

VICTOR AUGUSTO DA COSTA SILVA

**CONCEPÇÃO ROBUSTA DE CIRCUITOS ELÉTRICOS
SHUNT MULTIMODAIS PARA O CONTROLE
PASSIVO DE VIBRAÇÕES DE ESTRUTURAS
COMPOSTAS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2014

VICTOR AUGUSTO DA COSTA SILVA

**CONCEPÇÃO ROBUSTA DE CIRCUITOS ELÉTRICOS *SHUNT*
MULTIMODAIS PARA O CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES DE
ESTRUTURAS COMPOSTAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Antônio Marcos Gonçalves de Lima

UBERLÂNDIA – MG

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

- S586c
2014
- Silva, Victor Augusto da Costa, 1991-
Concepção robusta de circuitos elétricos Shunt multimodais para o controle passivo de vibrações de estruturas compostas / Victor Augusto da Costa Silva. - 2014.
108 f. : il.
- Orientador: Antônio Marcos Gonçalves de Lima.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.
1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Materiais piezoelétricos - Teses. 3. Método dos elementos finitos - Teses. 4. Estruturas inteligentes - Teses. I. Lima, Antônio Marcos Gonçalves de, 1975-. II. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

AGRADECIMENTOS

À minha família, que me apoiou desde pequeno, me dando condições para que eu pudesse chegar onde estou neste momento.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Ao programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pela confiança depositada neste trabalho.

Ao Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. J.E.T. Reis - LMEst, coordenado pelo Prof. Domingos Alves Rade com sub-coordenação do Prof. Helder Barbieri Lacerda.

E em especial ao professor Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima pela orientação, incentivo, dedicação e amizade durante minha Iniciação Científica, Graduação e Mestrado.

Resumo

Este trabalho é dedicado à modelagem numérico-computacional de sistemas estruturais do tipo placas planas laminadas de materiais compósitos contendo materiais piezoelétricos acoplados a circuitos passivos (circuitos *shunt*) multimodais para o controle passivo de vibrações, levando-se em conta as incertezas dos parâmetros de projeto que influem diretamente na eficiência dos circuitos. Serão também empregadas técnicas de otimização multiobjetivo determinística e robusta com vistas ao projeto ótimo-robusto de tais circuitos elétricos via introdução de função de vulnerabilidade a serem otimizadas conjuntamente com as funções custo originais, através da utilização de metamodelos. Para a modelagem por elementos finitos da estrutura laminada contendo elementos piezoelétricos, ênfase é dada à combinação das teorias da camada equivalente única e de primeira ordem (*First-Order Shear Deformation Theory* - FSDT) com a teoria *Layerwise* para a consideração dos campos elétricos que são assumidos serem discretos ao longo da espessura da placa laminada. Todo o procedimento de modelagem foi implementado em ambiente de programação MATLAB®. Neste sentido, está disponível hoje um conjunto de programas de fácil acesso e utilização que permitem o projeto ótimo-robusto de circuitos elétricos *shunt* multimodais para serem aplicados a estruturas laminadas mais complexas de interesse industrial com vistas ao controle passivo de vibrações de tais sistemas. Os resultados numéricos obtidos em termos das respostas dinâmicas de uma viga laminada contendo elemento piezoelétrico acoplado a circuitos *shunt* não otimizados e otimizados de forma robusta demonstram a eficiência dos mesmos para o controle passivo das vibrações indesejáveis, e coloca em evidência a necessidade de se levar em conta, durante a otimização, as incertezas inerentes às variáveis de projeto.

Palavras-chave: estruturas inteligentes, materiais compósitos, elementos finitos, materiais piezoelétricos, circuitos shunt.

Abstract

This paper is dedicated to the numerical and computational modeling of composite structural plate like-structures incorporating piezoelectric elements to be coupled with multimodal shunted circuits with the aim of passive vibrations attenuation, taking into account the parametric uncertainties which influence the performance of the circuits. Also, in the design procedure, deterministic and robust multiobjective optimization strategies will be considered in order to obtain the optimal-robust shunt circuits by introducing, during the optimization, supplementary vulnerability functions to be considered during the optimization, by using metamodels. In the context of the finite element modeling procedure, emphasis is placed on the combination of the equivalent single layer theory and the so-named First-Order Shear Deformation Theory (FSDT) with Layerwise functions taking into account the discrete electrical fields for piezoelectric patches. The considered finite element based modeling methodology has been implemented computationally by using the commercial available MATLAB programming code. Thus, based on the available computational programs it is possible to construct a robust-optimal multimodal shunt piezoelectric circuit to be applied in a more complex composite engineering system of industrial interest for vibration abatement. The numerical results obtained for a composite beam like-structure with and without robust shunt circuit demonstrate the performance of the shunt circuits to reduce the undesirable vibrations of engineering structures and put in evidence the necessity of considering parametric uncertainties during the optimization process.

Keywords: smart materials, composite structures, finite elements, piezoelectric materials, multimodal shunt circuits.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Exemplos de formas de construção de cerâmicas piezelétricas (extraída de ATCP ENGENHARIA FÍSICA, 2009).....	2
Figura 1.2 – Exemplo de <i>chassi</i> totalmente feito de material compósito (a), e este submetido a um teste de impacto (b) (extraída de Freitas e Silva (2004)).....	4
Figura 1.3 – Evolução do uso de materiais compósitos na indústria aeronáutica (extraída de Freitas e Silva (2004)).....	5
Figura 2.1 – Representação esquemática de uma placa composta e a cinemática da deformação (adaptada de Godoy(2008)).....	9
Figura 2.2 - (a) Teoria das Camadas Equivalentes Discretas, (b) Teoria da Camada Equivalente Única (adaptada de Faria (2006)).....	11
Figura 2.3 – Elemento retangular de oito nós em coordenadas locais (A) e globais (B) (Adaptada de Faria (2006)).....	14
Figura 2.4 – Representação dos potenciais elétricos nodais para o elemento de uma estrutura laminada (adaptada de Faria (2006)).....	16
Figura 3.1 – Circuito <i>shunt</i> ressonante em série (adaptado de Viana (2005)).....	25
Figura 3.2 – Circuito <i>shunt</i> ressonante em paralelo (adaptado de Viana (2005)).....	26
Figura 3.3 – Modelo geral do circuito multimodal (extraído de Wu (1998)).....	28
Figura 3.4 – Exemplo de um circuito multimodal para dois modos de vibração (adaptado de Wu (1998)).....	29
Figura 3.5 – Exemplo de um circuito multimodal para três modos de vibração (adaptado de Wu (1998)).....	29
Figura 3.6 – Exemplo de circuito multimodal para dois modos modificado (adaptado de Wu (1998)).....	30
Figura 3.7 – Exemplo de circuito multimodal para três modos modificado (adaptado de Wu (1998)).....	31
Figura 3.8 - Exemplo de circuito multimodal para dois modos proposto por Moheimani e Fleming (2003).....	32
Figura 3.9 - Exemplo de circuito multimodal para três modos proposto por Moheimani e	

Fleming (2003).....	33
Figura 4.1 – Noção de dominância (adaptada de Ait Brik et al.(2005)).....	40
Figura 4.2 – Soluções ótimas (adaptada de Lee e Park (2001)).....	41
Figura 4.3 – Metodologias de otimização determinística e robusta (adaptado de Lima (2007)).....	42
Figura 4.4 – Exemplo de uma rede de neurônios.....	44
Figura 4.5 – Esquema de blocos representando o fenômeno físico.....	45
Figura 4.6 – Exemplo de aprendizagem (extraída de de Lima et al. (2010)).....	46
Figura 4.7 – Exemplo de validação (extraído de de Lima et al. (2010)).....	46
Figura 4.8 – Escolha de uma base de aprendizagem e validação (extraído de de Lima et al. (2010)).....	47
Figura 4.9 – Esquema de um PMC.....	48
Figura 4.10 – Correlação entre soluções exatas e aproximadas via emprego de um PMC.....	48
Figura 4.11 - Estratégia de construção das redes neurais artificiais.....	50
Figura 5.1 – Placa composta em balanço formada por duas camadas (adaptado de Faria (2006)).....	55
Figura 5.2 – Deflexões normalizadas ao longo do eixo médio da placa composta.....	55
Figura 5.3 – Amplitude da FRF para a placa composta.....	56
Figura 5.4 – Viga de alumínio acoplada a um circuito elétrico <i>shunt</i>	56
Figura 5.5 – FRFs da viga sem e com circuitos elétricos <i>shunt</i>	57
Figura 5.6 – Representação da placa composta acoplada a um circuito <i>shunt</i> multimodal.....	58
Figura 5.7 – Amplitudes da FRF da placa composta acoplada ao circuito multimodal.....	59
Figura 5.8 – Representação dos primeiros cinco modos de vibração da viga laminada...	59
Figura 5.9 – FRFs dos sistemas sem e com circuitos multimodais.....	60
Figura 5.10 – FRFs dos sistemas sem e com circuitos multimodais – 1º modo.....	61
Figura 5.11 – FRFs dos sistemas sem e com circuitos multimodais – 2º modo.....	61
Figura 5.12 – FRFs dos sistemas sem e com circuitos multimodais – 3º modo.....	61
Figura 5.13 – Comparação das amplitudes das FRFs dos sistemas sem e com circuitos nominais e otimizados para o 1º modo – multimodal em paralelo.....	64
Figura 5.14 – Comparação das amplitudes das FRFs dos sistemas sem e com circuitos nominais e otimizados para o 2º modo – multimodal em paralelo.....	64
Figura 5.15 – Comparação das amplitudes das FRFs dos sistemas sem e com circuitos nominais e otimizados para o 3º modo – multimodal em paralelo.....	64
Figura 5.16 – Comparação das amplitudes das FRFs dos sistemas sem e com circuitos	

nominais e otimizados para o 1º modo – multimodal em série.....	65
Figura 5.17 – Comparação das amplitudes das FRFs dos sistemas sem e com circuitos nominais e otimizados para o 2º modo – multimodal em série.....	65
Figura 5.18 – Comparação das amplitudes das FRFs dos sistemas sem e com circuitos nominais e otimizados para o 3º modo – multimodal em série.....	65
Figura 5.19 – FRFs utilizando as soluções determinísticas – 1º modo.....	66
Figura 5.20 – FRFs utilizando as soluções determinísticas – 2º modo.....	67
Figura 5.21 – FRFs utilizando as soluções determinísticas – 3º modo.....	67
Figura 5.22 – Evolução do Erro Médio Quadrático durante o treinamento da Rede Neural.....	69
Figura 5.23 – Comparação entre respostas obtidas utilizando a função original e a rede neural.....	70
Figura 5.24 – Erro relativo entre as respostas utilizando a função original e a rede neural.....	70
Figura 5.25 – Fronts de Pareto e parâmetros ótimo-robustos - ressonante em paralelo..	71
Figura 5.26 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em paralelo determinístico e robusto – 1º modo.....	72
Figura 5.27 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em paralelo determinístico e robusto – 2º modo.....	72
Figura 5.28 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em paralelo determinístico e robusto – 3º modo.....	72
Figura 5.29– Envelopes de soluções para o circuito multimodal ressonante paralelo com 2% de dispersão nas variáveis: (a) – 1º modo (determinístico), (b) – 1º modo (robusto), (c) – 2º modo (determinístico), (d) – 2º modo (robusto), (e) – 3º modo (determinístico), (f) – 3º modo (robusto).....	74
Figura 5.30 – Envelopes de soluções para o circuito multimodal ressonante paralelo com 5% de dispersão nas variáveis: (a) – 1º modo (determinístico), (b) – 1º modo (robusto), (c) – 2º modo (determinístico), (d) – 2º modo (robusto), (e) – 3º modo (determinístico), (f) – 3º modo (robusto).....	75
Figura 5.31 – Fronts de Pareto e parâmetros ótimo-robustos - ressonante em série.....	76
Figura 5.32 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em série determinístico e robusto – 1º modo.....	77
Figura 5.33 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em série determinístico e robusto – 2º modo.....	77
Figura 5.34 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em série determinístico e robusto – 3º modo.....	77

Figura 5.35 – Envelopes de soluções para o circuito multimodal ressonante em série com 2% de dispersão nas variáveis: (a) – 1º modo (determinístico), (b) – 1º modo (robusto), (c) – 2º modo (determinístico), (d) – 2º modo (robusto), (e) – 3º modo (determinístico), (f) – 3º modo (robusto).....	79
Figura 5.36 – Envelopes de soluções para o circuito multimodal ressonante em série com 5% de dispersão nas variáveis: (a) – 1º modo (determinístico), (b) – 1º modo (robusto), (c) – 2º modo (determinístico), (d) – 2º modo (robusto), (e) – 3º modo (determinístico), (f) – 3º modo (robusto).....	80
Figura 5.37 – FRFs utilizando as soluções robustas – 1º modo.....	81
Figura 5.38 – FRFs utilizando as soluções robustas – 2º modo.....	81
Figura 5.39 – FRFs utilizando as soluções robustas – 3º modo.....	81
Figura 5.40 – Envelopes de FRFs utilizando as soluções determinísticas e robustas com o circuito multimodal ressonante em paralelo: (a), (b) e (c) – 1º, 2º e 3º modos com incerteza na primeira espessura do composto, (d), (e) e (f) – 1º, 2º e 3º modos com incerteza na espessura da pastilha piezelétrica.....	83
Figura 5.41 – Envelopes de FRFs utilizando as soluções determinísticas e robustas com o circuito multimodal ressonante em série: (a), (b) e (c) – 1º, 2º e 3º modos com incerteza na primeira espessura do composto, (d), (e) e (f) – 1º, 2º e 3º modos com incerteza na espessura da pastilha piezelétrica.....	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Circuitos shunt (adaptado de Viana, 2005).....	25
Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas do material Fibcom#1.....	54
Tabela 5.2 – Propriedades do Alumínio e do PZT G1195.....	57
Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas do material compósito.....	58
Tabela 5.4 – Parâmetros monomodais obtidos para os circuitos em série e em paralelo.....	60
Tabela 5.5 – Espaço de projeto para otimização determinística - ressonante em série.	62
Tabela 5.6 – Espaço de projeto para otimização determinística - ressonante em paralelo.....	62
Tabela 5.7 – Parâmetros do NSGA.....	62
Tabela 5.8 – Valores ótimos determinísticos dos circuitos multimodais.....	63
Tabela 5.9 – Espaço de projeto para otimização robusta – ressonante em série.....	68
Tabela 5.10 – Espaço de projeto para otimização robusta – ressonante em paralelo....	68

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS LATINOS

\mathbf{C}	matriz de rigidez mecânica
C_{PZT}	capacitância da pastilha piezoelétrica
C	capacitância
$\mathbf{D}_i(z)$	matriz dos operadores diferenciais
\mathbf{D}	vetor dos deslocamentos elétricos
\mathbf{e}	matriz de constantes dielétricas
e_q	erro quadrático
\mathbf{E}	vetor campo elétrico
$\mathbf{F}(\mathbf{x})$	vetor de funções objetivo
$\mathbf{f}(t)$	vetor de forças generalizadas
f^r	função robustez
$f^v(x)$	função vulnerabilidade
$g_j(\mathbf{x})$	restrições de igualdade ou desigualdade
$\mathbf{H}(\omega)$	função de resposta em frequência
$\mathbf{H}(\omega, \theta)$	função de resposta em frequência com perturbação aleatória θ
\mathbf{J}	matriz Jacobiana
J	Jacobiano
\mathbf{K}_{uu}^e	matriz de rigidez puramente mecânica elementar
\mathbf{K}_u	matriz de rigidez puramente mecânica global
$\mathbf{K}_{u\varphi}^e, \mathbf{K}_{\varphi u}^e$	matrizes de rigidez eletromecânica elementar
$\mathbf{K}_{\varphi\varphi}^e$	matriz de rigidez puramente elétrica elementar

K_e	energia cinética elementar
K_{ij}	fator de acoplamento eletromecânica generalizado
\mathbf{L}	matriz de seleção de potenciais elétricos
$L_j(z)$	função em camadas equivalentes
L	Indutância
\mathbf{M}_{uu}^e	matriz de massa elementar
\mathbf{M}_u	matriz de massa global
$\mathbf{N}_i(\xi, \eta)$	funções de forma do elemento Serendipity de 8 nós
$p(x)$	função densidade de probabilidade
\mathbf{Q}, \mathbf{T}	matrizes de transformação – rotação em torno do eixo z
R	Resistência
S	Entropia
$\mathbf{U}(x, y, t)$	vetor contendo os campos cinéticos
$\hat{\mathbf{u}}(x, y, t)$	vetor de graus de liberdade do sistema
$\mathbf{u}_e(t)$	variáveis mecânicas nodais
U_e	energia de deformação elementar
V_e	volume elementar
\mathbf{x}	vetor com as variáveis de projeto
$\mathbf{Z}(\omega)$	matriz de impedância elétrica
$\mathbf{Z}(\omega, \theta)$	matriz de impedância elétrica mediante perturbação aleatória θ

SÍMBOLOS GREGOS

δ_L	dispersão do parâmetro indutivo
δ_R	dispersão do parâmetro resistivo
(ξ, η)	sistema local de coordenadas isoparamétricas planas do elemento
$\boldsymbol{\varepsilon}$	vetor deformação mecânica
\mathcal{E}_a	performance utilizando a base de aprendizagem
\mathcal{E}_v	performance utilizando a base de validação

λ_i	multiplicadores de Lagrange
ρ	densidade
$\Gamma(z)$	função <i>Gamma</i>
θ	perturbação aleatória
σ	vetor tensão mecânica
χ	matriz de permissividade elétrica
φ_{ij}	potencial elétrico nodal
ϕ_j	funções de interface
$\overline{\Phi}(\omega)$	vetor de potenciais elétricos independentes entre si
ω_n	frequência natural

LISTA DE ABREVIações

ADV	Absorvedor Dinâmico de Vibrações
CLT	Teoria Clássica dos Laminados
FSDT	<i>First Order Shear Deformation Theory</i>
HCL	<i>HyperCuboLatino</i>
HSDT	<i>High Order Shear Deformation Theory</i>
MC	Monte Carlo
NSGA	<i>Non dominated Sorting Genetic Algorithm</i>
PMC	<i>Perceptron</i> Multicamadas
POMD	Problema de Otimização Multiobjetivo Determinístico
POMR	Problema de Otimização Multiobjetivo Robusto
PZT	Piezocerâmica de Zirconato Titanato de Chumbo

SUMÁRIO

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO II - MODELAGEM DE PLACAS LAMINADAS CONTENDO ELEMENTOS PIEZOELÉTRICOS ACOPLADOS A CIRCUITOS SHUNT.....	8
2.1. Teorias utilizadas para a modelagem de placas laminadas.....	8
2.2. Formulação por elementos finitos do problema mecânico.....	11
2.2.1. <i>Relações deslocamentos-deformações.....</i>	12
2.2.2. <i>Discretização por elementos finitos.....</i>	13
2.2.3. <i>Formulação das matrizes de massa e rigidez elementares.....</i>	15
2.3. Formulação por elementos finitos do problema eletromecânico.....	16
2.3.1. <i>Relações entre campo elétrico e potencial elétrico.....</i>	17
2.3.2. <i>Discretização por elementos finitos.....</i>	19
2.3.3. <i>Formulação das matrizes de rigidezes elementares.....</i>	20
2.4. Inclusão dos circuitos elétricos <i>shunt</i>	21
CAPÍTULO III – CIRCUITOS SHUNT MULTIMODAIS.....	24
3.1. Formulação dos circuitos <i>shunt</i> monomodais.....	24
3.2. Formulação dos circuitos <i>shunt</i> multimodais.....	27
3.2.1. <i>Circuitos shunt multimodais com a topologia ressonante em paralelo.....</i>	27
3.2.2. <i>Circuitos shunt multimodais com a topologia ressonante em série.....</i>	32
3.3. Cálculo das Impedâncias.....	33
3.3.1. <i>Procedimento para cálculo da impedância equivalente total do circuito.....</i>	34
3.3.2. <i>Expressões das impedâncias resultantes.....</i>	35
CAPÍTULO IV – OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO ROBUSTA.....	38

4.1. Problema de Otimização Multiobjetivo Determinística.....	38
4.1.1. <i>Definição do problema multiobjetivo</i>	38
4.1.2. <i>Algoritmos evolucionários</i>	39
4.2. Problema de Otimização Multiobjetivo Robusta.....	40
4.2.1. <i>HyperCuboLatino (HCL)</i>	42
4.3. Metamodelagem.....	43
4.3.1. <i>Problema de aproximação de respostas</i>	44
4.3.2. <i>Princípios das Redes Neurais</i>	44
4.3.3. <i>Perceptron multicamadas (PMC)</i>	47
4.3.4. <i>Procedimentos para criação da rede neural</i>	48
4.4. Construção do Modelo Probabilístico para a concepção robusta dos circuitos.....	50
CAPÍTULO V – SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	54
5.1. Validação do modelo de elementos finitos.....	54
5.2. Viga acoplada a circuitos <i>shunt</i> resistivo e ressonante.....	56
5.3. Viga laminada acoplada a circuitos <i>shunt</i> multimodais em série e em paralelo.....	58
5.4. Otimização Determinística.....	62
5.5. Otimização Robusta.....	67
5.6. Incertezas introduzidas na estrutura.....	82
CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS.....	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	89

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Como resultado da combinação entre os avanços tecnológicos em ciência dos materiais e o corrente desenvolvimento das técnicas de controle e otimização de estruturas, observa-se o crescente uso de sistemas mecatrônicos avançados, dentre os quais, destacam-se as chamadas Estruturas Inteligentes. Estas estruturas são capazes de identificar alterações nas condições ambientais e/ou operacionais e promover adaptações com o intuito de garantir desempenho satisfatório. Neste sentido, a aplicação das estruturas inteligentes se estende a setores onde é intrínseca a maximização da segurança, confiabilidade e desempenho, como por exemplo, desenvolvimento de estruturas espaciais, satélites de comunicação, indústria automobilística, construção civil, equipamentos esportivos, dentre outros (FARIA, 2006).

De modo geral, as estruturas sempre estão sujeitas a perturbações estáticas e/ou dinâmicas que induzem níveis indesejáveis de vibrações e ruídos, necessitando, desta forma, de alguma estratégia de controle. Neste contexto, as estruturas inteligentes desempenham papel importante e podem ser utilizadas de modo a efetuar as tarefas de sensoriamento, atuação e o próprio controle.

Dentre os materiais inteligentes mais empregados atualmente, as cerâmicas piezelétricas se apresentam como as mais interessantes em diversos tipos de aplicações pelo fato de serem utilizadas tanto como sensores quanto atuadores. Além disso, podem ser confeccionadas em formas variadas com um custo relativamente baixo, sendo adaptáveis a diferentes tipos de estruturas tais como, placas, cascas e vigas. Porém, possuem algumas desvantagens, como o fato de apresentarem suas propriedades eletromecânicas dependentes da temperatura, além da mudança dessas propriedades conforme ocorre o envelhecimento destas cerâmicas.

Em seu estado natural, as cerâmicas piezelétricas são isotrópicas e não apresentam uma direção de polarização em um nível macroscópico, sendo necessária sua exposição a níveis elevados de campo elétrico para que possam ser utilizadas como elementos piezelétricos. Com isso, estes materiais apresentam limitações com relação a níveis elevados de temperatura e campo elétrico, pois estes altos níveis induzem à sua despolarização.

A Figura 1.1 mostra alguns exemplos de cerâmicas piezelétricas, sendo a situada mais à esquerda sendo utilizada em equipamentos de ultrassom para fisioterapia, a do meio utilizada em sonares, e a situada mais à direita em máquinas de solda por ultrassom.



Figura 1.1 – Exemplos de formas de construção de cerâmicas piezelétricas (extraída de ATCP ENGENHARIA FÍSICA, 2009).

Por outro lado, os chamados materiais compósitos se mostram como uma possibilidade atraente na concepção de estruturas inteligentes, que são aqueles formados por dois ou mais materiais ou fases diferentes de constituição, com propriedades mecânicas também diferentes entre si (FARIA, 2006; SOUZA, 2003). A combinação dos materiais é efetuada de modo que a estrutura resultante tenha um comportamento diferente em relação aos materiais metálicos convencionais em atendimento às necessidades específicas de um determinado projeto.

Os materiais compósitos mais utilizados em estruturas de engenharia são bifásicos, contendo uma fase descontínua conhecida como reforço, que é constituído por fibras, partículas ou folhas, imersas em uma fase contínua chamada de matriz. O modo como estas fases interagem entre si e o seu arranjo estão intimamente relacionados com as propriedades finais do material compósito. As fibras conferem aos materiais compósitos características de rigidez e resistência à ruptura, sendo comumente constituídas de fibras de vidro, aramida (Kevlar), carbono ou boro. Já as matrizes são as responsáveis por interligar as fibras, e a estas transmitir as cargas mecânicas, além de proteger as fibras contra efeitos ambientais. Dentro da

lâmina, a orientação das fibras pode ser unidirecional, bidirecional com as fibras cruzadas ortogonalmente (tecidos), de maneira aleatória (esteiras), ou ainda de maneira tridimensional (FARIA, 2006). Além da orientação, o tamanho, a forma, a concentração e a distribuição das fibras influem nas propriedades mecânicas dos materiais compósitos.

Com relação aos materiais utilizados nas matrizes dos materiais compósitos, estes são classificados em metálicos, poliméricos ou cerâmicos. As matrizes metálicas são utilizadas em aplicações sujeitas a altas temperaturas, por exemplo, em aplicações aeroespaciais, com a vantagem de aumentar a rigidez, a estabilidade mecânica e térmica do material. No entanto, a fabricação de materiais compósitos utilizando uma matriz metálica é extremamente cara e complexa, além de apresentar dificuldades com relação à compatibilidade química entre as fibras e o metal. As matrizes poliméricas, popularmente conhecidas como “resinas”, dividem-se entre matrizes termorrígidas e termoplásticas. As matrizes termorrígidas podem ser fabricadas sob condições de baixa temperatura e pressão, e permitem que haja um bom nível de sua absorção pelas fibras. As matrizes termoplásticas apresentam maior resistência entre as lâminas e resistência ao impacto, além de manter suas propriedades inalteradas em temperaturas elevadas. As matrizes termorrígidas possuem propriedades mecânicas mais atraentes do que as termoplásticas, porém as termoplásticas possuem a vantagem de poderem ser “remodeladas” através de processos térmicos. As matrizes cerâmicas também resistem a altas temperaturas e à oxidação, apresentando elevada dureza e fragilidade, sendo este tipo o mais utilizado em ambientes hostis (ZANATTA, 2012).

Na literatura, existem vários tipos de classificação de materiais compósitos em termos da morfologia e seus agentes de reforço. Com isso, com relação ao reforço, os materiais compósitos se classificam em particulados, com fibras e estruturais (SOUZA, 2003; PEREIRA, Jr., 2004). Os compósitos com fibras são resultantes da introdução de componentes com uma relação de forma (relação entre sua maior e sua menor dimensão) maior que três. Estas fibras, responsáveis por proporcionar ao material compósito propriedades mecânicas elevadas, apresentam usualmente diâmetros entre 10 e 100 μm (SALIBA Jr., 2003). Os compósitos particulados resultam da introdução de componentes com uma relação de forma menor que três, em que as partículas são adicionadas para melhorarem as propriedades do material ou da matriz, como por exemplo, resistência à abrasão e à corrosão, dentre outras. Os compósitos estruturais são subdivididos em compósitos do tipo sanduíche e compósitos do tipo laminado. Os compósitos do tipo sanduíche são formados por um núcleo constituído por um material leve com alta resistência a compressão e por lâminas

altamente resistentes à tração e anisotrópicas (BERTHELOT, 1992; MENDONÇA, 2005). Os compósitos laminados são formados por diferentes lâminas fibrosas ao longo da espessura da estrutura, onde a orientação e o material de cada uma dependem do projeto estrutural.

De acordo com Faria (2006), a combinação de materiais compósitos com materiais adaptativos, principalmente os materiais piezelétricos, é uma estratégia extremamente interessante na tecnologia das estruturas inteligentes, e que têm motivado um grande esforço de pesquisa das estruturas inteligentes (DONADON, 2000; ROCHA, 2004).

Na indústria automotiva, o primeiro *chassi* totalmente feito com material compósito foi o McLaren MP4-1 em 1981, conforme ilustrado na Fig. 1.2(a). Entretanto, nestes veículos, testes de impacto são necessários, por regulamento, para avaliar a segurança do habitáculo do piloto (ver Fig. 1.2(b)), tornando-se comumente utilizados na Fórmula 1 a partir de 1983.



(a)



(b)

Figura 1.2 – Exemplo de *chassi* totalmente feito de material compósito (a), e este submetido a um teste de impacto (b) (extraída de Freitas e Silva (2004)).

Na indústria aeronáutica também é visível a evolução no emprego de materiais compósitos, como mostra a Fig. 1.3. Como exemplo, o *fin* traseiro do Airbus A300/310 teve seu peso reduzido em 20% quando foram utilizados materiais compósitos, sendo construído em 95 peças, sendo que o modelo anterior utilizando alumínio compreendia 2076 peças. Outro exemplo é a aeronave militar Harrier AV-8B II, onde 26% de seu peso são constituídos de materiais compósitos, na sua maioria de Carbono/Epoxy.

