

**DIEGO ALVES DE MORO MARTINS**

**ANÁLISE NUMÉRICA DO FENÔMENO VORTEX  
BREAKDOWN EM ESCOAMENTOS ROTATIVOS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**2012**

**DIEGO ALVES DE MORO MARTINS**

**ANÁLISE NUMÉRICA DO FENÔMENO VORTEX BREAKDOWN EM  
ESCOAMENTOS ROTATIVOS**

**Dissertação** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

Co-orientador: Prof. Dr. Francisco José de Souza

**UBERLÂNDIA - MG**

**2012**



*Dedico esta dissertação à minha família.*

## **AGRADECIMENTOS**

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de cursar o mestrado em Engenharia Mecânica. Ao Laboratório de Mecânica dos Fluidos por toda estrutura e apoio. Aos meus orientadores os professores Francisco José de Souza e Aristeu da Silveira Neto pelos ensinamentos proporcionados. Ao professor Elie Luis Martínez Padilla pelo apoio. A todos os companheiros de laboratório pela contribuição oferecida. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por financiar esta dissertação e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (POSMEC) pelo suporte.

# Índice

<b>Índice .....</b>	<b>vi</b>
<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Tabelas .....</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Símbolos .....</b>	<b>xii</b>
<b>Resumo.....</b>	<b>xv</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>xvi</b>
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
<b>3. MODELAGEM .....</b>	<b>19</b>
<b>3.1. Modelagem matemática .....</b>	<b>19</b>
<b>3.1.1. Modelo de turbulência dinâmico .....</b>	<b>20</b>
<b>3.2. Métodos numéricos.....</b>	<b>24</b>
<b>3.2.1. Termo de acúmulo .....</b>	<b>26</b>
<b>3.2.2. Termo advectivo .....</b>	<b>27</b>
<b>3.2.3. Termo difusivo .....</b>	<b>28</b>
<b>3.2.4. Aplicação das condições de contorno: .....</b>	<b>29</b>
<b>3.2.5. Acoplamento pressão-velocidade.....</b>	<b>32</b>
<b>3.2.6. Condições de contorno .....</b>	<b>37</b>
<b>4. PARALELIZAÇÃO.....</b>	<b>38</b>
<b>4.1. Solucionador de sistemas lineares.....</b>	<b>41</b>
<b>4.2. Validação .....</b>	<b>42</b>
<b>4.3. Speed-up e Eficiência.....</b>	<b>47</b>
<b>5. RESULTADOS.....</b>	<b>51</b>
<b>6. CONCLUSÕES.....</b>	<b>105</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>107</b>

## Lista de Figuras

Figura 1.1. Visualização de dois <i>vortex breakdown</i> gerados em laboratório por Lim e Cui (2005).....	1
Figura 1.2. Vortex breakdown formado sobre a asa de uma aeronave militar (Gursul, et al., 2003)....	2
Figura 1.3. Esquema ilustrando o escoamento básico em um cilindro com a tampa inferior rotativa em um plano médio.....	3
Figura 2.1. Metade superior da instrumentação experimental (Sarpkaya, 1971).....	6
Figura 2.2. Estruturas de <i>vortex breakdowns</i> na forma de bolha axissimétrica (a), dupla hélice (b) e espiral (c) (Sarpkaya, 1971). ....	7
Figura 2.3. Esquema do cilindro utilizado nos experimentos de Escudier (1984) .....	10
Figura 2.4. Visualização de um <i>vortex breakdown</i> do tipo bolha (Escudier,1984) .....	11
Figura 2.5. Visualização de dois <i>breakdown</i> do tipo bolha (Escudier,1984).....	11
Figura 2.6. Limites de estabilidade para bolhas axissimétricas, e limite entre o escoamento oscilatório e estacionário, em um plano $Re \times HR$ (Escudier, 1984) .....	12
Figura 2.7. Estrutura de vórtice no formato S obtida experimentalmente por Lim e Cui (2005).....	16
Figura 2.8. Esquemática do domínio do escoamento (a) geometria divergente, $\alpha > 0$ e (b) geometria convergente, $\alpha < 0$ (Escudier et al., 2007) .....	17
Figura 3.1. Espectro de energia, duplo processo de filtragem.....	21
Figura 3.2: Exemplo de malha composta por hexaedros.....	25
Figura 3.3. Nomenclatura para integração e discretização da equação de conservação.....	26
Figura 3.4. Volume de controle de fronteira.....	30
Figura 3.5: Fluxograma do algoritmo SIMPLE, como implementado no UNSCYFL3D. n é o índice de avanço no tempo. ....	36
Figura 4.1. Malha de um cilindro particionada pela ferramenta METIS.....	39
Figura 4.2. Esquema ilustrativo de troca de mensagens entre as partições (adaptado do Manual FEM). .....	40
Figura 4.3. Esquema do processo iterativo no SIMPLE, para um caso transiente.....	41
Figura 4.4. Esquema ilustrativo do algoritmo do solucionador gradiente bi-conjugado paralelo.....	42
Figura 4.5. Geometria do ciclone utilizado nas simulações de validação (Derksen e.....	43
Figura 4.6. Comparação entre resíduos da versão serial com a versão paralela do código UNSCYFL3D, obtidos com o solucionador da pressão estimada.....	44
Figura 4.7. Comparação entre resíduos da versão serial com a versão paralela do código UNSCYFL3D, obtidos com o SIMPLE.....	45
Figura 4.8. Perfil radial da velocidade tangencial na posição axial de 0,089m .....	46
Figura 4.9. Seção aproximada da Figura 4.7. ....	46
Figura 4.10. Iso-valores do campo de velocidade tangencial dos resultados obtidos com o código paralelo (a), e com o código serial (b).....	47
Figura 4.11. Geometria do canal particionada em oito pelo METIS (a), e vista frontal da malha utilizada no canal (b). .....	48
Figura 4.12. Gráfico do <i>speed-up</i> obtido com o código UNSCYFL3D com o gradiente bi-conjugado, comparado com o <i>speed-up</i> ideal.....	49
Figura 4.13. Gráfico da eficiência obtida com o código UNSCYFL3D com o gradiente bi-conjugado, comparado com a eficiência ideal.....	49
Figura 4.14. Comparação do <i>speed-up</i> obtido com no máximo quatro e oito processos por nó do cluster.....	50
Figura 5.1. Esquemas ilustrativos do cilindro (a), cilindro-cone (b) e cone-cilindro (c). ....	51
Figura 5.2. Malha computacional do cilindro em uma vista frontal (a), e em uma vista em perspectiva (b). .....	52

Figura 5.3. Malha computacional do cilindro-cone em uma vista frontal (a), e em uma vista em perspectiva (b).....	53
Figura 5.4. Malha computacional do cone-cilindro em uma vista frontal (a), e em uma vista em perspectiva (b).....	53
Figura 5.5. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), para o caso 1 da Tabela 5.1.....	54
Figura 5.6. Linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 2.....	55
Figura 5.7. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), com o caso 3.....	55
Figura 5.8. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), com o caso 4 da Tabela 5.1.....	56
Figura 5.9. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), com o caso 5 da Tabela 5.1.....	57
Figura 5.10. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), com o caso 6 da Tabela 5.1.....	58
Figura 5.11. Linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 7 (a) e caso 8 (b) da Tabela. 5.2. ....	59
Figura 5.12. Linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 9 (a) e caso 10 (b) da Tabela. 5.2. ....	60
Figura 5.13. Linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 11 (a) e caso 12 (b) da Tabela. 5.2. ....	60
Figura 5.14. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 7 (a) e caso 8 (b) da Tabela. 5.2. ....	61
Figura 5.15. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 9 (a) e caso 10 (b) da Tabela. 5.2. ....	61
Figura 5.16. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 11 (a) e caso 12 (b) da Tabela. 5.2. ....	62
Figura 5.17. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 7 (a) e caso 8 (b) da Tabela. 5.2. ....	62
Figura 5.18. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 8 (a) e caso 10 (b) da Tabela. 5.2. ....	63
Figura 5.19. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 11 (a) e caso 12 (b) da Tabela. 5.2. ....	63
Figura 5.20. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para o caso 7 (a) e caso 8 (b) da Tabela. 5.2. ....	64
Figura 5.21. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para o caso 9 (a) e caso 10 (b) da Tabela. 5.2. ....	64
Figura 5.22. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para o caso 11 (a) e caso 12 (b) da Tabela. 5.2. ....	65
Figura 5.23. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,185$ m.....	66
Figura 5.24. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,16$ m.....	66
Figura 5.25. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,14$ m.....	66
Figura 5.26. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,12$ m.....	67
Figura 5.27. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,10$ m.....	67
Figura 5.28. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,08$ m.....	67
Figura 5.29. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,06$ m.....	68
Figura 5.30. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,04$ m.....	68
Figura 5.31. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,02$ m.....	68
Figura 5.32. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,005$ m.....	69
Figura 5.33. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,185$ m.....	70

Figura 5.34. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,16$ m.....	70
Figura 5.35. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,14$ m.....	70
Figura 5.36. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,12$ m.....	71
Figura 5.37. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,10$ m.....	71
Figura 5.38. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,08$ m.....	71
Figura 5.39. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,06$ m.....	72
Figura 5.40. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,04$ m.....	72
Figura 5.41. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,02$ m.....	72
Figura 5.42. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,005$ m.....	73
Figura 5.43. Linhas de corrente obtidas numericamente para os casos 13 (a) 14 (b) da Tabela 5.3....	74
Figura 5.44. Linhas de corrente obtidas numericamente para os casos 15 (a) 16 (b) da Tabela 5.3....	75
Figura 5.45. Linhas de corrente obtidas numericamente para os casos 17 (a) 18 (b) da Tabela 5.3....	75
Figura 5.46. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade $W$ para os casos 13 (a) 14 (b) da Tabela 5.3.....	76
Figura 5.47. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade $W$ para os casos 15 (a) 16 (b) da Tabela 5.3.....	77
Figura 5.48. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade $W$ para os casos 17 (a) 18 (b) da Tabela 5.3.....	77
Figura 5.49. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade na direção $W$ , para os casos 13 (a) 14 (b) da Tabela 5.3.....	78
Figura 5.50. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade $W$ , para os casos 15 (a) 16 (b) da Tabela 5.3.....	78
Figura 5.51. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade $W$ , para os casos 17 (a) 18 (b) da Tabela 5.3.....	79
Figura 5.52. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para os casos 13 (a) 14 (b) da Tabela 5.3.	79
.....	.....
Figura 5.53. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para os casos 15 (a) 16 (b) da Tabela 5.3.	80
.....	.....
Figura 5.54. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para os casos 17 (a) 18 (b) da Tabela 5.3.	80
.....	.....
Figura 5.55. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,185$ m.....	81
Figura 5.56. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,16$ m.....	81
Figura 5.57. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,14$ m.....	82
Figura 5.58. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,12$ m.....	82
Figura 5.59. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,10$ m.....	82
Figura 5.60. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,08$ m.....	83
Figura 5.61. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,06$ m.....	83
Figura 5.62. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,04$ m.....	83
Figura 5.63. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,02$ m.....	84
Figura 5.64. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,005$ m.....	84
Figura 5.65. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,185$ m.....	85
Figura 5.66. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,16$ m.....	85
Figura 5.67. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,14$ m.....	86
Figura 5.68. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,12$ m.....	86
Figura 5.69. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,10$ m.....	86
Figura 5.70. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,08$ m.....	87
Figura 5.71. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,06$ m.....	87
Figura 5.72. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,04$ m.....	87
Figura 5.73. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,02$ m.....	88
Figura 5.74. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,005$ m.....	88

Figura 5.75. Iso-superfície da helicidade para o caso do cilindro-cone com a razão $H/R = 2$ e $Re = 2800$ .....	89
Figura 5.76. Linhas de corrente obtidas numericamente em um plano médio ao longo dos eixos Y e Z, para os casos com $Re = 2500$ (a) e $Re = 3750$ (b), com o cilindro-cone com razão $H/R = 2,5$ .....	90
Figura 5.77. Iso-superfície do critério Q para os casos com $Re = 2500$ (a) e $Re = 3750$ (b), com o cilindro-cone com razão $H/R = 2,5$ .....	91
Figura 5.78. Iso-valores do critério Q em um plano médio ao longo dos eixos Y e Z, para os casos com $Re = 2500$ (a) e $Re = 3750$ (b), com o cilindro-cone com razão $H/R = 2,5$ .....	91
Figura 5.79. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,28$ m.....	92
Figura 5.80. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,26$ m.....	92
Figura 5.81. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,24$ m.....	93
Figura 5.82. Linhas de corrente do cone-cilindro com $H/R = 2$ , $Re = 1700$ (a) e $Re = 3000$ (b). ...	94
Figura 5.83. Iso-valores do critério Q do cone-cilindro com $H/R = 2$ , $Re = 1700$ (a) e $Re = 3000$ (b). .....	95
Figura 5.84. Linhas de corrente para o cilindro (a), cilindro-cone (b) e cone-cilindro (c), com a razão $H/R = 2$ e $Re = 1500$ .....	96
Figura 5.85. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,185$ m.....	97
Figura 5.86. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,16$ m.....	97
Figura 5.87. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,14$ m.....	97
Figura 5.88. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,12$ m.....	98
Figura 5.89. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,10$ m.....	98
Figura 5.90. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,08$ m.....	98
Figura 5.91. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,06$ m.....	99
Figura 5.92. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,04$ m.....	99
Figura 5.93. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,02$ m.....	99
Figura 5.94. Perfis das componentes de velocidade $U$ (a) e $V$ (b), na seção $Z = 0,005$ m.....	100
Figura 5.95. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,185$ m.....	101
Figura 5.96. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,16$ m.....	101
Figura 5.97. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,14$ m.....	101
Figura 5.98. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,12$ m.....	102
Figura 5.99. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,10$ m.....	102
Figura 5.100. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,08$ m.....	102
Figura 5.101. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,06$ m.....	103
Figura 5.102. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,04$ m.....	103
Figura 5.103. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,02$ m.....	103
Figura 5.104. Perfis da componente de velocidade $W$ (a) e pressão (b), na seção $Z = 0,005$ m....	104

## **Lista de Tabelas**

Tabela 4.1. Número de volumes por processo no particionamento da malha de um cilindro. ....	39
Tabela 5.1. Especificações das simulações realizadas.....	54
Tabela. 5.2. Especificações das simulações realizadas.....	59
Tabela 5.3. Configurações das simulações realizadas.....	74

## Lista de Símbolos

### Letras Latinas

$a$	Coeficiente do sistema linear
$b$	Termo fonte do sistema linear
$A$	Área
$C$	Variável do modelo dinâmico
$D$	Fluxo difusivo
$\vec{dr}$	Gradiente reconstruído
$\vec{e}$	Vetor unitário
$Ef_n$	Eficiência para n processos
$f(x)$	Função
$H$	Altura da geometria
$H'$	Helicidade
$J$	Vazão mássica
$k$	Comprimento de onda
$L$	Relação altura sobre o raio da geometria
$L_{ij}$	Tensor de Leonard
$M_{ij}$	Tensor de Reynolds de escala sub-malha
$nvol$	Número de elementos do domínio
$p$	Pressão
$p^*$	Pressão modificada
$Q$	Critério Q
$R$	Raio da geometria
$Re$	Número de Reynolds
$S_{ij}$	Tensor taxa de deformação
$S_\phi$	Termo fonte
$Sp_n$	Speed-up para n processos
$t$	Tempo
$T_{ij}$	Tensor sub-malha
$T_1$	Tempo computacional para um processo
$T_n$	Tempo computacional para n processos
$u$	Componente de velocidade na direção x

$v$	Componente de velocidade na direção y
$VC$	Volume de controle
$w$	Componente de velocidade na direção z
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas

## Letras Gregas

$\alpha$	Ângulo de inclinação da parede
$\Gamma$	Coeficiente de difusão
$\Delta$	Comprimento característico da malha
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$\mu$	Viscosidade dinâmica
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\nu_t$	Viscosidade cinemática turbulenta
$\rho$	Densidade
$\Omega$	Velocidade angular
$\Omega'_{ij}$	Taxa de vorticidade
$\phi$	Variável arbitrária

## Subscritos

$f$	Face
$i, j, k$	Índices tensoriais
$L$	Esquerdo
$nb$	Vizinhos do elemento p
$R$	Direito
$p$	Nó central

## Sobrescrito

$i$	Índice de velocidade
$n$	Nível no tempo
$p$	Pressão
$u$	Velocidade
$-$	Filtro no nível da malha

$\sim$	Filtro teste
$\simeq$	Filtro duplo
$\rightarrow$	Vetor
$*$	Predição
$'$	Correção

Martins, D. A. M., "Análise Numérica do Fenômeno Vortex Breakdown em escoamentos rotativos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil, 2012.

## Resumo

Neste trabalho foram realizadas simulações numéricas de escoamentos rotativos similares aos gerados por ciclones separadores e câmaras de combustão, com a intenção de verificar e caracterizar a formação do fenômeno *vortex breakdown*. As geometrias utilizadas nas simulações foram cilíndricas e cônico-cilíndricas, ambas fechadas. O escoamento rotativo é induzido pela parede inferior, que possui velocidade angular constante, e as demais paredes são estáticas com condição de contorno de não deslizamento. Primeiramente, os resultados numéricos foram comparados com resultados experimentais da literatura, objetivando verificar a capacidade do código computacional em predizer o fenômeno *vortex breakdown*. Posteriormente, foram realizadas várias simulações variando os parâmetros que governam as características dos escoamentos analisados neste trabalho, ou seja, o número de Reynolds e a razão altura sobre o raio da geometria. Nestas simulações foram verificados os limites de transição do escoamento e os limites de formação do *vortex breakdown*. Foram simulados casos em regime permanente, transitório, sem modelagem de turbulência, e com modelagem sub-malha, especificamente o modelo dinâmico. Em geral, foi observado que alguns aspectos do processo do *vortex breakdown* nas geometrias cônico-cilíndricas são diferentes quando comparados com o processo nas geometrias cilíndricas.

*Palavras Chave:* Dinâmica dos Fluidos Computacional, Vortex Breakdown, Escoamentos Rotativos, Modelo de turbulência dinâmico, Computação Paralela.

Martins, D. A. M., "Numerical Analysis of Vortex Breakdown Phenomenon in Rotating Flows", M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil, 2012.

## Abstract

Numerical simulations in rotating flows similar to that in cyclones and combustion chambers were performed in this work, in order to verify and characterize the formation of vortex breakdown phenomenon. Cylindrical and conical-cylindrical geometries, both closed, were used in simulations. The rotating flow is induced by the bottom wall, which rotates at constant angular velocity, and the other walls are nonmoving with no-slip boundary conditions. First, the numerical results were compared to experimental results available in references, aiming to verify the capacity of the computational code to predict the vortex breakdown phenomenon. Afterwards several simulations varying the parameters which govern the characteristics of the flows analyzed in this work, i.e. the Reynolds number and the aspect ratio, were performed. In these simulations, the transitional limit and the limit of vortex breakdown formation were verified. Steady and transient cases, with and without turbulence modeling, specifically dynamic model, were simulated. In general, some aspects of the process of vortex breakdown in conical-cylindrical geometries was observed to be different from that in cylinders.

*Keywords:* Computational Fluid Dynamic, Vortex Breakdown, Rotating Flow, Dynamic Turbulence Model, Unstructured Mesh, Parallel Computing.

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Escoamentos rotativos estão presentes em vários fenômenos naturais, como furacões, tornados, trombas marinhas, redemoinhos, e outros mais. Do mesmo modo aparecem na indústria, como em câmaras de combustão, turbinas, bombas, vórtices gerados por corpos imersos, ciclones separadores etc. Como nos demais tipos de escoamentos, o rotativo tem características e estruturas peculiares. Uma estrutura ou fenômeno típico em escoamentos rotativos é o *vortex breakdown*, que pode ser definido como uma mudança abrupta no sentido do escoamento na região do eixo axial do vórtice, formando uma ou mais zonas de recirculação.

O primeiro registro científico do *vortex breakdown* foi feito por Peckham e Atkinson (1957), que realizaram experimentos em perfis de asas do tipo delta, e evidenciaram o fenômeno no vórtice de ponta de asa com determinados ângulos de ataque. Posteriormente o fenômeno foi confirmado em outros casos, como escoamentos rotativos confinados, tubos de vórtices, dutos, túnel com gerador de rotação entre outros. A Figura 1.1 mostra duas estruturas de *vortex breakdown* geradas em laboratório por Lim e Cui (2005).

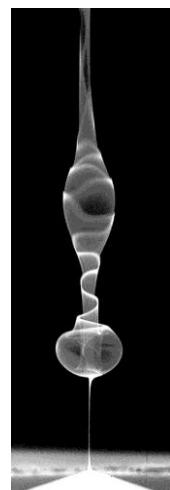


Figura 1.1. Visualização de dois *vortex breakdown* gerados em laboratório por Lim e Cui (2005).

Na indústria também há relatos da formação do fenômeno *vortex breakdown*, o qual pode influenciar na eficiência de certos equipamentos positivamente, como em câmaras de combustão, onde o *vortex breakdown* atua como um misturador eficiente no processo de combustão, ou negativamente, como em aeronaves militares, em que o fenômeno reduz a força de sustentação, e também em ciclones separadores de partículas, onde a formação do *vortex breakdown* pode reduzir a eficiência de coleta por reter as partículas nas zonas de recirculação. A Figura 1.2 mostra um *vortex breakdown* formado por uma aeronave militar.



Figura 1.2. Vortex breakdown formado sobre a asa de uma aeronave militar (Gursul, et al., 2003).

Os casos em que o fenômeno *vortex breakdown* é mais bem controlado são escoamentos rotativos confinados em geometrias cilíndricas. O estudo sobre a ocorrência do *vortex breakdown* nestes tipos de escoamentos ocorre há algumas décadas. Vogel (1968, 1975) e Escudier (1984, 2007) realizaram experimentos e simulações numéricas em escoamentos rotativos confinados em geometrias cilíndricas e cônicas, e através de visualizações definiram sobre quais valores de razões geométricas e número de Reynolds o fenômeno *vortex breakdown* ocorre.

As características dos escoamentos rotativos confinados em geometrias cônicas e cilíndricas com tampa rotativa são similares. A tampa rotativa funciona como uma bomba, que devido às forças viscosas direciona o escamamento para as paredes laterais até alcançar

a tampa estacionária. Nesta, o escoamento se movimenta em espiral na direção axial para a tampa rotativa, formando um vórtice central. Os parâmetros que regem as características do escoamento são a razão altura sobre o raio do cilindro, e o número de Reynolds, que é dependente da velocidade angular, do raio da tampa rotativa, e da viscosidade do fluido.

O sistema de bombeamento do escoamento é mantido pela formação da camada limite de Ekman na tampa rotativa. Nesta, a força de Coriolis prepondera sobre o gradiente de pressão, forçando o transporte de massa para a parede lateral e formando uma região de baixa pressão no centro da tampa rotativa. Na parede lateral forma-se a camada de Stewartson. Nesta os termos iniciais não-lineares e as forças viscosas estão em equilíbrio. Na parede estacionária têm-se a camada limite de Bödewadt, que direciona o fluido para o centro e para fora desta camada. Posteriormente o escoamento é direcionado em espiral para o centro de baixa pressão formado na camada limite de Ekman, formando um vórtice central axial. A Figura 1.3 mostra em um plano médio da geometria, o escoamento básico em um cilindro com a tampa inferior rotativa e a superior estacionária.

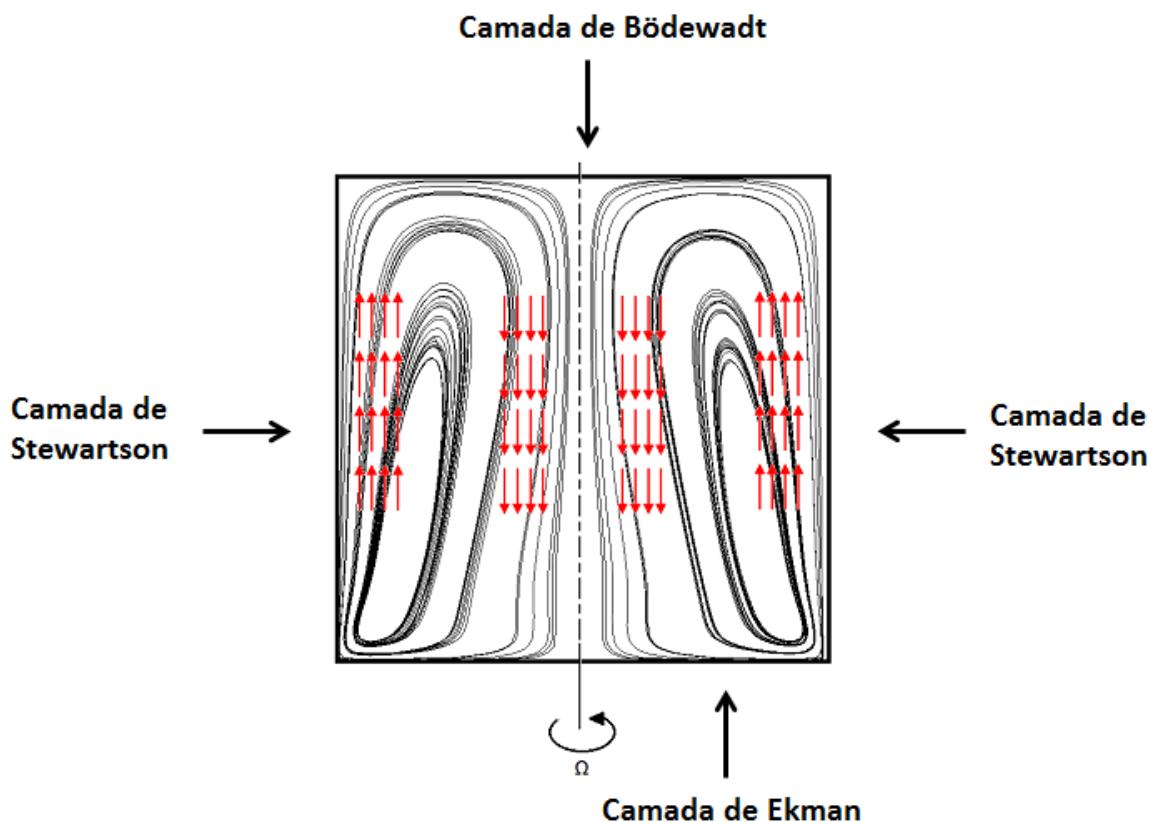


Figura 1.3. Esquema ilustrando o escoamento básico em um cilindro com a tampa inferior rotativa em um plano médio.

No contexto de aplicações industriais, o objetivo deste trabalho é realizar simulações numéricas em escoamentos similares aos gerados por ciclones separadores e câmaras de combustão, para verificar e caracterizar a formação do fenômeno de *vortex breakdown*. As geometrias investigadas não têm entrada ou saída de massa. O vórtice é induzido pela parede inferior, que é rotativa, e as demais paredes são estáticas, com condição de contorno de não deslizamento.

Primeiramente, com o objetivo de avaliar a capacidade preditiva do fenômeno através da dinâmica dos fluidos computacional, foram simulados escoamentos no interior de cilindros, nas mesmas condições em que foram investigados experimentalmente por Escudier (1984). As estruturas do escoamento obtidas numericamente foram comparadas aos resultados experimentais disponíveis em diferentes números de Reynolds e razões comprimento/raio do cilindro. Posteriormente, objetivando verificar o fenômeno em geometrias representativas de ciclones separadores, o escoamento rotativo foi simulado em cones truncados acoplados a cilindros. Análises mais profundas foram realizadas a respeito das condições de ocorrência do *vortex breakdown* em geometrias cilíndrico-cônicas.

## CAPÍTULO II

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os primeiros relatos sobre o fenômeno de *vortex breakdown* foram feitos por Peckham e Atkinson (1957), que realizaram estudos sobre a aerodinâmica em uma asa do tipo delta. Resultados preliminares foram obtidos com medições a baixas velocidades, e testes de visualização do escoamento em um túnel de vento de baixa velocidade. Foram realizados testes para analisar os efeitos da forma e espessura da asa com diferentes ângulos de ataque, caracterizando a sustentação, o arrasto, e o descolamento do escoamento. Nestes testes foi observada a formação de vórtices sobre as bordas, e aumentando o ângulo de incidência o diâmetro destes vórtices aumentam, se tornando menos definidos, e ao mesmo tempo foi observada a formação de uma estrutura no formato de uma bolha sobre a superfície da asa próxima a borda de fuga, evidenciando a formação do *vortex breakdown*.

Após a descoberta do *vortex breakdown*, diversos pesquisadores exploraram as características e as causas do fenômeno, originando distintas teorias. Um dos precursores foi Ludweig (1962), que sugeriu que o *vortex breakdown* com estagnação local em um escoamento axial é consequência direta de uma instabilidade hidrodinâmica em escoamentos espirais, baseando-se na teoria da estabilidade linear. Ele descobriu o limite de estabilidade para o escoamento viscoso em espiral em um anel estreito, e sugeriu que um núcleo de vórtice real, com um número de Reynolds suficientemente alto, deve fornecer pelo menos uma condição necessária para a formação de um *vortex breakdown* espiral, mesmo que seja apenas aproximado. Porém essa teoria não é aplicável a formas axissimétricas de *vortex breakdown*.

