

PEDRO RICARDO CORRÊA SOUZA

**INVESTIGAÇÃO AEROACÚSTICA DE JATOS SUBSÔNICOS
SUBMETIDOS A ESCOAMENTO CRUZADO**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2015

PEDRO RICARDO CORRÊA SOUZA

**INVESTIGAÇÃO AEROACÚSTICA DE JATOS SUBSÔNICOS
SUBMETIDOS A ESCOAMENTO CRUZADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Transferência de calor e Mecânica dos fluidos

Orientador: Prf. Dr. Aristeu da Silveira Neto

Co-Orientador: Prf. Dr. Odenir de Almeida

UBERLÂNDIA – MG

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

S729i
2015 Souza, Pedro Ricardo Corrêa, 1989-
Investigação aeroacústica de jatos subsônicos submetidos a escoamento cruzado / Pedro Ricardo Corrêa Souza. - 2015.
121 f. : il.

Orientador: Aristeu da Silveira Neto.
Coorientador: Odenir de Almeida.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Escoamento instável (Dinâmica dos fluidos) - Teses. I. Silveira Neto, Aristeu da, 1955- II. Almeida, Odenir de. III. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

*Dedico este trabalho a meu amado avô
Maj. Antônio Cláudio Ricardo Souza.*

AGRADECIMENTOS

À minha família, pela formação ética e moral.

À minha noiva Luciana, pelo carinho, atenção e paciência durante todos esses anos.

À Universidade Federal de Uberlândia, pela excepcional formação acadêmica, estrutura física e apoio financeiro que tornaram possível a realização deste trabalho.

Ao Professor Aristeu da Silveira Neto, pelo exemplo de ética e comprometimento com o desenvolvimento científico.

Ao Professor Odenir de Almeida, pela orientação acadêmica e profissional, e pela oportunidade de trabalhar com aplicações industriais desta apaixonante área que é a Mecânica de Fluidos.

Ao Engenheiro Dr. Carlos Roberto Ilário da Silva, pela disponibilidade, dedicação e pelas incontáveis horas de discussão dedicadas a compreensão da aeroacústica.

Aos amigos do MFlab, pelo auxílio constante na pesquisa.

À Embraer SA, pelo fornecimento de equipamentos e licenças de Software.

À CAPES, pelo apoio financeiro através da bolsa de estudos.

SOUZA, P. R. C., **Investigação Aeroacústica de Jatos Subsônicos Submetidos a Escoamento Cruzado**. 2015. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil.

Resumo

O presente trabalho refere-se ao estudo da caracterização do campo acústico de jatos subsônicos submetidos a escoamento cruzado (JSEC). Este fenômeno que resulta de um jato de fluido descarregado perpendicularmente a um meio em movimento, possui uma dinâmica muito complexa, mas bem estabelecida, e um campo acústico ainda inexplorado. Para a completa caracterização deste fenômeno, utiliza-se uma metodologia híbrida de baixo custo computacional, que associa pacotes comerciais e códigos abertos. A parte fluidodinâmica é solucionada pelo código computacional comercial CFD++ da empresa Metacomp Inc. por meio das Equações Médias de Reynolds (RANS), e os cálculos de ruído são realizados em código aberto utilizando o método de Lighthill Ray-Tracing (LRT). Uma extensa etapa de validações é realizada para comprovar a capacidade e evidenciar as limitações dos métodos utilizados na previsão do comportamento do jato. Este trabalho contribui para o avanço das pesquisas na área de ruído de JSEC, tendo identificado a existência de uma região de silêncio nesses jatos.

Palavras chave: Aeroacústica, RANS, Jatos submetidos a escoamento cruzado.

SOUZA, P. R. C., **Aeroacoustic Characterization of Subsonic Jets in Crossflow**. 2015. M. Sc. Thesis, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, Brazil.

Abstract

The present work refers to the characterization of the sound field generated by subsonic jets in crossflow (JICF). This phenomenon that results from a jet of fluid discharged perpendicularly to a moving medium has a very complex, but well established, fluid dynamics and a sound field yet unexplored. For the complete characterization of this phenomenon, a hybrid methodology of low computational cost that uses a combination of commercial and open source packages is used. The fluid dynamics part is solved by the commercial code CFD ++ by Metacomp Inc. through Reynolds Average Navier-Stokes Equations (RANS), and the noise calculations are performed on an open source code using the Lighthill Ray-Tracing method (LRT). An extensive validation step is performed to demonstrate the ability and highlight the limitations of the methods used for predicting the jet's behavior. This work brings a large contribution to the development of JICF noise research by showing the existence of a region of relative silence in these jets.

Keywords: Aeroacoustics, RANS, Jet in crossflow.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1.1: Esquematização do problema a ser estudado..... | 1 |
| Figura 1.2: Emissão de efluentes de uma chaminé. [Fonte: www.geolocation.ws]..... | 3 |
| Figura 1.3: Teste de vôo da aeronave britânica P1127 em 1960. [Fonte: www.airwar.ru]..... | 4 |
| Figura 1.4: Bocal móvel para propulsão vetorizada da aeronave russa Sukhoi-37. [Fonte: www.harcirepulo.hu]..... | 5 |
| Figura 1.5: (a) Descarga de poluentes em um rio. (b) Dispersão das cinzas de um vulcão. | 5 |
| Figura 1.6: Furos para refrigeração das pás de uma turbina. [Fonte: www.netl.doe.gov] | 6 |
| Figura 1.7: Válvula de sangria de um motor turbofan (em destaque). Adaptado de Almeida (2015). | 7 |
| Figura 2.1: Seções do jato calculadas por CHANG em sua Tese (Adaptado de CHANG, 1942)..... | 10 |
| FIGURA 2.2: Túnel de vento utilizado nos experimentos de RUGGERI e CALLAGHAN (Adaptado de RUGGERI e CALLAGHAN, 1948). | 11 |
| Figura 2.3: Resultados obtidos por JORDINSON (Adaptado de JORDINSON, 1956). | 12 |
| Figura 2.4: Resultados obtidos nos experimentos de GORDIER (1959)..... | 12 |
| Figura 2.5: Protótipo britânico <i>P. 1127</i> em teste realizado em dezembro de 1960 [Fonte: www.vicflintham.co.uk]..... | 13 |
| Figura 2.6: Experimentos de KEFFER e BAINES (1963). | 14 |
| Figura 2.7: Sistema de coordenadas sugerido por KEFFER e BAINES (1963) para a adimensionalização das velocidades entre experimentos. | 14 |
| Figura 2.8: Protótipo alemão <i>VJ-101C</i> em vôo [Fonte: www.comptoir-aviation.com]..... | 15 |
| Figura 2.9: Protótipo soviético <i>Yak-36</i> (Як-36) [Fonte: www.rusarmy.com]..... | 16 |
| Figura 2.10: Experimentos de MCMAHON e MOSHER (1969). | 18 |
| Figura 2.11: Esquematizações de ZIEGLER e WOOLER. (Adaptado de ZIEGLER e WOOLER, 1971). | 19 |
| Figura 2.12: Experimentos de KAMOTANI e GREBER (1971) adimensionalizados. | 20 |
| Figura 2.13: Resultados de Camelier e Karamcheti (1976). | 21 |
| Figura 2.14: Resultados de FEARN e WESTON (1978). | 22 |

| | |
|--|----|
| Figura 2.15: JSEC evidenciando os vórtices da camada cisalhante (FRIC e ROSHKO, 1991)..... | 23 |
| Figura 2.16: Malha e contornos de pressão experimentais e numéricos de OH e SHELZ (1990). | 24 |
| Figura 2.17: Resultados de obtidos por KAVSAOGLU et al. (1991)..... | 25 |
| Figura 2.18: Malha computacional usada por CHIU et al (1993). | 25 |
| Figura 2.19: Experimento de LIM et al (2001). | 26 |
| Figura 3.1: Visualização experimental de um jato livre subsônico (VAN DYKE, 1982). | 28 |
| Figura 3.2: Esquematização de um jato subsônico (adaptado de VAN DYKE, 1982). | 29 |
| Figura 3.3: Esquematização dos vórtices que compõe o escoamento de JSEC (adaptado de FRIC e ROSHKO, 1991)..... | 30 |
| FIGURA 3.4: Visualizações experimentais de JSEC, adaptadas de: (a) KELSO et al (1996) e (b) LIM et al (2001). | 31 |
| Figura 3.5: Esquematização do sistema de formação dos vórtices da montante, jusante, e do consequente par contra rotativo (adaptado de LIM et al, 2001)..... | 32 |
| Figura 3.6: Detalhe do emparelhamento dos vórtices da montante e jusante (adaptado de LIM et al, 2001). | 33 |
| Figura 3.7: Visualizações experimentais do vórtice ferradura (FRIC e ROSHKO, 1991). (a) escoamento ao redor de um cilindro, (b) escoamento de JSEC. | 34 |
| Figura 3.8: Visualizações experimentais da esteira de vórtices (FRIC; ROSHKO, 1991). (a) escoamento ao redor de um cilindro, (b) escoamento de JSEC. | 35 |
| Figura 3.9: Visualização experimental da esteira de vórtices (adaptado de FRIC e ROSHKO, 1991)..... | 36 |
| Figura 3.10: Trajetórias do jato para vários autores usando <i>ref2</i> como parâmetro para adimensionalização (GUTMARK et al, 2008)..... | 39 |
| Figura 4.1: Ilustração da decomposição de propriedades proposta por Reynolds. | 41 |
| Figura 4.2: Esquematização de uma frente de onda. Adaptado de PIERCE (1981)..... | 52 |
| Figura 4.3: Divisão de áreas do campo distante no qual o cálculo do ruído é realizado (ROSA, 2013). | 54 |
| FIGURA 4.4: Representação do cálculo da densidade de raios em uma mesma área do campo distante. Adaptado de ROSA (2013). | 54 |
| Figura 4.5: Ruído a 90° gerado por um jato em diversas velocidades (SILVA, 2011). | 55 |
| Figura 4.6: Fluxograma da metodologia utilizada nesta dissertação..... | 56 |
| Figura 4.7: Domínio computacional utilizado para as simulações..... | 57 |
| Figura 4.8: Malha computacional utilizada nesta dissertação. | 57 |
| Figura 4.9: Detalhe dos bocais utilizados para (a) as validações incompressíveis, (b) as validações compressíveis e (c) os estudos de ruído. | 58 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.10: Software Metacomp® CFD++ usado para as simulações RANS..... | 59 |
| Figura 4.11: Resíduo típico das simulações RANS de JSEC..... | 59 |
| Figura 4.12: (a) Contornos de energia cinética turbulenta ao longo do jato. (b) Distribuição das fontes sonoras usadas pelo método LRT..... | 61 |
| Figura 4.13: Resultado gerado pelo método LRT para um jato simples..... | 62 |
| Figura 5.1: Localização dos perfis experimentais que serão usados na comparação..... | 64 |
| Figura 5.2: Esquematização das dimensões utilizadas, ver Tab. 5.1..... | 65 |
| Figura 5.3: (a) Trajetória do jato. (b) Trajetória do jato, detalhe do domínio pequeno..... | 66 |
| Figura 5.4: Perfil de Velocidade ao longo de Y_{ref} em $X_{ref} = 1.0$ | 67 |
| Figura 5.5: (a) Trajetória do jato. (b) Perfil de Velocidade ao longo de Y_{ref} em $X_{rd} = 1.0$ | 68 |
| Figura 5.6: Trajetória do jato..... | 69 |
| Figura 5.7: Perfis de velocidade ao longo de Y_{ref} em (a) $X_{reff} = 0.1$, (b) $X_{reff} = 0.5$ e (c) $X_{reff} = 1.0$ | 70 |
| Figura 5.8: Perfis de $u'u'$ em (a) $X_{reff} = 0.1$, (b) $X_{reff} = 0.5$ e (c) $X_{reff} = 1.0$ | 71 |
| Figura 5.9: Perfis de $v'v'$ em (a) $X_{reff} = 0.1$, (b) $X_{reff} = 0.5$ e (c) $X_{reff} = 1.0$ | 72 |
| Figura 5.10: Perfis de $u'v'$ em (a) $X_{reff} = 0.1$, (b) $X_{reff} = 0.5$ e (c) $X_{reff} = 1.0$ | 73 |
| Figura 5.11: Esquema do aparato experimental utilizado por FERN e WESTON (Adaptado de FERN e WESTON, 1978)..... | 75 |
| Figura 5.12: Localização dos tubos de pitot segundo o experimento para (a) $Ve = 4$, (b) $Ve = 6$ e (c) $Ve = 8$ | 76 |
| Figura 5.13: Refinamento de malha. (a) Trajetória do jato. (b) Perfil de Velocidade na posição do experimento..... | 78 |
| Figura 5.14: Modelos de Turbulência. (a) Trajetória do jato. (b) Perfil de Velocidade na posição do experimento..... | 79 |
| Figura 5.15: Trajetória do jato para (a) $Ve = 4$, (b) $Ve = 6$ e (c) $Ve = 8$ | 80 |
| Figura 5.16: Perfis de velocidade para (a) $Ve = 4$, (b) $Ve = 6$ e (c) $Ve = 8$ | 81 |
| Figura 5.17: Validação fluidodinâmica do jato simples para Mach 0.5. (a) Localização dos perfis. (b) Perfis de velocidade..... | 83 |
| Figura 5.18: Validação fluidodinâmica do jato simples para Mach 0.75. (a) Localização dos perfis. (b) Perfis de velocidade..... | 83 |
| Figura 5.19: Localização dos ângulos utilizados na medição de ruído (PROENÇA, 2013)..... | 84 |
| Figura 5.20: Níveis de ruído para Mach 0.50 e microfones a: (a) 50°, (b) 60°, (c) 75° e (d) 90°..... | 85 |
| Figura 5.21: Níveis de ruído para Mach 0.75 e microfones a: (a) 50°, (b) 60°, (c) 75° e (d) 90°..... | 86 |

| | |
|---|-----|
| Figura 5.22: Ilustração do bocal utilizado nas simulações. | 87 |
| Figura 5.23: Detalhes do refinamento da malha na injeção do jato no escoamento cruzado. | 88 |
| Figura 5.24: (a) Dimensões da malha acústica utilizada. (b) Detalhe da malha. | 89 |
| Figura 5.25: Sistema de coordenadas utilizado na predição de ruído do JSEC. | 89 |
| Figura 5.26: Visualização das estruturas por meio de linhas de corrente. (a) Par contra rotativo e (b) vórtice ferradura. | 91 |
| Figura 5.27: Trajetória do jato nas razões de velocidade estudadas. | 92 |
| Figura 5.28: Contornos de energia cinética turbulenta (esquerda) e contornos de velocidade U no plano de simetria (direita), para as razões de velocidade estudadas. | 93 |
| Figura 5.29: Ruído gerado pelo jato em função da razão de velocidade. | 95 |
| Figura 5.30: Visualização do plano perpendicular ao plano de simetria – azimute 90° | 96 |
| Figura 5.31: Ruído gerado nos ângulos polares pelo JSEC a Mach 0.50 e azimute 90° , para as razões de velocidade de (a) $Ve = 2$, (b) $Ve = 4$, (c) $Ve = 6$, (d) $Ve = 8$ | 97 |
| Figura 5.32: Ruído gerado nos ângulos polares pelo JSEC a Mach 0.75 e azimute 90° , para as razões de velocidade de (a) $Ve = 2$, (b) $Ve = 4$, (c) $Ve = 6$, (d) $Ve = 8$ | 98 |
| Figura 5.33: Visualização do plano de simetria – azimute 0° | 99 |
| Figura 5.34: Ruído gerado nos ângulos polares pelo JSEC a Mach 0.50 e azimute 0° , para as razões de velocidade de (a) $Ve = 2$, (b) $Ve = 4$, (c) $Ve = 6$, (d) $Ve = 8$ | 100 |
| Figura 5.35: Ruído gerado nos ângulos polares pelo JSEC a Mach 0.75 e azimute 0° , para as razões de velocidade de (a) $Ve = 2$, (b) $Ve = 4$, (c) $Ve = 6$, (d) $Ve = 8$ | 101 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 2.1: Constantes da Eq. 2.1 (WOOLER, 1967) para diversos trabalhos experimentais..... | 17 |
| Tabela 4.1: Constantes do modelo $k-\omega$ SST | 48 |
| Tabela 5.1: Valores das dimensões utilizadas nos domínios computacionais..... | 66 |
| Tabela 5.2: Casos investigados por FEARN e WESTON, selecionados para validação. | 74 |
| Tabela 5.3: Condições dos JSEC investigados..... | 87 |
| Tabela 5.4: Posição das medições de ruído..... | 90 |
| Tabela 5.5: Dados de entrada do LRT..... | 90 |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| CAPÍTULO 1 - Introdução | 1 |
| 1.2 Aplicações..... | 3 |
| 1.3 Motivação | 6 |
| 1.4 Abordagem do problema..... | 7 |
| CAPÍTULO 2 - Revisão Bibliográfica..... | 9 |
| CAPÍTULO 3 - Fenomenologia..... | 28 |
| 3.1 Fluidodinâmica de jatos simples..... | 28 |
| 3.2 Fluidodinâmica de JSEC..... | 30 |
| 3.2.2 Vórtices da montante, jusante e par contra rotativo | 31 |
| 3.2.3 Vórtice ferradura e esteira de vórtices | 33 |
| 3.3 Adimensionais | 36 |
| CAPÍTULO 4 - Metodologia | 40 |
| 4.1 Equações médias de Reynolds | 41 |
| 4.1.1 Decomposição e média de Reynolds | 41 |
| 4.1.2 Média de Favre | 42 |
| 4.1.3 Modelo matemático | 45 |
| Modelo de turbulência..... | 46 |
| 4.2 Lighthill Ray-Tracing method | 49 |
| 4.2.1 Analogia Acústica de Lighthill..... | 49 |
| 4.2.2 Ray-Tracing method..... | 52 |
| 4.3 Método de cálculo..... | 56 |
| 4.3.1 Domínio de cálculo e malha computacional..... | 56 |
| 4.3.2 Simulações RANS | 58 |
| 4.3.3 Método LRT | 60 |

| | |
|---|-----|
| CAPÍTULO 5 - Resultados | 63 |
| 5.1 Validação fluidodinâmica | 63 |
| 5.1.1 Caso incompressível..... | 64 |
| Domínio de cálculo | 65 |
| Modelo de turbulência..... | 67 |
| Validação | 68 |
| 5.1.2 Caso compressível | 74 |
| Refinamento de malha..... | 76 |
| Modelo de turbulência..... | 78 |
| Validação | 79 |
| 5.2 Validação aeroacústica..... | 82 |
| 5.3 Aplicação | 87 |
| 5.3.2 Resultados fluidodinâmicos..... | 90 |
| 5.3.3 Resultados aeroacústicos | 94 |
| CAPÍTULO 6 - Conclusão | 102 |
| 6.1 Sugestões para trabalhos futuros..... | 103 |
| CAPÍTULO 7 - Referências Bibliográficas | 104 |

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O fenômeno de jatos submetidos à ação de um escoamento cruzado, também conhecido pela sigla em inglês JICF (Jet In Cross Flow), tem recebido atenção considerável nos últimos 70 anos por ser o centro de uma grande variedade de problemas práticos de engenharia.

