



Universidade Federal de Uberlândia  
Faculdade de Engenharia Química  
Programa de Pós Graduação em Engenharia Química



# **OTIMIZAÇÃO DA SEPARAÇÃO SÓLIDO-LÍQUIDO EM HIDROCICLONES MEDIANTE MODIFICAÇÕES GEOMÉTRICAS**

Uberlândia - MG

2012





Universidade Federal de Uberlândia  
Faculdade de Engenharia Química  
Programa de Pós Graduação em Engenharia Química



## **OTIMIZAÇÃO DA SEPARAÇÃO SÓLIDO-LÍQUIDO EM HIDROCICLONES MEDIANTE MODIFICAÇÕES GEOMÉTRICAS**

Danylo de Oliveira Silva

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Doutor em Engenharia Química, área de concentração em Pesquisa e Desenvolvimento de Processos Químicos.

Uberlândia - MG

2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG - Brasil

---

S586o Silva, Danylo de Oliveira, 1981-  
2012 Otimização da separação sólido-líquido em hidrociclones mediante  
modificações geométricas / Danylo de Oliveira Silva. - 2012.  
189 p. : il.

Orientadores: Marcos Antonio de Souza Barrozo e Luiz Gustavo  
Martins Vieira.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Química.  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia química - Teses. 2. Separação (Tecnologia) - Teses.  
3. Hidrociclone - Teses. I. Barrozo, Marcos Antonio de Souza. II. Vieira,  
Luiz Gustavo Martins, 1976- III. Universidade Federal de Uberlândia.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. IV. Título.

---

CDU: 66.0

TESE DE DOUTORADO DE DANYLO DE OLIVEIRA SILVA, SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 27/11/2012.

BANCA EXAMINADORA:



---

Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Barrozo  
Orientador – PPGEQ/UFU



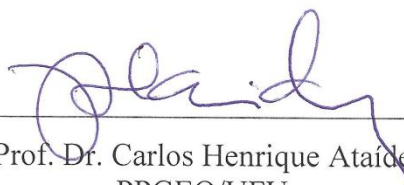
---

Prof. Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira  
Orientador – PPGEQ/UFU



---

Prof. Dr. Cláudio Roberto Duarte  
PPGEQ/UFU



---

Prof. Dr. Carlos Henrique Ataíde  
PPGEQ/UFU



---

Profª. Drª. Cláudia Míriam Scheid  
DEQ/IT/UFRRJ



---

Prof. Dr. Nehemias Curvelo Pereira  
DEQ/UEM



Dedico este trabalho a toda minha família.





## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, como não poderia deixar de ser, agradeço a Deus. Diante de todas as dificuldades enfrentadas durante o doutorado, até aqui nos ajudou o Senhor.

Minha família sempre ofereceu todo suporte necessário para vencer mais esta etapa de minha vida, sendo de fundamental importância para que eu chegasse até aqui. Meus pais, Daniel e Belozy, exemplos a serem seguidos de determinação e superação. Meu irmão mais velho, Daniel Filho, que nos deu um grande susto em 2010, mas venceu a séria doença que teve é um vitorioso, junto com sua esposa Karlla e seus filhos Davi e Pedro. Meu irmão mais novo, Murilo, que sempre está comigo compartilhando sua vida, juntamente com sua esposa Bruna e filhos Samuel e Ana Vitória. Eu amo todos vocês.

Agradeço às minhas tias Lindalva e Abigail, que sempre me incentivaram. Tenho orgulho de vocês.

Sou grato a Deus também pela vida do meu sogro Jaime, minha sogra Ivone, meu cunhado Ewerton e sua esposa Helen. Vocês foram e são uma grande bênção na minha vida. Obrigado por tudo.

Com muita emoção, agradeço à minha esposa Daniele Turatti. Meu mundo desabou quando achei que perderia você em fevereiro de 2012. Obrigado por partilhar sua vida comigo e ser para mim o melhor presente que Deus já me deu. Amo você. Amo nossa filha Isabela, que é nossa doçura, o presente que Deus nos deu para cuidarmos.

Obrigado aos companheiros de laboratório Yanne Kyriakidis, Isabela Cortês, Loyane, Juliana Façanha, Fernanda Salvador, Marcus Paulo Barbosa, Luiz Gustavo Abdalla, Nathacha Kare. Sou grato aos demais companheiros que de uma forma ou outra me auxiliaram: Isabele Bicalho, Carolina Turolla, Kássia Santos, Beatriz Silvério, Ricardo Santana, Mariana Santos. Agradeço ao Dyrney Araújo, por compartilhar seus conhecimentos. Em especial ao amigo Curt Max Panisset, que sempre deu dicas valiosas ao trabalho e muito me ajudou.

Ao professor Dr. Fran Sérgio Lobato, pela valiosa colaboração no trabalho. Agradeço ao professor Dr. Cláudio Roberto Duarte que muito me ensinou sobre a fluidodinâmica computacional e colaborou sobremaneira no meu estudo. Ao professor Dr. Edu Barbosa Arruda, pelas contribuições dadas ao texto e à apresentação no exame de qualificação, muito obrigado.

Agradeço imensamente ao professor Dr. Luiz Gustavo Martins Vieira que, como meu co-orientador, esteve sempre presente, sanando várias dúvidas, me instruindo e direcionando esta tese.

Por último e não menos importante, meu orientador professor Dr. Marcos Antonio de Souza Barrozo, que tão prontamente aceitou me orientar neste trabalho e esteve ao meu lado em todos os momentos de dificuldade pelos quais eu passei. Muito obrigado.

Não podemos usar o fracasso como desculpa para deixar de tentar (MANNING, 2005).



# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>ix</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xvii</b>
<b>CAPÍTULO 1.....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 – Objetivos.....	6
<b>CAPÍTULO 2.....</b>	<b>7</b>
<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>7</b>
<b>2.1 – Hidrociclones.....</b>	<b>8</b>
2.1.1 – As famílias de hidrociclones.....	8
2.1.2 – Funcionamento de hidrociclones .....	9
2.1.3 – As principais respostas na separação em hidrociclones .....	14
2.1.3.1 – Divisão de fluxo ( $S$ ).....	14
2.1.3.2 – Consumo energético .....	14
2.1.3.3 – Concentrações volumétricas .....	15
2.1.3.4 – Vazões volumétricas.....	16
2.1.3.5 – Razão de líquido ( $R_L$ ) .....	16
2.1.3.6 – Eficiência total de separação ( $\eta$ ).....	17
2.1.3.7 – Eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ).....	17
2.1.3.8 – Eficiência granulométrica ( $G$ ) .....	17
2.1.3.9 – Eficiência granulométrica reduzida ( $G'$ ) .....	18
2.1.3.10 – Diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}'$ ).....	18
2.1.3.11 – Nitidez de separação .....	19

<b>2.2 – Fluidodinâmica computacional (CFD).....</b>	<b>19</b>
2.2.1 – A turbulência e sua modelagem .....	20
2.2.1.1 – Modelo dos tensores de Reynolds (RSM).....	24
2.2.2 – Modelagem para escoamentos multifásicos.....	25
2.2.2.1 – Modelos de fase discreta .....	26
2.2.3 – Equações de transporte para simulações de hidrociclones.....	27
2.2.4 – Resolução numérica .....	28
<b>2.3 – Otimização .....</b>	<b>31</b>
2.3.1 – Formulação de um problema de otimização .....	32
2.3.1.1 – A função objetivo (FO) .....	33
2.3.1.2 – As restrições .....	33
2.3.1.3 – As variáveis de projeto.....	33
2.3.2 – Procedimento geral para solucionar problemas de otimização .....	34
2.3.3 – Categorias de otimização .....	35
2.3.4 – Obstáculos à otimização.....	36
2.3.5 – Resolução dos problemas de otimização: o Algoritmo de Evolução Diferencial ....	37
2.3.5.1 – Inicialização do algoritmo.....	40
2.3.5.2 – Operador de Mutação.....	41
2.3.5.3 – Operador de Cruzamento .....	42
2.3.5.4 – Operador de Seleção .....	42
2.3.5.5 – Critério de Parada.....	43
2.3.6 – Técnica de superfície de resposta.....	43
<b>2.4 – Estudos recentes sobre hidrociclones .....</b>	<b>44</b>
2.4.1 – Desenvolvimento geral .....	44
2.4.2 – Desenvolvimento local.....	65
<b>2.5 – Considerações finais sobre a revisão da literatura .....</b>	<b>67</b>
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>69</b>
<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>69</b>
3.1 – Execução experimental .....	69
3.1.1 – Unidade experimental .....	69
3.1.2 – Material particulado .....	70
3.1.3 – Os hidrociclones.....	72

3.1.3.1 – Construção e montagem dos hidrociclones .....	75
3.1.4 – Propostas de alterações para o hidrociclone HC11 .....	77
3.1.4.1 – Alteração na espessura da parede ( $\kappa$ ) do <i>vortex finder</i> .....	77
3.1.4.2 – <i>Vortex finder</i> tipo coifa .....	78
3.1.4.3 – Rampa de alimentação .....	79
3.1.4.4 – Alimentação rotacional .....	79
3.1.5 – Procedimento experimental .....	81
3.1.6 – Cálculo das respostas associadas à separação dos hidrociclones .....	82
3.2 – Simulações .....	84
3.2.1 – Geração das malhas computacionais .....	85
3.2.1.1 – Estratégia com tubo interno .....	85
3.2.1.2 – Estratégia sem tubo interno .....	86
3.2.2 – Esquema numérico e condições de contorno .....	88
3.3 – Aplicação do algoritmo de ED .....	89
3.3.1 – As variáveis de projeto .....	90
3.3.2 – As restrições .....	93
3.3.2.1 – Restrição física do problema .....	93
3.3.2.2 – As restrições dos problemas .....	94
<b>CAPÍTULO 4.....</b>	<b>97</b>
<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>97</b>
4.1 – Propostas de alterações efetuadas no hidrociclone HC11 .....	97
4.1.1 – Alterações no <i>vortex finder</i> .....	97
4.1.1.1 – Espessura da parede do <i>vortex finder</i> ( $\kappa$ ) .....	97
4.1.1.2 – <i>Vortex finder</i> tipo coifa .....	105
4.1.2 – HC11 com alimentação rotacional .....	111
4.1.3 – Simulações executadas para o hidrociclone HC11 .....	118
4.1.3.1 – A rampa de alimentação no hidrociclone HC11 .....	125
4.2 – Estudos de otimização .....	134
4.2.1 – Obtenção das Funções Objetivo (FO) .....	134
4.2.2 – Caso 01: maximização da eficiência total de separação ( $\eta$ ) com $Eu < 6500$ .....	136
4.2.2.1 – Validação experimental do caso 01 .....	138
4.2.3 – Caso 02: minimização da razão de líquido ( $R_L$ ) com $d_{50} < 7,00 \mu m$ .....	141
4.2.3.1 – Validação experimental do caso 02 .....	143

4.2.4 – Caso 03: minimização do número de Euler ( $Eu$ ) com $d_{50} < 7,00 \mu\text{m}$ .....	147
4.2.4.1 – Validação experimental do caso 03 .....	148
4.2.5 – Simulações efetuadas para os hidrociclones otimizados HCOT1 e HCOT3 .....	153
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>161</b>
<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>161</b>
5.1 – Conclusões .....	161
5.2 – Sugestões para trabalhos futuros.....	164
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>165</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>181</b>
<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>183</b>
<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>183</b>
A.1 – HC11 com diferentes espessuras de parede do <i>vortex finder</i> .....	183
A.2 – HC11 com <i>vortex finder</i> tipo coifa.....	184
A.3 – HC11 com alimentação rotacional .....	185
A.4 – HCOT1 .....	186
A.5 – HCOT2 .....	186
A.6 – HCOT3 .....	186
<b>ANEXOS.....</b>	<b>187</b>
<b>ANEXO A .....</b>	<b>189</b>
<b>DADOS EXPERIMENTAIS DE VIEIRA (2006) .....</b>	<b>189</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Representação esquemática de um hidrociclone com suas dimensões características.....	2
Figura 1.2 – Representação esquemática do escoamento no interior de hidrociclones. Adaptada de Cullivan <i>et al.</i> (2004).....	3
Figura 2.1 – Visão geral das publicações lidas sobre hidrociclones. ....	7
Figura 2.2 – Representação esquemática dos fluxos helicoidais existentes em um hidrociclone. Adaptado de Chu <i>et al.</i> (2002).....	10
Figura 2.3 – Representação esquemática das componentes tangencial ( $v_\theta$ ), axial ( $v_a$ ) e radial ( $v_r$ ) de velocidade. Adaptada de Bergström (2006).....	11
Figura 2.4 – Representação esquemática do curto-circuito. Adaptada de Bergström e Vomhoff (2007).....	12
Figura 2.5 – Base teórica do algoritmo ED (PRICE <i>et al.</i> , 2005). ....	39
Figura 2.6 – Diagrama esquemático do hidrociclone com núcleo com abas fixado abaixo do <i>vortex finder</i> (CHU <i>et al.</i> , 2002).....	48
Figura 2.7 – Representação esquemática de uma rampa de alimentação (DHODAPKAR; HEUMANN, 2011).....	48
Figura 2.8 – Alteração geométrica proposta por Cullivan <i>et al.</i> (2003).....	49
Figura 2.9 – Representação esquemática do hidrociclone de três produtos (MAINZA <i>et al.</i> , 2004).....	52
Figura 2.10 – Modelo 3D da alimentação (a) e peça usinada (b), do trabalho de Olson e Van Ommen (2004). ....	54
Figura 2.11 – Exemplos da variedade de geometrias de ciclones que podem ser construídas (SLACK <i>et al.</i> , 2004). ....	55
Figura 2.12 – Hidrociclone com a malha, conforme Slack <i>et al.</i> (2004).....	56
Figura 2.13 – Malhas do hidrociclone utilizada nos cálculos CFD de Delgadillo e Rajamani (2005). ....	57

Figura 2.14 – Propostas de alterações geométricas de Delgadillo e Rajamani (2007a). ....	60
Figura 2.15 – Representação esquemática do <i>vortex finder</i> do trabalho de Wang e Yu (2008). ....	63
Figura 2.16 – Diagrama esquemático dos hidrociclones utilizados no trabalho de Nenu e Yoshida (2009). ....	64
Figura 2.17 – Esquema de um hidrociclone convencional (a) e filtrante (b). ....	65
Figura 3.1 – Unidade experimental: (1) Hidrociclone; (2) Reservatório; (3) Bomba helicoidal; (4) Válvula de <i>bypass</i> ; (5) Válvula; (6) Manômetro; (7) Agitador mecânico. ....	70
Figura 3.2 – Distribuição granulométrica do material particulado. ....	72
Figura 3.3 – Estrutura modular de montagem dos hidrociclones. Fonte: Vieira (2006). ....	75
Figura 3.4 – Hidrociclone HC11 com suas dimensões características (em mm). ....	76
Figura 3.5 – (a) Representações esquemáticas do duto de <i>overflow</i> . (b) Dutos de <i>overflow</i> com as diferentes espessuras de parede do <i>vortex finder</i> ( $\kappa$ ) avaliadas. ....	77
Figura 3.6 – <i>Vortex finder</i> tipo coifa construídos (dimensões em mm). ....	78
Figura 3.7 – Estrutura geométrica da região de alimentação do RHC. ....	79
Figura 3.8 – (a) Diagrama esquemático da unidade experimental com um motor e uma rosca sem fim antes do hidrociclone. (b) Mecanismos promotores do movimento espiralado. ....	80
Figura 3.9 – Representação esquemática dos sentidos de rotação da alimentação. ....	81
Figura 3.10 – Estrutura computacional do hidrociclone HC11 com tubo interno. ....	85
Figura 3.11 – Cortes do quadrante da região de alimentação. ....	86
Figura 3.12 – Estrutura computacional do hidrociclone HC11 sem tubo interno. ....	86
Figura 3.13 – Adaptação do quadrante de alimentação. ....	87
Figura 3.14 – Exemplo de malha computacional do hidrociclone HC11. ....	87
Figura 3.15 – Fluxograma do algoritmo de Evolução Diferencial (PRICE <i>et al.</i> , 2005). ....	90
Figura 3.16 – Dimensões características de um hidrociclone. ....	91

Figura 4.1 – Números de Euler ( $Eu$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	98
Figura 4.2 – Vazões volumétricas de alimentação ( $Q_a$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	99
Figura 4.3 – Divisões de fluxo ( $S$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	100
Figura 4.4 – Razões de líquido ( $R_L$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	101
Figura 4.5 – Concentrações volumétricas da corrente de <i>underflow</i> ( $Cv_u$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	102
Figura 4.6 – Eficiências totais de separação ( $\eta$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	103
Figura 4.7 – Eficiências de separação reduzidas ( $\eta'$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	103
Figura 4.8 – Diâmetros de corte ( $d50$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	104
Figura 4.9 – Diâmetros de corte reduzidos ( $d50'$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do <i>vortex finder</i> . ....	105
Figura 4.10 – Zona de estagnação formada pelo uso da coifa. Perfil de velocidade tangencial simulado por Wang e Yu (2008). ....	106
Figura 4.11 – Números de Euler ( $Eu$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três <i>vortex finder</i> tipo coifa. ....	107
Figura 4.12 – Razões de líquido ( $R_L$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três <i>vortex finder</i> tipo coifa. ....	107
Figura 4.13 – Concentrações volumétricas da corrente de <i>underflow</i> ( $Cv_u$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três <i>vortex finder</i> tipo coifa. ....	108
Figura 4.14 – Vazões volumétricas da corrente de <i>underflow</i> ( $Q_u$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três <i>vortex finder</i> tipo coifa. ....	109
Figura 4.15 – Diâmetros de corte ( $d50$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três <i>vortex finder</i> tipo coifa. ....	110

Figura 4.16 – Diâmetros de corte reduzidos ( $d50'$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três <i>vortex finder</i> tipo coifa. ....	111
Figura 4.17 – Números de Euler ( $Eu$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional. ....	112
Figura 4.18 – Vazões volumétricas da corrente de alimentação ( $Q_a$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional. ....	113
Figura 4.19 – Razões de líquido ( $R_L$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional. ....	114
Figura 4.20 – Concentrações volumétricas da corrente de <i>underflow</i> ( $Q_u$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional. ....	114
Figura 4.21 – Eficiências totais de separação ( $\eta$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional. ....	115
Figura 4.22 – Eficiências de separação reduzidas ( $\eta'$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional. ....	116
Figura 4.23 – Diâmetros de corte ( $d50$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional. ....	117
Figura 4.24 – Diâmetros de corte reduzidos ( $d50'$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional. ....	117
Figura 4.25 – Malhas computacionais geradas para o hidrociclone A. ....	119
Figura 4.26 – Malhas computacionais geradas para o hidrociclone B. ....	120
Figura 4.27 – Malhas computacionais geradas para o hidrociclone C. ....	120
Figura 4.28 – Malhas computacionais geradas para o hidrociclone D. ....	121
Figura 4.29 – Evolução temporal da pressão estática na alimentação para as diferentes malhas do HC11. ....	123
Figura 4.30 – Evolução temporal da razão de líquido para as diferentes malhas do HC11. .	123
Figura 4.31 – Evolução temporal de queda de pressão e razão de líquido para a simulação da malha D. ....	125
Figura 4.32 – Malha computacional gerada para o hidrociclone RHC. ....	125

Figura 4.33 – Evolução temporal de pressão estática na alimentação e $R_L$ para a simulação do hidrociclone HC11.....	127
Figura 4.34 – Evolução temporal de pressão estática na alimentação e $R_L$ para a simulação do hidrociclone RHC.....	127
Figura 4.35 – Distribuição de pressão total simulados para os hidrociclones HC11 e RHC.....	128
Figura 4.36 – Perfis de velocidade tangencial simulados para os hidrociclones HC11 e RHC.....	129
Figura 4.37 – (A) Perfis de velocidade axial e vetores de velocidade axial na região cônica simulados para os hidrociclones HC11 (B e C) e RHC (D e E).....	130
Figura 4.38 – Corte na seção cônica para análise dos perfis de velocidade.....	131
Figura 4.39 – Perfis de velocidade axial a 76,2 mm acima do orifício de <i>underflow</i> .....	131
Figura 4.40 – Perfis de velocidade radial a 76,2 mm acima do orifício de <i>underflow</i> .....	132
Figura 4.41 – Perfis de velocidade tangencial a 76,2 mm acima do orifício de <i>underflow</i> ....	132
Figura 4.42 – Perfis de velocidade total 76,2 mm acima do orifício de <i>underflow</i> .....	133
Figura 4.43 – Hidrociclone HCOT1.....	138
Figura 4.44 – Resultados experimentais de razão de líquido ( $R_L$ ) para a otimização do caso 01.....	140
Figura 4.45– Resultados experimentais de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para a otimização do caso 01.....	141
Figura 4.46 – Hidrociclone HCOT2.....	143
Figura 4.47 – Resultados experimentais de eficiência total de separação ( $\eta$ ) para a otimização do caso 02.....	144
Figura 4.48 – Resultados experimentais de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para a otimização do caso 02.....	145
Figura 4.49 – Resultados experimentais de número de Euler ( $Eu$ ) para a otimização do caso 02.....	146
Figura 4.50 – Hidrociclone HCOT3.....	149

Figura 4.51 – Resultados experimentais de eficiência total de separação ( $\eta$ ) para a otimização do caso 03. ....	150
Figura 4.52 – Resultados experimentais de razão de líquido ( $R_L$ ) para a otimização do caso 03.....	151
Figura 4.53 – Resultados experimentais de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para a otimização do caso 03. ....	152
Figura 4.54 – Malhas computacionais geradas para os hidrociclones otimizados.....	153
Figura 4.55 – Distribuição de pressão total e perfis de velocidade tangencial simulados para os hidrociclones otimizados. ....	155
Figura 4.56 – Perfis de velocidade tangencial na parte cônica dos hidrociclones otimizados. ....	156
Figura 4.57 – Perfis de velocidade axial dos hidrociclones otimizados. ....	157
Figura 4.58 – Corte na seção cônica para análise dos perfis dos hidrociclones otimizados..	158
Figura 4.59 – Perfis de velocidade axial dos hidrociclones otimizados 95,4 mm acima do orifício de <i>underflow</i> . ....	159

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Relações geométricas de famílias de hidrociclones (VIEIRA, 2006; CRUZ, 2008).....	9
Tabela 2.2 – Representação dos mecanismos de mutação no algoritmo de ED.....	41
Tabela 3.1 – Composição química das partículas de rocha fosfática (ALMEIDA, 2008). ....	71
Tabela 3.2 – PCC para 4 fatores, 3 níveis e 5 réplicas no centro ( $\alpha = 1,66$ ). Fonte: Vieira (2006).....	74
Tabela 3.3 – Correspondência entre os fatores e suas formas codificadas.....	74
Tabela 3.4 – Condições de contorno e modelos adotados nas simulações.....	88
Tabela 3.5 – Variáveis de busca do algoritmo de Evolução Diferencial.....	93
Tabela 3.6 – Dados experimentais obtidos para famílias clássicas (VIEIRA, 2006). ....	94
Tabela 3.7 – Dados experimentais obtidos por Vieira (2006). ....	95
Tabela 4.1 – Detalhamento das malhas A, B, C e D. ....	119
Tabela 4.2 – Relatório de qualidade das malhas A, B, C e D. ....	122
Tabela 4.3 – Dados experimentais e resultados médios das simulações A, B, C e D. ....	124
Tabela 4.4 – Relatório de qualidade das malhas de HC11 e RHC. ....	126
Tabela 4.5 – Resultados obtidos através do algoritmo ED para o caso 01.....	136
Tabela 4.6 – Predição das equações de superfície de resposta e resultados experimentais de eficiência total de separação e número de Euler para o caso 01. ....	138
Tabela 4.7 – Resultados obtidos através do algoritmo ED para o caso 02.....	141
Tabela 4.8 – Predição das equações de superfície de resposta e resultados experimentais de razão de líquido para o caso 02.....	144
Tabela 4.9 – Resultados obtidos através do algoritmo ED para o caso 03.....	147
Tabela 4.10 – Predição das equações de superfície de resposta e resultados experimentais de número de Euler para o caso 03.....	149

Tabela 4.11 – Relatório de qualidade das malhas geradas para os hidrociclones otimizados. ....	154
Tabela 4.12 – Dados experimentais e resultados simulados para os hidrociclones otimizados. ....	155
Tabela A.1 – Hidrociclone HC11 $\kappa_1$ . ....	183
Tabela A.2 – Hidrociclone HC11 $\kappa_2$ . ....	183
Tabela A.3 – Hidrociclone HC11 $\kappa_3$ . ....	184
Tabela A.4 – Hidrociclone HC11 VFC1. ....	184
Tabela A.5 – Hidrociclone HC11 VFC2. ....	184
Tabela A.6 – Hidrociclone HC11 VFC3. ....	185
Tabela A.7 – Hidrociclone HC11 RH. ....	185
Tabela A.8 – Hidrociclone HC11 RAH. ....	185
Tabela A.9 – Hidrociclone HCOT1. ....	186
Tabela A.10 – Hidrociclone HCOT2. ....	186
Tabela A.11 – Hidrociclone HCOT3. ....	186
Tabela AN.1 – Dados experimentais obtidos por Vieira (2006). ....	189



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Abreviaturas

AG	Algoritmos Genéticos
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> – Fluidodinâmica computacional
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
ED	Evolução Diferencial
FO	Função Objetivo
HC11 RAH	Hidrociclone HC11 com movimento Rotacional do fluido de alimentação em sentido Anti-Horário
HC11 RH	Hidrociclone HC11 com movimento Rotacional do fluido de alimentação em sentido Horário
HCOT1	Hidrociclone Convencional OTimizado caso 1
HCOT2	Hidrociclone Convencional OTimizado caso 2
HCOT3	Hidrociclone Convencional OTimizado caso 3
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
PCC	Planejamento Composto Central
PDR	<i>Pressure Drop Ratio</i>
POMO	Problema de Otimização Multi-Objetivo
RHC	Hidrociclone com alimentação tipo rampa
RRB	Modelo estatístico usado para representar uma distribuição granulométrica (Rosin-Rammler-Bennet)
RSM	<i>Reynolds Stress Model</i>
VFCi	<i>Vortex finder</i> tipo Coifa modelo i (no texto há três modelos)

**Símbolos**

$b_1$	Vetor dos parâmetros da equação de superfície de resposta da variável 1 (Eq. 4.1), $[M^0L^0T^0]$
$B_1$	Matriz dos parâmetros da equação de superfície de resposta da variável 1 (Eq. 4.1), $[M^0L^0T^0]$
$b_2$	Vetor dos parâmetros da equação de superfície de resposta da variável 2 (Eq. 4.2), $[M^0L^0T^0]$
$B_2$	Matriz dos parâmetros da equação de superfície de resposta da variável 2 (Eq. 4.2), $[M^0L^0T^0]$
$b_3$	Vetor dos parâmetros da equação de superfície de resposta da variável 3 (Eq. 4.3), $[M^0L^0T^0]$
$B_3$	Matriz dos parâmetros da equação de superfície de resposta da variável 3 (Eq. 4.3), $[M^0L^0T^0]$
$b_4$	Vetor dos parâmetros da equação de superfície de resposta da variável 4 (Eq. 4.4), $[M^0L^1T^0]$
$B_4$	Matriz dos parâmetros da equação de superfície de resposta da variável 4 (Eq. 4.4), $[M^0L^1T^0]$
$Cr$	Probabilidade de cruzamento, $[M^0L^0T^0]$
$Cv_a$	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
$Cv_u$	Concentração volumétrica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
$Cw_a$	Concentração mássica de sólidos na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
$Cw_u$	Concentração mássica de sólidos na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
$d_{30C}$	Diâmetro de partícula coletada com 30% de eficiência granulométrica reduzida, $[M^0L^1T^0]$
$d_{50}$	Diâmetro de corte, $[M^0L^1T^0]$
$d_{50}'$	Diâmetro de corte reduzido, $[M^0L^1T^0]$
$d_{63,2}$	Parâmetro ajustado do modelo RRB (Eq. 3.1), $[M^0L^1T^0]$

$d_{70C}$	Diâmetro de partícula coletada com 70% de eficiência granulométrica reduzida, $[M^0L^1T^0]$
$da$	Parâmetro $d_{63,2}$ do modelo RRB para a corrente de alimentação, $[M^0L^1T^0]$
$Dc$	Diâmetro da parte cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$Di$	Diâmetro do duto de alimentação do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$Do$	Diâmetro do duto de <i>overflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$dp$	Diâmetro da partícula, $[M^0L^1T^0]$
$du$	Parâmetro $d_{63,2}$ do modelo RRB para a corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^1T^0]$
$Du$	Diâmetro do duto de <i>underflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$Eu$	Número de Euler, $[M^0L^0T^0]$
$F$	Taxa de perturbação, $[M^0L^0T^0]$
$G$	Eficiência granulométrica, $[M^0L^0T^0]$
$G'$	Eficiência granulométrica reduzida, $[M^0L^0T^0]$
$h$	Comprimento da parte cilíndrica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$H$	Comprimento da parte cônica do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$H'_{(30/70)}$	Definição de nitidez de separação, $[M^0L^0T^0]$
$L$	Comprimento total do hidrociclone, $[M^0L^1T^0]$
$\ell$	Comprimento do <i>vortex finder</i> , $[M^0L^1T^0]$
$N$	Tamanho da população, $[M^0L^0T^0]$
$n$	Parâmetro ajustado do modelo RRB (Eq. 3.1), $[M^0L^0T^0]$
$na$	Parâmetro ajustado $n$ do modelo RRB para a corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
$nu$	Parâmetro ajustado $n$ do modelo RRB para a corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$
$Q_a$	Vazão volumétrica da corrente de alimentação do hidrociclone, $[M^0L^3T^{-1}]$
$Q_{EVS}$	Medida de assimetria dos elementos de malha, $[M^0L^0T^0]$

---

$Q_o$	Vazão volumétrica da corrente de <i>overflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^3T^{-1}]$
$Q_u$	Vazão volumétrica da corrente de <i>underflow</i> do hidrociclone, $[M^0L^3T^{-1}]$
$rand$	Número randômico, $[M^0L^0T^0]$
$R_L$	Razão de líquido, $[M^0L^0T^0]$
$S$	Divisão de fluxo, $[M^0L^0T^0]$
$u$	Componente de velocidade radial, $[M^0L^1T^{-1}]$
$v$	Componente de velocidade axial, $[M^0L^1T^{-1}]$
$v_a$	Componente de velocidade axial, apresentada na Figura 2.3, $[M^0L^1T^{-1}]$
$v_c$	Velocidade na seção cilíndrica, $[M^0L^1T^{-1}]$
$v_r$	Componente de velocidade radial, apresentada na Figura 2.3, $[M^0L^1T^{-1}]$
$v_\theta$	Componente de velocidade tangencial, apresentada na Figura 2.3, $[M^0L^1T^{-1}]$
$w$	Componente de velocidade tangencial, $[M^0L^1T^{-1}]$
$W_a$	Vazão mássica da corrente de alimentação, $[M^1L^0T^{-1}]$
$W_u$	Vazão mássica da corrente de <i>underflow</i> , $[M^1L^0T^{-1}]$
$X$	Vetor das variáveis codificadas, $[M^0L^0T^0]$
$x, x_{rj}$	Vetor de variáveis de projeto, $[M^0L^0T^0]$
$X_a$	Distribuição de frequência das partículas na corrente de alimentação, $[M^0L^0T^0]$
$x_{best}$	Melhor indivíduo da população, $[M^0L^0T^0]$
$X_i$	Variável $i$ codificada, $[M^0L^0T^0]$
$x_{old}$	Indivíduo escolhido aleatoriamente na população, $[M^0L^0T^0]$
$X_u$	Distribuição de frequência das partículas na corrente de <i>underflow</i> , $[M^0L^0T^0]$

**Símbolos gregos**

$\delta i$	Variável não codificada genérica (Eq. 3.2), cuja dimensão é a mesma da variável selecionada
$-\Delta P$	Queda de pressão, $[M^1 L^{-1} T^{-2}]$
$\eta$	Eficiência total de separação, $[M^0 L^0 T^0]$
$\eta'$	Eficiência de separação reduzida, $[M^0 L^0 T^0]$
$\theta$	Ângulo da parte cônica do hidrociclone, $[^\circ]$
$\kappa$	Espessura da parede do <i>vortex finder</i> , $[M^0 L^1 T^0]$
$\rho_a$	Densidade da corrente de alimentação, $[M^1 L^{-3} T^0]$
$\rho_l$	Densidade da líquido, $[M^1 L^{-3} T^0]$
$\rho_{sólidos}$	Densidade dos sólidos, $[M^1 L^{-3} T^0]$
$\rho_u$	Densidade da corrente de <i>underflow</i> , $[M^1 L^{-3} T^0]$



## RESUMO

Por apresentar baixo custo, estrutura simples, considerável capacidade de processamento de suspensão e pequenas dimensões, os hidrociclones são equipamentos muito utilizados para separação de partículas dispersas (líquidas ou sólidas) de uma fase líquida contínua. A forma e o tamanho dos hidrociclones têm um efeito determinante no escoamento interno da fase contínua e, portanto, na separação ou classificação da fase dispersa. Assim, várias alterações geométricas têm sido propostas nos últimos anos objetivando aumentar a eficiência de separação de partículas ou diminuir o consumo energético. Em um trabalho sobre otimização de hidrociclones, Vieira (2006) estudou a influência das principais variáveis geométricas no desempenho dos separadores, a partir do qual encontrou o separador denominado HC11, que, concomitantemente, apresentava alta eficiência de separação e baixo custo energético. No presente trabalho, novas alterações geométricas foram incorporadas ao hidrociclone HC11 e seus impactos nos índices de desempenho foram avaliados experimentalmente e através de técnicas de CFD. As alterações propostas foram: mudança na espessura da parede do *vortex finder*; uso de um novo modelo de *vortex finder* tipo coifa; uso da rampa de alimentação e uso de alimentação rotacional. Os resultados indicaram que todas as alterações propostas modificaram o desempenho do separador e é possível atingir índices melhores que no modelo padrão. Além disso, baseado nos dados de Vieira (2006), três novas configurações geométricas de hidrociclones foram encontradas através do uso da técnica de superfície de resposta combinada com o algoritmo de Evolução Diferencial (ED). Os resultados obtidos através das técnicas de otimização foram validados com dados experimentais. As três configurações otimizadas de hidrociclones encontradas foram: (i) hidrociclone HCOT1, com alta eficiência de separação ( $\eta=85,5\%$ ); (ii) hidrociclone HCOT2, com baixa razão de líquido ( $R_L=9,37\%$ ) e (iii) hidrociclone HCOT3, com baixo número de Euler ( $Eu=788$ ) e baixa razão de líquido ( $R_L=5,08\%$ ).

Palavras-chave: Hidrociclone, Separação sólido-líquido, CFD, Algoritmo de Evolução Diferencial





## ABSTRACT

Because of advantages such as low cost, simple structure, large capacity of suspension processing and small dimensions, hydrocyclones are widely used for separating dispersed phase (liquid or solids) from continuous one. The shape and size of a hydrocyclone has a decisive effect on the internal flow structure of the continuous phase, and therefore, the separation or classification of the dispersed phase. Therefore, several geometric changes have been suggested to improve the particle separation efficiency and reduce energy costs of hydrocyclones. In a work of hydrocyclones optimization, Vieira (2006) studied the influence of the main geometrical variables on the performance of the separators, from what he found a hydrocyclone with good separation efficiency and low energy cost, the so-called HC11. In the present work, new geometrical changes have been incorporated to the hydrocyclone HC11 and the impacts of those changes have been evaluated experimentally and by CFD techniques. The proposed geometrical changes were: the modification of the wall thickness of vortex finder; the use of a mantle type vortex finder; the use of a ramped roof feed inlet and the use of a rotating feed. The results indicated that all the proposed modifications have changed the performance of the separator and that it is possible improve the standard HC11. Moreover, based on the data of Vieira (2006), three new geometrical configurations of hydrocyclones have been found through the use of response surface technique combined with the Differential Evolution algorithm. The results obtained through the optimization techniques have been validated by experimental data. The optimized configurations of hydrocyclones found were: (i) hydrocyclone HCOT1, with high separation efficiency ( $\eta=85.5\%$ ); (ii) hydrocyclone HCOT2, with low underflow-to-throughput ratio ( $R_L=9.37\%$ ) and (iii) hydrocyclone HCOT3, with low Euler number ( $Eu=788$ ) and low underflow-to-throughput ratio ( $R_L=5.08\%$ ).

**Keywords:** Hydrocyclone, Solid-liquid separation, CFD, Differential Evolution algorithm



---

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

---

**H**idrociclones pertencem a um importante grupo de equipamentos destinados a separações sólido-líquido e líquido-líquido em campo centrífugo. Foram patenteados pela primeira vez em 1891 por Bretney para a separação sólido/líquido na indústria de mineração e, desde então, tornaram-se um importante processo unitário (CHINÉ; CONCHA, 2000). Os hidrociclones permaneceram com o uso pouco difundido, durante algumas décadas, restrito apenas a algumas atividades. Este contexto começou a se modificar por volta de 1940, quando os hidrociclones começaram a ser empregados na indústria de extração e processamento mineral (SVAROVSKY, 1984). Desde então, inúmeros estudos científicos com hidrociclones foram surgindo, colaborando cada vez mais na utilização desse equipamento.

O ciclone líquido tornou-se conhecido como ciclone hidráulico (*hydraulic cyclone*) através da prevalência de aplicações nas quais a água é o meio fluido. O ciclone hidráulico foi abreviado para hidrociclone. A separação das partículas sólidas dispersas em uma suspensão é uma operação unitária essencial em muitos campos da tecnologia de separação mecânica. Equipamentos típicos utilizados são os filtros, centrífugas e hidrociclones. Comparados às centrífugas, que necessitam de uma enorme quantidade de energia nas operações em altas velocidades de rotação, hidrociclones operam de forma mais econômica, sendo que a quantidade de energia a ser fornecida, deve superar somente a queda de pressão. Outra vantagem do hidrociclone é a sua alta confiabilidade operacional, visto que eles são de simples construção, sem partes móveis. Além disso, em caso de alteração das condições operacionais, por exemplo, com fluxo instável, boa eficiência de separação pode ser alcançada. Assim, hidrociclones são amplamente utilizados para separar as partículas de um líquido a altas taxas de transferência por causa de suas vantagens como baixo custo, estrutura simples, alta capacidade e pequeno volume, baixos custos de manutenção e estrutura de apoio. Hidrociclones pertencem a uma classe de dispositivos de classificação fluido-sólido que separam material disperso de uma corrente de fluido (SRIPRIYA *et al.*, 2007).

A Figura 1.1 apresenta um esquema geral de um hidrociclone convencional com suas dimensões características. Destaca-se que o comprimento total é dado pela soma dos comprimentos da parte cilíndrica e da parte cônica ( $L=h+H$ ).

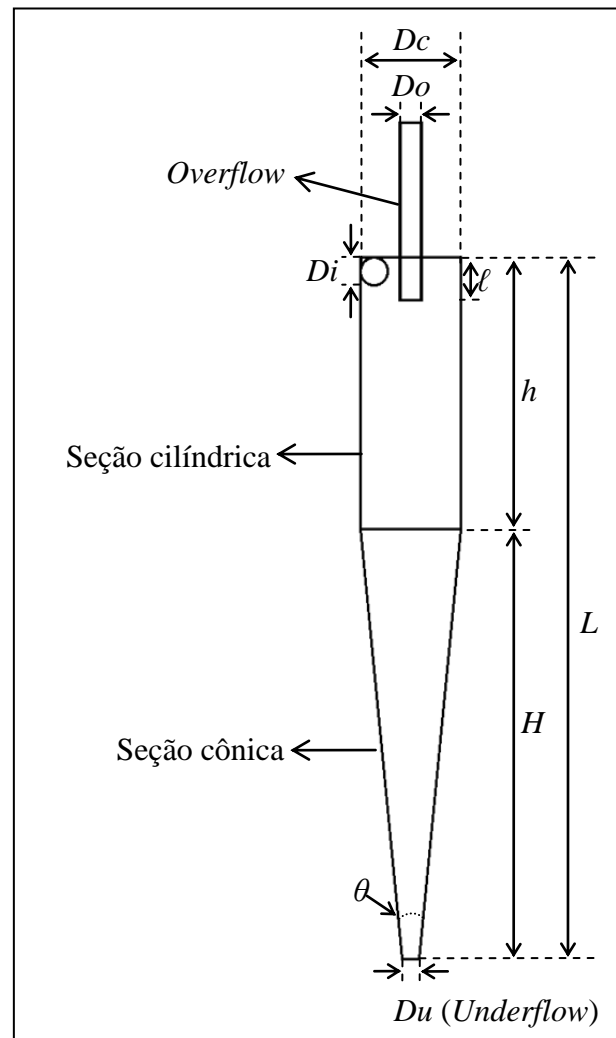


Figura 1.1 – Representação esquemática de um hidrociclone com suas dimensões características.

O princípio básico de separação empregado em hidrociclones é a sedimentação por ação de força centrífuga, em que as partículas são sujeitas a uma aceleração centrífuga que as separa do fluido. Uma alimentação, dotada de energia de pressão, é injetada tangencialmente no topo da parte cilíndrica do hidrociclone, induzindo o fluido a realizar, ao longo de sua trajetória, um movimento rotacional. O movimento rotacional do fluido, ao longo de seu percurso, gera acelerações centrífugas diretamente atuantes nas partículas presentes no meio, forçando-as a mover-se em direção à parede do equipamento. À medida que o fluido adentra na parte cônica do hidrociclone, maiores são as componentes de aceleração do fluido (axial,

radial e tangencial), já que a seção disponível ao escoamento vai se reduzindo. Uma vez que o orifício de *underflow* é relativamente pequeno, este permite que apenas parte da suspensão inicialmente alimentada no equipamento seja descarregada. Diante disso, a parcela que não é descarregada no *underflow* forma um vórtice interno direcionado para cima e com movimento rotacional inverso àquele criado pelo primeiro vórtice (SVAROVSKY, 1984), saindo pelo tubo de *overflow*. A Figura 1.2 ilustra o escoamento de partículas no interior de hidrociclones.

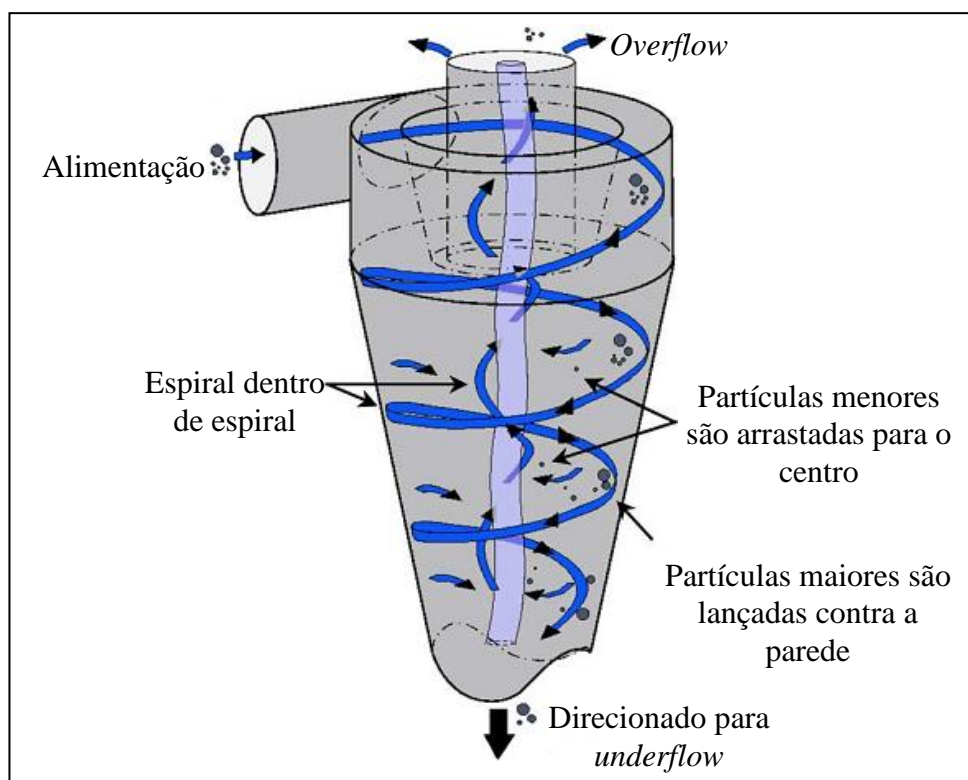


Figura 1.2 – Representação esquemática do escoamento no interior de hidrociclones.  
Adaptada de Cullivan *et al.* (2004).

Diferentemente de centrífugas (que utilizam o mesmo princípio de separação), hidrociclones não possuem partes móveis e o movimento espiralado necessário é realizado pelo próprio fluido (SVAROVSKY, 2000). Segundo Svarovsky (2000), os hidrociclones possuem as seguintes vantagens:

1. Versatilidade na aplicação em que podem ser usados para clarificar líquidos, concentrar suspensões, classificar sólidos, lavar sólidos, separar líquidos imiscíveis, remover gases de líquidos ou classificar sólidos de acordo com densidade ou forma;
2. São simples, de barata aquisição, instalação e execução, e exigem pouco em estrutura de manutenção e apoio;

3. São pequenos em relação a outros separadores, poupando espaço e também fornecendo baixos tempos de residência, o que lhes confere uma vantagem em termos de velocidade de controle sobre classificadores sedimentadores, por exemplo;
4. A existência de elevadas forças de cisalhamento no fluxo é uma vantagem na classificação de sólidos porque rompe quaisquer aglomerados, e também no tratamento suspensões tixotrópicas e plásticos de Bingham.

As desvantagens, ainda segundo Svarovsky (2000), são apresentadas na sequência:

1. Uma vez instalados e em operação, são de certa forma inflexíveis, fornecendo baixos *turndown ratios*<sup>1</sup> devido à forte dependência de seu desempenho de separação em relação à vazão e à concentração da alimentação, eles também são inflexíveis devido à sua sensibilidade geral para instabilidades na vazão de alimentação e concentração de sólidos;
2. Há limitações no desempenho de separação em termos de separação da nitidez de separação, a faixa de diâmetro de corte operacional, o desempenho de desidratação ou o poder de clarificação; algumas destas características podem ser melhoradas em arranjos multiestágio, mas com custos adicionais de energia e investimento;
3. São suscetíveis à abrasão;
4. A existência de cisalhamento pode por vezes tornar-se uma desvantagem, porque a floculação não pode ser utilizada para melhorar a separação, como no caso dos espessantes por gravidade (visto que a maioria dos flocos não resiste ao cisalhamento).

Dependendo das relações geométricas entre as principais dimensões de um tipo (família) de hidrociclone é possível adequá-lo à execução de várias atividades industriais. O emprego de uma determinada família de hidrociclone geralmente é restrito à necessidade de equipamentos com um alto poder classificador (baseado no tamanho das partículas coletadas no *underflow*) ou com um grande poder concentrador. Ademais, os hidrociclones podem ser extremamente eficientes na separação de partículas com tamanho situado entre 5 a 400  $\mu\text{m}$ . É em função dessa versatilidade que os hidrociclones podem ser utilizados nos mais variados processos de separação sólido-líquido ou líquido-líquido, entre os quais, citam-se: (i) indústria de petróleo, por exemplo, em situações como no tratamento do descarte de fluido de

---

<sup>1</sup> *Turndown ratio*: Razão entre os valores limites da faixa de medição. Representa a relação entre o maior valor e o menor valor da faixa de medição (SCHNEIDER, 2007).

perfuração ou como equipamentos de separação óleo/água; espessamento de suspensões sólido-líquido; deslamagem (eliminação das partículas mais finas); classificação seletiva; recuperação de sólidos de efluentes turvos; fracionamento; pré-concentração de suspensões; recuperação de líquidos (reciclo das águas de processos industriais).

A forma e o tamanho de um hidrociclone têm um efeito decisivo na estrutura do escoamento da fase contínua e, portanto, na separação ou classificação da fase dispersa (PETTY; PARKS, 2001). Logo, várias alterações geométricas têm sido estudadas em hidrociclones e ciclones de diferentes famílias com o objetivo de melhorar o desempenho do equipamento (CHINÉ; CONCHA, 2000; SOUZA *et al.*, 2000; PETTY; PARKS, 2001; MAINZA *et al.*, 2004; VIEIRA *et al.*, 2005; WANG; YU, 2006; VIEIRA *et al.*, 2007; OLIVEIRA *et al.*, 2009; VIEIRA *et al.*, 2010; DHODAPKAR; HEUMANN, 2011; VIEIRA *et al.*, 2011). Dentre os estudos disponíveis na literatura concernentes ao estudo de hidrociclones, destaca-se o trabalho de Vieira (2006), que avaliando a influência de variáveis geométricas no desempenho de hidrociclones, utilizou técnicas de Fluidodinâmica Computacional - CFD (*Computational Fluid Dynamics*) e de superfície de resposta para encontrar uma melhor configuração de hidrociclone, dentre vinte cinco configurações analisadas. A configuração ótima encontrada pelo autor conciliava alto desempenho e baixo consumo energético e foi denominada HC11.

Em um contexto de otimização, dependendo da família de hidrociclones utilizada, cuja escolha depende dos interesses técnicos e econômicos, podem-se utilizar hidrociclones com alto poder concentrador ou classificador. Aspectos como o consumo de energia, concentração e desempenho devem sempre ser observados em relação à viabilidade do equipamento. Industrialmente falando, seria de grande valia um hidrociclone com grande poder de classificação (alto desempenho), com baixo consumo energético e elevada concentração na corrente de *underflow*. Entretanto, tais objetivos (classificação, consumo energético, concentração) podem não convergir para uma situação industrial. Em geral, altos desempenhos tendem a demandar maiores custos energéticos e apresentar correntes de *underflow* diluídas. Assim, em face das características contraditórias, mas inerentes ao processo de hidrociclonagem, torna-se necessário aplicar técnicas apropriadas de otimização, a fim de satisfazer as necessidades reais e específicas de cada processo.

A continuação de estudos com hidrociclones passa necessariamente pela análise da influência de todas as variáveis geométricas e operacionais que possam interferir no desempenho dos equipamentos. A compreensão da influência desse conjunto de variáveis no desempenho dos hidrociclones pode levar à obtenção de uma geometria ótima, que permita

combinar as vantagens da diminuição do consumo energético com as do aumento da eficiência de coleta.

Apesar da inestimável contribuição dada por Vieira (2006) ao estudo de hidrociclones, o autor não utilizou nenhuma técnica de otimização específica para encontrar o hidrociclone ótimo entre as vinte e cinco configurações estudadas. A determinação da melhor configuração de operação caracteriza um problema de otimização, cuja resolução pode ser obtida através do uso de métodos determinísticos ou não determinísticos (LOBATO, 2008).

A utilização das técnicas de simulação por CFD também pode ser uma ferramenta utilizada para proposição de novas configurações geométricas de hidrociclones.

## 1.1 – Objetivos

Diante dos fatos apresentados, os objetivos gerais e específicos deste trabalho são:

1. Propor novas alterações geométricas no hidrociclone ótimo HC11 encontrado por Vieira (2006) e avaliar suas influências no desempenho do equipamento através de experimentos ou de técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD).
  - 1.1. Alterar o *vortex finder*; a estrutura da região de alimentação; e a forma de alimentação no equipamento.
2. Propor novas geometrias de hidrociclones.
  - 2.1. Por meio de um planejamento composto central (PCC) e da técnica de superfície de respostas, formular e resolver problemas de otimização, para a determinação de geometrias de hidrociclones ótimas.
  - 2.2. Conduzir testes experimentais com as geometrias obtidas através do estudo de otimização, a fim de validar a metodologia proposta.
  - 2.3. Avaliar o escoamento no interior dos hidrociclones otimizados através de técnicas de CFD.



---

## CAPÍTULO 2

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

A Figura 2.1 apresenta uma visão geral do conteúdo dos trabalhos lidos sobre hidrociclones. Na figura em questão, as categorias foram criadas de forma bem simples, mas com o objetivo de apresentar, de modo inequívoco, a relevância do tema proposto no presente trabalho.

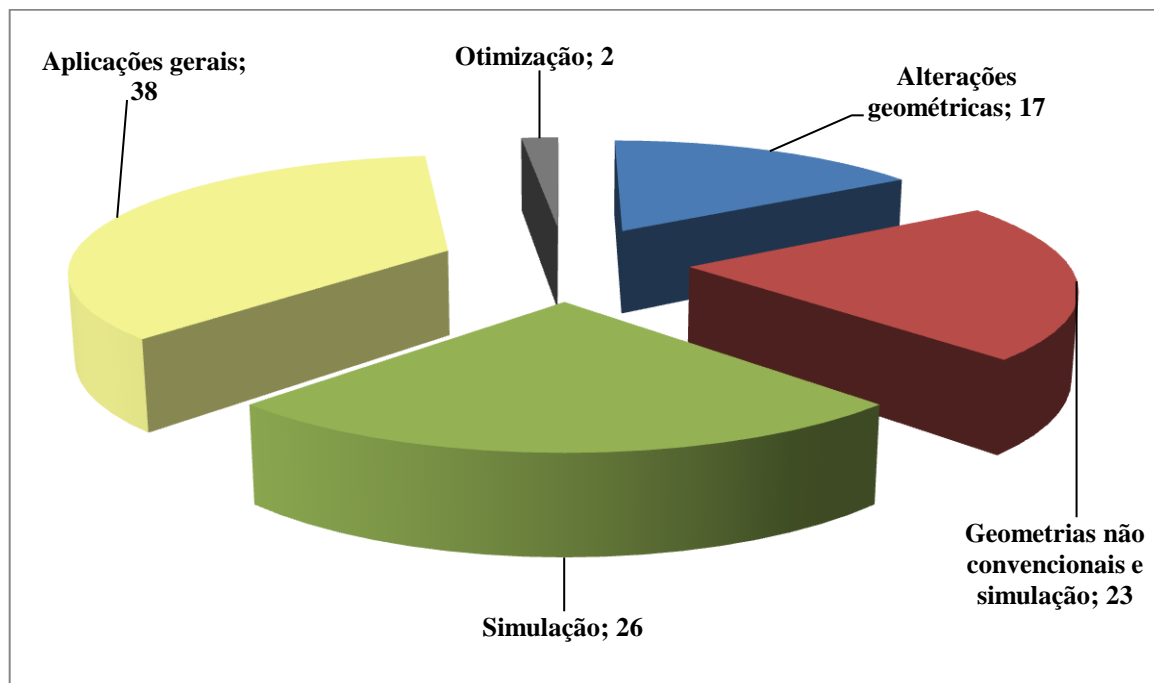


Figura 2.1 – Visão geral das publicações lidas sobre hidrociclones.

De acordo com a Figura 2.1, trinta e oito dos trabalhos lidos tratam sobre aplicações gerais de hidrociclones em diversos campos, como por exemplo, separação líquido-líquido (BELAIDI; THEW, 2003), mineração (YIANATOS *et al.*, 2005; GAO *et al.*, 2008), produção de biodiesel (NIE *et al.*, 2006), produção de etanol (HABIBIAN *et al.*, 2008), entre outros (KRAIPECH *et al.*, 2006; PASCOE, 2006; WANG *et al.*, 2006; HWANG *et al.*, 2008a; KIKUCHI *et al.*, 2008; WANG *et al.*, 2008; ZHAO *et al.*, 2008; NENU; YOSHIDA, 2009). Além disso, pode-se notar claramente que mais da metade de todos os trabalhos lidos tratam de alterações geométricas e simulações aplicadas a hidrociclones (HE *et al.*, 1999; CHU *et al.*, 2000; STATIE *et al.*, 2001; NOWAKOWSKI; DYAKOWSKI, 2003; CULLIVAN *et al.*,

2004; NARASIMHA *et al.*, 2005; SRIPRIYA *et al.*, 2007; HWANG *et al.*, 2008b; MARTÍNEZ *et al.*, 2008; MOUSAVIAN; NAJAFI, 2009; YANG *et al.*, 2010). Destaca-se que apenas dois trabalhos têm uma proposta clara de aplicação de algum tipo de algoritmo de otimização (ÖZGEN *et al.*, 2009; VIEIRA *et al.*, 2010). Entretanto, considerando-se que toda alteração geométrica proposta em hidrociclones tem, por objetivo intrínseco, buscar geometrias ótimas de acordo com critérios pré-estabelecidos, infere-se que os trabalhos inseridos nas categorias “Alterações geométricas” e “Geometrias não convencionais e simulação” são também trabalhos de otimização.

Se os hidrociclones são usados para produzir correntes de *underflow* concentradas (isto é, para a remoção de água de sólidos), a recuperação de massa total dos sólidos da alimentação tem que ser sacrificada porque o estrangulamento do orifício de *underflow* inevitavelmente leva a alguma perda de sólidos para a corrente de *overflow*. Portanto, o hidrociclone, como uma única unidade não pode ser utilizado como clarificador (ou classificador) e concentrador ao mesmo tempo (SVAROVSKY, 1984). Logo, a obtenção de hidrociclones ótimos dependerá do objetivo a ser alcançado, sendo que estes podem ser antagônicos.

De uma forma geral, percebe-se que esforços têm sido feitos no sentido de melhorar os índices de desempenho de hidrociclones (através de alterações geométricas) e, da mesma maneira, com o propósito de compreender os perfis de escoamento no interior dos mesmos (através de simulações em computadores).

Destarte, baseado no panorama geral apresentado na Figura 2.1, a revisão da literatura do corrente capítulo apresenta uma visão geral sobre hidrociclones, fluidodinâmica computacional (CFD) e otimização, expondo fundamentos importantes necessários para a compreensão dos temas. Posteriormente, apresentam-se trabalhos relevantes a respeito de propostas de alterações geométrica, simulações e otimização de hidrociclones.

## **2.1 – Hidrociclones**

### **2.1.1 – As famílias de hidrociclones**

Os hidrociclones são agrupados em famílias. Uma família de hidrociclone consiste em um conjunto específico de separadores que mantêm entre si uma proporção constante e exclusiva de suas principais dimensões geométricas com o diâmetro da parte cilíndrica (VIEIRA, 2006). Tal proporcionalidade existente entre as dimensões geométricas é

importante no processo de separação, pois está diretamente relacionada com a capacidade de separação destes equipamentos. Dentre as famílias clássicas podem ser citadas: Rietema, Bradley, Krebs, Demco, Mosley, AKW, dentre outros. Segundo Vieira (2006), famílias de hidrociclones, dotadas de uma região cilíndrica relativamente grande, são equipamentos que oferecem uma maior capacidade de processamento, enquanto as que têm a altura da parte cônica de maior dimensão induzem a uma maior eficiência de coleta. As principais relações geométricas referentes a algumas famílias de hidrociclones são apresentadas na Tabela 2.1, com base na geometria genérica apresentada na Figura 1.1.

Tabela 2.1 – Relações geométricas de famílias de hidrociclones (VIEIRA, 2006; CRUZ, 2008).

Família	$D_i/D_c$	$D_o/D_c$	$\ell/D_c$	$L/D_c$	$\theta$
AKW	0,200	0,320	0,800	6,240	15°
BRADLEY	0,133	0,200	0,330	6,85	9°
DEMCO I	0,217	0,500	1,000	4,70	25°
DEMCO II	0,244	0,313	0,833	3,90	20°
HI-KLONE	0,175	0,250	0,920	5,60	10°
KREBS	0,267	0,159	-	5,874	12,7°
MOSLEY I	0,154	0,214	0,570	7,43	6°
MOSLEY II	0,160	0,250	0,570	7,71	6°
RIETEMA	0,280	0,340	0,400	5,00	20°
RW 2515	0,200	0,320	0,800	6,24	15°
WARMAN	0,290	0,200	0,310	4,00	15°

### 2.1.2 – Funcionamento de hidrociclones

A ação de separação de um hidrociclone tratando partículas em suspensão é consequência do fluxo de rotacional que produz uma força centrífuga sobre o fluido e as partículas suspensas (SRIPRIYA *et al.*, 2007). Dotada de energia de pressão, a alimentação é injetada tangencialmente no hidrociclone em alta velocidade para produzir um campo de grande força centrífuga. A alimentação se move para baixo na parede de forma rápida e gera um vórtice helicoidal descendente, que se estende além da extremidade inferior do *vortex finder*, conforme apresentado na Figura 2.2. No campo centrífugo, as partículas se movem em relação ao fluido no que diz respeito ao equilíbrio de forças centrífugas e de arraste atuando sobre as partículas na direção radial, tal que a classificação ocorre. Quanto mais o fluido

adentra na parte cônica do hidrociclone maiores são as componentes da velocidade do fluido (axial, radial e tangencial), visto que a seção disponível do escoamento vai se reduzindo. As partículas maiores ou mais pesadas se movem em direção à parede e são conduzidas para baixo, para o cume do cone (*underflow*). A fase fluida, que carrega as partículas menores e mais leves, se aproxima da extremidade inferior do cone e inverte na direção axial em espiral para cima, deixando o hidrociclone através do *vortex finder* (Figura 2.2).

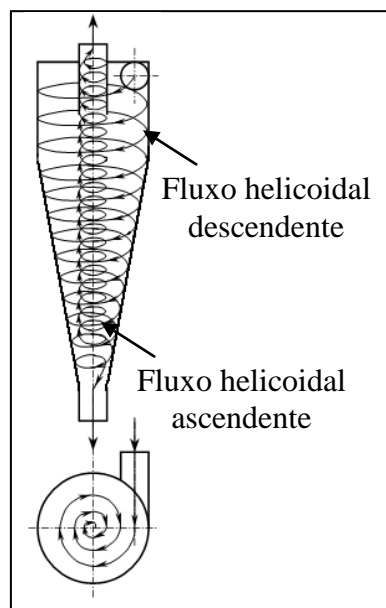


Figura 2.2 – Representação esquemática dos fluxos helicoidais existentes em um hidrociclone. Adaptado de Chu *et al.* (2002).

Graças ao *vortex finder*, as partículas são induzidas a fluir para baixo, guiadas pela parede externa. Como demonstrado por Almeida (2008), o comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ) exerce uma influência significativa na eficiência de separação e no consumo energético de hidrociclones. A escolha do comprimento ótimo depende do tamanho e distribuição das partículas na alimentação e deve ser determinada preferencialmente por experimentação (MARTÍNEZ *et al.*, 2008).

A eficiência de um hidrociclone está intimamente relacionada ao escoamento da suspensão em seu interior. O escoamento em um hidrociclone é complexo e é altamente turbulento e tridimensional (SRIPRIYA *et al.*, 2007), comumente representado por três componentes de velocidade em um sistema de coordenadas cilíndricas, sendo o sistema de coordenadas usualmente centrado geometricamente no eixo do hidrociclone (BERGSTRÖM, 2006). A Figura 2.3 ilustra esquematicamente as componentes de velocidade supracitadas.

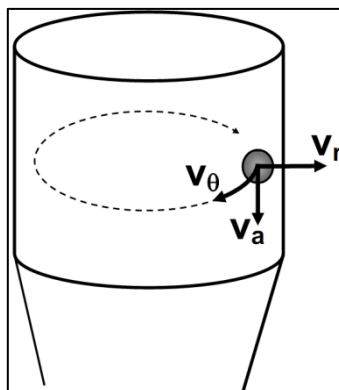


Figura 2.3 – Representação esquemática das componentes tangencial ( $v_\theta$ ), axial ( $v_a$ ) e radial ( $v_r$ ) de velocidade. Adaptada de Bergström (2006).

A componente tangencial desse escoamento mostra-se altamente relevante porque é a responsável pela geração das forças centrífugas e de cisalhamento atuantes em um hidrociclone. Estas mantêm a parede ausente de acúmulo de sólidos, enquanto as forças centrífugas, dependentes da posição axial e radial no hidrociclone, são diretamente responsáveis pela coleta de uma determinada partícula.

A coleta de partículas ocorre em um hidrociclone devido à atuação de forças decorrentes do movimento rotacional do fluido: empuxo (devido à diferença de densidade do fluido e partícula) e arraste (inerente ao escoamento envolvendo mais de uma fase). Quando uma partícula a ser separada tem densidade diferente daquela da fase líquida dispersa, ela adquire uma velocidade radial em relação ao líquido por causa das forças centrífugas. Para partículas maiores, ou que possuam densidades mais elevadas que o fluido, esta velocidade radial é dirigida para fora, e, quando as forças centrífugas são fortes o bastante, as partículas atingem a parede do hidrociclone em seu caminho descendente a partir da entrada, sendo então separadas no *underflow*. As partículas menores não terão tempo para alcançar a parede, serão arrastadas para o vórtice interno e descarregadas no *overflow*. Segundo Dwari *et al.* (2004), uma partícula pode não atingir a parede pelas seguintes razões:

1. Se a velocidade radial do líquido, que é dirigida para dentro, é muito grande e, conseqüentemente, arrasta as partículas para o centro;
2. Se ela entra no hidrociclone a uma distância muito grande da parede;
3. Se o tempo de residência é muito curto;
4. Por causa da turbulência, que causa difusão das partículas, atenuando diferenças significativas na concentração.

Há ainda particularidades sobre o escoamento de fluidos no interior de hidrociclones dignas de nota, como o curto-circuito (*short circuit flow*), o vórtice de ar interno (*air core*) e o efeito *fish-hook*, que são detalhados na sequência.

A principal razão para o fluxo de curto-circuito em um hidrociclone é a colisão entre a corrente que acaba de percorrer cerca de um círculo com a corrente que acabaram de entrar no equipamento. O fluxo de alimentação adentra o equipamento e acelera até 1,5-2,0 vezes a velocidade de entrada (WANG; YU, 2008), sob alta pressão. A fricção na parte superior do hidrociclone (teto) desacelera o fluxo localmente. Antes de passar abaixo do *vortex finder*, o fluido colide com o fluxo seguinte e forma um fluxo caótico (*eddy flow*) próximo à parede externa do *vortex finder*, diminuindo a velocidade do fluxo acentuadamente. Como resultado da colisão, uma parte do líquido da corrente de alimentação passa diretamente através da parte superior do hidrociclone e desce através da parede externa do *vortex finder* para se juntar à corrente de *overflow* dentro do *vortex finder*, que é o fluxo de curto-circuito (WANG; YU, 2008), apresentado na Figura 2.4. A eficiência de separação de um hidrociclone é obviamente comprometida quando parte da vazão de alimentação toma um atalho para o *vortex finder*. Esta é uma das razões pelas quais o *vortex finder* salienta-se na parte cilíndrica do hidrociclone (BERGSTRÖM; VOMHOFF, 2007).

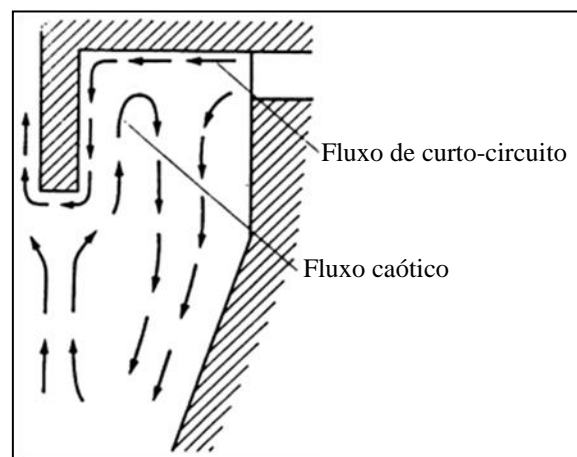


Figura 2.4 – Representação esquemática do curto-circuito. Adaptada de Bergström e Vomhoff (2007).

