30	1,610	0,30
1,426	0,35	1,405	0,35	1,335	0,35	1,394	0,35	1,340	0,35	1,271	0,35
1,340	0,40	1,305	0,40	1,253	0,40	1,287	0,40	1,311	0,40	1,152	0,40
1,285	0,45	1,228	0,45	1,225	0,45	1,202	0,45	1,226	0,45	1,110	0,45
1,219	0,50	1,194	0,50	1,249	0,50	1,131	0,50	1,194	0,50	1,104	0,50
1,214	0,55	1,200	0,55	1,215	0,55	1,041	0,55	1,160	0,55	1,047	0,55
1,191	0,60	1,195	0,60	1,182	0,60	1,018	0,60	1,157	0,60	1,028	0,60
<b>Curva de “Volta” Experimental: Catarateamento – Centrifugação</b>											
Comprimido		Milho		Arroz		Soja		Esferas A		Esferas B	
$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]	$F_r$ [-]	$f$ [-]
1,535	0,10	1,731	0,10	1,541	0,10	1,787	0,10	1,708	0,10	1,612	0,10
1,444	0,15	1,539	0,15	1,554	0,15	1,576	0,15	1,685	0,15	1,486	0,15
1,404	0,20	1,485	0,20	1,486	0,20	1,479	0,20	1,655	0,20	1,363	0,20
1,376	0,25	1,428	0,25	1,436	0,25	1,305	0,25	1,571	0,25	1,301	0,25
1,329	0,30	1,413	0,30	1,321	0,30	1,262	0,30	1,367	0,30	1,180	0,30
1,298	0,35	1,302	0,35	1,280	0,35	1,206	0,35	1,269	0,35	1,084	0,35
1,258	0,40	1,262	0,40	1,221	0,40	1,142	0,40	1,236	0,40	1,068	0,40
1,224	0,45	1,212	0,45	1,185	0,45	1,048	0,45	1,195	0,45	1,051	0,45
1,199	0,50	1,179	0,50	1,175	0,50	1,022	0,50	1,161	0,50	1,047	0,50
1,186	0,55	1,152	0,55	1,191	0,55	1,027	0,55	1,153	0,55	1,024	0,55
1,151	0,60	1,146	0,60	1,153	0,60	1,014	0,60	1,153	0,60	1,025	0,60

**A3: Valores Numéricos utilizados na Figura 4.3:  $DP$  = desvio padrão [°].**

Velocidade de rotação do tambor de 0,72 rad/s																	
Comprimido			Milho			Arroz			Soja			Esferas A			Esferas B		
$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$
0,20	38,11	0,31	0,20	33,92	0,76	0,20	34,81	0,21	0,20	29,10	0,14	0,20	25,40	0,26	0,20	31,90	0,70
0,30	40,45	0,07	0,30	36,10	1,11	0,30	35,92	0,15	0,30	33,91	0,31	0,30	26,21	0,17	0,30	33,40	0,32
0,40	40,15	0,92	0,40	37,13	0,12	0,40	36,80	0,21	0,40	34,21	0,25	0,40	26,31	0,35	0,40	32,82	0,51
0,50	39,30	0,83	0,50	37,60	0,31	0,50	34,13	0,52	0,50	32,42	0,31	0,50	28,03	0,72	0,50	33,11	1,11
Velocidade de rotação do tambor de 0,84 rad/s																	
Comprimido			Milho			Arroz			Soja			Esferas A			Esferas B		
$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$
0,20	40,85	0,07	0,20	35,81	1,14	0,20	35,42	0,35	0,20	30,31	0,57	0,20	25,12	0,10	0,20	31,91	0,46
0,30	40,71	0,15	0,30	36,70	0,06	0,30	36,13	0,21	0,30	33,10	0,95	0,30	25,61	0,15	0,30	32,80	0,31
0,40	41,20	0,71	0,40	38,13	0,90	0,40	36,70	0,95	0,40	33,30	0,46	0,40	26,04	1,07	0,40	32,90	1,36
0,50	41,05	0,35	0,50	37,61	0,55	0,50	35,31	0,50	0,50	33,72	1,04	0,50	25,61	0,21	0,50	33,13	0,89
Velocidade de rotação do tambor de 0,93 rad/s																	
Comprimido			Milho			Arroz			Soja			Esferas A			Esferas B		
$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$
0,20	33,85	0,64	0,20	34,20	0,96	0,20	35,01	0,45	0,20	29,20	0,36	0,20	25,12	0,51	0,20	32,52	1,00
0,30	35,80	1,27	0,30	33,62	0,42	0,30	36,31	0,31	0,30	33,23	1,00	0,30	24,81	0,38	0,30	32,80	0,35
0,40	35,81	0,71	0,40	33,41	0,14	0,40	38,13	0,99	0,40	33,21	0,75	0,40	27,32	0,45	0,40	32,93	0,06
0,50	35,40	0,55	0,50	32,71	0,95	0,50	34,82	0,72	0,50	32,43	0,78	0,50	25,90	0,15	0,50	33,24	0,26
Velocidade de rotação do tambor de 1,04 rad/s																	
Comprimido			Milho			Arroz			Soja			Esferas A			Esferas B		
$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$	$f$ [-]	$\theta_s$ [°]	$DP$
0,20	35,21	0,56	0,20	33,41	1,15	0,20	34,03	0,85	0,20	30,75	0,21	0,20	25,40	0,61	0,20	29,10	0,31
0,30	35,62	0,60	0,30	33,05	0,78	0,30	35,32	0,62	0,30	32,90	0,25	0,30	25,12	0,21	0,30	31,71	1,17
0,40	34,21	0,97	0,40	34,80	1,11	0,40	38,92	0,14	0,40	34,51	0,29	0,40	26,31	0,91	0,40	31,94	0,82
0,50	35,15	0,35	0,50	34,91	0,14	0,50	36,94	1,05	0,50	33,62	1,08	0,50	25,82	0,87	0,50	32,81	0,50

**A4: Valores Numéricos utilizados na Figura 4.8.**

Gidaspow et al. (1992)		Gibilaro et al. (1985)		Huilin et al. (2003)		Wen e Yu (1996)		Syamlal e O'Brien (1988)		Sem modelo de Arraste	
$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)
0,0578	0,2383	0,0578	0,2381	0,0578	0,2376	0,0578	0,2380	0,0578	0,2383	0,0578	0,2378
0,0552	0,1899	0,0552	0,1896	0,0552	0,1893	0,0552	0,1895	0,0552	0,1899	0,0552	0,1895
0,0527	0,1446	0,0527	0,1443	0,0527	0,1441	0,0527	0,1442	0,0527	0,1446	0,0527	0,1443
0,0501	0,1050	0,0501	0,1047	0,0501	0,1046	0,0501	0,1045	0,0501	0,1050	0,0501	0,1047
0,0475	0,0709	0,0475	0,0706	0,0475	0,0706	0,0475	0,0705	0,0475	0,0710	0,0475	0,0706
0,0450	0,0426	0,0450	0,0425	0,0450	0,0425	0,0450	0,0424	0,0450	0,0427	0,0450	0,0426
0,0424	0,0202	0,0424	0,0202	0,0424	0,0202	0,0424	0,0201	0,0424	0,0203	0,0424	0,0202
0,0398	0,0036	0,0398	0,0036	0,0398	0,0036	0,0398	0,0035	0,0398	0,0036	0,0398	0,0036
0,0373	0,0103	0,0373	0,0103	0,0373	0,0103	0,0373	0,0103	0,0373	0,0103	0,0373	0,0103
0,0347	0,0200	0,0347	0,0200	0,0347	0,0200	0,0347	0,0200	0,0347	0,0200	0,0347	0,0200
0,0322	0,0280	0,0322	0,0280	0,0322	0,0280	0,0322	0,0280	0,0322	0,0280	0,0322	0,0280
0,0296	0,0344	0,0296	0,0344	0,0296	0,0344	0,0296	0,0344	0,0296	0,0344	0,0296	0,0344
0,0271	0,0396	0,0271	0,0397	0,0271	0,0397	0,0271	0,0397	0,0271	0,0396	0,0271	0,0397
0,0245	0,0445	0,0245	0,0445	0,0245	0,0445	0,0245	0,0445	0,0245	0,0445	0,0245	0,0445
0,0220	0,0494	0,0220	0,0494	0,0220	0,0494	0,0220	0,0494	0,0220	0,0494	0,0220	0,0494
0,0194	0,0543	0,0194	0,0543	0,0194	0,0543	0,0194	0,0543	0,0194	0,0543	0,0194	0,0543
0,0168	0,0591	0,0168	0,0591	0,0168	0,0591	0,0168	0,0592	0,0168	0,0591	0,0168	0,0591
0,0143	0,0641	0,0143	0,0641	0,0143	0,0641	0,0143	0,0641	0,0143	0,0641	0,0143	0,0641
0,0117	0,0690	0,0117	0,0690	0,0117	0,0690	0,0117	0,0690	0,0117	0,0690	0,0117	0,0690
0,0092	0,0740	0,0092	0,0740	0,0092	0,0740	0,0092	0,0740	0,0092	0,0740	0,0092	0,0740

**A5: Valores Numéricos utilizados nas Figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12:  $DP$  = desvio padrão[m/s]**

Grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação de 0,71 rad/s								
Experimental								
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$DP$	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$DP$	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$DP$
0,0565	0,2312	0,0200	0,0565	-0,1703	0,0210	0,0565	-0,1240	0,0130
0,0535	0,1345	0,0148	0,0535	-0,1393	0,0192	0,0535	-0,0472	0,0104
0,0475	0,0566	0,0062	0,0475	-0,0542	0,0084	0,0475	-0,0283	0,0115
0,0415	0,0000	0,0000	0,0415	0,0000	0,0000	0,0415	0,0000	0,0000
0,0355	0,0252	0,0023	0,0355	0,0205	0,0017	0,0355	0,0147	0,0017
0,0295	0,0382	0,0018	0,0295	0,0333	0,0031	0,0295	0,0192	0,0049
0,0235	0,0470	0,0042	0,0235	0,0390	0,0045	0,0235	0,0252	0,0014
0,0175	0,0527	0,0043	0,0175	0,0462	0,0018	0,0175	0,0288	0,0006
0,0115	0,0563	0,0051	0,0115	0,0489	0,0033	0,0115	0,0291	0,0050
Simulado								
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	---	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	---	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	---
0,0578	0,2383	---	0,0552	-0,1776	---	0,0629	-0,1262	---
0,0552	0,1899	---	0,0527	-0,1355	---	0,0604	-0,1067	---
0,0527	0,1446	---	0,0501	-0,0985	---	0,0578	-0,0861	---
0,0501	0,1050	---	0,0475	-0,0665	---	0,0552	-0,0671	---
0,0475	0,0709	---	0,0450	-0,0399	---	0,0527	-0,0504	---
0,0450	0,0426	---	0,0424	-0,0186	---	0,0501	-0,0363	---



**A5: Continuação...**

0,0424	0,0202	---	0,0398	-0,0022	---	0,0475	-0,0247	---
0,0398	0,0036	---	0,0373	0,0101	---	0,0450	-0,0151	---
0,0373	0,0103	---	0,0347	0,0195	---	0,0424	-0,0078	---
0,0347	0,0200	---	0,0322	0,0272	---	0,0398	-0,0025	---
0,0322	0,0280	---	0,0296	0,0331	---	0,0373	0,0013	---
0,0296	0,0344	---	0,0271	0,0385	---	0,0347	0,0042	---
0,0271	0,0396	---	0,0245	0,0430	---	0,0322	0,0065	---
0,0245	0,0445	---	0,0220	0,0476	---	0,0296	0,0093	---
0,0220	0,0494	---	0,0194	0,0520	---	0,0271	0,0092	---
0,0194	0,0543	---	0,0168	0,0564	---	0,0245	0,0115	---
0,0168	0,0591	---	0,0143	0,0608	---	0,0220	0,0132	---
0,0143	0,0641	---	0,0117	0,0652	---	0,0194	0,0155	---
0,0117	0,0690	---	0,0092	0,0696	---	0,0168	0,0178	---
0,0092	0,0740	---			---	0,0143	0,0202	---
						0,0117	0,0226	
						0,0092	0,0250	
<b>Grau de preenchimento de 18,81% e velocidade de rotação de 1,45 rad/s</b>								
<b>Experimental</b>								
<i>r (m)</i>	<i>V<sub>p</sub></i> (m/s)	<i>DP</i>	<i>r (m)</i>	<i>V<sub>px</sub></i> (m/s)	<i>DP</i>	<i>r (m)</i>	<i>V<sub>py</sub></i> (m/s)	<i>DP</i>
0,0565	0,2810	0,0250	0,0565	-0,2167	0,0243	0,0565	-0,1617	0,0180
0,0535	0,1739	0,0128	0,0535	-0,1576	0,0236	0,0535	-0,0891	0,0134
0,0475	0,1127	0,0157	0,0475	-0,0863	0,0125	0,0475	-0,0739	0,0125
0,0400	0,0000	0,0000	0,0400	0,0000	0,0000	0,0400	0,0000	0,0000
0,0355	0,0360	0,0040	0,0355	0,0284	0,0025	0,0355	0,0176	0,0025
0,0295	0,0672	0,0063	0,0295	0,0545	0,0060	0,0295	0,0374	0,0060
0,0235	0,0888	0,0058	0,0235	0,0744	0,0041	0,0235	0,0485	0,0041
0,0175	0,1023	0,0086	0,0175	0,0941	0,0059	0,0175	0,0500	0,0059
0,0115	0,1172	0,0093	0,0115	0,1053	0,0035	0,0115	0,0683	0,0035
<b>Simulado</b>								
<i>r (m)</i>	<i>V<sub>p</sub></i> (m/s)	---	<i>r (m)</i>	<i>V<sub>px</sub></i> (m/s)	---	<i>r (m)</i>	<i>V<sub>py</sub></i> (m/s)	---
0,0562	0,2965	---	0,0562	-0,2690	---	0,0612	-0,1749	---
0,0538	0,2466	---	0,0538	-0,2248	---	0,0587	-0,1492	---
0,0513	0,1986	---	0,0513	-0,1817	---	0,0562	-0,1245	---
0,0488	0,1531	---	0,0488	-0,1408	---	0,0538	-0,1015	---
0,0464	0,1104	---	0,0464	-0,1021	---	0,0513	-0,0801	---
0,0439	0,0703	---	0,0439	-0,0656	---	0,0488	-0,0602	---
0,0415	0,0346	---	0,0415	-0,0328	---	0,0464	-0,0419	---
0,0390	0,0052	---	0,0390	-0,0031	---	0,0439	-0,0251	---
0,0366	0,0269	---	0,0366	0,0231	---	0,0415	-0,0105	---
0,0341	0,0508	---	0,0341	0,0453	---	0,0390	0,0024	---
0,0317	0,0705	---	0,0317	0,0637	---	0,0366	0,0135	---
0,0292	0,0866	---	0,0292	0,0786	---	0,0341	0,0227	---
0,0268	0,0996	---	0,0268	0,0907	---	0,0317	0,0302	---
0,0244	0,1106	---	0,0244	0,1009	---	0,0292	0,0362	---
0,0219	0,1199	---	0,0219	0,1091	---	0,0268	0,0412	---
0,0195	0,1279	---	0,0195	0,1172	---	0,0244	0,0454	---
0,0170	0,1356	---	0,0170	0,1239	---	0,0219	0,0497	---
0,0146	0,1435	---	0,0146	0,1310	---	0,0195	0,0512	---

**A5: Continuação...**

0,0122	0,1515	---	0,0122	0,1380	---	0,0170	0,0550	---
		---			---	0,0146	0,0585	---
		---			---	0,0122	0,0624	---
<b>Grau de preenchimento de 31,40% e velocidade de rotação de 0,71 rad/s</b>								
<b>Experimental</b>								
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$DP$	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$DP$	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$DP$
0,0805	0,3742	0,0509	0,0805	-0,3178	0,0350	0,0805	-0,1970	0,0337
0,0775	0,2995	0,0384	0,0775	-0,2508	0,0424	0,0775	-0,1573	0,0448
0,0715	0,1783	0,0184	0,0715	-0,1443	0,0199	0,0715	-0,1039	0,0131
0,0655	0,0799	0,0145	0,0655	-0,0692	0,0129	0,0655	-0,0383	0,0137
0,0595	0,0000	0,0000	0,0595	0,0000	0,0000	0,0595	0,0000	0,0000
0,0475	0,0355	0,0059	0,0475	0,0281	0,0059	0,0475	0,0215	0,0027
0,0415	0,0493	0,0039	0,0415	0,0394	0,0036	0,0415	0,0296	0,0020
0,0355	0,0580	0,0023	0,0355	0,0477	0,0023	0,0355	0,0329	0,0016
0,0295	0,0602	0,0022	0,0295	0,0486	0,0018	0,0295	0,0356	0,0019
0,0235	0,0656	0,0028	0,0235	0,0535	0,0024	0,0235	0,0380	0,0018
0,0175	0,0720	0,0035	0,0175	0,0595	0,0029	0,0175	0,0405	0,0024
0,0115	0,0786	0,0039	0,0115	0,0643	0,0032	0,0115	0,0453	0,0028
<b>Simulado</b>								
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	---	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	---	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	---
0,0867	0,3350	---	0,0867	-0,3010	---	0,0914	-0,1656	---
0,0856	0,3290	---	0,0856	-0,2956	---	0,0898	-0,1621	---
0,0835	0,3108	---	0,0835	-0,2823	---	0,0877	-0,1553	---
0,0812	0,2818	---	0,0812	-0,2576	---	0,0867	-0,1456	---
0,0785	0,2402	---	0,0785	-0,2215	---	0,0856	-0,1428	---
0,0766	0,1956	---	0,0766	-0,1806	---	0,0835	-0,1285	---
0,0752	0,1849	---	0,0752	-0,1708	---	0,0812	-0,1133	---
0,0733	0,1417	---	0,0733	-0,1310	---	0,0785	-0,0922	---
0,0707	0,1034	---	0,0707	-0,0951	---	0,0766	-0,0744	---
0,0680	0,0719	---	0,0680	-0,0653	---	0,0752	-0,0700	---
0,0654	0,0481	---	0,0654	-0,0425	---	0,0733	-0,0534	---
0,0628	0,0316	---	0,0628	-0,0261	---	0,0707	-0,0401	---
0,0603	0,0208	---	0,0603	-0,0145	---	0,0680	-0,0297	---
0,0577	0,0141	---	0,0577	-0,0061	---	0,0654	-0,0223	---
0,0551	0,0112	---	0,0551	0,0007	---	0,0628	-0,0176	---
0,0525	0,0110	---	0,0525	0,0060	---	0,0603	-0,0148	---
0,0499	0,0145	---	0,0499	0,0108	---	0,0577	-0,0127	---
0,0473	0,0169	---	0,0473	0,0149	---	0,0551	-0,0112	---
0,0447	0,0202	---	0,0447	0,0190	---	0,0525	-0,0092	---
0,0422	0,0235	---	0,0422	0,0228	---	0,0499	-0,0096	---
0,0396	0,0270	---	0,0396	0,0267	---	0,0473	-0,0080	---
0,0370	0,0306	---	0,0370	0,0305	---	0,0447	-0,0069	---
0,0344	0,0343	---	0,0344	0,0342	---	0,0422	-0,0052	---
0,0319	0,0381	---	0,0319	0,0379	---	0,0396	-0,0035	---
0,0293	0,0419	---	0,0293	0,0415	---	0,0370	-0,0016	---
0,0267	0,0458	---	0,0267	0,0451	---	0,0344	0,0004	---
0,0242	0,0497	---	0,0242	0,0487	---	0,0319	0,0025	---
0,0216	0,0537	---	0,0216	0,0522	---	0,0293	0,0048	---

## Apêndice

### A5: Continuação...

0,0190	0,0577	---	0,0190	0,0558	---	0,0267	0,0071	---
0,0165	0,0618	---	0,0165	0,0593	---	0,0242	0,0095	---
0,0139	0,0659	---	0,0139	0,0629	---	0,0216	0,0120	---
0,0113	0,0701	---	0,0113	0,0664	---	0,0190	0,0145	---
0,0088	0,0743	---	0,0088	0,0700	---	0,0165	0,0171	---
		---			---	0,0139	0,0197	---
		---			---	0,0113	0,0224	---
		---			---	0,0088	0,0250	---
<b>Grau de preenchimento de 31,40% e velocidade de rotação de 1,45 rad/s</b>								
<b>Experimental</b>								
<i>r (m)</i>	<i>V<sub>p</sub> (m/s)</i>	<i>DP</i>	<i>r (m)</i>	<i>V<sub>px</sub> (m/s)</i>	<i>DP</i>	<i>r (m)</i>	<i>V<sub>py</sub> (m/s)</i>	<i>DP</i>
0,0830	0,5590	0,0500	0,0830	-0,4241	0,0126	0,0830	-0,3622	0,0315
0,0775	0,4007	0,0233	0,0775	-0,3172	0,0323	0,0775	-0,2425	0,0290
0,0715	0,3241	0,0269	0,0715	-0,2631	0,0152	0,0715	-0,1886	0,0288
0,0655	0,1585	0,0218	0,0655	-0,1238	0,0189	0,0655	-0,0972	0,0230
0,0595	0,0661	0,0102	0,0595	-0,0519	0,0083	0,0595	-0,0376	0,0183
0,0535	0,0000	0,0000	0,0535	0,0000	0,0000	0,0535	0,0000	0,0000
0,0415	0,0636	0,0134	0,0415	0,0500	0,0120	0,0415	0,0392	0,0065
0,0355	0,0824	0,0043	0,0355	0,0647	0,0017	0,0355	0,0509	0,0054
0,0295	0,0942	0,0032	0,0295	0,0732	0,0031	0,0295	0,0593	0,0034
0,0235	0,1092	0,0041	0,0235	0,0875	0,0038	0,0235	0,0652	0,0028
0,0175	0,1181	0,0014	0,0175	0,0947	0,0017	0,0175	0,0706	0,0023
0,0115	0,1285	0,0060	0,0115	0,1025	0,0040	0,0115	0,0775	0,0053
<b>Simulado</b>								
<i>r (m)</i>	<i>V<sub>p</sub> (m/s)</i>	---	<i>r (m)</i>	<i>V<sub>px</sub> (m/s)</i>	---	<i>r (m)</i>	<i>V<sub>py</sub> (m/s)</i>	---
0,0877	0,4888	---	0,0861	-0,4085	---	0,0903	-0,2701	---
0,0861	0,4790	---	0,0850	-0,4003	---	0,0893	-0,2694	---
0,0850	0,4691	---	0,0835	-0,3895	---	0,0877	-0,2595	---
0,0835	0,4511	---	0,0812	-0,3696	---	0,0861	-0,2471	---
0,0812	0,4241	---	0,0786	-0,3409	---	0,0850	-0,2416	---
0,0786	0,3866	---	0,0765	-0,3065	---	0,0835	-0,2252	---
0,0765	0,3449	---	0,0752	-0,2935	---	0,0812	-0,2065	---
0,0752	0,3295	---	0,0736	-0,2553	---	0,0786	-0,1814	---
0,0736	0,2846	---	0,0710	-0,2157	---	0,0765	-0,1576	---
0,0710	0,2393	---	0,0685	-0,1763	---	0,0752	-0,1494	---
0,0685	0,1948	---	0,0660	-0,1384	---	0,0736	-0,1256	---
0,0660	0,1524	---	0,0635	-0,1028	---	0,0710	-0,1034	---
0,0635	0,1131	---	0,0611	-0,0704	---	0,0685	-0,0828	---
0,0611	0,0773	---	0,0586	-0,0414	---	0,0660	-0,0640	---
0,0586	0,0457	---	0,0561	-0,0164	---	0,0635	-0,0469	---
0,0561	0,0186	---	0,0536	0,0046	---	0,0611	-0,0319	---
0,0536	0,0055	---	0,0511	0,0219	---	0,0586	-0,0190	---
0,0511	0,0231	---	0,0487	0,0360	---	0,0561	-0,0083	---
0,0487	0,0379	---	0,0462	0,0475	---	0,0536	0,0001	---
0,0462	0,0502	---	0,0437	0,0571	---	0,0511	0,0066	---
0,0437	0,0604	---	0,0413	0,0649	---	0,0487	0,0117	---
0,0413	0,0688	---	0,0388	0,0723	---	0,0462	0,0159	---
0,0388	0,0762	---	0,0364	0,0786	---	0,0437	0,0193	---

**A5: Continuação...**

0,0364	0,0832	---	0,0339	0,0850	---	0,0413	0,0226	---
0,0339	0,0901	---	0,0314	0,0911	---	0,0388	0,0240	---
0,0314	0,0970	---	0,0290	0,0972	---	0,0364	0,0271	---
0,0290	0,1038	---	0,0265	0,1032	---	0,0339	0,0298	---
0,0265	0,1107	---	0,0241	0,1091	---	0,0314	0,0331	---
0,0241	0,1174	---	0,0216	0,1150		0,0290	0,0363	
0,0216	0,1242	---	0,0192	0,1208		0,0265	0,0397	
0,0192	0,1310	---	0,0167	0,1266		0,0241	0,0433	
0,0167	0,1378	---	0,0143	0,1324		0,0216	0,0469	
0,0143	0,1447	---	0,0118	0,1385		0,0192	0,0506	
0,0118	0,1519	---				0,0167	0,0544	
						0,0143	0,0584	
						0,0118	0,0623	

**A6: Valores Numéricos utilizados na Figura 4.19.**

$I_S$ [-]	Número de partículas/célula (-)
0,2807	2
0,2620	3
0,2463	4
0,2250	5
0,2153	7
0,2064	9
0,1812	13
0,1724	20
0,1702	22

**A7: Valores Numéricos utilizados na Figura 4.20.**

Velocidade de rotação do tambor de 0,59 rad/s											
Configuração M1				Configuração M2				Configuração M3			
$f = 50\%$		$f = 25\%$		$f = 50\%$		$f = 25\%$		$f = 50\%$		$f = 25\%$	
$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]
0,4796	0,00	0,4864	0,00	0,4747	0,00	0,4841	0,00	0,00	0,00	0,4782	0,00
0,4525	1,75	0,4319	1,49	0,4765	4,37	0,4459	1,56	1,56	1,56	0,4526	2,22
0,3980	22,97	0,3502	5,69	0,4192	14,58	0,3696	7,35	13,48	13,48	0,4289	4,17
0,3041	52,97	0,2676	16,66	0,3653	26,90	0,3177	9,52	36,10	36,10	0,3503	9,17
0,2270	86,41	0,1963	24,17	0,3552	31,90	0,2671	23,42	53,10	53,10	0,3107	10,76
0,1777	119,97	0,1711	31,66	0,3238	46,90	0,2836	36,35	78,10	78,10	0,1967	24,35
0,1397	141,97	0,1612	60,66	0,3342	66,90	0,2604	48,42	82,10	82,10	0,1841	35,35
0,1457	163,97			0,3252	77,37	0,2658	60,35	91,10	91,10	0,1788	44,35
				0,3261	89,90						
Velocidade de rotação do tambor de 1,10 rad/s											
Configuração M1				Configuração M2				Configuração M3			
$f = 50\%$		$f = 25\%$		$f = 50\%$		$f = 25\%$		$f = 50\%$		$f = 25\%$	
$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]	$I_S$ [-]	$t$ [s]
0,4726	0,00	0,4691	0,00	0,4659	0,00	0,4804	0,00	0,4777	0,00	0,4740	0,00
0,4606	1,00	0,4336	1,07	0,4613	0,76	0,4374	0,93	0,4574	1,34	0,4195	1,90
0,4372	2,82	0,4048	2,63	0,4524	1,49	0,4019	4,97	0,4318	5,86	0,4084	4,34

**A7: Continuação...**

0,3581	18,24	0,2563	7,86	0,4280	8,49	0,3190	6,56	0,4315	6,61	0,3595	7,93
0,2512	48,24	0,2199	20,35	0,3999	11,42	0,2633	13,22	0,3879	12,00	0,2058	13,97
0,1824	78,20	0,1700	40,35	0,3453	22,42	0,2789	18,35	0,3519	16,48	0,1706	19,97
0,1610	108,24	0,1554	60,35	0,3321	31,42	0,2433	28,22	0,2768	33,82	0,2002	34,97
0,1501	168,24			0,3139	40,42	0,2610	38,22	0,2498	64,82	0,2025	43,97
				0,3152	48,56	0,2489	47,35	0,2474	86,82		
				0,3140	60,42	0,2700	60,22				
				0,3212	85,42						
<b>Velocidade de rotação do tambor de 1,77 rad/s</b>											
<b>Configuração M1</b>				<b>Configuração M2</b>				<b>Configuração M3</b>			
$f = 50\%$		$f = 25\%$		$f = 50\%$		$f = 25\%$		$f = 50\%$		$f = 25\%$	
$I_s$ [-]	$t$ [s]	$I_s$ [-]	$t$ [s]	$I_s$ [-]	$t$ [s]	$I_s$ [-]	$t$ [s]	$I_s$ [-]	$t$ [s]	$I_s$ [-]	$t$ [s]
0,4708	0,00	0,4849	0,00	0,4728	0,00	0,4855	0,00	0,4642	0,00	0,4726	0,00
0,4661	1,61	0,4305	1,88	0,4604	0,76	0,4485	0,73	0,4609	1,37	0,4485	1,66
0,4398	3,00	0,3958	2,34	0,4265	1,90	0,4125	1,59	0,4028	4,83	0,4066	2,52
0,3122	10,14	0,3308	4,92	0,4191	3,76	0,3647	7,08	0,3257	7,78	0,3393	3,86
0,2091	24,61	0,2888	6,10	0,3582	11,42	0,2962	15,08	0,2673	16,03	0,2159	11,32
0,1471	74,61	0,1931	15,24	0,3051	19,10	0,2815	24,46	0,2570	19,71	0,2173	20,32
0,1507	160,61	0,1714	32,24	0,3165	28,42	0,2930	36,10	0,2406	23,44	0,2291	34,32
		0,1636	59,24	0,3176	38,10	0,2659	50,08	0,2517	50,78	0,2290	43,32
				0,3015	50,42	0,2640	60,31	0,2476	83,71		
				0,3165	70,42						
				0,3081	90,42						

**A8: Valores Numéricos utilizados na Figura 4.21.**

<b>Configuração M1</b>				<b>Configuração M2</b>				<b>Configuração M3</b>			
$f = 50\%$		$f = 25\%$		$f = 50\%$		$f = 25\%$		$f = 50\%$		$f = 25\%$	
$k$ [s <sup>-1</sup> ]	$\omega$ [rad/s]	$k$ [s <sup>-1</sup> ]	$\omega$ [rad/s]	$k$ [s <sup>-1</sup> ]	$\omega$ [rad/s]	$k$ [s <sup>-1</sup> ]	$\omega$ [rad/s]	$k$ [s <sup>-1</sup> ]	$\omega$ [rad/s]	$k$ [s <sup>-1</sup> ]	$\omega$ [rad/s]
0,0168	0,59	0,0848	0,59	0,0449	0,59	0,1250	0,59	0,0275	0,59	0,0734	0,59
0,0260	1,10	0,1106	1,10	0,0651	1,10	0,1741	1,10	0,0469	1,10	0,1157	1,10
0,0628	1,77	0,1399	1,77	0,1233	1,77	0,1290	1,77	0,1163	1,77	0,1839	1,77

**A9: Valores Numéricos utilizados nas Figuras 4.30, 4.31 e 4.32.**

<b>Grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s</b>											
<b>Experimental – Comprimento do tambor de 0,45 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0004	0,0740	0,0196	0,0665	0,0380	0,0540	0,0504	0,0067	0,0597	0,0561	0,0625	0,1614
0,0005	0,0780	0,0197	0,0638	0,0407	0,0583	0,0508	0,0076	0,0601	0,1166	0,0628	0,2081
0,0007	0,0743	0,0205	0,0626	0,0407	0,0540	0,0510	0,0116	0,0602	0,1230	0,0629	0,2374
0,0010	0,0726	0,0218	0,0607	0,0408	0,0500	0,0516	0,0202	0,0603	0,1390	0,0630	0,2048
0,0010	0,0689	0,0221	0,0642	0,0410	0,0463	0,0518	0,0174	0,0604	0,1125	0,0631	0,1485
0,0010	0,0692	0,0222	0,0597	0,0414	0,0538	0,0556	0,0453	0,0606	0,1109	0,0631	0,1566
0,0044	0,0671	0,0241	0,0629	0,0416	0,0476	0,0562	0,0711	0,0607	0,1303	0,0631	0,2080
0,0047	0,0683	0,0256	0,0726	0,0420	0,0495	0,0568	0,0566	0,0607	0,1062	0,0632	0,1969
0,0054	0,0739	0,0265	0,0647	0,0423	0,0485	0,0568	0,0910	0,0608	0,1249	0,0634	0,2375
0,0068	0,0647	0,0282	0,0579	0,0436	0,0365	0,0569	0,0467	0,0608	0,1040	0,0635	0,2529
0,0079	0,0761	0,0284	0,0606	0,0437	0,0513	0,0570	0,0437	0,0608	0,1097	0,0637	0,2380
0,0083	0,0745	0,0290	0,0658	0,0440	0,0465	0,0578	0,0881	0,0610	0,1074	0,0640	0,2138
0,0084	0,0759	0,0298	0,0580	0,0450	0,0557	0,0581	0,0683	0,0616	0,1402	0,0641	0,2355
0,0091	0,0699	0,0302	0,0624	0,0455	0,0466	0,0582	0,0534	0,0616	0,2134	0,0642	0,3342
0,0110	0,0647	0,0321	0,0597	0,0457	0,0437	0,0583	0,0523	0,0617	0,1358	0,0642	0,1825
0,0125	0,0700	0,0326	0,0548	0,0465	0,0343	0,0583	0,0972	0,0618	0,0993	0,0642	0,2732
0,0126	0,0667	0,0338	0,0594	0,0469	0,0232	0,0584	0,0490	0,0619	0,1728	0,0644	0,2844
0,0128	0,0619	0,0341	0,0566	0,0480	0,0245	0,0585	0,0509	0,0620	0,1746	0,0647	0,3349
0,0139	0,0636	0,0348	0,0504	0,0484	0,0389	0,0591	0,1611	0,0620	0,2349	0,0660	0,2903
0,0148	0,0726	0,0365	0,0585	0,0484	0,0409	0,0593	0,0944	0,0620	0,1738		
0,0148	0,0679	0,0368	0,0547	0,0496	0,0192	0,0594	0,0697	0,0621	0,1667		
0,0159	0,0692	0,0368	0,0592	0,0500	0,0329	0,0594	0,1466	0,0623	0,1749		
0,0193	0,0608	0,0372	0,0566	0,0501	0,0062	0,0596	0,1159	0,0624	0,1935		

**A9: Continuação...**

<b>Componente da velocidade na direção x</b>											
$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$
0,0004	0,0616	0,0196	0,0507	0,0380	0,0444	0,0504	0,0063	0,0597	-0,0365	0,0625	-0,1186
0,0005	0,0624	0,0197	0,0482	0,0407	0,0455	0,0508	-0,0034	0,0601	-0,0910	0,0628	-0,1643
0,0007	0,0608	0,0205	0,0486	0,0407	0,0444	0,0510	0,0102	0,0602	-0,0914	0,0629	-0,2003
0,0010	0,0546	0,0218	0,0486	0,0408	0,0390	0,0516	0,0166	0,0603	-0,0983	0,0630	-0,1229
0,0010	0,0546	0,0221	0,0499	0,0410	0,0328	0,0518	0,0147	0,0604	-0,0936	0,0631	-0,1095
0,0010	0,0549	0,0222	0,0473	0,0414	0,0420	0,0556	-0,0420	0,0606	-0,0858	0,0631	-0,1274
0,0044	0,0546	0,0241	0,0478	0,0416	0,0390	0,0562	-0,0610	0,0607	-0,1183	0,0631	-0,1912
0,0047	0,0546	0,0256	0,0546	0,0420	0,0401	0,0568	-0,0447	0,0607	-0,0859	0,0632	-0,1639
0,0054	0,0615	0,0265	0,0487	0,0423	0,0376	0,0568	-0,0728	0,0608	-0,0986	0,0634	-0,2003
0,0068	0,0487	0,0282	0,0497	0,0436	0,0292	0,0569	-0,0365	0,0608	-0,0821	0,0635	-0,1920
0,0079	0,0648	0,0284	0,0497	0,0437	0,0411	0,0570	-0,0341	0,0608	-0,0913	0,0637	-0,2008
0,0083	0,0596	0,0290	0,0492	0,0440	0,0355	0,0578	-0,0765	0,0610	-0,0960	0,0640	-0,1643
0,0084	0,0655	0,0298	0,0429	0,0450	0,0456	0,0581	-0,0546	0,0616	-0,1095	0,0641	-0,1916
0,0091	0,0546	0,0302	0,0493	0,0455	0,0364	0,0582	-0,0478	0,0616	-0,1639	0,0642	-0,2738
0,0110	0,0487	0,0321	0,0473	0,0457	0,0341	0,0583	-0,0468	0,0617	-0,0960	0,0642	-0,1460
0,0125	0,0546	0,0326	0,0410	0,0465	0,0263	0,0583	-0,0732	0,0618	-0,0702	0,0642	-0,2186
0,0126	0,0546	0,0338	0,0501	0,0469	0,0207	0,0584	-0,0430	0,0619	-0,1421	0,0644	-0,2185
0,0128	0,0501	0,0341	0,0447	0,0480	0,0219	0,0585	-0,0463	0,0620	-0,1235	0,0647	-0,2743
0,0139	0,0497	0,0348	0,0382	0,0484	0,0307	0,0591	-0,1183	0,0620	-0,1912	0,0660	-0,2185
0,0148	0,0546	0,0365	0,0468	0,0484	0,0289	0,0593	-0,0705	0,0620	-0,1229		
0,0148	0,0607	0,0368	0,0418	0,0496	0,0167	0,0594	-0,0493	0,0621	-0,0956		
0,0159	0,0546	0,0368	0,0493	0,0500	0,0246	0,0594	-0,1311	0,0623	-0,1092		
0,0193	0,0487	0,0372	0,0447	0,0501	0,0055	0,0596	-0,0820	0,0624	-0,1457		
<b>Componente da velocidade na direção y</b>											
$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$
0,0004	0,0411	0,0196	0,0429	0,0380	0,0307	0,0504	0,0023	0,0597	-0,0426	0,0625	-0,1095
0,0005	0,0468	0,0197	0,0418	0,0407	0,0364	0,0508	-0,0068	0,0601	-0,0728	0,0628	-0,1278
0,0007	0,0426	0,0205	0,0394	0,0407	0,0307	0,0510	0,0056	0,0602	-0,0823	0,0629	-0,1274

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0010	0,0478	0,0218	0,0364	0,0408	0,0312	0,0516	0,0116	0,0603	-0,0983	0,0630	-0,1639
0,0010	0,0420	0,0221	0,0404	0,0410	0,0328	0,0518	0,0093	0,0604	-0,0624	0,0631	-0,1004
0,0010	0,0422	0,0222	0,0364	0,0414	0,0336	0,0556	-0,0168	0,0606	-0,0702	0,0631	-0,0910
0,0044	0,0390	0,0241	0,0410	0,0416	0,0273	0,0562	-0,0366	0,0607	-0,0546	0,0631	-0,0819
0,0047	0,0410	0,0256	0,0478	0,0420	0,0291	0,0568	-0,0348	0,0607	-0,0624	0,0632	-0,1092
0,0054	0,0410	0,0265	0,0426	0,0423	0,0307	0,0568	-0,0546	0,0608	-0,0767	0,0634	-0,1275
0,0068	0,0426	0,0282	0,0298	0,0436	0,0219	0,0569	-0,0292	0,0608	-0,0639	0,0635	-0,1646
0,0079	0,0399	0,0284	0,0348	0,0437	0,0308	0,0570	-0,0273	0,0608	-0,0608	0,0637	-0,1278
0,0083	0,0447	0,0290	0,0437	0,0440	0,0300	0,0578	-0,0437	0,0610	-0,0480	0,0640	-0,1369
0,0084	0,0382	0,0298	0,0390	0,0450	0,0319	0,0581	-0,0410	0,0616	-0,0876	0,0641	-0,1369
0,0091	0,0437	0,0302	0,0383	0,0455	0,0291	0,0582	-0,0239	0,0616	-0,1366	0,0642	-0,1916
0,0110	0,0426	0,0321	0,0364	0,0457	0,0273	0,0583	-0,0234	0,0617	-0,0960	0,0642	-0,1095
0,0125	0,0437	0,0326	0,0364	0,0465	0,0219	0,0583	-0,0640	0,0618	-0,0702	0,0642	-0,1639
0,0126	0,0382	0,0338	0,0319	0,0469	0,0104	0,0584	-0,0235	0,0619	-0,0983	0,0644	-0,1821
0,0128	0,0364	0,0341	0,0348	0,0480	0,0110	0,0585	-0,0211	0,0620	-0,1235	0,0647	-0,1920
0,0139	0,0397	0,0348	0,0328	0,0484	0,0239	0,0591	-0,1092	0,0620	-0,1365	0,0660	-0,1912
0,0148	0,0478	0,0365	0,0351	0,0484	0,0289	0,0593	-0,0627	0,0620	-0,1229		
0,0148	0,0303	0,0368	0,0353	0,0496	0,0095	0,0594	-0,0493	0,0621	-0,1366		
0,0159	0,0425	0,0368	0,0329	0,0500	0,0218	0,0594	-0,0655	0,0623	-0,1365		
0,0193	0,0365	0,0372	0,0348	0,0501	0,0028	0,0596	-0,0820	0,0624	-0,1274		
<b>Grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s</b>											
<b>Experimental – Comprimento do tambor de 0,02 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0003	0,0928	0,0100	0,0827	0,0256	0,0852	0,0359	0,0679	0,0477	0,1206	0,0542	0,5912
0,0006	0,0870	0,0112	0,0816	0,0263	0,0708	0,0368	0,0621	0,0496	0,2211	0,0545	0,3823
0,0009	0,0850	0,0123	0,0842	0,0283	0,0787	0,0370	0,0680	0,0501	0,2039	0,0546	0,3698
0,0010	0,0862	0,0145	0,0816	0,0297	0,0666	0,0375	0,0579	0,0502	0,2042	0,0570	0,5338
0,0020	0,0749	0,0148	0,0810	0,0300	0,0674	0,0376	0,0674	0,0518	0,3426	0,0579	0,5712



