

LUIZ FERNANDO FERREIRA RODOVALHO

**ESTUDO NUMÉRICO, IMPLEMENTAÇÃO
COMPUTACIONAL E VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL
DO FENÔMENO DA FUGA TÉRMICA EM MATERIAIS
VISCOELÁSTICOS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2014

LUIZ FERNANDO FERREIRA RODOVALHO

**ESTUDO NUMÉRICO, IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E
VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DA FUGA
TÉRMICA EM MATERIAIS VISCOELÁSTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Marcos Gonçalves de Lima

Co-orientador: Prof. Dr. Romes Antonio Borges

UBERLÂNDIA – MG

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

R695e Rodovalho, Luiz Fernando Ferreira, 1989-
2014 Estudo numérico, implementação computacional e verificação experimental do fenômeno da fuga térmica em materiais viscoelásticos / Luiz Fernando Ferreira Rodovalho. - 2014.
49 f. : il.

Orientador: Antonio Marcos Lima.

Coorientador: Romes Antonio Borges.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Materiais viscoelásticos - Teses. 3. Simulação (Computadores) - Teses. I. Lima, Antonio Marcos Gonçalves de, 1975- II. Borges, Romes Antonio, 1971- III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela presença constante, direcionando meus passos.

À minha família, pelo incentivo e apoio incondicional.

Ao meu orientador Prof. Dr. Antonio Marcos Gonçalves de Lima pelo sério e dedicado trabalho de orientação na realização da pesquisa, pela amizade e confiança concedidas, e preocupação com a minha formação profissional.

Ao meu co-orientador Prof. Dr. Romes Antonio Borges que tem me acompanhado desde a minha iniciação científica, graduação, pela valiosíssima amizade, incentivo e por tudo o mais que tem feito por mim.

À pós-doutorando Núbia dos Santos Saad e ao Prof. Dr. Helder Barbieri Lacerda pela disponibilidade, dedicação e ajuda para com à realização dos ensaios experimentais.

Ao Prof. Dr. Solidônio Rodrigues de Carvalho pela ajuda com os aspectos experimentais relacionados a parte térmica do trabalho.

Ao Laboratório de Mecânicas de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis – LMEst, coordenado pelo Prof. Dr. Domingos Alves Rade, e ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia – INCT-EIE, coordenado pelo Prof. Dr. Valder Steffen Jr, por todo o suporte físico e operacional.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos concedida e aos órgãos de fomentos CNPq e FAPEMIG.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, por viabilizar a realização deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, pelas valiosas contribuições dadas ao trabalho.

Enfim, à todas as pessoas (professores, técnicos, amigos) que de alguma forma me ajudaram.

RODOVALHO, L. F. F. **Estudo Numérico, Implementação Computacional e Verificação Experimental do Fenômeno da Fuga Térmica em Materiais Viscoelásticos**. 2014. 49 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

Este trabalho é dedicado ao desenvolvimento de uma estratégia de modelagem numérico-computacional e verificação experimental do fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos com ênfase no fenômeno da fuga térmica levando-se em conta os efeitos combinados de cargas dinâmicas e pré-cargas estáticas. A metodologia de modelagem por elementos finitos permite considerar a influência da frequência, da temperatura e da pré-carga estática no fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelástico lineares. Para tanto, são feitas modificações que permitem a análise termomecânica de estruturas viscoelásticas mais complexas, além da avaliação da introdução de insertos metálicos no volume do material para a redução dos efeitos do autoaquecimento. A validação do modelo proposto e a identificação dos parâmetros físicos de rendimento térmico e de transferência de calor por convecção natural inicialmente desconhecidos, são obtidos através da confrontação dos resultados das simulações numéricas com os correspondentes obtidos via ensaios experimentais para um corpo de prova formado por uma junta viscoelástica translacional. O procedimento de ajuste de curvas é formulado como um problema inverso de otimização via emprego da técnica Colônia de Vagalumes para a minimização da função objetivo definida como sendo a diferença quadrática entre as temperaturas obtidas das simulações e as correspondentes geradas pelos ensaios para cada instante de tempo. A precisão e as limitações do modelo são avaliadas pela comparação dos perfis simulados e experimentais de temperatura, possibilitando confirmar as evidências numéricas e a consistência qualitativa dos resultados obtidos com o reportado na literatura para o fenômeno da fuga térmica para dispositivos mais simples e sem o efeito da pré-carga.

Palavras-Chave: Materiais viscoelásticos, autoaquecimento, termoviscoelasticidade, fuga térmica, pré-carga estática.

RODOVALHO, L. F. F. **A Numerical Study, Computational Implementation and Experimental Verification of the Thermal Runaway Phenomenon in Viscoelastic Materials**. 2014. 49 f. Master's dissertation, Federal University of Uberlandia, Uberlandia.

Abstract

This work is dedicated to the development of a strategy for numerical-computational modeling and experimental verification of the self-heating phenomenon in viscoelastic materials with emphasis on the thermal runaway phenomenon taking into account the combined effects of dynamic loads and static preloads. The methodology of modeling by finite element allows us to consider the influence of frequency, temperature and static preload on the self-heating phenomenon of the linear viscoelastic materials. For this purpose, modifications are made that allow thermomechanical analysis of more complex viscoelastic structures, in addition the evaluation of introducing metal inserts in bulk material for reducing effects of self-heating. The validation of the proposed model and the identification of the physical parameters of thermal efficiency and heat transfer by natural convection, initially unknown, are obtained by comparison of the results of numerical simulations with the corresponding obtained through experimental tests for a specimen formed by a translational viscoelastic joint. The curve-fitting procedure is formulated as an inverse optimization problem through use of the Firefly Algorithm for minimizing the objective function defined as the square difference between the temperatures obtained from the simulations and the corresponding generated by the tests for each time instant. The accuracy and limitations of the model are evaluated by comparing the experimental and simulated temperature profile, allowing to verify the numerical evidence and the qualitative consistence of the results obtained with reported in the literature for the thermal runaway phenomenon for simple devices without effect preload.

Keywords: Viscoelastic materials, self-heating, thermoviscoelasticity, thermal runaway, static preload.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Fitas adesivas de material viscoelástico (extraído de 3M (2014)).....	3
Figura 1.2 – Coxins viscoelásticos (extraído de ISOTHEC (2014)).....	3
Figura 1.3 – Isolador de micro vibrações com aplicação viscoelástica para satélites (extraído de SMAC (2014)).....	3
Figura 1.4 – Amortecedores viscoelásticos usados em construções civis (extraído de MAGEDAUSA (2014))	4
Figura 1.5 – Tratamento viscoelástico em aplicações automotivas (extraído de MSC (2014)).....	4
Figura 1.6 – Amortecedor viscoelástico translacional aplicado no controle passível de vibrações em rotores flexíveis (adaptado de Saldarriaga (2007)).....	4
Figura 1.7 – Aplicação de material viscoelástico em <i>risers</i> (adaptado de Pitella (2006)).	5
Figura 1.8 – Tratamento viscoelástico em compressores de refrigeração (adaptado de Lima (2007)).....	5
Figura 1.9 – Aplicação de materiais viscoelásticos em aeronaves (extraído de SMAC (2014)).....	5
Figura 1.10 – Ilustração dos fenômenos do equilíbrio térmico e fuga térmica (adaptado de Cazenove (2010)).....	7
Figura 2.1 – Ilustração das funções de fluência (a) e relaxação (b) de materiais viscoelásticos lineares (adaptada de Lima (2003)).....	13
Figura 2.2 – Modelos de (a) Maxwell e (b) Kelvin-Voigt.....	16
Figura 2.3 – Fluência e relaxação dos modelos de Maxwell e Kelvin-Voigt (adaptado de Lima (2007)).....	17
Figura 2.4 – Variação das propriedades dos materiais viscoelásticos em função da temperatura para uma frequência fixa (adaptado de Nashif et al. (1985)).....	21
Figura 2.5 – Variação das propriedades dos materiais viscoelásticos em função da frequência para uma temperatura constante (adaptado de Nashif et al. (1985)).....	22

Figura 2.6 – Fator de deslocamento α_T em função da temperatura para o material 3M ISD 112 TM	24
Figura 2.7 – Variações do módulo de armazenamento e fator de perda com a frequência reduzida para o material 3M ISD 112 TM	24
Figura 2.8 – Módulo de armazenamento e fator de perda do material 3M ISD 112 TM para diferentes temperaturas.....	25
Figura 2.9 – Módulo de armazenamento e fator de perda em função da pré-carga estática (adaptado de Nashif et al. (1985)).....	25
Figura 3.1 – Fluxograma elucidativo da resolução do problema termomecânico.....	37
Figura 4.1 – Junta translacional viscoelástica: características geométricas e condições de contorno mecânicas aplicadas na geração do modelo de elementos finitos.....	39
Figura 4.2 – Configurações deformadas da junta viscoelástica.....	40
Figura 4.3 – Evolução da temperatura da camada viscoelástica nos pontos A, B e C.....	41
Figura 4.4 – Evolução da temperatura no ponto A para os quatro níveis de pré-carga estática.....	41
Figura 4.5 – Contornos de temperatura para os cenários (1) e (3).....	42
Figura 4.6 – Gradiente de temperatura para os cenários (a) (1) e (b) (2).....	43
Figura 4.7 – Evolução no tempo das energias dissipadas (a) e armazenadas pelo material (b).....	44
Figura 4.8 – (a) G' e (b) η como função do tempo.....	44
Figura 4.9 – Ciclos de histerese.....	45
Figura 4.10 – FRFs da junta translacional para diferentes temperaturas e pré-cargas... ..	46
Figura 4.11 – Evolução da temperatura no ponto A para os cenários (1), (2) e (3).....	47
Figura 4.12 – Isotermas para os cenários (1) e (3) do fenômeno da fuga térmica.....	49
Figura 4.13 – Evolução temporal da energia dissipada (a) e armazenada (b) pelo material.....	50
Figura 4.14 – Evolução no tempo de G' (a) e η (b).....	50
Figura 4.15 – Ciclos de histerese para os cenários (1), (2) e (3).....	51
Figura 4.16 – FRFs da junta viscoelástica para o fenômeno da fuga térmica.....	52
Figura 4.17 – Características geométricas do inserto metálico.....	52
Figura 4.18 – Configurações com um e dois insertos metálicos, respectivamente.....	53
Figura 4.19 – Curvas de autoaquecimento para os insertos metálicos da camada viscoelástica.....	54

Figura 4.20 – Isotermas para os cenários (3) e (4) – fenômeno de equilíbrio térmico.....	55
Figura 4.21 – Isotermas para os cenários (5) e (6) – fenômeno de equilíbrio térmico..	56
Figura 4.22 – Configuração com três insertos metálicos.....	56
Figura 4.23 – Curvas de autoaquecimento para a inclusão de dois e três insertos metálicos.....	57
Figura 5.1 – Montagem experimental completa (a) e detalhe do corpo de prova (b)....	59
Figura 5.2 – Evolução das temperaturas para o ensaio (1).....	61
Figura 5.3 – Evolução das temperaturas para os ensaios (1) e (2) dos pontos A (a) e C (b).....	62
Figura 5.4 – Corpo de prova formado por blocos de acrílico.....	63
Figura 5.5 – Fenômeno da fuga térmica para $u_0 = 4,0 \text{ mm}$, $f_0 = 17 \text{ Hz}$ e $\Delta = 0 \text{ N}$	63
Figura 5.6 – Curvas de autoaquecimento para o ensaio (1).....	64
Figura 5.7 – Curvas experimental e numérica para o modelo ajustado – ensaio (1)....	67
Figura 5.8 – Curvas experimental e numérica para o modelo ajustado – ensaio (2).....	68
Figura 5.9 – Características geométricas junta translacional acrílico/viscoelástico.....	69
Figura 5.10 – Distribuição de temperatura na junta acrílico/viscoelástico.....	69
Figura 5.11 – Curvas experimental e numérica para o modelo ajustado – junta acrílico/viscoelástico.....	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Parâmetros envolvidos na expressão dos coeficientes a e b	23
Tabela 4.1 – Propriedades térmicas dos materiais utilizados na modelagem da junta viscoelástica.....	40
Tabela 4.2 – Cenários de teste para os insertos metálicos.....	53
Tabela 4.3 – Cenários de teste para os insertos metálicos – fenômeno da fuga térmica.	55
Tabela 5.1 – Descrição dos ensaios experimentais.....	60
Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas e térmicas do material acrílico.....	63
Tabela 5.3 – Valores ótimos identificados.....	67
Tabela 5.4 – Valores identificados para a junta acrílico/viscoelástico.....	70

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS LATINOS

A	Matriz de amortecimento térmico
A_v	Área da seção transversal da camada viscoelástica
B	Matriz de operadores diferenciais
C	Matriz complexa de elasticidade
\bar{C}	Matriz de elasticidade fatorada
$C_{eq}(\omega, T, \delta)$	Matriz de amortecimento viscoso equivalente
c_p	Calor específico por unidade de massa
E_0	Módulo longitudinal para o comportamento estático
F	Vetor de forças externas
f_0	Frequência de excitação
G_0	Módulo de cisalhamento para o comportamento estático
G^*	Módulo complexo
G'	Módulo de armazenamento
G''	Módulo de Perda
h	Coefficiente de transferência de calor por convecção natural
I	Intensidade luminosa
k	Condutividade térmica
K_e	Matriz de rigidez puramente elástica
$K^*(\omega, T, \delta)$	Matriz de rigidez complexa
$K_v(\omega, T, \delta)$	Matriz de rigidez viscoelástica
$K'_v(\omega, T, \delta)$	Parte real da matriz de rigidez da subestrutura viscoelástica
\bar{K}_v	Matriz de rigidez fatorada da subestrutura viscoelástica

M	Matriz de massa
q_g	Fluxo de calor gerado
q_a	Fluxo de calor armazenado
$\{q_v\}$	Vetor de carregamento térmico decorrente da dissipação viscoelástica
$\{q_C\}$	Vetor de carregamento térmico decorrente da convecção externa
r	Distância euclidiana
t	Variável de tempo
t_{ic}	Tempo de início da aplicação do carregamento dinâmico
t_{fc}	Tempo final de aplicação do carregamento dinâmico
t_r	Tempo final da análise de resfriamento do dispositivo
t_v	Espessura da camada viscoelástica
T	Temperatura
T_∞	Temperatura ambiente
u_0	Amplitude do deslocamento cíclico
U	Vetor de deslocamentos estáticos
$U_{(e)}(\omega)$	Vetor de amplitudes dos deslocamentos elementares
$U(\omega)$	Vetor de amplitudes dos deslocamentos globais
x, y, z	Variáveis de espaço
W	Matriz de rigidez térmica
\dot{w}_m	Potência mecânica dissipada pelo efeito viscoelástico
W_p	Energia potencial ou elástica armazenada
W_d	Energia dissipada

SÍMBOLOS GREGOS

α	Parâmetro de regulação de aleatoriedade
α_T	Fator de deslocamento
$\alpha(\omega, T, \delta)$	Coeficiente de proporcionalidade
β	Coeficiente de rendimento térmico

δ	Deformação estática
δ	Pré-carga estática
δ	Vetor de pré-cargas
ε	Deformação mecânica
ε	Vetor das deformações mecânicas
ϕ_0	Fator de atratividade
φ	Ângulo de defasagem
γ	Deformação mecânica cisalhante
η	Fator de Perda
μ	Constante de viscosidade do fluído
ν	Coeficiente de Poisson
ρ	Densidade
τ	Tensão mecânica cisalhante
ω	Frequência angular
ω_r	Frequência reduzida
σ	Tensão mecânica
σ	Vetor das tensões mecânica
Θ	Coeficiente de absorção de luz pelo meio
Δ	Deslocamento estático
∇	Operador diferencial

LISTA DE ABREVIações

PEEV	Princípio da Equivalência Elástico-Viscoelástico
PSFT	Princípio da Superposição Frequência Temperatura

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1. Objetivos	9
1.2. Organização da Dissertação	9
CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS DA VISCOELASTICIDADE LINEAR.....	11
2.1. Fundamentos da viscoelasticidade linear	11
2.2. Aproximação do módulo complexo.....	14
2.3. Modelos reologicamente simples	15
2.4. Influência de fatores ambientais e operacionais	19
2.4.1. <i>Efeitos da temperatura</i>	20
2.4.2. <i>Efeitos da frequência</i>	21
2.4.3. <i>Princípio da superposição frequência-temperatura</i>	22
2.4.4. <i>Efeitos da pré-carga estática</i>	25
2.5. Representação do módulo Complexo como função das cargas estáticas e dinâmicas.....	25
CAPITULO 3 – FORMULAÇÃO DO PROBLEMA TERMOVISCOELÁSTICO LINEAR	28
3.1. Problema termoviscoelástico.....	28
3.2. Taxa de geração de calor.....	29
3.3. Procedimento iterativo de resolução	34
CAPÍTULO 4 – SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	38
4.1. Modelo estrutural	38
4.1.1. <i>Fenômeno da fuga térmica</i>	47
4.2. Estratégia de controle do fenômeno do autoaquecimento.....	51

CAPÍTULO 5 – AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DA FUGA TÉRMICA E AJUSTE DO MODELO TERMOVISCOELÁSTICO	58
5.1. Descrição do aparato experimental	58
5.2. Resultados experimentais de autoaquecimento e fuga térmica	60
5.3. Validação do modelo numérico-computacional	64
5.3.1. <i>Procedimento de ajuste de curvas</i>	64
5.3.2. <i>Ajuste do modelo para a composição acrílico/viscoelástico</i>	68
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	76

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O constante desenvolvimento científico e tecnológico e modernização das técnicas de produção e construção levam à concepção de sistemas de engenharia de alta complexidade. Pode-se citar, por exemplo, o surgimento de estruturas cada vez mais extensas e leves e do aumento da velocidade de operação de máquinas e equipamentos. Entretanto, deve-se ficar atento às normas estritas de funcionamento, econômicas e ambientais, esbarrando sempre na problemática dos níveis aceitáveis de vibração e ruído dos sistemas gerados, além da durabilidade, confiabilidade, segurança e conforto, sendo estes, quesitos fundamentais de competitividade de mercado.

Neste contexto, inúmeras técnicas vêm sendo amplamente investigadas visando soluções cada vez mais econômicas e eficientes quanto à redução dos níveis de vibração de sistemas dinâmicos, podendo-se destacar:

- Otimização estrutural: abordagem que consiste na determinação dos valores ótimos de um dado conjunto de parâmetros físicos e/ou geométricos para controlar a resposta estrutural de forma direta, minimizando as amplitudes de deslocamento; ou via parâmetros modais, controlando as frequências naturais do sistema impedindo a excitação dos modos próprios de vibrar de uma determinada estrutura;
- Controle de vibrações: procedimento que atua na redução da amplitude da resposta estrutural pela modificação direta do conjunto constituído pela estrutura e pelos esforços e, por elementos de controle adicionais, sendo dividida nas seguintes técnicas:

- 1) **Técnicas de controle ativo:** demandam a inserção de alguma forma de energia externa para o acionamento de um ou mais atuadores, usualmente atuadores piezelétricos (SANTANA, 2002), que geram uma força adicional que controla os efeitos das perturbações externas;
- 2) **Técnicas de controle semi-ativo:** consistem da utilização de dispositivos ajustáveis ou materiais inteligentes, tais como fluídos eletro-reológicos e magneto-reológicos, materiais com memória de forma e materiais piezoelétricos, cujas características físicas podem ser modificadas via variações controladas de fatores ambientais, campos elétricos, magnéticos e temperatura (de LIMA, 2007);
- 3) **Técnicas híbridas:** consistem do uso de técnicas combinadas de controle ativo e passivo (TRINDADE, 2007; TRINDADE, BENJEDDOU, 2002);
- 4) **Técnicas de controle passivo:** caracterizadas por um controle sem aporte de energia ao sistema. Neste sentido, o amortecimento resulta na conversão de parte da energia de deformação, sendo considerado o uso de absorvedores dinâmicos de vibrações (BORGES, 2008; KORENEV, RESNIKOV, 1993; RADE, STEFFEN, 1999), elementos piezoelétricos acoplados a circuitos elétricos *shunt* (VICENTE, 2014) e materiais com capacidade dissipativa, tais como as ligas com memória de forma (LAGOUDAS, 2001) e os materiais viscoelásticos, foco deste presente estudo (de LIMA, 2007; NASHIF et al., 1985).

Inúmeros trabalhos científicos têm mostrado que os materiais viscoelásticos são altamente eficientes para minimizar as vibrações indesejáveis de sistemas dinâmicos, sendo largamente utilizados em aplicações militares, aeroespaciais, automobilísticas, aeronáuticas e civis (CAZENOVE et al., 2012; de LIMA, 2003; de LIMA, 2007; de LIMA et al., 2013; RAO, 2003; SAMALI, KWOK, 1995; SALES, 2012). Estes materiais são normalmente comercializados sob a forma de fitas adesiva ou dispositivos discretos pré-fabricados tais como os ilustrados nas Figuras 1.1 e 1.3. A título de exemplo, as Figuras 1.4 a 1.9 ilustram alguns exemplos de aplicações práticas dos materiais viscoelásticos.

Portanto, nota-se que um grande esforço tem sido feito no sentido de propor novas estratégias de aplicações dos materiais viscoelásticos para a redução das vibrações de vários

sistemas de engenharia. Entretanto, um aspecto muito importante que deve ser levado em conta durante as fases de concepção inicial e projeto de dispositivos viscoelásticos para a redução das vibrações de sistemas dinâmicos, é o uso adequado de modelos viscoelásticos para representar o comportamento dinâmico desses materiais. Isto se deve em função de suas propriedades mecânicas dependerem fortemente de parâmetros operacionais e ambientais como frequência da excitação, temperatura, e da pré-carga estática (NASHIF et al., 1985). Além disso, deve-se ressaltar a aplicabilidade desses modelos com a técnica de elementos finitos para permitir o uso em aplicações mais complexas de engenharia (de LIMA, 2003).



Figura 1.1 – Fitas adesivas de material viscoelástico (extraído de 3M (2014)).



Figura 1.2 – Coxins viscoelásticos (extraído de ISOTHEC (2014)).

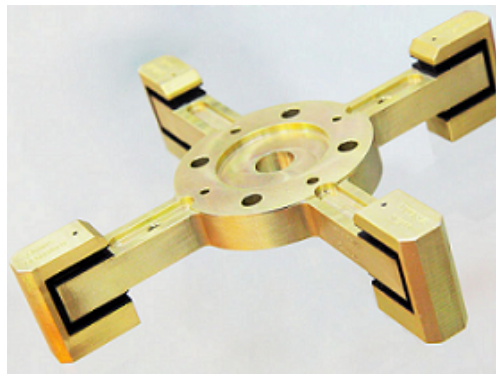


Figura 1.3 – Isolador de micro vibrações com aplicação viscoelástica para satélites (extraído de SMAC (2014)).



Figura 1.4 – Amortecedores viscoelásticos usados em construções civis (extraído de MAGEBAUSA (2014)).

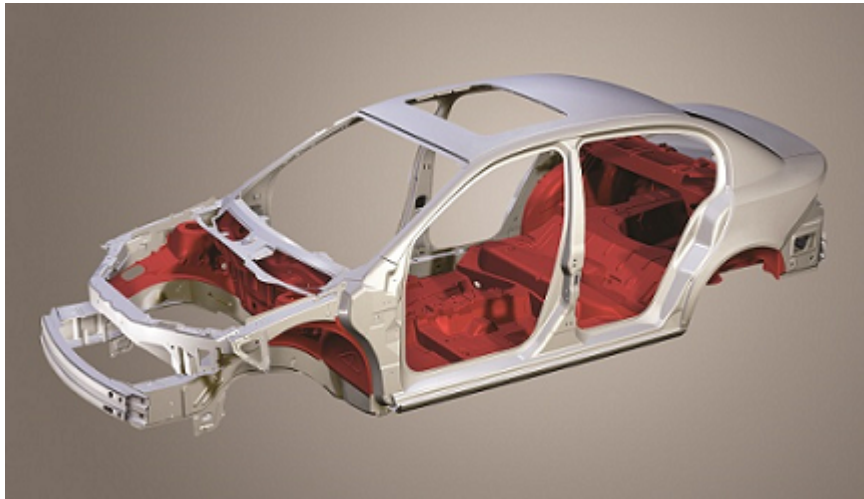


Figura 1.5 – Tratamento viscoelástico em aplicações automotivas (extraído de MSC (2014)).

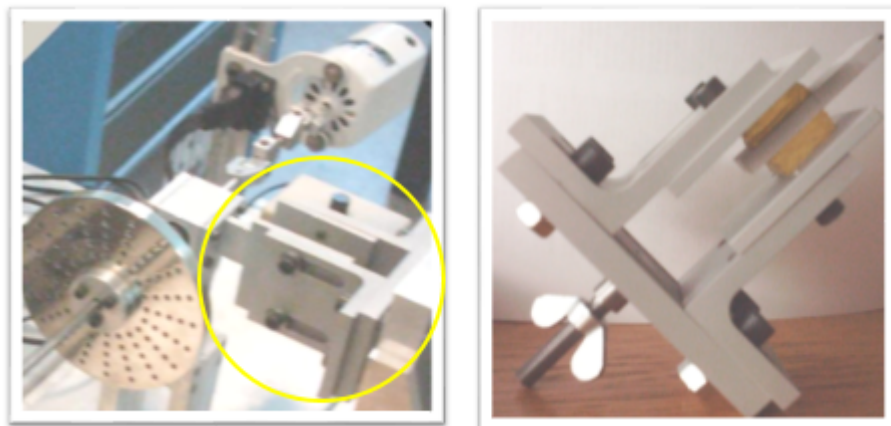


Figura 1.6 – Amortecedor viscoelástico translacional aplicado no controle passível de vibrações em rotores flexíveis (adaptado de Saldarriaga (2007)).

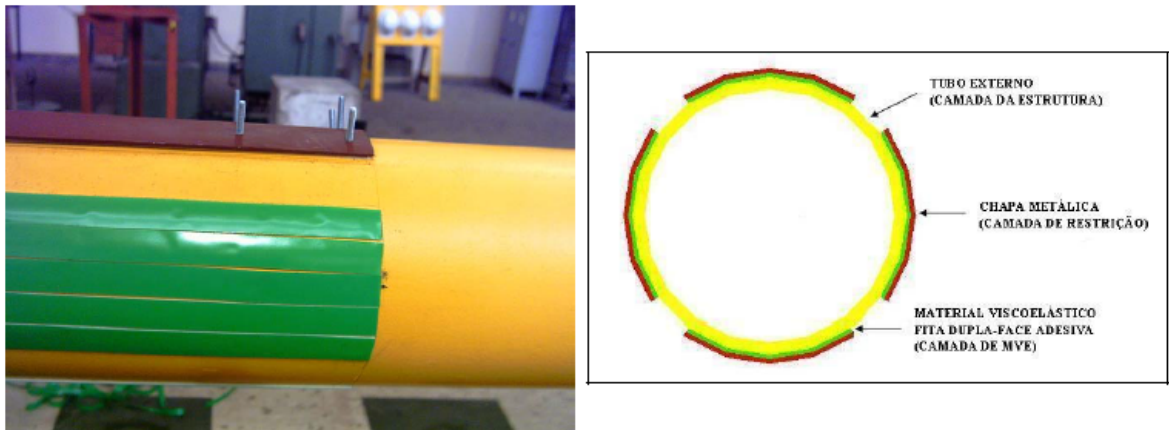


Figura 1.7 – Aplicação de material viscoelástico em *risers* (adaptado de Pitella (2006)).

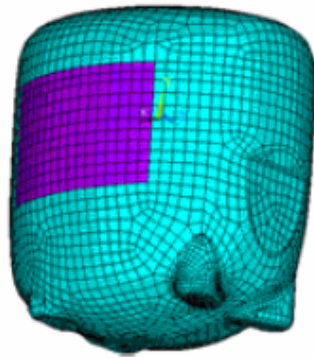


Figura 1.8 - Tratamento viscoelástico em compressores de refrigeração (adaptado de Lima (2007)).



Figura 1.9 – Aplicação de materiais viscoelásticos em aeronaves (extraído de SMAC (2014)).

