

**FREDDY ALEXANDER MURILLO RODRIGUEZ**

**AVALIAÇÃO DINÂMICA  
DE AMORTECEDORES POR ATRITO SECO  
PARA ATENUAR VIBRAÇÕES DE UM SISTEMA VIBRATÓRIO**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**MG**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU , MG, Brasil

---

R696a Rodriguez, Freddy Alexander Murillo, 1986-  
2014 Avaliação dinâmica de amortecedores por atrito seco para atenuar  
vibrações de um sistema vibratório / Freddy Alexander Murillo Rodriguez. - 2014.  
165 f. : il.

Orientador: Francisco Paulo Lépore Neto.  
Coorientador: Marcelo Braga dos Santos.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Pro-  
grama de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Vibração - Teses. 3. Amorteci-  
mento (Mecânica) - Teses. I. Lépore Neto, Francisco Paulo, 1949- II.  
Santos, Marcelo Braga dos, 1974- III. Universidade Federal de Uberlân-  
dia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

---

CDU: 621

**FREDDY ALEXANDER MURILLO RODRIGUEZ**

**AVALIAÇÃO DINÂMICA  
DE AMORTECEDORES POR ATRITO SECO  
PARA ATENUAR VIBRAÇÕES DE UM SISTEMA VIBRATÓRIO**

**Dissertação** apresentada ao programa de pós-graduação

Em Engenharia mecânica da universidade federal de

Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título  
**de MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de concentração: mecânica dos sólidos e vibrações

Orientador: Prof. Dr. Francisco Paulo Lépore Neto

Co- Orientador: Prof. Dr. Marcelo Braga Dos Santos

**UBERLÂNDIA**

**MG**

**FREDDY ALEXANDER MURILLO RODRIGUEZ**

**AVALIAÇÃO DINÂMICA  
DE AMORTECEDORES POR ATRITO SECO  
PARA ATENUAR VIBRAÇÕES DE UM SISTEMA VIBRATÓRIO**

Dissertação **APROVADA** pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Francisco Paulo Lépore Neto –UFU-EMC-Orientador

---

Prof. Dr. Marcelo Braga Dos Santos –UFU-EMC-Co-Orientador

---

Prof. Dr. Ademyr Gonçalves de Oliveira-UFG-EMC

---

Prof. Dr. Marcos Moraes de Sousa-UFU-FEMEC

---

Prof. Dr. Márcio Bacci da Silva-UFU-FEMEC

Uberlândia, 28 de Abril do 2014

*“Livre é uma Ave ao voar  
Aliás, as asas podem Nascer  
Mas para Voar  
É preciso primeiro aprender”.*

*A minha família e ao professor Lépore.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à equipe do trabalho do Laboratório de Sistemas Mecânicos, da Universidade Federal de Uberlândia, ao professor Francisco Paulo Lépore Neto e ao professor Marcelo Braga Dos Santos, um grande agradecimento a nosso técnico de laboratório e amigo o Grande “Profeta”. Todos eles fizeram parte de este trabalho.

À coordenação e as secretarias da POSMEC-UFU por sua excelente gestão.

Ao corpo docente da FEMEC, especialmente aos professores Rosenda Valdés Arencibia, Cleudmar Amaral de Araújo, Gilmar Guimarães, Márcio Bacci da Silva e Aristeu da Silveira Neto. Por essa particular contribuição que para mim foi uma manifestação de afeto e confiança. À CAPES pelo auxílio da bolsa.

As senhoras da limpeza que ajudam a manter nosso ar sempre limpo, a todos os técnicos administrativos da UFU.

# AVALIAÇÃO DINÂMICA

## DE AMORTECEDORES POR ATRITO SECO

### PARA ATENUAR VIBRAÇÕES DE UM SISTEMA VIBRATÓRIO.

#### Sumário

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1-Estado da arte dos amortecedores por atrito seco</b>	<b>4</b>
1.1 Dispositivo de atrito seco	6
1.2 Sistemas de amortecedores de atrito em sistemas dinâmicos	8
<b>2-Introdução ao atrito de Coulomb em sistemas dinâmicos vibratórios</b>	<b>20</b>
2.1 Geração de atrito seco em metais	20
2.2. O atrito seco em sistemas dinâmicos	21
2.3. Força de atrito de Coulomb em sistemas dinâmicos	23
2.3.1 Respostas obtidas no domino tempo	30
2.4 Modelos para o atrito seco	36
2.4.1 Modelo Coulomb Clássico:	34
2.4.2 Modelo Coulomb Com Rigidez Tangencial de contato	40
2.4.3 Modelo Coulomb com Rigidez normal e tangencial de contato.	46
2.5. Comparação das respostas obtidas com os três modelos de atrito	49
<b>3-Projeto de um dispositivo amortecedor por atrito seco para variação da carga normal no contato</b>	<b>55</b>
3.1 Componentes do protótipo de amortecedor	56
3.1.1 Atuador piezelétrico que ajusta a força normal no contato	58
3.1.2. Célula de carga para medir a força normal no contato	61
3.1.3 Estrutura do amortecedor	65
3.2. Caracterização experimental do sistema de geração de força normal do amortecedor de atrito	70
3.2.1 Experimentos sem contato	71
3.2.2 Experimentos com contato	79
<b>4-Ensaios experimentais do um sistema vibratório de um grau de liberdade com o amortecedor de atrito</b>	<b>94</b>
4.1. Caracterização experimental do sistema vibratório de um grau de liberdade	95
4.2 Ensaios experimentais do sistema vibratório com o amortecedor de atrito	100
4.3 Respostas experimentais do sistema vibratório para excitação harmônica.	102
4.4. Avaliação dos modelos de atrito Clássico e com Rigidez Tangencial a partir das medidas experimentais com sistema vibratório	118
4.5 Simulação computacional de estratégias de variação da força normal aplicada no dispositivo de atrito	130
4.5.1 Modelos de variação da força normal de contato	132
4.5.2 Metodologia de variação da carga normal de contato (MVCNC)	133
4.5.3 Resultados das simulações	137
<b>5-Conclusões e consideração finais</b>	<b>141</b>
<b>Anexos A</b>	<b>145</b>
<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>155</b>

## Listas de figuras

### **1-Estado da arte dos amortecedores por atrito seco**

Figura 1.1 ilustração contato as superfícies metálicas A e B	9
Figura 1.2. Projeto de amortecedor de Golafshani & Gholizad (2008). (a), protótipo de amortecedor, (b), ubiquação do protótipo de amortecedor.	11
(c), modelo Coulomb de contato, na estimação da força do amortecedor	
Figura 1.3. estruturas dinâmicas, tipo, NRB, FRZ e Dalane, avaliadas com o protótipo de amortecedor de Golafshani & Gholizad	12
Figura 1.4, projeto de amortecedor de Emanuelle (2003). (a), esquema de controle do amortecedor sobre a suspenção veicular. (b), esquema de amortecedor projetado	13
Figura 1.5. Esquema do modelo analítico do veiculo de Emanuelle.	14
Figura 1.6. Projeto de amortecedor de Brian (2004). (a), sistema de amortecimento por atrito no sistema viga coluna. (b), detalhe da ubliquação do sistema de amortecimento sobre a viga. (c), peças do amortecedor por atrito.	15
Figura 1.7. gráfico A. protótipo de amortecedor de Brian, (b), modelo esquemático do sistema, viga/coluna e amortecedores de atrito.	16

### **2-Introdução ao atrito de Coulomb em sistemas dinâmicos vibratórios**

Figura 2.1, viga sobre uma base rígida	21
Figura 2.2 modelo de micro deslizamento	22
Figura 2.3. força e deslocamento entre dois corpos elásticos	23
Figura 2.4. Diagrama esquemático do amortecedor de atrito	25
Figura 2.5. Esquema da bancada experimental para a análise do sistema. Alterar a imagem corrigindo as fontes.	26
Figura 2.6. Estrutura vibratória de 1GDL com dispositivo de atrito tipo Coulomb.	27
Figura 2.7- Instrumentação sistema vibratório de 1GDL, com dispositivo de atrito. Cuidado com as fontes, estão muito pequenas.	28
Figura 2.8 - Resposta do sistema vibratório no domínio do tempo para excitação harmônica em 20 Hz. Definir legenda para a figura $F_c$	29
Figura 2.9 – Aceleração, Força no contato, Deslocamento e Curva de Histerese para excitação harmônica em 20 Hz.	30
Figura 2.10-Resposta do sistema vibratório livre.	31
Figura 2.11. Oscilações de alta frequência nos patamares do sinal $F_c(t)$ .	34
Figura 2.12. Frequências de todos os patamares da força de atrito	34
Figura 2.13-Resposta do sistema na frequência de 170 Hz.	35
Figura 2.14. FRF- $A_m/F_e$ da mesa vibratória com o dispositivo de atrito.	36
Figura 2.15. Modelo Coulomb Clássico.	37
Figura 2.16. Comparação do deslocamento do sistema vibratório livre: Modelo Clássico	38
Figura 2.17. Comparação das acelerações com excitação harmônica de 20 Hz.	39
Figura 2.18 – Detalhe das acelerações na região dos picos para excitação harmônica a 20 Hz.	39
Figura 2.19. Modelo de contato com rigidez tangencial equivalente	40
Figura 2.20. Transição da força de atrito no modelo com rigidez tangencial.	42
Figura 2.21. Estados da força de atrito no modelo Coulomb com rigidez tangencial	43
Figura 2.22. Comparação das respostas do sistema vibratório livre: Modelo tangencial.	44
Figura 2.23. Comparação das acelerações com excitação harmônica de 20 Hz.	45
Figura 2.24 – Detalhe das acelerações na região dos picos para excitação harmônica a 20 Hz.	45
Figura 2.25. Modelo de contato com rigidez tangencial e normal equivalentes.	46
Figura 2.26. Comparação das respostas do sistema vibratório livre: Modelo normal+ tangencial.	47

Figura 2.27. Comparação das acelerações com excitação harmônica de 20 Hz: modelo com 48 rigidez tangencial e normal.

Figura 2.28 – Detalhe das acelerações na região dos picos para excitação harmônica a 20 Hz: 48 modelo com rigidez tangencial e normal.

Figura. 2.29. Envoltórias Respostas do sistema livre e suas envoltórias calculadas 50 pelos três modelos de atrito.

Figura 2.30. Respostas do sistema vibratório com excitação harmônica calculadas 51 pelos três modelos de atrito.

Figura .2.31 Ciclos de histerese calculados para os três modelos de atrito e detalhe 52 na região de transição D-A.

**3-Projeto de um dispositivo amortecedor por atrito seco para variação da carga normal no contato**

Figura 3.1. Amortecedor com variação da carga normal instalado no sistema vibratório. 57

Figura 3.2. Esquema do amortecedor por atrito seco proposto 58

Figura 3.3. Atuador piezelétrico CEDRAT modelo PPA40L. 58

Figura 3.4. Diagrama do sistema de acionamento elétrico do atuador. 59

Figura 3.5. Atuador PPA40L (dados do fabricante). A) Deslocamento gerado por 61 força estática e B) Deslocamento da extremidade livre para voltagem harmônica de entrada.

Figura 3.6. Célula de carga instalada entre o atuador a suspensão do amortecedor de atrito. 62

Figura 3.7. Modelo de elementos finitos da célula de carga piezo resistiva: Deflexões (A) e 63 Deformações Elásticas (B).

Figura 3.8. Ensaio estático do sistema de medição da força normal. 64

Figura 3.9. Geometrias típicas do entalhe: a) elíptica. b) circular. 66

Figura 3.10. Dimensões principais das lâminas da estrutura do amortecedor de atrito. 67

Figura 3.11. Deflexão da estrutura do amortecedor na direção normal (y). 68

Figura 3.12. Tensões e deformações mecânicas nos entalhes das lâminas do amortecedor. 69

Figura 3.13. Montagem experimental para estimar o comportamento do amortecedor. 70

Figura 3.14. Esquema da montagem experimental para o amortecedor sem contato. 72

Figura 3.15. Modelo para a rigidez do dispositivo sem contato e detalhe do lado direito. 72

Figura 3.16. Força ( $F_s$ ) medida na célula de carga para entrada DC aplicada no atuador. 73

Figura 3.17. Força medida na célula de carga em função da expansão  $\delta_A/2$  do atuador. 77

Figura.3.18. Função resposta em frequência da estrutura do amortecedor sem 76 contato,excitado por sinal tipo ruído branco.

Figura 3.19. Experimento com excitação harmônica: Resposta em frequência  $F_s$  e  $a_{e1}$ . 77

Figura 3.20. Experimento com excitação harmônica: Resposta em frequência  $|a_{e1}/F_s|$ . 78

Figura 3.21. Esquema da montagem experimental para o amortecedor com contato. 79

Figura 3.22. Modelo para a rigidez do dispositivo com contato. 80

Figura 3.23. Condições experimentais dos ensaios com contato: caso A – sempre em 81 contato, com pré-carga inicial e caso B – com e sem contato, sem pré-carga inicial.

Figura 3.24. Ensaio estático com pré-carga  $F_{Ne} = 52$  N (caso A):  $F_s$  em função de  $V_{ent}$  e 82  $F_s$  em função de  $\delta_A/2$ .

Figura 3.25. Ensaio estático sem pré-carga inicial (caso B):  $F_s$  em função de  $V_{ent}$  e  $F_s$  em 83 função de  $\delta_A/2$ .

Figura 3.26. Função Resposta em frequência  $h = F_s/V_e$  para entrada tipo ruído branco. 85

Figura 3.27. Ensaio harmônico: Pré-carga do caso B e  $V_e$  na faixa de 1 a 3 V. 86

Figura 3.28. Ensaio harmônico: Pré-carga do caso B e  $V_e$  na faixa de 0.68 a 4.5 V. 87

Figura 3.29 Resposta experimental para entrada tipo degrau. 87

Figura 3.30. Ajuste do modelo de primeira ordem para entradas em degrau. 88

Figura 3.31. Resposta da parte oscilatória após a transição do degrau descendente. 90

Figura 3. 32. Resposta  $F_s(t)$  para entrada em degrau ascendente, simulada com a eq. 3.11. 91

**4-Ensaios experimentais do um sistema vibratório de um grau de liberdade com o**

## amortecedor de atrito

Figura 4.1. Mesa vibratória de um grau de liberdade	96
Figura 4.2. Resposta livre do sistema vibratório na direção x.	97
Figura 4.3. Decaimento das amplitudes pico da aceleração ao longo do tempo.	98
Figura 4.4. Funções resposta em frequência do sistema vibratório na s direções x, y e z.	99
Figura 4.5. Bancada experimental da mesa vibratória com amortecedor por atrito	100
Figura 4.6 Esquema da montagem experimental para analise dinâmica da mesa vibratória com amortecedor de atrito.	102
Figura 4.7 Acelerações medidas na mesa vibratória a 15 Hz.	103
Figura 4.8. Acelerações mediadas na mesa vibratória a 30 Hz.	103
Figura 4.9. Acelerações da mesa vibratória a 50 Hz.	104
Figura 4.10. Influência de $F_s$ e da frequência de excitação sobre a amplitude $A_m$ .	104
Figura 4.11. Módulo da relação entre a aceleração da mesa vibratória e a força de excitação.	105
Figura 4.12. Esquema utilizado para estimar a força de atrito do amortecedor na presença da força normal $F_s$ e de movimento $x_m$ da mesa vibratória.	107
Figura 4.13 Forças medidas e força de atrito estimada a 15 Hz, com força normal $F_{s1}$ .	108
Figura 4.14 Forças medidas e força de atrito estimada a 15 Hz, com força normal $F_{s2}$ .	108
Figura 4.15. Erros geométricos de posicionamento dos parafusos de contato.	109
Figura 4.16 Forças medidas e força de atrito estimada a 30 Hz, com força normal $F_{s1}$ .	110
Figura 4.17 Forças medidas e força de atrito estimada a 30 Hz, com força normal $F_{s2}$ .	110
Figura 4.18 Forças medidas e força de atrito estimada a 50 Hz, com força normal $F_{s1}$ .	111
Figura 4.19 Forças medidas e força de atrito estimada a 50 Hz, com força normal $F_{s2}$ .	111
Figura 4.20. Relação $F_a/F_s$ em função da frequência da excitação harmônico para os dois níveis de $F_s$ .	112
Figura 4.21. Relação $F_a/F_s$ em função da frequência da excitação harmônico para os sete níveis de $F_s$ .	115
Figura 4.22. Funções resposta em frequência do experimento com excitação por ruído aleatório para força normal $F_s = 114.278$ N.	116
Figura 4.23. Desgaste da superfície do contato antes e depois dos ensaios com excitação harmônica.	117
Figura 4.24 - Resposta livre do sistema vibratório, sua envoltória e a força total medida no amortecedor, para força normal $F_s = 10.25$ N.	119
Figura 4.25 Resposta para excitação harmônica a 30 Hz e $F_{exc} = 23.88$ N.	120
Figura 4.26. Forças medidas nas células piezelétricas do amortecedor de atrito e força total mediada e estimada para excitação harmônica a 30 Hz e $F_{exc} = 23.88$ N.	121
Figura 4.27. Deslocamento e força total estimada para excitação harmônica a 30 Hz e $F_{exc} = 23.88$ N	122
Figura 4.28. Curva de histerese estimada para excitação harmônica a 30 Hz e $F_{exc} = 23.88$ N.	123
Figura 4.29. Comparação da resposta livre experimental e os obtidos com as simulações dos modelos de atrito clássico e com rigidez tangencial no contato.	124
Figura 4.30. Comparação das acelerações medida e simuladas com os modelos de atrito para excitação harmônica a 30 Hz (gráfico inferior: detalhe nos vales das acelerações).	125
Figura 4.31. Comparação dos ciclos de histerese experimental com os obtidos nas simulações com os dois modelos de atrito.	126
Figura 4.32. Deslocamentos e Forças de atrito: modelo Clássico e com Rigidez Tangencial ( $K_t$ e $K_t/10$ ), para excitação harmônica a 30 Hz. (gráfico inferior: detalhede $F_a$ )	128
Figura 4.33. Esquema do modelo de controle semi-ativo de variação da força normal de contato do amortecedor por atrito	131
Figura 4.34. Lógica de cada MV e esquema dos blocos dos MV	132

Figura 4.35. Variação da força normal segundo os <i>MV</i>	133
Figura 4.36. Chaveamentos nos patamares $F_{N\max}$	134
Figura 4.37. Árvore de possibilidades de variações dos valores da carga normal de contato avaliados no MVFN.	135
Figura 4.38. Modelos de variação acoplado à metodologia de variação da força normal	136
Figura 4.39. Diagrama de blocos de variação semi-ativa via o modelo de atrito classico	136
Figura 4.40. Diagrama de blocos de variação semi-ativa via o modelo de atrito com rigidez tangencial no contato	137
Figura 4.41. Amplitudes calculadas com o 4MVFN no modelo clássico sem rigidez tangencial no contato, comparadas com o deslocamento do modelo 1MV em 36 Hz	138
Figura 4.42. Amplitudes calculadas com o 4MVFN no modelo clássico com rigidez tangencial no contato, comparadas com o deslocamento do modelo 1MV em 36 Hz	139

## Lista de Tabelas

### **2-Introdução ao atrito de Coulomb em sistemas dinâmicos vibratórios**

Tabela 2.1 – Propriedades Físicas do sistema vibratório.	28
Tabela 2.2 – Valores de $F_c$ estimados nos experimentos.	33
Tabela 2.3. Parâmetros usados nas simulações e valores calculados pelos modelos de atrito	49
Tabela 2.4. Valores caraterísticos da força de atrito em função do ciclo de movimento	53

### **3-Projeto de um dispositivo amortecedor por atrito seco para variação da carga normal no contato**

Tabela 3.1. Cargas limite sobre o PPA40L: dados do fabricante	59
Tabela 3.2. Propriedades de rigidez dos componentes do dispositivo:	74
Tabela 3.3. Experimentos com contato: Rigidez equivalente ( $K$ ) e rigidez do contato ( $K_c$ ).	84
Tabela 3.4. Características dinâmicas do dispositivo para gerar forças normais no contato.	92
Tabela 3.5. Propriedades estáticas e dinâmicas do dispositivo.	92

### **4-Ensaios experimentais do um sistema vibratório de um grau de liberdade com o amortecedor de atrito**

Tabela 4.1 – Características do sistema vibratório de um grau de liberdade.	99
Tabela 4.2- Valores do $ h $ nas três direções para algumas frequências.	100
Tabela 4.3- Condições dos experimentos da mesa vibratória com o amortecedor de atrito sob excitação harmônica.	103
Tabela 4.4 – Efeito da força normal sobre as amplitudes das acelerações da mesa vibratória	105
Tabela 4.5 – Amplitudes da força $F_o$ estimadas para os ensaios harmônicos com dois níveis de força normal.	112
Tabela 4.6 – Ensaios complementares com maiores níveis de da força normal.	113
Tabela 4.7 – Acelerações da mesa vibratória nos ensaios harmônicos com diferentes níveis de da força normal	113
Tabela 4.8 – Amplitudes de $F_o$ medidas pelas células de carga piezelétricas para cada $F_s$ .	114
Tabela 4.9 – Comparação das características das respostas do sistema vibratório livre.	124
Tabela 4.10 – Comparação das amplitudes pico da aceleração do sistema vibratório com excitação harmônica a 30 Hz e $F_{exc} = 23.88$ N.	126
Tabela 4.11 – Comparação das amplitudes pico dos deslocamentos do sistema vibratório e dos tempos de escorregamento, com excitação harmônica a 30 Hz e $F_{exc} = 23.88$ N.	127
Tabela 4.13- Variações da força normal de acordo com a metodologia de variação 4MV sem rigidez tangencial	138
Tabela 4.12- Variações da força normal de acordo com a metodologia de variação 4MV sem rigidez tangencial	139

## Lista de Símbolos

### **símbolos matemáticos das grandezas físicas**

$\rho, F_N$  Esforço normal de contato

$P$  Esforço tangencial .

$\mu$  coeficiente de atrito

$F_s$  força do sensor de força

$m_A$  massa do atuador

$m_s$  massa do sensor

$m_e$  massa da suspenção do amortecedor

$a_{e1}, a_{e2}$  são as acelerações medidas nas faces externas da suspensão

$h_1$  e  $h_2$  magnitudes dos espetros medidos em resposta frequência

$\varphi$  face dos espetros medidos em resposta frequência

$\gamma_2$  coerência dos espetros medidos em resposta frequência

$F_e$  Força de excitação

$a_m$  Aceleração da estrutura vibratória

$F_c$  Força na haste do amortecedor de atrito

$a_c$  Aceleração da coluna

$X_m$  Deslocamento da estrutura vibratória

$x_r$  Deflexões no contato

$F_a$  Força de atrito

$V$  tensão de entrada ao amplificador linear

$\delta_A$  deflexões s no atuador

$\delta_s$  deflexões no medidor de força

$\delta_e$  deflexões na suspenção do amortecedor

$F_{AP}$  é a força gerada no atuador

$F_o$  força de bloqueio do atuado

$V_{max}$  máxima tensão de entrada no atuador

$\Delta_{U0}$  deslocamento em estado livre no atuador

$F_{maxAP}$  força máxima no atuador

$f_n$  Frequência natural

$f_{nc}$  Frequência natural da viga inercial

$K$  Suspeição da estrutura vibratória

$f_{ac}$  Fator de correção por contato

$E_p$  e  $E_m$  Módulos de elasticidade

$\zeta$  Fator de amortecimento viscoso

$c$  Coeficiente de amortecimento viscoso

$m$  Massa da estrutura vibratória

$K_t$  rigidez tangencial por contato

$K_c$  rigidez normal por contato

$K_{e1}$  suspensão do amortecedor

$K_A$  suspensão do atuador

$K_s$  suspensão do medidor de força

$K_p$  Ganho do modelo de primeira ordem [N/V]

$\tau_p$  Tempo de resposta da ação normal [ms]

### **Símbolos dos equipamentos de instrumentação**

PPA40L atuador piezelétrico

LC75X fonte linear

LA75X amplificador linear

SC75 Um servo-controlador

Rodriguez, F. A. M.2014, “**AVALIAÇÃO DINÂMICA DE AMORTECEDORES POR ATRITO SECO PARA ATENUAR VIBRAÇÕES DE UM SISTEMA VIBRATÓRIO**”, Tese de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, MG, Brasil

### Resumo

Neste trabalho é analisado o efeito de amortecedores de atrito seco sobre o comportamento dinâmico de um sistema vibratório de um grau de liberdade. São projetados dois dispositivos de atrito constituídos por uma esfera em contato com um barra plana de aço. No primeiro protótipo a força normal no contato é mantida constante. No segundo dispositivo é utilizado um atuador piezelétrico para variar a intensidade da força normal.

É desenvolvida uma metodologia experimental para analisar o comportamento dinâmico do sistema vibratório e identificar as propriedades físicas dos amortecedores de atrito.

Os modelos matemáticos-computacionais dos dois amortecedores de atrito são usados para realizar simulações com um sistema vibratório, com a finalidade de analisar a influência da variação da força normal de contato sobre o comportamento do sistema vibratório e avaliar a capacidade de dissipação da energia vibratória.

No primeiro amortecedor mediante uma metodologia experimental, é possível identificar o comportamento da força de atrito induzida ao sistema dinâmico, são identificadas também as não linearidades devidas ao atrito. Na resposta em frequência é possível identificar as frequências estruturais geradas pelo dispositivo, assim como a banda de atuação do amortecedor de força normal constante. Por ultimo é identificada a resposta do sistema dinâmico no domínio do tempo, mediante os modelos Coulomb do atrito.

Para o segundo amortecedor é apresentado a analise estática dos elementos constituintes via um estudo em elementos finitos. Métodos de analise experimental aplicados para identificar os parâmetros que determinam o comportamento estático e dinâmico do amortecedor de carga normal variável. Na resposta em frequência é possível identificar as frequências estruturais geradas pelo dispositivo, assim como também, a banda de atuação do amortecedor de força normal variável. Em uma segunda fase experimental, avaliam-se os efeitos da variação da força normal no contato, na resposta dinâmica da estrutura vibratória e determina-se o comportamento da força do amortecedor, assim como também se identifica a resposta do sistema, com os modelos de atrito de Coulomb.

Finalmente, é avaliada numericamente o efeito do ajuste da força normal do contato, mediante um controle semiativo., Verifica-se a eficiência do controle sobre a vibração da estrutura .e sobre o consumo de potência do atuador piezelétrico.

Palavras chave: dissipação de energia vibratória, amortecedor por atrito, identificação de parâmetros.

Rodriguez, F. A. M.2014, “**EVALUATION DYNAMIC OF DRY FRICTION DAMPERS FOR TO REDUCE VIBRATIONS OF A VIBRATORY SYSTEM**”, Master Thesis, Federal University of Uberlandia, Uberlandia, MG, Brazil.

## Abstract

In the present work the effect of a dry friction damper device on the dynamic behavior of vibratory systems is analyzed. Two friction devices are designed consisting of a sphere in contact with a flat steel bar. In the first prototype the normal force on the contact is kept constant. In the second device a piezoelectric actuator is used to vary the intensity of the normal force.

An experimental methodology is developed to analyze the dynamic behavior of a vibratory system and to identify the physical properties of the friction damper devices.

The mathematical-computational models of the two friction dampers are used to perform simulations with a vibratory system, in order to analyze the influence of the variation of the normal contact force on the behavior of the vibratory system and to evaluate the dissipation of vibrational energy.

In the first damper, an experimental methodology is used to identify the behavior of friction force induced on the vibratory system, and also to identify nonlinearities due to friction. Frequency response is used to identify the structural frequencies generated by the device, as well the operational band of the damper device with constant normal force. The time domain vibratory system response is used to identify the Coulomb friction model.

The second damper is designed by finite element method. Experimental analysis of the device is applied to identify the parameters that define the static and dynamic behavior of the damper with variable normal load. The frequency response is used to identify the structural frequencies generated by the device, as well its effective operational band. Another experiment evaluates the effect of the normal contact force variation on the dynamic response of a vibratory structure. The vibratory system response is identified using Coulomb friction models.

Finally, numerical simulations are used to evaluate the effect of the normal contact variation, generated by a semi active control, on the vibratory system dynamic behavior. The vibration attenuation and the power demand of the piezoelectric actuator are evaluated.

Keywords: dissipation of vibrational energy, dry friction damper, parameter identification.

## INTRODUÇÃO

O atrito seco gerado no contato entre duas superfícies solidas em movimento relativo foi estudado por Leonardo Da Vinci no século XV. O físico francês Charles Augustin de Coulomb desenvolveu modelos matemáticos para representar a força de atrito.

Nos equipamentos mecânicos o atrito é considerado como um efeito danoso por provocar desgaste dos componentes em contato e consequentemente reduzir a vida útil. Entretanto, a energia dissipada pelo o atrito pode ser usada para reduzir vibrações em estruturas de grande porte.

O objetivo desta pesquisa é avaliação dinâmica de amortecedores por atrito seco para atenuar vibrações em um sistema vibratório. Para tal fim a pesquisa está dividida em :

- Estudo do fenômeno de atrito seco em sistemas dinâmicos.
- Avaliação do comportamento de um amortecedor por atrito seco, de força normal constante, sobre a resposta de uma estrutura vibratória de um grau de liberdade.
- Construção e caracterização do dispositivo por atrito de força normal variável, usando um atuador piezelétrico.
- Avaliação do comportamento de um amortecedor por atrito seco, de força normal variável, sobre a resposta de uma estrutura vibratória de um grau de liberdade.

Baseado nestas faces da pesquisa o corpo do trabalho esta divido em cinco capítulos descritos a seguir:

**No Primeiro capítulo:** é abordado o conceito de controle estrutural e amortecedor de atrito. são citadas as considerações de desenho dos amortecedores por atrito seco em sistemas dinâmicos e por ultimo são expostas algumas aplicações práticas dos amortecedores de atrito em sistema dinâmicos reais.

**No segundo capítulo.** São abordados os dois primeiros objetivos do trabalho. O comportamento do amortecedor por atrito com força normal constante é avaliado experimentalmente. A montagem experimental, os sistemas de instrumentação e de análise

dos sinais e os procedimentos de ensaio são apresentados e as respostas da estrutura vibratória e a força de atrito do amortecedor são medidas. São obtidas as respostas no tempo do sistema em resposta livre e sob excitação harmônica. Nestes experimentos são estimados os valores da força máxima do amortecedor, taxas de variação da resposta do sistema devido à força do amortecedor, máxima força do amortecedor após de um ajuste mecânico no contato, fatores do amortecimento por atrito para cada uma das respostas. Mediante a resposta em frequência experimental, são estimadas as bandas de atuação do dispositivo, ressonâncias estruturais devidas ao ajuste da força normal no contato. Finalmente após da identificação experimental, são apresentados o modelo de atrito Coulomb Clássico, e outros dois modelos de Coulomb Modificados por adição apenas de rigidez tangencial e de rigidez normal e tangencial incluídas simultaneamente. As simulações com estes modelos são comparadas com os resultados dos experimentos para identificar os parâmetros de rigidez e de atrito.

**No terceiro capítulo.** São apresentadas as considerações de projeto do dispositivo de atrito e o protótipo de amortecedor de força normal ajustável por um atuador piezelétrico. A análise estática de cada uma das partes do amortecedor é realizada via elementos finitos. Com o modelo computacional foram calculados valores da rigidez estrutural das partes do amortecedor, assim como também, máximas deflexões e máximos esforços e deformações para cada componente. Após a construção do protótipo foram realizados ensaios experimentais para caracterizar seu comportamento estático e dinâmico. São apresentados os esquemas das montagens experimentais. As respostas estática e dinâmica do dispositivo são usadas para determinar: a rigidez do amortecedor, o valor da rigidez normal de contato, a máxima taxa de variação da força normal no contato (constante de tempo), a banda de atuação do dispositivo e frequências estruturais no sistema. Por ultimo apresenta-se o modelo matemático do amortecedor, para futuras aplicações de controle ativo e semi-ativo.

**No capítulo quarto** avalia-se o desempenho do amortecedor de força normal variável instalado numa estrutura vibratória de um grau de liberdade. A montagem experimental é usada para realizar ensaios para medir a resposta do sistema vibratório nos domínios do tempo e da frequência. A partir da resposta medida no tempo, são analisados os fatores de redução da resposta da estrutura após de variar a força de contato mediante o atuador , com esta analise determina-se a máxima força normal aplicada pelo dispositivo. Por outro lado, com os

métodos de ajuste em resposta harmônica apresentados no segundo capítulo, estima-se o fator do coeficiente de atrito experimental. Da resposta em frequência com ruído branco, estima-se a banda de atuação do amortecedor na estatura vibratória. Finalmente os métodos de ajuste em resposta livre permitem determinar a máxima taxa de variação por atrito para uma determinada carga normal de contato, identifica-se a resposta dinâmica do sistema, com os modelos de Coulomb Clássico e Modificado, apresentados no segundo capítulo do trabalho, por último apresenta-se a modo de simulação estratégias de variação de força normal do amortecedor no controle semi-ativo da vibração do sistema vibratório.

Por ultimo no **capítulo quinto** se citam as conclusões e considerações finais da pesquisa.

## CAPITULO I

### INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE DISSIPADORES DE VIBRAÇÃO POR ATRITO SECO

O controle da vibração em estruturas vibratórias pode ser obtido mediante o uso quatro técnicas: passiva, ativa, híbrida e semi-ativa.

Nos sistemas passivos são utilizados dispositivos instalados adequadamente na estrutura, para produzirem forças dissipativas geradas diretamente pela vibração do equipamento. Em função dos materiais utilizados e das características de projeto do dispositivo é possível otimizar sua capacidade de dissipação de energia vibratória. São encontrados amortecedores passivos que utilizam fluidos viscosos, materiais visco elásticos ou atrito seco, (Soong e Spencer 2002). A principal desvantagem dos sistemas passivos é a falta de adaptação a alterações no comportamento dinâmico do sistema vibratório durante sua operação, (Lane e Ferri 1995). Sistemas passivos de dissipação de energia vibratória vêm sendo amplamente usados em suspensões de veículos automotores.

As técnicas ativas, híbridas e semi-ativas, caracterizam uma evolução da técnica passiva. Estas técnicas requerem um sistema de instrumentação para monitorar os estados da estrutura, e um atuador, geralmente alimentado de uma fonte externa, responsável pela geração da força de dissipação. Em termos práticos, o arranjo de sensores e atuadores é complementado por um algoritmo de controle em malha fechada. Na tecnologia de controle simplesmente ativa, a equação de movimento do sistema vibratório é afetada diretamente pela força do atuador. Este fato implica em um elevado consumo extra de potência, principalmente quando a estrutura vibratória tem grande inércia ou está submetida a elevados níveis de excitação.

Na tecnologia híbrida combinam-se elementos passivos com elementos ativos. Em termos práticos, o controle funciona de maneira similar ao sistema ativo, com a adição de dispositivos passivos que são incorporados na dinâmica do sistema vibratório. Desta forma, as

forças de atuação do controle são reduzidas em determinadas condições de operação do sistema vibratório, minimizando a demanda de potência do sistema de controle, (Dupont, P,P e Kasturi, A,S, 1996) e (Mohammed F. Q, 2001).

Na tecnologia de controle semi-ativo, o atuador não gera força aditiva direta na equação do movimento da estrutura vibratória. O atuador age sobre os dispositivos dissipadores de energia, modificando suas características de funcionamento. Nesta tecnologia o elemento passivo passa ser um componente ativo do sistema

Nas técnicas híbrida e semi-ativa, caso que o controlador seja desabilitado por qualquer motivo, o elemento passivo ainda mantém certo grau de atuação sobre o sistema dinâmico, o que não ocorre com a técnica puramente ativa.

Nos sistemas de controle ativo, híbrido e semi-ativo, o atuador é o componente fundamental para realizar o controle das vibrações. Logo seu comportamento dinâmico deve ser adequado para gerar forças de controle arbitrárias, (Lee e Clark, 1999).

Atuadores hidráulicos têm grande capacidade de carga, têm dimensões e peso relativamente grandes e demandam alta energia de operação. A resposta em frequência deste atuador tem banda limitada e a constante de tempo de resposta é insuficiente para responder à excitações transitórias, (Teixeira, R. L, 2007).

Atuadores eletromagnéticos têm capacidade de carga moderada, com dimensões e peso inferiores aos hidráulicos, e melhor comportamento dinâmico. A demanda de energia para atuação é elevada.

Recentemente, os atuadores piezelétricos têm sido propostos como um método alternativo para exercer a variação da força em um sistema semi-ativo. Estes atuadores têm grande capacidade de carga e ampla banda de frequências de atuação, demandando potência de acionamento relativamente baixa. Entretanto, a capacidade de deslocamento é pequena.

Um trabalho de pesquisa realizado no LSM (Laboratório de Sistemas Mecânicos da UFU) explorou o conceito de um sistema de controle semi-ativo aplicado a uma suspensão de um veículo. No projeto foi desenvolvido um amortecedor viscoso que utiliza dois foles metálicos flexíveis, interligados por uma servo-válvula de orifício variável. Um atuador piezelétrico foi usado para comandar a variação do orifício da válvula, permitindo uma maior banda dinâmica de controle do amortecimento, quando comparados aos atuadores eletrodinâmicos indutivos que são utilizados em amortecedores veiculares ativos (Teixeira, R. L, 2007).

Neste trabalho é explorado o conceito de amortecimento semi-ativo sobre uma estrutura vibratória, mediante o emprego de amortecedores por atrito seco. Para tal objetivo são projetados dois tipos de amortecedores por atrito.

O primeiro amortecedor corresponde a um dispositivo de natureza passiva, já que uma vez ajustado a força normal no contato do dispositivo, mede-se a resposta dinâmica do sistema, mantendo constante a força normal no contato.

No segundo amortecedor de atrito, a variação da força no contato é modificada por um atuador piezelétrico, constituindo um dispositivo de natureza semi-ativa.

Nas seções seguintes do presente capítulo é apresentado de maneira formal o conceito de amortecedores por atrito, seguido desse apresenta-se um resumo das diversas aplicações deste tipo de amortecedores em sistemas dinâmicos. Por ultimo na seção final do capítulo é apresentada a estrutura da dissertação.

### **1.1 Dispositivo de atrito seco**

Um dispositivo por atrito seco pode ser definido como; qualquer mecanismo mecânico composto internamente de pelo menos duas ou mais peças metálicas, que em contato cinético com o sistema dinâmico, absorvem a vibração imposta justamente na interface de contato entre as peças do mecanismo de atrito a o sistema vibratório. A disposição do mecanismo de atrito sobre o sistema dinâmico deve ser tal, que a carga normal imposta no contato deve agir sempre em direção perpendicular à vibração imposta sobre sistema vibratório.

Os benefícios de um mecanismo por atrito podem ser elevados, mas o comportamento dinâmico do sistema sujeito a este tipo de amortecimento é altamente dependente dos parâmetros que definem o contato. No caso de dispositivos por atrito, os parâmetros básicos que governam o comportamento do sistema são a força normal e o coeficiente de atrito entre as superfícies em contato, (Federico 2008).

O projeto de dispositivos de atrito para reduzir vibrações em sistemas dinâmicos deve considerar os seguintes aspectos:

- A descontinuidade da força de atrito para velocidades próximas a zero, torna a equação diferencial de movimento do sistema dinâmico dependente da direção da velocidade.

- Como o coeficiente de atrito cinético é sempre maior ao coeficiente de atrito estático, ocorre o fenômeno de aderência–escorregamento ("stick-slip"), podendo desestabilizar a resposta do sistema.
- A força de atrito é dependente da temperatura no contato, da magnitude da carga normal, da velocidade de escorregamento, tempo de contato, e do desgaste das superfícies, entre outros.

Isso quer dizer, que dispositivos por atrito envolvem dinâmicas de comportamento não linear, em consequência exigem um controle não linear o que aumenta o grau de dificuldade da implementação do sistema.

Em termos gerais os mecanismos por atrito podem ser divididos em dois tipos; mecanismos de carga normal constante e mecanismos de carga normal variável. Por outro lado, em função da aplicação em particular no sistema dinâmico, (Karl 2004), recomenda classificá-los em função do tipo de contato entre as peças do dispositivo:

1. Tamanho da interface de contato
  - *Contato local ou pontual*
  - *Contato estendido*
2. Função do contato
  - *Transmissão de força*: o contato está estabelecido na trajetória da força principal que age na estrutura. Neste caso é adotada uma rigidez no contato.
  - *Dissipação de energia*: a capacidade de amortecimento por atrito é grande e a rigidez por contato não é um fator importante.
3. Tipo de força normal de contato:
  - *Amplitude constante*
  - *Amplitude variante no tempo*
4. Propriedades do contato na direção normal:
  - *Contato Hertziano*: as superfícies em contato são contínuas e não conformes, os corpos em contato são elásticos, as deformações são pequenas e menores que o limite elástico, o raio equivalente da área de contato é muito menor que o raio característico dos corpos em contato e não há atrito no contato.
  - *Contato não Hertziano*: caso uma ou mais das hipóteses do contato Hertziano não forem atendidas.

5. Deslizamento em direção tangencial:

- *Micro deslizamentos*: devidos às deformações elásticas, efeitos de rugosidade, variações na carga normal de contato ou devido a diferentes deslizamentos relativos na área de contato, uma parte dos corpos em contato pode aderir enquanto outras escorregam.
- *Macro deslizamentos*: com o aumento da força normal na interface de contato, maior é a tendência de deslizamento pleno.

Num amortecedor de vibrações por atrito, ficam caracterizados: contato estendido, com função de dissipação de energia mediante uma força de contato dinâmica, que contempla contato Hertziano na direção normal e micro e macro deslizamentos na interface de contato.

Em termos práticos, o emprego de mecanismos de atrito é estendido desde, o uso em um simples oscilador dinâmico de um grau de liberdade, ou em aplicações sofisticadas como em plataformas aero espaciais. (Federico 2008). Logo são múltiplas as aplicações que podem ser atingidas com este tipo de dispositivo, em particular dependendo da aplicação, ou em outras palavras, da dinâmica envolvida no sistema mecânico define-se o projeto e as características do amortecedor por atrito. Na seção a seguir apresenta-se um resumo, de diversas aplicações de mecanismos por atrito aplicados em sistemas dinâmicos vibratórios.

## 1.2 Sistemas de amortecedores de atrito em sistemas dinâmicos

Na Figura 1.1, apresenta-se a condição de contato inerente a um amortecedor de atrito, tanto para força normal constante ou variável. Nesta condição, as superfícies dos corpos A e B são mantidas em contato por uma carga normal  $F_N$ , e são admitidos escorregamentos entre as duas superfícies devidos a uma carga tangencial  $F_t$ .

A força normal  $F_N$  mantém as superfícies A e B em contato, independe do mecanismo de atrito constante ou variável. Sua existência tem que ser garantida, na operação de qualquer amortecedor por atrito.

Baseados nos fundamentos da tribologia apresentados por (Lima 2004), tem-se que uma superfície metálica é caracterizada por rugosidades de tamanho microscópico. (Onde e Martins 1985), mostram-se alguns esquemas de topologias de superfícies metálicas, nos quais podem ser identificadas, as formas dos vales e picos das rugosidades encontradas em qualquer superfície metálica.

A porção da superfície do corpo A sobreposta com o corpo B, é conhecida como a interface de contato ou também conhecida como à área aparente de contato  $A_a$ .

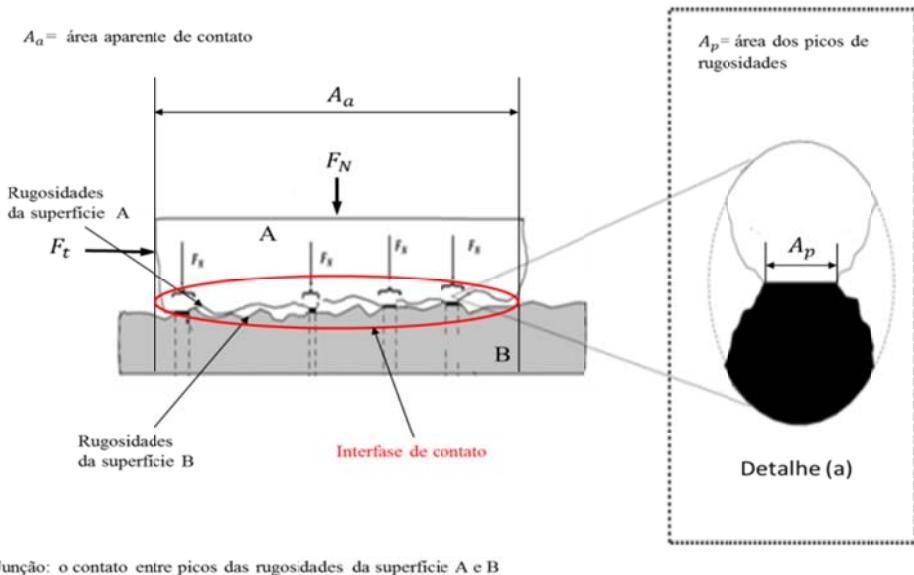


Figura 1.1. Ilustração do contato entre as superfícies dos corpos A e B

A teoria da dinâmica do contato, (Jonhson 1985), e na teoria de contato de Hertz, a força na direção normal às superfícies de contato atua como uma força de superfície que incide diretamente na interface de contato. Considerando a existência da força normal na interface de contato, conforme o ilustrado na figura, de fato o contato entre as duas superfícies não obedece à área aparente de contato, note-se que o contato se dá, entre os picos das rugosidades das superfícies dos corpos A e B, conhecido comumente como junção de contato, (ver detalhe (a) da figura 1.1). O aumento da força na direção normal na interface, aumentam as deformações das junções, o que aumenta a área de contato.

A força normal de contato define só uma parcela da área real de contato. No capítulo seguinte será visto que a força tangencial  $F_t$  gera escorregamento entre as junções, produzindo deformações tangenciais nas rugosidades em contato, aumentando a área de contato.

Resumindo, tem-se que independente, do tipo de atrito, estático ou de escorregamento, a área de contato real é uma estimativa da soma total das deformações geradas em todas as junções em contato.

Em aplicações com amortecedores de vibrações por atrito seco, o tamanho do dispositivo a projetar está intimamente ligado com à área real de contato.

Em relação à amortecedores por atrito de força normal variável, é necessário um atuador externo para gerar a variação da força no contato. Por um lado, conforme o apresentado ao longo desta seção e segundo as pesquisas apontam, no referente à variação da força normal de contato, quando o tamanho da área real de contato é relativamente grande, requererem grandes esforços no contato para gerar as variações necessárias na força normal. Em tais casos atuadores hidráulicos são candidatos ideais para este tipo de aplicações. Na introdução do capítulo foram mencionadas as principais vantagens e desvantagens deste tipo de atuadores. Aplicações onde à área de contato é relativamente menor, as pesquisas apontam, ao uso de atuadores piezelétricos.

(Memet e Christopher 2006) mostraram a capacidade de um atuador piezelétrico em um protótipo de amortecedor, para produzir uma resposta rápida em uma banda larga de frequências, num sistema dinâmico de alta rigidez estrutural. Os resultados experimentais obtidos da pesquisa indicam um valor máximo de força de atrito de operação do mecanismo de 85 N, com uma deflexão máxima no atuador de 1,6 mm. O valor da força externa de excitação do sistema dinâmico influencia na força do amortecedor, e finalmente que a oscilação devida aos estados de aderência-escorregamento é independente da força normal no contato e da frequência de excitação do sistema.

(Golafshani e Gholizad 2008) projetaram um protótipo de amortecedor por atrito com força normal constante para estabilizar as vibrações de uma estrutura marítima dedicada a extração de petróleo. O aspecto importante da pesquisa é como controlar as vibrações devidas à excitação aleatória devida às ondas do mar. O protótipo de amortecedor proposto é um dispositivo de nove peças, ilustrado em (a) na Fig. 1.2. Sobre as faces internas da superfície das *laminas de aço um e dois*, são fixados dois *discos planos metálicos*, que agem em contato direto, com a *terceira lamina de ação*, está ultima está vinculada com a dinâmica da estrutura vibratória, mediante um mecanismos de *dobradiça*.

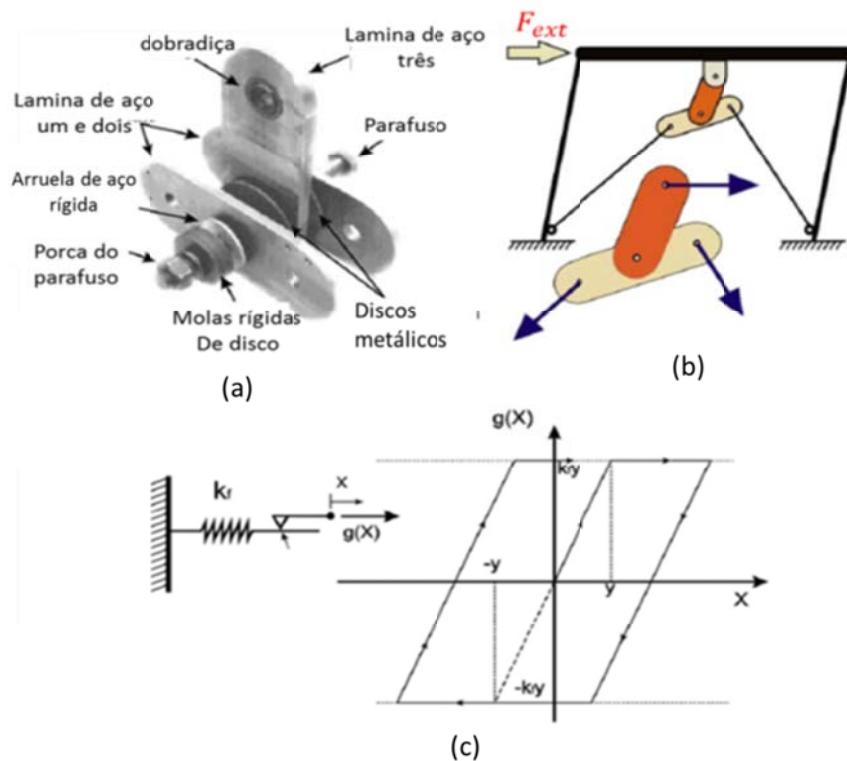


Figura 1.2. Projeto de amortecedor de (Golafshani e Gholizad 2008). (a): protótipo de amortecedor, (b): instalação do protótipo de amortecedor. (c): modelo Coulomb de contato, usado na estimativa da força do amortecedor.

A força normal de contato é mantida constante, o sistema de ajuste mecânico da força normal de contato, consiste em um *parafuso* que fixa, as lâminas de ação do amortecedor e os discos planos de contato fixados à estrutura. Uma *porca do parafuso* e uma *arruela* mantém o ajuste da carga normal no contato. Embora a força normal de contato seja mantida constante durante a operação, um ajuste manual na magnitude da força normal pode ser exercido, mediante um sistema de *molas rígidas de discos* acopladas ao parafuso (Fig 1.2 (a)).

Uma característica importante que os autores levam em consideração, é a massa significativa da estrutura vibratória. O estudo estava focado na compensação de vibrações de estruturas tipo, FRZ, NRB e Dalene, (Ver figura 1.3). Porem, o valor médio da massa total de cada estrutura está na ordem de: 11450 [Ton] , 14250 [Ton] e 40200 [Ton], respectivamente, para cada tipo de estrutura.

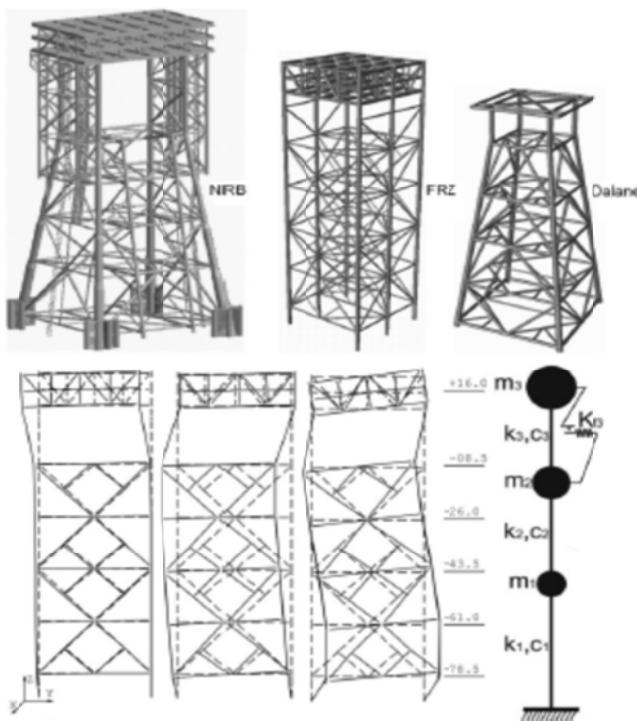


Figura 1.3. Estruturas dinâmicas, tipo, NRB, FRZ e Dalane, avaliadas com o protótipo de amortecedor de Golafshani e Gholizad

Estas estruturas têm grande rigidez. Para gerar qualquer efeito dissipativo sobre a estrutura vibratória com um dispositivo por atrito, o valor da força normal no contato deve ser considerável. Logo, é necessário adotar grande área de contato entre as peças do amortecedor e estrutura vibratória para garantir significativa dissipação de energia vibratória.

No controle modal da vibração da estrutura vibratória apresentado na pesquisa, o modelo estrutural da plataforma foi reduzido (ver figura 1.3 para 3GDL). Foi considerado um valor satisfatório de participação de fator de massas cumulativo dos principais modos de vibrar da estrutura. Na estimação da força de atrito o modelo constitutivo de atrito Coulomb, correspondeu ao modelo com rigidez tangencial, (Fig 1.2 (c)). Resultados das simulações indicaram que na resposta de estruturas tipo, FRZ e NRB, foram reduzidas em 36% e 48 % , respectivamente.

Na área automobilística, o conceito de amortecimento por atrito seco pode ser usado para modificar as propriedades de amortecimento viscoso da suspensão usual de um veículo. No projeto do amortecedor de Emanuelle (2003), foi desenvolvido um modelo de amortecedor deste tipo. Na Fig.1.4, apresenta-se o esquema do projeto do amortecedor de

Emanuelle, no gráfico da esquerda, observa-se que o modelo geral de controle e à direita o amortecedor por atrito vinculado ao modelo da suspensão hidráulico do veículo.

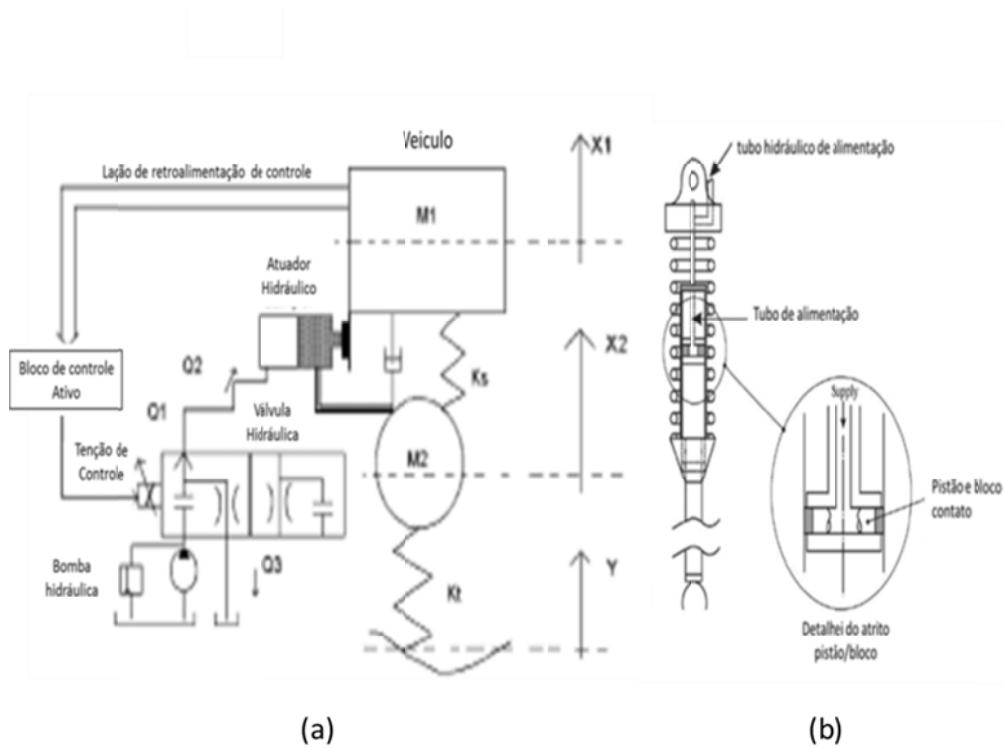


Figura 1.4. Projeto do amortecedor de (Emanuelle 2003). (a): esquema de controle do da suspensão veicular. (b): esquema de amortecedor projetado

O modelo de amortecedor de força normal variável é composto por atuador servo hidráulico que gera a variação da força normal no contato. Uma eletroválvula proporcional hidráulica atua como redutor de tensão do circuito elétrico, com a finalidade de gerar os níveis de foca do atuador hidráulico. Um algoritmo de controle ativo da força normal determina a mudança da variação da força normal. Os comandos do algoritmo de controle são enviados à válvula de controle hidráulica como sinais de tensão. Baseado nos níveis de tensão a válvula regula a pressão e a vazão do fluido que deve ser proporcionado ao atuador hidráulico. Finalmente à alimentação continua do fluido viscoso é dada por uma bomba hidráulica.

