



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA QUÍMICA

Desenvolvimento de Sistemas de Controle  
Tolerante a Falhas por Alocacão de Controle

*Nádia Guimarães Sousa  
Uberlândia  
2014*





UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA QUÍMICA

# Desenvolvimento de Sistemas de Controle Tolerante a Falhas por Alocação de Controle

*Nádia Guimarães Sousa*

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Química, Área de Concentração em Desenvolvimento de Processos Químicos.

*Uberlândia  
2014*

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

S725d      Sousa, Nadia Guimarães, 1984-  
2014      Desenvolvimento de sistemas de controle tolerante a falhas por  
                alocação de controle / Nadia Guimarães Sousa. - 2014.  
                136 f. : il.

Orientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes.  
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Química.  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia química - Teses. 2. Controle de processos químicos -  
Teses. I. Lopes, Luís Cláudio Oliveira. II. Universidade Federal de  
Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. III.  
Título.

---

CDU: 66.0

# Desenvolvimento de Sistemas de Controle Tolerante a Falhas por Alocação de Controle

Tese de doutorado submetida ao corpo docente do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de doutor em Engenharia Química em 21 de Novembro de 2014.

## BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Luís Cláudio Oliveira Lopes  
Orientador - PPG - FEQUI/UFU

Prof. Dr. Daví Leonardo de Souza  
DEQ/ICTE/UFTM

Prof. Dr. Gustavo Matheus de Almeida  
DEQUE/CAP/UFSJ

Prof. Dr. Rubens Gedraite  
FEQUI/UFU

Profa. Dra. Valéria Viana Murata  
PPG - FEQUI/UFU



---

## Agradecimentos

Primeiramente a Deus, por me conceder a capacidade de desenvolver este trabalho.

Aos meus pais, Sílvio e Maria de Fátima, pelos ensinamentos necessários para minha vida e pela ajuda para que eu conseguisse alcançar os meus objetivos. Às minhas irmãs, Daniela e Amanda, pelo apoio.

Ao Professor Luís Cláudio Oliveira Lopes, pela sua valorosa orientação neste trabalho e em tantos outros, pela compreensão e paciência nos momentos críticos e principalmente pela amizade e confiança.

À minha grande amiga, Diovanina Dimas pela amizade, apoio e incentivo ao longo do meu trabalho e por estar sempre presente em todos os momentos.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Química pelos ensinamentos ao longo desses 10 anos de estudo e convivência.

À minha querida amiga, Wilma Salgado pela amizade, pelas conversas edificantes e pelo apoio neste último ano de estudo, que foi essencial para a concretização deste trabalho.

Aos meus amigos e companheiros do Laboratório de Otimização e Modelagem de Processos (LOM) da Universidade Federal de Uberlândia que de alguma forma colaboraram.

Aos membros da banca, *Prof. Dr.* Davi Leonardo de Souza, *Prof. Dr.* Gustavo Matheus de Almeida, *Prof. Dr.* Rubens Gedraite e *Profa. Dra.* Valéria Viana Murata pelo enriquecimento deste trabalho.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa de estudos.



*“Agradeço todas as dificuldades que enfrentei.  
Não fosse por elas, eu não teria saído do lugar.  
As facilidades nos impedem de caminhar.  
Mesmo as críticas nos auxiliam muito.”*  
*(Chico Xavier)*



*Aos meus pais e minhas irmãs.*



---

## Resumo

O controle de processos industriais tem sofrido mudanças significativas devido a pressões associadas ao aumento da competitividade, mudanças rápidas nas condições econômicas e leis ambientais mais rigorosas, promovendo assim sua modernização nas plantas químicas. Portanto, estratégias de controle mais sofisticadas, as quais são capazes de tolerar falhas e que garantam uma resposta eficiente, são facilmente justificáveis para manter a operação da planta próximo do ótimo econômico e dentro dos limites de segurança. Nesse sentido, é proposto neste trabalho o estudo e a implementação de metodologias de alocação de controle aplicadas ao controle tolerante a falhas de processos químicos. A alocação de controle tem como característica principal a redundância de atuadores que pode levar a uma melhoria no desempenho e um aumento na confiabilidade do sistema de controle. Nessa abordagem, a lei de controle estabelece o esforço total do controle necessário e a distribuição dos sinais de controle é decidida separadamente por um módulo de alocação de controle, principalmente na presença de falhas em atuadores. Deste modo, é introduzido nesta tese as metodologias de alocação de controle baseadas em fatoração e em modelo de referência para algoritmos contínuos e discretos usando as normas  $l_1$  e  $l_2$ . O problema de alocação de controle baseado em fatoração é ilustrado pelo estudo de dois tipos de controladores: (i) MPC em que o controle virtual é composto por um MPC (*Model Predictive Control*) e (ii) CA-PI em que o controle virtual é composto por um PI (Proporcional-Integral). Para a técnica de alocação de controle baseada em modelo de referência é avaliado um modelo de referência do tipo PI aplicado à sistemas de fase mínima e não mínima. Os benefícios dessas técnicas são investigados no gerenciamento de restrições das variáveis manipuladas quando implementada a sistemas lineares e não lineares da Engenharia Química. As estratégias propostas foram avaliadas usando o *software* livre Scilab® e foram testados cenários com falhas em atuadores. Em todos os estudos observou-se a capacidade da ferramenta de realocar os sinais de controle entre os atuadores disponíveis, minimizando assim, o efeito da falha. Com base nos resultados fica claro que a alocação de controle apresenta flexibilidade para tratar de sistemas de controle com falhas em atuadores e esta técnica permite a distribuição dos esforços de controle para as variáveis manipuladas disponíveis.

**Palavras-chave:** *Controle tolerante a falhas, Alocação de controle, Redundância de atuadores.*



---

## Abstract

The industrial process control has suffered significant changes due to pressures associated with increased competition, rapid changes in economic conditions and stricter environmental laws, thereby promoting its modernization in chemical plants. Therefore, more sophisticated control strategies, which are able to tolerate failures and ensure an efficient response, are easily justifiable to maintain the plant operation close to the economic optimum and within the safety limit. In this sense, it is proposed in this work the study and implementation of allocation control methodologies applied to fault tolerant control in chemical processes. The main feature of control allocation method is the redundancy of actuators, which can improve performance and reliability of system control. In this approach, control law establishes the total control effort required and the distribution of control signals is determined separately by a control module allocation, especially in the presence of faults on actuators. The control law, called virtual control may be any type of control strategy (MPC, PI, PID etc). Thus, this thesis introduces allocation control methods based on factoring and reference model for continuous and discrete algorithms using the  $l_1$  and  $l_2$  norms. The allocation control problem based on factorization is illustrated by the study of two types of controllers: (i) MPC in which virtual control consists of an MPC (Model Predictive Control) and (ii) CA-PI wherein virtual control consists of a PI (Proportional-Integral). For control allocation technique based on the reference model it is evaluated a reference model of PI type applied to minimal and non minimum phase systems. Benefits of these techniques are investigated in the management of constraints for manipulated variables when implemented on Chemical Engineering linear and nonlinear systems. The proposed strategies were evaluated using open source software Scilab®, in which scenarios with faults in actuators were tested. For all studies it was observed the ability of the proposed strategies on relocating the control signals among the available actuators, minimizing the fault effect. Based on results it is clear that control allocation provides flexibility to address control systems with actuator failures and this technique allows the distribution of control efforts for available manipulated variables.

**Keywords:** *Fault Tolerant Control, Control Allocation, Overactuated System.*



---

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Esquema do monitoramento das falhas (adaptado de Chiang, Russel e Braatz (2001)). . . . .	7
2.2	Composição de um sistema FTC (adaptado de Alwi, Edwards e Tan (2011)). . . . .	8
2.3	Esquema de um sistema com controle tolerante a falhas. . . . .	9
2.4	Estratégias relacionadas ao controle tolerante a falhas. . . . .	10
2.5	Esquema de uma estrutura de controle. . . . .	12
2.6	Esquema de uma estrutura de controle, quando a alocação é usada. . . . .	13
2.7	Princípio da alocação de controle com falha. . . . .	14
2.8	Pirâmide hierárquica do sistema de controle. . . . .	15
3.1	Configuração do sistema de detecção e controle tolerante abordados neste trabalho. . . . .	22
3.2	Configuração do controle para a técnica de alocação baseada em fatoração. . . . .	22
3.3	Camadas da alocação de controle baseada em fatoração. . . . .	25
3.4	Configuração do controle para técnica de alocação baseada em modelo de referência. . . . .	32
4.1	Esquema do sistema de estudo CSTR. . . . .	46
4.2	Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 ( $\text{---} setpoint$ ). . . . .	48
4.3	Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 1 ( $\text{---} setpoint$ ). . . . .	48
4.4	Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 (... $setpoint$ ; $\text{---}$ cenário 1; $\text{---} \textcolor{blue}{\cdot} \textcolor{blue}{\cdot} \textcolor{blue}{\cdot}$ cenário 2; ). . . . .	49
4.5	Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 2 (... $setpoint$ ; $\text{---}$ cenário 1; $\text{---} \textcolor{blue}{\cdot} \textcolor{blue}{\cdot} \textcolor{blue}{\cdot}$ cenário 2; ). . . . .	49

4.6 Comportamento das variáveis controladas - cenário 3 (... <i>setpoint</i> ; - cenário 1; -.- cenário 3) . . . . .	50
4.7 Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 3 (... <i>setpoint</i> ; - cenário 1; -.- cenário 3) . . . . .	51
4.8 Comportamento das variáveis controladas - cenário 4 (... <i>setpoint</i> ; - cenário 1; -.- cenário 4) . . . . .	51
4.9 Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 4 (... <i>setpoint</i> ; - cenário 1; -.- cenário 4) . . . . .	52
4.10 Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 (-.- <i>setpoint</i> ) . . . . .	53
4.11 Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 1 (-.- <i>setpoint</i> ) . . . . .	54
4.12 Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 (... <i>setpoint</i> ; - cenário 1; -.- cenário 2) . . . . .	54
4.13 Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 2 (... <i>setpoint</i> ; - cenário 1; -.- cenário 2) . . . . .	55
4.14 Comportamento das variáveis controladas - cenário 3 (... <i>setpoint</i> ; - cenário 1; -.- cenário 3) . . . . .	55
4.15 Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 3 (... <i>setpoint</i> ; - cenário 1; -.- cenário 3) . . . . .	56
4.16 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 1: operação normal (- MPC: caso 1 e 2, -.- MPC - sintonia 1, ... MPC - sintonia 2, - <i>setpoint</i> ) . . . . .	60
4.17 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 1: operação normal (- MPC: caso 1 e 2, -.- MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2) . . . . .	61
4.18 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 2: $F_1$ falha fechada (- MPC: caso 1, -.- MPC: caso 2, -.- MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2, - <i>setpoint</i> ) . . . . .	62
4.19 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 2: $F_1$ falha fechada (- MPC: caso 1, -.- MPC: caso 2, -.- MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2) . . . . .	62
4.20 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 2: $F_1$ falha travada (- MPC: caso 1, -.- MPC: caso 2, -.- MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2, - <i>setpoint</i> ) . . . . .	63
4.21 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 2: $F_1$ falha travada (- MPC: caso 1, -.- MPC: caso 2, -.- MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2) . . . . .	64
4.22 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 3: $F_2$ falha travada (- MPC: caso 1, -.- MPC: caso 2, -.- MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2, - <i>setpoint</i> ) . . . . .	65
4.23 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 3: $F_2$ falha travada (- MPC: caso 1, -.- MPC: caso 2, -.- MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2) . . . . .	65

4.24 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 3 - Novo <i>setpoint</i> : $F_2$ falha travada (- MPC: caso 1, $\text{---}$ MPC: caso 2, $\text{--}$ MPCA: sintonia 1, $\dots$ MPCA: sintonia 2, $\text{- setpoint}$ ). . . . .	67
4.25 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 3 - Novo <i>setpoint</i> : $F_2$ falha travada (- MPC: caso 1, $\text{---}$ MPC: caso 2, $\text{--}$ MPCA: sintonia 1, $\dots$ MPCA: sintonia 2). . . . .	67
4.26 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 4: $F_1$ e $F_3$ falham travadas (- MPC: caso 1, $\text{---}$ MPC: caso 2, $\text{--}$ MPCA: sintonia 1, $\dots$ MPCA: sintonia 2, $\text{- setpoint}$ ). . . . .	68
4.27 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 4: $F_1$ e $F_3$ falham travadas (- MPC: caso 1, $\text{---}$ MPC: caso 2, $\text{--}$ MPCA: sintonia 1, $\dots$ MPCA: sintonia 2). . . . .	69
4.28 Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 ( $\text{-- setpoint}$ ). . . . .	71
4.29 Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 1. . . . .	72
4.30 Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 ( $\text{-- setpoint}$ ). . . . .	72
4.31 Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 2. . . . .	73
4.32 Comportamento das variáveis manipuladas para o controlador virtual. . . . .	73
4.33 Função custo ( $\text{-- IP}$ , $\dots$ FXP e $\text{- WLS}$ ). . . . .	74
4.34 Custo da variável manipulada em relação ao seu valor desejado ( $\dots$ FXP e $\text{- CGI}$ ). . . . .	75
4.35 Custo da distribuição da alocação de controle ( $\dots$ FXP e $\text{- CGI}$ ). . . . .	75
4.36 Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 ( $\dots$ <i>setpoint</i> ; $\text{-}$ baseado em modelo de referência; $\text{--}$ baseado em fatoração. ). . . . .	76
4.37 Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 1 ( $\dots$ <i>setpoint</i> ; $\text{-}$ baseado em modelo de referência; $\text{--}$ baseado em fatoração. ). . . . .	77
4.38 Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 ( $\dots$ <i>setpoint</i> ; $\text{-}$ baseado em modelo de referência; $\text{--}$ baseado em fatoração. ). . . . .	78
4.39 Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 2 ( $\dots$ <i>setpoint</i> ; $\text{-}$ baseado em modelo de referência; $\text{--}$ baseado em fatoração. ). . . . .	78
4.40 Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 ( $\text{- setpoint}$ ; $\dots$ com dinâmica: caso 1; $\text{--}$ com dinâmica: caso 2; $\text{--}$ sem dinâmica em atuadores.). . . . .	80
4.41 Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 1 ( $\text{- } u_{sisC1}$ ; $\text{--- } u_{sisC2}$ ; $\dots$ $u$ : com dinâmica caso 1; $\text{-- } u$ : com dinâmica caso 2; $\text{-- } u$ : sem dinâmica.). . . . .	81
4.42 Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 ( $\text{- setpoint}$ ; $\dots$ com dinâmica: caso 1; $\text{--}$ com dinâmica: caso 2; $\text{--}$ sem dinâmica em atuadores. ). . . . .	82
4.43 Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 2 ( $\text{- } u_{sisC1}$ ; $\text{--- } u_{sisC2}$ ; $\dots$ $u$ : com dinâmica caso 1; $\text{-- } u$ : com dinâmica caso 2; $\text{-- } u$ : sem dinâmica.). . . . .	82
4.44 Esquema do sistema de estudo biorreator exotérmico. . . . .	84

4.45	Modelo de referência (--- <i>setpoint</i> , - variáveis controladas) . . . . .	87
4.46	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 1. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	87
4.47	Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 1 (... $u_d$ , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ) . . . . .	88
4.48	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 2. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	88
4.49	Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 2 (... $u_d$ , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ) . . . . .	89
4.50	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 3. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	89
4.51	Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 3 (... $u_d$ , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ) . . . . .	90
4.52	Modelo de referência (--- <i>setpoint</i> , - variáveis controladas). . . . .	91
4.53	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 1. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	92
4.54	Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 1 (... $u_d$ , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ) . . . . .	92
4.55	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 2. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	93
4.56	Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 2 (... $u_d$ , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ) . . . . .	93
4.57	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 3. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	94
4.58	Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 3 (... $u_d$ , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ) . . . . .	94
4.59	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 1. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	95
4.60	Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 1 (... $u_d$ , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ) . . . . .	96
4.61	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 2. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	96
4.62	Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 2 (... $u_d$ , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ) . . . . .	97
4.63	Comportamento das variáveis controladas - Cenário 3. (... <i>setpoint</i> , --- norma $l_1$ , - norma $l_2$ ). . . . .	98

4.64 Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 3 (... $u_d$ , $\text{---}$ norma $l_1$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	98
4.65 Modelo de referência ( $\text{---} setpoint$ , $\text{---}$ variáveis controladas) . . . . .	100
4.66 Comportamento das variáveis controladas - Cenário 1 ( $\text{---} setpoint$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	101
4.67 Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 1 ( $\text{---} u_d$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	101
4.68 Comportamento das variáveis controladas - Cenário 2 ( $\text{---} setpoint$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	102
4.69 Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 2 ( $\text{---} u_d$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	102
4.70 Comportamento das variáveis controladas - Cenário 3 ( $\text{---} setpoint$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	103
4.71 Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 3 ( $\text{---} u_d$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	103
4.72 Comportamento das variáveis controladas - Cenário 4 ( $\text{---} setpoint$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	104
4.73 Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 4 ( $\text{---} u_d$ , $\text{---}$ norma $l_2$ ) . . . . .	105
C.1 Curvas de nível e restrições para os problemas de otimização: (a) Problema LP e (b) Problema QP (adaptado de Maciejowski (2002)) . . . . .	128
D.1 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 2: $F_1$ falha aberta ( $\text{---}$ MPC:caso 1, $\text{---}$ MPC:caso 2, $\dots$ MPCA, $\text{---} setpoint$ ) . . . . .	130
D.2 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 2: $F_1$ falha aberta ( $\text{---}$ MPC - caso 1, $\text{---}$ MPC - caso 2, $\dots$ MPCA) . . . . .	130
D.3 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 3: $F_2$ falha aberta ( $\text{---}$ MPC:caso 1, $\text{---}$ MPC:caso 2, $\dots$ MPCA, $\text{---} setpoint$ ) . . . . .	131
D.4 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 3: $F_2$ falha aberta ( $\text{---}$ MPC - caso 1, $\text{---}$ MPC - caso 2, $\dots$ MPCA) . . . . .	131
D.5 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 4: $F_3$ falha aberta ( $\text{---}$ MPC:caso 1, $\text{---}$ MPC:caso 2, $\dots$ MPCA, $\text{---} setpoint$ ) . . . . .	132
D.6 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 4: $F_3$ falha aberta ( $\text{---}$ MPC - caso 1, $\text{---}$ MPC - caso 2, $\dots$ MPCA) . . . . .	133
D.7 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 4: $F_3$ falha travada ( $\text{---}$ MPC:caso 1, $\text{---}$ MPC:caso 2, $\dots$ MPCA, $\text{---} setpoint$ ) . . . . .	134
D.8 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 4: $F_3$ falha travada ( $\text{---}$ MPC - caso 1, $\text{---}$ MPC - caso 2, $\dots$ MPCA) . . . . .	134
D.9 Comportamento das variáveis controladas para o cenário 6: $F_1$ e $F_3$ falham fechadas - não simultâneas ( $\text{---}$ MPC - caso 1, $\text{---}$ MPC - caso 2, $\dots$ MPCA) . . . . .	135
D.10 Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 6: $F_1$ e $F_3$ falham fechadas - não simultâneas ( $\text{---}$ MPC - caso 1, $\text{---}$ MPC - caso 2, $\dots$ MPCA) . . . . .	135



---

# LISTA DE TABELAS

2.1	Exemplo de algumas abordagens existentes para o FTC.	11
3.1	Formulações do problema de alocação.	26
3.2	Formulação da alocação - Algoritmo discreto.	39
4.1	Parâmetros do sistema CSTR.	47
4.2	Parâmetros da simulação - Caso 1.	47
4.3	Comparação dos índices de desempenho - Caso 1.	50
4.4	Parâmetros da simulação - Caso 2.	53
4.5	Comparação dos índices de desempenho - Caso 2.	56
4.6	Parâmetros do sistema CSTR.	57
4.7	Parâmetros das simulações.	58
4.8	Parâmetros do controlador para a simulação.	60
4.9	Índices de desempenho - Cenário 1.	61
4.10	Índices de desempenho - Cenário 2: $F_1$ falha fechada.	63
4.11	Índices de desempenho - Cenário 2: $F_1$ falha travada.	64
4.12	Índices de desempenho - Cenário 3: $F_2$ falha travada.	66
4.13	Novo <i>setpoint</i> .	66
4.14	Índices de desempenho - Cenário 3: falha travada (novo <i>setpoint</i> ).	66
4.15	Parâmetros da simulação.	70
4.16	Parâmetros da simulação - alocação baseado em modelo de referência.	76

4.17 Comparação dos índices de desempenho - Índice $y$ . . . . .	77
4.18 Comparação dos índices de desempenho - Índice $u$ . . . . .	79
4.19 Parâmetros da simulação para o problema de alocação de controle sem e com dinâmica em atuadores. . . . .	79
4.20 Parâmetros da simulação - atuadores. . . . .	80
4.21 Índices de desempenho - Índice $y$ . . . . .	83
4.22 Índices de desempenho Índice $u$ . . . . .	83
4.23 Parâmetros para a simulação do sistema - biorreator. . . . .	86
4.24 Parâmetros da simulação - Algoritmo discreto. . . . .	87
4.25 Parâmetros da simulação - Algoritmo contínuo. . . . .	91
4.26 Parâmetros da simulação - Sistema fase não mínima. . . . .	100

---

## LISTA DE ABREVIATURAS

**A.D.R.** - *Applied Data Research, Inc..*

**PI** - *Controlador Proporcional Integral.*

**PID** - *Controlador Proporcional Integral e Derivativo.*

**MPC** - *Model Predictive Control.*

**MPCA** - *Model Predictive Control Allocation.*

**CSTR** - *Continuously Stirred Tank Reactor*

**FTC** - *Fault Tolerant Control*, Controle Tolerante a falhas.

**MMCA** - *Model Matching Control Allocation.*

**WLS** - *Weighted Least Squares*, Método Mínimos Quadrados Ponderados.

**SLS** - *Sequential Least Squares*, Método Mínimos Quadrados Sequenciais.

**MLS** - *Minimal Least Squares*, Método Mínimos Quadrados Mínimos.

**FXP** - *Fixed-point Interations*, Método da Interação do Ponto Fixo.

**IP** - *Interior Point Method*, Método do Ponto Interior.

**CGI** - *Cascating Generelized Inverses*, Método da Inversa Generalizada em Série.

**DCA** - *Direct Control Allocation*, Método da Alocação Direta.

**MP** - *Minimum Phase*, Fase Mínima.

**NMP** - *Nonmininum Phase*, Fase não mínima.

**SISO** - *Single-Input, Single-Output.*

**MIMO** - *Multiple-Input, Multiple-Output.*

**LP** - *Linear Programming Problem.*

**QP** - *Quadratic Programming Problem.*

---

# SIMBOLOGIA

**x** - Vetor de estados

**u** - Vetor de entradas

**y** - Vetor de saídas controladas

*n* - Número de estados

*m* - Número de variáveis manipuladas

*q* - Número de variáveis controladas

**A, B, C, D** - Matrizes da representação em espaço de estados

**u<sub>d</sub>** - Vetor de entradas desejadas

**y<sub>r</sub>** - Vetor de saídas desejadas

**y<sub>sp</sub>** - Vetor de *setpoint*

**v** - Vetor de comandos do controle virtual

**W** - Matriz de pesos

**Q** - Matriz de ponderação do erro

**R** - Matriz de ponderação em relação à trajetória de referência

**S** - Matriz de ponderação em relação à velocidade de variação da variável manipulada

**I** - Matriz identidade

*t* - Tempo

$\Delta t$  - Intervalo de amostragem

$ISE_i$  - Índice de desempenho:  $i = u$  para as variáveis manipuladas ou  $i = y$  para as variáveis controladas

$\gamma_n; \beta_n$  - Fatores de adimensionalização do  $ISE_i$

$N_p$  - Número de pontos da simulação

$e$  - Erro

$\mathbf{N}; \mathbf{M}$  - Matrizes da fatoração coprima à direita

$\widetilde{\mathbf{N}}; \widetilde{\mathbf{M}}$  - Matrizes da fatoração coprima à esquerda

$\mathbf{N}; \mathbf{N_v}; \mathbf{Q_v}; \mathbf{R_v}$  - Parâmetros do controlador

$\mathbf{K_c}; \tau_I$  - Parâmetros do controlador PI

$\mathbf{W_v}$  - Matriz de ponderação do erro em relação a variável controlada

$\mathbf{W_u}$  - Matriz de ponderação do desvio da variável manipulada em relação ao seu valor desejado

$\tau_i$  - Constante de tempo, Equação (2.8)

$u_{sis}$  - Vetor de entradas do processo com dinâmica em atuadores, Equação (2.8)

$\mathbf{B_u}$  - Matriz de entradas, Equação (3.1)

$\mathbf{B_{ur}}$  - Matriz de entradas reduzida

$\mathbf{B_v}$  - Matriz de entradas fatorada, Equação (3.2)

$\mathbf{K}$  - Matriz de ponderação das falhas, Equação (3.5)

$A$  - Área da seção transversal do CSTR, Equações (4.1) a (4.6)

$h$  - Nível do CSTR, Equações (4.1) a (4.6)

$F_1, F_2, F_3$  - Vazões de alimentação do CSTR, Equações (4.1) a (4.6)

$F$  - Vazão de saída do CSTR, Equações (4.1) a (4.6)

$C_A$  - Concentração do reagente A, Equações (4.1) a (4.6)

$C_B$  - Concentração do reagente B, Equações (4.1) a (4.6)

$C_C$  - Concentração do produto indesejado C, Equações (4.1) a (4.6)

$C_D$  - Concentração do produto D, Equações (4.1) a (4.6)

$C_E$  - Concentração do produto desejado D, Equações (4.1) a (4.6)

$k_1, k_2$  - Constantes das reações, Equações (4.1) a (4.6)

$C_A$  - Concentração do substrato no biorreatore, Equações (4.13) a (4.17)

$C_E$  - Concentração da enzima no biorreatore, Equações (4.13) a (4.17)

$C$  - Concentração do produto no biorreatore, Equações (4.13) a (4.17)

$\Delta H$  - Calor de reação, Equações (4.13) a (4.17)

$E$  - Energia de ativação, Equações (4.13) a (4.17)

$R$  - Constante universal dos gases, Equações (4.13) a (4.17)

$k_0$  - Coeficiente pré-exponecial, Equações (4.13) a (4.17)

$A$  - Área de transferência de calor, Equações (4.13) a (4.17)

$c_p$  - Capacidade calorífica, Equações (4.13) a (4.17)

$c_j$  - Capacidade calorífica do fluido refrigerante, Equações (4.13) a (4.17)

$\rho$  - Massa específica, Equações (4.13) a (4.17)

$\rho_j$  - Massa específica do fluido refrigerante, Equações (4.13) a (4.17)

$h$  - Coeficiente de transferência de térmica, Equações (4.13) a (4.17)

$V$  - Volume do biorreator, Equações (4.13) a (4.17)

$V_j$  - Volume da jaqueta, Equações (4.13) a (4.17)

$T$  - Temperatura dentro do biorreator, Equações (4.13) a (4.17)

$T_j$  - Temperatura na jaqueta do biorreator, Equações (4.13) a (4.17)

$F_{1e}, F_{2e}, F_{3e}$  - Vazões de alimentação do biorreator, Equações (4.13) a (4.17)

$F$  - Vazões de saída do biorreator, Equações (4.13) a (4.17)

$F_j$  - Vazões na jaqueta de refrigeração, Equações (4.13) a (4.17)

$Y_{P/A}$  - Rendimento, Equações (4.13) a (4.17)

## Índices

sp - *setpoint*

0 - condição inicial

r - reator ou modelo de referência

j - jaqueta

d - desejado

e - entrada

min - mínimo

max - máximo



---

# SUMÁRIO

<b>Resumo</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xxi</b>
<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>xxiii</b>
<b>Simbologia</b>	<b>xxv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>5</b>
2.1 Falhas em processos . . . . .	5
2.2 O problema de controle tolerante . . . . .	8
2.3 O problema de alocação de controle . . . . .	11
2.3.1 Alocação de controle estática . . . . .	15
2.3.2 Alocação de controle dinâmica . . . . .	16
2.3.3 Alocação de controle com dinâmica em atuadores . . . . .	17
2.3.4 Aplicações da alocação de controle . . . . .	17
<b>3 Proposta de Controle Tolerante a Falhas com Alocação de Controle</b>	<b>21</b>

3.1	Alocação de controle baseada em fatoração . . . . .	21
3.1.1	Algoritmo contínuo . . . . .	22
3.1.2	Estratégias para a solução de problemas de alocação . . . . .	26
3.1.3	Algoritmo discreto . . . . .	30
3.2	Alocação de controle baseada em modelo de referência . . . . .	32
3.2.1	Algoritmo contínuo para sistemas de fase mínima . . . . .	33
3.2.2	Algoritmo discreto para sistemas de fase mínima . . . . .	37
3.2.3	Algoritmo contínuo para sistemas de fase não mínima . . . . .	40
3.2.4	Algoritmo discreto para sistemas de fase não mínima . . . . .	41
3.3	Índices de desempenho . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Aplicações em problemas da Engenharia Química</b>	<b>45</b>
4.1	Estudo de caso 1: CSTR isotérmico . . . . .	45
4.1.1	Descrição do Processo . . . . .	45
4.1.2	Justificativa para o uso da técnica de alocação de controle . . . . .	46
4.1.3	Problema de alocação baseado em fatoração - Algoritmo discreto . . . . .	56
4.1.4	Problema de alocação baseado em fatoração - Algoritmo contínuo . . . . .	69
4.1.5	Problema de alocação baseado em modelo de referência - Algoritmo contínuo	75
4.1.6	Problema de alocação de controle baseado em modelo de referência com dinâmica em atuadores . . . . .	79
4.2	Estudo de caso 2: Biorreator . . . . .	84
4.2.1	Descrição do processo . . . . .	84
4.2.2	Problema de alocação baseado em modelo de referência - Algoritmo discreto	85
4.2.3	Problema de alocação baseado em modelo de referência - Algoritmo contínuo	90
4.3	Estudo de caso 3: Sistema de fase não mínima . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Conclusões e Sugestões</b>	<b>107</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>		<b>111</b>
<b>Glossário</b>		<b>115</b>
<b>A Decomposição de matrizes</b>		<b>119</b>

A.1	Forma escalonada e forma condensada de matrizes . . . . .	119
A.2	Decomposição de matrizes . . . . .	120
<b>B</b>	<b>Fatoração coprima (<i>Coprime factorization</i>)</b>	<b>125</b>
<b>C</b>	<b>Aspectos básicos sobre formulação <math>l_1</math> e <math>l_2</math> para problemas de alocação de controle</b>	<b>127</b>
<b>D</b>	<b>Estudo de casos: CSTR isotérmico - demais cenários avaliados</b>	<b>129</b>



---

---

# CAPÍTULO 1

---

## Introdução



Implementação de um sistema de controle avançado necessita de atenção contínua para garantia do desempenho e confiabilidade. Somado a isso, o desenvolvimento de sistemas de aquisição eletrônica de dados de processos, e os baixos custos de instrumentação e computação digital potencializam a disponibilização em linha de um conjunto de informações sem precedentes nas unidades de processamento industrial. A utilização dessas informações para avaliação do desempenho do sistema de controle e tomada de decisões é o que constitui a tarefa de monitoramento de processos controlados.

Um fator também crucial nesse cenário decorre do crescente aumento da necessidade de investimento em segurança, melhoria da confiabilidade e elevação dos lucros em processos químicos. Esses aspectos dependem diretamente de sistemas de controle completamente automatizados e eficientes. A automação, apesar de necessária, traz novas questões devido a quantidade de problemas em instrumentos eletrônicos decorrentes de falhas (defeitos em equipamentos como sensores, por exemplo). Entre os problemas relacionados a falhas tem-se: dano físico aos equipamentos do processo, desperdício de matéria-prima, de fontes de energia e aumento no tempo de desligamento, resultando em perdas significantes da produção e colocando em risco a segurança de pessoas e do meio ambiente.

As considerações de confiabilidade, desempenho e robustez fornecem uma justificativa para a dedicação de esforços no desenvolvimento de métodos que possibilitem o projeto de sistemas de controle capazes de tolerar essas e outras falhas e que ao mesmo tempo garantam uma resposta eficiente e uma recuperação do processo em tempo adequado, prevenindo a propagação de falhas

em um sistema controlado.

Para alcançar esse nível de desempenho e estabilidade satisfatório, com a ocorrência das falhas, é necessário uma estratégia capaz de tolerá-las, mantendo as variáveis controladas do processo dentro de valores aceitáveis de operação. Esse desafio tem motivado o uso de métodos de controle capazes de tolerar grandes mudanças nas condições de operação das plantas químicas. Uma das técnicas mais usadas é o Controle Tolerante a Falhas (FTC - *Fault Tolerant Control*), aplicado a sistemas que requerem maior segurança como: plantas químicas, aeronaves, plantas de energia nuclear e outros .

Embora o mais usual na indústria seja o problema de controle para o qual o número de variáveis que se deseja controlar seja superior aquele de variáveis manipuladas disponíveis, o problema com número de variáveis manipuladas superior ao de variáveis controladas ocorre nos casos em que a redundância de atuadores é importante para sistemas em que se deseja elevada confiabilidade. Essa característica é relativamente comum em aplicações de química fina e em indústrias petroquímicas nas quais o processo de controle possui graus de liberdade extras (JOHANSEN; FOSSEN, 2013).

Entretanto, para controlar sistemas não quadrados, frequentemente, são gerados sistemas quadrados adicionando ou retirando o número apropriado de entradas ou saídas e, consequentemente, o controle é aplicado ao sistema quadrado transformado. Vale ressaltar que com isso ocorre a perda das vantagens de projetar um controlador para o sistema não quadrado original (KOLAVENNU; PALANKI; COCKBURN, 2001).

Portanto, a redundância de atuadores é uma metodologia incluída no projeto de sistemas de controle. A vantagem da existência de graus de liberdade extras para o sistema controlado ocorre principalmente na presença de falhas. Nesse cenário, surge uma técnica do controle tolerante a falhas denominada de alocação de controle que promove a separação da tarefa do controle e da tarefa de distribuição dos sinais do controlador. Nessa abordagem, a lei de controle estabelece o esforço total necessário para o controlador, e a distribuição é decidida de forma separada pelo módulo de alocação.

A alocação de controle tem a capacidade de redistribuir os sinais de controle especialmente durante as falhas em sistemas com redundância de atuadores. Esses atuadores serão alocados de forma a atingir o objetivo do controle. Assim, uma das vantagens da alocação de controle, quando comparada com as técnicas de controle *feedback* clássicas, é que se um atuador satura, os atuadores restantes podem ser utilizados para compensar essa diferença (JOHANSEN; FOSSEN, 2013).

No contexto de controle tolerante a falhas, a alocação de controle responde de forma positiva pois, para sistemas com graus de liberdade extras e em cenários com falhas em atuadores não há a necessidade de detecção das falhas. Neste caso, a alocação de controle permite o gerenciamento das falhas através da alocação dos sinais do controle nos demais atuadores sem a necessidade de detecção. Portanto, o projeto do controlador que envolve a alocação de controle torna-se uma

ferramenta que pode ser considerada para o projeto de controladores, pois, o efeito desejado para o controle, pode ser obtido por um conjunto de diferentes atuadores.

## Objetivos

Considerando o contexto apresentado, o objetivo desta tese é o de desenvolver estruturas de controle tolerante a falhas com foco na técnica de alocação de controle aplicada a processos químicos. Para que esse objetivo seja alcançado, a técnica de alocação de controle aplicada ao controle tolerante de processos químicos foi estudada e implementada com a finalidade de avaliar sua capacidade de realocação, visando uma melhoria no desempenho e na confiabilidade do sistema de controle. Para a análise e validação, considerou-se cenários com falhas em atuadores, em que, tem-se a perda de graus de liberdade do sistema a ser controlado.

Os objetivos específicos desta tese são:

- Desenvolver e avaliar estruturas de alocação de controle baseada em fatoração e em modelo de referência;
- Estudar e avaliar a alocação de controle baseada em fatoração para processos de fase mínima utilizando a decomposição de matrizes;
- Estudar e avaliar a alocação de controle baseada em modelo de referência para processos de fase não mínima utilizando a fatoração coprimas (*Coprime Factorization*);
- Estender o método de alocação de controle para processos nos quais são considerados as dinâmicas dos atuadores;
- Investigar os benefícios da alocação de controle no gerenciamento de restrições das variáveis manipuladas quando implementada a sistemas lineares e não lineares da Engenharia Química.

Tanto para a alocação de controle baseada em fatoração quanto para a baseada em modelo de referência, avaliou-se os algoritmos contínuos e discretos visando ampliar a possibilidade do uso dessas técnicas em um maior número de sistemas químicos.

Para ilustrar o problema de alocação de controle baseado em fatoração, estudou-se dois tipos de controladores: (i) MPCA em que o controle virtual é composto por um MPC (*Model Predictive Control*) e (ii) CA-PI em que o controle virtual é composto por

um PI (Proporcional-Integral). Vale ressaltar que, a técnica pode ser implementada para qualquer tipo de lei de controle.

Neste trabalho foi proposto, para o problema de alocação de controle baseado em modelo de referência, a referência do tipo PI (Proporcional-Integral). Lembrando que, como no caso anterior, a técnica pode ser implementada para qualquer tipo de modelo de referência.

A tese segue a seguinte estrutura: no Capítulo 2 serão apresentadas as estruturas de controle tolerante a falhas com especial atenção à alocação de controle. O Capítulo 3 apresenta as técnicas de alocação de controle, tais como, baseada em fatoração e em modelo de referência. Os resultados dessas abordagens serão mostrados no Capítulo 4 em que avalia-se eficiência dessas técnicas utilizando três estudos de casos na presença de falhas em atuadores: (*i*) reator isotérmico no qual aplicada-se ambas técnicas de alocação, (*ii*) biorreator exotérmico no qual será avaliada a técnica de alocação baseada em modelo de referência PI e (*iii*) sistema de fase não mínima no qual será avaliada a técnica de alocação baseada em modelo de referência PI. Conclusões e sugestões para novos trabalhos serão apresentadas no Capítulo 5.

---

---

# CAPÍTULO 2

---

## Revisão Bibliográfica



Este capítulo será apresentada uma avaliação e análise das estruturas de controle tolerante a falhas com especial atenção à técnica de alocação de controle.

### 2.1 Falhas em processos

A necessidade de manter a operação da planta próxima do ótimo econômico e dentro dos limites de segurança tem motivado o uso mais frequente de equipamentos digitais tornando as indústrias mais modernas e competitivas economicamente. Mesmo com toda essa modernização, uma planta química não está livre de problemas relacionados aos seus equipamentos e dispositivos, como as falhas. Uma falha é um evento que causa um ou vários desempenhos não desejados no comportamento do sistema. O significado de falhas, no contexto industrial, é a incapacidade de um certo sistema ou equipamento em satisfazer os objetivos práticos para o qual foi destinado.

Em um cenário livre de falhas, todo sistema possui interligações que servem a certos propósitos, deste modo, a inabilidade em atender seus objetivos, devido a falha em um de seus componentes, pode causar um encadeamento de eventos, levando a um possível colapso do processo como um todo, a depender do grau de degradação presente no equipamento danificado e da magnitude da falha (COSTA, 2014).

As falhas podem aparecer devido a causas externas ou internas.

- **Causas externas:** influências ambientais como umidade, poeira, radiação eletromagnética, alta temperatura, corrosão, poluição e outros.
- **Causas internas:** falta de lubrificação, portanto, maior fricção ou desgaste, superaquecimento, vazamentos, curto-circuitos e outros.

Logo, são associados quatro processos de monitoramento dessas falhas:

1. Detecção da falha;
2. Identificação da falha;
3. Diagnóstico da falha;
4. Processo de correção.

A detecção precoce da falha pode fornecer dados importantes de problemas emergentes. Assim, as ações apropriadas poderão ser tomadas para evitar problemas sérios no processo. A identificação da falha é realizada através da observação das variáveis mais relevantes. A finalidade deste procedimento é focalizar a atenção do operador e do engenheiro no subsistema mais pertinente à ocorrência da falha, de modo que o efeito da falha possa ser eliminado em menor tempo.

O diagnóstico da falha é determinado quando a falha ocorre. Neste caso é especificado o tipo, a localização, a magnitude e o tempo da falha. Esse procedimento é essencial para sua eliminação. O processo de correção, também conhecido como intervenção, é a remoção do efeito da falha. Esse processo é necessário para o fechamento do *loop* do processo de monitoramento da falha, como mostrado na Figura (2.1) (CHIANG; RUSSEL; BRAATZ, 2001). Entretanto, quando uma falha grave atinge o processo de forma que este não consiga se recuperar, o único procedimento a ser tomado é o uso dos sistemas de segurança e intertravamentos para a parada segura da planta.

Na indústria, existem três tipos de estruturas de processos: processos *fat* (“gordos”) que são aqueles com um número maior de variáveis manipuladas que variáveis controladas; processos *thin* (“magros”) que são aqueles em que o número de variáveis manipuladas é menor que o número de variáveis controladas e processos quadrados que são aqueles com o mesmo número de variáveis manipuladas e controladas. Os sistemas em que o número de variáveis controladas e manipuladas é diferente são conhecidos como sistemas não quadrados.

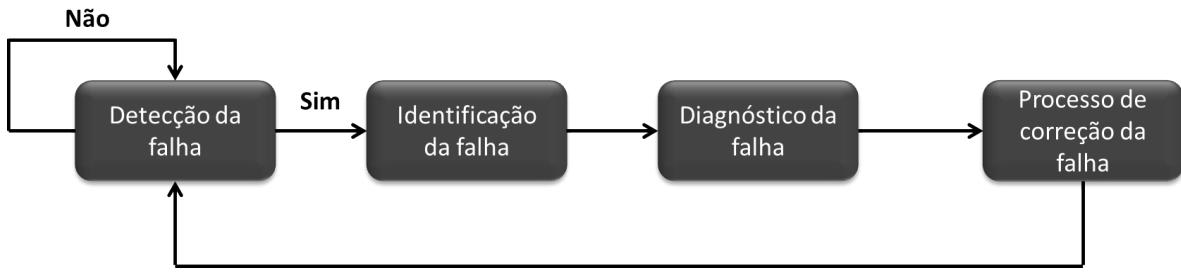


Figura 2.1: Esquema do monitoramento das falhas (adaptado de Chiang, Russel e Braatz (2001)).

O controle, em que o número de variáveis controladas é superior ao de variáveis manipuladas, gera o problema de controle parcial, ou seja, como não há graus de liberdade suficientes para o controle rigoroso de todas as variáveis controladas, divide-se essas variáveis em dois grupos, aquelas em que o controle rigoroso é necessário e no segundo grupo, aquelas variáveis para as quais o controle “médio” ou “parcial” é satisfatório.

O projeto de controle dá-se, em geral, para sistemas quadrados, em que adiciona-se ou ignora-se o número apropriado de entradas (variáveis manipuladas) ou saídas (variáveis controladas). Sabe-se, no entanto, que realizar o projeto de controle para sistemas não quadrados possui um grande potencial, seja permitindo que a seleção das variáveis manipuladas se dê com graus de liberdade extras, seja pela abordagem do problema de controle parcial com o controle preditivo baseado em modelo. Vale ressaltar que, para o caso de sistemas não quadrados, em que o número de variáveis manipuladas é maior que o número de variáveis controladas, tem-se a possibilidade de realocar os sinais do controle entre os atuadores disponíveis, principalmente em cenários com falhas em atuadores.

A abordagem deste trabalho é para problemas de controle com redundância de atuadores, incorporando na estratégia a possibilidade de utilização de controladores desenvolvidos para metodologias de projeto de sistema não quadrados em um contexto de falhas. Portanto, o controle, em que o número de variáveis manipuladas é maior que o número de variáveis controladas, neste contexto adquire propriedades de tolerância à falhas devido a possibilidade realocação. Nesse cenário, o custo das entradas deve ser incorporado a toda estratégia a ser usada, de forma a otimizar a distribuição das variáveis manipuladas ( $u$ ) para o controle. Esse desafio, tem motivado o crescente estudo de uma das técnicas do controle tolerante - a alocação de controle.

Nas seções posteriores serão discutidos o problema de controle tolerante, apresentando suas principais características e técnicas associadas, dando ênfase à técnica de alocação de controle.

## 2.2 O problema de controle tolerante

Para transformar um controle de processo convencional em um controle tolerante a falhas é necessário que o mesmo adquira a habilidade de controlar na presença de falhas. Para alcançar este objetivo, algumas técnicas podem ser utilizadas, por exemplo, alterar a lei de controle (adaptação e acomodação), ou alterar ambos, a lei de controle e o sistema (reconfiguração), são alternativas eficientes (BLANKE et al., 2006).

O controle tolerante a falhas é uma combinação complexa de três principais campos de pesquisa: detecção e isolamento de falhas (*Fault Detection and Isolation* - FDI), controle robusto e estratégia de controle, como mostrado na Figura (2.2). Para muitos processos tolerantes a falhas, quando ocorre uma falha em um atuador ou em um sensor, o sistema FDI irá detectar e localizar a origem da falha. Essa informação então é passada para um mecanismo de controle tolerante e assim, o controlador irá tentar se adaptar à falha, promovendo assim, a estabilidade e um bom nível de desempenho do sistema. Tanto o FDI como o controle tolerante precisa ser robusto às incertezas e perturbações.

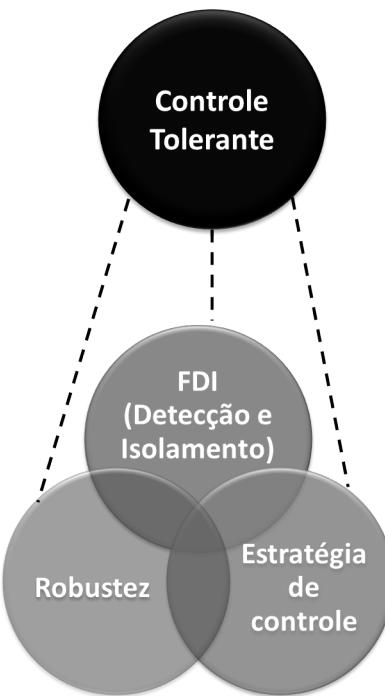


Figura 2.2: Composição de um sistema FTC (adaptado de Alwi, Edwards e Tan (2011)).

A estrutura de implementação de um sistema com controle tolerante a falhas, é mostrado de forma sucinta na Figura (2.3). As medidas de entrada e saída alimentam um bloco de detecção e diagnóstico de falhas - FDD - capaz de decidir sobre o estado do processo e enviar informações para um sistema de supervisão, que é capaz de tomar decisões corretivas sobre as falhas que atuam no processo, nos medidores, nos atuadores ou até mesmo no próprio controlador. Essas estratégias são usualmente referidas como

estratégias de reconfiguração, os sistemas que necessitam de elevada confiabilidade são alvos dessa tecnologia (REIS, 2008).

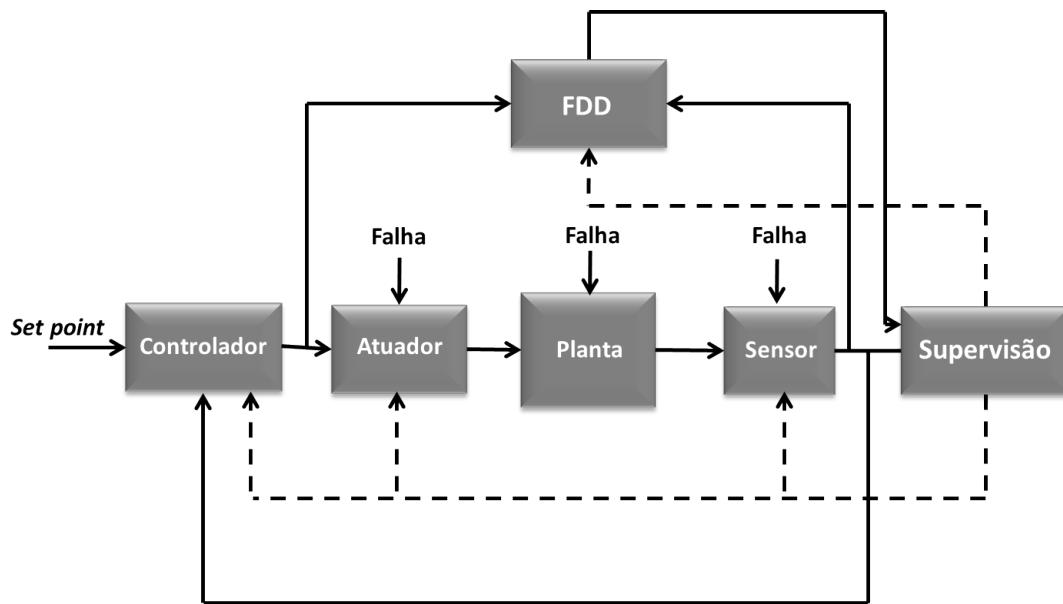


Figura 2.3: Esquema de um sistema com controle tolerante a falhas.

O principal objetivo de uma malha de controle tolerante a falhas, em um contexto mais amplo, consiste em responder à ocorrência das falhas, de forma que o processo em malha fechada, mesmo em presença destas, ainda tenha a habilidade de atender seus objetivos. Desta forma, o controle tolerante a falhas complementa a estrutura de controle nominal de uma planta industrial com dispositivos capazes de lidar com eventos anormais, evitando falhas abruptas na operação do processo (BLANKE et al., 2006).

Diante de grande quantidade de técnicas desenvolvidas com esse propósito, as estratégias de controle tolerante podem ser organizadas em duas grandes áreas: o controle tolerante ativo e o controle tolerante passivo, mostradas na Figura (2.4) (COSTA, 2014).

O controle tolerante ativo compreende as estratégias que agem em tempo real para a tomada de medidas necessárias na contenção da falha. Nesse conjunto de técnicas, a controlabilidade e observabilidade da planta em relação aos componentes não afetados pela falha e as redundâncias físicas disponíveis no processo são avaliadas e empregadas para acomodar ou eliminar a falha na malha de controle. No caso do controle tolerante passivo, as medidas de contenção são dispensáveis já que os cenários de falha são considerados na concepção das estruturas de controle, levando ao projeto de sistemas robustos (COSTA, 2014).

Como mostrado na Figura (2.4), a classe referente ao controle passivo é fundamentada no controle robusto. Nessa abordagem, o algoritmo de controle é projetado com a finalidade de que o sistema seja capaz de buscar os objetivos propostos, sem qualquer

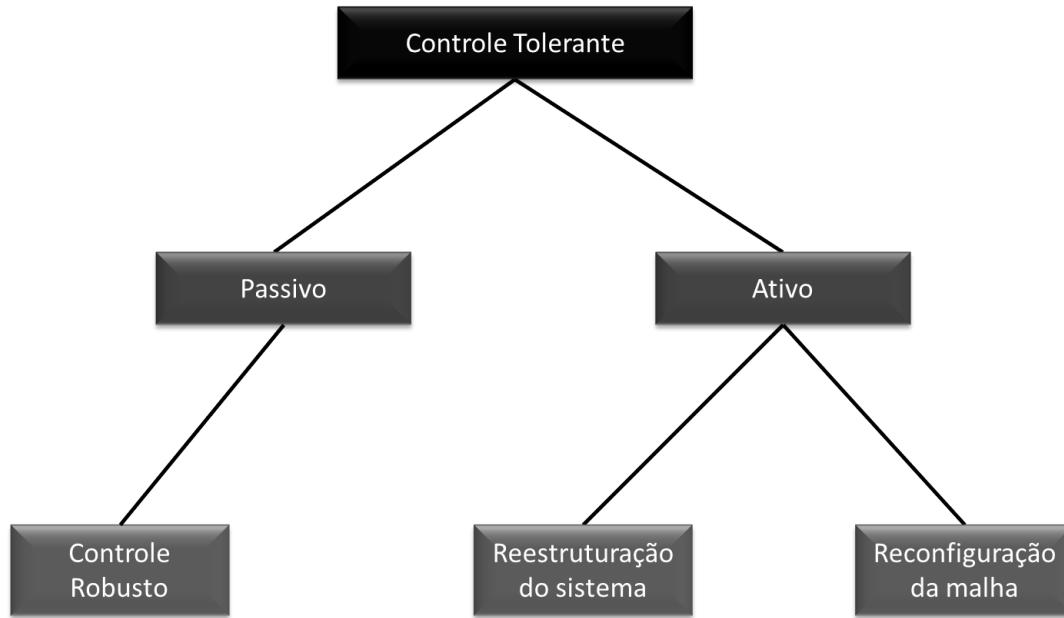


Figura 2.4: Estratégias relacionadas ao controle tolerante a falhas.

alteração da lei de controle, em ambientes com e sem falhas. Além disso, independente da situação do sistema, sua habilidade de alcançar os objetivos é preservada (REIS, 2008).

A classe baseada no controle ativo é mais diretamente ligada ao conceito de tolerância a falha, pois lida diretamente com o evento anormal. Pode-se ainda mencionar outras duas subdivisões que incluem a acomodação da falha e a reconfiguração da estratégia de controle. A acomodação dos efeitos da falha é feita a partir da mudança nos parâmetros do controlador na tentativa de manter o sistema operando, desde que a falha não tenha comprometido a funcionalidade de seus componentes. No entanto, se isso não for possível, a melhor opção será a reconfiguração da estratégia de controle (COSTA, 2014).

Deste modo fica claro que, em sistemas automatizados, pequenas falhas são toleradas, pois o sistema continua funcional, uma vez que seu desempenho não é completamente comprometido. Já as falhas graves, como a perda de um sensor ou atuador, acarretam um comprometimento muito maior do sistema e, neste caso, a existência de uma redundância física (equipamento com mesma funcionalidade) é essencial para que a planta continue operando na presença de falha (COSTA, 2014). Logo, o uso de técnicas, que tem como característica principal a redundância de atuadores, pode ser justificada para o aumento da confiabilidade e desempenho do sistema de controle.