Dentre os modelos disponíveis na literatura, pode-se citar:

- O modelo derivativo de ordem fracionária (MDF), proposto por Bagley e Torvik (1979), utilizado inicialmente para análises no domínio da frequência, posteriormente estendido no domínio do tempo incorporando modelos de elementos finitos de barras e vigas com tratamento viscoelástico superficial;
- O modelo GHM desenvolvido por Golla e Hughes (1985) e, modificado posteriormente por McTavish e Hughes (1993), baseado na introdução de variáveis internas dissipativas para a representação do comportamento viscoelástico. Caracteristicamente, utiliza a função módulo do material no domínio de Laplace, como uma expansão em séries de frações parciais, sendo as equações do movimento no domínio do tempo obtidas aplicando-se a transformada inversa de Laplace;
- O modelo dos Campos de Deslocamentos Anelásticos (*Anelastic Displacement Field - ADF*), proposto por Lesieutre e Bianchini (1995), formulado diretamente no domínio do tempo, o qual considera os deslocamentos e rotações compostos por uma parte elástica e uma anelástica. A componente anelástica representa a parcela das deformações que não são instantaneamente proporcionais às tensões.

Outro aspecto importante que deve ser destacado, é que a maioria das estratégias de projeto de absorvedores viscoelásticos assume uma distribuição de temperatura uniforme e independente do tempo para o material viscoelástico. Neste caso, o valor da temperatura do mesmo é assumida como sendo a do ambiente no momento de aplicação do dispositivo viscoelástico (CAZENOVE, 2010). Entretanto, devido ao fato das propriedades dos materiais viscoelásticos dependerem fortemente da temperatura, quando esses materiais são submetidos a carregamentos mecânicos cíclicos, o fenômeno do autoaquecimento leva a um aumento local das temperaturas no interior do material, podendo afetar significativamente sua capacidade de amortecimento da ordem de 70% conforme detalhado por Cazenove et al. (2012). Além disso, em aplicações nas quais as solicitações dinâmicas são aplicadas simultaneamente aos esforços estáticos, tais como coxins de motores, os efeitos da pré-carga estática no autoaquecimento devem ser levados em conta durante os procedimentos de modelagem, conforme demonstrado por de Lima et al. (2014). Entretanto, dependendo da relevância do fenômeno do

autoaquecimento, da geometria do dispositivo viscoelástico, além da frequência e amplitude do carregamento, os seguintes fenômenos podem ocorrer, conforme ilustrado na Fig. 1.10 (LESIEUTRE; GOVINDSWAMY, 1996):

- Equilíbrio térmico: refere à dissipação de pequena quantidade de energia, sendo caracterizado por uma fase inicial de aumento contínuo da temperatura, seguida por um equilíbrio em termos da geração e evacuação de calor, correspondendo a uma configuração delineada pelo comportamento assintótico. Nesta circunstância, mesmo que haja significativa diferença entre a temperatura inicial e a temperatura de equilíbrio, o aumento das amplitudes de resposta e suas implicações podem ser significativos, mas a integridade do material em termos de suas propriedades mecânicas ainda é preservada;
- Fuga térmica (*thermal runaway*): causado por uma geração de calor excessiva devido à grandes amplitudes de deformação, sendo caracterizado por um período inicial de aumento linear da temperatura, seguido de aumentos elevados dos valores do campo de temperatura. Esse aumento excessivo de temperatura do material pode levar a uma irreversibilidade em termos da restauração das propriedades mecânicas do material viscoelástico.

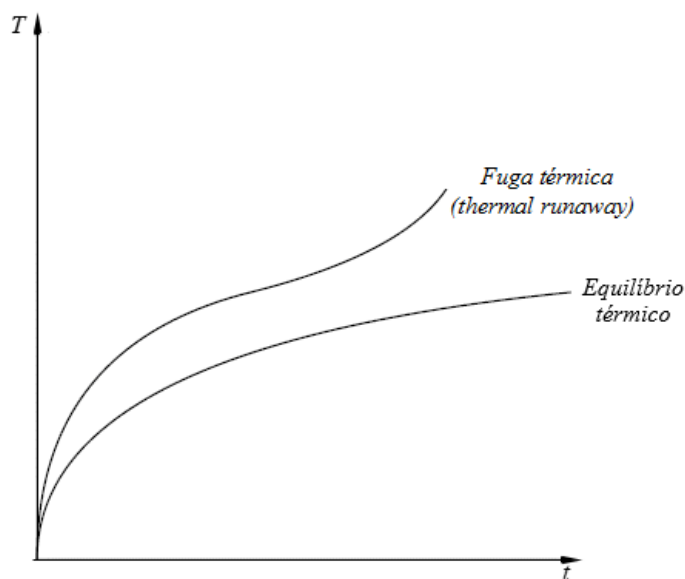


Figura 1.10 - Ilustração dos fenômenos do equilíbrio térmico e fuga térmica (adaptado de Cazenove (2010)).

Brakcbill et al. (1996) consideram o estabelecimento de um modelo termomecânico preditivo do autoaquecimento em amostras de silicone em cisalhamento, incluindo na modelagem numérica, a utilização do modelo *ADF*, contemplando além dos efeitos induzidos pela temperatura, a influência da amplitude de deformação sob as propriedades dinâmicas do material. A qualidade dos resultados numéricos foi avaliada comparativamente com os resultados experimentais adquiridos em termos da evolução da temperatura da amostra, abrangendo adicionalmente a identificação das funções de translação e o monitoramento do deslocamento estrutural sob a aplicação de um carregamento cíclico.

Com o objetivo de determinar o campo de temperatura em uma junta translacional atingido o quase equilíbrio térmico, Gopalakrishna e Lai (1998) propuseram uma metodologia iterativa de acoplamento termomecânico que leva em conta os efeitos da convecção natural e da dissipação viscoelástica, induzida por uma carga quase-estática. As análises térmica e estrutural foram realizadas de forma sequencial pelo procedimento de resolução iterativa implementado na linguagem *APDL* integrada ao software de elementos finitos *ANSYS*TM.

Johnson e Chen (2002) propuseram a resolução de um problema termoestrutural visando evidenciar o fenômeno do autoaquecimento em cilindros de borracha com incertos metálicos. As análises térmica e estrutural foram implementadas no software *Abaqus*TM utilizando-se elementos axissimétricos, tornando passível a representação das não linearidades material e geométrica no modelo de elementos finitos.

Técnicas numéricas e experimentais visando aplicação de camadas viscoelásticas na redução de vibrações à baixas frequências em carrocerias automobilísticas, foram propostas por Merlette (2005). O autor desenvolveu um modelo termomecânico simplificado de quatro graus de liberdade integrado à uma ferramenta numérica desenvolvida em *MATLAB*TM. A resolução dos problemas térmico e mecânico acoplados foi feita de forma sequencial, e os resultados das simulações numéricas foram comparados com os respectivos obtidos experimentalmente para dois corpos de prova, para diversos valores de frequência e amplitude da excitação. Enfoque também foi dado ao controle do autoaquecimento em juntas translacionais, destacando como estratégias utilizáveis, o projeto de superfícies de troca de calor mais significativas e à convecção forçada, caracterizada pela aplicação de fluxos de ar frio sobre o dispositivo.

Cazenove (2010), considerando um dispositivo viscoelástico translacional sujeito a cargas cisalhantes cíclicas, propôs uma estratégia iterativa de resolução do problema termoviscoelástico via emprego da linguagem *APDL*, integrada ao software de elementos finitos *ANSYS*TM. O autor também propôs a validação experimental do modelo numérico e a

identificação dos parâmetros térmicos através da formulação de um problema de otimização paramétrica.

1.1. Objetivos

Nota-se que apesar de alguns autores terem se dedicado ao estudo do fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos quando estes são submetidos a carregamentos dinâmicos sobrepostos a cargas estáticas, pouco se tem feito quanto ao estudo numérico-experimental do fenômeno da fuga térmica. Neste contexto, partindo-se dos desenvolvimentos originais realizados por Cazenove (2010), o objetivo geral do presente trabalho é o estudo numérico-computacional da influência da pré-carga estática no fenômeno do autoaquecimento em amortecedores viscoelásticos tridimensionais, priorizando o fenômeno da fuga térmica (*thermal runaway*). São os seguintes os objetivos específicos:

- Melhoramento da metodologia de modelagem numérico-computacional do fenômeno do autoaquecimento proposta inicialmente por Cazenove (2010) e adaptada por de Lima et al. (2014) para levar em conta os efeitos da pré-carga estática sobrepostos a cargas dinâmicas. Neste sentido, serão feitas modificações para levar em conta a possibilidade de análise de estruturas mais complexas, o fenômeno da fuga térmica, além da influência de insertos metálicos com maior capacidade de condução de calor entre as camadas viscoelásticas para reduzir os efeitos do autoaquecimento;
- Investigações experimentais preliminares do fenômeno da fuga térmica. Além disso, será proposta uma estratégia de identificação dos parâmetros térmicos que influem significativamente no autoaquecimento, e conseqüentemente na fuga térmica.

1.2. Organização da Dissertação

Além deste capítulo introdutório, esta dissertação consta de mais seis capítulos, conforme apresentado na sequência.

O Capítulo II mostra os fundamentos teóricos pertinentes à viscoelasticidade linear, elucidando as principais relações constitutivas para a representação do comportamento dinâmico dos materiais viscoelásticos nos domínios do tempo e da frequência. Enfoque especial é dado ao módulo complexo e a possibilidade de inclusão dos efeitos da pré-carga estática sobrepostos às cargas dinâmicas. Este capítulo inclui ainda uma descrição sucinta sobre os fatores ambientais e operacionais mais influentes sobre o comportamento mecânico dos materiais viscoelásticos.

No Capítulo III é apresentada a formulação analítica do procedimento matemático para o cálculo da energia dissipada pelo efeito viscoelástico, constando da estratégia de incorporação do comportamento viscoelástico no contexto do método dos elementos finitos, além do procedimento iterativo de resolução do problema termomecânico acoplado.

O Capítulo IV contempla as simulações numéricas em termos da determinação da evolução do campo de temperatura em uma junta translacional viscoelástica tridimensional para vários níveis de pré-cargas estáticas, incluindo discussões acerca da influência das mesmas e dos demais aspectos que influem nos fenômenos de equilíbrio térmico e fuga térmica. Adicionalmente, são apresentados os resultados obtidos com o emprego da estratégia de controle do autoaquecimento, caracterizada pela introdução de insertos metálicos entre as camadas viscoelásticas.

O Capítulo V descreve o aparato experimental, apresenta os resultados obtidos e a validação do modelo numérico-computacional, incluindo a formulação do procedimento de identificação e a exposição da técnica de otimização utilizada no ajuste dos parâmetros do modelo numérico.

Por fim, no Capítulo VI são apresentadas as conclusões gerais e perspectivas de trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS DA VISCOELASTICIDADE LINEAR

Este capítulo aborda os aspectos fundamentais da viscoelasticidade linear, bem como um resumo dos principais modelos reológicos simples baseados em associações de molas e amortecedores que foram propostos na tentativa de representar o mais fielmente possível as propriedades mecânicas dos materiais viscoelásticos como função da frequência e temperatura. Alguns modelos mais complexos baseados na introdução de variáveis internas também são apresentados. Por fim, é apresentado o modelo do módulo complexo e a estratégia utilizada para levar em conta não somente a dependência das propriedades mecânicas dos materiais viscoelásticos como função da frequência e temperatura, mas também da pré-carga estática.

2.1. Fundamentos da viscoelasticidade linear

Compostos por longas cadeias moleculares, os materiais viscoelásticos consistem de polímeros de baixa rigidez, sendo que, o amortecimento é resultante do processo de relaxação e acomodação da rede molecular (NASHIF et al., 1985; de LIMA, 2003). Esta propriedade, denominada viscoelasticidade ou elasticidade retardada, sob a ação de cargas cíclicas, leva a uma diferença de fase entre a tensão e a deformação, permitindo a dissipação de energia vibratória. Portanto, a viscoelasticidade pode ser interpretada como proveniente da combinação dos seguintes comportamentos:

- Comportamento de um sólido linear elástico, que no âmbito da teoria clássica da elasticidade é regido pela lei de Hooke, sendo constitutivamente a tensão

instantaneamente proporcional à deformação e, independente da taxa de deformação, expressa para os casos de solitação axial e de cisalhamento como segue:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) \quad (2.1)$$

$$\tau(t) = G\gamma(t) \quad (2.2)$$

onde $\varepsilon(t)$ e $\gamma(t)$ representam, as deformações normal e cisalhante, respectivamente, $\sigma(t)$ e $\tau(t)$ são as tensões normal e cisalhante. E é o módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young e, G o módulo de cisalhamento do material.

- Comportamento de um fluido viscoso newtoniano, onde a tensão cisalhante é diretamente proporcional à taxa de deformação cisalhante e, independente da deformação, de acordo com a seguinte relação constitutiva:

$$\tau(t) = \mu\dot{\gamma}(t) \quad (2.3)$$

onde μ é a constante de viscosidade do fluido.

O comportamento viscoelástico no domínio temporal pode ser caracterizado utilizando-se funções que descrevam os fenômenos de fluência e de relaxação inerentes ao material (CHRISTENSEN, 1982; de LIMA, 2003; de LIMA, 2007; SALES, 2012). A fluência de determinado material está relacionada à tendência de suas partículas constituintes sofrerem movimentos sob condições de aplicação contínua de carregamentos uniformes no tempo (SANTOS, 2008). Para o caso da evolução temporal das deformações de um material viscoelástico a uma tensão de solitação constante, σ_0 , o fenômeno de fluência, designa mais especificamente o caso de deformações que não se anulam ao ser cessada a tensão, sendo descrita pela seguinte relação constitutiva:

$$F(\sigma_0, t) = \varepsilon(t) / \sigma_0 \quad (2.4)$$

A relaxação está relacionada à evolução dinâmica das tensões em resposta a uma deformação constante, ε_0 , ocorrendo quando os esforços internos são aliviados progressivamente. A função de relaxação pode ser expressa constitutivamente como:

$$R(\varepsilon_0, t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}. \quad (2.5)$$

Segundo Christensen (1982), Nashif (1985) e Roylance (1989) o caráter não estacionário das funções de fluência e de relaxação, representadas tipicamente pelas curvas elucidadas na Fig. 2.1, leva a uma mútua dependência da deformação (tensão) à todos os estados de tensão (deformação) precedentes, caracterizando o efeito de memória do material.

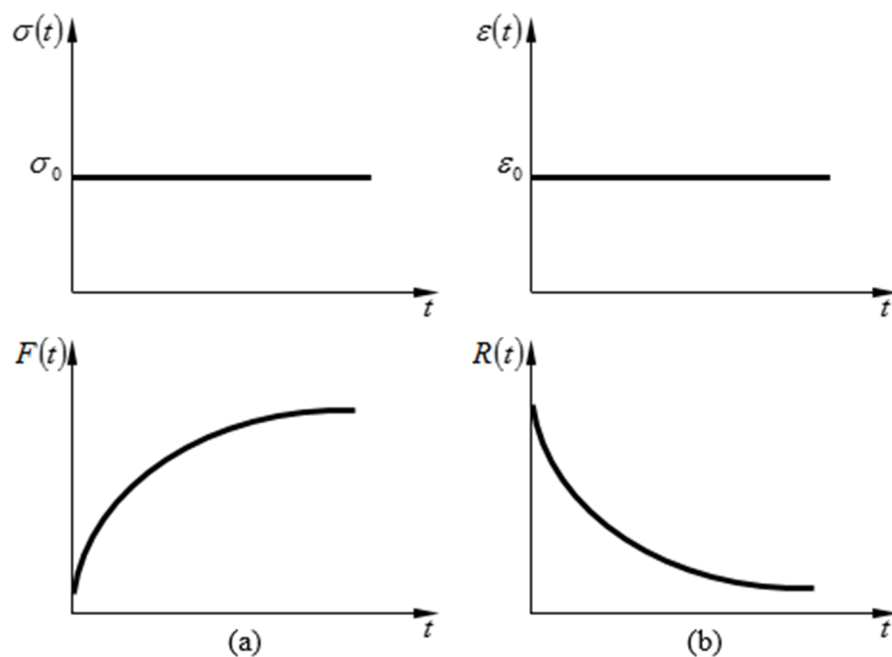


Figura 2.1 – Ilustração das funções de fluência (a) e relaxação (b) de materiais viscoelásticos lineares (adaptada de Lima (2003)).

Para o caso em que a relação tensão-deformação é dependente unicamente da história das solicitações, o princípio da Superposição de Boltzmann (MAINARDI, 2010) é aplicável, onde ocorre a superposição das respostas de cada solicitação. Por exemplo, considerando um caso de solicitação uniaxial, a aplicação do princípio da Superposição de Boltzmann induz a uma relação constitutiva contando as histórias de tensões e deformações via formulação da seguinte integral de convolução:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G(t - \tau) d\varepsilon(\tau), \quad (2.6)$$

onde $G(t)$ é a denominada função módulo do material. Casos multiaxiais podem ser considerados através da substituição na Eq. (2.6), das respectivas componentes escalares por grandezas tensoriais.

Avaliando a integral (2.6) para o intervalo $[-\infty, t]$, partindo-se das hipóteses de que $\varepsilon(t) = 0$ para $t < 0$ e de históricos causais e diferenciáveis para $t \geq 0$, a Eq. (2.6) conduz à seguinte relação:

$$\sigma(t) = \int_0^t G(t - \tau) d\varepsilon(\tau) = \varepsilon(0)G(t) + \int_0^t G(t - \tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2.7)$$

ou ainda no domínio de Laplace:

$$\tilde{\sigma}(s) = s\tilde{G}(s)\tilde{\varepsilon}(s) \quad (2.8)$$

onde s é a variável de Laplace, e $\tilde{\varepsilon}(s)$, $\tilde{\sigma}(s)$ e $\tilde{G}(s)$ denotam as transformadas de Laplace das respectivas funções causais.

2.2. Aproximação do módulo complexo

A caracterização do comportamento viscoelástico pode ser feita considerando-se excitações harmônicas. As denominadas funções dinâmicas do material viscoelástico, correspondentes às respostas temporais, conjuntamente com as funções de fluência e relaxação ora apresentadas, proporcionam uma completa descrição do comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos lineares. Neste sentido, considerando excitações harmônicas da forma $\sigma(t) = \sigma_0 e^{i\omega t}$ e $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$, e a relação (2.6), chega-se à seguinte expressão:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t} \Rightarrow \sigma(t) = G^*(\omega) \varepsilon_0 e^{i\omega t}, G^*(\omega) = i\omega \int_0^{+\infty} G(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2.9)$$

onde $G^*(\omega)$ designa a função módulo complexo do material viscoelástico.

Nota-se que as propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos isotrópicos e homogêneos, podem ser completamente descritas pela função módulo complexo. Além disso, na prática, o módulo complexo é identificado assumindo-se que o coeficiente de Poisson independe de frequência e temperatura de tal forma que a relação $G(\omega, T) = E(\omega, T)/[2(1 + \nu)]$ é satisfeita. Tal consideração, que será assumida ao longo deste trabalho, tem sido extensivamente discutida no trabalho de Moreau (2007).

2.3. Modelos reologicamente simples

Na tentativa de representar o comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos lineares, diversas representações matemáticas foram propostas na literatura. Essas representações vão desde modelos mais simples baseados em associações de molas e amortecedores viscosos, até os mais complexos em que há a introdução de variáveis internas para representar os efeitos dissipativos dos materiais viscoelásticos. Na primeira categoria de modelos paramétricos, estão os modelos denominados reológicos (CAZENOVE, 2010), para os quais são adotadas teorias fundamentadas da física fenomenológica para a modelagem da viscoelasticidade (NASHIF et al., 1985).

Os principais modelos reológicos incluem os modelos de Maxwell, Kelvin-Voigt, o modelo Linear Padrão ou de Zener e o modelo Padrão Generalizado, ambos unidimensionais, compostos pela combinação de elementos do tipo molas e amortecedores viscosos elucidado na Fig. 2.2.

O modelo de Maxwell, caracterizado pela associação em série de uma mola e um amortecedor viscoso, é constitutivamente representado pela seguinte relação tensão-deformação:

$$\sigma(t) + \frac{\mu}{G} \frac{d\sigma(t)}{dt} = \mu \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (2.10)$$

onde G é o módulo de cisalhamento e μ designa a constante de viscosidade.

Caracteristicamente, o modelo de Kelvin-Voigt é composto pela disposição em paralelo de uma mola e um amortecedor viscoso, cuja relação entre tensão e deformação, assume a forma:

$$\sigma(t) = G\varepsilon(t) + \mu \frac{d\varepsilon(t)}{dt}. \quad (2.11)$$

Estes modelos podem ser facilmente expressos no domínio de Laplace para a descrição da evolução das propriedades do material no domínio frequencial. No entanto, como pode ser observado na Fig. 2.3(a), o modelo de Maxwell não representa satisfatoriamente a fluência do material, apresentando um crescimento infinito com o tempo, enquanto o modelo de Kelvin-Voigt apresenta uma má representatividade para com a relaxação do material (ver Fig. 2.3(b)) (LIMA, 2003).

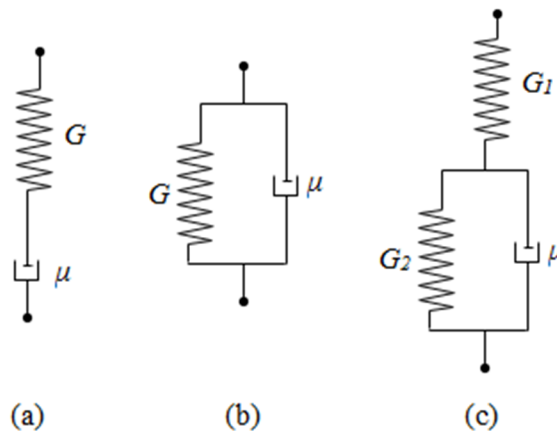


Fig. 2.2. Modelos de (a) Maxwell, (b) Kelvin-Voigt e (c) Zener ou Linear Padrão.

Neste sentido, o modelo de Zener ou Linear Padrão, caracterizado pela associação de duas molas lineares e um amortecedor, descrito constitutivamente pela seguinte relação:

$$\sigma(t) + \psi \frac{d\sigma(t)}{dt} = \psi_1 \varepsilon(t) + \psi_2 \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (2.12)$$

onde $\psi = \mu / (G_1 + G_2)$, $\psi_1 = G_1 G_2 / (G_1 + G_2)$ e $\psi_2 = \mu G_2 / (G_1 + G_2)$, consiste da primeira representação

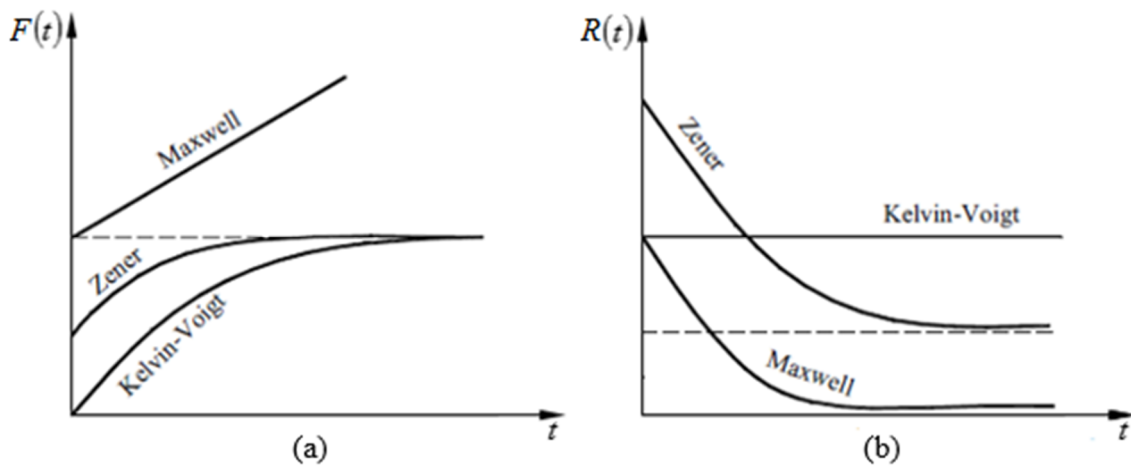


Figura 2.3 – Fluência e relaxação dos modelos de Maxwell, Kelvin-Voigt e Zener (adaptado de Lima (2007)).

mais apropriada do comportamento real dos materiais viscoelásticos em termos dos fenômenos de fluência e relaxação como pode ser observado na Fig. 2.3, comparando-os com as representações fornecidas pelo modelos anteriores. No entanto, este modelo é inapropriado para a modelagem de sistemas práticos de engenharia incorporando elementos viscoelásticos, uma vez que a variação da função módulo material com a frequência, resultante de varrições harmônica de tensão e deformação, apresenta-se muito mais rápida que a realmente observada para materiais viscoelásticos reais (PERSOZ, 1987). Essa implicação induziu à proposição do modelo Padrão Generalizado, no qual tais limitações puderam ser minimizadas ao custo da inserção de derivadas temporais de mais altas ordens das componentes de tensão e de deformação na relação constitutiva do mesmo, conduzindo à seguinte relação constitutiva:

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M \psi_m \frac{d^m \sigma(t)}{dt^m} = \psi_1 \varepsilon(t) + \sum_{n=1}^N \psi_n \frac{d^n \varepsilon(t)}{dt^n}. \quad (2.13)$$

Neste caso, a caracterização da função módulo complexo do material para uma larga banda frequencial, requer um número muito elevado de derivadas temporais, incorrendo na identificação de um grande número de parâmetros ψ_m e ψ_n para uma aproximação conveniente, o que inviabiliza sua aplicação em modelos de elementos finitos de sistemas mais complexos de engenharia. Além disso, os modelos de Maxwell, Kelvin-Voigt e Zener, propiciam representações do comportamento viscoelástico diretamente no domínio frequencial, implicando no emprego da transformada inversa de Fourier para a aquisição das respostas

dinâmicas temporais, o que conduz a não causalidade das mesmas e complicações adicionais de natureza teórica (NASHIF et al., 1985).

Portanto, outros modelos viscoelásticos denominados modelos modernos fundamentados em variáveis internas não físicas e derivadas fracionárias foram propostos. Dentre os modelos mais utilizados pode-se citar o MDF, proposto objetivando melhorias na precisão do modelo Padrão Generalizado, bem como, a redução do número de parâmetros necessários à representação do comportamento viscoelástico, via utilização de derivadas não inteiras, possibilitando uma representação do modelo a cinco, a quatro ou a três parâmetros, com ajuste satisfatório às medidas experimentais do módulo de armazenamento e do fator de perda. A relação tensão-deformação, neste caso, é expressa constitutivamente como segue:

$$\sigma(t) + \tau^v \frac{d^v \sigma(t)}{dt^v} = G_0 \varepsilon(t) + \tau^v G_\infty \frac{d^v \varepsilon(t)}{dt^v}, \quad (2.14)$$

onde o parâmetro v é um número fracionário entre 0 e 1 respectivo à ordem fracionária da derivada e, G_0 é o módulo estático ou a baixa frequência, e G_∞ o módulo dinâmico ou a alta frequência do material.

Pela similaridade à uma função de transferência de um sistema de um grau de liberdade amortecido, o modelo GHM constituído pela associação de N_{GHM} osciladores do tipo massa-mola-amortecedor, é expresso como pela seguinte relação constitutiva:

$$G(\omega) = G_0 \left(1 + \sum_{j=1}^{N_{GHM}} \alpha_j \frac{s^2 + 2\zeta_j \omega_j s}{s^2 + 2\zeta_j \omega_j s + \omega_j^2} \right), \quad (2.15)$$

onde G_0, α_j, ζ_j e ω_j , $j = 1, \dots, N_{GHM}$ são parâmetros associados ao material a serem identificados através de um procedimental de ajuste de curvas.