**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0036	0,0827	0,0179	0,0660	0,0313	0,0708	0,0409	0,0674	0,0528	0,4077	0,0583	0,3016
0,0061	0,0842	0,0202	0,0827	0,0328	0,0708	0,0427	0,0612	0,0535	0,3757	0,0583	0,4431
0,0075	0,0862	0,0223	0,0745	0,0334	0,0593	0,0429	0,0444	0,0536	0,4460	0,0596	0,4277
0,0082	0,0969	0,0224	0,0797	0,0343	0,0848	0,0462	0,1191	0,0537	0,3560		
0,0095	0,0802	0,0255	0,0754	0,0345	0,0708	0,0466	0,1461	0,0540	0,5405		
<b>Componente da velocidade na direção x</b>											
$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0003	0,0709	0,0100	0,0584	0,0256	0,0660	0,0359	0,0557	0,0477	-0,0902	0,0542	-0,3507
0,0006	0,0638	0,0112	0,0501	0,0263	0,0501	0,0368	0,0417	0,0496	-0,1679	0,0545	-0,2004
0,0009	0,0601	0,0123	0,0564	0,0283	0,0557	0,0370	0,0459	0,0501	-0,0959	0,0546	-0,1753
0,0010	0,0573	0,0145	0,0644	0,0297	0,0501	0,0375	0,0436	0,0502	-0,1559	0,0570	-0,3298
0,0020	0,0501	0,0148	0,0573	0,0300	0,0501	0,0376	0,0451	0,0518	-0,2338	0,0579	-0,3507
0,0036	0,0584	0,0179	0,0429	0,0313	0,0501	0,0409	0,0451	0,0528	-0,2338	0,0583	-0,2254
0,0061	0,0564	0,0202	0,0557	0,0328	0,0501	0,0427	-0,0501	0,0535	-0,2254	0,0583	-0,3006
0,0075	0,0573	0,0223	0,0551	0,0334	0,0459	0,0429	-0,0300	0,0536	-0,2755	0,0596	-0,2672
0,0082	0,0685	0,0224	0,0564	0,0343	0,0600	0,0462	-0,0644	0,0537	-0,2755		
0,0095	0,0501	0,0255	0,0501	0,0345	0,0501	0,0466	-0,0751	0,0540	-0,2998		
<b>Componente da velocidade na direção y</b>											
$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0003	0,0600	0,0100	0,0584	0,0256	0,0540	0,0359	0,0390	0,0477	-0,0802	0,0542	-0,4759
0,0006	0,0592	0,0112	0,0644	0,0263	0,0501	0,0368	0,0459	0,0496	-0,1439	0,0545	-0,3256
0,0009	0,0601	0,0123	0,0626	0,0283	0,0557	0,0370	0,0501	0,0501	-0,1799	0,0546	-0,3256
0,0010	0,0644	0,0145	0,0501	0,0297	0,0438	0,0375	0,0382	0,0502	-0,1319	0,0570	-0,4197
0,0020	0,0557	0,0148	0,0573	0,0300	0,0451	0,0376	0,0501	0,0518	-0,2505	0,0579	-0,4509
0,0036	0,0584	0,0179	0,0501	0,0313	0,0501	0,0409	0,0501	0,0528	-0,3340	0,0583	-0,2004
0,0061	0,0626	0,0202	0,0612	0,0328	0,0501	0,0427	-0,0351	0,0535	-0,3006	0,0583	-0,3256
0,0075	0,0644	0,0223	0,0501	0,0334	0,0376	0,0429	-0,0327	0,0536	-0,3507	0,0596	-0,3340
0,0082	0,0685	0,0224	0,0564	0,0343	0,0600	0,0462	-0,1002	0,0537	-0,2254		
0,0095	0,0626	0,0255	0,0564	0,0345	0,0501	0,0466	-0,1252	0,0540	-0,4497		

**A9: Continuação...**

<b>Grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s</b>											
<b>Simulado – Comprimento do tambor de 0,02 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0003	0,0721	0,0024	0,0714	0,0047	0,0662	0,0090	0,0668	0,0122	0,0665	0,0161	0,0661
0,0003	0,0719	0,0024	0,0704	0,0048	0,0710	0,0092	0,0686	0,0125	0,0679	0,0162	0,0663
0,0003	0,0725	0,0029	0,0705	0,0056	0,0705	0,0092	0,0692	0,0125	0,0676	0,0164	0,0650
0,0003	0,0718	0,0029	0,0716	0,0063	0,0702	0,0093	0,0688	0,0135	0,0671	0,0166	0,0655
0,0003	0,0722	0,0033	0,0705	0,0064	0,0701	0,0096	0,0657	0,0137	0,0673	0,0166	0,0655
0,0003	0,0724	0,0035	0,0714	0,0067	0,0695	0,0100	0,0676	0,0141	0,0672	0,0168	0,0655
0,0003	0,0732	0,0036	0,0720	0,0068	0,0712	0,0103	0,0687	0,0142	0,0665	0,0170	0,0653
0,0003	0,0739	0,0039	0,0710	0,0069	0,0688	0,0108	0,0664	0,0142	0,0672	0,0175	0,0649
0,0003	0,0722	0,0043	0,0715	0,0073	0,0700	0,0113	0,0677	0,0144	0,0663	0,0183	0,0651
0,0003	0,0730	0,0043	0,0695	0,0076	0,0691	0,0113	0,0676	0,0146	0,0662	0,0187	0,0646
0,0023	0,0705	0,0044	0,0706	0,0082	0,0692	0,0114	0,0671	0,0155	0,0661	0,0188	0,0642
0,0024	0,0724	0,0046	0,0700	0,0084	0,0689	0,0114	0,0669	0,0160	0,0662	0,0188	0,0646
0,0190	0,0635	0,0250	0,0617	0,0312	0,0597	0,0379	0,0568	0,0434	0,0301	0,0524	0,1936
0,0196	0,0641	0,0252	0,0623	0,0318	0,0597	0,0379	0,0526	0,0434	0,0393	0,0524	0,2179
0,0199	0,0642	0,0257	0,0618	0,0320	0,0589	0,0380	0,0479	0,0438	0,0435	0,0527	0,1355
0,0200	0,0648	0,0257	0,0617	0,0324	0,0591	0,0390	0,0536	0,0447	0,0315	0,0532	0,2404
0,0205	0,0503	0,0263	0,0618	0,0328	0,0585	0,0391	0,0433	0,0449	0,0104	0,0538	0,2319
0,0206	0,0644	0,0265	0,0621	0,0332	0,0592	0,0391	0,0553	0,0450	0,0080	0,0541	0,1563
0,0210	0,0634	0,0267	0,0607	0,0332	0,0588	0,0391	0,0558	0,0452	0,0202	0,0544	0,3158
0,0212	0,0645	0,0272	0,0622	0,0332	0,0594	0,0398	0,0477	0,0456	0,0655	0,0545	0,3650
0,0213	0,0637	0,0277	0,0616	0,0339	0,0550	0,0401	0,0544	0,0463	0,0345	0,0552	0,2801
0,0215	0,0631	0,0278	0,0609	0,0340	0,0600	0,0402	0,0296	0,0465	0,0643	0,0557	0,2749
0,0216	0,0633	0,0285	0,0613	0,0345	0,0584	0,0408	0,0472	0,0470	0,0321	0,0564	0,2337
0,0223	0,0628	0,0287	0,0598	0,0346	0,0580	0,0411	0,0434	0,0477	0,0917	0,0565	0,2279
0,0224	0,0633	0,0291	0,0598	0,0352	0,0583	0,0411	0,0333	0,0480	0,1212	0,0570	0,4034
0,0225	0,0634	0,0292	0,0598	0,0356	0,0588	0,0412	0,0480	0,0482	0,1826	0,0570	0,3594

## Apêndice

### A9: Continuação...

$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0237	0,0625	0,0294	0,0606	0,0359	0,0565	0,0417	0,0386	0,0497	0,1024	0,0590	0,4370
0,0238	0,0632	0,0301	0,0599	0,0360	0,0571	0,0423	0,0521	0,0505	0,1738	0,0594	0,5520
0,0243	0,0625	0,0304	0,0595	0,0370	0,0553	0,0429	0,0297	0,0518	0,2735	0,0599	0,5627
0,0244	0,0629	0,0304	0,0598	0,0370	0,0496	0,0432	0,0418	0,0519	0,1532		
0,0247	0,0629	0,0309	0,0597	0,0371	0,0572	0,0432	0,0440	0,0519	0,1350		
0,0250	0,0617	0,0309	0,0606	0,0373	0,0573	0,0432	0,0160	0,0520	0,1710		
Componente da velocidade na direção x											
$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0003	0,0541	0,0003	0,0543	0,0023	0,0518	0,0029	0,0531	0,0043	0,0536	0,0048	0,0530
0,0003	0,0545	0,0003	0,0544	0,0024	0,0550	0,0033	0,0524	0,0043	0,0513	0,0056	0,0519
0,0003	0,0544	0,0003	0,0537	0,0024	0,0532	0,0035	0,0529	0,0044	0,0525	0,0063	0,0519
0,0003	0,0538	0,0003	0,0541	0,0024	0,0539	0,0036	0,0532	0,0046	0,0520	0,0064	0,0520
0,0003	0,0542	0,0003	0,0541	0,0029	0,0528	0,0039	0,0520	0,0047	0,0497	0,0067	0,0515
0,0068	0,0523	0,0146	0,0491	0,0224	0,0465	0,0309	0,0449	0,0391	0,0409	0,0482	-0,0513
0,0069	0,0526	0,0155	0,0489	0,0225	0,0472	0,0312	0,0443	0,0398	0,0360	0,0497	-0,1019
0,0073	0,0533	0,0160	0,0490	0,0237	0,0463	0,0318	0,0440	0,0401	0,0425	0,0505	-0,0805
0,0076	0,0501	0,0161	0,0491	0,0238	0,0470	0,0320	0,0443	0,0402	0,0287	0,0518	-0,1037
0,0082	0,0514	0,0162	0,0487	0,0243	0,0461	0,0324	0,0440	0,0408	0,0398	0,0519	-0,1220
0,0084	0,0512	0,0164	0,0485	0,0244	0,0465	0,0328	0,0430	0,0411	0,0335	0,0519	-0,0955
0,0090	0,0512	0,0166	0,0489	0,0247	0,0465	0,0332	0,0435	0,0411	0,0274	0,0520	-0,1382
0,0092	0,0509	0,0166	0,0485	0,0250	0,0459	0,0332	0,0437	0,0412	0,0372	0,0524	-0,0942
0,0092	0,0501	0,0168	0,0482	0,0250	0,0453	0,0332	0,0437	0,0417	0,0300	0,0524	-0,1064
0,0093	0,0508	0,0170	0,0485	0,0252	0,0458	0,0339	0,0408	0,0423	0,0384	0,0527	-0,1127
0,0096	0,0503	0,0175	0,0479	0,0257	0,0455	0,0340	0,0448	0,0429	0,0293	0,0532	-0,1495
0,0100	0,0504	0,0183	0,0483	0,0257	0,0458	0,0345	0,0432	0,0432	0,0405	0,0538	-0,1980
0,0103	0,0512	0,0187	0,0474	0,0263	0,0455	0,0346	0,0426	0,0432	0,0361	0,0541	-0,0998
0,0108	0,0502	0,0188	0,0478	0,0265	0,0460	0,0352	0,0427	0,0432	0,0053	0,0544	-0,1954
0,0113	0,0506	0,0188	0,0480	0,0267	0,0449	0,0356	0,0438	0,0434	0,0234	0,0545	-0,2313

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0113	0,0498	0,0190	0,0483	0,0272	0,0465	0,0359	0,0419	0,0434	0,0334	0,0552	-0,1588
0,0114	0,0490	0,0196	0,0472	0,0277	0,0455	0,0360	0,0409	0,0438	0,0358	0,0557	-0,1912
0,0114	0,0496	0,0199	0,0471	0,0278	0,0455	0,0370	0,0427	0,0447	0,0021	0,0564	-0,1816
0,0122	0,0495	0,0200	0,0476	0,0285	0,0453	0,0370	0,0384	0,0449	0,0056	0,0565	-0,1808
0,0125	0,0498	0,0205	0,0403	0,0287	0,0443	0,0371	0,0416	0,0450	0,0022	0,0570	-0,2984
0,0125	0,0499	0,0206	0,0475	0,0291	0,0445	0,0373	0,0419	0,0452	-0,0102	0,0570	-0,2890
0,0135	0,0497	0,0210	0,0473	0,0292	0,0444	0,0379	0,0435	0,0456	-0,0097	0,0590	-0,3279
0,0137	0,0505	0,0212	0,0481	0,0294	0,0445	0,0379	0,0388	0,0463	-0,0002	0,0594	-0,3644
0,0141	0,0499	0,0213	0,0473	0,0301	0,0446	0,0380	0,0365	0,0465	-0,0204	0,0599	-0,3245
0,0142	0,0493	0,0215	0,0466	0,0304	0,0438	0,0390	0,0352	0,0470	-0,0314		
0,0142	0,0497	0,0216	0,0465	0,0304	0,0446	0,0391	0,0348	0,0477	-0,0523		
0,0144	0,0492	0,0223	0,0467	0,0309	0,0440	0,0391	0,0419	0,0480	-0,0985		
<b>Componente da velocidade na direção y</b>											
$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0003	0,0477	0,0056	0,0477	0,0137	0,0444	0,0210	0,0422	0,0291	0,0400	0,0371	0,0393
0,0003	0,0470	0,0063	0,0472	0,0141	0,0451	0,0212	0,0430	0,0292	0,0401	0,0373	0,0391
0,0003	0,0480	0,0064	0,0470	0,0142	0,0446	0,0213	0,0427	0,0294	0,0411	0,0379	0,0365
0,0003	0,0475	0,0067	0,0467	0,0142	0,0453	0,0215	0,0426	0,0301	0,0399	0,0379	0,0355
0,0003	0,0477	0,0068	0,0484	0,0144	0,0444	0,0216	0,0429	0,0304	0,0402	0,0380	0,0310
0,0003	0,0479	0,0069	0,0444	0,0146	0,0444	0,0223	0,0419	0,0304	0,0397	0,0390	0,0405
0,0003	0,0490	0,0073	0,0454	0,0155	0,0444	0,0224	0,0430	0,0309	0,0403	0,0391	0,0258
0,0003	0,0509	0,0076	0,0475	0,0160	0,0445	0,0225	0,0424	0,0309	0,0407	0,0391	0,0361
0,0003	0,0478	0,0082	0,0463	0,0161	0,0443	0,0237	0,0420	0,0312	0,0400	0,0391	0,0380
0,0003	0,0491	0,0084	0,0461	0,0162	0,0449	0,0238	0,0422	0,0318	0,0404	0,0398	0,0313
0,0023	0,0478	0,0090	0,0429	0,0164	0,0432	0,0243	0,0422	0,0320	0,0388	0,0401	0,0339
0,0024	0,0470	0,0092	0,0459	0,0166	0,0435	0,0244	0,0425	0,0324	0,0394	0,0402	0,0072
0,0024	0,0476	0,0092	0,0477	0,0166	0,0440	0,0247	0,0423	0,0328	0,0397	0,0408	0,0253
0,0024	0,0453	0,0093	0,0463	0,0168	0,0444	0,0250	0,0412	0,0332	0,0402	0,0411	0,0276
0,0029	0,0467	0,0096	0,0422	0,0170	0,0436	0,0250	0,0419	0,0332	0,0394	0,0411	0,0190

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0029	0,0480	0,0100	0,0450	0,0175	0,0438	0,0252	0,0423	0,0332	0,0404	0,0412	0,0304
0,0033	0,0472	0,0103	0,0458	0,0183	0,0437	0,0257	0,0417	0,0339	0,0368	0,0417	0,0243
0,0035	0,0481	0,0108	0,0435	0,0187	0,0438	0,0257	0,0413	0,0340	0,0400	0,0423	0,0352
0,0036	0,0486	0,0113	0,0450	0,0188	0,0429	0,0263	0,0417	0,0345	0,0392	0,0429	0,0052
0,0039	0,0484	0,0113	0,0457	0,0188	0,0432	0,0265	0,0418	0,0346	0,0394	0,0432	0,0100
0,0043	0,0473	0,0114	0,0458	0,0190	0,0413	0,0267	0,0408	0,0352	0,0397	0,0432	0,0251
0,0043	0,0470	0,0114	0,0449	0,0196	0,0433	0,0272	0,0412	0,0356	0,0392	0,0432	0,0151
0,0044	0,0472	0,0122	0,0444	0,0199	0,0436	0,0277	0,0415	0,0359	0,0379	0,0434	0,0190
0,0046	0,0468	0,0125	0,0461	0,0200	0,0440	0,0278	0,0405	0,0360	0,0399	0,0434	0,0206
0,0047	0,0437	0,0125	0,0457	0,0205	0,0302	0,0285	0,0413	0,0370	0,0351	0,0438	0,0247
0,0048	0,0472	0,0135	0,0452	0,0206	0,0435	0,0287	0,0401	0,0370	0,0314	0,0447	0,0314
0,0449	-0,0088	0,0470	0,0066	0,0518	-0,2531	0,0527	-0,0753	0,0552	-0,2307	0,0590	-0,2889
0,0450	0,0077	0,0477	-0,0754	0,0519	-0,0926	0,0532	-0,1883	0,0557	-0,1976	0,0594	-0,4147
0,0452	-0,0174	0,0480	-0,0707	0,0519	-0,0954	0,0538	-0,1208	0,0564	-0,1470	0,0599	-0,4597
0,0456	-0,0647	0,0482	-0,1752	0,0520	-0,1007	0,0541	-0,1203	0,0565	-0,1387		
0,0463	-0,0345	0,0497	-0,0092	0,0524	-0,1692	0,0544	-0,2481	0,0570	-0,2715		
0,0465	-0,0610	0,0505	-0,1540	0,0524	-0,1901	0,0545	-0,2823	0,0570	-0,2136		
<b>Grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,65 rad/s</b>											
<b>Experimental – Comprimento do tambor de 0,45 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0002	0,1216	0,0200	0,1063	0,0387	0,0890	0,0439	0,0378	0,0474	0,0599	0,0561	0,1718
0,0002	0,1181	0,0223	0,1038	0,0390	0,0831	0,0441	0,0697	0,0474	0,0094	0,0564	0,1530
0,0006	0,1237	0,0251	0,1164	0,0390	0,0844	0,0442	0,0728	0,0477	0,0092	0,0569	0,1611
0,0007	0,1160	0,0270	0,1080	0,0392	0,0791	0,0446	0,0821	0,0482	0,0122	0,0570	0,1654
0,0009	0,1166	0,0274	0,0955	0,0394	0,0785	0,0447	0,0352	0,0492	0,0271	0,0573	0,2021
0,0044	0,1129	0,0280	0,0929	0,0401	0,0759	0,0448	0,0659	0,0502	0,0565	0,0577	0,1489

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0048	0,1182	0,0284	0,0952	0,0405	0,0721	0,0452	0,0619	0,0514	0,0940	0,0582	0,0998
0,0051	0,1228	0,0284	0,0953	0,0408	0,0782	0,0454	0,0664	0,0533	0,0677	0,0583	0,2035
0,0051	0,1187	0,0298	0,1017	0,0413	0,0785	0,0454	0,0607	0,0540	0,0478	0,0583	0,1969
0,0074	0,1166	0,0320	0,0940	0,0413	0,0733	0,0456	0,0494	0,0542	0,0861	0,0584	0,1409
0,0086	0,1169	0,0321	0,1040	0,0415	0,0831	0,0457	0,0526	0,0546	0,0871	0,0584	0,1549
0,0107	0,1194	0,0323	0,0988	0,0416	0,0740	0,0460	0,0291	0,0551	0,0919	0,0584	0,2738
0,0111	0,1160	0,0349	0,1040	0,0416	0,0718	0,0462	0,0549	0,0552	0,1521	0,0585	0,1471
0,0111	0,1182	0,0354	0,0960	0,0424	0,0716	0,0463	0,0423	0,0554	0,1706	0,0586	0,2954
0,0114	0,1125	0,0354	0,0910	0,0426	0,0814	0,0465	0,0207	0,0555	0,1644	0,0587	0,2222
0,0134	0,1033	0,0363	0,0864	0,0433	0,0611	0,0465	0,0380	0,0556	0,1015	0,0587	0,2583
0,0157	0,1010	0,0375	0,0960	0,0435	0,0648	0,0467	0,0452	0,0556	0,1030	0,0588	0,2129
0,0170	0,1114	0,0380	0,1064	0,0437	0,0694	0,0468	0,0738	0,0558	0,1032	0,0588	0,1879
0,0175	0,1031	0,0384	0,0731	0,0438	0,0790	0,0469	0,0520	0,0559	0,1556	0,0588	0,2363
0,0590	0,2404	0,0603	0,3090	0,0609	0,3948	0,0614	0,1727	0,0618	0,2164	0,0625	0,3891
0,0590	0,2731	0,0603	0,2138	0,0610	0,2367	0,0614	0,3132	0,0619	0,3132	0,0629	0,4654
0,0597	0,2133	0,0605	0,3114	0,0611	0,3242	0,0615	0,2633	0,0620	0,3688	0,0630	0,5080
0,0599	0,3674	0,0607	0,3335	0,0611	0,1818	0,0615	0,2779	0,0620	0,3993	0,0638	0,4052
0,0599	0,2373	0,0607	0,2021	0,0611	0,3282	0,0615	0,3249	0,0622	0,3357	0,0638	0,5218
0,0600	0,2228	0,0607	0,2391	0,0613	0,3185	0,0616	0,3561	0,0623	0,4635	0,0642	0,5033
0,0600	0,3342	0,0608	0,2690	0,0613	0,3243	0,0616	0,3114	0,0623	0,3185		
0,0602	0,1825	0,0608	0,3422	0,0614	0,3940	0,0616	0,3463	0,0623	0,4642		
0,0603	0,1842	0,0609	0,3910	0,0614	0,2577	0,0616	0,4446	0,0625	0,4490		
Componente da velocidade na direção x											
$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0002	0,0956	0,0157	0,0850	0,0354	0,0789	0,0415	0,0626	0,0454	0,0546	0,0492	-0,0230
0,0002	0,0973	0,0170	0,0913	0,0354	0,0728	0,0416	0,0616	0,0454	0,0505	0,0502	-0,0378
0,0006	0,1017	0,0175	0,0874	0,0363	0,0710	0,0416	0,0597	0,0456	0,0411	0,0514	-0,0624

## Apêndice

### A9: Continuação...

$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0007	0,0858	0,0200	0,0837	0,0375	0,0789	0,0424	0,0632	0,0457	0,0438	0,0533	-0,0548
0,0009	0,0910	0,0223	0,0819	0,0380	0,0913	0,0426	0,0602	0,0460	0,0228	0,0540	-0,0373
0,0044	0,0910	0,0251	0,0876	0,0384	0,0546	0,0433	0,0546	0,0462	0,0463	0,0542	-0,0730
0,0048	0,0983	0,0270	0,0888	0,0387	0,0702	0,0435	0,0546	0,0463	0,0286	0,0546	-0,0747
0,0051	0,0913	0,0274	0,0782	0,0390	0,0626	0,0437	0,0548	0,0465	0,0205	0,0551	-0,0683
0,0051	0,1001	0,0280	0,0751	0,0390	0,0702	0,0438	0,0657	0,0465	0,0334	0,0552	-0,1314
0,0074	0,0910	0,0284	0,0780	0,0392	0,0668	0,0439	0,0348	0,0467	0,0335	0,0554	-0,1311
0,0086	0,0913	0,0284	0,0781	0,0394	0,0646	0,0441	0,0493	0,0468	0,0614	0,0555	-0,1229
0,0107	0,1017	0,0298	0,0753	0,0401	0,0655	0,0442	0,0479	0,0469	0,0411	0,0556	-0,0751
0,0111	0,0858	0,0320	0,0702	0,0405	0,0548	0,0446	0,0657	0,0474	0,0463	0,0556	-0,0728
0,0111	0,0983	0,0321	0,0821	0,0408	0,0626	0,0447	0,0288	0,0474	0,0078	0,0558	-0,0730
0,0114	0,0936	0,0323	0,0728	0,0413	0,0646	0,0448	0,0493	0,0477	0,0010	0,0559	-0,1205
0,0134	0,0876	0,0349	0,0821	0,0413	0,0655	0,0452	0,0501	0,0482	-0,0059	0,0561	-0,1457
0,0564	-0,1369	0,0586	-0,2458	0,0600	-0,2738	0,0609	-0,3285	0,0615	-0,2367	0,0623	-0,2731
0,0569	-0,1183	0,0587	-0,1821	0,0602	-0,1460	0,0610	-0,2185	0,0615	-0,2555	0,0623	-0,3459
0,0570	-0,1506	0,0587	-0,2190	0,0603	-0,1369	0,0611	-0,2549	0,0616	-0,3004	0,0625	-0,3559
0,0573	-0,1779	0,0588	-0,1506	0,0603	-0,2185	0,0611	-0,1529	0,0616	-0,2458	0,0625	-0,3011
0,0577	-0,1205	0,0588	-0,1643	0,0603	-0,1643	0,0611	-0,2731	0,0616	-0,3285	0,0629	-0,4106
0,0582	-0,0791	0,0588	-0,1966	0,0605	-0,2458	0,0613	-0,2731	0,0616	-0,3277	0,0630	-0,4096
0,0583	-0,1369	0,0590	-0,2081	0,0607	-0,2732	0,0613	-0,2550	0,0618	-0,1779	0,0638	-0,3285
0,0583	-0,1639	0,0590	-0,2185	0,0607	-0,1779	0,0614	-0,3278	0,0619	-0,2549	0,0638	-0,3823
0,0584	-0,1232	0,0597	-0,1639	0,0607	-0,2190	0,0614	-0,2186	0,0620	-0,3096	0,0642	-0,3559
0,0584	-0,1095	0,0599	-0,2458	0,0608	-0,2458	0,0614	-0,1420	0,0620	-0,2913		
0,0584	-0,2190	0,0599	-0,2190	0,0608	-0,3004	0,0614	-0,2549	0,0622	-0,2185		
0,0585	-0,1365	0,0600	-0,1643	0,0609	-0,3550	0,0615	-0,1862	0,0623	-0,3277		

**A9: Continuação...**

<b>Componente da velocidade na direção y</b>											
$r(m)$	$V_{py}$ (m/s)	$r(m)$	$V_{py}$ (m/s)	$r(m)$	$V_{py}$ (m/s)	$r(m)$	$V_{py}$ (m/s)	$r(m)$	$V_{py}$ (m/s)	$r(m)$	$V_{py}$ (m/s)
0,0002	0,0751	0,0111	0,0656	0,0284	0,0546	0,0390	0,0548	0,0426	0,0548	0,0454	0,0337
0,0002	0,0669	0,0114	0,0624	0,0298	0,0684	0,0390	0,0468	0,0433	0,0273	0,0456	0,0274
0,0006	0,0704	0,0134	0,0548	0,0320	0,0624	0,0392	0,0425	0,0435	0,0348	0,0457	0,0292
0,0007	0,0780	0,0157	0,0546	0,0321	0,0639	0,0394	0,0447	0,0437	0,0426	0,0460	0,0182
0,0009	0,0728	0,0170	0,0639	0,0323	0,0668	0,0401	0,0382	0,0438	0,0438	0,0462	0,0295
0,0044	0,0668	0,0175	0,0546	0,0349	0,0639	0,0405	0,0469	0,0439	0,0149	0,0463	0,0312
0,0048	0,0656	0,0200	0,0655	0,0354	0,0546	0,0408	0,0469	0,0441	0,0493	0,0465	0,0027
0,0051	0,0821	0,0223	0,0637	0,0354	0,0546	0,0413	0,0447	0,0442	0,0548	0,0465	0,0182
0,0051	0,0637	0,0251	0,0767	0,0363	0,0492	0,0413	0,0328	0,0446	0,0493	0,0467	0,0304
0,0074	0,0728	0,0270	0,0614	0,0375	0,0546	0,0415	0,0548	0,0447	0,0202	0,0468	0,0410
0,0086	0,0730	0,0274	0,0548	0,0380	0,0548	0,0416	0,0411	0,0448	0,0438	0,0469	0,0319
0,0107	0,0626	0,0280	0,0546	0,0384	0,0486	0,0416	0,0398	0,0452	0,0364	0,0474	0,0379
0,0111	0,0780	0,0284	0,0546	0,0387	0,0546	0,0424	0,0337	0,0454	0,0378	0,0474	0,0052
0,0477	-0,0091	0,0558	-0,0730	0,0586	-0,1639	0,0603	-0,2185	0,0613	-0,2003	0,0620	-0,2731
0,0482	-0,0107	0,0559	-0,0986	0,0587	-0,1274	0,0603	-0,1369	0,0614	-0,2186	0,0622	-0,2549
0,0492	-0,0144	0,0561	-0,0910	0,0587	-0,1369	0,0605	-0,1912	0,0614	-0,1366	0,0623	-0,3277
0,0502	-0,0420	0,0564	-0,0684	0,0588	-0,1506	0,0607	-0,1912	0,0614	-0,0983	0,0623	-0,1639
0,0514	-0,0702	0,0569	-0,1092	0,0588	-0,0913	0,0607	-0,0958	0,0614	-0,1821	0,0623	-0,3095
0,0533	-0,0398	0,0570	-0,0684	0,0588	-0,1311	0,0607	-0,0958	0,0615	-0,1862	0,0625	-0,2738
0,0540	-0,0299	0,0573	-0,0958	0,0590	-0,1205	0,0608	-0,1092	0,0615	-0,1457	0,0625	-0,2464
0,0542	-0,0456	0,0577	-0,0876	0,0590	-0,1639	0,0608	-0,1639	0,0615	-0,2008	0,0629	-0,2190
0,0546	-0,0448	0,0582	-0,0608	0,0597	-0,1365	0,0609	-0,1639	0,0616	-0,1912	0,0630	-0,3004
0,0551	-0,0614	0,0583	-0,1506	0,0599	-0,2731	0,0609	-0,2190	0,0616	-0,1912	0,0638	-0,2373
0,0552	-0,0767	0,0583	-0,1092	0,0599	-0,0913	0,0610	-0,0910	0,0616	-0,1095	0,0638	-0,3550
0,0554	-0,1092	0,0584	-0,0684	0,0600	-0,1506	0,0611	-0,2003	0,0616	-0,3004	0,0642	-0,3559
0,0555	-0,1092	0,0584	-0,1095	0,0600	-0,1916	0,0611	-0,0983	0,0618	-0,1232		
0,0556	-0,0683	0,0584	-0,1643	0,0602	-0,1095	0,0611	-0,1821	0,0619	-0,1821		
0,0556	-0,0728	0,0585	-0,0546	0,0603	-0,1232	0,0613	-0,1639	0,0620	-0,2003		



**A9: Continuação...**

<b>Grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,65 rad/s</b>											
<b>Experimental – Comprimento do tambor de 0,02 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0002	0,1241	0,0061	0,1065	0,0173	0,1064	0,0251	0,1113	0,0338	0,0963	0,0465	0,2247
0,0002	0,1196	0,0066	0,1241	0,0182	0,1206	0,0263	0,1113	0,0354	0,0647	0,0466	0,2718
0,0009	0,1266	0,0071	0,1219	0,0195	0,1063	0,0266	0,1118	0,0374	0,0138	0,0467	0,2480
0,0009	0,1215	0,0081	0,1359	0,0204	0,1063	0,0280	0,1017	0,0381	0,0649	0,0467	0,4077
0,0018	0,1187	0,0094	0,1063	0,0204	0,1063	0,0287	0,1017	0,0401	0,0695	0,0476	0,4659
0,0018	0,1275	0,0102	0,1331	0,0214	0,0963	0,0301	0,0911	0,0406	0,1206	0,0481	0,4266
0,0033	0,1283	0,0131	0,1223	0,0214	0,0963	0,0315	0,0862	0,0437	0,2480	0,0481	0,4266
0,0036	0,1299	0,0131	0,1123	0,0216	0,1063	0,0322	0,1017	0,0446	0,3361	0,0484	0,4251
0,0047	0,1181	0,0131	0,1065	0,0220	0,1065	0,0332	0,0963	0,0452	0,2856	0,0487	0,3897
0,0059	0,1063	0,0145	0,1142	0,0227	0,1113	0,0335	0,0862	0,0465	0,3058	0,0495	0,5164
0,0495	0,5419	0,0509	0,6032	0,0523	0,5325	0,0540	0,6277	0,0552	0,4605	0,0582	0,7793
0,0505	0,5010	0,0514	0,3960	0,0528	0,6415	0,0540	0,6064	0,0552	0,4266		
0,0506	0,4383	0,0517	0,6415	0,0532	0,6032	0,0542	0,5419	0,0553	0,4972		
0,0507	0,5139	0,0518	0,6222	0,0533	0,6115	0,0543	0,6322	0,0561	0,7921		
0,0508	0,5452	0,0518	0,6740	0,0539	0,6202	0,0543	0,5325	0,0576	0,5712		
<b>Componente da velocidade na direção x</b>											
$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0002	0,0835	0,0102	0,0877	0,0251	0,0787	0,0406	-0,0902	0,0495	-0,3006	0,0540	-0,3006
0,0002	0,0814	0,0131	0,0701	0,0263	0,0787	0,0437	-0,1753	0,0505	-0,4008	0,0540	-0,3757
0,0009	0,0930	0,0131	0,0751	0,0266	0,0716	0,0446	-0,1503	0,0506	-0,2839	0,0542	-0,3006
0,0009	0,0859	0,0131	0,0802	0,0280	0,0644	0,0452	-0,1753	0,0507	-0,3507	0,0543	-0,3507
0,0018	0,0751	0,0145	0,0701	0,0287	0,0644	0,0465	-0,1753	0,0508	-0,3507	0,0543	-0,3507
0,0018	0,0902	0,0173	0,0716	0,0301	0,0644	0,0465	-0,1503	0,0509	-0,4008	0,0552	-0,3256
0,0033	0,0802	0,0182	0,0802	0,0315	0,0573	0,0466	-0,2004	0,0514	-0,2254	0,0552	-0,2755
0,0036	0,0918	0,0195	0,0751	0,0322	0,0644	0,0467	-0,1753	0,0517	-0,4008	0,0553	-0,3256

Apêndice

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0047	0,0835	0,0204	0,0751	0,0332	0,0716	0,0467	-0,2338	0,0518	-0,4008	0,0561	-0,4509
0,0059	0,0751	0,0204	0,0751	0,0335	0,0573	0,0476	-0,2755	0,0518	-0,5010	0,0576	-0,3507
0,0061	0,0701	0,0214	0,0644	0,0338	0,0716	0,0481	-0,2755	0,0523	-0,3507	0,0582	-0,5511
0,0066	0,0918	0,0214	0,0716	0,0354	0,0410	0,0481	-0,2755	0,0528	-0,4008		
0,0071	0,0787	0,0216	0,0751	0,0374	-0,0134	0,0484	-0,3006	0,0532	-0,4509		
0,0081	0,0918	0,0220	0,0701	0,0381	0,0334	0,0487	-0,2755	0,0533	-0,3507		
0,0094	0,0751	0,0227	0,0787	0,0401	-0,0385	0,0495	-0,3256	0,0539	-0,4258		
Componente da velocidade na direção y											
$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0002	0,0918	0,0018	0,0902	0,0061	0,0802	0,0102	0,1002	0,0173	0,0787	0,0214	0,0716
0,0002	0,0877	0,0033	0,1002	0,0066	0,0835	0,0131	0,1002	0,0182	0,0902	0,0214	0,0644
0,0009	0,0859	0,0036	0,0918	0,0071	0,0930	0,0131	0,0835	0,0195	0,0751	0,0216	0,0751
0,0009	0,0859	0,0047	0,0835	0,0081	0,1002	0,0131	0,0701	0,0204	0,0751	0,0220	0,0802
0,0018	0,0918	0,0059	0,0751	0,0094	0,0751	0,0145	0,0902	0,0204	0,0751	0,0227	0,0787
0,0251	0,0787	0,0338	0,0644	0,0465	-0,1670	0,0495	-0,4509	0,0523	-0,4008	0,0552	-0,3256
0,0263	0,0787	0,0354	0,0501	0,0466	-0,1837	0,0505	-0,3006	0,0528	-0,5010	0,0552	-0,3256
0,0266	0,0859	0,0374	0,0033	0,0467	-0,1753	0,0506	-0,3340	0,0532	-0,4008	0,0553	-0,3757
0,0280	0,0787	0,0381	0,0557	0,0467	-0,3340	0,0507	-0,3757	0,0533	-0,5010	0,0561	-0,6513
0,0287	0,0787	0,0401	-0,0578	0,0476	-0,3757	0,0508	-0,4175	0,0539	-0,4509	0,0576	-0,4509
0,0301	0,0644	0,0406	-0,0802	0,0481	-0,3256	0,0509	-0,4509	0,0540	-0,5511	0,0582	-0,5511
0,0315	0,0644	0,0437	-0,1753	0,0481	-0,3256	0,0514	-0,3256	0,0540	-0,4759		
0,0322	0,0787	0,0446	-0,3006	0,0484	-0,3006	0,0517	-0,5010	0,0542	-0,4509		
0,0332	0,0644	0,0452	-0,2254	0,0487	-0,2755	0,0518	-0,4759	0,0543	-0,5260		
0,0335	0,0644	0,0465	-0,2505	0,0495	-0,4008	0,0518	-0,4509	0,0543	-0,4008		

Apêndice

**A9: Continuação...**

<b>Grau de preenchimento de 10% e velocidade de rotação de 0,65 rad/s</b>											
<b>Simulado – Comprimento do tambor de 0,02 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0000	0,1246	0,0045	0,1236	0,0094	0,1249	0,0129	0,1142	0,0166	0,1115	0,0204	0,1093
0,0017	0,1266	0,0047	0,1227	0,0100	0,1183	0,0131	0,1097	0,0171	0,1132	0,0206	0,1096
0,0021	0,1247	0,0048	0,1211	0,0100	0,1151	0,0138	0,1128	0,0175	0,1109	0,0216	0,1100
0,0021	0,1229	0,0055	0,1184	0,0105	0,1163	0,0140	0,1138	0,0175	0,1131	0,0217	0,1080
0,0022	0,1202	0,0057	0,1206	0,0106	0,1160	0,0143	0,1152	0,0175	0,1126	0,0223	0,1073
0,0023	0,1224	0,0060	0,1187	0,0110	0,1177	0,0144	0,1148	0,0182	0,1114	0,0224	0,1095
0,0025	0,1240	0,0063	0,1217	0,0110	0,1162	0,0147	0,1145	0,0184	0,1104	0,0224	0,1080
0,0026	0,1232	0,0074	0,1205	0,0111	0,1181	0,0147	0,1139	0,0187	0,1100	0,0228	0,1088
0,0034	0,1211	0,0076	0,1208	0,0117	0,1172	0,0154	0,1144	0,0191	0,1127	0,0234	0,1077
0,0037	0,1226	0,0078	0,1168	0,0119	0,1148	0,0155	0,1138	0,0192	0,1105	0,0245	0,1052
0,0041	0,1179	0,0078	0,1183	0,0121	0,1167	0,0157	0,1123	0,0194	0,1118	0,0246	0,1088
0,0042	0,1194	0,0083	0,1180	0,0123	0,1149	0,0160	0,1131	0,0195	0,1112	0,0246	0,1040
0,0043	0,1263	0,0084	0,1193	0,0125	0,1153	0,0161	0,1121	0,0200	0,1107	0,0247	0,1066
0,0044	0,1203	0,0088	0,1189	0,0125	0,1135	0,0162	0,1127	0,0203	0,1094	0,0248	0,1017
0,0044	0,1194	0,0091	0,1191	0,0129	0,1149	0,0165	0,1138	0,0203	0,1113	0,0254	0,1064
0,0256	0,1054	0,0298	0,1018	0,0358	0,0962	0,0407	0,0762	0,0454	0,0658	0,0513	0,3587
0,0256	0,1052	0,0305	0,1013	0,0358	0,0962	0,0408	0,0163	0,0454	0,0977	0,0514	0,2958
0,0259	0,1044	0,0305	0,0994	0,0359	0,0796	0,0408	0,0345	0,0455	0,0280	0,0514	0,2605
0,0265	0,1041	0,0309	0,1003	0,0359	0,0911	0,0410	0,0737	0,0459	0,0392	0,0526	0,4941
0,0267	0,1052	0,0319	0,0918	0,0360	0,0897	0,0414	0,0492	0,0460	0,1576	0,0528	0,4427
0,0268	0,0903	0,0319	0,1040	0,0368	0,0933	0,0414	0,0260	0,0461	0,0563	0,0530	0,4027
0,0268	0,1073	0,0319	0,0997	0,0371	0,0579	0,0414	0,0613	0,0466	0,0710	0,0534	0,4755
0,0269	0,1009	0,0322	0,0995	0,0373	0,0721	0,0415	0,0488	0,0468	0,0839	0,0536	0,4998
0,0270	0,1065	0,0326	0,0952	0,0373	0,0931	0,0419	0,0261	0,0469	0,1597	0,0537	0,4424
0,0276	0,1031	0,0327	0,1036	0,0374	0,0840	0,0421	0,0456	0,0474	0,1893	0,0538	0,4412
0,0276	0,1038	0,0328	0,0992	0,0376	0,0860	0,0427	0,0037	0,0477	0,0978	0,0542	0,4117

# Apêndice

## A9: Continuação...

$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0281	0,1016	0,0330	0,0989	0,0378	0,0969	0,0428	0,0376	0,0477	0,1296	0,0555	0,7264
0,0287	0,1022	0,0331	0,0979	0,0382	0,0830	0,0431	0,0189	0,0482	0,1364	0,0555	0,5506
0,0288	0,1031	0,0333	0,1019	0,0391	0,0307	0,0431	0,0811	0,0491	0,2026	0,0559	0,7197
0,0289	0,1053	0,0336	0,1015	0,0393	0,0814	0,0433	0,0554	0,0495	0,2728	0,0566	0,7422
0,0292	0,1054	0,0349	0,0968	0,0394	0,0673	0,0433	0,0091	0,0499	0,3240	0,0568	0,6134
0,0295	0,1022	0,0350	0,0972	0,0394	0,0546	0,0442	0,0526	0,0504	0,5828	0,0581	0,7043
0,0296	0,1004	0,0352	0,0863	0,0394	0,0546	0,0446	0,1141	0,0508	0,4027	0,0599	0,8684
0,0297	0,1014	0,0354	0,0927	0,0402	0,0623	0,0449	0,0454	0,0512	0,2187	0,0608	0,6957
Componente da velocidade na direção x											
$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0000	0,0933	0,0034	0,0898	0,0047	0,0881	0,0078	0,0835	0,0100	0,0821	0,0121	0,0842
0,0017	0,0937	0,0037	0,0889	0,0048	0,0861	0,0078	0,0855	0,0105	0,0835	0,0123	0,0832
0,0021	0,0953	0,0041	0,0903	0,0055	0,0870	0,0083	0,0864	0,0106	0,0840	0,0125	0,0838
0,0021	0,0963	0,0042	0,0859	0,0057	0,0859	0,0084	0,0873	0,0110	0,0849	0,0125	0,0819
0,0022	0,0916	0,0043	0,0935	0,0060	0,0862	0,0088	0,0867	0,0110	0,0847	0,0129	0,0835
0,0023	0,0916	0,0044	0,0879	0,0063	0,0884	0,0091	0,0868	0,0111	0,0854	0,0129	0,0827
0,0025	0,0890	0,0044	0,0858	0,0074	0,0868	0,0094	0,0973	0,0117	0,0856	0,0131	0,0809
0,0026	0,0891	0,0045	0,0902	0,0076	0,0883	0,0100	0,0851	0,0119	0,0818	0,0138	0,0809
0,0140	0,0819	0,0203	0,0798	0,0276	0,0754	0,0352	0,0608	0,0414	0,0254	0,0482	-0,0428
0,0143	0,0829	0,0204	0,0792	0,0281	0,0717	0,0354	0,0665	0,0414	0,0045	0,0491	-0,0700
0,0144	0,0827	0,0206	0,0792	0,0287	0,0746	0,0358	0,0706	0,0415	0,0205	0,0495	-0,2194
0,0147	0,0828	0,0216	0,0795	0,0288	0,0752	0,0358	0,0682	0,0419	-0,0003	0,0499	-0,2045
0,0147	0,0823	0,0217	0,0768	0,0289	0,0742	0,0359	0,0527	0,0421	0,0242	0,0504	-0,2509
0,0154	0,0826	0,0223	0,0781	0,0292	0,0766	0,0359	0,0617	0,0427	-0,0013	0,0508	-0,2694
0,0155	0,0824	0,0224	0,0785	0,0295	0,0742	0,0360	0,0674	0,0428	0,0376	0,0512	-0,0845
0,0157	0,0805	0,0224	0,0786	0,0296	0,0765	0,0368	0,0642	0,0431	-0,0170	0,0513	-0,2671
0,0160	0,0825	0,0228	0,0781	0,0297	0,0740	0,0371	0,0374	0,0431	0,0764	0,0514	-0,1898
0,0161	0,0809	0,0234	0,0782	0,0298	0,0703	0,0373	0,0569	0,0433	-0,0371	0,0514	-0,1895
0,0162	0,0818	0,0245	0,0768	0,0305	0,0717	0,0373	0,0619	0,0433	0,0072	0,0526	-0,3557