Existem diferentes técnicas de controle tolerante a falhas, algumas dessas abordagens são mostradas na Tabela (2.1) (ALWI; EDWARDS; TAN, 2011).

O controle adaptativo é definido, intuitivamente, como um controlador que pode modificar seu comportamento em resposta as mudanças na dinâmica do processo e nos efeitos

Tabela 2.1: Exemplo de algumas abordagens existentes para o FTC.

Técnicas
Controle adaptativo ( <i>Adaptive control</i> )
Modelo múltiplo interativo ( <i>Interactive multiple model</i> )
Modelo de controle preditivo ( <i>Model predictive control</i> )
Método da pseudo-inversa ( <i>Pseudo-inverse method</i> )
Alocação de controle ( <i>Control allocation</i> )
Controle robusto ( <i>Robust control</i> )
<i>Sliding mode control</i>

das perturbações. Um sistema com controle adaptativo é formado por dois *loops*, o primeiro é um *feedback* normal, composto pelo processo e pelo controlador, e o outro é o loop de ajustamento dos parâmetros (ASTROM; WITTEMARK, 2008). Já o controle robusto é aquele que mantém o sistema operando satisfatoriamente ainda que em condições de operação distintas daquelas consideradas no modelo do projeto (condição nominal). Logo, um sistema de controle é robusto quando o desempenho continua a atender as especificações na presença de uma conjunto de mudanças de parâmetros.

A alocação de controle é outra técnica do controle tolerante a falhas muito usada em sistemas com redundância de atuadores. Essa técnica é capaz de separar e distribuir as tarefas de controle, principalmente durante as falhas em qualquer atuador. Vale ressaltar que em processos que utilizam a alocação de controle, não é necessário a detectar da falha e nem reconfigurar a estrutura do controlador.

Assim, considerando o contexto apresentado e as técnicas de controle tolerante apresentadas na Tabela (2.1), será estudada neste trabalho a alocação de controle. As motivações para esta proposta se baseiam na necessidade de métodos de controle capazes de tolerar falhas em atuadores, como dito anteriormente, na capacidade da alocação de controle em separar e distribuir as tarefas de controle especialmente durante as falhas e, assim, reduzir o esforço total do controlador e ainda, convém citar, a possibilidade de uma melhoria no desempenho e na confiabilidade do sistema de controle.

## 2.3 O problema de alocação de controle

No ambiente industrial, o mais comum é a presença de sistemas não quadrados em que o número de variáveis controladas é maior que o número de variáveis manipuladas. Entretanto, casos em que o sistema a ser controlado tem mais atuadores físicos que objetivos de controle é importante quando deseja-se elevada confiabilidade e um aumento no desempenho do sistema de controle. Essa característica é relativamente comum em processos

químicos, os quais possuem graus de liberdade extras, ou seja, redundância de atuadores.

Os atuadores são dispositivos responsáveis pela variação dos parâmetros do processo a ser controlado. Eles recebem o sinal proveniente do controlador e agem sobre o sistema controlado, como mostrado na Figura (2.5).

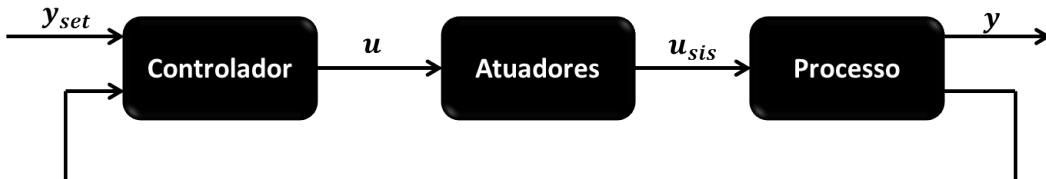


Figura 2.5: Esquema de uma estrutura de controle.

Os principais atuadores encontrados em processos industriais são: válvulas hidráulicas e pneumáticas - controle de vazões; motores elétricos - controle de movimentos de rotação e deslocamentos; bombas - controle de fluxo e nível; compressores - controle de refrigeração e resistências elétricas - controle de aquecimento.

Dentro deste contexto, a alocação de controle é amplamente usada em sistemas com redundância de atuadores, e lida com a redistribuição da demanda total de controle ao longo dos atuadores individuais, principalmente, durante as falhas. A vantagem de utilizar essa técnica é que o projeto do controlador é independente da unidade de alocação de controle (ALWI; EDWARDS; TAN, 2011).

Para introduzir a ideia de alocação de controle, considere o sistema dado pela Equação (2.1) (HÄRKEGARD, 2003).

$$\dot{x} = u_1 + u_2 \quad (2.1)$$

em que  $x$  é a variável de estado e  $u_1$  e  $u_2$  são as variáveis de entrada do controle. Considere que  $x$  é a velocidade de um objeto afetado por uma força,  $v = u_1 + u_2$ , produzido pelos dois atuadores e que a aceleração do objeto, produzida pela força é  $v = 1$ . Existem vários caminhos para alcançar esse resultado. Pode-se optar por utilizar apenas um dos atuadores, selecionando  $u_1 = 1$  e  $u_2 = 0$ , ou usar os dois atuadores:  $u_1 = u_2 = 0,5$ . Pode-se até escolher  $u_1 = -10$  e  $u_2 = 11$ , embora isso não seja muito prático. Portanto, nota-se que existem infinitas combinações para atingir o objetivo desejado, a melhor combinação a ser escolhida é decidida pelo problema de alocação de controle.

Portanto, o problema de alocação de controle surge quando o sistema a ser controlado tem mais atuadores físicos do que objetivos de controle. Esse tipo de sistemas com redundância de atuadores pode ser encontrado em várias aplicações como em plantas químicas e petroquímicas, sistemas automotivos, controle de aeronaves e espaçonaves e

robótica (JOHANSEN; FOSSEN, 2013).

Os principais objetivos da alocação de controle são (BASSON, 2011):

- Promover o controle do sistema com um conjunto de atuadores que promovam dentro de um intervalo de valores o desempenho desejado, se possível, sem a necessidade da reconfiguração do controle;
- Informar ao sistema de controle os novos parâmetros de desempenho alcançados, usando um novo conjunto de atuadores, sendo que a reconfiguração poderá ser realizada se necessário;
- Promover um mapeamento ótimo entre os objetivos do controle e dos atuadores, evitando a saturação dos limites de velocidade e posição;
- Compensar as falhas: a realocação dos atuadores pode ser usada para cancelar os efeitos de um atuador que falhou e promover o desempenho ótimo do sistema.

Nestes sistemas, é possível dividir o desenho controle em duas etapas (HÄRKEGARD, 2003):

1. Projetar uma lei de controle especificando o esforço total do controle a ser produzido;
2. Projetar a alocação de controle que mapeia e aloca a demanda total de controle nos atuadores disponíveis.

A Figura (2.6) ilustra a configuração de alocação de controle geral, considerando a dinâmica dos atuadores, em que o sistema de controle é composto por uma lei de controle virtual que calcula o efeito total do controle ( $v$ ) que deve ser produzido, e a alocação de controle que distribui essa demanda controle entre os atuadores individuais ( $u$ ). No sistema, os atuadores produzem o efeito do controle ( $u_{sis}$ ) que determina o seu comportamento.

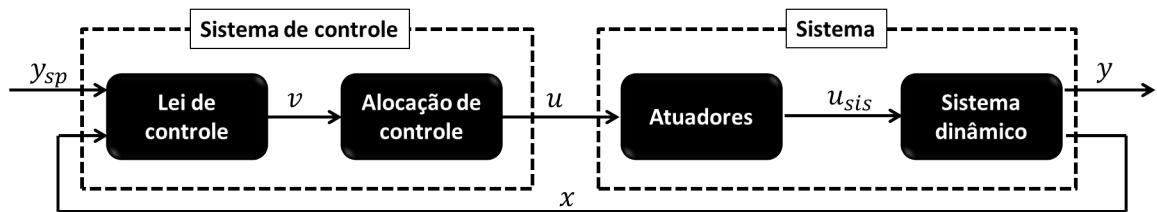


Figura 2.6: Esquema de uma estrutura de controle, quando a alocação é usada.

Vale ressaltar que, mesmo para sistemas lineares, não é trivial projetar a lei de controle que fornece as dinâmicas desejadas para atuadores, garantindo que suas restrições sejam

respeitadas. Uma abordagem comum é dividir as tarefas em subtarefas e negligenciar as dinâmicas dos atuadores, isto é,  $u_{sis} = u$ , produzindo assim um modelo aproximado (HÄRKEGARD, 2004).

Com a redundância de atuadores, existem diferentes combinações de posições de atuadores que produzem o mesmo controle virtual e portanto o mesmo comportamento do sistema. Essa liberdade de realocar é muitas vezes usada para otimizar o índice de desempenho do controle e dar prioridade para determinados atuadores (HÄRKEGARD, 2004).

Na prática, uma das razões para se usar o modo de alocação de controle é que as restrições dos atuadores podem ser levadas em conta e, se um atuador satura e deixa de produzir o seu efeito nominal de controle, um outro atuador pode ser utilizado para compensar essa diferença. Dessa forma, as capacidades do conjunto atuadores são totalmente exploradas antes que o desempenho da malha fechada seja degradado (DURHAM, 1993).

Além disso, uma questão importante na alocação de controle é a habilidade de reconfiguração tolerante a falhas (*fault tolerant reconfiguration*), mostrado na Figura (2.7). Em caso de falhas em atuadores, ao invés da reconfiguração da lei de controle principal, muda-se apenas a distribuição da entrada de controle virtual, entre os atuadores que ainda estão em uso (“atuadores saudáveis”) (DEMENKOV, 2011).

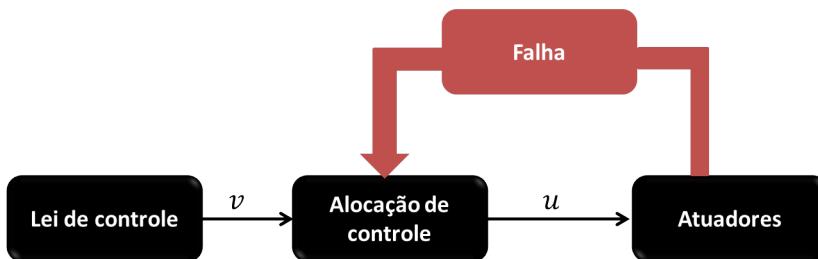


Figura 2.7: Princípio da alocação de controle com falha.

Essa reconfiguração (realocação) da alocação de controle pode ser considerada uma propriedade essencial do método para manter a estabilidade e a confiabilidade de sistemas com redundância de atuadores (NASKAR; PATRA; SEN, 2013).

Considerando o contexto apresentado anteriormente, um sistema de controle genérico pode ser caracterizado em cinco níveis hierárquicos, os quais dependem, fundamentalmente, do processo e das necessidades da planta industrial. Para um processo com redundância de atuadores, a camada de alocação de controle pode ser acrescentada à pirâmide hierárquica, sendo situada no terceiro nível como mostrado na Figura 2.8.

Assim, a camada de alocação de controle funciona como a camada de controle regulatório, a qual recebe do controle supervisório os *setpoints* e, por sua vez, decide como o sinal de controle será distribuído nos atuadores disponíveis baseada nas informações sobre

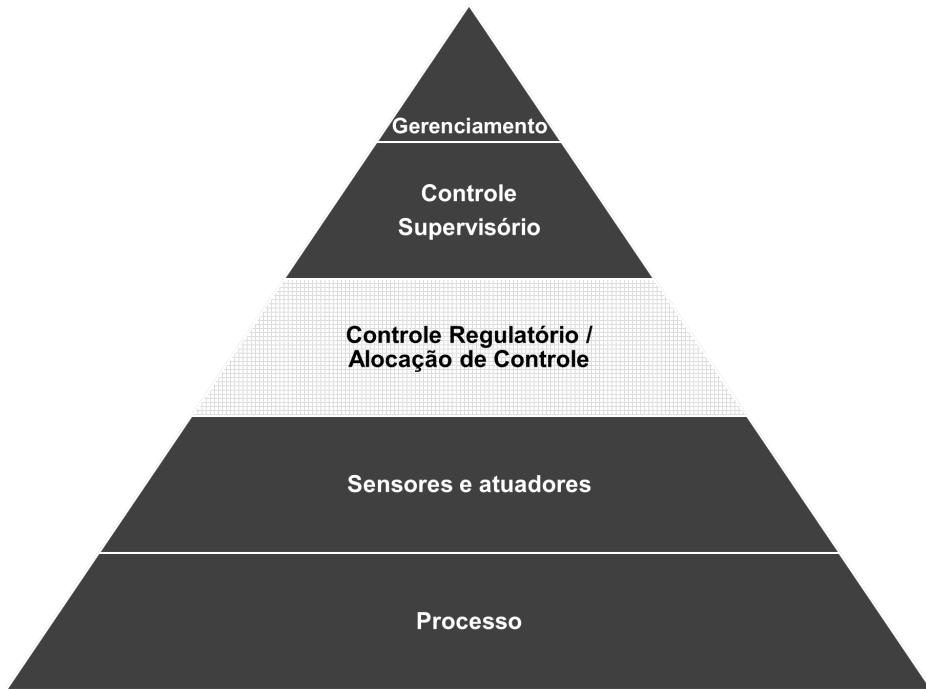


Figura 2.8: Pirâmide hierárquica do sistema de controle.

o processo.

### 2.3.1 Alocação de controle estática

Matematicamente, a alocação de controle resolve um sistema subdeterminado e normalmente com restrições. Independentemente do método usado para a resolução desse problema, o resultado do mapeamento do controle virtual ( $v(t)$ ) para a entrada do controle ( $u(t)$ ), pode ser descrito pela Equação (2.2) (HÄRKEGARD, 2004).

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}(t)) = \mathbf{v}(t) \quad (2.2)$$

em que:  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^k$  e  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ , para  $m > k$ . Neste caso,  $\mathbf{g} : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$  é o mapeamento da entrada do controle real para o controle virtual no sistema a ser controlado. Para o caso de sistemas *affine* em  $\mathbf{u}$  (linear na entrada), a Equação (2.2) pode ser reescrita como mostrado na Equação (2.3).

$$\mathbf{B}\mathbf{u}(t) = \mathbf{v}(t) \quad (2.3)$$

em que  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{k \times m}$  é a matriz de efetividade do controle e possui posto  $k$ . Considerando restrições no atuador, tem-se a Equação (2.4).

$$u_{min_i}(t) \leq u_i(t) \leq u_{max_i}(t); \quad i = 1, \dots, m \quad (2.4)$$

Assim, na alocação de controle estática, deseja-se determinar, em cada instante de amostragem, a entrada do controle  $\mathbf{u}(t)$  que seja realizável para as restrições dadas, Equação (2.4), e que satisfaça a Equação (2.3).

### 2.3.2 Alocação de controle dinâmica

Na alocação de controle dinâmica, a distribuição do controle resultante depende da distribuição no instante de amostragem anterior, ou seja, isso requer que o mapeamento do controle virtual  $\mathbf{v}$  para os atuadores  $\mathbf{u}$  dependa de seus valores anteriores. Essa definição é descrita pela Equação (2.5) (HÄRKEGARD, 2004).

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{v}(t), \mathbf{u}(t - \Delta t), \mathbf{v}(t - \Delta t), \mathbf{u}(t - 2\Delta t), \mathbf{v}(t - 2\Delta t), \dots) \quad (2.5)$$

em que  $\Delta t$  é o intervalo de amostragem.

Segundo Härkegård (2004), o método de alocação de controle dinâmica pode ser escrito como um problema de programação quadrática sequencial, dada pelas Equações (2.6) e (2.7).

$$\mathbf{u}(t) = arg \min_{\mathbf{u}(t) \in \Omega} (\|\mathbf{W}_1 (\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_s(t))\|^2 + \|\mathbf{W}_2 (\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}(t - \Delta t))\|^2) \quad (2.6)$$

$$\Omega = arg \min_{u_{min_i}(t) \leq u_i(t) \leq u_{max_i}(t)} \|\mathbf{W}_v (\mathbf{B}\mathbf{u}(t) - \mathbf{v}(t))\| \quad (2.7)$$

em que:  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  é a entrada,  $\mathbf{u}_s \in \mathbb{R}^m$  é o estado estacionário desejado para as entradas,  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^k$  é o comando de controle virtual,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{k \times m}$  é a matriz de efetividade do controle e  $\mathbf{W}_1$ ,  $\mathbf{W}_2$  e  $\mathbf{W}_v$  são as matrizes de ponderação.

Esse método, Equações (2.6) e (2.7), pode ser interpretado como: dado  $\Omega$ , o conjunto de entradas viáveis de controle (com respectivas posições e taxas de restrição) que minimize o erro de controle virtual  $\mathbf{B}\mathbf{u}(t) - \mathbf{v}(t)$  (ponderado por  $\mathbf{W}_v$ ), selecionar a entrada do controle que minimize a função custo da Equação (2.7).

### 2.3.3 Alocação de controle com dinâmica em atuadores

A característica principal da alocação de controle é a redundância em atuadores, logo sem graus de liberdade extras não é possível aplicar essa técnica. Assim, um ponto importante que precisa ser levado em conta é a dinâmica do atuador.

A dinâmica de atuadores pode ser um obstáculo para o desempenho da alocação de controle por isso a maioria dos esquemas de controle supõe uma relação estática entre o atuador e o esforço total do controle resultante. Entretanto, desprezar estas dinâmicas, em alguns casos, pode deteriorar o comportamento global do sistema e, possivelmente, até mesmo levá-lo à instabilidade (HÄRKEGARD, 2004).

A representação geral da alocação de controle com dinâmica em atuadores foi mostrada na Figura 2.6. Neste caso, a dinâmica do atuador pode ser representada por uma dinâmica de 1<sup>a</sup> ordem, para ilustração, pela Equação 2.8.

$$\tau_i \frac{du_{sis_i}}{dt} + u_{sis_i} = u_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.8)$$

em que  $\tau_i$  é a constante de tempo para cada atuador.

### 2.3.4 Aplicações da alocação de controle

A alocação de controle tem tido um rápido crescimento em sua aplicação motivado por questões importantes dentro do ambiente industrial, tais como, saturação de entrada e taxas de restrições, tolerância a falhas nos atuadores, e o cumprimento dos objetivos secundários, tais como, eficiência energética e minimização de desgastes. Essas questões, muitas vezes, são tratadas no algoritmo de alocação de controle.

A maioria das aplicações práticas da alocação de controle encontradas na literatura são nas indústrias aeroespacial e marítima, em que a alocação de controle tem as suas raízes, mas, vem se expandindo na área automotiva, mecatrônica e indústrias em geral (JOHANSEN; FOSSEN, 2013).

Como exemplos dessa tecnologia, citam-se o trabalho de Härkegard e Glad (2005) que compara o benefício da alocação de controle com outras técnicas de controle e a aplicação estudada por Zaccarian (2009) que abordou seu estudo em um sistema de controle com redundância de atuadores e propôs um aumento na dinâmica do projeto de controle que realiza a alocação das entradas da planta com o objetivo de empregar cada atuador de

forma mais adequada.

Uma das aplicações encontradas é a alocação de controle preditivo (MPCA) (ZHANG; XIA, 2011). O trabalho de Vermillion, Sun e Butts (2011) estudou a aplicação da alocação de controle preditivo a um sistema de geração de energia térmica utilizando dois atuadores com dinâmicas diferentes. Hanger (2011) estudou um modelo MPCA em que desenvolveu um método de alocação de controle baseado em um algoritmo MPC para ser usado em voos de aeronaves e mísseis.

Sistemas que necessitam de elevada confiabilidade são alvos preferenciais dessa tecnologia. Assim, podem ser encontrados em estudos que utilizam alocação de controle aplicada à modelos da aviação civil como Wendong e Honglun (2013) e Hamayun, Edwards e Alwi (2013). Nos trabalhos de Bodson (2002) e Bodson e Frost (2011) propõem-se o uso da alocação de controle estática e dinâmica baseada em modelo de referência representando a planta nominal.

O problema de alocação de controle pode ser formulado e resolvido de diferentes maneiras. Um dos algoritmos usados na solução do problema de alocação pode ser encontrado no trabalho de Härkegård (2002) que desenvolveu um algoritmo de conjunto ativo (*Active Set Algorithms*) para a solução do problema de alocação de controle em controle de aeronave. O trabalho de Petersen e Bodson (2003) apresenta os algoritmos de ponto interior e de ponto fixo, sendo que, o objetivo principal é comparar essas metodologias entre si e com o algoritmo de conjunto ativo.

Segundo Johansen e Fossen (2013) os princípios de alocação de controle são gerais e não se limitam apenas aos sistemas de controle de movimento, consequentemente, podem também representar quantidades, como energia e massa, por exemplo. Diante dessa afirmativa, sente-se falta de aplicações das técnicas de alocação em processos químicos os quais são caracterizados por graus de liberdade em excesso para o controle. Essa motivação pode ser justificada pela crescente demanda por confiabilidade nas estruturas de controle e segurança no cenário industrial.

Mesmo diante de todos os desenvolvimentos apresentados, são necessárias técnicas com alocação de controle dinâmica. Os tipos de formulações mais comumente encontrados são aqueles em que deseja-se minimizar o erro em relação a trajetória de referência. Neste caso, necessitam-se considerar outros objetivos importantes na formulação do problema de alocação de controle em que se consideram informações sobre as variáveis manipuladas, tais como, a minimização do consumo e a velocidade de variação da variável  $u$ .

Na maioria dos trabalhos encontrados na literatura, a alocação de controle é aplicada à processos sem dinâmica em atuadores, isso é justificado pela dificuldade de garantir que as restrições nos atuadores sejam satisfeitas quando se tem dinâmica em atuadores.

Entretanto, considerar a dinâmica em atuadores torna-se necessária, pois, em alguns sistemas, desprezá-la pode levar a um comportamento inaceitável para o processo. Portanto, a necessidade de alternativas para a técnica de alocação de controle é um ponto a ser considerado dentro do cenário atual devido a crescente demanda por confiabilidade no sistema de controle.

Uma das dificuldades, ao se projetar sistemas com alocação de controle, está na escolha da melhor sintonia a ser utilizada para atingir os objetivos de controle do sistema a ser controlado. Logo, existe nesse contexto, uma carência em metodologias de alocação de controle com procedimentos de sintonia intuitiva que leve o processo o mais próximo possível da solução ótima com baixo esforço no procedimento na seleção de parâmetros.

A técnica de alocação de controle baseada em modelo de referência é validada, na maioria dos trabalhos citados, por aplicações em sistemas de fase mínima. Os sistemas com comportamento de fase não mínima são comumente encontrados na prática, mas sabe-se que esse é um dos fatores que limitam o desempenho de sistemas de controle *feedback*. Logo, torna-se necessário um estudo de soluções para este tipo de comportamento aplicado à alocação de controle para a garantia do rastreamento perfeito da trajetória de controle.

No próximo capítulo serão apresentadas as propostas desta para a técnica de alocação de controle. Neste contexto, as diferentes alternativas para o problema de alocação de controle serão formuladas: alocação de controle baseada em fatoração e em modelo de referência para os algoritmos contínuos e discretos. Em seguida, a avaliação do problema de alocação de controle baseado em modelo de referência para sistemas de fase não mínima será conduzida.



---

---

## CAPÍTULO 3

---

# Proposta de Controle Tolerante a Falhas com Alocação de Controle



Este capítulo o desenvolvimento e a análise de estruturas de controle tolerantes serão abordados conforme a Figura (3.1). Como dito anteriormente, o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento e análise de estruturas de controle tolerante a falhas, dentre as principais técnicas de controle tolerante será estudada a alocação de controle. Como foco principal, serão propostas as formulações para a alocação de controle baseada em fatoração e em modelo de referência e para ambos os casos será mostrada a abordagem contínua e discreta.

### 3.1 Alocação de controle baseada em fatoração

Nesta seção, a técnica de alocação de controle baseada em fatoração será introduzida. A configuração resultante do controle é mostrada pela Figura (3.2), neste caso a dinâmica do atuador foi negligenciada, ou seja, considerou-se  $u = u_{sis}$ .

Para que o esforço total do controle seja minimizado uma alternativa é separar a tarefa de regulação do controle da tarefa de distribuição. Assim, a distribuição de controle entre os atuadores é então decidida por um módulo separado de alocação de controle

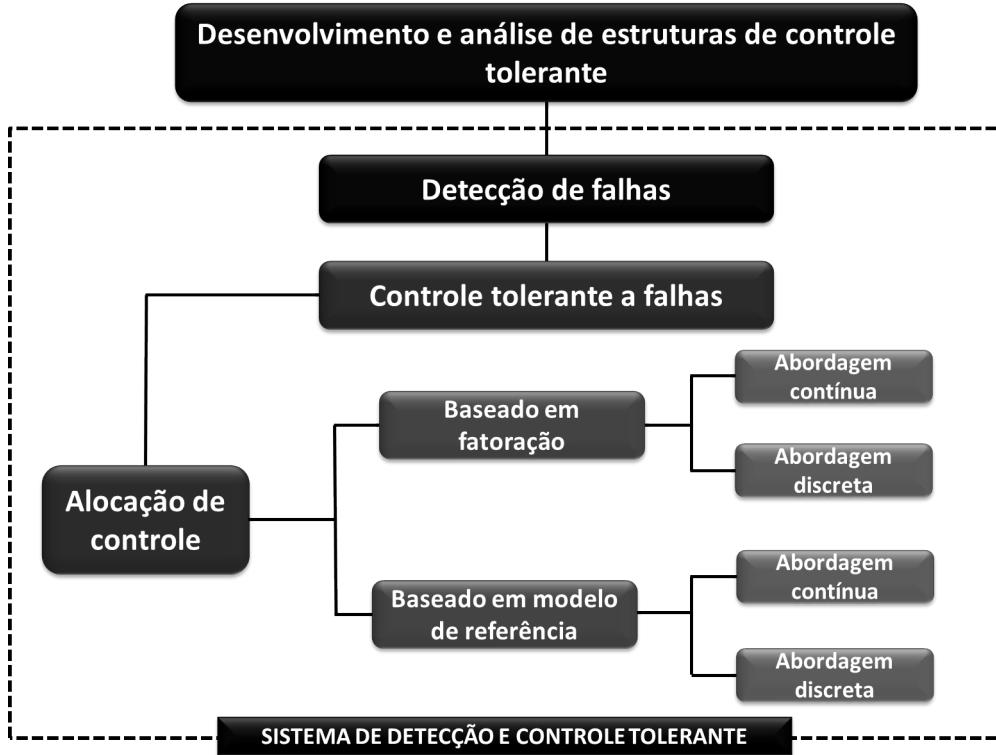


Figura 3.1: Configuração do sistema de detecção e controle tolerante abordados neste trabalho.

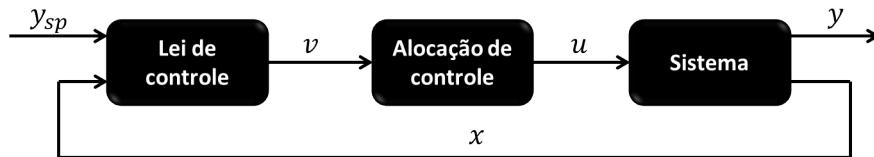


Figura 3.2: Configuração do controle para a técnica de alocação baseada em fatoração.

(HÄRKEGARD; GLAD, 2005).

A fatoração utilizada para o desenvolvimento desta técnica foi a decomposição de matrizes, mostrada no Apêndice A. Neste caso a matriz fatorada (ou decomposta) é a matriz  $\mathbf{B}_u$  do modelo representado em espaço de estados. Nas seções subsequentes, serão propostas as duas formulações para a alocação baseada em fatoração: o algoritmo contínuo e o discreto.

### 3.1.1 Algoritmo contínuo

Seja o sistema linear em relação à entrada descrito pela Equação (3.1).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}_u(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (3.1)$$

em que:  $\mathbf{A}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{B}_u(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ;  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  são os estados e  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  são as variáveis manipuladas. Se  $\text{posto}(\mathbf{B}_u(\mathbf{x})) = h < m$ ,  $\forall \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{B}_u(\mathbf{x})$  pode ser fatorado como mostrado na Equação (3.2).

$$\mathbf{B}_u(\mathbf{x}) = \mathbf{B}_v(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

em que  $\mathbf{B}_v(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times h}$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{h \times m}$ , ambas com *posto* igual a  $h$ . Assim o sistema pode ser escrito pelas Equações (3.3) e (3.4).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}_v(\mathbf{x})\mathbf{v} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (3.4)$$

em que  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^h$  é o comando de controle virtual que pode ser interpretado como o esforço total produzido pelos atuadores.

Incorporando a possibilidade de descrever as falhas explicitamente, pode-se escrever o problema como mostrado na Equação (3.5).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}_u(\mathbf{x})\mathbf{u} - \mathbf{B}_u(\mathbf{x})\mathbf{K}\mathbf{u} \quad (3.5)$$

em que:  $\mathbf{K} = \text{diag}[K_1 \dots K_m]$ ;  $0 \leq K_i \leq 1$ ;  $\mathbf{A}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ;  $\mathbf{B}_u(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ;  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ;  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  e  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ .

A hipótese de que o posto de  $\mathbf{B}_u(\mathbf{x})$  seja igual a  $l < m$  é utilizada de forma que exista a fatoração  $\mathbf{B}_u(\mathbf{x}) = \mathbf{B}_v(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})$ , em que  $\mathbf{B}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{m \times l}$ . Essa condição é muito restrita, o que limita a aplicação da metodologia para sistemas de interesse. Entretanto, sabe-se que a realização de uma representação no espaço de estados não é única. Assim, os estados de um sistema podem sempre ser reordenados.

Particionando-se a matriz  $\mathbf{B}_u(\mathbf{x})$  da nova representação no espaço de estados, tal que:

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

em que:  $\mathbf{B}_1 \in \mathbb{R}^{n,l \times m}$  e  $\mathbf{B}_2 \in \mathbb{R}^{l \times m}$ , de forma que  $\mathbf{B}_2$  tenha o posto  $l < m$ . Pode-se reescrever o sistema utilizando uma transformação nos estados, com mudança de coordenada, tal que,  $\mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T = \mathbf{I}_e$ , ou seja,  $\|\mathbf{B}_2\| = 1$ .

Assim, o controle virtual é mostrado na Equação (3.7).

$$\mathbf{v} = \mathbf{B}_2 \mathbf{u} \quad (3.7)$$

em que:  $\mathbf{u} = \mathbf{B}_2^\# \mathbf{v}$ ;  $\mathbf{B}_2^\# = \mathbf{W} \mathbf{B}_2^T (\mathbf{B}_2 \mathbf{W} \mathbf{B}_2^T)^{-1}$  e  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  é uma matriz de pesos.

O problema de pseudo-inversa é escrito pela Equação (3.8).

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{u}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{u} \\ \text{Sujeito a: } & \mathbf{B}_2 \mathbf{u} = \mathbf{v} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Se  $\mathbf{W} = \mathbf{I} - \mathbf{K}$ , então para um cenário sem falha  $\mathbf{W} = \mathbf{I}$ . Se há a ocorrência de falhas,  $\mathbf{W}^{-1}$  será alterado em linha e o controle  $\mathbf{u}$  será realocado de forma a minimizar o uso do atuador com defeito, chegando ao limite de realocar totalmente o efeito do atuador aos atuadores disponíveis.

O problema de alocação de controle será definido em duas camadas como mostrado na Figura (3.3).

Como dito anteriormente, na alocação de controle, a tarefa de regulação do controle e a tarefa de distribuição são empregadas de forma separada, logo, o sistema de controle será dividido em duas camadas:  $C1$  e  $C2$ . A camada  $C1$  é composta pelo controle virtual. A camada  $C2$  é composta pelo sistema de alocação de controle responsável pela distribuição dos sinais do controle. Vale ressaltar que na camada  $C1$ , pode-se utilizar qualquer lei de controle, como por exemplo, PI (Porporcional-Integral), PID (Proporcional-Integral-Derivativo), MPC (*Model Predictive Control*) e outros.

Nos controladores definidos,  $\mathbf{u}$  representa as variáveis manipuladas da planta, e  $\mathbf{v}$  representa uma entrada fictícia, solução da primeira camada do controlador indicando o esforço de controle necessário, que é encaminhada para segunda camada do controlador

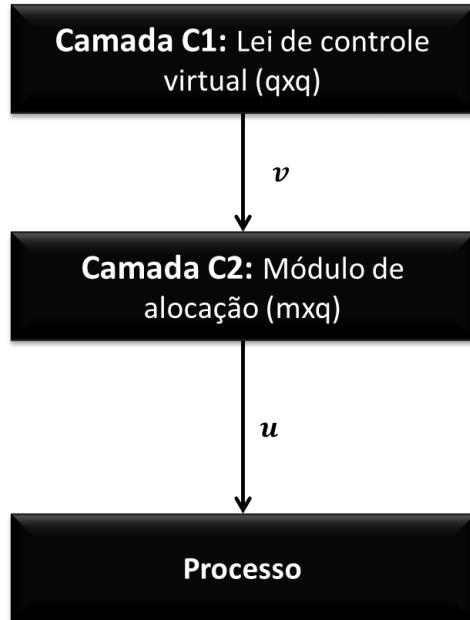


Figura 3.3: Camadas da alocação de controle baseada em fatoração.

onde é mapeada (distribuída para as entradas) reais do processo no módulo de alocação. Assim, a lei de controle proposta neste trabalho será o PI contínuo como descrito a seguir:

**Camada C1:** A variável de controle fictícia, que é definida como  $\mathbf{v}$ , é aplicada ao controlador PI contínuo.

**Camada C2:** A camada de alocação do controle é definida pela solução do problema descrito pela Equação (3.10).

$$\begin{aligned}
 & \min \quad \mathbf{f}_r(\mathbf{u}) \quad r = 1, 2, \dots, R \\
 \text{Sujeito a:} \quad & g_j(u) < 0 \quad j = 1, 2, \dots, J; \\
 & h_k(u) = 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \\
 & u_{\min_i} \leq u_i \leq u_{\max_i} \quad i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

em que  $\mathbf{u}$  é o vetor de  $m$  variáveis do projeto  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ . Os valores  $u_{\min_i}$  e  $u_{\max_i}$  representam os valores mínimo e máximo da variável  $u_i$ , respectivamente. As  $J$  desigualdades ( $g_j$ ) e as  $K$  igualdades ( $h_k$ ) são as funções de restrição. A função objetivo  $f_r(\mathbf{u})$  pode ser escrita de diferentes formas como mostrado na Tabela (3.1) (HÄRKEGARD, 2002).

em que:  $p$  é a norma que pode ser  $l_1$  ou  $l_2$  e  $\mathbf{u}_d$  é o valor desejado, calculado conforme a formulação demonstrada no trabalho de Muske (1995). As características das formulações

Tabela 3.1: Formulações do problema de alocação.

Função objetivo - $f_r$	Restrição
$f_1 = \ \mathbf{W}_u (\mathbf{u} - \mathbf{u}_d)\ ^p$	$u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}$
$f_2 = \ \mathbf{W}_v (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{v})\ ^p$	
$f_1 = \ \mathbf{W}_u (\mathbf{u} - \mathbf{u}_d)\ ^p + \gamma \ \mathbf{W}_v (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{v})\ ^p$	$u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}$
$f_1 = \ \mathbf{u} - \mathbf{u}_d\ ^p + \gamma \ \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{v}\ ^p$	$u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}$
$f_1 = \ a - 1\ ^p$	$u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}$ $\mathbf{B}\mathbf{u} = a\mathbf{v}$

usando as normas serão discutidas no Apêndice C.

As matrizes de pesos,  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{W}_v$ , e  $\mathbf{W}_u$ , são matrizes diagonais que estão relacionadas diretamente com a importância dada aos atuadores disponíveis no sistema, ao erro em relação a variável controlada e ao desvio da variável manipulada em relação ao seu valor desejado, respectivamente. Os valores atribuídos a cada uma delas é avaliado levando em consideração a importância que cada variável controlada e que cada atuador tem no processo a ser controlado.

O problema de alocação, proposto anteriormente, pode ser abordado de diferentes maneiras. As estratégias avaliadas estão listadas na próxima seção.

### 3.1.2 Estratégias para a solução de problemas de alocação

#### 3.2.3.1 Métodos do conjunto ativo

O método do conjunto ativo, também conhecido como método dos mínimos quadrados, é um método eficiente e de convergência rápida, gera soluções ideais exatas para um número finito de iterações, mas pode chegar a um limite superior de iterações grande (PETERSEN; BODSON, 2003).

Neste trabalho, serão avaliados os métodos dos mínimos quadrados sequenciais (SLS), mínimos quadrados ponderados (WLS) e mínimos quadrados mínimos (MLS) propostos por Härkégard (2002).

##### ► Mínimos quadrados sequenciais (Sequential Least Squares - SLS)

A formulação para para os mínimos quadrados sequenciais é mostrada pela Equação (3.10).

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_s &= \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathcal{K}} \|\mathbf{W}_u (\mathbf{u} - \mathbf{u}_d)\| \\ \mathcal{K} &= \arg \min_{u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}} \|\mathbf{W}_v (\mathbf{B}u - \mathbf{v})\|\end{aligned}\quad (3.10)$$

em que  $\mathbf{u}_d$  é o valor desejado e  $\mathbf{W}_u$  e  $\mathbf{W}_v$  são as matrizes de pesos, não singulares, do controle e do controle virtual, respectivamente. A Equação 3.10 pode ser interpretada como: dado  $\mathcal{K}$ , do conjunto de atuadores viáveis que minimiza  $\mathbf{B}u - \mathbf{v}$  (ponderado por  $\mathbf{W}_v$ ), escolher o atuador que minimize  $\mathbf{u} - \mathbf{u}_d$  (ponderado por  $\mathbf{W}_u$ )

► *Mínimos quadrados ponderados (Weighted Least Squares- WLS)*

Uma reformulação aproximada do problema de mínimos quadrados sequenciais é a junção dos dois critérios de otimização por uma soma e assim resulta nos mínimos quadrados ponderados MLS, mostrado na Equação (3.11).

$$\mathbf{u}_w = \arg \min_{u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}} \|\mathbf{W}_u (\mathbf{u} - \mathbf{u}_d)\|^2 + \gamma \|\mathbf{W}_v (\mathbf{B}u - \mathbf{v})\|^2 \quad (3.11)$$

Para enfatizar que  $\mathbf{B}u - \mathbf{v}$  deve ser minimizada, deve-se usar um valor grande para o peso  $\gamma$ .

► *Mínimos quadrados mínimos (Minimal Least Squares- MLS)*

Outro caso especial do SLS é chamado de mínimos quadrados mínimos (MLS), mostrado pela Equação (3.12).

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_M &= \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathcal{K}} \|\mathbf{u}\| \\ \mathcal{K} &= \arg \min_{u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}} \|\mathbf{W}_v (\mathbf{B}u - \mathbf{v})\|\end{aligned}\quad (3.12)$$

Essa formulação é baseada no trabalho de Lötstedt (1984).

### 3.2.3.2 Método da interação do ponto fixo (*Fixed-point Iterations - FXP*)

O método FXP é simples e de fácil implementação, as soluções obtidas são, geralmente, aproximadas (PETERSEN; BODSON, 2003). Segundo Lu (1996) a convergência global para o FXP é lenta e pode exigir um número infinito de iterações, assim, esse método é implementado para um número fixo de iterações, tais como 50 – 100 iterações. O aumento do número de iterações melhora o resultado mas pode se tornar inviável.

O método de interação de ponto fixo é uma estratégia de solução dada pela Equação (3.13).

$$\begin{aligned} \min \quad & \|W_u(u - u_d)\|^2 + \gamma \|W_v(Bu - v)\|^2 \\ \text{sujeito a: } & u_{\min_i} \leq u_i \leq u_{\max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.13)$$

em que:  $u_{\min_i}$  e  $u_{\max_i}$  são os valores dos limites mínimo e máximo para os atuadores, respectivamente e  $u$  é a solução ótima. Essa formulação é baseada no trabalho de Burken et al. (2001).

### 3.2.3.3 Método do ponto interior (*Interior Point Method - IP*)

No método do ponto interior - IP as soluções são guiadas ao longo de uma trajetória denominada de caminho central ou caminho principal. O caminho central é uma sequência de soluções que leva ao ponto ótimo. Um dos benefícios desse método é que a distância relativa ao ponto ótimo é conhecida, de modo que, a solução alcançada sempre estará dentro de uma tolerância especificada (PETERSEN; BODSON, 2003).

A formulação para o IP é representada pela Equação (3.14).

$$\begin{aligned} \min \quad & \|u - u_d\|^2 + \gamma \|Bu - v\|^2 \\ \text{sujeito a: } & u_{\min_i} \leq u_i \leq u_{\max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.14)$$

Essa formulação é baseada no trabalho de Petersen e Bodson (2003).

### 3.2.3.4 Método da inversa generalizada em série (*Cascading Generalized Inverses- CGI*)

O método da inversa generalizada em série é um método heurístico que requer um número finito de soluções, mas não garante que seja encontrada a melhor solução. O CGI é formulado como mostrado na Equação (3.15).

$$\begin{aligned} & \min \| \mathbf{W}_u (\mathbf{u} - \mathbf{u}_d) \| \\ & \text{sujeito } a : \mathbf{u} \in M \end{aligned} \quad (3.15)$$

em que  $M$  é o conjunto de sinais de controle dado pela resolução da Equação (3.16).

$$\begin{aligned} & \min \| \mathbf{W}_v (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{v}) \| \\ & \text{sujeito } a : u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.16)$$

Essa formulação é baseada nos trabalhos de Bordignon (1996) e Virnig e Bodden (1994).

### 3.2.3.5 Método da alocação direta (*Direct Control Allocation - DCA*)

O método da alocação direta foi introduzido por Durham (1993). Nos trabalhos originais, o método de alocação direta é descrito como: dado um controle virtual  $v$ , primeiramente é encontrado a entrada do controle  $u^*$  que garanta que o controle virtual,  $v^* = Bu^*$ , seja de magnitude máxima na direção de  $v$ . Define-se:

$$a = \frac{\| \mathbf{v}^* \|_2}{\| \mathbf{v} \|_2} \quad (3.17)$$

e seleciona-se a entrada do controle de acordo com a Equação (3.18).

$$\mathbf{u} = \begin{cases} \frac{1}{a} \mathbf{u}^*, & \text{se } a > 1 \\ \mathbf{u}^*, & \text{se } a \leq 1 \end{cases} \quad (3.18)$$

Bodson (2002) reescreveu essa descrição em um problema de otimização mostrado na Equação (3.19).

$$\begin{aligned} & \max_{a, \mathbf{u}} a \\ & \text{Sujeito } a : \mathbf{B}\mathbf{u} = a\mathbf{v} \\ & u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.19)$$

Assim,  $\mathbf{u}$  é obtido como na Equação (3.18).

Segundo Demenkov (2011) este método não é eficiente e não será implementado neste trabalho.

Nesta seção foi proposta a formulação para a técnica de alocação de controle baseada em fatoração para o algoritmo contínuo. Com o objetivo de validar a técnica proposta será aplicada a um estudo de caso, mostrado no Capítulo 4.

### 3.1.3 Algoritmo discreto

Considere o sistema não linear representado pela Equação (3.20) (HÄRKEGARD; GLAD, 2005):

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{B}_{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_k)\mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k)\end{aligned}\tag{3.20}$$

em que:  $\mathbf{A}(\mathbf{x}_k) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{B}_{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_k) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{x}_{k+1} \in \mathbb{R}^n$  são os estados e  $\mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^m$  são as variáveis manipuladas. Para o caso específico em que o *posto*( $\mathbf{B}_{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_k)$ ) =  $h < m$ ,  $\forall \mathbf{x}_k$ , isso implica que  $\mathbf{B}_{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_k)$  pode ser fatorado como representado na Equação (3.21).

$$\mathbf{B}_{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{B}_{\mathbf{v}}(\mathbf{x}_k)\mathbf{B}(\mathbf{x}_k),\tag{3.21}$$

em que  $\mathbf{B}_{\mathbf{v}}(\mathbf{x}_k) \in \mathbb{R}^{n \times h}$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{x}_k) \in \mathbb{R}^{h \times m}$ , ambas com *posto* igual a  $h$ . Caso essa condição não seja satisfeita, deverá ser usada a fatoração em que a matriz  $\mathbf{B}_{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_k)$  será particionada da mesma forma demonstrada para o caso anterior (algoritmo contínuo).

O sistema pode ser reescrito conforme mostrado na Equação (3.22).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{B}_{\mathbf{v}}(\mathbf{x}_k)\mathbf{v}_k \\ \mathbf{v}_k &= \mathbf{B}(\mathbf{x}_k)\mathbf{u}_k\end{aligned}\tag{3.22}$$

em que  $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^h$  pode ser interpretado como o esforço total produzido pelos atuadores.

O problema de alocação de controle será definido em duas camadas, analogamente ao caso anterior. A primeira camada,  $C1$  é um MPC não linear aplicado a variável fictícia

e a camada  $C2$  representando o módulo de alocação. Nos controladores definidos,  $\mathbf{u}(k)$  representa as variáveis manipuladas da planta, e  $\mathbf{v}(k)$  representa uma entrada fictícia, solução da primeira camada do controlador indicando o esforço de controle necessário, que é encaminhada para a segunda camada do controlador onde é mapeada (distribuída para as entradas) reais do processo no módulo de alocação.

**Camada C1:** Seja um controlador com alocação, neste caso a lei de controle será ilustrada por um MPC com alocação (MPCA). Em que se aplica o MPC à variável de controle fictícia, que é definido como aquele em que  $\mathbf{v}(k)$  é dado pelo primeiro elemento de  $\mathbf{v}(k|k)$  de uma sequência de movimentos avaliada num horizonte de controle solução do problema de otimização, formulado pela Equação (3.23).

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{v}(k)} \sum_{j=1}^{Nv} & (\mathbf{y}(k+j|k) - \mathbf{y}_{sp}(k))^T \mathbf{Q}_v (\mathbf{y}(k+j|k) - \mathbf{y}_{sp}(k)) + \\ & + (\Delta \mathbf{v}^T(k+j|k) \mathbf{R}_v \Delta \mathbf{v}(k+j|k)) \\ \text{Sujeito a: } & \Delta \mathbf{v}(k+j|k) \in \mathbf{V} \\ & \mathbf{x}(k+j|k) \in \mathbf{X} \end{aligned} \quad (3.23)$$

em que  $\mathbf{V}$  é uma região poliédrica compacta que define limites para as variáveis manipuladas fictícia no horizonte de controle e para a sua velocidade,  $\mathbf{X}$  é o modelo para a planta,  $\mathbf{Q}_v \geq 0$  e  $\mathbf{R}_v = \mathbf{R}_v^T > 0$  são as matrizes pesos para a trajetória de saída e para a variação de  $\mathbf{v}$ , respectivamente.

**Camada C2:** A camada de alocação do controle é definida pela solução do problema descrito pela Equação (3.24).

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_k(.)} & \mathbf{u}_k^T \mathbf{W} \mathbf{u}_k \\ \text{Sujeito a: } & \mathbf{B} \mathbf{u}_k = \mathbf{v}_k \\ & u_{min_i} \leq u_{k_i} \leq u_{max_i} \\ & |\Delta u_{k_i}| \leq \Delta u_{max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.24)$$

em que  $\mathbf{W} = \mathbf{W}^T > 0$ . A solução da Equação (3.24) pode ser escrita analiticamente, para o caso sem restrição, conforme a Equação (3.25).

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{v}_k \quad (3.25)$$

A matriz de pesos,  $\mathbf{W}$ , é uma matriz diagonal relacionada com a importância que cada atuador tem no sistema, ou seja, como os atuadores afetam as variáveis manipuladas.

Nesta seção, foi proposto para o problema de alocação de controle baseado em fatoração as formulações para os algoritmos contínuos e discretos. Na próxima seção será apresentado o problema de alocação baseado em modelo de referência.

## 3.2 Alocação de controle baseada em modelo de referência

A alocação de controle é introduzida no contexto de modelo de referência (uma forma de inversão dinâmica). A configuração do controle para a técnica de alocação baseada em modelo de referência é mostrada na Figura (3.4).

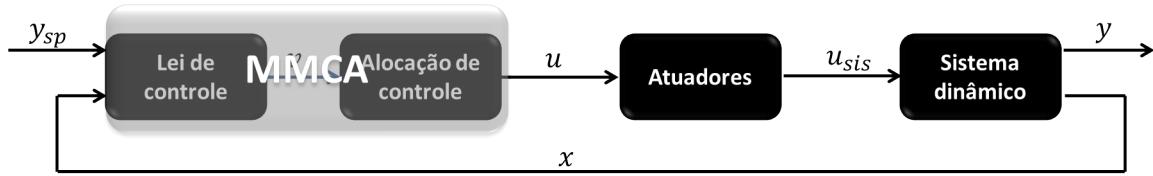


Figura 3.4: Configuração do controle para técnica de alocação baseada em modelo de referência.

A MMCA (*Model Matching Control Allocation*) combina a técnica de alocação com a lei de controle, isso possibilita o uso de controladores clássicos, tipo PI (Proporcional-Integral) e PID (Proporcional-Integral-Derivativo), em um cenário com redundância de atuadores implementados de forma ótima e adicionando-se restrições.

A alocação de controle utilizando modelo de referência pertence a uma família de estratégias de controle que impõe às variáveis controladas o rastreamento de uma trajetória fornecida por um modelo de referência. O rastreamento da trajetória de referência se dá pela inversão do modelo da planta de forma aproximada. Para processos com fase mínima (MP) essa inversão não causa problemas para o controle. Para sistemas com fase não mínima (NMP), a inversão leva à instabilidade e a compensação de fase não mínima deve ser incorporada ao algoritmo.

A compensação de fase não mínima pode ser feita conforme se segue:

- **Processos lineares:** fatora-se o modelo do processo nas suas partes inversíveis e não inversíveis, ou de fase não mínima e mínima, respectivamente. Há várias formas de fatoração que podem ser aplicadas, dentre elas destacam-se:

- Fatoração *inner-outer*;
- Fatoração de Blaschke;
- Matriz de interação;
- Fatoração coprimas (*Coprime factorization*).

- **Processos não lineares:** o projeto de controladores para processos não lineares de fase não mínima é um dos problemas de controle mais difíceis enfrentados atualmente. Os métodos de controle linear para os processos em fase não mínima se baseiam em uma decomposição do processo em uma fase mínima e outra não mínima. Tal decomposição é um problema em aberto para sistemas não-lineares (WRIGHT; KRAVARIS, 1992). Vários estudos são encontrados na literatura propondo essa compensação, dentre os quais, o trabalho de Kravaris e Mousavere (2007) que propuseram o uso da teoria de Hamilton-Jacobi e a representação normal do sistema não linear para a formulação de um problema estaticamente equivalente a saída da fase mínima para a compensação da fase não mínima.

Existem ainda estratégias de aproximação de sistemas de NMP por MP disponíveis na literatura como o trabalho de Chen, Zhai e Fukuda (2004).

Nas seções subsequentes serão propostas as formulações para o problema de alocação baseada em modelo de referência para algoritmos contínuos e discretos.

### 3.2.1 Algoritmo contínuo para sistemas de fase mínima

Considere o modelo representado pela Equação (3.26).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{3.26}$$

em que:  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  é o vetor dos estados,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de entradas e  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^q$  é o vetor das saídas medidas. O modelo de referência geral é baseado na dinâmica desejada para o sistema em malha fechada, como mostrado na Equação (3.27).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_r &= \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{set} \\ \mathbf{y}_r &= \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r\end{aligned}\tag{3.27}$$

em que:  $y_r$  é a saída desejada para o sistema e  $y_{set}$  é o valor do *setpoint* para as variáveis controladas. O modelo de referência é escolhido baseado no comportamento desejado para o sistema.

Neste trabalho será abordado o modelo de referência PI descrito pela Equação (3.28).

$$\frac{d\mathbf{y}_r}{dt} = \mathbf{K}_c (\mathbf{y}_{sp} - \mathbf{y}) + \frac{\mathbf{K}_c}{\tau_I} \int (\mathbf{y}_{sp} - \mathbf{y}) dt \quad (3.28)$$

em que:  $K_c$  e  $\tau_I$  são os parâmetros do modelo de referência e as matrizes do modelo em espaço de estados, Equação (3.27), são:  $\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1; & -\frac{K_c}{\tau_I} & -K_c \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_c}{\tau_I} \end{bmatrix}^T$  e  $\mathbf{C}_r = [1 \ 0]$ . No domínio de Laplace cada modelo de referência PI é dado por:  $G_{ii}(s) = (2\tau_i\zeta_is + 1) / (\tau_i^2s^2 + 2\tau_i\zeta_is + 1)$ . Essa formulação de referência PI é similar àquela usada em problemas de controle preditivo baseado em modelos de referência (KALRA; GEORGAKIS; OLIVEIRA-LOPES, 2002).

O problema de alocação é escrito conforme mostrado na Equação (3.29).

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{y}}_r\|_p^Q + \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_d\|_p^R + \|\Delta\mathbf{u}\|_p^S \\ \text{Sujeito } a: \quad & \text{Eqs. (3.26) e (3.28)} \\ & u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i} \\ & |\Delta u_i| \leq \Delta u_{max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.29)$$

Vale ressaltar que, neste caso, é necessário avaliar a ordem relativa do sistema. Assim, considere o sistema MIMO com  $n$  estados,  $m$  entradas e  $q$  saídas mostrado na Equação (3.30) (KOLAVENNU; PALANKI; COCKBURN, 2001).

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i \\ \mathbf{y}_i &= \mathbf{h}_i(\mathbf{x}); \quad i = 1, \dots, q \end{aligned} \quad (3.30)$$

em que:  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]$  e  $\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) = [h_1(\mathbf{x}), \dots, h_q(\mathbf{x})]$ .