O modelo ADF é representado pelo módulo complexo do material definido constitutivamente pela seguinte série:

$$G(\omega) = G_0 \left(1 + \sum_{j=1}^{N_{CDA}} \Delta_j \frac{\omega^2 + i\omega_j}{\omega^2 + \Omega_j^2} \right), \quad (2.16)$$

onde Δ_j e Ω_j , $j = 1, \dots, N_{CDA}$, representam, respectivamente, o inverso do tempo característico de relaxação do material à deformação constante, que conjuntamente com o parâmetro G_0 devem ser identificados para a adequada representatividade do comportamento viscoelástico para uma banda de frequência de interesse.

Deve-se destacar que para o caso de análises no domínio frequencial, é possível a utilização de uma representação não paramétrica da lei constitutiva para materiais viscoelásticos lineares, definida em termos da aplicação da transformada de Fourier à relação (2.7) ou via aquisição experimental da resposta em frequência do material. Por exemplo, considerando um material viscoelástico submetido a uma tensão cíclica, $\sigma(t) = \sigma_0 e^{i\omega t}$, a relação tensão-deformação no domínio espectral, pode ser escrita como segue:

$$G(\omega) = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\varphi} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi) \quad (2.17)$$

ou ainda,

$$G(\omega) = G'(\omega) + i G''(\omega) = G'(\omega) [1 + \eta(\omega)] \quad (2.18)$$

onde $G'(\omega) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos \varphi$ e $G''(\omega) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \operatorname{sen} \varphi$ designam, respectivamente, os módulos de armazenamento e de perda, sendo o fator de perda definido pela razão $\eta(\omega) = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)} = \tan \varphi$.

Esta abordagem possibilita a descrição da resposta de um material viscoelástico em regime permanente à um carregamento harmônico, tratando o problema via Princípio da Equivalência Elástico-Viscoelástico (PEEV), como um caso particular de elasticidade onde as propriedades mecânicas do material são complexas e dependentes da frequência de excitação (NASHIF et al., 1985).

2.4. Influência de fatores ambientais e operacionais

A maximização da eficiência dos materiais viscoelásticos é condicionada ao grau de influência dos vários fatores ambientais e operacionais sobre o comportamento dinâmico dos

mesmos. Os módulos de armazenamento e de perda do material são fortemente influenciados por elementos ambientais como temperatura e umidade, e operacionais como frequência e amplitude da excitação dinâmica, além de outros parâmetros como pré-carga estática. Neste sentido, o envelhecimento do material também descreve papel crucial em detrimento à capacidade de amortecimento do mesmo, limitando a sua empregabilidade ao seu tempo de vida útil (CAZENOVE, 2010).

2.4.1. Efeitos da temperatura

A temperatura é o fator ambiental mais influente no comportamento dinâmico dos materiais viscoelásticos, afetando significativamente as suas propriedades (NASHIF et al., 1985). Observada a evolução do módulo de armazenamento e do fator de perda a uma frequência fixa, a Fig. 2.4 permite distinguir quatro regiões importantes, a saber:

1. Zona vítrea: relacionada a baixas temperaturas, sendo caracterizada pelo comportamento vítreo do material. Neste caso, o módulo de armazenamento atinge o seu valor máximo apresentando um material com baixa capacidade dissipativa, experimentando uma lenta perda de rigidez e rápido crescimento dos valores do fator de perda com o aumento da temperatura.
2. Zona de transição: caracterizada por mudanças expressivas no módulo complexo do material devido às modificações microestruturais induzidas pelo aumento da temperatura. Essa região apresenta um rápido decréscimo do módulo de armazenamento e um fator de perda atingindo seu valor máximo no ponto denominado temperatura de transição vítrea.
3. Zona de borracha: é caracterizada por baixos valores do fator de perda, de 0,1 a 0,3, e um módulo de armazenamento de 10 KPa, para determinados materiais, ambos variando pouco com o aumento da temperatura.
4. Zona de escoamento: corresponde a fase de transição do material viscoelástico do estado sólido para o estado líquido, apresentando um valor mínimo para o módulo de armazenamento, com um fator de perda tendendo à valores extremos com o aumento da temperatura.

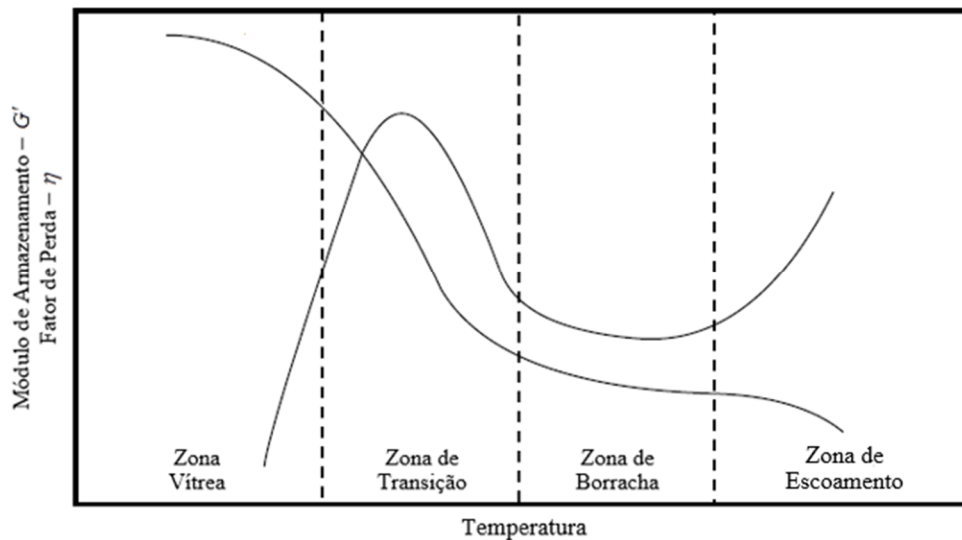


Figura 2.4 – Variação das propriedades dos materiais viscoelásticos em função da temperatura para uma frequência fixa (adaptado de Nashif et al. (1985)).

2.4.2. Efeitos da frequência

O amortecimento inerente dos materiais viscoelásticos, advindo da relaxação e da recuperação da cadeia polimérica pós-deformação, decorre do mecanismo de movimentação molecular, que é diretamente influenciado pela temperatura e pela frequência de excitação. Neste contexto, a dependência em frequência das propriedades mecânicas desta classe de materiais é descrita segundo a influência das velocidades de carregamento e descarregamento sobre o fenômeno de relaxação do material (CAZENOVE, 2010; SALES, 2012). Portanto, a influência da frequência de excitação é também um parâmetro importante a ser considerado e que influi significativamente no comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos.

A Figura 2.5 mostra a evolução do módulo de armazenamento e do fator de perda para uma faixa de frequência da ordem de 10 décadas para uma temperatura constante. Comparando as Figs. 2.4 e 2.5, nota-se que o comportamento em frequência é qualitativamente o inverso do efeito da temperatura (NASHIF et al., 1985). Este fenômeno constitui um dos mais importantes aspectos da teoria da viscoelasticidade linear, que é a base para a formulação do Princípio da Superposição Frequência-Temperatura, que transforma as propriedades dos materiais viscoelásticos do domínio da frequência para o domínio da temperatura e vice-versa (LIMA, 2007).

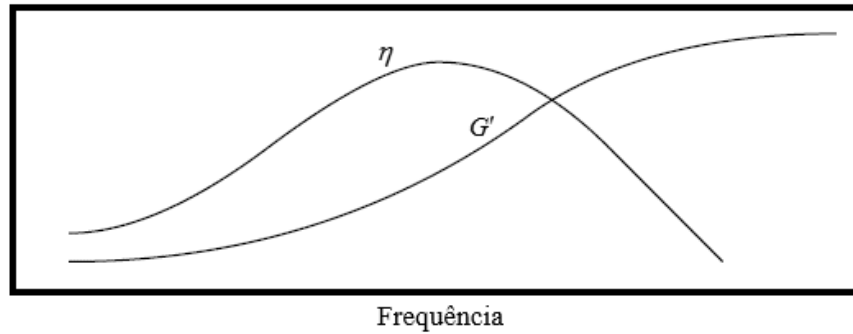


Figura 2.5 – Variação das propriedades dos materiais viscoelásticos em função da frequência para uma temperatura constante (adaptado de Nashif et al. (1985)).

2.4.3. Princípio da superposição frequência-temperatura

Para materiais viscoelásticos lineares, o Princípio da Superposição Frequência-Temperatura (PSFT), permite estabelecer uma correspondência entre a frequência da excitação e a temperatura, via aproximação módulo complexo (NASHIF et al., 1985).

Como as propriedades dinâmicas dessa classe de materiais é comumente provida como funções logarítmicas da frequência, as curvas do módulo de armazenamento e do fator de perda para diferentes temperaturas, podem ser associadas entre si por um fator de deslocamento horizontal aplicado na direção do eixo logarítmico de frequência. Esta propriedade induziu ao conceito de curva mestre, concisamente curvas do módulo de armazenamento e do fator de perda adquiridas para uma temperatura de referência arbitrária T_0 , onde as frequências associadas aos pontos da curva mestre são denominadas de frequências reduzidas ω_r . O fator de deslocamento α_T , por sua vez, é definido em função da temperatura e relaciona constitutivamente o módulo de armazenamento e o fator de perda nas frequências operacionais à frequência reduzida de acordo com as seguintes relações:

$$G'(\omega, T) = G'(\omega_r, T_0) = G'(\alpha_T(T)\omega, T_0) \quad (2.19)$$

$$\eta(\omega, T) = \eta(\omega_r, T_0) = \eta(\alpha_T(T)\omega, T_0). \quad (2.20)$$

A identificação de $\alpha_T(T)$ pode ser realizada experimentalmente, considerando-se pequenas faixas de frequência e vários valores de temperatura, de forma que a superposição das curvas para tais parâmetros resulte em uma curva mestre contínua (KERGOULAY, 2004, apud CAZENOVE, 2010). No entanto, a aplicação direta da relação entre a frequência reduzida e os

parâmetros do material para a aquisição direta das curvas só é praticável caso seja conhecida a função que vincula o fator de deslocamento à temperatura assumida como sendo a absoluta (LIMA, 2003).

Neste sentido, destaca-se o trabalho desenvolvido por Drake e Soovere (1984) que, baseados nas equações de Williams-Landel-Ferry (WILLIAMS et al., 1955), propõem expressões empíricas para o fator de deslocamento e o módulo complexo na zona de transição, para diferentes materiais viscoelásticos comerciais. Em especial, para o material viscoelástico 3M *ISD 112TM*, que é o empregado neste trabalho, as expressões analíticas para o fator de deslocamento e o módulo complexo em função da frequência reduzida no intervalo de temperaturas de 200 K a 360 K e na banda de frequência que varia de 1,0 Hz a $1,0 \times 10^6$ Hz são expressas como segue:

$$\log(\alpha_T) = a \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) + 2.303 \left(\frac{2a}{T_0} - b \right) \log \left(\frac{T}{T_0} \right) + \left(\frac{b}{T_0} - \frac{a}{T_0^2} - S_{AZ} \right) (T - T_0) \quad (2.21)$$

$$G(\omega_r, T_0) = B_1 + \frac{B_2}{\left(1 + B_5 (i\omega_r / B_3)^{-B_6} + (i\omega_r / B_3)^{-B_4} \right)} \quad (2.22)$$

onde os valores dos coeficientes B_i e os parâmetros envolvidos na expressão dos coeficientes a e b são definidos na Tab. 2.1.

Tabela 2.1 – Parâmetros envolvidos na expressão dos coeficientes a e b .

B_1 [MPa]	B_2 [MPa]	B_3	B_4	B_5	B_6
0,4307	1200	1543000	0,6847	3,241	0,18
T_0 [K]	T_L [K]	T_H [K]	S_{AZ} [K] ⁻¹	S_{AL} [K] ⁻¹	S_{AH} [K] ⁻¹
290	210	360	0,05956	0,1474	0,009725
$a = (D_B C_C - C_B D_C) / D_E$			$b = (D_C C_A - C_C D_A) / D_E$		
$C_A = (1/T_L - 1/T_0)^2$		$C_B = (1/T_L - 1/T_0)$		$C_C = (S_{AL} - S_{AZ})$	
$D_A = (1/T_H - 1/T_0)^2$		$D_B = (1/T_H - 1/T_0)$		$D_C = (S_{AH} - S_{AZ})$	
$D_E = (D_B C_A - D_A C_B)$					

A Figura 2.6 mostra o fator de deslocamento em função da temperatura em conformidade com a Eq. (2.22), onde a temperatura de referência assumida é $T_0 = 290$ K. A

Figura 2.7 mostra a variação das propriedades mecânicas do material 3M *ISD 112TM* com a frequência reduzida, sendo que na Fig. 2.8, são apresentadas as curvas relativas ao módulo de armazenamento e ao fator de perda para diferentes valores de temperatura considerada para uma banda de frequência.

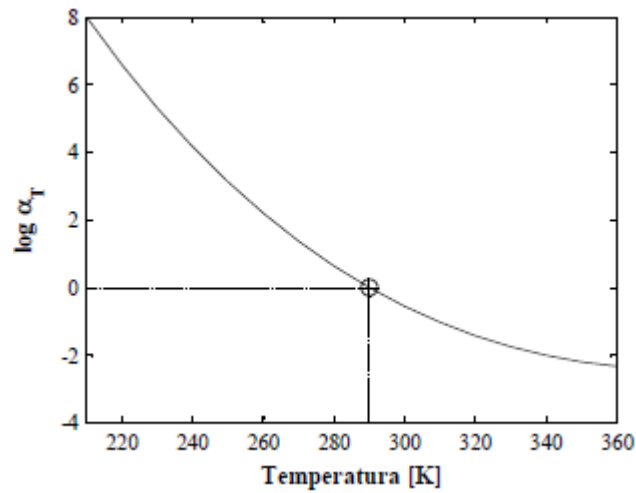


Figura 2.6 – Fator de deslocamento α_T em função da temperatura para o material 3M *ISD 112TM*.

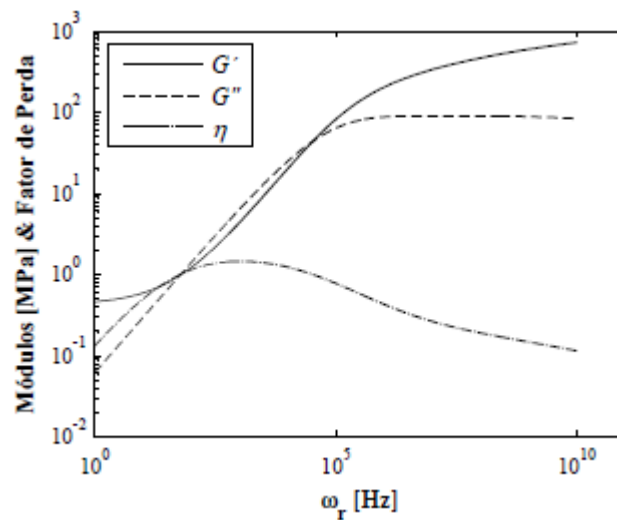


Figura 2.7 – Variações dos módulos de armazenamento e de perda, e do fator de perda com a frequência reduzida para o material 3M *ISD 112TM*.

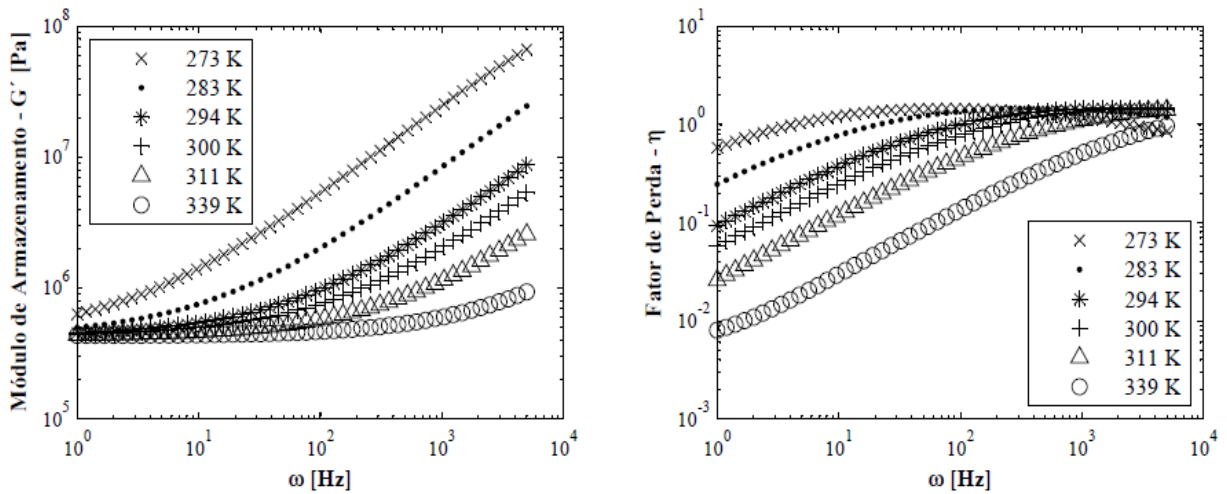


Figura 2.8 – G' e η do material 3M ISD 112TM para diferentes temperaturas.

2.4.4. Efeitos da pré-carga estática

Como o interesse deste trabalho é também analisar a influência da pré-carga estática no fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos, é importante investigar os efeitos da mesma em relação à frequência da excitação e da temperatura. Apesar de serem poucos os trabalhos dedicados a este estudo na literatura, de acordo com Nashif et al. (1985), os efeitos da pré-carga estática apresentam-se mais relevantes na região de borracha assumindo a forma ilustrada na Fig. 2.9.

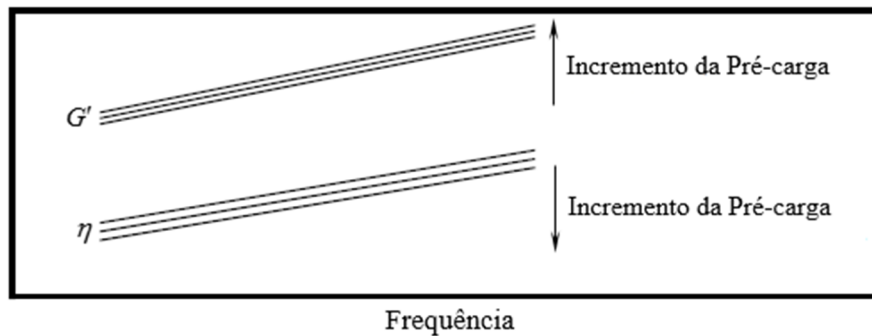


Figura 2.9 – Módulo de armazenamento e fator de perda em função da pré-carga estática (adaptado de Nashif et al. (1985)).

2.5. Representação do módulo Complexo como função das cargas estáticas e dinâmicas

De acordo com os interesses do presente estudo, a utilização do módulo complexo combinada com o PSFT é considerada uma abordagem satisfatória para a obtenção de respostas

dinâmicas no domínio da frequência de sistemas amortecidos viscoelasticamente. No entanto, para os casos em que o material viscoelástico é submetido simultaneamente a pré-cargas estáticas e cargas mecânicas cíclicas, surge a necessidade de que o modelo seja suficientemente representativo dos efeitos estáticos e dinâmicos combinados sobre as propriedades do material.

Como a caracterização experimental é dificultada pelo grande número de combinações de parâmetros de cargas envolvidas nas técnicas experimentais de medição comumente empregadas para os materiais viscoelásticos, uma alternativa é a utilização de uma abordagem na qual os efeitos dos domínios físicos podem ser separados, e as propriedades mecânicas do material, caracterizadas independentemente, e em seguida, utilizadas para a predição dos efeitos combinados. Neste sentido, partindo-se do fato de que as propriedades estáticas e dinâmicas dos materiais viscoelásticos lineares podem ser obtidas independentemente, via procedimentos experimentais apropriados (CHRISTENSEN, 1982; NASHIF et al., 1985), o módulo complexo para esses materiais contemplando os efeitos combinados de pré-carga estática e cargas dinâmicas pode ser expresso como (LIMA et al., 2013):

$$G(\omega_r, T_0, \delta) = F(\delta) G(\omega_r, T_0) = G'(\omega_r, T_0, \delta) + i G''(\omega_r, T_0, \delta) \quad (2.23)$$

onde δ é a deformação estática.

A proposição de uma função de deformação estática, $F(\delta)$, que leve em conta os efeitos da pré-carga estática depende do estado de tensões ao qual está submetido o dispositivo viscoelástico, além de sua geometria, o que resulta a inúmeras representações matemáticas para tal função. Entretanto, para carregamentos unidimensionais, a seguinte equação de Mooney-Rivlin (MOONEY, 1940; RIVLIN, 1947) pode ser empregada para a descrição das propriedades viscoelásticas para os módulos estático e dinâmico combinados:

$$F(\delta) = C_1 F_1(\delta) + C_2 F_2(\delta) \quad (2.24)$$

onde $F_1(\delta) = 2\left(2\delta^2 + \frac{1}{\delta}\right)$, $F_2(\delta) = 2\left(\delta + \frac{2}{\delta^2}\right)$ e $\delta = \varepsilon + 1$.

Introduzindo a expressão (2.24) na (2.23), a seguinte aproximação do módulo complexo pode ser utilizada para a descrição do comportamento de materiais viscoelásticos sujeitos a efeitos combinados de cargas dinâmicas e pré-cargas estáticas:

$$G(\omega_r, T_0, \delta) = C_1 F_1(\delta) G(\omega_r, T_0) + C_2 F_2(\delta) G(\omega_r, T_0) \quad (2.25)$$

onde as constantes físicas C_1 e C_2 podem ser determinadas a partir da geração de um conjunto de propriedades medidas estaticamente, e o módulo complexo definido por propriedades dinâmicas comensuradas na ausência de pré-cargas estáticas.

É importante salientar que no contexto do estudo, as propriedades mecânicas do material viscoelástico medidas dinamicamente são avaliadas via Eqs. (2.21) e (2.22), ao passo que os efeitos induzidos pelas cargas estáticas são avaliadas diretamente via de regra pela utilização do software de elementos finitos *ANSYS*TM.

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA TERMOVISCOELÁSTICO LINEAR

A distribuição espacial e a evolução temporal do campo de temperatura no volume de um material viscoelástico são dependentes da fonte de calor geradas pelas cargas dinâmicas, das propriedades térmicas do material, das condições de contorno térmicas, da geometria do dispositivo e, como evidenciado por Lima et al. (2013) para o fenômeno do equilíbrio térmico, da pré-carga estática. Neste contexto, partindo-se dos desenvolvimentos originais propostos por Cazenove (2010), será apresentado neste capítulo a formulação do problema de termoviscoelasticidade linear empregando o método dos elementos finitos, com o objetivo de caracterizar a influência da pré-carga estática no fenômeno do autoaquecimento e também no fenômeno da fuga térmica.

3.1. Problema termoviscoelástico

Para o caso particular em que a variação da energia interna de um corpo compreende unicamente o armazenamento e a geração de calor, a aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica (GASKELL, 2003) permite expressar a variação da soma das energias cinéticas de todas as partículas que o compõem, como sendo a diferença dos fluxos de calor que entram e saem do sistema. Estes representam o fluxo de calor que é trocado através das superfícies $\partial \Omega$ que delimitam o domínio do corpo, via condução térmica. De acordo com a lei de Fourier (LIENHARD, LIENHARD, 2004), o fluxo de calor que resulta da condução térmica é proporcional ao gradiente de temperatura, e a aplicação desta, para um material isotrópico em termos de condutividade térmica, possibilita relacionar as derivadas espaciais de segunda

ordem do campo de temperatura com os fluxos de calor armazenado e gerado pela dissipação viscoelástica, conduzindo a uma formulação que permite definir o problema termoviscoelástico para quaisquer pontos do volume Ω do corpo, por meio da seguinte equação transiente de transferência de calor:

$$q_g + k\nabla^2 T(t, x, y, z) = \rho c_p \dot{T}(t, x, y, z) \quad (3.1)$$

onde k ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) é a condutividade térmica do material, c_p ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) é o calor específico por unidade de massa, ρ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) é a densidade, q_g ($\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$) é o calor gerado pelo efeito da dissipação viscoelástica, $k\nabla^2 T(t, x, y, z)$ denota a derivada espacial de segunda do campo de temperatura e $q_a = \rho c_p \dot{T}(t, x, y, z)$ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$), com $\dot{T}(t, x, y, z)$ designando a variação temporal do campo de temperatura, é a quantidade de calor armazenada no volume do material, dependente da sua capacidade inerente de aquecimento.

A geração de calor pelo efeito viscoelástico de dissipação contemplando a influência da pré-carga estática, pode ser descrita pelo estado de tensões e pelas velocidades de deformação utilizando-se do modelo com tal atribuição para a representação do comportamento viscoelástico, seja para a determinação da resposta dinâmica a carregamentos cíclicos e estáticos combinados, como para quantificação da conversão da energia mecânica em calor (RITTEL, 1999).

3.2. Taxa de geração de calor

Para um material viscoelástico submetido a carregamentos dinâmicos sobrepostos a pré-cargas estáticas, a fonte de calor pode ser expressa como segue (CAZENOVE et al., 2012):

$$q_g = \beta \dot{w}_m \quad (3.2)$$

onde \dot{w}_m é a energia mecânica de deformação dissipada por unidade de volume e β representa o coeficiente de rendimento térmico. Vale ressaltar que a parcela $(1 - \beta)\dot{w}_m$, corresponde a

quantidade de energia armazenada pelo material (RITTEL, 2000). Além disso, a energia mecânica dissipada pode ser expressa pelo produto das componentes das tensões e das velocidades de deformação (LIMA et al., 2013):

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = \boldsymbol{\sigma}(t)^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t, \omega, T, \delta). \quad (3.3)$$

Partindo-se do fato de que o material viscoelástico está sujeito a deformações cíclicas da forma, $\boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) = \boldsymbol{\varepsilon}_0(t, \omega, T, \delta) e^{i\omega t + \phi}$, as velocidades de deformações podem ser obtidas como segue:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t, \omega, T, \delta) = i\omega \boldsymbol{\varepsilon}_0(t, \omega, T, \delta) e^{i\omega t + \phi} = i\omega \boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) \quad (3.4)$$

Através da introdução da expressão (3.4) na Eq. (3.3), e fazendo algumas manipulações matemáticas, obtém-se a seguinte expressão para a energia mecânica dissipada:

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = i\omega \boldsymbol{\sigma}^T(t) \boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta). \quad (3.5)$$

A utilização do PEEV descrito no Capítulo 2 permite a modelagem de sistemas viscoelásticos complexos de interesse industrial como um problema de elasticidade linear sendo válida a Lei de Hooke, $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}$. Neste caso, assumindo-se a hipótese de que o coeficiente de Poisson ν independe de frequência e temperatura para materiais viscoelásticos lineares, e utilizando-se a relação entre os módulos de cisalhamento e longitudinal para materiais isotrópicos, o módulo de interesse é, num primeiro momento, assumido como sendo constante (independente de frequência e temperatura) e fatorado fora da matriz de elasticidade do material para depois incluir os efeitos da frequência e da temperatura. Neste sentido, a fatoração do mesmo da matriz $\mathbf{C}(\omega, T, \delta)$ conduz à seguinte relação:

$$\mathbf{C}(\omega, T, \delta) = G(\omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \quad (3.6)$$

onde $\bar{\mathbf{C}}$ é a matriz de elasticidade independente da frequência, temperatura, e pré-carga estática.

A substituição da expressão da relação tensão-deformação elástica linear e da expressão (3.6) na Eq. (3.5), e a introdução da função módulo complexo definida na Eq. (2.24), leva à obtenção da energia mecânica dissipada:

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = i\omega \boldsymbol{\varepsilon}^T(t, \omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) G'(\omega, T, \delta) - \omega \boldsymbol{\varepsilon}^T(t, \omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) G''(\omega, T, \delta) \quad (3.7)$$

onde a parte imaginária é proporcional ao módulo de armazenamento, e a parte real é proporcional ao módulo de perda. Além disso, a substituição do termo $i\omega \boldsymbol{\varepsilon}^T(t, \omega, T, \delta)$ por $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t, \omega, T, \delta)$ permite obter a seguinte relação:

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(t, \omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) G'(\omega, T, \delta) - \omega \boldsymbol{\varepsilon}^T(t, \omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) G''(\omega, T, \delta). \quad (3.8)$$

Para uma resposta harmônica, as componentes de deformação variam senoidalmente no tempo, e o vetor $\boldsymbol{\varepsilon}$ pode ser expresso da forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) = \boldsymbol{\varepsilon}_0(t, \omega, T, \delta) \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (3.9)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}_0(t, \omega, T, \delta)$ designa as amplitudes das deformações.

