

Figura 5.18: Distribuição do campo de pressão no instante t = 0,05s.



Figura 5.19: Distribuição da componente de velocidade u para o instante t = 0,05s.



Figura 5.20: Distribuição da componente de velocidade v para o instante t = 0,05s.



Figura 5.21: Distribuição da componente de velocidade w para o instante t = 0,05s.



Figura 5.22: Distribuição da componente de vorticidade em y, no instante t = 0,05s.



Figura 5.23: Distribuição da viscosidade turbulenta normalizada no instante t = 0,05s.



Figura 5.24: IsosuperfícieQ=300no instantet=0,05s.



Figura 5.25: Distribuição do campo da componente de velocidade u para o instante t = 0, 20s.



Figura 5.26: Distribuição do campo da componente de velocidade v para o instante t = 0, 20s.



Figura 5.27: Distribuição do campo da componente de velocidade w para o instante t = 0, 20s.



Figura 5.28: Detalhe da esteira formada à esquerda da esfera evidenciado pelos vetores velocidades traçados segundo um plano à jusante da esfera.



Figura 5.29: Detalhe da esteira sendo desviada para baixo da esfera à medida que ela desacelera, evidenciado pelos vetores velocidades traçados no plano perpendicular a y, para x = 0, 186 m.



Figura 5.30: Distribuição do campo de pressão para o intante t = 0, 20 s.

Para o terceiro instante (t = 0, 60 s) a tabela 5.3 faz um resumo das condições cinemáticas em que a esfera se encontra.

Tabela 5.4: Variáveis cinemáticas para o pêndulo no instante t = 0,60s.

Variável	Valor
Tempo (t)	0,60s
Posição angular (θ)	-0,4680rad
Velocidade angular ($\omega)$	-2,003, rad/s
Aceleração angular (α)	$43,9670rad/s^2$
Velocidade (V_{tan})	-0,2000m/s

Neste instante o pêndulo tem movimento de subida, desacelerado, finalizando o primeiro ciclo. Neste exato momento se dá a inversão do campo de pressão, como mostrado na figura 5.33. Esta inversão ocorre pois, a esfera, que antes comprimia as partículas de fluido à sua esquerda, passa agora a resistir ao movimento do fluido à sua direita, ou seja, o campo de pressão que antes estava positivo à esquerda da esfera passa a ser negativo e o inverso ocorre à direita da esfera, devido à inversão da aceleração do pêndulo. As figuras



Figura 5.31: Distribuição do campo da componente da vorticidade, em y, para o intante t = 0, 20 s.

5.34 a 5.36 mostram a distribuição das componentes de velocidade $u, v \in w$, respectivamente. Novamente, é possível notar que a magnitude da componente de velocidade v é bem pequena se comparada com as outras componentes, o que se explica pelo fato que o pêndulo não possui liberdade para se deslocar na direção y. Todos os vetores velocidades que surgem nesta direção são devidos à dinâmica do escoamento. A distribuição para a componente de vorticidade na direção y e a viscosidade turbulenta normalizada são apresentados nas figuras 5.37 e 5.38. Nota-se que nesse instante as regiões onde a magnitude da vorticidade e do coeficiente de viscosidade são elevados e aparecem também fora da trajetória do pêndulo. O escoamento se torna complexo. Na figura 5.37 notam-se regiões de fluido descrevendo movimentos rotativos tanto no sentido horário quanto no sentido anti-horário. A figura 5.40 mostra detalhes do escoamento através da indicação dos vetores velocidade para o plano xy, na posição z = 0, 11 m. Neste detalhe, à esquerda da esfera nota-se que os vetores velocidade estão direcionados para a esquerda e para cima, evidenciando o transporte de fluido neste sentido, devido ao movimento de subida da esfera. A direta da esfera percebe-se o movimento de fluido em sentidos contra-rotativos, comuns em regiões de esteiras. A figura 5.41 mostra as estruturas turbilhonares semelhantes às estru-



Figura 5.32: Distribuição do campo da viscos
idade turbulenta normalizada para o intante t = 0, 20 s.

turas do tipo grampo de cabelo. São estruturas coerentes⁴, comuns em escoamento sobre esfera em repouso. Este tipo de estruturas foram mostradas nos resultados da simulação numérica do escoamento sobre uma esfera em repouso a número de Reynolds Re = 500, figura 5.14. A direfença é que neste caso as duas estruturas contra-rotativas que formam o grampo de cabelo tem uma deformação em formato curvo, devido ao movimento circular do pêndulo. Pode-se notar também uma estrutura rotacional, no formato de anel, que se desprende da esfera quando a mesma inverte o seu movimento. Para geração destas figuras foi utilizado o critério Q = 300 e as isosuperfícies de Q foram coloridas com a componente de vorticidade W_x , para evidenciar o movimento contra-rotativo das estruturas formadas na esteira da esfera.