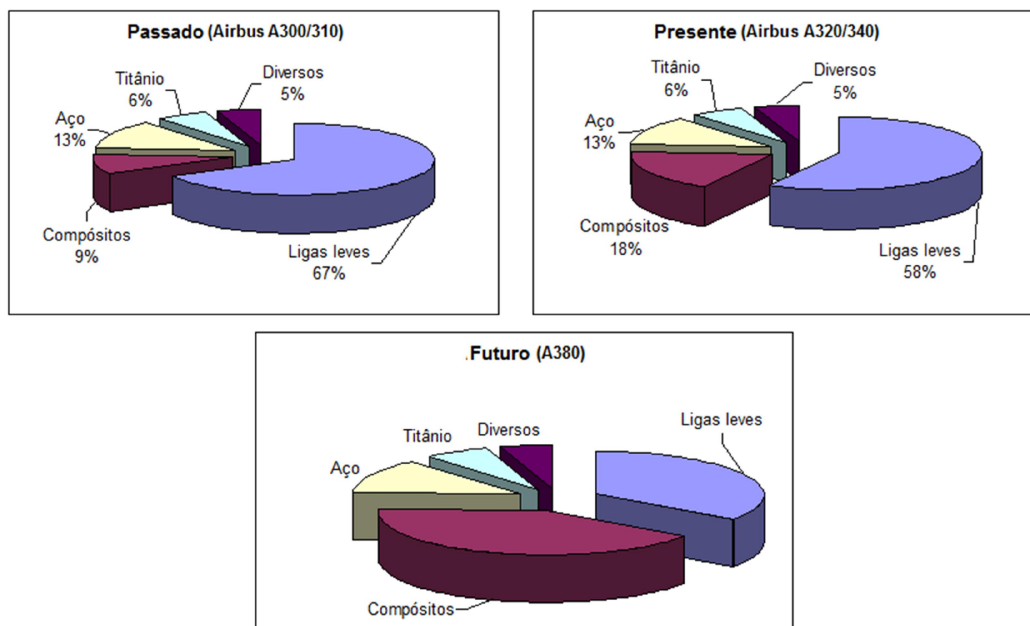


Figura 1.3 – Evolução do uso de materiais compósitos na indústria aeronáutica (extraída de Freitas e Silva (2004)).

Uma possibilidade interessante do uso dos materiais piezelétricos é o controle passivo de vibrações e ruído empregando tais materiais em virtude dos mesmos serem capazes de converter parte da deformação da estrutura em energia elétrica durante o ciclo de vibrações. Essa energia pode ser dissipada através de um circuito elétrico passivo (circuito elétrico *shunt*) constituindo-se numa forma usual de controle passivo de estruturas (VIANA, 2005). Além disso, comparada com outras técnicas de controle passivo que introduzem amortecimento, como por exemplo, os materiais viscoelásticos, a utilização de circuitos elétricos passivos é vantajosa, uma vez que o nível de amortecimento pode ser modificado periodicamente através da variação das propriedades elétricas dos elementos passivos (resistores e indutores) ou através da reconfiguração do circuito elétrico. De acordo com Saravanos (1999b), esta técnica ainda não reduz a rigidez das lâminas, no caso dos materiais compósitos, como ocorre no caso de camadas amortecidas por cisalhamento de materiais viscoelásticos.

O modelo mais comum de circuito elétrico *shunt* é o que controla um único modo, sendo comumente conhecido como circuito elétrico *shunt* monomodal (VIANA, 2006; HAGOOD; FLOTOW, 1991; WU, 1996). Existem várias topologias de circuitos elétricos *shunt*, sendo os mais utilizados o resistivo e o ressonante, este podendo ser em série ou em

paralelo. Sendo assim, para o controle de vários modos de vibração de uma estrutura, são necessários vários elementos piezelétricos incorporados na estrutura, cada elemento piezelétrico com um circuito relacionado a um modo específico de vibração (VIANA, 2006). Entretanto, isto acarreta certos problemas, pois a estrutura pode não ter espaço suficiente para acomodar um grande número de cerâmicas piezelétricas, além de ter suas propriedades estruturais modificadas, alterando sua rigidez e aumentando excessivamente a sua massa. Com isso surge a necessidade de um circuito elétrico *shunt* que controle vários modos simultaneamente e que utilize um único elemento piezelétrico. Neste sentido, duas diferentes topologias de circuitos elétricos *shunt* multimodais serão utilizadas neste trabalho: circuito elétrico ressonante em paralelo, proposto por Wu (1998), e o ressonante em série, proposto por Moheimani e Fleming (2003).

Apesar da existência de inúmeras formulações analíticas para a sintonia ótima de circuitos *shunt* de topologias mais simples, tais como especificadas em Hagood e Von Flotow (1991), esses parâmetros muitas vezes não são tão evidentes em topologias mais complexas, além de levarem a valores excessivos para as indutâncias, o que dificultaria sua aplicação prática de interesse industrial. Além disso, pequenas variações nos parâmetros do circuito levam à sua perda de eficiência. Assim, técnicas numéricas de otimização, levando-se em conta as incertezas inerentes aos parâmetros do circuito, com vistas à obtenção de projetos mais robustos, se fazem necessárias neste tipo de estudo.

A abordagem paramétrica utilizada para a construção do modelo probabilístico dos circuitos *shunt* é o Princípio de Máxima Entropia, que é baseado na teoria da informação, onde a partir das funções de densidade de probabilidade de cada variável, os valores dessas variáveis consideradas incertas são obtidos aleatoriamente via utilização do método Hyper-Cubo-Latino (HCL) que é uma variante do Método de Monte Carlo com garantia de convergência para pequenas amostras. Além disso, devido ao grande esforço computacional exigido no processo do cálculo das funções de vulnerabilidade associadas às funções objetivo, neste trabalho será utilizada uma rede neural artificial (RNA) para aproximar as respostas dinâmicas do sistema exato. O objetivo é reduzir o esforço computacional para o cálculo das dispersões ao redor do ótimo durante o processo de otimização robusta. Por fim, serão construídos os envelopes das funções de resposta em frequência (FRFs) para a determinação dos níveis de estabilidade dos circuitos *shunt* investigados.

Estrutura da Dissertação

Além desse capítulo introdutório, o Capítulo 2 dedica-se a uma revisão da modelagem por elementos finitos de placas planas laminadas de material compósito contendo elementos piezelétricos, e o acoplamento dos circuitos elétricos *shunt* na equação global do movimento do sistema, obtendo sua função de resposta em frequência.

O Capítulo 3 descreve a formulação de circuitos elétricos *shunt* multimodais, partindo-se da obtenção dos parâmetros ótimos dos circuitos ressonantes monomodais, e em seguida, mostrando a proposta inicial de Wu em 1998, e os circuitos multimodais utilizados neste trabalho, propostos por Wu (1998) e por Moheimani e Fleming (2003), bem como a obtenção das expressões das impedâncias para estes circuitos.

No Capítulo 4 são apresentados alguns conceitos fundamentais sobre otimização multiobjetivo determinística e robusta, bem como a criação de metamodelos clássicos. Será ainda mostrada a formulação das funções de vulnerabilidade e a estratégia de acoplamento das mesmas com a otimização multiobjetivo. Por fim, é apresentado também o uso do Princípio da Máxima Entropia para a construção do modelo probabilístico para cada variável aleatória que caracteriza diretamente a eficiência dos circuitos elétricos.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentados os resultados das simulações numéricas, e no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões gerais e propostas de continuidade para trabalhos futuros.

Objetivos

São os seguintes os objetivos específicos desta dissertação:

- Melhoramento do modelo de elementos finitos de placas planas de material compósito contendo elementos piezelétricos para possibilitar a inclusão dos circuitos *shunt* multimodais;
- Modelagem determinística de diferentes topologias de circuitos elétricos *shunt* multimodal e combinação dos mesmos com o modelo de elementos finitos do sistema eletromecânico melhorado;
- Projeto ótimo-robusto via emprego de otimização considerando incertezas nos parâmetros dos circuitos *shunt* multimodais.

CAPÍTULO II

MODELAGEM DE PLACAS LAMINADAS CONTENDO ELEMENTOS PIEZELÉTRICOS ACOPLADOS A CIRCUITOS *SHUNT*

Este capítulo apresenta uma revisão sobre a modelagem por elementos finitos de placas laminadas contendo elementos piezelétricos acoplados a circuitos elétricos *shunt*, baseada nos desenvolvimentos feitos por Faria (2006), Chee (2000) e Zambolini-Vicente (2014). Para a modelagem do problema eletromecânico (estrutura laminada contendo elementos piezelétricos) será utilizada a Teoria Mista, que combina a teoria de cisalhamento de primeira ordem para os campos de deslocamentos mecânicos com a teoria discreta para os potenciais elétricos distribuídos por camadas. Será também apresentada a parametrização do modelo de elementos finitos onde são colocadas em evidência todas as variáveis de projeto que caracterizam o sistema eletromecânico e os circuitos elétricos *shunt*. Este procedimento facilitará a montagem das matrizes globais resultando em um menor custo computacional, além de permitir a introdução das incertezas paramétricas via Método da Máxima Entropia, e a formulação do problema de otimização robusta.

2.1. Teorias utilizadas para a modelagem de placas laminadas

Dentre as teorias que são utilizadas para a modelagem numérica de vigas, placas e cascas de material laminado, pode-se citar: a Teoria Clássica dos Laminados (CLT), a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT) e a Teoria da Deformação Cisalhante de Ordem Superior (HSDT). A Figura 2.1 ilustra de forma esquemática o campo de deformações de cada teoria.

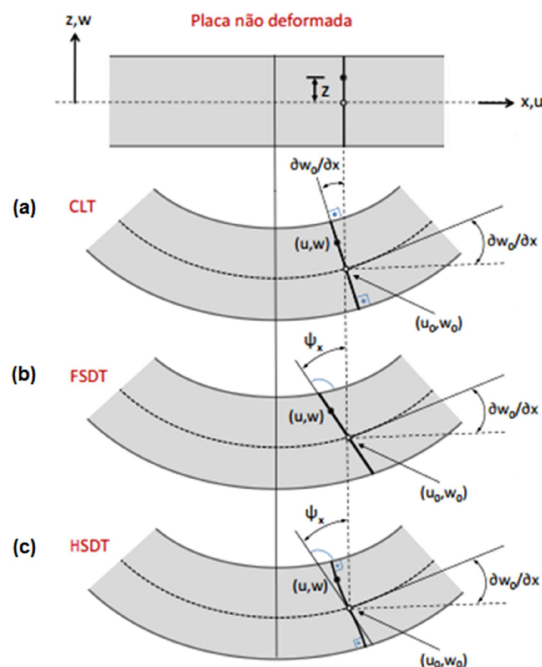


Figura 2.1 – Representação esquemática de uma placa laminada e a cinemática da deformação (adaptada de Godoy(2008)).

A teoria CLT assume que uma linha reta e perpendicular à superfície de referência indeformada continua reta e perpendicular a esta superfície quando esta se deforma, além de não se alongar na direção da espessura (ver Fig. 2.1(a)). Além disso, são consideradas pequenas deformações, deslocamentos e rotações. Desta forma, a teoria CLT desconsidera os efeitos cisalhantes transversais e a deformação normal transversal (FARIA, 2006).

Diferentemente da CLT, a FSDT considera que uma linha que esteja reta e perpendicular à superfície de referência, continue reta, porém não mais perpendicular a esta superfície, após esta ser deformada (Fig. 2.1(b)). Devido ao fato desta teoria considerar que a deformação cisalhante transversal varia linearmente ao longo da espessura, há a necessidade de utilizar fatores de correção das deformações de cisalhamento transversais. A FSDT é considerada a teoria com a melhor relação entre custo computacional e capacidade de predição para aplicações envolvendo placas finas e moderadamente finas. Entretanto, durante a aplicação desta teoria, deve-se ficar atento ao problema de travamento por cisalhamento (*shear locking*), que consiste em uma superestimação dos valores de rigidez.

Para estruturas laminadas em que esta razão de aspecto é maior do que 0,25, deve-se empregar a HSDT, que considera uma variação de terceira ordem para os deslocamentos

coplanares (Fig. 2.1(c)). A previsão das tensões cisalhantes transversais para problemas envolvendo estruturas laminadas via emprego da teoria HSDT é bem mais próxima da solução exata fornecida pela Teoria da Elasticidade Tridimensional, através do emprego de graus de liberdade sem significado físico evidente, podendo ser vistos como rotações de ordem superior que modelam o comportamento da deformação da linha perpendicular à superfície de referência (FARIA, 2006). Entretanto, segundo Kulkarni e Bajoria (2003), os modelos numéricos gerados com a utilização da teoria HSDT apresentam um alto custo computacional envolvido quando comparado com a teoria FSDT.

Além das teorias citadas anteriormente, também existe a Teoria zig-zag, que introduz uma descontinuidade nas derivadas de primeira ordem dos campos de deslocamento, causando assim, um efeito zig-zag. Este efeito zig-zag pode ser visto nas soluções exatas utilizando a Teoria da Elasticidade Tridimensional, sendo mais evidentes em placas espessas, onde há uma mudança súbita entre as deformações cisalhantes transversais ao longo da espessura. A Teoria zig-zag pode ser combinada com as teorias anteriores para obter respostas mais próximas com relação à Teoria da Elasticidade Tridimensional, porém causa um aumento no custo computacional.

De acordo com as hipóteses cinemáticas adotadas na aproximação do campo de deslocamentos e das deformações, existem as seguintes teorias utilizadas para a modelagem de placas laminadas incorporando elementos piezelétricos: a Teoria da Camada Equivalente Única e a Teoria da Camada Equivalente Discreta. No caso de estruturas laminadas que contém sensores e atuadores piezelétricos, pode-se combinar essas duas teorias para se chegar à Teoria Mista, em que a Teoria da Camada Equivalente Discreta é utilizada para aproximar os potenciais elétricos e a Teoria da Camada Equivalente Única é utilizada para aproximar os campos de deslocamento mecânico.

Na Teoria da Camada Equivalente Única, a estrutura é modelada como tendo uma camada única, e na Teoria da Camada Equivalente Discreta, cada camada da estrutura laminada é tratada individualmente (FARIA, 2006), como ilustrado na Fig. 2.2.

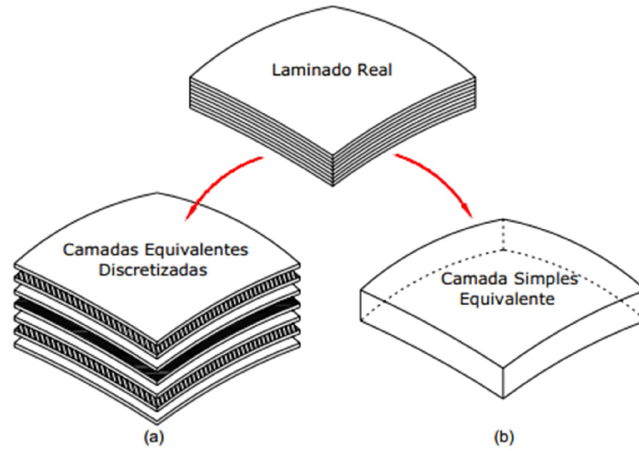


Figura 2.2 - (a) Teoria das Camadas Equivalentes Discretas, (b) Teoria da Camada Equivalente Única (adaptada de Faria (2006)).

A principal vantagem da Teoria Mista está no seu custo computacional relativamente baixo quando comparada com a Teoria Discreta, além de permitir a acomodação de elementos piezelétricos ao longo da estrutura laminada. Neste caso, a discretização dos potenciais elétricos é feita por camadas, cuja espessura é adotada de acordo com a espessura dos elementos piezelétricos, e o potencial elétrico é considerado contínuo em cada camada, apresentando uma variação linear ao longo da espessura.

2.2. Formulação por elementos finitos do problema mecânico

Neste trabalho, a teoria da camada equivalente única será combinada com a teoria FSDT, cujos campos de deslocamentos são representados da seguinte forma (Lima, 2007):

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,t) + z\psi_x(x,y,t) \\ v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,t) + z\psi_y(x,y,t) \\ w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,t) \end{aligned} \tag{2.1a}$$

ou ainda sob a seguinte forma matricial:

$$\mathbf{U}(x,y,z,t) = \mathbf{A}(z)\hat{\mathbf{u}}(x,y,t) \tag{2.1b}$$

onde $\hat{\mathbf{u}}(x, y, t) = [u_0(x, y, t) \quad v_0(x, y, t) \quad w_0(x, y, t) \quad \psi_x(x, y, t) \quad \psi_y(x, y, t)]^T$ é o vetor dos graus de liberdade do sistema, $\mathbf{U}(x, y, z, t) = [u(x, y, z, t) \quad v(x, y, z, t) \quad w(x, y, z, t)]^T$ é o vetor contendo os campos cinéticos e $\mathbf{A}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

2.2.1. Relações deslocamentos-deformações

Considerando o comportamento linear do sistema, e a partir das relações entre deformações e deslocamentos de acordo com a Teoria da Elasticidade Linear, as relações entre deslocamentos e deformações para a teoria FSDT podem ser obtidas como segue:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}; \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}; \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.2)$$

Combinando as expressões (2.1a) e (2.2), pode-se obter o campo de deformações como segue:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & z \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & z \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & z \frac{\partial}{\partial y} & z \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0(x, y, t) \\ v_0(x, y, t) \\ w_0(x, y, t) \\ \psi_x(x, y, t) \\ \psi_y(x, y, t) \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

ou ainda, sob a seguinte forma matricial:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z, t) = \mathbf{D}_i(z) \hat{\mathbf{u}}(x, y, t) \quad (2.4)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor das deformações e $\mathbf{D}_i(z)$ é a matriz contendo os operadores diferenciais.

2.2.2. Discretização por elementos finitos

A parte mecânica da formulação adota um elemento retangular de placa plana da família *Serendipity* composto por oito nós (REDDY, 1997). Desta forma, o vetor contendo as cinco variáveis mecânicas $\hat{\mathbf{u}}(x, y, t)$, pode ser expresso em termos das suas variáveis mecânicas nodais: $\mathbf{u}_e(t) = [u_0^i(t) \quad v_0^i(t) \quad w_0^i(t) \quad \psi_x^i(t) \quad \psi_y^i(t)]$, onde $i = 1, \dots, 8$, conforme a seguinte equação:

$$\hat{\mathbf{u}}(x, y, t) = \mathbf{N}(x, y)\mathbf{u}_e(t) \quad (2.5)$$

onde $\mathbf{N}_i(\xi, \eta)$ para $i = 1, \dots, 8$, são as funções de forma da família *Serendipity* escritas nas coordenadas locais ξ e η , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_1(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \\ \mathbf{N}_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1-\xi)(1+\xi)(1-\eta) \\ \mathbf{N}_3(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta) \\ \mathbf{N}_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1+\xi)(1+\eta)(1-\eta) \\ \mathbf{N}_5(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi-\eta) \\ \mathbf{N}_6(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \\ \mathbf{N}_7(\xi, \eta) &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta) \\ \mathbf{N}_8(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}(1-\xi)(1+\eta)(1-\eta) \end{aligned} \quad (2.6)$$

O elemento retangular em coordenadas globais utilizado neste trabalho é mostrado na Fig. 2.3, onde as relações entre as coordenadas globais e locais são dadas pelas relações (2.7).

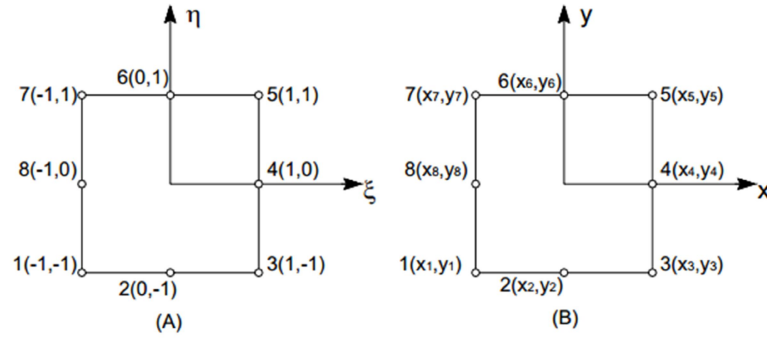


Figura 2.3 – Elemento retangular de oito nós em coordenadas locais (A) e globais (B)
(Adaptada de Faria (2006)).

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{(2x - x_8 - x_4)}{x_4 - x_8}; x = \frac{1}{2}[\xi(x_4 - x_8) + x_8 + x_4] \\ \eta &= \frac{(2y - y_6 - y_2)}{y_6 - y_2}; y = \frac{1}{2}[\eta(y_6 - y_2) + y_6 + y_2]\end{aligned}\quad (2.7)$$

A matriz Jacobiana de transformação linear entre as coordenadas globais e locais é expressa segundo Reddy (1997) sob a seguinte forma:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (x_4 - x_8) & 0 \\ 0 & (y_6 - y_2) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

sendo que, o Jacobiano, é dado pela relação:

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{(x_4 - x_8)(y_6 - y_2)}{4} \quad (2.9)$$

Neste contexto, as Eqs. (2.1b) e (2.4) podem ser reescritas como:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \mathbf{A}(z)\mathbf{N}(x, y)\mathbf{u}_e(t) \quad (2.10)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z, t) = \mathbf{D}_i(z)\mathbf{N}(x, y)\mathbf{u}_e(t) = \mathbf{B}(x, y, z)\mathbf{u}_e(t) \quad (2.11)$$

A partir da Eq. (2.10) pode-se notar que o vetor de deslocamentos mecânicos elementares \mathbf{U} é expresso na formulação em termos das funções de forma e das variáveis nodais. Além disso, reescrevendo as deformações mecânicas em termos das funções de forma e dos deslocamentos mecânicos nodais, resulta na seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\xi, \eta, z, t) = \mathbf{D}_i(z) \mathbf{N}(\xi, \eta) \mathbf{u}_e(t) \quad (2.12)$$

ou ainda sob a seguinte forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\xi, \eta, z, t) = \mathbf{B}(\xi, \eta, z) \mathbf{u}_e(t) \quad (2.13)$$

2.2.3. Formulação das matrizes de massa e rigidez elementares

Utilizando as interpolações dos deslocamentos e deformações, as expressões das energias cinética e de deformação podem ser formuladas, respectivamente, como segue:

$$K_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \dot{\mathbf{U}}^T \dot{\mathbf{U}} dV_e \quad (2.14)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV_e \quad (2.15)$$

onde as matrizes elementares de massa e rigidez mecânica são calculadas como:

$$\mathbf{M}_{uu}^e = \int_{V_e} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N} dV_e \quad (2.16)$$

$$\mathbf{K}_{uu}^e = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \mathbf{B}^T \mathbf{T}^T \mathbf{C} \mathbf{T} \mathbf{B} J d\eta d\xi dz \quad (2.17)$$

onde ρ designa a densidade do material, V_e representa o volume do elemento e $\mathbf{U} = \{u(x, y, z, t) \quad v(x, y, z, t) \quad w(x, y, z, t)\}^T$ é o vetor dos deslocamentos, levando-se em conta

a lei de Hooke, onde $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}$, e após a realização das transformações para levar em conta a orientação das fibras na matriz de rigidez da lâmina, \mathbf{C} (FARIA, 2006), onde

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -\sin 2\theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & \sin 2\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix}.$$

A partir das matrizes elementares calculadas para cada elemento, as equações do movimento a nível global podem ser construídas levando-se em conta a conectividade dos nós via procedimento padrão de elementos finitos. Após a montagem, a equação do movimento a nível global para o sistema mecânico pode ser escrita, no domínio do tempo, como:

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_u \mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.18)$$

onde $\mathbf{M}_u = \bigcup_{e=1}^{nelem} \mathbf{M}_{uu}^e$, $\mathbf{K}_u = \bigcup_{e=1}^{nelem} \mathbf{K}_{uu}^e$ são as matrizes globais de massa e rigidez do sistema mecânico, e o símbolo \bigcup indica a montagem matricial. $\mathbf{u}(t)$ e $\mathbf{f}(t)$ indicam, respectivamente, os vetores dos graus de liberdade globais e das forças generalizadas.

A partir da Eq. (2.18) é possível calcular as respostas dinâmicas do sistema mecânico nos domínios do tempo e da frequência, além da formulação do problema de autovalores.

2.3. Formulação por elementos finitos do problema eletromecânico

O acoplamento de um elemento piezelétrico que apresenta ortotropia transversa (CALLISTER, 2002) é feito via utilização das seguintes equações constitutivas acopladas para a piezeletricidade linear (NYE, 1969):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{32} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 & 0 & -e_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & \chi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 & 0 & \chi_{22} & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \chi_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \\ E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

ou ainda sob a seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma}(x, y, z, t) \\ \mathbf{D}(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & -\mathbf{e}^T \\ \mathbf{e} & \boldsymbol{\chi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z, t) \\ \mathbf{E}(x, y, z, t) \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor de deformação mecânica, $\boldsymbol{\sigma}$ é o vetor de tensão mecânica, \mathbf{D} é o vetor de deslocamento elétrico, \mathbf{E} é o vetor campo elétrico, \mathbf{C} é a matriz de rigidez mecânica, $\boldsymbol{\chi}$ é a matriz de permissividade dielétrica, e \mathbf{e} é a matriz de constantes dielétricas para deformação mecânica constante.

É importante salientar que no presente estudo, será assumido que todos os elementos piezelétricos utilizados nas simulações numéricas são polarizados ao longo da direção transversal, z , perpendicular ao plano da placa laminada.

2.3.1. Relações entre campo elétrico e potencial elétrico

De acordo com a definição dada por Hwang e Park (1993), de que o campo elétrico é igual ao negativo do gradiente do potencial elétrico, pode-se expressar o campo elétrico da i -ésima camada de uma placa laminada da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{Bmatrix} \phi(x, y, z, t) \quad (2.21)$$

De acordo com Chee (2000), a equação geral é escrita na Eq. (2.22), em que $L_j(z)$ é denominado de função em camadas equivalentes (*Layerwise Function*), e as funções de interface da j -ésima interface da estrutura laminada, simbolizadas por ϕ_j .

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{ncamadas+1} L_j(z) \phi_j(x, y, t) \quad (2.22)$$

O potencial elétrico de uma i -ésima camada é obtido a partir das funções de interface inferior ϕ_n e de sua interface superior ϕ_{n+1} , de acordo com a seguinte expressão:

$$\phi_{camada(i)}(x, y, z, t) = L_{id}(z) \phi_i(x, y, t) + L_{iu}(z) \phi_{i+1}(x, y, t) \quad (2.23)$$

onde L_{id} e L_{iu} são funções de interpolação Lagrangeana linear da interface inferior e superior da i -ésima camada da estrutura laminada, respectivamente, sendo dadas por:

$$L_{id}(z) = \frac{z - z_{i+1}}{z_i - z_{i+1}}; L_{iu}(z) = \frac{z - z_i}{z_{i+1} - z_i} \quad (2.24)$$

Combinando as Eqs. (2.21) e (2.23), pode-se obter os campos elétricos da forma:

$$\begin{Bmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{Bmatrix}_{camada(i)} = - \begin{Bmatrix} L_{id}(z) \frac{\partial \phi_i(x, y, t)}{\partial x} + L_{iu}(z) \frac{\partial \phi_{i+1}(x, y, t)}{\partial x} \\ L_{id}(z) \frac{\partial \phi_i(x, y, t)}{\partial y} + L_{iu}(z) \frac{\partial \phi_{i+1}(x, y, t)}{\partial y} \\ \frac{1}{z_i - z_{i+1}} \phi_i(x, y, t) + \frac{1}{z_{i+1} - z_i} \phi_i(x, y, t) \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

A título de exemplo, a Fig. 2.4 apresenta um modelo de estrutura laminada, apresentando os potenciais elétricos ϕ_{ij} nodais de cada camada. O subscrito i indica o número da interface da camada, e o subscrito j , indica o número local do nó.

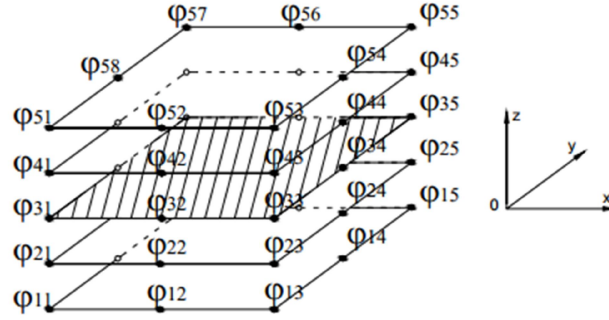


Figura 2.4 – Representação dos potenciais elétricos nodais para o elemento de uma estrutura laminada (adaptada de Faria (2006)).