A avaliação o modelo do sistema dinâmico considera o total de sete graus de liberdade: três graus, para definir os movimentos do chassi, e quatro, para definir cada um dos movimentos verticais das rodas do veículo. As suspensões dianteiras são consideradas

independentes e as suspensões traseiras são acopladas por um eixo rígido, o esquema do modelo que representa a dinâmica do modelo de Emanuelle, é apresentado no gráfico inferior da Fig.1.5.

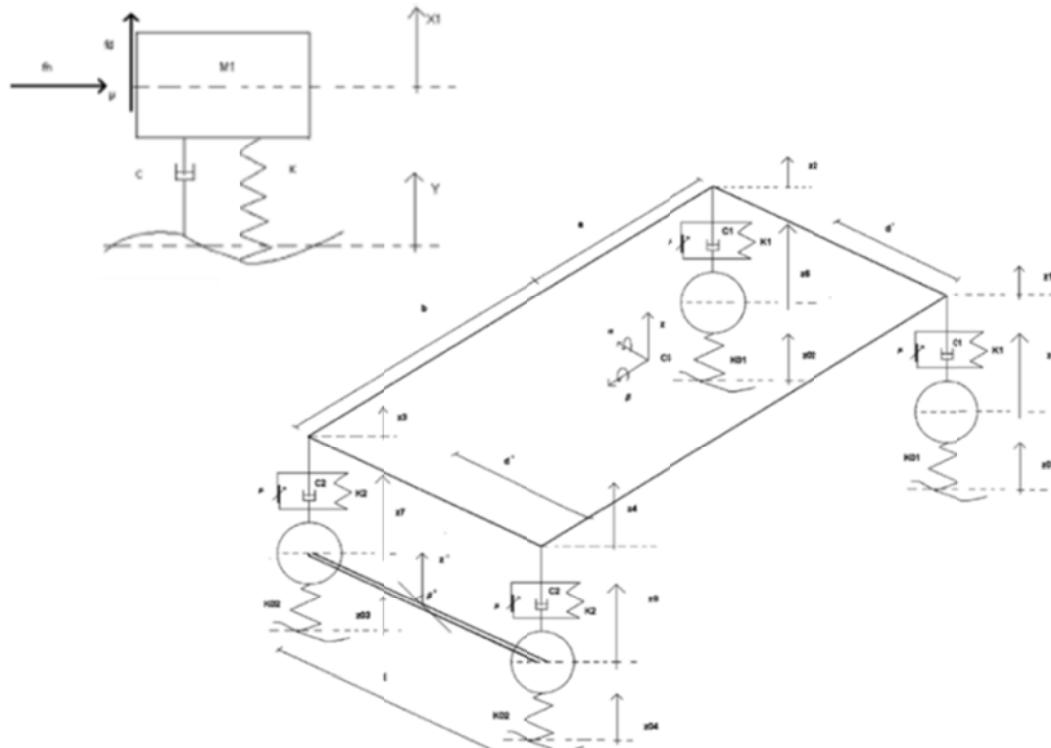


Figura 1.5. Esquema do modelo físico do veículo de Emanuelle.

O modelo analítico do cálculo da força normal de contato correspondeu a um modelo constitutivo Coulomb, com rigidez tangencial e normal. Devido ao acionamento hidráulico levado em consideração no desenvolvimento do projeto, a pressão da resposta dinâmica da válvula hidráulica foi um fator potencialmente limitante no desempenho da resposta dinâmica do sistema. O grande inconveniente foi atribuído à dinâmica não linear dos amortecedores viscosos, já que a baixas preções, uma pequena quantidade de ar afeta enormemente o módulo de compressibilidade do fluido, reduzindo o rendimento dinâmico do sistema hidráulico, limitando a banda de atuação do dispositivo.

Testes experimentais mostraram que o sistema de amortecimento por atrito semi-ativo é efetivo em termos da predição da resposta no domínio do tempo. Por outro lado a resposta em frequência coincidiu com os dados experimentais da ressonância do chassis do automóvel a 15 Hz.

Em aplicações de construção civil no estudo de (Brian 2004) foi projetado um sistema de amortecimento por atrito, desenhado para sujeitar a base de uma viga de concreto armado com a capacidade de suportar a carga do peso de um prédio de seis andares.

O projeto de amortecedor apresentado na Fig.1.6, do gráfico A, observa-se, que sobre a base da viga de concreto são posicionados dois amortecedores por atrito, os quais são engastados entre a base da viga e uma coluna.

Cada amortecedor é composto por três peças de ferro fundido e quatro peças de liga de bronze/cromo em forma de disco, para gerar o atrito no dispositivo, (Fig 1.6 (c)). Duas das peças de ação, (as peças de cor amarela) são parafusadas nos lados da estrutura de concreto. Sobre a base que suporta o peso da viga é parafusada a terceira peça de ação, (peça de cor vermelho). O contato entre o arranjo das peças é dado pelas peças de Bronze/Cromo em uma configuração de contato tipo sanduiche (ver gráfico C). Um mecanismo de aperto ajusta a força normal de contato.

Gráfico B apresentado na Fig. 1.6, observa-se, uma estrutura de ação externa à viga de concreto apoiada na base superior da viga, restringindo os movimentos da viga a duas direções. Em direção normal devida à carga do edifício. E outra na direção tangencial gerada pelo movimento de um atuador hidráulico, que perturba o lado superior da viga de concreto (ver gráfico B). Este último tem como finalidade gerar a variação da força no contato do amortecedor.

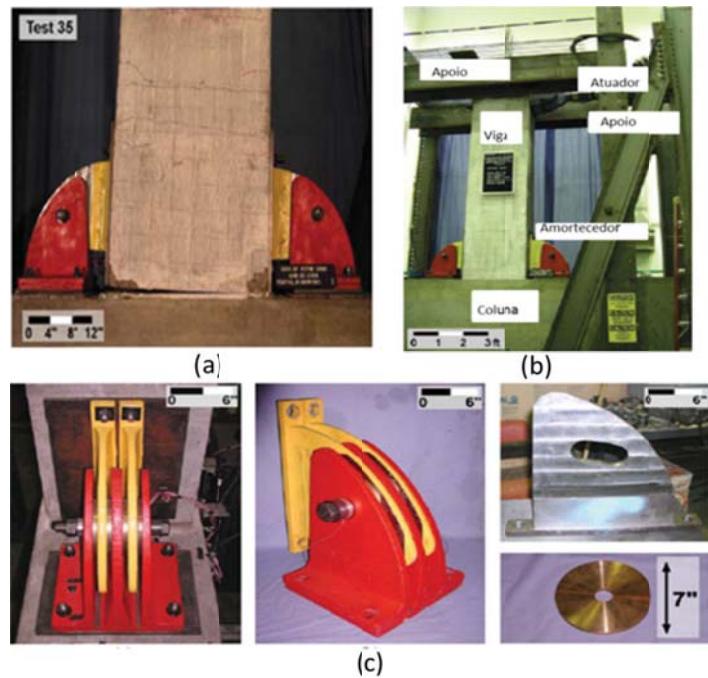


Figura 1.6. Projeto de amortecedor de (Brian 2004). Gráfico A, sistema de amortecimento por atrito no sistema viga coluna. Gráfico B, detalhe da montagem do sistema de amortecimento sobre a viga. Gráfico C, peças do amortecedor por atrito.

Foi construído um protótipo da bancada experimental do sistema. No gráfico A, da Fig.1.7, mostra-se o esquema e protótipo de amortecedor. Um atuador hidráulico gera a variação da força normal  $F$  diretamente na interface de contato. Devido ao contato gerado pelas peças de contato do dispositivo com sistema viga/coluna , a interface de contato, comporta-se como um bloco rígido, porem, o movimento gerado na interface é transmitido ao conjunto do sistema viga - coluna.

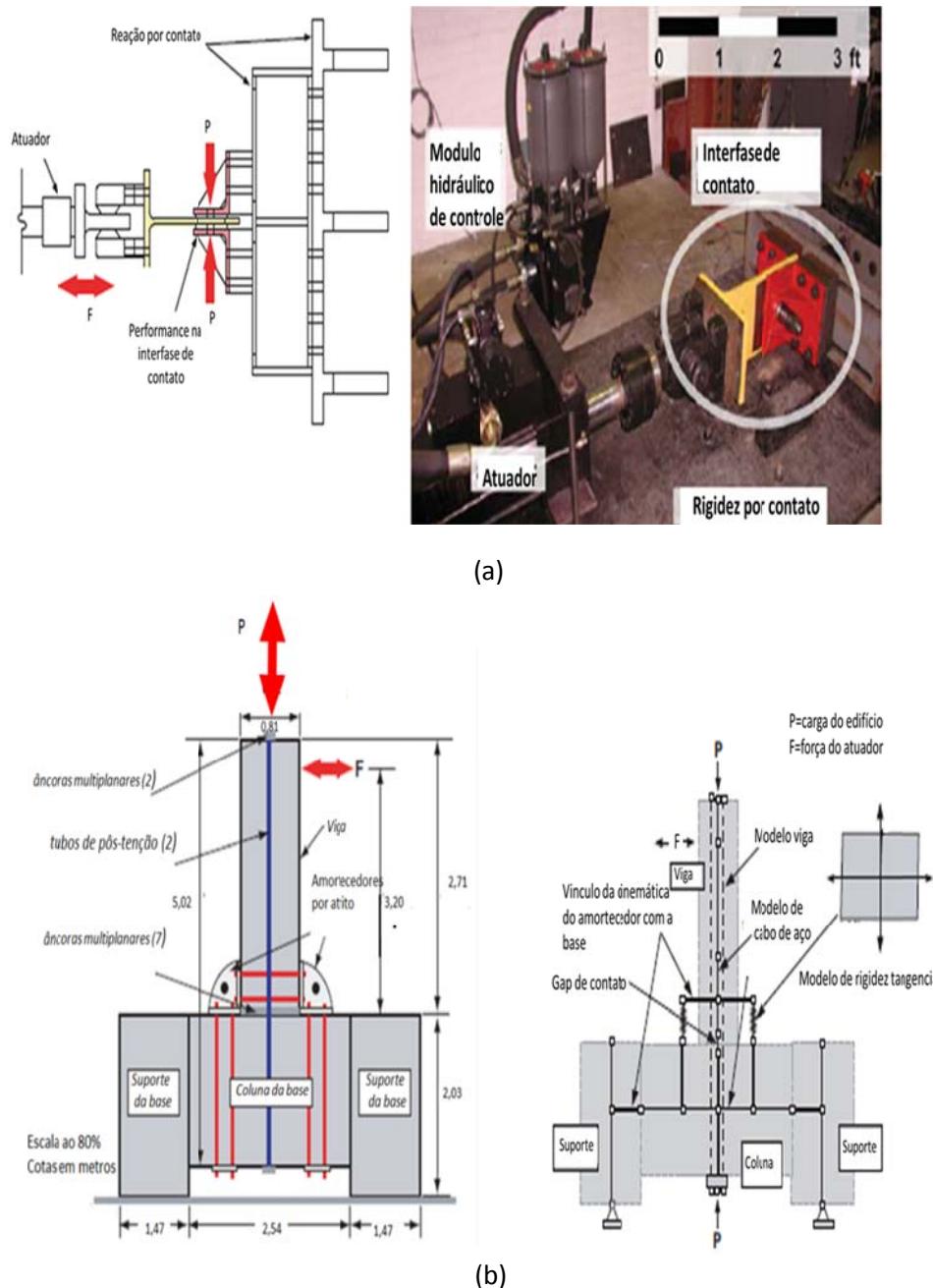


Figura 1.7. (a). Protótipo de amortecedor de Brian, (b), Modelo esquemático do sistema, viga/coluna e amortecedores de atrito.

Em relação à carga normal  $P$  imposta pelo peso do edifício, uma parcela é considerada constante e a outra parcela é variável e corresponde à variação dos modos de vibrar da coluna e da viga em direção normal à carga  $P$ . O controle da aplicação é governado mediante um modulo de controle hidráulico, os comandos do controle são gerados por um algoritmo de

controle ativo, este mesmo, baseado na informação em tempo real do modos de vibrar da estrutura, modula a variação da força normal que deve ser enviada ao bloco de controle hidráulico, para atenuar os modos de vibração estrutural do sistema.

Em termos das características constitutivas dos membros internos da viga de concreto, são posicionados dois sistemas de *tubos de pré-tensão* compostos por um arranjo de fios de alta resistência, isolados do material de concreto da viga, mediante um revestimento de plástico. Um sistema de *âncoras multiplanares* (multiplane anchors), devidamente posicionadas, sobre a viga e a coluna, os fios de aço, transferem a tensão gerada pelo peso do edifício, diretamente à posição das âncoras.

O esquema da disposição do sistema composto pelos fios de aço e posição das âncoras, adotada em Brian é apresentada gráfico B da esquerda na Fig.1.7. Dois sensores são posicionados entre a extremidade superior dos fios e a base superior da viga, para medir a força transferida do peso do edifício diretamente na base superior da viga. Na interface de contato entre a viga e a coluna é posicionado um arranjo de sete sensores, para medir a força transferida da carga normal ao longo do fio e a interface de contato viga-coluna. Finalmente entre a extremidade inferior do fio e a base inferior da coluna, são posicionados outros dois sensores para medir a força transferida da carga normal ao longo fio, até a base que suporta a viga.

Um modelo de elementos finitos é usado para realizar as simulações computacionais. A interfase de contato e o modelo de atrito, considera em essência as variações devida à rigidez tangencial de contato, como também a existência do “gap” entre e interfase viga/coluna.

Os resultados mostraram que os amortecedores podem ser concebidos para proporcionar uma significativa quantidade de dissipação de energia suplementar para a estrutura de concreto armado. Os amortecedores também reduzem a deterioração viga sob carga lateral cíclica. Do trabalho foi demonstrado que o amortecedor por atrito é eficiente em termos de construção e instalação. Pode funcionar como um membro ativo de suporte da viga logo não contribuem na transferência de força de cisalhamento na interface da viga à coluna. Em termos de construção de vigas o método mostra-se eficiente em termos de instalação e custo de implementação, ao serem comparados com métodos tradicionais de construção de vigas. Por outro lado é uma alternativa de construção que se adapta a conceitos modernos de desenhos arquitetônicos.

Baseado no exposto até agora, pode-se identificar os elementos que fazem parte de um projeto de amortecedor por atrito.

Em geral, o desenho em particular do amortecedor, depende diretamente da dinâmica intrínseca do sistema dinâmico e da interface de contato, que vincula o amortecedor e o sistema dinâmico.

Para gerar grandes forças de atrito na interface de contato é necessário considerar uma área real de contato grande. Em termos de variação da força normal, ao ser considerada uma área de contato relativamente grande, é necessário um atuador de alta capacidade de carga como os hidráulicos. Nas aplicações onde a área de contato é menor, um atuador piezelétrico pode gerar as cargas na direção normal, capazes de gerar dissipação significativa de energia.

Um projeto de amortecedor por atrito, deve-se garantir a existência de equipamentos de instrumentação que possibilitem o monitoramento contínuo das forças na interface de contato. Baseado na informação obtida da força na interface, é possível fazer os ajustes sobre os sinais medidos, que permitam identificar as naturezas das não linearidades presentes no atrito.

Em termos de modelagem computacional, no desenvolvimento de um projeto de amortecedor, deve-se contar com a solução analítica do sistema dinâmico e do fenômeno gerado na interface de contato. No primeiro caso foi visto que o modelo do sistema dinâmico depende do sistema físico em particular, porém, no caso de um sistema vibratório de um grau de liberdade, por exemplo, uma simples equação diferencial pode governar a dinâmica do sistema. Não entanto, no caso que o sistema físico envolva uma dinâmica mais complexa, tipo aplicações em vigas, é necessário de modelo analítico mais sofisticado, que permita uma aproximação mais real do comportamento do físico do sistema.

No que compete ao modelo na interface de contato, a forma comumente empregada para modelar o fenômeno no contato é mediante os modelos constitutivos de atrito de Coulomb. Os quais podem ser implementados mediante um simples formalismo em uma equação matemática.

## CAPITULO II

### INTRODUÇÃO AO ATRITO DE COULOMB EM SISTEMAS DINÂMICOS VIBRATÓRIOS

Os modelos de atrito seco baseados na teoria de Coulomb são estudados para determinar o efeito da força de atrito no comportamento dinâmico de sistemas vibratórios. Para avaliar a resposta dos modelos. Foi construída uma bancada experimental constituída de uma estrutura vibratória com um amortecedor de atrito seco instalado entre uma coluna fixa e a massa do sistema vibratório.

#### 2.1 Geração de atrito seco em metais

O atrito é gerado pelo contato entre dois corpos que tenham tendência a sofrer movimentos relativos. O atrito seco ocorre quando não há nenhum fluido com comportamento viscoso entre as superfícies dos corpos em contato. O atrito seco se divide em:

- Atrito estático: Nesta condição não há movimento relativo entre as superfícies e a força tangencial pode assumir qualquer valor até o limite da força de atrito estático, o qual ocorre na iminência do movimento relativo entre as superfícies em contato.
- Atrito cinético: Ocorre sempre que há movimento relativo entre as superfícies em contato e a força tangencial é sempre constante e igual ao limite da força de atrito cinético.

Várias são as leis formuladas para explicar o atrito entre corpos: Em 1508 Leonardo da Vinci revelou seu postulado sobre a relação entre a força normal e a força tangencial estabelecendo as primeiras ideias sobre o coeficiente de atrito; em 1699 Amontons confirmou as observações de Leonardo da Vinci, principalmente a de que o coeficiente de atrito é independente da área de contato; em 1785 Coulomb definiu as diferenças entre as forças de

atrito estático e cinético. Ele também que tais valores de forças são independentes em módulo da velocidade.

A força de atrito ocorre devido às deformações geradas entre as rugosidades presentes nas superfícies em contato, nas situações em que estas deformações são puramente elásticas temos a força de atrito estático.

## 2.2. O atrito seco em sistemas dinâmicos

(Cattaneo 1938) e (Mindlin 1954) desenvolveram as bases para a solução de problemas relacionados a corpos elásticos em contato mecânico submetidos simultaneamente a força normal e força tangencial. Tais problemas não apresentam soluções analíticas ao menos para geometrias e carregamentos simples, nos demais casos a solução deve ser numérica e o custo computacional em geral é elevado.

Na Figura 2.1 é apresentado um corpo, “1”, apoiado sobre o plano semi-infinito, “2” submetido simultaneamente ao esforço normal  $\rho [N/m]$  e ao esforço tangencial  $P [N]$ . O carregamento normal total ao qual o corpo 1 está submetido é dado por  $\rho L [N]$ . Considerando-se a lei de Coulomb e a hipótese de que o corpo é perfeitamente rígido nenhum movimento relativo entre o corpo e a massa será verificado até que a força  $P$  supere o limite de atrito estático  $\mu \rho L [N]$ , onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito estático.

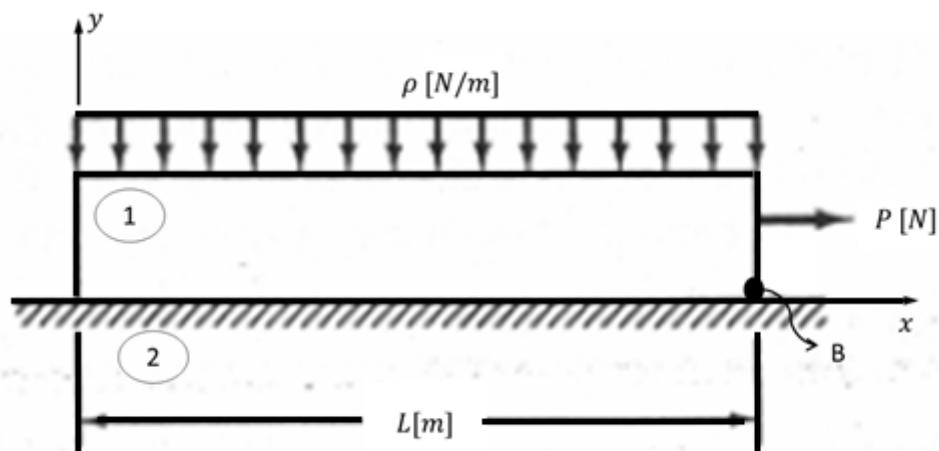


Figura 2.1. Viga sobre uma base rígida (Menq, 1985)

Claramente a hipótese de que o corpo é rígido implica que todos os pontos deste corpo possuem o mesmo deslocamento em qualquer direção. Uma consequência direta da hipótese de corpo rígido é que o contato representado na Fig. 2.1 é um contato pontual que respeita a lei de Coulomb. No entanto deve-se considerar que a hipótese de que o corpo é perfeitamente rígido não pode ser verificada em corpos fabricados com os materiais atuais, é sabido que para um corpo ser perfeitamente rígido o material que o compõe deverá possuir um módulo elástico tendendo ao infinito. Para corpos elásticos a força tangencial produzirá alguma deformação elástica sobre o corpo e portanto o escorregamento não irá ocorrer simultaneamente em toda a superfície de contato. (Menq, 1985)

Considerando que o corpo “1” seja elástico e que o plano semi-infinito seja inelástico, que a lei de Coulomb para o atrito é verificada e que a força  $P$  é aplicada sobre o corpo temos que o ponto  $B$  irá escorregar sobre o plano semi-infinito independente do valor de  $P$ . Gradualmente o comprimento da área em escorregamento, sob atrito cinético, aumenta com o aumento do módulo de  $P$  até que toda a superfície esteja escorregando com  $P > \mu \rho L$ . (Menq, 1985)

Para a representação do contato entre corpos elásticos faz-se uso de um modelo com uma camada elastoplástica de espessura desprezível, entre os corpos como é apresentado na Fig. 2.2. Com a adição de camada elastoplástica todos os pontos na superfície do corpo “1” poderão sofrer deformações elásticas antes da ocorrência do escorregamento. O valor limite para o escorregamento é dado então pela lei de Coulomb

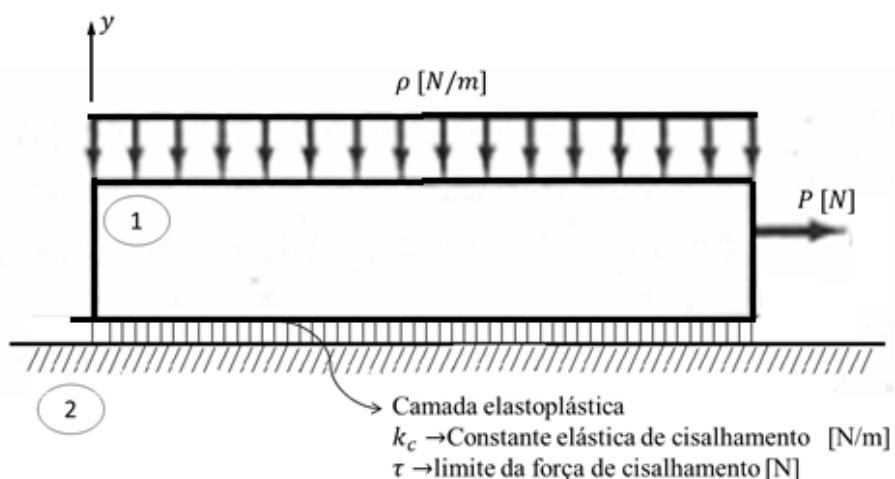


Figura 2.2. Modelo de micro deslizamento (Menq, 1985)

Na Figura 2.3 é apresentada a relação entre o movimento relativo do ponto  $B$  com o valor da força tangencial  $P$ . A linha traço ponto representa o comportamento do deslocamento do ponto  $B$  em virtude da força  $P$  aplicada ao corpo “1”.

Nota-se, na Fig. 2.3 que, independente da força tangencial aplicada o comportamento da curva é sempre não linear. Verifica-se também que a hipótese do contato com um plano semi-infinito perfeitamente rígido implica em rigidez infinita no início do movimento. No entanto verifica-se em contatos entre corpos elásticos que esta condição de rigidez infinita no início do movimento não se verifica, isto é, devido a deformações elásticas das as propriedades superficiais dos corpos em contato.

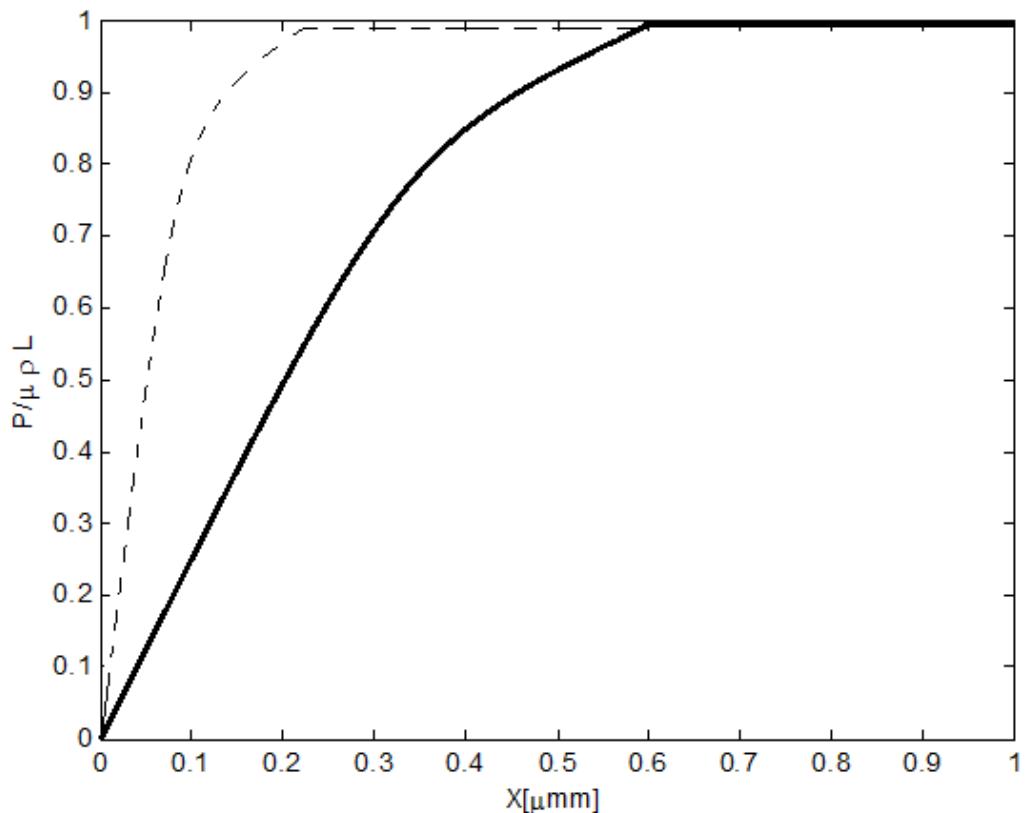


Figura 2.3. Força e deslocamento entre dois corpos elásticos (Menq, 1985)

### 2.3. Força de atrito de Coulomb em sistemas dinâmicos

Charles-Augustin de Coulomb (1736-1809) considerou que a principal contribuição da força de atrito surge da interação mecânica entre as deformações elásticas e plásticas entre as

rugosidades das superfícies em contato, estas considerações deram origem ao Modelo de Coulomb para atrito seco.

Em resumo o modelo clássico de Coulomb é o seguinte. (Moore 1975):

A força de atrito é igual à força resultante na direção tangencial a superfície de contato entre os corpos até o limite de  $\mu F_N$ .

- A força de atrito no início e durante o deslizamento, é proporcional à força normal de contato.

$$|F_a| = \mu F_N \quad (2.1)$$

O coeficiente de atrito  $\mu$  é independente da área de contato.

- O coeficiente de atrito dinâmico é independente da velocidade de deslizamento.

Segundo (Rabinowicz 1965):

Quando o movimento na direção tangencial às superfícies de contato ocorre, a força de atrito atua na mesma direção da velocidade relativa, porém em sentido oposto, ou seja:

$$F_a = -\mu F_N sgn(\dot{X}) \quad (2.2)$$

Onde  $sgn(\dot{X})$  é uma função de sinal dada por:

$$sgn(\dot{X}) = \begin{cases} 1 & \text{para } \dot{X} > 0 \\ 0 & \text{para } \dot{X} = 0 \\ -1 & \text{para } \dot{X} < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

E  $\dot{X}$  é a velocidade relativa de deslizamento entre as superfícies em contato.

Quando o sistema tem comportamento não linear, é usual fazer um estudo experimental para identificar seus parâmetros característicos através de um procedimento de ajuste do modelo matemático.

A seguir será apresentado o estudo experimental de um sistema vibratório linear de um grau de liberdade (mesa vibratória) equipado com um dispositivo mecânico que produz uma força de atrito.

A mesa vibratória é constituída por uma placa rígida suportada por quatro lâminas flexíveis montadas em paralelo. As extremidades inferiores das lâminas são engastadas na base inercial e as superiores são engastadas na placa rígida. Este tipo de suspensão elástica apresenta pequena rigidez na direção horizontal, quando comparada com as constantes elástica nas demais direções, caracterizando um sistema de um grau de liberdade numa banda de frequências até 200 Hz.

O dispositivo de atrito (Fig.2.4) consiste de uma haste de aço fixada à mesa vibratória, de uma garra metálica contendo duas esferas de aço. A garra é fixada a uma coluna que é presa à base inercial. O parafuso de aperto permite ajustar o valor da força normal no contato entre as esferas e a haste, porém não é possível medir seu valor.

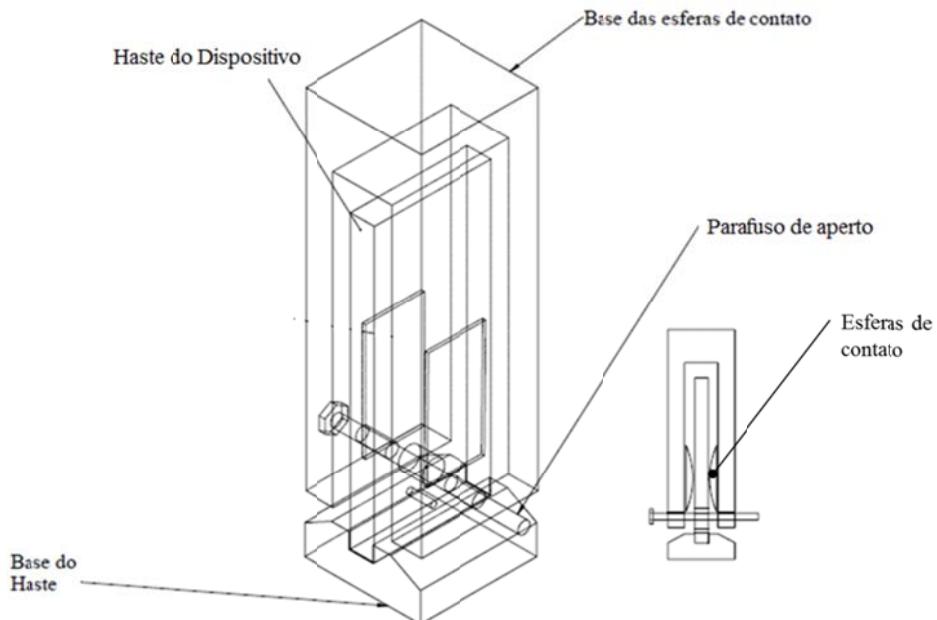


Figura 2.4. Diagrama esquemático do amortecedor de atrito

Foram realizados os seguintes ensaios experimentais:

Sistema vibratório livre de excitações externas: são medidas as respostas da mesa vibratória e a força no dispositivo de atrito no domínio do tempo, após aplicar condições iniciais;

Sistema com excitação harmônica: são medidas as acelerações da mesa vibratória e da coluna de suporte do dispositivo de atrito e as forças da excitação e da força na haste do

dispositivo de atrito. A força harmônica é produzida por um sistema de excitação constituído por um gerador de sinal, um amplificador de potência por um excitador eletrodinâmico.

O esquema da montagem experimental é apresentado na Fig. 2.5. Nos ensaios realizados com o sistema livre o sistema de excitação foi removido.

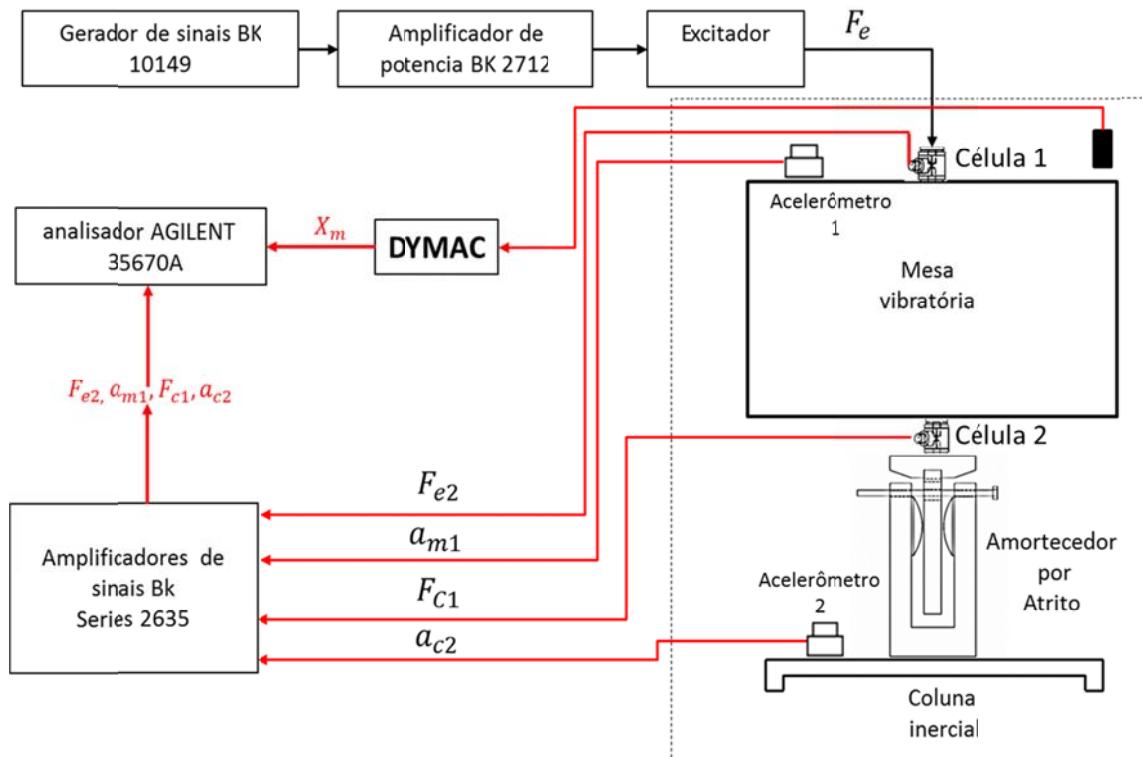


Figura 2.5. Esquema da bancada experimental para a análise do sistema.

A instrumentação do sistema consiste de uma célula piezelétrica (Célula 1) que mede a força de excitação aplicada pelo excitador eletrodinâmico, outra (Célula 2) que mede a força na haste do amortecedor por atrito, um acelerômetro (acelerômetro 1) que mede a aceleração da mesa vibratória e outro (acelerômetro 2) mede a aceleração da coluna que suporta o dispositivo de atrito.

Os sinais dos sensores são adquiridos por um analisador AGILENT (modelo 35670A) de quatro canais, de acordo com o seguinte:

$F_e$  = Força de excitação (Força medida pela Célula 1 – sensibilidade = 100 mV/N.) → canal A do analisador.

$a_m$  = Aceleração da mesa (Aceleração medida pelo Acelerômetro 1, sensibilidade = 10,01 mV/m/s<sup>2</sup>) → canal B do analisador.

$F_c$  = Força na haste do amortecedor de atrito (Força medida pela Célula 2 sensibilidade = 100 mV/N) → canal C do analisador.

$a_c$  = Aceleração da coluna (Aceleração medida pelo Acelerômetro 2 sensibilidade = 10,02 mV/m/s<sup>2</sup>) → canal D do analisador.

As Figuras 2.6 e 2.7 apresentam a montagem experimental.

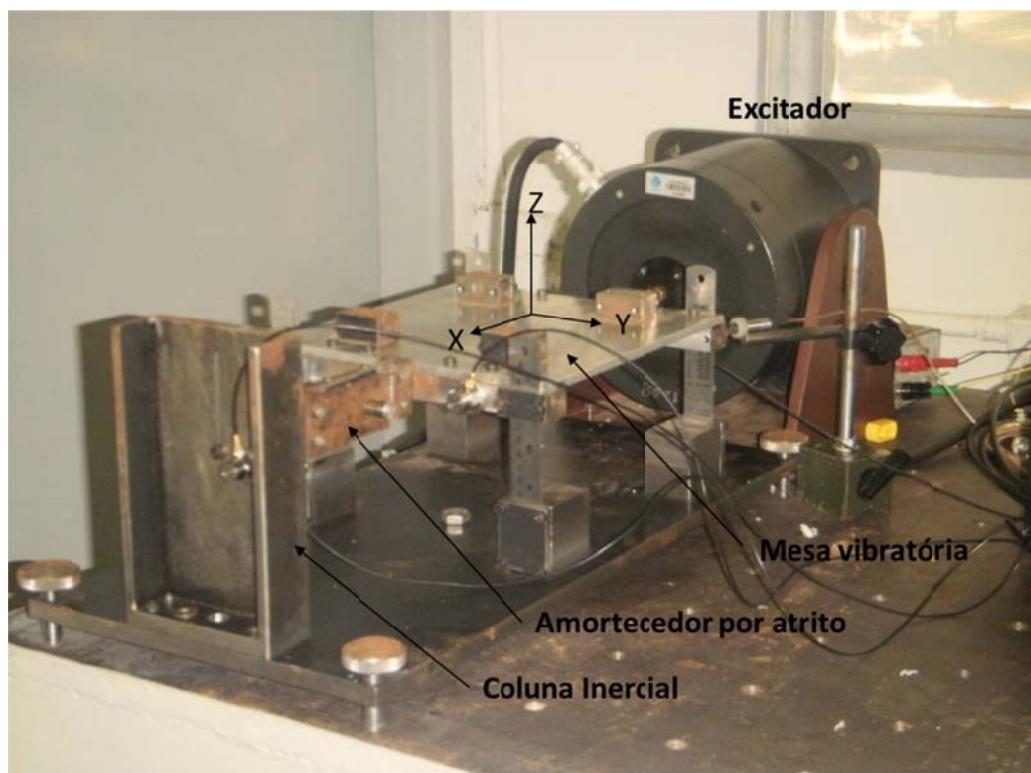


Figura 2.6. Estrutura vibratória de 1GDL com dispositivo de atrito tipo Coulomb.

No ensaio com o sistema vibratório livre foi utilizado um sistema de medição indutivo de deslocamento (DYMAG M60 – sensibilidade = 6,7788 V/mm) para medir o deslocamento  $X_m$  da mesa vibratória.

Foram realizados ensaios preliminares com o sistema vibratório, sem força normal aplicada ao dispositivo de atrito, para identificar as propriedades físicas do sistema linear. A Tabela 2.1 apresenta os valores identificados da massa, da rigidez da suspensão e da frequência natural da mesa vibratória.

Tabela 2.1 – Propriedades Físicas do sistema vibratório.

PARÂMETRO FÍSICO	Valor Identificado
Massa [kg]	3.041
Rigidez [N/m]	55490
Frequência natural [Hz]	21.5

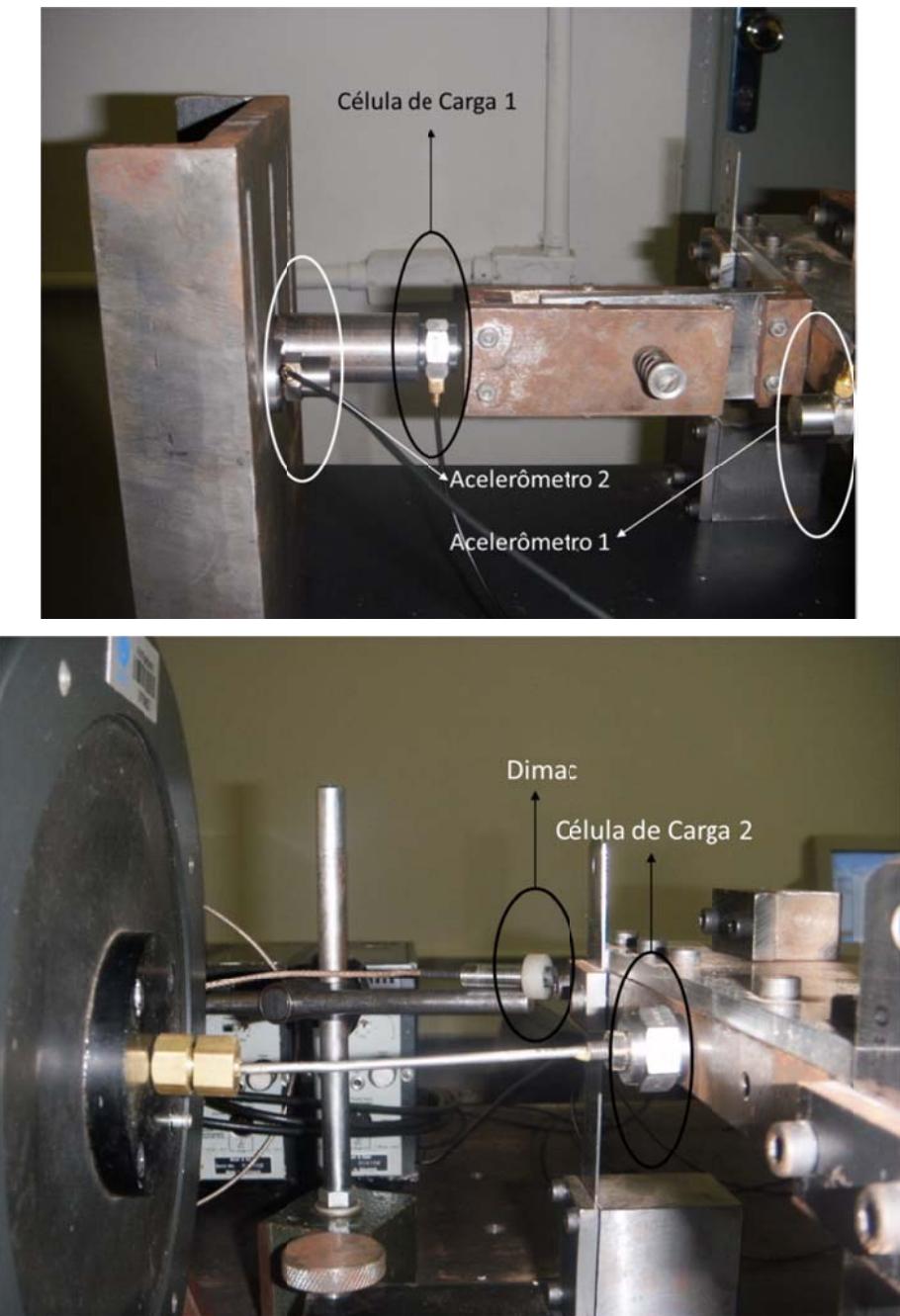


Figura 2.7. Instrumentação sistema vibratório de 1GDL, com dispositivo de atrito. Cuidado com as fontes, estão muito pequenas.

### 2.3.1 Respostas obtidas no domínio tempo

A Figura 2.8 apresenta a aceleração da mesa vibratória e a força na haste de dispositivo de atrito, medidos para uma excitação harmônica amplitude igual a 34.09 N e frequência igual a 20 Hz. A força normal foi ajustada com um valor constante, porém não medido.

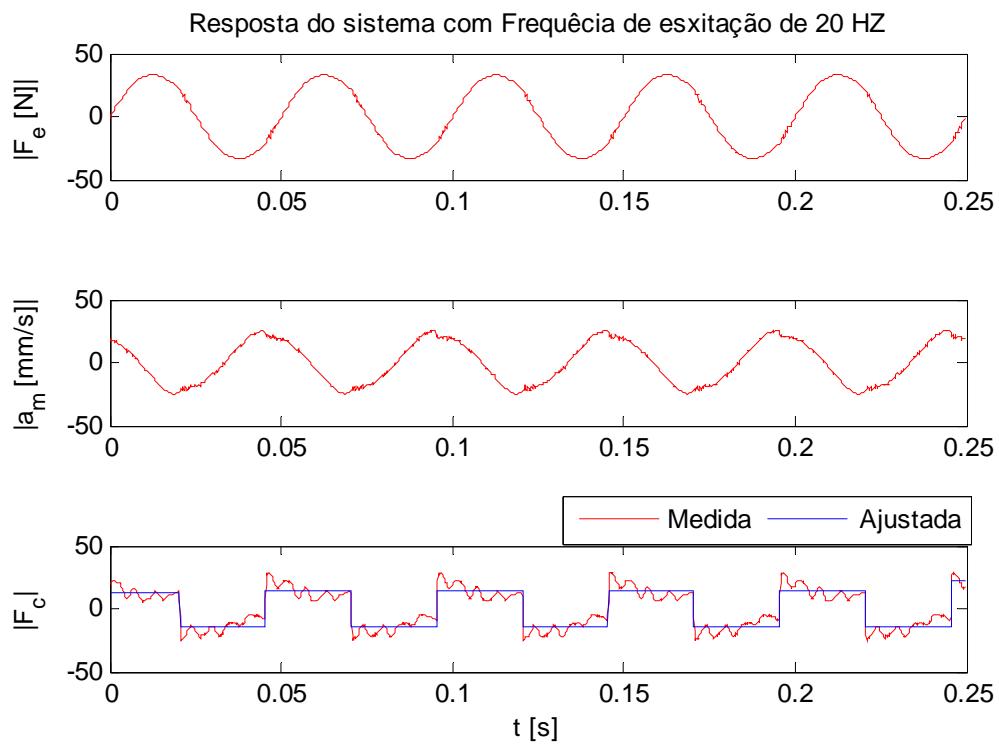


Figura 2.8. Resposta do sistema vibratório no domínio do tempo para excitação harmônica em 20 Hz.

A aceleração da mesa vibratória corresponde a um sinal quase senoidal contínuo em todo o período de aquisição. Pode-se observar a ocorrência de variações bruscas da aceleração nos instantes de tempo correspondentes aos picos e aos vales, associados com a transição do sinal da força  $F_c$ . A força de atrito apresenta comportamento de um sinal periódico, com frequência fundamental igual à do sinal de aceleração.

Calculando o valor médio sobre os patamares positivos e negativos dos valores medidos da força no dispositivo de atrito, como é apresentado no gráfico inferior da Fig. 2.8,

resulta o valor absoluto médio da força  $F_c = 1,419$  N. Considerando o modelo clássico de Coulomb e que os materiais no contato entre esferas e a haste são de aço, com um coeficiente de atrito estático de  $\mu = 0,15$ , pode-se estimar o valor da força normal de contato resulta  $F_N = 9,46$  N.

As oscilações de alta frequência presentes no gráfico da força medida no dispositivo de atrito serão analisadas após a apresentação dos resultados do experimento com o sistema vibratório livre. O deslocamento do sistema vibratório pode ser obtido por integração do sinal da aceleração, resultando a resposta  $X_m(t)$  apresentada Fig. 2.9. Usando os sinais de  $X_m(t)$  e da força  $F_c(t)$  é possível representar a curva de histerese associada ao atrito.

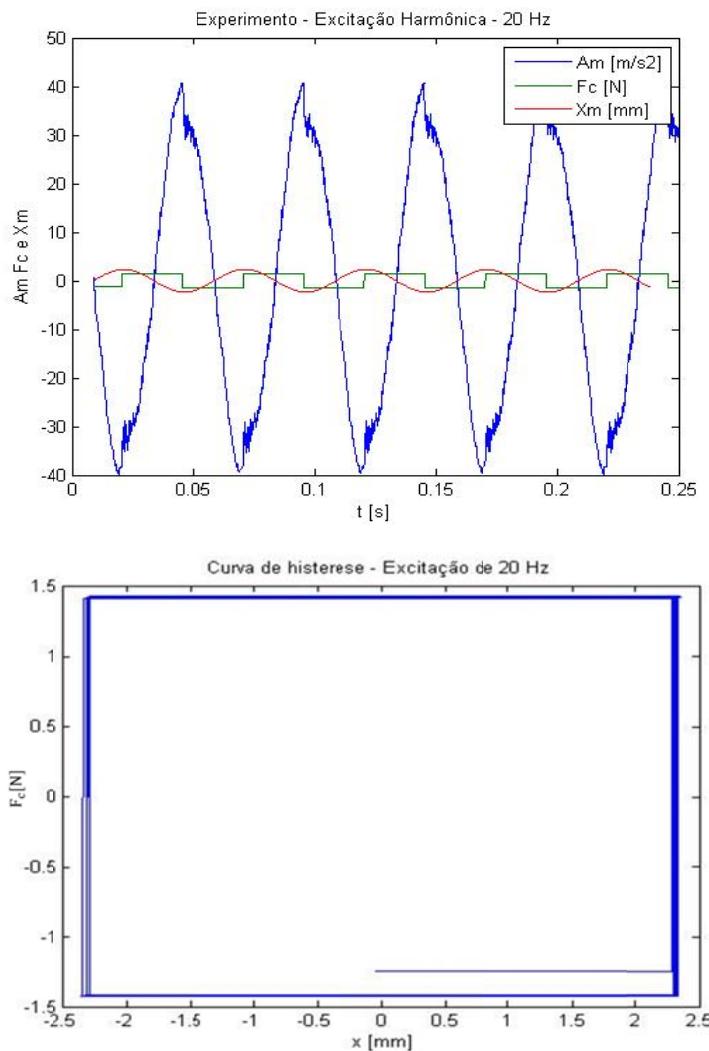


Figura 2.9. Aceleração, Força no contato, Deslocamento e Curva de Histerese para excitação harmônica em 20 Hz.

Na curva da histerese é possível observar a transição brusca de  $F_c$  nos picos do deslocamento. A frequência de amostragem utilizada na medição dos sinais não foi suficiente para detalhar a variação de  $F_c$  na condição de aderência para escorregamento.

Os gráficos da Fig. 2.10 apresentam o deslocamento da mesa vibratória medido pelo sensor DYNAMIC e a força medida no dispositivo de atrito, quando o sistema vibratório livre é submetido a uma condição inicial qualquer. Neste ensaio a força normal aplicada no dispositivo é a mesma utilizada no ensaio com excitação harmônica.

A envoltória do sinal do deslocamento tem comportamento linear. A taxa de decaimento foi calculada por um procedimento de ajuste linear dos valores pico do sinal.

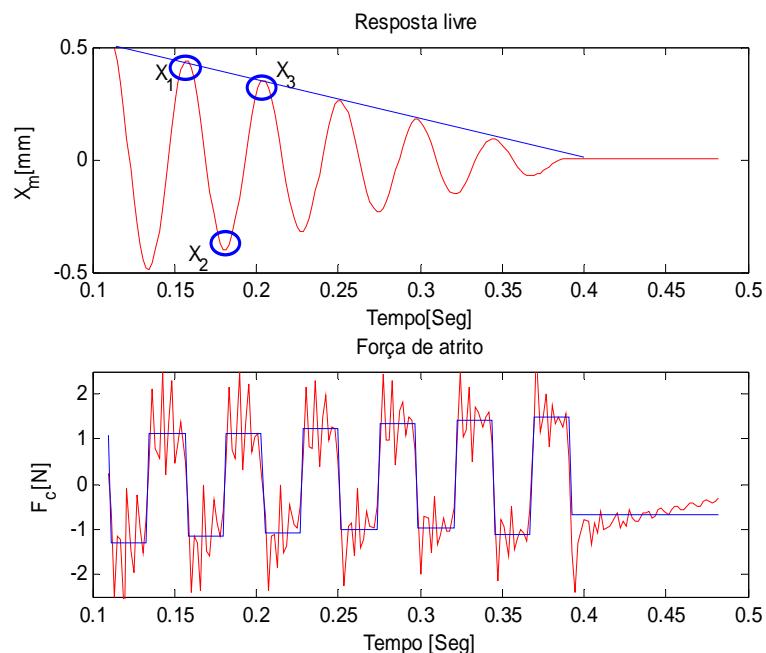


Figura 2.10.Resposta do sistema vibratório livre.

O decaimento linear das amplitudes com o tempo é devido à ação da força de atrito gerada entre a haste e as esferas do dispositivo. Conforme o tempo avança o deslocamento tende a um valor constante diferente de zero.

Nos instantes de tempo onde as amplitudes pico do deslocamento são  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ , as correspondentes velocidades são nulas. A energia mecânica total armazenada no sistema vibratório nestes instantes é igual à energia potencial elástica armazenada na suspensão. A redução das amplitudes pico ocorre devido à presença da força dissipativa produzida pelo

dispositivo de atrito. Esta condição permite relacionar a energia dissipada com o trabalho da força de atrito, como segue:

O trabalho realizado pela força de atrito da posição 1 até posição 2 é calculada por :

$$E_{t1,2} = T_{1-2} = \frac{1}{2}K(|X_1|^2 - |X_2|^2) = W_{1,2} = F_c(|X_1| + |X_2|)$$

$$|X_1| - |X_2| = \frac{2F_c}{K} \quad (2.4)$$

Analogamente, o trabalho realizado da posição 2 à posição 3 resulta:

$$E_{t2,3} = T_{2-3} = \frac{1}{2}K(|X_2|^2 - |X_3|^2) = W_{2,3} = F_c(|X_2|^2 + |X_3|^2)$$

$$|X_2| - |X_3| = \frac{2F_c}{K} \quad (2.5)$$

Considerando o trabalho realizado pela força de atrito entre dois picos positivos consecutivos espaçados do período natural do sistema vibratório, resulta:

$$(|X_1| - |X_3|) = 4 \frac{F_c}{K} \quad (2.6)$$

Usando os valores do gráfico superior da Fig. 2.10, e efetuando uma regressão linear com os valores pico de  $X_m$ , resulta a envoltória com coeficiente angular  $md = -1,796 [mm/s]$ . O decaimento por ciclo é provocado pela força de atrito do dispositivo, sendo dada por:

$$md = \frac{4F_c}{Kfn}$$

Onde  $K$  é a rigidez da suspensão e  $fn$  é a frequência natural do sistema, cujos valores estão dados na Tab. 2.1. A força gerada pelo dispositivo de atrito resulta  $F_c = 1,321 [N]$ . Novamente, considerando as mesmas hipóteses do ensaio harmônico, pode-se estimar o valor da força normal de contato  $F_N = 8,804 N$ .

Usando os dados do gráfico inferior da Fig. 2.10, e o mesmo procedimento de ajuste dos patamares da força obtida no ensaio com excitação harmônica, estima-se o valor absoluto médio de  $F_c = 1,183$  [N] para o ensaio livre, correspondendo a  $F_N = 7,887$  N.

A Tabela 2.2 apresenta os valores estimados para força  $F_c$  a partir dos sinais medidos nos experimentos com o sistema vibratório livre e com excitação harmônica na frequência de 20 Hz pelos métodos de ajuste via decaimento das amplitudes de deslocamento e pela média dos valores nos patamares de  $F_c$ .

Tabela 2.2 – Valores de  $F_c$  estimados nos experimentos.

Experimento - método	$F_c$ [N]
Livre – via decaimento	1.321
Livre – via patamares	1.183
Excitação – via patamares	1.419

A média dos três valores de  $F_c$  resulta 1,308 [N], e o desvio padrão é igual a 0,119 [N], correspondente a aproximadamente 9 % do valor médio. Embora as diferenças entre os três valores estimados sejam aceitáveis, elas são devidas a possíveis erros de medição dos sinais experimentais e das incertezas dos valores das sensibilidades dos diferentes sistemas de medição de força, aceleração ou de deslocamento utilizados nos experimentos.

Nos ensaios com o sistema livre e excitado por força harmônica foram observadas oscilações de alta frequência nos sinais da força  $F_c$ . A frequência predominante nestas oscilações é maior que a da excitação e maior que a frequência natural do sistema livre.

A Figura 2.11 apresenta em detalhe um dos patamares da força  $F_c$  medida no dispositivo de atrito e o correspondente espectro de frequências, para o experimento com o sistema livre.