*Definição 3.1:* Um sistema MIMO, Equação (3.30), é dito com ordem relativa  $r_i$  com sua respectiva saída  $y_i$  se o vetor:

$$\begin{aligned} L_g L_f^k h_i &\stackrel{\Delta}{=} [L_{g_1} L_f^k h_i(\mathbf{x}) \dots L_{g_m} L_f^k h_i(\mathbf{x})] = \mathbf{0}; \quad k = 0, 1, \dots, r_i - 2 \\ L_g L_f^k h_i &\stackrel{\Delta}{=} [L_{g_1} L_f^k h_i(\mathbf{x}) \dots L_{g_m} L_f^k h_i(\mathbf{x})] \neq \mathbf{0}; \quad k = r_i - 1 \end{aligned} \quad (3.31)$$

em que:  $L_g L_f^k h_i$  é a derivada de Lie para sistemas de alta ordem (KOCAREV; PARLITZ; HU, 1998).

Essencialmente,  $r_i$  é o menor número inteiro para o qual o vetor  $L_g L_f^k h_i$ , tem pelo menos um componente diferente de zero. Isso significa que, pelo menos uma das entradas  $u_i$  afeta a saída  $y_i$  depois de  $r_i$  integrações.

*Definição 3.2:* Se o sistema, Equação (3.30), possui ordem relativa  $r_i$  bem definida para cada saída  $y_i$  a matriz característica do sistema ( $q \times m$ ) é dada pela Equação (3.32).

$$\beta(\mathbf{x}) = L_g L_f^{r-1} h(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_q-1} h_q(\mathbf{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_q-1} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Assim, para controladores aplicados a sistemas lineares de ordem relativa unitária e invariantes no tempo, deseja-se avaliar o valor de  $u$  que minimize o desvio descrito pela Equação (3.33).

$$\dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{y}}_r = \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{C}_r \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{sp} - \frac{d\mathbf{h}(\mathbf{x})}{dt} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (3.33)$$

Assim, tem-se a Equação (3.34), em que  $\mathbf{a}_d$  representa o vetor desejado correspondente a  $\mathbf{CBu}$ .

$$\mathbf{CBu} = -\mathbf{CAx} + \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{C}_r \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{sp} \stackrel{\Delta}{=} \mathbf{a}_d \quad (3.34)$$

em que:  $\mathbf{A}$  é a matriz de estados,  $\mathbf{B}$  é a matriz de entradas e  $\mathbf{C}$  é a matriz de saídas. O problema de alocação é investigado com as representações  $l_1$  e  $l_2$  para o problema de otimização.

### 3.3.1.1 Problema de alocação de controle com norma $l_1$

O problema de alocação de controle com a norma  $l_1$  é formulado pela função objetivo mostrada na Equação (3.35).

$$\begin{aligned} \min \quad & \| \mathbf{Q} (\mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{u} - \mathbf{a}_d) \|_1 + \| \mathbf{R} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_d) \|_1 + \| \mathbf{S} \Delta \mathbf{u} \|_1 \\ \text{Sujeito } a: \quad & u_{\min_i} \leq u_i \leq u_{\max_i} \\ & |\Delta u_i| \leq \Delta u_{\max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.35)$$

em que:  $\mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{u} - \mathbf{a}_d = \mathbf{e}$ ;  $\mathbf{u} - \mathbf{u}_d = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ ,  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}$ ,  $\mathbf{e} = \mathbf{e}^+ - \mathbf{e}^-$ , e  $\Delta \mathbf{d} = \mathbf{d}^+ - \mathbf{d}^-$ . Assim, a alocação é representada pelo problema do tipo LP (*Linear Programming Problem*) com função objetivo descrita na Equação (3.36).

$$J = \sum_{j=1}^q \mathbf{Q}_j \mathbf{e}_j^+ + \sum_{j=1}^q \mathbf{Q}_j \mathbf{e}_j^- + \sum_{j=1}^m \mathbf{R}_j \mathbf{u}_j^+ + \sum_{j=1}^m \mathbf{R}_j \mathbf{u}_j^- + \sum_{j=1}^m \mathbf{S}_j \mathbf{d}^+ + \sum_{j=1}^m \mathbf{S}_j \mathbf{d}^- \quad (3.36)$$

em que:  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{S}$  são as matrizes de ponderação do erro em relação à trajetória de referência, em relação à manipulação desejada e à velocidade de variação da variável manipulada, respectivamente. Os valores dessas matrizes são determinados levando em conta a importância que as variáveis manipuladas e controladas têm no sistema a ser controlado.

### 3.3.1.2 Problema de alocação de controle com norma $l_2$

O problema de alocação de controle com a norma  $l_2$  é formulado como um problema do tipo QP (*Quadratic Programming Problem*) conforme Equação (3.37).

$$\begin{aligned} J = & \| \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{u} - \mathbf{a}_d \|_Q^2 + \| \mathbf{u} - \mathbf{u}_d \|_R^2 + \| \Delta \mathbf{u} \|_S^2 = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{u} + \mathbf{p}^T \mathbf{u} \\ \text{Sujeito } a: \quad & u_{\min_i} \leq u_i \leq u_{\max_i} \\ & |\Delta u_i| \leq \Delta u_{\max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.37)$$

em que:  $\mathbf{Q}_p = 2 [\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{R} + \mathbf{S}]$ ;  $\mathbf{p}^T = [-2 (\mathbf{a}_d^T \mathbf{Q}^T \mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{u}_d^T \mathbf{R} + \mathbf{u}_{k-1}^T \mathbf{S})]$  e  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{S}$  são as matrizes de ponderação do erro em relação à trajetória de referência, em relação à manipulação desejada e à velocidade de variação da variável manipulada, respectivamente.

Nesta seção foi proposta a formulação para o problema de alocação de controle baseado em fatoração para o algoritmo contínuo. A validação desta técnica será mostrada no

Capítulo 4 pela aplicação em um sistema da Engenharia Química. Na próxima seção será proposta a formulação para o algoritmo discreto.

### 3.2.2 Algoritmo discreto para sistemas de fase mínima

Considere o modelo discreto representado pela Equação (3.38).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(k))\end{aligned}\quad (3.38)$$

em que:  $\mathbf{x}(\mathbf{k}) \in \mathbb{R}^n$  é o vetor dos estados,  $\mathbf{u}(\mathbf{k}) \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de entradas e  $\mathbf{y}(\mathbf{k}) \in \mathbb{R}^q$  é o vetor das saídas medidas. O modelo de referência PI utilizado é o mesmo da seção anterior descrito pela Equação (3.28) e para representação de espaço de estados  $(\mathbf{A}_c, \mathbf{B}_c, \mathbf{C}_c)$ , e  $\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1; & -\frac{K_c}{\tau_I} & -K_c \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_c}{\tau_I} \end{bmatrix}^T$  e  $\mathbf{C}_c = [1 \ 0]$  pode ser escrito conforme Equação (3.39) para uma representação discreta no tempo para cada variável controlada.

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_r(k+1) &= \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(k) + \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{sp} \\ \mathbf{y}_r(k) &= \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r(k)\end{aligned}\quad (3.39)$$

Essa formulação de referência PI é similar àquela usada em problemas de controle preditivo baseado em modelos de referência (OLIVEIRA-LOPES, 2000). O problema de alocação é mostrado na Equação (3.40).

$$\min \|\mathbf{y}(k+r) - \mathbf{y}_r(k+r)\|_p^Q + \|\mathbf{u}(k+r-1) - \mathbf{u}_d\|_p^R + \|\Delta \mathbf{u}(k+r-1)\|_p^S$$

Sujeito a : Eqs. (3.38) e (3.39)

$$u_{min_i} \leq u_i(k+r-1) \leq u_{max_i}$$

$$|\Delta u_i(k+r-1)| \leq \Delta u_{max_i}; \quad i = 1, \dots, m \quad (3.40)$$

Vale ressaltar que, neste caso, é necessário avaliar a ordem relativa do sistema. Para isso, considere o sistema representado Equação (3.38) e para a definição de ordens relativas,  $r_1, \dots, r_m$ , considere as notações mostradas na Equação (3.41) (SOROUSH; KRAVARIS, 1996).

$$\begin{aligned} h_i^0(\mathbf{x}) &\stackrel{\triangle}{=} h_i(\mathbf{x}) \\ h_l^i(\mathbf{x}) &\stackrel{\triangle}{=} h_i^{l-1}[f(\mathbf{x}, \mathbf{u})] \quad l = 1, \dots, r_i - 1 \end{aligned} \quad (3.41)$$

Usando esta notação e a definição geral de ordem relativa  $r_i$ , sabe-se que há uma entrada manipulada  $u_j$  tal que:

$$\frac{\partial}{\partial u_j} h_i^{r_i-1}[f(\mathbf{x}, \mathbf{u})] \neq 0 \quad (3.42)$$

e:

$$\begin{aligned} y_i(k+l) &= h_i^l(x(k)) \quad l = 1, \dots, r_i - 1 \\ y(k+r_i) &= h_i^{r_i-1}\{f[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)]\} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Assim, a ordem relativa  $r_i$  é o menor número inteiro depois que uma variável manipulada  $u_j$  afeta uma saída  $y_i$ . Se uma saída do sistema  $y_i$  não tem a ordem relativa finita, isto significa que, nenhuma das entradas manipuladas  $u_1, \dots, u_m$  afeta a saída, ou seja,  $y_i$  não é controlável.

*Definição 3.2:* Considere o sistema discreto no tempo, Equação (3.38), e considere que cada saída  $y_i$  possui um ordem relativa finita  $r_i$ . A matriz característica do sistema ( $m \times m$ ) é mostrada na Equação (3.44).

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \stackrel{\triangle}{=} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial u} h_1^{r_1-1}[f(\mathbf{x}, \mathbf{u})] \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial u} h_m^{r_m-1}[f(\mathbf{x}, \mathbf{u})] \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Assim, para controladores aplicados a sistemas lineares de ordem relativa unitária e invariantes no tempo, em que  $\mathbf{a}_d(k)$  representa o vetor desejado correspondente a  $\mathbf{CBu}(k)$ , é mostrado pela Equação (3.45).

$$\mathbf{CBu}(k) = -\mathbf{CAx}(k) + \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(k) + \mathbf{C}_r \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{sp} \stackrel{\triangle}{=} \mathbf{a}_d(k) \quad (3.45)$$

em que:  $\mathbf{A}$  é a matriz de estados discrete,  $\mathbf{B}$  é a matriz de entradas discrete e  $\mathbf{C}$  é a matriz de saídas discrete. O problema também é investigado com as representações  $l_1$  e

$l_2$  para o problema de otimização.

O problema de alocação de controle baseado em modelo de referência para o algoritmo discreto pode ser escrito com o objetivo de avaliar a diferença entre a variação das variáveis controladas. Assim, as duas formulações são mostradas na Tabela (3.2).

Tabela 3.2: Formulação da alocação - Algoritmo discreto.

Função objetivo	$\mathbf{a}_d(k)$
$\min \ \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}_r(k+1)\ _p$	$-\mathbf{CAx}(k) + \mathbf{C}_r\mathbf{A}_r\mathbf{x}_r(k) + \mathbf{C}_r\mathbf{B}_r\mathbf{y}_{sp}(k)$
$\min \ \Delta\mathbf{y}(k+1) - \Delta\mathbf{y}_r(k+1)\ _p$	$-\mathbf{CAx}(k) + \mathbf{Cx}(k) + \mathbf{C}_r\mathbf{A}_r\mathbf{x}_r(k) + \mathbf{C}_r\mathbf{B}_r\mathbf{y}_{sp}(k) +$ $-\mathbf{C}_r\mathbf{x}_r(k)$

Ambos os casos, estão sujeitos às mesmas restrições, mostradas na Equação (3.40).

### 3.3.2.1 Problema de alocação de controle com norma $l_1$

O problema de alocação de controle com a norma  $l_1$  é formulado conforme Equação (3.46).

$$J = \|\mathbf{Q}(\mathbf{CBu}(k) - \mathbf{a}_d(k))\|_1 + \|\mathbf{R}(\mathbf{u}(k) - \mathbf{u}_d)\|_1 + \|\mathbf{S}\Delta\mathbf{u}(k)\|_1$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} u_{min_i} \leq u_i(k) \leq u_{max_i} \\ |\Delta u_i(k)| \leq \Delta u_{max_i}; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.46)$$

em que:  $\mathbf{CBu}(k) - \mathbf{a}_d(k) = \mathbf{e}$ ;  $\mathbf{u}(k) - \mathbf{u}_d = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ ,  $\Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}$ ,  $\mathbf{e} = \mathbf{e}^+ - \mathbf{e}^-$ , e  $\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d}^+ - \mathbf{d}^-$ . Assim, a alocação é representada pelo problema do tipo LP (*Linear Programming Problem*) com função objetivo descrita na Equação (3.47).

$$J = \sum_{j=1}^q \mathbf{Q}_j \mathbf{e}_j^+ + \sum_{j=1}^q \mathbf{Q}_j \mathbf{e}_j^- + \sum_{j=1}^m \mathbf{R}_j \mathbf{u}_j^+ + \sum_{j=1}^m \mathbf{R}_j \mathbf{u}_j^- + \sum_{j=1}^m \mathbf{S}_j \mathbf{d}^+ + \sum_{j=1}^m \mathbf{S}_j \mathbf{d}^- \quad (3.47)$$

em que:  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{S}$  são as matrizes de ponderação do erro em relação à trajetória de referência, em relação à manipulação desejada e à velocidade de variação da variável manipulada, respectivamente.

### 3.3.2.2 Problema de alocação de controle com norma $l_2$

O problema de alocação de controle com a norma  $l_2$  é formulado como um problema do tipo QP (*Quadratic Programming Problem*) conforme Equação (3.48).

$$\begin{aligned}
J = & \|\mathbf{CBu}(k) - \mathbf{a}_d(k)\|_Q^2 + \|\mathbf{u}(k) - \mathbf{u}_d\|_R^2 + \|\Delta \mathbf{u}(k)\|_S^2 = \frac{1}{2} \mathbf{u}(k)^T \mathbf{Q}_p \mathbf{u}(k) + \mathbf{p}^T \mathbf{u}(k) \\
& \text{Sujeito } a : u_{min_i} \leq u_i(k) \leq u_{max_i} \\
& |\Delta u_i(k)| \leq \Delta u_{max_i}; \quad i = 1, \dots, m
\end{aligned} \tag{3.48}$$

em que:  $\mathbf{Q}_p = 2 [\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{R} + \mathbf{S}]$ ;  $\mathbf{p}^T = [-2 (\mathbf{a}_d(k)^T \mathbf{Q}^T \mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{u}_d^T \mathbf{R} + \mathbf{u}_{k-1}^T \mathbf{S})]$  e  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{S}$  são as matrizes de ponderação do erro em relação à trajetória de referência, em relação à manipulação desejada e à velocidade de variação da variável manipulada, respectivamente.

Foi proposto nesta seção, a formulação para o problema de alocação de controle baseado em modelo de referência, algoritmo discreto. Na próxima seção será proposta a formulação para sistemas com comportamento de fase não mínima.

### 3.2.3 Algoritmo contínuo para sistemas de fase não mínima

Considere um processo de fase não mínima representado pela Equação (3.49).

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\
\mathbf{y} &= \mathbf{Cx}
\end{aligned} \tag{3.49}$$

em que:  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  é o vetor dos estados,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de entradas e  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^q$  é o vetor das saídas medidas. Com o objetivo de compensar a fase não mínima, o modelo do processo pode ser fatorado gerando um modelo  $G_i$  de fase não mínima e um modelo  $G_o$  de fase mínima. Assim, o modelo  $G_o$  é mostrado na Equação (3.50).

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_o \mathbf{x} + \mathbf{B}_o \mathbf{u} \\
\mathbf{y} &= \mathbf{C}_o \mathbf{x} + \mathbf{D}_o \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{3.50}$$

em que  $A_o$ ,  $B_o$ ,  $C_o$  e  $D_o$  são as matrizes da representação em espaço de estados do modelo de fase mínima.

O modelo de referência geral é baseado na dinâmica desejada para o sistema em malha fechada, como mostrado na Equação (3.51).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_r &= \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{set} \\ \mathbf{y}_r &= \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r\end{aligned}\quad (3.51)$$

em que:  $y_r$  é a saída desejada para o sistema e  $y_{set}$  é o valor do *setpoint* para as variáveis controladas. O modelo de referência é escolhido baseado no comportamento desejado para o sistema.

O problema de alocação é escrito conforme mostrado na Equação (3.52).

$$\begin{aligned}\min \quad & \| \dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{y}}_r \|_p^Q + \| \mathbf{u} - \mathbf{u}_d \|_p^R + \| \Delta \mathbf{u} \|_p^S \\ \text{Sujeito a: } & \text{Eqs. (3.50) e (3.51)} \\ & u_{min_i} \leq u_i \leq u_{max_i} \\ & |\Delta u_i| \leq \Delta u_{max_i}; \quad i = 1, \dots, m\end{aligned}\quad (3.52)$$

Logo, para os controladores aplicados a sistemas lineares de ordem relativa unitária e invariantes no tempo, tem-se a Equação (3.53), se:  $\frac{du}{dt} = \frac{u(t) - u(t-\Delta t)}{\Delta t}$ .

$$\left( \mathbf{C}_o \mathbf{B}_o + \frac{\mathbf{D}_o}{\Delta t} \right) \mathbf{u}(t) = -\mathbf{C}_o \mathbf{A}_o \mathbf{x} + \frac{\mathbf{D}_o}{\Delta t} \mathbf{u}(t - \Delta t) + \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{C}_r \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{sp} \triangleq \mathbf{a}_d \quad (3.53)$$

em que:  $\mathbf{A}_o$  é a matriz de estados,  $\mathbf{B}_o$  é a matriz de entradas e  $\mathbf{C}_o$  é a matriz de saídas para o modelo fatorado  $G_o$ . O problema de alocação é investigado com as representações  $l_1$  e  $l_2$  para o problema de otimização, similarmente às seções anteriores.

### 3.2.4 Algoritmo discreto para sistemas de fase não mínima

Considere o modelo discreto de fase não mínima mostrado na Equação (3.54).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(k))\end{aligned}\quad (3.54)$$

em que:  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$  é o vetor dos estados,  $\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de entradas e  $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^q$  é o vetor das saídas medidas. Como a existência da fase não mínima gera problemas para o controle, o modelo pode ser fatorado, com o objetivo de compensar a fase não mínima,

resultando em um modelo  $G_i$  de fase não mínima e um modelo  $G_o$  de fase mínima. Assim, o modelo  $G_o$  é mostrado na Equação (3.55).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k) &= \mathbf{A}_o \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}_o \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}_o \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_o \mathbf{u}(k)\end{aligned}\quad (3.55)$$

em que  $\mathbf{A}_o$ ,  $\mathbf{B}_o$ ,  $\mathbf{C}_o$  e  $\mathbf{D}_o$  são as matrizes do modelo discreto. O modelo de referência geral é baseado na dinâmica desejada para o sistema em malha fechada, como mostrado na Equação (3.56).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_r(k) &= \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(k-1) + \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{sp} \\ \mathbf{y}_r(k) &= \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r(k)\end{aligned}\quad (3.56)$$

O problema de alocação é mostrado na Equação (3.57).

$$\begin{aligned}\min \quad & \| \mathbf{y}(k+r) - \mathbf{y}_r(k+r) \|_p^Q + \| \mathbf{u}(k+r-1) - \mathbf{u}_d \|_p^R + \| \Delta \mathbf{u}(k+r-1) \|_p^S \\ \text{Sujeito a: } & \text{Eqs. (3.55) e (3.56)} \\ & u_{\min_i} \leq u_i(k+r-1) \leq u_{\max_i} \\ & |\Delta u_i(k+r-1)| \leq \Delta u_{\max_i}\end{aligned}\quad (3.57)$$

Assim, para controladores aplicados a sistemas lineares de ordem relativa unitária e invariantes no tempo, em que  $\mathbf{a}_d(k)$  representa o vetor desejado correspondente a  $\mathbf{D}_o \mathbf{u}(k)$ , é mostrado na Equação (3.59).

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_o \mathbf{u}(k) = & -\mathbf{C}_o \mathbf{A}_o \mathbf{x}(k-1) - \mathbf{C}_o \mathbf{B}_o \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(k-1) + \\ & + \mathbf{C}_r \mathbf{B}_r \mathbf{y}_{sp} \stackrel{\triangle}{=} \mathbf{a}_d(k)\end{aligned}\quad (3.58)$$

Analogamente às seções anteriores, o problema de alocação é investigado com as representações  $l_1$  e  $l_2$  para o problema de otimização.

### 3.3 Índices de desempenho

Com o objetivo de validar as técnicas propostas nesta seção, serão calculados o custo para cada cenário avaliado nos estudos de casos do Capítulo 4. O custo será determinado usando os índices de desempenho para as variáveis manipuladas ( $u$ ) e para as variáveis controladas ( $y$ ), como mostrado nas Equações (3.59) e (3.60).

$$ISE_u = \sqrt{[\gamma_1 ISE_{u_1}^2 + \dots + \gamma_n ISE_{u_n}^2]} \quad (3.59)$$

em que  $ISE_{uj} = \sum_{i=1}^{Np} [e_{uj}(i)]^2 \Delta t(i)$ ;  $\Delta t(i) = T_s = 0,05\text{ h}$  é o intervalo de amostragem;  $Np$  é o número de pontos da simulação;  $e_{uj}(i) = u_j(i) - u_{sp_j}(i)$  e  $u_{sp_j}$  é o valor da variável no *setpoint* e  $\gamma_i = 1/(unidade\ de\ ISE_{uj})^2$  é o fator para adimensionalizar  $ISE_{uj}$ .

$$ISE_y = \sqrt{[\beta_1 ISE_{y_1}^2 + \dots + \beta_n ISE_{y_n}^2]} \quad (3.60)$$

em que  $ISE_{yj} = \sum_{i=1}^{Np} [e_{yj}(i)]^2 \Delta t(i)$ ;  $\Delta t(i) = T_s = 0,05\text{ h}$  é o intervalo de amostragem;  $Np$  é o número de pontos da simulação;  $e_{yj}(i) = y_j(i) - y_{sp_j}(i)$  e  $y_{sp_j}$  é o valor da variável no *setpoint* e  $\beta_i = 1/(unidade\ de\ ISE_{yj})^2$  é o fator para adimensionalizar  $ISE_{yj}$ .

Neste capítulo foram propostas as formulações relacionadas à técnica de alocação de controle baseada em fatoração e em modelo de referência. Como mostrado anteriormente, na técnica de alocação de controle baseada em fatoração o projeto do controlador é independente da unidade de alocação, sendo dividido em duas camadas  $C1$  e  $C2$ , desta forma o esforço total do controle é minimizado pela separação da tarefa de regulação do controle da tarefa de distribuição. Na técnica de alocação baseada em modelo de referência, uma característica interessante é a possibilidade de se projetar o comportamento desejado para a variável controlada, pelo seu modelo de referência, e com isso tem-se a sintonia intuitiva para o sistema de controle. No Capítulo 5 as técnicas propostas neste capítulo serão aplicadas à três estudos de casos com a finalidade de avaliar a eficiência da alocação de controle. Os problemas da Engenharia Química estudados são: (i) reator isotérmico; (ii) biorreator exotérmico e (iii) sistema de fase não mínima.



---

---

# CAPÍTULO 4

---

## Aplicações em problemas da Engenharia Química



Este capítulo apresenta as aplicações para as técnicas propostas no Capítulo 3 em problemas da Engenharia Química. Serão propostos três estudos de casos: (i) reator isotérmico; (ii) biorreator exotérmico e (iii) sistema de fase não mínima. As simulações realizadas neste capítulo foram feitas utilizando o *software* livre Scilab®.

### 4.1 Estudo de caso 1: CSTR isotérmico

#### 4.1.1 Descrição do Processo

O sistema estudado, representado pela Figura (4.1), consiste em um CSTR isotérmico em que ocorrem as seguintes reações em fase líquida:

- $A + B \longrightarrow C + D;$
- $A + D \longrightarrow E.$

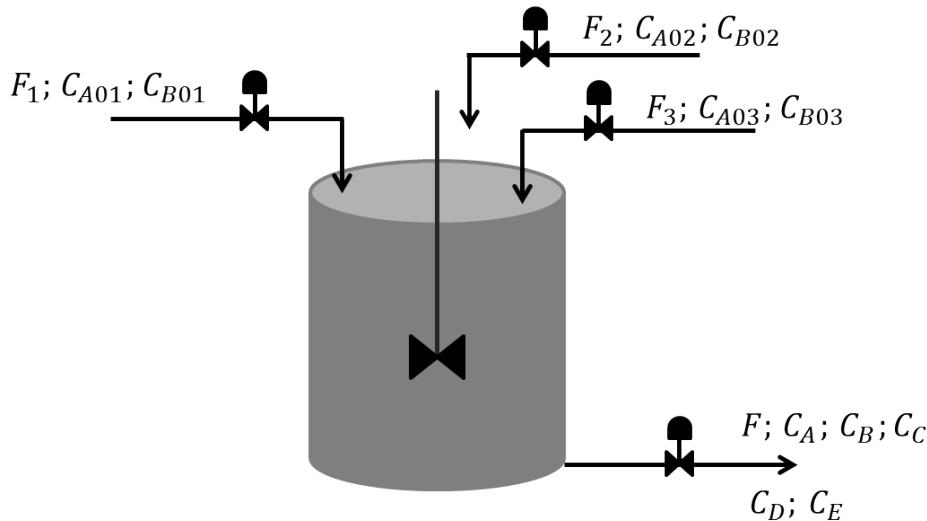


Figura 4.1: Esquema do sistema de estudo CSTR.

O modelo é descrito pelas Equações (4.1) a (4.6), em que:  $R_A = -k_1 C_A C_B - k_2 C_A C_D$ ;  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  são as vazões de alimentação;  $F$  é a vazão de saída;  $C_C$ ,  $C_D$  e  $C_E$  são as concentrações dos componentes  $C$ ,  $D$  e  $E$ , respectivamente e  $h$  é o nível do reator.

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_1 + F_2 + F_3 - F}{A} \quad (4.1)$$

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F_1}{Ah} (C_{A01} - C_A) + \frac{F_2}{Ah} (C_{A02} - C_A) + \frac{F_3}{Ah} (C_{A03} - C_A) + R_A \quad (4.2)$$

$$\frac{dC_B}{dt} = \frac{F_1}{Ah} (C_{B01} - C_B) + \frac{F_2}{Ah} (C_{B02} - C_B) + \frac{F_3}{Ah} (C_{B03} - C_B) - k_1 C_A C_B \quad (4.3)$$

$$\frac{dC_C}{dt} = k_1 C_A C_B - \frac{C_C}{Ah} (F_1 + F_2 + F_3) \quad (4.4)$$

$$\frac{dC_D}{dt} = k_1 C_A C_B - k_2 C_A C_D - \frac{C_D}{Ah} (F_1 + F_2 + F_3) \quad (4.5)$$

$$\frac{dC_E}{dt} = k_2 C_A C_D - \frac{C_E}{Ah} (F_1 + F_2 + F_3) \quad (4.6)$$

O objetivo de controle é controlar a concentração de  $C$  ( $C_C$ ), a concentração de  $E$  ( $C_E$ ) e o nível do reator ( $h$ ). Podendo manipular as vazões de entrada ( $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ) e a vazão de saída ( $F$ ). Os parâmetros utilizados na simulação estão dispostos na Tabela (4.1).

#### 4.1.2 Justificativa para o uso da técnica de alocação de controle

Como já foi mencionado, o mais usual na indústria é o problema de controle para o qual o número de variáveis que se deseja controlar seja superior aquele de variáveis manipuladas disponíveis devido ao investimento necessário para instalação de mais atuadores. Baseado nessa afirmativa, o objetivo desta seção é justificar o uso da alocação de controle através da

Tabela 4.1: Parâmetros do sistema CSTR.

Parâmetro	Definição	Valor
$C_{A0_1}$	Concentração do reagente A na corrente 1	$1,5 \text{ mol}/\text{m}^3$
$C_{B0_1}$	Concentração do reagente B na corrente 1	$1,2 \text{ mol}/\text{m}^3$
$C_{A0_2}$	Concentração do reagente A na corrente 2	$1 \text{ mol}/\text{m}^3$
$C_{B0_2}$	Concentração do reagente B na corrente 2	$0,9 \text{ mol}/\text{m}^3$
$C_{A0_3}$	Concentração do reagente A na corrente 3	$1 \text{ mol}/\text{m}^3$
$C_{B0_3}$	Concentração do reagente B na corrente 3	$0,9 \text{ mol}/\text{m}^3$
$k_1$	Constante da reação 1	$1 \text{ mol}/(\text{m}^3 \text{ h})$
$k_2$	Constante da reação 2	$2 \text{ mol}/(\text{m}^3 \text{ h})$
$A$	Área da seção transversal	$1 \text{ m}^2$

comparação do custo gerado pelas variáveis manipuladas e controladas para um problema sem e com redundância de atuadores.

O custo foi avaliado usando os índices de desempenho para as variáveis manipuladas ( $u$ ) e para as variáveis controladas ( $y$ ). Os índices são calculados pelas Equações (3.59) e (3.60). Os cenários avaliados são:

1. Manipular  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F$ ;
2. Manipular  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F$ ;
3. Manipular  $F_1$ ,  $F_3$  e  $F$ ;
4. Manipular  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F$ .

Os parâmetros utilizados na simulação estão mostrados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Parâmetros da simulação - Caso 1.

Parâmetro	Definição	Valor
$h_{sp}$	Setpoint para o nível do reator	$2,92 \text{ m}^3$
$C_{C_{sp}}$	Setpoint para a concentração de C	$0,205 \text{ mol}/\text{m}^3$
$C_{E_{sp}}$	Setpoint para a concentração de E	$0,075 \text{ mol}/\text{m}^3$
$K_c$	Parâmetros do controlador	$[-5 \cdot 10^{-3}; 5; 3]$
$\tau_I$	Parâmetros do controlador	$[0,063; 0,067; 0,333] \text{ h}$

Para o cenário 1, os resultados são mostrados nas Figuras (4.2) e (4.3). Pode-se notar que tanto as variáveis manipuladas quanto as variáveis controladas atingiram o *setpoint* (estado estacionário) após uma perturbação degrau de magnitude 0,2 na variável  $C_A$  em  $t = 0$ . O custo para esse caso está disposto na Tabela 4.3.

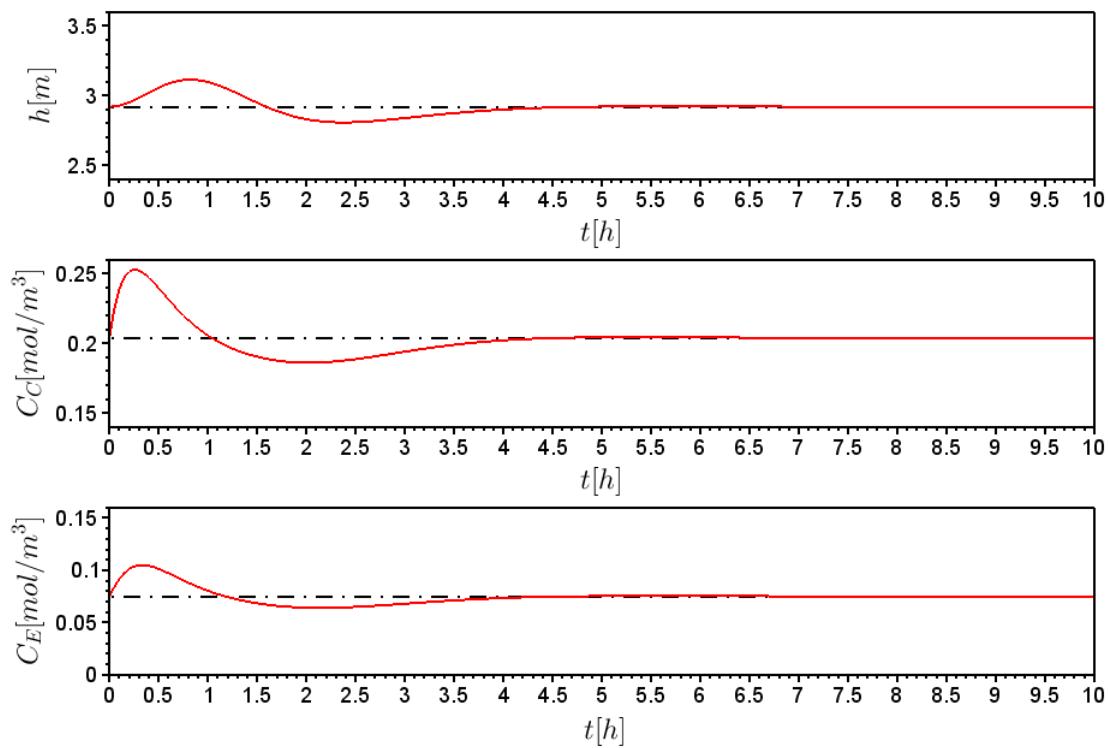


Figura 4.2: Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 (--- *setpoint*).

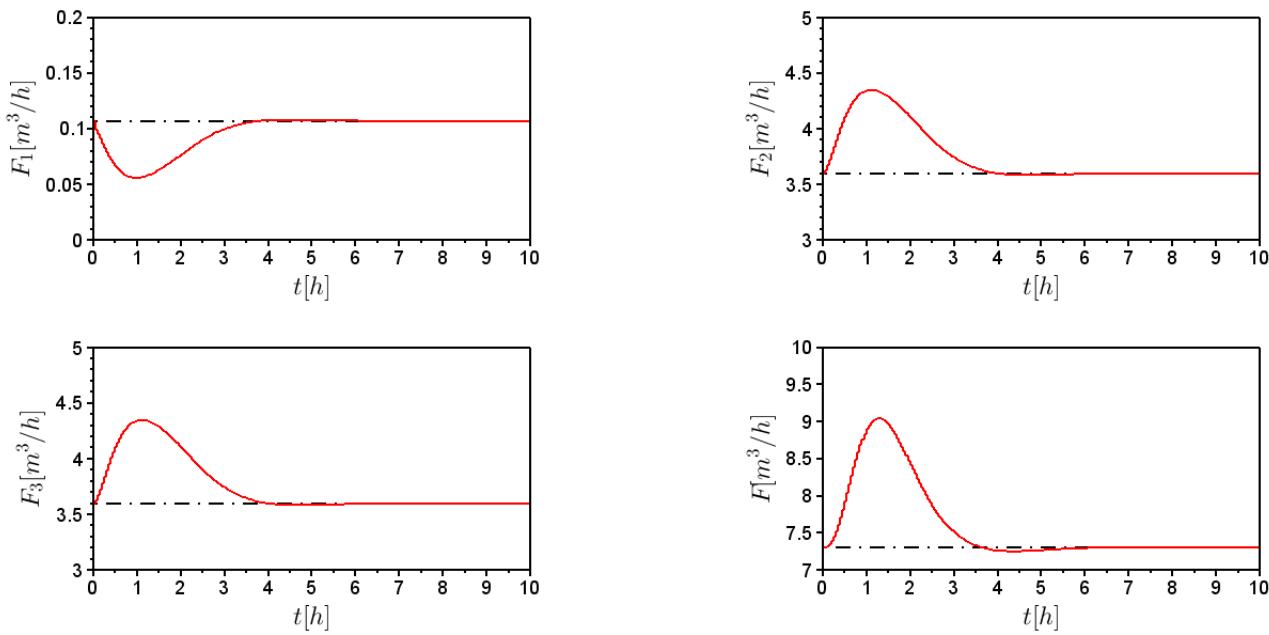


Figura 4.3: Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 1 (--- *setpoint*).

Os resultados da simulação para o cenário 2 são mostrados nas Figuras (4.4) e (4.5). Com a finalidade de comparação, os resultados para o cenário 1, em que se manipula os quatro atuadores, será apresentado juntamente com os demais cenários.

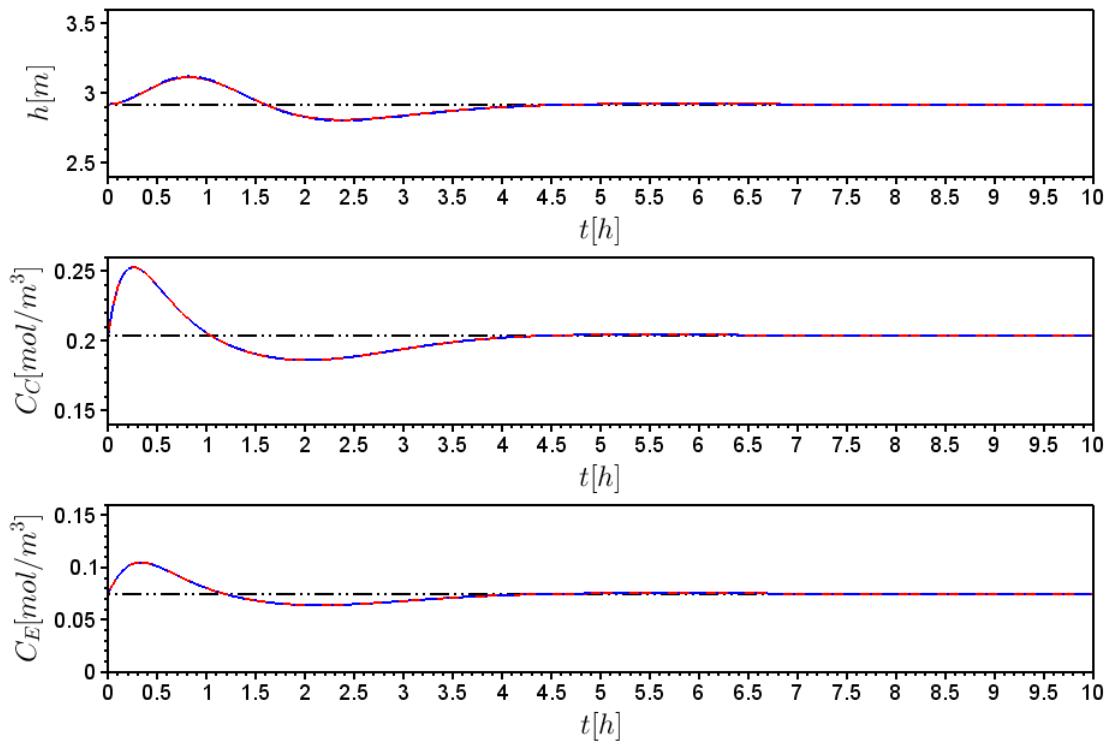


Figura 4.4: Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 (... *setpoint*; - cenário 1; -·- cenário 2; ).

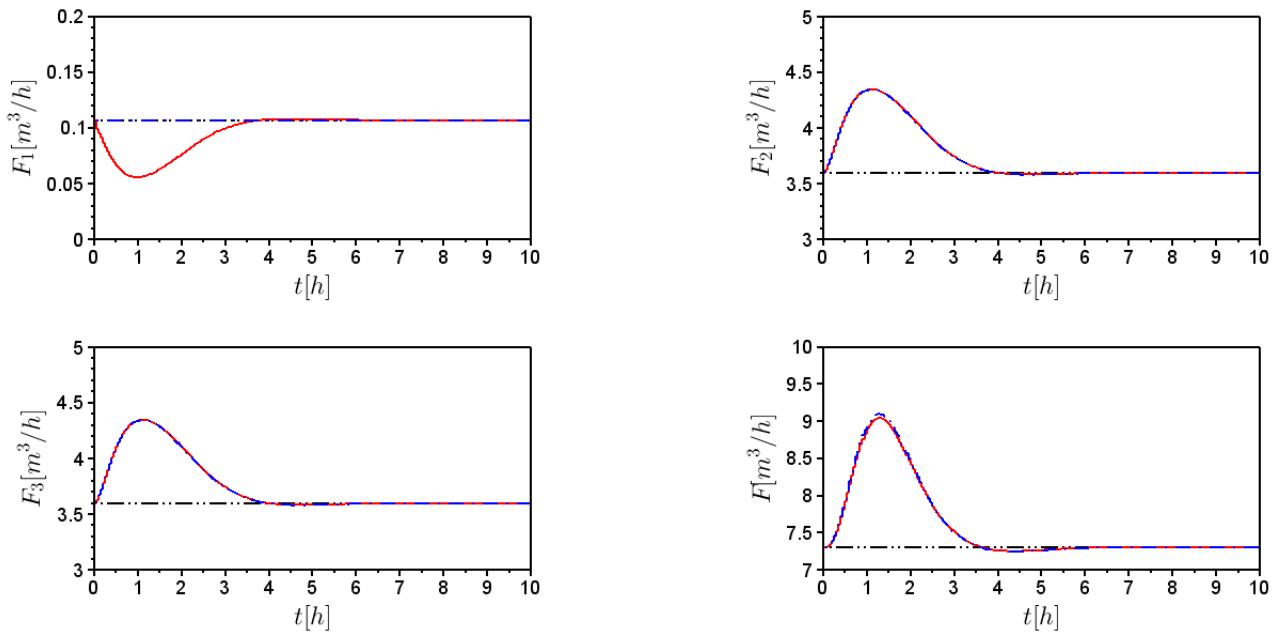


Figura 4.5: Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 2 (... *setpoint*; - cenário 1; -·- cenário 2; ).

Neste caso, o atuador  $F_1$  não foi manipulado, gerando assim um sistema  $3 \times 3$ , isso pode ser visto na Figura (4.5). Pode-se notar também que tanto as variáveis manipuladas quanto as variáveis controladas atingiram o *setpoint* após a perturbação na variável  $C_A$ .

O custo para esse caso está disposto na Tabela (4.3).

Os resultados da simulação para o cenário 3 são mostrados nas Figuras (4.6) e (4.7). Neste caso, o atuador  $F_2$  não foi manipulado e o custo para esse caso está disposto na Tabela (4.3).

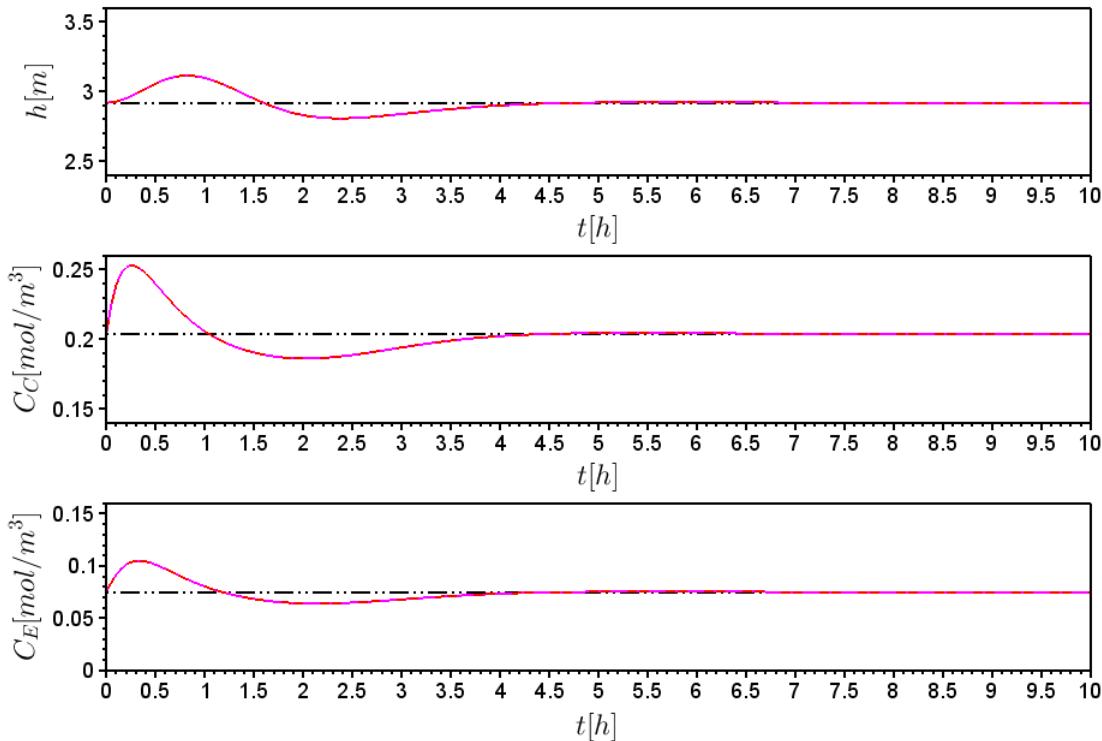


Figura 4.6: Comportamento das variáveis controladas - cenário 3 (... *setpoint*; – cenário 1; -.- cenário 3).

Pode-se notar que, pelos valores do processo mostrados na Tabela (4.1), o efeito da falha no atuador  $F_3$  é o mesmo que o da falha no atuador  $F_2$ , logo esse cenário não precisaria ser avaliado, mas com o objetivo de ilustrar a técnica os resultados para o cenário 4 são mostrados nas Figuras (4.8) e (4.9).

O atuador  $F_3$  não foi manipulado, o que pode ser visto na Figura (4.9). Neste caso, tem-se um sistema quadrado ( $3 \times 3$ ), logo as variáveis controladas atingiram o *setpoint* após a perturbação na variável  $C_A$ . O custo para esse caso está disposto na Tabela (4.3).

Tabela 4.3: Comparação dos índices de desempenho - Caso 1.

Caso	Índice $y$	Índice $u$
Cenário 1: manipular $F_1$ , $F_2$ $F_3$ e $F$	$1,725 \times 10^{-3}$	0,160
Cenário 2: manipular $F_2$ $F_3$ e $F$	$1,725 \times 10^{-3}$	0,169
Cenário 3: manipular $F_1$ , $F_3$ e $F$	$1,725 \times 10^{-3}$	0,205
Cenário 4: manipular $F_1$ , $F_2$ e $F$	$1,725 \times 10^{-3}$	0,205

Avaliando-se os índices de desempenho para as variáveis manipuladas ( $u$ ), dispostos

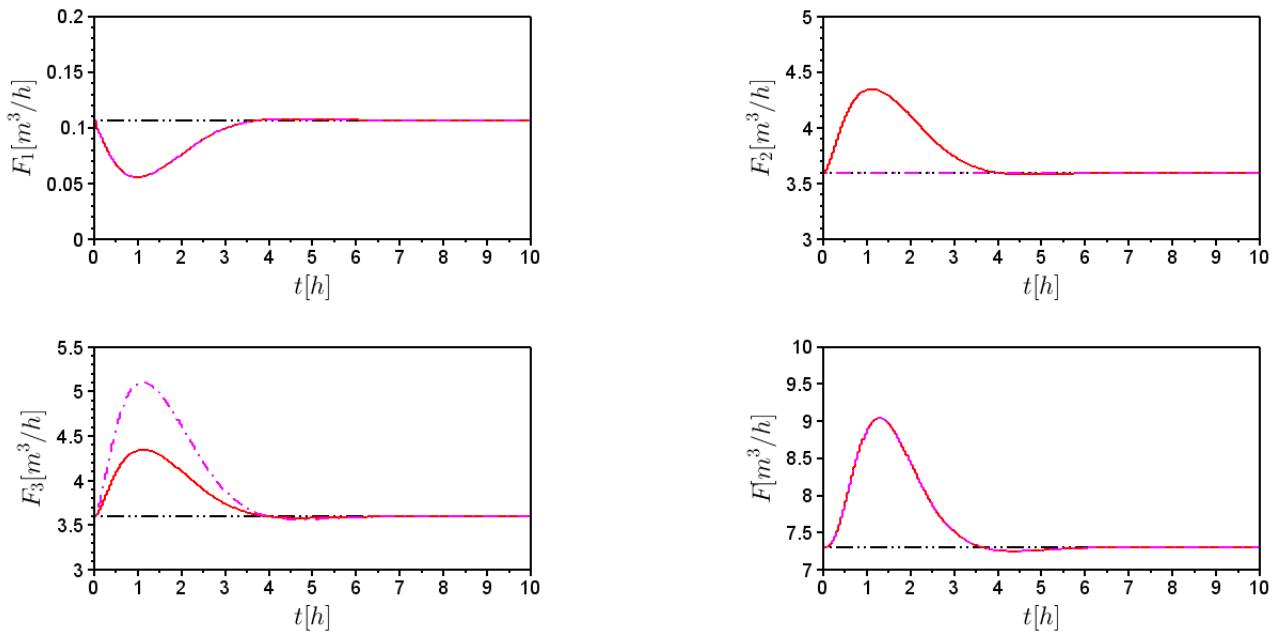


Figura 4.7: Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 3 (... *setpoint*; - cenário 1; -·- cenário 3).

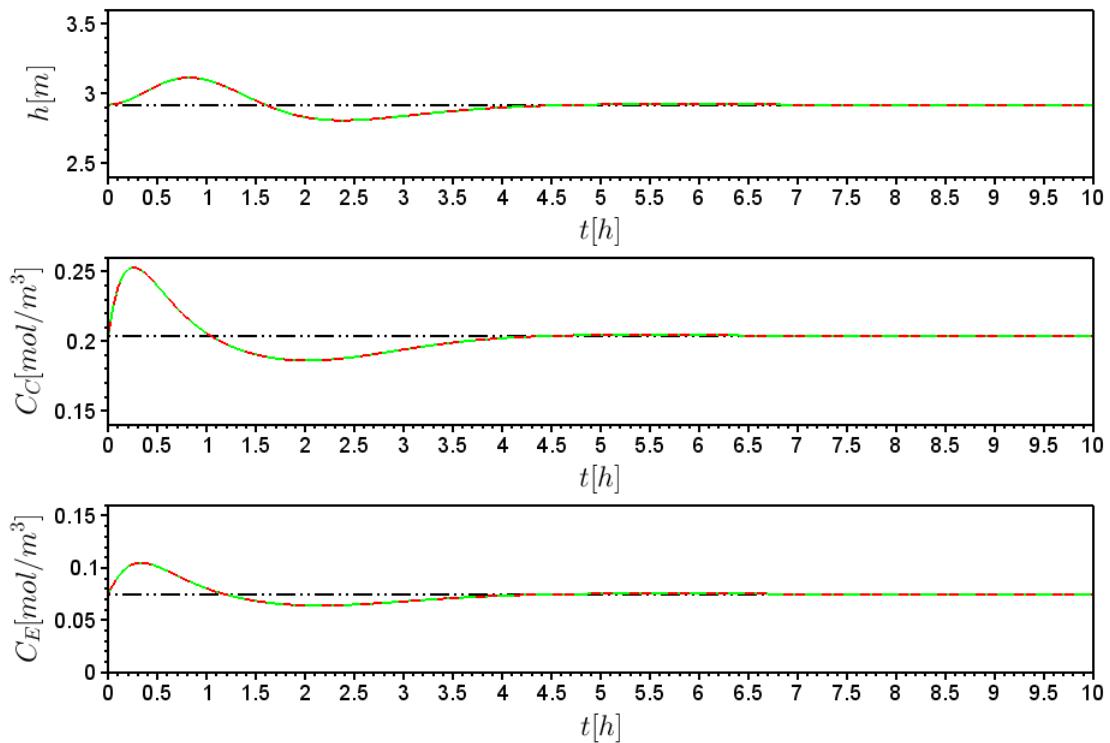


Figura 4.8: Comportamento das variáveis controladas - cenário 4 (... *setpoint*; - cenário 1; -·- cenário 4).

na Tabela 4.3, pode-se notar que para o sistema com redundância de atuadores ( $4 \times 3$ ) o custo foi menor que para os demais sistemas ( $3 \times 3$ ) isso mostra que a alocação de controle é uma ferramenta potencial, a ser considerada no controle de processos quando existem

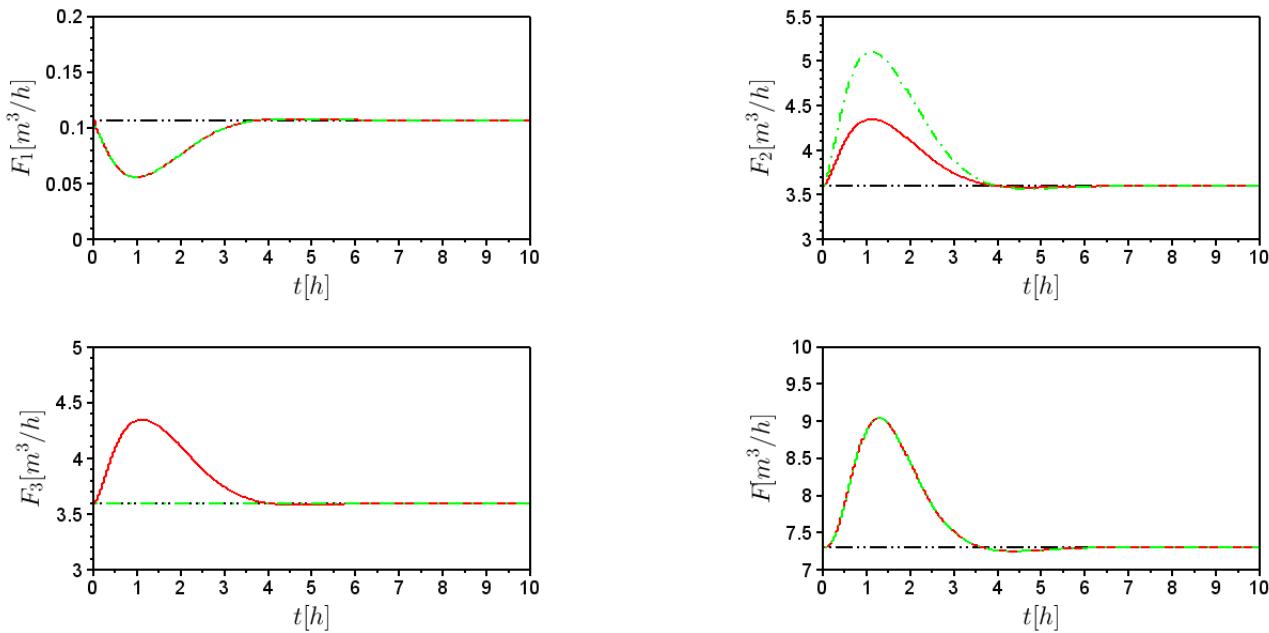


Figura 4.9: Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 4 (... *setpoint*; - cenário 1; -·- cenário 4).

graus de liberdade extras, ou seja, redundância em atuadores. Vale ressaltar que, todas as alternativas de controle foram capazes de levar o sistema para a solução ótima em  $y$ , uma vez que havia graus de liberdade suficientes disponíveis para o controle. Entretanto, a utilização extra de variáveis de controle (redundância de atuador) permite ao sistema de controle não quadrado encontrar no espaço de entradas disponível ao controlador uma solução ótima global. Uma solução ótima também é encontrada quando se tem o controle do sistema quadrado, evidentemente a um custo superior de controle, pois a solução de entrada mantida constante não é mais ótima globalmente e o sistema de controle deve compensar isso com o que se tem disponível nas configurações quadradas.