A integração da parte imaginária representada na Eq. (3.8) sobre um ciclo de vibração é nula conforme mostrado na equação seguinte:

$$\int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(t, \omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) G'(\omega, T, \delta) dt = \omega \boldsymbol{\varepsilon}_0^T(\omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}_0(t, \omega, T, \delta) G'(\omega, T, \delta) \int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega}} \text{sen}(\omega t + \phi) \cos(\omega t + \phi) dt = 0. \quad (3.10)$$

Portanto, conclui-se que a parcela da energia mecânica oriunda da parte puramente elástica anula-se sobre um ciclo de vibração, e \dot{w}_m decorre unicamente da componente real:

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = -\omega \boldsymbol{\varepsilon}^T(t, \omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) G''(\omega, T, \delta). \quad (3.11)$$

Em termos do balanço de energia térmica, a geração de calor devido ao efeito dissipativo viscoelástico condiz com uma quantidade que é recebida pelo material, sendo, portanto, positiva. A inserção da Eq. (3.11) na relação (3.2), e levando-se em conta a Eq. (3.9), chega-se à seguinte expressão para o fluxo de calor gerado:

$$q_g(\omega, T, \delta) = \left| \beta \dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) \right| = \beta \omega \boldsymbol{\varepsilon}_0^T(t, \omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}_0(t, \omega, T, \delta) G''(\omega, T, \delta) \text{sen}^2(\omega t + \varphi). \quad (3.12)$$

A Equação (3.12) corresponde por uma geração de calor não estacionária, variando $\text{sen}^2(\omega t + \varphi)$ para cada ciclo de vibração, e sua utilização direta resulta em um alto custo computacional, sendo necessário, aproximadamente 10 passos de tempo por período para a integração numérica (CAZENOVE et al., 2010).

Segundo Merlette (2005), os fenômenos térmicos e estruturais ocorrem em velocidades bem distintas, caracterizando-se o fato de que o tempo de um período de um ciclo de excitação não é quantitativamente suficiente para que os fenômenos de troca e armazenamento de calor incorram a um aumento significativo da temperatura interna do material. Assim, é passível a substituição do termo $\text{sen}(\omega t + \varphi)$ pelo valor médio da função seno quadrático, resultando na seguinte quantidade de calor gerado:

$$q_g(\omega, T, \delta) = \frac{1}{2} \beta \omega G''(\omega, T, \delta) \boldsymbol{\varepsilon}_0^T(\omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}_0(\omega, T, \delta) \quad (3.13)$$

Portanto, a introdução da Eq. (3.13) na equação transiente da térmica (3.1) resulta na seguinte equação representativa do problema termomecânico,

$$\frac{1}{2} \beta \omega G''(\omega, T, \delta) \boldsymbol{\varepsilon}_0^T(\omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}_0(\omega, T, \delta) + k \nabla^2 T(t, x, y, z) = \rho c_p \dot{T}(t, x, y, z) \quad (3.14)$$

o qual deve ser resolvido sob a imposição das seguintes condições de contorno térmicas:

$$\begin{cases} \bar{T} = \bar{T}_0 & \text{em } \partial\Omega_D \\ \bar{q} = \bar{q}_0 & \text{em } \partial\Omega_N \\ \bar{q} = h (T - T_\infty) & \text{em } \partial\Omega_C \end{cases} \quad (3.15)$$

onde os termos do lado esquerdo da Eq. (3.14) representam a energia recebida em um ponto qualquer do volume por meio da dissipação viscoelástica e, o lado direito, o aquecimento do material; \bar{T}_0 , \bar{q}_0 , h e T_∞ indicam, respectivamente, a temperatura imposta, o fluxo imposto, o coeficiente de transferência de calor e a temperatura ambiente; $\partial\Omega_D$, $\partial\Omega_N$ e $\partial\Omega_C$ denotam as partes do volume do material, $\partial\Omega$, que são impostas a condição de Dirichlet, a condição de Neuman e a condição de convecção natural, respectivamente.

Neste ponto, é importante salientar que as soluções exatas do problema termoviscoelástico não linear definido pela Eq. (3.14), resultado da associação entre a taxa de geração de calor e a equação transiente da térmica, levando-se em conta as condições de contorno térmicas, não pode ser facilmente resolvido e esquemas de resolução numéricos devem ser utilizados. Além disso, o problema deve levar em conta estados de deformações gerais (2D ou 3D) pela inclusão adequada das componentes de deformações no vetor de deformações, $\boldsymbol{\varepsilon}_0(\omega, T, \delta)$, que deve ainda considerar os efeitos combinados entre cargas mecânicas cíclicas e pré-carga estática. Por fim, o cálculo do módulo de perda, $G''(\omega, T, \delta)$, que é frequentemente uma função não linear da temperatura, é feito através da consideração das expressões analíticas para o material viscoelástico *ISD 112* da 3MTM.

Portanto, no contexto da modelagem por elementos finitos empregada no presente estudo, a taxa de geração de calor deve ser calculada para cada elemento viscoelástico através das amplitudes dos deslocamentos, $U_{(e)}(\omega, T, \delta)$, obtidas via análise harmônica com efeito das pré-cargas estáticas. Isto pode ser feito via integração da Eq. (3.13) sobre o volume de cada elemento viscoelástico como segue:

$$q_g(\omega, T, \delta) = \frac{\beta\omega}{2V_{(e)}} \int_V G''(\omega, T, \delta) \boldsymbol{\varepsilon}_0^T(\omega, T, \delta) \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\varepsilon}_0(\omega, T, \delta) dV_{(e)} \quad (3.16)$$

ou,

$$q_g(\omega, T, \delta) = \frac{\beta \omega \eta(\omega, T, \delta)}{2V_{(e)}} \mathbf{U}_{(e)}^T(\omega, T, \delta) \mathbf{K}'_v(\omega, T, \delta)_{(e)} \mathbf{U}_{(e)}(\omega, T, \delta) \quad (3.17)$$

onde $\mathbf{K}'_v(\omega, T, \delta)_{(e)} = G'(\omega, T, \delta) \int_{V_{(e)}} \mathbf{B}^T \overline{\mathbf{C}} \mathbf{B} dV_{(e)}$ é a parte real da matriz de rigidez da subestrutura viscoelástica, \mathbf{B} é a matriz formada pelos operadores diferenciais os quais intervêm nas relações entre deformações e deslocamentos, e $V_{(e)}$ designa o volume do elemento finito viscoelástico.

3.3. Procedimento iterativo de resolução

A inerente complexidade e não estacionariedade do problema termoviscoelástico obriga a utilização de procedimentos numéricos para a resolução do problema em carácter transitório. Desta forma, a metodologia empregada nas simulações do fenómeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos para levar em conta a influência dos efeitos combinados de cargas mecânicas cíclicas e pré-cargas estáticas foi desenvolvida na linguagem *APDL* (*ANSYS Parametric Design Language*), integrada ao software de elementos de finitos *ANSYS*TM, com interface ao ambiente de programação *MATLAB*[®]. A Fig. 3.1 ilustra o esquema utilizado para a resolução sequencial dos problemas estrutural e térmico acoplados.

Neste ponto, é importante considerar que, no contexto do presente estudo, uma estratégia deve ser empregada para incorporar o comportamento viscoelástico no código *ANSYS*. Isto pode ser feito assumindo que a matriz de rigidez de um dispositivo viscoelástico, $\mathbf{K}^*(\omega, T, \delta)$, qualquer pode ser decomposta em uma matriz de rigidez associada à parte puramente elástica, \mathbf{K}_e , e uma matriz de rigidez devida à subestrutura viscoelástica, $\mathbf{K}_v(\omega, T, \delta)$. Portanto, as equações do movimento no domínio da frequência do dispositivo viscoelástico formado por N graus de liberdade, podem ser escritas como segue:

$$\left[\mathbf{K}^*(\omega, T, \delta) + i\omega \mathbf{C}_{eq}(\omega, T, \delta) - \omega^2 \mathbf{M} \right] \mathbf{U}(\omega, T, \delta) = \mathbf{F}(\omega) \quad (3.18)$$

onde $\mathbf{C}_{eq}(\omega, T, \delta) = \alpha(\omega, T, \delta) \overline{\mathbf{K}}_v$ e $\mathbf{K}^*(\omega, T, \delta) = \mathbf{K}_e + G'(\omega, T, \delta) \overline{\mathbf{K}}_v$.

Da equação anterior, pode-se notar que a introdução do comportamento viscoelástico em modelos de elementos finitos leva a um sistema de equações do movimento da mesma forma que sistemas contendo amortecimento viscoso proporcional à matriz de rigidez com um coeficiente dependente da frequência e da temperatura da seguinte forma:

$$\alpha(\omega, T, \delta) = \eta(\omega, T, \delta) G'(\omega, T, \delta) / \omega. \quad (3.19)$$

Esta estratégia será utilizada no ANSYS para o cálculo das matrizes de rigidez da subestrutura viscoelástica, $\mathbf{K}_v(\omega_0, T_0, \delta)$, e do amortecimento viscoso equivalente, $\mathbf{C}_{eq}(\omega_0, T_0, \delta)$, para uma dada frequência da excitação, ω_0 , e para uma temperatura inicial de partida, T_0 , do material viscoelástico.

O procedimento implementado no código de elementos finitos ANSYSTM segue as seguintes etapas principais:

1. **Inicialização:** no começo do processo, a matriz de rigidez da subestrutura viscoelástica e a matriz de amortecimento viscoso equivalente para as condições iniciais, ω_0 e T_0 , são avaliadas;
2. **Análise estática:** os efeitos da pré-carga estática são introduzidos pela realização de uma análise estrutural estática;
3. **Análise harmônica com pré-tensão:** as taxas de deformações para cada elemento viscoelástico para as condições operacionais e ambientais atuais do dispositivo viscoelástico são avaliadas através da seguinte análise harmônica com pré-tensão:

$$\mathbf{U}(\omega_0, T_0, \delta) = \left[\mathbf{K}^*(\omega_0, T_0, \delta) + i\omega_0 \mathbf{C}_{eq}(\omega_0, T_0, \delta) - \omega_0^2 \mathbf{M} \right]^{-1} \mathbf{F}(\omega_0) \quad (3.20)$$

4. **Cálculo da taxa de geração de calor via Eq. (3.17).**

5. **Análise térmica transiente:** novos valores de temperatura são gerados através da análise térmica transiente levando-se em conta as condições de contorno térmicas

definidas pelas relações (3.15).

6. **Atualização das propriedades do material viscoelástico:** se o critério de convergência estabelecido para a obtenção da solução numérica do problema térmico, baseado nas variações entre as temperaturas de sucessivas iterações é satisfeito de acordo com uma tolerância especificada, uma nova iteração é iniciada e as análises estrutural e térmica são reiniciadas com base a atualização das matrizes de rigidez da subestrutura viscoelástica e da matriz de amortecimento viscoso equivalente levando-se conta os valores do campo de temperatura, $T_{t+\Delta t}$, e do tempo, $t = t + \Delta t$, onde Δt é o incremento de tempo.
7. **Critério de parada:** enquanto $t < t_{fc}$, os itens de 3 a 5 são repetidos; caso contrário, a análise térmica é realizada entre os instantes t_{fc} e t_r , sendo, respectivamente, t_{fc} o tempo final de aplicação do carregamento cíclico e t_r o tempo final da análise do resfriamento da estrutura.

A Figura 3.1 ilustra de forma esquemática as principais etapas do processo.

A implementação não viabiliza o ajuste automático do incremento de tempo para o cálculo da geração de calor decorrente do efeito de dissipação e a atualização das propriedades mecânicas do material viscoelástico. A utilização de um incremento de tempo constante não é apropriado, uma vez que devido as naturezas distintas das duas fases constatadas para a evolução da temperatura interna do material viscoelástico durante a aplicação do carregamento dinâmico (de LIMA et al., 2013), o uso de um incremento pequeno de tempo, além do alto custo computacional, não é adequado para a segunda fase do autoaquecimento, caracterizada por uma evolução mais lenta dos valores do campo de temperatura. Contrariamente, um incremento de tempo maior, resulta em uma significativa redução do custo computacional, porém, induz à perda da precisão da solução para a primeira fase. Em razão à tais considerações, no presente estudo é utilizada uma escala logarítmica para definir os incrementos de tempo, que são gerados via função *logspace* do software *MATLAB*[®], logaritmicamente espaçados entre os instantes de tempo inicial, t_{ic} , e final da aplicação do carregamento cíclico (CAZENOVE, 2010).

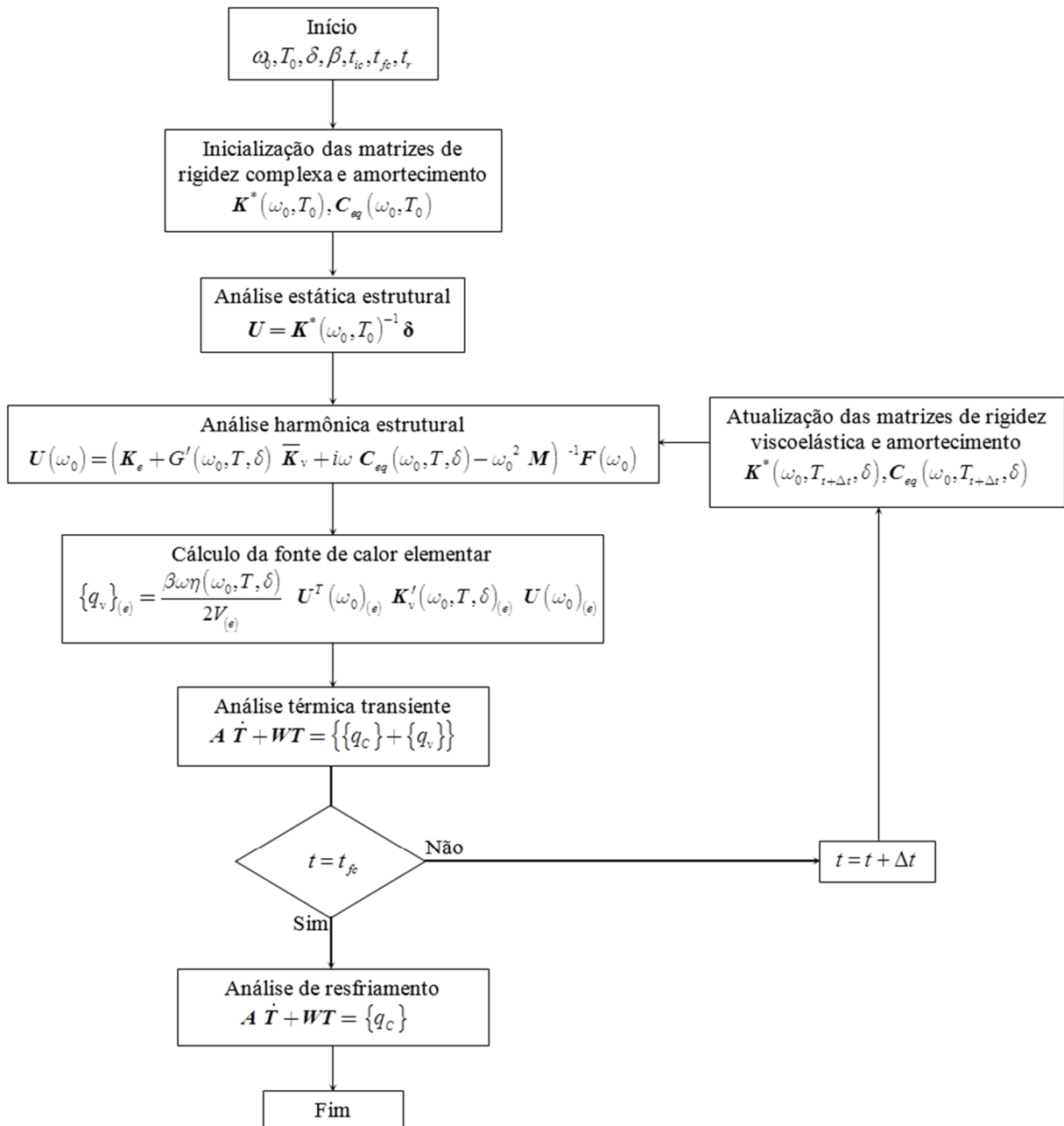


Figura 3.1. Fluxograma elucidativo da resolução do problema termomecânico.

CAPÍTULO IV

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo são abordadas as simulações numéricas realizadas objetivando a avaliação dos efeitos combinados de esforços mecânicos cíclicos sobrepostos a pré-cargas estáticas sobre o fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos. Enfoque é dado à evidência do fenômeno da fuga térmica (*thermal runaway*) para um completo estado triaxial de tensões. Adicionalmente, são apresentados os resultados obtidos com o emprego da estratégia de controle do fenômeno de autoaquecimento caracterizada pela introdução de insertos metálicos no volume do material viscoelástico.

4.1. Modelo estrutural

O sistema dinâmico considerado consiste de uma junta viscoelástica translacional conforme detalhado em Lima et. al (2013), composta por duas camadas do material viscoelástico 3M *ISD 112TM* entrepostas entre três placas de aço *SAE 1020*. Visando a redução do custo computacional, neste trabalho, foi modelada apenas parte do dispositivo, indicada pelo plano de simetria, cujas características geométricas e condições de contorno mecânicas empregadas na geração do modelo tridimensional, indicadas na Fig. 4.1, são aplicadas de tal forma que a camada viscoelástica é comprimida pela aplicação da pré-carga estática e deformada em cisalhamento puro pela aplicação da carga dinâmica.

Como condições de contorno térmicas são definidos um fluxo de calor nulo associado à superfície do plano de simetria e uma transferência de calor por convecção natural entre as

demais superfícies metálicas e o ar circundante, com um coeficiente $h=13,016 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ (LIMA et al., 2013) e a temperatura ambiente $T_\infty=25^\circ\text{C}$, sendo a temperatura inicial do material viscoelástico, considerada como uniforme.

A junta foi modelada utilizando o software de elementos finitos *ANSYS*TM, com os seguintes elementos tridimensionais para os respectivos domínios mecânico e térmico:

- Elemento *SOLID45*, com 8 nós e três graus de liberdade por nó – deslocamentos nas direções x , y e z ;
- Elemento compatível *SOLID70*, com 8 nós e um grau de liberdade por nó – temperatura.

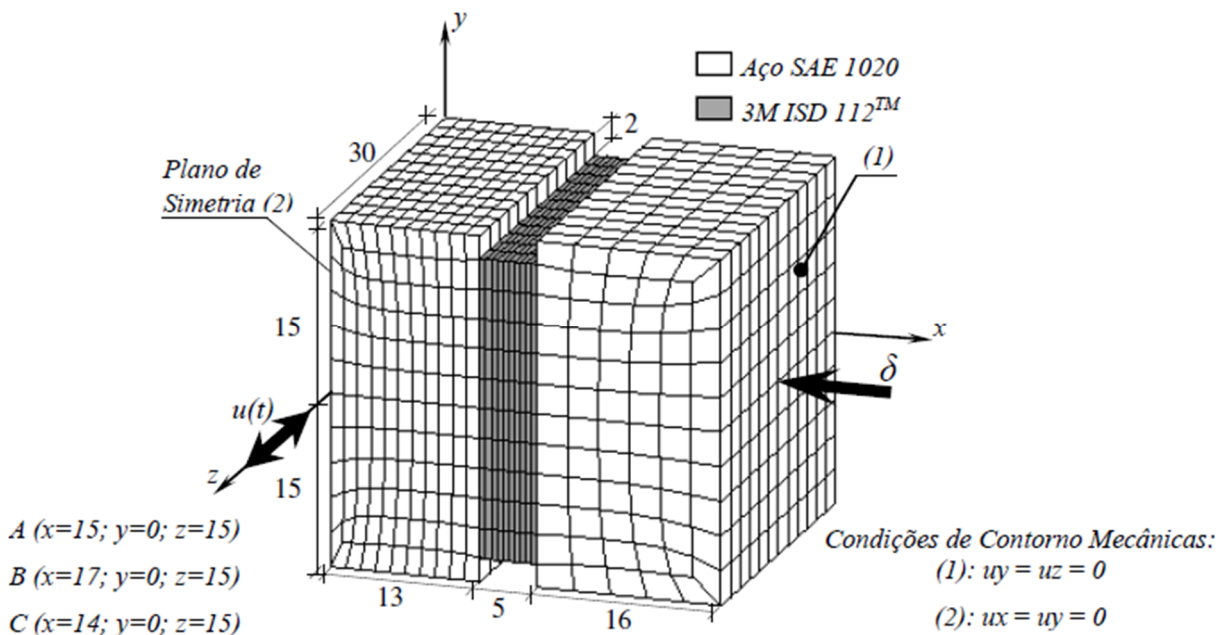


Figura 4.1 – Junta translacional viscoelástica – características geométricas e condições de contorno mecânicas aplicadas na geração do modelo de elementos finitos.

As propriedades térmicas utilizadas na modelagem são definidas na Tab. 4.1, e as propriedades mecânicas estáticas e dinâmicas combinadas do material viscoelástico são descritas pelo módulo complexo, $G(\omega, T, \delta)$, definido em função da frequência de excitação, temperatura e pré-carga estática. A Figura 4.2 ilustra a geometria deformada do amortecedor devido ao cisalhamento e a uma pré-carga estática de $\delta = 200 \text{ N}$.

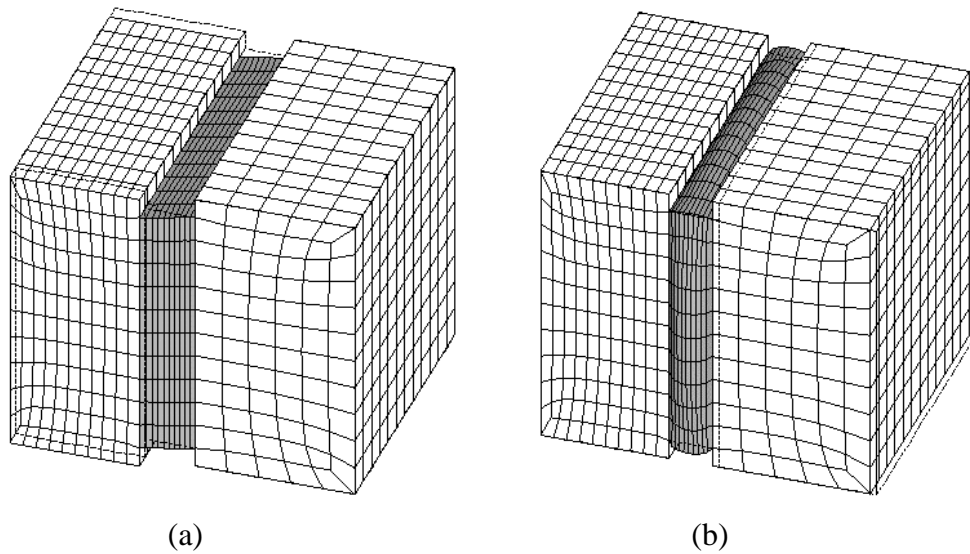


Figura 4.2 – Deformação da camada viscoelástica em (a) cisalhamento e (b) compressão.

Tabela 4.1 – Propriedades térmicas utilizadas na modelagem da junta viscoelástica.

Material	ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	c_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	k [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	β
ISD 112	1100	2000	0,16	0,1755
SAE 1020	7850	476	35	0

A análise do problema termoviscoelástico em termos da determinação da evolução da temperatura nos pontos *A*, *B* e *C*, indicados na Fig.4.1, cuja disposição espacial visa evidenciar a não uniformidade da distribuição de temperatura, compreende uma primeira fase de carregamento, caracterizada pela aplicação, durante 3396 segundos [s], de um deslocamento cíclico $u(t) = u_0 \sin(2\pi f_0 t)$, com $u_0 = 1,0$ mm e $f_0 = 14$ Hz, para quatro diferentes níveis de pré-cargas definido pelos seguintes cenários de teste: (1) $\delta = 0$ N, (2) $\delta = 100$ N, (3) $\delta = 200$ N e (4) $\delta = 250$ N. Numa segunda fase, definida pela retirada do carregamento e, conseqüente, resfriamento do material sob o efeito da convecção natural, conseguida pela realização de uma simples análise térmica transiente, considerando 60 passos de tempo para a integração numérica. Na Figura 4.3 são mostradas as distribuições de temperatura para os pontos *A*, *B* e *C*, para os cenários de teste, e a Fig. 4.4 permite comparar a evolução da temperatura no ponto *A* para os diferentes valores de pré-carga estática.

Dos resultados obtidos, é possível constatar que a evolução da temperatura do material viscoelástico segue qualitativamente o padrão típico constatado por Cazenove (2010). Entretanto, neste caso, o fenômeno do autoaquecimento é potencializado pela aplicação da pré-carga estática que leva a um aumento significativo dos valores do campo de temperatura durante

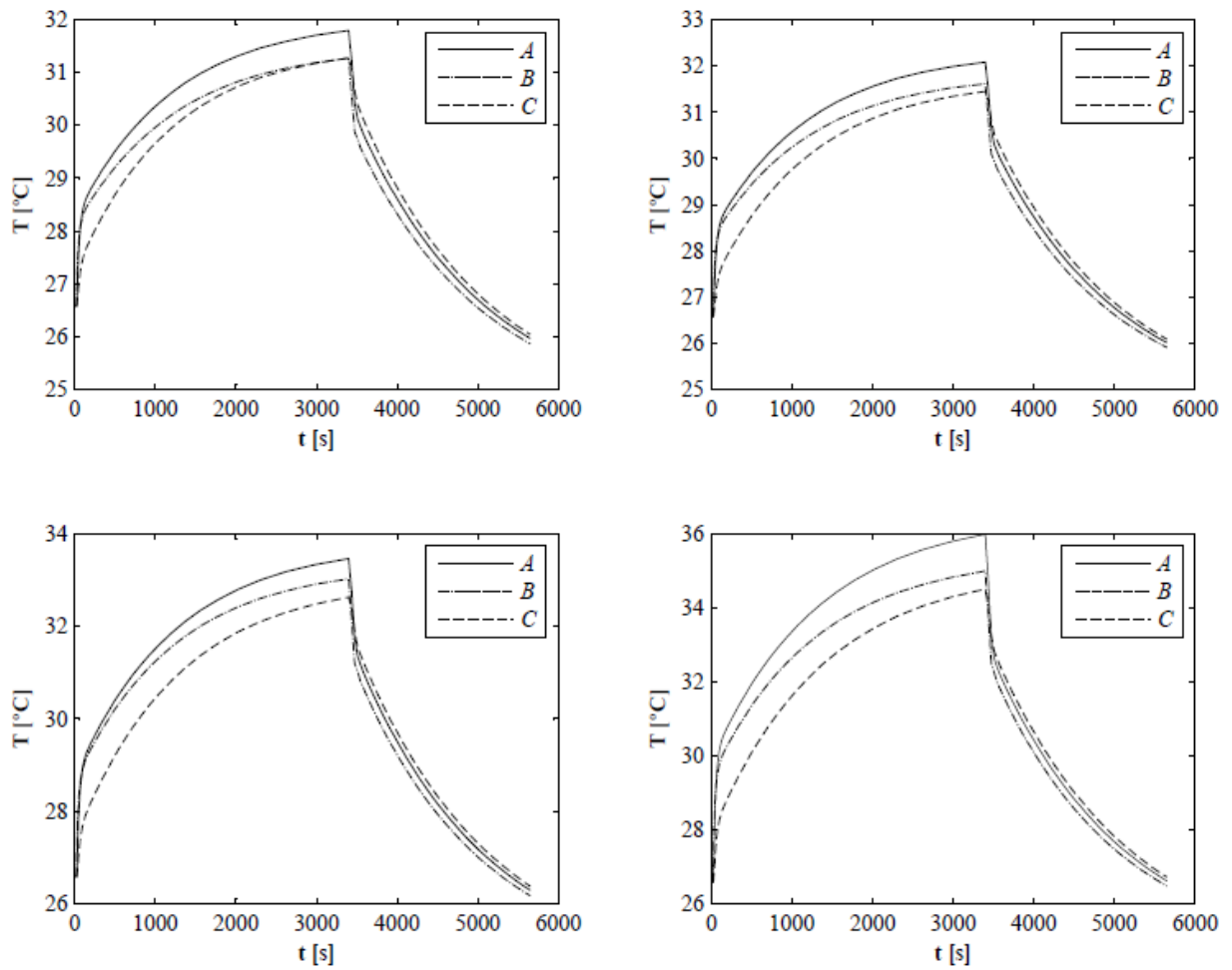


Figura 4.3 – Evolução da temperatura da camada viscoelástica nos pontos A , B e C .