Apêndice

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0165	0,0814	0,0246	0,0792	0,0305	0,0730	0,0374	0,0636	0,0442	-0,0359	0,0528	-0,2152
0,0166	0,0809	0,0246	0,0754	0,0309	0,0735	0,0376	0,0608	0,0446	-0,0674	0,0530	-0,2048
0,0171	0,0831	0,0247	0,0774	0,0319	0,0672	0,0378	0,0714	0,0449	-0,0400	0,0534	-0,3194
0,0175	0,0792	0,0248	0,0735	0,0319	0,0741	0,0382	0,0591	0,0454	-0,0480	0,0536	-0,2998
0,0175	0,0820	0,0254	0,0772	0,0319	0,0734	0,0391	0,0307	0,0454	-0,0838	0,0537	-0,3176
0,0175	0,0810	0,0256	0,0750	0,0322	0,0738	0,0393	0,0470	0,0455	-0,0265	0,0538	-0,3350
0,0182	0,0809	0,0256	0,0756	0,0326	0,0707	0,0394	0,0545	0,0459	0,0381	0,0542	-0,2593
0,0184	0,0796	0,0259	0,0751	0,0327	0,0709	0,0394	0,0350	0,0460	-0,1404	0,0555	-0,4483
0,0187	0,0798	0,0265	0,0760	0,0328	0,0704	0,0394	0,0350	0,0461	0,0238	0,0555	-0,3389
0,0191	0,0822	0,0267	0,0763	0,0330	0,0724	0,0402	0,0390	0,0466	-0,0709	0,0559	-0,5098
0,0192	0,0792	0,0268	0,0670	0,0331	0,0717	0,0407	0,0518	0,0468	-0,0832	0,0566	-0,4636
0,0194	0,0812	0,0268	0,0754	0,0333	0,0715	0,0408	0,0143	0,0469	-0,1119	0,0568	-0,4069
0,0195	0,0807	0,0269	0,0724	0,0336	0,0765	0,0408	0,0299	0,0474	-0,0957	0,0581	-0,4288
0,0200	0,0793	0,0270	0,0772	0,0349	0,0709	0,0410	0,0128	0,0477	-0,0304	0,0599	-0,6691
0,0203	0,0796	0,0276	0,0736	0,0350	0,0710	0,0414	-0,0329	0,0477	-0,0859	0,0608	-0,4605
Componente da velocidade na direção y											
$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0000	0,0825	0,0017	0,0852	0,0021	0,0805	0,0021	0,0764	0,0022	0,0779	0,0023	0,0812
0,0025	0,0864	0,0110	0,0815	0,0175	0,0782	0,0265	0,0711	0,0333	0,0725	0,0414	-0,0365
0,0026	0,0851	0,0110	0,0795	0,0182	0,0766	0,0267	0,0724	0,0336	0,0668	0,0414	0,0055
0,0034	0,0813	0,0111	0,0816	0,0184	0,0766	0,0268	0,0605	0,0349	0,0659	0,0414	0,0612
0,0037	0,0845	0,0117	0,0801	0,0187	0,0757	0,0268	0,0764	0,0350	0,0663	0,0415	0,0443
0,0041	0,0759	0,0119	0,0805	0,0191	0,0770	0,0269	0,0703	0,0352	0,0613	0,0419	0,0261
0,0042	0,0829	0,0121	0,0808	0,0192	0,0771	0,0270	0,0734	0,0354	0,0647	0,0421	0,0386
0,0043	0,0848	0,0123	0,0793	0,0194	0,0768	0,0276	0,0722	0,0358	0,0654	0,0427	-0,0035
0,0044	0,0821	0,0125	0,0792	0,0195	0,0764	0,0276	0,0713	0,0358	0,0678	0,0428	-0,0020
0,0044	0,0831	0,0125	0,0785	0,0200	0,0773	0,0281	0,0720	0,0359	0,0597	0,0431	-0,0083
0,0045	0,0845	0,0129	0,0790	0,0203	0,0750	0,0287	0,0698	0,0359	0,0670	0,0431	-0,0271
0,0047	0,0854	0,0129	0,0787	0,0203	0,0775	0,0288	0,0705	0,0360	0,0592	0,0433	-0,0412

Apêndice

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{pv}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{pv}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{pv}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{pv}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{pv}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{pv}$ (m/s)
0,0048	0,0852	0,0131	0,0741	0,0204	0,0753	0,0289	0,0747	0,0368	0,0677	0,0433	-0,0056
0,0055	0,0803	0,0138	0,0786	0,0206	0,0757	0,0292	0,0724	0,0371	0,0443	0,0442	-0,0385
0,0057	0,0846	0,0140	0,0790	0,0216	0,0760	0,0295	0,0703	0,0373	0,0442	0,0446	-0,0921
0,0060	0,0817	0,0143	0,0800	0,0217	0,0759	0,0296	0,0651	0,0373	0,0695	0,0449	-0,0215
0,0063	0,0836	0,0144	0,0796	0,0223	0,0737	0,0297	0,0693	0,0374	0,0549	0,0454	-0,0450
0,0074	0,0836	0,0147	0,0791	0,0224	0,0763	0,0298	0,0736	0,0376	0,0609	0,0454	-0,0503
0,0076	0,0825	0,0147	0,0788	0,0224	0,0740	0,0305	0,0716	0,0378	0,0654	0,0455	-0,0088
0,0078	0,0817	0,0154	0,0792	0,0228	0,0757	0,0305	0,0675	0,0382	0,0583	0,0459	-0,0092
0,0078	0,0818	0,0155	0,0785	0,0234	0,0741	0,0309	0,0684	0,0391	-0,0020	0,0460	-0,0715
0,0083	0,0804	0,0157	0,0783	0,0245	0,0719	0,0319	0,0625	0,0393	0,0664	0,0461	-0,0510
0,0084	0,0813	0,0160	0,0774	0,0246	0,0747	0,0319	0,0730	0,0394	0,0394	0,0466	-0,0049
0,0088	0,0815	0,0161	0,0776	0,0246	0,0716	0,0319	0,0674	0,0394	0,0419	0,0468	-0,0107
0,0091	0,0815	0,0162	0,0775	0,0247	0,0732	0,0322	0,0668	0,0394	0,0419	0,0469	-0,1140
0,0094	0,0782	0,0165	0,0795	0,0248	0,0704	0,0326	0,0637	0,0402	0,0486	0,0474	-0,1634
0,0100	0,0822	0,0166	0,0767	0,0254	0,0732	0,0327	0,0756	0,0407	0,0558	0,0477	-0,0929
0,0100	0,0806	0,0171	0,0768	0,0256	0,0741	0,0328	0,0699	0,0408	0,0077	0,0477	-0,0970
0,0105	0,0810	0,0175	0,0776	0,0256	0,0732	0,0330	0,0673	0,0408	0,0173	0,0482	-0,1295
0,0106	0,0800	0,0175	0,0779	0,0259	0,0726	0,0331	0,0666	0,0410	0,0726	0,0491	-0,1901
0,0495	-0,1621	0,0512	-0,2017	0,0526	-0,3430	0,0536	-0,3999	0,0555	-0,5716	0,0568	-0,4590
0,0499	-0,2513	0,0513	-0,2393	0,0528	-0,3869	0,0537	-0,3080	0,0555	-0,4339	0,0581	-0,5586
0,0504	-0,5260	0,0514	-0,2269	0,0530	-0,3468	0,0538	-0,2871	0,0559	-0,5080	0,0599	-0,5536
0,0508	-0,2994	0,0514	-0,1788	0,0534	-0,3523	0,0542	-0,3198	0,0566	-0,5796	0,0608	-0,5215
<b>Grau de preenchimento de 15% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s</b>											
<b>Experimental – Comprimento do tambor de 0,45 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0004	0,0725	0,0153	0,0622	0,0414	0,0482	0,0617	0,0345	0,0693	0,0394	0,0790	0,1552
0,0004	0,0686	0,0201	0,0554	0,0451	0,0549	0,0629	0,0322	0,0726	0,0703	0,0791	0,1458
0,0007	0,0633	0,0204	0,0549	0,0475	0,0557	0,0631	0,0261	0,0735	0,0820	0,0797	0,1862

Apêndice

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0008	0,0659	0,0216	0,0620	0,0476	0,0537	0,0633	0,0392	0,0737	0,0774	0,0803	0,1945
0,0009	0,0738	0,0269	0,0609	0,0496	0,0447	0,0633	0,0395	0,0757	0,0990	0,0806	0,2081
0,0011	0,0667	0,0270	0,0610	0,0512	0,0417	0,0635	0,0284	0,0763	0,1130	0,0812	0,1979
0,0023	0,0729	0,0284	0,0608	0,0529	0,0484	0,0636	0,0316	0,0771	0,1167	0,0812	0,2385
0,0033	0,0780	0,0305	0,0601	0,0539	0,0511	0,0639	0,0371	0,0773	0,1106	0,0815	0,2967
0,0069	0,0674	0,0312	0,0558	0,0547	0,0498	0,0639	0,0231	0,0775	0,1458	0,0816	0,2658
0,0078	0,0610	0,0329	0,0610	0,0550	0,0440	0,0640	0,0358	0,0776	0,1402	0,0823	0,2342
0,0084	0,0694	0,0338	0,0539	0,0578	0,0487	0,0642	0,0393	0,0777	0,1339	0,0826	0,2529
0,0096	0,0671	0,0376	0,0541	0,0578	0,0517	0,0649	0,0325	0,0777	0,1244	0,0829	0,2583
0,0112	0,0515	0,0385	0,0568	0,0581	0,0480	0,0655	0,0162	0,0783	0,1244	0,0831	0,2460
0,0148	0,0679	0,0387	0,0562	0,0604	0,0521	0,0662	0,0167	0,0783	0,1286		
0,0151	0,0631	0,0411	0,0515	0,0608	0,0441	0,0673	0,0173	0,0786	0,1560		
<b>Componente da velocidade na direção x</b>											
$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0004	0,0590	0,0009	0,0626	0,0069	0,0549	0,0112	0,0422	0,0201	0,0432	0,0270	0,0488
0,0004	0,0549	0,0011	0,0549	0,0078	0,0488	0,0148	0,0549	0,0204	0,0424	0,0284	0,0498
0,0007	0,0506	0,0023	0,0549	0,0084	0,0548	0,0151	0,0479	0,0216	0,0484	0,0305	0,0449
0,0008	0,0549	0,0033	0,0616	0,0096	0,0499	0,0153	0,0503	0,0269	0,0506	0,0312	0,0476
$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0329	0,0488	0,0512	0,0329	0,0629	0,0258	0,0655	0,0149	0,0775	-0,1097	0,0806	-0,1643
0,0338	0,0421	0,0529	0,0387	0,0631	0,0206	0,0662	0,0137	0,0776	-0,1095	0,0812	-0,1646
0,0376	0,0422	0,0539	0,0431	0,0633	0,0314	0,0673	0,0134	0,0777	-0,1097	0,0812	-0,2012
0,0385	0,0448	0,0547	0,0402	0,0633	0,0329	0,0693	-0,0225	0,0777	-0,1006	0,0815	-0,2469
0,0387	0,0446	0,0550	0,0329	0,0635	0,0224	0,0726	-0,0549	0,0783	-0,1006	0,0816	-0,2190
0,0411	0,0422	0,0578	0,0377	0,0636	0,0240	0,0735	-0,0610	0,0783	-0,1019	0,0823	-0,1829
0,0414	0,0396	0,0578	0,0366	0,0639	0,0309	0,0737	-0,0548	0,0786	-0,1207	0,0826	-0,1920
0,0451	0,0439	0,0581	0,0379	0,0639	0,0189	0,0757	-0,0730	0,0790	-0,1097	0,0829	-0,2190
0,0475	0,0456	0,0604	0,0412	0,0640	0,0253	0,0763	-0,0988	0,0791	-0,0960	0,0831	-0,1829
0,0476	0,0380	0,0608	0,0329	0,0642	0,0322	0,0771	-0,0878	0,0797	-0,1506		
0,0496	0,0353	0,0617	0,0293	0,0649	0,0274	0,0773	-0,0782	0,0803	-0,1463		

Apêndice

**A9: Continuação...**

<b>Componente da velocidade na direção y</b>											
$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0004	0,0421	0,0153	0,0366	0,0414	0,0274	0,0617	0,0183	0,0693	-0,0324	0,0790	-0,1097
0,0004	0,0412	0,0201	0,0346	0,0451	0,0329	0,0629	0,0193	0,0726	-0,0439	0,0791	-0,1098
0,0007	0,0380	0,0204	0,0349	0,0475	0,0319	0,0631	0,0160	0,0735	-0,0549	0,0797	-0,1095
0,0008	0,0366	0,0216	0,0387	0,0476	0,0380	0,0633	0,0235	0,0737	-0,0548	0,0803	-0,1281
0,0009	0,0391	0,0269	0,0338	0,0496	0,0274	0,0633	0,0219	0,0757	-0,0669	0,0806	-0,1278
0,0011	0,0380	0,0270	0,0366	0,0512	0,0256	0,0635	0,0174	0,0763	-0,0549	0,0812	-0,1098
0,0023	0,0480	0,0284	0,0348	0,0529	0,0290	0,0636	0,0206	0,0771	-0,0768	0,0812	-0,1280
0,0033	0,0479	0,0305	0,0399	0,0539	0,0274	0,0639	0,0206	0,0773	-0,0782	0,0815	-0,1646
0,0069	0,0392	0,0312	0,0293	0,0547	0,0293	0,0639	0,0132	0,0775	-0,0960	0,0816	-0,1506
0,0078	0,0366	0,0329	0,0366	0,0550	0,0292	0,0640	0,0253	0,0776	-0,0876	0,0823	-0,1463
0,0084	0,0426	0,0338	0,0337	0,0578	0,0309	0,0642	0,0225	0,0777	-0,0768	0,0826	-0,1646
0,0096	0,0449	0,0376	0,0338	0,0578	0,0366	0,0649	0,0175	0,0777	-0,0732	0,0829	-0,1369
0,0112	0,0296	0,0385	0,0348	0,0581	0,0295	0,0655	0,0062	0,0783	-0,0732	0,0831	-0,1646
0,0148	0,0399	0,0387	0,0343	0,0604	0,0320	0,0662	0,0096	0,0783	-0,0784		
0,0151	0,0411	0,0411	0,0296	0,0608	0,0293	0,0673	0,0110	0,0786	-0,0988		
<b>Grau de preenchimento de 15% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s</b>											
<b>Experimental – Comprimento do tambor de 0,02 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0010	0,0827	0,0182	0,0827	0,0375	0,0708	0,0540	0,0531	0,0654	0,2482	0,0729	0,7120
0,0013	0,0816	0,0182	0,0827	0,0390	0,0708	0,0543	0,0401	0,0667	0,2480	0,0729	0,5361
0,0019	0,0945	0,0211	0,0754	0,0418	0,0677	0,0543	0,0548	0,0667	0,2856	0,0737	0,5848
0,0036	0,0911	0,0225	0,0866	0,0425	0,0620	0,0554	0,0429	0,0679	0,4619	0,0737	0,4371
0,0055	0,0862	0,0230	0,0787	0,0446	0,0652	0,0580	0,0215	0,0680	0,4619	0,0742	0,4785
0,0083	0,0797	0,0257	0,0708	0,0453	0,0674	0,0598	0,0736	0,0682	0,3542	0,0745	0,4940
0,0090	0,0754	0,0269	0,0787	0,0466	0,0635	0,0599	0,0770	0,0688	0,4309	0,0750	0,5072
0,0103	0,0869	0,0297	0,0741	0,0483	0,0621	0,0599	0,0311	0,0695	0,4108	0,0763	0,6115
0,0120	0,0827	0,0307	0,0779	0,0499	0,0593	0,0623	0,0791	0,0714	0,5010		
0,0130	0,0802	0,0322	0,0708	0,0500	0,0603	0,0623	0,0716	0,0716	0,7018		
0,0134	0,0842	0,0345	0,0638	0,0509	0,0484	0,0640	0,2000	0,0722	0,7514		
0,0173	0,0745	0,0362	0,0677	0,0518	0,0613	0,0650	0,1400	0,0726	0,5668		



Apêndice

**A9: Continuação...**

<b>Componente da velocidade na direção x</b>											
$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$	$r (m)$	$V_{px} (m/s)$
0,0010	0,0557	0,0182	0,0557	0,0375	0,0501	0,0540	0,0376	0,0654	-0,1670	0,0729	-0,4509
0,0013	0,0601	0,0182	0,0612	0,0390	0,0501	0,0543	0,0313	0,0667	-0,1753	0,0729	-0,4008
0,0019	0,0668	0,0211	0,0501	0,0418	0,0501	0,0543	0,0424	0,0667	-0,2254	0,0737	-0,4258
0,0036	0,0644	0,0225	0,0612	0,0425	0,0438	0,0554	0,0290	0,0679	-0,3006	0,0737	-0,3173
0,0055	0,0644	0,0230	0,0557	0,0446	0,0417	0,0580	-0,0087	0,0680	-0,3006	0,0742	-0,3256
0,0083	0,0564	0,0257	0,0501	0,0453	0,0501	0,0598	-0,0501	0,0682	-0,2505	0,0754	-0,4258
0,0090	0,0564	0,0269	0,0557	0,0466	0,0501	0,0599	-0,0501	0,0688	-0,2505	0,0754	-0,4759
0,0103	0,0557	0,0297	0,0547	0,0483	0,0417	0,0599	-0,0262	0,0695	-0,2505	0,0763	-0,3507
0,0120	0,0612	0,0307	0,0557	0,0499	0,0459	0,0623	-0,0612	0,0714	-0,4008		
0,0130	0,0501	0,0322	0,0501	0,0500	0,0451	0,0623	-0,0573	0,0716	-0,4008		
0,0134	0,0564	0,0345	0,0451	0,0509	0,0364	0,0640	-0,1503	0,0722	-0,4509		
0,0173	0,0501	0,0362	0,0501	0,0518	0,0410	0,0650	-0,1000	0,0726	-0,4008		
<b>Componente da velocidade na direção y</b>											
$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$	$r (m)$	$V_{py} (m/s)$
0,0010	0,0612	0,0182	0,0612	0,0375	0,0501	0,0540	0,0376	0,0654	-0,1837	0,0729	-0,5511
0,0013	0,0551	0,0182	0,0557	0,0390	0,0501	0,0543	0,0250	0,0667	-0,1753	0,0729	-0,5010
0,0019	0,0668	0,0211	0,0564	0,0418	0,0455	0,0543	0,0347	0,0667	-0,1753	0,0737	-0,4008
0,0036	0,0644	0,0225	0,0612	0,0425	0,0438	0,0554	0,0316	0,0679	-0,3006	0,0737	-0,3006
0,0055	0,0573	0,0230	0,0557	0,0446	0,0501	0,0580	-0,0196	0,0680	-0,3507	0,0742	-0,3507
0,0083	0,0564	0,0257	0,0501	0,0453	0,0451	0,0598	-0,0540	0,0682	-0,2505	0,0754	-0,3507
0,0090	0,0501	0,0269	0,0557	0,0466	0,0390	0,0599	-0,0584	0,0688	-0,3507	0,0754	-0,4509
0,0103	0,0668	0,0297	0,0501	0,0483	0,0459	0,0599	-0,0167	0,0695	-0,3256	0,0763	-0,5010
0,0120	0,0557	0,0307	0,0557	0,0499	0,0376	0,0623	-0,0501	0,0714	-0,3006		
0,0130	0,0626	0,0322	0,0501	0,0500	0,0401	0,0623	-0,0429	0,0716	-0,5761		
0,0134	0,0626	0,0345	0,0451	0,0509	0,0319	0,0640	-0,1400	0,0722	-0,6012		
0,0173	0,0551	0,0362	0,0455	0,0518	0,0455	0,0650	-0,1000	0,0726	-0,4008		

Apêndice

**A9: Continuação...**

<b>Grau de preenchimento de 15% e velocidade de rotação de 0,38 rad/s</b>											
<b>Simulado – Comprimento do tambor de 0,02 m</b>											
<b>Velocidade resultante</b>											
$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0002	0,0720	0,0013	0,0731	0,0034	0,0714	0,0053	0,0721	0,0067	0,0706	0,0086	0,0704
0,0009	0,0723	0,0013	0,0734	0,0034	0,0715	0,0058	0,0704	0,0069	0,0706	0,0089	0,0701
0,0013	0,0734	0,0013	0,0730	0,0034	0,0701	0,0059	0,0730	0,0070	0,0711	0,0091	0,0698
0,0013	0,0715	0,0015	0,0719	0,0037	0,0658	0,0059	0,0689	0,0073	0,0701	0,0094	0,0695
0,0013	0,0734	0,0023	0,0717	0,0037	0,0727	0,0059	0,0711	0,0074	0,0687	0,0095	0,0693
0,0013	0,0727	0,0024	0,0706	0,0040	0,0718	0,0060	0,0708	0,0078	0,0703	0,0095	0,0697
0,0013	0,0729	0,0030	0,0732	0,0044	0,0713	0,0062	0,0712	0,0079	0,0692	0,0098	0,0697
0,0013	0,0734	0,0033	0,0727	0,0047	0,0735	0,0063	0,0706	0,0079	0,0701	0,0101	0,0693
0,0013	0,0733	0,0033	0,0722	0,0048	0,0698	0,0067	0,0711	0,0080	0,0697	0,0106	0,0695
0,0013	0,0730	0,0034	0,0703	0,0051	0,0723	0,0067	0,0691	0,0085	0,0699	0,0106	0,0684
0,0108	0,0693	0,0163	0,0673	0,0210	0,0655	0,0265	0,0629	0,0315	0,0616	0,0365	0,0595
0,0109	0,0697	0,0163	0,0667	0,0213	0,0653	0,0265	0,0631	0,0315	0,0608	0,0367	0,0588
0,0111	0,0692	0,0163	0,0680	0,0216	0,0650	0,0266	0,0628	0,0316	0,0612	0,0370	0,0591
0,0112	0,0686	0,0165	0,0668	0,0216	0,0647	0,0268	0,0628	0,0317	0,0610	0,0372	0,0589
0,0112	0,0692	0,0166	0,0669	0,0216	0,0652	0,0269	0,0633	0,0321	0,0613	0,0376	0,0592
0,0119	0,0682	0,0166	0,0667	0,0221	0,0652	0,0276	0,0624	0,0322	0,0607	0,0376	0,0590
0,0120	0,0686	0,0172	0,0669	0,0222	0,0648	0,0276	0,0624	0,0323	0,0606	0,0377	0,0593
0,0120	0,0684	0,0174	0,0669	0,0222	0,0648	0,0276	0,0627	0,0323	0,0608	0,0377	0,0591
0,0122	0,0682	0,0175	0,0660	0,0225	0,0646	0,0277	0,0630	0,0327	0,0611	0,0378	0,0586
0,0128	0,0683	0,0176	0,0665	0,0225	0,0650	0,0284	0,0623	0,0327	0,0606	0,0381	0,0586
0,0129	0,0686	0,0177	0,0663	0,0227	0,0647	0,0286	0,0621	0,0328	0,0603	0,0382	0,0589
0,0129	0,0679	0,0178	0,0667	0,0230	0,0647	0,0289	0,0625	0,0329	0,0606	0,0383	0,0580
0,0129	0,0687	0,0179	0,0663	0,0234	0,0642	0,0289	0,0621	0,0332	0,0609	0,0385	0,0588
0,0131	0,0679	0,0180	0,0664	0,0235	0,0642	0,0289	0,0620	0,0335	0,0603	0,0389	0,0581
0,0132	0,0676	0,0185	0,0663	0,0237	0,0641	0,0291	0,0625	0,0339	0,0605	0,0389	0,0582
0,0133	0,0687	0,0187	0,0664	0,0239	0,0638	0,0291	0,0620	0,0342	0,0589	0,0391	0,0584

## Apêndice

### A9: Continuação...

$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0138	0,0674	0,0188	0,0660	0,0239	0,0642	0,0291	0,0625	0,0345	0,0605	0,0392	0,0586
0,0139	0,0680	0,0191	0,0663	0,0243	0,0633	0,0291	0,0624	0,0346	0,0599	0,0396	0,0579
0,0140	0,0660	0,0194	0,0650	0,0245	0,0638	0,0294	0,0617	0,0346	0,0599	0,0397	0,0580
0,0141	0,0680	0,0195	0,0661	0,0246	0,0637	0,0297	0,0623	0,0347	0,0597	0,0397	0,0582
0,0145	0,0672	0,0197	0,0658	0,0247	0,0640	0,0298	0,0622	0,0349	0,0598	0,0401	0,0578
0,0146	0,0678	0,0198	0,0660	0,0250	0,0640	0,0299	0,0617	0,0350	0,0595	0,0401	0,0576
0,0148	0,0678	0,0201	0,0650	0,0252	0,0637	0,0301	0,0615	0,0351	0,0594	0,0401	0,0583
0,0149	0,0677	0,0201	0,0657	0,0252	0,0638	0,0302	0,0616	0,0354	0,0596	0,0402	0,0577
0,0149	0,0677	0,0203	0,0652	0,0263	0,0632	0,0304	0,0618	0,0355	0,0595	0,0405	0,0582
0,0155	0,0668	0,0206	0,0656	0,0263	0,0634	0,0306	0,0613	0,0356	0,0598	0,0407	0,0577
0,0156	0,0674	0,0207	0,0651	0,0264	0,0631	0,0307	0,0612	0,0356	0,0596	0,0408	0,0579
0,0158	0,0673	0,0208	0,0654	0,0265	0,0634	0,0308	0,0613	0,0362	0,0595	0,0410	0,0576
0,0158	0,0673	0,0208	0,0657	0,0265	0,0632	0,0312	0,0617	0,0365	0,0591	0,0410	0,0580
0,0412	0,0576	0,0460	0,0562	0,0504	0,0534	0,0553	0,0460	0,0604	0,0262	0,0655	0,0326
0,0412	0,0575	0,0462	0,0551	0,0506	0,0531	0,0554	0,0516	0,0605	0,0131	0,0656	0,0615
0,0416	0,0572	0,0462	0,0557	0,0509	0,0530	0,0556	0,0495	0,0608	0,0238	0,0662	0,0726
0,0417	0,0576	0,0463	0,0557	0,0509	0,0539	0,0557	0,0468	0,0610	0,0251	0,0664	0,0191
0,0420	0,0574	0,0464	0,0559	0,0511	0,0536	0,0558	0,0459	0,0613	0,0268	0,0665	0,0569
0,0421	0,0569	0,0464	0,0555	0,0511	0,0540	0,0562	0,0479	0,0613	0,0169	0,0667	0,0342
0,0427	0,0567	0,0466	0,0553	0,0512	0,0531	0,0568	0,0515	0,0614	0,0387	0,0668	0,0353
0,0430	0,0553	0,0468	0,0556	0,0512	0,0538	0,0569	0,0488	0,0616	0,0337	0,0672	0,0411
0,0430	0,0571	0,0468	0,0553	0,0516	0,0529	0,0571	0,0492	0,0617	0,0475	0,0673	0,1106
0,0431	0,0569	0,0472	0,0551	0,0521	0,0503	0,0571	0,0472	0,0618	0,0332	0,0675	0,1075
0,0432	0,0571	0,0474	0,0552	0,0522	0,0527	0,0572	0,0482	0,0618	0,0115	0,0677	0,0426
0,0432	0,0568	0,0475	0,0550	0,0523	0,0514	0,0573	0,0469	0,0622	0,0314	0,0678	0,1927
0,0433	0,0567	0,0476	0,0555	0,0527	0,0521	0,0574	0,0433	0,0626	0,0384	0,0681	0,1025
0,0435	0,0565	0,0480	0,0538	0,0529	0,0520	0,0574	0,0372	0,0628	0,0270	0,0682	0,0457
0,0438	0,0569	0,0480	0,0536	0,0529	0,0528	0,0575	0,0445	0,0629	0,0327	0,0683	0,0545
0,0438	0,0562	0,0480	0,0552	0,0530	0,0527	0,0576	0,0425	0,0631	0,0241	0,0685	0,0947

Apêndice

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)	$r$ (m)	$V_p$ (m/s)
0,0439	0,0567	0,0482	0,0545	0,0531	0,0512	0,0577	0,0515	0,0632	0,0260	0,0688	0,0833
0,0439	0,0568	0,0485	0,0543	0,0533	0,0478	0,0580	0,0474	0,0632	0,0352	0,0688	0,1193
0,0441	0,0565	0,0485	0,0546	0,0533	0,0530	0,0580	0,0422	0,0635	0,0500	0,0692	0,1062
0,0443	0,0565	0,0486	0,0545	0,0534	0,0527	0,0582	0,0453	0,0638	0,0026	0,0694	0,1073
0,0446	0,0561	0,0488	0,0549	0,0534	0,0519	0,0584	0,0435	0,0639	0,0298	0,0694	0,0580
0,0447	0,0560	0,0489	0,0548	0,0536	0,0515	0,0590	0,0459	0,0644	0,0446	0,0695	0,1774
0,0448	0,0565	0,0491	0,0537	0,0537	0,0490	0,0593	0,0367	0,0644	0,0643	0,0697	0,2069
0,0451	0,0560	0,0497	0,0532	0,0541	0,0519	0,0593	0,0396	0,0645	0,0045	0,0698	0,0822
0,0451	0,0563	0,0499	0,0542	0,0544	0,0477	0,0596	0,0389	0,0647	0,0385	0,0701	0,0830
0,0454	0,0560	0,0500	0,0541	0,0549	0,0491	0,0597	0,0386	0,0648	0,0286	0,0704	0,1279
0,0454	0,0563	0,0501	0,0537	0,0549	0,0498	0,0599	0,0251	0,0649	0,0175	0,0705	0,2709
0,0456	0,0542	0,0503	0,0531	0,0551	0,0511	0,0602	0,0348	0,0653	0,0643	0,0705	0,1168
0,0459	0,0559	0,0504	0,0537	0,0553	0,0485	0,0604	0,0307	0,0654	0,0675	0,0706	0,1714
0,0706	0,1480	0,0717	0,3573	0,0730	0,2312	0,0745	0,4954	0,0757	0,5221	0,0783	0,7004
0,0708	0,1388	0,0717	0,3568	0,0732	0,1807	0,0749	0,4305	0,0765	0,7753	0,0786	0,4685
0,0711	0,1892	0,0719	0,1808	0,0732	0,3371	0,0750	0,3415	0,0767	0,5134	0,0788	0,4994
0,0712	0,2854	0,0723	0,2387	0,0734	0,2996	0,0752	0,5429	0,0771	0,4246		
0,0714	0,1994	0,0724	0,2704	0,0736	0,3812	0,0752	0,5444	0,0772	0,4751		
0,0717	0,3296	0,0725	0,2315	0,0740	0,4046	0,0755	0,5925	0,0783	0,6672		
<b>Componente da velocidade na direção x</b>											
$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0002	0,0489	0,0034	0,0538	0,0070	0,0534	0,0112	0,0484	0,0149	0,0509	0,0188	0,0498
0,0009	0,0525	0,0034	0,0466	0,0073	0,0533	0,0112	0,0522	0,0155	0,0506	0,0191	0,0500
0,0013	0,0551	0,0037	0,0385	0,0074	0,0501	0,0119	0,0486	0,0156	0,0507	0,0194	0,0465
0,0013	0,0536	0,0037	0,0543	0,0078	0,0513	0,0120	0,0514	0,0158	0,0504	0,0195	0,0498
0,0013	0,0551	0,0040	0,0548	0,0079	0,0486	0,0120	0,0487	0,0158	0,0504	0,0197	0,0496
0,0013	0,0545	0,0044	0,0536	0,0079	0,0527	0,0122	0,0515	0,0163	0,0509	0,0198	0,0499
0,0013	0,0547	0,0047	0,0552	0,0080	0,0521	0,0128	0,0512	0,0163	0,0498	0,0201	0,0492
0,0013	0,0551	0,0048	0,0468	0,0085	0,0513	0,0129	0,0516	0,0163	0,0511	0,0201	0,0494

# Apêndice

## A9: Continuação...

$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0013	0,0550	0,0051	0,0539	0,0086	0,0528	0,0129	0,0482	0,0165	0,0473	0,0203	0,0491
0,0013	0,0548	0,0053	0,0544	0,0089	0,0524	0,0129	0,0520	0,0166	0,0479	0,0206	0,0495
0,0013	0,0548	0,0058	0,0498	0,0091	0,0524	0,0131	0,0518	0,0166	0,0475	0,0207	0,0462
0,0013	0,0550	0,0059	0,0494	0,0094	0,0529	0,0132	0,0502	0,0172	0,0501	0,0208	0,0494
0,0013	0,0545	0,0059	0,0542	0,0095	0,0530	0,0133	0,0516	0,0174	0,0502	0,0208	0,0500
0,0015	0,0518	0,0059	0,0535	0,0095	0,0501	0,0138	0,0509	0,0175	0,0500	0,0210	0,0494
0,0023	0,0483	0,0060	0,0530	0,0098	0,0520	0,0139	0,0512	0,0176	0,0502	0,0213	0,0491
0,0024	0,0490	0,0062	0,0540	0,0101	0,0528	0,0140	0,0474	0,0177	0,0504	0,0216	0,0492
0,0030	0,0550	0,0063	0,0515	0,0106	0,0521	0,0141	0,0513	0,0178	0,0504	0,0216	0,0488
0,0033	0,0544	0,0067	0,0529	0,0106	0,0508	0,0145	0,0511	0,0179	0,0501	0,0216	0,0490
0,0033	0,0542	0,0067	0,0525	0,0108	0,0520	0,0146	0,0487	0,0180	0,0498	0,0221	0,0491
0,0034	0,0538	0,0067	0,0530	0,0109	0,0528	0,0148	0,0514	0,0185	0,0499	0,0222	0,0485
0,0034	0,0532	0,0069	0,0531	0,0111	0,0522	0,0149	0,0511	0,0187	0,0502	0,0222	0,0460
0,0225	0,0484	0,0277	0,0474	0,0327	0,0459	0,0378	0,0440	0,0430	0,0432	0,0468	0,0420
0,0225	0,0487	0,0284	0,0471	0,0327	0,0456	0,0381	0,0445	0,0431	0,0429	0,0472	0,0416
0,0227	0,0491	0,0286	0,0467	0,0328	0,0457	0,0382	0,0420	0,0432	0,0406	0,0474	0,0432
0,0230	0,0489	0,0289	0,0468	0,0329	0,0458	0,0383	0,0416	0,0432	0,0429	0,0475	0,0417
0,0234	0,0485	0,0289	0,0467	0,0332	0,0460	0,0385	0,0443	0,0433	0,0427	0,0476	0,0416
0,0235	0,0484	0,0289	0,0442	0,0335	0,0433	0,0389	0,0437	0,0435	0,0427	0,0480	0,0386
0,0237	0,0484	0,0291	0,0469	0,0339	0,0455	0,0389	0,0440	0,0438	0,0403	0,0480	0,0405
0,0239	0,0456	0,0291	0,0442	0,0342	0,0424	0,0391	0,0442	0,0438	0,0426	0,0480	0,0416
0,0239	0,0480	0,0291	0,0471	0,0345	0,0458	0,0392	0,0445	0,0439	0,0429	0,0482	0,0413
0,0243	0,0453	0,0291	0,0469	0,0346	0,0454	0,0396	0,0438	0,0439	0,0428	0,0485	0,0408
0,0245	0,0454	0,0294	0,0443	0,0346	0,0452	0,0397	0,0411	0,0441	0,0425	0,0485	0,0415
0,0246	0,0475	0,0297	0,0468	0,0347	0,0450	0,0397	0,0439	0,0443	0,0428	0,0486	0,0412
0,0247	0,0483	0,0298	0,0468	0,0349	0,0453	0,0401	0,0438	0,0446	0,0426	0,0488	0,0415
0,0250	0,0483	0,0299	0,0464	0,0350	0,0449	0,0401	0,0439	0,0447	0,0421	0,0489	0,0390
0,0252	0,0484	0,0301	0,0466	0,0351	0,0422	0,0401	0,0438	0,0448	0,0425	0,0491	0,0399
0,0252	0,0482	0,0302	0,0465	0,0354	0,0450	0,0402	0,0435	0,0451	0,0425	0,0497	0,0419

Apêndice

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0263	0,0477	0,0304	0,0467	0,0355	0,0448	0,0405	0,0440	0,0451	0,0424	0,0499	0,0408
0,0263	0,0480	0,0306	0,0460	0,0356	0,0453	0,0407	0,0436	0,0454	0,0436	0,0500	0,0410
0,0264	0,0474	0,0307	0,0463	0,0356	0,0448	0,0408	0,0412	0,0454	0,0425	0,0501	0,0410
0,0265	0,0476	0,0308	0,0463	0,0362	0,0425	0,0410	0,0438	0,0456	0,0390	0,0503	0,0401
0,0265	0,0477	0,0312	0,0464	0,0365	0,0449	0,0410	0,0438	0,0459	0,0423	0,0504	0,0382
0,0265	0,0475	0,0315	0,0465	0,0365	0,0449	0,0412	0,0436	0,0460	0,0425	0,0504	0,0408
0,0265	0,0447	0,0315	0,0436	0,0367	0,0420	0,0412	0,0433	0,0462	0,0415	0,0506	0,0397
0,0266	0,0449	0,0316	0,0435	0,0370	0,0448	0,0416	0,0434	0,0462	0,0385	0,0509	0,0403
0,0268	0,0473	0,0317	0,0461	0,0372	0,0445	0,0417	0,0408	0,0463	0,0423	0,0509	0,0409
0,0269	0,0477	0,0321	0,0462	0,0376	0,0447	0,0420	0,0430	0,0464	0,0398	0,0511	0,0403
0,0276	0,0471	0,0322	0,0460	0,0376	0,0446	0,0421	0,0434	0,0464	0,0421	0,0511	0,0400
0,0276	0,0447	0,0323	0,0435	0,0377	0,0447	0,0427	0,0427	0,0466	0,0416	0,0512	0,0412
0,0276	0,0474	0,0323	0,0460	0,0377	0,0443	0,0430	0,0402	0,0468	0,0420	0,0512	0,0386
0,0516	0,0403	0,0557	0,0366	0,0602	0,0260	0,0644	-0,0364	0,0688	-0,1187	0,0730	-0,1468
0,0521	0,0385	0,0558	0,0345	0,0604	0,0200	0,0645	-0,0028	0,0692	-0,0513	0,0732	-0,1520
0,0522	0,0391	0,0562	0,0373	0,0604	0,0203	0,0647	-0,0316	0,0694	-0,0994	0,0732	-0,2139
0,0523	0,0403	0,0568	0,0394	0,0605	-0,0071	0,0648	0,0107	0,0694	-0,0538	0,0734	-0,2223
0,0527	0,0381	0,0569	0,0385	0,0608	0,0238	0,0649	0,0107	0,0695	-0,1352	0,0736	-0,3007
0,0529	0,0391	0,0571	0,0399	0,0610	0,0240	0,0653	-0,0373	0,0697	-0,1080	0,0740	-0,3336
0,0529	0,0411	0,0571	0,0342	0,0613	0,0241	0,0654	-0,0147	0,0698	-0,0539	0,0745	-0,3070
0,0530	0,0391	0,0572	0,0354	0,0613	0,0082	0,0655	0,0186	0,0701	-0,0530	0,0749	-0,2823
0,0531	0,0386	0,0573	0,0328	0,0614	0,0271	0,0656	-0,0264	0,0704	-0,1047	0,0750	-0,2109
0,0533	0,0353	0,0574	0,0344	0,0616	0,0317	0,0662	-0,0624	0,0705	-0,1261	0,0752	-0,3540
0,0533	0,0381	0,0574	0,0192	0,0617	0,0434	0,0664	-0,0144	0,0705	-0,1166	0,0752	-0,3573
0,0534	0,0398	0,0575	0,0314	0,0618	0,0262	0,0665	-0,0498	0,0706	-0,1353	0,0755	-0,4045
0,0534	0,0393	0,0576	0,0287	0,0618	0,0016	0,0667	0,0166	0,0706	-0,0979	0,0757	-0,3368
0,0536	0,0393	0,0577	0,0389	0,0622	0,0269	0,0668	-0,0304	0,0708	-0,1372	0,0765	-0,4634
0,0537	0,0367	0,0580	0,0345	0,0626	-0,0216	0,0672	-0,0395	0,0711	-0,1438	0,0767	-0,3867
0,0541	0,0408	0,0580	0,0312	0,0628	0,0136	0,0673	-0,0618	0,0712	-0,2193	0,0771	-0,3264

Apêndice

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{px}$ (m/s)
0,0544	0,0357	0,0582	0,0354	0,0629	0,0320	0,0675	-0,0379	0,0714	-0,1372	0,0772	-0,3173
0,0549	0,0368	0,0584	0,0327	0,0631	0,0152	0,0677	-0,0421	0,0717	-0,2684	0,0783	-0,4893
0,0549	0,0392	0,0590	0,0344	0,0632	0,0171	0,0678	-0,0893	0,0717	-0,2326	0,0783	-0,4998
0,0551	0,0373	0,0593	0,0326	0,0632	0,0022	0,0681	-0,1002	0,0717	-0,2025	0,0786	-0,3650
0,0553	0,0354	0,0593	0,0283	0,0635	0,0216	0,0682	-0,0456	0,0719	-0,1144	0,0788	-0,3926
0,0553	0,0334	0,0596	0,0263	0,0638	0,0019	0,0683	-0,0507	0,0723	-0,2096		
0,0554	0,0394	0,0597	0,0233	0,0639	0,0259	0,0685	-0,0932	0,0724	-0,1754		
0,0556	0,0358	0,0599	0,0158	0,0644	0,0282	0,0688	-0,0535	0,0725	-0,1890		
Componente da velocidade na direção y											
$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0002	0,0529	0,0013	0,0473	0,0013	0,0482	0,0013	0,0483	0,0013	0,0486	0,0024	0,0508
0,0009	0,0497	0,0013	0,0486	0,0013	0,0485	0,0013	0,0485	0,0015	0,0499	0,0030	0,0483
0,0013	0,0486	0,0013	0,0481	0,0013	0,0485	0,0013	0,0485	0,0023	0,0530	0,0033	0,0482
0,0033	0,0477	0,0079	0,0463	0,0138	0,0442	0,0188	0,0433	0,0239	0,0426	0,0291	0,0412
0,0034	0,0454	0,0080	0,0462	0,0139	0,0448	0,0191	0,0435	0,0243	0,0442	0,0291	0,0411
0,0034	0,0477	0,0085	0,0474	0,0140	0,0459	0,0194	0,0454	0,0245	0,0449	0,0294	0,0430
0,0034	0,0471	0,0086	0,0467	0,0141	0,0447	0,0195	0,0434	0,0246	0,0423	0,0297	0,0411
0,0034	0,0523	0,0089	0,0465	0,0145	0,0437	0,0197	0,0432	0,0247	0,0419	0,0298	0,0409
0,0037	0,0534	0,0091	0,0460	0,0146	0,0471	0,0198	0,0431	0,0250	0,0420	0,0299	0,0406
0,0037	0,0483	0,0094	0,0452	0,0148	0,0442	0,0201	0,0426	0,0252	0,0414	0,0301	0,0401
0,0040	0,0463	0,0095	0,0447	0,0149	0,0444	0,0201	0,0433	0,0252	0,0419	0,0302	0,0404
0,0044	0,0471	0,0095	0,0485	0,0149	0,0447	0,0203	0,0428	0,0263	0,0415	0,0304	0,0405
0,0047	0,0485	0,0098	0,0464	0,0155	0,0437	0,0206	0,0431	0,0263	0,0415	0,0306	0,0405
0,0048	0,0518	0,0101	0,0449	0,0156	0,0444	0,0207	0,0458	0,0264	0,0416	0,0307	0,0400
0,0051	0,0482	0,0106	0,0460	0,0158	0,0446	0,0208	0,0428	0,0265	0,0418	0,0308	0,0402
0,0053	0,0473	0,0106	0,0458	0,0158	0,0446	0,0208	0,0426	0,0265	0,0415	0,0312	0,0406
0,0058	0,0498	0,0108	0,0459	0,0163	0,0440	0,0210	0,0431	0,0265	0,0412	0,0315	0,0404
0,0059	0,0538	0,0109	0,0454	0,0163	0,0443	0,0213	0,0431	0,0265	0,0445	0,0315	0,0424
0,0059	0,0425	0,0111	0,0454	0,0163	0,0448	0,0216	0,0425	0,0266	0,0439	0,0316	0,0430

