

**PEDRO PIO ROSA NISHIDA**

**ESTRUTURAS INTELIGENTES APLICADAS AO  
CONTROLE ATIVO DE RUÍDO DE ALTA ORDEM EM  
DUTOS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**2012**

**PEDRO PIO ROSA NISHIDA**

**ESTRUTURAS INTELIGENTES APLICADAS AO CONTROLE ATIVO  
DE RUÍDO DE ALTA ORDEM EM DUTOS**

**Dissertação** apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Antônio V. Duarte

**UBERLÂNDIA – MG**

**2012**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU , MG, Brasil

---

N724e Nishida, Pedro Pio Rosa, 1988-  
Estruturas inteligentes aplicadas ao controle ativo de ruído de alta  
ordem em dutos / Pedro Pio Rosa Nishida. - 2012.

110 f. : il.

Orientador: Marcus Antônio V. Duarte.

Dissertação (mestrado) ó Universidade Federal de Uberlândia, Pro-  
grama de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Acústica - Teses. 3. Controle de  
ruído - Teses. I. Duarte, Marcus Antônio Viana. II. Universidade Federal  
de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.  
IV. Título.

---

CDU: 621



Aos meus pais, Nelson e Marilda.

À minha irmã Larissa.

À minha futura esposa Diule.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia mecânica pela oportunidade de realizar este curso.

Ao Programa de Pós-Graduação pela estrutura fornecida para realização deste trabalho.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte, pela orientação, pelo apoio e companheirismo durante todo o desenvolvimento desta dissertação.

Ao Prof. Elias B. Teodoro, Phd., por todo apoio ao trabalho e contribuição para o desenvolvimento do trabalho.

A minha mãe, por estar sempre ao meu lado, ouvir todas as minhas queixas e sempre me dar apoio e motivação para a conclusão do mestrado.

Ao meu falecido pai que, mesmo não podendo estar presente, sempre me fez ir mais além, e nunca me deixou acomodar após minhas conquistas.

A minha futura esposa, Diule, que deu significado à minha qualificação e esteve ao meu lado em todos os momentos, sempre carinhosa e compreensiva.

A todos as pessoas da minha família – irmãos, avós, primos e tias – pelo carinho e pela atenção que sempre dedicam a mim.

Aos meus colegas de trabalho Marlipe, Ricardo Humberto, João Gabriel, Paulo, Júlia, Tomás, Marcela e Vinícius, pelas contribuições e por tornar o curso mais agradável com suas amizades.

Aos meus amigos Vinicius, Felipe, Ruan, Rafael, Rodrigo e Guilherme que vêm fazendo história comigo há muitos anos.

Aos professores, técnicos e funcionários da Faculdade de Engenharia Mecânica e todos as outras pessoas que contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Meus sinceros agradecimentos.

NISHIDA, P. P. R. **Estruturas inteligentes aplicadas ao controle ativo de ruído de alta ordem em dutos**. 2012. 110 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

### Resumo

Neste trabalho, foi estudada a proposta da utilização de estruturas inteligentes para o controle de ruído em um duto acústico com propagação de modos de alta ordem. A técnica mais adequada para este controle foi o particionamento do duto a fim de planificar as ondas que se propagam. Nesta região particionada, é possível realizar o controle ativo de ruído utilizando apenas um sensor e um atuador para cada lado da partição. A aplicação das estruturas inteligentes é proposta no sentido de aproveitar a placa particionadora para que, com a sua vibração, atuará como a fonte secundária necessária para o controle. Para a avaliação da possibilidade de controle utilizando esta técnica, primeiramente foi modelado o comportamento de uma placa instrumentada com atuadores piezoelétricos e, em seguida, obtida a modelagem analítica do campo sonoro gerado por uma estrutura vibrante no interior de um duto. Porém, a obtenção do campo acústico em um duto particionado não é facilmente obtido, sendo, então, realizada através da técnica de Síntese Modal de Componentes. Utilizando as equações do duto excitado por uma estrutura vibrante na técnica de síntese modal, foi possível obter campo acústico gerado no interior de um duto particionado. A partir disto, foram realizadas simulações de controle ativo de ruído variando o trecho da placa a ser excitado para tons puros e para ruídos de banda estreita. Nesta última situação também foi avaliada a influência da quantidade de atuadores instalados. Concluiu-se deste trabalho que é possível a utilização de estruturas inteligentes no controle ativo de ruído em dutos particionados, sendo apresentadas suas vantagens e desvantagens.

---

*Palavras Chave: Acústica, Controle ativo de ruído, Estruturas inteligentes, Síntese Modal, Modos de alta ordem.*

NISHIDA, P. P. R. **Smart structures applied to active control of higher order noise in ducts**. 2012. 110 f. M. Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

### **Abstract**

In this study the possible use of smart structures for noise control in a higher order acoustic duct was considered. The best option for this control was the use of axial splitters in the duct in order to prevent higher order mode propagation. It is possible to perform the active noise control in each splitter section by using a single channel control system. The use of smart structures takes advantage of the splitter plate and uses it as the control source, which substitutes the traditional loudspeakers used in active noise control systems. In order to evaluate the possibility of the noise control using smart structures, an analytical model of a thin plate with piezoelectric actuators was built then the acoustic field generated by this vibrating structure inside of the duct was obtained. However, to obtain the acoustic field inside an splitted duct, a numerical method such as the Component Mode Synthesis has to be used. Using the equation of the acoustic field generated in the duct by the plate, it was possible to obtain the acoustic field inside the splitted duct. After that, the active noise control simulations for harmonic excitations were performed and the influence of the size of the plate excited by the PZT actuators was studied. Finally the active control for random noise was simulated, in which the number of actuators in the plate was changed. In conclusion, it is possible to say that the smart structures can be used in active noise control of ducts with splitters and the advantages and disadvantages of the conveyed technique were presented.

---

*Keywords: Acoustics, Active Noise Control, Smart structures, Modal synthesis, Higher order modes.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Duto de Ventilação industrial	2
Figura 1.2	Exemplo de controle passivo de ruído: atenuador passivo.	2
Figura 1.3	Sistema de controle ativo de ruído em dutos.	3
Figura 2.1	Representação dos eixos e dos deslocamentos da placa.	13
Figura 2.2	Esquema considerado para a instrumentação da placa com materiais piezoelétricos.	17
Figura 2.3	Determinação das coordenadas da pastilha piezoelétrica.	18
Figura 2.4	Elemento piezoelétrico colado na placa simetricamente ao eixo x.	20
Figura 2.5	Elemento piezoelétrico colado na placa simetricamente ao eixo y.	21
Figura 2.6	Modelo de elementos finitos da placa instrumentada com pastilhas piezoelétricas.	23
Figura 2.7	Modos de vibrar da placa obtidas via Método dos Elementos Finitos	24
Figura 2.8	Modos de vibrar analíticos da placa.	25
Figura 2.9	Resultado do Ansys® para placa excitada por PZT's na frequência de 150 Hz.	27
Figura 2.10	Resultado analítico da placa excitada por PZT's na frequência de 150 Hz	27
Figura 2.11	Resultado do Ansys® para placa excitada por PZT's na frequência de 220 Hz	28
Figura 2.12	Resultado analítico da placa excitada por PZT's na frequência de 220 Hz.	28
Figura 2.13	Resultado do Ansys® para placa excitada por PZT's na frequência de 280 Hz	29
Figura 2.14	Resultado analítico da placa excitada por PZT's na frequência de 280 Hz.	29

Figura 2.15	Resultado do Ansys® para placa excitada por PZT's na frequência de 340 Hz.	30
Figura 2.16	Resultado analítico da placa excitada por PZT's na frequência de 340 Hz	30
Figura 3.1	Volume acústico fechado submetido as diferentes condições de contorno	36
Figura 3.2	Volume de fluido e suas respectivas superfícies, sendo o centro de $S_{R1}$ localizada em uma posição $r$ qualquer	38
Figura 3.3	Volume de fluido e suas respectivas superfícies, sendo o centro de $S_{R1}$ contido em $S_a$ .	39
Figura 3.4	Volume de fluido e suas respectivas superfícies, com $S_{R1}$ posicionada integralmente no exterior do volume	39
Figura 3.5	Situação na qual o centro da superfície $S_{R1}$ está localizada em uma quina da superfície $S_a$ .	40
Figura 3.6	Modelo do duto utilizado para a formulação do campo acústico gerado pela placa.	41
Figura 3.7	Ilustração da forma que foram definidas as propriedades dos elementos	45
Figura 3.8	Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 80 Hz.	45
Figura 3.9	Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 80 Hz obtido via MEF.	46
Figura 3.10	Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 100 Hz.	46
Figura 3.11	Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 100 Hz obtido via MEF	47
Figura 3.12	Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 150 Hz.	47
Figura 3.13	Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 150 Hz obtido via MEF.	47

Figura 3.14	Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 180 Hz.	48
Figura 3.15	Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 180 Hz obtido via MEF.	48
Figura 3.16	Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 210 Hz.	48
Figura 3.17	Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 210 Hz obtido via MEF.	48
Figura 3.18	Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 250 Hz.	49
Figura 3.19	Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 250 Hz obtido via MEF.	49
Figura 3.20	Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 280 Hz.	49
Figura 3.21	Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 280 Hz obtido via MEF.	50
Figura 3.22	Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 300 Hz.	50
Figura 3.23	Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 300 Hz obtido via MEF.	50
Figura 4.1	Subestruturas tratadas para o desenvolvimento da SMC.	53
Figura 4.2	Modelo de SMC para obtenção do campo acústico do duto.	61
Figura 4.3	Forma de atribuição das propriedades dos elementos de fluido do modelo de elementos finitos.	63
Figura 4.4	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 80 Hz calculado via SMC.	64

Figura 4.5	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 80 Hz calculado via MEF.	64
Figura 4.6	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 100 Hz calculado via SMC.	64
Figura 4.7	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 100 Hz calculado via MEF.	64
Figura 4.8	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 150 Hz calculado via SMC.	65
Figura 4.9	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 150 Hz calculado via MEF.	65
Figura 4.10	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 180 Hz calculado via SMC.	65
Figura 4.11	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 180 Hz calculado via MEF.	66
Figura 4.12	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 210 Hz calculado via SMC.	66
Figura 4.13	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 210 Hz calculado via MEF.	66
Figura 4.14	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 250 Hz calculado via SMC.	67
Figura 4.15	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 250 Hz calculado via MEF.	67
Figura 4.16	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 280 Hz calculado via SMC.	67
Figura 4.17	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 280 Hz calculado via MEF.	67
Figura 4.18	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 300 Hz calculado via SMC.	68
Figura 4.19	Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 300 Hz calculado via MEF.	68
Figura 5.1	Modelo do duto utilizado para o procedimento de controle ativo de ruído.	69
Figura 5.2	Vista superior do trecho de excitado da placa para determinação da posição dos atuadores.	71

Figura 5.3	Campo sonoro no duto sem o controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 80 Hz.	72
Figura 5.4	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 80 Hz.	72
Figura 5.5	Campo sonoro no duto sem o controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 120 Hz.	72
Figura 5.6	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 120 Hz.	72
Figura 5.7	Campo sonoro no duto sem o controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 250 Hz.	73
Figura 5.8	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 250 Hz.	73
Figura 5.9	Campo sonoro no duto sem o controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 320 Hz.	73
Figura 5.10	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 320 Hz.	73
Figura 5.11	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,5 metros na frequência de 80 Hz.	74
Figura 5.12	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,5 metros na frequência de 120 Hz.	74
Figura 5.13	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,5 metros na frequência de 250 Hz.	74
Figura 5.14	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,5 metros na frequência de 320 Hz.	74
Figura 5.15	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 2,0 metros na frequência de 80 Hz.	75
Figura 5.16	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 2,0 metros na frequência de 120 Hz.	75
Figura 5.17	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 2,0 metros na frequência de 250 Hz.	75
Figura 5.18	Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 2,0 metros na frequência de 320 Hz.	75
Figura 5.19	Modelo do duto utilizado para a investigação do baixo desempenho do controle nas baixas frequências.	77

Figura 5.20	Campo sonoro sem controle na frequência de 100 Hz para o segundo modelo do duto.	77
Figura 5.21	Campo sonoro com controle na frequência de 100 Hz para o segundo modelo do duto.	77
Figura 5.22	Campo sonoro sem controle na frequência de 150 Hz para o segundo modelo do duto.	78
Figura 5.23	Campo sonoro com controle na frequência de 100 Hz para o segundo modelo do duto.	78
Figura 5.24	Ruído de entrada para simulação do controle ativo de ruído.	79
Figura 5.25	Campo sonoro no interior do duto submetido a ruído de banda estreita sem o controle ativo de ruído.	79
Figura 5.26	NPS máximo na saída do duto antes e após a aplicação do controle ativo de ruído utilizando 3 pares de pastilhas piezoelétricas.	80
Figura 5.27	Campo acústico no duto após o controle e ruído utilizando 3 pares de pastilhas piezoelétricas.	80
Figura 5.28	NPS máximo na saída do duto antes e após a aplicação do controle ativo de ruído utilizando 2 pares de pastilhas piezoelétricas.	81
Figura 5.29	Campo acústico no duto após o controle e ruído utilizando 2 pares de pastilhas piezoelétricas.	81
Figura 5.30	NPS máximo na saída do duto antes e após a aplicação do controle ativo de ruído utilizando 4 pares de pastilhas piezoelétricas.	82
Figura 5.31	Campo acústico no duto após o controle e ruído utilizando 4 pares de pastilhas piezoelétricas.	82

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Propriedades do material da placa.	22
Tabela 2.2	Propriedades da pastilha piezoelétrica – cerâmica G-1195.	23
Tabela 2.3	Frequências naturais da placa para os modelos numérico e analítico.	26
Tabela 3.1	Propriedades dos materiais fluidos do modelo de elementos finitos.	44
Tabela 4.1	Modos acústicos e frequências naturais de dutos.	60
Tabela 4.2	Propriedade dos materiais inseridas no ANSYS®.	63
Tabela 5.1	Queda do NPS na saída do duto com o controle ativo de ruído nas diferentes configurações do duto.	76

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Área da placa.
$A_p$	Área da fonte sonora no interior do duto.
$b, d$	Dimensões da seção transversal do duto.
$B, D$	Dimensões das fontes no interior do duto.
$c$	Referência aos nós do contorno de uma subestrutura.
$c_0$	Velocidade do som no meio.
$d_{31}$	Módulo piezoelétrico da pastilha.
$E_p$	Módulo de elasticidade do material da placa.
$E_{pe}$	Módulo de elasticidade do material do pzt.
$f$	Forças externas generalizadas aplicada ao sistema.
$f_c$	Frequência de corte do duto.
$G$	Função de Green.
$h$	Espessura da placa.
$H$	Maior dimensão da seção transversal.
$h(.)$	Função degrau unitário.
$i$	Referência aos nós internos de uma subestrutura.
$I_{kk}$	Matriz identidade de ordem $k$ .
$j$	Unidade imaginária.
$K_{mn}$	Número de onda modal.
$L_x$	Largura da placa.
$L_y$	Comprimento da placa.
$m$	Massa superficial da placa.
$M, K$	Matrizes do autoproblema.

$m,n$	Modos do duto.
$m_x$	Momento em torno de x.
$m_y$	Momento em torno de y.
$\vec{n}$	Vetor normal às superfícies consideradas em um volume de fluido fechado.
$p_f$	Pressão gerada no interior por uma determinada condição de contorno.
$P_p$	Pressão sonora gerada pela fonte principal.
$P_{ref}$	Pressão de referência.
$q$	Coordenadas generalizadas.
$Q_p$	Velocidade de volume da fonte principal.
$\vec{r}$	Posição genérica no interior do duto.
$r,s$	Modos da placa.
$r_a$	Posição dos pontos do contorno do duto desejados.
$S$	Área da seção transversal do duto.
$S_a$	Superfície de contorno do volume de fluido.
$S_{R1}$	Superfície qualquer de raio R1.
$T$	Espessura da pastilha piezoelétrica.
$u$	Deslocamento da placa na direção do eixo x.
$u$	Deslocamentos dos nós da subestrutura.
$u_p$	Velocidade da partícula nas posições $(x_0, y_0)$ .
$v$	Deslocamento da placa na direção do eixo y.
$V$	Tensão aplicada na pastilha.
$w$	Deslocamento transversal da placa.
$x_0, y_0$	Coordenadas dos pontos da superfície da fonte.
$x_p, y_p$	Coordenadas do centro das fontes.
$\bar{W}_{rs}$	Amplitude modal da placa.

## Letras Gregas

$\varepsilon_x$	Deformação da placa na direção x.
$\varepsilon_y$	Deformação da placa na direção y.
$\gamma_{xy}$	Deformação angular da placa.
$\nu_p$	Coefficiente de Poisson da placa .
$\Delta$	Operador Laplaciano.
$\omega_{rs}$	Frequência natural da placa respectiva aos modos r e s.
$\nu_{pe}$	Coefficiente de poisson da pastilha piezoelétrica.
$\delta'(\bullet)$	Função delta de Dirac.
$\omega$	Frequência de excitação do duto.
$\Psi_{mn}$	Modos acústicos do duto.
$\rho_0$	Densidade do fluido no interior do duto.
$\gamma_{pmn}$	Fator de tamanho do duto.
$\Lambda_{mn}$	Fator de forma do duto.
$\Psi$	Superbase de transformação modal.
$\theta_k$	Modos normais de interface livre.
$\theta_r$	Modos de corpo rígido.
$\delta_f$	Modos de flexibilidade residual.
$\phi_k$	Modos mantidos na base.
$\theta_{dc}$	Modos do contorno deletados.
$\Lambda_{kk}$	Auto valores respectivos aos modos mantidos.
$\Lambda_{dd}$	Auto valores respectivos aos modos deletados.
$\Pi$	Autovetores do sistema sintetizado na base modal.
$\xi$	Autovetores do sistema sintetizado na base original.
$\omega_{mn}$	Frequências naturais do duto.

## Abreviações

MEF	Método dos Elementos Finitos.
NPS	Nível de Pressão Sonora.
PZT	Atuador piezoelétrico.
SMC	Síntese Modal de Componentes.

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO I – Introdução</b> .....	1
<b>1.1 Objetivo</b> .....	3
1.2.2. <i>Objetivo geral</i> .....	3
1.2.3 <i>Objetivos específicos</i> .....	4
<b>1.2 Revisão Bibliográfica</b> .....	4
1.2.1. <i>A respeito de ruído em dutos</i> .....	4
1.2.2. <i>O controle ativo de ruído</i> .....	5
1.2.3. <i>A utilização de estruturas piezoelétricas no controle ativo de</i> <i>vibração</i> .....	6
1.2.4. <i>A utilização de estruturas piezoelétricas no controle ativo de</i> <i>ruído</i> .....	7
<b>1.3 O controle de ruído em dutos particionados</b> .....	9
<b>1.4. Metodologia do trabalho</b> .....	10
<b>CAPÍTULO II – Modelagem de placas finas instrumentadas com atuadores</b> <b>piezoelétricos</b> .....	12
<b>2.1 Teoria de Kirchhoff para placas finas</b> .....	12
<b>2.2 Vibração livre das placas</b> .....	14
<b>2.3 Dinâmica de uma placa fina excitada por atuador piezoelétrico</b> .....	17
<b>2.4. Modelagem da Placa via Método dos Elementos Finitos</b> .....	21
2.4.1 <i>Obtenção dos modos da placa</i> .....	22
2.4.2 <i>Simulação da placa excitada por elementos piezoelétricos</i> .....	26
<b>CAPÍTULO III – Modelagem do campo sonoro no interior do duto</b> .....	32
<b>3.1 Fonte de ruído primária</b> .....	32
3.1.1 <i>Propagação dos Modos de alta ordem</i> .....	32
3.1.2 <i>Propagação dos modos de onda plana</i> .....	35
<b>3.2 Modelagem da Fonte de controle</b> .....	35
3.2.1 <i>Campo sonoro harmônico em um volume fechado de fluido</i> .....	36

3.2.2 <i>Campo sonoro no duto gerado por uma placa excitada por PZT</i> .....	41
<b>3.3 Modelo do duto em elementos finitos</b> .....	<b>43</b>
<b>CAPÍTULO IV – Modelagem de dutos particionados a partir da Síntese Modal de Componentes (SMC)</b> .....	<b>52</b>
<b>4.1 Método de Síntese Modal para dutos acústicos</b> .....	<b>52</b>
4.1.1 <i>Desenvolvimento da SMC</i> .....	53
4.1.2 <i>Aplicação da SMC no duto acústico estudado</i> .....	59
<b>4.2 Modelagem via Método dos Elementos Finitos</b> .....	<b>62</b>
<b>CAPÍTULO V – Simulações do controle ativo de ruído</b> .....	<b>69</b>
5.1 <b>Modelo do duto acústico</b> .....	69
5.2 <b>Controle ativo para ruídos harmônicos</b> .....	70
5.3. <b>Controle ativo para ruídos aleatórios</b> .....	78
<b>CAPÍTULO VI – Conclusões e propostas para trabalhos futuros</b> .....	<b>83</b>
6.1 <b>Conclusões</b> .....	83
6.2 <b>Propostas para trabalhos futuros</b> .....	87
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>88</b>

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

O nível de ruído gerado por máquinas ou equipamentos é um problema que chama bastante a atenção de engenheiros de projeto. Existe uma grande preocupação com a mitigação do nível de ruído gerado por equipamentos e, para isto, existem várias medidas a serem tomadas.

As soluções mais utilizadas atualmente são as técnicas de controle passivo de ruído. A aplicação destas técnicas podem se mostrar bastante eficientes para a mitigação do nível de ruído emitido por um determinado equipamento, porém, como a exigência dos projetos aumentam a cada dia, estes não são eficientes para todas as situações (NUNES, 2009).

Desta forma a pesquisa na área do controle ativo de ruído – método no qual se obtém a atenuação do ruído através do princípio da interferência destrutiva de ondas mecânicas – tem aumentado, sendo esta uma alternativa ao controle passivo de ruído que tem se apresentado bastante eficiente em situações em que este tipo de controle não poderia ser aplicado. Um exemplo é a mitigação do ruído de baixas frequências (HANSEN, 2003).

Verifica-se que, em âmbito industrial, dentre outras relevantes, as principais fontes geradoras de ruído de ventilação são os ventiladores e exaustores (NUNES, 2009). Um equipamento importante para um sistema de ventilação é o duto que, da mesma forma que transporta o fluxo de ar, transporta também o ruído gerado pelos equipamentos neles acoplados. A Fig. 1.1 exemplifica um duto de ventilação industrial.



Figura 1.1 – Duto de ventilação industrial.

Para estes equipamentos, as soluções existentes para o controle de ruído passivo já não se mostraram suficientes, além de haver uma grande preocupação com a emissão sonora nas baixas frequências, o que torna interessante a utilização desta técnica para a atenuação do som irradiado por estes. Na Fig. 1.2 observa-se um exemplo de controle passivo em sistemas de ventilação – atenuador passivo – e o seu desempenho no controle de ruído. Verifica-se que nas altas frequências sua eficiência é satisfatória, porém, nas baixas frequências não é suficiente para uma redução significativa em seu entorno.

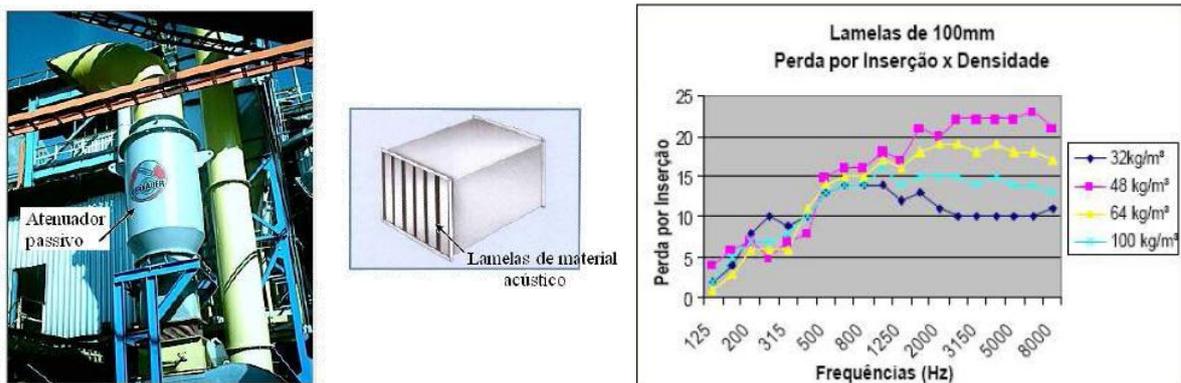


Figura 1.2 – Exemplo de controle passivo de ruído: atenuador passivo.