De maneira geral, este fenômeno pode ser representado por um duto de diâmetro d que descarrega um jato a uma velocidade u_j em um meio que se move a uma velocidade u_∞ , não paralela a u_j . Com o intuito de delimitar o problema investigado, em especial durante a execução deste trabalho, um apontamento deve ser considerado no esquema geral descrito anteriormente: esta dissertação se propôs abordar apenas a classe de fenômenos nos quais os jatos estejam dispostos perpendicularmente às placas planas, como ilustra a Fig. 1.1.

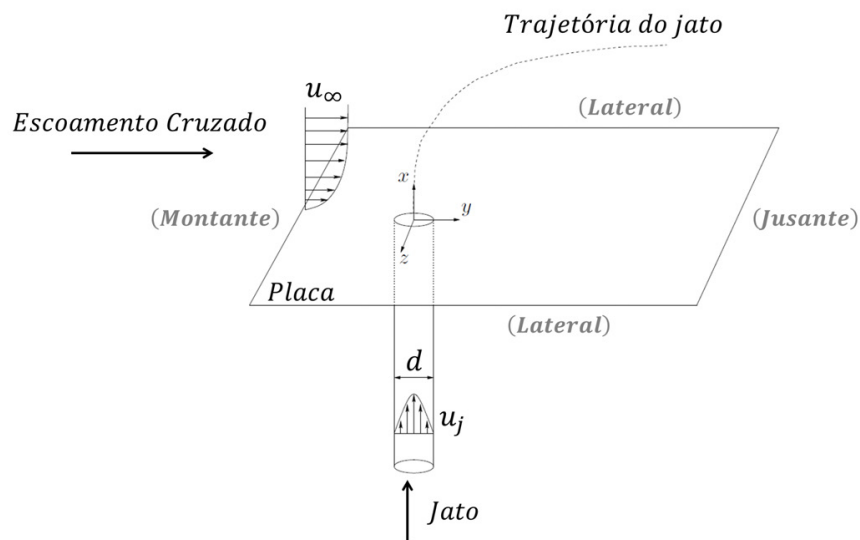


Figura 1.1: Esquematização do problema a ser estudado

Nessas condições, pode-se observar que o problema circunscreve-se a uma interação entre um escoamento de camada limite e um jato livre. Mesmo se tratando da combinação de dois escoamentos clássicos de mecânica dos fluidos, a dinâmica do resultante está longe de ser simples, e, um consenso sobre a formação de todas as estruturas presentes no mesmo só foi atingido recentemente.

Poucos trabalhos relacionados a jatos influenciados por escoamentos cruzados foram publicados em português, e os que foram encontrados ainda se utilizam da sigla em inglês JICF para se referirem aos mesmos. No entender do autor desta dissertação, existe uma carência quanto à tradução do termo que designa esse tipo de escoamento. Portanto, durante este trabalho o termo *jet in cross flow* é traduzido como jato submetido a escoamento cruzado e a sigla JSEC será utilizada.

Esta dissertação é dividida em cinco capítulos. Uma descrição sucinta do que será encontrado nos mesmos encontra-se abaixo.

Neste primeiro capítulo, uma introdução sobre o assunto é realizada, visando à inserção do problema no cotidiano e os motivos de se estudá-lo. O capítulo dois busca estabelecer o problema no contexto histórico e auxilia a entender as motivações envolvidas na pesquisa de JSEC por meio de uma revisão bibliográfica de trabalhos importantes publicados sobre o assunto.

O capítulo três é dedicado ao entendimento da complexa fluidodinâmica do problema, segundo os trabalhos mais recentes. No capítulo quatro todos os detalhes da metodologia empregada nesta dissertação são expostos.

O capítulo cinco traz os resultados obtidos por meio dos métodos descritos nos capítulos anteriores, bem como um vasto estudo sobre a validação das ferramentas usadas para tal e uma discussão acerca dos resultados também é realizada. O capítulo seis apresenta as conclusões dos estudos do capítulo anterior e sugestões para trabalhos futuros de JSEC. E o último capítulo deste trabalho traz a lista de todas as referências utilizadas pelo autor.

1.2 Aplicações

A grande aplicabilidade de JSEC sempre foi a principal motivação dos estudos relacionados ao assunto. Contudo, mesmo com esta grande diversidade, as ênfases na investigação do mesmo são, em sua maioria, relacionadas à notável capacidade de mistura entre os escoamentos e/ou a trajetória do jato. Seja qual for a aplicação entrementes, uma boa caracterização da fluidodinâmica é sempre desejada.

Segundo KEFFER (1969), provavelmente o primeiro estímulo para a compreensão do escoamento, que resulta de um jato de fluido descarregado perpendicularmente a um meio em movimento, ocorreu por causa da sua aplicação na emissão de efluentes de uma chaminé. Apenas uma rápida observação do comportamento da pluma é necessária para mostrar a difusão extraordinariamente rápida que pode ocorrer por meio da ação do vento natural sobre ela, como mostra a Fig. 1.2.



Figura 1.2: Emissão de efluentes de uma chaminé. [Fonte: www.geolocation.ws]

Fica evidente ao observar, que este tipo de escoamento possui um mecanismo eficiente de mistura entre os fluidos. De fato, o princípio é tão básico que é usado para promover a mistura de fluidos em um grande número de sistemas mecânicos, como motores a combustão por exemplo.

Nos anos que se seguiram, o interesse nas características mais fundamentais do fenômeno aumentou, agora com mais incentivo e investimento, devido à aplicação destes jatos em sistemas de propulsão de algumas aeronaves. Um exemplo são os jatos defletidos utilizados por aeronaves com a capacidade de decolar e pousar na vertical (V/STOL), Fig. 1.3, que interferem no desempenho aerodinâmico das mesmas.



Figura 1.3: Teste de voo da aeronave britânica P1127 em 1960. [Fonte: www.airwar.ru]

Os frutos desta intensa pesquisa nas décadas de 1960 e 1970 são colhidos na atualidade pela indústria aeronáutica. O controle de JSEC se mostrou muito importante ao longo dos anos, e suas aplicações vão desde jatos de reação acoplados a foguetes e satélites para controle ativo da trajetória, a motores a jato com propulsão vetorizada visando melhor manobrabilidade da aeronave (Fig. 1.4).

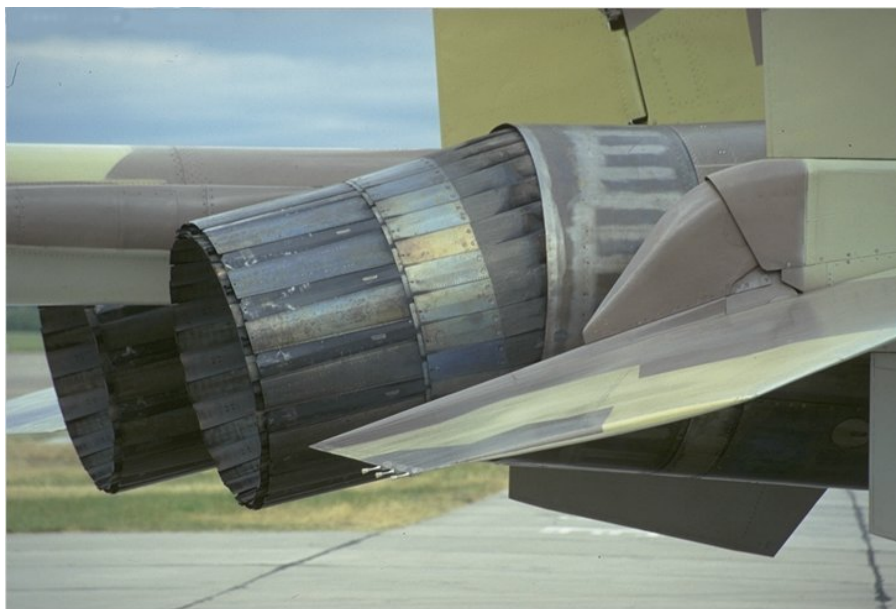


Figura 1.4: Bocal móvel para propulsão vetorizada da aeronave russa Sukhoi-37. [Fonte: www.harcirepulo.hu]

Outra vertente dos estudos de JSEC se deve tanto à preocupação com o meio ambiente, quanto a procura pela antecipação de desastres ambientais. Neste sentido, estudos são conduzidos de forma mais simplificada com o intuito de desenvolver ferramentas rápidas para determinação de algumas características do escoamento. De posse de uma forma rápida de se determinar a trajetória e a dispersão do escoamento proveniente do jato, seria possível o descarte mais eficiente e menos agressivo de poluentes em rios e lagos, bem como a previsão das áreas afetadas pelas cinzas de uma erupção vulcânica (Fig. 1.5).



(a) [Fonte: www.liveignite.com]



(b) [Fonte: www.2pat.com]

Figura 1.5: (a) Descarga de poluentes em um rio. (b) Dispersão das cinzas de um vulcão.

1.3 Motivação

Nos motores de turbina a gás, duas aplicações de JSEC são evidentes. A primeira diz respeito aos jatos usados para arrefecer as pás da turbina, Fig. 1.6. Estes jatos existem a fim de proteger as lâminas da turbina das temperaturas elevadas geradas durante o processo de combustão. O ar mais frio é descarregado perpendicularmente ao escoamento que passa pela turbina através de orifícios na superfície das lâminas da mesma. Este ar forma uma cobertura isolante fina sobre a superfície da pá, separando-a dos gases quentes e impedindo danos estruturais.

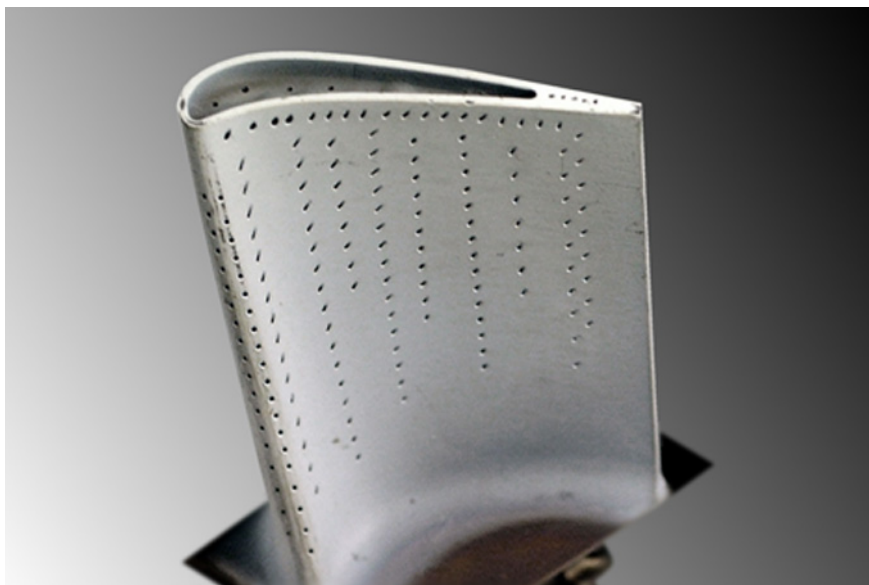


Figura 1.6: Furos para arrefecimento das pás de uma turbina. [Fonte: www.netl.doe.gov]

A segunda aplicação trata-se de uma válvula de alívio chamada válvula de sangria, que permite a comunicação entre os estágios de compressão do motor e o meio externo (Fig. 1.7). Esta válvula atua no motor quando a pressão interna se aproxima da crítica e, a fim de evitar danos estruturais, a válvula permite que o ar altamente comprimido no interior do motor seja descarregado no escoamento vindo do fan. Observações práticas comprovam que o ruído gerado por esse escoamento é significativo, e um controle do problema é desejado.

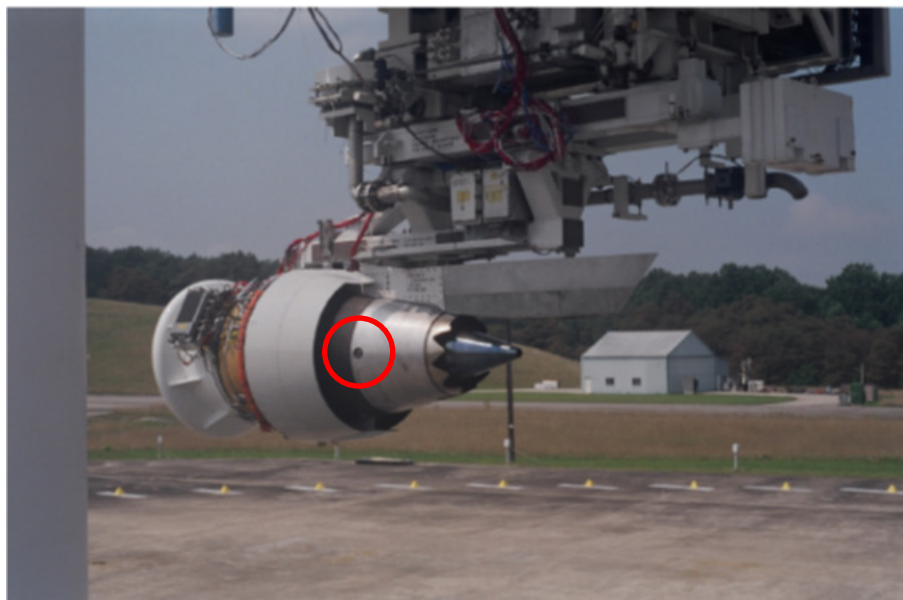


Figura 1.7: Válvula de sangria de um motor turbofan (em destaque). Adaptado de Almeida (2015).

Nesse sentido, este trabalho se propõe a apresentar a caracterização do ruído gerado por JSEC, utilizando ferramentas rápidas para uso em projetos industriais.

1.4 Abordagem do problema

Ao longo de todos esses anos de pesquisa, diversos métodos foram utilizados para resolver o fenômeno de JSEC, sendo os mais famosos as Equações Médias de Reynolds (RANS), as Simulações de Grandes Escalas (LES), as Simulações Numéricas Diretas (DNS) e as combinações entre os mesmos. Todavia, mesmo após 70 anos de estudos no campo da fluidodinâmica deste escoamento, não se veem muitos trabalhos a respeito de sua aeroacústica.

Em se tratando do ruído gerado, sua determinação em um escoamento qualquer está fundamentalmente ligada às flutuações de pressão do mesmo. Sendo assim, para se obter os resultados desejados o método deve ser capaz de calcular tais flutuações.

Atualmente, os únicos métodos que fornecem as flutuações de pressão diretamente e com precisão suficiente para análise acústica, são as Simulações Numéricas Diretas e as Simulações

de Grandes Escalas, mas ambas as técnicas são excessivamente demoradas e requerem recursos computacionais muito altos.

Dentro deste contexto, como o ruído de uma aeronave é levado em consideração durante seu projeto, ferramentas capazes de predizer essa característica do escoamento de forma rápida e satisfatória são desejáveis pela indústria, em direção à economia de esforços e recursos.

É nesta linha de pensamento que aparecem os modelos híbridos para a predição de ruído. Essas metodologias trabalham como pós-processamento do campo médio obtido pelas simulações RANS, por meio de simplificações das teorias de Lighthill (1952) e Lilley (1974), resolvidas com funções de Green.

Dentre os métodos híbridos, o LRT (Lighthill Ray-Tracing) desenvolvido em código aberto em Fortran 90 por SILVA (2011) foi o escolhido para esta dissertação por não possuir restrições quanto a não simetria do escoamento.

O método surgiu da combinação da analogia acústica de Lighthill com o método de acústica geométrica de traçamento de raios (Ray-Tracing). Sua grande vantagem para predições de ruído é que o mesmo determina não apenas as fontes sonoras presentes no escoamento, mas também, modela os efeitos da interação destas com o escoamento.

O método LRT foi formulado como tridimensional, e, portanto, não possui limitações de aplicabilidade para a predição sonora em relação ao tipo de escoamento ou à geometria do bocal, sendo ideal para o presente estudo.

Nesta dissertação, são usadas as Equações Médias de Reynolds (RANS) para a predição da fluidodinâmica do JSEC. E, uma vez de posse das informações médias de pressão, temperatura, velocidade, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação, o método LRT é usado para o cálculo do ruído gerado pelo mesmo.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

De acordo com a literatura, pode se dizer que um dos primeiros estudos relevantes a respeito de jatos submetidos a escoamento cruzado foi de CHANG em 1942. Em seu trabalho, o autor buscou entender o escoamento e as mudanças no formato da camada cisalhante do jato, observados experimentalmente quando o mesmo é injetado normal a uma cavidade muito profunda. Para tanto, CHANG fez uso de uma análise potencial do escoamento usando um cilindro circular deformável de fluido para modelar o jato.

Para que esse cálculo fosse possível na época, o autor se utilizou de uma abordagem bidimensional, na qual a seção foi calculada a cada passo de tempo e ao longo da trajetória ξ do jato (Fig. 2.1), sendo possível a reconstrução tridimensional do campo do escoamento. Esses resultados obtidos por CHANG são vistos pela literatura como apropriados para uma representação inicial do problema.