Benjamim (1962) classificou o termo *vortex breakdown* como uma mudança abupta na estrutura do núcleo de um escoamento rotativo, propondo que o fenômeno pode ser explicado como uma transição entre dois estados estacionários de escoamentos rotativos axissimétricos, com analogia ao princípio do salto hidráulico em escoamentos em canal aberto, onde a dissipação progressiva no escoamento através da resistência causada pelo atrito ao longo das paredes e no fundo do canal, resulta na diminuição da velocidade e no aumento na profundidade escoamento. A transição que ocorre no *vortex breakdown* e no

salto hidráulico é de um escoamento supercrítico, o qual não suporta ondas estacionárias, para um escoamento subcritico, o qual suporta. Para apoiar a proposição, foi realizada uma série de desenvolvimentos, com o estado crítico sendo definido analiticamente.

Sarpkaya (1971) realizou experimentos em um tubo cilíndrico divergente com o intuito de examinar, dentre outros fatores, a influência da variação dos parâmetros do escoamento rotativo no fenômeno de *vortex breakdown*. A instrumentação utilizada no experimento, mostrada na Figura 2.1, consiste em um tanque de acrílico, palhetas rotativas ajustáveis, um tubo divergente, um reservatório, um rotâmetro, um sistema de injeção de corante, e um sistema de canalização, possibilitando controlar a formação e posição do *vortex breakdown*, a componente axial da velocidade no núcleo do vórtice, a distribuição do ângulo de rotação na região acima da separação, e a distribuição de pressão ao longo do tubo. Este controle é feito pela variação da vazão e pela variação da configuração das palhetas. O fluido de trabalho utilizado foi água.

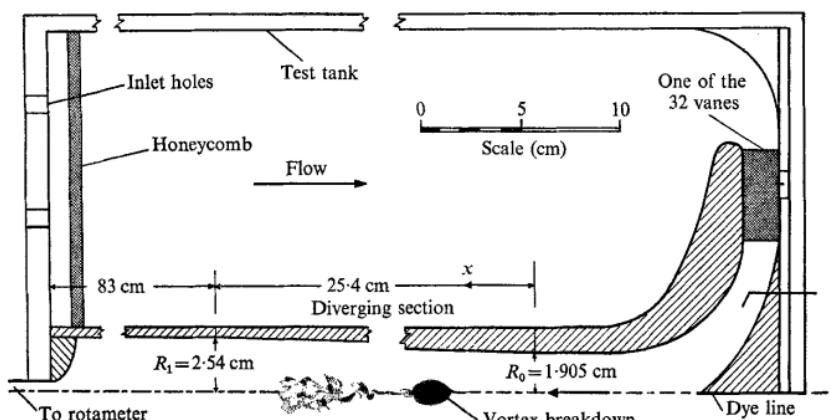


Figura 2.1. Metade superior da instrumentação experimental (Sarpkaya, 1971).

As observações realizadas comprovaram a existência de três tipos de *vortex breakdown*, denominados de dupla hélice, espiral, e bolha axissimétrica. Os três tipos são mostrados na Figura 2.3. O tipo e forma dependem de combinações específicas de números de Reynolds e parâmetros rotativos, como o "swirl". O número de Reynolds varia de acordo com a vazão volumétrica, e os parâmetros rotativos são variados com o ajuste das palhetas rotativas, que aumentam ou diminuem a razão entre as componentes de velocidades tangencial e axial.

Foi observado também que os escoamentos rotativos são altamente instáveis a perturbações espirais em uma faixa de número de Reynolds de 1000 a 2000, e nesta faixa ambos os modos de transição (espiral única ou dupla) podem ser observados. A bolha axissimétrica pode evoluir a partir do modo de dupla hélice, espiral ou da expansão do

núcleo do vórtice, e o modo de evolução depende da região particular definida pelo número de Reynolds e parâmetros rotativos. Para altos números de Reynolds e de circulação, a bolha desenvolve somente a partir da expansão do núcleo do vórtice, e sua formação não é precedida da amplificação das ondas na forma usual de instabilidades hidrodinâmicas.

O fenômeno de *vortex breakdown* é governado por dois mecanismos básicos e conceitualmente diferentes, a instabilidade linear e a transição finita para um estado subsequente. O mecanismo que irá ocasioná-lo depende do número de Reynolds e dos parâmetros do escoamento, como fluxo de entrada, "swirl" do escoamento e campo de pressão. Instabilidades manifestam-se mais enfaticamente a baixos números de Reynolds e a altos números de rotação. A transição finita em um *vortex breakdown* axissimétrico ocorre mais claramente em um escoamento rotativo instável do que em um escoamento rotativo estável.

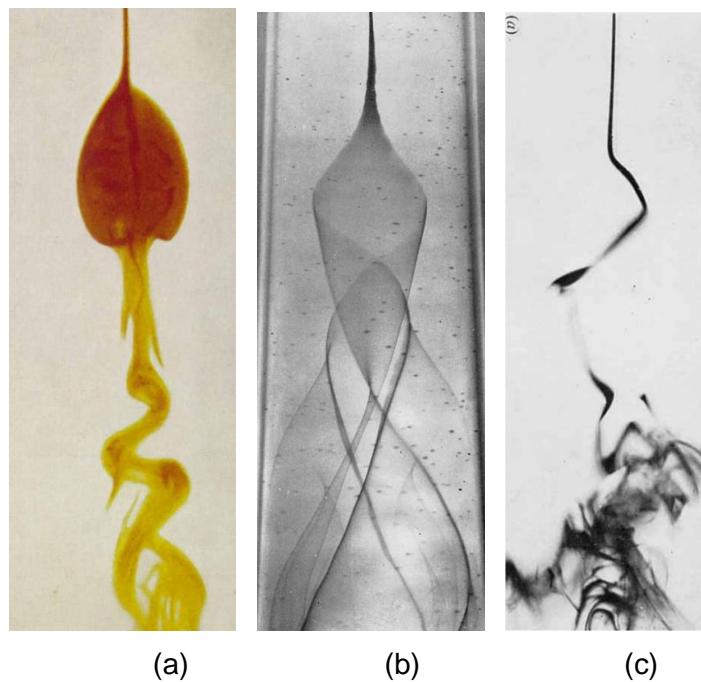


Figura 2.2. Estruturas de *vortex breakdowns* na forma de bolha axissimétrica (a), dupla hélice (b) e espiral (c) (Sarpkaya, 1971).

Hall (1972) revisou as teorias mais relevantes sobre o fenômeno de *vortex breakdown*, desenvolvidas até então, começando pela analogia com as aproximações de camada limite utilizando as equações quase-cilíndricas propostas por Hall (1967).

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (2.2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = v \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v^2}{r} \right), \quad (2.3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right), \quad (2.4)$$

onde  $r$  e  $z$  são as coordenadas cilíndricas polares,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , são as componentes de velocidade radial, tangencial e axial, respectivamente,  $p$  é a pressão,  $\rho$  a densidade, e  $\nu$  a viscosidade cinemática.

Nesta teoria, o escoamento rotativo pode ser resolvido pelas equações quase-cilíndricas, supondo este estacionário, laminar, incompressível, e axissimétrico. O *vortex breakdown* pode ser diagnosticado com analogia ao cálculo da separação de uma camada limite bidimensional, onde o ponto de separação calculado é exato ou próximo ao ponto de separação de uma camada limite real. Se o cálculo da aproximação da camada limite diverge, a separação da camada limite será no ponto onde ocorreu a falha ou divergência. Do mesmo modo, espera-se no cálculo que em algum local de um núcleo de vórtice com equações quase-cilíndricas obtenham-se gradientes consideráveis, ao invés de pequenos gradientes axiais, e que estes estejam nos locais correspondentes aos de um núcleo de vórtice real, mesmo que a aproximação quase-cilíndrica tenha falhado, ou seja, divergido no ponto. A idéia é a de que onde houver consideráveis gradientes axiais ou divergência na aproximação quase-cilíndrica, trata-se de um *vortex breakdown*. Porém, a instantaneidade do fenômeno, e a aparente existência de um grau crítico de interação, são deixados sem explicação pelas aproximações quase-cilíndricas. Além do que, não há nenhuma maneira de contabilizar a influência da região a montante, a não ser modificando as condições de contorno na borda exterior do núcleo do vórtice.

Posteriormente foram analisadas a teoria da estabilidade linear para o *vortex breakdown*, proposta por Ludweig (1962), e a teoria do estado círtico, proposta por Benjamim (1962). Com relação à primeira, foi concluído que não é satisfatória, pois as formas axissimétrica e espiral são encontradas na mesma faixa contínua e até se confundem em circunstâncias apropriadas. Com relação à teoria proposta por Benjamim (1962), à primeira vista pôde-se considerar plausível a analogia com o salto hidráulico com base na teoria das ondas com amplitude finitas em escoamentos ligeiramente supercríticos, pois como o salto hidráulico, o *vortex breakdown* é uma mudança abrupta, e a ocorrência e posição de ambos são muito influenciadas pelas condições à jusante. Entretanto, em uma avaliação minuciosa, verificam-se algumas lacunas nessa teoria. Dentre as lacunas, têm-se

o fato de escoamentos rotativos axissimétricos não serem diretamente análogos aos escoamentos em canal aberto (Veronis, 1970), e também, na análise feita por Harvey (1962), onde foram verificados *vortex breakdown* formados em escoamentos em tubos, a formação do fenômeno ocorreu com grandes gradientes axiais de velocidade e divergências acentuadas nas linhas de corrente, longe de serem pequenas perturbações no escoamento, contradizendo a teoria de Benjamim, onde a formação do *vortex breakdown* ocorreria devido a pequenas perturbações.

Após a análise das teorias propostas até então, considerando as vantagens e desvantagens de cada teoria, concluiu-se que, com a identificação da falha da aproximação das equações quase-cilíndrica (Equações 2.1 a 2.4) juntamente com o estado crítico, pode-se ter a caracterização do fenômeno *vortex breakdown*.

Faler e Leibovich (1978) definiram o *vortex breakdown* como sendo uma perturbação caracterizada pela formação de um ponto de estagnação no eixo do vórtice, seguido por um fluxo reverso na região axial com extensão limitada. Foram realizados experimentos com instrumentação similar à de Sarpkaya (1971), objetivando mapear a região interna e externa ao *vortex breakdown* axissimétrico (do tipo bolha), usando um anemômetro a laser Doppler.

Nas análises qualitativas, foi observado que se a vazão volumétrica é mantida fixa, e a rotação é aumentada lentamente, uma sequência muito grande de instabilidades azimutalmente assimétricas é vista, incluindo a dupla hélice de Sarpkaya (1971), e cinco outras distintas instabilidades. Das seis formas de instabilidades, quatro são classificadas como *vortex breakdown*, e a altos números de Reynolds somente estruturas em forma de bolha e espiral foram observadas. As instabilidades observadas seguem uma ordem de progressão definida com o aumento da rotação, havendo portanto, um padrão evolutivo claro. Na progressão das estruturas com o aumento da rotação, o *vortex breakdown* espiral sempre ocorre antes da forma axissimétrica, a qual é sempre a forma final da progressão. Nas análises quantitativas foram medidos perfis de velocidade, e realizadas estatísticas nas regiões à jusante e à montante ao *vortex breakdown*, caracterizando se este é subcrítico ou supercrítico, de acordo com a classificação de Benjamin (1962). Também foi observado que, a partir das análises sobre estabilidade, o fenômeno de *vortex breakdown* não pode ser explicado com um caso comum de estabilidade linear para um perturbação não axissimétrica, como propôs Ludweig (1962).

Escudier (1984) realizou experimentos em um recipiente cilíndrico fechado com a parede inferior rotativa, com o objetivo de visualizar e caracterizar o fenômeno de *vortex breakdown*. O cilindro tem raio interno  $R = 95$  mm e altura ajustável chegando no máximo a  $H = 350$  mm. O fluido de trabalho utilizado foi uma mistura de água e glicerina a  $25^{\circ}\text{C}$ . Com o intuito de controlar a temperatura do fluido, o recipiente foi imerso em uma banheira com

controle térmico para manter a temperatura em  $25^{\circ}\text{C} \pm 0,1^{\circ}\text{C}$ , pois a viscosidade do fluido é fortemente dependente desta (aproximadamente 5% de mudança por  $^{\circ}\text{C}$ ). As visualizações foram realizadas com injeção de um corante fluorescente por uma seringa hipodérmica através de um furo de diâmetro 1 mm no centro da parede superior, iluminado por um feixe oscilatório de laser de íon de argônio. A Figura 2.3 mostra o esquema da instrumentação experimental utilizada.

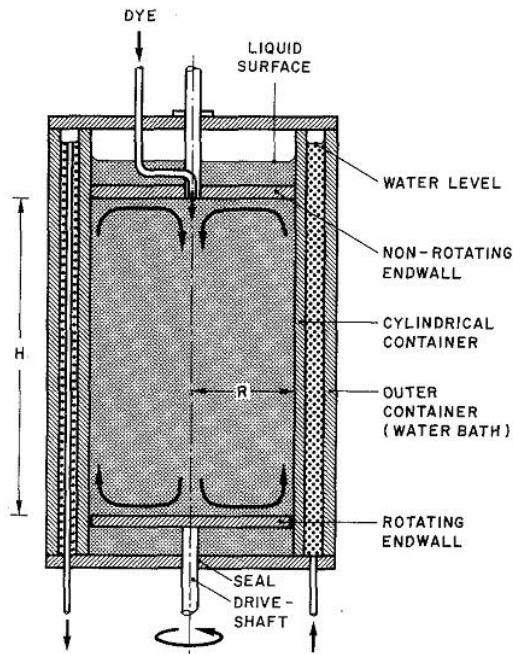


Figura 2.3. Esquema do cilindro utilizado nos experimentos de Escudier (1984).

Foram realizados testes variando a relação entre a altura e o raio da cavidade ( $H/R$ ) e o número de Reynolds ( $Re = \Omega R^2 / \nu$ ), onde  $\Omega$  é a velocidade angular da parede inferior, e  $\nu$  a viscosidade cinemática do fluido de trabalho. Para  $H/R = 2$  e  $Re = 1002$  nenhuma estrutura de *vortex breakdown* foi observada, aumentando o número de Reynolds para  $Re = 1492$  foi observada a formação de um *vortex breakdown* do tipo bolha axissimétrica, mostrado na Figura 2.4. A  $Re = 1854$  surgem duas estruturas de *vortex breakdown* do tipo bolha axissimétrica, mostradas na Figura 2.5. Para  $H/R = 1,5$  observou-se a formação de somente um *vortex breakdown* do tipo bolha axissimétrica para a faixa de número de Reynolds analisada,  $1119 \leq Re \leq 1963$ . Para  $H/R = 3,25$  e número de Reynolds próximo a  $Re = 2800$  formam-se três estruturas de *vortex breakdown* axissimétrico. A Figura 2.6 mostra o gráfico com os limites de estabilidade e a quantidade de *vortex breakdown* axissimétricos para diferentes razões  $H/R$  e número de Reynolds.

Nos experimentos pôde-se observar que a região de recirculação interna a bolha axissimétrica possui baixas velocidades, caracterizando o regime laminar nesta região do

escoamento. Tal observação é confirmada pelo fato de o corante não difundir com o fluido do escoamento. Também foi observado que para altos valores de relação altura/raio da cavidade ( $H/R = 3,5$ ), *vortex breakdown* do tipo espiral são formados.

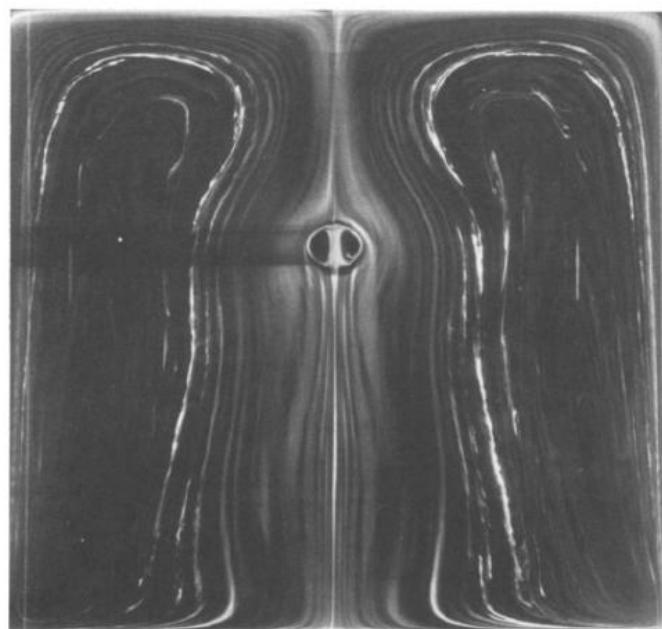


Figura 2.4. Visualização de um *vortex breakdown* do tipo bolha (Escudier,1984).



Figura 2.5. Visualização de dois *breakdown* do tipo bolha (Escudier,1984).

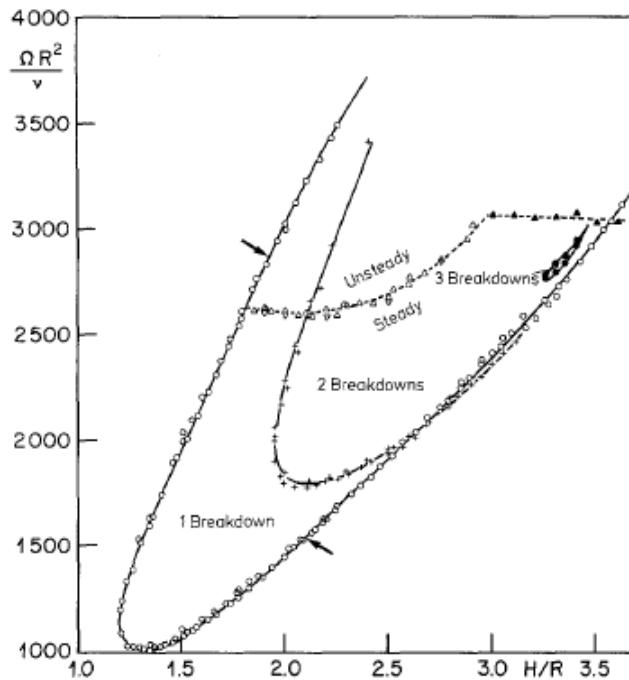


Figura 2.6. Limites de estabilidade para bolhas axissimétricas, e limite entre o escoamento oscilatório e estacionário, em um plano  $Re \times H/R$  (Escudier, 1984).

Lopez (1990) realizou simulações numéricas em uma cavidade cilíndrica com tampa rotativa, com o intuito de avaliar a ocorrência e as características do fenômeno *vortex breakdown*, e comparar os resultados numéricos com resultados experimentais obtidos por Escudier (1984). No modelo numérico foram usadas as equações de Navier-Stokes axissimétricas em coordenadas cilíndricas para escoamentos incompressíveis. As equações foram discretizadas pelo método de diferenças finitas, utilizando malhas estruturadas e uniformes. Foram realizadas simulações variando o número de Reynolds ( $Re$ ) e a relação entre altura e o raio da cavidade ( $H/R$ ), com foco na faixa de parâmetros de  $Re \leq 3000$  e  $H/R \leq 3,5$ , onde o escoamento permanece laminar e axissimétrico, e na maioria das vezes chega ao estado estacionário. Foram obtidas linhas de correntes em um perfil médio do domínio, e comparadas com fotografias do escoamento no mesmo perfil obtidas por Escudier (1984). O modelo numérico mostrou-se válido quando comparado com os experimentos. As simulações realizadas variando  $Re$  e  $H/R$ , mostraram as condições de ocorrência do *vortex breakdown*, e as características do fenômeno em cada região da Figura 2.6.

Althaus et al. (1995) visualizaram *vortex breakdown* dos tipos bolha circulante, espiral, e a transição periódica entre estes, variando o fluxo volumétrico do experimento. Os testes foram realizados em um túnel de água vertical, com gerador de rotação e difusor de inserção. Um modelo de realimentação foi proposto para a iniciação e desenvolvimento do

*vortex breakdown* do tipo bolha, e a transição entre os tipos de separação ocorre devido à assimetria da distribuição de vorticidade circunferencial. A iniciação da bolha circulante e a transição para o tipo de *vortex breakdown* espiral também foram visualizadas através de simulações numéricas utilizando as equações de Navier-Stokes para escoamentos tridimensionais, transitentes, e incompressíveis, com condições de contorno similares às experimentais. As visualizações experimentais foram realizadas com a injeção de filetes de corantes fluorescente, através de um tubo posicionado no centro do sistema de palhetas, deixando visível somente o vórtice principal.

Foi observado nos resultados obtidos que, com pequenos fluxos volumétricos, não há formação de *vortex breakdown*. Estes somente são visualizados com o aumento do fluxo volumétrico, aparecendo primeiro a bolha circulante, e posteriormente o tipo espiral, contrariando as observações de Sarpkaya (1971), que identificou a bolha circulante como a derradeira forma de *vortex breakdown*. Isto pode ser explicado pelas diferentes configurações utilizadas, mostrando que a formação do *vortex breakdown* é fortemente influenciada pelas condições iniciais e de contorno.

O processo de transição entre os tipos de *vortex breakdown* ocorre com o aumento do fluxo volumétrico, provocando o desbalanceamento axissimétrico do *vortex breakdown* do tipo bolha, caracterizado pela assimetria da distribuição da vorticidade circunferencial, e consequentemente formando o *vortex breakdown* do tipo espiral. Estas observações foram feitas tanto pelas visualizações experimentais quanto pelas simulações numéricas, mostrando que as equações de Navier-Stokes são confiáveis na captura do fenômeno de *vortex breakdown*.

Serre e Bontoux (2002) simularam uma cavidade cilíndrica com tampa rotativa utilizando as equações de Navier-Stokes tridimensionais, com o intuito de investigar a transição do fenômeno de *vortex breakdown* da forma axissimétrica em bolha para a forma assimétrica em espiral. A solução numérica foi baseada no método pseudo espectral de Chebyshev-Fourier. Nas direções radial e axial foi usado o esquema pseudo espectral de Chebyshev, e devido à periodicidade da solução, o método de Fourier-Galerkin foi usado na direção azimutal. O esquema temporal utilizado foi o semi-implícito de segunda ordem. O método numérico foi validado com base nos resultados experimentais de Escudier (1984) e nos resultados numéricos de Marques e Lopez (2001). Os parâmetros responsáveis pelas características do *vortex breakdown* em um cilindro fechado são a relação  $L = H/R$  e o número de Reynolds ( $Re = \Omega R^2/\nu$ ), onde  $H$  é a altura,  $R$  o raio do cilindro,  $\Omega$  é a velocidade angular da parede rotacional, e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

As simulações foram realizadas variando o número de Reynolds, e a relação altura/raio da cavidade mantida em  $L = 4$ . Nos resultados obtidos, foi observado que a

transição para um regime oscilatório ocorre com  $Re = 3500$ , através de uma bifurcação de Hopf axissimétrica. O processo de transição é provocado por um modo axissimétrico de instabilidades, provenientes da camada da parede lateral. Este modo de instabilidade está relacionado às instabilidades centrífugas e a movimentação dos vórtices contra-rotativos observados na camada de Stewartson. As formas e as localizações das perturbações são uma reminiscência dos vórtices de Taylor-Görtler com um movimento vertical sobreposto. Nesta situação, o *vortex breakdown* é composto por duas bolhas estacionárias independentes do comportamento transitório do escoamento.

Para  $Re = 4000$ , uma bifurcação secundária origina uma onda de rotação azimutal com comprimento de onda  $k = 5$ . As estruturas da onda azimutal da camada de Stewartson movimentam-se para a região da parede inferior estacionária, onde se misturam com vórtices do tipo helicoidal. Para este número de Reynolds, o *vortex breakdown* é composto por duas bolhas axissimétricas semelhantes às existentes com  $Re = 3500$ , porém maiores.

Para  $Re = 4500$  surge um assimetria na estrutura do *vortex breakdown* em forma de S, o primeiro passo para a transição do *vortex breakdown* do tipo bolha para o tipo espiral. Esta assimetria está associada ao movimento das duas bolhas em torno do eixo, na mesma direção do escoamento principal. Neste valor do número de Reynolds, a onda rotacional tem o comprimento de onda  $k = 8$ , porém em um determinado tempo físico observa-se o comprimento de onda  $k = 1$ , mostrando o crescimento de novas freqüências e modificações significativas no comportamento temporal da solução.

Com o aumento da velocidade rotacional da parede superior para  $Re = 5500$ , três modos de comprimento de onda são dominantes  $k = 1$ ,  $k = 8$  e  $k = 10$ , mostrando os fortes efeitos não-lineares da solução. A zona de separação é composta por uma estrutura que gira em torno do eixo central em sentido anti-horário, similar ao escoamento principal. A topologia é mais complexa do que em  $Re = 4500$ , confirmando a evolução da estrutura no formato S para o *vortex breakdown* próximo ao tipo espiral. Para  $Re = 10000$ , o comportamento temporal é caótico, com várias freqüências e mais de três modo de comprimento de onda dominante. A interação entre as várias estruturas do escoamento são muito mais complexas. Mesmo assim foi possível visualizar o *vortex breakdown* do tipo espiral, particularmente na região superior da estrutura, que está localizada fora do eixo central.

Mary (2003) realizou experimentos e simulações numéricas em uma asa do tipo delta, que quando submetida a elevados ângulos de ataque geram o *vortex breakdown* na região de sucção, causando uma queda considerável no coeficiente de sustentação. Os testes foram realizadas em asas com ângulo ataque de  $27^\circ$ , e número de Reynolds de 1.600.000. Os resultados numéricos foram obtidos com o uso da Simulação de Grandes

Escalas, e comparados com resultados experimentais de um túnel de vento. Para escoamentos sobre asas do tipo delta, as interações entre as estruturas de grandes e pequenas escalas associadas com a camada limite da borda lateral de sucção exigem uma resolução adequada para os menores turbilhões. Neste contexto, a solução do escoamento utilizando os modelos LES apropriadamente se torna inviável, pois estes necessitam maiores resoluções de malhas na regiões parietais ( $\Delta y^+ \leq 2$ ,  $\Delta z^+ \approx 20$ ,  $\Delta x^+ \approx 100$ ). Os objetivos deste trabalho foram avaliar a intensidade das interações entre as estruturas turbinholares, e consequentemente avaliar a confiabilidade do método LES com malhas consideradas grosseiras para este tipo de escoamento. Para minimizar os erros relacionados com a resolução da malha, foram utilizadas funções paredes e refinamento local da malha.

As funções de paredes utilizadas nas simulações foram a clássica lei logarítmica e a condição de deslizamento. Nos resultados obtidos, pôde-se observar que mesmo utilizando refinamento local ou funções de parede específicas, a modelagem LES não poderá gerar bons resultados com a malha utilizada no trabalho. Portanto, uma malha muito mais fina deve ser usada, para simular com maior acurácia o problema da transição e separação turbulenta que ocorrem no lado de sucção da asa do tipo delta. Mary (2003) conclui que com as malhas empregadas nas simulações, o uso de algum método híbrido RANS/LES, poderia levar a uma melhor descrição da camada limite no lado de sucção.

Lim e Cui (2005) realizaram experimentos em recipientes cilíndricos fechados com tampa rotativa, objetivando visualizar e caracterizar a formação de *vortex breakdown* do tipo espiral, observados numericamente por Serre e Bontoux (2002) em cilindros de grande relação altura/raio. Os experimentos foram validados com base nos resultados obtidos por Escudier (1984).

Foram utilizadas duas configurações de instrumentação. A primeira consistiu em um cilindro com raio de 87,25 mm, com um disco rotativo na parte superior e um disco estacionário na parte inferior. A relação altura/raio podia ser alterada com um movimento vertical controlado por um micrômetro fixado no disco estacionário, e a velocidade do disco rotativo foi controlada por um motor de micropasso. A segunda instrumentação é bem similar à primeira, com exceção de um pequeno cone fixado no disco rotativo ou no disco estacionário, para gerar assimetria no escoamento. Em ambos os casos as visualizações foram feitas por um filete de tinta azul ou fluorescente inserido no escoamento.

Nos testes realizados com a primeira configuração de instrumentação, foi observado o comportamento do escoamento com a variação da relação altura/raio do cilindro e do número de Reynolds, a fim de visualizar a estrutura de vórtice no formato S e o *vortex breakdown* do tipo espiral constatados numericamente por Serre e Bontoux (2002) com

$H/R = 4$ . Nos resultados obtidos, a estrutura de vórtice no formato S e o *vortex breakdown* do tipo espiral foram observados para  $H/R = 4$  e para  $H/R = 3,65$ . Fixando o número de Reynolds e aumentando a relação altura/raio, verifica-se que a evolução do *vortex breakdown* do tipo bolha para a estrutura de vórtice no formato S, havendo um aumento no comprimento de onda das instabilidades helicoidais, seguido por um filamentos de vórtices submetidos a movimentos convolutos, antes da estrutura de vórtice no formato S se transformar em *vortex breakdown* do tipo espiral. A figura mostra o filete fluorescente evidenciando a estrutura de vórtice no formato S.



Figura 2.7. Estrutura de vórtice no formato S obtida experimentalmente por Lim e Cui (2005).

Os testes realizados na segunda configuração de instrumentação foram com relações  $H/R = 2$  e  $H/R = 2,5$ . Nos resultados obtidos, pôde-se observar que, mesmo com o pequeno cone fixado nos discos superior ou inferior, a bolha axissimétrica deforma mas não evolui para a estrutura de vórtice no formato S ou o *vortex breakdown* do tipo espiral, confirmado que estas estruturas não se formam em cilindros com baixa relação altura/raio, e que as estruturas axissimétricas são bastantes estáveis nesta configuração.