Para o deslocamento anti-horário acelerado, dado em t = 0,65 s, instante de análise de número 4, foram feitas as mesmas análises. A tabela 5.5 contém as informações a respeito das condições cinemáticas da esfera neste momento. Nota-se através das figuras com a distribuições das componentes de velocidade, figuras 5.42 a 5.44, que o escoamento

 $^{{}^{4}}$ Estruturas coerentes são aquelas que permanecem bem definidas no espaço e no tempo, por um tempo maior que o seu tempo característico.



Figura 5.33: Instante de inversão do campo de pressão, t = 0,60 s.

encontra-se ainda mais instável ao longo de todo o espaço, cada vez mais complexo. Na figura da distribuição do campo de pressão (Figura 5.45), pode-se observar a presença de pontos de baixa pressão, relativos aos centros de estruturas rotacionais. Pode-se notar valores mais elevados da viscosidade turbulenta normalizada nas regiões de maior gradiente de velocidade (nos limites entre as regiões com vetores velocidade de grande e de pequenas amplitudes) (igura 5.47). A distribuição do campo da componente de vorticidade w_y pode ser visto na figura 5.46. As figuras 5.48 e 5.49 mostram com mais detalhes os vetores velocidades no entorno da esfera, para planos em z = 0,099 e z = 0,11, respectivamente.

Tabela 5.5: Variáveis cinemáticas para o pêndulo no instante t = 0,65s.

Variável	Valor
Tempo (t)	0,65s
Posição angular (θ)	-0,5162rad
Velocidade angular (ω)	0,3477, rad/s
Aceleração angular (α)	$48,0080rad/s^2$
Velocidade (V_{tan})	$3,4767 imes 10^{-2} m/s$



Figura 5.34: Distribuição do campo da componente de velocidade u para o instante t = 0,60s.

À medida que o tempo passa e o pêndulo oscila, o escoamento é cada vez mais instável, tornando-se cada vez mais complexo. Com o movimento acelerado para baixo, gera-se um escoamento no sentido do deslocamento da esfera e no sentido negativo de z. Quando o pêndulo sobe (movimento é desacelerado), provoca deslocamento de fluido no sentido positivo de z, com menor intensidade se comparado com os deslocamentos de fluido devido à descida. Devido a este efeito, para cada meio ciclo do pêndulo as estruturas contrarotativas são geradas e são transportadas no sentido negativo de z. A figura 5.50, gerada no instante de análise 5, t = 1,00 s, mostra essas estruturas. Para este instante, as variáveis calculadas pelo modelo estrutural são mostradas pela Tabela 5.6. As letras A, B e C, Figura 5.50, assinalam as estruturas geradas para um período e meio de ciclo. As estruturas indicadas pela letra A são formadas quando o pêndulo se desloca por meio período. As estruturas indicadas por B são formadas quando ele retorna para o primeiro quadrante, completando um ciclo e as estruturas indicadas por C são formadas quando este se desloca para o terceiro meio-período subsequente. Os instantes correspondentes a estes meios períodos estão marcados com pontos amarelos na legenda da figura 5.50. Na figura 5.51 os vetores velocidades são plotados para plano z = 0,094 m. Nesta figura



Figura 5.35: Distribuição do campo da componente de velocidade v para o instante t = 0,60s.

pode-se notar os vórtices formados na região a jusante da esfera, no lado direito da mesma.

Variável	Valor
Tempo (t)	1,00s
Posição angular (θ)	-0,49rad
Velocidade angular (ω)	-1,57, rad/s
Aceleração angular (α)	$-45,84rad/s^{2}$
Velocidade (V_{tan})	-0,16m/s

Tabela 5.6: Variáveis cinemáticas para o pêndulo no instante t = 1,00s.



Figura 5.36: Distribuição do campo da componente de velocidade w para o instante t = 0,60s.