Para ampliar a justificativa do uso da alocação de controle, outro caso avaliado foi uma mudança no *setpoint* das variáveis controladas. Neste caso, para  $t \leq 5h$  o sistema está operando no estado estacionário 1 (SS1) e para  $t > 5h$  está operando no estado estacionário 2 (SS2). As simulações foram avaliadas para os cenários a seguir.

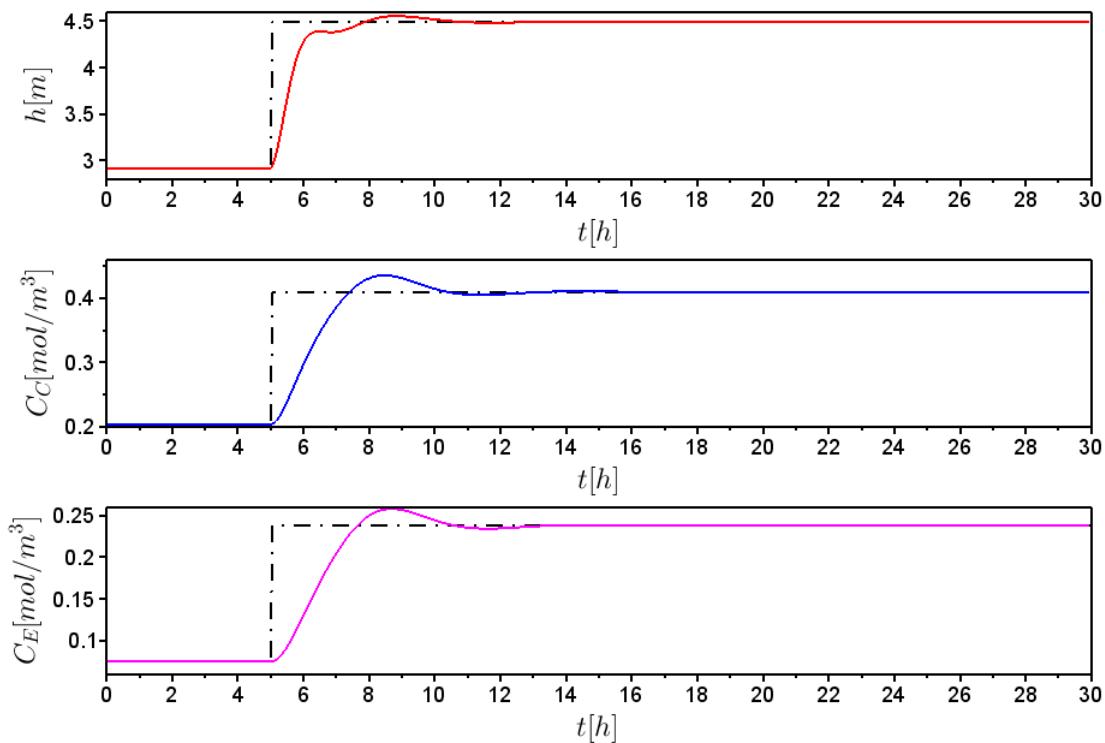
1. Manipular  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F$ ;
2. Manipular  $F_1$ ,  $F_3$  e  $F$ ;
3. Manipular  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F$ .

Os parâmetros utilizados na simulação estão mostrados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Parâmetros da simulação - Caso 2.

Parâmetro	Definição	Valor
$h_{sp_1}; h_{sp_2}$	Nível do reator no <i>setpoint</i> 1 e 2	(2,92; 4,49) $m^3$
$C_{C_{sp_1}}; C_{C_{sp_2}}$	Concentração de C no <i>setpoint</i> 1 e 2	(0,205; 0,40) $mol/m^3$
$C_{E_{sp_1}}; C_{E_{sp_2}}$	Concentração de E no <i>setpoint</i> 1 e 2	(0,075; 0,24) $mol/m^3$
$K_c$	Parâmetros do controlador	[-1; 5; 5]
$\tau_I$	Parâmetros do controlador	[0,07; 0,1; 0,1] $h$

Para o cenário 1 os resultados são mostrados nas Figuras (4.10) e (4.11). Pode-se notar que tanto as variáveis manipuladas quanto as variáveis controladas atingiram o novo *setpoint*. Neste caso, os quatro atuadores estão sendo manipulados para controlar a três variáveis controladas. O custo para esse caso está disposto na Tabela (4.5).

Figura 4.10: Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 (--- *setpoint*).

Os resultados da simulação para o cenário 2 são mostrados nas Figuras (4.12) e (4.13). Com a finalidade de comparação, os resultados para o cenário 1, em que se manipula os quatro atuadores, será apresentado juntamente com os demais cenários.

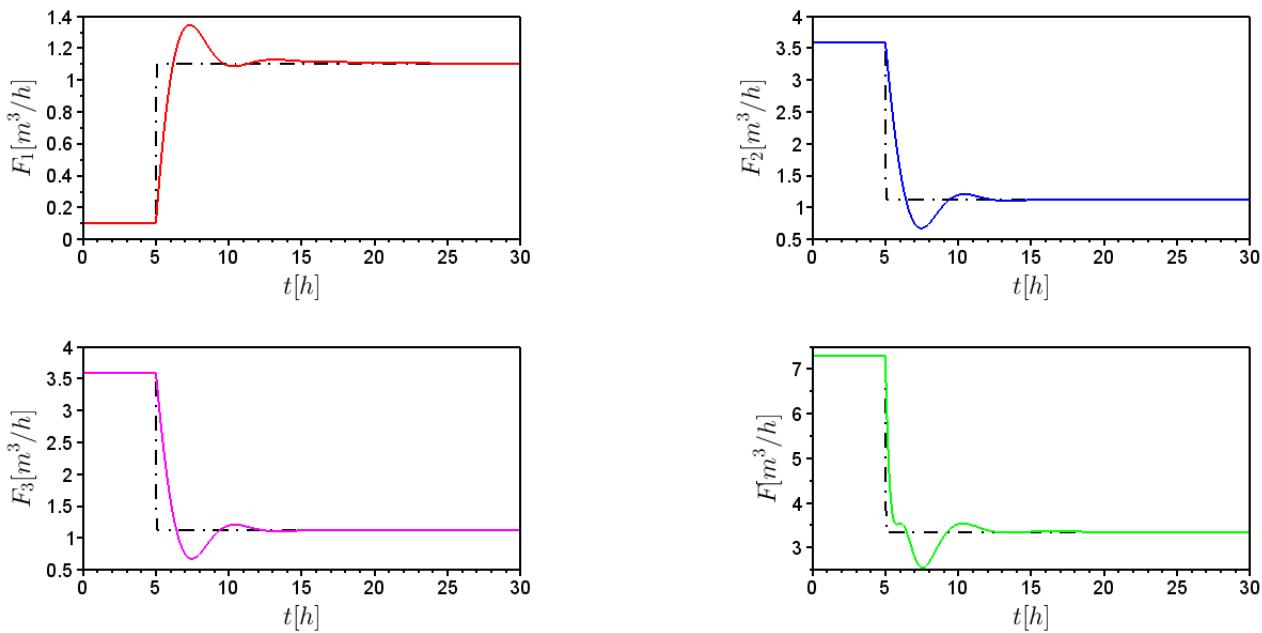


Figura 4.11: Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 1 (-.- setpoint).

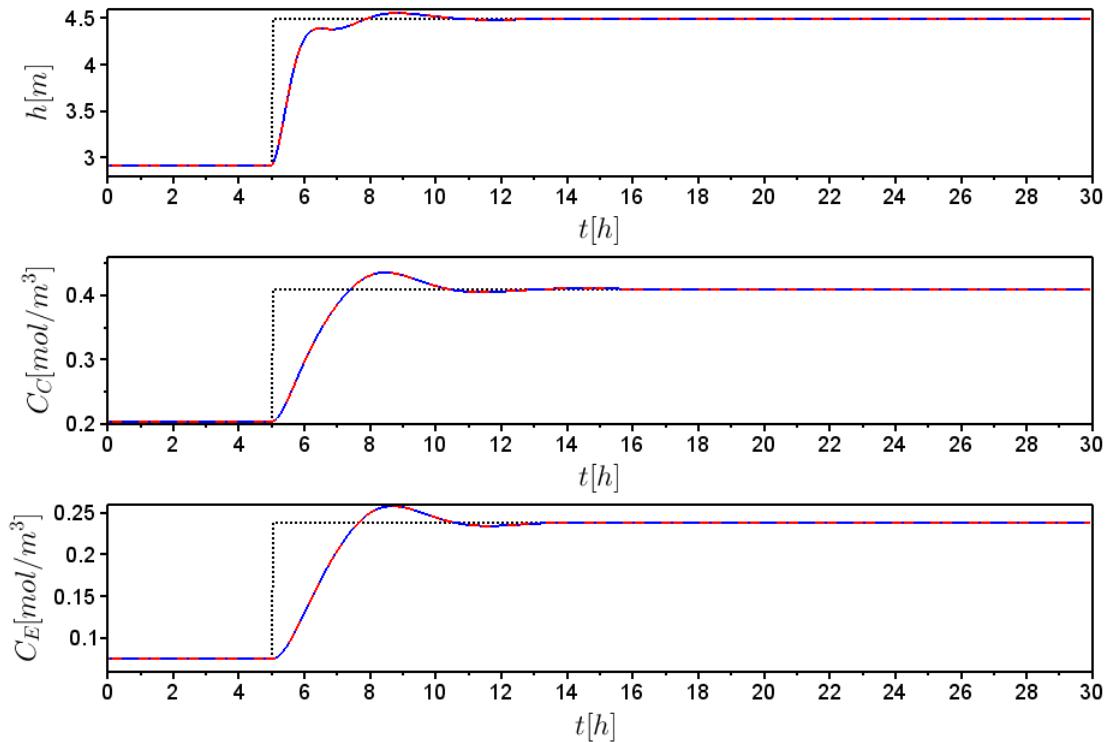


Figura 4.12: Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 (... setpoint; - cenário 1; -·- cenário 2).

Neste caso, a vazão de  $F_2$  não foi manipulada, isso pode ser visto na Figura (4.13). O custo para esse caso está disposto na Tabela (4.5).

Como no caso anterior, o efeito da falha no atuador  $F_3$  é o mesmo que o da falha no

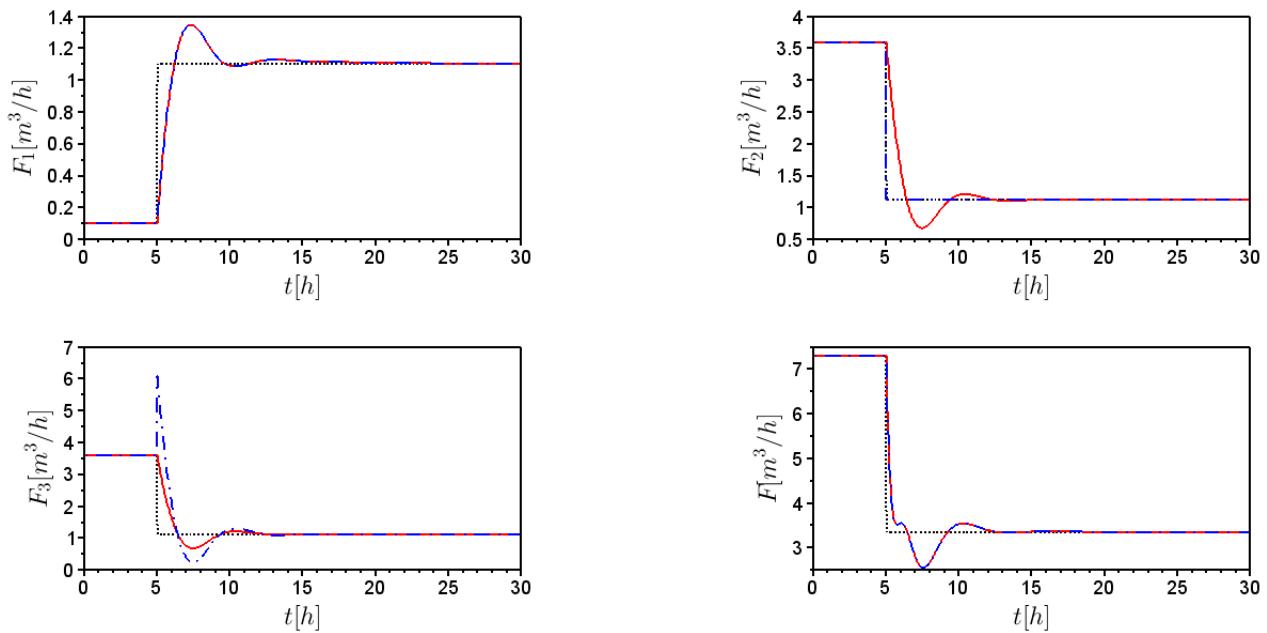


Figura 4.13: Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 2 (... *setpoint*; - cenário 1; -·- cenário 2).

atuador  $F_2$ , logo esse cenário não precisaria ser avaliado, mas com o objetivo de ilustrar a técnica os resultados para o cenário 3 são mostrados nas Figuras (4.14) e (4.15).

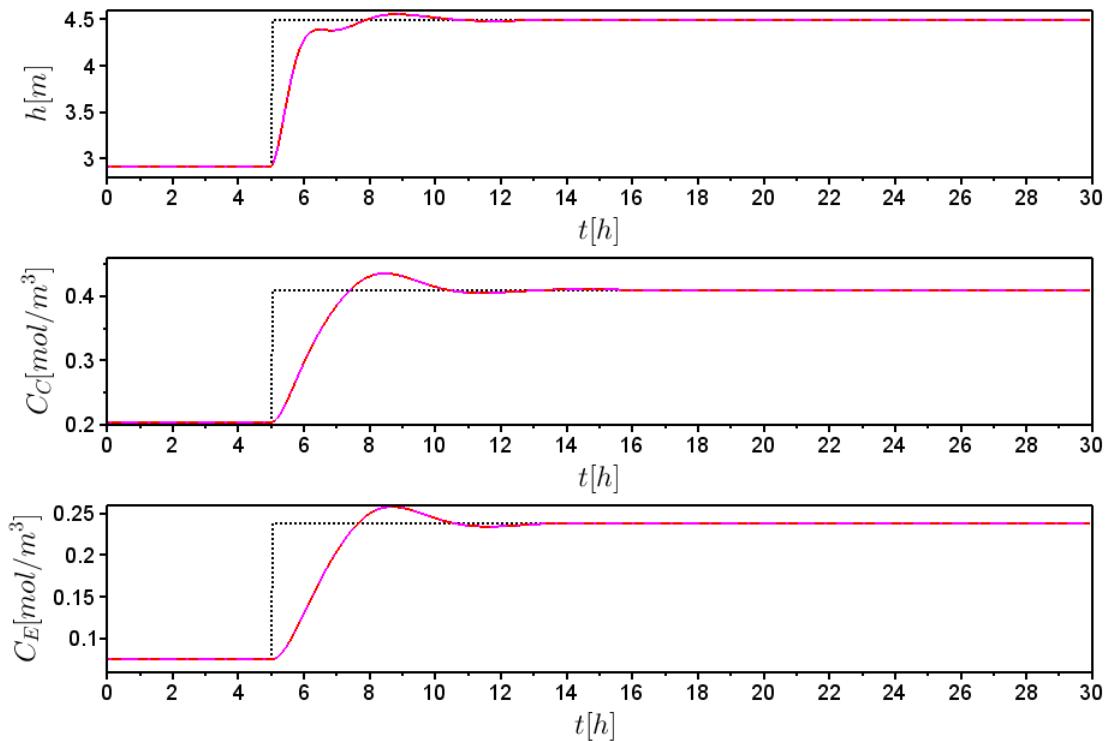


Figura 4.14: Comportamento das variáveis controladas - cenário 3 (... *setpoint*; - cenário 1; -·- cenário 3).

Na Tabela (4.5) estão dispostos os índices de desempenho para os cenários avaliados

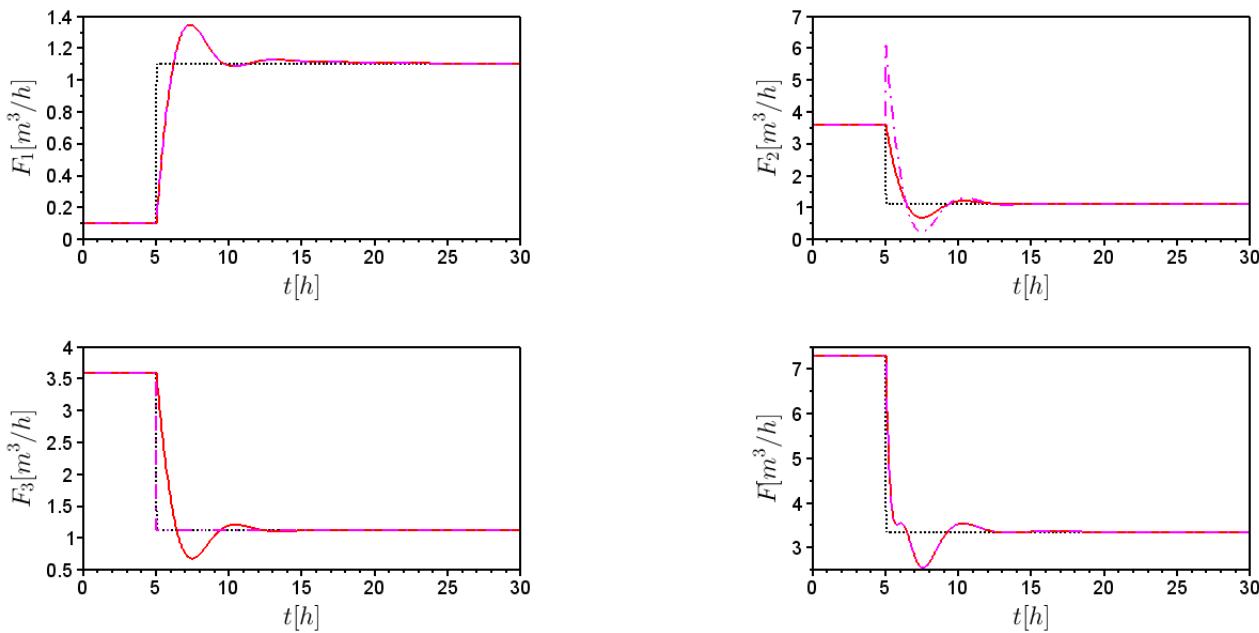


Figura 4.15: Comportamento das variáveis manipuladas- cenário 3 (... setpoint; - cenário 1; -.- cenário 3).

anteriormente.

Tabela 4.5: Comparação dos índices de desempenho - Caso 2.

Caso	Índice $y$	Índice $u$
Cenário 1: manipular $F_1$ , $F_2$ $F_3$ e $F$	0,914	4,192
Cenário 2: manipular $F_1$ , $F_3$ e $F$	0,914	10,291
Cenário 3: manipular $F_1$ , $F_2$ e $F$	0,914	10,291

Como no caso anterior, pode-se notar que para o sistema com redundância de atuadores ( $4 \times 3$ ) o custo foi menor que para os demais sistemas ( $3 \times 3$ ). Novamente fica comprovado que a alocação de controle é uma ferramenta potencial, a ser considerada no controle de processos quando, existem graus de liberdade extras.

Nas seções posteriores, será avaliada a eficiência das técnicas de alocação de controle baseadas em fatoração e em modelo de referência aplicadas à sistemas da Engenharia Química na presença de falhas em atuadores.

### 4.1.3 Problema de alocação baseado em fatoração - Algoritmo discreto

O problema de alocação de controle baseado em fatoração apresentado na seção 3.2 será aplicado ao reator isotérmico com o objetivo de avaliar a eficiência desta técnica. Os

parâmetros utilizados estão dispostos na Tabela (4.6).

Tabela 4.6: Parâmetros do sistema CSTR.

Parâmetro	Definição	Valor
$C_{A0_1}$	Concentração do reagente A na corrente 1	1,5 mol/L
$C_{B0_1}$	Concentração do reagente B na corrente 1	1,2 mol/L
$C_{A0_2}$	Concentração do reagente A na corrente 2	1 mol/L
$C_{B0_2}$	Concentração do reagente B na corrente 2	0,9 mol/L
$C_{A0_3}$	Concentração do reagente A na corrente 3	1 mol/L
$C_{B0_3}$	Concentração do reagente B na corrente 3	0,9 mol/L
$k_1$	Constante da reação 1	1 mol/(L min)
$k_2$	Constante da reação 2	2 mol/(L min)

#### 4.2.2.1 MPC - (*Model Predictive Control*)

Com o objetivo de comparar a alocação de controle baseada em fatoração, implementou-se um estudo em que foi usado um MPC baseado em um modelo não linear discretizado e simulado com a planta contínua. O primeiro controlador investigado foi o MPC padrão aplicado ao sistema não quadrado ( $3 \times 4$ ) para o controle da concentração de  $C$ , da concentração de  $E$  e para o controle do nível do reator. Para tanto encontram-se disponíveis para serem manipuladas as vazões de entrada ( $F_1, F_2, F_3$ ) e a vazão de saída ( $F$ ). Em seguida avaliaram-se cenários de falhas para os seguintes casos:

- *Caso 1:* MPC ( $3 \times 4$ ) acoplado a válvula inteligente que encontra os valores de  $u$  ótimos restantes para o controle - resultando em um problema ( $3 \times 3$ );
- *Caso 2:* MPC ( $3 \times 4$ ) sempre determina os valores de  $u$  para todas as variáveis, mas a válvula é incapaz de implementar o valor no processo quando ocorre falha.

Assim, os cenários selecionados foram:

1. Operação normal;
2. Operação com falha em  $F_1$ ;
3. Operação com falha em  $F_2$ ;
4. Operação com falha em  $F_1$  e  $F_3$ .

Para as simulações, foram selecionados os seguintes parâmetros, dispostos na Tabela (4.7).

Tabela 4.7: Parâmetros das simulações

Parâmetro	Definição	Valor
$V_0$	Volume inicial	3,0 L
$C_{A0}; C_{B0}$	Concentração inicial de A e B	(0,65; 0,60) mol/L
$C_{C0}; C_{D0}; C_{E0}$	Concentração inicial de C, D e E	(0,20; 0,12; 0,08) mol/L
$C_{C_{sp1}}; C_{C_{sp2}}; C_{C_{sp3}}$	Concentração de C no setpoint 1,2 e 3	(0,20; 0,31; 0,32) mol/L
$C_{E_{sp1}}; C_{E_{sp2}}; C_{E_{sp3}}$	Concentração de E no setpoint 1,2 e 3	(0,08; 0,15; 0,16) mol/L
$V_{sp1}; V_{sp2}; V_{sp3}$	Volume do reator no setpoint 1,2 e 3	(2,9; 2,3; 2,5) L
$Q$	Parâmetro do controlador	(100; 100; 1)
$R$	Parâmetro do controlador	(1; 1; 1) ou (1; 1; 1)
$N = N_v$	Parâmetro do controlador	10
$Q_v$	Parâmetro do controlador	(100; 100; 1)
$R_v$	Parâmetro do controlador	(1; 1; 1)
$W$	Parâmetro do controlador	(100; 100; 100; 1)

#### 4.2.2.2 Problema de alocação de controle - MPCA

Utilizando o modelo descrito pelas Equações de (4.1) a (4.6) obtém-se a matriz  $\mathbf{B}_u$ . Para esse sistema  $n = 3$  (variáveis controladas),  $m = 4$  (variáveis manipuladas) e o *posto*  $\mathbf{B}_u = k = 3$ . Como *posto*  $\mathbf{B}_u < m$  pode-se aplicar, nesse processo, o problema de alocação de controle baseado em fatoração. A fatoração da matriz  $\mathbf{B}_u$  é similar àquela mostrada no Apêndice A. Assim, tem-se matriz  $\mathbf{B}_u$  na forma reduzida, denominada de  $\mathbf{B}_{ur}$ .

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{C_{A01}-C_A}{V} & \frac{C_{A02}-C_A}{V} & \frac{C_{A03}-C_A}{V} & 0 \\ \frac{C_{B01}-C_B}{V} & \frac{C_{B02}-C_B}{V} & \frac{C_{B03}-C_B}{V} & 0 \\ \frac{-C_C}{V} & \frac{-C_C}{V} & \frac{-C_C}{V} & 0 \\ \frac{-C_D}{V} & \frac{-C_D}{V} & \frac{-C_D}{V} & 0 \\ \frac{-C_E}{V} & \frac{-C_E}{V} & \frac{-C_E}{V} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{B}_{ur} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

A fatoração da matriz  $\mathbf{B}_u$  foi realizada utilizando a matriz  $\mathbf{B}_{ur}$ . Assim, as matrizes  $\mathbf{B}_v$  e  $\mathbf{B}$  foram obtidas, e são mostradas a seguir.

$$\mathbf{B}_v = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ \frac{C_{A0_1}-C_A}{V} & \frac{C_{A0_2}-C_A}{V} & 0 \\ \frac{C_{B0_1}-C_B}{V} & \frac{C_{B0_2}-C_B}{V} & 0 \\ \frac{-C_C}{V} & \frac{-C_C}{V} & 0 \\ \frac{-C_D}{V} & \frac{-C_D}{V} & 0 \\ \frac{-C_E}{V} & \frac{-C_E}{V} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Para o problema de alocação de controle o controlador virtual utilizado foi o MPC com as variáveis de controle transformadas (problema  $3 \times 3$ ). Em seguida avaliaram-se os mesmos cenários de falhas determinados na seção anterior. Nesse caso foram testadas duas sintonias:

1. **Sintonia 1** - adotou-se a mesma sintonia do controlador MPC para cenários simulados para a camada de alocação de controle  $C1$ , mostrada na Tabela (4.8);
2. **Sintonia 2** - adotou-se sintonia diferente para os cenários simulados pelo MPCA, mostrada na Tabela (4.8).

O propósito desse estudo foi o de mostrar que um desempenho equivalente a um controlador preditivo para um problema com mais graus de liberdade que necessários pode ser realizado para qualquer controlador nas variáveis transformadas, deixando a tarefa de alocação do controle para uma etapa seguinte (denominado  $C2$  neste estudo). Isso possibilita a utilização de controladores clássicos, como do tipo PID (Proporcional-Integral-Derivativo), num cenário com redundância de atuadores e implementados de forma ótima e adicionando-se restrições.

#### 4.2.2.3 Resultados

##### *Cenário 1:* Operação normal

Primeiramente foi selecionado o cenário 1, ou seja, manipularam-se  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F$ . O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (4.16) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (4.17).

Tabela 4.8: Parâmetros do controlador para a simulação.

Sintonia 1 - MPC e MPC		
Parâmetro	Definição	Valor
$Q$	Matriz de ponderação do erro	$diag([100, 100, 1])$
$R$	Matriz de ponderação em relação à trajetória	$diag([1, 1, 1, 1])$
$S$	Matriz de ponderação em relação à velocidade da variável manipulada	$diag([1, 1, 1, 1])$
Sintonia 2 - MPC		
Parâmetro	Definição	Valor
$Q$	Matriz de ponderação do erro	$diag([300, 300, 5])$
$R$	Matriz de ponderação em relação à trajetória	$diag([1, 1, 1, 1])$
$S$	Matriz de ponderação em relação à velocidade da variável manipulada	$diag([1, 1, 1, 1])$

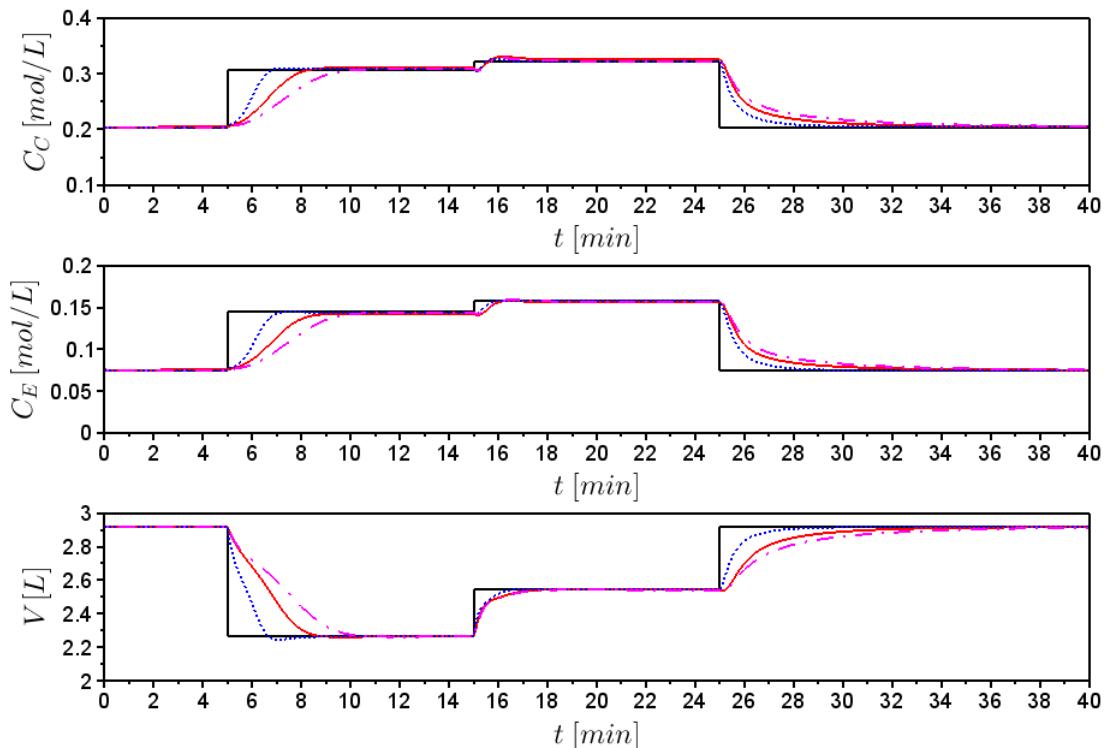


Figura 4.16: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 1: operação normal (- MPC: caso 1 e 2, -.- MPC - sintonia 1, ... MPC - sintonia 2, - setpoint).

Os resultados das Figuras (4.16) e (4.17) indicam que o MPC é mais lento quando comparado com o MPC com mesmos valores para os parâmetros do controlador. Mas, após ressintonia, ambos controladores fornecem comportamentos satisfatórios. Como comparação, a Tabela (4.9) apresenta os valores dos índices de desempenho dados pela Equação (3.60).

Comparando-se os valores apresentados na Tabela (4.9), pode-se notar que o controle com alocação apresentou desempenho similar, mesmo sem nova sintonia do controlador,

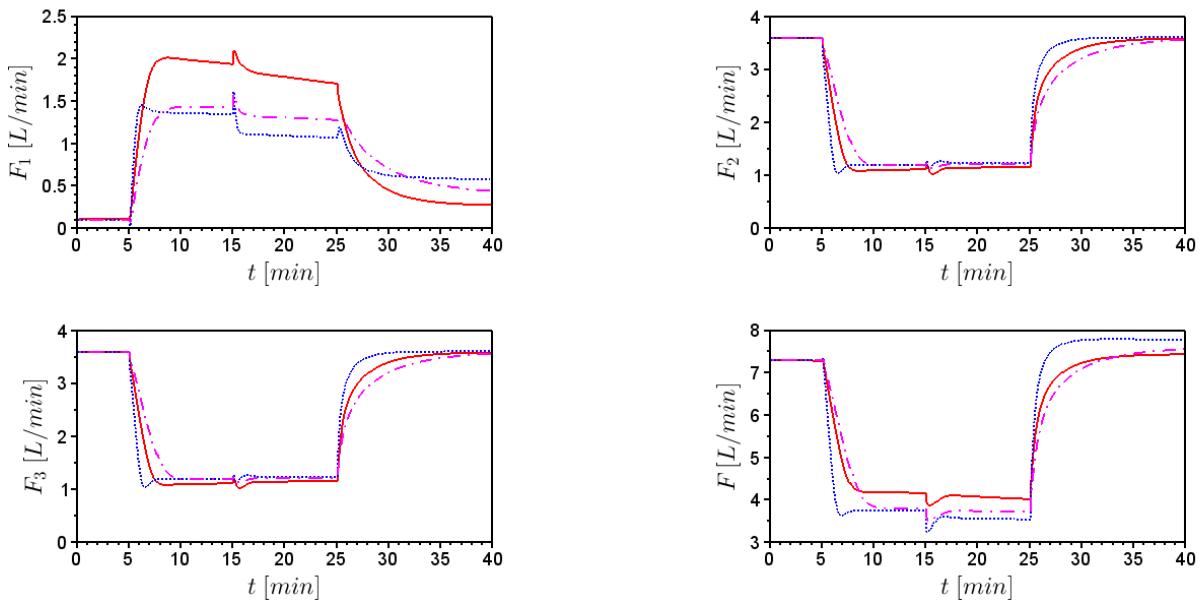


Figura 4.17: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 1: operação normal (— MPC: caso 1 e 2, -·- MPCA: sintonia 1, ... MPCA: sintonia 2).

Tabela 4.9: Índices de desempenho - Cenário 1.

Caso	Índice $y$
MPC - caso 1	0,342
MPC - caso 2	0,342
MPCA - sintonia 1	0,452
MPCA - sintonia 2	0,135

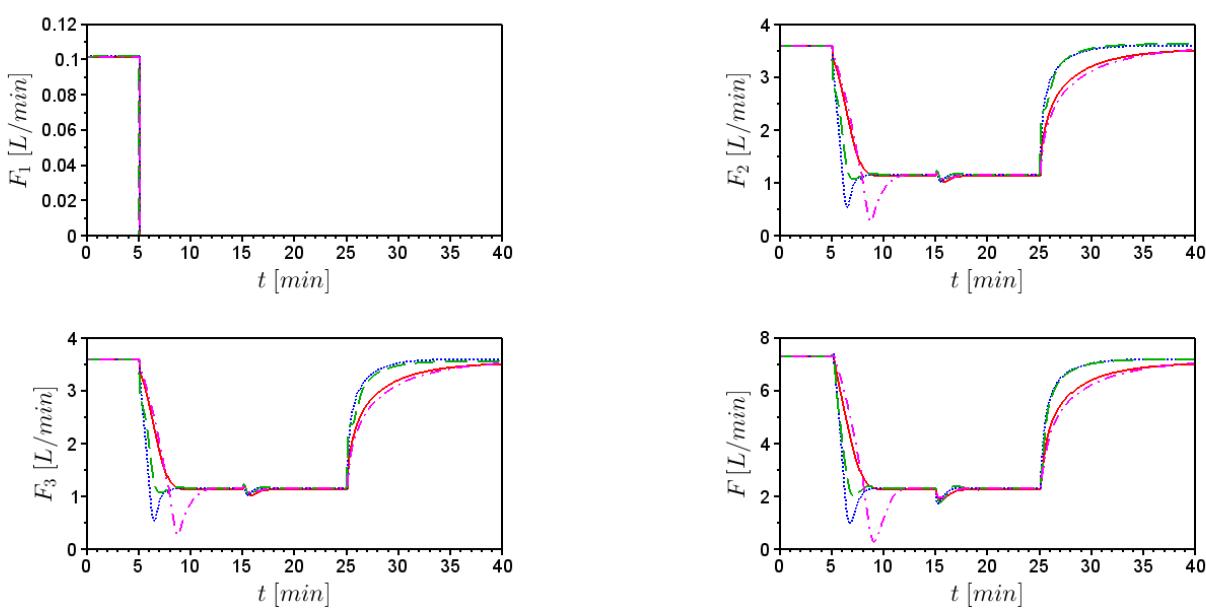
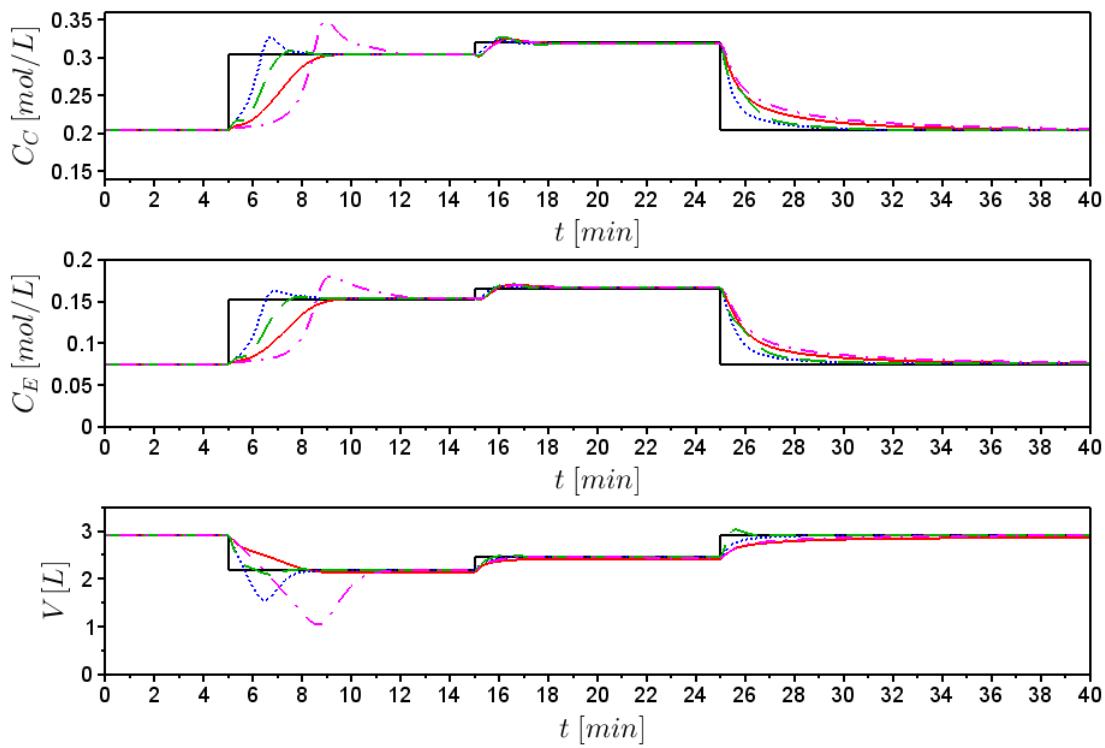
com um aspecto positivo, pois, pode ser implementado para uma alocação que utilize qualquer controlador na etapa denominada  $C1$  (aqui um controlador MPC foi usado para se retirar diferenças estruturais e de sintonia para a comparação dos diversos cenários).

### Cenário 2: Falha em $F_1$

Considera-se que a válvula  $F_1$  é ar para abrir, ocorrendo uma falha no suprimento de ar, em  $t = 5 \text{ min}$ , a válvula falha fechada. O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA (sintonia 1 e 2) está mostrado na Figura (4.18) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (4.19).

Analizando-se a Figura (4.18) pode-se notar que, mesmo com falha em um dos atuadores, tanto o MPC quanto o MPCA agiram satisfatoriamente e mantiveram as variáveis controladas nos valores desejados. O custo para as variáveis controladas ( $y$ ) estão mostrados na Tabela (4.10).

Analizando-se os índices de desempenho, para o cenário em que  $F_1$  falha fechada, pode-se notar a superioridade do controlador para o problema de alocação com a sintonia



2. Mesmo assim, o comportamento das variáveis controladas para os demais cenários avaliados foi satisfatório, visto na Figura (4.18). É importante que se enfatize que nenhum esforço de sintonia foi realizado, e que todos os cenários com falhas foram realizados com

Tabela 4.10: Índices de desempenho - Cenário 2:  $F_1$  falha fechada.

Caso	Índice $y$
MPC - caso 1	0,766
MPC - caso 2	0,694
MPCA - sintonia 1	2,578
MPCA - sintonia 2	0,298

as sintonias dispostas na Tabela (4.8).

Outro caso avaliado é o travamento da válvula  $F_1$  em  $t = 5 \text{ min}$ . O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (4.20) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (4.21).

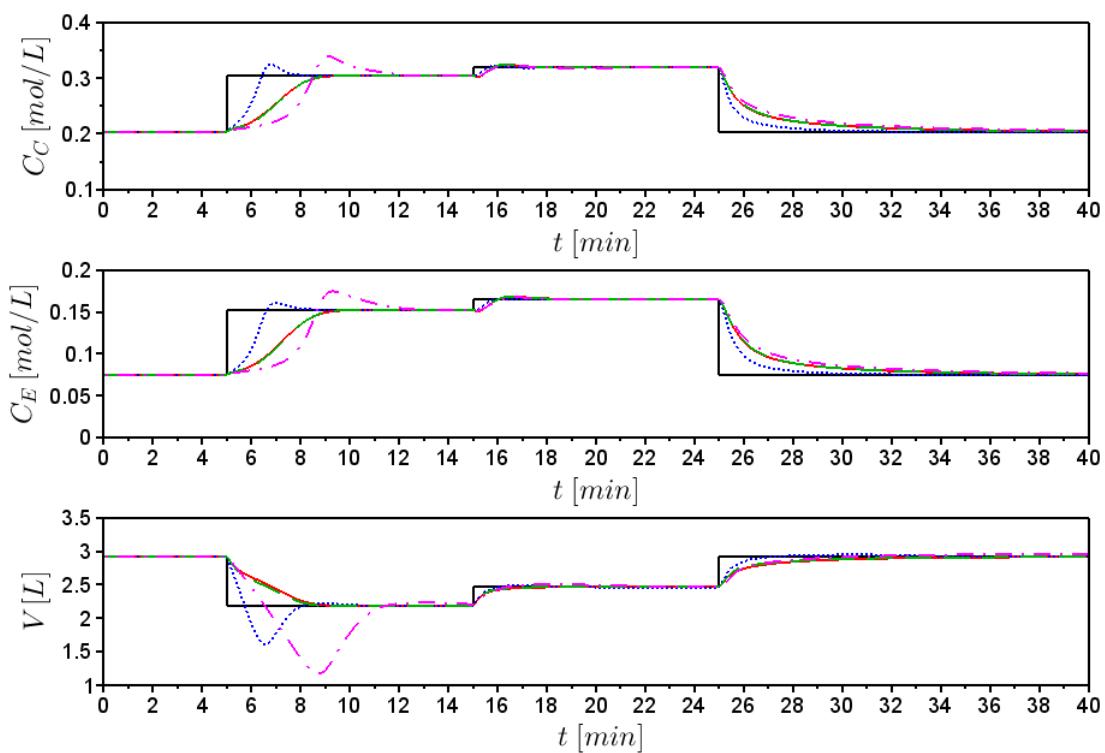


Figura 4.20: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 2:  $F_1$  falha travada (- MPC: caso 1, - - - MPC: caso 2, - - - MPCA: sintonia 1, ... MPCA: sintonia 2, - setpoint).

O comportamento das variáveis controladas, mostrado na Figura (4.20), foi satisfatório para o MPC (caso 1 e 2), pois os resultados ficaram próximos dos valores desejados. No caso do MPCA (sintonia 1 e 2), pode-se notar *overshoots* em  $C_C$  e  $C_E$  e *undershoots* em  $V$ , esses comportamentos mostram que nesta transição o MPCA necessita de ressintonia. No entanto, mesmo perdendo um grau de liberdade a alocação de controle baseada em fatoração foi capaz de manter as variáveis controladas dentro de valores aceitáveis para o processo. O custo para as variáveis controladas ( $y$ ) está mostrado na Tabela (4.11).

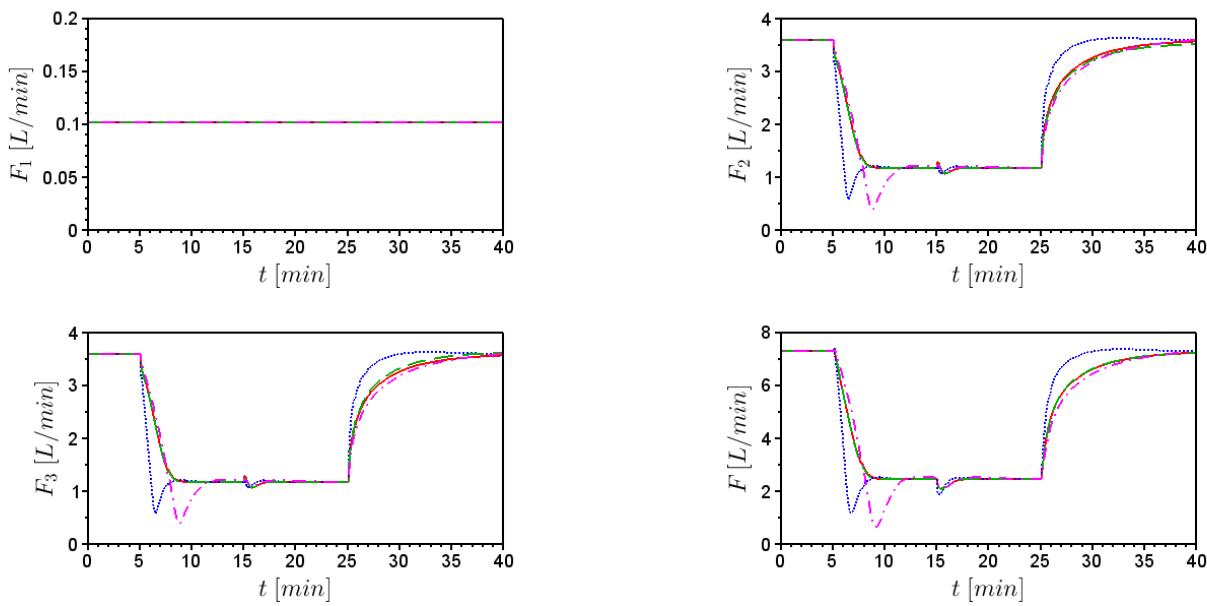


Figura 4.21: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 2:  $F_1$  falha travada (- MPC: caso 1, - - MPC: caso 2, -.- MPCA: sintonia 1, ... MPCA: sintonia 2).

Tabela 4.11: Índices de desempenho - Cenário 2:  $F_1$  falha travada.

Caso	Índice y
MPC - caso 1	0,658
MPC - caso 2	0,579
MPCA - sintonia 1	2,257
MPCA - sintonia 2	0,278

Avaliando-se os índices de desempenho pode-se notar que para o MPC casos 1 e 2 os valores são próximos, como mostrado na Figura (4.20). Para o sistema em que utilizou o MPCA o índice de desempenho para a sintonia 1 foi superior aos demais, entretanto para a sintonia 2 foi inferior, o que significa que a alocação de controle baseada em fatoração possui um desempenho superior aos demais casos analisados para a sintonia utilizada.

### Cenário 3: Falha em $F_2$

Neste caso, será considerado uma falha em  $F_2$ , a qual falha travada ( $F_2 = 3,6 \text{ L/min}$ ) em  $t = 5 \text{ min}$ . O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (4.22) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (4.23).

Analizando-se a Figura (4.23) pode-se notar que as vazões  $F_1$  e  $F_3$  saturaram no valor de mínima vazão (zero) em alguns pontos, assim, será impossível atingir o *setpoint* determinado, pois não existe vazão negativa. O custo para as variáveis controladas ( $y$ ) estão mostrados na Tabela (4.12).

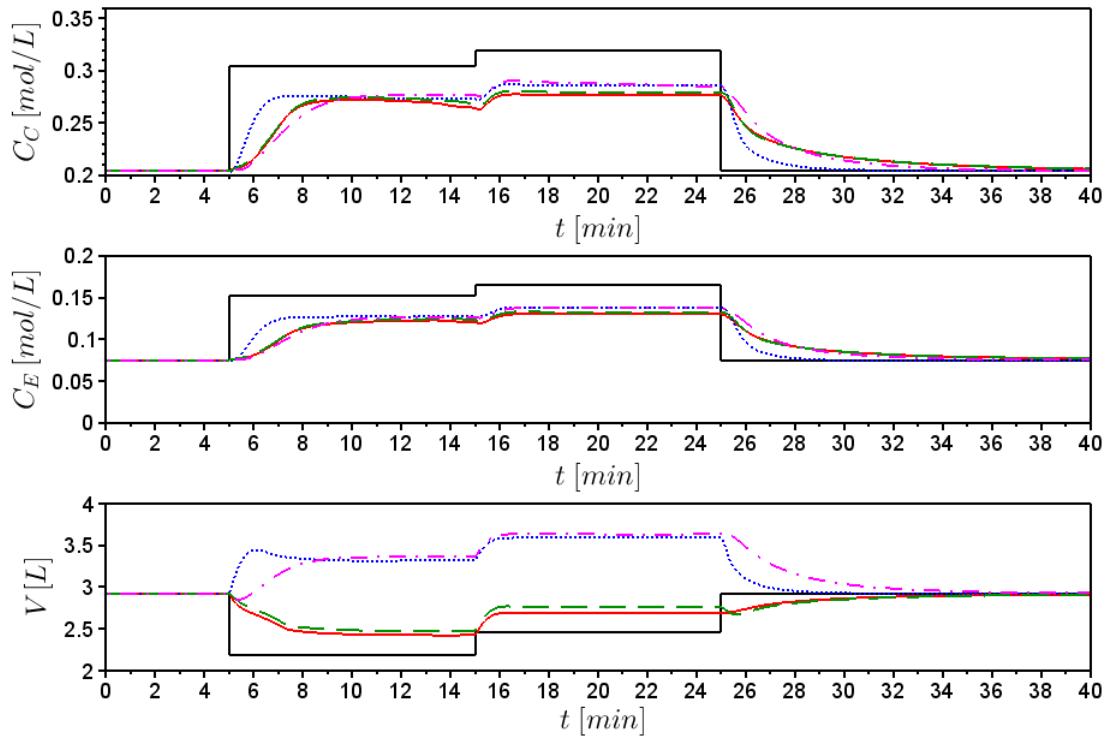


Figura 4.22: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 3:  $F_2$  falha travada (- MPC: caso 1, - - MPC: caso 2, - - - MPCA: sintonia 1, ... MPCA: sintonia 2, - - setpoint).

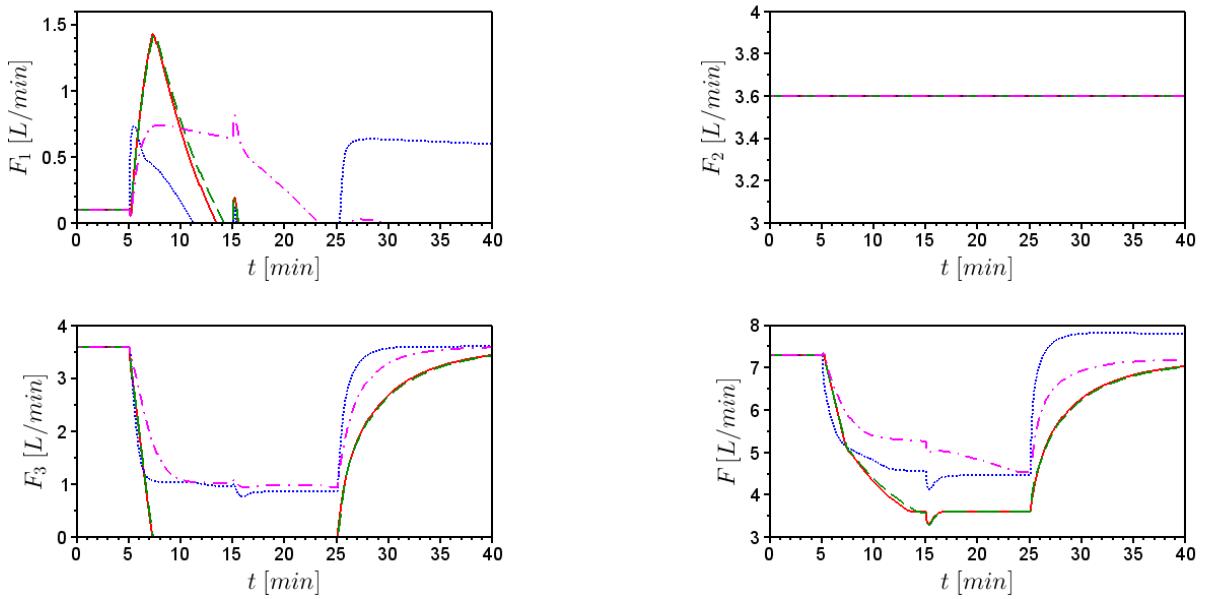


Figura 4.23: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 3:  $F_2$  falha travada (- MPC: caso 1, - - MPC: caso 2, - - - MPCA: sintonia 1, ... MPCA: sintonia 2).

Neste caso, analisando-se a Tabela (4.12), pode-se concluir que os resultados não foram satisfatórios, comprovando o que já foi mostrado nas Figuras (4.22) e (4.23). Isso pode ser explicado pelo fato de que não havia região de operabilidade disponível do espaço

Tabela 4.12: Índices de desempenho - Cenário 3:  $F_2$  falha travada.

Caso	Índice y
MPC - caso 1	2,386
MPC - caso 2	1,694
MPCA - sintonia 1	26,061
MPCA - sintonia 2	12,922

de entrada para cobrir o mesmo espaço de saída, ou seja, o espaço de saída está no limite da região de operabilidade para o conjunto de entradas. Assim, no cenário em que há falhas em atuadores, pode ocorrer que o *setpoint* originalmente selecionado não mais pode manter o ponto de operação desejado após a estrutura de controle perder atuador e então graus de liberdade necessário. Uma maneira de fazer isso é pela reavaliação do ponto de operação desejado, uma vez que uma ou mais entradas não mais são variáveis. A nova condição pode ser determinada com objetivos econômicos e de segurança e deverá ser mantida até que o problema nos atuadores seja resolvido. Nesse estudo, ao invés de se avaliar nova condição de operação, revisitou-se o ponto de operação original de forma que fosse capaz de acomodar o cenário de falha investigado. Com o objetivo de avaliar a eficiência da técnica, foi determinado outro espaço de saída, mostrado na Tabela (4.13).