Escudier et al. (2007) simularam numericamente escoamentos em cones truncados, gerados por uma tampa rotativa. Foram utilizadas geometrias convergentes e divergentes, a fim de verificar a influência do ângulo de inclinação das paredes no fenômeno *vortex*

*breakdown*. Os parâmetros globais que caracterizam o problema são o número de Reynolds  $Re = (\Omega R^2) / \nu$ , a relação altura/raio da cavidade  $H/R$ , e o ângulo de inclinação da parede  $\alpha$ , considerado positivo para geometria divergente, e negativo para geometria convergente, como mostra a Figura 2.8.

Os resultados foram obtidos utilizando a ferramenta comercial FLUENT (versão 6.0), e foi observado que para uma relação altura/raio da cavidade  $H/R = 2$  e o número de Reynolds  $Re = 1854$ , o *vortex breakdown* obtido com o escoamento em uma cavidade cilíndrica (Escudier ,1984), foi suprimido com o ângulo de inclinação  $\alpha < -7^\circ$ , em uma geometria convergente, e permaneceu presente, porém com menor magnitude, para o ângulo de inclinação  $\alpha = 25^\circ$ , em uma geometria divergente.

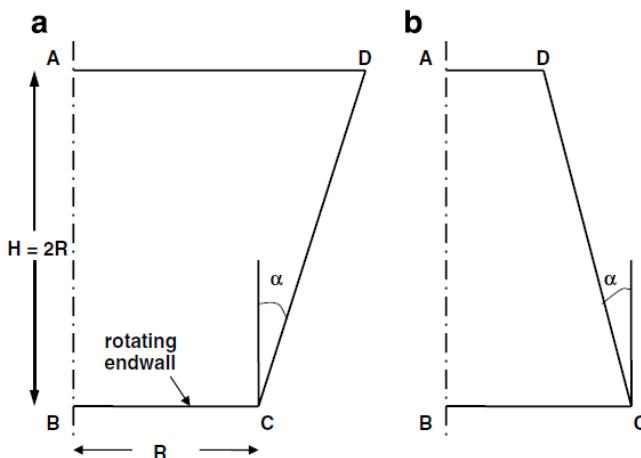


Figura 2.8. Esquemática do domínio do escoamento (a) geometria divergente,  $\alpha > 0$  e (b) geometria convergente,  $\alpha < 0$  (Escudier et al., 2007).

Com a finalidade de controlar o fenômeno de *vortex breakdown*, Lo Jacono et al. (2008) realizaram experimentos e simulações numéricas em um cilindro fechado com tampa rotativa, e com uma pequena haste rotativa posicionado ao longo do eixo central. Os experimentos foram realizados em uma cavidade cilíndrica com uma haste axial rotativa, e com uma haste parcial rotativa, para várias configurações de rotação.

Além dos experimentos, simulações de alta ordem numérica foram realizadas, a fim de fornecer uma precisão adicional, especialmente nas imediações da haste, permitindo que os resultados sejam melhor interpretados. As medições experimentais foram conseguidas através do método SPIV (*Stereoscopic particle image velocimetry*), e as simulações foram realizadas a partir das equações de Navier-Stokes, utilizando a técnica de elementos espetrais.

Nos resultados foi verificado que para uma haste longa, a co-rotação suprime o *vortex*

*breakdown*, ao contrário da contra-rotação, que aumenta a região do *vortex breakdown*. Para hastes curtas, a fonte adicional de vorticidade dificulta o comportamento da zona de recirculação. Com a redução do comprimento da haste, o sistema de separação se aproxima de um disco plano, e a bolha de recirculação desaparece para uma velocidade de rotação suficiente.

# CAPÍTULO III

## MODELAGEM

As soluções dos escoamentos estudados neste trabalho foram obtidas utilizando o código de dinâmica dos fluidos computacional UNSCYFL3D (*Unsteady Cyclone Flow 3D*), desenvolvido no Laboratório de Mecânica dos Fluidos da Universidade Federal de Uberlândia (MFlab). Neste, as equações filtradas de Navier-Stokes na formulação incompressível são resolvidas numericamente através do método de volumes finitos (Ferziger e Peric, 2002) em malhas não-estruturadas, que podem ser compostas por hexaedros, tetraedros, prismas, pirâmides e cunhas.

### 3.1. Modelagem matemática

Os escoamentos analisados neste trabalho foram solucionados através das equações filtradas de Navier-Stokes na formulação incompressível para fluidos Newtonianos. As Equações 3.1 e 3.2 representam respectivamente a conservação da massa o balanço da quantidade de movimento na forma filtrada.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (3.2)$$

Foram simulados casos em regimes permanente e transiente, com e sem modelo de turbulência. Para os casos em regime permanente e sem modelo de turbulência, as equações filtradas de Navier-Stokes tomam a seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.4)$$

e para os casos em regime transitório foi utilizado modelagem de turbulência, especificamente simulação de grandes escalas com o modelo sub-malha dinâmico.

### 3.1.1. Modelo de turbulência dinâmico

A grande deficiência dos modelos de viscosidade turbulenta, utilizados na metodologia LES (*Large-Eddy Simulation*), é a limitação dos mesmos em representar corretamente, com uma única constante universal, diferentes escoamentos turbulentos, sendo eles rotacionais, cisalhantes, parietais ou mesmo escoamentos em regime de transição (Germano et al., 1991). Uma vez que a constante deve ser grande o suficiente para proporcionar a dissipação de energia em regiões não parietais, e deve ser baixa o bastante para não inserir um aumento de viscosidade próximo às regiões parietais. Esta constatação sugere a necessidade de se ter a substituição dessa constante por uma função do tempo e do espaço, e este é o objetivo da modelagem dinâmica sub-malha proposta por Germano et al (1991), com modificações e extensões importantes adicionadas por Lilly (1992) e Meneveau et al. (1996). Este modelo tem se provado muito bom e aplicado a uma gama cada vez maior de escoamentos.

Neste modelo como o coeficiente de proporcionalidade não é mais uma constante, torna-se necessário que este se ajuste ao escoamento no tempo e no espaço. Para isto, segundo Silveira-Neto (2002), são utilizados dois filtros diferentes:

- No primeiro, utiliza-se as dimensões da malha para calcular o seu comprimento característico. Ele é denominado filtro no nível da malha.
- No segundo, utiliza-se um múltiplo das dimensões das malhas para calcular o comprimento característico. Ele é denominado filtro teste.

Desta forma busca-se utilizar informações contidas nas menores escalas resolvidas para modelar a transferência de energia entre as escalas resolvidas e as escalas sub-malha. Em outras palavras, utiliza-se a informação contida entre os dois filtros para fazer a modelagem da transferência de energia, buscando-se assim uma modelagem com maior acurácia.

Segundo Germano et al. (1991) o modelo seria capaz de prever até mesmo o *backscatter* (fenômeno para o qual a energia é transferida das menores estruturas para as maiores, o que ocorre, por exemplo, em escoamentos parietais). No entanto isto corresponde a valores negativos da viscosidade turbulenta, o que gera instabilidades

numéricas (Ferziger, 2002). O duplo processo de filtragem pode ser visualizado de forma esquemática, no espectro de energia cinética turbulenta em função do comprimento de onda, na Figura 3.1

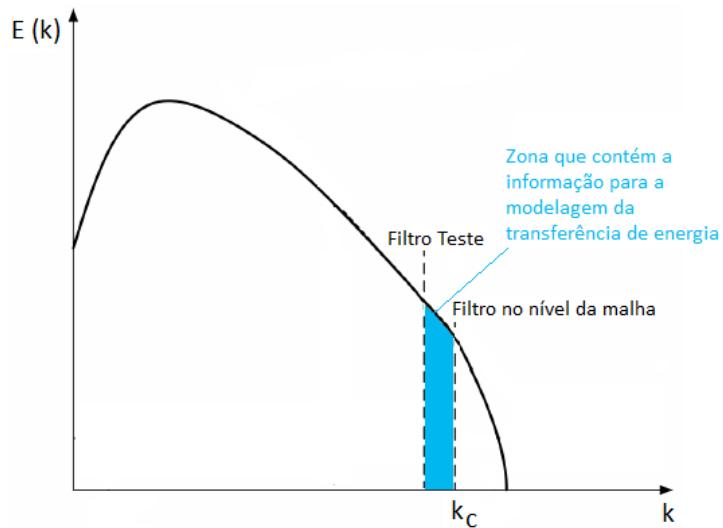


Figura 3.1. Espectro de energia, duplo processo de filtragem.

A formulação para este modelo, que segundo Ferziger (2002) deveria ser tratado como um procedimento (uma vez que pode ser utilizado com qualquer modelo sub-malha como base), é exposta a baixo, seguindo a proposta inicial de Germano et al (1991) e posteriormente incluindo as modificações propostas por Lilly (1992):

Defini-se a função filtro no nível da malha como:

$$\bar{f}(x) = \int f(x') \bar{G}(x, x') dx', \quad (3.5)$$

onde a integral se restringe ao volume definido com o comprimento característico do filtro;

O filtro teste  $\tilde{G}$  como:

$$\tilde{f}(x) = \int f(x') \tilde{G}(x, x') dx', \quad (3.6)$$

onde se assume que o comprimento do filtro teste é maior do que o do filtro no nível da malha (o filtro teste corresponde a uma malha mais grosseira do que a utilizada no filtro no nível da malha).

Aplicando-se o primeiro filtro às equações de Navier-Stokes, obtém-se a Equação 3.7:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.7)$$

onde o tensor sub-malha  $T_{ij}$ , pode ser escrito como:

$$T_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j. \quad (3.8)$$

Assumindo que:

$$\tilde{\tilde{G}} = \tilde{G} \bar{G}, \quad (3.9)$$

e aplicando-se o processo de filtragem definido na Equação 3.9 à Equação 3.7, chega-se a seguinte expressão (Equação 3.10):

$$\frac{\partial \tilde{\tilde{u}}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\tilde{u}}_i \tilde{\tilde{u}}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\tilde{p}}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{T}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \tilde{\tilde{u}}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{\tilde{u}}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.10)$$

onde o tensor sub-malha se torna:

$$\tilde{T}_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \tilde{\tilde{u}}_i \tilde{\tilde{u}}_j. \quad (3.11)$$

Defini-se o tensor de Leonard global como sendo:

$$L_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \tilde{\tilde{u}}_i \tilde{\tilde{u}}_j, \quad (3.12)$$

o qual representa a contribuição das tensões de Reynolds dadas pelas escalas cujo comprimento esteja entre o comprimento do filtro no nível da malha e o comprimento do filtro teste, ou seja, pelas menores escalas resolvidas (Davidson, 2006).

As Equações (3.8), (3.13) e (3.12) se relacionam algebraicamente de tal forma que:

$$L_{ij} = \tilde{T}_{ij} - T_{ij}, \quad (3.13)$$

possibilitando que esse tensor seja calculado explicitamente a partir do campo de velocidade correspondente ao filtro de nível da malha.

Germano et al. (1991) ainda define a parte anisotrópica dos tensores (Equações 3.8 e 3.11), através da hipótese de Boussinesq, respectivamente como:

$$T_{ij} - \left( \frac{\delta_{ij}}{3} \right) T_{kk} = 2C\bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}, \quad (3.14)$$

$$\tilde{T}_{ij} - \left( \frac{\delta_{ij}}{3} \right) T_{kk} = 2C\tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij}, \quad (3.15)$$

onde,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker,  $C$  é o quadrado do coeficiente de Smagorinsky e:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad |\bar{S}| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}. \quad (3.16)$$

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad |\tilde{S}| = \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}}. \quad (3.17)$$

Partindo deste ponto passa a se expor a formulação desenvolvida por Lilly (1992), que propôs algumas modificações na formulação proposta inicialmente por Germano et al. (1991), melhorando o modelo dinâmico sub-malha.

Subtraindo a Equação 3.14 da Equação 3.15, chega-se a:

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = 2CM_{ij}, \quad (3.18)$$

onde:

$$M_{ij} = \left( \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \right). \quad (3.19)$$

Busca-se o valor de  $C$  que resolva corretamente a Equação 3.18 e então aplica-se este valor a Equação 3.14. Como a Equação 3.18 representa cinco equações independentes e uma incógnita, não é possível encontrar nenhum valor de  $C$  realmente correto, no entanto, seu erro pode ser minimizado aplicando o método dos mínimos quadrados. Defini-se o quadrado do erro da Equação 3.18 como sendo:

$$Q = \left( L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} - 2CM_{ij} \right)^2. \quad (3.20)$$

Como se sabe que:

$$\partial^2 Q / \partial C^2 > 0. \quad (3.21)$$

Para se encontrar o erro mínimo utiliza-se a seguinte consideração:

$$\partial Q / \partial C > 0, \quad (3.22)$$

o que conduz a:

$$C = \frac{1}{2} \left( \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij}^2} \right). \quad (3.23)$$

Sendo a Equação 3.23 válida para escoamentos incompressíveis, uma vez que na mesma o termo  $S_{ij}$  filtrado é nulo. Germano et al. (1991) destaca que o único parâmetro ajustável neste modelo é a relação entre o comprimento dos filtros teste e no nível da malha, sendo que esta relação deve ser sempre maior do que um, a razão ideal foi determinada pelo próprio Germano como sendo:

$$\tilde{\Delta} / \bar{\Delta} = 2. \quad (3.24)$$

Que é a razão normalmente utilizada, ou seja, normalmente utiliza-se o filtro teste com o comprimento característico de  $2\Delta$ , onde  $\Delta$  é o comprimento característico da malha.

Assim a viscosidade turbulenta do modelo dinâmico é avaliada como:

$$\nu_t = C \bar{\Delta}^2 \bar{S}, \quad (3.25)$$

### 3.2. Métodos numéricos

O domínio a ser simulado é discretizado em volumes de controle tridimensionais, que podem ser hexaedros, tetraedros ou cunhas, e que compõem a chamada malha. Um

exemplo de malha composta por hexaedros é mostrado na Figura 3.2.

As fronteiras que formam cada elemento são chamadas de faces, e os vértices do elemento podem ser também chamados de nós. Cada face tem sempre um elemento, ou célula, à esquerda (L) e outro à direita (R).

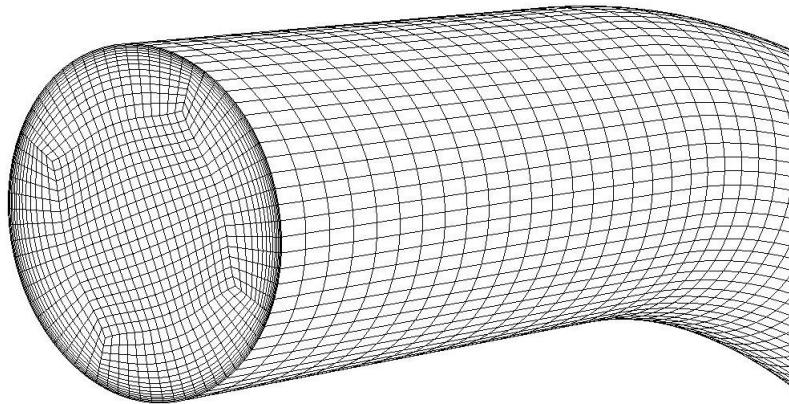


Figura 3.2: Exemplo de malha composta por hexaedros.

Todas as variáveis de transporte são armazenadas no centro de cada elemento (arranjo co-localizado), o que garante conservação da massa para volumes de controle de forma arbitrária. As equações de transporte para as velocidades podem ser representadas genericamente pela Equação 3.26, sendo  $\phi$  uma variável de transporte qualquer e  $S_\phi$  o termo fonte.

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi. \quad (3.26)$$

A integração da Equação 3.26 em um volume de controle VC fornece:

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} dVC + \oint_A \rho\phi \vec{V} \cdot d\vec{A} = \oint_A \Gamma \text{grad}\phi \cdot d\vec{A} + \int_{VC} S_\phi dVC, \quad (3.27)$$

onde  $\vec{V}$  é o vetor velocidade, e  $\vec{A}$  é o vetor área.

Nos termos que envolvem derivadas da Equação 3.26, o Teorema da Divergência de Gauss foi aplicado para converter as integrais de volume em integrais de superfície:

$$\int_{VC} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dVC = \oint_A \phi \vec{i}_i \cdot d\vec{A}. \quad (3.28)$$

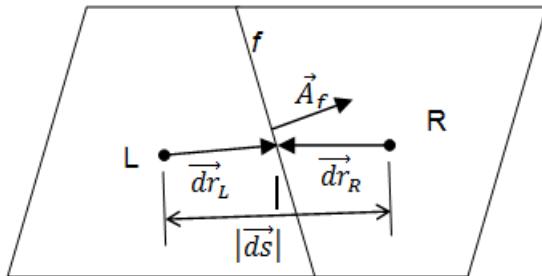


Figura 3.3. Nomenclatura para integração e discretização da equação de conservação.

A discretização da Equação 3.27 para o elemento L, à esquerda da face f (Figura 3.3) gera:

$$\left( \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \right)_L \Delta V_L + \sum_f J_f \phi_f = \sum_f D_f + (S_\phi \Delta V)_L, \quad (3.29)$$

onde  $J_f$  é a vazão mássica ( $\rho_f \vec{V}_f \cdot \vec{A}_f$ ) através da face f,  $\Gamma_f$  é o coeficiente de difusão nesta face.  $D_f = \Gamma_f (\text{grad} \phi)_f \cdot \vec{A}_f$  é o fluxo difusivo através da face f. Os somatórios aplicam-se a todas as faces do elemento L.  $\vec{A}_f$  é o vetor normal de área, cujo módulo corresponde à área da face, que aponta do elemento à esquerda (L) para o elemento à direita (R) da face f. Note-se que, no método de volumes finitos, as propriedades são consideradas constantes dentro do elemento ou célula. A seguir, a discretização de cada termo da Equação 3.29 é detalhada.

### 3.2.1. Termo de acúmulo

A derivada temporal pode ser discretizada através do método de Euler, que é de primeira ordem de convergência:

$$\left( \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \right)_L = \frac{(\rho_L \phi_L)^{n+1} - (\rho_L \phi_L)^n}{\Delta t}. \quad (3.30)$$

Ou pelo método de três níveis no tempo, que é de segunda ordem de convergência:

$$\left( \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \right)_L = \frac{3(\rho_L \phi_L)^{n+1} - 4(\rho_L \phi_L)^n + (\rho_L \phi_L)^{n-1}}{2\Delta t}. \quad (3.31)$$

Em ambos os métodos, as discretizações são implícitas e portanto os demais termos da Equação 3.29 são avaliados no instante  $n+1$  e sistemas lineares são gerados. Recomenda-se sempre a utilização do método de três níveis no tempo, pois não acumula os erros como o método de Euler, conforme demonstrado por Ferziger e Peric (2002).

### 3.2.2. Termo advectivo

Para fins de apresentação dos esquemas advectivos, supõe-se que a vazão mássica em cada face  $J_f$  seja conhecida. Para o esquema *upwind* de 1<sup>a</sup> ordem, o valor da variável na face é igual ao valor da variável no elemento à esquerda (L) da face quando a vazão é positiva. Caso contrário, utiliza-se o valor do elemento à direita (R). Como esquemas de primeira ordem são geralmente muito difusivos para as aplicações de interesse, pode-se gerar um esquema *upwind* de 2<sup>a</sup> ordem da seguinte forma:

$$\phi_f = \phi_L + (\text{grad}\phi)_{rL} \cdot \vec{dr}_L, \quad (3.32)$$

se  $J_f > 0$ . Se  $J_f < 0$ , aplica-se a Equação 3.32 considerando o elemento à direita da face  $f$ , R. Na Equação 3.32, o valor da variável na face é obtida pela extrapolação de segunda ordem a partir do valor no elemento “*upwind*”. O vetor  $\vec{dr}_L$  é direcionado do centro do elemento L até o centro da face  $f$ .  $(\text{grad}\phi)_{rL}$  é o gradiente reconstruído na célula L, obtido através do Teorema da Divergência de Gauss:

$$(\text{grad}\phi)_r = \frac{1}{\Delta V} \sum_f (\bar{\phi}_f \vec{A}_f), \quad (3.33)$$

onde  $\bar{\phi}_f$  é a média aritmética dos valores de  $\phi$  nas células que compartilham a face  $f$ .

$$\bar{\phi}_f = \frac{\phi_R + \phi_L}{2}. \quad (3.34)$$

O primeiro termo do lado direito da Equação 3.32 é sempre tratado implicitamente, ao passo que o segundo termo é tratado como termo-fonte e portanto calculado explicitamente.

Outro esquema implementado no UNSCYFL3D é o centrado, no qual o valor da

variável na face é dado pela média dos valores nas células adjacentes extrapolados para a face  $f$ .

$$\phi_f = \frac{1}{2}(\phi_L + (\text{grad}\phi)_{rL} \cdot \vec{dr}_L + \phi_R + (\text{grad}\phi)_{rR} \cdot \vec{dr}_R). \quad (3.35)$$

O esquema centrado também é de 2<sup>a</sup> ordem e não sofre da difusão numérica típica dos esquemas *upwind* de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordens, mas pode apresentar instabilidades caso o número de Reynolds seja alto e a malha não for suficientemente refinada. É recomendado para escoamentos laminares, transicionais e simulação de grandes escalas. O esquema centrado é implementado no UNSCYFL3D através da chamada correção atrasada, que pode ser expressa da seguinte forma:

$$\phi_f = \phi_{f,\text{upwind}} + (\phi_{f,\text{centrado}} - \phi_{f,\text{upwind}})^{\text{iteração anterior}}. \quad (3.36)$$

O primeiro termo do lado direito é tratado implicitamente, e contribui na estabilidade da solução do sistema linear, enquanto que o termo entre parênteses é somado ao lado direito. O efeito líquido da correção atrasada é permitir empregar o esquema centrado sem as instabilidades. Ao final do processo iterativo, os valores de  $\phi_{f,\text{upwind}}$  e  $\phi_{f,\text{upwind}}^{\text{iteração anterior}}$  serão iguais dentro da tolerância especificada, e o resultado do cálculo será o equivalente ao gerado pelo esquema centrado de segunda ordem.

### 3.2.3. Termo difusivo

Para a face  $f$  entre os volumes de controle L e R, o fluxo difusivo pode ser expresso como:

$$D_f = \Gamma_f \frac{(\phi_R - \phi_L) \vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{|\vec{ds}|} + \Gamma_f \left[ \overline{\text{grad}\phi} \cdot \vec{A}_f - \overline{\text{grad}\phi} \cdot \vec{e}_s \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s} \right], \quad (3.37)$$

onde  $\vec{e}_s$  é o vetor unitário que une os centróides dos elementos R e L,  $\vec{e}_s = \frac{\vec{ds}}{|\vec{ds}|}$ . O primeiro termo do lado direito da Equação 3.37 é tratado implicitamente, e os termos restantes, que representam a difusão secundária, inherente em malhas não estruturadas, são calculados explicitamente. A difusão secundária é nula para malhas hexaédricas ortogonais e tetraédricas equilaterais, pois nestes casos os vetores  $\vec{A}_f$  e  $\vec{e}_s$  estão alinhados. O gradiente

na face  $\overline{\text{grad}\phi}$  é a média aritmética dos gradientes nos dois elementos adjacentes.

O tratamento acima é equivalente à aplicação ao esquema de diferenças centradas em malhas estruturadas e tem a vantagem de independe da forma do elemento.

Conforme o apresentado acima, para o cálculo do gradiente na face são necessários os valores dos gradientes nos elementos que compartilham a mesma. O gradiente em cada elemento pode ser calculado utilizando o Teorema da Divergência da Gauss:

$$\text{grad}\phi = \frac{1}{\Delta V} \sum_f (\phi_f \cdot \vec{A}_f). \quad (3.38)$$

Neste caso,  $\phi_f$  é o valor da variável  $\phi$  na face  $f$  é a média dos valores dos elementos que a compartilham extrapolados para a face a partir dos valores dos centróides e gradientes reconstruídos:

$$\phi_f = \frac{\phi_{f,L} + \phi_{f,R}}{2}, \quad (3.39)$$

sendo:

$$\phi_{f,L} = \phi_L + (\text{grad}\phi)_{rL} \cdot \overrightarrow{dr}_L, \quad (3.40)$$

e

$$\phi_{f,R} = \phi_R + (\text{grad}\phi)_{rR} \cdot \overrightarrow{dr}_R. \quad (3.41)$$

### 3.2.4. Aplicação das condições de contorno:

No UNSCYFL3D, as condições de contorno são atribuídas através de elementos fantasma, os quais coincidem com os centróides das faces dos contornos. Para condições de contorno de Dirichlet, em que os valores das variáveis são fixados, a Equação 3.37 é utilizada para expressar o fluxo difusivo como função dos valores da variável no elemento e na fronteira.

Deve-se ter em mente que o vetor  $\overrightarrow{ds}$  neste caso aponta do centróide do elemento para o centróide da face, onde o valor da variável está prescrito, conforme mostrado na Figura 3.4. O gradiente na face,  $\overline{\text{grad}\phi}$ , é extrapolado do elemento interno adjacente – neste caso, o elemento L.

Para condições de contorno de Neumann, os fluxos prescritos são incluídos diretamente nas equações de balanço.

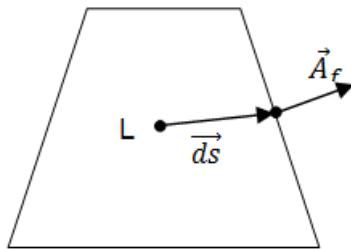


Figura 3.4. Volume de controle de fronteira.

Por exemplo, a expressão para o fluxo difusivo para a face mostrada na Figura 3.4 é dada por:

$$D_f = \Gamma_f \frac{(\phi_R - \phi_L) \vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{|\vec{ds}|} + \Gamma_f \left[ \overline{\text{grad}\phi}_L \cdot \vec{A}_f - \overline{\text{grad}\phi}_L \cdot \vec{e}_s \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s} \right], \quad (3.42)$$

R é o elemento fantasma, localizado no centróide da face f. Não se resolvem equações de conservação para os elementos-fantasmas. O fluxo advectivo é dado pela mesma expressão utilizada para as faces internas:  $(\rho_f \vec{V}_f \cdot \vec{A}_f) \phi_R$ .

Substituindo as Equações 3.30 a 3.41 na forma discreta da equação de conservação (Equação 3.29), chega-se a um sistema de equações lineares para a variável  $\phi$  no centro de cada elemento do domínio:

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi, \quad (3.43)$$

onde o somatório é realizado sobre todos os vizinhos nb do elemento p. Cada vizinho sempre compartilha uma face com o elemento p. Para uma malha hexaédrica, nb=6, por exemplo. O termo-fonte  $S_p$  contém todas as fontes volumétricas de  $\phi$ , termos explícitos da discretização do termo transiente, contribuições de segunda ordem do fluxo advectivo e o fluxo difusivo secundário. A discretização de qualquer equação de transporte pode ser expressa na forma da Equação 3.43.

Para a componente de velocidade na direção x, por exemplo, utilizando o esquema de Euler para o termo-transiente e o esquema *upwind* de primeira ordem, os coeficientes ficam:

$$a_p u_p = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + S_u, \quad (3.44)$$

$$a_{nb} = -\min(J_f, 0) + \frac{\mu_f}{|\vec{ds}|} \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s}, \quad (3.45)$$

$$a_p = \frac{\rho_p}{\Delta t} \Delta V + \sum_{nb} \left[ \max(J_f, 0) + \frac{\mu_f}{|\vec{ds}|} \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s} \right], \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} S_u = & \frac{\rho_p}{\Delta t} u_p^n \Delta V + \sum_{nb} \mu_f \left[ \overline{\text{grad } u} \cdot \vec{A}_f - \overline{\text{grad } u} \cdot \vec{e}_s \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s} \right] + \sum_{nb} \mu_f \left( \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} \right)_f \cdot \vec{A}_f \\ & - \sum_f \vec{A}_f \cdot \vec{i} p_f, \end{aligned} \quad (3.47)$$

o sobrescrito n denota o instante de tempo anterior ao atual. O sobrescrito n+1 foi omitido para o valor atual da variável  $u$  para simplificar o equacionamento. Na Equação 3.47, o Teorema da Divergência de Gauss foi utilizado para converter a integral de volume do gradiente de pressão em uma integral de superfície envolvendo as pressões nas faces do volume. Expressões similares podem ser obtidas para as demais componentes do vetor velocidade.

Até agora, mostrou-se como as equações de conservação de quantidade de movimento podem ser discretizadas via volumes finitos em malhas não-estruturadas. É importante observar que o conjunto de Equações 3.1 e 3.2 forma um sistema com quatro equações (continuidade, quantidade de movimento para u, v e w) e quatro incógnitas (u, v, w e p), formando portanto um sistema determinado.

As componentes de velocidade devem ser determinadas pelas respectivas equações de conservação, mas sujeitas à restrição imposta pela continuidade. Não há uma equação explícita para a pressão, o que exige a dedução de uma equação para esta variável para que um método segregado de solução possa ser empregado. O UNSCYFL3D utiliza o método SIMPLE (Semi-Implicit Pressure-Linked Equations, Ferziger e Peric, 2002) para gerar esta equação e garantir que a equação da continuidade (Equação 3.1) também seja satisfeita.

No SIMPLE, o procedimento de solução das equações para u, v, w e p é dito segregado, o que significa que a Equação 3.43 para cada uma destas variáveis é resolvida independentemente, através de métodos de solução de sistemas lineares, e sequencialmente. O processo é repetido até que os resíduos normalizados de todas as equações sejam reduzidos até a tolerância especificada.

Várias iterações globais, com a solução dos sistemas lineares para u, v, w e p, podem

ser necessárias devido à natureza não-linear das equações de Navier-Stokes e ao acoplamento entre as variáveis.