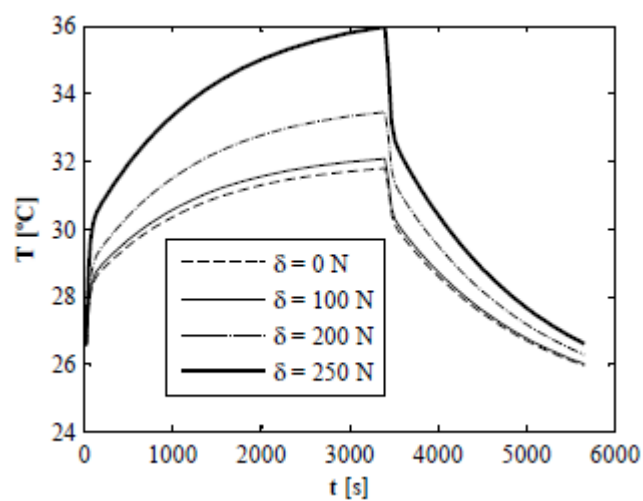


Figura 4.4 – Evolução da temperatura no ponto A para os quatro níveis de pré-carga estática.

a fase de carregamento. Consequentemente, aumentos desta magnitude podem resultar em perdas expressivas da capacidade de amortecimento do material viscoelástico, uma vez que o

incremento da pré-cargas estática resulta na diminuição do fator de perda e aumento do módulo de armazenamento (Nashif et al., 1985). Além disso, nota-se que a evolução da temperatura dentro do volume do material viscoelástico é diferente para pontos distintos sendo ainda dependente do tempo. Isto pode ser explicado pela não homogeneidade da transferência de calor.

Na Figura 4.5 é mostrada a distribuição do campo de temperatura da estrutura em três instantes de tempo para os cenários (1) e (3).

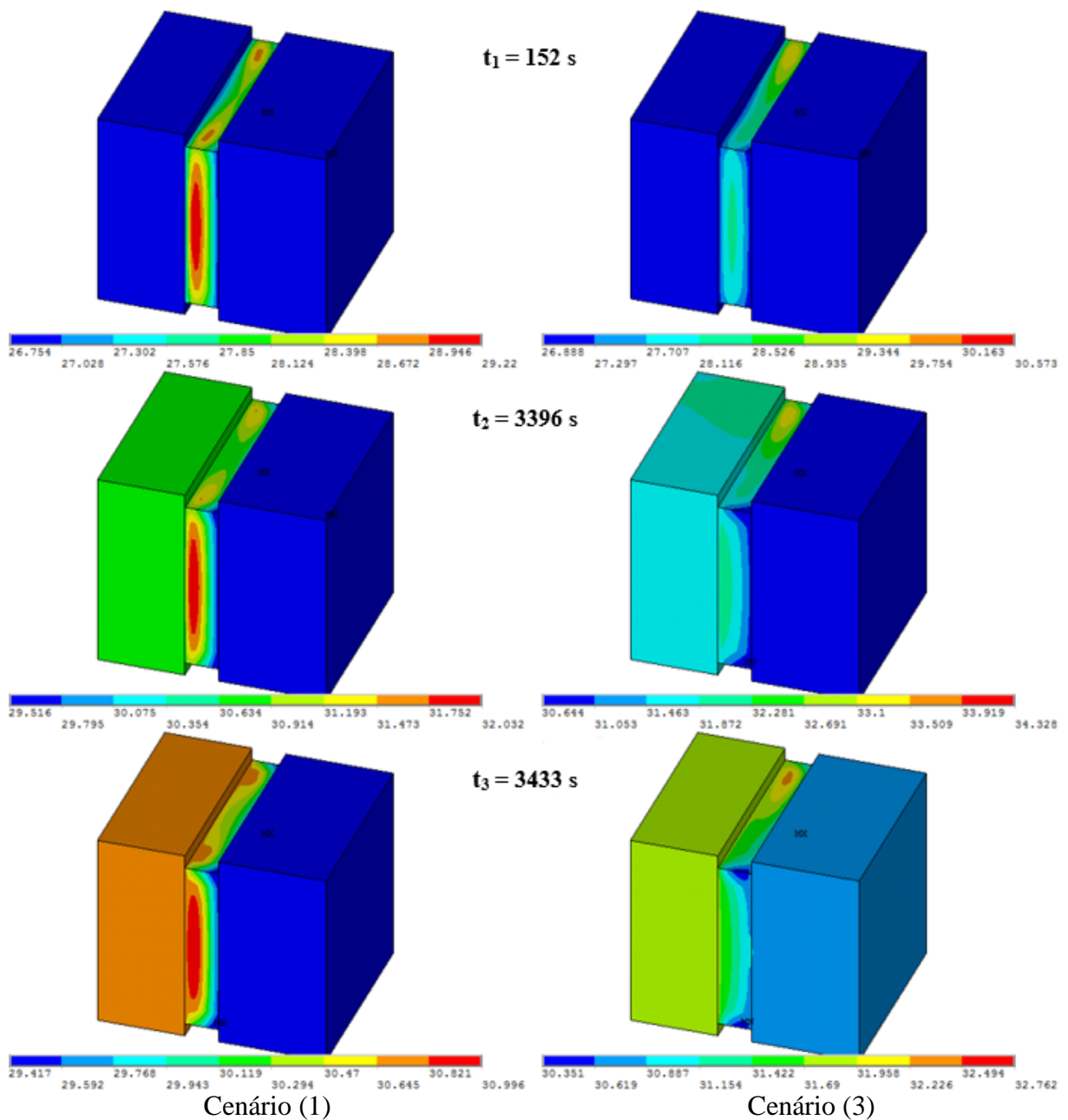


Figura 4.5 – Contornos de temperatura para os cenários (1) e (3).

Observa-se para $t_1 = 152 \text{ s}$, o paralelismo das isotermas às interfaces entre a camada viscoelástica e as chapas de aço. Além disso, o gradiente de temperatura está direcionado para o centro da camada viscoelástica, submetida a maiores deformações, concentrando as zonas de altas temperaturas. Nesta fase, a transferência de calor às chapas de aço é reduzida, associando-se aos valores menores do gradiente de temperatura o efeito da convecção natural.

A comparação dos contornos de temperatura para ambos os cenários, entre os instantes $t_1 = 152 \text{ s}$ e $t_2 = 3396 \text{ s}$, mostra que a dissipação viscoelástica causada pela ação do carregamento não resultou apenas no aumento dos valores do campo de temperatura, mas também na translação da zona de alta temperatura em direção à chapa de aço localizada no centro do dispositivo, consistentemente com a direção do gradiente de temperatura exibido na Fig. 4.6. Para o instante $t_3 = 3433 \text{ s}$ posterior a retirada do carregamento, nota-se a translação da zona de alta temperatura em direção ao centro do dispositivo. Este fenômeno é consequência do resfriamento causado pela convecção natural em torno das chapas periféricas, resultando na transferência e na acumulação do calor gerado na camada viscoelástica à chapa de aço central.

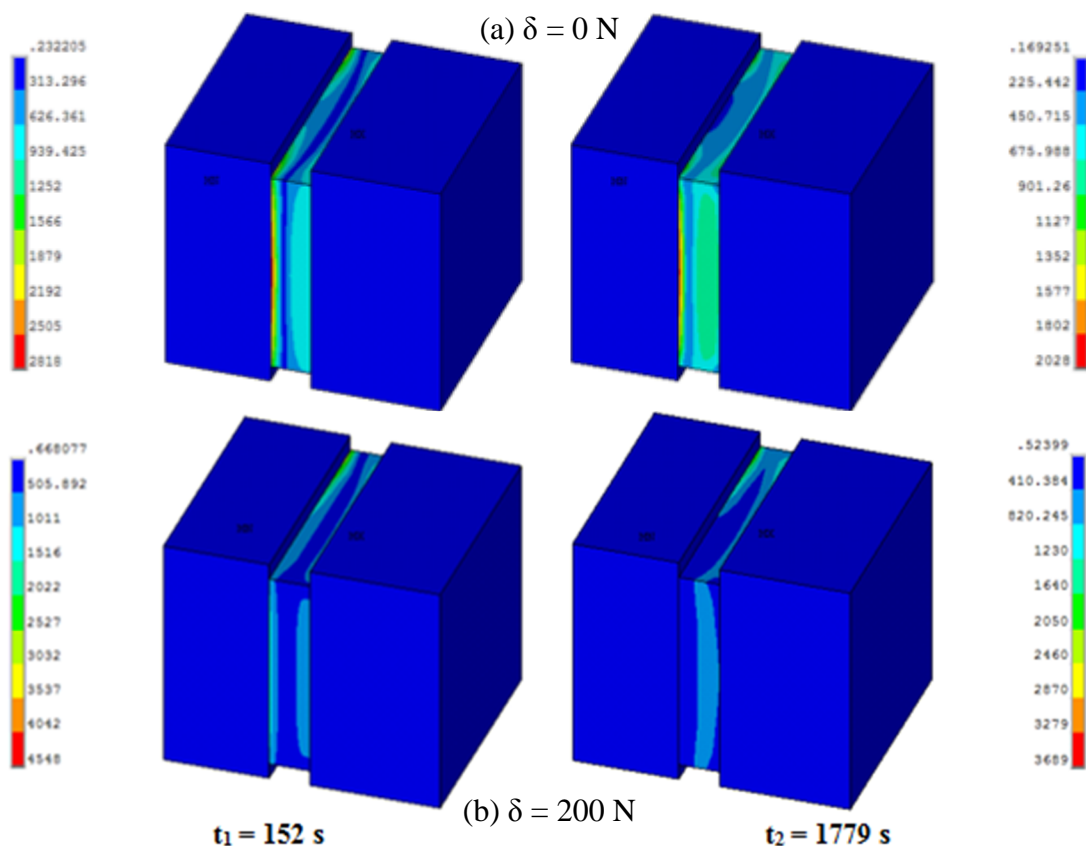


Figura 4.6 – Gradiente de temperatura para os cenários (a) (1) e (b) (3).

As expressivas modificações observadas na distribuição de temperatura entre os cenários (1) e (2) decorrem exclusivamente da introdução da pré-carga estática. Portanto, conclui-se que estas alterações são consistentes com a não uniformidade dos valores do campo de temperatura e a forte dependência das propriedades mecânicas do material viscoelástico às deformações estáticas.

Nas Figuras 4.7 e 4.8 são mostradas as evoluções no tempo da quantidade de energia dissipada e armazenada pelo material, do módulo de armazenamento e do fator perda para todos os cenários, respectivamente. As curvas de histerese são apresentadas na Fig. 4.9, considerando apenas a fase de carregamento. Ressalta-se que cada curva de histerese é obtida para os valores de deformação, módulo de armazenamento e fator de perda resultantes da convergência da análise estrutural para um conjunto de ciclos de vibração, totalizando 60 conjuntos de ciclos.

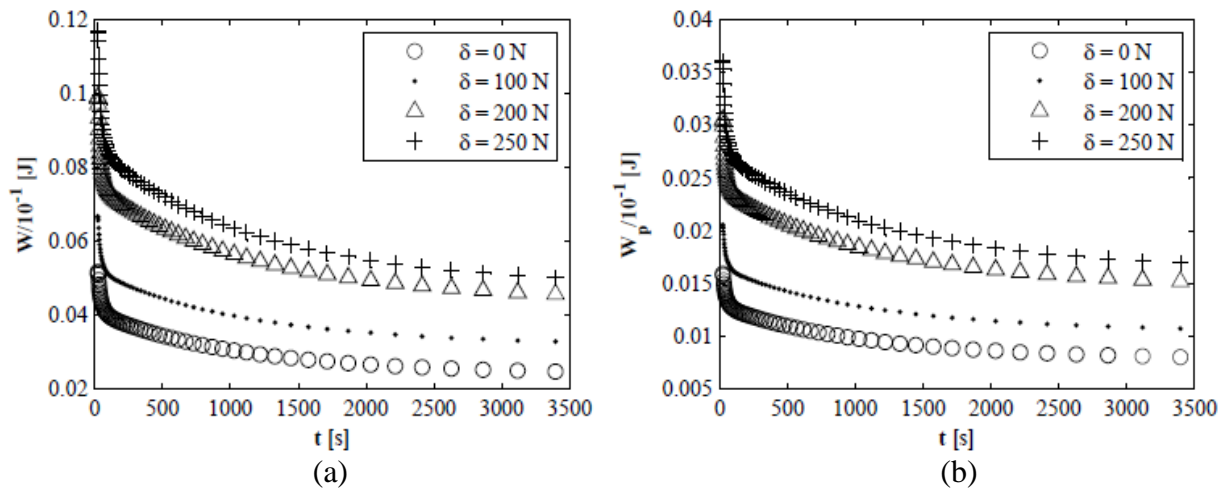


Figura 4.7 – Evolução no tempo das energias dissipada (a) e armazenada pelo material (b).

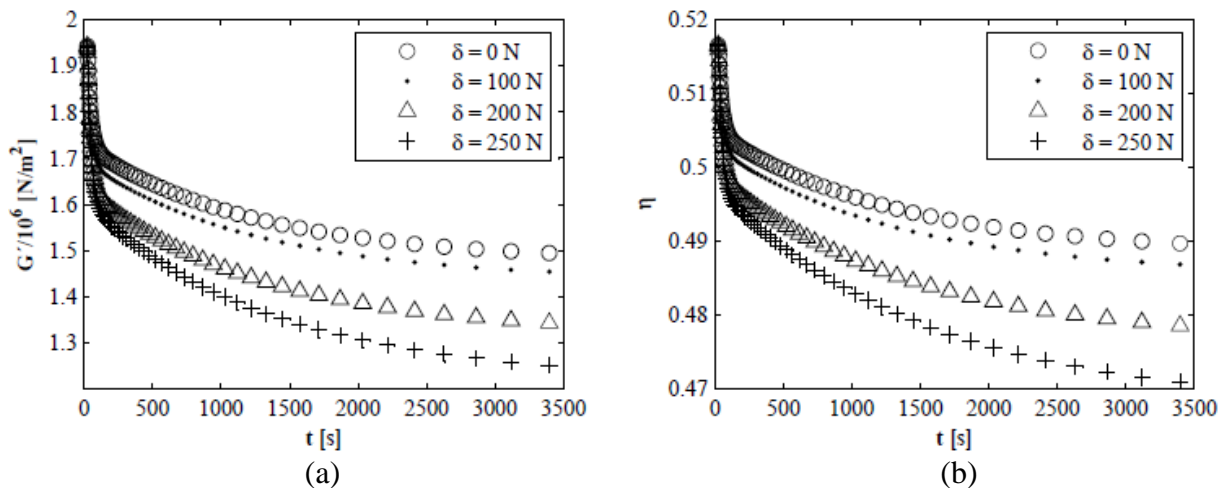


Figura 4.8 – (a) G' e (b) η como função do tempo.

Para ambos os cenários, evidencia-se que pequena quantidade de energia é dissipada na totalidade dos conjuntos dos ciclos de vibração. As pequenas variações de inclinação e das formas das curvas de histerese (LESIEUTRE; GOVINDSWAMY, 1996), constatadas para o cenário (1), incorrem na estabilidade da resposta do dispositivo, assegurada pela pequena variação dos valores do módulo de armazenamento e do fator de perda entre os instantes inicial e final de aplicação do carregamento dinâmico, e a visível estabilização destes a valores circunstancialmente altos, à medida que a evolução da temperatura interna do material tende ao equilíbrio térmico.

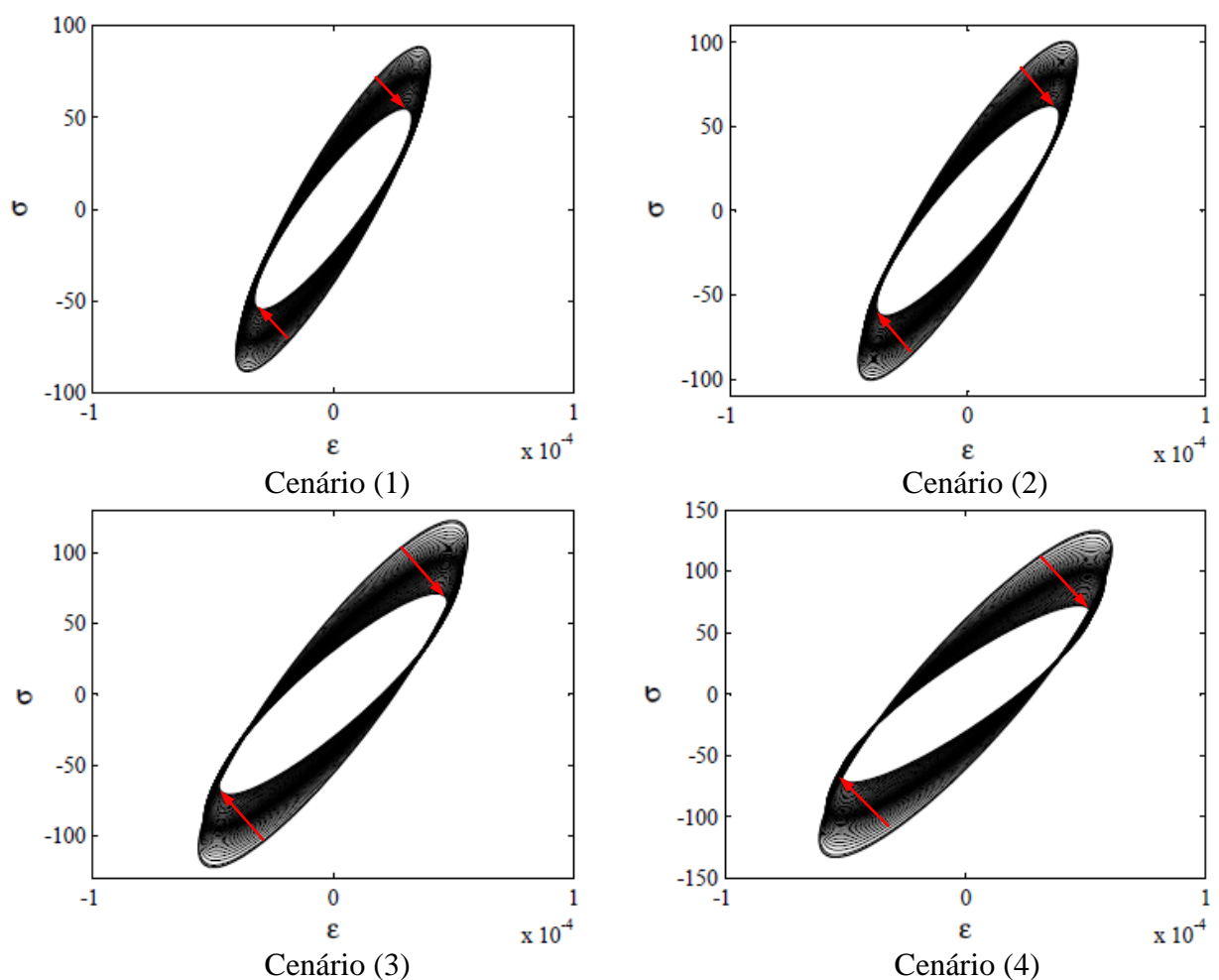


Figura 4.9 – Ciclos de histerese.

As trajetórias das curvas de histerese convergem à uma curva central, em consonância com a convergência à um valor constante para a quantidade de energia dissipada por conjunto de ciclos. A estabilidade da resposta do dispositivo é pronunciadamente afetada pela inserção e, conseqüente, aumento do pré-carregamento estático. Como observado para o cenário (1), as

curvas de histerese, em ambas as situações tendem à uma curva central, em coerência à estabilização dos valores da quantidade de energia dissipada e armazenada no volume do material viscoelástico, e do módulo de armazenamento e do fator de perda.

A Figura 4.10 apresenta as funções de resposta em frequência (FRFs) para a aplicação de um impulso unitário na mesma direção do carregamento dinâmico $u(t)$, para quatro temperaturas aplicadas uniformemente sobre o material viscoelástico: $T_1 = 26,57 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 29,70 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_3 = 32,84 \text{ }^\circ\text{C}$ e $T_4 = 35,98 \text{ }^\circ\text{C}$, para os três diferentes níveis de pré-cargas estáticas: $\delta = 0 \text{ N}$, $\delta = 100 \text{ N}$ e $\delta = 250 \text{ N}$, comparativamente à resposta em frequência para o comportamento puramente elástico do material.

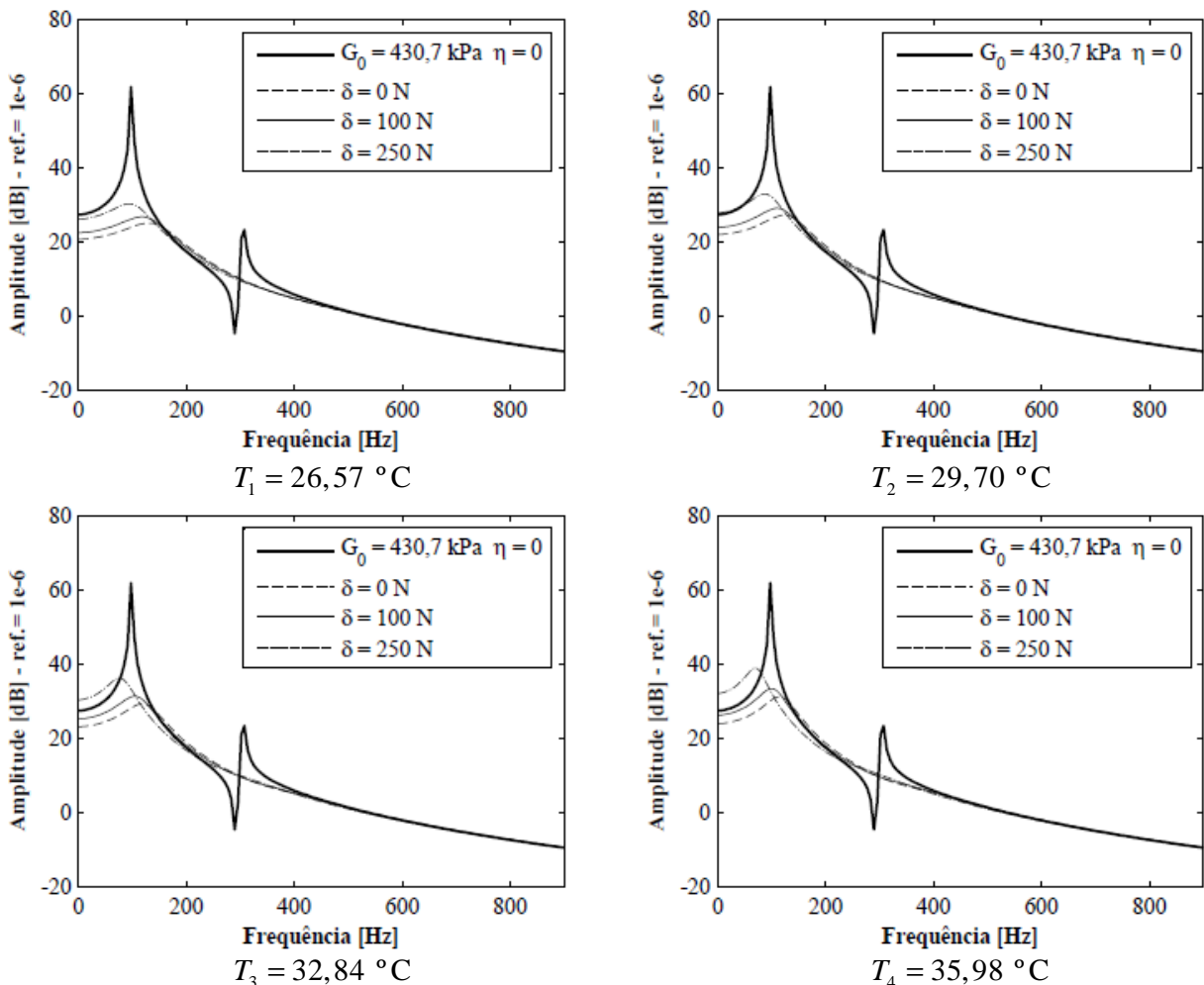


Figura 4.10 – FRFs da junta translacional para diferentes temperaturas e pré-cargas.

De imediato, nota-se significativas alterações da resposta dinâmica do dispositivo com o aumento da temperatura. A grande influência da pré-carga no comportamento dinâmico do

amortecedor é evidente, em reafirmação a já constatada dependência das propriedades mecânicas do material viscoelástico em relação à pré-carga estática. Mesmo para baixos valores de temperatura, a introdução e o aumento da pré-carga estática leva a significativas perdas de rigidez e conseqüente redução da capacidade de amortecimento do material na região de ressonância. Tal efeito é pronunciado à medida que o material é submetido a temperaturas maiores.

4.1.1. Fenômeno da fuga térmica

Para a simulação do fenômeno da fuga térmica foi utilizada a amplitude $u_0 = 3,5$ mm, definida com base no aumento da temperatura constatado por Lesieutre e Govindswamy (1996) para um estado de cisalhamento simples. Neste caso, foram utilizados os seguintes cenários de teste: (1) $\delta = 0$ N, (2) $\delta = 100$ N e (3) $\delta = 250$ N. Na Figura 4.11 são mostradas as evoluções da temperatura no material, no ponto A, para três níveis de pré-cargas.

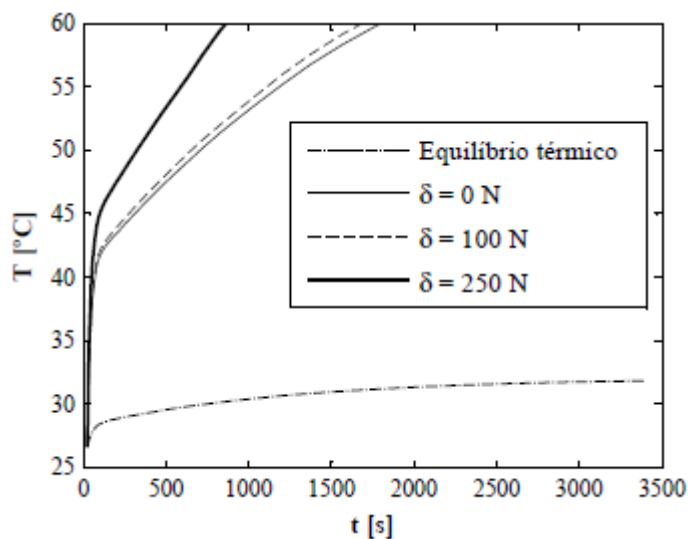


Figura 4.11 – Evolução da temperatura no ponto A para os cenários (1), (2) e (3).

A Figura 4.11 permite constatar que para ambos os cenários, há a ocorrência do fenômeno da fuga térmica, uma vez que para as mesmas condições de contorno térmicas, os valores do campo de temperatura aumentam significativamente, nos mesmos instantes de tempo em que caracteristicamente evidencia-se a convergência a uma temperatura estacionária para a configuração de equilíbrio térmico. Além disso, o comportamento caracterizado pelo aumento abrupto da temperatura para os instantes iniciais, seguido de um crescimento contínuo, com uma taxa menor de geração de calor, apresentando para os cenários (1) e (2) a tendência ao

assintotismo à uma temperatura de equilíbrio superior, remete qualitativamente à descrição feita por Lesieutre e Govindswamy (1996) para dispositivos viscoelásticos mais simples e sem efeitos de pré-carga estática.

