

# CAPÍTULO V

## Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos no presente trabalho, divididos em duas partes: os resultados da validação e qualificação do código computacional e os resultados do problema do pêndulo imerso.

Os resultados de validação do código são referentes apenas à parte que corresponde à fronteira imersa, já que a validação dos esquemas numéricos para a solução do campo de velocidades e de pressão foram validados no trabalho de Vedovoto (2009). Para validação da solução de problemas com o uso da metodologia de fronteira imersa utilizando mais de um processador os resultados foram comparados com os obtidos quando se utilizou apenas um processador.

Para análise da ordem de convergência do programa computacional utilizado foram feitas simulações e os resultados foram comparados com os respectivos resultados analíticos sintetizados através do método da solução manufaturada. Para esta análise foi possível observar que a metodologia tem convergência de ordem 2 (dois).

Foram feitas análises a respeito do método multi-forçagem. Nestes testes fica evidente a capacidade da metodologia de se resolver problemas que envolvem escoamento ao redor de geometrias não deformáveis, garantindo a condição de não escorregamento. Foi exposta também a necessidade da análise prévia do número de iterações utilizadas pelo método, o que influencia, além da condição de não escorregamento, os parâmetros físicos deste escoamento.

Um estudo para o problema de escoamento ao redor de esferas paradas também foi

feito. Através deste estudo pode-se demonstrar que a ferramenta numérica é capaz de simular este tipo de escoamento para diferentes números de Reynolds e cujos resultados numéricos se aproximam dos dados encontrados na literatura

Por fim, são apresentados os resultados preliminares do problema de interação fluido-estrutura.

## 5.1 Método das soluções manufaturadas

Nesta seção são mostrados alguns resultados relativos à validação do código computacional, no que se refere ao método da fronteira imersa. A proposta é resolver as equações de Navier-Stokes para um problema que tenha solução analítica.

O método das soluções manufaturadas foi proposto por Chorin (1968). Em seu trabalho o autor utiliza o método das soluções manufaturadas para a validação e verificação de ordem para o método preditor-corretor.

Em síntese, o método das soluções manufaturadas propõe o seguinte procedimento:

- São propostas equações para as componentes de velocidade<sup>1</sup> e para a pressão;
- tais soluções são substituídas nos termos das equações de Navier-Stokes e admite-se um termo fonte para estas equações. Estas equações são resolvidas analiticamente;
- determina-se o termo fonte para cada uma das equações de Navier-Stokes;
- discretiza-se as equações de Navier-Stokes, levando em conta os termos fonte determinados;
- resolve-se numericamente os campos de velocidade e de pressão;
- compara-se os resultados obtidos.

Nota-se que, como é conhecido o valor das componentes de velocidade e da pressão, fica a critério o tipo de condição de contorno a ser utilizada na solução numérica. De

---

<sup>1</sup>As equações devem ser tais que obedeçam o critério de conservação da massa.

posse dos dois resultados, pode-se fazer análise de acurácia do procedimento numérico, bem como determinar a ordem de convergência da metodologia utilizada.

Para o presente trabalho, foram utilizadas as seguintes soluções para as equações de Navier-Stokes:

$$u_a = \sin(x) \cos(y) \cos(z) \cos(2\pi t) \quad (5.1)$$

$$v_a = \cos(x) \sin(y) \cos(z) \cos(2\pi t), \quad (5.2)$$

$$w_a = -2 \cos(x) \cos(y) \sin(z) \cos(2\pi t), \quad (5.3)$$

$$p_a = \sin(x) \sin(y) \sin(z) \cos(2\pi t), \quad (5.4)$$

em que  $x, y, z$  são as coordenadas do domínio de solução e  $t$  é o tempo. Substituindo as expressões da componentes de velocidade e da pressão nas equações de Navier-Stokes (Equação 3.2) obtém-se os seguintes termos fonte:

$$\begin{aligned} f_{xa} = & -2\rho \sin(x) \cos(y) \cos(z) \sin(2\pi t)\pi \\ & + \cos(x) \sin(y) \sin(z) \cos(2\pi t) \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} & + \rho \sin(x) \cos(y) 2 \cos(z) 2 \cos(2\pi t) 2 \cos(x) \\ & - \rho \cos(x) \sin(y) 2 \cos(z) 2 \cos(2\pi t) 2 \sin(x) \\ & + 2\rho \cos(x) \cos(y) 2 \sin(z) 2 \cos(2\pi t) 2 \sin(x) \\ & + 3\mu \sin(x) \cos(y) \cos(z) \cos(2\pi t), \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} f_{ya} = & -2\rho \cos(x) \sin(y) \cos(z) \sin(2\pi t)\pi \\ & + \sin(x) \cos(y) \sin(z) \cos(2\pi t) \\ & - \rho \sin(x) 2 \cos(y) \cos(z) 2 \cos(2\pi t) 2 \sin(y) \\ & + \rho \cos(x) 2 \sin(y) \cos(z) 2 \cos(2\pi t) 2 \cos(y) \\ & + 2\rho \cos(x) 2 \cos(y) \sin(z) 2 \cos(2\pi t) 2 \sin(y) \\ & + 3\mu \cos(x) \sin(y) \cos(z) \cos(2\pi t), \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned}
f_{za} = & 4\rho \cos(x) \cos(y) \sin(z) \sin(2\rho t)\pi \\
& + \sin(x) \sin(y) \cos(z) \cos(2\rho t) \\
& + 2\rho \sin(x) 2 \cos(y) 2 \cos(z) \cos(2\rho t) 2 \sin(z) \\
& + 2\rho \cos(x) 2 \sin(y) 2 \cos(z) \cos(2\rho t) 2 \sin(z) \\
& + 4\rho \cos(x) 2 \cos(y) 2 \sin(z) \cos(2\rho t) 2 \cos(z) \\
& - 6\mu \cos(x) \cos(y) \sin(z) \cos(2\rho t),
\end{aligned} \tag{5.8}$$

onde  $\mu$  e  $\rho$  são constantes, ou seja, esta solução é válida somente para escoamentos incompressíveis.

Para o cálculo da força lagrangiana, a velocidade da fronteira imersa, que é representada pelo termo  $U_L^{n+1}$  da equação 4.37, é calculada de forma analítica, segundo a equação 5.9,

$$U_L = u_a^{t+\Delta t}. \tag{5.9}$$

Todas as soluções numéricas das equações de Navier-Stokes, com os termos fonte acima apresentados foram obtidas para um domínio de cálculo com dimensões  $4\pi \times 2\pi \times 2\pi$ . Esse domínio foi discretizado com malhas uniformes, para diferentes níveis de refinamento. O objeto imerso utilizado é uma esfera de diâmetro  $\pi$ , com 98 nós lagrangianos, figura 5.1.

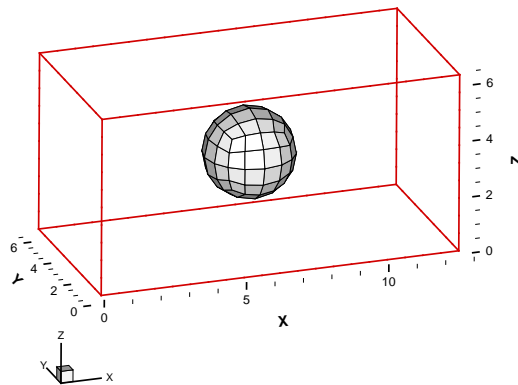


Figura 5.1: Malha lagrangiana utilizada para simulações envolvendo soluções manufaturadas com fronteira imersa.



### 5.1.1 Validação da solução numérica em paralelo

Inicialmente a solução das equações de Navier-Stokes é obtida através do método das soluções manufaturadas, com a presença de um corpo imerso, utilizando-se apenas um computador. Posteriormente esse mesmo problema é resolvido de forma paralela, utilizando mais de um computador. Os resultados são comparados. A solução deve ser idêntica se comparada com a solução serial<sup>2</sup>.

O problema proposto para a validação do código computacional possui domínio de dimensões  $4\pi \times 2\pi \times 2\pi$ , em cujo centro é posicionada uma esfera de diâmetro  $\pi$ , conforme ilustrado na figura 5.1. O domínio computacional é discretizado em  $20 \times 10 \times 10$  volumes, particionado segundo a direção  $x$ , resultando em três subdomínios. O primeiro domínio tem dimensões  $\pi \times \pi \times \pi$ , o segundo (central), possui dimensões  $2\pi \times \pi \times \pi$  e o terceiro,  $\pi \times \pi \times \pi$ . A malha computacional resultante do processo de discretização pode ser vista na figura 5.2.

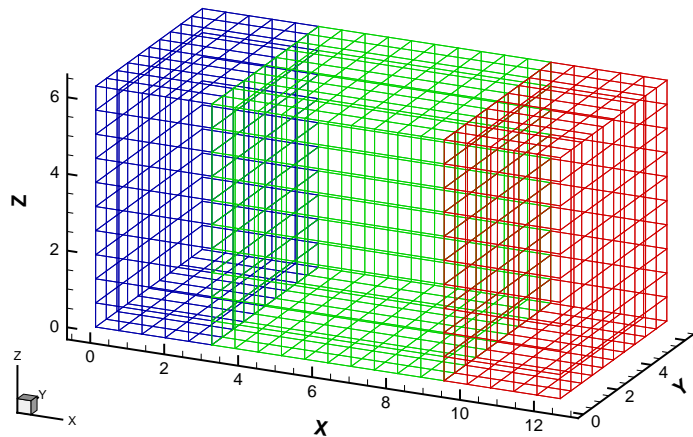


Figura 5.2: Malha  $20 \times 10 \times 10$  dividida em três partições para o cálculo em paralelo.