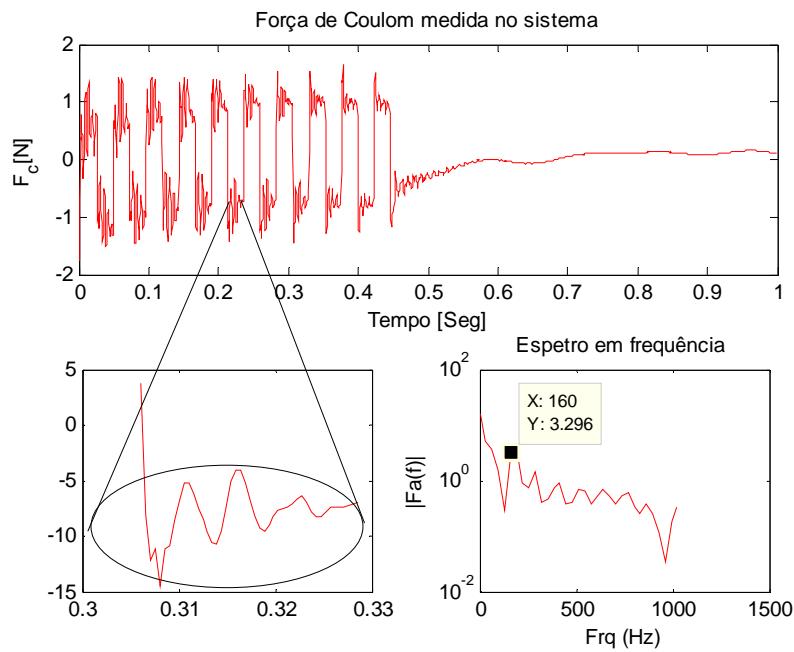


Figura 2.11. Oscilações de alta frequência nos patamares do sinal  $F_c(t)$ .

Para cada um dos patamares da força medida, ao longo do tempo total de aquisição, foram calculados os espectros de frequência. O resultado obtido em cada patamar é apresentado na Fig. 2.12.

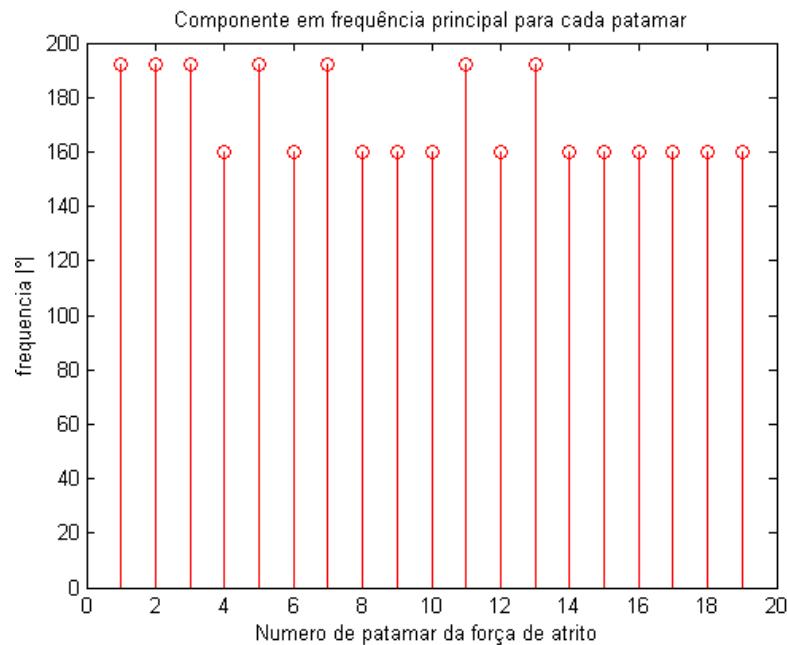


Figura 2.12. Frequências de todos os patamares da força de atrito

Calculando a média das frequências determinadas em cada patamar resulta o valor médio de 173,4737Hz. Para verificar a fonte destas vibrações foi realizado um ensaio adicional com a coluna que suporta o dispositivo de atrito. Aplicou-se uma força de impacto sobre a coluna e determinou-se sua função resposta em frequência incluindo o garfo do dispositivo de atrito. Neste ensaio a haste foi desacoplada das esferas. O valor correspondente à frequência de vibração da coluna resultou  $f_{nc} = 168$  Hz. Logo, baseado neste resultado, pode-se se concluir que as oscilações de alta frequência, presentes na força medida no dispositivo de atrito, provém da resposta dinâmica da coluna.

Para comprovar este efeito o sistema vibratório foi excitado harmonicamente com frequência igual a 170 Hz. A resposta obtida dos sensores é apresentada na Fig. 1.13. Os sinais medidos pelos sensores têm comportamento praticamente harmônico e o sistema vibratório opera próximo da ressonância do segundo modo de vibrar (influência da rigidez da coluna de suporte do dispositivo de atrito).

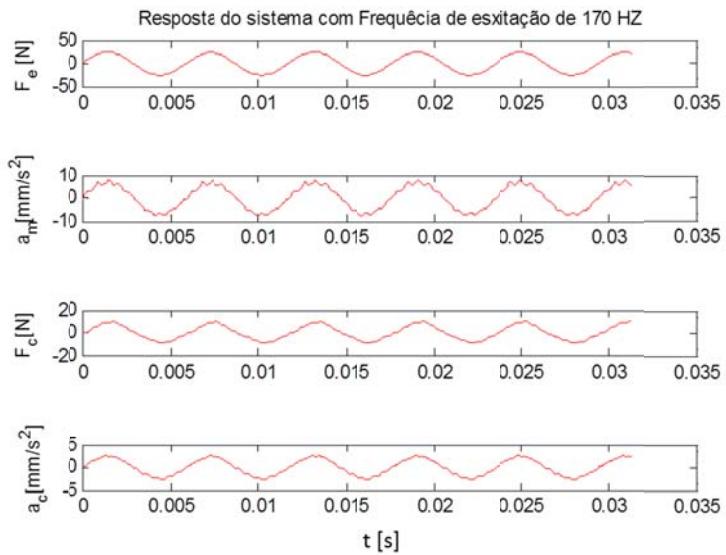


Figura 2.13. Resposta do sistema na frequência de 170 Hz.

Uma verificação adicional foi realizada num ensaio com excitação harmônica de varredura discreta em frequências na banda até 180 Hz. A função resposta em frequência resultante é apresentada na Fig. 2.14, evidenciando as duas ressonâncias do sistema com o dispositivo de atrito instalado na mesa vibratória.

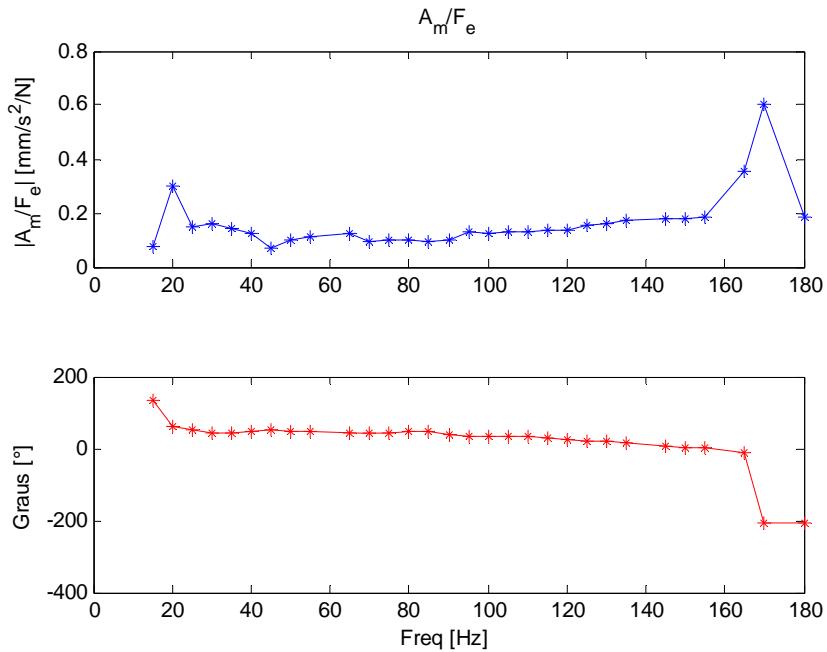


Figura 2.14. FRF-  $A_m/F_e$  da mesa vibratória com o dispositivo de atrito.

Para garantir que as vibrações da coluna não influenciem no estudo experimental do comportamento do sistema vibratório com o dispositivo de atrito instalado, deve-se ter em conta o seguinte:

- Garantir um comportamento rígido da coluna, isso é que  $a_c \ll a_m$ .
- Para o sistema livre, as condições iniciais impostas não devem ter grande magnitude.
- Ajustar o valor da força normal de contato  $F_N$  para que ocorra deslizamento.

## 2.4 Modelos para o atrito seco

O comportamento do fenômeno de atrito em sistemas dinâmicos vibratórios é dependente da dinâmica do sistema e das características da superfície de contato (Firrone 2006).

Em termos gerais, as três variações mais conhecidas do modelo de Coulomb, segundo Firrone (2006), são:

- Modelo Coulomb Clássico: modelo definido simplesmente pelo o coeficiente de atrito estático.
- Modelo Coulomb Com Rigidez Tangencial de Contato. Definido pelo o coeficiente de atrito e pelas deformações tangenciais no contato.
- Modelo Coulomb Com Rigidez Tangencial e Normal de Contato: definido pelo coeficiente de atrito, rigidez tangencial e pelas deformações geradas na rigidez normal de contato.

#### 2.4.1 Modelo Coulomb Clássico:

No modelo clássico tem-se que a variação da força de atrito (Fig. 2.15) depende do sentido da velocidade relativa das superfícies em contato. No caso do sistema vibratório estudado considera-se que o sistema vibratório constituído pela mesa de massa  $m$  e suspensão de rigidez  $K$  tem apenas um grau de liberdade e que o dispositivo de atrito é fixado entre a mesa e a coluna inercial. Conseqüentemente, a força de atrito será sempre oposta à velocidade da mesa.

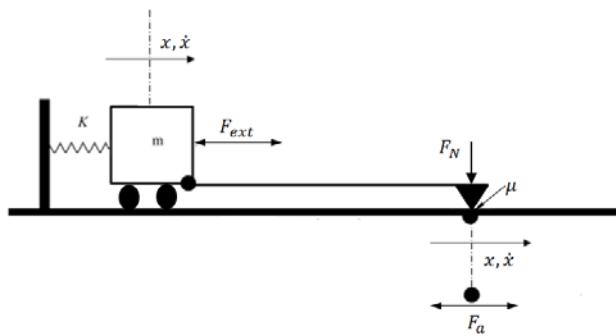


Figura 2.15. Modelo Coulomb Clássico.

Considerando à ação da força de atrito segundo o apresentado na Fig. 2.15, o modelo matemático do sistema vibratório de um grau de liberdade pode ser expresso por:

$$m\ddot{x} + kx = F_a + F_{exc} \text{ se } F_{exc} \neq 0 \quad (2.7)$$

A força de atrito de Coulomb  $F_a$ , dada por:

$$F_a = -sgn(\dot{X}) \mu F_N \quad (2.8)$$

Sendo:

$$sgn(\dot{X}) = \begin{cases} 1 & \text{para } \dot{X} > 0 \\ 0 & \text{para } \dot{X} = 0 \\ -1 & \text{para } \dot{X} < 0 \end{cases}$$

A solução das Eq.(2.7) e (2.8) pode ser obtida por integração numérica, usando a técnica de Runge-Kutta de quarta ordem, uma vez que sejam conhecidos os valores das propriedades físicas do sistema vibratório. Nas simulações numéricas são utilizados os dados da Tab. 2.1 e os valores da força de atrito da Tab. 2.2.

Na Figura 2.16, compara-se o deslocamento medido na mesa vibratória livre com o obtido com o modelo computacional calculada com o modelo Coulomb Clássico. A taxa de decaimento linear das amplitudes de deslocamento resultou 1,8146 mm/s que difere do valor experimental em apenas 1.02%.

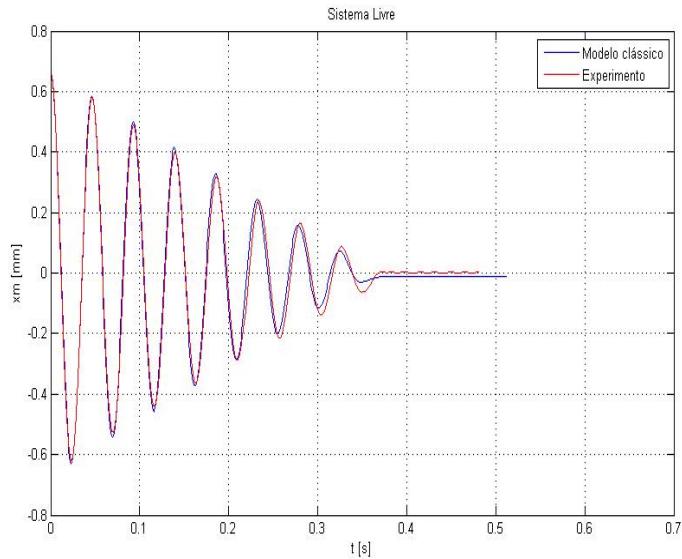


Figura 2.16. Comparação do deslocamento do sistema vibratório livre: Modelo Clássico.

Na Figura. 2.17, o resultado do ensaio com excitação harmônica é comparado com a simulação realizada com o modelo clássico de Coulomb. Neste caso foram usados os valores experimentais da excitação e da força de atrito identificada (Tab. 2.2).

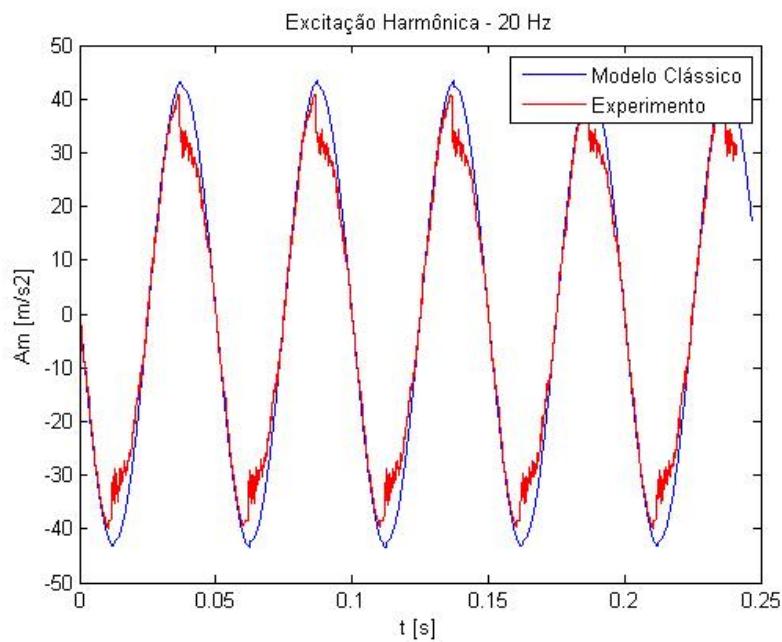


Figura 2.17. Comparação das acelerações com excitação harmônica de 20 Hz.

A Figura 2.18 apresenta um detalhe das respostas simulada e experimental nas regiões dos picos da aceleração. Comportamento análogo é observado nos vales da aceleração.

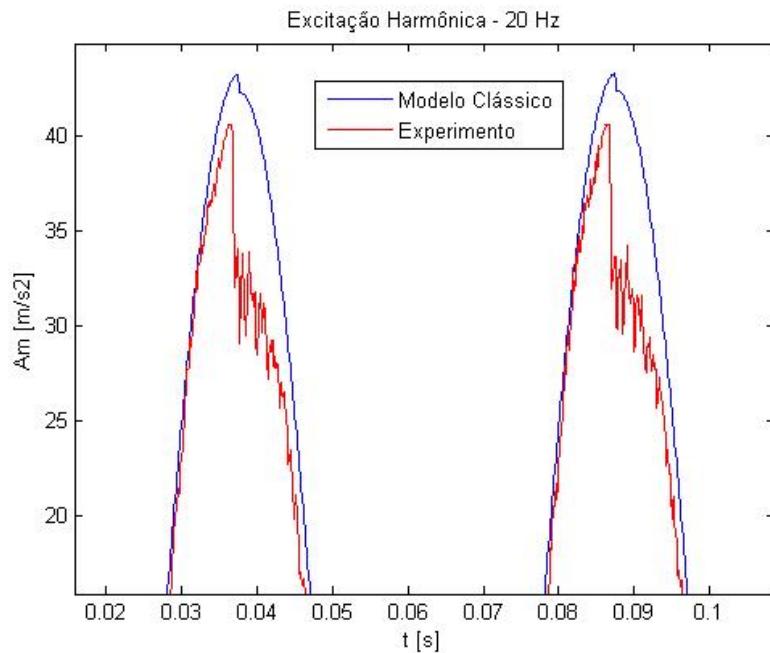


Figura 2.18. Detalhe das acelerações na região dos picos para excitação harmônica a 20 Hz.

Pode-se observar que o modelo computacional sobrestima em cerca de 5% o valor máximo da aceleração da mesa vibratória.

O modelo computacional que inclui o atrito Clássico de Coulomb foi capaz de representar a brusca variação da aceleração associado à transição da força de atrito. As oscilações de alta frequência logo após a queda brusca da aceleração não são representadas pelo modelo. Conforme discutido no final da secção 2.4, estas oscilações provêm da vibração da coluna que suporta o dispositivo de atrito, não incluída no modelo computacional.

#### 2.4.2 Modelo Coulomb Com Rigidez Tangencial de contato

Este modelo inclui as deformações elásticas tangenciais que ocorrem nas junções em contato, quando as duas superfícies estão aderidas. Para estimar a magnitude das deformações geradas na área real de contato, faz-se a consideração que as deformações geradas devem-se a um componente de carga normal e ao componente tangencial da força atrito.

A aderência pode ser modelada por uma propriedade de rigidez normal e outra tangencial do contato. Como a área real de contato depende da topografia das superfícies em contato e da carga normal aplicada seu valor é desconhecido.

O modelo do sistema vibratório apresentado na Fig.2.19, considera as fases de aderência e deslizamento na superfície de contato. Os parâmetros do sistema vibratório são a rigidez da suspensão ( $K$ ) a massa do sistema vibratório ( $m$ ). A excitação é dada por  $F_{exc}$  e a força normal no contato é  $F_N$ .

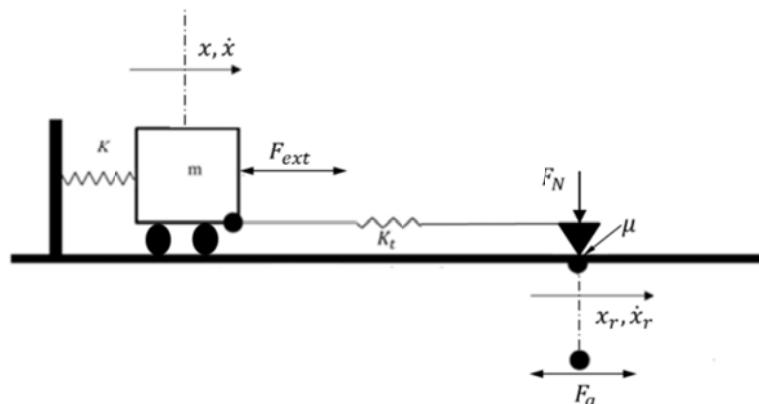


Figura 2.19. Modelo de contato com rigidez tangencial equivalente

O modelo do contato inclui a propriedade de rigidez tangencial  $K_t$ , a deflexão  $x_r$  que representa a deflexão elástica no contato,  $\mu$  que é o coeficiente de atrito estático entre as superfícies em contato e  $F_a$  que é a força de atrito.

No modelo com rigidez de tangencial, o valor da força de atrito vai depender do limite de atrito estático e da deformação da “mola  $K_t$ ” mostrada na Fig. 2.19. Logo as fases de aderência e escorregamento são estabelecidas pelas condições dadas pela força de atrito estática e força de atrito cinética Eq.(2.11).

$$|x| < \frac{\mu_e F_N}{K_t}, \quad \text{se } |k_t(x_1 - x_2)| \geq \mu_e F_N \quad x_r \neq 0 \quad \text{se não } x_r = 0 \quad \text{Aderência} \quad (2.9a)$$

$$|x| \geq \frac{\mu_d F_N}{K_t}, \quad x_r = x \quad \text{Escorregamento} \quad (2.9b)$$

Da Equação (2.9 a), tem que um estado de aderência sempre vai ser contemplado sempre enquanto a primeira condição seja satisfeita( Eq. 2.9 a), neste estado serão estimadas as deflexões no contato sempre enquanto a força da mola de rigidez tangencial supere em valor da força de atrito estática imposta logo  $x_r \neq 0$ , do contrario as deflexões no contato são nulas  $x_r = 0$  , embora a condição de aderência seja satisfeita. Neste caso, a força transmitida para a estrutura depende da deflexão do contato. De acordo com (Firrone 2006), tem-se que para este estado a força tangencial será dada por:

$$F_t = F_a + K_t(x - x_r) \quad (2.10)$$

Uma vez que a condição de escorregamento é satisfeita as deflexões no contato são as mesmas às deflexões geradas na suspenção  $K$ , logo  $x_r = x$  ,durante está fase de a rigidez tangencial do modelo da Fig. 2.22, é considerada com um valor infinito, porem o módulo da força de atrito é calculado pelo produto da força normal pelo coeficiente de atrito, com sentido oposto ao da velocidade da estrutura, conforme indicado nas Eqs. (2.9). Consequêntemente, a força transmitida á estrutura é a própria força de atrito e prevalece o modelo clássico de Coulomb na fase de escorregamento.

$$F_t = F_a = - \operatorname{sgn}(\dot{X}) \mu_d F_N \quad (2.11)$$

Sendo

$$sgn(\dot{X}) = \begin{cases} 1 & \text{para } \dot{X} > 0 \\ 0 & \text{para } \dot{X} = 0 \\ -1 & \text{para } \dot{X} < 0 \end{cases}$$

A Figura 2.20 apresenta a transição de comportamento entre as fases de escorregamento e de aderência. O valor da rigidez tangencial define o ângulo de inclinação da região de aderência. Logo para um estado de escorregamento segundo o visto a rigidez tangencial tende ao infinito produzindo  $\theta_t = 90$  graus. Para um estado de aderência a rigidez tangencial no contato tende a ser constante logo a inclinação na região de aderência é tomado como:  $\theta_t = \text{atan}(K_t)$ , (Firrone 2006)

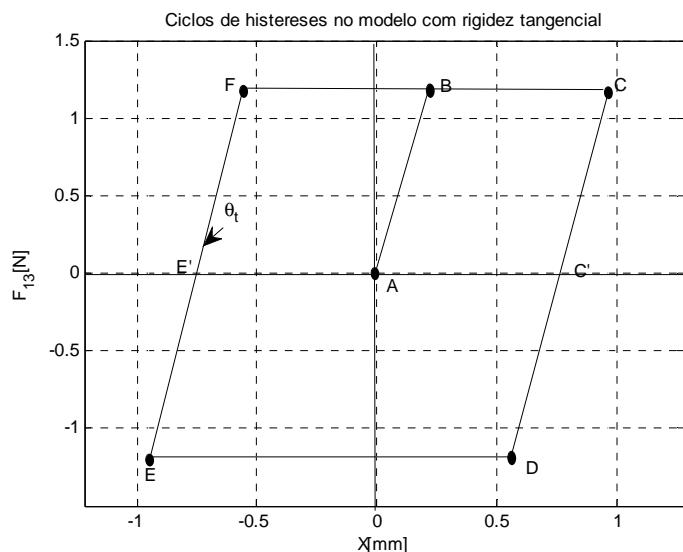
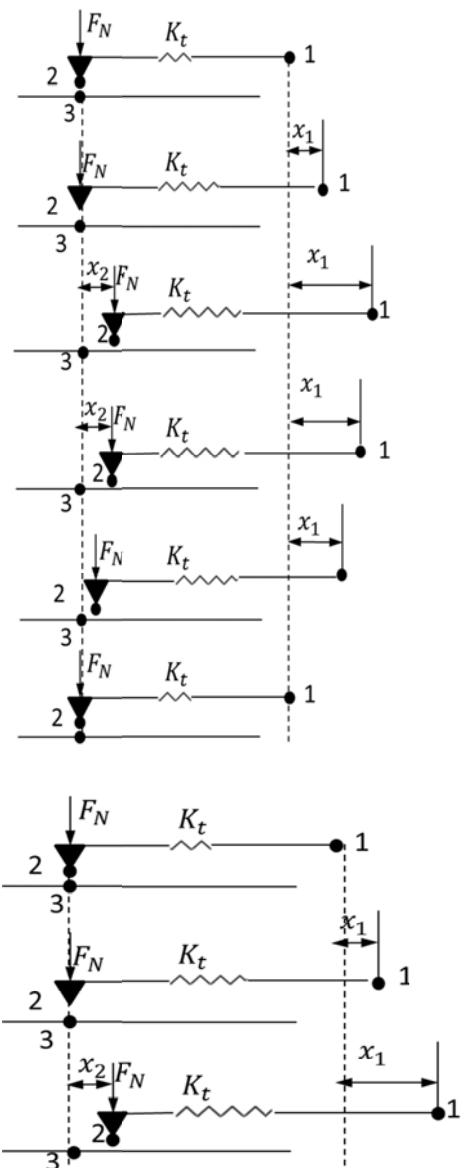


Figura 2.20. Transição da força de atrito no modelo com rigidez tangencial.

Finalmente na Fig. 2.21 mostra-se os estados da força de atrito segundo o modelo.



Estados da força de atrito no modelo com rigidez tangencial

De A para B (1)

$$x_2 = 0 \Rightarrow \text{Aderência}$$

$$F_{13} = k_t(x_1 - x_2) \Rightarrow |F_{13}| \leq \mu F_N$$

De B para C (2)

$$x_2 \neq 0 \Rightarrow \text{Escorregimento}$$

$$F_{13} = k_t(x_1 - x_2) \Rightarrow \mu F_N$$

Em C'

$$x_1 = x_2, x_2 \neq 0 \Rightarrow \text{Transição}$$

$$F_{13} = k_t(x_1 - x_2) = 0$$

De C' para D (3)

$$x_1 < x_2 \Rightarrow \text{Aderência}$$

$$F_{13} = k_t(x_1 - x_2) \Rightarrow |F_{13}| \leq \mu F_N$$

De D para E (4)

$$x_2 \neq 0 \Rightarrow \text{Escorregimento}$$

$$F_{13} = k_t(x_1 - x_2) \Rightarrow |F_{13}| \Rightarrow -\mu F_N$$

Em E'

$$x_1 = x_2, x_2 \neq 0 \Rightarrow \text{Transição}$$

$$F_{13} = k_t(x_1 - x_2) = 0$$

De E' para F (3)

$$x_1 < 0, x_2 = 0 \Rightarrow \text{Aderência}$$

$$F_{13} = k_t(x_1 - x_2) \Rightarrow |F_{13}| \leq \mu F_N$$

De F para C (4)

$$x_2 \neq 0 \Rightarrow \text{Escorregimento}$$

$$F_{13} = k_t(x_1 - x_2) \Rightarrow \mu F_N$$

Figura 2.21. Estados da força de atrito no modelo Coulomb com rigidez tangencial

A resposta do sistema vibratório livre foi obtida com o modelo que inclui a rigidez tangencial. Nas simulações numéricas são utilizados os dados da Tab. 2.1 e os valores da força de atrito da Tab. 2.2. O resultado da simulação é comparado com a resposta livre experimental na Fig. 2.22.

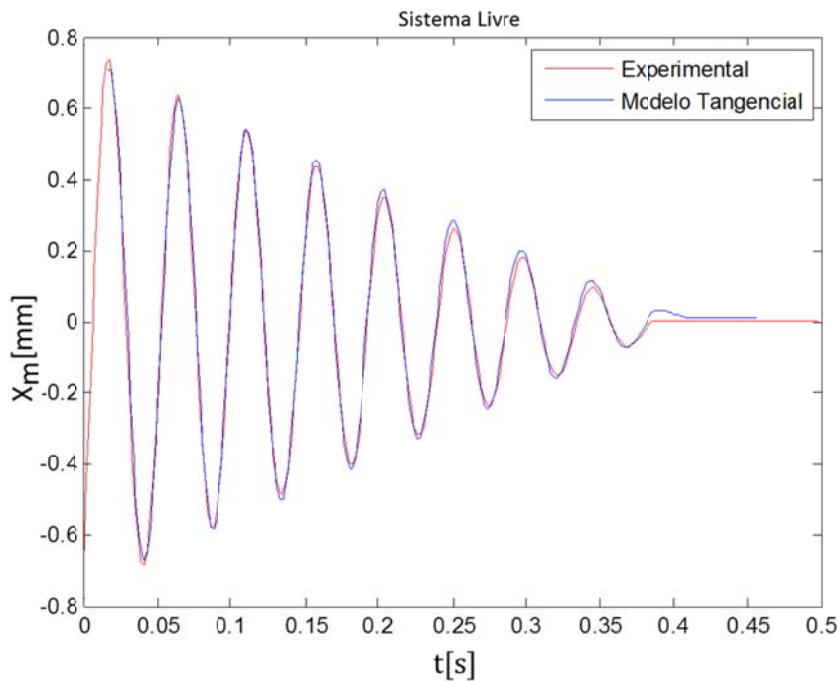


Figura 2.22. Comparação das respostas do sistema vibratório livre: Modelo tangencial.

O valor da rigidez tangencial  $K_t = 577,8$  N/m foi estimado a partir do ajuste das respostas do sistema livre, usando a Eq.2.9. Caso não seja possível realizar ensaios experimentais (Lepore 2002) sugere calcular o valor da rigidez normal de contato usando as propriedades elásticas dos materiais e a geometria da área aparente do contato e estimar o valor da rigidez tangencial no contato como  $K_t = K_n/1000$ .

Nas figuras 2.23 e 2.24 são apresentados os resultados da simulação com o sistema vibratório excitado por força harmônico na frequência de 20 Hz.

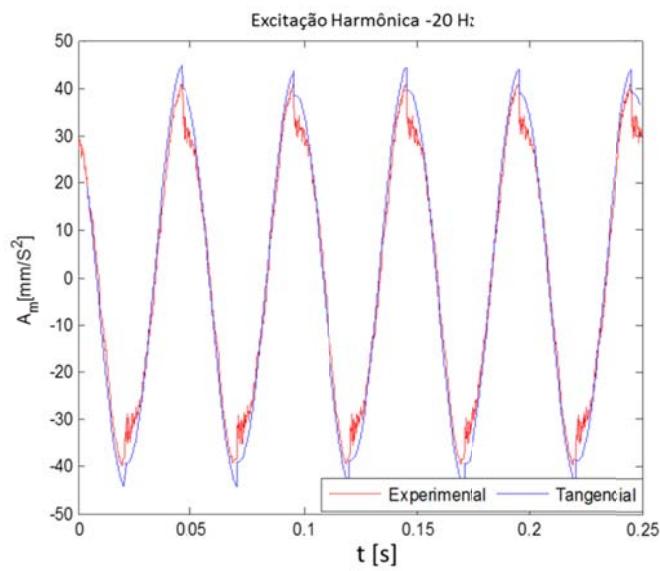


Figura 1.23. Comparação das acelerações com excitação harmônica de 20 Hz.

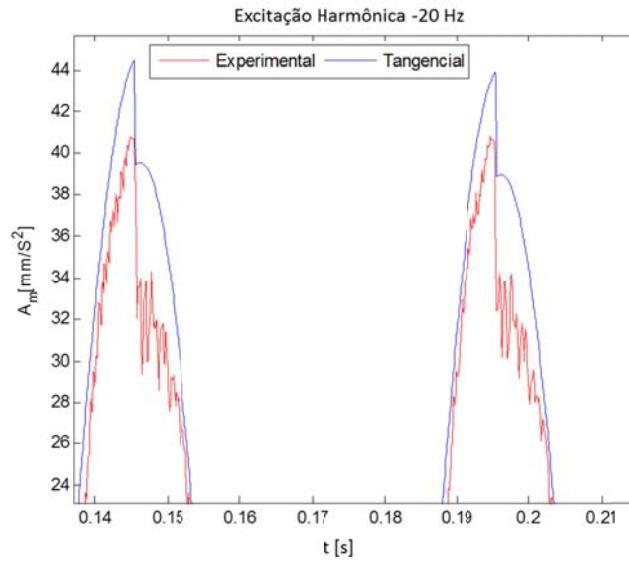


Figura 2.24. Detalhe das acelerações na região dos picos para excitação harmônica a 20 Hz.

Pode-se observar que o modelo computacional com rigidez tangencial sobreestima em 5,93 % o valor máximo da aceleração da mesa vibratória. O modelo foi capaz de representar a brusca variação da aceleração associado à transição da força de atrito. As oscilações de alta frequência logo após a queda brusca da aceleração não são representadas pelo modelo. Conforme discutido no final da secção 1.4, estas oscilações provêm da vibração da coluna que suporta o dispositivo de atrito, não incluída no modelo computacional.

### 2.4.3 Modelo Coulomb com Rigidez normal e tangencial de contato.

O modelo do sistema vibratório da Fig. 2.25 adiciona o efeito das deflexões elásticas  $y_n$  na direção normal das junções. Este efeito pode ser representado por uma propriedade de rigidez normal  $K_n$ , adicionada ao contato.

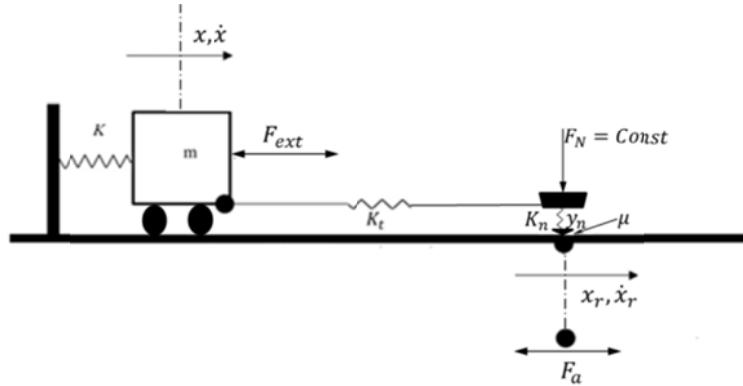


Figura 2.25. Modelo de contato com rigidez tangencial e normal equivalentes.

A força de atrito deste modelo em estado de aderência depende da rigidez tangencial, logo uma parcela da força de atrito estimada segundo este modelo é dada pelo modelo de rigidez tangencial dado na Eq (2.10) da seção anterior. De acordo com (Firrone 2006), a existência de uma deflexão  $y_n(t)$  somada a uma carga normal  $F_N$  irá produzir uma força  $N_0$  pela Eq. (2.12).

$$N_0 = F_N + K_n y_n(t) \quad (2.12)$$

A força tangencial  $F_t$  resulta:

$$F_t = \mu_e N_0 + K_t (x - x_r) \quad (2.13)$$

Caso  $y_n(t)$  seja constante não há variação no valor da força normal do contato e a Fig. 2.20 pode ser usada para representar a transição entre as fases de aderência e escorregamento. Caso contrário o valor da força normal depende de  $y_n(t)$  produzindo uma força de atrito variável durante a fase de escorregamento.

A resposta do sistema vibratório livre foi obtida com o modelo que inclui a rigidez tangencial e a rigidez normal no contato. Nas simulações numéricas são utilizados os dados da Tab. 2.1 e os valores da força de atrito da Tab. 2.2. O valor da rigidez tangencial  $K_t = 577,8$  N/m é o mesmo usado na simulação com o modelo anterior e a rigidez normal adotada corresponde a uma razão de mil vezes menor do valor da rigidez tangencial de contato (Lima 2014), o que é  $K_n = 5,778 \cdot 10^5$  N/m.

O resultado da simulação com o sistema vibratório livre é comparado com a resposta experimental na Fig. 2.26.

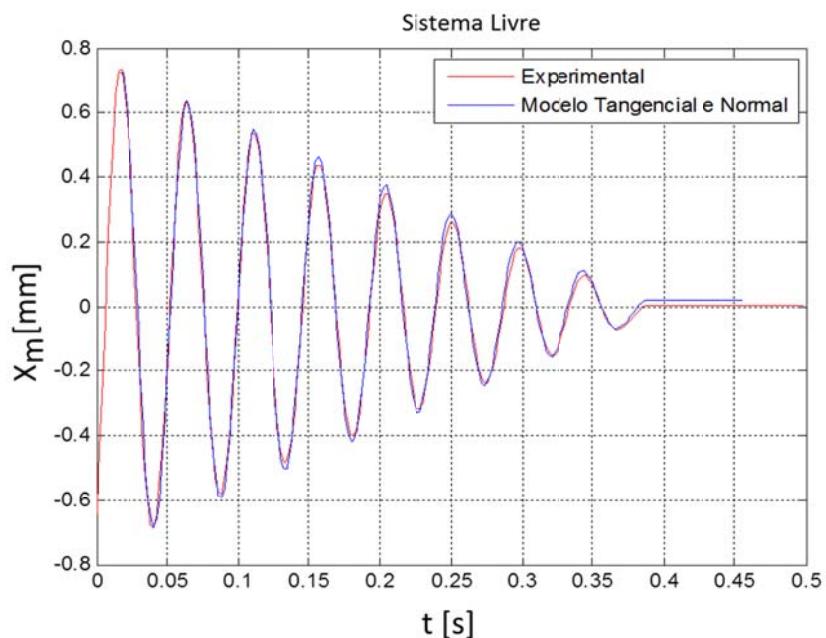


Figura 2.26. Comparaçāo das respostas do sistema vibratório livre: Modelo normal+tangencial.

A taxa de decaimento linear das amplitudes de deslocamento obtidas com o modelo que inclui as propriedades de rigidez normal e tangencial resultou 1.8368 mm/s que difere do valor experimental de 1,73 %.

As Figuras 2.27 e 2.28 apresentam a resposta do sistema vibratório excitado por força harmônico na frequência de 20 Hz. Nas simulações numéricas são utilizados os dados da Tab.2.1 e o valor da força de atrito da Tab. 2.2.

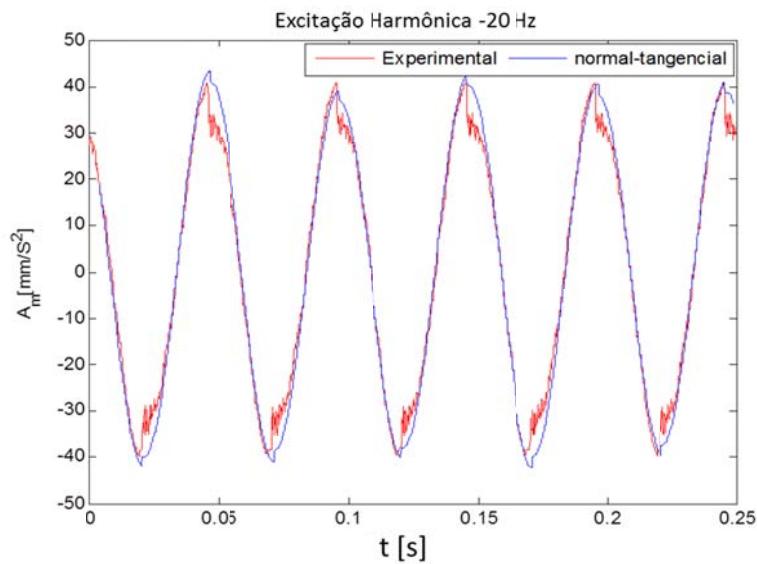


Figura 2.27. Comparação das acelerações com excitação harmônica de 20 Hz: modelo com rigidez tangencial e normal.

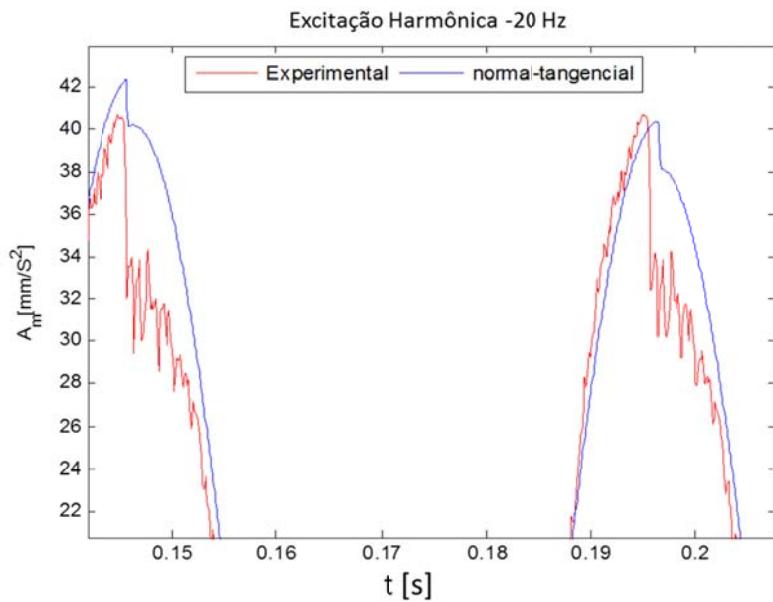


Figura 2.28. Detalhe das acelerações na região dos picos para excitação harmônica a 20 Hz: modelo com rigidez tangencial e normal

Pode-se observar que o modelo computacional com rigidez tangencial sobreestima em 4.18% o valor máximo da aceleração da mesa vibratória. O modelo foi capaz de representar a brusca variação da aceleração associado à transição da força de atrito. As oscilações de alta frequência logo após a queda brusca da aceleração não são representadas pelo modelo.

## 2.5. Comparação das respostas obtidas com os três modelos de atrito

Os resultados obtidos na secção 2.4 para as simulações computacionais com os três modelos de atrito são sumarizados na Tab. 2.3. Em todas as simulações foram mantidos os mesmos valores das propriedades físicas do sistema vibratório dados na Tab. 2.1.

As condições das simulações computacionais são indicadas nas colunas correspondentes aos casos estudados. São comparados os resultados obtidos para o coeficiente angular do decaimento ( $md$ ) nas simulações com o sistema livre e as amplitudes pico da aceleração ( $Am$ ). A variável ( $dif$ ) indica a diferença entre os valores simulados e os médios experimentalmente.

Tabela 2.3. Parâmetros usados nas simulações e valores calculados pelos modelos de atrito

Modelo	Sistema Livre		Excitação harmônica de 20 Hz	
	Parâmetros de simulação	Valores calculados	Parâmetros de simulação	Valores calculados
Clássico	$dt = 1,8730[mseg]$ $X(0) = 0,739[mm]$ $\mu = 0,15$ $F_N = 8,04 [N]$	$md = 1,80 \text{ mm/s}$ $Am = 42,06 \text{ m/s}^2$ $Am = 4,90\%$	$F_{ext} = 32,7[N]$ $dt = 0,039[mseg]$ $\mu = 0,15$ $F_N = 9,46 [N]$	$ Am  = 42,06 \text{ m/s}^2$ $Am = 4,90\%$
Tangencial	Idem clássico + $k_t = 577,8 [N/m]$	$md = 1,84 \text{ mm/s}$ $Am = 42,76 \text{ m/s}^2$ $Am = 0,90\%$	Idem clássico $dt = 0,139[mseg]$	$ Am  = 42,76 \text{ m/s}^2$ $Am = 5,93\%$
Tangencial + Normal	Idem clássico + $k_t = 577,8 [N/m]$ $k_n = 577800 [N/m]$	$md = 1,84 \text{ mm/s}$ $Am = 42,76 \text{ m/s}^2$ $Am = 0,90\%$	Idem clássico $dt = 0,139[mseg]$	$ Am  = 42,76 \text{ m/s}^2$ $Am = 5,93\%$

A Figura 2.29 apresenta as envoltórias das respostas do sistema livre obtidas com os três modelos. Pode-se concluir que o modelo com rigidez tangencial apresentou menor diferença em relação ao valor experimental (0,90%). Devido ao fato que a transição de estado de escorregamento para a aderência é igualmente representada no modelo tangencial-normal, devido ao fato que a força normal é mantida com valor constante, o decaimento estimado por este último modelo tem o mesmo valor do modelo tangencial. O modelo clássico apresentou diferença de 1,02% relativa ao experimento. Pode-se concluir que os três modelos são adequados para representar o comportamento dinâmico do sistema vibratório livre, para as condições iniciais utilizadas nas simulações computacionais.

A comparação das respostas do sistema vibratório para a excitação harmônica é apresentada na Fig. 2.30. A amplitude pico da aceleração calculada pelo modelo clássico é mais próxima do valor experimental (4,90%) enquanto as calculadas pelos dois modelos com rigidez no contato apresentaram diferença de 5,93%.

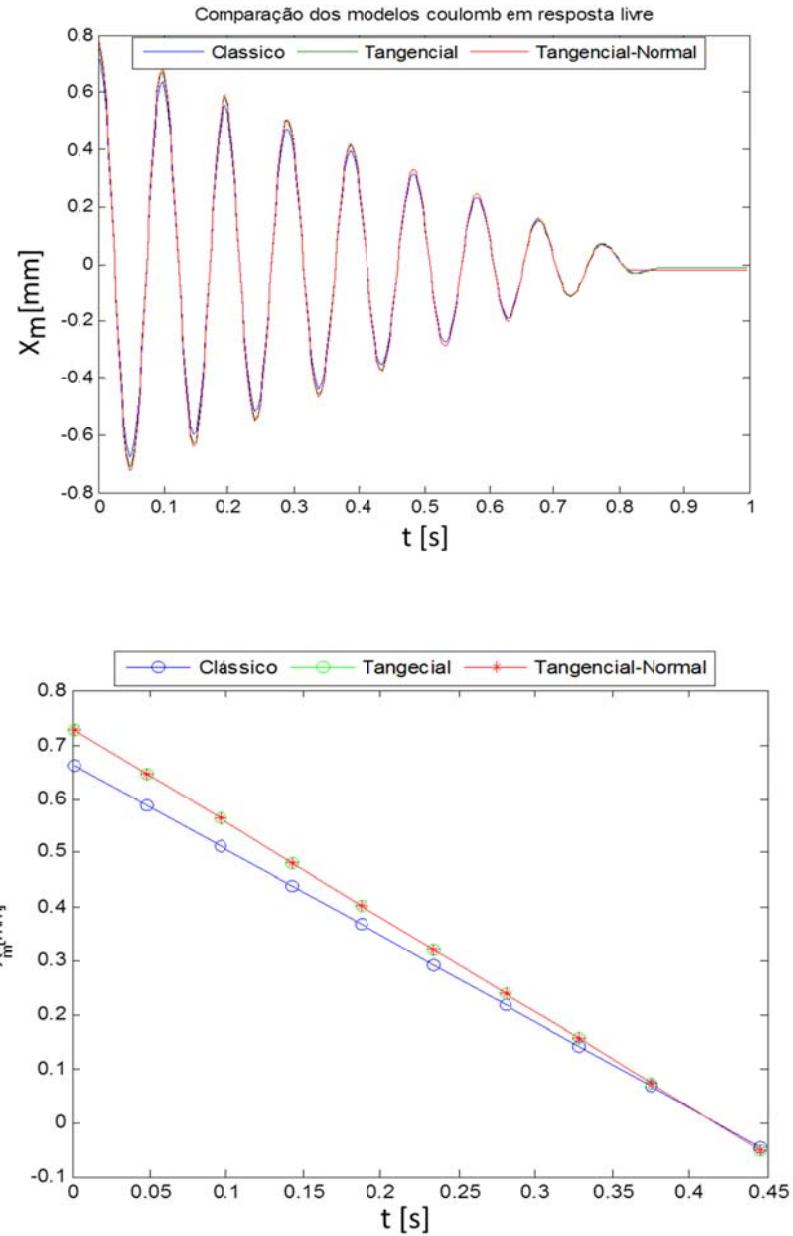


Figura. 2.29. Envoltórias Respostas do sistema livre e suas envoltórias calculadas pelos três modelos de atrito.

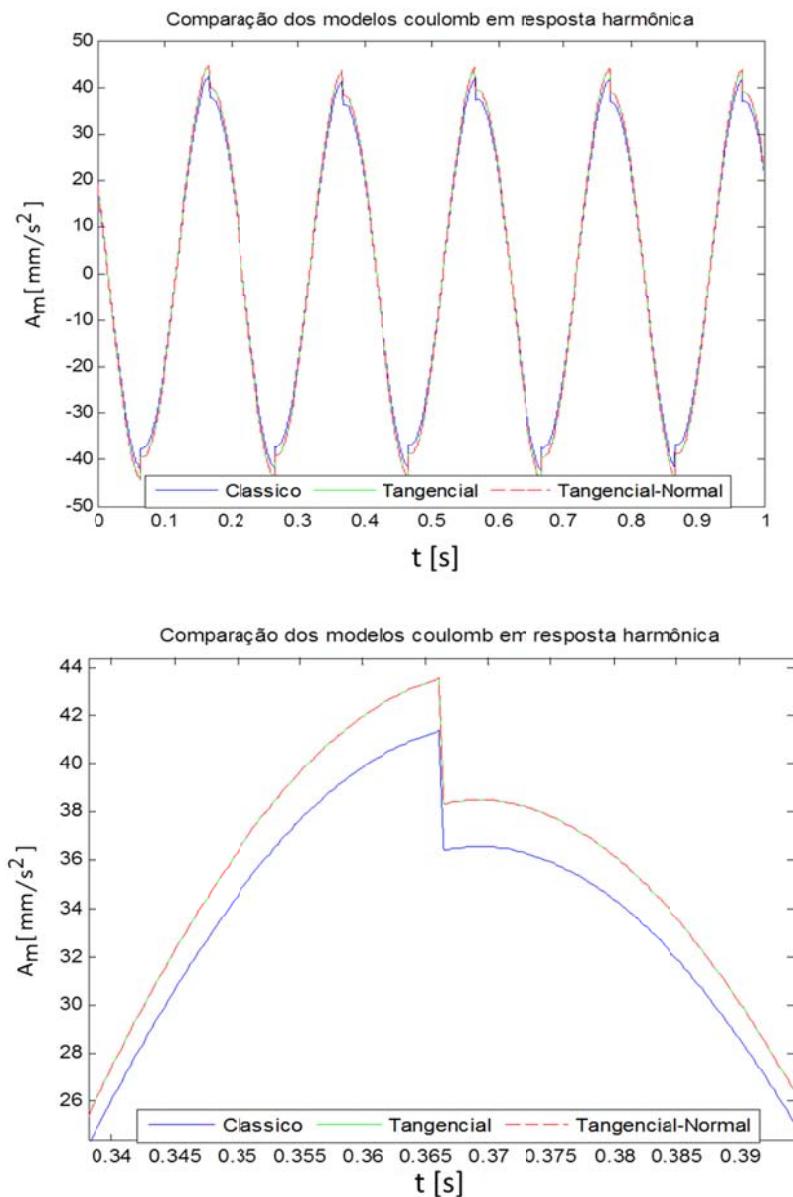


Figura 2.30. Respostas do sistema vibratório com excitação harmônica calculadas pelos três modelos de atrito.

Usando as respostas harmônicas calculadas pelos três modelos de atrito e os valores da força de atrito estimada para os valores da força normal indicadas na Tab. 2.3, podem ser determinados os ciclos de histerese associados aos modelos. A Figura 2.32 apresenta os resultados para os três modelos.

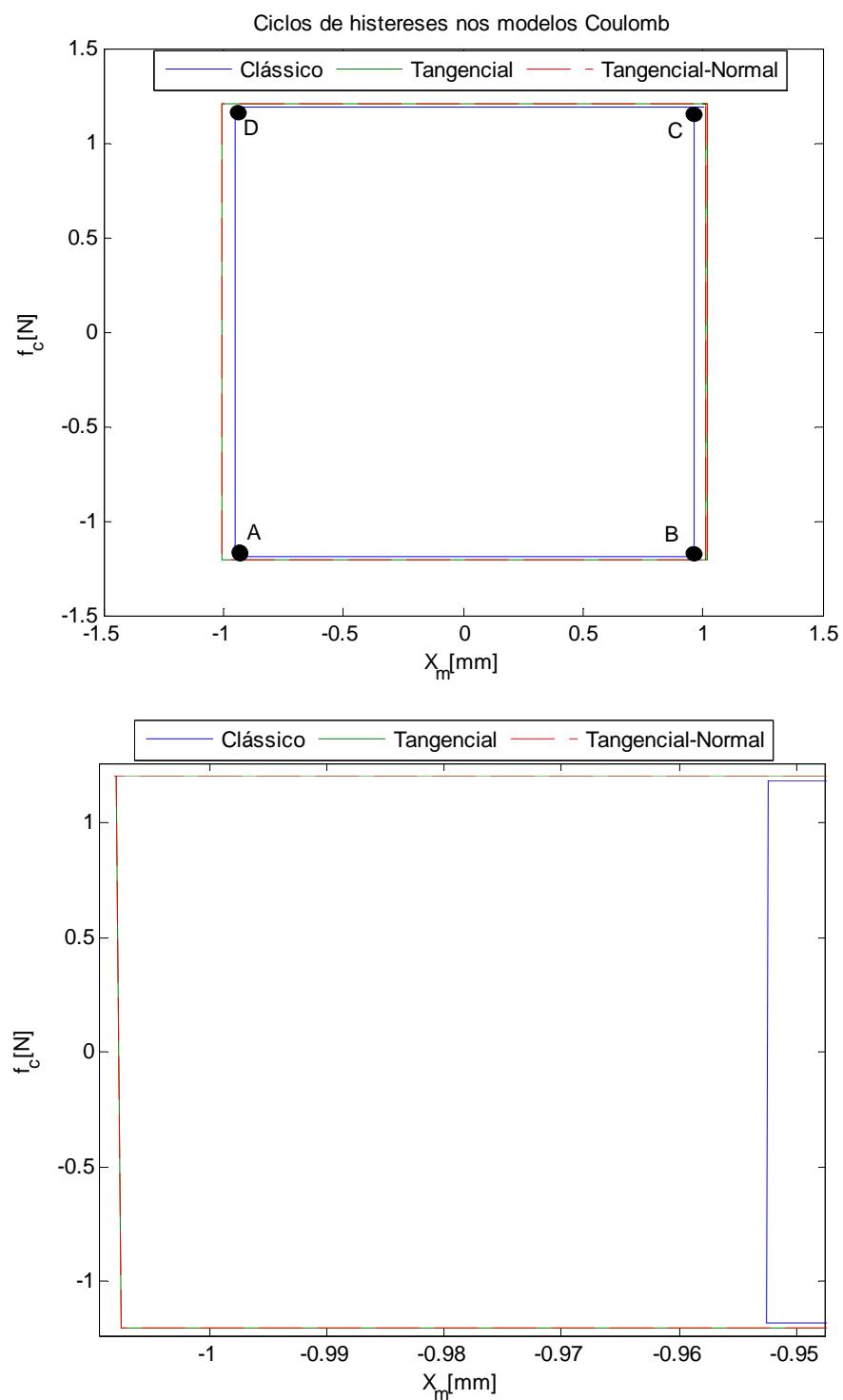


Figura 2.31. Ciclos de histerese calculados para os três modelos de atrito e detalhe na região de transição D-A.

Nos estados de escorregamento (ciclos A-B e C-D), o valor da força de atrito em todos os modelo avaliados resulta constante dependente apenas do sentido da velocidade e do produto  $\mu F_N$ .

Nos estados de aderência (ciclos B-C e D-A), a variação da força de atrito, segundo o modelo clássico é instantânea. No ciclo de histerese isto é identificado pela inclinação totalmente vertical da força de atrito. Por outro lado, no modelo tangencial e no modelo tangencial-normal, evidencia-se uma inclinação da reta, devida ao componente da rigidez tangencial envolvido na dinâmica do sistema. A tabela 2.4 sumariza esta análise.

Tabela 2.4. Valores característicos da força de atrito em função do ciclo de movimento

<b>Ciclo</b>	<b>Modelos de atrito Coulomb</b>		
	<b>Clássico</b>	<b>Tangencial</b>	<b>Tangencial-normal</b>
<b>A-B</b>	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})\mu F_N$	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})\mu F_N$	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})\mu F_N$
<b>B-C</b>	<b>0</b>	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})(\mu F_N) + K_t(x - x_r)$	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})(\mu F_N) + K_t(x - x_r)$
<b>C-D</b>	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})\mu F_N$	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})\mu F_N$	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})\mu F_N$
<b>D-A</b>	<b>0</b>	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})(\mu F_N) + K_t(x - x_r)$	$F_t = -\text{sign}(\dot{x})(\mu F_N) + K_t(x - x_r)$

A comparação dos resultados experimentais com as simulações realizadas com os três modelos de atrito estudados permitem concluir que tanto as respostas medidas do sistema vibratório livre, como a do sistema excitado harmonicamente podem ser representados com erro inferior a 5%.

As simulações com o modelo Coulomb Clássico requerem a especificação de apenas um parâmetro que é o valor do coeficiente de atrito, desde que seja conhecida a força normal no contato. Como nos experimentos o valor da força normal não foi medido, o ajuste do modelo foi realizado para identificar a força tangencial de contato. A partir dela pode-se estimar o coeficiente de atrito ou a força normal.

As simulações com o modelo Coulomb com rigidez tangencial requerem a especificação de dois parâmetros que são: o coeficiente de atrito e o valor da rigidez tangencial do contato, desde que seja conhecido o valor da força normal. Como nos experimentos o valor da força normal não foi medido, o ajuste do modelo foi realizado para identificar a força tangencial de contato e a rigidez tangencial. Deve-se salientar que a influência da rigidez é mais destacada na fase de aderência e se manifesta na inclinação do trecho D-A da curva de histerese, conforme mostrado na Fig. 2.31. O efeito da rigidez tangencial no decaimento da resposta livre ou no valor da amplitude máxima da aceleração é relativamente pequeno.