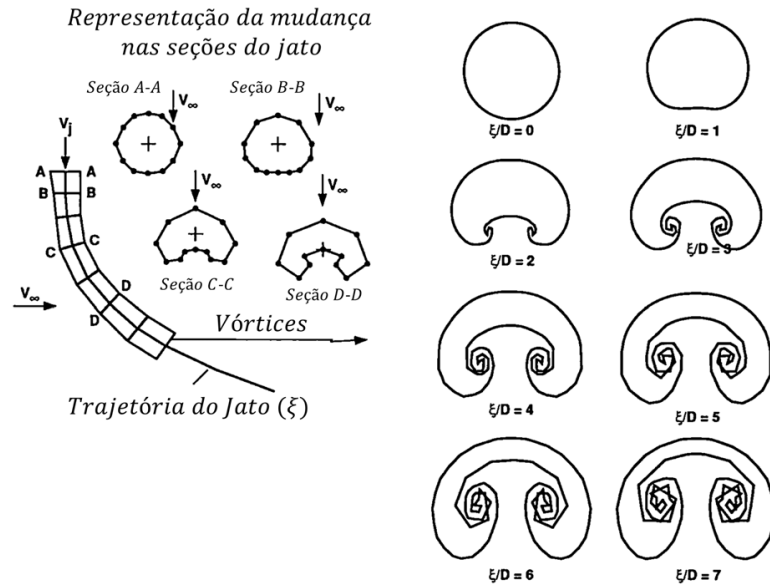


Figura 2.1: Seções do jato calculadas por CHANG em sua Tese (Adaptado de CHANG, 1942).

Até 1948, ainda não havia notícia sobre resultados experimentais para este fenômeno, quando RUGGERI e CALLAGHAN publicaram uma série de trabalhos a respeito da caracterização do escoamento, avaliando efeitos de temperatura e da geometria do bocal.

Infelizmente, os resultados obtidos pelos autores foram desconsiderados anos mais tarde, uma vez que o túnel utilizado era muito estreito (Fig. 2.2), o que aproximou o fenômeno de algo bidimensional. Contudo, mesmo com essas limitações, os autores já indicavam que o parâmetro adimensional R (descrito posteriormente na seção 3.3 desta dissertação) não era suficiente para a comparação de jatos a temperaturas diferentes.

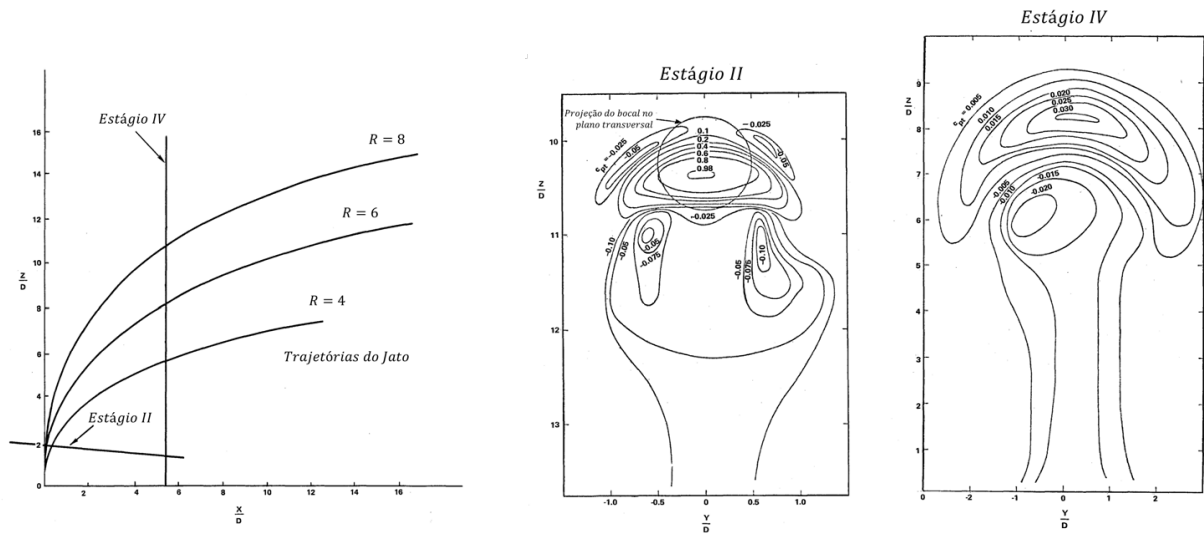


Figura 2.3: Resultados obtidos por JORDINSON (Adaptado de JORDINSON, 1956).

Três anos mais tarde, em 1959, GORDIER fez experimentos (Fig. 2.4) com um túnel de água com as mesmas razões de velocidade que JORDINSON (1956). Em seus resultados, o autor foi capaz de observar as mesmas tendências que JORDINSON, provando, assim, que existe uma similaridade do número de Reynolds para escoamentos de JSEC.

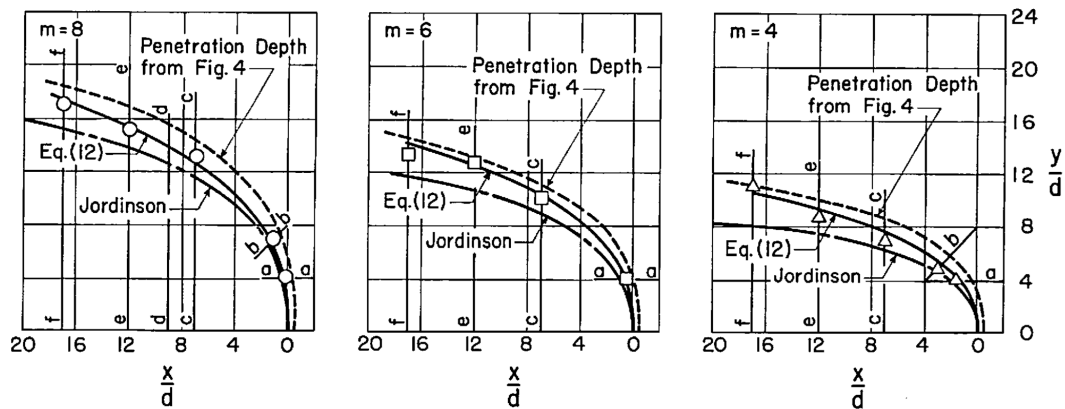


Figura 2.4: Resultados obtidos nos experimentos de GORDIER (1959).

Durante esses anos da década de 50, a pesquisa avançou muito mais do que se pode encontrar documentado. Uma prova disso é que em 1960, motivados pelos conflitos armados da época (oriundos da Guerra Fria), o mundo conhecia a primeira aeronave com capacidade de

decolar e pousar na vertical (V/STOL). O modelo britânico *P.1127* (Fig. 2.5), da empresa Hawker, saiu na frente nessa corrida armamentista, realizando em dezembro de 1960, segundo a revista *Flight International* publicada no mesmo ano, o primeiro voo panorâmico (*hovering*).



Figura 2.5: Protótipo britânico *P.1127* em teste realizado em dezembro de 1960 [Fonte: www.vicflintham.co.uk].

De volta às publicações científicas do período, outro experimento notável para o entendimento do fenômeno foi conduzido por KEFFER e BAINES, em 1963.

Visando estudar a turbulência dos JSEC os autores utilizaram técnicas mais avançadas que seus predecessores, como anemometria de fio quente, para medir as intensidades turbulentas e o campo médio de velocidades deste escoamento.

Os resultados desses ensaios (Fig. 2.6) revelaram que dentro da gama de relações de velocidades ensaiadas por JORDINSON (1956) e GORDIER (1959), uma similaridade entre os campos médios dos escoamentos pode ser notada – se para a adimensionalização dos termos de velocidade for escolhida uma diferença de velocidade de referência ao longo de um sistema natural de coordenadas intrínseca para o fluxo de jato como o da Fig. 2.7.

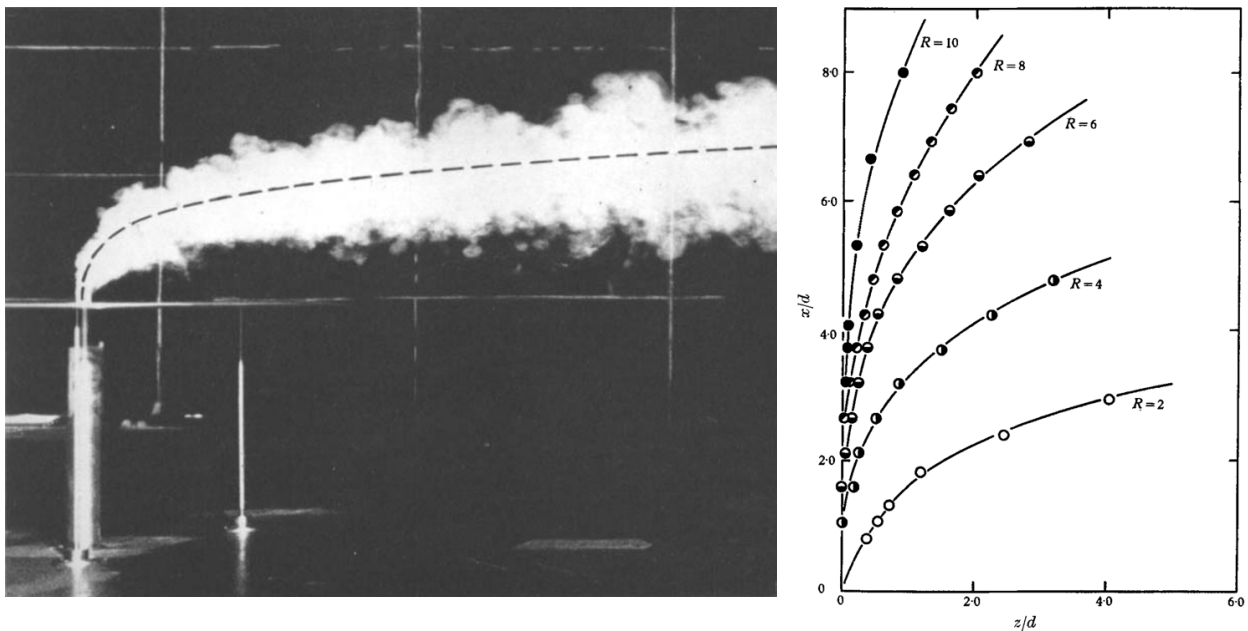


Figura 2.6: Experimentos de KEFFER e BAINES (1963).

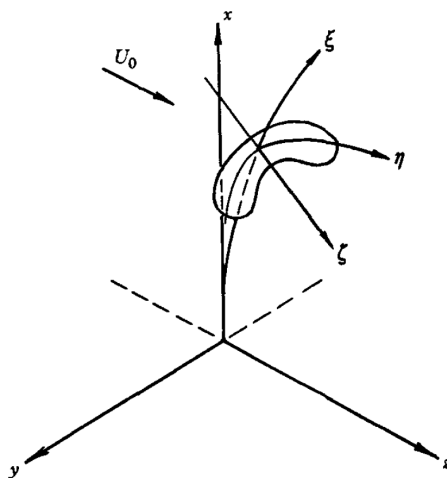


Figura 2.7: Sistema de coordenadas sugerido por KEFFER e BAINES (1963) para a adimensionalização das velocidades entre experimentos.

Métodos mais simples para a adimensionalização e comparação de resultados foram surgindo ao longo das décadas de estudo dos JSEC (mais detalhes dos equacionamentos serão apresentados no capítulo 3 deste trabalho).

Os anos iniciais da década de 60 foram marcados por um alto interesse e investimento militares objetivando desenvolver tecnologias similares à da aeronave britânica *P.1127*. Ainda em 1963, segundo a revista *Flight International* do mesmo ano, a Alemanha desenvolveu sua aeronave de capacidade V/STOL. E o modelo *VJ-101C* (Fig. 2.8) da empresa EWC (Entwicklungsring Süd) realizou seu primeiro voo.



Figura 2.8: Protótipo alemão *VJ-101C* em voo [Fonte: www.comptoir-aviation.com].

Apenas alguns meses mais tarde, em setembro do mesmo ano, mais uma empresa anunciou o sucesso em desenvolver esse tipo de aeronave, desta vez, a antiga União Soviética com o modelo *Yak-36* (Як-36) da empresa Yakovlev (Яковлев), Fig. 2.9.



Figura 2.9: Protótipo soviético *Yak-36* (Як-36) [Fonte: www.rusarmy.com].

De todos estes projetos para produzir aeronaves mais versáteis, apenas a empresa alemã EWC abandonou a tecnologia em 1964 pela sucessiva quantidade de acidentes. As empresas Hawker e Yakovlev deram continuidade a esses estudos produzindo nas décadas que se seguiram, aeronaves famosas como o *Yak-141* (primeiro supersônico da categoria) e o *AV-8B Harrier* (utilizado até hoje pela marinha de diversos países).

Mas, enquanto os aviões já voavam utilizando JSEC na propulsão, os estudos sobre o tema ainda eram muito superficiais. Este descompasso entre a prática e a teoria (provavelmente fruto do sigilo militar necessário nestes tempos de guerra), fica mais claro quando retornamos à literatura da época. E somente no final da década que WOOLER (1967) deu um passo importante nos estudos para a determinação analítica de uma equação que descreveu a trajetória do jato. O trabalho desse autor estabeleceu uma forma mais simples para determinar o caminho percorrido pelo fluido injetado no meio em movimento (Eq. 2.1).

$$\frac{x}{D_j} = F V_e^n \left(\frac{z}{D_j} \right)^m + \frac{z}{D_j} G \cot(\delta_j) \quad (2.1)$$

Esta equação, derivada analiticamente pelo autor, contém diversas constantes empíricas (F, G, n, m) e é válida para qualquer ângulo de injeção do jato δ_j no escoamento, dados a razão efetiva de velocidades V_e e o diâmetro do jato D_j . As constantes foram ajustadas em vários trabalhos e por vários experimentalistas na literatura, mas foram os estudos de MARGASON em 1968 (reunindo outros oito trabalhos sobre esse equacionamento) que estabeleceram o melhor valor para os coeficientes.

Por motivos didáticos, um salto para 1993 será dado, com o intuito de mostrar a continuação do trabalho de MARGASON que fez novamente uma releitura de trabalhos apresentados nos anos que se seguiram e montou a Tab. 2.1 abaixo com as constantes utilizadas em todos os trabalhos até o momento.

Tabela 2.1: Constantes da Eq. 2.1 (WOOLER, 1967) para diversos trabalhos experimentais.

| Autor (ano) | F | n | m | δ_j | G |
|--------------------------|---------------------------|------|--------------------|-----------------|-------------|
| CALLAGHAN et al. (1950) | $0.118\rho_\infty/\rho_j$ | 2 | 3.3 | 90 | — |
| JORDINSON (1956) | 2.3 | 3 | 3 | 90 | — |
| SHANDOROV (1959) | 1 | 2 | 2.55 | <i>Qualquer</i> | $1 + V_e^2$ |
| SCHETZ e BILLIG (1961) | ρ_j/ρ_∞ | 2 | 2.3 | 90 | — |
| IVANOV (1963) | 1 | 2.6 | 3 | <i>Qualquer</i> | 1 |
| VKHAMOV (1964) | $1/\sin(\delta_j)$ | 2 | <i>Ver abaixo*</i> | <i>Qualquer</i> | 1 |
| STORMS (1965) | 0.195 | 2 | 3 | 90 | — |
| VIZEL e MOSTINSKI (1965) | $5/4\sin(\delta_j)$ | 2 | 2 | <i>Qualquer</i> | 1 |
| PATRICK (1967) | — | 0.85 | 2.86 | 90 | — |
| WOOLER (1967) | 2.645 | 2.5 | 2.5 | 90 | — |
| MARGASON (1968) | $1/4 \sin^2(\delta_j)$ | 2 | 3 | <i>Qualquer</i> | 1 |
| WOOLER (1969) | 2.63 | 2 | 2 | 90 | — |
| KAMOTANI e GREBER (1972) | 1.21 | 1.64 | 1.58 | 90 | — |
| CHASSAING et al. (1974) | $(2.351 + 4V_e)^{0.385}$ | 2.6 | 2.6 | 90 | — |
| SNEL (1974) | 1.86 | 2.01 | 3.01 | 90 | — |
| FEARN (1978) | 1.07 | 3.18 | 2.99 | 90 | — |

* $2.53\zeta + 1.59\zeta^2 + 0.143\zeta^3$ onde $\zeta = z/D_j$

Todas estas comparações realizadas por MARGASON apontaram que as constantes propostas por IVANOV (1963) foram as mais robustas em comparações com experimentos.

De volta a 1969, MCMAHON e MOSHER apresentaram um trabalho experimental que buscou avaliar a influência de outros parâmetros que não a razão de velocidade no comportamento do escoamento.

Os autores fizeram experimentos com diferentes geometrias de bocais e mostraram que a alteração da geometria influenciou muito o comportamento do escoamento. Além dos contornos observados na Fig. 2.10, os autores mediram o campo de pressão na placa adjacente ao jato, quantificando essas alterações.

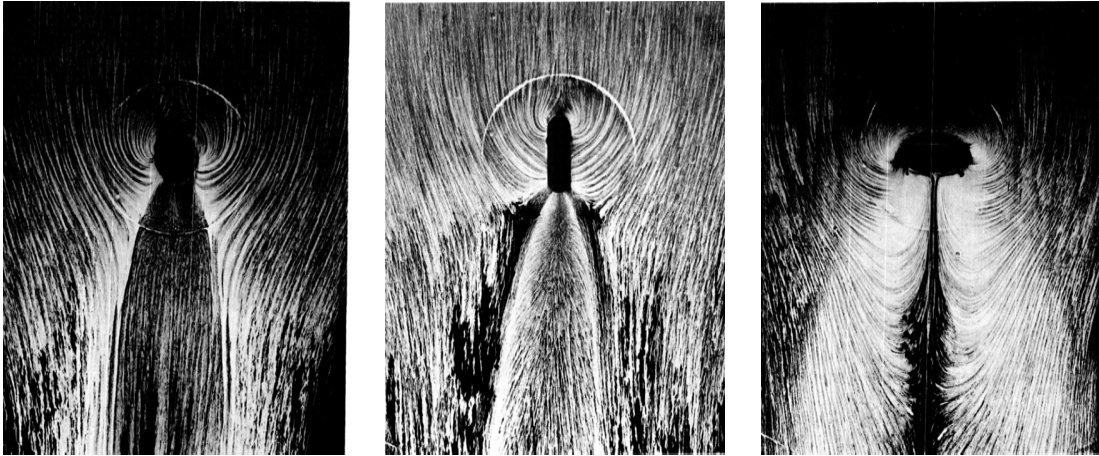


Figura 2.10: Experimentos de McMAHON e MOSHER (1969).