Para a solução deste problema foram utilizados 3 (três) computadores, sendo que cada um resolveu uma das partições do domínio. Os resultados obtidos do processamento em paralelo são apresentados na figura 5.3. Nessa figura são apresentadas as distribuições das componentes de velocidade,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e da pressão  $p$ . Essas distribuições são apresentadas na forma de isovalores:  $(-0,3, 0, 0,3)$  para a componente de velocidade  $u$ ;  $(-0,35, 0, 0,35)$

<sup>2</sup>É a solução obtida utilizando-se somente um computador/processador

para a componente de velocidade  $v$ ;  $(-0,7, 0, 0,7)$  para a componente de velocidade  $w$ ;  $(-0,3, 0, 0,3)$  para a pressão  $p$ .

Os erros numéricos são obtidos subtraindo os resultados numéricos dos respectivos valores obtidos através da solução analítica sintetizada. Como as soluções analíticas sintetizada foram propostas utilizando senos e cossenos (equações 5.1 a 5.4), os resultados são periódicos e os erros numéricos tem o máximo valor onde as soluções se aproximam de 0 (zero). Nessas regiões exige-se maior precisão para o cálculo das variáveis de interesse. É importante notar que os erros foram apresentados em valores absolutos.

O erro relativo foi calculado para a componente de velocidade  $u$ , no instante final da simulação ( $t = 3,1416$  s), na posição  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , onde o erro absoluto tem valor máximo. Nesta situação o resultado numérico possui erro de 0,20% quando comparado com a velocidade analítica sintetizada para a mesma posição e no mesmo instante de tempo.

Para aferir os erros numéricos devido a paralelização do programa computacional utilizou-se uma sonda posicionada em  $\left(\pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  mediu-se o sinal da componente de velocidade  $u$  função do tempo, tanto para o caso serial quanto paralelo. O resultado comparativo pode ser observado na figura 5.5. Da mesma forma, a pressão é comparada na figura 5.6, onde se verifica que os resultados estão concordantes. Para ambas as medições o erro obtido é da ordem de  $10^{-5}$ .

### 5.1.2 Análise de ordem de convergência

Como foi mencionado, a solução manufaturada permite obter a ordem de convergência do código computacional. Pode-se entender por ordem de convergência a taxa na qual o erro numérico decai à medida que se refina a malha computacional.

Uma proposta do presente trabalho é calcular a ordem de convergência do código computacional utilizado, com o uso da metodologia de fronteira imersa. Nesse tipo de análise resolvem-se numericamente as equações de Navier-Stokes para diferentes níveis de refinamento de malha e comparam-se os resultados segundo uma norma escolhida.

Para os cálculos das soluções numéricas envolvidas na obtenção da ordem do código

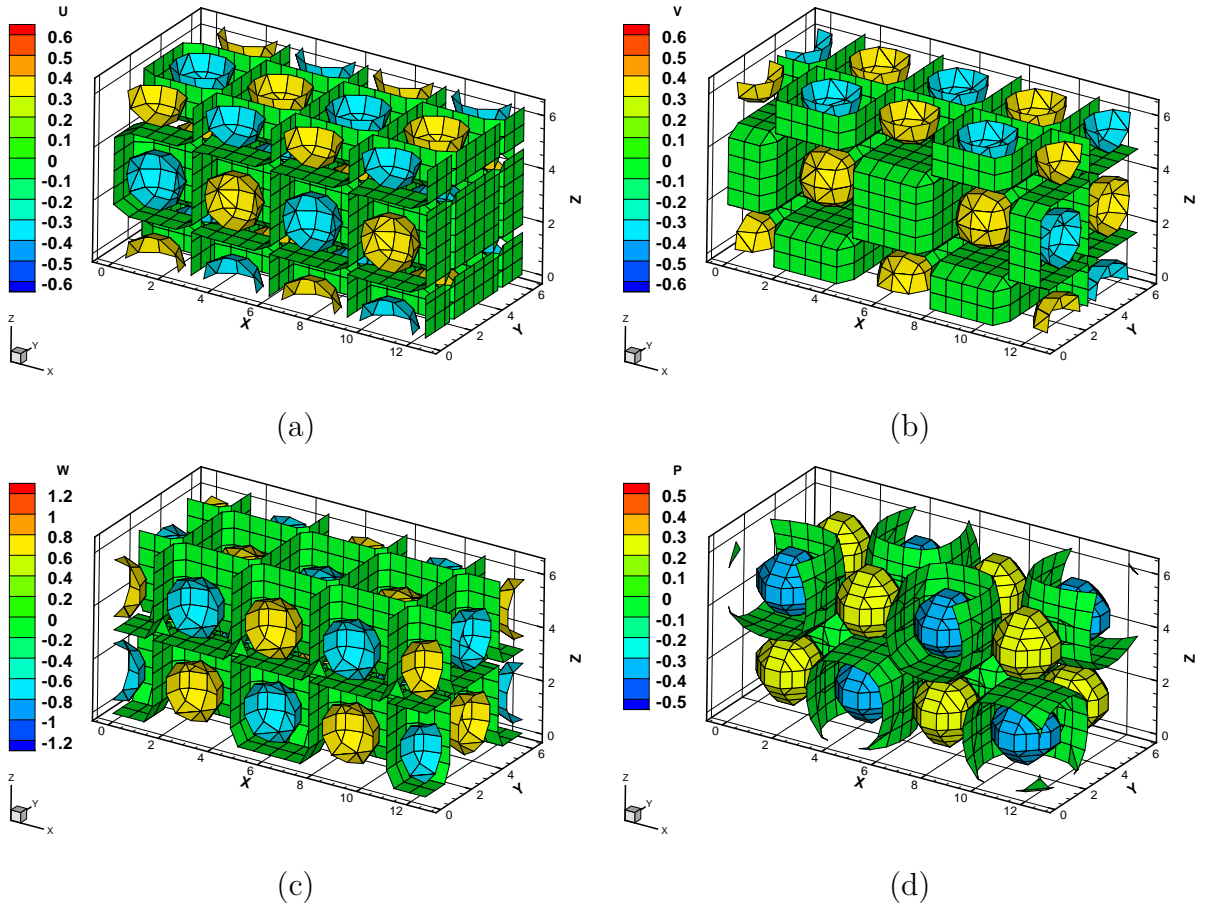


Figura 5.3: Solução manufaturada, solução em paralelo utilizando três computadores: (a) isovalores  $(0,3, 0, -0,3)$  para a componente de velocidade  $u$ , na direção  $x$ ; (b) isovalores  $(0,35, 0, -0,35)$  para a componente de velocidade  $v$ , na direção  $y$ ; (c) isovalores  $(0,7, 0, -0,7)$  para a componente de velocidade  $w$ , na direção  $z$ ; (d) isovalores  $(0,3, 0, -0,3)$  para a a pressão.

computacional foram utilizadas três malhas computacionais:  $80 \times 40 \times 40$ ,  $40 \times 20 \times 20$  e  $20 \times 10 \times 10$  e o critério de avaliação utilizado foi a norma  $L_2$ , que pode ser obtida através da equação 5.10:

$$L_2 = \sqrt{\frac{\sum (\phi_{ana} - \phi_{num})^2}{N}}, \quad (5.10)$$

em que  $N$  é o número total de volumes elementares que compõem o domínio de cálculo discretizado;  $\phi_{ana}$  e  $\phi_{num}$  representam a variável analítica e a respectiva variável numérica. Este critério foi utilizado para as variáveis  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $p$ . A figura 5.7 faz uma comparação

da norma  $L_2$  para a componente de velocidade  $u$  entre os resultados obtidos para a malha de  $20 \times 10 \times 10$  volumes e a malha de  $40 \times 20 \times 20$  volumes. Para esses resultados pode-se notar uma queda acentuada no valor da norma  $L_2$  para o resultado obtido com a malha de  $40 \times 20 \times 20$  volumes, se comparada com o resultado obtido para a malha  $20 \times 10 \times 10$ , o que acontece devido ao refinamento da malha.

É importante ressaltar a diferença entre precisão e ordem de convergência numérica. A ordem de convergência mede com que taxa o erro numérico decai com o refinamento da malha. Por outro lado, a precisão está relacionada à acurácia de um resultado obtido com uma determinada malha. Na figura 5.7 pode-se observar a precisão do método (em torno de  $4 \times 10^{-4}$  para a malha de  $20 \times 10 \times 10$  volumes e  $2 \times 10^{-4}$  para a malha de  $40 \times 20 \times 20$  volumes) para a solução da fronteira imersa.