Os resultados experimentais não permitiram determinar diretamente o valor da rigidez tangencial a partir da curva de histerese, pois a amostragem dos sinais não foi suficiente para fornecer resolução nos valores da força e do deslocamento para reduzir o erro de estimativa de  $K_t$ . Nas simulações computacionais é fundamental utilizar passo de integração muito reduzido para determinar a influência da rigidez tangencial na fase de aderência.

As simulações com o modelo Coulomb com rigidez tangencial e normal incluídas requerem a especificação de três parâmetros que são: o coeficiente de atrito, o valor da rigidez tangencial e o da rigidez normal. Como os experimentos foram realizados com força normal constante, os resultados obtidos com este modelo foram idênticos aos do caso com apenas rigidez tangencial.

Os três modelos permitem avaliar a resposta de um sistema vibratório mesmo para o caso em que a força normal de contato varie com o tempo.

Neste trabalho o objetivo é analisar a resposta do sistema vibratório em situações nas quais  $F_N$  é ajustada para se otimizar a atenuação das vibrações. No próximo capítulo será apresentado o projeto de um dispositivo de ajuste da força normal no contato com um atuador piezelétrico.

## CAPITULO III

### **PROJETO DE UM DISPOSITIVO AMORTECEDOR POR ATRITO SECO E PARA VARIAÇÃO DA CARGA NORMAL NO CONTATO**

Os amortecedores passivos por atrito seco têm sido utilizados para à atenuação de vibrações em sistemas mecânicos, sem consumo de energia externa. O efeito deste tipo de dispositivo foi introduzido no capítulo I.

Neste capítulo é apresentado o projeto de um amortecedor por atrito que permite variar a força normal no contato. São apresentadas considerações de projeto do dispositivo, os elementos constitutivos, o sistema de ajuste da força normal e instrumentação utilizada para monitorar os esforços atuantes no contato.

O dispositivo amortecedor por atrito será instalado num sistema vibratório de um grau de liberdade para posterior análise do seu desempenho na redução das amplitudes da vibração.

É desenvolvida uma metodologia para analisar o comportamento estático e dinâmico do protótipo do amortecedor proposto. Fica constituído um sistema semiativo, pois o esforço de controle é aplicado de forma indireta no sistema vibratório.

O uso destes amortecedores tem sido limitado devido a três razões principais. Em primeiro lugar, devido à descontinuidade da força de atrito quando a velocidade relativa no contato é zero. Em segundo lugar, quando o coeficiente de atrito estático é visivelmente maior do que o cinético, é produzido o fenômeno de aderência-escorregamento ("stick-slip"). O último fato é o desgaste dos materiais no contato. Estes fatos dificultam o projeto de um controlador eficiente, porém o desenvolvimento de novos materiais viabiliza a utilização deste tipo de amortecedor.

Os componentes do dispositivo de atrito são projetados usando técnicas de modelagem por elementos finitos. Após sua construção são realizados ensaios experimentais para identificar o comportamento estático dinâmico e do dispositivo amortecedor.

### 3.1 Componentes do protótipo do amortecedor

O dispositivo proposto é apresentado na Fig. 3.1. A figura superior mostra uma fotografia em planta do dispositivo de amortecimento por atrito instalado no sistema vibratório de um grau de liberdade. O movimento do sistema vibratório ocorre apenas na direção indicada pela seta dupla, que corresponde ao seu grau de liberdade. Os movimentos nas outras duas direções ortogonais são desprezíveis. A fotografia inferior mostra dispositivo de atrito.

A Figura 3.2 apresenta o desenho esquemático do dispositivo de atrito e identifica seus principais componentes estruturais. Os desenhos construtivos detalhados das partes do amortecedor são apresentados no Anexo A.

A parte superior é do dispositivo, mostrada na Fig. 3.2, é fixada à mesa vibratória sendo denominada Base Móvel da Estrutura Vibratória. Ela é uma estrutura rígida na qual são instalados lateralmente dois parafusos cujas faces internas estão em contato com as duas esferas de aço, constituindo os dois contatos que produzem a força de atrito.

A suspensão do amortecedor é composta por quatro lâminas flexíveis paralelas, cujas extremidades são fixadas à coluna inercial através de duas células de carga piezelétricas. Estas células medem a força tangencial no contato.

As duas esferas são instaladas na estrutura superior das lâminas da suspensão do amortecedor. As extremidades inferiores das lâminas são fixadas à coluna inercial

Entre o par de lâminas, na extremidade superior, é instalado um atuador piezelétrico (PPA40L) que gera a variação da carga normal de contato entre as esferas e as faces dos parafusos. Um sensor piezo resistivo mede a força normal no contato.

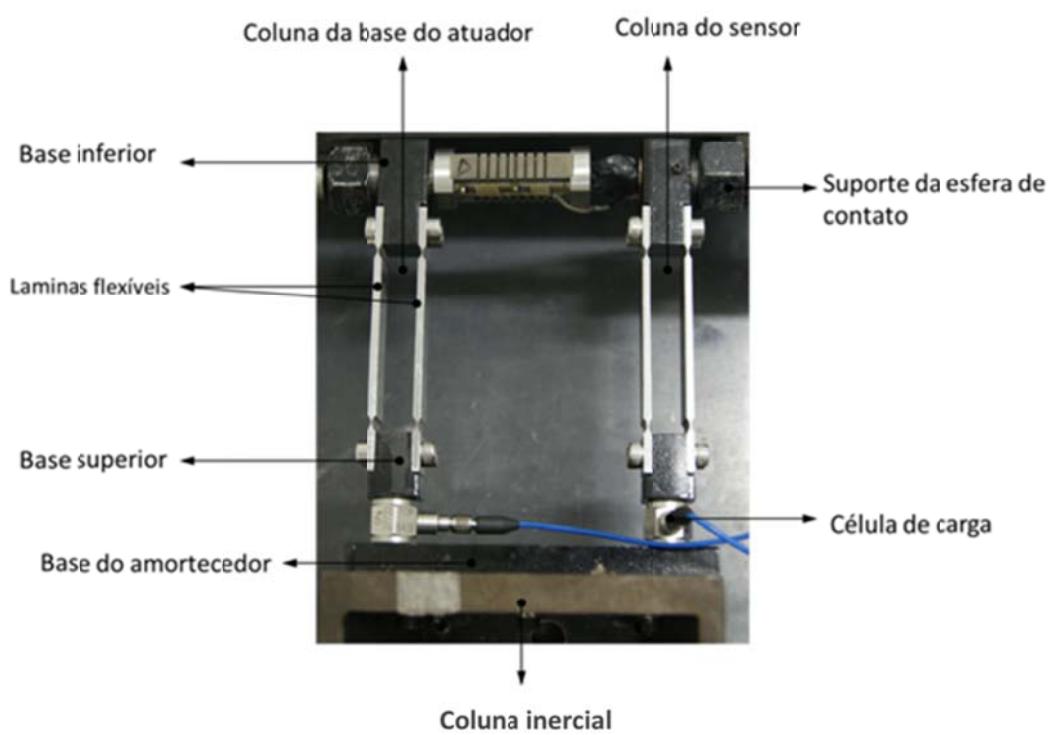
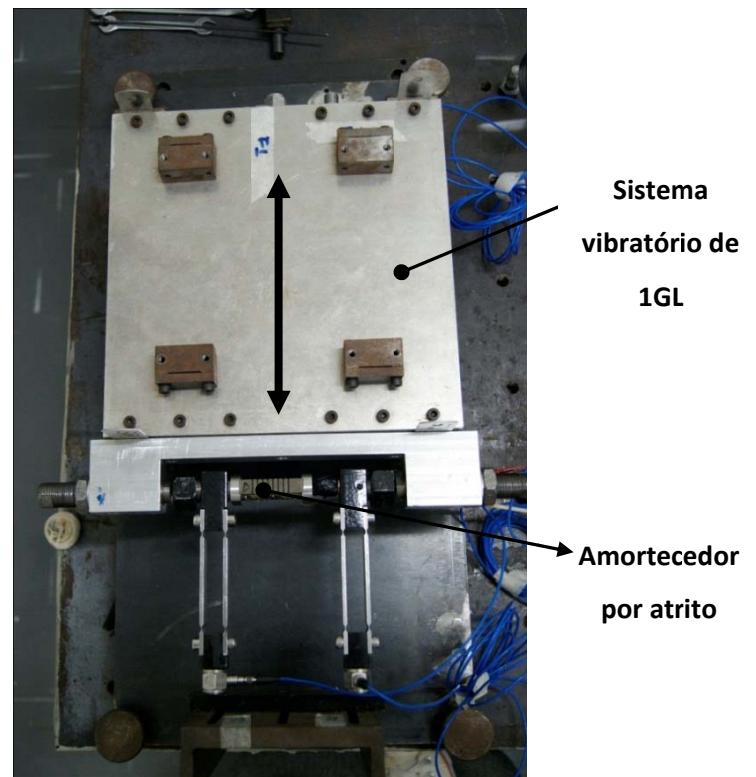


Figura 3.1. Amortecedor com variação da carga normal instalado no sistema vibratório.

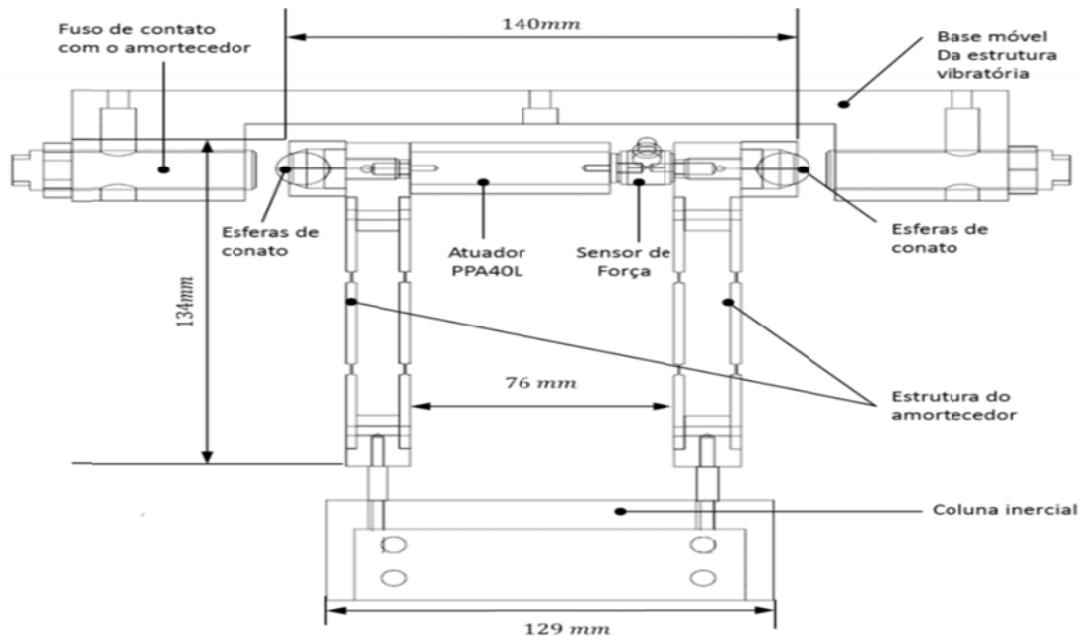


Figura 3.2. Esquema do amortecedor por atrito seco proposto

### 3.1.1 Atuador piezelétrico que ajusta a força normal no contato

O atuador piezelétrico utilizado no dispositivo é o modelo PPA40L (CEDRAT 2006). Ele é constituído por uma pilha de lâminas de material piezelétrico montada sobre pressão numa estrutura elástica de aço. A associação em paralelo das lâminas permite produzir variação significativa no comprimento da pilha, quando um campo elétrico é aplicado, e a estrutura elástica mantém a integridade da pilha mesmo quando ela é contraída.

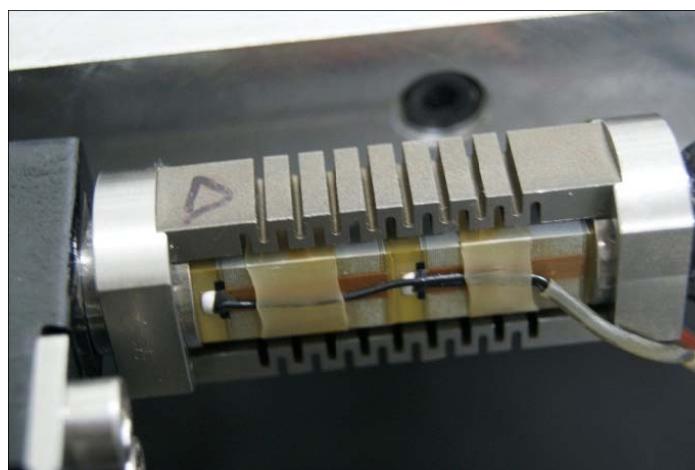


Figura 3.3. Atuador piezelétrico modelo PPA40L.

O atuador PPA40L, mostrado na Fig. 3.3, produz deslocamentos proporcionais à voltagem aplicada na sua entrada, que pode variar de -20 V a +150 V, sendo fornecida por um amplificador (modelo LA75). De acordo com dados do fabricante o PPA40L tem máxima retração de  $-7,5\mu m$  para um nível de -20 V e máximo alongamento de  $37,5\mu m$ , para um nível de voltagem de 150 V. Consequentemente, uma voltagem negativa irá reduzir o nível da força normal no contato, enquanto uma voltagem positiva resulta num aumento da força normal. A pilha piezelétrica é pré-comprimida pela estrutura elástica do atuador, limitando os esforços admissíveis de tração, flexão e de torção, como indicados na Tab. 3.1.

Tabela 3.1. Cargas limite sobre o PPA40L: dados do fabricante

Direção da carga	Condição	Unidade	Valor
<b>Máxima Torção</b>	<b>Esforço Estático, sem bloqueio das faces.</b>	<b>Ncm</b>	<b>100</b>
<b>Máxima Flexão</b>	<b>Esforço Estático, sem bloqueio das faces.</b>	<b>Ncm</b>	<b>100</b>
<b>Máxima Tração</b>	<b>Esforço Estático ou dinâmico</b>	<b>N</b>	<b>3000</b>
<b>Tempo de resposta</b>	<b>Uma extremidade livre</b>	<b>ms</b>	<b>0,030</b>

O sistema de alimentação elétrica do atuador consiste de uma fonte linear (LC75X) que fornece uma voltagem contínua, de um amplificador linear (LA75X) com ganho igual a 20, adequado para fornecer alimentação das cargas capacitivas presentes nos atuadores piezoelétricos. Um servo-controlador (SC75) permite aplicar um sinal de controle com diferentes formas de onda superpostas a níveis DC que também podem ser ajustados. O diagrama do circuito de alimentação é apresentado na Fig. 3.4.

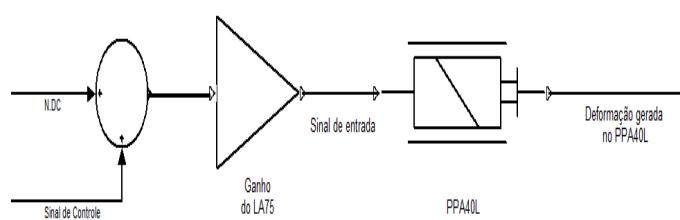


Figura 3.4. Diagrama do sistema de acionamento elétrico do atuador.

Em estado livre, isso é, sem forças aplicadas nas extremidades do atuador, o deslocamento  $\Delta\delta$  é dado por: (CEDRAT 2006):

$$\Delta\delta = \frac{(NV - F_{AP})}{K_A} \quad (3.1)$$

Na Equação. (3.1), N é o fator de força do atuador,  $K_A$  é a rigidez do dispositivo, V é a voltagem aplicada e  $F_{AP}$  é a força gerada no atuador. Quando o produto NV é máximo, comumente fica definida a força de bloqueio do atuador  $F_o$ , dada por:

$$F_o = NV_{max} \quad (3.2)$$

O deslocamento  $\Delta\delta$  é nulo quando a força gerada no atuador  $F_{AP} = F_o$ . Nesta condição o atuador atinge o curso máximo calculado por:

$$\Delta U_0 = \frac{F_{AP}}{K_A} \quad (3.3)$$

A relação entre o deslocamento em estado livre  $\Delta U_0$ , e a força de bloqueio  $F_o$ , estabelece a carga característica do PPA40L. A máxima carga gerada pelo o atuador está dada por:

$$F_{maxAP} = K_A \Delta U_o \quad (3.4)$$

Na Equação. (3.4),  $F_{maxAP}$ , é a foça máxima no atuador  $K_A$ , é rigidez do atuador e  $\Delta U_o$ , é deslocamento nominal sem forças externas ou sem obstáculos.

Considerando os dados fornecidos pelo o fabricante o PPA40L tem a força de bloqueio  $F_o = 3500 N$  e rigidez  $K_A = 87,5 N/\mu m$ .

De acordo com o fabricante, as curvas características do PPA40L são obtidas em dois ensaios. Para forças compressivas aplicadas na entrada no atuador resultam os deslocamentos axiais (gráfico A da Fig. 3.5), permitindo caracterizar a rigidez do atuador.

Aplicando uma voltagem harmônica de baixa frequência (1 Hz) são obtidos os deslocamentos da extremidade livre do atuador (gráfico B, da Fig. 3.5), permitindo avaliar a resposta e a histerese do sistema de atuação.

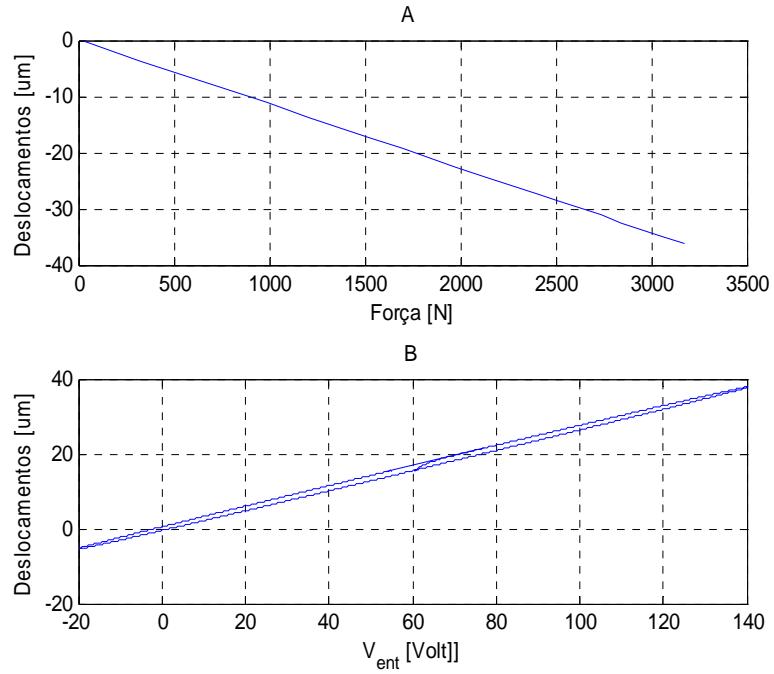


Figura 3.5. Atuador PPA40L (dados do fabricante). A) Deslocamento gerado por força estática e B) Deslocamento da extremidade livre para voltagem harmônica de entrada.

### 3.1.2. Célula de carga para medir a força normal no contato

Para monitorar a força normal de contato entre as esferas e as faces planas dos parafusos foi construída uma célula de carga piezo resistiva. Este sensor consiste de um anel elástico de aço instrumentado com quatro strain gages que constituem uma ponte de Wheatstone completa.

A Figura 3.6 mostra a célula de carga montada entre a extremidade do atuador e a suspensão elástica do dispositivo amortecedor por atrito.

Para o condicionamento do sinal da força normal foi projetado e construído um circuito de amplificação, incluindo um circuito de ajuste de off-set.

Este sensor foi construído especialmente para ser aplicado no amortecedor de atrito. Seu projeto foi desenvolvido utilizando um modelo de elementos finitos da estrutura para determinar os níveis máximos das deformações elásticas e das tensões mecânicas para uma carga nominal de 1500 N.

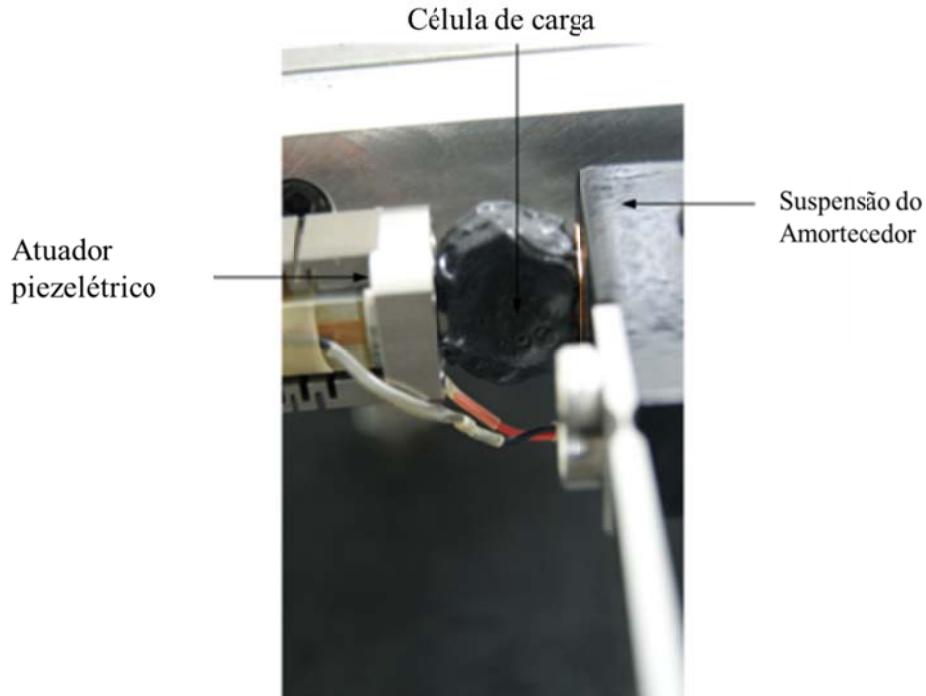
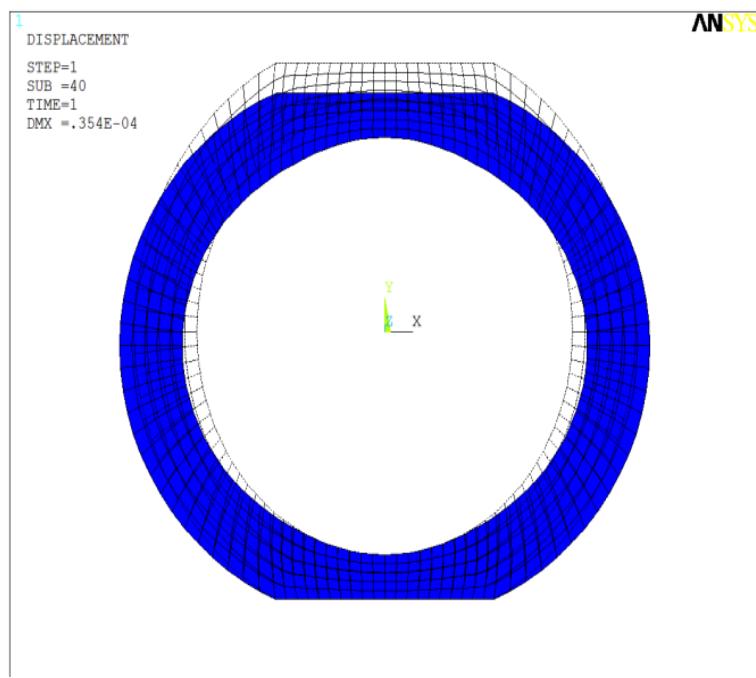


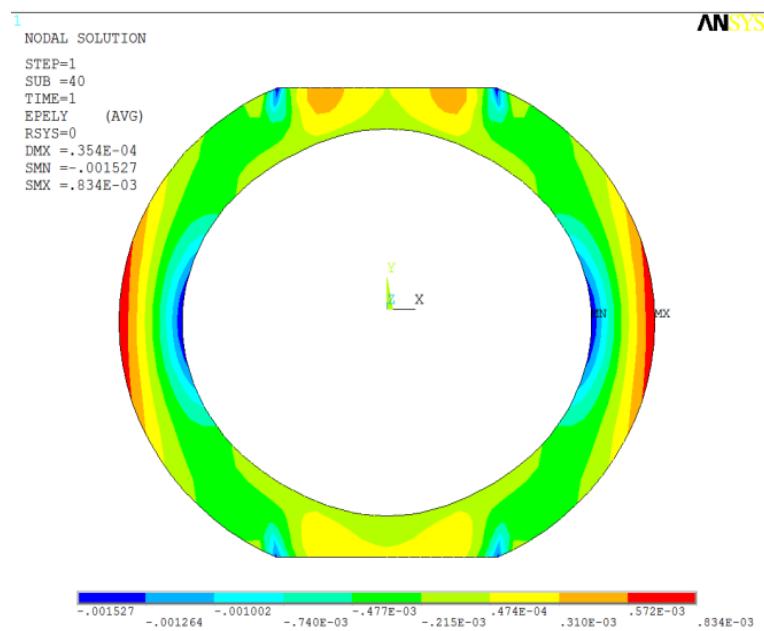
Figura 3.6. Célula de carga instalada entre o atuador a suspensão do amortecedor de atrito.

A Figura. 3.7 apresenta os resultados da simulação computacional com o modelo de elementos finitos para uma carga estática aplicada na direção vertical (y). O gráfico A apresenta os deslocamentos e o gráfico B mostra a distribuição das deformações elásticas obtidas.

A característica de deslocamento em função da carga aplicada é obtida pela simulação estática da estrutura devido a  $F_y$  variando de zero até o valor máximo de 1500 N em incrementos de 100 N. Utilizando os resultados da simulação estática com o modelo do sensor foi determinada sua rigidez  $K_s = 42372,9 \text{ N/mm}$ .



A



B

Figura 3.7. Modelo de elementos finitos da célula de carga piezo resistiva: Deflexões (A) e Deformações Elásticas (B).

O sistema de medição da força normal foi calibrado estaticamente para obter a sensibilidade e as características de histerese. A reposta estática experimental para cargas compressivas, geradas por peso morto, em regime de carga e descarga é apresentada na Fig. 3.8. Cada um dos valores medidos da saída foi estimado pela média de sessenta medidas em cada uma das entradas.

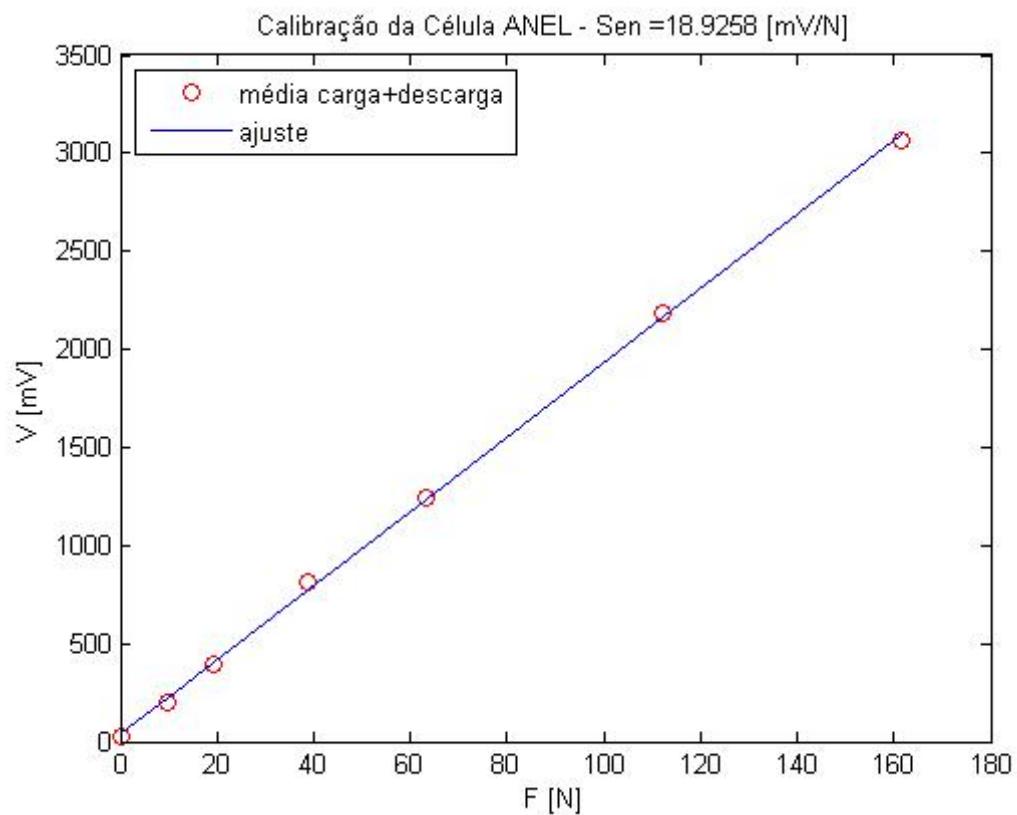


Figura 3.8. Ensaio estático do sistema de medição da força normal.

Ajustando uma reta de regressão aos valores experimentais médios em carga e descarga foi determinada a sensibilidade estática média  $S_e = 18,95 (\pm 0,49)$  mV/N com confiança de 95 %.

A força normal no contato pode ser determinada a partir da voltagem medida na saída do condicionador pela equação seguinte:

$$F_s[N] = \frac{V_{[mV]}}{S_e \left[ \frac{mV}{N} \right]} \quad (3.5)$$

### 3.1.3 Estrutura do amortecedor

A estrutura elástica do amortecedor deve ter baixa rigidez na direção do atuador (direção da força normal) e alta rigidez na direção tangencial (direção da força de atrito). Adicionalmente, requer-se que as deflexões na direção tangencial sejam desprezíveis quando comparadas com as deflexões na direção normal.

A simetria da estrutura da suspensão e sua elevada rigidez na direção da força tangencial de atrito previne a aplicação de esforços de flexão ou de torção sobre o atuador piezelétrico, atendendo os requisitos apresentados na Tab. 3.1.

Um mecanismo com estas características é aquele apresentado na fotografia inferior da Fig. 3.1. Os dois conjuntos de lâminas paralelas tem uma das extremidades engastadas na coluna inercial e as outras duas unidas pelo atuador piezelétrico. Em cada coluna, formada pelo par de lâminas, é instalada uma célula de carga piezelétrica usada para medir a força de atrito devido ao contato entre as esferas e as faces dos parafusos.

Para aumentar a flexibilidade na direção da força normal são usinados entalhes nas regiões próximas das extremidades de cada lâmina. Este entalhe produz um efeito semelhante ao de rótulas nas extremidades de cada lâmina. A estrutura completa é análoga a um mecanismo de quatro barras: cada uma das colunas configura uma barra biarticulada sem atrito.

As extremidades das colunas são unidas de um lado pela coluna inercial e no outro pelo atuador piezelétrico montado em série com a célula de carga piezo resistiva.

O uso deste tipo de mecanismo é encontrado em equipamentos de micro posicionamento (Lee e Kim, 1997), micro manipuladores (Suyama e Tanemoto, 1991), microscópios ópticos (Arai e Andou, 1998) e em motores harmônicos (Stuart 1996).

O critério de projeto dos entalhes das lâminas é obter a deflexão ótima a partir da geometria definida pela espessura mínima  $t$  e do tipo de curvatura do entalhe. A Figura 3.9, apresenta duas possíveis geometrias para o entalhe.

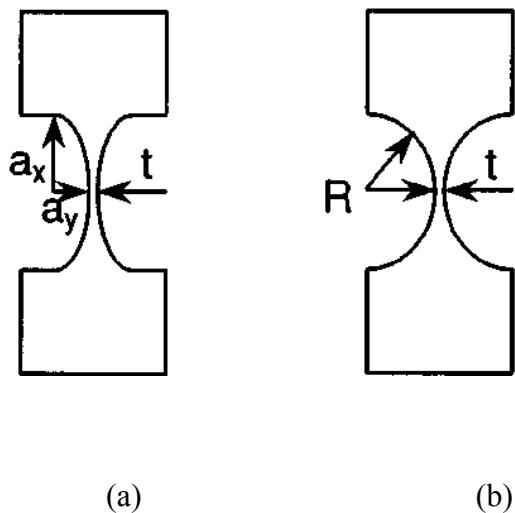


Figura 3.9. Geometrias típicas do entalhe: a) elíptica. b) circular.

Em (Paros e Weisboro 1965) são encontradas as equações diferenciais que permitem calcular o índice de flexão crítica do entalhe, obtidas a partir da teoria da resistência dos materiais.

Foram analisadas via modelos analíticos as deflexões angulares e lineares geradas por forças aplicadas em três direções, para geometrias de entalhe com curvaturas circular, parabólica, hiperbólica e elíptica.

Nos modelos da estrutura da lâmina com entalhe foram consideradas as seguintes simplificações:

- Os entalhes são simétricos com respeito ao raio de curvatura.
- A geometria do entalhe consiste numa seção totalmente circular, elíptica, parabólica ou hiperbólica.
- As deflexões são modeladas e analisadas considerando pequenos deslocamentos (vigas de Euler-Bernoulli).

A metodologia descrita acima foi utilizada para projetar a lâmina, ou seja, para definir a geometria do entalhe. O comprimento e as dimensões gerais de cada lâmina são indicadas na Fig. 3.10. Os resultados deste estudo analítico não estão incluídos no texto da dissertação.

A geometria de entalhe circular tem maior facilidade construtiva, considerando os recursos de usinagem disponíveis no laboratório. Cada entalhe foi construído com um raio de curvatura igual a 4.0 mm, com centro posicionado a 4.25 mm do plano médio da lâmina. Isto gera uma espessura mínima no entalhe  $t = 0.5$  mm.

Foi desenvolvido um modelo de elementos finitos para representar a estrutura das lâminas com entalhes de geometria circular. As extremidades de cada par de lâminas flexíveis são consideradas perfeitamente engastadas na coluna inercial

Este modelo foi utilizado para realizar simulações computacionais para calcular a rigidez estática e determinar os estados de tensões e das deformações mecânicas.

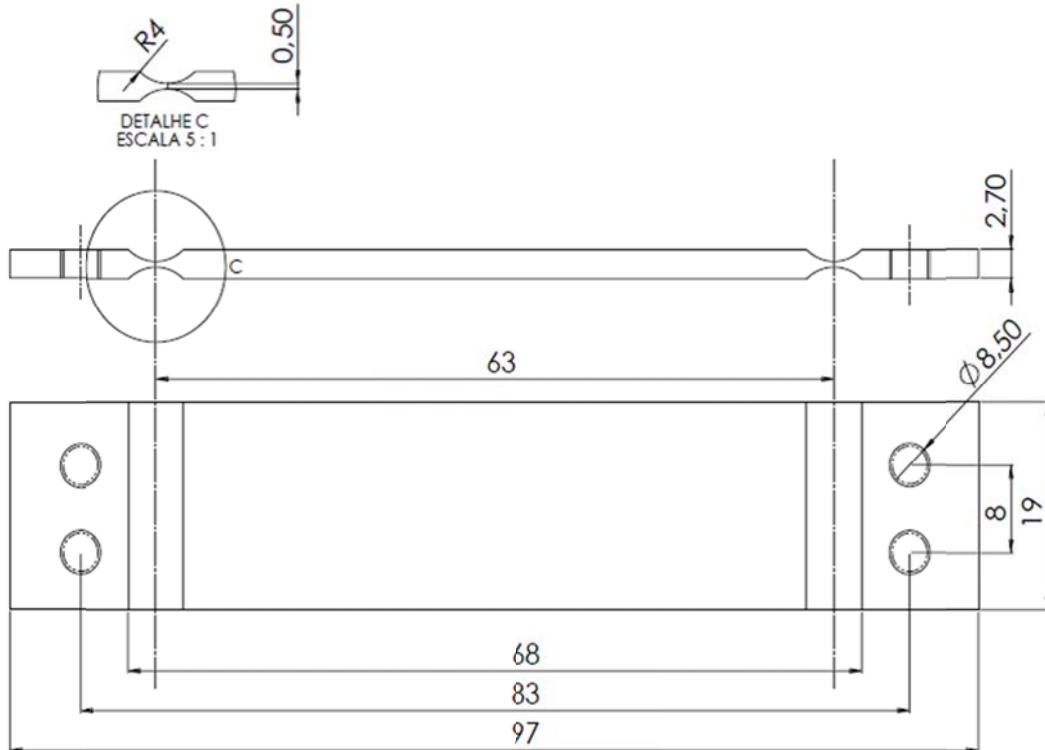


Figura 3.10. Dimensões principais das lâminas da estrutura do amortecedor de atrito.

O atuador piezelétrico não foi incluído no modelo. Seu efeito é considerado como uma condição de contorno tipo engastado-livre nas extremidades dos pares de lâminas flexíveis.

O efeito da expansão do atuador é representado por uma força  $F_y$  aplicada nos pontos de fixação do PPA40L com as duas partes da suspensão do dispositivo de atrito.

Considerando a simetria da estrutura em relação ao eixo  $x$ , apenas uma das lâminas foi modelada. As dimensões da lâmina, utilizadas no modelo, estão indicadas na Fig. 3.10.

Na simulação computacional com o modelo de elementos finitos foi utilizado o valor da espessura mínima do entalhe  $t = 0,495$  mm, calculada a partir da média dos valores medidos nas lâminas construídas. O desvio padrão das oito medidas da espessura mínima resultou igual a 0,068 mm.

A Figura 3.11 apresenta as deflexões elásticas obtidas na simulação computacional do modelo de elementos finitos para uma força estática  $F_y = 1$  [N] aplicada na direção  $y$ , que coincide com a ação do atuador piezelétrico. As duas lâminas de cada parte da suspensão, apresentada na Fig. 3.11, estão associadas em paralelo, pois são submetidas ao mesmo deslocamento.

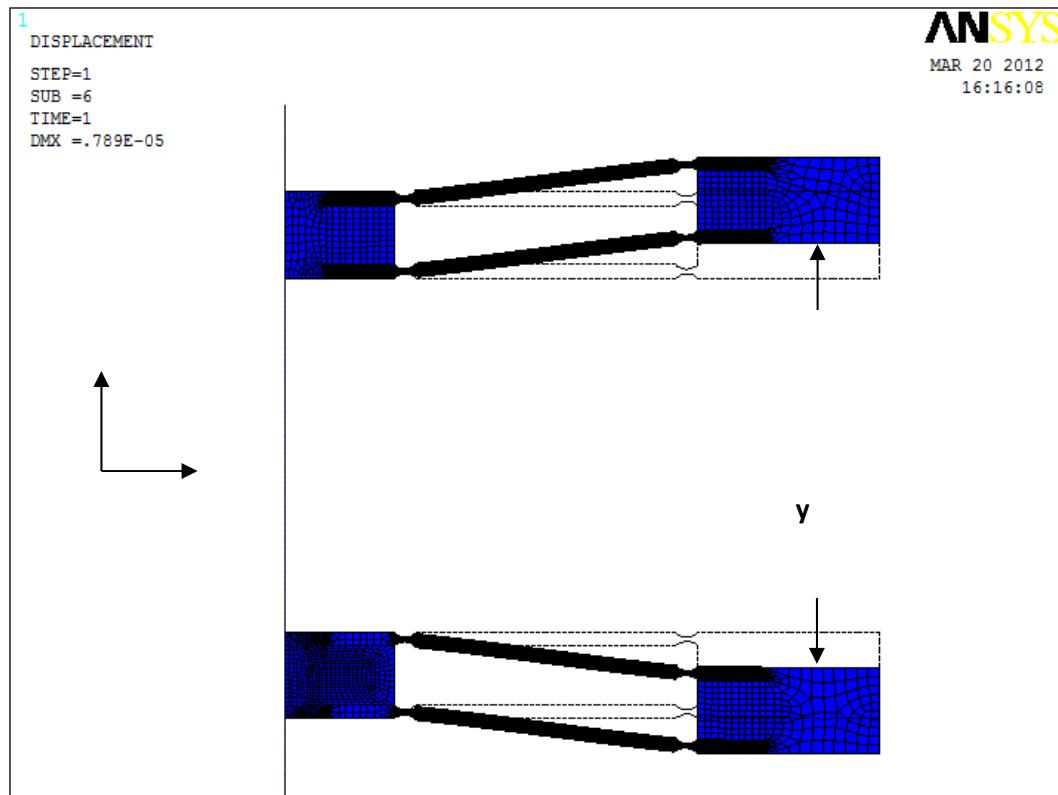


Figura 3.11. Deflexão da estrutura do amortecedor na direção normal ( $y$ ).

A máxima deflexão elástica de uma lâmina ocorre no nó onde está aplicada a força  $F_y$  resultando  $uy = 0,80492e^{-4}m$ , e  $ux = 0,526e^{-6}m$ . Este resultado indica que  $ux = 0,006*uy$ .

Consequentemente, a estrutura elástica do amortecedor produz deslocamentos preferenciais na direção da força normal.

Considerando a máxima deflexão na direção normal e o valor da força aplicada sobre o modelo estima-se o valor da rigidez de uma das lâminas da suspensão do amortecedor  $K_{el} = 12,42 \frac{N}{mm}$ . Logo, cada par de lâminas da suspensão terá rigidez  $K_e = 2 * K_{el} = 24,85 \frac{N}{mm}$ . Este

valor é suficientemente baixo para otimizar a ação do atuador piezelétrico sobre o contato entre as esferas e os parafusos.

A Fig. 3.12 apresenta, na parte superior, a distribuição das tensões na direção  $x$  e, na inferior, a distribuição das deformações, na região dos entalhes de uma das lâminas da suspensão. Todos os entalhes têm idênticos estados de tensão e de deformação elástica. A máxima tensão resulta igual a 33,2 MPa correspondendo uma máxima deformação de 167  $\mu\epsilon$ .

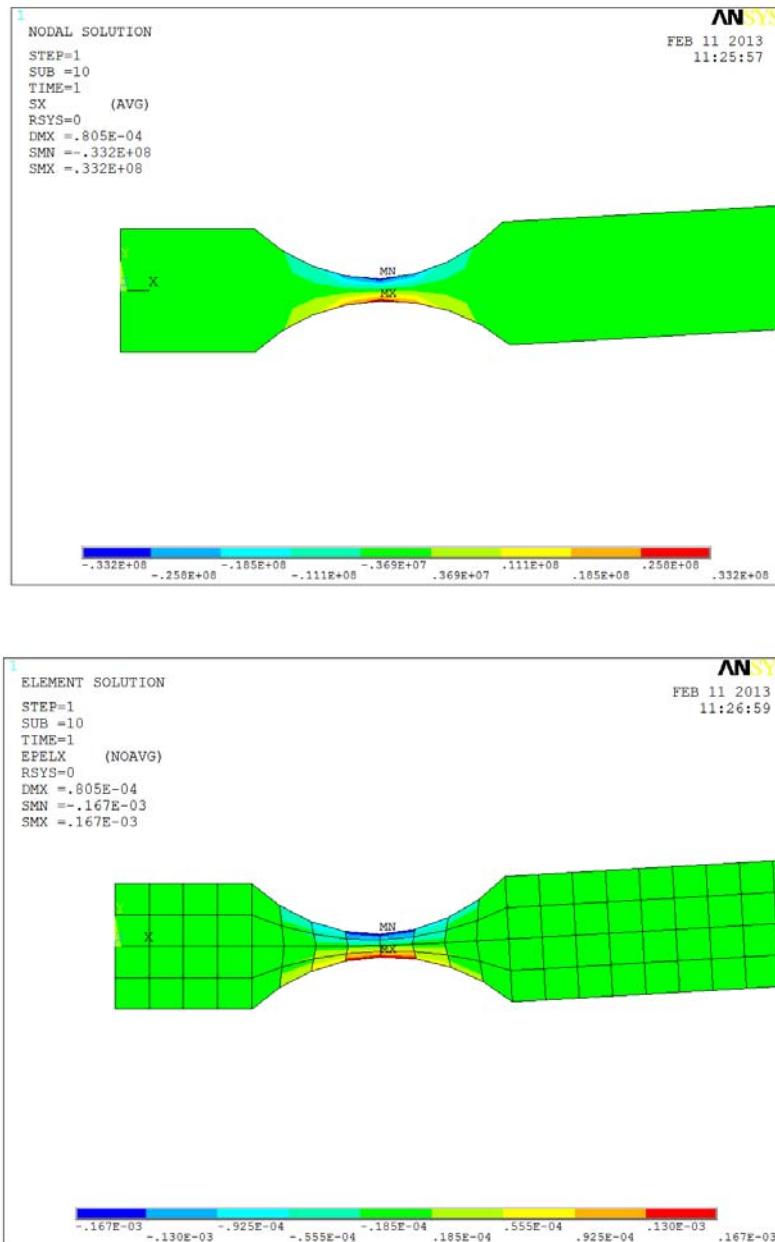


Figura 3.12. Tensões e deformações mecânicas nos entalhes das lâminas do amortecedor.

### 3.2. Caracterização experimental do sistema de geração de força normal do amortecedor de atrito

Para determinar o comportamento do dispositivo amortecedor por atrito foram realizados duas classes de ensaios experimentais.

A primeira classe de ensaios é realizada sem contato entre as esferas e os parafusos de contato. A única restrição ao atuador piezelétrico PPA40L é devida às lâminas elásticas da suspensão do dispositivo. A célula de carga mede a força produzida pelo atuador. Um ensaio estático é realizado com sinal DC positivo aplicado ao atuador. Outro ensaio é realizado com sinais tipo ruído branco e harmônico aplicados ao atuador. O objetivo destes ensaios é estimar a rigidez da estrutura elástica da suspensão do dispositivo.

A segunda classe de ensaios é realizada com contato entre as esferas e as faces dos parafusos do dispositivo. Neste caso, o atuador aplica forças na estrutura da suspensão e nos contatos entre as esferas e os parafusos. Para esta condição, o ensaio estático é usado para estimar o valor da rigidez normal equivalente do contato.

A montagem experimental básica utilizada nos ensaios é apresentada na Fig. 3.13

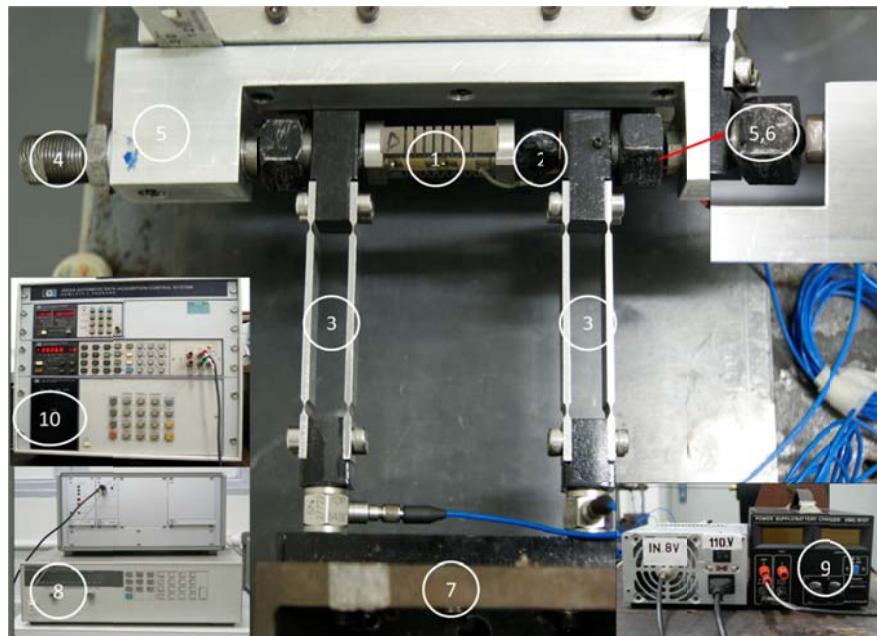


Figura 3.13. Montagem experimental para estimar o comportamento do amortecedor.

Os componentes da montagem experimental apresentada na Fig. 3.13 são os seguintes:

- (1) é o atuador PPA40L.
- (8) é o acionamento elétrico do atuador (fonte DC + Amplificador).
- (2), (9) e 10 corresponde a célula de carga, seu condicionador de sinal e o multímetro respectivamente.
- (3) são as lâminas flexíveis que constituem a suspensão do amortecedor.
- (4) é um dos dois parafusos de contato.
- (5) e (6) é o um mecanismo de porta-esferas, que estabelece o contato do amortecedor com a estrutura (detalhe no canto superior da figura).
- (7) é a coluna inercial.

Nos ensaios sem o porta-esferas (5 e 6) e os parafusos (4) foram removidos, permanecendo apenas os seguintes componentes: o atuador PPA40L (1), a célula de carga piezo resistiva (2), a suspensão do amortecedor (3) e a coluna inercial (7).

Para os experimentos com o atuador PPA40L alimentado com sinais harmônicos e ruído branco foram instalados dois acelerômetros nas faces externas das lâminas da suspensão, exatamente nos pontos de fixação das esferas de contato.

### 3.2.1 Experimentos sem contato

O esquema da montagem experimental, indicando os sensores seus condicionadores de sinal, e as conexões entre eles e os sistemas de medição e o sistema de atuação, para o ensaio estático da suspensão do amortecedor, é apresentado na Fig. 3.14.

O modelo estático do sistema está representado na Fig. 3.15 onde são definidas as propriedades de rigidez e massa de cada componente. Os parâmetros  $K_A$ ,  $K_s$  e  $K_e$  representam as propriedades de rigidez e  $m_A$ ,  $m_s$  e  $m_e$  são as massas dos componentes.

As variáveis  $\delta_A$ ,  $\delta_s$  e  $\delta_e$  representam as deflexões do atuador, da célula de carga e da estrutura. Os sinais  $a_{e1}$  e  $a_{e2}$  são as acelerações medidas nas faces externas da suspensão, produzidas nos experimentos com entradas do tipo harmônico e ruído branco.

Para efeito da identificação da propriedade de rigidez da suspensão do dispositivo de atrito será considerada apenas a metade do lado direito, representada na parte inferior da Fig. 3.15.

A expansão do atuador ocorre na direção  $y$  e são desprezados os deslocamentos na direção  $x$ . Consequentemente, o deslocamento que atua na parte direita da suspensão é igual a  $\delta_A/2$ .

Para uma entrada DC aplicada ao atuador, será produzida uma expansão  $\delta_A/2$  que atua sobre a célula de carga deformando-a de  $\delta_s$  e a deflexão da suspensão do dispositivo resulta  $\delta_e$ . A deflexão  $\delta_s$  irá produzir a força  $F_s$  medida pela célula de carga.

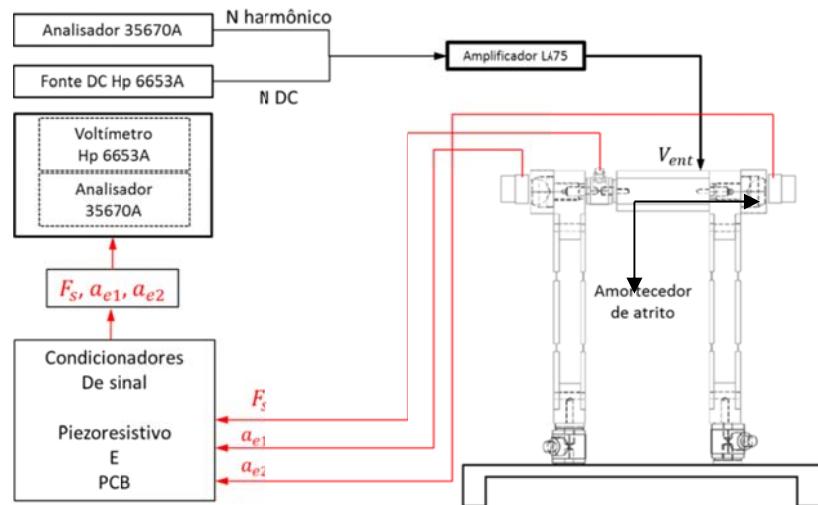


Figura 3.14. Esquema da montagem experimental para o amortecedor sem contato.

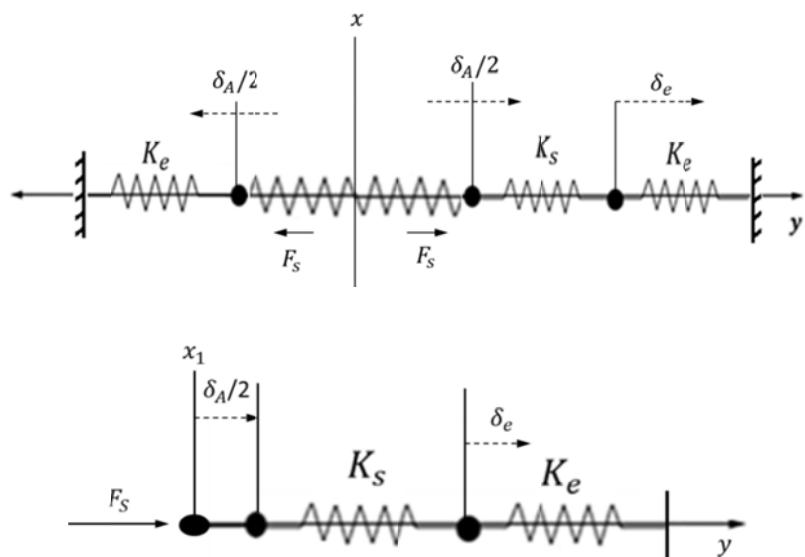


Figura 3.15. Modelo para a rigidez do dispositivo sem contato e detalhe do lado direito.

Considerando a metade direita do modelo apresentado na parte inferior da Fig. 3.15, a rigidez equivalente  $K$  do conjunto pode ser calculada por:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_e} \quad (3.6)$$

A força que atua sobre a suspensão do dispositivo é gerada pela expansão do atuador sendo igual a  $F_s$ :

$$F_s = K \delta_A / 2 \quad (3.7)$$

O valor de  $F_s$  [mV] é indicado no voltímetro HP 3465 A e convertido para Newton usando a sensibilidade estática do sistema de medição  $S_e = 18,95$  [mV/N].

A Fig. 3.16 apresenta o valor da força  $F_s$  medida para valores DC da entrada  $V_{ent}$  aplicada ao atuador PPA40L na faixa de 0 a 140 volts. No experimento estático mede-se  $V_{ent}$  que gera  $\delta_A$  e mede-se o correspondente valor de  $F_s$ .

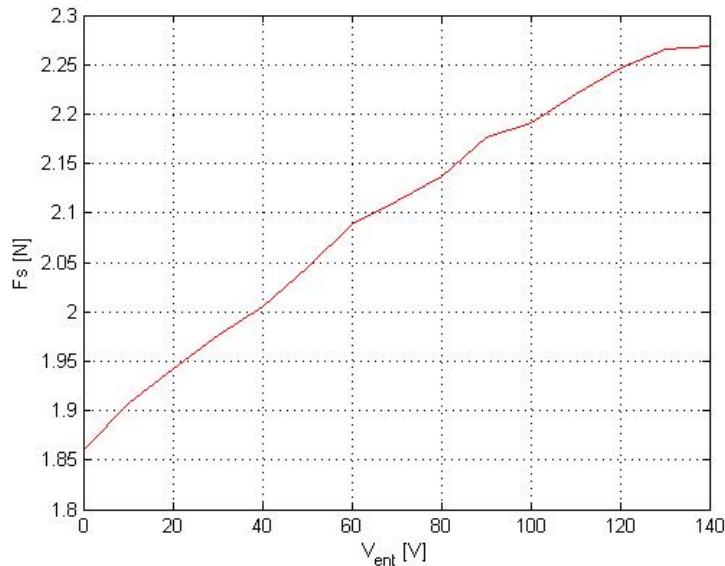


Figura 3.16. Força ( $F_s$ ) medida na célula de carga para entrada DC aplicada no atuador.

Usando a característica de expansão versus voltagem do atuador PPA40L, indicadas na Fig. 3.5, é possível determinar  $\delta_A$  para cada valor DC da entrada  $V_{ent}$  e determinar o comportamento elástico da suspensão do amortecedor, como mostrado na Fig. 3.17. O comportamento resulta praticamente linear, fato comprovado da reta de regressão ajustada aos valores experimentais.

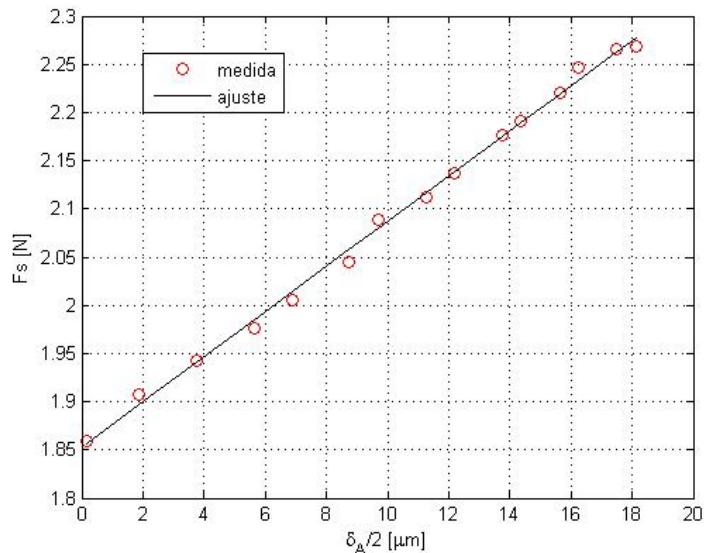


Figura 3.17. Força medida na célula de carga em função da expansão  $\delta_A/2$  do atuador.