2.3.2. Discretização por elementos finitos

Utilizando o mesmo elemento da família *Serendipity*, cada uma das $(n+1)$ funções de interface, onde n é o numero de camadas, são expressas em função das funções de forma e dos potenciais elétricos nodais da interface da camada:

$$\varphi(\xi, \eta, t)_{(n+1) \times 1} = \mathbf{N}_\varphi(\xi, \eta)_{(n+1) \times 8(n+1)} \varphi_e(t)_{8(n+1) \times 1} \quad (2.26)$$

Portanto, o potencial elétrico de um elemento e da k -ésima camada pode ser expresso como sendo:

$$\varphi(\xi, \eta, z, t)_e^k = [\dots \quad L_{kd}(z) \quad L_{ku}(z) \quad \dots]_{1 \times 8(n+1)} \mathbf{N}_\varphi(\xi, \eta)_{(n+1) \times 8(n+1)} \varphi_e(t)_{8(n+1) \times 1} \quad (2.27)$$

Combinando as Eqs. (2.21) e (2.27), obtém-se a seguinte expressão para o potencial elétrico:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t)_e^k = - \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \quad \frac{\partial}{\partial \eta} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right\}^T \mathbf{N}_\varphi(\xi, \eta, z)_k \varphi_e(t) \quad (2.28)$$

ou ainda sob a seguinte forma,

$$\mathbf{E}(x, y, z, t)_e^k = -\mathbf{B}_\varphi(\xi, \eta, z)_{3 \times 8(n+1)}^k \varphi_e(t)_{8(n+1) \times 1} \quad (2.29)$$

onde,

$$\mathbf{B}_\varphi(\xi, \eta, z)^k = \begin{bmatrix} \dots & L_{kd} N_{1,\xi} & L_{ku} N_{1,\xi} & \dots & L_{kd} N_{8,\xi} & L_{ku} N_{8,\xi} & \dots \\ \dots & L_{kd} N_{1,\eta} & L_{ku} N_{1,\eta} & \dots & L_{kd} N_{8,\eta} & L_{ku} N_{8,\eta} & \dots \\ \dots & L_{kd} N_1 & L_{ku} N_1 & \dots & L_{kd} N_8 & L_{ku} N_8 & \dots \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

2.3.3. Formulação das matrizes de rijezas elementares

A energia potencial elementar inclui as energias mecânica e elétrica elementares, podendo ser expressa da seguinte forma (CHEE, 2000):

$$P_e = \int_{V_e} [\boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{D} d\mathbf{E}] dV_e \quad (2.31)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o vetor de tensão mecânica, $\boldsymbol{\varepsilon}$ é a deformação mecânica, \mathbf{D} é o vetor de deslocamento elétrico, \mathbf{E} designa o campo elétrico, e V_e representa o volume elementar.

Substituindo as expressões (2.20) e (2.29) na Eq. (2.31) e após algumas manipulações matemáticas, chega-se nas matrizes de rijezas elementares:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{u}\varphi}^e = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \mathbf{B}_u^T \mathbf{T}^T \mathbf{e} \mathbf{Q} \mathbf{B}_\varphi J d\eta d\xi \quad (2.32a)$$

$$\mathbf{K}_{\varphi\mathbf{u}}^e = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \mathbf{B}_\varphi^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \mathbf{T}^T \mathbf{B}_u J d\eta d\xi \quad (2.32b)$$

$$\mathbf{K}_{\varphi\varphi}^e = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_k}^{z=z_{k+1}} \mathbf{B}_\varphi^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\chi} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{B}_\varphi J d\eta d\xi \quad (2.32c)$$

onde $\mathbf{K}_{\mathbf{u}\varphi}^e$ e $\mathbf{K}_{\varphi\mathbf{u}}^e$ são as matrizes de rijezas do acoplamento eletromecânico e $\mathbf{K}_{\varphi\varphi}^e$ é a matriz dielétrica elementar. Diferentemente dos vetores tensão mecânica $\boldsymbol{\sigma}$ e deformação mecânica $\boldsymbol{\varepsilon}$, que são rotacionados em torno de z utilizando a matriz \mathbf{T} , os vetores de deslocamento

elétrico e campo elétrico são rotacionados em torno de z utilizando a matriz \mathbf{Q} , sendo

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (FARIA, 2006).}$$

Através das matrizes elementares de massa e rijezas tanto da parte mecânica quanto da parte devida ao acoplamento eletromecânico e elétrico, e utilizando-se os procedimentos de montagem das matrizes globais via conectividade de nós, obtém-se a equação do movimento do sistema acoplado:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_g \\ \ddot{\boldsymbol{\varphi}}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\varphi} \\ \mathbf{K}_{\varphi u} & \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_g \\ \boldsymbol{\varphi}_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_g \\ \mathbf{Q}_g \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

2.4. Inclusão dos circuitos elétricos *shunt*

Neste trabalho, será assumido que todos os nós posicionados sobre um eletrodo devem apresentar um mesmo valor do potencial elétrico. Esta condição pode ser assegurada através de uma transformação no vetor dos potenciais elétricos. Além disso, considerando a análise no domínio da frequência, a Eq. (2.33) pode ser representada da seguinte forma:

$$(\mathbf{K}_{uu} - \omega^2 \mathbf{M}_{uu}) \mathbf{U}(\omega) + \mathbf{K}_{u\varphi} \boldsymbol{\varphi}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \quad (2.34a)$$

$$\mathbf{K}_{\varphi u} \mathbf{U}(\omega) + \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \boldsymbol{\varphi}(\omega) = \mathbf{Q}(\omega) \quad (2.34b)$$

onde $\boldsymbol{\varphi}(\omega)$ é o vetor dos potenciais elétricos que permanecem independentes entre si.

Neste ponto, as equações do movimento devem ser transformadas para considerar o tipo de circuito elétrico *shunt* a ser conectado aos eletrodos, admitindo-se que ocorre transferência das cargas elétricas entre dois eletrodos. De acordo com a segunda lei de Ohm, a variação da carga elétrica com o tempo define a carga elétrica, proporcional à diferença de potencial aplicada e inversamente proporcional à impedância elétrica \mathbf{Z} do circuito, conforme a seguinte expressão (BOYLESTAD, 2013):

$$\frac{d\mathbf{q}(t)}{dt} = \mathbf{I}(t) = \mathbf{Z}^{-1}\boldsymbol{\varphi}(t) \quad (2.35)$$

Neste sentido, o vetor de correntes elétricas que fluem através dos circuitos *shunt*, cujas impedâncias formam a matriz $\mathbf{Z}(\omega)$, via Transformada de Fourier, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{Q}(\omega) = \frac{1}{j\omega} \mathbf{Z}^{-1}(\omega) \mathbf{L}\boldsymbol{\varphi}(\omega) \quad (2.36)$$

Na equação anterior, a matriz \mathbf{L} permite selecionar, dentre os potenciais elétricos independentes, aqueles que correspondem aos eletrodos aos quais os circuitos *shunt* estão conectados. Combinando as Eqs. (2.34b) e (2.36), obtém-se:

$$\mathbf{K}_{\varphi u} \mathbf{U}(\omega) + \left(\mathbf{K}_{\varphi\varphi} - \frac{\mathbf{Z}^{-1}(\omega)}{j\omega} \mathbf{L} \right) \boldsymbol{\varphi}(\omega) = 0 \quad (2.37)$$

As equações (2.34a) e (2.37) podem ser combinadas nas seguintes equações do movimento, expressas em termos dos graus de liberdade mecânicos, exclusivamente:

$$\left[\mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\varphi} \left(\mathbf{K}_{\varphi\varphi} - \frac{1}{j\omega} \mathbf{Z}^{-1}(\omega) \right)^{-1} \mathbf{K}_{\varphi u} - \omega^2 \mathbf{M}_{uu} \right] \mathbf{U}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \quad (2.38)$$

Da Eq. (2.38), obtém-se a seguinte matriz de funções de respostas em frequência da estrutura contendo elementos piezelétricos combinados com circuitos *shunt*:

$$\mathbf{H}(\omega) = \left[\mathbf{K}_{uu} - \bar{\mathbf{K}}_{u\varphi} \left(\bar{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi} - \frac{1}{j\omega} \mathbf{Z}^{-1}(\omega) \right)^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{\varphi u} - \omega^2 \mathbf{M}_{uu} \right]^{-1} \quad (2.39)$$

As equações acima podem ser utilizadas para diferentes tipos de circuitos *shunt* mediante a introdução das expressões correspondentes de suas impedâncias elétricas, indicadas por $\mathbf{Z}(\omega)$.

CAPÍTULO III

CIRCUITOS *SHUNT* MULTIMODAIS

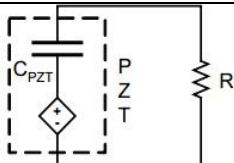
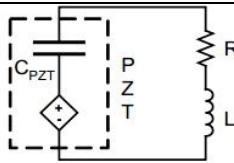
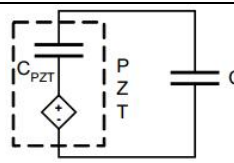
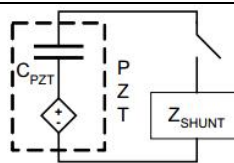
Este capítulo apresenta uma revisão sobre a formulação de circuitos *shunt* ressonante em paralelo e em série monomodais para serem aplicados a sistemas mecânicos para o controle passivo dos mesmos. Neste contexto, será apresentada a formulação matemática inicialmente proposta por Wu (1998) para o projeto de circuitos multimodais em paralelo, e a formulação proposta por Moheimani e Fleming (2003) para o projeto de circuitos multimodais em série. Por fim, é apresentada uma metodologia para obter as impedâncias destes circuitos com o objetivo de introduzi-las nas equações do movimento do sistema conforme apresenta no capítulo anterior.

3.1. Formulação dos circuitos *shunt* monomodais

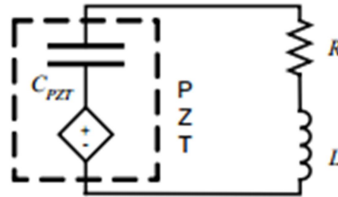
Existem atualmente diversas configurações de circuitos elétricos *shunt* como o resistivo, o ressonante, o capacitivo e o chaveado, conforme apresentado por Lesieutre (1998). A tabela a seguir ilustra estes quatro tipos de circuitos, onde a abreviação PZT é utilizada para o elemento piezelétrico, e C_{PZT} indica a capacitância da pastilha piezelétrica.

O circuito ressonante, formado por um resistor e um indutor, pode ser sintonizado para qualquer frequência, merecendo assim atenção especial, uma vez que seu comportamento, sob o ponto de vista mecânico, é análogo ao de um Absorvedor Dinâmico de Vibrações (ADV). Além disso, existem duas topologias para este circuito, a saber: a primeira com o resistor em paralelo com o indutor, sendo esta topologia chamada de ressonante em paralelo, e a segunda, com o resistor em série com o indutor, com a topologia chamada de ressonante em série. Estas duas topologias serão as utilizadas neste trabalho.

Tabela 3.1 - Configurações de circuitos *shunt* (adaptado de Viana, 2005).

Resistivo	Ressonante	Capacitivo	Chaveado
			
O elemento resistivo dissipa energia por efeito Joule, inserindo amortecimento no sistema original.	Este circuito forma um sistema que se comporta de maneira semelhante a um absorvedor dinâmico de vibrações.	Este circuito altera a rigidez do elemento piezelétrico.	A característica mais importante deste tipo de circuito é ajustar o comportamento do circuito em resposta ao que acontece com o sistema.

O circuito ressonante em série, ilustrado na Fig. 3.1, proposto por Hagood e von Flotow em 1991, possui um método para o projeto ótimo baseado na análise de sua função transferência e a utilização das relações entre as frequências naturais e o fator de amortecimento ótimo para o sistema.

Figura 3.1 – Circuito *shunt* ressonante em série (adaptado de Viana (2005)).

A partir disso, pode-se calcular a resistência e a indutância ótimas para o amortecimento de um modo de vibração, através das seguintes expressões (VIANA, 2005):

$$R_{OTIM}^{série} = \frac{\sqrt{2}K_{ij}}{C_{PZT}\omega_n(1+K_{ij}^2)} \quad (3.1)$$

$$L_{OTIM}^{série} = \frac{1}{C_{PZT}\omega_n^2(1+K_{ij}^2)} \quad (3.2)$$

onde ω_n é a frequência natural relativa ao modo de interesse, e K_{ij} é o fator de acoplamento eletromecânico generalizado.

O circuito ressonante em paralelo, ilustrado na Fig. 3.2, proposto por Wu em 1996, também possui seu método para o projeto ótimo baseado na análise de sua função transferência, de maneira análoga ao circuito ressonante em série.

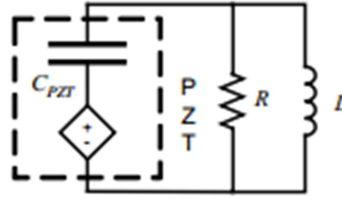


Figura 3.2 – Circuito *shunt* ressonante em paralelo (adaptado de Viana (2005)).

Neste caso, a resistência e a indutância ótimas para o amortecimento de um modo de vibração são expressas como segue (VIANA, 2005):

$$R_{OTIM}^{paralelo} = \frac{1}{\sqrt{2}C_{PZT}\omega_n K_{ij}} \quad (3.3)$$

$$L_{OTIM}^{paralelo} = \frac{1}{C_{PZT}\omega_n^2 \left(1 - \frac{K_{ij}^2}{2}\right)} \quad (3.4)$$

Através das Eqs. (3.2) e (3.4), é possível observar que as indutâncias ótimas para os circuitos ressonantes em série e em paralelo são inversamente proporcionais à frequência natural do sistema em que estes são sintonizados. Com isso, para sistemas mecânicos, cujas frequências naturais possuem valores baixos, os valores para as indutâncias necessárias para a sintonização ótima do circuito tornam-se elevados, chegando a centenas de Henries, tornando inviável o uso de indutores tradicionais, que são de grande porte e podem alcançar valores de poucos Henries. Assim, surge o interesse de utilizar indutores sintéticos, que são circuitos utilizando amplificadores operacionais, resistores e capacitores, que podem alcançar valores de algumas centenas de Henries, são mais compactos e mais leves.

Além disso, as equações anteriores, obtidas a partir de analogias com os sistemas mecânicos, não garantem valores exatamente ótimos para a sintonia dos circuitos, principalmente quando há a presença de pequenas variações nos parâmetros do circuito e da própria estrutura, o que traz o interesse de utilizar métodos de otimização e eventualmente a combinação com incertezas para alcançar valores para os parâmetros que tragam melhor desempenho e robustez, tendo como base para a otimização, os valores dos parâmetros obtidos a partir das equações.

3.2. Formulação dos circuitos *shunt* multimodais

Foi visto que a forma mais comum de se encontrar um circuito *shunt* é o que controla único modo de vibração. Sendo assim, para o controle de mais modos, são necessários vários PZTs incorporados na estrutura, cada PZT com um circuito relacionado a um certo modo de vibração (VIANA, 2005). Isso acarreta certos problemas, pois a estrutura pode não ter espaço suficiente para acomodar todos os elementos piezelétricos requeridos para um determinado conjunto de modos numa banda de interesse, e ter suas propriedades estruturais modificadas, diminuindo sua rigidez e aumentando excessivamente a massa da estrutura. Com isso surge a necessidade de um circuito que controle vários modos utilizando um único PZT.

3.2.1. Circuitos *shunt* multimodais com a topologia ressonante em paralelo

Em 1996, Wu propôs utilizar como circuito de controle, o ressonante em paralelo, devido ao fato de ser mais fácil de sintonizar seus parâmetros para um desempenho ótimo, se comparado ao ressonante em série, tendo início o surgimento dos circuitos multimodais. Entretanto, estes circuitos eram impraticáveis, pois, além de serem complexos, a sintonização da indutância de um ramo do circuito atrapalhava a sintonia de outro ramo ou até de todo o circuito. Assim, ele sugere o uso de “circuitos de bloqueio”, que consiste em um ou mais filtros sendo formados por um indutor e um capacitor em paralelo, sendo este circuito em série com o circuito de controle do modo. Portanto, o número de circuitos de bloqueio em cada ramo depende da quantidade de modos a serem amortecidos pelo circuito multimodal, e cada circuito de bloqueio é projetado para produzir uma impedância infinita nas frequências dos circuitos de controle dos outros modos, fazendo com que apenas um ramo do circuito atue por vez.

Desta forma, surgiu o primeiro modelo do circuito multimodal, onde para o controle de N modos de vibração, existem N ramos, com cada ramo contendo um circuito para o amortecimento e $N-1$ circuitos de bloqueio, conforme ilustrado na figura abaixo.

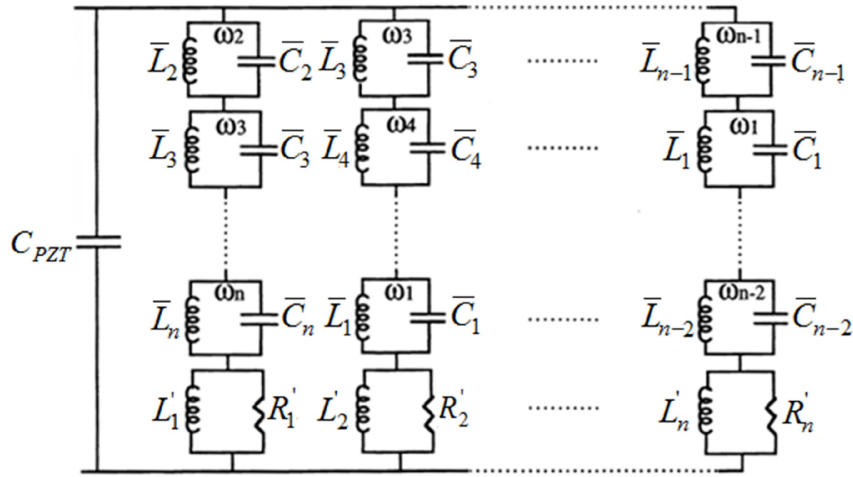


Figura 3.3 – Modelo geral do circuito multimodal (adaptado de Wu (1998)).

Um circuito de bloqueio projetado para causar impedância infinita em uma certa frequência natural ω_i , é obtido selecionando \bar{L}_i e \bar{C}_i através da relação $\bar{L}_i \bar{C}_i = 1/\omega_i^2$. Para exemplificar melhor o funcionamento deste circuito, assume-se que os modos de interesse a serem amortecidos são $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$. O primeiro ramo, projetado para o controle do modo ω_1 , possui circuitos de bloqueio sintonizados nas frequências $\omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$, ou seja, em todas as outras frequências de interesse. Com isso, este ramo é funcional na frequência ω_1 , porém será “curto-circuitado” em todas as outras frequências de interesse devido aos circuitos de bloqueio existentes neste ramo. Este arranjo é feito para todos os outros ramos, eliminando a interferência entre os circuitos de controle de todos os modos de interesse. Como exemplo, serão mostrados, nas Figs. 3.4 e 3.5, os circuitos para o controle de dois e três modos de vibração.

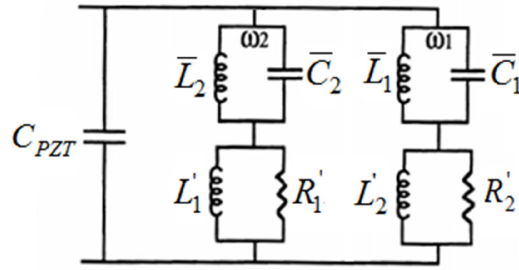


Figura 3.4 - Exemplo de um circuito multimodal para dois modos de vibração
(adaptado de Wu (1998)).

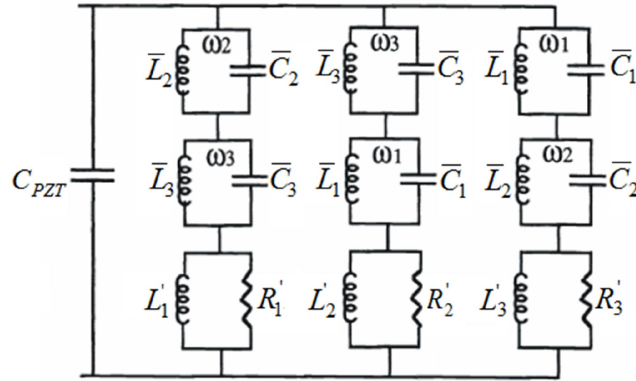


Figura 3.5- Exemplo de um circuito multimodal para três modos de vibração
(adaptado de Wu (1998)).

Para que o circuito atue corretamente, a indutância total em cada ramo do circuito deve permanecer a mesma antes e depois da inserção dos circuitos de bloqueio no circuito ressonante em paralelo. Com isso os valores das indutâncias do circuito devem ser recalculados.

Para o circuito de dois modos, os valores de L_1' e L_2' são calculados a partir dos parâmetros originais L_1 e L_2 dos circuitos de controle monomodais. As resistências mantêm os valores originais, e as indutâncias são calculadas a partir das seguintes expressões:

$$R_1' = L_1 - \frac{\bar{L}_2}{1 - \omega_1^2 \bar{L}_2 \bar{C}_2} \quad (3.5)$$

$$L_2' = L_2 - \frac{\bar{L}_1}{1 - \omega_2^2 \bar{L}_1 \bar{C}_1} \quad (3.6)$$

De maneira análoga, no circuito para três modos, os parâmetros L'_1 , L'_2 e L'_3 são calculados a partir dos parâmetros originais L_1 , L_2 e L_3 dos circuitos de controle monomodais. As resistências mantêm os valores originais, e as indutâncias são calculadas a partir das Eqs. 3.7 a 3.9:

$$L'_1 = L_1 - \frac{\bar{L}_2}{1 - \omega_1^2 \bar{L}_2 \bar{C}_2} - \frac{\bar{L}_3}{1 - \omega_1^2 \bar{L}_3 \bar{C}_3} \quad (3.7)$$

$$L'_2 = L_2 - \frac{\bar{L}_1}{1 - \omega_2^2 \bar{L}_1 \bar{C}_1} - \frac{\bar{L}_3}{1 - \omega_2^2 \bar{L}_3 \bar{C}_3} \quad (3.8)$$

$$L'_3 = L_3 - \frac{\bar{L}_1}{1 - \omega_3^2 \bar{L}_1 \bar{C}_1} - \frac{\bar{L}_2}{1 - \omega_3^2 \bar{L}_2 \bar{C}_2} \quad (3.9)$$

Devido ao grande número de indutores necessários para a construção deste circuito, modificações foram realizadas no mesmo pelo próprio Wu, com o objetivo de diminuir o número de circuitos de bloqueio, sendo a única restrição presente o fato que $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$. Os circuitos para dois e três modos são mostrados nas Figs. 3.6 e 3.7.

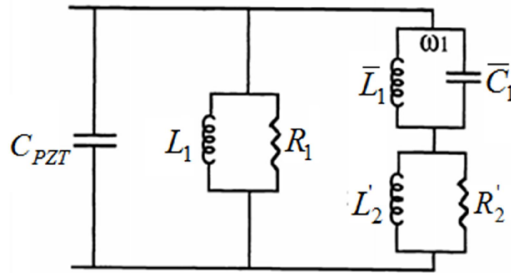


Figura 3.6 - Exemplo de circuito multimodal para dois modos modificado (adaptado de Wu (1998)).

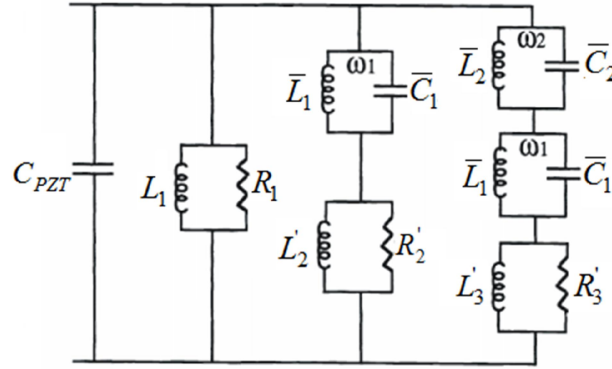


Figura 3.7 - Exemplo de circuito multimodal para três modos modificado (adaptado de Wu (1998)).

Além da vantagem de ter menos componentes, este tipo de circuito é facilmente adaptável, caso seja alterado o número de modos a serem controlados, através da adição ou retirada de ramos mais externos. Além disso, como os ramos responsáveis pelo controle dos modos de frequências maiores utilizam os ramos responsáveis pelas frequências menores em conjunto, os valores das indutâncias e resistências do circuito de controle de um ramo dependem dos valores das indutâncias e resistências dos circuitos de controle dos ramos responsáveis por frequências menores. R_1 e L_1 mantêm os valores originais, e os parâmetros dos circuitos dos outros modos são calculados a partir das seguintes equações:

$$R_2' = \frac{R_1 R_2}{(R_1 - R_2)} \quad (3.10)$$

$$L_2' = \frac{(L_1 L_2 + L_2 \bar{L}_1 - L_1 \bar{L}_1 - \omega_2^2 L_1 L_2 \bar{L}_1 \bar{C}_1)}{(L_1 - L_2)(1 - \omega_2^2 \bar{L}_1 \bar{C}_1)} \quad (3.11)$$

$$R_3' = \frac{R_1 R_2' R_3}{(R_1 R_2' - R_2' R_3 - R_1 R_3)} \quad (3.12)$$

$$L_3' = A_3 - B_3 \quad (3.13)$$

onde:

$$A_3 = \frac{L_1 L_3 (\bar{L}_1 + \bar{L}_2' - \omega_3^2 \bar{L}_2' \bar{L}_1 \bar{C}_1)}{(L_1 - L_3) (\bar{L}_1 + \bar{L}_2' - \omega_3^2 \bar{L}_2' \bar{L}_1 \bar{C}_1) - L_1 L_3 (1 - \omega_3^2 \bar{L}_1 \bar{C}_1)} \quad (3.14a)$$

$$B_3 = \frac{(\bar{L}_1 + \bar{L}_2 - \omega_3^2 \bar{L}_1 \bar{L}_2 \bar{C}_2 - \omega_3^2 \bar{L}_1 \bar{L}_2 \bar{C}_1)}{(1 - \omega_3^2 \bar{L}_1 \bar{C}_1) (1 - \omega_3^2 \bar{L}_2 \bar{C}_2)} \quad (3.14b)$$

A sintonização dos circuitos para um desempenho ótimo deve ser do ramo do modo de menor frequência até o ramo do modo de maior frequência.

3.2.2. Circuitos shunt multimodais com a topologia ressonante em série

Em 2003, Moheimani e Fleming propuseram um circuito semelhante ao circuito modificado proposto por Wu, sendo que a única diferença entre estes é o fato de que o novo circuito utilizaria circuitos ressonantes em série ao invés de ressonantes em paralelo. Este circuito é exemplificado nas Figs. 3.8 e 3.9.

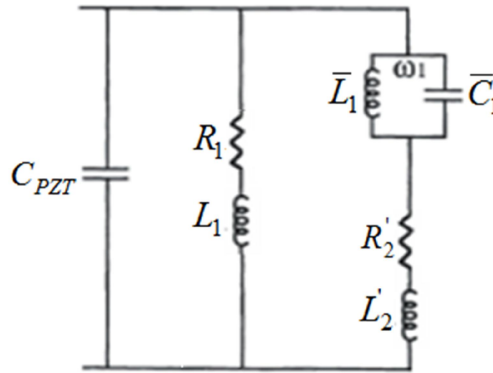


Figura 3.8 - Exemplo de circuito multimodal para dois modos proposto por Moheimani e Fleming (2003).

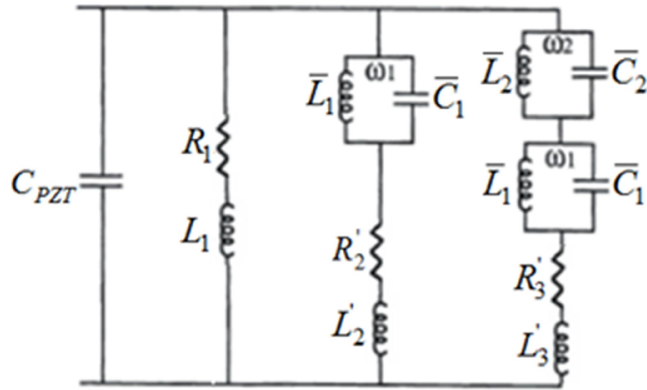


Figura 3.9 - Exemplo de circuito multimodal para três modos proposto por Moheimani e Fleming (2003).

A maneira como são obtidos os novos parâmetros deste circuito é semelhante ao do circuito modificado de Wu, utilizando os parâmetros dos circuitos de controle monomodais, através das Eqs. (3.10) a (3.14).

3.3. Cálculo das impedâncias

De acordo com os fundamentos básicos da Elétrica, as seguintes equações podem ser utilizadas para o cálculo das impedâncias no domínio da frequência, correspondentes a um resistor (Eq. 3.15a), a um indutor (Eq. 3.15b) e a um capacitor (Eq. 3.15c), respectivamente:

$$Z(\omega) = R \quad (3.15a)$$

$$Z(\omega) = j\omega L \quad (3.15b)$$

$$Z(\omega) = \frac{1}{j\omega C} \quad (3.15c)$$

onde R é a resistência do resistor, L é a indutância do indutor e C é a capacitância do capacitor.

