

LEANDRO DE SOUZA LEÃO

**INFLUÊNCIA DO AMORTECIMENTO VIA
CIRCUITOS ELÉTRICOS SHUNT SOBRE O
COMPORTAMENTO DINÂMICO E AEROELÁSTICO
DE PAINÉIS PLANOS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2015

LEANDRO DE SOUZA LEÃO

**INFLUÊNCIA DO AMORTECIMENTO VIA CIRCUITOS ELÉTRICOS
SHUNT SOBRE O COMPORTAMENTO DINÂMICO E
AEROELÁSTICO DE PAINÉIS PLANOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima

Co-orientador: Prof. Dr. Maurício Vicente Donadon

UBERLÂNDIA – MG

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

-
- L578i
2015 Leão, Leandro de Souza, 1987-
 Influência do amortecimento via circuitos elétricos shunt sobre o
comportamento dinâmico e aeroelástico de painéis planos / Leandro de
Souza Leão. - 2015.
 102 f. : il.
- Orientador: Antônio Marcos Gonçalves de Lima.
 Coorientador: Maurício Vicente Donadon.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
 Inclui bibliografia.
1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Circuitos elétricos - Teses. 3.
Materiais compostos - Teses. 4. Aeroelasticidade - Teses. I. Lima,
Antônio Marcos Gonçalves de, 1975- II. Donadon, Maurício Vicente. III.
Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

Dedico este trabalho ao mesmo propósito ao qual dedico minha vida... ao infinito amor de Deus e a tudo o que Ele nos capacita realizar, em Seu tempo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ser o ar que respiro e por olhar para a minha pequenez com amor de Pai.

Aos meus orientadores, Toninho e Donadon, que sempre acolheram minhas dúvidas e sugestões com muita humildade, atenção e disposição, comprometendo-se comigo nesta empreitada desafiadora e tornando-a tão mais fácil, rica e prazerosa.

Agradeço à Laysa, minha amada esposa, que é o meu equilíbrio e o meu porto seguro. Nos momentos mais difíceis, devolveu as minhas forças e me fez ser o melhor que eu pudesse ser. Obrigado por me permitir sentir, diariamente, o amor de Deus através do seu amor.

Aos meus pais, José Roberto e Geni, que são meu exemplo de vida e que também sempre confiaram em mim, não medindo esforços para me dar sempre o melhor que pudessem.

Às minhas irmãs, Lucília e Lara, que são a melhor ligação que tenho com a minha história, para eu nunca me esquecer de onde vim e nem do que realmente importa na vida.

Aos meus sobrinhos, Álvaro, Sofia e Luiza, que só pela sua existência já me deixariam muito feliz. Porém, não se contentando com isso, fazem muito mais...e me deixam bobo.

A toda família da parte da Laysa, por ter confiança em mim, entregando-me seu maior tesouro.

Aos meus amigos verdadeiros, família de consideração, que escolheram melhorar a minha vida, sem me cobrar nada. “A amizade sincera é um santo remédio, é um abrigo seguro”.

Aos professores do programa de Pós-Graduação da FEMEC/UFU, que trabalharam fortemente para a minha formação, agregando conceitos valiosos e uma nova forma de enxergar os problemas de engenharia.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica, pela oportunidade de realizar este curso.

Ao CNPq, CAPES e ao coordenador do INCT-EIE Prof. Valder Steffen Jr. pelo suporte financeiro.

LEÃO, L. S., **Influência do Amortecimento Via Circuitos Elétricos Shunt sobre o Comportamento Dinâmico e Aeroelástico de Painéis Planos**, 2015. 104 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

A estabilidade dinâmica e aeroelástica para estruturas aeronáuticas é de fundamental importância nos projetos de engenharia. Para que estas sejam capazes de realizar suas tarefas com êxito, confiabilidade e segurança, devem-se conhecer, *a priori*, as repostas que se podem esperar destes sistemas. Com os objetivos de engenharia cada dia mais ousados, redução de peso e do nível de vibrações, sem perda de eficiência, são fontes inesgotáveis de trabalho e pesquisa. Neste intuito, encaixam-se as estruturas compostas, que combinam mais de um material, a fim de se obter um novo material, mais leve e com melhores propriedades mecânicas. Como estruturas leves tendem a ser flexíveis, é necessário que haja, no próprio material, um dissipador de energia, cuja função seja a de conferir estabilidade dinâmica e aeroelástica ao sistema. Neste sentido, as estruturas inteligentes, que respondem de maneira previsível a estímulos externos de natureza variável, se apresentam como uma excelente alternativa, sendo capazes de estabilizar de maneira satisfatória estas novas estruturas. Este trabalho de mestrado visa propor estruturas aeronáuticas, como painéis e seções típicas de asa, que sejam capazes de combinar baixo peso, boas propriedades mecânicas, além de apresentar boa estabilidade dinâmica e aeroelástica, sem requerer fonte externa de energia para realizar seu controle. Para isto, esta pesquisa propõe a utilização de circuitos elétricos shunt ressonantes, multimodais, associados em série com a pastilha piezelétrica. Esta forma de controle é uma forma passiva e apresenta como vantagens sua simplicidade, confiabilidade e baixo custo.

Palavras-Chave: Circuitos elétricos shunt, materiais compostos, aeroelasticidade; controle passivo, não linearidades.

LEÃO, L. S., **Influência do Amortecimento Via Circuitos Elétricos Shunt sobre o Comportamento Dinâmico e Aeroelástico de Painéis Planos**, 2015. 104 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Abstract

Dynamic and aeroelastic stabilities of aeronautical structures have a fundamental importance in engineering design. One must know, a priori, the answers for being expected from these systems, so that they are able to perform their tasks with success, reliability and safety. With increasing engineering challenges, weight reduction and smaller level of vibrations, without loss of efficiency, represent an inexhaustible source of work and research. For this purpose, composite structures, which combine more than one material in order to obtain a new one, figure as an excellent alternative, because they are lighter and possess better mechanical properties. It is known that light structures tend to be flexible, which may lead to static and dynamic instabilities. In order to avoid or suppress these instabilities there is clear need of proposing engineering solutions to design structures with the ability of dissipating energy and stabilizing itself when subjected to external perturbations, particularly in the aerospace sector, where efficiency at low weight is crucial. In this sense, smart structures, are presented as an excellent alternative, being able to stabilize satisfactorily these new structures. This master's work aims at proposing smart aircraft structures, such as panels and wing typical sections, which are able to combine low weight, good mechanical properties, besides presenting enhanced dynamic and aeroelastic behaviors, without requiring external power source of energy to carry out their control. So that, this research proposes the use of multimodal electrical resonant shunt circuits, combined in series topology with the piezoelectric patch. This represents a passive form of control and has the advantages of being very simple, reliable with low cost.

Keywords: Electrical shunt circuits, composite materials, aeroelasticity, passive control, non-linearities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Vista explodida da aeronave EMB-170, mostrando componentes fabricados em compostos poliméricos avançados (extraído de (Rezende, 2007)).	2
Figura 1.2: Principais tipos de circuitos shunt. Adaptado de (Silva, 2014).	4
Figura 1.3: Parte real do diagrama V-g, mostrando a coalescência de duas frequências naturais numa estrutura sem amortecimento. Extraído de (Pegado, 2003).	6
Figura 1.4: Abordagem temporal e frequencial de flutter. Extraído de (Benini, 2002).	7
Figura 2.1: Comparação entre as três principais teorias para a formulação do problema mecânico (extraído de (Faria, 2006)).	16
Figura 2.2: Teoria Mista (extraída de (Zambolini Vicente, 2014)).	18
Figura 2.3: Elemento da família Serendipity, usado no modelo de Elementos Finitos. (Extraído de (Zambolini Vicente, 2014)).	18
Figura 2.4 – Elemento Serendipity, de oito nós, nos sistemas local e global (adaptado de (Silva, 2014)).	21
Figura 2.5: Ilustração dos graus de liberdade elétricos por nós, por interface, segundo a Teoria da Camada Equivalente Discreta (adaptado de (Faria, 2006)).	26
Figura 2.6: Seção transversal da placa abordada no problema, com 5 camadas e 6 interfaces.	27
Figura 2.7: Esquemas elétricos dos circuitos shunt usados neste trabalho (Adaptado de (Silva, 2014)).	30
Figura 2.8: Circuito shunt para dois modos. Busca-se apenas retirar energia de dois modos naturais.	33
Figura 2.9: Proposição de (Fleming, 2002) para circuito shunt ressonante em série, para amortecer dois modos. (Adaptado de (Silva, 2014)).	33
Figura 2.10: Variação do amortecimento, variando R_1 e L_1 , para o primeiro modo natural. É mostrado (a) ajuste da Indutância elétrica (L); (b) ajuste da Resistência elétrica (R).	36
Figura 2.11: Procedimento de cálculo da impedância equivalente total para o circuito elétrico shunt ressonante em série, para dois modos.	38
Figura 3.1: Aplicações possíveis da Teoria do Pistão. (Adaptado de (Pegado, 2003)).	40
Figura 3.2: Método iterativo de resolução do problema não-linear de autovalor.	43
Figura 3.3: Diagrama V-g que indica a velocidade de flutter e o amortecimento modal.	44

Figura 4.1: Painel aeronáutico utilizado no presente estudo.....	47
Figura 4.2: Parte real dos autovalores (freq. naturais) se movendo umas com relação às outras, à medida que o escoamento aumenta de velocidade. Primeiras frequências a se coalescer: w_1 e w_2	50
Figura 4.3: FRF da estrutura, contendo shunt sintonizado via (Hagood, 1991).	52
Figura 4.4: Diagrama V-g para a sintonização via Hagood e Flotow.	52
Figura 4.5: FRF para o caso da sintonização manual.	54
Figura 4.6: Diagrama V-g para a sintonização realizada manualmente.	54
Figura 4.7: Diagrama V-g para a comparação entre os ganhos mecânico e elétrico devido ao circuito shunt.	56
Figura 4.8: Vista com zoom, sobre o amortecimento modal da figura anterior, a fim de evidenciar o ganho elétrico devido ao controle passivo do circuito shunt.....	56
Figura 4.9: Esquema representativo do padrão de orientação do ângulo das fibras. Adaptado de (Rocha, 1999)	58
Figura 4.10: Vista do laminado usado no estudo, com orientação [0/75/75/0].	58
Figura 4.11: Influência do ângulo de laminação com relação à velocidade de flutter.	59
Figura 5.1: Seção típica, com dois graus de liberdade, com circuito elétrico shunt ressonante.	64
Figura 5.2: Diagrama V-g, mostrando o ganho, em velocidade de flutter, da configuração inicial.	71
Figura II.1: FRF para o sistema com relação de espessuras $h_{pzt} / h_{comp} = 1,0$	80
Figura II.2: FRF para o sistema com relação de espessuras $h_{pzt} / h_{comp} = 0,75$	81
Figura II.3: FRF para o sistema com relação de espessuras $h_{pzt} / h_{comp} = 0,5$	81
Figura II.4: FRF para o sistema com relação de espessuras $h_{pzt} / h_{comp} = 0,25$	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1: Evoluções de engenharia entre 1953 e 1993, relacionadas ao estudo do flutter. Extraída de (Costa, 2007).	8
Tabela 1.2: Modelos utilizados no estudo do fenômeno do flutter. Extraído de (Pegado, 2003).	8
Tabela 4.1: Propriedades Mecânicas dos Materiais envolvidos.	47
Tabela 4.2: Propriedades Elétricas dos Materiais envolvidos.	47
Tabela 4.3: Refino da malha de elementos finitos, com base na aproximação dos valores reais de frequência natural.	49
Tabela 4.4: Velocidades de flutter para variados ângulos de fibras do estratificado.	60
Tabela 4.5: Influência da espessura total do composto na velocidade final de flutter e no ganho do controle.	62
Tabela 4.6: Influência da espessura relativa entre o elemento piezelétrico e o composto mecânico.	63
Tabela 5.1: Propriedades eletromecânicas da pastilha PZT G195.	70
Tabela 5.2: Propriedades mecânicas da seção típica considerada na chamada “configuração inicial”.	71
Tabela 5.3: Influência da semi-corda, sobre a eficiência do controle.	73
Tabela 5.4: Influência da distância do eixo elástico até o centro da seção típica.	73
Tabela 5.5: Influência da razão de massa sobre o desempenho do controle passivo.	74
Tabela 5.6: Ganho devido apenas à presença mecânica da pastilha piezelétrica.	74
Tabela 5.7: Influência da sintonização do circuito elétrico shunt sobre o ganho final.	76

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS LATINOS

C	Matriz de rigidez mecânica
C_{pz}	Capacitância da pastilha piezelétrica
C	Capacitância elétrica
$D_i(z)$	Matriz dos operadores diferenciais
D	Matriz dos deslocamentos elétricos
e	Vetor das constantes elétricas da pastilha piezelétrica
E	Vetor campo elétrico
$f(t)$	Vetor das forças generalizadas
$H(\omega)$	Função de transferência da resposta em frequência
J	Operador <i>Jacobiano</i>
K_{aerod}	Matriz de rigidez devido ao carregamento aerodinâmico
K_{uu}	Matriz de rigidez mecânica
$K_{u\phi}, K_{\phi u}$	Matrizes de rigidez eletromecânicas
$K_{\phi\phi}$	Matriz de rigidez puramente elétrica
K_{ij}	Coefficiente de acoplamento eletromecânico
L	Matriz de seleção dos potenciais elétricos
L	Indutância elétrica
M_{uu}	Matriz de massa

\bar{K}_v	Matriz de rigidez fatorada da subestrutura viscoelástica
M	Matriz de massa
$N_i(\xi, \eta)$	Funções de forma do elemento <i>Serendipity</i>
Q, T	Matrizes de Transformação elétrica e mecânica, respectivamente
R	Resistência elétrica
$U(x, y, t)$	Vetor do campo de deslocamentos cinemáticos
$u(t)$	Graus de liberdade mecânicos
U	Energia de Deformação
V_e	Volume elementar
$Z(\omega)$	Matriz de impedância elétrica

SÍMBOLOS GREGOS

(ξ, η)	Sistema de coordenadas local
ε	Vetor de deformação mecânica
$\alpha(\omega, T, \delta)$	Coeficiente de proporcionalidade
ρ	Densidade mecânica
σ	Vetor de tensão mecânica
χ	Matriz de permissividade elétrica
$\phi(\mathbf{t})$	Graus de liberdade elétricos
$\varphi_i(\xi, \eta)$	Graus de liberdade elétricos nodais
ω_n	Frequência natural

LISTA DE ABREVIações

ADV	Absorvedor Dinâmico de Vibrações
CLT	Teoria Clássica dos Laminados
FSDT	First Order Shear Deformation Theory (Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem)
HSDT	High Order Shear Deformation Theory (Teoria da Deformação Cisalhante de Alta Ordem)
PZT	Piezocerâmica de Zirconato Titanato de Chumbo

SUMÁRIO

Capítulo I - Introdução	1
1.1. Contextualização do Trabalho e Revisão Bibliográfica.....	1
 Capítulo II - Modelagem por Elementos Finitos de Placas de Material Compósito, contendo Elementos Piezelétricos e Circuitos Elétricos Shunt.....	11
2.1. Teoria da Camada Equivalente Única (Equivalent Single Layer Theory).....	11
2.1.1. Teoria Clássica dos Laminados (CLT).....	12
2.1.2. Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT).....	13
2.1.3. Teoria da Deformação Cisalhante de Alta Ordem (HSDT).....	14
2.2. Teoria da Camada Equivalente Discreta (Layerwise Theory).....	16
2.3. Teoria Mista.....	17
2.4. Definições do Projeto Mecânico via Elementos Finitos.....	18
2.5. Discretização por Elementos Finitos.....	20
2.6. Construção das Matrizes de Massa e Rigidez.....	22
2.7. Adição do Elemento Piezelétrico: Problema Eletromecânico Acoplado.....	23
2.8. Relações entre Campo e Potencial Elétrico.....	25
2.9. Discretização por Elementos Finitos do Problema Eletromecânico.....	27
2.10. Construção das Matrizes de Massa e Rigidez Eletromecânicas.....	29
2.11. Adição do Circuito Elétrico Shunt na Estrutura.....	30
2.11.1. Sintonização do Circuito Shunt Multimodal.....	32
2.11.2. Circuitos Elétricos Shunt Ressonantes Multimodais, em Série.....	33

Capítulo III - Modelagem Aero-eletromecânica	39
3.1. <i>Adição do Escoamento de Ar: Problema Aero-eletromecânico Acoplado.....</i>	<i>39</i>
3.2. <i>Resolução do Problema de Autovalor Não-Linear.....</i>	<i>42</i>
 Capítulo IV - Resultados e Estudo Paramétrico com Foco na Estabilidade Dinâmica e Aeroelástica de Painéis Aeroelásticos	 46
4.1. <i>Validação do Modelo em Elementos Finitos.....</i>	<i>46</i>
4.2. <i>Influência da Sintonização do Circuito Elétrico Shunt.....</i>	<i>50</i>
4.2.1. <i>Sintonização via Hagood e von Flotow.....</i>	<i>51</i>
4.2.2. <i>Sintonização Manual.....</i>	<i>52</i>
4.3. <i>Influência da Rigidez Mecânica da Pastilha Piezelétrica e do Controle Passivo.....</i>	<i>54</i>
4.4. <i>Influência da Placa de Material Composto (ângulo das fibras e espessura das camadas)</i>	<i>56</i>
4.4.1. <i>Influência do ângulo das fibras do composto.....</i>	<i>56</i>
4.4.2. <i>Influência da Espessura das Camadas do Composto.....</i>	<i>60</i>
 Capítulo V – Aplicação em Seções Típicas Aeroelásticas.....	 63
5.1. <i>Modelagem da Seção Típica no Domínio Discreto</i>	<i>63</i>
5.2. <i>Incorporação da Aerodinâmica Não-Estacionária ao Modelo Discreto.....</i>	<i>68</i>
5.3. <i>Resultados Numéricos.....</i>	<i>69</i>
5.4. <i>Influência da Geometria da Seção Típica.....</i>	<i>72</i>
5.4.1. <i>Semi-corda (b).....</i>	<i>72</i>
5.4.2. <i>Distância do Eixo Elástico até o Centro da Seção Típica.....</i>	<i>73</i>
5.4.3. <i>Razão de Massa.....</i>	<i>73</i>
5.5. <i>Influência dos Parâmetros do Circuito Elétrico Shunt Ressonante Multimodal.....</i>	<i>74</i>

5.5.1. Ganho Devido à Rigidez Mecânica da Pastilha.....	74
5.5.2. Sintonização do Circuito Elétrico Shunt.....	74
Capítulo VI- Conclusões	76
6.1. Trabalhos Futuros.....	76
Anexo I - Apresentação das Matrizes T , C e B do problema mecânico.....	78
Anexo II - Apresentação das FRFs do painel aeroelástico amortecido.....	80
Bibliografia	83

Capítulo I

Introdução

1.1. ***Contextualização do trabalho e Revisão Bibliográfica***

À medida que a tecnologia avança, são obtidas estruturas mais leves, por isso flexíveis, submetidas a condições cada vez mais críticas de carregamentos estáticos e dinâmicos. Isto induz problemas de vibrações cada vez mais complexos (ROCHA, 1999). Fica clara, portanto, a necessidade cada vez maior de se obter estruturas leves, mas que possam suportar altos esforços mecânicos, tanto estáticos, quanto dinâmicos, nas mais variadas aplicações de engenharia.

Os materiais compósitos vêm de encontro a estas necessidades, de redução de peso, sem perda de suas propriedades mecânicas. Por material compósito, entende-se um novo material, formado por dois ou mais materiais, visando a um novo material, mais adaptado a um projeto específico (FARIA, 2006) (SILVA, 2014). Ou seja, relacionam-se propriedades diferentes de materiais diferentes, que são importantes no novo projeto, mas que não existem num só material.

As aplicações mais comuns em engenharia, no que diz respeito a materiais compósitos, utilizam duas fases (dois materiais). Um deles será a matriz e o outro será o que se chama de reforço, ou fibras. A fase da matriz é contínua e responsável por dar a forma ao novo material, interligando-se às fibras, protegendo-as do ambiente e

transmitindo a elas os esforços mecânicos; já a segunda fase, ou a fase das fibras, é descontínua e será responsável por conferir a resistência mecânica ao longo do seu sentido de tração (SILVA, 2014). Segundo a direção em que estas fibras são orientadas, têm-se propriedades mecânicas ortotrópicas, ortorrômbricas (de ortotropia transversa) ou anisotrópicas. A orientação das fibras pode mudar de camada para camada e pode ser unidirecional, bidirecional com as fibras cruzadas ortogonalmente, de maneira aleatória ou ainda de maneira tridimensional (FARIA, 2006).

A figura 1.1 ilustra o uso de materiais compósitos numa aeronave nacional, a EMB-170. O uso destes materiais é bastante crescente, sobretudo em aplicações que demandam baixo peso e alta resistência mecânica.

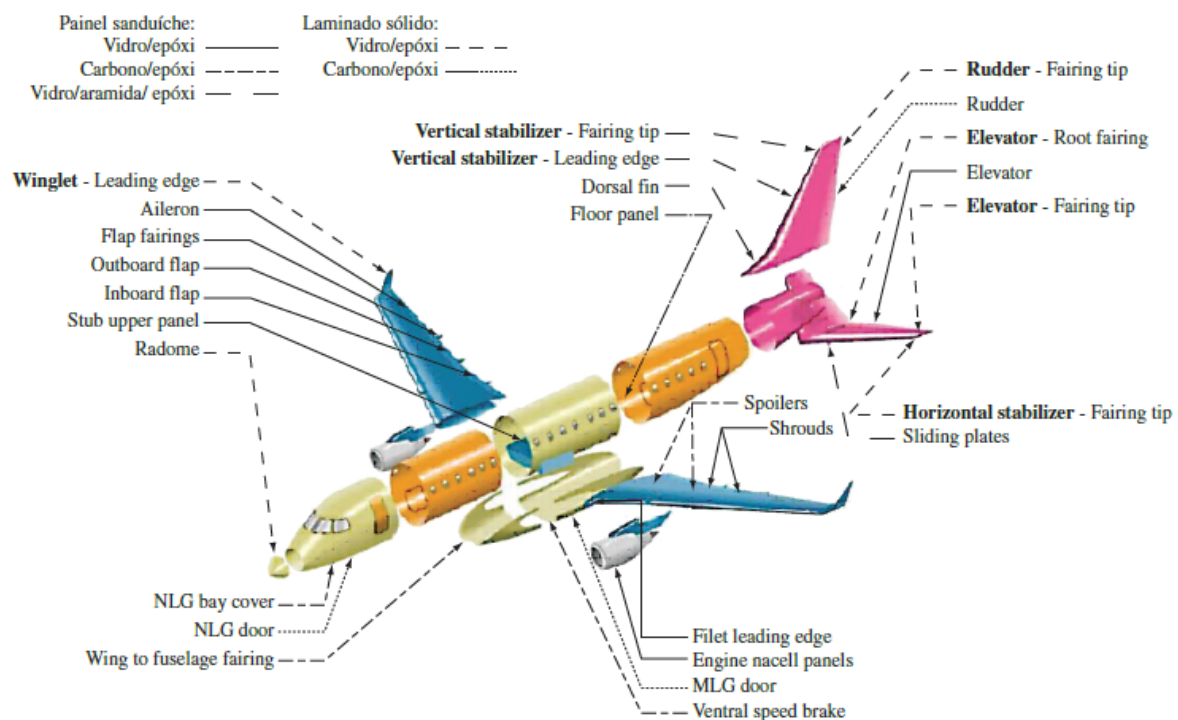


Figura 1.1: Vista explodida da aeronave EMB 170, mostrando componentes fabricados em compostos poliméricos avançados (extraído de (Rezende, 2007)).

A redução das dimensões e do peso destas novas estruturas, aliada à sua maior flexibilidade, resultam em maiores níveis de vibração. Para isso, justifica-se o uso de estruturas inteligentes, que são aquelas capazes de identificar e se adaptar a alterações ambientais e/ou operacionais (SILVA, 2014).

Estas estruturas usam materiais inteligentes que respondem de forma conhecida, a estímulos externos de origem elétrica, térmica, mecânica, magnética, dentre outros. Por ser possível controlar estas respostas, acoplando mais de um tipo de

energia, estes materiais passam a ter um caráter não somente estrutural, mas também funcional, sendo bastante empregados em aplicações tecnológicas (SILVA, 2013). Segundo Callister (2008), chamar um material de inteligente é dizer que ele é capaz de sentir mudanças no ambiente e responder a elas de forma previsível, como também ocorre nos seres vivos.

Sendo assim, relacionar o uso de materiais compósitos e inteligentes, confere à estrutura a capacidade de atender a severas solicitações no sentido de baixo peso, alta resistência mecânica e baixo nível vibratório. Estas exigências são encontradas em várias, e diversificadas, aplicações de engenharia, como por exemplo, nos setores aéreo, aeroespacial, construção civil, automotivo, etc. Esta estratégia, por suas ótimas perspectivas, têm motivado bastantes esforços em vários temas de pesquisa (DONADON, 2000).

Dentro do ramo dos materiais inteligentes, destaca-se um tipo de material, o piezelétrico. Estes materiais possuem a característica de gerar uma diferença de potencial elétrico, quando deformados mecanicamente, pela ação de um esforço externo. Tal efeito é conhecido como efeito piezelétrico direto e é bastante útil para a aplicação destes materiais como sensores. O efeito piezelétrico inverso ocorre quando estes materiais se deformam mecanicamente, sob a aplicação de um campo elétrico externo. Este efeito é explorado para o uso do material piezelétrico como um atuador.

No contexto do controle de vibrações e ruído, podem-se utilizar de técnicas passivas, ativas, semi-ativas ou híbridas.

Técnicas de controle passivo são as mais simples e confiáveis. Elas simplesmente incorporam dispositivos que dissipam parte da energia injetada no sistema pelo carregamento dinâmico/aerodinâmico. Possuem baixo custo efetivo e não dependem de fonte externa de energia. Por isso, têm sido amplamente utilizadas industrialmente (LIMA, 2006), (CARNEIRO, 2009).

As técnicas de controle ativo utilizam-se de atuadores, a fim de inserir energia no sistema. Por esta razão, necessitam de uma fonte externa de energia e são integrados a controladores com processamento em tempo real e sensores, instalados na estrutura. O controle ativo é o mais adaptável às mudanças externas que, porventura, possam vir a ocorrer. Porém, ele possui limitações quanto à demanda de grandes quantidades de energia, fica dependente do fornecimento ininterrupto desta, para a manutenção do

controle e pode causar instabilidades no sistema, devido à adição de energia no mesmo (CARNEIRO, 2009).

Já as técnicas de controle semi-ativas, não se opõem diretamente à excitação, mas possuem propriedades que podem variar dinamicamente (SPENCER JR., 1997). Elas podem ser vistas como técnicas passivas controláveis e aliam confiança e simplicidade, das técnicas passivas, à versatilidade, das técnicas ativas (CARNEIRO, 2009).

Por fim, as técnicas de controle híbridas possuem uma parcela passiva e uma ativa. Uma vez que a capacidade de dissipação de energia da parcela passiva se esgota, entra em cena a parcela ativa, a fim de fornecer energia suplementar para o controle.

Neste trabalho, será utilizada a técnica de controle passivo, aliada a circuitos elétricos, chamados shunt, o que constitui uma técnica usual de controle passivo (VIANA, 2005). Existem vários tipos de circuitos elétricos shunt, porém os mais comumente usados são: resistivos (R), ressonantes (RL) e capacitivos (C).