Figura 5.37: Distribuição do campo da componente de vorticidade W_y para o instante t = 0,60s.



Figura 5.38: Distribuição do campo da viscos
idade turbulenta normalizada para o instante $t=0,60\,s.$



Figura 5.39: Distribuição do campo da variável Q, para o instante $t=0,60\,s.$



Figura 5.40: Detalhe do escoamento ao redor da esfera que compõe o pêndulo no instante t = 0,60 s.



Figura 5.41: Isosuperfícies de Q para o intante t = 0, 6 s, evidenciando a formação de estruturas rotativas do tipo anéis e grampo de cabelo.



Figura 5.42: Distribuição do campo da componente de velocidade u para o instante t = 0,65s.



Figura 5.43: Distribuição do campo da componente de velocidade v para o instante t = 0,65s.



Figura 5.44: Distribuição do campo da componente de velocidade w para o instante t = 0,65s.



Figura 5.45: Distribuição do campo de pressão para o intante t = 0,65 s.



Figura 5.46: Distribuição do campo da componente de vorticidade W_y para o instante t = 0,65s.



Figura 5.47: Distribuição do campo da viscos
idade turbulenta normalizada para o instante $t=0,65\,s.$



Figura 5.48: Detalhe do escoamento ao redor da esfera no plano z = 0,099 m.



Figura 5.49: Detalhe do escoamento ao redor da esfera no plano z = 0, 11 m.



Figura 5.50: Isosuperfícies de Q para o intante t = 1, 0 s, evidenciando a formação de estruturas rotativas do tipo anéis e grampo de cabelo.



Figura 5.51: Detalhe do escoamento, representado por vetores velocidade traçados no plano $z=0,094\,m$

Para uma análise do comportamento da metodologia variou-se o coeficiente de viscosidade e comparou-se os resultados para a posição angular, como mostrado na figura 5.52. Como era de se esperar, o resultado com coeficiente de viscosidade $\mu = 10^{-6}[N s/m^2]$ é menos amortecido que o resultado para $\mu = 10^{-3}[N s/m^2]$, ou seja, o fluido com viscosidade oferece menor resistência ao movimento da esfera.



Figura 5.52: Posição angular do pêndulo pelo tempo para diferentes valores de coeficiente de viscosidade.

Capítulo vi

Discussão dos resultados

Foi visto no capítulo anterior que o método da solução manufaturada é muito importante para análise de códigos computacionais. Por isso, trata-se de uma ferramenta indíspensável para validação de códigos computacionais e que permite determinar a ordem de convergência do código compuacional. Somente de posse destes resultados é que se pode avaliar quanto uma metodologia ou um código computacional é preciso e como a precisão aumenta com o refinamento da malha. Permite ainda estimar o refinamento de malha necessário para se resolver um dado problema, com a devida acurácia.

A respeito do método multi-forçagem, pode-se dizer que, de fato, é um método indicado para se resolver problemas fortemente dependentes do tempo e em que a condição de escorregamento é um parâmetro fundamental. Isto é comprovado fazendo-se análise dos gráficos da norma L_2 para os resultados obtidos nos testes do efeito do número de ciclos utilizado pelo método multi-forçagem. Com os resultados desses testes foi possível notar que existe um número mínimo de ciclos para o qual os parâmetros físicos do escoamento, como o coeficiente de arrasto Cd, são calculados com o devida exatidão. Para o teste do cálculo do C_d do escoamento ao redor de uma esfera parada a número de Reynolds $Re_d = 1, 0,$ em que foi utilizada a malha de 64.800 volumes e variou-se o número de ciclos utilizado pelo método multi-forçagem, foi observado que o o valor do coeficiente de arrasto se torna independente do número de ciclos para $N_{ciclos} > 200$. Entretanto, para simulação numérica do escoamento sobre uma esfera parada, a número de Reynolds $Re_d = 500$, em que foi utilizada uma malha com aproximadamente 4,5 milhões de pontos, o valor do C_d tem independência do número de ciclos e se aproxima dos resultados de referência, mesmo utilizando $N_{ciclos} > 20$. Esta comparação indicada que o número de ciclos ideal também depende do refinamento da malha.

Em relação ao pêndulo, as simulações preliminares realizadas mostram resultados qualitativos muito promissores.