O aumento entre os valores do campo de temperatura verificado entre os cenários resulta exclusivamente das deformações estáticas. Consequentemente, a temperatura interna do material que já se encontra significativamente elevada, é aumentada pela presença da pré-carga estática, tendendo a tornar ainda mais evidente o fenômeno da fuga térmica, comprometendo significativamente a capacidade de amortecimento do material.

Os contornos de temperatura para os cenários (1) e (3), são mostrados na Fig. 4.12, para os instantes de tempo $t_1 = 47$ s, $t_2 = 152$ s e $t_3 = 1207$ s após o início da aplicação do carregamento dinâmico. Devido a maior amplitude do carregamento dinâmico, as modificações mais expressivas da microestrutura do material geram calor a uma taxa muito superior à capacidade do mecanismo de evacuação. Não havendo tempo suficiente para que a transferência de calor seja significativa em termos da redução do aquecimento do material, todo o calor gerado pelo efeito da dissipação é acumulado na camada viscoelástica, concentrando a zona de alta temperatura unicamente no núcleo viscoelástico. Como evidenciado, a introdução da pré-carga estática resultou não somente no aumento dos valores do campo de temperatura, mais também na significativa alteração da distribuição da temperatura da camada viscoelástica.

Na Figura 4.13 e 4.14 são mostradas as curvas para a quantidade de energia dissipada e armazenada pelo material por conjunto de ciclos, os valores do módulo de armazenamento e do fator de perda em função do tempo para todos os cenários de teste. As curvas de histerese são expostas na Fig. 4.15.

Para o cenário (1), nota-se a dissipação de grande quantidade de energia, traço característico do fenômeno da fuga térmica. As grandes inclinações e significativas alterações da forma das curvas de histerese observadas resultam do decaimento rápido dos valores do módulo de armazenamento e do fator de perda com o rápido e contínuo aumento da temperatura, levando-se a uma instabilidade na resposta do dispositivo.

A introdução das pré-cargas estáticas, para os primeiros conjuntos de ciclos, não resultaram em aumentos significativos da quantidade de energia dissipada, incorrendo em variações mínimas para os valores do módulo de armazenamento e do fator de perda. No entanto, à medida que a temperatura interna do material tende a valores superiores, observa-se paulatinamente, significativo aumento do contingente de energia dissipada em consistência com o acréscimo das deformações estáticas. Este aumento se deve às maiores deformações

associadas às altas temperaturas, uma vez que, os valores dos módulos de armazenamento e dos fatores de perda, para ambos os cenários de teste, permanecem constantes, à medida que a evolução da temperatura interna do material tende a uma configuração de equilíbrio.

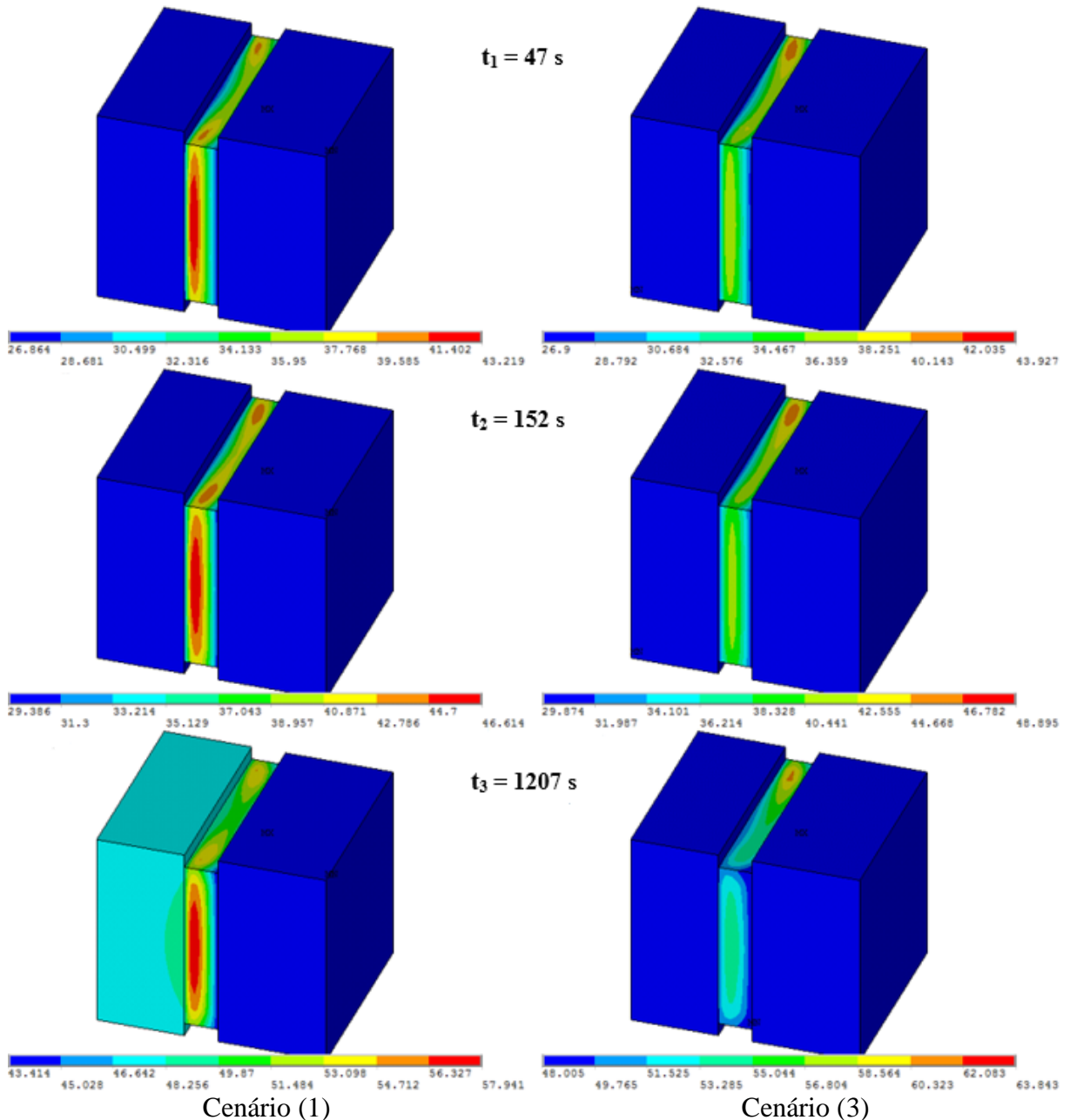


Figura 4.12 – Isotermas para os cenários (1) e (3) do fenômeno da fuga térmica.

Apesar da instabilidade inicial apresentada em ambos os cenários de teste, as curvas de histerese tendem a uma curva central, convergindo à valores em termos da quantidade de energia dissipada por conjunto de ciclos, muito superiores aos constatados para o fenômeno de

equilíbrio térmico, porém, com alta redução da eficiência dissipativa entre os instantes de tempo inicial e final da aplicação do carregamento cíclico, haja visto as maiores perdas de rigidez e de capacidade de amortecimento à altas temperaturas.

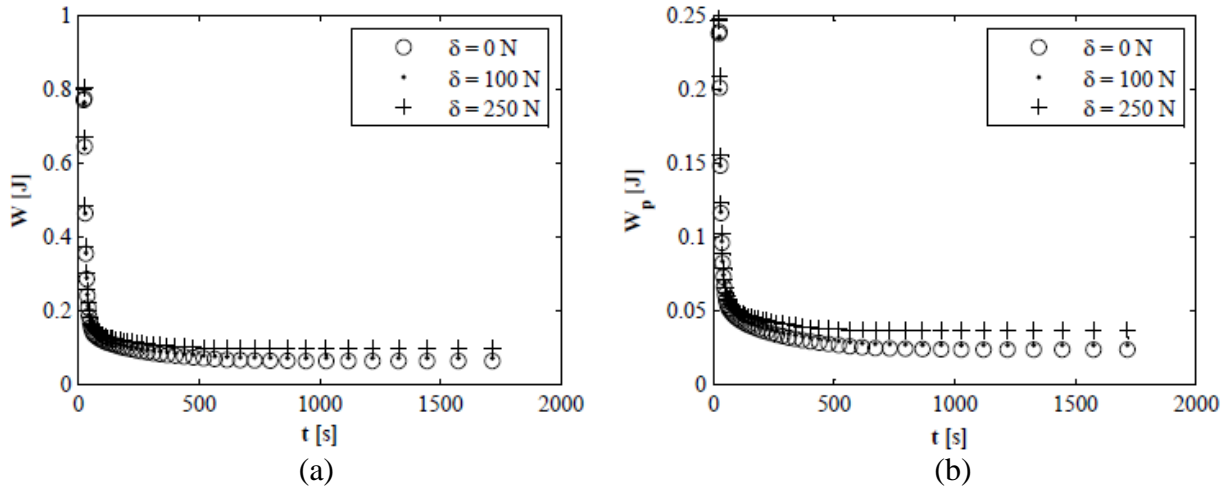


Figura 4.13 – Evolução temporal das energias dissipada (a) e armazenada (b) pelo material.

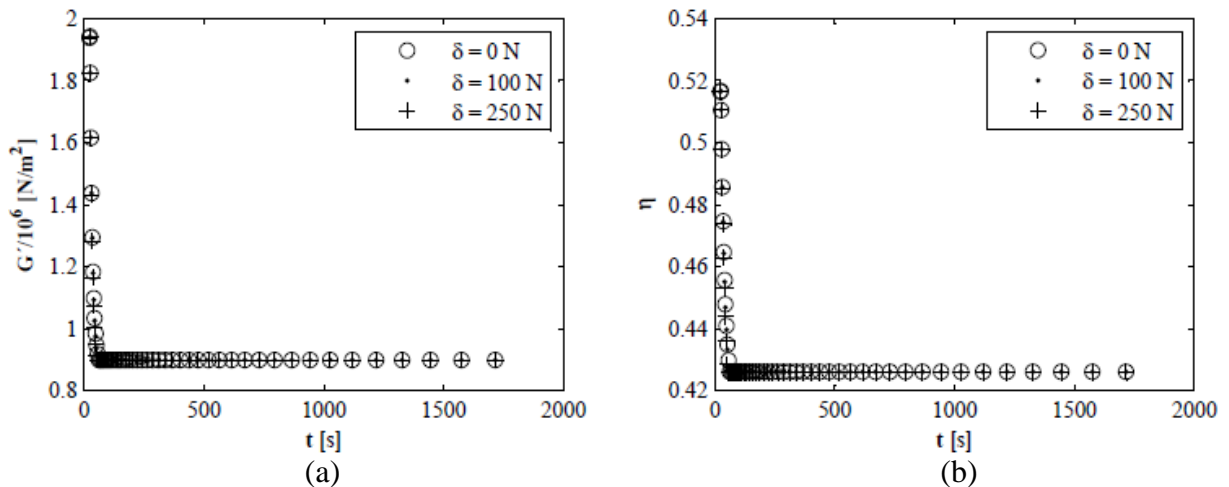


Figura 4.14 – Evolução no tempo de G' (a) e η (b).

As FRFs exibidas na Fig. 4.16, tornam ainda mais evidente as alterações no comportamento dinâmico do dispositivo e a perda da capacidade dissipativa do material viscoelástico para as elevadas temperaturas oriundas do fenômeno da fuga térmica. Percebe-se claramente que a influência da pré-carga estática sobre o comportamento dinâmico do dispositivo, associada a altas temperaturas é altamente potencializada, incorrendo em grandes perdas da capacidade de amortecimento na região de ressonância.

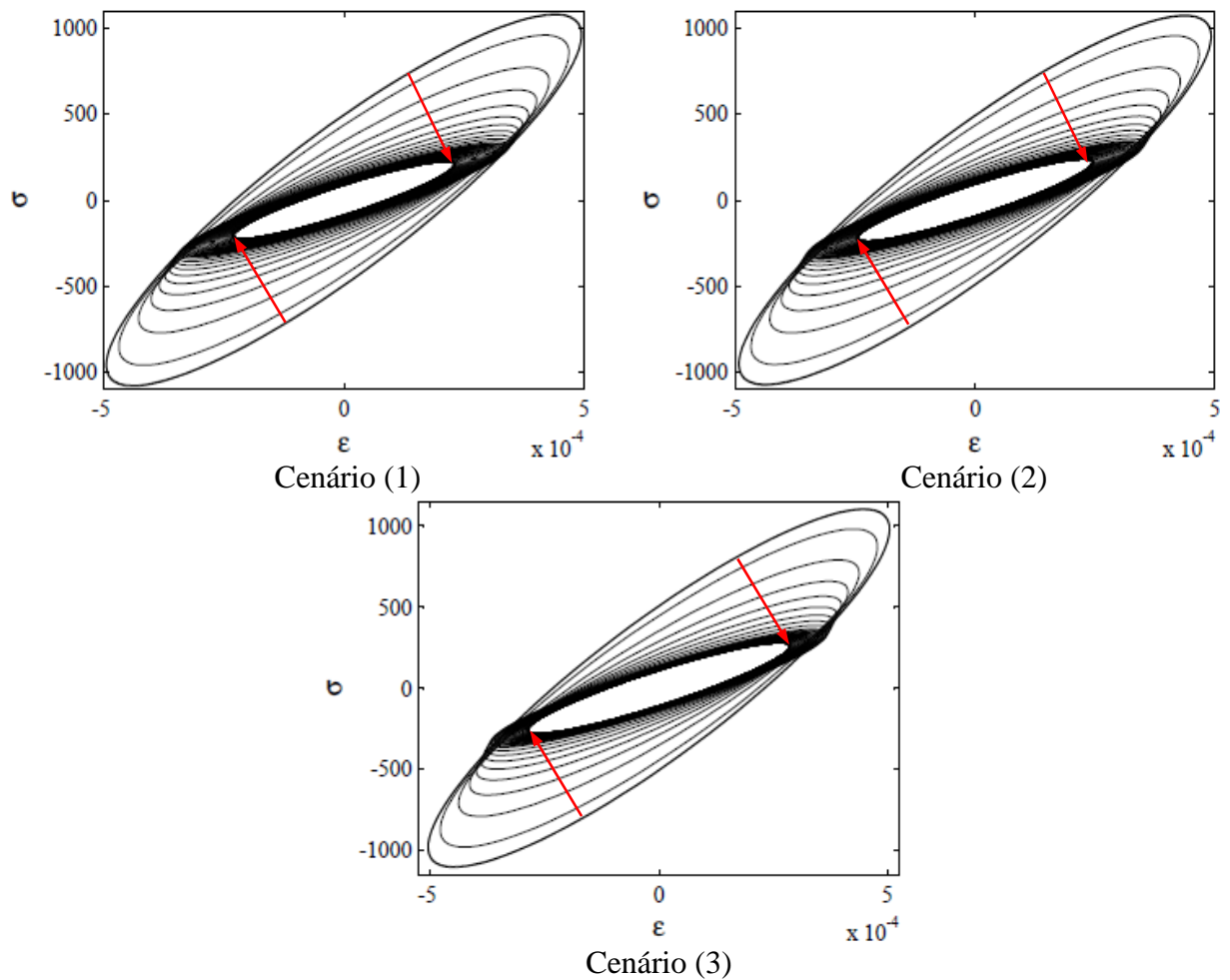


Figura 4.15 – Curvas de histerese para os cenários (1), (2) e (3).

4.2. Estratégia de controle do fenômeno do autoaquecimento

A importância relativa do fenômeno do autoaquecimento depende tanto dos parâmetros operacionais e dos parâmetros próprios do material, quanto dos mecanismos de troca de calor tais como condução, convecção natural ou do calor imposto. Principalmente no contexto do fenômeno da fuga térmica, a concepção de dispositivos com geometrias que favoreçam tais mecanismos ou a incorporação de elementos, com vistas à redução do acúmulo pelo material viscoelástico do calor gerado e, conseqüente, maior evacuação deste calor, convencionam estratégias de controle factíveis e potencialmente eficientes na minimização dos valores da temperatura interna do material viscoelástico. Neste sentido, esta seção é dedicada a avaliar a potencialidade efetiva em termos da minimização dos efeitos do autoaquecimento, empregando

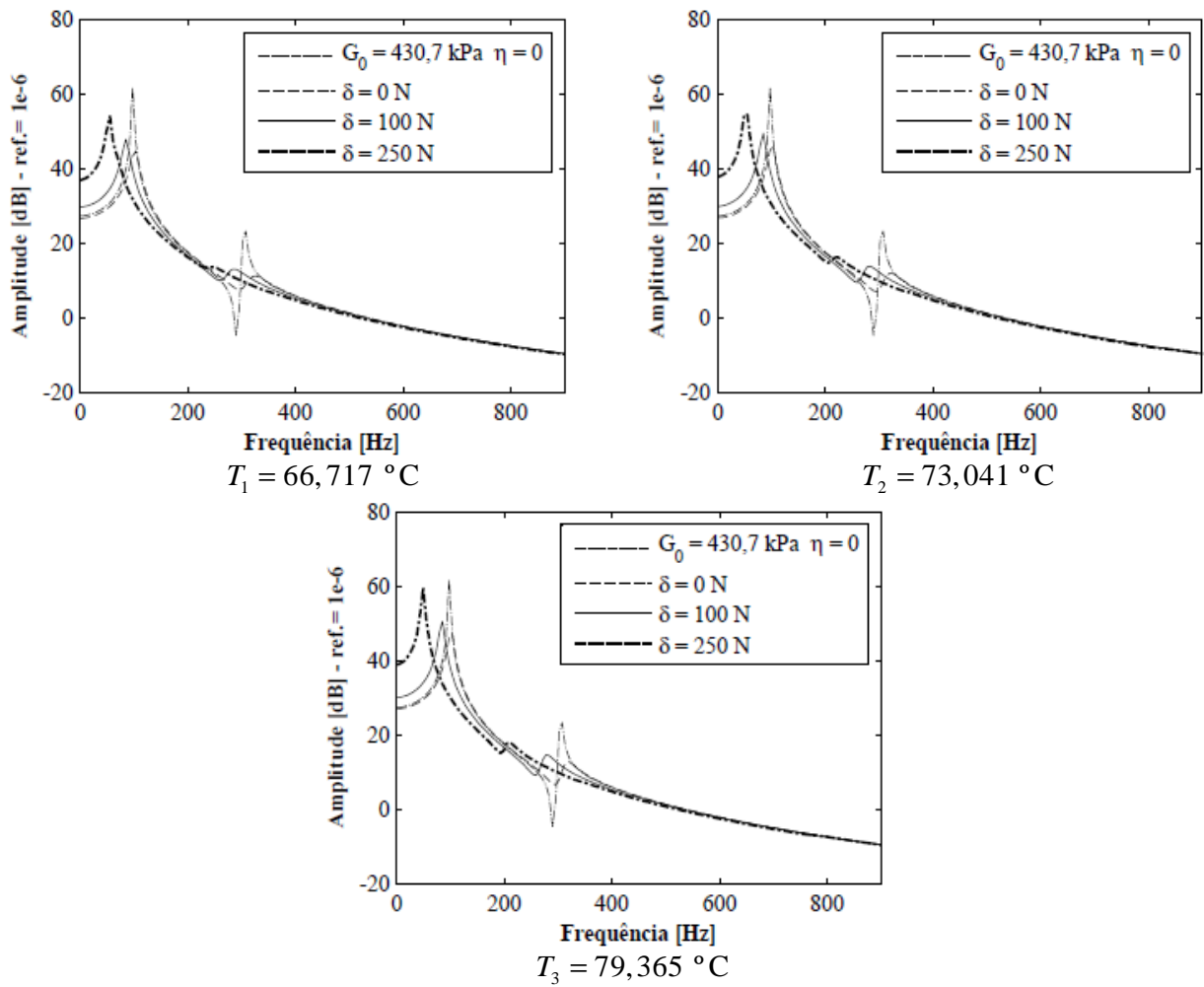


Figura 4.16 – FRFs da junta viscoelástica para o fenômeno da fuga térmica.

a estratégia de controle caracterizada pela introdução de insertos metálicos no volume do material viscoelástico com maior capacidade de condução de calor. As características geométricas do inserto metálico é ilustrada na Fig. 4.17, sendo a espessura do mesmo, definida como no máximo 5% da espessura da camada viscoelástica.

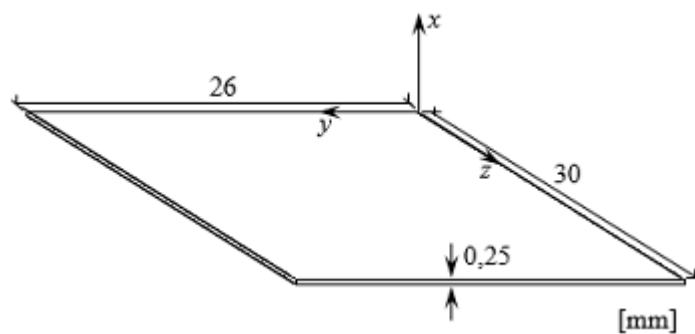


Figura 4.17 – Características geométricas do inserto metálico.

A primeira perspectiva de investigação caracterizada, consta da inclusão de um e dois insertos metálicos na camada viscoelástica, respectivamente, como mostrado na Fig. 4.18 configurando os cenários de teste listados na Tab. 4.2.

Tabela 4.2 – Cenários de teste para os insertos metálicos.

Ensaio	Amplitude u_0 [mm]	Pré-carga δ [N]	Nº de insertos
(1)	1,0 mm	$\delta = 0$ N	–
(2)	1,0 mm	$\delta = 100$ N	–
(3)	1,0 mm	$\delta = 0$ N	1
(4)	1,0 mm	$\delta = 100$ N	1
(5)	1,0 mm	$\delta = 0$ N	2
(6)	1,0 mm	$\delta = 100$ N	2

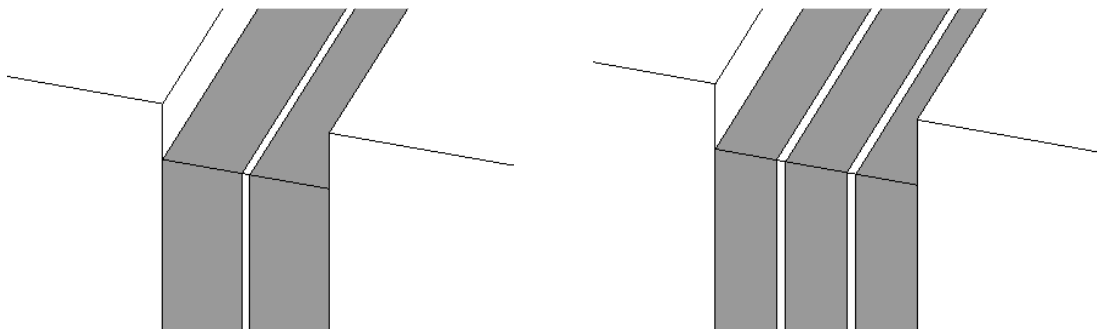


Figura 4.18 – Configurações com um e dois insertos metálicos, respectivamente.

As curvas de autoaquecimento (fase de carregamento) do material viscoelástico para o fenômeno do equilíbrio térmico, respectivamente para os cenários de teste (1) e (2), comparativamente aos cenários (3) e (4), são mostradas na Fig. 4.19. Nota-se já uma circunstancial redução da temperatura interna do material para ambos os cenários.

Para os cenários (5) e (6) evidencia-se uma significativa redução dos valores da temperatura interna do material já nos primeiros instantes da aplicação do carregamento dinâmico, uma vez que, o maior número de insertos metálicos, resulta em uma redução efetivamente maior da acumulação de calor pelo material viscoelástico, uma vez que a condução térmica nos materiais viscoelásticos é baixa quando comparada com os demais metais e ligas, o que de certa forma restringe a evacuação térmica. Adicionalmente é observada uma estabilização mais rápida à temperatura de equilíbrio, com um decaimento, em termos da temperatura máxima alcançada, em torno de 1,8 °C do cenário (1) para o cenário (5), e de aproximadamente 1,12 °C do cenário (3) para a configuração de teste (5). Caracteristicamente,

entre os cenários (4) e (6), a redução foi de aproximadamente $1,09\text{ }^{\circ}\text{C}$, enquanto, o decaimento constatado do cenário (2) para cenário de teste (6), atingiu $1,94\text{ }^{\circ}\text{C}$.

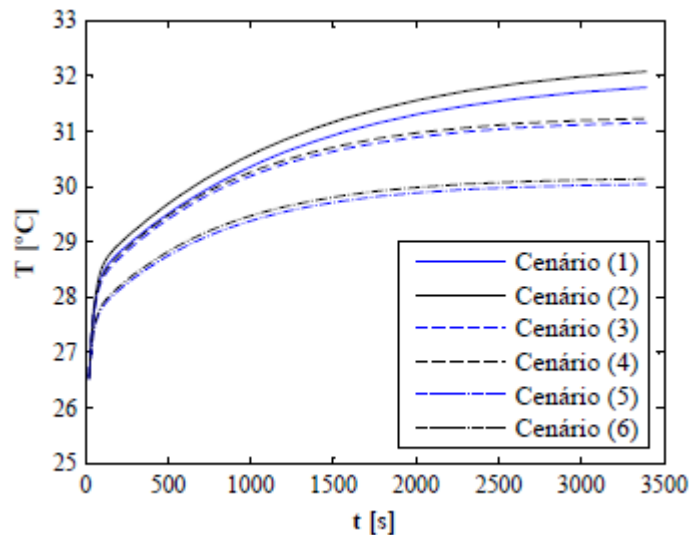


Figura 4.19 – Curvas de autoaquecimento para os insertos metálicos da camada viscoelástica.

A Figura 4.20 representa as isotermas para o cenário de teste (3). Nota-se que para os primeiros instantes de aplicação do carregamento dinâmico a concentração da zona de máxima temperatura está em torno do inserto metálico, sendo que o gradiente de temperatura é direcionado para a parte central da camada viscoelástica. Paulatinamente, o inserto metálico, leva a uma redução da acumulação do calor gerado unicamente pelo material viscoelástico, transladando a zona das altas temperaturas em direção à placa de aço central. Notadamente, para o cenário de teste (4), observa-se uma significativa alteração da concentração da zona de máxima temperatura em torno do inserto metálico, causada pela pré-carga estática.

Para os cenários (5) e (6) mostrados na Fig. 4.21, as isotermas evidenciam uma distribuição de temperatura com concentração da zona de máxima temperatura na camada viscoelástica central, na direção do inserto metálico mais próximo da chapa de aço central. Novamente, a inserção da pré-carga estática resultou em significativa alteração da distribuição de temperatura na camada viscoelástica, mantendo, porém, a tendência do traslado da zona de máxima temperatura em direção à placa de aço central, condicionando em ambos os cenários, o aparecimento de zonas de baixas temperaturas abrangendo o inserto metálico mais próximo à placa de aço exterior.