Usando a Eq. (3.7) e o coeficiente angular da reta de regressão ajustada sobre os dados experimentais da Fig. 3.17 determina-se  $K$  e com a equação 2.6 resulta  $K_e = 23,43$  N/mm.

A Tabela 3.2 apresenta os valores das propriedades de rigidez dos componentes do dispositivo amortecedor. Deve-se observar que o valor de  $K_A$  é fornecido pelo fabricante do atuador e o valor de  $K_s$  é o obtido na simulação com o modelo de elementos finitos da célula de carga.

Tabela 3.2. Propriedades de rigidez dos componentes do dispositivo:

Componente	Rigidez [N/mm]
$K_A$ - Atuador PPA40L	<b>87500,0</b>
$K_s$ - Célula de Carga	<b>42372,9</b>
$K_e$ - Meia Suspensão	<b>23,43</b>

Pode-se observar que o valor experimental da rigidez equivalente da metade da suspensão do amortecedor difere do valor calculado pelo modelo de elementos finitos (24.85 N/mm) em apenas 5,7 %. Esta discrepância pode ser devida a pequenas diferenças nas dimensões geométricas dos entalhes geradas pelo processo de fabricação.

Um segundo experimento foi realizado com o amortecedor sem contato entre as esferas e os parafusos. Neste caso é aplicado um sinal tipo ruído branco na entrada do atuador somado a um nível DC, que é aplicado ao atuador para manter uma pequena pré-carga inicial. Dois acelerômetros piezelétricos com sensibilidade de 10,2 mV/m/s<sup>2</sup> são instalados nas extremidades livres da suspensão, de acordo com o esquema da Fig. 3.14.

Os sinais dos acelerômetros ( $a_{e1}$  e  $a_{e2}$ ) são condicionados por um amplificador PCB 48A20 e conectados ao analisador de sinais HP 3567 A de quatro canais. O sinal da célula de carga ( $F_s$ ) também é conectado ao analisador. O analisador é ajustado no modo de acoplamento AC (filtro passa alto ativado) de modo que o efeito da pré-carga é eliminado da análise.

São estimadas as funções resposta em frequência  $h_1 = A_{e1}/F_s$  e  $h_2 = A_{e2}/F_s$  apresentadas na Fig. 3.18 utilizando médias de 100 amostras dos sinais. Os módulos de  $h_1$  e  $h_2$  são expressos em [m/s<sup>2</sup>/N], as fases  $\phi$  em [grau] e a coerência  $\gamma^2$  é adimensional.

A coerência apresenta valores insatisfatórios abaixo de 100 Hz e nas frequências múltiplas de 60 Hz, onde ocorre interferência eletromagnética proveniente da rede elétrica. Observa-se que as FRF medidas nas duas faces externas da estrutura elástica do amortecedor têm o mesmo comportamento até a frequência de 600 Hz. A partir desta frequências a resposta da haste da suspensão próxima à célula de carga tem valor menor que o da outra. Não se identifica qualquer ressonância estrutural na banda até 800 Hz. O pico de  $|h|$  em torno de 50 Hz não pode ser considerado, pois a coerência é praticamente nula.

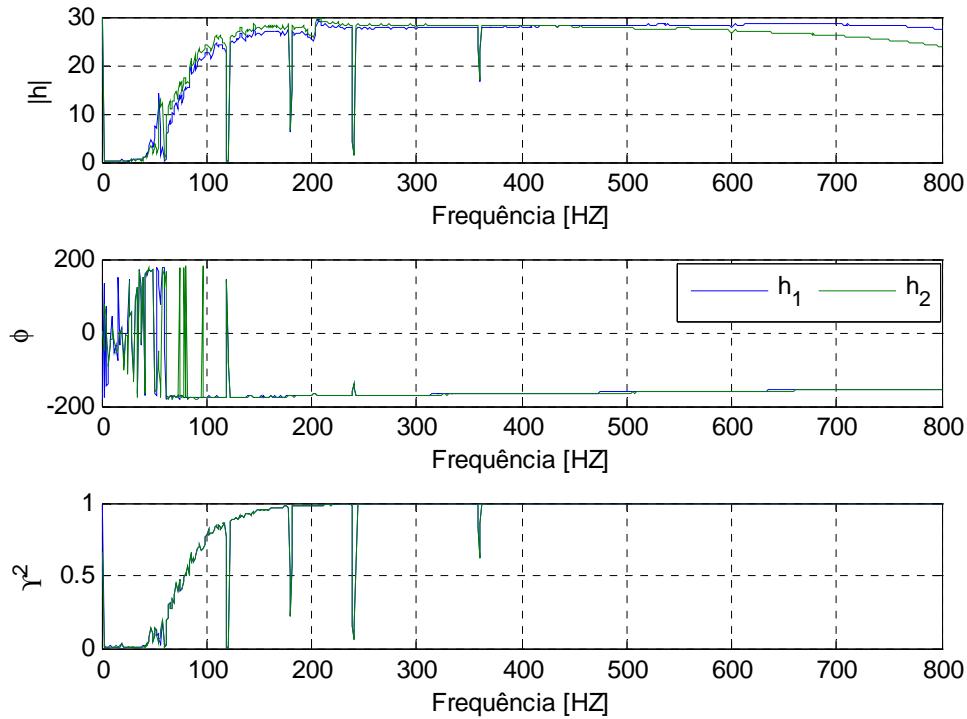


Figura 3.18. Função resposta em frequência da estrutura do amortecedor sem contato, excitado por sinal tipo ruído branco.

Para avaliar o comportamento dinâmico na banda de baixas frequências foi realizado outro experimento com excitação harmônica com varredura discreta na banda de frequências de 10 a 200 Hz. Foram utilizados dois valores de amplitudes para os sinais harmônicos. O nível 1 é igual a 1,966 V RMS e o nível 2 é igual a 3,993 V RMS. O analisador foi ajustado para acoplamento AC e os espectros de frequência foram estimados.

Para cada frequência de excitação aplicada ao PPA40L são medidas as amplitudes dos sinais das acelerações ( $a_{e1}$  e  $a_{e2}$ ) das duas faces da suspensão do amortecedor e a força  $F_s$ . A Fig. 3.19 apresenta as forças medidas pela célula de carga e as correspondentes acelerações ( $a_{e1}$ ) para cada nível de amplitude aplicada ao atuador.

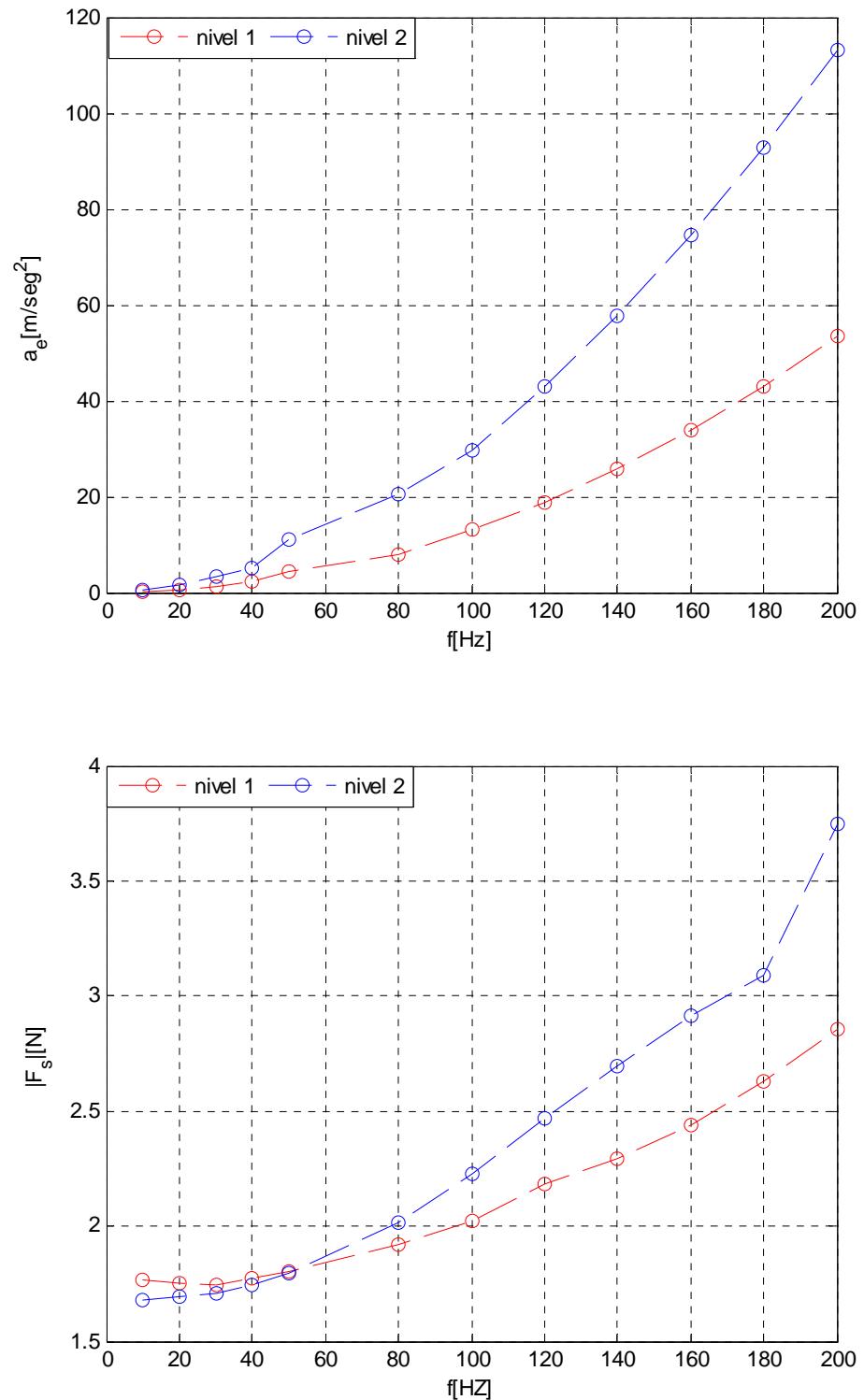


Figura 3.19. Experimento com excitação harmônica: Resposta em frequência  $F_s$  e  $a_{el}$ .

O aumento dos níveis de excitação provocou aumento nos valores de  $F_s$  e de  $a_{el}$  na banda de frequências acima de 50 Hz. As diferenças são menores nas frequências inferiores a 60 Hz. Este comportamento não linear pode ser devido à variação da admitância do atuador piezelétrico em função da frequência.

Usando os valores experimentais dos dois gráficos da Fig. 3.19 foram calculadas as relações  $|a_{el}/F_s|$  para os dois níveis de excitação, resultando a Fig. 3.20.

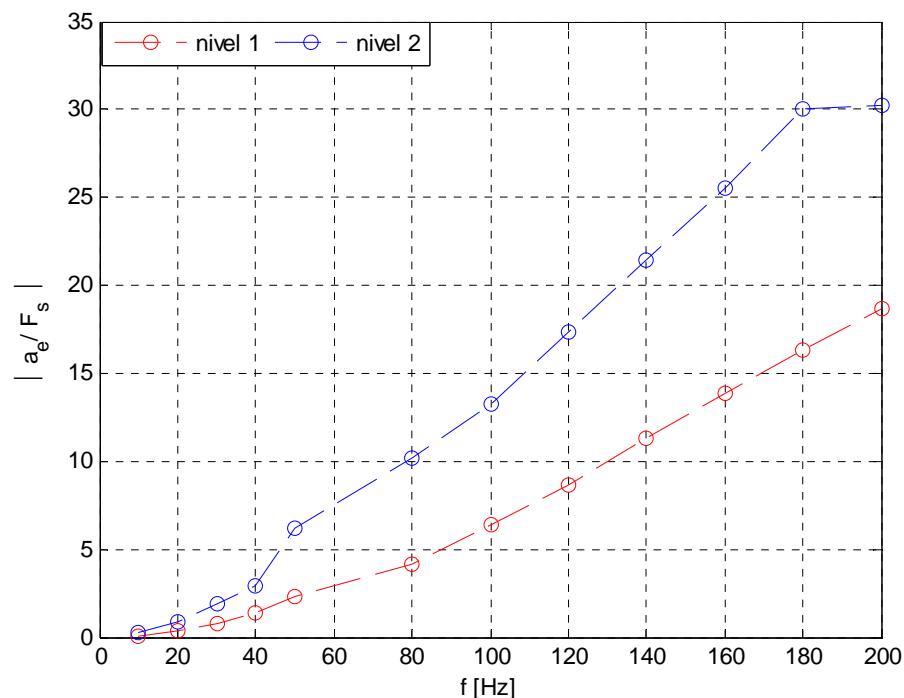


Figura 3.20. Experimento com excitação harmônica: Resposta em frequência  $|a_{el}/F_s|$ .

Este resultado confirma o obtido com a excitação por ruído branco. Verifica-se que o sistema constituído pelo atuador e pela estrutura elástica da suspensão do amortecedor produz menores forças e acelerações nas frequências abaixo de 200 Hz.

A partir dos experimentos sem contato foi possível identificar a rigidez da suspensão do amortecedor, concluir que não ocorrem ressonâncias na banda até 800 Hz e que o sistema tem comportamento não linear dependente da amplitude da excitação harmônica aplicada ao PPA40L.

Deve-se destacar que a condição sem contato não caracteriza a operação pretendida para do amortecedor de atrito, na qual existirá contato entre as esferas e os parafusos.

A análise do comportamento do dispositivo na condição de contato será apresentada a seguir, usando um novo conjunto de experimentos.

### 3.2.2 Experimentos com contato

Nestes experimentos, os parafusos de contato tem sua posição axial ajustada mecanicamente para produzir um valor inicial da força  $F_s$  medida pela célula de carga. A variação da força normal no contato é produzida alimentando o atuador com voltagens DC positivas que provocam sua expansão e negativas que provocam sua contração. Os valores das voltagens DC são ajustados para que seja garantido, ou o contato permanente entre as esferas e as faces dos parafusos do amortecedor, ou a operação sem contato.

A Figura 3.21 apresenta a montagem experimental utilizada nos experimentos com contato entre as esferas e as faces dos parafusos do amortecedor.

Um dos objetivos deste ensaio é estimar a propriedade de rigidez no contato ( $K_c$ ) a partir de forças estáticas geradas pelo atuador PPA40L.

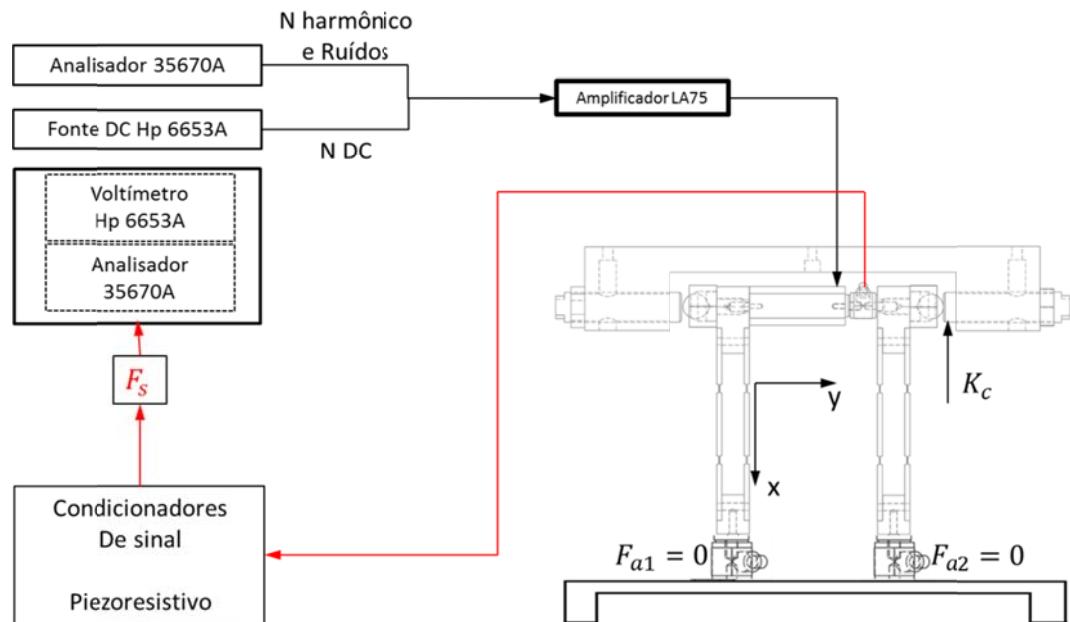


Figura 3.21. Esquema da montagem experimental para o amortecedor com contato.

A Figura 3.22 apresenta o modelo estático do amortecedor quando há contato entre as esferas e as faces dos parafusos do amortecedor. Destaca-se que a rigidez normal do contato  $K_c$  está associada em paralelo com a rigidez da estrutura elástica do amortecedor.

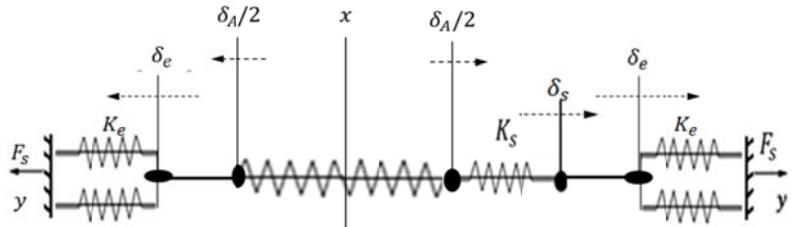


Figura 3.22. Modelo para a rigidez do dispositivo com contato.

Considerando a metade direita do modelo apresentado na parte inferior da Fig. 3.20, a rigidez equivalente  $K$  do conjunto pode calculada por:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_c + K_e} \quad (3.8)$$

A força que atua sobre a suspensão do dispositivo é gerada pela expansão do atuador sendo igual à  $F_s$ :

$$F_s = K \delta_A / 2 \quad (3.9)$$

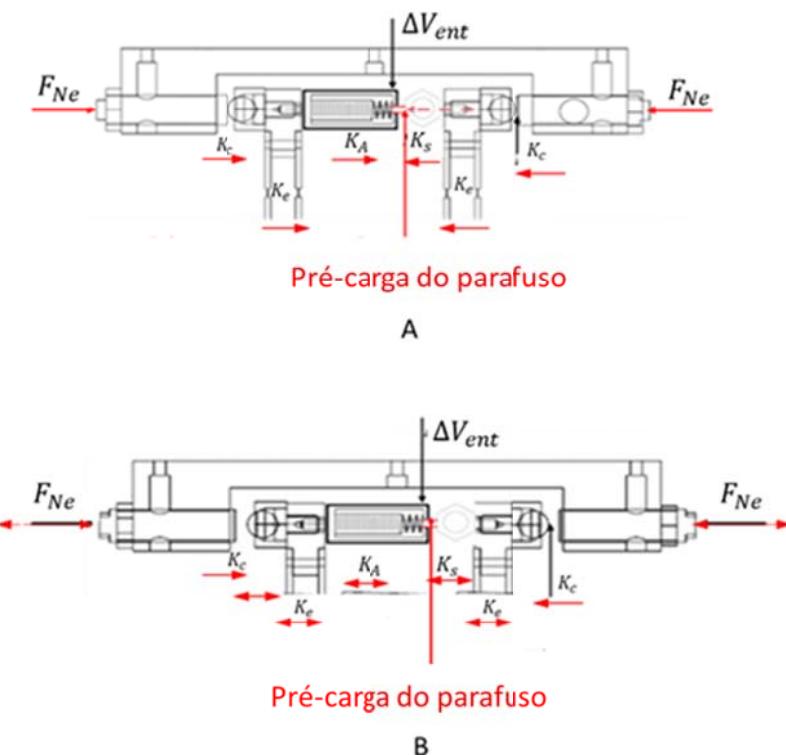
O valor de  $F_s$  [mV] é indicado no voltímetro HP 3465 A e convertido para Newton usando a sensibilidade estática do sistema de medição  $S_e = 18,95$  [mV/N]. Como os valores de  $K_s$  e  $K_e$  são previamente conhecidos, medindo-se o valor de  $F_s$ , pode-se estimar a rigidez normal do contato ( $K_c$ ).

Foram realizados dois tipos de ensaios experimentais.

No primeiro, o ajuste mecânico dos parafusos geram uma força inicial entre as esferas e as faces dos parafusos  $F_s = F_{Ne} = 52$  N. Este valor é tal que para voltagem  $V_{ent} = 0$  V aplicada ao PPA40L existe força normal no contato igual a  $F_{Ne}$ .

No segundo ensaio os parafusos são posicionados com uma folga inicial de modo que o contato só ocorre quando  $V_{ent} = 20$  V é aplicada ao PPA40L. Desta forma é possível produzir forças normais no contato se  $V_{ent} > 20$  V e condições sem contato se  $V_{ent} < 20$  V.

A Figura 3.23 A e B apresenta os esquemas utilizados para realizar estes dois tipos de ensaio.



**Caso A:**  $V_{ent} = 0$  V  $\rightarrow F_s = 52$  N  
 $+ \Delta V_{ent} \rightarrow$  expansão do PPA40L  $\rightarrow |F_s|$  aumenta  
 $- \Delta V_{ent} \rightarrow$  contração do PPA40L  $\rightarrow |F_s|$  diminui

**Caso B:**  $V_{ent} < 20$  V  $\rightarrow$  contração do PPA40L  $\rightarrow |F_s| = 0$   
 $20$  V  $+ \Delta V_{ent} \rightarrow$  expansão do PPA40L  $\rightarrow |F_s|$  aumenta  
 $20$  V  $- \Delta V_{ent} \rightarrow$  contração do PPA40L  $\rightarrow |F_s|$  diminui

Figura 3.23. Condições experimentais dos ensaios com contato: caso A – sempre em contato, com pré-carga inicial e caso B – com e sem contato, sem pré-carga inicial.

O gráfico superior da Fig. 3.24 apresenta a força  $F_s$  medida pela célula de carga em função da voltagem DC aplicada ao atuador na faixa de 0 a 140 V, para o caso A. Observa-se que a máxima força medida é aproximadamente igual a 200 N, que é muito menor q à força

de bloqueio  $F_0 = 3500 \text{ N}$  do atuador PPA40L. Este fato permite relacionar diretamente a voltagem de entrada no atuador com sua expansão. A resposta estática resulta  $1.07 \text{ N/V}$ .

Usando a característica da expansão do PPA40L em função da voltagem de entrada é determinada a resposta  $F_s$  versus  $\delta_A$  apresentada na parte inferior da mesma figura.

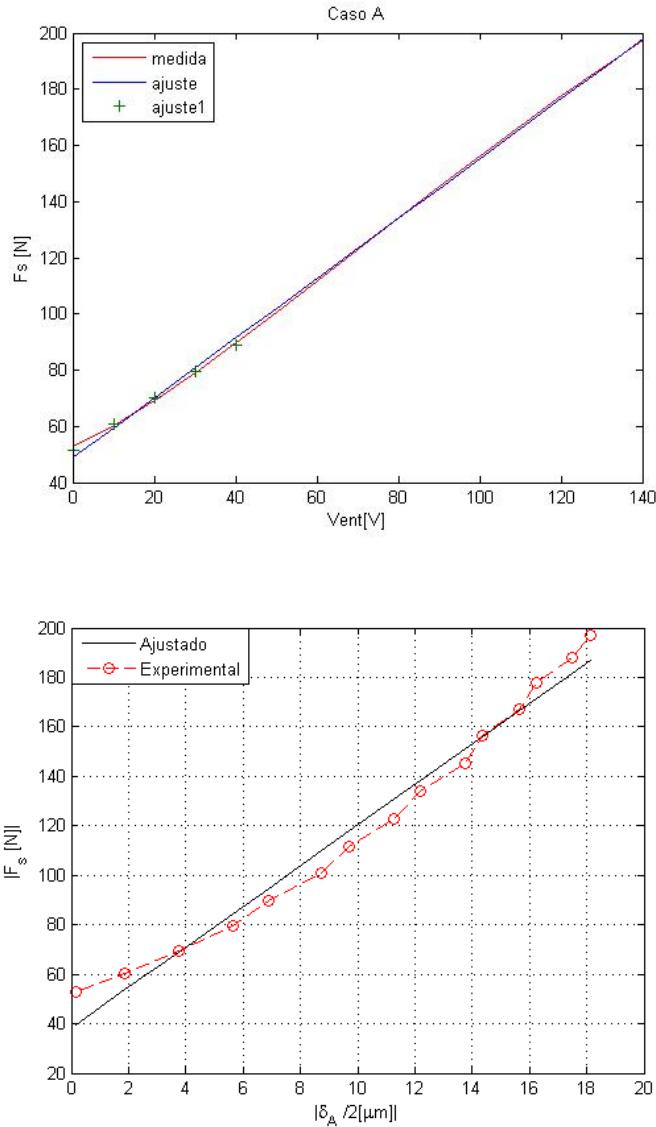


Figura 3.24. Ensaio estático com pré-carga  $F_{Ne} = 52 \text{ N}$  (caso A):  $F_s$  em função de  $V_{ent}$  e  $F_s$  em função de  $\delta_A/2$ .

O gráfico superior da Fig. 3.25 apresenta a força  $F_s$  medida pela célula de carga em função da voltagem DC aplicada ao atuador na faixa de 0 a 140 V, para o caso B. A resposta estática resulta  $1.16 \text{ N/V}$ . Usando a característica da expansão do PPA40L em função da

voltagem de entrada é determinada a resposta  $F_s$  versus  $\delta_A$  apresentada na parte inferior da mesma figura.

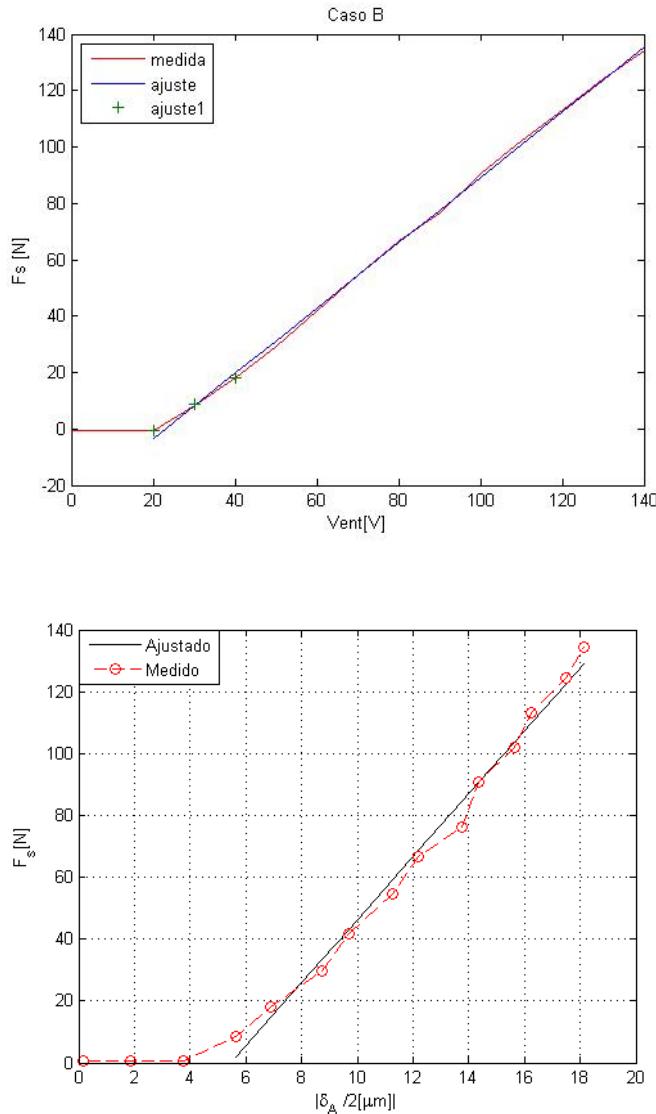


Figura 3.25. Ensaio estático sem pré-carga inicial (caso B):  $F_s$  em função de  $V_{ent}$  e  $F_s$  em função de  $\delta_A/2$ .

Para o experimento do caso A resultou  $K = 8194,8 \text{ N/mm}$  e para o experimento do caso B resultou  $K = 8028,0 \text{ N/mm}$ . A diferença entre os dois valores é de aproximadamente 2 %.

Usando os valores identificados para as propriedades da rigidez da estrutura elástica  $K_e = 23,43 \text{ N/mm}$  e da célula de carga  $K_s = 42372,9 \text{ N/mm}$  (ver Tab. 3.2) e as Eq. (3.8) e (3.9)

foram estimados os valores da rigidez média normal do contato, obtidos nos experimentos dos casos A e B, indicados na Tab. 3.3.

Tabela 3.3. Experimentos com contato: Rigidez equivalente ( $K$ ) e rigidez do contato ( $K_c$ ).

Caso	$K[N/mm]$	$K_c[N/mm]$
A	8194,8	10136,0
B	8028,0	9881,1

Resulta o valor médio para a rigidez de contato  $K_c = 10009,0$  N/mm, com desvio padrão igual a 180,4 N/mm, correspondente a 1,81% da média.

A resposta estática média dos casos A e B do amortecedor na direção da força normal é  $|F_s/V_{ent}| = 1,11$  N/V quando é considerada o valor da voltagem  $V_{ent}$  aplicada diretamente ao PPA40L. Caso seja usado o valor da voltagem na entrada do amplificador de potência do atuador, com ganho igual 20, a resposta estática na faixa total de operação do PPA40L de resulta  $|F_s/V_e| = 22,23$  N/V.

Nas Figuras 3.24 e 3.25 os gráficos  $F_s$  vs  $V_{ent}$  incluem um ajuste (ajuste 1) feito na faixa de voltagem de alimentação do PPA40L entre 20 e 40 V. Esta condição será utilizada para a operação normal do amortecedor por atrito. Para este caso resulta a relação  $|F_s/V_e| = 18,7$  N/V, que é 16 % menor que o obtido para a faixa global de  $V_{ent}$ . Esta diferença é devida ao comportamento não linear do atuador para valores menores da voltagem de alimentação.

O comportamento dinâmico do amortecedor foi analisado por um ensaio experimental no qual o amplificador do atuador PPA40L é alimentado com um ruído branco de média 2.0 V, com desvio padrão igual a 0.21 V e faixa de amplitudes entre 1,38 e 2,68 V. A voltagem média aplicada ao PPA40L resulta igual a 40 V, variando entre 27,6 V e 53,6 V. Neste experimento é aplicada a mesma pré-carga estática do caso B.

Como o ruído corresponde à entrada  $V_{ent} > 20$  V, sempre existe contato entre as esferas e os parafusos.

A função resposta em frequência  $h = F_s/V_e$  [N/V], apresentada na Fig. 3.26, é estimada na banda de 0 a 200 Hz, pela média de 100 amostras, com o analisador de sinais ajustado para acoplamento AC.

A relação  $h = |F_s/V_e|$  se mantém constante em toda a banda de frequências e tem valor médio igual a 16,82 N/V com desvio padrão de  $\pm 4,06$  N/V em relação à média, correspondendo a um intervalo de  $\pm 0,80$  N/V com confiança de 95%. O valor de médio de  $|h|$  é semelhante ao obtido no experimento estático realizado nas condições do caso B (18,7 N/V), correspondendo a uma diferença na média igual a 10%.

A defasagem é igual a 180 graus e a coerência resulta unitária em toda a banda de frequências do ensaio. Apenas na frequência de 120 Hz há redução da coerência devido a interferências eletromagnéticas.

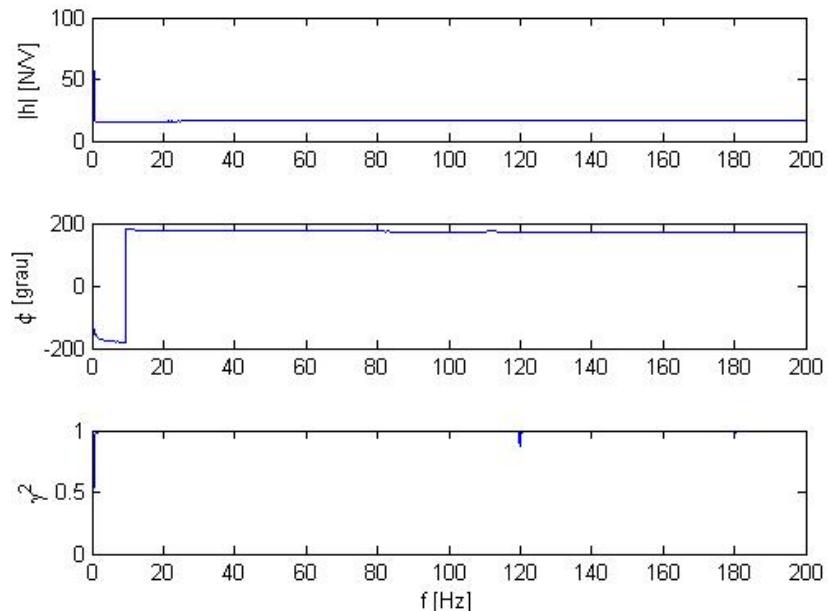


Figura 3.26. Função Resposta em frequência  $h = F_s/V_e$  para entrada tipo ruído branco.

Um segundo conjunto de experimentos foi realizado com entradas harmônicas de varredura discreta da frequência. Nestes ensaios a pré-carga mecânica é a mesma do experimento com excitação por ruído.

As amplitudes dos sinais harmônicos na entrada do amplificador de potência do PPA40L pertencem à faixa de [1 a 3] V com frequências discretas variando na banda de 2 a 550 Hz.

Neste ensaio a condição de contato é sempre garantida, pois a voltagem aplicada ao PPA40L é  $V_{ent} = 20V_e$  varia de 20 a 60 V, sendo sempre maior que 20 V.

Foram estimados os espectros de frequência da força medida pela célula de carga e a função resposta em frequência  $h = F_s/V_e$ . O analisador de sinais foi ajustado para acoplamento AC e foram realizadas médias de 100 amostras. Para cada frequência foram medidos os valores da amplitude de  $|F_s|$  e a função resposta em frequência  $h = F_s/V_e$ .

A fig. 3.27 apresenta os resultados para o ensaio harmônico na banda de 2 a 550 Hz, com  $V_{ent}$  variando entre 20 e 60 V. O valor médio da relação de  $|h|$  resultou igual a 14,85 N/V com desvio padrão de 0,62 N/V correspondendo a um intervalo  $\pm 0,12$  N/V com confiança de 95%. Este comportamento é o mesmo de  $|F_s|$ .

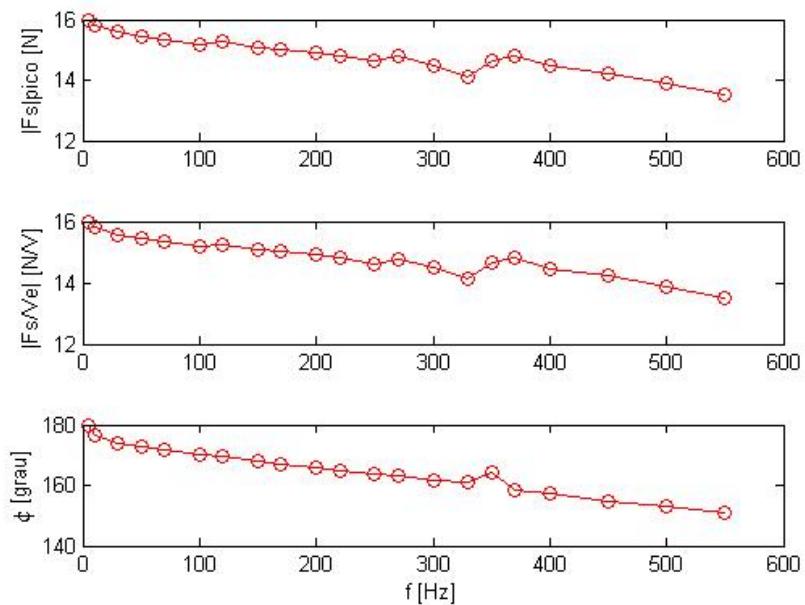


Figura 3.27. Ensaio harmônico: Pré-carga do caso B e  $V_e$  na faixa de 1 a 3 V.

Nos experimentos com entrada harmônica não foram observadas ressonâncias na banda de 2 a 550 Hz e pode-se observar um comportamento não linear para as frequências acima de 100 Hz. Este comportamento é semelhante ao observado nos ensaios com o sistema sem contato.

Um último conjunto de ensaios foi realizado para determinar o comportamento dinâmico do amortecedor de atrito na direção de atuação da força normal, para  $V_e$  variando entre 0,68 e 4,5 V. O ganho do amplificador de potência do PPA40L é igual a 20 vezes, implicando que o sinal  $V_{ent}$  varia entre 13,6 V e 90 V.

Num primeiro ensaio foi aplicada uma entrada harmônica na frequência de 15 Hz. A figura 3.28 apresenta os sinais da voltagem de entrada e da força medida na célula de carga no domínio do tempo, para a entrada harmônica de 15 Hz.

No segundo ensaio foi aplicada uma voltagem de entrada do tipo degrau ascendente e outra do tipo descendente aplicada na entrada do amplificador de potência do atuador. O gráfico superior da Fig. 3.29 apresenta os sinais  $F_s(t)$  e  $V_e(t)$  para entrada em degrau em ascendente e o gráfico inferior mostra o resultado para um degrau descendente.

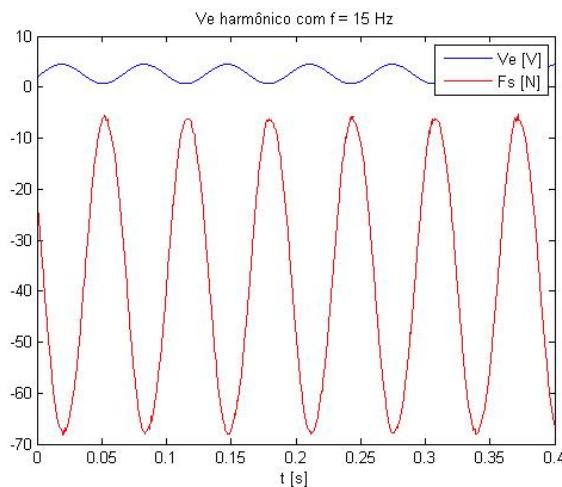


Figura 3.28. Ensaio harmônico: Pré-carga do caso B e  $V_e$  na faixa de 0,68 a 4,5 V.

Para este caso o módulo da relação entre as amplitudes pico  $|F_s/V_e| = 15,13 \text{ N/V}$  que difere do caso anterior ( $V_e$  entre 1 V e 3 V) em apenas 1.9%.

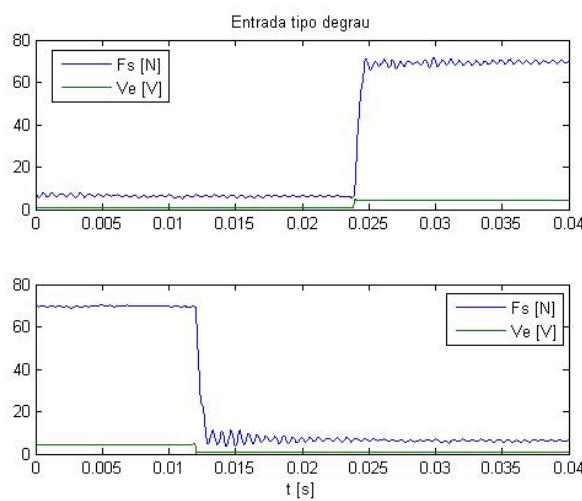


Figura 3.29. Resposta experimental para entrada tipo degrau.

Os resultados do ensaio com entrada tipo degrau permitem determinar a constante de tempo do sistema que gera a força normal entre as esferas e os parafusos de contato. Foi adotado um modelo de primeira ordem e seus parâmetros foram ajustados utilizando uma função de otimização que minimiza a diferença entre o resultados experimentais e os simulados.

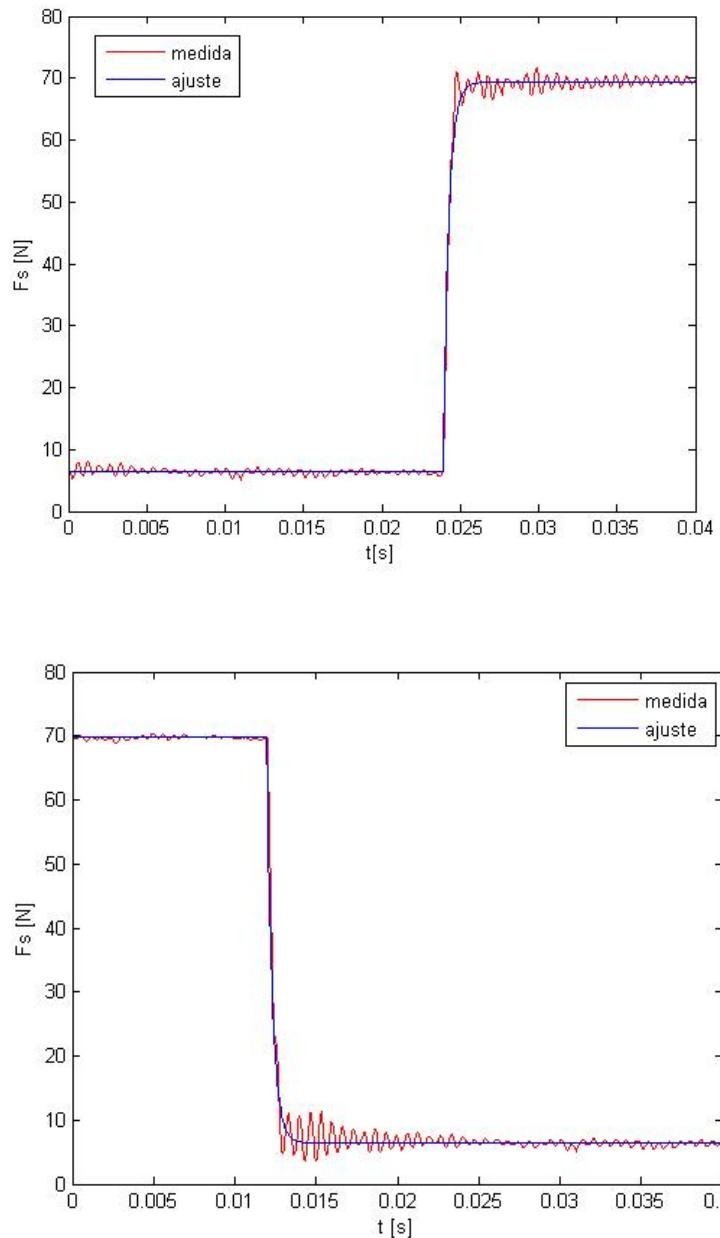


Figura 3.30. Ajuste do modelo de primeira ordem para entradas em degrau.

O gráfico superior da Fig. 3.30 apresenta o ajuste da força  $F_s(t)$  para o degrau ascendente, resultando uma constante de tempo  $\tau_u = 0,30$  ms. O gráfico inferior é o ajuste obtido para o degrau descendente, resultando uma constante de tempo  $\tau_d = 0,32$  ms. Comparando estes valores com o tempo de resposta na condição bloqueado numa extremidade e livre na outra do PPA40L (Tabela 3.1) observa-se um aumento de aproximadamente 10 vezes. Este acréscimo é devido à operação do atuador montado na estrutura elástica do amortecedor, na condição de contato entre as esferas e os parafusos.

Definido o tempo de aplicação da transição da voltagem de entrada para o degrau ascendente pela variável  $t_1$ , a força  $F_s$  é estimada pela Eq. (3.11). Considerando a variável  $t_2$  para representar o instante inicial da transição para o degrau descendente estima-se  $F_s$ , de acordo com a Eq. 3.10. Nas duas situações,  $t_1$  e  $t_2$  têm valor inicial nulo.

$$Fs(t) = 69,32 - 62,90 e^{-\frac{t_1}{\tau_u}} \quad [N] \quad (3.10)$$

$$Fs(t) = 6,423 + 63,72 e^{-\frac{t_2}{\tau_d}} \quad [N] \quad (3.11)$$

Após a transição do degrau é observada uma oscilação no sinal de  $F_s(t)$ , sugerindo que o modelo de primeira ordem não é adequado para representar o sistema dinâmico. Para avaliar a hipótese adotada é analisada parte da resposta do degrau descendente logo após a transição do degrau e o correspondente espectro de frequências. A Figura. 3.31 mostram os resultados obtidos.

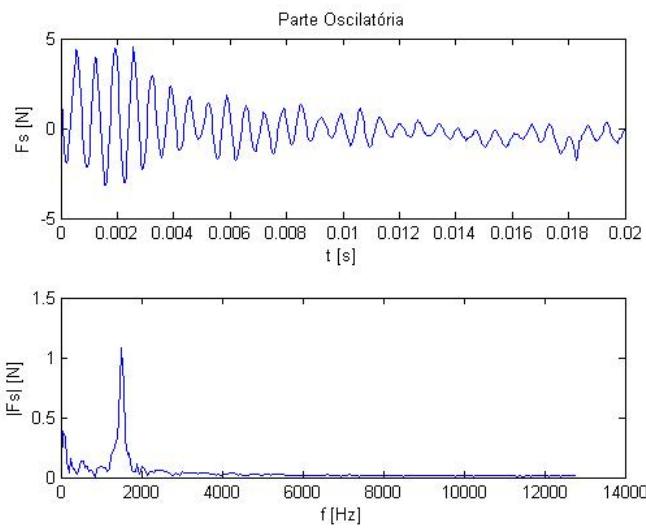


Figura 3.31. Resposta da parte oscilatória após a transição do degrau descendente.

A frequência predominante do sinal oscilatório ocorre em 1500 Hz, bem acima da esperada para a operação do amortecedor por atrito. Desta forma o uso de um modelo de primeira ordem é justificável para o uso pretendido para o amortecedor.

Utilizando os dados da voltagem de entrada  $V_e$  e da saída  $F_s$ , foi realizado o ajuste com modelos de primeira ordem para os casos de degrau ascendente ( $GU$ ) e descendente ( $GD$ ). No domínio de Laplace resultaram os modelos apresentados nas Eq. (3.12) e (3.13). Os parâmetros do modelo foram obtidos com qualidade 97,3 % e 96,6% respectivamente para as entradas tipo degrau ascendente e descendente.

$$GU(s) = \frac{15.12}{1 + 0,00027 s} e^{-0,000056 s} \left[ \frac{N}{V} \right] \quad (3.12)$$

$$GD(s) = \frac{15.21}{1 + 0,00030 s} e^{-0,000098 s} \left[ \frac{N}{V} \right] \quad (3.13)$$

As respostas  $F_s$  simuladas no domínio do tempo para os dois modelos são apresentadas nas Fig. 3.32 e 3.33.

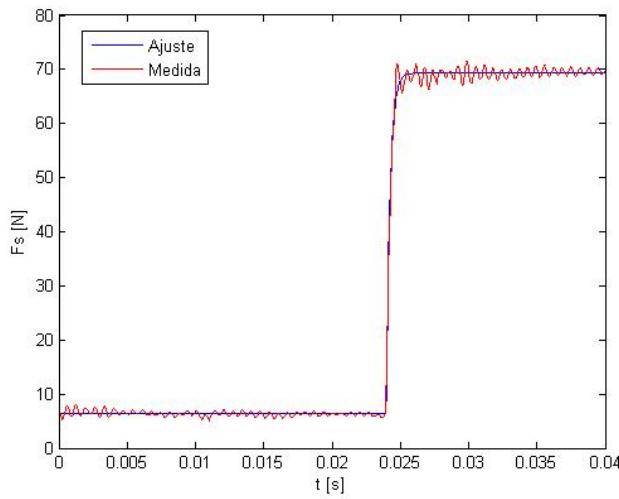


Figura 3.32. Resposta  $F_s(t)$  para entrada em degrau ascendente, simulada com a eq. 3.11.

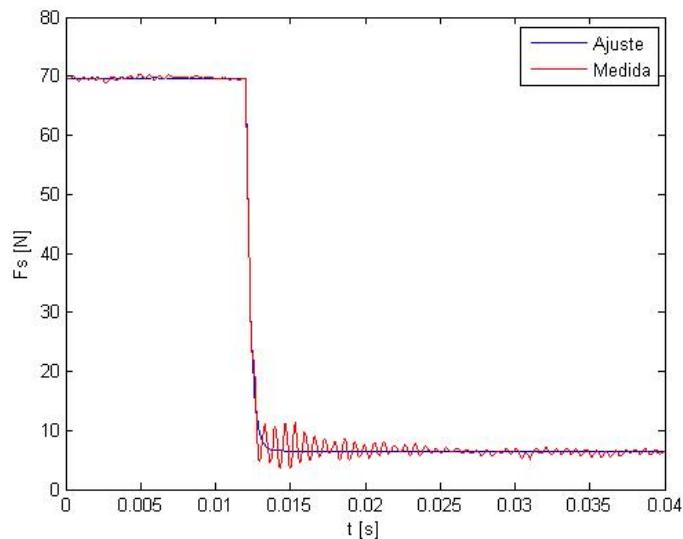


Figura 3.33. Resposta  $F_s(t)$  para entrada em degrau descendente, simulada com a eq. 3.10.

Comparando os modelos de primeira ordem obtidos para a entrada em degrau ascendente e descendente observa-se que o fator de ganho médio do dispositivo na direção normal é  $K_p = 15,165 \text{ N/V}$  com desvio padrão de  $0,064 \text{ N/V}$ . O tempo de resposta médio  $\tau_p = 0,285 \text{ ms}$  com desvio padrão de  $0,021 \text{ ms}$ . Nos dois casos, o atraso no tempo (da ordem de  $10^{-2} \text{ ms}$ ) tem valor desprezível comparado ao tempo de resposta.

A Tabela 3.4 apresenta os resultados obtidos para os parâmetros do modelo dinâmico da ação da força normal gerado pelo dispositivo amortecedor por atrito.

Tabela 3.4. Características dinâmicas do dispositivo para gerar forças normais no contato.

Parâmetro	Ensaio	Valor Médio	Desvio Padrão
$K_p$ [N/V]	Estático (caso B – ajuste 1)	18,700	-
$K_p$ [N/V]	Ruído (2 a 200 Hz)	16,820	4,060
$K_p$ [N/V]	Harmônico (2 a 550 Hz)	14,850	0,620
$K_p$ [N/V]	Harmônico (15 Hz)	15,130	-
$K_p$ [N/V]	Degrau	15,165	0,064
$\tau_p$ [ms]	Degrau	0,285	0,021

A média dos valores do ganho em todos os ensaios dinâmicos resulta igual a 15,49 N/V. O ganho do obtido no experimento estático é cerca de 20% maior que a média dos valores obtidos nos ensaios dinâmicos. Esta diferença pode ser devida ao efeito da força de inércia que existe na operação dinâmica do dispositivo, que não está presente no ensaio estático.

Os resultados dos experimentos apresentados neste capítulo permitiram determinar as propriedades do dispositivo construído. A Tabela 3.5 sumariza os valores numéricos que serão utilizados nas simulações computacionais a serem realizadas com o sistema vibratório de um grau de liberdade equipado com o amortecedor por atrito.

Tabela 3.5. Propriedades estáticas e dinâmicas do dispositivo.

Propriedade	Valor	Modo de estimação
$K_A$ – Rigidez do Atuador PPA40L [N/mm]	87500,0	Dado do fabricante
$K_s$ – Rigidez da Célula de Carga [N/mm]	42372,9	Ensaio experimental
$K_e$ – Rigidez da metade da Suspensão [N/mm]	23,43	Ensaio sem contato
$K_c$ – Rigidez Normal do contato [N/mm]	10009,0	Ensaio com contato
$K_p$ – Ganho do modelo de primeira ordem [N/V]	15,165	Ensaios com contato
$\tau_p$ – Tempo de resposta da ação normal [ms]	0,285	Ensaios com contato

Considerando as pequenas diferenças do ganho e do tempo de resposta do dispositivo de atrito na direção normal, ajustadas para o degrau ascendente e descendente, pode-se adotar

um modelo único de primeira para a função de transferência dado pela Eq. (3.14) utilizando os valores médios de  $K_p$  e  $\tau_p$ .

$$G(s) = \frac{15,165}{1 + 0,000285 s} e^{-0,000077 s} \left[ \frac{N}{V} \right] \quad (3.14)$$

Caso seja desprezado o tempo de atraso (0.077 ms) que é cerca de 4 vezes menor que o tempo de resposta, o modelo de primeira ordem pode ser adotado de acordo com a Eq. (3.15).

$$G(s) = \frac{15,165}{1 + 0,000285 s} \left[ \frac{N}{V} \right] \quad (3.15)$$

Os modelos das Eq. (3.12), (3.13), (3.14) ou (3.15) podem ser utilizados para o projeto do sistema de controle da força normal produzida pelo dispositivo amortecedor por atrito.

As técnicas de modelagem, os ensaios experimentais e a metodologia de identificação utilizadas neste capítulo foram fundamentais para a caracterização estática e dinâmica do dispositivo amortecedor por atrito. O seu efeito nas vibrações de um sistema de um grau de liberdade será estudado a seguir.

## CAPITULO IV

### **ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE UM SISTEMA VIBRATÓRIO DE UM GRAU DE LIBERDADE COM O AMORTECEDOR DE ATRITO**

Neste capítulo analisa-se o comportamento dinâmico de um sistema vibratório de um grau de liberdade equipado com o dispositivo amortecedor de atrito cujas características foram determinadas o capítulo anterior.

Para tal fim é montada uma bancada experimental composta pelo amortecedor de atrito seco em conjunto com o sistema vibratório, são apresentados o esquema de instrumentação necessária para medir as respostas do sistema no domínio do tempo, as técnicas de identificação da força de atrito produzida e sua influência sobre a resposta dinâmica do sistema vibratório.

Inicialmente são identificados os parâmetros físicos (massa, rigidez e amortecimento viscoso) do sistema vibratório usando a resposta livre medida sem força normal no contato.

Experimentos adicionais são realizados para analisar a resposta do sistema vibratório em três frequências de excitação harmônica em função da variação da força normal de contato do amortecedor por atrito. São medidas as respostas no domínio do tempo para o sistema livre e para o sistema excitado por força harmônica para diferentes valores de força normal de contato impostas mediante variações da voltagem de entrada aplicada ao atuador PPA40L. Nestes experimentos são medidas as forças tangenciais no contato, utilizando duas células de carga piezelétricas, instaladas na suspensão elástica do dispositivo de atrito.

A resposta em frequência do sistema vibratório é estimada para uma força de excitação tipo de ruído aleatório para um valor elevado da força normal de contato para determinar a presença de ressonâncias estruturais do sistema vibratório e da coluna inercial de fixação do amortecedor por atrito.

Um experimento é realizado com o sistema livre de excitação externa para medir a resposta do sistema vibratório. Outro ensaio é realizado com uma excitação harmônica numa única frequência. Nestes dois casos a força normal de contato é fixada num valor estático e os resultados experimentais são comparados com as respostas obtidas com os modelos de atrito Coulomb clássico e com Rigidez Tangencial.

Os ensaios experimentais são usados para estimar o valor do coeficiente de atrito cinemático e a propriedade de rigidez do contato. São analisadas as incertezas presentes nos procedimentos adotados.

No Final do capítulo são apresentados modelos computacionais na avaliação da variação da força normal de contato na resposta da estrutura vibratória.

#### **4.1. Caracterização experimental do sistema vibratório de um grau de liberdade**

O sistema vibratório é apresentado na Fig. 4.1. A placa de alumínio, na qual é fixado o amortecedor de atrito, é montada sobre quatro lâminas de aço que constituem uma suspensão flexível. As quatro lâminas são engastadas pelas extremidades inferiores à estrutura inercial e pelas extremidades superiores à placa de alumínio. O engaste superior impede rotações da secção transversal das lâminas, porém permite translações nas direções x, y e z.

A geometria da suspensão produz propriedades de rigidez  $K_{xx} \ll K_{yy} \ll K_{zz}$  nas direções das translações x, y e z respectivamente. Este fato indica que o movimento vibratório de translação é significativo apenas na direção x. As propriedades de rigidez torcional equivalentes  $K_{\theta x}$ ,  $K_{\theta y}$  e  $K_{\theta z}$  nas direções das rotações em torno de x, y e z têm valores muito maiores que  $K_{xx}$ . Logo, os movimentos vibratórios angulares da placa de alumínio são desprezíveis quando comparados com a translação na direção x. A placa de alumínio tem bordas fixadas a duas barras de aço e pode ser considerada rígida numa banda larga de frequências. Considerando a hipóteses acima, o sistema vibratório pode ser caracterizado por uma massa que inclui a placa de alumínio e a estrutura do dispositivo de atrito ( $m$ ), pela rigidez ( $k = K_{xx}$ ) e por um amortecimento viscoso ( $c$ ) devido à interação entre a estrutura vibratória e ar.