Ao longo do eixo, uma área de baixa pressão é criada pelo momento angular muito alto. Isso pode causar a formação de uma superfície rotacional livre de líquido no centro. Se o hidrociclone está aberto para a atmosfera, o ar é inalado através do cume e forma um núcleo de ar (*air core*). Nesse caso, a pressão na interface ar-líquido é equivalente à pressão atmosférica, desconsiderando tensão de superfície e forças viscosas (NOWAKOWSKI *et al.*,

2004; SRIPRIYA *et al.*, 2007). Ademais, a suspensão de alimentação também sempre contém certa quantidade de ar na forma dispersa ou diluída. Essa quantidade de ar também contribui para a formação do *air core*. A constante entrada de ar provoca um fluxo contínuo de ar para cima através do centro em direção ao *overflow*. Na tubulação de *overflow*, a força centrífuga é reduzida, não permitindo mais, portanto, a existência do *air core* estável. Assim, o *air core* se desintegra em bolhas que são descarregadas com o *overflow* (NEESSE; DUECK, 2007).

De acordo com Sripriya *et al.* (2007), a formação do *air core* se deve à estabilidade do vórtice. Com o aumento da vazão, cria-se alta turbulência dentro do hidrociclone. Em baixas vazões, devido à menor turbulência, observa-se uma estrutura ondulada do *air core* e, com o aumento da vazão, um vórtice de alta turbulência é formado, devido ao qual forma-se uma estrutura como uma haste sólida dentro hidrociclone, desde o *underflow* até a tubulação do *vortex finder*. Com isso, observam-se altas velocidades e turbulência axial e radial nas porções inferior ao *vortex finder* e um pouco acima do *underflow*. Isso afeta o desempenho da separação. Para uma melhor separação esses valores devem ser tão baixos quanto possível.

Sob a perspectiva de Cullivan *et al.* (2004) o *air core* não é dirigido pela pressão, mas sim pelo transporte, porque a pressão axial é menor que a condição atmosférica apenas próximo à corrente do *underflow*. Além disso, próximo à corrente de *underflow* existe um fluxo reverso que interrompe a continuidade do *air core*.

Gupta *et al.* (2008) afirmam que a presença do *air core* aumenta a queda de pressão, pois causa mais turbulência dentro do hidrociclone. Conforme Vieira (2006), o *air core* pode ser destruído pela adição de contrapressão ou pela faixa de operação na qual o hidrociclone é manuseado.

Em determinadas situações, a recuperação de partículas finas no *underflow* de um hidrociclone pode aumentar com o decréscimo do tamanho da partícula além de um tamanho crítico. Este fenômeno é geralmente denominado efeito *fish-hook* e, com isso, há uma região da curva de eficiência dos hidrociclones dotada de uma inflexão, na qual incrementos no diâmetro da partícula acarretam decréscimos de eficiência. Segundo Nageswararao (2000) o completo entendimento do fenômeno do *fish-hook* era ainda um longo caminho a ser percorrido e a ocorrência esporádica do fenômeno fazia com que muitos simplesmente o desprezassem ou pelo contrário, fosse o mesmo motivo de acaloradas discussões acadêmicas. Todavia, o autor declarou que a imprecisão de medidas das curvas de eficiências conjuntamente com a influência de quem as observava, eram ainda os pontos fundamentais para a evolução e parcial admissão do *fish-hook* nas metodologias de separação em

hidrociclones. Majumder *et al.* (2007) demonstraram que a ocorrência de *fish-hooks* em hidrociclones não é fortuita, mas é reprodutível a uma dada condição operacional.

### 2.1.3 – As principais respostas na separação em hidrociclones

Para uma boa caracterização da separação sólido-líquido em hidrociclones e um melhor entendimento do processo, faz-se necessário apresentar as variáveis importantes, ou índices de desempenho, associadas ao estudo do desempenho do equipamento. Tais variáveis são mencionadas por alguns autores, fazendo-se necessário defini-las para uma melhor compreensão dos trabalhos.

A primeira resposta apresentada, comumente citada nos trabalhos, é a Capacidade, que nada mais é do que a vazão de alimentação do hidrociclone ( $Q_a$ ). As demais respostas são apresentadas na sequência.

#### 2.1.3.1 – Divisão de fluxo ( $S$ )

A divisão de fluxo de um hidrociclone é definida, de acordo com Chu *et al.* (2000) como a razão entre as vazões volumétricas das correntes de *underflow* ( $Q_u$ ) e *overflow* ( $Q_o$ ):

$$S = \frac{Q_u}{Q_o} \quad (2.1)$$

Segundo Belaidi e Thew (2003), uma das principais vantagens associadas a operações em hidrociclones é sua facilidade de controle, geralmente por válvulas externas. Um dos parâmetros de controle mais importantes é a razão de queda de pressão (PDR – *Pressure Drop Ratio*), definida como a razão entre a queda de pressão do *overflow* e a queda de pressão do *underflow*. Para uma tarefa específica e para uma dada concentração de alimentação, a PDR deve ser mantida dentro de um intervalo definido para alcançar uma separação adequada. Isso, de acordo com os autores, determina a taxa de divisão de fluxo.

#### 2.1.3.2 – Consumo energético

O consumo energético de um hidrociclone é avaliado através do cálculo do número de Euler (CHU *et al.*, 2000; 2002; VIEIRA, 2006; VIEIRA *et al.*, 2010; VIEIRA *et al.*, 2011;



SILVA *et al.*, 2012), ou, conforme denominação de alguns autores, coeficiente de perda de energia (CHU *et al.*, 2000; 2002). O número de Euler é um número adimensional que expressa a relação entre uma queda de pressão local e a energia cinética por volume. Logo, menores valores de número de Euler implicam uma menor perda de carga para uma mesma vazão (menor consumo energético) ou maior capacidade para uma mesma queda de pressão.

$$Eu = \frac{-\Delta P}{\rho_{\text{água}} \cdot v_c^2 / 2} \quad (2.2)$$

sendo  $\rho_{\text{água}}$  a densidade da água,  $-\Delta P$  a queda de pressão no equipamento e  $v_c$  a velocidade na seção cilíndrica, calculada pela razão entre a vazão volumétrica na corrente de alimentação ( $Q_a$ ) e a área da seção cilíndrica (calculada através do diâmetro –  $D_c$ ):

$$v_c = \frac{4Q_a}{\pi D_c^2} \quad (2.3)$$

### 2.1.3.3 – Concentrações volumétricas

As concentrações volumétricas são calculadas a partir do conhecimento prévio das concentrações mássicas e das densidades do fluido e do material particulado, conforme mostram as equações a seguir:

$$Cv_a = \frac{1}{\frac{\rho_{\text{sólidos}}}{\rho_l} \cdot \left( \frac{1}{Cw_a} - 1 \right) + 1} \quad (2.4)$$

$$Cv_u = \frac{1}{\frac{\rho_{\text{sólidos}}}{\rho_l} \cdot \left( \frac{1}{Cw_u} - 1 \right) + 1} \quad (2.5)$$

nas quais o subscrito “a” indica a corrente de alimentação e o subscrito “u” indica a corrente de *underflow*;  $Cv$  são concentrações volumétricas de sólidos nas correntes;  $Cw$  são concentrações mássicas de sólidos nas correntes;  $\rho_{\text{sólidos}}$  é a densidade dos sólidos e  $\rho_l$  a densidade do líquido.

#### 2.1.3.4 – Vazões volumétricas

As vazões volumétricas das correntes de *underflow* e alimentação são calculadas através das concentrações mássicas, de acordo com as seguintes expressões:

$$Q_u = \frac{W_u}{\rho_u} \quad (2.6)$$

$$Q_a = \frac{W_a}{\rho_a} \quad (2.7)$$

em que o subscrito “a” indica a corrente de alimentação e o subscrito “u” indica a corrente de *underflow*;  $Q$  são vazões volumétricas;  $W$  são vazões mássicas;  $\rho$  representam densidades, que são obtidas pelas expressões a seguir:

$$\rho_u = \frac{\rho_l}{1 - C_{W_u} \cdot \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_{\text{sólidos}}}\right)} \quad (2.8)$$

$$\rho_a = \frac{\rho_l}{1 - C_{W_a} \cdot \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_{\text{sólidos}}}\right)} \quad (2.9)$$

#### 2.1.3.5 – Razão de líquido ( $R_L$ )

Segundo Silva (1989), no hidrociclone, parte da massa sólida não é separada devido somente à ação centrífuga, pois o equipamento também age como um divisor do escoamento, tal como uma conexão “T” em tubulações, ou seja, a corrente inicialmente alimentada dá origem às outras correntes: do *underflow* e do *overflow*. A esse fenômeno dá-se a denominação de “efeito T”, correlacionando-o diretamente com a razão de líquido ( $R_L$ ). A razão de líquido relaciona a vazão volumétrica do fluido que sai na corrente de *underflow* com a que entra na corrente de alimentação descontando as respectivas concentrações volumétricas, conforme apresentado na sequência.

$$R_L = \frac{Q_u \cdot (1 - C_{V_u})}{Q_a \cdot (1 - C_{V_a})} \quad (2.10)$$

### 2.1.3.6 – Eficiência total de separação ( $\eta$ )

A eficiência total de separação ( $\eta$ ) considera todos os sólidos coletados no *underflow*, independente do modo como o hidrociclone esteja separando as partículas, seja pelo arraste que o líquido proporciona (efeito T), ou pela atuação efetiva do campo centrífugo. Desta forma, a expressão para o cálculo da eficiência total de separação é obtida através do produto da concentração mássica ( $Cw_u$ ) pela vazão mássica ( $W_u$ ) na corrente de *underflow* dividido pelo mesmo produto na corrente de alimentação (CHU *et al.*, 2002; VIEIRA, 2006), conforme apresentado na Equação (2.11).

$$\eta = \frac{Cw_u \cdot W_u}{Cw_a \cdot W_a} \quad (2.11)$$

### 2.1.3.7 – Eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ )

A eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ), por sua vez, considera apenas aqueles sólidos coletados no *underflow* pelo efeito exclusivo do campo centrífugo (CHU *et al.*, 2002; VIEIRA, 2006). Deste modo, a influência da divisão de fluxo (efeito T) é desconsiderada e subtraída da eficiência total ( $\eta$ ), como mostra a Equação (2.12).

$$\eta' = \frac{\eta - R_L}{1 - R_L} \quad (2.12)$$

### 2.1.3.8 – Eficiência granulométrica ( $G$ )

A eficiência granulométrica ( $G$ ), também conhecida por eficiência por tamanho, é uma grandeza relacionada ao poder de separação do hidrociclone em relação a um tamanho específico de partícula e é tipificada com características de probabilidade. A curva de eficiência granulométrica é também chamada de curva de distribuição de probabilidade porque a curva é a probabilidade de que partículas com certo tamanho possam ser separadas na corrente de *underflow* a partir da alimentação em um hidrociclone (CHU *et al.*, 2004). Considerando os diferentes tamanhos de partículas existentes na suspensão a ser tratada, a eficiência granulométrica pode ser relacionada com a eficiência total ( $\eta$ ) e com a variação dos tamanhos de partículas após a hidrociclonação e é obtida pelo produto da eficiência total pela

relação entre a distribuição de frequência das partículas das correntes de *underflow* pela corrente de alimentação.

$$G = \eta \frac{\frac{dX_u}{d(d_p)}}{\frac{dX_a}{d(d_p)}} \quad (2.13)$$

### 2.1.3.9 – Eficiência granulométrica reduzida ( $G'$ )

Assim como a eficiência total reduzida, a eficiência granulométrica reduzida ( $G'$ ) é resultante apenas da atuação do campo centrífugo aplicado na separação das partículas por tamanho. Logo, o efeito da razão de líquido é também desconsiderado, como mostra a Equação (2.14).

$$G' = \frac{G - R_L}{1 - R_L} \quad (2.14)$$

### 2.1.3.10 – Diâmetro de corte ( $d50$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d50'$ )

O diâmetro de corte ( $d50$ ) representa uma referência ao poder de classificação de hidrociclones. De acordo com a curva de eficiência granulométrica, o tamanho de partícula relacionado à eficiência granulométrica de 50% é um tamanho com 50% de probabilidade de ser separado, que é denominado diâmetro de corte. Logo, partículas maiores que o diâmetro de corte terão maiores probabilidades de serem coletadas com uma eficiência granulométrica superior a 50%; enquanto as menores provavelmente serão coletadas com uma eficiência abaixo deste patamar.

O diâmetro de corte reduzido ( $d50'$ ) é o diâmetro da partícula que é classificada com uma eficiência granulométrica reduzida de 50%. Assim, da mesma forma que as variáveis reduzidas supracitadas relacionam-se a processos nos quais se considera apenas a atuação do campo centrífugo, o diâmetro de corte reduzido se relaciona ao poder de classificação de um hidrociclone nesta situação.

### 2.1.3.11 – Nitidez de separação

Segundo Chu *et al.* (2004), a nitidez de separação ou nitidez de classificação depende da inclinação da curva de eficiência granulométrica. Um modo bem comum de medi-la é fazer a razão entre dois tamanhos, correspondendo a dois diferentes percentuais (simétricos em torno de 50%) na curva de eficiência granulométrica (SVAROVSKY, 2000). Quanto maior a nitidez de separação, melhor a separação ou classificação do processo. Em seu trabalho, Chu *et al.* (2004) definiram a nitidez de separação como  $H'_{(30/70)} = d_{30C}/d_{70C}$ , sendo  $d_{30C}$  e  $d_{70C}$  dois diâmetros de partículas correspondendo, respectivamente, a 30 e 70% na curva de eficiência granulométrica reduzida.

## 2.2 – Fluidodinâmica computacional (CFD)

A evolução na capacidade de processamento computacional aliada à melhoria na capacidade de armazenamento de dados permitem resolver problemas complexos e de interesse industrial. O desenvolvimento de algoritmos mais robustos para a solução de sistemas de equações algébricas lineares e a proposição de modelos mais elaborados para representar fases dispersas têm permitido a evolução de ferramentas para estudar a dinâmica dos fluidos de diversos sistemas físicos, em que se destaca a fluidodinâmica computacional (CFD). Destaca-se que no uso das técnicas de CFD abdica-se da solução contínua (equações diferenciais) em prol da solução discreta ou pontual (equações discretizadas, ou seja, aproximadas).

Uma vez que os mecanismos de separação em hidrociclones são associados com o escoamento, a acurácia da solução ou previsão do comportamento fluidodinâmico no interior deste equipamento é de importância crucial para um maior entendimento do processo de separação e modificações futuras em projetos do equipamento, e isso é conseguido através da fluidodinâmica computacional, pois fornece meios de prever os perfis de velocidade sob uma grande variedade de condições operacionais e de projeto.

A experimentação em laboratório, apesar de sua grande importância na validação física de modelos matemáticos, frequentemente nos restringe somente a uma parte do entendimento fenomenológico do problema em questão, seja devido à segurança em relação ao manuseio de equipamentos, escassez e alto custo de matérias-primas e mesmo a falta de dispositivos necessários à detecção de determinados fenômenos. Desta forma, simulações por meio das técnicas de CFD se mostram como ferramentas auxiliaadoras no sentido de,

juntamente com a experimentação, conduzir a uma completa verificação fenomenológica do problema e, desta forma, permitir a elaboração de novos processos e equipamentos ou a otimização de modelos já existentes (MURPHY *et al.*, 2007).

As técnicas de CFD abrangem o estudo não apenas de escoamentos que se processam em regimes laminares, mas também aqueles que se processam em regimes ditos turbulentos. Estes regimes turbulentos são encontrados em vários processos e, muito frequentemente, no interior de equipamentos industriais cujos fluidos são submetidos a altos valores de velocidade e, conseqüentemente, altos números de Reynolds. Desta forma, faz-se necessário uma breve explanação sobre este tipo de regime.

### 2.2.1 – A turbulência e sua modelagem

Escoamentos turbulentos são caracterizados por flutuações da velocidade do fluido no tempo e espaço. A resolução completa das equações de transporte instantâneas de Navier-Stokes é ainda limitada por questões de ordem tecnológica, principalmente para escoamentos em complexas geometrias e dotados de altos números de Reynolds (HINZE, 1987). Quando se utilizam as equações instantâneas de Navier-Stokes para buscar resolver todas as escalas presentes em um escoamento turbulento, faz-se o uso da abordagem conhecida como DNS (*Direct Numerical Simulation*), ou seja, todas as escalas são calculadas e não modeladas (e diz-se modelar no que tange à turbulências, pois as equações de Navier-Stokes são modelos matemáticos). Ressalta-se também que este fenômeno (turbulência) é estritamente tridimensional, transiente, possui uma multiplicidade de escalas, é rotacional possuindo grande vorticidade e profundamente sensível às condições iniciais, o que descreve um processo caótico.

A maneira mais adequada para contornar tais dificuldades é a manipulação das equações de Navier-Stokes, na forma de um grupo de equações médias ou de um rol de equações filtradas. Independentemente da metodologia a ser considerada, surgem novos termos que devem ser modelados, tornando inevitável o emprego de modelos de turbulência (PERICLEOUS, 1987).

A escolha de modelos de turbulência depende de: características norteadoras do escoamento; prática estabelecida para uma específica classe de problema; nível de precisão requerido; disponibilidade dos recursos computacionais; tempo total disponível para a simulação, etc.

Atualmente a modelagem de escoamentos turbulentos pode ser orientada através de duas tendências: (i) simulação numérica do comportamento médio dos escoamentos turbulentos (modelagem estatística clássica); e (ii) simulação numérica de grandes escalas, onde as grandes estruturas são resolvidas explicitamente e as menores modeladas.

Os modelos de turbulência podem ser classificados segundo a dependência ou não do conceito de viscosidade turbulenta<sup>1</sup>, que é uma propriedade do escoamento (no espaço e tempo) e não do fluido (viscosidade molecular). Para os modelos de turbulência dependentes da viscosidade turbulenta têm-se (SILVEIRA NETO, 2001):

- Modelos a zero equações de transporte: não adicionam ao sistema nenhuma equação de transporte para a viscosidade turbulenta, dentre os quais, citam-se: família de modelos baseados na hipótese do comprimento de mistura de Prandtl e a grande maioria dos modelos sub-malha, utilizados para Simulação de Grandes Escalas (*Large Eddy Simulation* – LES), muito utilizado para a modelagem de hidrociclones (DELGADILLO; RAJAMANI, 2005; MAINZA *et al.*, 2006; NARASIMHA *et al.*, 2006; BRENNAN *et al.*, 2007; DELGADILLO; RAJAMANI, 2007a; b; MOUSAVIAN; NAJAFI, 2009);
- Modelos a uma equação de transporte: a energia cinética turbulenta ( $k$ ) é calculada pela solução de uma equação de transporte adicional, e o comprimento característico ( $L$ ) é estimado para cada problema em análise. Citam-se: modelo  $k$ - $L$  e modelo Spalart-Allmaras;
- Modelos a duas equações de transporte: duas equações de transporte devem ser deduzidas e resolvidas. Citam-se: Modelos  $k$ - $\epsilon$  e os Modelos  $k$ - $\omega$ .

Já os modelos de turbulência que não dependem da viscosidade turbulenta são classificados em (SILVEIRA NETO, 2001):

- Modelos a zero equações: as tensões turbulentas são relacionadas algebricamente com as componentes médias de velocidade, por exemplo o modelo de tensões algébricas (*Algebraic Stress Model* – ASM);
- Modelos a seis equações: modelo das tensões de Reynolds com seis equações de transporte para as seis componentes do tensor de Reynolds. Destaca-se que o modelo das tensões de Reynolds, é um modelo a seis equações pelo fato de que o tensor de Reynolds é simétrico. Visto que um tensor possui nove componentes

---

<sup>1</sup> O conceito de viscosidade turbulenta foi proposto por Joseph Boussinesq em 1877, estabelecendo uma analogia com o modelo de Stokes para as tensões viscosas moleculares. Maiores detalhes são dados por Silveira Neto (2001).

(o que pode ser representado em uma forma matricial), um tensor simétrico possui uma forma simétrica da matriz (por exemplo: o componente  $u_{ij}=u_{ji}$ ) logo, é necessário modelar apenas 6 componentes (três da diagonal principal e os outros três do triângulo inferior da matriz os quais são idênticos ao do triângulo superior). O modelo RSM é bastante utilizado na modelagem de hidrociclones (GRADY *et al.*, 2003; OLSON; VAN OMMEN, 2004; DELGADILLO; RAJAMANI, 2005; WANG *et al.*, 2006; BHASKAR *et al.*, 2007b; HSU; WU, 2008; WANG *et al.*, 2009; DINESH SURESH *et al.*, 2010; YANG *et al.*, 2010) e, de acordo Vieira (2006), este modelo é evidentemente superior para as situações em que a anisotropia de turbulência tem um efeito dominante no escoamento médio do fluido, principalmente naqueles escoamentos dotados de altas vorticidades, que é o caso dos hidrociclones.

Equações médias de Navier-Stokes são conhecidas como RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) e representam as grandezas médias do escoamento, com todas as escalas de turbulência sendo modeladas. O termo RANS foi concebido, originalmente, para escoamentos estacionários. Por questão de estabilidade numérica o operador média foi aplicado às equações de Navier-Stokes na sua forma transiente, sendo assim denominadas URANS (*Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Este tipo de aproximação reduz o esforço computacional sendo aplicado tanto para escoamentos transientes como permanentes (Equações 2.15 e 2.16):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial (\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho u_i u_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{-\rho u_i' u_j'}) \quad (2.16)$$

Na Equação (2.16),  $(\overline{-\rho u_i' u_j'})$  simboliza efeitos de turbulência, os quais são denominados tensores de Reynolds e necessitam de modelos de turbulência para descrevê-los, no sentido de permitir a solução da equação.

Normalmente a hipótese de Boussinesq (Equação 2.17) é empregada para relacionar os tensores de Reynolds com a média dos gradientes de velocidade do escoamento (HINZE, 1987).



$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = u_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + u_t \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (2.17)$$

Em alguns modelos de turbulência em que se utiliza a hipótese de Boussinesq (Modelo Spalart-Allmaras, Modelo k-ε e Modelo k-ω) a viscosidade turbulenta é considerada como um escalar e posta na dependência da energia cinética turbulenta (k), da taxa de dissipação de turbulência (ε) ou da taxa específica de dissipação (ω). Destaca-se que a diferença entre tais modelos de turbulência reside no fato de como k, ε ou ω são modelados. Contudo a hipótese de Boussinesq torna-se falha ao considerar a viscosidade turbulenta como uma grandeza escalar isotrópica, o que não se observa em termos práticos (VIEIRA, 2006).

Apesar da disponibilidade de outros modelos, como os já citados e outros mais, como o DRSM – *Differential Reynolds Stress Model* – (BRENNAN, 2006; NARASIMHA *et al.*, 2006; MURPHY *et al.*, 2007), neste trabalho utilizar-se-á o modelo RSM, motivo pelo qual, dedica-se a seguir uma seção com explicação mais detalhada do mesmo.

Em se tratando de hidrociclones, a modelagem do escoamento através da fluidodinâmica computacional (CFD) é a chave para entender como eles se comportam, no entanto, a técnica de CFD não é um desafio computacional trivial por várias razões. Hidrociclones operam com uma forte turbulência, juntamente com uma reversão de fluxo, e uma separação de fluxo, próximo ao *underflow*. Isso provoca uma tensão no fluxo e introduz a anisotropia na turbulência. Além disso, visto que o estado de turbulência é o estágio final de um processo de multiplicação de instabilidades, o que caracteriza um processo de transição à turbulência, um curto tempo de residência não permite que o regime turbulento se encontre completamente desenvolvido. Hidrociclones são frequentemente operados com as saídas abertas para a atmosfera e, assim, desenvolvem um *air core* ao longo do eixo, pois o fluxo rotacional gera uma região axial de pressão manométrica negativa, que faz com que ar externo seja empurrado para dentro do equipamento. A superfície livre entre o ar e a fase de água introduz maior turbulência anisotrópica, porque os tensores de turbulência normais à superfície livre caem para zero quando a superfície livre é alcançada. Finalmente hidrociclones tratam de fluxos carregados de partículas, sendo que estas amortecem a turbulência, enquanto que a turbulência influencia a mistura das partículas e, portanto, afeta o comportamento da separação (BRENNAN, 2006).

### 2.2.1.1 – Modelo dos tensores de Reynolds (RSM)

O modelo RSM desconsidera a hipótese de isotropia do escoamento, introduzindo uma equação de transporte específica para o fechamento das equações URANS para cada um dos tensores de Reynolds. Matematicamente, o RSM apresenta a resolução de tensores individuais de Reynolds ( $\overline{u_i u_j}$ ) através do uso de equações diferenciais de transporte, no intuito de fechar a equação do movimento quando apresentada na forma de equação de URANS. Assim a equação de transporte exata para transporte dos tensores de Reynolds ( $\overline{\rho u_i u_j}$ ) é descrita da seguinte forma (CULLIVAN *et al.*, 2003; VIEIRA, 2006; MOUSAVIAN; NAJAFI, 2009):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{\rho u_i u_j} \right) + C_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + G_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} + F_{ij} + S_{usu} \quad (2.18)$$

Na equação acima,  $C_{ij}$  representa a advecção,  $D_{T,ij}$  a difusão turbulenta,  $D_{L,ij}$  a difusão molecular,  $P_{ij}$  a produção de tensão,  $G_{ij}$  a produção de flutuação,  $\phi_{ij}$  a tensão devido à contribuição da pressão,  $\varepsilon_{ij}$  a dissipação,  $F_{ij}$  a produção pela rotação do sistema e  $S_{usu}$  um termo fonte definido pelo usuário.

Os termos  $D_{T,ij}$ ,  $G_{ij}$ ,  $\phi_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  precisam ser modelados no sentido de fechar o conjunto de equações, enquanto que os termos  $C_{ij}$ ,  $D_{L,ij}$ ,  $P_{ij}$  e  $F_{ij}$  não requerem modelagem alguma.

O termo  $D_{T,ij}$  é modelado de acordo com hipótese generalizada da difusão gradiente (CULLIVAN *et al.*, 2003; VIEIRA, 2006). Conforme Cullivan *et al.* (2003), o termo que acopla pressão-tensão ( $\phi_{ij}$ ) é o de modelagem mais acessível. Como este termo efetua uma redistribuição dos tensores de Reynolds, espera-se que seja significativo para fluxos de alta turbulência, o que caracteriza anisotropia significativa. Para modelagem ele é decomposto em pressão-tensão turbulenta (lento), pressão-tensão de média tensão (rápido) e um termo de reflexão em parede. Para o modelo pressão-tensão linear, considera-se que a pressão-tensão turbulenta simplesmente promove o retorno à isotropia (CULLIVAN *et al.*, 2003). Para modelagem de hidrociclones, de acordo com Cullivan *et al.* (2003) o modelo linear pode representar uma simplificação inadequada, sendo melhor utilizar o modelo pressão-tensão quadrático, que é mais acurado.

Devido às flutuações, o termo  $G_{ij}$  pode ser modelado da seguinte maneira:

$$G_{ij} = \beta \frac{\mu_t}{Pr_t} \left( g_i \frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial T}{\partial x_i} \right), \text{ sendo } Pr_t = 0,85 \quad (2.19)$$

Por fim, o tensor de dissipação ( $\varepsilon_{ij}$ ) é modelado segundo a Equação (2.20), na qual a taxa de dissipação escalar ( $\varepsilon$ ) pode ser calculada por intermédio da equação de transporte do modelo k- $\varepsilon$  padrão (VIEIRA, 2006).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{2}(P_{ii} + G_{ii}) - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2) + S_k \quad (2.20)$$

### 2.2.2 – Modelagem para escoamentos multifásicos

Geralmente, os escoamentos em hidrociclones não são exclusivamente monofásicos, havendo também a presença de outras fases, quer sejam sólidas (partículas) ou gasosas (*air core*). O conhecimento das particularidades da fluidodinâmica do sistema é extremamente importante para projeto e otimização deste tipo de equipamento.

Existem duas abordagens para o tratamento de escoamentos multifásicos, a saber: Euler-Euler e Euler-Lagrange. Na abordagem Euler-Lagrange, a fase discreta é tratada de forma lagrangeana. Assim modela-se a fase contínua resolvendo as equações médias de Navier-Stokes (URANS) e utilizando informações fluidodinâmicas previamente levantadas como dados de entrada para a descrição do comportamento da fase discreta (VIEIRA, 2006). Tal abordagem é mais utilizada para os casos em que a fase secundária (discreta) ocupa uma pequena fração volumétrica do sistema, apesar de ser possível resolver a fase contínua interagindo com a dispersa sem restrição de volume.

A abordagem Euler-Euler considera que as diferentes fases do sistema penetram-se mutuamente. Como o volume de uma fase não pode ser ocupado pelo volume de outra, surge então, o conceito de fração volumétrica de fase. Estas são consideradas como funções contínuas no tempo e no espaço, em que a soma de todas equivale à unidade. Desta forma, equações de conservação para cada uma das fases, são apresentadas para modelar o escoamento multifásico. Necessitam-se, neste caso, informações adicionais sobre relações constitutivas (empíricas ou teóricas). Deste modo, primeiramente resolve-se a fase contínua e, posteriormente, faz-se a injeção da outra fase.

Dentre os modelos multifásicos segundo a abordagem Euler-Euler comumente utilizados, citam-se: o Modelo Volume de Fluido (VOF), o Modelo de Mistura e o Modelo Euleriano. Uma breve explicação sobre os modelos, segundo Vieira (2006) é apresentada na sequência.

O Modelo Volume de Fluido (VOF – *Volume of Fluid*) é uma técnica de localização de interfaces aplicadas a malhas eulerianas fixas. Deve ser empregado para escoamentos nos quais existe uma posição de interface bem definida entre dois ou mais fluidos imiscíveis. Este tipo de modelagem é usualmente aplicada a escoamentos onde existe estratificação, superfícies livres em tanques agitados, movimento de grandes bolhas num líquido, movimento de líquido em comportas de represas ou em valas, quebra de jatos de líquido, *air core* em hidrociclones.

O modelo de mistura foi elaborado para duas ou mais fases (fluido ou partícula), sendo ambas tratadas como fluidos contínuos interpenetrantes. Este modelo calcula as equações de transporte para a mistura e dita velocidades relativas para descrever as fases dispersas. É aconselhado para sistemas nos quais a fração volumétrica da fase discreta não ultrapasse o patamar de 10%. O modelo de mistura pode ser aplicado a escoamentos dotados de pequenas bolhas, ciclones, hidrociclones, transportadores pneumáticos ou hidráulicos.

O modelo Euleriano é baseado na resolução de um conjunto de  $n$ -equações de momento e continuidade de acordo como o número de fases incorporadas ao sistema. No modelo Euleriano o acoplamento é realizado por intermédio da pressão e dos coeficientes de transferência entre as fases. Quando as fases são partículas e fluidos, o escoamento recebe a nomenclatura de escoamento multifásico euleriano granular, ao passo que, se as fases envolvidas forem apenas fluidos, denomina-se de escoamento multifásico não-granular euleriano.

Para a descrição de trajetória de partículas e eficiência de hidrociclones, pode-se utilizar um modelo de Fase Discreta, recomendado para as condições de suspensões diluídas. Sendo assim no tópico a seguir será feita uma breve descrição do Modelo de Fase discreta.

#### **2.2.2.1 – Modelos de fase discreta**

Modelos de fase discreta são recomendados para condições de suspensões diluídas, com fração volumétrica da fase discreta inferior a 10% (VIEIRA, 2006). As trajetórias das partículas podem ser preditas através da integração da equação do movimento, na qual está

contemplado o balanço entre as principais forças atuantes sobre a fase discreta, conforme descreve a Equação (2.21), em coordenadas cartesianas e direção axial  $z$ .

$$\frac{du_p}{dt} = F_D (u - u_p) + \frac{g_z (\rho_p - \rho)}{\rho_p} + F_z \quad (2.21)$$

Na Equação (2.21),  $u$  representa a velocidade da fase fluida;  $u_p$  a velocidade da partícula;  $\rho$  a densidade do fluido;  $\rho_p$  a densidade da partícula;  $d_p$  o diâmetro característico da partícula; o termo  $F_z$  representa todas as forças adicionais que podem atuar sobre a trajetória da partícula e o termo  $F_D (u_p - u)$  representa as forças de arraste por unidade de massa da partícula e pode ser descrito como:

$$F_D = \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D \text{Re}}{24} \quad (2.22)$$

Sendo que o coeficiente de arraste  $C_D$  pode ser calculado por correlações (TRAN-CONG *et al.*, 2004; GUPTA *et al.*, 2008).

### 2.2.3 – Equações de transporte para simulações de hidrociclones

Para a modelagem de hidrociclones, as equações que devem ser resolvidas são a equação da conservação de massa (equação da continuidade) e a equação do movimento, apresentadas na sequência.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2.24)$$

Na equação acima,  $S_m$  representa a massa adicionada para a fase contínua por causa da dispersão da segunda fase;  $p$  representa a pressão estática;  $\bar{\bar{\tau}}$  o tensor resultante do escoamento;  $\rho \vec{g}$  e  $\vec{F}$  são as forças gravitacionais e de corpo respectivamente.

O tensor  $\bar{\tau}$  pode ser descrito pela Equação (2.25), onde  $\mu$  é a viscosidade molecular,  $I$  o tensor unitário e o segundo termo do segundo membro da equação é o efeito da dilação de volume.

$$\bar{\tau} = \mu \left[ \left( \nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T \right) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right] \quad (2.25)$$

#### 2.2.4 – Resolução numérica

Como há uma grande quantidade de equações diferenciais envolvidas no problema de modelagem, necessita-se aplicar métodos numéricos para sua resolução. A solução para uma determinada variável de interesse é conhecida apenas em alguns pontos do domínio computacional (nós), devido à transformação das equações diferenciais em equações algébricas pela técnica de discretização.

Considerando-se a modelagem de um escoamento laminar e isotérmico em três dimensões, ter-se-ia ao todo 4 equações (uma da continuidade e três do momento). Havendo turbulência, poder-se-ia utilizar o modelo  $k-\varepsilon$ . Neste caso ter-se-ia seis equações (uma da continuidade, três do momento e duas da turbulência). Logo, a escolha da aplicação de métodos numéricos pode não se restringir apenas ao número de equações mas, visto que as equações de Navier-Stokes possuem grandes não linearidades nos termos advectivos, o que leva uma grande complexidade de resolução analítica, pode-se pensar que a resolução numérica é completamente viável, ou melhor, é a única solução que podemos ter atualmente.

Por outro lado, o número de equações que comporá o sistema de equações lineares pode ser enorme a depender do tamanho da malha. Por exemplo, para resolver o problema citado acima (turbulento e isotérmico) utilizando uma malha contendo 90.000 células, seria necessário resolver 6 sistemas de equações lineares acoplados (um sistema para cada equação diferencial, ou seja, uma da continuidade, três do momento e duas da turbulência) contendo, cada sistema linear, 90.000 equações (igual ao número de células). Logo, considerando-se apenas as equações de balanço, resolver-se-iam 540.000 equações no problema, ou seja, seis equações para cada uma das 90.000 células. Desta forma, é de grande valia um algoritmo robusto para resolução de sistemas de equações lineares. Para este tipo de resolução destacam-se os algoritmos:

1. Método das Diferenças Finitas: os valores das variáveis são calculados somente em nós específicos da malha computacional, inexistindo qualquer descrição de comportamento entre um nó e outro. Possuem uma abordagem estritamente matemática, visto que na discretização das equações diferenciais é aplicada uma expansão em série de Taylor truncada até o termos lineares. Devido a isto, não existem volumes de controle (como no caso dos Volumes Finitos) mas pontos de discretização. Os valores das variáveis são armazenados neste pontos porém, quando se aplica a expansão em série de Taylor, esta é aplicada em torno de um ponto e, este ponto, depende de sua vizinhança que necessariamente pode ser um lugar que em que não armazenam os dados (normalmente se encontra entre dois pontos de armazenamento, como se fossem as faces de um volume de controle). Logo, para trazer as informações contidas nestas "faces" para os pontos de armazenamento necessita-se utilizar funções de interpolações.
2. Método dos Elementos Finitos: os valores de uma variável são calculados em pontos específicos da malha, sendo que funções de interpolação são posteriormente utilizadas para descrevê-los entre os respectivos pontos. Historicamente o Métodos dos Elementos Finitos era aplicado na simulação de estruturas e não na aplicação em fluidos. Logo, em face da complexidade geométrica das estruturas, ele desenvolveu muito a aplicação em malhas irregulares (MALISKA, 2010), porém, atualmente sua aplicação independe do tipo de malha.
3. Métodos dos Volumes Finitos: tem a aparência do Método de Diferenças Finitas, mas faz uso de ideias típicas do Método dos Elementos Finitos. De acordo com Patankar (PATANKAR, 1980), a característica mais atrativa do método é que a solução resultante possibilita a conservação integral de quantidades de massa, momento e energia, satisfeitas sobre qualquer grupo de volumes de controle e, sobretudo, no domínio inteiro. O método dos volumes finitos é estritamente físico, pois as equações discretizadas são obtidas por meio de balanços das variáveis transportadas através de um volume de controle. Logo, garantem a conservação da propriedade desde o início. Utilizam-se também funções de interpolação para trazer as variáveis das faces para o centro do volume de controle.

O *software* comercial utilizado para simulações FLUENT<sup>®</sup>, que é um solucionador numérico, disponibiliza para fim de técnicas de interpolação os seguintes esquemas:

*DIFERENÇAS CENTRAIS*, *UPWIND* de primeira e segunda ordem, *POWER LAW* e *QUICK*. O método *QUICK* (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics*) constitui um esquema de terceira ordem, que emprega, para a interpolação, dois pontos localizados à montante do escoamento e um ponto à jusante ligados por uma parábola (CAMPREGHER JR, 2002).

Para escoamentos incompressíveis, o solucionador numérico FLUENT<sup>®</sup> disponibiliza os seguintes algoritmos para o acoplamento pressão-velocidade: SIMPLE, SIMPLEC e PISO, descritos na sequência:

- SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*): o acoplamento é efetuado através de uma relação que permite corrigir a pressão a cada nova iteração de velocidade;
- SIMPLEC (*SIMPLE-Consistent*). diferencia-se do anterior apenas na expressão responsável pela correção da pressão;
- PISO (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*): satisfaz de maneira mais adequada os balanços de momento após as correções de pressão.

Dependendo da função escolhida para o comportamento do fluxo no intervalo de tempo, serão obtidas as formulações totalmente implícitas, semi-implícita e explícita. No esquema semi-implícito alguns termos diferenciais são substituídos por diferenças finitas válidas para o tempo atual (discretização explícita), outros por diferenças finitas válidas para o tempo posterior (discretização implícita).

Outra informação relevante é a existência de malhas co-localizadas e deslocadas:

- Malhas co-localizadas: basicamente são malhas em que todas as variáveis são armazenadas em um mesmo ponto (centro dos volumes). Neste caso, devem-se utilizar funções de interpolação para a pressão (já apresentadas);
- Malhas deslocadas: basicamente utilizam-se mais de uma malha sendo uma malha principal e uma malha para cada componente de velocidade. Neste caso a pressão (assim como todas as variáveis escalares) são armazenadas no centro da malha principal e as componentes das velocidades (ou outras variáveis vetoriais) são armazenadas nas faces da malha principal. Neste caso, as funções de interpolação para a pressão não são necessárias.

Por fim, através do FLUENT<sup>®</sup> são apresentados vários esquemas de interpolação para a pressão:



- Esquema de Interpolação Padrão: os valores de pressão nas faces dos volumes de controle são interpolados através dos coeficientes da equação do movimento. Indicado onde a variação de pressão entre os centros das células computacionais não é tão brusca;
- Esquema Linear de Interpolação: a pressão é calculada na face como a média dos valores entre as células fronteiriças;
- Esquema de Interpolação de Segunda Ordem: pode ser usado com a ressalva de que não haja escoamentos com gradientes de pressão descontínuos (devido à presença de meio poroso) ou uso de modelos multifásicos (VOF e Mistura);
- Esquema de Forças de Campo Equilibradas: calcula-se a pressão na fase, assumindo que o gradiente normal da diferença entre a pressão e as forças de campo, seja constante.

Além das informações supramencionadas, pode-se ainda aplicar às interpolações de pressão o esquema PRESTO! (*PREssure STaggering Option*).

Ainda no domínio FLUENT<sup>®</sup> tem-se a resolução das equações de transporte que pode ser conduzida mediante esquemas numéricos segregados ou acoplados.

## 2.3 – Otimização

Como definição bem ampla de otimizar, tem-se: otimizar é dar a uma máquina, a uma empresa, a uma ação, etc., o rendimento ótimo, criando as condições mais favoráveis ou tirando o melhor partido possível. De forma mais técnica, otimizar é melhorar o que já existe, projetar o novo com mais eficiência e menor custo, sem ter que testar todas as possibilidades (LOBATO, 2008). Pode-se ainda definir um problema de otimização de sistemas das seguintes maneiras (SECCHI, 2001):

- Campo da matemática dedicado ao desenvolvimento de métodos eficientes de determinação de máximos e mínimos de funções de uma ou mais variáveis;
- A ciência que determina as melhores soluções para certos problemas físicos; problemas que são descritos por modelos matemáticos;
- Busca da melhor solução (solução ótima) dentre as diversas soluções possíveis de um problema, segundo um critério estabelecido previamente.

Segundo Lobato (2008), a otimização tem como vantagens: diminuir o tempo dedicado ao projeto, possibilitar o tratamento simultâneo de uma grande quantidade de

variáveis e restrições de difícil visualização gráfica, possibilitar a obtenção de algo melhor com menor custo. Como limitações, tem-se o aumento do tempo computacional quando o número de variáveis de projeto cresce, o surgimento de funções descontínuas que apresentam lenta convergência, ou de funções com vários mínimos locais onde o mínimo global raramente é obtido.

A otimização pode ser aplicada de inúmeras maneiras em processos e plantas químicas (SECCHI, 2001). Típicos projetos onde a otimização tem sido empregada incluem:

- Determinação do melhor local para construção de uma planta;
- Escalonamento de tanques para armazenagem de matéria-prima e de produtos;
- Dimensionamento e *layout* de *pipelines*;
- Projeto de plantas e/ou de equipamentos;
- Escalonamento de reposição e manutenção de equipamentos;
- Operação de equipamentos e/ou plantas;
- Ajuste de modelos a dados experimentais de uma planta;
- Minimização de inventário;
- Alocação de recursos ou serviços entre diferentes processos;
- Planejamento e escalonamento de instalação de plantas.

Ressalta-se que alguns dos objetivos definidos em problemas de otimização podem ser conflitantes entre si, portanto necessita-se muito cuidado para o estabelecimento do objetivo a ser alcançado.

### 2.3.1 – Formulação de um problema de otimização

A formulação de um problema prático de otimização contém duas partes (SECCHI, 2001):

1. Pelo menos uma função objetivo (FO) a ser alcançada;
2. Restrições que devem ser atendidas.

É possível que haja mais de uma solução para o problema e, quando se faz a otimização, deve-se encontrar uma solução que minimize/maximize a função objetivo e que atenda, simultaneamente, às restrições; ou seja, a solução encontrada deve pertencer à região viável. Para que as condições ótimas sejam alcançadas o sistema deve ter liberdade para manipular as variáveis de projeto, isto é, algumas condições operacionais são modificadas de forma que o ponto ótimo viável seja alcançado.

### **2.3.1.1 – A função objetivo (FO)**

A função objetivo define a característica do sistema que se deseja melhorar. Matematicamente, esta característica é representada por uma equação matemática e dependente, explícita ou implicitamente, das variáveis de projeto. Ela pode ser classificada em relação a: continuidade, modalidade e convexidade. Maiores detalhes sobre a classificação podem ser encontrados em Lobato (2008).

O correto estabelecimento da função objetivo é fundamental para o sucesso da otimização, e sua determinação é uma tarefa complexa que requer grande conhecimento do processo que se quer otimizar (SECCHI, 2001).

### **2.3.1.2 – As restrições**

Restrições são características que dependem matematicamente das variáveis de projeto e limitam os valores da função objetivo a certas regiões do espaço de projeto. Podem ser de desigualdade, igualdade ou laterais. Lobato (2008) apresenta maiores detalhes referentes à classificação das restrições.

### **2.3.1.3 – As variáveis de projeto**

Também chamadas de variáveis de decisão, independentes ou de busca, representam um conjunto de parâmetros que podem influenciar os valores da função objetivo (LOBATO, 2008). Elas correspondem, em número, ao excesso de incógnitas em relação ao número de equações, ou seja, sua quantidade é igual ao número de graus de liberdade do sistema (SECCHI, 2001).

Se existe apenas uma única solução para o problema, nenhuma otimização é necessária e possível. Portanto, para haver condições de otimizar um processo o mesmo dever ter grau de liberdade maior que zero.

As variáveis de decisão caracterizam os possíveis projetos ou condições operacionais do sistema e devem ter uma certa influência sobre a função objetivo. Devidamente manipuladas, elas promovem modificações no sentido de aumentar ou diminuir os valores da função objetivo. Se uma função objetivo é pouco sensível a uma variável de decisão é conveniente simplificar o problema assumindo um valor fixo para essa variável. Por outro

lado, se o critério de desempenho é extremamente sensível a uma determinada variável de projeto, talvez seja difícil reproduzir na prática as condições ótimas calculadas.

### 2.3.2 – Procedimento geral para solucionar problemas de otimização

Não existe um procedimento ou método que possa ser aplicado eficientemente a todo tipo de problema. O método escolhido para um caso particular é altamente dependente da característica da função objetivo (linear ou não linear; contínua, discreta ou mista), da natureza das restrições (igualdade, desigualdade ou mista) e do número de variáveis dependentes e independentes.

Desta forma, a literatura indica passos gerais que auxiliam na análise e solução de problemas de otimização (SECCHI, 2001; LOBATO, 2008):

- Passo 1: análise do processo, identificando variáveis e principais características (número de graus de liberdade);
- Passo 2: estabelecimento da função objetivo (FO) em função das variáveis identificadas anteriormente e de coeficientes conhecidos;
- Passo 3: uso de expressões matemáticas que validam o processo e relacionam variáveis de entrada e parâmetros. Inclusão das restrições de igualdade, desigualdade e laterais:
  - Balanços de massa e energia funções das variáveis de decisão e de variáveis auxiliares;
  - Relações constitutivas e/ou empíricas;
  - Limites operacionais máximos e mínimos;
  - Faixa de validade das variáveis, por exemplo, temperaturas e pressões absolutas devem ser positivas, frações molares entre 0 e 1, etc;
  - Limites externos, por exemplo, capacidade máxima de consumo do mercado.
- Passo 4: se o problema é demasiadamente grande ou complexo, pode-se tentar subdividi-lo em partes e/ou simplificar a função objetivo e/ou o modelo do processo, através do uso de hipóteses simplificadoras;
- Passo 5: aplicação de técnicas matemáticas de otimização apropriadas para o problema;

- Passo 6: verificação das respostas, examinando a sensibilidade dos resultados a mudanças nos parâmetros do processo, do algoritmo utilizado e das hipóteses utilizadas na formulação do modelo.

Os passos 1, 2 e 3 tratam da formulação matemática do problema, que é a identificação das variáveis, a especificação da função objetivo e restrições. Deve-se escolher um modelo o mais simples possível que represente o sistema adequadamente. O quarto passo sugere que o problema possa ser simplificado. Inicialmente, pode-se decidir ignorar algumas variáveis que não afetam significativamente a função objetivo. Isto é baseado numa análise física, matemática ou na importância de cada variável (análise de sensibilidade). Uma outra maneira seria a eliminação de variável(is) através da utilização de restrições de igualdade. O quinto passo busca o ponto de ótimo. Geralmente a solução de problemas de otimização envolve o uso de computadores, através de um processo iterativo; é uma etapa simples, desde que se tenha à mão programas de computador já desenvolvidos e testados. Porém se for necessário implementar ou desenvolver um novo algoritmo será necessário um grande esforço (tempo e recursos humanos). A eficiência da técnica de otimização dependerá de sua metodologia e da estimativa inicial utilizada. Já o sexto passo consiste, primeiramente, no atendimento das condições necessárias e suficientes para a obtenção do ótimo e posterior análise da sensibilidade do ótimo em relação à mudança dos parâmetros do processo, do algoritmo e das hipóteses utilizadas na formulação do problema.

### 2.3.3 – Categorias de otimização

Os algoritmos de otimização podem ser classificados segundo as seguintes categorias (LOBATO, 2008):

1. Otimização por Tentativa e Erro (ajuste de parâmetros de um processo onde não se conhece *a priori* sua formulação) ou Otimização por Função.
2. Unidimensional (com apenas uma variável) ou Multidimensional.
3. Otimização Dinâmica (dependência da saída com respeito ao tempo) ou Estática (independente do tempo).
4. Discreto ou contínuo. O primeiro se refere ao tratamento de problemas com um número finito de possíveis valores para as variáveis, enquanto que, no segundo, essas tendem a infinitas possibilidades. Devido à complexidade inerente aos processos reais, a modelagem é geralmente caracterizada por formulações

algébrico-diferenciais. Isto faz com que tais problemas sejam tratados como um conjunto de pontos obtidos por discretização das equações originais.

5. Restritos (que apresentam restrições) e Não Restritos, ou irrestritos (que não apresentam nenhum tipo de restrição).
6. Algoritmos Clássicos ou Randômicos. Os primeiros tentam minimizar uma função partindo de uma configuração inicial de projeto, movendo-se em direção ao ponto ótimo através de uma sequência de passos. Por outro lado, os métodos randômicos, que são baseados no cálculo de probabilidades, fazem uso de um conjunto de configurações iniciais de projeto para a obtenção do ótimo. Neste sentido, não investem tudo em um único ponto, ou seja, o enfoque de otimização é repartido na população de pontos.
7. O problema de otimização pode ter um objetivo (mono) ou múltiplos objetivos (multi). Esses se diferenciam pela forma como o ótimo é definido, pela metodologia de tratamento empregada, e pela presença, além do espaço de projeto, do espaço de objetivos para o problema multi-objetivo.

### 2.3.4 – Obstáculos à otimização

Problemas de otimização que apresentam funções objetivo e/ou restrições complicadas podem apresentar grandes dificuldades para obtenção de solução pelo uso de algumas técnicas de otimização (SECCHI, 2001). Se a função objetivo (FO) e as funções de restrições forem "bem comportadas" a otimização não apresenta grandes problemas. Particularmente se a FO e as restrições forem todas lineares está disponível um poderoso método (Programação Linear) que resolve este problema de maneira satisfatória. No entanto, a maioria dos problemas de otimização é, inerentemente, não linear. Muitos dos problemas práticos de otimização em engenharia apresentam algumas das dificuldades abaixo (SECCHI, 2001; LOBATO, 2008).

- Indisponibilidade de dados ou de um modelo matemático confiável do sistema;
- Função objetivo e/ou restrições podem apresentar descontinuidades. Por exemplo, o preço de um compressor ou trocador de calor não varia continuamente como uma função das dimensões, pressão, temperatura, etc. pois o incremento de um parâmetro não afeta o custo em uma certa faixa de variação, porém para uma outra faixa ocorre um salto no valor do equipamento;
- Função objetivo e/ou restrições não lineares;

- Função objetivo e/ou restrições podem estar definidas em termos de complicadas interações entre as variáveis, podendo ocorrer valores não únicos destas variáveis para o valor ótimo da função objetivo;
- Função objetivo e/ou restrições podem não ser “bem comportadas”, exibindo patamares (pouca sensibilidade à variação das variáveis) para alguns intervalos das variáveis e comportamento exponencial (muita sensibilidade) para outros intervalos. Isto significa que o valor da função objetivo ou das restrições pode ser insensível ou muito sensível à mudança dos valores dessas variáveis;
- Função objetivo pode apresentar ótimos locais.

### 2.3.5 – Resolução dos problemas de otimização: o Algoritmo de Evolução Diferencial

Tradicionalmente, a resolução de problemas de otimização tem sido obtida através do uso de métodos determinísticos, que se fundamentam no cálculo variacional e que fazem uso de informações do gradiente da função objetivo e das restrições para a atualização do projeto inicial adotado, sendo que sua utilização se dá principalmente devido à sofisticação dos recursos computacionais desenvolvidos. Nos últimos anos, o uso de algoritmos não determinísticos tem atraído a atenção da comunidade científica (LOBATO, 2008). Os algoritmos não determinísticos (ou randômicos ou aleatórios) não fazem uso de informações do gradiente da função objetivo e das restrições, mas fazem uso de procedimentos heurísticos, como por exemplo, os processos de seleção natural da luta pela vida e a genética de populações, base dos Algoritmos Genéticos (AG). O crescente interesse da comunidade científica se deve ao fato de: (i) não investirem todo o esforço computacional em torno de um único ponto (de um único projeto inicial); (ii) serem de fácil concepção conceitual e de implementação e (iii) serem facilmente estruturados em arquitetura paralela e capazes de escapar de ótimos locais (LOBATO, 2008).

Variados métodos de solução de problemas de otimização podem ser encontrados na literatura em trabalhos como o de Secchi (2001), que apresenta várias técnicas de otimização e aplicações; Kalid (2004), que também apresenta várias definições concernentes às técnicas de otimização, além de exemplos de aplicação na área de engenharia; Lobato (2008), que faz uma revisão detalhada sobre métodos de solução do Problema de Otimização Multi-Objetivo (POMO) e apresenta vários exemplos de aplicação em engenharia e áreas afins. Entretanto, baseado na declaração prévia a respeito dos algoritmos não determinísticos, o foco deste

trabalho é dado a este tipo de abordagem e esta seção é dedicada especificamente ao algoritmo de Evolução Diferencial (ED), proposto por Price e Storn (1997).

A principal motivação para o desenvolvimento do algoritmo de ED foi a lenta taxa de convergência e a dificuldade na determinação dos parâmetros do Polinômio de Chebychev exibida pelo algoritmo híbrido denominado Recozimento Genético – *Genetic Annealing Algorithm* (PRICE, 1994). Foi durante a resolução deste problema que Storn decidiu modificar esse algoritmo híbrido de forma a trabalhar com codificação de ponto flutuante e com operações aritméticas, acabando por desenvolver o operador de mutação diferencial, que fundamenta o algoritmo de ED. Com o sucesso obtido com a aplicação deste operador, Storn sugeriu outras configurações para a determinação de candidatos em potencial para a solução de problemas de otimização (STORN; PRICE, 1995).

Outro aspecto que motivou o desenvolvimento do algoritmo de ED, segundo Storn e Price (1995), foi a possibilidade de tratar problemas reais através de uma abordagem que fosse conceitualmente simples e eficiente ao mesmo tempo. Esta deveria ser capaz de ultrapassar obstáculos, tais como: o tratamento de funções não diferenciáveis, descontínuas ou até mesmo desconhecidas *a priori*; de lidar com funções multimodais; de trabalhar com variáveis de projeto discretas, contínuas, inteiras e/ou binárias ao mesmo tempo, sem ter que reestruturar o problema original conforme ocorre quando métodos clássicos são utilizados.

Segundo Lobato *et al.* (2012), o primeiro contato da comunidade científica com o algoritmo de ED foi no segundo ICEO (*International Contest on Evolutionary Optimization*) em 1997, em que foi demonstrado o desempenho da técnica em uma série de funções matemáticas com diferentes graus de dificuldade e complexidade. No mesmo ano, de forma a consolidar o surgimento do assunto, foi publicado o artigo “*Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces*” por Storn e Price (1997).

Por se tratar de um método baseado em Algoritmos Genéticos, o algoritmo de ED partilha das mesmas vantagens já mencionadas e seu sucesso se deve à sua concepção simples, facilidade de implementação, capacidade de estruturação em arquitetura paralela, habilidade de escapar de ótimos locais, e pelos resultados obtidos em aplicações com diferentes graus de complexidade.

A ideia principal por trás deste algoritmo é o esquema para atualização de cada indivíduo, realizado por meio de operações vetoriais. Basicamente, a diferença ponderada, via taxa de perturbação  $F$ , entre dois indivíduos da população é adicionada a um terceiro indivíduo da mesma população, como ilustra a Figura 2.5.



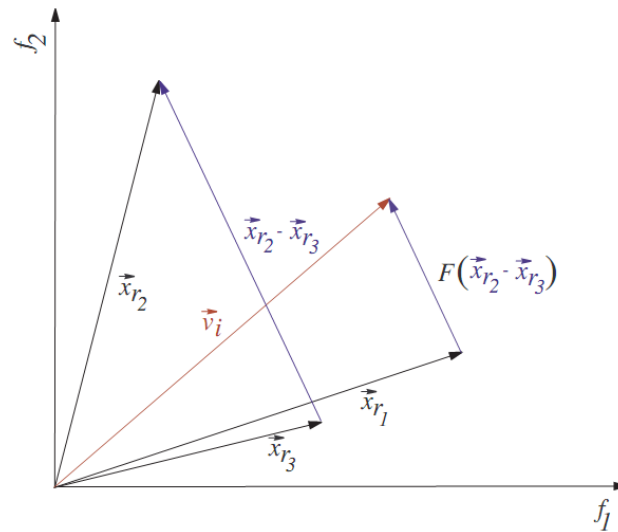


Figura 2.5 – Base teórica do algoritmo ED (PRICE *et al.*, 2005).

De acordo com a Figura 2.5, a partir de três vetores  $\vec{x}_{r1}$ ,  $\vec{x}_{r2}$  e  $\vec{x}_{r3}$ , são escolhidos aleatoriamente dois deles (no caso,  $\vec{x}_{r2}$  e  $\vec{x}_{r3}$ ), sendo realizada a subtração dos mesmos. O resultado é multiplicado por um escalar  $F$ , gerando assim um vetor com módulo diferente da subtração original. Este novo vetor é então somado ao vetor  $\vec{x}_{r1}$ , fornecendo assim um novo vetor  $\vec{v}_i$ , que indicará uma nova posição no espaço, o que implica, em termos do algoritmo de ED, a geração de um novo indivíduo. Assim, o indivíduo gerado através deste esquema é avaliado segundo a função objetivo, podendo inclusive substituir indivíduos mal sucedidos nas gerações seguintes. Esta característica faz com que essa técnica seja reconhecida como uma abordagem puramente estrutural, o que a diferencia em relação às outras técnicas evolutivas, já que essas têm fundamentação teórica inspirada na natureza.

Devido às qualidades já destacadas do algoritmo de ED, diversas aplicações podem ser encontradas na literatura, tais como: projeto de filtro digital (STORN, 1995); estimação de parâmetros de transferência de calor em um reator de leito (BABU; SASTRY, 1999); estimação de parâmetros cinéticos em fermentação alcoólica (WANG *et al.*, 2001); determinação do perfil ótimo de alimentação de substrato em um fermentador batelada alimentada (KAPADI; GUDI, 2004); otimização das condições operacionais de um reator industrial utilizado para a produção de estireno (BABU; ANBARASU, 2005); determinação do perfil ótimo de alimentação de substrato em um problema de controle ótimo com índice flutuante (LOBATO *et al.*, 2007a); resolução de problemas de controle ótimo clássicos com restrições de desigualdade (LOBATO *et al.*, 2007b); projeto de sistemas mecânicos (LOBATO; STEFFEN JR, 2007); uso de técnicas de meta-modelagem associada ao enfoque

multi-objetivo para o tratamento de um problema de interação fluido-estrutura (LOBATO, 2008); determinação do coeficiente de difusividade térmica na secagem de frutas (MARIANI *et al.*, 2008); estimação de parâmetros de um filtro adaptativo utilizado como ferramenta para controle de qualidade em linhas de montagem de câmbios automotivos (LOBATO *et al.*, 2008a); estimação de parâmetros cinéticos em um secador rotatório (LOBATO *et al.*, 2008b); determinação de parâmetros radiativos em problema de transferência radiativa (LOBATO *et al.*, 2010). Outras aplicações podem ser encontradas em Price *et al.* (2005) e Lobato (2008).

De maneira geral, o algoritmo de ED apresenta as seguintes operações: inicialização da população, mutação, cruzamento, seleção, além do critério de parada do algoritmo. Cada uma destas operações será apresentada em maiores detalhes na sequência, conforme (LOBATO *et al.*, 2012).

### 2.3.5.1 – Inicialização do algoritmo

O processo de inicialização da população no algoritmo de ED, assim como acontece em outras estratégias heurísticas, consiste na geração de indivíduos de forma randômica. Neste caso, faz-se uso da definição do tamanho da população e do domínio de cada variável de projeto. A partir daí, geram-se números randômicos que serão aplicados a esse intervalo, obtendo-se assim um vetor de indivíduos da população, como mostrado a seguir:

$$x_{i,j} = x_{i,L} + rand(x_{i,U} - x_{i,L}) \quad (2.26)$$

Na equação acima,  $x_{i,L}$  e  $x_{i,U}$  são os limites inferiores e superiores das  $j$ -ésimas variáveis de projeto, respectivamente, e  $rand$  é um gerador de números randômicos entre 0 e 1.

Conforme destaca Lobato *et al.* (2012), outros mecanismos para a inicialização da população podem ser encontrados na literatura, como por exemplo, geração fundamentada no uso de distribuições gaussianas, em que os indivíduos da população são gerados com média e desvio padrão pré-definidos pelo usuário.

### 2.3.5.2 – Operador de Mutação

Uma vez inicializado o processo evolutivo, o algoritmo de ED realiza as operações de mutação e recombinação para a geração de uma nova população com  $N_p$  indivíduos. Em particular, o operador de mutação diferencial adiciona um vetor de referência, escolhido aleatoriamente na população, a um vetor diferença obtido a partir de outros dois vetores também escolhidos aleatoriamente na população. A Equação (2.27) mostra como essa combinação é realizada para gerar o novo vetor (candidato)  $v_{i,g}$ :

$$v_{i,g} = x_{r0,g} + F(x_{r1,g} - x_{r2,g}) \quad (2.27)$$

Na equação acima, o escalar  $F$ , denominado taxa de perturbação, um número real que controla a magnitude do vetor diferença obtido em cada operação aritmética realizada.

Apesar da possibilidade de outras formas de definição, os vetores  $x_{r0,g}$ ,  $x_{r1,g}$  e  $x_{r2,g}$  são geralmente escolhidos aleatoriamente na população, como ilustrado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Representação dos mecanismos de mutação no algoritmo de ED.

<i>Estratégia</i>	<i>Representação</i>	<i>Mecanismo de Mutação</i>
1	$x^{j+1} = x_{best}^j + F(x_\beta^j - x_\gamma^j)$	DE/Best/1/Exp
2	$x^{j+1} = x_\alpha^j + F(x_\beta^j - x_\gamma^j)$	DE/Rand/1/Exp
3	$x^{j+1} = x_{old}^j + F(x_{best}^j - x_{old}^j) + F(x_\gamma^j - x_\delta^j)$	DE/Rand-To-Best/2/Exp
4	$x^{j+1} = x_{best}^j + F(x_\alpha^j - x_\beta^j) + F(x_\gamma^j - x_\delta^j)$	DE/Best/2/Exp
5	$x^{j+1} = x_\rho^j + F(x_\alpha^j - x_\beta^j) + F(x_\gamma^j - x_\delta^j)$	DE/Rand/2/Exp
6	$x^{j+1} = x_{best}^j + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Best/1/Bin
7	$x^{j+1} = x_\rho^j + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Rand/1/Bin
8	$x^{j+1} = x_{old}^j + F(x_{best}^j - x_{old}^j) + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Rand-To-Best/2/Bin
9	$x^{j+1} = x_{best}^j + F(x_\gamma^j - x_\delta^j) + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Best/2/Bin
10	$x^{j+1} = x_\rho^j + F(x_\gamma^j - x_\delta^j) + F(x_\alpha^j - x_\beta^j)$	DE/Rand/2/Bin

A convenção utilizada é DE/X/Y/Z, sendo X o vetor que será perturbado (*Best* ou *Rand*). Quando se opta por *Rand*, o vetor que será perturbado é escolhido aleatoriamente na população. Y é o número de pares de vetores que são considerados durante a perturbação e Z é o tipo de cruzamento usado para a geração do candidato, *Bin* no caso binomial e *Exp* no

caso exponencial. Os subscritos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\rho$ , e  $\delta$  são índices escolhidos aleatoriamente na população.  $x_{best}$  é o melhor indivíduo da população na geração anterior e  $x_{old}$  é um indivíduo escolhido aleatoriamente da população dentro da geração anterior.

### 2.3.5.3 – Operador de Cruzamento

Para complementar a operação de mutação, o algoritmo de ED emprega o operador de cruzamento. Nesta operação, o vetor  $v_{i,g}$  gerado anteriormente pode ou não ser aceito na próxima geração de acordo com a seguinte condição:

$$u_{i,g} = \begin{cases} v_{i,g} & \text{se } rand \leq Cr \text{ ou } j = j_{rand} \\ x_{i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.28)$$

A variável  $Cr$  é denominada probabilidade de cruzamento; é definida pelo usuário e está contida no intervalo  $[0, 1]$ . Esse parâmetro controla as informações dos pais que serão transmitidas aos filhos. Para determinar qual a contribuição de um determinado vetor gerado, o cruzamento compara  $Cr$  com o gerador de números randômicos  $rand$ . Se o número randômico gerado é menor ou igual a  $Cr$ , o vetor  $v_{i,g}$  (com posição  $j_{rand}$ ) é aceito, caso contrário, o vetor  $x_{i,g}$  é mantido na população atual.

### 2.3.5.4 – Operador de Seleção

Se o vetor  $u_{i,g}$  tem melhor valor de função objetivo ( $f$ ) em relação ao vetor  $x_{i,g}$ , ele o substitui na próxima geração; caso contrário,  $x_{i,g}$  é mantido na população por mais uma geração, como mostrado a seguir:

$$x_{i,g+1} = \begin{cases} u_{i,g} & \text{se } f(u_{i,g}) \leq f(x_{i,g}) \\ x_{i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.29)$$

Uma vez completado o processo de atualização da população que será considerada na próxima geração, todo o processo descrito acima é repetido até que um determinado critério de parada seja satisfeito.

### 2.3.5.5 – Critério de Parada

Este objetiva a convergência associada a um baixo esforço computacional, mensurado pelo número de avaliações da função objetivo. Tradicionalmente, o principal critério de parada utilizado em abordagens heurísticas é o número máximo de gerações, definido previamente pelo usuário. Todavia, de acordo com Price *et al.* (2005), outros mecanismos podem ser utilizados para finalizar o processo evolutivo, dentre os quais citam-se: o tempo de processamento, o número de avaliações da função objetivo, o uso de um valor de referência obtido da literatura para essa finalidade e o monitoramento do próprio usuário.

Com relação à escolha dos parâmetros do algoritmo de ED, Storn e Price (1995) aconselham o uso dos seguintes valores: número de indivíduos da população ( $N$ ) como sendo igual a um valor entre 5 e 10 vezes o número de variáveis de projeto, taxa de perturbação  $F$  entre 0,2 e 2,0 e probabilidade de cruzamento  $Cr$  entre 0,1 e 1,0. Com relação à escolha da estratégia DE/x/y/z, Babu *et al.* (2005) e Babu e Anbarasu (2005) observaram que os melhores resultados, em termos de convergência e diversidade para os problemas estudados por esses autores, foram obtidos quando se utiliza a estratégia DE/rand/1/bin. Ressalta-se que outros valores para esses parâmetros podem ser atribuídos de acordo com uma aplicação particular.

### 2.3.6 – Técnica de superfície de resposta

A técnica de superfície de resposta, do inglês *Response Surface Methodology*, é uma coleção de métodos estatísticos e matemáticos que são úteis para a modelagem e análise de problemas de engenharia. Nesta técnica, o objetivo principal é obter a superfície de resposta que é influenciada pelas variáveis independentes do processo. Além disso, a técnica também quantifica a relação entre as variáveis de entrada controláveis e as superfícies de resposta obtidas (ÖZGEN *et al.*, 2009). Uma vez definido o problema, o domínio experimental e as respostas, a técnica fornece, por um lado, estratégias experimentais alternativas e, por outro lado, os critérios para avaliá-las (SARABIA; ORTIZ, 2009). A grande vantagem da técnica é que a tarefa de adaptação da experimentação ao problema em estudo é realizada antes da realização dos experimentos.