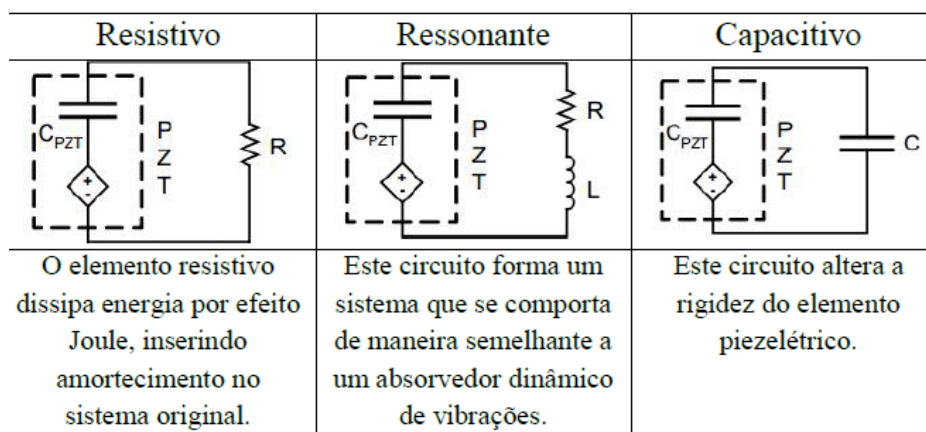


Figura 1.2: Principais tipos de circuitos shunt. Adaptado de (SILVA, 2014).

Os circuitos elétricos shunt resistivos, possuem comportamento semelhante ao do amortecimento viscoelástico, porém apresenta algumas vantagens, como ser menos dependente de variações de temperatura e possibilitar modificações periódicas, seja por variações de propriedades elétricas, seja pela reconfiguração do circuito elétrico (HAGOOD & FLOTOW, 1991) (SILVA, 2014). Os circuitos shunt ressonantes, possuem comportamento análogo aos Amortecedores Dinâmicos de Vibração (A.D.V.), podendo até mesmo ser notados os pontos invariantes na Função de Resposta em Frequência (F.R.F.) do sistema. Já os circuitos shunt capacitivos agem de modo a alterar a rigidez

mecânica da pastilha piezelétrica, variando, portanto, a rigidez mecânica final da estrutura inteligente.

Os circuitos elétricos shunt tiveram seu início com o amortecimento de um único modo, como pode ser visto no trabalho de seus pioneiros (HAGOOD & FLOTOW, 1991). Nesta época, caso se quisesse amortecer vários modos, era necessário aplicar várias pastilhas piezelétricas, e cada uma deveria ser acoplada a um circuito shunt, além de requerer uma sintonização diferente de cada conjunto para o modo o qual ele fosse amortecer (SILVA, 2014). Naturalmente, devido a restrições de espaço e peso da estrutura, esta técnica multimodal não teve uma vida longa.

Alguns anos depois, Holkamp (1994) propôs um circuito elétrico, com vários ramos contendo capacitores, resistências e indutâncias e que era capaz de, utilizando apenas uma pastilha piezelétrica, de amortecer mais de um modo.

Posteriormente, Wu (1998) propôs um circuito elétrico shunt multimodal, na topologia em paralelo. O mesmo autor, no mesmo ano, propôs um circuito ainda mais simples e que cumpria o mesmo papel. Fleming (2002) propôs um circuito, semelhante, porém agora, na topologia em série. Ambos os circuitos multimodais ressonantes possuem eficiências semelhantes, seja na topologia em série, seja na topologia em paralelo.

O circuito que será estudado neste trabalho é o shunt ressonante multimodal, na topologia em série. Ele será avaliado no amortecimento estrutural e aeroelástico de um painel aeronáutico fino. Por amortecimento estrutural entenda-se reduzir as amplitudes de vibração da estrutura e por amortecimento aeroelástico, entenda-se aumentar a velocidade de ocorrência do fenômeno *flutter*, indesejado durante a operação de aeronaves. É necessário o uso de um circuito multimodal, para que ele seja sintonizado para os dois modos naturais da estrutura que tendam a se coalescer (unir), o que caracteriza a ocorrência de *flutter* na estrutura, como será mostrado mais a frente, ao longo do trabalho.

No final dos anos 50, com os avanços conseguidos na aviação graças à Segunda Guerra Mundial, estruturas aeronáuticas, como aviões e foguetes, começaram a falhar, de modo misterioso. Seria descoberto então, o fenômeno do flutter, em cujo estudo, Jordan foi o pioneiro (JORDAN, 1956).

Flutter é uma instabilidade dinâmica auto-excitada, causada pela interação entre forças elásticas, aerodinâmicas e inerciais (PEGADO, 2003). Estando a estrutura imersa num escoamento de ar, que gera um carregamento aerodinâmico, sua flexibilidade permite que esta se deforme consideravelmente. Estas deformações irão alterar a forma como o carregamento aerodinâmico atua sobre a estrutura e gerar novas deformações, iniciando-se um processo iterativo e auto-alimentado. Este processo pode se estabilizar ou divergir em um caráter oscilatório, característico de flutter (BENINI, 2002). Tendo em vista o diagrama V-g, pode-se explicar o flutter com uma abordagem alternativa, dizendo que o carregamento aerodinâmico, à medida que a pressão crítica do escoamento λ aumenta, alterando o comportamento dinâmico da estrutura, faz com que seus autovalores, ω^2 sejam deslocados, um em direção ao outro, podendo chegar a se coalescer (unir). Neste momento, diz-se ter ocorrido o fenômeno do flutter.

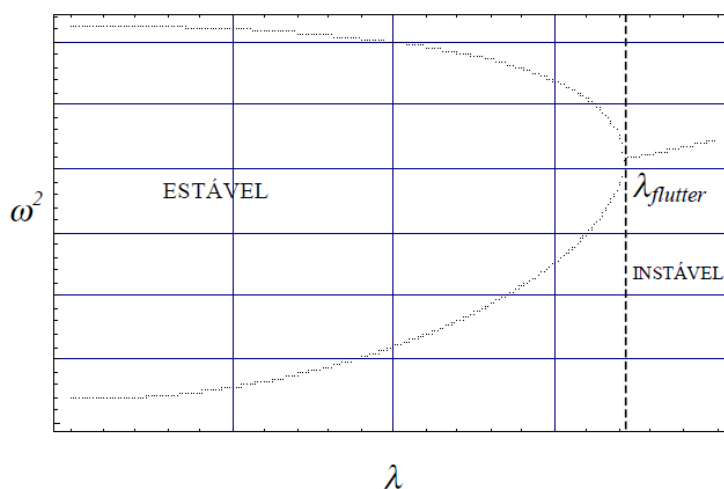


Figura 1.3: Parte real do diagrama V-g, mostrando a coalescência de duas frequências naturais numa estrutura sem amortecimento. Extraído de (PEGADO, 2003).

O fenômeno do flutter pode ocorrer em seções típicas (asas) ou em painéis aeroelásticos (cascas e placas finas). Em seções típicas, ele ocorre em regimes subsônicos e apresenta vibrações de amplitudes crescentes de forma exponencial, podendo levar a mesma ao colapso; Em painéis aeronáuticos, ele ocorre em regimes supersônicos e este é o foco deste trabalho. Sobre os painéis, devido às não linearidades geométricas, surgem tensões internas ao seu plano, limitando as amplitudes das vibrações, causando assim fadiga no próprio ou na estrutura que o suporta (DOWELL, 1970).

Os estudos relacionados ao flutter se dividiram em duas frentes: a primeira, modelada no domínio do tempo e transformada para o domínio da frequência, com a

ajuda da Transformada de Fourier, se concentra em determinar a velocidade crítica para a ocorrência de flutter e é utilizada, normalmente, em controladores passivos e se atém à parte linear do sistema; já a segunda frente de estudo do flutter, modelada no domínio do tempo, incorpora não linearidades e é destinada a estudar as deformações induzidas na estrutura devido à instabilidade do flutter e é importante principalmente nas práticas de controle ativo (COSTA, 2007).

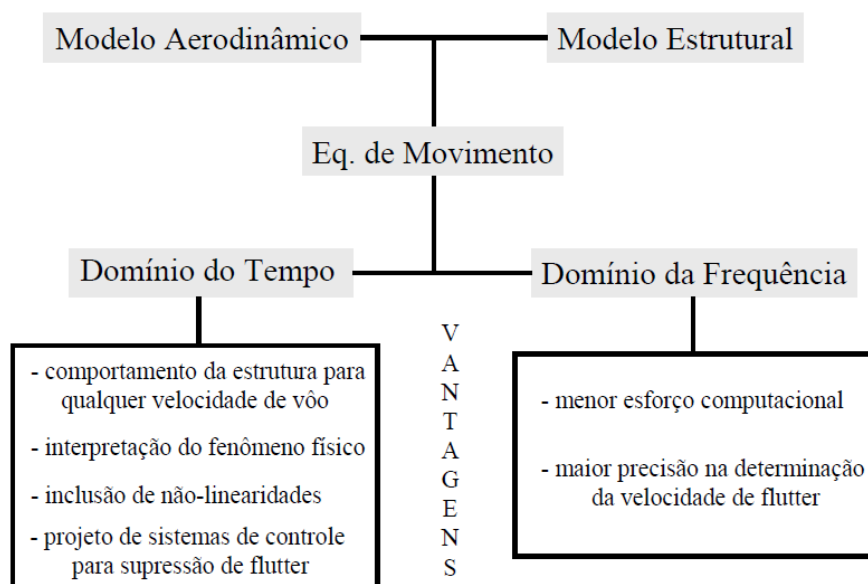


Figura 1.4: Abordagem temporal e frequencial de flutter. Extraído de (BENINI, 2002)

Os estudos referentes ao flutter iniciaram-se em torno da época da Segunda Guerra Mundial, mas perduram até os dias de hoje, para aplicações comerciais, bélicas, aeroespaciais e de pesquisa. Há também os aeromodelos e os planadores que sofrem bastante com este fenômeno e possuem vários blogs online para a discussão de suas experiências.

É importante lembrar que o fenômeno do flutter não se aplica somente a estruturas presentes no ramo aeronáutico, mas pode ser citado em outras estruturas de engenharia. Na ponte de Tacoma, que é uma ponte delgada e de grande extensão, no ano de 1940, ocorreu o caso de *stall flutter*, levando a mesma ao colapso, que foi registrado em vídeo (COSTA, 2007) (FUNG, 1993).

Por ser o *flutter* o principal vilão do ramo aeroelástico, a aeroelasticidade foi bastante impulsionada devido aos estudos relacionados a este fenômeno. A tabela 1 apresenta uma breve linha do tempo, indicando as principais evoluções entre os anos

de 1953 e 1993, relacionadas aos estudos de aeroelasticidade, flutter e elementos finitos.

Tabela 1.1: Evoluções de engenharia entre 1953 e 1993, relacionadas ao estudo do flutter. Extraída de (COSTA, 2007).

1950	<ul style="list-style-type: none"> - Computação digital - Efeitos de aquecimento na aerodinâmica - Avanços no estudo do mecanismo do <i>flutter</i> - <i>Flutter</i> de placas planas
1960	<ul style="list-style-type: none"> - Método dos elementos finitos para estruturas - <i>Flutter</i> de hélices em rotação - Método de painéis para carregamentos aerodinâmicos
1970	<ul style="list-style-type: none"> - Representação completa da aeronave por elementos estruturais e painéis aerodinâmicos - CFD - Representação no espaço de estados para sistemas de controle - Não-linearidades estruturais
1980	<ul style="list-style-type: none"> - Técnicas de coleta de dados digitais - Introdução dos compósitos - <i>Flutter</i> nas pás de compressores <i>fan</i> - Atuadores piezelétricos e controle ativo
1990	<ul style="list-style-type: none"> - Não linearidades e ciclos-limites

Segundo Pegado (2003), o autor Dowell, em sua referência (DOWELL, 1970) dividiu, em sua época, quatro categorias sobre os estudos aeroelásticos, que diziam respeito ao flutter e seus respectivos métodos para modelar matematicamente seus carregamentos aeroelásticos. Posteriormente, foi adicionada uma quinta categoria, para escoamentos hipersônicos, mas que não vem ao caso neste trabalho.

Tabela 1.2: Modelos utilizados no estudo do fenômeno do flutter. Extraído de (PEGADO, 2003).

Tipo	Modelo Estrutural	Modelo Aerodinâmico
1	Linear	Teoria do Pistão Linear
2	Linear	Teoria Potencial Linearizada
3	Não-linear	Teoria do Pistão Linear
4	Não-linear	Teoria Potencial Linearizada
5	Não-linear	Teoria do Pistão Não-linear

Neste trabalho, a Teoria do Pistão Linear, para aerodinâmica quase-estacionária, será utilizada para calcular os carregamentos aerodinâmicos do escoamento supersônico sobre um painel plano fino. Também será apresentada a Teoria Potencial Linearizada, proposta por Theodorsen (1935), para aerodinâmica não estacionária, que será aplicada sobre seções típicas de asa, num capítulo à parte.

Sobre a Teoria do Pistão, proposta inicialmente por Lighthill (1953), ela é capaz de fornecer o campo de pressão aeroelástico aproximado, que o escoamento de ar, passando por um dos lados de um painel, impõe a este, à medida que sua velocidade aumenta. Pode-se dizer que esta teoria é adequada para o regime supersônico, o escoamento é considerado isentrópico e invíscido, e são desconsideradas as mudanças de fase entre o corpo e o escoamento.

O carregamento aeroelástico será incorporado ao problema, formulado em elementos finitos. Assim, a teoria do pistão ou a teoria potencial linearizada, será utilizada para prever a velocidade de flutter, enquanto a formulação via elementos finitos, dará condições para acoplar o problema aero-eleto-mecânico, chegando-se às equações diferenciais características do problema. Estas equações possibilitarão realizar estudos paramétricos, medindo-se a influência de parâmetros escolhidos sobre a resposta aeroelástica final da estrutura. Ou seja, uma vez gerado o modelo representativo do comportamento da estrutura, as simulações representam uma possibilidade muito mais rápida e barata para o conhecimento das respostas da estrutura.

Apesar destes e outros benefícios indiscutíveis da simulação numérica, deve-se sempre confrontar os resultados obtidos com experimentos, a fim de aumentar a confiabilidade da análise. No caso dos ensaios de flutter, há duas formas de se realizar esta validação, segundo Bidinotto (2007):

- Ensaios em solo, em que são utilizados shakers para gerar deformações estruturais, medidas via acelerômetros;
- Ensaios em voo, em que define-se um intervalo de frequências a analisar e realizam-se manobras reais, de forma a excitá-las e analisar suas consequências.

Objetivos:

Os objetivos principais deste trabalho são:

- Amortecer vibrações passivamente, sobre painéis planos e finos, submetidos a carregamentos aeroelásticos, utilizando circuitos elétricos shunt ressonantes multimodais, na topologia em série;
- Aumentar a estabilidade aeroelástica destes painéis, através do amortecimento passivo imposto pelos circuitos shunt. Ou seja, aumentar a velocidade de *flutter* para estas estruturas;
- Aumentar a estabilidade aeroelástica de seções típicas, também via amortecimento passivo, utilizando aerodinâmica não estacionária.

Capítulo II

Modelagem por Elementos Finitos de Placas de Material Compósito, contendo Elementos Piezelétricos e Circuitos Elétricos Shunt

Este capítulo é dedicado a fazer uma revisão sobre a modelagem, em elementos finitos, do problema eletromecânico, baseando-se nos trabalhos de Chee (2000), Faria (2006), Zambolini Vicente (2014) e Silva (2014).

O problema eletromecânico será modelizado utilizando-se duas abordagens, uma para o problema mecânico e uma para o elétrico. Ou seja, o laminado será modelizado pela *Teoria da Camada Equivalente Única (Equivalent Single Layer Theory)* para o problema mecânico. Esta aproximação não representa nenhum problema e reduz consideravelmente o custo computacional. Já para o problema elétrico, tal aproximação não seria possível, porque não permitiria ao código identificar qual camada é de material piezelétrico. Assim, os potenciais elétricos são modelizados utilizando-se da *Teoria da Camada Equivalente Discreta (Layerwise Theory, ou Discrete Layer Theory)*, que respeita as diferenças entre cada camada do laminado, podendo separar entre camadas mecânicas e elétricas.

Posteriormente será realizado um estudo sobre os circuitos elétricos chamados *shunt ressonantes*, que, aliados aos materiais piezelétricos, constituirão um princípio de dissipação de energia, na forma passiva. A maneira como sintonizar estes circuitos também será apresentada, primeiramente segundo os trabalhos de Hagood & Flotow (1991) e posteriormente, via um método heurístico de otimização, denominado *Evolução Diferencial*.

2.1. ***Teoria da Camada Equivalente Única (Equivalent Single Layer Theory)***

Esta teoria será utilizada para formular o campo de deslocamentos mecânicos. Ela faz uma aproximação, considerando toda a estrutura do laminado, como se fosse uma única camada, com propriedades mecânicas equivalentes.

Para se fazer uso desta teoria, podem ser utilizadas variadas aproximações para o campo de deslocamentos. As mais famosas, porém, serão citadas e explicadas a seguir.

2.1.1. *Teoria Clássica dos Laminados (CLT)*

Segundo Faria (2006), esta teoria é baseada nas hipóteses cinemáticas de Kirchhoff, empregadas no estudo de placas. Segundo Reddy (1997), as principais hipóteses (aproximações) assumidas para o uso desta teoria são:

- uma linha reta e perpendicular à superfície média indeformada (linha neutra), permanece reta e perpendicular a esta superfície após deformações;
- os deslocamentos são contínuos ao longo das lâminas;
- não ocorre deslizamento entre as camadas do laminado;
- não há alongamento na direção da espessura, ou seja, despreza-se a deformação normal transversal (ϵ_{zz});
- os efeitos cisalhantes transversais (γ_{xz} e γ_{yz}) são desprezados, ou seja, as deformações são totalmente devido à flexão da placa e ao alongamento de seu plano médio;
- o laminado é considerado delgado, ou seja, as camadas da placa são relativamente finas em relação às suas dimensões superficiais.

Segundo Reddy (1997), o campo de deslocamentos, calculado por meio desta teoria é:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(x, y, z, t) &= \mathbf{u}_0(x, y, t) - z \frac{\partial \mathbf{w}_o}{\partial x} \\
\mathbf{v}(x, y, z, t) &= \mathbf{v}_0(x, y, t) - z \frac{\partial \mathbf{w}_o}{\partial y} \\
\mathbf{w}(x, y, z, t) &= \mathbf{w}_0(x, y, t)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

onde: (u_o, v_o, w_o) são as componentes do deslocamento ao longo das direções (x, y, z) , respectivamente, de um ponto no plano médio, ou seja, $(x, y, 0)$.

A equação (2.1) indica que, conhecidos os deslocamentos de um ponto no plano médio, qualquer ponto do laminado pode ser determinado.

2.1.2. Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT)

Segundo Faria (2006), esta teoria se baseia nas hipóteses assumidas pela *Teoria das Placas de Mindlin-Reissner*. Ela é uma evolução da teoria CLT, e sua principal diferença é incluir as deformações transversais $(\gamma_{xz}$ e $\gamma_{yz})$ em seu campo de deslocamentos. É assumido, nesta teoria de primeira ordem, que a deformação cisalhante transversal varia linearmente com relação à espessura do laminado.

Segundo Reddy (1997), seu campo de deslocamentos é dado por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(x, y, z, t) &= \mathbf{u}_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\
\mathbf{v}(x, y, z, t) &= \mathbf{v}_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\
\mathbf{w}(x, y, z, t) &= \mathbf{w}_0(x, y, t)
\end{aligned} \tag{2.2}$$

onde: ϕ_x e ϕ_y representam as rotações dos segmentos de reta normais ao plano médio de referência, com relação aos eixos y e x , respectivamente.

Através das soluções exatas da Teoria da Elasticidade Tridimensional, sabe-se que o perfil de deformação cisalhante real, ao longo da espessura, possui um perfil parabólico. Como, esta teoria, de primeira ordem, assume que esta deformação é linear, em função da espessura, fazem-se necessários fatores de correção dos níveis de deformação cisalhante. Estes fatores nem sempre são fáceis de determinar, porque não

dependem somente da fabricação e de parâmetros geométricos do composto laminado, mas também do carregamento a ele imposto e de suas condições de contorno (REDDY, 1997), (FARIA, 2006).

Além destes coeficientes de correção de cisalhamento transversal, a teoria FSDT superestima a rigidez da placa, devido a problemas de travamento por cisalhamento, conhecidos como *shear-locking*, para placas extremamente finas, ou seja, placas que apresentam uma relação entre comprimento e espessura menor que 2%.

Apesar disso, esta teoria pode ser utilizada para placas finas e moderadamente espessas e apresenta a melhor relação entre capacidade de predição e custo computacional para uma vasta gama de aplicações. É inadequada apenas para o cálculo de modos naturais de frequência elevada, porém apresenta boa precisão no cálculo das respostas mecânicas globais, tais como deflexões, frequências naturais fundamentais e cargas de flambagem (FARIA, 2006).

2.1.3. Teoria da Deformação Cisalhante de Alta Ordem (HSDT)

A principal diferença da teoria HSDT para a teoria FSDT, apresentada anteriormente, reside apenas no grau dos polinômios considerados no campo de deslocamentos. Enquanto a teoria de primeira ordem considera as deformações cisalhantes transversais (γ_{xz} e γ_{yz}) como uma linha reta (constantes ao longo da espessura), a teoria de alta ordem considera estas deformações, tais como elas são, ou seja, com um perfil cúbico parabólico.

Esta teoria também considera deformação normal transversal (ε_{zz}), bem próxima dos valores das soluções exatas, obtidos pela *Teoria da Elasticidade Tridimensional* (FARIA, 2006).

A teoria HSDT também representa uma evolução com relação à teoria FSDT e é melhor adaptada para placas mais espessas, onde a relação entre a espessura e o comprimento da placa ultrapassa 25%, ou para respostas de maiores frequências, onde a teoria de primeira ordem não seria suficiente para a predição dos campos de deslocamentos com exatidão.

Segundo Lo *et al.* (1977), o campo de deslocamentos considerado pela teoria HSDT é definido como:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(x, y, z, t) &= \mathbf{u}_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\zeta_x(x, y, t) + z^3\psi_x(x, y, t) \\
\mathbf{v}(x, y, z, t) &= \mathbf{v}_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\zeta_y(x, y, t) + z^3\psi_y(x, y, t) \\
\mathbf{w}(x, y, z, t) &= \mathbf{w}_0(x, y, t) + z\phi_z(x, y, t) + z^2\zeta_z(x, y, t)
\end{aligned} \tag{2.3}$$

onde: ϕ_x , ϕ_y e ϕ_z representam as rotações dos segmentos de reta normais ao plano médio de referência, com relação aos eixos y, x e z, respectivamente. Porém agora, existem outras funções, ζ_x , ζ_y , ζ_z , ψ_x e ψ_y que também são dependentes de (x,y,t) e não possuem sentido físico. Elas estão presentes no campo de deslocamentos apenas como um artifício matemático, a fim de se chegar à aproximação cúbica desejada.

Como um efeito colateral do uso da teoria de alta ordem, pode-se ressaltar o alto custo computacional, uma vez que a ordem do polinômio a ser resolvido neste caso é cúbica.

Após esta época, foram desenvolvidas várias teorias de alta ordem para prever o deslocamento de placas compostas. Neste trabalho estas técnicas não serão abordadas, porque a teoria de primeira ordem, FSDT, será suficiente.

Enfim, para este estudo a teoria FSDT se mostra suficiente, porque a placa estudada é bastante fina, apresentando uma relação entre comprimento e espessura da ordem de 266. Por ser uma placa extremamente fina, pode apresentar problemas de shear-locking, mas no código computacional foram considerados coeficientes para correção. Assim, uso desta teoria ajudará a manter bastante reduzido o custo computacional para a modelagem do problema mecânico, porque, como será visto nas seções seguintes, a modelagem do problema elétrico irá requerer um custo computacional maior.

De forma a sintetizar o que fora dito sobre as três teorias para implementar o campo cinemático dos deslocamentos mecânicos, segue uma ilustração bastante didática, visando a ilustrar o comportamento de uma linha, que cruza toda a espessura do laminado, antes e depois de deformada.

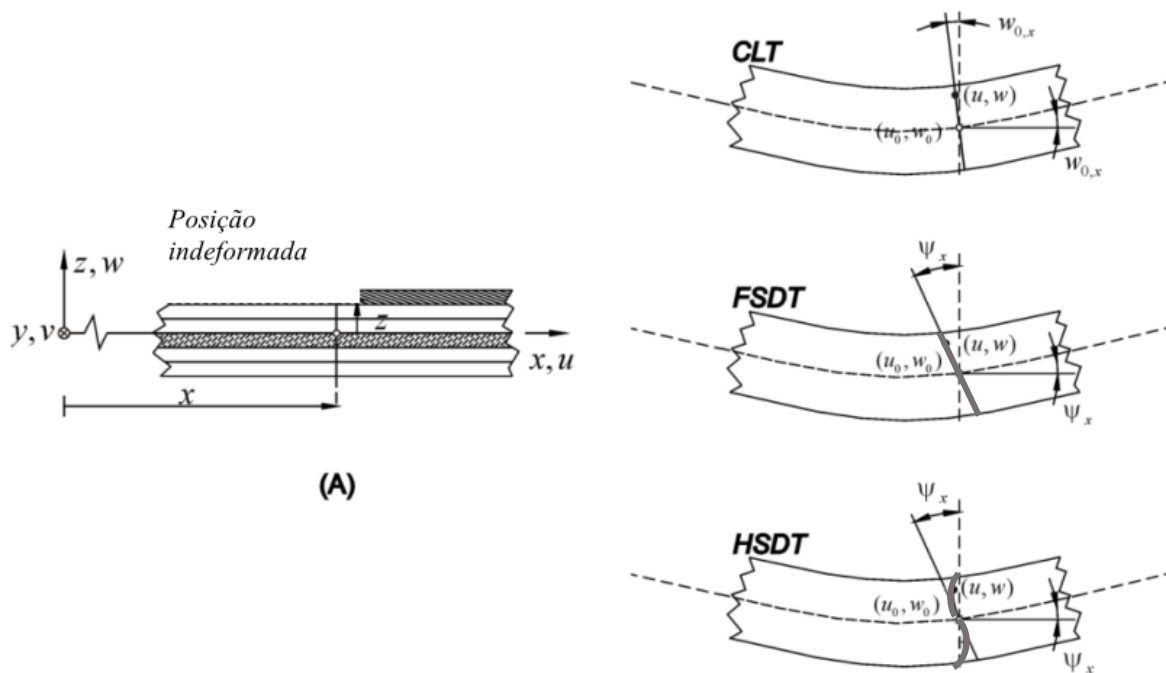


Figura 2.1: Comparação entre as três principais teorias para a formulação do problema mecânico (extraído de (FARIA, 2006)).

Como pode ser visualizado pela figura 2.1, a teoria CLT não leva em conta deformações cisalhantes transversais (γ_{xz} e γ_{yz}); a teoria FSDT as leva em conta, porém de maneira linear, por ser uma teoria de primeira ordem; e a teoria HSDT, considera estas deformações em sua real forma, que é alcançada com a ajuda de polinômios de terceiro grau.