Nota-se que para o controle ativo de ruído, se tornam necessários uma fonte de controle ou atuador, sensores de referência e de erro, que auxiliarão a adequação do sinal de controle para a atenuação do ruído, além de um sistema eletrônico para o processamento e geração dos sinais. A Fig. 1.3 mostra um exemplo de um sistema de controle ativo de ruído em dutos.

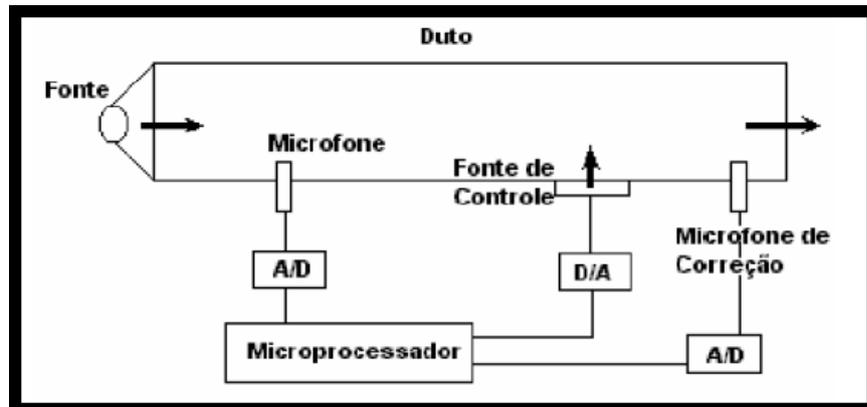


Figura 1.3 – Sistema de controle ativo de ruído em dutos.

Tradicionalmente, os atuadores utilizados são os alto-falantes, porém a sua instalação pode ser complicada ou inviável em determinadas situações, especialmente aquelas nas quais as condições de operação do atuador são severas. Sendo assim, uma das alternativas é a utilização de sistemas mais simples para a geração do sinal de controle. A vantagem da utilização de materiais inteligentes é esta: como são elementos pequenos, não interferem no funcionamento do duto e nem nas suas características dinâmicas, além de suportarem condições de operação adversas.

A intenção deste trabalho avaliar e considerar outras formas para o controle, como a utilização de estruturas inteligentes, sendo estas definidas como estruturas capazes de se adaptar mecanicamente a fim de obter um resultado desejado. Elas são compostas de uma estrutura, um material inteligente e sensores, que captam informações sobre o ambiente no qual ela se encontra.

No sistema proposto, tem-se que a estrutura é o duto particionado, o qual é instrumentado com os atuadores piezoelétricos – materiais inteligentes – e seus sensores são os microfones que medem o nível sonoro na saída do duto.

## 1.1. Objetivo

### 1.2.2. Objetivo Geral

O objetivo geral da dissertação é o desenvolvimento de um novo sistema de controle ativo de ruído em dutos com propagação de modos acústicos de alta ordem.

### 1.1.2. *Objetivos específicos*

Dentro do escopo desta dissertação, foram definidos alguns objetivos específicos a fim de se desenvolver o estudo necessário para a avaliação do controle ativo de ruído proposto. Tais objetivos são:

- a) a modelagem da vibração de uma placa fina excitada por atuadores piezoelétricos e a sua validação através do Método de Elementos Finitos (MEF);
- b) a obtenção da formulação do campo acústico gerado por uma placa vibrante no interior de um duto semi-infinito e posterior comparação com os resultados do MEF;
- c) obter-se um modelo via Síntese Modal de Componentes para o duto estudado e inserir a formulação do campo acústico da placa vibrantes no mesmo e, novamente, a utilização de um modelo de MEF para a validação;
- d) avaliar, a partir dos modelos obtidos, a eficiência da utilização das estruturas inteligentes no controle ativo de ruídos de tom puro;
- e) e, finalmente, analisar a eficiência do controle aplicado também em ruídos de banda estreita.

## 1.2. **Revisão Bibliográfica**

### 1.2.1. *A respeito de ruído em dutos*

As principais fontes geradoras de ruído em sistemas de ventilação são os ventiladores ou exaustores (rotor com pás) e o ruído regenerativo nos dutos devido às altas velocidades do fluxo, incluindo também o ruído oriundo das vibrações dos componentes estruturais e das pás (GERGES, 2000).

Segundo NUNES (2009) os ruídos aerodinâmicos de todos os tipos de ventiladores podem ser divididos, geralmente, em duas componentes: uma de rotacionalidade e outra devido à vorticidade.

Além do ruído aerodinâmico, existem normalmente diversas fontes de ruídos em equipamento envolvendo ventiladores, sendo que tais fontes incluem os ruídos resultantes de desbalanceamento, atrito em mancais, efeitos magnéticos e engrenagens.

As paredes de tubulações e dutos são excitadas pelo escoamento perturbado por singularidades (curvas, cotovelos, variações de seção transversal, ramificações, etc.), válvulas e outros dispositivos de controle, com conseqüente radiação sonora (BISTAFA, 2006). Em geral, a tubulação funciona como transportador do ruído gerado por exaustores (ventiladores) e válvulas.

Desta forma, segundo NUNES (2009), uma forma alternativa de compensar o baixo desempenho dos atenuadores passivos em baixas frequências é a utilização do controle ativo de ruído, o qual se baseia no princípio da superposição de ondas.

### 1.2.2. O controle ativo de ruído

O cancelamento ativo de ruído, também conhecido “controle ativo de ruído” envolve uma geração eletroacústica (normalmente com alto-falantes) de um campo sonoro para cancelar um campo sonoro indesejado (HANSEN, 2003).

O sistema típico para o cancelamento ativo de ruído de canal único consiste em:

- a) Um microfone de referência para adquirir o ruído a ser cancelado;
- b) Um sistema de controle eletrônico para processar o sinal de referência e gerar o sinal de controle;
- c) Um alto-falante excitado pelo sinal de controle para gerar o cancelamento do ruído;
- d) Um microfone de erro para fornecer ao controlador a informação para que ele possa se ajustar e minimizar o campo sonoro.

O controle ativo de ruído que propaga em dutos é adequado para o controle de ruído de baixa frequência, onde a atenuação não é eficiente com o uso de silenciadores passivos convencionais. Elementos de sistemas ativos são normalmente pequenos e podem ser instalados nas paredes dos dutos, minimizando perda de carga do fluxo de ar. Esta aplicação do controle ativo de ruído é a mais antiga e atualmente a mais comercialmente bem sucedida com vários sistemas instalados na indústria dos EUA. Resultados típicos atingem a atenuação de 15 a 20 dB sobre duas oitavas de um ruído aleatório e de 20 a 30 dB em ruídos de tom puro. A faixa de frequência típica para o controle varia de 40 a 400 Hz (HANSEN, 2003)

NUÑEZ (2005) realizou um estudo teórico e experimental em sua tese sobre o controle ativo de ruído. Foram avaliadas as técnicas de controle ativo de ruído tanto monocal quanto multicanal. Neste trabalho, foi utilizado um duto de seção circular do material PVC para a análise experimental.

Aplicações para controle de ruído em dutos incluem: redução do ruído em dutos de ar condicionado, redução do ruído em sistemas de ventilação industriais, redução do ruído de escapamentos de veículos.

GUEDES (2006) apresenta uma avaliação do controle de ruído em dutos de ventilação, sendo analisada a eficiência do controle com o sistema parado e em operação. Concluiu-se neste trabalho que é viável a utilização do controle ativo de ruído mesmo com o sistema mecânico operante.

Algum progresso já foi mostrado para o controle ativo de modos de propagação de alta ordem em dutos (PELTON, *et. Al.*, 1994). Foi mostrado que para o caso de N modos de propagação, N sensores de erro e N fontes de controle são suficientes para atenuar os modos de propagação. Para grandes dutos de ar condicionado, o primeiro modo deve começar a propagar na frequência tão baixa quanto 100 Hz. Conseqüentemente, para prover controle ativo em um duto de 200 Hz, seriam necessários 5 sensores de erro e 5 fontes de controle (já que haveriam 5 modos de propagação), enquanto controle ativo para 800 Hz requereria 64 sensores de erro e 64 fontes de controle.

Em vários casos é preferível utilizar particionadores axiais no duto para prevenir a ocorrência de altos modos de propagação na vizinhança do controlador e então utilizar um sistema de controle de canal único independente para cada seção particionada. Os particionadores devem ser suficientemente longos para incluir o sensor de referência, a fonte de controle e o sensor de erro e estender metade do comprimento de onda através dos sensores de referência e erro (NUNES, 2009; OLIVEIRA, 2012).

### *1.2.3. A utilização de estruturas piezoelétricas no controle ativo de vibração*

A utilização de estruturas piezoelétricas para controle ativo foram primeiramente introduzidas em problemas de vibração.

Na área do controle ativo usando materiais piezoelétricos estão disponíveis na literatura vários trabalhos empregando diferentes estratégias de controle (LIMA JR., 1999; ROCHA, 2004; STEFFEN JR., RADE, 2004).

BAZ e POH (1988) realizaram o controle ativo de vibração em uma viga utilizando atuadores piezoelétricos. Seu método foi desenvolvido de forma que fossem minimizados as amplitudes de vibração das vigas, e calculados também os esforços necessários para diminuir a vibração. O trabalho revelou a importância de construir modelos mais realísticos do sistema de controle de vigas.

KAMADA *et. Al.* (1997) utilizaram as estruturas inteligentes para realizar o controle ativo em estruturas reticuladas nas quais os momentos de flexão foram controladas por atuadores piezoelétricos integrados nas colunas. Foram analisadas várias estratégias de controle, as quais mostraram performance semelhante e que foram capazes de reduzir bastante o nível de vibração das estruturas.

HAN e LEE (1999) estudaram o posicionamento de cerâmicas piezoelétrica como sensores e atuadores para o controle de vibração de uma placa. Este trabalho avaliou como este posicionamento influencia na controlabilidade da vibração desta placa. Através de uma otimização via algoritmos genéticos, verificou-se uma redução considerável nos modos de vibração da placa.

Um estudo de controle ativo de vibração em cascas foi realizado por BALAMURUGAN e NARAYANAN (2001). Neste trabalho foi considerado o controle da vibração de uma casca curvilínea utilizando cerâmicas piezoelétricas como atuadores e sensores e estudadas várias estratégias de controle.

ABREU et al. (2004) apresentam a modelagem de uma placa instrumentada com atuadores piezoelétricos via elementos finitos. Neste trabalho foram consideradas a instalação dos atuadores nas faces inferior e superior da placa.

SILVA (2005) apresenta três exemplos de aplicação do controle de vibração utilizando uma estrutura inteligente: uma estrutura tipo placa, uma viga engastada-livre e a supressão ativa de flutter em um aerofólio 2-D. Seus resultados apresentaram significativa atenuação da vibração estrutural na faixa de frequência de interesse.

Ainda nesta área, BUENO (2007) desenvolveu um trabalho da análise do controle ativo de vibrações, além da otimização da posição dos sensores e atuadores. Em seu problema, foram apresentadas simulações numéricas e experimentais e concluiu-se que a utilização de controladores mais robustos aumentam o amortecimento estrutural e minimiza as amplitudes de vibração.

O controle ativo de vibração em estruturas também foi abordado por VASQUES (2008). Em sua tese foram simulados, avaliados e implementados em tempo real o tratamento de amortecimento passivo, ativo e híbrido, além de estratégias de controle sendo consideradas as abordagens *feedback* e *feedforward* adaptativos utilizados individualmente ou combinados.

#### 1.2.4. A utilização de estruturas piezoelétricas no controle ativo de ruído

FULLER et. Al. (1991) apresentaram de forma analítica e experimental a utilização da aplicação de forças externas em uma estrutura para a atenuação global do ruído. Para isto era comumente utilizados atuadores eletromagnéticos, porém estes equipamentos não eram de viável utilização para estruturas leves.

A utilização de materiais piezoelétricos foi então introduzida como uma alternativa aos atuadores eletrodinâmicos. Diversos estudos têm demonstrado que tais materiais são bastante adequados e eficientes, oferecendo a possibilidade de ser utilizados em sistemas com geometrias complexas, uma vez que podem ser colados diretamente à superfície da estrutura, ou então inseridos no volume do material que constitui a estrutura, tornando-se parte do sistema. Apresentam também diversidade de atuação, podendo serem utilizados tanto como sensores quanto como atuadores. Outra característica interessante destes materiais é sua relativa insensibilidade à temperatura, o que os habilita a trabalhar mesmo em condições ambientais mais severas.

Dentre os materiais piezoelétricos, os mais empregados são as cerâmicas piezoelétricas PZT (zirconato titanato de chumbo) e o polímero PVDF (fluorido de polivinilideno) (SANTANA, 2002).

Os pioneiros na utilização de PZTs para controle ativo em sistemas dinâmicos contínuos foram BAILEY e HUBBARD (1985). Após este estudo, CRAWLEY e DE LUIS (1987) desenvolveram um modelo detalhado que caracteriza a interação entre pastilhas de PZT e uma viga elástica.

DIMIATRIDS *et al.* (1989) expandiram este modelo para o caso de atuadores PZT com a função de reduzir a pressão sonora radiada por placas finas. Estes trabalhos mostraram a grande eficiência dos materiais piezoelétricos no controle de vibração e da radiação sonora.

FULLER *et al.* (1991) realizaram um experimento utilizando uma pastilha de PZT como atuador colada a uma placa retangular excitada por um excitador eletrodinâmico em frequências próximas às frequências naturais da placa. O resultado obtido foi uma redução global de 45 dB nas duas primeiras frequências naturais.

CLARK e FULLER (1992) utilizaram atuadores piezoelétricos e desenvolveram um controlador *feedforward* adaptativo para o controle de ruído radiado por uma placa retangular excitada por um excitador eletrodinâmico. Eles concluíram que quando a frequência de excitação é próxima a uma das frequências naturais da placa, o aumento do número de atuadores não contribuiu significativamente para a redução de ruído. Porém, no caso não ressonante, o aumento do número de atuadores pôde proporcionar redução adicional de ruído. Neste mesmo experimento utilizaram sensores de deformação de PVDF no lugar dos microfones. Os resultados mostraram que em alguns casos, a redução de ruído obtida com microfones como sensores é similar à obtida quando se utilizam sensores PVDF; em outros casos, obteve-se uma redução maior utilizando microfones.

WANG *et al.* (1991) desenvolveram um modelo analítico de transmissão sonora através de uma placa retangular utilizando múltiplos PZTs e atuadores eletrodinâmicos. Verificou-se que os atuadores eletrodinâmicos são mais eficientes no controle de ruído.

SANTANA (2002) desenvolveu, então, um estudo sobre a utilização de atuadores piezoelétricos sobre placas finas retangulares para o controle ativo de ruído. Neste trabalho, constatou-se que o posicionamento dos atuadores é determinante para a eficiência do controle ativo de ruído e que, maior será a potência radiada em campo distante quão maior o número de atuadores na placa.

Em sua tese, PERGHER (2003), estuda o controle da transmissão do som numa placa retangular fina. São comparados, neste trabalho, a potência sonora emitida antes e

depois do controle utilizando diferentes números e configurações de atuadores piezoelétricos.

Foi desenvolvido por DONADON (2002) um estudo de estratégias de controle ativo de ruído. Uma das partes de seu trabalho foi a tentativa de atenuação do ruído interno a uma cavidade, ruído este gerado por uma fonte sonora externa ou pela vibração da casca cilíndrica no contorno da cavidade. Constatou-se, experimentalmente, que caso o ruído seja gerado pela casca, o controle da vibração se mostra mais eficiente para controle de ruído, enquanto para uma fonte externa, o controle ativo via atuação estrutural é a melhor alternativa.

MELO (2004), analisou de forma numérica e experimental a viabilidade da utilização de cerâmicas piezoelétricas para realizar o controle de ruído em dutos. Estas cerâmicas foram coladas na estrutura do duto para a produção do sinal de controle. Este procedimento revelou a possibilidade de atenuação entre 8 e 12 dB.

### **1.3. O controle de ruído em dutos particionados**

No tocante ao controle ativo de ruído em dutos, assim como comentado anteriormente, quando a seção transversal possui grandes seções transversais, já se propagam os chamados modos de alta ordem. Neste caso o sistema de controle utilizado deve ser multicanal, sendo que o número de sensores e atuadores a serem utilizados aumentam exponencialmente com a frequência.

Uma das soluções para este problema é o particionamento do duto, de forma a planificar as ondas sonoras em uma determinada região do duto. Sendo assim, é possível instalar um sistema monocal em cada partição do duto, o que simplifica a obtenção da atenuação.

Com isto em vista, o Laboratório de Acústica e Vibrações – LAV – da Faculdade de Engenharia Mecânica – FEMEC – da Universidade Federal de Uberlândia – UFU – se propôs a avaliar esta técnica.

A pioneira neste assunto foi NUNES (2009) que, em sua tese, realizou a modelagem e a simulação numérica do controle ativo de ruído, utilizando para tanto a técnica de síntese modal de componentes (SMC). Seu controle foi aplicado em ruídos tonais e em ruídos de banda larga.

A princípio, NUNES (2009) estudou o controle ativo de ruído a partir de métodos analíticos, baseados na minimização das funções objetivos a fim de mostrar o

comportamento e eficiência do controle ativo em dutos submetidos tanto a propagação de modo de onda plana quanto a modos de alta ordem.

Em seguida, desenvolveu um modelo de um duto particionado via SMC e o validou a partir de modelos de elementos finitos. Este desenvolvimento se justifica pelo fato do custo computacional da SMC ser significativamente menor que o apresentado pelo MEF.

Simulados os controles, NUNES (2009) verificou que é possível se obter, para sinais harmônicos, reduções de até 22 dB utilizando controle monocanal. Para um ruído de banda larga, a atenuação foi de aproximadamente 15 dB. Porém, neste caso, foi necessária a utilização de um sistema multicanal.

Em sequência, esta análise foi realizada experimentalmente por OLIVEIRA (2012).

Para o desenvolvimento experimental do problema foi construído um duto de grande porte e realizada a sua devida instrumentação. Para o sistema e os programas do controle ativo de ruído foi utilizada uma placa eletrônica de controle com Processador Digital de Sinais (DSP), sendo executado o controle em tempo real.

Em conclusão, OLIVEIRA (2012) constatou que é possível de se obter atenuações de sinais harmônicos de até 36 dB dos níveis de ruído na saída do duto para ruídos tonais e de até 20 dB para ruídos tonais contaminados com aleatórios.

Mantendo, então, nesta linha de pesquisa, neste trabalho pretende-se avaliar a possibilidade da obtenção de um sistema de controle ativo de ruído utilizando como atuadores estruturas inteligentes.

#### **1.4. Metodologia do trabalho**

O problema proposto por este trabalho será abordado tanto de uma forma teórica como na forma numérica. Após a modelagem teórica a partir de uma referência bibliográfica consagrada do assunto, o modelo será então resolvido via elementos finitos a fim de comparar ambos os resultados e torná-los confiáveis para a avaliação da coerência física do problema.

Primeiramente será estudado o comportamento da onda acústica dentro de um duto. Nesta seção será analisado o duto semi-infinito, sendo que este possui uma terminação inicial, na qual se encontra a fonte de ruído, porém não possui uma terminação final, permitindo a propagação livre do ruído emitido pelo duto. Esta análise será realizada tanto para propagação de ondas planas quanto para a propagação dos modos de alta ordem.

Após a validação dos modelos numérico e analítico do duto, será realizada a síntese modal, a fim de se obter os modos acústicos de um duto particionado, visto que não é possível obtê-los de forma analítica.

Dominada a técnica de síntese modal, a próxima etapa será a análise da dinâmica de uma placa e o campo acústico gerado em um duto pela irradiação do som produzida por esta.

Com o conhecimento desta resposta, será possível partir para as simulações do controle ativo de ruído utilizando a estrutura inteligente composta pela placa e por um atuador piezoelétrico.

## CAPÍTULO II

### MODELAGEM DE PLACAS FINAS INSTRUMENTADAS COM ATUADORES PIEZOELÉTRICOS

Como já exposto no capítulo anterior, este trabalho utilizará da própria placa que particiona o duto como a fonte de controle. Diferente do campo sonoro de um alto-falante, onde se torna necessário informar apenas o nível sonoro desejado, o campo obtido da vibração da placa depende diretamente do comportamento mecânico da placa. O intuito deste capítulo é, portanto, determinar de forma analítica o comportamento mecânico de uma placa, sendo determinados primeiro o seu comportamento em movimento livre e, em seguida, o seu movimento excitado por um atuador piezoelétrico.

#### 2.1. Teoria de Kirchhoff para placas finas

O primeiro passo para o desenvolvimento das equações do movimento da estrutura será formular seu comportamento em vibração livre. SANTANA (2002) na formulação desenvolvida em seu trabalho utilizou a Teoria de Kirchhoff para placas finas.

Esta teoria assume as seguintes hipóteses:

- a) A placa é fina com uma espessura  $h$  e suas faces são os planos definidos por  $z = \pm h/2$ .
- b) Apenas o deslocamento transversal ( $w$ ) é considerado.
- c) Qualquer tensão na direção  $z$  é considerada nula.
- d) Os deslocamentos nas direções  $x$  e  $y$  ( $u$  e  $v$ , respectivamente) se devem unicamente a deslocamentos iniciais resultantes de um carregamento ou da rotação das seções transversais.

A Figura 2.1 ilustra estas hipóteses.

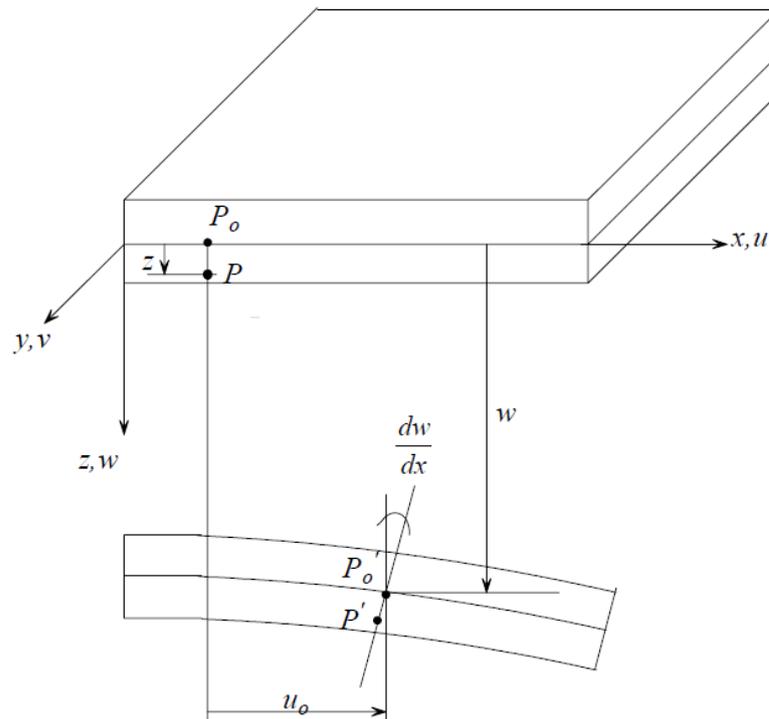


Figura 2.1 – Representação dos eixos e dos deslocamentos da placa.

Essas suposições resultam nas equações definidas pela Eq. (2.1).

$$\begin{cases} u = u_o(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v = v_o(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w = w(x, y) \end{cases} \quad (2.1)$$

Estas hipóteses tornam relevantes apenas as deformações na direção  $x$  ( $\epsilon_x$ ), na direção  $y$  ( $\epsilon_y$ ) e a deformação angular ( $\gamma_{xy}$ ).

No desenvolvimento da teoria de Kirchhoff contida em (RIXEN; GÉRADIN, 1997), estas simplificações são utilizadas para a obtenção das energias cinética e de deformação da placa e, em seguida, determinar sua equação do movimento, dada pela Eq. (2.2) a partir do princípio variacional de Hamilton. Nesta equação foram desconsiderados os esforços externos.

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + m\ddot{w} - p = 0 \quad (2.2)$$

Onde  $m$  é a massa por unidade de área da placa e  $p$  são as pressões externas aplicadas na mesma. Já o valor de  $D$  é dado pela Eq. (2.3).