Como as variáveis convergem com velocidades diferentes, é necessário sub-relaxar as soluções do sistema. Para o caso de problemas transientes, iterações globais devem ser realizadas em cada passo de tempo, e o processo é repetido a cada passo de tempo.

### 3.2.5. Acoplamento pressão-velocidade

A equação da continuidade discretizada para um volume de controle pode ser escrita como:

$$\sum_f J_f = 0, \quad (3.48)$$

onde  $J_f$  é a vazão mássica ( $\rho_f \vec{V}_f \cdot \vec{A}_f$ ) através da face  $f$  e o somatório se aplica a todas as faces do volume de controle. Dentro de uma iteração global do SIMPLE, as componentes do vetor velocidade são inicialmente preditas pelas equações de conservação com um campo de pressão que não necessariamente satisfaz a continuidade. Pode-se assim decompor a vazão mássica correta (que satisfaz a continuidade) em uma vazão predita e uma correção para a vazão em cada face:

$$J_f = J_f^* + J_f^{'}, \quad (3.49)$$

onde a vazão predita,  $J_f^*$ , é calculada como:

$$J_f^* = \rho_f \vec{A}_f \cdot \vec{V}_f^* - \rho_f \frac{(\Delta V_L + \Delta V_R)}{(a_L + a_R)} \left( \frac{p_L^* - p_R^*}{|ds|} - \overline{\text{grad } p^*} \cdot \vec{e}_s \right) \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s}. \quad (3.50)$$

Na Equação 3.50,  $\vec{V}_f^*$  representa o campo de velocidade que satisfaz as equações de quantidade de movimento, e  $a_L$  e  $a_R$  são os coeficientes principais ( $a_p$ ) do sistema linear da quantidade de movimento nos elementos R e L, respectivamente, que aparecem na Equação 3.43.  $\overline{\text{grad } p}$  é o gradiente de pressão na face, calculado por uma média volumétrica entre os gradientes nos elementos L e R.

A velocidade predita na face  $f$  é calculada através de uma média ponderada considerando os coeficientes  $a_L$  e  $a_R$  (Murty e Mathur, 1997):

$$\vec{V}_f^* = \frac{(\vec{V}_L a_L + \vec{V}_R a_R)}{(a_L + a_R)}. \quad (3.51)$$

A Equação 3.50 foi proposta por Rhie e Chow (1983) para evitar o problema de desacoplamento entre pressão e velocidade em malhas co-localizadas, e é amplamente utilizado em algoritmos de solução para escoamentos a baixos números de Mach. A viscosidade turbulenta na face é calculada por médias aritméticas entre os valores dos elementos à direita e à esquerda desta face.

A equação para a correção da vazão na face,  $J_f'$  pode ser deduzida subtraindo-se a Equação 3.50 da Equação 3.51 escrita para a vazão “correta”, que seria a calculada com o campo de pressão que satisfaz a continuidade:

$$J_f = \rho_f \vec{A}_f \cdot \vec{V}_f - \rho_f \frac{(\Delta V_L + \Delta V_R)}{(a_L + a_R)} \left( \frac{p_L - p_R}{|\vec{ds}|} - \overline{\text{grad } p} \cdot \vec{e}_s \right) \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s}. \quad (3.52)$$

Desta operação resulta:

$$\begin{aligned} J_f - J_f^* &= \rho_f \vec{A}_f \cdot (\vec{V}_f - \vec{V}_f^*) \\ &\quad - \rho_f \frac{(\Delta V_L + \Delta V_R)}{(a_L + a_R)} \left[ \frac{p_L - p_L^* - p_R + p_R^*}{|\vec{ds}|} - (\overline{\text{grad } p} - \overline{\text{grad } p^*}) \cdot \vec{e}_s \right] \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s}. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Como neste ponto do algoritmo as velocidades  $\vec{V}_f$  e o gradiente de pressão na face  $\overline{\text{grad } p}$  “corretos” não são conhecidos, normalmente as diferenças entre estes valores e os preditos são desprezadas. Embora possam afetar a velocidade de convergência do conjunto de equações, estas simplificações não alteram o resultado final, já que quando a convergência for atingida, não haverá diferença entre os campos preditos e os corretos, ou, equivalentemente,  $J_f'$  será nulo. Resta então:

$$J_f' = -\rho_f \frac{(\Delta V_L + \Delta V_R)}{(a_L + a_R)} \left( \frac{p_L' - p_R'}{|\vec{ds}|} \right) \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s}, \quad (3.54)$$

onde  $p'$  é a correção para a pressão, tal que:

$$p = p^* + p'. \quad (3.55)$$

Substituindo a Equação 3.54 na eq. Equação 3.49 e depois na Equação 3.48, chega-se à equação de correção da pressão:

$$a_p^p p'_p = \sum_{nb} a_{nb}^p p'_{nb} + b_p, \quad (3.56)$$

onde:

$$a_{nb}^p = \rho_f \frac{(\Delta V_p + \Delta V_{nb})}{(a_p + a_{nb})} \left( \frac{1}{|\vec{ds}|} \right) \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s}, \quad (3.57)$$

$$a_p^p = \sum_{nb} a_{nb}^p, \quad (3.58)$$

$$b_p = \sum_f J_f^*, \quad (3.59)$$

o termo  $b_p$  é vazão de massa líquida no elemento. Portanto, quando a equação da continuidade for satisfeita,  $b_p$  será nulo, e não haverá geração ou destruição de massa no elemento. O subscrito  $f$  refere-se à face compartilhada pelo elemento  $p$  com o elemento  $nb$ .

O sistema linear dado pela Equação 3.56 fornecerá então o campo de correção da pressão. A pressão poderia ser determinada pela Equação 3.55. No entanto, em escoamentos subsônicos, a pressão se propaga muito rapidamente em relação ao fluido, o que exige sub-relaxação desta variável para evitar divergência do cálculo. A pressão no elemento  $p$  deve então ser calculada da seguinte forma:

$$p_p = p_p^* + \alpha_p p'_p, \quad (3.60)$$

onde  $\alpha_p$  é fator de sub-relaxação da pressão, cujo valor tipicamente varia entre 0,3 e 0,5 para cálculos em regime permanente.

O campo de correção de pressão também é utilizado para corrigir as vazões nas faces, através das Equações 3.49 e 3.54 e as componentes do vetor velocidade nos elementos. As últimas são deduzidas a seguir.

A equação de conservação para cada componente de velocidade com o campo de pressão correto (que satisfaz a continuidade) pode ser escrita em notação tensorial como:

$$a_p u_p^i = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^i + S_{ui} - \sum_f A_i p_f, \quad (3.61)$$

onde  $S_{ui}$  é o termo-fonte sem a contribuição da pressão. A equação para a mesma componente de velocidade calculada com um campo de pressão “incorrecto” ficaria:

$$a_p u_p^{i*} = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^{i*} + S_{ui} - \sum_f A_i p_f^*. \quad (3.62)$$

Subtraindo a Equação 3.62 da 3.61 e desprezando as diferenças entre as componentes de velocidade corretas e preditas dos elementos vizinhos e entre os termos-fonte, tem-se:

$$u_p^i = u_p^{i*} - \frac{\sum_f (A_i p_f^*)}{a_p}, \quad (3.63)$$

que é a equação de correção do campo de velocidade nos elementos.

Com base nas deduções acima, o algoritmo SIMPLE pode ser sintetizado da seguinte forma:

1º - iniciam-se os valores das componentes de velocidade e pressão nos elementos, e vazões mássicas nas faces em todo o domínio de cálculo, inclusive os contornos. Estes campos não necessariamente satisfazem as equações de conservação;

2º - resolve-se o sistema linear dado pela Equação 3.43 para cada componente do vetor velocidade, correspondendo ao passo preditor. UNSCYFL3D utiliza o método de gradiente bi-conjugado para todos os sistemas lineares (seção 4.1);

3º - com o campo de velocidade predito, calculam-se as vazões mássicas nas faces de todos os elementos, utilizando as Equações 3.50 e 3.51. Resolve-se então o sistema linear para a correção de pressão, Equação 3.56.

4º - conhecida a correção de pressão,  $p'$ , corrigem-se então as vazões mássicas nas faces, Equação 3.49, a pressão em cada elemento, Equação 3.60, e as componentes de velocidade em cada elemento, Equação 3.63;

5º - Avaliam-se os resíduos da Equação 3.48 e das equações de quantidade de movimento após o passo corretor e caso sejam satisfeitas de acordo com a tolerância especificada pelo usuário, declara-se a convergência do conjunto de equações. Devido aos acoplamentos entre as variáveis, uma iteração global do SIMPLE normalmente não é suficiente para garantir que todas as equações sejam satisfeitas simultaneamente. Neste caso, retorna-se ao 2º passo e o processo continua até a convergência de todas as

equações.

Os resíduos das equações de conservação da quantidade de movimento são calculados da seguinte forma:

$$\frac{\sum_{p=1}^{nvol} \left\| \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^i + S_{ui} - \sum_f A_f p_f - a_p u_p^i \right\|}{\sum_{p=1}^{nvol} a_p \|u_p^i\|}, \quad (3.64)$$

em que o somatório externo se aplica a todos os elementos do domínio ( $nvol$ ). Note-se que o módulo do vetor velocidade é utilizado para a normalização do resíduo de cada componente de velocidade. O resíduo da continuidade é normalizado com base no maior valor do lado direito da Equação 4.48 nas primeiras 5 iterações.

Para o caso de problemas transientes, o procedimento descrito acima é realizado para cada passo de tempo. O fluxograma de solução através do SIMPLE é representado na Figura 3.5.

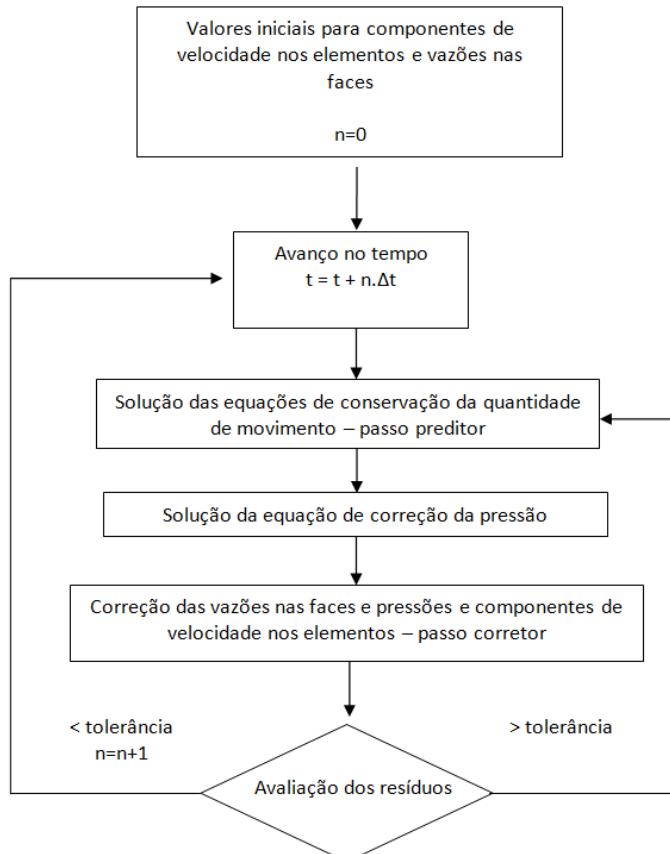


Figura 3.5: Fluxograma do algoritmo SIMPLE, como implementado no UNSCYFL3D.  $n$  é o índice de avanço no tempo.

### 3.2.6. Condições de contorno

Em sua versão atual, o UNSCYFL3D tem implementadas 5 tipos de condições de contorno:

Entrada de massa (INLET): fornece-se a magnitude da velocidade normal às faces de entrada do domínio;

Escoamento completamente desenvolvido na saída (OUTLET): supõe-se que o escoamento está completamente desenvolvido na saída, e portanto, não sofre mais variações na direção normal à face desta fronteira. O fluxo difusivo é portanto nulo nesta direção. Esta condição normalmente exige uma extensão do domínio, já que a hipótese de escoamento completamente desenvolvido pode não ser válida para o comprimento real do duto de saída;

Simetria (SYMMETRY): supõe-se que não há fluxo de massa na direção normal e a componente tangencial de velocidade é igual à do elemento interno adjacente. Os gradientes são iguais aos do elemento adjacente, não havendo fluxo difusivo ou convectivo na direção normal;

Parede sem deslizamento (WALL): não há fluxo de massa na direção normal, mas as componentes de velocidade são nulas na face, havendo fluxo difusivo, mas não convectivo. Os gradientes também são iguais aos da célula adjacente;

Pressão imposta (PRESSURE): a pressão na saída é conhecida, de forma que a correção de pressão é nula nas faces. Não se supõe que o escoamento seja completamente desenvolvido na saída, e uma equação de correção da vazão nestas faces pode ser deduzida, assim como para as componentes de velocidade nos elementos-fantasma. A equação para correção da vazão em cada face é análoga à Equação 3.54:

$$J'_f = -\rho_f \frac{\Delta V_L}{a_L} \left( \frac{p'_L}{|\vec{ds}|} \right) \frac{\vec{A}_f \cdot \vec{A}_f}{\vec{A}_f \cdot \vec{e}_s}. \quad (3.65)$$

Condições de contorno para a equação de correção de pressão também são necessárias. Exceto para a condição de pressão imposta na saída, condições de Neumann são utilizadas para esta equação, supondo-se portanto que a derivada na direção normal da correção de pressão é nula nas fronteiras.

## CAPÍTULO IV

### PARALELIZAÇÃO

Os escoamentos simulados neste trabalho são bastante sensíveis às difusões numéricas, podendo gerar resultados com características diferentes das esperadas. Para diminuir este efeito, é necessário utilizar malhas computacionais com maiores resoluções. Porém incorre-se em aumento do tempo computacional, tornando a simulação inviável com computação serial. Neste contexto, a solução mais viável é a utilização da computação paralela, ou seja, usando mais de um processador para solucionar um caso. O código computacional UNSCYFL3D foi paralelizado, com o intuito de capturar detalhes do escoamento somente observados com malhas refinadas, e com várias máquinas processando em conjunto.

A arquitetura utilizada na paralelização do código UNSCYFL3D foi a de memória distribuída, ou seja, múltiplos processadores operam independentemente, sendo que, cada um possui sua própria memória. Os dados são compartilhados através de uma interface de comunicação (rede ou switch), utilizando o sistema de “Message-Passing”.

A decomposição do domínio computacional é realizada pela ferramenta METIS (Karypis et al. ,1998), um pacote de fonte aberta para o particionamento de grafos, de malhas, e computação de preenchimento reduzido e ordenação de matrizes esparsas.

O METIS é uma ferramenta amplamente utilizada pelos códigos comerciais, depurada e eficiente através do uso corriqueiro em problemas de CFD. Essencialmente, os algoritmos de particionamento procuram balancear a carga entre os processos, mantendo tanto quanto possível a mesma quantidade de elementos em cada partição, e minimizar as interfaces entre as partições para reduzir a comunicação entre processos durante a execução do problema. A Tabela 4.1 mostra o número de volumes por partição da malha de um cilindro, com aproximadamente 872.000 volumes, dividida em oito partições pela ferramenta METIS, e a Figura 4.1 mostra a geometria desta malha particionada.

Tabela 4.1. Número de volumes por processo no particionamento da malha de um cilindro.

Processo	Nº elementos	Processo	Nº elementos
1	109864	5	107221
2	105733	6	109028
3	109371	7	104616
4	103821	8	103726

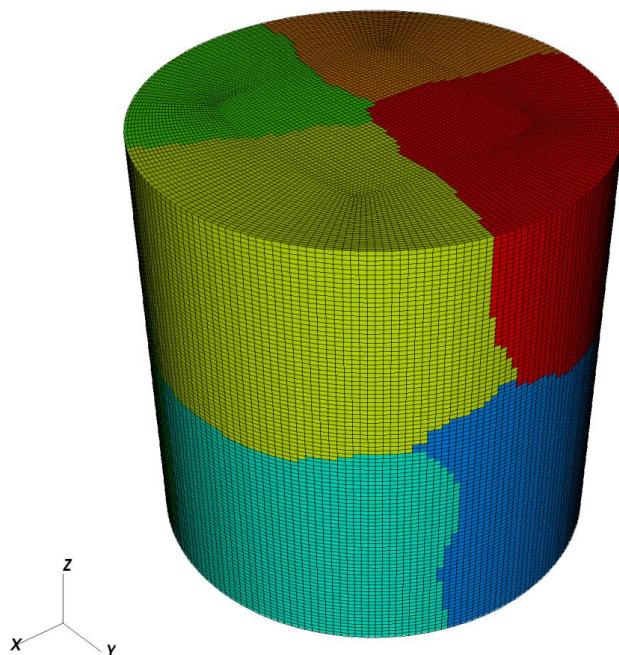


Figura 4.1. Malha de um cilindro particionada pela ferramenta METIS.

A paralelização do código foi realizada utilizando os recursos da biblioteca MPI, com funções de comunicação ponto a ponto e coletiva. A comunicação entre os domínios é feita por elementos denominados de “halo”. Estes elementos se localizam na interface da partição, armazenando os valores das variáveis dos elementos vizinhos que estão em outras partições. Cada elemento “halo” recebe a informação do seu respectivo elemento de outra partição, como mostra a Figura 4.2. Assim, os valores armazenados nos elementos “halo” devem ser atualizados a cada iteração, para que o processo iterativo paralelo gere os mesmos resultados que o processo serial.

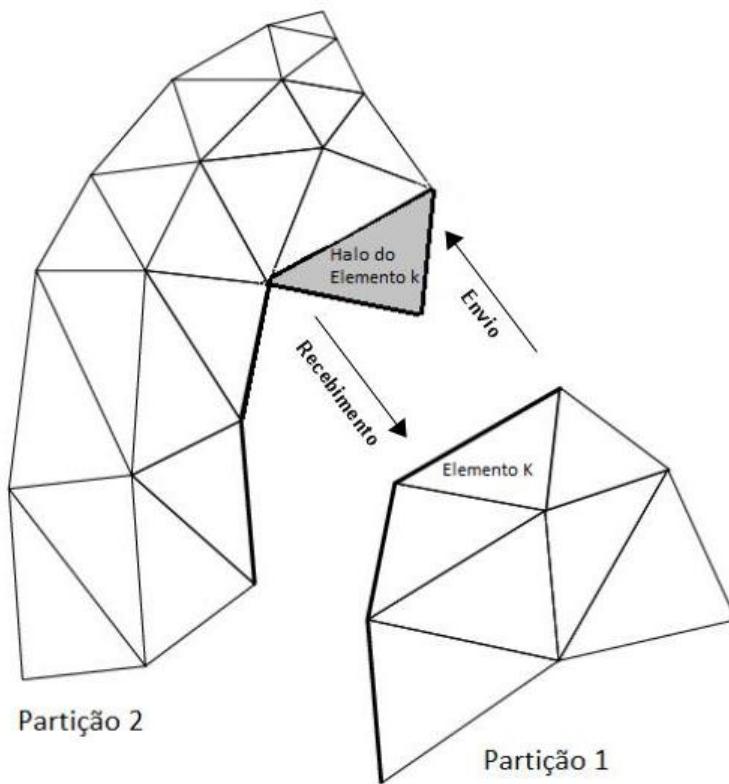


Figura 4.2. Esquema ilustrativo de troca de mensagens entre as partições (adaptado do Manual FEM).

As trocas de informações entre as partições ocorrem em determinadas etapas do método que soluciona o acoplamento pressão-velocidade das equações de Navier-Stokes. A Figura 4.3 mostra o esquema do processo iterativo do método de acoplamento pressão-velocidade SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation), com as trocas de informação para um caso transiente.

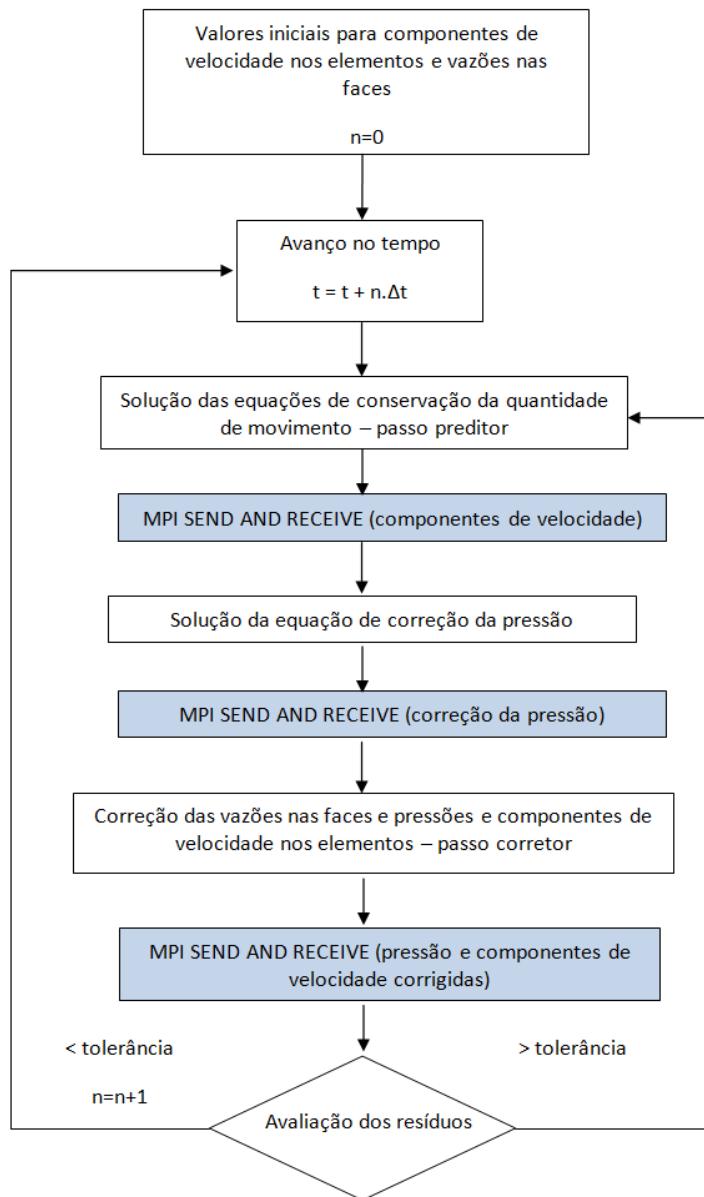


Figura 4.3. Esquema do processo iterativo no SIMPLE, para um caso transiente.

#### 4.1. Solucionador de sistemas lineares

Para a solução dos sistemas lineares gerados pelas equações das velocidades e pressão, foi utilizado o método do gradiente bi-conjugado. A adaptação do solucionador à computação paralela foi feita com base no algoritmo serial do gradiente bi-conjugado proposto por Ferziger e Peric (2002).

A Figura 4.4 mostra o esquema ilustrativo do algoritmo do gradiente bi-conjugado paralelo, utilizado do código UNSCYFL3D.

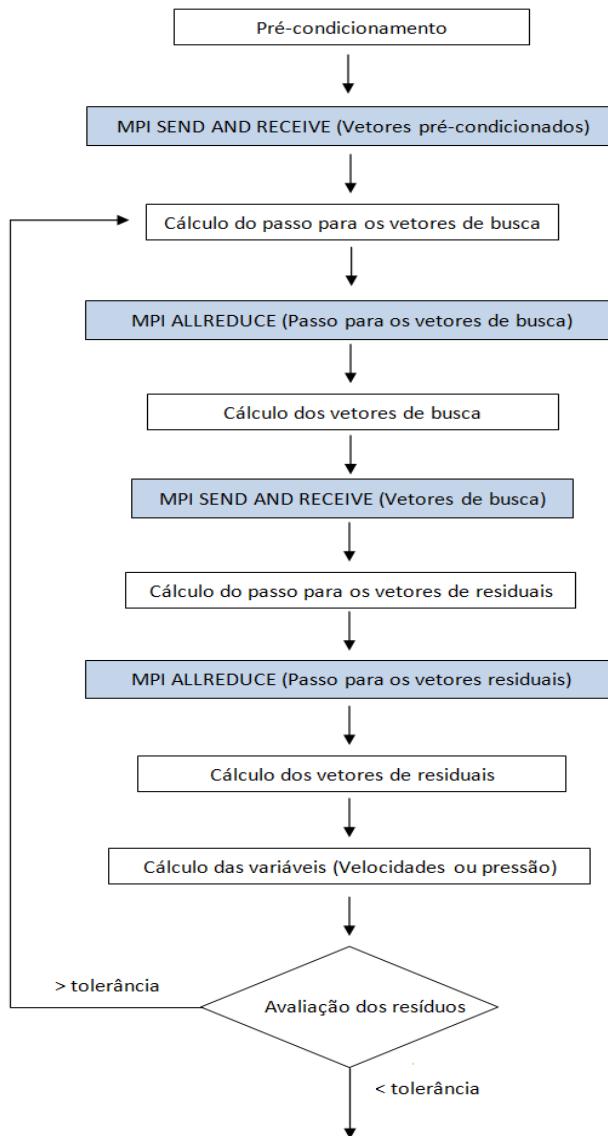


Figura 4.4. Esquema ilustrativo do algoritmo do solucionador gradiente bi-conjugado paralelo.

## 4.2. Validação

A validação do código paralelo foi feita com base no código UNSCYFL3D serial, validado por Salvo (2009). Foram analisados o solucionador do sistema linear, o método de acoplamento pressão-velocidade SIMPLE, e os campos de velocidade.

Na validação, foram simulados casos com a geometria do ciclone usado por Hoekstra et al, (1999). O número de Reynolds dos casos foi de 15.000, a malha com 101.000 elementos, e foram utilizados quatro processos com o código paralelo. A Figura 4.5 mostra a geometria do ciclone utilizado na validação.

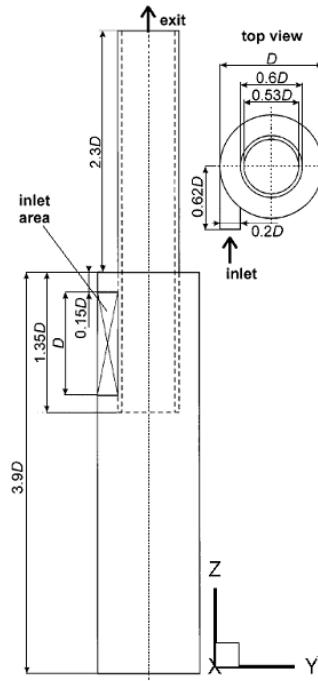


Figura 4.5. Geometria do ciclone utilizado nas simulações de validação (Derksen e Van der Akker, 2000).

Os resultados usados para a validação do solucionador foram os obtidos com a solução do sistema linear da correção de pressão. Foram comparados os resíduos dos códigos, serial e paralelo, até que estes alcançassem  $1.10^{-5}$ , com uma iteração no SIMPLE, e não foi utilizado modelo de turbulência.

A Figura 4.6 mostra o gráfico comparando o resíduo do solucionador da correção de pressão do código UNSCYFL3D na versão serial com o mesmo na versão paralela. O resíduo está na escala logarítmica para melhor visualização.

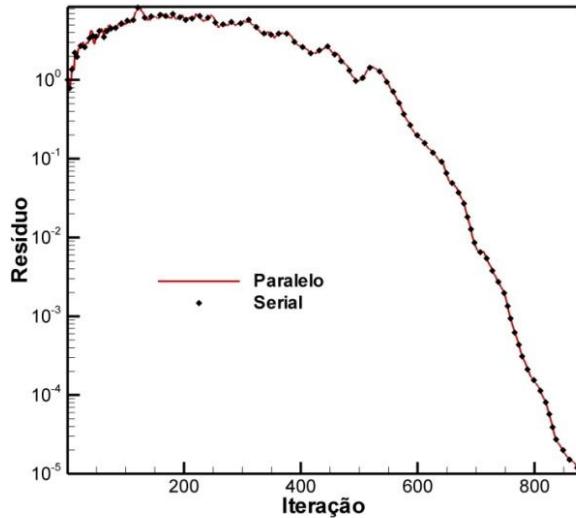


Figura 4.6. Comparação entre resíduos da versão serial com a versão paralela do código UNSCYFL3D, obtidos com o solucionador da pressão estimada.

Como observado na Figura 4.6, o resíduo do código paralelo segue a mesma tendência do resíduo do código serial, ambos os códigos atingem o resíduo de  $1.10^{-5}$  com 876 iterações. Em uma análise minuciosa a diferença média entre os dois resíduos é da ordem de  $1.10^{-11}$ .

Para a validação do método de acoplamento pressão-velocidade SIMPLE, o resíduo estipulado para a convergência foi de  $1.10^{-4}$ . Para não haver influência do solucionador, o resíduo de convergência deste foi de  $1.10^{-1}$ , e também não foi utilizado modelo de turbulência. A Figura 4.7 mostra o gráfico comparando o resíduo do SIMPLE do código UNSCYFL3D na versão serial com o código na versão paralela.

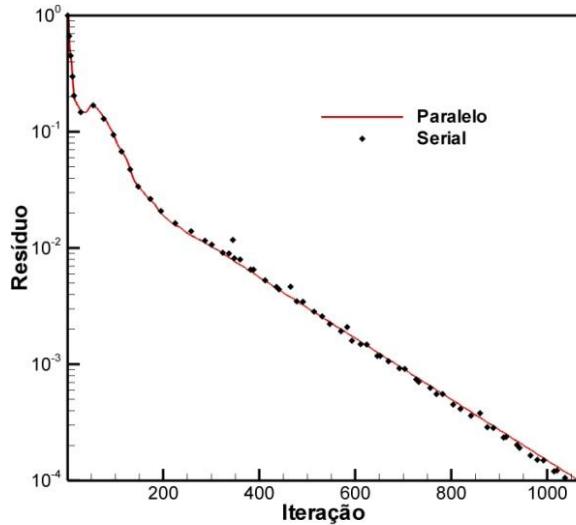


Figura 4.7. Comparação entre resíduos da versão serial com a versão paralela do código UNSCYFL3D, obtidos com o SIMPLE.