De forma geral, pode-se dizer que este é um problema altamente dependente do tempo; pequenas diferenças entre as condições iniciais entre o experimento e as utilizadas na solução numérica do presente trabalho evoluem no tempo para diferanças ainda maiores. Os gradientes das propriedades ao longo do tempo são elevados, o pêndulo parte do repouso, frações de segundo depois sua velocidade é elevada de forma que em milisegundos o número de Reynolds passa de 0 (zero) para aproximadamente 10.000.

Deve ser lembrado que um fator importante é o refinamento da malha na região de interesse. Como a metodologia do presente trabalho propõe utilizar malha cartesiana para o domínio euleriano, pequenas variações no refinamento da malha resultam um acréscimo elevado do número de volumes final na malha. Por este motivo, para minimizar os efeitos de custo computacional foi necessário fazer uso de malha não uniforme com grandes estiramentos nas regiões afastadas da esfera. Estas e outras fontes de diferenças serão investigadas, buscando melhorias na formulação, na metodologia numérica, no algoritmo bem como as influências da malha sobre os resultados. Analisando a figura 5.52, diz-se que os resultados são fisicamentes coerentes. A meddida que se diminui a viscosidade do fluido de $\mu = 10^{-3} [kg/m s]$ para $\mu = 10^{-6} [kg/m s]$, a taxa de amortecimento também diminui, ou seja, o fluido oferece menor resistência ao deslocamento do pêndulo.

Capítulo VII

Conclusões

No presente trabalho apresentou-se uma metodologia para solução de problemas de interação fluido-estrutura, através do método da fronteira imersa e do método multiforçagem. Os resultados apresentam convergência de segunda ordem e, para a geometria em repouso, o problema é bem resolvido como exemplificado para o problema de escoamento sobre uma esfera.

Foi mostrado que o número de ciclos utilizado pelo método multi-forçagem influencia nos resultados da norma L_2 , bem como dos coeficientes C_d , C_l e C_s . Além disso, foi mostrado que este parâmetro também depende do grau de refinamento da malha. Pode-se então concluir que este parâmetro deve ser avaliado de forma dinâmica, para cada passo de tempo, estabelecendo-se um critério de convergência e não o critério pelo número de ciclos. O parâmetro de referência para análise da número de ciclos ideal (em cada passo de tempo) pode ser a variação da velocidade estimada para os pontos lagrangianos, uma vez que o propósito do método é garantir a condição de não deslizamento na interface fluido-sólido.

Os resultados obtidos para a solução do problema de interação fluido-estrutura ainda são preliminares, embora os resultados são coerentes do ponto de vista físico. Uma análise dimensional deve ser feita para garantir igualdade entre os parâmetros experimentais e computacionais. O modelo estrutural também deve ser melhorado, verificando se a força de tração no cabo é positiva, mantendo o mesmo estendido; verificar o balanço de momentos nas três direções, etc. Ainda para o problema de fluido-estrutura, pode-se dizer que o refinamento da malha é um fator importante. O uso de malhas adaptativas seria também adequado para este tipo de problema. Desenvolvimentos estão em curso.

Alguns passos futuros seriam o estudo do efeito do modelo de turbulência e do comportamento da interação fluido-estrutura para amplitudes muito pequenas, onde há dificuldade de se analisar a força de arrasto devido à magnitude das velocidades envolvidas serem muito pequenas. Nessa situação o refinamento da malha é um fator determinante.

Capítulo VIII

Perspectivas para próximos desenvolvimentos

O presente trabalho foi parte de um projeto maior sobre o grande e desafiante tema: interação fluido-estrutura. Esse tema está sendo estudado e desenvolvido pelo grupo a mais de 6 (seis) anos, devido aos interesses da indústria nacional, sobretudo no que se refere ao setor de petróleo, setor aeronáutico e de compressores. Muito já se avançou no projeto, tendo-se atualmente reais condições de modelar de forma completamente acoplada esse complexo problema. Nem mesmo os códigos comerciais fornecem a possibilidade e a flexibilidade para a análise totalmente acoplada do fluido e da estrutura como foi abordado no presente trabalho. No entanto, muitos são ainda os desafios que devem ser enfrentados. Nesse sentido, lista-se abaixo os principais pontos a serem tocados como sequência do presente trabalho:

- Melhorias na modelagem da metodologia de fronteira imersa, buscando um critério mais rigosoro para avaliação do número de cliclos utilizado na técnica de Multiforçagem;
- Melhorias na modelagem estrutural, com análises da tridimensionalidade do comportamento do pêndulo;
- Melhorias no refinamento local adaptativo da malha, propondo metodologia para tal;

128 CAPÍTULO 8. PERSPECTIVAS PARA PRÓXIMOS DESENVOLVIMENTOS

- Melhoria na modelagem da turbulência, verificando a influência do modelo de turbulência utilizado;
- Estudos e aplicações em problemas reais como "risers"; aeroelasticidade e válvulas de compressores.