Neste trabalho, equações de regressão múltipla obtidas por meio da técnica de superfície de resposta serão utilizadas para geração das funções objetivo (FO) a serem

otimizadas por meio do algoritmo de Evolução Diferencial. Desta forma, esta seção é dedicada a uma breve explanação sobre o tema.

Consideremos uma determinada resposta de interesse ( $\zeta$ ) em função de  $k$  variáveis independentes ( $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_k$ ), como na Equação (2.30).

$$\zeta = f(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_k) \quad (2.30)$$

A função  $f$  geralmente é desconhecida ou possui uma forma complicada sob aspectos analíticos e matemáticos. Portanto, a técnica de superfície de resposta tem como objetivo aproximar a função do tipo  $f$  a um polinômio de ordem baixa numa região das variáveis independentes, quer de 1ª ou 2ª ordem (Equações 2.31 e 2.32, respectivamente). Também é usual a função  $f$  ser apresentada com as variáveis  $\xi_i$  na sua respectiva forma codificada  $x_i$ .

$$\zeta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k \quad (2.31)$$

$$\zeta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} x_i x_j \quad (2.32)$$

Sistematizando, a técnica de superfície de resposta objetivam encontrar valores de previsão de respostas futuras, bem como encontrar os valores das variáveis independentes nos quais a resposta esteja otimizada, ou seja, maximizada ou minimizada conforme a natureza do problema.

## 2.4 – Estudos recentes sobre hidrociclones

### 2.4.1 – Desenvolvimento geral

Como foi destacado no início do presente capítulo, os trabalhos na área de hidrociclonagem referentes a alterações geométricas, CFD e otimização podem estar relacionados, ou seja, há trabalhos que tratam de mais de um destes assuntos. Assim, nesta seção não se faz separação destes tópicos e será feita uma apresentação dos trabalhos em ordem cronológica.

He *et al.* (1999), utilizando um modelo k- $\epsilon$  modificado e elementos de malha cilíndricos curvilineares, implementaram um código computacional para gerar malhas bi- e

tri-dimensionais e compararam os resultados com os dados experimentais de Dabir (1983). Os resultados mostraram boa concordância do modelo tri-dimensional com os dados experimentais, prevendo, de forma razoavelmente precisa, os perfis de velocidade do fluido e a curva de separação de partículas. Os autores demonstraram também que uma modelagem completamente tridimensional é essencial a fim de modelar com acurácia o escoamento em hidrociclones, devido à sua inerente assimetria axial.

Em um trabalho puramente experimental, Chu *et al.* (2000) estudaram os efeitos de modificações estruturais no desempenho de hidrociclones originalmente convencionais da família Rietema. Os índices de desempenho utilizados para avaliar as modificações propostas pelos autores em comparação com o hidrociclone convencional foram: eficiência de separação reduzida, nitidez da separação, diâmetro de corte, capacidade, divisão de fluxo e coeficiente de perda de energia. As mudanças na estrutura do hidrociclone propostas por Chu *et al.* (2000) são listadas na sequência:

1. Modificação da forma da seção transversal e do padrão de conexão entre a tubulação de entrada e o corpo do hidrociclone: envolvente (ou voluta), tangente (convencional), em forma de arco, inclinado e espiral.
  2. Utilização de cinco modelos de *vortex finder*: tubulação reta com parede fina (convencional), tubulação reta com parede grossa, difusor de 30° com cone, difusor de 20° com dente anular e tubulação reta com parede fina e sifão.
  3. Alteração da parte cônica, fazendo dos tipos: parabólica, hiperbólica, cone de 20° com espiral, cone de 20° com anéis e cone de 20° com superfície lisa (convencional).
  4. Tubulação do *underflow* diferenciada: tubulação reta (convencional), difusor de 20°, difusor de 30° com cone, tubulação reta com cone e tubulação reta com tanque de selagem de água.
  5. Inserção de mecanismo central para quebra de *air core*: sem inserção (convencional), núcleo sólido, cone central, difusor interno e núcleo com abas.
- Neste ponto, cabe ressaltar que, segundo (SRIPRIYA *et al.*, 2007), a eliminação do *air core* através da inserção de uma haste sólida torna as características do escoamento dentro do hidrociclone mais adequadas para separação, o que resulta em uma maior eficiência de separação para partículas mais finas. A inserção da haste sólida causa uma diminuição na velocidade axial na área de *underflow* do separador, porque reduz a área de saída do *underflow* e aumenta o fluxo ascendente reverso (SRIPRIYA *et al.*, 2007). A velocidade axial ascendente do

fluido na área central diminui com a inserção da haste sólida. O decréscimo da velocidade axial do fluido próximo à entrada do *vortex finder* é benéfico para a redução da mistura de partículas maiores na corrente de *overflow*.

6. Mudança do comprimento da parte cilíndrica multiplicando-se pelo diâmetro desta parte os seguintes fatores: 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0.

Os autores utilizaram água como fase líquida e partículas sólidas de quartzo com densidade de  $2650 \text{ kg/m}^3$ . No trabalho em questão demonstrou-se que, baseado no hidrociclone convencional Rietema, modificações estruturais com inserções de mecanismos centrais (núcleo com abas, núcleo sólido e difusor interno) e utilização de cone de  $20^\circ$  com espiral podem aumentar a eficiência de separação reduzida, a nitidez da separação, o diâmetro de corte, a capacidade e a divisão de fluxo, diminuindo o coeficiente de perda de energia. A parte cônica do tipo parabólica pode aumentar a eficiência de separação reduzida, a nitidez da separação, o diâmetro de corte e a capacidade, e diminuir o coeficiente de perda de energia e a divisão de fluxo.

Chiné e Concha (2000) determinaram os campos de velocidade axial e tangencial para fluxo de água em um hidrociclone modular *Perspex* e em uma variação de geometria para o mesmo equipamento, sendo esta com uma parte cônica muito pequena (hidrociclone cilíndrico). Ressalta-se que hidrociclones do tipo cilíndrico têm sido extensivamente utilizados para fracionamento de fibra de celulose nas indústrias de papel e celulose (LU; LIU, 2006). No trabalho de Chiné e Concha (2000), a entrada do hidrociclone era do tipo voluta com seção transversal retangular. Seus resultados mostraram que a velocidade axial no hidrociclone cônico foi maior que a do cilíndrico. A velocidade tangencial aumentou com a queda de pressão e apresentou o mesmo padrão em ambos os equipamentos. No hidrociclone cilíndrico, a velocidade tangencial praticamente não mudou em relação à posição axial. O hidrociclone cônico mostrou maior turbulência na região da extremidade inferior do equipamento.

Aplicando técnicas de CFD, Petty e Parks (2001) avaliaram o escoamento em hidrociclones a baixos e altos números de Reynolds baseados na equação de Navier-Stokes e na equação URANS, utilizando hidrociclones de 250 mm de diâmetro e diferentes ângulos da parte cônica ( $20^\circ$  e  $10,5^\circ$ ). A queda de pressão prevista foi menor para o hidrociclone de  $20^\circ$ . Os perfis de velocidade axial e tangencial foram muito similares.

Baseado nas dimensões geométricas do hidrociclone de Dabir (1983), Statie *et al.* (2001) fizeram simulações para verificar a influência de alterações geométricas no desempenho de separação e na eficiência de separação de hidrociclones operando com fibras



de madeira pinho. As alterações geométricas efetuadas pelos autores foram as seguintes: ângulo de cone; comprimento da parte cilíndrica; comprimento do *vortex finder*; diâmetro da tubulação de alimentação; diâmetro de saída do *underflow*; diâmetro de saída do *overflow*; diâmetro da parte cilíndrica. De acordo com seus resultados, Statie *et al.* (2001) constataram que:

1. Ângulos menores da parte cônica podem melhorar o desempenho da separação;
2. O comprimento da parte cilíndrica tem pouca influência na separação;
3. Um aumento no comprimento do *vortex finder* melhora levemente a eficiência de separação;
4. Diâmetros da tubulação de alimentação menores podem melhorar significativamente o desempenho de separação;
5. Um pequeno aumento no diâmetro do *underflow* pode melhorar o desempenho de separação;
6. Uma diminuição no diâmetro do *vortex finder* pode ser favorável ao desempenho da separação;
7. As dimensões geométricas dos hidrociclones de Dabir (1983) estão próximas aos seus valores ótimos, exceto para o diâmetro de alimentação, que pode ser diminuído em até 30% do seu tamanho original.

A partir de um hidrociclone do tipo Rietema, Chu *et al.* (2002) avaliaram o desempenho do aparelho através da introdução de um núcleo com abas, a fim de viabilizar o controle da estrutura de turbulência no fluxo helicoidal interno abaixo do *vortex finder*. Os resultados mostraram que o desempenho do novo hidrociclone foi efetivamente melhorado, com um menor coeficiente de perda de energia, maior eficiência de separação reduzida, maior nitidez de separação e maior capacidade, quando comparado ao hidrociclone de Rietema. O núcleo com abas, sugerido pelos autores é apresentado na Figura 2.6.

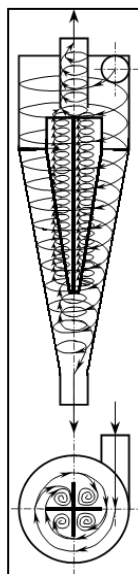


Figura 2.6 – Diagrama esquemático do hidrociclone com núcleo com abas fixado abaixo do *vortex finder* (CHU *et al.*, 2002).

Segundo Morgan (2005), se uma alimentação do tipo rampa é utilizada na entrada, o fluido é forçado para baixo, o que permite ao fluido que está ingressando se deslocar sem a extrema turbulência causada pelo impacto das correntes dentro do equipamento. Isto reduz a perda de carga, aumentando o rendimento. Além disso, minimiza a turbulência no interior do cone, o que também aumenta a eficiência de separação. Uma representação de uma rampa de alimentação é fornecida na sequência.

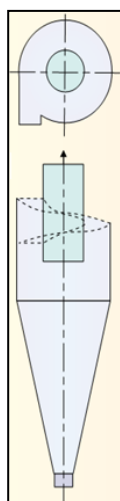


Figura 2.7 – Representação esquemática de uma rampa de alimentação (DHODAPKAR; HEUMANN, 2011).

Cullivan *et al.* (2003) relataram a aplicação de técnicas de CFD, com geometria tridimensional transiente em um hidrociclone não convencional mostrado na Figura 2.8. Os

autores adotaram uma malha estruturada a fim de permitir o uso do esquema PRESTO! (*PREssure STaggering Option*) e um tratamento completamente tridimensional, essencial para apreender com precisão o escoamento assimétrico. Além disso, utilizaram-se da abordagem TRANS (*Transient Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) com modelo de turbulência DSM (*Differential-Stress turbulence Model*) aplicado com modelagem linear e quadrática do termo de restrição de pressão. Os resultados obtidos demonstraram que o modelo de restrição de pressão quadrático levou a uma melhor previsão do campo de turbulência e, portanto, a perfis de velocidade e pressão mais acurados; além disso, uma abordagem 3D incorporando a entrada é essencial para capturar a assimetria do escoamento em hidrociclones. As principais alterações geométricas feitas pelos autores foram: modificação da seção transversal do duto de alimentação (de cilíndrica para retangular) e rampa de alimentação, como mostrado a seguir:

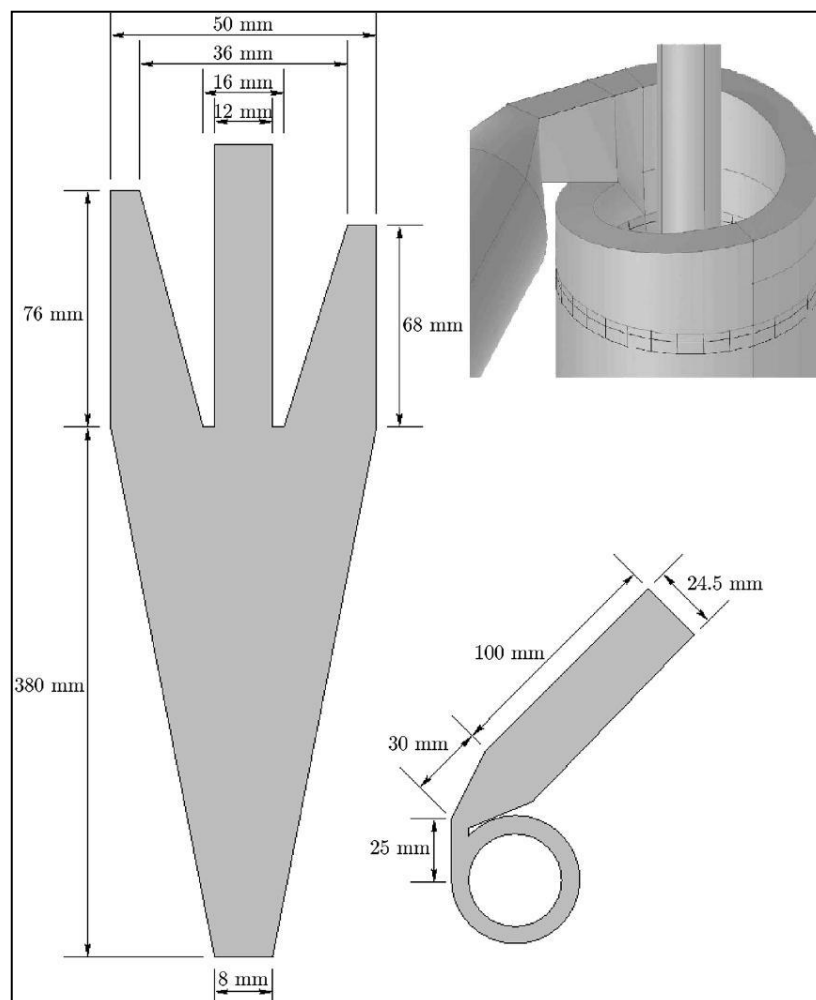


Figura 2.8 – Alteração geométrica proposta por Cullivan *et al.* (2003).

Por meio de técnicas de CFD e simulações bidimensionais, Grady *et al.* (2003) fizeram a previsão da eficiência de separação em um hidrociclone cônico de 10 mm de diâmetro utilizado para separação de óleo e água. O modelo de turbulência aplicado foi o RSM (*Reynolds Stress Model*) e, no pacote computacional FLUENT<sup>®</sup>, aplicaram o modelo de mistura algébrico para prever a velocidade média das fases separadas. Os dados de separação foram comparados com dados experimentais e os resultados indicaram diferenças menores que 20% para cada diâmetro de gota.

O problema associado com a modelagem matemática dos perfis de escoamento em hidrociclone envolve a solução de equações diferenciais parciais não lineares e fortemente acopladas de conservação de massa e momento, que se encontram muito além de qualquer abordagem analítica (NOWAKOWSKI; DYAKOWSKI, 2003). Assim, Nowakowski e Dyakowski (2003) realizaram simulações com um tratamento completamente tridimensional de fluido incompressível usando técnicas numéricas para escoamentos laminar e turbulento. A técnica numérica desenvolvida pelos autores baseia-se em um método de elementos finitos misto com malhas não estruturadas. As simulações numéricas foram capazes de reproduzir o caráter turbulento do fluxo e confirmou os perfis assimétricos observados em laboratório. Os autores também alteraram o ângulo de entrada – originalmente de 4° – entre 20% para mais ou menos, mantendo a vazão da entrada. Os resultados demonstraram que variações relativamente grandes no ângulo de entrada praticamente não alteraram os valores das vazões de *overflow* e *underflow*. A comparação da magnitude de velocidade máxima em todo o domínio computacional não revelou variações locais significantes (um máximo de 4%). No caso de um hidrociclone para separação sólido-líquido, essa mudança relativamente pequena pode afetar a distribuição de partículas, com consequente influência na eficiência de separação.

Chu *et al.* (2004) estudaram o desempenho de hidrociclones Rietema através da inserção de uma haste central para quebra de *air core* e da alteração da parte cônica. Em relação a seus trabalhos anteriores os autores alteraram a forma de fixação da haste central, inserindo-a através do hidrociclone via *vortex finder* e tubulação de *underflow*, e então fixando fora das câmaras de *overflow* e *underflow*. Desta forma, a haste pode ser fixa de forma mais estável, sem causar perturbação ao escoamento no interior do hidrociclone. Novamente, como no trabalho anterior, a alteração na parte cônica do tipo parabólica apresentou os melhores resultados, o que, associado à inserção da haste central, elevou os resultados a um patamar muito superior, quando comparado ao cone normal e ao cone hiperbólico.

Através da aplicação do modelo de turbulência DSM de segunda ordem, com modelagem completamente tridimensional em CFD, Cullivan *et al.* (2004), utilizando o mesmo equipamento (Figura 2.8) do estudo anterior (CULLIVAN *et al.*, 2003), contestaram quatro conceitos chave da operação de hidrociclone, a saber: simetria; mecanismo de desenvolvimento do *air core*; precessão do *air core*; mecanismo de separação de partículas. Para a simulação, os autores construíram uma malha do tipo tridimensional (estruturada) para o hidrociclone, incluindo uma malha estruturada para a entrada tangencial. O método de discretização de ordem superior *QUICK* foi empregado para as variáveis velocidade e turbulência com acoplamento pressão-velocidade SIMPLEC. Segundo os autores, apenas os modelos de turbulência DSM e LES (*Large-Eddy Simulation*) proveem contabilização implícita da assimetria de turbulência local e, portanto, apenas modelos como estes são capazes de capturar, com acurácia, os detalhes do escoamento de hidrociclones.

Estruturas desenvolvidas na parte superior dos hidrociclones são extremamente influentes em todo o restante do escoamento, desta forma necessita-se investigar a influência da geometria de entrada no escoamento no interior de hidrociclones (CULLIVAN *et al.*, 2004).

Delfos *et al.* (2004) apresentaram um modelo para prever o campo de velocidade em fluxos simétricos no eixo axial com altos números de Reynolds e de turbulência. De acordo com o estudo, o hidrociclone, de geometria completamente simétrica no eixo axial, foi aplicado para separação líquido-líquido (água-óleo). O método numérico desenvolvido, denominado HAAS (*Hydrocyclone Axial Averaged Slice*), mostrou-se muito mais rápido que simulações em CFD. Quando se busca uma geometria ótima, os autores sugeriram que é necessário seguir a seguinte sequência:

1. Fazer um palpite para a geometria do equipamento (baseado na experiência);
2. Avaliar o escoamento dentro desta geometria, e determinar a queda de pressão sobre as saídas;
3. Avaliar a eficiência de separação *versus* tamanho da gota, e determinar a eficiência de separação total, e/ou parâmetros similares importantes;
4. Adaptar a geometria e repetir a partir do passo número 2, até que não se possa encontrar melhoria em termos da definição.

Ainda de acordo com Delfos *et al.* (2004), o modelo DRSM (*Differential Reynolds Stress Model*) é o melhor método para simulação de fluxos rotacionais turbulentos usando a abordagem URANS, principalmente porque cada tensor de Reynolds é modelado individualmente e a produção dos termos de turbulência é exata.

Hashmi *et al.* (2004) apresentaram um novo tipo de hidrociclone para separação de água e óleo, denominado hidrociclone CANMET. As alterações geométricas propostas no trabalho consistiam de múltiplas entradas, orifício de *overflow* ajustável, acessório para separação de sólidos e uma manta de aquecimento. O sistema de hidrociclone CANMET se mostrou uma alternativa potencialmente rentável e ambientalmente compatível com regimes de separação convencionais. Ele é capaz de recuperar óleo de correntes de águas residuais, produzir corrente de óleo que pode ser comercializada como combustível e uma corrente de água limpa que é adequada para reutilização ou descarte.

Na mineração, mais precisamente na indústria de platina, houve necessidade de produzir três produtos distintos a partir de uma corrente de alimentação utilizando apenas uma unidade de processamento. Neste sentido, Mainza *et al.* (2004) utilizaram um hidrociclone que se distingue dos hidrociclones convencionais por apresentar um *vortex finder* adicional inserido de forma concêntrica ao existente, que recebeu o nome de “hidrociclone de três produtos”, como apresentado na Figura 2.9.

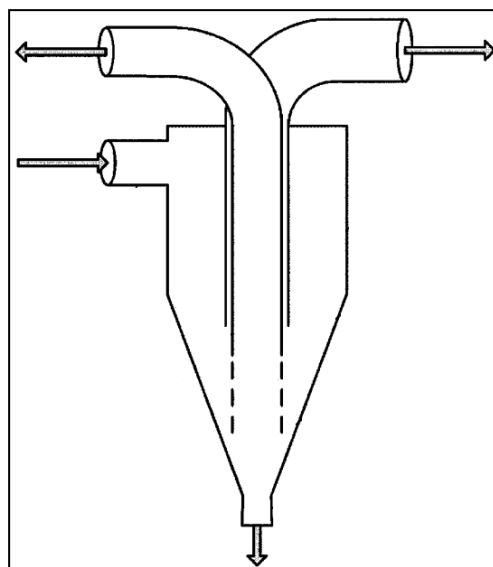


Figura 2.9 – Representação esquemática do hidrociclone de três produtos (MAINZA *et al.*, 2004).

O *vortex finder* já existente é denominado *outer vortex finder* (OVF) e o adicional *inner vortex finder* (IVF). Esse tipo de hidrociclone produz: uma corrente de *overflow* mais fina, uma corrente de *overflow* mediana, e uma corrente de *underflow*. O produto do *vortex finder* interior é denominado *overflow inner* (OFI) e o produto da região anular (espaço entre o IVF e OVF) é chamado *overflow outer* (OFO). Para que realmente sejam obtidos três produtos distintos, os autores recomendam que seja evitado o que denominaram *crossover*

*region*, que acontece quando, dependendo da posição do IVF, o hidrociclone de três produtos não produz duas correntes de *overflow* distintas, não oferecendo, portanto, nenhuma vantagem sobre o hidrociclone convencional.

No Canadá, especificamente no nordeste da província de Alberta, há uma região conhecida como *Athabasca Oil Sands* (Areias Oleosas do Athabasca), em que há um imenso depósito de areias betuminosas, onde se explora petróleo. Madge *et al.* (2004) publicaram um trabalho no qual utilizam um hidrociclone para recuperar hidrocarbonetos retidos em grãos de areia. O hidrociclone em questão caracteriza-se por apresentar entrada do tipo voluta, um longo corpo (parte cônica comprida), *vortex finders* abreviados e proporções próximas à unidade de diâmetro de entrada, do *vortex finder* e do topo. Segundo os autores, para modelagem completa de todos os aspectos envolvidos na operação dos hidrociclones para recuperação de hidrocarbonetos, a capacidade e o escopo da tecnologia atual de CFD estavam ainda aquém dos fenômenos envolvidos no processo.

Com o intuito de esclarecer a aplicação de métodos numéricos para simulação escoamentos em hidrociclones, Nowakowski *et al.* (2004) compilaram trabalhos de grande contribuição para o estudo da fluidodinâmica de hidrociclones na ocasião. Ademais, os autores apresentam a aplicação do código 3D de elementos finitos por eles desenvolvido anteriormente (NOWAKOWSKI; DYAKOWSKI, 2003), comparando-o com simulações em CFD através do FLUENT<sup>®</sup>. Sobre a modelagem da distribuição de partículas, versaram sobre os problemas de interação sólido/líquido, explicando as abordagens Euleriana-Euleriana, Euleriana-Lagrangeana e DNS (*Direct Numerical Simulation*).

Com o objetivo de eliminar a necessidade de fabricação de novas geometrias e testar cada novo conceito de geometria de hidrociclones, os engenheiros da Krebs, Olson e Van Ommen investigaram a utilização de fluidodinâmica computacional como ferramenta de desenvolvimento (OLSON; VAN OMMEN, 2004). Os autores seguiram uma metodologia que incorpora análise CFD e métodos de teste de fabricação tradicionais para avaliar projetos de hidrociclones. Segundo afirmaram, modelos empíricos não são sempre suficientes para avaliar os efeitos das diferentes e variadas alterações geométricas que são o foco dos modernos programas de desenvolvimento de hidrociclones. Neste sentido, a fluidodinâmica computacional tem revolucionado o modo como a dinâmica de fluidos é praticada e tem se tornado a ferramenta de desenvolvimento preferida onde o escoamento de um fluido é importante. Ademais, conforme se pode ver no trabalho, apresentou-se um novo tipo de entrada para o hidrociclone de Krebs, previamente construída via computador em 3D e usinada para testes.

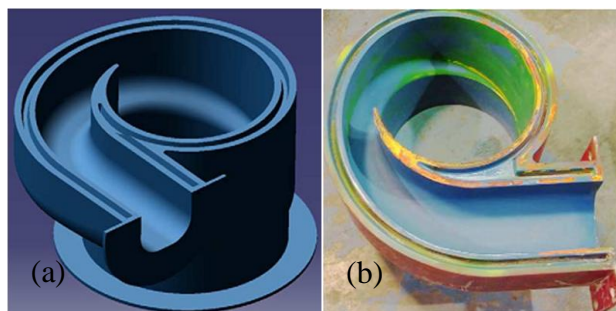


Figura 2.10 – Modelo 3D da alimentação (a) e peça usinada (b), do trabalho de Olson e Van Ommen (2004).

Os autores realizaram testes de desgaste do novo tipo de entrada e do tipo normal, mostrando que o novo conceito apresentou um desgaste menos concentrado e mais espalhado pela entrada do equipamento. Da mesma forma foi efetuada a avaliação do desgaste em CFD, com resultados muito próximos aos realizados nos testes físicos supracitados, ressaltando-se baixos níveis de erosão previstos na região de entrada para o novo conceito. A modelagem dos autores tem as seguintes características:

- Modelo de turbulência: RSM, que fornece a melhor concordância de acordo com os perfis de velocidade conhecidos.
- Modelo multifásico: ASMM<sup>2</sup> (*algebraic slip mixture model*). O *air core* foi modelado usando o ASMM e a densidade da fase líquida foi ajustada à densidade da suspensão para considerar qualquer material sólido. A densidade da suspensão tem um efeito importante na divisão de fluxo e queda de pressão.
- Modelo de partícula: Lagrangeano. Uma vez calculados o *air core* e a divisão de fluxo resultante, os sólidos foram introduzidos como um estágio de pós-processamento utilizando modelagem de partículas Lagrangeana.

Os resultados alcançados por Olson e Van Ommen (2004) mostraram que a habilidade de simular o desempenho de hidrociclones com suspensões de relativamente baixa concentração de sólidos foi efetiva. Entretanto, a concentração de sólidos na alimentação fosse, de fato, uma limitação notável no uso de CFD.

---

<sup>2</sup> Segundo Silva (2008), o modelo de mistura ASMM é essencialmente uma simplificação do modelo Euleriano multi-fluido. Como o último, utiliza propriedades médias de cada fase definidas em todo o domínio e permite que as fases se movimentem com velocidades diferentes entre si. Contudo, o modelo ASMM não requer a solução das equações da continuidade e de quantidade de movimento de cada fase, mas apenas a equação para a mistura. Esta simplificação baseia-se na hipótese que as fases estão em equilíbrio local. Isto implica que a partícula presente na fase dispersa assume a velocidade terminal nas condições locais correspondentes à sua posição. Por fim, uma relação deve ser proposta para a velocidade de escorregamento entre as fases (*slip*).



Schuetz *et al.* (2004) investigaram o escoamento no interior de hidrociclones e a eficiência de separação utilizando técnicas de CFD. Para a simulação em CFD, os autores discutiram sobre a aplicação de malhas estruturadas e não estruturadas e bi- e tridimensionais. Apresentam-se também em seu trabalho comparações entre dados experimentais, simulações em CFD e modelos semi-empíricos da literatura. Os autores afirmam que a aplicação de CFD é independente de uma geometria particular, ao contrário dos modelos semi-empíricos. Boa concordância entre os resultados simulados e dados experimentais foi obtida, e as possibilidades e dificuldades que ocorrem nos métodos de CFD também foram revisados.

Slack *et al.* (2004) apresentaram uma ferramenta de análise de ciclones e hidrociclones muito útil para o desenvolvimento e avaliação de geometrias variadas, como pode ser visto na figura a seguir.

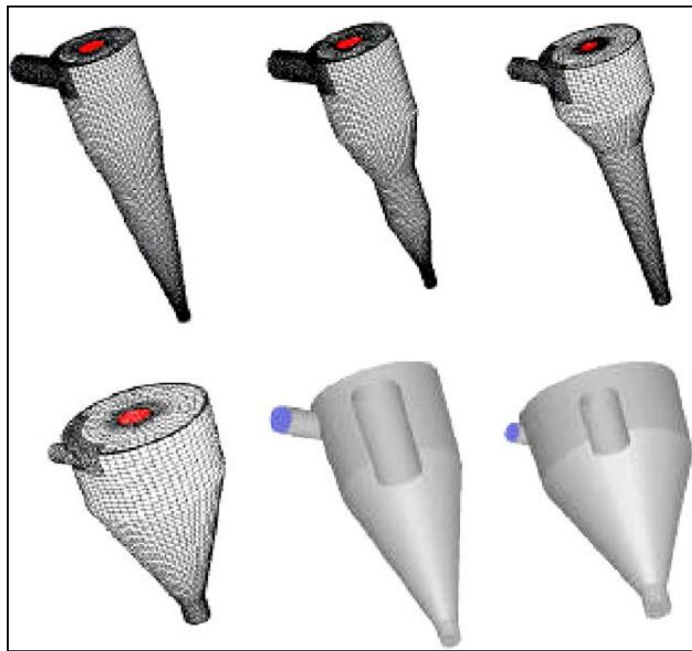


Figura 2.11 – Exemplos da variedade de geometrias de ciclones que podem ser construídas (SLACK *et al.*, 2004).

Os autores utilizaram elementos de malha do tipo hexaédricos (*Hex*) para o corpo principal do ciclone. Em fluxos fortemente advectivos, como em um ciclone, é melhor alinhar a malha à direção do fluxo, o que previne falsa difusão numérica. Elementos de malha hexaédricos são menos difusivos que outras formas de elementos de malha, tais como tetraédricos. Ademais, para os elementos *hex* é preferencial usar discretização de ordem alta para reduzir ainda mais a influência de difusão falsa ou numérica. Na região de entrada, foi

aplicada a malha utilizando elementos tetraédricos, por simplicidade. O hidrociclone com a malha é apresentado na sequência.

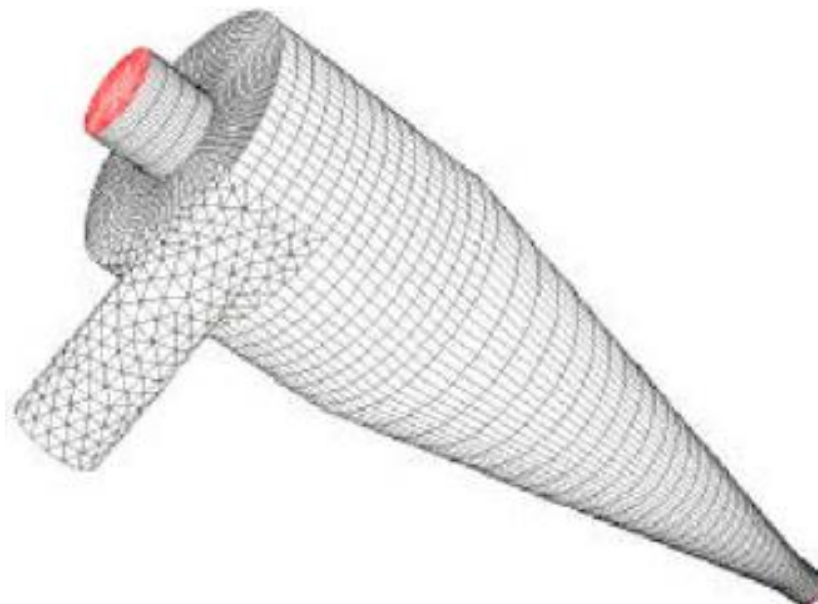


Figura 2.12 – Hidrociclone com a malha, conforme Slack *et al.* (2004).

Os resultados preditos por Slack *et al.* (2004) foram comparados com dados experimentais disponíveis na literatura. Os autores utilizaram um hidrociclone de 75 mm de diâmetro operando aberto à atmosfera com *air core* estável. Segundo os autores, os testes conduzidos em seu trabalho fornecem confiança de que a metodologia de modelagem descrita será de valor significativo para desenvolvimento e uso de hidrociclones. Baseado na versatilidade da metodologia, uma interface de uso simples foi desenvolvida, a qual automatiza a criação e o funcionamento de uma simulação de ciclones em CFD com ou sem *air core*. Ademais, em seu trabalho foi apresentada apenas uma configuração de entrada (circular simples), mas seu método pode ser facilmente adaptado a formas e projetos não convencionais.

Delgadillo e Rajamani (2005) investigaram a utilização de três modelos de turbulência aplicados ao estudo de hidrociclones: RNG k- $\epsilon$ , *Reynolds Stress Model* (RSM) e *Large-Eddy Simulation* (LES). Os autores deram uma importante contribuição ao fazerem uma revisão da literatura disponível até então, buscando os tipos de modelo de turbulência mais utilizados para hidrociclones. Além disso, discutiram sobre as diferenças entre os três modelos supramencionados, sugerindo, ao final de sua explanação, ser o modelo LES mais preciso que os outros dois na descrição da turbulência encontrada no problema do escoamento em hidrociclones, apesar de não ser bem estabelecido em regiões próximas à parede, onde a

viscosidade molecular tem um efeito significativo. Por fim, os autores ressaltaram que a simulação com o modelo LES aumenta o custo computacional, mas este esforço adicional conduz a uma melhor previsão do *air core* e da separação de partículas, sendo que este modelo é válido apenas para suspensões diluídas. As simulações foram conduzidas em malhas tridimensionais, como mostra a Figura 2.13.

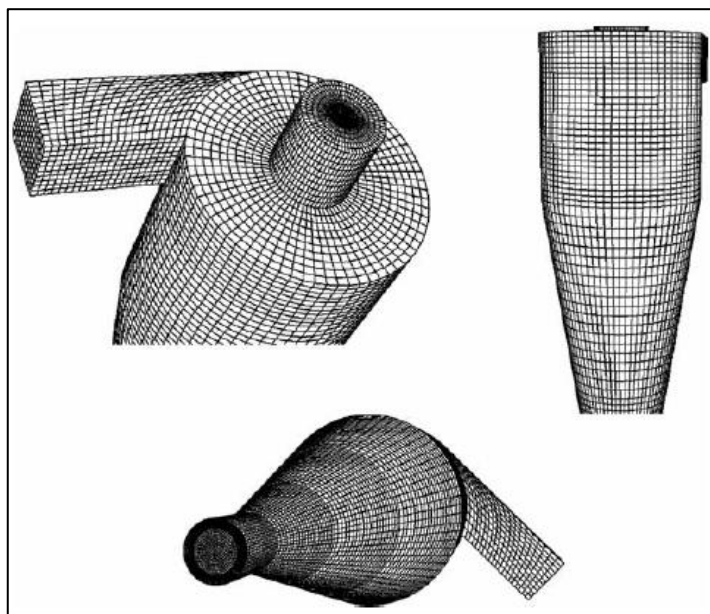


Figura 2.13 – Malhas do hidrociclone utilizada nos cálculos CFD de Delgadillo e Rajamani (2005).

Narasimha *et al.* (2005) utilizaram modelagem CFD para prever o diâmetro de corte de partículas sob várias condições. O fluido foi modelado pelas equações de Navier-Stokes suplementadas por um modelo de turbulência  $k-\epsilon$  padrão utilizando o pacote FLUENT 6. A divisão de água prevista nas saídas e o diâmetro de corte para partículas de areia puras apresentaram razoável concordância com os dados experimentais medidos em um hidrociclone de 101 mm de diâmetro para baixas concentrações de sólidos. Os autores afirmaram que a fluidodinâmica computacional (CFD) é um meio versátil de prever perfis de velocidade em uma ampla variedade de condições operacionais e de geometrias do equipamento. O tratamento numérico das equações de Navier-Stokes é a espinha dorsal de qualquer técnica de CFD, que gradualmente penetrou na análise do hidrociclone a partir da década de 1980. Esta situação resulta da rápida melhora nos computadores e uma melhor compreensão do tratamento numérico de turbulência.

Segundo Brennan (2006), a turbulência em hidrociclones é muito anisotrópica para simular acuradamente com modelos de turbulência de duas equações e que, pelo menos, um

modelo de turbulência de segundo momento (ou tensores de Reynolds) é necessário. Avanços computacionais têm tornado o modelo LES mais prático para problemas de engenharia em CFD. Neste modelo, as escalas maiores da turbulência são resolvidas mediante a integração das equações de movimento no tempo e apenas as escalas de turbulência, que são menores que a malha são modelados. O fato de o modelo resolver muito da turbulência sem modelagem implica que LES deve ser mais preciso do que uma simulação DRSM. As desvantagens do modelo LES são essencialmente computacionais; LES requer malhas mais refinadas que uma simulação DRSM comparável e produz intrinsecamente uma solução instável no tempo, enquanto que uma solução média estável no tempo pode ser usualmente obtida para uma simulação DRSM.

Comparando resultados experimentais de outros autores com simulações em CFD, Brennan (2006) demonstrou que as simulações utilizando o modelo de turbulência DRSM subestimaram a previsão da velocidade axial no ápice e, de forma consistente, as velocidades tangenciais. Há uma diferença relativamente pequena entre as previsões do modelo padrão LPS (*Linear Pressure Strain*) e o modelo QPS (*Quadratic Pressure Strain*). As previsões de velocidade utilizando os modelos de mistura e VOF são essencialmente as mesmas.

Narasimha *et al.* (2006) utilizaram técnicas de CFD para a modelagem de hidrociclones, comparando os modelos DRSM e LES com dados experimentais. A abordagem LES é intrinsecamente uma simulação dinâmica e requer uma malha tridimensional. Assim como outros autores já demonstraram, apesar do aumento no custo computacional, a simulação utilizando o modelo LES leva a uma melhor previsão da divisão de fluxo e das dimensões do *air core*.

Mainza *et al.* (2006) realizaram simulações CFD para estudar o escoamento no hidrociclone três produtos e fizeram estudos comparativos com o hidrociclone convencional de mesmo tamanho. Os resultados mostraram que houve formação do *air core*, de forma cilíndrica, como no hidrociclone convencional, mas com diâmetro constante; além disso, não houve formação de *air core* na região anular entre os *vortex finder* concêntricos.

Wang e Yu (2006) estudaram o fluxo multifásico em hidrociclones com diferentes dimensões utilizando técnicas de CFD. As alterações efetuadas pelos autores foram no comprimento da parte cilíndrica, comprimento do cone e diâmetro do corpo. Eles utilizaram o modelo RSM para o fluxo multifásico turbulento, VOF para a interface líquido-*air core* e utilizaram o modelo estocástico Lagrangeano para simulações de partículas. As características do fluxo foram examinadas em termos dos perfis de escoamento, queda de pressão, razão de

líquido, trajetórias de partículas e eficiência de separação. Os resultados dos autores indicam que:

- Ciclones pequenos são úteis fornecendo altas eficiências e baixa queda de pressão, devido à redução da velocidade tangencial e órbita da partícula em movimento;
- A porção cilíndrica não desempenha um papel essencial na coleta de partículas;
- A seção cônica deve ser o mais longa possível, podendo aumentar a eficiência de separação, diminuir a queda de pressão e reduzir o efeito do fluxo de circulação secundário.

Bhaskar *et al.* (2007a) apresentaram um estudo comparativo sobre os modelos de turbulência adotados na simulação de hidrociclones em CFD, com validação através de dados experimentais. Os modelos comparados foram: k- $\epsilon$ , RNG k- $\epsilon$  e RSM. Os autores demonstraram que o modelo RSM se ajusta melhor aos dados experimentais quando comparado aos outros dois modelos. Além disso, os autores avaliaram o efeito de alterações no diâmetro do *underflow* (sem alteração do ângulo da parte cônica) na separação do hidrociclone. Diminuições no diâmetro aumentam a restrição para a vazão da água, provocando uma dissipação da energia cinética, aumentando a velocidade axialmente ascendente e aumentando, conseqüentemente, a quantidade de água se dirigindo para o *overflow*. Esse aumento na vazão através do *vortex finder* aumenta as chances de partículas relativamente grandes serem direcionadas para o *overflow*.

Segundo Bhaskar *et al.* (2007b), hidrociclones não podem ser modelados em um plano 2D, devido à natureza não-axissimétrica da alimentação e resultados utilizando a modelagem 3D são mais bem adequados aos dados experimentais. Os autores afirmam ainda que esquemas de discretização de ordens superiores são recomendados para simulações de ciclones, a fim de reduzir os efeitos de difusão numérica. Assim, o esquema *QUICK* foi utilizado para a discretização espacial em seu trabalho.

Delgadillo e Rajamani (2007a) estudaram algumas variações em geometrias de hidrociclones, como se pode ver na Figura 2.14. Dentre os modelos propostos em seu trabalho, a configuração com cone duplo é a solução para melhorar a classificação.

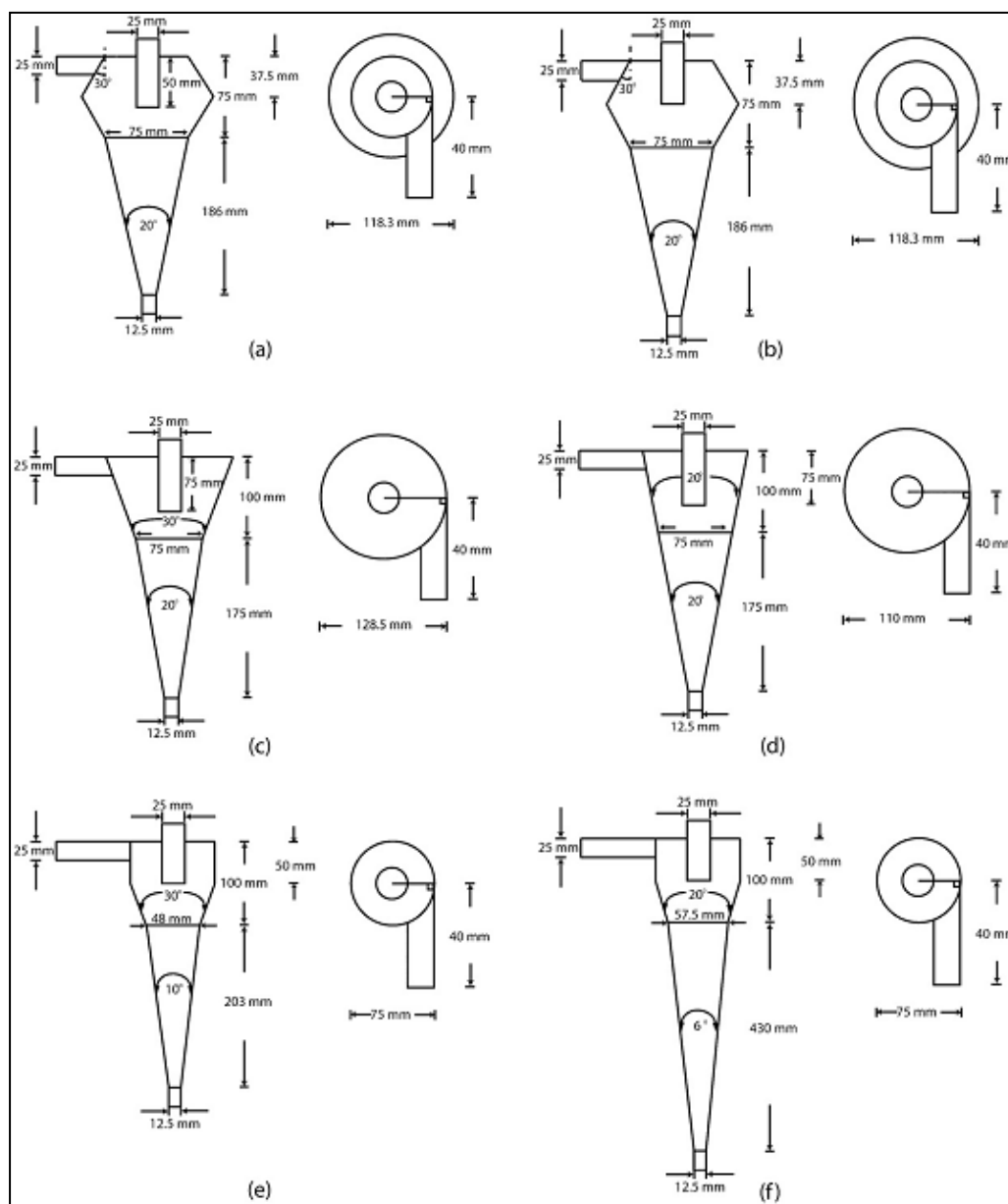


Figura 2.14 – Propostas de alterações geométricas de Delgadillo e Rajamani (2007a).

Delgadillo e Rajamani (2007b) demonstraram em seu trabalho que a abordagem LES é capaz de: (i) prever os campos de velocidade mesmo em hidrociclones de diâmetros maiores; (ii) prever as estruturas transientes como oscilações da turbulência; (iii) fornecer uma descrição precisa do diâmetro e perfil do *air core*. Além das contribuições acima, afirmam que a principal limitação da abordagem LES é o tamanho do domínio. O tempo computacional requerido para alcançar a solução aumenta enormemente com o aumento do tamanho do domínio, e, por conseguinte, a modelagem de hidrociclones muito grandes não seria trivial. Como já apontado por outros autores, segundo Delgadillo e Rajamani (2007b),

CFD é uma excelente ferramenta para estudar novos modelos de hidrociclones em três dimensões.

Murphy *et al.* (2007) conduziram um trabalho de comparação entre códigos computacionais CFD, no qual os resultados do FLUENT<sup>®</sup> advêm de simulações em estado estacionário. Segundo eles, quando simulações transientes eram realizadas, o progresso das soluções era muito sensível ao tamanho do passo (*time step size*) e ao número de iterações por passo (*time step*). Além disso, as simulações foram muito mais lentas que as corridas em estado estacionário. Muitas vezes mais iterações e consequentemente mais tempo de CPU foram necessários para obter uma solução que fosse similar às soluções em estado estacionário. Mas no final, simulações transientes forneceram resultados similares aos das simulações mais rápidas em estado estacionário, mas levaram mais tempo para atingir uma solução. Os autores declararam também que os problemas típicos encontrados na aplicação do modelo  $k-\varepsilon$  para fluxos fortemente turbulentos incluem a incapacidade de prever o perfil de velocidade tangencial correto, devido à forte difusão radial do momento e os superestimativa do cisalhamento. Este, por sua vez leva a previsões pobres do tamanho e força da zona de recirculação, com o achatamento inicial do perfil de velocidade axial.

Os escoamentos altamente turbulentos em hidrociclones são governados pelo comportamento da velocidade tangencial. Ademais, como o desempenho da separação de um hidrociclone é determinado pelo quadrado da velocidade tangencial, quando se projeta o equipamento, é essencial prever bem a velocidade tangencial (MURPHY *et al.*, 2007).

Discorrendo sobre a geração de malhas para simulação de hidrociclones, Damian (2007), afirmou que em malhas tetraédricas uma camada de prismas próxima à parede é comumente utilizada para refinar na direção normal com o objetivo de capturar os fortes gradientes da camada limite. As malhas hexaédricas possuem a vantagem de serem ortogonais, com a possibilidade de refino específico para cada direção e em algumas regiões estão alinhadas com o escoamento. No entanto, facilmente elas propagam o refino para regiões distantes e podem desperdiçar muitos nós. A malha tetraédrica pode ser refinada especificamente nas regiões de interesse, podendo ser construída de maneira bastante automática sendo facilmente adaptável a geometrias complexas. Porém, não é possível refinar direcionalmente e ela nunca está alinhada com o escoamento.

Gupta *et al.* (2008), discorrendo sobre geração de malhas em hidrociclones, afirmou que a malha de camada limite deve ser usada próxima à parede. Entretanto, a resolução da camada limite não é crítica na modelagem, pois a turbulência é gerada no fluxo principal. O foco do trabalho foi dado no estudo da formação do *air core* e inserção de haste central,

evitando tal formação. Os autores afirmaram que o efeito do *air core* na queda de pressão pode ser explicado pelo fato de o *air core* causar mais turbulência dentro do hidrociclone e, conseqüentemente, há maior queda de pressão devido a mais redemoinhos.

Segundo Hwang *et al.* (2008b), o aumento do diâmetro do *overflow* ou diminuição do diâmetro do *underflow* conduzem a uma menor eficiência de separação, mas melhoram a nitidez de separação devido a uma menor vazão no *underflow*. A força centrífuga produzida em um hidrociclone e a divisão do fluxo são os fatores chave que afetam a eficiência de separação de partículas. Uma vez que o tamanho e a estrutura geométrica de um hidrociclone têm influência direta nesses fatores, estudar como os parâmetros geométricos afetam o desempenho da operação é essencial para projetar hidrociclones de alta eficiência. Os autores indicam que a eficiência de separação pode ser melhorada aumentando o diâmetro do *underflow* ou reduzindo o diâmetro do *overflow*, entretanto, a nitidez de separação se torna menos clara com estas modificações. A avaliação, através de CFD, de tipos de duto de alimentação indicou que uma entrada retangular curta e larga foi mais eficiente para a separação de partículas do que uma alta e estreita. Em seu trabalho, um duto de entrada inclinado desempenhou um papel irrelevante na melhora da eficiência.

Leeuwner e Eksteen (2008) desenvolveram um trabalho voltado ao estudo CFD aplicado a hidrociclones. Entre suas contribuições destacam-se:

- Aplicação de elementos de malha do tipo hexaédricos, que, alinhados à direção do fluxo, evitam difusão numérica, conforme já afirmado por Slack *et al.* (2004);
- Avaliação do *air core* através do modelo VOF. O problema é iniciado apenas com água, permitindo, posteriormente, a entrada do ar através da mudança do *air backflow volume fraction* para 1.
- Os autores fazem referência à região de velocidade vertical zero (LZVV – *Locus of Zero Vertical Velocity*), região esta em formato de “V”. A LZVV é comumente associada com a distribuição entre as correntes de *underflow* e *overflow*. Partículas na parte externa da LZVV serão rejeitadas como *underflow*, enquanto que as partículas na parte interna serão coletadas na corrente de *overflow*.
- A formação do *air core* é dirigida pela pressão.

Wang e Yu (2008) conduziram um trabalho a respeito da influência do *vortex finder* na eficiência de hidrociclones. Foram efetuadas alterações no comprimento ( $L_v$ ), diâmetro ( $D_o$ ) e espessura da parede do *vortex finder* ( $D_v$ ). Os resultados simulados indicaram que: a



eficiência de separação diminui para partículas finas e aumenta para partículas relativamente grandes com a diminuição do comprimento do *vortex finder*, por causa do efeito de fluxo curto-circuito; um *vortex finder* de menor diâmetro pode melhorar a eficiência de separação, mas aumenta a queda de pressão e, uma vez que o diâmetro exceda um valor crítico, pode zerar a eficiência de separação; com o aumento da espessura da parede do *vortex finder*, o efeito de fluxo turbulento é reduzido, mas o efeito de curto-circuito é fortalecido, resultando em uma pobre eficiência de separação para partículas grandes. Além das contribuições já mencionadas, os autores também apresentaram um novo tipo de *vortex finder*, com uma espécie de cobertura, a fim de dirimir o problema de curto-circuito, apresentado na sequência.

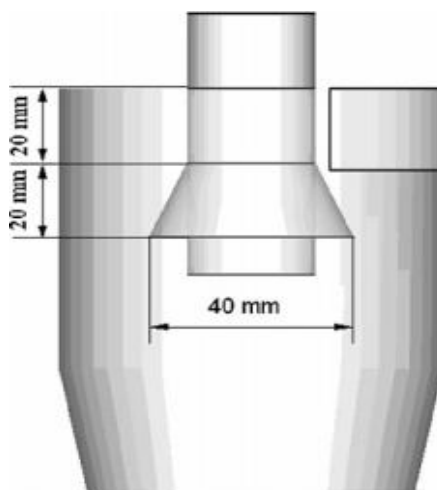


Figura 2.15 – Representação esquemática do *vortex finder* do trabalho de Wang e Yu (2008).

Este novo conceito de *vortex finder* pode melhorar consideravelmente o desempenho do hidrociclone, reduzindo a queda de pressão em torno de 10% e aumentando a eficiência de coleta para partículas menores, quando comparado ao modelo padrão.

Nenu e Yoshida (2009) demonstraram que hidrociclones com entrada dupla (Figura 2.16) apresentam melhor desempenho de classificação e menor diâmetro de corte, quando comparados aos de entrada simples.

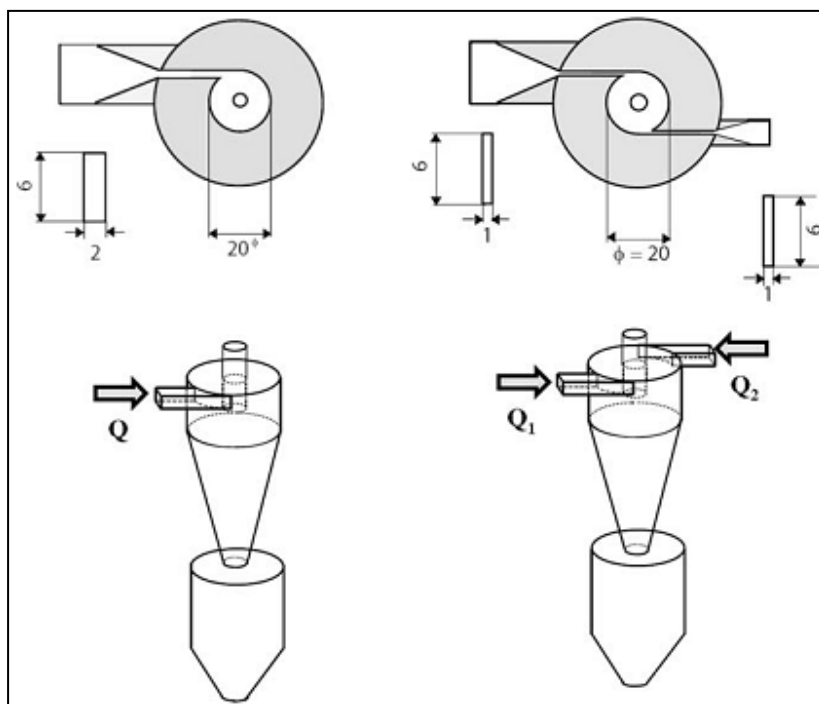


Figura 2.16 – Diagrama esquemático dos hidrociclones utilizados no trabalho de Nenu e Yoshida (2009).

Com o intuito de melhorar o desempenho de hidrociclones, Pandit *et al.* (2009) realizaram um estudo com um hidrociclone modificado. As alterações propostas pelos autores foram: entrada do tipo voluta com inclinação de 10° e inclinação da parte superior do equipamento para simplificar o fluxo de entrada e minimizar o efeito de curto-circuito. Em seu trabalho, foi demonstrado que a mesma quantidade de fluxo pode ser processada no hidrociclone modificado com redução da perda de carga.

Em um trabalho de otimização de hidrociclones, Özgen *et al.* (2009) utilizaram a técnica de superfície de resposta aliada a uma programação quadrática para encontrar as variáveis de operação ótimas.

Stephens e Mohanarangam (2009) realizaram uma comparação de modelos de turbulência e de tipos de elementos de malha (hexaédrico e tetraédrico) e mostraram que, apesar de ser tediosa a tarefa de obtenção de malhas puramente hexaédrica, em comparação com malhas tetraédricas, as primeiras são superiores na simulação do escoamento no interior de hidrociclones. E, segundo Dinesh Suresh *et al.* (2010), além do uso de elementos de malha do tipo hexaédricos, é preferencial utilizar discretizações de ordens superiores para reduzir ainda mais a difusão falsa ou numérica.

### 2.4.2 – Desenvolvimento local

Com o intuito de melhorar o desempenho de hidrociclones, pesquisadores da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia – FEQ/UFU têm estudado a hidrociclonação e têm apresentado contribuições significativas por meio de alguns trabalhos, entre os quais, citam-se, principalmente, o hidrociclone filtrante e o hidrociclone HC11, para os quais é dado um breve detalhamento na sequência.

O hidrociclone filtrante é um equipamento destinado à separação sólido-líquido, de mesma geometria que a do hidrociclone convencional<sup>3</sup>, diferenciando-se apenas quanto à presença de uma parede permeável (originalmente a parede cônica). Este equipamento foi idealizado e desenvolvido pelo grupo de pesquisa em sistemas particulados da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia – FEQ/UFU (SOUZA *et al.*, 2000). Este equipamento foi submetido ao sistema local de Inovação da Universidade Federal de Uberlândia (Agência Intelecto/UFU), sendo submetido a patente de invenção (número INPI: PI 0701118-0).

A operação do hidrociclone filtrante é análoga ao do equipamento convencional, acrescido do fato de que além das correntes de alimentação ( $Q$ ), *underflow* ( $Q_u$ ) e *overflow* ( $Q_o$ ), há uma corrente adicional de filtrado ( $Q_f$ ), gerada pelo processo de filtração na região cônica do hidrociclone. Um esquema simplificado, para o hidrociclone convencional e o filtrante, pode ser visualizado na Figura 2.17.

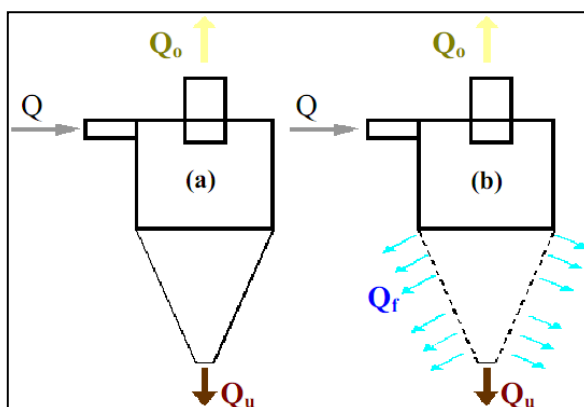


Figura 2.17 – Esquema de um hidrociclone convencional (a) e filtrante (b).

A primeira família de hidrociclone filtrante estudada na FEQ/UFU foi a de Bradley (SOUZA *et al.*, 1997; SOUZA *et al.*, 1998). Souza *et al.* (1998) constataram que nas mesmas condições operacionais de um equipamento convencional, o hidrociclone filtrante apresentava

<sup>3</sup> Neste caso, entenda-se por hidrociclone convencional aquele cujas paredes não são filtrantes.

algumas vantagens como acréscimos na capacidade de processamento e na concentração de sólidos da corrente de *underflow*, simultaneamente, acompanhados por diminuição nos custos energéticos.

Posteriormente, foram conduzidos estudos referentes à família de Rietema (VIEIRA *et al.*, 2000; VIEIRA, 2001). A geometria Rietema caracteriza-se por possuir uma região cônica de menor dimensão do que a de Bradley. Os hidrociclones filtrantes de Rietema apresentaram, nas mesmas condições operacionais do equipamento convencional, decréscimos em seus diâmetros de corte reduzidos, portanto eficiências de coletas superiores ao equipamento convencional (VIEIRA *et al.*, 2000).

Na sequência, o desempenho de um hidrociclone de geometria Demco foi também estudado (BARBOSA *et al.*, 2004). Nesse estudo foi observado que o meio filtrante não acarretava modificações tão significativas como ocorreu com as outras geometrias.

Outro importante trabalho desenvolvido na Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia avaliou a influência de algumas variáveis geométricas no desempenho de hidrociclones convencionais e filtrantes, por meio de técnicas experimentais e de simulação por fluidodinâmica computacional, estudando, ao todo, vinte e cinco diferentes configurações de hidrociclones (VIEIRA, 2006). O estudo de CFD realizado pelo autor, apesar de ainda preliminar (bidimensional – 2D), possibilitou a melhor compreensão dos perfis de escoamento no interior do equipamento. Ademais, como fruto deste trabalho foi obtido um hidrociclone cujo desempenho foi superior às demais geometrias analisadas (hidrociclone HC11). As variáveis geométricas estudadas foram: o diâmetro de alimentação, o diâmetro de *overflow*, comprimento do hidrociclone e ângulo do tronco de cone. Verificou-se que para o hidrociclone otimizado (HC11) era possível conciliar baixos números de Euler com altas eficiências de separação.

Baseado nas configurações geométricas do hidrociclone otimizado (HC11), Almeida (2008) analisou a influência do comprimento do *vortex finder* e do diâmetro de *underflow* sobre o processo de separação sólido-líquido nos equipamentos convencional e filtrante, através das técnicas de planejamento fatorial, medidas experimentais e de fluidodinâmica computacional. Dentro da faixa experimental utilizada em seu trabalho, o autor mostrou que: (i) para melhorar a classificação por tamanho de partículas, um diâmetro de *underflow* maior ( $D_u/D_c=0,17$ ) e um comprimento de *vortex finder* com valor intermediário ( $\ell/D_c=0,70$ ) são os mais indicados; (ii) para concentrar a corrente de *underflow* em sólidos, são indicados o menor diâmetro de *underflow* ( $D_u/D_c=0,10$ ) e o menor comprimento de *vortex finder* ( $\ell/D_c=0,40$ ).

Por meio de técnicas de CFD, Kyriakidis e Vieira (2010) avaliaram efeito do movimento angular no fluido de alimentação sobre o desempenho do hidrociclone HC11. Os autores propuseram uma alteração geométrica no sentido de promover um movimento angular no fluido através do giro do duto de alimentação nos sentidos horário e anti-horário a 600 RPM. A rotação do fluido já na entrada do duto de alimentação do hidrociclone pode alterar positivamente os índices de desempenho do equipamento (KYRIAKIDIS; VIEIRA, 2010).

Dando continuidade aos estudos de melhorias no hidrociclone de geometria otimizada (HC11), Façanha (2012) investigou a incorporação de uma parede cilíndrica permeável, dando origem ao hidrociclone cilíndrico-filtrante. Os resultados indicaram que o posicionamento da matriz filtrante (se no cone ou no cilindro) influencia o desempenho do hidrociclone filtrante.

## 2.5 – Considerações finais sobre a revisão da literatura

Muitas propostas de alterações geométricas têm sido realizadas em hidrociclones com o objetivo de otimizá-los de alguma forma, levando a melhoras nos índices de desempenho. As técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD) têm sido muito utilizadas, lançando luz sobre o entendimento do escoamento no interior de hidrociclones. Com igual importância, tais técnicas também têm sido utilizadas para obtenção de novas geometrias.

Diante deste panorama, torna-se irrefutável a possibilidade de obtenção de novas configurações de hidrociclones que atendam a restrições referentes a consumo energético e eficiência, por exemplo. A partir do estudo experimental de Vieira (2006) é possível:

- Promover alterações no hidrociclone HC11, como por exemplo: (i) modificação da estrutura do *vortex finder* (espessura da parede e utilização de *vortex finder* tipo coifa), baseado nos estudos numéricos de Wang e Yu (2008); (ii) modificação da parte superior da seção cilíndrica, como a rampa de alimentação proposta por Morgan (2005); (iii) utilização de alimentação rotacional, baseado nos estudos numéricos de Kyriakidis e Vieira (2010).
- Utilizar a técnica de superfícies de resposta aliada ao algoritmo de Evolução Diferencial para obter novas geometrias dentro da faixa experimental do autor.



---

## CAPÍTULO 3

### METODOLOGIA

---

A metodologia experimental empregada neste trabalho foi baseada nos trabalhos anteriores realizados na instituição (SOUZA, 1999; VIEIRA, 2001; 2006; ALMEIDA, 2008; FAÇANHA, 2012). O presente capítulo apresenta informações relevantes referentes aos experimentos, simulações e sobre a otimização.

#### 3.1 – Execução experimental

##### 3.1.1 – Unidade experimental

A unidade experimental utilizada neste trabalho, montada no Laboratório de Sistemas Particulados da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (LSP/FEQ/UFU), foi também utilizada em trabalhos anteriores na instituição (VIEIRA, 2006; ALMEIDA, 2008; FAÇANHA, 2012). A unidade era composta por um reservatório com capacidade de 250 litros, responsável pelo armazenamento da suspensão de rocha fosfática. A fim de manter homogênea a concentração de rocha fosfática em todo o volume do reservatório durante a operação, foi nele instalado, um sistema de homogeneização formado por um agitador mecânico (potência de 0,5 cv), que fornecia energia suficiente para a homogeneização de toda a suspensão, e um par de chicanas, feitas com placas perfuradas de aço, para evitar que se formasse um vórtice na parte central. Ao reservatório foi também acoplada uma bomba helicoidal, resistente à abrasão, com uma potência de 5 cv, responsável pelo fornecimento de energia à suspensão.

A suspensão era bombeada através da tubulação que, em seu trajeto, era dividida em duas partes. A primeira delas era carregada para a tubulação na qual um hidrociclone estava devidamente instalado e a segunda desviada para o duto de *bypass*. O ajuste da vazão em cada uma das linhas era feito através de um ajuste manual, proporcionado por válvulas globo e gavetas, devidamente instaladas.

Imediatamente antes da entrada da alimentação no hidrociclone, foi acoplado um manômetro de Bourdon digital a fim de se efetuar as leituras de queda de pressão entre aquele

ponto e o meio externo. As correntes efluentes do hidrociclone (*underflow* e *overflow*) eram descarregadas novamente no tanque de armazenamento.

A Figura 3.1 apresenta uma representação esquemática da unidade experimental utilizada.

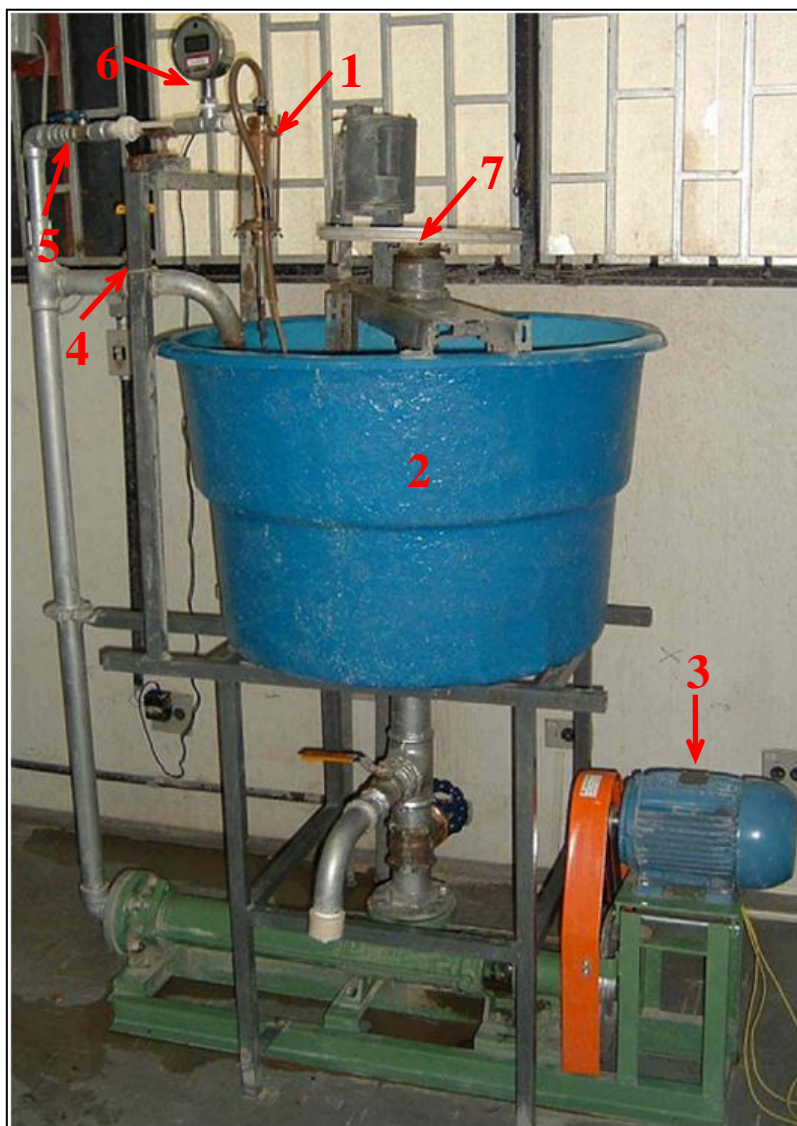


Figura 3.1 – Unidade experimental: (1) Hidrociclone; (2) Reservatório; (3) Bomba helicoidal; (4) Válvula de *bypass*; (5) Válvula; (6) Manômetro; (7) Agitador mecânico.