A década de 60 terminou com o *Symposium on analysis of a jet in a subsonic crosswind* em 1969, que reuniu uma coletânea de 50 artigos científicos de todo o mundo a respeito desse fenômeno, discutindo os avanços feitos e as áreas que precisavam de maior atenção nos próximos anos. Nos artigos apresentados anteriormente foi possível identificar que os autores já tinham uma ideia do formato da seção transversal do jato e do parâmetro que seria necessário para uma boa comparação entre os experimentos. Contudo, uma descrição do campo de escoamento ainda não fora realizada em detalhes e tão pouco se conheciam as estruturas presentes.

Os anos 70 foram marcados pela tentativa de se explicar os problemas práticos que surgiram à medida que as aeronaves V/STOL eram aprimoradas e que as pesquisas espaciais avançavam.

Muitos trabalhos procuraram entender o estresse causado nas aeronaves durante a transição do voo vertical para horizontal, a interação entre múltiplos JSEC, e, também os efeitos da proximidade do solo na sustentação da aeronave movida por estes jatos defletidos. Porém, outra linha de pesquisa avançou bastante e o controle da trajetória de mísseis, foguetes e satélites por meio dos chamados jatos de reação, também apareceram na literatura.

ZIEGLER e WOOLER (1971) deram início aos trabalhos desta década e apresentaram um modelo analítico generalizado para a solução das equações do momento e da continuidade para o jato, buscando uma melhor previsão da trajetória do mesmo.

Os autores aplicaram seus estudos para analisar a interação entre dois JSEC dispostos em linha (Fig. 2.11) e em paralelo, e, para validação dos resultados, afirmaram que as trajetórias obtidas para os jatos, separadamente, estavam de acordo com experimentos de JORDINSON (1956).

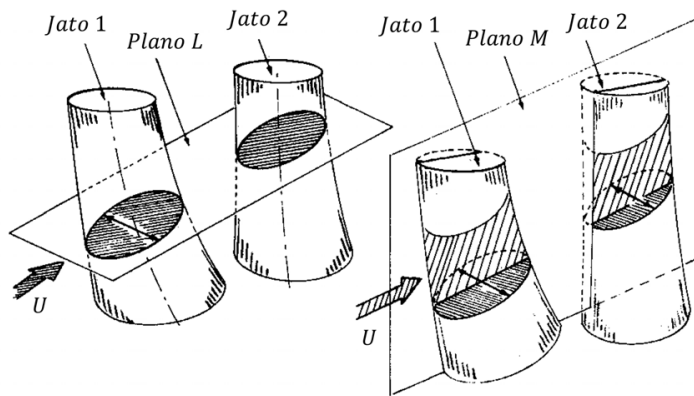


Figura 2.11: Esquematisações de ZIEGLER e WOOLER. (Adaptado de ZIEGLER e WOOLER, 1971).

Ainda no mesmo ano, o trabalho experimental de KAMOTANI e GREBER (1971) se destacou por propor uma forma de correlacionar jatos em temperaturas e razões diferentes (Eq. 2.2).

$$Z_{ref} = \frac{Z}{D_j} \left(\frac{\rho_j}{\rho_\infty} \right)^{0.63} \left(\frac{U_\infty}{U_j} \right)^{1.04} \quad (2.2)$$

O parâmetro definido pelos autores, denominado nesta dissertação por Z_{ref} por motivos didáticos, permitiu a comparação entre jatos com razões e temperaturas diferentes (Fig. 2.12). Esse foi o primeiro adimensional proposto a contar com os efeitos térmicos, e utiliza a razão de massa específica para tal.

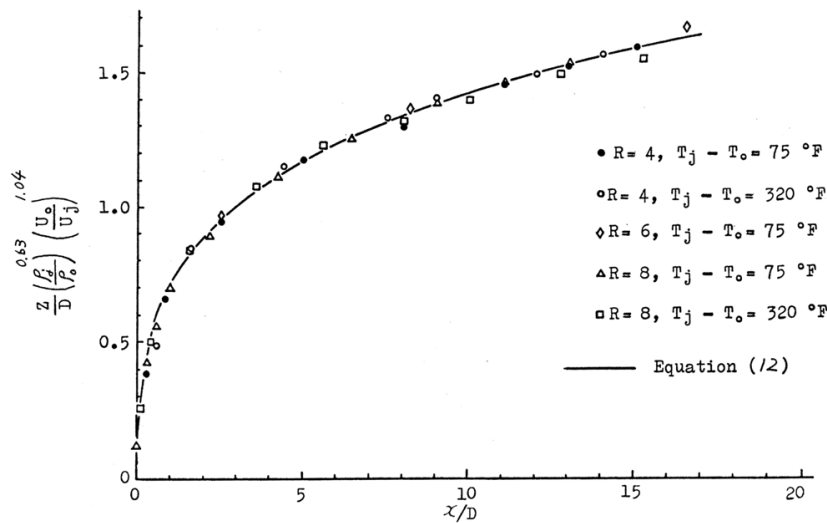


Figura 2.12: Experimentos de KAMOTANI e GREBER (1971) adimensionalizados.

Os desenvolvimentos militares no período chegaram a um ponto em que os jatos usados para sustentar as aeronaves cada vez mais pesadas, geravam um ruído considerável e muito diferente do clássico jato simples. Na tentativa de entender melhor o som gerado pelos jatos de aeronaves V/STOL durante seu pouso e decolagem, COLE em 1972 publicou o primeiro trabalho na área, se utilizando da analogia de Lighthill e das simplificações de Ribner para determinar a distribuição da intensidade acústica dos JSEC.

Em seu trabalho, no entanto, o autor fez uma série de simplificações nos equacionamentos que só seriam válidos para o jato simples, tornando o modelo usado fisicamente inconsistente. E seus resultados não foram expressivos (CAMELIER e KARAMCHETI, 1976).

Três anos mais tarde, com o avanço da capacidade computacional e dos métodos numéricos CHIEN e SCHELTZ (1975) apresentaram a primeira simulação do problema por diferenças finitas. Os autores solucionaram as equações de Navier-Stokes em regime permanente, tridimensionais, incompressíveis, utilizando as aproximações de Boussinesq e o modelo de camada de mistura de Prandtl. Esse trabalho abriu o caminho para as pesquisas de CFD que começavam a aparecer na literatura.

Pouco tempo depois CAMELIER e KARAMCHETI (1976) retomaram os estudos sobre o campo acústico dos JSEC. Fazendo referências ao trabalho de COLE (1972), os autores corrigiram as equações e realizaram experimentos a respeito do assunto.

Os autores realizaram medições em um túnel de vento com paredes reverberantes e usando poucos microfones, mas, mesmo assim, foram capazes de identificar que, para uma determinada posição no escoamento, o ruído gerado pelo JSEC era maior que o ruído do mesmo jato em condições livres. E que o ruído era maior quanto maior fosse a velocidade do escoamento cruzado. A Fig. 2.13, retirada desse trabalho, ilustra exatamente essas conclusões.

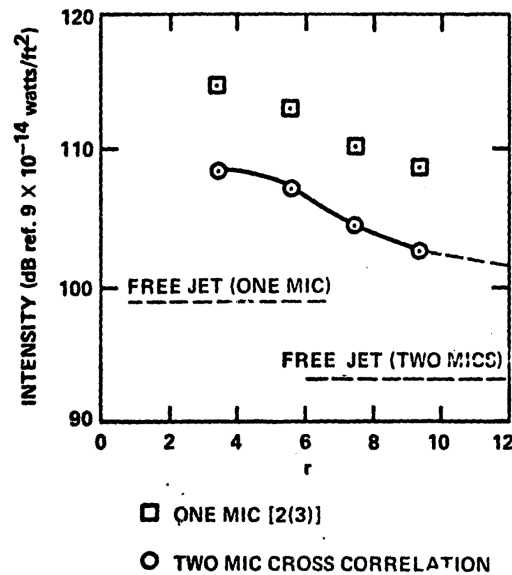


Figura 2.13: Resultados de CAMELIER e KARAMCHETI (1976).

Dentro das extensas pesquisas realizadas no decorrer desta dissertação, o autor acredita que esse foi o último trabalho com foco na aeroacústica deste tipo de escoamento. Haja vista que não foram encontrados outros trabalhos com resultados significativos sobre o tema.

A próxima contribuição no entendimento da fluidodinâmica do fenômeno veio em 1977, quando TAYLOR realizou um trabalho experimental para suprir a ausência de dados a respeito dos JSEC injetados em outras angulações. Mas o grande salto foi feito por FEARN e WESTON em 1978.

Usando um suporte composto de vários tubos de pitot acoplados, os autores descreveram detalhadamente o par de vórtices contra rotativos (Fig. 2.14), dando ênfase a sua localização, intensidade e difusividade, com centenas de medições ao longo da trajetória do jato em diferentes planos.

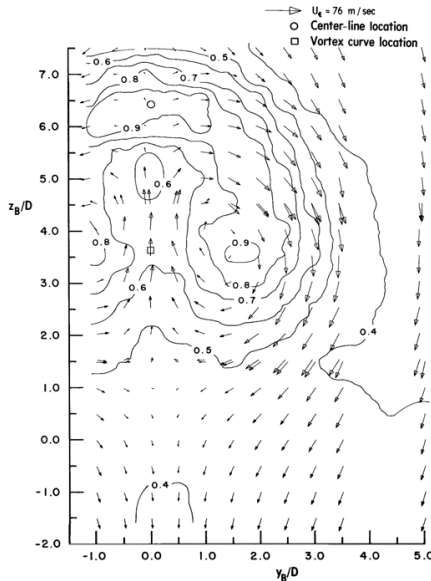


Figura 2.14: Resultados de FEARN e WESTON (1978).

Esse extenso estudo fechou a década de 70 no que diz respeito às principais contribuições para o entendimento dos JSEC.

De posse de mais poder computacional, resultados numéricos começaram a aparecer, e a partir da década de 80, cresceu o interesse sobre os aspectos mais fundamentais do fenômeno e o entendimento dos mecanismos envolvidos.

Uma série de estudos experimentais dessa época buscaram os aspectos fundamentais do fenômeno. A primeira tentativa veio de CRABB et al., em 1980, usando anemometria de fio quente e velocimetria por laser Doppler. Em seguida vieram trabalhos como os de FEARN et al (1981) e de SNYDER e ORLOFF (1984) usando os mesmos métodos. De todos esses trabalhos, apenas no último aos autores foram capazes de identificar a existência de uma nova estrutura, e os vórtices presentes na esteira do jato começaram a ser conhecidos.

Contudo, uma coerente descrição da fluidodinâmica do fenômeno não estava completa e somente em 1991 com o trabalho de FRIC e ROSHKO é que se acreditou ter encontrado todas as estruturas vorticais presentes neste escoamento.

Os autores propuseram que os JSEC sejam caracterizados pela interação de quatro estruturas vorticais: os toróides da camada cisalhante do jato torcidos pelo escoamento cruzado; o vórtice ferradura; os vórtices da esteira do jato; e o par contra rotativo.

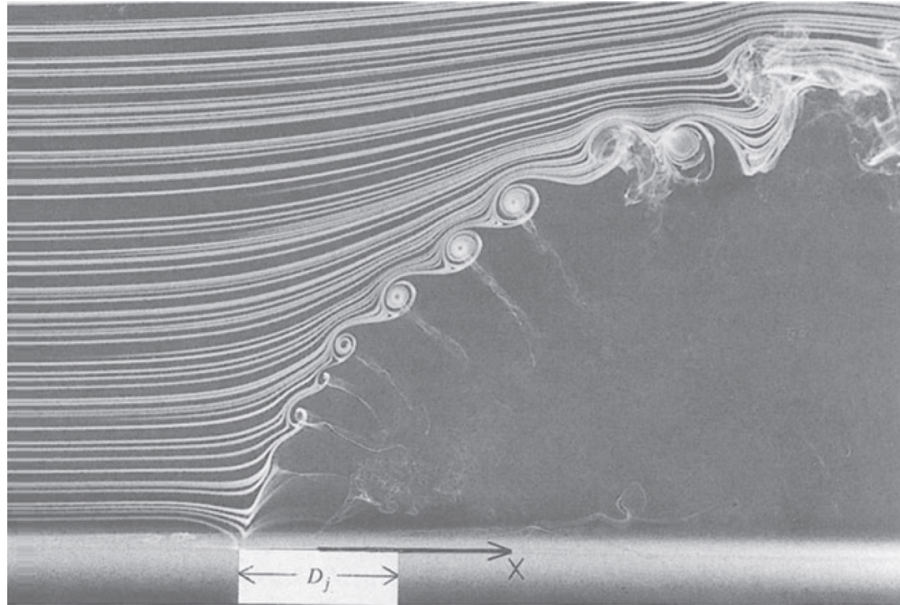


Figura 2.15: JSEC evidenciando os vórtices da camada cisalhante (FRIC e ROSHKO, 1991).

Em seu trabalho, FRIC e ROSHKO (1991) se equivocaram somente quanto ao aparecimento dos vórtices toroidais, mas essa descrição do fenômeno só viria a ser contestada nos trabalhos da década seguinte.

Um pouco antes, em 1990, OH e SHELTLER realizaram a primeira simulação RANS de JSEC. Os autores usaram o método de elementos finitos acoplados a técnica de Galerkin generalizada e uma malha com pouco mais de 3500 elementos.

Em seu trabalho os autores deixaram claro que a metodologia empregada pode ser usada se o objetivo for a caracterização da distribuição de pressão na placa adjacente ao jato (Fig. 2.16). Todavia, também apontam que os resultados do campo de velocidades não eram tão bons comparados aos experimentos.

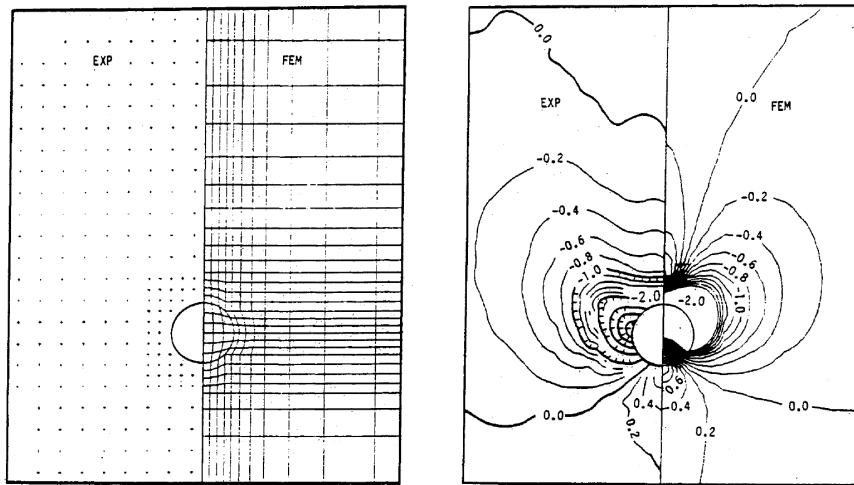


Figura 2.16: Malha e contornos de pressão experimentais e numéricos de OH e SHELZ (1990).

Ainda segundo os autores, uma investigação a respeito do número de elementos na simulação deveria ser feita e resultados melhores poderão ser encontrados futuramente com mais recursos computacionais.

No ano seguinte, KAVSAOGLU et al. (1991) usa a metodologia RANS acoplada ao modelo de turbulência de Baldwin-Lomax, uma malha de 94500 elementos e discretização por diferenças finitas.

Os autores avaliaram as simulações como satisfatórias para determinar a pressão na placa adjacente ao jato. No entanto, nenhuma comparação com perfis de velocidade experimentais foi realizada e os autores apenas descreveram o campo de velocidade como coerente. Mesmo assim, um ponto importante para as simulações futuras foi mencionado quando KAVSAOGLU et al (1991) comentou sobre a melhoria na convergência e nos resultados das simulações quando a malha apresenta uma pequena cavidade para o jato (Fig. 2.17).

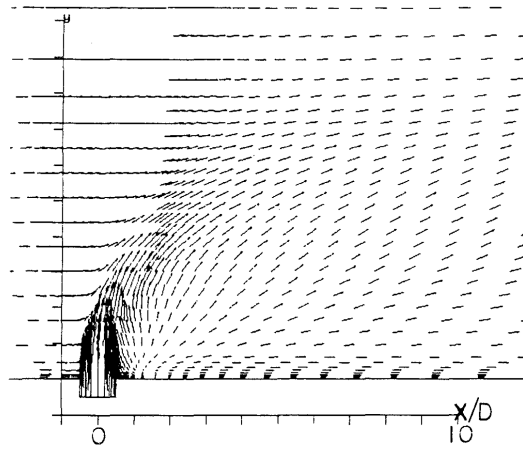


Figura 2.17: Resultados de obtidos por KAVSAOGLU et al. (1991).

Mais uma tentativa de concordância entre o CFD e os experimentos foi publicada em 1993 por CHIU et al. Nesse artigo, os autores usaram as equações RANS acopladas ao modelo de turbulência de Baldwin-Lomax, discretizadas por diferenças centradas em uma malha do tipo Chimera com 172 mil elementos cartesianos e 111 mil elementos cilíndricos (Fig. 2.18). Mas, mesmo com substancialmente mais elementos os autores ainda encontraram várias dificuldades em comparar os resultados com os experimentos.

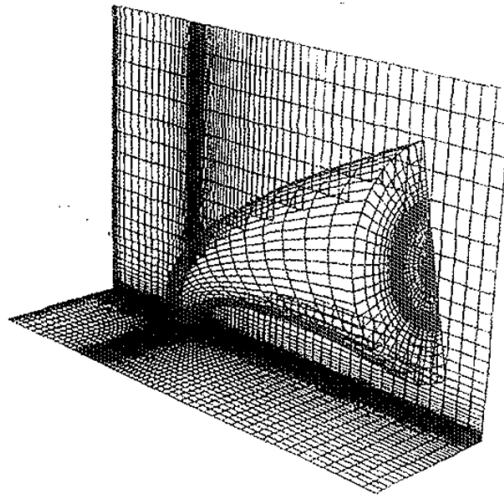


Figura 2.18: Malha computacional usada por CHIU et al (1993).

Comparações boas entre CFD e experimentos só foram alcançadas nos últimos 10 anos com o desenvolvimento de novos modelos de turbulência e metodologias, como simulações de grandes escalas e simulações numéricas diretas.