2.2. Teoria da Camada Equivalente Discreta (Layerwise Theory)

A formulação em elementos finitos do problema elétrico será realizada com o auxílio desta teoria, em que cada camada do laminado é considerada individualmente. Já na primeira impressão, nota-se que esta teoria é muito mais elaborada que a teoria apresentada anteriormente, que trata todas as camadas do laminado como sendo uma única camada, equivalente.

Bom, para o problema mecânico, aquela teoria era suficiente. Já para o problema elétrico, faz-se necessário adotar uma abordagem que examine o que há em cada camada. O código, em elementos finitos, precisa receber a informação de qual ou quais camadas possuem material piezelétrico, que será o responsável pelo controle passivo.

Esta teoria também possibilita que a inclusão da camada piezelétrica seja realizada na placa toda ou localizada em um ou mais regiões de interesse.

Naturalmente, esta teoria apresenta um custo computacional bastante aumentado, com relação à *Teoria da Camada Equivalente Única*. Por isso, os trabalhos de Suleman (1995) e Saravanos (1997) propuseram, em sua época, utilizar-se de uma teoria que, formulava o problema mecânico utilizando a *Teoria da Camada Equivalente Única* e o problema elétrico, utilizando a *Teoria da Camada Equivalente Discreta*, para modelizar estruturas com materiais piezelétricos, mantendo o custo computacional razoável. Esta teoria é chamada *Teoria Mista* e será vista a seguir.

2.3. ***Teoria Mista***

Para a formulação do problema eletromecânico acoplado, via elementos finitos, são usadas duas teorias, que culminarão no que se chama de Teoria Mista.

A *T.C.E.U.* é barata computacionalmente e capaz de formular o problema mecânico de maneira satisfatória. Calculam-se as rizezas mecânicas de cada camada e estas são somadas para formar a rigidez mecânica equivalente.

Já a *T.C.E.D.* é mais cara computacionalmente, mas é a mais adequada para formular o problema elétrico, devido à heterogeneidade elétrica do laminado. Com esta teoria, analisa-se cada camada do laminado e sabe-se qual material é o material existente e suas respectivas propriedades elétricas e mecânicas. Assim, o código fornecerá as respostas eletromecânicas coerentes.

Uma representação interessante e bastante didática da *Teoria Mista* pode ser vista na figura 2.2. O Laminado real é tratado como uma única camada, para o problema mecânico e em camadas discretizadas, para o problema elétrico.

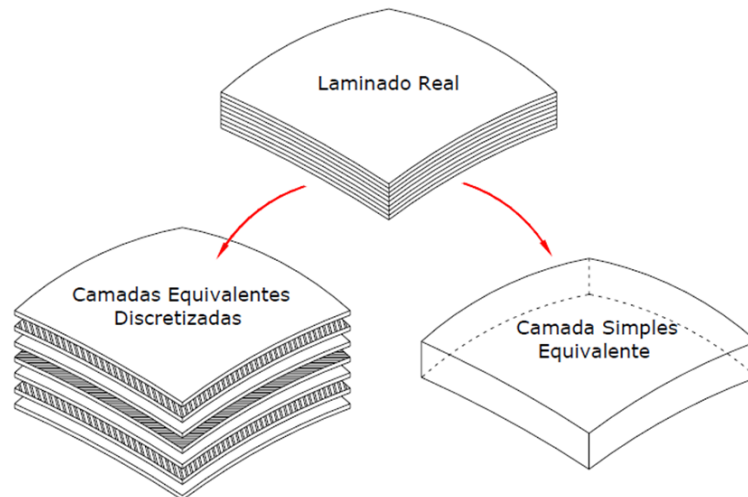


Figura 2.2: Teoria Mista (extraída de (ZAMBOLINI VICENTE, 2014)).

2.4. Definições do projeto Mecânico via Elementos Finitos

O elemento considerado, no caso em estudo, será conforme apresentado em (REDDY, 1997), o de placa plana, da família *Serendipity*. Este elemento é retangular, possui 8 nós por elemento e 5 graus de liberdade mecânicos e 1 grau de liberdade elétrico, por nó. Este elemento é mostrado na figura 2.3.

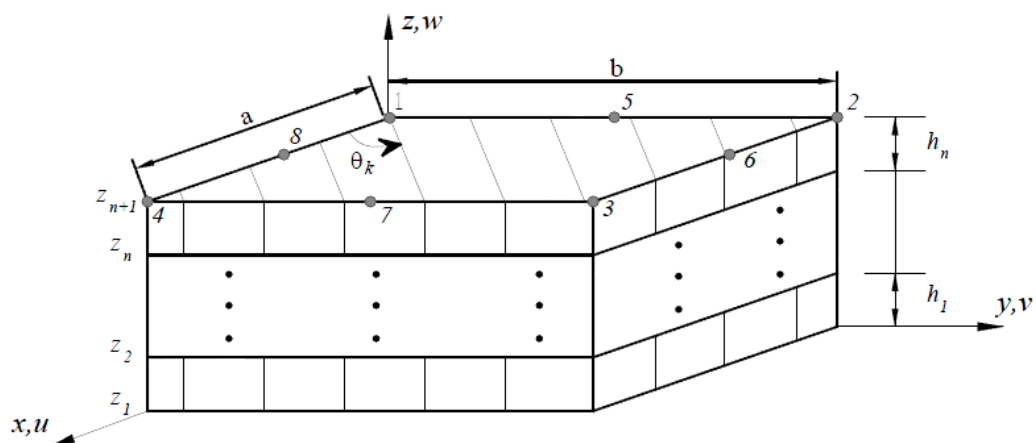


Figura2.3: Elemento da família Serendipity, usado no modelo de Elementos Finitos.
(Extraído de (ZAMBOLINI VICENTE, 2014)).

Para cada nó, os 5 graus de liberdade mecânicos deste elemento são:

- Deslocamento na direção x: $u_0(x, y, t)$;
- Deslocamento na direção y: $v_0(x, y, t)$;
- Deslocamento na direção z: $w_0(x, y, t)$;
- Rotação em torno da direção x: $\Psi_y(x, y, t)$;
- Rotação em torno da direção y: $\Psi_x(x, y, t)$.

Lembrando que, para este estudo, o campo de deslocamentos mecânicos foi formulado pela teoria FSDT, segundo a equação (2.2), pode-se reescrevê-la da seguinte forma:

$$U(x, y, z, t) = A(z)u(x, y, t) \quad (2.4)$$

onde: $u(x, y, t) = [u_0(x, y, t) v_0(x, y, t) w_0(x, y, t) \psi_x(x, y, t) \psi_y(x, y, t)]^T$ representa o vetor que contem os graus de liberdade mecânicos do sistema;

Além disso, $U(x, y, z, t) = [u(x, y, z, t) v(x, y, z, t) w(x, y, z, t)]^T$ é o vetor que define o campo de deslocamentos nas direções (x, y, z) , respectivamente; e, a matriz A é a matriz que permitirá parametrizar a espessura da placa fina (z) , da seguinte forma:

$$A(z) = A_1 + zA_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

É interessante parametrizar o modelo, para reduzir o custo computacional e também para futuros e possíveis estudos sobre incertezas paramétricas e eventualmente o cálculo de sensibilidades, via definição das derivadas de primeira ordem (ZAMBOLINI VICENTE, 2014).

Já de posse do campo de deslocamentos, basta aplicar sobre eles derivadas direcionais, para se chegar às deformações mecânicas da estrutura. Assim, chega-se à relação:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z, t) = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{zz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

2.5. Discretização por Elementos Finitos

Para a discretização por elementos finitos, cada tipo de elemento escolhido, possui uma função de forma por nó. Assim, segundo Reddy (1997), o elemento *Serendipity*, possui as oito funções de forma abaixo:

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= -(1/4)(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \\ N_2(\xi, \eta) &= +(1/2)(1-\xi)(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3(\xi, \eta) &= -(1/4)(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta) \\ N_4(\xi, \eta) &= +(1/2)(1-\xi)(1+\eta)(1-\eta) \\ N_5(\xi, \eta) &= -(1/4)(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi-\eta) \\ N_6(\xi, \eta) &= +(1/2)(1-\xi)(1+\xi)(1+\eta) \\ N_7(\xi, \eta) &= -(1/4)(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta) \\ N_8(\xi, \eta) &= -(1/2)(1-\xi)(1+\eta)(1-\eta) \end{aligned} \quad (2.7)$$

As funções de forma serão relacionadas com os graus de liberdade mecânicos nodais, a fim de fornecer o campo de deslocamentos nodal e permitir realizar as devidas interpolações para se obter o deslocamento de qualquer ponto dentro do elemento finito.

Assim, o campo de deslocamentos, a nível elementar é calculado segundo a equação (2.8).

$$\mathbf{u}(\xi, \eta, t) = \mathbf{N}(\xi, \eta, t) \mathbf{u}(t) \quad (2.8)$$

onde: as coordenadas (ξ, η) são provenientes de um sistema local (elementar), que é intercambiável com o sistema global (x, y) através de um operador, chamado Jacobiano.

Dado um elemento de dimensões a e b , no sistema global, ele é considerado com dimensões unitárias no sistema local (elementar). As coordenadas locais e globais são relacionadas através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} x &= \frac{I}{2} [\xi(x_8 - x_4) + x_8 + x_4] \\ y &= \frac{I}{2} [\eta(y_6 - y_2) + y_6 + y_2] \end{aligned} \quad (2.9)$$

A representação esquemática dos dois sistemas: (ξ, η) que compõem o sistema local (elementar) e (x, y) que compõem o sistema global é feita abaixo. Pode-se observar que, no sistema local, os lados do elemento variam de -1 a 1 , enquanto no sistema global, variam de $-a'$ a a' e de $-b'$ a b' . Assim, $a = 2a'$ e $b = 2b'$.

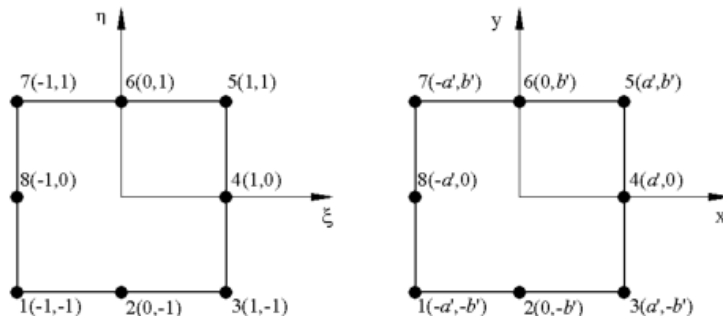


Figura 2.4: Elemento Serendipity, de oito nós, nos sistemas local e global (adaptado de (SILVA, 2014)).

O operador jacobiano, conforme já fora dito, é o responsável por migrar as equações do sistema local, a nível elementar, para o global, a nível da estrutura completa. O chamado Jacobiano é o determinante da matriz jacobiana, que é uma matriz de transformação linear. Assim, o valor do operador jacobiano é: $J = \frac{ab}{4}$.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \frac{I}{2} \begin{bmatrix} (x_8 - x_4) & 0 \\ 0 & (y_6 - y_2) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Desta forma, a equação (2.8) pode agora ser escrita em termos das funções de forma e dos graus de liberdade nodais, conforme abaixo:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \mathbf{A}(z)\mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{u}(t) \quad (2.11)$$

Igualmente, podem-se reescrever as expressões de deformação, representadas pelas equações (2.6) e (2.8), em termos das funções de forma e graus de liberdade nodais, como abaixo:

$$\varepsilon(x, y, z, t) = \mathbf{D}(\mathbf{z})\mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{u}(t) = \mathbf{B}_u(\xi, \eta, z)\mathbf{u}(t) \quad (2.12)$$

onde: $\mathbf{D}(z)$ representa as matrizes dos operadores diferenciais $\frac{\partial}{\partial x}$ e $\frac{\partial}{\partial y}$ para as deformações mecânicas da placa (de flexão e cisalhamento). A matriz será $\mathbf{B}_u(\xi, \eta, z)$ mostrada no Anexo I.

2.6. **Construção das Matrizes de Massa e Rigidez**

Para se chegar às energias, Cinética $T_E(t)$ e de Deformação $V_E(t)$, deve-se partir das interpolações dos deslocamentos e deformações, mostrados acima e das matrizes elementares de massa e rigidez, conforme mostrado abaixo.

$$\begin{aligned} T_E(t) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T(t) \mathbf{M}_u^{(e)} \dot{\mathbf{u}}(t) \\ V_E(t) &= \frac{1}{2} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{K}_u^{(e)} \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Para o cálculo das matrizes elementares de massa e rigidez, utilizam-se as seguintes expressões:

$$\mathbf{M}_{uu}^e = \int_{V_e} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N} dV_e \quad (2.14)$$

$$\mathbf{K}_{uu}^e = \sum_{k=1}^{n^{cam.}} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_K}^{z_K+1} \mathbf{B}_u^T \mathbf{T}^T \mathbf{C} \mathbf{T} \mathbf{B}_u J dz d\eta d\xi \quad (2.15)$$

onde: ρ representa a densidade do material da placa, V_e representa o volume elementar, ou seja, a área do elemento, multiplicada pela espessura do mesmo. As matrizes B_u contêm os operadores diferenciais $\frac{\partial}{\partial x}$ e $\frac{\partial}{\partial y}$ aplicados nas funções de forma nodais. A matriz T é responsável pela transformação, em função dos ângulos das fibras do laminado, que alterará a matriz C , proveniente da Lei de Hooke $\sigma = C\varepsilon$ e que representa as propriedades elásticas ortotrópicas (rigidez, a grosso modo) da placa. O operador Jacobiano é representado pela letra J . As matrizes T , C e B_u são apresentadas no Anexo I.

Uma vez definidas as matrizes de massa e rigidez elementares, procede-se com a montagem das respectivas matrizes globais, incorporando a matriz de conectividade e procedimentos usuais do método de elementos finitos (MOAVENI, 1999).

Assim, de posse das matrizes globais do sistema puramente mecânico, a equação do movimento, no domínio temporal, toma a seguinte forma:

$$M_u \ddot{u}(t) + K_u u(t) = F(t) \quad (2.16)$$

onde: $M_u = \bigcup_{e=1}^{n^{\circ} elem.} M_u^{elem.}$ e $K_u = \bigcup_{e=1}^{n^{\circ} elem.} K_u^{elem.}$ indicam, respectivamente, as matrizes de massa e rigidez globais, que são a união de todas suas partes elementares, formando a malha completa (global) de elementos finitos. Os graus de liberdade mecânicos são indicados por $u(t)$ e os esforços generalizados, representados por $F(t)$.

Uma vez conhecida a montagem do sistema mecânico, deve-se agora, partir para a adição de suas propriedades elétricas e, posteriormente, da incorporação do circuito elétrico shunt, para que se chegue ao sistema eletromecânico completo.

2.7. **Adição do elemento piezelétrico: Problema eletromecânico acoplado**

Para a formulação do problema eletromecânico acoplado, deve-se partir das equações constitutivas da piezeletricidade (HAGOOD & FLOTOW, 1991):

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C^E & -e^T \\ e & \chi^\varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ E \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

onde: σ representa o vetor das tensões mecânicas; D representa o vetor dos deslocamentos elétricos; C a matriz das propriedades elásticas (rigidez mecânica); e e χ representam, respectivamente, os vetores do coeficiente de acoplamento eletromecânico e da permissividade elétrica, do material piezelétrico; ε representa o vetor das deformações mecânicas e, por fim, E representa o vetor do campo elétrico. Os sobrescritos $()^E$ e $()^\varepsilon$ indicam o campo elétrico e a deformação mecânica mantidos constantes, respectivamente. O sobrescrito $()^T$ indica a operação de transposição do vetor.

A primeira linha da relação acima representa o efeito inverso, ou de atuador do material piezelétrico, em que este material se deforma mecanicamente, em decorrência da aplicação de uma diferença de potencial entre as faces de sua pastilha. A segunda linha desta relação matricial, evidencia o efeito piezelétrico direto, ou de sensor, em que, devido a uma deformação mecânica, este material pode gerar uma diferença de potencial.

Assim, detalhando melhor a relação expressa na equação (2.17), chegar-se-á nas relações constitutivas da piezeletricidade linear, capazes de definir o comportamento de uma estrutura contendo materiais piezelétricos e elásticos, de natureza ortorrômbica, ou seja, que apresentam ortotropia transversa, segundo (CALLISTER, 2008). Nye (1969), sugeriu estas relações para relacionar as deformações mecânicas causadas no plano xy , quando se aplica um campo elétrico ao longo da espessura z do material piezelétrico.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{21}^E & c_{22}^E & c_{23}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{32} \\ c_{31}^E & c_{32}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & -e_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & \chi_{11}^\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 & 0 & \chi_{22}^\varepsilon & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \chi_{33}^\varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \\ E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

Cabe destacar, que no presente trabalho a pastilha piezelétrica será polarizada ao longo de sua espessura (direção z) e que suas deformações mecânicas ocorrerão no plano xy .

2.8. Relações entre Campo e Potencial Elétrico

Estas relações entre campo elétrico e potencial elétrico serão importantes para a determinação das rijezas eletromecânicas e elétricas. Segundo Hwang (1993), o campo elétrico pode ser definido como o gradiente negativo do potencial elétrico. Assim:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{E}_x(x, y, z, t) \\ \mathbf{E}_y(x, y, z, t) \\ \mathbf{E}_z(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \partial / \partial x \\ \partial / \partial y \\ \partial / \partial z \end{Bmatrix} \phi(x, y, z, t) \quad (2.19)$$

Para cada camada, tem-se duas interfaces, uma superior e uma inferior. A *Teoria da Camada Equivalente Discreta* considera que o material piezelétrico contém dois eletrodos, um inferior e um superior. Diz-se, portanto, que cada eletrodo é uma superfície equipotencial. E o potencial elétrico de uma camada do laminado, composta por material piezelétrico, será uma interpolação entre os potenciais elétricos de cada eletrodo (interface).

Assim, o potencial elétrico para uma camada qualquer do laminado, pode ser escrito como:

$$\phi_k(\xi, \eta, z, t) = L_{kd}(z)\phi_k(\xi, \eta, t) + L_{ku}(z)\phi_{k+1}(\xi, \eta, t) \quad (2.20)$$

onde: $\phi_k(\xi, \eta, t)$ e $\phi_{k+1}(\xi, \eta, t)$ são os potenciais elétricos da interface inferior e superior da cada em questão, respectivamente; As funções $L_{kd}(z)$ e $L_{ku}(z)$ são chamadas *Layerwise* e são responsáveis por realizar uma interpolação Lagrangeana linear entre a interface inferior e superior da camada analisada.

As funções *layerwise* podem ser calculadas pelas seguintes relações:

$$L_{kd}(z) = \frac{z - z_{k+1}}{z_k - z_{k+1}} \quad L_{ku}(z) = \frac{z - z_k}{z_{k+1} - z_k} \quad (2.21)$$

Retornando à equação (2.19) e substituindo nela a equação (2.20), chega-se à seguinte relação:

$$\begin{Bmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{Bmatrix}_{camada(k)} = \begin{Bmatrix} L_{kd}(z) \frac{\partial \phi_k(x, y, t)}{\partial x} + L_{ku}(z) \frac{\partial \phi_{k+1}(x, y, t)}{\partial x} \\ L_{kd}(z) \frac{\partial \phi_k(x, y, t)}{\partial y} + L_{ku}(z) \frac{\partial \phi_{k+1}(x, y, t)}{\partial y} \\ \frac{1}{z_k - z_{k+1}} \phi_k(x, y, t) + \frac{1}{z_{k+1} - z_k} \phi_{k+1}(x, y, t) \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

A *Teoria da Camada Equivalente Discreta* requer que, inicialmente, todas as interfaces sejam consideradas piezelétricas, conforme visto na figura 2.5. Posteriormente é realizada uma varredura, de modo a averiguar quais interfaces realmente são piezelétricas e retirar os potenciais elétricos das interfaces mecânicas. Assim, esta teoria finalmente adicionará apenas um grau de liberdade elétrico por nó, por interface piezelétrica.

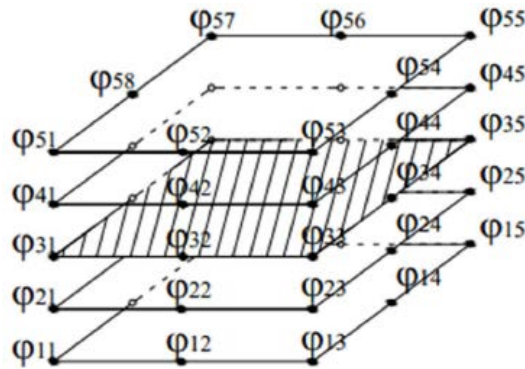


Figura 2.5: Ilustração dos graus de liberdade elétricos por nós, por interface, segundo a Teoria da Camada Equivalente Discreta (adaptado de (FARIA, 2006)).

Mais à frente na formulação eletromecânica será mostrado que cada interface é considerada como uma superfície equipotencial. Uma das interfaces da camada piezelétrica é considerada com potencial elétrico e a outra interface é considerada com potencial elétrico nulo, a fim de se medir a diferença de potencial em cada instante, que será proporcional à transformação de energia mecânica em elétrica e, por fim, proporcional à dissipação de energia passiva causada pelo material piezelétrico, acoplado ao circuito elétrico *shunt*.

2.9. Discretização por Elementos Finitos do problema Eletromecânico

Analogamente ao que fora realizado com os graus de liberdade mecânicos, deixando a cargo das funções de forma nodais, a localização em termos de (ζ, η) , também o será feito com os graus de liberdade elétricos, de forma que se chegue ao seguinte arranjo:

$$\phi_k(\zeta, \eta, t)_{(n+1) \times 1} = N_\phi(\zeta, \eta)_{(n+1) \times 8(n+1)} \phi_k(t)_{8(n+1) \times 1} \quad (2.23)$$

onde: $N_\phi(\zeta, \eta)$ são as mesmas funções de forma, para o elemento *Serendipity*, propostas por Reddy (1997); $\phi_k(t)$ representa o grau de liberdade elétrico nodal. Nas indicações das dimensões dos vetores e matrizes, n representa o número de camadas e, portanto, $n+1$ se refere ao número de interfaces do laminado.

A equação (2.20), que fornece o potencial elétrico para cada camada do laminado, pode agora, ser atualizada, servindo-se da equação (2.23), que separa os graus de liberdade elétricos desta relação. Assim:

$$\phi_k(\zeta, \eta, z, t) = L_{kd}(z) N_\phi(\zeta, \eta) \phi_k(t) + L_{ku}(z) N_\phi(\zeta, \eta) \phi_{k+1}(t) \quad (2.24)$$

A fim de exemplificar o uso da equação (2.24), toma-se como exemplo a placa abordada neste problema, com quatro camadas do material compósito *carbon graphite fabrique*, apresentado por Reddy (1997) e uma quinta camada do material piezelétrico PZT G1195.

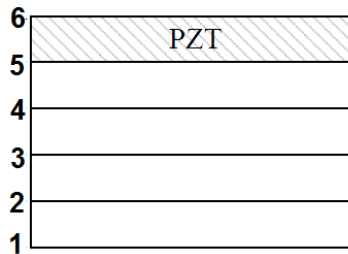


Figura 2.6: Seção transversal da placa abordada no problema, com 5 camadas e 6 interfaces.

Para esta placa, o potencial elétrico, da camada 2 e da camada 5, calculados com a ajuda da equação (2.24), serão apresentados:

$$\{\phi_2(\zeta, \eta, z, t)\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & L_{2d}(z) & L_{2u}(z) & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} N_1(\zeta, \eta) & 0 & \dots & N_8(\zeta, \eta) & 0 \\ 0 & N_1(\zeta, \eta) & \dots & 0 & N_8(\zeta, \eta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{21}(t) \\ \phi_{31}(t) \\ \phi_{22}(t) \\ \phi_{32}(t) \\ \vdots \\ \phi_{28}(t) \\ \phi_{38}(t) \end{Bmatrix} \quad (2.25) \quad \{\phi_3(\zeta, \eta, z, t)\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad L_{5d}(z) \right\}$$

De forma a buscar o valor do potencial elétrico de cada camada, combinam-se as equações (2.19) e (2.20), e chega-se a:

$$E(\zeta, \eta, z, t)_k = - \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{matrix} \right\} N_\phi(\zeta, \eta, z)_k \phi(t) \quad (2.27)$$

Assim, de modo a condensar a forma acima, escreve-se:

$$\mathbf{E}(\zeta, \eta, z, t)_k \quad_{3 \times 1} = -\mathbf{B}_\phi(\zeta, \eta, z)_k \quad_{3 \times 8(n+1)} \phi(t)_k \quad_{3 \times 8(n+1)} \quad (2.28)$$

onde:

$$\mathbf{B}_\phi(\zeta, \eta, z)_k = \begin{bmatrix} \dots & L_{kd} N_{1,\zeta} & L_{ku} N_{1,\zeta} & \dots & L_{kd} N_{8,\zeta} & L_{ku} N_{8,\zeta} & \dots \\ \dots & L_{kd} N_{1,\eta} & L_{ku} N_{1,\eta} & \dots & L_{kd} N_{8,\eta} & L_{ku} N_{8,\eta} & \dots \\ \dots & L'_{kd} N_1 & L'_{ku} N_1 & \dots & L'_{kd} N_8 & L'_{ku} N_8 & \dots \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

2.10. Construção das Matrizes de Massa e Rigidez Eletromecânicas

Analogamente ao que fora feito na modelização da parte mecânica, deve-se buscar construir as equações do movimento, partindo-se das energias cinética e de deformação. Para a massa, basta somar a parcela referente à massa do material piezelétrico, com a massa da estrutura mecânica. Já para a rigidez, o procedimento deve ser um pouco mais incrementado, visto que o problema eletromecânico terá agora três tipos de rigidez: mecânica, eletromecânica e elétrica.

Assim, para se chegar a estas parcelas de rigidez, Chee (2000) propôs que fossem somadas as parcelas mecânica e elétrica da energia de Deformação, como segue abaixo:

$$V_E(t) = \int_{V_e} (\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{E}^T \mathbf{D}) dV_e \quad (2.30)$$

Assim, após manipulações, são obtidas as equações do movimento eletromecânicas acopladas, descritas abaixo, no domínio temporal e com graus de liberdade mecânicos e elétricos. Nota-se que agora, há rigidez mecânica \mathbf{K}_{uu} , eletromecânica $\mathbf{K}_{u\phi}$ e puramente elétrica $\mathbf{K}_{\phi\phi}$.

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{uu}] + [\mathbf{M}_{pzt}] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\mathbf{u}}(t)\} \\ \{\ddot{\boldsymbol{\phi}}(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{uu}] & [\mathbf{K}_{u\phi}] \\ [\mathbf{K}_{\phi u}] & [\mathbf{K}_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}(t)\} \\ \{\boldsymbol{\phi}(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{F}(t)\} \\ \{\mathbf{Q}(t)\} \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

onde: $\mathbf{u}(t)$ e $\boldsymbol{\phi}(t)$ representam, respectivamente, os graus de liberdade mecânicos e elétricos da estrutura; $\mathbf{F}(t)$ e $\mathbf{Q}(t)$ representam os esforços mecânicos externos e as cargas elétricas externas, respectivamente.