A ordem de convergência pode ser calculada seegundo a proposta de Villar (2007):

$$q = \frac{\log\left(\frac{\|\phi_{2h} - \phi_e\|}{\|\phi_h - \phi_e\|}\right)}{\log(2)}, \quad (5.11)$$

onde  $\phi$  é a variável de interesse. Como mencionado, as malhas utilizadas para o cálculo da ordem de convergência foram:  $80 \times 40 \times 40$ ,  $40 \times 20 \times 20$  e  $20 \times 10 \times 10$ , ou seja, a taxa de refinamento da malha utilizada é 2. Desta forma, o termo  $\phi_{2h}$  representa o valor da variável de interesse obtida com a malha mais refinada e  $\phi_h$  representa o valor da variável de interesse obtida com a malha menos refinada. O termo  $\phi_e$  é o valor exato (analítico) para a variável de interesse. O valor  $\log(2)$  que aparece no denominador é decorrente da taxa de refinamento de malha escolhida, no caso, 2(dois).

De posse dos resultados numéricos obtidos para as malhas  $20 \times 10 \times 10$  e  $40 \times 20 \times 20$ , comparou-se os resultados para a componente de velocidade  $u$ , no instante  $t = 3,0 s$ . Desta forma, foi utilizado o valor de  $u$  obtido para a malha  $20 \times 10 \times 10$  para o termo  $\phi_h$  da equação 5.11 e o valor de  $u$  obtido para a malha  $40 \times 20 \times 20$  para o termo  $\phi_{2h}$ , ambos para o instante  $t = 3,0 s$ . Para o termo  $\phi_e$  o valor utilizado foi o valor analítico da componente  $u$ , para as respectivas malhas. O mesmo se fez, comparando os resultados obtidos para a malha  $40 \times 20 \times 20$ , com os da malha  $80 \times 40 \times 40$ . A partir dos dados obtidos das comparações foi possível montar o gráfico da figura 5.8.

Através da figura 5.8 pode-se dizer que a ordem de convergência conseguida para a solução das equações de Navier-Stokes com o uso da metodologia da fronteira imersa é 2 (dois),  $O(2)$ . Embora a taxa de refinamento de malha escolhida no presente trabalho tenha sido de 2 (dois), este valor não é um padrão. Desta forma, o comprimento elementar da malha foi apresentado na forma adimensional,  $\Delta x^*$ .

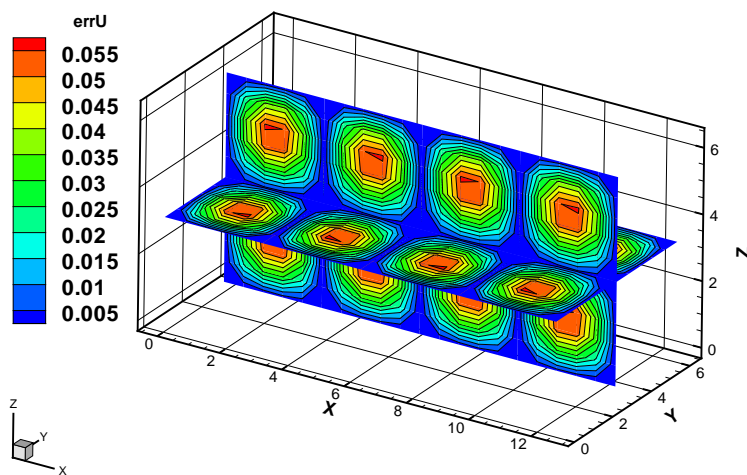
### 5.1.3 Análise do método Multi-Forçagem

Com o auxílio do método das soluções manufaturadas foi possível fazer análises sobre o método multi-forçagem ou “Multi-Direct Forcing” (WAN; FAN; LUO, 2007) e serão apresentadas nesta seção.

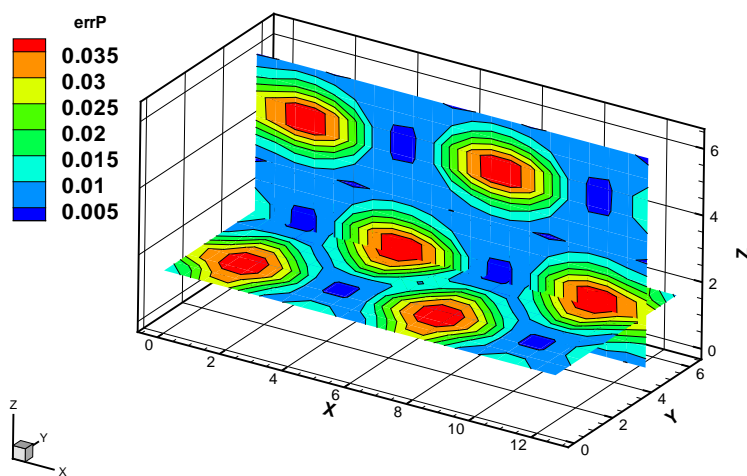
Como foi dito no capítulo 4.5, o método multi-forçagem consiste de um método iterativo para estimativa da força lagrangiana. Desta forma, deve-se analisar o efeito no número de iterações utilizadas pelo método multi-forçagem. Para isto, com o auxílio do método da solução manufaturada foi obtido o resultado numérico para um domínio  $4\pi \times 2\pi \times 2\pi$ , discretizado com  $40 \times 20 \times 20$  volumes. No centro do domínio  $(\frac{\pi}{2}, 2\pi, \frac{\pi}{2})$  foi posicionada uma esfera com diâmetro  $\pi$ . A Figura 5.9 mostra o resultado da curva da norma  $L_2$ , obtido para diferentes números de ciclos utilizados.

A partir da figura 5.9 pode-se verificar a queda do valor da norma  $L_2$  à medida que se aumenta o número de ciclos do método multi-forçagem. Esse método permite um controle sobre o  $L_2$  à medida que se aumenta o número de ciclos.

Através do resultado exposto na figura 5.9, pode-se concluir que, ao se utilizar o método multi-forçagem, deve-se fazer uma análise prévia do número de ciclos utilizado pelo método.



(a)



(b)

Figura 5.4: Erros absolutos no cálculo da solução numérica em paralelo utilizando três processadores: (a) componente de velocidade  $u$ ; (b) pressão.

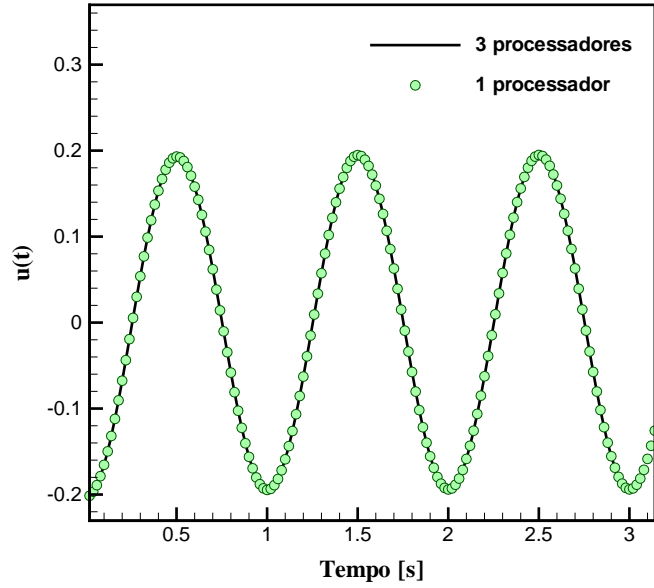


Figura 5.5: Sinal temporal da componente  $u$  ao longo do tempo, na posição  $\left(\pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , para o caso serial ( $\bullet$ ) e paralelo ( $-$ ) .

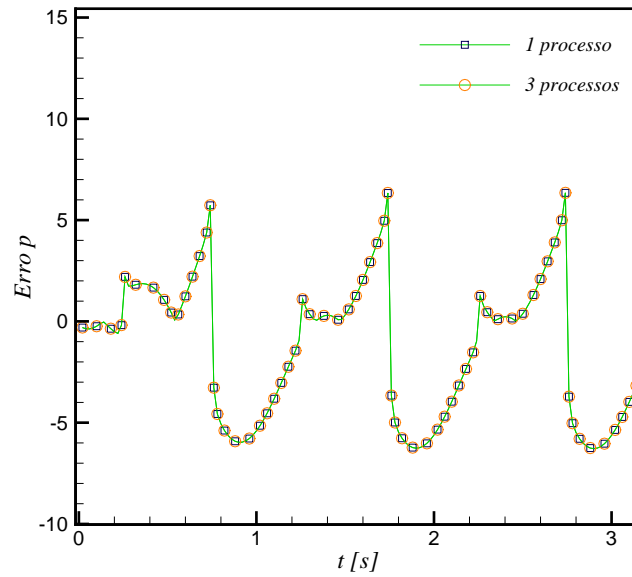


Figura 5.6: Sinal temporal da pressão ao longo do tempo para o caso serial ( $\square$ ) e paralelo ( $\circ$ ) .

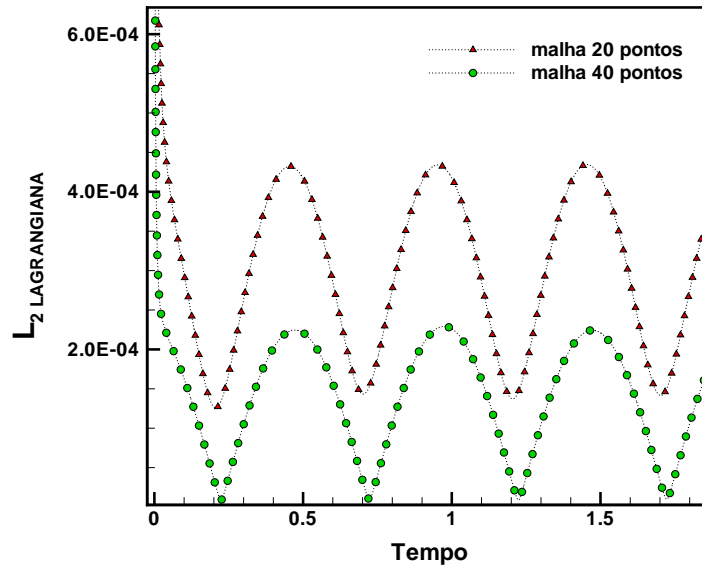


Figura 5.7: Norma  $L_2$  para a componente  $u$ , segundo as malhas: 20 pontos e 40 pontos -na direção  $x$ .