Referências Bibliográficas

- Ascher U. M., Ruuth S. J., Wetton B. T. R. Implicit-Explicit Methods for Time-Dependent Partial Differential Equations. SIAM Journal on Numerical Analysis n.3, vol.32, p.797-823. 1995.
- [2] CAMPREGHER, R. Modelagem matemática tridimensional para problemas de fluido-estrutura. 2005. 160p. Tese de doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- [3] FADLUN, E.; VERZICCO, R, ORLANDI, P.; MOHD-YUSOF, J. Combined immersed-boundary Finite-Difference methods for three-dimensional complex flow simulation. Journal of Computational Physics. n. 161, p. 35-60. 2002.
- [4] FARHAT, C. LESOINNE, M. LETALLEC, P. Load and motion transfer algorithms for fluid/structure interaction problems with non-matching discrete interface: Momentum and Energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. n.157, p. 95-114. 1998.
- [5] FERZIGER, J., PERIC, M. Computational Methods for Fluid Dynamics 3rd Ed.Springer Verlag 2002. New York, USA.
- [6] FLYNN, M.J. Very high-speed computing systems Proc. IEEE 54. n.12, p. 1901-1909. 1966.
- [7] GILMANOV, A.; SOTIROPOULOS, F.; BALARAS, E. A general reconstruction

algorithm for simulating flow with complex 3D immersed boundaries on Cartesian grids. Journal of Computational Physics. n. 191, p.660-669. 2003.

- [8] GLOWINSKI, R.; PAN, T. W.; e PÉRIAUX, J. Distributed Lagrange multiplier methods for incompressible viscou flow around moving rigid bodies. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. n. 151, p. 181-194. 1998.
- [9] GLOWINSKI, PAN, T.-W., HELSA, T. I., JOSEPH, D.D. A distributed Lagrange multiplier/Fictitious domain method for particulate flows. Iternational Journal o Multiphase-Flow. n.25, p. 755-794. 1999.
- [10] GOLDSTEIN, D.; HANDLER, R.; SIROVITCH, L. Modeling a no-slip flow boundary with an external force field. Journal of Computational Physics. n.150, p. 354-366. 1993.
- [11] GRIFFITH, B., PESKIN, C., On the order of accuracy of the immersed boundary method: Higher order convergence rates for sufficiently smooth problems. Journal of Computational Physics. n.208, p75-105. 2005.
- [12] JUARÈZ, L. H.; GLOWINSKI, R. Numerical Simulation of The Motion of Pendula in an Incompressible Viscous Fluid by Lagrange Multiplier/Fictitious Domain Methods. In: Fourteenth International Conference on Domain Decomposition Methods.
- [13] KIM, J.; KIM, D.;CHOI, H. An immersed-boundary Finite-Volume method for simulations of flow in complex geometries. Journal of Computational Physics. n.171, p.132-150. 2001.
- [14] LESSANI B., PAPALEXANDRIS M. V. Time accurate calculation of variable density flows with strong temperature gradients and combustion. Journal of Computational Physics. n.212, p.218-246. 2006.
- [15] LIMA E SILVA, A. L. F. Desenvolvimento de implementação de uma nova metodologia para modelagem de escoamentos sobre geometrias complexas: método da fronteira imersa com modelo físico virtual. 2002. 141 p. Tese de doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