Com a virada do século, a fluidodinâmica dos JSEC é finalmente definida pelo trabalho de LIM et al (2001) e acredita-se ter identificado todas as estruturas presentes no fenômeno. Em seus experimentos o autor comprova que, ao contrário dos jatos simples, os JSEC não possuem um vórtice toroidal em sua camada cisalhante, mas vórtices independentes a montante e a jusante do escoamento, como ilustra a Fig. 2.19.

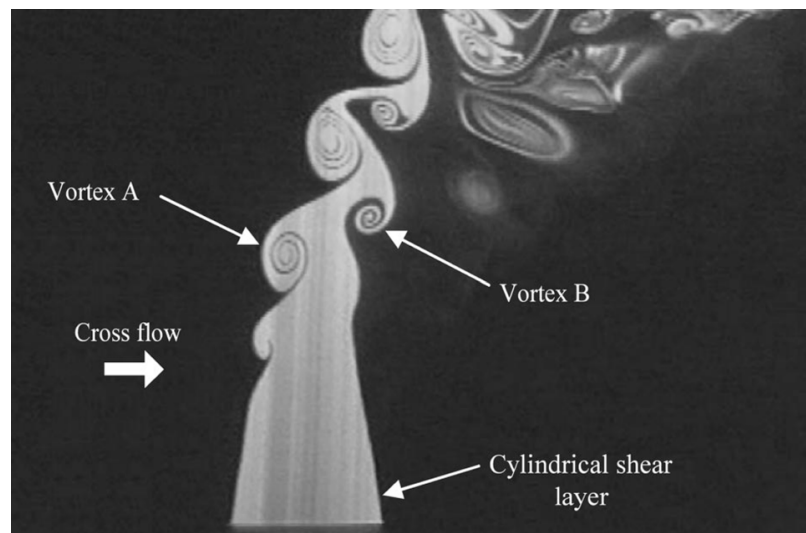


Figura 2.19: Experimento de LIM et al (2001).

Usando técnicas avançadas de visualização em um túnel de água, o autor caracteriza todo o campo do escoamento, explicando detalhadamente os mecanismos envolvidos na formação do escoamento dos JSEC, sendo as observações do autor utilizadas até hoje para explicar a fenomenologia desses jatos.

A partir daqui, vários trabalhos com metodologias RANS, LES e DNS, como os de KARVINEN e AHLSTEDT (2005), MUPPIDI e MAHESH (2005) e JOUHAUD et al. (2007) alegam boas comparações com os experimentos. Mas, desde o trabalho de LIM et al (2001) a fluidodinâmica do escoamento aparenta estar definida e os inúmeros trabalhos numéricos publicados desde então apresentam contribuições pontuais para o entendimento dos JSEC aplicados a diversos problemas.

Todavia, no entender do autor desta dissertação, muito pouco foi dito a respeito da fluidodinâmica desses jatos em regime compressível subsônico e a literatura não fornece informações sobre experimentos recentes nessas condições que visem à caracterização dos vórtices do jato.

É neste contexto que a presente dissertação tem por objetivo a simulação dos JSEC subsônicos, bem como a retomada dos estudos a respeito da aeroacústica destes escoamentos.

CAPÍTULO 3

FENOMENOLOGIA

3.1 Fluidodinâmica de jatos simples

Antes de discorrer sobre os JSEC propriamente é importante conhecer seus fundamentos, sendo que para isso, primeiramente deve-se entender a dinâmica dos jatos livres. Um jato livre é caracterizado por um fluido pressurizado lançado em um meio infinito com fluido em repouso, Fig. 3.1.

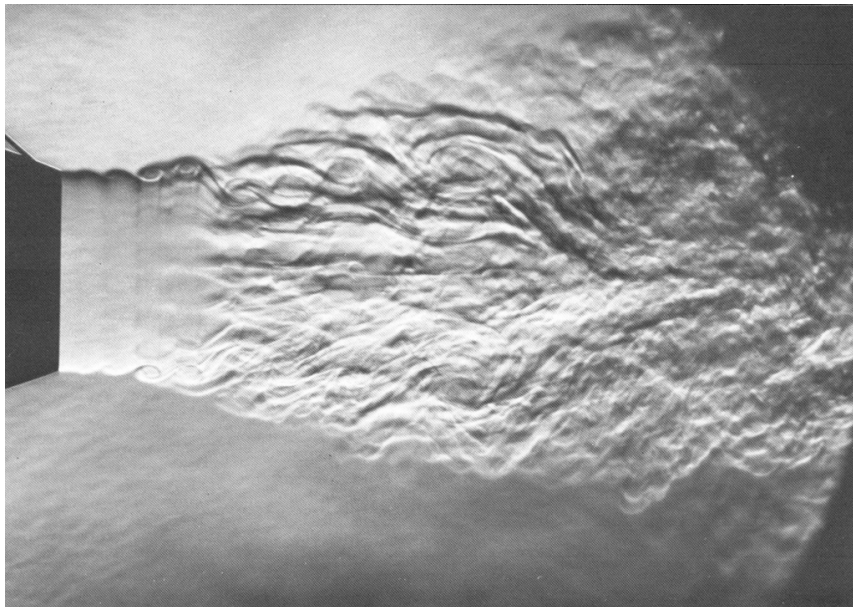


Figura 3.1: Visualização experimental de um jato livre subsônico (VAN DYKE, 1982).

Este tipo de escoamento possui uma fluidodinâmica muito bem estabelecida, a qual pode ser dividida em três regiões principais (BALL et al, 2012), melhor visualizadas na esquematização da Fig. 3.2.

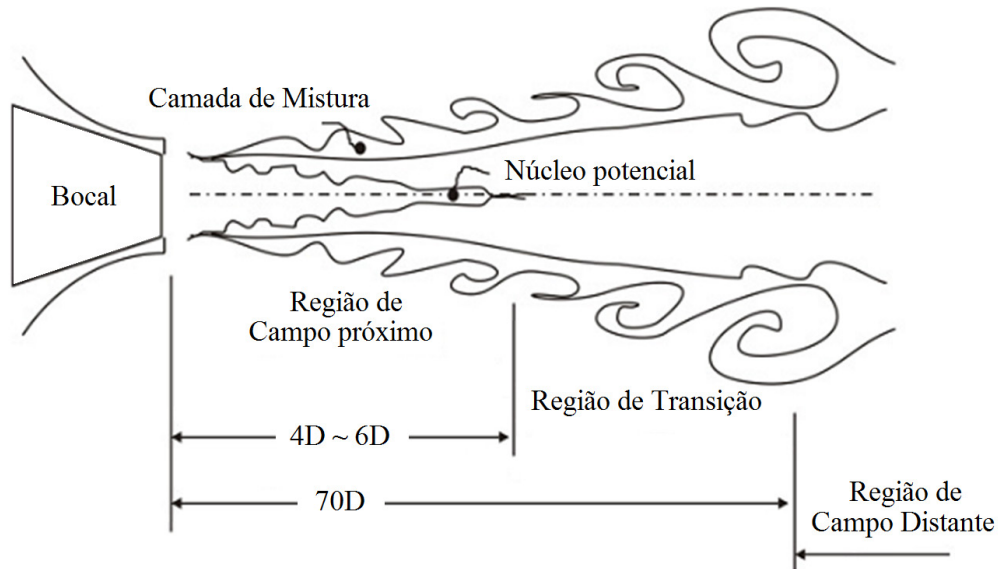


Figura 3.2: Esquematização de um jato subsônico (adaptado de VAN DYKE, 1982).

O escoamento que sai do bocal e adentra o meio quiescente, acaba por arrastar o fluido do ambiente e se espalha na direção radial à medida que caminha para a jusante, até que sua energia seja dissipada pelos efeitos viscosos.

De quatro a seis diâmetros a partir do bocal se encontra a região de campo próximo (ver Fig. 3.2), onde ainda existe uma porção do escoamento que apresenta comportamento laminar. A descontinuidade causada pelo fim do bocal provoca a geração de vórtices na região, a qual resulta num processo de mistura que evolui tanto para o interior quanto para o exterior do jato. Nesta pequena parte do escoamento, ainda se encontra o núcleo potencial, uma região em forma de cone (para o caso de um jato circular) onde a velocidade da linha de centro é constante e igual à velocidade de saída do jato. Tal zona também é marcada pela redistribuição das intensidades turbulentas do jato ao longo de seu eixo axial, o que resulta em um aumento da influência das mesmas na linha de centro e tendo como pico o final do núcleo potencial.

Estendendo-se desde o fim do núcleo potencial até aproximadamente 70 diâmetros está a zona de transição, que é marcada pelo rápido decaimento da velocidade na linha de centro do

jato. Nesta região onde as camadas cisalhantes se encontram, as estruturas turbulentas altamente anisotrópicas formadas evoluem e interagem até que atinjam o equilíbrio.

A partir dos 70 diâmetros, tem início a zona de campo distante, marcada pela inexistência de quaisquer efeitos relacionados às condições iniciais do jato. Neste ponto, diz-se que o jato se encontra completamente desenvolvido, e seus perfis radiais de velocidade, quando corretamente adimensionalizados, são idênticos.

3.2 Fluidodinâmica de JSEC

Quando lançado por um orifício montado em uma placa plana para interagir com o fluido ambiente, que se encontra com velocidade constante e paralela à placa, o jato não mais apresenta as mesmas características citadas na seção anterior. Ilustrado pela Fig. 3.3, este escoamento apresenta uma riqueza de estruturas vorticiais fascinante e muitas discussões a cerca da formação delas foram feitas durante seu estudo.

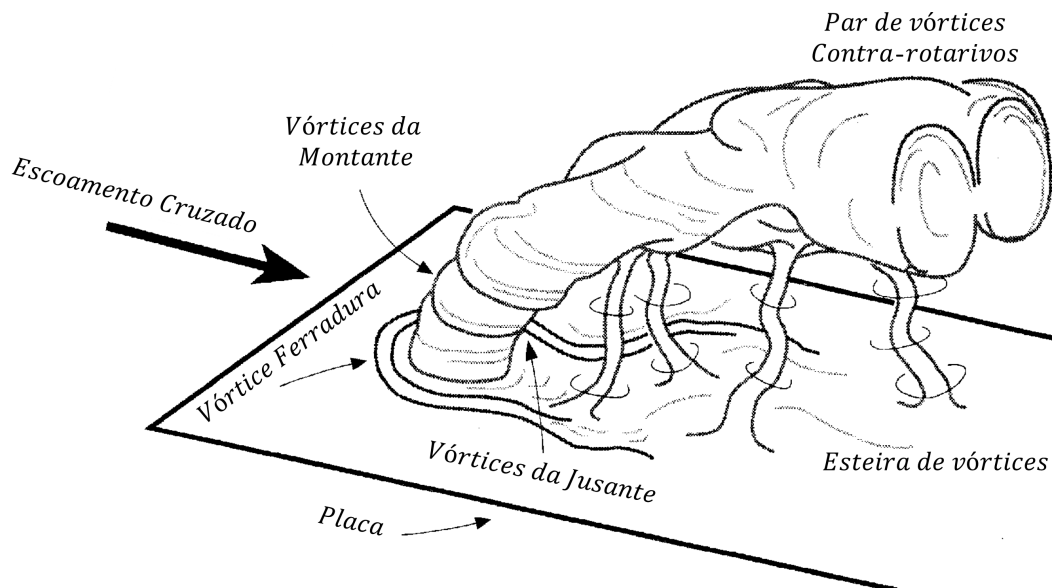


Figura 3.3: Esquematização dos vórtices que compõe o escoamento de JSEC (adaptado de FRIC e ROSHKO, 1991).

Uma das características mais importantes deste escoamento é a de permitir uma rápida mistura dos fluidos devido à complexa tridimensionalidade das interações entre os vórtices formados. Graças a trabalhos como os de KAMOTANI & GREBER, (1972), de FEARNS & WESTON, (1978), e, mais recentemente de LIM et al (2001), que analisaram as interações entre os vórtices, hoje, estas apresentam-se como estruturas coerentes, bem definidas e conhecidas. Inúmeras investigações foram realizadas a respeito destas estruturas e os autores concordam, até o momento, com cinco estruturas vorticais presentes.

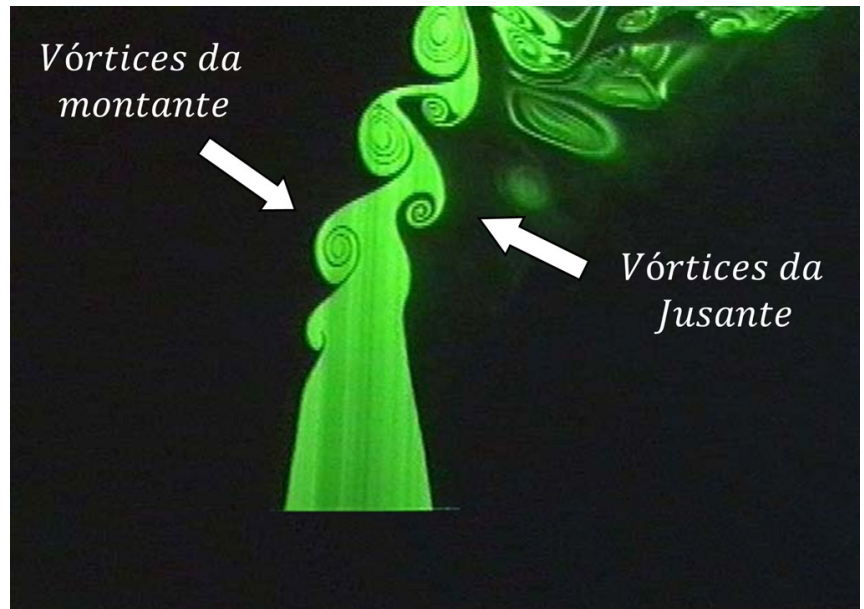
Os cinco vórtices ilustrados na Fig. 3.3 são descritos nas seções seguintes com mais detalhes.

3.2.2 Vórtices da montante, jusante e par contra rotativo

Na Fig. 3.4 é possível notar que, ao contrário do descrito em estudos iniciais sobre o assunto (CHIU et al, 1993), nos JSEC não são formados os vórtices toroidais da camada cisalhante como no jato livre, mas sim duas colunas de estruturas vorticais, uma a montante e outra a jusante do escoamento. A interação desses dois vórtices dá origem ao par contra rotativo (LIM et al, 2001), responsável pela maior parte da homogeneização entre os escoamentos.



(a)



(b)

Figura 3.4: Visualizações experimentais de JSEC, adaptadas de: (a) KELSO et al (1996) e (b) LIM et al (2001).

De acordo com as observações recentes de LIM (2001), ao sair do orifício, o jato é defletido pelo escoamento do meio e segue uma trajetória curva a jusante, enquanto sua seção transversal sofre mudanças. Para o caso de um jato circular, próximo a placa, existem pontos de estagnação a montante e a jusante, bem como pontos de mínima pressão nas laterais. Como consequência, o escoamento se estende lateralmente em uma forma elíptica. Ao mesmo tempo, o fluido do meio que se encontra com velocidade paralela à placa, dobra as pontas desta elipse para a jusante (seção A-A da Fig. 3.5).

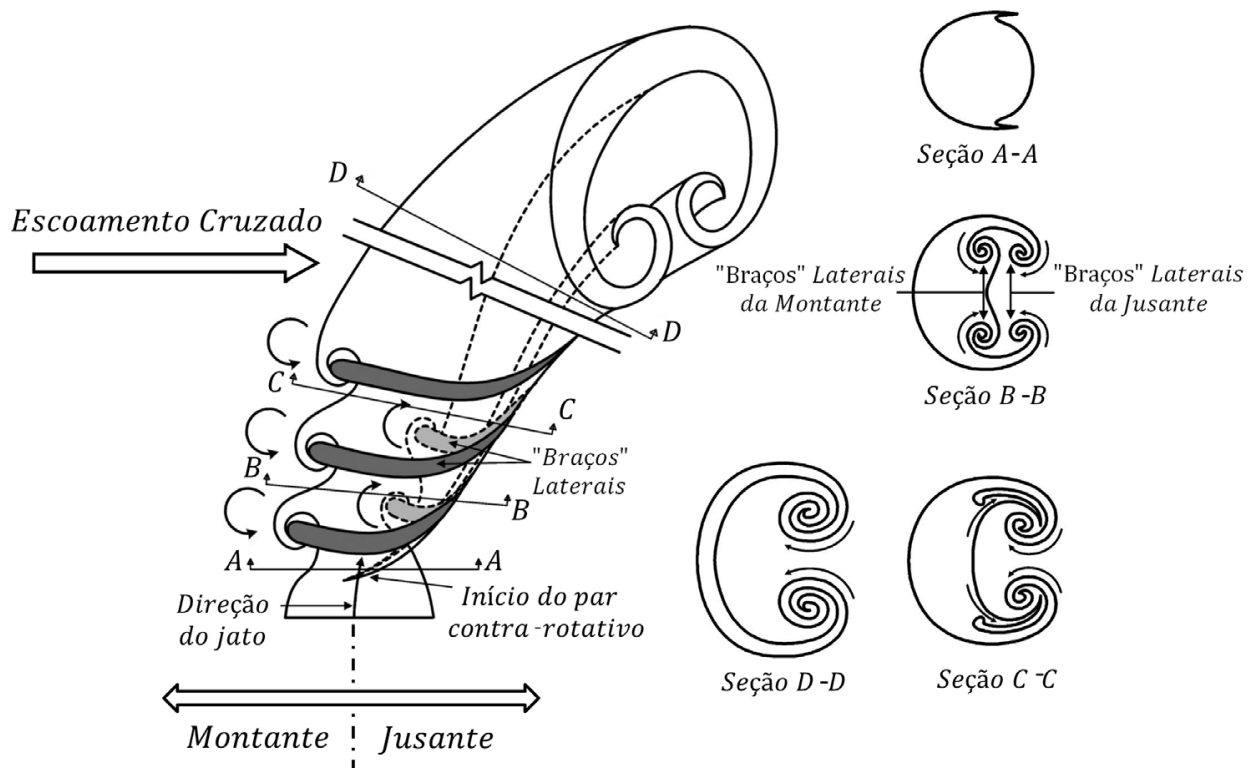


Figura 3.5: Esquemática do sistema de formação dos vórtices da montante, jusante, e do consequente par contra rotativo (adaptado de LIM et al, 2001).