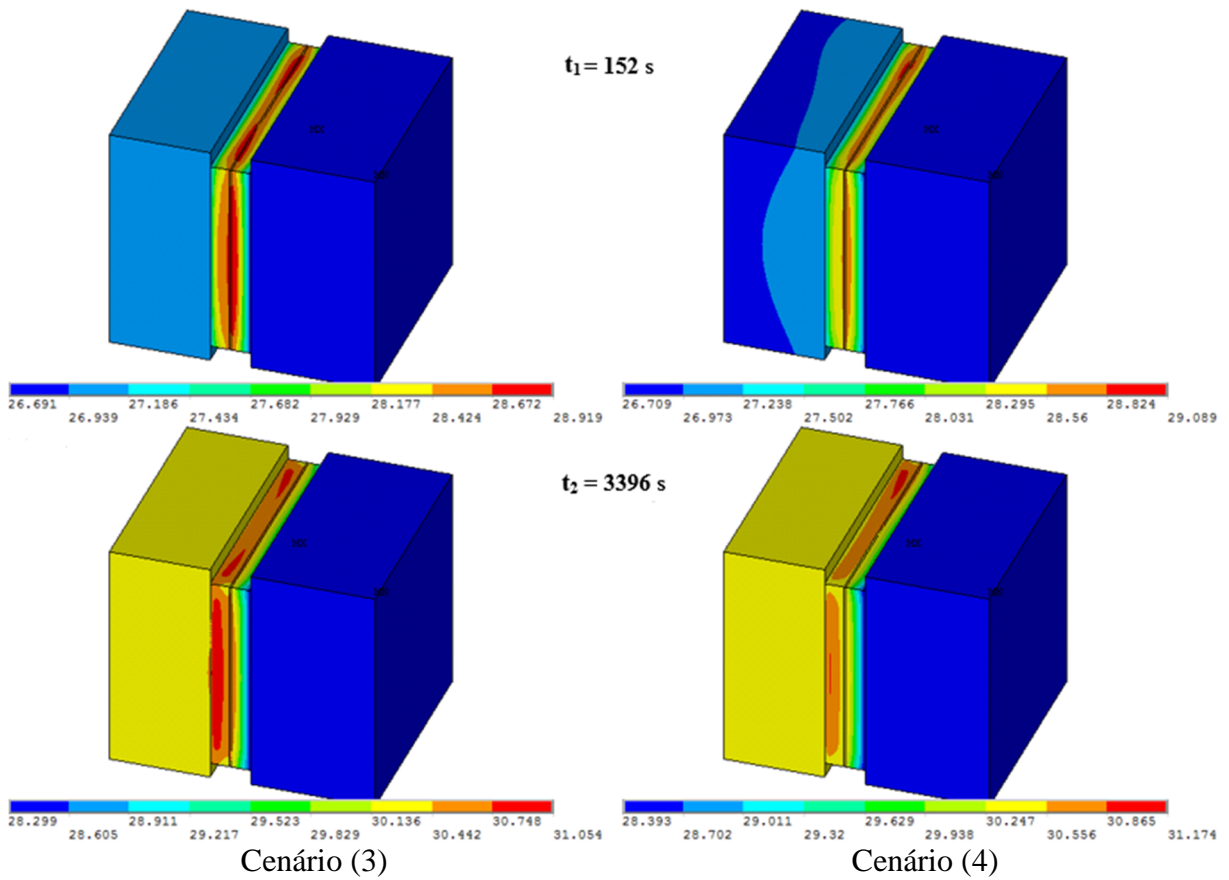


Figura 4.20 – Isotermas para os cenários (3) e (4) – fenômeno de equilíbrio térmico.

Tendo em vista os patamares de redução obtidos pela presença dos insertos metálicos na camada viscoelástica, nesta etapa, será investigado seus efeitos no fenômeno da fuga térmica para a configuração mostrada na Fig. 4.22 e para os cenários definidos na Tab. 4.3.

Tabela 4.3 – Cenários de teste para os insertos metálicos – fuga térmica.

Ensaio	Amplitude u_0 [mm]	Pré-carga δ [N]	Nº de insertos
(1)	3,5 mm	$\delta = 0$ N	–
(2)	3,5 mm	$\delta = 100$ N	–
(3)	3,5 mm	$\delta = 0$ N	2
(4)	3,5 mm	$\delta = 100$ N	2
(5)	3,5 mm	$\delta = 0$ N	3
(6)	3,5 mm	$\delta = 100$ N	3

De acordo com a evolução da temperatura mostrada na Fig. 4.23, evidencia-se para os cenários (3) e (4) significativa redução dos valores da temperatura interna do material, incorrendo em decaimentos de 12,21 °C e 13,06 °C, respectivamente, em comparação às

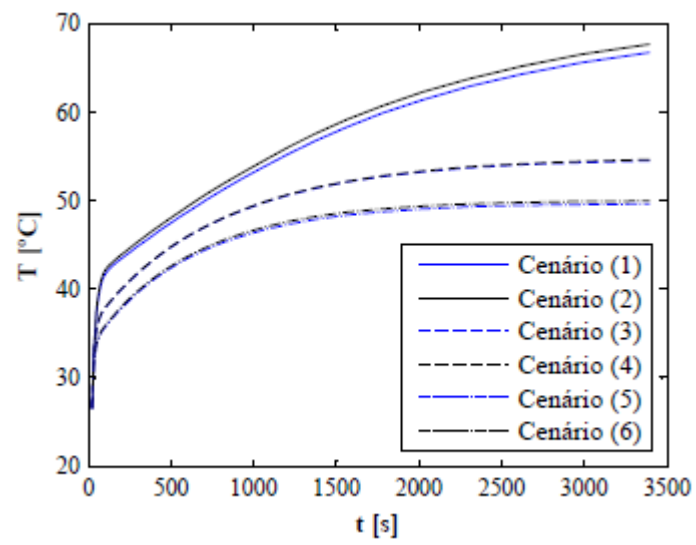


Figura 4.23 – Curvas de autoaquecimento para a inclusão de dois e três insertos metálicos.

CAPÍTULO V

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DA FUGA TÉRMICA E AJUSTE DO MODELO TERMOVISCOELÁSTICO

Neste capítulo é apresentado um estudo experimental de uma junta viscoelástica translacional submetida simultaneamente a esforços mecânicos cíclicos e pré-cargas estáticas com o objetivo de verificar os fenômenos de autoaquecimento e consequente fuga térmica do material viscoelástico e validar os procedimentos de modelagem desenvolvidos. A análise é baseada na comparação direta entre as evoluções no tempo dos campos de temperatura adquiridas experimentalmente com as correspondentes calculadas a partir dos modelos de elementos finitos do problema termoviscoelástico. Ênfase é dada à estratégia de identificação dos parâmetros térmicos empregados nas simulações via confrontação com os resultados experimentais e a formulação de um problema de otimização.

5.1. Descrição do aparato experimental

Os ensaios experimentais foram realizados no Laboratório de Mecânicas de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, atual sede do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT-EIE), dispondo da Máquina Universal de Ensaios MTS 800TM, empregada na aplicação do carregamento cíclico e do sistema de aquisição AgilentTM 34970 A, utilizado no monitoramento e aquisição das temperaturas.

O dispositivo amortecedor viscoelástico ensaiado consiste de uma junta viscoelástica translacional constituída por duas camadas do material 3M™ VHB 4910 com 5 mm de espessura cada, inseridas entre blocos de aço conforme ilustrado na Fig. 5.1(b).

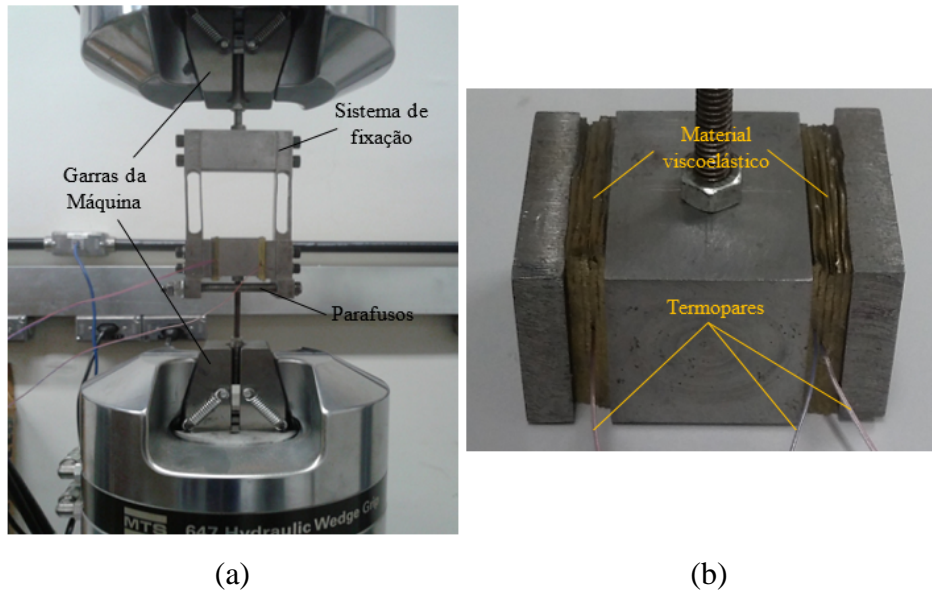


Figura 5.1 – Montagem experimental (a) e detalhe do corpo de prova (b).

O corpo de prova é conectado, por meio de parafusos *allen*, ao sistema de fixação indicado na Fig. 5.1(a), composto por placas de aço usinadas dispostas paralelamente. A extremidade do sistema de fixação e a extremidade conectada diretamente com a parte central do corpo de prova, servem para o acoplamento à máquina de ensaios. Além disso, a extremidade acoplada à garra inferior da máquina MTS é responsável pela aplicação da carga dinâmica, enquanto a pré-carga estática é aplicada ao corpo de prova por meio dos dois parafusos indicados na Fig. 5.1(a).

Para o monitoramento e aquisição das temperaturas foram utilizados três termopares tipo T (cobre-*constantan*) inseridos nos pontos A e C indicados na Fig. 4.1, Capítulo 4. Os termopares 1 e 2 foram posicionados na mesma camada viscoelástica, e o termopar 3, simetricamente ao ponto A na outra camada, como disposto na Fig. 5.1(b). A disposição espacial dos termopares visa a verificação da não homogeneidade da distribuição das temperaturas no volume do material viscoelástico.

O sistema completo de aquisição das temperaturas é composto pela conexão dos termopares a uma bandeja *Agilent*™ 34901 A, sendo a aquisição realizada através do software

Agilent™ BenchLink Data Logger 3, com resolução de 0,5 segundos, totalizando em média 6792 valores de temperatura apenas para a fase de carregamento

5.2. Resultados experimentais de autoaquecimento e fuga térmica

Os ensaios realizados objetivam a investigação experimental preliminar do fenômeno da fuga térmica e a avaliação da influência da pré-carga estática sobre o autoaquecimento do material viscoelástico. Para tanto, em todos os testes o dispositivo foi submetido a um deslocamento vertical cíclico, $u(t) = u_0 \sin(2\pi f_0 t)$, com $u_0 = 3,5$ mm pico, que corresponde a 7,0 mm pico a pico e, $f_0 = 14$ Hz, durante 3396 segundos, totalizando 47544 ciclos, em sobreposição aos deslocamentos estáticos, caracterizando a fase de carregamento.

Para a aplicação da pré-carga estática sobre o corpo de prova foi utilizada uma estratégia para a estimação dos valores dos deslocamentos estáticos a serem aplicados na base do sistema de fixação, baseada no conceito de matriz de rigidez tangente para a representação do comportamento estático do material viscoelástico (LIMA et al., 2013). Dessa forma, levando-se em conta a relação entre os módulos de cisalhamento e longitudinal para o comportamento estático, $E_0 = 2G_0(1+\nu)$, os deslocamentos estáticos correspondentes podem ser estimados pela seguinte relação, $\Delta = \delta t_v / (2A_v G_0(1+\nu))$, onde $A_v = 26 \times 30$ mm² é a área da seção transversal da camada viscoelástica, $\nu = 0,49$ é o coeficiente de Poisson, $t_v = 0,005$ m a espessura da camada viscoelástica e δ a pré-carga. Assim, foram caracterizados os dois cenários de teste definidos na Tabela 5.1.

Tab.5.1 – Descrição dos ensaios experimentais.

Ensaio	(1)	(2)
f_0 [Hz]	14	14
u_0 [mm]	3,5	3,5
Δ [mm]	0	1,0

É importante salientar que durante a realização dos ensaios, a preparação relativa à aplicação dos deslocamentos estáticos ao amortecedor viscoelástico, foi redefinida de um teste para outro, a partir do alívio dos parafusos utilizados na deformação estática do corpo de prova.

Também, foi respeitado um período de tempo para levar em conta o fenômeno de fluência, de tal forma a garantir que as alterações obtidas na evolução da temperatura devido ao fenômeno do autoaquecimento resultem essencialmente das variações das deformações estáticas.

A Figura 5.2 representa os resultados obtidos para o ensaio (1) observando duas fases principais que definem a evolução das temperaturas no interior do material viscoelástico ainda na fase do carregamento: uma fase em que há um aumento rápido das temperaturas; e o comportamento subsequente caracterizado pela estabilização progressiva das temperaturas nos pontos de medição, durante a qual a taxa de aumento da temperatura em relação ao tempo diminui de forma gradativa, evidenciando a tendência da convergência dos valores do campo de temperatura do material viscoelástico a uma temperatura de equilíbrio superior. Este comportamento é qualitativamente consistente com o observado no ponto A, para o respectivo resultado da simulação numérica.

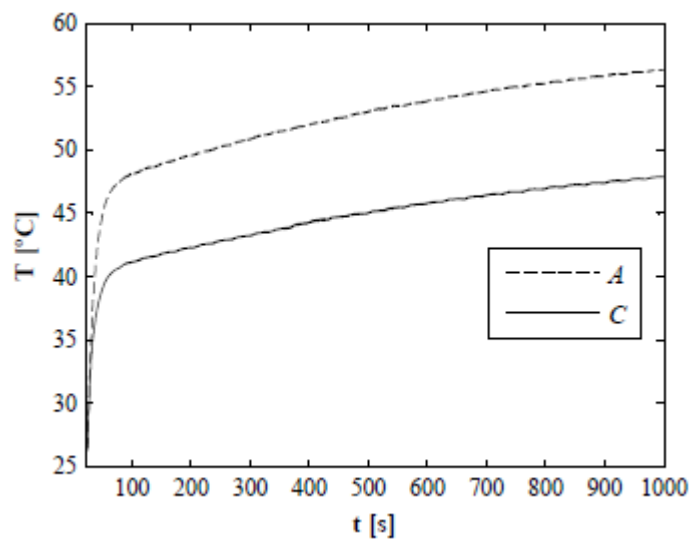


Figura 5.2 – Evolução das temperaturas para o ensaio (1).

A Figura 5.3 compara as evoluções das temperaturas experimentais obtidas para os cenários (1) e (2) referentes aos pontos A e C. De imediato, nota-se claramente a influência da pré-carga estática sobre o fenômeno da fuga térmica. Além disso, fica evidente que o campo de temperaturas difere de um ponto a outro no volume do material viscoelástico conforme constatado pelas simulações numéricas. Entretanto, é perceptível que o crescimento obtido para a segunda fase é significativamente menos pronunciado que o correspondente obtido nas simulações. Isto já era esperado, uma vez que os valores dos parâmetros de convecção natural, h , e de conversão térmica, β , empregados nas simulações numéricas foram assumidos

arbitrariamente. Além disso, estes parâmetros variam em um determinado intervalo em função de inúmeras condições, tais como a geometria da composição do dispositivo amortecedor viscoelástico, da faixa de temperatura, da orientação das superfícies nas quais a transferência de calor ocorre e, das amplitudes das deformações estáticas e dinâmicas, além da não adequação às condições específicas ensaiadas, a comparação quantitativa dos resultados numéricos e experimentais não levaria a resultados adequados.

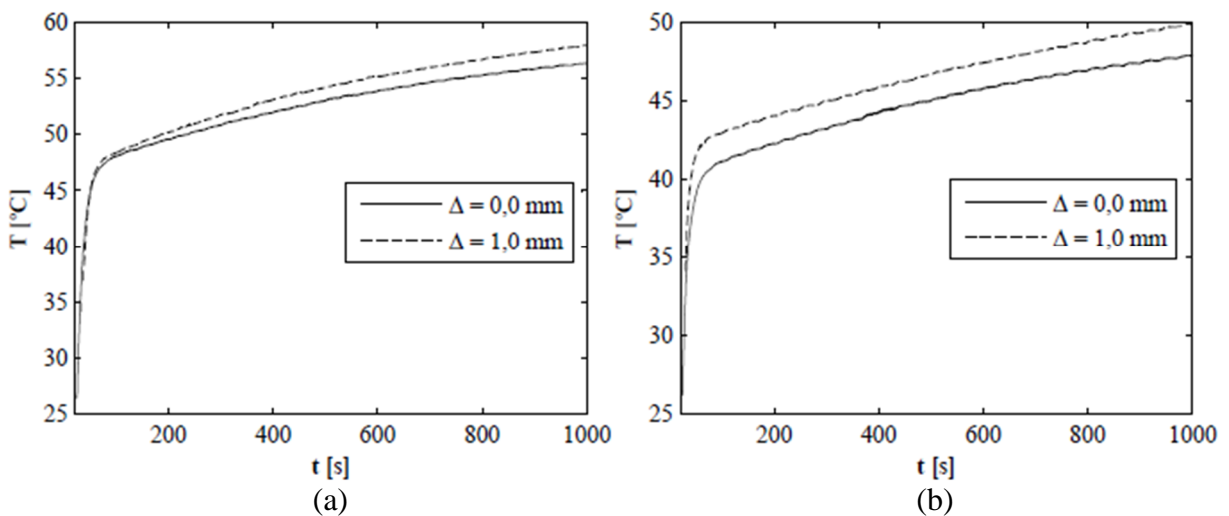


Figura 5.3 – Evolução das temperaturas para os ensaios (1) e (2) dos pontos A (a) e C (b).

Um aspecto importante que deve ser destacado é que durante a realização dos ensaios experimentais notou-se que o movimento de ciclagem vertical gerava um fluxo de ar em torno do corpo de prova suficientemente significativo, o que influenciava o mecanismo de convecção natural. Como a parte metálica central do dispositivo é responsável pela evacuação da maior parte do calor gerado no interior do material viscoelástico, o movimento cíclico em adição ao contato direto com ar circundante, é responsável por uma carga térmica adicional com influência direta sobre o resfriamento do material e da estrutura como um todo. Neste sentido, as partes metálicas do novo dispositivo viscoelástico foram substituídas por material acrílico como ilustrado na Figura 5.4, para reduzir a velocidade de transferência do calor gerado no interior do material viscoelástico, além de limitar a influência do fluxo de ar gerado sobre o resfriamento do corpo de prova. As propriedades mecânicas e térmicas são listadas na Tabela 5.2. Por fim, o corpo de prova foi revestido com a aplicação de uma fina camada de fita de politetrafluoretileno.

Na Figura 5.5 é mostrada a curva de autoaquecimento obtida para uma amplitude $u_0 = 4,0$ mm, $f_0 = 14$ Hz e $\Delta = 0$ N. Observa-se que para os primeiros segundos após o início

da aplicação do carregamento dinâmico ocorre uma altíssima elevação da temperatura interna do material, atingindo 50 °C em aproximadamente 68 s. A partir deste instante, a taxa com que os valores do campo de temperatura aumentam, vai sendo gradativamente reduzida. Entretanto, a temperatura interna do material não para de crescer, atingindo o valor de 73,42 °C, caracterizando o fenômeno da fuga térmica.

Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas e térmicas do material acrílico.

Propriedades Mecânicas			Propriedades Térmicas		
Norma			Norma		
E [GPa]	DIN 53457	3,3	ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	DIN 53479	1190
ν	–	0,45	c_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	–	1470
–	–	–	k [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	DIN 52612	0,19

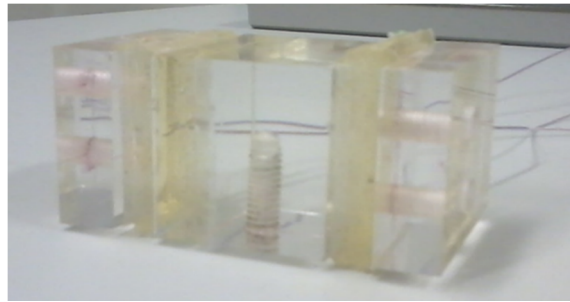


Figura 5.4 – Corpo de prova formado por blocos de acrílico.

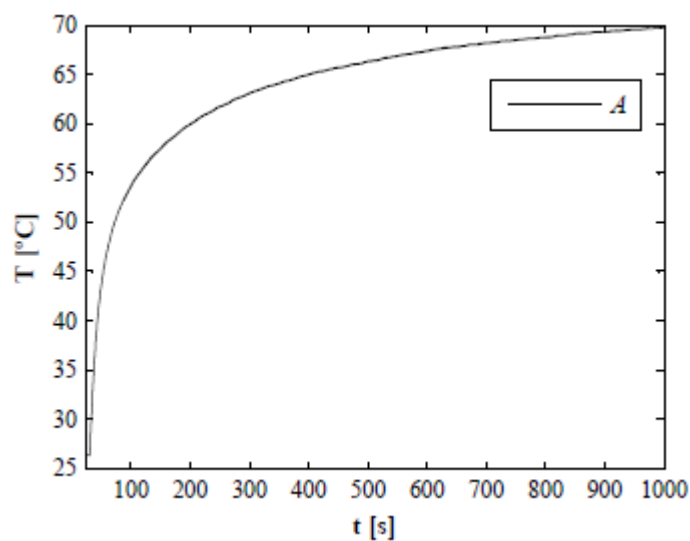


Figura 5.5 – Fenômeno da fuga térmica para $u_0 = 4,0$ mm , $f_0 = 14$ Hz e $\Delta = 0$ N .

5.3. Validação do modelo numérico-computacional

Para a validação do modelo proposto em termos da contemplação dos efeitos induzidos por pré-cargas estáticas sobre o fenômeno do autoaquecimento foram utilizados os resultados obtidos nos ensaios (1) e (2), sendo o ensaio (3) empregado em um segundo ajuste, para o modelo com composição em acrílico. Em ambos os casos foi utilizado o procedimento de ajuste conforme descrito na sequência.

5.3.1. Procedimento de ajuste de curvas

A comparação qualitativa dos resultados experimentais com os resultados obtidos via simulações numéricas apresentadas no Capítulo 4 mostra uma que há uma semelhança entre os perfis de temperatura obtidos. No entanto, a comparação direta em termos quantitativos entre os perfis medidos e os correspondentes obtidos via simulações é impossibilitada em virtude da adoção arbitrária dos valores dos parâmetros β e h . Neste contexto, foi desenvolvido um procedimento de ajuste do modelo numérico-computacional objetivando a identificação desses parâmetros para as condições ambientais presentes durante a realização dos ensaios experimentais. É importante destacar que ambos os experimentos foram realizados em condições ambientais semelhantes, podendo-se admitir que o valor de h é o mesmo para todos os ensaios realizados.

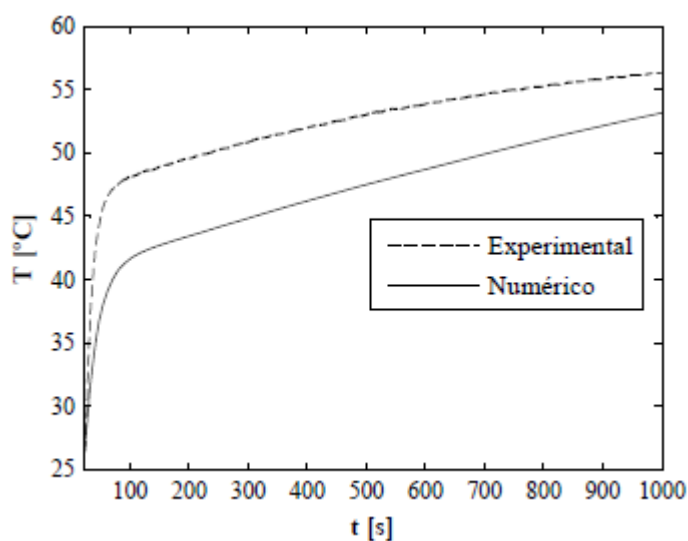


Figura 5.6 – Curvas de autoaquecimento para o ensaio (1).

Entretanto, como o valor de β depende simultaneamente da pré-carga estática, da frequência e da amplitude do carregamento cíclico aplicado, optou-se por um procedimento de identificação do mesmo a ser realizado em duas etapas, a saber:

1. Identificação simultânea dos valores de β e h para o primeiro ensaio. O resultado inclui o valor ótimo do coeficiente de transferência de calor por convecção para todos os ensaios e o valor do parâmetro de conversão térmica β para as condições de carregamento do ensaio tido como referência nesta etapa;
2. Identificação dos valores de β para os demais ensaios.

Desta forma, para cada ensaio, o procedimento de identificação paramétrica formulado como um problema inverso de otimização objetiva a minimização da diferença entre os perfis numéricos e experimentais de temperatura. Assim, a função objetivo é formulada para este problema como sendo a soma dos quadrados da diferença entre os valores numéricos e experimentais do campo de temperatura para cada instante de tempo da aquisição:

$$F_{obj} = \sum_{j=1}^{n_{(exp)}} \left(T_A^{(exp)}(t_j) - T_A^{(num)}(t_j) \right)^2 \quad (5.1)$$

onde:

- $n_{(exp)}$ é o número de pontos experimentais, respectivo a $n_{(exp)}$ instantes de tempo;
- $T_A^{(exp)}(t_j)$ é a temperatura medida no ponto A no instante de tempo t_j ;
- $T_A^{(num)}(t_j)$ é a temperatura estimada numericamente para o tempo t_j .

O programa de otimização desenvolvido em ambiente *MATLAB*[®] integrado ao software de elementos finitos *ANSYS*[™], utiliza a técnica Colônia de Vagalumes (*Firefly Algorithm*) (YANG, 2008) para a minimização da função objetivo (5.1). Esta técnica cuja concepção conceitual é fundamentada na característica de bioluminescência dos vagalumes, insetos coleópteros auto-organizáveis e notórios por suas emissões luminosas, é propriamente descrita por equações que modelam a luminosidade, a atratividade e a movimentação em relação à

distância e tem sido largamente aplicada na solução de problemas inversos de otimização. O pseudocódigo de funcionamento é apresentado abaixo.

Início

Definir a função objetivo $J(x), x = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$

Definir os parâmetros $n, \alpha, \Theta, \phi_0$ e $MaxGerações$

Gerar a população inicial de vagalumes $x_j, j = 1, 2, \dots, n$

Para $t = 1$ até $MaxGerações$

Calcular a intensidade luminosa I_i para $x_j: I(r) = I_0 e^{(\Theta r^2)}$

onde r é a distância Euclidiana do vagalume j a fonte de luz I_0

Para $k = 1$ a n

Calcular o fator de atratividade: $\phi(r) = \phi_0 e^{-\Theta r^2}$

Mover o vagalume j em direção aos vagalumes mais brilhantes l :

$$x_j^t = x_j^{t-1} + \phi(x_j^{t-1} - x_l^{t-1}) + \alpha(rand - 0,5)$$

onde α regula a aleatoriedade do caminho percorrido pelo vagalume

Verificar se o vagalume está dentro dos limites

Fim

Fim

Pós-processar e visualizar os resultados

Fim

De forma geral, para a identificação dos parâmetros de rendimento térmico e de transferência de calor por convecção natural, a resolução do problema termomecânico acoplado representado pelo procedimento iterativo elucidado na Seção 3.3, Capítulo 3, e a expansão da quantidade de pontos da resposta numérica pela aplicação da Interpolação Polinomial de Hermite (YANG et al., 2005) se fazem necessários. Isto é feito para cada vagalume da população de soluções em potencial, e para cada iteração, o que resulta, inevitavelmente a um alto custo computacional.

Para o ajuste do modelo referente os ensaios (1) e (2) adotou-se os seguintes valores para as restrições laterais:

$$\begin{cases} 0,1 \leq \beta \leq 0,4 \\ 13 \leq h \leq 50 \end{cases} \quad (5.2)$$

Os respectivos parâmetros de entrada para a técnica de otimização foram: número de vagalumes da população inicial $n=100$ indivíduos, $\alpha=0,5$, coeficiente de absorção de luz pelo meio $\Theta=1$, fator de atratividade $\phi_0=0,2$, com o número máximo de iterações $MaxGerações=50$, totalizando 5.000 avaliações da função objetivo.

Obtido o primeiro conjunto de valores ótimos, o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção h foi fixado e então determinado o coeficiente de rendimento térmico para o outro ensaio. Os valores ótimos obtidos para cada ensaio são definidos na Tab. (5.3).

Tabela 5.3 – Valores ótimos identificados.