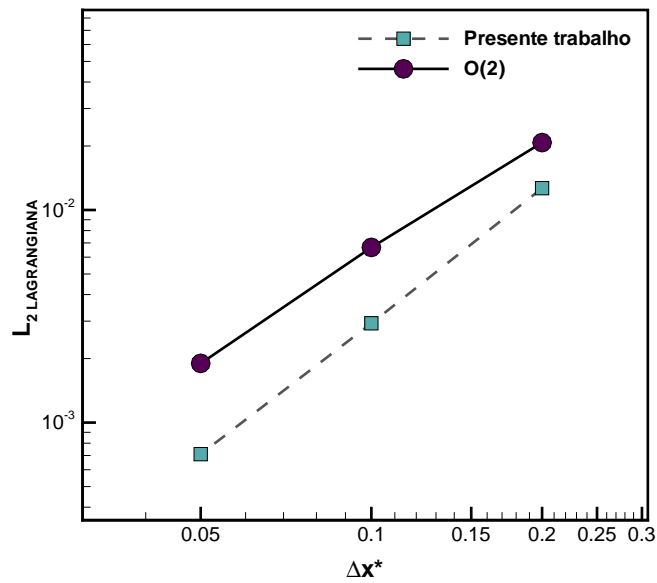


Figura 5.8: Ordem de convergência da presente metodologia.



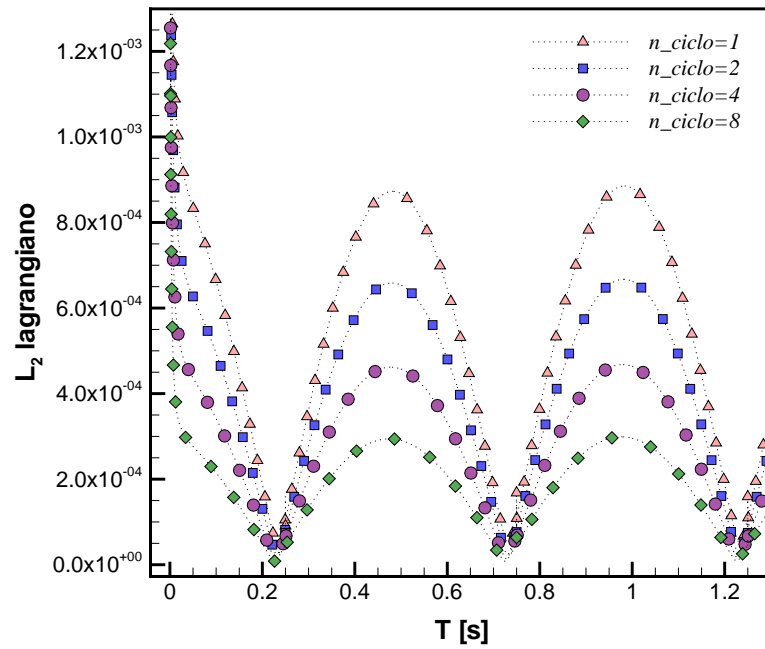


Figura 5.9: Norma  $L_2$  para solução manufaturada para diferentes número de ciclos utilizados pelo método multi-forçagem:  $N_{ciclos} = 1$  ( $\blacktriangle$ ), 2 ( $\blacksquare$ ), 4 ( $\bullet$ ) e 8 ( $\blacklozenge$ ).

## 5.2 Escoamento ao redor de esferas estacionárias

Como exposto na seção anterior, o número de ciclos utilizados pelo método de forçagem direta influencia nos resultados obtidos. Desta forma, antes de se resolver o problema do pêndulo foi feita uma análise do efeito do número de ciclos utilizados pelo método de forçagem direta sob o escoamento ao redor de uma esfera. Como os resultados são feitos de forma comparativa, optou-se por utilizar neste estudo uma malha computacional pouco refinada, visando minimizar o custo computacional. A malha possui 64.800 volumes e o domínio possui dimensões  $72D \times 30D \times 30D$ , onde  $D$  é o diâmetro da esfera. O número de Reynolds utilizado é  $Re_D = 1,0$ , o tempo total de simulação é de 20 segundos. Os números de ciclos do método de multi-forçagem utilizados para o teste são: 1, 5, 10, 30, 80, 120, 200, 500 e 1000. As condições de contorno utilizadas são: velocidade imposta na entrada do domínio, paredes (condição de não escorregamento) nas direções paralelas ao escoamento e condição de contorno advectiva na saída (Equação 5.12):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (5.12)$$

em que  $U_\infty$  é a velocidade do escoamento na entrada do domínio, também denominada velocidade do meio infinito. É importante ressaltar que em simulações de escoamento sobre geometrias imersas, a condição de contorno a ser imposta na fronteira da saída do fluido é algo crítico. O caso ideal é quando se faz o domínio suficientemente alongado no sentido do escoamento, de forma que na saída do domínio os vórtices (formados devido a presença do corpo imerso) sejam dissipados pelos efeitos viscosos. Caso contrário, o código numérico apresentará comportamento instável, podendo até mesmo causar divergência numérica do problema. A condição de contorno advectiva é uma alternativa a este problema. Este tipo de condição de contorno é apropriado para esta condição. Pode-se dizer que este tipo de condição de contorno propicia o transporte dos vórtices para fora do domínio de cálculo.

A proposta original do método multi-forçagem é resolver o problema de escoamento sobre corpos rígidos, garantindo a condição de não escorregamento. Desta forma, a primeira análise a ser feita é a verificação da condição de não escorregamento. Para isso, foi calculada a norma  $L_2$  para os pontos da malha lagrangiana ao longo da simulações, para todos

os testes. O resultado pode ser observado na figura 5.10(a). Analisando as curvas obtidas para a norma  $L_2$ , pode-se dizer que a partir de  $N_{ciclos} = 80$  obtém-se a independência da norma sobre este parâmetro.

O mesmo tipo de análise foi feita para os parâmetros físicos do escoamento:  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_s$ . Os resultados são mostrados nas figuras 5.10(b) e 5.11. A partir da figura 5.10(b) observa-se que para o coeficiente de arrasto ( $C_d$ ) obtém-se independência do número de ciclos acima de  $N_{ciclos} = 200$ . É importante notar que para os resultados obtidos quando se utilizou apenas um passo no método multi-forçagem, indicado na figura 5.10(b) como a curva *sem ciclo* (■), o valor do  $C_d$  é melhor estimado em relação às simulações quando se utilizou  $N_{ciclos} < 80$ . Nota-se que existe uma relação entre a condição de não escorregamento e o coeficiente de arrasto. A figura 5.11 mostra o comportamento para o  $C_l$  e para o  $C_s$ . Nota-se que estas variáveis são mais sensíveis ao número de ciclos; não há independência do número de ciclos para estas variáveis, possivelmente pelo valor muito baixo que elas assumem para escoamentos com número de Reynolds muito baixo.

Um segundo teste foi feito, variando-se o número de Reynolds. Para este teste foram feitas simulações com a mesma malha do teste anterior, as mesmas condições de contorno, para os seguintes números de Reynolds: 1, 10, 100, 500 e 1000. O tempo total de simulação foi de 20 segundos e o número de ciclos utilizados foi de  $N_{ciclos} = 20$ . O coeficiente de arrasto médio obtido para cada uma destas simulações foi calculado e o resultado comparado com o coeficiente de arrasto deste teste com as curvas geradas a partir das equações de Shiller e Nauman (1933), Langmuir e Blodgett (1948), de Lapple (1951), *apud* Mark e Wachem (2008). A equação de Shiller e Nauman (1933) (Equação 5.13) é válida para  $Re < 800$ , a de Langmuir e Blodgett (1948) (Equação 5.14) é válida para  $1 < Re < 100$ , enquanto a equação de Lapple (Equação 5.15) é válida para  $Re < 1000$ ,

$$C_d = \frac{Re}{24} (1 + 0,15 Re^{0,687}) \quad (5.13)$$

$$C_d = \frac{Re}{24} (1 + 0,197 Re^{0,63} + 2,6 \times 10^{-4} Re^{1,38}) \quad (5.14)$$

$$C_d = \frac{Re}{24}(1 + 0,125Re^{0,72}). \quad (5.15)$$

A Figura 5.12 mostra a comparação dos resultados para o coeficiente de arrasto. Pode-se notar através desta comparação que ao variar o número de Reynolds, o coeficiente de arrasto é alterado e esta variação segue a mesma tendência que as curvas propostas pelas equações 5.13, 5.14 e 5.15. No entanto, os valores do coeficiente de arrasto possuem grande desvio do valor semi-empírico calculado. O desvio máximo obtido foi de aproximadamente 60% para o  $Re = 1,0$  e o mínimo foi de 39% para o  $Re = 1000$ . Este fato se deve ao refinamento da malha computacional e ao baixo número de ciclos no método de multi-forçagem  $N = 20$ . Da mesma forma que para o caso anterior a pouca resolução da malha é justificada pela necessidade de se minimizar o custo computacional.