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.3)$$

Sendo  $E$  o módulo de elasticidade do material da placa e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

Definindo o Laplaciano como mostrado na Eq. (2.4), é possível reescrever a equação do movimento da placa na forma da Eq. (2.5).

$$\Delta = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

$$D\Delta\Delta w + m\ddot{w} - p = 0 \quad (2.5)$$

## 2.2. Vibração livre das placas

Para a formulação analítica da vibração livre das placas, deve-se desconsiderar qualquer pré-tensão e também as pressões externas. Desta forma a equação do movimento é escrita de acordo com a Eq. (2.6).

$$\Delta\Delta w - \omega^2 \frac{mw}{D} = 0 \quad (2.6)$$

Sendo  $\omega$  a frequência natural da placa obtida na unidade rad/s. A fim de simplificar as representações, será adotada a relação dada pela Eq. (2.7).

$$\beta^4 = \frac{\omega^2 m}{D} \quad (2.7)$$

A partir desta relação, reescreve-se a Eq. (2.6) na seguinte forma:

$$(\Delta + \beta^2)(\Delta - \beta^2)w = 0 \quad (2.8)$$

A Eq. (2.8), portanto, apresenta duas possíveis soluções, as quais são expressas na Eq. (2.9). A solução completa do problema de vibração livre será, então, a soma das duas soluções parciais, assim como mostrado na Eq. (2.10).

$$(\Delta + \beta^2)w_1 = 0 \quad \text{e} \quad (\Delta + \beta^2)w_2 = 0 \quad (2.9)$$

$$w = w_1 + w_2 \quad (2.10)$$

Substituindo a Eq. (2.10) em (2.8) e desenvolvendo algebricamente, obtém-se a Eq. (2.11).

$$(\Delta + \beta^2)(\Delta - \beta^2)(w_1 + w_2) = -2\beta^2(\Delta + \beta^2)w_2 = 0 \quad (2.11)$$

Adota-se, então, uma solução geral para  $w_1$  na forma:

$$w_1 = e^{\alpha x + \gamma y} \quad (2.12)$$

Já a solução de  $w_2$  é associada à forma complexa da solução, resultando em:

$$w_2 = e^{i\alpha x + i\gamma y} \quad (2.13)$$

Nas Eq. (2.12) e Eq. (2.13) define-se  $\alpha^2 + \gamma^2 = \beta^2$ .

Finalmente, avaliando as possíveis combinações possíveis dos sinais das constantes  $\alpha$  e  $\gamma$ , tem-se que a solução completa do problema é dada pela combinação linear de funções trigonométricas e hiperbólicas, conforme mostra a Eq. (2.14).

$$\begin{aligned} w(x, y) = & A_1 \text{sen}(ax)\text{sen}(\gamma y) + A_2 \text{cos}(ax)\text{sen}(\gamma y) + A_3 \text{sen}(ax)\text{cos}(\gamma y) + \\ & A_4 \text{cos}(ax)\text{cos}(\gamma y) + A_5 \text{senh}(ax)\text{senh}(\gamma y) + A_6 \text{cosh}(ax)\text{senh}(\gamma y) + \\ & A_7 \text{senh}(ax)\text{cosh}(\gamma y) + A_8 \text{cosh}(ax)\text{cosh}(\gamma y) \end{aligned} \quad (2.14)$$

As constantes  $A_n$  e os parâmetros  $\alpha$  e  $\gamma$  são obtidos após a aplicação das condições de contorno.

A modelagem será realizada para uma placa simplesmente apoiada em suas quatro bordas. Este tipo de apoio permite a rotação em torno do eixo da borda, mas não permite nenhum deslocamento e nenhuma outra rotação. Matematicamente, as condições de contorno são expressas através da Eq. (2.15).

$$\begin{cases} w = 0 \text{ para } x = 0 \text{ e } x = L_x \\ M_x = 0 \text{ para } x = 0 \text{ e } x = L_x \\ w = 0 \text{ para } y = 0 \text{ e } y = L_y \\ M_y = 0 \text{ para } y = 0 \text{ e } y = L_y \end{cases} \quad (2.15)$$

Sendo  $L_x$  a largura da placa e  $L_y$  o comprimento.

Aplicando as condições de contorno na Eq. (2.14), temos que a solução do movimento da placa em vibração livre para a condição de simples apoio é dada pela Eq. (2.16).

$$w(x, y) = A \operatorname{sen}(\alpha x) \operatorname{sen}(\gamma y) \quad (2.16)$$

Na Equação (2.17) são apresentadas as condições iniciais que podem ser consideradas fisicamente válidas para as condições de contorno definidas.

$$\operatorname{sen}(\alpha L_x) = 0 \quad \text{e} \quad \operatorname{sen}(\gamma L_y) = 0 \quad (2.17)$$

Desta forma, determina-se que os possíveis valores que  $\alpha$  e  $\gamma$  podem assumir são definidas pelas Eq. (2.18) e Eq. (2.19).

$$\alpha_r = \frac{r\pi}{L_x} \quad (2.18)$$

$$\gamma_s = \frac{s\pi}{L_y} \quad (2.19)$$

Nestas equações os modos são definidos pelas letras  $r$  – modo na direção  $x$  – e  $s$  – modo na direção  $y$ .

As frequências naturais da placa e as auto-funções modais da placa são, então, definidas pelas Eq. (2.20) e Eq. (2.21), respectivamente.

$$\omega_{rs} = \beta^2 \sqrt{\frac{D}{m}} = \pi^2 \left[ \left( \frac{r}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{s}{L_y} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (2.20)$$

$$\Phi_{rn}(x, y) = \operatorname{sen} \left( \frac{r\pi x}{L_x} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{s\pi y}{L_y} \right) \quad (2.21)$$

### 2.3. Dinâmica de uma placa fina excitada por atuador piezoelétrico

No desenvolvimento da formulação da dinâmica do acoplamento eletromecânico será considerado que foram instaladas duas pastilhas piezoelétricas na placa, sendo uma em cada face e simétricas em relação ao seu plano médio. Cada pastilha é ativada com a aplicação de tensões de igual amplitude e sinais opostos. Esta situação está ilustrada pela Fig. 2.2. Ressalta-se que a influência da cola de fixação das partículas não foi considerada durante o desenvolvimento.

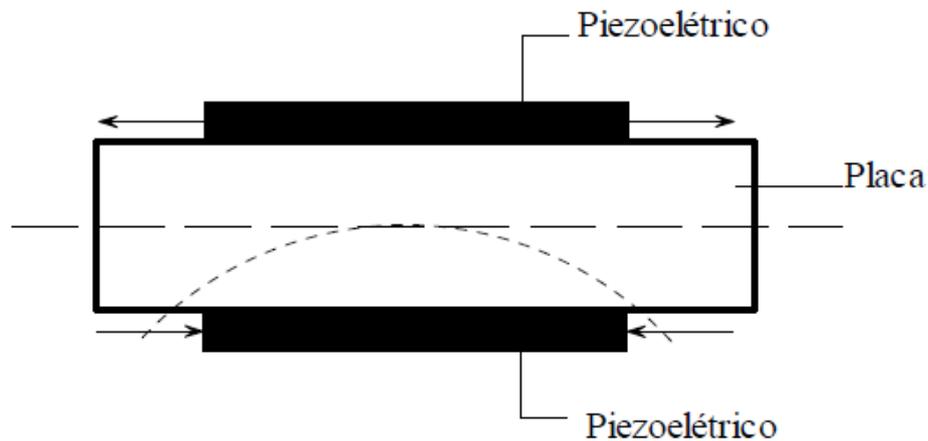


Figura 2.2 – Esquema considerado para a instrumentação da placa com materiais piezoelétricos.

Segundo SANTANA (2002), a colagem dos elementos piezoelétricos como demonstrado na Fig. 2.2 resulta na aplicação de momentos fletores distribuídos em torno dos eixos  $x$  e  $y$  – os dois eixos contidos no plano da placa. O momento em ambas as direções são iguais e podem ser calculados a partir da Eq. (2.22).

$$m_x = m_y = C_0 \frac{d_{31}}{t} V [h(x - x_1) - h(x - x_2)] [h(y - y_1) - h(y - y_2)] \quad (2.22)$$

onde

- $m_x$  é o momento em torno do eixo  $x$ ;
- $d_{31}$  é o módulo piezoelétrico característico da pastilha;
- $t$  é a espessura da pastilha piezoelétrica;
- $V$  é a amplitude da tensão elétrica aplicada;

e)  $h(\bullet)$  é a função degrau unitário.

Já o valor de  $C_0$  é dado pela Eq. (2.23) e os valores de  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$  e  $y_2$  são obtidos conforme exposto pela Fig. 2.3.

$$C_0 = -E_p \frac{(1 + \nu_{pe})}{(1 - \nu_p)} \frac{P}{[1 + \nu_p - (1 + \nu_{pe})]} \frac{2}{3} h^2 \quad (2.23)$$

Sendo:

- a)  $E_p$  o módulo de elasticidade do material da placa;
- b)  $\nu_p$  o coeficiente de Poisson da placa;
- c)  $\nu_{pe}$  o coeficiente de Poisson do material piezoelétrico.

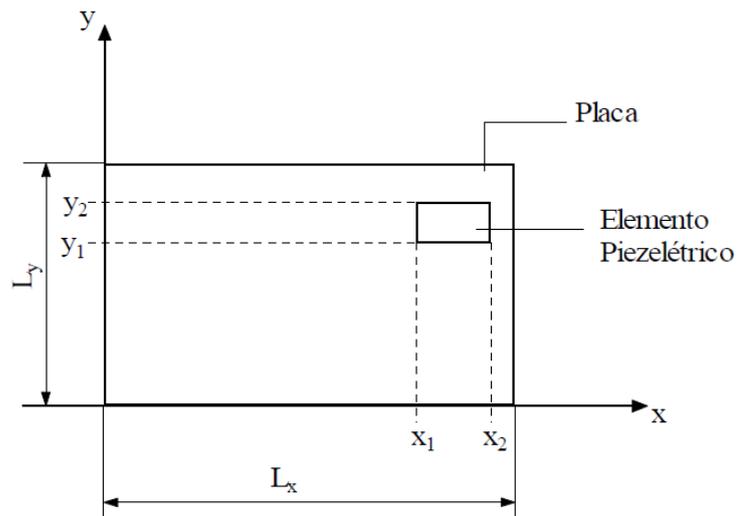


Figura 2.3 – Determinação das coordenadas da pastilha piezoelétrica.

O valor de  $P$  é calculado utilizando a Eq. (2.24).

$$P = -K \frac{E_{pe} (1 - \nu_p^2)}{E_p (1 - \nu_{pe}^2)} \quad (2.24)$$

com

$$K = \frac{3th(2h + t)}{2(h^3 + t^3) + 3ht^2} \quad (2.25)$$

Segundo FULLER *et. al* (1991), a massa das pastilhas pode ser desprezadas, sendo assim possível escrever a equação do movimento da placa em função dos momentos induzidos pelos elementos piezoelétricos, após o desenvolvimento envolvendo as relações momento curvatura da teoria de Kirchhoff. O movimento da placa então é descrito pela Eq. (2.26).

$$D\Delta^4 w + m\ddot{w} = \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} \quad (2.26)$$

Diferenciando a Eq. (2.22) e substituindo na Eq. (2.26), tem-se como resultado a Eq. (2.27).

$$\begin{aligned} D\Delta^4 w + m\ddot{w} &= C_0 \frac{d_{31}}{t} V [\delta'(x - x_1) - \delta'(x - x_2)] [h(y - y_1) \\ &\quad - h(y - y_2)] \\ &\quad + C_0 \frac{d_{31}}{t} V [h(x - x_1) - h(x - x_2)] [\delta'(y - y_1) \\ &\quad - \delta'(y - y_2)] \end{aligned} \quad (2.27)$$

Na Equação (2.27),  $\delta'(\cdot)$  é a função delta de Dirac.

Para a obtenção da solução da Eq. (2.27), utiliza-se a expansão modal da resposta  $w(x,y)$ . Utilizando os modos da Eq. (2.21) e o Teorema da Expansão (MEIROVITCH,1975), é possível escrever a resposta da placa na forma da Eq. (2.28).

$$w(t, x, y) = \sum_r \sum_s W_{rs}(t) \Phi_{rs}(x, y) \quad (2.28)$$

Sendo  $W_{rs}$  a amplitude modal da placa, a qual depende do tempo. Para uma análise harmônica como a que será utilizada neste trabalho, determina-se que o fator da solução dependente do tempo é uma função harmônica de amplitude  $\bar{W}_{rs}$ .

Em seguida, aplica-se esta solução na Eq. (2.26) e, após um desenvolvimento algébrico e a imposição das condições de ortogonalidade das funções, conclui-se que a amplitude de oscilação  $\bar{W}_{rs}$  pode ser calculada pela Eq. (2.29).

$$\bar{W}_{rs} = \frac{4C_0 V d_{31}}{t A m (\omega_{rs}^2 - \omega^2)} \left\{ - \left( \frac{\gamma_r^2 + \gamma_s^2}{\gamma_r \gamma_s} \right) [\cos(\gamma_r x_1) - \cos(\gamma_r x_2)] [\cos(\gamma_s y_1) - \cos(\gamma_s y_2)] \right\} \quad (2.29)$$

A grandeza  $A$  nesta equação representa a área da placa, calculada por  $A = L_x L_y$ .

Da Equação (2.29) observa-se que a soma dos modos é ponderada pela frequência, sendo que quanto mais próxima a frequência de excitação de uma frequência natural, maior a predominância do respectivo modo.

O valor da amplitude também é influenciado pela posição e pelo tamanho do atuador, representado pelo segundo fator da Eq. (2.29) através de senos e cossenos. Este fato pode ser simplificado se considerada a simetria em relação aos eixos da placa.

Para o caso da simetria em relação ao eixo  $x$ , como mostrado na Fig. 2.4, o segundo fator da equação é nulo para os valores pares de  $n$ . Já para os valores ímpares de  $s$ , o fator assume o valor expresso pela Eq. (2.30).

$$2 \cos \left( \frac{s\pi}{L_y} y_1 \right) \quad (2.30)$$

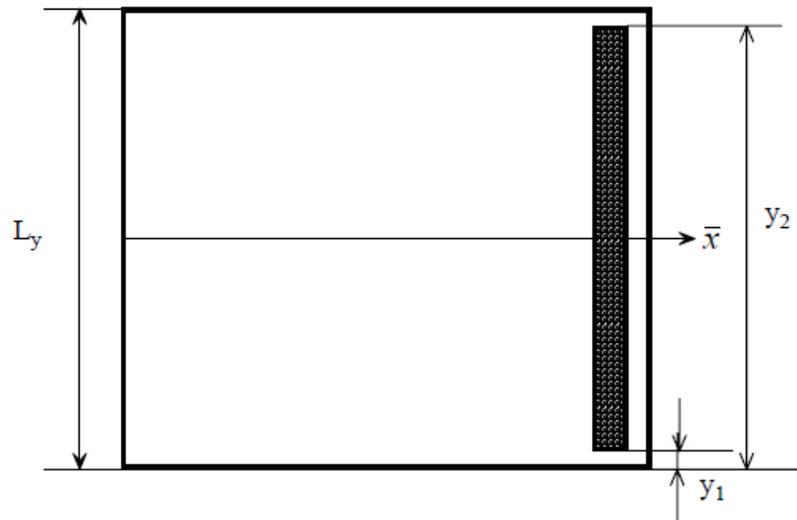


Figura 2.4 – Elemento piezoelétrico colado na placa simetricamente ao eixo  $x$ .

O segundo caso é quando se considera o elemento piezoelétrico simétrico em relação ao eixo  $y$  (Fig. 2.5). Neste caso o fator se anula para valores pares de  $r$  e para os valores ímpares o fator assume a forma da Eq. (2.31).

$$2\cos\left(\frac{r\pi}{L_x}x_1\right) \quad (2.31)$$

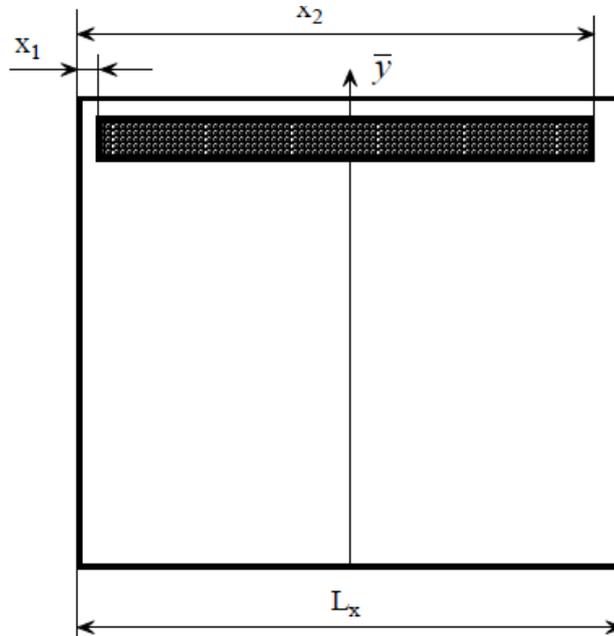


Figura 2.5 - Elemento piezoelétrico colado na placa simetricamente ao eixo  $y$ .

Finalmente, analisa-se o caso para a simetria em relação aos dois eixos simultaneamente. Nesta situação o segundo fator só não é nulo quando ambos,  $r$  e  $n$ , são ímpares, assumindo o valor da Eq. (2.32).

$$\left[2\cos\left(\frac{r\pi}{L_x}x_1\right)\right]\left[2\cos\left(\frac{s\pi}{L_y}y_1\right)\right] \quad (2.32)$$

#### 2.4. Modelagem da placa via Método dos Elementos Finitos

Nesta seção será exposta a modelagem dos modos da placa e do acoplamento eletromecânico via Método dos Elementos Finitos. O objetivo desta modelagem é comparar os resultados numéricos com os obtidos analiticamente a fim de validar os resultados obtidos tanto para a vibração da placa, quanto para a posterior análise do duto excitado por placas vibrantes.

O *software* utilizado para o modelo de elementos finitos foi o Ansys®. Neste *software* é necessária a seleção dos elementos adequados para a aplicação que se deseja simular.

No caso de placas finas simplesmente apoiadas, o elemento que se mostrou mais adequado foi o SHELL 63.

Um problema encontrado durante a modelagem foi que, para que a simulação da colagem dos PZT's fosse análoga ao modelo analítico, seria necessária a construção de duas pastilhas, sendo uma em cada face, assim como exposto na Fig. 2.1 deste capítulo. Como o elemento SHELL 63 é um elemento que possui quatro nós no mesmo plano, quando as pastilhas são inseridas no modelo, tanto o elemento da placa quanto das pastilhas compartilhariam o mesmo nó.

Como solução para este problema, criam-se duas camadas de SHELL 63. A distância entre as duas camadas não é relevante, porém nas opções do elemento deve-se informar a espessura desejada para a placa. Os graus de liberdade (GDL) dos nós análogos de cada camada são acoplados. Apesar disto, os nós de cada camada de SHELL 63 são distintos, evitando fazer com que os elementos das duas pastilhas colocadas na placa compartilhem os mesmos nós.

Já para os elementos piezoelétricos, foi utilizado o elemento SOLID 5 do Ansys®. Este elemento possui graus de liberdade tanto mecânicos quanto elétricos, tornando-o ideal para aplicações de acoplamentos eletromecânicos.

#### 2.4.1. Obtenção dos modos da placa

A modelagem a seguir apresenta o método utilizado para a obtenção dos modos de vibrar de uma placa via Método dos Elementos Finitos. Como já mencionado, os elementos utilizados foram o SHELL 63 e o SOLID 5. Para a placa modelada foram utilizadas as propriedades da placa de aço, tal como expostas na Tab. 2.1. As dimensões adotadas para a placa foram de 50 cm x 50 cm com espessura de 0,2 cm.

Tabela 2.1 – Propriedades do material da placa.

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade $E_p$ [N/m <sup>2</sup> ]	207x10 <sup>9</sup>
Densidade $\rho_p$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7870
Coefficiente de Poisson $\nu_p$	0,292

Já as pastilhas de PZT utilizada possuem as propriedades expostas na Tab. 2.2, as quais são relativas à cerâmica G-1195. As pastilhas possuem espessura de 0,2 mm e sua largura e comprimento são ambos 5 cm.

Tabela 2.2 – Propriedades da pastilha piezoelétrica – cerâmica G-1195.

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade $E_{pe}$ [N/m <sup>2</sup> ]	$63 \times 10^9$
Densidade $\rho_{pe}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7680
Coefficiente de Poisson $\nu_{pe}$	0,3
Módulo Piezoelétrico $d_{31}$ [C/N]	$190 \times 10^{-12}$

As condições de contorno definidas para a placa foram de simplesmente apoiada, que permite rotação em torno do eixo de cada borda, mas não permite o deslocamento em nenhuma direção. Como o objetivo é apenas a determinação dos modos de vibrar, não foi definida nenhuma excitação externa. O modelo construído para esta situação está mostrado na Fig. 2.6. Vale ressaltar que o tamanho do elemento utilizado tanto para a placa quanto para as pastilhas foi de 0,5 cm.

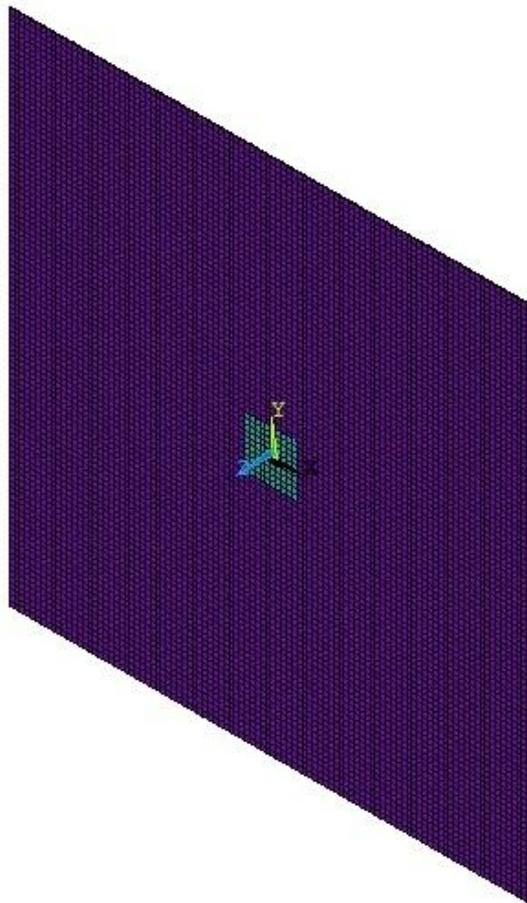


Figura 2.6 – Modelo de elementos finitos da placa instrumentada com pastilhas piezoelétricas.

Desta forma, então, foi possível determinar os modos de vibrar da placa. A Fig. 2.7 mostra os quatro primeiros modos de vibrar da placa obtidos no Ansys®. Os resultados dos modos também foram calculados pelas equações analíticas para fins de comparação. Estes resultados estão apresentados na Fig. 2.8.

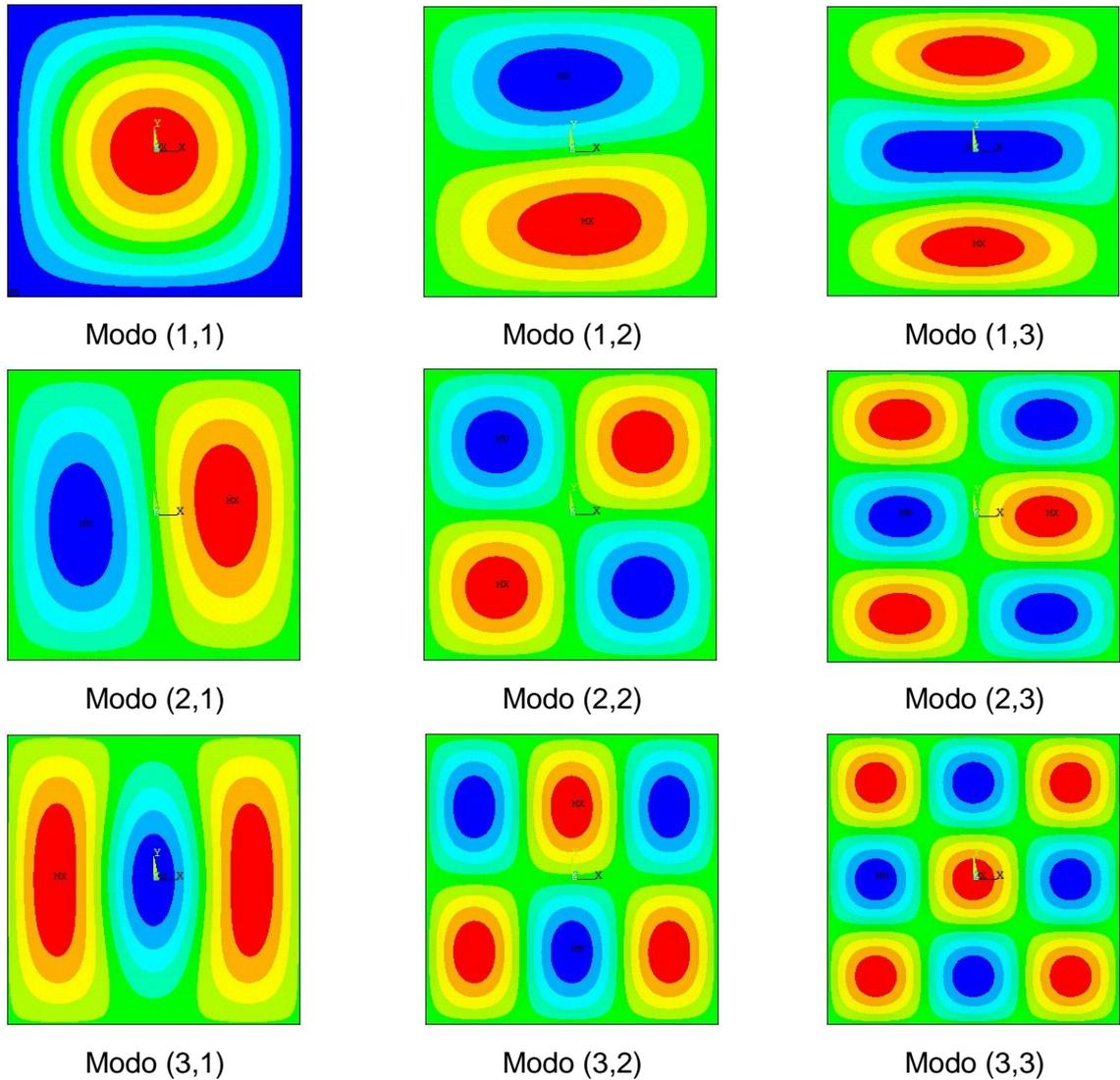


Figura 2.7 – Modos de vibrar da placa obtidas via Método dos Elementos Finitos.