Observando a Figura 4.7, nota-se a mesma tendência entre as duas versões do código, e que a diferença vista entre os resultados é devida a tolerância estipulada no solucionador de  $1.10^{-1}$ . Quando a tolerância do solucionador é reduzida, a diferença entre os resíduos do SIMPLE diminui.

Para a comparação entre os campos de velocidade, foi usado o modelo de turbulência dinâmico, com tolerâncias de  $1.10^{-1}$  para o solucionador e  $1.10^{-5}$  para o SIMPLE. Foram extraídos o perfil da velocidade tangencial na seção axial de 0,089 m, e os contorno da velocidade tangencial no plano axial.

A Figura 4.8 mostra o perfil de velocidade tangencial ao longo da direção radial, e a Figura 4.9 mostra a ordem da diferença entre os resultados obtidos com os códigos serial e paralelo, em uma aproximação do gráfico da Figura 4.8.

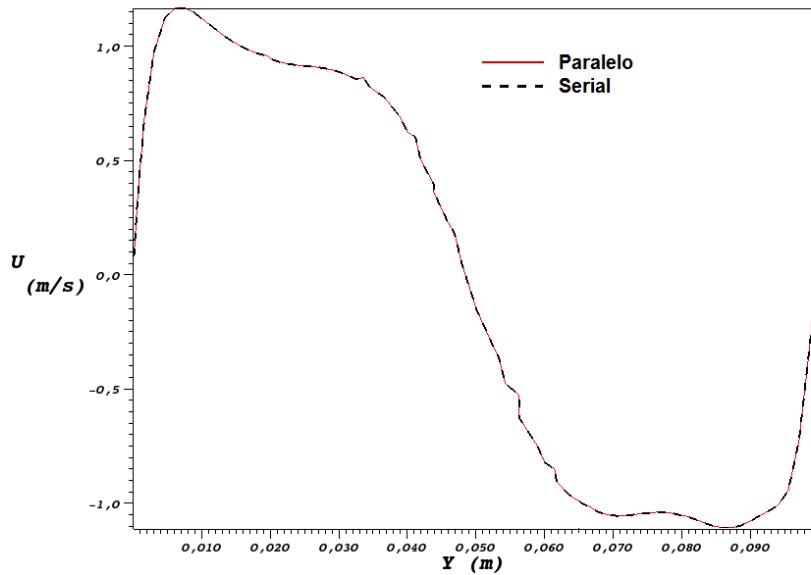


Figura 4.8. Perfil radial da velocidade tangencial na posição axial de 0,089m

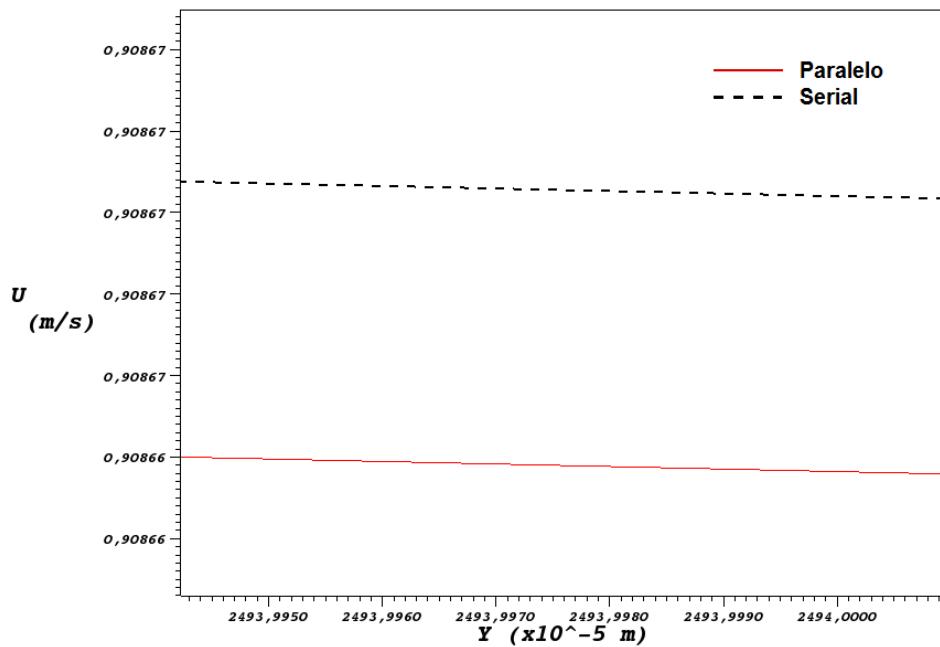


Figura 4.9. Seção aproximada da Figura 4.7.

Pela Figura 4.9, observa-se que a diferença entre os resultados é da ordem do resíduo estipulado, ou seja,  $1.10^{-5}$ . As Figuras 4.10(a) e 4.10(b), mostram o campo de velocidade tangencial em um plano axial obtido com o código paralelo e serial, respectivamente,

mostrando a paridade entre ambos.

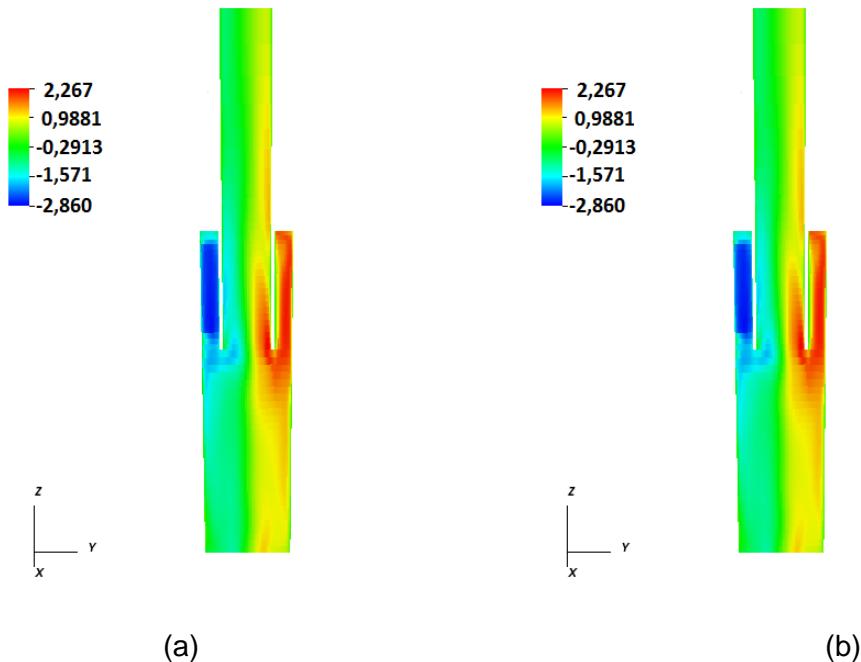


Figura 4.10. Iso-valores do campo de velocidade tangencial dos resultados obtidos com o código paralelo (a), e com o código serial (b).

#### 4.3. Speed-up e Eficiência

Na avaliação do *speed-up* e da eficiência (Equações 4.1 e 4.2) foram simulados casos em um canal tridimensional não-periódico de dimensão unitária, para garantir o balanceamento de carga. A condição de contorno na entrada é de velocidade linear, e na saída têm-se condição de derivada nula. O número de Reynolds dos casos foi de 1000, e a malha utilizada foi de 4.096.000 elementos. Os casos foram simulados em regime permanente, sem modelo de turbulência.

A Figura 4.11(a), mostra a geometria do canal dividida em oito partições, sendo cada partição com uma determinada cor, e a Figura 4.11(b) mostra uma vista frontal de malha utilizada.

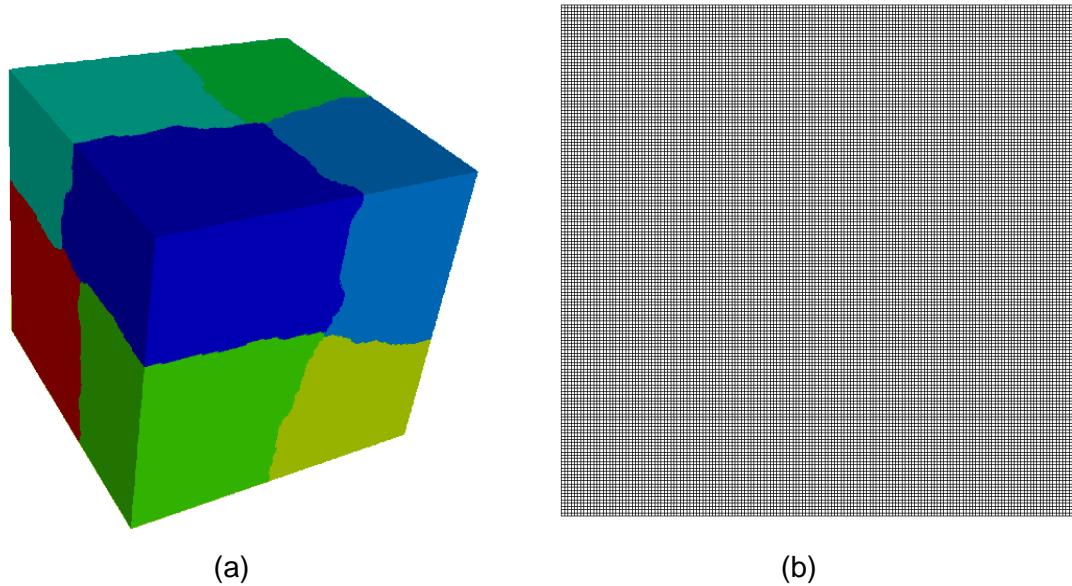


Figura 4.11. Geometria do canal partitionada em oito pelo METIS (a), e vista frontal da malha utilizada no canal (b).

Os resultados foram obtidos com a tolerância estipulada no solucionador de  $1.10^{-5}$ , e foram rodadas cinco iterações no SIMPLE. Os casos foram simulados em um cluster linux de alta performance com processadores Intel Xeon E5650 2.67GHz, 12MB cache, 24 cores, e memórias de 48GB DDR3 1333 MHz.

As análises de *speed-up* ( $Sp_n$ ) e eficiência ( $Ef_n$ ) foram feitas seguindo as seguintes equações:

$$Sp_n = \frac{T_1}{T_n}, \quad (4.1)$$

$$Ef_n = \frac{Sp_n}{n}, \quad (4.2)$$

onde  $T_1$  é o tempo computacional gasto com um processo,  $n$  é o numero de processos, e  $T_n$  é o tempo computacional gasto com  $n$  processos.

As Figuras 4.12 e 4.13 mostram respectivamente os gráficos de *speed-up* e eficiência do código UNSCYFL3D, para até 64 processos, comparando com os resultados ideais.

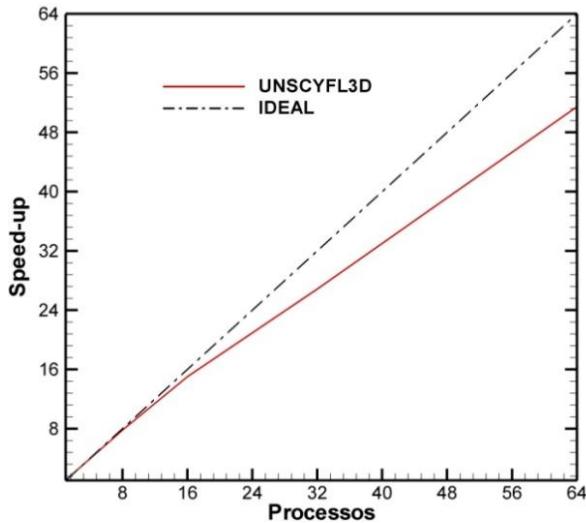


Figura 4.12. Gráfico do *speed-up* obtido com o código UNSCYFL3D com o gradiente bi-conjugado, comparado com o *speed-up* ideal.

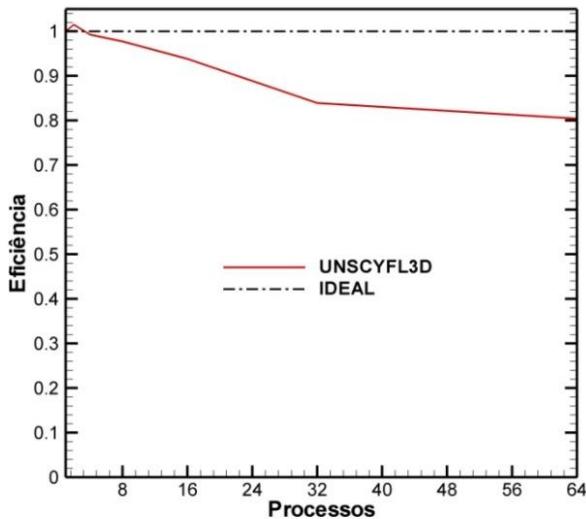


Figura 4.13. Gráfico da eficiência obtida com o código UNSCYFL3D com o gradiente bi-conjugado, comparado com a eficiência ideal.

Observando os gráficos pode-se observar que a linearidade do gradiente bi-conjugado em relação ao ideal ocorre em até 16 processos, posteriormente há um decréscimo na eficiência chegando a 80% com 64 processos.

Após vários testes, foi observado que o aumento do número de processos em um mesmo nó do cluster, reduz a eficiência do caso. Isto explica a apreciável eficiência em até

16 processos, onde foram utilizados menos processos por nó, e a redução da eficiência nos casos com mais processos, onde o número destes é maior por nó. A figura mostra o gráfico de *speed-up* com até 16 processos, comparando o caso que utiliza no máximo quatro processos por nó com o caso que utiliza no máximo oito processos por nó do cluster.

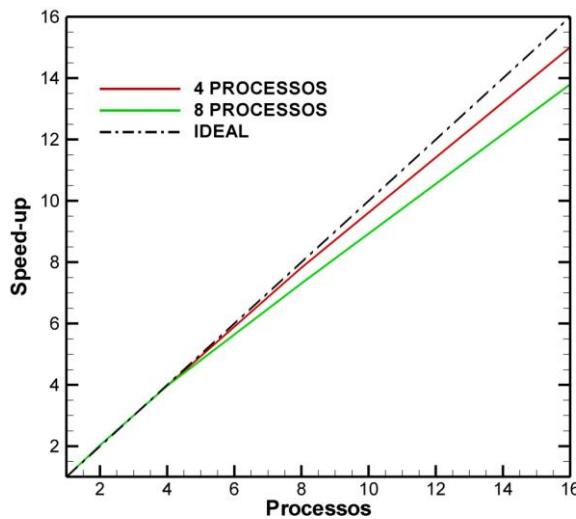


Figura 4.14. Comparação do *speed-up* obtido com no máximo quatro e oito processos por nó do cluster

# CAPÍTULO V

## RESULTADOS

Neste capítulo, os resultados das simulações de escoamentos rotativos confinados em um cilindro e em um cilindro acoplado a um cone truncado são apresentados. Refere-se à geometria do cilindro acoplado ao cone como cilindro-cone, e ao cone truncado acoplado ao cilindro, como cone-cilindro. Em todas as geometrias a parede inferior é rotativa com velocidade angular constante, e as demais paredes têm condição de contorno de não deslizamento. As Figuras 5.1(a), 5.1(b) e 5.1(c) ilustram as referidas geometrias utilizadas nas simulações.

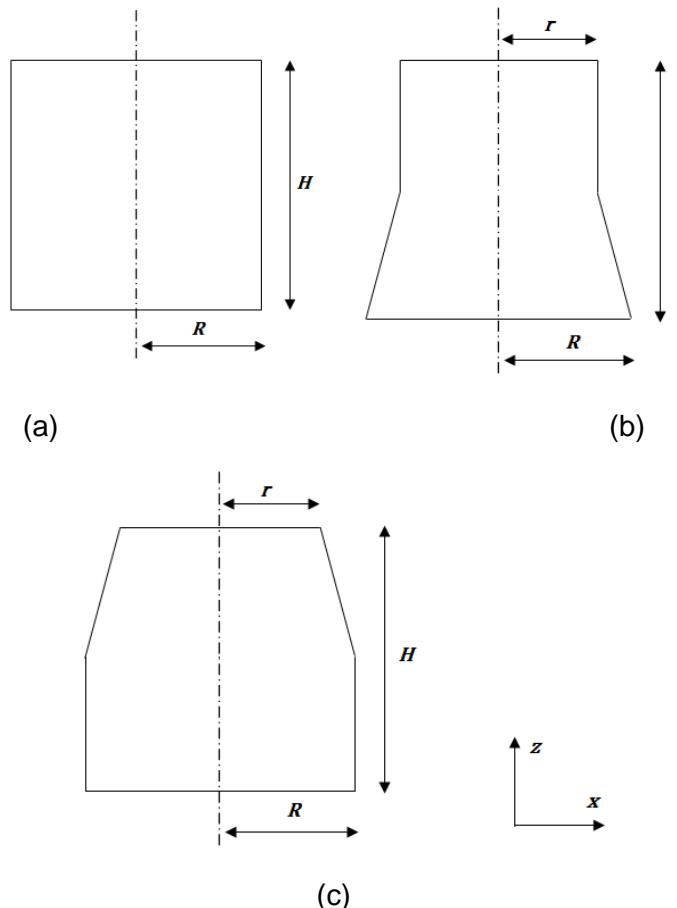


Figura 5.1. Esquemas ilustrativos do cilindro (a), cilindro-cone (b) e cone-cilindro (c).

Com o intuito de caracterizar e verificar sobre quais condições ocorre o fenômeno *vortex breakdown* em escoamentos rotativos confinados, as simulações foram realizadas variando razão altura sobre o raio da geometria  $H/R$ , e o número de Reynolds  $Re = \Omega R^2/\nu$ , onde  $\Omega$  é a velocidade angular da parede rotativa e  $\nu$  a viscosidade cinemática do fluido. As malhas utilizadas na solução do escoamento foram não estruturadas, sendo geradas com a ferramenta ICEM CFD.

As figuras abaixo mostram exemplos de malhas utilizadas na solução de alguns casos simulados. As Figuras 5.2(a), 5.3(a) e 5.4(a) mostram as malhas computacionais em uma vista frontal e as Figuras 5.2(b), 5.3(b) e 5.4(b) mostram as malhas computacionais em uma vista em perspectiva para o cilindro, o cilindro-cone e o cone-cilindro, respectivamente.

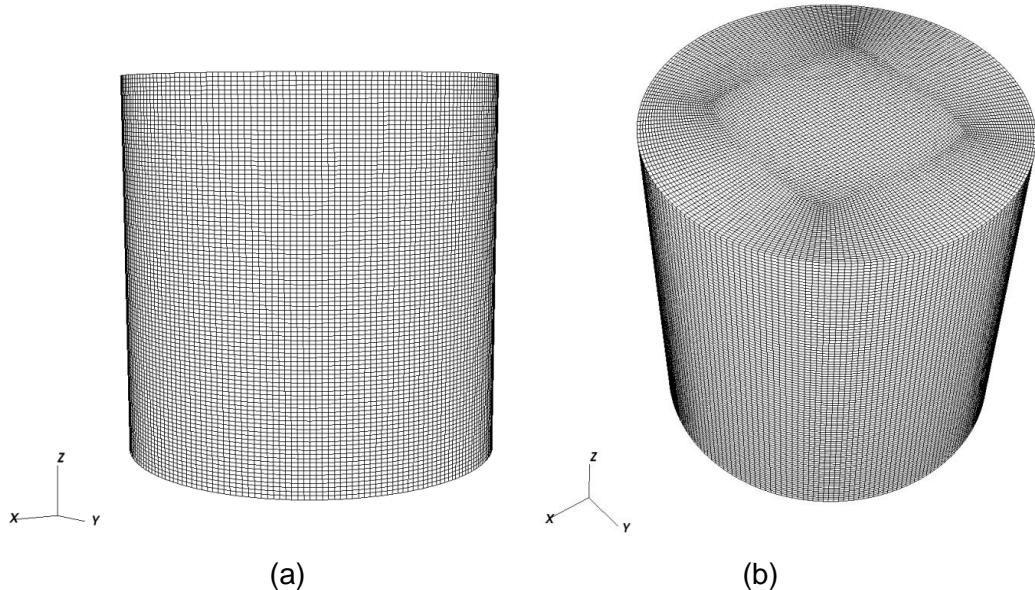


Figura 5.2. Malha computacional do cilindro em uma vista frontal (a), e em uma vista em perspectiva (b).

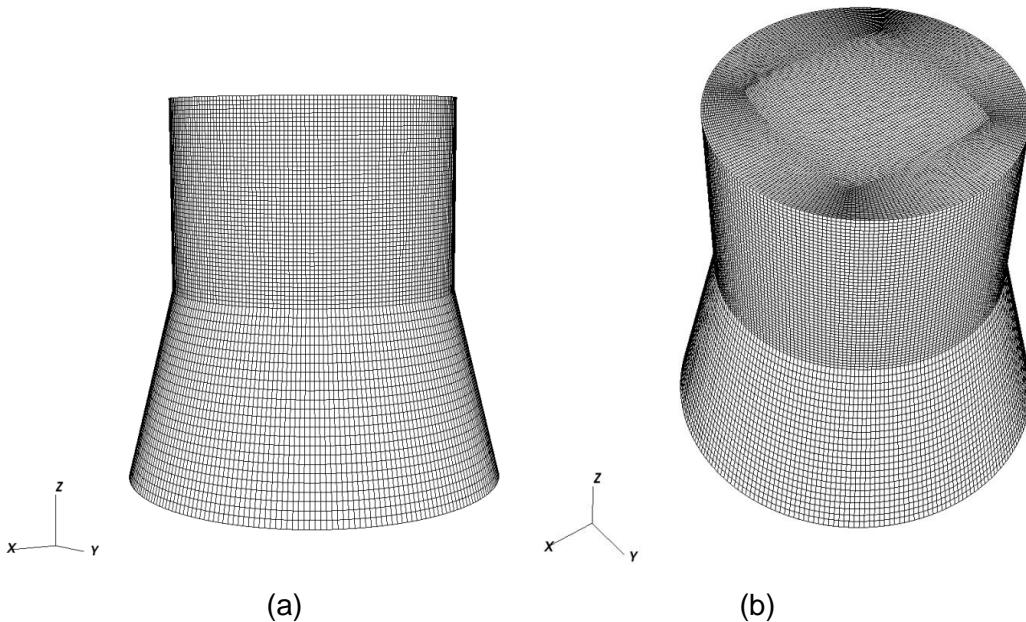


Figura 5.3. Malha computacional do cilindro-cone em uma vista frontal (a), e em uma vista em perspectiva (b).

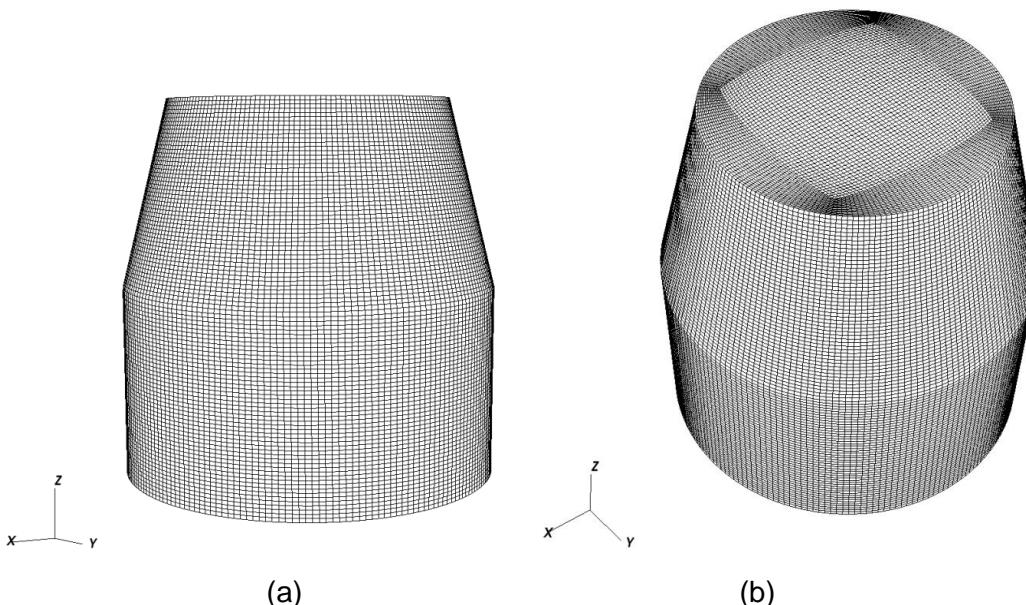


Figura 5.4. Malha computacional do cone-cilindro em uma vista frontal (a), e em uma vista em perspectiva (b).

As simulações foram realizadas com o código computacional UNSCYFL3D, descrito no Capítulo 3. Esquemas de segunda ordem para a discretização do tempo e do espaço (Equações 3.31 e 3.35) foram utilizados na solução das equações de Navier-Stokes. Com intuito de verificar a capacidade dos métodos numéricos implementados no código de capturar o fenômeno *vortex breakdown*, foram simulados casos com as mesmas

características dos experimentos realizados por Escudier (1984), que evidenciou o fenômeno fotografando as linhas de corrente formadas em escoamentos rotativos confinados em cilindros. Os detalhes do experimento estão descritos no capítulo 2. As configurações dos casos simulados para comparação dos resultados numéricos com os resultados experimentais obtidos por Escudier (1984) são mostradas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Especificações das simulações realizadas.

Caso	Geometria	Re	H/R	Modelagem de turbulência	Regime	Malha (volumes)
1	Cilindro	1000	2	Sem modelo	Permanente	891.000
2	Cilindro	1492	2	Sem modelo	Permanente	891.000
3	Cilindro	1492	2	Sem modelo	Permanente	2.300.000
4	Cilindro	1854	2	Sem modelo	Permanente	891.000
5	Cilindro	2494	2,5	Sem modelo	Permanente	620.000
6	Cilindro	2752	3,25	Dinâmico	Transiente	620.000

Foram comparadas as linhas de corrente dos resultados numéricos com os resultados experimentais no plano médio no eixo X. As Figuras 5.5(a) e 5.5(b) mostram respectivamente as linhas de corrente obtidas numericamente e experimentalmente para o caso 1.

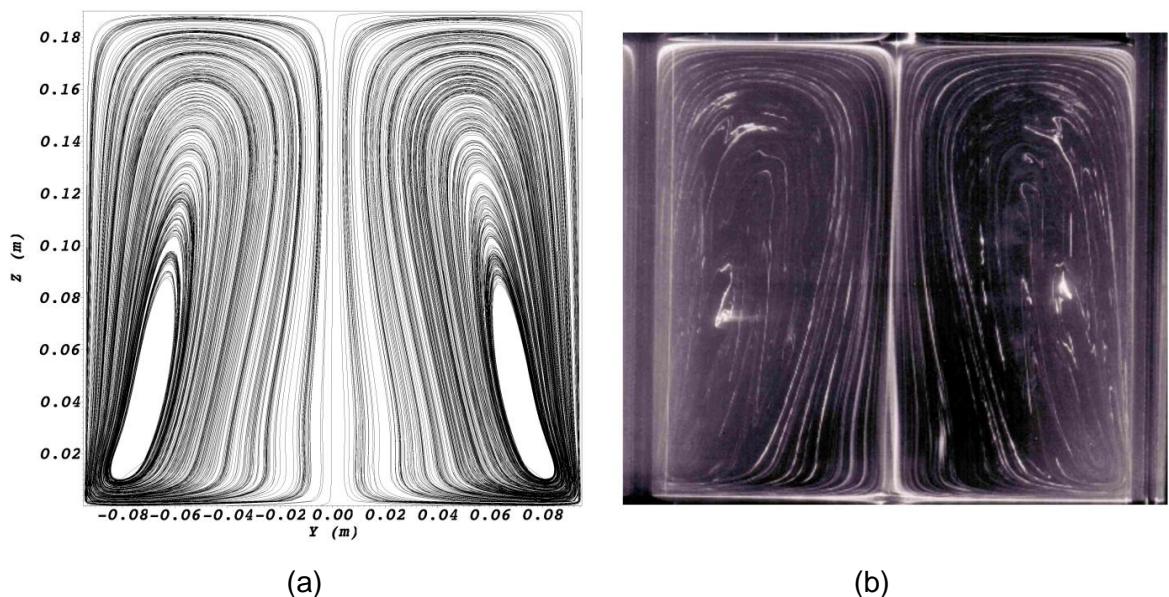


Figura 5.5. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), para o caso 1 da Tabela 5.1.

Para  $H/R = 2$  e  $Re = 1000$  não há indicio de *vortex breakdown*, em concordância com a Figura 2.6, que estabelece os limites de estabilidade para bolhas axissimétricas. O vórtice central tem espessura pequena na região próxima a parede superior, e aumenta quando se aproxima da camada limite de Ekman na parede rotacional. As mesmas características são observadas nos experimentais de Escudier (1894).