Tabela 4.13: Novo *setpoint*.

Parâmetro	Definição	Valor
$C_{C_{sp1}}; C_{C_{sp2}}; C_{C_{sp3}}$	Concentração de C no <i>setpoint</i> 1,2 e 3	(0,21; 0,35; 0,33) mol/L
$C_{E_{sp1}}; C_{E_{sp2}}; C_{E_{sp3}}$	Concentração de E no <i>setpoint</i> 1,2 e 3	(0,075; 0,18; 0,16) mol/L
$V_{sp1}; V_{sp2}; V_{sp3}$	Volume do reator no <i>setpoint</i> 1,2 e 3	(2,9; 4,65; 3,9) L

Os resultados da simulação estão mostrados nas Figuras (4.24) e (4.25).

Pode-se notar, pela Figura (4.24), que as variáveis controladas seguiram o novo *setpoint* determinado, mesmo com a falha em  $F_2$ , o que não ocorreu no caso mostrado na Figura (4.22). Assim, fica evidente que, neste caso (Figura 4.22), houve um problema de projeto, e não ineficiência da técnica estudada. O custo para as variáveis controladas ( $y$ ) estão mostrados na Tabela (4.14).

Tabela 4.14: Índices de desempenho - Cenário 3: falha travada (novo *setpoint*).

Caso	Índice y
MPC - caso 1	1,124
MPC - caso 2	1,209
MPCA - sintonia 1	17,017
MPCA - sintonia 2	0,376

Comparando-se os valores apresentados na Tabela (4.14), pode-se notar uma superioridade para o caso 2 do MPC, quando comparado ao MPCA para a mesma sintonia. Por

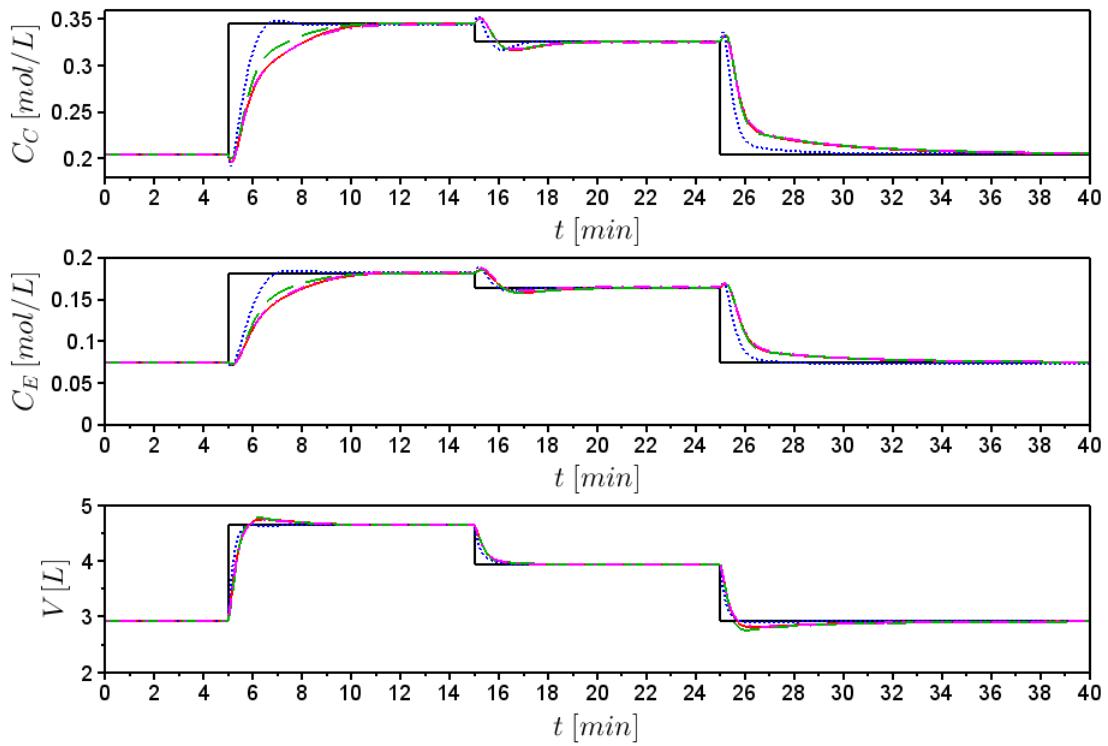


Figura 4.24: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 3 - Novo *setpoint*:  $F_2$  falha travada (- MPC: caso 1, - - - MPC: caso 2, - - MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2, - *setpoint*).

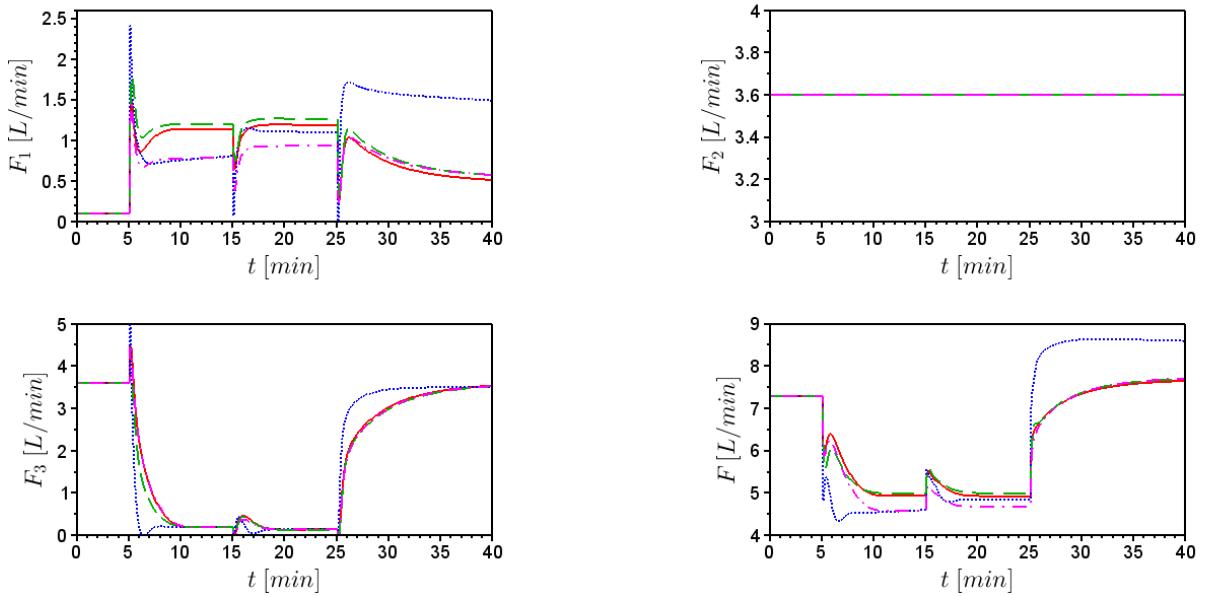


Figura 4.25: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 3 - Novo *setpoint*:  $F_2$  falha travada (- MPC: caso 1, - - - MPC: caso 2, - - MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2).

sua vez, o controle com alocação para a sintonia 2 apresentou um desempenho superior aos demais, como o esperado. Vale ressaltar que o controle com alocação possui um aspecto

relevante, podendo ser implementado para uma alocação que utilize qualquer controlador na etapa denominada  $C1$ .

**Cenário 4:** Falha em  $F_1$  e  $F_3$

Neste caso, as válvulas  $F_1$  e  $F_3$  falham travadas em  $t = 5 \text{ min}$ . O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (4.26) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (4.27).

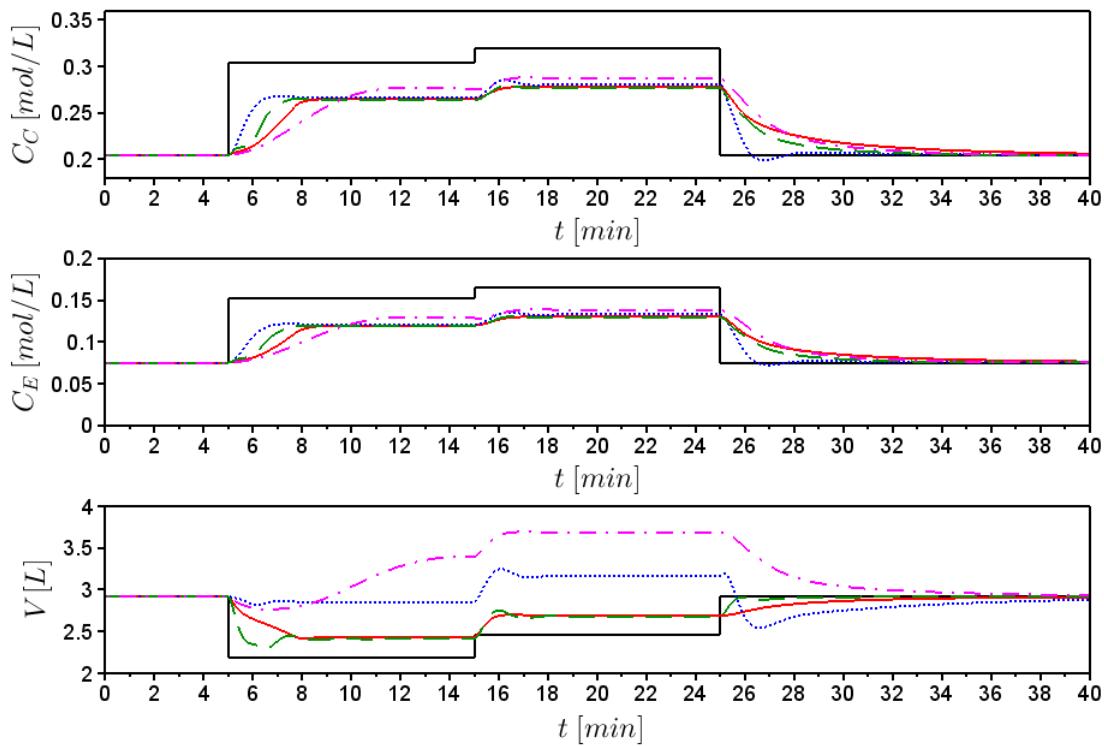


Figura 4.26: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 4:  $F_1$  e  $F_3$  falham travadas (- MPC: caso 1, - - MPC: caso 2, - - - MPCA: sintonia 1, ... MPCA: sintonia 2, - setpoint).

Neste caso houve a perda de dois graus de liberdade, ou seja, há apenas a possibilidade de manipular 2 atuadores para controlar 3 variáveis. Isso faz com que o sistema seja incapaz de manter todas as variáveis nos valores do *setpoint* requerido. Entretanto, analisando a Figura (4.27), pode-se notar que os controladores fizeram uma tentativa de controlar o processo manipulando os atuadores disponíveis. Vale destacar que na faixa de tempo de  $5 - 25 \text{ min}$  o atuador  $F_2$  ficou saturado em seu valor mínimo o que acabou dificultando essa tentativa de controle. Pela Figura (4.26), levando em conta as condições já mencionadas, pode-se dizer que o processo foi “controlado” deixando um *offset*. Novamente, nesse caso, seria razoável que um novo ponto de operação fosse determinado contemplando um novo espaço operacional disponível para a situação de falhas. No caso da alocação de controle, como não há a necessidade de detecção da falha, assim, isso teria que ser adicionado ao sistema em um camada de monitoramento do sistema de controle.

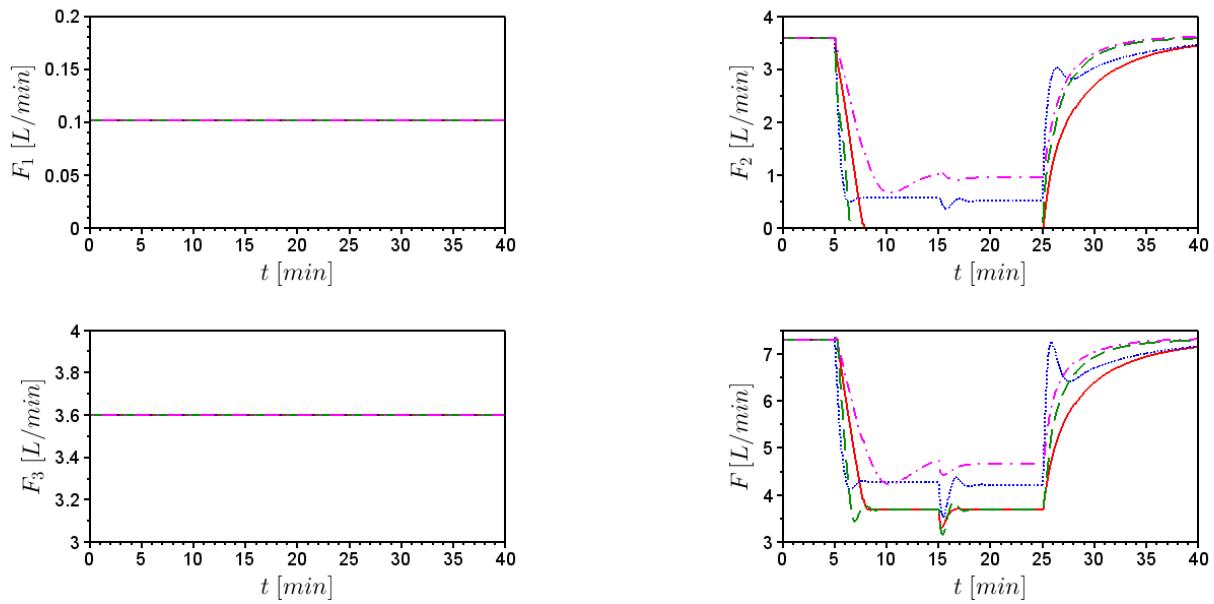


Figura 4.27: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 4:  $F_1$  e  $F_3$  falham travadas (- MPC: caso 1, - - - MPC: caso 2, - - MPC: sintonia 1, ... MPC: sintonia 2).

Com o objetivo de avaliar melhor a eficiência da técnica de alocação baseada em fatoração - algoritmo discreto foram avaliados em outros cenários além desses apresentados anteriormente. Como os resultados foram semelhantes optou-se por apresentá-los apenas no Apêndice D.

#### 4.1.4 Problema de alocação baseado em fatoração - Algoritmo contínuo

O problema de alocação de controle baseado em fatoração para o algoritmo contínuo apresentado na seção 3.2 será aplicado ao reator isotérmico com o objetivo de avaliar a eficiência desta técnica.

##### 4.2.3.1 O problema de alocação de controle - CA-PI

Utilizando o modelo descrito pelas Equações de (4.1) a (4.6) obtém-se a matriz  $\mathbf{B}_u$ . Para esse sistema  $n = 3$  (variáveis controladas),  $m = 4$  (variáveis manipuladas) e o *posto*  $\mathbf{B}_u = k = 3$ . Como *posto*  $\mathbf{B}_u < m$  pode-se aplicar, nesse processo, o problema de alocação de controle baseado em fatoração. A fatoração da matriz  $\mathbf{B}_u$  é similar àquela mostrada no Apêndice A. Assim, tem-se matriz  $\mathbf{B}_u$  na forma reduzida, denominada de  $\mathbf{B}_{ur}$ .

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{C_{A0_1}-C_A}{Ah} & \frac{C_{A0_2}-C_A}{Ah} & \frac{C_{A0_3}-C_A}{Ah} & 0 \\ \frac{C_{B0_1}-C_B}{Ah} & \frac{C_{B0_2}-C_B}{Ah} & \frac{C_{B0_3}-C_B}{Ah} & 0 \\ \frac{-C_C}{Ah} & \frac{-C_C}{Ah} & \frac{-C_C}{Ah} & 0 \\ \frac{-C_D}{Ah} & \frac{-C_D}{Ah} & \frac{-C_D}{Ah} & 0 \\ \frac{-C_E}{Ah} & \frac{-C_E}{Ah} & \frac{-C_E}{Ah} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{u_r} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

A fatoração da matriz  $\mathbf{B}_u$  foi realizada utilizando a matriz  $\mathbf{B}_{u_r}$ . Assim, as matrizes  $\mathbf{B}_v$  e  $\mathbf{B}$  foram obtidas, e são mostradas a seguir.

$$\mathbf{B}_v = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ \frac{C_{A0_1}-C_A}{Ah} & \frac{C_{A0_2}-C_A}{Ah} & 0 \\ \frac{C_{B0_1}-C_B}{Ah} & \frac{C_{B0_2}-C_B}{Ah} & 0 \\ \frac{-C_C}{Ah} & \frac{-C_C}{Ah} & 0 \\ \frac{-C_D}{Ah} & \frac{-C_D}{Ah} & 0 \\ \frac{-C_E}{Ah} & \frac{-C_E}{Ah} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Os parâmetros utilizados para as simulações estão mostrados nas Tabelas (4.1) e (4.15).

Tabela 4.15: Parâmetros da simulação.

Parâmetro	Definição	Valor
$h_{sp_1}; h_{sp_2}$	Nível do reator no <i>setpoint</i> 1 e 2	$(2,92; 4,49) m^3$
$C_{C_{sp_1}}; C_{C_{sp_2}}$	Concentração de C no <i>setpoint</i> 1 e 2	$(0,205; 0,40) mol/m^3$
$C_{E_{sp_1}}; C_{E_{sp_2}}$	Concentração de E no <i>setpoint</i> 1 e 2	$(0,075; 0,24) mol/m^3$
$K_c$	Parâmetros do controlador	$[-0,4; 5; 3]$
$\tau_I$	Parâmetros do controlador	$[0,07; 0,17; 0,33] h$

Para o problema de alocação de controle o controlador virtual utilizado foi o PI para as variáveis de controle transformadas ( $3 \times 3$ ). Neste caso foram avaliados dos seguintes cenários:

1. Operação normal;
2. Operação com falha em  $F_2$ : travado ( $F_2 = 1,12m^3/h$ ) em  $t = 1h$ .

Para ambos casos, houve uma mudança no *setpoint* em  $t = 5h$ .

#### 4.2.3.2 Resultados

Nesta seção, os resultados serão apresentados em duas subseções, a primeira serão comparadas os métodos do conjunto ativo (MLS, SLS e WLS) e na segunda todas as metodologias serão comparadas entre si (IP, FXP, CGI e conjunto ativo).

► Comparação dos métodos do conjunto ativo

Os resultados das simulações, para o cenário 1, estão mostrados nas Figuras (4.28) e (4.29). Neste caso, os três métodos avaliados (MLS, SLS e WLS) tiveram o mesmo comportamento tanto para a variável controlada quanto para a variável manipulada.

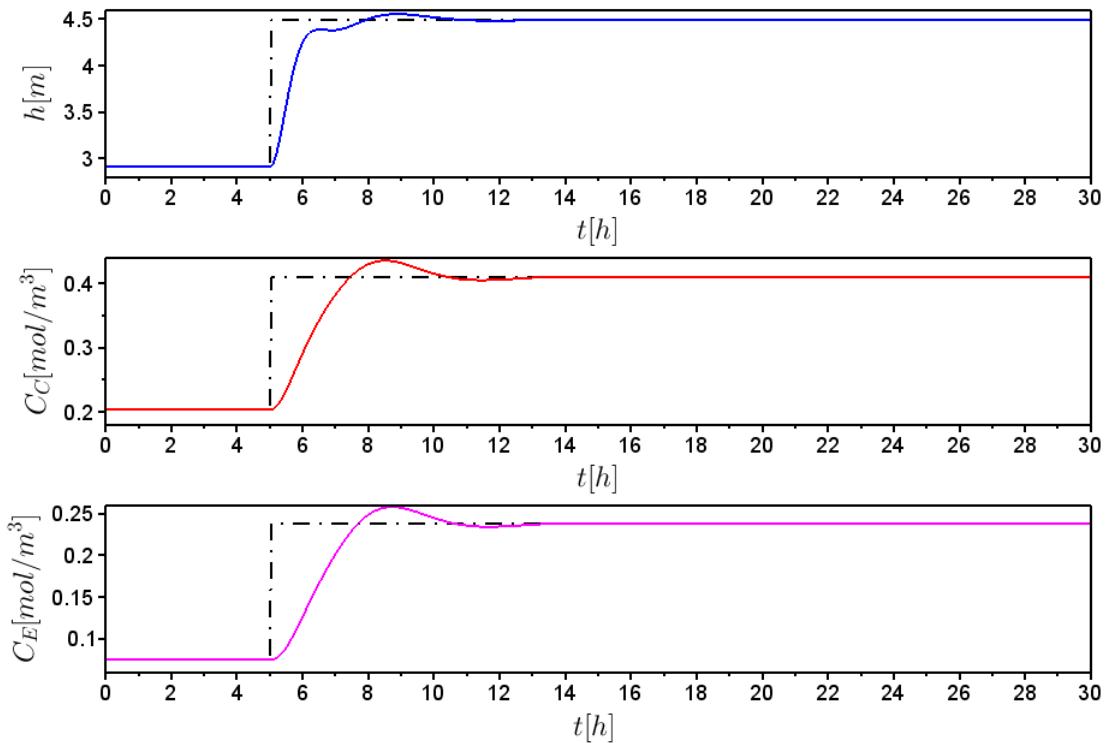


Figura 4.28: Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 (--- setpoint).

Para o cenário 2 os resultados são mostrados nas Figuras (4.30) e (4.31). Pode-se notar que mesmo perdendo um grau de liberdade o controle alocou os demais atuadores de forma a manter as variáveis controladas no valor desejado.

Como no cenário anterior, os três métodos avaliados (MLS, SLS e WLS) tiveram o mesmo comportamento tanto para a variável controlada quanto para a variável manipulada. O comportamento das variáveis manipuladas para o controlador virtual ( $v$ ), para ambos os cenários, está mostrado na Figura (4.32). Neste caso os comportamentos foram os mesmos devido à característica da matriz  $\mathbf{B}$  do sistema estudado em que  $v_2 = F_2 + F_3$ .

Pelos resultados mostrados anteriormente, pode-se notar que os três algoritmos tiveram desempenhos equivalentes. Para comparação com as demais metodologias na próxima seção, será utilizado o WLS.

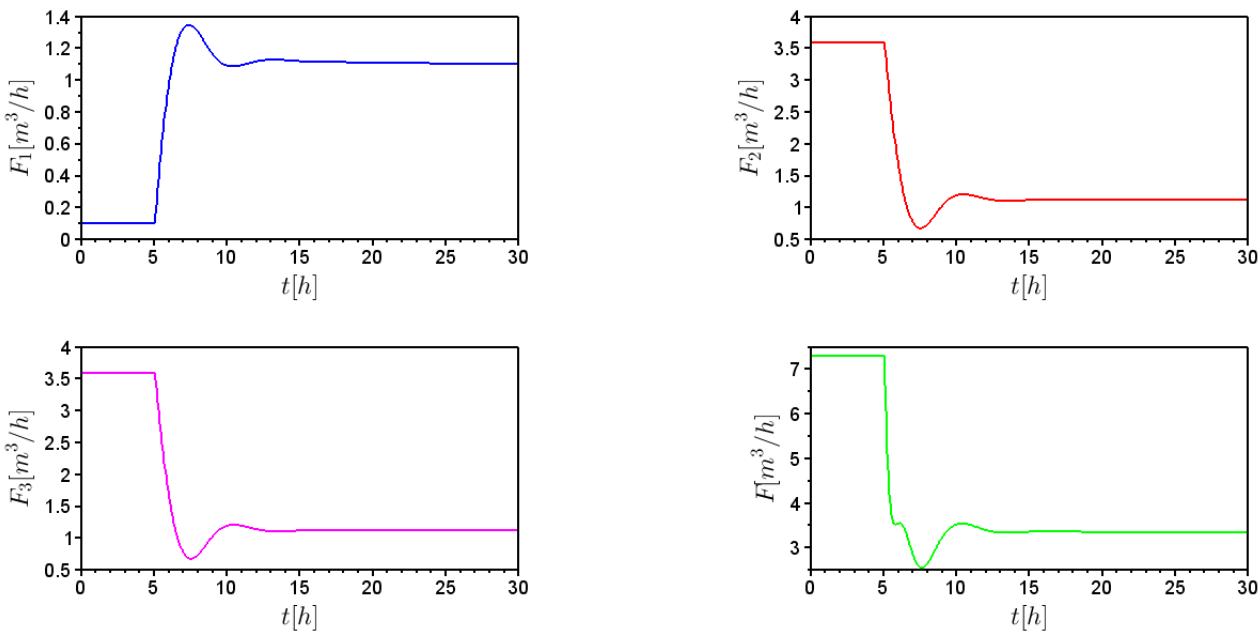


Figura 4.29: Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 1.

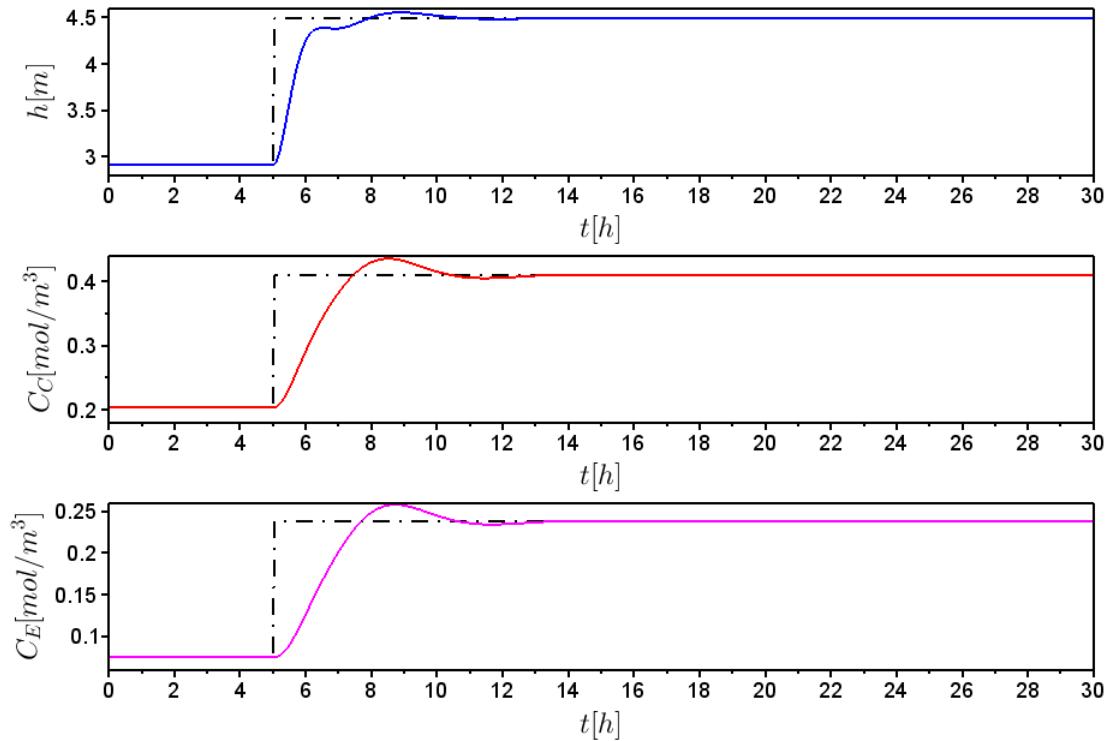


Figura 4.30: Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 (- - - setpoint).

■► Comparação das metodologias IP, FXP, CGI e WLS

O comportamento para as variáveis manipuladas e controladas foram iguais aos apresentados no caso anterior, assim, os resultados das simulações, para o cenário 1, estão mostrados nas Figuras (4.28) e (4.29) e para o cenário 2 são mostrados nas Figuras (4.30)

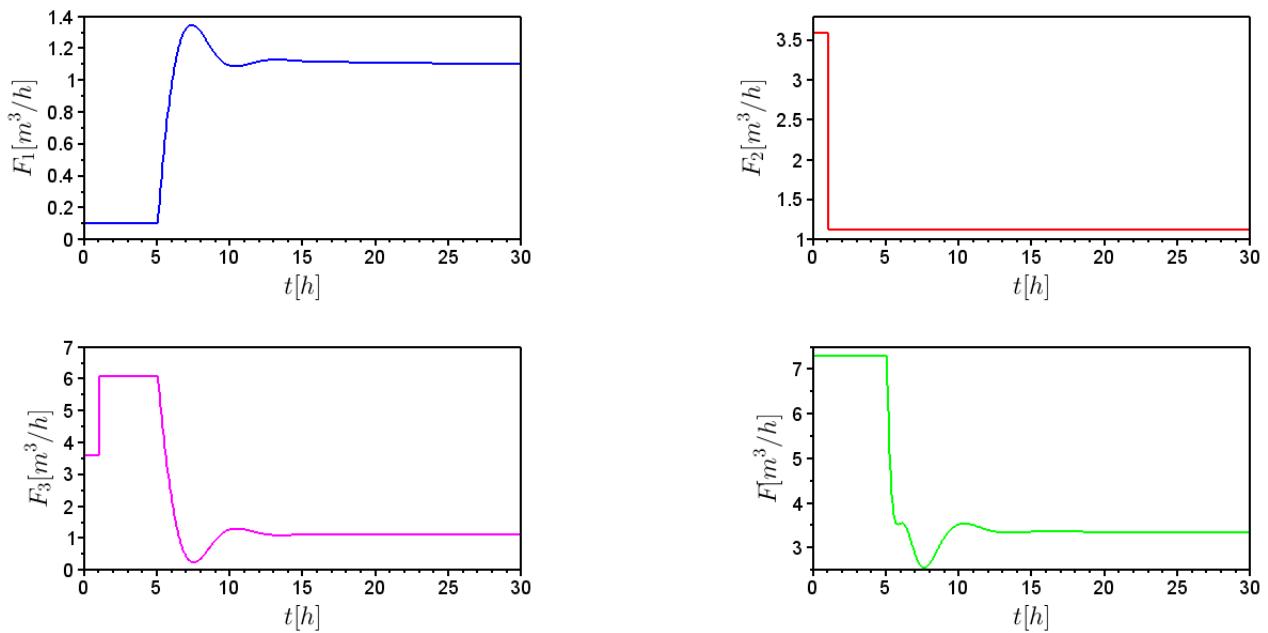


Figura 4.31: Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 2.

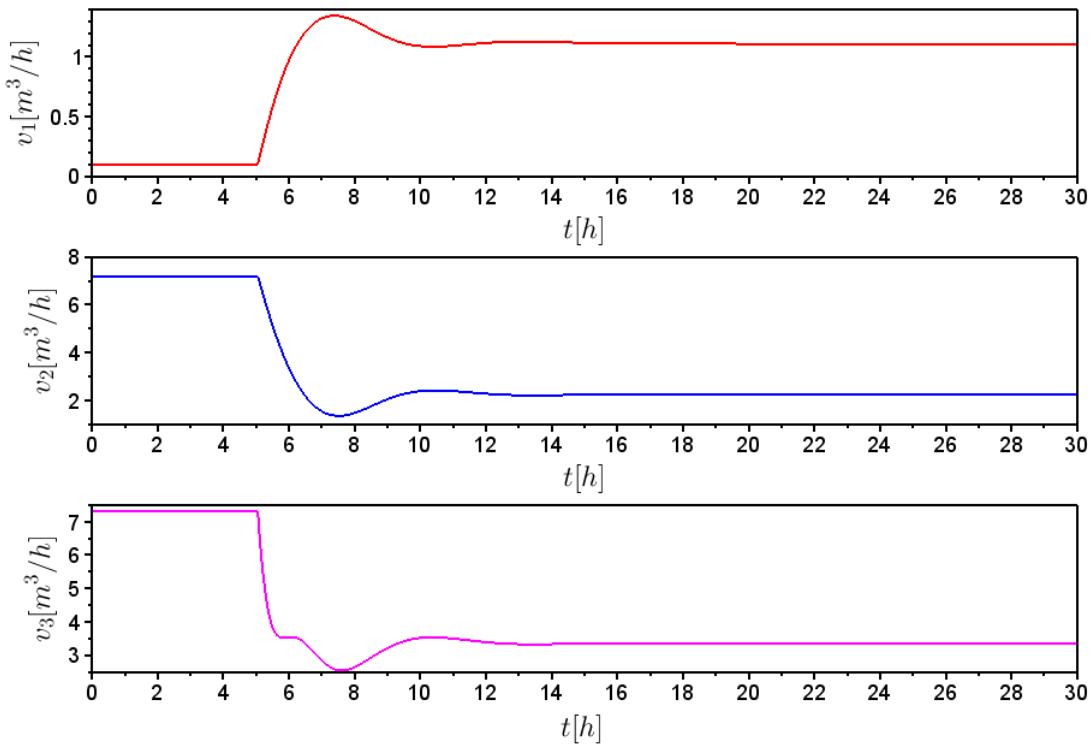


Figura 4.32: Comportamento das variáveis manipuladas para o controlador virtual.

e (4.31). Pode-se notar, avaliando a Figura (4.30), mesmo perdendo um grau de liberdade o controle foi capaz de alocar os sinais nos demais atuadores de forma a anular o efeito do atuador que falhou e manter as variáveis controladas no valor desejado.

O custo para as metodologias IP, FXP e WLS é mostrado na Figura (4.33). Fica evidente que em todos os casos o custo, com a sintonia utilizada, foi o mesmo.

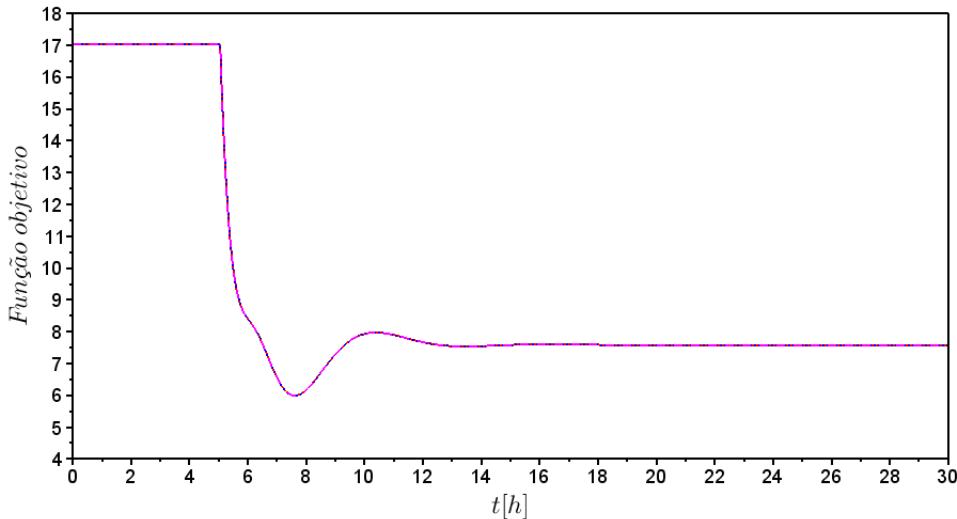


Figura 4.33: Função custo (-.- IP, ... FXP e - WLS).

Vale ressaltar que para as formulações do WLS e FXP, Equações (3.11) e (3.13), respectivamente, é possível ponderar a importância dada a cada um dos atuadores em relação ao seu valor desejado utilizando a matriz  $\mathbf{W}_u$  e também ponderar a distribuição da alocação utilizando a matriz  $\mathbf{W}_v$ , isso mostra uma vantagem dessas metodologias em relação a IP. Para os cenários simulados, as matrizes  $\mathbf{W}_u$  e  $\mathbf{W}_v$  utilizadas, foram matrizes identidade, ou seja, foi dada a mesma importância para os atuadores e variáveis manipuladas.

Na formulação da metodologia CGI são resolvidas duas funções objetivo separadamente, Equações (3.15) e (3.16), por esse motivo, para compará-las com as demais formulações, foram gerados dois gráficos. A Figura (4.34) que representa o custo da variável manipulada em relação ao seu valor desejado e a Figura (4.35) que representa o custo da distribuição da alocação de controle, ambas apresentam as características esperadas da implementação de cada norma. Assim, vê-se claramente a característica assintótica da norma  $l_2$  e a característica *bang-bang* da norma  $l_1$ , como discutido no Apêndice C.

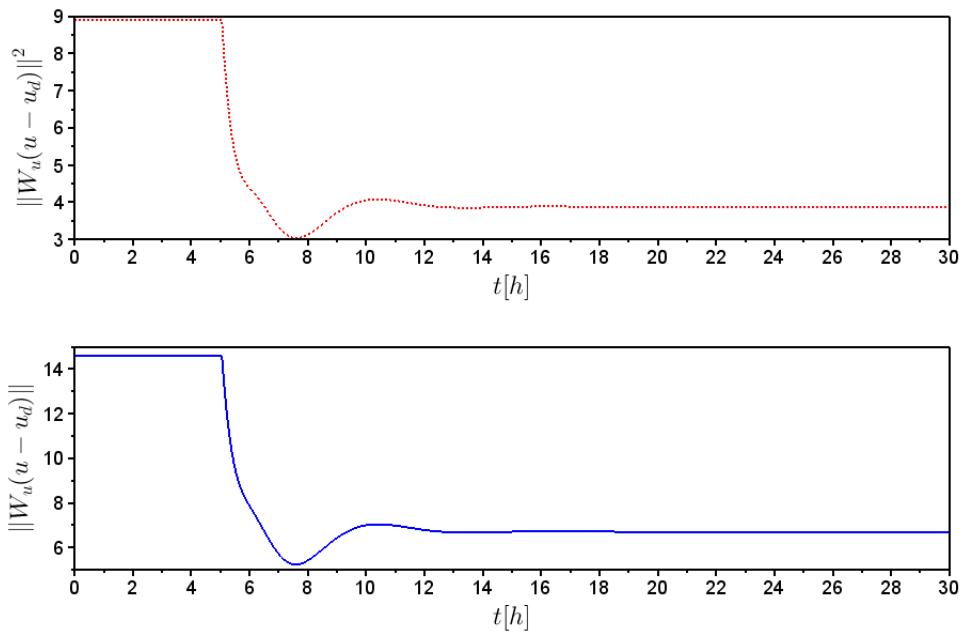


Figura 4.34: Custo da variável manipulada em relação ao seu valor desejado (... FXP e - CGI).

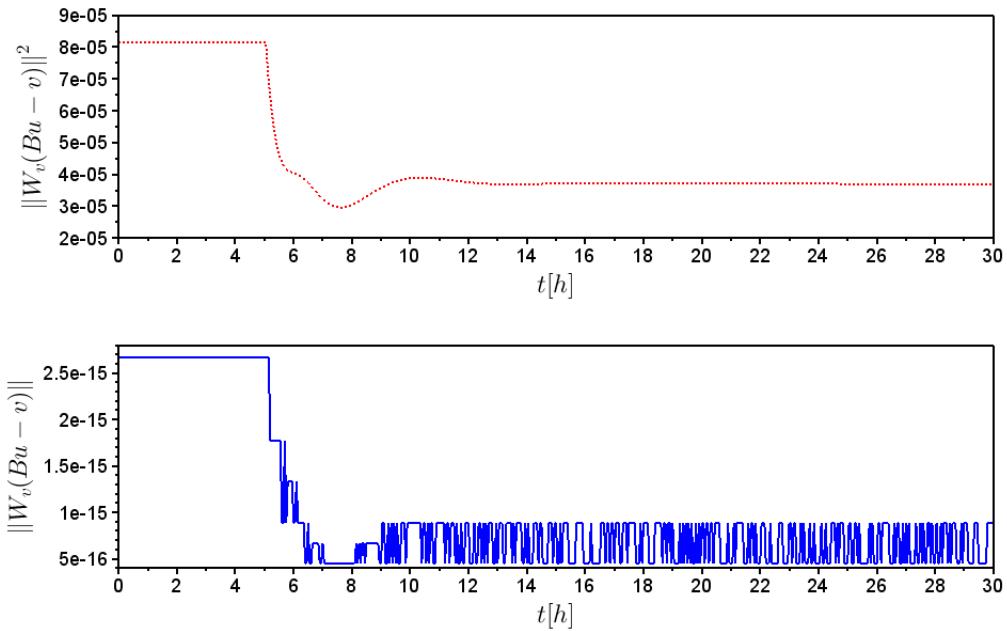


Figura 4.35: Custo da distribuição da alocação de controle (... FXP e - CGI).

#### 4.1.5 Problema de alocação baseado em modelo de referência - Algoritmo contínuo

Para comparar as técnicas de alocação estudadas, baseada em fatoração e em modelo de referência (algoritmo contínuo), foi utilizado o método do conjunto ativo, WLS. A escolha desse método se justifica pelos resultados da seção anterior, apresentando um

menor número de iterações para convergência. Os parâmetros utilizados nas simulações para o problema de alocação de controle baseado em modelo de referência estão dispostos na Tabela (4.16).

Tabela 4.16: Parâmetros da simulação - alocação baseado em modelo de referência.

Parâmetro	Definição	Valor
$Q$	Matriz de ponderação do erro	$diag([1000, 100, 100])$
$R$	Matriz de ponderação em relação à trajetória	$diag([10, 1, 1, 1])$
$S$	Matriz de ponderação em relação à velocidade da variável manipulada	$diag([1, 1, 1, 1])$

Foram simulados os seguintes cenários para as duas técnicas:

1. Operação normal;
2. Operação com falha em  $F_2$ : falha travada ( $F_2 = 1,12 \text{ m}^3/\text{h}$ ) em  $t = 1\text{h}$ .

O custo foi avaliado utilizando os índices de desempenho para as variáveis manipuladas ( $u$ ) e para as variáveis controladas ( $y$ ) pelas Equações (3.59) e (3.60). Para o cenário 1, os resultados estão mostrados nas Figuras (4.36) e (4.37).

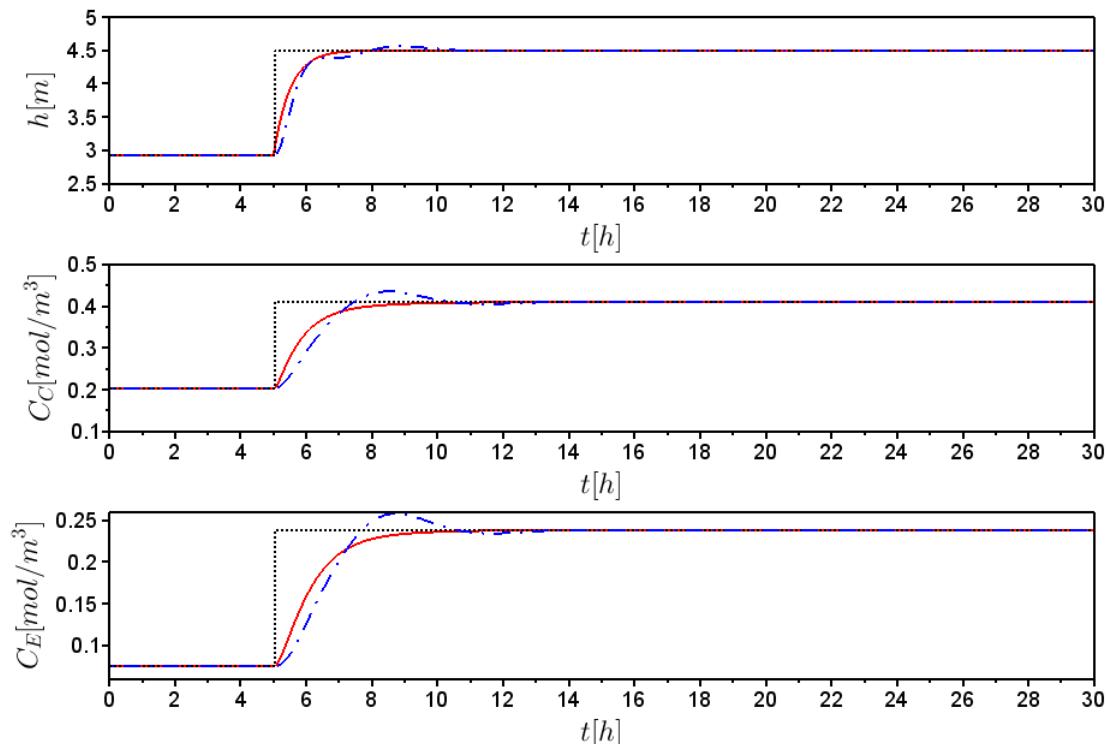


Figura 4.36: Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 (... setpoint; - baseado em modelo de referência; -.- baseado em fatoração. ).

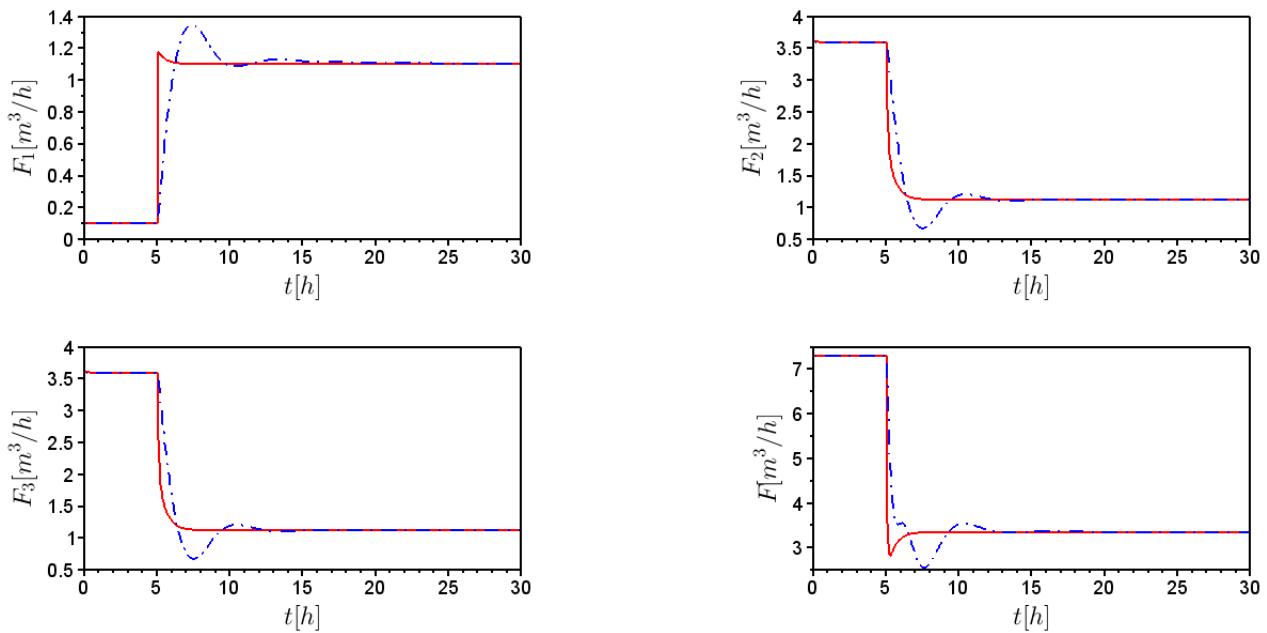


Figura 4.37: Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 1 (... *setpoint*; - baseado em modelo de referência; -.- baseado em fatoração. ).

Analizando-se as Figuras (4.36) e (4.37), pode-se notar que o comportamento das variáveis controladas para o problema de alocação baseado em modelo de referência foi mais suave, quando comparado ao baseado em fatoração que apresentou um pequeno *overshoot*. Em contrapartida, avaliando-se as variáveis manipuladas, pode-se notar que o controlador para técnica de alocação baseada em modelo de referência exigiu mais das vazões  $F_1$  e  $F$ , visto que, para a técnica baseada em fatoração o comportamento destas variáveis foi mais suave.

Os resultados das simulações, para o cenário 2, estão dispostos nas Figuras (4.38) e (4.39).

Para o caso do cenário 2, vale destacar que, mesmo com a perda de um grau de liberdade com o travamento do atuador  $F_2$ , ambas as técnicas responderam com eficiência mantendo as variáveis controladas nos valores determinados para o *setpoint*, mostrado na Figura (4.38).

Os custos para os cenários avaliados estão mostrados nas Tabelas (4.17) e (4.18).

Tabela 4.17: Comparação dos índices de desempenho - Índice  $y$ .

Caso	Fatoração	Modelo de referência
Cenário 1: Operação normal	1,038	0,567
Cenário 2: Operação com falha em $F_2$	1,038	0,567

Avaliando-se os índices de desempenho para as variáveis controladas, Tabela (4.17),

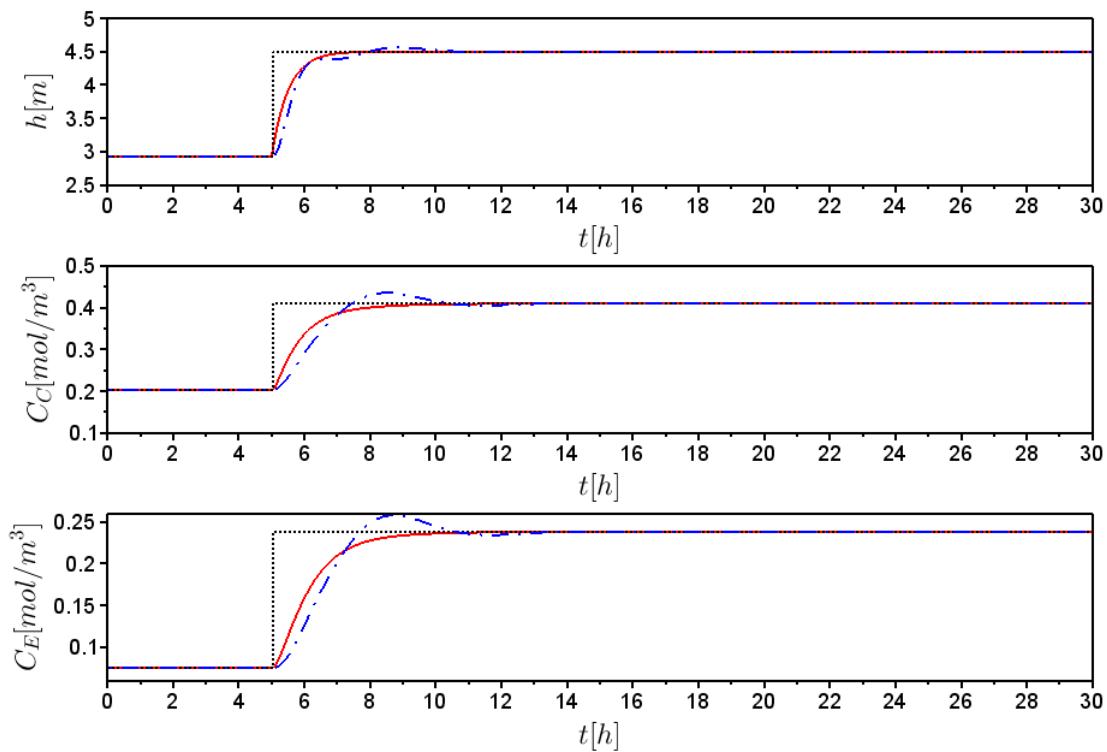


Figura 4.38: Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 (... *setpoint*; - baseado em modelo de referência; -.- baseado em fatoração. ).

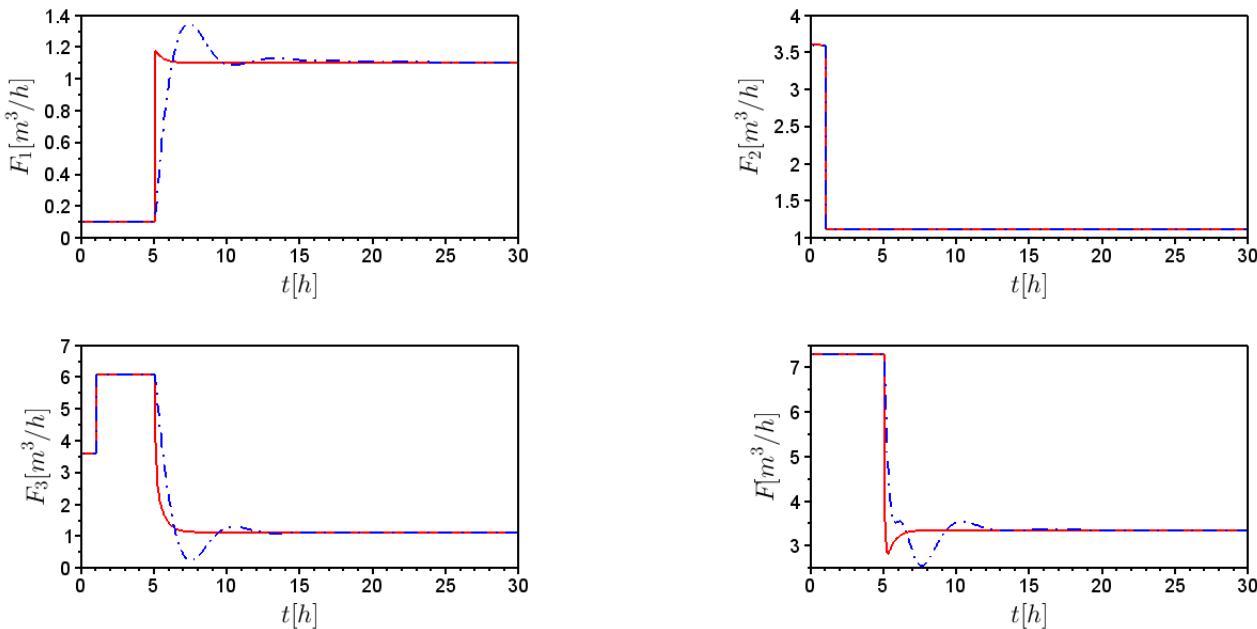


Figura 4.39: Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 2 (... *setpoint*; - baseado em modelo de referência; -.- baseado em fatoração. ).

pode-se notar que a técnica de alocação baseada em modelo de referência foi melhor em ambos os casos, com e sem falhas. Comparando os valores dos índices para uma mesma técnica, cenários 1 e 2, percebe-se que foram iguais, isso mostra que a alocação de

controle é uma ferramenta em potencial a ser avaliada em processos com redundância de atuadores, principalmente na presença de falhas. Logo, o comportamento das variáveis controladas são garantidos devido a capacidade da técnica de realocar os sinais do controle nos atuadores disponíveis.