Para resolver o problema de escoamento sobre esfera parada com maior acurácia foi realizado um terceiro teste. Para este teste as mesmas condições de contorno foram utilizadas. No entanto, a malha utilizada possui 4,5 milhões de volumes. O número de Reynolds utilizado foi de  $Re = 500$ . Para este teste foi utilizado o modelo de turbulência Smagorinsky e o tempo total de simulação foi de 70 segundos físico. O número de ciclos utilizado pelo método multi-forçagem foi também  $N_{ciclos} = 20$ .

O coeficiente de arrasto obtido nesta simulação é comparado como os resultados obtidos pelas equações 5.13 e 5.15, como mostrado na tabela 5.1.

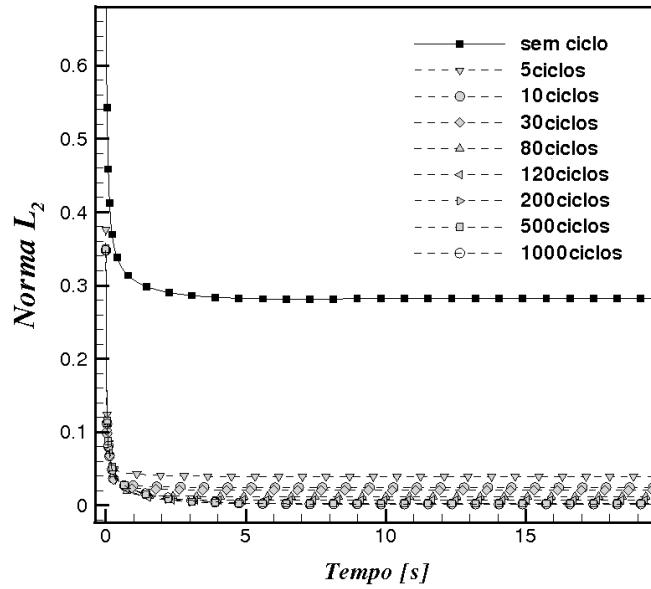
Tabela 5.1: Coeficiente de arrasto  $C_d$  calculado numericamente e comparado com dados experimentais, equações 5.13 e 5.15.

Referência	$C_d$
Shiller; Naumman	0,563
Lapple	0,575
presente trabalho	0,588

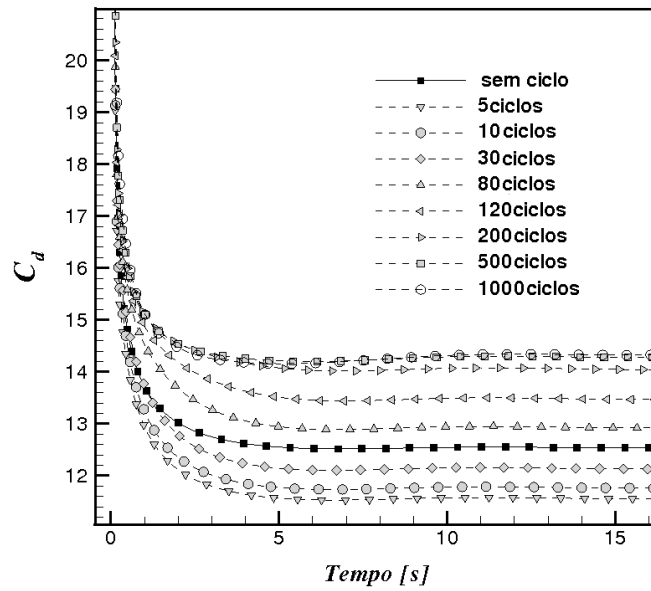
Nota-se que o coeficiente de arrasto obtido pela simulação numérica está bem próximo dos resultados obtidos através das equações empíricas (desvio de aproximadamente 4%), mesmo utilizando-se apenas 20 ciclos no processo iterativo do método multi-forçagem.

Para esta simulação, os coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_s$  obtidos podem ser vistos na figura 5.13. Através desta figura, pode-se notar o instante (por volta de 12 segundos) em que o primeiro vórtice se desprende da esfera. Isto é evidenciado pela queda na intensidade dos coeficientes. Também é possível notar que o escoamento ainda não entrou em regime estacionário, o valor médio dos coeficientes  $C_l$  e  $C_s$  está abaixo de 0 (zero), aumentando ao longo do tempo, ou seja, a simulação encontra-se ainda em regime transiente. Na situação estacionária, os coeficientes  $C_l$  e  $C_s$  devem oscilar em torno de 0 (zero).

A figura 5.14 mostra o resultado de isosuperfícies  $Q = 0,075$ , para os instantes 5, 10, 20, 30, 50 e 70 segundos da simulação numérica. Pode-se verificar o estágio inicial da formação da estrutura grampo de cabelo, no instante 10,0 s, figura 5.14(b). Estas estruturas são comuns a este tipo de escoamento. A figura 5.14(c) mostra uma estrutura grampo de cabelo totalmente formada. As figuras 5.14(d), 5.14(e) e 5.14(f) mostram a evolução temporal da esteira com sucessivas formações e desprendimentos das estruturas grampo de cabelo. Isto pode ser também evidenciado ao se analisar os gráficos da figura 5.13. As oscilações observadas nas curvas para os coeficientes  $C_l$  e  $C_s$  são devidas à formação e desprendimento das estruturas turbilhonares observadas na figura 5.14.

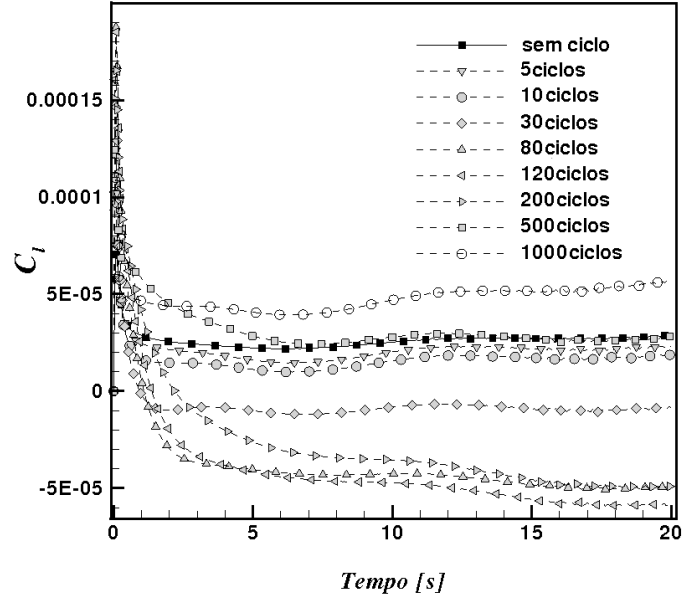


(a)

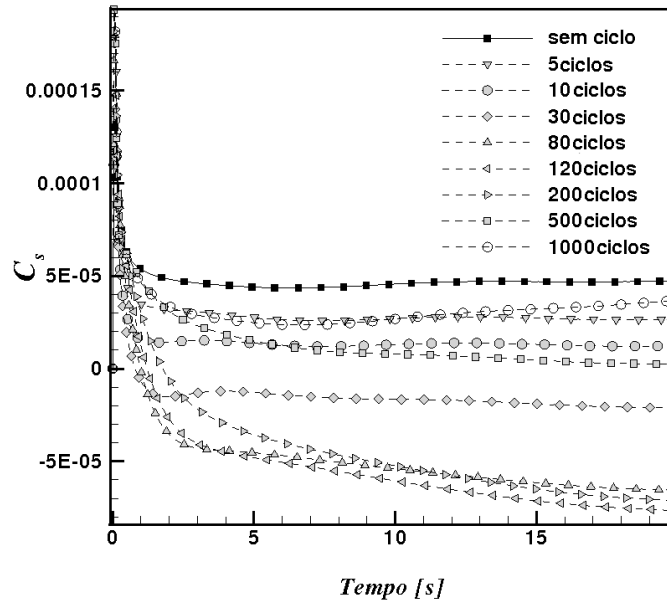


(b)

Figura 5.10: Análise do efeito do número de ciclos utilizados pelo método multi-forçagem,  $N_{ciclos}$ : (a) comportamento da norma  $L_2$ ; (b) comportamento do coeficiente de arrasto  $C_d$ .



(a)



(b)

Figura 5.11: Coeficientes  $C_l$  e  $C_s$  para escoamento sobre esfera, para diferentes números de ciclos utilizados no método multi-forçagem.