# Apêndice

## A9: Continuação...

$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0059	0,0469	0,0112	0,0486	0,0165	0,0471	0,0216	0,0424	0,0268	0,0413	0,0317	0,0399
0,0060	0,0470	0,0112	0,0455	0,0166	0,0467	0,0216	0,0430	0,0269	0,0416	0,0321	0,0403
0,0062	0,0464	0,0119	0,0478	0,0166	0,0469	0,0221	0,0429	0,0276	0,0409	0,0322	0,0396
0,0063	0,0483	0,0120	0,0455	0,0172	0,0444	0,0222	0,0429	0,0276	0,0435	0,0323	0,0422
0,0067	0,0475	0,0120	0,0481	0,0174	0,0443	0,0222	0,0456	0,0276	0,0411	0,0323	0,0399
0,0067	0,0450	0,0122	0,0447	0,0175	0,0431	0,0225	0,0429	0,0277	0,0416	0,0327	0,0403
0,0067	0,0466	0,0128	0,0452	0,0176	0,0437	0,0225	0,0430	0,0284	0,0408	0,0327	0,0399
0,0069	0,0466	0,0129	0,0452	0,0177	0,0431	0,0227	0,0422	0,0286	0,0410	0,0328	0,0393
0,0070	0,0469	0,0129	0,0478	0,0178	0,0437	0,0230	0,0424	0,0289	0,0414	0,0329	0,0397
0,0073	0,0456	0,0129	0,0449	0,0179	0,0434	0,0234	0,0421	0,0289	0,0408	0,0332	0,0399
0,0074	0,0469	0,0131	0,0439	0,0180	0,0439	0,0235	0,0422	0,0289	0,0434	0,0335	0,0419
0,0078	0,0481	0,0132	0,0454	0,0185	0,0437	0,0237	0,0420	0,0291	0,0412	0,0339	0,0398
0,0079	0,0492	0,0133	0,0454	0,0187	0,0436	0,0239	0,0447	0,0291	0,0435	0,0342	0,0408
0,0345	0,0396	0,0392	0,0382	0,0439	0,0371	0,0482	0,0357	0,0531	0,0336	0,0577	0,0338
0,0346	0,0391	0,0396	0,0379	0,0439	0,0373	0,0485	0,0358	0,0533	0,0321	0,0580	0,0325
0,0346	0,0393	0,0397	0,0409	0,0441	0,0372	0,0485	0,0355	0,0533	0,0368	0,0580	0,0284
0,0347	0,0393	0,0397	0,0383	0,0443	0,0368	0,0486	0,0357	0,0534	0,0346	0,0582	0,0283
0,0349	0,0391	0,0401	0,0377	0,0446	0,0366	0,0488	0,0359	0,0534	0,0338	0,0584	0,0286
0,0350	0,0390	0,0401	0,0373	0,0447	0,0369	0,0489	0,0384	0,0536	0,0333	0,0590	0,0304
0,0351	0,0419	0,0401	0,0385	0,0448	0,0372	0,0491	0,0360	0,0537	0,0325	0,0593	0,0170
0,0354	0,0391	0,0402	0,0379	0,0451	0,0365	0,0497	0,0328	0,0541	0,0320	0,0593	0,0277
0,0355	0,0392	0,0405	0,0381	0,0451	0,0369	0,0499	0,0356	0,0544	0,0316	0,0596	0,0286
0,0356	0,0391	0,0407	0,0378	0,0454	0,0351	0,0500	0,0353	0,0549	0,0325	0,0597	0,0308
0,0356	0,0393	0,0408	0,0408	0,0454	0,0369	0,0501	0,0347	0,0549	0,0306	0,0599	0,0195
0,0362	0,0416	0,0410	0,0374	0,0456	0,0377	0,0503	0,0348	0,0551	0,0349	0,0602	0,0231
0,0365	0,0385	0,0410	0,0379	0,0459	0,0365	0,0504	0,0377	0,0553	0,0332	0,0604	0,0233
0,0365	0,0390	0,0412	0,0377	0,0460	0,0367	0,0504	0,0345	0,0553	0,0317	0,0604	0,0166
0,0367	0,0412	0,0412	0,0378	0,0462	0,0363	0,0506	0,0354	0,0554	0,0333	0,0605	0,0110
0,0370	0,0385	0,0416	0,0373	0,0462	0,0403	0,0509	0,0344	0,0556	0,0341	0,0608	-0,0002



Apêndice

**A9: Continuação...**

$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)	$r$ (m)	$V_{py}$ (m/s)
0,0372	0,0386	0,0417	0,0406	0,0463	0,0363	0,0509	0,0351	0,0557	0,0292	0,0610	-0,0072
0,0376	0,0389	0,0420	0,0380	0,0464	0,0392	0,0511	0,0353	0,0558	0,0303	0,0613	0,0119
0,0376	0,0386	0,0421	0,0368	0,0464	0,0362	0,0511	0,0362	0,0562	0,0300	0,0613	0,0147
0,0377	0,0389	0,0427	0,0373	0,0466	0,0364	0,0512	0,0335	0,0568	0,0332	0,0614	0,0276
0,0377	0,0390	0,0430	0,0381	0,0468	0,0365	0,0512	0,0375	0,0569	0,0300	0,0616	0,0113
0,0378	0,0387	0,0430	0,0373	0,0468	0,0359	0,0516	0,0343	0,0571	0,0288	0,0617	0,0192
0,0381	0,0382	0,0431	0,0373	0,0472	0,0361	0,0521	0,0323	0,0571	0,0326	0,0618	0,0204
0,0382	0,0413	0,0432	0,0401	0,0474	0,0345	0,0522	0,0352	0,0572	0,0327	0,0618	0,0114
0,0383	0,0404	0,0432	0,0373	0,0475	0,0360	0,0523	0,0319	0,0573	0,0334	0,0622	0,0161
0,0385	0,0386	0,0433	0,0373	0,0476	0,0367	0,0527	0,0355	0,0574	0,0264	0,0626	0,0317
0,0389	0,0383	0,0435	0,0370	0,0480	0,0375	0,0529	0,0343	0,0574	0,0318	0,0628	0,0233
0,0389	0,0380	0,0438	0,0402	0,0480	0,0351	0,0529	0,0332	0,0575	0,0315	0,0629	0,0068
0,0391	0,0381	0,0438	0,0365	0,0480	0,0362	0,0530	0,0353	0,0576	0,0313	0,0631	0,0187
0,0632	0,0197	0,0655	0,0268	0,0682	-0,0023	0,0705	-0,2398	0,0724	-0,2057	0,0755	-0,4330
0,0632	-0,0351	0,0656	-0,0556	0,0683	-0,0199	0,0705	0,0068	0,0725	-0,1338	0,0757	-0,3989
0,0635	0,0450	0,0662	-0,0372	0,0685	-0,0170	0,0706	-0,1051	0,0730	-0,1786	0,0765	-0,6215
0,0638	-0,0018	0,0664	-0,0126	0,0688	-0,0638	0,0706	-0,1109	0,0732	-0,0977	0,0767	-0,3378
0,0639	0,0147	0,0665	0,0275	0,0688	0,0114	0,0708	-0,0212	0,0732	-0,2605	0,0771	-0,2715
0,0644	0,0346	0,0667	0,0299	0,0692	-0,0930	0,0711	-0,1229	0,0734	-0,2009	0,0772	-0,3537
0,0644	-0,0530	0,0668	-0,0178	0,0694	-0,0404	0,0712	-0,1825	0,0736	-0,2343	0,0783	-0,4537
0,0645	-0,0035	0,0672	-0,0113	0,0694	-0,0218	0,0714	-0,1447	0,0740	-0,2289	0,0783	-0,4907
0,0647	0,0220	0,0673	-0,0917	0,0695	-0,1148	0,0717	-0,1912	0,0745	-0,3888	0,0786	-0,2938
0,0648	-0,0265	0,0675	-0,1006	0,0697	-0,1765	0,0717	-0,2712	0,0749	-0,3250	0,0788	-0,3086
0,0649	0,0139	0,0677	0,0066	0,0698	-0,0620	0,0717	-0,2937	0,0750	-0,2685		
0,0653	-0,0524	0,0678	-0,1707	0,0701	-0,0639	0,0719	-0,1401	0,0752	-0,4116		
0,0654	-0,0659	0,0681	-0,0216	0,0704	-0,0735	0,0723	-0,1143	0,0752	-0,4108		

---

---

## APÊNDICE B

---

Artigos oriundos da tese publicados em periódicos  
internacionais



# Experimental and CFD study of the hydrodynamic behavior in a rotating drum



D.A. Santos, I.J. Petri, C.R. Duarte, M.A.S. Barrozo \*

*School of Chemical Engineering, Federal University of Uberlândia, Bloco K, Campus Santa Mônica, 38400–902, Uberlândia, MG, Brazil*

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 14 May 2013

Received in revised form 19 September 2013

Accepted 2 October 2013

Available online 10 October 2013

### Keywords:

Flow regimes

Particle velocity

Granular viscosity

Frictional model

## ABSTRACT

In this work the particle dynamic behavior in a rotating drum under different operating conditions has been analyzed based on experimental results and simulations. The Eulerian–Eulerian multiphase model with the kinetic theory of granular flow was used in the simulations. In order to evaluate the simulation results, different solid flow regimes and velocity distributions of the particulate phase were compared with experimental data. The experimental particle velocity distribution was obtained by using a high-speed video camera technique. The numerical simulation has contributed to understanding the main particle dynamics phenomenon present in rotating drums.

© 2013 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction

Rotating drums are used in many industrial processes as mixers, dryers, granulators and reactors for processing granular materials. As a result, granular behaviour in rotating drums has attracted numerous research efforts from both engineering and physics communities over the past few decades [1–5]. However, the mechanisms of solids movement in rotating drums are still not completely understood. Knowledge of the solids flow pattern in rotating drums is essential to their design, because the particles' trajectories must meet process requirements.

Mellman [6] presents an overview of the forms and transition behavior of the transverse motion of bed materials in rotating drums. Different regimes of solids motion in a rotating drum have been identified as the rotational speed increases: sliding, surging, slumping, rolling, cascading, cataracting and centrifuging.

In the rolling mode, bed material can be divided into two distinct regions: passive and active. In the passive layer the particles are carried upward by the drum wall like a rigid body whereas in the active layer particles flow down the sloping upper bed surface. So, the entire mixing mechanism takes place in the active layer [7].

Many experimental studies have been conducted on rotating drums [8–11]. However, most of these studies have investigated drums operated only in or close to the rolling mode, which is not enough to validate mathematical models. Among many other variables, the measurement of particle velocity distribution at mid-chord of the bed material surface in the rotating drum is of fundamental importance to determine the magnitude of the active layer.

Ding et al. [12] employed the positron emission particle tracking (PEPT) to follow particle trajectory and velocity. However, according to Huang et al. [13], these experimental methods are limited in the size of observation, and applicable only for radioactive powders, not readily for ordinary granular flow studies.

Boateng and Barr [4] used optical fiber probes to measure mean particle velocities both within the bed and at the bed surface. Since this is an intrusive technique, it causes perturbations and consequent large measurement errors.

Based on the work developed by Duarte et al. [14] in spouted beds, the present authors suggest the use of a non-intrusive technique, which is composed by a high-speed video camera, in order to measure particle velocity in a rotating drum.

Nowadays, with the great development of the computational area, as regards the improvement of data processing and storage, the CFD (Computational Fluid Dynamics) technique has become a very useful tool in order to obtain detailed information about flow phenomena. Studies of numerical simulation by CFD technique have become popular in the field of gas–solid flow, in several applications [15–19]. Otherwise, this great technological advantage contrasts with the scarce of experimental data, which are of fundamental importance to validate mathematical models [20].

The two approaches commonly used in the simulation of particle dynamics in rotating drums are the Euler–Euler and Lagrange. In the Lagrange approach or Discrete Element Method (DEM), the forces acting on every particle in the system are calculated based on certain particle–particle interaction laws. On the other side, the DEM has a fatal problem, that is, the number of calculated particles is restricted due to the excessive calculation cost.

Yang et al. [21] investigated the granular flow dynamics in different regimes using the discrete element method. By varying the rotation

\* Corresponding author. Fax: +55 34 32394188.

E-mail address: [masbarrozo@ufu.br](mailto:masbarrozo@ufu.br) (M.A.S. Barrozo).

speed and particle–wall sliding friction over a wide range, six flow regimes were produced. The macroscopic and microscopic behaviour of the particle flow were systematically analyzed. Many other researchers have adopted this kind of approach in the simulations of rotating drums [22–31].

In the Euler–Euler approach, the different phases are treated mathematically as interpenetrating continua. Since the volume of a phase cannot be occupied by the other phases, the concept of phasic volume fraction is introduced. These volume fractions are assumed to be continuous functions of space and time and their sum is equal to one.

Few reports have dealt with the fluid dynamic study of rotating drums using an Eulerian multiphase model [13,32,33]. Although DEM simulations provide microscopic information at particle level, Euler–Euler simulations require less computational time and are preferred for large scale granular flow modeling [13].

The prediction of the solids flow pattern in rotating drums is of primary importance to their design and applicability. So, the present work embodies an experimental campaign which was mounted for the purpose of obtaining direct measurement of the main variable related to granular flows, i.e. the particle velocity, by means of a non intrusive technique (high speed video camera), in rotating drums. The primary object was to provide guidance in the selection of constitutive relations which might enable granular flow modeling for rotating drums using the Eulerian approach.

## 2. Experimental setup

The experimental apparatus used in this work was composed by a drum and the associated driving and controlling unit. The cylindrical part was constructed with acrylic, while the two end plates were made from transparent glass to ease the flow pattern observations. Since the two end plates of the drum were made of transparent glass, which has low friction coefficient, the friction effect on the particle dynamics near the ends of the drum can be considered of minor importance. So, as observed experimentally under the conditions investigated in the present work, the velocities observed at one end of the drum can be considered, approximately, the same as that at the middle of the drum. The drum was 19.5 cm in inner diameter and 50 cm in length. The inside wall of the drum was coated with a layer of rough material to prevent slippage between the bed material and the drum wall (no-slip condition). Rotation speed of the drum was measured by non-contact laser tachometer. A frequency inverter was used to control the motor speed.

Particles for the current study were glass beads of 1.09 mm and 3.68 mm in mean diameters and a density of 2460 kg/m<sup>3</sup>. For these particles the loosely packed voidage was found to be 0.37. The fill levels of 18.81% and 31.40% were used for each particle diameter. The drum rotational speed was set at 1.45 rad/s, 4.08 rad/s, 8.91 rad/s and 16.4 rad/s to allow generation of four different regimes of solids motion: rolling, cascading, cataracting and centrifuging.

In order to measure the particle velocity, images of the transverse plane of the material bed were recorded using a high-speed video camera (maximum speed of 2000 frames per second). After recording, particle paths were observed and their velocity measured by the distance traveled and the respective number of frames. This procedure was used at mid-chord of the bed material surface in the rotating drum operated in the rolling regime with fill level of 18.81% and drum rotational speeds of 1.45 rad/s, 2.31 rad/s and 3.14 rad/s.

## 3. CFD simulations

### 3.1. Description of the model

A multiphase flow arises when the average motion of one material is essentially different from that of another. Thus, to model a multiphase flow, it's necessary to take into account the properties' conservations as well as the interaction between the involved phases. In the present

investigation, the Eulerian multiphase model is used to model the flow in a rotating drum.

#### 3.1.1. Conservation equations of mass and momentum and drag models

The mass conservation equation for fluid and solid phases is represented by the following equations:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \vec{v}_f) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \vec{v}_s) = 0 \quad (2)$$

where  $\vec{v}_f$  and  $\vec{v}_s$  are the velocities of the gas and solid phases. The gas volume  $V_f$  is defined by

$$V_f = \int_V \alpha_f dV \quad (3)$$

The conservation of the gas and solids momentum is given by the following equations:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = & -\alpha_f \nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_f + \alpha_f \rho_f \vec{g} \\ & + \alpha_f \rho_f (\vec{F}_{q,f} + \vec{F}_{lift,f} + \vec{F}_{vm,f}) + (K_{fs}(\vec{v}_f - \vec{v}_s)) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = & -\alpha_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + \\ & \alpha_s \rho_s (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,s} + \vec{F}_{vm,s}) + K_{fs}(\vec{v}_f - \vec{v}_s) \end{aligned} \quad (5)$$

where  $\vec{F}_q$ ,  $\vec{F}_{lift}$  and  $\vec{F}_{vm}$  are an external body force, a lift force and a virtual mass force, respectively. In this investigation, only drag and gravity are considered with the lift force and virtual mass force neglected.

In order to couple the momentum transfer between gas and particle phases, a model for the drag force is required. This drag force is represented by the momentum exchange coefficient between the phases considered.

The momentum exchange coefficient ( $K_{sf}$ ) between solid phase  $s$  and fluid phase  $f$  can be written in the following general form:

$$K_{sf} = \frac{\alpha_s \rho_s f_d}{\tau_s} \quad (6)$$

where  $f_d$  is the drag function and  $\tau_s$  is the “particulate relaxation time” defined as:

$$\tau_s = \frac{\rho_s d_s^2}{18\mu_f} \quad (7)$$

where  $d_s$  is the diameter of particles in the solid phase ( $s$ ) and  $\mu_f$  is the fluid viscosity.

The definition of  $f_d$  includes a drag coefficient ( $C_D$ ) that is based on the relative Reynolds number ( $Re_r$ ), defined as:

$$Re_r = \frac{\rho_f |\vec{v}_f - \vec{v}_s| d_s}{\mu_f} \quad (8)$$

In this paper, the momentum exchange coefficient is calculated following the model of Gidaspow et al. [34], which is a combination of the Wen and Yu [35] model and the Ergun equation [36].

The solids–fluid exchange coefficient  $K_{sf}$  takes the following form: for  $\alpha_f > 0.8$ :

$$K_{sf} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{d_s} \alpha_f^{-2.65} \quad (9)$$

where

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{(\text{Re}_f \alpha_f)} \left[ 1 + 0.15 (\text{Re}_f \alpha_f)^{0.687} \right], & \text{Re}_f \leq 1000 \\ 0.44, & \text{Re}_f > 1000 \end{cases} \quad (10)$$

for  $\alpha_f \leq 0.8$ :

$$K_{sf} = 150 \frac{\alpha_s (1 - \alpha_f) \mu_f}{\alpha_f d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_f \alpha_s |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{d_s} \quad (11)$$

### 3.1.2. Kinetic theory of granular flow equations

As can be noted in the solid phase momentum equation (Eq. (5)), it requires a description of the solid phase stress. For the granular phase, it is clear that any mathematical model intended for modeling a granular flow must account for the different regimes within the flow [37]. To model the solid phase stress, the kinetic theory of granular flow derived by Lun et al. [38] was adopted in this paper. This theory is an extension of the classical kinetic gas theory on dense particulate flows taking non-ideal particle–particle collisions and gas–particle drag into account.

The basic idea that governs the granular kinetic theory is that the grains are in a state of continuous and chaotic restlessness within the fluid. This chaotic random motion exists at very low concentrations (due to friction between gas and particles, gas turbulence, pressure variation in the fluid, etc.) or at higher concentrations (due to grain collisions).

The actual particle velocity is decomposed in a local mean velocity and a random fluctuating velocity according to equation:

$$\vec{v}_s = \vec{u}_s + \vec{C}_s \quad (12)$$

Taking the analogy of the gas, a “temperature”,  $\theta_s$ , called granular temperature can be introduced as a measure of the particle velocity fluctuation, i.e.

$$\theta_s = \frac{1}{3} \langle \vec{C}_s \cdot \vec{C}_s \rangle \quad (13)$$

where the brackets denote ensemble averaging. The transport equation derived from kinetic theory takes the form:

$$\frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s \theta_s) + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s \vec{v}_s \theta_s) \right] = \left( -p_s \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{T}}_s \right) : \nabla \vec{v}_s + \nabla \cdot (k_{\theta s} \nabla \theta_s) - \gamma_{\theta s} + \varphi_{fs} \quad (14)$$

Here  $(-p_s \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{T}}_s) : \nabla \vec{v}_s$  is the generation of energy by the solid stress tensor,  $(k_{\theta s} \nabla \theta_s)$  is the diffusion of energy ( $k_{\theta s}$  is the diffusion coefficient),  $\gamma_{\theta s}$  stands for the collisional dissipation of energy and  $\varphi_{fs}$  denotes the energy exchange between the gas and solid phase.

The constitutive equations required to close the governing equations are listed in Table 1.

Typically, the granular shear viscosity is expressed as a sum of three contributions: granular collisional viscosity ( $\mu_{s,col}$ ), granular kinetic viscosity ( $\mu_{s,kin}$ ) and granular frictional viscosity ( $\mu_{s,fr}$ ):

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} + \mu_{s,fr} \quad (23)$$

In order to calculate the granular frictional viscosity, the Schaeffer's model was used:

$$\mu_{s,fr} = \frac{P_s \sin(\beta)}{2 \sqrt{I_{2D}}} \quad (24)$$

where  $P_s$ ,  $I_{2D}$  and  $\beta$  are the solid pressure, the second invariant of the deviatoric stress tensor and the angle of internal friction, respectively.

The frictional contribution is added to the kinetic theory when the solids volume fraction exceeds a critical value ( $\alpha_{sc}$ ). In this work two different values of this parameter were used: 0.5 and 0.61.

Since the particle–particle internal angle of friction is roughly the same as the particle angle of repose for free-flowing particles, the particle–particle internal angle of friction is determined by lifting an inclined particle-attached plane with free particles on it. When the particles start rolling down the plane, the plane inclined angle is used as the particle–particle internal angle of friction [13]. For the glass beads used in this work, the values of internal angle of friction measure experimentally were 28.8° and 32° for particles diameters of 1.09 mm and 3.68 mm, respectively.

The collisional viscosity can be estimated as follows [39].

$$\mu_{s,col} = \frac{4}{5} \alpha_s \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \left( \frac{\theta_s}{\pi} \right)^{1/2} \alpha_s \quad (25)$$

For the kinetic viscosity calculation, the Gidaspow model [34] (Eq. (26)) and the Syamlal–O'Brien model [39] (Eq. (27)) were investigated in the present paper.

$$\mu_{s,kin} = \frac{10 \rho_s d_s \sqrt{\theta_s \pi}}{96 \alpha_s (1 + e_{ss}) g_{0,ss}} \left[ 1 + \frac{4}{5} g_{0,ss} \alpha_s (1 + e_{ss}) \right]^2 \alpha_s \quad (26)$$

$$\mu_{s,kin} = \frac{\alpha_s \rho_s d_s \sqrt{\theta_s \pi}}{6(3 - e_{ss})} \left[ 1 + \frac{2}{5} (1 + e_{ss})(3e_{ss} - 1) \alpha_s g_{0,ss} \right] \quad (27)$$

**Table 1**  
Constitutive equations for granular formulation.

Stress tensor of gas phase	$\bar{\bar{T}}_f = \mu_f \left[ \nabla \vec{v}_f + (\nabla \vec{v}_f)^T \right] - \frac{2}{3} \mu_f (\nabla \cdot \vec{v}_f) \bar{\bar{I}}$	(15)
Stress tensor of particulate phase	$\bar{\bar{T}}_s = (-P_s + \lambda_s \nabla \cdot \vec{v}_s) \bar{\bar{I}} + \mu_s \left\{ \left[ \nabla \vec{v}_s + (\nabla \vec{v}_s)^T \right] - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{v}_s) \bar{\bar{I}} \right\}$	(16)
Particulate pressure	$P_s = \alpha_s \rho_s \theta_s + 2 \rho_s (1 + e_{ss}) \alpha_s^2 g_{0,ss} \theta_s$	(17)
Radial distribution function	$g_{0,ss} = \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1}$	(18)
Solids bulk viscosity	$\lambda_s = \frac{4}{3} \alpha_s^2 \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}}$	(19)
Granular energy diffusion coefficient	$k_{\theta s} = \frac{150 \rho_s d_s \sqrt{\theta_s \pi}}{384 (1 + e_{ss}) g_{0,ss}} \left[ 1 + \frac{6}{5} (1 + e) \alpha_s g_{0,ss} \right]^2 + 2 \alpha_s^2 \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}}$	(20)
Collision dissipation energy	$\gamma_{\theta s} = 3(1 - e_{ss}^2) \alpha_s^2 \rho_s g_{0,ss} \theta_s \left( \frac{4}{d_s} \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} - \nabla \cdot \vec{v}_s \right)$	(21)
Transfer of kinetic energy	$\varphi_{fs} = -3 K_{sf} \theta_s$	(22)

**Table 2**  
Model configurations used in the CFD simulations.

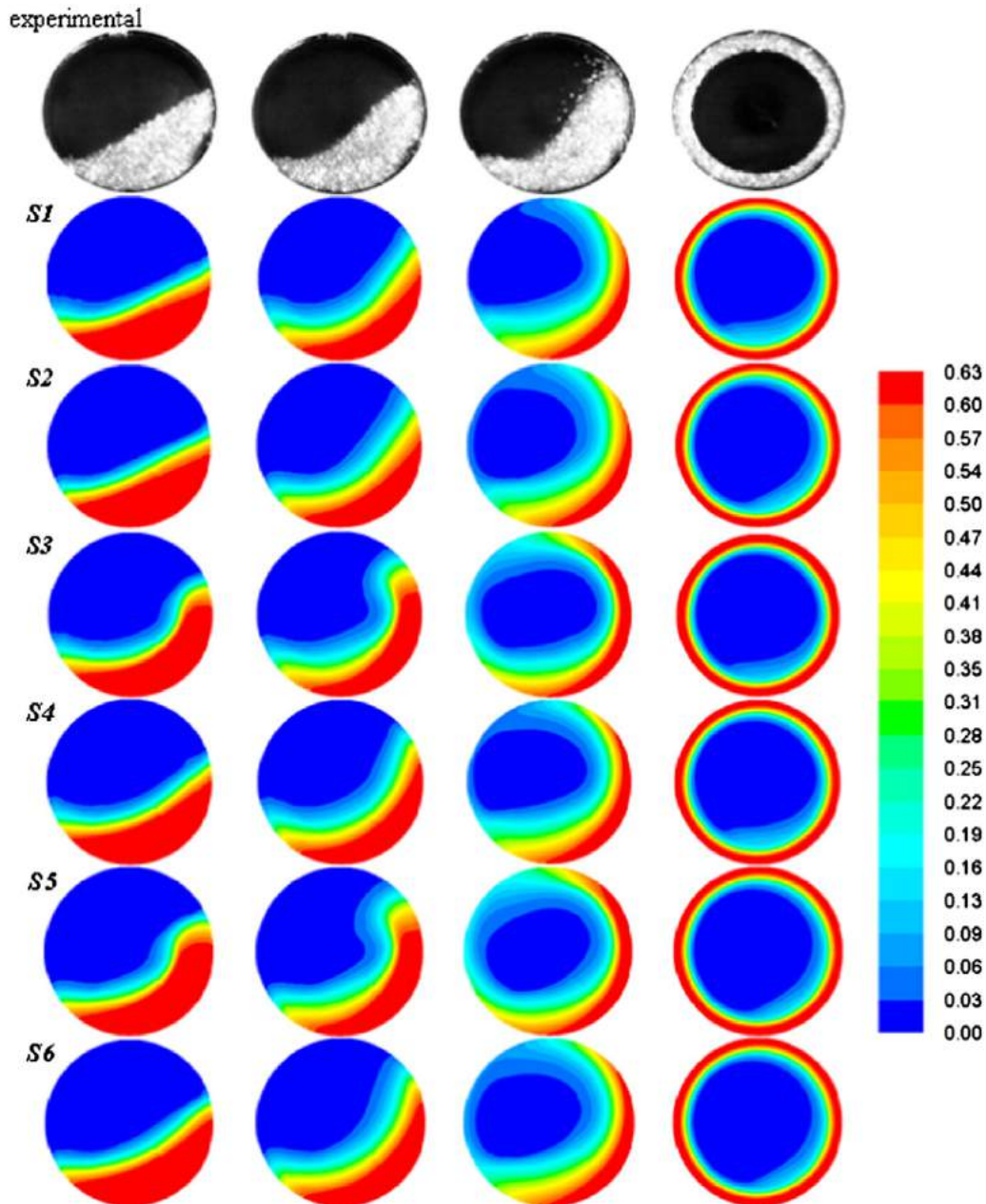
Configurations	Kinetic viscosity model	Frictional viscosity model	$\alpha_{SC}$
<b>S1</b>	Syamlal-O'Brien	-----	-----
<b>S2</b>	Gidaspow	-----	-----
<b>S3</b>	Syamlal-O'Brien	Schaeffer	0.50
<b>S4</b>	Syamlal-O'Brien	Schaeffer	0.61
<b>S5</b>	Gidaspow	Schaeffer	0.50
<b>S6</b>	Gidaspow	Schaeffer	0.61

### 3.2. Simulation conditions

In order to obtain the volume fraction of the granular solid phase and particle velocity profiles in a rotating drum, six different models configurations were used in this work, as outlined in Table 2.

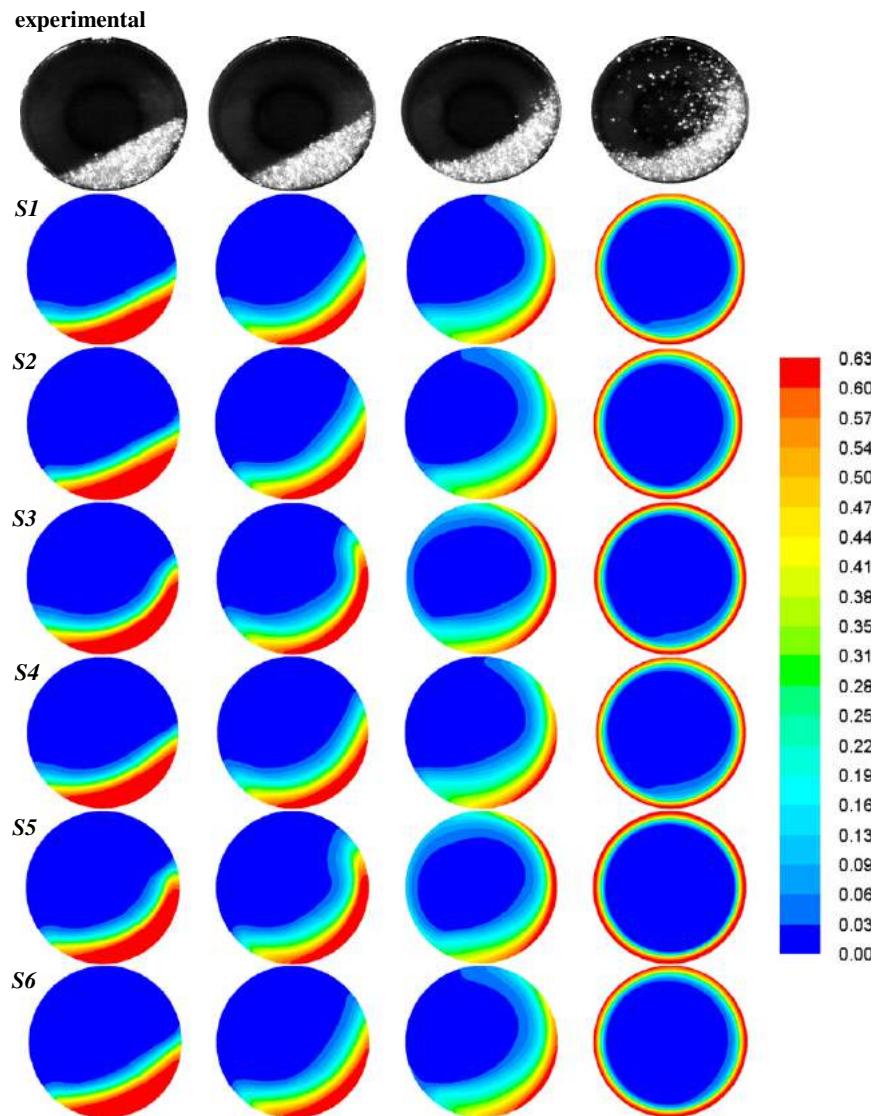
To validate the model, the simulated results were compared with the experimental ones. The following conditions were adopted in the simulations using the software Fluent® 14.0:

- The finite volume discretization method was used;
- A three-dimensional (3D) system simulation was adopted with the computational domain discretized by 300,000 cells;
- A no-slip wall boundary condition was used;
- Pressure-velocity coupling was obtained using the SIMPLE-algorithm;
- The First-Order-Upwind-method was used for interpolating the cell-centre values to the cell boundaries;
- Restitution coefficients of particles  $e_{SS} = 0.9$  [13,33,40];
- A time step of  $1 \times 10^{-4}$  s was chosen;
- Each simulation was conducted with a time of 50 s;
- The relative error between two successive iterations was  $1 \times 10^{-3}$  for each scaled residual component.



**Fig. 1.** Volume fraction of the granular solid phase of 3.68 mm and fill level of 31.40% for drum rotating at 1.45, 4.08, 8.91 and 16.4 rad/s from the left to the right, respectively: experimental and simulated using model configurations S1, S2, S3, S4, S5 and S6 (Table 2).





**Fig. 2.** Volume fraction of the granular solid phase of 3.68 mm and fill level of 18.81% for drum rotating at 1.45, 4.08, 8.91 and 16.4 rad/s from the left to the right, respectively: experimental and simulated using model configurations **S1**, **S2**, **S3**, **S4**, **S5** and **S6** (Table 2).

## 4. Results and discussion

### 4.1. Granular viscosity model investigation

It was the primary objective of the present work to investigate, for the specific case of flow in the transverse plane of a rotating drum, the different models used to predict the granular viscosity and consequently the stress tensor of the granular phase. In this first part, we present qualitative experimental and numerical analyses of different regimes achieved by a rotating drum as a function of rotation speed, fill level and particle diameter.

Figs. 1–4 show the calculated and experimental distributions of the granular solid phase in the transverse plane of a rotating drum for different particle diameters, fill levels and rotational speeds. The 3D granular flow simulations have been performed using the configurations presented in Table 2.

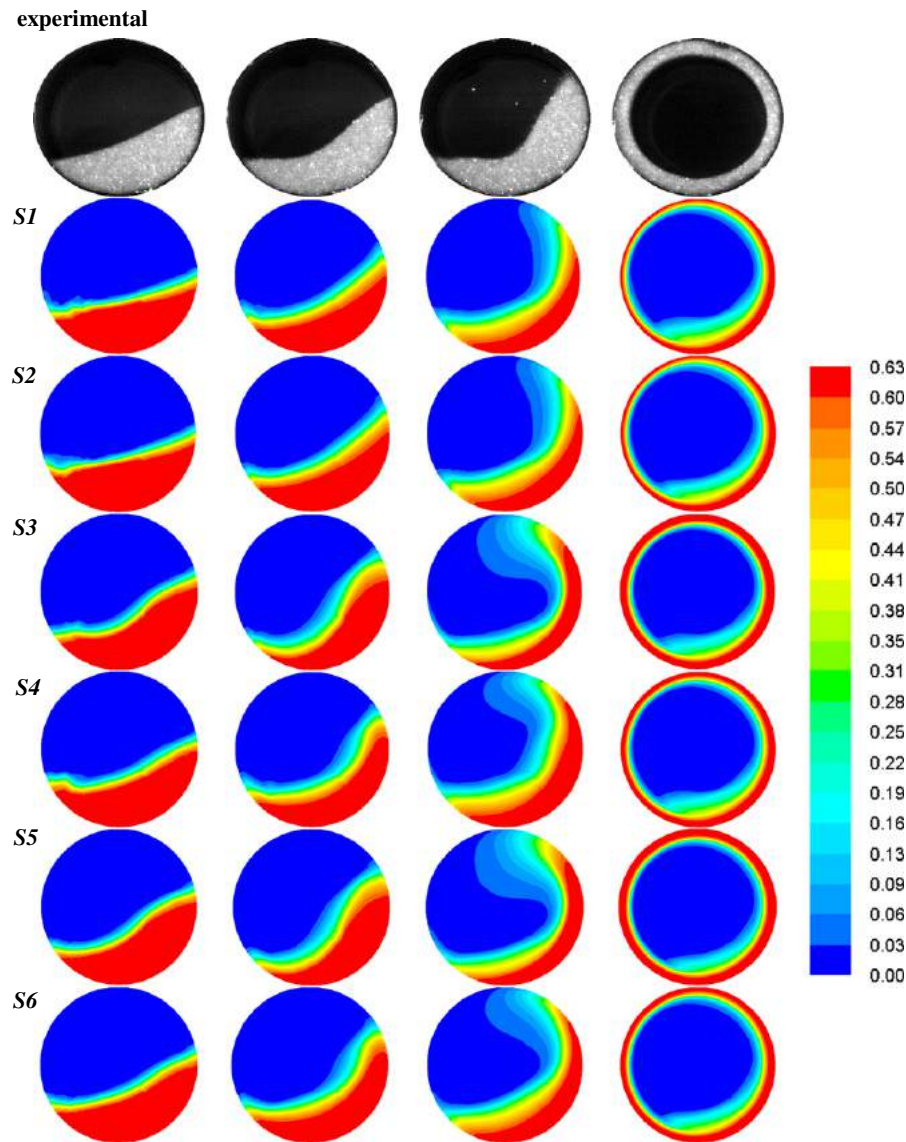
It can be seen that the different regimes of solids motion in a rotating drum, as described by Mellmann [6], have been identified as the rotational speed increases: rolling, cascading, cataracting and centrifuging (Figs. 1–4).

When the rotational speeds are low (1.45 rad/s), rolling regime of the bed can occur. This type of motion is characterized by a uniform,

static flow of a particle layer on the surface, while the larger part of the bed is transported upwards by solid body rotation with the rotational speed of the wall. The bed surface presents a nearly constant slope or flat surface. In most cases the rolling bed is preferred, which provides favorable conditions for the heat transfer in high temperature processes and ensures a uniform, high quality of the product even when mass flow rates are large [6].

As the rotational speed increases (4.08 rad/s), the bed surface begins to arch and cascading regime sets in. The height of the arch of the kidney-shaped bed increases with increasing rotational speed. As rotational speed further increases (8.91 rad/s), the cascading motion is so strongly pronounced that individual particles detach from the bed and are thrown off into the free space of the drum. The release of particles is a characteristic feature of cataracting regime.

Cataracting is characterized by particles from the bed being flung into the gas space. With increasing rotational speed, the number of particles thrown off and the length of the trajectories increase until a uniform trickling veil forms along the diameter. In the case of further increases of the rotational speed (16.4 rad/s), particles on the outer paths begin to adhere to the wall and the extreme case of cataracting regime, centrifuging regime, occurs. The centrifuging regime reaches its final stage when the entire solid material is in contact with the drum wall as a uniform film.



**Fig. 3.** Volume fraction of the granular solid phase of 1.09 mm and fill level of 31.40% for drum rotating at 1.45, 4.08, 8.91 and 16.4 rad/s from the left to the right, respectively: experimental and simulated using model configurations **S1**, **S2**, **S3**, **S4**, **S5** and **S6** (Table 2).

The comparisons between CFD predictions and experimental data in the rolling regime conditions, presented in Figs. 1–4, showed that, in general, the **S1** and **S2** configurations qualitatively agreed better with the experimental observations than the other model configurations used in the present work. The configurations **S1** and **S2** take into account only the kinetic effects, and granular viscosity is calculated from Syamlal–O’Brien [39] and Gidaspow [34] models, respectively.

The frictional stress is added to the stress predicted by the kinetic theory when the solids volume fraction exceeds a critical value. Some authors, that used the frictional model in the Eulerian approach to this system [13,32,33], did not mention about the magnitude of the critical value used by them. In this work two different values of this parameter were investigated: 0.5 and 0.61. However, as can be seen by all the simulations using the friction model (**S3**, **S4**, **S5** and **S6**) in the rolling regimes (Figs. 1–4, with drum rotating at 1.45 rad/s), the bed surfaces are not nearly flat but instead begin to arch like in a cascading regime. This effect is even more accentuated when using a smaller solid volume fraction critical value ( $\alpha_{SC}$ ). So, the simulations conducted taking into account the frictional effects did not represent well the experiments.

Wang [41] also investigated the effect of the frictional terms on the granular flow in spouted beds. He also concluded that the simulation

results using the frictional model did not represent the experimental observation. So, taking the computational efforts into account, these terms were set to zero in its work.

This is likely to be due to the fact that, using a smaller solids volume fraction critical value in granular flows modeling, stronger friction forces form between particles, resulting in an increase of “cohesive force” which may cause a transition from the rolling regime to the cascading regime. These results indicate that the kinetic model, which has been successfully applied in many dilute granular flow simulations, may also be applied in the dense granular flow treatment present in rotating drums in order to characterize the rolling regime.