Com o aumento da distância ao longo da direção do jato, as pontas da elipse (arrastadas pelo escoamento do meio) dobram sobre si mesmas, dando origem ao par de vórtices da jusante.

Enquanto isto, a montante, o escoamento do meio não permite que os vórtices se enrolem axissimetricamente para formar um toróide, como se espera de um jato. Ao invés disso, as estruturas formadas nesta região (devido ao gradiente de velocidade acentuado na direção do jato)

são arrastadas pelo escoamento do meio formando os “braços” laterais (Fig. 3.6) e se emparelham com o par de vórtices da jusante, como ilustrado pela Seção B-B da Fig. 3.5.

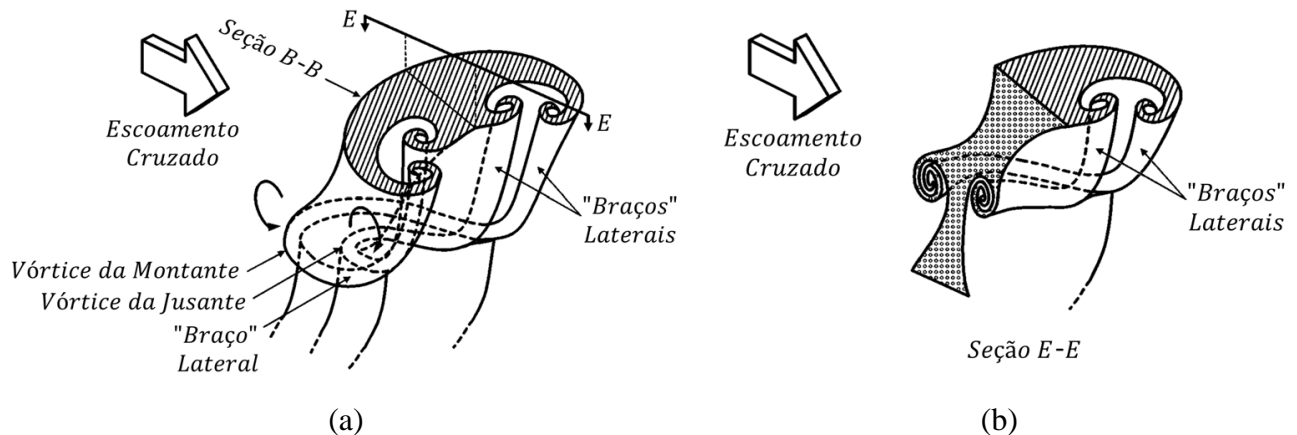


Figura 3.6: Detalhe do emparelhamento dos vórtices da montante e jusante (adaptado de LIM et al, 2001).

Este emparelhamento dá origem ao par de vórtices contra rotativos (seções B-B a D-D da Fig. 3.5).

3.2.3 Vórtice ferradura e esteira de vórtices

Duas outras estruturas vorticais bem definidas estão presentes no escoamento de JSEC, mas, ao contrário das anteriores, esses turbilhões não são exclusivos deste tipo de escoamento. A formação de um vórtice ferradura à montante e de uma esteira de vórtices à jusante do jato, se devem ao fato do mesmo oferecer uma resistência ao escoamento cruzado, tal como um cilindro sólido.

Nos experimentos conduzidos por FRIC e ROSHKO (1991) foi possível concluir que o vórtice ferradura se forma a montante da borda do jato, dobra-se em torno das laterais e é arrastado com o escoamento cruzado. Devido à proximidade da placa, no escoamento cruzado, o jato age como um cilindro sólido. Desta maneira, a formação do vórtice ferradura é explicada pelo mesmo mecanismo que faz com que ele se forme em um escoamento sobre um obstáculo sólido. A camada limite do escoamento cruzado encontra um gradiente de pressão adverso a montante do jato, forçando sua separação e formando o vórtice ferradura.

As Fig. 3.7 (a) e (b) ilustram bem as semelhanças entre os vórtices ferradura formados no escoamento sobre um cilindro e no JSEC.

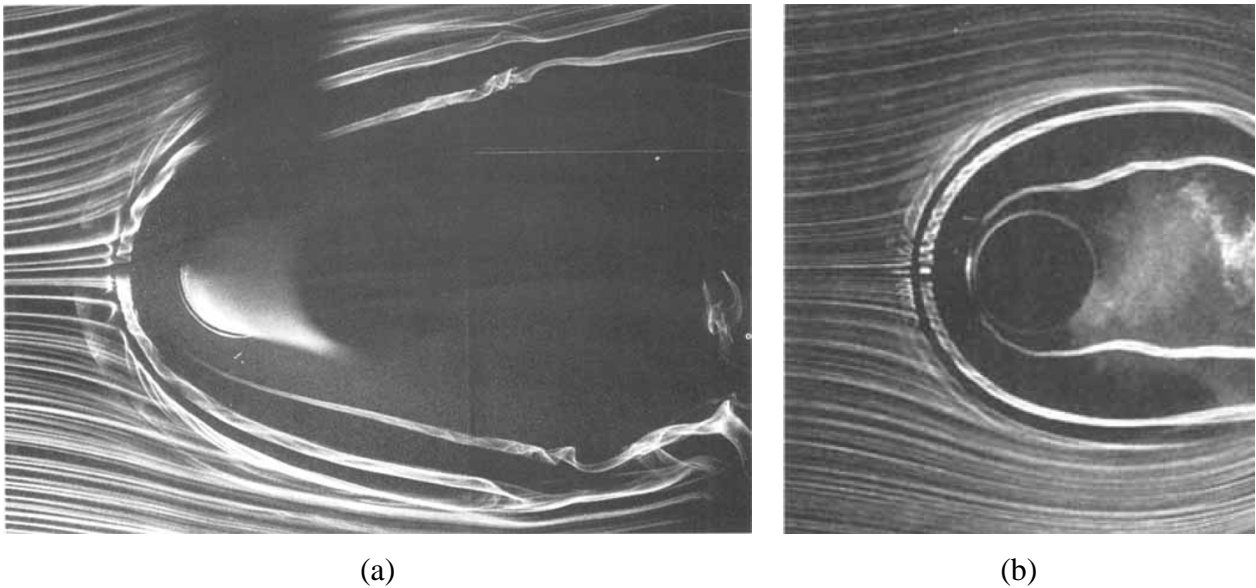


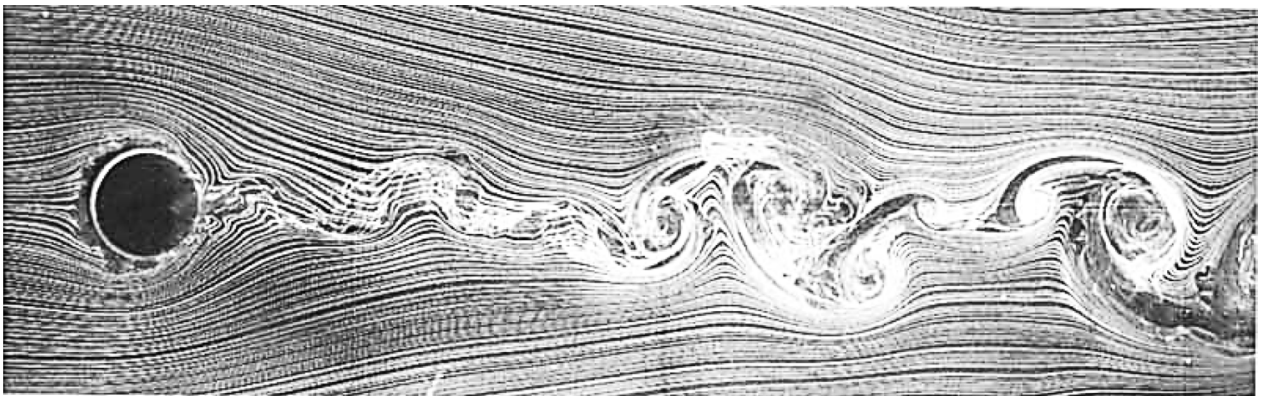
Figura 3.7: Visualizações experimentais do vórtice ferradura (FRIC e ROSHKO, 1991). (a) escoamento ao redor de um cilindro, (b) escoamento de JSEC.

Seguindo a jusante, o escoamento cruzado se encontra novamente após o jato, e, neste ponto, inicia-se a formação do último conjunto de vórtices coerentes deste tipo de escoamento, a esteira de vórtices. Ainda no seu estudo, FRIC e ROSHKO (1991) são capazes de evidenciar e caracterizar estas estruturas.

A esteira de vórtices também pode ser observada nos escoamentos sobre cilindros sólidos, embora aquela formada nos cilindros seja mais aberta do que a visualizada nos JSEC, para um mesmo número Reynolds, ver Fig. 3.8.



(a)



(b)

Figura 3.8: Visualizações experimentais da esteira de vórtices (FRIC; ROSHKO, 1991). (a) escoamento ao redor de um cilindro, (b) escoamento de JSEC.

É importante salientar que assim como o vórtice ferradura, a esteira de vórtices só pode ser visualizada quando um escalar passivo (no caso fumaça) é usada no escoamento cruzado. Caso o escalar passivo seja injetado no jato, estes vórtices não são visualizados.

A Fig. 3.9, uma vista lateral do mesmo escoamento, ilustra bem a afirmação anterior.

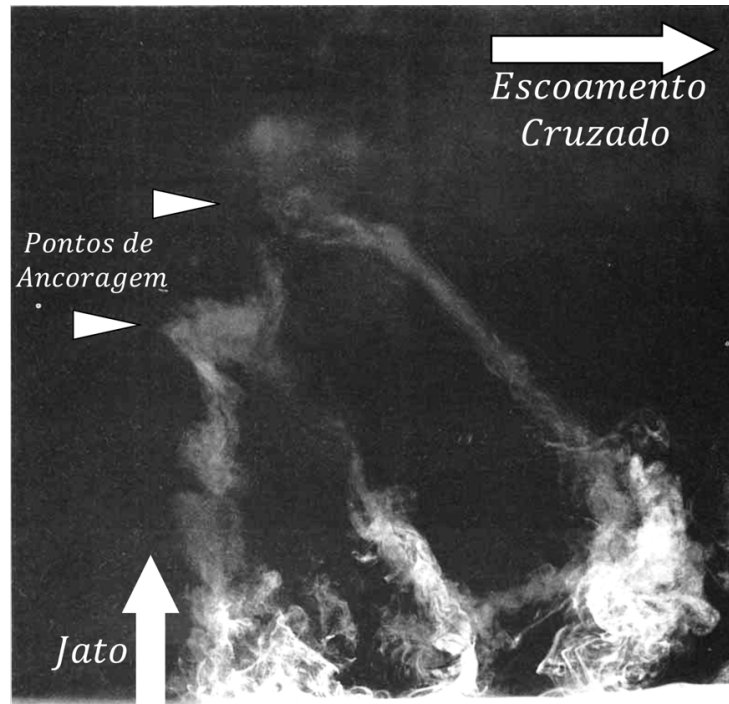


Figura 3.9: Visualização experimental da esteira de vórtices (adaptado de FRIC e ROSHKO, 1991).

Além da importância do posicionamento do escalar passivo, a vista lateral acima (Fig. 3.9) mostra também que esses turbilhões verticais possuem dois pontos de ancoragem, o primeiro na placa e o segundo no próprio jato.

A partir do exposto, então, todas as estruturas vorticais do escoamento de JSEC estão descritas e bem caracterizadas. Isto nos garante não só uma melhor avaliação dos resultados obtidos pela simulação do mesmo por meio da metodologia RANS, mas, também, a capacidade de explicar as consequências das falhas intrínsecas deste método de cálculo no resultado final.

3.3 Adimensionais

O estabelecimento de parâmetros de correlação é muito importante para qualquer tipo de escoamento e estas variáveis capazes de adimensionalizar os resultados são vitais para que comparações entre trabalhos diferentes possam ser realizadas.

Muitos destes parâmetros vêm sendo propostos e discutidos ao longo dos anos para os escoamentos de jatos circulares subsônicos, montados perpendicularmente sob uma placa plana e submetidos à ação de um escoamento cruzado com velocidade paralela a esta placa.

Os primeiros trabalhos trazem uma correlação chamada de razão de velocidades R_V , um parâmetro adimensional caracterizado pela razão entre a velocidade média do jato $\overline{U_j}$ e a velocidade média do escoamento $\overline{V_\infty}$ (Eq. 3.1).

$$R_V = \frac{\overline{U_j}}{\overline{V_\infty}} \quad (3.1)$$

Assim que começou a ser utilizado em comparações, ficou claro que este parâmetro não era apropriado para a correlação com jatos aquecidos, por exemplo, e estudos como os de SOULLIER (1968), motivados pela aplicação em aeronaves V/STOL começaram a se utilizar de uma correlação com o número de Mach do jato M_j e do meio M_∞ (Eq. 3.2).

$$M_R = \frac{M_j}{M_\infty} \quad (3.2)$$

Contudo, WILLIAMS e WOOD (1965) observaram que as forças e momentos induzidos pelo jato são primariamente, mas não unicamente, uma função das velocidades. Os efeitos do número de Reynolds baseado no jato ou no vento cruzado também estão presentes e devem ser levados em conta. Eles mostraram que o melhor parâmetro levando-se em consideração os efeitos de temperatura e compressibilidade é a Razão de Velocidades Efetivas (Eq. 3.3).

$$V_e = \sqrt{\frac{\overline{\rho_j}}{\overline{\rho_\infty}}} \left(\frac{\overline{U_j}}{\overline{V_\infty}} \right)^2 \quad (3.3)$$

Onde $\overline{\rho_j}$ e $\overline{\rho_\infty}$ se referem às massas específicas médias do jato e do meio.

Em 1975, o trabalho de FEARN e WESTON afirmou que o parâmetro V_e oferece ainda uma ideia simplista e só é coerente em algumas situações. Em busca de um parâmetro que permitisse a comparação mais exata entre experimentos, FEARN e WESTON estabeleceram que a razão entre o momento de fluxo na saída do jato e o momento de fluxo do escoamento cruzado em uma área igual à do jato, oferece um valor adimensional significativo. Para que este novo adimensional

fosse consistente com as terminologias usadas anteriormente, os autores propuseram ainda que fosse aplicada uma raiz quadrada nesta razão (Eq. 3.4).

$$R = \left(\frac{\int_{A_j} (\rho_j u_j^2) dA}{\bar{\rho}_\infty \bar{V}_\infty^2 A_j} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.4)$$

Onde ρ_j e u_j são a massa específica e a velocidade locais do jato, e A_j é a área do jato. É certo, pela literatura, que o parâmetro R permite uma boa concordância entre experimentos e simulações em condições semelhantes, entretanto, não é possível a partir dele comparar jatos com razões de velocidades muito distintas.

Recentemente em 2008, o trabalho de GUTMARK et al (2008) oferece um parâmetro que permite a comparação de resultados em razão de velocidades e regimes diferentes. (Eq. 3.5).

$$ref_2 = \frac{R_V D_j}{r_b [(R_V^2 D_j) / \delta_\infty]^{0.45}} \quad (3.5)$$

$$r_b = \frac{(\int u_j^2 dA) / (u_{jc}^2 A_j)}{(\int u_\infty^2 dy) / (\bar{V}_\infty^2 \delta_\infty)} \quad (3.6)$$

Onde R_V é a razão de velocidades dada pela eq. 3.1, δ_∞ é a espessura da camada limite do meio, u_∞ é a velocidade local do meio dentro da camada limite e u_{jc} é a velocidade local do jato na linha de centro.

Denominado de ref_2 nesta dissertação, os autores afirmam que dividindo os valores dos eixos por essa variável, é possível obter um valor adimensional que permite a comparação de resultados muito diferentes entre si (Fig. 3.10).

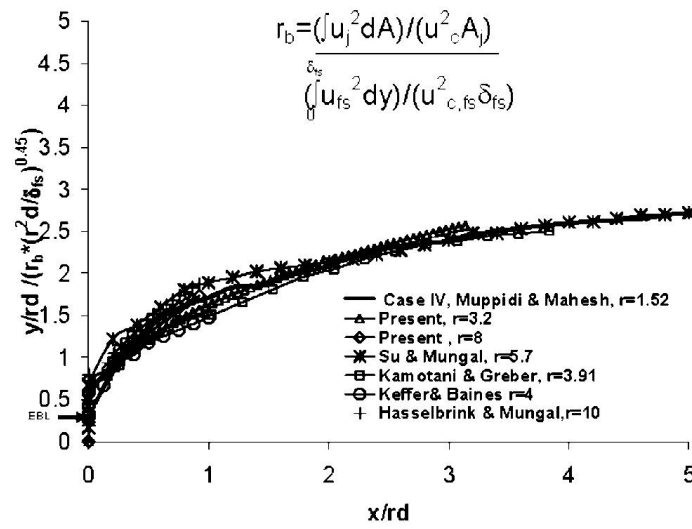


Figura 3.10: Trajetórias do jato para vários autores usando ref_2 como parâmetro para adimensionalização (GUTMARK et al, 2008).

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

Durante todo esse capítulo será utilizada a notação de Einstein ou notação indicial. Introduzida por Einstein em 1916, esse tipo de escrita tem por objetivo representar e manipular sistemas de equações, combinações lineares e somatórios de forma compacta e será exposto abaixo para fins didáticos.

Sejam os vetores $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ e $\vec{x}(x_1, x_2, x_3)$ tem-se que em notação indicial,

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u_1}{\partial t} \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} \\ \frac{\partial u_3}{\partial t} \end{array} \right\} \quad (4.2)$$

e, portanto, que

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

4.1 Equações médias de Reynolds

Na predição de ruído de um escoamento por métodos tradicionais, como as Simulações de Grandes Escalas (LES) e as Simulações Numéricas Diretas (DNS), a malha computacional deve ser capaz de capturar o espectro de frequências associado às pequenas flutuações de pressão que o caracterizam. Tamanha precisão para capturar essas perturbações satisfatoriamente exigiria não só malhas muito refinadas, mas, também, passos de tempo muito pequenos. E em se tratando de problemas práticos de engenharia com números de Reynolds da ordem de 10^5 , como é o caso deste trabalho, é fácil imaginar que o tempo necessário para esse cálculo seria da ordem de meses.