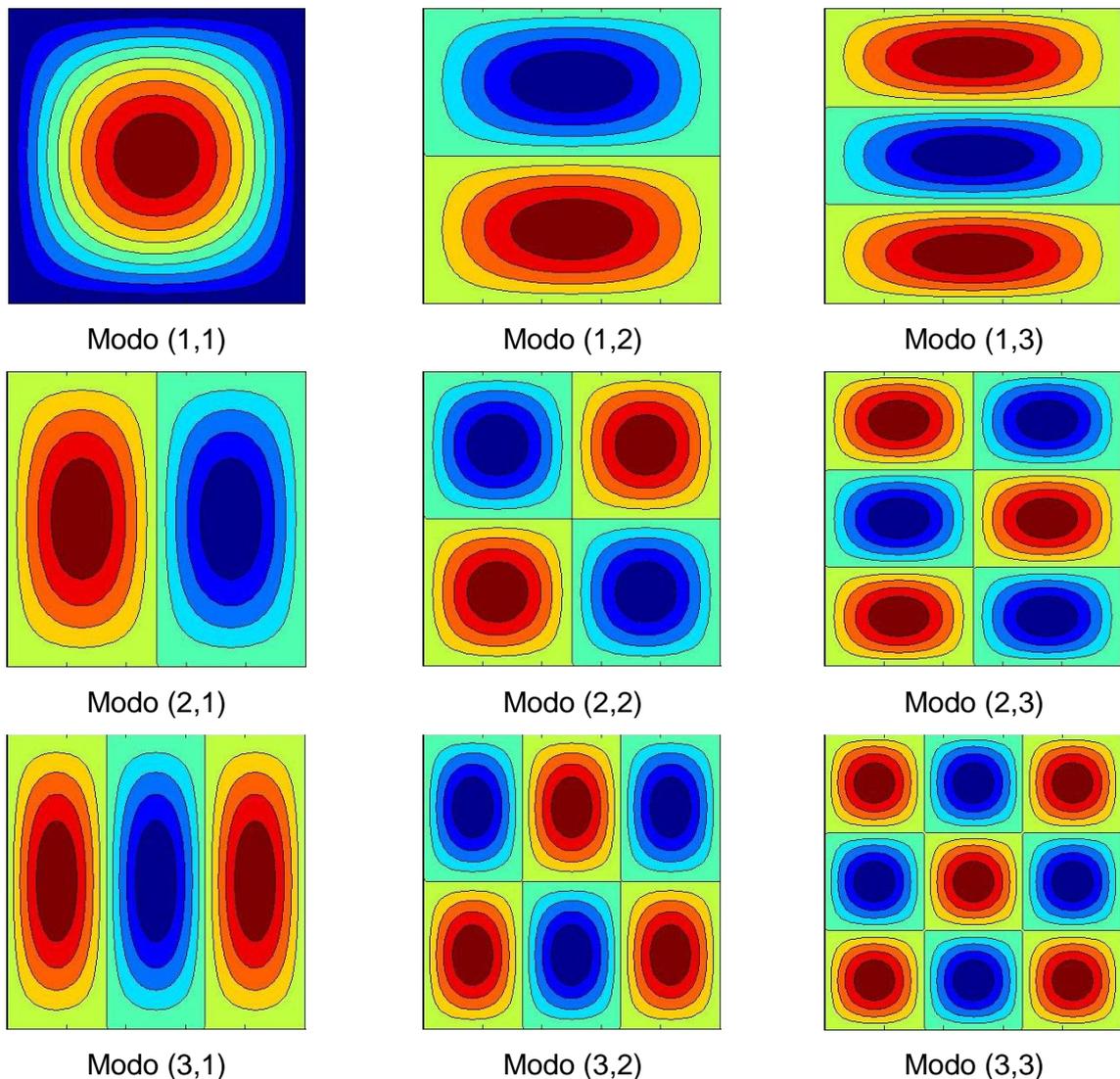


Figura 2.8 – Modos de vibrar analíticos da placa.

Da comparação entre os resultados numéricos e analíticos verifica-se que quando ocorre o um valor igual a 3 para o modo  $s$  em conjunto com o modo  $r$  igual a 1, ocorre uma diferença entre os modos numéricos e analíticos. Isto ocorre devido à forma de aplicação das condições de contorno para o modelo de elementos finitos, já que as condições de rotação das bordas verticais e horizontais são diferentes e os nós da quina pertencem a ambas. Neste caso deve-se adotá-las como sendo de apenas uma borda para minimizar os erros. Verificando os demais modos nos quais o  $s$  é ímpar e  $r$  é igual a 1, nota-se o mesmo erro. Nos demais modos é possível observar grande equivalência, sendo possível, então, confiar no modelo da placa.

A Tabela 2.3 mostra uma comparação entre as frequências naturais obtidas em ambos os modelos.

Tabela 2.3 – Frequências naturais da placa para os modelos numérico e analítico.

<b>Modos</b>	<b>Frequência Natural [Hz]</b>	
	<b>Ansys®</b>	<b>Analítico</b>
(1,1)	19,73	19,73
(2,1)	49,33	49,33
(1,2)	49,33	49,33
(2,2)	78,92	78,93
(3,1)	98,65	98,66
(1,3)	98,65	98,66
(3,2)	128,23	128,25
(2,3)	128,23	128,25
(3,3)	177,54	177,58

Da análise da Tab. 2.3 verifica-se grande proximidade entre os valores obtidos de frequências naturais, sendo evidentes os erros apenas na segunda casa decimal.

#### 2.4.2. Simulação da placa excitada por elementos piezoelétricos

Nesta simulação foi utilizado o mesmo modelo que o utilizado para a obtenção dos modos, porém foi necessário realizar o acoplamento eletromecânico dos elementos SOLID 5 com os elementos SHELL 63. Para isto, basta conectar os nós que estão em contato no grau de liberdade VOLT. Em seguida foi aplicada uma diferença de potencial de 300 V em cada pastilha e simulados os resultados em 4 frequências – 150, 220, 280 e 340 Hz.

As Figuras 2.9 e 2.10 mostram os resultados obtidos via Ansys® e via modelo analítico para a frequência de excitação de 150 Hz.

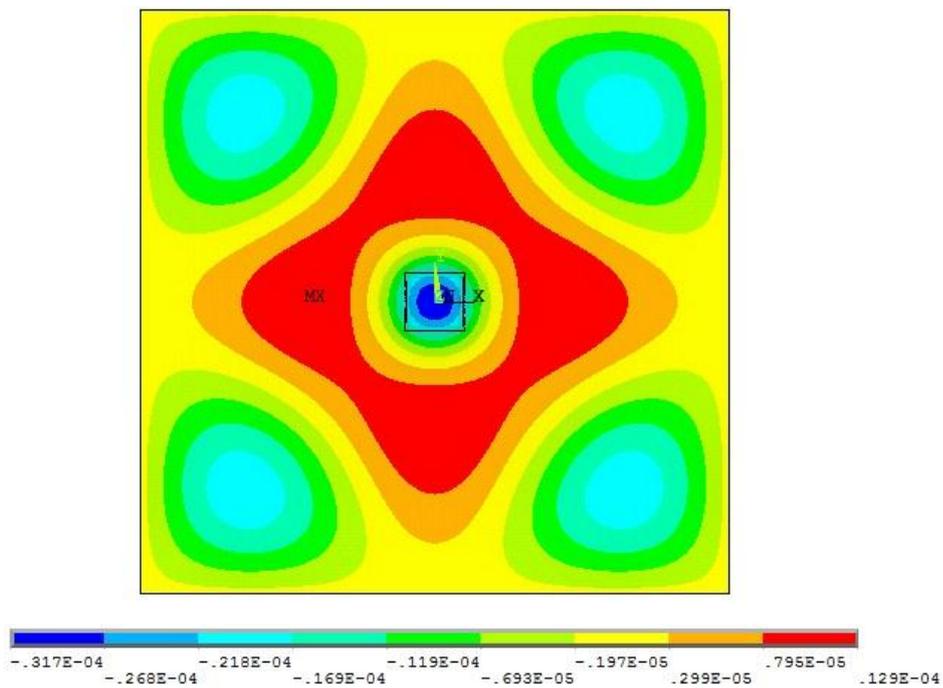


Figura 2.9 – Resultado do Ansys® para placa excitada por PZT's na frequência de 150 Hz.

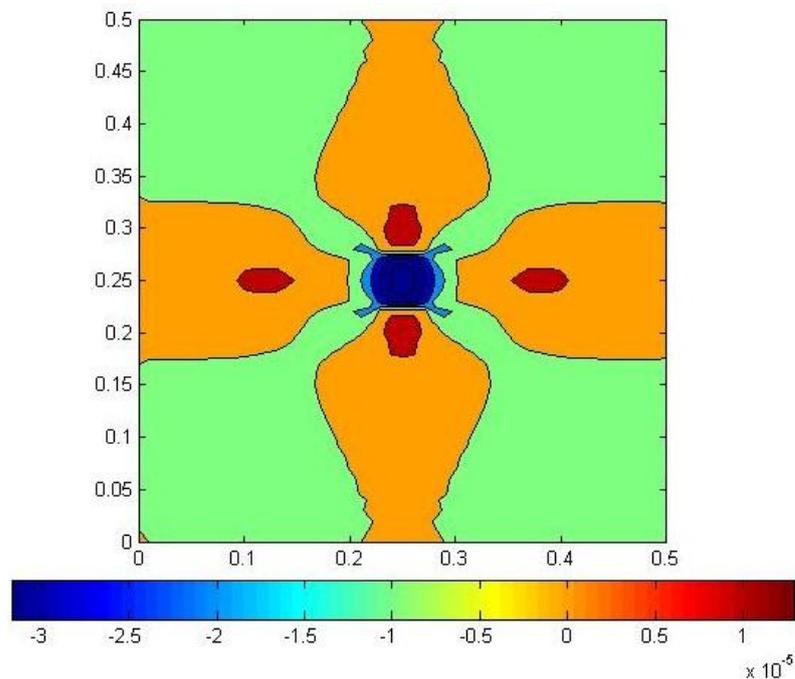


Figura 2.10 – Resultado analítico da placa excitada por PZT's na frequência de 150 Hz.

Verifica-se uma concordância entre os dois modelos. Algumas diferenças de escala são detectadas devido ao fato do ponto no qual a pastilha está localizado ser um ponto de singularidade, resultando em um valor extremo em relação ao restante da área da placa.

Já os resultados para a frequência de 220 Hz estão mostrados nas Figuras 2.11 e 2.12.

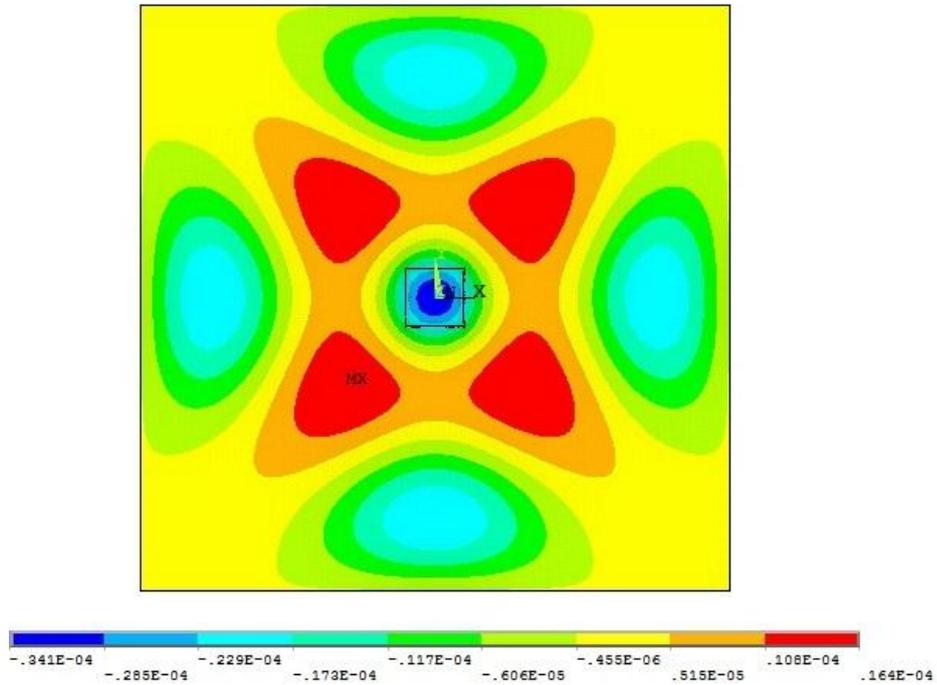


Figura 2.11 – Resultado do Ansys® para placa excitada por PZT's na frequência de 220 Hz.

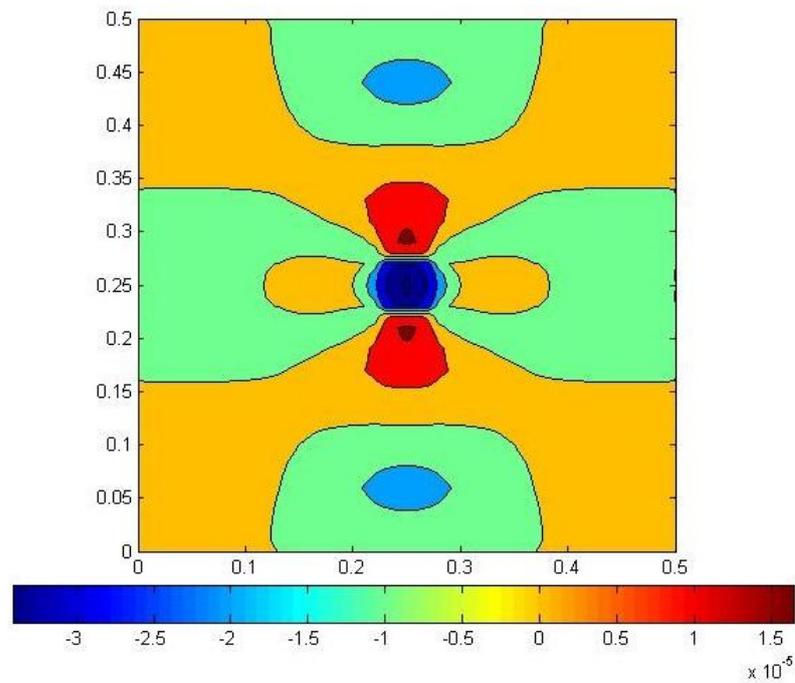


Figura 2.12 – Resultado analítico da placa excitada por PZT's na frequência de 220 Hz.

Já para a frequência de 220 Hz, verifica-se que a os modos ímpares nos quais ocorriam erros no cálculo dos modos influencia a resposta obtida. Assim, ocorrem algumas diferenças na forma da vibração, porém existe grande similaridade entre os modelos.

Nas Figuras 2.13 e 2.14 estão expostos os resultados na frequência de 280 Hz.

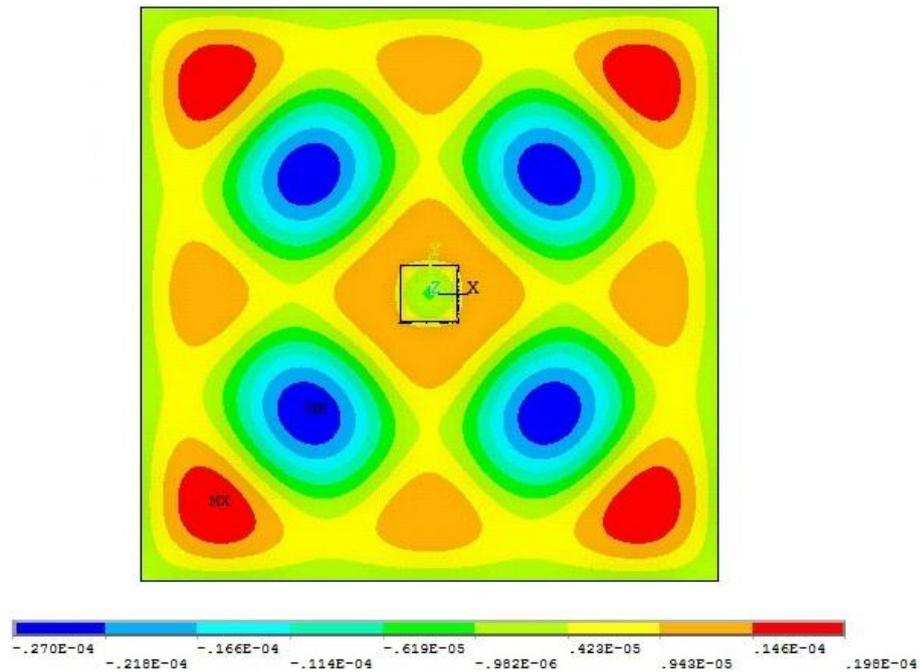


Figura 2.13 – Resultado do ANSYS® para placa excitada por PZT's na frequência de 280 Hz.

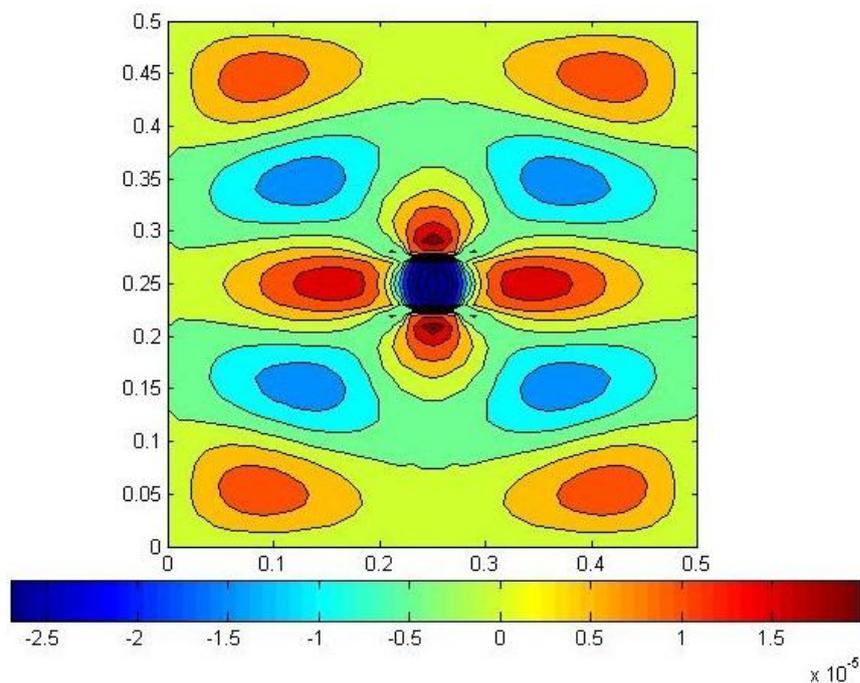


Figura 2.14 – Resultado analítico da placa excitada por PZT's na frequência de 280 Hz.

Nesta situação ocorre o mesmo problema citado para a excitação na frequência de 220 Hz. Apesar disso, a concordância das formas e da escala ainda é satisfatória.

As Figuras 2.15 e 2.16 mostram as respostas da placa na frequência de 340 Hz.

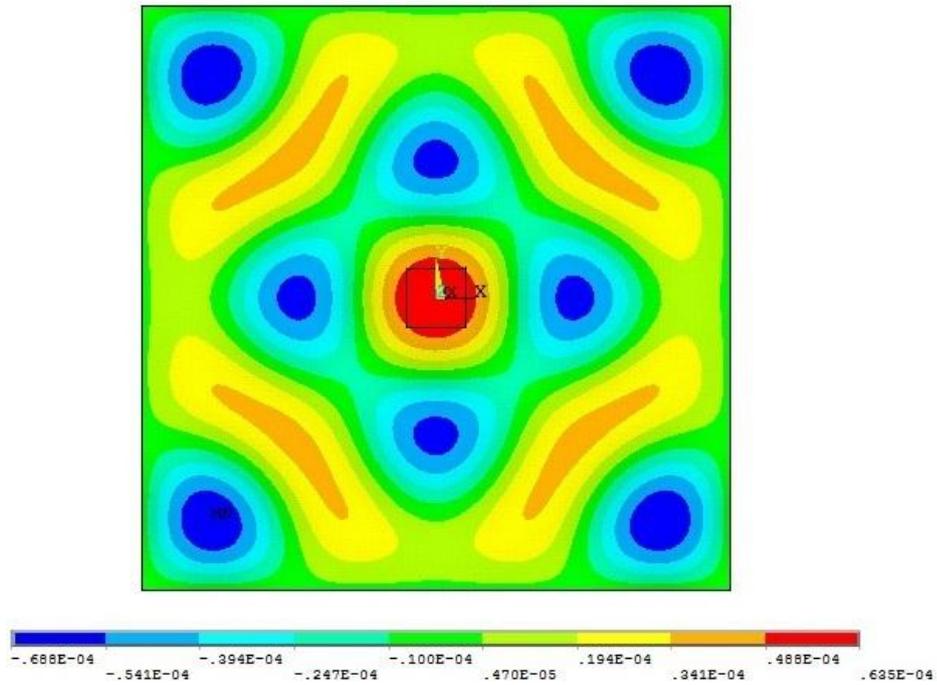


Figura 2.15 – Resultado do Ansys® para placa excitada por PZT's na frequência de 340 Hz.

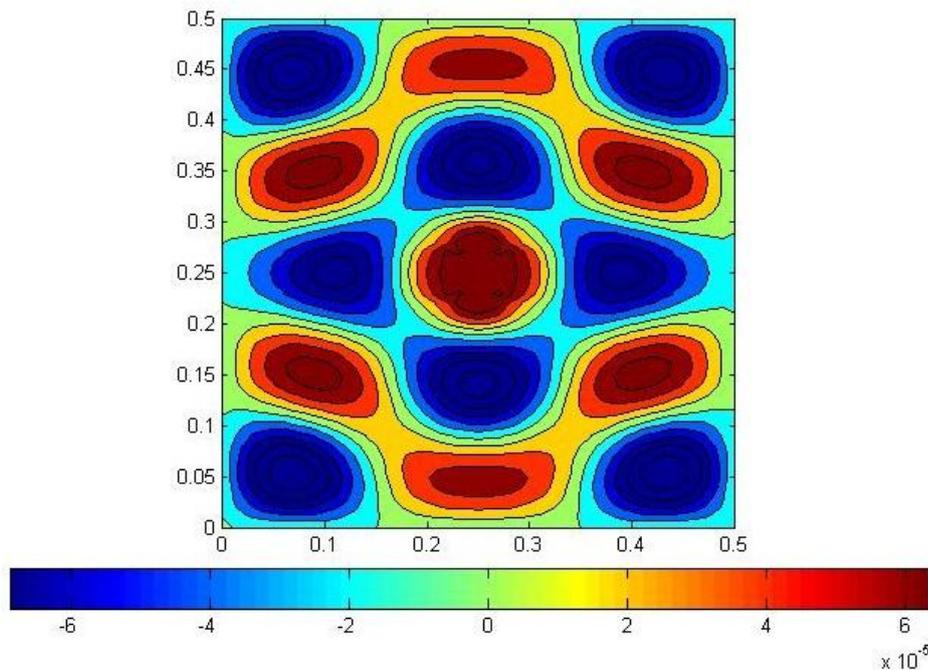


Figura 2.16 – Resultado analítico da placa excitada por PZT's na frequência de 340 Hz.