As regards the other regimes observed experimentally, the simulation under the same conditions, showed, independent of the different model configurations used to calculate the granular viscosity, similar characteristics as the experimental results, except for the conditions using fill level of 18.81% with rotating speed at 16.4 rad/s for both particle diameters (Figs. 2 and 4). In these conditions, the regime observed experimentally is the cataracting regime since particles are detached from the bed and are thrown off into the free space of the drum. Different from the experimental, in the CFD simulations, under the same conditions, the material is in contact with the drum wall as a uniform film,



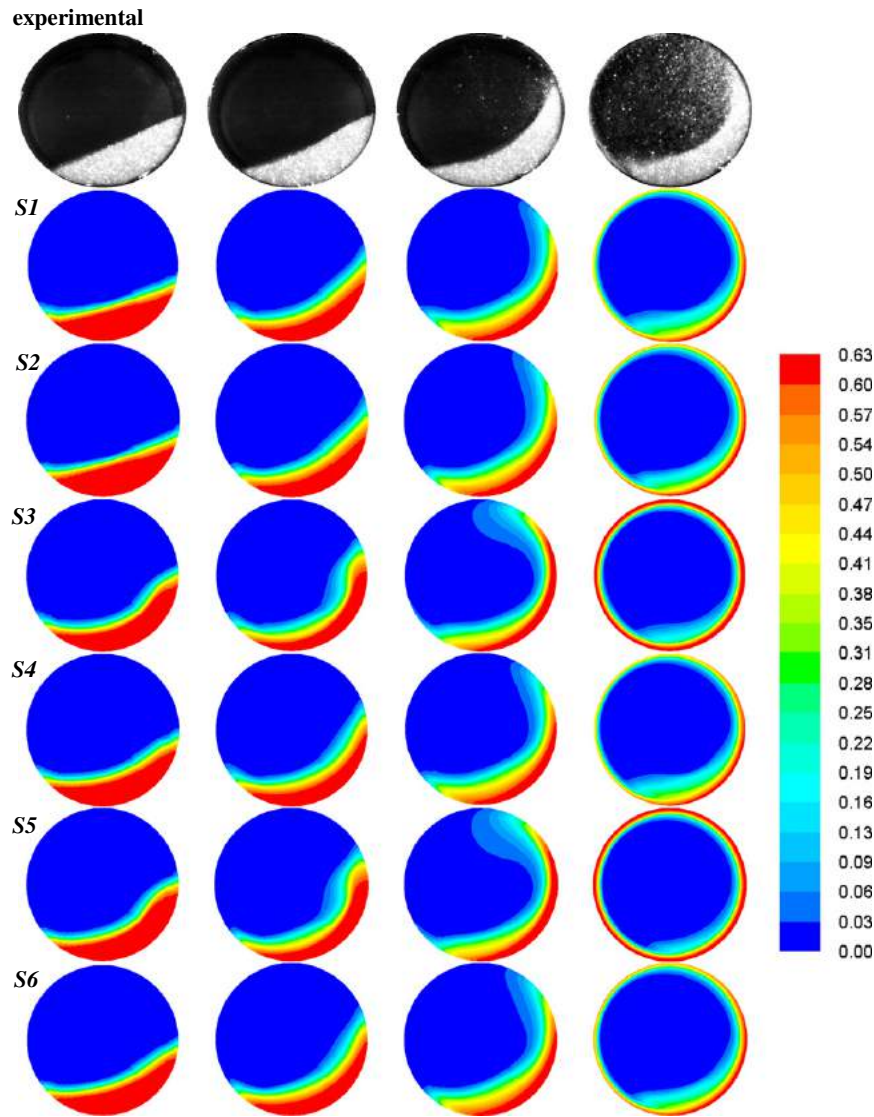


Fig. 4. Volume fraction of the granular solid phase of 1.09 mm and fill level of 18.81% for drum rotating at 1.45, 4.08, 8.91 and 16.4 rad/s from the left to the right, respectively: experimental and simulated using model configurations S1, S2, S3, S4, S5 and S6 (Table 2).

characterizing the centrifuging regime. The differences observed between experimental and simulations for the conditions of low fill level (18.81%) and high rotating speed (16.4 rad/s) may be explained by the particle–wall contact conditions.

For all simulations performed in the present work, a no-slip wall boundary condition was used. Although the inside wall of the drum has been coated with a layer of rough material, low fill levels combined with high rotational speeds may cause a slippage between the bed material and the drum wall.

#### 4.2. Radial profile of solids velocity

To further evaluate the simulation results, velocity distributions of the particulate phase (glass beads of 3.68 mm in mean diameter) at the mid-chord of the material surface (reference line in Fig. 5), in the rotating drum operated in rolling regime, with fill level of 18.81% and drum rotational speeds of 1.45 rad/s, 2.31 rad/s and 3.14 rad/s, are compared with experimental data obtained by means of a high-speed video camera. Fig. 5 shows the scheme used for the particle velocity measurement in the transverse plane of the rotating drum.

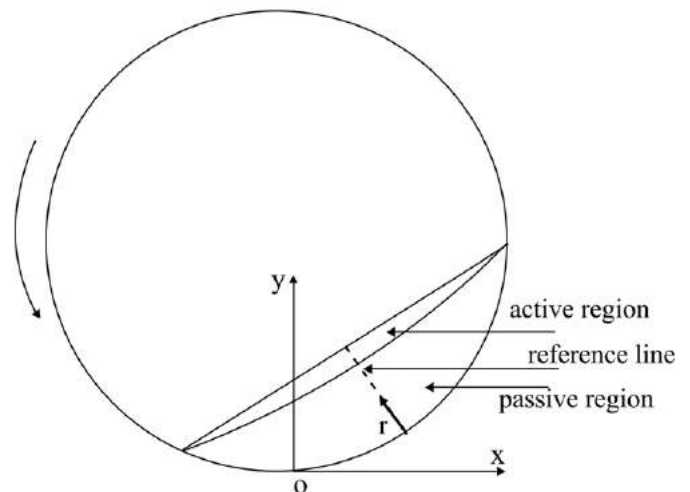


Fig. 5. Schematic showing the study configuration for particle velocity measurement.

Figs. 6–8 show the experimental and simulated results for drum rotating at 1.45 rad/s, 2.31 rad/s and 3.14 rad/s, respectively. The simulations have been performed using the S2 configuration (Table 2) which represented better the rolling regime in a rotating drum, as shown in the previous section.

It was possible to calculate many values of velocities in a certain fixed condition (for each radial position  $r$  in Fig. 5) which were used to the mean and standard deviation calculations, as can be seen in Figs. 6–8. It can be seen (Figs. 6–8) that the predicted values are in good agreement with the experimental data. For both experiments and simulations, all the velocity profiles are similar, i.e., the particle velocity has its highest value at the bed surface, decreases with decreasing radial position, reaches zero at the active–passive interface, and then a reverse of the flow takes place as a result of the drum wall.

In all the cases, two different bed structure regions in the transverse plane of the rotating drum operated in the rolling mode can be visualized: an active region formed by particles near the free surface that are animated by a relatively high velocity, and a passive region, at the bottom, that rotates proportionally at the wall rotation speed. The passive region has a low solids velocity and the x-component of the velocity is close to the solids body motion.

The y-component of velocity is much lower in the magnitude than the x-component of velocity. So, the tangential velocity is of prime importance in mixing mechanisms. It also can be noted that, the maximum particle velocity in the active region occurs at the bed surface and its value increases with increasing rotational speed (Figs. 6–8).

The velocity profiles in the active layer were not parabolic but instead were essentially linear at the mid-chord position in accordance with those observed by Boateng and Barr [4]. It suggests that, through much of the active layer, the shear rate is essentially uniform (i.e.  $du/dy$  is constant).

There were no significant differences in the active layer thickness while increasing the rotational speed, for the values considered in the present work. With decreasing radial position, the particle velocity approaches the drum wall velocity in the resulting velocity and x-component of velocity (Figs. 6–8) for both experimental and simulation, indicating that the slippage between the wall and bed material is negligible in the case of low rotating speeds. So, Figs. 6–8 also justify the non-slip boundary condition at the wall where the simulated results agree with the measurements.

## 5. Conclusions

In this work the particle dynamic behavior in a rotating drum under different operating conditions has been analyzed based on experimental results and simulations. For the simulations the Eulerian–Eulerian multiphase model, along with the kinetic theory of granular flow, was used. In order to evaluate the simulation results, different solid flow regimes and velocity distributions of the particulate phase, were compared with experimental data. The experimental particle velocity distribution was obtained by means of a non-intrusive high-speed video camera technique. The influence of different models used to predict the granular viscosity and consequently the stress tensor of the granular phase, was also analyzed. The following conclusions are drawn from this work:

- Different regimes of solids motion in a rotating drum have been identified by means of experiments and simulations as the rotational speed increases: rolling, cascading, cataracting and centrifuging;
- The comparisons between CFD predictions and experimental data showed that, in general, the S1 and S2 configurations qualitatively agreed better with the experimental observations than the other configurations used in the present work. These model configurations take into account only the kinetic effects, and granular viscosity is calculated from Syamlal–O'Brien and Gidaspow models, respectively;
- In the simulations using the friction model in the rolling regimes, the bed surfaces are not nearly flat but instead begin to arch like in a cascading regime. This effect is even more accentuated when using a

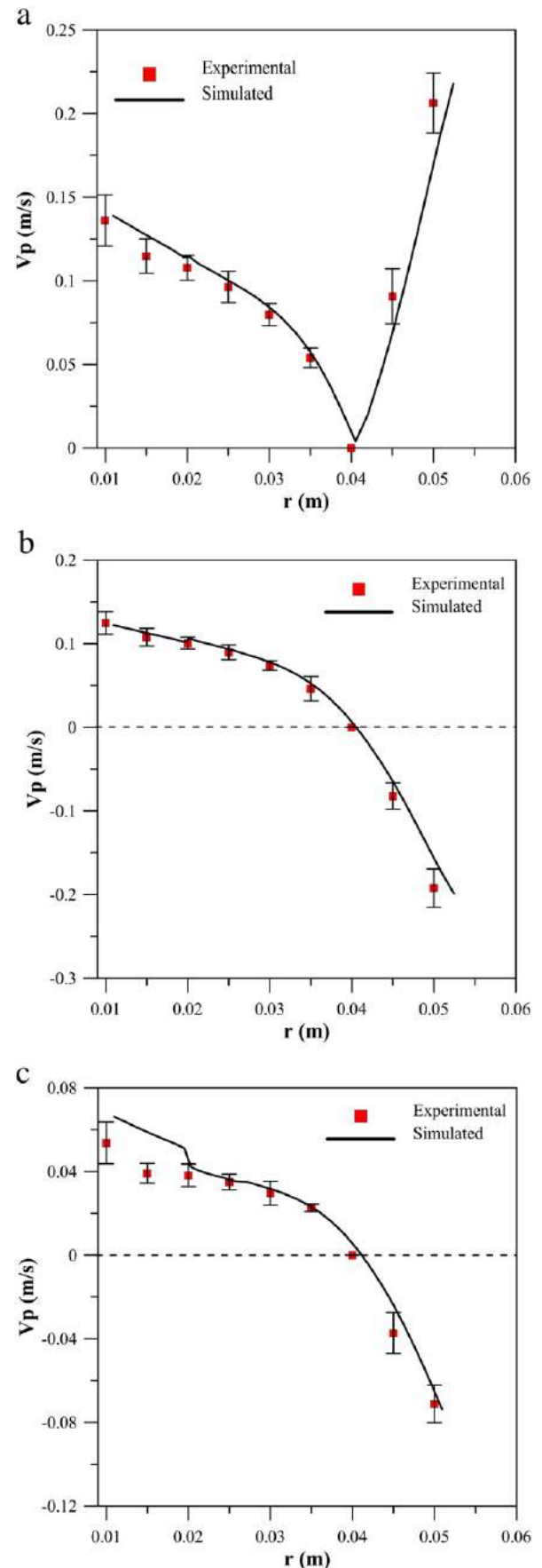


Fig. 6. Solid phase velocity distributions of 3.68 mm and fill level of 18.81% for drum rotating at 1.45 rad/s: (a) resulting velocity; (b) x-component of velocity; (c) y-component of velocity.

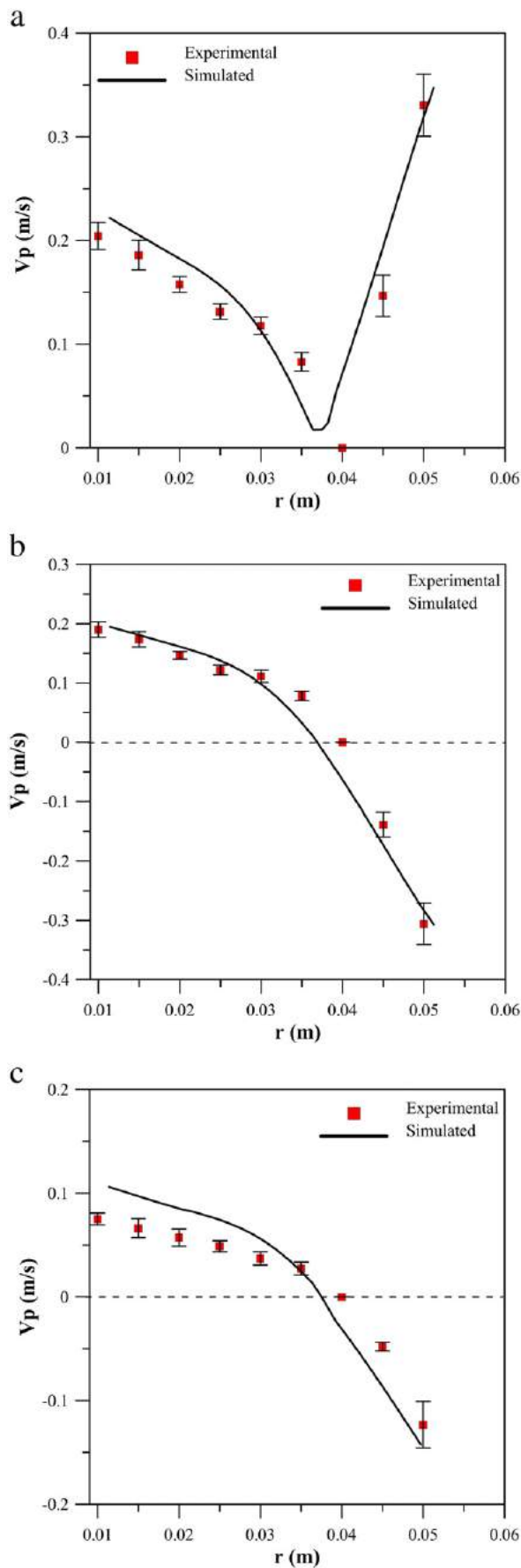


Fig. 7. Solid phase velocity distributions of 3.68 mm and fill level of 18.81% for drum rotating at 2.31 rad/s: (a) resulting velocity; (b) x-component of velocity; (c) y-component of velocity.

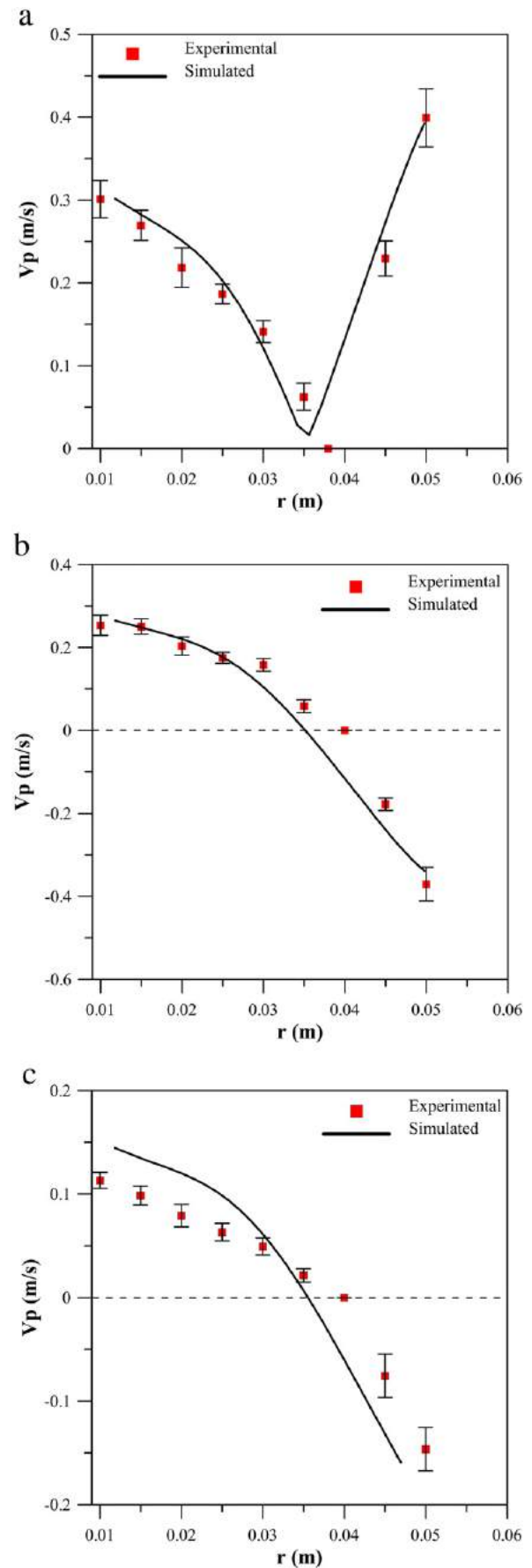


Fig. 8. Solid phase velocity distributions of 3.68 mm and fill level of 18.81% for drum rotating at 3.14 rad/s: (a) resulting velocity; (b) x-component of velocity; (c) y-component of velocity.

smaller solid volume fraction critical value ( $\alpha_{SC}$ ). These results indicate that the kinetic model, which has been successfully applied in many dilute granular flow simulations, may also be applied in the dense granular flow treatment present in rotating drums in order to characterize the rolling regime;

- The predicted values of particle velocity were in good agreement with the experimental data obtained by means of a non-intrusive high-speed video camera;

### List of symbols

$K_{sf}$ :	coefficient of momentum exchange between fluid phase $f$ and solid phase $s$
$C_D$ :	drag coefficient [—]
$f_d$ :	drag function
$k_{\theta s}$ :	energy diffusion coefficient
$F_q$ :	external body force [N]
$\vec{v}_f$ :	fluid velocity vector [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$\vec{g}$ :	gravity acceleration vector [ $\text{m s}^{-2}$ ]
$F_{lift}$ :	lift force [N]
$d_s$ :	particle diameter [m]
$V_p$ :	particle velocity [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$g_{0,ss}$ :	radial distribution function [—]
$r$ :	radial position [m]
$Re_r$ :	relative Reynolds number [—]
$e_{ss}$ :	restitution coefficient [—]
$I_{2D}$ :	second invariant of the deviatoric stress tensor (Schaeffer's model)
$\vec{c}_s$ :	solid fluctuating velocity [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$\vec{u}_s$ :	solid local mean velocity [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$P_s$ :	solids pressure [Pa]
$\vec{v}_s$ :	solid velocity vector [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$t$ :	time [s]
$F_{vm}$ :	virtual mass force [N]
$V$ :	volume [ $\text{m}^3$ ]

### Greek symbols

$\beta$ :	angle of internal friction [—]
$\gamma_{\theta s}$ :	collisional dissipation of energy
$\alpha_{SC}$ :	critical volume fraction for frictional contribution [—]
$\phi_{fs}$ :	energy exchange between gas and solid phase
$\rho_f$ :	fluid density [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
$\mu_f$ :	fluid dynamic viscosity [cP]
$\alpha_f$ :	fluid volume fraction [—]
$\vec{\tau}_f$ :	fluid stress tensor [Pa]
$\mu_{s,col}$ :	granular collisional viscosity [cP]
$\mu_{s,fr}$ :	granular frictional viscosity [cP]
$\mu_{s,kin}$ :	granular kinetic viscosity [cP]
$\mu_s$ :	granular solid viscosity [cP]
$\theta_s$ :	granular temperature [—]
$\alpha_{s,max}$ :	maximum packing limit [—]
$\tau_s$ :	particulate relaxation time [s]
$\lambda_s$ :	solid bulk viscosity
$\rho_s$ :	solid density [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
$\vec{\tau}_s$ :	solid stress tensor [Pa]
$\alpha_s$ :	solid volume fraction [—]

### Acknowledgments

The authors are grateful to the State of Minas Gerais Research Support Foundation (FAPEMIG), the National Council for Scientific and

Technological Development (CNPq) and Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) for their financial support.

### References

- [1] A.C. Santomaso, Y.L. Ding, J.R. Lickiss, D.W. York, Investigation of the granular behaviour in a rotating drum operated over a wide range of rotational speed, *ICHEME* 81 (2003) 936–945.
- [2] C.-F. Lee, H.-T. Chou, H. Capart, Granular segregation in narrow rotational drums with different wall roughness: symmetrical and asymmetrical patterns, *Powder Technol.* 233 (2013) 103–115.
- [3] H.P. Kuo, R.C. Hsu, Y.C. Hsiao, Investigation of axial segregation in a rotating drum, *Powder Technol.* 153 (2005) 196–203.
- [4] A.A. Boateng, P.V. Barr, Granular flow behaviour in the transverse plane of a partially filled rotating cylinder, *J. Fluid Mech.* 330 (1997) 233–249.
- [5] S.H. Chou, C.C. Liao, S.S. Hsiao, An experimental study on the effect of liquid content and viscosity on particle segregation in a rotating drum, *Powder Technol.* 201 (2010) 266–272.
- [6] J. Mellmann, The transverse motion of solids in rotating cylinders—forms of motion and transition behavior, *Powder Technol.* 118 (2001) 251–270.
- [7] Y.L. Ding, J.P.K. Seville, R. Forster, D.J. Parker, Solids motion in rolling mode rotating drums operated at low to medium rotational speeds, *Chem. Eng. Sci.* 56 (2001) 1769–1780.
- [8] A.N. Huang, H.P. Kuo, A study on the transition between neighbouring drum segregated bands and its application on functionally graded material production, *Powder Technol.* 212 (2011) 348–353.
- [9] S.H. Chou, S.S. Hsiao, Dynamic properties of immersed granular matter in different flow regimes in a rotating drum, *Powder Technol.* 226 (2012) 99–106.
- [10] A.A. Aissa, C. Duchesne, D. Rodrigue, Effect of friction coefficient and density on mixing particles in the rolling regime, *Powder Technol.* 212 (2011) 340–347.
- [11] X.Y. Liu, E. Specht, J. Mellmann, Experimental study of the lower and upper angles of repose of granular materials in rotating drums, *Powder Technol.* 154 (2005) 125–131.
- [12] Y.L. Ding, R. Forster, J.P.K. Seville, D.J. Parker, Segregation of granular flow in the transverse plane of a rolling mode rotating drum, *Int. J. Multiphase Flow* 28 (2002) 635–663.
- [13] A.-N. Huang, W.-C. Kao, H.-P. Kuo, Numerical studies of particle segregation in a rotating drum based on Eulerian continuum approach, *Adv. Powder Technol.* 24 (2013) 364–372.
- [14] C.R. Duarte, V.V. Murata, M.A.S. Barrozo, A study of the fluid dynamics of the spouted bed using CFD, *Braz. J. Chem. Eng.* 22 (2005) 263–270.
- [15] F.G. Cunha, Annatto powder production in a spouted bed: an experimental and CFD study, *Ind. Eng. Chem. Res.* 48 (2009) 976–982.
- [16] M.A.S. Barrozo, C.R. Duarte, N. Epstein, J.R. Grace, C.J. Lim, Experimental and CFD study of dense-phase, transition region and dilute-phase spouting, *Ind. Eng. Chem.* 49 (2010) 5102–5109.
- [17] K.G. Santos, V.V. Murata, M.A.S. Barrozo, Three-dimensional computational fluid dynamics modeling of spouted bed, *Can. J. Chem. Eng.* 87 (2009) 211–219.
- [18] D.C. Oliveira, C.A.K. Almeida, L.G.M. Vieira, J.J.R. Damasceno, M.A.S. Barrozo, Influence of geometric dimensions on the performance of a filtering hydrocyclone: an experimental and CFD study, *Braz. J. Chem. Eng.* 26 (2009) 575–582.
- [19] F.A.R. Pereira, M.A.S. Barrozo, C.H. Ataíde, CFD predictions of drilling fluid velocity and pressure profiles in laminar helical flow, *Braz. J. Chem. Eng.* 24 (2007) 587–595.
- [20] D.A. Santos, G.C. Alves, C.R. Duarte, M.A.S. Barrozo, Disturbances in the hydrodynamic behavior of a spouted bed caused by an optical fiber probe: experimental and CFD study, *Ind. Eng. Chem. Res.* 51 (2012) 3801–3810.
- [21] R.Y. Yang, A.B. Yu, L. McElroy, J. Bao, Numerical simulation of particle dynamics in different flow regimes in a rotating drum, *Powder Technol.* 188 (2008) 170–177.
- [22] M. Marigo, D.L. Cairns, M. Davies, A. Ingram, E.H. Stitt, A numerical comparison of mixing efficiencies of solids in a cylindrical vessel subject to a range of motions, *Powder Technol.* 217 (2012) 540–547.
- [23] Y. Xu, C. Xu, Z. Zhou, J. Du, D. Hu, 2D DEM simulation of particle mixing in rotating drum: a parametric study, *Particuology* 8 (2010) 141–149.
- [24] P.Y. Liu, R.Y. Yang, A.B. Yu, DEM study of the transverse mixing of wet particles in rotating drums, *Chem. Eng. Sci.* 86 (2013) 99–107.
- [25] H. Watanabe, Critical rotation speed for ball-milling, *Powder Technol.* 104 (1999) 95–99.
- [26] R. Chand, M.A. Khaskheli, A. Qadir, B. Ge, Q. Shi, Discrete particle simulation of radial segregation in horizontally rotating drum: effects of drum-length and non-rotating end-plates, *Phys. A* 391 (2012) 4590–4596.
- [27] M. Jiang, Y. Zhao, G. Liu, J. Zheng, Enhancing mixing of particles by baffles in a rotating drum mixer, *Particuology* 9 (2011) 270–278.
- [28] A. Wachs, L. Girolami, G. Vinay, G. Ferrer, Grains3D, a flexible DEM approach for particles of arbitrary convex shape — Part I: Numerical model and validations, *Powder Technol.* 224 (2012) 374–389.
- [29] K. Yamane, M. Nakagawa, S.A. Altobelli, T. Tanaka, Y. Tsuji, Steady particulate flows in a horizontal rotating cylinder, *Phys. Fluids* 10 (1998) 1419–1427.
- [30] G.J. Finnie, N.P. Krut, M. Ye, C. Zeilstra, J.A.M. Kuipers, Longitudinal and transverse mixing in rotary kilns: a discrete element method approach, *Chem. Eng. Sci.* 60 (2005) 4083–4091.
- [31] M. Kwapińska, G. Saage, E. Tsotsas, Mixing of particles in rotary drums: a comparison of discrete element simulations with experimental results and penetration models for thermal processes, *Powder Technol.* 161 (2006) 69–78.
- [32] Y.R. He, H.S. Chen, Y.L. Ding, B. Lickiss, Solids motion and segregation of binary mixtures in a rotating drum mixer, *Chem. Eng. Res. Des.* 85 (2007) 963–973.

- [33] Y. Demagh, H.B. Moussa, M. Lachi, S. Noui, L. Bordja, Surface particle motions in rotating cylinders: validation and similarity for an industrial scale kiln, *Powder Technol.* 224 (2012) 260–272.
- [34] D. Gidaspow, *Multiphase Flow and Fluidization*, Academic Press, Boston, 1994.
- [35] C.Y. Wen, Y.H. Yu, *Mechanics of fluidization*, Chem. Eng. Prog. Symp. Ser. 62 (1966) 100–111.
- [36] S. Ergun, Fluid flow through packed columns, *Chem. Eng. Prog.* 48 (1952) 89–94.
- [37] C.H. Ataíde, F.A.R. Pereira, M.A.S. Barrozo, Wall effects on the terminal velocity of spherical particles in Newtonian and non-Newtonian fluids, *Braz. J. Chem. Eng.* 16 (1999) 387–394.
- [38] C.K.K. Lun, S.B. Savage, D.J. Jeffrey, N. Chepur, Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in coquette flow and singly inelastic particles in a general flow field, *J. Fluid Mech.* 140 (1984) 223–256.
- [39] M. Syamlal, W. Rogers, T.J. O'Brien, *Mfix documentation: Theory Guide*, National Technical Information Service, vol. 1, U.S. Department of Energy, Springfield, USA, 1993.
- [40] C.R. Duarte, M. Olazar, V.V. Murata, M.A.S. Barrozo, Numerical simulation and experimental study of fluid–particle flows in a spouted bed, *Powder Technol.* 188 (2009) 195–205.
- [41] Z. Wang, *Experimental studies and CFD simulations of conical spouted bed hydrodynamics*, Ph.D. Thesis University of British Columbia, Vancouver, Canada, 2006.





Contents lists available at ScienceDirect

## Chemical Engineering Research and Design

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/cherd](http://www.elsevier.com/locate/cherd)

# A hydrodynamic analysis of a rotating drum operating in the rolling regime

D.A. Santos, F.O. Dadalto, R. Scatena, C.R. Duarte, M.A.S. Barrozo\*

School of Chemical Engineering, Federal University of Uberlândia, Bloco K, Campus Santa Mônica, 38400-902 Uberlândia, MG, Brazil

## ABSTRACT

An experimental and numerical investigation of the hydrodynamic behavior in a rotating drum, operated in the rolling regime, was performed in the present work. For all the simulations, the Euler–Euler approach was used. A high-speed video camera technique was used in order to measure, experimentally, the particle velocity distribution. The CFD simulations showed good agreement with the experimental results. The influence of different drag models on particle velocity profile was analyzed. It was observed that, the drag force can be neglected in the case of a rotating drum operated in the rolling regime where there is no fluid entering or leaving the system. From the experimental and simulated results it was possible to verify the effect of the rotation speed and filling degree on the particle velocity in the active region and on its thickness.

© 2014 The Institution of Chemical Engineers. Published by Elsevier B.V. All rights reserved.

**Keywords:** Fluid dynamic; Rotating drum; Rolling regime; Active region; Passive region; Drag model

## 1. Introduction

Many industrial processes such as mineral, food processing, polymer production, ceramic manufacturing, metallurgical, pharmaceutical and biochemical processing, require large contact area between phases, which enhances heat and mass transfer. In this way, rotating drums arise as suitable equipments for processing granular materials in applications such as mixing, granulation, milling, coating and drying (Degreuve et al., 2006; Dubé et al., 2013; Jin et al., 2012; Rocha et al., 2013).

The widespread use of rotary drums is also due to their ability to deal with large particle size distribution and significant difference in physical properties. However, the efficiency of rotating drums is highly dependent of fluid dynamics behavior.

The knowledge about this behavior is essential for scaling, design and optimization. Although these devices are simple and can be operated relatively easily, the granular dynamic behavior is quite complex (Chou and Hsiau, 2012).

Rotating drums can show seven different flow regimes (sliding, surging, slumping, rolling, cascading, cataracting and centrifuging), which depend on the rotational speed, filling degree, physical properties of granular materials and drum geometry (Mellmann, 2001). Each one with its own specific flow behavior, which increase the complexity in its study.

Due to rotating drums characteristics previously presented, many research works have been carried out in order to study: the flow regimes (Mellmann, 2001; Watanabe, 1999; Rajchenbach, 1990; Chou and Hsiau, 2012), the solids segregation behaviors (Lee et al., 2013; Huang and Kuo, 2012; Chou et al., 2010; Ding et al., 2002; Huang and Kuo, 2011), and the dynamics of particles (Santos et al., 2013; Dubé et al., 2013; Santomaso et al., 2003; Ding et al., 2001; Boateng and Barr, 1997).

The rolling regime is the most commonly operated flow regime in industry. This regime is characterized by two different regions: a passive region, found near the drum wall, where particles move as a solid body, and an active region, found near the bed material surface, where the particles avalanche and cascade downward. The physical mechanisms such as, mixing and segregation, heat and mass transfer, and so on, mainly occur in the active region (Dubé et al., 2013; Ding et al., 2001).

A reverse of the flow takes place at the active–passive interface (velocity inflexion point) as a result of the drum wall movement. The distance between the active–passive interface and the bed material surface characterizes the active region thickness. So, the particle velocity distribution knowledge is of fundamental importance to an accurate representation of the dynamics of the flow in rotating drums. For the particle velocity measurement there are different non-intrusive and intrusive techniques.

\* Corresponding author. Tel. +55 34 96776099; fax: +55 34 32394188.

E-mail addresses: [masbarrozo@ufu.br](mailto:masbarrozo@ufu.br), [masbarrozo@pesquisador.cnpq.br](mailto:masbarrozo@pesquisador.cnpq.br) (M.A.S. Barrozo).

Available online 8 August 2014

<http://dx.doi.org/10.1016/j.cherd.2014.07.028>

0263-8762/© 2014 The Institution of Chemical Engineers. Published by Elsevier B.V. All rights reserved.

### Nomenclature

$C_D$	drag coefficient [–]
$d_s$	particle diameter [m]
$e_{ss}$	restitution coefficient [–]
$\vec{g}$	gravity acceleration vector [ $\text{m s}^{-2}$ ]
$g_{0,SS}$	radial distribution function [–]
$k_{eS}$	energy diffusion coefficient
$K_{sf}$	coefficient of momentum exchange between fluid phase $f$ and solid phase $s$
$K_{sf,Wen.Yu}$	coefficient of momentum exchange from <a href="#">Wen and Yu (1966)</a> model
$K_{sf,Ergun}$	coefficient of momentum exchange from <a href="#">Ergun (1952)</a> model
$p_s$	solids pressure [Pa]
$r$	radial position [m]
$Re_r$	relative Reynolds number [–]
$R$	radius of the drum [m]
$t$	time [s]
$V$	volume [ $\text{m}^3$ ]
$\vec{v}_f$	fluid velocity vector [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$V_p$	particle velocity [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$\vec{v}_s$	solid velocity vector [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$Fr$	Froude number [–]
$p$	pressure shared by all phases (fluid and solid) [Pa]

### Greek symbols

$\alpha_f$	fluid volume fraction [–]
$\alpha_s$	solid volume fraction [–]
$\alpha_{s,max}$	maximum packing limit [–]
$\gamma_{\theta S}$	collisional dissipation of energy
$\theta_s$	granular temperature [–]
$\lambda_s$	solid bulk viscosity
$\mu_f$	fluid dynamic viscosity [cP]
$\mu_s$	granular solid viscosity [cP]
$\rho_f$	fluid density [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
$\rho_s$	solid density [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
$\bar{\tau}_f$	fluid stress tensor [Pa]
$\bar{\tau}_s$	solid stress tensor [Pa]
$\phi_{fs}$	energy exchange between gas and solid phase
$\psi$	switch function from <a href="#">Huilin et al. (2003)</a> drag model
$\omega$	rotational speed [ $\text{s}^{-1}$ ]

Non-intrusive technique, which use  $\gamma$ -ray detectors in order to follow the motion of particles and consequently to determine their velocities. This technique has been used, among other researches, by [Ding et al. \(2002\)](#) and [Dubé et al. \(2013\)](#). However, these experimental methods are applicable only for radioactive particles. Another intrusive technique, based on Magnetic Resonance Imaging, was used by [Nakagawa et al. \(1993\)](#) and [Yada et al. \(2010\)](#).

[Boateng and Barr \(1997\)](#) used an intrusive technique, composed by optical fiber probes, to measure flow properties in a rotating drum. However, this technique can cause, depending on the probe geometry, perturbations and consequent large measurement errors.

Some works have demonstrated the feasibility of studying granular flows by using a high-speed video camera as a non-intrusive technique ([Santos et al., 2013](#); [Duarte et al., 2005](#)). After recording, particle paths are observed and their velocity measured by the distance traveled and the respective number of frames.

Parallel to experimental studies, the numerical simulations arise as a complementary tool in the granular flows investigation. The

Euler–Euler approach and the discrete element method (DEM) are the two methods frequently used in the simulation of granular flows.

In DEM method, all the particles are followed and the interaction forces acting on every particle are calculated. Although many researchers have adopted this kind of method in the simulations of rotating drums ([Marigo et al., 2012](#); [Xu et al., 2010](#); [Liu et al., 2013](#); [Chand et al., 2012](#); [Jiang et al., 2011](#); [Wachs et al., 2012](#); [Finnie et al., 2005](#); [Kwapinska et al., 2006](#)), there is restriction on the number of particles present in the equipment due to computational cost.

On the other hand, in the Euler–Euler approach, both phases are treated as interpenetrating continua and solved on an Eulerian frame of reference. Numerical simulation studies by using Euler–Euler approach have become popular in the field of gas–solid flow, in several applications ([Santos et al., 2009, 2012a, 2012b, 2013](#); [Cunha et al., 2009](#); [Barrozo et al., 2010](#); [Oliveira et al., 2009](#); [Duarte et al., 2009](#)).

There are restricted number of works related to the fluid dynamic study of the rotating drums using the Euler–Euler approach ([Huang et al., 2013](#); [He et al., 2007](#); [Demagh et al., 2012](#); [Santos et al., 2013](#); [Yin et al., 2014](#)), most of them used in segregation studies, and all of them have used the [Gidaspow et al. \(1992\)](#) drag model to estimate the drag force.

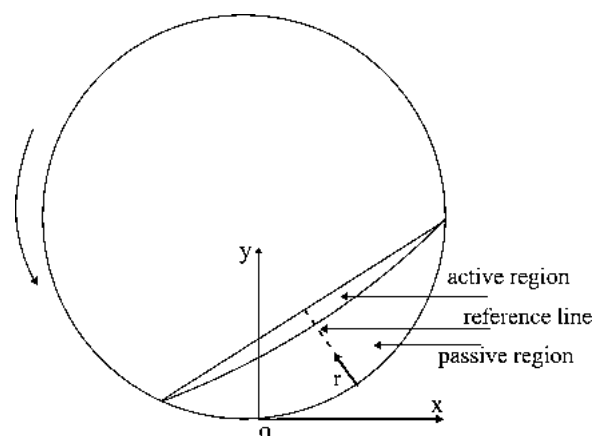
Although some parameters related to the material properties and scale of the rotating drum have been investigated, the influence of the drag force on the flow characteristics has not yet been examined. Thus, in this study, the particle dynamics in a rotating drum operated in the rolling regime has been investigated by both experimental tests and numerical simulations. The Euler–Euler approach and the kinetic theory of granular flow were used in the simulations. The influence of different drag models on particle velocity prediction was also investigated.

## 2. Materials and methods

### 2.1. Experimental setup

The cylindrical column of the drum was made of stainless steel and the two end walls were made of glass to allow the flow pattern observation. The drum was 21.5 cm in inner diameter and 50 cm in length. A sandpaper (P80) was used to coat the inside wall of the drum in order to prevent slippage between particles and drum wall (no-slip condition). The particle used in the present work was soybean of 6.2 mm in diameter and density of  $1164 \text{ kg/m}^3$ . For this particle the loosely packed voidage was found to be 0.4.

The velocity distributions of particles at the mid-chord of the bed material surface (reference line in [Fig. 1](#)), under



**Fig. 1** – Transverse plane of the rotating drum operated in a rolling regime showing the coordinate system used for particle velocity measurement and the active and passive regions.

**Table 1 – Equations used in the granular formulation – Euler–Euler approach (Gidaspow, 1994).**

## Fundamental equations

$$\text{Mass conservation equation for fluid phase} \quad \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \vec{v}_f) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Mass conservation equation for solid phase} \quad \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \vec{v}_s) = 0 \quad (2)$$

$$V_f = \int_V \alpha_f dV \quad (3)$$

$$\text{The conservation of the gas momentum} \quad \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = -\alpha_f \nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau}_f + \alpha_f \rho_f \vec{g} + (K_{sf}(\vec{v}_s - \vec{v}_f)) \quad (4)$$

$$\text{The conservation of the solid momentum} \quad \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\alpha_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot \vec{\tau}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + (K_{sf}(\vec{v}_f - \vec{v}_s)) \quad (5)$$

$$\text{Granular temperature transport equation} \quad \frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s \theta_s) + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s \vec{v}_s \theta_s) \right] = (-p_s \vec{I} + \vec{\tau}_s) : \nabla \vec{v}_s + \nabla \cdot (k_{\theta s} \nabla \theta_s) - \gamma_{\theta s} + \phi_{fs} \quad (6)$$

## Constitutive equations

$$\text{Stress tensor of particulate phase} \quad \vec{\tau}_s = \alpha_s \mu_s (\nabla \vec{v}_s + \nabla \vec{v}_s^T) + \alpha_s \left( \lambda_s - \frac{2}{3} \mu_s \right) \nabla \cdot \vec{v}_s \vec{I} \quad (7)$$

$$\text{Stress tensor of gas phase} \quad \vec{\tau}_f = \mu_f \left[ \nabla \vec{v}_f + (\nabla \vec{v}_f)^T \right] - \frac{2}{3} \mu_f (\nabla \cdot \vec{v}_f) \vec{I} \quad (8)$$

$$\text{Particulate pressure} \quad p_s = \alpha_s \rho_s \theta_s + 2 \rho_s (1 + e_{ss}) \alpha_s^2 g_{0,ss} \theta_s \quad (9)$$

$$\text{Radial distribution function} \quad g_{0,ss} = \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \right)^{1/3} \right]^{-1} \quad (10)$$

$$\text{Solids phase shear viscosity} \quad \mu_s = \frac{4}{5} \alpha_s^2 \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} + \frac{10 \rho_s d_s \sqrt{\theta_s \pi}}{96 (1 + e_{ss}) \alpha_s g_{0,ss}} \left[ 1 + \frac{4}{5} (1 + e_{ss}) \alpha_s g_{0,ss} \right]^2 \quad (11)$$

$$\text{Solids bulk viscosity} \quad \lambda_s = \frac{4}{3} \alpha_s^2 \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} \quad (12)$$

$$\text{Granular energy diffusion coefficient} \quad k_{\theta s} = \frac{150 \rho_s d_s \sqrt{\theta_s \pi}}{384 (1 + e_{ss}) g_{0,ss}} \left[ 1 + \frac{6}{5} (1 + e_{ss}) \alpha_s g_{0,ss} \right]^2 + 2 \alpha_s^2 \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} \quad (13)$$

$$\text{Collision dissipation energy} \quad \gamma_{\theta s} = 3 (1 - e_{ss}^2) \alpha_s^2 \rho_s g_{0,ss} \theta_s \left( \frac{4}{d_s} \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} - \nabla \cdot \vec{v}_s \right) \quad (14)$$

$$\text{Transfer of kinetic energy} \quad \phi_{fs} = -3 K_{sf} \theta_s \quad (15)$$

**Table 2 – Different drag models investigated in the present work.**

## Gidaspow et al. (1992)

$$K_{sf} = \begin{cases} K_{sf\_Wen\_Yu} & \alpha_f > 0.80 \\ K_{sf\_Ergun} & \alpha_f \leq 0.80 \end{cases}$$

$$K_{sf\_Wen\_Yu} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f}{d_s} \left| \vec{v}_s - \vec{v}_f \right| \alpha_f^{-2.65} \quad (16)$$

$$K_{sf\_Ergun} = 150 \frac{\alpha_s (1 - \alpha_f) \mu_f}{\alpha_f d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_f \alpha_s}{d_s} \left| \vec{v}_s - \vec{v}_f \right| \quad (17)$$

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{(Re_r \alpha_f)} [1 + 0.15 (Re_r \alpha_f)^{0.687}], & Re_r \leq 1000 \\ 0.44, & Re_r > 1000 \end{cases} \quad (18)$$

$$Re_r = \frac{\rho_f \left| \vec{v}_f - \vec{v}_s \right| d_s}{\mu_f} \quad (19)$$

## Huilin et al. (2003)

$$\psi = \frac{1}{2} + \frac{\arctan(262.5(\alpha_s - 0.2))}{\pi} \quad (20)$$

$$K_{sf} = \psi K_{sf\_Ergun} + (1 - \psi) K_{sf\_Wen\_Yu} \quad (21)$$

## Syamlal and O'Brien (1988)

$$K_{sf} = \frac{3 \alpha_s \alpha_f \rho_f}{4 v_{r,s}^2 d_s} C_D \left( \frac{Re_r}{v_{r,s}} \right) \left| \vec{v}_s - \vec{v}_f \right| \quad (22)$$

$$v_{r,s} = 0.5(A - 0.06 Re_r) + 0.5 \left( \sqrt{(0.06 Re_r)^2 + 0.12 Re_r (2B - A) + A^2} \right) \quad (23)$$

$$A = \alpha_f^{4.14} \quad (24)$$

$$B = \begin{cases} 0.8 \alpha_f^{1.28} & \alpha_f \leq 0.85 \\ \alpha_f^{2.65} & \alpha_f > 0.85 \end{cases} \quad (25)$$

## Gibilaro et al. (1985)

$$K_{sf} = \left( \frac{18.0}{Re_r \alpha_f} + 0.33 \right) \frac{\alpha_s \rho_f}{d_s} \left| \vec{v}_s - \vec{v}_f \right| \alpha_f^{-1.8} \quad (26)$$



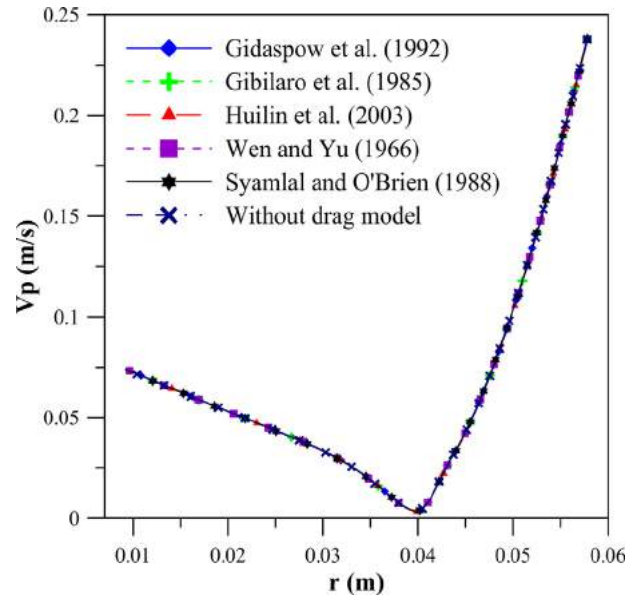
different conditions, were measured by means of a high-speed video camera (up to 2000 frames/s).