Já para as rijezas, segue descrição de como ficam suas respectivas expressões finais:

$$\mathbf{K}_{u\phi}^{elem.} = \sum_{k=1}^{n^{o}cam.} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} \mathbf{B}_u^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \mathbf{T}^T \mathbf{B}_{\phi} J d\zeta d\eta d\zeta \quad (2.32)$$

$$\mathbf{K}_{\phi u}^{elem.} = \sum_{k=1}^{n^{o}cam.} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} \mathbf{B}_{\phi}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \mathbf{T}^T \mathbf{B}_u J d\zeta d\eta d\zeta = (\mathbf{K}_{u\phi}^{elem.})^T \quad (2.33)$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}^{elem.} = \sum_{k=1}^{n^{o}cam.} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} \mathbf{B}_{\phi}^T \mathbf{Q} \chi \mathbf{T}^T \mathbf{B}_{\phi} J d\zeta d\eta d\zeta \quad (2.34)$$

onde: fazendo-se uma analogia com a matriz de transformação \mathbf{T} , que rotaciona os vetores de tensão e deformação mecânica $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{\varepsilon}$ em torno da direção transversal Z , a matriz \mathbf{Q} rotaciona os vetores de deslocamento elétrico \mathbf{D} e campo elétrico \mathbf{E} ao longo

desta mesma direção $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2.11. Adição do Circuito Elétrico Shunt na Estrutura

O circuito elétrico shunt é acoplado à pastilha piezelétrica, de modo a realizar a dissipação passiva de energia mecânica. A pastilha piezelétrica, fixada de maneira solidária à placa, vibra junto desta e este movimento mecânico de vibração da estrutura, faz com que a pastilha piezelétrica produza energia elétrica, que é dissipada no resistor do circuito elétrico *shunt ressonante*, na forma de energia térmica, devido ao efeito Joule.

Existem vários tipos de circuitos elétricos shunt, porém neste estudo, serão abordados apenas os circuitos shunt ressonantes. O circuito elétrico shunt ressonante, é conseguido, acoplando uma resistência elétrica (R) e um indutor elétrico (L) à capacitância inerente da pastilha piezelétrica (C). Assim, chega-se a um circuito RLC, que se comporta como um *Absorvedor Dinâmico de Vibrações (ADV)*, dissipando energia de forma passiva.

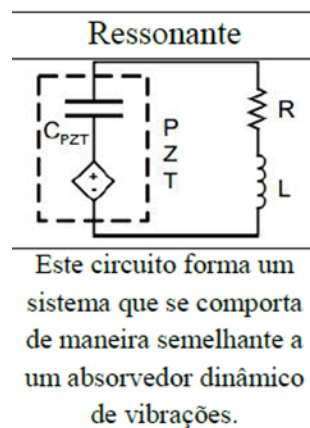


Figura2.7: Esquema elétrico do shunt usado neste trabalho (Adaptado de (SILVA, 2014)).

Para se chegar às equações do movimento transformadas pela presença do circuito shunt, deve-se primeiramente, transformar a equação (2.31) para o domínio da frequência. Lembrando que, conforme dito anteriormente, todos os nós de uma mesma interface, possuem o mesmo potencial elétrico (superfícies equipotenciais). Isto confere o caráter de eletrodo à pastilha piezelétrica. Após algumas manipulações, chega-se à seguinte relação:

$$\begin{aligned} (K_u - \omega^2 M_u)U(\omega) + K_{u\phi}\Phi(\omega) &= F(\omega) \\ K_{\phi u}U(\omega) + K_{\phi\phi}\Phi(\omega) &= Q(\omega) \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde: $U(\omega)$ e $\Phi(\omega)$ são os vetores de graus de liberdade mecânicos e elétricos, no domínio da frequência.

De acordo com a *Segunda Lei de Ohm*, a variação temporal das cargas elétricas define corrente elétrica, que é diretamente proporcional à diferença de potencial aplicada e inversamente proporcional à impedância elétrica do circuito (SILVA, 2014). Assim, Boylestad (2013), indica o uso da relação:

$$\frac{dq(t)}{dt} = I(t) = Z^{-1} f(t) \quad (2.36)$$

Aplicando uma *Transformada Rápida de Fourier (FFT)* na equação (2.36), vem:

$$Q(\omega) = \left(\frac{1}{j\omega} \right) Z(\omega)^{-1} L \Phi(\omega) \quad (2.37)$$

onde: L representa um vetor de posicionamento.

Agora, podem-se combinar as equações (2.35) e (2.37), a fim de se anexar a impedância elétrica nas equações do movimento da estrutura, no domínio da frequência.

$$K_{\phi u} U(\omega) + \left(K_{\phi\phi} - \frac{Z(\omega)^{-1}}{j\omega} L \right) \Phi(\omega) = 0 \quad (2.38)$$

Pode-se também, combinar a equação (2.38), com a primeira linha da equação (2.35), para que se fique em função apenas dos graus de liberdade mecânicos. Assim:

$$\left[K_{uu} - K_{u\phi} \left(K_{\phi\phi} + \frac{1}{j\omega} Z^{-1}(\omega) \right)^{-1} K_{\phi u} - \omega^2 M_{uu} \right] U(\omega) = F(\omega) \quad (2.39)$$

Daí, encontra-se a *Função de Resposta em Frequência (FRF)* da estrutura completa, possuindo suas partes mecânica, eletromecânica e shunt corretamente acopladas.

$$H(\omega) = \frac{1}{\left[K_{uu} - K_{u\phi} \left(K_{\phi\phi} + \frac{1}{j\omega} Z^{-1}(\omega) \right)^{-1} K_{\phi u} - \omega^2 M_{uu} \right]} \quad (2.40)$$

Pode-se usar a equação (2.40) para qualquer tipo de circuito elétrico shunt. Isto porque, para cada tipo de shunt, alterar-se-á apenas o vetor da impedância elétrica Z , presente nesta relação.

2.11.1. Sintonização do Circuito Shunt Multimodal

Os circuitos shunt, independente do seu tipo, necessitam ser sintonizados para o(s) modo(s) que se deseje(m) atenuar. Sintonizar um circuito shunt é ajustar seus valores de resistência e indutância (caso haja), para que a impedância final do circuito esteja adequada para o(s) modo(s) natural(ais) que se busca(m) amortecer.

A sintonização é necessária porque, segundo Hagood & Flotow (1991), a escolha da impedância elétrica correta para o circuito, faz com que o pico da curva do fator de perda seja movido para a(s) frequência(s) desejada(s). Assim, proporciona-se a maior dissipação possível para aquelas determinadas frequências que se quer amortecer.

Neste trabalho será utilizada a classe de circuitos shunt ressonantes, em série com a pastilha piezelétrica. Será apresentada sua topologia e a forma de calcular sua impedância final, que influenciará na rigidez final da estrutura, como visto anteriormente, nas equações do movimento finais.

O circuito foi adaptado para amortecer dois modos apenas. Como o foco era amortecer vibrações e retardar a coalescência dos dois primeiros modos naturais da estrutura, o que incorreria em *flutter*, amortecer apenas estes dois modos em questão era suficiente, para este caso. A figura 2.8 ilustra este princípio. A curva azul representa a estrutura sem amortecimento, que apresenta seu ponto de *flutter* em torno de 7040 Km/h; Já a curva em verde, que representa a estrutura com um tipo de amortecimento devido a um circuito shunt, possui uma aproximação mais lenta destes dois modos, retardando o fenômeno do *flutter*.

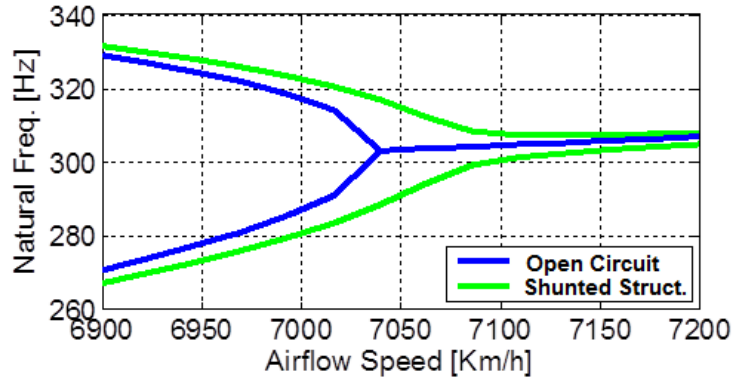


Figura 2.8: Circuito shunt para dois modos. Busca-se apenas retirar energia de dois modos naturais.

2.11.2. Circuitos Elétricos Shunt Ressonantes Multimodais, em Série

Para a construção do circuito shunt, na configuração ressonante, em série, este estudo baseou-se nos trabalhos de Fleming (2002). Segundo estes autores, o melhor arranjo ressonante, em série para amortecer dois modos naturais se encontra representado pela figura 2.9:

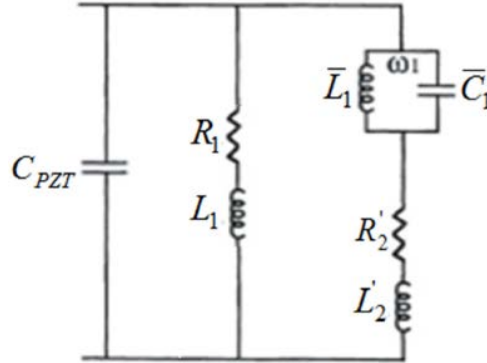


Figura 2.9: Proposição de Fleming (2002) para circuito shunt ressonante em série, para amortecer dois modos. (Adaptado de (SILVA, 2014)).

Os parâmetros deste circuito serão apresentados e seus cálculos serão descritos. O parâmetro C_{PZT} representa a capacitância da pastilha piezelétrica. Seu cálculo é realizado da seguinte maneira:

$$C_{PZT} = K_{\phi\phi} - K_{u\phi}^T \left(K_{\phi\phi} \right)^{-1} K_{u\phi} \quad (2.41)$$

Os parâmetros R_l e L_l são calculados com a ajuda das equações propostas por Hagood & Flotow (1991) para os valores otimizados de resistência e indutância de um circuito shunt ressonante:

$$R_n = \frac{\sqrt{2}K_{ij}}{C_{PZT}\omega_n(1+K_{ij}^2)} \quad (2.42)$$

$$L_n = \frac{1}{C_{PZT}\omega_n^2(1+K_{ij}^2)} \quad (2.43)$$

onde: ω_n representa a frequência natural do modo n , que se deseja amortecer. Neste caso, como se busca calcular R_l , deve-se utilizar ω_l . Já o termo K_{ij} designa o fator de acoplamento eletromecânico.

O fator de acoplamento eletromecânico, fisicamente, representa o quanto de energia mecânica será convertida em energia elétrica e vice-versa (HAGOOD & FLOTOW, 1991). Os subscritos $()_{ij}$ designarão a direção de polarização e de resposta mecânica. Ou seja, no estudo em questão, a direção de polarização será a direção transversal (direção 3) e a direção onde serão medidas as respostas mecânicas, será a direção longitudinal (direção 1). Assim, para este estudo $K_{ij} = K_{31}$. Pode-se calcular este fator da seguinte forma:

$$K_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{s_{11}^E \epsilon_3^T}} \quad (2.44)$$

onde: d_{31} representa o quanto o material piezelétrico se deforma mecanicamente na direção 1, devido a um campo elétrico aplicado na direção 3; s_{11}^E representa a compliância mecânica, que é o inverso da rigidez. O sobrescrito $()^E$ significa que ela é medida com campo elétrico constante. Por fim, ϵ_3^T representa uma constante dielétrica, que relaciona o deslocamento elétrico e o campo elétrico. O sobrescrito $()^T$ indica que esta constante foi medida sob valores constantes de tensão mecânica.

Voltando ao arranjo elétrico da Figur, os parâmetros $\overline{L_l}$ e $\overline{C_l}$, formam um circuito de bloqueio. Ou seja, o ramo 1 da Figur, que possui R_l e L_l , amortece o modo

natural 1, já o ramo 2, amortece o modo natural 2. Assim, este circuito de bloqueio cria uma impedância infinita, pela relação $\overline{L_1 C_1} = \frac{1}{\omega_1^2}$, deixando justamente o ramo 2 exclusivo para amortecer o modo 2 e evitando interferências entre os circuitos de controle e os modos de interesse (SILVA, 2014).

Do circuito ressonante para dois modos, na topologia em série, restam ser explicadas as variáveis R_2' e L_2' . Pois bem, para que o circuito atue corretamente, é necessário que a indutância total de cada ramo permaneça a mesma, após a inserção do circuito de bloqueio (SILVA, 2014). Assim, estes novos valores de resistência e indutância, no segundo ramo, são calculados a partir de seus valores originais R_2 e L_2 , da seguinte forma:

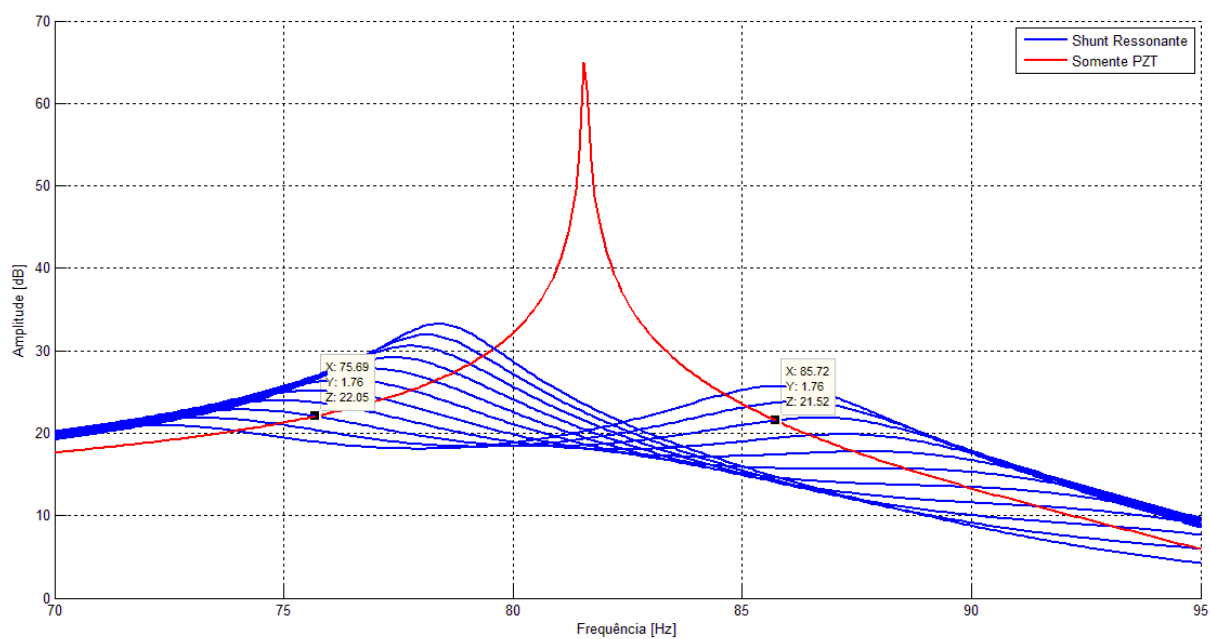
$$R_2' = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} \quad (2.45)$$

$$L_2' = \frac{L_1 L_2 + L_2 \overline{L_1} - L_1 \overline{L_1} - \omega_2^2 L_1 L_2 \overline{L_1 C_1}}{(L_1 - L_2)(1 - \omega_2^2 L_1 C_1)} \quad (2.46)$$

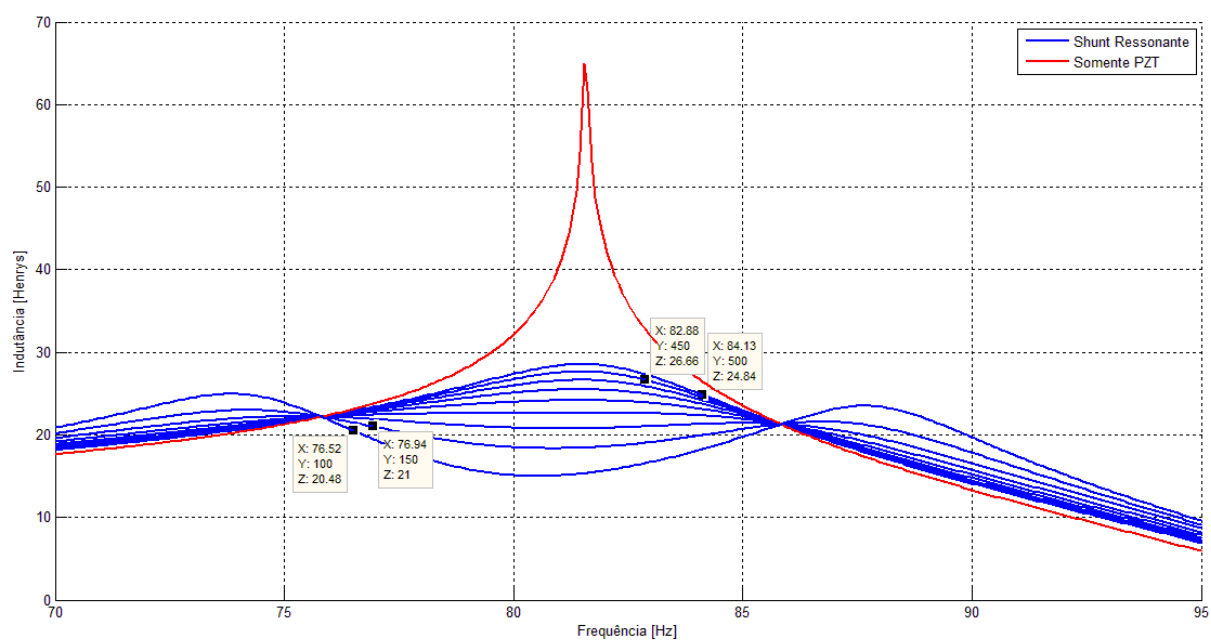
onde: os valores de R_2 e L_2 são calculados também, com o auxílio das equações (2.42) e (2.43) de Hagood & Flotow (1991), utilizando $\omega_n = \omega_2$, e representam os parâmetros ótimos para amortecer o segundo modo natural. Lembra-se que o trabalho destes autores teve como foco um circuito ressonante monomodal, por isso, estas novas etapas complementares foram descritas acima.

Os valores propostos por Hagood & Flotow (1991) são consolidados na literatura e produzem excelentes níveis de amortecimento estrutural, para o circuito elétrico shunt ressonante. Entretanto, fez-se variar os valores de resistência e indutância elétrica, para o primeiro modo natural, ou seja, R_1 e L_1 , a fim de verificar a variação sobre o amortecimento final do pico, via circuito shunt.

Assim, a figura 2.10 evidencia ajustes, realizados manualmente, variando-se manualmente os valores de indutância L e resistência elétrica R para estudar os impactos causados. É sabido e, foi verificado, que a indutância elétrica faz o ajuste do posicionamento do pico, em frequência; já a resistência elétrica, faz variar o nível de amortecimento passivo, do circuito.



(a)



(b)

Figura 2.10: Variação do amortecimento, variando R_1 e L_1 , para o primeiro modo natural. É mostrado (a) ajuste da Indutância elétrica (L); (b) ajuste da Resistência elétrica (R).

Finalmente, deve-se calcular o valor da impedância elétrica total do circuito, causada pelos valores calculados de resistência e indutância, para o primeiro e segundo

modos naturais, ou seja, R_1 , R_2 , L_1 e L_2 . Para os elementos do circuito que estiverem em série, a impedância será calculada segundo a equação (2.47); já para os elementos que estiverem em paralelo entre si, utiliza-se a equação (2.48).

$$Z(\omega) = Z_1 + Z_2 \quad (2.47)$$

$$Z(\omega) = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (2.48)$$

Além disso, a impedância elétrica causada por cada componente elétrico é mostrada abaixo:

$$Z_{Resistor} = R \quad (2.49)$$

$$Z(\omega)_{Indutor} = j\omega L \quad (2.50)$$

$$Z(\omega)_{Capacitor} = \frac{1}{j\omega C} \quad (2.51)$$

Desta forma, segundo Silva (2014), para o cálculo da impedância equivalente total do circuito elétrico shunt ressonante, em série, evidencia-se o procedimento na Figura e os passos são explicados a seguir.

1. Calculam-se primeiramente as impedâncias equivalentes dos trechos que estão em paralelo, dentro do ramo correspondente ao controle de um modo. Para isto, utiliza-se a equação (2.48);
2. Em seguida, para este mesmo ramo, calcula-se novamente a impedância equivalente, desta vez, dos componentes em série, pelo uso da equação (2.47);
3. Calcula-se a impedância equivalente do ramo do primeiro modo, em série, por meio da equação (2.47);
4. Estando as duas impedâncias finais em paralelo, resolve-se, utilizando a equação (2.48).

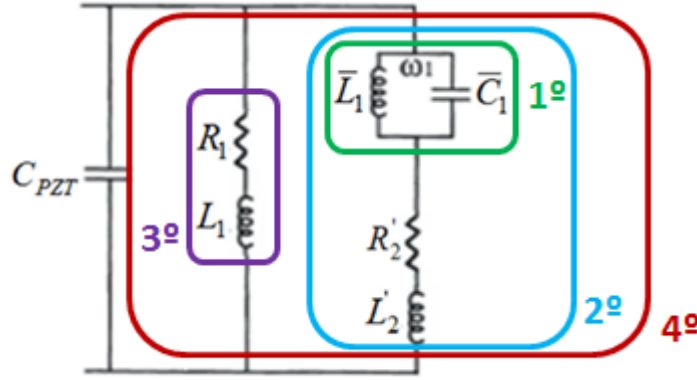


Figura 2.11: Procedimento de cálculo da impedância equivalente total para o circuito elétrico shunt ressonante em série, para dois modos.

Não serão explicados cada passo deste cálculo, porém, é mostrado o valor da impedância equivalente total para este circuito, utilizando-se dos passos apresentados. Para este caso, portanto, o valor da impedância equivalente total é:

$$Z(\omega) = \frac{(R_1 + L_1 \omega j) \left[\frac{\bar{L}_1}{\bar{C}_1 \left(\bar{L}_1 \omega j - \frac{j}{\bar{C}_1 \omega} \right)} + R_2' + L_2' \omega j \right]}{R_1 + R_2' + L_1 \omega j + L_2' \omega j + \frac{\bar{L}_1}{\bar{C}_1 \left(\bar{L}_1 \omega j - \frac{j}{\bar{C}_1 \omega} \right)}} \quad (2.52)$$

Este é o valor que deve ser substituído na equação (2.39) no caso do uso de um circuito elétrico shunt ressonante, em série, para amortecer dois modos naturais, a fim de simular o comportamento dinâmico do sistema eletromecânico acoplado.

Desta forma, as equações do movimento para o problema eletromecânico, com a presença de qualquer circuito shunt, que terá sua participação na impedância $Z(\omega)$, é mostrada abaixo:

$$\begin{bmatrix} [M_{uu}] + [M_{pzt}] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}(t)\} \\ \{\ddot{\phi}(t)\} \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} [K_{uu}] & [K_{u\phi}] \\ [K_{\phi u}] & [K_{\phi\phi} + \frac{1}{j\omega} Z^{-1}(\omega)] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{u(t)\} \\ \{\phi(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (2.53)$$

Capítulo III

Modelagem Aero-eletromecânica

Neste capítulo será apresentado o método de simulação do carregamento aerodinâmico devido ao escoamento de ar na estrutura.

O modelo de elementos finitos eletromecânico já está pronto e o circuito shunt já está sintonizado. Devem-se agora acoplar as cargas aeroelásticas, para se chegar ao problema de interesse deste trabalho, ou seja, o problema aero-eletromecânico.

Será abordado, também neste capítulo, o método de resolução do problema de autovalor final. Como a impedância elétrica, adicionada à estrutura por meio do circuito elétrico shunt, é dependente da frequência, recai-se num problema de autovalor não linear, que deve ser corretamente abordado.

3.1. *Adição do escoamento de ar: Problema Aero-eletromecânico Acoplado*

Conforme já fora mencionado, o sistema eletromecânico já está pronto. Agora este deve receber um carregamento aeroelástico que irá alterar suas respostas dinâmicas, à medida que a velocidade do escoamento de ar aumenta sobre a estrutura.

Devido ao escoamento de ar de velocidade crescente, as frequências naturais da estrutura são deslocadas, umas em direção às outras, até que duas delas se unam, ou

coalesçam. Neste instante, a estrutura atinge a fronteira da estabilidade e, a partir daí, observa-se um movimento semelhante ao de ressonância, porém com a forma acoplada de dois modos naturais, em geral flexão-torção, mas também se pode observar formas de flexão-flexão.

O flutter observado em painéis ocorre somente em regimes de escoamento supersônicos (WRIGHT, *et al.*, 2007). Diferentemente do flutter em seções típicas, que pode ocorrer em velocidades da ordem de 20 m/s.

Para o flutter em painéis, portanto o carregamento aeroelástico será calculado utilizando-se da Teoria do Pistão, que é um modelo simples e capaz de fornecer resultados próximos ao real. Esta teoria é válida apenas para regimes supersônicos e necessita que algumas hipóteses sejam assumidas, como considerar o escoamento isentrópico e invíscido e que não há mudança de fase entre a estrutura e o escoamento (PEGADO, 2003).

A Teoria do Pistão pode ser aplicada de diferentes maneiras, sendo o melhor modelo escolhido segundo o projeto e seu devido fim. Na figura 3.1, o presente trabalho é posicionado, frente às várias possibilidades do emprego desta teoria.

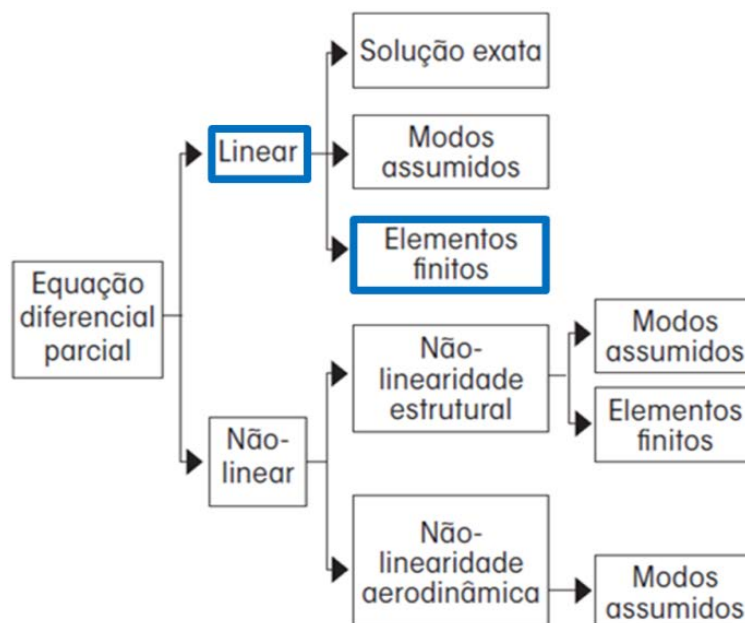


Figura 3.1: Aplicações possíveis da Teoria do Pistão. (Adaptado de (PEGADO, 2003)).

Neste trabalho, será utilizado o modelo linear e este será formulado via Elementos Finitos, como todo o restante da formulação eletromecânica. Assim, a abordagem linear fornecerá a fronteira da instabilidade (velocidade de flutter) e a

abordagem via Elementos Finitos se incumbirá de adicionar ao sistema as características físicas dos carregamentos aeroelásticos aproximados, incorporando-os às equações do movimento da estrutura completa.