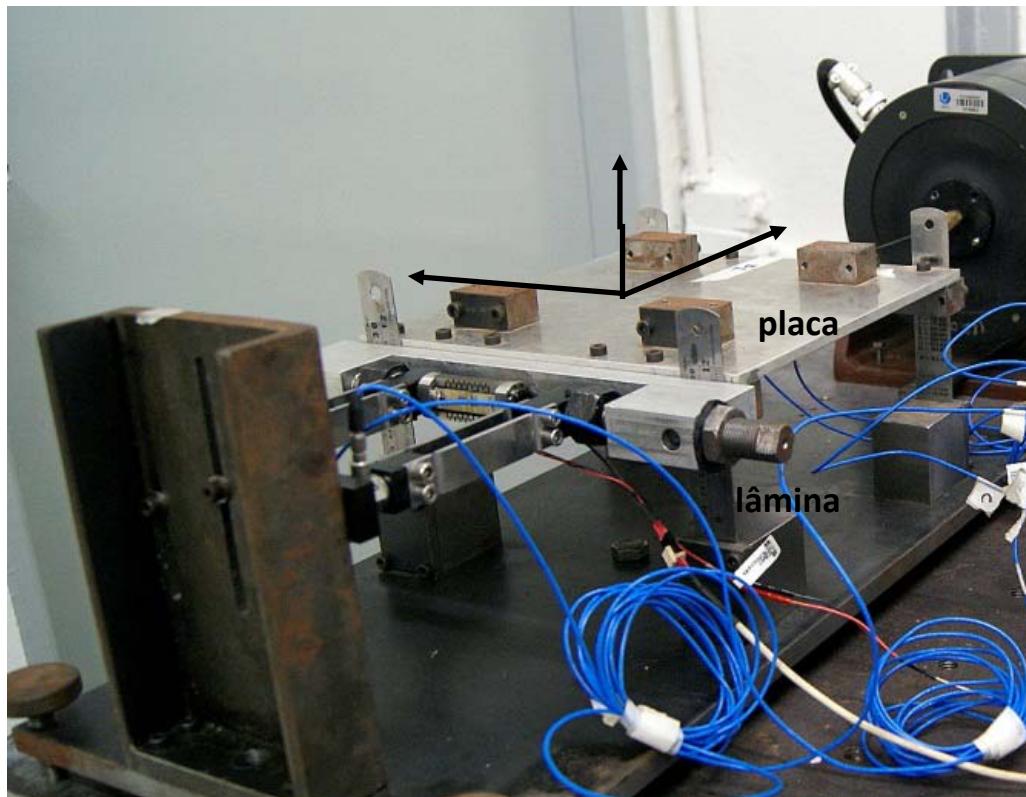


Figura 4.1. Mesa vibratória de um grau de liberdade

A identificação destas propriedades físicas é realizada com um ensaio do sistema vibratório livre submetido a uma condição inicial qualquer. Um acelerômetro piezelétrico é montado na placa de alumínio, na direção  $x$ . O sinal da aceleração é conectado ao analisador de sinais Agilent 35670A ajustado para aquisição no domínio do tempo ( $dt = 1/1024$  s) e cálculo do espectro de frequências na banda de 400 Hz, com resolução de 0,25 Hz. A Figura 4.2 apresenta a resposta livre e o correspondente espectro de frequências do sinal da aceleração na direção  $x$ .

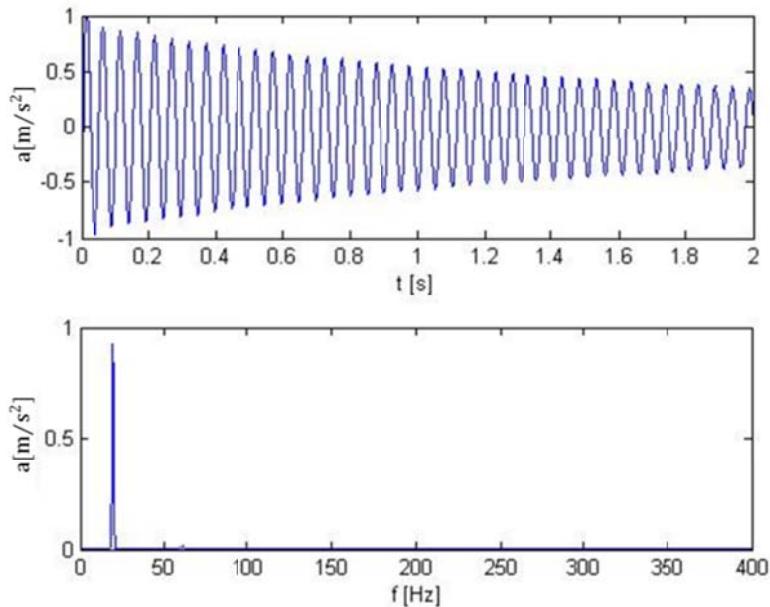


Figura 4.2. Resposta livre do sistema vibratório na direção x.

O decaimento das amplitudes pico ao longo do tempo indica a presença de amortecimento.

A máxima amplitude no espectro de frequências ocorre em 20 Hz que é a frequência natural do sistema vibratório. Na banda de 0 a 400 Hz não ocorrem outras amplitudes significativas, implicando que a hipótese do sistema vibratório ter um grau de liberdade pode ser aceita.

Adicionando uma massa conhecida  $m_c = 3,036 \text{ Kg}$  ao sistema vibratório e repetindo o experimento livre, resulta uma frequência natural  $f_{n1} = 16,25 \text{ Hz}$ . Considerando que a rigidez da suspensão do sistema vibratório não foi alterada, a massa original pode ser calculada por:

$$m = \frac{m_c}{\left(\frac{f_n}{f_{n1}}\right)^2 - 1} = 4,2169[\text{Kg}] \quad (4.1)$$

Consequentemente, a rigidez equivalente da suspensão do sistema vibratório na direção x resulta:

$$k = m(2\pi f_n)^2 = 66590 \left[ \frac{N}{m} \right] \quad (4.2)$$

Para verificar a característica do amortecimento viscoso observado na resposta do sistema livre no domínio do tempo foi realizado um ajuste de uma curva exponencial decrescente com os valores pico da aceleração. A Figura 4.3 apresenta o resultado do ajuste para 37 picos positivos extraídos sucessivamente da resposta no tempo. O intervalo de tempo médio entre os máximos da aceleração resultou igual a 0,0506 segundos, correspondente a uma frequência de oscilação de 19,78 Hz (diferença de 1,1% em relação à frequência natural identificada no espectro). Neste gráfico os valores pico da aceleração ( $A_{pn}$ ) foram normalizados pelo valor do primeiro pico escolhido para o ajuste.

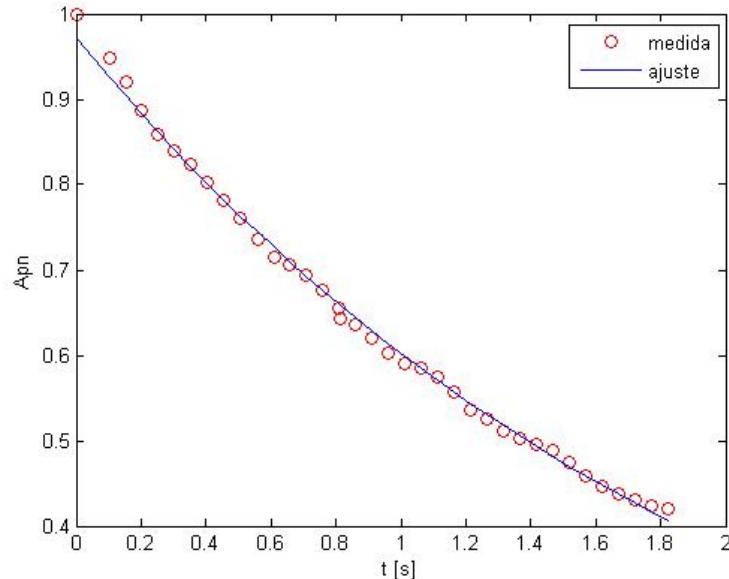


Figura 4.3. Decaimento das amplitudes pico da aceleração ao longo do tempo.

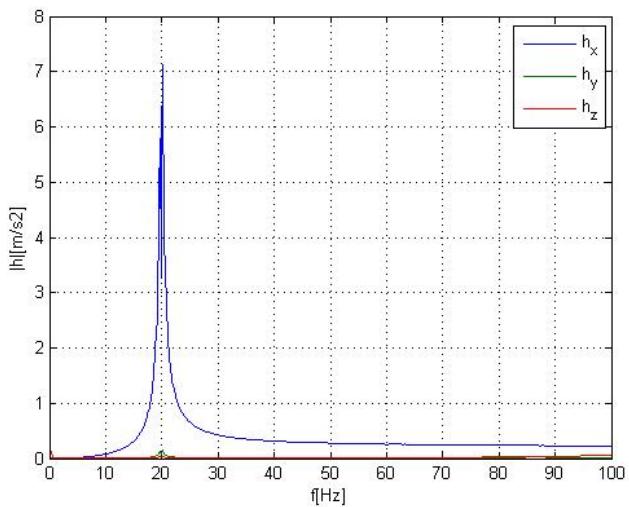
A norma do erro de ajuste resultou 0,078 e o valor do fator de amortecimento viscoso determinado é  $\zeta = 0,0038$ . Usando os valores de  $m$  e  $k$  identificados anteriormente calcula-se o valor do coeficiente de amortecimento viscoso  $c = 4,036 \text{ N/m/s}$ .

As propriedades físicas do sistema vibratório estão sumarizadas na Tab. 4.1. Destaca-se que a principal fonte de erro dos valores estimados está na resolução em frequência utilizada no cálculo do s espectros (0,25 Hz). Logo o valor da frequência natural pode estar no intervalo  $20 \pm 0,125 \text{ Hz}$  que corresponde a uma incerteza de 0,63% do valor adotado. Isto implica em intervalos de incerteza aceitáveis para as propriedades de massa e de rigidez.

Tabela 4.1 – Características do sistema vibratório de um grau de liberdade.

PARÂMETRO FÍSICO	Valor
$m$ - Massa [kg]	4,2169
$k$ - Rígidez [N/m]	66590,0
$f_n$ - Frequência natural [Hz]	20,0
$\zeta$ - Fator de amortecimento viscoso	0,0038
$c$ - Coeficiente de amortecimento viscoso [N/m/s]	4,036

Um segundo ensaio foi realizado com o sistema vibratório sem o amortecedor de atrito. Neste caso o excitador eletrodinâmico foi utilizado para gerar uma força tipo ruído branco na banda de 2 Hz a 2 kHz aplicada na direção  $x$ . Três acelerômetros foram fixados à mesa vibratória nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Os sinais  $F_e(t)$ ,  $a_{mx}(t)$ ,  $a_{my}(t)$  e  $a_{mz}(t)$  foram conectados ao analisador de sinais que foi ajustado para estimar as funções resposta em frequência  $h_x = A_{mx}/F_e$ ,  $h_y = A_{my}/F_e$  e  $h_z = A_{mz}/F_e$ , na banda de 0 a 100 Hz, com resolução de 0,125 Hz. Foram realizadas médias de 100 amostras. Os módulos das funções resposta em frequência estão na Fig. 4.4.

Figura 4.4. Funções resposta em frequência do sistema vibratório na s direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Pode observar que as máximas amplitudes de  $|h|$  ocorrem na frequência de 20,125 Hz, sendo  $|h_x| = 7,127 \text{ m/s}^2/\text{N}$ ,  $|h_y| = 0,148 \text{ m/s}^2/\text{N}$  e  $|h_z| = 0,044 \text{ m/s}^2/\text{N}$ . Na direção da excitação  $|h_x|$  tem amplitude cerca de 48 vezes maior que na direção transversal e cerca de 160 vezes maior que a direção vertical. Este experimento comprova que na banda até 100 Hz o sistema vibratório pode ser considerado com apenas um grau de liberdade (direção  $x$ ), como havia

sido assumido por hipótese e verificado com o ensaio do sistema livre. A tabela 4.2 compara os valores de  $|h|$  nas três direções para as frequências de 15, 30 e 50 Hz, que serão utilizadas nos ensaios do sistema com o amortecedor de atrito instalado.

Tabela 4.2- Valores do  $|h|$  nas três direções para algumas frequências.

$f$ [Hz]	$ h_x $ [ $m/s^2/N$ ]	$ h_y $ [ $m/s^2$ ]/N	$ h_y $ [ $m/s^2$ ]/N
15	0,3139	0,0066	0,0029
30	0,4270	0,0105	0,0008
50	0,2789	0,0098	0,0079

#### 4.2 Ensaios experimentais do sistema vibratório com o amortecedor de atrito

Foram realizados ensaios experimentais para avaliar o desempenho do dispositivo amortecedor de atrito sobre as vibrações do sistema vibratório de um grau de liberdade. São realizados experimentos aplicando diferentes níveis da força normal gerada pelo atuador piezelétrico, tanto com o sistema livre como com uma força externa  $F_{ext}(t)$  produzida pelo excitador eletrodinâmico.

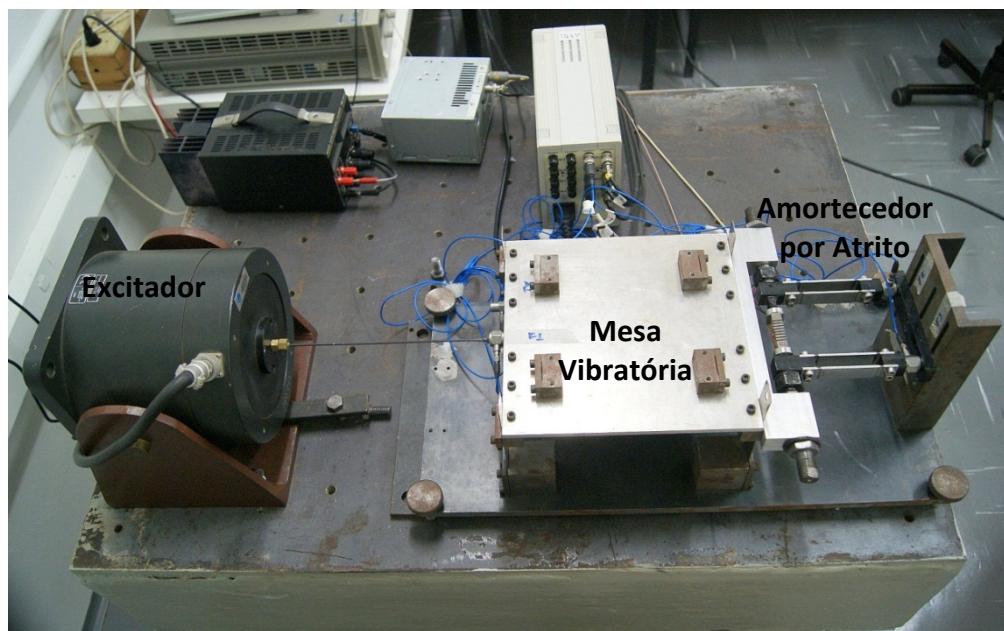


Figura 4.5. Bancada experimental da mesa vibratória com amortecedor por atrito

O sistema de excitação é constituído por um gerador digital de sinais, por um amplificador de potência e por um excitador eletrodinâmico, todos da Brüel&Kjaer. Este sistema é responsável pela força de excitação ( $F_{exc}$ ) aplicada na direção  $x$  da mesa vibratória. Uma célula de carga piezelétrica PCB modelo 208C03 mede esta força (sensibilidade 2.227  $mV/N$ ).

O movimento da mesa vibratória na direção  $x$  ( $A_m$ ) é medido por um acelerômetro piezelétrico PCB modelo 352C33 (sensibilidade 10,2  $mV/m/s^2$ ).

O atuador piezelétrico PPA40L é alimentado com ( $V_{ent}$ ) gerado por um sistema de amplificação que recebe na sua entrada a voltagem ( $V_e$ ) responsável pela geração da força normal no contato ( $F_s$ ). O sinal ( $V_e$ ) é gerado por uma fonte DC HP modelo 6653A. A força ( $F_s$ ) é medida pela célula de carga piezo resistiva e seu condicionador de sinal (sensibilidade 18,95  $mV/N$ ). De acordo com os resultados apresentados no Capítulo III, o sistema de geração da força normal tem um fator de ganho médio  $K_p = 15,165 N/V$  e tempo de resposta na direção normal igual a 0,285  $ms$ . O sinal da força normal no contato ( $F_s$ ) é medido por um multímetro digital HP modelo 3054A ou, conforme o caso, pelo analisador de sinais Agilent de quatro canais modelo 35670A.

As forças entre a estrutura elástica do amortecedor por atrito e a coluna inercial ( $F_{a1}$  e  $F_{a2}$ ) são medidas por duas células de carga piezelétricas PCB modelo 208C03: C1 – sensibilidade 2,371  $mV/N$  e C2 – sensibilidade 2,273  $mV/N$ . Estes sinais são relacionados com a força de atrito que atua na direção  $x$ .

Adicionalmente é instalado um acelerômetro PCB modelo 352C33 (sensibilidade 10,2  $mV/m/s^2$ ) para medir a aceleração ( $A_c$ ) da coluna inercial.

Todos os sinais dos sensores piezelétricos de força e de aceleração são condicionados por um amplificador de instrumentação PCM modelo 482A20 de oito canais. Os ganhos de todos os canais foram ajustados para 10 vezes. Os sinais condicionados são adquiridos pelo analisador Agilent de quatro canais modelo 35670A ajustado com resolução 1/1024 segundos e 2048 valores por amostra.

O esquema da montagem experimental para estudar o comportamento dinâmico da mesa vibratória com o amortecedor de atrito é apresentado na Fig. 4.6.

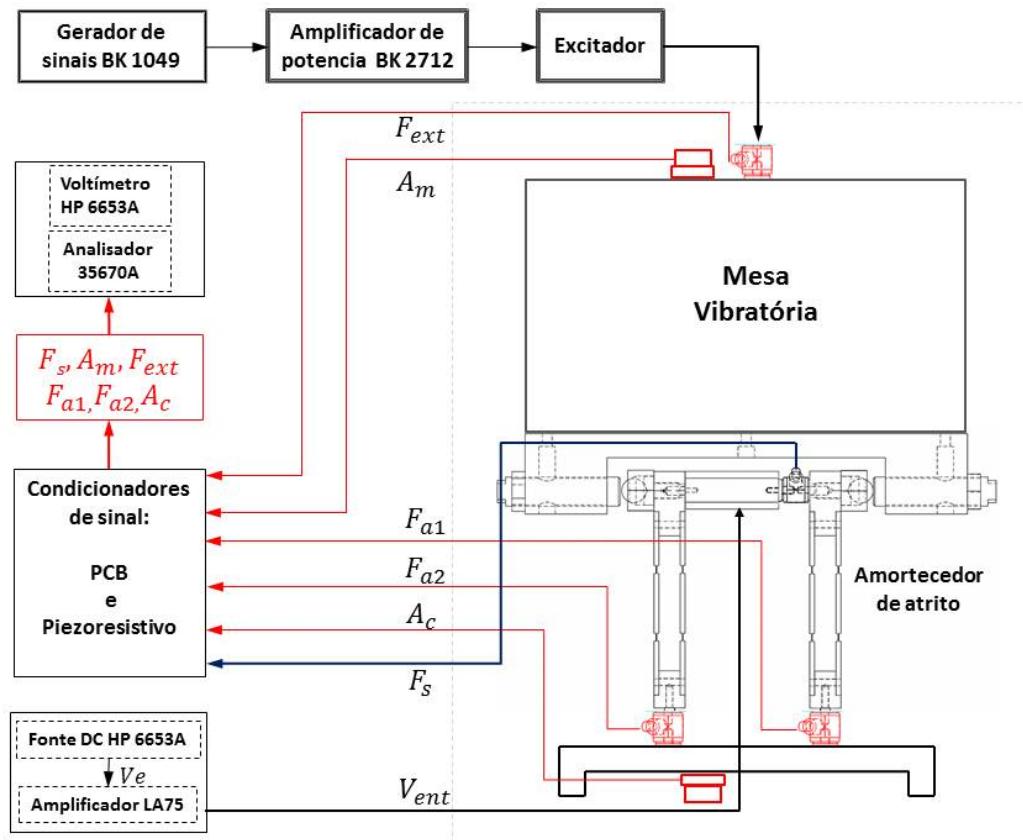


Figura 4.6. Esquema da montagem experimental para análise dinâmica da mesa vibratória com amortecedor de atrito.

#### 4.3 Respostas experimentais do sistema vibratório para excitação harmônica.

O sistema de excitação foi ajustado para produzir uma força de excitação ( $F_{ext}$ ) harmônica com amplitude pico de aproximadamente 10.0 N, nas frequências de 15, 30 e 50 Hz. A primeira frequência tem valor inferior à natural do sistema vibratório enquanto as outras duas têm valores maiores.

As forças normais no contato ( $F_s$ ) são produzidas por voltagens DC ( $V_{ent}$ ) aplicadas na entrada do atuador PPA40L. O primeiro valor da força normal é nulo, correspondendo à condição sem amortecedor. Os outros dois valores da força normal são escolhidos para que ocorra escorregamento no contato. As condições escolhidas para os ensaios compõem o conjunto de experimentos indicados na Tab. 4.3.

Tabela 4.3- Condições dos experimentos da mesa vibratória com o amortecedor de atrito sob excitação harmônica.

$f$ [Hz]	$F_{ext}$ [N]	$F_{s0}$ [N]	$F_{s1}$ [N]	$F_{s2}$ [N]	$F_{s2}/F_{s1}$
15	10,2947	0,0	4,003	6,615	1,653
30	10,2666	0,0	4,029	7,160	1,777
50	10,5665	0,0	4,021	7,323	1,821

As Figuras 4.7 à 4.9 apresentam apenas uma parte dos sinais das acelerações da mesa vibratória para cada frequência da excitação e para os três níveis da força normal.

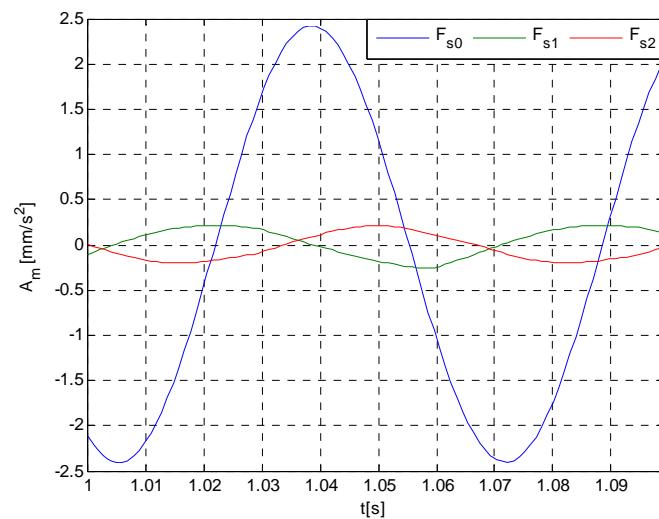


Figura 4.7. Acelerações medidas na mesa vibratória a 15 HZ.

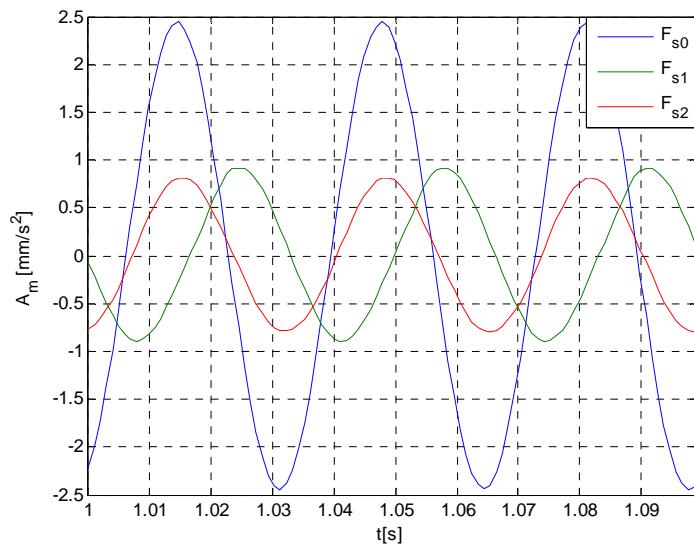


Figura 4.8. Acelerações mediadas na mesa vibratória a 30 HZ.

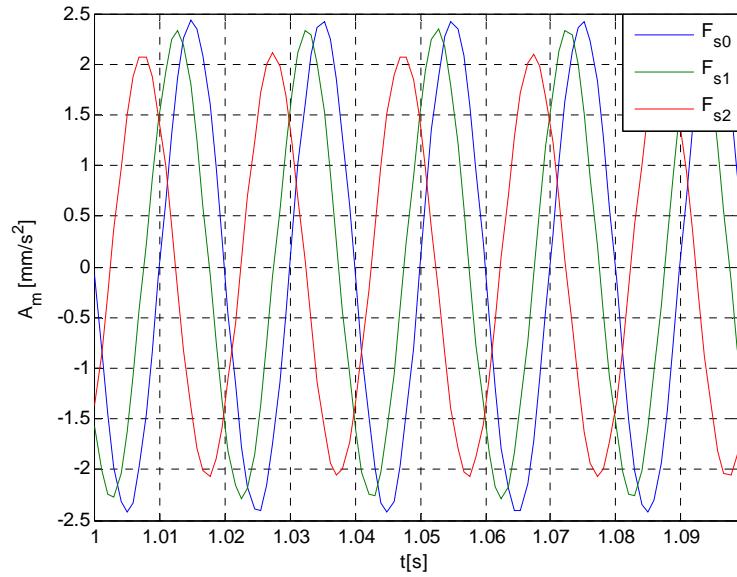


Figura 4.9. Acelerações da mesa vibratória a 50 Hz.

Em todas as frequências de excitação as amplitudes da vibração foram reduzidas com o aumento do da força normal do contato. Estes resultados são sumarizados nas Fig. 4.10 e 4.11, onde são apresentados os valores das amplitudes pico de  $A_m$  e dos valores da relação  $|A_m/F_{ext}|$  para cada frequência de excitação e cada nível da força normal.

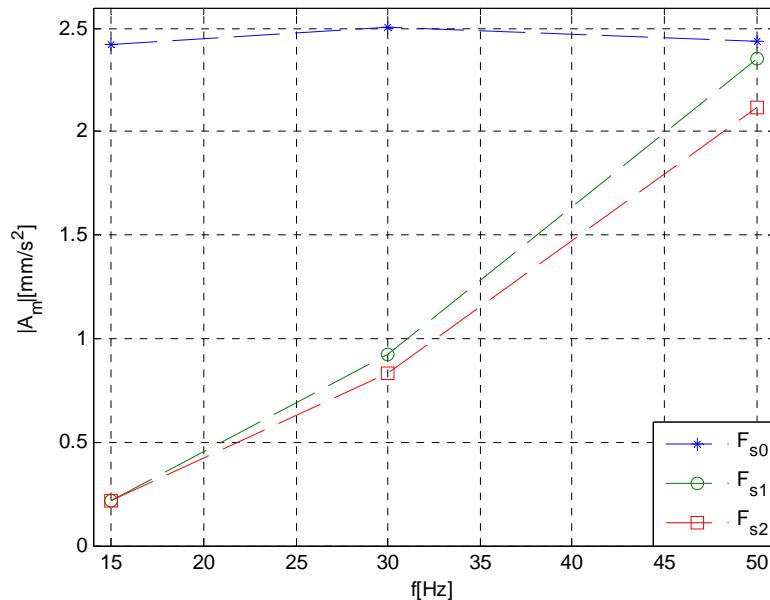


Figura 4.10. Influência de  $F_s$  e da frequência de excitação sobre a amplitude  $A_m$ .

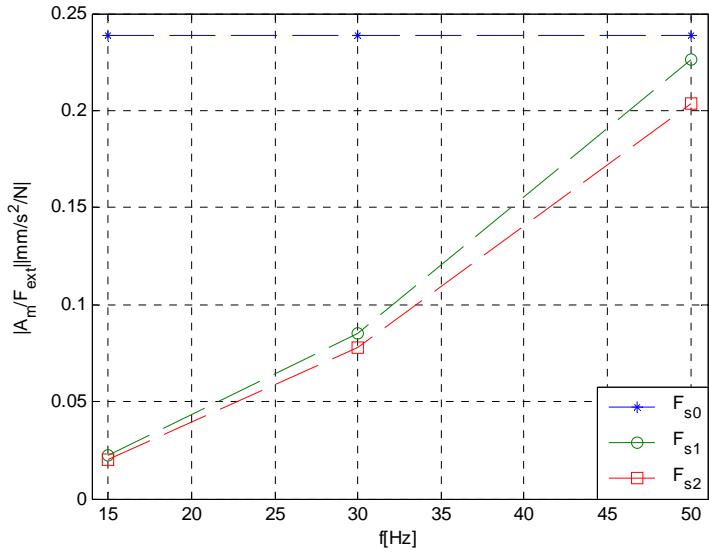


Figura 4.11. Módulo da relação entre a aceleração da mesa vibratória e a força de excitação.

No experimento realizado a 15 Hz ocorre grande redução (média de 11,27 vezes) nas amplitudes das acelerações medidas para os níveis  $F_{s1}$  e  $F_{s2}$  em relação ao caso de força normal nula ( $F_{s0}$ ). Entretanto, o acréscimo do nível  $F_{s1}$  para  $F_{s2}$  (1,61 vezes) não produziu redução adicional na amplitude de vibração da mesa.

Nos experimentos realizados a 30 Hz níveis  $F_{s1}$  e  $F_{s2}$  da força normal produziram menor redução (média de 2,9 vezes) nas amplitudes da mesa quando comparadas com o resultado obtido a 15 Hz. Neste caso o aumento de 1,61 vezes no nível da força  $F_s$  produziu uma redução perceptível (1,11 vezes) nas amplitudes da mesa vibratória.

Para a frequência de excitação de 50 Hz o efeito da presença de  $F_s$  em qualquer dos dois níveis de força normal não produziu efeito prático na redução da amplitude de vibração. A Tabela 4.4 sumariza estes resultados.

Tabela 4.4 – Efeito da força normal sobre as amplitudes das acelerações da mesa vibratória

$f$ [Hz]	$A_{m0}$ [mm/s <sup>2</sup> ]	$X_{m0}$ [μm]	$A_{m1}$ [mm/s <sup>2</sup> ]	$A_{m2}$ [mm/s <sup>2</sup> ]	$A_{m0}/A_{m1}$	$A_{m0}/A_{m2}$	$A_{m1}/A_{m2}$
15	2,423	0,273	0,215	0,215	11,27	11,27	1,00
30	2,507	0,071	0,926	0,834	2,71	3,01	1,11
50	2,438	0,025	2,354	2,117	1,04	1,15	1,11

Pode-se concluir que o amortecedor de atrito apresenta maior eficiência na atenuação das vibrações para a excitação a 15 Hz. Porém o acréscimo da força normal acima de  $F_{s1}$  não produz melhoria significativa no desempenho do amortecedor de atrito.

Deve-se observar que as amplitudes dos deslocamentos da mesa vibratória ( $X_{mo}$ ) são reduzidas na proporção 1 : 0,26 : 0,09 nas frequências de excitação 15 : 30 : 50 Hz, respectivamente. Logo o trabalho da força de atrito, que é responsável pela dissipação da energia vibratória é bastante reduzido nas frequências mais elevadas. Este fato indica que o dispositivo amortecedor de atrito terá operação eficiente quando a amplitude do deslocamento da estrutura vibratória for elevada.

Tomando o experimento com excitação a 15 Hz, verifica-se que mesmo aumentando o valor da força normal acima do nível  $F_{s1}$  não será produzida melhoria na atenuação da vibração. Isto é devido ao pequeno valor da amplitude de deslocamento que foi atingido. Evidentemente, se a força normal for incrementada para travar a estrutura à amplitude da vibração resultante tenderá a zero, porém a força transmitida para a fundação irá aumentar.

As forças medidas pelas duas células de carga instaladas entre as hastas do amortecedor e a coluna inercial são representadas por  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$  que se relacionam com a força tangencial no contato e, portanto com a força de atrito.

Considerando que a estrutura do amortecedor tem simetria em relação ao plano localizado entre os dois contatos e que tem grande rigidez na direção ( $x$ ) do movimento da mesa vibratória, pode-se estimar a força de atrito ( $F_a$ ) que atua no sistema vibratório pela soma de  $F_{a1}$  com  $F_{a2}$ . O diagrama da Fig. 4.12 apresenta estas condições.

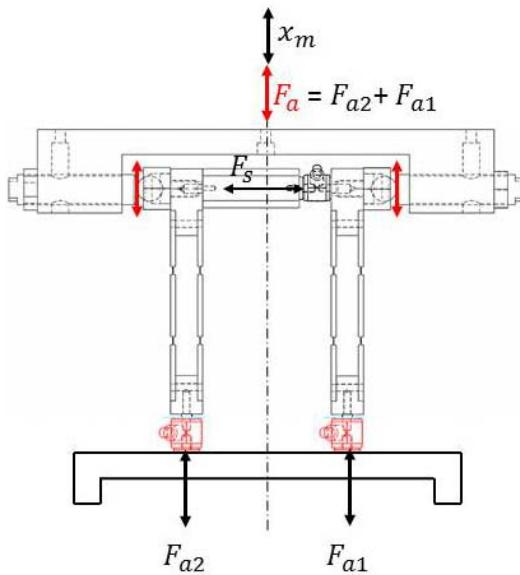


Figura 4.12. Esquema utilizado para estimar a força de atrito do amortecedor na presença da força normal  $F_s$  e de movimento  $x_m$  da mesa vibratória.

Os sinais das forças  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$  são medidos nas mesmas condições experimentais especificadas na Tab. 4.3. As Figuras 4.13 à 4.19 apresentam os resultados obtidos para cada frequência de excitação. O ajuste do analisador de sinais é o mesmo utilizado na medição das acelerações da mesa vibratória (resolução igual a 1/1024 segundos e 2048 valores por amostra).

As medidas são denominadas  $F_{a1s1}$  e  $F_{a2s1}$  para o nível de força normal  $F_{s1}$  e  $F_{a1s2}$  e  $F_{a2s2}$  para o nível de força normal  $F_{s2}$ .

Em todas as figuras, o gráfico superior apresenta os sinais das forças  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$  e o gráfico inferior indica a força  $F_a = F_{a1} + F_{a2}$  e os patamares ajustados pela média dos valores medidos por trecho. Este procedimento é o mesmo utilizado no capítulo II.

Para melhor visualização, apenas partes dos sinais no domínio do tempo estão representados nas figuras seguintes. Porém, as estimativas da força de atrito são feitas na amostra completa.

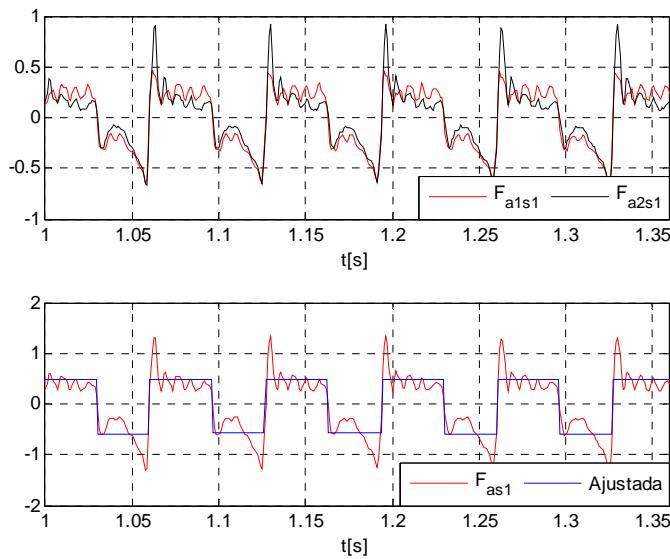


Figura 4.13. Forças medidas e força de atrito estimada a 15 Hz, com força normal  $F_{s1}$ .

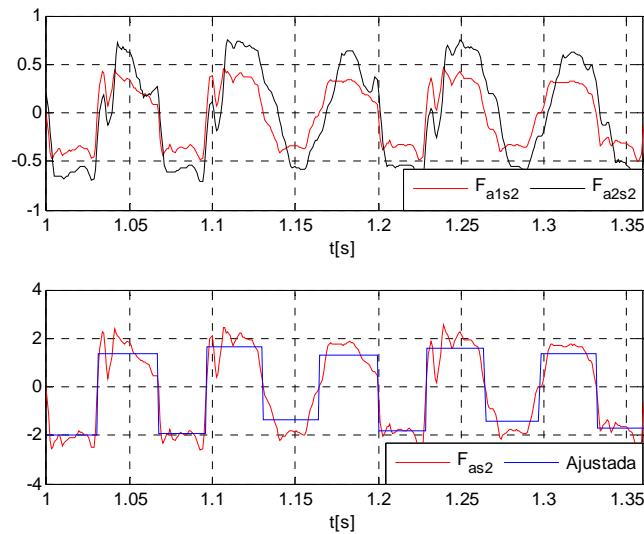


Figura 4.14. Forças medidas e força de atrito estimada a 15 Hz, com força normal  $F_{s2}$ .

Analizando os resultados para a excitação a 15 Hz observa-se que as amplitudes de  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$  não resultaram idênticas como esperado. A discrepância nos valores dos patamares positivos e negativos é mais acentuada para o nível de força normal mais elevado ( $F_{s2}$ ). Isto indica que a hipótese de simetria adotada para o amortecedor não é perfeita.

Pode-se explicar este comportamento analisando a geometria do contato entre as esferas e as faces dos parafusos. Existe um desalinhamento angular do plano da face dos parafusos de contato com o movimento do sistema vibratório na direção  $x$ . Consequentemente a força de atrito durante o movimento harmônico é modificada porque a força normal no contato não fica perfeitamente constante. A Figura. 4.15 destaca o provável desalinhamento angular em um dos pares em contato. Destaca-se que este defeito pode ocorrer em cada um dos contatos, com valores de desalinhamento diferentes e que não foi possível medir estes valores.

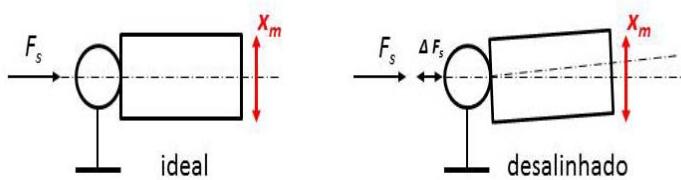


Figura 4.15. Erros geométricos de posicionamento dos parafusos de contato.

Para o nível de força normal de contato  $F_{s1}$ , a estimativa da força  $F_a$  é dada pela soma das forças  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$ , apresentada no gráfico inferior da Fig. 4.13 utilizando a amostra completa (2048 valores) resultou um valor médio ajustado para os patamares positivos e negativos igual a 0,5253 N com desvio padrão de 0,0607 N (da ordem de 11,5%).

Para o nível de força normal  $F_{s2}$  a força  $F_a$  é estimado pelo valor médio de 1,537 N com desvio padrão de 0,29 N, indicando que há maior incerteza nas medições realizadas com o maior nível da força normal.

Adicionalmente observa-se a presença de oscilações quase harmônicas nos patamares positivos da força  $F_a$ , principalmente para a força normal  $F_{s1}$ . Calculando o espectro de frequências dos trechos do sinal predomina a frequência de 110 Hz, com amplitude igual a 0,134 N. Este comportamento é devido a alguma ressonância estrutural da mesa vibratória ou da coluna inercial. Este efeito será analisado no estudo da resposta em frequência do sistema vibratório a ser apresentado posteriormente neste capítulo.

As Figuras 4.16 à 4.19 apresentam os resultados obtidos para excitação harmônica nas frequências de 30 e 50 Hz, para os dois níveis de força normal. O comportamento da força  $F_a$  é semelhante ao encontrado para a frequência de 15 Hz. Observa-se que as oscilações nos patamares de  $F_a$  são atenuadas com o aumento da frequência da excitação e com o aumento do valor da força normal.

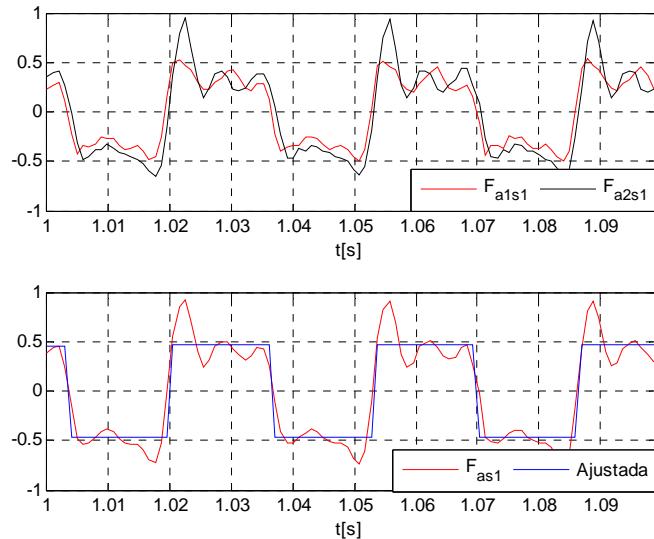


Figura 4.16. Forças medidas e força de atrito estimada a 30 Hz, com força normal  $F_{s1}$ .

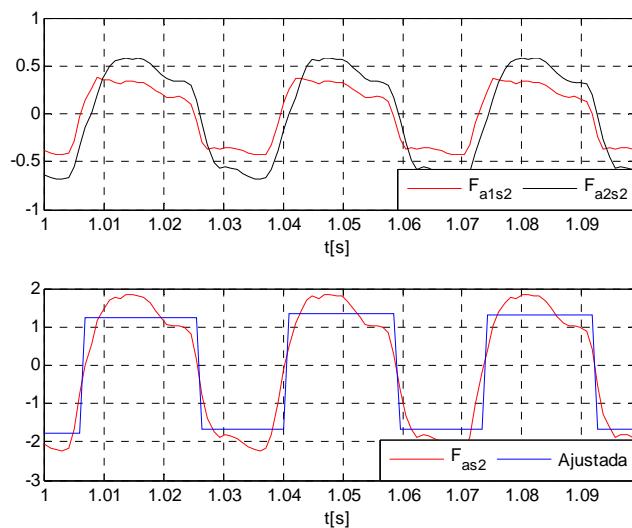


Figura 4.17. Forças medidas e força de atrito estimada a 30 Hz, com força normal  $F_{s2}$ .

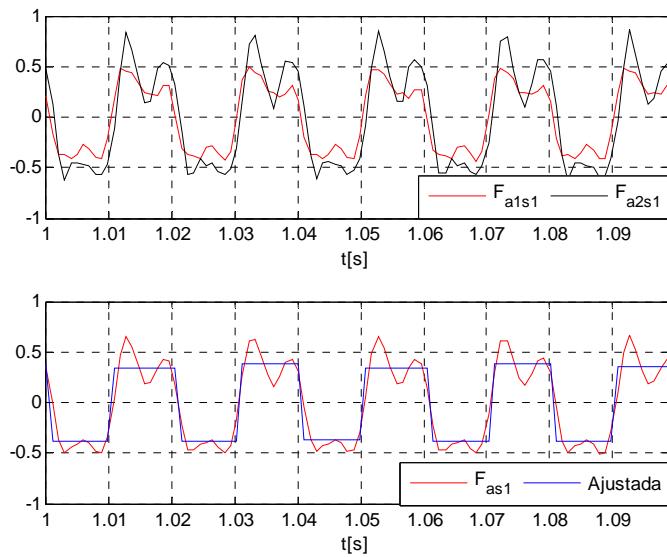


Figura 4.18. Forças medidas e força de atrito estimada a 50 Hz, com força normal  $F_{s1}$ .

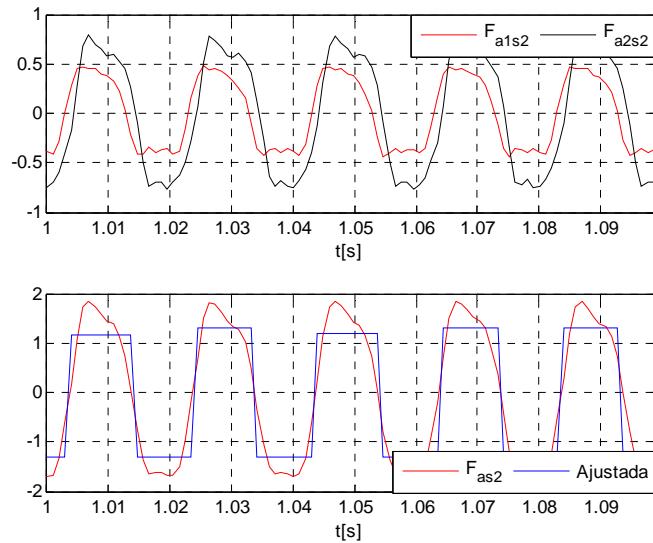


Figura 4.19. Forças medidas e força de atrito estimada a 50 Hz, com força normal  $F_{s2}$ .

A Tabela 4.5 summariza os valores das amplitudes das forças  $F_a$  estimados pelas médias dos patamares positivos e negativos para os ensaios com excitação harmônica para os dois níveis de força normal.

Tabela 4.5. Amplitudes da força  $F_a$  estimadas para os ensaios harmônicos com dois níveis de força normal.

$f$ [Hz]	<i>Nível de</i> $F_s$ [N]	<i>Nível DC de</i> $F_a$ [N]	<i>Amplitude</i> de $F_a$ [N]	<i>Desvio Padrão</i> de $F_a$ [N]	$F_a/F_s$
15	4,003	0,0065	0,5253	0,061	0,1312
	6,615	0,0099	1,5366	0,297	0,2323
30	4,029	0,0008	0,4716	0,022	0,1171
	7,160	0,0011	1,4669	0,183	0,2049
50	4,021	0,0025	0,3719	0,018	0,0925
	7,323	0,0027	1,2720	0,055	0,1737

Calculando a relação entre as amplitudes de  $F_a$  e os correspondentes níveis de  $F_s$  em cada frequência de excitação resulta a Fig. 4.20.

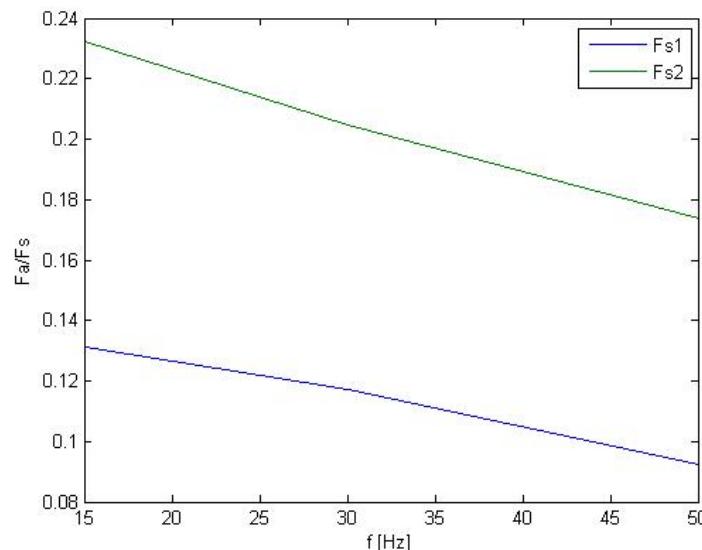


Figura 4.20. Relação  $F_a/F_s$  em função da frequência da excitação harmônico para os dois níveis de  $F_s$ .

Observa-se que  $F_a/F_s$  diminui com o aumento da frequência da excitação e com a redução do nível da força normal. Para o nível  $F_{s1}$ , a relação  $F_a/F_s$  tem valor médio de 0,1136 com desvio padrão de 0,019 e para o nível  $F_{s2}$  resultou um valor médio de 0,2036 com desvio padrão de 0,029.

A média dos seis valores obtidos todas as frequências e para os dois níveis de força normal resultou  $F_a/F_s = 0,159 \pm 0,045$  com confiança de 95%, assumindo uma distribuição de probabilidade t-Student.

O valor da força  $F_a$ , medida nestes experimentos, não é exatamente igual à força de atrito nos contatos definidos entre as esferas e as faces dos parafusos, pois a dinâmica do

sistema constituído pela mesa vibratória, pelo suporte do amortecedor de atrito e pela coluna inercial contribui para o valor medido. Isto é verificado pelo comportamento de  $F_a$  em função da frequência da excitação aplicada à mesa vibratória.

Para complementar esta análise foram realizados ensaios com excitação harmônica nas mesmas frequências anteriores com a amplitude da força de excitação da ordem de 10 N, porém com níveis mais elevados da força normal. As condições destes ensaios estão na Tab. 4.6. Os valores de  $F_{sj}$  ( $j = 3$  a 7) são todos maiores que os usados nos experimentos anteriores com excitação harmônica.

Tabela 4.6 – Ensaios complementares com maiores níveis de da força normal.

$f$ [Hz]	$F_{ext}$ [N]	$F_{s3}$ [N]	$F_{s4}$ [N]	$F_{s5}$ [N]	$F_{s6}$ [N]	$F_{s7}$ [N]
15	10,608	31,874	49,421	76,354	99,198	113,573
30	10,034	30,340	49,643	76,005	99,605	114,383
50	10,130	29,949	49,691	75,748	100,021	114,814
Média	10,257	30,721	49,585	76,036	99,608	114,256

Os gráficos obtidos para as respostas no domínio do tempo para estes níveis de força normal não são apresentados. A Tabela 4.7 apresenta os valores das acelerações  $A_{mj}$  ( $j = 3$  a 7) medidas na mesa vibratória para cada nível de força normal, incluindo a amplitude medida para  $F_s = 0$ .

Tabela 4.7 – Acelerações da mesa vibratória nos ensaios harmônicos com diferentes níveis de da força normal

$f$ [Hz]	$A_{m0}$ [mm/s <sup>2</sup> ]	$A_{m3}$ [mm/s <sup>2</sup> ]	$A_{m4}$ [mm/s <sup>2</sup> ]	$A_{m5}$ [mm/s <sup>2</sup> ]	$A_{m6}$ [mm/s <sup>2</sup> ]	$A_{m7}$ [mm/s <sup>2</sup> ]
15	2,423	0,212	0,1457	0,117	0,0510	0,00408
30	2,507	0,7624	0,6885	0,4372	0,2072	0,1658
50	2,438	0,4873	0,6091	0,9218	1,0123	1,9097

A Tabela 4.8 apresenta os valores medidos da força tangencial  $F_a$  para todos os experimentos realizados com a excitação harmônica de amplitude média  $F_{exc} = 10,257$  N. A última coluna apresenta o valor da relação  $F_a/F_s$ , que pode ser usado como estimador do coeficiente de atrito no contato entre as esferas e as faces dos parafusos.

Tabela 4.8 – Amplitudes de  $F_a$  medidas pelas células de carga piezelétricas para cada  $F_s$ .

$f$ [Hz]	<i>Nível de</i> $F_s$ [N]	<i>Amplitude de</i> $F_a$ [N]	$F_a/F_s$	$F_a/F_s \pm$ <i>Desvio</i> 95%
15	4,003	0,5253	0,1312	0,2011 ±0,028
	6,615	1,5366	0,2323	
	31,874	6,9492	0,2180	
	49,421	8,5957	0,1739	
	76,354	17,192	0,2252	
	99,198	20,412	0,2058	
	113,573	25,149	0,2214	
30	4,029	0,4716	0,1171	0,1913 ±0,029
	7,160	1,4669	0,2049	
	30,340	6,6356	0,2187	
	49,643	8,3828	0,1689	
	76,005	16,7657	0,2206	
	99,605	19,6432	0,1972	
	114,383	24,2242	0,2118	
50	4,021	0,3719	0,0925	0,1817 ±0,035
	7,323	1,2720	0,1737	
	29,949	6,6224	0,2211	
	49,691	8,2052	0,1651	
	75,748	16,4104	0,2166	
	100,021	19,3794	0,1938	
	114,814	23,9848	0,2089	

Em cada frequência de excitação foram estimados os valores médios das relações  $F_a/F_s$  com intervalos de 95% de confiança, assumido uma distribuição de probabilidade do tipo t-Student. Observa-se que o intervalo de confiança de  $F_a/F_s$  para a excitação na frequência de 50 Hz é maior que nas outras duas.

A média global e o desvio padrão de todos os valores da relação  $F_a/F_s$  podem ser usados para estimar o coeficiente de atrito, resultando  $\mu = 0,191 \pm 0,016$  com confiança de 95%, neste caso foi assumida uma distribuição de probabilidade gaussiana.

Comparando este resultado com a média obtida para os dois menores níveis de força normal em todas as frequências de excitação ( $0,159 \pm 0,045$ ), verifica-se uma diferença da ordem de 16,7% na média, porém contida nos intervalos de confiança.

A Figura 4.21 representa a relação  $F_a/F_s$  em função dos sete níveis de força normal para cada uma das frequências de excitação harmônica. Observa-se que para os menores

níveis da força normal ocorre maior dispersão dos resultados experimentais para as três frequências da excitação.

A dispersão dos valores da relação  $F_a/F_s$  é grande para os dois primeiros níveis de  $F_s$ . Nas três frequências de excitação o valor da relação aumentou aproximadamente 1.8 vezes quando  $F_s$  aumentou de 4 para 7 N. Este fato pode ser devido à relação sinal/ruído desfavorável para pequenos valores de  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$ .

Adicionalmente verifica-se que os valores médios da relação  $F_a/F_s$  diminuem com o aumento da frequência da excitação (ver última coluna da Tab. 4.8).

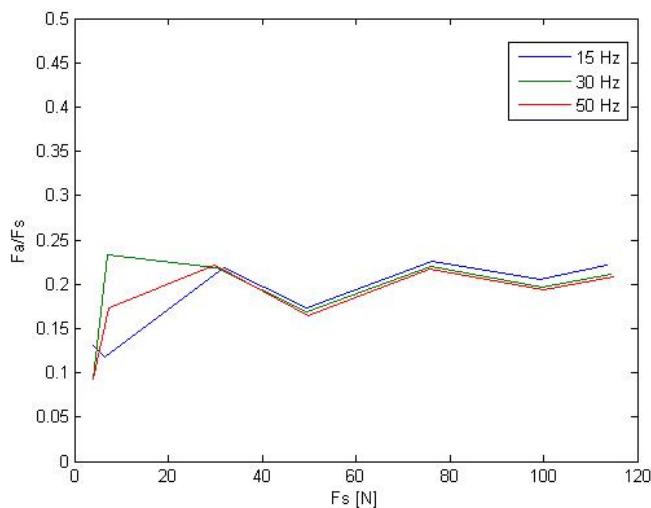


Figura 4.21. Relação  $F_a/F_s$  em função da frequência da excitação harmônico para os sete níveis de  $F_s$ .

Para as frequências de excitação harmônica utilizadas nos ensaios (15, 30 e 50 Hz) e para  $F_s$  entre (4, 114) N pode-se adotar o estimador do coeficiente de atrito  $\mu = 0,191 \pm 0,016$  com confiança de 95%. As variações observadas nos valores estão dentro do limite de  $\pm 8,4\%$  da média global.

Além dos erros associados às sensibilidades dos sistemas de medição da aceleração e das forças pode-se ocorrer uma variação das condições do contato entre cada esfera e a face dos parafusos.

Por outro lado, a dinâmica (propriedades de massa e rigidez) do dispositivo amortecedor de atrito na direção do movimento da mesa vibratória (direção de medição das forças  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$ ) afeta a estimativa de  $F_a$  pelas médias dos patamares positivos e negativos. Adicionalmente, qualquer erro geométrico que provoque o desvio angular entre a face do

parafuso e a direção do movimento da esfera pode provocar variação do valor de  $F_s$  em cada ciclo do movimento vibratório. Conseqüentemente, o cálculo da relação  $F_a/F_s$  apresenta erros adicionais.

Para identificar o comportamento dinâmico do amortecedor de atrito foram realizados ensaios experimentais com o sistema vibratório excitado por força do tipo ruído aleatório. O valor da força normal no contato foi ajustado para  $F_s = 114,278$  N de modo que não se observa escorregamento no contato. São obtidas as funções resposta em frequência da mesa vibratória  $A_m/F_{exc}$  [m/s<sup>2</sup>/N] e da coluna inercial e  $A_c/F_{exc}$  [m/s<sup>2</sup>/N] e  $F_a/F_{exc}$  [N/N]. Estes ensaios permitem verificar a existência de ressonâncias estruturais do sistema vibratório com o amortecedor travado. Os sinais medidos são adquiridos pelo analisador na banda de 400 Hz, com resolução em frequência igual a 0,5 Hz. As funções resposta em frequência são estimadas pela média de 100 amostras. A Figura 4.22 apresenta apenas os módulos das relações entre as saídas ( $A_m$ ,  $A_c$  e  $F_a$ ) e força de excitação ( $F_{exc}$ ). Para todos os estimadores a função de coerência é próxima da unidade exceto para a região de baixas frequências. Como o objetivo deste ensaio não é realizar a análise dos modos de vibrar, as curvas das defasagens não são apresentadas.