Nesta etapa, é importante conhecer a forma de associação de impedâncias em série e em paralelo. Para duas impedâncias Z_1 e Z_2 , em série em um mesmo ramo, a impedância Z equivalente é expressa da seguinte forma:

$$Z = Z_1 + Z_2 \quad (3.16)$$

Para duas impedâncias Z_1 e Z_2 dispostas em paralelo, a impedância Z equivalente é calculada a partir da seguinte equação:

$$Z = \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (3.17)$$

3.3.1. Procedimento para cálculo da impedância equivalente total do circuito

1. Dentro do ramo correspondente ao controle de um modo, deve-se calcular as impedâncias equivalentes dos trechos que estão em paralelo aos pares utilizando a Eq. (3.17);
2. Em seguida, calcula-se a impedância equivalente de todo o ramo, com as impedâncias estando todas em série, utilizando a Eq. (3.16);
3. As etapas um e dois são repetidas para os ramos de todos os modos;
4. Com as impedâncias equivalentes de cada ramo calculadas, estando elas em paralelo entre si, deve-se calcular a impedância equivalente total do circuito, utilizando a Eq. (3.17).

3.3.2. Expressões das impedâncias resultantes

Para o circuito proposto por Wu, com o circuito de controle com a configuração em paralelo, para o controle de dois modos, a impedância equivalente total é expressa da seguinte forma:

$$Z(\omega) = \frac{R_1 L_1 \omega \left[\frac{\overline{L_1}}{\overline{C_1} \left(\overline{L_1} \omega j - \frac{j}{\overline{C_1} \omega} \right)} + \frac{L_2'' R_2'' \omega j}{R_2'' + L_2'' \omega j} \right] j}{(R_1 + L_1 \omega j) \left[\frac{\overline{L_1}}{\overline{C_1} \left(\overline{L_1} \omega j - \frac{j}{\overline{C_1} \omega} \right)} + \frac{L_1 R_1 \omega j}{R_1 + L_1 \omega j} + \frac{L_2'' R_2'' \omega j}{R_2'' + L_2'' \omega j} \right]} \quad (3.18)$$

Para o controle de três modos, a impedância equivalente do circuito é expressa por:

$$Z(\omega) = \frac{A_p \times B_p}{C_p \times [D_p (E_p + F_p)]} \quad (3.19)$$

onde:

$$A_p = R_1 L_1 \omega \left[\frac{\overline{L_1}}{\frac{j}{\omega} - \overline{C_1} \overline{L_1} \omega j} + \frac{L_2'' R_2'' \omega j}{R_2'' + L_2'' \omega j} \right] \quad (3.20a)$$

$$B_p = \left[\frac{\overline{L_1}}{\frac{j}{\omega} - \overline{C_1} \overline{L_1} \omega j} + \frac{\overline{L_2}}{\frac{j}{\omega} - \overline{C_2} \overline{L_2} \omega j} + \frac{L_3'' R_3'' \omega j}{R_3'' + L_3'' \omega j} \right] j \quad (3.20b)$$

$$C_p = (R_1 + L_1 \omega j) \quad (3.20c)$$

$$D_p = \left[\frac{\bar{L}_1}{\frac{j}{\omega} - \bar{C}_1 \bar{L}_1 \omega j} + \frac{L_1 R_1 \omega j}{R_1 + L_1 \omega j} + \frac{L_2'' R_2'' \omega j}{R_2'' + L_2'' \omega j} \right] \quad (3.20d)$$

$$E_p = \frac{\bar{L}_1}{\bar{C}_1 \left(\bar{L}_1 \omega j - \frac{j}{\bar{C}_1 \omega} \right)} + \frac{\bar{L}_2}{\bar{C}_2 \left(\bar{L}_2 \omega j - \frac{j}{\bar{C}_2 \omega} \right)} + \frac{L_3'' R_3'' \omega j}{R_3'' + L_3'' \omega j} \quad (3.20e)$$

$$F_p = \frac{R_1 L_1 \omega \left[\frac{\bar{L}_1}{\frac{j}{\omega} - \bar{C}_1 \bar{L}_1 \omega j} + \frac{L_2'' R_2'' \omega j}{R_2'' + L_2'' \omega j} \right]}{(R_1 + L_1 \omega j) \left[\frac{\bar{L}_1}{\frac{j}{\omega} - \bar{C}_1 \bar{L}_1 \omega j} + \frac{L_1 R_1 \omega j}{R_1 + L_1 \omega j} + \frac{L_2'' R_2'' \omega j}{R_2'' + L_2'' \omega j} \right]} \quad (3.20f)$$

Para a configuração de circuito em série proposto por Moheimani e Fleming, para o controle de dois modos, a impedância equivalente total é expressa da seguinte forma:

$$Z(\omega) = \frac{(R_1 + L_1 \omega j) \left[\frac{\bar{L}_1}{\bar{C}_1 \left(\bar{L}_1 \omega j - \frac{j}{\bar{C}_1 \omega} \right)} + R_2'' + L_2'' \omega j \right]}{R_1 + R_2'' + L_1 \omega j + L_2'' \omega j + \frac{\bar{L}_1}{\bar{C}_1 \left(\bar{L}_1 \omega j - \frac{j}{\bar{C}_1 \omega} \right)}} \quad (3.21)$$

O circuito para o controle de três modos possui a seguinte expressão para a impedância equivalente total:

$$Z(\omega) = \frac{A_s \times B_s}{C_s \times (D_s \times E_s)} \quad (3.22)$$

onde:

$$A_s = (R_1 + L_1 \omega j) \left[R_2'' + L_2'' \omega j - \frac{\overline{L_1}}{\frac{j}{\omega} - \overline{C_1} \overline{L_1} \omega j} \right] \quad (3.23a)$$

$$B_s = \left[R_3'' + L_3'' \omega j - \frac{\overline{L_1}}{\frac{j}{\omega} - \overline{C_1} \overline{L_1} \omega j} - \frac{\overline{L_2}}{\frac{j}{\omega} - \overline{C_2} \overline{L_2} \omega j} \right] \quad (3.23b)$$

$$C_s = (R_1 + R_2'' + L_1 \omega j + L_2'' \omega j) \quad (3.23c)$$

$$D_s = R_3'' + L_3'' \omega j + \frac{\overline{L_1}}{\overline{C_1} \left(\overline{L_1} \omega j - \frac{j}{\overline{C_1} \omega} \right)} + \frac{\overline{L_2}}{\overline{C_2} \left(\overline{L_2} \omega j - \frac{j}{\overline{C_2} \omega} \right)} \quad (3.23d)$$

$$E_s = \frac{(R_1 + L_1 \omega j) \left(R_2'' + L_2'' \omega j + \frac{\overline{L_1}}{\overline{C_1} \left(\overline{L_1} \omega j - \frac{j}{\overline{C_1} \omega} \right)} \right)}{R_1 + R_2'' + L_1 \omega j + L_2'' \omega j + \frac{\overline{L_1}}{\overline{C_1} \left(\overline{L_1} \omega j - \frac{j}{\overline{C_1} \omega} \right)}} \quad (3.23e)$$

De acordo com a topologia escolhida a ser utilizada para o controle passivo das vibrações mecânicas, e a quantidade de modos a ser controlada, a expressão da impedância $Z(\omega)$ dever ser introduzida na equação da função de resposta em frequência do sistema contendo elementos piezelétricos para levar em conta o acoplamento com os circuitos elétricos *shunt* multimodais, conforme procedimento apresentado na Eq. (2.39).

CAPÍTULO IV

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO ROBUSTA

O projeto ótimo de uma estrutura inteligente contendo materiais piezelétricos é de grande relevância tanto no ambiente acadêmico quanto no meio industrial, com vistas à obtenção de projetos que sejam mais ótimos, com redução de custo de construção, aumento de confiabilidade, robustez e melhor desempenho operacional. Assim, a otimização é uma ferramenta fundamental durante a fase de pré-projeto e/ou concepção inicial de qualquer estrutura inteligente, intervindo na modelagem. Além disso, deve-se destacar ainda que a maioria dos problemas práticos de engenharia é de natureza multiobjetivo, com funções custo conflitantes entre si. Por isso, é de suma importância optar por uma estratégia de otimização que seja capaz de propor melhores alternativas de projeto. Por fim, deve-se levar em conta ainda possíveis incertezas inerentes às variáveis de projeto que influem significativamente nas próprias funções custo.

4.1. Problema de Otimização Multiobjetivo Determinístico (POMD)

4.1.1. Definição do problema multiobjetivo

O objetivo da otimização multiobjetivo é otimizar os componentes do vetor de funções custo. Diferente da otimização mono-objetivo, um problema multiobjetivo não apresenta uma solução única, mas sim um conjunto de soluções conhecido como soluções de Pareto (ESCHENAUER; OSYCZKA, 1990). Toda solução deste conjunto é ótima desde que não possam ser feitas melhorias sobre nenhum dos componentes do vetor sem piorar algum outro. Após a determinação deste conjunto, a escolha de uma solução de um problema multiobjetivo vai de acordo com as preferencias do projetista. Em função dos conflitos existentes entre os

critérios existentes neste conjunto, faz-se necessário ter várias alternativas na escolha de uma solução de Pareto.

Classicamente, um problema multiobjetivo é definido pela seguinte expressão (AIT BRIK et al., 2004a ; 2004b ; 2005) :

$$\begin{cases} \min \mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})) \\ g_j(\mathbf{x}) \leq 0; j = 1, \dots, m \\ \mathbf{x}_L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U; \mathbf{x} \in C \end{cases} \quad (4.1)$$

onde $n \geq 2$ é o número de funções objetivo, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ é o vetor que representa as variáveis de projeto, $C \subset R^k$ representa o conjunto realizável (espaço de projeto) associado às restrições de igualdade ou desigualdade $g_j(\mathbf{x})$, e os limites explícitos; $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ é o vetor de critérios ou funções objetivo a serem otimizados.

4.1.2. Algoritmos evolucionários

Os algoritmos genéticos são algoritmos baseados em mecanismos de seleção natural e genética. Eles aplicam princípios de sobrevivência de indivíduos melhores adaptados e as trocas de informação pseudoaleatórias. Esses algoritmos visam maximizar uma função custo (positiva) através da geração aleatória de uma população inicial de possíveis soluções, e estas evoluem através de operadores genéticos. Dentre os algoritmos evolucionários existentes, o escolhido para este trabalho foi o NSGA (*Non Dominated Sorting Genetic Algorithm*), criado por Srivinas e Deb (1993).

O NSGA é baseado no conceito de dominância de Pareto, ilustrado na Fig. 4.1. Em um problema de otimização multiobjetivo, em geral, uma função objetivo f_1 é conflitante com uma função objetivo f_2 , ou seja, não é possível melhorar f_1 sem piorar f_2 . Com isso, utiliza-se o conceito de dominância de Pareto para comparar duas soluções. Considerando duas soluções y_1 e y_2 , considera-se que y_1 domina y_2 quando: (a) A solução y_1 é pelo menos igual a y_2 em todas as funções objetivo, e (b) A solução y_1 é melhor do que a solução y_2 em pelo menos uma função objetivo. Com isso, onde os indivíduos não dominados são colocados em um grupo, denominado de primeiro *Front*, e eliminados da população. Em seguida, dos indivíduos restantes, os não dominados são separados para o segundo *Front*, e assim por

diante, até que todos os indivíduos estejam em um *Front*. Na Fig. 4.1., pode-se ver que os indivíduos 1, 3 e 5 não são dominados pelos outros indivíduos, pertencendo assim, ao primeiro *Front* de Pareto, enquanto que os indivíduos 2 e 4 são dominados pelos outros pontos.

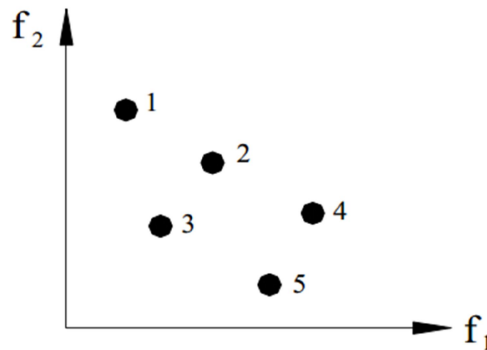


Figura 4.1 – Noção de dominância (adaptada de Ait Brik et al. (2005)).

4.2. Problema de Otimização Multiobjectivo Robusto (POMR)

A otimização robusta possui as mesmas características de tratamento de dados do que a otimização determinística, com a diferença de considerar as incertezas em variáveis de projeto, sobre as funções objetivo e no tratamento de restrições (LEE; PARK, 2001). Estas incertezas são referentes a defeitos de fabricação, nas propriedades dos materiais, tolerâncias de dimensões, entre outros. A importância de se levar em conta essas incertezas está na robustez do projeto, visando diminuir os erros causados pela falta de informações de algumas variáveis do projeto.

A abordagem mais utilizada em busca do projeto ótimo consiste em tomar os limites sobre as restrições impostas, e depois verificar que a solução encontrada pela otimização robusta permanece estável quando as variáveis são perturbadas dentro dos intervalos de tolerância considerados. Essa verificação pode ser realizada por métodos probabilísticos como a simulação de Monte Carlo (MC), ou também, pelo método do *HyperCuboLatino* (HCL) (LIMA, 2007).

Para diferenciar uma solução determinística de uma solução robusta, tem-se o gráfico da Fig. 4.2, contendo duas soluções ótimas, uma determinística (A) e outra robusta (B). O ponto A possui um desempenho melhor quanto à busca de um mínimo da função objetivo, porém uma pequena variação nos parâmetros de entrada leva à sua perda de eficiência.

Diferentemente do ponto B, que possui um desempenho razoável quanto à busca do mínimo da função objetivo, além de suportar uma maior variação nos parâmetros de entradas com uma perda de eficiência menor do que o ponto A.

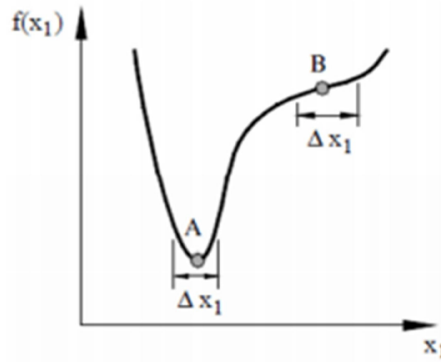


Figura 4.2 – Soluções ótimas (adaptada de Lee e Park (2001)).

Para avaliarmos a robustez de uma solução, aplicamos a ela uma função que nos permite avaliar o impacto das variações dos parâmetros dessa solução, sendo esta função chamada de função robustez f^r , definida pela relação entre a média e o desvio padrão, expressa da seguinte forma:

$$f^r = \frac{\mu_f}{\sigma_f} \quad (4.2)$$

onde (σ_f / μ_f) é a medida de dispersão, ou vulnerabilidade de uma função $f(x)$, denotada por $f^v(x)$.

A Figura 4.3 mostra os procedimentos realizados neste trabalho para encontrar as soluções ótimas para um problema proposto, diferenciando os métodos utilizados na otimização determinística e na otimização robusta.

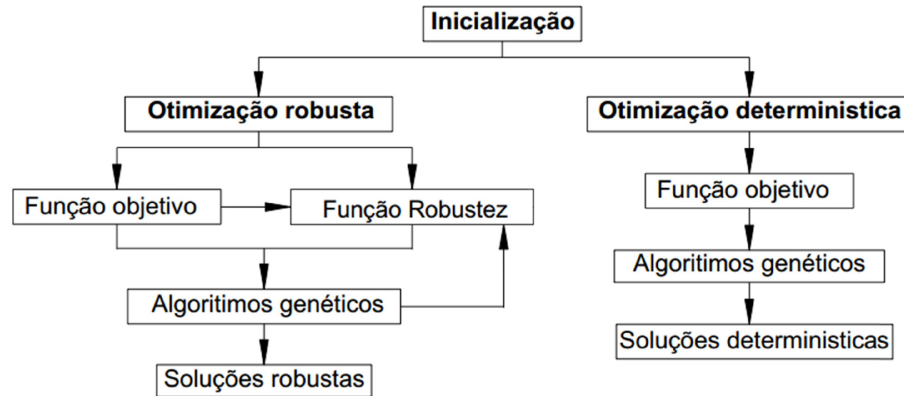


Figura 4.3 – Metodologias de otimização determinística e robusta (adaptado de Lima (2007)).

Com um problema de otimização robusta, otimiza-se simultaneamente as funções custo e a função robustez. Assim, diferentemente de um Problema Multiobjetivo definido pela Eq. (4.1), um problema de otimização multiobjetivo robusto é definido como:

$$\begin{cases} \min \mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_1^v(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), f_2^v(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x}), f_n^v(\mathbf{x})) \\ g_j(\mathbf{x}) \leq 0; j = 1, \dots, m \\ \mathbf{x}_L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U; \mathbf{x} \in C \end{cases} \quad (4.3)$$

4.2.1. Método do HyperCuboLatino (HCL)

Um dos métodos de amostragem mais utilizados é o Método de Monte Carlo, que possui um esquema de amostragem aleatória simples, normalmente utilizando o método da transformada inversa para obter valores aleatórios através de uma distribuição de probabilidade, a partir dos valores gerados em uma distribuição uniforme.

Uma alternativa que pode produzir resultados mais precisos é um esquema de amostragem restrito do Método de Monte Carlo, criado por McKay, Conover e Beckman em 1979, chamado de *HyperCuboLatino* (HCL). Este método seleciona n valores diferentes para as k variáveis X_1, X_2, \dots, X_k da seguinte forma:

1. Divide-se o intervalo de cada variável k em n intervalos de tamanho $1/n$ não sobrepostos com base na igualdade de probabilidade;
2. Um valor de cada intervalo é selecionado aleatoriamente de acordo com a densidade de probabilidade no intervalo;

3. Os n valores de cada variável k são combinados de maneira aleatória de forma a se formar n vetores de entrada de dimensão k , gerando o HCL.

O HCL tem sido muito bem aceito, particularmente em estudos computacionais, devido à sua flexibilidade em termos de densidade e localização de dados, além das propriedades de preenchimento do espaço das variáveis. Como desvantagem, ainda não se chegou a uma conclusão sobre um esquema de otimização que possa gerar amostras não correlacionadas. Além disso, como em todos os modelos de amostragem, há o problema da dimensionalidade. Conforme o número de variáveis aumenta, fica difícil de preencher todos os intervalos das variáveis com pontos de amostragem.

De 1977 até hoje, muitos pesquisadores têm tido o interesse em criar algoritmos que otimizem o desempenho do HCL. Além disso, o avanço no poder de cálculo dos computadores tem tornado o HCL como uma alternativa cada vez mais atraente, proporcionando um bom preenchimento nos intervalos de projeto, através de um custo computacional que seja razoável.

4.3. Metamodelagem

O uso de algoritmos genéticos para resolver o problema de otimização multiobjetivo robusta (POMR) de dinâmica estrutural é muito caro em termos do custo computacional para a obtenção das soluções. Por isso, é necessário introduzir métodos de aproximação das funções vulnerabilidades com o objetivo de reduzir os custos computacionais. Os métodos de aproximação das respostas de um sistema dinâmico podem ser classificados em duas categorias principais:

- Os métodos baseados na aproximação paramétrica da resposta, tais como superfícies de resposta clássicas e adaptativas, e redes neurais artificiais;
- Métodos baseados na redução do modelo de elementos finitos.

A primeira categoria explora um conjunto de cálculos exatos para construir um modelo de aproximação por aprendizagem, assim, o modelo construído é utilizado para avaliar as respostas sem recorrer à reanálise exata. A segunda categoria é baseada na construção de um modelo a partir do modelo nominal pela condensação de seu modelo de

elementos finitos. Com isso, serão discutidos os princípios das redes neurais, especialmente sobre a família *Perceptron* multicamadas, utilizada neste trabalho.

4.3.1. Problema de aproximação de respostas

As redes neurais têm por inspiração, como seu nome indica, neurônios biológicos. No entanto, eles fazem parte das ferramentas disponíveis para processar e aproximar funções ou respostas de sistemas complexos. Existem duas características essenciais a se destacar: a tarefa a ser realizada pela rede é decomposta em tarefas elementares realizadas pelos neurônios. Cada neurônio tem entradas e uma saída. Os neurônios podem estar organizados em camadas e interligados entre eles (Fig. 4.4).

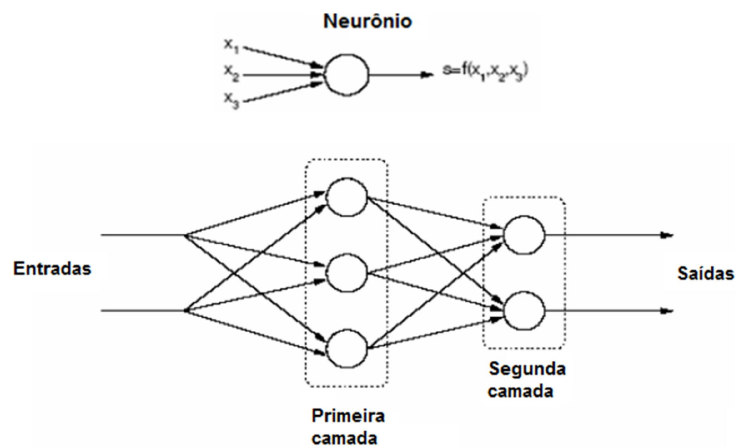


Figura 4.4 – Exemplo de uma rede de neurônios.

A segunda característica de uma rede neural é que ela é adaptativa. Em cada neurônio, os parâmetros podem ser modificados e usados para adaptar a rede para uma tarefa em particular. Essas alterações são feitas durante uma fase chamada aprendizagem da rede.

4.3.2. Princípios das Redes Neurais

Supõe-se que se deseja estudar um determinado fenômeno físico. O estado deste fenômeno pode ser representado por uma série de variáveis, que podem ser agrupados em um vetor conhecido como vetor de respostas ou de saída, denotados por y .

Este estado depende de vários parâmetros externos, que podem ser agrupados em um outro vetor, chamado de vetor de entrada, e denotado por x . Supõe-se que o fenômeno não possui memória, pode-se dizer que a sua saída y em um dado instante depende apenas da sua entrada x e não das entradas anteriores. Neste caso, pode-se representar o fenômeno físico como uma função $y = f(x)$ e como um diagrama de blocos (Fig. 4.5).



Figura 4.5 – Esquema de blocos representando o fenômeno físico.

Como não é possível modelar precisamente o fenômeno físico, mas é preciso dispor de uma simulação deste modelo, pode-se recorrer à aproximação da função. O objetivo é criar uma nova função, $g(x)$, que seja conhecida perfeitamente e que represente o melhor possível a função $f(x)$. Define-se uma medida da diferença entre as duas funções, chamada performance. A medida de performance mais utilizada é o erro quadrático:

$$e_q = \|f(x) - g(x)\|^2 \quad (4.4)$$

Geralmente a construção da função $g(x)$ passa por duas etapas essenciais: a aprendizagem e a validação. A aprendizagem é a seleção do conjunto de dados que servirá para realizar a aproximação. Escolhido um caso simples, com o objetivo de aproximar uma função senoidal, e se os valores de $f(x)$ escolhidos para a aprendizagem são espaçados de 2π , pode-se ver na Fig. 4.6 que uma reta pode ser considerada uma boa aproximação pelo método de aproximação:

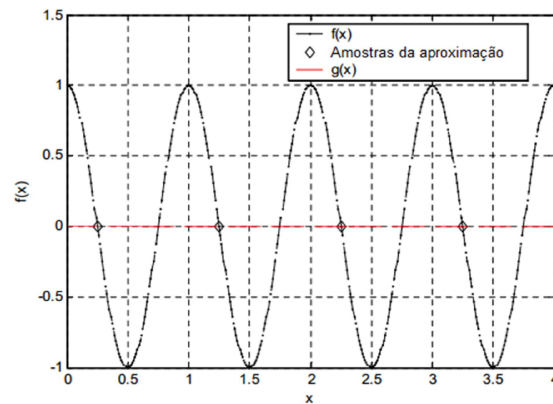


Figura 4.6 – Exemplo de aprendizagem (extraída de Lima et al. (2010)).

Com este conjunto de dados, o erro quadrático médio é nulo, ainda que a função $g(x)$ não seja uma boa aproximação da senóide (Fig. 4.7). Para detectar essas anomalias, é necessário definir um outro conjunto de valores de $f(x)$ para validar a aproximação. O primeiro, chamado de base de aprendizagem, contém os dados que servirão para determinar a função $g(x)$. O segundo, chamado de base de validação, é distinto do primeiro, servirá simplesmente para verificar se a aproximação foi feita corretamente. Duas performances são calculadas, ε_a com a base de aprendizagem e ε_v com a base de validação. Se uma discrepância importante é constatada entre as duas performances, isso significa que a aproximação não foi boa, e uma causa possível é a má escolha da base de aprendizagem.

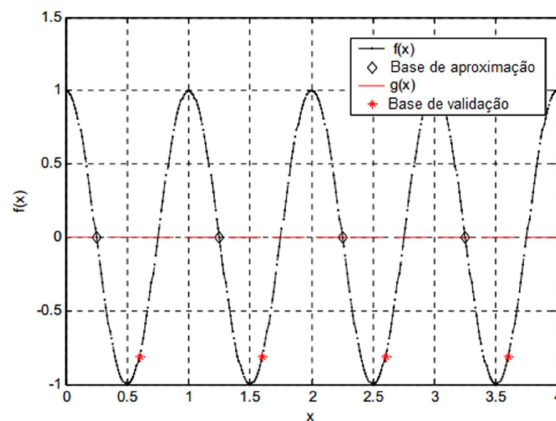


Figura 4.7 – Exemplo de validação (extraído de Lima et al. (2010)).

No exemplo acima, com uma base de validação deslocada de π com relação à base de aprendizagem, nota-se um ε_a nulo, com um ε_v elevado, que revela uma base não adaptada ao problema. Na maioria dos casos, uma base constituída de vetores seleccionados aleatoriamente leva a bons resultados. Por exemplo, para a senóide, essa base pode ser adequada.

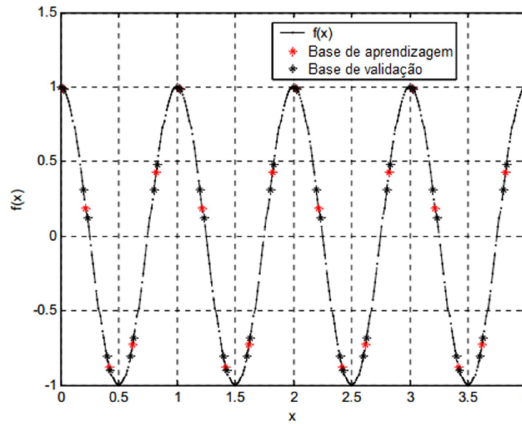


Figura 4.8 – Escolha de uma base de aprendizagem e validação (extraído de Lima et al. (2010)).

4.3.3. Perceptron multicamadas (PMC)

Um neurônio *Perceptron* realiza um produto escalar entre o vetor de entradas, \mathbf{x} , e um vetor de parâmetros, \mathbf{w} , acrescido de uma polarização, \mathbf{b} , via utilização de uma função de ativação, f , para determinar sua saída (RUMELHART et al., 1986):

$$y = f(\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + \mathbf{b}) \quad (4.5)$$

O *Perceptron* é organizado em várias camadas. A primeira camada está ligada às entradas, e cada camada está ligada à camada anterior. É a última camada que produz as saídas do PMC. As saídas das outras camadas não são visíveis do lado de fora da rede, e são chamadas por este motivo de camadas ocultas, conforme ilustrado na Fig. 4.9.

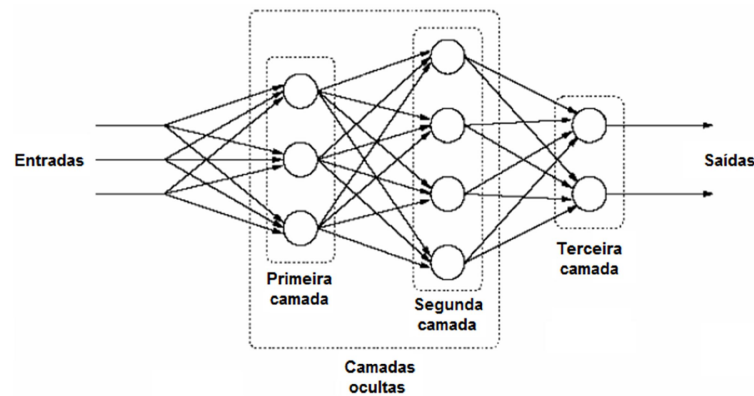


Figura 4.9 – Esquema de um PMC.

Vale ressaltar que o uso dos metamodelos será feito no momento do cálculo da função vulnerabilidade, substituindo a função original, devido ao grande número de amostras necessárias para cada ponto no processo da otimização robusta. A título de exemplo, a Fig. 4.10 abaixo representa a relação entre uma função original e os correspondentes obtidos via emprego de um PMC. Nota-se uma boa correlação entre os valores aproximados e os exatos.