Tabela 4.18: Comparação dos índices de desempenho - Índice  $u$ .

Caso	Fatoração	Modelo de referência
Cenário 1: Operação normal	5,011	0,760
Cenário 2: Operação com falha em $F_2$	43,215	36,182

Comparando os índices  $u$  das técnicas de alocação estudadas, Tabela (4.18), pode-se notar que para ambos os casos, com e sem falhas, a alocação de controle baseada em modelo de referência apresentou um valor menor, confirmando o resultado apresentado pelo custo de  $y$ . Entretanto, mesmo apresentando um custo maior para a variável  $u$ , a alocação de controle baseada em fatoração apresentou um resultado satisfatório, principalmente, em cenários com a ocorrência de falhas. Vale ressaltar que, não foi feito nenhum esforço para a otimização da sintonia de ambos os casos. Entretanto, uma das vantagens da alocação baseada em modelo de referência é a sintonia intuitiva e a facilidade de lidar com os parâmetros do controlador o que leva a proximidade da solução ótima com mais facilidade.

#### 4.1.6 Problema de alocação de controle baseado em modelo de referência com dinâmica em atuadores

Nesta seção, serão apresentados os resultados para a alocação de controle considerando a dinâmica em atuadores, como mostrado na Figura (2.6). Os parâmetros utilizados nas simulações para o problema de alocação de controle estão dispostos na Tabela (4.19).

Tabela 4.19: Parâmetros da simulação para o problema de alocação de controle sem e com dinâmica em atuadores.

Parâmetro	Definição	Valor
$Q$	Matriz de ponderação do erro	$diag([1000, 1000, 1000])$
$R$	Matriz de ponderação em relação à trajetória	$diag([10, 1, 1, 1])$
$S$	Matriz de ponderação em relação à velocidade da variável manipulada	$diag([1, 1, 1, 1])$

Os cenários avaliados foram os mesmos para o problema de alocação de controle baseado em modelo de referência da seção anterior e, os parâmetros relacionados à dinâmica dos atuadores (Equação (2.8)) para os dois casos avaliados, são mostrados na Tabela (4.20).

Tabela 4.20: Parâmetros da simulação - atuadores.

Constante de tempo - caso 1 ( $\tau_{1_i}$ )	Constante de tempo - caso 2 ( $\tau_{2_i}$ )
$\tau_{1_1} = 30 \text{ min}$	$\tau_{2_1} = 0,5 \text{ min}$
$\tau_{1_2} = 30 \text{ min}$	$\tau_{2_2} = 0,5 \text{ min}$
$\tau_{1_3} = 30 \text{ min}$	$\tau_{2_3} = 0,5 \text{ min}$
$\tau_{1_4} = 12 \text{ min}$	$\tau_{2_4} = 0,1 \text{ min}$

Convém destacar que, os valores utilizados para as dinâmicas dos atuadores, primeira coluna da Tabela (4.20), são relativamente grandes e apresentados para critério de referência, uma vez que para processos muito lentos, a dinâmica dos atuadores é tão rápida que não possui efeito relevante no comportamento do sistema, como será comprovado nos resultados apresentados posteriormente. Entretanto, para ilustrar esse efeito, serão avaliadas simulações com a dinâmica de atuadores mais rápidas, como mostrados na segunda coluna da Tabela (4.20). Pode-se notar que foi determinada uma dinâmica mais lenta para os atuadores nas correntes de entradas e uma dinâmica mais rápida para atuadores na saída, em ambos os casos.

O comportamento para as variáveis controladas e manipuladas para o cenário 1 estão dispostos nas Figuras (4.40) e (4.41), respectivamente. Com a finalidade de comparação, estes resultados serão mostrados juntamente com os do problema sem dinâmica em atuadores.

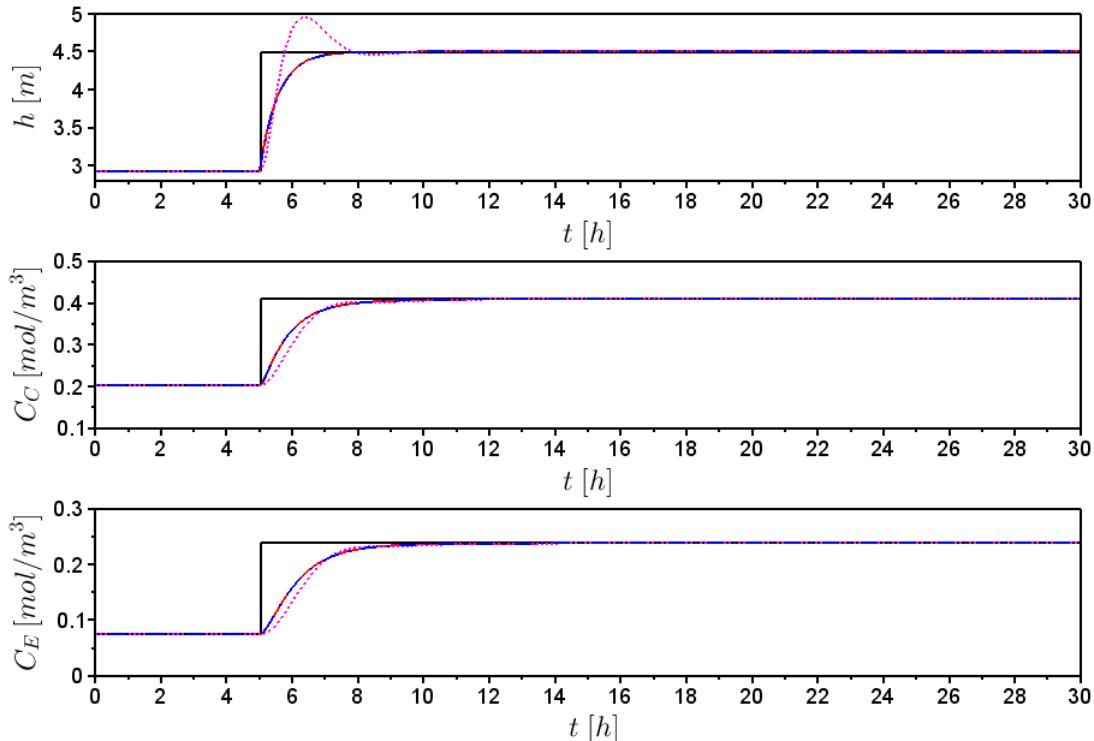


Figura 4.40: Comportamento das variáveis controladas - cenário 1 (- setpoint; ... com dinâmica: caso 1; - - com dinâmica: caso 2; -.. sem dinâmica em atuadores.).

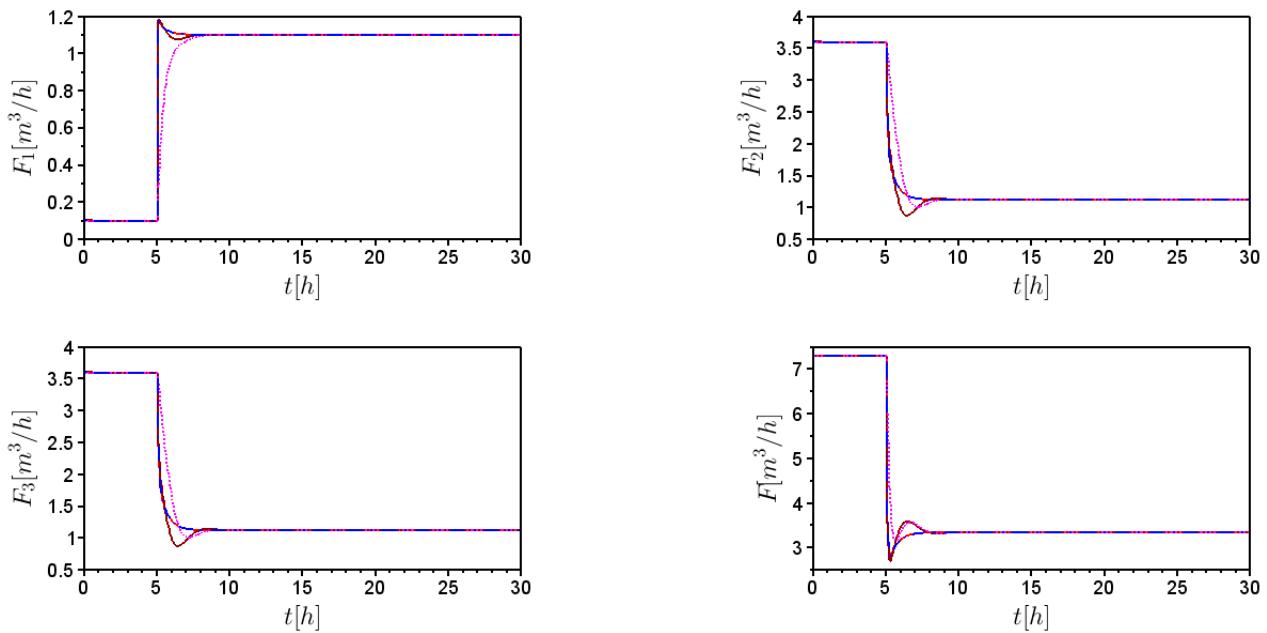


Figura 4.41: Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 1 (-  $u_{sisC1}$ ; - · -  $u_{sisC2}$ ; ...  $u$ : com dinâmica caso 1; - - -  $u$ : com dinâmica caso 2; - · -  $u$ : sem dinâmica.).

Analizando-se os resultados da simulação, as variáveis controladas do processo com dinâmica em atuadores, para o caso 1, possuem um comportamento mais lento quando comparado ao processo sem dinâmica. Isso pode ser explicado pelo atraso causado quando se leva em conta que os atuadores possuem dinâmica. Analisando os resultados da simulação para o caso 2, percebe-se que para os dois cenários são similares. Logo, os valores das constantes de tempo selecionados fizeram com que as dinâmicas do processo sem e com dinâmica em atuadores fossem aproximadamente as mesmas.

O comportamento para as variáveis controladas e manipuladas do cenário 2 estão dispostos nas Figuras (4.42) e (4.43), respectivamente.

Neste caso, pode-se notar o mesmo comportamento para as variáveis controladas do caso anterior. Vale ressaltar que, mesmo perdendo um grau de liberdade (falha no atuador  $F_2$ ), em ambos os casos, a alocação de controle mostrou-se eficiente levando o processo ao objetivo desejado. Os custos para os cenários avaliados estão mostrados nas Tabelas (4.21) e (4.22).

Avaliando-se somente os índices de desempenho para  $y$  - caso 1, Tabela (4.21), tem-se uma superioridade do problema de alocação de controle sem dinâmica em atuadores. Essa informação pode ser comprovada pela avaliação da Figura (4.42), na qual pode-se notar que o comportamento das variáveis controladas para o problema de alocação de controle baseado em modelo de referência com dinâmica em atuadores gerou um *overshoot* e devido a dinâmica do atuador teve um atraso para chegar ao *setpoint*, quando comparado

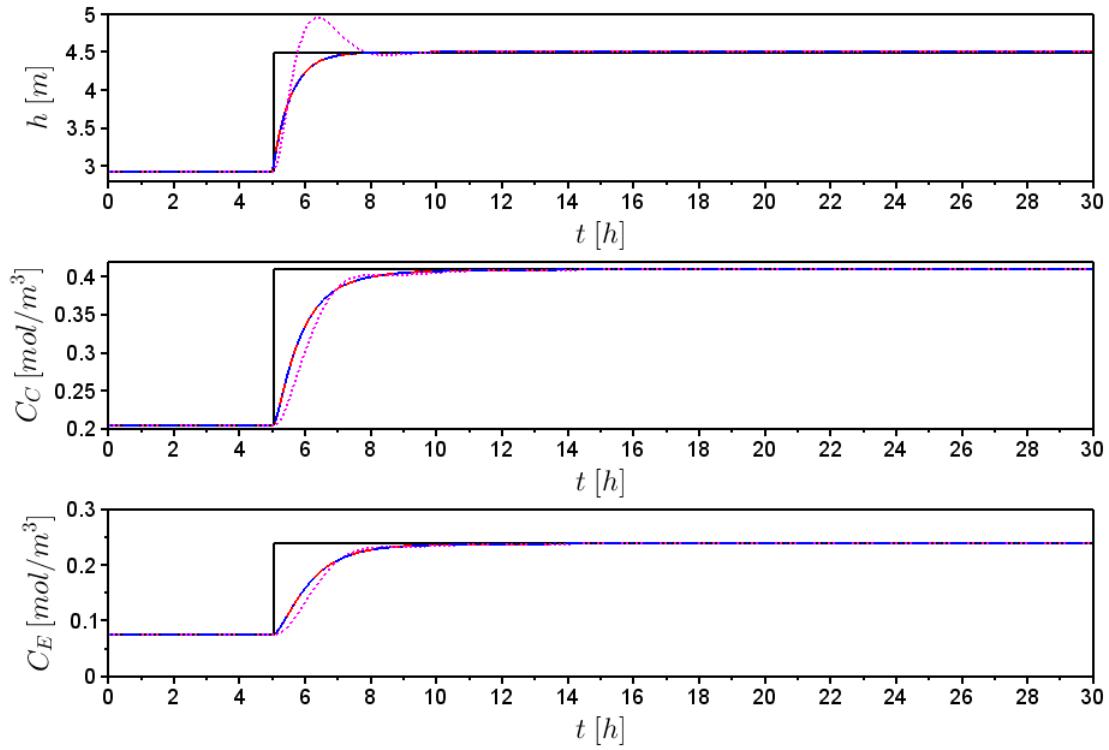


Figura 4.42: Comportamento das variáveis controladas - cenário 2 (- *setpoint*; ... com dinâmica: caso 1; - - com dinâmica: caso 2; - - - sem dinâmica em atuadores. ).

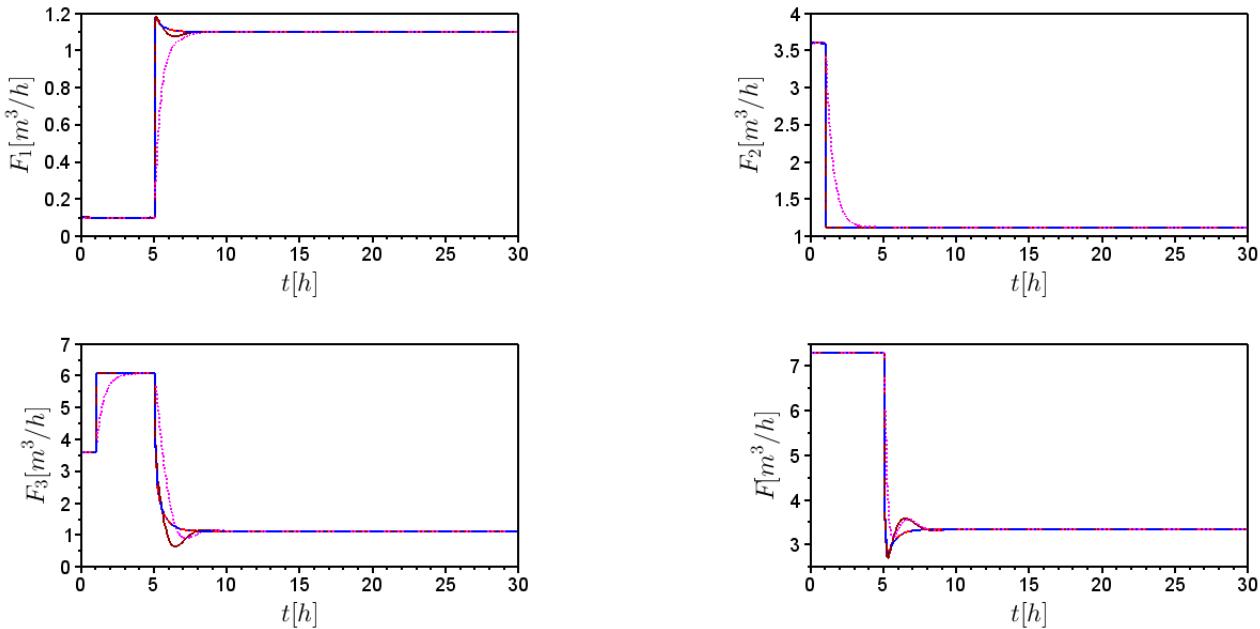


Figura 4.43: Comportamento das variáveis manipuladas - cenário 2 (-  $u_{sis_{C1}}$ ; - - -  $u_{sis_{C2}}$ ; ...  $u$ : com dinâmica caso 1; - -  $u$ : com dinâmica caso 2; - - -  $u$ : sem dinâmica.).

ao comportamento para o processo sem dinâmica. Essa superioridade do sistema sem dinâmica em atuadores pode ser explicada pelo fato de que foi usada a mesma sintonia para ambos os casos, assim uma sintonia mais lenta (determinada para o sistema sem

Tabela 4.21: Índices de desempenho - Índice  $y$ .

<b>Caso 1</b>		
<b>Cenário</b>	<b>sem dinâmica</b>	<b>com dinâmica</b>
Cenário 1: Operação normal	0,567	1,000
Cenário 2: Falha em $F_2$	0,567	1,000
<b>Caso 2</b>		
<b>Cenário</b>	<b>sem dinâmica</b>	<b>com dinâmica</b>
Cenário 1: Operação normal	0,648	0,634
Cenário 2: Falha em $F_2$	0,648	0,634

dinâmica em atuadores) prejudica o comportamento das variáveis controladas para o sistema com dinâmica em atuadores.

Para o caso 2, pode-se notar que os valores dos custos foram iguais para o problema com e sem falhas em ambos os casos. Isso comprova que a alocação de controle é uma ferramenta em potencial a ser utilizada em processos com redundância em atuadores, pois é capaz de manter as variáveis controladas nos valores requeridos mesmo com falhas em atuadores. Comparando o processo sem e com dinâmica em atuadores pode-se notar uma pequena superioridade para problema de alocação de controle com dinâmica em atuadores. Entretanto, isso não influenciou no comportamento das variáveis controladas e manipuladas mostrado nas Figuras (4.40) a (4.43).

Tabela 4.22: Índices de desempenho Índice  $u$ .

<b>Caso 1</b>		
<b>Cenário</b>	<b>sem dinâmica</b>	<b>com dinâmica</b>
Cenário 1: Operação normal	0,760	0,410
Cenário 2: Falha em $F_2$	36,182	35,382
<b>Caso 2</b>		
Cenário 1: Operação normal	0,679	0,675
Cenário 2: Falha em $F_2$	35,996	35,984

Avaliando-se os índices de desempenho para  $u$  - caso 1, pode-se notar uma superioridade do problema de alocação de controle baseado em modelo de referência com dinâmica em atuadores. Essa informação pode ser comprovada pela análise da Figura (4.43), na qual o comportamento para a variável  $u_{sis}$  (implementada no sistema com dinâmica em atuadores) foi mais suave quando comparado ao comportamento para o sistema sem dinâmica em atuadores.

Para o caso 2, tem-se que os custos para o problema sem falha foram praticamente iguais para o processo com e sem dinâmica em atuadores. Analisando-se os custos do problema com falha no atuador  $F_2$ , embora muito próximos, pode-se notar uma pequena superioridade do problema de alocação baseado em modelo de referência com dinâmica

em atuadores.

Para concluir, a utilização de dinâmica em atuadores pode fazer sentido em processos muito rápidos e/ou com atuadores muito lentos. De qualquer forma, nas situações usuais, a sintonia do controlador pode incorporar o seu efeito no sistema de controle de forma a ter desempenhos equivalentes.

## 4.2 Estudo de caso 2: Biorreatore

### 4.2.1 Descrição do processo

O sistema estudado, representado pela Figura (4.44), consiste em um biorreatore exotérmico com cinética introduzida por Carrillo-Ahumada, Rodríguez-Jimenes e García-Alvarado (2011).

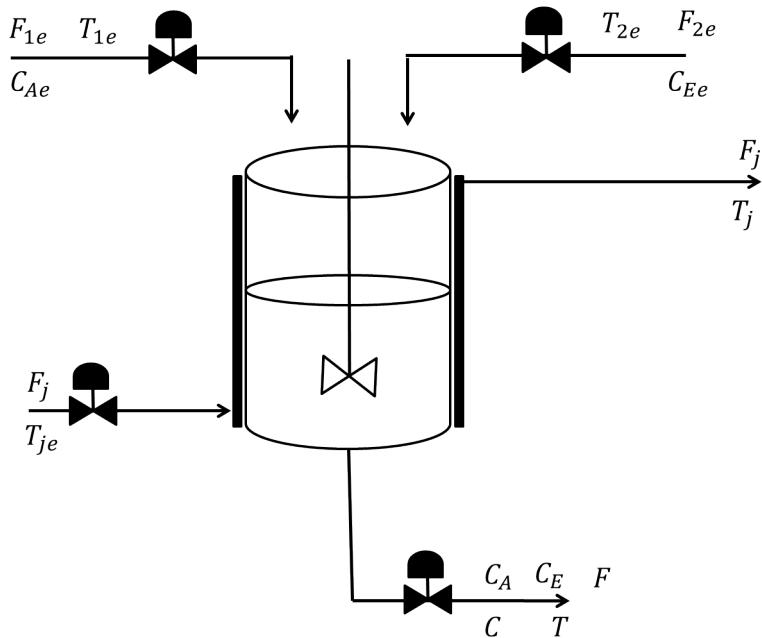


Figura 4.44: Esquema do sistema de estudo biorreatore exotérmico.

O modelo é escrito pelas Equações (4.13) a (4.17).

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F_{1e}}{V} (C_{Ae} - C_A) - \frac{F_{2e}}{V} C_A - \frac{k_0 e^{-E/RT} C_A C_E^2}{k_m + C_A} \quad (4.13)$$

$$\frac{dC_E}{dt} = \frac{F_{2e}}{V} (C_{Ee} - C_E) - \frac{F_{1e}}{V} C_E \quad (4.14)$$

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{(F_{1e} - F_{2e})}{V} C + \frac{Y_{P/A} k_0 e^{-E/RT} C_A C_E^2}{k_m + C_A} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & \frac{F_{1e}}{V} (T_{1e} - T) + \frac{F_{2e}}{V} (T_{2e} - T) - \frac{hA}{\rho c_p V} (T - T_j) + \\ & + \frac{\Delta H_r k_0 e^{-E/RT} C_A C_E^2}{k_m + C_A} \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\frac{dT_j}{dt} = \frac{F_j}{V_j} (T_{je} - T_j) + \frac{hA}{\rho_j c_{pj} V_j} (T - T_j) \quad (4.17)$$

Neste caso, o objetivo é controlar a concentração do produto ( $C$ ) e a temperatura do reator ( $T$ ), manipulando as vazões de entrada ( $F_{1e}$ ,  $F_{2e}$ ) e a vazão de fluido refrigerante ( $F_j$ ). Os parâmetros utilizados no modelo e na simulação estão dispostos na Tabela (4.23).

#### 4.2.2 Problema de alocação baseado em modelo de referência - Algoritmo discreto

Os parâmetros utilizados nas simulações para o algoritmo discreto estão dispostos na Tabela (4.24).

Como dito anteriormente, para a técnica de alocação de controle baseada em modelo de referência deseja-se que a velocidade do processo se comporte de forma similar ao modelo de referência, mostrado na Figura (4.45), que são iguais para cada variável controlada. Ambos os problemas de otimização (LP e QP) foram resolvidos usando-se, no software livre Scilab®, a implementação do algoritmo de Casas e Pola (1993).

Com o objetivo de avaliar a eficiência da técnica MMCA foram avaliados os seguintes cenários:

1. Operação normal;
2. Operação com falha em  $F_{1e}$ : travado ( $F_{1e} = 2 \text{ m}^3/\text{h}$ ) em  $t = 15 \text{ h}$ ;
3. Operação com falha em  $F_{1e}$ : totalmente aberto ( $F_{1e} = 3,3 \text{ m}^3/\text{h}$ ) em  $t = 15 \text{ h}$ ;

A mudança no *setpoint* foi implementada, para todos os cenários, em  $t = 1 \text{ h}$ .

##### 4.3.2.1 Resultados

Tabela 4.23: Parâmetros para a simulação do sistema - biorreator.

Parâmetro	Definição	Valor
$C_{Ae}$	Concentração de substrato (A) na alimentação	$10 \text{ mol/m}^3$
$C_{Ee}$	Concentração de enzima (E) na alimentação	$20 \text{ mol/m}^3$
$E$	Energia de ativação	$27245 \text{ kJ/mol}$
$h$	Coeficiente de transferência térmica	$7200 \text{ kJ/m}^2\text{h K}$
$k_0$	Coeficiente pré-exponencial	$1,65 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{mol h}$
$A$	Área de troca térmica	$13,55 \text{ m}^2$
$k_m$	Constante da reação	$6,8 \text{ mol/m}^3$
$F_{1e}$	Vazão da corrente de alimentação 1	$2 \text{ m}^3/\text{h}$
$F_{2e}$	Vazão da corrente de alimentação 2	$1 \text{ m}^3/\text{h}$
$F$	Vazão de saída	$3 \text{ m}^3/\text{h}$
$F_j$	Vazão do fluido refrigerante	$0,2 \text{ m}^3/\text{h}$
$R$	Constante dos gases	$8,314 \text{ J/mol K}$
$T_{1e}$	Temperatura de entrada da corrente 1	$298 \text{ K}$
$T_{2e}$	Temperatura de entrada da corrente 2	$298 \text{ K}$
$T_{je}$	Temperatura de entrada do fluido refrigerante	$288 \text{ K}$
$A_r$	Área do reator	$5 \text{ m}^2$
$V_j$	Volume da jaqueta de refrigeração	$0,71 \text{ m}^3$
$\Delta H_r$	Entalpia da reação	$10000 \text{ kJ/m}^2 \text{ h K}$
$\rho$	Densidade dentro do reator	$960 \text{ kJ/kg K}$
$\rho_j$	Densidade do fluido refrigerante	$1000 \text{ kJ/kg K}$
$c_p$	Capacidade calorífica dentro do reator	$4,2 \text{ kJ/kg K}$
$c_{pj}$	Capacidade calorífica do fluido refrigerante	$4,182 \text{ kJ/kg K}$
$Y_{P/A}$	Rendimento	0,5
$\tau_i; \xi_i$	Parâmetros da referência PI	$20 \text{ h}; 20$
$h_{sp1}; h_{sp2}$	Nível do reator no <i>setpoint</i>	$2,25; 2,75 \text{ m}$
$T_{sp1}; T_{sp2}$	Temperatura do reator no <i>setpoint</i>	$312,97; 311,97 \text{ K}$
$C_{sp1}; C_{sp2}$	Concentração de produto no <i>setpoint</i>	$3,33; 3,83 \text{ mol/m}^3$

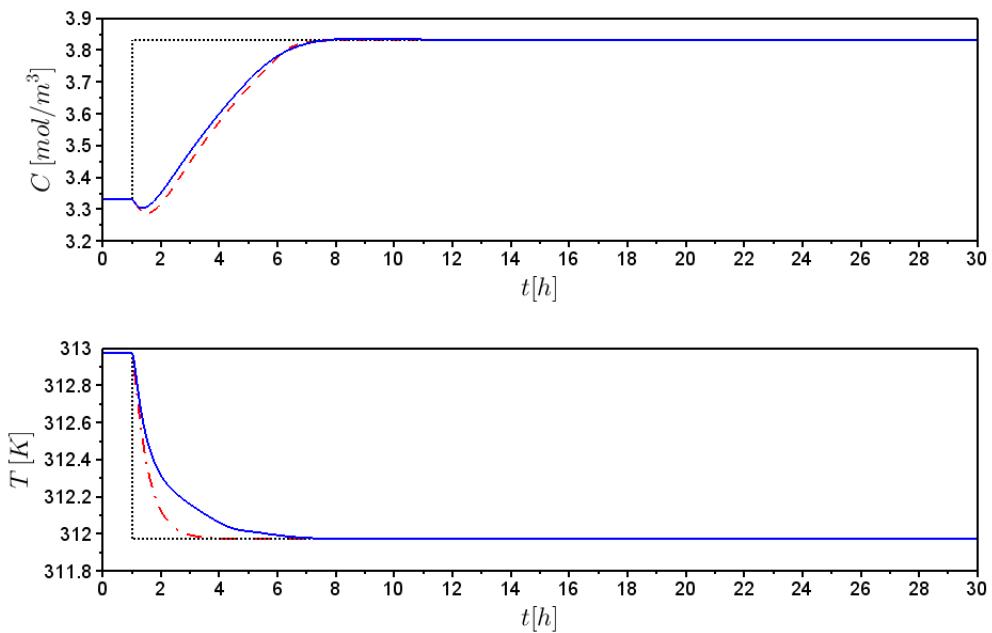
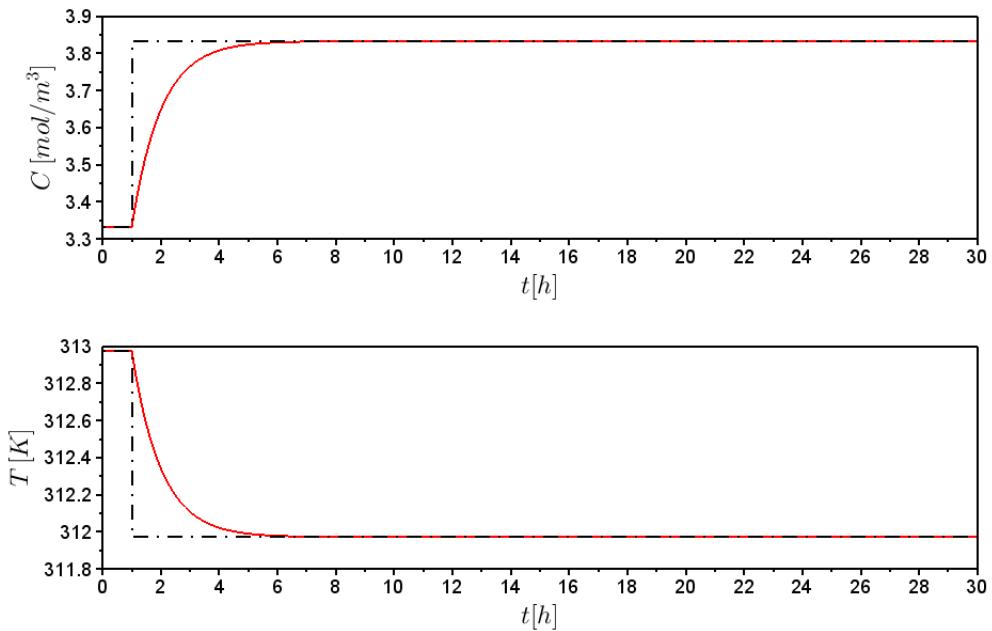
Para o cenário 1, operação normal, os resultados são mostrados nas Figuras (4.46) e (4.47).

Analizando-se a Figura (4.47) pode-se notar que as variáveis manipuladas saturaram após a mudança do *setpoint*, mas se estabilizaram atingindo o valor do  $u_d$  (valor desejado). Esse comportamento foi importante para mostrar a eficiência da técnica de alocação de controle que, mesmo  $F_{2e}$  saturando em seu valor mínimo e  $F_j$  em seu valor máximo, o processo foi capaz de realocar o sinal de controle no atuador restante,  $F_{1e}$ , fazendo com que o sistema retornasse ao seu valor desejado. Avaliando o comportamento das variáveis controladas pode-se notar que a alocação para norma  $l_1$ , Figura (4.46), apresentou comportamento mais rápido para a sintonia utilizada.

No cenário 2, o travamento do atuador ocorre com  $F_{1e} = 2 \text{ m}^3/\text{h}$  em  $t = 15\text{h}$ , o comportamento das variáveis controladas e manipuladas para a alocação de controle PI

Tabela 4.24: Parâmetros da simulação - Algoritmo discreto.

Parâmetro	Definição	Valor
$Q$	Matriz de ponderação do erro	$diag([5000, 2000])$
$R$	Matriz de ponderação em relação à trajetória	$diag([10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-2}])$
$S$	Matriz de ponderação em relação à velocidade da variável manipulada	$diag([1, 1, 1])$



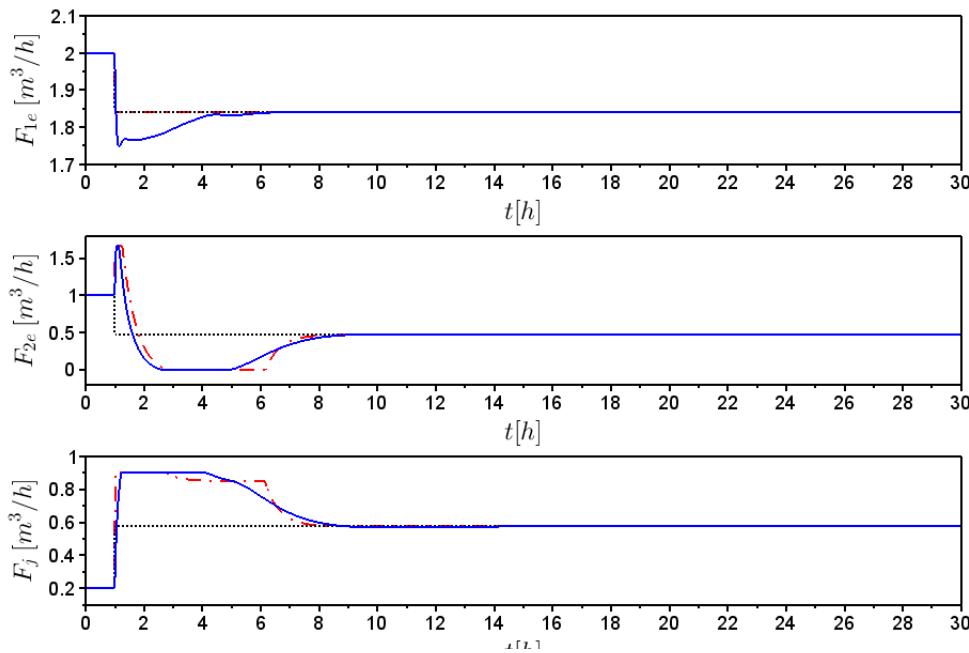


Figura 4.47: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 1 (...  $u_d$ , -·- norma  $l_1$ , - - norma  $l_2$ )

com normas  $l_1$  e  $l_2$  são mostrados nas Figuras (4.48) e (4.49), respectivamente.

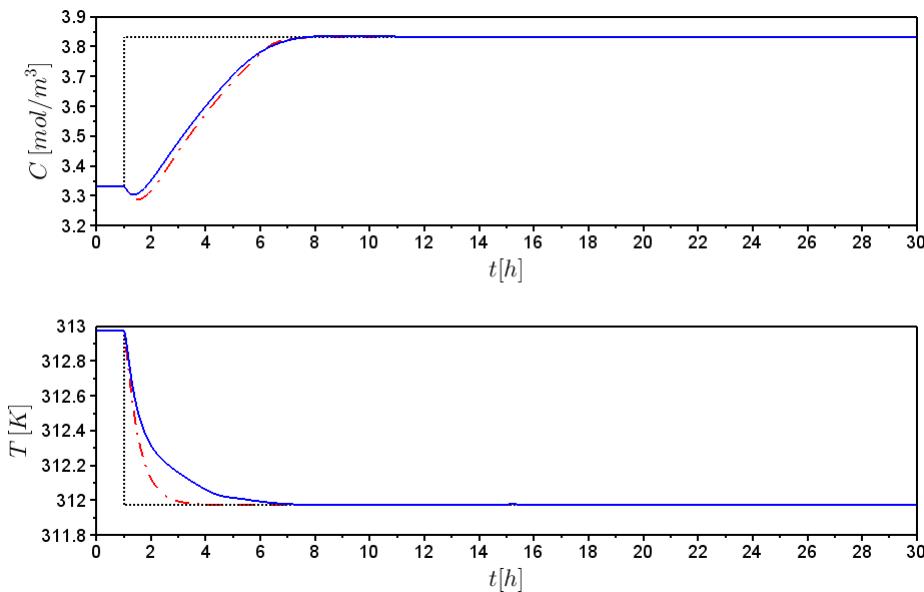


Figura 4.48: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 2. (... setpoint, -·- norma  $l_1$ , - - norma  $l_2$ ).

Neste caso, vale ressaltar que, mesmo com a ocorrência da falha - travamento do atuador - o processo manteve-se no valor de referência determinado tanto para o *setpoint*, Figura (4.48), quanto para o valor desejado para as variáveis manipuladas, Figura (4.49). Isso indica que o procedimento de alocação utilizou o grau de liberdade que restava para controlar perfeitamente o sistema conforme desejado. O esforço de controle foi diferente

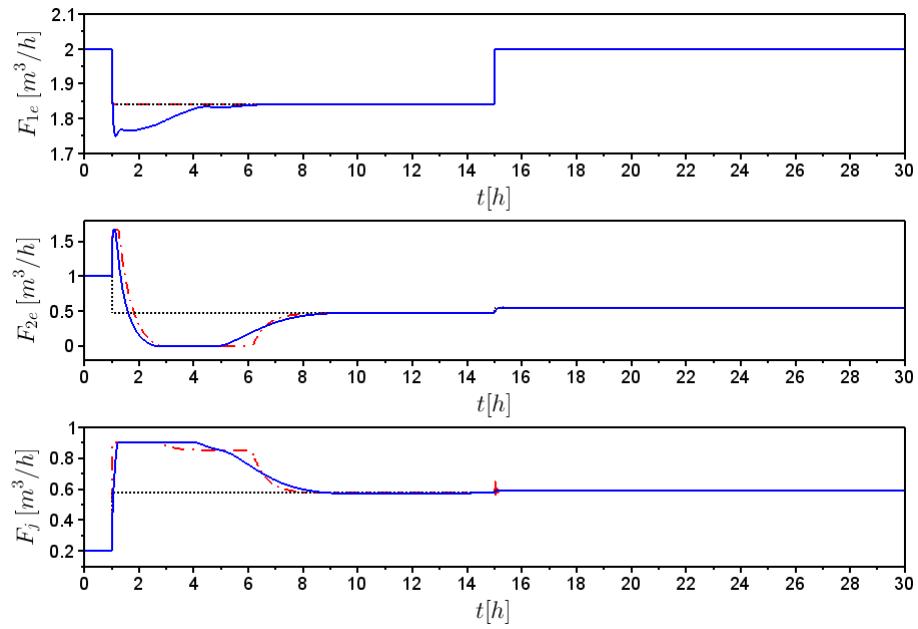


Figura 4.49: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 2 (...  $\mathbf{u}_d$ , -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ )

devido as características dos controladores estudados.

No cenário 3, em que o atuador falha totalmente aberto, as Figuras (4.50) e (4.51) mostram o comportamento para as variáveis controladas e manipuladas, respectivamente.

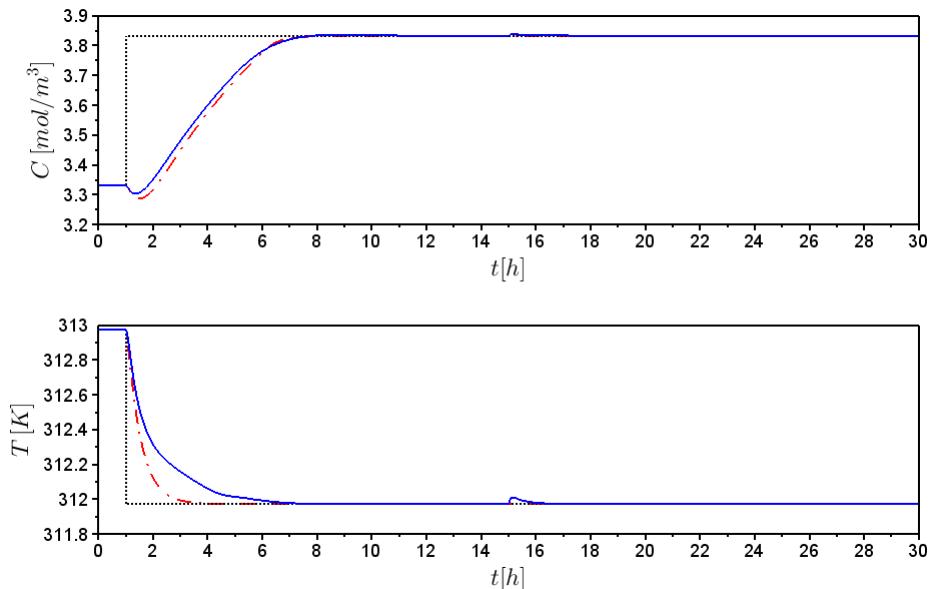


Figura 4.50: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 3. (... setpoint, -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ ).

Neste caso, com a ocorrência da falha, as variáveis controladas, Figura (4.50), tiveram uma pequena variação, próximo ao ponto  $t = 15 h$  (válvula  $F_{1e}$  totalmente aberta), mas logo estabilizaram no valor do setpoint. Assim, a técnica de alocação de controle

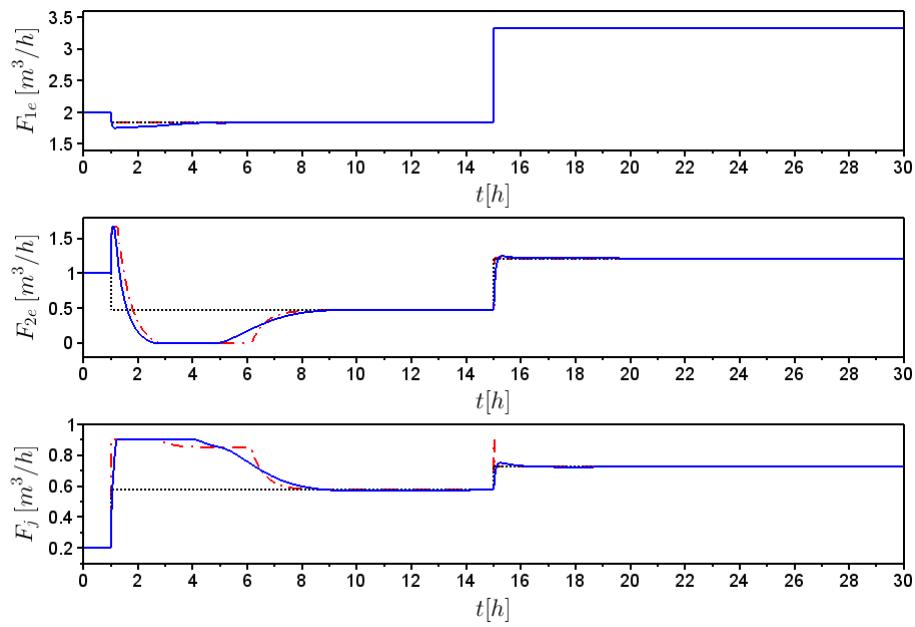


Figura 4.51: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 3 (...  $u_d$ , -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ )

baseada em modelo de referência PI mostrou-se uma ferramenta poderosa para o controle de sistemas com falhas em atuadores, quando graus de liberdade estão disponíveis para alocação do efeito de controle. Pode ser notado, analisando a Figura (4.51), que no comportamento das variáveis manipuladas houve novamente a saturação após a mudança no *setpoint*, mesmo assim se estabilizaram atingindo o valor desejado.

Vale ressaltar que, na utilização das normas  $l_1$  e  $l_2$  o problema de alocação de controle herda as mesmas propriedades conhecidas para controladores preditivos que usem essas normas na definição do horizonte móvel.

### 4.2.3 Problema de alocação baseado em modelo de referência - Algoritmo contínuo

Os parâmetros utilizados nas simulações para o algoritmo contínuo estão dispostos na Tabela (4.25). O comportamento para o modelo de referência é mostrado na Figura (4.52).

Como dito anteriormente, para a técnica de alocação de controle baseada em modelo de referência deseja-se que a velocidade do processo se comporte de forma similar ao modelo de referência, mostrado na Figura (4.52).

Com o objetivo de avaliar a eficiência da técnica MMCA foram avaliados os seguintes cenários:

Tabela 4.25: Parâmetros da simulação - Algoritmo contínuo.

Parâmetro	Definição	Valor
$Q$	Matriz de ponderação do erro	$diag([10, 5])$
$R$	Matriz de ponderação em relação à trajetória	$diag([5, 5, 10^{-2}])$
$S$	Matriz de ponderação em relação à velocidade da variável manipulada	$diag([1, 1, 1])$

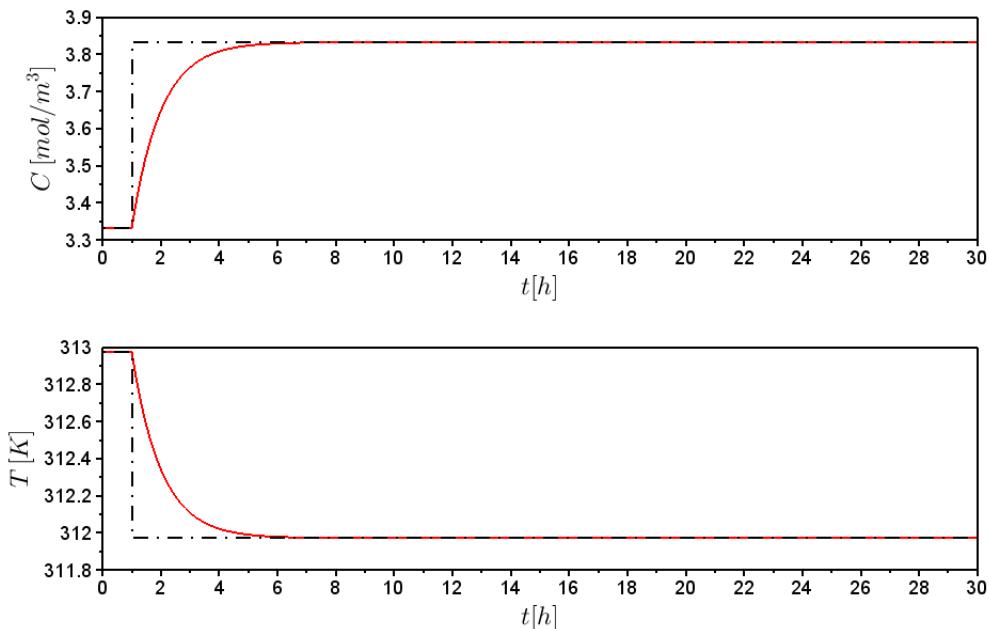


Figura 4.52: Modelo de referência (-.- setpoint, - variáveis controladas).

1. Operação normal;
2. Operação com falha em  $F_{1e}$ : travado ( $F_{1e} = 2 \text{ m}^3/\text{h}$ ) em  $t = 15 \text{ h}$ ;
3. Operação com falha em  $F_{1e}$ : totalmente aberto ( $F_{1e} = 3,3 \text{ m}^3/\text{h}$ ) em  $t = 15\text{h}$ ;

A mudança no *setpoint* foi implementada, para todos os cenários, em  $t = 1\text{h}$ .

#### 4.3.3.1 Resultados

Para o cenário 1, operação normal, os resultados são mostrados nas Figuras (4.53) e (4.54).

No cenário 2, o travamento do atuador ocorre com  $F_{1e} = 2 \text{ m}^3/\text{h}$  em  $t = 15\text{h}$ , o comportamento das variáveis controladas e manipuladas para a alocação de controle PI com normas  $l_1$  e  $l_2$  são mostrados nas Figuras (4.55) e (4.56), respectivamente.

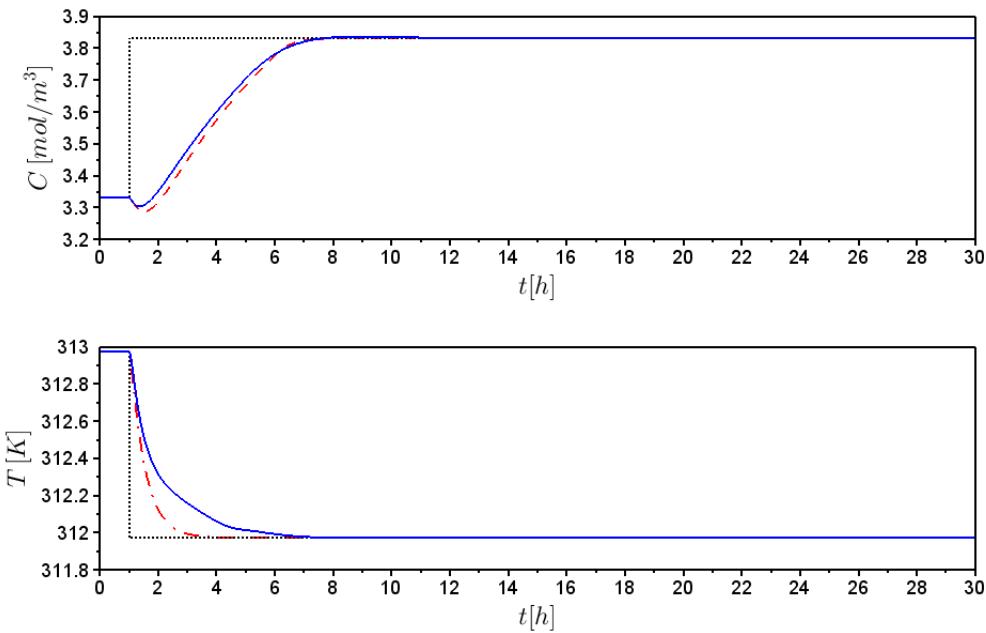


Figura 4.53: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 1. (... setpoint, -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ ).

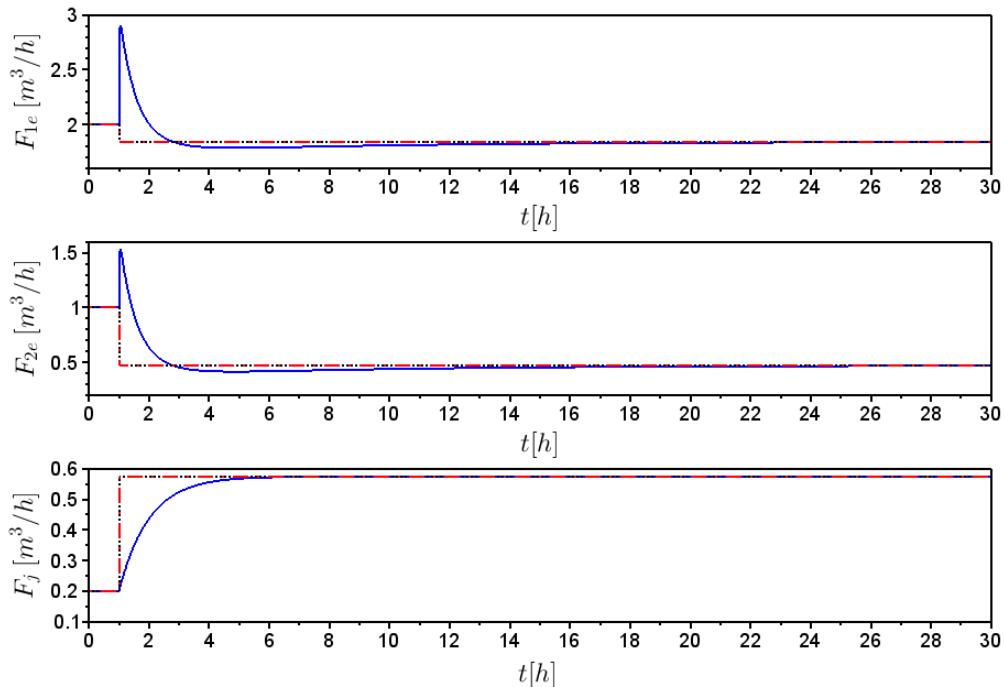


Figura 4.54: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 1 (...  $u_d$ , -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ )

Avaliando-se os resultados obtidos, pode-se notar que mesmo com o travamento da válvula  $F_{1e}$  o controle com alocação foi capaz de realocar os sinais nos atuadores restantes ( $F_{1e}$  e  $F_j$ ) e manter as variáveis controladas nos valores determinados para o *setpoint*.

No cenário 3, em que o atuador falha totalmente aberto, as Figuras (4.57) e (4.58)

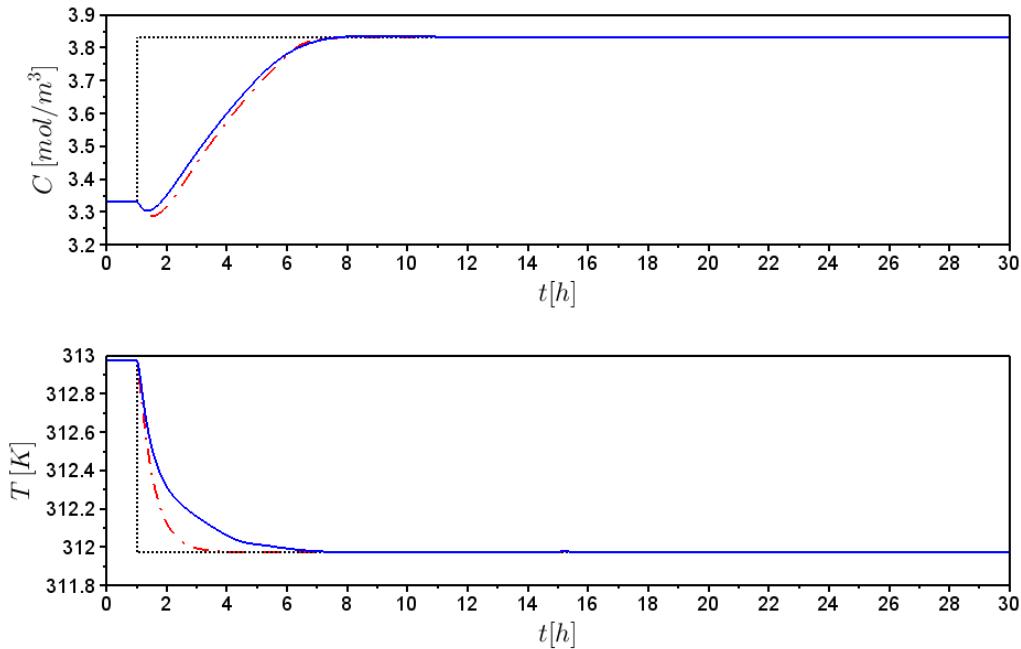


Figura 4.55: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 2. (... setpoint,  $-\cdot-$  norma  $l_1$ ,  $-$  norma  $l_2$ ).