O problema dos modos ímpares também apresenta influência nas respostas expostas nas Fig. 2.14 e Fig. 2.15. Neste caso, verifica-se uma defasagem de  $180^\circ$  entre as respostas que provavelmente deve-se a disparidades entre as duas formulações

A partir do exposto, serão admitidos os dois modelos de vibração da placa excitada por atuadores piezoelétricos para as posteriores simulações.

## CAPÍTULO III

### MODELAGEM DO CAMPO SONORO NO INTERIOR DO DUTO

Neste capítulo será abordada a modelagem analítica e numérica do campo sonoro no interior do duto. O duto modelado será um duto semi-infinito, caracterizado por conter uma extremidade fechada e uma extremidade aberta. O campo sonoro será obtido a partir de duas fontes: a fonte primária, que representará o ruído a ser controlado no interior do duto e estará presente na extremidade fechada e a fonte secundária ou fonte de controle, sendo esta uma placa excitada por pastilhas piezoelétricas, e estará localizada em uma posição ao longo do duto em seu contorno. Para fins de comparação, realizar-se-á o mesmo modelo utilizando o Método dos Elementos Finitos.

#### 3.1. Fonte de ruído primária

O primeiro passo para a modelagem analítica do duto é a obtenção do campo sonoro gerado pela fonte de ruído primária. Este será considerado como o ruído a ser controlado no duto em questão.

O modelo considera que a fonte primária esteja no início do duto, o qual é a extremidade esquerda do duto, que se encontra fechada. Desta forma é razoável admitir que não existe ruído incidente nesta extremidade e, na outra extremidade, o som não é refletido. Sendo assim, será considerado apenas o campo direto da fonte.

##### 3.1.1. Propagação dos modos de alta ordem

Primeiramente será formulada a condição de propagação dos modos de alta ordem no duto. Estes modos ocorrem quando a frequência de excitação da fonte sonora do duto é maior que a frequência de corte.

O duto considerado possui sua seção transversal retangular de dimensões  $b \times d$  e a fonte deve possuir dimensões iguais ou menores que estas, e serão representadas pelas

letras  $B$  e  $D$ . Para um modo de alta ordem  $(m,n)$  se propagar neste duto, ele deve obedecer a condição expressa pela Eq. (3.1), onde  $\omega$  é a frequência de excitação em rad/s.

$$\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 > 0 \quad (3.1)$$

A frequência de corte deste duto é, então, calculada pela expressão da Eq. (3.2), onde  $H$  é a maior dimensão da seção transversal do duto e  $c_0$  a velocidade do som no meio. Sendo assim, quanto maior o valor de  $H$ , maior o número de modos de alta ordem que se propagarão no duto.

$$f_c = \frac{c_0}{2H} \quad (3.2)$$

Para as situações que a excitação está em uma frequência mais baixa que a frequência de corte, a propagação sonora é do tipo onda plana. Esta situação será discutida no próximo item, visto que é um caso particular da propagação sonora em dutos.

A partir do exposto acima, considerar-se-á que a posição da fonte primária será dada pelas coordenadas  $(x_p, y_p, 0)$ , estando os eixos  $x$  e  $y$  contidos no plano da seção transversal do duto e o eixo  $z$  na direção do eixo axial do mesmo.

A Equação (3.3) expressa, então, a pressão sonora em qualquer ponto  $(x,y,z)$  do duto gerada por uma fonte operando em frequência  $\omega$ .

$$P_p(x, y, z) = j\rho_0\omega \int_{A_p} u_p(x_0, y_0)G(x, x_0, \omega)dx_0dy_0 \quad (3.3)$$

Nesta equação:

- a)  $j$  é o imaginário puro  $= \sqrt{-1}$ ;
- b)  $\rho_0$  é a densidade do fluido no interior do duto;
- c)  $(x_0, y_0)$  são os pontos da superfície da fonte;
- d)  $u_p$  é a velocidade da partícula nas posições  $(x_0, y_0)$ ;
- e)  $G$  é a função de Green.

Verifica-se que o campo de pressão sonora é calculado pela integral em toda a área da superfície da fonte primária. A função de Green, que é característica de cada formato de

duto e relaciona a velocidade da partícula com a pressão sonora no duto. Para o duto semi-infinito, esta função é dada pela Eq. (3.4).

$$G(x, x_0, \omega) = -\frac{j}{S} \sum_m \sum_n \frac{\Psi_{m,n}(x, y) \Psi_{m,n}(x_0, y_0)}{\Lambda_{mn} K_{mn}} e^{-jK_{mn}|z-z_0|} \quad (3.4)$$

O valor de  $S$  na Eq. (3.4) é o valor da área da seção transversal do duto. A função  $\Psi_{mn}$  representa a função de forma modal do duto e é dada pela Eq. (3.5), sendo  $m$  e  $n$  os modos do duto.

$$\Psi_{mn}(x, y) = \cos\left(\frac{m\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{d}\right) \quad (3.5)$$

Já os valores de  $\Lambda_{mn}$  – função de forma – e  $K_{mn}$  – número de onda – são dados pelas Eq. (3.6) e Eq. (3.7), respectivamente.

$$\Lambda_{mn} = \frac{1}{S} \int \Psi_{mn}^2 dS \quad (3.6)$$

$$K_{mn} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{\pi m}{b}\right)^2 - \left(\frac{\pi n}{d}\right)^2} \quad (3.7)$$

Na equação (3.7), o valor de  $c_0$  é a velocidade do som no fluido considerado.

Manipulando as Eq. (3.3) e Eq. (3.4), obtém-se a expressão da pressão no duto como mostrada na Eq. (3.8).

$$P_p(x, y, z) = \frac{\rho_0 \omega}{S} \sum_m \sum_n \int_{A_p} u_p \frac{\Psi_{m,n}(x, y) \Psi_{m,n}(x_0, y_0)}{\Lambda_{mn} K_{mn}} e^{-jK_{mn}z} dx_0 dy_0 \quad (3.8)$$

Da resolução da integral da Eq. (3.8) e admitindo que a fonte sonora tenha velocidade de volume  $Q_p$ , resulta na Eq. (3.9).

$$P_p(x, y, z) = \frac{\rho_0 \omega Q_p}{SA_p} \sum_m \sum_n \frac{\Psi_{m,n}(x, y) \Psi_{m,n}(x_p, y_p) \gamma_{pmn}}{\Lambda_{mn} K_{mn}} e^{-jK_{mn}z} \quad (3.9)$$

Verifica-se que, a partir desta resolução aparece o termo  $\gamma_{pmn}$ , chamado fator de tamanho. Este termo, calculado a partir da Eq. (3.10) leva em consideração a influencia do tamanho da fonte sonora primária.

$$\gamma_{pmn} = \begin{cases} \frac{2b}{m\pi} \text{sen} \left( \frac{m\pi B}{2b} \right) \frac{2d}{n\pi} \text{sen} \left( \frac{n\pi D}{2d} \right) & \text{para } m, n \neq 0 \\ BD & \text{para } m, n = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

Para as aplicações deste trabalho, a fonte primária será considerada pontual, não possuindo as dimensões  $B$  e  $D$ . Neste caso, a equação que prediz o campo sonoro no interior do duto toma a forma da Eq. (3.11).

$$P_p(x, y, z) = \frac{\rho_0 \omega Q_p}{S} \sum_m \sum_n \frac{\Psi_{m,n}(x, y) \Psi_{m,n}(x_p, y_p)}{\Lambda_{mn} K_{mn}} e^{-jK_{mn}z} \quad (3.11)$$

### 3.1.2. Propagação dos modos de onda plana

Como já citado na seção anterior, os modos de alta ordem se propagam apenas nas situações em que a frequência de excitação excede a frequência de corte – Equação (3.1). Caso isto não ocorra, a propagação será do tipo onda plana. Neste tipo de propagação a pressão sonora é constante em uma dada seção transversal, variando apenas na direção axial do duto.

Matematicamente, o valores de  $m$  e  $n$  para esta propagação assumem o valor 0 (zero), e o campo sonoro no interior do duto se reduz à Eq. (3.12).

$$P_p(z) = \frac{\rho_0 c_0}{S} Q_p e^{-jKz} \quad (3.12)$$

## 3.2. Modelagem da Fonte de Controle

Neste item será realizado o estudo do campo sonoro no duto gerado por uma placa vibrante. Para isto, antes se deve realizar um estudo do campo sonoro em um volume fechado submetido a diferentes condições de contorno, como exposto na próxima seção. Em seguida, particulariza-se este estudo para o caso da superfície vibrante e se obtém a equação do campo sonoro adequada para a situação estudada.

### 3.2.1. Campo sonoro harmônico em um volume fechado de fluido

Este estudo apresenta uma análise geral da resposta acústica de um fluido dentro de um volume com as respectivas condições de contorno. Todo este desenvolvimento foi realizado por FAHY e GARDONIO (2007). Ressalta-se que o estudo de um volume fechado é importante para o desenvolvimento do trabalho já que, nas considerações do problema, o duto é dito como um volume fechado.

As possíveis condições de contorno, conforme ilustra a Fig. 3.1, para um volume fechado são:

- A condição de contorno de Neumann, que diz que a velocidade da partícula do fluido  $v_n$  em uma dada superfície  $S_v$  é igual a velocidade da partícula  $v_v$  prescrita desta superfície;
- A condição de uma superfície vibrante, representada pela superfície  $S_s$ , a qual é modelada como uma estrutura flexível, cuja vibração transversal  $v_s$  é acoplada com o campo acústico de forma que a velocidade da partícula do fluido  $v_n = v_s$ ;
- A condição de Dirichlet, no qual a pressão  $P$  em uma superfície de contorno  $T$  é igual à pressão  $P_T$  pré-definida nesta superfície;
- Uma superfície de contorno  $Z$  com uma impedância  $z_n$  definida, na qual vale a relação exposta na Eq. (3.13).

$$\frac{p}{v_n} = z_n \quad (3.13)$$

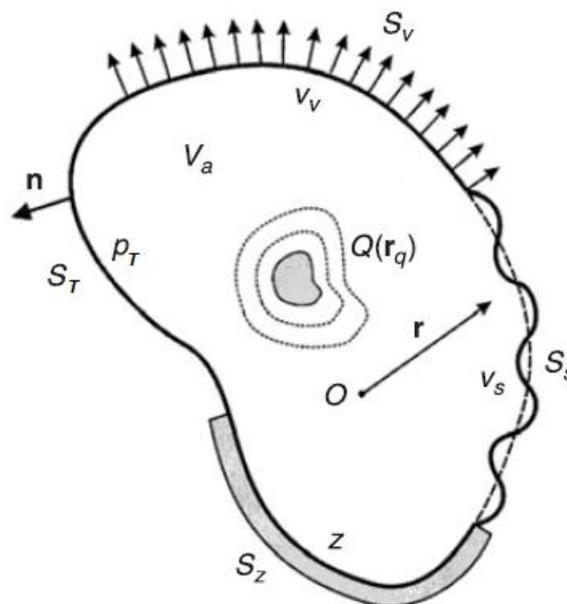


Figura 3.1 – Volume acústico fechado submetido as diferentes condições de contorno.

Na Figura 3.1 o vetor  $\vec{r}$  representa uma posição genérica no interior do duto e  $Q$  representa uma fonte sonora qualquer na posição  $r_q$  e  $n$  os vetores normais à superfície de contorno do volume.

Desta forma, tem-se que o campo sonoro total no interior do volume é dado pela soma do campo sonoro gerado pelas fontes ( $P_p$ ) somado ao campo gerado pelas condições de contorno ( $p_f$ ) às quais o volume está submetido, assim como expresso na Eq. (3.14).

$$p(r) = P_p(r) + p_f(r) \quad (3.14)$$

O componente do campo sonoro  $p_f(r)$  produzido pelas condições de contorno deriva da equação homogênea mostrada na Eq. (3.15).

$$\nabla^2 p_f(r) + k^2 p_f(r) = 0 \quad (3.15)$$

Este problema pode ser resolvido pela segunda identidade de Green – Eq. (3.16) – assumindo  $\Psi$  a função de Green característica do volume e  $\varphi$  a função da pressão sonora que satisfaz a Eq. (3.14) e as condições de contorno impostas.

$$\int_S \left( \varphi \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \Psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS = \int_V (\varphi \nabla^2 \Psi - \Psi \nabla^2 \varphi) dV \quad (3.16)$$

A resolução da segunda identidade de Green para a superfície  $S_a = S_v \cup S_T \cup S_S \cup S_z$  e uma superfície esférica de raio  $R_1$  ( $S_{R1}$ ) é dada pela Eq. (3.17).

$$\int_{S_a + S_{R1}} \left( p(r_a) \frac{\partial G(r, r_a)}{\partial n} - G(r, r_a) \frac{\partial p(r_a)}{\partial n} \right) dS = 0 \quad (3.17)$$

Na equação (3.17),  $r_a$  são as coordenadas dos pontos contidos na superfície  $S_a$  supracitada.

A integral de volume do lado direito da Eq. (3.16) se anula, visto que a resolução desta equação parte do pressuposto de que  $\varphi$  e  $\Psi$  satisfazem a Eq. (3.14) em  $V_a$ . Desta forma, tem-se que:

$$\varphi \nabla^2 \Psi = \Psi \nabla^2 \varphi = -k^2 G(r, r_a) p(r_a) \quad (3.18)$$

Para a resolução da integral da Eq. (3.17), será considerada a superfície  $S_a$  que delimita todo o volume fechado de fluido  $V_a$ , como já citado. Já a superfície  $S_{R1}$  será considerada em 3 posições diferentes, como exposto a seguir.

No primeiro caso, será considerado que o centro da superfície  $S_{R1}$  está localizado em uma posição  $r$  qualquer, como ilustrado na Fig. 3.2. O resultado da resolução da integral neste caso é dado pela Eq. (3.19).

$$\int_{S_a} \left( p(r_a) \frac{\partial G(r, r_a)}{\partial n} - G(r, r_a) \frac{\partial p(r_a)}{\partial n} \right) dS_a = -p(r) \quad (3.19)$$

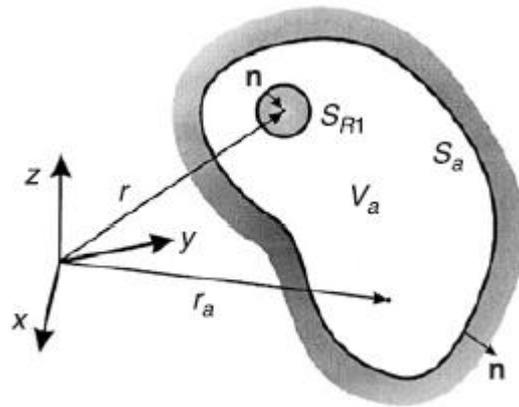


Figura 3.2 – Volume de fluido e suas respectivas superfícies, sendo o centro de  $S_{R1}$  localizada em uma posição  $r$  qualquer.

No segundo caso, será considerado que o centro da superfície  $S_{R1}$  está contido na superfície  $S_a$  e que o seu raio tende a zero ( $R_1 \rightarrow 0$ ). Esta situação está ilustrada na Fig. 3.3. Como a superfície  $S_a$  possui curvaturas suaves, então  $S_{R1}$  se torna um hemisfério. A partir do exposto, a integral da Eq. (3.17) leva a Eq. (3.20).

$$\int_{S_a} \left( p(r_a) \frac{\partial G(r, r_a)}{\partial n} - G(r, r_a) \frac{\partial p(r_a)}{\partial n} \right) dS_a = -\frac{1}{2}p(r) \quad (3.20)$$

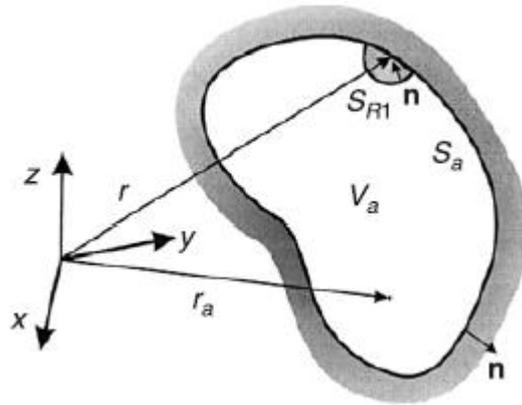


Figura 3.3 - Volume de fluido e suas respectivas superfícies, sendo o centro de  $S_{R1}$  contido em  $S_a$ .

Considerando agora que o centro da superfície  $S_{R1}$  se encontra em pontos externos ao volume  $V_a$  e sabendo que  $R_1 \rightarrow 0$ , então toda esta superfície se encontra fora do volume – Figura 3.4. Desta forma, esta superfície não pode gerar pressão sonora no interior do volume, sendo, então  $p(r) = 0$ . O resultado da integral para este caso é, então, como mostrado na Eq. (3.21).

$$\int_{S_a} \left( p(r_a) \frac{\partial G(r, r_a)}{\partial n} - G(r, r_a) \frac{\partial p(r_a)}{\partial n} \right) dS_a = 0 \quad (3.21)$$

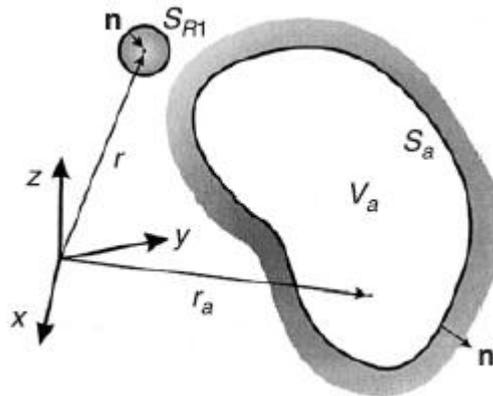


Figura 3.4 – Volume de fluido e suas respectivas superfícies, com  $S_{R1}$  posicionada integralmente no exterior do volume.

De forma resumida, a solução da Eq. (3.17) pode ser escrita como mostrada pela Eq. (3.22).

$$c(r)p(r) = \int_{S_a} \left( p(r_a) \frac{\partial G(r, r_a)}{\partial n} + j\rho_0 \omega G(r, r_a) v_n(r_a) \right) dS_a \quad (3.22)$$

Com  $c(r)$  dado pela Eq. (3.23)

$$c(r) = \begin{cases} -1, & \text{se } r \in V_a \\ 0, & \text{se } r \notin V_a \\ -\frac{1}{2}, & \text{se } r \in S_a \end{cases} \quad (3.23)$$

Por fim, será considerado um caso particular no qual o centro de  $S_{R1}$  está localizado em uma quina da superfície  $S_a$ , como ilustrado na Fig. 3.5. Neste caso, o valor de  $c(r)$  é dado pela Eq. (3.24).

$$c(r) = 1 + \frac{1}{4\pi} \int_{S_a} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{|r - r_a|} \right) dS_a \quad (3.24)$$

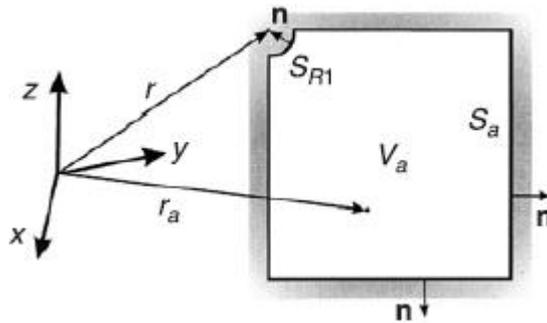


Figura 3.5 – Situação na qual o centro da superfície  $S_{R1}$  está localizada em uma quina da superfície  $S_a$ .

Finalmente, o campo de pressão sonora total no interior do volume, aplicando as Eq. (3.11) e Eq. (3.22) na Eq. (3.14) é dado por:

$$p(r) = \frac{1}{c(r)} \int_{S_a} \left( p(r_a) \frac{\partial G(r, r_a)}{\partial n} + j\rho_0 \omega G(r, r_a) v_n(r_a) \right) dS_a + \frac{\rho_0 \omega Q_p}{S} \sum_m \sum_n \frac{\Psi_{m,n}(x, y) \Psi_{m,n}(x_p, y_p)}{\Lambda_{mn} K_{mn}} e^{-jK_{mn}z} \quad (3.25)$$

A solução desta equação requer a especificação da pressão sonora ou a velocidade da partícula normal na superfície de contorno. Se o enclausuramento tem paredes flexíveis,

uma análise vibro-acústica completa é realizada quando a condição de compatibilidade é imposta entre a velocidade transversal da estrutura flexível e a velocidade normal da partícula do fluido na superfície de contorno.

### 3.2.2. Campo sonoro no duto gerado por uma placa fina excitada por PZT

O desenvolvimento da seção anterior será agora aplicado ao problema do trabalho, que considera o duto como o volume fechado e possui em seu contorno uma superfície flexível excitada por uma pastilha piezoelétrica. Como já exposto, é necessário conhecer a pressão sonora ou a velocidade da partícula no contorno. No Capítulo II foi realizada uma modelagem que permite prever o campo de deslocamentos necessários para este cálculo.

O modelo do duto utilizado considera a placa vibrante na parede inferior do duto na direção do plano (x,z). A Figura 3.6 ilustra esta situação.

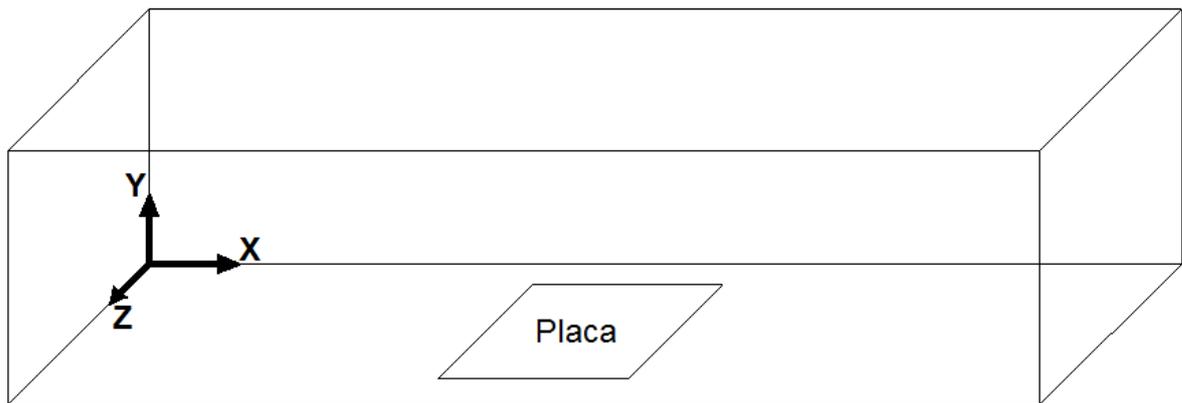


Figura 3.6 – Modelo do duto utilizado para a formulação do campo acústico gerado pela placa.

Conhecidos os deslocamentos da placa, para a determinação do campo de pressão sonora no duto será considerada apenas a parcela da Eq. (3.25) dada na Eq. (3.26), com a integral resolvida sobre a área da placa  $A_p$ .

$$P(x, y, z) = j\rho_0\omega \int_{A_p} u(x_0, y_0)G(x, x_0, \omega)dx_0dy_0 \quad (3.26)$$

Sendo, na Eq. (3.26),  $x_0$  e  $y_0$  as coordenadas dos pontos da fonte. A função de Green  $G(x, x_0, \omega)$  é a mesma utilizada para a determinação do campo sonoro da fonte principal – Eq. (3.4), visto que o duto considerado é o mesmo, complementada com os

mesmos modos, função de forma e número de onda. A função  $u(x_0, y_0)$  é o campo de velocidades nos pontos sobre a superfície da placa.