This technique allows tracking manually individuals particles for many frames and the velocity can be calculated by subtracting the positions of the same particle in two different frames (immediately before and after the reference line) and dividing by the time interval between frames.

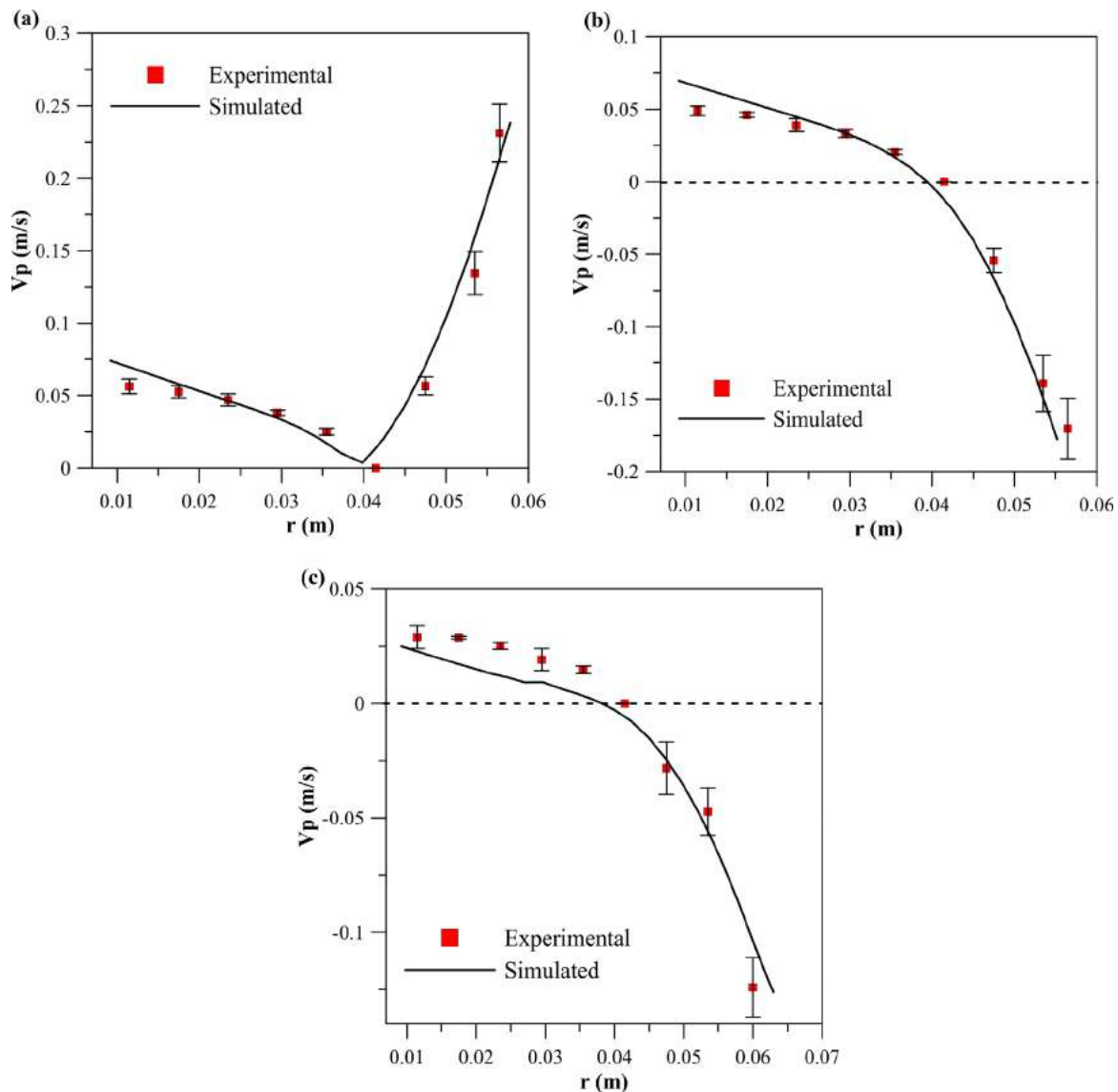
After recording the images from the transverse plane of the rotating drum, the Measure™ software was used to measure the particle position anywhere on the screen. It was possible to calculate more than ten (10) values of velocities for each radial position  $r$  along the reference line shown in Fig. 1, which were used to the mean and standard deviation calculations.

As can be seen in Fig. 1, the variable  $r$  starts near the drum wall which corresponds to the condition  $r$  equal to 0 (the particle's center of mass was considered to be followed) and ends at the surface bed materials (the surface position depends on the filling degree).

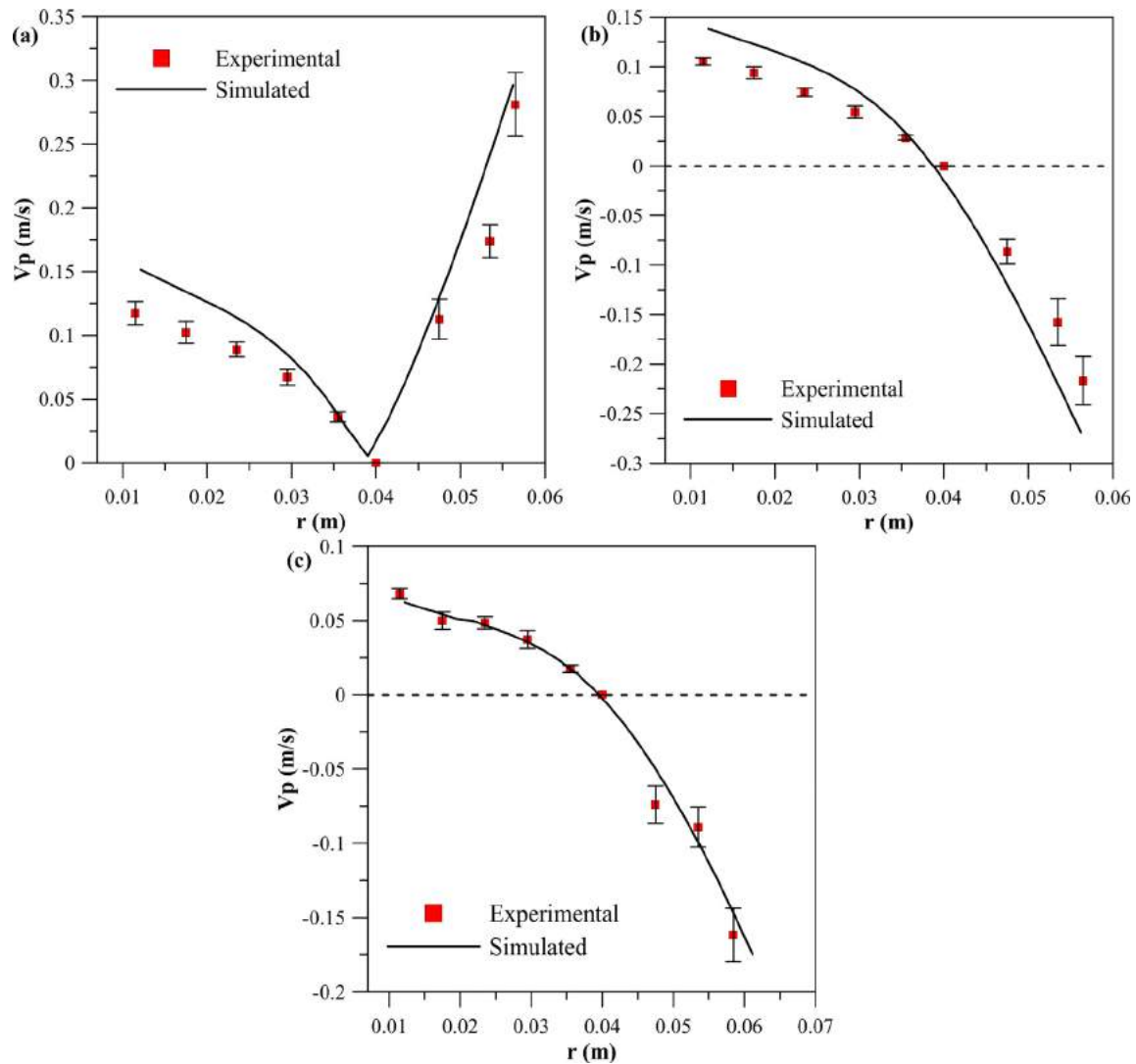
In the present work, the following conditions were investigated in a rotating drum operated in the rolling regime: filling degrees of 18.81% and 31.40% and drum rotational speeds of 0.712 rad/s ( $F_r = 0.0056$ ) and 1.45 rad/s ( $F_r = 0.0231$ ). The Froude number is defined as  $F_r = \omega^2 R/g$ , where  $\omega$ ,  $R$  and  $g$  are the



**Fig. 2 – Resulting solid velocity distributions simulated using different drag models and without taking the drag force into account: fill level of 18.81% and drum rotating at 0.712 rad/s.**



**Fig. 3 – Particle velocity distributions: filling degree of 18.81% and rotational speed of 0.712 rad/s – (a) resulting velocity; (b) x-component of velocity; (c) y-component of velocity.**



**Fig. 4 – Particle velocity distributions: filling degree of 18.81% and rotational speed of 1.45 rad/s – (a) resulting velocity; (b) x-component of velocity; (c) y-component of velocity.**

rotational speed of the drum, the radius of the drum and the acceleration due to gravity, respectively.

## 2.2. CFD simulations

Solid–gas two phase particle dynamics in a rotating drum was simulated using the Euler–Euler approach along with the kinetic theory of granular flow. In this kind of simulation both phases are treated as interpenetrating continua and solved on a Eulerian frame of reference.

The kinetic theory of granular flow, developed by Lun et al. (1984), was used to model the solid phase stress ( $\bar{\tau}_s$ ). Table 1 shows the main fundamental equations and the constitutive equations used in the Euler–Euler approach.

In Table 1,  $\theta_s$  is called granular temperature and can be considered as a measure of the particle velocity fluctuation. The terms  $\vec{V}_s$ ,  $\vec{V}_f$ ,  $V_f$ ,  $\alpha_s$ ,  $\alpha_f$ ,  $C_D$ ,  $Re_r$ ,  $\phi_{fs}$ ,  $k_{eS}$ ,  $g_{0,SS}$ ,  $e_{ss}$ ,  $\gamma_{eS}$  are the solid velocity vector, fluid velocity vector, gas volume, solid volume fraction, gas volume fraction, drag coefficient, relative Reynolds number, energy exchange between gas and solid phase, energy diffusion coefficient, radial distribution function, restitution coefficient and collisional dissipation of energy, respectively.

Numerous correlations for calculating the momentum exchange coefficient of gas–solid systems ( $K_{sf}$ ) have been

reported in the literature, including those of Syamlal and O'Brien (1988), Gidaspow et al. (1992) and Wen and Yu (1966).

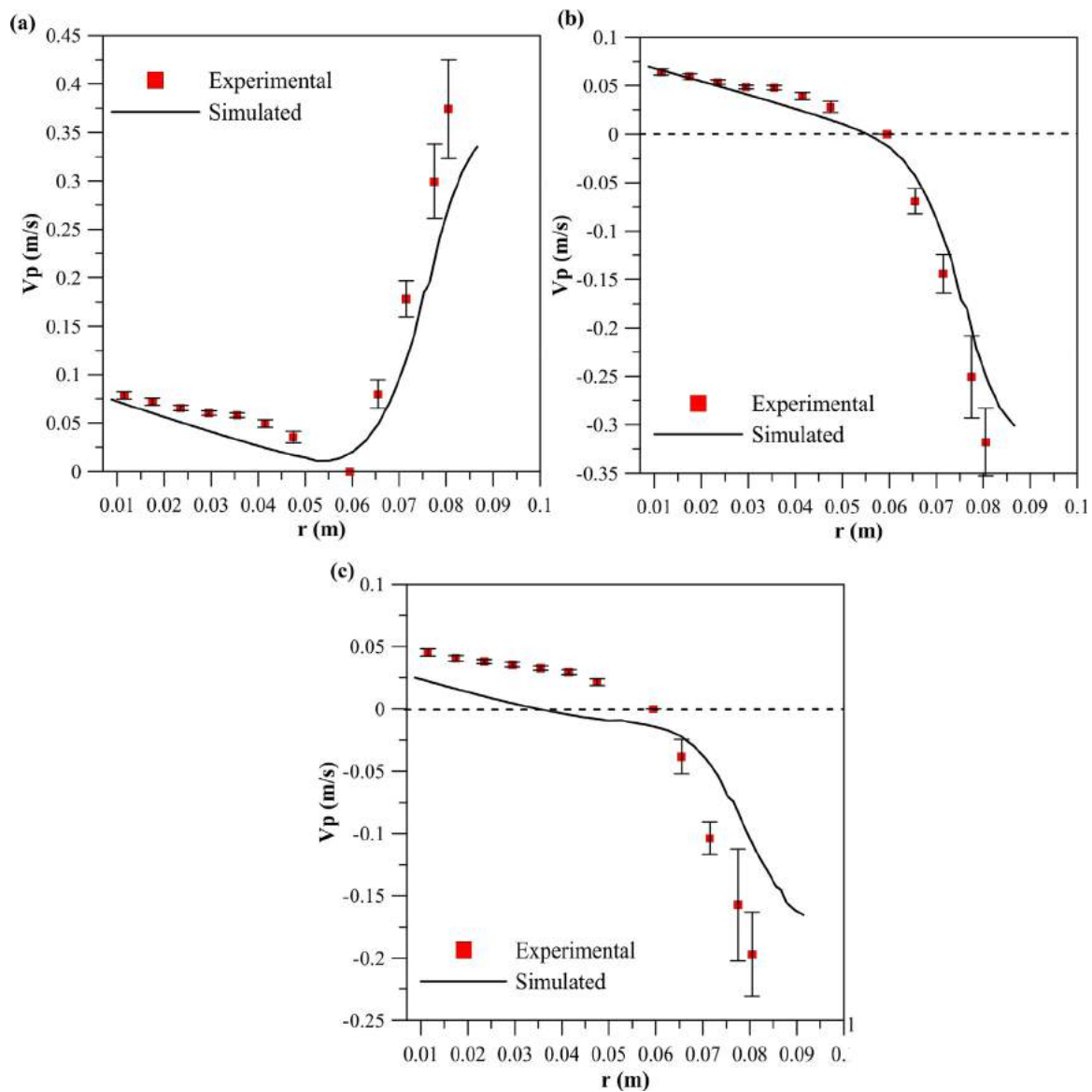
In order to investigate the influence of the drag force on the granular flow behavior in rotating drums, five different drag models were taken into account in the present study, as can be seen in Table 2: Gidaspow et al. (1992), Wen and Yu (1966), Gibilaro et al. (1985), Huilin et al. (2003), and Syamlal and O'Brien (1988). Some simulations were also conducted without taking the drag force into account in order to compare with those considering the models shown previously.

In the Gidaspow et al. (1992) drag model (Table 2), the following terms,  $K_{sf,Wen.Yu}$  and  $K_{sf,Ergun}$ , represent the momentum exchange coefficients between gas–solid phases proposed by Wen and Yu (1966) and Ergun (1952), respectively.

For all the simulations, the software Fluent® 14.0 was used and the main conditions adopted are shown in Table 3.

## 3. Results and discussion

The possible influence of drag force on the hydrodynamic behavior in rotating drums, when using the Eulerian multi-phase model, has been first examined. As said before, five different drag models have been investigated to calculate the momentum exchange coefficient between the solid phase and fluid phase: Gidaspow et al. (1992), Wen and Yu (1966), Gibilaro



**Fig. 5 – Particle velocity distributions: filling degree of 31.40% and rotational speed of 0.712 rad/s – (a) resulting velocity; (b) x-component of velocity; (c) y-component of velocity.**

et al. (1985), Huilin et al. (2003), and Syamlal and O'Brien (1988). These models vary in their functional form (see Table 2), and lead to somewhat different predictions of the drag force as a function of bed voidage.

Fig. 2 shows the simulated results of the solid velocity distributions in the rotating drum operated in rolling regime, using different drag models, with filling degree of 18.81% and drum rotational speed of 0.712 rad/s. This figure also shows the simulated results without taking the drag force into account.

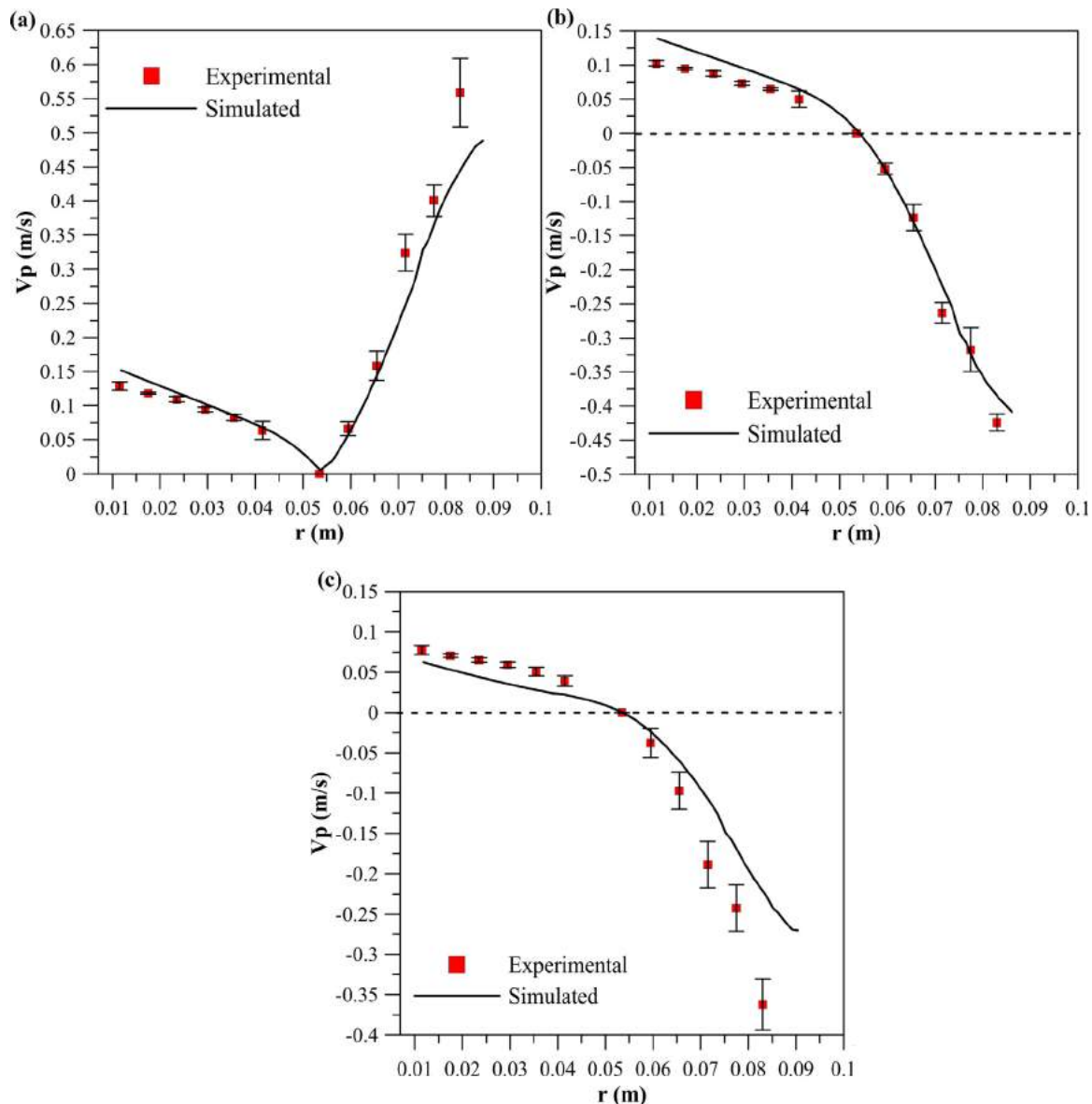
**Table 3 – Main conditions adopted in the CFD simulations.**

Discretization method:	The finite volume method
Pressure-velocity coupling:	SIMPLE-algorithm
Spatial Interpolation method:	First-order-upwind-method
Wall boundary condition:	No-slip boundary condition
Time step:	$1 \times 10^{-4}$ s
Real-time simulation:	50 s
Relative error between successive iterations:	$1 \times 10^{-3}$
Grid size:	3D system discretized by 300,000 cells

In the rotating drum literature, the most commonly used drag model in CFD studies is the Gidaspow et al. (1992) model (Huang et al., 2013; He et al., 2007; Demagh et al., 2012; Santos et al., 2013). However, the results of the present work show that no influence on the predictions of bed behavior in a rotating drum was observed when the different drag models were used interchangeably in a CFD code (Fig. 2). As can be also seen in Fig. 2, identical results of those simulated with different drag models were obtained for the simulations not taking the drag force into consideration. This is due to the low relative velocity between the phases inside the drum.

In the unsteady flow calculation, the drag force must be updated, in the whole computational domain, after each iteration, until a converged solution for that time step is achieved. So, taking the computational efforts into account, the drag force can be set to zero in the case of a rotating drum operated in the rolling regime where there is no fluid entering or leaving the system.

To further evaluate the simulation results of the rotating drum operated in rolling regime, velocity distributions of the particulate phase (soybean) at the mid-chord of the material surface (reference line in Fig. 1) are compared with



**Fig. 6 – Particle velocity distributions: filling degree of 31.40% and rotational speed of 1.45 rad/s – (a) resulting velocity; (b) x-component of velocity; (c) y-component of velocity.**

experimental data obtained by means of a high-speed video camera. Figs. 3 and 4 show the experimental and simulated results for a filling degree of 18.81% and drum rotating at 0.712 rad/s and 1.45 rad/s, respectively.

It can be seen (Figs. 3 and 4) that the simulated values are in good agreement with the experimental data. The errors between experimental and simulation results ranged from 1% to 30%. For both experiments and simulations, all the velocity profiles are similar, i.e., the particle velocity has its highest value at the bed surface, decreases with decreasing radial position, reaches zero at the active–passive interface, and then a flow reverse takes place. Figs. 5 and 6 show the same behavior but now for a filling degree of 31.40% and drum rotating at 0.712 rad/s and 1.45 rad/s, respectively.

In all the cases, as expected, two different bed structure regions in the transverse plane of the rotating drum operated in the rolling regime can be visualized: an active region formed by particles near the free surface that are animated by a relatively high velocity, and a passive region, at the bottom, that rotates proportionally at the wall rotation speed (low solids velocities). It can be noted that, keeping the filling degree

constant and increasing the rotational speed, an increase in the particle velocity magnitude occurs in both passive and active region. However, the position of the velocity inflexion point, where a reverse of the flow takes place, was kept constant (Figs. 3–6).

As can be seen in Figs. 3 and 4, the velocity inflexion point occurred, approximately, at 4.0 cm (radial position) from the drum wall, for a filling degree of 18.81%, regardless of the drum rotational speed. On the other hand, for a filling degree of 31.40%, the velocity inflexion point occurred at 5.5 cm from the drum wall, regardless of the drum rotational speed (Figs. 5 and 6).

On the other hand, keeping the drum rotational speed constant, and increasing the filling degree, it can be observed that an increase in the particle velocity magnitude occurs, however just in the active region. It can be also noted that the velocity inflexion point position has moved from 4.0 to 5.5 cm, that is, an increase of the passive region thickness has occurred (Figs. 3–6). The higher the particle velocity at the active region, the greater the possibility of transition to other flowing regimes. So, as also observed by Mellmann (2001), among other variables, the increase of the rotational speed



or the filling degree can lead to a transition to different flow regimes in a rotating drum.

The active region thickness measured experimentally for a filling degree of 18.81%, with the drum rotating at 0.712 rad/s and 1.45 rad/s were, approximately, 1.5 cm and 1.65 cm, respectively (Figs. 3 and 4). For the case of a filling degree of 31.40%, these values were 2.10 cm and 2.95 cm, respectively for rotation speeds of 0.712 rad/s and 1.45 rad/s. So, an increase of the rotation speed causes an increase in the active region thickness. This effect is even more accentuated when using a higher filling degree. Hence, the higher the rotation speed or the filling degree, the higher the active region thickness, causing a greater rate of exchange of mass, energy, and momentum.

The velocity profiles in the active layer were not parabolic but instead were essentially linear at the mid-chord position. This result is in accordance with those observed by Boateng and Barr (1997).

#### 4. Conclusions

From experimental data and CFD simulations, it was possible to investigate the hydrodynamic behavior in a rotating drum operated in the rolling regime. The CFD simulations based on a Eulerian granular multiphase model showed good agreement with experimental results.

The influence of different drag models on particle velocity profile was analyzed. It was observed that, the drag force can be neglected in the case of a rotating drum operated in the rolling regime where there is no fluid entering or leaving the system. So, taking the computational efforts into account, this force can be set to zero in the entire calculation domain.

From the experimental and simulated results it was possible to verify the effect of the rotation speed and filling degree of the rotating drum on the active region thickness. It was also observed that an increasing in the filling degree causes an increase in the particle velocity magnitude in the active region. The thickness and the particle velocity in active region are directly related to the rates of mass, energy, and momentum transfer. Therefore, predictions of operating conditions that optimize a particular application of the rotary drum (operating in the rolling regime) can be obtained using the simulation methodology of the present work.

#### Acknowledgments

The authors are grateful to the State of Minas Gerais Research Support Foundation (FAPEMIG), National Council for Scientific and Technological Development (CNPq) and Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) for their financial supports.

#### References

- Barrozo, M.A.S., Duarte, C.R., Epstein, N., Grace, J.R., Lim, C.J., 2010. Experimental and CFD study of dense-phase, transition region and dilute-phase spouting. *Ind. Eng. Chem. Res.* 49, 5102–5109.
- Boateng, A.A., Barr, P.V., 1997. Granular flow behaviour in the transverse plane of a partially filled rotating cylinder. *J. Fluid Mech.* 330, 233–249.
- Chand, R., Khaskheli, M.A., Qadir, A., Ge, B., Shi, Q., 2012. Discrete particle simulation of radial segregation in horizontally rotating drum: effects of drum-length and non-rotating end-plates. *Physica A* 391, 4590–4596.
- Chou, S.H., Hsiau, S.S., 2012. Dynamic properties of immersed granular matter in different flow regimes in a rotating drum. *Powder Technol.* 226, 99–106.
- Chou, S.H., Liao, C.C., Hsiau, S.S., 2010. An experimental study on the effect of liquid content and viscosity on particle segregation in a rotating drum. *Powder Technol.* 201, 266–272.
- Cunha, F.G., Santos, K.G., Ataíde, C.H., Epstein, N., Barrozo, M.A.S., 2009. Annatto powder production in a spouted bed: an experimental and CFD study. *Ind. Eng. Chem. Res.* 48, 976–982.
- Degrève, J., Baeyens, J., Van de Velden, M., De Laet, S., 2006. Spray-agglomeration of NPK-fertilizer in a rotating drum granulator. *Powder Technol.* 163, 188–195.
- Demagh, Y., Moussa, H.B., Lachi, M., Noui, S., Bordja, L., 2012. Surface particle motions in rotating cylinders: validation and similarity for an industrial scale kiln. *Powder Technol.* 224, 260–272.
- Ding, Y.L., Forster, R., Seville, J.P.K., Parker, D.J., 2002. Segregation of granular flow in the transverse plane of a rolling mode rotating drum. *Int. J. Multiph. Flow* 28, 635–663.
- Ding, Y.L., Seville, J.P.K., Forster, R., Parker, D.J., 2001. Solids motion in rolling mode rotating drums operated at low to medium rotational speeds. *Chem. Eng. Sci.* 56, 1769–1780.
- Duarte, C.R., Murata, V.V., Barrozo, M.A.S., 2005. A study of the fluid dynamics of the spouted bed using CFD. *Braz. J. Chem. Eng.* 22, 263–270.
- Duarte, C.R., Olazar, M., Murata, V.V., Barrozo, M.A.S., 2009. Numerical simulation and experimental study of fluid–particle flows in a spouted bed. *Powder Technol.* 188, 195–205.
- Dubé, O., Alizadeh, E., Chaouki, J., Bertrand, F., 2013. Dynamics of non-spherical particles in a rotating drum. *Chem. Eng. Sci.* 101, 486–502.
- Ergun, S., 1952. Fluid flow through packed columns. *Chem. Eng. Prog.* 48, 89–94.
- Finnie, G.J., Kruyt, N.P., Ye, M., Zeilstra, C., Kuipers, J.A.M., 2005. Longitudinal and transverse mixing in rotary kilns: a discrete element method approach. *Chem. Eng. Sci.* 60, 4083–4091.
- Gibilaro, L.G., Di Felice, R., Waldram, S.P., 1985. Generalized friction factor and drag coefficient correlations for fluid–particle interactions. *Chem. Eng. Sci.* 40, 1817–1823.
- Gidaspow, D., Bezburuah, R., Ding, J., 1992. Hydrodynamics of circulating fluidized beds, kinetic theory approach in fluidization. In: *Proceedings of the Seventh Engineering Foundation Conference on Fluidization*, p. 75.
- Gidaspow, D., 1994. *Multiphase Flow and Fluidization*. Academic Press, Boston.
- He, Y.R., Chen, H.S., Ding, Y.L., Lickiss, B., 2007. Solids motion and segregation of binary mixtures in a rotating drum mixer. *Chem. Eng. Res. Des.* 85, 963–973.
- Huang, A.-N., Kao, W.-C., Kuo, H.-P., 2013. Numerical studies of particle segregation in a rotating drum based on Eulerian continuum approach. *Adv. Powder Technol.* 24, 364–372.
- Huang, A.N., Kuo, H.P., 2011. A study on the transition between neighbouring drum segregated bands and its application on functionally graded material production. *Powder Technol.* 212, 348–353.
- Huang, A.N., Kuo, H.P., 2012. A study of the three-dimensional particle size segregation structure in a rotating drum. *AIChE J.* 58, 1076–1083.
- Huilin, L., Gidaspow, D., Bouillard, J., Wentie, L., 2003. Hydrodynamic simulation of gas–solid flow in a riser using kinetic theory of granular flow. *Chem. Eng. J.* 95, 1–13.
- Jiang, M., Zhao, Y., Liu, G., Zheng, J., 2011. Enhancing mixing of particles by baffles in a rotating drum mixer. *Particuology* 9, 270–278.
- Jin, J., Shi, S., Liu, G., Zhang, Q., Cong, W., 2012. Arsenopyrite bioleaching by *Acidithiobacillus ferrooxidans* in a rotating-drum reactor. *Miner. Eng.* 39, 19–22.
- Kwapinska, M., Saage, G., Tsotsas, E., 2006. Mixing of particles in rotary drums: a comparison of discrete element simulations with experimental results and penetration models for thermal processes. *Powder Technol.* 161, 69–78.

- Lee, C.-F., Chou, H.-T., Capart, H., 2013. [Granular segregation in narrow rotational drums with different wall roughness: symmetrical and asymmetrical patterns](#). *Powder Technol.* 233, 103–115.
- Liu, P.Y., Yang, R.Y., Yu, A.B., 2013. [DEM study of the transverse mixing of wet particles in rotating drums](#). *Chem. Eng. Sci.* 86, 99–107.
- Lun, C.K.K., Savage, S.B., Jeffrey, D.J., Chepuruiy, N., 1984. [Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in coquette flow and singly inelastic particles in a general flow field](#). *J. Fluid Mech.* 140, 223–256.
- Marigo, M., Cairns, D.L., Davies, M., Ingram, A., Stitt, E.H., 2012. [A numerical comparison of mixing efficiencies of solids in a cylindrical vessel subject to a range of motions](#). *Powder Technol.* 217, 540–547.
- Mellmann, J., 2001. [The transverse motion of solids in rotating cylinders – forms of motion and transition behavior](#). *Powder Technol.* 118, 251–270.
- Nakagawa, M., Altobelli, S.A., Caprihan, A., Fukushima, E., Jeong, E.-K., 1993. [Non-invasive measurements of granular flows by magnetic resonance imaging](#). *Exp. Fluids* 16, 54–60.
- Oliveira, D.C., Almeida, C.A.K., Vieira, L.G.M., Damasceno, J.J.R., Barrozo, M.A.S., 2009. [Influence of geometric dimensions on the performance of a filtering hydrocyclone: an experimental and CFD study](#). *Braz. J. Chem. Eng.* 26, 575–582.
- Rajchenbach, J., 1990. [Flow in powders: from discrete avalanches to continuous regime](#). *Phys. Rev. Lett.* 65, 2221–2224.
- Rocha, N.R.A.F., Barros, M.A., Fischer, J., Coutinho Filho, U., Cardoso, V.L., 2013. [Ethanol production from agroindustrial biomass using a crude enzyme complex produced by \*Aspergillus niger\*](#). *Renew. Energy* 57, 432–435.
- Santomaso, A.C., Ding, Y.L., Lickiss, J.R., York, D.W., 2003. [Investigation of the granular behaviour in a rotating drum operated over a wide range of rotational speed](#). *ICHEME* 81, 936–945.
- Santos, D.A., Alves, G.C., Duarte, C.R., Barrozo, M.A.S., 2012a. [Disturbances in the hydrodynamic behavior of a spouted bed caused by an optical fiber probe: experimental and CFD study](#). *Ind. Eng. Chem. Res.* 51, 3801–3810.
- Santos, D.A., Petri, I.J., Duarte, C.R., Barrozo, M.A.S., 2013. [Experimental and CFD study of the hydrodynamic behavior in a rotating drum](#). *Powder Technol.* 250, 52–62.
- Santos, K.G., Murata, V.V., Barrozo, M.A.S., 2009. [Three-dimensional computational fluid dynamics modeling of spouted bed](#). *Can. J. Chem. Eng.* 87, 211–219.
- Santos, K.G., Santos, D.A., Duarte, C.R., Murata, V.V., Barrozo, M.A.S., 2012b. [Spouting of bidisperse mixture of particles: a CFD and experimental study](#). *Dry. Technol.* 30, 1354–1367.
- Syamml, M., O'Brien, T.J., 1988. [Simulation of granular layer inversion in liquid fluidized beds](#). *Int. J. Multiph. Flow* 14, 473–481.
- Wachs, A., Girolami, L., Vinay, G., Ferrer, G., 2012. [Grains3D, a flexible DEM approach for particles of arbitrary convex shape – Part I: Numerical model and validations](#). *Powder Technol.* 224, 374–389.
- Watanabe, H., 1999. [Critical rotation speed for ball-milling](#). *Powder Technol.* 104, 95–99.
- Wen, C.Y., Yu, Y.H., 1966. [Mechanics of fluidization](#). *Chem. Eng. Progr. Symp.* 62, 100–111.
- Xu, Y., Xu, C., Zhou, Z., Du, J., Hu, D., 2010. [2D DEM simulation of particle mixing in rotating drum: a parametric study](#). *Particuology* 8, 141–149.
- Yada, H., Kawaguchi, T., Tanaka, T., 2010. [Relation between segregation patterns and granular flow modes in conical rotating drum](#). *Flow Meas. Instrum.* 21, 207–211.
- Yin, H., Zhang, M., Liu, H., 2014. [Numerical simulation of three-dimensional unsteady granular flows in rotary kiln](#). *Powder Technol.* 253, 138–145.



# Solids holdup in flighted rotating drums: An experimental and simulation study



S.M. Nascimento, D.A. Santos, M.A.S. Barrozo<sup>\*</sup>, C.R. Duarte

*School of Chemical Engineering, Federal University of Uberlândia, Bloco K, Campus Santa Mônica, 38400-902 Uberlândia, MG, Brazil*

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 18 December 2014

Received in revised form 13 April 2015

Accepted 18 April 2015

Available online 23 April 2015

### Keywords:

Rotary dryers

Design load

Solids holdup

## ABSTRACT

Directly heated rotary dryers are widely used in various industries and have been the subject of numerous studies. However, few studies have focused on the behavior of particle dynamics in these dryers, and most of them are still designed based on empirical data and pilot plant scale-ups. This paper reports on a study of the effect of operating conditions on solids flow in rotating dryers. The holdup of solids in the flights was modeled using the Eulerian Granular Multiphase Model and the results were compared with experimental data, using a methodology created specifically for this purpose. The influence of particle diameter, type of material, rotation speeds and drum loading on solids holdup in the flighted rotating drum has been analyzed. The results of the present work have shown that the Eulerian approach has been able to predict the fluid dynamics behavior of different solid materials in several operating conditions. Despite the deviations between predicted and measured results, this approach allows the development of a “more” generalized model, with “low” computational cost.

© 2015 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction

Rotary dryers are used in a variety of industrial settings, such as the mineral, food and chemical industries. For example, in the production of granulated fertilizer [1], one of the materials used in this work, the drying, that occurs after granulation, is performed in rotary dryers and consists of one of the most energy-intensive operations [2]. Compared to other types of dryers, these are the most commonly used devices due to their flexibility in operating with different types of materials. However, the rotary dryers are a significant capital item for many industries. Their thermal efficiency is strongly dependent on the correct design and operation [3].

Numerous research efforts have focused on characterizing the dynamics of rotary dryers [4], but the design of these devices is complex and still is dictated by the “experience” of engineers and empirical factors. Therefore, theoretical studies are necessary to gain an in-depth understanding of the dynamics of particles in these dryers [5].

Ideally, a rotary dryer should be operated such that every flight was filled to its capacity, allowing for the maximum amount of solids to be curtailed at any point. Underloaded (insufficient solids to fill the flights) or overloaded (more solids than the flights can carry) are undesirable conditions, since the dryer will be operating with low capacity or with limited contact between solids and hot air [3]. Depending on the position in which the first discharge from the flights occurs, the drum can be classified as underloaded, design loaded or overloaded [3,6].

These conditions are determined by several factors, such as operating conditions, properties of the material, and geometric configuration of the flights and drum [6].

The design load condition is assumed to represent the point of operation where there is maximum interaction between the drying gas and the airborne phase. The kilning or rolling solids do not participate in drying to the extent that airborne solids do, which results into poor efficiency of the dryer [7]. If the dryer is operating in an underloaded condition, the first discharge will occur after the 9 o'clock position (for a clockwise rotating drum, Fig. 1), obtaining retention time below the required drying time, as well as a low capacity condition. When the first discharge occurs before the lifting flight reaches the 9 o'clock position (angular position of flight tip of 0°), the drum is overloaded, and the excess material rolls in the base of the dryer with poor solid–air contact. Therefore, in the design loaded condition, the discharge from the flights occurs precisely in the 9 o'clock position, which is the condition in which the maximum interaction between the drying air stream and the airborne particles occurs [7].

Many potential benefits, such as energy savings, can be obtained through a proper design and operation of these dryers. However, the design and simulation of rotary dryers are highly challenging due to the complex fluid dynamics behavior. The combination of particles being lifted by the flights, sliding and rolling, then falling as a rain of particles, is very hard to analyze. Thus, the fluid dynamic study of these devices, can be performed without the presence of drying air, which makes it easier to understand how the particles in these devices move.

With the advance of technology and the increasing processing power of computers, CFD has become a very useful tool for describing

<sup>\*</sup> Corresponding author. Fax: +55 34 32394188.

E-mail address: [masbarrozo@ufu.br](mailto:masbarrozo@ufu.br) (M.A.S. Barrozo).

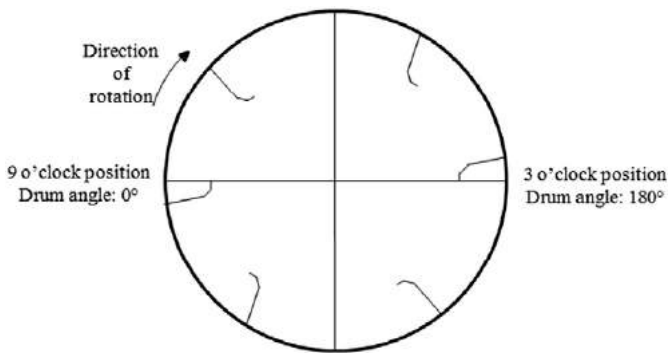


Fig. 1. Angular positions of the flight around the drum.

flows, especially in the field of gas–solid flow. This technology, allied to experimental data, that validate models, can provide satisfactory simulation results for various processes [8].

The Euler–Euler and Lagrangian approaches are commonly used to simulate particle dynamics [9]. The Lagrangian approach is based on the particle–particle interaction forces, while the Euler–Euler approach treats the phases mathematically as continuous and interpenetrating. The Lagrangian approach, which is used in the Discrete Element Method (DEM), has already been employed in several simulation studies of flighted rotating drums [5,10–12]. In this approach, each particle trajectory is calculated considering all the active forces, providing information about particles at the microscopic level and describing the individual trajectory of a particle. On the other hand, the DEM has a crucial problem – its computational cost, which is directly proportional to the number of particles in the process, making it difficult to simulate large-scale processes, as well as requiring a large number of parameters to describe the process. The Euler–Euler approach does not allow for the description of individual particles, because the phase containing the particles is treated as continuous and the properties of particles are calculated based on the kinetic theory of granular flow. Nevertheless, the computational cost of this approach is lower, and large-scale processes can be simulated using fewer defined parameters.

Numerical simulation studies by using Euler–Euler approach along with the kinetic theory of granular flow have become popular in the field of gas–solid flow, in several applications (fluidized beds, spouted beds, hydrocyclones, rotating drums and other systems) [12–17]. The basic idea that governs the granular kinetic theory is that the grains are in a state of continuous and chaotic restlessness within the fluid. This chaotic random motion exists at very low concentrations (due to friction between gas and particles, gas turbulence, pressure variation in the fluid, etc.) or at higher concentrations (due to grain collisions) [14]. Some authors have used the Euler–Euler approach to study the behavior of a curtain of particles falling through a horizontal gas stream [6, 18]. However, no studies have used this approach to describe the behavior of particles in a flighted rotating drum. Therefore, a novelty of the present work is the use of the Euler–Euler approach to simulate the movement of particles in a flighted drum.

Despite the development of numerous geometric flight unloading models for flighted rotary dryers [19–22], most of these models are non-generic and developed based on a particular type of flight configurations, besides the computational costs for large equipment are very high. The Eulerian approach allows the development of a “more” generalized model with low computational costs. When one model is validated, it can be applied to many different geometries and number of flights, with no need to develop another model.