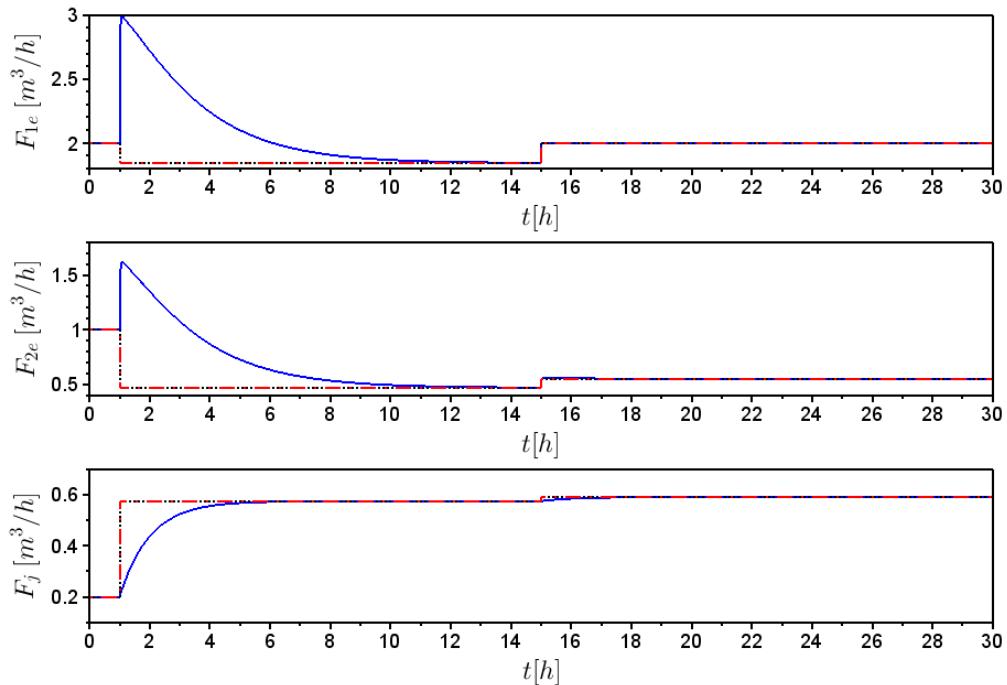


Figura 4.56: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 2 (...  $u_d$ ,  $-\cdot-$  norma  $l_1$ ,  $-$  norma  $l_2$ )

mostram o comportamento para as variáveis controladas e manipuladas, respectivamente.

Avaliando-se as Figuras (4.57) e (4.58) pode-se afirmar que mesmo perdendo um grau de liberdade,  $F_{1e}$  falha aberta, o processo foi controlado pela realocação dos sinais

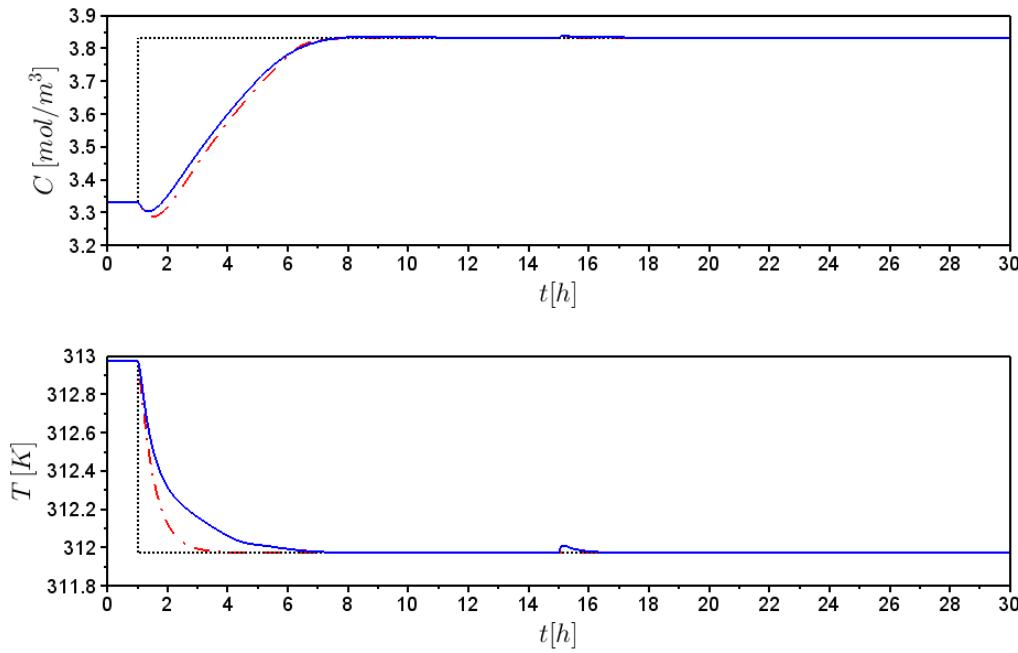


Figura 4.57: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 3. (... setpoint, -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ ).

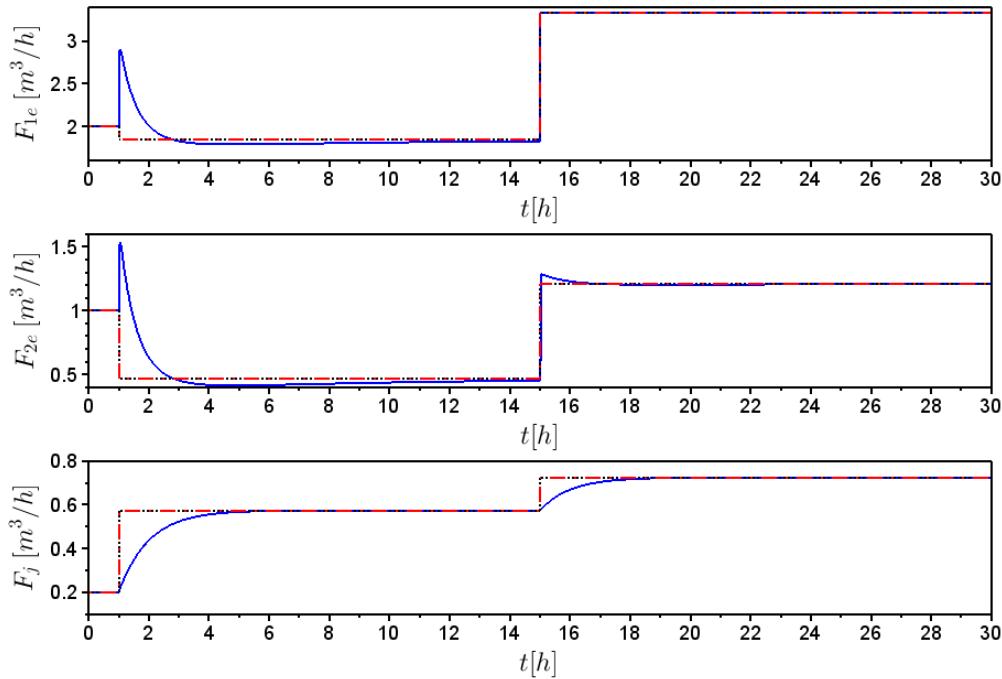


Figura 4.58: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 3 (...  $u_d$ , -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ )

de controle nos demais atuadores que não falharam. Assim, a técnica de alocação de controle mostrou-se uma ferramenta promissora para controlar sistemas principalmente na presença de falhas.

Para o caso em que o volume do reator não seja constante, as variáveis controladas

foram o nível do reator ( $h$ ) e a concentração de produto ( $C$ ); manipulando as vazões de entrada ( $F_{1e}$  e  $F_{2e}$ ) e a vazão de saída ( $F$ ). Assim, é acrescentada a Equação (4.18) ao modelo formado pelas Equações (4.13) a (4.17).

$$\frac{dV}{dt} = F_{1e} + F_{2e} - F \quad (4.18)$$

em que  $V = hA_r$  e  $A_r = 5 \text{ m}^2$ .

Com o objetivo de avaliar a eficiência da técnica MMCA foram avaliados os seguintes cenários:

1. Operação normal;
2. Operação com falha em  $F_{1e}$ : travado ( $F_{1e} = 2,4 \text{ m}^3/\text{h}$ ) em  $t = 15 \text{ h}$ ;
3. Operação com falha em  $F_{1e}$ : totalmente aberto ( $F_{1e} = 3,3 \text{ m}^3/\text{h}$ ) em  $t = 15\text{h}$ ;

A mudança no *setpoint* foi implementada, para todos os cenários, em  $t = 1\text{h}$ .

Para o cenário 1, operação normal, os resultados são mostrados nas Figuras (4.59) e (4.60).

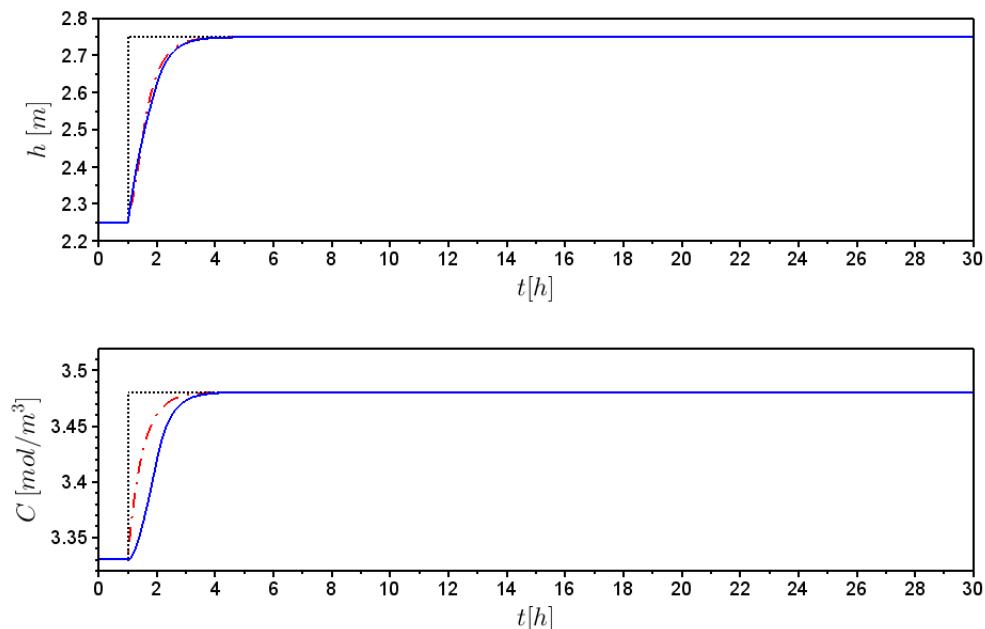


Figura 4.59: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 1. (... setpoint, -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ ).

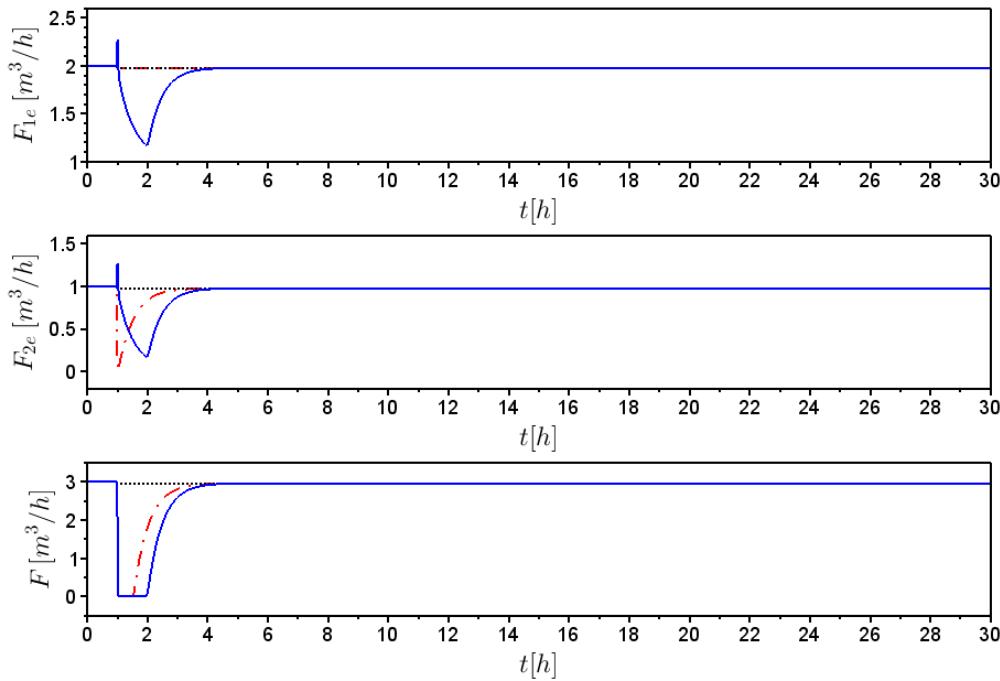


Figura 4.60: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 1 (...  $u_d$ , -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ )

No cenário 2, o comportamento das variáveis controladas e manipuladas para a alocação de controle PI com normas  $l_1$  e  $l_2$  são mostrados nas Figuras (4.61) e (4.62), respectivamente.

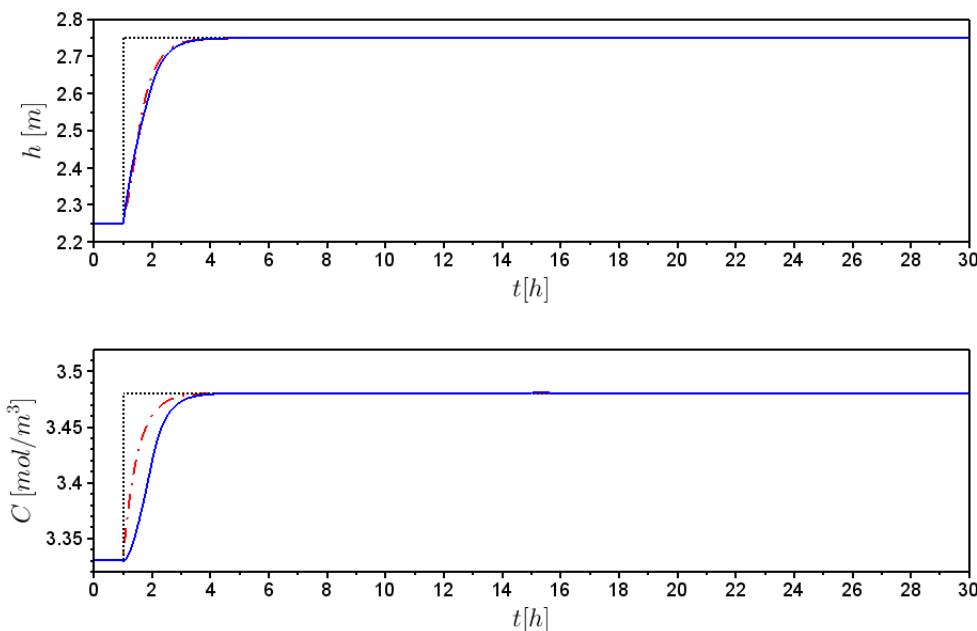


Figura 4.61: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 2. (... setpoint, -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ ).

Avaliando-se a Figura (4.61) pode-se notar que somente a segunda variável controlada

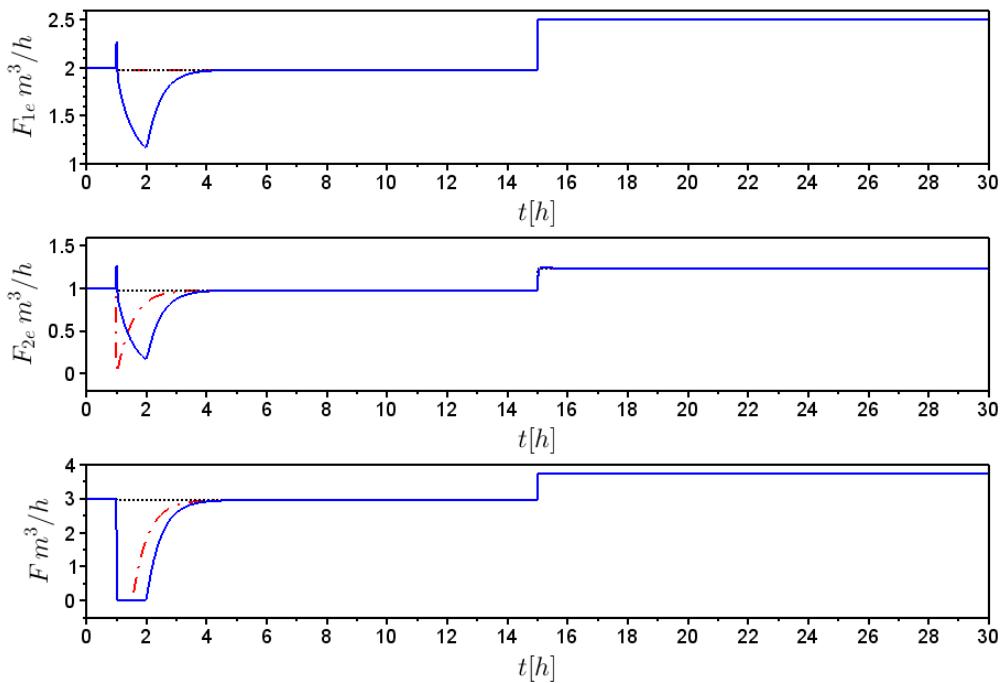


Figura 4.62: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 2 (...  $\mathbf{u}_d$ , -.- norma  $l_1$ , - norma  $l_2$ )

(C) sofreu uma mudança no comportamento após a falha em  $F_{1e}$  em  $t = 15 h$  (pouco perceptível na escala do gráfico utilizada), mesmo assim, essa mudança foi pouco significativa voltando rapidamente ao *setpoint*. Isso indica que o procedimento de alocação utilizou o grau de liberdade que restava para controlar com eficiência o sistema conforme desejado.

No cenário 3, em que o atuador falha totalmente aberto, as Figuras (4.63) e (4.64) mostram o comportamento para as variáveis controladas e manipuladas, respectivamente.

Neste caso, a mudança de comportamento ocorreu para as duas variáveis manipuladas, próximo à  $t = 15 h$ , e, como no caso anterior, voltou rapidamente ao *setpoint*. Vale ressaltar também que, para ambos os casos - Figuras (4.64) e (4.62), o comportamento para as variáveis manipuladas se estabilizaram atingindo o valor de  $\mathbf{u}_d$ .

## 4.3 Estudo de caso 3: Sistema de fase não mínima

Considere o sistema de fase não mínima representado pela matriz de funções de transferência  $G$ , Equação (4.19).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{(s-2)}{(s+1)^2} & \frac{(s-2)}{(s+1)(s+2)} & 0 \\ \frac{1}{(s+1)^2} & \frac{(s^2+s+1)}{(s+1)(s+2)^2} & \frac{(s-1)}{(s+1)(s+2)} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

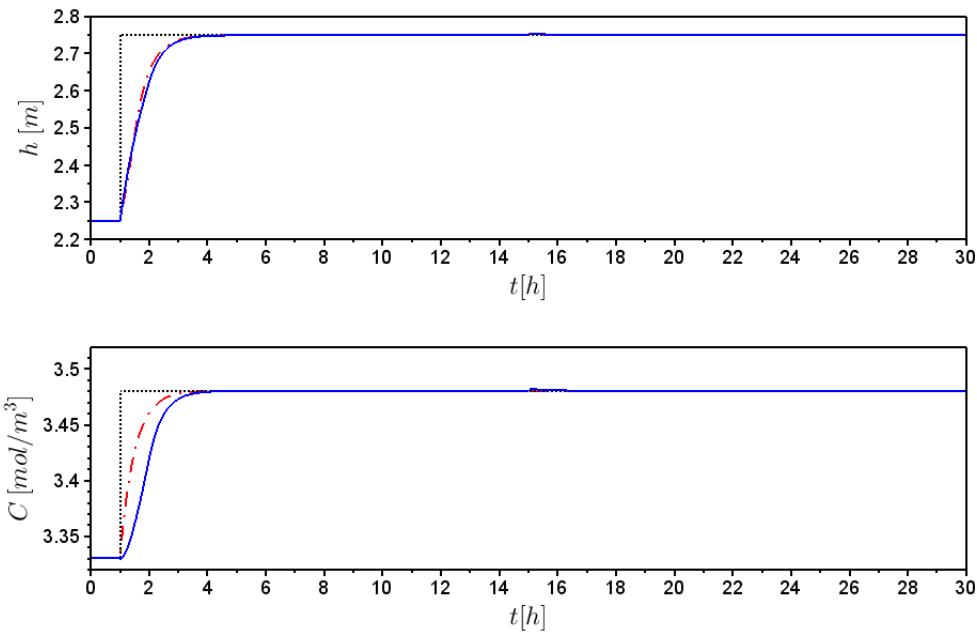


Figura 4.63: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 3. (... setpoint, -·- norma  $l_1$ , - - norma  $l_2$ ).

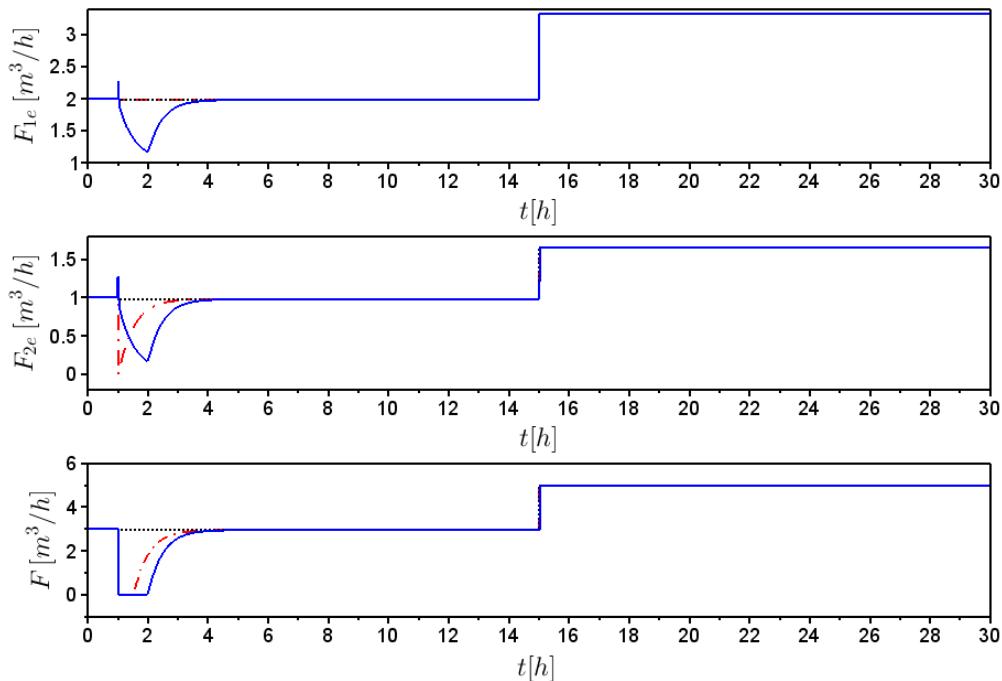


Figura 4.64: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 3 (...  $u_d$ , -·- norma  $l_1$ , - - norma  $l_2$ )

em que tem-se duas variáveis controladas,  $Y_1$  e  $Y_2$ , e três variáveis manipuladas,  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ , em ambos os casos as variáveis são adimensionais. Para a compensação da fase não mínima o sistema foi fatorado pela fatoração coprimas, mostrada no Apêndice B. Assim, tem-se a Equação (4.20).

$$\mathbf{G} = \mathbf{NM}^{-1} \quad (4.20)$$

em que:  $\mathbf{N}$  é um sistema dinâmico linear contínuo no tempo de fase não mínima e  $\mathbf{M}$  é um sistema dinâmico linear contínuo no tempo de fase mínima. Considere que  $K_N$  é o ganho do sistema  $\mathbf{N}$ , assim, foi feita a seguinte consideração, mostrada na Equação (4.21).

$$\mathbf{G} = \mathbf{N}K_N^{-1}K_N\mathbf{M}^{-1} \quad (4.21)$$

em que:  $\mathbf{G}_i = \mathbf{N}K_N^{-1}$  e  $\mathbf{G}_o = K_N\mathbf{M}^{-1}$ . Note que o modelo  $G_o$  possui características semelhantes ao sistema  $G$ , mas, de fase mínima. Devido a isso este será o modelo usado para o controlador. Portanto, a instabilidade gerada pela inversão do modelo do sistema de fase não mínima será compensado. O modelo  $G_o$ , em espaço de estados, é mostrado pela Equação (3.50) em que:

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} -0,624 & 0,401 & -2,096 & 0 & 0 \\ 1,358 & -2,409 & 1,068 & -2,585 & 0 \\ 0,021 & 0,313 & -1,995 & 0,262 & 0 \\ -0,008 & 0,336 & -1,379 & -0,634 & 0,492 \\ 0,285 & -0,298 & 0,497 & -0,582 & -1,339 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{B}_o = \begin{bmatrix} 0,369 & -0,516 & -0,885 \\ 0,787 & 1,493 & 0,706 \\ 1,167 & -0,370 & -1,291 \\ 0,888 & 0,799 & -0,564 \\ 1,220 & -0,506 & 0,945 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$\mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} -0,257 & 0,966 & 0,595 & 0,560 & 1,464 \\ -0,037 & -0,061 & -0,247 & -0,088 & -0,031 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{D}_o = \begin{bmatrix} -3,215 & 0,248 & -0,079 \\ 1,072 & 0,187 & -0,596 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Com a finalidade de avaliar a técnica de alocação de controle baseada em modelo de referência, para sistemas de fase não mínima, foi utilizado o algoritmo contínuo com a norma  $l_2$  aplicado à formulação anterior. Foram avaliados os seguintes cenários:

1. Operação normal;

2. Operação com falha em  $u_1$ : travado ( $u_1 = 0, 1$ ) em  $t = 15\text{ h}$ ;
3. Operação com falha em  $u_2$ : travado ( $u_2 = 0$ ) em  $t = 15\text{ h}$ ;
4. Operação com falha em  $u_3$ : travado ( $u_3 = 0, 2$ ) em  $t = 15\text{ h}$ .

A mudança no *setpoint* foi implementada em todos os cenários em  $t = 1\text{ h}$ . Os parâmetros utilizados na simulação estão dispostos na Tabela (4.26).

Tabela 4.26: Parâmetros da simulação - Sistema fase não mínima.

Parâmetro	Definição	Valor
$Q$	Matriz de ponderação do erro	$\text{diag}([1, 1])$
$R$	Matriz de ponderação em relação à trajetória	$\text{diag}([10^4, 10^3, 1])$
$S$	Matriz de ponderação em relação à velocidade da variável manipulada	$\text{diag}([1, 1, 1])$
$K_c$	Parâmetros do controlador	$[20; 20]$
$\tau_I$	Parâmetros do controlador	$[20; 20]\text{ h}$
$Y_{1set_1}, Y_{2set_1}$	<i>Setpoint 1</i>	$[0; 0]$
$Y_{1set_2}, Y_{2set_2}$	<i>Setpoint 2</i>	$[-1; 0,15]$

O comportamento do modelo de referência é mostrado pela Figura (4.65).

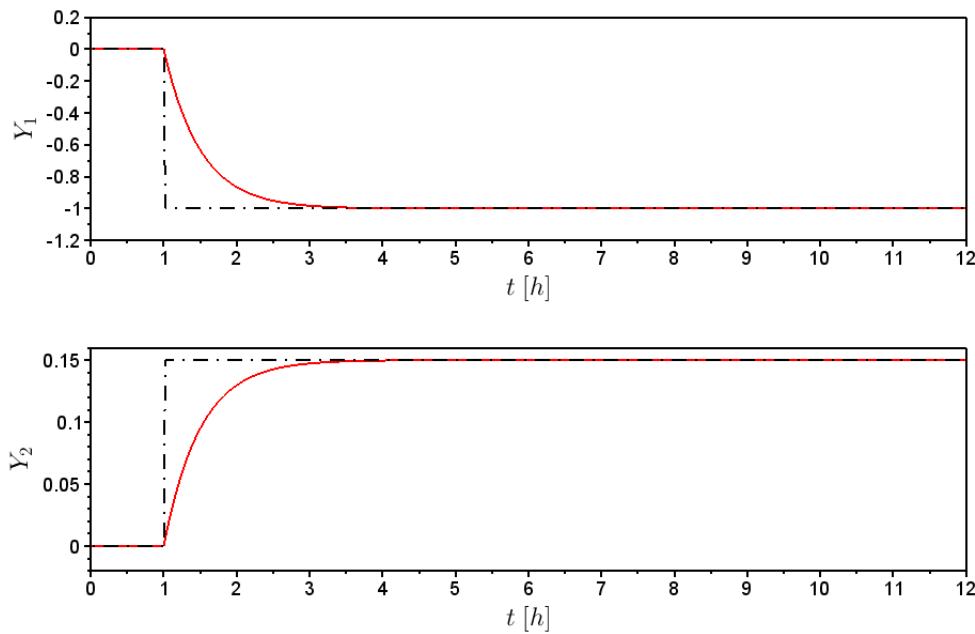


Figura 4.65: Modelo de referência (--- *setpoint*, - variáveis controladas).

Para o cenário 1, operação normal, os resultados são mostrados nas Figuras (4.66) e (4.67).

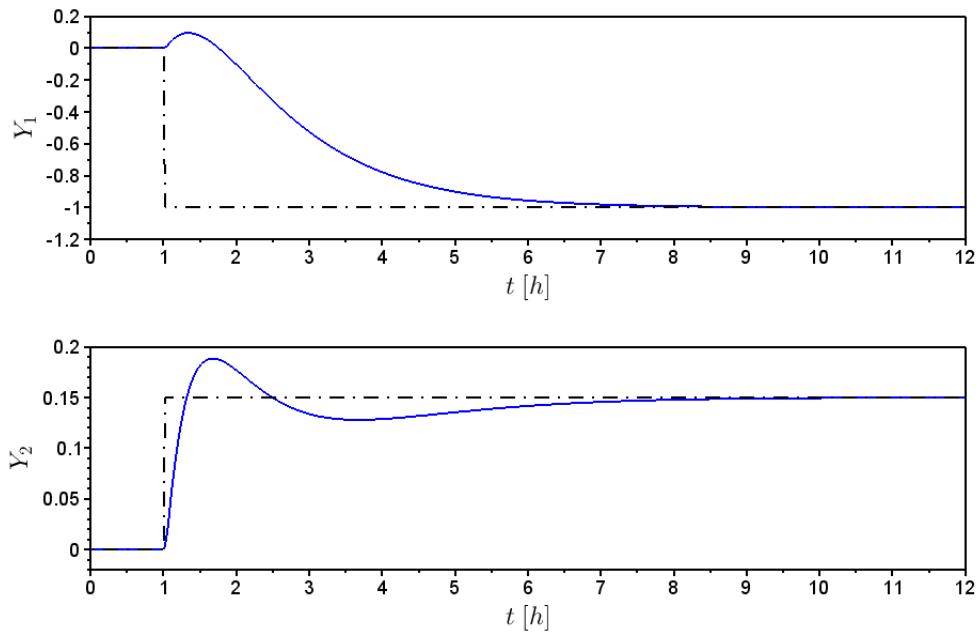


Figura 4.66: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 1 (--- *setpoint*, — norma  $l_2$ ).

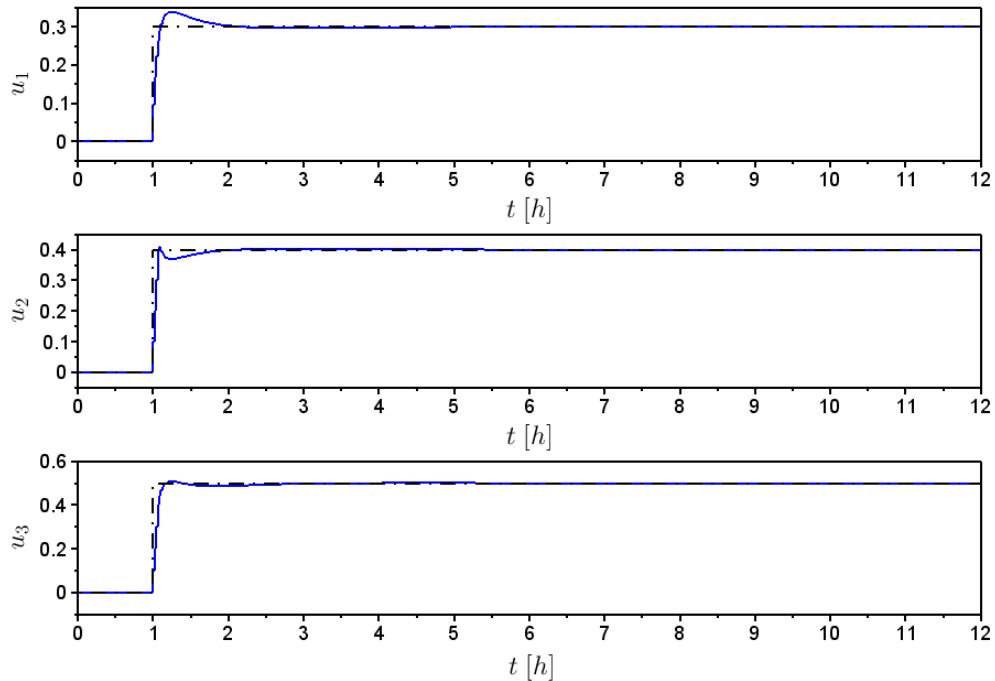


Figura 4.67: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 1 (---  $u_d$ , — norma  $l_2$ ).

Analizando-se as figuras anteriores, pode-se notar que a fase não mínima foi compensada pela decomposição do modelo do sistema. Assim, o controle atingiu o seu objetivo mantendo as variáveis manipuladas nos valores determinados para o *setpoint*.

Para o cenário 2, o atuador  $u_1$  falha travado, os resultados são mostrados nas Figuras

(4.68) e (4.69).

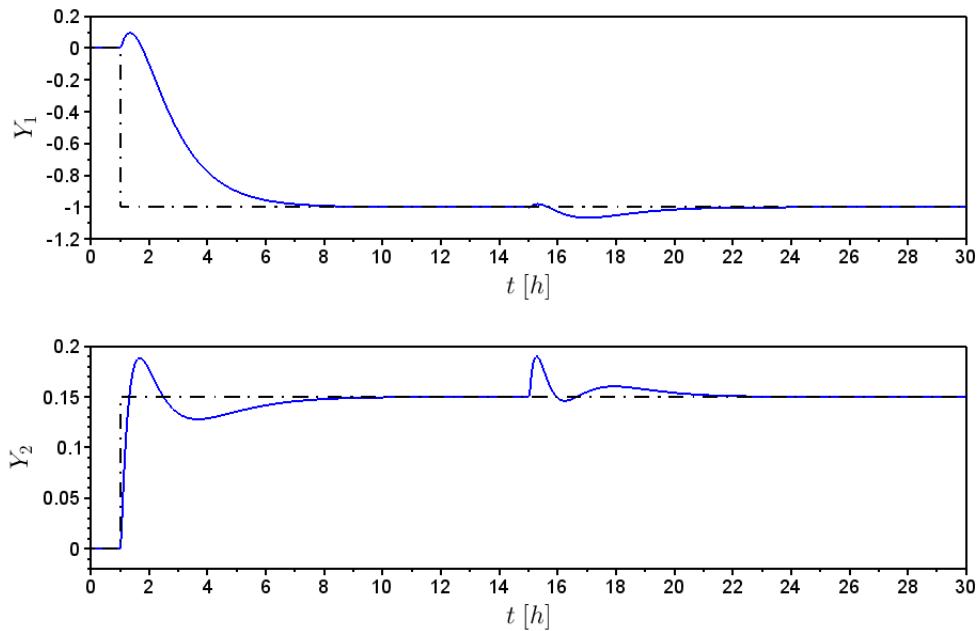


Figura 4.68: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 2 (--- setpoint, - norma  $l_2$ ).

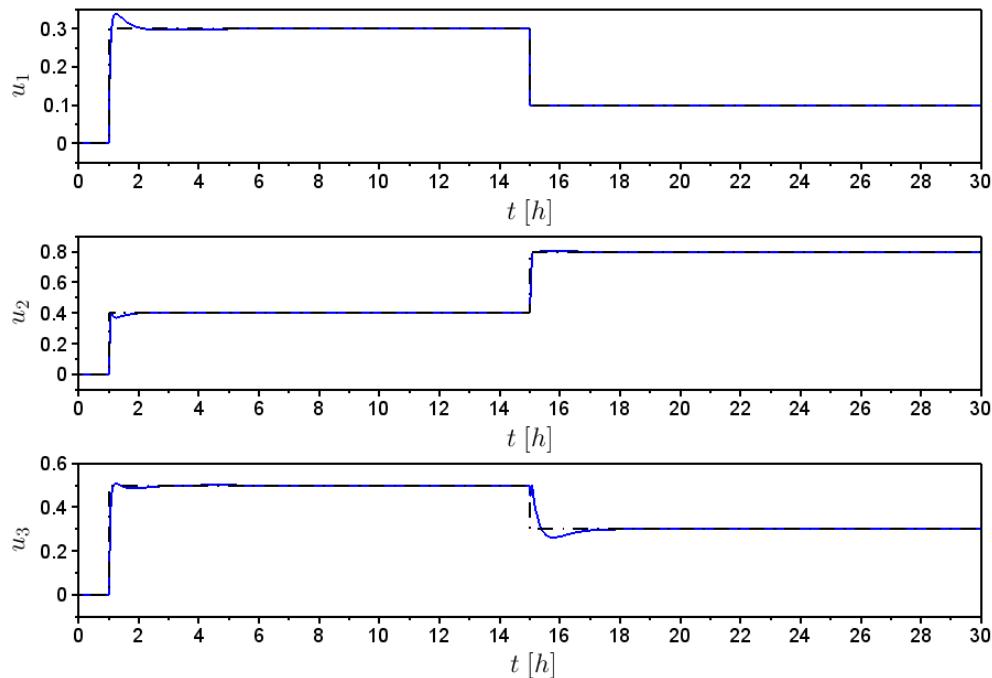


Figura 4.69: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 2 (---  $u_d$ , - norma  $l_2$ ).

Pode-se notar que, pela análise da Figura (4.68), ocorreram variações nas saídas próximo ao ponto de travamento, mas mesmo perdendo um grau de liberdade com o travamento do atuador  $u_1$ , o controlador foi capaz de manter as variáveis controladas no

valor do *setpoint*. Assim, a técnica avaliada mostrou-se eficiente para o cenário de falha estudado.

Para o cenário 3, o atuador  $u_2$  falha travado, os resultados são mostrados nas Figuras (4.70) e (4.71).

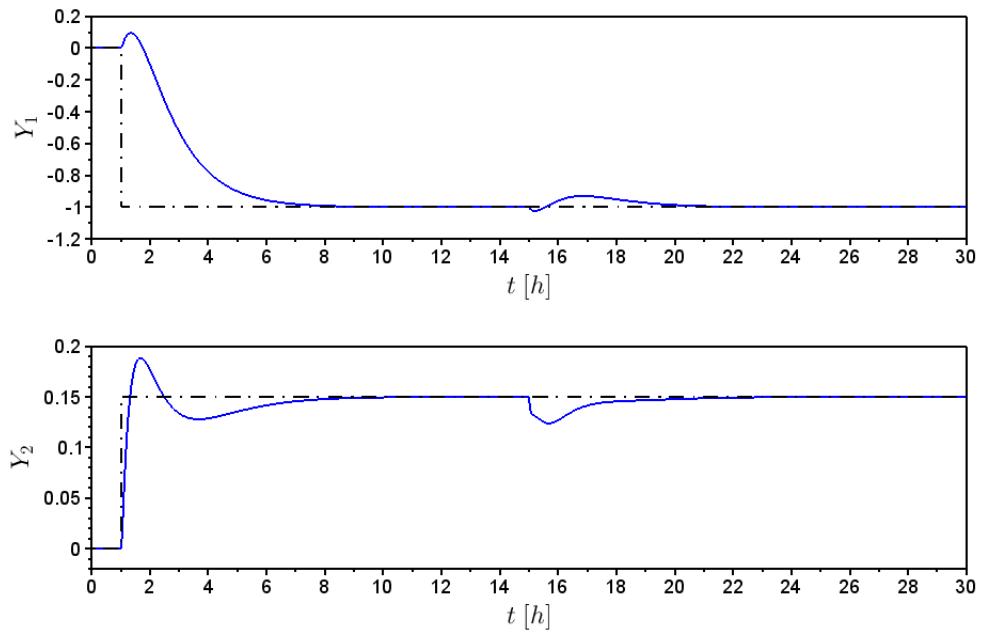


Figura 4.70: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 3 (--- *setpoint*, - norma  $l_2$ ).

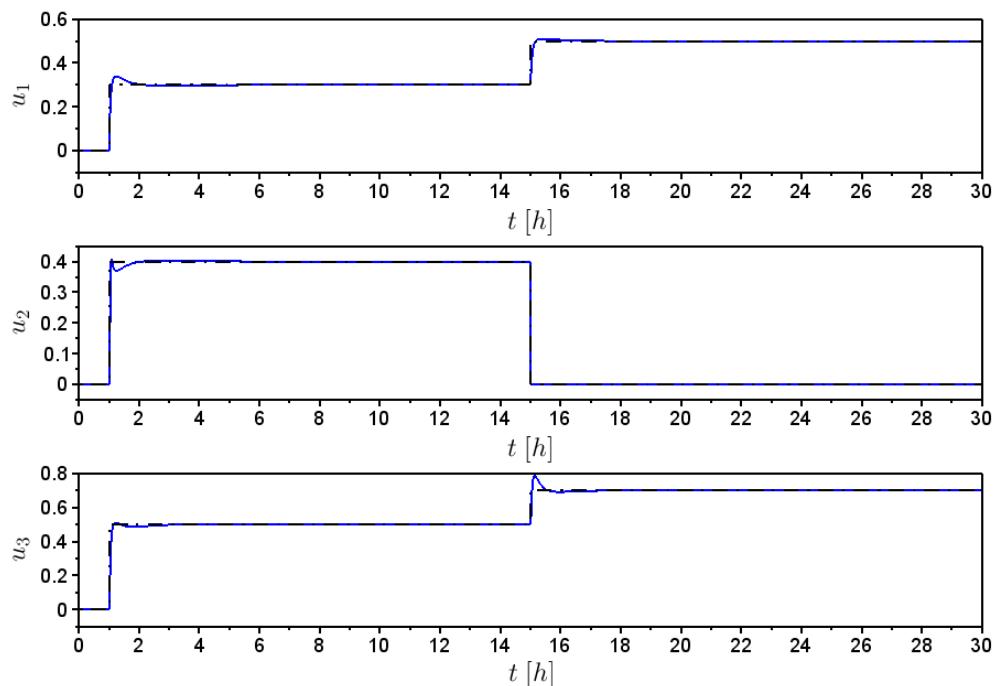


Figura 4.71: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 3 (---  $u_d$ , - norma  $l_2$ ).

Similarmente ao caso anterior, a técnica de alocação de controle baseada em fatoração

para sistemas de fase não mínima mostrou-se eficiente, mesmo perdendo um grau de liberdade com o travamento do atuador  $u_2$ . Analisando a Figura (4.71) pode-se notar que as variáveis manipuladas também mantiveram-se no valor do  $u_d$  (valor desejado).

Para o cenário 4, o atuador  $u_3$  falha travado, os resultados são mostrados nas Figuras (4.72) e (4.73).

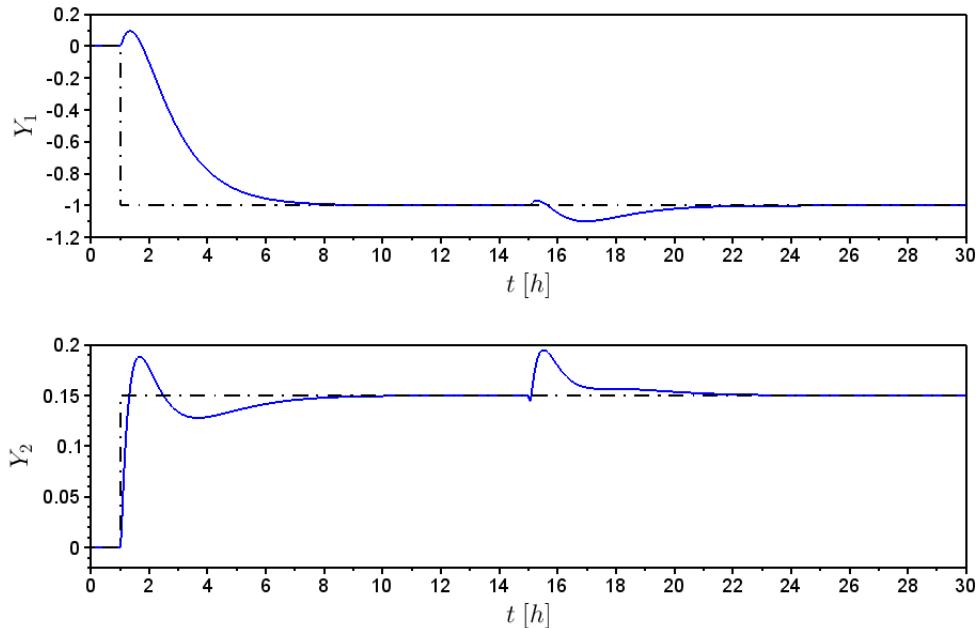


Figura 4.72: Comportamento das variáveis controladas - Cenário 4 (--- *setpoint*, - - norma  $l_2$ ).

Analizando-se as Figuras (4.72) e (4.73) fica claro que o procedimento de alocação de controle utilizou o grau de liberdade que restava para controlar com eficiência o sistema conforme o desejado, ou seja, as variáveis controladas retornaram ao valor do *setpoint* após o travamento do atuador e as variáveis manipuladas mantiveram-se em seus valores desejados ( $u_d$ ).

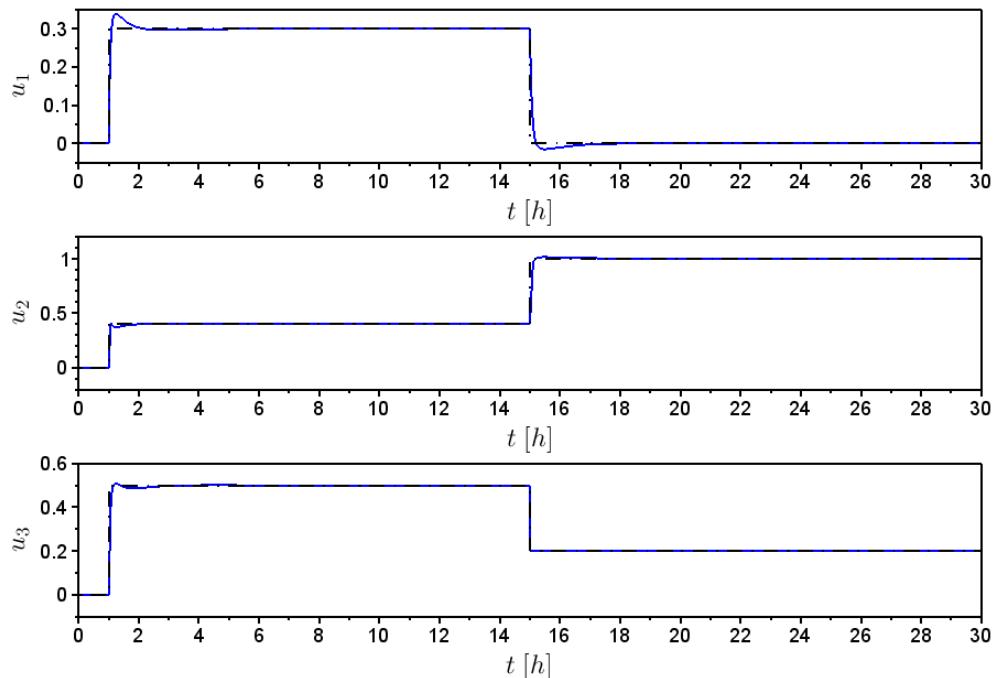


Figura 4.73: Comportamento das variáveis manipuladas - Cenário 4 (-.-  $u_d$ , - norma  $l_2$ ).



---

---

# CAPÍTULO 5

---

## Conclusões e Sugestões

As propostas de alocação de controle apresentadas neste trabalho (Capítulo 3) e testadas pelos exemplos (Capítulo 4) fornecem uma indicação para o desenvolvimento e investigação de técnicas de controle tolerante a falhas com alocação de controle. Do ponto de vista do sistema de controle tolerante a falhas, os benefícios da alocação de controle são que a estrutura do controlador não precisa ser reconfigurada e pode-se lidar diretamente com falhas em qualquer atuador. Essa capacidade de realocar do controle pode melhorar o desempenho do controlador e aumentar a confiabilidade do sistema.

As contribuições deste trabalho incluíram as formulações para a técnica de alocação de controle dinâmica que consideraram informações importantes sobre a variável manipulada no projeto do controle, tais como, a minimização do desvio da variável manipulada em relação ao seu valor desejado e a minimização da velocidade de variação da variável manipulada. Os resultados demonstraram que a alocação de controle dinâmica pode ser satisfatoriamente implementada tanto para a técnica baseada em fatoração quanto para a técnica baseada em modelo de referência.

Para a alocação de controle baseada em fatoração, pode-se destacar que o projeto do controlador é independente da unidade de alocação de controle. Logo, o esforço total do controle é minimizado pela separação da tarefa de controle da tarefa de distribuição dos sinais no processo. No caso da alocação de controle baseada em modelo de referência a vantagem está na sintonia intuitiva e a possibilidade de projetar o comportamento desejado para a variável controlada. Na utilização das normas  $l_1$  e  $l_2$  pode-se notar que a alocação de controle herda as mesmas propriedades conhecidas para controladores predi-

tivos que usem essas normas na definição da função objetivo. Pelos resultados obtidos, vê-se claramente a característica assintótica da norma  $l_2$  e a característica *bang-bang* da norma  $l_1$ .

Comparando as técnicas estudadas pode-se notar que a técnica de alocação baseada em modelo de referência mostrou-se superior, para a sintonia utilizada, quando comparada à baseada em fatoração. Isso pode ser justificado pela possibilidade de se projetar o comportamento desejado para a variável controlada (sintonia intuitiva). Convém destacar que quando há falhas no processo, ocorre uma perda de graus de liberdade, isso pode levar a uma região de operabilidade inaceitável, mas, ainda assim, a utilização da alocação de controle representa um aumento na confiabilidade do processo.

A aplicação da técnica de alocação de controle com dinâmica em atuadores, mesmo não sendo uma consideração trivial como afirmado por alguns autores, foi proposta neste trabalho, com validação pelo estudo de casos do CSTR isotérmico. Os resultados mostraram-se satisfatórios, portanto, essa consideração pode ser potencialmente considerada. Houve também a possibilidade de contribuição na proposta da técnica de alocação de controle para o controle de sistemas de fase não mínima, os resultados mostraram-se promissores ao reescrever o sistema original como um sistema fatorado de fase mínima.

Desta forma, a colaboração deste trabalho na área de controle tolerante a falhas, além dos pontos já mencionados anteriormente, está na proposta das técnicas de alocação de controle baseadas em fatoração e em modelo de referência aplicadas à sistemas lineares e não lineares da Engenharia Química. A finalidade do uso dessa técnica, dentre outras, é aumentar a confiabilidade e o desempenho dos processos químicos, principalmente em presença de falhas em atuadores. Vale ressaltar que utilizando a alocação de controle, a detecção das falhas em atuadores não será necessária. Isso só é possível, devido a característica principal dessa técnica, a redundância em atuadores. Logo, o efeito do atuador que falhou será eliminado automaticamente pela realocação dos sinais de controle nos atuadores restantes.

### Sugestões

Como sugestões para próximos trabalhos destacam-se:

- Estudar o problema de alocação de controle baseado em modelo de referência para outras normas:  $l_\infty$  e mista ( $l_1 - l_\infty$  e  $l_2 - l_\infty$ );
- Desenvolver a abordagem para sistemas com multiobjetivos;
- Implementar características de robustez na métrica de alocação de controle;

- Investigar o efeito da incerteza do modelo no projeto de sistema com alocação de controle;
- Avaliar outras formas de fatoração da matriz de entradas para sistemas com alocação de controle;
- Desenvolver provas da garantia de estabilidade e de desempenho para as descrições tratadas nesta tese;
- Avaliar estruturas de alocação de controle em implementação com observação de estados.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALWI, H.; EDWARDS, C.; TAN, C. P. *Fault Detection and Fault-Tolerant Control Using Sliding Modes*. London: Springer, 2011.
- ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive control*. New York - EUA: Addison-Wesley Publishing Company, 2008.
- BASSON, L. *Control allocation as part of a fault-tolerant control architecture for UAVs*. Dissertação (Mestrado) — Stellenbosch University - Department Electrical and Electronic Engineering, 2011.
- BLANKE, M. et al. *Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. 2<sup>a</sup> Edição: Springer, 2006.
- BODSON, M. Evaluation of optimization methods for control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 25, p. 703–711, 2002.
- BODSON, M.; FROST, S. A. Load balancing in control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 34, p. 380–387, 2011.
- BORDIGNON, K. *Constrained Control Allocation for Systems with Redundant Control Effectors*. Tese (Doutorado) — Virginia Tech, 1996.
- BURKEN, J. J. et al. Two reconfigurable flight-control design methods: Robust servo-mechanism and control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 24 (3), p. 482–493, 2001.
- CARRILLO-AHUMADA, J.; RODRÍGUEZ-JIMENES, G.; GARCÍA-ALVARADO, M. Tuning optimal-robust linear mimo controllers of chemical reactors by using pareto optimality. *Chemical Engineering Journal*, v. 174, p. 357–367, 2011.