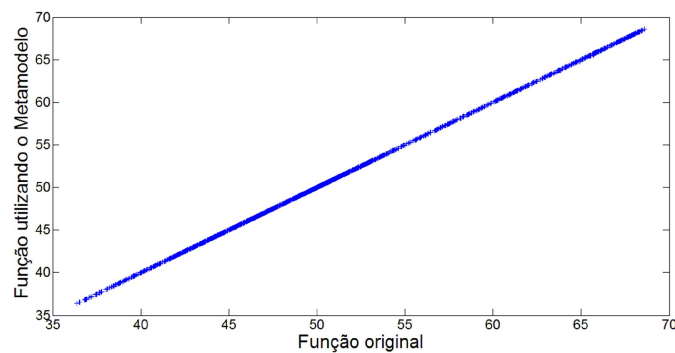


Figura 4.10 – Correlação entre soluções exatas e aproximadas via emprego de um PMC.

4.3.4. Procedimentos para criação da rede neural

Com os conceitos sobre redes neurais citados anteriormente, pode-se iniciar o procedimento para a criação e treinamento das redes neurais. Neste trabalho, o interesse é de utilizar as redes neurais já desenvolvidas e testadas disponíveis em códigos comerciais, tais como MATLAB. Para isto, a Figura 4.11 ilustra as etapas essenciais para a construção do metamodelo (rede neural), a saber:

- Escolha da arquitetura da rede, o número de camadas escondidas e o número de neurônios em cada camada. Na caixa de ferramentas « *Neural Network Toolbox* » do MATLAB[®], são disponíveis várias funções que representam várias configurações de redes neurais. Entre as configurações disponíveis, utiliza-se a função « *newff* ».
- Para aumentar a eficiência da construção das redes, uma normalização das entradas \mathbf{x} e das saídas \mathbf{y} é necessária. Para isto, utiliza-se a função « *prestd* ».
- Escolha dos dados que servirão a aprendizagem, $\bar{\mathbf{x}}_{en}$ e $\bar{\mathbf{y}}_{en}$, e para o teste, $\bar{\mathbf{x}}_{te}$ e $\bar{\mathbf{y}}_{te}$, da rede. Para isto, são utilizadas as funções « *train* » e « *sim* ».
- Como o metamodelo foi construído através de dados normalizados, usa-se a função « *poststd* » para a volta ao sistema original.

É importante destacar ainda que para a construção das redes neurais, se uma diferença importante é observada entre as performances ε_a e ε_v , deve-se aumentar seja o número de neurônios por camada, seja o número de camadas escondidas.

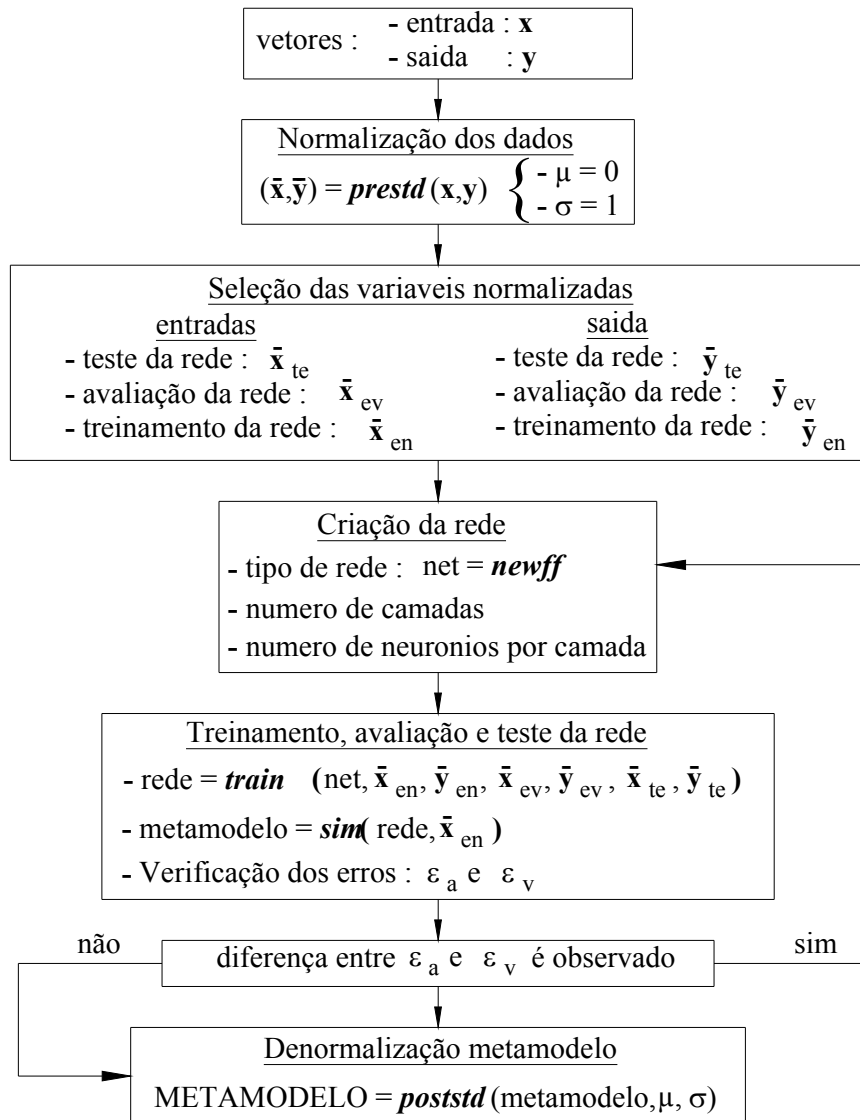


Figura 4.11 – Estratégia de construção das redes neurais artificiais.

4.4. Construção do Modelo Probabilístico para a concepção robusta dos circuitos

Utilizando o Método da Máxima Entropia (JAYNES, 1957), a construção do modelo probabilístico para cada parâmetro do circuito elétrico *shunt* consiste na obtenção da função densidade de probabilidade que melhor define uma dada variável aleatória considerando as informações disponíveis sobre a mesma (SOIZE, 2010). O Método da Máxima Entropia consiste em maximizar a entropia do sistema, maximizando, assim, as incertezas contidas neste sistema, resultando num mínimo de informações (SHANNON, 1948). Assim, a partir de um conjunto de distribuições que satisfazem as restrições de uma dada variável aleatória,

como a média e a variância, o Método da Máxima Entropia permite a escolha da distribuição que apresenta o máximo de incerteza. Com isso, dada uma função densidade de probabilidade $p(x)$, de uma variável aleatória x , a entropia é medida a partir da seguinte equação (SHANNON, 1998):

$$S(p_x(x)) = - \int p_x(x) \ln(p_x(x)) dx \quad (4.6)$$

Conhecendo-se algumas informações sobre essas variáveis aleatórias, que são as restrições mencionadas anteriormente, descritas genericamente como momentos estatísticos, estas podem ser calculadas da seguinte maneira:

$$\int x^i p_x(x) dx = d_i \quad (4.7)$$

onde $i = 0, 1, \dots, n$, $d_0 = 1$ como sendo a própria distribuição de probabilidade e d_i são os momentos estatísticos conhecidos.

Através do método dos multiplicadores de Lagrange, pode-se construir um funcional para a entropia da função densidade de probabilidade $p(x)$, que quando maximizado, permite obter a expressão para a mais provável função densidade de probabilidade da variável aleatória:

$$p(x) = \exp \left[-1 + \sum_{i=0}^n \lambda_i x^i \right] \quad (4.8)$$

onde λ_i são os multiplicadores de Lagrange, que podem ser obtidos através das $n+1$ equações de restrição, devido aos momentos estatísticos conhecidos para a variável aleatória x .

Os circuitos *shunt* multimodais tem a parte de controle constituída de um resistor e um indutor. Como serão consideradas incertezas nos parâmetros dos circuitos de controle, deve-se então obter o modelo estocástico para estes parâmetros. Estas variáveis possuem intervalos conhecidos, $(R, L) \in]0, +\infty[$, médias conhecidas, $E[R] = \bar{R}$ e $E[L] = \bar{L}$, e possuem dispersões finitas, $E[\ln(R)] = c_R$ e $E[\ln(L)] = c_L$, onde $|c_R| < +\infty$ e $|c_L| < +\infty$. Resolvendo a expressão

(4.8) e impondo as restrições dos momentos estatísticos descritos na Eq. (4.7), obtêm-se as seguintes funções de probabilidade para os parâmetros resistivo e indutivo (ZAMBOLINI - VICENTE, 2013):

$$p_r(r) = 1_{]0, +\infty[} \left(r \right) \frac{1}{R} \left(\frac{1}{\delta_R^2} \right)^{\frac{1}{\delta_R^2}} \frac{1}{\Gamma \left(\frac{1}{\delta_R^2} \right)} \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{\delta_R^2} - 1} \exp \left[- \frac{r}{\delta_R^2 R} \right] \quad (4.9)$$

$$p_r(L) = 1_{]0, +\infty[} \left(L \right) \frac{1}{L} \left(\frac{1}{\delta_L^2} \right)^{\frac{1}{\delta_L^2}} \frac{1}{\Gamma \left(\frac{1}{\delta_L^2} \right)} \left(\frac{L}{\delta_L^2} \right)^{\frac{1}{\delta_L^2} - 1} \exp \left[- \frac{L}{\delta_L^2} \right] \quad (4.10)$$

onde δ_R consiste na dispersão do parâmetro R, δ_L é a dispersão do parâmetro L, e $\Gamma(z)$ é a função *Gamma* definida da forma:

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} \exp(-t) dt \quad (4.11)$$

Depois de obtidos os modelos estocásticos para os parâmetros resistivo e indutivo e partindo-se da matriz de funções de resposta em frequência (FRF), $\mathbf{H}(\omega)$, para o sistema determinístico de acordo com a Eq. (2.38), as respostas aleatórias, $\mathbf{H}(\omega, \theta)$, correspondentes ao sistema estocástico sujeito a uma excitação harmônica determinística, podem ser obtidas em termos dos graus de liberdade mecânicos, exclusivamente, através da seguinte expressão (ZAMBOLINI - VICENTE, 2013):

$$\mathbf{H}(\omega, \theta) = \left[\mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \left(\mathbf{K}_{\phi\phi} - \frac{1}{j\omega} \mathbf{Z}^{-1}(\omega, \theta) \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} - \omega^2 \mathbf{M}_u \right]^{-1} \quad (4.12)$$

onde θ designa uma perturbação aleatória.

A expressão anterior pode ser utilizada para diferentes tipos de circuitos elétricos *shunt* mediante a consideração de suas impedâncias elétricas estocásticas, $\mathbf{Z}(\omega, \theta)$. Além disso, a Eq. (4.12) do modelo estocástico deve ser resolvida utilizando um *solver* estocástico. Neste contexto, e de acordo com os objetivos deste trabalho inicialmente propostos, será empregado, para os níveis de dispersão a serem investigados, o método de simulação *HyperCuboLatino* (HCL). Além disso, durante o processo de geração das amostras, serão levadas em conta as funções densidade de probabilidade obtidas para cada parâmetro aleatório que caracterizam os diferentes tipos de circuitos *shunt* considerados neste trabalho.

CAPÍTULO V

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo, são apresentados primeiramente os resultados de simulações numéricas de sistemas estruturais do tipo vigas laminadas sem e com circuitos elétricos *shunt* resistivo e ressonante mono e multimodais, levando-se em consideração resultados disponíveis na literatura, com o objetivo de validar numericamente os procedimentos de modelagem numérico-computacionais de estruturas laminadas contendo elementos piezelétricos acoplados a circuitos *shunt* para o controle passivo de vibrações. Em seguida, são apresentados os resultados obtidos empregando as técnicas de otimização determinística e robusta, sendo que, nesta última foi considerada a presença das incertezas nos parâmetros dos circuitos de controle dos circuitos *shunt* multimodais.

5.1. Validação do modelo de elementos finitos

A Figura 5.1 ilustra uma placa laminada em balanço de comprimento igual a 150 mm e largura de 60 mm, formada por duas camadas de espessura 10 mm cada. O material da placa é o Fibcom#1 ($\rho = 1580 \text{ kg/m}^3$), com as propriedades mecânicas mostradas na Tab. 5.1. O modelo de elementos finitos da placa é formado por uma malha de 5x2 elementos. Além disso, a mesma está suportando a carga transversal concentrada de $F=1000\text{N}$.

Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas do material Fibcom#1

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	E_3 (GPa)	G_{12} (GPa)	G_{13} (GPa)	G_{23} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
172,4	6,89	6,89	3,45	3,45	1,38	0,25	0,25	0,3

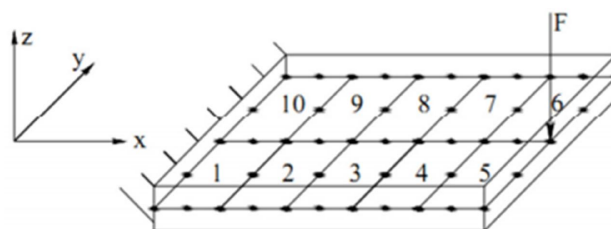


Figura 5.1 – Placa laminada em balanço formada por duas camadas
(adaptado de Faria (2006)).

Duas configurações diferentes para as direções das fibras das camadas são consideradas, a saber: (a) configuração ($0^\circ/0^\circ$); (b) configuração ($0^\circ/30^\circ$). A Figura 5.2 abaixo mostra a deflexão estática da placa ao longo do seu eixo médio, na direção x , para as duas configurações estudadas. É importante destacar que os resultados obtidos estão de acordo com os correspondentes propostos por Chee (2000) empregando a teoria de alta ordem HSDT e via utilização do programa comercial de elementos finitos *Strand*, com base na teoria CLT.

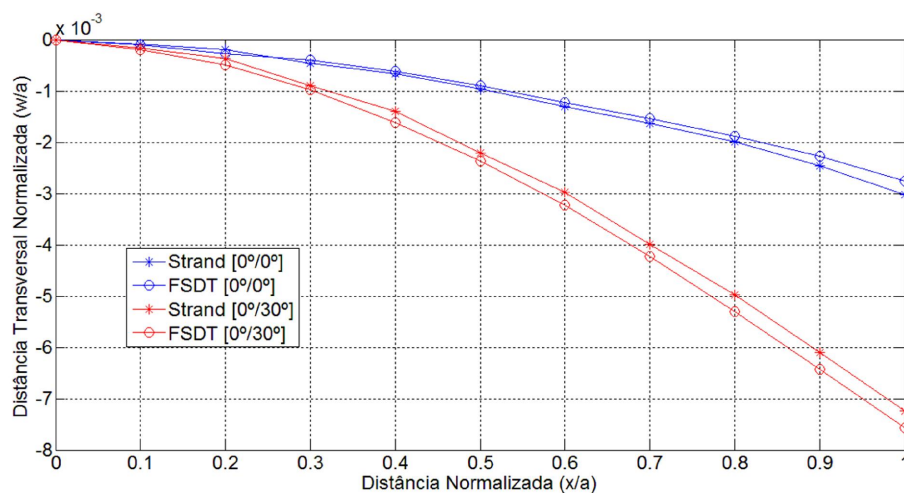


Figura 5.2 – Deflexões normalizadas ao longo do eixo médio da placa laminada.

Com relação à análise dinâmica, foi gerada a função de resposta em frequência (FRF) da placa laminada para uma excitação de amplitude unitária aplicada no mesmo nó e na mesma direção que no caso anterior (ver Fig. 5.1) para a configuração ($0^\circ/0^\circ$), com a resposta colhida no mesmo nó. Da mesma forma que observado para a análise estática, as amplitudes das FRFs obtidas no presente estudo estão de acordo com as obtidos por Faria (2006) em seu

trabalho de dissertação de mestrado, validando, desta forma, a parte estrutural da geração e construção das matrizes globais de placas laminadas via utilização da teoria FSDT.

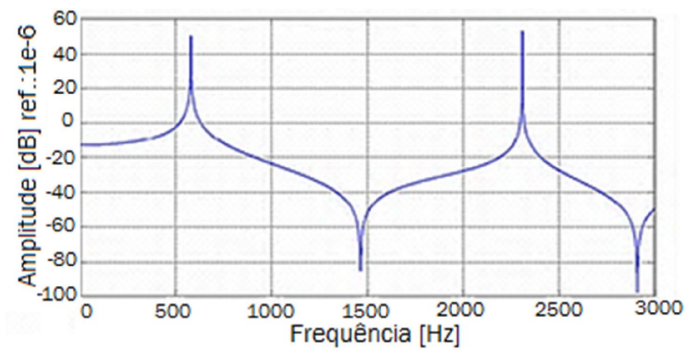


Figura 5.3 – Amplitude da FRF para a placa laminada.

5.2. Viga acoplada a circuitos *shunt* resistivo e ressonante

Nesta aplicação, será considerada a viga de Alumínio em balanço apresentada na Fig. 5.4, contendo um elemento PZT de material PZT G1195, que será acoplado a um circuito elétrico *shunt* para o amortecimento passivo das vibrações correspondentes ao primeiro modo da viga. A viga, cujas dimensões em milímetros estão indicadas na mesma figura, foi discretizada em seis elementos finitos. As propriedades mecânicas, eletromecânicas e dielétricas do Alumínio ($\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$) e do PZT ($\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$) utilizado estão mostradas na Tab. 5.2. A capacitância da pastilha piezelétrica (C_{PZT}) utilizada é de 5,18 nF.

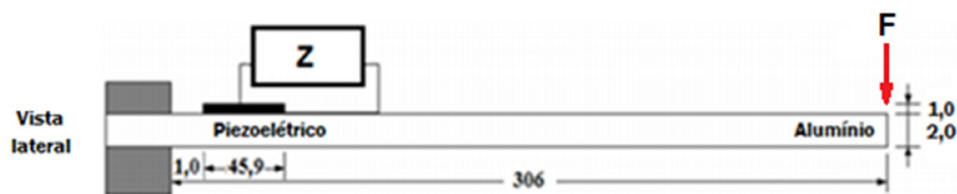


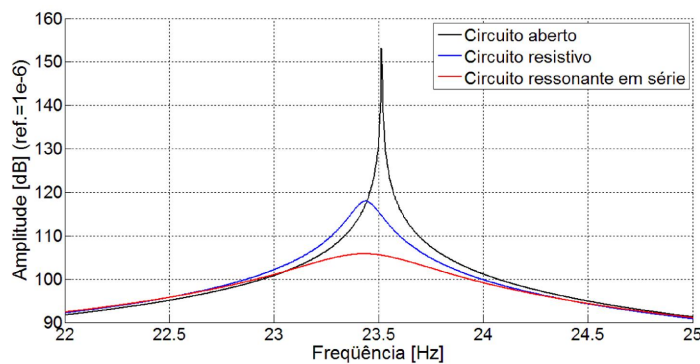
Figura 5.4 – Viga de alumínio acoplada a um circuito elétrico *shunt*.

Tabela 5.2 - Propriedades do Alumínio e do PZT G1195

Material	E ₁ (GPa)	E ₂ (GPa)	E ₃ (GPa)	G ₁₂ (GPa)	G ₁₃ (GPa)	G ₂₃ (GPa)	ν ₁₂	ν ₁₃	ν ₂₃
Alumínio	71	71	71	26,7	26,7	26,7	0,33	0,33	0,33
PZT G1195	69	69	69	24,2	24,2	24,2	0,3	0,3	0,3

Material	e ₁₅ (C/m ²)	e ₂₄ (C/m ²)	e ₃₁ (C/m ²)	e ₃₂ (C/m ²)	e ₃₃ (C/m ²)	χ ₁₁ (F/m)	χ ₂₂ (F/m)	χ ₃₃ (F/m)
Alumínio	---	---	---	---	---	---	---	---
PZT G1195	0	0	-18,29	-9,01	-9,01	1,6×10 ⁻⁴	1,6×10 ⁻⁶	1,6×10 ⁻⁶

Nesta aplicação, serão utilizados os circuitos shunt resistivo e o ressonante em série. Para tanto, partindo-se da equação para a resistência ótima do circuito resistivo, $R_{OTIM}^{res} = \sqrt{1 - K_{ij}^2} / (C_{PZT} \omega_n)$, e das expressões (3.1) e (3.2) para os parâmetros ótimos do circuito ressonante em série, obtêm-se os seguintes valores para os parâmetros dos circuitos: Resistivo: $R = 2,8866 \times 10^5 \Omega$; Ressonante: $R = 1,4391 \times 10^5 \Omega$, $L = 1836,1 \text{ H}$. Com isso, obteve-se a FRF pontual, com o ponto indicado na Fig. 5.4, onde se podem analisar as seguintes respostas sem e com a utilização dos circuitos *shunt*, como mostra a Fig. 5.5:

Figura 5.5 – FRF da viga sem e com circuitos elétricos *shunt*.

Através da análise da figura anterior, pode-se notar claramente a eficiência dos circuitos elétricos *shunt* para o controle passivo do nível de vibração referente ao primeiro modo da viga de alumínio. Utilizando o circuito *shunt* resistivo, obteve-se uma redução de 35,2 dB, enquanto que, utilizando o circuito *shunt* ressonante em série, houve uma redução de 47,4 dB. Com isso, pode-se notar uma maior eficiência do *shunt* ressonante em série, quando comparado ao *shunt* resistivo. Também se nota o alto valor da indutância necessária no caso do circuito ressonante em série para o controle de vibrações do 1º modo da viga, devido ao

baixo valor da frequência natural deste modo, já que este valor influencia inversamente no cálculo da indutância.

5.3. Viga laminada acoplada a circuitos *shunt* multimodais em série e em paralelo

Nesta aplicação, será considerada a viga laminada de material compósito ($\rho = 1578 \text{ kg/m}^3$), com suas propriedades mecânicas apresentadas na Tab. 5.3, em balanço, de quatro camadas, apresentada na Fig. 5.6 contendo um elemento PZT de material PZT G1195, como na aplicação anterior, na posição indicada, que será acoplado a dois circuitos elétricos *shunt* multimodais: o circuito modificado de Wu e o circuito proposto por Moheimani e Fleming. Em seguida, os resultados serão comparados para avaliar o desempenho dos mesmos. A placa será discretizada em seis elementos finitos, com as características geométricas descritas em [mm] na Fig. 5.6, sendo a orientação das fibras de $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$.

Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas do material compósito

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	E_3 (GPa)	G_{12} (GPa)	G_{13} (GPa)	G_{23} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
171,5	6,89	6,89	3,45	3,45	1,38	0,15	0,15	0,3



Figura 5.6 – Representação da viga laminada acoplada a um circuito *shunt* multimodal.

A Figura 5.7 representa as amplitudes da Função de Resposta em Frequência pontual da viga laminada para o ponto indicado na Fig. 5.6. Para um melhor entendimento sobre como a estrutura se comporta nas frequências dos primeiros modos de vibração, os cinco primeiros modos da viga laminada são mostrados na Fig. 5.8.

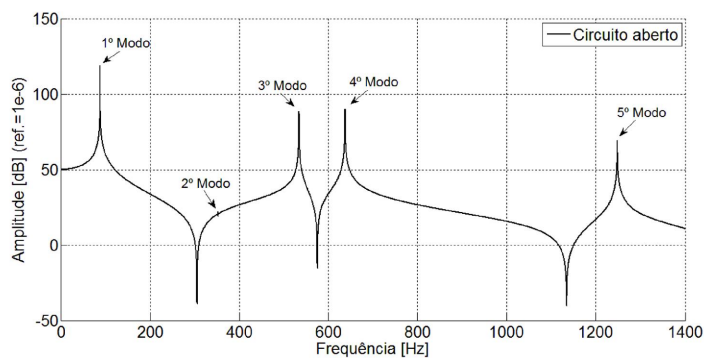


Figura 5.7 – Amplitudes da FRF da viga laminada acoplada ao circuito multimodal.

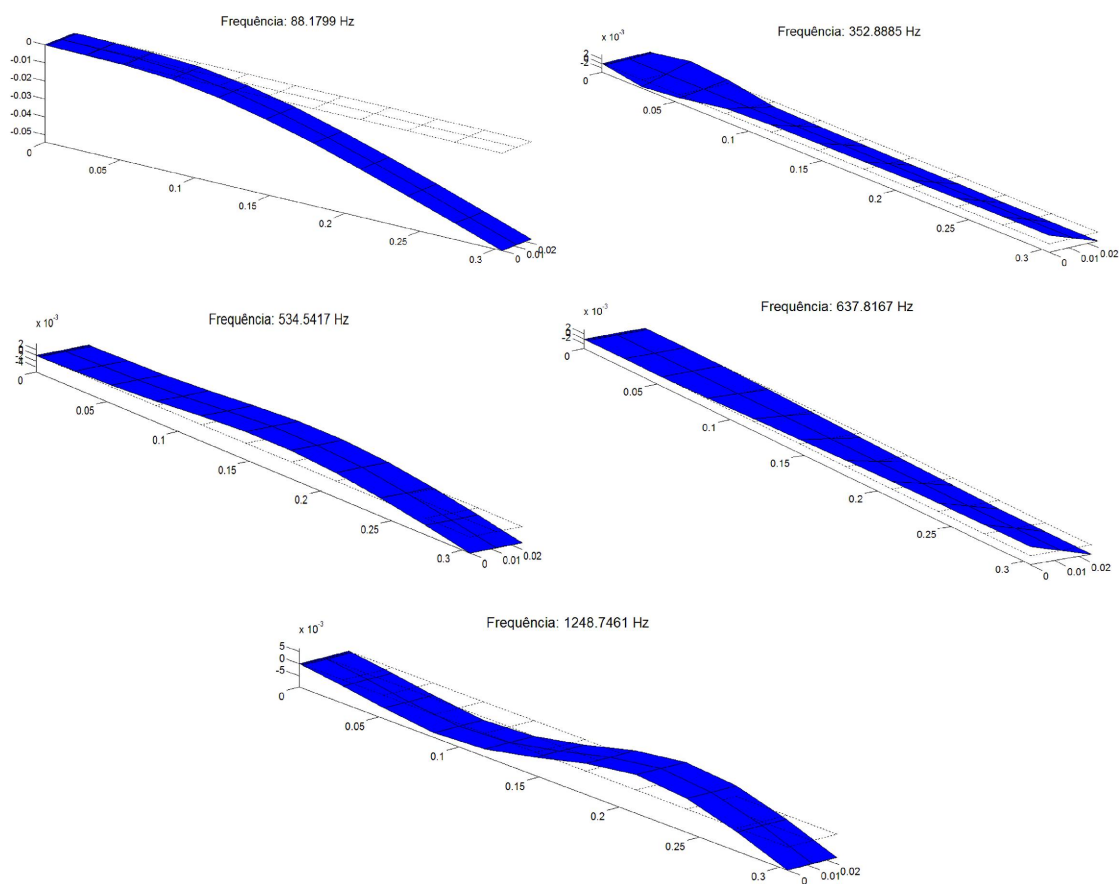


Figura 5.8 – Representação dos primeiros cinco modos de vibração da viga laminada.

Através das FRF mostrada na Fig. 5.7, pode-se notar que a amplitude de vibração do ponto analisado, para o segundo modo, com uma excitação no mesmo ponto, é muito pequena, e por isso, este modo não será controlado. Além disso, através da Fig. 5.8, para o quarto modo de vibração, o elemento onde o PZT se localiza não se deforma

significativamente, e com isso, este não gera carga suficiente para alimentar o circuito *shunt*, tornando inviável o controle da vibração deste modo. Assim, os modos escolhidos para serem controlados são o 1º, 3º e 5º modos de vibração.

Inicialmente, os parâmetros dos circuitos multimodais foram sintonizados utilizando-se as equações apresentadas no Capítulo 3. Para o circuito multimodal em série, foram utilizadas as Eqs. (3.1) e (3.2) para obter os parâmetros dos circuitos monomodais de cada modo a ser controlado, conforme definidos na Tab. 5.4. Da mesma forma, foram utilizadas as Eqs. (3.3) e (3.4) para obter os parâmetros ótimos do circuito definidos na Tab. 5.4.

Tabela 5.4 – Parâmetros monomodais obtidos para os circuitos em série e em paralelo.

Parâmetro	Ressonante em série	Ressonante em paralelo
$R_1 [\Omega]$	32270	$1,192 \times 10^6$
$L_1 [H]$	629,1	627,5
$R_2 [\Omega]$	6377,4	$1,966 \times 10^5$
$L_2 [H]$	19,954	17,17
$R_3 [\Omega]$	4002,1	$8,418 \times 10^4$
$L_3 [H]$	4,996	3,159

Através da introdução dos parâmetros definidos na Tab. 5.4 nas expressões (3.10) a (3.14), e utilizando a Eq. (3.19) para o circuito multimodal em paralelo e a Eq. (3.22) para o circuito multimodal em série, obtém-se as FRFs mostradas nas Figs. 5.9 a 5.12. É importante destacar que para todos os casos, o capacitor de cada circuito de bloqueio foi fixado com valor de 47nF, e a indutância calculada pela relação $\bar{L}_i \bar{C}_i = 1/\omega_i^2$.