As solids holdup in the flights cannot be “measured” directly by FLUENT® software operating with the Euler–Euler approach, in the present work, a method was developed to estimate solids holdup in the flights as a function of the angular position of the tip of the flight, using the flow profiles obtained in the simulations.

The objective of this paper was to analyze the effect of some operating conditions (rotation speeds and drum load) on the fluid dynamics behavior of different solid materials (free flowing) in a flighted rotating drum, from simulation and experimental studies. Unlike other literature studies, in the present work the simulations have been performed using a Eulerian approach.

## 2. Experimental setup

The experimental apparatus used in this work consisted of a flighted rotating drum. The cylindrical part and flights were made of stainless steel. The front end plate was transparent for easy observation of flow profiles. This side of the drum was equipped with a protractor, that enables to trace a horizontal and a vertical line, as shown in Fig. 2, to measure the angular position of the tip of the flight. The opposite side had an acrylic particle collector to collect the particles in each angular position.

The experiments were carried out in a drum equipped with six lifting flights, each having three segments, as can be seen in Fig. 2. The drum had an inner diameter of 10.8 cm and a length of 50 cm. The size of the segments was  $L_1 = 0.01$  m,  $L_2 = L_3 = 0.004$  m, their length was 50 cm, and they had an inter-segment angle of  $135^\circ$ . The small scale drum facilitates experimental and simulated measurements. The rotation speed of the drum was controlled by means of a frequency inverter and measured using a laser tachometer.

The particles used in this experiment were glass beads and granular single superphosphate (SSP) fertilizer. The three different glass beads had mean diameters of 1.09, 1.84 and 2.56 mm and a bulk density of  $2455 \text{ kg/m}^3$ . The porosity of the packed bed was 0.37 for these particles. Drum rotation speeds of 1.5, 3 and 4.5 rpm were used in the experiments. The granular SSP fertilizer had an average diameter of 2.56 mm and a bulk density of  $2090 \text{ kg/m}^3$ . The packed bed using fertilizer had a porosity of 0.51.

The angular position of the tip of the flight was measure using an image analysis method. A camera was placed on a tripod on an exactly horizontal plane, and the images it recorded were used to measure the angle between the line formed by the tip of the flight and the origin and the horizontal axis, traced as in Fig. 2. These measurements were taken using ImageJ® software. Thus, when a flight reached a given angular position, the rotational motion was stopped and a photograph was taken to measure the position using ImageJ®. The particles were then collected from the flight and weighed on an analytical balance. With this procedure, the solids holdup in the flights was measured as a function of the angular position.

Another experimental apparatus has been used, to measure the particle–particle internal angle of friction that is roughly the same as the particle static angle of repose for free-flowing particles, named as  $\beta$ . The static angle of repose is determined by lifting an inclined particle attached lane with free particles on it. When the particles start rolling down the plane, the plane inclined angle is used as the angle of repose of the particle [9]. The measured values of static angle of repose were  $28^\circ \pm 0.6^\circ$  for the glass beads of 2.56 mm diameter and  $41^\circ \pm 0.8^\circ$  for SSP fertilizer of the same diameter.

## 3. CFD simulation

Solid–gas two phase particle dynamics in a rotary dryer was simulated using the Eulerian Granular Multiphase Model. Thus, the flow was described using the Euler–Euler approach along with the Kinetic theory of granular flow.

### 3.1. Conservation of mass and momentum equations and drag model

The kinetic theory of granular flow, developed by Lun et al. [23], has been used to model the solid phase stress ( $\bar{\tau}_s$ ). This theory is an



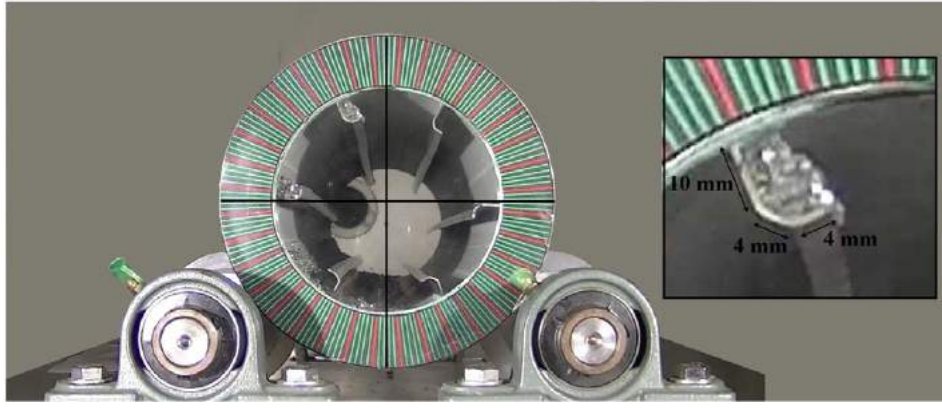


Fig. 2. Front view of the experimental apparatus.

extension of the classical kinetic theory of gases, and takes into account non-ideal particle–particle collisions and gas–particle drag.

Table 1 describes the main fundamental equations and the constitutive equations used in the granular formulation of the Euler–Euler approach.

In Table 1,  $\theta_s$  is called granular temperature and can be considered as a measure of the particle velocity fluctuation. The terms  $\vec{v}_s$ ,  $\vec{v}_f$ ,  $V_f$ ,  $\alpha_s$ ,  $\alpha_f$ ,  $C_D$ ,  $Re_r$ ,  $\phi_{fs}$ ,  $k_{\theta s}$ ,  $K_{sf}$ ,  $g_{0,ss}$ ,  $e_{ss}$ , and  $\gamma_{\theta s}$  are the solid velocity vector, fluid velocity vector, gas volume, solid volume fraction, gas volume fraction, drag coefficient, relative Reynolds number, energy exchange between gas and solid phase, energy diffusion coefficient, momentum exchange coefficient of gas–solid systems, radial distribution function, restitution coefficient and collisional dissipation of energy, respectively.

When the concentration of particles is high, instead of instant collisions, the contact between the particles is long-lasting and the particles

slide over each other. Therefore, frictional viscosity ( $\mu_{s,fric}$ ) must be added to the collisional viscosity ( $\mu_{s,col}$ ) and to the kinetics ( $\mu_{s,kin}$ ) to estimate the viscosity of the solid.

To estimate the frictional viscosity the Schaeffer's model was used [24]:

$$\mu_{s,fr} = \frac{P_s \sin(\beta)}{2\sqrt{I_{2D}}} \quad (18)$$

where  $P_s$ ,  $I_{2D}$  and  $\beta$  are the solid pressure (Table 1), the second invariant of the deviatoric stress tensor and the angle of internal friction, respectively. The particle–particle internal angle of friction ( $\beta$ ) is roughly the same as the experimentally determined static angle of repose. In this work the static angle of repose of particles was determined experimentally, as described in Section 2.

Table 1  
Main fundamental and constitutive equations used in the Euler–Euler approach.

Fundamental equations	
Mass conservation equation for fluid phase	$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \vec{v}_f) = 0$ (1)
Mass conservation equation for solid phase	$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \vec{v}_s) = 0$ (2)
	$V_f = \int_V \alpha_f dV$ (3)
The conservation of the gas momentum	$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = -\alpha_f \nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau}_f + \alpha_f \rho_f \vec{g} + (K_{sf}(\vec{v}_s - \vec{v}_f))$ (4)
The conservation of the solid momentum	$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\alpha_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot \bar{\tau}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + (K_{sf}(\vec{v}_f - \vec{v}_s))$ (5)
Granular temperature transport equation	$\frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s \theta_s) + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s \vec{v}_s \theta_s) \right] = (-p_s \bar{I} + \bar{\tau}_s) : \nabla \vec{v}_s + \nabla \cdot (k_{\theta s} \nabla \theta_s) - \gamma_{\theta s} + \phi_{fs}$ (6)
Constitutive equations	
Stress tensor of particulate phase	$\bar{\tau}_s = \alpha_s \mu_s (\nabla \vec{v}_s + \nabla \vec{v}_s^T) + \alpha_s (\lambda_s - \frac{2}{3} \mu_s) \nabla \cdot \vec{v}_s \bar{I}$ (7)
Stress tensor of gas phase	$\bar{\tau}_f = \mu_f [\nabla \vec{v}_f + (\nabla \vec{v}_f)^T] - \frac{2}{3} \mu_f (\nabla \cdot \vec{v}_f) \bar{I}$ (8)
Momentum exchange coefficient $K_{sf} = \begin{cases} K_{sf,Wen,Yu} & \alpha_f > 0.80 \\ K_{sf,Ergun} & \alpha_f \leq 0.80 \end{cases}$	$K_{sf,Wen,Yu} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f}{d_s}  \vec{v}_s - \vec{v}_f  \alpha_f^{-2.65}$ (9)
	$K_{sf,Ergun} = 150 \frac{\alpha_s (1 - \alpha_f) \mu_f}{\alpha_f d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_f \alpha_s}{d_s}  \vec{v}_s - \vec{v}_f $ (10)
	$C_D = \begin{cases} \frac{24}{(Re_r \alpha_f)} [1 + 0.15 (Re_r \alpha_f)^{0.687}] & Re_r \leq 1000 \\ 0.44 & Re_r > 1000 \end{cases}$ (11)
	$Re_r = \frac{\rho_f  \vec{v}_f - \vec{v}_s  d_s}{\mu_f}$ (12)
Particulate pressure	$P_s = \alpha_s \rho_s \theta_s + 2\rho_s (1 + e_{ss}) \alpha_s^2 g_{0,ss} \theta_s$ (13)
Radial distribution function	$g_{0,ss} = \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \right)^{1/3} \right]^{-1}$ (14)
Granular energy diffusion coefficient	$k_{\theta s} = \frac{150 \rho_s d_s \sqrt{\theta_s \pi}}{384 (1 + e_{ss}) g_{0,ss}} [1 + \frac{6}{5} (1 + e_{ss}) \alpha_s g_{0,ss}]^2 + 2 \alpha_s^2 \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}}$ (15)
Collision dissipation energy	$\gamma_{\theta s} = 3(1 - e_{ss}^2) \alpha_s^2 \rho_s g_{0,ss} \theta_s \left( \frac{4}{d_s} \sqrt{\frac{\theta_s}{\pi}} - \nabla \cdot \vec{v}_s \right)$ (16)
Transfer of kinetic energy	$\phi_{fs} = -3 K_{sf} \theta_s$ (17)

The second invariant of the deviatoric stress tensor is defined as:

$$I_{2D} = \left[ (D_{Sxx} - D_{Syy})^2 + (D_{Syy} - D_{Szz})^2 + (D_{Szz} - D_{Sxx})^2 \right] + D_{Sxy}^2 + D_{Syz}^2 + D_{Szx}^2 \quad (19)$$

The components of the strain rate tensor are defined as follows:

$$D_{S,ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{S,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{S,j}}{\partial x_i} \right) \quad (20)$$

where  $D_{S,ij}$  is the component of the strain rate tensor and  $u_S$  is the component of the velocity vector.

The collisional viscosity can be estimated as follows [25].

$$\mu_{S,col} = \frac{4}{5} \alpha_S \rho_S d_S g_{0,SS} (1 + e_{SS}) \left( \frac{\theta_S}{\pi} \right)^{1/2} \alpha_S. \quad (21)$$

For the kinetic viscosity calculation the Gidaspow model was used [26] (Eq. (18)).

$$\mu_{S,kin} = \frac{10 \rho_S d_S \sqrt{\theta_S \pi}}{96 \alpha_S (1 + e_{SS}) g_{0,SS}} \left[ 1 + \frac{4}{5} g_{0,SS} \alpha_S (1 + e_{SS}) \right]^2 \alpha_S \quad (22)$$

### 3.2. Simulation conditions

The simulations were performed using FLUENT® 14.0 software. A three-dimensional (3D) mesh was used and the calculation domain was discretized into 248,500 hexahedral cells, using the finite volume method. A grid independence study was performed to eliminate the influence of the number of grids on the computational results. With a significance level of 0.01, the results indicated that there was no statistically significant difference between the meshes. A “moving mesh” was used, in which all cells in the mesh move at the same rotational speed.

The SIMPLE algorithm was used for pressure–velocity coupling. The interpolation from the cell center to the boundaries was done by First-Order Upwind interpolation. The initial and the maximum packing fraction used was 0.63 for glass beads and 0.49 for SSP fertilizer. The coefficient of restitution ( $e_{SS}$ ) used was 0.9, a time step of  $1 \times 10^{-4}$  s, and each simulation was performed for a period of 60 s. The time of 60 s was chosen because it was found that in this time period there was no hold-up variation in the lifting flights between two rotations of the drum. No-slip boundary condition at the wall for both, gas and solid phases was used, which means that at the wall the velocity was set at zero and

pressure was defined as zero gradient. The relative error between two successive iterations was  $1 \times 10^{-3}$  for each analyzed variable.

### 3.3. Estimation of holdup

Because particle holdup in the flights as a function of angular position is essential to describe the flight discharge profile [27], a methodology was developed in this work to estimate the solids holdup in the flights from the simulations results.

The flow profiles obtained in simulations using FLUENT® software are presented in a scale of colors, which in the standard condition are 20 colors. This color scale is illustrated in Fig. 3, where each color represents a range of solids volume fraction.

Unlike the simulation, the experimental measurements did not have a range of solids volume fraction in each flight position; hence, the color scale, in the simulations, is a consequence of the interpolations performed in the numerical calculation. Numerically, the transition from the maximum solids volume fraction to the absence of particles is not sudden, as it is experimentally observed (Fig. 3). The smooth transition between these two situations originated the solids volume fraction variation in different zones of the flight.

To calculate the flight holdup in the simulations, the mass of each color was calculated based on the product of the area of each color ( $a_i$ ), measured using the ImageJ® software, by the mean solid volume fraction corresponding to this color, the particle density and the length of the drum, as can be seen in Eq. (23):

$$m_i = a_i \left( \frac{\alpha_{\max,i} + \alpha_{\min,i}}{2} \right) \rho_S L \quad (23)$$

Where  $m_i$  is the mass corresponding to each color,  $a_i$  is the area occupied by the color,  $\alpha_{\max,i}$  is the maximum solids volume fraction,  $\alpha_{\min,i}$  is the minimum solids volume fraction of each color and  $L$  is the length of the drum.

The solids holdup in the flights ( $h$ ) is the sum of the masses of each color (Eq. (24)).

$$h = \sum_{i=1}^{20} m_i \quad (24)$$

An additional study has been performed dividing the drum transversely into ten parts and then the solids holdup in the flights in each part was measured. This study showed that there was no difference in solids holdup between the parts of the drum, demonstrating the reliability of the developed methodology.

Contours of solids volume fraction

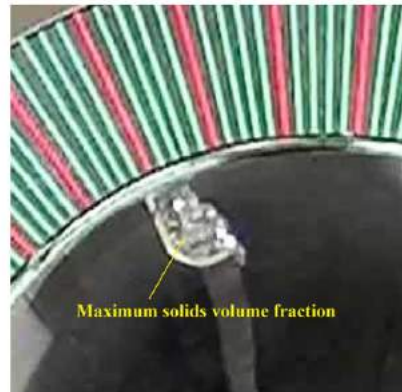
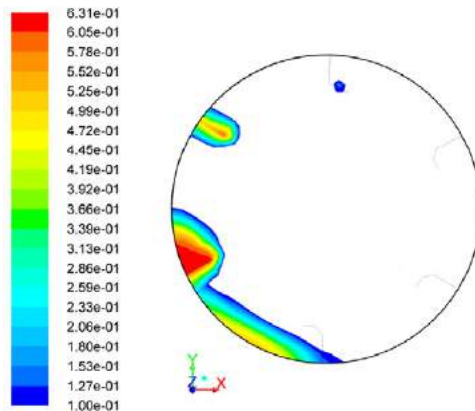


Fig. 3. Example of particle volume concentration distribution over the drum cross-section obtained by CFD simulation compared with experimental data.

#### 4. Results and discussion

As said before, in a rotary dryer, the “ideal” load condition should be estimated, since the operation at underloaded or overloaded conditions results in low capacity or low efficiency. In the present work the holdup was analyzed as a function of the angular position at several drum rotation speeds, with different drum loadings, materials and particle diameters.

Fig. 4 shows the experimental results of flight discharge profiles of 1.09 mm glass beads at three rotation speeds: 1.5, 3 and 4.5 rpm. In the “ideal” load condition, the discharge from the flights should occur precisely in the 9 o'clock position (angular position of flight tip of  $0^\circ$ ), which is the condition in which the maximum interaction between the drying air stream and the airborne particles occurs. Note that when the solids fraction occupies 3% volume fraction of the drum, the drum is below the optimum load (underloaded), since the mass of solids only begins to discharge at around the angular position of  $40^\circ$  (at any of the speeds). On the other hand, when the volume fraction of 1.09 mm diameter beads occupies 6%, the drum is operating in overloaded conditions, since the particles are being discharged before the flights reach the nine o'clock position. The fraction of 4.5% is also above (slightly) of the ideal load. Thus, the ideal load for the glass beads of 1.09 mm diameter is a little smaller than 4.5%.

Fig. 5 shows the flight discharge profiles of glass beads with an average diameter of 1.84 mm at three rotation speeds. In this figure, note that the volume of 4.5% solids fraction in the drum represents the ideal load, since the discharge of particles started precisely in the angular position of  $0^\circ$ . Hence, with a volume load of 3% the drum is underloaded and with 6% it is overloaded. This result was observed at all the tested rotation speeds. The results were the same with glass beads with an average diameter of 2.56 mm, and the ideal load was also found to be about 4.5%.

As can be seen in Figs. 4 and 5, the ideal load was not dependent on the rotational speed, which is usually low in rotary dryers. However, the optimum load is dependent on particle diameter, since the dynamic friction coefficient is directly proportional to particle diameter. Therefore, because 1.09 mm glass beads flow better than particles with larger diameters, the ideal load for 1.09 mm glass beads is slightly lower than for particles having average diameters of 1.84 and 2.56 mm.

Fig. 6 illustrates the solids holdup in the flights as a function of the angular position for the particles of SSP fertilizer with mean diameter of 2.56 mm at a drum rotation speed of 3 rpm. It can be observed that for this material, the optimal load is about 5.5% (solids fraction volume), therefore higher than that of glass beads with the same diameter. The design load for fertilizer is higher than for glass beads because the fertilizer particles are more cohesive. The experimentally measured values of static angle of repose were  $28^\circ \pm 0.6^\circ$  for the glass beads of 2.56 mm diameter and  $41^\circ \pm 0.8^\circ$  for the SSP fertilizer of the same diameter. This difference between the angles of repose of these particles explains the highest value obtained for the ideal load for the particles of granular fertilizers.

It also can be seen in Figs. 4–6 that for angular positions greater than  $0^\circ$  (9 o'clock position) the overloaded conditions and the ideal load conditions present the same behavior. However, for the underloaded conditions, the solids holdup in the flights remained constant until the angular position where this curve intersects the other curves (design loading and overload condition). From this point, the discharges of the solids in the three conditions are equivalent. The variations in the measurements of solids holdup in the flights in each angular position are less than 1.5%.

The values obtained in the present work for the volume of particles in the design loading condition (ideal load) for SSP granulated fertilizer and glass beads, respectively 5.5% and 4.5%, correspond to 11% and 7.2% considering the voidage of the particles bed. These values are close to

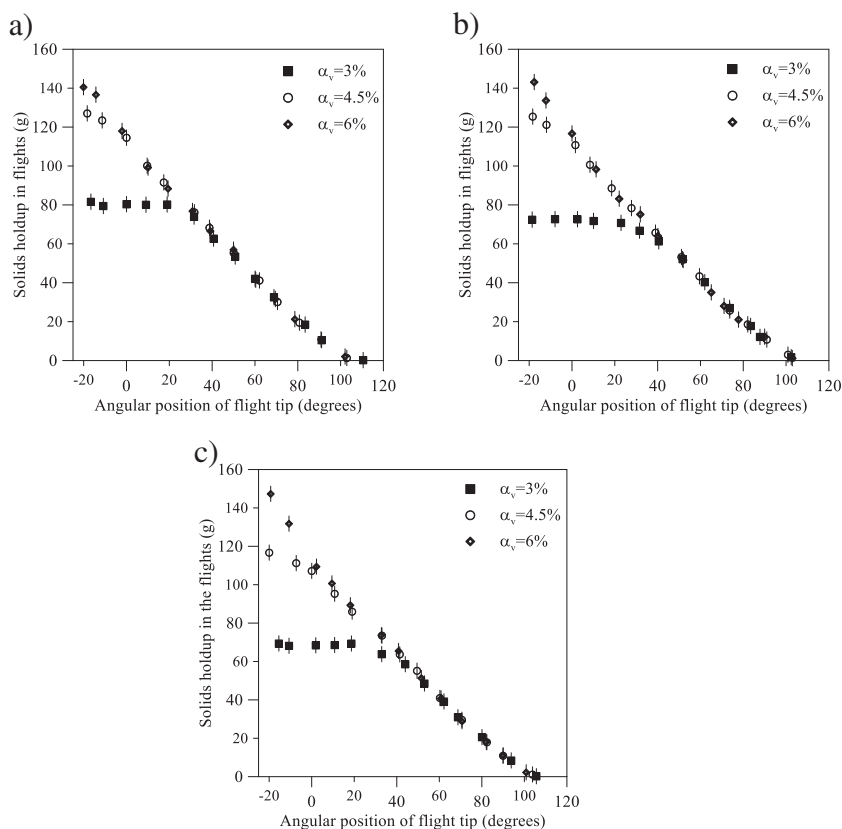
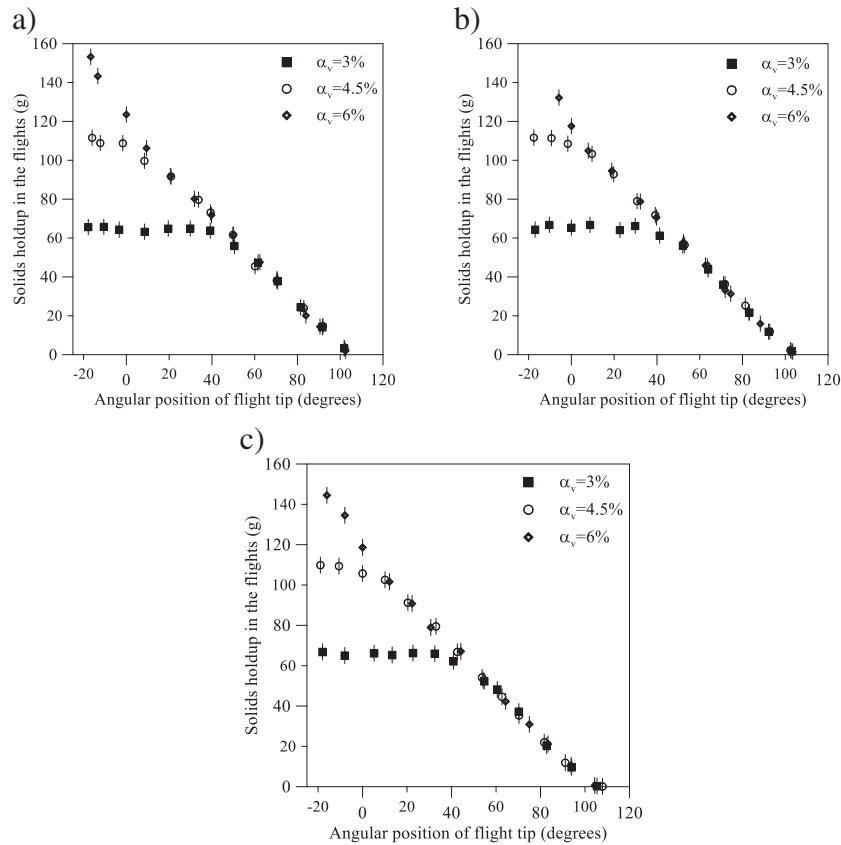


Fig. 4. Solids holdup in the flight as a function of the tip angle for 1.09 mm diameter glass beads at three rotation speeds: (a) 1.5 rpm; (b) 3 rpm and (c) 4.5 rpm, in different loading conditions.



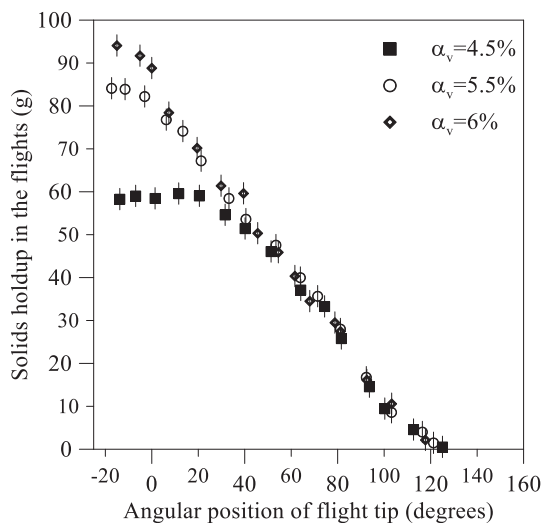
**Fig. 5.** Solids holdup in the flight as a function of the tip angle for 1.84 mm diameter glass beads at three rotation speeds: (a) 1.5 rpm; (b) 3 rpm and (c) 4.5 rpm, in different loading conditions.

those recommended in the literature for optimal loading [28,29], which is around 10%.

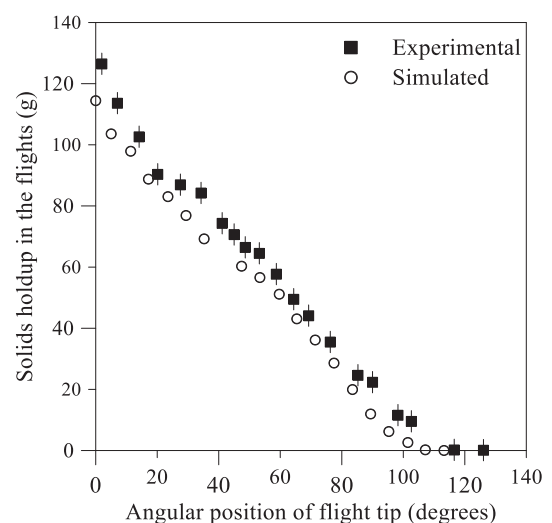
To investigate the effect of the volume load in the drum on flight saturation, Ajayi and Sheehan [6] conducted experiments in a pilot scale horizontal drum without drying air streaming, using filtered sand with an average particle size of 300  $\mu\text{m}$ . The authors reported that the volume of particles in the optimal load is 5%, which is consistent with our findings.

Based on the results reported, another objective of this study was to analyze the CFD model used to determine the holdup as a function of angular position and to compare the results predicted by CFD simulation with our experimental data.

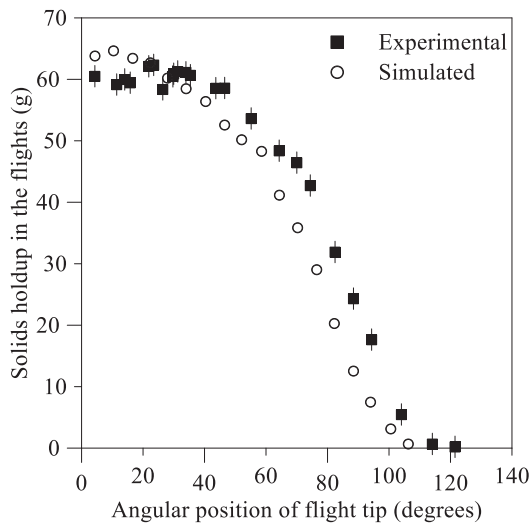
Fig. 7 shows the simulated and experimental results of solids holdup as a function of angular position. The drum was loaded with 6% in volume of glass beads (overloaded conditions) with an average diameter of 2.56 mm. As can be seen in this figure, the numerical solution



**Fig. 6.** Solids holdup in the flight as a function of the tip angle for 2.56 mm diameter fertilizer, 3 rpm rotation speed, in different loading conditions.



**Fig. 7.** Comparison between simulation and experimental data for 2.56 mm diameter glass beads with a drum load volume of 6%.

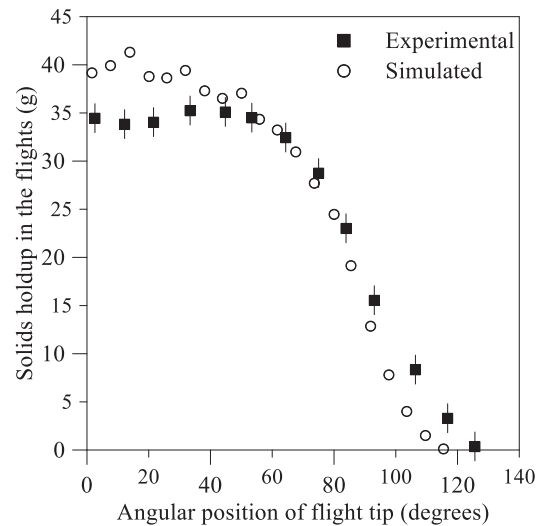


**Fig. 8.** Comparison between simulation and experimental data for 2.56 mm diameter glass beads with a drum load volume of 3%.

presented results in similar trend to the experimental ones for this load condition. However, the model underpredicted, both, the holdup and the final discharge point of the flight. In the 9 o'clock position, the experimental solids holdup in the lifting flights was about 125 g and the simulated was about 115 g. The average deviation between simulated and experimental results was 22%. The experimental point of the last discharge occurred at around 125°, while in the simulation the point of last discharge occurred at around 115°.

Fig. 8 illustrates the solids holdup in the flights, while varying the angular position for a drum load volume of 3% (underloaded condition) using the same particles (2.56 mm glass beads). Experimental and simulated results presented the same behavior, however the model underpredicted the first and the last discharge points. The average of the deviations between predicted and measured holdup was 22%.

Since the comparison between numerical and experimental results was consistent for glass beads, we also investigated the application of the CFD model to another material, SSP granulated fertilizer (2.56 mm diameter), in both conditions: overload (with a drum load volume of



**Fig. 10.** Comparison between simulation and experimental data for 2.56 mm diameter fertilizer with a drum load volume of 3%.

6%) and underload (drum load volume of 3%), respectively presented in Figs. 9 and 10. It also can be observed, for this material, that the CFD results also have a good qualitative agreement with experimental data. The curves have the same shape, but, as in the case of glass beads, the model also underpredicted the flight holdup for SSP granulated fertilizer. The average of the deviations between simulated and experimental results was 23%. At a drum load of 3% (Fig. 10), the holdup has been overpredicted in the first region of flight discharge and underpredicted in the final flight discharge, as in the case of glass beads.

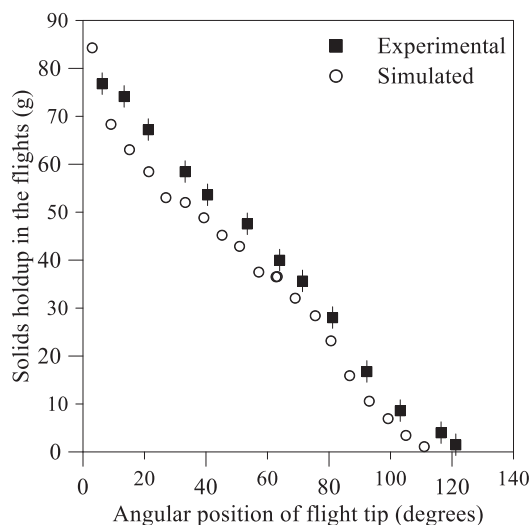
The results of the present work have shown that the Eulerian approach has been able to predict the fluid dynamics behavior of different solid materials in a flighted rotating drum. Although the CFD model underpredicted the holdup and the final discharge point of the flight in some conditions, this approach allows the development of a “more” generalized model, with “low” computational cost. Once the model is validated, it can be applied to different geometries and number of flights, with no need to develop another model. Future works involving the analysis of the effect of different granular and frictional viscosity models on the granular flow can improve the final model.

## 5. Conclusions

This study involved an analysis of particle dynamics in a flighted rotating drum, based on experimental and numerical results. The results had shown that design load for fertilizer is higher than for glass beads, due to difference between the angles of repose of these particles, which explains the highest value obtained for the ideal load for the particles of granular fertilizers.

The simulations were performed using the Eulerian granular multi-phase model with the application of the kinetic theory of granular flow. A methodology was developed to estimate solids holdup in the flights based on simulation results.

In all the studied conditions, the CFD results had good qualitative agreement with the experimental data, however at a drum load of 6%, for all the materials, the average deviation between simulated and experimental results was about 22%. At a drum load of 3%, the holdup is overpredicted in the first region of flight discharge and underpredicted in the last region. Despite the deviations between predicted and measured results, the Eulerian approach allows the development of a “more” generalized model, with “low” computational cost.



**Fig. 9.** Comparison between simulation and experimental data for 2.56 mm diameter SSP fertilizer with a drum load volume of 6%.



## List of symbols

$a_i$	area occupied by each color [ $\text{m}^2$ ]
$C_D$	drag coefficient [–]
$d_s$	particle diameter [m]
$e_{SS}$	restitution coefficient [–]
$\vec{g}$	gravity acceleration vector [ $\text{m.s}^{-2}$ ]
$g_{0,SS}$	radial distribution function [–]
$I_{2D}$	second invariant of the deviatoric stress tensor (Schaeffer's model) [–]
$D_{S,ij}$	component of the strain rate tensor (Schaeffer's model) [–]
$k_{DS}$	energy diffusion coefficient
$K_{sf}$	coefficient of momentum exchange between fluid phase $f$ and solid phase $s$
$K_{sf\_Wen\_Yu}$	coefficient of momentum exchange from Wen and Yu (1966) model
$K_{sf\_Ergun}$	coefficient of momentum exchange from Ergun (1952) model
$m_i$	mass corresponding to each color
$p_s$	solids pressure [Pa]
$Re_r$	relative Reynolds number [–]
$t$	time [s]
$V$	volume [ $\text{m}^3$ ]
$\vec{v}_f$	fluid velocity vector [ $\text{m.s}^{-1}$ ]
$Vp$	particle velocity [ $\text{m.s}^{-1}$ ]
$\vec{v}_s$	solid velocity vector [ $\text{m.s}^{-1}$ ]
$F_r$	Froude number [–]
$p$	pressure shared by all phases (fluid and solid) [Pa]

## Greek symbols

$\alpha_f$	fluid volume fraction [–]
$\alpha_s$	solid volume fraction [–]
$\alpha_{SC}$	critic solid volume fraction [–]
$\alpha_{s,max}$	maximum packing limit [–]
$\alpha_{max,i}$	maximum solids volume fraction of each color [–]
$\alpha_{min,i}$	minimum solids volume fraction of each color [–]
$\gamma_{\theta S}$	collisional dissipation of energy
$\theta_s$	granular temperature [–]
$\lambda_s$	solid bulk viscosity
$\mu_f$	fluid dynamic viscosity [cP]
$\mu_s$	granular solid viscosity [cP]
$\mu_{s,col}$	collisional viscosity [cP]
$\mu_{s,fric}$	frictional viscosity [cP]
$\mu_{s,kin}$	kinetic viscosity [cP]
$\rho_f$	fluid density [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]
$\rho_s$	solid density [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]
$\bar{\tau}_f$	fluid stress tensor [Pa]
$\bar{\tau}_s$	solid stress tensor [Pa]
$\phi_{fs}$	energy exchange between gas and solid phase

## Acknowledgment

The authors are grateful to the State of Minas Gerais Research Support Foundation (FAPEMIG), the National Council for Scientific and Technological Development (CNPq) and the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) for their financial supports.

## References

- [1] M.C.B. Fortes, A.A.M. Silva, R.C. Guimarães, C.H. Ataíde, M.A.S. Barrozo, Pre-separation of siliceous gangue in apatite flotation, *Ind. Eng. Chem. Res.* 46 (2007) 7027–7029.
- [2] M.S. Oliveira, G.M. Queiroz, R.C. Guimarães, C.H. Ataíde, M.A.S. Barrozo, Selectivity in phosphate column flotation, *Miner. Eng.* 20 (2007) 197–199.
- [3] A. Lee, Modelling the solids transport phenomena within flighted rotary dryers (PhD Thesis) James Cook University, 2008.
- [4] E.B. Arruda, F.S. Lobato, A.J. Assis, M.A.S. Barrozo, Modelling of fertilizer drying in roto-aerated and conventional rotary dryers, *Dry. Technol.* 27 (2009) 1192–1198.
- [5] F. Geng, Z. Yuan, Y. Yan, D. Luo, H. Wang, B. Li, D. Xu, Numerical simulation on mixing kinetics of slender particles in a rotary dryer, *Powder Technol.* 193 (2009) 50–58.
- [6] O.O. Ajayi, M.E. Sheehan, Application of image analysis to determine design loading in flighted rotary dryers, *Powder Technol.* 223 (2012) 123–130.
- [7] O.O. Ajayi, M.E. Sheehan, Design loading of free flowing and cohesive solids in flighted rotary dryers, *Chem. Eng. Sci.* 73 (2012) 400–411.
- [8] D.A. Santos, G.C. Alves, C.R. Duarte, M.A.S. Barrozo, Disturbances in the hydrodynamic behavior of a spouted bed caused by an optical fiber probe: experimental and CFD study, *Ind. Eng. Chem. Res.* 51 (2012) 3801–3810.
- [9] D.A. Santos, I.J. Petri, C.R. Duarte, M.A.S. Barrozo, Experimental and CFD study of the hydrodynamic behavior in a rotating drum, *Powder Technol.* 250 (2013) 52–62.
- [10] F. Geng, Y. Li, X. Wang, Z. Yuan, Y. Yan, D. Luo, Simulation of dynamic processes on flexible filamentous particles in the transverse section of a rotary dryer and its comparison with video-imaging experiments, *Powder Technol.* 207 (2011) 175–182.
- [11] F. Geng, Y. Li, L. Yuan, M. Liu, X. Wang, Z. Yuan, Y. Yan, D. Luo, Experimental study of the space time of flexible filamentous particles in a rotary dryer, *Exp. Thermal Fluid Sci.* 44 (2013) 708–715.
- [12] B.C. Silvério, K.G. Santos, C.R. Duarte, M.A.S. Barrozo, Effect of the friction, elastic, and restitution coefficients on the fluid dynamics behavior of a rotary dryer operating with fertilizer, *Ind. Eng. Chem. Res.* 53 (2014) 8920–8926.
- [13] F.G. Cunha, K.G. Santos, C.H. Ataíde, N. Epstein, M.A.S. Barrozo, Annatto powder production in a spouted bed: an experimental and CFD study, *Ind. Eng. Chem. Res.* 48 (2009) 976–982.
- [14] M.A.S. Barrozo, C.R. Duarte, N. Epstein, J.R. Grace, C.J. Lim, Experimental and CFD study of dense-phase, transition region and dilute-phase spouting, *Ind. Eng. Chem. Res.* 49 (2010) 5102–5109.
- [15] K.G. Santos, V.V. Murata, M.A.S. Barrozo, Three-dimensional computational fluid dynamics modeling of spouted bed, *Can. J. Chem. Eng.* 87 (2009) 211–219.
- [16] D.C. Oliveira, C.A.K. Almeida, L.G.M. Vieira, J.J.R. Damasceno, M.A.S. Barrozo, Influence of geometric dimensions on the performance of a filtering hydrocyclone: an experimental and CFD study, *Braz. J. Chem. Eng.* 26 (2009) 575–582.
- [17] F.A.R. Pereira, M.A.S. Barrozo, C.H. Ataíde, CFD predictions of drilling fluid velocity and pressure profiles in laminar helical flow, *Braz. J. Chem. Eng.* 24 (2007) 587–595.
- [18] C. Wardjiman, A. Lee, M. Rhodes, Behaviour of a curtain of particles falling through a horizontally-flowing gas stream, *Powder Technol.* 188 (2008) 110–118.
- [19] F.Y. Wang, I.T. Cameron, J.D. Litster, V. Rudolph, A fundamental study of particle transport through rotary dryers for flight design and system optimisation, *Dry. Technol.* 13 (1995) 1261–1278.
- [20] C.G.J. Baker, The design of flights in cascading rotary dryers, *Dry. Technol.* 6 (1988) 631–653.
- [21] J. Kelly, Flight design in rotary dryers, *Dry. Technol.* 10 (1992) 979–993.
- [22] R.G. Sherritt, R. Caple, L.A. Behie, A.K. Mehrotra, The movement of solids through flighted rotating drums. Part 1: model formulation, *Can. J. Chem. Eng.* 71 (1993) 337–346.
- [23] C.K.K. Lun, S.B. Savage, D.J. Jeffrey, N. Chepurini, Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in coquette flow and singly inelastic particles in a general flow field, *J. Fluid Mech.* 140 (1984) 223–256.
- [24] G. Schaeffer, Instability in the evolution equations describing incompressible granular flow, *J. Differ. Equ.* 66 (1987) 19–50.
- [25] M. Syamlal, W. Rogers, T.J. O'Brien, Mfix Documentation: Theory Guide, National Technical Information Service, vol. 1, U.S. Department of Energy, Springfield, USA, 1993.
- [26] D. Gidaspow, Multiphase Flow and Fluidization, Academic Press, Boston, 1994.
- [27] E.B. Arruda, J.M.F. Façanha, L.N. Pires, A.J. Assis, M.A.S. Barrozo, Conventional and modified rotary dryer: comparison of performance in fertilizer drying, *Chem. Eng. Process.* 48 (2009) 1414–1418.
- [28] M.H. Lisboa, D.S. Vitorino, W.B. Delaiba, J.R.D. Finzer, M.A.S. Barrozo, A study of particle motion in rotary dryer, *Braz. J. Chem. Eng.* 24 (2007) 265–374.
- [29] F.S. Lobato, V. Steffen, E.B. Arruda, M.A.S. Barrozo, Estimation of drying parameters in rotary dryers using differential evolution, *J. Phys. Conf. Ser.* 135 (2008) 012063.



**Transition phenomenon investigation between different flow regimes in a rotary drum**

Journal:	<i>Brazilian Journal of Chemical Engineering</i>
Manuscript ID:	BJCE-2015-0128.R1
Manuscript Type:	Original Article
Date Submitted by the Author:	01-Jun-2015
Complete List of Authors:	Santos, Dyrney; Federal University of Uberlandia, Chemical Engineering School Scatena, Rafael; Federal University of Uberlandia, Chemical Engineering School Duarte, Claudio; Federal University of Uberlandia, Chemical Engineering School Barrozo, Marcos; Federal University of Uberlandia, Chemical Engineering School
Keyword:	particulate System, rotary drum, Froud number

SCHOLARONE™  
Manuscripts

# TRANSITION PHENOMENON INVESTIGATION BETWEEN DIFFERENT FLOW REGIMES IN A ROTARY DRUM

D.A. Santos, R. Scatena, C.R. Duarte and M.A.S. Barrozo\*

School of Chemical Engineering, Federal University of Uberlândia, Building K, Campus Santa  
Mônica, 38400-902, Uberlândia, MG, Brazil.

## Abstract

Rotary drums can show different granular flow regimes each one with its own specific flow behavior, which increase the complexity in its study. The way particles move inside the rotary drum is directly related to the mass and energy transfer rates, and consequently to the process performance. Thus, an experimental investigation regarding the transition between different flow regimes inside a rotary drum was carried out in the present work. To the best of our knowledge, it was observed for the first time, the hysteresis phenomenon in the transition between cataracting-centrifuging regimes which was shown to be dependent on the physical properties of the particle such as sphericity, density and particle-wall friction coefficient. A new expression for the centrifuging critical rotation speed was proposed in this work.

**Keywords:** critical rotation speed, particle shape, Froude number.

---

This is an extended version of the work presented at the 20th Brazilian Congress of Chemical Engineering, COBEQ-2014, Florianópolis, Brazil. Paper select for submission to the Brazilian Journal of Chemical Engineering.