- CASAS, E.; POLA, C. An algorithm for indefinite quadratic programming based on a partial cholesky factorization. *RAIRO-Operations Research*, v. 27, p. 401–426, 1993.
- CHEN, X.; ZHAI, G.; FUKUDA, T. An approximate inverse system for nonminimum-phase systems and its application to disturbance observer. *Systems & Control Letters*, v. 52, p. 193 – 207, 2004.
- CHIANG, L. H.; RUSSEL, E. L.; BRAATZ, R. D. *Fault Detection and Diagnosis in Industrial Systems*. Houston, USA: Springer, 2001.
- COSTA, T. V. da. *Estudo e Implementação de Estruturas de Controle Reconfigurável aplicado a Processos Químicos*. Tese (Doutorado) — UNICAMP, 2014.
- DEMENKOV, M. Reconfigurable direct control allocation for overactuated systems. *International Federation of Automatic Control*, v. 18, p. 4696–4700, 2011.
- DURHAM, W. C. Constrained control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 16, p. 717–725, 1993.
- FAIRMAN, F. W. *Linear Control Theory: The State Space Approach*. England: Wiley Editorial Offices, 1998.
- HAMAYUN, M.; EDWARDS, C.; ALWI, H. A fault tolerant control allocation scheme with output integral sliding modes. *Automatica*, v. 49, p. 1830–1837, 2013.
- HANGER, M. B. *Model Predictive Control Allocation*. Dissertação (Mestrado) — Norwegian University of Science and Technology, 2011.
- HÄRKEGARD, O. Efficient active set algorithms for solving constrained least squares problems in aircraft control allocation. *IEEE*, v. 2, p. 1295–1300, 2002.
- HÄRKEGARD, O. *Backstepping and Control Allocation with Applications to Flight Control*. Tese (Doutorado) — Linköping Studies in Science and Technology, 2003.
- HÄRKEGARD, O. *Dynamic control allocation using constrained quadratic programming*. Sweden, 2004.
- HÄRKEGARD, O.; GLAD, S. T. Resolving actuator redundancy - optimal control vs. control allocation. *Automatica*, v. 41, p. 137–144, 2005.
- JOHANSEN, T. A.; FOSSEN, T. I. Control allocation - a survey. *Automatica*, v. 49, p. 1087–1103, 2013.
- KALRA, L.; GEORGAKIS, C.; OLIVEIRA-LOPES, L. C. Reference system model predictive control. 1. continuous time formulation and case studies on performance. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 41, p. 3199–3212, 2002.

- KOCAREV, L.; PARLITZ, U.; HU, B. Lie derivatives and dynamical systems. *Chaos, Solitons & Fractals, Elsevier Science*, v. 9, p. 1359–1366, 1998.
- KOLAVENNU, S.; PALANKI, S.; COCKBURN, J. C. Nonlinear control of nonsquare multivariable systems. *Chemical Engineering Science*, v. 56, p. 2103–2110, 2001.
- KRAVARIS, C.; MOUSAVERE, D. Ise-optimal nonminimum-phase compensation for nonlinear processes. *Journal of Process Control*, v. 17, p. 453–461, 2007.
- LÖTSTEDT, P. Solving the minimum least squares problem subject to bounds on the variables. *BIT*, v. 24, p. 206–224, 1984.
- LU, P. Constrained tracking control nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, v. 27, p. 305–314, 1996.
- MACIEJOWSKI, J. *Predictive Control with constraints*. England: Prentice Hall, 2002.
- MUSKE, K. R. *Linear Model Predictive Control of Chemical Processes*. Tese (Doutorado) — Faculty of the Graduate School of The University of Texas, 1995.
- NASKAR, A. K.; PATRA, S.; SEN, S. A reconfigurable direct control allocation method. In: *European Control Conference (ECC)*. Zürich: EUCA, 2013.
- OLIVEIRA-LOPES, L. C. *Reference System Nonlinear Model Predictive Control*. Tese (Doutorado) — Lehigh University, USA, 2000.
- PETERSEN, J. A. M.; BODSON, M. Constrained quadratic programming techniques for control allocation. *IEEE*, v. 42, p. 3378–3383, 2003.
- RAO, C. V.; RAWLINGS, J. B. Linear programming and model predictive control. *Journal of Process Control*, v. 10, p. 283–289, 2000.
- REIS, L. L. G. *Controle Tolerante com Reconfiguração Estrutural Acoplado a Sistema de Diagnóstico de Falhas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2008.
- SOROUSH, M.; KRAVARIS, C. Mpc formulation of glc. *AIChE Journal*, v. 42, p. 2377–2381, 1996.
- VERMILLION, C.; SUN, J.; BUTTS, K. Predictive control allocation for a thermal management system based on an inner loop reference model - design, analysis, and experimental results. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 19, p. 772–781, 2011.

- VIRNIG, J.; BODDEN, D. Multivariable control allocation and control law conditioning when control effectors limit. In: *AIAA GNCC*. EUA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994.
- WENDONG, G.; HONGLUN, W. Closed-loop dynamic control allocation for aircraft with multiple actuators. *Chinese Journal of Aeronautics*, v. 26, p. 676–686, 2013.
- WRIGHT, R. A.; KRAVARIS, C. Nonminimum-phase compensation for nonlinear processes. *AIChE Journal*, v. 38, p. 26–40, 1992.
- ZACCARIAN, L. Dynamic allocation for input redundant control systems. *Automatica*, v. 45, p. 1431–1438, 2009.
- ZHANG, J.; XIA, X. A model predictive control approach to the periodic implementation of the solutions of the optimal dynamic resource allocation problem. *Automatica*, v. 47, p. 358–362, 2011.

---

# GLOSSÁRIO

O Comitê Técnico de Processos Seguros (*Safe-process Technial Committee*) do IFAC e a Federação Internacional de Controle Automático (*International Federation of Automatic Control*) compilaram uma lista de definições sugeridas quando se trata de controle tolerante a falhas e monitoramento de processos (ISERMANN; BALLÉ, 1996).

**Ação corretiva:** Uma ação de correção (reconfiguração ou uma mudança na operação de um sistema) que previne que uma certa falha se propague para situações indesejadas.

**Análise de propagação de falha:** Análise que permite determinar como certos efeitos de falhas se propagam através de um sistema.

**Detecção de falha:** Determinação de falhas presentes em um sistema e o tempo de detecção.

**Detector de falha:** Um algoritmo que desempenha detecção e isolação de falha.

**Diagnóstico de falha:** Determinação do tipo, tamanho, local e tempo de ocorrência de uma falha. Diagnóstico de falha inclui detecção, isolação e estimativa.

**Efeito de falha:** A consequência de um modo de falha sobre a operação, função, ou estado de um item.

**Erro:** Desvio entre um valor medido ou calculado (de uma variável de saída) e o valor real especificado ou valor teoricamente correto.

**Estimação de falha:** Determinação de um modelo do sistema com falha.

**Falha:** Desvio não permitido de no mínimo uma propriedade característica variável ou parâmetro de um sistema de sua condição aceitável, usual ou padrão. Uma falha é a ocorrência de um modo de falha.

**Identificação de falha:** Determinação do tamanho e comportamento com o tempo de uma falha.

**Modelagem de falha:** Determinação de um modelo matemático para descrever um efeito de falha específico.

**Modo de falha:** Modo particular que uma falha pode ocorrer.

**Objetivo:** Uma especificação de controle, a parte principal de um sistema de controle.

**Sistema tolerante a falhas:** Um sistema em que uma falha é recuperada com ou sem degradação de desempenho.

**Sistema de controle tolerante ativo:** Um sistema tolerante a falhas em que as falhas são explicitamente detectadas e acomodadas. Oposto de um sistema tolerante a falhas passivo.

**Sistema de controle tolerante a falha passivo:** Um sistema tolerante a falhas em que falhas não são explicitamente detectadas e acomodadas, mas o controlador é projetado para ser insensível a certos conjuntos de falhas restritos. Contrário de um sistema de controle tolerante ativo.

**Supervisão:** Monitoração de um sistema físico e tomada de ações apropriadas para manter a operação no caso de falhas.

**Supervisor:** Uma função que realiza supervisão usando resultados de diagnóstico de falhas, determina ações corretivas quando necessário e executa ações corretivas para manipular falhas.

**Atuadores:** Dispositivos responsáveis pela variação dos parâmetros do processo a ser controlado.

**Redundância de atuadores:** Denominação dada quando o número de variáveis ma-

nipuladas de um processo é maior que o número de variáveis controladas, ou seja, o processo possui mais atuadores físicos do que objetivos de controle.



---

---

# APÊNDICE A

---

## Decomposição de matrizes

Para a decomposição de matrizes, usadas na aplicação da técnica baseada em fatoração, é necessário obter a matriz reduzida. Assim, algumas definições de álgebra linear serão introduzidas.

### A.1 Forma escalonada e forma condensada de matrizes

Na álgebra linear, a matriz está na forma escalonada (ou na forma de escada) se ela tem a forma resultante de uma eliminação de Gauss. Dize-se que uma matriz  $A_{m \times n}$  está na forma escalonada se para toda linha  $i = 1, \dots, m$  acontecer:

- Se a linha  $i$  é nula todas as linhas abaixo de  $i$  serão nulas;
- Se a linha  $i$  não é nula e  $a_{ik}$  é o seu primeiro elemento não nulo, todos os elementos da coluna  $k$  abaixo de  $a_{ik}$  serão nulos, assim como os elementos das colunas anteriores da linha  $k$  para baixo;
- Todos os pivôs são iguais a 1.

Um exemplo de matriz na forma escalonada pode ser visto na Equação (A.1).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 3 & 2 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & -2 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

O pivô é o elemento não nulo de cada linha quando uma matriz está na forma escalonada, ou seja, em uma linha nula não há nenhum pivô e em cada coluna há no máximo um pivô. Em uma matriz na forma escalonada as linhas nulas ficam sempre na parte debaixo da matriz e pode haver colunas nulas em qualquer posição.

Diz-se que uma matriz  $A_{m \times n}$  está na forma condensada ou escalonada reduzida por linhas se:

- Está na forma escalonada;
- Se  $a_{ik}$  é o pivô da linha  $i$ , todos os elementos da coluna  $k$  acima de  $a_{ik}$  são nulos.

Um exemplo de matriz na forma condensada pode ser visto na Equação (A.2).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Neste trabalho, para a decomposição de matrizes, será usada a matriz na forma condensada, também chamada de matriz reduzida.

## A.2 Decomposição de matrizes

Para aplicação da técnica de alocação baseada em fatoração é necessário fazer a decomposição da matriz  $B_u$  do modelo descrito pela Equação (3.20). Para utilizar este tipo de decomposição, a matriz a ser decomposta precisa ter as seguintes características:

- $\text{posto}(\mathbf{A}_t) = h < m$ , em que  $m$  é o número de variáveis manipuladas;
- $\mathbf{A}_1 \in \mathbb{R}^{n \times h}$  e  $\mathbf{A}_2 \in \mathbb{R}^{h \times m}$ , ambas com  $\text{posto}$  igual a  $h$ , em que  $n$  é o número de variáveis controladas.

Assim, tem-se a decomposição mostrada pela Equação (A.3).

$$\mathbf{A}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \quad (\text{A.3})$$

Com o objetivo de ilustrar a decomposição, considere a matriz dada pela Equação (A.4).

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 2 & 0 \\ 6 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 8 & 8 & 8 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

A forma reduzida ( $A_r$ ) é obtida pela eliminação de Gauss na forma reduzida por linhas. O primeiro passo é escolher o pivô de cada linha, para a linha 1 o pivô é o elemento  $A_t(1,1)$ , logo, os elementos abaixo e acima do pivô têm que ser nulos. Para anular o elemento  $A_t(2,1)$  aplica-se a seguinte operação:

$$L_2 \leftarrow L_2 - 5L_1 \quad (\text{A.5})$$

Assim tem-se a matriz mostrada na Equação (A.6).

$$\mathbf{A}_{t_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & -3 & 5 \\ 6 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 8 & 8 & 8 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Para anular os demais elementos abaixo do pivô  $A_{t_1}(1,1)$  aplica-se as seguintes operações:  $L_3 \leftarrow L_3 - 6L_1$ ,  $L_4 \leftarrow L_4 - 3L_1$ ,  $L_5 \leftarrow L_5 - 8L_1$  e  $L_6 \leftarrow L_6 - 2L_1$ , logo a matriz resultante fica:

$$\mathbf{A}_{t_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & -3 & 5 \\ 0 & -5 & -5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Como o valor do pivô precisa ser unitário, é realizada a seguinte operação:  $L_2 \leftarrow L_2(-1/3)$ . Assim o elemento  $A_{t_2}(2, 2)$  será o pivô da linha 2. Como dito anteriormente os elementos das linhas acima e abaixo do pivô precisam ser nulos, logo serão aplicadas as seguintes operações:  $L_1 \leftarrow L_1 - L_2$  e  $L_3 \leftarrow L_3 + 5L_2$ . A matriz resultante é mostrada pela Equação (A.8).

$$\mathbf{A}_{t_3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2/3 \\ 0 & 1 & 1 & -5/3 \\ 0 & 0 & 0 & -7/3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Para o pivô da linha 3 ( $A_{t_3}(3, 4)$ ) é realizada a seguinte operação:  $L_3 \leftarrow -(3/7)L_3$ . Novamente, todos os elementos das linhas acima e abaixo do pivô precisam ser nulos, logo serão aplicadas as seguintes operações:  $L_1 \leftarrow L_1 - (2/3)L_3$ ,  $L_2 \leftarrow L_2 + (5/3)L_3$ ,  $L_4 \leftarrow L_4 - 3L_3$ ,  $L_5 \leftarrow L_5 - 8L_3$  e  $L_6 \leftarrow L_6 - 2L_3$ . Assim, tem-se a matriz  $\mathbf{A}_t$  na forma reduzida escrita pela Equação (A.9).

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Utilizando a matriz na forma reduzida ( $\mathbf{A}_r$ ) elimina-se as linhas nulas assim tem-se a matriz mostrada na Equação (A.10).

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

A partir da matriz reduzida pode-se determinar os pivôs de cada linha que são os seguintes elementos:  $a_{11}$ ,  $a_{22}$  e  $a_{34}$ . Ainda tem-se o elemento  $a_{23}$  não nulo, este elemento determina qual coluna da matriz  $\mathbf{A}_t$  será retirada para obter a segunda matriz da decomposição  $\mathbf{A}_2$ .

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 8 & 8 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

A decomposição das matrizes foi realizada utilizando o *software* livre Maxima. Para o exemplo anterior o algoritmo será mostrado a seguir.

```
//CÓDIGO: Decomposição de matrizes
//Nádia Guimarães Sousa - 2014
```

```
M: matrix([1,1,1,-1],[5,2,2,0],[6,1,1,0],[3,3,3,0],[8,8,8,0],[2,2,2,0]);
N:echelon(M);
simpsum:true;
N1:rowop(N,1,2,2/5);
rank(N1);
P:submatrix(M,3);
rank(P);
Q:submatrix(4,5,6,N1);
rank(Q);
```



---

---

## APÊNDICE B

---

### Fatoração coprima (*Coprime factorization*)

Com a finalidade de corrigir problemas na fatoração de sistemas, surgiram técnicas focadas na determinação de dois novos sistemas, denominados de fatores, os quais possuem o mesmo comportamento entradas/saídas que o sistema a ser fatorado. As restrições adicionais a estes fatores determinam diferentes classes de fatoração (FAIRMAN, 1998).

A fatoração coprima pode ser caracterizada pela multiplicação de dois sistemas, sendo um deles estável e o outro o inverso de um sistema estável, sem o cancelamento de polos e zeros entre os fatores. Para sistemas MIMO, é preciso distinguir dois tipos de fatoração dependendo da ordem dos fatores. Assim, para uma sistema  $q \times m$  representado por uma matriz de funções de transferência  $G(s)$  pode ser decomposto de acordo com a Equação (B.1) (FAIRMAN, 1998).

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(s) &= \mathbf{N}(s)\mathbf{M}(s)^{-1} \\ &= \tilde{\mathbf{M}}(s)^{-1}\tilde{\mathbf{N}}(s) \end{aligned} \tag{B.1}$$

em que:  $\mathbf{N}(s), \tilde{\mathbf{N}}(s) \in \mathcal{H}_\infty$  são ambos  $q \times m$  e  $\mathbf{M}(s), \tilde{\mathbf{M}}(s) \in \mathcal{H}_\infty$  são  $m \times m$  e  $q \times q$ , respectivamente. Note que as duas variações da fatoração, Equação (B.1), são referidas como fatoração coprimas à direita e à esquerda, respectivamente.

*Teorema B.1:* Os fatores  $\mathbf{N}(s), \mathbf{M}(s) \in \mathcal{H}_\infty$  (ou  $\tilde{\mathbf{N}}(s), \tilde{\mathbf{M}}(s) \in \mathcal{H}_\infty$ ) são as matrizes da fatoração coprimas à direita (ou à esquerda) se e somente se existirem  $\mathbf{X}(s), \mathbf{Y}(s) \in \mathcal{H}_\infty$  (ou  $\tilde{\mathbf{X}}(s), \tilde{\mathbf{Y}}(s) \in \mathcal{H}_\infty$ ) que satisfaça a identidade de Bezout:

$$\mathbf{X}(\mathbf{s})\mathbf{M}(\mathbf{s}) + \mathbf{Y}(\mathbf{s})\mathbf{N}(\mathbf{s}) = \mathbf{I} \quad (\text{B.2})$$

*ou*

$$\left( \tilde{\mathbf{X}}(\mathbf{s})\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{s}) + \tilde{\mathbf{Y}}(\mathbf{s})\tilde{\mathbf{N}}(\mathbf{s}) = \mathbf{I} \right) \quad (\text{B.3})$$

Para sistemas SISO, a fatoração coprimas para uma função de transferência  $G(s)$  é escrita como a relação entre duas funções de transferência estáveis sem divisores comuns em  $\mathcal{H}_\infty$ , mostrada na Equação (B.4).

$$G(s) = N(s)M(s)^{-1} \quad (\text{B.4})$$

Neste caso, satisfazendo a identidade de Bezout, tem-se a Equação B.5.

$$X(s)M(s) + Y(s)N(s) = 1 \quad (\text{B.5})$$

---

---

## APÊNDICE C

---

### Aspectos básicos sobre formulação $l_1$ e $l_2$ para problemas de alocação de controle

Neste trabalho os problemas de otimização foram formulados utilizando as normas  $l_1$  (*Linear Programming Problem* - LP) e  $l_2$  (*Quadratic Programming Problem* - QP). As principais características destas normas serão apresentadas neste apêndice.

O problema de programação linear (LP) é aquele em que a função objetivo e todas as restrições são funções lineares das variáveis de decisão. Já o problema de programação quadrática (QP) é aquele em que a função objetivo e todas as restrições são funções quadráticas das variáveis de decisão.

Os problemas LP são mais atraentes do ponto de vista numérico, sendo computacionalmente menos exigentes quando comparados à solução correspondente para um problema QP de mesma complexidade. A principal objeção teórica para a formulação LP é que as soluções analíticas são geralmente indisponíveis devido às não suavidades da função objetivo (RAO; RAWLINGS, 2000).

As soluções para os problemas LP são sempre nas interseções das restrições, por outro lado, as soluções para o problema QP podem ser fora das restrições, ou, relativamente raro, na interseção das restrições. Esse comportamento é ilustrado na Figura (C.1) (MACIEJOWSKI, 2002).

As linhas sólidas representam a restrição de desigualdade linear, em que a região

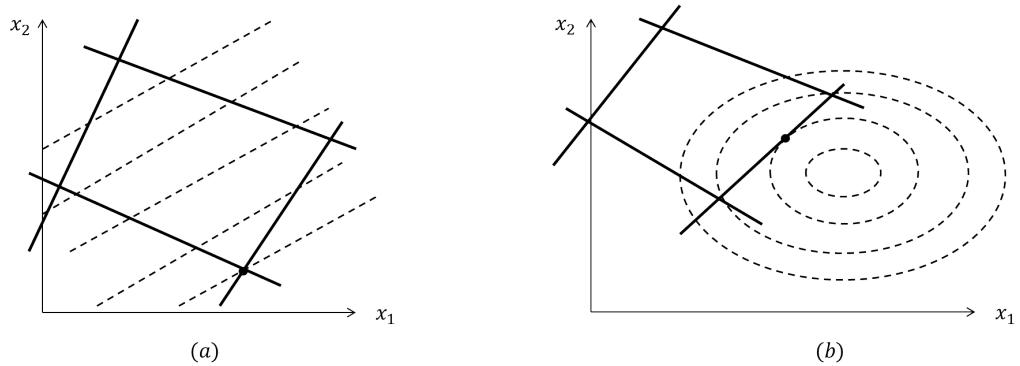


Figura C.1: Curvas de nível e restrições para os problemas de otimização: (a) Problema LP e (b) Problema QP (adaptado de Maciejowski (2002)).

de busca está no interior da região delimitada por essas linhas. As linhas pontilhadas representam as curvas de nível, em que a Figura (C.1a) é para o problema LP e a Figura (C.1b) é para o problema QP. Para o problema LP o custo aumenta a medida que se move para cima na Figura (C.1a) e para o problema QP o custo aumenta a medida que se move a partir do centro da elipse da Figura (C.1b) (MACIEJOWSKI, 2002).

Como dito anteriormente, a solução ótima para o problema LP deve sempre estar em pelo menos umas das restrições, isso não é necessário para o problema QP. Assim, o problema LP força o estado a ir para a solução ótima enquanto o QP se aproxima da solução exponencialmente. Essa característica do problema LP pode levar a um comportamento denominado *dead-beat*, ou seja, caracterizado por uma ação de controle agressiva. Logo isso pode render um desempenho ruim em processos de controle em malha fechada.

---

---

## APÊNDICE D

---

### Estudo de casos: CSTR isotérmico - demais cenários avaliados

Com o objetivo de avaliar melhor a eficiência da técnica de alocação baseada em fatoração - Algoritmo discreto foram avaliados outros cenários além daqueles apresentados no Capítulo 4. Como os resultados foram semelhantes optou-se por apresentá-los apenas neste apêndice. Os cenários avaliados foram:

►  $F_1$  falha aberta

Considera-se que a válvula  $F_1$  é ar para fechar, ocorrendo uma falha no suprimento de ar, em  $t = 5 \text{ min}$ , a válvula falha aberta. O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (D.1) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (D.2).

Avaliando as figuras anteriores, pode-se notar que os atuadores  $F_2$  e  $F_3$  saturaram no valor máximo, tendo assim uma região de não operabilidade. Uma alternativa para este caso, seria avaliar outros valores para o *setpoint* em que não ocorram a saturação dos atuadores.

►  $F_2$  falha aberta

Considera-se que a válvula  $F_2$  é ar para fechar, ocorrendo uma falha no suprimento de ar, em  $t = 5 \text{ min}$ , a válvula falha aberta. O comportamento das variáveis controladas

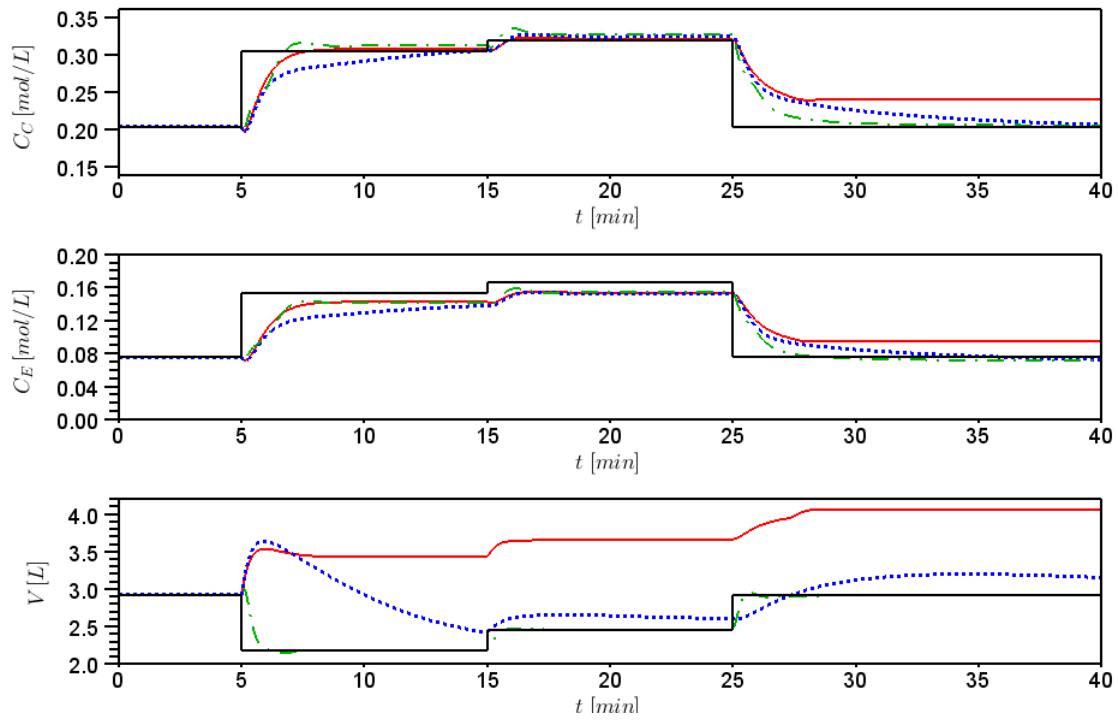


Figura D.1: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 2:  $F_1$  falha aberta (- MPC:caso 1, -·- MPC:caso 2, ... MPCA, - setpoint).

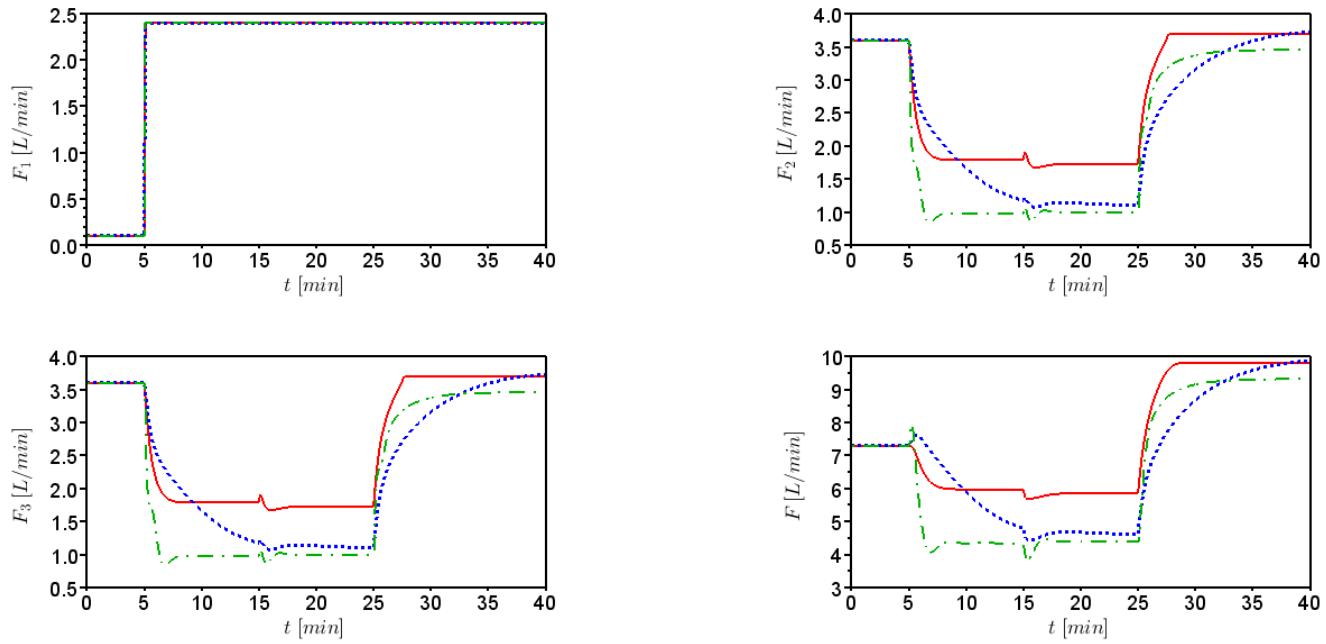


Figura D.2: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 2:  $F_1$  falha aberta (- MPC - caso 1, -·- MPC - caso 2, ... MPCA).

para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (D.3) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (D.4).

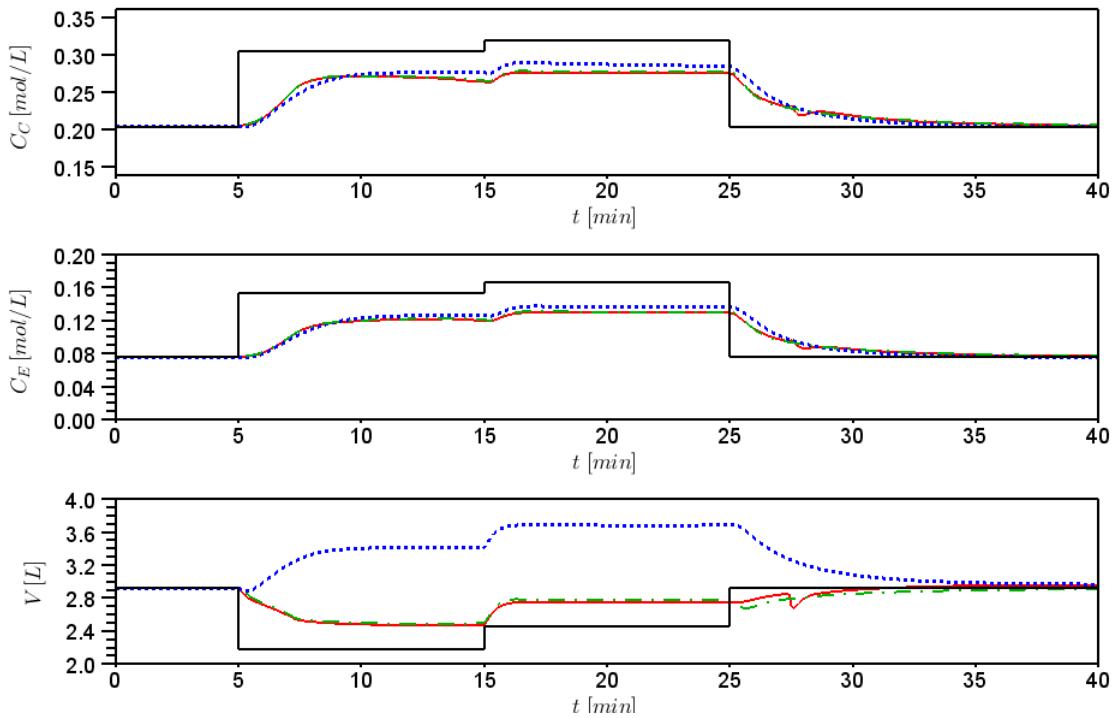


Figura D.3: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 3:  $F_2$  falha aberta (— MPC:caso 1, -·- MPC:caso 2, ... MPCA, - setpoint).

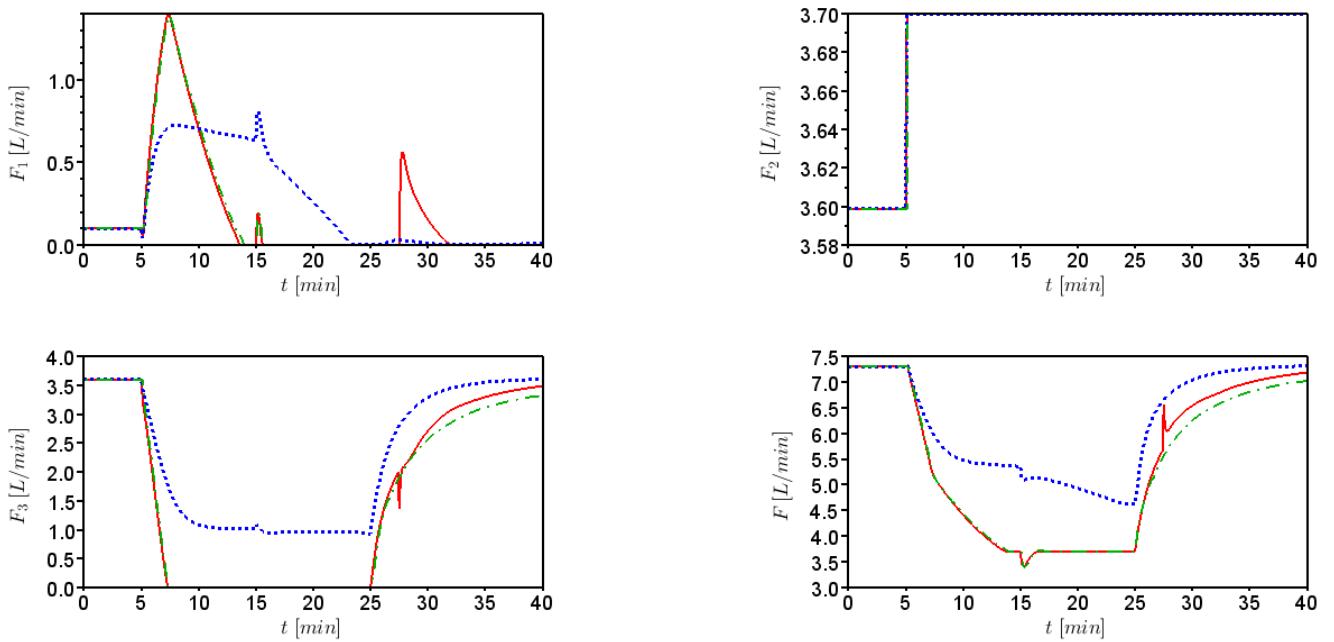


Figura D.4: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 3:  $F_2$  falha aberta (— MPC - caso 1, -·- MPC - caso 2, ... MPCA).

Analizando a Figura (D.3) pode-se notar que o comportamento para as variáveis controladas mostrou-se satisfatório para os três casos, ou seja, o processo continuou operando dentro do limite estipulado mesmo com a falha. Por outro lado, os valores desejados para

as transições 2 e 3 do *setpoint* não foram alcançados, isso pode ser explicado pela Figura (D.4) em que  $F_1$  e  $F_3$  saturaram fechadas. Devido à isso, torna-se impossível que as variáveis controladas cheguem ao valor requerido, assim, a causa dessa ocorrência é do projeto do sistema (não existe vazão negativa) e não das técnicas de controle estudadas.

■►  $F_3$  falha aberta

Considera-se que a válvula  $F_3$  é ar para fechar, ocorrendo uma falha no suprimento de ar, em  $t = 5 \text{ min}$ , a válvula falha aberta. O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (D.5) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (D.6).

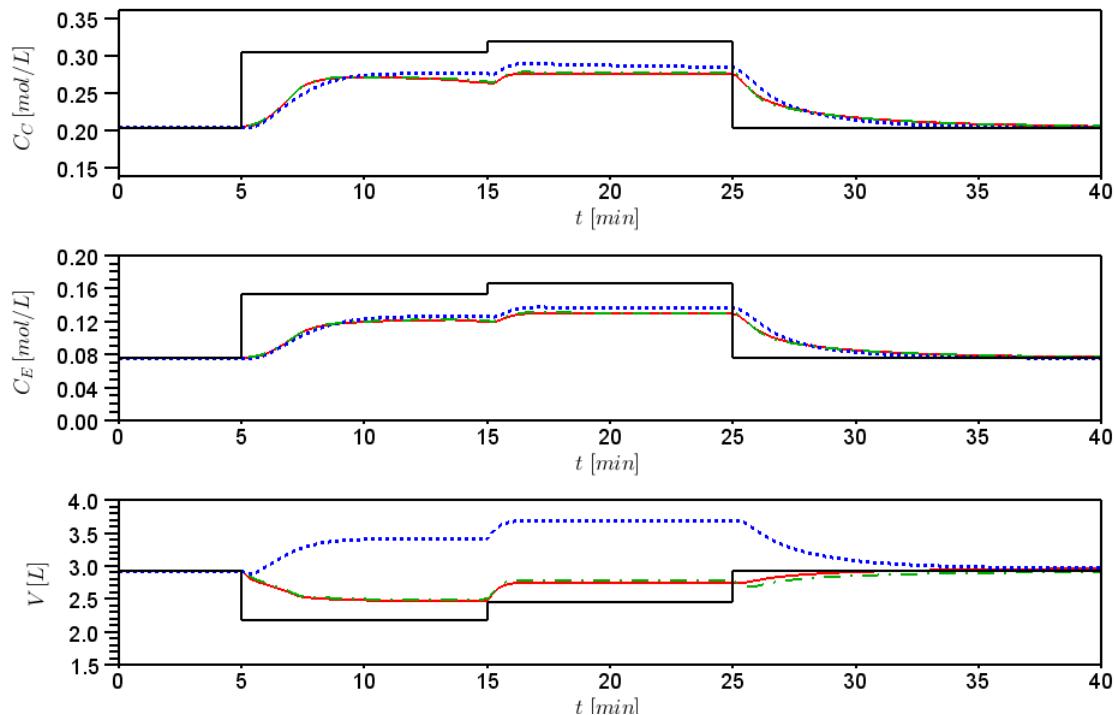


Figura D.5: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 4:  $F_3$  falha aberta (— MPC:caso 1, -·- MPC:caso 2, ... MPCA, - setpoint).

Análogo ao caso anterior, em que  $F_2$  falou aberta, o comportamento para as variáveis controladas mostrou-se satisfatório para os três casos, Figura (D.5), ou seja, o processo continuou operando dentro do limite estipulado mesmo com a falha. Por outro lado, os valores desejados para as transições 2 e 3 do *setpoint* não foram alcançados, isso pode ser explicado pela Figura (D.6) em que  $F_1$  e  $F_2$  saturaram fechadas. Uma alternativa para este caso, seria a avaliação de outros valores para o *setpoint* visando a não saturação dos atuadores, pois esse tipo de comportamento pode ter sido gerado por um problema no projeto do sistema (não existe vazão negativa) e não das técnicas de controle estudadas.

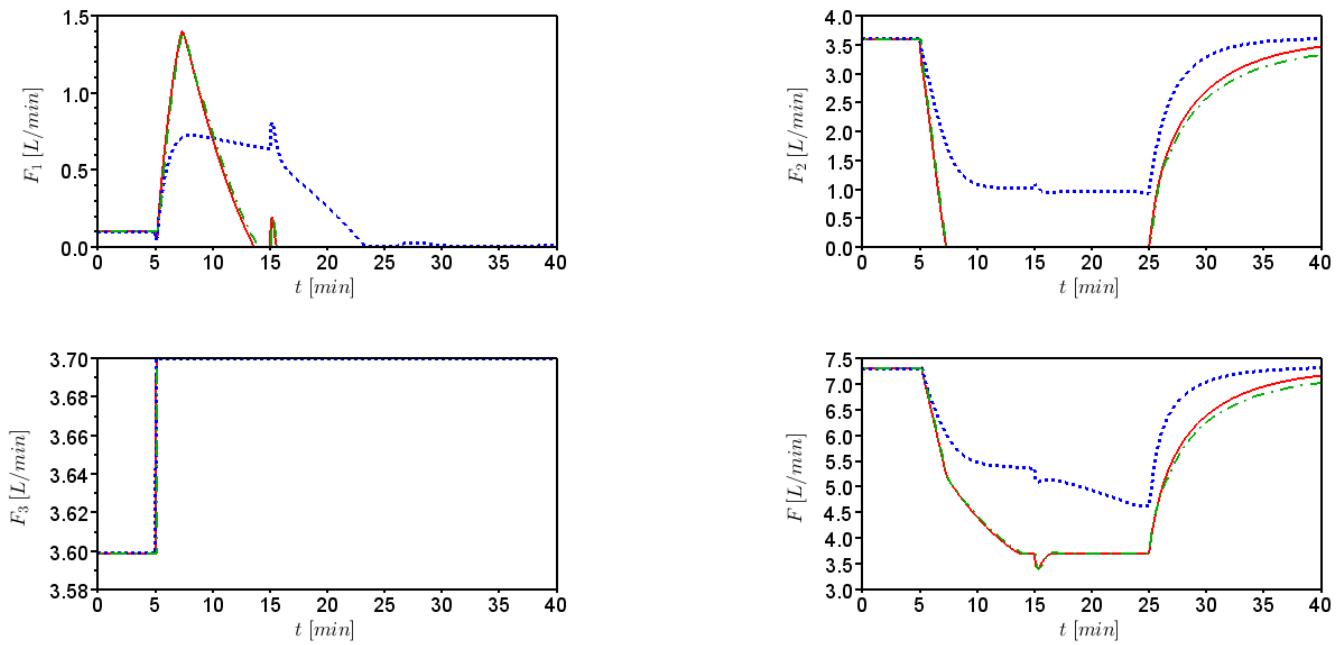


Figura D.6: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 4:  $F_3$  falha aberta (— MPC - caso 1, -·- MPC - caso 2, .... MPCA).

►  $F_3$  falha travada

Neste caso, a válvula  $F_3$  falha travada no valor do estado estacionário em  $t = 5 \text{ min}$ . O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (D.7) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (D.8).

Pode-se notar que este cenário é semelhante aquele avaliado no Capítulo 4, para falha em  $F_2$  (travada). Da mesma forma ocorreu a saturação dos atuadores  $F_1$  e  $F_2$  deixando *offset* nas variáveis manipuladas nas transições 1 e 2.

►  $F_1$  e  $F_3$  falham fechadas

Considera-se que as válvulas  $F_1$  e  $F_3$  são ar para abrir, ocorrendo uma falha no suprimento de ar da válvula  $F_1$  em  $t = 3 \text{ min}$  e da válvula  $F_3$  em  $t = 10 \text{ min}$ , as válvulas falham fechadas. O comportamento das variáveis controladas para o MPC (caso 1 e 2) e MPCA está mostrado na Figura (D.9) e o comportamento das variáveis manipuladas está mostrado na Figura (D.10).

Pode-se notar, analisando a Figura (D.10), que a válvula  $F_2$  saturara no valor máximo, ou seja, fica totalmente aberta a partir  $t = 25 \text{ min}$ . Isso ocorreu devido à restrição de  $F_{2max}$ . Avaliando o comportamento das variáveis controladas ficou um *offset*, como o

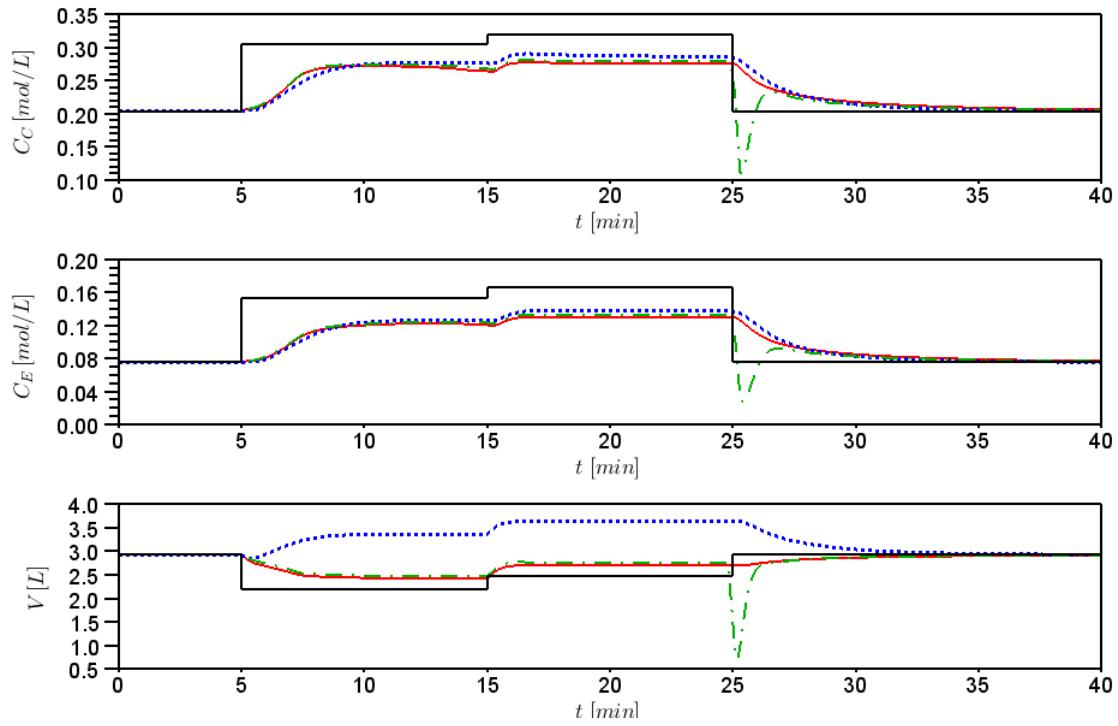


Figura D.7: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 4:  $F_3$  falha travada (- MPC:caso 1, -.. MPC:caso 2, ... MPCA, - setpoint).

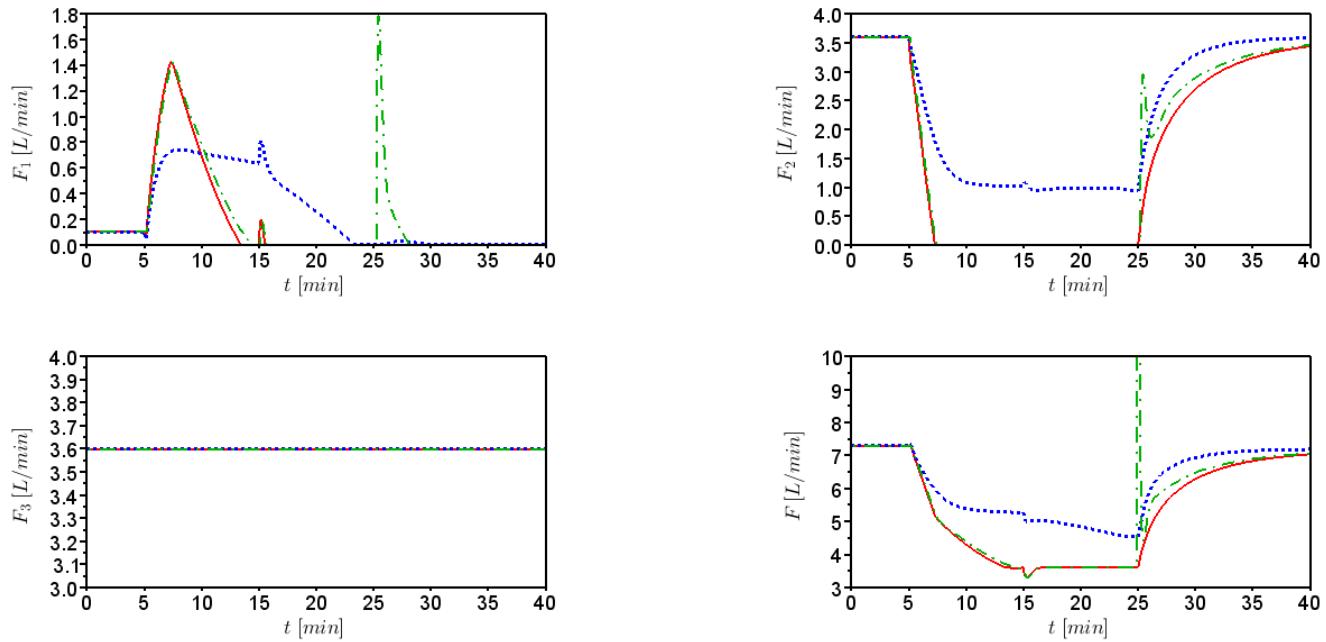


Figura D.8: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 4:  $F_3$  falha travada (- MPC - caso 1, -.. MPC - caso 2, ... MPCA).

esperado para um sistema com apenas duas variáveis manipuladas e três variáveis controladas.

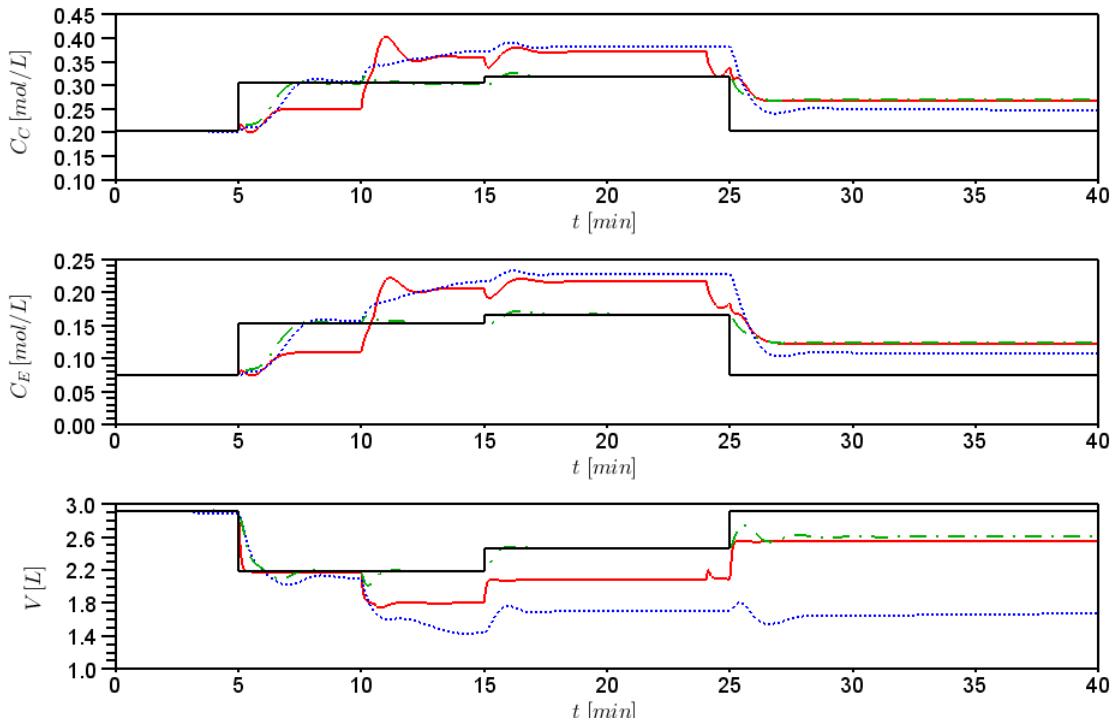


Figura D.9: Comportamento das variáveis controladas para o cenário 6:  $F_1$  e  $F_3$  falham fechadas - não simultâneas (- MPC - caso 1, -·- MPC - caso 2, ... MPCA).

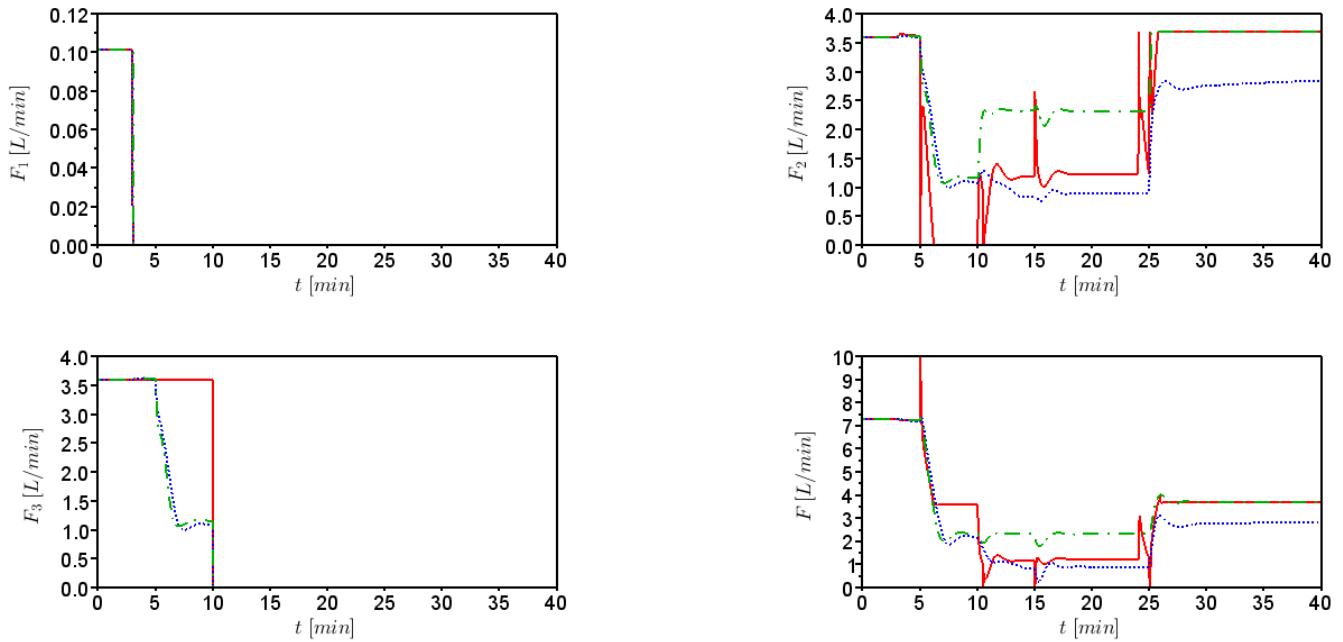


Figura D.10: Comportamento das variáveis manipuladas para o cenário 6:  $F_1$  e  $F_3$  falham fechadas - não simultâneas (- MPC - caso 1, -·- MPC - caso 2, ... MPCA).

Assim, os casos avaliados anteriormente, confirmam a afirmação de que quando há falhas no processo, com perda de atuadores, ocorre uma perda de graus de liberdade, isso pode levar a uma região de operabilidade inaceitável, que neste caso foi a saturação

dos atuadores nos valores máximos e mínimos, mas, ainda assim, a alocação de controle representa um aumento na confiabilidade do processo, pois atua como um controlador preditivo de horizonte unitário.