A Teoria do Pistão considera que o carregamento aeroelástico sobre os painéis pode ser calculado pela variação de sua pressão aerodinâmica, por meio da relação abaixo (ASHLEY, 1956). Os passos que serão ilustrados a seguir, podem ser encontrados na referência (PEGADO, 2003).

$$p = p_{\infty} \left[1 + \frac{\gamma_{ar} - 1}{2a_{\infty}} \left(\frac{\partial W}{\partial t} + U_{\infty} \frac{\partial W}{\partial x} \right) \right]^{\frac{2\gamma_{ar}}{\gamma_{ar} - 1}} \quad (3.1)$$

onde: U_{∞} é a velocidade do escoamento não-perturbado; a_{∞} é a velocidade do som no ar não-perturbado; γ_{ar} é a relação entre os calores específicos.

Expandindo-se esta relação em série, vem:

$$p - p_{\infty} = \frac{2\lambda}{M} \left[\left(\frac{1}{U_{\infty}} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\gamma_{ar} + 1}{4} M \left(\frac{1}{U_{\infty}} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 + \frac{\gamma_{ar} + 1}{12} M^2 \left(\frac{1}{U_{\infty}} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial x} \right)^3 + \dots \right] \quad (3.2)$$

Porém, para este trabalho, visa-se apenas a obter a velocidade crítica, de ocorrência de flutter. Para isto, pode-se truncar a Teoria do Pistão em seu termo de primeira ordem. Assim:

$$p - p_{\infty} = \frac{2\lambda}{M} \left(\frac{1}{U_{\infty}} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) \quad (3.3)$$

Além disso, o amortecimento aerodinâmico $\partial W / \partial t$ pode ser desprezado para o caso em estudo, porque sua contribuição será pequena e será no sentido de aumentar a velocidade de flutter. Assim, desprezando-o recai-se num problema mais simples e com segurança superestimada.

$$p - p_{\infty} = \frac{2\lambda}{M} \frac{\partial W}{\partial x} \quad (3.4)$$

onde: $\lambda = \rho v^2 / 2$ representa a chamada pressão dinâmica e aumenta proporcionalmente ao quadrado da velocidade do escoamento. Na literatura é comum ver autores que, para marcar o ponto de flutter, usam o conceito de velocidade de flutter

ou de pressão dinâmica crítica. M é o número de Mach; W é o deslocamento transversal da placa e, x é o comprimento longitudinal da placa.

O modelo descrito pela equação (3.4) recebe o nome de *Modelo de Ackeret*, ou Modelo de Aproximação Quase-Estacionário da Teoria Linear do Escoamento Potencial, segundo Bismarck-Nasr (1999). Este modelo é a forma mais simples da Teoria do Pistão, porém é suficiente para este caso de estudo, pois, como já fora dito, deseja-se apenas saber o ponto de ocorrência de *flutter*.

Assim, para integrar este carregamento aeroelástico no modelo eletromecânico já construído, usa-se o trabalho da força aerodinâmica, conforme indicado por Almeida (2011), que é dado por:

$$W_{aerod.}^F = \int w \frac{2\lambda}{M} \frac{\partial w}{\partial x} dA \quad (3.5)$$

Após manipulações, chega-se à matriz de rigidez aerodinâmica $\mathbf{K}_{aerod.}$, que será adicionada à rigidez mecânica da placa.

$$W_{aerod.}^F = \frac{2\lambda}{M} \int N_x^T(\xi, \eta) N(\xi, \eta) dA = \frac{2\lambda}{M} \int \mathbf{K}_{aerod.} dA \quad (3.6)$$

Posteriormente, após manipulações, chega-se às equações do movimento para o problema acoplado aero-eletromecânico. A Teoria do Pistão, como já dito, adiciona o carregamento aerodinâmico na forma de uma rigidez mecânica, que deve ser somada à rigidez mecânica da estrutura. Desta maneira o problema de resolução da equação diferencial ordinária pode permanecer homogêneo.

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{uu}] + [\mathbf{M}_{pzt}] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\mathbf{u}}(t)\} \\ \{\ddot{\phi}(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{uu}] + \frac{2\lambda}{M} [\mathbf{K}_{aerod.}] & [\mathbf{K}_{u\phi}] \\ [\mathbf{K}_{\phi u}] & [\mathbf{K}_{\phi\phi} + \frac{I}{j\omega} Z^{-1}(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}(t)\} \\ \{\phi(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

3.2. Resolução do Problema de Autovalor Não-Linear

Construídas as equações do movimento para o problema aero-eletromecânico acoplado, expresso pela equação (3.7), recai-se em um problema não-linear de

resolução de autovalor. O problema é não linear porque a impedância elétrica $Z(\omega)$ é dependente da frequência, conforme se pode notar pela equação (2.52).

Para a resolução deste problema, utiliza-se um método iterativo, semelhante ao encontrado em Meunier (2001). Conforme esquematizado pela figura 3.2, para uma dada pressão dinâmica, ou seja, para cada passo crescente de velocidade de escoamento, inicia-se o método com um valor adotado de frequência ω_o (utilizou-se, neste trabalho, valor inicial nulo, $\omega_j = \omega_o = 0 \text{ rad} / \text{s}$). Assim, para este valor inicial de frequência, resolve-se o problema de autovalor, que agora é linear, encontrando novos autovalores ω_{j+1} . Estes novos autovalores são comparados com os autovalores da iteração passada. Se esta diferença, ponderada pelos novos autovalores for maior que uma tolerância pré-estabelecida, parte-se para uma nova iteração, para refinar os resultados de autovalores. A partir do momento em que o critério de parada for atingido, ou seja, a tolerância for satisfeita, encerra-se o método para aquele valor de pressão dinâmica e o autovalor complexo é armazenado, para posteriormente ser plotado, no diagrama V-g. Assim, segue-se para o próximo valor de pressão dinâmica e repete-se o método, até cobrir todo o intervalo de pressões dinâmicas desejado.

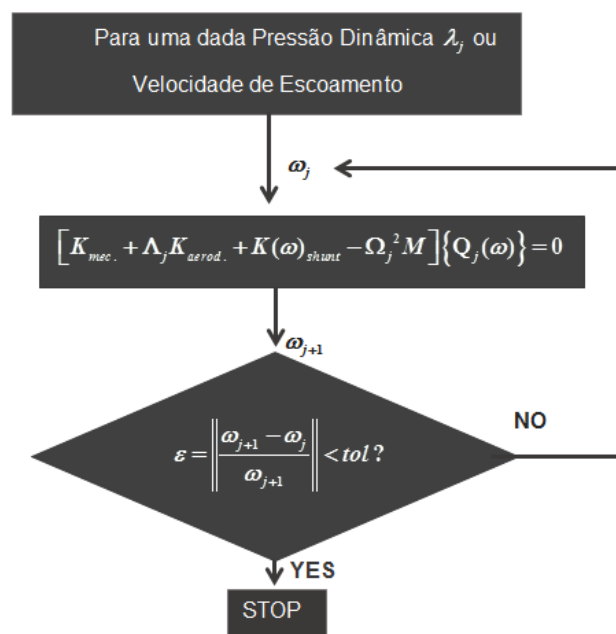


Figura 3.2: Método iterativo de resolução do problema não-linear de autovalor.

Na figura 3.2, $\lambda_j = 2\lambda_j / M_j$ é o termo proporcional à pressão crítica e à velocidade do escoamento. Este termo será variado, conforme descrito no final do parágrafo anterior.

O método requer que, para cada valor de pressão crítica ou velocidade de escoamento, sejam resolvidos dois problemas de autovalor. Um problema de autovalor completo, conforme a equação (3.8) e outro problema de autovalor, sem a rigidez aerodinâmica, como indicado pela equação (3.9).

$$\left[\mathbf{K}_{mec.} + \Delta \mathbf{K}_{aerod.} + \mathbf{K}(\omega)_{shunt} - \Omega_{completo}^2 \mathbf{M} \right] \{ \mathbf{Q}_{completo}(\omega) \} = 0 \quad (3.8)$$

$$\left[\mathbf{K}_{mec.} + \mathbf{K}(\omega)_{shunt} - \Omega_{sem_aerod.}^2 \mathbf{M} \right] \{ \mathbf{Q}_{sem_aerod.}(\omega) \} = 0 \quad (3.9)$$

Isto se faz necessário, para o cálculo do amortecimento modal, que será calculado da seguinte forma:

$$g_j = \frac{Imag(\omega_{jcomp.})}{Real(\omega_{jcomp.})} - \frac{Imag(\omega_{jsem_aerod.})}{Real(\omega_{jsem_aerod.})} \quad (3.10)$$

onde: $\omega_{jcompleto} = \sqrt{\frac{I}{\Omega_{jcompleto}^2}}$ e $\omega_{jsem_aero} = \sqrt{\frac{I}{\Omega_{jsem_aero}^2}}$ são os autovalores do problema completo e sem rigidez aerodinâmica, respectivamente.

Os autovalores do problema completo $\omega_{comp.}$ e os amortecimentos modais g serão utilizados para a construção do diagrama V-g. Este diagrama, conforme indicado na figura 3.3, é um conjunto de dois gráficos e é construído da seguinte forma: no primeiro gráfico, da esquerda, a parte real dos autovalores será utilizada para mostrar a aproximação das frequências naturais, à medida que a velocidade do escoamento cresce; já no segundo gráfico, da direita, o amortecimento modal varia, também à medida que a velocidade do escoamento cresce.

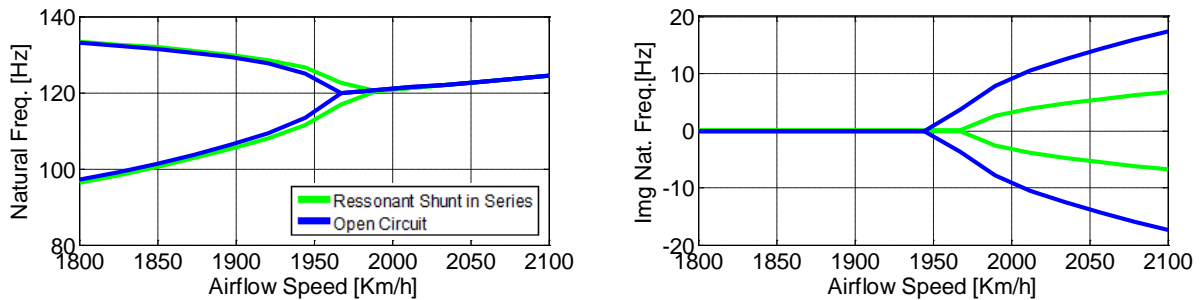


Figura 3.3: Diagrama V-g que indica a velocidade de flutter e o amortecimento modal.

Conforme pode ser verificado pelo diagrama V-g, para a curva em azul, que representa a estrutura sem amortecimento, ou seja, sem a atuação do circuito shunt, as frequências naturais se coalescem (unem). Já para a resposta da curva verde, para a estrutura com amortecimento, estas frequências se aproximam, porém não se unem. Isto é característico da resposta de uma estrutura amortecida.

Para a parte imaginária do diagrama V-g isto também pode ser percebido. Para a curva azul, o amortecimento modal deve permanecer nulo até o ponto de ocorrência de flutter, em que a ocorrência de valores de amortecimento negativo, indicam a presença de uma instabilidade no sistema. Para a estrutura amortecida, os resultados tiveram um aspecto análogo, havendo um “estouro” da parte imaginária dos autovalores, em pares de complexos conjugados após a ocorrência do flutter.

Capítulo IV

Resultados e Estudo Paramétrico com Foco na Estabilidade Dinâmica e Aeroelástica de Painéis Aeronáuticos.

Os resultados que serão apresentados nesta seção, foram obtidos via simulações numéricas, do modelo aero-eletromecânico, implementado pelo Método de Elementos Finitos, conforme apresentado anteriormente.

O painel, em questão, é semelhante ao da figura 4.1. As FRFs que serão apresentadas, tiveram como ponto de excitação o ponto 87. Isto porque, neste ponto, o maior número de modos foi notado e as respostas em frequência tiveram boa qualidade. A malha 5x5 também será explicada mais à frente. A placa apresenta as seguintes características de projeto:

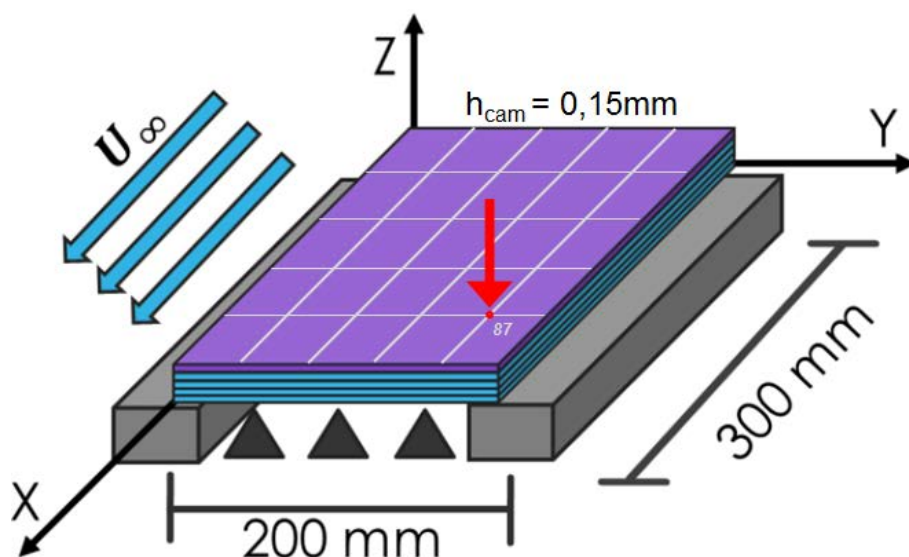


Figura 4.1: Painei aeronáutico utilizado no presente estudo.

- Geometria: $L_x = 0,3m$ (comprimento) e $L_y = 0,2m$ (largura);
- Painei quadri-apoiado (travadas somente translações transversais, w);
- Quatro camadas do composto elástico “*Carbon Graphite Fabrique*”, encontrado no trabalho de Reddy (1997) e mostrado nas Tabela e Tabela.
- Uma camada superior do elemento piezelétrico *G1195*, mostrado nas Tabela e Tabela.
- Espessuras: $h_{composto} = h_{pzt} = 0,15mm$;
- Ângulo das fibras das quatro camadas de composto (graus): $[0 / 75 / 75 / 0]$;
- Malha: 5x5, com elementos da família *Serendipity*;

Tabela 4.1: Propriedades Mecânicas dos Materiais envolvidos.

Material	E_{11} (GPa)	E_{22} (GPa)	E_{33} (GPa)	G_{12} (GPa)	G_{23} (GPa)	G_{13} (GPa)	ν_{12} (GPa)	ν_{23} (GPa)	ν_{13} (GPa)	ρ (Kg/m ³)
Composto	173,06	33,09	5,17	9,38	3,24	8,27	0,036	0,171	0,25	1578
PZT G1195	81,38	80,54	80,54	24,2	24,2	24,2	0,40	0,41	0,25	7700

Tabela 4.2: Propriedades Elétricas dos Materiais envolvidos.

Material	e_{15} (C/m ²)	e_{24} (C/m ²)	e_{31} (C/m ²)	e_{32} (C/m ²)	e_{33} (C/m ²)	χ_{11} (F/m)	χ_{22} (F/m)	χ_{33} (F/m)
Composto	0	0	0	0	0	0	0	0
PZT G1195	0	0	-18,299	-9,013	-9,013	$1,59e^{-8}$	$1,59e^{-8}$	$1,59e^{-8}$

Alguns estudos paramétricos serão discutidos a fim de evidenciar a influência de certos parâmetros de projeto sobre o controle estrutural e também sobre a velocidade final de flutter do painel aeronáutico estudado.

Basicamente, o estudo paramétrico desta seção, envolve os seguintes parâmetros de projeto:

- Influência da sintonização do circuito elétrico shunt;
- Influência da rigidez mecânica da pastilha piezelétrica e do controle passivo;
- Influência da placa de material composto (ângulo de fibras e espessura de camadas);

4.1. ***Validação do Modelo em Elementos Finitos***

Nos capítulos anteriores, foi apresentado o processo que possibilita criar um modelo aero-eletromecânico, em elementos finitos, para um painel aeroelástico fino, segundo a *Teoria das Placas de Mindlin-Reissner*. Para que se possa utilizar este modelo com confiança, devem-se comparar suas respostas dinâmicas com soluções exatas da literatura, ou seja, validá-lo.

Para isso, realizou-se um processo de validação, aliado a um estudo de malhas, a fim de decidir se o modelo está confiável e qual é a malha de elementos finitos mais adequada, envolvendo um compromisso entre a qualidade da solução e o custo computacional envolvido.

Para isso, utilizam-se equações para o cálculo das frequências naturais exatas, para uma placa composta, encontradas no trabalho de Jones (1998). Os resultados mostrados abaixo, dizem respeito já, tanto ao refino da malha, quanto à validação mecânica.

Para este trabalho optou-se pela malha 5x5 elementos, porque ela é capaz de aproximar bem dos primeiros valores de frequência natural e não confere um custo computacional tão elevado, quanto à malha de 9x9 elementos.

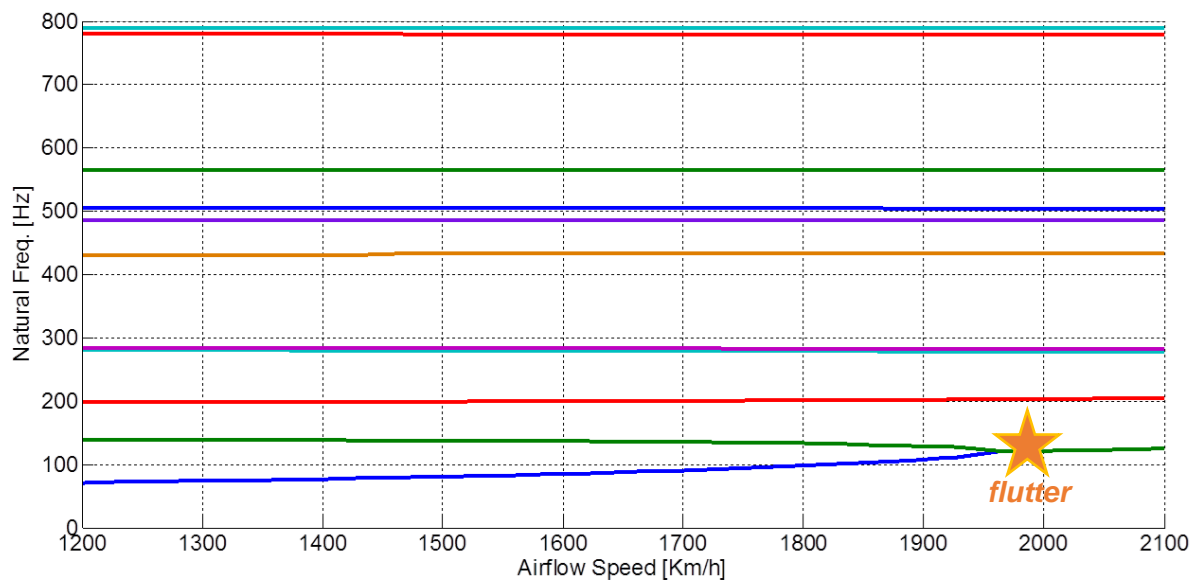
Tabela 4.3: Refino da malha de elementos finitos.

		Analítico	Malha 3x3	Malha 4x4	Malha 5x5	Malha 9x9
Autovalores	w_1 (Hz)	53,9	59,9 (11%)	58,36 (8%)	56,2 (4%)	54,5 (1%)
	w_2 (Hz)	134,1	160,2 (19%)	146,79 (9%)	139,4 (4%)	135,1 (1%)
	w_3 (Hz)	163,5	200,46 (22%)	180,94 (10%)	168,3 (3%)	165,2 (1%)
	w_4 (Hz)	215,6	316,17 (46%)	264,9 (22%)	229,3 (7%)	219,7 (2%)

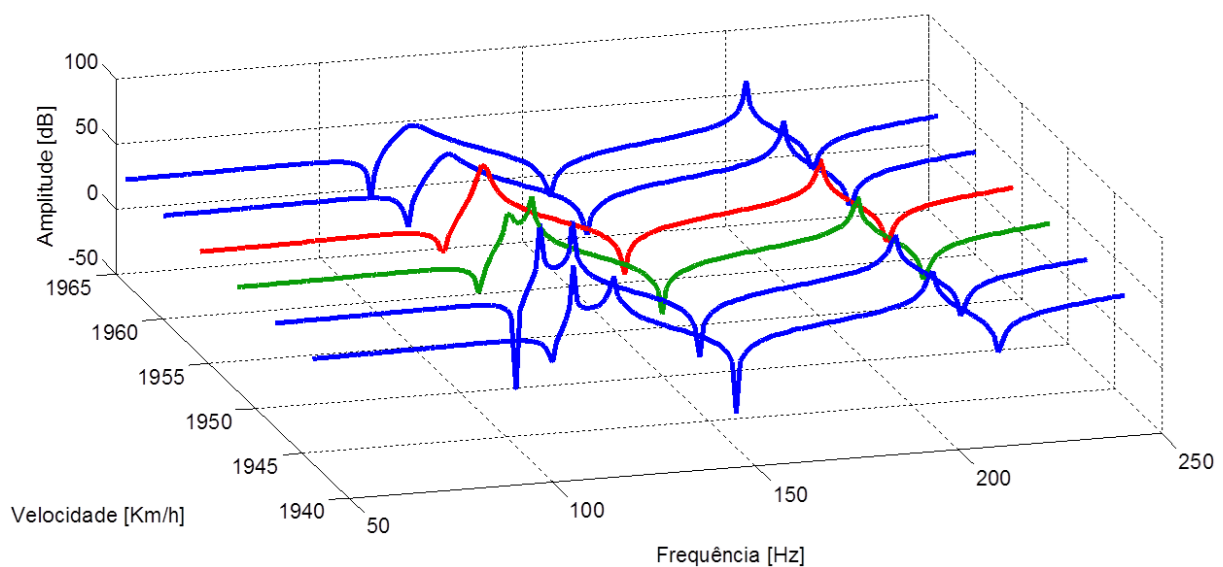
Além do mais, este estudo se concentrará apenas nos dois primeiros modos naturais do painel, porque, segundo o estudo aeroelástico mostrado abaixo, as primeiras frequências que se coalescerão para este painel, nestas condições adotadas, são ω_1 e ω_2 .

A figura 4.2 (a) apresenta a variação causada nas frequências naturais, devido ao carregamento aerodinâmico, causado pelos crescentes valores de velocidade, mostrados no eixo horizontal. As frequências naturais são mostradas, cada uma em uma cor, e se deslocam, umas com relação às outras, até o ponto em que elas se coalescem, caracterizando a ocorrência de *flutter*.

A curva azul, referente à primeira frequência natural e a verde, referente à segunda frequência natural, na figura 4.2 (a), para a estrutura sem controle, mas já contendo suas cinco camadas, sendo quatro delas de material “Carbon Graphite Fabrique” e a quinta, de PZT G1195. Há casos em que o flutter ocorre devido à coalescência de frequências mais altas, como ω_{11} e ω_{12} , por exemplo.



(a)



(b)

Figura 4.2: (a) Parte real dos autovalores (freq. naturais) se movendo umas com relação às outras, à medida que o escoamento aumenta de velocidade. Primeiras frequências a se coalescer: w_1 e w_2 ; (b) Funções de resposta em frequência, para cada passo de velocidade.

Outra forma de se notar o mecanismo do flutter, bastante didática é apresentada na figura 4.2 (b). Esta figura apresenta no eixo x, a frequência, no eixo y, as amplitudes de vibração da resposta em frequência da estrutura e no eixo z, a velocidade crescente do escoamento de ar, que cruza a placa. Pode-se notar que, à medida que a velocidade do escoamento aumenta, a primeira e a segunda frequências naturais da estrutura se aproximam. A curva verde apresenta o momento imediatamente antes do flutter. A curva

vermelha, por sua vez, ilustra o momento em que ocorreu esta instabilidade, mostrando que agora não há mais dois modos naturais, porém um único modo natural, coalescido.

4.2. ***Influência da Sintonização do Circuito Elétrico Shunt***

Neste estudo, será medida a influência da sintonização elétrica do circuito passivo, sobre as respostas estruturais e aeroelásticas do painel em questão.

4.2.1. *Sintonização via Hagood e Flotow*

A primeira sintonização a ser apresentada é aquela realizada através das equações de Hagood & Flotow (1991). Esta sintonização é realizada na velocidade de ocorrência de flutter para a situação “*Open Circuit*”, que é a situação em que há a presença mecânica do material piezelétrico sobre a placa, mas não há atuação elétrica. Ou seja, para o cálculo de ω_1 e ω_2 que integrarão as equações (2.42) e (2.43), deve-se considerar uma determinada velocidade de escoamento de ar, que influenciará no carregamento aerodinâmico sobre a placa. No trabalho de De Marqui (2011) a sintonização é realizada da mesma forma. Finalmente, os valores de resistência e indutância sugeridos por esta sintonização foram: $R_1 = 98,07\Omega$, $R_2 = 88,73\Omega$, $L_1 = 0,26H$ e $L_2 = 0,21H$.

Conforme se pode observar pela FRF abaixo, esta sintonização apresenta um excelente ganho estrutural, tanto para o primeiro, quanto para o segundo modo natural. A legenda indica que a curva azul representa a estrutura completa, com a presença mecânica do material piezelétrico, porém sem a atuação do controle passivo; já a curva verde, se distingue justamente, por possuir a aplicação do controle passivo, via shunt ressonante multimodal, em série.

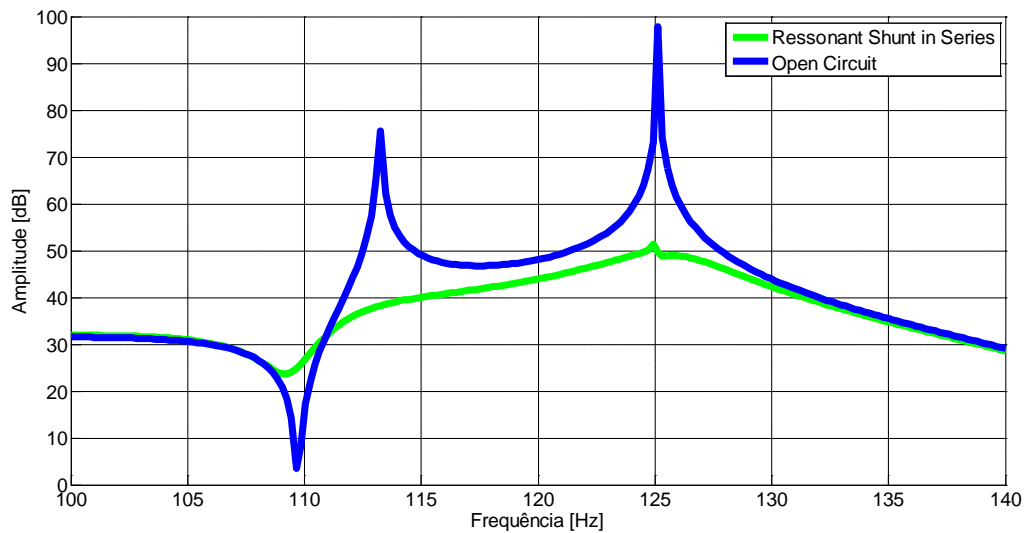


Figura 4.3: FRF da estrutura, contendo shunt sintonizado via Hagood & Flotow (1991).