Como a placa se encontra no plano  $(x, z)$ , o valor de  $y_0$  é nulo para todos os pontos da superfície da mesma. Sendo assim, os modos acústicos nos pontos da placa como considerados na função de green da Eq. (3.26) se reduz a forma da Eq. (3.27).

$$\Psi_{mn}(x_0, y_0) = \cos\left(\frac{m\pi x_0}{b}\right) \quad (3.27)$$

No Capítulo II foi desenvolvida a modelagem para obtenção dos deslocamentos na superfície da placa, porém para esta aplicação são necessários os valores de velocidade. Para isto, basta diferenciar a equação dos deslocamentos em relação ao tempo, resultando na Eq. (3.28).

$$u(x_0, z_0, t) = \frac{\partial w(x_0, y_0, t)}{\partial t} = -j\omega e^{-j\omega t} \sum_r \sum_s \bar{W}_{rs} \text{sen}(\gamma_r x_0) \text{sen}(\gamma_s z_0) \quad (3.28)$$

Aplicando a Eq. (3.28) e a função de Green modificada com a Eq. (3.27) na Eq. (3.26), obtém-se a integral mostrada na Eq. (3.29), sendo considerado o regime estacionário.

$$P(x, y, z) = j\rho_0\omega \int_{A_p} -j\omega \sum_r \sum_s \bar{W}_{rs} \text{sen}(\gamma_r x_0) \text{sen}(\gamma_s z_0) + \frac{(-j)}{S} \sum_m \sum_n \frac{\Psi_{m,n}(x, y) \cos\left(\frac{m\pi x_0}{b}\right)}{\Lambda_{mn} K_{mn}} e^{-jK_{mn}|z-z_0|} dx_0 dz_0 \quad (3.29)$$

Sendo a integral de área relativa apenas às coordenadas contidas na placa, a Eq. (3.29) pode ser escrita conforme Eq. (3.30).

$$P(x, y, z) = \frac{j\rho_0\omega^2}{S} \sum_r \sum_s \sum_m \sum_n \left[ \frac{\Psi_{m,n}(x, y)}{\Lambda_{mn} K_{mn}} \int_{x_i}^{x_f} \bar{W}_{rs} \text{sen}(\gamma_r x_0) \text{sen}(\gamma_s z_0) dx_0 \int_{z_i}^{z_f} \cos\left(\frac{m\pi x_0}{b}\right) e^{-jK_{mn}|z-z_0|} dz_0 \right] \quad (3.30)$$

Na equação (3.30), os valores  $x_i$  e  $z_i$  são as menores coordenadas em  $x$  e  $z$  da placa, enquanto  $x_f$  e  $z_f$  são as maiores. Para facilitar a representação, as primeira e segunda integrais serão nomeadas  $INT_1$  e  $INT_2$ , respectivamente. As Equações (3.31) e (3.32) expressam as resoluções destas integrais.

$$INT_1 = \int_{x_i}^{x_f} \bar{W}_{rs} \text{sen}(\gamma_r x_0) \text{sen}(\gamma_s z_0) dx_0 \quad (3.31)$$

$$= \frac{b^2 \gamma_r}{b^2 \gamma_r^2 - m^2 \pi^2} \left[ b \cos\left(\frac{m\pi x_i}{b}\right) - (-1)^r \cos\left(\frac{m\pi x_f}{b}\right) \right]$$

$$INT_2 = \int_{z_i}^{z_f} \cos\left(\frac{m\pi x_0}{b}\right) e^{-jK_{mn}|z-z_0|} dz_0 \quad (3.32)$$

$$= \frac{\gamma_s}{\gamma_s^2 - K_{mn}^2} \left[ e^{-jK_{mn}|z-z_i|} - (-1)^r e^{-jK_{mn}|z-z_f|} \right]$$

E o campo de pressão sonora gerado pela placa no duto é dado, finalmente, pela Eq. (3.33).

$$P(x, y, z) = \frac{j\rho_0 \omega^2}{S} \sum_r \sum_s \sum_m \sum_n \left[ \frac{\Psi_{m,n}(x, y)}{\Lambda_{mn} K_{mn}} INT_1 INT_2 \right] \quad (3.33)$$

### 3.3. Modelo do duto em elementos finitos

A fim de validar os resultados obtidos no desenvolvimento analítico, o mesmo duto foi modelado no *software* Ansys®. A geometria do duto utilizada é a mesma exposta na Fig. 3.6 deste capítulo, sendo seu comprimento  $L$  de 13 m e seção transversal quadrada com lado igual a 1 m ( $b = 1$  m e  $d = 1$  m).

O modelo da placa foi construído utilizando os elementos SHELL 63 e SOLID 5, assim como exposto no capítulo anterior, porém a malha foi feita com espaçamento de 5 cm no material da placa e 2,5 cm no material da cerâmica piezoelétrica a fim de reduzir o custo computacional.

Já o fluido do duto foi modelado utilizando o elemento FLUID 30. Este elemento tem aplicação específica na acústica para modelos tridimensionais. Os tamanho dos elementos foi definido como 5 cm e possuíam formatos cúbicos. O tamanho do elemento deve estar

entre  $1/12$  e  $1/6$  do comprimento da onda que caminhará no duto (GERGES, 2000). Utilizando este fator como  $1/10$ , considerou-se viável a simulação em frequências até 680 Hz, o que é adequado, já que o intuito do controle ativo é reduzir o nível sonoro em baixas frequências.

Depois de construída a malha de elementos finitos, algumas características devem ser atribuídas aos elementos de fluido, como a propriedade do material e se este fluido está em contato ou não com uma estrutura sólida. Neste modelo, todos os elementos que pertenciam ao contorno do volume foram definidos como elementos com estrutura presente e os elementos no interior do volume foram definidos com estrutura ausente.

Nos elementos com estrutura ausente não é considerada a absorção do material. Para estes devem ser definidas a massa específica do material e a velocidade de propagação de som no meio. Já os elementos com estrutura presente, além destas informações, também devem ser informados a sua propriedade absorptiva. No intuito de simular um duto semi-infinito, determinou-se que a face contida no plano (x,y) da esquerda do duto possuía contato com uma superfície rígida, assim como as faces laterais do duto e a restante – face na direção do plano (x,y) à direita – aberta. Para esta face, a absorção foi definida 1, para simular a saída para campo aberto e para as demais foi definida 0, sendo estas superfícies perfeitamente rígidas.

A Tabela 3.1 apresenta um resumo das propriedades expostas acima e a Fig. 3.7 para ilustrar a situação.

Tabela 3.1 – Propriedades dos materiais fluidos do modelo de elementos finitos.

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>
Velocidade do som [m/s]	343
Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]	1,21
Absorção – Paredes Rígidas	1
Absorção – Saída para campo aberto	0

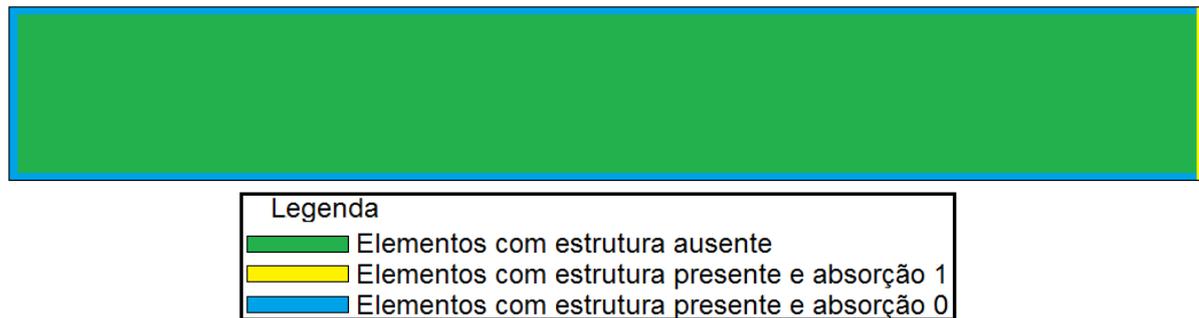


Figura 3.7 – Ilustração da forma que foram definidas as propriedades dos elementos.

Definidas as propriedades e a geometria do modelo, devem ser impostas as condições de contorno. Como já dito, as faces do duto são rígidas, portanto, todos os nós de elementos em contato com os planos do contorno do duto tiveram seus graus de liberdade de deslocamento travados, exceto os nós em contato com a placa vibrante. Nestes nós deve-se impor a condição de interação fluido-estrutura, de forma que o deslocamento das partículas de fluido seja igual ao deslocamento gerado pela cerâmica piezoelétrica na placa.

Com todos estes detalhes definidos, realizaram-se as simulações harmônicas para a aplicação de 300 V na cerâmica. Sendo a formulação da fonte primária já consolidada, neste modelo não existe outra fonte além da placa.

Como a intenção do modelo de elementos finitos é validar os resultados obtidos analiticamente, a seguir serão mostrados em conjunto as respostas obtidas em ambos os métodos.

As frequências foram escolhidas de forma que três das excitações gerassem propagação de onda plana e outras cinco para a propagação de modos de alta ordem. Para um duto de maior dimensão da seção transversal igual a 1 metro, a frequência de corte calculada pela Eq. (3.1) é de 171,5 Hz. Assim, as frequências escolhidas foram 80 Hz, 100 Hz, 150 Hz, 180 Hz, 210 Hz, 250 Hz, 280 Hz e 300 Hz. A unidade utilizada para a visualização dos campos acústicos foi o Pascal.

Os resultados obtidos da primeira frequência estão expostos pelas Fig. 3.8 e Fig. 3.9. Sendo a frequência de 80 Hz, espera-se a propagação sonora em modo de onda plana.

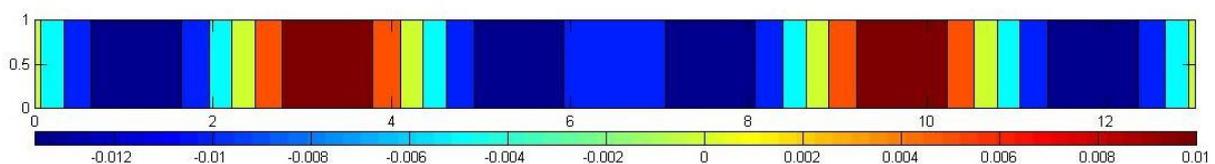


Figura 3.8 – Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 80 Hz.

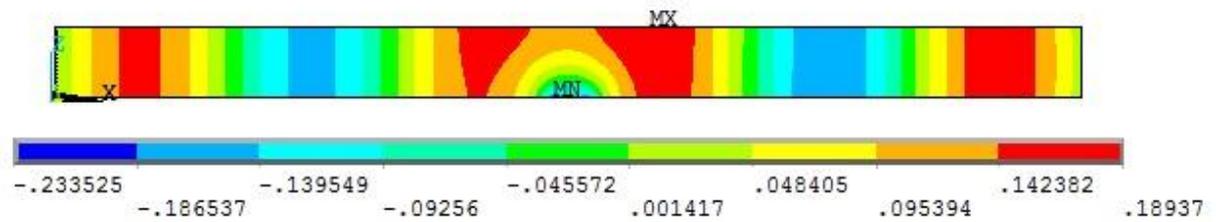


Figura 3.9 - Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 80 Hz obtido via MEF.

Observando as Figuras 3.8 e 3.9, nota-se que a forma do campo acústico é semelhante, exceto nas proximidades da placa. Isto se deve ao fato do modelo analítico não possuir cossenos na direção do eixo  $y$  e nas situações de propagação de onda plana. Sendo assim, a variação da pressão é explícita apenas na direção axial do duto.

No tocante a amplitude da pressão do campo acústico, não existe grande correlação. Porém isto já era esperado, já que a forma de modelagem do contorno do duto é diferente nos dois métodos, sendo que na resolução de elementos finitos foi utilizado um valor genérico de absorção para paredes rígidas tal que não ocorresse o amortecimento da onda sonora ao longo do duto. Vale ressaltar, também, que o amortecimento dos materiais variam com a frequência. Assim, apenas a forma do campo acústico foi considerada para a validação.

Em seguida, nas figuras 3.10 e 3.11 estão expostos os resultados analítico e numérico, respectivamente, para a excitação de 100 Hz.

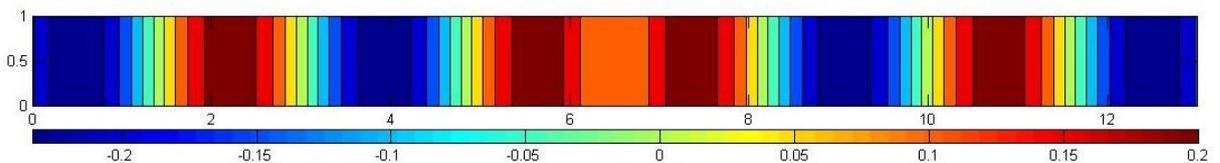


Figura 3.10 – Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 100 Hz.

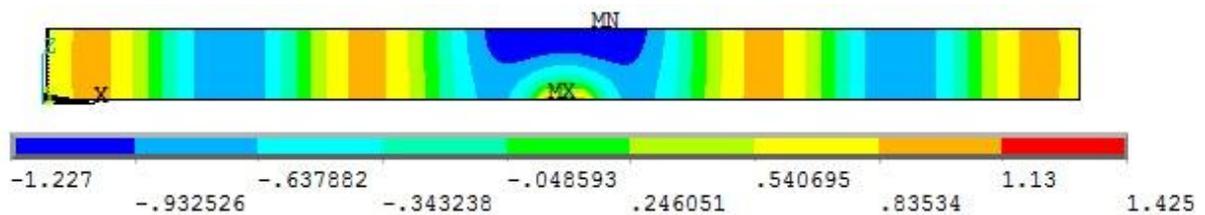


Figura 3.11 – Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 100 Hz obtido via MEF.

Na frequência de 100 Hz também nota-se que o campo acústico próximo à placa no modelo analítico também não possui variações na direção do eixo  $y$ , fato este já explicado anteriormente. Ademais a forma do campo acústico possui boa correlação.

Nas figuras 3.12 e 3.13 estão expostos os resultados obtidos da simulação na frequência de 150 Hz.

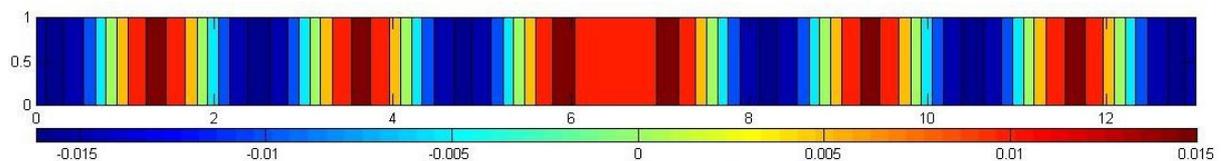


Figura 3.12 – Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 150 Hz.

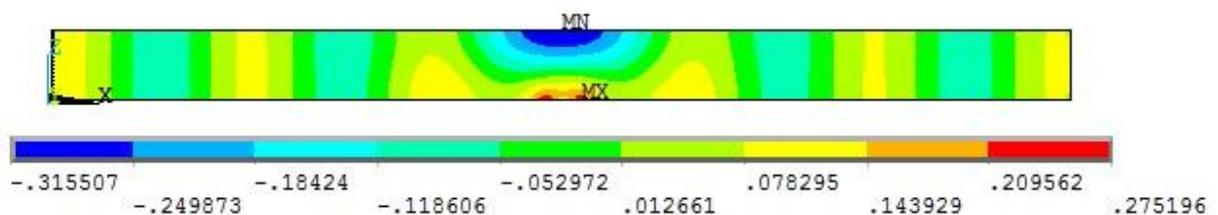


Figura 3.13 – Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 150 Hz obtido via MEF.

Como esta frequência já se encontra próxima à frequência de corte do duto, verifica-se no modelo de elementos finitos pequenas variações de pressão no plano da onda. Apesar disto, a propagação de onda plana ainda é evidente e a posição dos picos e vales nos dois modelos é bastante semelhante.

Partindo agora para excitações nas frequências acima da frequência de corte do duto, foi realizada a primeira simulação na frequência de 180 Hz, cujos resultados estão expostos nas Figuras 3.14 e 3.15.

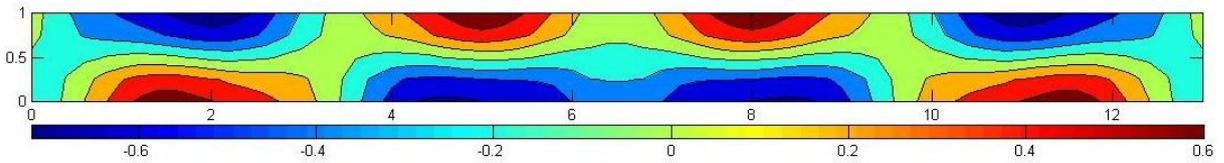


Figura 3.14 – Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 180 Hz.

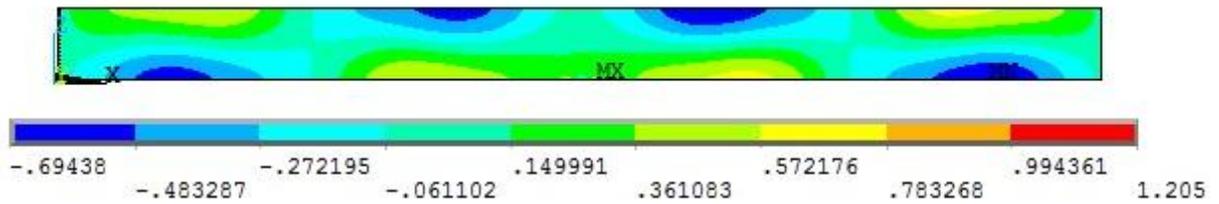


Figura 3.15 – Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 180 Hz obtido via MEF.

Observando os campos acústicos da Figuras 3.14 e 3.15, verifica-se grande correlação nas formas obtidas por ambos os métodos. Neste caso, como já ocorre a propagação de modos de alta ordem, o modelo analítico já possui cossenos para a modelagem da variação da pressão na direção do eixo vertical, fornecendo grande precisão em todo o campo acústico, inclusive nas proximidades da placa.

Seguindo então com as simulações dos modos de alta ordem, a excitação agora foi para a frequência de 210 Hz, com seus resultados nas Figuras 3.16 e 3.17.

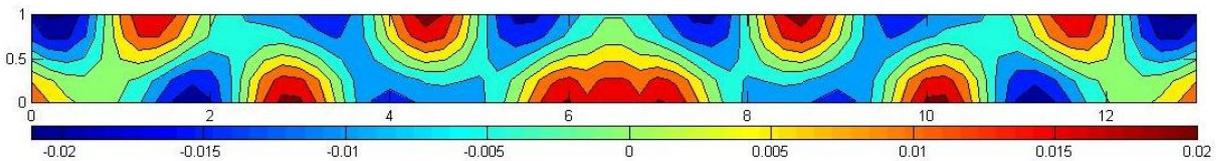


Figura 3.16 – Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 210 Hz.

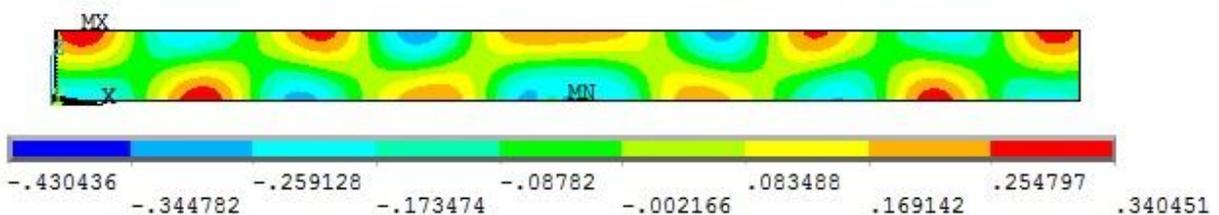


Figura 3.17 – Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 210 Hz obtido via MEF.

Observando as Figuras 3.16 e 3.17, pode-se confirmar a modelagem mais satisfatória do método analítico em frequências que excitam modos de alta ordem, sendo estes nesta frequência mais evidentes.

Em sequência, foi simulada a excitação na frequência de 250 Hz. Seus resultados estão expostos nas Figuras 3.18 e 3.19.

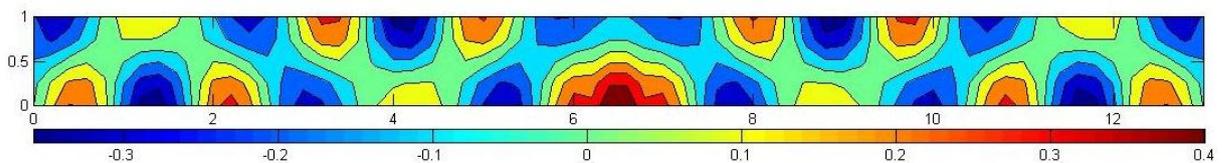


Figura 3.18 – Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 250 Hz.

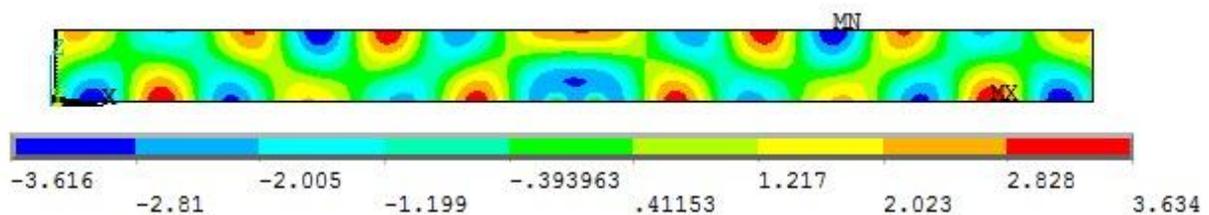


Figura 3.19 – Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 250 Hz obtido via MEF.

Os resultados mostrados para a frequência de 250 Hz também se mostraram satisfatórios e, observando a posição de picos e vales, nota-se grande correlação dos dois modelos nesta frequência.

Continuando, as Figuras 3.20 e 3.21 expõem os resultados obtidos nos dois métodos para a frequência de excitação de 280 Hz.

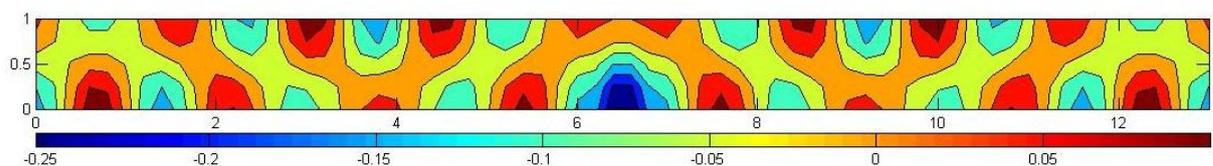


Figura 3.20 – Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 280 Hz.

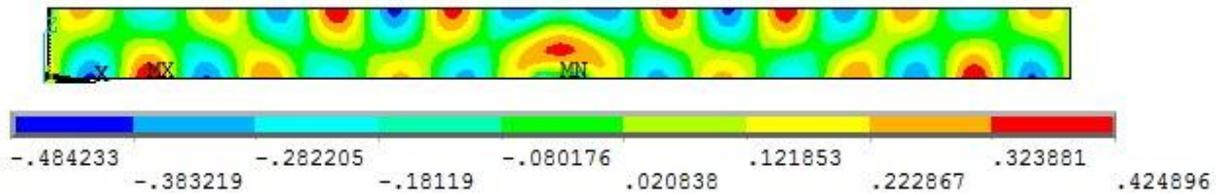


Figura 3.21 – Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 280 Hz obtido via MEF.

Nota-se que, de acordo que se aumenta a frequência, mais evidente se torna a variação de pressão ao longo do campo acústico do duto no modelo analítico. Como a frequência é mais alta, ela excita um maior número de modos de alta ordem dentro do duto, fornecendo, desta forma, cada vez mais argumentos para a modelagem da Eq. (3.33). Porém também é possível observar que as formas a partir da frequência de 210 Hz não sofre muitas modificações, a não ser pelo fato do comprimento de onda diminuir. Isto já ocorre por que as dimensões do duto limitam a quantidade de modos de alta ordem que podem propagar.

A última frequência simulada foi a de 300 Hz, sendo suas respostas no modelo analítico e no modelo de elementos finitos expostas nas Figuras 3.22 e 3.23.

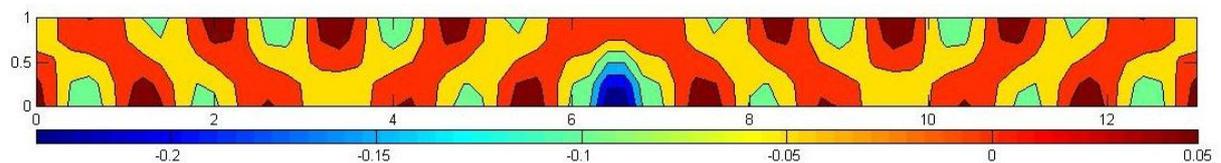


Figura 3.22 – Campo acústico analítico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 300 Hz.