A Figura 5.6 mostra as linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 2, e as Figuras 5.7(a) e 5.7(b) mostram respectivamente as linhas de corrente obtidas com 2.300.000 volumes e experimentalmente, com o caso 3

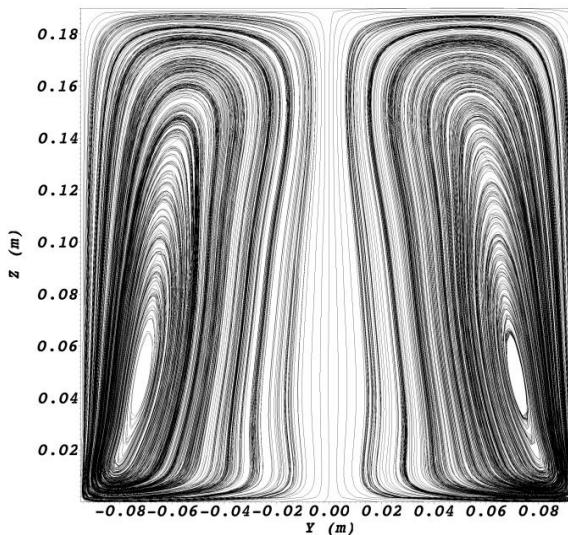


Figura 5.6. Linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 2.

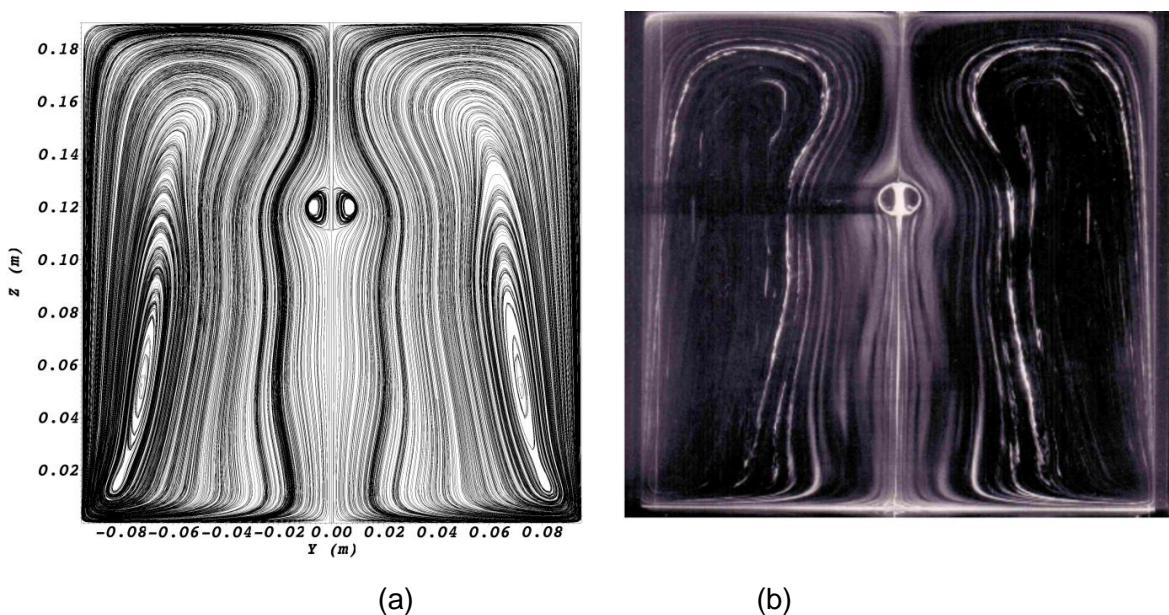


Figura 5.7. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), com o caso 3.

Portanto, para  $H/R = 2$  e  $Re = 1492$  foi necessário utilizar uma malha com maior resolução para capturar o fenômeno de *vortex breakdown*, provavelmente em função destes valores de  $Re$  e  $H/R$  estarem muito próximos da região de não formação de *vortex breakdown* no gráfico de estabilidade (Figura 2.6). Possivelmente, este refinamento não seria necessário caso um método de ordem mais alta fosse empregado.

Após o refinamento da malha, pôde-se observar a coerência entre os resultados numéricos e experimentais, com a formação do *vortex breakdown* do tipo bolha simples, começando em um ponto de estagnação a montante da zona de recirculação quase-estagnada, e terminando em um ponto de sela a jusante.

As Figuras 5.8(a) e 5.8(b) mostram, respectivamente, as linhas de corrente obtidas numericamente e experimentalmente, para o caso 4 da Tabela 5.1.

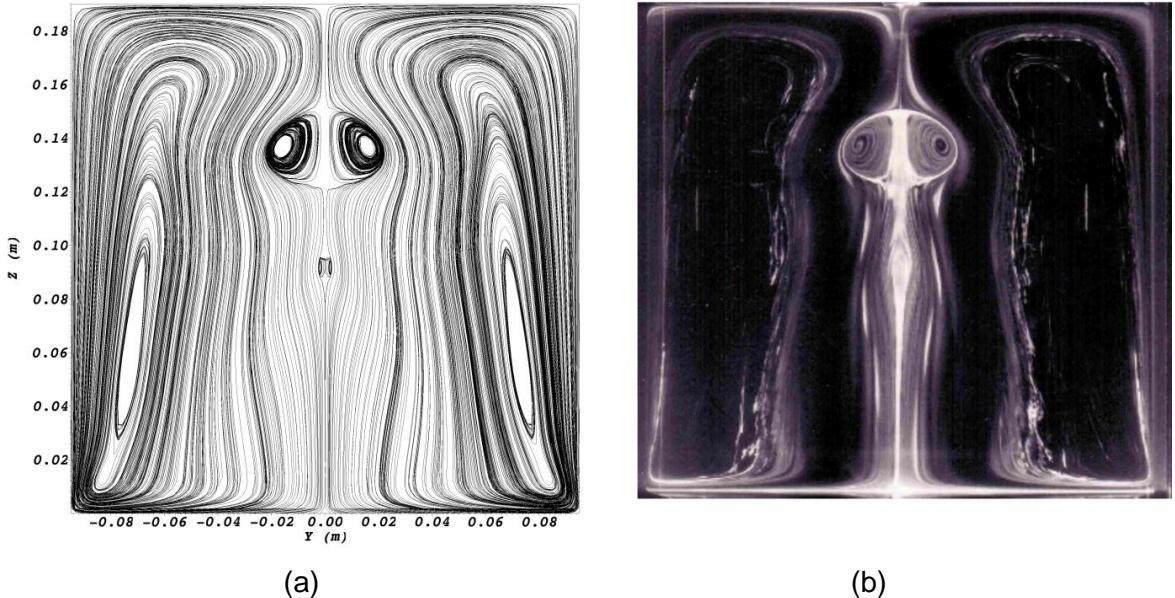


Figura 5.8. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), com o caso 4 da Tabela 5.1.

Nas figuras acima, nota-se que para  $H/R = 2$  e aumentando o número de Reynolds para 1854 a bolha superior aumenta, e abaixo desta surge outro *vortex breakdown* com menor dimensão. É interessante notar que a resolução para este caso é de 891.000 elementos, e mesmo assim, a previsão numérica é confiável, possivelmente porque este ponto encontra-se bem no interior da zona de formação de duas bolhas axissimétricas no gráfico de estabilidade (Figura 2.6).

As Figuras 5.9(a) e 5.9(b) mostram as linhas obtidas numericamente e experimentalmente, respectivamente, com o caso 5 da Tabela 5.1.

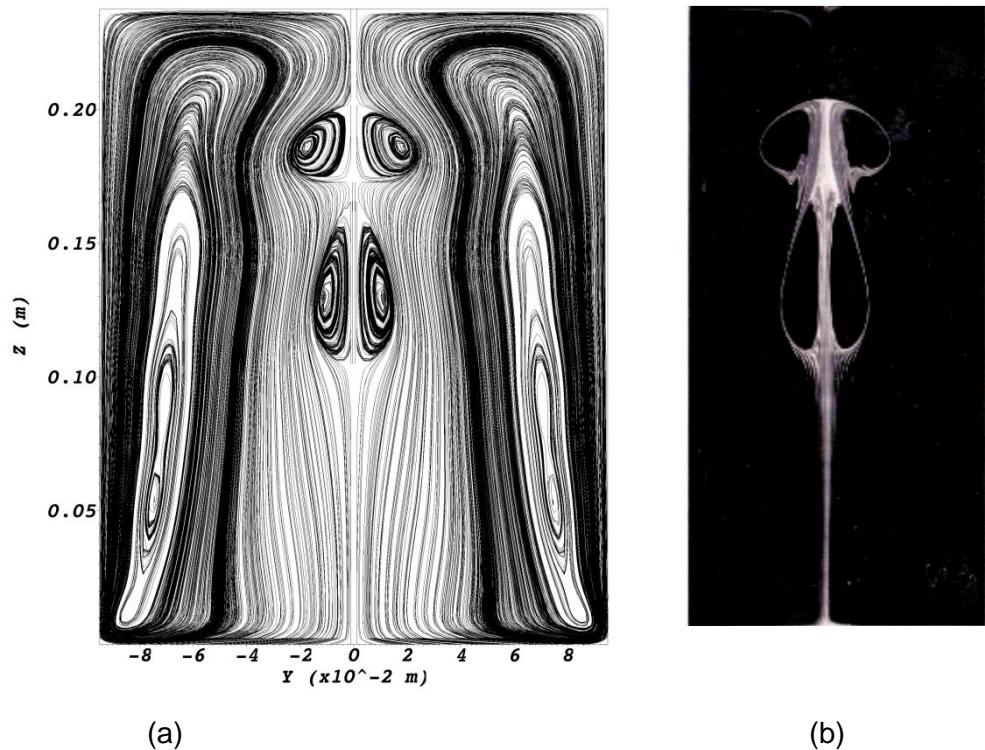


Figura 5.9. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), com o caso 5 da Tabela 5.1.

Para  $H/R = 2,5$  e  $Re = 2494$  têm-se duas bolhas de *vortex breakdown* bem definidos. Neste caso existe somente um ponto de estagnação e duas zonas de recirculação, pois com o aumento do número de Reynolds o *vortex breakdown* inferior se movimenta em direção ao superior, e seu ponto de estagnação deixa de existir.

As Figuras 5.10(a) e 5.10(b) mostram as linhas de corrente obtidas numericamente e experimentalmente, respectivamente, com o caso 6 da Tabela 5.1.

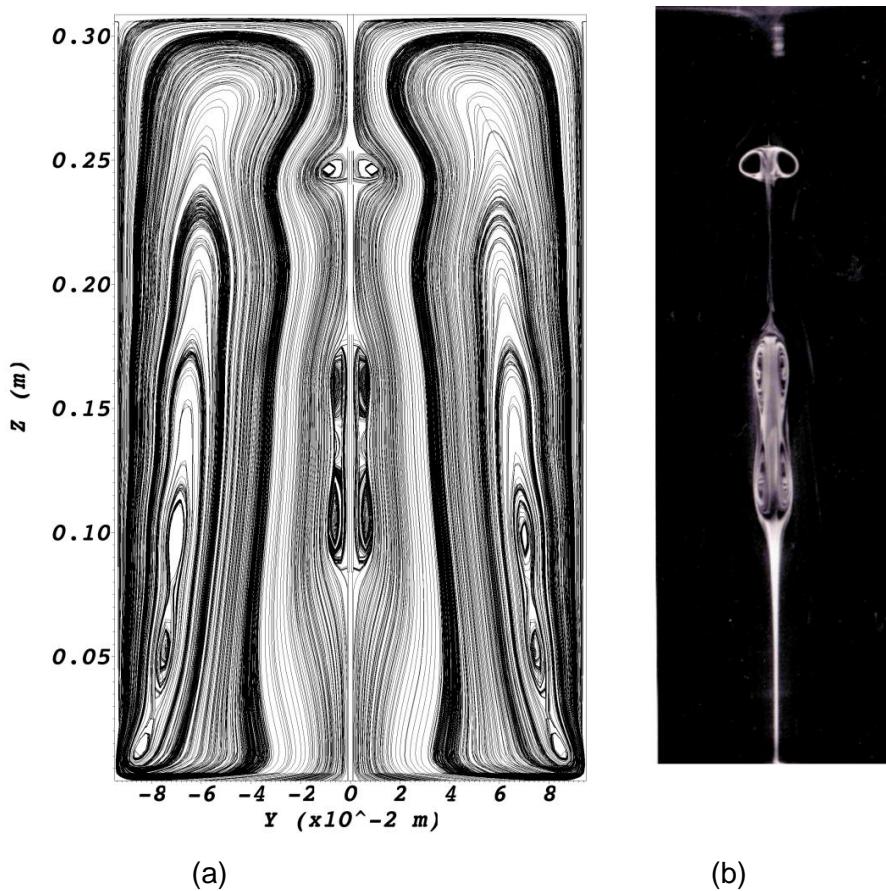


Figura 5.10. Linhas de corrente obtidas numericamente (a) e experimentalmente (Escudier, 1984) (b), com o caso 6 da Tabela 5.1.

No gráfico de estabilidade do escoamento (Figura 2.6), os valores  $H/R = 3,25$  e  $Re = 2752$  estão muito próximos da região de transição entre o regime permanente e transitório. No experimento realizado para estes valores, o regime permanente é alcançado após um tempo relativamente alto, porém nas simulações numéricas o regime do escoamento é transitório, com a formação e destruição intermitente das estruturas mostradas nas Figuras 5.10. É importante mencionar que não se perturba deliberadamente o escoamento, mas pequenas instabilidades dos próprios esquemas numéricos podem desencadear a formação periódica destas estruturas.

Foi necessário executar o caso 6 da Tabela 5.1 em regime transitório, e para garantir estabilidade numérica, foi utilizado o modelo de turbulência dinâmico. As linhas de corrente mostradas na Figura 5.10(a) são instantâneas e estão na máxima amplitude de formação de *vortex breakdown*, em  $t=400$  s. Neste instante, visualizam-se três estruturas de *vortex breakdown*, sendo as duas inferiores acopladas e a superior separada, mantendo a tendência dos resultados experimentais.

Analizando os resultados experimentais e numéricos do cilindro com razão  $H/R = 2$ ,

verifica-se que a formação do *vortex breakdown* ocorre somente com o número de Reynolds próximo a 1500. Em vista deste fato, foram simulados casos com o número de Reynolds variando de 1000 a 1500, a fim de verificar as características do escoamento precedentes à formação do *vortex breakdown*. A resolução da malha computacional utilizada nestes casos é de 890.000 elementos, as simulações foram realizadas com regime laminar e permanente e com critério de convergência de  $1.10^{-5}$ . A Tabela. 5.2 mostra as configurações dos casos simulados, e as Figuras 5.11, 5.12 e 5.13 mostram as linhas de corrente obtidas com os casos simulados.

Tabela. 5.2. Especificações das simulações realizadas.

Caso	Geometria	Re	H/R	Modelagem de turbulência	Regime	Malha (volumes)
7	Cilindro	1000	2,0	Sem modelo	Permanente	891.000
8	Cilindro	1100	2,0	Sem modelo	Permanente	891.000
9	Cilindro	1200	2,0	Sem modelo	Permanente	891.000
10	Cilindro	1300	2,0	Sem modelo	Permanente	891.000
11	Cilindro	1400	2,0	Sem modelo	Permanente	891.000
12	Cilindro	1500	2,0	Sem modelo	Permanente	891.000

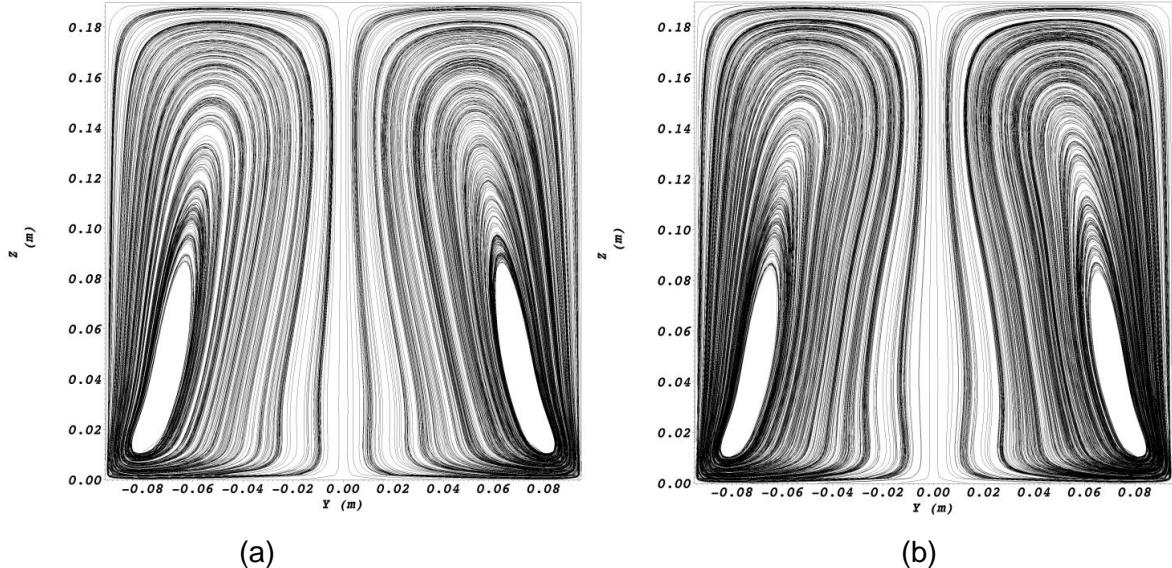


Figura 5.11. Linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 7 (a) e caso 8 (b) da Tabela. 5.2.

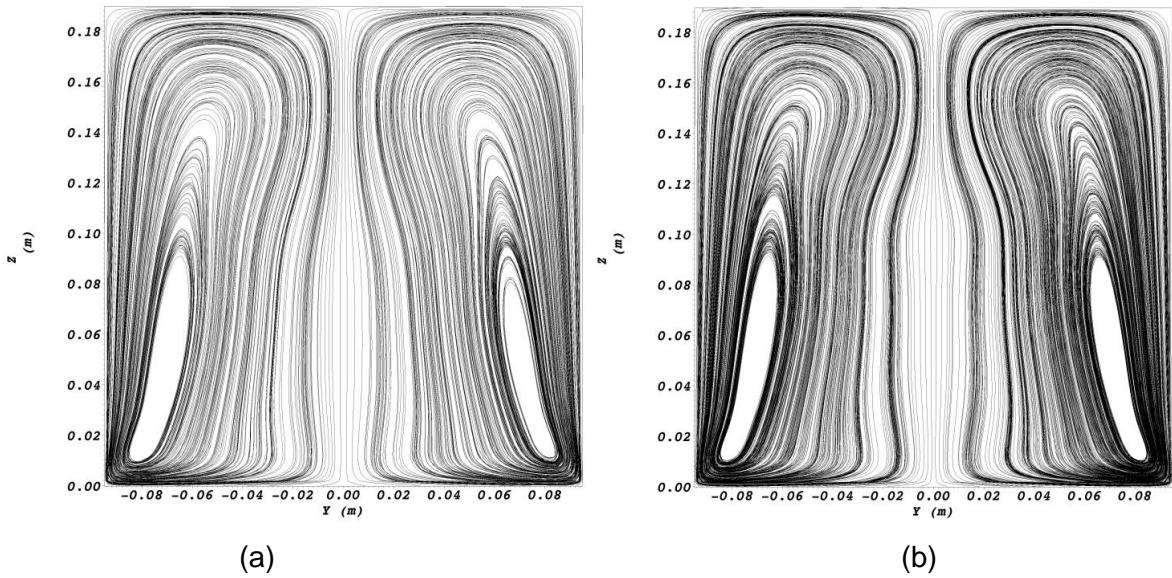


Figura 5.12. Linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 9 (a) e caso 10 (b) da Tabela. 5.2.

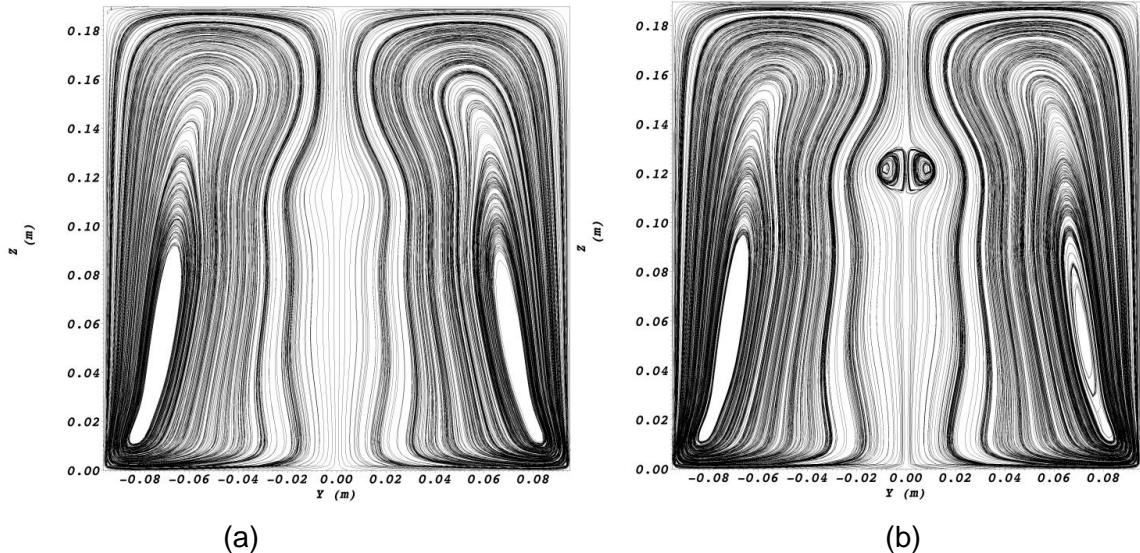


Figura 5.13. Linhas de corrente obtidas numericamente com o caso 11 (a) e caso 12 (b) da Tabela. 5.2.

Observando as linhas de corrente obtidas numericamente variando o número de Reynolds em um cilindro com razão  $H/R = 2$ , foi verificado que com o aumento do número de Reynolds o vórtice principal aumenta de diâmetro, começando pela região próxima à camada de limite de Ekman, na parede inferior, posteriormente aumentando na região central do escoamento, dando a forma de ampulheta ao escoamento. Na região onde a onda formada pelo aumento do vórtice central tem maior amplitude, forma-se o *vortex breakdown*. Este aumento do vórtice central também é evidenciado pelo contorno da

componente de velocidade na direção Z somente com valores negativos, em um plano médio no eixo X como mostram as figuras abaixo.

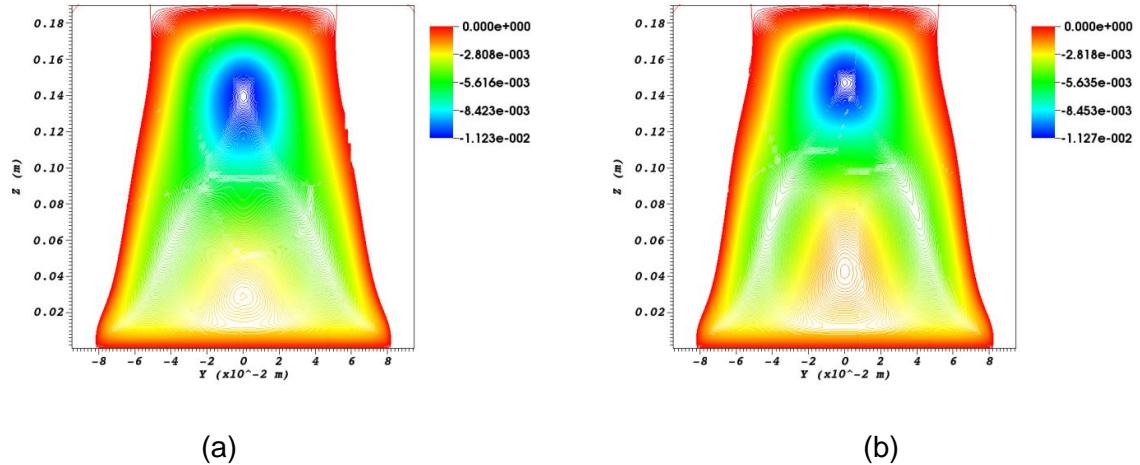


Figura 5.14. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 7 (a) e caso 8 (b) da Tabela. 5.2.

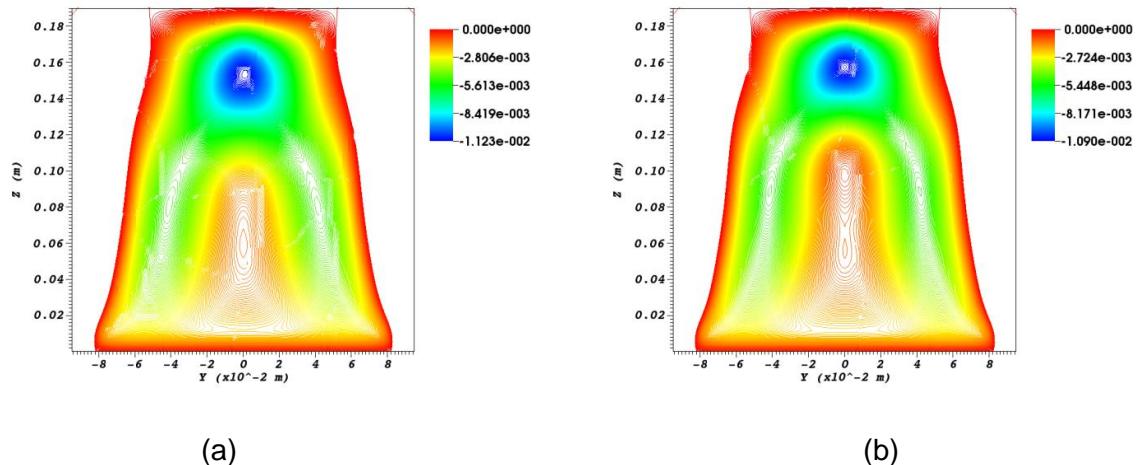


Figura 5.15. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 9 (a) e caso 10 (b) da Tabela. 5.2.

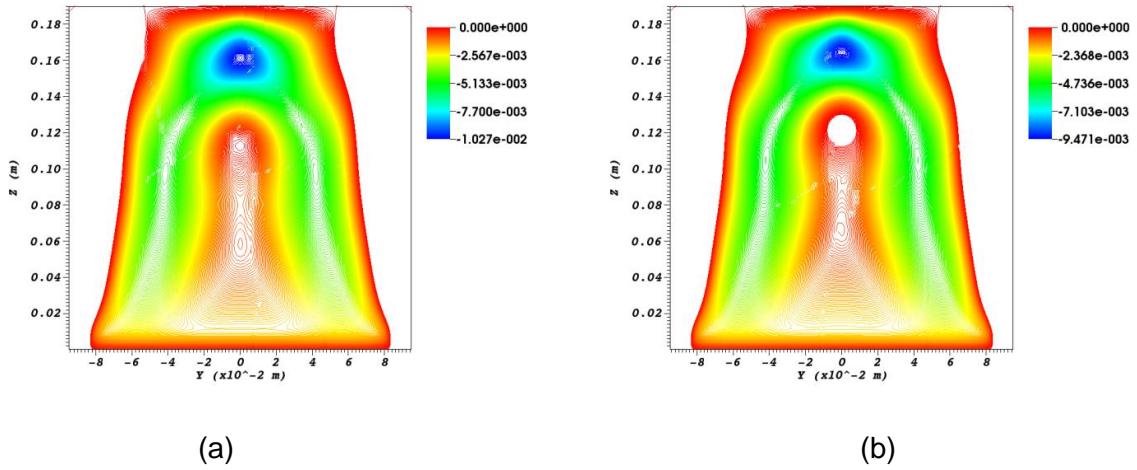


Figura 5.16. Iso-valores com valores negativos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 11 (a) e caso 12 (b) da Tabela. 5.2.

Além do aumento do diâmetro do vórtice central com o aumento do número de Reynolds, pode-se observar também pelos iso-valores com valores negativos da componente de velocidade na direção Z, a desaceleração axial do escoamento na região próxima a  $Z = 0,12$ , onde ocorre a formação do *vortex breakdown*.

Como consequência do aumento do vórtice central, a camada de Stewartson formada nas regiões próximas às paredes laterais diminui em espessura e aumenta de velocidade com o aumento do número de Reynolds. Este efeito é evidenciado pelos iso-valores com valores positivos da componente de velocidade na direção Z em um plano médio no eixo X, mostrados nas Figuras 5.17, 5.18 e 5.19.

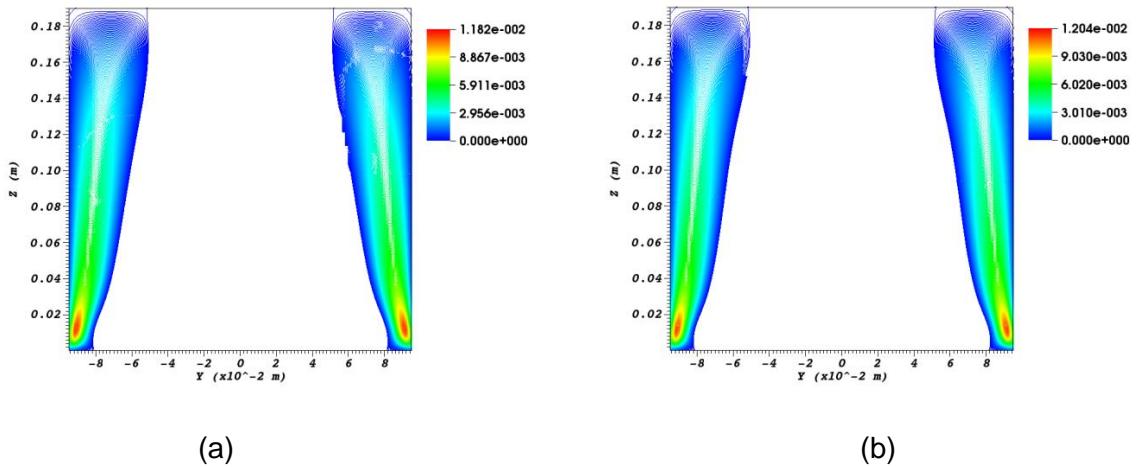


Figura 5.17. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 7 (a) e caso 8 (b) da Tabela. 5.2.