Entretanto, apesar de apresentar um ótimo ganho estrutural, esta sintonização não apresenta ganho aeroelástico, ou seja, não altera a velocidade de *flutter* do painel, como pode ser notado pelo diagrama V-g, na figura 4.4.

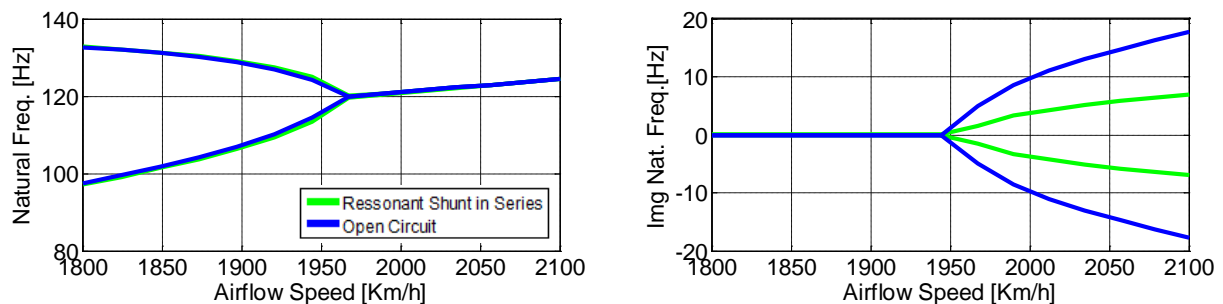


Figura 4.4: Diagrama V-g para a sintonização via Hagood e Flotow.

Neste diagrama V-g, o gráfico da esquerda representa os autovalores (frequência naturais), em Hz, que se deslocam umas em relação às outras, à medida que o fluxo de ar aumenta sua velocidade, fazendo com que o carregamento aerodinâmico sobre o painel aumente seu valor. No caso da estrutura sem amortecimento, curva azul, estas frequências se unem realmente, assumindo um único valor após o flutter. Para a estrutura amortecida, entretanto, as frequências apenas se aproximam, porém não se unem, o que é característico de uma estrutura amortecida, segundo Maloy (2004).

Já no gráfico da esquerda, são representados os amortecimentos modais. A estrutura em azul não possui amortecimento e, por isso, sua curva permanece sobre o valor zero até que seja atingida a pressão crítica de flutter, que é de 1944 Km/h para este caso. Neste momento, os valores de amortecimento modal se separam em valores complexos conjugados crescentes. Para a curva verde, mesmo antes da ocorrência de flutter, os valores de amortecimento modal não são nulos. Pode-se notar que, os valores de amortecimento modal aumentam, indicando flutter, aproximadamente na mesma velocidade de escoamento de ar.

Isto leva a crer que, para aumentar a velocidade de flutter, não basta apenas retirar energia dos modos naturais. Deve-se aumentar o tempo que os dois modos levam para se coalescer (unir).

4.2.2. Sintonização Manual

Para comprovar esta afirmação, testa-se um caso, em que a sintonização foi realizada manualmente e não se preocupou com a amplitude de vibração dos modos naturais, somente com sua distância, em frequência.

Como pode ser observado pela FRF da figura 4.5, esta sintonização manual foi ajustada para retardar um pouco o primeiro modo natural, em frequência e, por sua vez, elevar a frequência do segundo modo. Pode-se notar que, com o circuito ressonante multimodal, consegue-se deslocar pouco os modos em frequência. Os valores utilizados de resistência e indutância, nesta sintonização, foram: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $L_1 = 1e^{-6}H$ e $L_2 = 1e^{-9}H$.

Neste caso, devem-se variar os valores de L_1 e L_2 , que são responsáveis por posicionar o modo natural, em frequência. Os valores de R_1 e R_2 são responsáveis por variar o amortecimento e foram mantidos baixos para que os picos permanecessem distantes. À medida que se aumenta o amortecimento, os picos se aproximam em frequência e isto reduz o ganho aeroelástico.

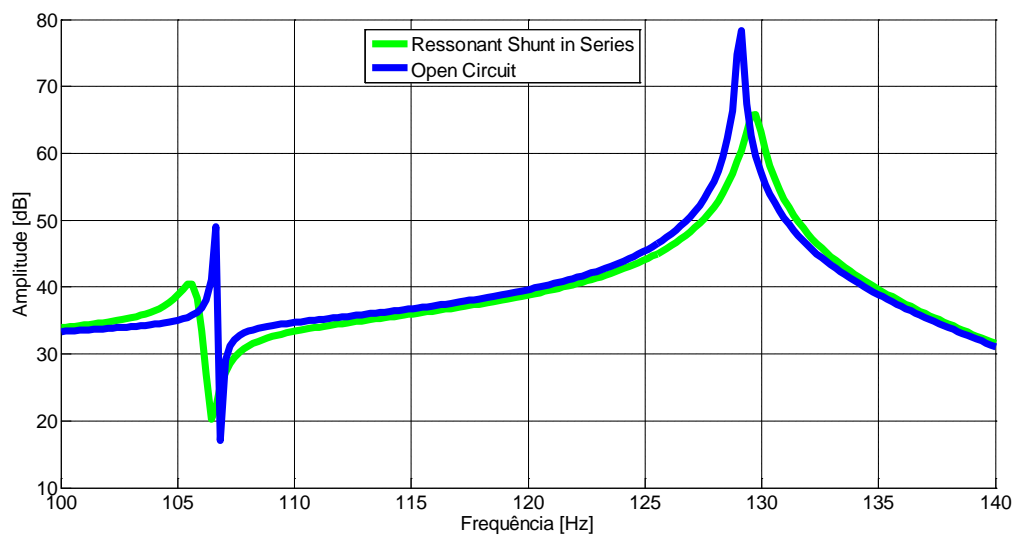


Figura 4.5: FRF para o caso da sintonização manual.

Neste caso, já é possível notar algum ganho aeroelástico. Houve um ganho de 23 Km/h, ou seja, a velocidade de flutter do painel foi aumentada de 1.944 km/h para 1.967 km/h. Observar que, o espaçamento dos modos naturais, notado na FRF da figura 4.5, foi pequeno, causando um ganho aeroelástico também pequeno, em torno de 1,2%.

Não será mostrado aqui, para não tornar cansativa a seção de resultados, mas foram realizados testes melhorando e também piorando o amortecimento para a FRF mostrada na figura 4.6 e, isto não variou o ganho aeroelástico. Ou seja, os resultados levam a crer que este ganho está realmente ligado ao distanciamento dos picos, em frequência.

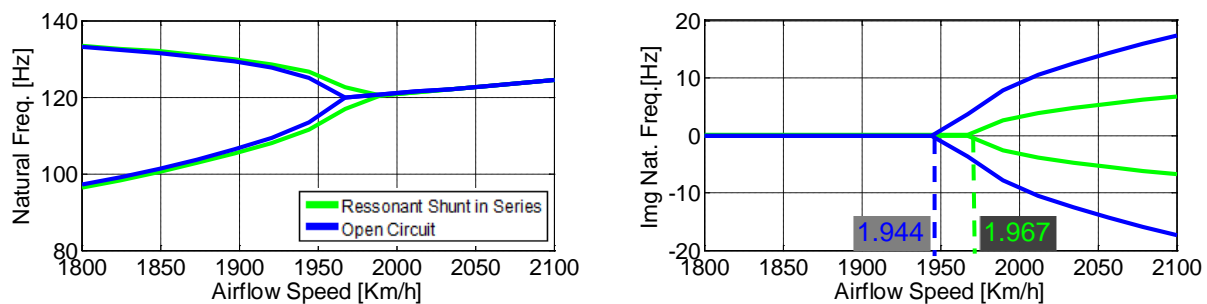


Figura 4.6: Diagrama V-g para a sintonização realizada manualmente.

4.3. ***Influência da rigidez mecânica da pastilha piezelétrica e do controle passivo***

Esta seção busca evidenciar os ganhos aeroelásticos distintos, devido somente à contribuição mecânica do material piezelétrico e, devido somente ao controle passivo, ou seja, ao seu ganho elétrico.

O caso mostrado anteriormente, com $h_{camada} = 0,15mm$, em que há um ganho de 23 km/h em velocidade de *flutter*, não poderá ser reproduzido. Isto porque, com esta espessura, o painel, sem material piezelétrico entraria em *flutter* numa velocidade abaixo de Mach 1 e, nesta região, a Teoria do Pistão não é recomendada.

Assim, para este caso, utiliza-se $h_{camada} = 0,18mm$ tanto para o composto, quanto para o material piezelétrico. Desta forma, tem-se uma estrutura mais rígida que, naturalmente, entrará em *flutter* em uma velocidade maior que a anterior, mais fina. Portanto, esta espessura foi escolhida de forma que o *flutter* ocorra em regime supersônico para o painel com ou sem material piezelétrico e o uso da Teoria do Pistão estará assegurado.

A partir do diagrama apresentado na figura 4.7, pode-se verificar que, para o painel composto, sem a camada de material piezelétrico, ou seja, apenas com as quatro camadas de “*carbon graphite fabrique*”, com ângulo de fibras $[0/75/75/0]$, a velocidade crítica de flutter é de 1.336 km/h. Será explicado, na próxima seção, como é definido o ângulo das fibras, dentro do painel composto.

As variáveis elétricas usadas para a obtenção deste resultado foram sintonizadas de maneira não automática e seus valores são $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $L_1 = 1e^{-6}H$ e $L_2 = 1e^{-9}H$. Estes valores de impedância elétrica foram escolhidos de modo a afastar em frequência o primeiro e o segundo modos naturais. Os resultados anteriores mostraram que o amortecimento não influi no ganho aeroelástico, por isso as resistências foram ajustadas para valores baixos.

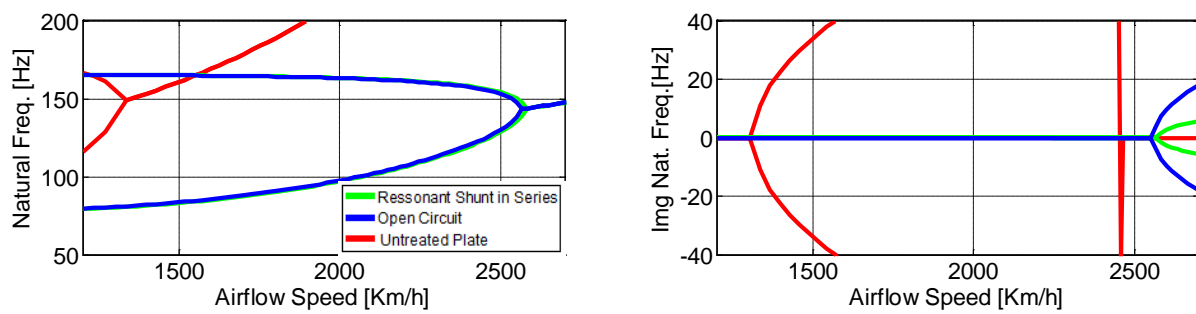


Figura 4.7: Diagrama V-g para a comparação entre os ganhos mecânico e elétrico devido ao circuito shunt.

A escala horizontal, das velocidades, devido à necessidade de ser bastante longa, de 1.200 a 3.000 km/h, não evidencia o ganho somente devido ao controle, porém, para este caso, houve um ganho de 17 km/h. O painel somente com a presença mecânica do material piezelétrico, entra em flutter a 2.551 km/h. Quando o controle passivo é contabilizado, a velocidade de ocorrência deste fenômeno passa a ser 2.568 km/h.

Assim, mostra-se na figura 4.8, a região entre 2.500 e 2.600 km/h, para evidenciar o ganho elétrico, citado acima.

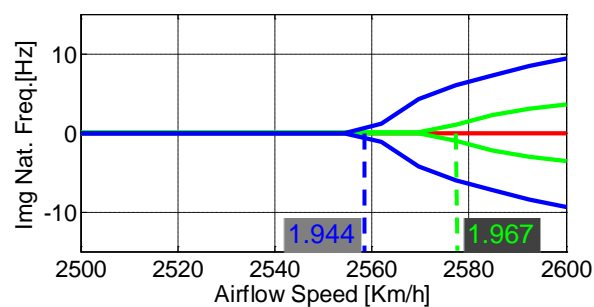


Figura 4.8: Vista com zoom, sobre o amortecimento modal da figura 4.7, a fim de evidenciar o ganho elétrico devido ao controle passivo do circuito shunt.

Ou seja, estes resultados evidenciam um enorme ganho mecânico e um modesto ganho elétrico, devido à presença do material piezelétrico sobre a velocidade de *flutter* do painel. Isto pode ser explicado pela elevada rigidez mecânica da pastilha piezelétrica, que faz com que, quando colada à placa composta, eleve bastante sua estabilidade aeroelástica.

Conforme citado anteriormente, o controle passivo executado pela pastilha piezelétrica, acoplada ao circuito elétrico shunt ressonante multimodal, em série, confere à estrutura um excelente amortecimento estrutural. Porém, este controle altera pouco a estabilidade aeroelástica.

4.4. *Influência da placa de material composto (ângulo das fibras e espessura das camadas)*

Os parâmetros de projeto da placa de material composto também influenciam na velocidade de flutter e na qualidade do controle, via circuito elétrico shunt.

Nesta seção, será verificada a influência de dois parâmetros de projeto da placa, que são: ângulo das fibras de cada camada do composto e, espessura das camadas de composto e de material piezelétrico.

4.4.1. *Influência do ângulo das fibras do composto*

Primeiramente, mostra-se a influência que a orientação do ângulo das fibras de cada camada do painel composto possui sobre a velocidade final de *flutter*. Numa estrutura composta, a direção das fibras define a direção de maior rigidez mecânica (SALIBA Jr., 2003).

A fim de mostrar o padrão utilizado na medição dos ângulos em cada fibra, segue a figura 4.9. Os ângulos são medidos, no sentido anti-horário, a partir da direção X . Assim, definem-se novas direções, $1,2$ que são as direções deslocadas de X,Y segundo os ângulos das fibras, considerados para cada camada do estratificado.

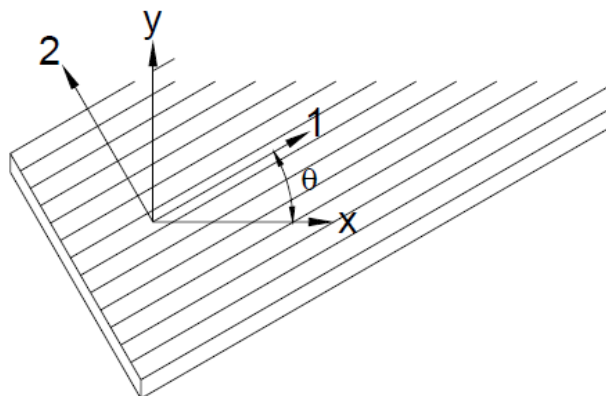


Figura 4.9: Esquema representativo do padrão de orientação do ângulo das fibras. Adaptado de (ROCHA, 1999)

Segundo Faria (2006), o padrão utilizado para a designação da orientação das fibras dos materiais compostos, é utilizar chaves e, separar os valores, em graus, dos ângulos de cada camada, por barras. Por exemplo, a configuração inicial do painel utilizado neste estudo foi definida $[0/75/75/0]$, que também pode ser escrita na forma $[0/75]_s$, indicando a simetria do composto. A figura 4.10 apresenta esta configuração. Em uma das camadas as fibras estão orientadas paralelamente ao eixo X e na seguinte, paralelamente ao eixo Y .

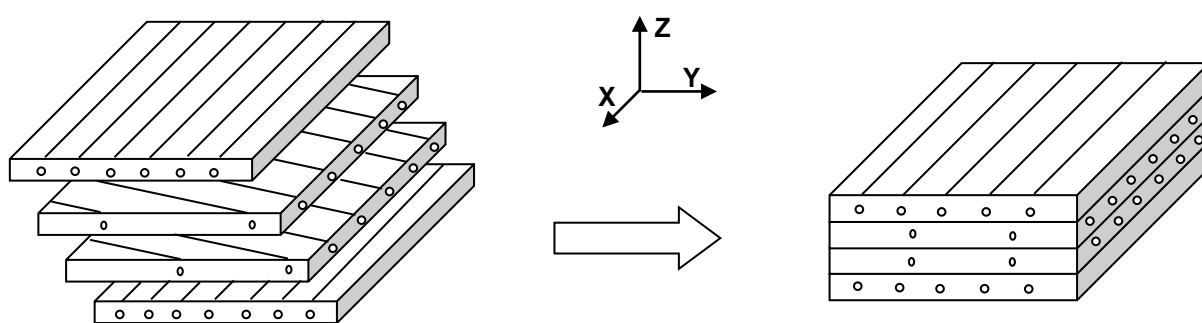


Figura 4.10: Vista do laminado usado no estudo, com orientação $[0/75/75/0]$.

A quinta camada não foi mostrada na figura 4.10, porque é a camada de material piezelétrico, para o qual não faz sentido falar de ângulo de fibra.

Inicialmente serão mostrados resultados considerando todo o laminado como contendo uma única camada e a influência que o ângulo de laminação desta camada

causa sobre a velocidade final de flutter, conforme realizado no trabalho de Almeida (2011), com controle ativo, via materiais piezelétricos. Para os testes realizados nesta seção, a sintonização foi a seguinte: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $L_1 = 1e^{-6}H$ e $L_2 = 1e^{-9}H$.

Pode-se notar, pelos resultados mostrados na figura 4.11, que quando as fibras estão orientadas na direção do fluxo de ar, ou em variações angulares pequenas (até 30°), observam-se as maiores velocidades de *flutter*. À medida que estes ângulos tendem a direções perpendiculares ao fluxo de ar, a placa atinge a instabilidade sob menores velocidades. Porém, deve-se atentar que nestes casos, as camadas foram consideradas como sendo únicas, e tendo os ângulos mostrados abaixo. Diferentemente do caso mostrado anteriormente, em que as camadas eram consideradas separadamente e com orientação variada, de $[0/75/75/0]$.

Isto pode ser explicado devido à rigidez mecânica que as fibras conferem à estrutura composta. Como explicado anteriormente, a direção em que as fibras são orientadas se torna a direção de maior rigidez mecânica. Logo, orientando-se as fibras na direção do fluxo, ou em direções próximas, espera-se obter a maior estabilidade aeroelástica para o painel em estudo.

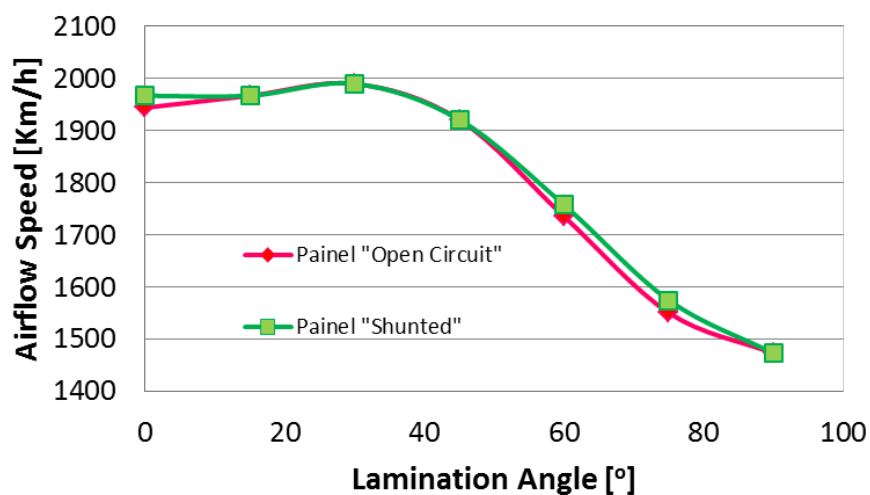


Figura 4.11: Influência do ângulo de laminação com relação à velocidade de *flutter*.

Pode-se aprofundar o estudo, a fim de verificar a influência de se variar o ângulo de cada camada, bem como a influência de se usar um laminado simétrico ou não. Serão mostrados alguns resultados neste sentido, na forma de tabela, para facilitar a visualização. Também feitas algumas reflexões gerais sobre os resultados obtidos, porém sem a intenção de esgotar o assunto.

Tabela 4.4: Velocidades de flutter para variados ângulos de fibras do estratificado.

Caso	Estratificado	V_{flutter} "Open Circuit" [Km/h]	V_{flutter} "Shunted" [Km/h]	Ganho do Controle [Km/h]
1	[0/30/30/0]	1990	2012	22
2	[0/60/60/0]	1967	1990	23
3	[0/90/90/0]	1944	1944	0
4	[30/0/0/30]	2012	2012	0
5	[60/0/0/60]	1825	1825	0
6	[90/0/0/90]	1641	1641	0
7	[30/-30/-30/30]	2094	2094	0
8	[45/-45/-45/45]	2067	2067	0
9	[60/-60/-60/60]	1868	1868	0
10	[0/90/0/90]	1821	1845	24
11	[0/30/60/90]	1821	1845	24
12	[0/0/0/90]	1798	1821	23

Na tabela 6, as linhas em amarelo (casos 1, 2 e 3) representam laminados simétricos, com as camadas externas a 0°; as linhas em azul (casos 4, 5 e 6) representam laminados também simétricos, porém com as camadas internas a 0°; as linhas em verde (casos 7, 8 e 9) simulam um caso em que os ângulos das fibras são girados de 90° de camada por camada, a fim de mantê-las cruzadas ortogonalmente; por fim, as linhas em vermelho (casos 10, 11 e 12), simulam casos de laminados não simétricos.

Os resultados seguem a mesma tendência do caso anterior, contendo uma única camada. Ou seja, as maiores velocidades de flutter, para cada caso, foram obtidas com os ângulos de 0° e 30° das fibras do composto. Este resultado é coerente, uma vez que o fluxo de ar está na direção X e as fibras nesta orientação conferem ao laminado uma maior rigidez para este caso.

De uma maneira geral, estes resultados levam a crer que as camadas externas do laminado têm um papel estrutural mais importante que as camadas internas. Isto

porque, comparando o caso 1 com o caso 4, a maior rigidez é notada quando as fibras de 30° estão nas camadas externas. É importante ressaltar que ambas as camadas externas, inferior e superior, são importantes na rigidez do composto, porque nos casos do laminado não simétrico, em que uma das camadas externas foi considerada contendo fibras a 0° e a outra a 90° , pode-se notar uma menor rigidez com relação aos casos em que ambas as camadas foram postas a 0° .

Os resultados também indicam uma maior rigidez do laminado contendo fibras orientadas ortogonalmente, que são os casos 7, 8 e 9.

Para alguns arranjos do estratificado o controle elétrico passivo do circuito shunt teve efeito e para outros, não. O controle elétrico não teve efeito em nenhum caso de laminado simétrico em que as fibras do composto estavam orientadas ortogonalmente; e pôde-se notar efeito quando, pelo menos uma das camadas externas esteve orientada a 0° . Estas são apenas observações sobre os resultados apresentados. Para que se possa realmente criar uma relação entre a orientação das fibras dentro do composto e da eficiência do controle passivo, via circuitos shunt, devem-se realizar testes mais aprofundados.

4.4.2. Influência da espessura das camadas do composto

Por fim, estuda-se a influência da espessura das camadas do composto, incluindo a espessura da camada piezelétrica, sobre a resposta dinâmica e aeroelástica da estrutura.

Sabe-se que, aumentando-se a espessura de alguma das camadas, aumenta-se também a rigidez e, por consequência, a estabilidade aeroelástica. Porém, também é sabido que, principalmente no campo da engenharia aeronáutica, o aumento da espessura e do peso da estrutura é o último dos recursos a ser utilizado. Assim, estes testes serão breves e com um caráter mais didático do que prático.

Os resultados serão mostrados em duas partes, porque, como visto pelos resultados anteriores, a sintonização do circuito que provoca um bom amortecimento estrutural, não produz ganhos aeroelásticos e vice-versa. Desta forma, será mostrada a influência da espessura das camadas do composto ou do elemento piezelétrico sobre a resposta aeroelástica, com sintonizações manuais e a influência sobre o comportamento

dinâmico da estrutura será mostrado, utilizando-se a sintonização clássica, via Hagood & Flotow (1991).

Desta forma, para a caracterização da resposta aeroelástica, parte-se do painel caracterizado no início deste capítulo, com suas fibras orientadas segundo o arranjo [0/75/75/0]. A sintonização utilizada, como dito, será aquela realizada manualmente $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $L_1 = 1e^{-6}H$ e $L_2 = 1e^{-9}H$, em que se pode notar um ganho aeroelástico de 1,2%.

Em seguida, para a análise estrutural, será utilizada a sintonização sugerida por Hagood & Flotow (1991), que é aquela que apresenta ganhos estruturais importantes.

É importante lembrar que os casos testados nesta seção, serão comparados com o caso inicial, em que todas as camadas possuem a mesma espessura, que é de $0,15mm$, totalizando, para o composto de quatro camadas de “Carbon Graphite Fabrique” e uma de PZT G1195, $0,75mm$ de espessura total.

Os resultados para a análise aeroelástica serão apresentados na forma de tabela, para facilitar a visualização.

Os resultados apresentados abaixo dizem respeito à variação de espessura do composto total, ou seja, variam-se as espessuras de cada camada, de maneira igualitária. Assim, para os três casos apresentados, de $0,6mm$, $0,75mm$ e $0,9mm$, as espessuras de cada uma das cinco camadas foi de $0,12mm$, $0,15mm$ e $0,18mm$, respectivamente.

A tabela 7 mostra o que já era de se esperar. Para a mesma relação entre $h_{composto}$ e h_{pzt} , ou seja, relação $h_{pzt} / h_{comp} = 1$ observam-se os mesmos ganhos. Nota-se apenas um offset na faixa de velocidades, devido às variações de rigidez causadas pelas respectivas variações de espessura, para cada caso.

Tabela 4.5: Influência da espessura total do composto na velocidade final de flutter e no ganho do controle.

Espessura Total [mm]	$V_{flutter}$ "Open Circuit" [Km/h]	$V_{flutter}$ "Shunted" [Km/h]	Ganho (%)
0,6	1430	1447	1,2
0,75	1944	1967	1,2
0,9	2573	2603	1,2

Já o grupo de resultados da tabela 8, considera apenas a variação na espessura da pastilha piezelétrica. Ou seja, varia-se a relação h_{pzt} / h_{comp} , onde a espessura do composto é mantida constante, e vale, $h_{comp} = 0,15mm$.

Tabela 4.6: Influência da espessura relativa entre o elemento piezelétrico e o composto mecânico.

h_{pzt} / h_{comp} [mm]	$V_{flutter}$ "Open Circuit" [Km/h]	$V_{flutter}$ "Shunted" [Km/h]	Ganho (%)
1,0	1944	1967	1,2
0,75	1812	1829	0,9
0,5	1690	1694	0,2

Os resultados mostram que, à medida que a relação h_{pzt} / h_{comp} diminui, diminui-se também a eficiência do controle passivo. Pode-se imaginar, fisicamente, que, uma pastilha menos espessa, transforma uma menor quantidade de energia mecânica em energia elétrica.

Será apresentada a seguir, a influência da espessura da camada piezelétrica sobre o comportamento dinâmico da estrutura, uma vez que a caracterização aeroelástica já foi realizada.

Para esta modalidade de resultados, faz-se necessário plotar as FRFs do sistema, a fim de se ter ideia da influência da espessura do elemento piezelétrico sobre o comportamento dinâmico da estrutura.

Será utilizada a sintonização proposta por Hagood & Flotow (1991) para todas as análises dinâmicas que serão apresentadas abaixo.