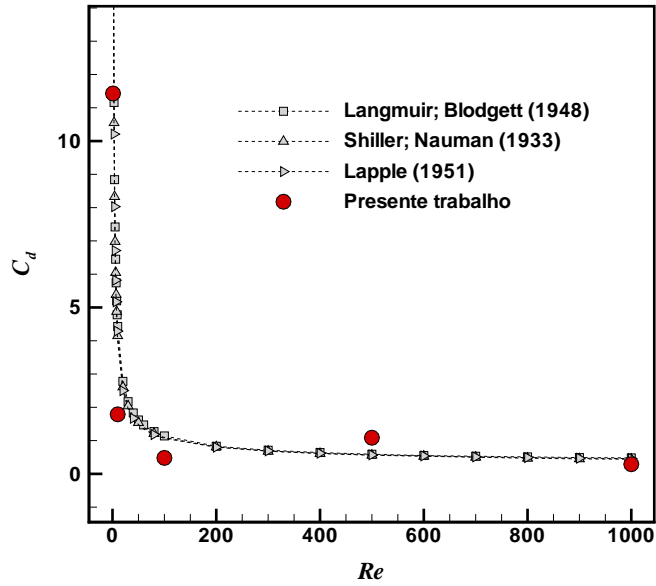


Figura 5.12: Coeficiente de arrasto  $C_d$  obtido numericamente variando-se o número de Reynolds.

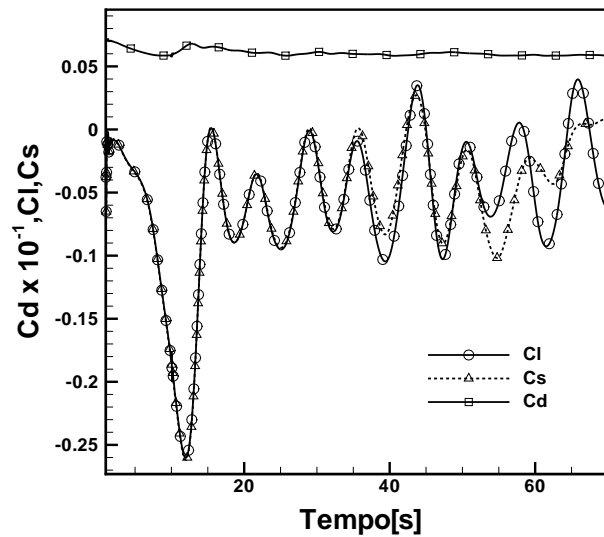


Figura 5.13: Coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_s$  ao longo do tempo, obtidos numericamente para a esfera imersa,  $Re = 500$ .



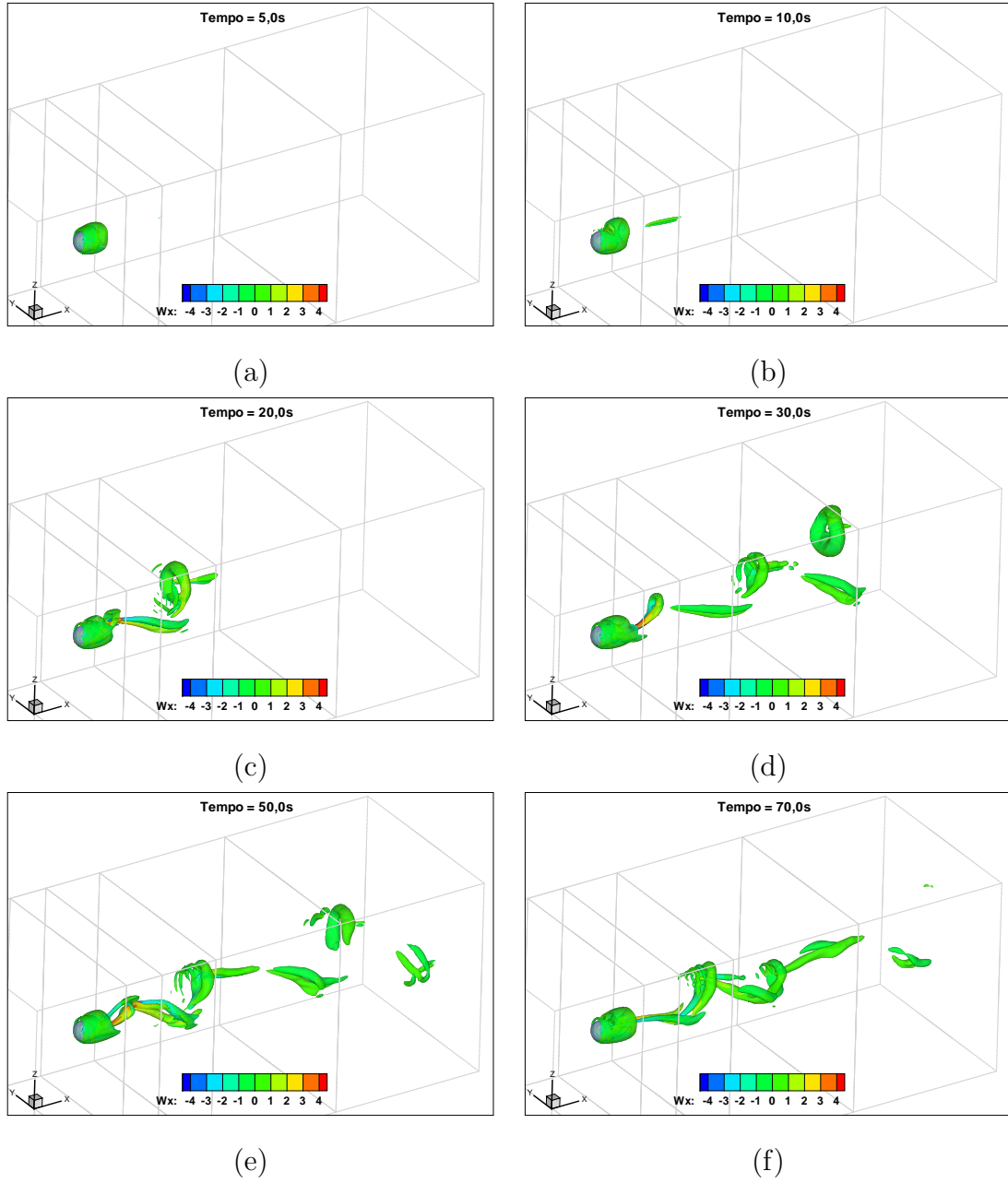


Figura 5.14: Evolução temporal de isosuperfícies de  $Q$  (0,075), coloridos de acordo com a magnitude da componente vorticidade  $W_x$ , para os instantes: (a) 5s, (b) 10s, (c) 20s, (d) 30s, (e) 50s, (f) 70s.

### 5.3 Resultados preliminares de interação fluido-estrutura

Um dos objetivos do presente trabalho é estudar a metodologia proposta por Wang; Fan; Luo (2007), para problemas transientes e que envolvem a presença de um corpo imerso, situação em que a condição de não deslizamento deve ser obedecida com rigor. Desta forma, propõe-se estudar o sistema composto por um pêndulo simples (esfera ancorada por um cabo), imerso em um fluido. O pêndulo parte do repouso, de uma posição angular inicial, fica oscilando em torno da sua posição de equilíbrio, até parar. A atenuação do movimento do pêndulo ocorre devido à interação entre a esfera e o fluido, dada pela força de arrasto, cuja intensidade e direção variam com o tempo, e que é estimada segundo o modelo exposto no capítulo 4.6. Trata-se de um problema de interação fluido-estrutura, altamente dependente do tempo. Nesta seção serão apresentados os resultados preliminares para a solução deste problema de interação fluido-estrutura.

Para a simulação do problema do pêndulo foram utilizados os seguintes parâmetros: massa da esfera  $M = 2,331187 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ ; raio de rotação do pêndulo  $R_{rot} = 0,1 \text{ m}$ ; viscosidade do fluido  $\mu = 10^{-3} [\text{kg/m s}]$ ; raio da esfera  $r_{esf} = 0,01 \text{ m}$ ; posição do centro de rotação  $(0,15; 0,0882; 0,095)$ ; posição angular inicial  $\theta_0 = -30^\circ$ . O domínio utilizado tem dimensões  $0,3012 \times 0,1764 \times 0,1764 \text{ m}$ , o passo de tempo utilizado foi de  $10^{-2} \text{ s}$  e a massa específica do fluido utilizada foi  $\rho_f = 1,0 \text{ kg/m}^3$ . O número de ciclos do método multi-forçagem é  $N_{ciclos} = 100$ .

Para a simulação numérica foi utilizada uma malha com espaçamento uniforme ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta = 1,7 \times 10^{-3} \text{ m}$ ) próximo à esfera e não uniforme (“stretching”<sup>3</sup> de 3%) no entorno, como mostrado na figura 5.15(a). Essa malha possui 1.127.850 volumes. Para esta solução, a malha lagrangiana utilizada é composta por elementos do tipo quadriláteros, como mostrado na figura 5.15(b). A malha lagrangiana foi criada a partir de gerador de malha comercial. O tamanho médio do lado dos quadriláteros é de  $1,0 \times 10^{-3} \text{ m}$ , resultando em 864 nós lagrangianos.