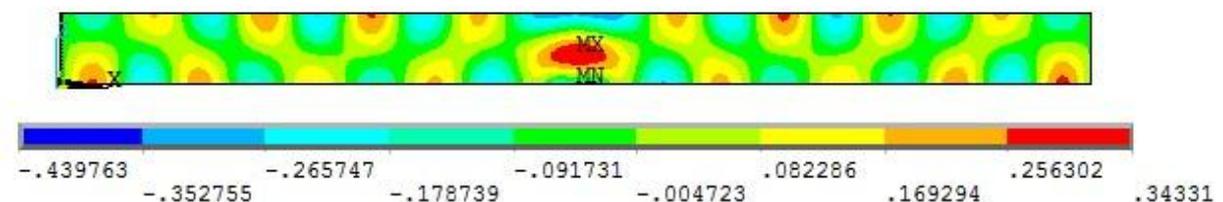


Figura 3.23 – Campo acústico de um duto semi-infinito excitado por uma placa instrumentada com pastilha piezoelétrica na frequência de 300 Hz obtido via MEF.

Nesta frequência já se observa que, no modelo analítico, a discretização do campo acústico começa a ser insuficiente. Apesar disso, as formas deste campo acústico continuam correlatas, com posicionamento semelhante de picos e vales.

De uma análise geral, apesar das amplitudes possuírem erros, observa-se, pelas escalas dos campos, que o comportamento em função da frequência é semelhante. Porém estes não são proporcionais. Isto significa que a excitação de modos e frequências naturais em ambos os modelos é semelhante.

Baseado nos resultados expostos, considera-se o modelo analítico desenvolvido validado. Durante as simulações e cálculos, notou-se vantagem deste modelo no sentido de custo computacional e por ter embutido em seu equacionamento as considerações do contorno do duto. Apesar disto, neste modelo não é considerada o amortecimento do duto, sendo que no método dos elementos finitos basta modificar a absorção dos materiais presentes nos limites do volume do duto.

## **CAPÍTULO IV**

### **MODELAGEM DE DUTOS PARTICIONADOS A PARTIR DA SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES**

Na modelagem do capítulo anterior, o duto considerado era simples, sendo os seus modos acústicos identificados na própria bibliografia. Porém, o problema proposto neste trabalho considera um duto particionado em um trecho de seu comprimento a fim de aumentar a faixa de frequência na qual é possível se realizar um controle ativo monocanal. Para este tipo de duto, os seus modos não podem ser calculados de forma analítica, sendo assim, desenvolvidos a partir de resoluções numéricas.

NUNES (2009) em um problema semelhante utilizou a Síntese Modal de Componentes (SMC) para a obtenção dos modos e do campo acústico de um duto particionado e realizar o controle ativo utilizando alto-falantes como atuadores. Seus resultados validaram a técnica.

Desta forma, neste trabalho também será utilizada a SMC para a obtenção dos modos do duto e, além disso, avaliar a possibilidade de se obter o campo acústico gerado por uma superfície vibrante na partição. Para avaliar este campo acústico, o mesmo problema será modelado via Método dos Elementos Finitos e, em seguida, comparados os resultados.

#### **4.1. Método de Síntese Modal para dutos acústicos**

O método da Síntese Modal de Componentes é utilizado quando se deseja obter a resposta dinâmica de um sistema complexo, o qual permite a subdivisão em sistemas menores que possuem suas características dinâmicas conhecidas. Estas características são, então, sintetizadas para a obtenção do comportamento global do sistema.

As grandes vantagens do método, de acordo com ARAÚJO (1998) é tornar simples a análise de um sistema complexo, além de apresentar baixo custo computacional.

Segundo CRAIG (1981), a SMC deve ser realizada em 3 etapas:

- Divisão da estrutura em subestruturas,
- Definição do conjunto de modos de cada componente,
- Acoplamento do modelo modal de cada subestrutura de forma a se obter um sistema completo de ordem reduzida.

A seguir, será desenvolvido, então, a SMC conforme desenvolvida por NUNES (2009) para a obtenção dos modos acústicos e, no final do capítulo, estes serão utilizados para a obtenção do campo acústico gerado por uma placa instrumentada com pastilhas piezoelétricas.

#### 4.1.1. Desenvolvimento da SMC

Como os parâmetros deste sistema – massa, amortecimento e rigidez – não são conhecidos, mas podem ser obtidos seus autovalores e autovetores, será utilizado o método de SMC que utiliza os modos de interface livre complementados com os modos de flexibilidade residual, como proposto por CRAIG e CHANG (1977).

Para melhor compreender esta técnica, as equações serão desenvolvidas para duas pequenas subestruturas como representadas na Fig. 4.1.

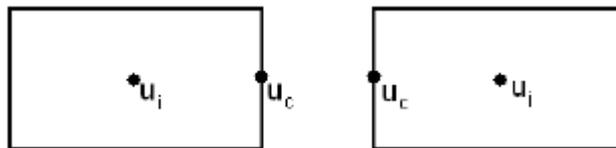


Figura 4.1 – Subestruturas tratadas para o desenvolvimento da SMC.

Como se observa na Fig. 4.1, cada subestrutura possui um nó interno ( $u_i$ ) e um nó em seu contorno ( $u_c$ ). A equação do movimento de cada subestrutura, como mostrado por CRAIG (1981) pode ser escrita na forma da Eq. 4.1.

$$\begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ic} \\ m_{ci} & m_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ic} \\ k_{ci} & k_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

Para o método de síntese modal, define-se uma superbase que transforma as coordenadas físicas em coordenadas modais e é composta pelos modos normais de interface livre ( $\theta_k$ ), modos de corpo rígido ( $\theta_r$ ) e de flexibilidade ( $\delta_f$ ), assim como mostrada na Eq. (4.2).

$$\Psi = [\delta_f | \theta_r | \theta_k] = [\delta_f \quad \phi_k] \quad (4.2)$$

Na Equação (4.2), os modos de corpo rígido e os modos de interface livre foram condensados em  $\phi_k$ , sendo  $k$  a referência aos modos que serão mantidos na base.

Baseado na Eq. (4.2), para transformar os deslocamentos físicos em coordenadas modais generalizadas, realiza-se o cálculo exposto na Eq. (4.3).

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{fi} & \phi_{ki} \\ \delta_{fc} & \phi_{kc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_f \\ q_k \end{Bmatrix} = \Psi q \quad (4.3)$$

A fim de se obter a equação do movimento para cada componente em coordenadas modais, substitui-se a Eq. (4.3) em (4.1) e se pré-multiplica a equação resultante pelo transposto da superbase modal da Eq. (4.2). O resultado está exposto na Eq. (4.4), a qual representa o modelo dinâmico em coordenadas modais de cada subestrutura.

$$\beta \ddot{q} + \alpha \dot{q} = \Psi^t f \quad (4.4)$$

Sendo  $f$  o vetor coluna das forças generalizadas aplicadas no nó interno e no nó de contorno – Eq. (4.5). Já  $\beta$  e  $\alpha$  estão expressos nas Eq. (4.6) e (4.7), respectivamente.

$$f = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\beta = \Psi^t M \Psi = \begin{bmatrix} \delta_f^t M \delta_f & 0 \\ 0 & I_{kk} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\alpha = \Psi^t K \Psi = \begin{bmatrix} \delta_f^t K \delta_f & 0 \\ 0 & \Lambda_{kk} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Nas equações (4.6) e (4.7),  $I_{kk}$  é uma matriz identidade de ordem  $k$  (número de modos mantidos na superbase modal) e  $\Lambda_{kk}$  são os autovalores respectivos a estes modos.

Os valores de  $M$  e  $K$  associados aos modos de flexibilidade residual podem ser escritos na forma das Eq. (4.8) e (4.9) a seguir.

$$\alpha_{ff} = \delta_f^t K \delta_f = \theta_{dc} \Lambda_{dd}^{-1} \theta_{dc}^t \quad (4.8)$$

$$\beta_{ff} = \delta_f^t M \delta_f = \theta_{dc} (\Lambda_{dd}^{-1})^2 \theta_{dc}^t \quad (4.9)$$

Os subscritos  $d$  que aparecem nesta equação são referentes aos modos deletados da superbase modal.

Utilizando as igualdades definidas pelas Eq. (4.8) e (4.9), as Eq. (4.6) e (4.7) podem ser escritas nas formas explicitadas abaixo pelas Eq. (4.10) e (4.11).

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{ff} & 0 \\ 0 & I_{kk} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{ff} & 0 \\ 0 & \Lambda_{kk} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Nota-se que, neste desenvolvimento, a ordem é reduzida em função da quantidade  $k$  de modos que são selecionados na superbase modal e dos modos de flexibilidade residual que substituem a influencia dos modos  $d$  deletados. Definidos, então, os modos mantidos e deletados, o próximo passo é a síntese das subestruturas.

A conexão das duas subestruturas obtém-se a equação do movimento expressa pela Eq. (4.12), a qual é uma extensão da Eq. (4.4).

$$\Delta \ddot{\hat{q}} + \Gamma \dot{\hat{q}} = E^t \hat{f} \quad (4.12)$$

onde

$$E = \begin{bmatrix} \delta_{fi}^a & 0 & \theta_{ki}^a & 0 \\ \delta_{fc}^a & 0 & \theta_{kc}^a & 0 \\ 0 & \delta_{fi}^b & 0 & \theta_{ki}^b \\ 0 & \delta_{fc}^b & 0 & \theta_{kc}^b \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\hat{f} = \begin{Bmatrix} f_i^a \\ f_c^a \\ f_i^b \\ f_c^b \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\hat{q} = \begin{Bmatrix} q_f^a \\ q_f^b \\ q_k^a \\ q_k^b \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \beta_{ff}^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{ff}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{kk}^a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{kk}^b \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \alpha_{ff}^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{ff}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{kk}^a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_{kk}^b \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Os sobrescritos  $a$  e  $b$  têm a função de distinguir as duas subestruturas. Já o símbolo  $\hat{\quad}$  indica que o parâmetro é estimado.

Como no procedimento de síntese as estruturas são conectadas pelos seus nós de contorno, então deve haver a compatibilidade expressa pela Eq. (4.18) entre elas.

$$\begin{cases} u_c^a - u_c^b = 0 \\ f_c^a - f_c^b = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Observando a Eq. (4.18), verifica-se que o sistema considera aplicação de forças apenas nos nós de conexão do contorno.

Na aplicação em um sistema acústico, dizemos que a variável  $u$  é a velocidade da partícula do fluido e a variável  $f$  é a pressão acústica em um determinado ponto (MAESS; GAUL, 2006).

As equações do movimento em coordenadas modais são escritas na Eq. (4.19) e são semelhantes à Eq. (4.4).

$$\begin{cases} \beta_{ff} \ddot{q}_f + \alpha_{ff} \dot{q}_f = \delta_f^t f \\ I_{kk} \ddot{q}_k + \Lambda_{kk} q_k = \phi_k^t f \end{cases} \quad (4.19)$$

Uma aproximação da resposta pode ser realizada desprezando-se os termos relativos à aceleração do sistema, sendo estas as respostas pseudo-estáticas (CRAIG, 1981).

A partir destas considerações, a Eq. (4.19) é reescrita na forma da Eq. (4.20).

$$\alpha_{ff} q_f = \delta_f^t f \quad (4.20)$$

Sendo a parcela da flexibilidade residual associada à matriz de rigidez da Eq. (4.8).

Consideradas as excitações apenas no contorno das subestruturas, as forças generalizadas ficam:

$$\hat{f} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (4.21)$$

A partir das Eq. (4.8), (4.20) e (4.21), tem-se como resultado a Eq. (4.22).

$$(\theta_{dc} \Lambda_{dd}^{-1} \theta_{dc}^t)(q_f - f_c) = 0 \quad (4.22)$$

Sabe-se que o primeiro fator da Eq. (4.22) não é nulo, o que torna possível afirmar que:

$$q_f = f_c \quad (4.23)$$

Então as condições de compatibilidade, tomando mão das Eq. (4.18) e (4.23), podem ser escritas na forma exposta na Eq. (4.24).

$$\begin{cases} u_c^a - u_c^b = 0 \\ q_f^a - q_f^b = 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

E, portanto, levando em consideração a Eq. (4.24) e a Eq. (4.18), obtém-se:

$$\begin{cases} u_c^a - u_c^b = [\delta_{fc}^a & -\delta_{fc}^b & \phi_{kc}^a & \phi_{kc}^b] = 0 \\ q_f^a - q_f^b = [I & I & 0 & 0] = 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

A Equação (4.25) é chamada matriz de restrição. Ela é utilizada a fim de reduzir a ordem do sistema, sendo consideradas as parcelas das coordenadas modais livres – aquelas mantidas na base modal.

Dividindo a matriz de restrição em uma parcela de coordenadas dependentes e outra parcela de coordenadas independentes, tem-se:

$$R = [C_{dd} : C_{dk}] = \begin{bmatrix} \delta_{fc}^a & -\delta_{fc}^b & \phi_{kc}^a & \phi_{kc}^b \\ I & I & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

A Equação (4.27) mostra as coordenadas modais escritas em função das coordenadas modais mantidas após a consideração das compatibilidades do sistema.

$$\hat{q} = Sp \quad (4.27)$$

onde

$$p = \begin{Bmatrix} q_k^a \\ q_k^b \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

e S é a matriz de compatibilidade geral, dada pela Eq. (4.29). Esta matriz foi obtida das Eq. (4.25), (4.26) e (4.27).

$$S = \begin{bmatrix} -C_{dd}^{-1}C_{dk} \\ I_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{A}\phi_{kc}^a & \hat{A}\phi_{kc}^b \\ \hat{A}\phi_{kc}^a & -\hat{A}\phi_{kc}^b \\ I_{kk} & 0 \\ 0 & I_{kk} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Na Equação (4.29), tem-se:

$$C_{dd}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{A}\delta_{fc}^b \\ -\hat{A} & -\hat{A}I_{cc}\delta_{fc}^b \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

e

$$\hat{A} = (\delta_{fc}^a + \delta_{fc}^b)^{-1} \quad (4.31)$$

A Eq. (4.32) a seguir é obtida da aplicação da transformação linear da Eq. (4.27) na equação do movimento exposta na Eq. (4.12) juntamente com as equações pré-definidas e, por fim, pré-multiplicando-se o resultado pela transposta da matriz de conectividade.

$$\bar{M}\ddot{p} + \bar{K}p = 0 \quad (4.32)$$

Definindo-se:

$$\bar{M} = S^t \Delta S = \begin{bmatrix} I_{kk}^a + \phi_{kc}^a{}^t V \phi_{kc}^a & -\phi_{kc}^a{}^t V \phi_{kc}^b \\ -\phi_{kc}^b{}^t V \phi_{kc}^a & I_{kk}^b + \phi_{kc}^b{}^t V \phi_{kc}^b \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$\bar{K} = S^t \Gamma S = \begin{bmatrix} \Lambda_{kk}^a + \phi_{kc}^a{}^t \hat{A} \phi_{kc}^a & -\phi_{kc}^a{}^t \hat{A} \phi_{kc}^b \\ -\phi_{kc}^b{}^t \hat{A} \phi_{kc}^a & \Lambda_{kk}^b + \phi_{kc}^b{}^t \hat{A} \phi_{kc}^b \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$V = -\hat{A}^t (\beta_{ff}^a + \beta_{ff}^b) \hat{A} \quad (4.35)$$

A Equação (4.32) caracteriza um autoproblema. Resolvendo-o, obter-se-ão os autovetores  $\Pi$  do sistema e os seus respectivos autovalores para o sistema composto das duas subestruturas conectadas nas coordenadas modais do contorno ( $p$ ).

Entretanto, os autovetores se encontram na base modal. Para se retornar às coordenadas físicas, que é a base original do problema, utiliza-se a transformação linear inversa projetada das Eq. (4.3) e (4.27). O resultado disto está expresso na Eq. (4.36).

$$\xi = \Psi S \Pi \quad (4.36)$$

Sendo  $\xi$  os autovetores do sistema na base original.

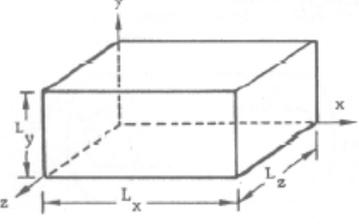
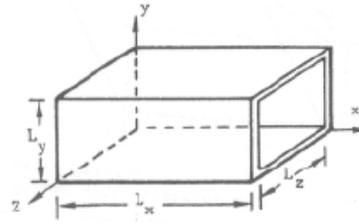
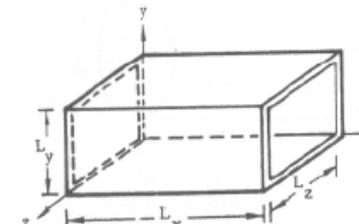
#### 4.1.2. Aplicação da SMC no duto acústico estudado

Conforme informado na seção anterior, para a utilização da técnica de SMC, deve-se conhecer os modos do sistema. Neste trabalho, estes modos serão obtidos analiticamente.

Na Tabela 4.1 estão expostos os modos e as frequências naturais para três tipos diferentes de duto. Estes valores são obtidos a partir da equação livre da onda e admitindo as seguintes considerações:

- o fluido é homogêneo e invíscido com pressão média uniforme;
- o duto possui as paredes rígidas;
- as flutuações de pressão no campo são menores que a pressão média.

Tabela 4.1 – Modos acústicos e frequências naturais de dutos.

Descrição	Frequência Natural $f_{ijk}$ (Hz)	Modos Acústicos $\Psi_{ijk}$
<p><b>Duto Fechado-Fechado</b></p> 	$\frac{c_o}{2} \left( \frac{i^2}{L_x^2} + \frac{j^2}{L_y^2} + \frac{k^2}{L_z^2} \right)^{1/2}$ $i = 0,1,2,\dots$ $j = 0,1,2,\dots$ $k = 0,1,2,\dots$	$\cos\left(\frac{i\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{k\pi z}{L_z}\right)$ $i = 0,1,2,\dots$ $j = 0,1,2,\dots$ $k = 0,1,2,\dots$
<p><b>Duto Fechado-Aberto</b></p> 	$\frac{c_o}{2} \left( \frac{i^2}{4L_x^2} + \frac{j^2}{L_y^2} + \frac{k^2}{L_z^2} \right)^{1/2}$ $i = 0,1,3,5,\dots$ $j = 0,1,2,3,\dots$ $k = 0,1,2,3,\dots$	$\cos\left(\frac{i\pi x}{2L_x}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{k\pi z}{L_z}\right)$ $i = 0,1,3,5,\dots$ $j = 0,1,2,3,\dots$ $k = 0,1,2,3,\dots$
<p><b>Duto Aberto-Aberto</b></p> 	$\frac{c_o}{2} \left( \frac{i^2}{L_x^2} + \frac{j^2}{L_y^2} + \frac{k^2}{L_z^2} \right)^{1/2}$ $i = 0,1,2,\dots$ $j = 0,1,2,\dots$ $k = 0,1,2,\dots$	$\text{sen}\left(\frac{i\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{k\pi z}{L_z}\right)$ $i = 0,1,2,\dots$ $j = 0,1,2,\dots$ $k = 0,1,2,\dots$

Segundo NUNES (2009), para se obter melhores resultados nesta aplicação, devem ser utilizados os modos considerando as duas extremidades fechadas, já que a pressão nestes pontos é máxima.

A fim de se obter uma boa precisão nos resultados, os modos selecionados para este caso deve possuir sua frequência menor ou igual a 2,5 vezes a frequência de interesse (DUARTE, 1994). Já os modos de flexibilidade residual são os modos deletados – se encontram acima da frequência máxima – e o seu número deve ser igual ao número dos nós nos contornos das subestruturas. Vale lembrar que a quantidade de nós no contorno das duas subestruturas deve ser o mesmo.

De posse dos modos acústicos do duto e seus respectivos autovalores, é possível se obter o campo de pressão sonora no interior do duto a partir da Eq. (4.37), proposta por MAIA e SILVA (1997).

$$\frac{P_j}{p_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr}\phi_{kr}}{\omega_{mn}^2 - \omega^2} \quad (4.37)$$

onde:

$P_j$  é a pressão sonora em um nó  $j$ ;

$N$  é o número de graus de liberdade do sistema (igual ao número de nós);

$p_k$  é a pressão sonora de excitação harmônica em um nó  $k$ ;

$\phi_{jr}$  é o modo acústico do duto em um nó  $j$  respectivo a um modo  $r$ ;

$\phi_{kr}$  é o modo acústico no nó  $k$  da pressão de excitação no modo  $r$ ;

$\omega_r$  é a frequência natural do modo  $r$  e

$\omega$  é a frequência de excitação.

Desta forma é possível se obter o campo acústico gerado tanto pela fonte principal quanto pela placa vibrante. Considerando a fonte principal pontual, basta admitir uma pressão de amplitude qualquer no nó respectivo à posição desejada.

Já para a placa, primeiramente devem-se determinar os nós contidos na superfície da mesma. Feito isto, calcula-se a pressão sonora em todos os nós da superfície da placa através da Eq. (3.33) e aplica-se na Eq. (3.37). Ressalta-se que para o cálculo destas pressões, considera-se um duto com as dimensões apenas da região particionada.

Desta forma, o modelo utilizando síntese modal para a obtenção do campo acústico construído está exposto pela Fig. 4.2 onde são indicadas as suas dimensões, a posição da placa particionadora e como foram definidas as subestruturas e seus nós no contorno. A malha foi feita considerando um espaçamento de 2 cm na direção do eixo  $x$  e 2,5 cm na direção do eixo  $y$ .

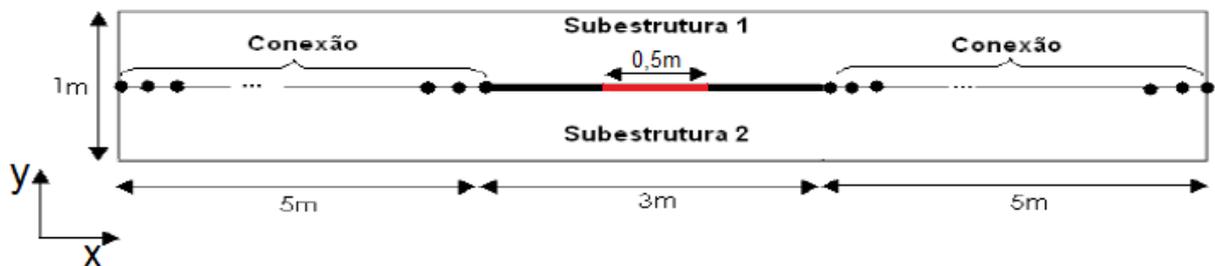


Figura 4.2 – Modelo de SMC para obtenção do campo acústico do duto.

Observando a Fig. 4.2, verifica-se que a partição possui uma região vermelha. Esta região representa o trecho da partição que será excitada pelas pastilhas piezoelétricas a fim de se obter uma fonte sonora. O restante da partição será considerada travada, ou seja, não sofrerá os efeitos de vibração.

Vale ressaltar que em cada lado da partição, foi considerada uma placa diferente, sendo as vibrações das placas isoladas. Não houve a inserção da fonte primária neste caso, já que a intenção é validar apenas a inserção de placas vibrantes como fontes sonoras, visto que os modos acústicos e o campo de pressão sonora gerado por fonte pontual já foi validada por NUNES (2009).

A excitação harmônica aplicada na cerâmica foi de 300 Volts e a frequência de interesse foi definida como sendo 500 hz. Desta forma, a frequência máxima para seleção dos modos foi de 1250 hz.

Os resultados destas simulações serão apresentados em conjunto com os do Método de Elementos Finitos, a fim de facilitar a comparação.

#### **4.2. Modelagem via Método dos Elementos Finitos**

O modelo do duto neste caso é semelhante ao modelo construído no capítulo anterior, porém a placa é deslocada para o interior do duto. Sua geometria é a mesma utilizada para as simulações da SMC, como representada na Fig. 4.2.

Os elementos utilizados foram o FLUID 30 para o fluido acústico no interior do duto. Todo o contorno do duto, inclusive o contorno da partição, tendo como exceção apenas a superfície da placa vibrante, teve seus graus de liberdade de deslocamento travados. A partição foi modelada com um “vazio” no fluido acústico e nesta mesma região foram inseridas duas placas – uma excitando a partição de cima e a outra excitando a partição de baixo – de dimensões 0,5m x 0,5m e espessura 1mm instrumentada com um elemento piezoelétrico 5cm x 5cm e espessura 0,2mm. Os elementos do ANSYS® foram o SHELL 63 para o aço e o SOLID 5 para a cerâmica.