Nota-se, pelas FRFs presentes no Anexo II, que, para o caso estrutural, há um menor impacto da relação de espessuras h_{pzt} / h_{comp} sobre a qualidade do controle passivo, realizado pelo circuito elétrico shunt.

Para a relação $h_{pzt} / h_{comp} = 1,0$, nota-se um amortecimento que beira 50% de redução de amplitude de vibração tanto para o primeiro, quanto para o segundo modo natural.

Para os casos $h_{pzt} / h_{comp} = 0,75$ e $h_{pzt} / h_{comp} = 0,5$, a redução da amplitude de vibração para o primeiro modo natural continua em torno de 50%, porém para o

segundo reduz-se em torno de 30%. Não se notam diferenças importantes entre estes dois casos.

Por fim, estudou-se o caso em que $h_{pzt} / h_{comp} = 0,25$ e notou-se que o primeiro modo natural teve suas amplitudes de vibração reduzidas na faixa de 30% e o segundo modo, na faixa de 25%, o que ainda pode ser considerado bastante razoável, levando-se em conta a baixa espessura relativa da camada piezelétrica.

Capítulo V

Aplicação em Seções Típicas Aeroelásticas

Neste capítulo, será apresentada uma aplicação do controle passivo via circuitos elétricos shunt ressonantes sobre seções típicas com dois graus de liberdade. Anteriormente, todo o desenvolvimento havia sido realizado sobre placas finas.

Esta aplicação será realizada neste trabalho como uma forma de validar o trabalho realizado sobre placas até então. Os resultados para placas mostraram ganhos expressivos sobre o seu comportamento dinâmico, porém, de maneira não intuitiva, o ganho aeroelástico foi pequeno. Busca-se portanto, nesta seção do trabalho, aplicar o mesmo circuito shunt ressonante, sobre seções típicas, utilizando um novo código e verificar se ganhos aeroelásticos semelhantes aos da placa serão notados para esta nova estrutura.

Neste capítulo, será considerada aerodinâmica não-estacionária, via Teoria Potencial Linearizada de Theodorsen, segundo proposto por Theodorsen (1935). Nos capítulos anteriores, os carregamentos aerodinâmicos haviam sido incorporados via Teoria do Pistão, que é uma teoria mais simples, quase-estacionária.

Por último, a formulação mecânica do problema, neste capítulo, é empregada no domínio discreto e não via método de elementos finitos, conforme havia sido realizado no caso de placas finas.

Ou seja, com estas particularidades, este capítulo visa a conferir uma maior confiança sobre o presente trabalho, buscando “validar” os ganhos aeroelásticos percebidos sobre placas, mostradas anteriormente. Além disso, busca-se tornar o

trabalho mais abrangente, utilizando-se, nesta aplicação, de métodos que ainda não haviam sido descritos nos capítulos precedentes e, por isso, deixando-o mais rico.

5.1. Modelagem da Seção Típica no Domínio Discreto

A seção típica que será modelada neste capítulo possui dois graus de liberdade mecânicos: $h(t)$ de translação, representado pela mola translacional, de rigidez mecânica K_h e é mostrada abaixo e, $\theta(t)$ de translação, representado pela mola rotacional, de rigidez mecânica K_θ . A seção típica em questão é representada esquematicamente, através da figura 5.1. As siglas dos pontos sobre a linha de referência da seção típica são: *a.a* eixo aerodinâmico; *e.a* eixo elástico e, *c.g* centro de gravidade. As posições destes eixos são definidas no projeto da seção típica, a fim de atender aos pré-requisitos de sustentação, arrasto e atitude da aeronave. Dependendo das posições relativas entre estes três pontos, a seção típica pode nunca sofrer flutter (BISMARCK-NASR, 1999).

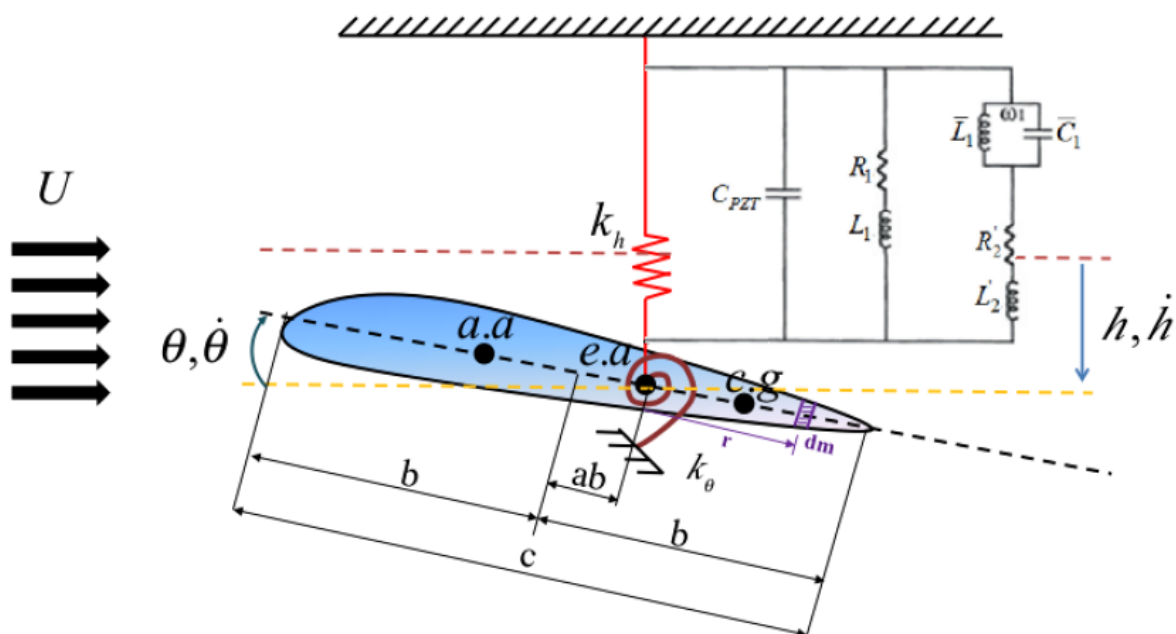


Figura 5.1: Seção típica, com dois graus de liberdade, com circuito elétrico shunt ressonante.

O circuito elétrico shunt, conforme pode ser visto pela figura 5.1, está acoplado ao grau de liberdade de translação transversal $h(t)$. Através da excitação aerodinâmica

provocada pelo escoamento de ar não estacionário, as amplitudes de vibração mecânica nesta direção se tornarão maiores, à medida que a velocidade do escoamento aumenta. Desta forma, a função do amortecimento passivo, através do circuito shunt, é retirar energia desta vibração e aumentar a velocidade em que o fenômeno do flutter ocorrerá.

O deslocamento transversal do eixo elástico desta seção típica pode ser descrito pela expressão:

$$z = h(t) + r\theta(t) \quad (5.1)$$

onde: r é a distância medida do eixo elástico até o infinitesimal de massa considerado.

Desta forma, pode-se calcular a energia cinética desta estrutura como contendo uma parte de translação e uma de rotação:

$$T = \frac{1}{2} \int \rho \dot{z}^2 dr = \frac{1}{2} \left(\dot{h}^2 \int \rho dr + 2\dot{h}\dot{\theta} \int \rho r dr + \dot{\theta}^2 \int \rho r^2 dr \right) \quad (5.2)$$

onde: a massa do aerofólio pode ser definida como $m = \int \rho dr$, o segundo momento de inércia em torno do eixo elástico $I_\theta = \int \rho r^2 dr = mr_\theta^2$ e o primeiro momento de inércia em torno deste eixo $S_\theta = \int \rho r dr = mr_\theta$.

Assim, pode-se escrever a equação (5.2) da seguinte forma:

$$T = \frac{1}{2} \left(m\dot{h}^2 + 2mr_\theta\dot{h}\dot{\theta} + I_\theta\dot{\theta}^2 \right) \quad (5.3)$$

Agora, para escrever a expressão da energia de deformação eletromecânica, faz-se necessário relembrar as equações constitutivas da piezeletricidade, mostradas na equação (2.17), anteriormente. Desta forma, a energia de deformação para a nova estrutura, pode ser escrita conforme:

$$U = \frac{1}{2} K_h h^2 + \frac{1}{2} K_\theta \theta^2 + \frac{1}{2} \int_{V_{pzt}} \varepsilon_1 \sigma_1 dV - \frac{1}{2} \int_{V_{pzt}} D_3 E_3 dV \quad (5.4)$$

Substituindo as equações constitutivas da piezeletricidade sobre a expressão da energia de deformação (5.4), chega-se à seguinte relação:

$$U = \frac{1}{2} \left(K_h + \frac{C_{11} A_{pzt}}{l_{pzt}} \right) h^2 - \frac{e_{31}}{l_{pzt}} E_3 h V_{pzt} + \frac{1}{2} K_\theta \theta^2 - \frac{1}{2} \xi_{33} E_3^2 V_{pzt} \quad (5.5)$$

onde: l_{pzt} representa o comprimento da pastilha piezelétrica e, $\varepsilon_l = h / l_{pzt}$ representa a deformação mecânica ao longo da direção longitudinal da pastilha piezelétrica.

Considerando também o campo elétrico $E_3 = -\phi / t_{pzt}$, pode-se reescrever a expressão da energia de deformação mecânica, como sendo:

$$U = \frac{1}{2} \left(K_h + \frac{C_{11} A_{pzt}}{l_{pzt}} \right) h^2 + \frac{e_{31} V_{pzt}}{t_{pzt} l_{pzt}} \phi h + \frac{1}{2} K_\theta \theta^2 - \frac{1}{2} \frac{V_{pzt} \xi_{33}}{t_{pzt}^2} \phi^2 \quad (5.6)$$

Assim, pode-se escrever o Lagrangeano conforme a equação (5.7) e o princípio de Hamilton para o problema acoplado aero-eletromecânico, segundo a equação (5.8):

$$L = T - U \quad (5.7)$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U - W_h - W_\theta - W_\phi) dt = 0 \quad (5.8)$$

onde: $W_h = F_{aerod.} h$, $W_\theta = M_{aerod.} \theta$ representam o trabalho realizado pelas forças aerodinâmicas não conservativas nos deslocamentos translacional h (*plunge*) e rotacional θ (*pitch*), respectivamente. O trabalho realizado pela força elétrica é representado por $W_\phi = Q\phi$, onde Q são as cargas elétricas.

Assim, aplicando-se o princípio de Hamilton, e realizando algumas manipulações, chega-se à seguinte relação de equilíbrio:

$$\int_{t_1}^{t_2} \{ \delta q(t) \}^T \{ [M](t) + [K] \{ q(t) \} - \{ F(t) \} \} dt = 0 \quad (5.9)$$

onde: $\{ q(t) \} = \{ h(t) \ \theta(t) \ \phi(t) \}$ é o vetor dos graus de liberdade generalizados;

$$[M] = \begin{bmatrix} m & mr_\theta & 0 \\ mr_\theta & I_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ é a matriz de inércia do sistema; } [K] = \begin{bmatrix} K_{hh} & 0 & K_{hf} \\ 0 & K_{\theta\theta} & 0 \\ K_{hf} & 0 & K_{ff} \end{bmatrix} \text{ é a}$$

matriz das rizezas mecânicas, onde: $K_{hh} = K_h + \frac{C_{11} A_{pzt}}{l_{pzt}}$, $K_{h\phi} = \frac{-e_{31} V_{pzt}}{l_{pzt} t_{pzt}}$, $K_{\theta\theta} = K_\theta$ e

$$K_{\phi\phi} = \frac{V_{pzt} \xi_{33}}{t_{pzt}^2}. \text{ Por fim, } \{ F(t) \} = \begin{bmatrix} F_{aerod.}(t) \\ M_{aerod.}(t) \\ Q(t) \end{bmatrix} \text{ é o vetor dos esforços externos, onde:}$$

$\{F_{aerod.}(t)\}$ e $\{M_{aerod.}(t)\}$ representam o vetor das forças e momentos aerodinâmicos, respectivamente, e, $Q(t)$ representa as cargas elétricas externas.

Aplica-se, sobre a equação de equilíbrio acima, uma *Transformada de Rápida de Fourier (FFT)*, a fim de migrar o sistema do domínio temporal para o domínio da frequência.

$$(-\omega^2[M_3] + [K_3])\{q_3(\omega)\} = \{F_3(\omega)\} \quad (5.10)$$

A terceira equação do sistema acima pode ser incorporada à primeira, a fim de reduzir o sistema da ordem 3×1 para 2×1 . Assim, escrevendo a terceira equação:

$$K_{h\phi}h(\omega) + K_{\phi\phi}\phi(\omega) = Q(\omega) \quad (5.11)$$

Sabe-se que, pela lei de Ohm, no domínio frequencial, cargas elétricas e campo elétrico se relacionam através da relação:

$$Q(\omega) = \frac{Z^{-1}(\omega)L}{i\omega}\phi(\omega) \quad (5.12)$$

Substituindo a equação (5.12) na equação (5.11), vem:

$$\phi(\omega) = K_{h\phi} \left(\frac{Z^{-1}(\omega)L}{i\omega} - K_{\phi\phi} \right)^{-1} h(\omega) \quad (5.13)$$

Neste passo, deve-se substituir a equação (5.13) na relação (5.9). Daí chega-se à seguinte expressão:

$$(-\omega^2[M_2] + [K_2])\{q_2(\omega)\} = \{F_2(\omega)\} \quad (5.14)$$

$$\text{onde: } [M_2] = \begin{bmatrix} m & mr_\theta \\ mr_\theta & I_\theta \end{bmatrix}, [K_2] = \begin{bmatrix} K_{hh} + K_{h\phi} \left(\frac{Z^{-1}(\omega)L}{i\omega} - K_{\phi\phi} \right)^{-1} K_{\phi h} & 0 \\ 0 & K_{\theta\theta} \end{bmatrix},$$

$$\{q_2(\omega)\} = \begin{Bmatrix} h(\omega) \\ \theta(\omega) \end{Bmatrix}, \{F_2(\omega)\} = \begin{Bmatrix} F_{aerod.}(\omega) \\ M_{aerod.}(\omega) \end{Bmatrix}, \omega_h^2 = \frac{K_{hh}}{m}, \omega_\theta^2 = \frac{K_\theta}{I_\theta}, \bar{r}_\theta = \frac{r_\theta}{b},$$

$$\omega_{h\phi}^2 = \frac{K_{h\phi} \left(\frac{Z^{-1}(\omega)L}{i\omega} - K_{\phi\phi} \right)^{-1} K_{\phi h}}{m}$$

Assim, utilizando-se das simplificações definidas acima, a equação (5.14) se reduz a:

$$(-\omega^2 [\mathbf{r}_2] + [\omega_2]) \{ \mathbf{q}_2^*(\omega) \} = \{ \mathbf{F}_2^*(\omega) \} \quad (5.15)$$

$$\text{onde: } [\mathbf{r}_2] = \begin{bmatrix} 1 & \bar{r}_\theta \\ \bar{r}_\theta & \bar{r}_\theta^2 \end{bmatrix}, [\omega_2] = \begin{bmatrix} \omega_h^2 + \omega_{h\phi}^2 & 0 \\ 0 & \omega_\theta^2 \bar{r}_\theta^2 \end{bmatrix}, \{ \mathbf{q}_2^*(\omega) \} = \begin{Bmatrix} h(\omega) / b \\ \theta(\omega) \end{Bmatrix} \text{ e}$$

$$\{ \mathbf{F}_2^*(\omega) \} = \begin{Bmatrix} \frac{F_{aerod.}(\omega)}{mb} \\ \frac{M_{aerod.}(\omega)}{mb^2} \end{Bmatrix}$$

5.2. Incorporação da Aerodinâmica Não-Estacionária ao Modelo Discreto:

Os carregamentos aerodinâmicos devidos à interação da seção típica com o escoamento de ar serão adicionados de forma não estacionária ao modelo. Para isto, será empregada a Teoria Potencial Linearizada, proposta por Theodorsen (1935), que é implementada no domínio da frequência e assume que a seção típica está imersa em um fluido invíscido e submetida a oscilações de pequenas amplitudes e com um movimento que pode ser considerado harmônico (BISMARCK-NASR, 1999), (BENINI, 2002).

De acordo com esta teoria, as forças e momentos não estacionários, podem ser calculados na frequência de acordo com as seguintes expressões:

$$\mathbf{F}_{aer}(\omega) = \pi \rho b^3 \omega^2 \left[\frac{h}{b} \mathbf{L}_h + \theta (\mathbf{L}_\theta - (0,5 + a) \mathbf{L}_h) \right] \quad (5.16)$$

$$\mathbf{M}_{aer}(\omega) = \pi \rho b^4 \omega^2 \left[\left\{ \mathbf{M}_h - (0,5 + a) \mathbf{L}_h \right\} \frac{h}{b} + \left\{ \mathbf{M}_\theta - (0,5 + a) (\mathbf{L}_\theta + \mathbf{M}_h) + (0,5 + a)^2 \right\} \mathbf{L}_h \right] \quad (5.17)$$

onde: $\mathbf{L}_h = 1 - i2C/k$, $\mathbf{L}_\theta = 1/2 - i(1 + 2C)/k - 2C^2/k$, $\mathbf{M}_h = 1/2$, $\mathbf{M}_\theta = 3/8 - i/k$, o parâmetro b representa a semi-corda da seção típica, medida em metros.

O coeficiente de Theodorsen $C(k)$ da equação acima é dependente da frequência reduzida $k = \omega b / V$, onde V é a velocidade do escoamento. Ele é

responsável por definir se a análise será quase-estacionária ou não-estacionária. Caso ela seja não-estacionária, seu valor é calculado pela relação:

$$C(k) = 0,5 + \frac{0,0075}{ik + 0,0455} + \frac{0,10055}{ik + 0,3} \quad (5.18)$$

Caso a análise seja quase-estacionária, basta considerar $C(k) = 1$.

Substituem-se as forças e momentos aerodinâmicos na equação (5.15), a fim de adicionar às equações do movimento, o carregamento aerodinâmico não-estacionário. Isto leva o sistema final a ter o seguinte aspecto:

$$\left(-\Omega^2 [r_2] + [K] \right) \{q_2^*(\omega)\} = \frac{\Omega^2}{\mu} [A] \quad (5.19)$$

onde: $[A]$ é a matriz aerodinâmica e é dada por:

$$[A] = \begin{bmatrix} L_h & L_\theta - (0,5 + a)L_h \\ M_h - (0,5 + a)L_h & M_\theta - (0,5 + a)(L_\theta + M_h) + (0,5 + a)^2 L_h \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

E a relação de massa é definida por $\mu = m / \pi \rho b^2 L$, onde m é a massa da seção típica, por unidade de comprimento, L .

Além disso, $\Omega^2 = \omega^2 / \omega_\theta^2$, $R_{h\theta}^2 = \omega_h^2 / \omega_\theta^2$, $R_{h\phi}^2 = \omega_{h\phi}^2 / \omega_\theta^2$ e $[K] = \begin{bmatrix} R_{h\theta}^2 + R_{h\phi}^2 & 0 \\ 0 & \bar{r}_\theta^2 \end{bmatrix}$.

Assim, recai-se, analogamente ao problema de placas finas, numa equação não-linear, que será resolvida, também, de maneira análoga. Lembrar que a solução foi apresentada, em diagrama de blocos, e explicada na

Figura.

$$\left\{ [K(\omega)] - \Omega^2 \left\{ [M] + \frac{I}{\mu} [A(\omega)] \right\} \right\} \{q(\omega)\} = \{0\} \quad (5.21)$$

5.3. Resultados Numéricos

Os resultados serão apresentados, visando a realizar um estudo paramétrico, medindo a influência sobre a velocidade final de flutter, dos parâmetros:

- Geometria da Seção Típica;
- Parâmetros elétricos do circuito shunt.

A geometria da seção típica possui grande influência sobre sua velocidade final de flutter. Ainda, a geometria pode favorecer o controle passivo. Tudo isto deverá ser levado em conta, nas fases de projeto da seção típica, segundo o fim para o qual ela será utilizada.

Além disso, os parâmetros elétricos dos circuitos elétricos shunt também possuem grande influência sobre a eficiência final do controle passivo. A sintonização do circuito shunt possui papel fundamental na qualidade do controle sobre os modos para os quais se deseja amortecer (HAGOOD & FLOTOW, 1991). Será apresentada também a influência da rigidez mecânica da pastilha piezelétrica sobre a velocidade de flutter.

A sintonização será realizada, como o fora para o problema de placas finas, via dois métodos: o primeiro, segundo as equações propostas por Hagood & Flotow (1991) que representam um método bem aceito e consolidado na literatura; e, o segundo, via *Evolução Diferencial*, que é um método heurístico de otimização, que receberá como inputs os valores sugeridos por Hagood & Flotow (1991) e tentará buscar valores ainda melhores.

Parte-se de uma configuração inicial, a fim de que, a influência de cada parâmetro possa ser mensurada. A configuração inicial apresenta um ganho de 6,87% em velocidade de flutter, comparada com a seção típica sem tratamento. Nesta configuração, foi utilizado um circuito shunt ressonante multimodal, em série, sintonizado via método proposto por Hagood & Flotow (1991) e utiliza o material piezelétrico PZT G1195, que possui as propriedades citadas na Tabela . As propriedades mecânicas da seção típica considerada para a configuração inicial são apresentadas na Tabela .

Tabela 5.1: Propriedades eletromecânicas da pastilha PZT G195.

Pastilha piezelétrica PZT G1195	
$C_{11}(GPa)$	69
$\rho(kg / m^3)$	7700
$e_{31}(C / m^2)$	18,1
$\zeta_{33}(F / m)$	$1,6e^{-6}$
$d_{31}(N / mV)$	$2,68e^{-9}$

Tabela 5.2: Propriedades mecânicas da seção típica considerada na chamada “configuração inicial”.

Seção típica para a “configuração inicial”	
\bar{r}_θ	0,3
$\omega_h(\text{rad} / \text{s})$	300
$\omega_\theta(\text{rad} / \text{s})$	90
$\rho_{ar}(\text{kg} / \text{m}^3)$	1,225
$ab(\text{m})$	-0,075
$b(\text{m})$	0,5

Os resultados para a configuração inicial são mostrados na figura 5.2. Conforme fora dito, existe um ganho de 6,87% em velocidade de flutter, ou seja, parte-se de uma velocidade de flutter de 197,058 m/s da seção típica sem tratamento, para uma velocidade de flutter de 210,595 m/s, da seção típica com circuito elétrico shunt.

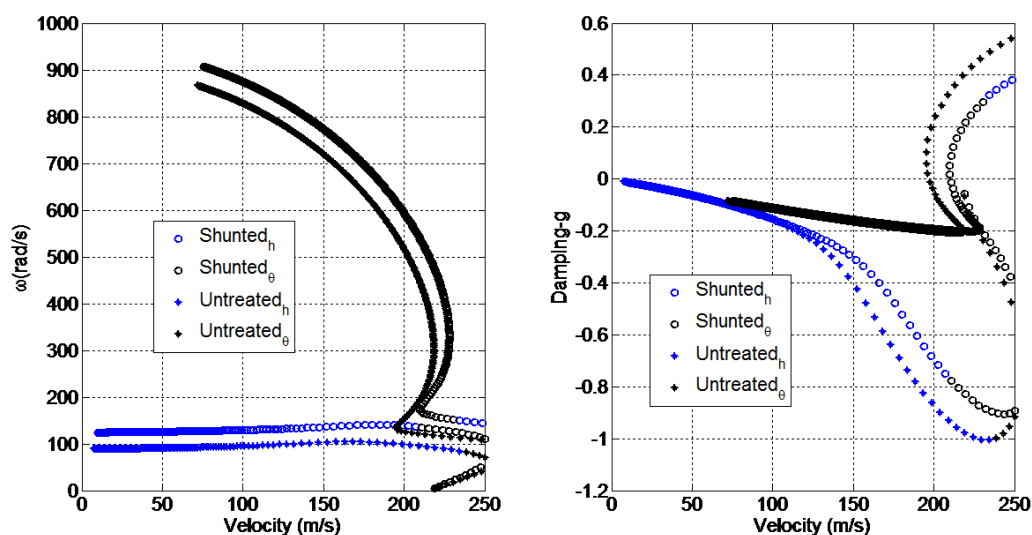


Figura 5.2: Diagrama V-g, mostrando o ganho, em velocidade de flutter, da configuração inicial.

No diagrama V-g, o gráfico da esquerda apresenta a parte real dos autovalores, ou seja, as frequências naturais, que se deslocam, umas em direção às outras, à medida que o escoamento de ar aumenta sua velocidade. Em outras palavras, as flutuações de pressão, causadas pelo carregamento aeroelástico, alteram as propriedades mecânicas da estrutura, à medida que a velocidade do escoamento de ar

aumenta, fazendo com que suas frequências naturais se aproximem, até a ocorrência do principal fenômeno aeroelástico, o flutter.

O gráfico da direita, por sua vez, plota o amortecimento modal, construído pela relação apresentada na equação (3.10). Calculam-se dois problemas de autovalores, um que leva em conta o problema aero-eletromecânico completo e, outro que leva em conta apenas o problema eletromecânico, e pela subtração das partes imaginárias, divididas pelas partes reais dos seus autovalores, chega-se aos seus amortecimentos modais (MEUNIER, 2001). A indicação da velocidade de flutter é conseguida quando o amortecimento modal cruza a fronteira dos valores negativos para os positivos, ou seja, quando o amortecimento modal cruza o “zero”. Isto implica na indicação da instabilidade aeroelástica estudada neste trabalho, o flutter.

5.4. *Influência da geometria da seção típica*

No que diz respeito à influência do projeto da seção típica sobre a eficiência do controle passivo, serão estudados três parâmetros: semi-corda (b), distância do eixo elástico até o centro da seção típica (ab) e a relação de massa (μ).

5.4.1. *Semi-corda (b) :*

Quanto menor o valor da semi-corda utilizada, maior foi o ganho percebido para o controle passivo. Mas à medida que a semi-corda se torna muito pequena, ou seja, menor que $0,25m$, começam a surgir descontinuidades nas respostas aeroelásticas. Por isso, o valor recomendado para este parâmetro é, justamente, de $0,25m$. Também foi notado, que, a redução da semi-corda, diminui as velocidades de flutter, tanto para a estrutura tratada, quanto para sem tratamento.

Lembrando que o que se compara neste trabalho é apenas a eficiência do controle passivo, via circuito elétrico shunt. Os resultados serão apresentados na forma de tabelas, para uma melhor visualização.

Tabela 5.3: Influência da semi-corda, sobre a eficiência do controle.

Semi-corda (b)	Sem tratamento $V_{flutter}(m/s)$	Shunted $V_{flutter}(m/s)$	Ganho (%)
<0,25	Descontinuidades	Descontinuidades	Descontin.
0,25	98,529	107,772	9,38
0,50 (inicial)	197,058	201,595	6,87
0,75	295,588	313,966	6,22
1,00	394,117	417,825	6,02

5.4.2. Distância do eixo elástico até o centro da seção típica (ab)

À medida que se aproxima o eixo elástico do centro da seção típica, ou seja, à medida que se diminui o valor de (ab), aumenta-se a eficiência do controle, até que ele se estabiliza, em torno do valor de 7,1%.

Tabela 5.4: Influência da distância do eixo elástico até o centro da seção típica.