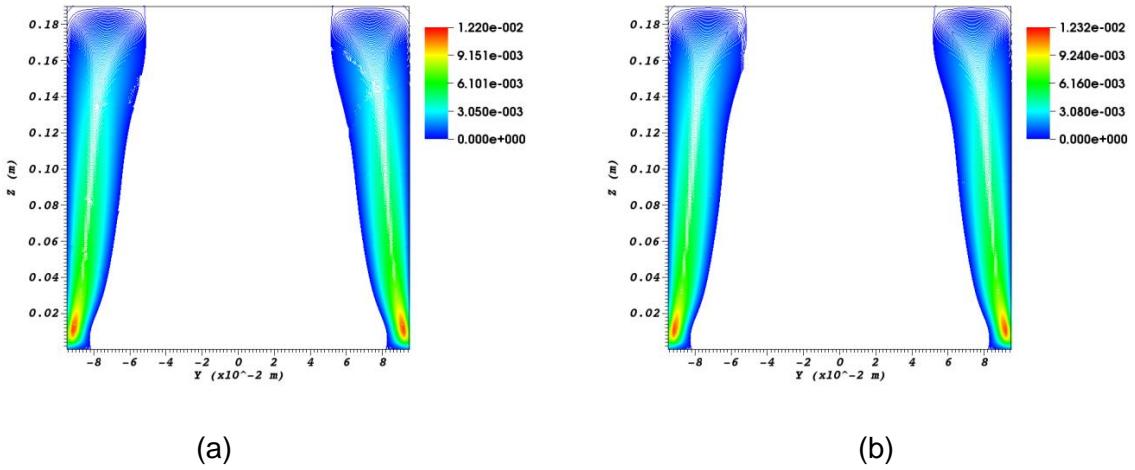


Figura 5.18. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 8 (a) e caso 10 (b) da Tabela. 5.2.

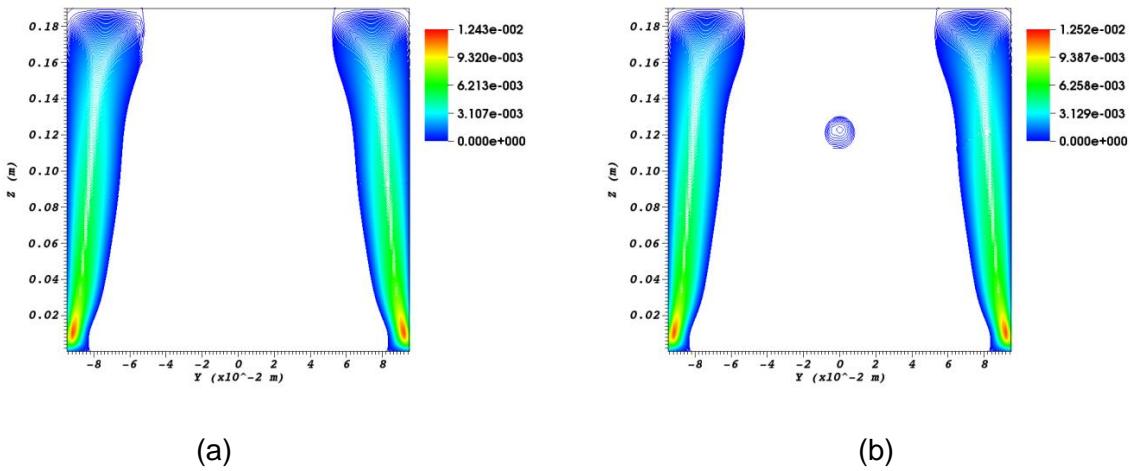


Figura 5.19. Iso-valores com valores positivos da componente de velocidade na direção Z, para o caso 11 (a) e caso 12 (b) da Tabela. 5.2.

A espessura da camada de Stewartson é aproximadamente  $E^{1/3}$ , com o número de Ekman calculado da seguinte forma (Bennetts e Hocking, 1973):

$$E \equiv \frac{\nu}{\Omega R^2}, \quad (5.1)$$

ou seja, quanto maior o número de Reynolds, menor é a espessura da camada de Stewartson. Outro efeito que ocorre em escoamentos rotativos confinados em cilindros é a diminuição da espessura da camada de Bödewadt com o aumento do número de Reynolds.

Este efeito é mostrado nas figuras abaixo pelos iso-valores do critério Q (Equação 5.2) em um plano médio no eixo X.

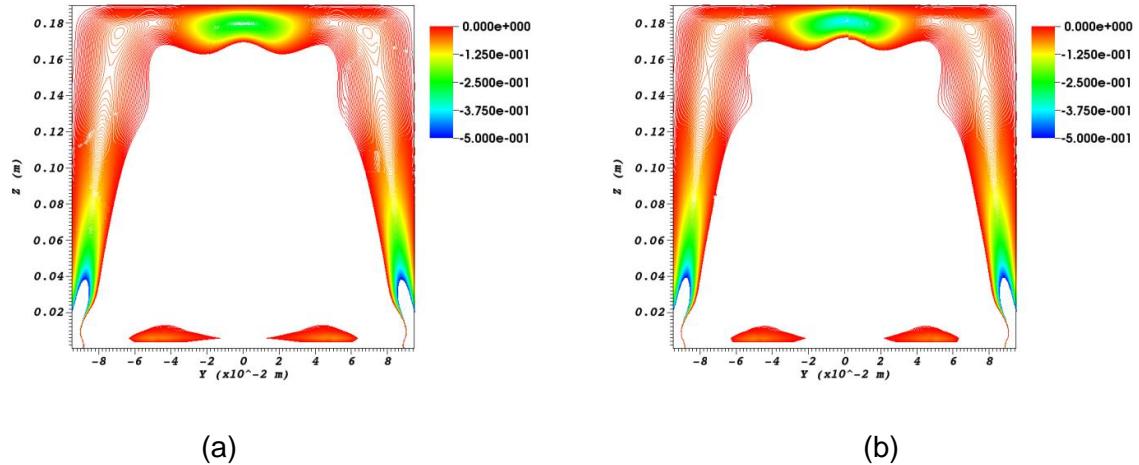


Figura 5.20. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para o caso 7 (a) e caso 8 (b) da Tabela. 5.2.

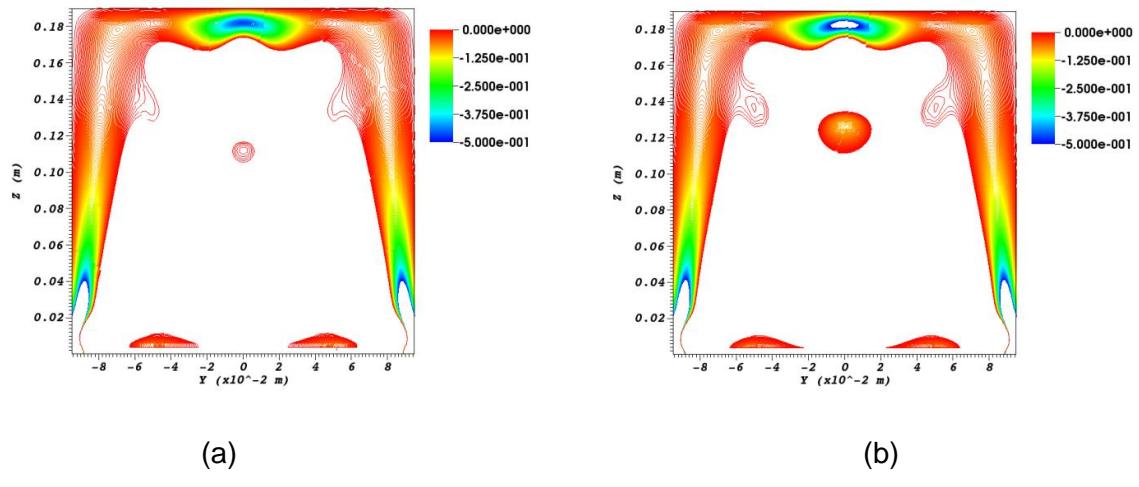


Figura 5.21. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para o caso 9 (a) e caso 10 (b) da Tabela. 5.2.

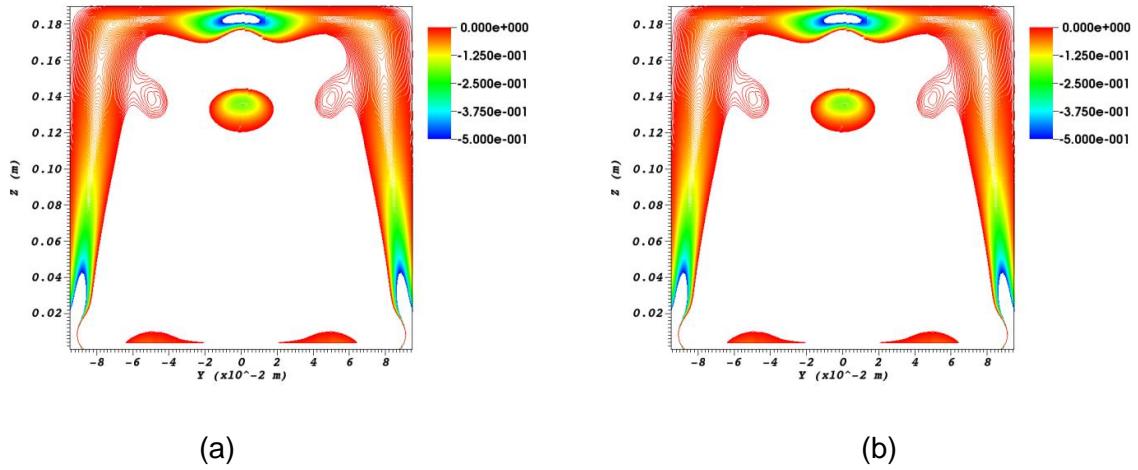


Figura 5.22. Iso-valores com valores negativos do critério Q, para o caso 11 (a) e caso 12 (b) da Tabela. 5.2.

O critério Q representa o balanço entre a taxa de vorticidade ( $\Omega'_{ij}\Omega'_{ij}$ ) e a taxa de deformação ( $S_{ij}S_{ij}$ ), Equação 5.2 (Uranga et al., 2009). As figuras acima mostram as regiões onde a taxa de deformação prepondera sobre a taxa de vorticidade.

$$Q = \frac{1}{2}(\Omega'_{ij}\Omega'_{ij} - S_{ij}S_{ij}). \quad (5.2)$$

Para uma análise quantitativa das características do escoamento em um cilindro, com  $H/R = 2$  e variando o número de Reynolds, foram gerados gráficos com os perfis de velocidades e pressão em seções no eixo Z e ao longo do eixo X. As Figuras 5.23(a), 5.24 (a), 5.25(a), 5.26(a), 5.27(a), 5.28(a), 5.29(a), 5.30(a), 5.31(a) e 5.32(a), mostram os perfis da componente de velocidade na direção X (denominada  $U$ ) para as seções  $Z = 0,185\text{ m}$ ,  $Z = 0,16\text{ m}$ ,  $Z = 0,14\text{ m}$ ,  $Z = 0,12\text{ m}$ ,  $Z = 0,10\text{ m}$ ,  $Z = 0,08\text{ m}$ ,  $Z = 0,06\text{ m}$ ,  $Z = 0,04\text{ m}$ ,  $Z = 0,02\text{ m}$  e  $Z = 0,005\text{ m}$ , respectivamente. As Figuras 5.23(b), 5.24(b), 5.25(b), 5.26(b), 5.27(b), 5.28(b), 5.29(b), 5.30(b), 5.31(b) e 5.32(b), mostram os perfis da componente de velocidade na direção Y (denominada  $V$ ) para as seções  $Z = 0,185\text{ m}$ ,  $Z = 0,16\text{ m}$ ,  $Z = 0,14\text{ m}$ ,  $Z = 0,12\text{ m}$ ,  $Z = 0,10\text{ m}$ ,  $Z = 0,08\text{ m}$ ,  $Z = 0,06\text{ m}$ ,  $Z = 0,04\text{ m}$ ,  $Z = 0,02\text{ m}$  e  $Z = 0,005\text{ m}$ , respectivamente.

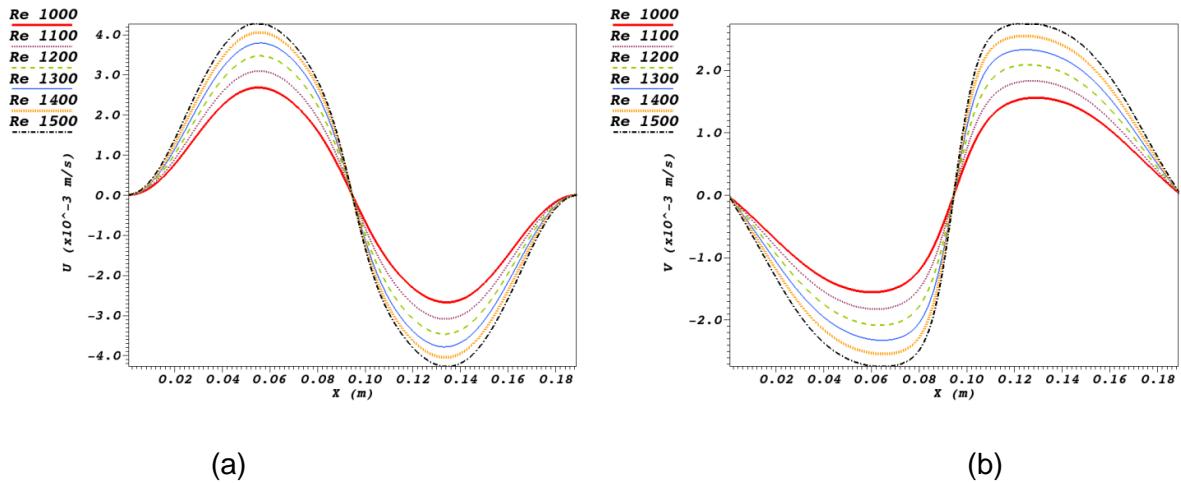


Figura 5.23. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,185$  m.

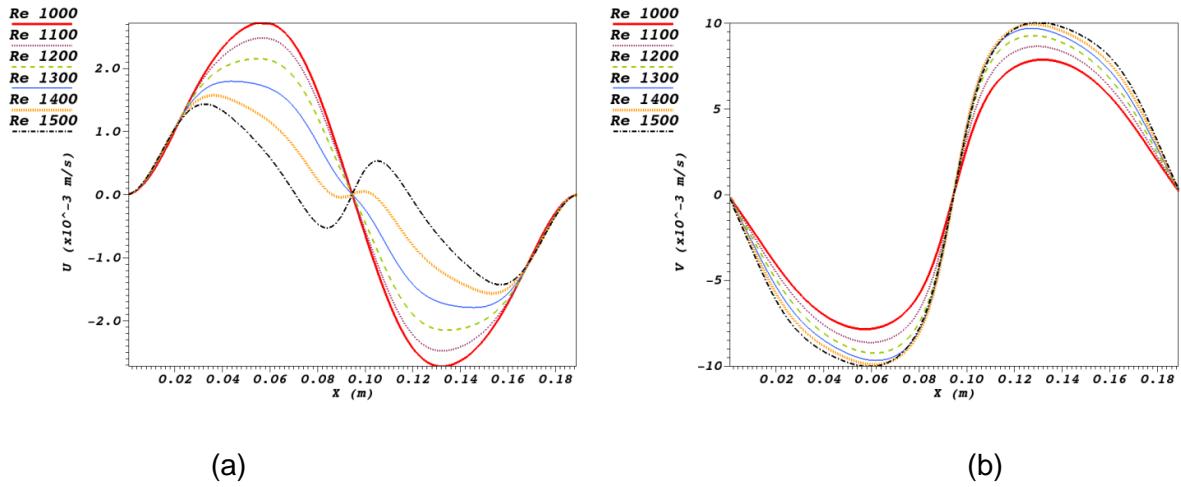


Figura 5.24. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,16$  m.

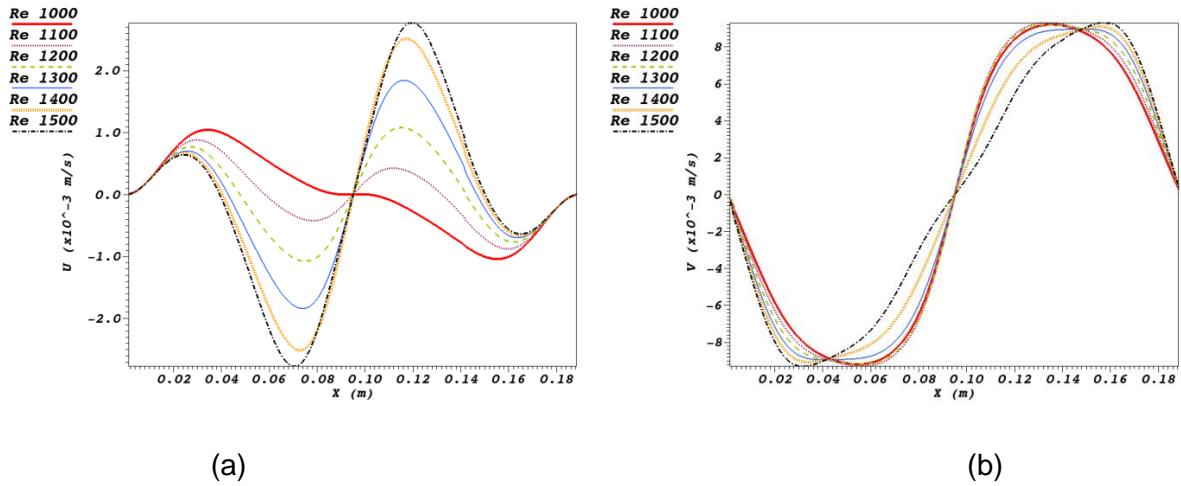


Figura 5.25. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,14$  m.

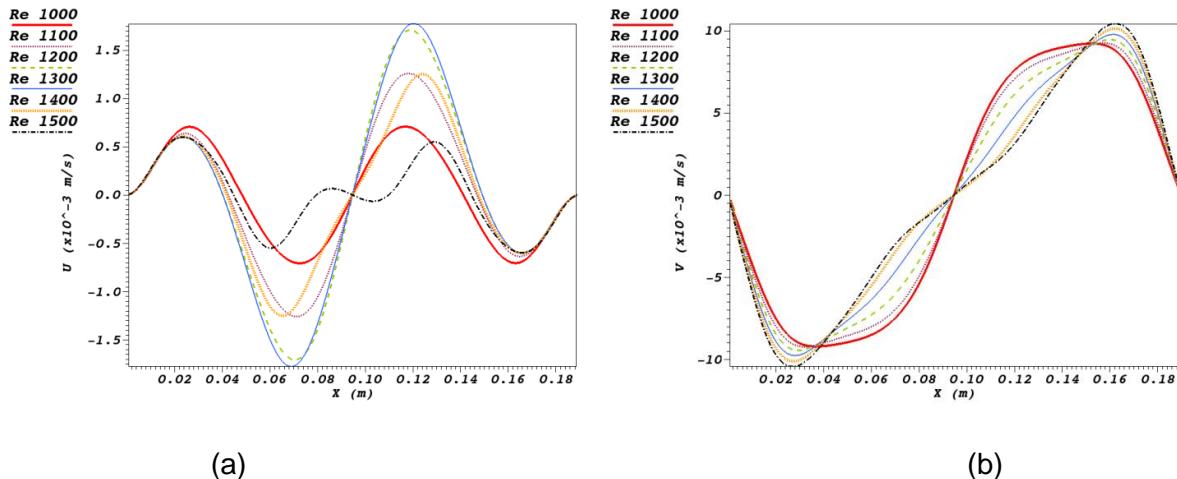


Figura 5.26. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,12$  m.

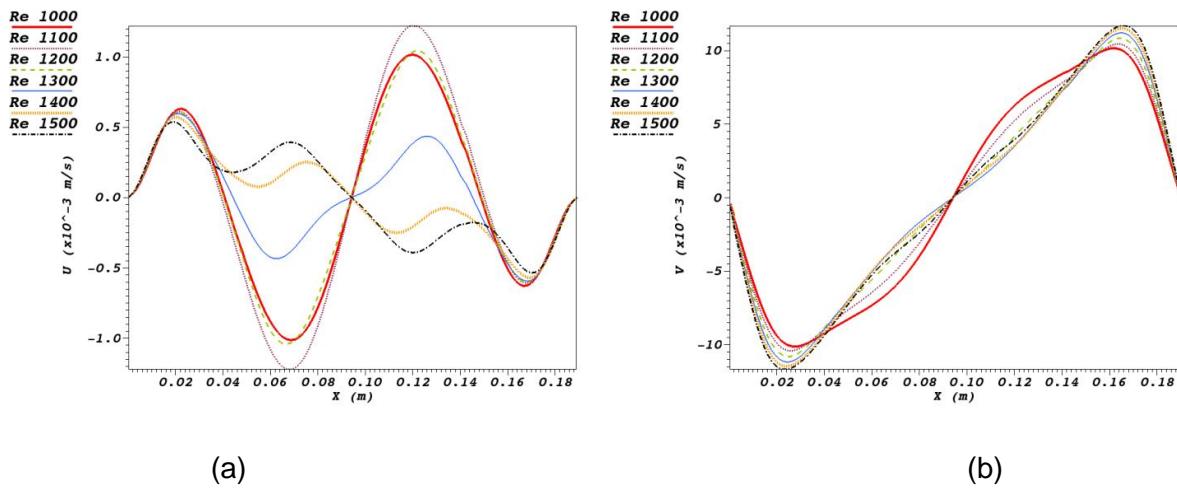


Figura 5.27. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,10$  m.

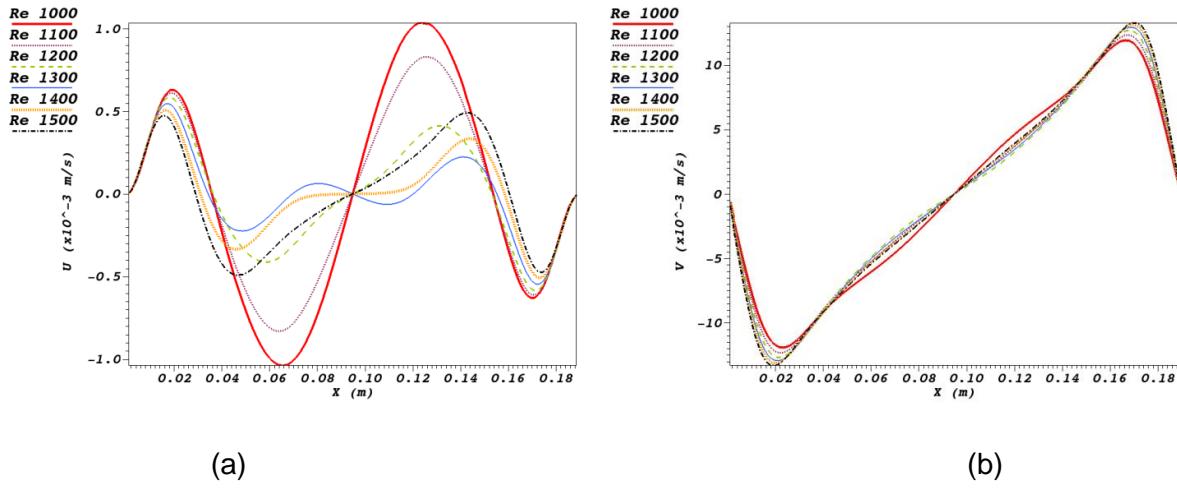


Figura 5.28. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,08$  m.

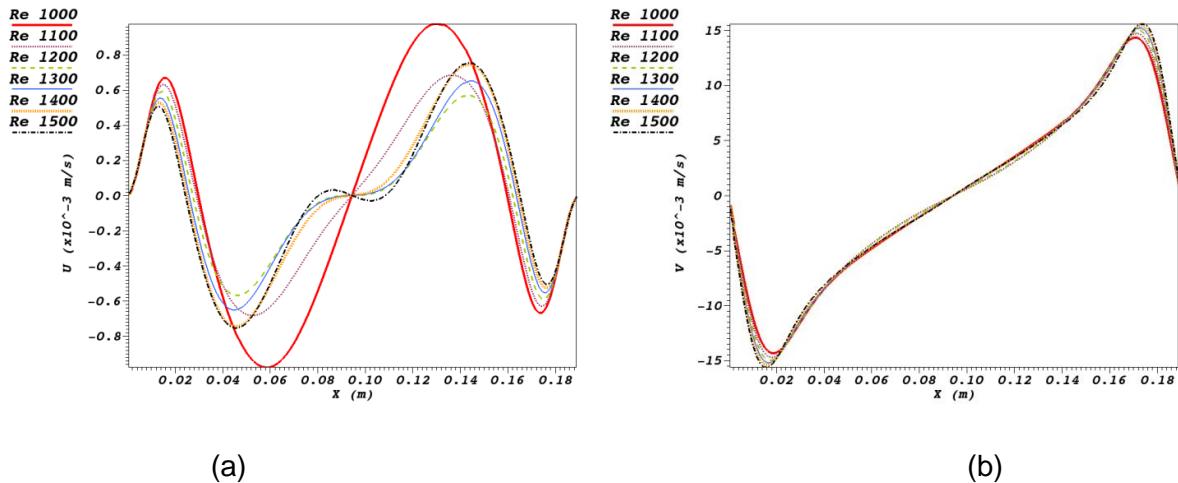


Figura 5.29. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,06$  m.

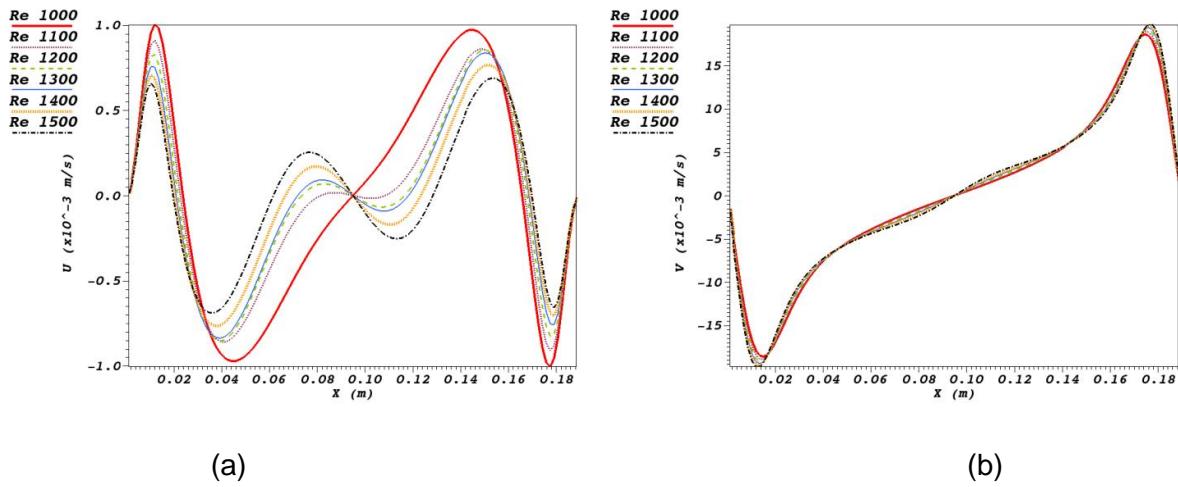


Figura 5.30. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,04$  m.

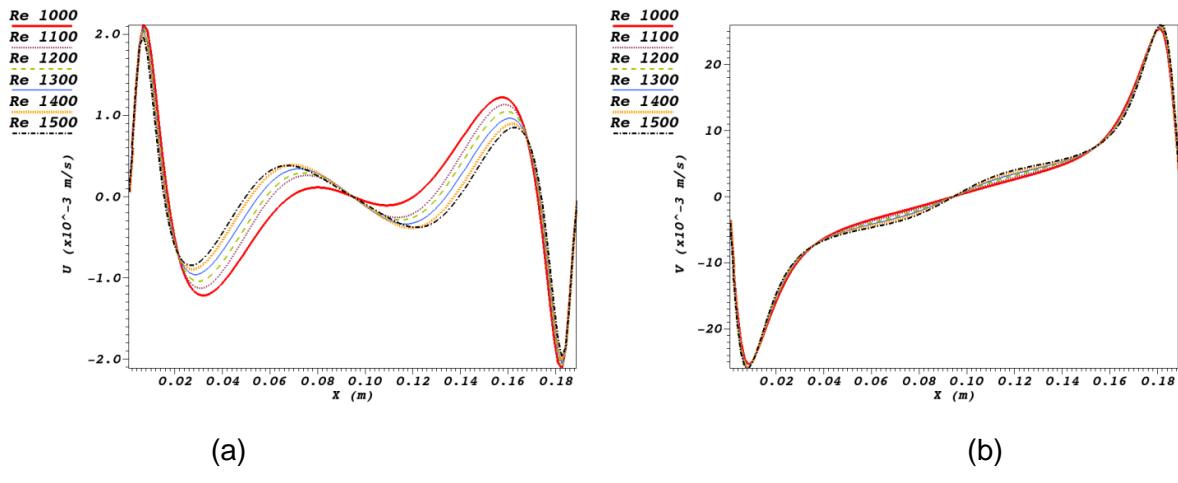


Figura 5.31. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,02$  m.