A esfera parte do repouso, da posição  $\theta_0 = -0,5236 \text{ rad}$  ( $-30^\circ$ ), conforme mostrado na

---

<sup>3</sup>Técnica de discretização espacial onde se alonga (de forma progressiva) os elementos da malha, visando diminuir o número total de elementos no domínio.

figura 5.15(a), se acelera devido à ação da força peso e inicia seu deslocamento no sentido anti-horário. Seu movimento é acelerado, até chegar no ponto inferior ( $\theta = 0rad$ ) onde ela atinge velocidade máxima. A partir deste ponto seu movimento é desacelerado pela própria força peso, até parar em uma dada posição angular. A partir daí o seu movimento é acelerado novamente, se movimentando no sentido horário. Ao passar novamente pelo ponto inferior seu movimento é desacelerado, parando em uma posição angular de menor amplitude que a inicial  $\theta_0$ . Assim se completa um ciclo do pêndulo. Esse ciclo se repete: o pêndulo parte do primeiro quadrante ( $\theta < 0$ ), com movimento acelerado, até o ponto inferior ( $\theta = 0$ ), com a velocidade máxima deste ciclo. Ao adentrar o segundo quadrante ( $\theta > 0$ ), seu movimento é desacelerado até parar. Neste momento o pêndulo completa meio ciclo. A partir daí seu movimento é acelerado, passando por  $\theta = 0$  e parando mais uma vez. Estes ciclos são repetidos e cada vez que o pêndulo completa meio ciclo sua amplitude (em termos de  $\theta[rad]$ ) é menor que a do ciclo anterior. Isto se deve às forças fluidodinâmicas. A força de arrasto é calculada através do modelo matemático do fluido. Diz-se então que o movimento do pêndulo é amortecido pelas forças de interação com o fluido.

Pode-se dizer que o pêndulo descreve um movimento oscilante em torno da sua posição de equilíbrio ( $\theta = 0^\circ$ ). Quando o pêndulo descreve um movimento de ida e volta, diz-se que descreveu um ciclo completo e o tempo em que a esfera demora para percorrer este trajeto é denominado período de oscilação. A frequência do movimento do pêndulo é dada pelo inverso do período. Caso não existissem forças dissipativas como atrito e força de arrasto, o pêndulo ficaria oscilando por tempo infinito, o período e a frequência seriam constantes e as amplitudes máximas do deslocamento do pêndulo seriam  $\theta_{max}$  e  $-\theta_{max}$ . Como a força de arrasto é computada, a amplitude do movimento diminui exponencialmente com o tempo, caracterizando um sistema tipicamente amortecido.

Para o problema do pêndulo, o número de Reynolds varia com o tempo. Desta forma, é obtido na etapa de pós-processamento, utilizando a equação 5.16:

$$Re_D = \frac{\rho_f V_{tan} D_{esf}}{\mu_f}, \quad (5.16)$$

em que a massa específica do fluido é  $\rho_f = 1000 kg/m^3$ , o diâmetro da esfera é  $D_{esf} =$

$0,02\text{ m}$ , a viscosidade dinâmica do fluido vale  $\mu_f = 10^{-3}[\text{N.s/m}^2]$ , e a velocidade tangencial ( $V_{tan}$ ) do centro de massa da esfera é calculada pela equação 5.17:

$$V_{tan} = \omega R_{rot}, \quad (5.17)$$

em que  $\omega$  é a velocidade angular do pêndulo e  $R_{rot}$  o raio de rotação do pêndulo (definido como a distância entre o centro de rotação e o centro de massa da esfera).

O resultado para o número de Reynolds é apresentado na forma da figura 5.16(a). Nota-se que o número de Reynolds envolvido nesta simulação tem valor elevado e varia ao longo do tempo, de acordo com a velocidade da esfera. Por sua vez, a velocidade da esfera ora assume valores positivos, ora assume valores negativos, ou seja, é um problema altamente dependente do tempo.

Ao longo da simulação foi calculada a norma  $L_2$  na região da fronteira imersa. A curva da norma função do tempo é mostrada na figura 5.16(b). Embora o valor da norma varie entre os valores de  $4 \cdot 10^{-4}$  e  $1,5 \cdot 10^{-3}$ , pode-se dizer que a condição de não deslizamento é satisfeita, pois estes valores são baixos.

### 5.3.1 Análise do escoamento ao redor do pêndulo

A seguir são feitas algumas análises para o escoamento gerado a partir do movimento da esfera. Para estas análises foram escolhidos os pontos 1, 2, 3, 4 e 5, conforme ilustrados na figura 5.17(a).

Estes instantes foram escolhidos de forma conveniente, tal que representassem as configurações:

- esfera se movimentando para a direita, sentido anti-horário, com movimento acelerado (instantes 1 e 4);
- esfera se movimentando para a direita com movimento desacelerado (instante 2);
- esfera se movimentando para a esquerda -sentido horário- com movimento acelerado (instante 5);

- esfera se movimentando para a esquerda com movimento desacelerado (instante 3).

Estes instantes serão analisados dada a seguinte ordem cronológica:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5.$$

Paras esses instantes a seguir são feitas avaliações sobre a distribuição das variáveis do escoamento segundo planos, que passam pelo centro da esfera. Todas as figuras possuem uma legenda mostrando a posição angular do pêndulo ao longo do tempo e o ponto vermelho indica o instante de análise.

O instante 1 corresponde ao movimento de descida do pêndulo (sentido anti-horário) próximo ao início da simulação, quando  $t = 0,05s$ . O segundo instante corresponde ao movimento de subida da esfera, no segundo quadrante, com movimento desacelerado,  $t = 0,20s$ . O instante 3 representa o movimento de volta, no primeiro quadrante, ao final do primeiro ciclo,  $t = 0,60s$ . No instante 4 o pêndulo executa um movimento de descida, início do segundo ciclo do pêndulo,  $t = 0,65s$ . No instante 5 a esfera se encontra em movimento de descida, no segundo quadrante, finalizando a segunda metade do segundo ciclo,  $t = 1,00s$ . A figura 5.17(b) mostra a posição angular do pêndulo nos instantes de 1 a 5, segundo a vista  $zx$ .

A tabela 5.2 resume as informações a respeito do estado cinemático do pêndulo, para o instante de análise 1.

Tabela 5.2: Variáveis cinemáticas para o pêndulo no instante  $t = 0,05 s$ .

Variável	Valor
Tempo ( $t$ )	$0,05 s$
Posição angular ( $\theta$ )	$-0,4579 rad$
Velocidade angular ( $\omega$ )	$2,5628 rad/s$
Aceleração angular ( $\alpha$ )	$42,9600 rad/s^2$
Velocidade ( $V_{tan}$ )	$0,2563 m/s$

Nesse instante o pêndulo desce com movimento acelerado, no sentido anti-horário, criando uma zona de alta pressão à sua direita e uma zona de baixa pressão à sua esquerda,

conforme mostrado na figura 5.18. Como inicialmente o fluido estava em repouso, ao se deslocar no sentido anti-horário, a esfera comprime as partículas de fluido imediatamente à sua direita, que por sua vez comprimem as partículas subsequentes (à direita). A perturbação no campo de velocidades provoca taxa de deformação, o que resulta em um gradiente de pressão positivo neste local. À esquerda da esfera o mecanismo acontece de forma invertida. O deslocamento da esfera (no sentido anti-horário) provoca um gradiente de pressão negativo. Por balanço de quantidade de movimento há transporte de fluido na mesma direção do movimento da esfera nessa região.

As figuras de 5.19 a 5.21 mostram a distribuição das componentes de velocidade. Nota-se que a magnitude das componentes de velocidade  $u$  e  $w$  (nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente) são maiores que a magnitude da componente de velocidade  $v$  (na direção  $y$ ). Isso se dá pois o pêndulo possui liberdade de movimento somente nas direções  $x$  e  $z$ . Os vetores componente de velocidade  $v$  surgem somente devido aos efeitos tridimensionais do problema.

Em consequência dessa característica, a componente de vorticidade com maior magnitude é  $w_y$ , figura 5.22, que é função do produto de  $u$  e  $w$  calculada no plano  $x, z$ .

A figura 5.23 mostra a distribuição do campo da viscosidade turbulenta normalizada  $\mu_t^*$ , que é dado pela relação entre o coeficiente de viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , pelo coeficiente de viscosidade molecular,  $\mu_f$ , ou seja,  $(\mu_t^* = \mu_t/\mu_f)$ . A partir desta figura pode-se observar que o coeficiente de viscosidade turbulento ( $\mu_t$ ) atinge mais que o dobro do valor do coeficiente de viscosidade molecular ( $\mu_f$ ).

A figura 5.24 mostra o campo de Isosuperfície  $Q$ , sendo  $Q = 300$ , para o instante  $0,05s$ .