Distância (ab)	Sem tratamento $V_{flutter}(m/s)$	Shunted $V_{flutter}(m/s)$	Ganho (%)
-0,006125	193,003	206,780	7,14
-0,0125	193,341	207,114	7,12
-0,0250	194,105	207,793	7,05
-0,0750 (inicial)	197,058	210,595	6,87
-0,150	201,606	214,282	6,29

Aumenta-se a velocidade global de flutter, de maneira suave, à medida que se aumenta o parâmetro (ab).

5.4.3. Razão de Massa (μ):

O ganho com o controle passivo apresenta um comportamento parabólico, em função da razão de massa, apresentando seu máximo em 6,87%, que é o ganho

conseguido na configuração inicial. A velocidade global de flutter aumenta, à medida que a relação de massa também aumenta.

Tabela 5.5: Influência da razão de massa sobre o desempenho do controle passivo.

Razão de Massa	Sem tratamento $V_{flutter}(m/s)$	Shunted $V_{flutter}(m/s)$	Ganho (%)
5	Diverge	Diverge	Diverge
10	153,392	163,88	6,84
20 (inicial)	197,058	210,595	6,87
30	228,170	242,256	6,17
40	253,839	268,314	5,70

5.5. Influência dos parâmetros do circuito elétrico shunt ressonante multimodal

Sobre a influência dos parâmetros do circuito shunt sobre o desempenho do controle passivo, serão abordados dois aspectos: o ganho devido apenas à presença mecânica da pastilha piezelétrica e o ganho com a sintonização ótima do circuito.

5.5.1. Ganho devido à rigidez mecânica da pastilha

O fato de se adicionar outra rigidez mecânica ao grau de liberdade de translação da seção típica faz com que, naturalmente, a velocidade de flutter global aumente, porque esta ação resulta numa estrutura mais rígida.

Assim, neste estudo, será evidenciado o ganho apenas devido à presença mecânica da pastilha e, também, o ganho devido somente à dissipação de energia conseguida pelo circuito passivo.

Tabela 5.6: Ganho devido apenas à presença mecânica da pastilha piezelétrica.

Seção Típica	$V_{flutter}(m/s)$	Ganho (%)
Sem pastilha piezelétrica	197,058	5,75
Somente a presença mecânica da pastilha (open circuit)	208,388	

Pela tabela 14, pode-se notar que a maior parcela do ganho do controle passivo, deve-se apenas à presença mecânica da pastilha piezelétrica. Ou seja, do ganho total conseguido pelo controle passivo, na configuração inicial, que é de **6,87%**, sabe-se que **5,75%** deve-se apenas à adição de uma nova rigidez mecânica no grau de liberdade h da seção típica.

5.5.2. Sintonização do circuito elétrico shunt

Sabe-se, através do item anterior, que o ganho aeroelástico, ou seja, em velocidade de flutter, devido apenas ao controle elétrico, para a configuração inicial, é de **1,12%**. Lembrando que, na configuração inicial, a sintonização fora realizada através das proposições de Hagood & Flotow (1991). A sintonização proposta por estes autores possuía um interesse estrutural e não aeroelástico. Assim, pode-se buscar uma nova forma de sintonização, que tenha um foco, agora, aeroelástico.

A ferramenta utilizada para este fim, foi a chamada *Evolução Diferencial*, que é um método heurístico de otimização, proposto inicialmente por Storn & Price (1995). Diferente de outros métodos heurísticos, a evolução diferencial não se baseia em genética, nem no comportamento de animais, nem mesmo em fenômenos físicos (LOBATO, 2008). Este método é exclusivamente matemático, servindo-se, pura e simplesmente, de um processo iterativo de soma vetorial, que define novas direções de busca, dentro da função objetivo. O algoritmo utilizado para este processo de otimização não foi desenvolvido neste trabalho, mas sim extraído do trabalho de Viana (2008). Por esta razão e, por não ser o foco deste trabalho, maiores detalhes sobre este método não serão descritos aqui, porém podem ser consultados na referência citada.

Entretanto, é importante informar que, para o uso deste pacote de otimização, a população inicial considerada foi aquela obtida via expressões de Hagood e von Flotow, considerou-se 400 gerações, com 40 indivíduos cada e a função mono-objetivo foi ajustada para obter o maior distanciamento entre o primeiro e segundo modos naturais da estrutura.

Tabela 5.7: *Influência da sintonização do circuito elétrico shunt sobre o ganho final.*

Sintonização do circuito shunt				Sem tratamento	Shunted	Ganho
$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$L_1(H)$	$L_2(H)$	$V_{flutter}(m/s)$	$V_{flutter}(m/s)$	(%)
1.883,6	1.317,9	17,9	8,8	197,058	210,595	6,87
789,8	1.704,9	22,2	25,6	197,058	212,706	7,94

O método de otimização foi ajustado para buscar a maior distância entre as velocidades de flutter, ou seja, um cunho realmente aeroelástico e não estrutural, como comentado anteriormente. Desta forma, foi possível aumentar em 1,07% o ganho notado pela sintonização anterior.

Assim, utilizando-se de otimização, este trabalho apresentou um ganho puramente devido ao controle de 2,19%, somado a um ganho de 5,75% devido à presença mecânica da pastilha piezelétrica, totalizando um ganho final de 7,94% sobre a velocidade final de flutter da seção típica.

Capítulo VI

Conclusões

Através deste estudo, pôde-se notar que, sobre painéis aeronáuticos, é possível ter um ótimo amortecimento estrutural, melhorando de maneira bastante considerável a estabilidade dinâmica, com a utilização de circuitos elétricos shunt ressonantes multimodais, em série.

Entretanto, com este tipo de amortecimento passivo, não se nota um ganho aeroelástico importante, limitando-se a faixas de 1 a 2,2%, não sendo o método de controle mais indicado para este fim. A mesma ordem de grandeza sobre o ganho aeroelástico foi notada sobre seções típicas, o que confere uma maior confiança ao trabalho.

Tanto sobre painéis aeronáuticos, quanto sobre seções típicas, a maior parte do ganho aeroelástico, notado por este tipo de controle passivo, foi devido à inclusão da rigidez mecânica da pastilha piezelétrica na estrutura. Desta forma, os resultados levam a crer que, para aplicações aeroelásticas seria melhor aumentar a rigidez da estrutura, do que buscar dissipar sua energia via circuitos elétricos passivos.

Os resultados indicam que, o fato de se ter um bom amortecimento das amplitudes de vibração sobre os modos naturais que irão se coalescer, não implica no aumento da estabilidade aeroelástica. Entretanto, devem-se considerar as limitações do modelo linear construído para esta análise.

Com o uso deste modelo, os resultados sugerem que, para que seja evidenciado um ganho em velocidade de flutter, devem-se afastar, em frequência, os modos naturais que se coalescem, ou seja, eles serão forçados a percorrer uma maior distância, em frequência, até se unirem, o que faz com que eles se unam mais tardiamente. Novamente, é importante ressaltar que, para que estas conclusões sejam verificadas, faz-se necessário um modelo não-linear, que leve em conta todas as fontes de amortecimento presentes numa situação real.

O projeto, tanto do painel, quanto da seção típica de asa, apresenta bastante influência sobre a velocidade final de flutter e também sobre a eficiência deste tipo de controle passivo. Para isto, quando no projeto da estrutura aeronáutica, devem-se levar em conta os valores ótimos de cada parâmetro de projeto.

6.1. ***Trabalhos Futuros***

Devido aos resultados mostrarem uma maior influência do ganho mecânico, sugere-se, como continuação deste trabalho, utilizar um circuito shunt capacitivo, que faz variar a rigidez da pastilha piezelétrica, conforme levantado por Viana (2005) ou utilizar-se de um controle piezelétrico ativo. Os trabalhos de Raja (2006) e Almeida (2011) evidenciaram a eficiência do controle piezelétrico ativo, para painéis de materiais compostos, em que se ganha algo em torno de 25% em velocidade de *flutter*.

Para que se tenha um modelo mais robusto, sugere-se a introdução de incertezas no modelo, a fim de obter envelopes de soluções, em detrimento a soluções únicas.

Pode-se usar também redução de modelo, a fim de aumentar a velocidade do processamento computacional e também aplicar este estudo a estruturas maiores e que levem em conta um maior número de características.

Como a otimização apresentou ótimos resultados sobre as seções típicas, sugere-se aprofundar os estudos neste sentido, aplicando otimização também sobre a sintonização do painel e testar outros métodos de otimização.

Anexo I

Apresentação das Matrizes T , C e B do problema mecânico:

A matriz T é a matriz de transformação, dependente do ângulo das fibras de cada camada do laminado, que, por sua vez, irá influenciar a rigidez mecânica C , de cada camada do laminado, e, por fim, da placa compósita inteira.

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & -\sin 2\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & \sin 2\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & 0 & 0 & 0 & (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \end{bmatrix}$$

A matriz C , das propriedades elásticas ortotrópicas para o material em questão, que é ortorrômbico, ou seja, que apresenta ortotropia transversa, pode ser escrita como segue:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}$$

A matriz $B_u(\xi, \eta, z)$ contém as funções de forma diferenciadas, segundo a matriz dos operadores diferenciais $D(z)$.

$$\mathbf{B}_u(\xi, \eta, z) = \begin{bmatrix} \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial x} & 0 & 0 & -z \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial y} & 0 & 0 & -z \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial y} & 0 & N(\xi, \eta) \\ 0 & 0 & \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial x} & N(\xi, \eta) & 0 \\ \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial y} & \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial y} & z \frac{\partial N(\xi, \eta)}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Anexo II

Apresentação das FRFs do painel aeroelástico amortecido:

Será feita a apresentação das FRFs dos painéis amortecidos via circuitos elétricos shunt, visando a mensurar a influência da espessura relativa h_{pzt} / h_{comp} sobre a qualidade final do amortecimento sobre a estrutura.

➤ Caso de $h_{pzt} / h_{comp} = 1,0$:

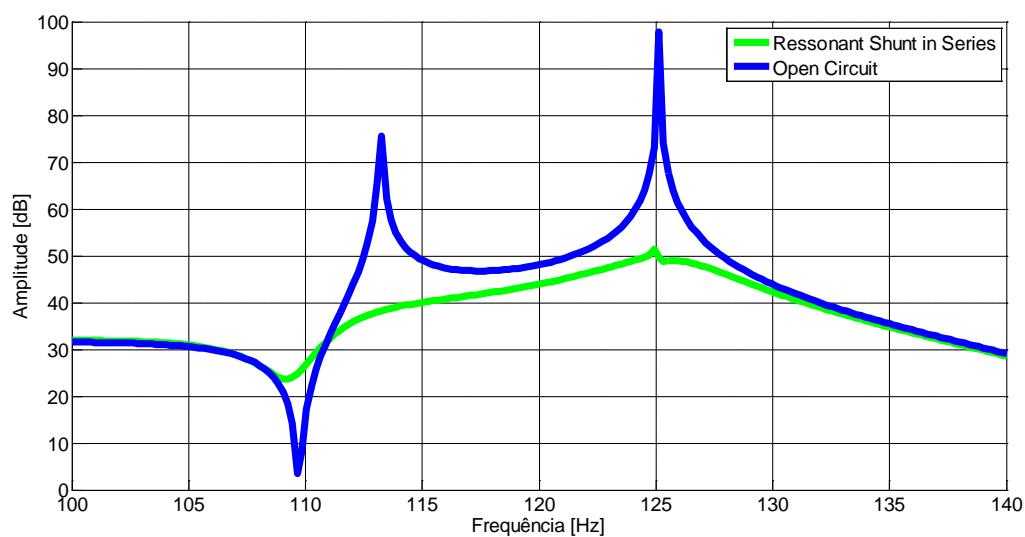


Figura II.15: FRF para o sistema com relação de espessuras $h_{pzt} / h_{comp} = 1,0$.

➤ Caso de $h_{pzt} / h_{comp} = 0,75$:

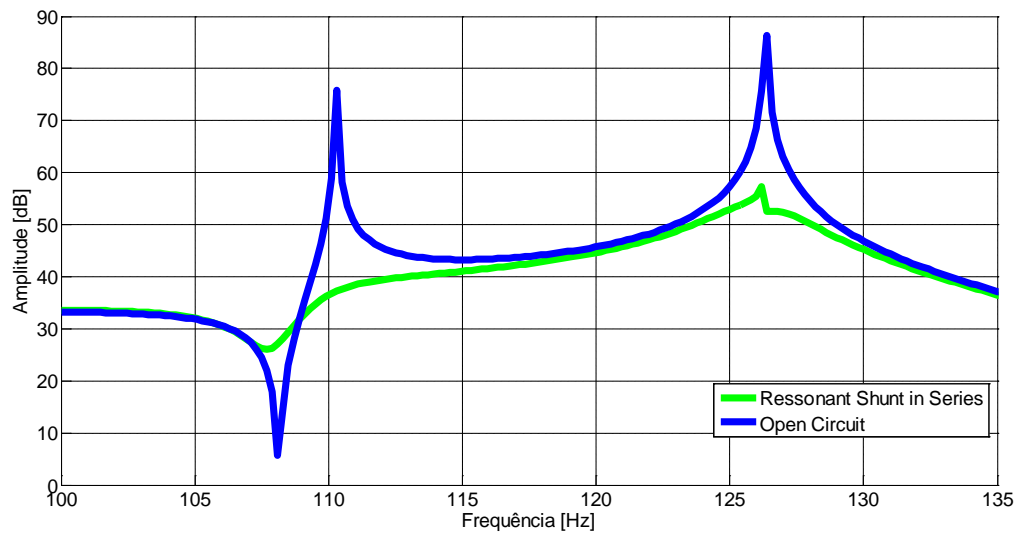


Figura II.2: FRF para o sistema com relação de espessuras $h_{pzt} / h_{comp} = 0,75$.

➤ Caso de $h_{pzt} / h_{comp} = 0,50$:

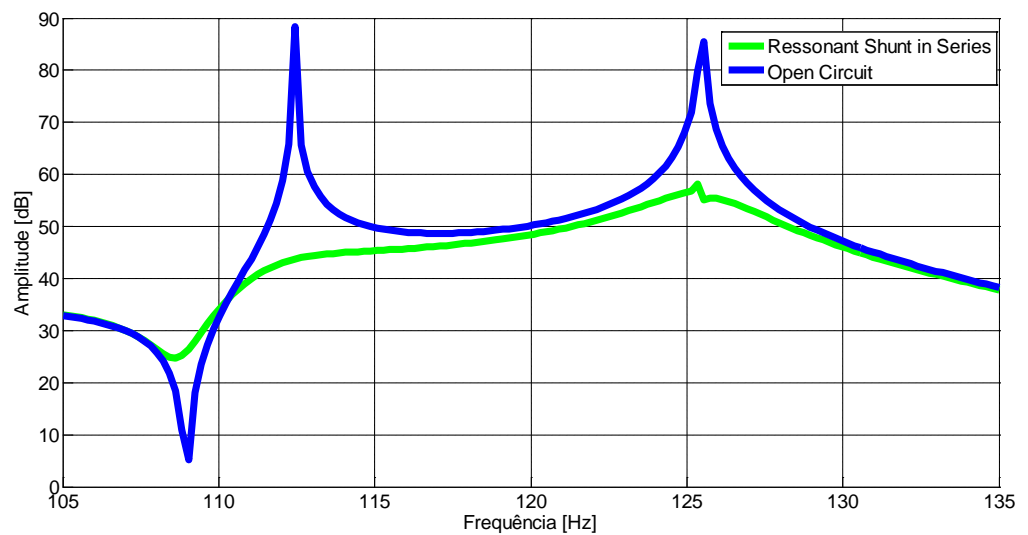


Figura II.3: FRF para o sistema com relação de espessuras $h_{pzt} / h_{comp} = 0,5$.

➤ Caso de $h_{pzt} / h_{comp} = 0,25$:

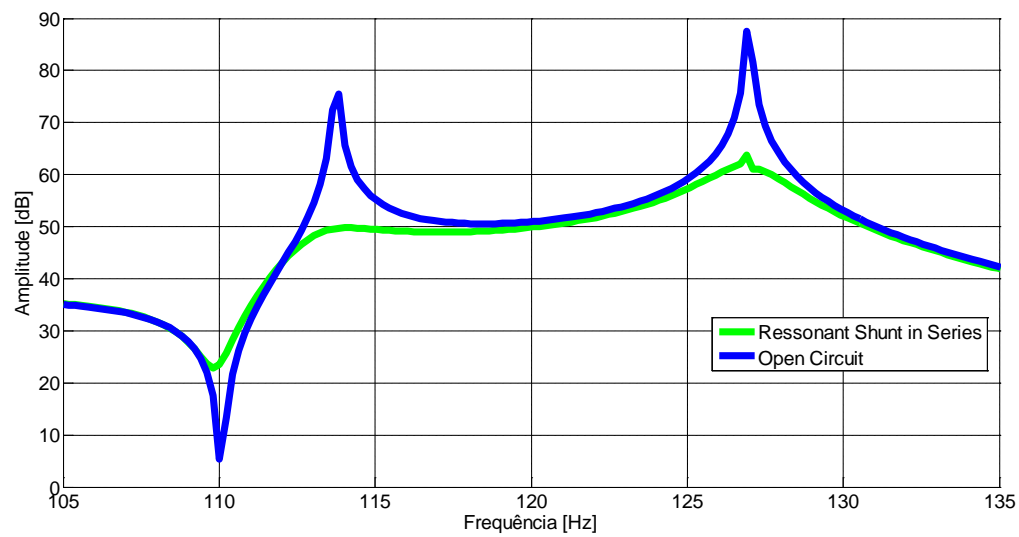


Figura II.4: FRF para o sistema com relação de espessuras $h_{pzt} / h_{comp} = 0,25$.

Bibliografia

Almeida, A. E. 2011. *"O Efeito de Enrijecimento por Tensão Piezeletricamente Induzida na Estabilidade Aeroelástica de Painéis Aeronáuticos"*. 100f., Tese de Mestrado em Ciências - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP : s.n., 2011.

Almeida, A., Donadon, Maurico Vicente e de Almeida, S.F.M. 2012., *The effect of piezelectrically induced stress stiffening on the aeroelastic stability of curved composite panel*. 2012, Composite Structures.

Ashley, H., Zartarian, G. 1956. "Piston Theory: a New Aerodynamic Tool for the Aeroelastician". *Journal of the Aeronautical Sciences*. 1956, Vols. pgs. 1109-1918.

Benini, G. R. 2002. *"Modelo Numérico para Simulação da Resposta Aeroelástica de Asas Fixas"*. s.l. : 97f. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo., 2002.

Bidinotto, J. H. 2007. *"Proposta Conceitual de Excitador de "Flutter" Alternativo para Ensaios em Voo"*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 111f. : s.n., 2007.

Bismarck-Nasr, M.N. 1999. *"Structural Dynamics in Aeronautical Engineering"*. Reston, VA : AIAA Education Series, 1999.

Boylestad, R. L. 2013. *"Introdução à Análise de Circuitos Elétricos"*. s.l. : Pearson, 12a Ed., 979f., 2013.

Callister. 2008. *"Ciência e Engenharia dos Materiais: Uma Introdução"*. New York : U.S.A. Livros Téc. Cient., 2008.

Callister, William D. Jr. e Rethwisch, David G. 2009. *Materials Science and Engineering an Introduction*. 9. Utah : John Wiley & Sons. Inc, 2009. Vol. 2.

Carneiro, R. B. 2009. *"Controle Simi-ativo de Vibrações em Estruturas utilizando Amortecedor Magnetorreológico"*. Tese de Doutorado : Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, 154f., 2009.

Chee, C. Y. K. 2000. *"Static Shape Control of Laminated Composite Plate Smart Structure using Piezoelectric Actuators"*. Tese de Pós-Doutorado, Universidade de Sydney, Departamento de Engenharia Aeronáutica : Sydney, Austrália, 2000.

Costa, T. F. G. 2007. *"Estudo Numérico de uma asa com controle ativo de flutter por realimentação da pressão medida num ponto"*. s.l. : 144f., Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo., 2007.

De Lima, A. M. G., Stoppa, M. H., Rade, D. A., Steffen Jr., V. 2006. "Sensitivity Analysis of Viscoelastic Structures". *Shock and Vibration*. nº 4-5, 2006, Vol. 13, pgs. 545-558.

De Lima, A. M. G., Rade, D. A. e Bouhaddi, N. 2007. *Modelagem e Otimização Robusta de Sistemas Mecânicos em Presença de Amortecimento Viscoelástico*. Universidade Federal de Uberlândia - Faculdade de Engenharia Mecânica. Uberlândia : s.n., 2007.

De Marqui, C. Jr., Vieira, W. G. R., Erturk, A., Inman, D., J. 2011. "Modeling and Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting from Aeroelastic Vibrations Using the Double-Lattice Method". *Journal of Vibration and Acoustics*. 2011, Vol. 133.

Donadon, M. V. 2000. *"Vibração de Placas Laminadas na Presença de Tensões Induzidas"*. Dissertação de Mestrado, 109f. : Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2000. São José dos Campos, SP.

Dowell, E.H. 1975. *Aeroelasticity of plates and shells*. Princetown : 1975 Noordhoff International Publishing, 1975.

Dowell, E.H. 1970. "Panel Flutter: a review of the aeroelastic stability of plates and shells.". *AIAA Journal*. nº 3, 1970, Vol. 8, pgs. 385-399.

FARIA, A. W, RADE, D. A., RADE, R. S. L., 2006. "Modelagem de Placas em Material Composto Laminado Dotadas de Sensores e Atuadores Piezoelétricos: Teorias e Simulações Numéricas.". *IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. Recife, PE, 2006.

Faria, A. W. 2006. *"Modelagem por Elementos Finitos de Placas Compostas dotadas de Sensores e Atuadores Piezelétricos: Implementação Computacional e Avaliação Numérica"*. 152f., Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG. : s.n., 2006.

Fleming, A. J., Behrens, S., Moheimani, S. O. R. 2002. "Optimization and Implementation of Multimode Piezoelectric Shunt Damping Systems". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. nº 1, 2002, Vol. 7.

Fung, Y. C., 1993. *"An introduction of the theory of aeroelasticity"*. s.l. : Dover Publications, Inc., 1993.

Hagood, N. W., Flotow, A. H. V. 1991. "Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks". *Journal of Sound and Vibration*. 1991, Vol. 146, pgs. 243-268.

Holkamp, J. J. 1994. *"Multimodal Passive Vibration Supperssion with Piezoelectric Materials and Ressonant Shunts"*. s.l. : U.S. Air Force, Wright Laboratory / FIBGC, 1994.

Hwang, W. S., Park, H. C. 1993. "Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators". *AIAA Journal*. pgs. 930-937, 1993, Vol. 31.

Jones, R. M., 1998. *"Mechanics of Composite Materials"*. 1998.

Jordan, P. F. 1956. "The Physical Nature of Panel Flutter". *Aero Digest*. pgs. 34-38, 1956.

Lesieutre, G. A. e Bianchini, E. 1995. Time Domain Modeling of Linear Viscoelasticity Using Anelastic Displacement Fields. 1995, pp. 424-430.

Lighthill, M. J. 1953. " Oscillanting Airfoils at High Mach Number". *Journal of Aeronautical Sciences*. 1953, Vol. 20, pgs. 402-406.

Lo, K. H, Christensen, R. M. e WU, E. M. 1977. "A High Order Theory of Plate Deformation - Part 1: Homogeneous Plates". *Journal of Applied Mechanics*. pgs. 663-668, 1977, Vol. 44.

Lobato, F. S., 2008. *"Otimização Multi-Objetivo para o Projeto de Sistemas de Engenharia"*. Tese de Doutorado apresentada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia : 402f., 2008.

Meunier, M., Sheno, R. A. 2001. "Dynamic Analysis of Composite Sandwich Plates with Damping Modelled using High Order Shear Deformation Theory". *Composite Structures*. 54, 2001, Vols. pgs. 243-254.

Moaveni, S. 1999. *"Finite Element Analysis: Theory and Application"*. s.l. : Prentice-Hall, 1999.

Nye, F. J. 1969. *"Physical Properties of Crystals: Their representation by Tensors and Matrices"*. London : Oxford University Press, 1969.

Pegado, H. A. 2003. *"Método de Perturbações no Estudo de Não-linearidades na Aeroelasticidade de Painéis em Regime Supersônico."*. 91f. : s.n., 2003. Tese de Doutorado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP..

Pegado, Hélio de Assis. 2003. *Método de Perturbações no Estudo de Não-linearidades na Aeroelasticidade de Painéis em Regime supersônico.* São José dos Cmapos : s.n., 2003.

Reddy, J. N. 1997. *"Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis"* 2ed. Florida: CRC Press : s.n., 1997.

Rezende, M. C. 2007. "Fractografia de Compósitos Estruturais", Revista: Polímeros: Ciência e Tecnologia, vol. 17, nº 3, 2007, Divisão de Materiais IAE/CTA, São José dos Campos, SP.

Rocha, W. F. 1999. *"Determinação da Velocidade de Instabilidade Aeroelástica de Asas Retangulares Constituídas de Materiais Compósitos em Regime de Voo Subsônico"*. Dissertação de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ITA, São José dos Campos, SP : 84f., 1999.

Saravanos, D. A. 1997. "Mixed Laminate Theory and Finite Element for Smart Piezoelectric Composite Shell Structures". *Journal of AIAA*. pgs. 1327-1333, 1997, Vol. 35.

Silva, K. C. A. 2013. *"Caracterização de Compósitos de Matriz Polimérica com Ligas de Memória de Forma para Aplicação em Microatuadores"*. Dissertação de Mestrado, 79f. : Universidade Federal de Pernambuco, 2013.

Silva, V. A. C. 2014. *"Concepção Robusta de Circuitos Elétricos Shunt Multimodais para o Controle Passivo de Vibrações de Estruturas Compostas"*. Dissertação de Mestrado, 109f. : Universidade Federal de Uberlândia, 2014.

Spencer Jr., B. F., Dyke, S. J., Sain, M. K., Carlson, J. D. 1997. "Phenomenological Model for Magnetorreological Dampers". *Journal of Engineering Mechanics*. nº 3, 1997, Vol. 123, pgs. 230-238.

Storn, R., Price, K. 1995. "Differential Evolution: A Simple and Efficient Adaptative Schem for Global Optimization over Continuous Spaces". *International Computer Science Institute*. 1995, Vols. 12, pgs. 1-16.

Suleman, A., Venkayya, V.B. 1995. "A simple finite element formulation for a laminated composite plate with piezoelectric layers". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. pgs. 776-782, 1995, Vol. 6.

Theodorsen, T. 1935. "*General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter*". s.l. : NACA Report, 1935.

Viana, F. A. C. 2005. "*Amortecimento de Vibrações usando Pastilhas Piezelétricas e Circuitos Shunt Ressonantes*". Dissertação de mestrado, 111f. : Universidade Federal de Uberlândia, 2005.

Viana, F.A.C, Steffen Jr., V.. 2008. "*Surrogate Modeling Techniques and Heuristic Optimization Methods applied to Design and Identification Problems*". 156f. : Tese de Doutorado apresentada no Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, 2008.

Wright, Jan R. e Cooper, Jonathan E. 2007. *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*. Manchester : John Wiley & Sons, Ltd, 2007.

Wu, S. Y. 1998. "*Method for Multiple Mode Shunt Damping of Structural Vibration using a Single PZT Transducer*". 1998.

Zambolini Vicente, B. G. G. L. 2014. "*Projeto Robusto de Circuitos Shunt para o Controle Passivo de Vibrações de Estruturas Compostas*". 97f., Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG : s.n., 2014.