Ensaio	h [$W/m^2 \cdot K$]	β
(1)	37,981	0,2753
(2)	37,981	0,2675

A Figura 5.7 permite comparar as temperaturas medidas e simuladas para o ensaio (1) no ponto A. Consta-se uma boa concordância entre as curvas experimental e numérica para os instantes iniciais do carregamento. A diferença observada durante a fase de início da redução da taxa de geração de calor e na faixa que antecede o equilíbrio térmico não ultrapassa $0,4$ °C.

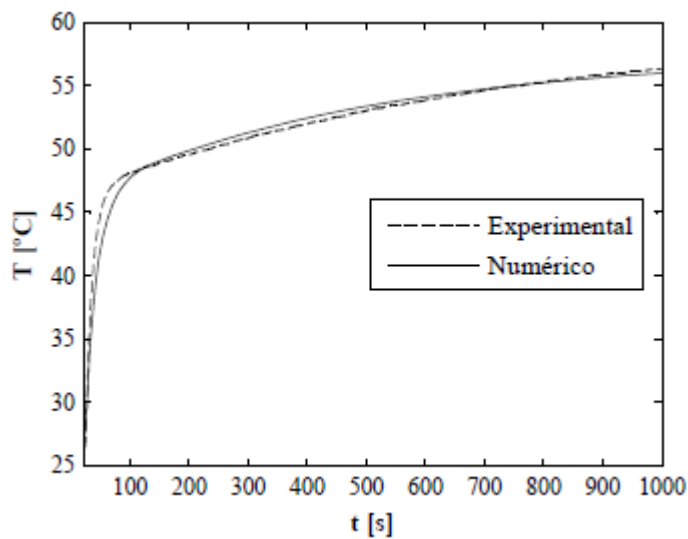


Figura 5.7 – Curvas experimental e numérica para o modelo ajustado – ensaio (1).

A análise da Fig. 5.8 evidencia uma proximidade satisfatória entre as curvas experimental e numérica, com exceção da fase de início da redução gradativa da taxa de geração de calor, onde os valores experimentais são levemente superiores aos valores do modelo ajustado. No entanto, a diferença absoluta não excede $0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$, e permanece abaixo de $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ para as demais tendências observadas.

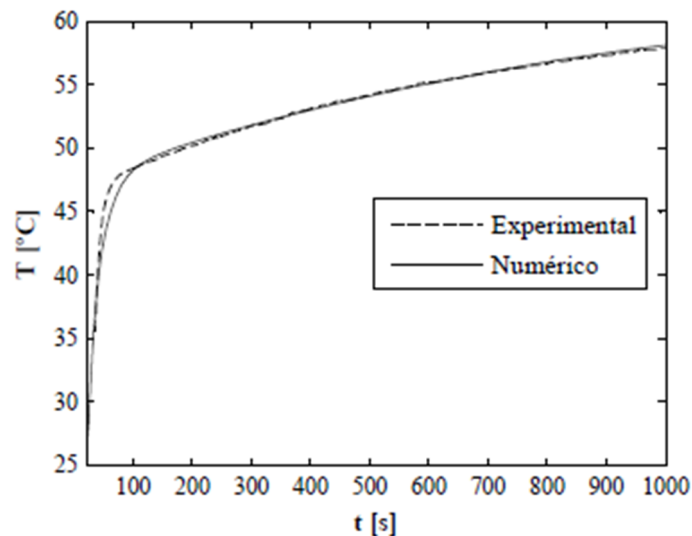


Figura 5.8 – Curvas experimental e numérica para o modelo ajustado – ensaio (2).

De forma geral, as correlações obtidas entre os perfis preditos pelo modelo ajustado e as temperaturas medidas experimentais foram satisfatórias. Adicionalmente, é observado que a inserção da pré-carga resultou na redução do valor ótimo da taxa de conversão térmica β coerentemente com o relatado por Lima et al (2013). Isto se deve ao fato de que uma quantidade mais significativa da parte complementar da energia mecânica dissipada é armazenada no material, em função do aumento das modificações de sua microestrutura devido à deformação estática aplicada. Ainda, os valores obtidos para o parâmetro de conversão térmica, permaneceram no intervalo $[0,1-1,0]$, qualitativamente consistente com o reportado por Rittel (2000).

5.3.2. Ajuste do modelo para a composição acrílico/viscoelástico

O procedimento empregado para a modelagem do dispositivo viscoelástico mostrado na Fig. 5.9 foi a mesma descrita na Seção 4.1 do Capítulo 4. Neste sentido, para a geração do modelo de elementos finitos foram utilizados os mesmos elementos tridimensionais e aplicadas as mesmas condições de contorno mecânicas e térmicas sobre o domínio do dispositivo.

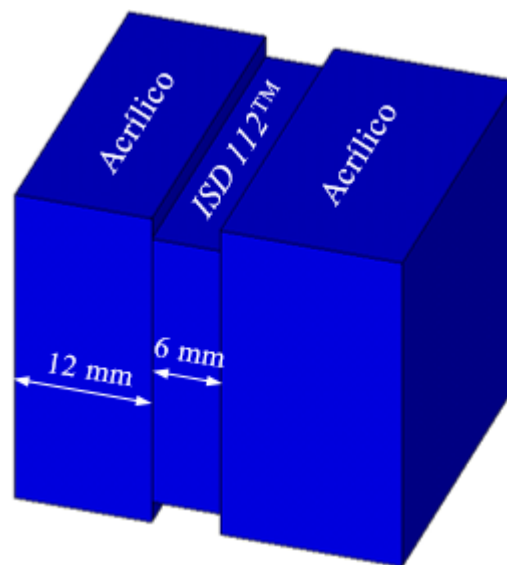


Figura 5.9 – Características geométricas da junta translacional acrílico/viscoelástico.

Na Figura 5.10 é mostrada a distribuição de temperatura para o instante $t = 500$ s na fase de carregamento. Observa-se a concentração da zona de máxima temperatura unicamente no volume viscoelástico, sendo que a velocidade e a importância relativa da transferência do calor gerado, e o consequente translado desta zona em direção ao centro do dispositivo é significativamente afetado pela baixa condutividade térmica do material.

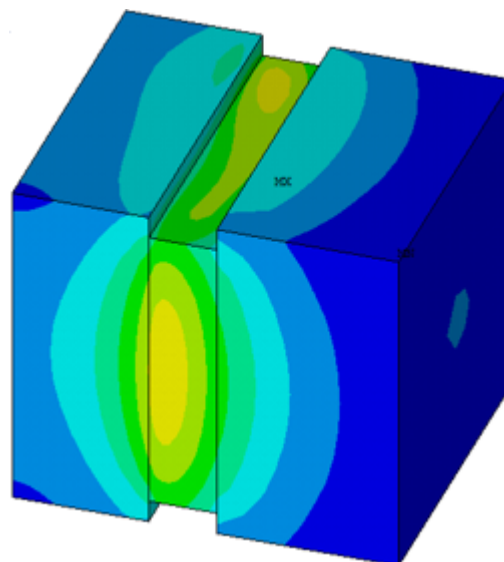


Figura 5.10 – Distribuição de temperatura na junta acrílico/viscoelástico.

Para a identificação dos valores dos coeficientes β e h para as condições específicas ensaiadas da junta acrílico/viscoelástico, foram utilizados os mesmos parâmetros de entrada

para o método Colônia de Vagalumes, definidos para o ajuste do primeiro modelo descritos na seção anterior.

Os valores ótimos das variáveis de projeto são apresentados na Tab. 5.4 e a Figura 5.11 permite comparar o perfil de temperatura experimental com o correspondente obtido via modelo ajustado para o cenário caracterizado pelos seguintes valores de pré-carga, amplitude e frequência da carga dinâmica, respectivamente: $u_0 = 4,0$ mm, $\Delta = 0,0$ mm e $f_0 = 14$ Hz . Nota-se mais uma vez uma boa correlação entre os resultados experimentais e os correspondentes obtidos pelo modelo ajustado. Entretanto, observa-se uma ligeira diferença da ordem de $0,7$ °C entre os resultados principalmente na fase inicial do carregamento.

Tabela 5.4 – Valores identificados para a junta acrílico/viscoelástico.

Ensaio	h [$\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$]	β
$\Delta = 0,0$ mm		
$u_0 = 4,0$ mm	33,834	0,1409
$f_0 = 14$ Hz		

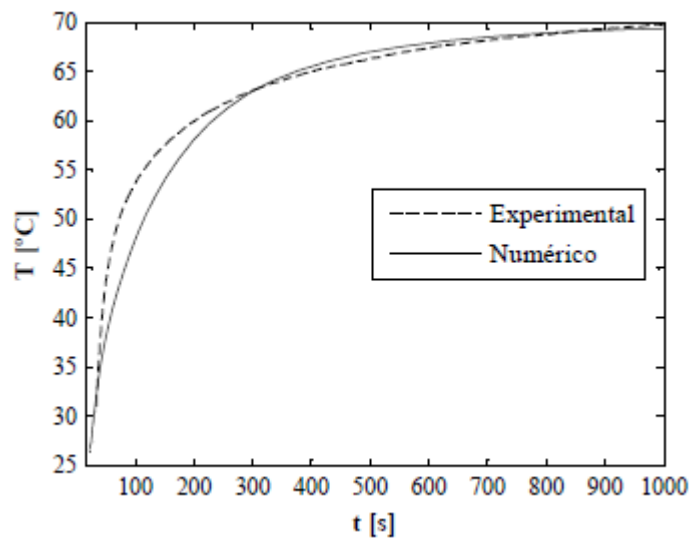


Figura 5.11 – Curvas experimental e numérica para o modelo ajustado – junta acrílico/viscoelástico.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS

Resumo e avaliação

Este trabalho de dissertação representa a continuidade das atividades de pesquisa que foram inicializadas por Cazenove (2010) no Laboratório de Mecânicas de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis (LMEst), da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC-UFU), no tocante ao estudo do fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos. Neste sentido, motivado pela grande relevância que a modelagem numérico-computacional e a caracterização experimental do comportamento dinâmico de sistemas de engenharias incorporando dispositivos viscoelásticos possuem tanto no âmbito acadêmico quanto no meio industrial, este trabalho propõe uma estratégia de modelagem numérico-computacional do fenômeno do autoaquecimento e consequente fuga térmica em materiais viscoelásticos submetidos simultaneamente a esforços mecânicos cíclicos e pré-cargas estáticas, além da proposição de uma metodologia de identificação paramétrica para a validação do modelo numérico-computacional.

Na primeira parte do trabalho correspondente ao Capítulo 2, foram colocados em evidência os principais aspectos teóricos que envolvem a modelagem e a caracterização do comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos. A viscoelasticidade linear foi definida e as principais relações constitutivas no domínio tempo e frequência foram elucidadas, relativizando sucintamente a influência dos fatores ambientais e operacionais mais comumente considerados na modelagem do comportamento viscoelástico. Ênfase foi dada a modelagem não paramétrica no domínio da frequência, sendo apresentada uma extensão do módulo complexo para a inclusão dos efeitos de pré-cargas estáticas sobre as propriedades

mecânicas de materiais viscoelásticos, fundamentada na combinação dos módulos estático e dinâmico.

No Capítulo 3 foi realizada a modelagem analítica do problema termoviscoelástico linear, para a sobreposição de cargas cíclicas à pré-cargas estáticas, apresentando o formalismo matemático para o cálculo da energia dissipada pelo efeito viscoelástico. No contexto da discretização do problema termomecânico via abordagem por elementos finitos, foi empregada uma estratégia de subestruturação, possibilitando a definição de uma matriz de amortecimento viscoso equivalente possibilitando a inclusão do comportamento viscoelástico em códigos comerciais de elementos finitos. Isto possibilitou a formulação de um procedimento iterativo de resolução das equações acopladas da termoviscoelasticidade através da linguagem *APDL*, onde os problemas estrutural e térmico foram resolvidos de forma sequencial.

No Capítulo 4, foram apresentados os resultados das simulações numéricas para a avaliação da influência da pré-carga sobre o fenômeno do autoaquecimento e a evidência do fenômeno da fuga térmica para um completo estado tri-axial de tensões. Foram realizadas simulações em termos da determinação da evolução e da distribuição do campo de temperaturas em uma junta viscoelásticas translacional tridimensional para diferentes níveis de deformações estáticas. Nos resultados obtidos foram incluídos as evoluções no tempo das quantidades de energia dissipada e armazenada pelo material viscoelástico, do módulo de armazenamento e do fator de perda e, os ciclos de histerese, os quais propiciaram avaliar qualitativamente a instabilidade da resposta do dispositivo amortecedor.

No Capítulo 5 foi apresentado o aparato experimental para a verificação do modelo numérico-experimental proposto. Adicionalmente, foi descrito o procedimento proposto para o ajuste do modelo numérico incorporando a técnica de otimização Colônia de Vagalumes, a qual foi satisfatoriamente empregada na resolução do problema inverso e a Interpolação Polinomial de Hermite que viabilizou a adequação dos perfis numéricos de temperatura à quantidade de dados experimentais evitando perda de informação.

Os cenários investigados permitem avaliar de forma geral a metodologia de modelagem numérico-computacional proposta como sendo uma ferramenta de análise termomecânica preditiva do fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos e consequente fuga térmica. Em termos da aplicabilidade, a presente metodologia pode ser estendida à análise de sistemas mais complexos de engenharia incluindo o estado tri-axial de tensões. Além disso, os resultados numéricos e experimentais obtidos conduzem as seguintes conclusões específicas:

1ª) As evidências numéricas acerca da influência da pré-carga estática foram confirmadas, consolidando a estratégia utilizada para a incorporação dos efeitos da mesma sobre o fenômeno do autoaquecimento como suficientemente descritiva e representativa das alterações das propriedades mecânicas, da evolução e da distribuição dos valores do campo de temperatura de materiais viscoelásticos. No entanto, este procedimento pode ser melhorado através da utilização de expressões analíticas que levam em conta os efeitos combinados das cargas dinâmicas e da pré-carga estática;

2ª) O comportamento observado para o fenômeno da fuga térmica é qualitativamente consistente com o reportado por Lesieutre e Govindswamy (1996) para dispositivos amortecedores viscoelásticos bem mais simples e sem efeito de pré-carga estática. Combinada ao carregamento dinâmico, esta se mostrou significativa sobre o respectivo fenômeno, permitindo concluir que à medida que pré-carga aumenta, efeito da fuga térmica se torna mais evidente. Entretanto, conclui-se a partir dos resultados experimentais obtidos que a mesma está mais ligada às condições dinâmicas e térmicas do que à própria pré-carga, sendo a condutividade do material restringente, determinante da intensidade e da importância relativa do aquecimento do material viscoelástico;

3ª) O procedimento de identificação incorporando a técnica Colônia de Vagalumes e a Interpolação Polinomial de Hermite propiciou bons resultados, principalmente para o primeiro ajuste, relativamente a um custo computacional bem abaixo do que se esperava. A diferença absoluta mais significativa obtida para o ajuste do modelo composto estruturalmente por blocos de acrílicos em substituição às placas de aço, e as demais evidenciadas entre os perfis numéricos e experimentais, podem ser associados a erros oriundos dos valores das propriedades do material viscoelástico utilizado na modelagem numérica e às dissimilaridades entre o módulo complexo identificado e os reais valores deste que descreve a resposta da camada viscoelástica constituída por fitas coladas;

4ª) Os testes numéricos realizados para avaliação do ganho em termos da redução dos valores do campo de temperatura na camada viscoelástica pela introdução de insertos metálicos evidenciou boa potencialidade para a utilização desta como uma estratégia de controle do autoaquecimento, perante principalmente à ocorrência do fenômeno da fuga térmica. No entanto, há a necessidade da realização de um estudo numérico mais completo e experimental

em termos das alterações do comportamento dinâmico da estrutura e do desenvolvimento de uma metodologia de implantação que maximize o ganho em redução da temperatura, a uma mínima modificação estrutural;

5^a) Do ponto de vista do projeto de dispositivos amortecedores viscoelásticos para o controle passivo de vibrações, em função dos expressivos valores experimentais obtidos, principalmente para o caso da composição com um material com baixa condutividade térmica, a principal conclusão a que se chega com respeito ao fenômeno da fuga térmica é que este pode comprometer total e irreversivelmente a capacidade dissipativa de tais dispositivos. Na presença de pré-cargas estática então, este efeito pode ser altamente potencializado resultando na falha direta do dispositivo. Desta forma, seja na fase de análise ou de pré-projeto, a determinação da evolução e da distribuição das temperaturas de materiais viscoelásticos é de fundamental importância na garantia e na manutenção da integridade estrutural do dispositivo amortecedor viscoelástico.

Perspectivas

O presente trabalho de dissertação viabilizou o surgimento de numerosas perspectivas dentre as quais podem ser citadas as seguintes:

1^a) Continuidade do estudo acerca da modelagem numérica-computacional e verificação experimental do fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos contemplando influência de carregamentos estáticos e dinâmicos combinados, com ênfase a caracterização experimental das propriedades térmicas e mecânicas de determinado material viscoelástico para uma ampla faixa de valores de frequência, temperatura e pré-carga estática, objetivando a definição de um fator de deslocamento que possibilite a extensão do PSFT a determinação de uma expressão analítica do módulo complexo em função da frequência reduzida incorporativa da influência de ambos os fatores;

2^a) Contemplação das incertezas sobre os parâmetros de conversão térmica e de transferência de calor por convecção natural no procedimento de ajuste do modelo;

3^a) Realização de um estudo acerca da estratégia aqui apresentada e investigação de demais metodologias para o controle ou minimização do autoaquecimento, procedendo à análise numérica-experimental não somente em termos da redução dos valores do campo de temperatura, mas sobretudo do comportamento dinâmico estrutural;

4^a) Realização de ensaios experimentais utilizando uma câmara térmica para o controle ambiental de temperatura, visando a minimização da influência de variações ambientais sobre os resultados experimentais.

Artigos publicado e já aceitos para publicação

RODOVALHO, L. F. F.; de LIMA, A. M. G.; BORGES, R. A. Estudo da influência da pré-carga estática sobreposta a cargas dinâmicas no fenômeno do autoaquecimento de materiais viscoelásticos. 2014. In: VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 8, 2014, Uberlândia. **Anais do CONEM2014.**

RODOVALHO, L. F. F.; de LIMA, A. M. G.; BORGES, R. A.; SAAD, N. S.; LACERDA, H. B. Investigação numérico computacional da influência da pré-carga estática e verificação experimental do fenômeno da fuga térmica em materiais viscoelásticos. 2014. Aceito para publicação in: XXXV Ibero Latin American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE2014, 35, 2014, Fortaleza.

RODOVALHO, L. F. F.; de LIMA, A. M. G.; BORGES, R. A.; SAAD, N. S.; LACERDA, H. B. Investigação numérica-experimental da influência de pré-cargas estáticas combinadas à carregamentos cíclicos sobre o fenômeno do autoaquecimento em materiais viscoelásticos. 2014. Aceito para publicação in: Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria – CNMAI2014, 2014, Caldas Novas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A generalized derivative model for an elastomer damper. **The Shock and Vibration Bulletin**, v. 49, n. 2, p. 135-143, 1979.

BORGES, R. A. **Contribuição ao estudo dos absorvedores dinâmicos de vibrações não lineares**. 2008. 149 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

BRACKBILL, C R.; LESIEUTRE, G. A.; SMITH, E. C.; GOVINDSWAMY, K. Thermomechanical modeling of elastomeric materials. **Journal of Smart Materials and Structures**, n. 5, p. 529-539, 1996.

CAZENOVE, J. **Modelagem Numérico-Computacional e Avaliação Experimental do Autoaquecimento de Materiais Viscoelásticos**. 2010. 116 p. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

CAZENOVE, J. de; de LIMA, A. M. G.; RADE, D. A.; ARAÚJO, C. A. Computational modeling and experimental validation of self-heating effects in viscoelastic materials. In: VI National Congress of Mechanical Engineering, 6, 2010, Campina Grande. **Anais do CONEM2010**.

CAZENOVE, J. de; RADE, D. A.; LIMA, A. M. G.; ARAÚJO, C. A. A numerical and experimental investigation on self-heating effects in viscoelastic dampers. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 27, p. 433-445, 2012.

CHRISTENSEN, R. M. **Theory of viscoelasticity: an introduction**. 2.ed. Academic Press, 1982. 359p.

DRAKE, M. L.; SOOVERE, J. A design guide for damping of aerospace structures. In: Vibration Damping Damping Workshop, 1984, Long Beach, California. **Anais**.

GASKELL, D. R. **Introduction to the Thermodynamics of Materials**. 4.ed. Taylor & Francis, 2003. 640p.

GOLLA, D. F.; HUGHES, P. C. Dynamics of viscoelastic structures – a time domain, finite elemento formulation. **Jornal of Applied Mechanics**, v. 52, n.4, p. 897-906, 1985.

GOPALAKRISHNA, H. S.; LAI, M. L. Finite element heat transfer analysis of viscoelastic damper for wind applications. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 77&78, p. 283-295, 1998.

ISOTECH. **Linear motion componentes – ball slides, crossed roller slides and positioning tables**. Disponível em: <<http://www.isotechinc.com>>. Acesso em: 10 jun. 2014.

JHONSON, A. R.; CHEN, T. K. Thermo-mechanical analysis of dynamically loaded rubber cylinders In: American Chemical Society, 2002, Pittsburg, EUA.

KERGOURLAY, G. **Mesure et prédiction vibroacoustique de structures viscoélastiques**. 2004. 152p. Thèse de doctorat (Mécanique) - Laboratoire de Mécanique des Sols, Structures et Matériaux, Ecole Centrale Paris, Paris.

KORENEV, B. G., REZNIKOV, L. M. **Dynamic Vibration Absorbers: Theory and Technical Applications**. John Wiley and Sons, 1993.

LAGOUDAS, D. C.; MAYES, J. J.; KHAN, M. M. Simplified Shape Memory Alloy (SMA) Material Model for Vibration Isolation. **Smart Structures and Material: Modeling, Signal Processing, and Control in Smart Structures**. Proceedings SPIE, v. 4326, n. 452, mar. 2001.

LESIEUTRE, G. A.; BIANCHINI, E. Time-domain modeling of liner viscoelasticity using anelastic displacement fields. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 17, n. 4, p. 424-430, 1995.

LESIEUTRE, G.A., AND GOVINDSWAMY, K.M. Finite element modeling of frequency-dependent and temperature-dependent dynamic behavior of viscoelastic materials in simple shear. **International Journal of Solids and Structures**, v. 33, n. 3, p. 419-432, 1996.

LIENHARD, J. H. IV; LIENHARD, J. H. V. **A heat transfer textbook**. 3.ed. Phlogiston Press, Cambridge - MA, E.U.A, 2004.

de LIMA, A. M. G. **Modelagem numérica e avaliação experimental de elementos viscoelásticos aplicado ao controle passivo de vibrações mecânicas**. 2003. 130 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Uberlândia.

de LIMA, A. M. G. **Modélisation et optimisation robuste de l’amortissement viscoélastique de systèmes mécaniques**. 2007. Tese de doutorado – Universidade de Franche-Comté, Besançon, France – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

de LIMA; A. M. G.; RADE, D. A.; LACERDA, H. B.; ARAÚJO, C. A. Influence of the combined dynamic and statics strains on the self-heating phenomenon in viscoelastic dampers. In: 22nd International Congress of Mechanical Engineering, 22, 2013, Ribeirão Preto-SP. **Anais do COBEM2013**. 9 p.

de LIMA; A. M. G.; RADE, D. A.; LACERDA, H. B.; ARAÚJO, C. A. An investigation of the self-heating in viscoelastic materials subjected to cyclic loadings accountings for prestress. Submetido: **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2014.

MAGEBAUSA. Disponível em: <<http://www.magebause.com/>>. Acesso em: 12 jun. 2014.

MCTAVISH, D. J.; HUGHES, P. C. Modeling of linear viscoelastic space structures. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 115, n.1, p. 103-110, 1993.

MERLETTE, N. **Amortissement des caisses automobiles par des films minces viscoélastiques pour l’amélioration du confort vibratoire**. 2005. 219 p. Thèse de doctorat – Ecole Centrale de Lyon, Lyon.

MINARDI, F. **Fractional calculus and waves in linear viscoelasticity**: an introduction to mathematical models. Cingapura: Imperial College Press, 2010.

MOONEY, M. A theory of large elastic deformations. **Journal of Applied Physics**, v. 11, p. 582-592, 1940.

MOREAU, A. **Identification de propriétés viscoélastiques de matériaux polymères par mesures de réponses en fréquences de structures**. 2007. Doctorate thesis – INSA, Rouen, France.

MSC. **Material Sciences Corporation**.

Disponível em: <<http://www.matsci.com/automotive-transportation/car-body/>>. Acesso em: 11 jun. 2014.

NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration Damping**. John Wiley & Sons, New York, E.U.A., 1985. 441p.

PERSOZ, B. **Introduction a l'étude de la rhéologie**. Dunod, 1987.

PITELLA, B. D. A. **Investigação da eficiência de materiais viscoelásticos para redução de vibrações em risers**. 2006. 150 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro

RADE, D. A.; STEFFEN JR., V. Optimization of dynamic absorbers over a frequency. In: 17th International Modal Analysis Conference, 17, 199, Orlando, Flórida. **Anais da 17th International Modal Analysis Conference**. p. 188-193.

RAO, D. A. Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and comercial airplanes. **Jornal of Sound and Vibration**, v. 262, n. 3, p. 457-474, 2003.

RITTEL, D. On the conversion of plastic work to heat during high strain rate deformation of glassy polymers. **Journal of Mechanics of Materials**, v. 31, p. 131-139, 1999.

RITTEL, D. An investigation of the heat generated during cyclic loading of two glassy polymers. Part II: Thermal Analysis. **Journal of Mechanics of Materials**, v. 32, p. 149-159, 2000.

RIVLIN, R. S. Torsion of a rubber cylinder. **Journal of Applied Physics**, v. 18, p. 444-489, 1947.

ROYLANCE, D. **Engineering Viscoelasticity**. Overview of nonlinear viscoelastic theory, see for instance W. N. Findley et al., creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials. New York: Dover Publications, 1989.

Disponível em: <<http://web.mit.edu/corse/3/3.11/www/modules/visco.pdf>>. Acesso: 2 jul. 2014.

SALDARRIAGA, M.R.V. **Atenuação de Vibrações em Máquinas Rotativas Flexíveis Usando Materiais Viscoelásticos nos Suportes**. 2007. 120 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

SALES, T. P. **Modelagem numérico-computacional de sistemas multicorpos flexíveis contendo materiais viscoelásticos**. 2012. 198 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

SAMALI, B; KWOK, K. C. S. Use of viscoelastic dampers in reducing wind-and earthquake-induced motion of building structures. **Engineering Structures**, v. 17, n.9, p 369-654, 1995.

SANTANA, D. C. **Controle ativo de ruído empregando placas retangulares com atuadores piezoelétricos distribuídos**. 2002. 220 p. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

SANTOS, J. P. L. **Análise de modelos reológicos viscoelásticos através de formulações mistas em elementos finitos**. 2008. 135 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

SMAC. **Damping Products**. Disponível em: <<http://www.smac-sas.com/>>. Acesso em: 12 jun.

2014.

3M. Disponível em: <<http://www.3m.com.br>>. Acesso em: 13 jun. 2014.

TRINDADE, M. A.; BENJEDDOU, A. Hybrid active-passive damping treatment using viscoelastic and piezoelectric materials: review and assessment. **Journal of Vibration and Control**, v. 8, n. 6, p. 699-745, 2002.

TRINDADE, M. A. Optimization of active-passive damping treatments using piezoelectric and viscoelastic materials. **Smart Materials and Structures**, v. 16, n. 6, p. 2159-2168, 2007.

VICENTE, B. G. G. L. Z. **Projeto robusto de circuitos *shunt* para o controle passivo de vibrações de estruturas compostas**. 2014. 97 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

WILLIAMS, G.; LANDEL, R. F.; FERRY, J. D. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass forming liquids. **Jornal of American Chemical Society**, v. 77, p. 3701-3707, 1955.

YANG, W. Y.; CAO, W.; CHUNG, T. S.; MORRIS, J. **Applied numerical methods using MATLAB®**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005. 512p.

YANG, X. S. **Firefly Algorithm**. Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms. Cambridge: Luniver Press, 2008.