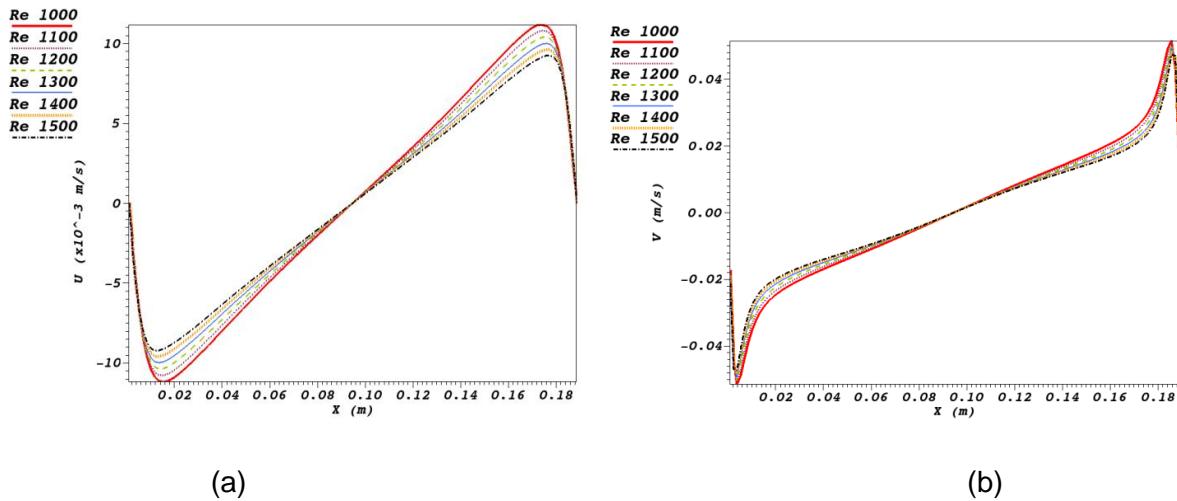


Figura 5.32. Perfis das componentes de velocidade  $U$  (a) e  $V$  (b), na seção  $Z = 0,005$  m.

Pelos perfis das componentes de velocidades nas direções X e Y, nota-se que com o aumento do número de Reynolds, a velocidade angular do escoamento aumenta consideravelmente na região da camada de Bödewadt ( $Z = 0,185$  m), porém na região da camada de Ekman ( $Z = 0,005$  m) as velocidades não sofrem grandes alterações.

Na seção onde se forma o *vortex breakdown* ( $Z \cong 0,12$  m), para  $Re = 1500$ , é observada a alteração no sentido do escoamento radial na região central do domínio (Figura 5.26 (a)), evidenciando a presença do fenômeno.

Pôde-se observar também que a componente de velocidade  $U$ , equivalente a velocidade radial, inverte o sentido quando na região próxima a  $Z = 0,14$  m, e este efeito é mais intenso com o aumento do número de Reynolds. A componente de velocidade  $V$ , equivalente a velocidade tangencial, não sofre alterações de sentido ao longo do domínio.

Também foram gerados os gráficos dos perfis da componente de velocidade na direção Z (denominada  $W$ ), equivalente a velocidade axial, e pressão relativa ( $P$ ). As Figuras 5.33(a), 5.34(a), 5.35(a), 5.36(a), 5.37(a), 5.38(a), 5.39(a), 5.40(a), 5.41(a) e 5.42(a), mostram os perfis da componente de velocidade na direção Z para as seções  $Z = 0,185\text{ m}$ ,  $Z = 0,16\text{ m}$ ,  $Z = 0,14\text{ m}$ ,  $Z = 0,12\text{ m}$ ,  $Z = 0,10\text{ m}$ ,  $Z = 0,08\text{ m}$ ,  $Z = 0,06\text{ m}$ ,  $Z = 0,04\text{ m}$ ,  $Z = 0,02\text{ m}$  e  $Z = 0,05\text{ m}$ , respectivamente. As Figuras 5.33(b), 5.34(b), 5.35(b), 5.36(b), 5.37(b), 5.38(b), 5.39(b), 5.40(b), 5.41(b) e 5.42(b), mostram os perfis da pressão relativa para as seções  $Z = 0,185\text{ m}$ ,  $Z = 0,16\text{ m}$ ,  $Z = 0,14\text{ m}$ ,  $Z = 0,12\text{ m}$ ,  $Z = 0,10\text{ m}$ ,  $Z = 0,08\text{ m}$ ,  $Z = 0,06\text{ m}$ ,  $Z = 0,04\text{ m}$ ,  $Z = 0,02\text{ m}$  e  $Z = 0,05\text{ m}$ , respectivamente.

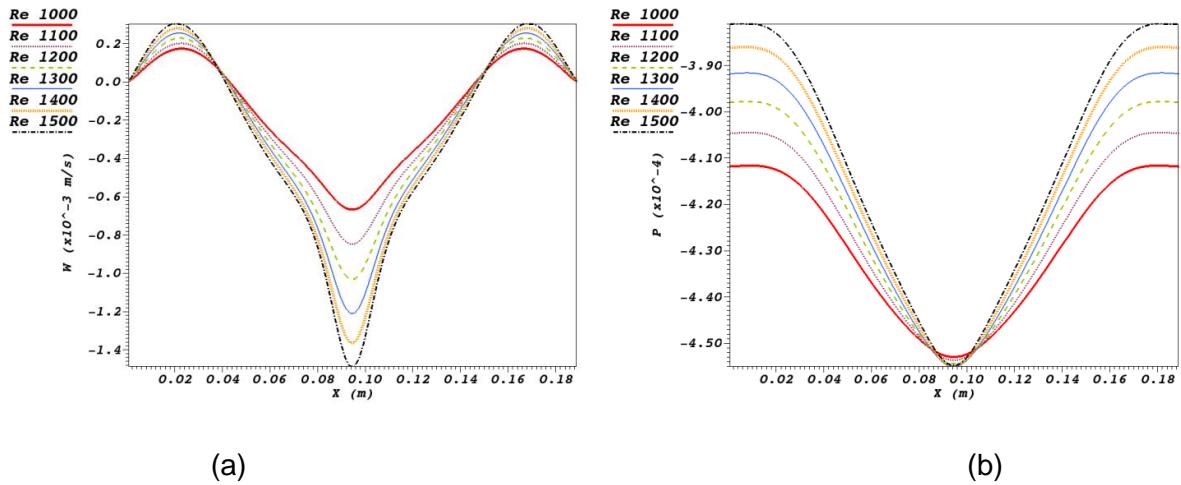


Figura 5.33. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,185$  m.

m.

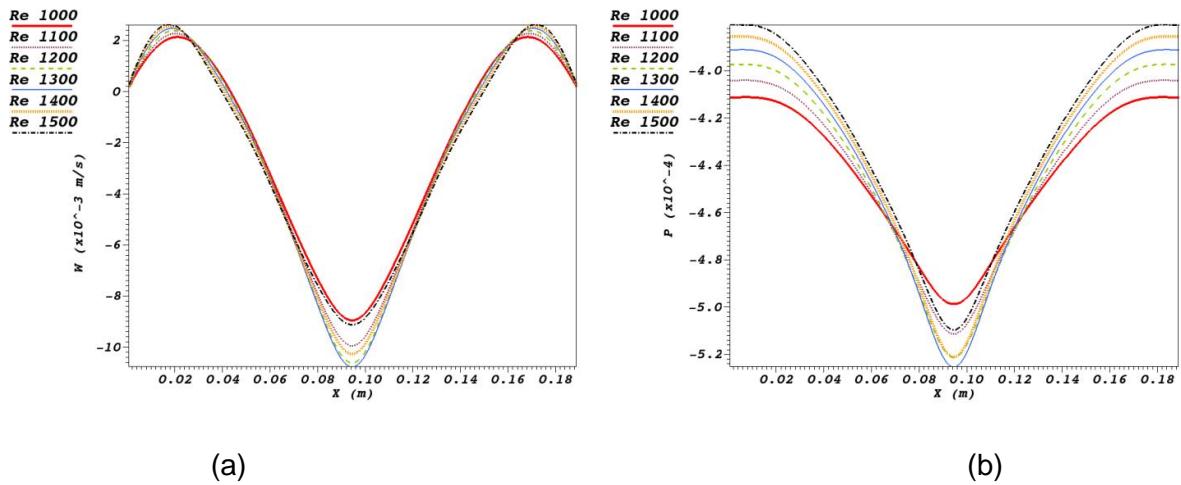


Figura 5.34. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,16$  m.

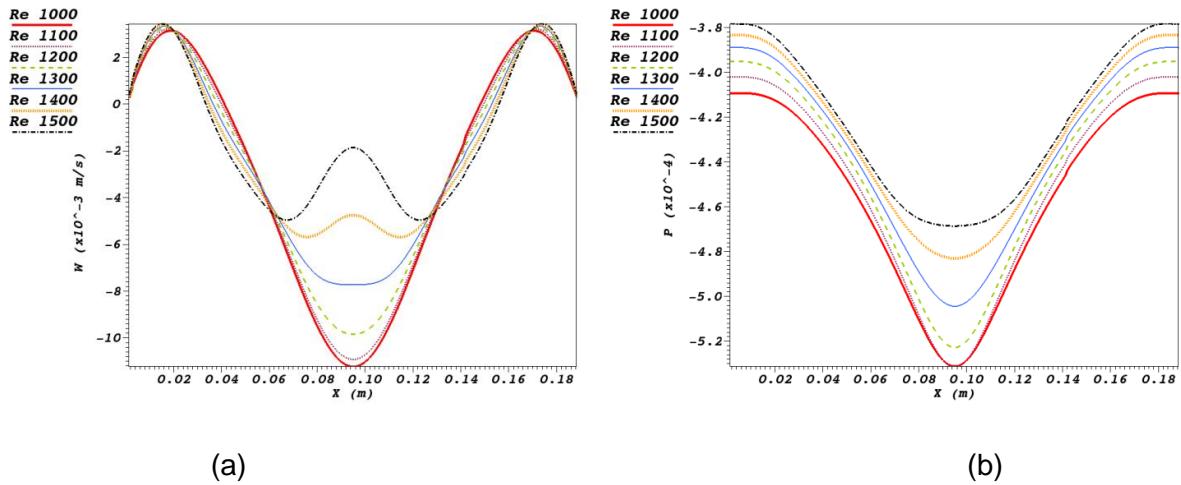


Figura 5.35. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,14$  m.

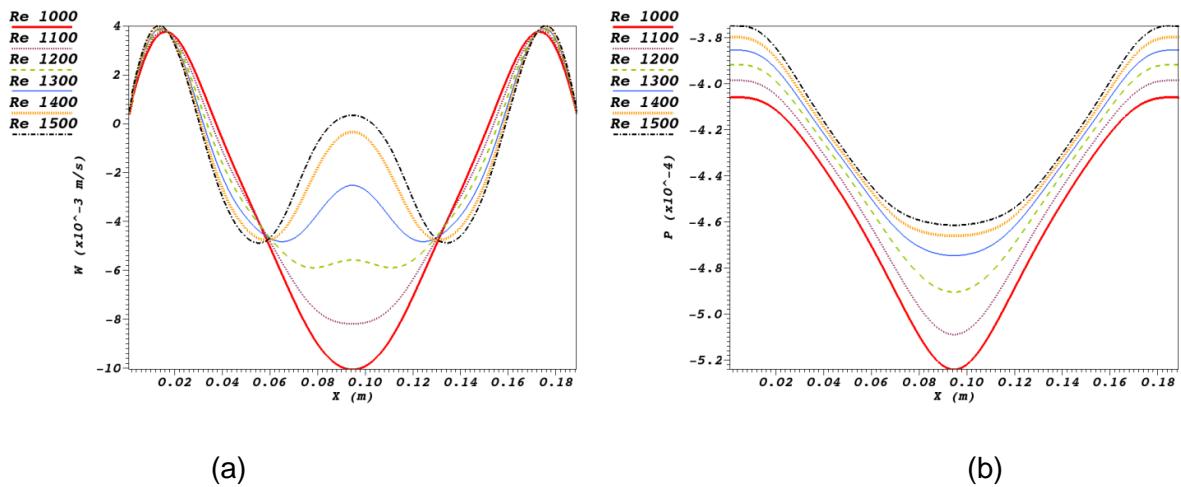


Figura 5.36. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,12 \text{ m}$ .

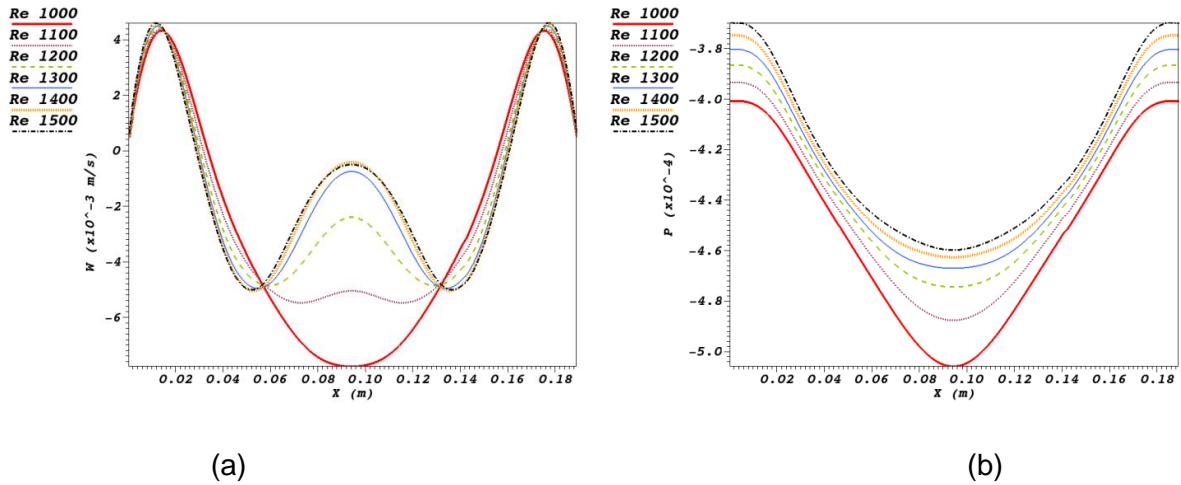


Figura 5.37. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,10 \text{ m}$ .

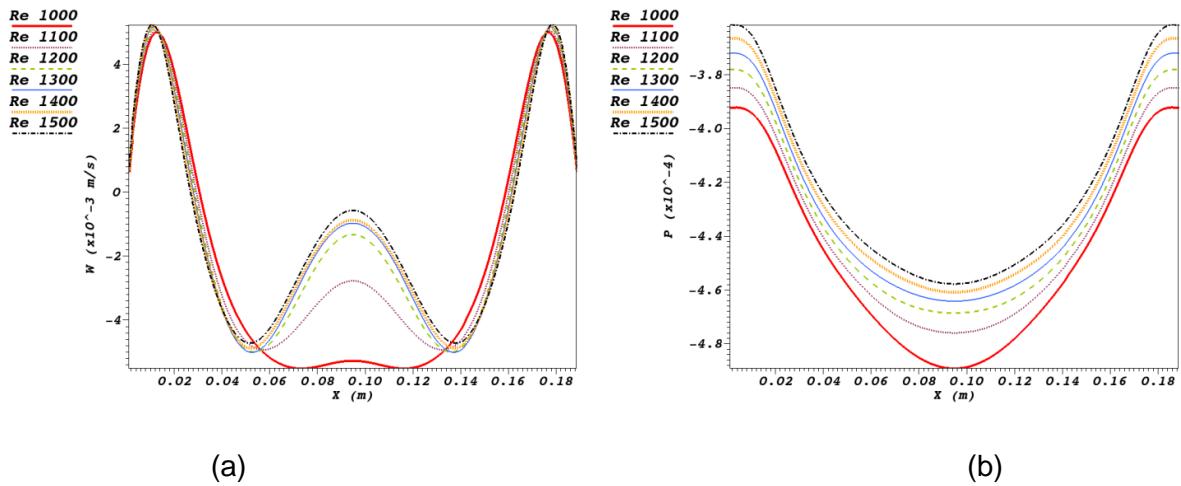


Figura 5.38. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,08 \text{ m}$ .

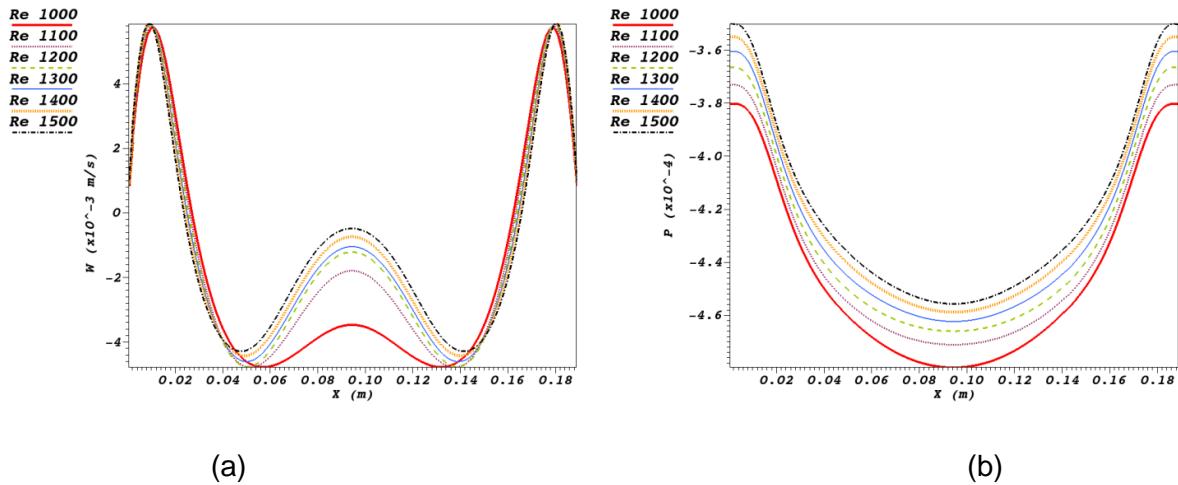


Figura 5.39. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,06$  m.

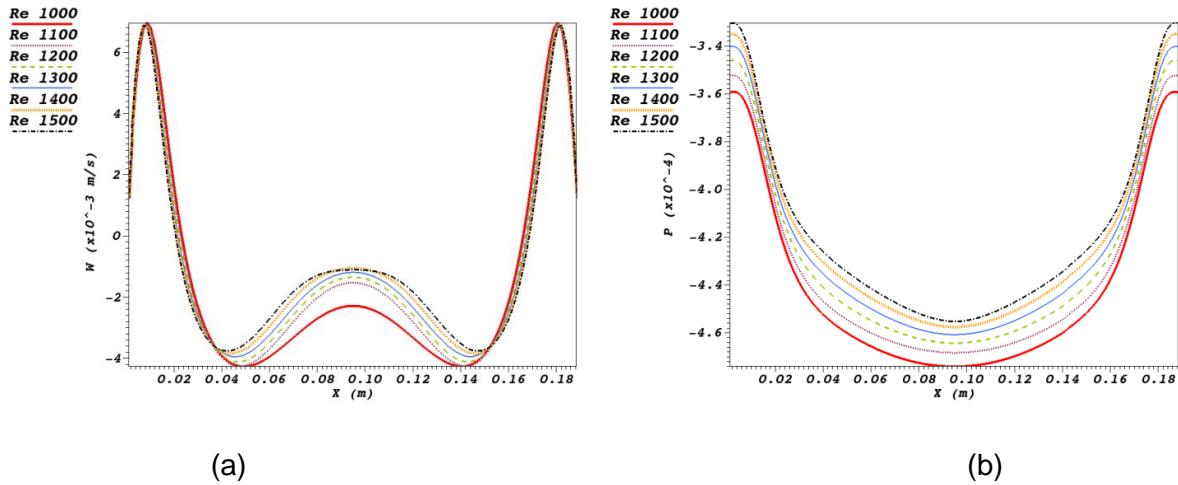


Figura 5.40. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,04$  m.

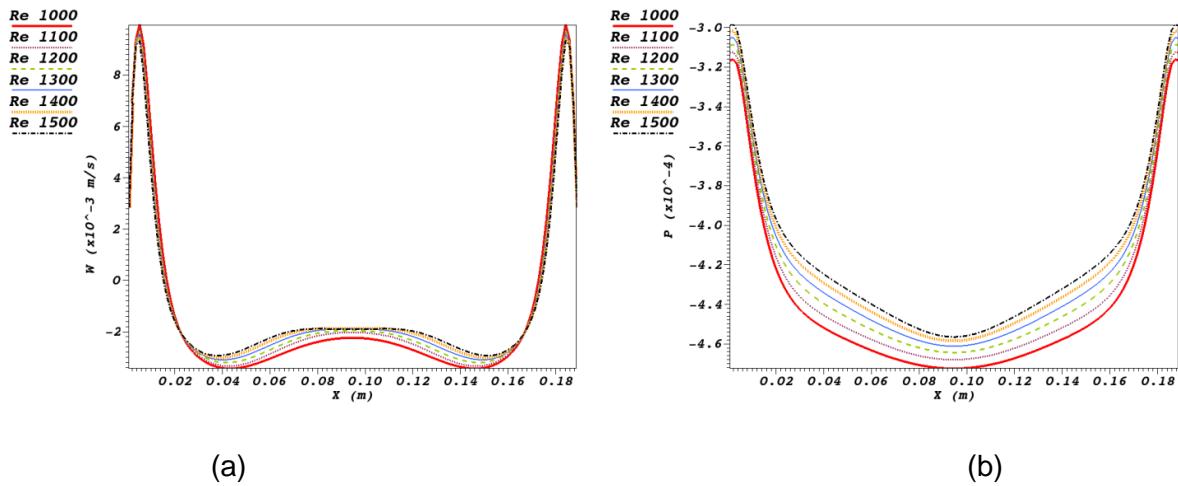


Figura 5.41. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,02$  m.

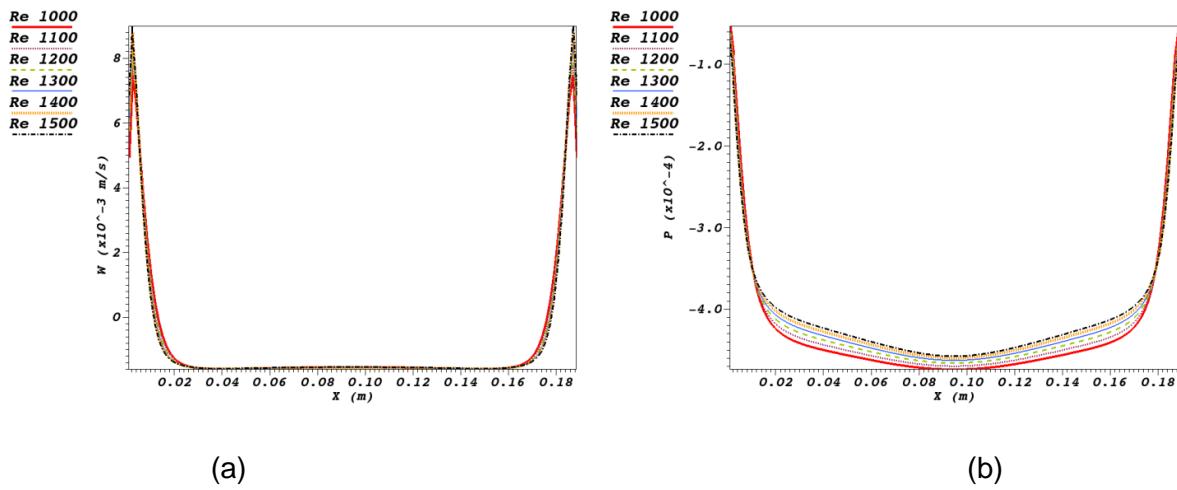


Figura 5.42. Perfis da componente de velocidade  $W$  (a) e pressão (b), na seção  $Z = 0,005$  m.

Com o aumento do número de Reynolds, as componentes de velocidades nas direções X e Y na camada de Bödewadt ( $Z = 0,185$  m) também aumentam, gerando grandes gradientes no campo de pressão relativa e uma região central, com forte depressão, como visto na Figura 5.33(b). Esta depressão tende a desacelerar o escoamento axial na região do vórtice central ao longo do eixo Z, como observado nos perfis da componente de velocidade na direção Z.

Neste contexto, o *vortex breakdown* é formado quando o gradiente de pressão na camada de Bödewadt é grande o suficiente a ponto de inverter o sentido da componente de velocidade  $W$  (Figura 5.36(a)). Na região onde o *vortex breakdown* é formado ( $Z \cong 0,12$  m), para  $Re = 1500$ , o campo de pressão é praticamente uniforme na região central, como visto na Figura 5.36(b), diferente do campo de pressão para  $Re = 1000$ , que possui gradientes maiores comparando com os gradientes da camada de Bödewadt. Estes gradientes maiores no meio do domínio para  $Re = 1000$  geram uma pequena desaceleração axial em  $Z = 0,06$  m, e os pequenos gradientes de pressão relativa no meio do domínio para  $Re = 1500$ , geram um perfil de velocidade na direção Z quase uniforme no centro do domínio em  $Z = 0,02$  m. Como visto também nas componentes de velocidades dos eixos X e Y, o aumento do número de Reynolds não influencia no comportamento da componente de velocidade  $W$  e da pressão relativa na camada limite de Ekman. Entretanto, tem considerável influência na camada limite de Bödewadt.

Com o intuito de verificar se as causas da formação do fenômeno *vortex breakdown* em escoamentos rotativos confinados em cilindros são as mesmas para escoamentos rotativos confinados em outras geometrias, foram realizadas simulações em mais duas geometrias diferentes, no cilindro-cone e no cone-cilindro, mostrados nas Figuras 5.1(b) e

5.1(c). Em ambas,  $r = 0,75R$ .

No cilindro-cone foram simulados casos com diferentes números de Reynolds, a fim de verificar a influência de seu aumento nas características do escoamento e identificar as causas da formação do vortex breakdown nesta geometria. A malha utilizada nos casos possui 790.000 volumes, e o critério de convergência utilizado foi de  $1.10^{-5}$ . Os números de Reynolds simulados foram 1600, 1900, 2200, 2350, 2500 e 2800, com o cilindro-cone com a razão  $H/R = 2$ , e o cone truncado começando em  $H/2$ . A Tabela 5.3 mostra as configurações das simulações realizadas. As Figuras 5.43(a), 5.43(b), 5.44(a), 5.44(b), 5.45(a) e 5.45(b), mostram as linhas de corrente obtidas numericamente em um plano médio ao longo dos eixos Z e Y para os casos da Tabela 5.3.

Tabela 5.3. Configurações das simulações realizadas.

Caso	Geometria	Re	H/R	Modelagem		Malha (volumes)
				de turbulência	Regime	
13	cilindro-cone	1600	2,0	Sem modelo	Permanente	790.000
14	cilindro-cone	1900	2,0	Sem modelo	Permanente	790.000
15	cilindro-cone	2200	2,0	Sem modelo	Permanente	790.000
16	cilindro-cone	2350	2,0	Sem modelo	Permanente	790.000
17	cilindro-cone	2500	2,0	Sem modelo	Permanente	790.000
18	cilindro-cone	2800	2,0	Sem modelo	Permanente	790.000

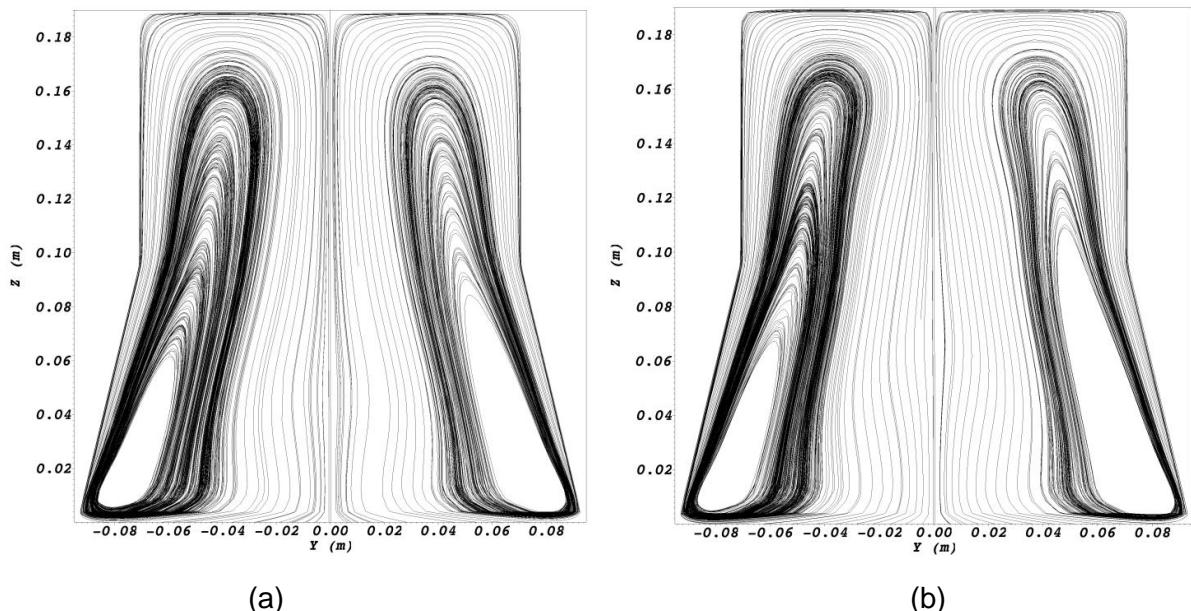


Figura 5.43. Linhas de corrente obtidas numericamente para os casos 13 (a) 14 (b) da Tabela 5.3.