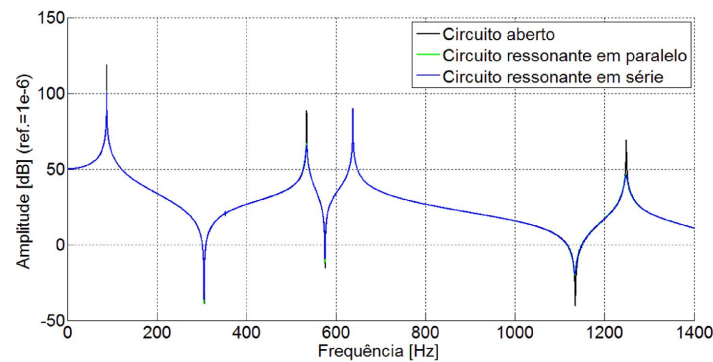


Figura 5.9 – FRF do sistema sem e com circuitos multimodais.

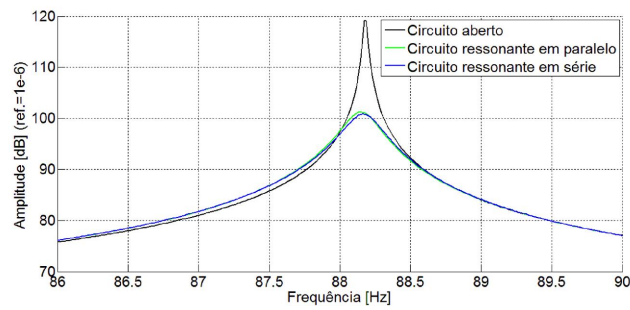


Figura 5.10 – FRF do sistema sem e com circuitos multimodais – 1º modo.

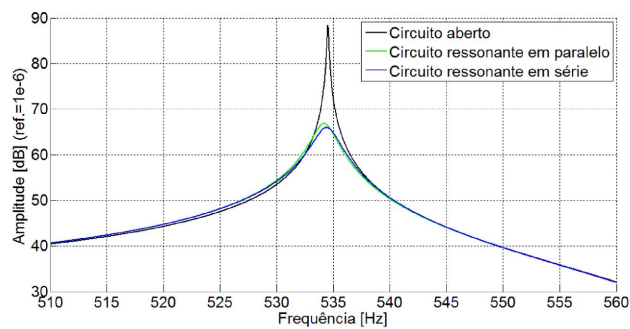


Figura 5.11 – FRF do sistema sem e com circuitos multimodais – 2º modo.

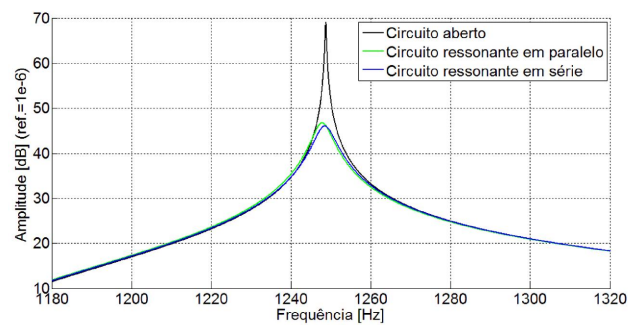


Figura 5.12 – FRF do sistema sem e com circuitos multimodais – 3º modo.

Através da análise das figuras anteriores, percebe-se claramente a eficiência dos circuitos elétricos *shunt* multimodais para o controle passivo dos níveis de vibrações da viga de material laminado. Utilizando o circuito multimodal em série, obteve-se uma redução na amplitude da vibração de 18,77 dB para o primeiro modo, de 22,35 dB para o segundo modo, e de 22,99 dB para o terceiro modo. Enquanto que, utilizando o circuito multimodal em paralelo, obteve-se uma redução de 17,89 dB para o primeiro modo, de 21,32 dB para o segundo modo, e de 22,01 dB para o terceiro modo. Com isso, nota-se a similaridade no desempenho de ambos os circuitos para o controle de vibrações neste caso.

5.4. Otimização Determinística

Nesta seção, será empregado o procedimento de otimização determinística na tentativa de busca de um melhor desempenho dos circuitos *shunt* multimodais. Para tanto, será considerado o mesmo sistema apresentado anteriormente, constituído por uma viga laminada em balanço formada por quatro camadas contendo um elemento PZT acoplado ao circuito *shunt* multimodal. As funções objetivo a serem minimizadas são a amplitude da função de resposta em frequência para cada modo em questão.

As Tabelas 5.5 e 5.6 definem os valores nominais adotados para cada variável de projeto em estudo e para cada tipo de circuito multimodal, bem como suas correspondentes variações a serem consideradas no espaço de busca para a otimização determinística. Já a Tab. 5.7 apresenta os valores dos parâmetros do NSGA que foram utilizados nas simulações.

Tabela 5.5 – Espaço de projeto para otimização determinística - ressonante em série.

Parâmetros	Valor inicial	Variação
R_1 [Ω]	32270	50%
L_1 [H]	629,1	50%
R_2 [Ω]	6377,4	80%
L_2 [H]	19,954	80%
R_3 [Ω]	4002,1	80%
L_3 [H]	4,996	80%

Tabela 5.6 – Espaço de projeto para otimização determinística - ressonante em paralelo.

Parâmetro	Valor inicial	Variação
R_1 [Ω]	$1,192 \times 10^6$	80%
L_1 [H]	627,5	80%
R_2 [Ω]	$1,966 \times 10^5$	80%
L_2 [H]	17,17	80%
R_3 [Ω]	$8,418 \times 10^4$	80%
L_3 [H]	3,159	80%

Tabela 5.7 – Parâmetros do NSGA.

Probabilidade de seleção	0,25
Probabilidade de reprodução	0,25
Probabilidade de mutação	0,25
Número de gerações	50
Número de indivíduos	50
Coefficiente de Niche (σ)	0,2

É importante salientar que os parâmetros de busca da otimização determinística foram escolhidos a partir dos parâmetros obtidos pelas expressões analíticas. Em todos os casos, o capacitor de cada circuito de bloqueio foi fixado com valor de 47nF e o indutor calculado pela expressão $\bar{L}_i \bar{C}_i = 1/\omega_i^2$.

Depois de realizados os processos de otimização determinística para os três modos e para cada um dos circuitos multimodais, obteve-se os parâmetros ótimos determinísticos apresentados na Tab. 5.8.

Tabela 5.8 – Valores ótimos determinísticos dos circuitos multimodais.

Parâmetro	Ressonante em série	Ressonante em paralelo
R_1 [Ω]	16140	$2,146 \times 10^6$
L_1 [H]	629,6	633,65
R_2 [Ω]	1275	$3,539 \times 10^5$
L_2 [H]	17,13	17,2
R_3 [Ω]	800	$1,515 \times 10^5$
L_3 [H]	3,163	3,159

De posse dos parâmetros monomodais ótimos, foi realizada a conversão para obter os parâmetros a serem utilizados nos circuitos multimodais através do emprego das Eqs. (3.10) a (3.14), com o objetivo de gerar as funções de resposta em frequência do sistema contendo os circuitos ótimos determinísticos. Estas, por sua vez, foram confrontadas com as correspondentes obtidas para o caso em que os circuitos foram calculados via expressões analíticas. As Figs. 5.13 a 5.15 mostram as amplitudes da FRF para o caso de circuito multimodal em paralelo, e as Figs. 5.16 a 5.18 representam as respostas para o circuito multimodal em série.

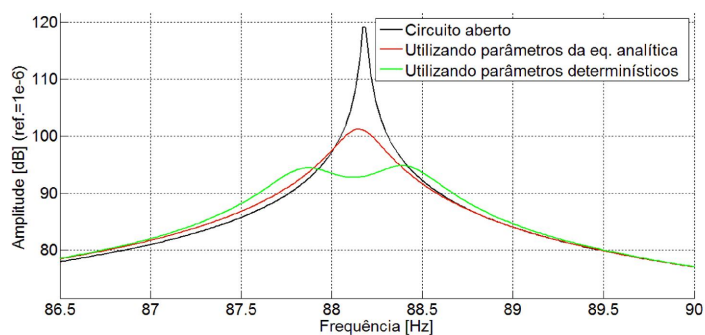


Figura 5.13 – Comparação das amplitudes da FRF do sistema sem e com circuitos nominais e otimizados para o 1º modo – multimodal em paralelo.

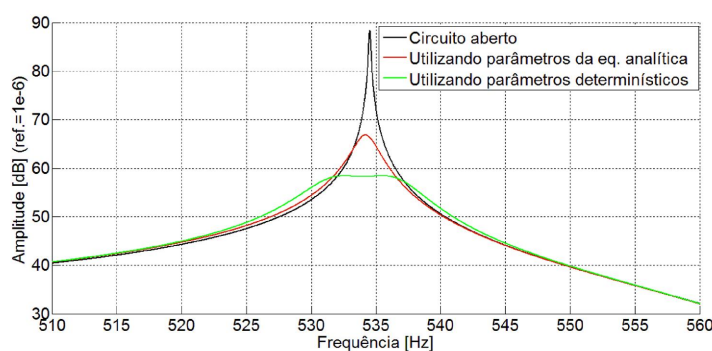


Figura 5.14 – Comparação das amplitudes da FRF do sistema sem e com circuitos nominais e otimizados para o 2º modo – multimodal em paralelo.

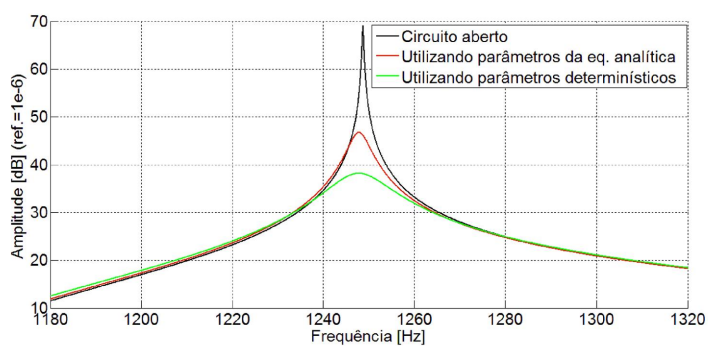


Figura 5.15 – Comparação das amplitudes da FRF do sistema sem e com circuitos nominais e otimizados para o 3º modo – multimodal em paralelo.

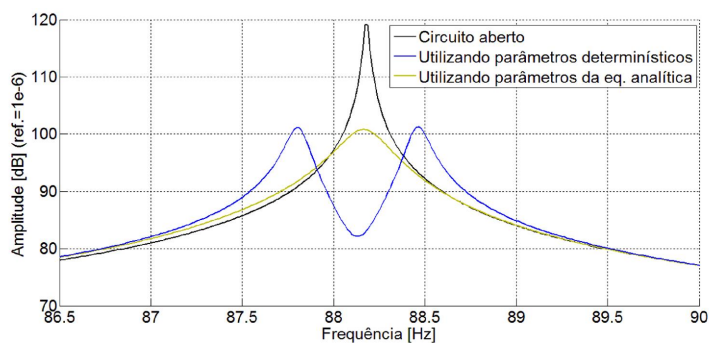


Figura 5.16 – Comparação das amplitudes da FRF do sistema sem e com circuitos nominais e otimizados para o 1º modo – multimodal em série.

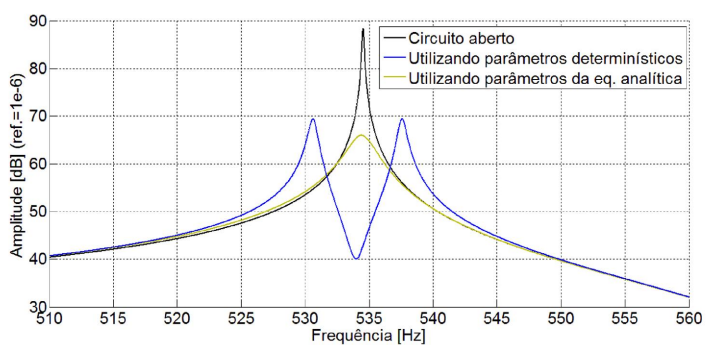


Figura 5.17 – Comparação das amplitudes da FRF do sistema sem e com circuitos nominais e otimizados para o 2º modo – multimodal em série.

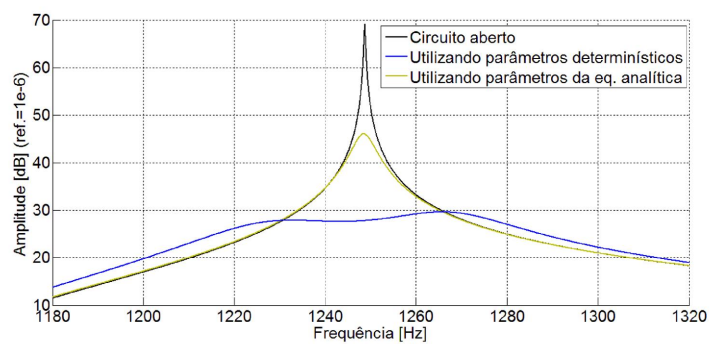


Figura 5.18 – Comparação das amplitudes da FRF do sistema sem e com circuitos nominais e otimizados para o 3º modo – multimodal em série.

De imediato, percebe-se uma razoável melhora na eficiência de ambos os circuitos multimodais otimizados deterministicamente quando comparado com a eficiência obtida via emprego dos circuitos nominais em que foram empregadas as expressões analíticas para a sintonização dos mesmos. Utilizando o circuito multimodal em série otimizado deterministicamente, obteve-se uma redução na amplitude da vibração, na frequência de ressonância, de 36,98 dB para o primeiro modo, de 47,4 dB para o segundo modo, e de 41,44 dB para o terceiro modo. Enquanto que, utilizando o circuito multimodal em paralelo ótimo determinístico, obteve-se uma redução de vibração, na frequência de ressonância, de 26,32 dB para o primeiro modo, de 30,04 dB para o segundo modo, e de 30,95 dB para o terceiro modo.

As Figuras 5.19 a 5.21 comparam as amplitudes da FRF do sistema com circuitos multimodais otimizados deterministicamente em série e em paralelo. De imediato, nota-se que em termos da redução das vibrações do sistema, o circuito multimodal em série é mais eficiente do que o circuito multimodal em paralelo. Além disso, percebe-se que o circuito multimodal em série apresenta uma desvantagem, produzindo dois picos de amplitudes próximas à frequência de ressonância nos modos de frequência mais baixa, sendo estes picos com menor amplitude, quando se utiliza o circuito multimodal em paralelo. Isto ocorre devido ao comportamento do circuito ressonante em série ser análogo ao comportamento de um ADV, que também possui essa desvantagem.

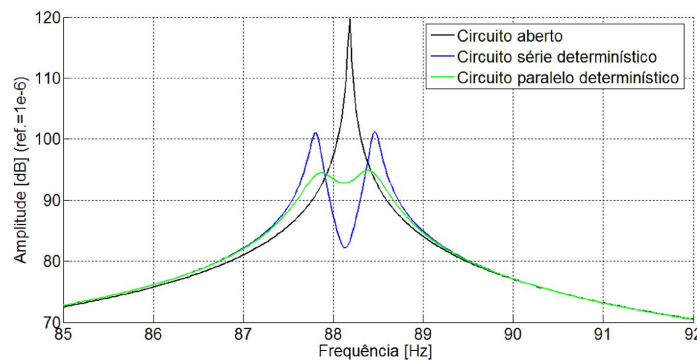


Figura 5.19 – FRF utilizando as soluções determinísticas – 1º modo.

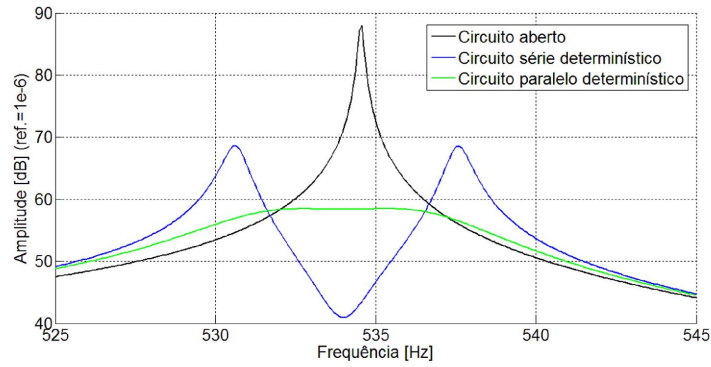


Figura 5.20 – FRF utilizando as soluções determinísticas – 2º modo.

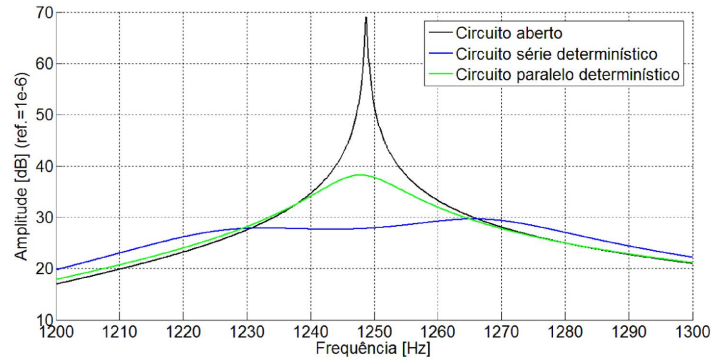


Figura 5.21 – FRF utilizando as soluções determinísticas – 3º modo.

5.5. Otimização Robusta

Nesta seção, ênfase é dada à otimização multiobjetivo robusta, levando-se em conta a presença das incertezas nas variáveis de projeto como definidas nas Tabs. 5.9 e 5.10. A função objetivo a ser otimizada é aquela definida anteriormente para o caso da otimização determinística. Entretanto, para esta função custo, introduz-se uma função de vulnerabilidade suplementar como função a ser minimizada ao mesmo tempo em que a função custo original. Desta forma, o problema inicial de otimização composto por uma única função objetivo é transformado no seguinte problema POMR, com duas funções custo a serem otimizadas simultaneamente. Além disso, da mesma forma que feito anteriormente, as otimizações foram feitas com circuitos ressonantes levando-se em conta um modo de cada vez, sendo que o capacitor de cada circuito de bloqueio foi fixado com valor de 47nF e o indutor calculado pela relação $\bar{L}_i \bar{C}_i = 1/\omega_i^2$.

Tabela 5.9 – Espaço de projeto para otimização robusta – ressonante em série.

Parâmetro	Valor inicial	Variação	Níveis de incerteza
$R_1 [\Omega]$	32270	50%	2%
$L_1 [H]$	629,1	50%	2%
$R_2 [\Omega]$	6377,4	80%	2%
$L_2 [H]$	19,954	80%	2%
$R_3 [\Omega]$	4002,1	80%	2%
$L_3 [H]$	4,996	80%	2%

Tabela 5.10 – Espaço de projeto para otimização robusta – ressonante em paralelo.

Parâmetro	Valor inicial	Variação	Níveis de incerteza
$R_1 [\Omega]$	$1,192 \times 10^6$	80%	2%
$L_1 [H]$	627,5	80%	2%
$R_2 [\Omega]$	$1,966 \times 10^5$	80%	2%
$L_2 [H]$	17,17	80%	2%
$R_3 [\Omega]$	$8,418 \times 10^4$	80%	2%
$L_3 [H]$	3,159	80%	2%

Para encontrar as soluções ótimas e robustas, utilizou-se o algoritmo NSGA com as mesmas características mostradas na Tab. 5.7. Além disso, de acordo com Zambolini-Vicente (2014), para alcançar a convergência no cálculo das vulnerabilidades quando se utiliza o circuito ressonante, deve-se utilizar um mínimo de 1500 amostras para o parâmetro resistivo, e 2500 amostras para o parâmetro indutivo. Assim, o custo computacional torna-se elevado, o que motivou o uso neste trabalho de metamodelos, que obtêm respostas aproximadas do problema exato, com um custo computacional bem menor, conforme reportado por de Lima et al. (2010). Desta forma, para o cálculo das funções custo originais foi utilizado o problema exato, e o metamodelo via uso emprego das redes neurais artificiais foi utilizado para o cálculo das funções vulnerabilidade.

Assim, para cada modo de cada tipo de circuito, foi gerada uma rede neural. O procedimento a ser mostrado aqui será para o 1º modo utilizando o circuito ressonante em paralelo, porém foi feito de maneira semelhante para os outros modos e também para o circuito ressonante em série.

Para a obtenção da rede neural, inicialmente deve-se estabelecer quais serão os parâmetros de entrada da rede, e o espaço de projeto destes parâmetros. Com isso, gera-se um conjunto de amostras dentro deste espaço de projeto, a serem utilizados no cálculo da função original, gerando um banco de dados a ser utilizado no momento do treinamento da rede.

Neste trabalho, foi gerado um conjunto de 2000 amostras de parâmetros R e L, dentro do espaço de projeto estabelecido, e com isso foram calculadas 2000 respostas, com a máxima amplitude de vibração. Destas 2000 amostras, foi definido que 70% seriam destinadas para o treinamento da rede, 15% para a validação da rede, e 15% para testar a rede. As amostras foram divididas de maneira aleatória, respeitando a proporção de cada grupo. Como medida de desempenho da rede, utilizou-se o erro médio quadrático.

Depois de estabelecido que o tipo de rede neural a ser utilizada é o *Perceptron* Multicamadas, os parâmetros de entrada da rede, e geradas todas as amostras, deu-se início a fase de treinamento da rede. Após o treinamento da rede, pode-se ver como foi a evolução do erro médio quadrático durante o treinamento, mostrada na Fig. 5.22.

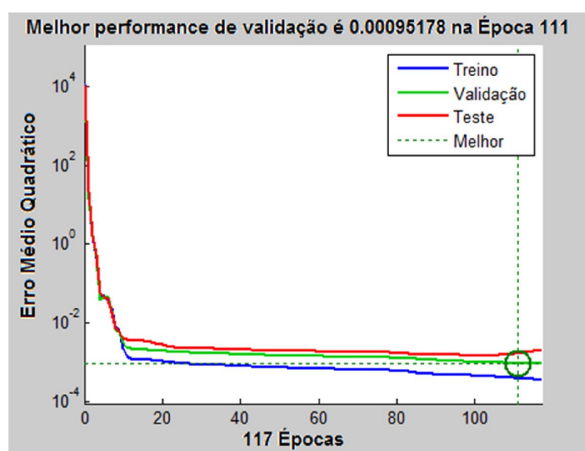


Figura 5.22 – Evolução do Erro Médio Quadrático durante o treinamento da Rede Neural.

Depois de terminado o procedimento de treinamento da rede neural, foram geradas mais 2000 amostras aleatórias dos parâmetros R e L, e assim foram calculadas as respostas utilizando a função original e a rede neural treinada, com o objetivo de avaliar o nível de aproximação obtida quando se utiliza a rede neural. A Figura 5.23 mostra um gráfico comparando as respostas obtidas com a função original com relação às obtidas com a rede neural, e o erro relativo entre as duas respostas estão mostradas na Fig. 5.24.

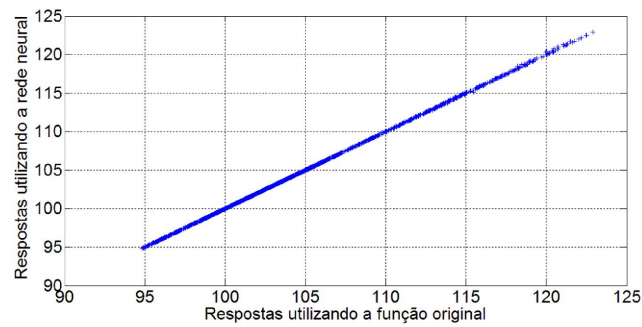


Figura 5.23 – Comparação entre respostas obtidas utilizando a função original e a rede neural.

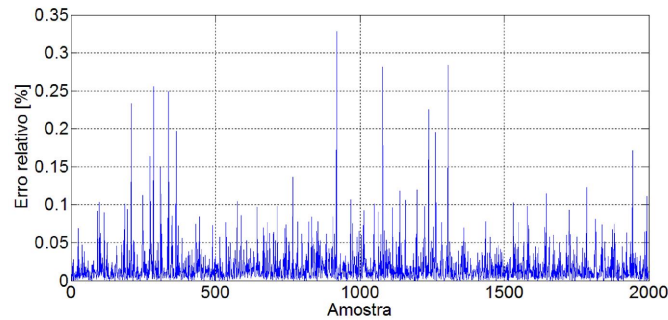


Figura 5.24 – Erro relativo entre as respostas utilizando a função original e a rede neural.

Após analisar as Figs. 5.23 e 5.24, pôde-se obter que, neste caso, o erro relativo médio entre as respostas obtidas utilizando a função original e a rede neural foi de 0,01723% e o erro máximo foi de 0,328%. Com isso, conclui-se que a rede neural obtém resultados muito próximos aos resultados originais, com um custo de tempo computacional muito menor. Utilizando a rede neural durante o processo de otimização robusta, o custo de tempo computacional foi reduzido da ordem de 97%.

A Figura 5.25 apresenta os melhores resultados provenientes da otimização robusta, mostrados através do Primeiro *Front* de Pareto, em termos das funções custo e suas respectivas vulnerabilidades. Na prática, as funções de vulnerabilidade utilizadas consistem em minimizar as dispersões ao redor de cada solução ótima encontrada para cada modo. Na mesma figura, o ponto de projeto escolhido para cada modo, e seus respectivos parâmetros R e L são mostrados. Estes pontos foram escolhidos de maneira que possuam um bom compromisso entre as duas funções objetivo.

Utilizando os parâmetros monomodais obtidos na otimização robusta e realizando a transformação para se definir os parâmetros a serem utilizados nos circuitos multimodais

através do emprego das expressões (3.10) a (3.14), foi possível obter as FRFs apresentadas nas Figs. 5.26 a 5.28. Na mesma figura, nota-se também as FRFs do sistema contendo circuito multimodal obtido via emprego da otimização determinística.

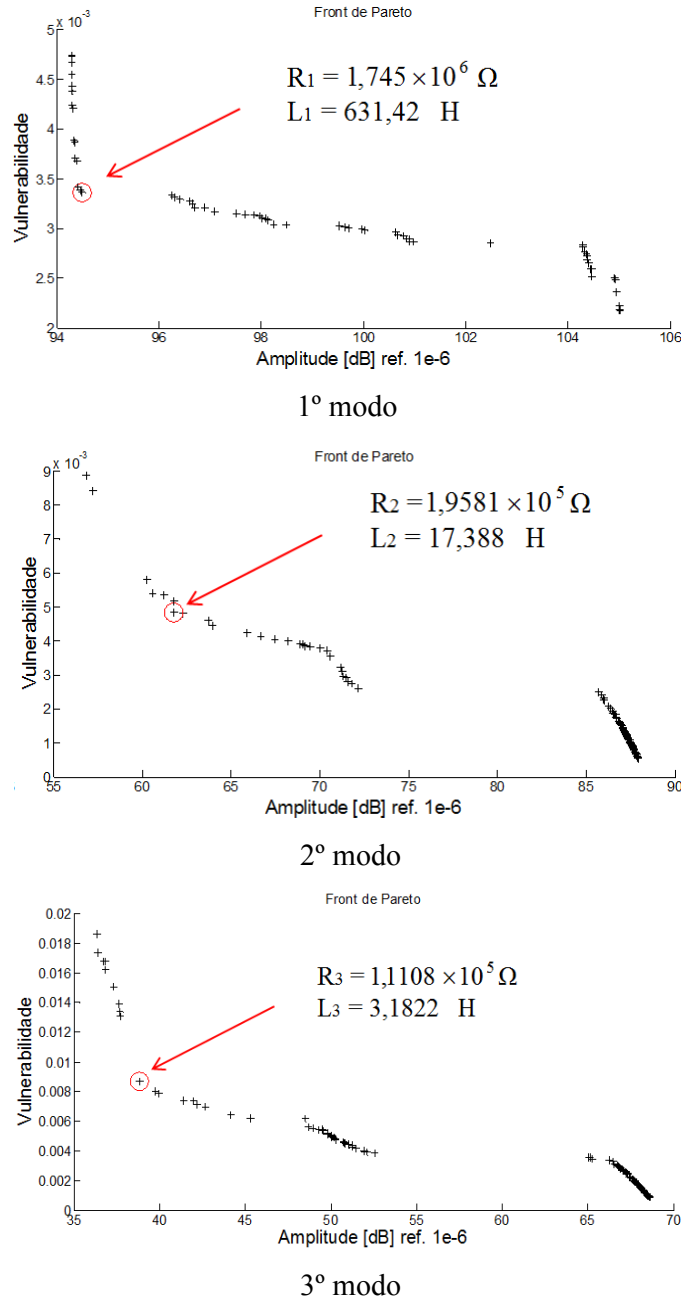


Figura 5.25 – Fronts de Pareto e parâmetros ótimo-robustos - ressonante em paralelo.