### 3.1.2 – Material particulado

Como há unidades produtoras de fertilizantes próximas à cidade de Uberlândia, nas dependências e circunvizinhanças dos municípios de Patos de Minas (MG), Araxá (MG) e Catalão (GO), o material particulado escolhido para este estudo foi a rocha fosfática. A composição química do minério fosfatado empregado nesse trabalho foi obtida através de



uma análise de raios X realizada pela empresa Fosfertil-Ultrafertil de Catalão e pode ser vista na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Composição química das partículas de rocha fosfática (ALMEIDA, 2008).

Constituinte	% Total
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	28,27
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,66
SiO <sub>2</sub>	30,34
CaO	37,80
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	7,68
MgO	0,99
Bao	0,03
SrO	0,54
TiO <sub>2</sub>	0,61
F	1,79

A densidade real do material particulado, determinada pela técnica de picnometria a Hélio, foi equivalente a  $2,987 \pm 0,009 \text{ g/cm}^3$ .

A distribuição granulométrica pode ser representada na forma cumulativa descrita por uma função  $X(d)$ , na qual  $X$  é a fração mássica de partículas com diâmetros iguais ou inferiores ao diâmetro  $d$ , sendo esta uma dimensão característica qualquer. A função  $X(d)$  é sempre crescente e pode ser ajustada a modelos estatísticos usados para representar uma distribuição granulométrica. Os seguintes modelos são os mais usuais: Gates-Gaudin-Schumann (GGS), Rosin-Rammler-Bennet (RRB), Sigmóide e Log-Normal. A distribuição granulométrica da rocha fosfática utilizada neste trabalho foi obtida pela técnica de difração de raios *laser*, sendo que o modelo que melhor se ajustou foi o RRB (Equação 3.1).

$$X(d) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{d}{d_{63,2}} \right)^n \right] \quad (3.1)$$

Para cada experimento realizado, os parâmetros  $d_{63,2}$  e  $n$  eram estimados para os materiais particulados das correntes de alimentação e *underflow* dos hidrociclones. Os valores dos parâmetros ajustados do material particulado utilizado nos experimentos (corrente de alimentação dos hidrociclones) eram em torno de  $8,82 \text{ }\mu\text{m}$  (parâmetro  $d_{63,2}$ ) e 0,78 (parâmetro

$n$ ), com um coeficiente de correlação ( $R^2$ ) de 0,9811. Assim, 98,11% da variabilidade dos dados de distribuição de tamanho de partículas são explicados pelo modelo com tais parâmetros.

Uma distribuição granulométrica típica do material particulado utilizado e o modelo RRB ajustado são apresentados na Figura 3.2.

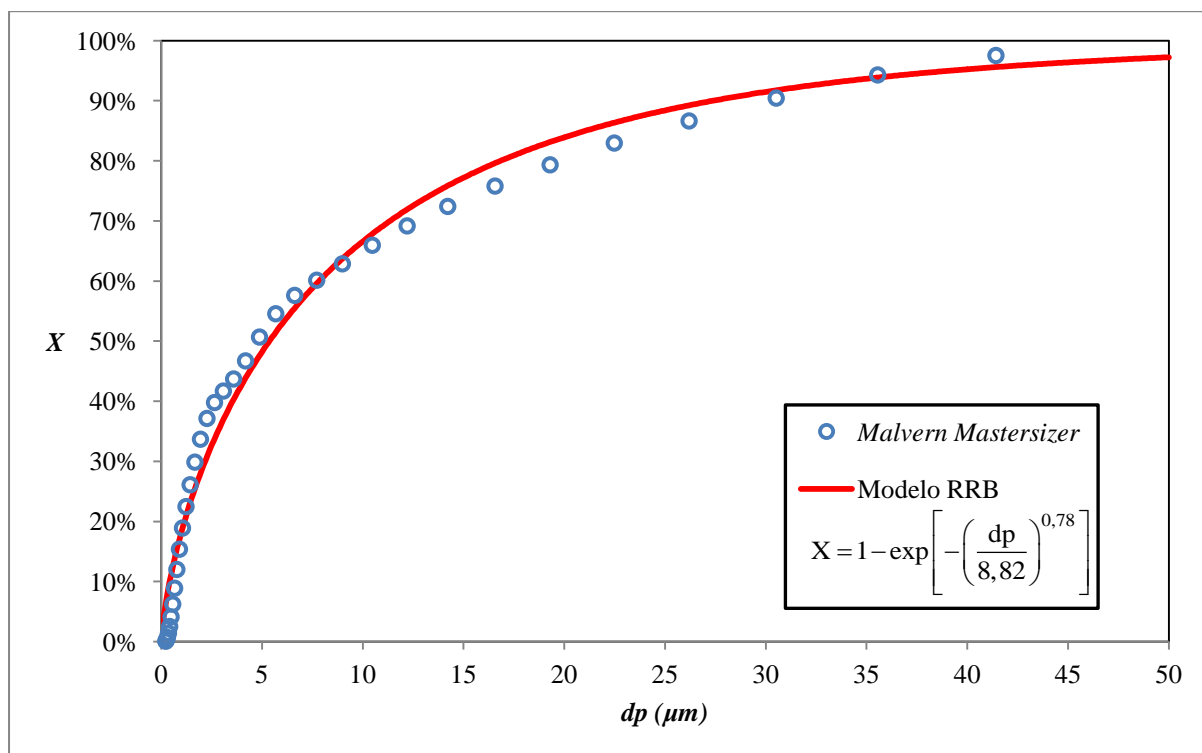


Figura 3.2 – Distribuição granulométrica do material particulado.

Ressalta-se que o material particulado disponível para os trabalhos anteriores do grupo de pesquisa apresentavam distribuição granulométrica diferente do material disponível para o presente trabalho. Por exemplo, no trabalho de Vieira (2006) os parâmetros  $d_{63,2}$  e  $n$  ajustados do modelo RRB eram iguais a 12,88  $\mu m$  e 0,81, respectivamente. Isto implica que o material particulado utilizado no presente trabalho contém uma fração de finos maior que nos trabalhos anteriores.

### 3.1.3 – Os hidrociclones

O presente estudo foi dividido em duas áreas de atuação: propostas de alterações no hidrociclone ótimo (HC11) de Vieira (2006) e obtenção de novas geometrias a partir do

planejamento composto central (PCC)<sup>1</sup> do referido autor aliado ao algoritmo de Evolução Diferencial. Portanto, para uma compreensão do presente trabalho, será feita uma apresentação do PCC das geometrias de hidrociclones, segundo Vieira (2006).

As variáveis geométricas escolhidas para o estudo de Vieira (2006) foram: o diâmetro da alimentação ( $D_i$ ), o diâmetro de *overflow* ( $D_o$ ), o comprimento total do hidrociclone ( $L$ ) e o ângulo do tronco de cone ( $\theta$ ), sendo as três primeiras postas em termo de uma relação geométrica com o diâmetro da parte cilíndrica do hidrociclone ( $D_c$ ).

Um planejamento composto central (PCC) leva, em tese, aos mesmos resultados de um planejamento fatorial completo e reduz substancialmente o esforço experimental, uma vez que os parâmetros estimados por essa técnica são igualmente não correlacionados entre si. Pelo planejamento composto central, considerando os quatro fatores escolhidos ( $k = 4$ ), as cinco réplicas no centro ( $n_r = 5$ ) e os três níveis ( $n = 3$ ), Vieira (2006) propôs uma sistemática de experimentos, contabilizando 25 diferentes hidrociclones ( $2^k + n_r + 2k$ ). Nas condições descritas anteriores, um Planejamento Composto Central foi realizado mediante a utilização do *software* STATISTICA®, cujo resultado está contido na Tabela 3.2. Ressalta-se, neste ponto, que o hidrociclone HC11 é o décimo primeiro equipamento da referida tabela (H11).

Pelo PCC cada fator passa a ser representado pela forma codificada ( $-\alpha$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $+1$  e  $+\alpha$ ). Para uma determinada variável ( $\delta$ ) os níveis codificados são decorrentes de uma equação de codificação, em que  $\delta_i$  é o valor do fator na escala original,  $\bar{\delta}_i$  a média entre os níveis na escala original e  $d_i$  a diferença entre o nível alto ( $+1$ ) e o nível baixo ( $-1$ ), conforme mostrado a seguir:

$$X_i = 2 \frac{\delta_i - \bar{\delta}_i}{d_i} \quad (3.2)$$

Os níveis  $-\alpha$  e  $+\alpha$  assumem valores adequados para que o produto entre a matriz de planejamento e a sua inversa (matriz de variância e covariância) seja uma matriz ortogonal (todos os elementos da matriz são nulos, exceto os da diagonal principal), a fim de que os parâmetros do modelo quando estimados, não possuam correlação entre si (BOX *et al.*, 1978), ou seja, transformando o planejamento em ortogonal.

<sup>1</sup> Planejamentos Compostos Centrais são planejamentos fatoriais de 1ª ordem, aumentados por pontos adicionais para permitir a estimação dos parâmetros de uma superfície de 2ª ordem (MYERS, 1976). Detalhes sobre o PCC são dados por Vieira (2006).

Tabela 3.2 – PCC para 4 fatores, 3 níveis e 5 réplicas no centro ( $\alpha = 1,66$ ). Fonte: Vieira (2006)

Hidrociclone	$Di/Dc (X_1)$	$Do/Dc (X_2)$	$L/Dc (X_3)$	$\theta (X_4)$
H01	-1	-1	-1	-1
H02	-1	-1	-1	1
H03	-1	-1	1	-1
H04	-1	-1	1	1
H05	-1	1	-1	-1
H06	-1	1	-1	1
H07	-1	1	1	-1
H08	-1	1	1	1
H09	1	-1	-1	-1
H10	1	-1	-1	1
H11	1	-1	1	-1
H12	1	-1	1	1
H13	1	1	-1	-1
H14	1	1	-1	1
H15	1	1	1	-1
H16	1	1	1	1
H17	$-\alpha$	0	0	0
H18	$+\alpha$	0	0	0
H19	0	$-\alpha$	0	0
H20	0	$+\alpha$	0	0
H21	0	0	$-\alpha$	0
H22	0	0	$+\alpha$	0
H23	0	0	0	$-\alpha$
H24	0	0	0	$+\alpha$
H25 (5)	0	0	0	0

Com base na equação de codificação e com o valor de  $\alpha$  (1,66) apropriadamente escolhido para normalidade, a correspondência de cada um dos fatores com a sua forma codificada, pode ser vista na Tabela 3.3, na qual podem ser verificados os intervalos de estudo de cada variável:  $0,13 \leq Di/Dc \leq 0,29$ ;  $0,19 \leq Do/Dc \leq 0,35$ ;  $3,9 \leq L/Dc \leq 7,6$  e  $9^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ .

Tabela 3.3 – Correspondência entre os fatores e suas formas codificadas.

Codificação	$Di/Dc (X_1)$	$Do/Dc (X_2)$	$L/Dc (X_3)$	$\theta (X_4)$
$-\alpha$	0,13	0,19	3,9	$9,0^\circ$
$-I$	0,16	0,22	4,7	$11,2^\circ$
$\theta$	0,21	0,27	5,8	$14,5^\circ$
$+I$	0,26	0,32	6,9	$17,8^\circ$
$+\alpha$	0,29	0,35	7,6	$20,0^\circ$

### 3.1.3.1 – Construção e montagem dos hidrociclones

Assim como nos trabalhos precedentes da instituição (VIEIRA, 2006; ALMEIDA, 2008; FAÇANHA, 2012), os equipamentos utilizados nesta tese tiveram seu sistema de montagem modular, como ilustrado na Figura 3.3.

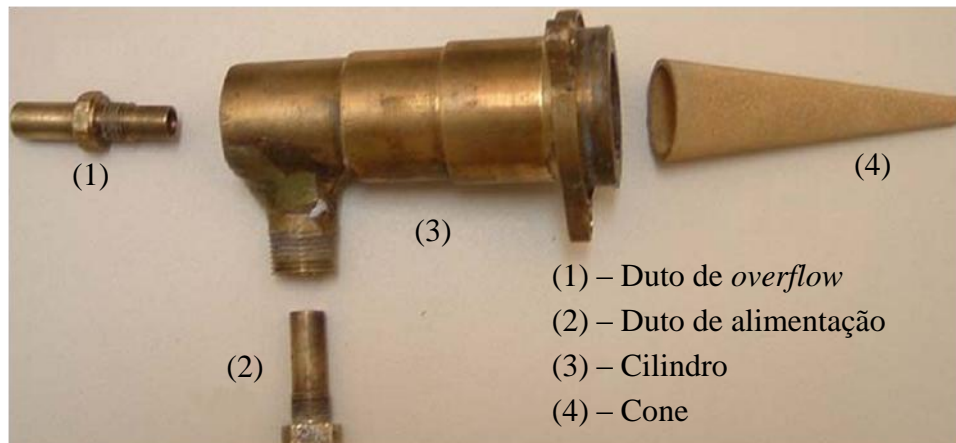


Figura 3.3 – Estrutura modular de montagem dos hidrociclones. Fonte: Vieira (2006).

Desta forma, foram confeccionados individualmente os dutos de alimentação, os tubos de *overflow*, os cilindros e os troncos cones. Os cilindros foram construídos de tal forma a permitir o acoplamento dos tubos de *overflow* e alimentação através de um sistema de rosca, bem como o encaixe do cone pela parte inferior. Para o trabalho de Façanha (2012) foi construída uma nova parte cilíndrica de comprimento ( $h$ ) igual a 10 mm que era acoplada aos cilindros filtrantes de seu trabalho. Em suma, as peças disponíveis para serem utilizadas no presente trabalho foram:

- Oito partes cilíndricas, com comprimentos ( $h$ ) iguais a 10 mm, 15 mm, 19 mm, 61 mm, 76 mm, 80 mm, 103 mm e 130 mm;
- Cinco tubos de *overflow*, com diâmetros ( $Do$ ) iguais a 5,7 mm, 6,6 mm, 8,1 mm, 9,6 mm e 10,5 mm;
- Cinco dutos de alimentação, com diâmetros ( $Di$ ) iguais a 3,9 mm, 4,8 mm, 6,3 mm, 7,8 mm e 8,7 mm;
- Cinco troncos de cone, com ângulos ( $\theta$ ) e comprimentos ( $H$ ) dados por: 9° (159 mm), 11,2° (127 mm), 14,5° (98 mm), 17,8° (80 mm) e 20° (71 mm).

Ressalta-se que nesta tese o diâmetro da parte cilíndrica ( $D_c$ ), o comprimento do *vortex finder* ( $\ell$ ) e o diâmetro do duto de *underflow* ( $D_u$ ) foram constantes e iguais a 30 mm, 12 mm e 5 mm, respectivamente.

Para os trabalhos anteriores (VIEIRA, 2006; ALMEIDA, 2008; FAÇANHA, 2012), a construção dos cilindros, troncos de cone, dutos de *overflow* e alimentação foi feita com latão, devido às suas facilidades de usinagem e aos seus baixos custos de aquisição. Na presente tese, peças sobressalentes foram construídas de alumínio, latão ou aço inox.

Assim, os hidrociclones utilizados experimentalmente nesta tese foram o HC11 (dimensões apresentadas na Figura 3.4), bem como combinações entre as partes cilíndricas, troncos de cone e dutos de alimentação e *overflow* resultantes do algoritmo de otimização, além de outras variações na espessura da parede do *vortex finder*.

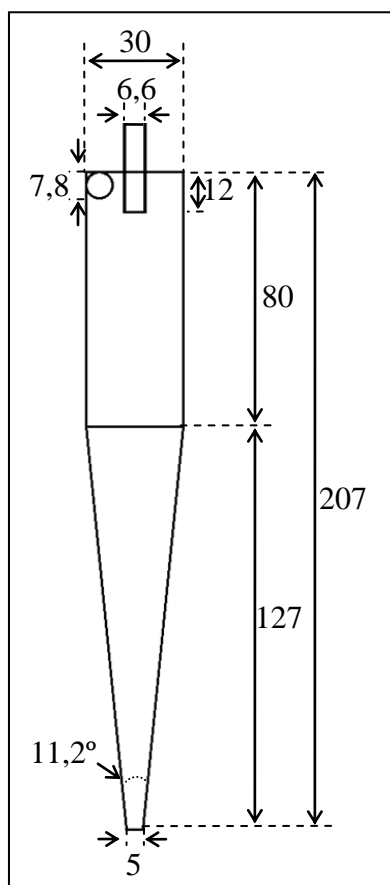


Figura 3.4 – Hidrociclone HC11 com suas dimensões características (em mm).

Neste trabalho foram propostas mudanças na geometria do HC11 e uma alteração na forma como a suspensão era alimentada neste equipamento, cujos detalhes são apresentados na sequência.

### 3.1.4 – Propostas de alterações para o hidrociclone HC11

#### 3.1.4.1 – Alteração na espessura da parede ( $\kappa$ ) do *vortex finder*

Segundo Wang e Yu (2008), com o aumento da espessura da parede do *vortex finder* ( $\kappa$ ), a eficiência de separação diminui para partículas maiores, mas não se altera para as menores; a perda de carga diminui, atinge um mínimo e então aumenta; e a divisão de fluxo tem uma tendência oposta ao da perda de carga, ou seja, aumenta, atinge um máximo e, então, diminui. Além disso, o efeito de fluxo turbulento é reduzido, mas o efeito de curto-circuito é fortalecido, resultando em uma pobre eficiência de separação para partículas grandes. Os autores ressaltam que a espessura da parede exerce uma influência no desempenho de hidrociclones.

Neste sentido, para avaliar o efeito da espessura de parede no hidrociclone HC11, foram testadas três dimensões:  $\kappa_1 = 0,22$  mm,  $\kappa_2 = 1,05$  mm e  $\kappa_3 = 2,65$  mm, as quais podem ser vistas na Figura 3.5.

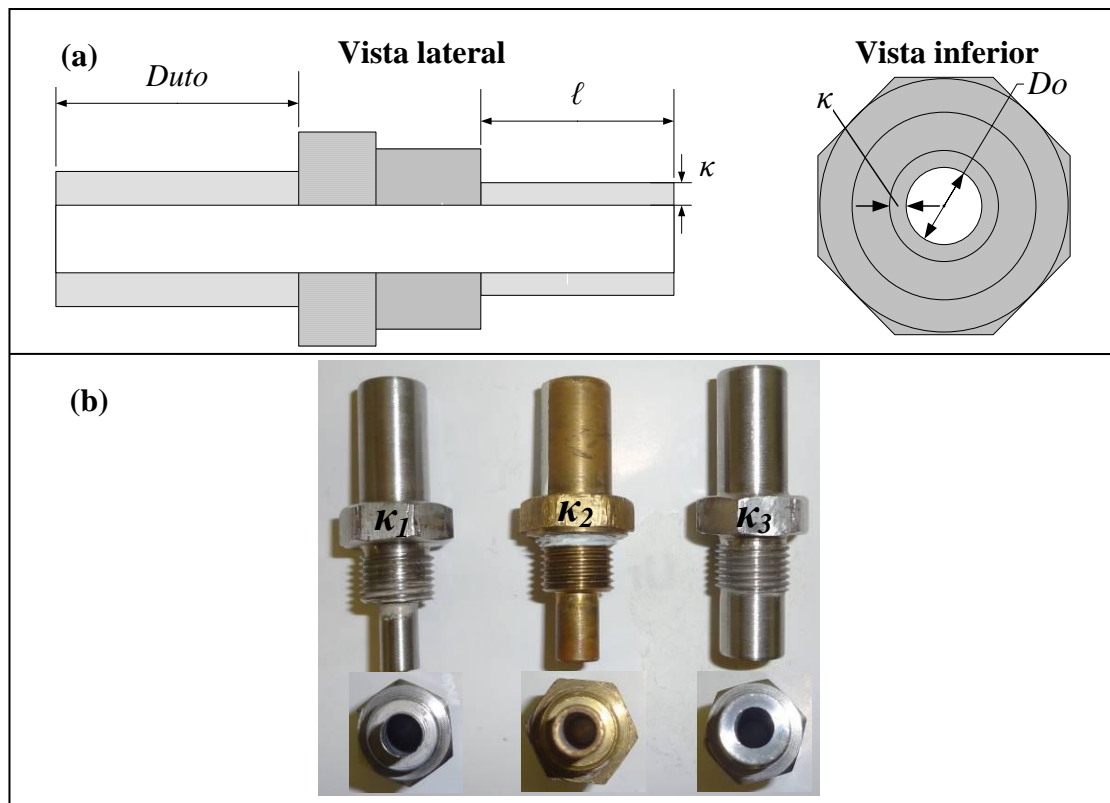


Figura 3.5 – (a) Representações esquemáticas do duto de *overflow*. (b) Dutos de *overflow* com as diferentes espessuras de parede do *vortex finder* ( $\kappa$ ) avaliadas.

Vale lembrar que o *vortex finder* é a parte inferior do duto de *overflow* (peça 1 apresentada na Figura 3.3). Ressalta-se que 1,05 mm é a espessura da parede do *vortex finder* dos trabalhos anteriores (VIEIRA, 2006; ALMEIDA, 2008; FAÇANHA, 2012). As duas peças novas, com menor e maior espessura de parede ( $\kappa_1$  e  $\kappa_3$ ) foram construídas em aço inox.

#### 3.1.4.2 – *Vortex finder* tipo coifa

Como já dito, Wang e Yu (2008) estudaram o efeito da geometria do *vortex finder* na eficiência de separação de hidrociclones. De acordo com os autores, resultados computacionais demonstraram que o fluxo de curto-circuito existe ao longo da parede externa do *vortex finder*, resultando em uma diminuição na eficiência de separação. Para contornar este problema, eles propuseram um *vortex finder* do tipo coifa, que, baseado em um estudo de CFD, os autores constataram que a modificação foi capaz de melhorar consideravelmente o desempenho do hidrociclone que estudavam, reduzindo a queda de pressão em torno de 10% e aumentando a eficiência de coleta para partículas menores, quando comparado ao modelo padrão.

Assim, baseado na proposta de Wang e Yu (2008), três modelos de *vortex finder* do tipo coifa foram construídos ( $VFC_1$ ,  $VFC_2$  e  $VFC_3$ ), como mostra a Figura 3.6.

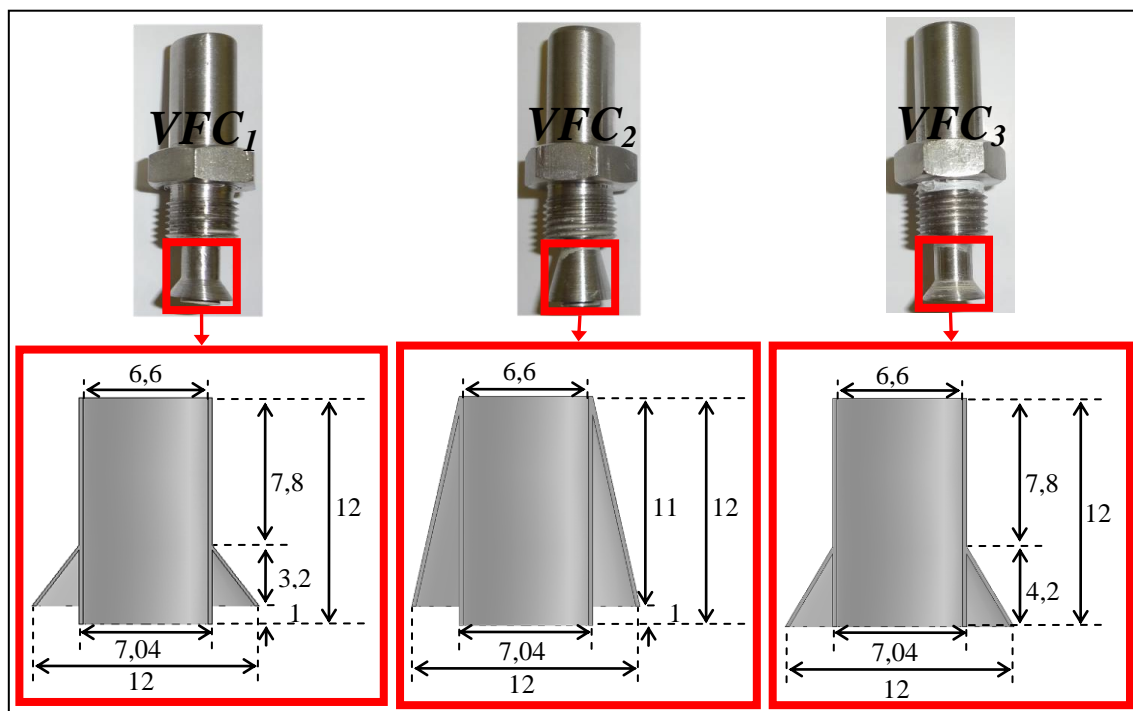


Figura 3.6 – *Vortex finder* tipo coifa construídos (dimensões em mm).



Destaca-se que todas as novas peças foram construídas em aço inox e, devido à dificuldade na usinagem de uma peça com parede espessa para avaliação do efeito da coifa, todos os *vortex finder* tipo coifa foram construídos com uma parede de 0,22 mm espessura ( $\kappa_I$ ), que é a menor espessura de parede estudada nesta tese para o hidrociclone HC11, conforme apresentado na seção 3.1.4.1. Se a parede tivesse uma espessura maior, o vão livre da coifa não seria significativo, diminuindo seu efeito.

#### 3.1.4.3 – Rampa de alimentação

Como já mencionado anteriormente, o uso de uma alimentação tipo rampa (ou rampa de alimentação) em um hidrociclone pode reduzir a perda de carga no equipamento e aumentar o rendimento (MORGAN, 2005). Baseado nesta afirmação, foi proposta uma alteração geométrica na estrutura de entrada do hidrociclone HC11, fazendo-a como a rampa. Todas as demais dimensões do hidrociclone com a rampa de alimentação, doravante denominado RHC, são as mesmas do hidrociclone HC11. Por se tratar de um estudo investigativo e, sabendo que a finalização da rampa em relação ao duto de alimentação é muito importante no escoamento, neste trabalho a rampa foi construída de forma que finalizasse na metade do diâmetro da alimentação, como mostra a Figura 3.7. Destaca-se que, por se tratar de um estudo investigativo a respeito da influência da rampa de alimentação no desempenho do equipamento HC11, para este caso específico foram conduzidas apenas simulações através das técnicas de CFD. Maiores detalhes sobre as simulações serão dados posteriormente.

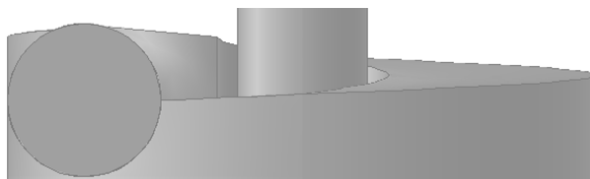


Figura 3.7 – Estrutura geométrica da região de alimentação do RHC.

#### 3.1.4.4 – Alimentação rotacional

Por meio das técnicas de CFD, Kyriakidis e Vieira (2010) verificaram a influência que uma alimentação de fluido, dotada de movimento espiralado, era capaz de exercer sobre a fluidodinâmica do hidrociclone HC11. Os estudos numéricos dos autores sugeriram que a

rotação do fluido já na entrada do duto de alimentação seria capaz de aumentar a razão de líquido do equipamento e diminuir o número de Euler calculado nesta condição. Como o referido trabalho foi realizado apenas no domínio computacional, sem apresentar resultados experimentais, esta tese se propôs a efetuar os testes experimentais, a fim de comprovar os resultados sugeridos pelos autores.

Para que a alimentação atípica fosse conseguida, foi necessário inserir uma rosca sem fim na tubulação que antecedia a alimentação do hidrociclone, acoplada a um motor, como ilustra simplificadamente a Figura 3.8a. Para que fosse possível controlar a velocidade de rotação do motor, bem como alterar o sentido de rotação da rosca sem fim, o motor era acoplado a um inversor de frequência. A unidade experimental acoplada ao motor gerador do movimento espiralado é apresentada na Figura 3.8b.

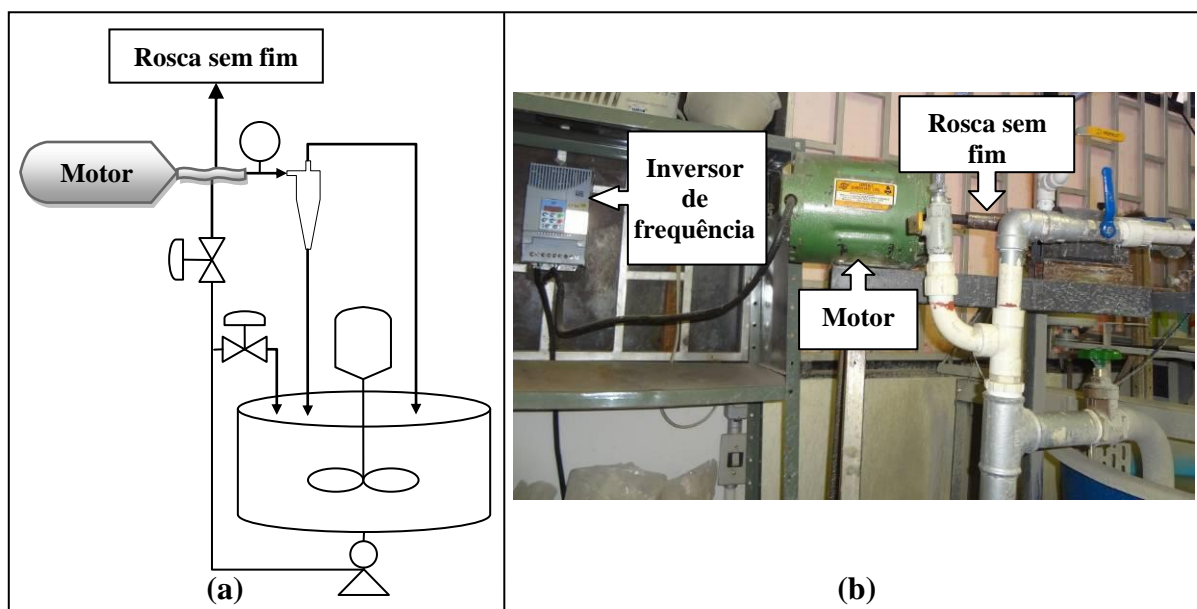


Figura 3.8 – (a) Diagrama esquemático da unidade experimental com um motor e uma rosca sem fim antes do hidrociclone. (b) Mecanismos promotores do movimento espiralado.

A influência da alimentação rotacional para o hidrociclone HC11 foi avaliada nos sentidos horário e anti-horário, como ilustrado esquematicamente na Figura 3.9. A velocidade de rotação nas simulações conduzidas por Kyriakidis e Vieira (2010) era de 3000 RPM. Nos experimentos conduzidos no presente trabalho, os testes foram realizados com rotação de 2000 RPM, como um estudo inicial, considerando-se que o motor tinha uma capacidade de 3800 RPM. O equipamento cujo fluido era alimentado com movimento rotacional em sentido horário foi denominado HC11 RH, enquanto que aquele com movimento rotacional em sentido anti-horário foi denominado HC11 RAH.

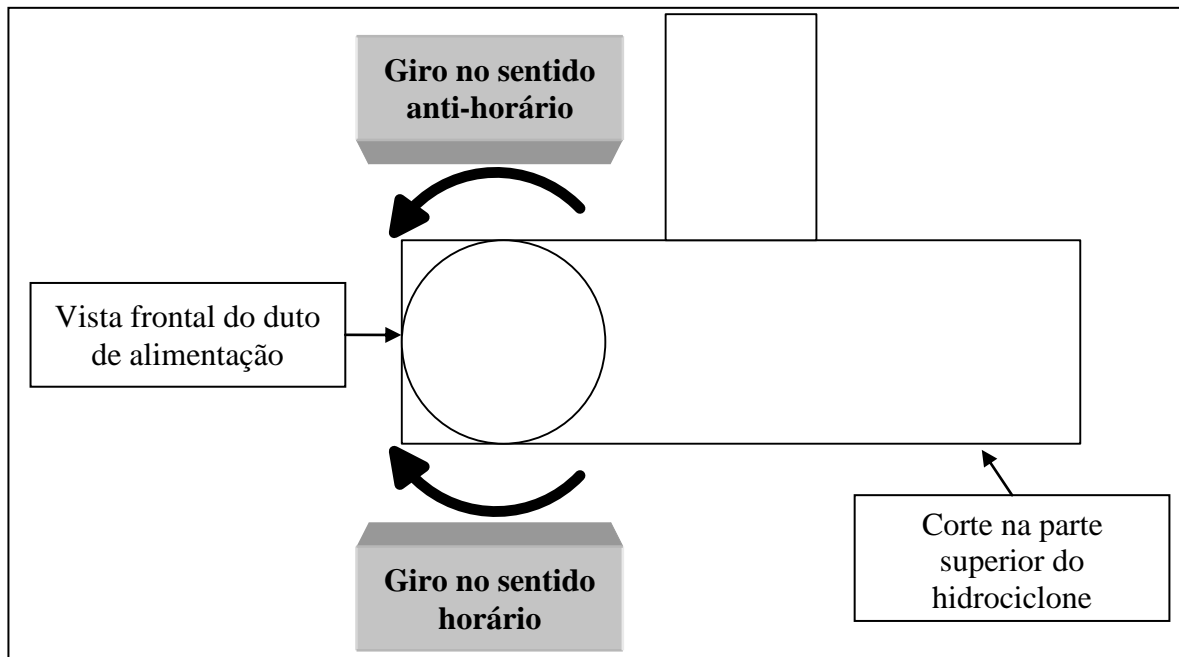


Figura 3.9 – Representação esquemática dos sentidos de rotação da alimentação.

### 3.1.5 – Procedimento experimental

Uma vez definida a configuração do hidrociclone a ser utilizada nos ensaios, este era montado e inserido na unidade.

Na coleta dos principais dados experimentais foram fixadas quatro condições de queda de pressão: 88260; 117680; 147100 e 176500 Pa (ou 0,88; 1,17; 1,47 e 1,77 bar, respectivamente).

Anteriormente ao início da operação em cada uma das condições preestabelecidas, o tanque da unidade experimental foi completado com aproximadamente 200 litros de suspensão numa concentração de aproximadamente 1% em volume do material particulado (rocha fosfática). Para a realização dos ensaios experimentais, primeiro a suspensão do tanque era homogeneizada pelo agitador mecânico e, em seguida, acionada a bomba helicoidal para o início da operação. Com o auxílio das válvulas gaveta e globo, regulava-se a quantidade de suspensão a ser enviada diretamente ao hidrociclone até atingir a queda de pressão desejada. Em condições estáveis de queda de pressão, as vazões volumétricas das correntes de alimentação, *overflow* e *underflow* foram medidas através de técnicas gravimétricas (balanças com precisão de  $\pm 0,001$  g).

Em cada condição de queda de pressão foram coletadas três pequenas alíquotas de suspensão de cada uma das correntes do separador, utilizadas na determinação gravimétrica das respectivas concentrações mássicas. Tais amostras eram pesadas e enviadas à estufa, por um período de 24 horas à temperatura de 80°C, sendo, posteriormente pesadas novamente para os cálculos de concentrações.

Ademais, foram coletadas pequenas amostras das correntes de alimentação e *underflow* para análise quanto à distribuição granulométrica por difração a *laser*. O equipamento disponível para este fim era o *Malvern Mastersizer Microplus*. Ressalta-se que as amostras analisadas no referido equipamento receberam um tratamento prévio, que consistia primeiramente na calibração do sistema ótico, através da medida do “branco” (água destilada e dispersante) que serviu como referencial para todas as demais medidas. O dispersante utilizado foi o hexametáfosfato de sódio (Calgon), numa concentração aproximada de 1 grama por litro de suspensão. A seguir, a amostra coletada durante o experimento era transferida para um béquer, diluindo-a com água destilada até aproximadamente 500 mL. Para romper possíveis aglomerados de partículas existentes na amostra, além do dispersante, que mantinha as partículas afastadas, era aplicado banho ultrassônico por aproximadamente 30 s.

Após os tratamentos descritos anteriormente, as análises eram iniciadas mediante o uso do *software* de aquisição e tratamento de dados experimentais da *Malvern Mastersizer*. As informações obtidas por meio do *software* eram enviadas a uma planilha eletrônica na forma de diâmetros de partículas e suas correspondentes frações mássicas cumulativas. Por fim, os parâmetros do modelo RRB eram estimados através da técnica de regressão não linear.

### 3.1.6 – Cálculo das respostas associadas à separação dos hidrociclones

As respostas avaliadas neste estudo foram: concentrações volumétricas, vazões volumétricas, razão de líquido, eficiência total, eficiência total reduzida, eficiência granulométrica, eficiência granulométrica reduzida, diâmetro de corte e diâmetro de corte reduzido. Exceto para diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}'$ ), as equações necessárias para os cálculos das demais variáveis já foram apresentadas na Seção 2.1.3 e não serão apresentadas novamente.

A Equação (3.1), que representa o modelo RRB, pode ser escrita para as correntes de alimentação e *underflow*, conforme representam as Equações (3.3) e (3.4), respectivamente. Nas equações, os subscritos “a” e “u” indicam, respectivamente, alimentação e *underflow*. As

variáveis  $d_a$  e  $d_u$  representam o parâmetro  $d_{63,2}$  do modelo RRB e as variáveis  $n_a$  e  $n_u$  representam o parâmetro  $n$  do modelo.

$$X_a = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{d_p}{d_a} \right)^{n_a} \right] \quad (3.3)$$

$$X_u = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{d_p}{d_u} \right)^{n_u} \right] \quad (3.4)$$

De acordo com a Equação (2.13), dada por  $G = \eta \cdot \left[ dX_u / d(d_p) / dX_a / d(d_p) \right]$ , necessita-se derivar as Equações (3.3) e (3.4) em relação a  $d_p$  para obtenção de uma expressão para a eficiência granulométrica, conforme representam as Equações (3.5) e (3.6).

$$\frac{dX_a}{d(d_p)} = \frac{\left( \frac{d_p}{d_a} \right)^{n_a} n_a \exp \left[ - \left( \frac{d_p}{d_a} \right)^{n_a} \right]}{d_p} \quad (3.5)$$

$$\frac{dX_u}{d(d_p)} = \frac{\left( \frac{d_p}{d_u} \right)^{n_u} n_u \exp \left[ - \left( \frac{d_p}{d_u} \right)^{n_u} \right]}{d_p} \quad (3.6)$$

Assim, utilizando-se o modelo RRB, a expressão para a eficiência granulométrica é dada pela Equação (3.7).

$$G = \eta \frac{\left( \frac{d_p}{d_u} \right)^{n_u} n_u \exp \left[ - \left( \frac{d_p}{d_u} \right)^{n_u} \right]}{\left( \frac{d_p}{d_a} \right)^{n_a} n_a \exp \left[ - \left( \frac{d_p}{d_a} \right)^{n_a} \right]} \quad (3.7)$$

Como já se sabe, o diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) representa o tamanho com 50% de probabilidade de ser separado (seção 2.1.3.9), ou seja, com eficiência granulométrica igual a 0,5. Para sua obtenção necessita-se: (i) calcular as distribuições granulométricas da alimentação e do *underflow* (difração a *laser*), cada qual devidamente ajustada ao modelo

RRB (Equações 3.3 e 3.4), o que leva ao conhecimento das variáveis  $d_a$ ,  $d_u$ ,  $n_a$  e  $n_u$ ; (ii) do valor experimental da eficiência de separação ( $\eta$ ) obtido pela Equação (2.11) como função de concentração mássica e vazão mássica das correntes de alimentação e *underflow*  $\left[\eta = (Cw_u \cdot W_u) / (Cw_a \cdot W)_a\right]$ . Assim, baseado na Equação (3.7) calcula-se o diâmetro de corte ( $d50$ ), à medida que a eficiência granulométrica ( $G$ ) assume o valor de 0,5 através de um processo iterativo.

A expressão para o cálculo do diâmetro de corte reduzido ( $d50'$ ) é obtida de forma análoga a partir da Equação (2.14), que fornece a eficiência granulométrica reduzida ( $G'$ ) como função de eficiência granulométrica e razão de líquido  $\left[G' = (G - R_L) / (1 - R_L)\right]$ . Aplicando-se os mesmos conceitos descritos anteriormente, chega-se a uma expressão que fornece o diâmetro de corte reduzido ( $d50'$ ) à medida que a eficiência granulométrica reduzida assume o valor de 0,5, cujo valor também foi calculado através de processos iterativos.

As expressões para o cálculo de diâmetro de corte e diâmetro de corte reduzido são não lineares, o que implica que soluções analíticas para as variáveis  $d50$  e  $d50'$  inexistem. Logo, os cálculos para obtenção do diâmetro de corte e do diâmetro de corte reduzido devem ser feitos numericamente através de processos iterativos.

### 3.2 – Simulações

Visando ao estudo do desempenho dos hidrociclones, simulações numéricas tridimensionais foram efetuadas para a determinação de algumas características do escoamento no interior dos separadores. As simulações numéricas foram conduzidas através do *software* comercial FLUENT®. A seguir, faz-se um detalhamento da metodologia de geração das malhas.

O domínio da simulação numérica foi dividido em pequenos volumes de controle para a posterior aplicação das equações de transporte. A estrutura base da malha utilizada pelo FLUENT® durante as simulações, pode ser construída por meio do *software* GAMBIT®. Portanto, para geração das malhas computacionais utilizou-se o *software* GAMBIT®.

### 3.2.1 – Geração das malhas computacionais

As malhas dos hidrociclones estudados neste trabalho foram sempre confeccionadas segundo as metodologias descritas nesta seção explicativa do hidrociclone HC11 que, para melhor entendimento, será separada em seções.

#### 3.2.1.1 – Estratégia com tubo interno

A forma de construção das geometrias para as simulações apresentada nesta seção foi feita utilizando-se uma estrutura no interior dos hidrociclones, denominada tubo interno, conforme apresentado na Figura 3.10. O tubo interno era utilizado com o intuito de auxiliar na montagem da estrutura dos hidrociclones, no sentido de permitir a utilização dos mesmos tipos de elementos de malha em todas as partes do equipamento. Destaca-se que tal estrutura era somente uma estratégia virtual para construção da malha, ou seja, não é um acessório no interior do equipamento e era definido como *interior* no *software* GAMBIT®, não representando, portanto, nenhuma parte extra do hidrociclone.

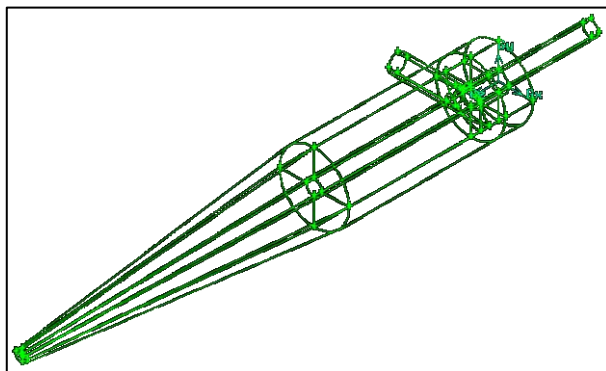


Figura 3.10 – Estrutura computacional do hidrociclone HC11 com tubo interno.

Estudos preliminares do grupo de pesquisa indicam que a presença do tubo interno teoricamente facilitava a construção de uma malha com o máximo possível de elementos do tipo hexaédricos, pois permitia a inserção de um tipo de elemento na face do *overflow* que termina diretamente na face de *underflow*.

Ao dividir o hidrociclone em quadrantes, propicia-se a geração de diferentes malhas nas regiões formadas. Destaca-se que isso se fazia necessário porque a região de interseção do duto de alimentação com a parede cilíndrica gerava uma superfície em formato de “gota” (Figura 3.11), o que, teoricamente, inviabiliza a obtenção de uma malha com elementos do

tipo hexaédrico. Sendo assim, neste quadrante inseriam-se elementos do tipo tetraédrico e nos demais, hexaédricos.

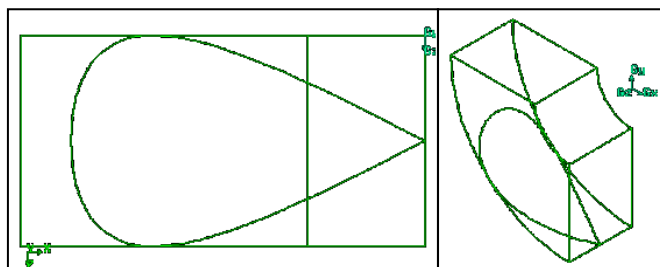


Figura 3.11 – Cortes do quadrante da região de alimentação.

Ressalta-se que nesta abordagem, com o tubo interno, havia um número muito grande de elementos no interior do hidrociclone e um refino da malha, por menor que fosse, aumentava muito a quantidade total de elementos e este aumento acontecia muito mais nos tubos centrais que nos demais volumes.

### 3.2.1.2 – Estratégia sem tubo interno

Os hidrociclones apresentados nesta seção foram construídos sem um tubo interno, conforme apresentado na Figura 3.12. É importante destacar que neste caso ainda foi necessária a divisão em quadrantes na região da alimentação. Além disso, construía-se também um cone invertido após o *vortex finder* para possibilitar a propagação da malha da face do *overflow* para a região cilíndrica e, assim, até a saída de *underflow*.

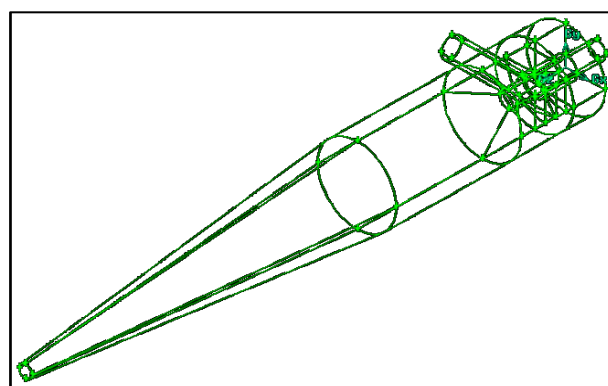


Figura 3.12 – Estrutura computacional do hidrociclone HC11 sem tubo interno.

A fim de se utilizar apenas elementos de malha do tipo hexaédrico, foi necessário fazer uma adaptação da região de alimentação (Figura 3.13), que consistiu basicamente em



fazer um prolongamento da “gota” até a parede externa do *vortex finder* contida dentro da parte cilíndrica do hidrociclone.

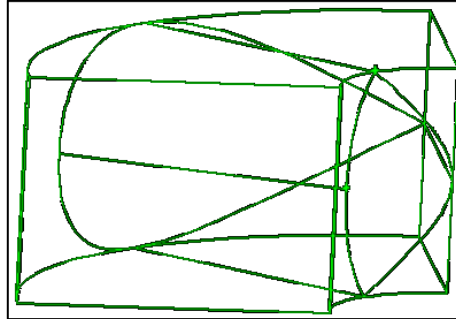


Figura 3.13 – Adaptação do quadrante de alimentação.

Esta adaptação permitiu o uso de elementos de malha hexaédricos em toda a estrutura do hidrociclone, como sugerem alguns autores (SLACK *et al.*, 2004; DAMIAN, 2007; LEEUWNER; EKSTEEN, 2008; STEPHENS; MOHANARANGAM, 2009; DINESH SURESH *et al.*, 2010).

De um modo geral, as malhas computacionais dos hidrociclones são semelhantes ao apresentado a Figura 3.14, para o hidrociclone HC11.

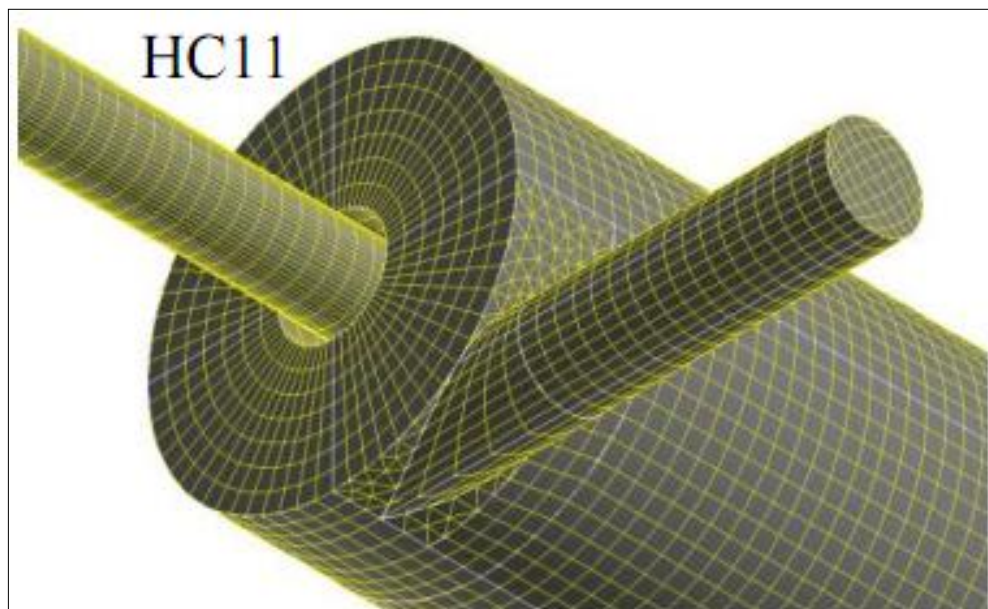


Figura 3.14 – Exemplo de malha computacional do hidrociclone HC11.

### 3.2.2 – Esquema numérico e condições de contorno

A Tabela 3.4 apresenta um resumo das condições de contorno e modelos adotados.

Tabela 3.4 – Condições de contorno e modelos adotados nas simulações.

Propriedade	Informação
Vazão mássica na entrada	0,313 kg/s
Pressão atmosférica local	93 kPa
Fluido	Água
Densidade do fluido	998,2 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidade do fluido	0,001003 kg/m·s
Pressão nas saídas ( <i>overflow</i> e <i>underflow</i> )	Pressão atmosférica
Velocidade nas paredes	Zero ( <i>no slip</i> <sup>2</sup> )
Modelo de turbulência	RSM
Regime	Transiente
Esquema de acoplamento pressão-velocidade	SIMPLE
Discretização espacial – Gradiente	<i>Least Squares Cell Based</i>
Discretização espacial – Pressão	PRESTO!
Discretização espacial – Momento	QUICK
Discretização espacial – Energia cinética turbulenta	QUICK
Discretização espacial – Taxa de dissipação turbulenta	QUICK
Discretização espacial – Tensores de Reynolds	QUICK
Formulação transiente	Implícita de 1ª ordem
Critério de convergência (resíduo máximo)	1·10 <sup>-4</sup>
Passo no tempo ( <i>time step</i> )	1·10 <sup>-6</sup> s

Por se tratarem de simulações em regime transiente dotadas de alta turbulência, adotou-se como critério de parada a estabilização dos resultados de pressão estática na alimentação e razão de líquido ( $R_L$ ). Nos casos simulados, a média de pressão na alimentação e a média de  $R_L$  eram avaliadas a cada 800 pontos e, a partir do momento em que a média do próximo grupo de pontos variasse menos de 1% em relação ao grupo anterior, as simulações eram consideradas estáveis. Deste ponto em diante, as simulações foram conduzidas por pelo menos 1 s, para garantir que não haveria mais flutuações distantes da média. Assim, como o *time step* era fixo para as simulações em 1E-6 s e os dados eram salvos a cada 500 *time steps*, 800 pontos correspondiam a 0,4 s simulados.

Nos casos em que foi feita a injeção de partículas para avaliação de eficiência, as simulações foram conduzidas até atingir o estado estacionário das respostas analisadas. A partir deste momento, foi feita a injeção de partículas no resolvidor numérico Fluent<sup>®</sup>,

<sup>2</sup> Condição física em que um fluido em contato com uma superfície sólida possui velocidade nula em relação à superfície. Em outras palavras, a velocidade do fluido em contato com um contorno sólido é a mesma do contorno. Conceitualmente, as moléculas do fluido se prendem à superfície pela qual este escoar.

informando ao *software* a distribuição de tamanho do material particulado (por meio dos parâmetros do modelo RRB) e a concentração volumétrica dos sólidos alimentados no equipamento.

### 3.3 – Aplicação do algoritmo de ED

Neste trabalho foram realizadas as seguintes otimizações: (i) maximização da eficiência de separação ( $\eta$ ); (ii) minimização do número de Euler ( $Eu$ ) e (iii) minimização da razão de líquido ( $R_L$ ).

Para avaliar a metodologia proposta neste trabalho, algumas considerações sobre a aplicação do procedimento de otimização devem ser enfatizadas:

- As funções objetivo (FO) foram geradas a partir dos modelos de regressão múltipla das superfícies de resposta do PCC efetuado por Vieira (2006), utilizando-se o *software* STATISTICA<sup>®</sup> e serão apresentadas no CAPÍTULO 4;
- As restrições serão apresentadas na seção 3.3.2.2;
- Os parâmetros utilizados pelo algoritmo de ED são: tamanho da população ( $N$ ) igual a 50 indivíduos, taxa de perturbação ( $F$ ) e probabilidade de cruzamento ( $Cr$ ) iguais a 0,8 e estratégia para geração de candidatos potenciais DE/rand/1/Bin;
- Critério de parada: um dado número de gerações foi definido para interromper o procedimento, neste caso 250. Para os parâmetros considerados, o número de avaliações da função objetivo foi 12500. Cada caso a ser estudado foi avaliado 10 vezes, a fim de obter valores resultantes médios.

A Figura 3.15 mostra um fluxograma geral do método de Evolução Diferencial.

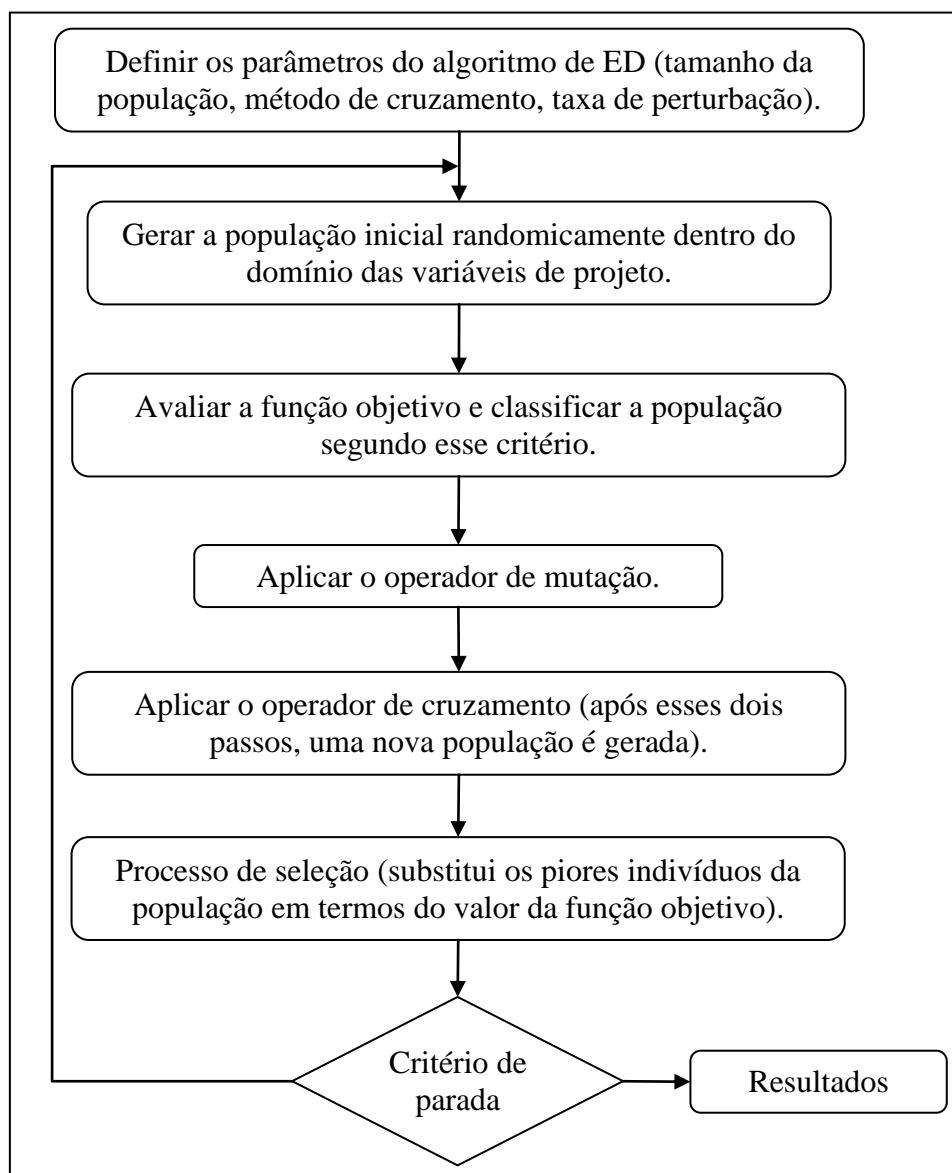


Figura 3.15 – Fluxograma do algoritmo de Evolução Diferencial (PRICE *et al.*, 2005).

### 3.3.1 – As variáveis de projeto

Como já destacado anteriormente, o algoritmo de Evolução Diferencial é capaz de trabalhar com variáveis de projeto discretas ou contínuas. Neste trabalho, optou-se por fazer uma otimização discreta com base no PCC de Vieira (2006). Assim, as variáveis de busca foram o ângulo do tronco de cone ( $\theta$ ) e as razões, em relação ao diâmetro da parte cilíndrica, do diâmetro de alimentação ( $D_i/D_c$ ), do diâmetro de *overflow* ( $D_o/D_c$ ) e do comprimento total do hidrociclone ( $L/D_c$ ). Para definição das variáveis, alguns esclarecimentos são necessários e, para isso, apresenta-se novamente a Figura 3.16 com todas as dimensões características de hidrociclones.

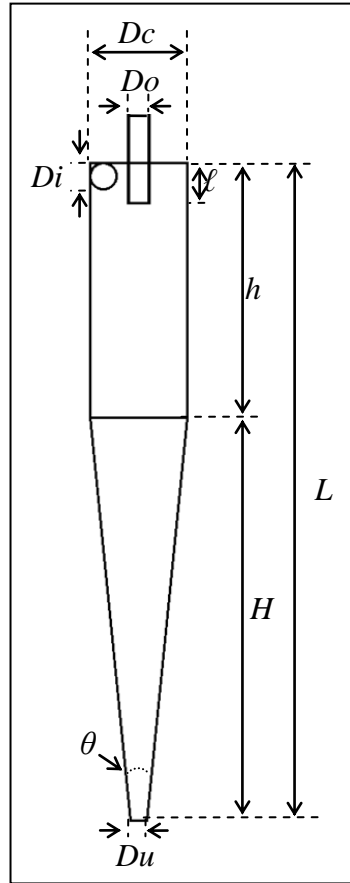


Figura 3.16 – Dimensões características de um hidrociclone.

Como pode ser visto na Figura 3.16, o comprimento total do cone ( $L$ ) é igual à soma dos comprimentos das partes cônica ( $H$ ) e cilíndrica ( $h$ ), como mostra a Equação (3.8).

$$L = H + h \quad (3.8)$$

Utilizando cálculos trigonométricos simples, chega-se à Equação (3.9), que relaciona o comprimento do cone ( $H$ ) ao ângulo ( $\theta$ ) e ao diâmetro da parte cilíndrica ( $D_c$ ) e do *underflow* ( $D_u$ ).

$$H = \frac{D_c - D_u}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)} \quad (3.9)$$

Logo, substituindo a Equação (3.9) na Equação (3.8), chega-se a uma relação entre o ângulo do tronco de cone ( $\theta$ ) e o comprimento total ( $L$ ), dada pela seguinte equação:

$$L = \frac{D_c - D_u}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)} + h \quad (3.10)$$

Assim, é possível obter uma geometria com mesmo comprimento total ( $L$ ) de algumas das utilizadas por Vieira (2006), o que leva, obviamente, a mesmos  $L/D_c$ , mas com comprimentos das partes cônica e cilíndrica diferentes. Por exemplo, o hidrociclone H22 apresentado na Tabela 3.2 tem uma relação  $L/D_c$  de 7,6 ( $L = 228$  mm), sendo 98 mm da parte cônica ( $\theta = 14,5^\circ$ ) e 130 mm da parte cilíndrica ( $h$ ). É possível construir um hidrociclone de mesmo  $L/D_c$  (7,6), mas utilizando o cone de  $9^\circ$  (cujo comprimento é 159 mm) acoplado a um cilindro de 69 mm, que não está entre as partes cilíndricas disponíveis apresentadas na seção 3.1.3.1. Indiscutivelmente, tais equipamentos seriam completamente distintos e apresentariam de igual modo, diferentes índices de desempenho.

Desta forma, neste trabalho não houve imposição quanto aos cilindros utilizados, ou seja, não foi necessário utilizar exclusivamente as mesmas partes cilíndricas utilizadas nos trabalhos anteriores (VIEIRA, 2006; 2008; FAÇANHA, 2012), mas as relações geométricas do trabalho de Vieira (2006) foram respeitadas.

Ademais, como já destacado, havia uma parte cilíndrica disponível ( $h = 10$  mm), que era menor do que todas as outras apresentadas no trabalho de Vieira (2006). Mas esta peça possuía uma limitação, pois o duto de alimentação de tal peça apresentava diâmetro fixo em 7,8 mm e não podia ser substituído por outros. Apesar disso, este também foi incorporado às variáveis de busca. Mas para isso, foi necessário combiná-lo com os diferentes troncos de cone, o que levou a cinco novos valores de  $L/D_c$ , dados por 2,7; 3,0; 3,6; 4,57 e 5,63. Como as funções objetivo foram geradas a partir do estudo efetuado por Vieira (2006) e elas têm validade dentro da faixa experimental estudada pelo autor ( $3,9 \leq L/D_c \leq 7,6$ ), os três primeiros valores supracitados não foram incluídos nas variáveis de busca do algoritmo, por estarem fora da faixa experimental. Portanto, houve cinco variáveis de busca para  $D_i/D_c$ ,  $D_o/D_c$  e  $\theta$  e sete para  $L/D_c$  como mostra a Tabela 3.5. Desta forma, obviamente todas as variáveis de busca estavam dentro da faixa operacional dos estudos de Vieira (2006).

Tabela 3.5 – Variáveis de busca do algoritmo de Evolução Diferencial.

Possibilidade	$Di/Dc (X_1)$	$Do/Dc (X_2)$	$L/Dc (X_3)$	$\theta (X_4)$
1	0,13 (-1,66)	0,19 (-1,66)	3,9 (-1,66)	9,0° (-1,66)
2	0,16 (-1)	0,22 (-1)	4,57 (-1,12)	11,2° (-1)
3	0,21 (0)	0,27 (0)	4,7 (-1)	14,5° (0)
4	0,26 (+1)	0,32 (+1)	5,63 (-0,16)	17,8° (+1)
5	0,29 (+1,66)	0,35 (+1,66)	5,8 (0)	20,0° (+1,66)
6	-	-	6,9 (+1)	-
7	-	-	7,6 (+1,66)	-

### 3.3.2 – As restrições

#### 3.3.2.1 – Restrição física do problema

De acordo com a Figura 3.16, a desigualdade abaixo deve ser atendida como garantia de existência de uma parte cilíndrica:

$$L > H \quad (3.11)$$

Assim, substituindo a Equação (3.9) anterior na Equação (3.11), chega-se a:

$$L > \frac{Dc - Du}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)} \quad (3.12)$$

Dividindo ambos os lados da Equação (3.12) pelo diâmetro da parte cilíndrica ( $Dc$ ), chega-se a uma relação entre o ângulo da parte cônica e o comprimento total do hidrociclone, que deve ser atendida.

$$\frac{L}{Dc} > \frac{1 - Du/Dc}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)} \quad (3.13)$$

Lembrando que no presente estudo  $Dc$  e  $Du$  foram constantes e iguais a 30 mm e 5 mm, respectivamente, a relação  $Du/Dc$  foi constante e igual a 1/6. Portanto, a restrição física imposta ao algoritmo de otimização, independente do caso de estudo, foi dada pela Equação (3.14).

$$\frac{L}{D_c} > \frac{5}{12 \operatorname{tg}(\theta/2)} \quad (3.14)$$

A imposição desta restrição significa que, durante os cálculos de otimização, o valor do ângulo encontrado ( $\theta$ ), através de sua variável codificada  $X_4$ , se relacione ao comprimento total ( $L$ ), através de sua variável codificada  $X_3$ , de tal forma que a resposta final tenha significado físico.

### 3.3.2.2 – As restrições dos problemas

Vieira (2006) avaliou o desempenho dos hidrociclones para os quatro valores de queda de pressão que foram estudados neste trabalho (88260; 117680; 147100 e 176500 Pa). Para definição das restrições impostas às três otimizações que serão efetuadas, selecionaram-se os dados da queda de pressão de 147100 Pa.

Vieira (2006) realizou testes experimentais com hidrociclones de famílias clássicas, para as quais, os dados obtidos pelo autor para as variáveis relacionadas à otimização deste trabalho são apresentados na Tabela 3.6, para o valor de queda de pressão supracitado. Destaca-se que a geometria Demco utilizada em seu trabalho teve as relações geométricas de DEMCO II apresentadas na Tabela 2.1 e será denominada apenas Demco neste trabalho.

Tabela 3.6 – Dados experimentais obtidos para famílias clássicas (VIEIRA, 2006).

<b>Hidrociclone</b>	<b><math>\eta</math> (%)</b>	<b><math>Eu</math></b>	<b><math>R_L</math> (%)</b>	<b><math>d_{50}</math> (<math>\mu\text{m}</math>)</b>
<b>Bradley</b>	80,32	6448	39,34	0,39
<b>Krebs</b>	83,23	2071	58,82	-
<b>Rietema</b>	53,95	1048	12,27	8,02
<b>Demco</b>	69,72	1370	11,69	-

Para as variáveis relacionadas à otimização desta tese, são apresentados na Tabela 3.7 os dados experimentais obtidos por Vieira (2006) para as vinte cinco configurações dos hidrociclones de seu trabalho. Todos os dados experimentais obtidos pelo autor para a queda de pressão de 147000 Pa são apresentados no ANEXO A.



Tabela 3.7 – Dados experimentais obtidos por Vieira (2006).

<b>Hidrociclone</b>	<b><math>\eta</math> (%)</b>	<b><math>Eu</math></b>	<b><math>R_L</math> (%)</b>	<b><math>d50</math> (<math>\mu\text{m}</math>)</b>
<b>H01</b>	62,54	4429	28,90	4,30
<b>H02</b>	59,46	4032	28,14	4,66
<b>H03</b>	70,40	3801	32,00	2,32
<b>H04</b>	60,12	3624	30,89	4,01
<b>H05</b>	54,01	3588	10,54	8,12
<b>H06</b>	46,67	3196	10,94	9,89
<b>H07</b>	60,94	3175	15,36	6,54
<b>H08</b>	53,00	2890	17,93	7,47
<b>H09</b>	71,69	2365	29,01	3,15
<b>H10</b>	68,12	1768	32,76	3,29
<b>H11</b>	70,00	1502	32,07	2,10
<b>H12</b>	63,64	1439	31,98	3,50
<b>H13</b>	64,64	1656	11,37	6,25
<b>H14</b>	58,64	1170	14,28	7,37
<b>H15</b>	60,35	1040	16,87	6,40
<b>H16</b>	55,31	986	16,17	7,04
<b>H17</b>	60,41	6207	15,91	6,21
<b>H18</b>	59,27	1096	19,22	6,21
<b>H19</b>	76,00	2803	42,85	0,72
<b>H20</b>	66,56	1666	12,91	5,32
<b>H21</b>	54,56	2589	16,00	7,08
<b>H22</b>	48,21	1508	20,63	9,19
<b>H23</b>	61,73	2137	20,79	4,85
<b>H24</b>	60,70	1773	17,29	6,14
<b>H25</b>	62,90	1847	17,57	5,47

Para o primeiro caso de otimização, que foi maximizar a eficiência total de separação ( $\eta$ ), a restrição foi imposta no consumo energético, representado pelo número de Euler ( $Eu$ ). Analisando-se a Tabela 3.6, nota-se que a geometria de Bradley, de alta eficiência, possui número de Euler de 6448. Na Tabela 3.7, nota-se que o máximo valor de Euler atingido foi 6207 para o hidrociclone H17, com eficiência de 60,41%. Baseado nestas duas informações, a restrição imposta, foi que o número de Euler deveria ser inferior a 6500 ( $Eu < 6500$ ).