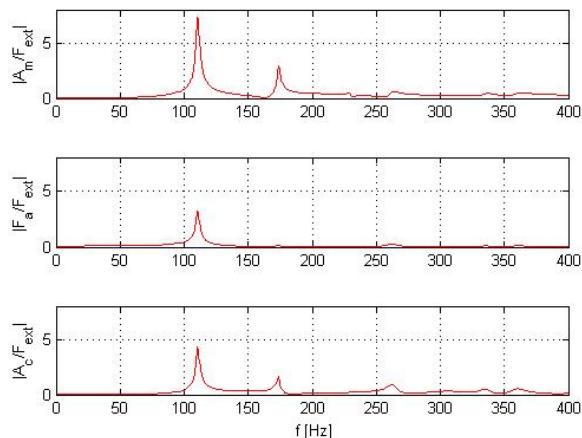


Figura 4.22. Funções resposta em frequência do experimento com excitação por ruído aleatório para força normal  $F_s = 114,278$  N.

Como esperado o sistema vibratório tem comportamento dinâmico alterado pelo travamento do amortecedor de atrito. São destacadas três ressonâncias estruturais na banda até 400 Hz. A primeira ocorre em 110.5 Hz, a segunda em 174 Hz e a terceira em 262 Hz. Salienta-se que no experimento realizado com excitação harmônica a 15 Hz os patamares da

força  $F_a$  apresentaram oscilações na frequência de 110 Hz, concordando com a primeira ressonância estrutural do sistema vibratório com o amortecedor bloqueado.

Outra possível causa das variações nos valores experimentais para o estimador do coeficiente de atrito é a alteração das superfícies decorrente de desgaste e da formação de óxidos no contato. A Figura 4.23 mostra a fotografia da superfície plana do parafuso de contato antes e depois dos ensaios. É evidente a presença da zona de desgaste na região de contato entre a esfera e a face plana do parafuso.

O estado do contato muda durante os ensaios podendo provocar variações no valor do coeficiente de atrito estimado.

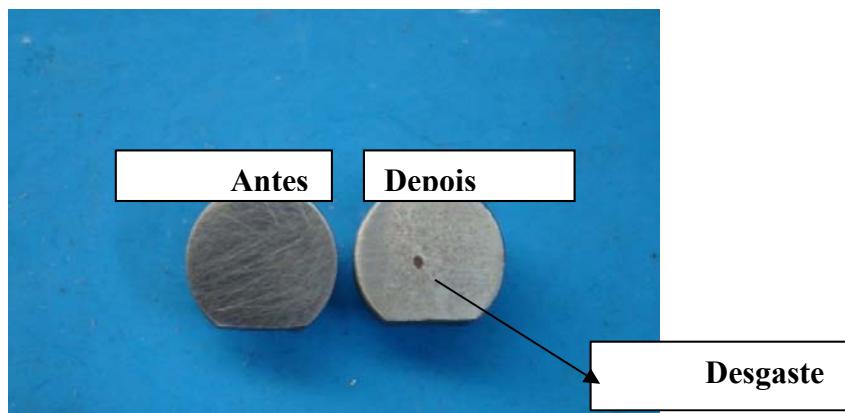


Figura 4.23. Desgaste da superfície do contato antes e depois dos ensaios com excitação harmônica.

A análise dos aspectos de desgaste e do efeito de lubrificação gerado pelas camadas de oxidação produzidas nos ensaios foge do escopo deste trabalho.

Considerando os experimentos realizados com excitação harmônica pode-se concluir:

- A metodologia usada para a estimativa da força de atrito  $F_a$  pela soma das forças medidas  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$  mostrou-se adequada para as frequências de excitação até 50 Hz e para níveis de força normal  $F_s$  maiores que 7 N.

- Para frequências mais elevadas, a presença de ressonâncias estruturais identificadas pelo ensaio com ruído aleatório irá introduzir incertezas no cálculo dos valores dos patamares de  $F_a(t)$ .

- A estimativa do coeficiente de atrito através dos ensaios harmônicos pode ser realizada pelo cálculo da relação  $F_a/F_s$ , desde que os ensaios sejam realizados com frequências inferiores a 50 Hz (para o amortecedor de atrito desenvolvido).

- Para níveis baixos da força normal ( $F_s$  da ordem de 4 e 7 N) a estimativa do coeficiente de atrito apresentou grandes dispersões.

- O valor médio do coeficiente de atrito estimado ( $\mu = 0,191 \pm 0,016$  com confiança de 95%,) apresentou variações aceitáveis. Porém, recomenda-se que para frequências de excitação maiores que 50 Hz e/ou para diferentes níveis de força normal sejam realizadas novas estimativas.

No próximo item deste capítulo será feita a avaliação dos modelos de atrito Clássico e com Rigidez Tangencial, a partir de ensaios experimentais realizadas na bancada experimental.

#### **4.4. Avaliação dos modelos de atrito Clássico e com Rigidez Tangencial a partir das medidas experimentais com sistema vibratório**

Para avaliar os modelos de atrito Coulomb Clássico e o modelo com Rigidez Tangencial no contato são realizados dois tipos de ensaios experimentais com o sistema vibratório. Num deles a mesa vibratória é livre e no outro ela é excitada por uma força harmônica com frequência igual a 30 Hz. Nos dois ensaios a força normal no contato foi ajustada para  $F_s = 10,25$  N. Este nível da força normal permite a ocorrência de escorregamento no contato.

A aceleração do sistema vibratório livre ( $A_m$ ) e a força ( $F_a$ ) medida no amortecedor de atrito, para uma condição inicial qualquer são representadas na Fig. 4.24. Os sinais do acelerômetro e das células de carga piezelétricas são amostrados com 2048 Hz e 1024 valores. A força tangencial  $F_a(t)$  é obtida pela soma dos sinais  $F_{a1}(t)$  e  $F_{a2}(t)$ .

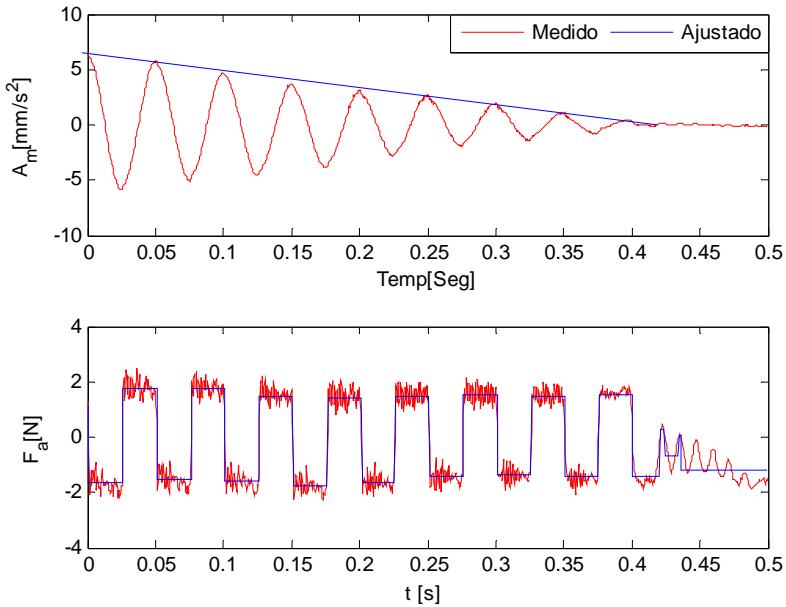


Figura 4.24. Resposta livre do sistema vibratório, sua envoltória e a força total medida no amortecedor, para força normal  $F_s = 10,25$  N.

A envoltória ajustada sobre os valores pico da aceleração do sistema livre permite estimar o valor da força de atrito que atua no contato para a condição de força normal igual a 10,25 N. Neste procedimento são usadas as propriedades de massa, rigidez e frequência natural do sistema vibratório (dadas na Tab. 4.1 e ver Eq.2.6). Resulta o valor da força  $F_a = 1,557$  [N].

Por outro lado, utilizando o gráfico da força total ( $F_{a1} + F_{a2}$ ) medida pelas duas células de carga instaladas na base do amortecedor de atrito (gráfico inferior da Fig.4.24) e calculando as médias em cada um dos patamares positivos e negativos da força total de atrito no intervalo de tempo entre 0 e 0,4 s, estima-se um valor médio nos dezessete patamares ajustados, resultando  $F_a = 1,467$  [N] que é cerca de 6% menor que o obtido pela envoltória da resposta livre do sistema vibratório.

Caso seja assumido o modelo de atrito de Coulomb ( $F_a = \mu F_s$ ) e utilizando o valor médio da força de atrito estimada tanto pelo decaimento da aceleração ( $F_a = 1,557$  N) como pelos patamares da força de atrito ( $F_a = 1,512$  N) e o valor da força normal usada no experimento livre ( $F_s = 10,25$  N) resulta o valor médio do coeficiente de atrito  $\mu = 0,150$ .

Observa-se que este valor é menor que o estimado nos ensaios harmônicos do item 4.3 ( $\mu = 0,191$ ).

Um segundo experimento foi realizado para uma força harmônica de amplitude  $F_{exc} = 23,88$  N, com frequência igual a 30 Hz aplicada à mesa vibratória com o amortecedor de atrito. O valor da força normal  $F_s = 10,25$  N é o mesmo usado no experimento livre A Fig. 4.25 apresenta os sinais medidos:  $F_{exc}(t)$  e  $A_m(t)$ .

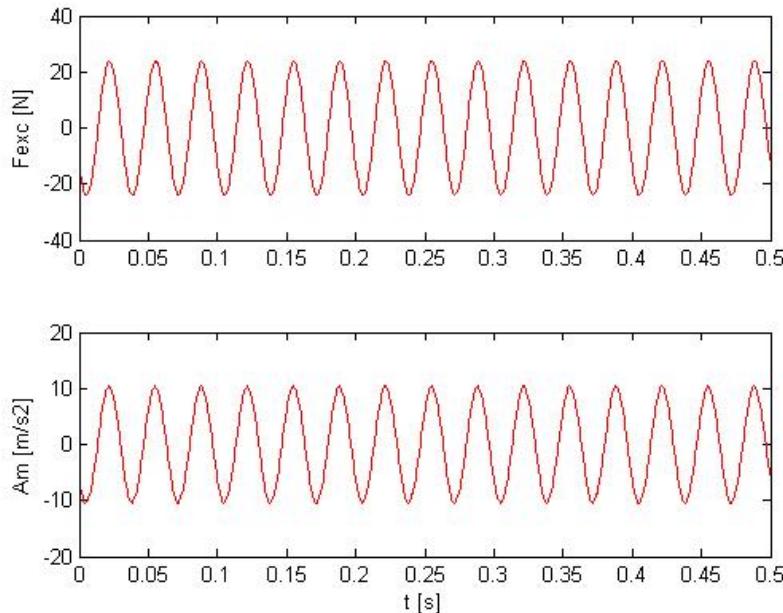


Figura 4.25. Resposta para excitação harmônica a 30 Hz e  $F_{exc} = 23,88$  N.

O valor da amplitude pico da aceleração, calculado via transformada de Fourier, resulta  $A_m = 10,45 \text{ m/s}^2$ .

As forças medidas pelas duas células de carga piezelétricas do amortecedor de atrito  $F_{a1}(t)$  e  $F_{a2}(t)$  e a força total  $F_a(t)$ , obtida pela soma das saídas das células de carga, são apresentadas na Fig. 4.26. O valor médio dos trinta e um patamares da força de atrito resulta  $F_a = 2,030$  N com desvio padrão de 0.2945 N. Este estimador tem valor de  $2,030 \pm 0,018$  N com confiança de 95%.

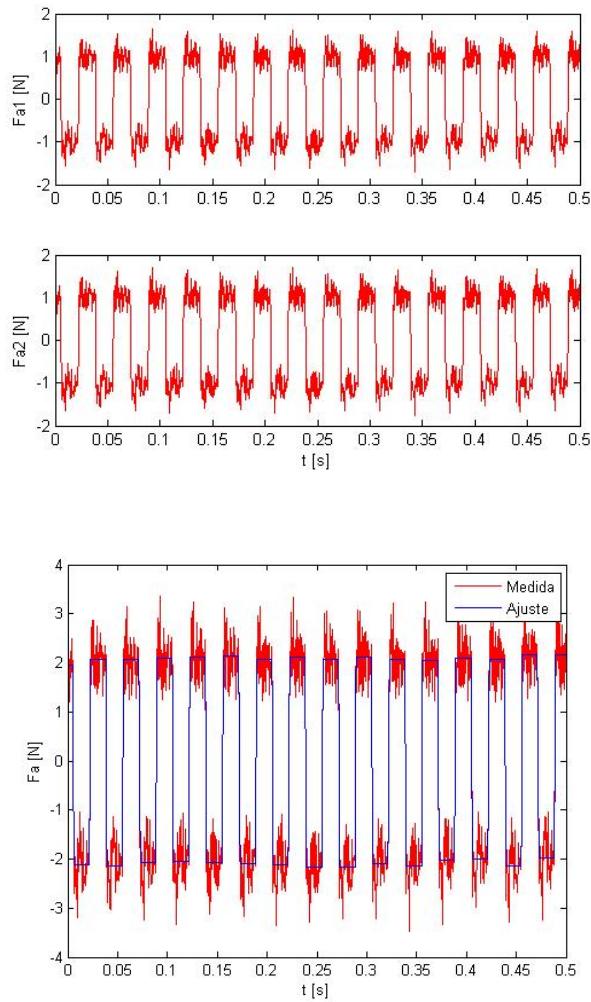


Figura 4.26. Forças medidas nas células piezelétricas do amortecedor de atrito e força total mediada e estimada para excitação harmônica a 30 Hz e  $F_{exc} = 23,88$  N.

Na curva da força  $F_a(t)$  estimada são preservados os valores medidos nas regiões de transição entre os patamares positivos e negativos. Nestas regiões há em média quatro valores de  $F_a(t)$  devido ao intervalo de amostragem utilizado na aquisição do sinal.

Usando o valor da média de todos os patamares de  $F_a$  e o valor medido de  $F_s$  (10,25 N) estima-se o valor do coeficiente de atrito  $\mu = 0,198 \pm 0,002$  com confiança de 95%.

Comparando este valor com o obtido no experimento livre ( $\mu = 0,150$ ) resulta numa diferença de 24%. Uma provável causa desta diferença é o fato de que no experimento livre os

níveis de vibração são muito pequenos se comparados com os do ensaio com excitação harmônica, levando a maiores erros nas medidas experimentais.

Entretanto, o valor médio estimado no ensaio a 30 Hz, com  $F_{exc} = 23,88$  N ( $\mu = 0,198$ ) é muito próximo do obtido nos experimentos com excitação harmônica para os sete níveis de força normal apresentados no item 4.3 ( $\mu = 0,191$ ). Neste caso a diferença resulta em apenas 3,5%.

A partir da aceleração medida ( $A_m(t)$ ) calcula-se a resposta da mesa vibratória expressa em termos do deslocamento  $X_m(t)$ . A Figura. 4.27 apresenta o deslocamento da mesa vibratória e a força  $F_a(t)$  estimada.

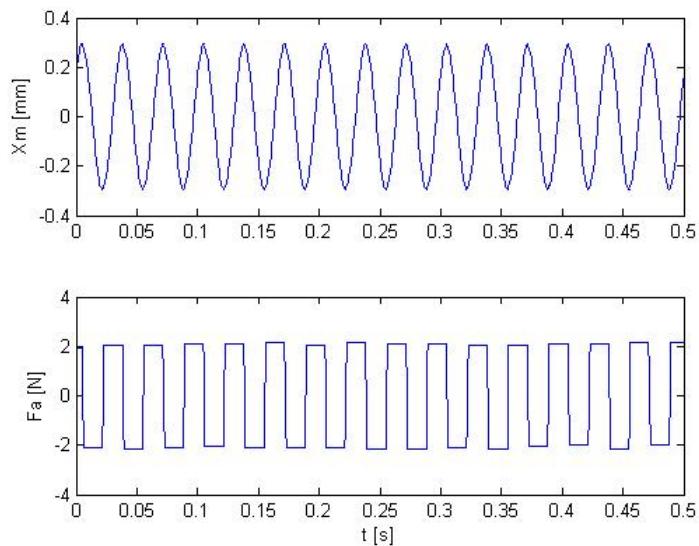


Figura 4.27. Deslocamento e força total estimada para excitação harmônica a 30 Hz e  $F_{exc} = 23,88$  N

Usando a força total  $F_a(t)$  estimada pelas médias de cada patamar e os valores calculados de  $X_m(t)$ , é construída a curva de histerese do amortecedor de atrito apresentada na Fig. 4.28. Observa-se que os valores de  $F_a$  em cada ciclo têm níveis levemente diferentes, pois foram usados os valores da média de cada patamar.

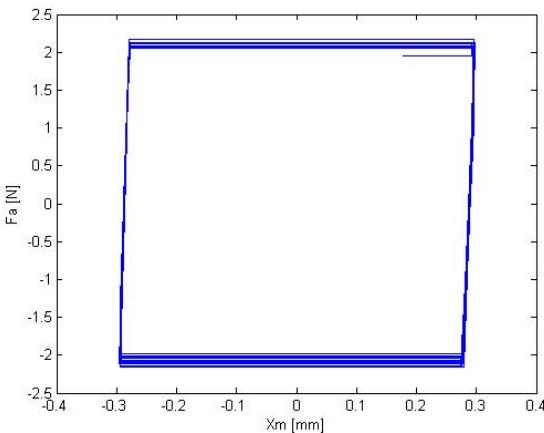


Figura 4.28. Curva de histerese estimada para excitação harmônica a 30 Hz e  $F_{exc} = 23,88$  N.

Na curva de histerese, as regiões das transições dos valores negativos para positivos da força contêm informações sobre a rigidez tangencial do contato. Utilizando os valores  $F_a$  e  $X_m$  nestas regiões pode-se estimar  $K_t$ . Para cada região de transição disponível nos sinais da força e do deslocamento é feita uma regressão linear. A média dos trinta e um coeficientes angulares obtidos em cada ajuste linear é usada para estimar a rigidez tangencial equivalente do contato  $K_t = 241,84 (\pm 11,67)$  N/mm, com confiança de 95%.

Esta metodologia é uma alternativa viável para o cálculo da rigidez tangencial do contato. Pode-se melhorar a qualidade estatística deste estimador reduzindo o intervalo de amostragem e aumentando o número de pontos das amostras dos sinais no ensaio com excitação harmônica.

Considerando o valor do coeficiente de atrito estimado no ensaio com excitação harmônica ( $\mu = 0,198$ ), os parâmetros físicos do sistema vibratório indicados na Tab. 4.1, os parâmetros do amortecedor de atrito dados na Tab. 3.5 e adotando o valor da rigidez tangencial do contato  $K_t = 241,84$  N/mm, são realizadas simulações numéricas para obter a resposta do sistema vibratório livre, para os modelos de atrito clássico e com rigidez tangencial.

Para estas simulações foram adotadas as condições iniciais  $x(0) = 0,813$  mm e  $v(0) = 0$  com intervalos de integração de 0,4883 ms. A aceleração medida na mesa vibratória e as acelerações obtidas pelas simulações com os dois modelos de atrito são apresentadas na Fig. 4.29. O gráfico inferior detalha o comportamento na região dos picos positivos da aceleração. O mesmo tipo de comportamento existe nas regiões dos vales de  $A_m(t)$ .

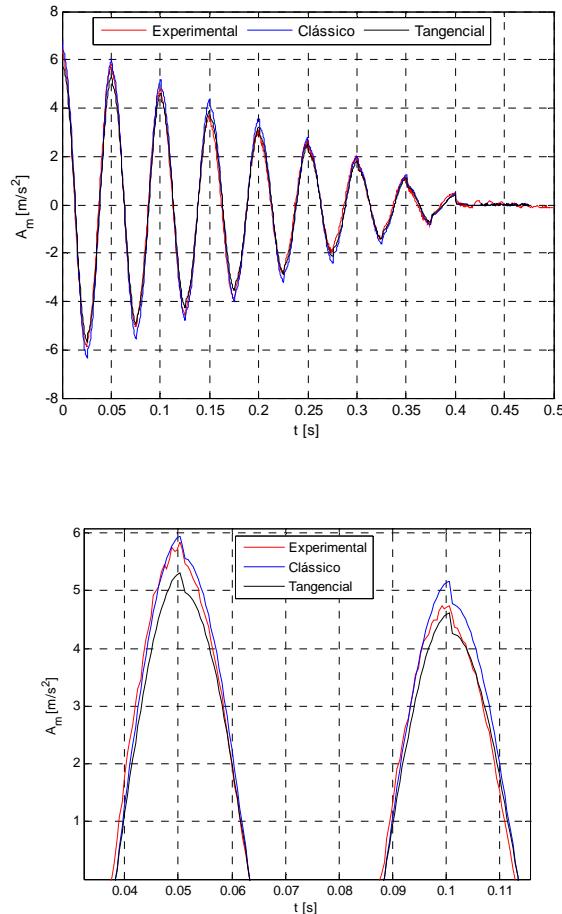


Figura 4.29. Comparação da resposta livre experimental e os obtidos com as simulações dos modelos de atrito clássico e com rigidez tangencial no contato.

Nos resultados da Fig. 4.29 é visível a transição brusca nos picos das acelerações devida ao elevado gradiente da força de atrito. Este efeito é capturado pelos dois modelos de atrito e também observado na aceleração medida experimentalmente.

Os decaimentos lineares das amplitudes pico das acelerações medidas e simuladas com os dois modelos são apresentados na Tab. 4.9. Adicionalmente apresenta-se a comparação entre as normas dos três sinais das acelerações no domínio do tempo.

Tabela 4.9 – Comparação das características das respostas do sistema vibratório livre.

Resposta Livre	Envoltória [mm/s]	Diferença[ %]	Norma de $A_m(t)$ [m/s <sup>2</sup> ]	Diferença [%]
Experimental	1,8716	-	72,95	-
Modelo Clássico	1,5068	-19,5	78,34	+7,4
Modelo com $K_t$	2,0295	+8,4	69,95	-4,1

Para o caso de excitação harmônica a 30 Hz, as respostas do sistema vibratório são simuladas com os dois modelos de atrito (clássico e com rigidez tangencial). Em um intervalo de integração do 0,0407 ms. As acelerações da mesa vibratória obtidas nas simulações são comparadas com o resultado experimental na Fig. 4.30. O gráfico inferior desta figura detalha o comportamento da aceleração na região dos vales. É observada a transição brusca de  $A_m(t)$  na transição da força de atrito. A existência de  $K_t$  reduz a transição brusca da aceleração, quando comparada ao modelo clássico ( $K_t = \infty$ ).

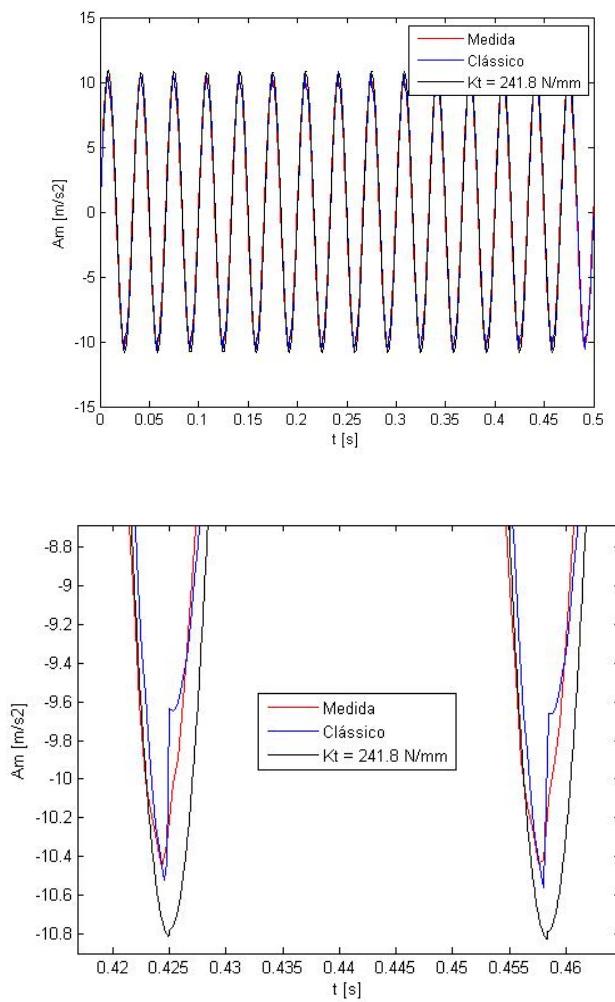


Figura 4.30. Comparaçao das acelerações medida e simuladas com os modelos de atrito para excitação harmônica a 30 Hz (gráfico inferior: detalhe nos vales das acelerações).

A Tabela 4.10 apresenta os valores das amplitudes pico e a norma da aceleração da mesa vibratória medidos no ensaio com excitação harmônica a 30 Hz e os correspondentes valores obtidos nas simulações com os dois modelos de atrito.

Tabela 4.10 – Comparaçāo das amplitudes pico da aceleraçāo do sistema vibratório com excitaçāo harmônica a 30 Hz e  $F_{exc} = 23.88$  N.

Resposta Harmônica	$A_m$ (pico) [m/s <sup>2</sup> ]	Diferença [%]	$A_m(t)$ RMS [m/s <sup>2</sup> ]	Diferença [%]	$X_m$ [mm]	Diferença [%]
Experimental	10,45	-	7,28	-	0,294	-
Modelo Clássico	10,52	0,6	7,15	-1,8	0,288	-2,0
Modelo com $K_t$	10,81	3,4	7,66	5,2	0,306	4,1

Em relação ao valor experimental a diferença na amplitude da aceleração calculada para o modelo com rigidez tangencial (3,4 %) é maior à obtida para o modelo clássico. As diferenças entre os valores eficazes das acelerações, calculados com todos os valores das amostras de  $A_m(t)$  é inferior a 5,2% para os dois modelos de atrito estudados. As amplitudes dos deslocamentos obtidas pelos modelos diferem do valor experimental de no máximo 4,1%.

A Figura 4.31, compara os ciclos de histerese experimental com os obtidos pelas simulações com os dois modelos de atrito para a mesa vibratória excitada por força harmônica a 30 Hz.

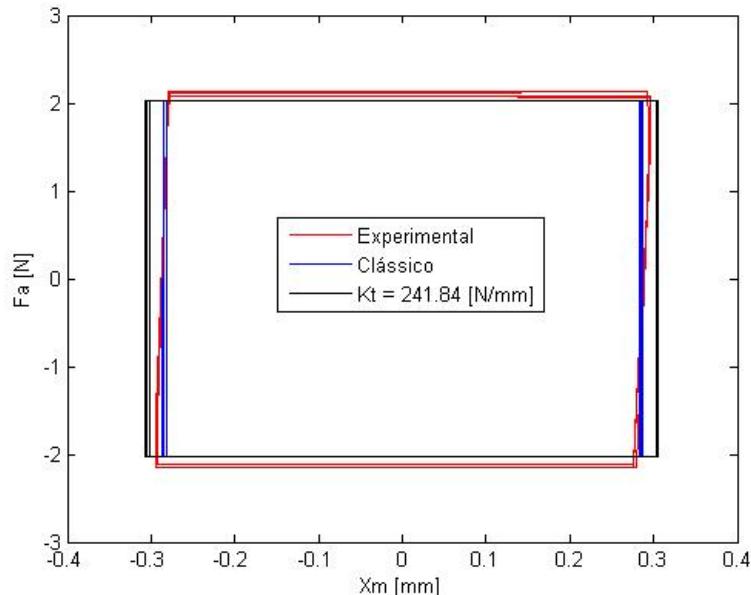


Figura 4.31. Comparaçāo dos ciclos de histerese experimental com os obtidos nas simulações com os dois modelos de atrito.

Pode-se observar que o ciclo de histerese obtido para o modelo clássico de atrito é mais próximo do resultado experimental que o do modelo de atrito com rigidez tangencial. Os valores da força de atrito dos dois modelos são iguais. A diferença relativa ao valor

experimental é devida ao método usado para estimar os valores dos patamares de  $F_a(t)$ . A diferença na amplitude do deslocamento é evidente e concorda com os dados da Tab. 4.10. Na região de elevado gradiente de  $F_a$  pode-se verificar a influência da rigidez tangencial.

Estas diferenças podem ser devidas a uma estimativa inadequada do valor da propriedade da rigidez tangencial do contato, a erros numéricos do processo de integração numérica da equação do movimento ou ainda ao valor do intervalo de amostragem dos valores medidos da força  $F_a(t)$  na região da transição.

Conclui-se que os modelos matemáticos e computacionais adotados (com ou sem rigidez tangencial no contato) podem ser usados para representar o comportamento dinâmico do sistema vibratório de um grau de liberdade. A estimativa da rigidez de contato é fundamental para representar o comportamento do sistema vibratório com o amortecedor de atrito.

Para avaliar a influência da rigidez de contato foi realizada uma simulação do sistema vibratório com  $K_t = 24,184$  N/mm, que é dez vezes menor que o valor usado na simulação anterior. A Figura 4.32 apresenta os resultados  $X_m(t)$  e  $F_a(t)$  obtidos com o modelo clássico e com o modelo de rigidez tangencial (usando dois valores de  $K_t$ ).

A Tabela 4.11 compara os valores das amplitudes de deslocamento e os tempos médios de duração ( $T_d$ ) das fases de escorregamento (patamares da força  $F_a(t)$ ) para as três simulações. O valor experimental de  $T_d$  foi obtido do resultado da Fig. 4.27. São incluídos os valores dos intervalos de amostragem ( $dt$ ) utilizados para obtenção das respostas à excitação harmônica.

Tabela 4.11 – Comparaçāo das amplitudes pico dos deslocamentos do sistema vibratório e dos tempos de escorregamento, com excitação harmônica a 30 Hz e  $F_{exc} = 23,88$  N.

Resposta Harmônica	$dt$ [ms]	$X_m$ [mm]	Diferença [%]	$T_d$ [ms]	Diferença [%]
Experimental	0,4883	0,294	-	15,1	-
Modelo Clássico	0,2441	0,288	-2,0	16,4	8,6
Modelo com $K_t$	0,0407	0,306	4,1	16,3	7,9
Modelo com $K_t/10$	0,0305	0,292	-0,6	14,8	-2,0

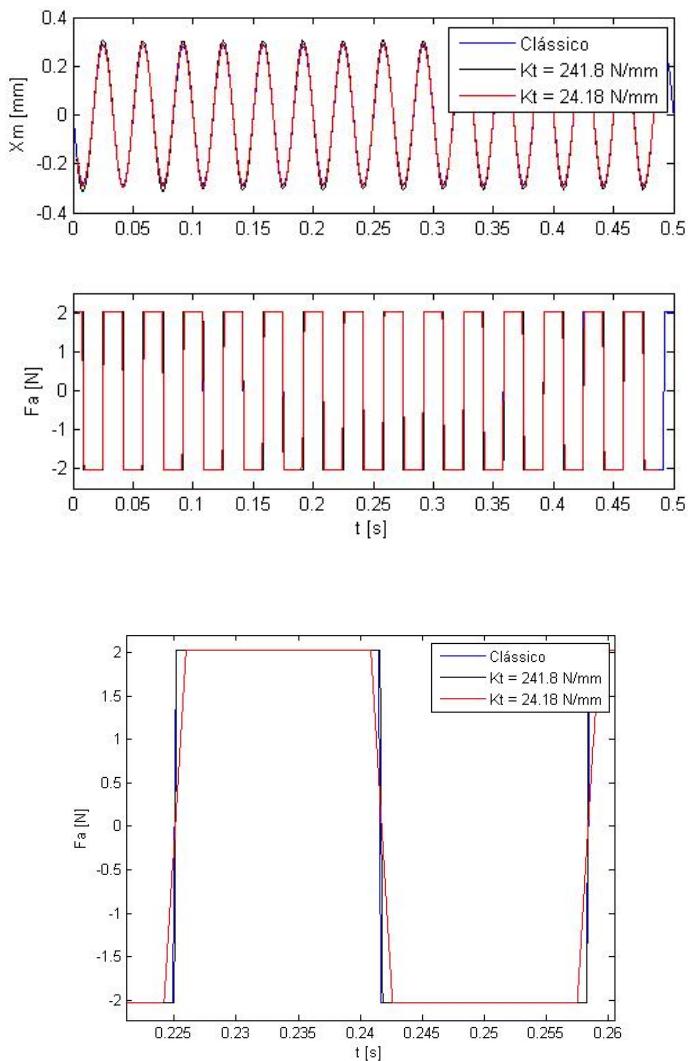


Figura 4.32. Deslocamentos e Forças de atrito: modelo Clássico e com Rigidez Tangencial ( $K_t$  e  $K_t/10$ ), para excitação harmônica a 30 Hz. (gráfico inferior: detalhe de  $F_a$ )

Os valores de  $T_d$  dados na Tab. 4.11 têm incertezas diferentes, pois os valores foram calculados a partir dos sinais  $F_a(t)$  obtidos com diferentes taxas de amostragem. No caso experimental o intervalo de amostragem é aproximadamente 16 vezes maior que o usado na simulação com o modelo de rigidez tangencial.

Verifica-se que a redução de dez vezes no valor da rigidez tangencial promove redução de 4,6% na amplitude pico do deslocamento e também reduz em 9,2% o tempo de

duração da fase de escorregamento no contato. Logo, o efeito de  $K_t$  sobre a amplitude  $X_m$  e sobre a duração da fase de escorregamento  $T_d$  é relativamente pequena.

Os ensaios experimentais realizados com o sistema vibratório livre permitem concluir que:

a- Valores elevados da força normal  $F_s$  requerem grandes valores das condições iniciais e geram sinais  $A_m(t)$  e  $F_a(t)$  de curta duração, implicando no aumento das incertezas na identificação do coeficiente de atrito (via coeficiente angular da envoltória dos picos ou pelos patamares da força  $F_a$ ) e da rigidez tangencial do contato (via regiões de transição da força  $F_a(t)$ ).

b- Recomenda-se que o intervalo de amostragem ( $dt$ ) seja reduzido para que pelo menos quatro valores de  $F_a$  sejam adquiridos nas regiões de transição da força.

Os ensaios experimentais realizados com o sistema vibratório, excitado por força harmônica até 50 Hz, permitem concluir que:

c- É possível aplicar maiores valores da força normal  $F_s$  desde que o sistema de excitação tenha capacidade adequada. Para os ensaios realizados foi possível aplicar forças normais no contato até 115 N usando um excitador com capacidade de 110 N. Salienta-se que neste caso limite o escorregamento no contato é desprezível.

d- A estimativa da força total  $F_a$  a partir da soma das forças  $F_{a1}$  e  $F_{a2}$  medidas pelas células de carga piezelétricas é adequada, sendo capturados apenas os valores AC dos sinais. O uso dos valores da força  $F_a$  e da força  $F_s$  permitem identificar o coeficiente de atrito cinemático  $\mu$  com pequena incerteza para todos os níveis de força normal e para a banda de frequências até 50 Hz. Os experimentos com excitação harmônica não permitem identificar o valor do coeficiente de atrito estático.

e- Para a identificação da rigidez tangencial do contato pode-se usar as regiões de transição da força  $F_a(t)$ . Esta estimativa requer pequenos intervalos de amostragem (pelo menos 4 valores na região de transição) e que seja feita a média dos coeficientes angulares das retas de regressão ajustadas nas regiões de transição.

f- As alterações provocadas pelo atrito nas formas de onda dos movimentos do sistema é melhor observada no sinal da aceleração. Portanto recomenda-se que sejam usados acelerômetros para medir o movimento do sistema vibratório.

As simulações computacionais realizadas com os dois tipos de modelo de atrito permitem concluir que:

g- O modelo clássico é equivalente a uma propriedade de rigidez tangencial  $K_t = \infty$  e as respostas calculadas se aproximam das experimentais com diferença máxima de -2% para  $X_m$  e de 8,6% para  $T_d$ . A vantagem deste modelo é o reduzido custo computacional para integrar a equação do movimento.

h- O modelo com rigidez tangencial finita permite maior flexibilidade para o ajuste da resposta do que o modelo clássico. O valor da amplitude  $X_m$  se aproxima do valor experimental com a escolha adequada do valor de  $K_t$ . No caso apresentado anteriormente, para  $K_t = 241,84$  N/mm a amplitude  $X_m$  resultou maior que o valor medido e para  $K_t = 24,184$  N/mm. Dada a natureza não linear do problema propõe-se uma alternativa para identificar simultaneamente  $\mu$  e  $K_t$ : minimizar a diferença  $|\text{Resposta Experimental} - \text{Resposta Simulada}|$ . Evidentemente, este procedimento tem elevado custo computacional.

#### **4.5 Simulação computacional de estratégias de variação da força normal aplicada no dispositivo de atrito**

Um modelo de sistema mecânico vibratório de um grau de liberdade, excitado harmonicamente, é usado para testar dois tipos de estratégias de controle aplicadas ao dispositivo amortecedor por atrito. As simulações computacionais das respostas dinâmicas do sistema são realizadas no ambiente computacional Simulink do Matlab. A figura seguinte apresenta o esquema dos componentes básicos utilizados no modelo de ajuste da força normal aplicada pelo atuador piezelétrico no contato do amortecedor por atrito.

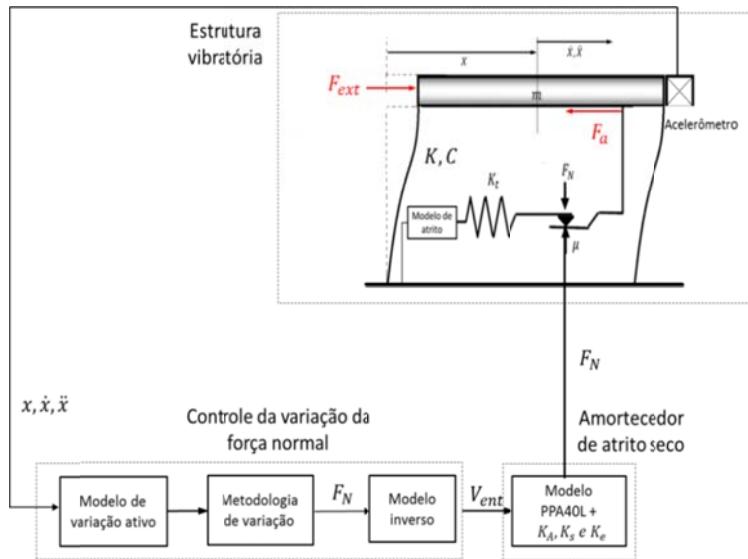


Figura 4.33. Esquema do modelo de controle semi-ativo de variação da força normal de contato do amortecedor por atrito.

A estrutura vibratória é modelada pelos parâmetros de massa ( $m$ ), rigidez ( $K$ ) e amortecimento ( $C$ ), identificados no inicio do capítulo. A força externa  $F_{ext}$  é harmônica sendo gerada por um excitador eletrodinâmico. Um acelerômetro piezelétrico mede a vibração do sistema e permite determinar o estado atual da resposta em termos do deslocamento  $x$  e da velocidade  $\dot{x}$  da estrutura dinâmica. A entrada no atuador piezelétrico é uma voltagem  $V_{ent}$  produzindo na saída a força normal no contato  $F_N$ . O modelo do amortecedor de atrito inclui o atuador, o amplificador de potência de acionamento e as características elásticas do contato. Este bloco é modelado pela função de transferência dada na equação 3.15 do capítulo anterior.

O controle da variação da força normal tem como entradas o estado do sistema vibratório e como saída a variável  $V_{ent}$ . No bloco do modelo de variação (MV), são definidas as estratégias de variação da força normal de contato. No bloco metodologia de variação são definidas as estratégias de variação da força estabelecida pelo MV. O modelo inverso da equação 3.15 é usado para converter a  $F_N$  desejada em  $V_{ent}$ . Os algoritmos adotados para a variação da força normal de contato são descritos a seguir.

#### 4.5.1 Modelos de variação da força normal de contato

As lógicas das mudanças da força normal da pelos MV são apresentadas no esquema da Fig.4.34. Em todos os modelos de ajuste, a força normal muda entre um valor máximo  $F_{Nmax}$  e um valor mínimo  $F_{Nmin}$ .

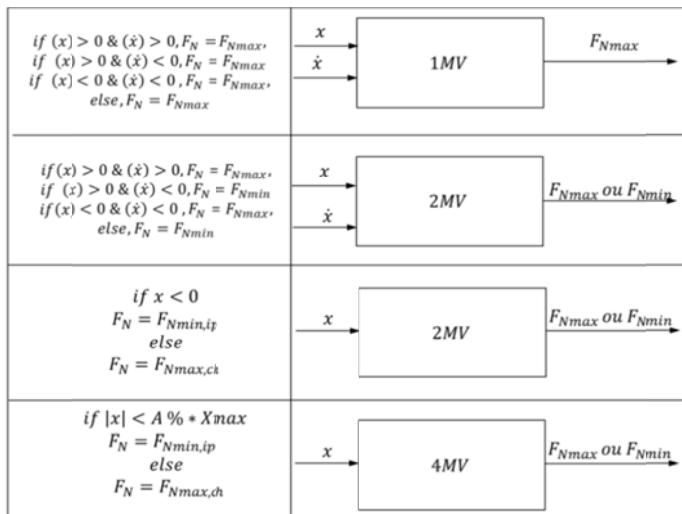


Figura 4.34. Lógica de cada MV e esquema dos blocos dos MV

Segundo o apresentado no esquema acima tem-se:

No  $1MV$ , a força normal é mantida constante com valor  $F_{Nmax}$ . Este modelo obedece ao modelo clássico de Coulomb.

No  $2MV$ , o valor de  $F_{Nmax}$  é mantido quando o deslocamento e a velocidade do modelo estrutural têm o mesmo sinal, caso contrário o valor da força normal de contato é  $F_{Nmin}$ .

No  $3MV$ , na transição do deslocamento por zero caso ele seja positivo a força normal será  $F_{Nmax}$ , do contrário será  $F_{Nmin}$ .

No  $4MV$ , se o valor atual do deslocamento é inferior a  $A\% de X_{max}$ , o valor da força é  $F_{Nmax}$ , do contrário o valor atual da força é  $F_{Nmin}$ . Para as simulações foi considerado um limite de 20 % da amplitude máxima do deslocamento medido por ciclo.

A Figura .4.35 ilustra as quatro variações do valor de força normal, para movimento harmônico do sistema vibratório, consideradas nas simulações.

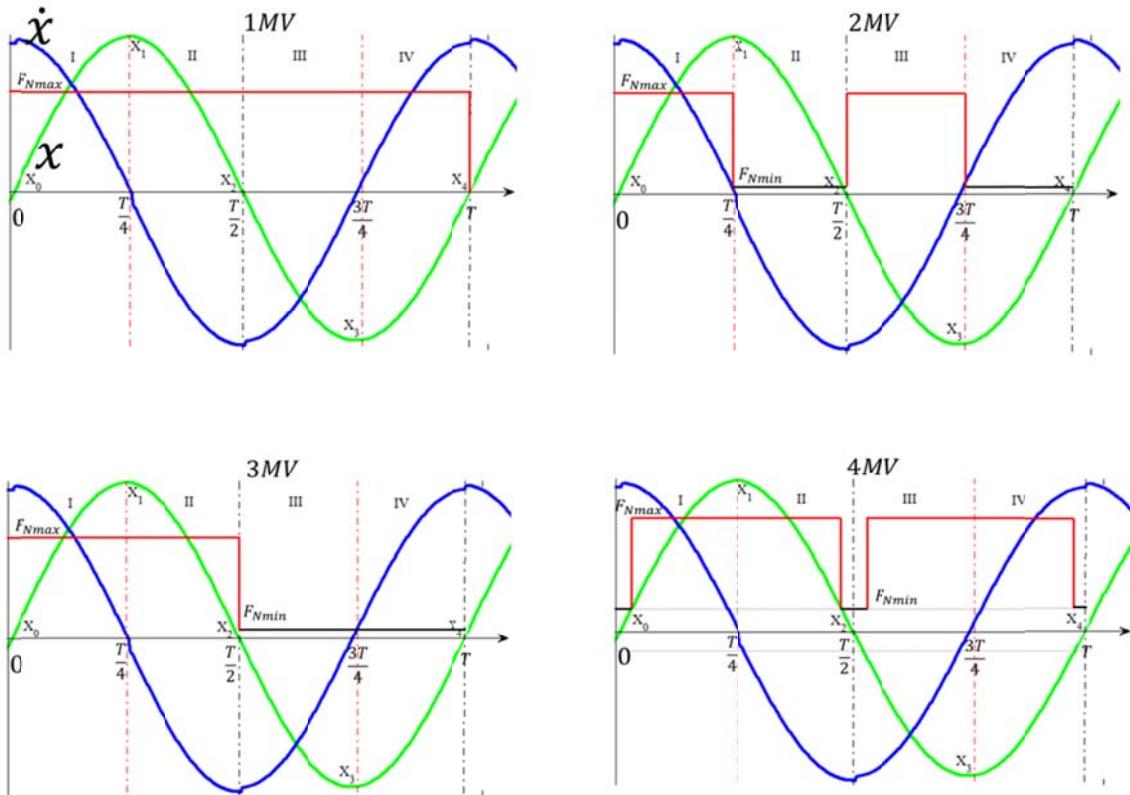


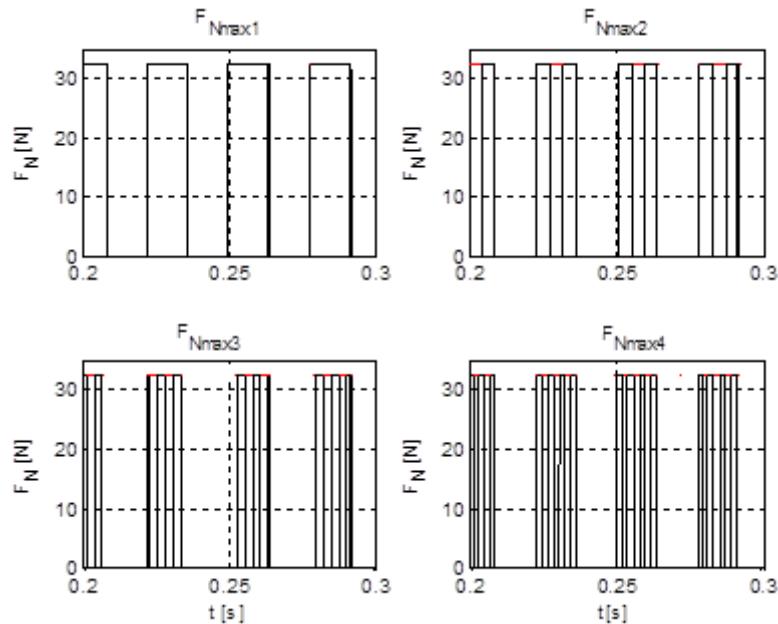
Figura 4.35. Variação da força normal segundo os *MV*

#### 4.5.2 Metodologia de variação da carga normal de contato

Estabelecida a configuração da força normal segundo o *MV*, segundo o exposto até agora, o valor médio da força normal sobre cada patamar de  $F_{Nmax}$  e  $F_{Nmin}$ , permanece constante.

Nesta seção apresenta-se uma metodologia de ajuste dos valores das forças normais nos patamares de  $F_{Nmax}$  e  $F_{Nmin}$ .

No gráfico da Fig. 4.36, apresentam-se as possíveis variações sobre o patamar de  $F_{Nmax}$ . Em  $F_{Nmax1}$ , o valor no patamar permanece constante, em  $F_{Nmax2}$  o patamar é chaveado duas vezes, em  $F_{Nmax3}$  três vezes e finalmente  $F_{Nmax4}$  quatro vezes.



4.36. Chaveamentos nos patamares  $F_{N\max}$

A segunda variação opera sobre  $F_{N\min}$  e é governada pela mudança no valor da força constante em  $F_{N\min}$ . Em resumo o valor de  $F_{N\min}$ , é mudado em função de quatro valores: 0, 15, 30 e 45 % do valor de  $F_{N\max}$  ajustado.

Em função do número de chaveamentos o limite superior da força normal vai é dado por:

$$F_{N\max}(ch) = F_{N\max, ch} \quad ch = C_{h1} \dots C_{h4} \quad (4.3)$$

Onde  $ch$  representa respetivamente o grau de chaveamento feito sobre o sinal. Consequentemente  $F_{N\min}$  pode ser expressa por:

$$F_{N\min, ip} = F_{N\min}(i_p) = F_{N\max} * a(i_p) \quad i_p = 1, 2 \dots 4 \quad (4.4)$$

Onde :  $i_p$  é o 0,15,30 e 45 % do máximo valor de  $F_{N\max}$ .

Em função destas duas mudanças o valor da força normal pode ser expresso como:

$$VF_N(max, min) = VFN(ch, ip) = F_N(F_{Nmax, ch}, F_{Nmin, ip}) \quad ip = 1, 2 \dots 4, ih = C_{h1} \dots C_{h4} \quad (4.5)$$

Esta ultima expressão indica que se têm quatro variações devidas ao  $i_p$  e para cada uma delas, podem ser gerados quatro mudanças devidas ao  $ch$ , resultando 16 possíveis valores de força normal.

A Fig.4.37 apresenta a árvore de possibilidades das variações do valor da força normal que podem ser impostas sobre qualquer MV (exceto para o caso do 1MV ).

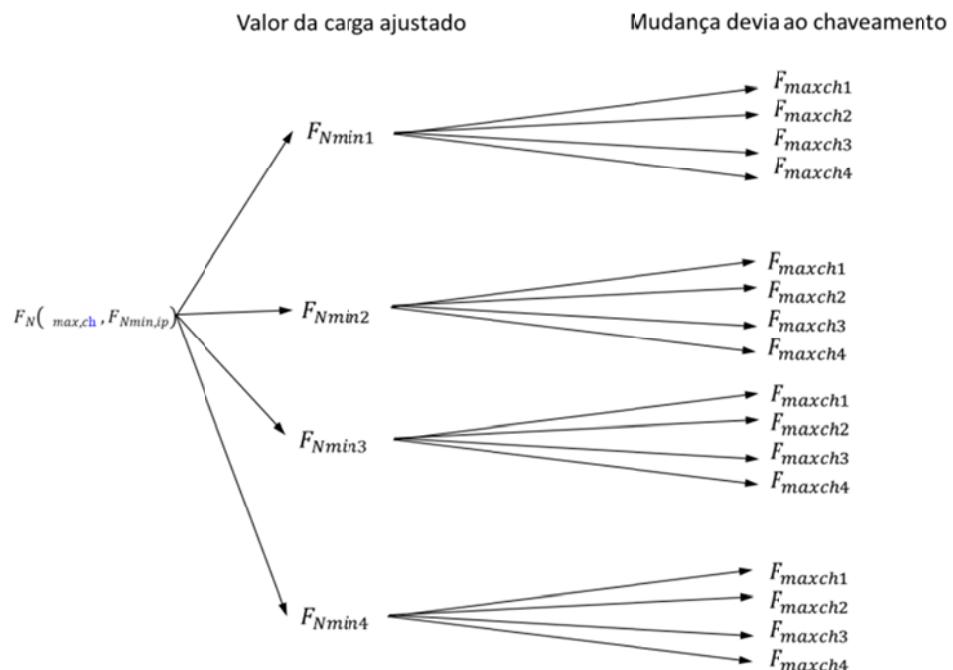


Figura 4.37. Árvore de possibilidades de variações dos valores da carga normal de contato avaliados no MVFN.

Na Figura.4.38, . apresenta-se o esquema em conjunto dos MV, com a metodologia de variação da força normal

$  \begin{aligned}  & \text{if } (x) > 0 \& (\dot{x}) > 0, F_N = F_{Nmax}, \\  & \text{if } (x) > 0 \& (\dot{x}) < 0, F_N = F_{Nmax} \\  & \text{if } (x) < 0 \& (\dot{x}) < 0, F_N = F_{Nmax}, \\  & \text{else, } F_N = F_{Nmax}  \end{aligned}  $	
$  \begin{aligned}  & \text{if } (x) > 0 \& (\dot{x}) > 0, F_N = F_{Nmax, ch}, \\  & \text{if } (x) > 0 \& (\dot{x}) < 0, F_N = F_{Nmin, ip} \\  & \text{if } (x) < 0 \& (\dot{x}) < 0, F_N = F_{Nmax, ch}, \\  & \text{else, } F_N = F_{Nmin, ip}  \end{aligned}  $	
$  \begin{aligned}  & \text{if } x < 0 \\  & F_N = F_{Nmin, ip} \\  & \text{else} \\  & F_N = F_{Nmax, ch}  \end{aligned}  $	
$  \begin{aligned}  & \text{if }  x  < A \% * Xmax \\  & F_N = F_{Nmin, ip} \\  & \text{else} \\  & F_N = F_{Nmax, ch}  \end{aligned}  $	

Figura 4.38. Modelos de variação acoplado à metodologia de variação da força normal.

Finalmente nos diagramas de blocos das Fig.4.39 e 4.40, apresenta-se o blocos genéricos dos modelos de variação implementados via Simulink. Na Fig. 4.39, apresenta-se a configuração do modelo clássico, Na Fig.4.40, apresenta-se configuração do modelo de atrito Coulomb com rigidez tangencial de contato.

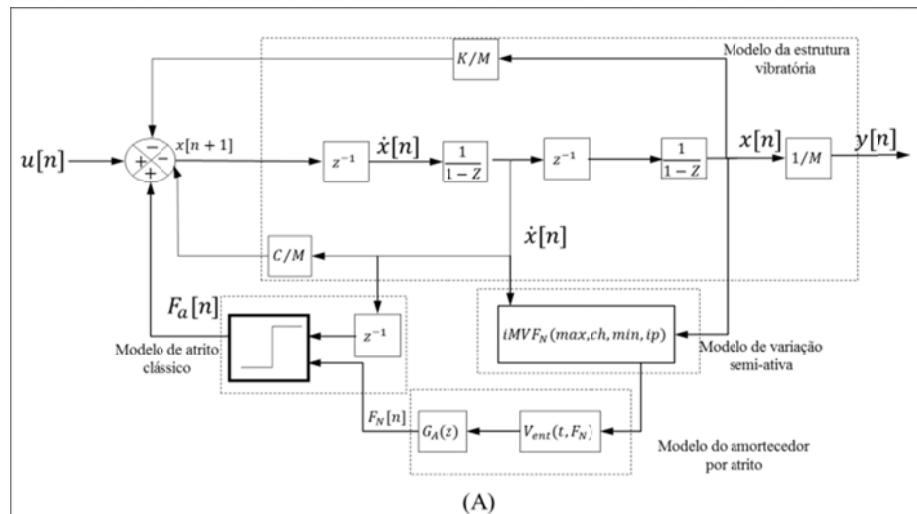


Figura 4.39. Diagrama de blocos de variação semi-ativa via o modelo de atrito clássico.

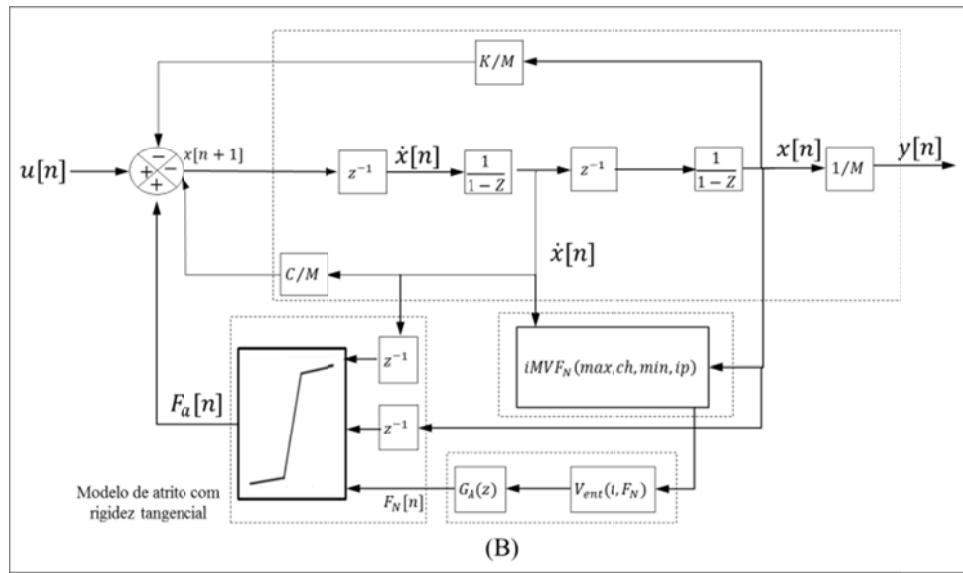


Figura 4.40. Diagrama de blocos de variação semi-ativa via o modelo de atrito com rigidez tangencial no contato

#### 4.5.3 Resultados das simulações

As respostas das simulações são calculadas com excitação harmônica com amplitude igual a 30 N, com frequência fundamental a 36 Hz.