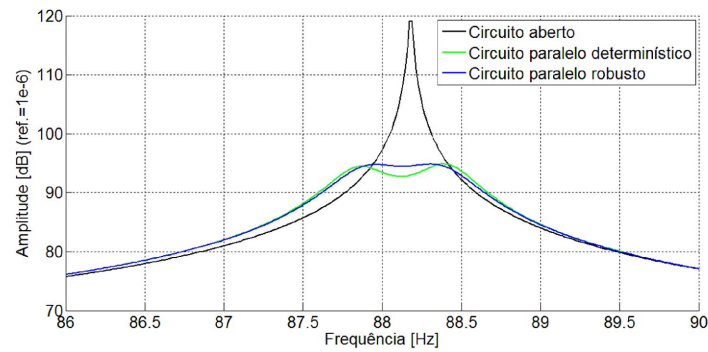


Figura 5.26 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em paralelo determinístico e robusto – 1º modo.

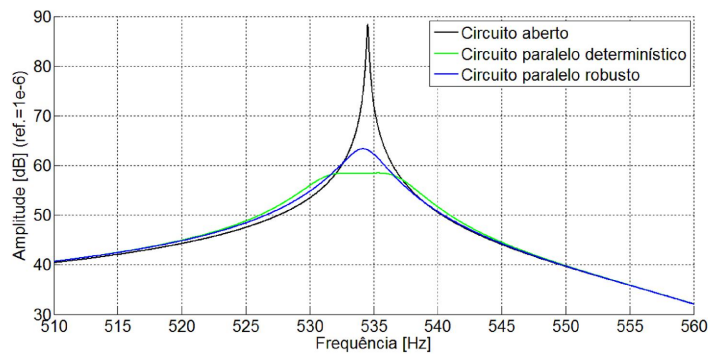


Figura 5.27 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em paralelo determinístico e robusto – 2º modo.

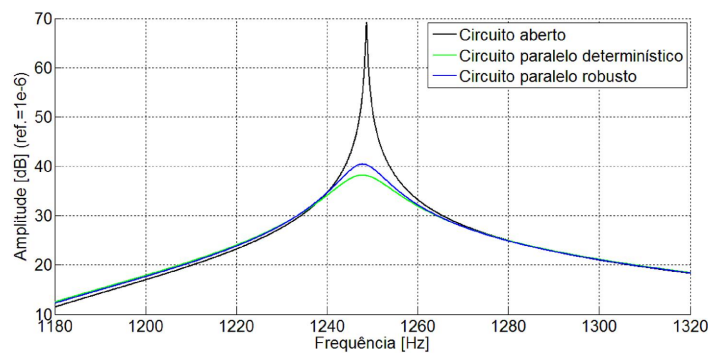


Figura 5.28 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em paralelo determinístico e robusto – 3º modo.

De uma maneira geral, pela análise das figuras anteriores, nota-se que a solução determinística domina a solução robusta em termos da atenuação dos níveis de vibrações para cada modo investigado. Utilizando o circuito multimodal em paralelo ótimo robusto, obteve-

se uma redução de vibração, na frequência de ressonância, de 24,61 dB para o primeiro modo, de 25,09 dB para o segundo modo, e de 28,73 dB para o terceiro modo. Entretanto, espera-se que as soluções determinísticas não sejam robustas para levar em conta pequenas alterações introduzidas nos parâmetros ótimos. Isto pode ser evidenciado pela análise da estabilidade (nível de dispersão) das soluções ótimas e robustas comparada à das soluções determinísticas. Neste sentido, serão tomadas as soluções ótimas correspondentes a dois pontos: um na curva determinística, e outro na curva robusta.

Para cada conjunto de soluções, gera-se aleatoriamente pelo método *HyperCuboLatino* (HCL), 2500 amostras de pontos, e calculam-se os envelopes de soluções em termos das amplitudes das funções de resposta em frequência do sistema (são calculados os extremos estatísticos com valores máximos, médios e mínimos em cada ponto frequencial). Para a geração das amostras, foram considerados os seguintes níveis de dispersão nas variáveis de projeto: $\Delta R_i = 2.0\%$ e 5.0% , e $\Delta L_i = 2.0\%$ e 5.0% , com $i=1, \dots, 3$. Além disso, foi considerada uma função densidade de probabilidade *Gamma* para todas as variáveis de projeto obtidas segundo Zambolini-Vicente (2013). Os envelopes gerados neste processo são mostrados nas Figs. 5.29 e 5.30. Para comparar a largura dos envelopes, será calculada a maior diferença entre a curva de máximo e a curva de mínimo de cada envelope de soluções, para cada modo, utilizando os parâmetros ótimos determinísticos e ótimos robustos.

A largura máxima encontrada no envelope de soluções para o circuito em paralelo utilizando os parâmetros ótimos determinísticos, com o nível de dispersão de 2%, é de 5,6 dB para o primeiro modo, 4,28 dB para o segundo modo, e de 2,58 dB para o terceiro modo. Com um nível de dispersão de 5%, a largura máxima é de 11,96 dB para o primeiro modo, 9,91 dB para o segundo modo, e de 7,19 dB para o terceiro modo. Utilizando agora os parâmetros ótimos robustos, com o nível de dispersão de 2%, a largura máxima é de 4,24 dB para o primeiro modo, 1,55 dB para o segundo modo, e de 2,08 dB para o terceiro modo. Com um nível de dispersão de 5%, a largura máxima é de 9,53 dB para o primeiro modo, 4,56 dB para o segundo modo, e de 5,5 dB para o terceiro modo. Nota-se, então, que as soluções robustas são mais estáveis do que as soluções determinísticas no que diz respeito às incertezas introduzidas nos parâmetros ótimos, uma vez que apresentam vulnerabilidade menor.

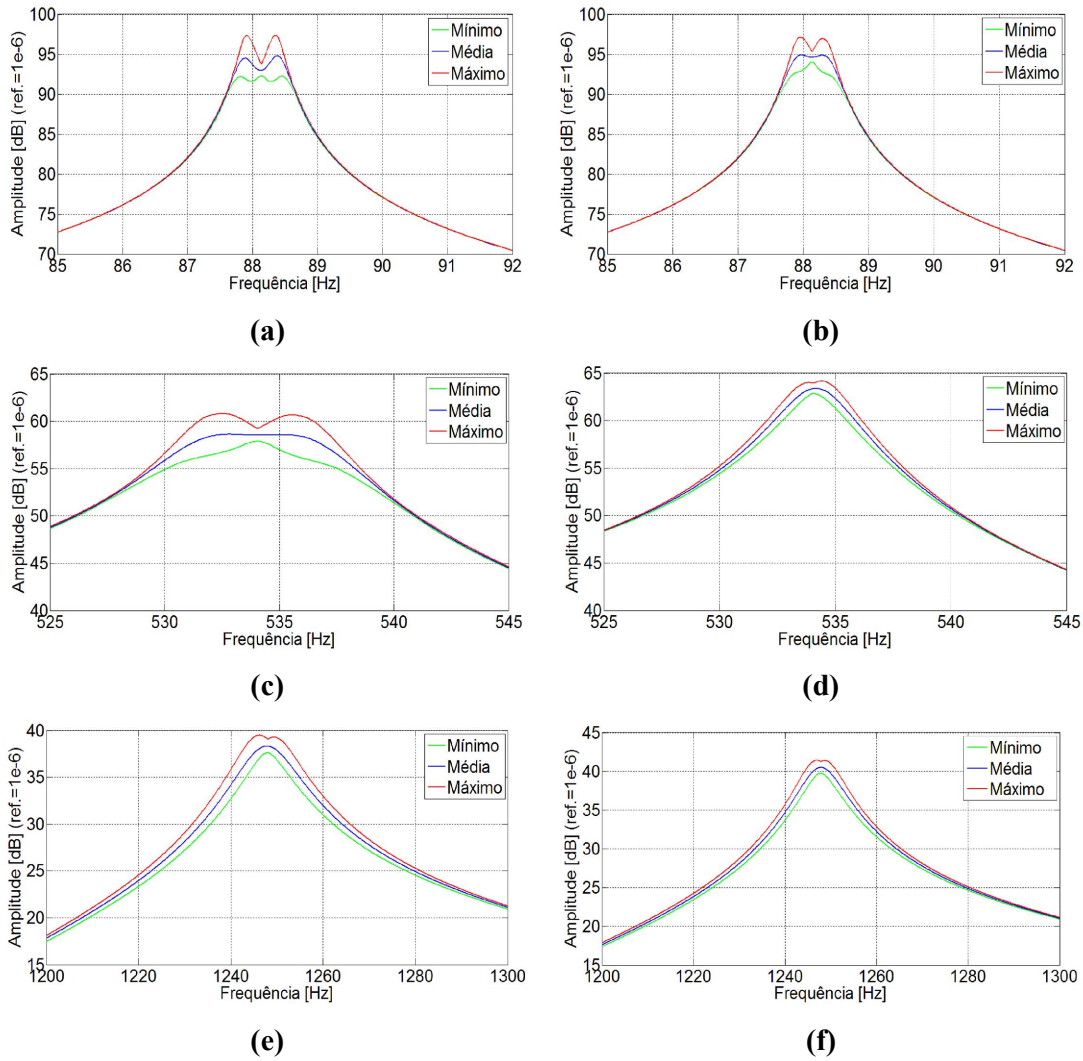


Figura 5.29 – Envelopes de soluções para o circuito multimodal ressonante paralelo com 2% de dispersão nas variáveis: (a) – 1° modo (determinístico), (b) – 1° modo (robusto), (c) – 2° modo (determinístico), (d) – 2° modo (robusto), (e) – 3° modo (determinístico), (f) – 3° modo (robusto).

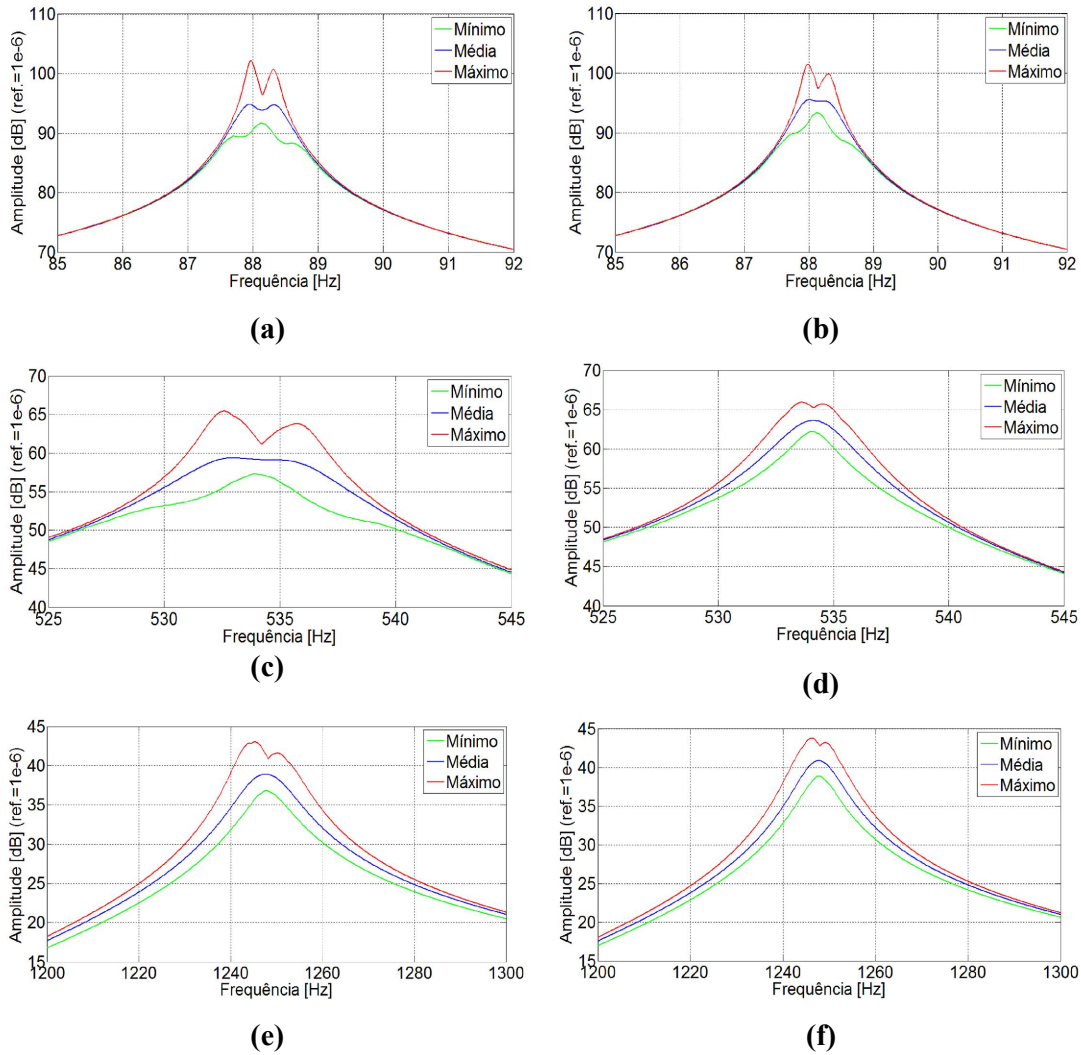


Figura 5.30 – Envelopes de soluções para o circuito multimodal ressonante paralelo com 5% de dispersão nas variáveis: (a) – 1º modo (determinístico), (b) – 1º modo (robusto), (c) – 2º modo (determinístico), (d) – 2º modo (robusto), (e) – 3º modo (determinístico), (f) – 3º modo (robusto).

Da mesma forma como foi feito para o caso do circuito multimodal em paralelo, será feito para o circuito multimodal utilizando a configuração ressonante em série. A Figura 5.31 apresenta os Primeiros *Fronts* de Pareto, em função da máxima amplitude de vibração e da vulnerabilidade, onde são mostrados, para cada modo, o ponto de projeto escolhido, e seus parâmetros R e L correspondentes.

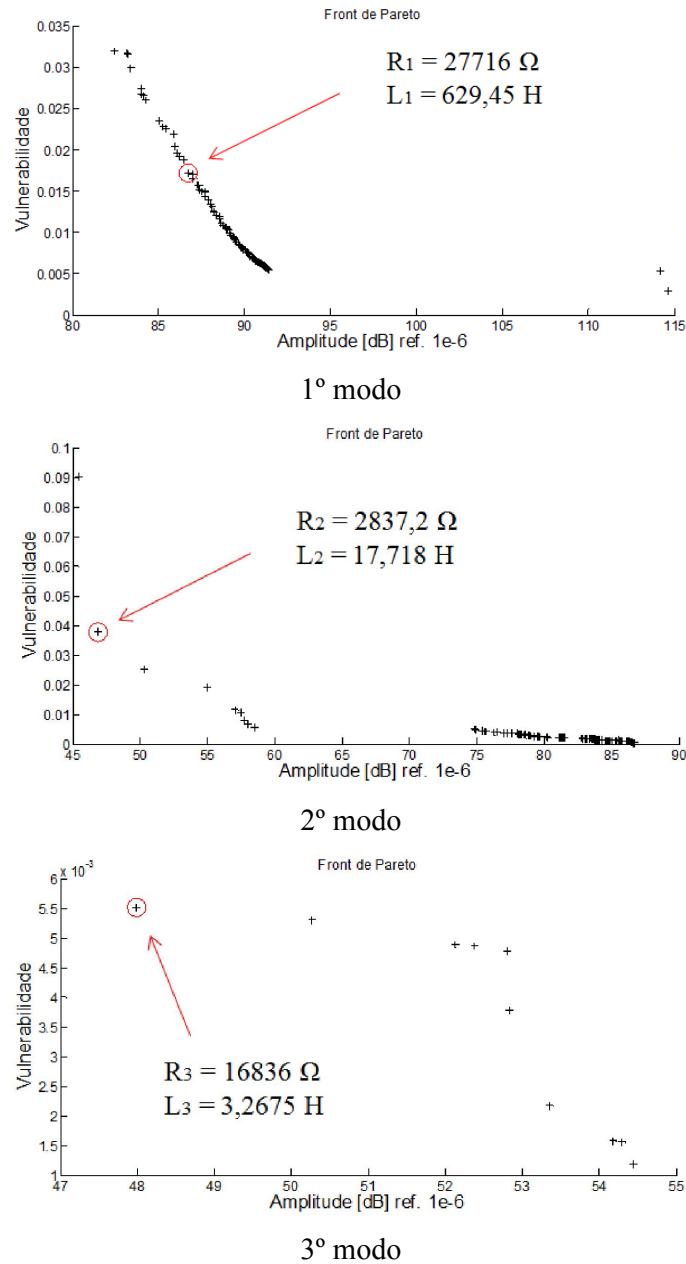


Figura 5.31 – Fronts de Pareto e parâmetros ótimo-robustos - ressonante em série.

Através dos parâmetros monomodais obtidos na otimização robusta para o circuito multimodal em série, e utilizando relações (3.10) a (3.14), pode-se obter as amplitudes das FRFs do sistema conforme apresentado nas Figs. 5.32 a 5.36. Para efeito de comparação, nestas figuras estão mostradas, também, as FRFs do sistema contendo os circuitos otimizados deterministicamente.

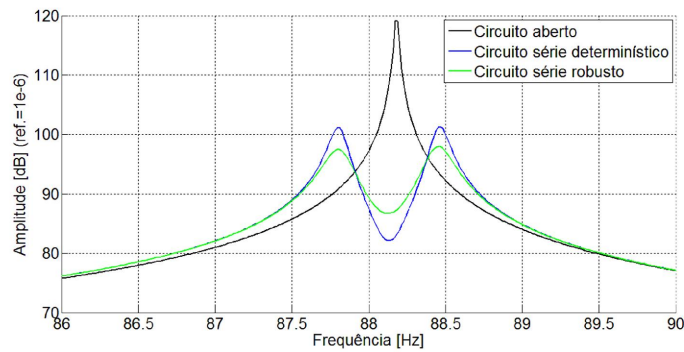


Figura 5.32 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em série determinístico e robusto – 1º modo.

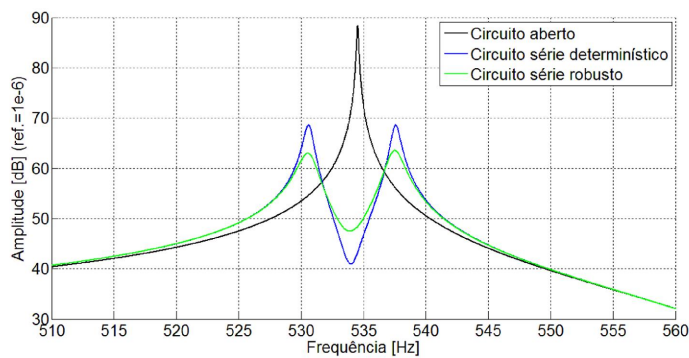


Figura 5.33 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em série determinístico e robusto – 2º modo.

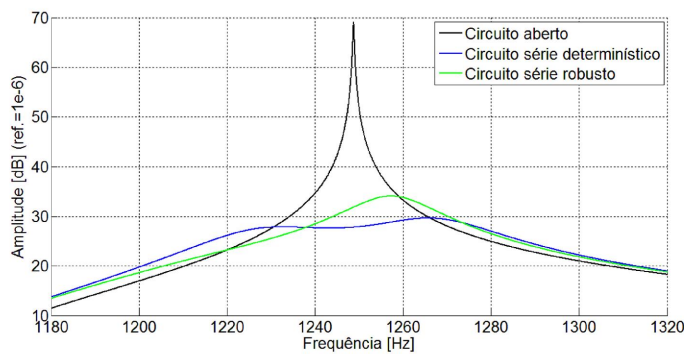


Figura 5.34 – FRF do sistema com circuitos multimodais ressonantes em série determinístico e robusto – 3º modo.

Através da análise das figuras anteriores, percebe-se que as soluções determinísticas dominam as soluções robustas, como no caso do circuito multimodal em paralelo, no que diz respeito à atenuação das vibrações para cada modo de interesse. Utilizando o circuito

multimodal em paralelo ótimo robusto, obteve-se uma redução de vibração, na frequência de ressonância, de 32,38 dB para o primeiro modo, de 40,91 dB para o segundo modo, e de 37,41 dB para o terceiro modo. Além disso, verifica-se que este tipo de configuração para o circuito multimodal é mais eficiente do que a configuração ressonante em paralelo.

Em seguida, foi realizada a mesma análise de verificação da estabilidade das soluções ótimas e robustas a serem confrontadas com as soluções determinísticas. Para isto, foram utilizados os mesmos níveis de dispersões, a mesma função densidade de probabilidade, e o mesmo número de amostras que foram utilizados para o caso de circuito multimodal em paralelo. Os envelopes das soluções obtidos neste processo são apresentados nas Figs. 5.35 e 5.36.

A largura máxima encontrada no envelope de soluções para o circuito em série utilizando os parâmetros ótimos determinísticos, com o nível de dispersão de 2%, é de 16,88 dB para o primeiro modo, 23,31 dB para o segundo modo, e de 11,86 dB para o terceiro modo. Com um nível de dispersão de 5%, a largura máxima é de 27,9 dB para o primeiro modo, 37,32 dB para o segundo modo, e de 7,19 dB para o terceiro modo. Utilizando agora os parâmetros ótimos robustos, com o nível de dispersão de 2%, a largura máxima é de 11,33 dB para o primeiro modo, 16,12 dB para o segundo modo, e de 23,91 dB para o terceiro modo. Com um nível de dispersão de 5%, a largura máxima é de 20,38 dB para o primeiro modo, 26,33 dB para o segundo modo, e de 20,43 dB para o terceiro modo. Com isso, observa-se mais uma vez que as soluções robustas são mais estáveis do que as soluções determinísticas, no que diz respeito às incertezas introduzidas nos parâmetros ótimos, conforme demonstrado pelos menores valores da vulnerabilidade.

Outro aspecto importante que deve ser destacado é que a diferença de robustez nesta configuração se torna mais evidente do que o apresentado pelo ressonante em paralelo, pois nesse caso, os envelopes das soluções determinísticas se mostraram mais largos do que as soluções determinísticas do caso paralelo.

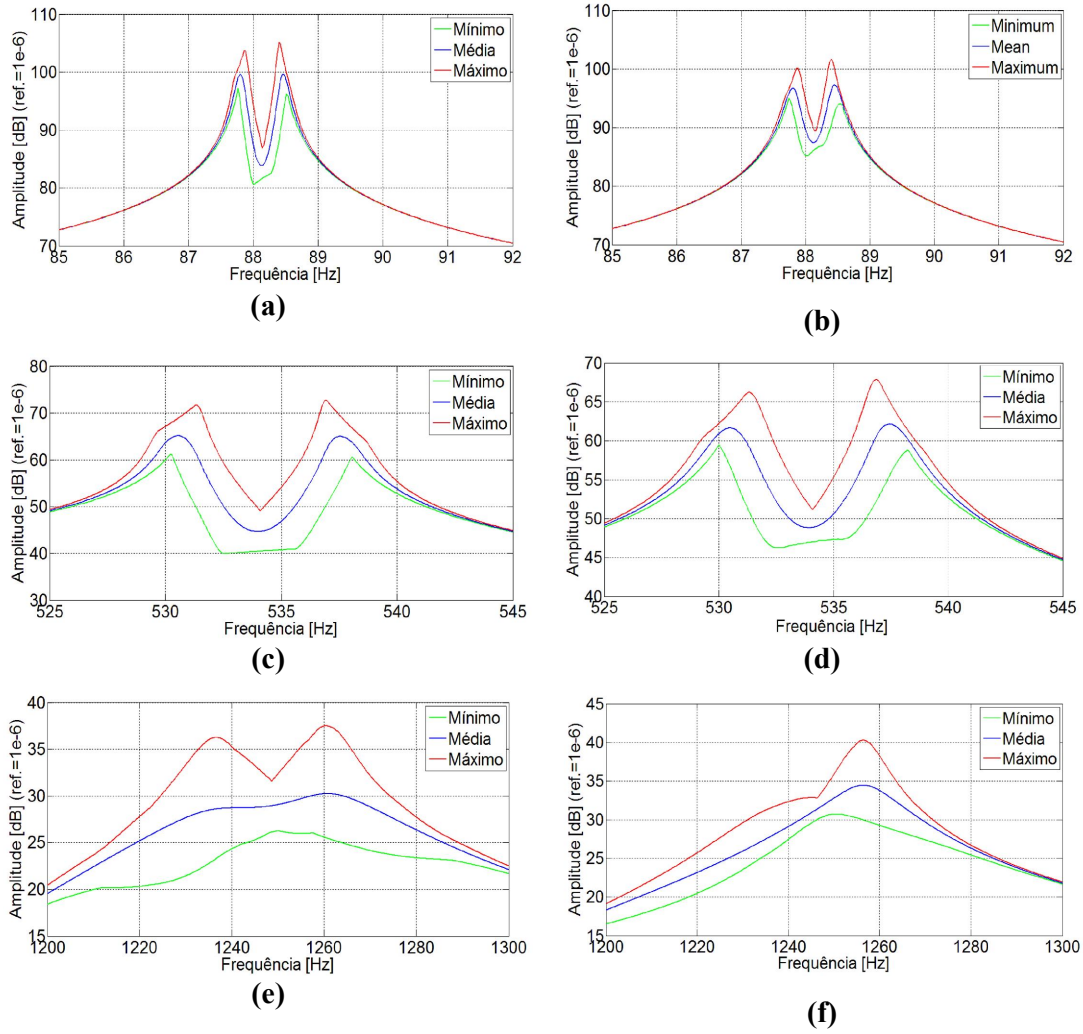


Figura 5.35 – Envelopes de soluções para o circuito multimodal ressonante em série com 2% de dispersão nas variáveis: (a) – 1° modo (determinístico), (b) – 1° modo (robusto), (c) – 2° modo (determinístico), (d) – 2° modo (robusto), (e) – 3° modo (determinístico), (f) – 3° modo (robusto).

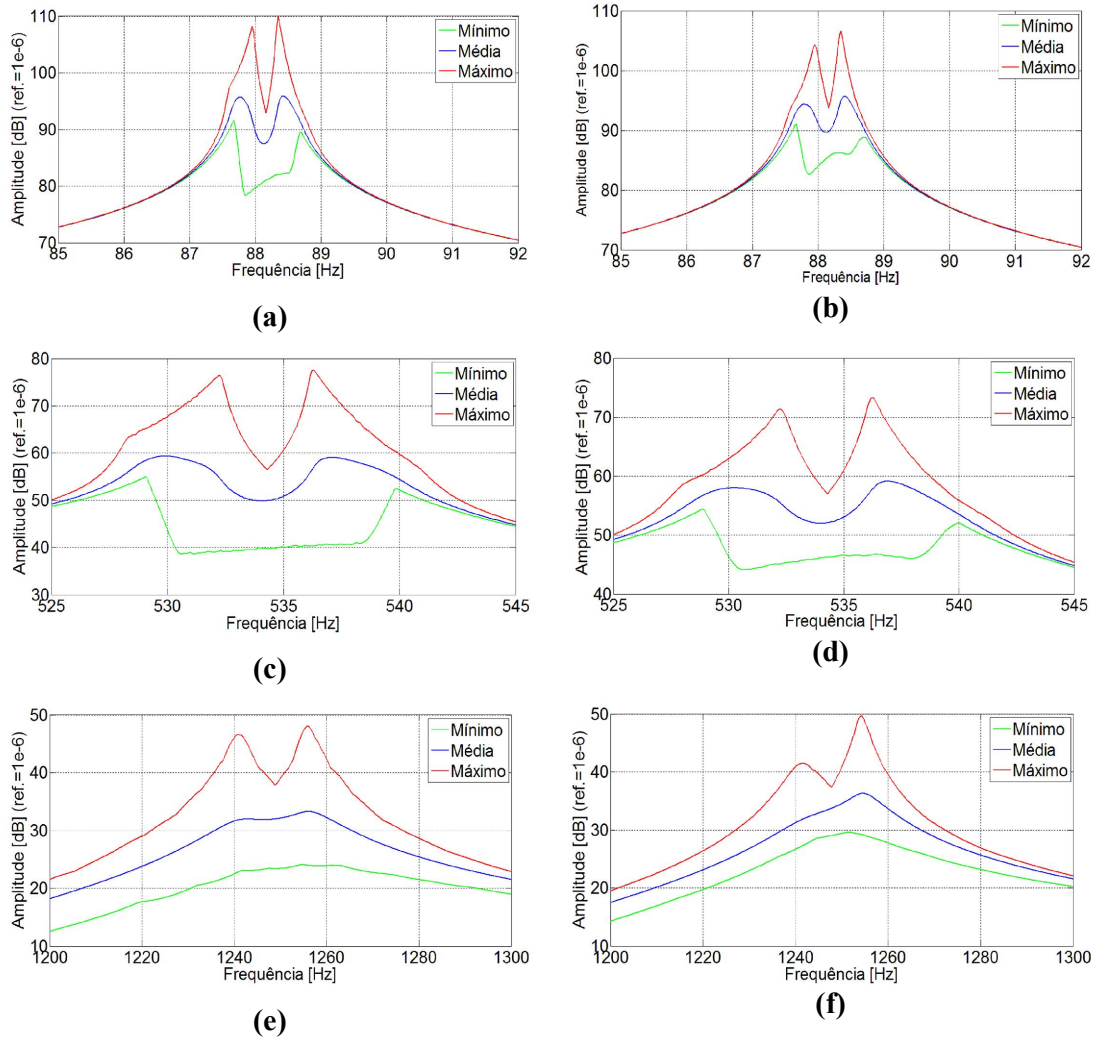


Figura 5.36 – Envelopes de soluções para o circuito multimodal ressonante em série com 5% de dispersão nas variáveis: (a) – 1º modo (determinístico), (b) – 1º modo (robusto), (c) – 2º modo (determinístico), (d) – 2º modo (robusto), (e) – 3º modo (determinístico), (f) – 3º modo (robusto).