Dentre as famílias clássicas avaliadas por Vieira (2006), as que possuem baixo número de Euler, possuem também baixa razão de líquido ( $R_L$ ), que, de acordo com a Tabela 3.6, são Rietema e Demco. No caso da família Rietema, o diâmetro de corte ( $d50$ ) obtido foi 8,02  $\mu\text{m}$ . Dentre as configurações apresentadas na Tabela 3.7, os equipamentos que tiveram números de Euler mais baixos foram: H14 (1170), H15 (1040), H16 (986) e H18 (1096), com diâmetros de corte respectivamente iguais a 7,37  $\mu\text{m}$ , 6,40  $\mu\text{m}$ , 7,04  $\mu\text{m}$  e 6,21  $\mu\text{m}$ . Já os que

tiveram os mais baixos valores de razão de líquido ( $R_L$ ) foram: H05 (10,54%), H06 (10,94%), H13 (11,37%) e H20 (12,91%), com diâmetros de corte respectivamente iguais a 8,12  $\mu\text{m}$ , 9,89  $\mu\text{m}$ , 6,25  $\mu\text{m}$  e 5,32  $\mu\text{m}$ . Ressalta-se que os valores de mínimo Euler (H14, H15, H16 e H18) e de mínimo  $R_L$  (H05, H06, H13 e H20) obtidos dentre as vinte cinco configurações são próximos aos obtidos para as famílias clássicas de Rietema ( $Eu=1048$  e  $R_L=12,27\%$ ) e Demco ( $Eu=1370$  e  $R_L=11,69\%$ ).

Assim, diante do que foi exposto, a restrição imposta para a minimização tanto da razão de líquido ( $R_L$ ) quanto do número de Euler ( $Eu$ ) foi a mesma. Foi feita a média dos valores de diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) obtidos por Vieira (2006) para as oito configurações já mencionadas (H05, H06, H13, H14, H15, H16, H18 e H20), cujo valor foi cerca de 7,00  $\mu\text{m}$ , ou seja, o diâmetro de corte deve ser inferior a este valor ( $d_{50} < 7,00 \mu\text{m}$ ).

---

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

---

No presente capítulo, são apresentados primeiramente os resultados referentes às propostas de alterações geométricas para o hidrociclone HC11, com estudo experimental e de simulação (CFD), bem como sobre o estudo do movimento rotacional do fluido de alimentação para o mesmo equipamento. Posteriormente, apresentar-se-ão resultados experimentais e numéricos dos hidrociclones ótimos obtidos através do algoritmo de Evolução Diferencial (ED).

#### 4.1 – Propostas de alterações efetuadas no hidrociclone HC11

##### 4.1.1 – Alterações no *vortex finder*

Todos as informações sobre os experimentos referentes às modificações do *vortex finder*, tanto de espessura da parede, quanto da inserção da coifa, são apresentados no APÊNDICE A. Nas seções seguintes serão apresentados os resultados mais importantes.

##### 4.1.1.1 – Espessura da parede do *vortex finder* ( $\kappa$ )

A Figura 4.1 apresenta os números de Euler obtidos experimentalmente para as três espessuras de parede do *vortex finder* avaliadas ( $\kappa_1 = 0,22$  mm,  $\kappa_2 = 1,05$  mm e  $\kappa_3 = 2,65$  mm) nas diferentes pressões estudadas. Nota-se que a tendência dos resultados para esta variável foi a mesma descrita por Wang e Yu (2008), segundo os quais a perda de carga diminui, atinge um mínimo e então aumenta. As simulações dos autores indicaram que valores mais altos de velocidade tangencial foram alcançados no caso de menor espessura de parede e que o aumento da espessura da parede pôde reduzir a perda de carga. Por outro lado, diminuiu a largura da região para escoamento. Assim, quando a espessura da parede excede um valor crítico, a interação entre os fluidos da região do *vortex finder* e do corpo cilíndrico do hidrociclone se torna crítica, aumentando novamente a perda de carga.

Nos quatro níveis de queda de pressão avaliados, esta tendência foi observada para o número de Euler, mas teve seu efeito reduzido com o aumento da pressão. Ressalta-se que, de acordo com o erro experimental calculado para a resposta número de Euler (desvio padrão em torno de 34), a partir do segundo nível de pressão de entrada (117680 Pa), não há precisão para inferir que existiu diferença entre os valores encontrados, pois todos ficaram dentro do erro da medida. De acordo com Wang e Yu (2008), o efeito da espessura da parede do *vortex finder* na queda de pressão foi relativamente pequeno (em torno de 10%). Isto pôde ser observado nos resultados experimentais obtidos, pois, na menor queda de pressão, que sofreu o maior efeito da alteração geométrica proposta, o maior valor encontrado para o número de Euler (menor espessura de parede) foi 9,12% maior que o menor valor (com a espessura intermediária). Diante disto, acredita-se que o efeito da espessura da parede no número de Euler não foi muito significativo. Isoladamente, este resultado é positivo, pois, como a usinagem requer cuidados e habilidade do torneiro, um prestador de serviços menos avisado não teria problemas caso não fosse diligente o suficiente com tal dimensão.

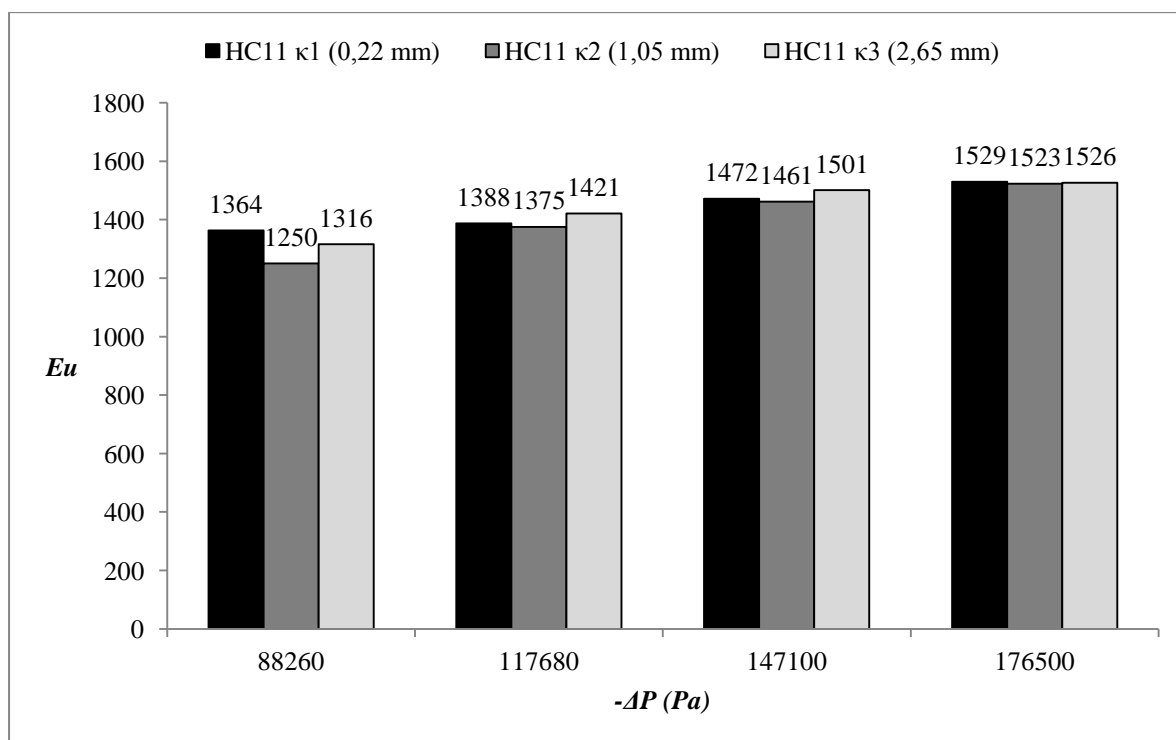


Figura 4.1 – Números de Euler ( $Eu$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

A Figura 4.2 apresenta os valores de vazão de alimentação ( $Q_a$ ) obtidos no estudo, na qual se pode notar que as alterações na espessura da parede levaram a modificações muito pequenas na capacidade do equipamento, sendo mais notadas no nível mais baixo de queda de

pressão. Ressalta-se que o desvio padrão para a vazão de alimentação, de acordo com os dados experimentais obtidos foi em torno de  $3,47 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Logo, pode-se dizer que, a partir do segundo nível de pressão de entrada estudado ( $117680 \text{ Pa}$ ) não houve diferença entre os hidrociclones de menor espessura de parede ( $\kappa_1$ ) e de espessura de parede intermediária ( $\kappa_2$ ) e que todos os equipamentos foram equivalentes para a resposta sob análise no nível mais alto de pressão. Acredita-se que, por se tratar de uma peça muito pequena no interior do equipamento ( $12 \text{ mm}$  de comprimento), as alterações feitas na espessura da parede não tenham sido suficientes para afetar a capacidade do hidrociclone.

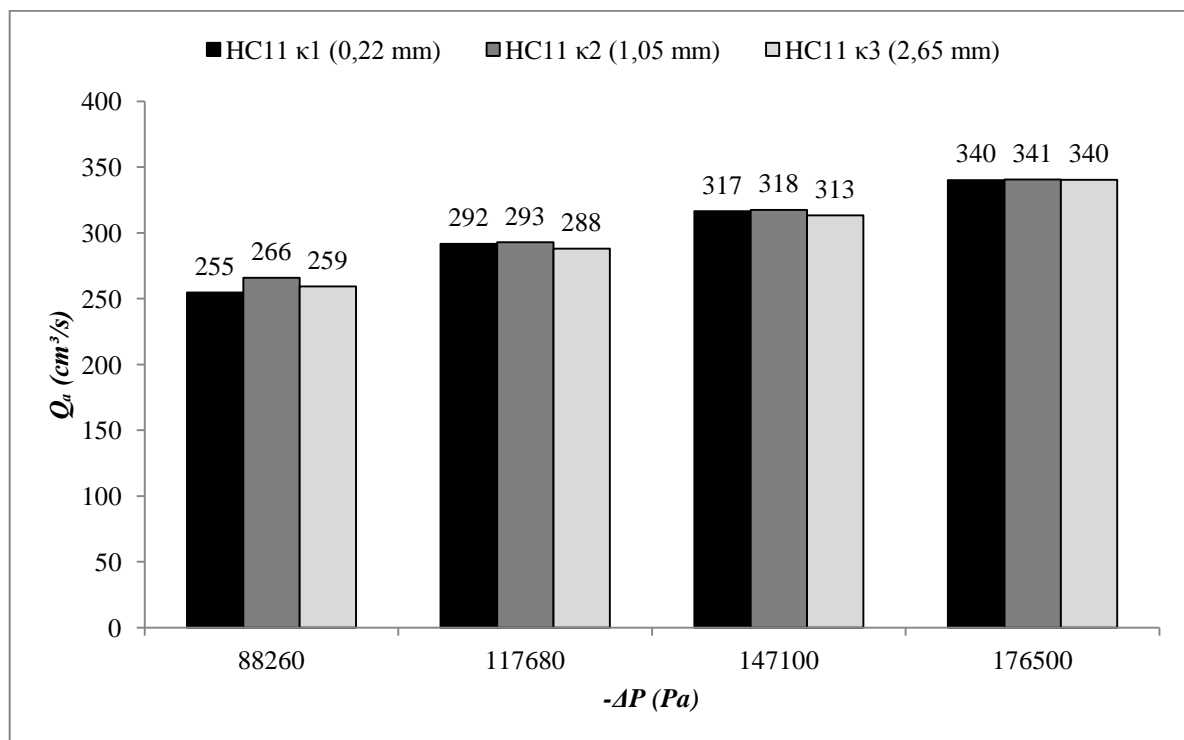


Figura 4.2 – Vazões volumétricas de alimentação ( $Q_a$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

Conforme apresentado por Wang e Yu (2008) no estudo de simulação desenvolvido, com o aumento da espessura da parede do *vortex finder*, a divisão de fluxo ( $S$ ) aumenta, atinge um máximo e então diminui. Vale lembrar que a resposta divisão de fluxo ( $S$ ) é a razão entre as vazões volumétricas das correntes de *overflow* e *underflow*, conforme apresentado na seção 2.1.3.1. O comportamento desta resposta, obtido no presente estudo, foi o mesmo apontado pelos autores, como pode ser visto na Figura 4.3. Como já foi mostrado, a vazão de alimentação foi praticamente constante independente do tipo de *vortex finder* utilizado. Em vista disso, o comportamento gráfico da divisão de fluxo implica que a utilização da espessura de parede intermediária ( $\kappa_2$ ) leva a uma configuração de hidrociclone com maiores vazões da

corrente de *underflow*, ou seja, mais líquido deixando o hidrociclone por este orifício. Com isso, é de se esperar que tal configuração apresente maior eficiência de separação.

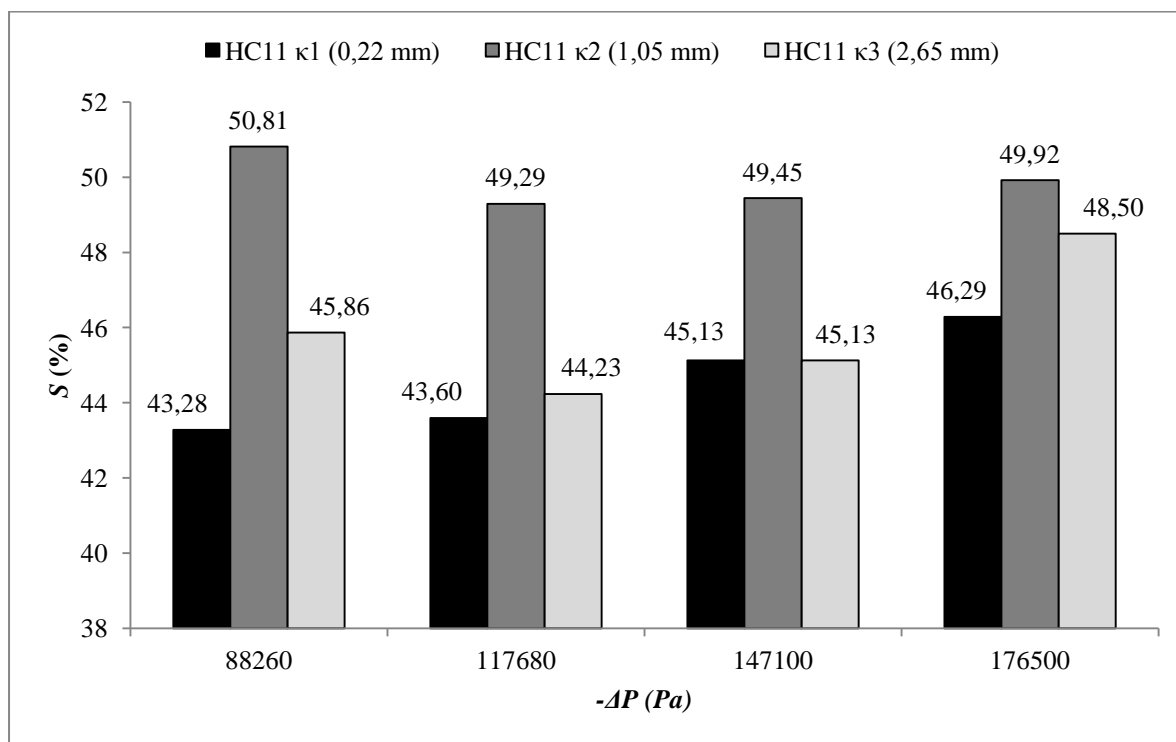


Figura 4.3 – Divisões de fluxo ( $S$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

A Figura 4.4 apresenta os valores de razão de líquido ( $R_L$ ) experimentais obtidos no estudo. Vale lembrar que, diferente da divisão de fluxo, a razão de líquido depende também das concentrações volumétricas das correntes de *underflow* e de alimentação e não depende da vazão volumétrica da corrente de *overflow*, e sim, da de alimentação. A razão de líquido ( $R_L$ ) apresentou o mesmo comportamento da divisão de fluxo como pôde ser visto na Figura 4.4. A concentração volumétrica era aproximadamente 1% em volume para todos os casos e, como já mencionado, os hidrociclones não apresentaram variações significativas na vazão volumétrica de alimentação. Logo, as configurações avaliadas apresentaram razões de líquido distintas devido às diferenças na vazão e na concentração volumétrica da corrente de *underflow*.

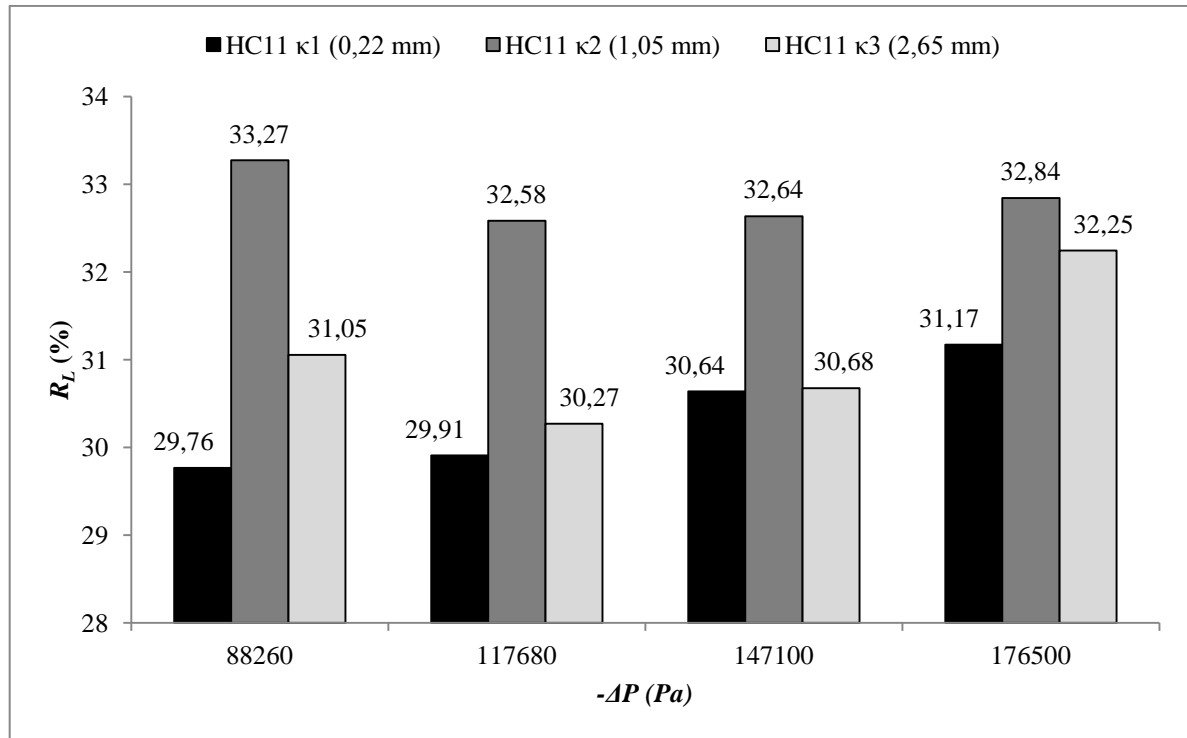


Figura 4.4 – Razões de líquido ( $R_L$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

O efeito observado para a razão de líquido pode ser explicado pelo escoamento no interior do hidrociclone. Em seu estudo de simulação, Wang e Yu (2008) mostraram que o pico de velocidade tangencial no hidrociclone com a menor espessura de parede é maior que nos demais. Maiores valores de velocidade tangencial levam a maiores forças centrífugas e espera-se, portanto, maior concentração de partículas na corrente de *underflow* em comparação com equipamentos com menores valores de velocidade tangencial. Tal comportamento foi observado experimentalmente e é apresentado na Figura 4.5. Apesar disto, é importante destacar que o desvio experimental para a concentração volumétrica de *underflow* foi de 0,16 %. Logo, afirma-se que não houve diferença entre a espessura de parede intermediária ( $\kappa_2$ ) e a maior ( $\kappa_3$ ) e também, a partir do segundo nível de pressão de entrada, os hidrociclones equipados com a menor espessura de parede ( $\kappa_1$ ) e de espessura intermediária ( $\kappa_2$ ) apresentaram comportamento similar.

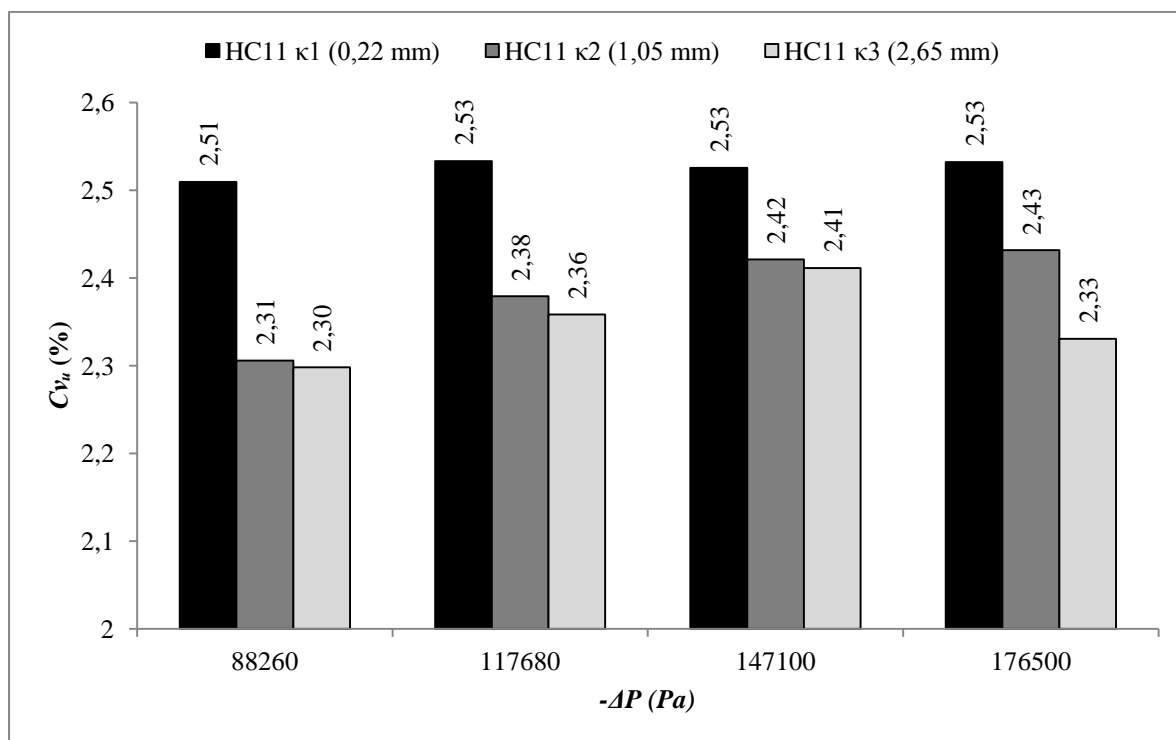


Figura 4.5 – Concentrações volumétricas da corrente de *underflow* ( $C_{vu}$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

Por outro lado, ainda de acordo com Wang e Yu (2008), o aumento da espessura da parede diminui a largura do fluxo anular. Ademais, os autores demonstraram através de técnicas de CFD que o fluxo caótico é enfraquecido ou desaparece com o aumento da espessura da parede, o que é benéfico para eficiência de separação e perda de carga. Entretanto, através de perfis de velocidade radial, Wang e Yu (2008) demonstraram que o efeito do fluxo de curto circuito torna-se mais e mais evidente com o aumento da espessura da parede, o que resulta em uma pior eficiência de separação. A Figura 4.6 apresenta os resultados de eficiência total de separação ( $\eta$ ) para as três espessuras de parede avaliadas no HC11. Os resultados experimentais obtidos estão condizentes com as observações dos autores Wang e Yu (2008) obtidas por simulação, uma vez que o equipamento com maior espessura de parede ( $\kappa_3$ ) apresentou a menor eficiência de separação em todos os níveis de queda de pressão estudados. Além disso, como era esperado, o equipamento com espessura de parede intermediária ( $\kappa_2$ ) apresentou resultados superiores aos demais.



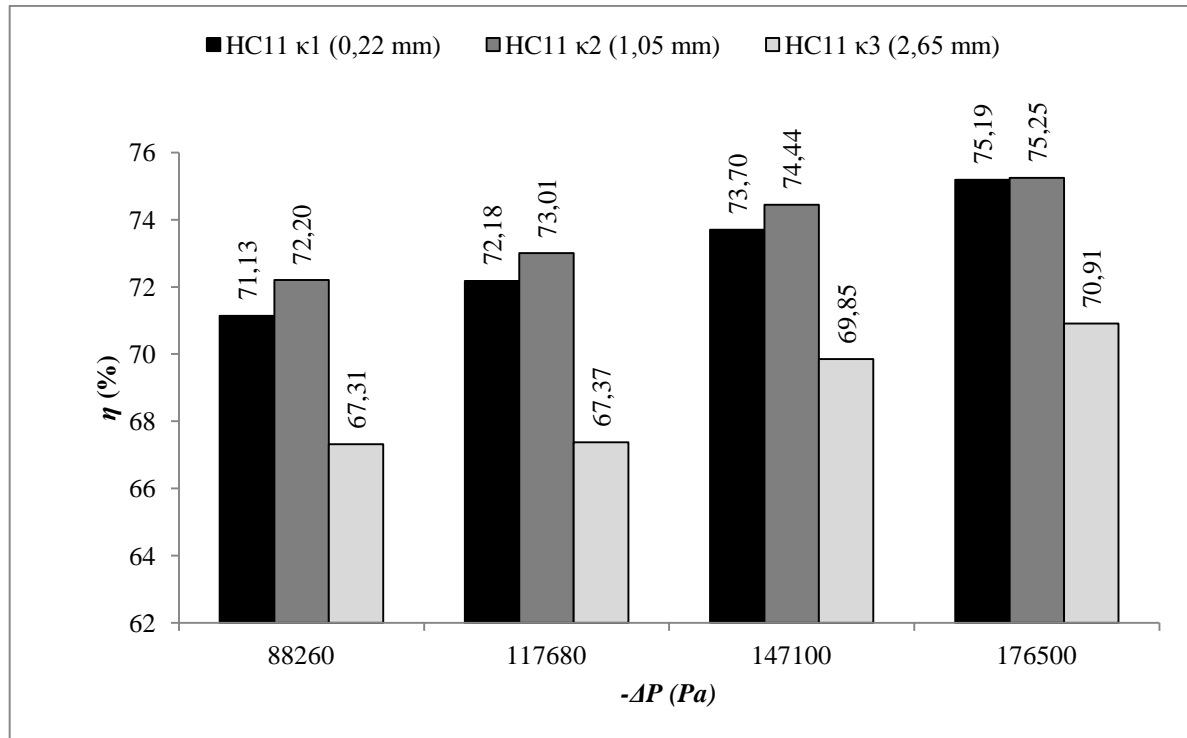


Figura 4.6 – Eficiências totais de separação ( $\eta$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

A Figura 4.7 apresenta os resultados de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ).

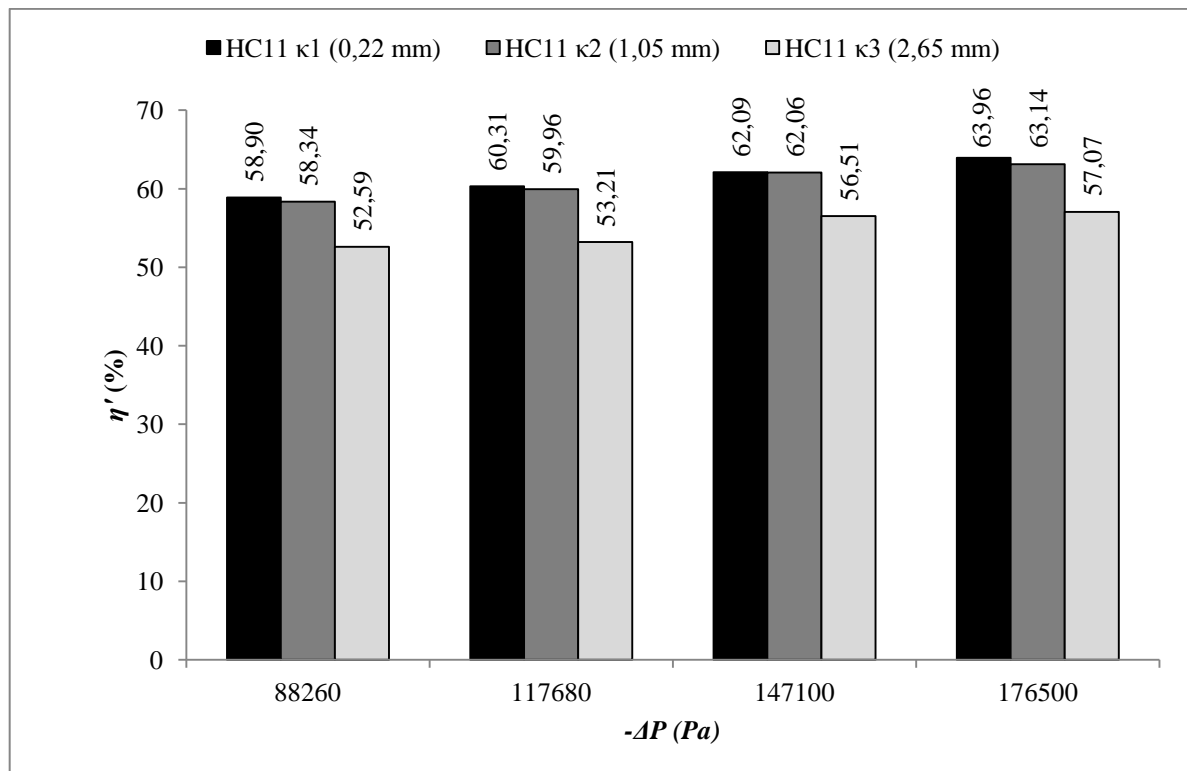


Figura 4.7 – Eficiências de separação reduzidas ( $\eta'$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

Como já destacado, a eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) considera apenas aqueles sólidos coletados no *underflow* pelo efeito exclusivo do campo centrífugo. De acordo com a Figura 4.7 não houve diferença significativa entre os hidrociclones com menor espessura de parede ( $\kappa_1$ ) e espessura intermediária ( $\kappa_2$ ), mas o primeiro foi ligeiramente superior. Tal superioridade, ainda que pequena, pode estar relacionada à concentração da corrente de *underflow*, que foi superior para a configuração de menor espessura ( $\kappa_1$ ).

Em relação ao diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e ao diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}'$ ) era de se esperar, de acordo com os resultados já mostrados, que a configuração de espessura intermediária ( $\kappa_2$ ) tivesse valores menores, principalmente pelo fato de esta configuração ter apresentado maior razão de líquido, o que levaria a um maior arraste de sólidos para a corrente de *underflow* e, conseqüentemente, menores diâmetros de corte. Os resultados experimentais de diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}'$ ) são apresentados, respectivamente, nas Figuras 4.8 e 4.9.

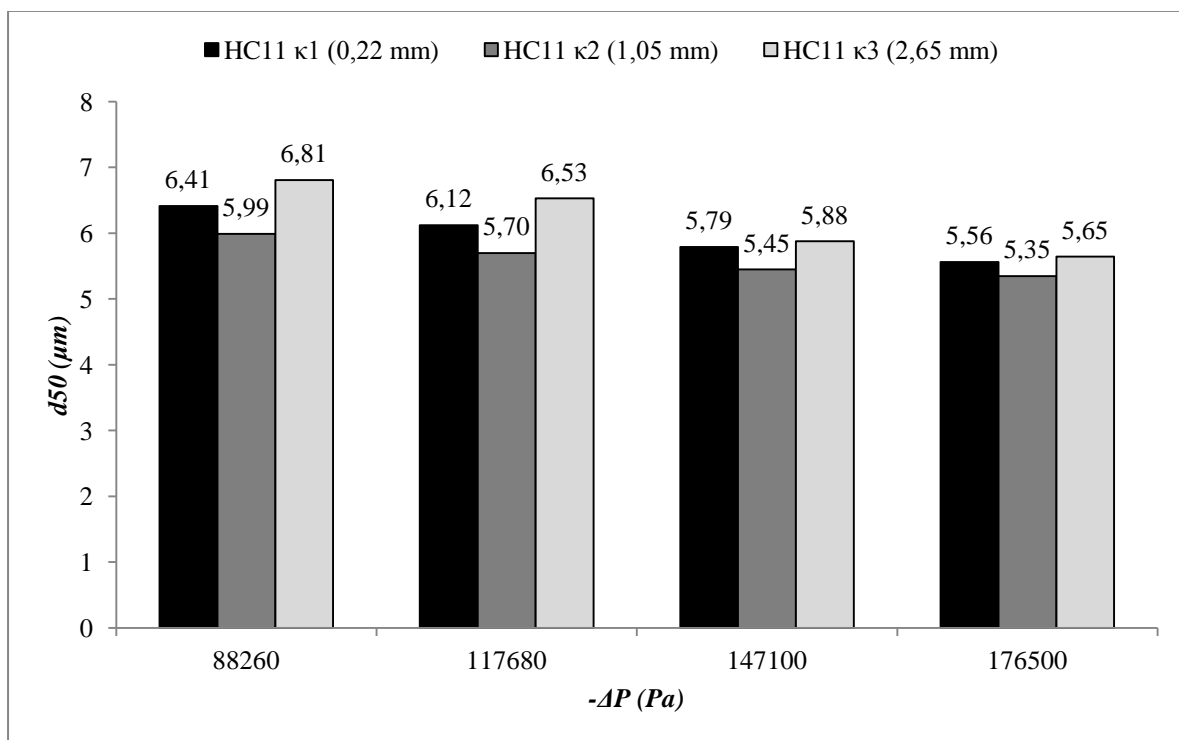


Figura 4.8 – Diâmetros de corte ( $d_{50}$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

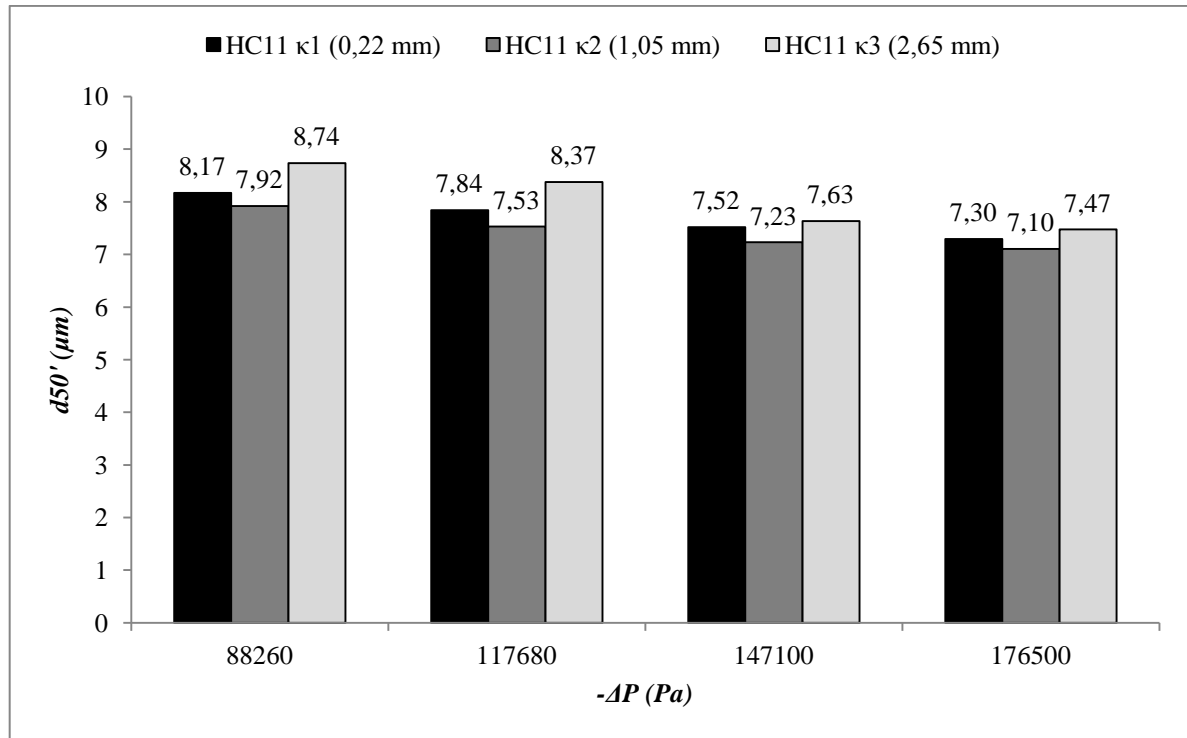


Figura 4.9 – Diâmetros de corte reduzidos ( $d50'$ ) nas diferentes pressões estudadas para as três espessuras de parede do *vortex finder*.

Considerando-se a precisão das medidas ( $0,11 \mu\text{m}$  para  $d50$  e  $0,13 \mu\text{m}$  para  $d50'$ ), não houve diferença significativa entre os modelos com menor e maior espessura de parede para pressões acima de  $147100 \text{ Pa}$ . A configuração com espessura de parede intermediária ( $\kappa_2$ ) apresentou resultados menores para ambas as respostas.

#### 4.1.1.2 – *Vortex finder* tipo coifa

Primeiramente, ressalta-se que nesta seção os resultados obtidos com os novos modelos de *vortex finder* foram comparados com os resultados do HC11 com menor espessura de parede ( $\kappa_1=0,22 \text{ mm}$ ), pelos motivos já expostos na seção 3.1.4.2.

Os resultados experimentais mostraram que o uso do *vortex finder* do tipo coifa no processo de separação sólido-líquido alterou o escoamento no interior do hidrociclone e, conseqüentemente, o desempenho do separador.

Em seu estudo de simulação (CFD), Wang e Yu (2008) concluíram que a presença da coifa reduz o espaço para escoamento do fluido. Portanto, a colisão entre a suspensão que acaba de percorrer um círculo dentro do hidrociclone (uma volta no corpo cilíndrico) e aquela que adentra o equipamento se torna mais vigorosa, quando comparado ao hidrociclone básico (sem a coifa). Isto leva à formação de uma zona de estagnação, na qual a velocidade

tangencial diminui para zero ou mesmo sofre uma inversão na direção, como mostra a Figura 4.10. Tal zona aumenta a colisão entre as suspensões supracitadas e dissipa energia, mas também reduz o pico de velocidade tangencial e enfraquece a intensidade do vórtice interno. A perda de energia do vórtice desempenha um papel crucial na perda de carga total em hidrociclones e, portanto, segundo Wang e Yu (2008) a presença da coifa no *vortex finder* leva a uma diminuição da queda de pressão em hidrociclones.

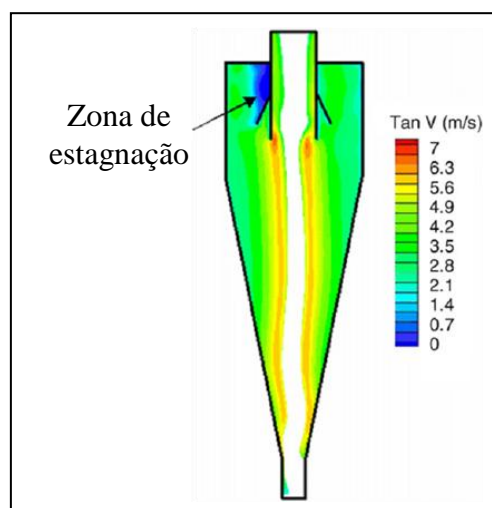


Figura 4.10 – Zona de estagnação formada pelo uso da coifa. Perfil de velocidade tangencial simulado por Wang e Yu (2008).

Para os quatro níveis de queda de pressão avaliados, a Figura 4.11 mostra os resultados experimentais obtidos neste trabalho do número de Euler para o hidrociclone HC11  $\kappa_1$  e os três HC11 com *vortex finder* do tipo coifa ( $VFC_1$ ,  $VFC_2$  e  $VFC_3$ ). De forma geral, a utilização dos *vortex finder* do tipo coifa não afetou consideravelmente o número de Euler e, conseqüentemente, o consumo energético do HC11, sendo que as alterações surtiram maior efeito no nível mais baixo de queda de pressão estudado. Considera-se que isto tenha ocorrido porque, com o aumento das pressões de alimentação, houve um aumento na velocidade de entrada, levando a maiores números de Reynolds, o que indicou aumento na turbulência. Logo, acredita-se que em pressões maiores o efeito de formação de zona de estagnação, apontado por Wang e Yu (2008), foi atenuado, reduzindo assim a ação da coifa no consumo energético do hidrociclone HC11. Uma comparação entre os três tipos de coifa utilizados revela que o hidrociclone HC11 VFC2 apresentou números de Euler superiores aos demais. Acredita-se que esta configuração ocupe um espaço no interior do hidrociclone que seria destinado ao escoamento da suspensão, podendo aumentar a perda de carga.

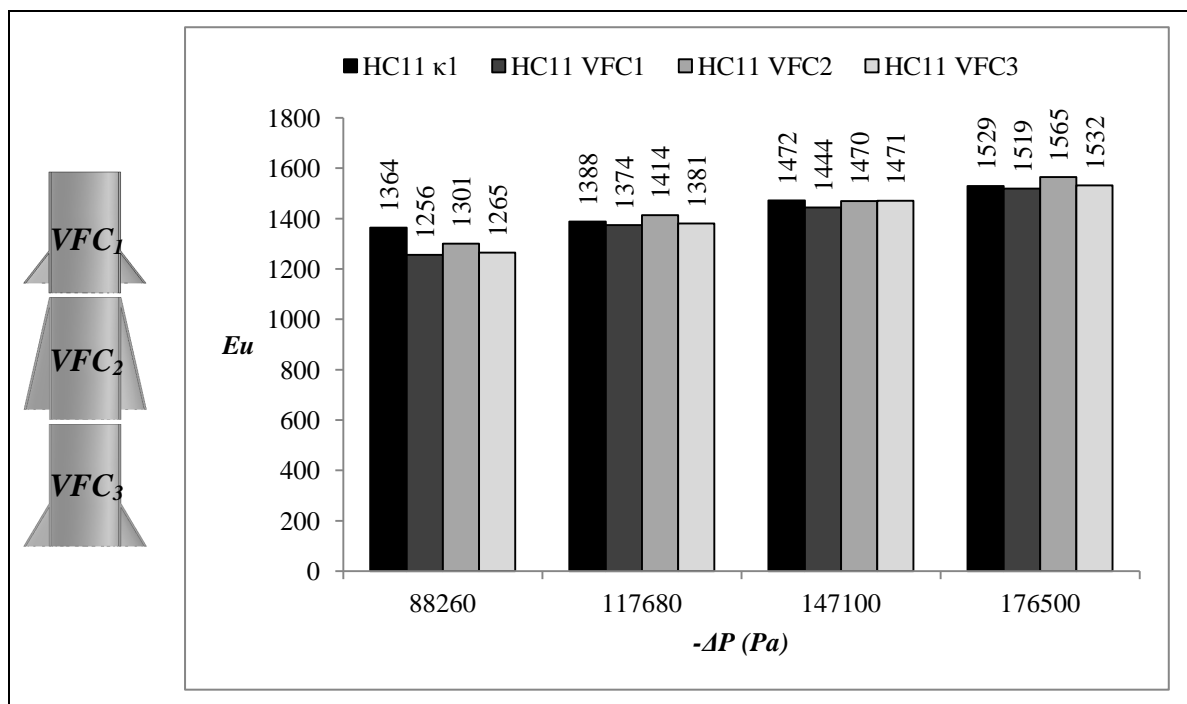


Figura 4.11 – Números de Euler ( $Eu$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três *vortex finder* tipo coifa.

O comportamento da resposta razão de líquido ( $R_L$ ) é apresentado na Figura 4.12.

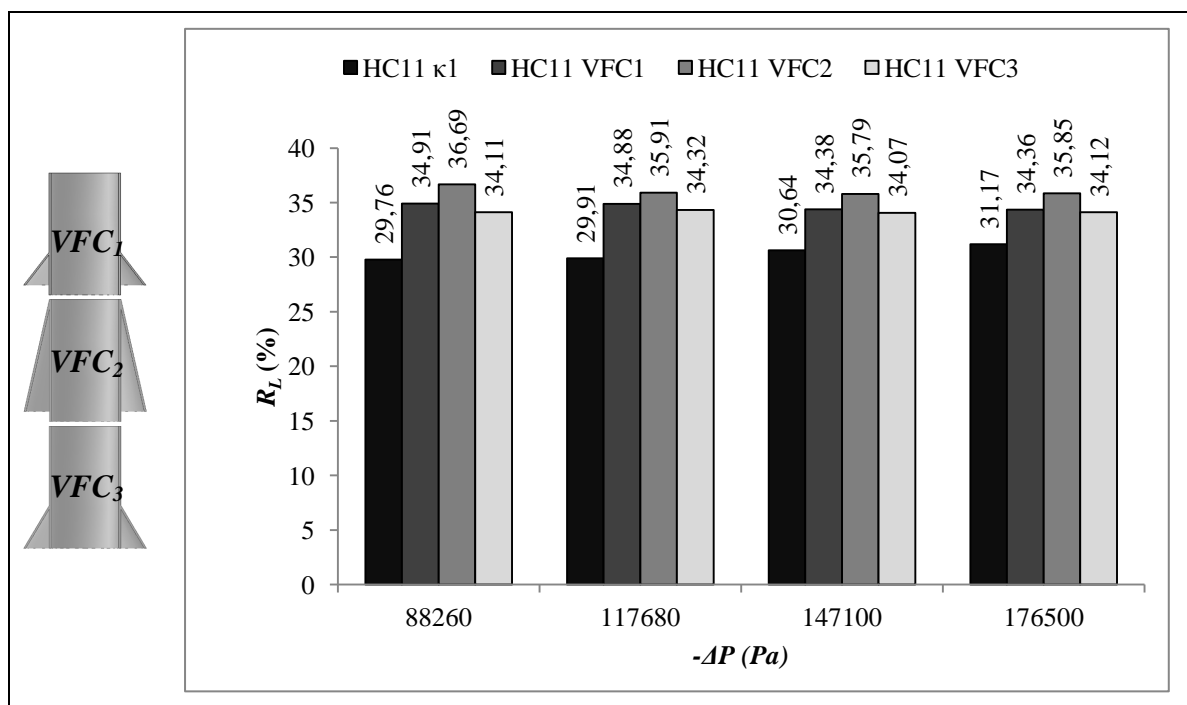


Figura 4.12 – Razões de líquido ( $R_L$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três *vortex finder* tipo coifa.

Nota-se que em todos os casos, a presença da coifa, independente do modelo utilizado, aumentou a razão de líquido pelo menos três pontos percentuais em média. A

concentração volumétrica na alimentação era aproximadamente 1% em volume para todos os casos e os hidrociclones não apresentaram variações significativas na vazão volumétrica de alimentação e, conseqüentemente, na capacidade. Assim, as configurações avaliadas apresentaram razões de líquido distintas devido às diferenças na vazão e na concentração volumétrica da corrente de *underflow*. Como já apresentado, de acordo com o estudo de simulação desenvolvido por Wang e Yu (2008), a zona de estagnação criada pela presença da coifa reduz o pico de velocidade tangencial e enfraquece a intensidade do vórtice interno. Diante disso, espera-se maior concentração de partículas na corrente de *underflow* do equipamento sem a coifa, que teoricamente tem maiores valores de velocidade tangencial. Os resultados experimentais foram condizentes com o que sugerem Wang e Yu (2008), ou seja, o hidrociclone sem a coifa concentrou mais a corrente de *underflow* do que os equipamentos com coifa, conforme é apresentado na Figura 4.13. Entre os três tipos de coifa não houve diferença significativa na concentração das correntes.

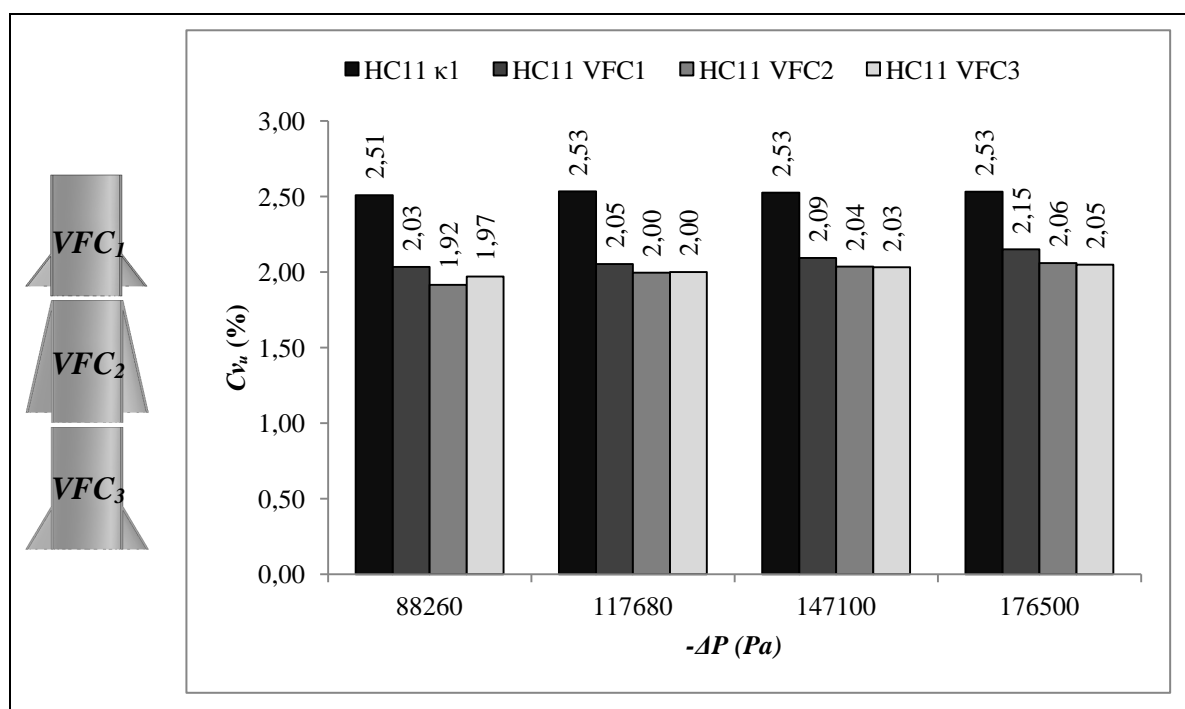


Figura 4.13 – Concentrações volumétricas da corrente de *underflow* ( $Cv_u$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três *vortex finder* tipo coifa.

Por outro lado, a presença da coifa aumentou consideravelmente a vazão da corrente de *underflow* em todos os níveis de perda de carga estudados, quando comparado ao modelo padrão (HC11  $\kappa_1$ ), como pode ser visto na Figura 4.14.

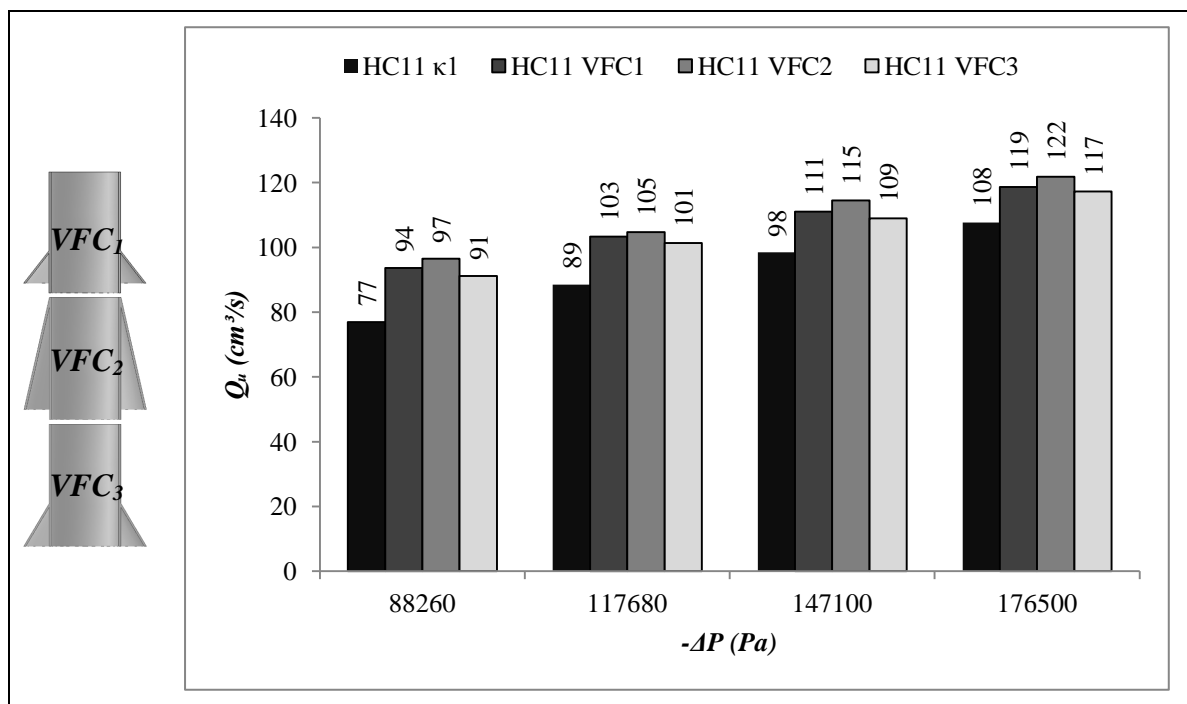


Figura 4.14 – Vazões volumétricas da corrente de *underflow* ( $Q_u$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três *vortex finder* tipo coifa.

O aumento nas vazões da corrente de *underflow* para os modelos com coifa justifica o aumento da razão de líquido, mesmo com a diminuição da concentração desta corrente. Destaca-se o modelo HC11 VFC2 com os maiores valores de vazão da referida corrente, seguido pelos outros dois modelos, sem muita diferença significativa.

A análise conjunta das figuras 4.13 e 4.14 revela que, apesar de o novo modelo de *vortex finder* permitir que mais suspensão abandone o hidrociclone pela corrente de *underflow* (Figura 4.14), em todos os casos tal corrente era menos concentrada em material particulado quando comparada ao modelo padrão (Figura 4.13). Avalia-se, portanto, o impacto da alteração geométrica sobre o desempenho do hidrociclone através das informações referentes ao diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}'$ ). Segundo Wang e Yu (2008), os novos separadores separam melhor as partículas finas. A Figura 4.15 apresenta os resultados obtidos para o diâmetro de corte.

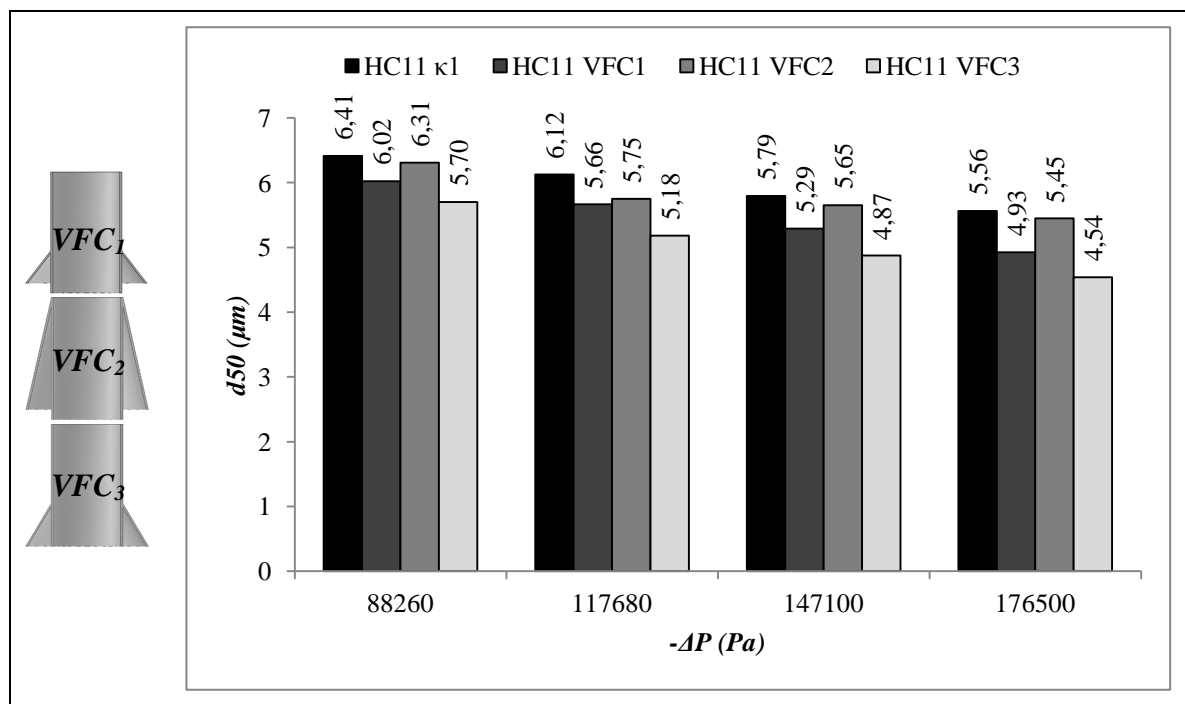


Figura 4.15 – Diâmetros de corte ( $d_{50}$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três *vortex finder* tipo coifa.

Para todos os níveis de queda de pressão estudados, os hidrociclones com *vortex finder* tipo coifa mostraram uma redução muito pequena dos valores de diâmetro de corte quando comparados ao modelo padrão, com maior destaque para o modelo HC11 VFC3. A diminuição do diâmetro de corte não foi tão grande para o modelo HC11 VFC2. A redução desta variável mostrou que a utilização da coifa alterou a classificação do equipamento, levando-o a separar melhor as partículas, como sugerido por Wang e Yu (2008). Acredita-se que este resultado seja ação da coifa no sentido de evitar que tais finos fossem perdidos através do fluxo de curto-circuito, sendo conduzidos para a corrente de *underflow* com a maior quantidade de líquido que abandona o equipamento pela referida corrente. As diferenças entre as eficiências totais de separação foram em torno de três pontos percentuais.

A Figura 4.16 apresenta os resultados obtidos para o diâmetro de corte reduzido. O modelo HC11 VFC2 foi o que descarregou mais líquido na corrente de *underflow* com concentração, no geral, mais baixa. Este modelo também reduziu o diâmetro de corte, mas quando se considerou a atuação somente do campo centrífugo na separação (variável reduzida), ele não reduziu o diâmetro de corte reduzido. Acredita-se que o formato da coifa empregado neste modelo não foi capaz de impedir o curto-circuito da mesma forma que os outros dois.



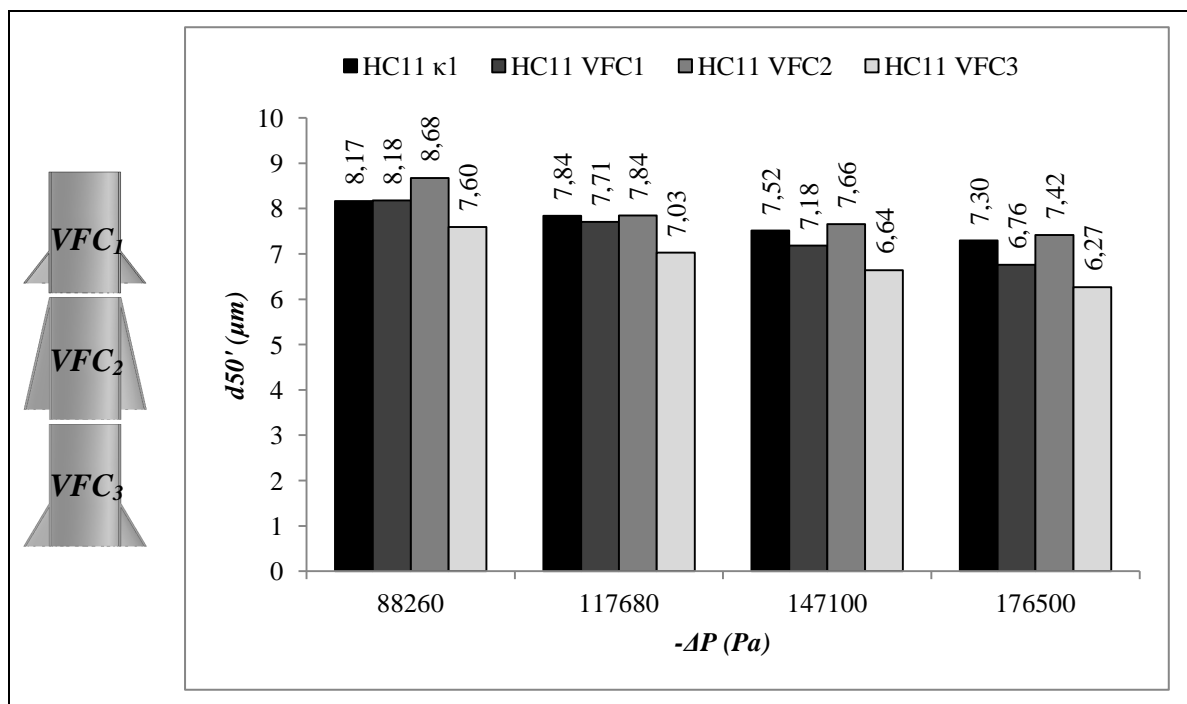


Figura 4.16 – Diâmetros de corte reduzidos ( $d_{50}'$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 e os três *vortex finder* tipo coifa.

Novamente, o modelo HC11 VFC3 se destacou, apresentando redução maior no diâmetro de corte reduzido, o que implica que este foi o formato mais adequado para evitar o fluxo de curto-circuito. Segundo Wang e Yu (2008), a coifa pode conduzir o fluxo de curto-circuito de volta para o escoamento principal e as partículas podem ainda a ser separadas na parte inferior do hidrociclone.

#### 4.1.2 – HC11 com alimentação rotacional

Os testes experimentais cujos resultados são apresentados nesta seção foram obtidos com o hidrociclone HC11 com espessura de parede intermediária ( $\kappa_2$ ), que, nesta seção, será denominado apenas HC11. Todos os resultados experimentais referentes ao emprego de alimentação com movimento rotacional são apresentados no APÊNDICE A.

Os resultados experimentais mostraram que o fato de a suspensão adentrar no hidrociclone com movimento espiralado realmente alterou o escoamento em seu interior, modificando seu desempenho, conforme indicavam os estudos numéricos de Kyriakidis e Vieira (2010). De fato, os resultados experimentais indicaram uma redução média no número de Euler em torno de 12% para o hidrociclone HC11 RH e em torno de 15% para o HC11 RAH. Os resultados são apresentados na Figura 4.17.

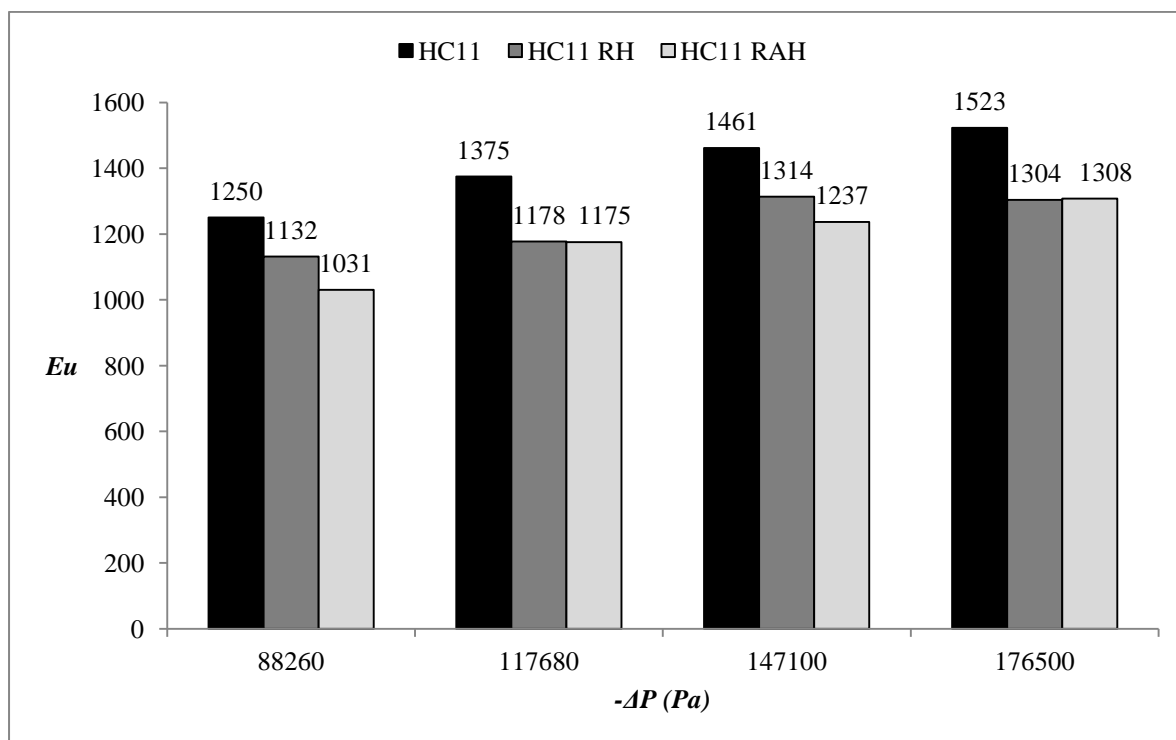


Figura 4.17 – Números de Euler ( $Eu$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional.

O decréscimo no número de Euler foi considerável em ambos os casos e, em média, o equipamento dotado de alimentação em sentido anti-horário (HC11 RAH) teve consumo energético em torno de 3% menor que o equipamento com alimentação em sentido horário (HC11 RH). No caso da alimentação rotacional, acredita-se que o fluido, ao entrar no cilindro do hidrociclone, não tenha seguido necessariamente a trajetória do vórtice forçado (externo), responsável pelo consumo da maior parte da energia de pressão disponibilizada pela alimentação do sistema. Assim, a capacidade de processamento dos equipamentos dotados de movimento rotacional do fluido de alimentação é maior que a do hidrociclone padrão (HC11), como pode ser visto através da Figura 4.18, que apresenta a vazão volumétrica de alimentação dos equipamentos.