É adotado um valor máximo para a força normal de contato  $F_{Nmax} = 32,5$  N, e o valor do coeficiente de atrito seco é 0,198. No modelo de atrito com rigidez tangencial assume-se um valor de  $K_t = 241,84$  N/mm.

São apresentados inicialmente os resultados obtidos do modelo clássico, de acordo ao 4MV. Na tabela 4.12 são apresentados os valores médios da força normal calculada em um ciclo completo da oscilação do sistema vibratório, utilizando a metodologia de variação no modelo 4MV. O valor médio da força normal de contato aumenta conforme aumenta o valor do ajuste no limite inferior em  $F_{Nmin}$  e diminui conforme aumenta o número de chaveamentos.

Tabela 4.12- Variações da força normal de acordo com a metodologia de variação 4MV sem rigidez tangencial

Excitação de 36 Hz – 4MV sem $K_t$			
$F_{N(ch0,1)}$	$F_{N(ch2,1)}$	$F_{N(ch3,1)}$	$F_{N(ch4,1)}$
2,2509	1,1201	1,1164	1,1210
$F_{N(ch0,2)}$	$F_{N(ch2,2)}$	$F_{N(ch3,2)}$	$F_{N(ch4,2)}$
6,8171	5,8240	5,8251	5,8140
$F_{N(ch0,3)}$	$F_{N(ch2,3)}$	$F_{N(ch3,3)}$	$F_{N(ch4,3)}$
11,3668	10,5468	10,5488	10,5423
$F_{N(ch0,4)}$	$F_{N(ch2,4)}$	$F_{N(ch3,4)}$	$F_{N(ch4,4)}$
<b>16,2102</b>	15,5741	15,5749	15,5678

Na figura 4.41, apresentam-se as amplitudes calculadas, comparadas com o valor da resposta estimada com o 1MV, que tem amplitude igual a 0.1072 mm.

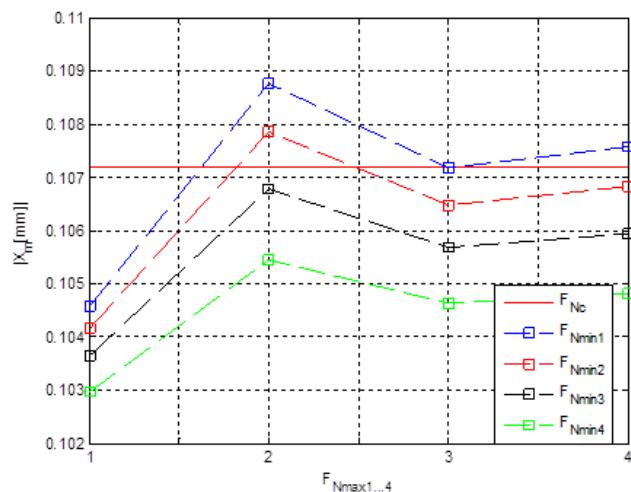


Figura 4.41. Amplitudes calculadas com o 4MVFN no modelo clássico sem rigidez tangencial no contato, comparadas com o deslocamento do modelo 1MV em 36 Hz.

O valor mínimo do deslocamento resulta igual a 0,103 mm, sendo obtido para a condição sem chaveamento (ch1), com um ajuste da força normal mínima  $F_{Nmin4}$  ( $i_p = 4$ ). Este resultado era esperado, pois nesta condição o valor do acréscimo da força normal é máximo (ver valor em negrito na primeira coluna da Tabela 4.12).

A amplitude de deslocamento do sistema vibratório sem amortecedor de atrito é de 0,608 mm. O 1MV produziu redução de 5,86 vezes na amplitude do deslocamento, enquanto o 4MV atenuou a resposta em 5,90. O 4MV é um pouco mais eficiente que 1MV. Entretanto, no 1MV a força normal é mantida constante em 32 N e no 4MV o valor médio da força normal é 16,21

N, cerca de metade do valor de força aplicada na condição 1MV, e consequentemente há menor demanda de potência do atuador piezelétrico.

Na tabela 4.13, são apresentados os valores médios da força normal calculada em um ciclo completo da oscilação do sistema vibratório, utilizando a metodologia de variação do modelo 4MV com o modelo com rigidez tangencial no contato. O valor médio da força normal de contato aumenta conforme aumenta o valor do ajuste no limite inferior em  $F_{N\min}$  e diminui conforme aumenta o número de chaveamentos. Este comportamento é o mesmo do modelo de Coulomb sem rigidez no contato.

Tabela 4.13- Variações da força normal de acordo com a metodologia de variação 4MV sem rigidez tangencial

Sinal a 36 Hz com $K_t$			
$F_{N(ch0,1)}$	$F_{N(ch2,1)}$	$F_{N(ch3,1)}$	$F_{N(ch4,1)}$
11,6119	<b>6,2541</b>	6,0923	5,7841
$F_{N(ch0,2)}$	$F_{N(ch2,2)}$	$F_{N(ch3,2)}$	$F_{N(ch4,2)}$
14,7295	10,1092	9,7186	9,8649
$F_{N(ch0,3)}$	$F_{N(ch2,3)}$	$F_{N(ch3,3)}$	$F_{N(ch4,3)}$
17,8595	13,9208	13,6840	13,8832
$F_{N(ch0,4)}$	$F_{N(ch2,4)}$	$F_{N(ch3,4)}$	$F_{N(ch4,4)}$
21,2146	18,0718	18,0050	18,1086

Na figura 4.42, apresentam-se as amplitudes calculadas, comparadas com o valor da resposta estimada com o 1MV, que tem amplitude igual a 0,1656 mm.

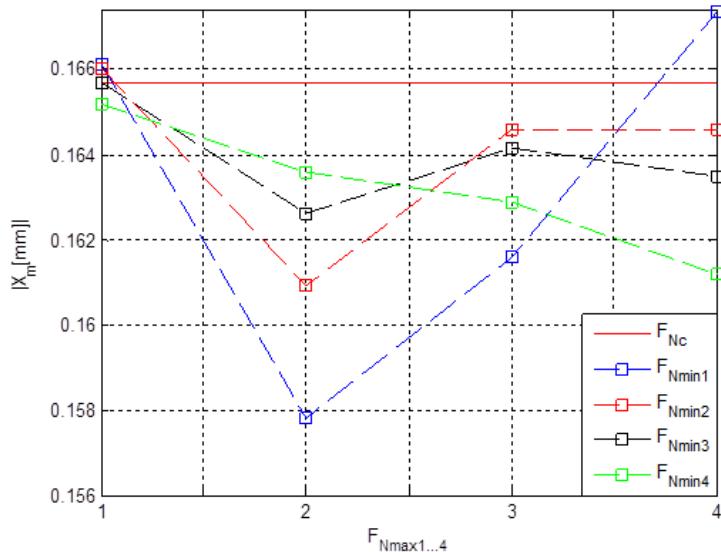


Figura 4.42. Amplitudes calculadas com o 4MVFN no modelo clássico com rigidez tangencial no contato, comparadas com o deslocamento do modelo 1MV em 36 Hz

O valor mínimo do deslocamento resulta igual a 0,157 mm, sendo obtido para dois chaveamentos (ch2), com um ajuste da força normal mínima  $F_{N\min 1}$  ( $i_p = 1$ ). Este comportamento difere do caso apresentado anteriormente, devido a inclusão da rigidez tangencial no contato. Observa-se que o valor ressaltado em negrito na segunda coluna da tabela 4.13, não corresponde ao maior incremento da força normal ajustada.

Considerando a mesma à amplitude de deslocamento do sistema vibratório sem amortecedor de atrito de 0,608 mm. O 1MV produziu redução de 3,71 vezes na amplitude do deslocamento, enquanto o 4MV com rigidez tangencial no contato, atenuou a resposta em 3.85, do mesmo modo que o modelo anterior. O 4MV com  $K_t$  é um pouco mais eficiente que 1MV. Entretanto, no 1MV a força normal é mantida constante em 32,5 N e no 4MV o valor médio da força normal é 6,25 N, cerca de um quinto do valor de força aplicada na condição 1MV, consequentemente há menor demanda de potência do atuador piezelétrico.

Em termos de comparação entre a resposta via o modelo clássico com o modelo de rigidez tangencial, amplitudes das oscilações calculadas são diferentes. Logo conclui-se que o tipo de modelo de atrito, afeta diretamente o valor da amplitude. Em geral, com o modelo de atrito tangencial estima-se que a amplitude da oscilação resultou maior que a dada pelo modelo clássico.

Estas simulações indicam que podem ser planejados métodos de variação da força normal para reduzir a demanda de energia do atuador, além de atenuar a amplitude da vibração.

A implementação destes modelos de controle em tempo real na bancada experimental, com o hardware disponível foi testada, porém não foi possível utilizá-la em uma banda larga de frequências de excitação. Futuras pesquisas devem ser realizadas para implementação experimental dos modelos de variação e otimização da força normal no contato no amortecedor por atrito, com sistemas hardwares e softwares de processamento de sinais mais eficientes.

## CAPITULO V

### CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÃO FINAIS

Do ensaio em resposta livre foi possível ajustar a força de atrito via a envoltória do decaimento do deslocamento medido do trabalho da força de atrito entre picos consecutivos é um método adequado para identificação da força de atrito. O que comprova que o método de atrito clássico é efetivo na identificação adequada da força tangencial do dispositivo de atrito, sempre que seja conhecido previamente o valor do coeficiente de atrito. Foi testada uma metodologia alternativa, com excitação harmônica, na identificação da força de atrito, calculando o valor médio sobre os patamares positivos e negativos dos valores medidos da força no dispositivo de atrito.

Do ensaio com a resposta harmônica medida, conclui-se que só foi possível fazer um ajuste da força de atrito do dispositivo via o método dos patamares. Deste ensaio foi evidenciado oscilações de alta frequência na força tangencial do dispositivo de atrito, que obedeceram à resposta dinâmica da coluna inercial. Logo, para impedir que ditas oscilações alterem a medição da força de atrito, deve-se seguir a solução apresentada na seção 4.1: Garantir um comportamento rígido na coluna, i.e, a aceleração da coluna deve muito menor à aceleração medida na estrutura vibratória e para o sistema livre, as condições iniciais impostas não devem ter grande magnitude. Por último deve-se ajustar o valor da força normal, para que ocorra deslizamento entre as superfícies em contato.

A diferença percentual entre os valores da força de atrito obtidos pelos dois métodos resultou 10,4 %. Esta diferença é aceitável, indicando ser possível utilizar qualquer um dos métodos.

Os modelos de elementos finitos usados para representar as partes do dispositivo de atrito, é uma metodologia viável na determinação da rigidez do sensor de força e da suspensão do amortecedor. Uma abordagem prévia via o método dos elementos finitos facilita o projeto e a construção do amortecedor de atrito.

O modelo da suspenção do amortecedor composto pelas lâminas paralelas é uma estrutura muito flexível na direção do atuador piezelétrico, com alta rigidez na direção perpendicular (direção da força de atrito). Desta forma a força produzida pelo atuador é melhor aproveitada para gerar a força normal no contato. O atuador piezelétrico utilizado é um dispositivo eficiente para aplicar variações na força normal de contato pois apresenta baixa constante de tempo e ampla banda de frequências de operação.

Com o modelo livre de contato foi possível identificar o valor da rigidez da suspenção do amortecedor. Usando o modelo de elementos finitos o valor da rigidez resultou de 24,85 [N/mm], enquanto o valor estimado experimental foi 23,43 [N/mm]. A diferença entre o valor teórico e o experimental foi de apenas 5,7%. Esta discrepância pode ser devida a pequenas diferenças nas dimensões geométricas usadas no modelo e os valores reais dos entalhes geradas pelo processo de fabricação. Por último se destaca a metodologia experimental permite identificar a banda de atuação do amortecedor.

Dos ensaios feitos com o modelo de amortecedor com contato, foi possível identificar a rigidez de contato das esferas de aço do amortecedor, com as faces planas dos parafusos. A identificação da resposta dinâmica do amortecedor, foi feita com um modelo de primeira ordem e seus parâmetros foram ajustados utilizando uma função de otimização que minimiza a diferença entre o resultado experimentais e os simulados. Como resultado foi caracterizado por um ganho do modelo primeira ordem de 15,165 [N/V] e um tempo de resposta de 0,285 [ms]. Este resultado é fundamental para o desenvolvimento de qualquer projeto de controle da força normal de contato.

Os resultados indicam que o amortecedor por atrito terá operação eficiente quando a amplitude do deslocamento da estrutura vibratória for elevada, Isto ocorre quando a frequência de excitação é menor ou próxima à frequência natural do sistema vibratório. Foi possível identificar que a amplitude da oscilação do sistema vibratório decresce conforme aumenta o valor da força normal no contato.

O coeficiente de atrito aparente diminui com o aumento da frequência de excitação e com a redução do nível de força normal. No entanto a relação sinal/ruído é desfavorável na estimativa do coeficiente para pequenos valores da força normal do amortecedor.

Foi avaliada uma metodologia experimental alternativa para identificar a rigidez tangencial no contato baseado na resposta harmônica. Na curva de histerese, as regiões das transições dos valores negativos para positivos contêm informações sobre a rigidez tangencial

no contato. A qualidade estatística deste estimador, depende do intervalo de amostragem, logo se recomenda utilizar no mínimo quatro amostras na região de transição.

Foi possível identificar a resposta dinâmica do sistema vibratório e do amortecedor de atrito via os modelo Coulomb (clássico e tangencial). Em termos gerais o modelo com rigidez tangencial no contato foi mais eficiente para representar as bruscas variações da aceleração associado à transição da força de atrito.

O aumento da força normal nem sempre gera melhoria significativa do desempenho do amortecedor de atrito, porém quando o escorregamento é reduzido, diminui a dissipação de energia gerada pela força de atrito. Foi proposta uma metodologia de variação da força normal no contato e estabelecer modelos de controle semi-ativos na força do amortecedor. A definição de limites inferior e superior para a força normal com chaveamentos mostrou-se uma técnica eficiente para melhorar o desempenho do dispositivo de atrito. As simulações feitas com os modelos de variação da força normal (MV) e com o modelo de atrito clássico, na frequência de excitação a 15 Hz, indicam que a maior redução da vibração foi calculado para o 4MV, com  $ip=4$  e com  $ch = 2$ . No caso da excitação 36 Hz a menor amplitude é obtida com o 4MV, com  $ip=3$  e  $ch = 3$ . No caso do modelo com o modelo de atrito clássico com rigidez tangencial, para excitação a 15 Hz o valor mínimo da amplitude foi estimado no 4MV,  $ip=4$  e com  $ch=1$ , no sinal a 36 Hz, com 4MV considerando um  $ip=3$  com  $ch=4$ .

As sugestões para futuros trabalhos são as seguintes.

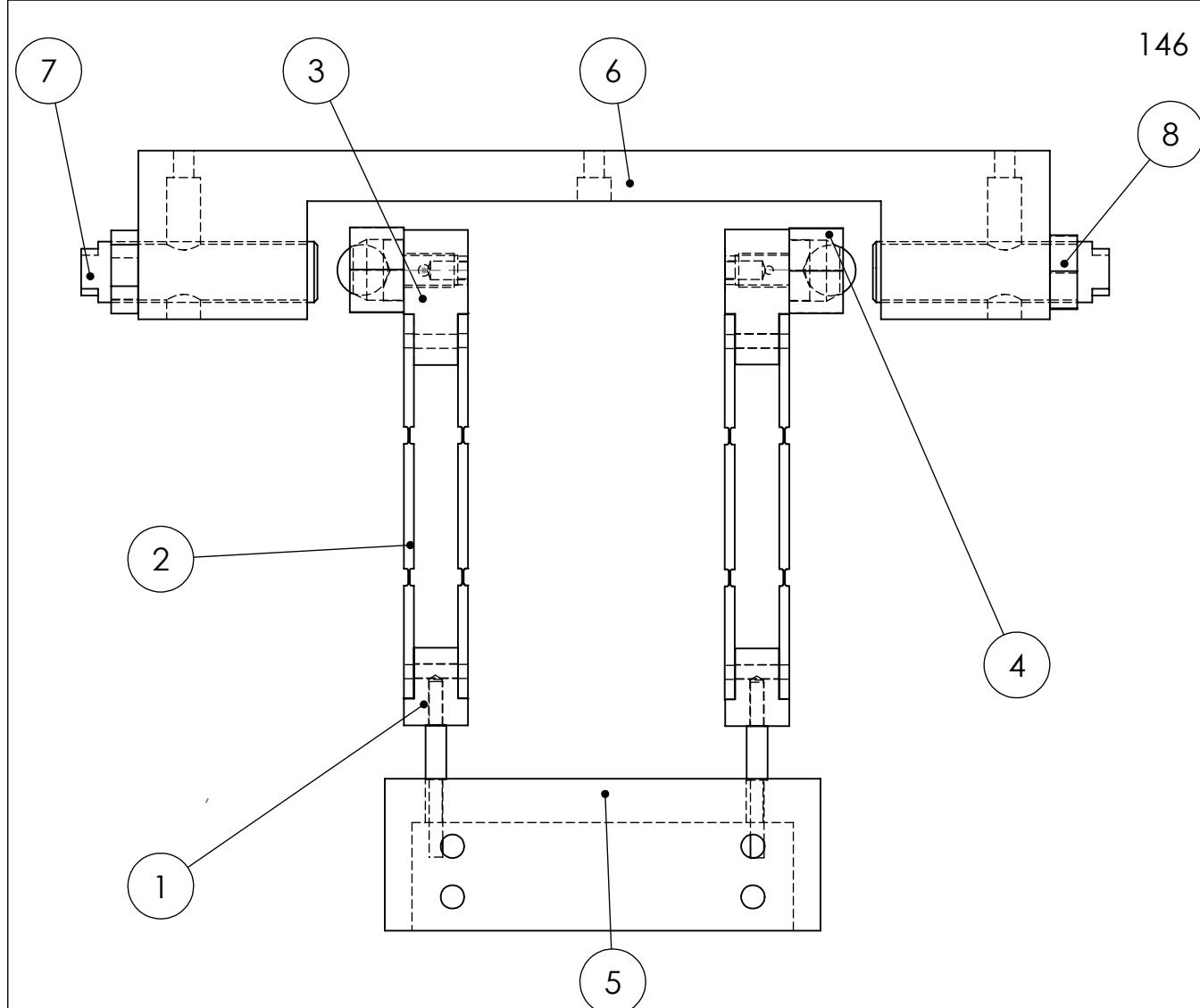
Em termos construtivos recomenda-se modificar a geometria dos entalhes para diminuir a rigidez na direção da força normal. Para evitar a influência de altas frequências na resposta dinâmica da força de atrito do dispositivo é recomendável construir uma coluna inercial mais rígida.

Os modelos adotados permitiram uma identificação da força de atrito do dispositivo e da resposta dinâmica do sistema. Tanto no modelo clássico e com o modelo de rigidez tangencial no contato, foi possível representar a brusca variação da aceleração associado à transição da força de atrito. O modelo clássico mostra-se eficiente em termos da identificação da magnitude da força de atrito, entre tanto, o modelo com rigidez tangencial acentua uma aproximação mais detalhada na representação nas variações bruscas da aceleração. No entanto este modelo representa um aumento no custo computacional, o que sugere sua aplicação em estudos dinâmicos da força de atrito mais específicos (determinação de zonas de aderência e

de escorregamento). Em aplicações de amortecedores tradicionais, o modelo de atrito clássico é suficiente para determinar o comportamento dinâmico do sistema vibratório.

Durante os ensaios experimentais, a geração de ruído acústico por atrito era inevitável, conforme o sistema vibratório era excitado com um sinal harmônico e o contato entre estrutura vibratória e o amortecedor eram gerados. Futuras pesquisas podem ser guiadas à medição e identificação do ruído gerado por atrito. Esta alternativa vibro-acústica poderia dar resposta ao comportamento do atrito em função da pressão sonora emanada ao ambiente, o que permitiria determinar outros fatores que determinam o comportamento da força de atrito.

**Anexo A**  
**Peças do amortecedor de atrito**  
**De carga normal variável**

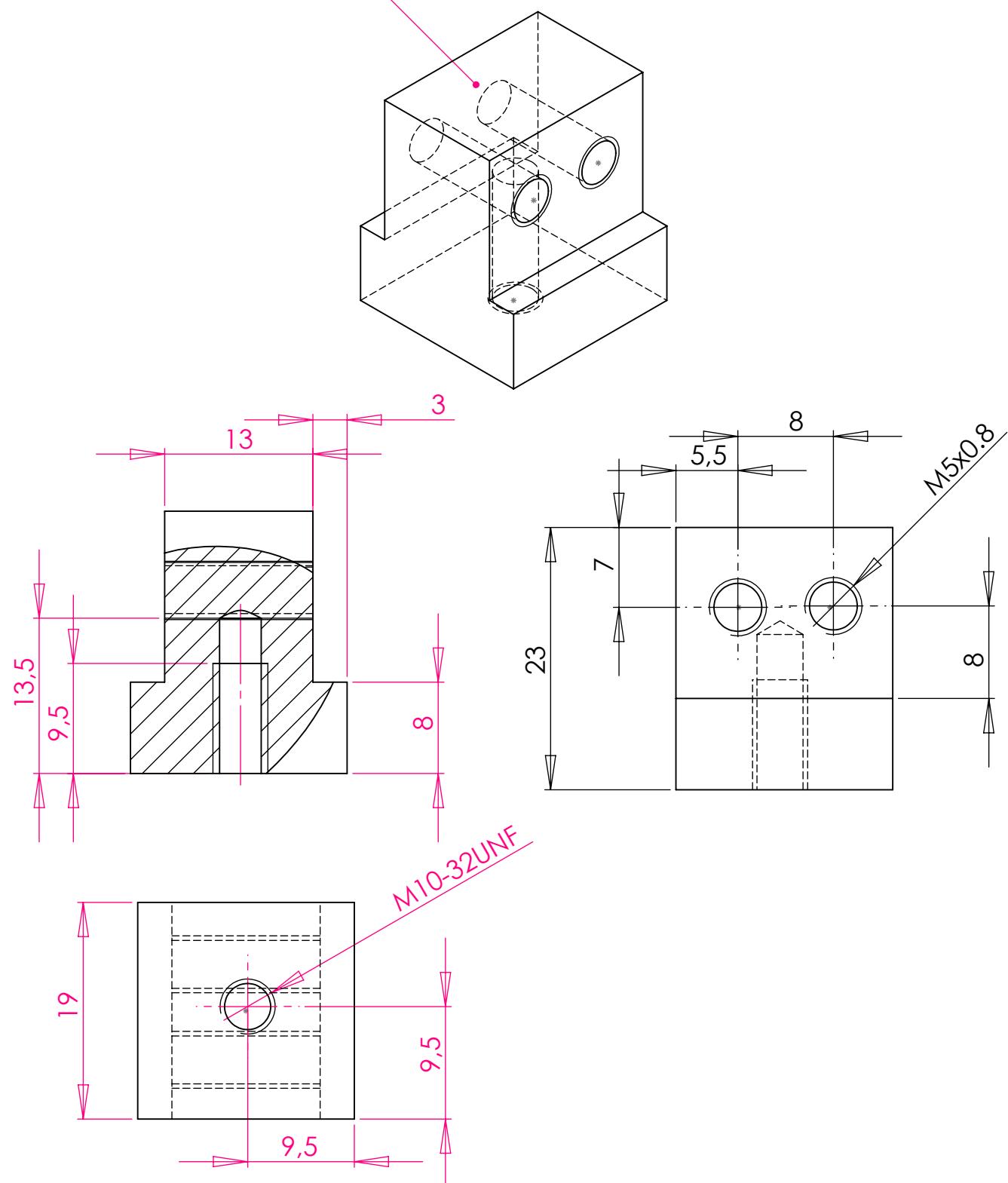


ITEM NO.	PART NUMBER	DESCRIPTION	QTY.
1	Base Superior	peça 01	2
2	Laminas Flexíveis	peça 02	4
3	Base Inferior	peça 03	2
4	Suporte Da esfera de Contato	peça 04	2
5	Coluna Inercila	peça 05	1
8	Porca do Parafuso	peça 08	1
7	Parafuso de Contato	peça 07	2
6	Base movel,	peça 08	2

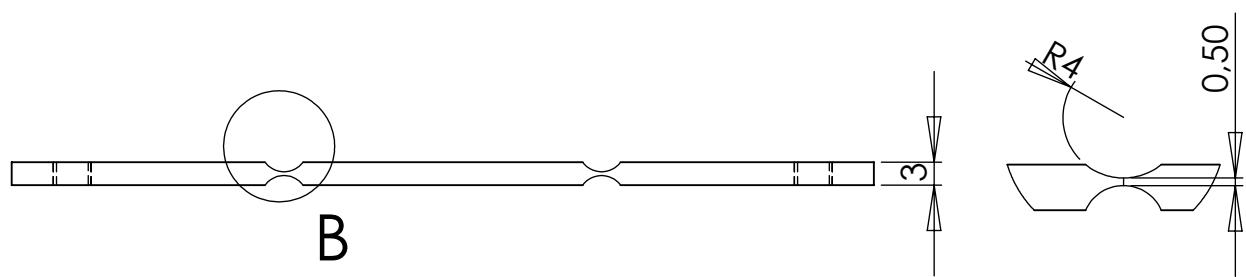
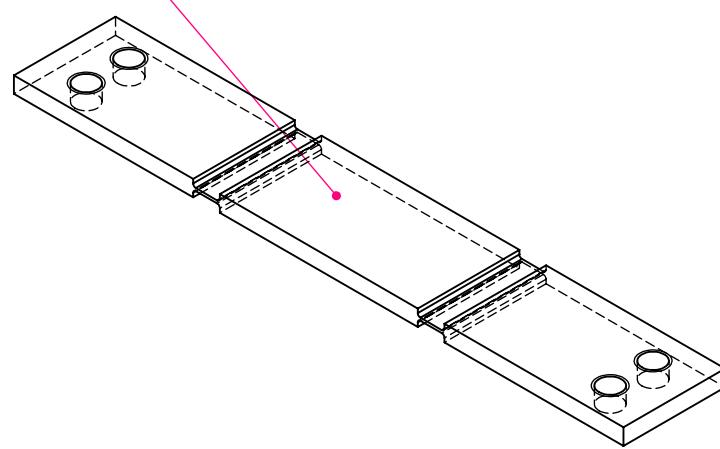
	LABORATÓRIO DE SISTEMAS MECÂNICOS -UFU-FEMEC		DATA:12/05/2012	
	DESENHO: 01	ALUNO: FREDDY A MURILLO R		
	PROF: FRANCISCO P LÉPORE		FOHLA Nº 1	ESCALA:1:2
	CONJUNTO AMORTECEDOR DE CARGA NORMAL VARIÁVEL			

## 02: Base Superior.

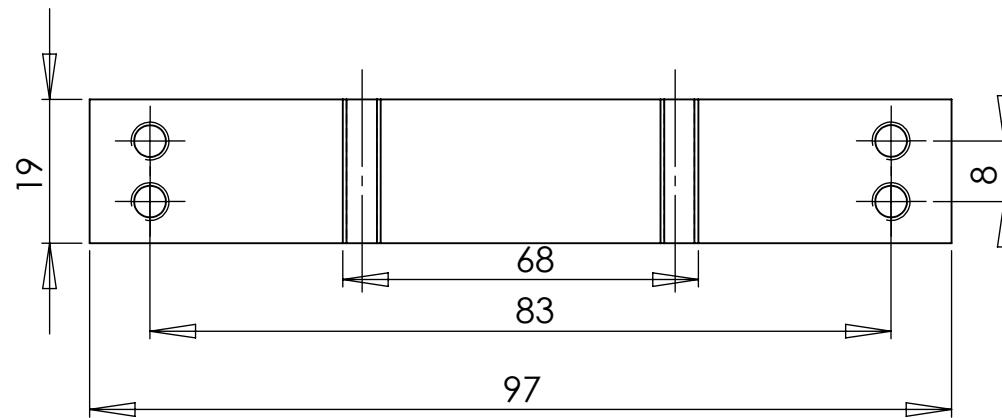
147



	LABORATÓRIO DE SISTEMAS MECÂNICOS -UFU-FEMEC			DATA: 12/05/2012
	DESENHO: 02		ALUNO: FREDDY A MURILLO R	
	PROF: FRANCISCO P LÉPORE	FOHFA N°2	ESCALA: 2:1	
	BASE SUPERIOR DO AMORTECEDOR			



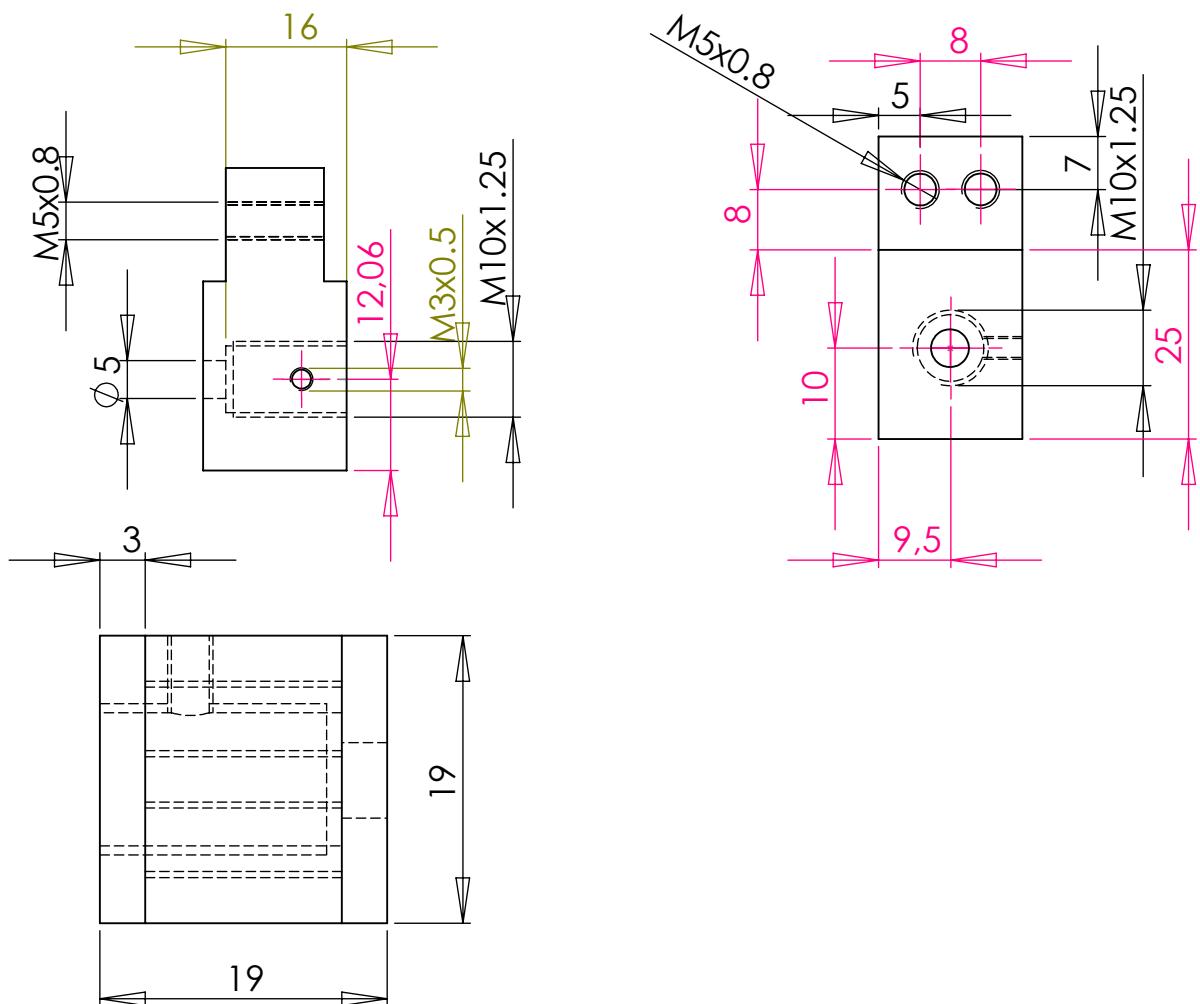
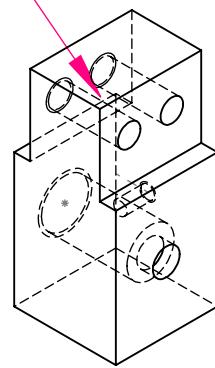
**DETALHE B**  
**ESCALA 2 : 1**



	LABORATÓRIO DE SISTEMAS MECÂNICOS -UFU-FEMEC		
	DESENHO: 3	ALUNO: FREDDY A MURILLO R	
	PROF: FRANCISCO P LÉPORE	FOHFA N°3	
		ESCALA:1:1	
LAMINA FLEXÍVEL DO AMORTECEDOR			

## 04: Base Inferior

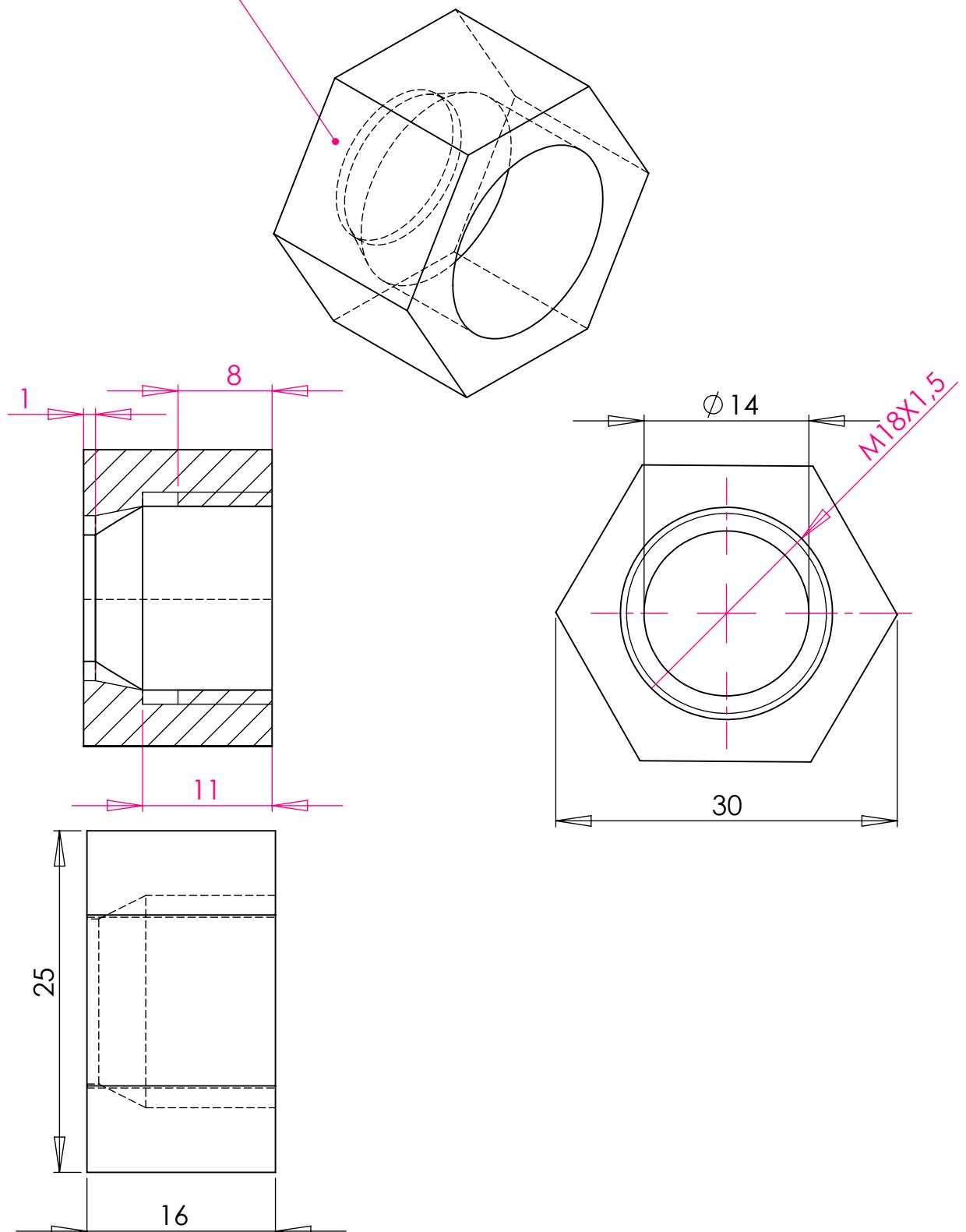
149

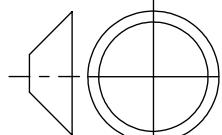


	LABORATÓRIO DE SISTEMAS MECÂNICOS -UFU-FEMEC			DATA:12/05/2012
	DESENHO: 04		ALUNO: FREDDY A MURILLO R	
	PROF: FRANCISCO P LÉPORE	FOHLA N°4	ESCALA:1:1	
BASE INFERIOR DO AMORTECEDOR				

# 05: Suporte da Esfera de contato

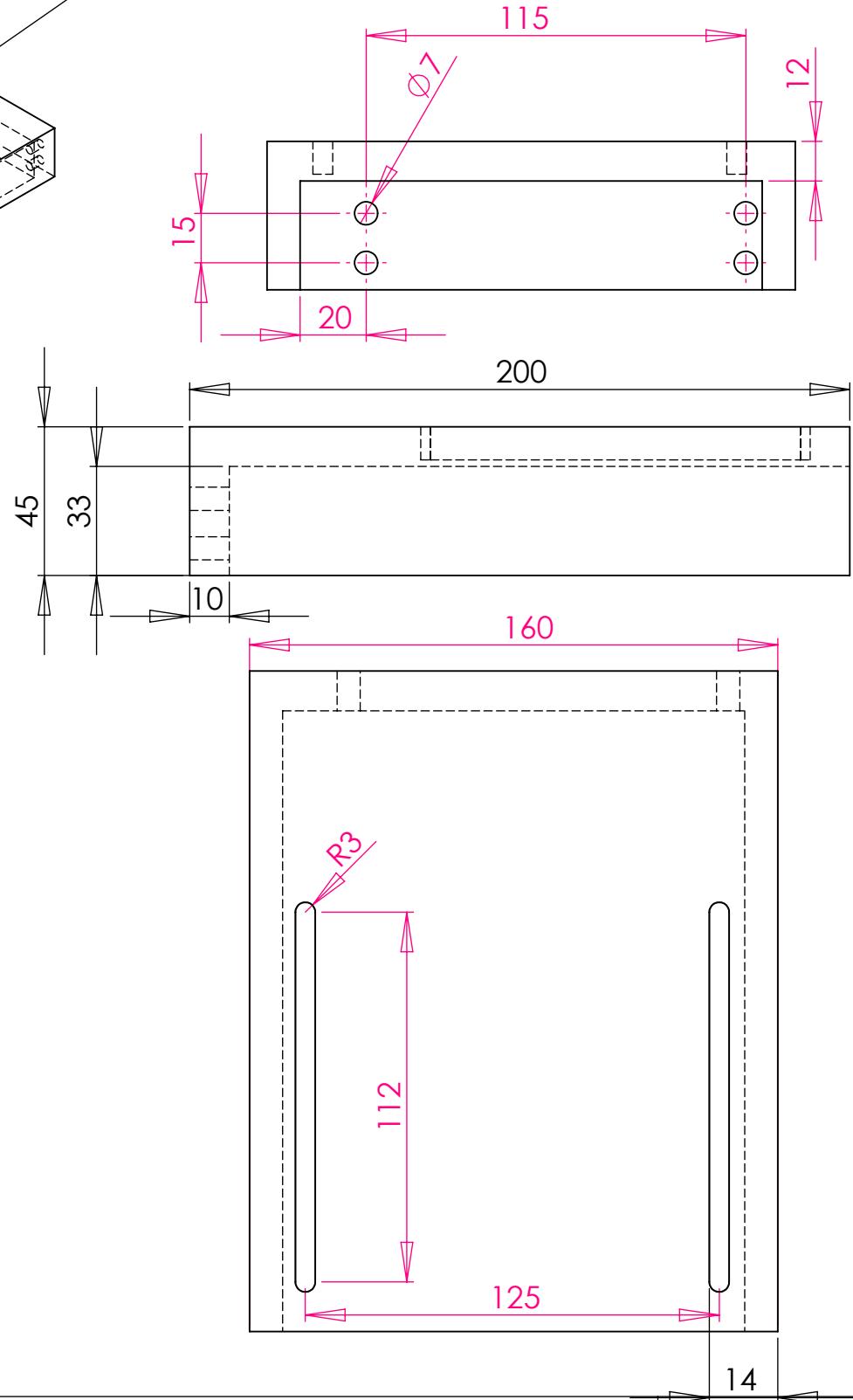
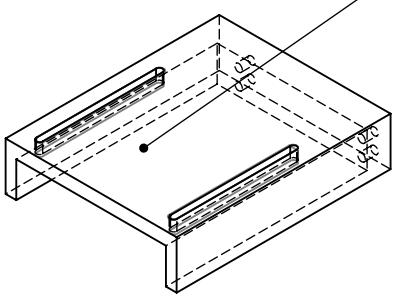
150



	LABORATÓRIO DE SISTEMAS MECÂNICOS -UFU-FEMEC			
	DESENHO: 05		ALUNO: FREDDY A MURILLO R	
	PROF: FRANCISCO P LÉPORE	FOHLA N°5	ESCALA:2:1	
	SUPORTE DAS ESFERAS DE CONTATO DO AMORTECEDOR			

# 06: Viga Inercial

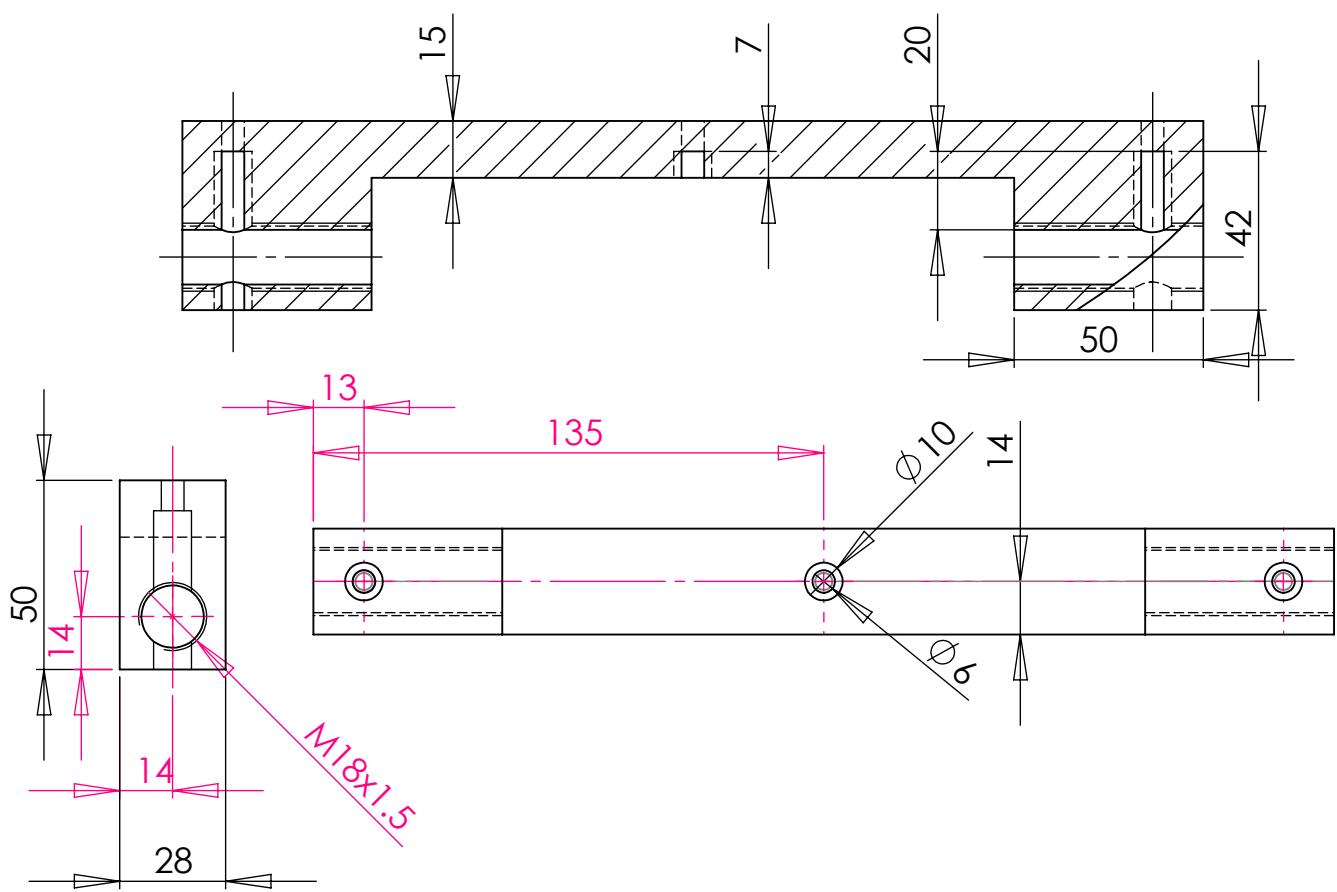
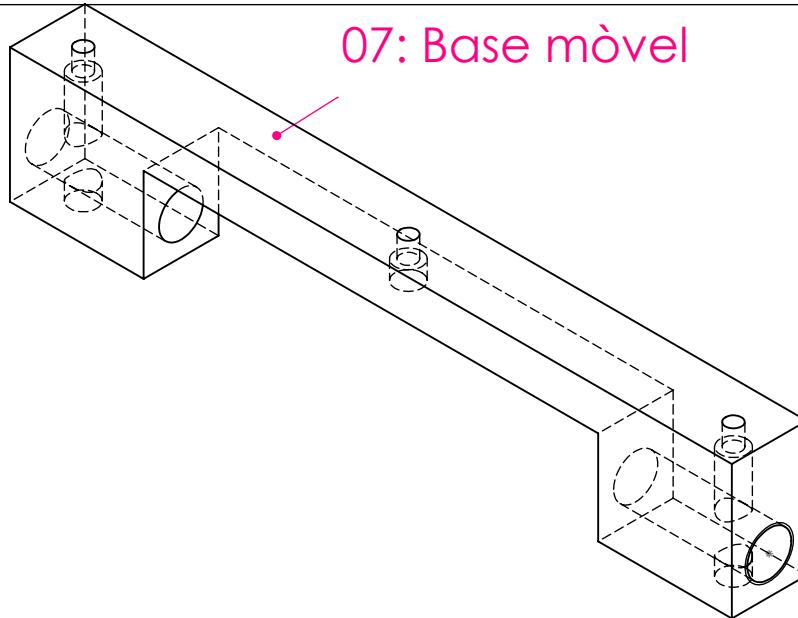
151



DESENHO: 06			ALUNO: FREDDY A MURILLO R
PROF: FRANCISCO P LÉPORE	FOHLA N°6	ESCALA: 1:1 E 1:2	
VIGA INERCIAL DO AMORTECEDOR			

# 07: Base móvel

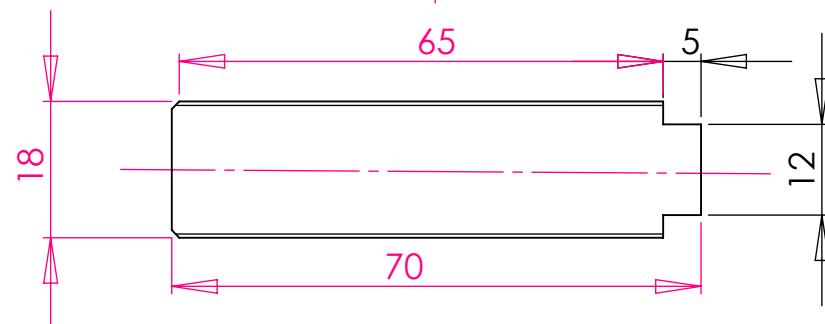
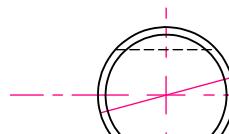
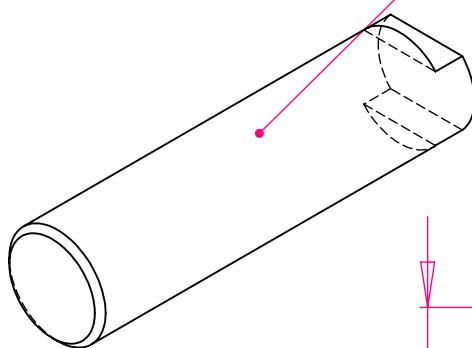
152



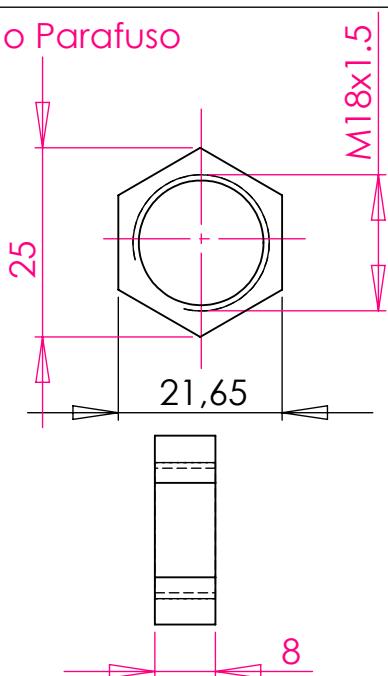
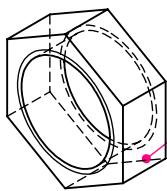
	LABORATÓRIO DE SISTEMAS MECÂNICOS -UFU-FEMEC			DATA: 12/05/2012
	DESENHO: 07		ALUNO: FREDDY A MURILLO R	
	PROF: FRANCISCO P LÉPORE	FOHLA N°7	ESCALA: 1:2	
BASE MÓVEL DA ESTRUTURA VIBRATORIA				

08:Parafuso de Contato

153



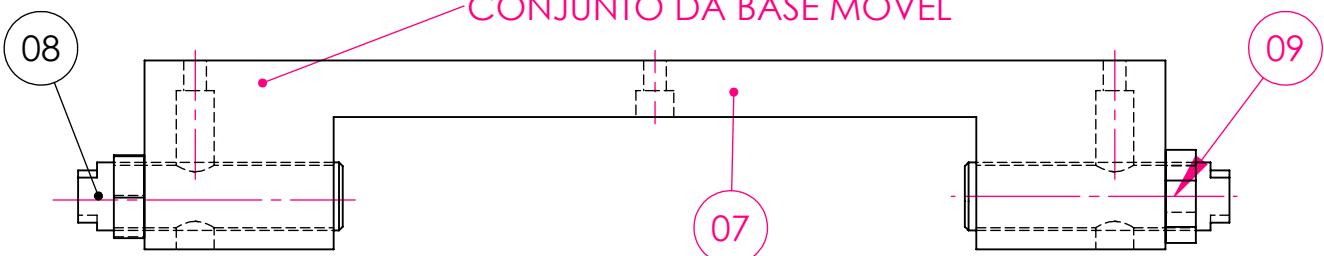
09: Porca do Parafuso



08

CONJUNTO DA BASE MÓVEL

09

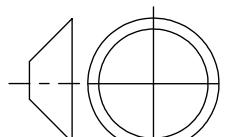


LABORATÓRIO DE SISTEMAS  
MECÂNICOS -UFU-FEMEC

DATA:12/05/2012

DESENHO: 08 e 09

ALUNO: FREDDY A MURILLO R



PROF: FRANCISCO P LÉPORE

FOHFA N°8

ESCALA:1:1

CONJUNTO DA BASE MÓVEL DA ESTRUTURA VIBRATORIA

## REFERENCIA BIBLIOGRÁFICAS

Arai,F. Andou, D., 1998, "Integrated Microendeffector for Micromanipulation", IEEE/asme transactions on mechatronics, VOL. 3, NO. 1, Hitoshi Iwata, and Kouichi Itoigawa

Ardeshir G, Friedrich P,Karl P.,1999, "Dynamics with Friction Modeling, Analysis and Experiment".World Scientific,Singapore New Jeerrsseeyy, London, Hong Kong.

Brian G. MORGENTHALER and Yahya C. KURAMA.,2004, "A friction damper for post-tensioned precast concretebeam-to-column joints" 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada.

Cattaneo, C., 1938, "Sul contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi. Rendiconti dell" Accademia nazionale dei lincei. Itália

CEDRAT., 2006., "cedrat piezo products catalogue Version 3.1 "

Chang-W Lee and Kim,Seung-W., 1997, "An ultraprecision stage for alignment of wafers in advanced microlithography". Advanced Institute of Science and Technology, Department of Mechanical Engineering, Science Town, Yusong-gu, Taejon, Korea

Dupont O, P kasturi and A. Stokes.,1996, "semi-active control of friction dampers", Journal of Sound and Vibration, Aerospace Mechanical Engineering- Boston University- Boston. USA

Emanuele Guglielmino1,Kevin A. Edge.,2008, "A controlled friction damper for vehicle applications", Control Engineering Practice, Centre for Power Transmission and Motion Control, Department of Mechanical Engineering, University of Bath, Bath BA2 7AY, UK

Firrone., 2006, "Dynamics of the Underplatform Damper for Aeronautical Turbo Engines, Tesi di Dottorato", Politecnico di Torino , Scuola di Dottorato. Torino. Itália.

Federico Miglioretti., 2008, "Sviluppo di un banco di prova per lo studio del comportamento di un under-platform damper" . Laurea magistrale in ingegneria aerospaziale. Politécnico de di Torino. Itália.

Golafshani, A.A, Gholizad A., 2008, "Friction damper for vibration control in offshore steel jacket platforms", Journal of Constructional Steel Research, Civil Engineering Department, Sharif University of Technology, P.O.Box 11365-9313, Tehran, Iran

Lepore P.L.N, João, C.M e Roberto, S., 2007, "Estudo Do contato Entre Peça e Pista em um Transportador Vibratório", UFU-FEMEC. Uberlândia. Brasil.

Lima.R.L.S, 2004, "TRIBOLOGIA",. centro tecnológico departamento de engenharia mecânica, UFSC .Florianópolis. Brasil

Karl Popp .,2004, "Vibration Damping by Friction Forces: Theory and Applications", Journal of Vibration and Control Editor: Ali Nayfeh, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA

Memet Unsal, Christopher Nieszrecki, Carl D., 2006, "A new semi-active piezoelectric based friction damper", University of Florida, Department of Mechanical EngineeringGainesville, Florida, 32611, USA.

Menq, C.H, Bielank ,J. Griffin, H., 1985, "The Influence Of Microslip On Vibratory Response Part.I: A New Microslip Model", Journal of Sound and Vibration **107**(2), pag, 279-293,. Inst. of Sound & Vibration Research, University of Southampton, University Road, Southampton, SO17 1BJ, UK

Mindlin,R.D., 1954, "Mechanics of granular media", Proc. 2nd US National Congresso on Applied Mechanics, ASME,[227], pag, 13. New York ,USA

Moore,D.F., 1975, "Principles And Applications Of Tribology", 1.ed.Pergamon Press, Oxford, Inglaterra.

Mohammed F. Q.,1997,"robust semi-active control of a dry friction damper for a cantilever beam" thesis Master of Science in Engineering, Osmania University, Wright State University,USA

Oden J.T. and J.A.C. MARTINS,. "Models and computational methods for dynamic friction phenomena" Research sponsored by the Air Force Office of Scientific Research (AFSC) under contract. USA.

Olivier J P.,2007.,“modeling and analysis of the dynamics of dry-friction-damped structural systems”, dissertation of Doctor of Philosophy (Mechanical Engineering). University of Michigan. USA.

Olsson1 H., Åström1 K.J., Canudas C., 1997, “Friction Models and Friction Compensation”, European Journal of Control, ed. S. Bittanti ,Politecnico di Milano, Milano, Italy.

Rabinowicz. E., 1965, “Friction and Wear of Materials”, 1.ed. John Wiley and Sons, New York. USA

Soong a & B.F. Spencer (2002).“Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the practice” Engineering Structures 24 (2002) 243–259

Suyama,R. Tanemoto,K., 1991, “Autofocusing System of Optical Microscope Utilizing Electrostrictive Actuators”, journal of applied physics. Japão.

Stuart T. Smith, Vivek G. Badami, Jami S. Dale, and Ying Xu,. 1996, “Elliptical flexure hinges”, Precision Engineering Laboratory, University of North Carolina at Charlotte, Charlotte, North Carolina.USA

Teixeira, R. L., 2007, “Projeto, Construção e caracterização de um amortecedor ativo controlado por atuador piezelétrico”, tese de Doutorado, UFU-FEMEC. Uberlândia. Brasil.

Paros J. M. and. Weisbord L., 1965.,“How to Design Flexure Hinges”Machine Design, 25 (1965), pp. 151–156 .

Pietrzak & Curnier.,1999, “Large deformation frictional contact mechanics: continuum formulation and augmented Lagrangian treatment” Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 177 (1999) 351-381