Visando a utilização desses cálculos em projetos industriais, portanto, essa dissertação será realizada com simulações RANS acopladas ao método LRT de cálculo de ruído que se baseia no campo médio do escoamento.

Mais detalhes a respeito dessas metodologias poderão ser encontrados nas seções seguintes, e a discussão a respeito da precisão das mesmas será realizada no Capítulo 5.

4.1.1 Decomposição e média de Reynolds

As equações RANS são derivadas da ideia de Reynolds de decompor cada propriedade do escoamento em uma média somada a uma variável de flutuação (Fig. 4.1).

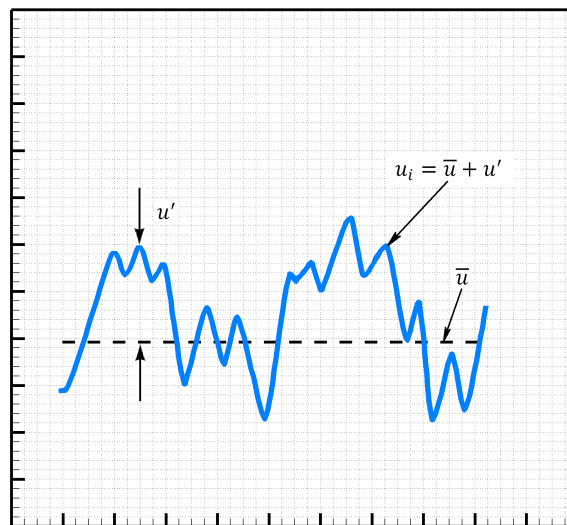


Figura 4.1: Ilustração da decomposição de propriedades proposta por Reynolds.

Seguindo esse conceito, por exemplo, a velocidade seria dividida segundo a equação abaixo (Eq. 4.4).

$$u_i = \overline{u}_i + u'_i \quad (4.4)$$

O próximo passo para obter as equações de RANS é aplicar uma filtragem no tempo nos termos da equação (também conhecido como média temporal). Usando novamente a velocidade como exemplo, a velocidade filtrada \overline{u}_i é calculada segundo a seguinte equação (Eq. 4.5).

$$\overline{u}_i = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_i(x, t) dt \quad (4.5)$$

Mas, antes de substituir os termos na equação é necessário ter conhecimento de algumas propriedades desse filtro, a começar pela média de uma flutuação (Eq. 4.6).

$$\overline{u'_i} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u'_i(x, t) dt = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (u_i(x, t) - \overline{u}_i) dt = (\overline{u}_i - \overline{u}_i) = 0 \quad (4.6)$$

Toda média de uma flutuação é nula (Eq. 4.6), todavia, a média do quadrado de uma flutuação não o é. Essas e outras propriedades desse filtro serão listadas abaixo (Eq. 4.7).

Seja $f(x, t)$ e $g(x, t)$ propriedades do fluido que sofrem variação devido à turbulência,

$$\begin{aligned} \overline{f'} &= 0 & \overline{\overline{f}} &= \overline{f} & \overline{f'g} &= \overline{f'}\overline{g} \\ \overline{f'g} &= 0 & \overline{f+g} &= \overline{f} + \overline{g} & \frac{\partial \overline{f}}{\partial x} &= \frac{d\overline{f}}{dx} \\ \overline{f'g'} &\neq 0 & \overline{\int f dx} &= \int \overline{f} dx \end{aligned} \quad (4.7)$$

4.1.2 Média de Favre

Para a solução do problema proposto se faz necessário a utilização das equações da Continuidade e da Quantidade de Movimento para fluidos compressíveis, todavia, se aplica-se o procedimento de filtragem tradicional, visto anteriormente, as equações filtradas conterão termos

adicionais para os quais ainda não se possui modelagem. Para ilustrar essa afirmação, considere a equação da Continuidade (Eq. 4.8).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.8)$$

Decompondo a velocidade e a massa específica como proposto por Reynolds,

$$\begin{cases} u_i = \bar{u}_i + u'_i \\ \rho_i = \bar{\rho}_i + \rho'_i \end{cases} \quad (4.9)$$

e substituindo na equação da Continuidade (Eq. 4.8) tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}_i + \rho'_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \bar{u}_i + \rho' \bar{u}_i + \bar{\rho} u'_i + \rho' u'_i) = 0 \quad (4.10)$$

Depois da filtragem da Eq. 4.10 e aplicação das propriedades apresentadas na Eq. 4.7, a equação média da continuidade para fluidos compressíveis se apresenta como

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \bar{u}_i + \overline{\rho' u'_i}) = 0 \quad (4.11)$$

Note que para obter o fechamento das equações, uma aproximação para a correlação entre ρ' e u'_i é necessária. Esse problema é ainda mais grave na equação da quantidade de movimento na qual o conhecido tensor de Reynolds se origina da filtragem do produto $\rho u_i u_j$ do termo advectivo. Fica claro que uma correlação tripla envolvendo ρ' , u'_i e u'_j irá aparecer, aumentando dramaticamente a complexidade de se estabelecer um fechamento para a equação.

Na tentativa de resolver esse problema FAVRE, em 1965, simplificou significativamente as equações quando introduziu o procedimento de média temporal ponderada pela massa (Eq. 4.12). Sendo assim, essa média da velocidade \tilde{u}_i é definida como

$$\tilde{u}_i = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho(x, \tau) u_i(x, \tau) d\tau \quad (4.12)$$

onde $\bar{\rho}$ é a densidade filtrada pelo método convencional. Então, em termos da média de Reynolds convencional, pode-se notar que

$$\bar{\rho}\tilde{u}_i = \overline{\rho u_i} \quad (4.13)$$

A importância desse procedimento de filtragem ponderado pela massa, também conhecido como média de Favre, se torna claro quando se expande o lado direito da Eq. 4.13.

$$\bar{\rho}\tilde{u}_i = \overline{(\bar{\rho}\bar{u}_i + \rho'\bar{u}_i + \bar{\rho}u'_i + \rho'u'_i)} = \bar{\rho}\bar{u}_i + \overline{\rho'u'_i} \quad (4.14)$$

Usando então esse conceito na equação da Continuidade para fluidos compressíveis (Eq. 4.11), vê-se que a simplificação é muito importante, pois todos os termos da equação resultante (Eq. 4.15) possuem modelagem.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}\tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.15)$$

Ao utilizar a média de Favre se faz necessário decompor a variável desejada de maneira diferente, porém similar, da utilizada por Reynolds. Neste sentido, a velocidade u_i pode ser escrita também como

$$u_i = \tilde{u}_i + u_i'' \quad (4.16)$$

onde u_i'' corresponde a flutuação em torno da média de Favre \tilde{u}_i .

Esse novo tipo de filtro possui algumas propriedades diferentes da abordagem convencional e estão dispostas abaixo (Eq. 4.17).

$$\overline{\rho u_i''} = 0 \quad \overline{u_i''} = -\frac{\overline{\rho' u_i'}}{\bar{\rho}} \neq 0 \quad (4.17)$$

Antes de prosseguir para a adequação das equações do problema é importante entender que a média de Favre elimina o termo com as flutuações de densidade das equações médias de Reynolds, contudo, não remove o efeito dessas flutuações na turbulência. Esse filtro ponderado pela massa é apenas um artifício matemático e não possui significado físico.

Tendo tudo isso em mente, se aplicarão esses conceitos para obter as equações da Continuidade, de Navier-Stokes e de Clapeyron, ajustadas para o problema.

4.1.3 Modelo matemático

A equação da Continuidade obtida por meio da aplicação do princípio de conservação da massa em um volume de controle infinitesimal fixo (dx, dy, dz) , não será repetida aqui, pois já fora demonstrada anteriormente (Eq. 4.15).

O balanço da quantidade de movimento efetuada no mesmo volume de controle citado anteriormente, juntamente com a hipótese de Stokes, dão origem às equações de Navier-Stokes (Eq. 4.18).

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \quad (4.18)$$

Esta série de equações necessita passar pelo processo de decomposição e filtragem, assim como a equação da Continuidade, para que possam ser utilizadas na resolução do problema.

Para facilitar o entendimento, simplifica-se primeiro o lado esquerdo da equação, utilizando a decomposição da Eq. 4.16 para a velocidade e faz-se o processo de filtragem.

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_j} = \frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho (\tilde{u}_i \tilde{u}_j + \tilde{u}_i u_j'' + u_i'' \tilde{u}_j + u_i'' u_j'')}}{\partial x_j} \quad (4.19)$$

Aplicando as propriedades (Eq. 4.17) e a definição (Eq. 4.13), tem-se

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''}}{\partial x_j} \quad (4.20)$$

Olhando para o lado direito da (Eq. 4.18) vê-se que não há presença da massa específica nos termos de velocidade, portanto, não se faz necessário o uso da média de Favre. Utilizando a filtragem comum, a decomposição de Reynolds e unindo novamente os lados da equação, é possível chegar a:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''}}{\partial x_j} = \bar{\rho} g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right] \quad (4.21)$$

Nota-se que, mesmo sendo referentes ao mesmo campo de velocidade, as variáveis u_i e u_j , dos lados esquerdo e direito da equação, são filtradas de forma diferente, portando, nesse

momento, suas médias devem ser tratadas como variáveis distintas. Faz-se, então, necessária a inclusão da (Eq. 4.13) para que o sistema de equações fique completo novamente.

A última equação que necessita de tratamento é a equação de Clapeyron para gases ideais (Eq. 4.22).

$$p = \rho RT \quad (4.22)$$

Sabendo que R é constante, pode-se aplicar a decomposição comum para a pressão e a de Favre para a temperatura. Dessa forma tem-se

$$\bar{p} = R \bar{\rho} \tilde{T} \quad (4.23)$$

O sistema de equações, agora completo, será repetido aqui apenas para efeitos didáticos.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} &= \bar{\rho} g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} - \overline{\rho u_i'' u_j''} \right] \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i &= \overline{\rho u_i} \\ \bar{p} &= R \bar{\rho} \tilde{T} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Esse conjunto de equações acima, denominado equações médias de Reynolds para escoamentos compressíveis, será usado para modelar o problema dos JSEC. Mas, para que a solução seja possível, deve-se modelar o termo das flutuações $\left(-\overline{\rho u_i'' u_j''} \right)$ e, para tal, se faz o uso de um modelo de turbulência.

Modelo de turbulência

Dentre os modelos disponíveis para este tipo de escoamento, o modelo SST k- ω se destaca por possuir uma boa concordância com os experimentos em regimes incompressíveis segundo a literatura (KARVINEN e AHLSTEDT, 2005) e conforme comprovado nos capítulos seguintes. No Capítulo 5, outros modelos de turbulência foram testados para a resolução do problema, contudo, esta seção se destina apenas a exposição do modelo k- ω SST.

Para a resolução do termo das flutuações $\left(-\overline{\rho u_i'' u_j''} \right)$, mencionado na seção anterior, MENTER em 1993 fez uso do modelo de WILCOX (1988) para dar origem ao modelo de

turbulência a duas equações conhecido como *Menter's Shear Stress Transport turbulence model* ou SST. Segundo MENTER (1993), portanto,

$$\overline{\rho u_i'' u_j''} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{\rho k} - \mu_t \overline{S_{ij}} \quad (4.25)$$

onde k é a energia cinética turbulenta, μ_t é a viscosidade turbulenta e S_{ij} é dado por:

$$\overline{S_{ij}} = \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (4.26)$$

A viscosidade turbulenta μ_t é definida como:

$$\frac{\mu_t}{\rho} = \nu_t = \frac{a_1 k}{\max\{a_1 \omega, SF_2\}} \quad , \quad S = \sqrt{\frac{2 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}}{\beta^*}} \quad (4.27)$$

Dessa forma, a equação para a energia cinética turbulenta k é:

$$\frac{\partial(\overline{\rho k})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \tilde{u}_j k}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \widetilde{P_k} - \beta^* \overline{\rho k \omega} \quad (4.28)$$

e a equação para a taxa de dissipação específica ω dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\rho \omega})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \tilde{u}_j \omega}) &= \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \overline{\rho \omega^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ &+ 2(1 - F_1) \overline{\rho} \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde,

$$P_k = \left[\mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \overline{\rho k} \delta_{ij} \right] \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (4.30)$$

$$\widetilde{P_k} = \min(P_k, 10 \beta^* \overline{\rho k \omega}) \quad (4.31)$$

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (4.32)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) \quad (4.33)$$

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right) \right]^2 \right\} \quad (4.34)$$

O método acima descrito possui várias constantes que devem ser aplicadas segundo a equação abaixo.

$$\phi = \phi_1 F_1 + \phi_2 (1 - F_1) \quad (4.35)$$

onde ϕ é uma constante do modelo.

A Tab. 4.1 traz algumas dessas constantes do modelo. As demais são calculadas conforme a Eq. 4.36.

Tabela 4.1: Constantes do modelo k- ω SST

| σ_{k1} | σ_{k2} | $\sigma_{\omega 1}$ | $\sigma_{\omega 2}$ | β_1 | β_2 | a_1 | a_2 | β^* | κ |
|---------------|---------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|-------|-------|-----------|----------|
| 0.85 | 1.0 | 0.5 | 0.856 | 0.075 | 0.0828 | 5/9 | 0.44 | 0.09 | 0.41 |

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad , \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad (4.36)$$

É importante citar que as constantes β^* e κ (*kappa*) são aplicadas diretamente nas equações e não obedecem à Eq. 4.35.

De posse das equações para modelar a turbulência do escoamento, o sistema de sete equações que permite caracterizar a fluidodinâmica do problema proposto está completo e o próximo passo é a estimativa do ruído gerado pelo jato.

Para que esse cálculo seja possível a partir do campo médio do escoamento, será usado o método Lighthill Ray-Tracing (LRT) proposto por SILVA em 2011.

4.2 Lighthill Ray-Tracing method

Chamada de LRT, essa metodologia para o cálculo da aeroacústica de jatos é uma combinação da analogia acústica de Lighthill com o método geométrico de traçamento de raios (Ray-Tracing) para cálculo da refração.

Mais detalhes sobre cada uma das teorias envolvidas nesse modelo serão apresentadas nas seções seguintes.

4.2.1 Analogia Acústica de Lighthill

De acordo com SILVA (2011), devido a não linearidade das equações de Navier-Stokes e as diferentes escalas presentes, a predição do ruído gerado por um escoamento é muito complexa e exige grande precisão, acarretando problemas como os expostos na seção 4.1.

Por se tratar de uma fração muito pequena da energia do escoamento, as ondas sonoras podem ser aproximadas como pequenas perturbações. As analogias acústicas foram desenvolvidas se utilizando deste princípio, e a mais famosa delas é sem dúvida a analogia acústica de Lighthill.

Em 1952 Sir. James Lighthill se utilizou do sistema de equações de Navier-Stokes para definir uma equação de onda para a densidade. Diferenciando a equação da Continuidade no tempo e a equação do momento no espaço, tem-se que:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \rho u_i}{\partial x_i \partial t} = 0 \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial^2 \rho u_i}{\partial x_i \partial t} + \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} = -\frac{\partial^2 P}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.38)$$

onde,

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (4.39)$$

Segundo Lighthill, por se tratar de uma força de campo o termo (ρg_i) na equação do momento (Eq. 4.38) pode ser desprezado por não afetar a propagação ou geração de som.

Substituindo o segundo termo da equação da Eq. 4.37 na Eq. 4.38, obtém-se que:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial^2 P}{\partial x_i^2} \quad (4.40)$$

Visando uma equação para as flutuações, Lighthill decompõe a densidade em $\rho = \bar{\rho} + \rho'$, e, como a derivada temporal da média é nula:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} \quad (4.41)$$

Substituindo o primeiro termo da Eq. 4.41 na Eq. 4.40 e adicionando $(-c_0^2 \partial^2 \rho' / \partial x_i^2)$ em ambos os lados da equação, chega-se na equação de onda para a flutuação de densidade:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} (P - c_0^2 \rho') \quad (4.42)$$

Para facilitar o entendimento e as simplificações, no lado direito da Eq. 4.42 é introduzido o tensor de Lighthill T_{ij} de modo que:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.43)$$

onde,

$$T_{ij} = \rho u_i u_j - \tau_{ij} + (P - c_0^2 \rho') \delta_{ij} \quad (4.44)$$

Por não possuir simplificações em sua criação, a Eq. 4.43 é exata e capaz de modelar todos os efeitos de geração e propagação de ruído em um escoamento. O duplo divergente do tensor de Lighthill aparece como uma espécie de termo fonte dessa equação de onda não homogênea da flutuação de densidade, e não pode ser calculado por meios explícitos por depender de um campo acústico ainda não determinado.

De fato, cada termo deste tensor possui a característica de ser uma fonte de geração de energia sonora. Contudo, sem um termo fonte real não é possível solucionar a equação por meios explícitos. Para superar essa dificuldade, ainda em seu trabalho, Lighthill propôs algumas simplificações motivadas por acreditar que o som gerado pela mistura do fluido é o principal mecanismo.

Para escoamentos turbulentos a números de Reynolds suficientemente altos, a contribuição das não linearidades do termo $\rho u_i u_j$ supera em muitas ordens de grandeza a contribuição das dissipações viscosas τ_{ij} e do termo de pressão $(P - c_0^2 \rho) \delta_{ij}$ para a geração de ruído. Para esses tipos de escoamento, portanto, pode se dizer que o tensor de Lighthill se aproxima de $\rho u_i u_j$ e a distribuição de flutuações de densidade é dada por:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.45)$$

O lado direito da Eq. 4.45 só é significativo em uma região onde há movimento espacialmente não uniforme do fluido. Fora dessas regiões a equação acima assume a forma de uma equação de onda ordinária.

Lighthill apontou ainda que os fenômenos de geração e propagação do som não estão necessariamente acoplados, e, por sua vez o lado direito da equação de onda é independente do lado esquerdo. Assumindo que se conhece o termo $(\rho u_i u_j)$, Lighthill resolveu a Eq. 4.45 de forma explícita por funções de Green e o resultado é dado abaixo (Eq. 4.46).

$$\rho'(x, t) - \rho_0 = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\infty} \frac{T_{ij}}{r} dV(y) \quad (4.46)$$

onde, T_{ij} é uma função conhecida de (y, τ) , $\tau = t - r/c_0$ é o tempo no qual a flutuação que encontra o observador foi gerada, $r = |x - y|$ e ρ_0 é uma constante de integração.