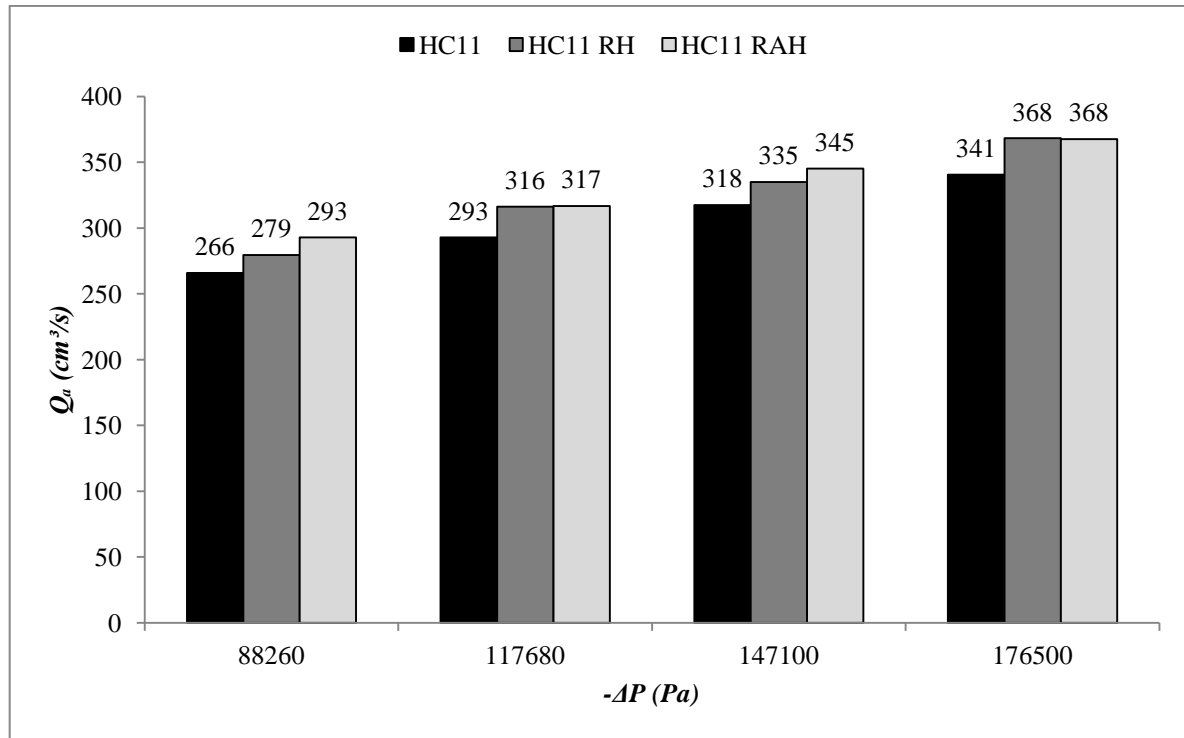


Figura 4.18 – Vazões volumétricas da corrente de alimentação ( $Q_a$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional.

A observação experimental também mostrou que o hidrociclone HC11 apresentou maiores vazões volumétricas e menores concentrações para a corrente de *underflow* em todas as pressões estudadas. A Figura 4.19 apresenta o comportamento da razão de líquido ( $R_L$ ), na qual pode ser notado que o equipamento padrão (sem movimento angular do fluido na alimentação) apresentou maiores razões de líquido. Para os outros dois casos, acredita-se que, como o fluido já adentra a parte cilíndrica com movimento angular (girando), o movimento rotacional enfraqueça a componente axial de velocidade, fortalecendo as componentes tangencial e radial, necessitando maiores investigações através de técnicas de CFD. Com isso, sugere-se que o hidrociclone padrão (HC11) provavelmente tenha: (i) uma velocidade axial maior que os outros dois, o que justifica a maior vazão volumétrica da corrente de *underflow*; e (ii) velocidades tangencial e radial menores, o que fundamenta o fato de apresentar concentrações menores da corrente de *underflow* em relação aos modelos rotacionais, como pode ser visto na Figura 4.20.

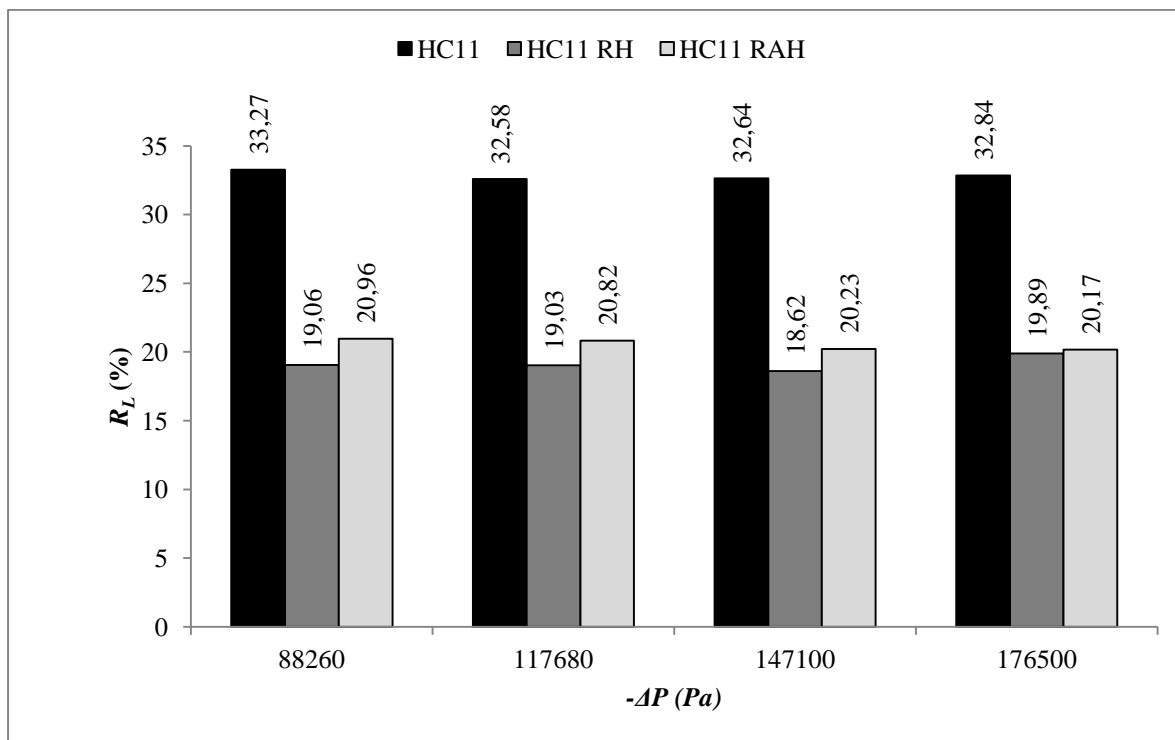


Figura 4.19 – Razões de líquido ( $R_L$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional.

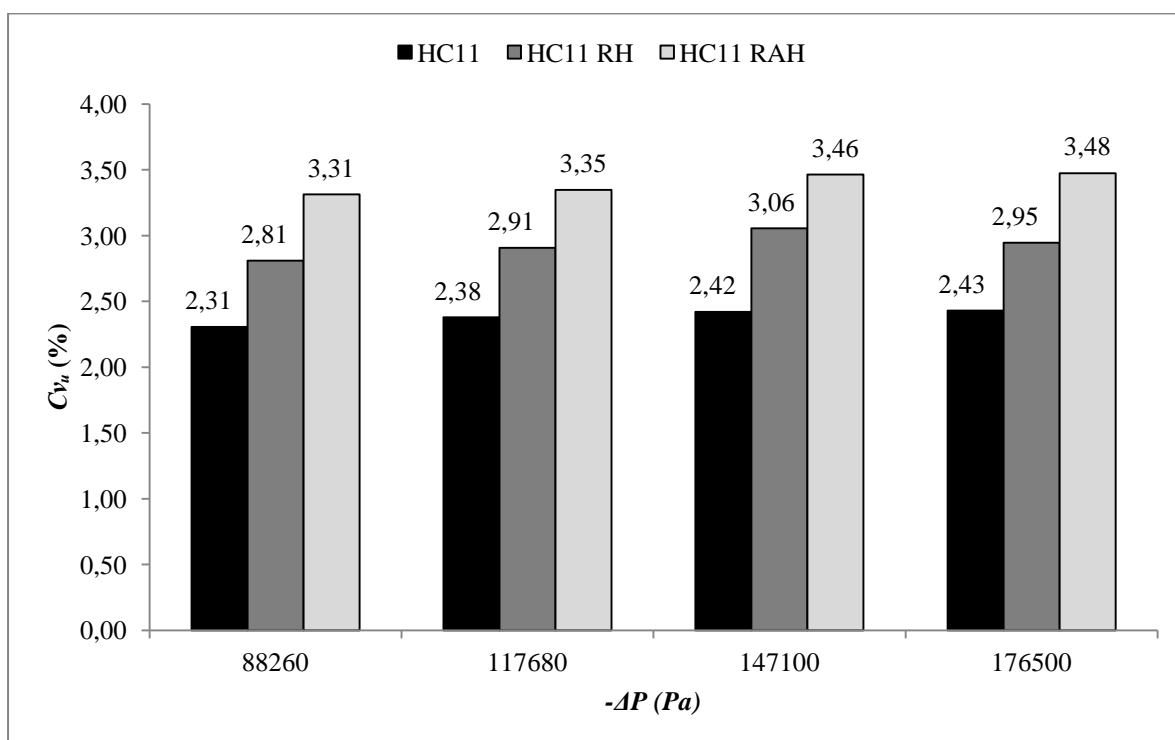


Figura 4.20 – Concentrações volumétricas da corrente de *underflow* ( $Q_u$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional.

Em se tratando dos dois tipos de rotação, o sentido anti-horário apresentou razões de líquido aproximadamente 7% maiores que o sentido horário, exceto para a pressão mais

elevada. Além disso, o primeiro teve concentrações volumétricas de sólidos da corrente de *underflow* em torno de 16% maiores que o segundo e aproximadamente 42% superiores ao HC11 padrão. Considera-se que o sentido anti-horário tenha sido favorável ao escoamento no interior do hidrociclone, permitindo que as partículas fossem conduzidas, ou arrastadas, com maior facilidade para as paredes, sendo posteriormente coletadas na corrente de *underflow*, com menos líquido, elevando a concentração. Acredita-se a rotação em sentido anti-horário seja mais favorável ao escoamento por lançar as partículas contra a parede no sentido de rotação do escoamento no hidrociclone, favorecendo assim a ação centrífuga. Em relação ao equipamento com rotação em sentido horário, considera-se que tal configuração não tenha favorecido a ação centrífuga por estar em sentido contrário ao do escoamento no interior do equipamento. Acredita-se também que, a depender do posicionamento do duto de alimentação, os desempenhos podem ser invertidos. Assim, estudos em CFD são necessários para confirmar tais suposições.

É necessário avaliar também o impacto do movimento de rotação na eficiência de separação do HC11, apresentado na Figura 4.21.

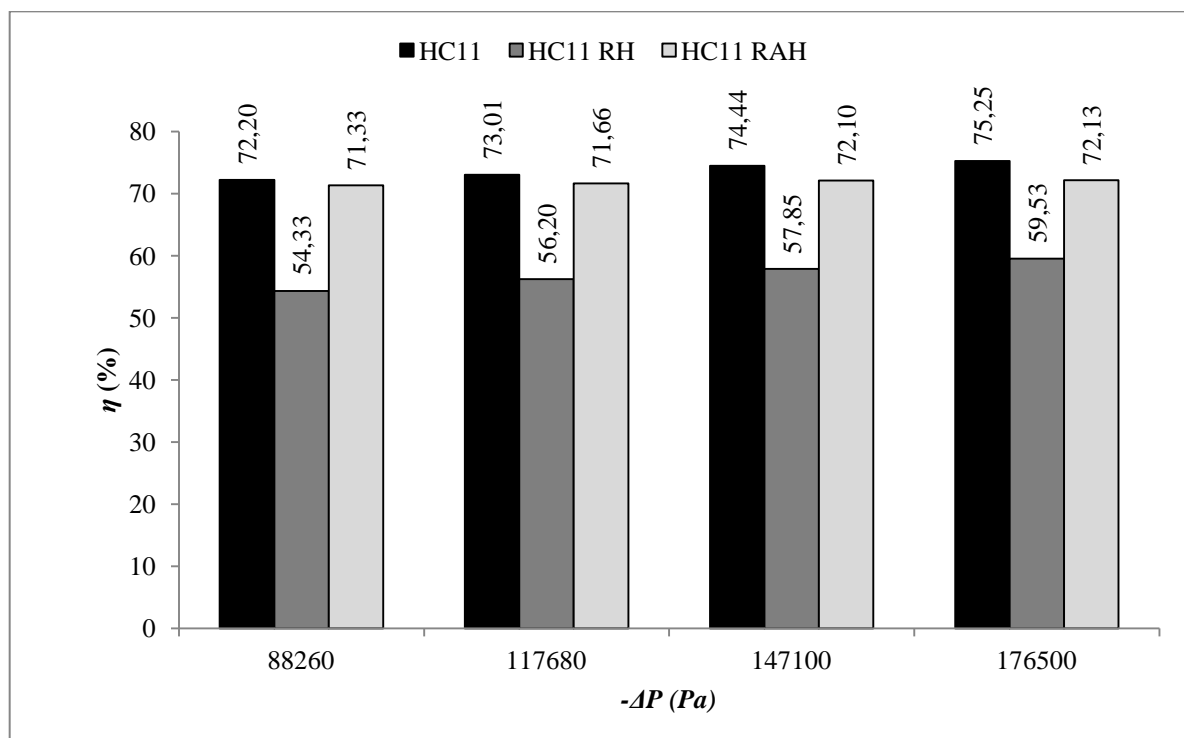


Figura 4.21 – Eficiências totais de separação ( $\eta$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional.

Observa-se que o hidrociclone padrão (HC11) e o equipamento com alimentação rotacional em sentido anti-horário (HC11 RAH) tiveram desempenhos similares, em se

tratando de eficiência de separação, e o movimento horário do fluido de alimentação (HC11 RH) não beneficiou o processo, apresentando baixa eficiência de separação. Credita-se a isso os fatores já apresentados, referentes às vazões e concentrações volumétricas da corrente de *underflow*. Como já foi aduzido, o HC11 RH teve os menores valores de vazão da referida corrente, sem, contudo, aumentar sua concentração como o fez o HC11 RAH. Sugere-se então que a queda na vazão da corrente de *underflow* para o HC11 RAH foi compensada pelo aumento que ocorreu na concentração desta corrente, levando a eficiências similares ao do equipamento padrão (HC11). Já o HC11 RH apresentou os menores valores de vazão de *underflow* e não teve um aumento considerável na concentração desta corrente.

Já para a eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ), que desconsidera o “efeito T”, o hidrociclone HC11 RAH foi superior aos demais, como pode ser visto na Figura 4.22. Isto significa que a ação centrífuga foi fortalecida com o movimento rotacional do fluido de alimentação no sentido anti-horário, beneficiando a ação de separação das partículas.

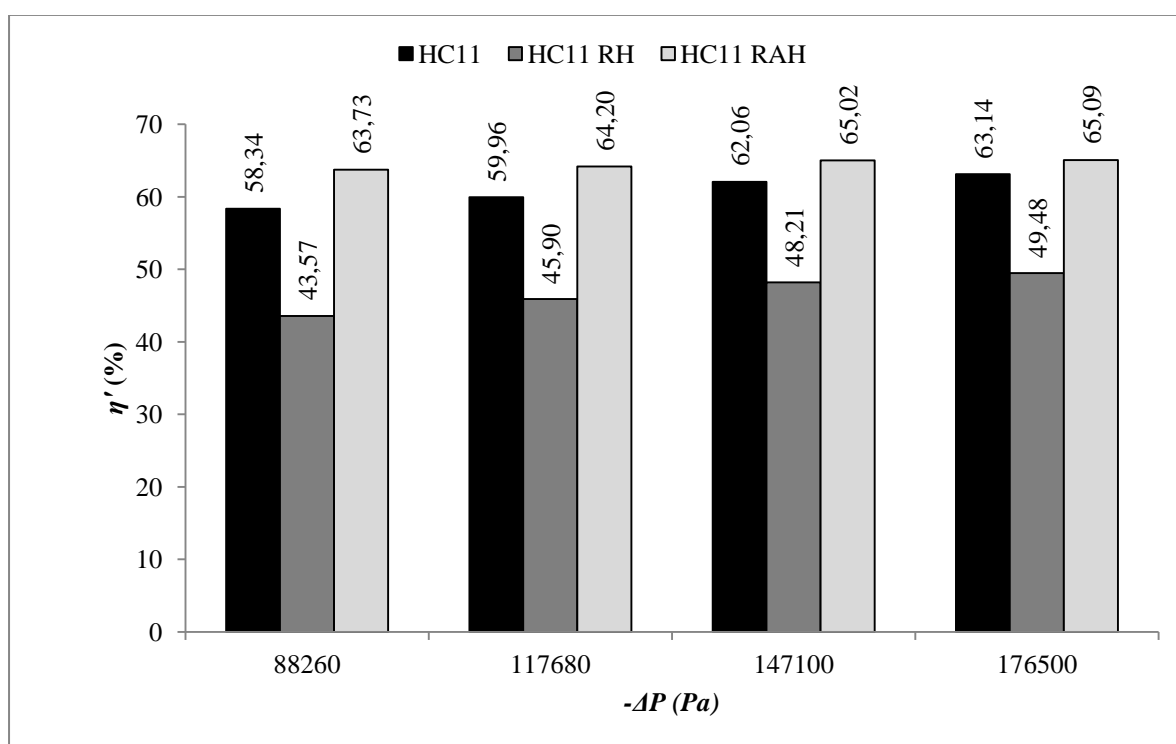


Figura 4.22 – Eficiências de separação reduzidas ( $\eta'$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional.

Em se tratando do tamanho das partículas separadas em cada configuração analisada, os diâmetros de corte ( $d_{50}$ ) e os diâmetros de corte reduzidos ( $d_{50}'$ ) são apresentados, respectivamente, nas Figuras 4.23 e 4.24.

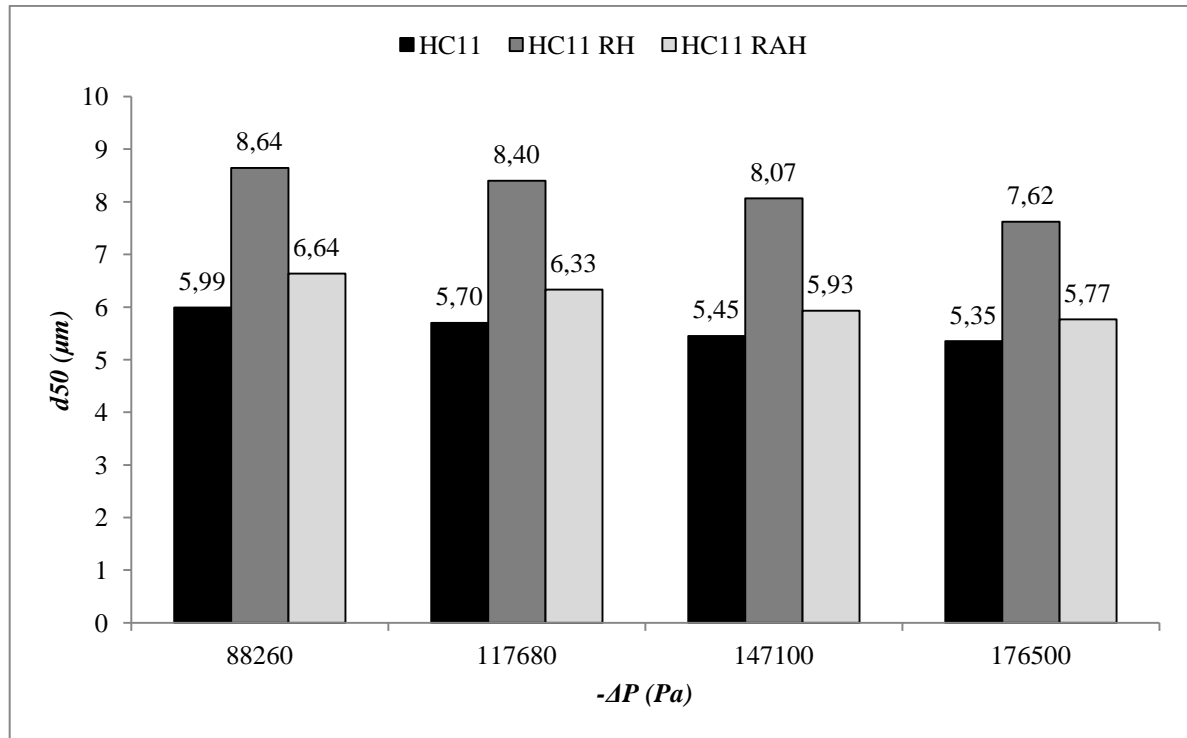


Figura 4.23 – Diâmetros de corte ( $d_{50}$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional.

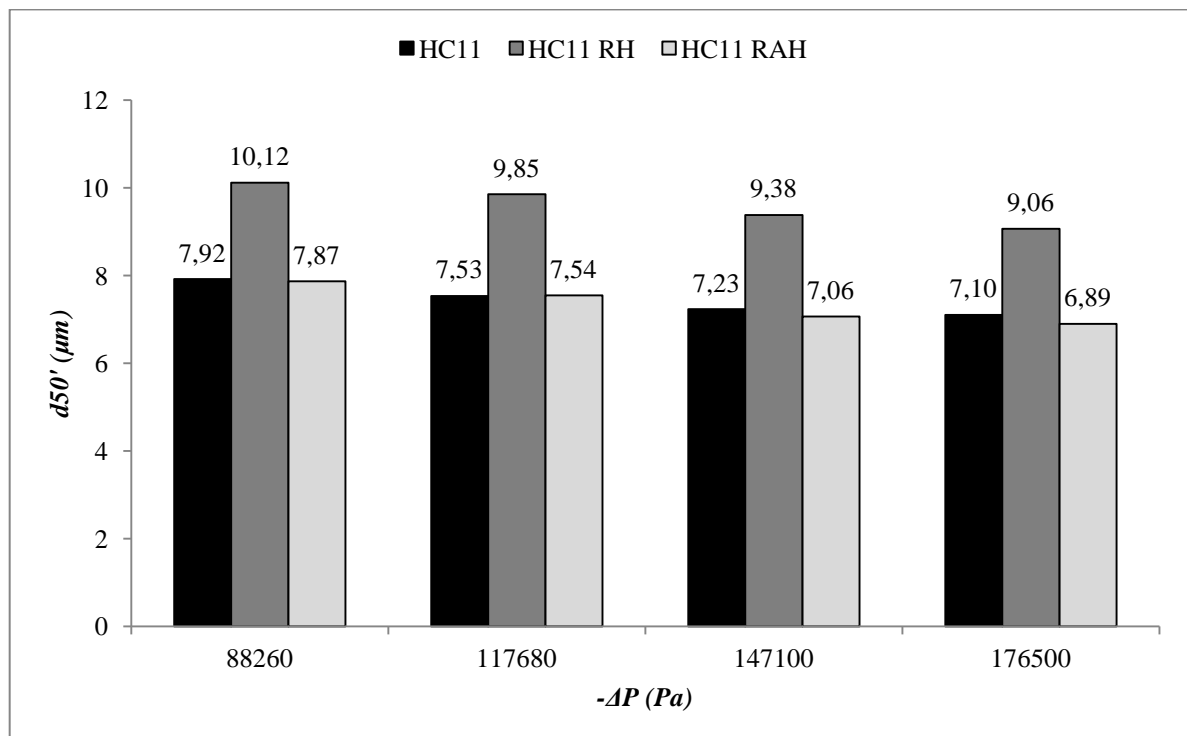


Figura 4.24 – Diâmetros de corte reduzidos ( $d_{50}'$ ) nas diferentes pressões estudadas para o HC11 com e sem movimento rotacional.

Fica evidente na Figura 4.23 que o equipamento sem alterações na forma como o fluido é alimentado (HC11) separa um pouco melhor as partículas por tamanho, apresentando

um diâmetro de corte menor que as outras configurações. Acredita-se que tal configuração seja capaz de arrastar mais as partículas menores devido aos maiores valores de vazão de *underflow*, conforme discussões anteriores. Entretanto, os resultados do diâmetro de corte para o HC11 RAH foram bem próximos do HC11 padrão; já o HC11 RH, como já discutido, parece enfraquecer o campo centrífugo, além de apresentar menores valores de velocidade axial, o que faz com que tenha maiores valores de diâmetro de corte. Entretanto, como já dito, tudo indica que o HC11 RAH fortalece a ação centrífuga, o que é benéfico para o processo de separação, levando-o a separar bem partículas menores, mesmo com vazões igualmente menores da corrente de *underflow*.

Sobre o diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}$ ), que, como já dito, desconsidera o “efeito T”, nota-se que o hidrociclone HC11 RAH foi superior aos demais, o que apenas reitera a ideia sobre o fortalecimento da ação centrífuga com o movimento rotacional do fluido de alimentação no sentido anti-horário, beneficiando a ação de separação das partículas.

Por fim, destaca-se que, apesar da melhora de alguns índices de desempenho do HC11 com movimento rotacional no fluido de alimentação, ressalta-se há um gasto energético extra para obtenção deste movimento. Para fins de projeto, tais gastos devem ser analisados e comparados com a diminuição no consumo energético dos equipamentos dotados de movimento rotacional no fluido de alimentação (menores números de Euler), uma vez que tal movimento levou a correntes de *underflow* mais concentradas e com vazões menores, o que, dependendo da aplicação pode ser uma característica desejada.

#### 4.1.3 – Simulações executadas para o hidrociclone HC11

Nesta seção serão apresentados resultados referentes apenas aos valores médios das respostas simuladas de razão de líquido e pressão para o hidrociclone HC11, com o intuito de indicar, baseado nestes resultados, se há ou não diferença provocada pela alteração nas formas de geração de malha apresentadas na seção 3.2.1. Ressalta-se que todas as configurações de simulação eram iguais em todos os casos apresentados nesta seção, conforme apresentado na Tabela 3.4.

Foram geradas quatro diferentes malhas no GAMBIT<sup>®</sup>, sendo três do modelo com tubo interno (modelos A, B e C), conforme descrição da seção 3.2.1.1 e uma do modelo sem o tubo interno (modelo D), conforme apresentado na seção 3.2.1.2. A Tabela 4.1 apresenta um resumo das diferentes configurações utilizadas.



Tabela 4.1 – Detalhamento das malhas A, B, C e D.

Hidrociclone	Geração da malha a partir de	Total de elementos 3D	Tipos de elemento de malha
A	Intervalo entre os nós de 1,5 nas <i>edges</i> da parte cilíndrica	117059	Tetraédrico no quadrante de alimentação e hexaédrico nos demais volumes
B	Intervalo entre os nós de 1,2 nas <i>edges</i> da parte cilíndrica	228160	Tetraédrico no quadrante de alimentação e hexaédrico nos demais volumes
C	Intervalo entre os nós de 1,0 nas <i>edges</i> da parte cilíndrica	392645	Tetraédrico no quadrante de alimentação e hexaédrico nos demais volumes
D	Intervalo entre os nós de 1,0 nas <i>edges</i> da parte cilíndrica	193716	Hexaédrico em todos os volumes

Destaca-se que para o caso D utilizou-se o mesmo intervalo entre os nós das *edges* da parte cilíndrica utilizado no caso C e a quantidade de elementos foi bastante inferior (198829 elementos a menos), o que corrobora a informação apresentada no fim da seção 3.2.1.1 de que, com o tubo interno, há um número muito grande de elementos na parte central do hidrociclone e um refino da malha, por menor que seja, aumenta muito a quantidade de total de elementos e este aumento acontece muito mais nos tubos centrais que nos demais volumes. Ressalta-se também que no caso D é feito um refino na parte cilíndrica em toda a região de entrada, diferente dos demais modelos, que é somente no quadrante da alimentação.

As malhas computacionais geradas para os hidrociclones avaliados são apresentadas nas Figuras 4.25 a 4.28.

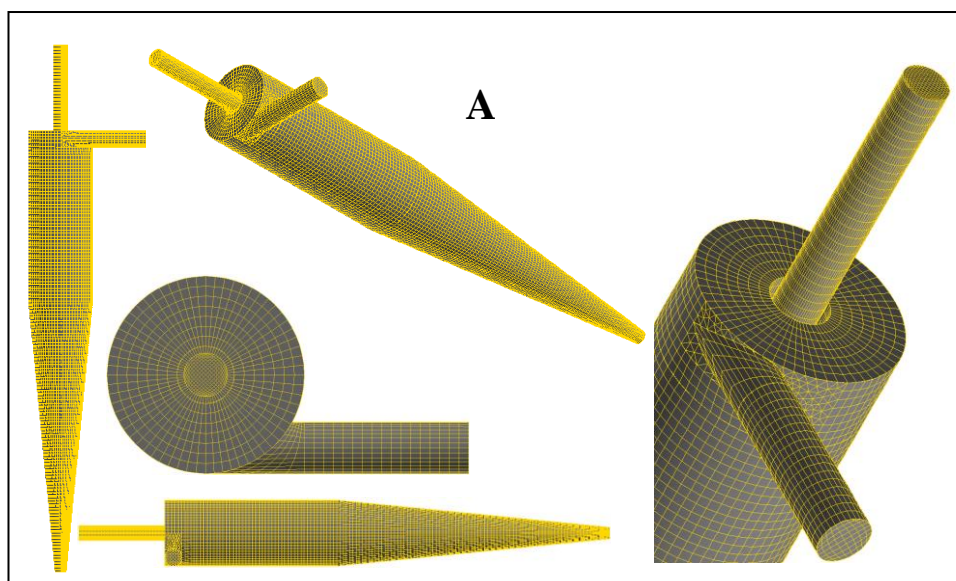


Figura 4.25 – Malhas computacionais geradas para o hidrociclone A.

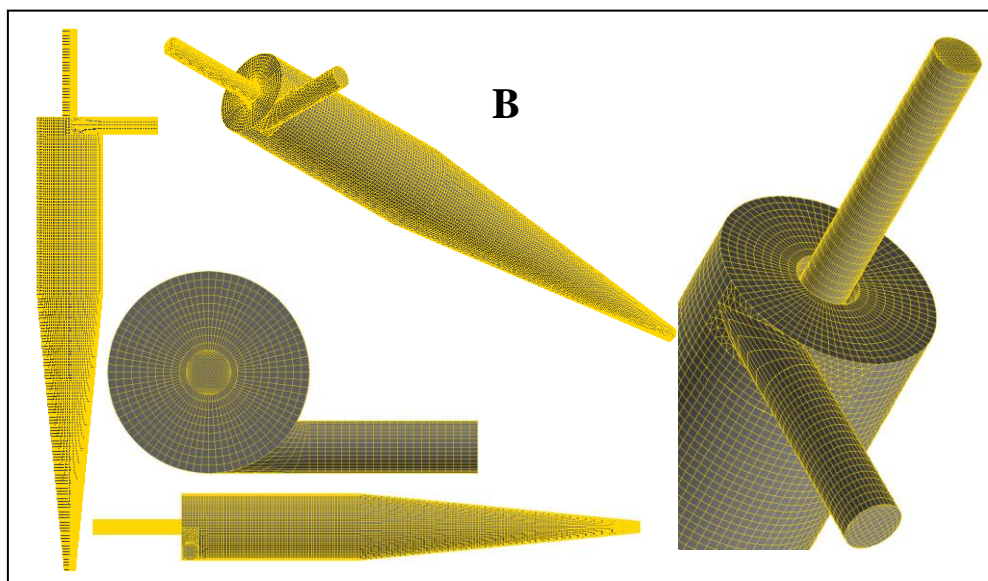


Figura 4.26 – Malhas computacionais geradas para o hidrociclone B.

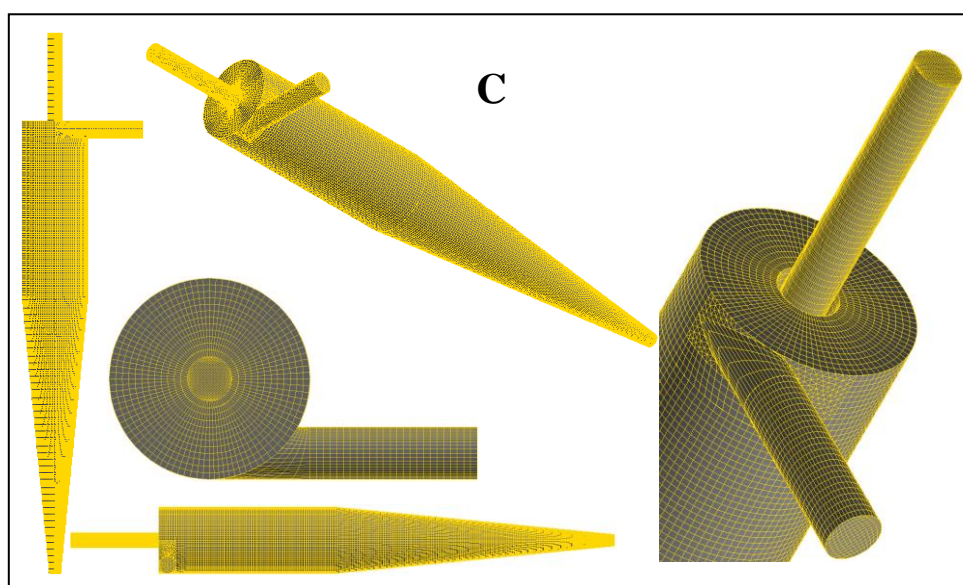


Figura 4.27 – Malhas computacionais geradas para o hidrociclone C.

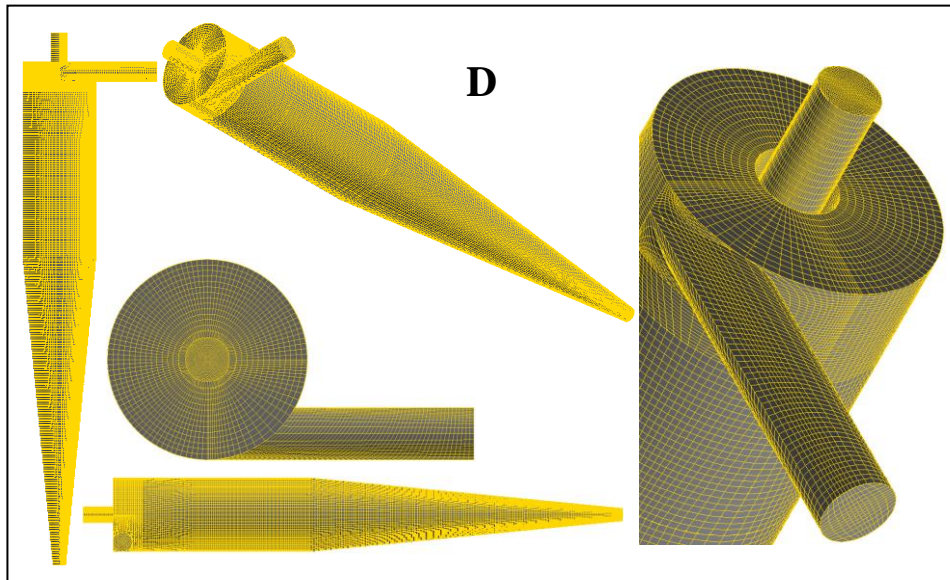


Figura 4.28 – Malhas computacionais geradas para o hidrociclone D.

A diferença do comprimento do duto de *overflow* entre o modelo D e os demais é de 2,8 cm e tal diferença não modificaria os resultados, uma vez que o escoamento principal ocorre dentro do equipamento (entrada, partes cilíndrica e cônica) que é o que realmente afeta os resultados, conforme indicaram testes preliminares.

Para avaliar a qualidade da malha utilizou-se a ferramenta *EquiSize Skew* ( $Q_{EVS}$ ) disponível no GAMBIT<sup>®</sup>, que é basicamente uma medida de assimetria aplicável a todos os tipos de elementos de malha (2D quadrilateral, 2D triângulo, 3D hexaedro, 3D tetraedro, 3D prisma e 3D cunha). Por definição,  $0 \leq Q_{EVS} \leq 1$ , sendo que  $Q_{EVS} = 0$  descreve um elemento equilátero e  $Q_{EVS} = 1$  descreve um elemento de baixíssima qualidade. Além disso, se houver algum elemento com assimetria acima de 0,97, o *software* GAMBIT<sup>®</sup> dá uma informação para alterar o elemento, pois inviabilizaria a simulação. No geral, malhas de alta qualidade contêm elementos que possuem valores médios de  $Q_{EVS}$  em torno de 0,4 para elementos 3D (FLUENT INC., 2006).

A Tabela 4.2 apresenta os relatórios de qualidade a respeito da assimetria dos elementos de malha para os quatro modelos analisados, na qual pode-se constatar que:

- A maioria dos elementos (71,70%) da malha A apresentou valor inferior a 0,1 e a média total foi 18,96% (menor que 40%), tendo um valor de aproximadamente 0,94 para o elemento mais assimétrico;
- A maioria dos elementos (72,32%) da malha B apresentou valor inferior a 0,1 e a média total foi 18,60% (menor que 40%), tendo um valor de aproximadamente 0,95 para o elemento mais assimétrico;

- A maioria dos elementos (73,05%) da malha C apresentou valor inferior a 0,1 e a média total foi 18,29% (menor que 40%), tendo um valor de aproximadamente 0,96 para o elemento mais assimétrico;
- A maioria dos elementos (52,87%) da malha D apresentou valor inferior a 0,1 e a média total foi 22,26% (menor que 40%), tendo um valor de aproximadamente 0,95 para o elemento mais assimétrico.

Tabela 4.2 – Relatório de qualidade das malhas A, B, C e D.

Faixa de assimetria	Quantidade e elementos na faixa				% da contagem total			
	A	B	C	D	A	B	C	D
0 – 0,1	83932	164996	286825	102425	71,70	72,32	73,05	52,87
0,1 – 0,2	9294	17526	29672	31026	7,94	7,68	7,56	16,02
0,2 – 0,3	6603	13536	22917	21659	5,64	5,93	5,84	11,18
0,3 – 0,4	4865	10677	15470	14868	4,16	4,68	3,94	7,68
0,4 – 0,5	4103	6355	13040	12564	3,51	2,79	3,32	6,49
0,5 – 0,6	3293	5240	7643	4335	2,81	2,30	1,95	2,24
0,6 – 0,7	2680	4416	10509	3408	2,29	1,94	2,68	1,76
0,7 – 0,8	183	2754	3405	2153	0,16	1,21	0,87	1,11
0,8 – 0,9	1431	1799	2154	315	1,22	0,79	0,55	0,16
0,9 – 1,0	675	861	1010	963	0,58	0,38	0,26	0,50
<b>Total</b>	<b>117059</b>	<b>228160</b>	<b>392645</b>	<b>193716</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

Diante do exposto, todas as malhas geradas tiveram elementos com assimetria dentro do limite aceitável.

Baseado nos critérios de parada já apresentados, as simulações A e B se mostraram estáveis a partir de 4 s, podendo pará-las com 5 s e a simulações C e D se mostraram estáveis a partir de 3,6 s, podendo pará-las com 4,6 s.

A Figura 4.29 apresenta os resultados simulados de pressão estática na alimentação para os casos avaliados. Pode-se notar que o comportamento gráfico da resposta foi similar nos casos A, B e C, mas foi alterado no caso D.

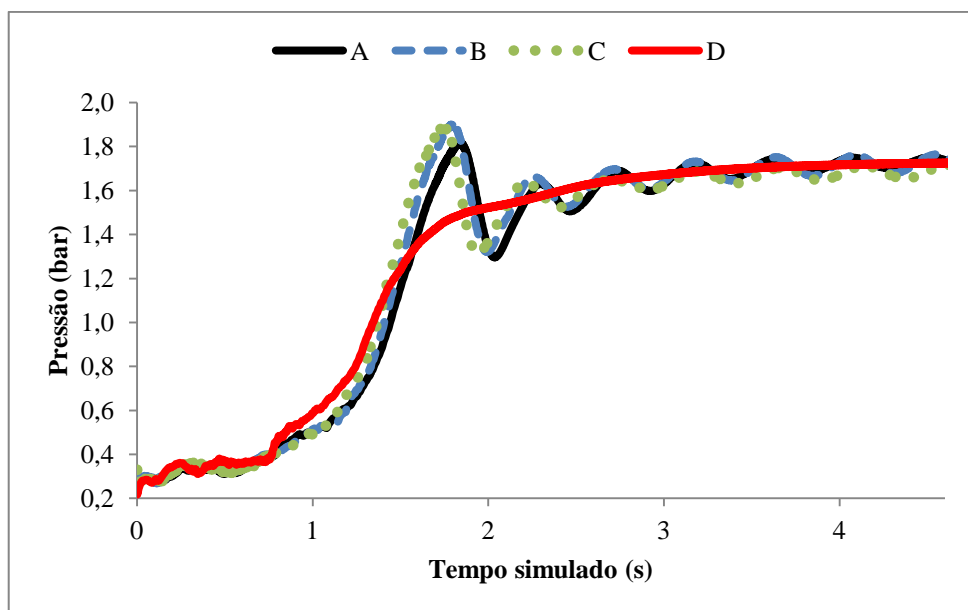


Figura 4.29 – Evolução temporal da pressão estática na alimentação para as diferentes malhas do HC11.

A Figura 4.30 apresenta os resultados simulados para a razão de líquido ( $R_L$ ), na qual se percebe a mesma tendência de suavização da resposta já mencionada para o caso D.

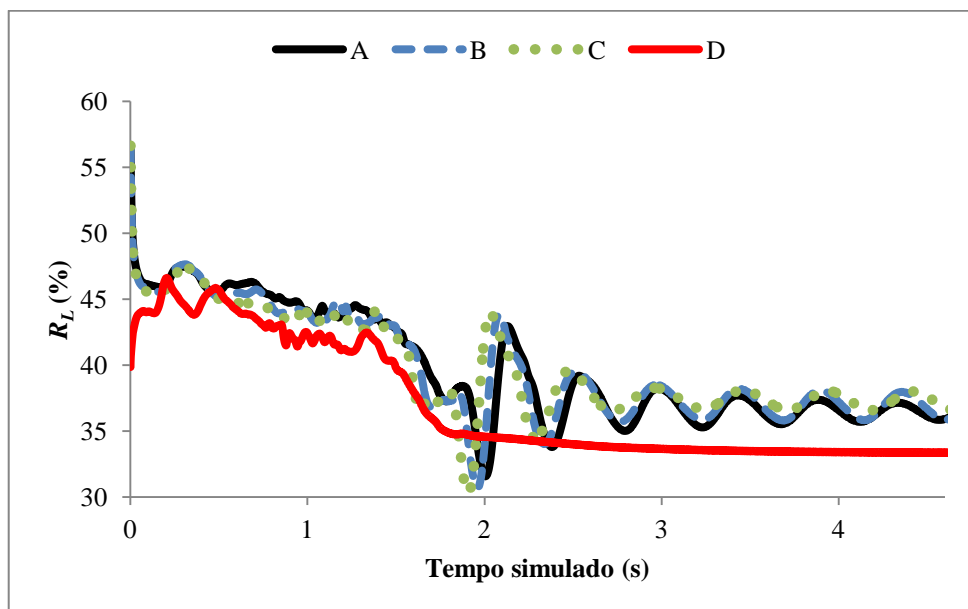


Figura 4.30 – Evolução temporal da razão de líquido para as diferentes malhas do HC11.

Analisando-se as figuras, nota-se que se o critério de parada fosse escolhido baseado em uma ou duas vezes o tempo de residência, poder-se-ia cometer um erro na coleta das informações. O volume do HC11 é em torno de 94,8 cm<sup>3</sup> e a vazão mássica de alimentação foi de 0,313 kg/s, sendo que a densidade da água foi de 998,2 kg/m<sup>3</sup>. Logo, o tempo de

residência, dado pela razão entre o volume e a vazão volumétrica, é em torno de 0,302 s. Portanto, as simulações estabilizaram em tempos superiores a treze vezes o tempo de residência. Justifica-se assim, o uso da metodologia acima descrita como um critério de parada das simulações transientes desta tese.

Para ambas as respostas analisadas, acredita-se que a suavização demonstrada nos gráficos se deve ao fato de que, com a nova abordagem (caso D), há uma melhor distribuição dos elementos de malha no interior do equipamento, favorecendo a solução das equações.

Os valores médios finais de número de Euler e razão de líquido para os casos em estudo são apresentados na sequência.

Tabela 4.3 – Dados experimentais e resultados médios das simulações A, B, C e D.

Resposta avaliada	Malha A	Malha B	Malha C	Malha D	Dados experimentais (VIEIRA, 2006)
$Eu$	1643	1609	1575	1561	1502±42
$R_L$ (%)	36,43	36,79	37,24	33,40	33,07±0,21

Pode-se notar que as malhas C e D tiveram resultados simulados de número de Euler mais próximos dos resultados experimentais. Os desvios de razão de líquido e número de Euler entre resultado experimental e simulado para o caso D foram, respectivamente, 1% e 3,96%. Diante dos resultados expostos evidencia-se a boa aplicabilidade da estratégia empregada para geração das malhas.

A Figura 4.31 apresenta o comportamento da simulação para queda de pressão e razão de líquido da simulação da malha D, na qual pode ser visto que o comportamento da queda de pressão é similar ao que foi apresentado na Figura 4.29 para a prensa estática na alimentação.



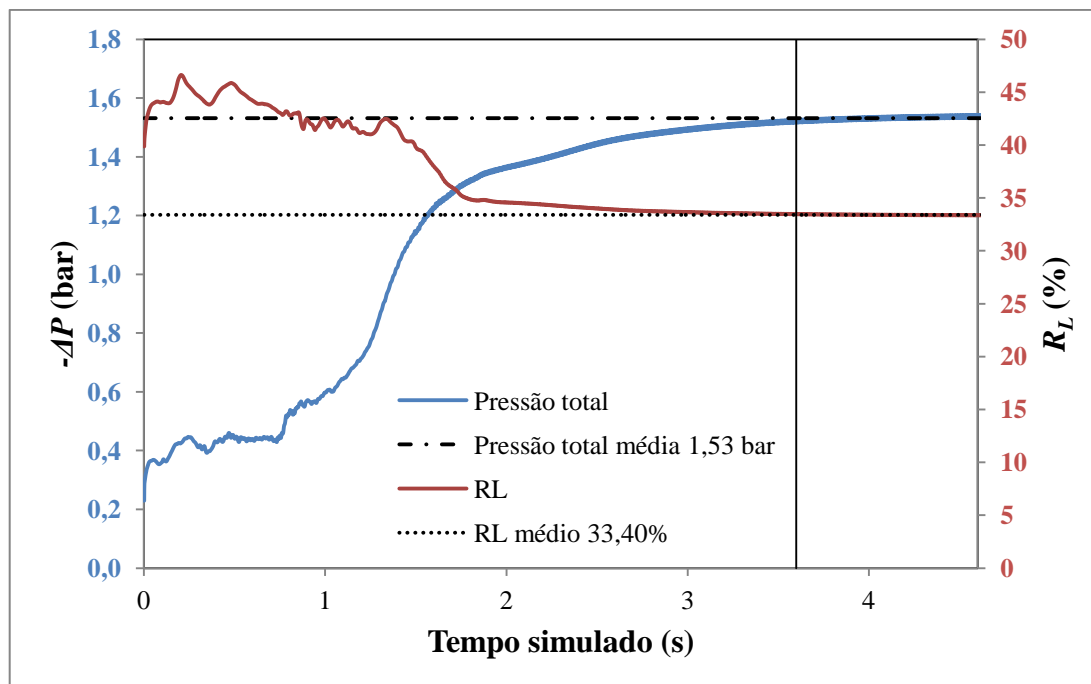


Figura 4.31 – Evolução temporal de queda de pressão e razão de líquido para a simulação da malha D.

#### 4.1.3.1 – A rampa de alimentação no hidrociclone HC11

A geometria com a malha computacional do hidrociclones RHC é apresentada na Figura 4.32, e a Tabela 4.4 apresenta as informações referentes à qualidade das malhas geradas ( $Q_{EVS}$ ) para os hidrociclones HC11 e RHC.

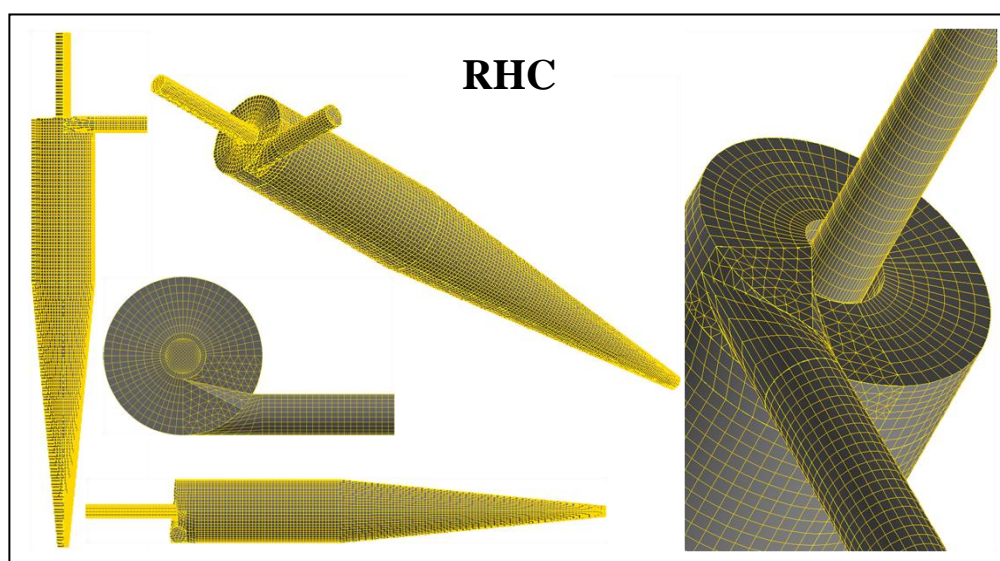


Figura 4.32 – Malha computacional gerada para o hidrociclone RHC.

Tabela 4.4 – Relatório de qualidade das malhas de HC11 e RHC.

Faixa de assimetria	Quantidade e elementos na faixa		% da contagem total	
	HC11	RHC	HC11	RHC
0 - 0,1	83932	83639	71,70	72,31
0,1 - 0,2	9294	9195	7,94	7,95
0,2 - 0,3	6603	6590	5,64	5,70
0,3 - 0,4	4865	4662	4,16	4,03
0,4 - 0,5	4103	4058	3,51	3,51
0,5 - 0,6	3293	3051	2,81	2,64
0,6 - 0,7	2680	2304	2,29	1,99
0,7 - 0,8	183	126	0,16	0,11
0,8 - 0,9	1431	1378	1,22	1,19
0,9 - 1	675	666	0,58	0,58
1	117.059	115.669	100,00	100,00

Os valores médios de  $Q_{EVS}$  para o HC11 e para o RHC foram, respectivamente, 0,1896 e 0,1861, indicando que os elementos de malha possuem boa qualidade. Além disso, o elemento mais assimétrico da malha do HC11 teve um valor em torno de 0,94 e do RHC aproximadamente 0,95, ambos menores que 0,97.

O comportamento gráfico das respostas supracitadas durante o tempo de simulação dos hidrociclones HC11 e RHC é apresentado, respectivamente, nas figuras 4.33 e 4.34. A queda de pressão ( $-ΔP$ ) foi calculada pela diferença entre a pressão total na alimentação e a pressão total no *overflow*. Comparando os dados experimentais de queda de pressão e razão de líquido do hidrociclone HC11 obtidos por Vieira (2006) para a vazão de 313 g/s com os resultados médios simulados, tem-se que o desvio foi em torno de 10% para a razão de líquido (valor experimental de 33,07% e valor simulado de 36,43%) e o número de Euler (valor experimental de 1502 e valor simulado de 1643). O hidrociclone RHC apresentou queda de pressão simulada (1,21 bar) aproximadamente 25% menor que o HC11, consequentemente, número de Euler simulado (1226) cerca de 25% menor e razão de líquido (39,48%) 8% maior que o equipamento padrão (HC11).



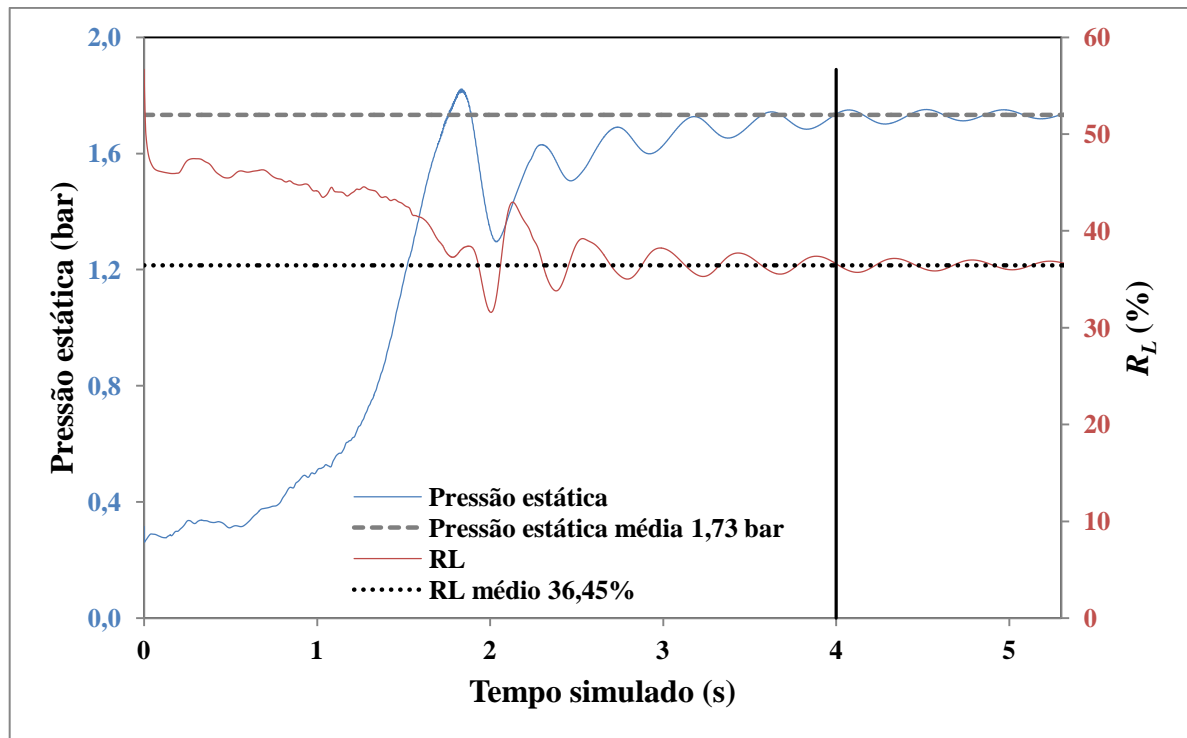


Figura 4.33 – Evolução temporal de pressão estática na alimentação e  $R_L$  para a simulação do hidrociclone HC11.

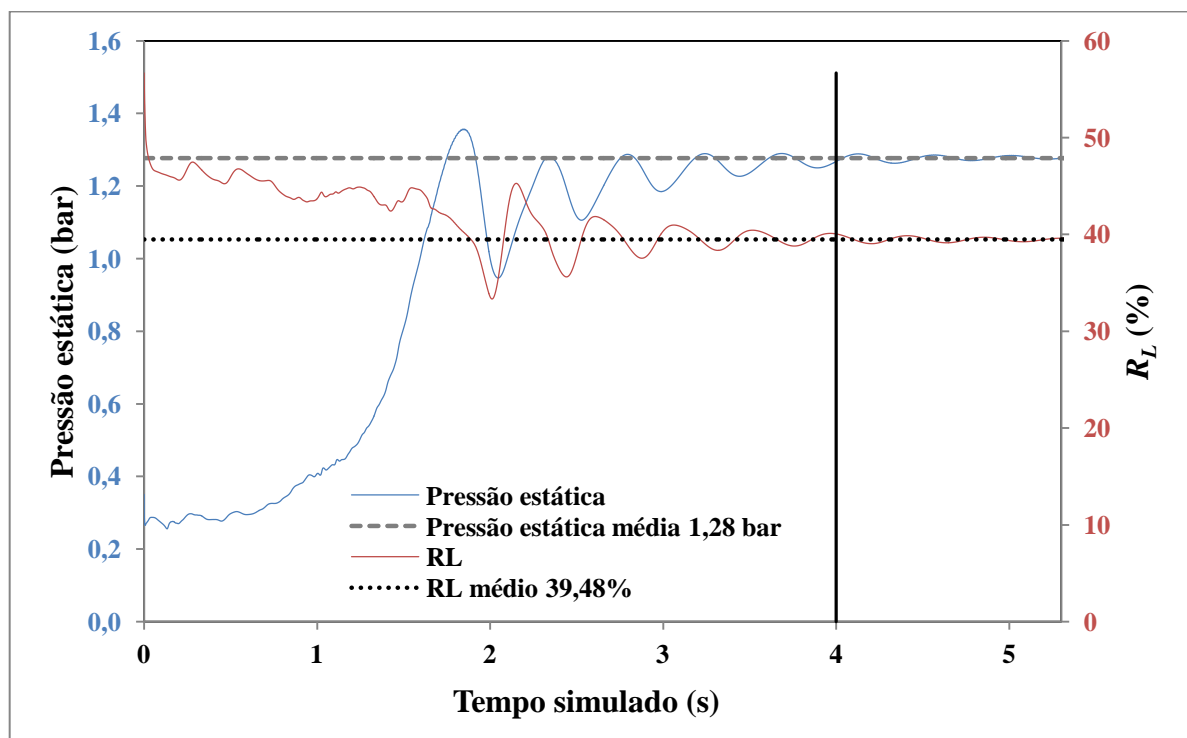


Figura 4.34 – Evolução temporal de pressão estática na alimentação e  $R_L$  para a simulação do hidrociclone RHC.

A Figura 4.35 apresenta a distribuição de pressão total dos hidrociclones estudados, obtidos a partir da mesma vazão volumétrica de entrada (313 g/s). A figura comprova as

informações já apresentadas sobre a perda de carga no hidrociclone RHC, que é menor que a do HC11, o que facilita o escoamento, reduzindo, assim, o consumo energético.

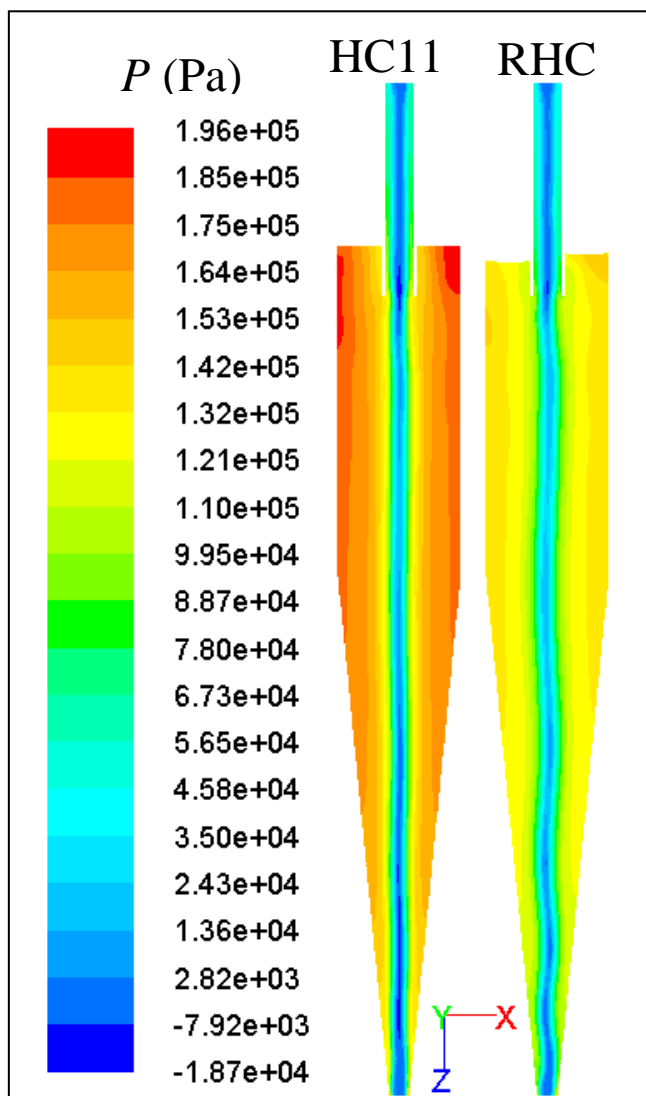


Figura 4.35 – Distribuição de pressão total simulados para os hidrociclones HC11 e RHC.

A Figura 4.36 apresenta os perfis de velocidade tangencial simulados, em que se vê claramente que o hidrociclone RHC apresentou valores menores que o convencional (HC11) em toda sua extensão.

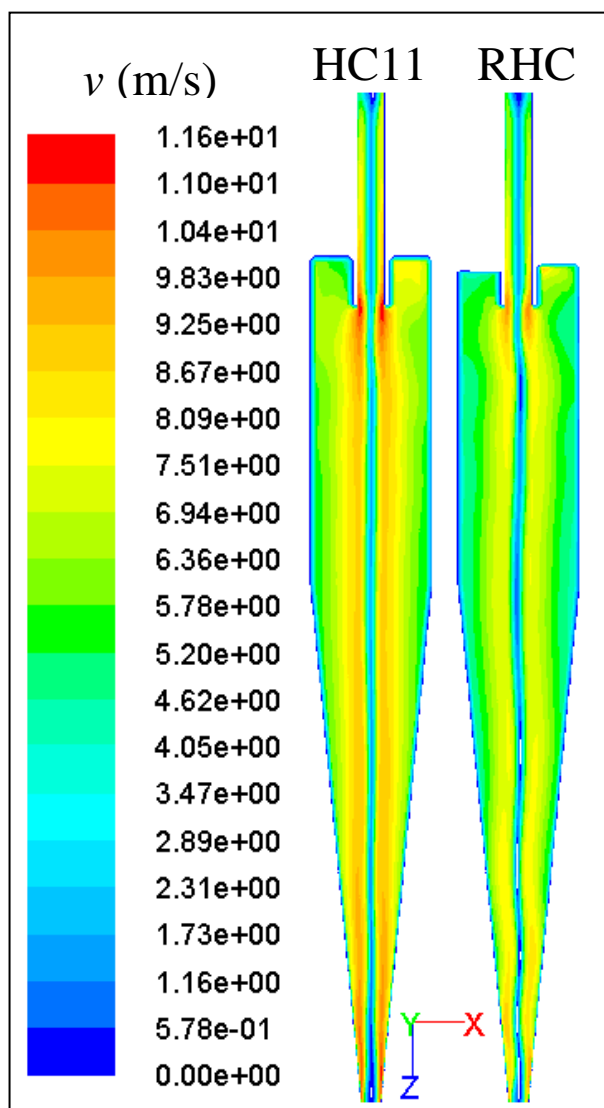


Figura 4.36 – Perfis de velocidade tangencial simulados para os hidrociclones HC11 e RHC.

Avaliando a distribuição de pressão e o perfil de velocidade tangencial para o hidrociclone RHC, nota-se que o escoamento do fluxo central apresentou oscilações maiores em comparação com o modelo padrão, ocasionadas pela rampa de alimentação.

A Figura 4.37 apresenta os perfis de velocidade axial simulados para os casos de estudo, bem como os vetores de velocidade axial descendente e ascendente em planos da região cônica em ambos os casos. O hidrociclone RHC apresentou valores mais altos de velocidade descendente do fluido, principalmente próximo à região de *underflow*. Isso justifica o fato de o HC11 apresentar um valor menor de razão de líquido em comparação com o RHC.

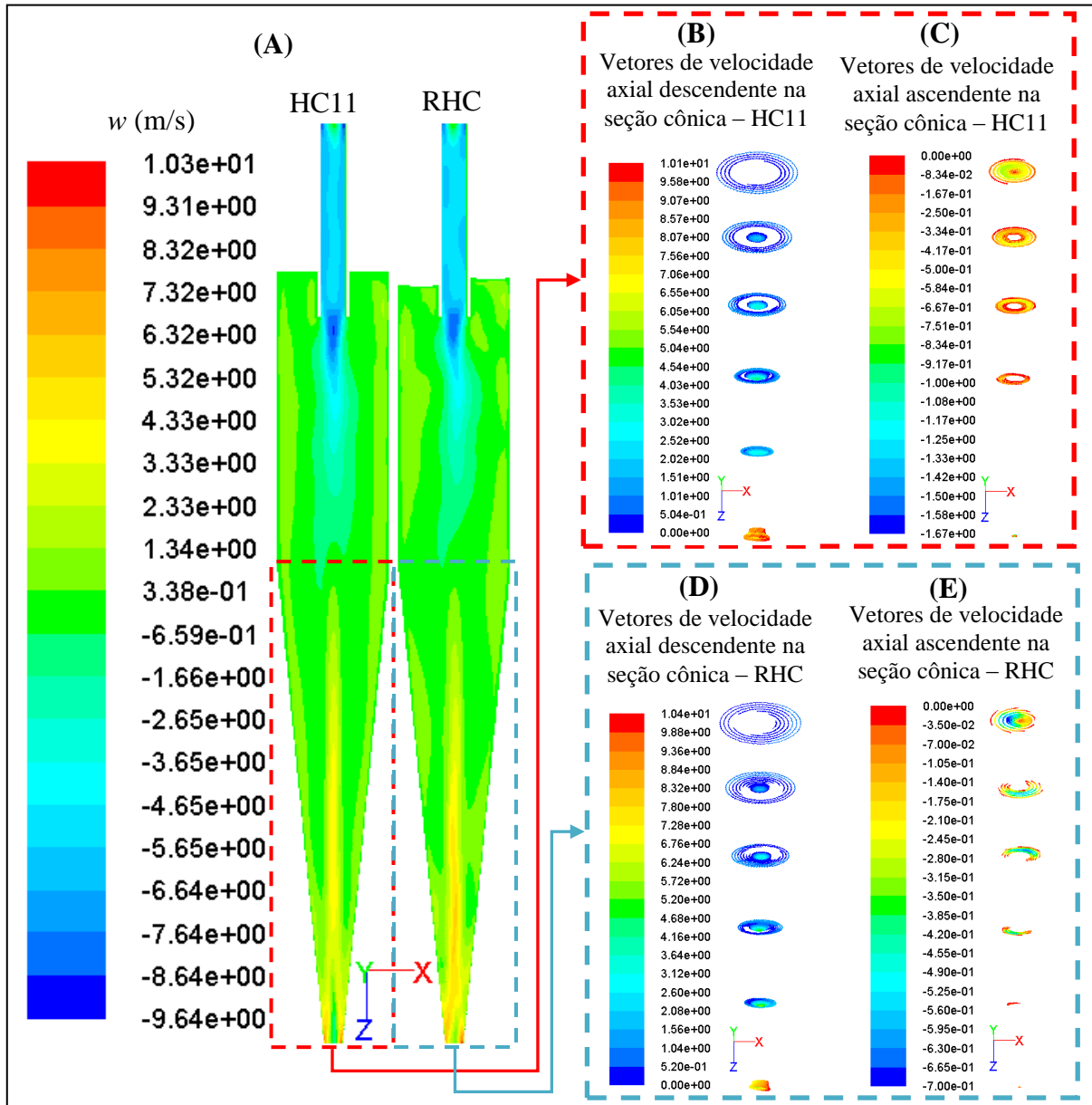


Figura 4.37 – (A) Perfis de velocidade axial e vetores de velocidade axial na região cônica simulados para os hidrociclones HC11 (B e C) e RHC (D e E).

Com o intuito de melhorar a compreensão das diferenças entre os hidrociclones estudados, fez-se um corte na seção cônica do equipamento 76,2 mm acima do orifício de *underflow* (50,8 mm abaixo da seção cilíndrica), onde o raio é igual a 10 mm (Figura 4.38), permitindo, então, a obtenção dos perfis de velocidade apresentados nas Figuras 4.39 a 4.41.

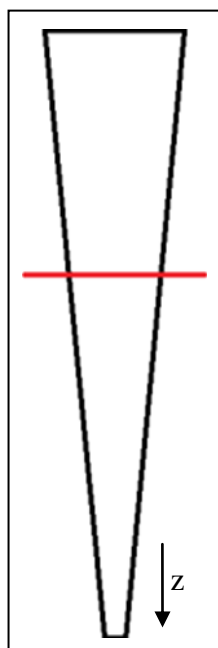


Figura 4.38 – Corte na seção cônica para análise dos perfis de velocidade.