- [16] MARTINS, D. A. M., SILVEIRA-NETO, A., STEFFEN JR, V. A pendulum-based model for fluid-structure interaction analyses. n., p. 2008.
- [17] MASUD, A.; BHANABHAGVANWALA, R. A. K. An adaptive mesh rezoning scheme for moving boundary flows and fluid-structure interaction. Computers & Fluid. n.36, p.77-91. 2007.
- [18] MOHD-YUSOF, J. Combined immersed-boundaries/B-splines methods for simulationsof flow in complex geometries. In: CTR ANNUAL RESEARCH BRIEFS, 1997, NASA Ames/Stanford University. p. 317-327.
- [19] MOHD-YUSOF, J. Development of immersed boundary methods for complex geometries. In: CTR ANNUAL RESEARCH BRIEFS, 1998, NASA Ames/Stanford University. p. 325-336.
- [20] MORAIS, M. V. G.Modelagens Numéricas pelo Método dos Elementos Finitos em problema de Inteação Fluido-Estrutura. 2000. 157p. Dissertação de mestrado - Universidade de Brasília, Brasília-DF.
- [21] Nós, R. L. Simulações de escoamentos tridimensionais bifásicos empregando métodos adaptativos e modelos de campo de fase. 2007. Tese de Doutorado -Universidade de São Paulo. São Paulo-SP.
- [22] OLIVEIRA, J. E. S. Método de Fronteira Imersa Aplicado à Modelagem Matemática e Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos sobre Geometrias Móveis e Deformáveis. 2006. 200p. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia-MG.
- [23] PEDROSO, L. J. Estudo do acoplamento fluido-estrutura baseado numa formulação potencial simétrica orientado a problemas em estruturas de reatores nucleares: modelagem numérica pelo MEF adaptado a análise do comportamento dinâmico de problemas complexos e grandes sistemas acoplados. 1998. Relatório de projeto de estudos e pesquisa - Universidade de Brasília, Brasília-DF.

- [24] PESKIN, C. S. Flow Patterns Around Heart Valves: A numerical method. Journal of Computational Physics. n.10. p.252-271. 1972.
- [25] PILLER, M. e STALIO, E. Finite-Volume compact schemes on staggered grids Journal of Computational Physics. n.197, p.299-340. 2004.
- [26] ENRIQUEZ-REMIGIO, S. A. Simulação Numérica Bidimensional da Interação Fluido-Estrutura através do Método Físico Virtual. 2005. 105 p. Tese de doutorado - Universidade de São Paulo, São Paulo.
- [27] RHIE C. M., CHOW W. L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. AIAA Journal n.21 p.1525. 1983.
- [28] SAIKI, E. e BIRINGEN, S. Numerical simulation of a cylinder in uniform flow/application of a virtual boundary method. Journal of Computational Physics. n.123, p450-465. 1996.
- [29] SILVA, A. L. F. L., SILVEIRA-NETO, A., DAMASCENO, J. J. R. Numerical Simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. Journal of Computational Physics. n. 189, p 351-370. 2003.
- [30] SILVEIRA-NETO, A. Turbulência nos fluidos aplicada. 2002. 175 p. Apostila da Disciplina Turbulência nos fluidos do Programa de Pós-Graduaçõ da Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia-MG.
- [31] SOARES JÚNIOR, D. Análise dinâmica de sistemas não lineares com acoplamento do tipo solo-fluido-estrutura por intermédio do método dos elementos finitos e do método dos elementos de contorno. 2004. 235p. Tese de doutorado - Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-RJ.
- [32] UNVERDI, S.; TRYGGVASON, G.A. Front-tracking method for viscous, incompressible, multi-flows. Journal of Computational Physics. n. 100, p 25-37. 1992.
- [33] VEDOVOTO, J. M. Modelagem Matemática e Simulação Numérica de Escoamentos Incompressíveis Sobre Geometrias Complexas Tridimensionais

Utilizando o Método da Fronteira Imersa. 2007. 129p. Dissertação de mestrado
Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

- [34] VEDOVOTO, J. M. Desenvolvimento de uma Modelagem da Combustão em Escoamento Turbulento baseada em Metodologia Híbrida Euleriana/Lagrangiana e na Metodologia de Fronteira Imersa. 2009. 124p. Relatório de qualificação apresentada à Universidade Federal de Uberlândia - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.
- [35] WANG Zeli, FAN J, LUO K.; Combined multi-direct forcing immersed boundary method for simulating flows with moving particles. International Journal of Multiphase Flow. n.34, p. 283-302. 2008.
- [36] VILLAR, M. M. Análise Numérica Detalhada de Escoamentos Multifásicos Bidimensionais. 2008. 209p. Tese de doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- [37] YU, Z. A DLM/FD method for fluid/flexible-body interactions. Journal of Computational Physics. n. 207, p. 1-27. 2005.