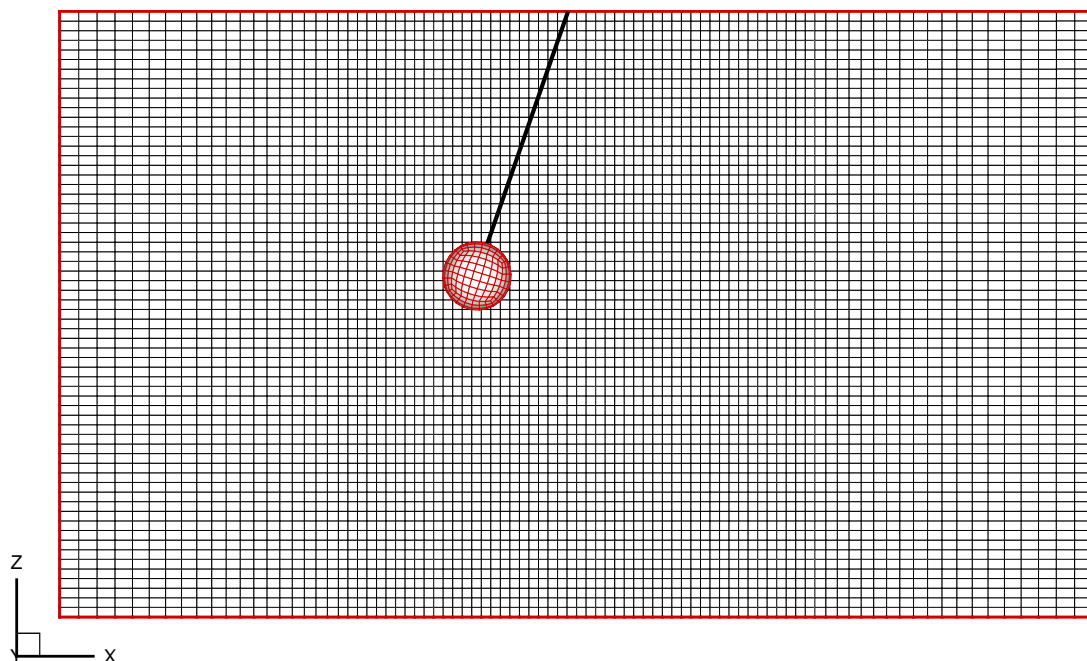
O instante 2 representado na figura 5.17 ocorre em  $t = 0,20s$ . A tabela 5.3 resume o seu estado cinemático.

As figuras 5.25, 5.26 e 5.27, mostram, respectivamente, a distribuição do campo das componentes de velocidade,  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Através da indicação dos vetores velocidade indicados nessas figuras, nota-se que há uma esteira formada ao lado esquerdo da esfera. A figura 5.28 evidencia a existência da esteira através dos vetores velocidades para um plano  $yz$ , na

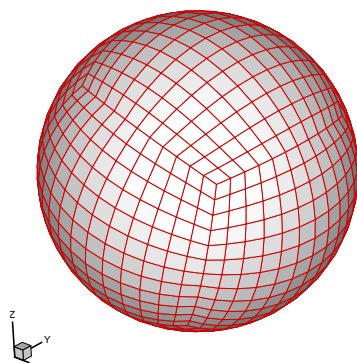
Tabela 5.3: Variáveis cinemáticas para o pêndulo no instante  $t = 0, 20s$ 

Variável	Valor
Tempo ( $t$ )	$0, 20 s$
Posição angular ( $\theta$ )	$0, 2000 rad$
Velocidade angular ( $\omega$ )	$4, 56359, rad/s$
Aceleração angular ( $\alpha$ )	$-19, 5664 rad/s^2$
Velocidade ( $V_{tan}$ )	$0, 4636 m/s$

posição  $x = 0, 17 m$ . Essa é uma região de fluido com quantidade de movimento induzida pelo movimento da esfera e que continua em movimento devido à inércia do fluido. À medida que a esfera sobe e desacelera, parte dessa esteira que se desloca da esquerda para a direita se choca contra a esfera e uma parcela do fluido é direcionada para a parte inferior da esfera. Este efeito pode ser evidenciado pela figura 5.29. Nessa figura os vetores velocidade são mostrados também segundo um plano  $yz$ , para a posição  $x = 0, 186 m$ . A figura 5.30 mostra a distribuição do campo de pressão no tempo  $t = 0, 20 s$ . Nesta figura pode-se observar a região de alta pressão à direita da esfera. Este fato se dá devido ao fato da esfera se deslocar no sentido horário, comprimindo as partículas de fluido à sua direita. Pode-se notar também a região de baixa pressão na parte superior da esfera, devido à recirculação formada nesta região. As figuras 5.31 e 5.32 mostram, respectivamente, a distribuição do campo da componente de vorticidade em  $y$  e a viscosidade turbulenta. Para este instante nota-se a elevação da magnitude do coeficiente de viscosidade turbulenta e da componente de vorticidade  $w_y$ , na região que delimita a esteira. Pode-se perceber a sua relação com o movimento de rotação do pêndulo.



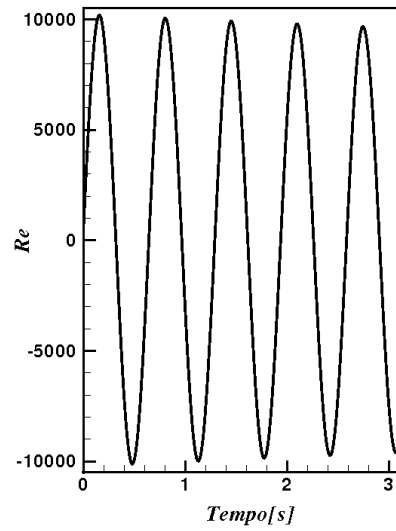
(a)



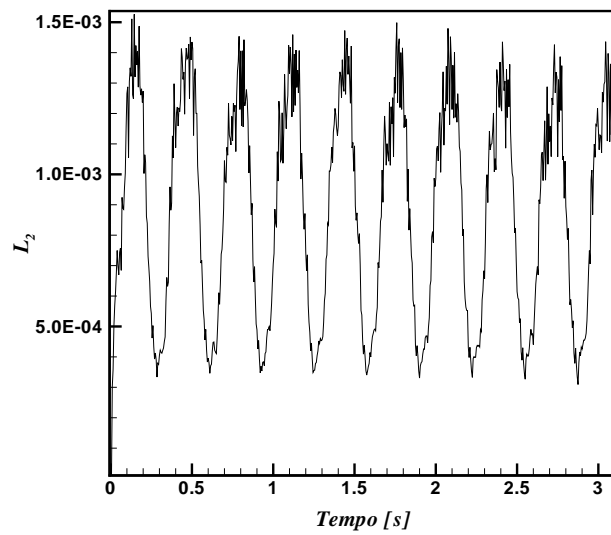
(b)

Figura 5.15: Malhas utilizadas para as soluções preliminares do problema de fluido-estrutura: (a) malha euleriana com 1.127.850 volumes; (b) malha lagrangiana, com 864 elementos tipo quadriláteros.



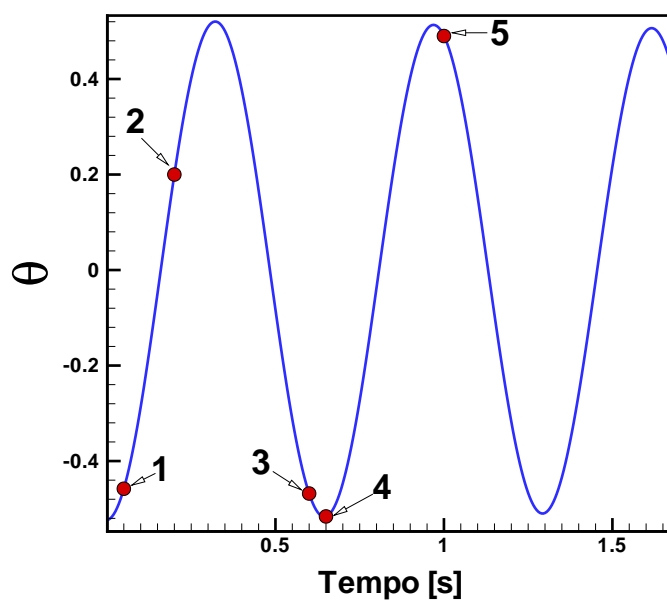


(a)

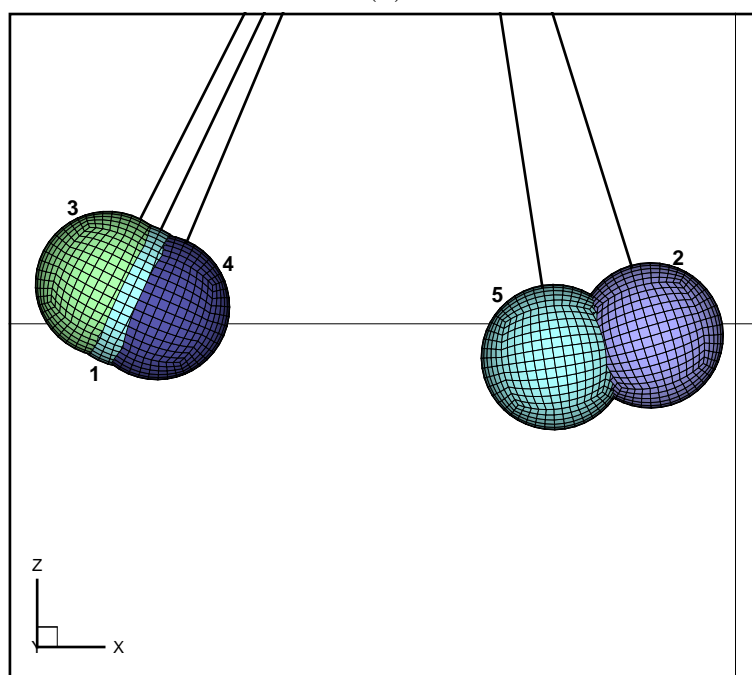


(b)

Figura 5.16: Resultados da avaliação prévia do modelo estrutural: (a) número de Reynolds função do tempo; (b) norma  $L_2$  função do tempo.



(a)



(b) as posições

Figura 5.17: instantes de tempo escolhidos para análise do escoamento gerado a partir do movimento do pêndulo: (a) identificados sobre o gráfico da posição angular em função do tempo ; (b) respectivas posições das esferas nestes instantes.