Devido às simplificações feitas em sua criação, essa última equação possui algumas limitações.

A principal delas diz respeito à analogia não levar em consideração o efeito do escoamento sobre a propagação da onda que foi gerada, portanto é dita como sendo de uma via, ou seja, o escoamento gera o som, mas o som não é influenciado pelo escoamento durante sua propagação. Sendo assim, essa analogia não é capaz de contar com os efeitos de sólidos imersos no fluido, por exemplo.

Vários outros autores trabalharam para solucionar a Eq. 4.43 com menos simplificações, objetivando superar essas limitações, e, é também com esse intuito que SILVA (2011) fez o acoplamento dessa teoria com a metodologia de traçamento de raios, descrita na seção seguinte.

4.2.2 Ray-Tracing method

A teoria clássica de raios acústicos proposta por PIERCE em 1981 foi utilizada no trabalho de SILVA (2011) para a formulação do método LRT. Segundo PIERCE (1981), o cálculo de uma frente de onda (superfície na qual as flutuações de pressão se encontram em fase) é possível por meio do sistema de equações dado abaixo.

$$\frac{dx_{raio,i}}{dt} = \bar{u}_i + \frac{\bar{c}^2 s_i}{1 - \bar{u}_j s_j} \quad (4.47)$$

$$\frac{ds_i}{dt} = -\frac{1 - \bar{u}_j s_j}{\bar{c}} \frac{\partial c}{\partial x_i} - s_j \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \quad (4.48)$$

As Eq. 4.47 e Eq. 4.48 podem ser resolvidas como um problema de autovalor pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem, onde os valores de \bar{u}_i e \bar{c} são interpolados da solução RANS usando uma interpolação tri-linear.

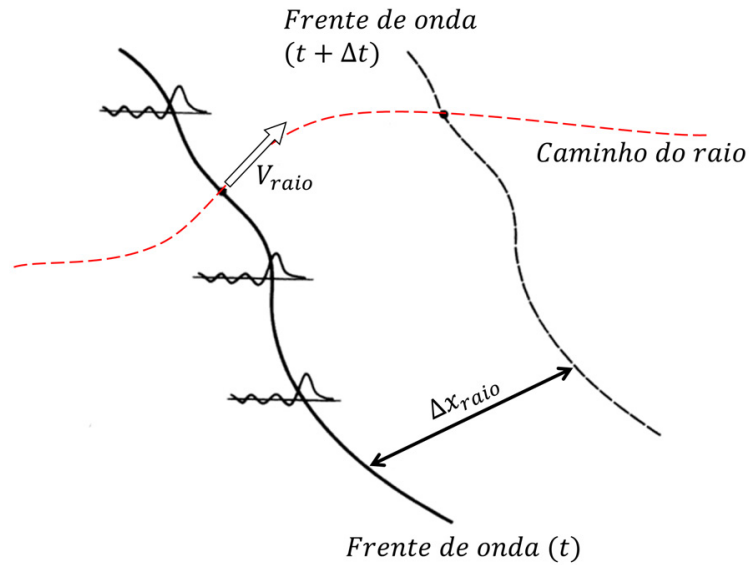


Figura 4.2: Esquematização de uma frente de onda. Adaptado de PIERCE (1981).

Todavia, as Eq. 4.47 e Eq. 4.48 não transportam quaisquer informações sobre a amplitude da pressão acústica ao longo do caminho percorrido pelo raio, portanto, o método como está, apenas determina a diretividade do som.

Visando utilizar o Ray-Tracing para determinar mudanças nos níveis de pressão sonora, SILVA (2011) utilizou a definição do invariante de BLOKHINTZEV (1945) para analisar variações relativas na pressão sonora ao longo do caminho do raio.

$$\frac{P_{ac}^2 |V_{raio}| A}{(1 - \overline{u_i} s_i) \overline{\rho} \overline{c}^2} = constante \quad (4.49)$$

Da definição do invariante (Eq. 4.49), onde P_{ac} é a pressão acústica e A é a área que um conjunto de raios representa, é possível relacionar os valores de pressão sonora, próximos à fonte e no campo distante pela Eq. 4.50.

$$\frac{P_{ac}^2|_{campo_dist}}{P_{ac}^2|_{fonte}} = \frac{\left. \frac{|V_{raio}|}{(1 - \overline{u_i} s_i) \overline{\rho} \overline{c}^2} \right|_{fonte}}{\left. \frac{|V_{raio}|}{(1 - \overline{u_i} s_i) \overline{\rho} \overline{c}^2} \right|_{campo_dist}} \frac{A|_{fonte}}{A|_{campo_dist}} \quad (4.50)$$

O primeiro termo do lado direito da equação é resolvido com as informações das soluções RANS e Ray-tracing do escoamento, já o segundo termo (razão de áreas) requer uma abordagem diferente.

Se os efeitos do escoamento no caminho dos raios forem suprimidos (retirada a refração do modelo), partindo da fonte, todos se afastarão de forma constante. Dessa forma, a área no campo distante pode ser calculada a partir da área próxima à fonte, e a razão de áreas pode ser substituída por:

$$\frac{A|_{fonte}}{A|_{campo_dist}} = \left[\frac{A|_{sem\ refração}}{A|_{com\ refração}} \right]_{campo_dist} \quad (4.51)$$

Para simplificar os cálculos, a razão de áreas com e sem refração será aproximada pela razão da densidade de raios sobre uma mesma área. Para que isso seja possível, deve-se dividir o campo distante em áreas iguais (Fig. 4.3).

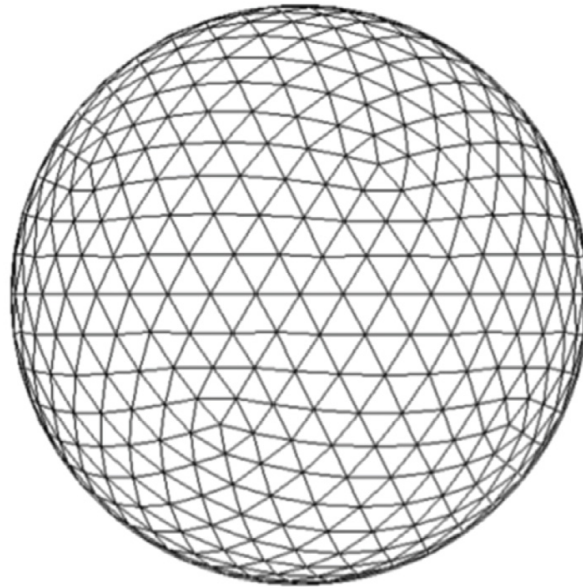


Figura 4.3: Divisão de áreas do campo distante no qual o cálculo do ruído é realizado (ROSA, 2013).

Em uma mesma área a simples contagem dos raios que a atravessa é suficiente para o cálculo da densidade de raios (Fig. 4.4).

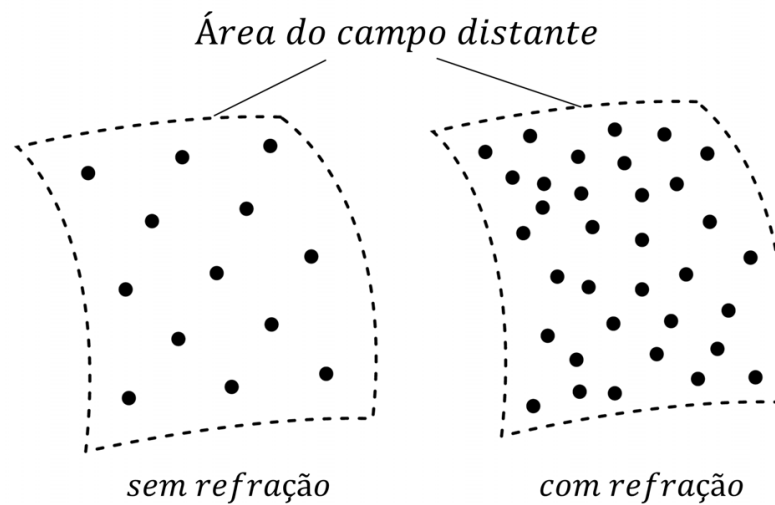


Figura 4.4: Representação do cálculo da densidade de raios em uma mesma área do campo distante. Adaptado de ROSA (2013).

Fazendo as devidas substituições na Eq. 4.50, tem-se que a razão das pressões sonoras é dada por:

$$\left[\frac{P_{ac}^2}{P_{ac}^2} \right]_{\substack{com\ refração \\ sem\ refração}}_{campo_dist} = \frac{\left[\frac{|V_{raio}|}{(1 - \overline{u_i} s_i) \overline{\rho} \overline{c}^2} \right]_{fonte}}{\left[\frac{|V_{raio}|}{(1 - \overline{u_i} s_i) \overline{\rho} \overline{c}^2} \right]_{campo_dist}} \left[\frac{N_{raio}|_{sem\ refração}}{N_{raio}|_{com\ refração}} \right]_{campo_dist} \quad (4.52)$$

onde N_{raio} é o número de raios que atravessa uma mesma área do campo distante.

A partir da Eq. 4.52, a variação do nível de pressão sonora, no campo distante, causada pela refração dos raios é:

$$\Delta SPL = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{ac}^2|_{com\ refração}}{P_{ac}^2|_{sem\ refração}} \right) \quad (4.53)$$

De posse agora do ΔSPL no campo distante e do cálculo do ruído pela analogia de Lighthill, SILVA (2011) somou esses resultados e obteve uma metodologia rápida e capaz de determinar o ruído de um jato de forma muito precisa (Fig. 4.5).

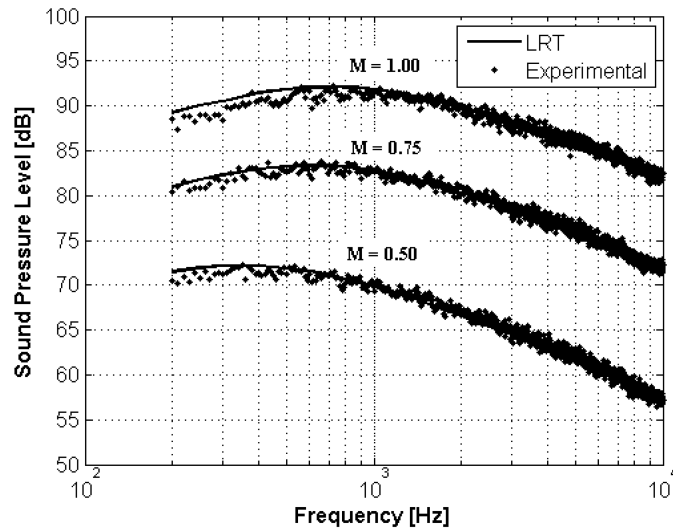


Figura 4.5: Ruído a 90° gerado por um jato em diversas velocidades (SILVA, 2011).

4.3 Método de cálculo

Para alcançar os resultados desejados, este trabalho se utiliza de pacotes comerciais e códigos abertos, ambos validados para o problema em questão exposto no Capítulo 5. Um resumo dos passos realizados para a obtenção de resultados está esquematizado na Fig. 4.6 e será descrito ao longo desta seção.

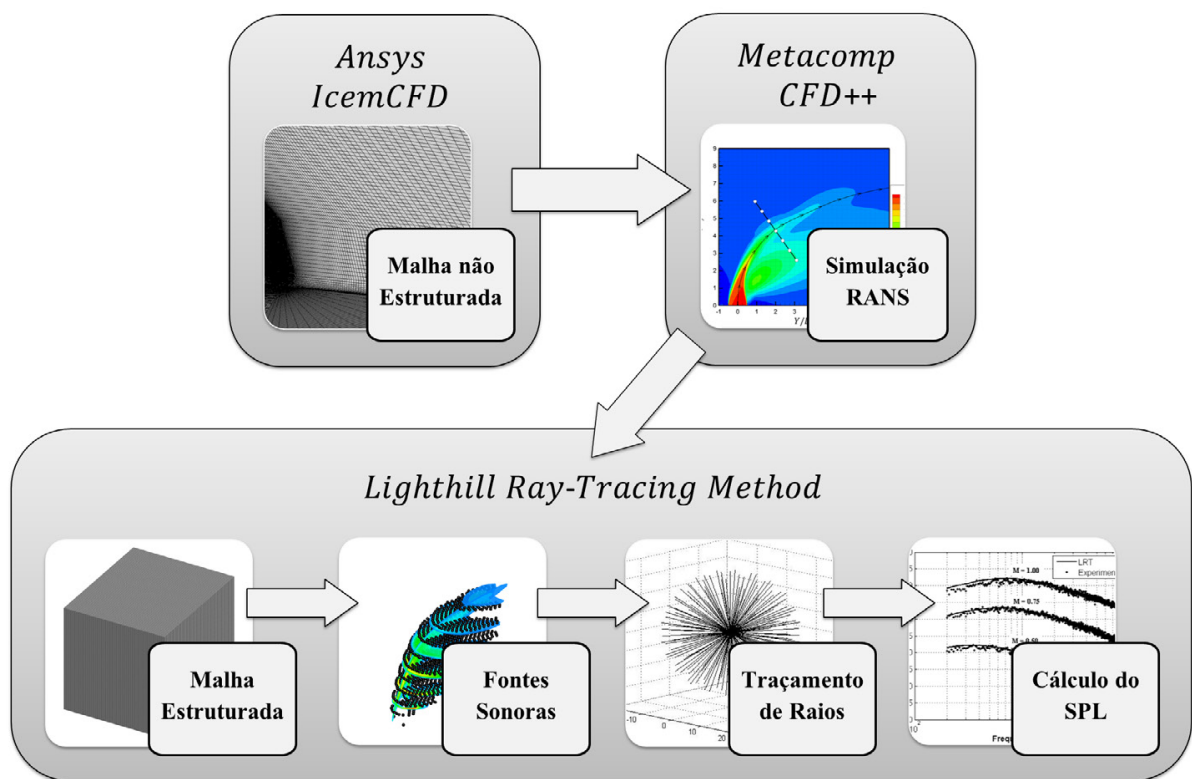


Figura 4.6: Fluxograma da metodologia utilizada nesta dissertação.

4.3.1 Domínio de cálculo e malha computacional

A escolha do domínio computacional é a primeira etapa necessária para a solução apropriada do fenômeno de JSEC. Usando trabalhos semelhantes da literatura (KARVINEN e AHLSTEDT, 2005), foi adotado um tamanho inicial deste domínio e testes posteriores (descritos na seção 5.1) levaram ao estabelecimento de um padrão usado em todas as simulações.

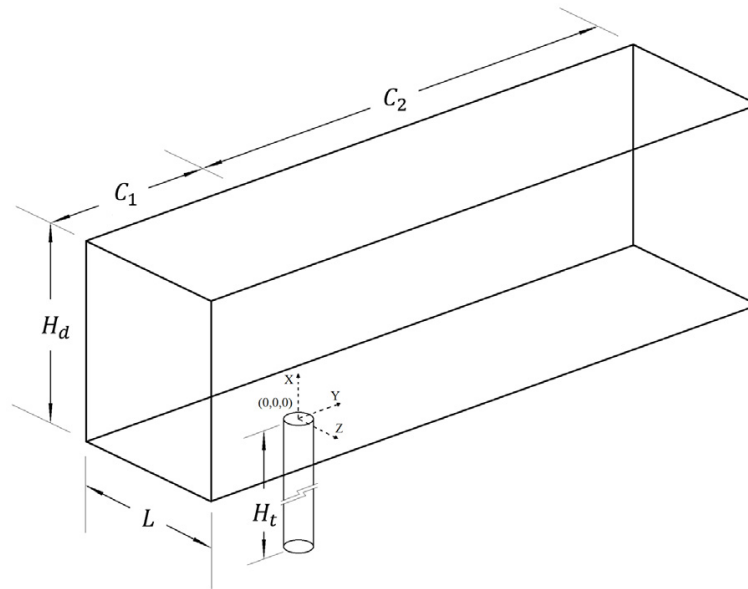


Figura 4.7: Domínio computacional utilizado para as simulações.

A Fig. 4.7 ilustra o domínio usado e todas as cotas deste se encontrarão na Tab. 5.1.

Definido o tamanho a ser usado, o próximo passo é a geração da malha computacional que será usada nos cálculos fluidodinâmicos. Para isso o autor utiliza o software IcemCFD da empresa ANSYS® para gerar uma malha hexaédrica, não-estruturada e refinada localmente nas regiões com grande cisalhamento entre os fluidos.

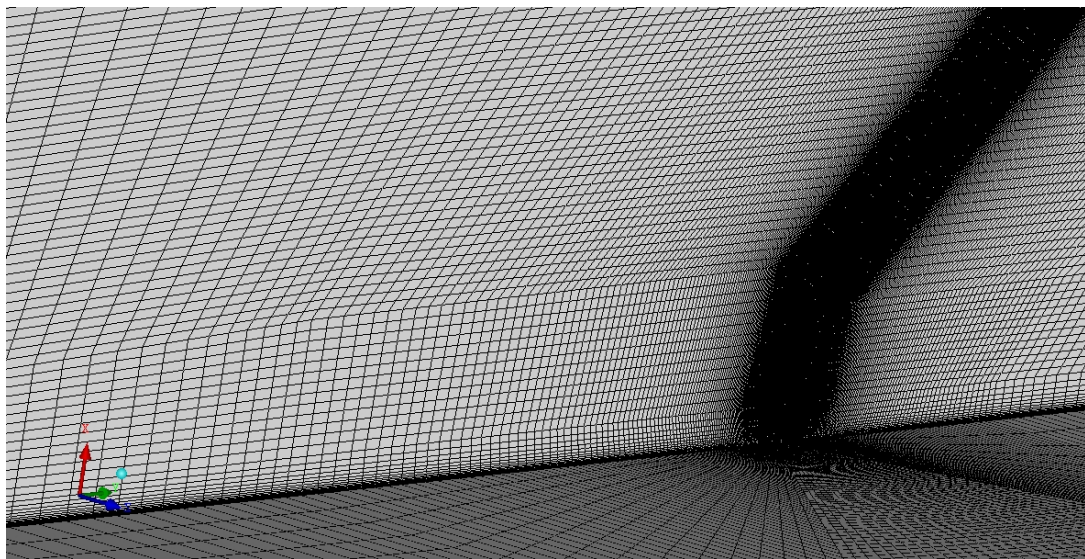


Figura 4.8: Malha computacional utilizada nesta dissertação.