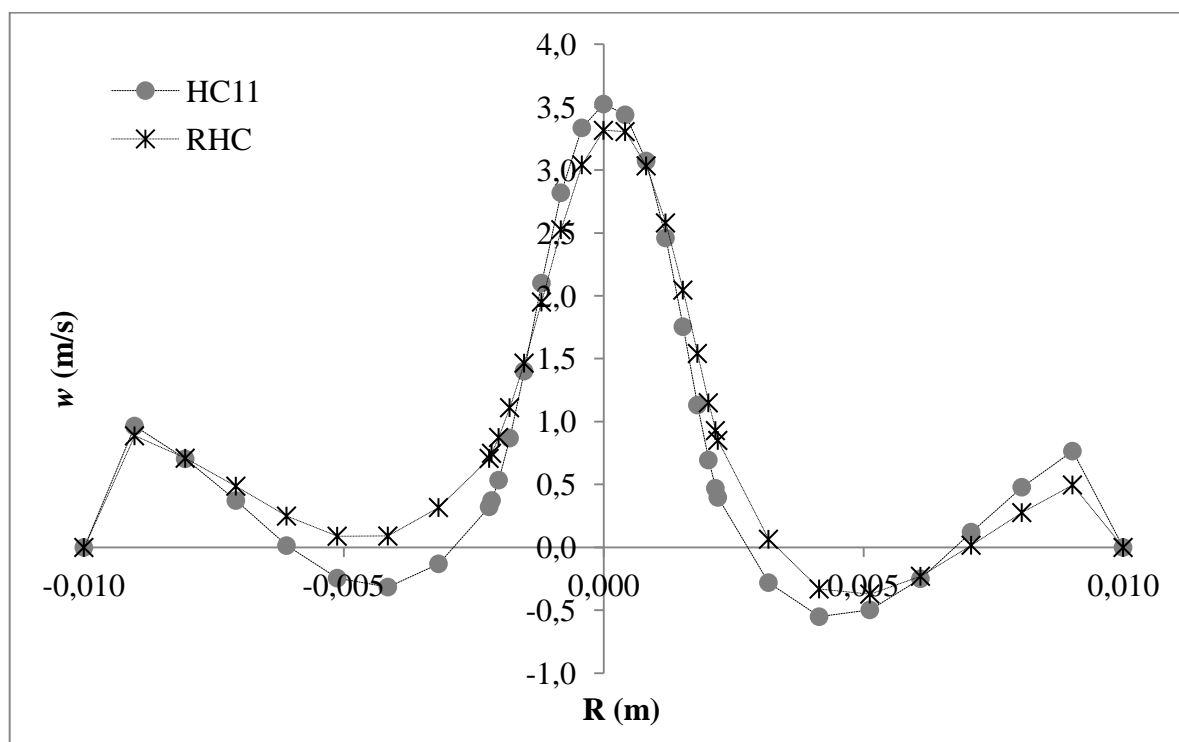


Figura 4.39 – Perfis de velocidade axial a 76,2 mm acima do orifício de *underflow*.

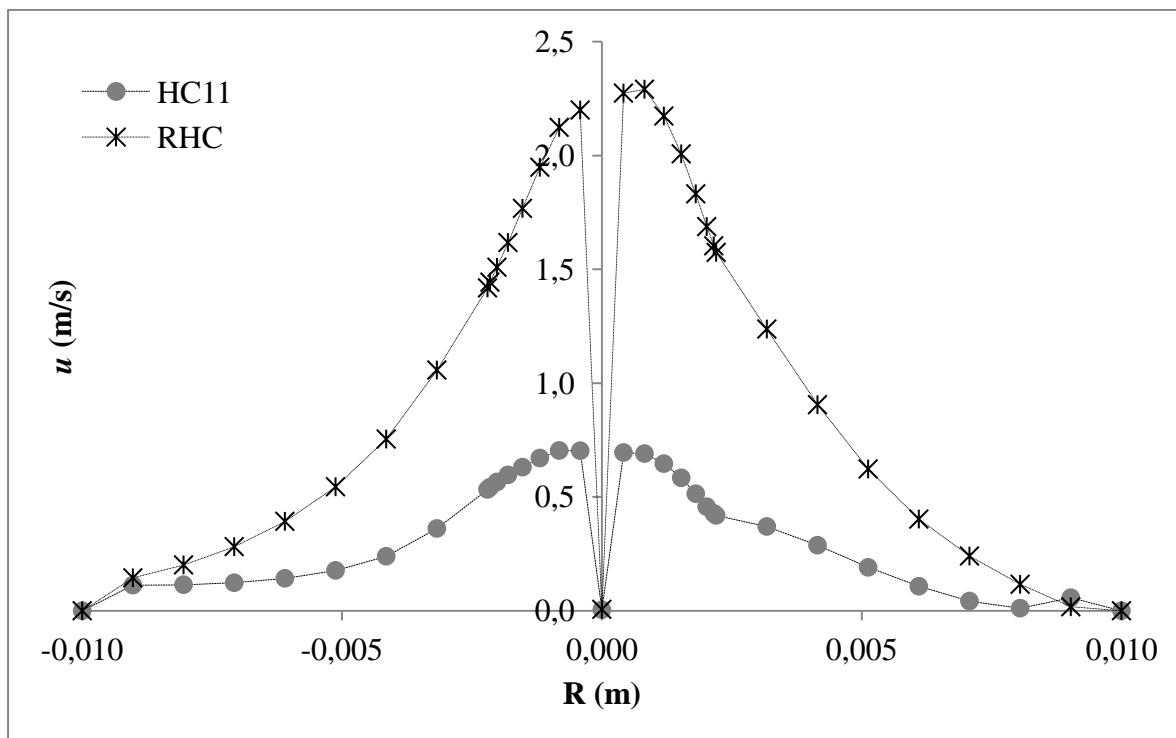


Figura 4.40 – Perfis de velocidade radial a 76,2 mm acima do orifício de *underflow*.

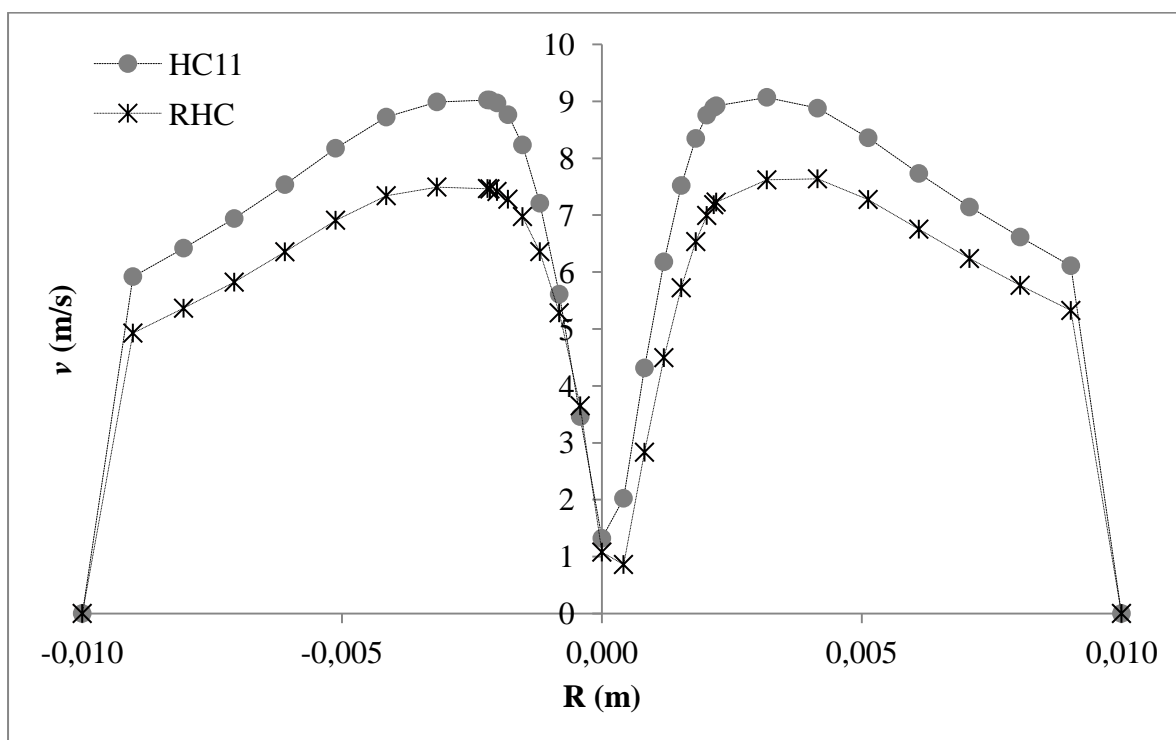


Figura 4.41 – Perfis de velocidade tangencial a 76,2 mm acima do orifício de *underflow*.

A presença da rampa de alimentação provocou um aumento da velocidade axial do fluido no interior do hidrociclone em direção ao *underflow* (Figuras 4.37 e 4.39). Além disso, o fluido é muito mais impelido para as paredes que no hidrociclone convencional (HC11),

como se vê pelo significativo aumento da velocidade radial (Figura 4.40). Como consequência destes efeitos, há um maior arraste de fluido para o *underflow*, o que justifica a maior razão de líquido do RHC em comparação com o HC11 (Figuras 4.33 e 4.34).

Em contrapartida, há uma perda significativa da ação centrífuga no hidrociclone RHC quando comparado ao convencional HC11, conforme já apresentado através dos perfis de velocidade tangencial (Figura 4.36) e destacados na Figura 4.41 na linha de corte utilizada.

Acredita-se que haverá um prejuízo na ação de separação do hidrociclone RHC decorrente da diminuição da velocidade tangencial, levando a um decréscimo na eficiência de coleta para a vazão de alimentação estudada. Para avaliar tal suposição, duas abordagens foram adotadas. Na primeira, plotou-se o perfil de velocidade total (Figura 4.42) na linha de corte (Figura 4.38), que representa a resultante dos perfis de velocidade axial (Figura 4.39), radial (Figura 4.40) e tangencial (Figura 4.41).

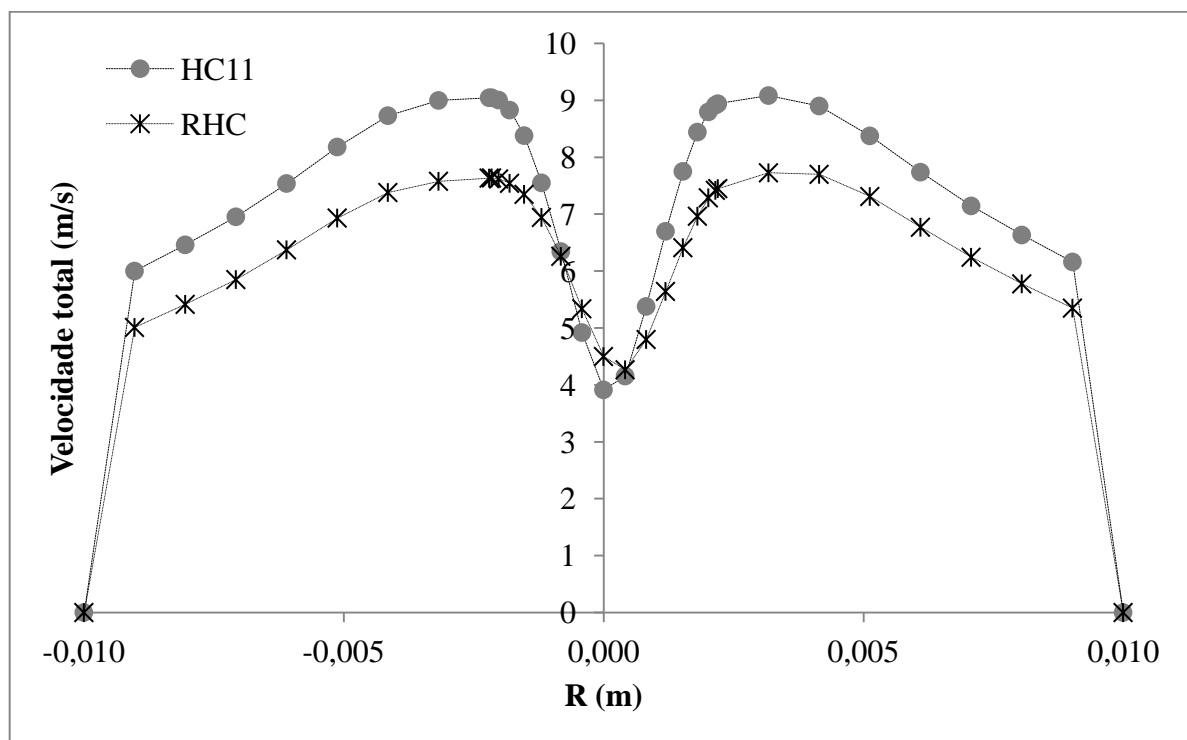


Figura 4.42 – Perfis de velocidade total 76,2 mm acima do orifício de *underflow*.

Pode-se notar a partir da Figura 4.42 que a velocidade resultante é maior no hidrociclone HC11, o que leva a crer que a velocidade tangencial influencia mais fortemente na trajetória do fluido que as demais componentes. Assim, baseado nos indícios apresentados, acredita-se que o hidrociclone HC11 será mais eficiente para separação de partículas que o RHC. Este fato já foi observado nos resultados experimentais do HC11 com *vortex finder* tipo

coifa (seção 4.1.1.2), em que houve um aumento na razão de líquido com diminuição na eficiência total de separação.

Para avaliar a eficiência de coleta dos equipamentos estudados, efetuou-se a injeção de partículas no sistema. Os resultados indicaram que, para a vazão de alimentação estudada, o hidrociclone HC11 teve uma eficiência de separação simulada em torno de 77% (o valor experimental é em torno de 75%), ao passo que o hidrociclone RHC teve uma eficiência simulada de 71%, que é em torno de 7,8% menor. Logo, a injeção de partículas comprovou as observações anteriores.

## 4.2 – Estudos de otimização

Nesta seção serão apresentados os resultados das otimizações baseadas nos dados experimentais dos hidrociclones do trabalho de Vieira (2006). Para isso, como informado na seção 3.3, necessitam-se das funções objetivo de cada caso de estudo, que são apresentadas na sequência.

### 4.2.1 – Obtenção das Funções Objetivo (FO)

De posse das informações experimentais obtidas por Vieira (2006), apresentadas na Tabela 3.7, regressões múltiplas foram realizadas para as respostas: eficiência de separação ( $\eta$ ), número de Euler ( $Eu$ ), razão de líquido ( $R_L$ ) e diâmetro de corte ( $d50$ ), as quais são mostradas na sequência.

$$\eta = 63,12 + X'b_1 + X'B_1X \quad (4.1)$$

$$\text{Na qual } b_1 = \begin{bmatrix} 2,016 \\ -4,095 \\ -0,119 \\ -2,386 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0,932 & 0,106 & -1,112 & 0,240 \\ 0,106 & 3,220 & 0,103 & -0,095 \\ -1,112 & 0,103 & -4,000 & -0,301 \\ 0,240 & -0,095 & -0,301 & -0,433 \end{bmatrix} \text{ e } X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}.$$

$$Eu = 1895,49 + X'b_2 + X'B_2X \quad (4.2)$$



$$\text{Na qual } b_2 = \begin{bmatrix} -1175,82 \\ -332,22 \\ -257,61 \\ -142,03 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 598,54 & 25,47 & -7,405 & 1,595 \\ 25,47 & 84,32 & 22,155 & 0,530 \\ -7,405 & 22,155 & 16,82 & 40,405 \\ 1,595 & 0,530 & 40,405 & -17,11 \end{bmatrix} \text{ e } X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}.$$

$$R_L = 17,72 + X'b_3 + X'B_3X \quad (4.3)$$

$$\text{Na qual } b_3 = \begin{bmatrix} 0,711 \\ -8,460 \\ 1,628 \\ 0,054 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} -0,027 & -0,062 & -0,250 & 0,149 \\ -0,062 & 3,770 & 0,346 & 0,106 \\ -0,250 & 0,346 & 0,299 & -0,176 \\ 0,149 & 0,106 & -0,176 & 0,562 \end{bmatrix} \text{ e } X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}.$$

$$d50 = 5,71 + X'b_4 + X'B_4X \quad (4.4)$$

$$\text{Na qual } b_4 = \begin{bmatrix} -0,382 \\ 1,831 \\ -0,193 \\ 0,474 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 0,117 & -0,053 & 0,175 & -0,045 \\ -0,053 & -1,041 & -0,022 & 0,027 \\ 0,175 & -0,022 & 0,815 & 0,040 \\ -0,045 & 0,027 & 0,040 & -0,143 \end{bmatrix} \text{ e } X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}.$$

Os coeficientes de correlação ( $R^2$ ) obtidos indicaram que:

- 85% da variabilidade dos dados de eficiência total de separação ( $\eta$ ) foram explicados pela Equação (4.1);
- 97% da variabilidade dos dados de número de Euler ( $Eu$ ) foram explicados pela Equação (4.2);
- 99% da variabilidade dos dados de razão de líquido ( $R_L$ ) foram explicados pela Equação (4.3);
- 90% da variabilidade dos dados de diâmetro de corte ( $d50$ ) foram explicados pela Equação (4.4).

A análise de resíduos dessas regressões mostrou que foram independentes e identicamente distribuídos de acordo com uma distribuição normal com média zero e variância constante. As equações (4.1) a (4.4) são válidas na faixa experimental estudada por

Vieira (2006), sendo:  $0,13 \leq Di/Dc \leq 0,29$ ;  $0,19 \leq Do/Dc \leq 0,35$ ;  $3,9 \leq L/Dc \leq 7,6$  e  $9^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , conforme apresentado na Tabela 3.3.

Uma vez que as variáveis independentes das equações (4.1) a (4.4) são as variáveis codificadas  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  e  $X_4$ , os resultados das otimizações apresentados nas próximas seções foram obtidos para estas variáveis e o retorno para as mesmas para o nível original é feito segundo a Tabela 3.5.

#### 4.2.2 – Caso 01: maximização da eficiência total de separação ( $\eta$ ) com $Eu < 6500$

O hidrociclone obtido neste caso de estudo foi denominado HCOT1 (**H**idrociclone **C**onvencional **O**timizado caso **1**) e os resultados obtidos através do algoritmo de otimização são apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Resultados obtidos através do algoritmo ED para o caso 01.

Variáveis					$\eta$ (%)	$Eu$
Nível codificado	$X_1 = +1$	$X_2 = -1,66$	$X_3 = -0,1567$	$X_4 = -1,66$	81,14	2279
Nível Original	$Di/Dc = 0,26$	$Do/Dc = 0,19$	$L/Dc = 5,63$	$\theta = 9^\circ$		

Nos estudos sobre hidrociclones filtrantes conduzidos por Vieira (2006), o autor demonstra que um incremento no diâmetro de alimentação ( $Di$ ), mantidas constantes as demais dimensões geométricas, proporciona um acréscimo na capacidade volumétrica de alimentação do equipamento, requer uma menor energia de bombeamento da suspensão e pouco interfere no desempenho de separação. Isoladamente, esta variável não exerce influência significativa sobre a eficiência de separação.

Ainda de acordo com Vieira (2006), a variação do diâmetro de *overflow* ( $Do$ ) causou mudanças nas componentes de velocidade axiais do fluido, de tal modo que influenciou a razão de líquido ( $R_L$ ). Para o hidrociclone com o menor  $Do$ , houve maior vazão de líquido para o orifício de *underflow*, conseqüentemente, espera-se maior eficiência total de separação neste caso. Ademais, de acordo com os autores, o diâmetro de *overflow* ( $Do$ ) também influencia significativamente a velocidade radial. Seus resultados indicaram que no hidrociclone com menor  $Do$ , uma partícula de um dado tamanho teria uma probabilidade de permanecer próximo à parede e então, ser coletada mais facilmente na corrente de *underflow*, levando, portanto, a uma maior eficiência total e menores diâmetros de corte. Acredita-se que

esta seja uma justificativa razoável para o fato de o diâmetro de *overflow* encontrado pelo algoritmo de busca ser o valor mínimo disponível dentre as variáveis de busca (Tabela 3.5).

De acordo com Chu *et al.* (2000), uma diminuição no comprimento da parte cilíndrica diminui sutilmente a eficiência total de separação; entretanto, a diferença é tão pequena que pode ser ignorada. Segundo os autores, a separação de partículas é concentrada na parte cônica, ou seja, a parte cilíndrica desempenha um papel não essencial na coleta de partículas (WANG; YU, 2006). Entretanto, a velocidade tangencial num equipamento com uma parte cilíndrica pequena é muito maior que em um hidrociclone tenha esta parte grande (CHU *et al.*, 2000). Um incremento no comprimento total ( $L$ ) dum hidrociclone filtrante, através da alteração do comprimento da parte cilíndrica (mantidas constantes as demais dimensões geométricas) no trabalho de Vieira (2006) teve influência apenas sobre a capacidade do equipamento, sendo que tal mudança na dimensão geométrica supracitada não exerceu impacto significativo sobre o desempenho de separação. Diante dos fatos, acredita-se que a menor parte cilíndrica, como foi encontrado pelo algoritmo, seja realmente melhor no sentido de maximizar a eficiência.

Por meio de simulação, Wang e Yu (2006) sugeriram que a parte cônica deve ser o mais longa possível em relação à parte cilíndrica, mas que a seção cilíndrica deve ser mantida para permitir uma fácil abertura para a alimentação, especialmente em hidrociclones pequenos, por razões práticas. Seus resultados indicaram que a eficiência de separação pode ser aumentada, se a parte cônica tiver o maior comprimento possível. Em consonância com esta informação, Vieira (2006) demonstrou que uma diminuição no ângulo do tronco de cone ( $\theta$ ) dos hidrociclones filtrantes de seu estudo (mantidas constantes as demais dimensões geométricas) favorece a eficiência total de coleta. Segundo o autor, tal favorecimento dá-se em virtude das maiores razões de líquido e menores velocidades radiais induzidas pelo pequeno ângulo do cone perto da parede. De acordo com Delgadillo e Rajamani (2007a), é evidente que a escolha de menores ângulos de cone pode reduzir o diâmetro de corte, aumentando a eficiência de separação, ao custo, é claro, de uma maior perda de carga. Como pode ser visto na Tabela 4.5, o ângulo do tronco de cone que maximizou a eficiência de separação foi o menor dentre os disponíveis (Tabela 3.5). Portanto, acredita-se que a combinação da menor parte cilíndrica com o maior comprimento da parte cônica tenha sido decisivo para maximizar a eficiência de separação.

#### 4.2.2.1 – Validação experimental do caso 01

Os resultados experimentais referentes ao estudo de otimização do caso 01 (HCOT1) são apresentados no APÊNDICE A. Como apresentado na seção 3.1.3.1, os hidrociclones foram construídos como peças independentes (modulares) que permitiam a montagem dos diferentes equipamentos. A Figura 4.43 apresenta o hidrociclone HCOT1, lembrando que as relações geométricas são:  $Di/Dc = 0,26$  ( $Di = 7,8$  mm),  $Do/Dc = 0,19$  ( $Do = 5,7$  mm),  $L/Dc = 5,63$  ( $L = 169$  mm) e  $\theta = 9^\circ$  ( $H = 159$  mm e  $h = 10$  mm).



Figura 4.43 – Hidrociclone HCOT1.

A Tabela 4.6 apresenta os resultados preditos para eficiência total de separação e número de Euler (Equações 4.1 e 4.2) e os resultados experimentais obtidos para o hidrociclone otimizado (HCOT1). A tabela apresenta também algumas das configurações que tiveram as eficiências mais altas, dentre aqueles apresentados na Tabela 3.7.

Tabela 4.6 – Predição das equações de superfície de resposta e resultados experimentais de eficiência total de separação e número de Euler para o caso 01.

Hidrociclone	$\eta$ (%)			$Eu$		
	Eq. 4.1	Resultado experimental	Comparação experimental com HCOT1	Eq. 4.2	Resultado experimental	Comparação experimental com HCOT1
<u>HCOT1</u>	<u>81,1</u>	<u>85,5</u>	-	<u>2279</u>	<u>2151</u>	-
H03	68,4	70,4	-17,7%	3915	3801	+76,7%
H09	70,5	71,7	-16,2%	2221	2365	+9,9%
H10	68,3	68,1	-20,3%	1780	1768	-17,8%
H19	78,8	76,0	-11,1%	2679	2803	+30,3%
H20	65,2	66,6	-22,2%	1576	1666	-22,5%

Pode-se notar que a configuração otimizada teve a maior eficiência de separação predita dentre todas as configurações analisadas. Além disso, os resultados experimentais tiveram a mesma tendência dos dados, confirmando a boa predição das equações empíricas propostas e o melhor desempenho da configuração otimizada. Cabe ainda ressaltar que as partículas utilizadas no presente trabalho foram mais finas que as partículas utilizadas por Vieira (2006), o que desfavorece a eficiência de separação.

Dentre as vinte cinco configurações do PCC de Vieira (2006), a maior eficiência total de separação foi obtida com a configuração H19, que tinha o ângulo de cone no nível central do PCC ( $X_4=0$ , ou seja,  $\theta=14,5^\circ$ ) e o menor diâmetro do duto de *overflow* ( $X_2=-a$ , ou seja,  $Do/Dc=0,19$ ), combinação esta que, como já visto, pode fornecer alta eficiência. Para a queda de pressão de 147 kPa, a eficiência total de separação obtida experimentalmente com o hidrociclone H19 foi de 76% e o número de Euler em torno de 2800. A partir da Tabela 4.6, pode-se notar que a configuração otimizada (HCOT1), obtida através do algoritmo ED, apresentou eficiência total de separação em torno de 11% maior que a do hidrociclone H19, sob as mesmas condições de operação, e número de Euler cerca de 30% menor. O comprimento do HCOT1 ( $L=169$  mm) é menor que o do H19 ( $L=174$  mm) e já foi mencionado que alterações no comprimento não exercem influência significativa no desempenho do equipamento. O diâmetro do duto de *overflow* foi o menor disponível em ambos os casos, o que pode levar a maiores valores de eficiência, como já aludido. O diâmetro do duto de alimentação do HCOT1 ( $Di/Dc=0,26$ ) foi maior do que o do H19 ( $Di/Dc=0,21$ ), o que pode ter influenciado mais fortemente no fato de o número de Euler do primeiro ser menor que o do segundo. Acredita-se, portanto, que os fatos determinantes para que o desempenho do HCOT1 fosse superior ao do H19 tenham sido o menor ângulo do cone e o maior diâmetro do duto de alimentação para o primeiro.

Ressalta-se que nos estudos de Vieira (2006) a única configuração geométrica que utilizou o menor diâmetro do tronco de cone ( $\theta = 9^\circ$ ) foi o H23, cuja eficiência não está entre as maiores de seu estudo, por isso não foi analisada na Tabela 4.6, e foi apenas 61,73% (Tabela 3.7). A principal diferença entre HCOT1 e H23 é o fato de este possuir maior diâmetro de *overflow*, que como já foi relatado, pode levar a uma diminuição na eficiência de separação.

Uma característica importante do hidrociclone HCOT1 é sua razão de líquido ( $R_L$ ), que é apresenta na Figura 4.44, juntamente com as demais geometrias. Destaque foi feito para as configurações apresentadas na Tabela 4.6, além do HCOT1.

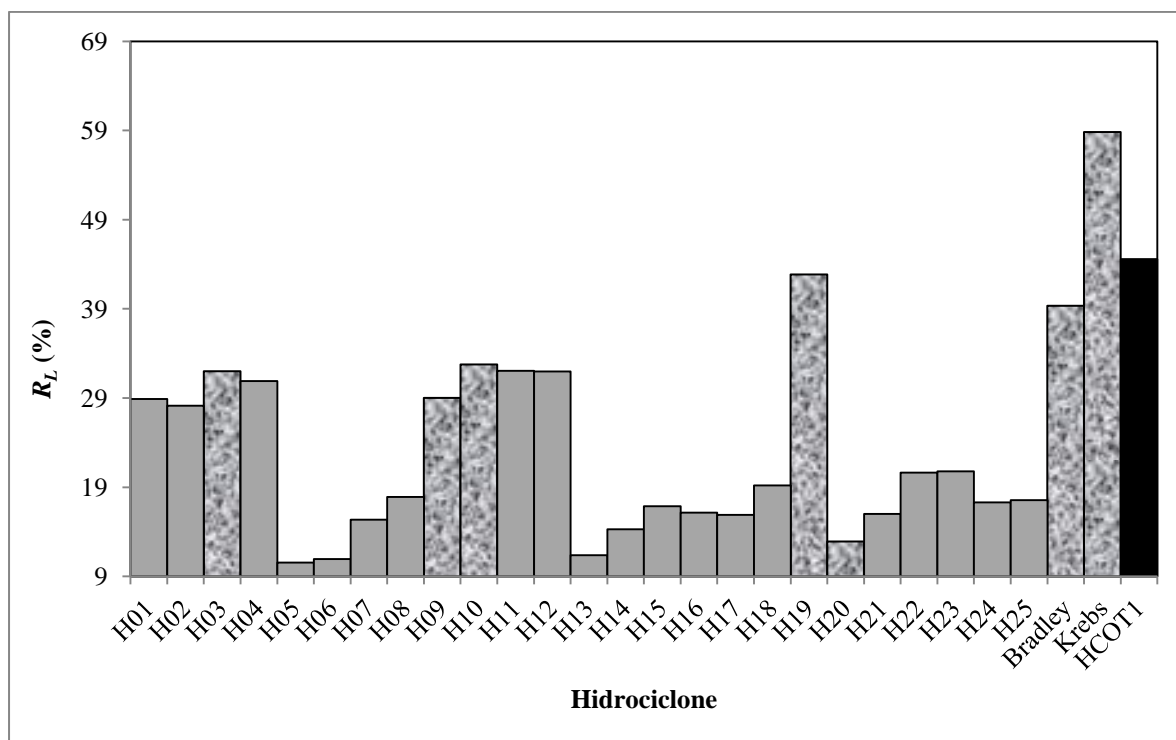


Figura 4.44 – Resultados experimentais de razão de líquido ( $R_L$ ) para a otimização do caso 01.

Nota-se que a única geometria que apresentou  $R_L$  maior que o HCOT1 foi a de Krebs e credita-se a isso o fato de esta possuir diâmetro de *overflow* menor que aquela. Como já exposto, isto faz com que mais fluido seja direcionado ao orifício de *underflow*, aumentando a razão de líquido. Assim, como já mencionado, os equipamentos com ângulos de cone menores podem aumentar a eficiência de separação.

Considerando-se apenas aqueles sólidos coletados no *underflow* pelo efeito exclusivo do campo centrífugo, a Figura 4.45 mostra uma comparação da eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para os modelos avaliados, sendo que as informações para os outros equipamentos foram reproduzidas da tese de Vieira (2006).

O resultado obtido experimentalmente para o HCOT1 foi 73,9%, que é cerca de 14% superior ao melhor resultado obtido dentre as configurações utilizadas para obtenção do hidrociclone HCOT1, que é o H13, com  $\eta'$ =63,5%.

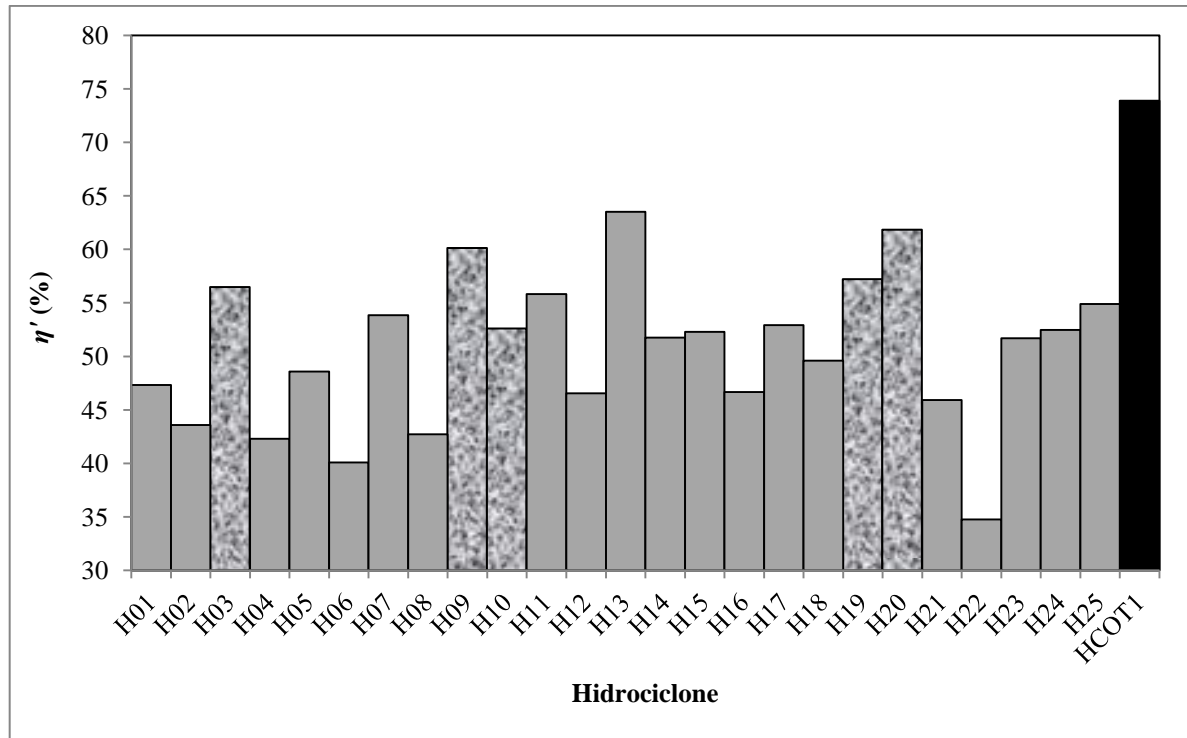


Figura 4.45– Resultados experimentais de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para a otimização do caso 01.

#### 4.2.3 – Caso 02: minimização da razão de líquido ( $R_L$ ) com $d_{50} < 7,00 \mu\text{m}$

O hidrociclone obtido neste caso de estudo é denominado HCOT2 (**H**idrociclone **C**onvencional **O**timizado caso **2**) e os resultados obtidos através do algoritmo de otimização são apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Resultados obtidos através do algoritmo ED para o caso 02.

Variáveis					$R_L$ (%)	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )
Nível codificado	$X_1 = 0$	$X_2 = +1$	$X_3 = -1$	$X_4 = -1$	10,95	6,96
Nível Original	$Di/Dc = 0,21$	$Do/Dc = 0,32$	$L/Dc = 4,7$	$\theta = 11,2^\circ$		

Vieira (2006), avaliando a influência das configurações geométricas no desempenho de hidrociclones mostrou que a variação do diâmetro de alimentação ( $Di$ ) entre os valores mínimo e máximo de sua faixa de estudo, mantendo as demais variáveis constantes (hidrociclones H17 e H18), não levou a alterações significativas na razão de líquido (Tabela 3.7), apesar que, valores menores do diâmetro de alimentação tenham fornecido valores de razão de líquido inferiores. Diante disso, acredita-se que esta variável não exerceu influência

significativa na resposta em análise, levando a crer que sua contribuição através da interação com outras variáveis tenha sido mais determinante para que o algoritmo retornasse o valor intermediário ( $Di/Dc = 0,21$ ).

A variável que mais influenciou a razão de líquido no estudo de Vieira (2006) foi o diâmetro de *overflow*. Comparando os equipamentos com menor e maior diâmetro de *overflow* (H19 e H20), mantidas constantes as demais variáveis, os resultados dos autores indicaram que, à medida que o menor diâmetro de *overflow* foi utilizado (H19), maiores foram as restrições impostas ao escoamento do sistema, obrigando grande parte do líquido a migrar para a corrente de *underflow*, aumentando, conseqüentemente a razão de líquido. Uma análise linear, como a que foi feita acima, leva a crer que, para minimizar a razão de líquido, o diâmetro de *overflow* encontrado pelo algoritmo seria o maior valor disponível ( $X_2=+1,66$ ). Entretanto, como o comportamento da resposta é não linear e existem interações entre as variáveis que são contempladas pelas equações das Funções Objetivo, o algoritmo forneceu a resposta  $Do/Dc = 0,32$ , que é a segunda maior ( $X_2=+1$ ).

De acordo com os resultados de Vieira (2006), as mudanças no comprimento total ( $L$ ) dos hidrociclones pouco interferiram na razão de líquido, mas de acordo com seus resultados, a utilização do menor equipamento (H21) levou a uma razão de líquido menor, quando comparado ao maior equipamento (H22), mantidas constantes as demais variáveis (Tabela 3.7). Diante disso, sem considerar o efeito das interações entre as variáveis, era de se esperar que o valor retornado pelo algoritmo para o comprimento total ficasse na região central ou entre os menores disponíveis, o que de fato aconteceu, fornecendo  $L/Dc = 4,7$ .

No que diz respeito ao ângulo do cone ( $\theta$ ), os resultados de Vieira (2006) apontaram que o uso de um equipamento com maior ângulo (H24) levou a menores valores de razão de líquido, quando comparado ao de menor ângulo (H23), mantidas constantes as demais variáveis (Tabela 3.7). Logo, sem considerar as interações entre as variáveis, era de se esperar que o algoritmo retornasse valores maiores para o ângulo do tronco de cone, mas não foi isso que aconteceu. Para minimizar a razão de líquido o algoritmo forneceu o valor  $\theta = 11,2^\circ$ , que é um dos menores. Avaliando-se o impacto de todas as variáveis supracitadas sobre a razão de líquido para os pares de hidrociclones H17-H18 (mínimo e máximo  $Di$ ), H19-H20 (mínimo e máximo  $Do$ ), H21-H22 (mínimo e máximo  $L$ ) e H23-H24 (mínimo e máximo  $\theta$ ), de acordo com os dados de Vieira (2006) apresentados na Tabela 3.7, nota-se que:

- A diferença de  $R_L$  entre o mínimo e o máximo  $Di$  foi de 3,31 pontos percentuais;
- A diferença de  $R_L$  entre o mínimo e o máximo  $Do$  foi de 29,94 pontos percentuais;



- A diferença de  $R_L$  entre o mínimo e o máximo  $L$  foi de 4,63 pontos percentuais;
- A diferença de  $R_L$  entre o mínimo e o máximo  $\theta$  foi de 3,5 pontos percentuais.

Diante disso, fica evidente que o maior impacto sobre a razão de líquido, como já mencionado, foi causado pela variável  $Do$  e acredita-se que as demais tenham sido obtidas por meio do algoritmo devido à interação entre elas.

#### 4.2.3.1 – Validação experimental do caso 02

Os resultados experimentais referentes ao estudo de otimização do caso 02 (HCOT2) são apresentados no APÊNDICE A. A Figura 4.46 apresenta o hidrociclone HCOT2, lembrando que as relações geométricas são:  $Di/Dc = 0,21$  ( $Di = 6,3$  mm),  $Do/Dc = 0,32$  ( $Do = 9,6$  mm),  $L/Dc = 4,7$  ( $L = 142$  mm) e  $\theta = 11,2^\circ$  ( $H = 127$  mm e  $h = 15$  mm).



Figura 4.46 – Hidrociclone HCOT2.

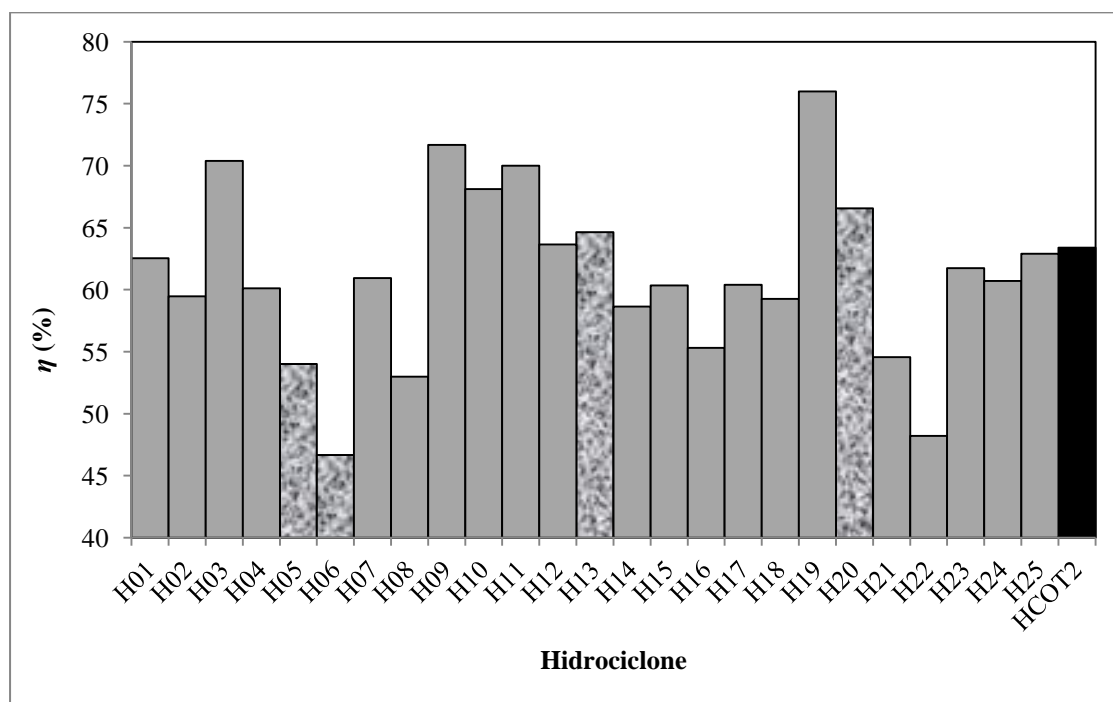
A Tabela 4.6 apresenta os resultados preditos para razão de líquido e diâmetro de corte (Equações 4.3 e 4.4) e os resultados experimentais obtidos para o hidrociclone otimizado (HCOT2). A tabela apresenta também as quatro configurações (dentre aqueles apresentados na Tabela 3.7) e os hidrociclones das famílias clássicas (Tabela 3.6) que tiveram os menores valores de razão de líquido.

Tabela 4.8 – Predição das equações de superfície de resposta e resultados experimentais de razão de líquido para o caso 02.

Hidrociclone	$R_L$ (%)		
	Eq. 4.3	Resultado experimental	Comparação experimental com HCOT2
HCOT2	10,95	9,37	-
H05	10,19	10,54	+12,5%
H06	10,83	10,94	+16,8%
H13	11,77	11,37	+21,4%
H20	14,06	12,91	+37,8%
Rietema	-	12,27	+31,0%
Demco	-	11,69	+24,8%

Nota-se que a configuração otimizada teve a menor razão de líquido obtida experimentalmente, apesar de não ser o menor valor previsto pela Equação (4.3), dentre as configurações analisadas. O valor experimental obtido para a referida variável foi menor inclusive que o das famílias clássicas Rietema e Demco.

A Figura 4.47 mostra uma comparação da eficiência total de separação ( $\eta$ ) para os modelos avaliados (com destaque para os equipamentos apresentados na Tabela 4.6), sendo que as informações para os outros equipamentos foram reproduzidas da tese de Vieira (2006).

Figura 4.47 – Resultados experimentais de eficiência total de separação ( $\eta$ ) para a otimização do caso 02.

A figura deixa claro que, apesar de o material particulado ser mais fino, o hidrociclone HCOT2 ainda forneceu eficiência total de separação razoável, em torno de 63,4%. Como já foi abordado no texto, um fator que pode ter contribuído para este valor de eficiência é o valor do ângulo do cone ( $\theta=11,2^\circ$ ), que é próximo ao menor valor disponível. Além disso, o HCOT2 tem uma parte cilíndrica pequena, que como já mencionado, aliado a um cone de maior comprimento (menor ângulo) pode melhorar a eficiência. Isto justifica o fato de a eficiência não ser tão baixa, apesar do tamanho do material particulado. Dentre os equipamentos de baixa razão de líquido, a eficiência total de separação ( $\eta$ ) do HCOT2 foi inferior à dos hidrociclones H13 (64,6%) e H20 (66,6%). A única diferença entre o HCOT2 e o H13 é o diâmetro de alimentação ( $Di$ ) que leva a alterações muito pequenas na eficiência total de separação, como já foi visto; logo, a diferença na eficiência total de separação para estas duas configurações deveria ser mínima, como o foi. Acredita-se que o hidrociclone H20 tenha sido mais eficiente somente devido à diferente distribuição de tamanho de partículas, uma vez que tem o mesmo  $Di$  (pouca influência na eficiência), e tem configurações das demais variáveis que, de acordo com argumentos expostos anteriormente, seriam prejudiciais à eficiência de separação.

A Figura 4.48 apresenta a comparação dos dados de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para os casos em estudo.

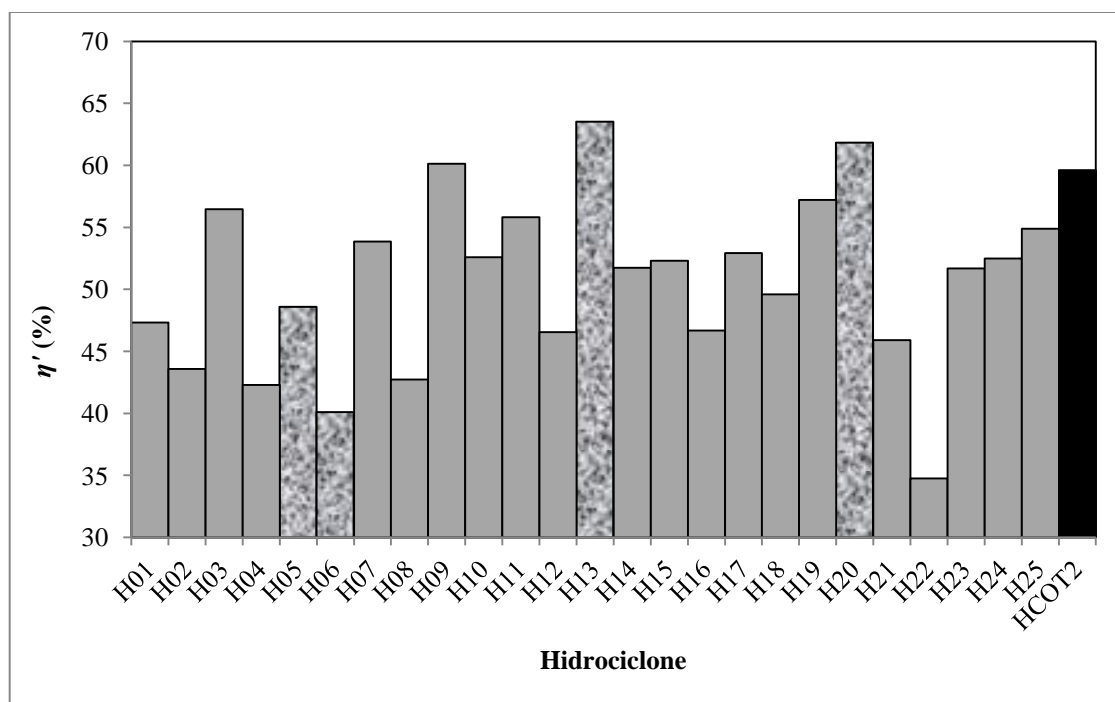


Figura 4.48 – Resultados experimentais de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para a otimização do caso 02.

Novamente, dentre os equipamentos de baixa razão de líquido, o HCOT2 (59,60%) teve desempenho inferior somente aos hidrociclones H13 (63,52%) e H20 (61,83%). No geral, o desempenho do HCOT2 em termos de eficiência de separação reduzida, foi o quarto melhor equipamento. Portanto, desconsiderando-se o “efeito T” (relacionado à razão de líquido), que é baixo no HCOT2, este equipamento teve um bom desempenho, considerando a ação de separação devida exclusivamente à ação centrífuga.

Outro dado relevante que deve merecer destaque é o consumo energético da nova configuração geométrica. A Figura 4.49 apresenta os dados de número de Euler para os casos em estudo.

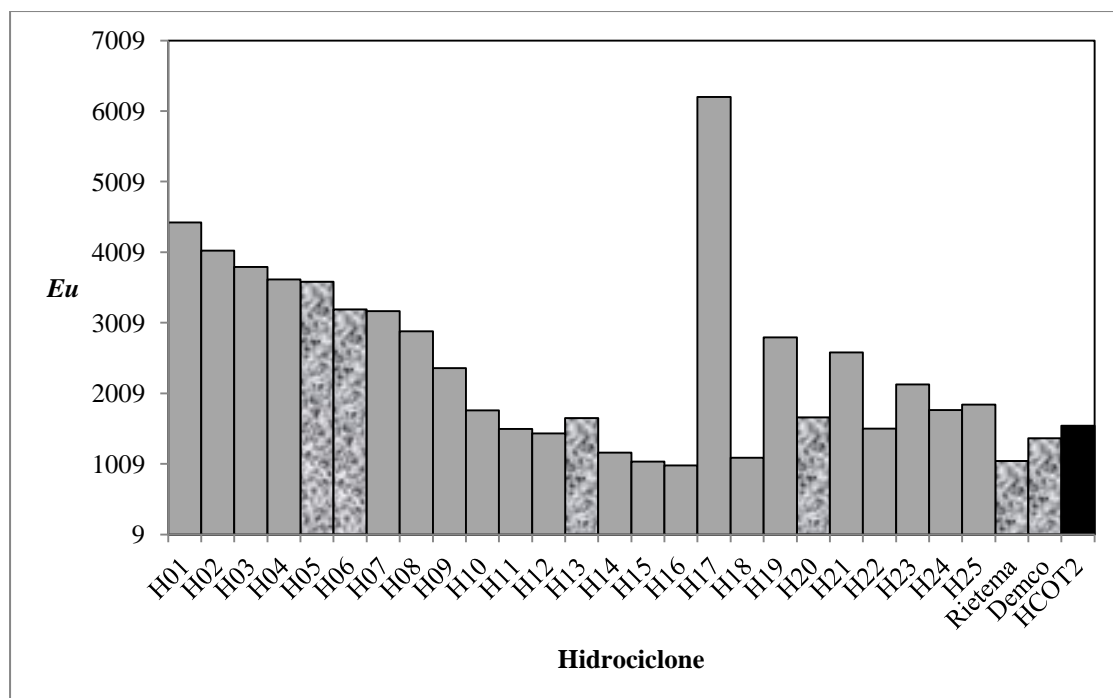


Figura 4.49 – Resultados experimentais de número de Euler ( $Eu$ ) para a otimização do caso 02.

Dentre os equipamentos de baixo  $R_L$ , a nova configuração não apresentou consumo energético ( $Eu=1549$ ) menor apenas que as famílias clássicas Rietema (1048) e Demco (1370). No geral, o hidrociclone HCOT2 teve um número de Euler que foi o oitavo menor entre as vinte e cinco configurações estudadas por Vieira (2006). Esta informação se torna mais relevante quando se faz uma comparação entre o HCOT2 e o HC11 (o hidrociclone que concilia alta eficiência com baixo consumo energético). O HCOT2 teve uma eficiência de separação reduzida ligeiramente superior ao HC11 (59,60% contra 55,83%), com consumo energético muito próximo ( $Eu=1549$  para HCOT2 e  $Eu=1502$  para HC11), mas com uma

razão de líquido muito menor ( $R_L=9,37\%$  para HCOT2 e  $R_L=32,07\%$  para HC11). Se o líquido utilizado na separação não pode ser descartado juntamente com a corrente de *underflow*, o HCOT2 pode ser uma boa alternativa.

#### 4.2.4 – Caso 03: minimização do número de Euler ( $Eu$ ) com $d_{50}<7,00\ \mu\text{m}$

O hidrociclone obtido neste caso de estudo é denominado HCOT3 (**H**idrociclone **C**onvencional **O**timizado caso **3**) e os resultados obtidos através do algoritmo de otimização são apresentados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Resultados obtidos através do algoritmo ED para o caso 03.

Variáveis					$Eu$	$d_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )
Nível codificado	$X_1 = +1$	$X_2 = +1,66$	$X_3 = +1,66$	$X_4 = -1,66$	758	6,43
Nível Original	$Di/Dc = 0,26$	$Do/Dc = 0,35$	$L/Dc = 7,6$	$\theta = 9^\circ$		

Vieira (2006) mostrou que a variável que mais impactou a resposta número de Euler foi o diâmetro de alimentação ( $Di$ ). Mantendo as demais variáveis constantes, o hidrociclone com menor  $Di$  (H17,  $Di/Dc=0,13$ ) ofereceu maior resistência para o fluido que adentrava no equipamento, elevando, conseqüentemente, o número de Euler ( $Eu=5854$ ). Já para o equipamento com maior  $Di$  (H18,  $Di/Dc=0,29$ ), o autor obteve  $Eu=948$ . Novamente, uma análise linear, como a que foi feita acima, leva a crer que, para minimizar o número de Euler, o diâmetro de alimentação encontrado pelo algoritmo seria o maior valor disponível ( $X_1=+1,66$ ). Entretanto, como o comportamento da resposta é não linear e existem interações entre as variáveis que são contempladas pelas equações das Funções Objetivo, o algoritmo forneceu a resposta  $Di/Dc = 0,26$ , que é a segunda maior ( $X_1=+1$ ).

Outra variável que influencia significativamente o número de Euler, não com tamanho impacto quanto  $Di$ , é o diâmetro de *overflow* ( $Do$ ). Os resultados de Vieira (2006) sugerem que valores maiores de  $Do/Dc$  podem reduzir o número de Euler. Mantidas constantes as demais variáveis, o equipamento com menor diâmetro de *overflow* (H19) apresentou número de Euler igual a 2472 e para o de maior  $Do$ ,  $Eu=1521$ . Portanto, sem avaliar as interações entre as variáveis, o algoritmo deveria retornar valores maiores para a variável  $Do/Dc$  na busca pelo mínimo valor de número de Euler, como aconteceu ( $Do/Dc = 0,35$ ).

Apesar de exercer uma influência menor que as duas variáveis anteriores sobre o número de Euler, o comprimento total ( $L$ ) também deve ser destacado. De acordo com Chu *et al.* (2000), com o aumento de  $L$  pode reduzir o coeficiente de perda de carga. Segundo os autores, quanto maior o equipamento, maior o espaço dentro do hidrociclone, e maior o tempo de retenção do escoamento, reduzindo a dissipação turbulenta e reduzindo, conseqüentemente, o coeficiente de perda de energia resultante. Além disso, partes cilíndricas maiores também podem reduzir a perda de carga.

A variável que menos influenciou o número de Euler foi o ângulo do cone ( $\theta$ ), mas de acordo com os dados de Vieira (2006) ângulos maiores podem reduzir o número de Euler. Com as demais variáveis mantidas constantes, o uso de um equipamento com maior ângulo (H24) levou a um menor número de Euler ( $Eu=1773$ ), quando comparado ao de menor ângulo (H23), cujo resultado foi  $Eu=2137$ . Logo, sem considerar as interações entre as variáveis, era de se esperar que o algoritmo retornasse valores maiores para o ângulo do tronco de cone, mas não foi isso que aconteceu. De forma totalmente contrária, o algoritmo retornou o menor ângulo ( $\theta=9^\circ$ ) para minimização do número de Euler. Avaliando-se o impacto de todas as variáveis supracitadas sobre o número de Euler para os pares de hidrociclones H17-H18 (mínimo e máximo  $Di$ ), H19-H20 (mínimo e máximo  $Do$ ), H21-H22 (mínimo e máximo  $L$ ) e H23-H24 (mínimo e máximo  $\theta$ ), de acordo com os dados de Vieira (2006) apresentados na Tabela 3.7, nota-se que:

- A diferença de  $Eu$  entre o mínimo e o máximo  $Di$  foi de 5111;
- A diferença de  $Eu$  entre o mínimo e o máximo  $Do$  foi 1137;
- A diferença de  $Eu$  entre o mínimo e o máximo  $L$  foi de 1081;
- A diferença de  $Eu$  entre o mínimo e o máximo  $\theta$  foi de 364.

Diante disso, fica evidente que o maior impacto sobre o número de Euler, como já mencionado, foi causado pela variável  $Di$  e acredita-se que as demais tenham sido obtidas por meio do algoritmo devido à interação entre elas.

#### 4.2.4.1 – Validação experimental do caso 03

Os resultados experimentais referentes ao estudo de otimização do caso 03 (HCOT3) são apresentados no APÊNDICE A. A Figura 4.50 apresenta o hidrociclone HCOT3, lembrando que as relações geométricas são:  $Di/Dc = 0,26$  ( $Di = 7,8$  mm),  $Do/Dc = 0,35$  ( $Do = 10,5$  mm),  $L/Dc = 7,6$  ( $L = 228$  mm) e  $\theta = 9^\circ$  ( $H = 159$  mm e  $h = 69$  mm).

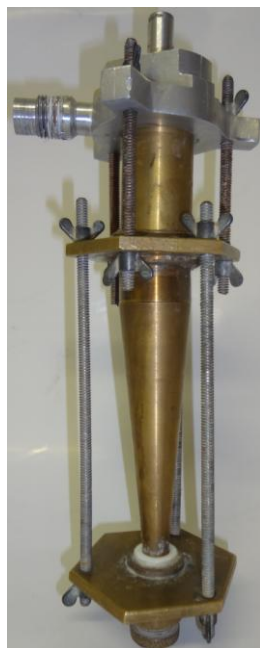


Figura 4.50 – Hidrociclone HCOT3.

A Tabela 4.10 apresenta os resultados preditos para número de Euler e diâmetro de corte (Equações 4.2 e 4.4) e os resultados experimentais obtidos para o hidrociclone otimizado (HCOT3). A tabela apresenta também as quatro configurações (dentre aqueles apresentados na Tabela 3.7) e os hidrociclones das famílias clássicas (Tabela 3.6) que tiveram os menores valores de número de Euler.

Tabela 4.10 – Predição das equações de superfície de resposta e resultados experimentais de número de Euler para o caso 03.

Hidrociclone	<i>Eu</i>		
	Eq. 4.2	Resultado experimental	Comparação experimental com HCOT3
<u>HCOT3</u>	<u>758</u>	<u>788</u>	
H14	1130	1170	+48,51%
H15	950	1040	+32,01%
H16	836	986	+25,16%
H18	1593	1096	+39,12%
Rietema	-	1048	+33,03%
Demco	-	1370	+73,90%

Nota-se que, dentre todas as configurações analisadas, a geometria otimizada indiscutivelmente tem o menor número de Euler previsto pela Equação (4.2) e, com boa

previsão da equação, o menor valor obtido experimentalmente, superando inclusive as famílias clássica Rietema e Demco.

A Figura 4.51 mostra uma comparação da eficiência total de separação ( $\eta$ ) para os modelos avaliados, sendo que as informações para os outros equipamentos foram reproduzidas da tese de Vieira (2006). Os equipamentos apresentados na Tabela 4.10 foram destacados.

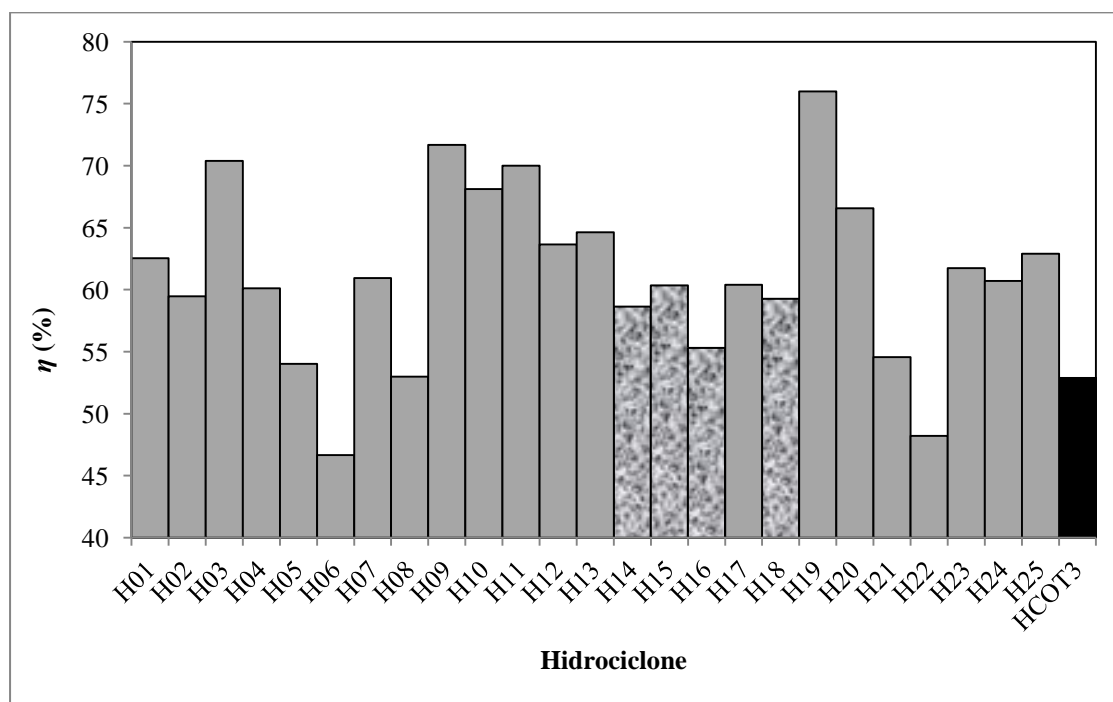


Figura 4.51 – Resultados experimentais de eficiência total de separação ( $\eta$ ) para a otimização do caso 03.

Sabe-se que hidrociclones mais eficientes gastam muita energia, como foi detalhado no caso 01. O inverso também é verdade, isto é, hidrociclones que apresentam baixo custo energético normalmente são menos eficientes. A Figura 4.51 comprova esta informação para o caso em estudo, revelando que a nova geometria teve uma eficiência total de separação entre as mais baixas de todas. Além disso, ressalta-se novamente que o material particulado era menor, o que pode ter afetado a eficiência de modo a reduzi-la. Em comparação com os equipamentos em destaque, o desempenho do HCOT3 foi próximo apenas ao do Rietema. Analisando-se a geometria HCOT3 em relação à eficiência total de separação, constata-se que o equipamento em questão tem a maior relação  $Do/Dc$  disponível (0,35), que apesar de reduzir o consumo energético, exerceu uma forte influência sobre a eficiência do equipamento no sentido de reduzi-la, haja vista que o H19, que tem o menor  $Do$ , era o mais eficiente do



trabalho de Vieira (2006). Por outro lado, tem o menor ângulo do cone ( $9^\circ$ ) que, como já visto, também exerce grande influência sobre a eficiência, mas no sentido de aumentá-la, como no caso do HCOT1. Já a influência do diâmetro de alimentação e o do comprimento total sobre a eficiência não foi tão significativa. Assim, acredita-se que as ações opostas do maior  $Do$  com o menor  $\theta$  tenham deixado a eficiência em torno de 53%.

Para tentar compreender melhor o resultado obtido para eficiência, apresenta-se na sequência o gráfico com os dados de razão de líquido.

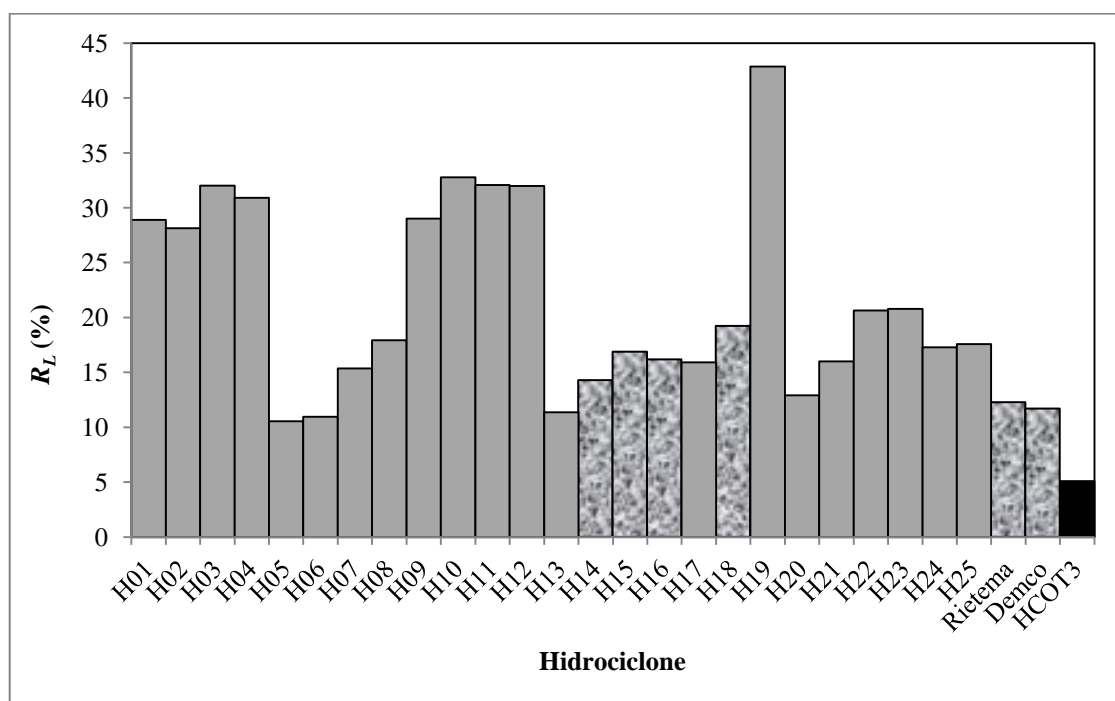


Figura 4.52 – Resultados experimentais de razão de líquido ( $R_L$ ) para a otimização do caso 03.

Nota-se que o HCOT3 tem a menor razão de líquido (5,08%) dentre todas as configurações avaliadas, superando inclusive o resultado do HCOT2 (9,37%). Isto pode ser um indicativo da baixa eficiência total de separação apresentada pelo separador HCOT3, uma vez que pode arrastar menor quantidade total de partículas para o orifício de *underflow*, diminuindo a eficiência.

Ora, se o HCOT3 apresentou um resultado experimental de razão de líquido menor que o HCOT2, uma questão: *se a restrição do caso 02 é igual à restrição do caso 03 ( $d_{50} < 7,00 \mu m$ ), que é atendida para ambos os casos, por que o caso 02 não retornou a mesma resposta do caso 03 para as variáveis, já que o  $R_L$  deste é menor?*

A resposta para a questão acima está na Equação (4.3). A substituição das variáveis codificadas obtidas pelo algoritmo para o caso 03, apresentadas na Tabela 4.9 ( $X_I = +1$ ;

$X_2=+1,66$ ;  $X_3=+1,66$  e  $X_4=-1,66$ ) na Equação (4.3) fornece uma previsão para a razão de líquido de 20,55%, que é muito maior que a previsão da equação para o caso 02, apresentada na Tabela 4.7. Assim, o algoritmo de otimização retornou no caso 02 o menor valor de razão de líquido que pôde calcular através da Equação (4.3) que atendesse a restrição imposta.

O PCC do estudo de Vieira (2006) contempla uma variável no nível extremo somente quando as outras estão no nível central. Como já visto, o resultado para o HCOT3 está com três variáveis em níveis extremos ( $X_2=+1,66$ ;  $X_3=+1,66$  e  $X_4=-1,66$ ), o que, como já mencionado, não é abrangido concomitantemente pelas equações obtidas a partir do planejamento anterior.

Apesar disso, os resultados experimentais referentes ao diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) do HCOT2 e do HCOT3, apresentados respectivamente, nas tabelas 4.7 e 4.9, mostram que o primeiro teve um valor inferior ao segundo. Ademais, a eficiência total de separação obtida para o HCOT2 foi 63,39% (Figura 4.47), que é maior que os 53% do HCOT3 (Figura 4.51).

A Figura 4.53 apresenta a comparação dos dados de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para os casos em estudo.