As Figuras 5.37 a 5.39 comparam as amplitudes da FRF do sistema com circuitos multimodais otimizados de maneira robusta em série e em paralelo. Neste caso também, nota-se que em termos da redução das vibrações do sistema, o circuito multimodal em série é mais eficiente do que o circuito multimodal em paralelo. Porém, ocorre o mesmo problema visto no caso determinístico, em que o circuito multimodal em série apresenta a desvantagem de produzir dois picos de amplitudes próximas à frequência de ressonância nos modos de frequência mais baixa, sendo estes picos com menor amplitude, quando se utiliza o circuito multimodal em paralelo.

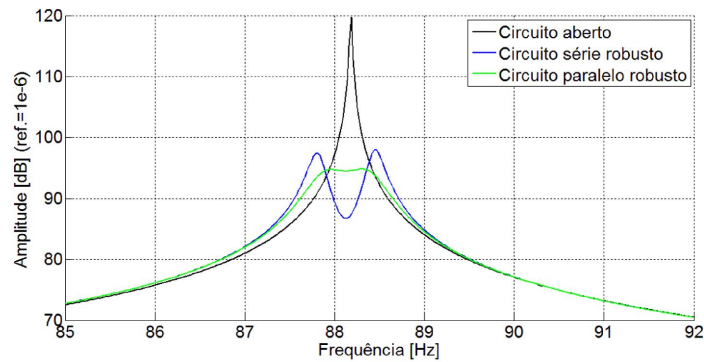


Figura 5.37 – FRF utilizando as soluções robustas – 1º modo.

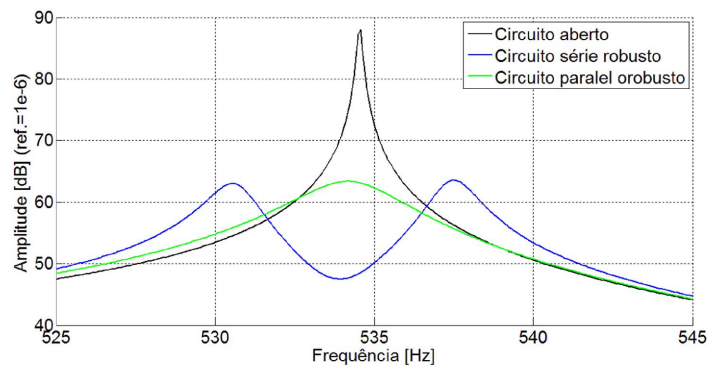


Figura 5.38 – FRF utilizando as soluções robustas – 2º modo.

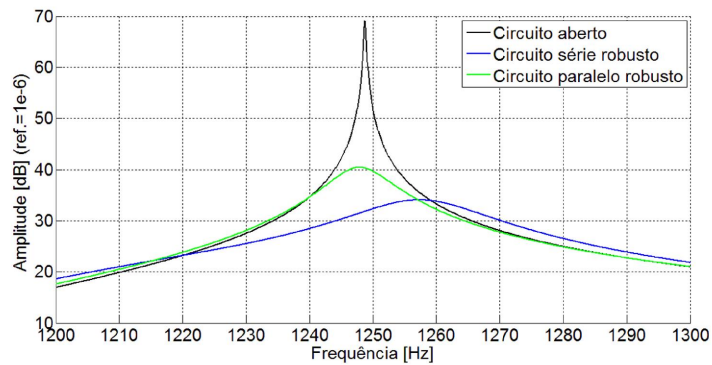


Figura 5.39 – FRF utilizando as soluções robustas – 3º modo.

Analisando as Figs. 5.19 a 5.21, nota-se que se o interesse é apenas atenuar a amplitude das vibrações indesejáveis de estruturas laminadas, que é o caso da otimização determinística, o circuito multimodal em série parece ser a melhor opção, uma vez que leva a um melhor desempenho quando comparado com o circuito multimodal em paralelo. Porém,

quando se leva em conta a robustez do circuito multimodal, considerando a existência de incertezas paramétricas, que é o caso da otimização robusta, percebe-se, através das Figs. 5.37 a 5.39 e dos envelopes de respostas das Figs. 5.29, 5.30, 5.35 e 5.36, que o circuito multimodal na configuração ressonante em paralelo possui melhores resultados do que a configuração ressonante em série. Isso condiz com o que Wu (1996) diz a respeito da maior facilidade de sintonizar o circuito *shunt* em seu desempenho ótimo com a configuração ressonante em paralelo, quando se compara com a configuração ressonante em série.

5.6. Incertezas introduzidas na estrutura

Dando continuidade à análise de robustez dos circuitos multimodais gerados via emprego de técnicas de otimização determinística e robusta, uma pergunta interessante que surge é se os circuitos obtidos mantêm sua eficiência se pequenas modificações na estrutura são observadas, o que é natural ocorrer em projetos de engenharia, onde mudanças são passíveis de ocorrerem com o tempo. Desta forma, foram construídos os envelopes das soluções em termos das Funções de Resposta em Frequência do sistema, tanto para as soluções determinísticas, quanto para as soluções robustas obtidas para os circuitos multimodais tanto em série quanto em paralelo, onde as incertezas foram introduzidas na espessura da primeira camada da viga laminada e na espessura da pastilha piezelétrica, considerando um nível de dispersão de 1% para ambos os casos. A estrutura utilizada é a mesma que vem sendo usada desde a aplicação 5.3. Os resultados são apresentados nas Figs. 5.40 e 5.41.

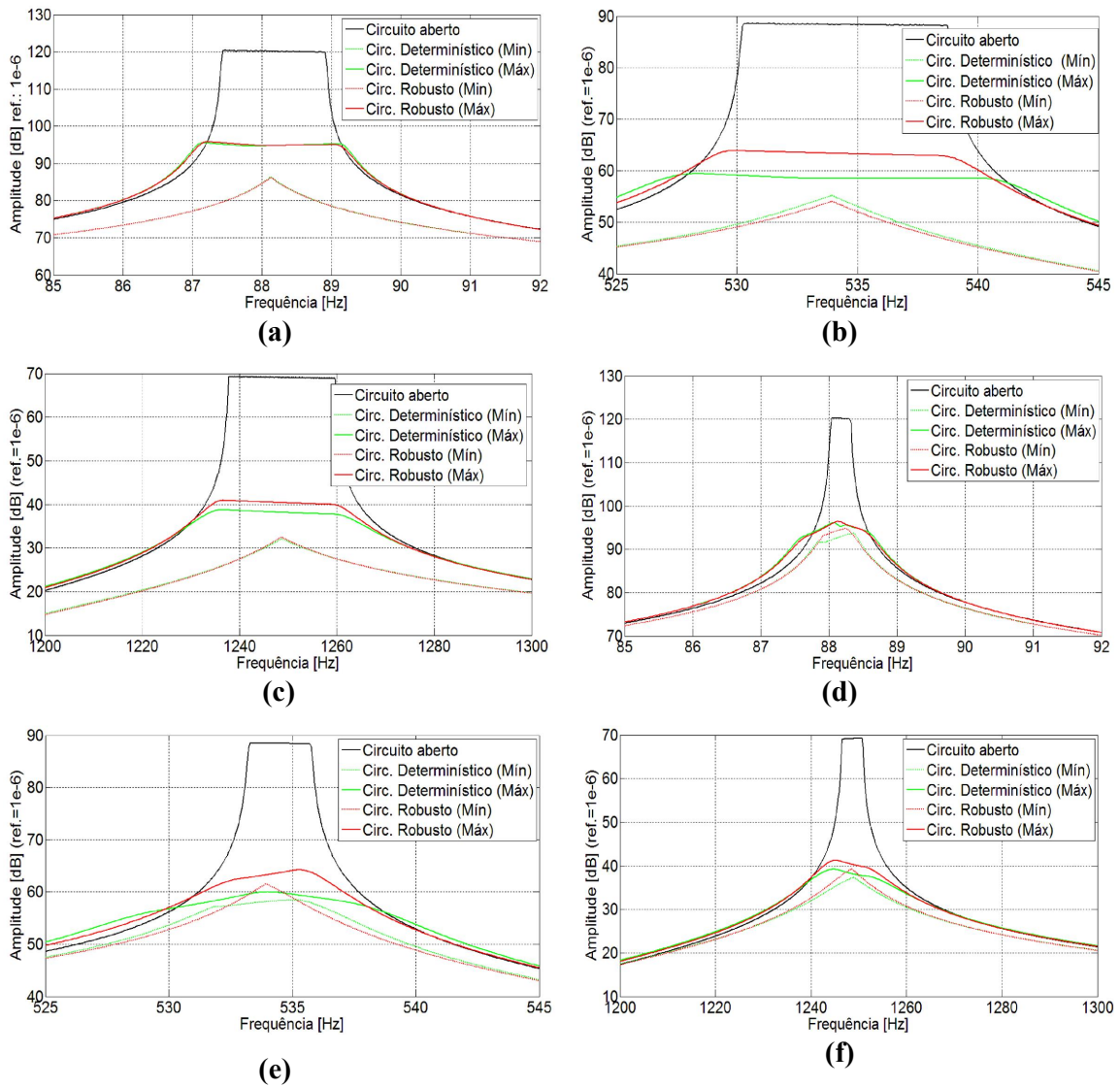


Figura 5.40 – Envelopes de FRFs utilizando as soluções determinísticas e robustas com o circuito multimodal ressonante em paralelo: (a), (b) e (c) – 1º, 2º e 3º modos com incerteza na espessura da primeira camada da viga laminada, (d), (e) e (f) – 1º, 2º e 3º modos com incerteza na espessura da pastilha piezelétrica.

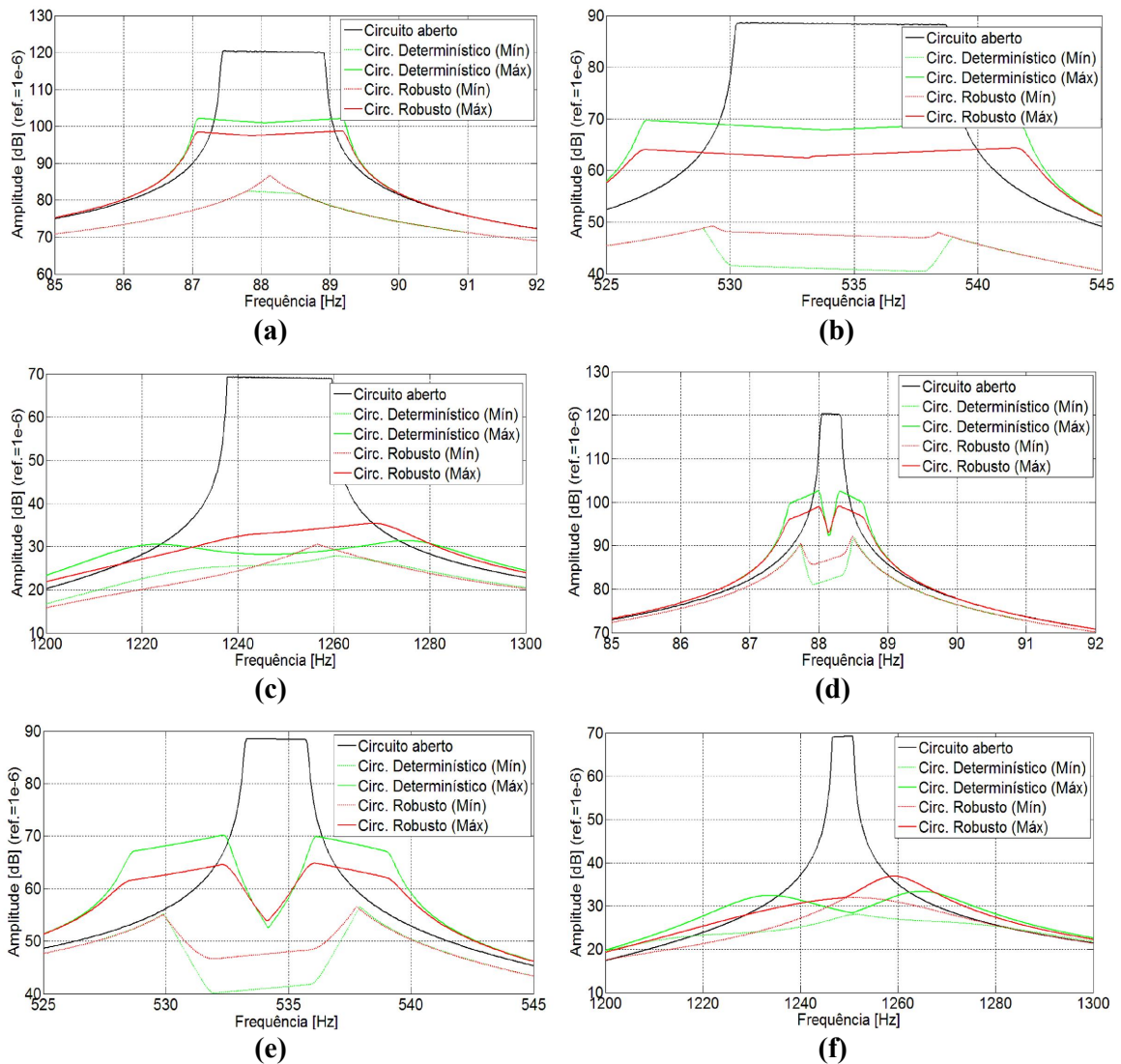


Figura 5.41 – Envelopes de FRFs utilizando as soluções determinísticas e robustas com o circuito multimodal ressonante em série: (a), (b) e (c) – 1º, 2º e 3º modos com incerteza na espessura da primeira camada da viga laminada, (d), (e) e (f) – 1º, 2º e 3º modos com incerteza na espessura da pastilha piezelétrica.

Diferentemente da análise de estabilidade feita com introdução de incertezas apenas nos parâmetros dos circuitos, nesta análise nota-se que também existe um envelope de soluções para o circuito aberto. Isto ocorre pois existem mudanças nas propriedades geométricas da estrutura, causando uma mudança na frequência de ressonância do sistema.

A largura máxima encontrada no envelope de soluções para o circuito multimodal em paralelo, utilizando os parâmetros ótimos determinísticos, com relação a incertezas

introduzidas na espessura da primeira camada do laminado, é de 17,43 dB para o primeiro modo, 13,87 dB para o segundo modo, e de 13,11 dB para o terceiro modo. Com relação a incertezas introduzidas na espessura do elemento piezelétrico, a largura máxima é de 3,73 dB para o primeiro modo, 1,82 dB para o segundo modo, e de 4,39 dB para o terceiro modo. Utilizando agora os parâmetros ótimos robustos, com relação a incertezas introduzidas na espessura da primeira camada do laminado, a largura máxima é de 17,61 dB para o primeiro modo, 16,05 dB para o segundo modo, e de 15,07 dB para o terceiro modo. Com relação a incertezas introduzidas na espessura do elemento piezelétrico, a largura máxima é de 2,13 dB para o primeiro modo, 5,95 dB para o segundo modo, e de 4,83 dB para o terceiro modo.

Utilizando o circuito multimodal em série, a largura máxima encontrada no envelope de soluções, utilizando os parâmetros ótimos determinísticos, com relação a incertezas introduzidas na espessura da primeira camada do laminado, é de 24,56 dB para o primeiro modo, 26,86 dB para o segundo modo, e de 7,47 dB para o terceiro modo. Considerando incertezas na espessura do elemento piezelétrico, a largura máxima é de 21,28 dB para o primeiro modo, 29,87 dB para o segundo modo, e de 7,9 dB para o terceiro modo. Utilizando agora os parâmetros ótimos robustos, com incertezas na espessura da primeira camada do laminado, a largura máxima é de 20,75 dB para o primeiro modo, 15,19 dB para o segundo modo, e de 8,78 dB para o terceiro modo. Considerando incertezas na espessura do elemento piezelétrico, a largura máxima é de 12,98 dB para o primeiro modo, 17,55 dB para o segundo modo, e de 5,76 dB para o terceiro modo.

Pode-se ver que para o circuito multimodal em paralelo, a largura dos envelopes de soluções para os casos determinístico e robusto é próxima, mostrando que o circuito multimodal em paralelo é inerentemente robusto quanto a incertezas introduzidas em parâmetros da estrutura. Diferente do que ocorre utilizando o circuito multimodal em série, em que os envelopes da solução robusta se mostraram, em geral, mais estreitos do que os obtidos utilizando a solução determinística, mostrando que o circuito multimodal em série, otimizado considerando incertezas em parâmetros do próprio circuito, também é mais robusto com relação a incertezas existentes em parâmetros da estrutura. Por fim, comparando a estabilidade entre os dois tipos de circuito, conclui-se que o circuito multimodal em paralelo se mostrou mais estável do que o circuito multimodal em série, sendo isso evidenciado pelos envelopes de soluções mais largos apresentados pelo circuito multimodal em série.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS

Em primeiro lugar, deve-se destacar que este trabalho de dissertação é uma continuidade de trabalhos que foram realizados no LMEst/UFU com relação à modelagem numérico-computacional e projeto ótimo-robusto de estruturas compostas contendo elementos piezelétricos acoplados a circuitos elétricos *shunt* monomodais. Em particular, no que diz respeito aos temas de pesquisa de interesse do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia para Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT-EIE), este trabalho representa a continuidade dos trabalhos desenvolvidos por Faria (2006) sobre a modelagem numérica de estruturas compostas finas do tipo placas, do trabalho realizado por Viana (2005) sobre a modelagem numérica e caracterização experimental de circuitos elétricos *shunt* monomodais para o controle passivo de vibrações de sistemas estruturais, utilizando vários PZTs para o controle de vários modos, e de Zambolini-Vicente (2014) sobre otimização robusta de circuitos *shunt* ressonante monomodais. Portanto, neste trabalho foi apresentada a modelagem por elementos finitos de estruturas compostas finas contendo elementos piezelétricos acoplados a diferentes configurações de circuitos elétricos *shunt* ressonante multimodais na presença de incertezas. Além disso, foi proposta uma metodologia de concepção ótima e robusta de soluções potenciais para tais circuitos nas fases de concepção inicial ou pré-projeto com vistas ao um aumento de eficiência e robustez dos mesmos.

Nos trabalhos de Wu (1998) e Moheimani e Fleming (2003), ambos os autores controlaram as vibrações correspondentes a vários modos de uma viga de material metálico, e apenas de maneira experimental. As simulações realizadas permitiram avaliar os procedimentos desenvolvidos neste trabalho, com o objetivo de criar uma ferramenta de análise e concepção robusta de circuitos elétricos *shunt* multimodais para o controle passivo

de vibrações de estruturas compostas laminadas, considerando ainda a presença de incertezas nos parâmetros que influem diretamente na eficiência dos circuitos elétricos, mostrando os aspectos importantes do comportamento dinâmico dos sistemas estruturais compostos incorporando essa técnica de controle passivo. A partir dos resultados apresentados, pode-se concluir que:

1^a) A modelagem por elementos finitos do problema eletromecânico realizada juntamente com o acoplamento dos circuitos elétricos *shunt* mostrou-se eficiente na caracterização do comportamento dinâmico de tais sistemas;

2^a) A utilização do circuito elétrico *shunt* ressonante multimodal é uma estratégia interessante e eficaz no controle passivo de vários modos de vibração de estruturas compostas. O circuito multimodal ressonante em série mostrou-se mais eficiente no amortecimento de vibrações, porém, o circuito multimodal ressonante em paralelo mostrou ser eficiente e robusto quanto às incertezas existentes nos próprios parâmetros do circuito, mostrando ser mais viável sua utilização em aplicações práticas de interesse industrial;

3^a) A geração dos modelos probabilísticos para os circuitos *shunt* feita a partir do método da Máxima Entropia mostrou que este método é uma estratégia eficiente, modelando corretamente o comportamento estatístico das incertezas introduzidas nas variáveis de projeto via construção de suas funções densidade de probabilidade a partir das informações disponíveis sobre as variáveis de projeto aleatórias;

4^a) A metodologia de otimização multiobjetivo robusta via utilização de funções de vulnerabilidade permitiu obter projetos ótimos e mais robustos com vistas às perturbações introduzidas nos parâmetros de projeto, conforme análise de robustez realizada *a posteriori*;

5^a) Um problema evidenciado é o caso dos altos valores obtidos para as indutâncias dos circuitos *shunt* multimodais, em especial nos circuitos de controle de modos com frequências mais baixas, que apresentaram valores de centenas de Henries, sendo necessário o uso de impedâncias sintéticas, tais como as descritas nos trabalhos de Riordan (1967) e Antoniou (1969), e usada no trabalho de Viana (2005), uma vez que valores de indutância

nessa ordem de grandeza são impraticáveis, implicando grande volume e peso no projeto (SEDRA; SMITH, 2009).

Perspectivas

O presente trabalho de dissertação possibilitou o surgimento de inúmeras perspectivas no qual se podem citar as seguintes:

1^a) Para continuar o procedimento de integração dos circuitos elétricos *shunt* no domínio industrial, é necessário melhorar os elementos de placa compostas, através do emprego de teorias de ordem superior, que permitam, em particular, a modelagem de estruturas com forte curvatura e/ou mais espessas;

2^a) Otimização de estruturas compostas contendo elementos piezelétricos acoplados a circuitos elétricos *shunt* com incertezas também na estrutura base;

3^a) Incorporação de restrições de máximos e mínimos no domínio de otimização dos parâmetros, conforme a disponibilidade comercial desses componentes. Além disso, deve-se atentar para as restrições na banda de frequência de interesse para evitar excessivos desvios na região de operação da estrutura base;

4^a) Emprego de impedância sintética para gerar grandes valores de indutância e verificação experimental.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AIT BRIK, B. Méthodologies de Conception Robuste et d'Optimisation dans un Contexte de Conception d'Architectures Mécaniques Nouvelles en Avant Projet. 2005. Thèse de Doctorat – Université de Franche-Comté, France.

ANTONIOU, A., Realization of gyrators using operational amplifiers and their use in RCactive network synthesis. Proc. Inst. Elec. Eng., 116: 838-1850, 1969.

ATCP ENGENHARIA FÍSICA. Relatório Técnico RT-ATCP-01, 2009. 7p. Relatório.

BERTHELOT, J. M. Matériaux Composites: Comportement Mécanique et Analyse des Structures.Paris: Masson, 1992.

BOYLESTAD, R. L., Introdução à Análise de Circuitos Elétricos. Pearson 12a. Ed., 2013. 979f.

CALLISTER Jr., W. D., Ciencia de Engenharia dos Materiais. LTC, 2002, 589f.

CHEE, C. Y. K. Static Shape Control of Laminated Composite Plate Smart Structure using Piezoelectric Actuators.2000. Tese de Pós-Doutorado.- University of Sydney: Department of Aeronautical Engineering, Sydney, Austrália.

DONADON, M. V., 2000, “Vibração de Placas Laminadas na Presença de Tensões Induzidas Piezoeletricamente”, 109f. Dissertação de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP.

ESCHENAUER, H. KOSKI, J., OSYCZKA, A., Multicriteria design optimization: procedures and applications, Springer-Verlag, 1990. 482pgs.

FARIA, A. W, RADE, D. A., RADE, R. S. L., Modelagem de Placas em Material Composto Laminado Dotadas de Sensores e Atuadores Piezoelétricos: Teorias e Simulações Numéricas. In: IV CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 2006, Recife, PE. **Anais do IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica.**

FLEMING, A.J., BEHRENS, S., MOHEIMANI, S.O.R., Optimization and Implementation of Multimode Piezoelectric Shunt Damping Systems. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, Vol.7, no.1, March 2002.

FREITAS, M., SILVA, A. Materiais Compósitos. Instituto Superior Técnico. 55p, 2004.

GODOY, T. C., Modelagem de placas laminadas com materiais piezoelétricos conectados a circuitos Shunt resistivo-indutivo. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.

HAGOOD, N. W.; FLOTOW, A. H. V. Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks. **Journal of Sound and Vibration**, v. 146, p. 243-268, 1991.

HWANG, W. S.; PARK, H. C. Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators. *AIAA Journal*.v. 31, p. 930-937, 1993.

IMAN, R.L.; DAVENPORT, J.M. ; ZEIGLER, D.K., Latin hypercube sampling. **Sandia Lab.: Program User's Guide**, 1980.

JAYNES E. T., Information theory and statistical mechanics. *Physical Review*, 106(4), 620-630 and 108(2), 171-190, 1957.

KULKARNI, S. A., BAJORIA, K. M., 2003, "Finite element modeling of smart plates/shells using higher-order shear deformation theory", *Journal of Composite Structures*, Vol. 62, pp. 41-50.

LESIEUTRE, G. A., 1998, "Vibration Damping and Control using Shunted Piezoelectric Materials", *Shock and Vibration Digest*, Vol. 30, pp 181-190.

LEE, H., PARK, H, Finite element analysis of active and sensory thermopiezoelectric composite materials. NASA/TM: Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 210892, 2001.

LIMA, A.M.G. de; RADE, Domingos Alves; BOUHADDI, N., "Robust Multiobjective Optimization of Viscoelastic Structures", 2007.

LIMA, A.M.G.; RADE, D.A.; BOUHADDI, N., "Optimization of Viscoelastic Systems Combining Robust Condensation and Metamodeling". *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 32, p. 485-495, 2010.

MENDONÇA, P. T. R. *Materiais Compostos & Estruturas - Sanduíche: Projeto e Análise*. 1.ed. Manole, 2005.

NYE, J. F. *Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices*. 4.ed. London: Oxford University Press, 1969.

PEREIRA Jr., I. P., 2004, "Caracterização Numérica e Experimental da Evolução do Dano em Materiais", 164f. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, MG.

REDDY, J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis*. 2.ed. Florida: CRC Press, 1997.

ROCHA, T. L. 2004, "Modelagem de Estruturas Inteligentes", 124f. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP.

RIODAN, R. H. S. Simulated inductors using differential amplifiers. *Electron. Lett.*, vol. 3, no. 2, pp. 50–51, 1967.

RUMELHART, D. E., HINTON, G. E., WILLIAMS, R. J. “Learning internal representations by error propagation”. *Parallel Distributed Processing*, v. 1, MIT Press, 1986.

SALIBA Jr., C. C. Avaliação das Propriedades Mecânicas de Poliuretano tendo como Agente de Reforço uma Nova Fibra Inorgânica Natural. 2003. 89f. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG.

SARAVANOS, D. A. Passively Damped Laminated Piezoelectric Shell Structures with Integrated Electric Networks. **National Aeronautics and Space Administration (NASA), Aerospace Institute**. Cleveland, Ohio, CR-1999-208871, p. 1-25, 1999b.

SEDRA, A. S.; SMITH, K. C. Microeletrônica. 6ª Edição / Editora: Oxford, ISBN13: 9780195323030, ISBN10: 0195323033, 2009.

SHANNON, C. E., A mathematical theory of communication, *Bell System Tech. Journal*, 27, 379-423 and 623-659, 1948.

SOIZE, C., Stochastic Models in Computational Mechanics, Seminar on Uncertainties and Stochastic Modeling, PUC-Rio, August, 2-6, 2010.

SOUZA, C.E., 2003, "Otimização em Dois Níveis da Orientação e da Topologia de Cascas Laminadas", 117f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

SRIVINAS, N., DEB, K., Multi-objective using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. Technical Report. Department of Mechanical Engineering, Institute of Technology, India, 1993.

VIANA, F. A. C., 2005, “Amortecimento de Vibrações usando Pastilhas Piezelétricas e Circuitos Shunt Ressonantes”. 111f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

WU, S. Y., “Piezoelectric shunts with parallel R-L circuit for structural damping and vibration control,” in Proc. **SPIE Smart Structures and Materials, Passive Damping and Isolation**, vol. 2720, SPIE, Mar. 1996, pp. 259–269.

WU, S. Y., “Method for multiple mode shunt damping of structural vibration using a single PZT transducer,” 1998.

ZAMBOLINI-VICENTE, B.G.G.L., 2013, “Projeto Ótimo de Placas Compostas Incorporando Materiais Piezelétricos e Circuitos Elétricos Shunt para Controle Passivo de Vibrações”, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.

ZANATTA, R., Materiais Compósitos na Aviação, **Cultura Aeronáutica**, v.1, n.1, mai. 2012. Disponível em: <<http://www.aviacao.org/article/materiais-compositos/>>. Acesso em 27 ago. 2014.