*\*Author to whom any correspondence should be addressed*  
Fax: 55-34-32394188, e-mail: masbarrozo@ufu.br



## INTRODUCTION

Many industrial processes use rotating drums in several applications, such as mixing, granulation, milling, coating and drying (Fernandes et al., 2009; Arruda et al., 2009a; Lobato et al. 2008; Arruda et al., 2009b; Lisboa et al. 2007). As a result, the fluid dynamic behaviour in rotating drums has attracted numerous research efforts from both engineering and physics communities over the past few decades (Silvério et al., 2011; Santos et al. 2015).

Depending on some geometric dimensions (drum diameter and length), operating conditions (filling degree and rotation speed), and particle properties (size, shape and friction characteristics), the bed material inside rotary drums can flow in different ways (sliding, slumping, rolling, cascading, cataracting and centrifuging regimes). The slumping, rolling and cascading regimes are the most used regimes in industrial processes, e.g. mixing, granulation, drying and coating, while the cataracting regime is mainly used in milling processes. On the other hand, the sliding and centrifuging regimes are not used at all and must be avoided (Henein et al., 1983; Mellmann, 2001; Santomaso et al., 2003).

Most of these flow regimes have been studied (Boateng and Barr, 1997; Ding et al., 2001; Ding et al., 2002; Chou et al., 2010; Yada et al., 2010; Huang et al., 2012; Chou and Hsiau, 2012; Demagh et al., 2012; Santos et al., 2013; Dubé et al., 2013; Lee et al., 2013), although there are a restricted number of works dedicated to the transition phenomenon between the regimes (Henein et al., 1983a,b; Watanabe, 1999; Mellmann, 2001; Santomaso et al., 2003; Juarez et al., 2011).

Very low rotation speeds combined with a smooth drum wall can induce the sliding and slumping regimes to occur. The sliding regime is characterized by a static bed of material perfectly sliding adjacent to the drum wall with no particle mixing. As the drum rotation speed or the wall roughness increases, the slumping regime appears as a combination of upward and downward solid movements. In this regime the material moves as a rigid body reaching an upper angle of repose and then slide down or avalanches until a lower angle of repose is established. At higher rotation speeds, the transition to the rolling regime takes place. This regime presents a nearly flat surface with a constant inclination, characterizing the dynamic angle of repose of the material.

With further speed increments, an “S” shaped curve develops at the bed surface corresponding to the cascading regime. For even higher rotation speeds, the cataracting regime is observed, since particles are

projected from the surface into the air space (Blumberg and Schlünder, 1996; Mellmann, 2001; Liu et al., 2005; Juarez et al., 2011).

According to Watanabe (1999) the critical rotation speed for centrifuging can be defined in two different ways: the critical rotation speed is reached when the particles are pushed against the drum wall forming a ring all together (Fig. 1a); otherwise, when just the outermost layer of the bed material forms a ring, the critical rotation speed is achieved (Fig. 1b).

[FIG. 1]

As claimed by Blumberg and Schlünder (1996), a quantitative analysis of the flow regime transition boundaries can be assessed by using the Froude number ( $F_r$ ). The Froude number,  $F_r = \omega^2 R / g$ , is defined as the ratio of centrifugal force to gravity, where  $\omega$ ,  $R$  and  $g$  are the drum rotation speed, drum radius and the gravitational acceleration, respectively.

Based on the centrifuging definition depicted in Fig. 1a, some specific relationships have been developed, over the last few decades, in order to forecast the cataracting-centrifuging transition (Table 1).

[TABLE 1]

In classical mechanics, the forces equilibrium is achieved when the Froude number is equal to one and the corresponding rotation speed is well known as the critical rotation speed for centrifuging ( $\omega_c$ ) (Eq. 1). Efforts have been concentrated on the consideration of particle physical properties and geometric effects in the cataracting-centrifuging boundary position modeling (Eq. 2-5), where  $r$ ,  $\theta_s$  and  $f$  are the particle radius, the angle of repose and the filling degree, respectively.

Juarez et al. (2011) studied the effect of particle diameter, filling degree and interstitial fluid on the critical rotation speed for centrifuging in a quasi-2D rotary drum by means of experiments and numerical simulations. Based on experiments in liquid granular systems, the authors proposed an expression for the critical rotation speed, where  $\rho_f$  and  $\rho_s$  are the densities of the fluid and solid phases, respectively (Eq. 6).

Although some expressions for the critical rotation speed have been proposed, the transition phenomenon between the different regimes, mainly to centrifuging regime, has not yet been systematically examined. Additionally, since the industrial processes efficiency depends on the granular flow regime established under given operating conditions on the rotary drum, the ability to predict the particle motion inside this equipment, including the particle properties effect, is of primary importance.

So, the present work has been dedicated to the understanding of how the critical rotation speed is related to the material properties, such as particle shape, density and diameter.

## EXPERIMENTAL SETUP

For the particle dynamics study, a batch rotary drum composed by a cylindrical part made of stainless steel with 0.22 m in inner diameter and 0.50 m in length was used. To enable the cross-section observation of the granular flow, a glass front wall was adopted. The following flow regimes were investigated in the present work: rolling, cascading, cataracting and centrifuging (Fig. 2).

### [FIG. 2]

In order to avoid the occurrence of the sliding regime, a suitable sandpaper (P80) was glued to the inside wall of the drum. The critical rotation speeds for the transition between the regimes were determined as a function of the filling degree varying from 0.1 to 0.6 stepped by 0.05.

It is worth noting that, in this work we considered, as a criterion for cataracting-centrifuging transition, the case where just the outermost layer of the bed material forms a ring (Fig. 2d).

Five different granular materials were used: rice, corn, tablet (placebo tablets with a concave cylindrical shape), soybean and glass beads. The material densities were measured by means of a Micromeritics AccuPyc 1331 gas pycnometer. For the particle size characterization, the volume based particle size ( $D_V$ ), which is defined as the diameter of an equivalent sphere having the same volume as a given particle, was adopted.

With regards to the determination of particle sphericity, dynamic digital images were analyzed for each granular material using the CAMSIZER<sup>®</sup> dynamic image analysis system, which allows the storage and process of a large number of projected images at various measurement angles (Fig. 3) (Cardoso et al., 2013).

### [FIG. 3]

After image analysis, Eq. 7 was used for sphericity ( $\phi$ ) calculation, where  $d_{CI}$  and  $d_{CC}$  are the inscribed and the circumscribed circle diameters, respectively (Peçanha and Massarani, 1980):

$$\phi = \frac{d_{CI}}{d_{CC}} \quad (7)$$

The particle-wall friction coefficient was determined by lifting an inclined plane covered with the same material as the inside drum wall (sandpaper P80) with free particles on it. When the particles started rolling down the plane, the plane inclined angle ( $\beta$ ) was used for the particle-wall friction coefficient ( $\mu_{p-w}$ ) calculation (Eq. 8):

$$\mu_{p-w} = \tan(\beta) \tag{8}$$

RESULTS AND DISCUSSION

In order to investigate the effect of particle characteristics on the transition flow regime phenomenon observed in a rotary drum, different types of granular materials were used whose physical properties are shown in Table 2, where  $\rho_s$ ,  $D_V$ ,  $\phi$  and  $\mu_{p-w}$  are the solid density, volume based particle size, sphericity, and particle-wall friction coefficient, respectively. These granular materials have been used in several applications (Barrozo et al. 1996; Santos et al., 2012; Ribeiro et al. 2005; Silva et al. 2011; Oliveira et al. 2009).

[TABLE 2]

It can be observed, by means of Table 2 that, the particle-wall friction coefficient ( $\mu_{p-w}$ ) is higher for irregular particles (lower values of  $\phi$ ) compared to rounded particles (higher values of  $\phi$ ), which can be attributed to the fact that irregular particles have higher surface contact area and their rotations are therefore more suppressed, as would be expected.

All of the transition curves were determined visually, using a high speed video camera, by both gradually increasing the rotation speed (increasing curve), from the rolling regime until the centrifuging regime, and gradually decreasing the rotation speed (decreasing curve), from the centrifuging regime until the rolling regime, as a function of the filling degree.

Investigation of the rolling-cascading flow regime transition

For the rolling-cascading transition, Blumberg and Schlünder (1996) observed, by means of experiments carried out using two different drum diameters (0.1 m and 0.29 m), and different particle diameters (0.55-5.0 mm), a strong dependence of the drum rotation speed for cascading on the particle size (Eq. 9):

$$F_{rc} \approx \frac{2d}{D} \quad (9)$$

where  $F_{rc}$ ,  $D$  and  $d$  are the critical Froude number for cascading, the inner drum diameter and the particle diameter, respectively (Blumberg and Schlünder, 1996).

Due to lack of validation of Eq. 9 for different types of particles, Fig. 4 presents a comparison between experimental rolling-cascading transition curves, measured in the present work using different materials, and the predicted values using the Blumberg and Schlünder (1996) equation (Eq. 9). Since no significant difference were observed between the increasing and decreasing curves for cascading regardless of the material used, just the experimental increasing curves were plotted in Fig. 4.

#### [FIG. 4]

It can be seen that, the effect of filling degree on the rolling-cascading transition, observed experimentally, is not taken into consideration in Eq. 9. Generally speaking, the best agreement between experiment and predictions by Eq. 9 were obtained when using rounded particles (higher values of  $\phi$ ), since Eq. 9 was originally developed using spherical particles of aluminium silicate.

In spite of some critical Froude number ranges for the rolling regime condition being reported in the literature, e.g.  $10^{-4} < F_r < 10^{-2}$  (Mellmann, 2001) and  $5 \times 10^{-4} < F_r < 2 \times 10^{-2}$  (Henein et al., 1983), the particle shape effect should be considered besides the rotational speed and particle diameter, in order to better represent the rolling-cascading transition phenomenon. So, we suggest the replacement of the diameter ( $d$ ) in Eq. 9 by the volume equivalent diameter ( $D_v$ ) multiplied by the sphericity ( $\phi$ ) (Eq. 10):

$$F_{rc} \approx \frac{2D_v\phi}{D} \quad (10)$$

The results obtained using Eq. 10 are also presented in Fig. 4 in comparison with those determined by means of Eq. 9. Table 3 shows the critical Froude number relative errors calculated as averages on the filling degree range.

#### [TABLE 3]

It should be noted that, the errors using Eq. 9 were larger than those using Eq. 10, mainly for irregular particles. Despite of the improvement given by Eq. 10 in the rolling-cascading transition prediction, including rounded and irregular particles, further investigation, concerning the filling degree effect, is required.

**Investigation of the cataracting-centrifuging flow regime transition**

Regarding the cataracting-centrifuging transition, Watanabe (1999) and Mellmann (2001) observed that, the critical rotation speed for centrifuging significantly depends on the filling degree, since lower values of filling degrees require a very high rotation speed ( $F_{rc} > 1$ ) in order to centrifuge.

Since the critical Froude number for centrifuging ( $F_{rc}$ ) approaches, approximately, to a unity value asymptotically as the filling degree ( $f$ ) increases, the authors of the present work propose the following expression for the cataracting-centrifuging transition:

$$F_{rc} = 1 + \lambda \exp(-\tau f) \tag{11}$$

Substituting  $F_{rc} = \omega_c^2 R/g$  into Eq. 11 and solving for the critical rotation speed ( $\omega_c$ ), results to

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g [1 + \lambda \exp(-\tau f)]}{R}} \tag{12}$$

It can be noted, by means of Eq. 12 that, depending on the value of  $\tau$ , as  $f \rightarrow 1$ , the term  $\lambda \exp(-\tau f) \rightarrow 0$  and, consequently, Eq. 12 reduces to Eq. 1 ( $F_{rc} = 1$ ) that corresponds to the theoretical force equilibrium. On the other hand, as  $f$  decreases ( $f \rightarrow 0$ ), the critical rotation speed for centrifuging increases ( $F_{rc} > 1$ ), which is in accordance with experimental observations (Watanabe, 1999; Mellmann, 2001).

So,  $\lambda$  is the additional effect to the Froude number necessary for the centrifuging transition when using low values of filling degrees and  $\tau$  is related to the exponential decay of critical rotation speed for centrifuging ( $\omega_c$ ) with filling degree ( $f$ ) during the cataracting-centrifuging transition. Both parameters are expected to be dependent on the physical characteristics of the particle.

Fig. 5 shows the experimental cataracting-centrifuging transition curves (critical Froude number plotted against filling degree) in a rotary drum, using different granular materials, along with the corresponding fitted curves using Eq. 11.

[FIG. 5]

It can be seen that the critical rotation speeds for centrifuging, in the case of decreasing rotation speed (closed squares), were different from that in the case of increasing rotation speed (closed triangles), and the effect was more pronounced for rounded particles (higher values of  $\phi$ ) at lower values of filling degrees. Therefore, it was observed, for the first time, the hysteresis phenomenon in the transition between cataracting-centrifuging regimes.

The hysteresis showed to be strongly influenced by the particle shape which can be attributed to the fact that for rounded particles, where the contact area between particle-wall and particle-particle is significantly reduced to a near single point, the transfer of momentum is somehow more inefficient when compared to irregular particles. Additionally, irregular particles can form stable structures upstream which facilitates particles to stick to the drum wall. Thus, the cataracting-centrifuging transition boundaries occur, in case of increasing curves, at much higher rotational speeds for rounded particles than for irregular particles.

In the present investigation, parameters  $\lambda$  and  $\tau$  from Eq. 11 for both, centrifuging increasing curve ( $\lambda_I$  and  $\tau_I$ ) and centrifuging decreasing curve ( $\lambda_D$  and  $\tau_D$ ), were adjusted, for different granular materials (Fig. 5), by means of a nonlinear regression (Table 4).

[TABLE 4]

The correlation coefficients were above 0.96 for all the cases, showing an exponential trend between critical Froude number for centrifuging ( $F_{rc}$ ) and filling degree ( $f$ ).

As can be observed in Table 4, the materials were divided into two different groups, called here as Group 1 and Group 2. Group 1 was composed by particles with lower values of  $\lambda$  and  $\tau$  (irregular particles) while the materials that presented higher values of parameters  $\lambda$  and  $\tau$  (rounded particles) were put into Group 2. Significant differences can be observed between the flow of rounded particles and that of irregular particles.

It can be noted that, all irregular particles (Group 1) showed no significant difference between  $\lambda_I$  and  $\lambda_D$  and between  $\tau_I$  and  $\tau_D$ , which means that, for this class of particles, the increasing and the decreasing curves for centrifuging were quite similar and, consequently, the hysteresis was less pronounced.

On the other hand, rounded particles (Group 2), which were characterized by lower values of particle-wall friction coefficient ( $\mu_{p-w}$ ) and higher values of sphericity ( $\phi$ ), showed to be strongly affected by hysteresis phenomenon ( $\lambda_I \neq \lambda_D$  and  $\tau_I \neq \tau_D$ ) (see Table 4 and Fig. 5).

The effect of particle size on the cataracting-centrifuging transition can be assessed by comparing glass bead A and glass bead B. It can be seen that for a constant density the hysteresis is more accentuated for the particle having the greater diameter.

It is also worth noting that, for all the materials that belong to Group 1, the averages of parameters  $\lambda$  and  $\tau$  (including increasing and decreasing curve values) were 0.92 and 2.85 and the standard deviations were 0.19 and 0.43, respectively. This effort represents a temptation to generalize the cataracting-centrifuging transition expression for this class of particles although additional experiments, using other different materials, should be carried out in order to confirm these findings.

To further investigate the particle shape effect on the granular flow transition, dynamic angles of repose were measured, for the current materials, as a function of filling degree ( $f$ ) and drum rotation speed ( $\omega$ ) (Fig. 6).

#### [FIG. 6]

The present drum rotation speed range was chosen in the dynamic angles of repose measurements in order to guarantee the rolling regime condition for all the materials ( $0.006 < F_r < 0.01$ ).

Fig. 6 shows that, the use of particles from Group 1 resulted in significantly higher dynamic angles of repose when compared to the respective values using particles from Group 2. As also observed by Dubé et al. (2013), instead of rolling, a different packing mechanism takes place which enables the interlocking of irregular particles and, consequently, the construction of a particle bed skeleton near the drum wall, thus yielding higher dynamic angles of repose.

So, the dynamic angle of repose, that is related to the particle shape and roughness, provides a suitable guide to the cataracting-centrifuging transition phenomenon since the higher the particle dynamic angle of repose the lower the critical rotation speed for centrifuging and, consequently, the lower the hysteresis effects.

It is also interesting to note that, within the experimental error, the measured dynamic angles of repose using the materials from Group 1 showed to be more dependent on drum rotational speed than on filling degree and this dependence tends to decrease as the particle-wall friction coefficient ( $\mu_{p-w}$ ) decreases (Fig. 6 a,



b and c). On the other hand, for the materials from Group 2 (Fig. 6 d, e and f), the dynamic angles of repose were more influenced by the filling degree than by the drum rotation speed, which makes evident the influence of particle shape on the flow dynamics inside a rotary drum.

## CONCLUSIONS

Based on experiments carried out in a rotary drum over a wide range of rotation speed and filling degree and using different granular materials, it was possible to investigate the transition phenomenon between different flow regimes, whose main conclusions are as follows:

- The rolling regime is the most commonly operated flow regime in industry and the majority of industrial granular materials differ significantly from rounded particles. Although a correlation for the rolling-cascading transition has been proposed by Blumberg and Schlünder (1996), this model fails to predict the granular flow involving irregular particles. Thus, a modification of the Blumberg and Schlünder model equation for rolling-cascading transition was proposed by the introduction of the particle shape effect, represented here by the sphericity. In spite of the improvement given by this model in the rolling-cascading transition prediction, including rounded and irregular particles, further investigation, concerning the filling degree effect, is required;
- It was observed, for the first time, the hysteresis phenomenon in the transition between cataracting-centrifuging regimes which was shown to be dependent on the physical properties of the particles such as sphericity, density and particle-wall friction coefficient;
- Design and operating decisions regarding the majority of processes performed in rotary drums are routinely made based on a fixed theoretical critical rotational speed, without a fundamental understanding of the transition phenomenon. For instance, in fertilizer granulation processes, independent of the filling degree and particle properties, the rotational speed is usually fixed between 25% and 40% of the critical speed beyond which centrifugation occurs. In this sense, a new expression relating the critical rotation speed for centrifuging as a function of the filling degree, which takes into consideration the particle properties and the hysteresis effects, was proposed by the present authors;
- The higher the particle dynamic angle of repose, that is related to the particle shape and roughness, the lower the critical rotation speed for centrifuging and, consequently, the lower the hysteresis effects;

- Additional experiments, using other different materials such as fertilizer (used in granulation processes), different tablet shapes (used in coating processes), cylindrical polyethylene pellets (used in plastics manufacturing processes) etc., should be carried out in order to confirm these findings.

ACKNOWLEDGMENT

The authors are grateful to the State of Minas Gerais Research Support Foundation (FAPEMIG), National Council for Scientific and Technological Development (CNPq) and Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) for their financial support.

LIST OF SYMBOLS

$d_{CI}$ :	inscribed circle diameter [m]
$d_{CC}$ :	circumscribed circle diameter [m]
$d$ :	particle diameter [m]
$D_V$ :	volume based particle size [m]
$f$ :	filling degree [-]
$F_r$ :	Froude number [-]
$F_{rc}$ :	critical Froude number for flow regimes transition [-]
$g$ :	gravity acceleration [m.s <sup>-2</sup> ]
$R$ :	drum radius [m]
Greek Symbols	
$\beta$ :	angle of inclination used in the particle-wall friction coefficient measurement [°]
$\theta_S$ :	angle of repose of the material [°]
$\lambda$ :	parameter of Eq. 11 [-]
$\lambda_I$ :	parameter of Eq. 11 for increasing curve [-]
$\lambda_D$ :	parameter of Eq. 11 for decreasing curve [-]
$\mu_{p-w}$ :	particle-wall friction coefficient [-]
$\rho_f$ :	fluid density [kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_S$ :	solid density [kg.m <sup>-3</sup> ]
$\tau$ :	parameter of Eq. 11 [-]
$\tau_I$ :	parameter of Eq. 11 for increasing curve [-]
$\tau_D$ :	parameter of Eq. 11 for decreasing curve [-]
$\omega$ :	drum rotation speed [s <sup>-1</sup> ]
$\omega_c$ :	critical rotation speed for centrifuging [s <sup>-1</sup> ]
$\phi$ :	sphericity [-]

REFERENCES

Arruda, E.B., Lobato, F.S., Assis, A.J., Barrozo, M.A.S., Modelling of fertilizer drying in roto-aerated and conventional rotary dryers, *Drying Technol.*, 27, 1192-1198 (2009a).

Arruda, E.B., Façanha, J.M.F., Pires, L.N., Assis, A.J., Barrozo, M.A.S., Conventional and modified rotary dryer: Comparison of performance in fertilizer drying, *Chem. Eng. Proc.*, 48, 1414-1418 (2009b).

- Barrozo, M.A.S., Sartori, D.J.M., Freire, J.T., Achcar, J.A., Discrimination of equilibrium moisture equations for soybean using nonlinearity measures, *Drying Technol.*, 14, 1779-11794 (1996).
- Blumberg, W., Schlünder, E.-U., Transversale Schüttgutbewegung und konvektiver Stoffübergang in Drehrohren. Teil 1: Ohne Hubschaufeln. *Chem. Eng. Proc.*, 35, 395-404 (1996).
- Boateng, A.A., Barr, P.V., Granular flow behaviour in the transverse plane of a partially filled rotating cylinder. *J. Fluid Mech.*, 330, 233-249 (1997).
- Cardoso, C.R., Oliveira, T.J.P., Santana Junior, J.A., Ataíde, C.H., Physical characterization of sweet sorghum bagasse, tobacco residue, soy hull and fiber sorghum bagasse particles: Density, particle size and shape distributions. *Powder Technol.*, 245, 105-114 (2013).
- Chou, S.H., Hsiau, S.S., Dynamic properties of immersed granular matter in different flow regimes in a rotating drum. *Powder Technol.*, 226, 99-106 (2012).
- Chou, S.H., Liao, C.C., Hsiau, S.S., An experimental study on the effect of liquid content and viscosity on particle segregation in a rotating drum. *Powder Technol.*, 201, 266-272 (2010).
- Demagh, Y., Moussa, H.B., Lachi, M., Noui, S., Bordja, L., Surface particle motions in rotating cylinders: Validation and similarity for an industrial scale kiln. *Powder Technol.*, 224, 260-272 (2012).
- Ding, Y.L., Forster, R., Seville, J.P.K., Parker, D.J., Granular motion in rotating drums: bed turnover time and slumping–rolling transition. *Powder Technol.*, 124, 18-27 (2002).
- Ding, Y.L., Forster, R., Seville, J.P.K., Parker, D.J., Segregation of granular flow in the transverse plane of a rolling mode rotating drum. *Int. J. Multiphase Flow*, 28, 635-663 (2002).
- Ding, Y.L., Seville, J.P.K., Forster, R., Parker, D.J., Solids motion in rolling mode rotating drums operated at low to medium rotational speeds. *Chem. Eng. Sci.*, 56, 1769-1780 (2001).
- Dubé, O., Alizadeh, E., Chaouki, J., Bertrand, F., Dynamics of non-spherical particles in a rotating drum. *Chem. Eng. Sci.*, 101, 486-502 (2013).
- Fernandes, N.J., Ataíde, C.H., Barrozo, M.A.S., Modeling and experimental study of hydrodynamic and drying characteristics of an industrial rotary dryer, *Braz. J. Chem. Eng.*, 26, 331-341 (2009).
- Henein, H., Brimacombe, J.K., Watkinson, A.P., Experimental studies of transverse bed motion in rotary kilns, *Metall. Trans. B*, 14, 191-205 (1983a).
- Henein H., Brimacombe, J.K., Watkinson, A. P., The modelling of transverse solids motion in rotary kilns, *Metall. Trans. B*, 14, 207-220 (1983b).
- Huang, A. N., Kuo, H. P., A Study of the Three-Dimensional Particle Size Segregation Structure in a Rotating Drum. *AIChE J.*, 58, 1076-1083 (2012).
- Juarez, G., Chen, P., Lueptow, R. M., Transition to centrifuging granular flow in rotating tumblers: a modified Froude number. *New Journal of Physics*, 13, 1-12 (2011).
- Lee, C.-F., Chou, H.-T., Capart, H., Granular segregation in narrow rotational drums with different wall roughness: Symmetrical and asymmetrical patterns. *Powder Technol.*, 233, 103-115 (2013).
- Liu, X. Y., Spechta, E., Mellmann, J., Experimental study of the lower and upper angles of repose of granular materials in rotating drums. *Powder Technol.*, 154, 125-131 (2005).
- Lisboa, M.H., Vitorino, D.S., Delaíba, W.B., Finzer, J.R.D., Barrozo, M.A.S., A study of particle motion in rotary dryer, *Braz. J. Chem. Eng.*, 24 (3), 265–374 (2007).
- Lobato, F.S., Steffen, V., Arruda, E.B., Barrozo, M.A.S. Estimation of drying parameters in rotary dryers using differential evolution. *J. Phys. Conf. Series*, 135, 1–8 (2008).
- Mellmann, J., The transverse motion of solids in rotating cylinders—forms of motion and transition behavior. *Powder Technol.*, 118, 251-270 (2001).

- Oliveira, D.C., Almeida, C.A.K., Vieira, L.G.M., Damasceno, J.J.R., Barrozo, M.A.S. Influence of geometrical dimensions on the behavior of a filtering hydrocyclone: an experimental and numerical study. *Braz. J. Chem. Eng.*, 26, 575-582 (2009).
- Peçanha, R.P., Massarani, G., Avaliação do desempenho de hidrociclones. *Revista Brasileira de Tecnologia*, Rio de Janeiro, 11, 289-299 (1980).
- Rajchenbach, J., Flow in Powders: From discrete avalanches to continuous regime, *Phys. Rev. Lett.*, 65, 2221-2224, (1990).
- Ribeiro, J.A., Oliveira D.T., Passos, M.L., Barrozo, M.A.S., The use of nonlinearity measures to discriminate the equilibrium moisture equations for Bixa orellana seeds, *J. Food Eng.*, 66, 63-68. (2005).
- Ristow, G. H., Flow properties of granular materials in three-dimensional geometries. *Habilitationsschrift*, Philipps-Universität Marburg, 63-92 (1998).
- Rose, H.E., Sullivan, R.M.E., A treatise on the internal mechanics of ball, tube and rod mills, Constable, London, 35-68 (1957).
- Santomaso, A. C., Ding, Y. L., Lickiss, J. R., York, D. W., Investigation of the granular behaviour in a rotating drum operated over a wide range of rotational speed. *ICHEME*, 81, 936-945, (2003).
- Santos, K.G., Santos, D.A., Duarte, C.R., Murata, V.V., Barrozo, M.A.S., Spouting of bidisperse mixture of particles: A CFD and experimental study, *Drying Technol.*, 30, 1354-1367 (2012).
- Santos, D.A., Petri, I.J., Duarte, C.R., Barrozo, M.A.S., Experimental and CFD study of the hydrodynamic behavior in a rotating drum. *Powder Technol.*, 250, 52-62, (2013).
- Santos, D.A., Dadalto, F.O., Scatena, R., Duarte, C.R., Barrozo, M.A.S., A hydrodynamic analysis of a rotating drum operating in the rolling regime. *Chem. Eng. Res. Des.* 94, 204-212 (2015).
- Silva, D.O., Tamiozzo, L.M., Duarte, C.R., Murata, V.V., Barrozo, M.A.S., Modeling of seed coating in a spouted bed, *Drying Technol.*, 29, 286-294 (2011).
- Silvério, B.C., Façanha, J.M.F., Arruda, E.B., Murata, V.V., Barrozo, M.A.S., Fluid dynamics in concurrent rotary dryer and comparison of their performance with a modified dryer, *Chem. Eng. Technol.*, 34, 81-86 (2011).
- Walton, O.R., Braun R.L., Simulation of rotary-drum and repose tests for frictional spheres and rigid sphere clusters *Proc. Joint DOE/NFS Workshop on Flow of Particulates and Fluids*, 1-18 (1993).
- Watanabe, H., Critical rotation speed for ball-milling. *Powder Technol.*, 104, 95-99 (1999).
- Yada, H., Kawaguchi, T., Tanaka, T., Relation between segregation patterns and granular flow modes in conical rotating drum. *Flow Meas. Instrum.*, 21, 207-211 (2010).

**Table 1:** Different models for the cataracting-centrifuging transition prediction.

Classical mechanics	
$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R}}$	(1)
Rose and Sullivan (1957)	
$\omega_c = \sqrt{\frac{2g}{2R-2r}}$	(2)
Walton and Braun (1993)	
$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sin \theta_s}}$	(3)
Ristow (1998)	
$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R\sqrt{1-f}}}$	(4)
Watanabe (1999)	
$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{R \sin \theta_s \sqrt{1-f}}}$	(5)
Juarez et al. (2011)	
$\omega_c = \sqrt{\frac{g(1-\rho_f/\rho_s)}{R \sin \theta_s \sqrt{1-f}}}$	(6)

**Table 2:** The main physical properties of the used granular materials.

Materials	$\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$D_p$ [m]	$\phi$ [-]	$\mu_{p-w}$ [-]
Tablet	1517	0.00662	0.50	0.90
Corn	1288	0.00788	0.66	0.76
Rice	1465	0.00277	0.35	0.73
Soybean	1164	0.00639	0.84	0.31
Glass bead A	2460	0.00113	0.91	0.48
Glass bead B	2460	0.00422	0.86	0.35

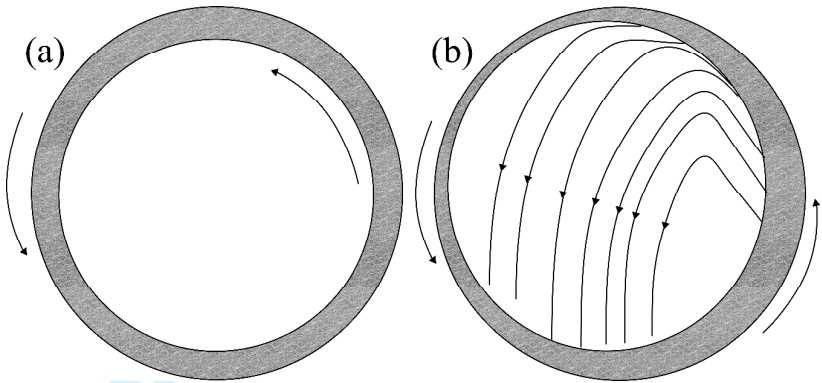
**Table 3:** Relative average error between Eq. 9 and Eq. 10 in the critical Froude number prediction for cascading.

Materials	Eq. 9 mean percentage error (%)	Eq. 10 mean percentage error (%)
Rice	176.31	15.20
Tablet	59.71	20.14
Corn	99.53	43.83
Soybean	24.66	20.51
Glass bead A	20.68	23.07
Glass bead B	52.29	38.02

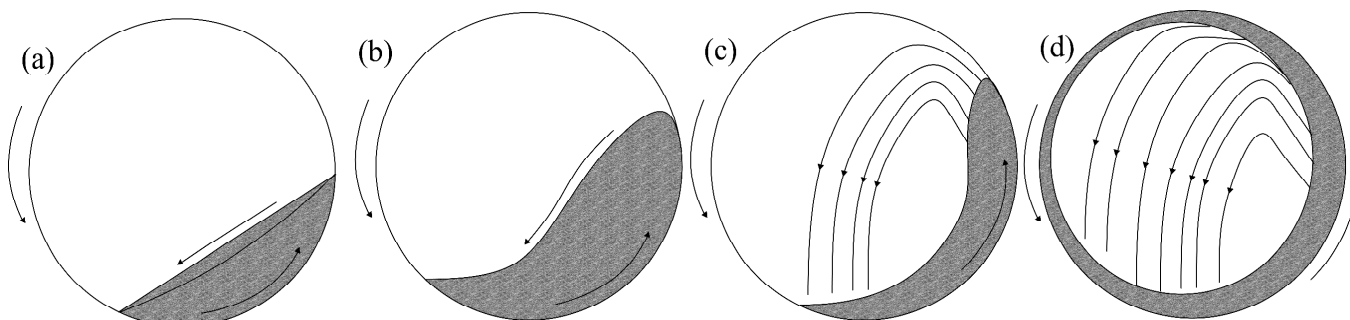
**Table 4:** The adjusted  $\lambda$  and  $\tau$  parameters by means of a nonlinear regression using Eq. 11.

Materials		Increasing Curve		Decreasing Curve	
		$\lambda_I$	$\tau_I$	$\lambda_D$	$\tau_D$
Group 1	Tablet	0.88	2.34	0.66	2.37
	Corn	1.25	3.33	0.96	3.30
	Rice	0.97	2.89	0.80	2.88
Group 2	Soybean	4.40	6.66	1.49	6.18
	Glass bead A	3.24	6.00	1.15	3.64
	Glass bead B	8.38	8.35	1.23	6.44

**Figure 1:** Different definitions for centrifuging transition: (a) the particles form a ring all together; (b) just the outermost layer of the bed material forms a ring.

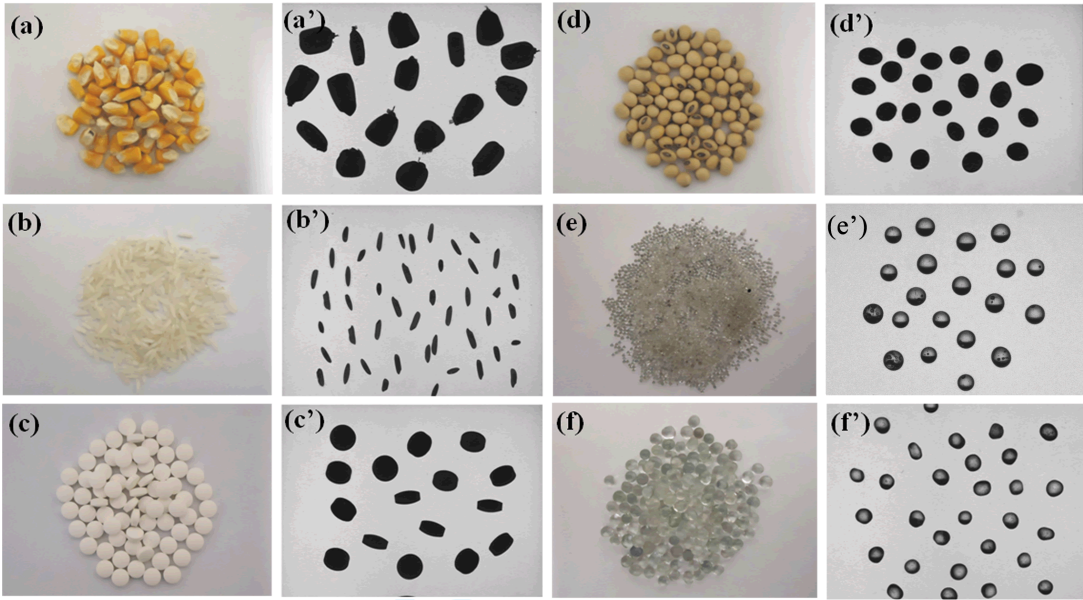


**Figure 2:** Transverse bed motions in a rotary drum investigated in the present work: (a) rolling regime; (b) cascading regime; (c) cataracting regime; (d) centrifuging regime.



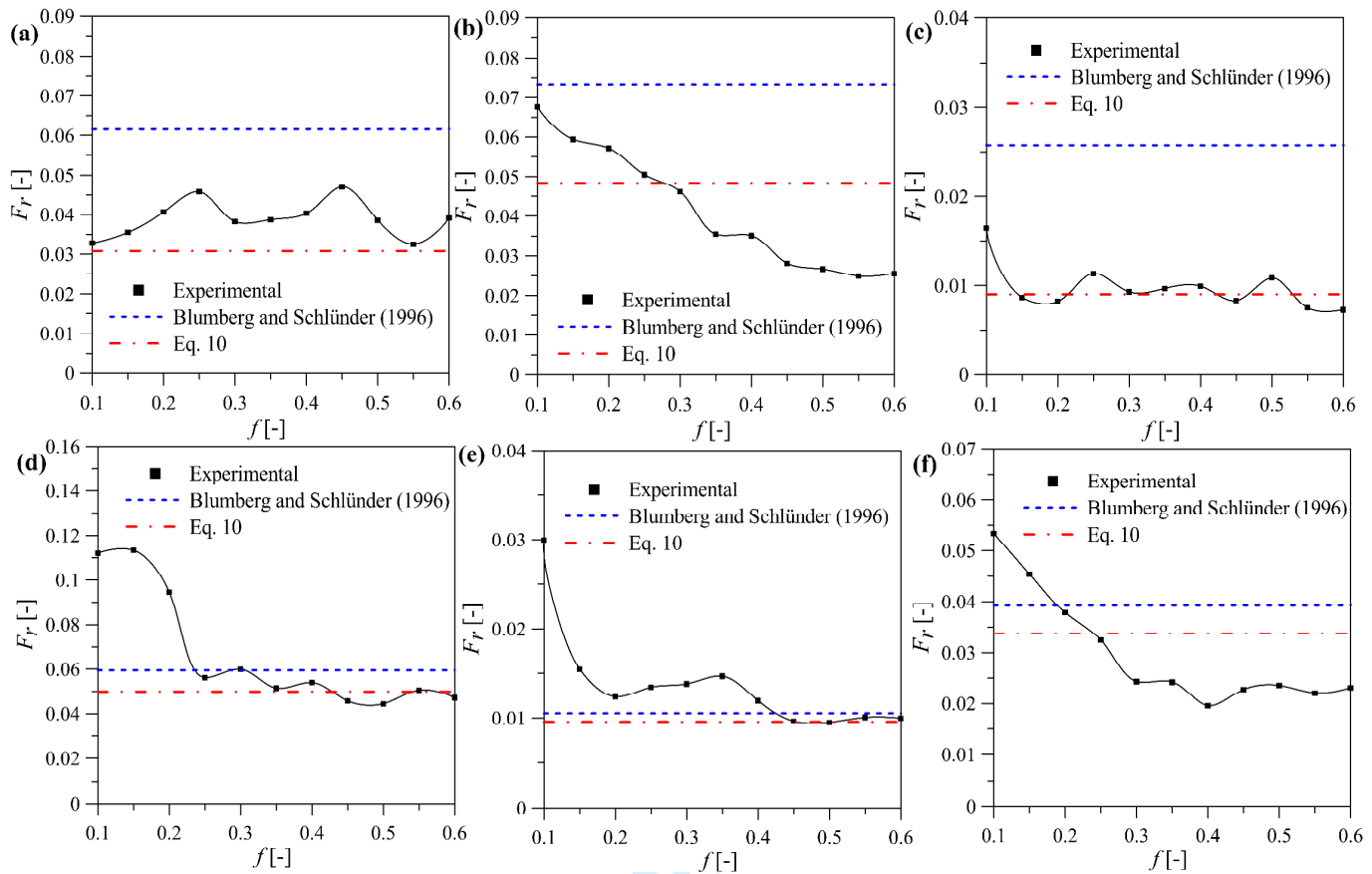


**Figure 3:** Different materials used in the present investigation along with the respective projected shadows processed by means of the CAMSIZER<sup>®</sup> analysis system: (a) corn; (b) rice; (c) tablet (placebo tablets with a concave cylindrical shape); (d) soybean; (e) glass bead A; (f) glass bead B.

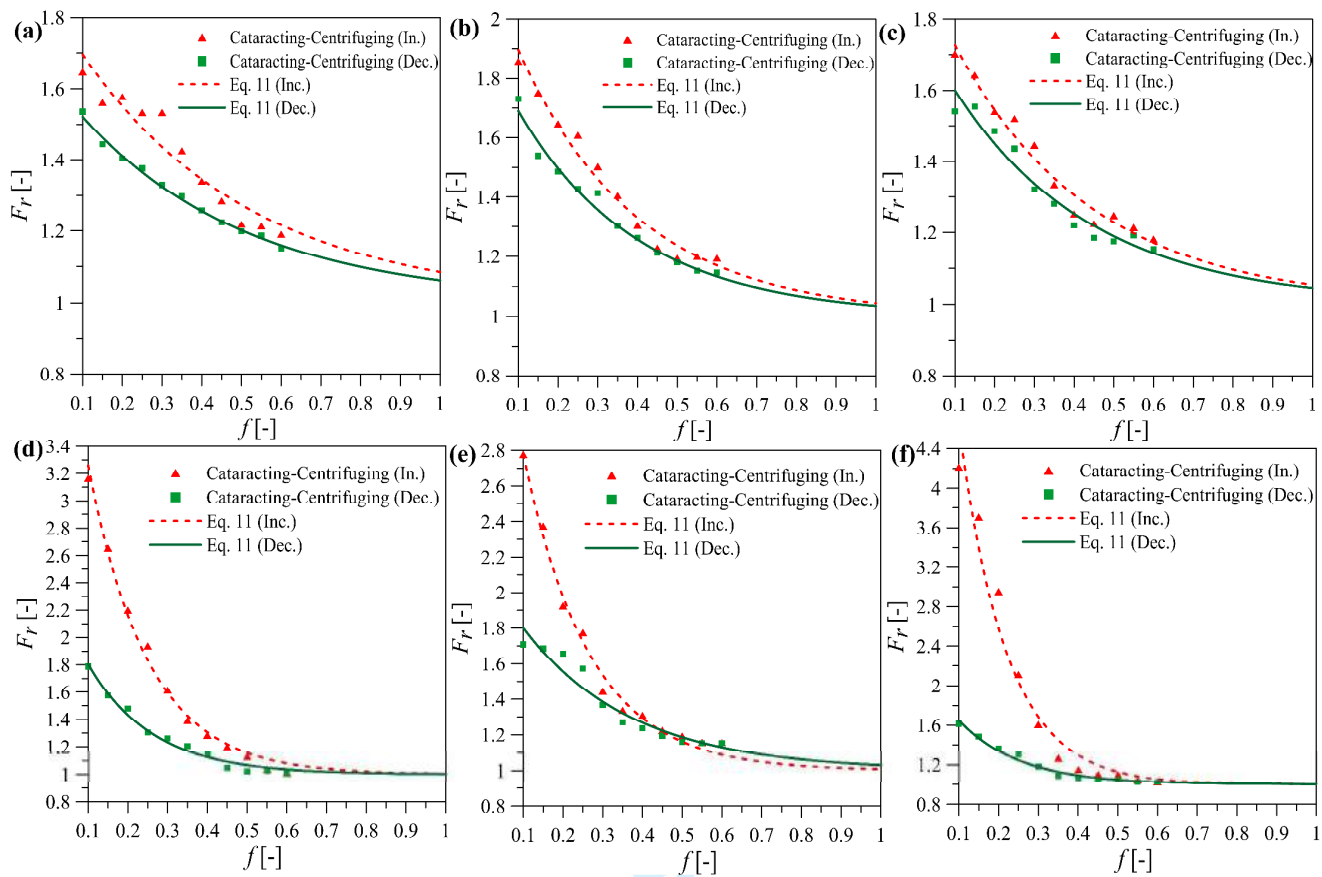




**Figure 4:** Transition curves between rolling-cascading regimes: (a) tablet; (b) corn; (c) rice; (d) soybean; (e) glass bead A; (f) glass bead B.



**Figure 5:** Transition curves between cataracting-centrifuging regimes: (a) tablet; (b) corn; (c) rice; (d) soybean; (e) glass bead A; (f) glass bead B.



**Figure 6:** The measured dynamic angle of repose as a function of rotational speed and filling degree: (a) tablet; (b) corn; (c) rice; (d) soybean; (e) glass bead A; (f) glass bead B.