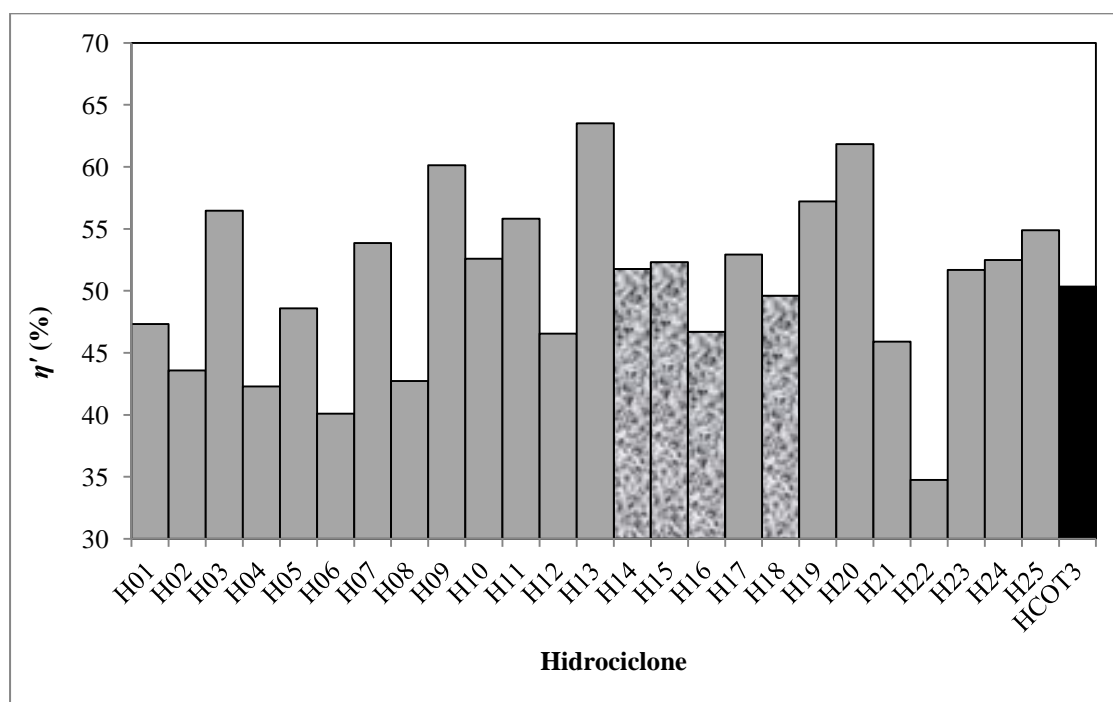


Figura 4.53 – Resultados experimentais de eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) para a otimização do caso 03.

Neste caso, considerando somente a ação do campo centrífugo, o desempenho do HCOT3 se aproximou das configurações do trabalho de Vieira (2006) de baixo consumo

energético (baixo Euler), destacados no gráfico. O valor obtido para o HCOT3 (em torno de 50,3%) é maior que o de muitas das geometrias avaliadas por Vieira (2006). Portanto, desconsiderando-se o “efeito T”, que é muito baixo no HCOT3, este equipamento teve um bom desempenho.

Sintetizando, dependendo da aplicação, o hidrociclone HCOT3 pode ser uma alternativa melhor que o HCOT2, pois apresentou razão de líquido ( $R_L$ ) e número de Euler consideravelmente menores, apesar da redução de cerca de dez pontos percentuais na eficiência de separação reduzida.

#### 4.2.5 – Simulações efetuadas para os hidrociclones otimizados HCOT1 e HCOT3

Nesta seção são apresentados resultados das simulações referentes ao hidrociclone HCOT1, que apresentou a máxima eficiência de separação e ao hidrociclone HCOT3, que apresentou os menores valores de número de Euler e razão de líquido. Ressalta-se que as configurações das simulações eram semelhantes ao que foi apresentado na Tabela 3.4, diferindo exceto nas vazões de alimentação, específicas para cada caso (266 g/s para o HCOT1 e 440 g/s para o HCOT3) na pressão de entrada experimental de 147100 Pa. As malhas computacionais geradas para os hidrociclones avaliados são apresentadas na Figura 4.54.

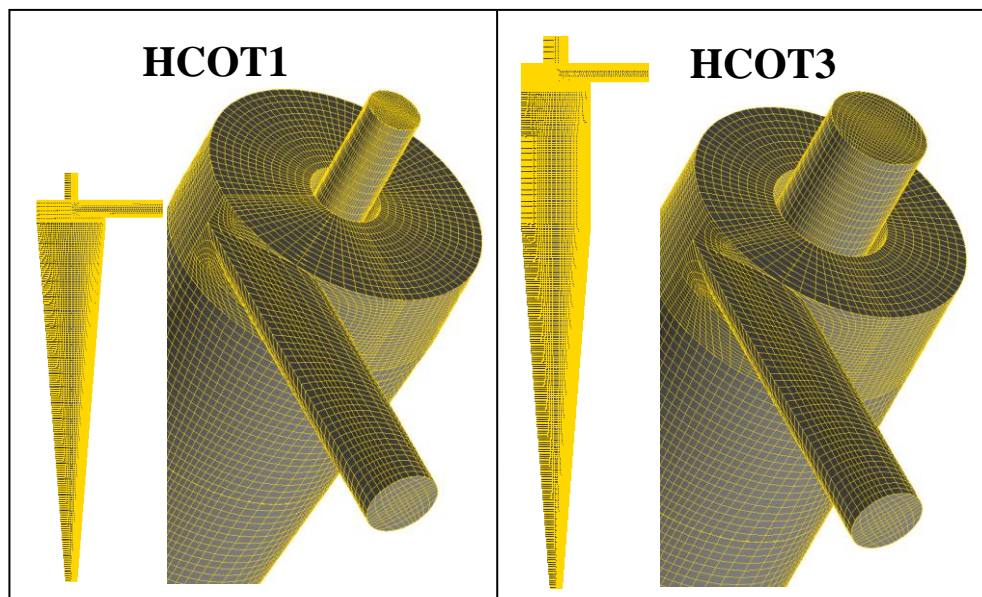


Figura 4.54 – Malhas computacionais geradas para os hidrociclones otimizados.

Ressalta-se que estas geometrias tiveram, em comum, o diâmetro de entrada ( $D_i = 7,8$  mm) e o ângulo do cone ( $\theta = 9^\circ$  – o que leva a um comprimento do cone  $H = 159$  mm). O diâmetro de *overflow* estava no limite inferior para o HCOT1 ( $D_o = 5,7$  mm), e no limite superior para o HCOT3 ( $D_o = 10,5$  mm). Já o comprimento total foi maior para o HCOT3 ( $L = 228$  mm) em comparação com o HCOT1 ( $L = 169$  mm), levando a uma diferença de 59 mm no comprimento da parte cilíndrica.

A Tabela 4.11 apresenta os relatórios de qualidade a respeito da assimetria dos elementos de malha para os modelos analisados.

Tabela 4.11 – Relatório de qualidade das malhas geradas para os hidrociclones otimizados.

Faixa de assimetria	Quantidade e elementos na faixa		% da contagem total	
	HCOT1	HCOT3	HCOT1	HCOT3
0 - 0,1	94455	103160	53,14	50,30
0,1 - 0,2	27929	31973	15,71	15,59
0,2 - 0,3	20498	21381	11,53	10,43
0,3 - 0,4	14523	14671	8,17	7,15
0,4 - 0,5	9544	15758	5,37	7,68
0,5 - 0,6	4666	10058	2,63	4,90
0,6 - 0,7	3059	4516	1,72	2,20
0,7 - 0,8	1907	2215	1,07	1,08
0,8 - 0,9	338	301	0,19	0,15
0,9 - 1	821	1051	0,46	0,51
<b>1</b>	<b>177740</b>	<b>205084</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

A partir dos relatórios de qualidade das malhas e, lembrando que não pode haver elemento com assimetria superior a 0,97, fazem-se as seguintes considerações:

- A maioria dos elementos (53,14%) da malha do HCOT1 apresentou valor inferior a 0,1 e a média total foi 22,14% (menor que 40%), tendo um valor de aproximadamente 0,95 para o elemento mais assimétrico;
- A maioria dos elementos (50,30%) da malha do HCOT3 apresentou valor inferior a 0,1 e a média total 23,97% (menor que 40%), tendo um valor de aproximadamente 0,94 para o elemento mais assimétrico.

Diante disto, as malhas geradas tiveram elementos com assimetria dentro dos limites aceitáveis.

Atingidos os critérios de parada apresentados anteriormente, os valores médios finais de número de Euler e razão de líquido para os casos em estudo são apresentados na sequência.

Tabela 4.12 – Dados experimentais e resultados simulados para os hidrociclones otimizados.

Respostas avaliadas	HCOT1		HCOT3	
	Resultado experimental	Simulação	Resultado experimental	Simulação
$Eu$	2151	2714	788	1043
$R_L$ (%)	44,57	42,87	5,08	2,47

Observa-se nestes resultados uma ótima previsão para a razão de líquido no HCOT1. As demais respostas simuladas, embora com uma diferença maior, previram adequadamente os resultados experimentais.

A Figura 4.55 apresenta a distribuição de pressão total e os perfis de velocidade tangencial dos hidrociclones estudados.

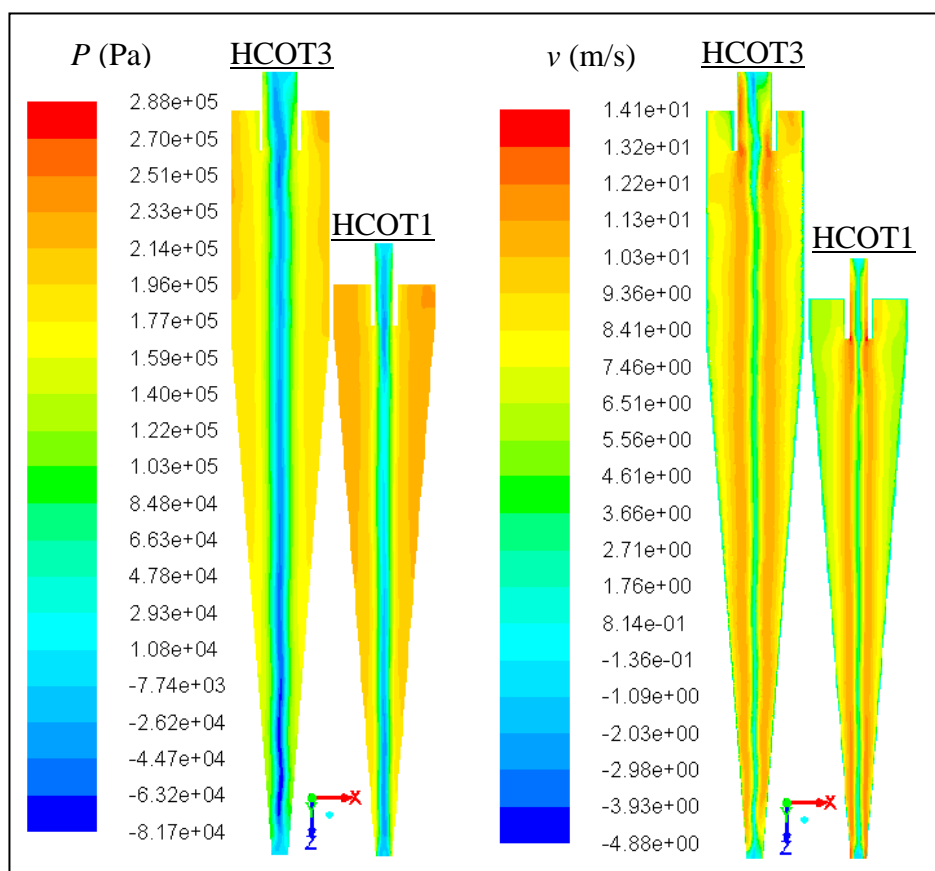


Figura 4.55 – Distribuição de pressão total e perfis de velocidade tangencial simulados para os hidrociclones otimizados.

As simulações confirmaram que a pressão no interior do hidrociclone HCOT3 foi menor que no hidrociclone HCOT1, testificando as observações experimentais. Como já afirmado, de acordo com Chu *et al.* (2000), quanto maior o equipamento, maior o espaço dentro do hidrociclone, e maior o tempo de retenção do escoamento, reduzindo a dissipação turbulenta e minorando, conseqüentemente, o coeficiente de perda de energia resultante. De acordo com as vazões de alimentação de cada equipamento, o tempo de residência no hidrociclone HCOT1 é em torno de 0,20 s, enquanto que no hidrociclone HCOT3 é ligeiramente maior, 0,22 s. Em relação à velocidade tangencial, nota-se que os perfis de velocidade tangencial são mais abrangentes no HCOT3 em comparação com o HCOT1, como pode ser visto na Figura 4.56, que apresenta os perfis de velocidade tangencial simulados em planos da parte cônica dos respectivos equipamentos.

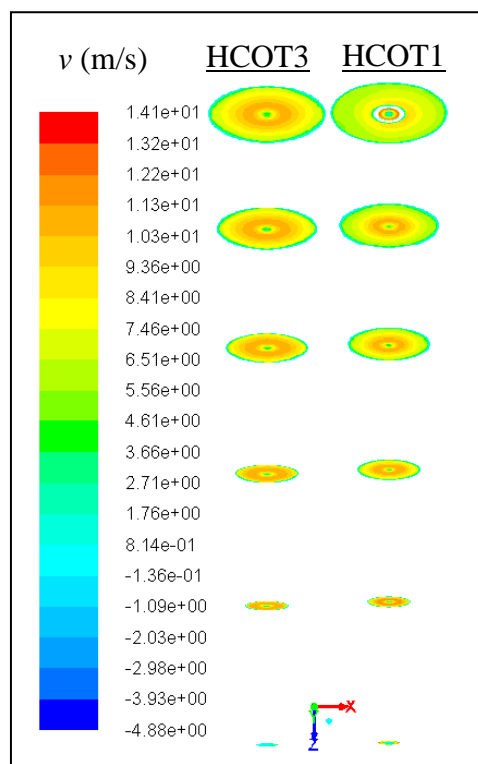


Figura 4.56 – Perfis de velocidade tangencial na parte cônica dos hidrociclones otimizados.

Como o duto de *overflow* do hidrociclone HCOT3 (que minimizou o número de Euler) é o maior dentre os níveis estudados ( $Do = 10,5$  mm), nota-se na Figura 4.55 uma região anular maior de baixa pressão e de baixa velocidade tangencial em toda a extensão da região central do equipamento. Com isso, a perda de carga no HCOT3 foi menor, por oferecer menor resistência ao escoamento do líquido para fora e, devido ao fato de este equipamento apresentar velocidades tangenciais mais abrangentes a partir do centro até as paredes,

justifica-se o fato de este ter apresentado concentrações mais elevadas da corrente de *underflow* em comparação com o HCOT1 (9,56% para HCOT3 e 1,92% para HCOT1).

Segundo Leeuwner e Eksteen (2008) partículas na parte externa da região de velocidade vertical zero tendem a ser rejeitadas na corrente de *underflow*, enquanto que as partículas na parte interna tendem a ser coletadas na corrente de *overflow*. Esta região pode ser vista na Figura 4.57 em tons mais claros na parte central dos equipamentos.

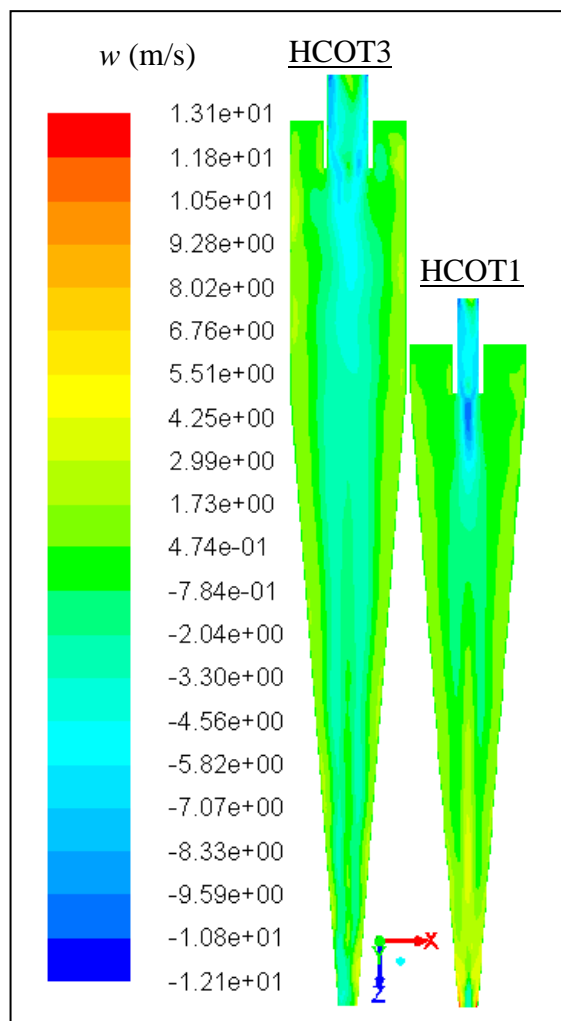


Figura 4.57 – Perfis de velocidade axial dos hidrociclones otimizados.

Nota-se na Figura 4.57 que a região de inversão do sentido de escoamento de baixo para cima no hidrociclone HCOT3 foi muito maior que no HCOT1. Com um duto de *overflow* maior, menor resistência foi oferecida ao escoamento e, conseqüentemente, mais líquido foi arrastado para o orifício de *overflow*, diminuindo assim, a razão de líquido no hidrociclone HCOT3 quando comparado ao HCOT1. Ressalta-se que, apesar de a otimização do caso 3 (HCOT3) tivesse o objetivo de minimizar o número de Euler, esta configuração apresentou

também o menor valor de razão de líquido experimental. Para um melhor entendimento desta questão, fez-se um corte na seção cônica de ambos os equipamentos para avaliação dos perfis de velocidade axial a 95,4 mm acima do orifício de *underflow* (63,6 mm abaixo da seção cilíndrica), onde o raio é igual a 10 mm, como pode ser visto na Figura 4.58.

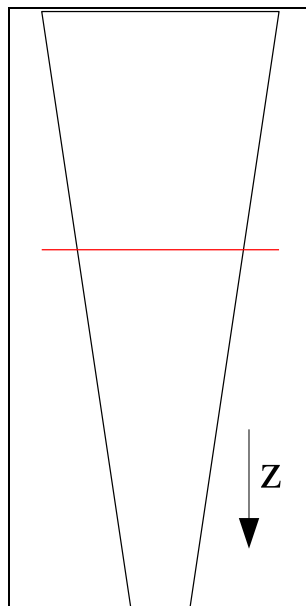


Figura 4.58 – Corte na seção cônica para análise dos perfis dos hidrociclones otimizados.

Com isto, foi possível obter os perfis de velocidade axial apresentados na Figura 4.59. Na posição em que foi efetuado o corte para análise pode ser visto que a configuração do hidrociclone HCOT1 levou à formação de dois locais de velocidade vertical zero de cada lado do eixo de simetria (eixo Z) e apenas um local no hidrociclone HCOT3. Os valores de velocidade negativos foram consideravelmente maiores para a configuração do HCOT3, ou seja, o líquido foi mais impelido para a corrente de *overflow* nesta configuração, podendo arrastar mais sólidos, o que justifica a menor eficiência do HCOT3. A figura em questão ilustra o comportamento desta componente de velocidade apenas na linha de corte apresentada na Figura 4.58, na qual nota-se que o HCOT1 apresentou velocidades ascendentes menores que o HCOT3, o que justifica a maior eficiência daquele em relação a este. Além disso, na parte cilíndrica do hidrociclone HCOT3 houve a formação de uma região muito ampla de velocidade ascendente, como pôde ser visto na Figura 4.57 e destacado anteriormente.



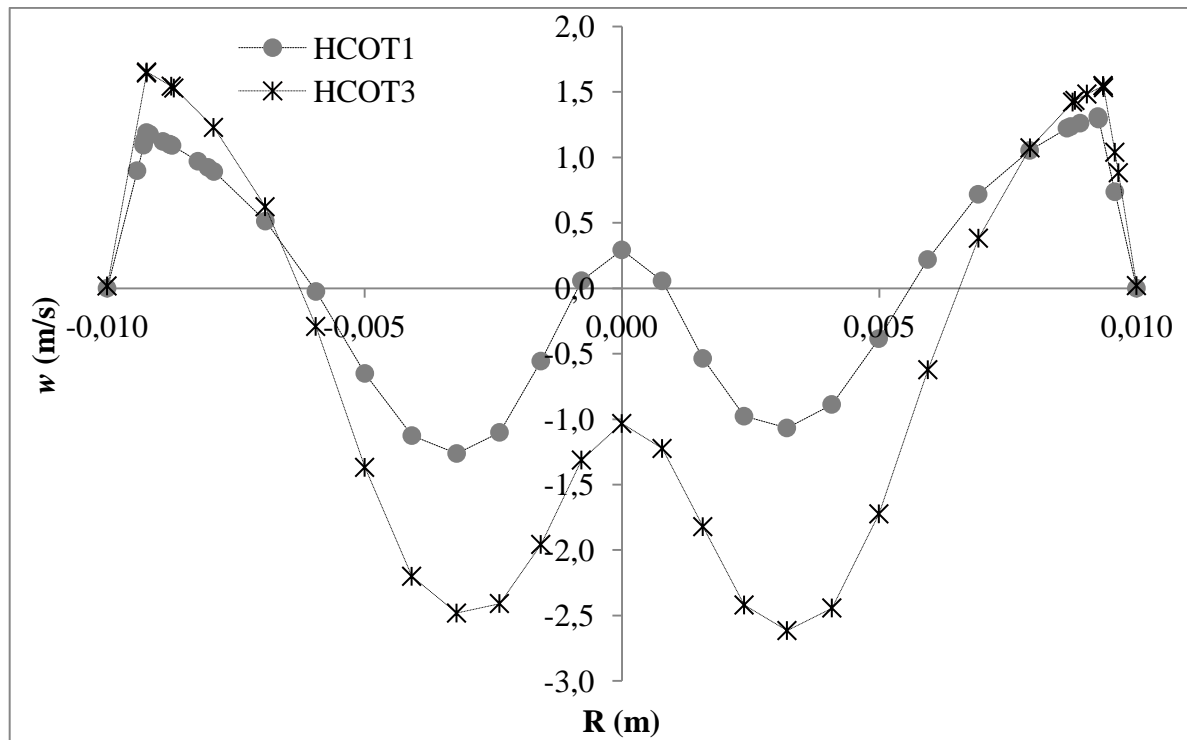


Figura 4.59 – Perfis de velocidade axial dos hidrociclones otimizados 95,4 mm acima do orifício de *underflow*.

Sintetiza-se esta seção inferindo que a fluidodinâmica computacional foi uma ferramenta complementar ao entendimento do escoamento no interior das configurações otimizadas HCOT1 e HCOT3.



---

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

---

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões deste trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros.

#### 5.1 – Conclusões

Os resultados dos testes experimentais realizados com as diferentes espessuras de parede do *vortex finder* para o HC11 ( $\kappa_1 = 0,22$  mm,  $\kappa_2 = 1,05$  mm e  $\kappa_3 = 2,65$  mm) levaram às seguintes conclusões:

- Com o aumento da espessura, a perda de carga não é muito influenciada, mas as observações das simulações de Wang e Yu (2008) foram confirmadas por meio dos experimentos, ou seja, a perda de carga diminui, atinge um mínimo e então aumenta;
- O número de Euler não é muito afetado por esta variável (em torno de 9% de diferença entre o maior e o menor valor);
- A razão de líquido ( $R_L$ ) aumenta, atinge um máximo e então diminui, confirmando as observações de Wang e Yu (2008);
- O equipamento de menor espessura de parede concentrou mais a corrente de *underflow*;
- O HC11 com a espessura de parede intermediária ( $\kappa_2$ ) melhorou o desempenho do equipamento, aumentando a eficiência total de separação ( $\eta$ ) e diminuindo diâmetro de corte ( $d50$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d50'$ ).

Os resultados dos testes experimentais realizados com os três modelos de *vortex finder* tipo coifa para o HC11 ( $VFC_1$ ,  $VFC_2$  e  $VFC_3$ ) levaram às seguintes conclusões:

- A utilização da coifa modifica o escoamento no interior do hidrociclone, confirmando as observações de Wang e Yu (2008);
- O número de Euler não é muito afetado por esta alteração geométrica;
- A presença da coifa produziu correntes de *underflow* de maior vazão e menor concentração, levando a eficiências totais de separação ( $\eta$ ) em torno de três pontos percentuais de diferença em relação ao equipamento padrão;

- Os valores de diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e no diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}'$ ), foram reduzidos com o uso da coifa;
- O modelo que mais reduziu o diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) e o diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}'$ ) foi o  $VFC_3$ .

Independente do sentido, o movimento rotacional imposto ao fluido antes de adentrar o hidrociclone HC11 foi favorável ao consumo energético, diminuindo o número de Euler, reduziu consideravelmente a razão de líquido e aumentou a concentração da corrente de *underflow*, quando comparado ao equipamento padrão. Entretanto a configuração com alimentação rotacional em sentido anti-horário (HC11 RAH) foi mais promissora, pois diminuiu consideravelmente a razão de líquido e manteve eficiência total de separação ( $\eta$ ) e eficiência de separação reduzida ( $\eta'$ ) no mesmo patamar do modelo padrão, cuja razão pode estar associada ao sentido de rotação do escoamento no interior do equipamento.

As simulações aplicadas ao hidrociclone HC11 mostraram que a qualidade das malhas computacionais pode interferir no resultado das respostas simuladas. A estratégia sem utilização da inserção virtual de um tubo no interior do hidrociclone permitiu uma melhor distribuição dos elementos de malha e levou a resultados de número de Euler e razão de líquido com desvios inferiores a 5% em relação aos dados experimentais.

A proposta de utilização da rampa de alimentação no hidrociclone HC11, por meio de técnicas de CFD, foi capaz de prever a redução da perda de carga apontada na literatura. A distribuição de pressão obtida através das simulações corroborara as afirmações de Morgan (2005), indicando que o hidrociclone com rampa de alimentação (RHC) apresenta uma queda de pressão em torno de 25,3% menor que o hidrociclone convencional (HC11). A avaliação dos perfis de velocidade apontou que o hidrociclone com a rampa de alimentação (RHC) apresenta eficiência de separação de partículas inferior ao hidrociclone convencional (HC11) para uma mesma vazão de alimentação. Os indícios foram confirmados através da injeção de partículas no domínio computacional, o que mostrou que o hidrociclone convencional tem uma eficiência aproximadamente 7,8% maior que o hidrociclone modificado. Logo, é possível reduzir ainda mais o número de Euler do hidrociclone HC11.

Através dos dados experimentais de Vieira (2006), 25 configurações de hidrociclones foram estudadas, o que permitiu a obtenção de correlações empíricas ajustadas aos dados experimentais para previsão de eficiência total de separação ( $\eta$ ), número de Euler ( $Eu$ ), razão de líquido ( $R_L$ ) e diâmetro de corte reduzido ( $d_{50}$ ) como funções de variáveis geométricas codificadas. A utilização destas equações associadas ao algoritmo de Evolução Diferencial (ED) permitiu a obtenção das seguintes configurações:

- HCOT1: equipamento de máxima eficiência de total separação ( $\eta=85,5\%$ ) com número de Euler ( $Eu=2151$ ):  $Di/Dc = 0,26$  ( $Di = 7,8$  mm),  $Do/Dc = 0,19$  ( $Do = 5,7$  mm),  $L/Dc = 5,63$  ( $L = 169$  mm) e  $\theta = 9^\circ$  ( $H = 159$  mm e  $h = 10$  mm). Esta geometria foi superior às configurações estudadas por Vieira (2006). O hidrociclone HCOT1 teve desempenho superior inclusive às famílias clássicas Bradley e Krebs;
- HCOT2: equipamento com baixa razão de líquido ( $R_L=9,37$ ), menor que todas as configurações estudadas por Vieira (2006), inclusive as famílias clássicas Rietema e Demco:  $Di/Dc = 0,21$  ( $Di = 6,3$  mm),  $Do/Dc = 0,32$  ( $Do = 9,6$  mm),  $L/Dc = 4,7$  ( $L = 142$  mm) e  $\theta = 11,2^\circ$  ( $H = 127$  mm e  $h = 15$  mm). O HCOT2 teve uma eficiência de separação reduzida ligeiramente superior ao HC11 (59,60% contra 55,83%), com consumo energético muito próximo ( $Eu=1549$  para HCOT2 e  $Eu=1502$  para HC11), mas com uma razão de líquido muito menor ( $R_L=9,37\%$  para HCOT2 e  $R_L=32,07\%$  para HC11). Se o líquido utilizado na separação não pode ser descartado juntamente com a corrente de *underflow*, o HCOT2 pode ser uma boa alternativa;
- HCOT3: equipamento com o menor consumo energético ( $Eu=788$ ), menor que todas as configurações estudadas por Vieira (2006), inclusive as famílias clássicas Rietema e Demco:  $Di/Dc = 0,26$  ( $Di = 7,8$  mm),  $Do/Dc = 0,35$  ( $Do = 10,5$  mm),  $L/Dc = 7,6$  ( $L = 228$  mm) e  $\theta = 9^\circ$  ( $H = 159$  mm e  $h = 69$  mm). De forma surpreendente, o HCOT3 tem a menor razão de líquido (5,08%) dentre todas as configurações avaliadas, superando inclusive o resultado do HCOT2 (9,37%). Apesar da baixa eficiência total de separação ( $\eta=52,9\%$ ), esta configuração pode ser uma boa alternativa em aplicações nas quais o fluido não pode ser perdido na corrente de *underflow*, ou pode ser utilizada em série com um equipamento mais eficiente como o HCOT1, por exemplo.

O emprego de hidrociclones em um processo depende da necessidade de equipamentos com um alto poder classificador (baseado no tamanho das partículas coletadas) ou com grande poder concentrador (baseado na concentração da suspensão de fundo). Desta forma, se o equipamento for usado como classificador, dentre todos os equipamentos avaliados neste estudo, destaca-se o HCOT1A. Por outro lado, se a necessidade for de concentrar a corrente de *underflow* em sólidos, recomendam-se os equipamentos HCOT2A e HCOT3A. Outros recursos que colaboraram também para aumentar o poder concentrador dos

hidrociclones foram: utilização de *vortex finder* com menor espessura de parede e o emprego de alimentação com movimento rotacional.

## 5.2 – Sugestões para trabalhos futuros

A partir dos resultados encontrados neste trabalho, fazem-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Conduzir testes nos hidrociclones ótimos com a rampa de alimentação;
- Avaliar a influência do comprimento do *vortex finder* nas geometrias ótimas;
- Conduzir experimentos para avaliar a influência da rosca sem fim na hidrociclonagem, posicionada imediatamente antes da entrada do hidrociclone sem a utilização de motor, ou seja, deixando a rosca fixa;
- Realizar um estudo mais abrangente também quanto à velocidade de rotação da rosca sem fim, em valores outros diferentes de 2000 RPM;
- Utilizar as técnicas de CFD para avaliar a influência do movimento rotacional da suspensão de alimentação no escoamento no interior do hidrociclone;
- Avaliar os efeitos da filtração associada às novas geometrias;
- Fazer a otimização novamente a partir das equações dos hidrociclones filtrantes obtidos por Vieira (2006) e comparar com os resultados dos hidrociclones filtrantes construídos com as geometrias de HCOT1, HCOT2 e HCOT3;
- Fazer um novo planejamento, que seja mais abrangente, melhorando a previsão das equações, de forma a contemplar, por exemplo o hidrociclone HCOT3.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ALMEIDA, C. A. K. **Comportamento do hidrociclone filtrante frente às modificações no diâmetro de underflow e no tubo de vortex finder**. 2008. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química)–Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2008.

BABU, B. V.; ANBARASU, B. Multi-objective differential evolution (mode): An evolutionary algorithm for multi-objective optimization problems (MOOPS). In: International Symposium and 58th Annual Session of IChE - CHEMCON, 2005, India. **Proceedings...** India, 2005. CD-ROM.

BABU, B. V.; CHAKOLE, P. G.; SYED MUBEEN, J. H. Multiobjective differential evolution (MODE) for optimization of adiabatic styrene reactor. **Chemical Engineering Science**, v.60, n.17, p.4822-4837, 2005.

BABU, B. V.; SASTRY, K. K. N. Estimation of heat transfer parameters in a trickle-bed reactor using differential evolution and orthogonal collocation. **Computers & Chemical Engineering**, v.23, n.3, p.327-339, 1999.

BARBOSA, E. A.; VIEIRA, L. G. M.; RODRIGUES, R. M.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Avaliação da Performance de Hidrociclones Filtrantes. In: XV CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA QUÍMICA, 2004, Curitiba/PR. **Anais...** Curitiba, 2004. CD-ROM.

BELAIDI, A.; THEW, M. T. The effect of oil and gas content on the controllability and separation in a de-oiling hydrocyclone. **Chemical Engineering Research and Design**, v.81, n.3, p.305-314, 2003.

BERGSTRÖM, J. **Flow Field and Fibre Fractionation Studies in Hydrocyclones**. 2006. 59 f. Thesis (Doctoral)–Department of Fibre and Polymer Technology, School of Chemical Science and Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2006.

BERGSTRÖM, J.; VOMHOFF, H. Experimental hydrocyclone flow field studies. **Separation and Purification Technology**, v.53, n.1, p.8-20, 2007.

BHASKAR, K. U.; MURTHY, Y. R.; RAJU, M. R.; TIWARI, S.; SRIVASTAVA, J. K.; RAMAKRISHNAN, N. CFD simulation and experimental validation studies on hydrocyclone. **Minerals Engineering**, v.20, n.1, p.60-71, 2007a.

BHASKAR, K. U.; MURTHY, Y. R.; RAMAKRISHNAN, N.; SRIVASTAVA, J. K.; SARKAR, S.; KUMAR, V. CFD validation for flyash particle classification in hydrocyclones. **Minerals Engineering**, v.20, n.3, p.290-302, 2007b.

BOX, M. J.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. **Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building**. New York: John Wiley and Sons, 1978.

BRENNAN, M. CFD Simulations of Hydrocyclones with an Air Core: Comparison Between Large Eddy Simulations and a Second Moment Closure. **Chemical Engineering Research and Design**, v.84, n.6, p.495-505, 2006.

BRENNAN, M. S.; NARASIMHA, M.; HOLTHAM, P. N. Multiphase modelling of hydrocyclones – prediction of cut-size. **Minerals Engineering**, v.20, n.4, p.395-406, 2007.

CAMPREGHER JR, R. **Simulação Numérica de Escoamentos Transicionais e Turbulentos ao Redor de Geometrias Cartesianas**. 2002. 71 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)–Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, 2002.

CHINÉ, B.; CONCHA, F. Flow patterns in conical and cylindrical hydrocyclones. **Chemical Engineering Journal**, v.80, n.1-3, p.267-273, 2000.



CHU, L. Y.; CHEN, W. M.; LEE, X. Z. Effect of structural modification on hydrocyclone performance. **Separation and Purification Technology**, v.21, n.1-2, p.71-86, 2000.

CHU, L. Y.; CHEN, W. M.; LEE, X. Z. Enhancement of hydrocyclone performance by controlling the inside turbulence structure. **Chemical Engineering Science**, v.57, n.1, p.207-212, 2002.

CHU, L. Y.; YU, W.; WANG, G. J.; ZHOU, X. T.; CHEN, W. M.; DAI, G. Q. Enhancement of hydrocyclone performance by eliminating the air core. **Chemical Engineering and Processing**, v.43, n.12, p.1441-1448, 2004.

CRUZ, O. C. **Desempenho de um hidrociclone de geometria "Rietema" como pré-filtro para sistemas de irrigação**. 2008. 66 f. Tese (Doutorado em Agronomia)–Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, UNESP, Jaboticabal, SP, 2008.

CULLIVAN, J. C.; WILLIAMS, R. A.; CROSS, C. R. Understanding the hydrocyclone separator through computational fluid dynamics. **Chemical Engineering Research and Design**, v.81, n.4, p.455-466, 2003.

CULLIVAN, J. C.; WILLIAMS, R. A.; DYAKOWSKI, T.; CROSS, C. R. New understanding of a hydrocyclone flow field and separation mechanism from computational fluid dynamics. **Minerals Engineering**, v.17, n.5, p.651-660, 2004.

DABIR, B. **Mean Velocity Measurements in a 3"- Hydrocyclone using Laser Doppler Anemometry**. 1983. Thesis (Doctor)–Chemical Engineering Department, Michigan State University, East Lansing, MI, 1983.

DAMIAN, R. B. **Acoplamento de balanço populacional à simulação computacional de escoamentos multifásicos polidispersos**. 2007. 92 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química)–PEQ/COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2007.

DELFO, R.; MURPHY, S.; STANBRIDGE, D.; OLUJIC, Ž.; JANSSENS, P. J. A design tool for optimising axial liquid-liquid hydrocyclones. **Minerals Engineering**, v.17, n.5, p.721-731, 2004.

DELGADILLO, J. A.; RAJAMANI, R. K. A comparative study of three turbulence-closure models for the hydrocyclone problem. **International Journal of Mineral Processing**, v.77, n.4, p.217-230, 2005.

DELGADILLO, J. A.; RAJAMANI, R. K. Exploration of hydrocyclone designs using computational fluid dynamics. **International Journal of Mineral Processing**, v.84, n.1-4, p.252-261, 2007a.

DELGADILLO, J. A.; RAJAMANI, R. K. Large-Eddy Simulation (LES) of Large Hydrocyclones. **Particulate Science and Technology**, v.25, n.3, p.227-245, 2007b.

DHODAPKAR, S.; HEUMANN, W. L. Harnessing the power of a cyclone. **Chemical Engineering**, v.118, p.34-43, 2011.

DINESH SURESH, P.; KUMAR, V.; SRIPRIYA, R.; CHAKRABORTY, S.; MEIKAP, B. C. Performance characteristics of pilot plant dense media hydrocyclone for beneficiation of coal and 3-D CFD simulation. **Chemical Engineering Science**, v.65, n.16, p.4661-4671, 2010.

DWARI, R. K.; BISWAS, M. N.; MEIKAP, B. C. Performance characteristics for particles of sand FCC and fly ash in a novel hydrocyclone. **Chemical Engineering Science**, v.59, n.3, p.671-684, 2004.

FAÇANHA, J. M. F. **Incorporação de um cilindro filtrante na separação sólido-líquido em hidrociclones**. 2012. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química)–Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2012.

FLUENT INC. **Gambit 2.3 User's Guide**. Lebanon, NH 03766/USA, 2006.

GAO, S.-L.; LI, X.-A.; WEI, D.-Z.; FANG, P.; JIA, C.-Y.; LIU, W.-G.; HAN, C. Beneficiation of low-grade diasporic bauxite with hydrocyclone. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China**, v.18, n.2, p.444-448, 2008.

GRADY, S. A.; WESSON, G. D.; ABDULLAH, M.; KALU, E. E. Prediction of 10-mm hydrocyclone separation efficiency using computational fluid dynamics. **Filtration and Separation**, v.40, n.9, p.41-46, 2003.

GUPTA, R.; KAULASKAR, M. D.; KUMAR, V.; SRIPRIYA, R.; MEIKAP, B. C.; CHAKRABORTY, S. Studies on the understanding mechanism of air core and vortex formation in a hydrocyclone. **Chemical Engineering Journal**, v.144, n.2, p.153-166, 2008.

HABIBIAN, M.; PAZOUKI, M.; GHANAIE, H.; ABBASPOUR-SANI, K. Application of hydrocyclone for removal of yeasts from alcohol fermentations broth. **Chemical Engineering Journal**, v.138, n.1-3, p.30-34, 2008.

HASHMI, K. A.; HAMZA, H. A.; WILSON, J. C. CANMET hydrocyclone: an emerging alternative for the treatment of oily waste streams. **Minerals Engineering**, v.17, n.5, p.643-649, 2004.

HE, P.; SALCUDEAN, M.; GARTSHORE, I. S. A numerical simulation of hydrocyclones”, Chemical Engineering Research and Design. **Chemical Engineering Research and Design**, v.77, n.5, p.429-441, 1999.

HINZE, J. O. **Turbulence**. 2<sup>nd</sup> Edition. New York: McGraw-Hill, 1987. 790 p.

HSU, C. Y.; WU, R. M. Hot Zone in a Hydrocyclone for Particles Escape from Overflow. **Drying Technology**, v.26, n.8, p.1011-1017, 2008.

HWANG, K.-J.; HSUEH, W.-S.; NAGASE, Y. Mechanism of Particle Separation in Small Hydrocyclone. **Drying Technology**, v.26, n.8, p.1002-1010, 2008a.

HWANG, K.-J.; WU, W.-H.; QIAN, S.; NAGASE, Y. CFD Study on the Effect of Hydrocyclone Structure on the Separation Efficiency of Fine Particles. **Separation Science and Technology**, v.43, n.15, p.3777-3797, 2008b.

KALID, R. A. **Otimização de Processos**: Apostila. Salvador, BA: UFBA, 2004. 181 p.

KAPADI, M. D.; GUDI, R. D. Optimal control of fed-batch fermentation involving multiple feeds using Differential Evolution. **Process Biochemistry**, v.39, n.11, p.1709-1721, 2004.

KIKUCHI, R.; KUKACKA, J.; RASCHMAN, R. Grouping of mixed waste plastics according to chlorine content. **Separation and Purification Technology**, v.61, n.1, p.75-81, 2008.

KRAIPECH, W.; CHEN, W.; DYAKOWSKI, T.; NOWAKOWSKI, A. The performance of the empirical models on industrial hydrocyclone design. **International Journal of Mineral Processing**, v.80, n.2-4, p.100-115, 2006.

KYRIAKIDIS, Y. N.; VIEIRA, L. G. M. Comportamento Fluidodinâmico de um Hidrociclone em face do Movimento Angular do Fluido no Duto de Alimentação. In: XVIII Congresso Brasileiro de Engenharia Química - COBEQ 2010, 2010, Foz do Iguaçu/PR. **Anais...** Foz do Iguaçu, 2010. p.8337-8346.

LEEUWNER, M. J.; EKSTEEN, J. J. Computational fluid dynamic modelling of two phase flow in a hydrocyclone. **The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, v.108, p.231-236, 2008.

LOBATO, F. S. **Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia**. 2008. 184 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica)–Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2008.

LOBATO, F. S.; OLIVEIRA-LOPES, L. C.; MURATA, V. V.; STEFFEN JR, V. Solution of Multi-objective Optimal Control Problems with Index Fluctuation using Differential Evolution. In: 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications - DINCON, 2007, São José do Rio Preto/SP. **Proceedings...** São José do Rio Preto/SP, 2007a. CD-ROM.

LOBATO, F. S.; OLIVEIRA-LOPES, L. C.; MURATA, V. V.; STEFFEN JR, V. Um estudo comparativo usando evolução diferencial e recozimento simulado aplicado a um problema inverso de transferência radiativa. In: X Encontro de Modelagem Computacional, 2007, Nova Friburgo/RJ. **Anais...** Nova Friburgo/RJ: IPRJ, 2007b. CD-ROM.

LOBATO, F. S.; OLIVEIRA FILHO, R. H.; DUARTE, M. A. V.; STEFFEN JR, V. Estimação de Parâmetros de um Filtro Adaptativo utilizado como Ferramenta para Controle de Qualidade em Linha de Montagem de Câmbios Automotivos através da Técnica de Evolução Diferencial. In: V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2008, Salvador/Ba. **Anais...** Salvador/Ba., 2008a. CD-ROM.

LOBATO, F. S.; STEFFEN JR, V. Engineering System Design with Multi-Objective Differential Evolution. In: 19th COBEM - International Congress of Mechanical Engineering, 2007, Brasília/DF, Brazil. **Proceedings...** Brasília: ABCM, 2007. CD-ROM.

LOBATO, F. S.; STEFFEN JR, V.; ARRUDA, E. B.; BARROZO, M. A. S. Estimation of drying parameters in rotary dryers using differential evolution. **Journal of Physics: Conference Series**, v.135, n.1, p.1-8, 2008b.

LOBATO, F. S.; STEFFEN JR, V.; SILVA NETO, A. J. Estimation of Space-Dependent Single Scattering Albedo in Radiative Transfer Problems using Differential Evolution Algorithm. In: Inverse Problems, Design and Optimization Symposium, 2010, João Pessoa/PB, Brazil. **Proceedings...** João Pessoa, 2010. CD-ROM.

LOBATO, F. S.; STEFFEN JR., V.; SILVA NETO, A. J. Evolução Diferencial (Differential Evolution). In: \_\_\_\_\_. **Técnicas de Inteligência Computacional Inspiradas na Natureza: Aplicação em Problemas Inversos em Transferência Radiativa**. 2º edição. São Carlos/SP - Brasil: SBMAC, 2012. cap.10, p.107-118.

LU, X.; LIU, S. Evaluation of Fractionation of Softwood Pulp in a Cylindrical Hydrocyclone. **Chinese Journal of Chemical Engineering**, v.14, n.4, p.537-541, 2006.

MADGE, D. N.; ROMERO, J.; STRAND, W. L. Hydrocarbon cyclones in hydrophilic oil sand environments. **Minerals Engineering**, v.17, n.5, p.625-636, 2004.

MAINZA, A.; NARASIMHA, M.; POWELL, M. S.; HOLTHAM, P. N.; BRENNAN, M. Study of flow behaviour in a three-product cyclone using computational fluid dynamics. **Minerals Engineering**, v.19, n.10, p.1048-1058, 2006.

MAINZA, A.; POWELL, M. S.; KNOPJES, B. Differential classification of dense material in a three-product cyclone. **Minerals Engineering**, v.17, n.5, p.573-579, 2004.

MAJUMDER, A. K.; SHAH, H.; SHUKLA, P.; BARNWAL, J. P. Effect of operating variables on shape of “fish-hook” curves in cyclones. **Minerals Engineering**, v.20, n.2, p.204-206, 2007.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2 ed. rev. e ampl. Rio de Janeiro, RJ: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2010. 453 p.

MANNING, B. **O Evangelho maltrapilho**. São Paulo: Mundo Cristão, 2005. 224 p.

MARIANI, V. C.; LIMA, A. G. B.; COELHO, L. S. Apparent thermal diffusivity estimation of the banana during drying using inverse method. **Journal of Food Engineering**, v.85, n.4, p.569-579, 2008.

MARTÍNEZ, L. F.; LAVIN, A. G.; MAHAMUD, M. M.; BUENO, J. L. Vortex finder optimum length in hydrocyclone separation. **Chemical Engineering and Processing: Process Intensification**, v.47, n.2, p.192-199, 2008.

MORGAN, M. C. Hydrocyclones. In: \_\_\_\_\_. **Drilling Fluids Processing Handbook**. Burlington, MA, USA: Elsevier Inc, 2005. cap.11, p.257-282.

MOUSAVIAN, S.; NAJAFI, A. Influence of geometry on separation efficiency in a hydrocyclone. **Archive of Applied Mechanics**, v.79, n.11, p.1033-1050, 2009.

MURPHY, S.; DELFOS, R.; POURQUIÉ, M. J. B. M.; OLUJIĆ, Ž.; JANSSENS, P. J.; NIEUWSTADT, F. T. M. Prediction of strongly swirling flow within an axial hydrocyclone using two commercial CFD codes. **Chemical Engineering Science**, v.62, n.6, p.1619-1635, 2007.

MYERS, R. H. **Response Surface Methodology**. Virginia: Ann Arbor, Mich: Edwards Brothers (Distributors), 1976.

NAGESWARARAO, K. A Critical Analysis of the Fish Hook Effect in Hydrocyclone Classifiers. **Chemical Engineering Journal**, v.80, p.251-256, 2000.

NARASIMHA, M.; BRENNAN, M.; HOLTHAM, P. N. Large eddy simulation of hydrocyclone—prediction of air-core diameter and shape. **International Journal of Mineral Processing**, v.80, n.1, p.1-14, 2006.

NARASIMHA, M.; SRIPRIYA, R.; BANERJEE, P. K. CFD modelling of hydrocyclone—prediction of cut size. **International Journal of Mineral Processing**, v.75, n.1-2, p.53-68, 2005.

NEESSE, T.; DUECK, J. Air core formation in the hydrocyclone. **Minerals Engineering**, v.20, n.4, p.349-354, 2007.

NENU, R. K. T.; YOSHIDA, H. Comparison of separation performance between single and two inlets hydrocyclones. **Advanced Powder Technology**, v.20, n.2, p.195-202, 2009.

NIE, K.; XIE, F.; WANG, F.; TAN, T. Lipase catalyzed methanolysis to produce biodiesel: Optimization of the biodiesel production. **Journal of Molecular Catalysis B: Enzymatic**, v.43, n.1-4, p.142-147, 2006.

NOWAKOWSKI, A. F.; CULLIVAN, J. C.; WILLIAMS, R. A.; DYAKOWSKI, T. Application of CFD to modeling of the flow in hydrocyclones. Is this a realizable option or still a research challenge? **Minerals Engineering**, v.17, n.5, p.661-669, 2004.

NOWAKOWSKI, A. F.; DYAKOWSKI, T. Investigation of swirling flow structure in hydrocyclones. **Chemical Engineering Research and Design**, v.81, n.8, p.862-873, 2003.

OLIVEIRA, D. C.; ALMEIDA, C. A. K.; VIEIRA, L. G. M.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Influence of geometric dimensions on the performance of a filtering hydrocyclone: an experimental and CFD study. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v.26, n.3, p.575-582, 2009.

OLSON, T. J.; VAN OMMEN, R. Optimizing hydrocyclone design using advanced CFD model. **Minerals Engineering**, v.17, n.5, p.713-720, 2004.

ÖZGEN, S.; YILDIZ, A.; ÇALIŞKAN, A.; SABAH, E. Modeling and optimization of hydrocyclone processing of low grade bentonites. **Applied Clay Science**, v.46, n.3, p.305-313, 2009.

PANDIT, H. P.; SHAKYA, N. M.; STOLE, H.; GARG, N. K. Hydraulic and sediment removal performance of a modified hydrocyclone. **Minerals Engineering**, v.22, n.4, p.412-414, 2009.

PASCOE, R. D. Investigation of hydrocyclones for the separation of shredded fridge plastics. **Waste Management**, v.26, n.10, p.1126-1132, 2006.

PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. New York: Ed. Hemisphere Pub. Co., 1980.

PERICLEOUS, K. A. Mathematical simulation of hydrocyclones. **Applied Mathematical Modelling**, v.11, n.4, p.242-255, 1987.

PETTY, C. A.; PARKS, S. M. Flow predictions within hydrocyclones. **Filtration & Separation**, v.38, n.6, p.28-34, 2001.

PRICE, K. V. Genetic Annealing. **Dr. Dobb's Journal**, v.19, n.10, p.127-132, 1994.

PRICE, K. V.; STORN, R. M. Differential Evolution. **Dr. Dobb's Journal**, v.22, p.18-24, 1997.

PRICE, K. V.; STORN, R. M.; LAMPINEN, J. A. **Differential Evolution - A Practical Approach to Global Optimization**. First Edition. Verlag: Natural Computing Series: Springer, 2005. 538 p.

SARABIA, L. A.; ORTIZ, M. C. Response Surface Methodology. In: \_\_\_\_\_. **Comprehensive Chemometrics**. Oxford: Elsevier, 2009. cap.1.12, p.345-390.



SCHNEIDER, P. **Incertezas de Medição e Ajuste de dados**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007. Disponível em: <<http://143.54.70.55/medterm/Incertezaedicao.pdf>>. Acesso em: 13 set. 2012.

SCHUETZ, S.; MAYER, G.; BIERDEL, M.; PIESCHE, M. Investigations on the flow and separation behaviour of hydrocyclones using computational fluid dynamics. **International Journal of Mineral Processing**, v.73, n.2-4, p.229-237, 2004.

SECCHI, A. R. **Otimização de Processos**: Apostila: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. 165 p.

SILVA, D. O.; VIEIRA, L. G. M.; LOBATO, F. S.; BARROZO, M. A. S. Optimization of the design and performance of hydrocyclones by Differential Evolution technique. **Chemical Engineering and Processing: Process Intensification**, v.61, p.1-7, 2012.

SILVA, L. F. L. R. **Desenvolvimento de Metodologias para Simulação de Escoamentos Polidispersos usando Código Livre**. 2008. 262 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química)–PEQ/COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2008.

SILVA, M. A. P. **Hidrociclones de Bradley: Dimensionamento e Análise de Desempenho**. 1989. 81 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química)–COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 1989.

SILVEIRA NETO, A. **Turbulência nos Fluidos Aplicada**: Apostila. Uberlândia, MG: Faculdade de Engenharia Mecânica, UFU, 2001.

SLACK, M. D.; DEL PORTE, S.; ENGELMAN, M. S. Designing automated computational fluid dynamics modeling tools for hydrocyclone design. **Minerals Engineering**, v.17, n.5, p.705-711, 2004.

SOUZA, F. J. **Análise da influência do meio filtrante no comportamento do hidrociclone filtrante**. 1999. 85 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Química)–Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 1999.

SOUZA, F. J.; VIEIRA, L. G. M.; BARROZO, M. A. S.; DAMASCENO, J. J. R. Analysis of the Solid-Liquid Separation Process in a Filtering Hydrocyclone. In: WORLD CONGRESS ON PARTICLE TECHNOLOGY, 1998, Brighton, England. **Proceedings...** Brighton, 1998. p.1-7.

SOUZA, F. J.; VIEIRA, L. G. M.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Analysis of the influence of the filtering medium on the behaviour of the filtering hydrocyclone. **Powder Technology**, v.107, n.3, p.259-267, 2000.

SOUZA, F. J.; VIEIRA, L. G. M.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Estudo de um Hidrociclone Filtrante Segundo a Geometria Bradley. In: XXV CONGRESSO BRASILEIRO DE SISTEMAS PARTICULADOS, 1997, São Carlos/ SP, Brasil. **Anais...** São Carlos, 1997. p.121-127.

SRIPRIYA, R.; KAULASKAR, M. D.; CHAKRABORTY, S.; MEIKAP, B. C. Studies on the performance of a hydrocyclone and modeling for flow characterization in presence and absence of air core. **Chemical Engineering Science**, v.62, n.22, p.6391-6402, 2007.

STATIE, E. C.; SALCUDEAN, M. E.; GARTSHORE, I. S. The influence of geometry on separation and fibre classification. **Filtration & Separation**, v.38, n.6, p.36-41, 2001.

STEPHENS, D. W.; MOHANARANGAM, K. Turbulence model analysis of flow inside a hydrocyclone. In: Seventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries CSIRO, 2009, Melbourne, Australia. **Proceedings...** Melbourne, Australia, 2009. p.1-8.

STORN, R. **Differential Evolution Design of an IIR-Filter with Requirements for Magnitude and Group Delay**. Berkeley, CA: International Computer Science Institute, 1995. 15 p. TR-95-026.

STORN, R.; PRICE, K. **Differential Evolution - A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces**. Berkeley, CA: International Computer Science Institute, 1995. 12 p. TR-95-012.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces. **Journal of Global Optimization**, v.11, n.4, p.341-359, 1997.

SVAROVSKY, L. **Hydrocyclones**. Eastbourne, UK: Holt, Rinehart & Winston, 1984. 198 p.

SVAROVSKY, L. **Solid-Liquid Separation**. 4<sup>th</sup> Edition. Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP: Butterworth-Heinemann, 2000. 554 p.

TRAN-CONG, S.; GAY, M.; MICHAELIDES, E. E. Drag coefficients of irregularly shaped particles. **Powder Technology**, v.139, n.1, p.21-32, 2004.

VIEIRA, L. G. M. **Estudo da Performance de Hidrociclones Filtrantes de Rietema**. 2001. 141 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química)–Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2001.

VIEIRA, L. G. M. **Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclones Filtrantes**. 2006. 297 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química)–Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2006.

VIEIRA, L. G. M.; BARBOSA, E. A.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Performance analysis and design of filtering hydrocyclones. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v.22, n.1, p.143-152, 2005.

VIEIRA, L. G. M.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Improvement of hydrocyclone separation performance by incorporating a conical filtering wall. **Chemical Engineering and Processing Process Intensification**, v.49, n.5, p.460-467, 2010.

VIEIRA, L. G. M.; SILVA JR., C. A.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. A study of the fluid dynamic behaviour of filtering hydrocyclones. **Separation and Purification Technology**, v.58, n.2, p.282-287, 2007.

VIEIRA, L. G. M.; SILVÉRIO, B. C.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Performance of hydrocyclones with different geometries. **Canadian Journal of Chemical Engineering**, v.89, n.4, p.655-662, 2011.

VIEIRA, L. G. M.; SOUZA, F. J.; BARBOSA, E. A.; DAMASCENO, J. J. R.; BARROZO, M. A. S. Analysis of the Solid-Liquid Separation Process in a Filtering Rietema Hydrocyclone. In: WORLD FILTRATION CONGRESS 8, 2000, Brighton, England. **Proceedings...** Brighton, 2000. p.1065-1068.

WANG, B.; YU, A. B. Numerical study of particle-fluid flow in hydrocyclones with different body dimensions. **Minerals Engineering**, v.19, n.10, p.1022-1033, 2006.

WANG, B.; YU, A. B. Numerical study of the gas-liquid-solid flow in hydrocyclones with different configuration of vortex finder. **Chemical Engineering Journal**, v.135, n.1-2, p.33-42, 2008.

WANG, F.-S.; SU, T.-L.; JANG, H.-J. Hybrid Differential Evolution for Problems of Kinetic Parameter Estimation and Dynamic Optimization of an Ethanol Fermentation Process. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v.40, n.13, p.2876-2885, 2001.

WANG, L.-Y.; ZHENG, Z.-C.; GUO, J.; ZHANG, J.; TANG, C. Investigation on separation efficiency of liquid/solid hydrocyclone. **Journal of Hydrodynamics, Ser. B**, v.18, n.3, Supplement, p.400-404, 2006.

WANG, L.-Y.; ZHENG, Z.-C.; WU, Y.-X.; GUO, J.; ZHANG, J.; TANG, C. Numerical and experimental study on liquid-solid flow in a hydrocyclone. **Journal of Hydrodynamics, Ser. B**, v.21, n.3, p.408-414, 2009.

WANG, X.; GAI, G.-S.; YANG, Y.-F.; SHEN, W.-C. Preparation of natural microcrystalline graphite with high sphericity and narrow size distribution. **Powder Technology**, v.181, n.1, p.51-56, 2008.

YANG, Q.; WANG, H.-L.; LIU, Y.; LI, Z.-M. Solid/liquid separation performance of hydrocyclones with different cone combinations. **Separation and Purification Technology**, v.74, n.3, p.271-279, 2010.

YIANATOS, J.; BERGH, N.; BUCAREY, R.; RODRÍGUEZ, J.; DÍAZ, F. The effect of fines recycling on industrial grinding performance. **Minerals Engineering**, v.18, n.11, p.1110-1115, 2005.

ZHAO, L.; JIANG, M.; WANG, Y. Experimental study of a hydrocyclone under cyclic flow conditions for fine particle separation. **Separation and Purification Technology**, v.59, n.2, p.183-189, 2008.



# APÊNDICES





## APÊNDICE A

### RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### A.1 – HC11 com diferentes espessuras de parede do *vortex finder*

Ressalta-se que os valores das espessuras de parede do *vortex finder* utilizadas foram:  $\kappa_1 = 0,22$  mm,  $\kappa_2 = 1,05$  mm e  $\kappa_3 = 2,65$  mm.

Tabela A.1 – Hidrociclone HC11  $\kappa_1$ .

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ ( $\mu$ m)	$d50'$ ( $\mu$ m)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	255	29,76	1364	12774	6,41	8,17	71,13	58,90	1,07
117680	292	29,91	1388	14622	6,12	7,84	72,18	60,31	1,07
147100	317	30,64	1472	15875	5,79	7,52	73,70	62,09	1,07
176500	340	31,17	1529	17059	5,56	7,30	75,19	63,96	1,07

Tabela A.2 – Hidrociclone HC11  $\kappa_2$ .

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ ( $\mu$ m)	$d50'$ ( $\mu$ m)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	266	33,27	1250	11858	5,99	7,92	72,20	58,34	1,08
117680	293	32,58	1375	13057	5,70	7,53	73,01	59,96	1,08
147100	318	32,64	1461	14160	5,45	7,23	74,44	62,06	1,08
176500	341	32,84	1523	15193	5,35	7,10	75,25	63,14	1,08

Tabela A.3 – Hidrociclone HC11  $\kappa_3$ .

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ ( $\mu$ m)	$d50'$ ( $\mu$ m)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	259	31,05	1316	11934	6,81	8,74	67,31	52,59	1,07
117680	288	30,27	1421	13258	6,53	8,37	67,37	53,21	1,07
147100	313	30,68	1501	14425	5,88	7,63	69,85	56,51	1,07
176500	340	32,25	1526	15671	5,65	7,47	70,91	57,07	1,07

**A.2 – HC11 com *vortex finder* tipo coifa**

Tabela A.4 – Hidrociclone HC11 VFC1.

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ ( $\mu$ m)	$d50'$ ( $\mu$ m)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	265	34,91	1256	12526	6,02	8,18	70,51	54,70	1,02
117680	293	34,88	1374	13831	5,66	7,71	71,12	55,65	1,02
147100	320	34,38	1444	15083	5,29	7,18	71,51	56,58	1,02
176500	341	34,36	1519	16109	4,93	6,76	73,42	59,51	1,02

Tabela A.5 – Hidrociclone HC11 VFC2.

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ ( $\mu$ m)	$d50'$ ( $\mu$ m)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	261	36,69	1301	11883	6,31	8,68	68,37	50,04	1,04
117680	289	35,91	1414	13163	5,75	7,84	69,78	52,85	1,04
147100	317	35,79	1470	14434	5,65	7,66	70,97	54,79	1,04
176500	336	35,85	1565	15325	5,45	7,42	71,88	56,17	1,04

Tabela A.6 – Hidrociclone HC11 VFC3.

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ ( $\mu$ m)	$d50'$ ( $\mu$ m)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	264	34,11	1265	12378	5,70	7,60	69,15	53,17	0,98
117680	292	34,32	1381	13679	5,18	7,03	70,64	55,29	0,98
147100	317	34,07	1471	14816	4,87	6,64	71,25	56,39	0,98
176500	340	34,12	1532	15907	4,54	6,27	71,95	57,43	0,98

### A.3 – HC11 com alimentação rotacional

Ressalta-se que os testes experimentais foram conduzidos com rotação de 2000 RPM e que o hidrociclone com alimentação em sentido horário foi denominado HC11 RH e o equipamento com alimentação em sentido anti-horário foi denominado HC11 RAH.

Tabela A.7 – Hidrociclone HC11 RH.

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ ( $\mu$ m)	$d50'$ ( $\mu$ m)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	279	19,06	1132	12592	8,64	10,12	54,33	43,57	1,00
117680	316	19,03	1178	14255	8,40	9,85	56,20	45,90	1,00
147100	335	18,62	1314	15091	8,07	9,38	57,85	48,21	1,00
176500	368	19,89	1304	16593	7,62	9,06	59,53	49,48	1,00

Tabela A.8 – Hidrociclone HC11 RAH.

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ ( $\mu$ m)	$d50'$ ( $\mu$ m)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	293	20,96	1031	13525	6,64	7,87	71,33	63,73	1,00
117680	317	20,82	1175	14627	6,33	7,54	71,66	64,20	1,00
147100	345	20,23	1237	15944	5,93	7,06	72,1	65,02	1,00
176500	368	20,17	1308	16979	5,77	6,89	72,13	65,09	1,00

**A.4 – HCOT1**

Tabela A.9 – Hidrociclone HCOT1.

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ (μm)	$d50'$ (μm)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	231	40,59	1653	10580	4,29	6,17	82,88	71,18	1,01
117680	248	42,51	1917	11345	4,02	5,92	84,89	73,71	1,01
147100	262	44,57	2151	11974	2,76	4,36	85,53	73,90	1,01
176500	268	46,73	2472	12237	2,31	3,8	88,03	77,54	1,01

**A.5 – HCOT2**

Tabela A.10 – Hidrociclone HCOT2.

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ (μm)	$d50'$ (μm)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	264	6,91	1267	13312	10,62	11,13	60,77	57,86	1,03
117680	307	7,89	1254	15455	9,39	9,92	66,51	63,64	1,03
147100	309	9,37	1549	15545	9,37	10,01	63,39	59,60	1,03
176500	335	9,40	1575	16889	8,98	9,61	64,58	60,91	1,03

**A.6 – HCOT3**

Tabela A.11 – Hidrociclone HCOT3.

$-\Delta P$ (Pa)	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ (μm)	$d50'$ (μm)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
88260	365	6,99	663	18011	10,24	10,75	55,76	52,44	1,01
117680	402	5,39	731	19807	10,48	10,88	52,08	49,34	1,01
147100	433	5,08	788	21336	10,18	10,56	52,88	50,36	1,01
176500	469	4,64	806	23108	9,87	10,21	54,20	51,98	1,01

**ANEXOS**



## ANEXO A

### DADOS EXPERIMENTAIS DE VIEIRA (2006)

Ressalta-se que os dados apresentados abaixo foram obtidos para  $- \Delta P = 147$  kPa.

Tabela AN.1 – Dados experimentais obtidos por Vieira (2006).

Hidrociclone	$Q_a$ (cm <sup>3</sup> /s)	$R_L$ (%)	$Eu$	$Re$	$d50$ (μm)	$d50'$ (μm)	$\eta$ (%)	$\eta'$ (%)	$Cv_a$ (%)
H01	182	28,90	4429	8847	4,30	8,92	62,54	47,32	0,73
H02	191	28,14	4032	9273	4,66	9,50	59,46	43,58	0,88
H03	197	32,00	3801	9550	2,32	6,21	70,40	56,47	0,85
H04	202	30,89	3624	3624	4,01	10,50	60,12	42,29	0,83
H05	203	10,54	3588	9831	8,12	9,16	54,01	48,59	0,73
H06	215	10,94	3196	10416	9,89	11,25	46,67	40,10	0,88
H07	215	15,36	3175	10450	6,54	8,07	60,94	53,85	0,85
H08	226	17,93	2890	10952	7,47	10,48	53,00	42,72	0,80
H09	250	29,01	2365	12109	3,15	5,80	71,69	60,12	0,73
H10	289	32,76	1768	14002	3,29	7,44	68,12	52,60	0,88
H11	313	32,07	1502	15192	2,10	6,58	70,00	55,83	0,85
H12	320	31,98	1439	15520	3,50	8,42	63,64	46,54	0,83
H13	298	11,37	1656	14469	6,25	7,14	64,64	63,52	0,73
H14	355	14,28	1170	17217	7,37	8,74	58,64	51,75	0,88
H15	376	16,87	1040	18254	6,40	8,38	60,35	52,30	0,85
H16	386	16,17	986	19236	7,04	9,20	55,31	46,68	0,83
H17	154	15,91	6207	7474	6,21	7,91	60,41	52,92	0,82
H18	367	19,22	1096	17784	6,21	8,89	59,27	49,59	0,82
H19	230	42,85	2803	11122	0,72	5,93	76,00	57,21	0,82
H20	297	12,91	1666	14425	5,32	6,51	66,56	61,83	0,82
H21	239	16,00	2589	11572	7,08	9,09	54,56	45,91	1,05
H22	313	20,63	1508	15163	9,19	14,07	48,21	34,75	0,98
H23	263	20,79	2137	12737	4,85	7,38	61,73	51,68	0,83
H24	288	17,29	1773	13982	6,14	8,17	60,70	52,48	0,80
H25	282	17,57	1847	13700	5,47	7,42	62,90	54,90	0,83
Bradley	151	39,34	6448	7333	0,39	3,59	80,32	67,56	0,82
Krebs	267	58,82	2071	13697	-	2,50	83,23	59,26	1,21
Rietema	375	12,27	1048	18188	8,02	9,46	53,95	47,51	0,91
Demco	328	11,69	1370	15458	-	6,86	69,72	65,71	1,36