O tamanho dos elementos de fluido foi definido como 5 cm, enquanto os elementos da placa e da cerâmica piezoelétrica tiveram o tamanho de 2,5 cm.

De forma semelhante ao modelo do Capítulo III, todos os elementos de fluido em contato com o contorno ou com a partição teve sua opção definida como elemento com estrutura presente. Os demais foram definidos como elemento com estrutura presente. Porém, neste caso, como o duto é fechado-fechado, as duas terminações tiveram sua absorção definida como 0, assim como todo o resto dos elementos em contato com estrutura. Como nesta aplicação também há o contato do fluido com uma estrutura vibrante, as condições de interação fluido-estrutura também foram definidas. Toda esta situação está ilustrada pela Fig. 4.3.

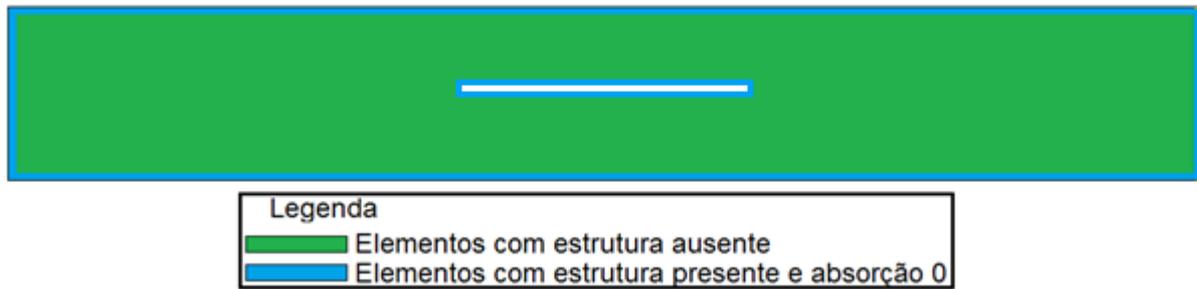


Figura 4.3 – Forma de atribuição das propriedades dos elementos de fluido do modelo de elementos finitos.

Nota-se na Fig. 4.3 que, para esta simulação não foram necessários os materiais de fluido com absorção total. As demais propriedades dos materiais fornecidas para os elementos estão expostas na Tab. 4.2.

Tabela 4.2 – Propriedade dos materiais inseridas no ANSYS®.

Elemento	Propriedade	Valor
FLUID 30	Velocidade do som [m/s]	343
	Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]	1,21
	Absorção – Paredes Rígidas	1
SHELL 63	Módulo de Elasticidade $E_p$ [N/m <sup>2</sup> ]	$207 \times 10^9$
	Densidade $\rho_p$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7870
	Coefficiente de Poisson $\nu_p$	0,292
SOLID 5	Módulo de Elasticidade $E_{pe}$ [N/m <sup>2</sup> ]	$63 \times 10^9$
	Densidade $\rho_{pe}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7680
	Coefficiente de Poisson $\nu_{pe}$	0,3
	Módulo Piezoelétrico $d_{31}$ [C/N]	$190 \times 10^{-12}$

Com estes dados definidos e as condições de contorno aplicadas, foi definida uma excitação harmônica de 300 Volts nas pastilhas piezoelétricas e realizadas as simulações.

Para a comparação dos resultados obtidos, foram obtidos resultados nas mesmas frequências simuladas no capítulo anterior: 80 Hz, 100 Hz, 150 Hz, 180 Hz, 210 Hz, 250 Hz, 280 hz e 300 hz. Todos os resultados estão na unidade de pressão Pascal.

Os primeiros resultados de campo acústico obtidos foram na frequência de excitação de 80 hz, e estão expostos nas Fig. 4.4 e 4.5.

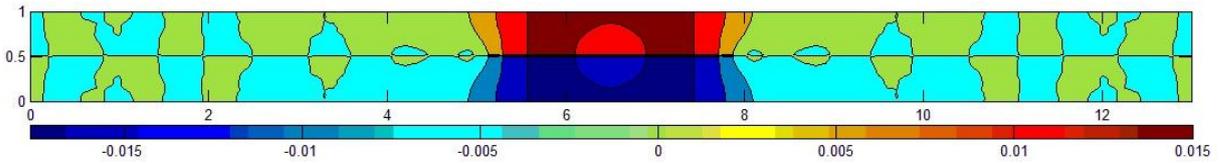


Figura 4.4 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 80 Hz calculado via SMC.

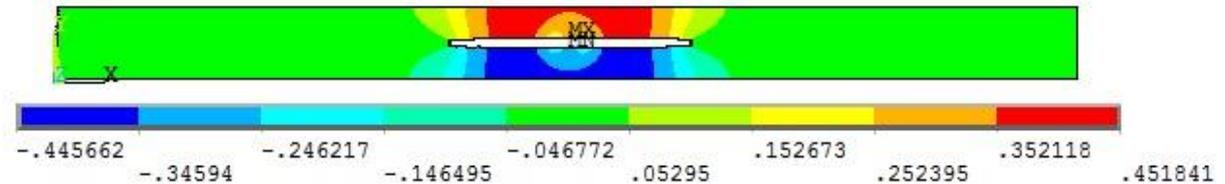


Figura 4.5 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 80 Hz calculado via MEF.

A frequência de 80 hz ainda está abaixo da frequência de corte do duto, mesmo sem as partições. Verifica-se que a pressão na região da partição é mais alta que no restante do duto, o que ocasionou uma diferença entre as duas figuras, já que as resoluções gráficas são distintas. Apesar disto, a forma do campo acústico se mostra semelhante. Nesta análise, assim como no capítulo anterior, não foi colocado rigor relacionado à amplitude, já que a forma da modelagem dos contornos não é a mesma.

A seguir, as Fig. 4.6 e 4.7 mostram os resultados obtidos via SMC e MEF, respectivamente, para a frequência de excitação de 100 Hz.

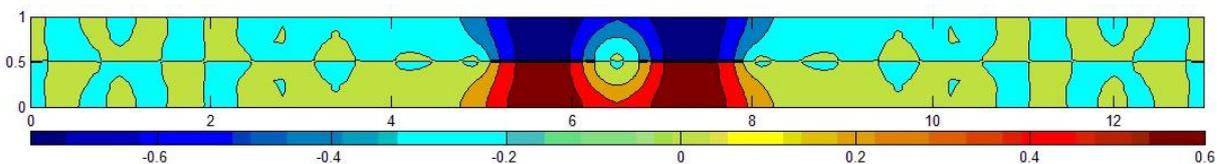


Figura 4.6 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 100 Hz calculado via SMC.

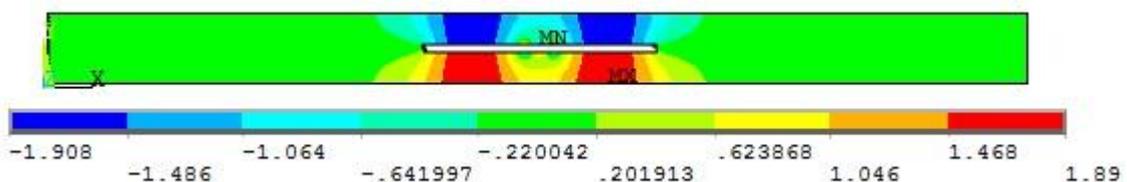


Figura 4.7 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 100 Hz calculado via MEF.

Neste caso também se observa que a pressão sonora é mais elevada na região da partição e, principalmente no gráfico obtido via MEF, torna-se fraca a possibilidade de interpretação do campo sonoro no restante do volume do duto. Porém, as formas do campo acústico continuam semelhantes.

Os resultados na frequência de excitação de 150 Hz via SMC e MEF são mostrados pelas Fig. 4.8 e 4.9, respectivamente.

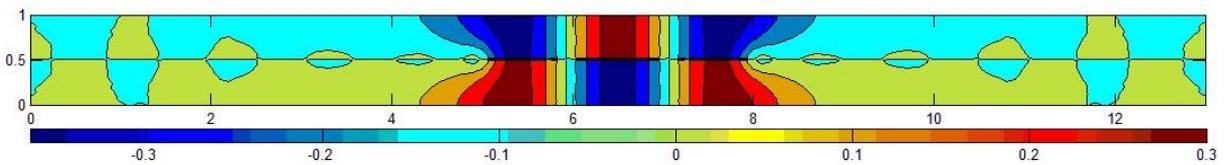


Figura 4.8 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 150 Hz calculado via SMC.

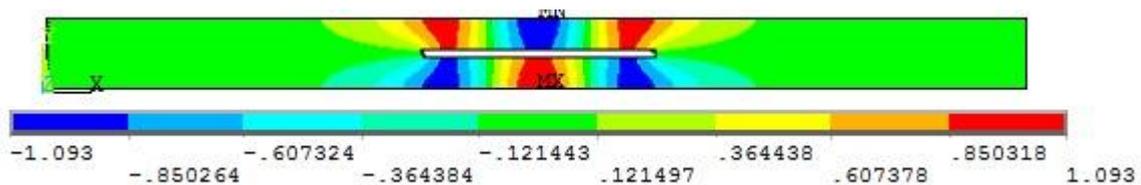


Figura 4.9 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 150 Hz calculado via MEF.

Neste caso, as formas se mostram correspondentes, porém, estão defasadas de 180 graus. Entretanto, este fator não é relevante, já que o campo acústico depende do tempo, estes gráficos expõem apenas a amplitude do campo sonoro.

Continuando com os resultados, as Fig. 4.10 e 4.11 mostram os resultados obtidos para a frequência de excitação de 180 Hz.

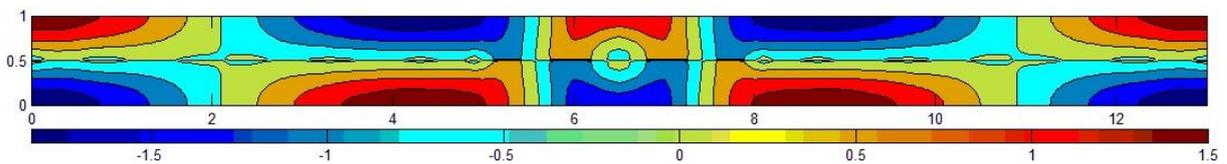


Figura 4.10 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 180 Hz calculado via SMC.

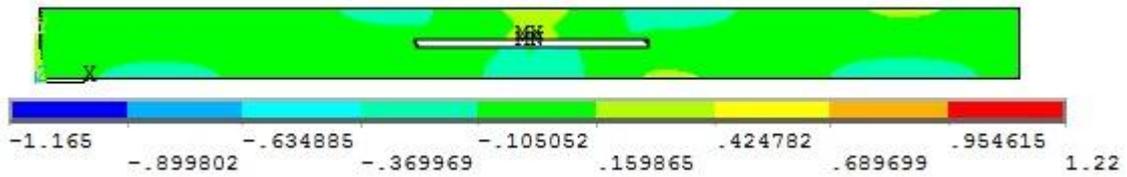


Figura 4.11 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 180 Hz calculado via MEF.

Nestas simulações, a frequência de excitação já se encontra acima da frequência de corte do duto sem as partições. No modelo de elementos finitos a maior e a menor pressão estão logo na superfície da placa, dificultando a visualização do gráfico devido a sua escala. Mas, observando as posições de vales e picos em ambos os gráficos, nota-se que possuem, também, uma forma semelhante.

Nas Figuras 4.12 e 4.13 estão expostos os campos acústicos gerados pela placa para a frequência de 210 Hz.

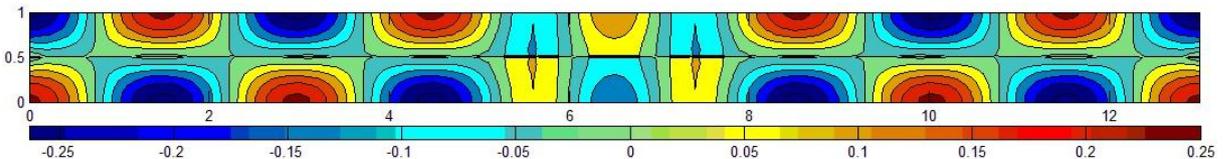


Figura 4.12 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 210 Hz calculado via SMC.

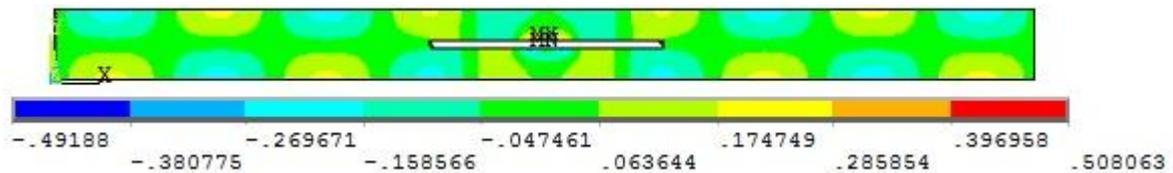


Figura 4.13 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 210 Hz calculado via MEF.

Nesta frequência, assim como na frequência de 180 Hz, os valores máximo e mínimo de pressão do modelo de elementos finitos também se encontram na superfície da placa. Porém a forma, neste caso se encontra mais pronunciada. Já o modelo de SMC continua visível, o que significa que ele não é tão influenciado pelas singularidades. Ademais, as Fig. 4.12 e 4.13 apresentam formas do campo semelhantes.

As figuras a seguir – Fig. 4.14 e 4.15 – apresentam os resultados calculados para a frequência de excitação de 250 Hz.

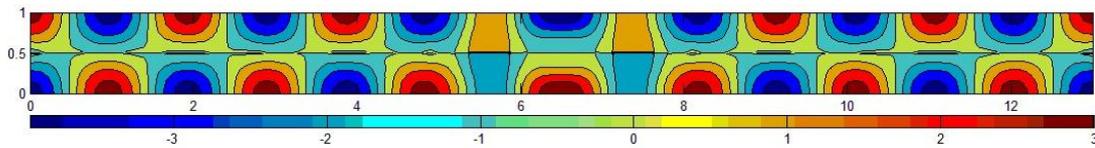


Figura 4.14 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 250 Hz calculado via SMC.

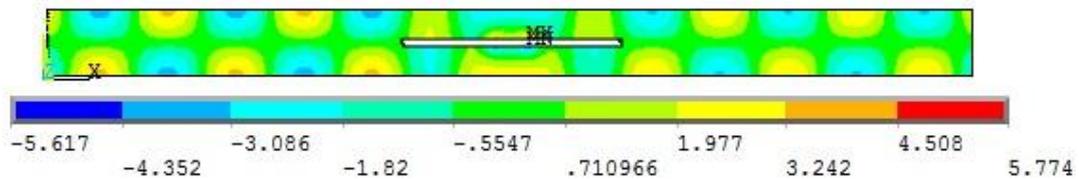


Figura 4.15 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 250 Hz calculado via MEF.

É interessante observar que nesta frequência, os valores máximos de pressão sonora são bastante altos, o que origina de uma ressonância do volume do fluido com a excitação. Fato este ocorre nos dois modelos, os quais apresentam grande similaridade entre a forma do campo acústico.

Os campos acústicos da penúltima frequência de excitação – 280 Hz – estão expostos, então, nas Fig. 4.16 e 4.17.

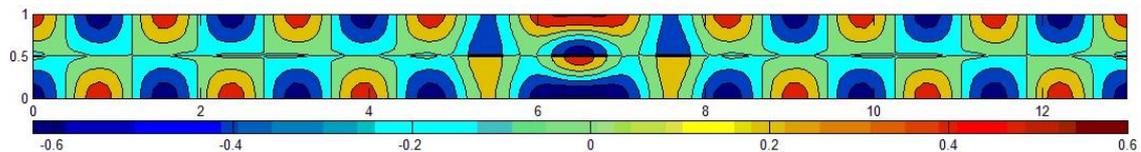


Figura 4.16 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 280 Hz calculado via SMC.

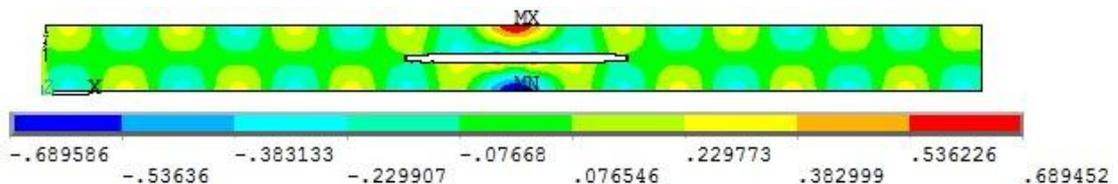


Figura 4.17 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 280 Hz calculado via MEF.

Da análise das Fig. 4.16 e 4.17, observa-se uma precisão na posição dos picos e vales da onda sonora e boa correlação no campo acústico entre as partições do duto. Nesta frequência, as amplitudes já caem significativamente em relação à frequência de 250 Hz.

Finalmente, os campos acústicos para a frequência de 300 Hz estão mostrados nas Fig. 4.18 e 4.19.

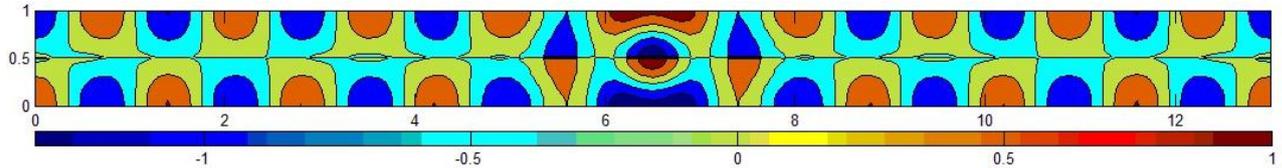


Figura 4.18 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 300 Hz calculado via SMC.

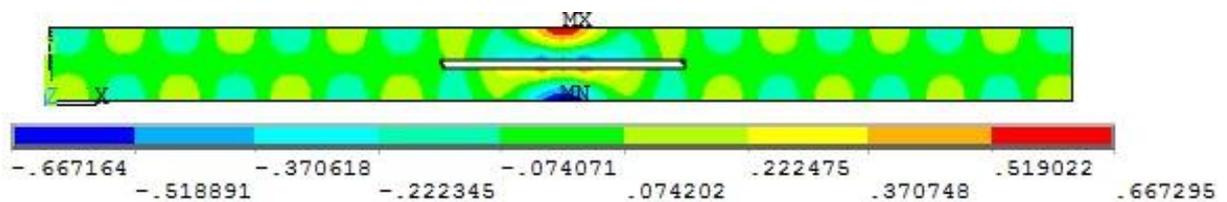


Figura 4.19 – Campo acústico do duto particionado gerado por uma placa vibrante na frequência de 300 Hz calculado via MEF.

Apesar do problema com a escala das Fig. 4.18 e 4.19, é possível verificar a congruência do campo acústico obtido em ambos métodos.

Avaliando de uma maneira geral, assim como nas simulações de um duto simples, verificou-se que os comportamentos das amplitudes das pressões sonoras foram semelhantes. Observa-se grande concordância das formas do campo acústico pelos dois métodos, porém as amplitudes consideradas corretas devem ser as obtidas via SMC, visto que a modelagem do contorno do modelo do MEF foi simplificada a fim de simular as condições ideais. Na prática os valores de absorção dos materiais variam em função da frequência sonora que os mesmos são submetidos.

Verifica-se que o custo computacional da SMC é menor que aquele apresentado pelo MEF, visto que o primeiro método lida com sistemas menores e de ordem reduzida. Por conseguinte, como a simulação do controle ativo de ruído em duto requer um procedimento de otimização (OLIVEIRA, 2012), o que leva a um grande número de iterações, a SMC se torna mais viável. Uma desvantagem é o domínio da técnica, já que a manipulação dos vetores é complicada.

Considerando o que foi exposto, determina-se, então, a SMC válida para as análises de um duto acústico excitado por uma estrutura inteligente além de qualquer outra fonte acústica. Por conseguinte, este método será utilizado para o procedimento de controle ativo de ruído, os quais serão expostos a seguir.

# CAPÍTULO V

## SIMULAÇÕES DO CONTROLE ATIVO DE RUÍDO

Tendo o modelo do duto via SMC validado, a seguir passa-se às simulações do controle ativo de ruído. Neste capítulo será avaliado o controle de ruído realizado tanto em sinais harmônicos quanto em ruídos de faixa estreita, havendo mais de uma frequência simultânea para se realizar o controle. Esta segunda situação tem como objetivo avaliar a possibilidade da utilização do controle em um ruído do tipo branco.

Além disso, serão simulados os controles variando tanto o comprimento do trecho da partição que estará submetida à excitação quanto a quantidade de pastilhas piezoelétricas utilizadas para a fonte de controle. Estas últimas serão realizadas apenas para o ruído aleatório.

### 5.1. Modelo do duto acústico

O modelo utilizado para a simulação do controle de ruído será um duto com comprimento de 13 metros e seção transversal quadrada de lado de 1 metro. A placa particionadora terá o comprimento de 3 metros e estará centralizada tanto em relação ao comprimento quanto em relação à seção transversal do duto. A Figura 5.1 ilustra esta situação.

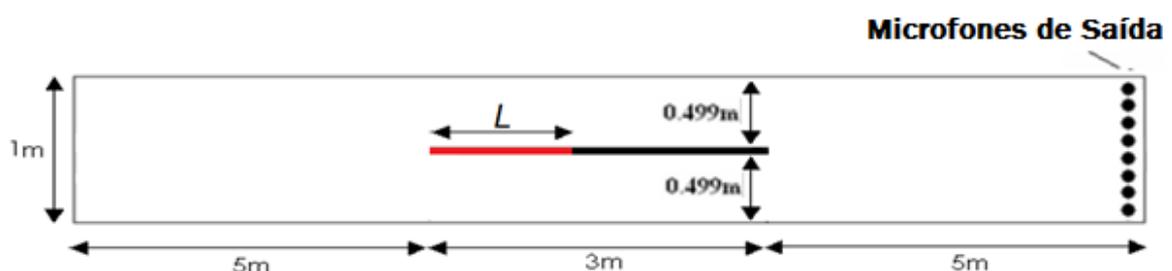


Figura 5.1 – Modelo do duto utilizado para o procedimento de controle ativo de ruído.

Verifica-se a partir da Fig. 5.1 que os sensores do controle estão localizados na saída do duto, a qual representa a sua saída. Os valores de Nível de Pressão Sonora (NPS) serão medidos nestes pontos, sendo o objetivo do controle torná-los o menor possível. O trecho da placa particionadora ( $L$ ) a ser excitado irá variar, bem como a quantidade de pastilhas piezoelétricas. Estes parâmetros serão identificados em sua respectiva seção. A fonte primária se encontra no início do duto – extremidade esquerda.

Vale lembrar que há um atuador para cada partição do duto, ou seja, a placa particionadora não é utilizada para excitar os dois lados a partição. Desta forma, os campos acústicos nas partições serão independentes.

O material das pastilhas piezoelétricas utilizadas foram a cerâmica G-1195 e a placa foi simulada como o material aço. As propriedades utilizadas foram as informadas nas Tab. 2.1 e 2.2 do Capítulo II.

O procedimento de otimização utilizado neste trabalho teve como finalidade permitir simular a estratégia de controle adotada, especialmente para minimizar o nível de pressão sonora à saída do duto. Para tanto, foram consideradas as seguintes variáveis de projeto: posições dos atuadores piezoelétricos, amplitude e fase da tensão aplicada na pastilha de PZT.

A técnica de otimização escolhida foi o método pseudo-aleatório como dos algoritmos genéticos (HAUPT, HAUPT, 2004). Trata-se de uma técnica robusta e bastante eficiente na busca global. O método básico utiliza três operadores fundamentais, a saber: seleção, cruzamento e mutação. Esta técnica foi inicialmente elaborada com o objetivo de simular no computador o funcionamento da genética encontrada na natureza.

Para facilitar a sua utilização neste trabalho, optou-se por usá-la conforme encontrada na plataforma MATLAB®.

Neste procedimento, foram utilizados uma população de 200 indivíduos e 50 gerações. Estes valores foram escolhidos com o objetivo de se evitar a identificação de um mínimo local e de se aproximar ao máximo do valor mínimo da função. A quantidade total de iterações foi de 10200, resultando em um tempo de processamento médio de 8 horas para cada otimização.

## **5.2. Controle ativo em ruídos harmônicos**

Neste procedimento de otimização, foram definidos como dados de entrada a amplitude e a fase da voltagem em cada pastilha piezoelétrica, além da posição em que estes foram instalados. Todas as pastilhas estão centralizadas em relação à largura da

placa, sendo a sua configuração, então, dependente apenas da distância das pastilhas até a borda da placa – Fig. 5.2.

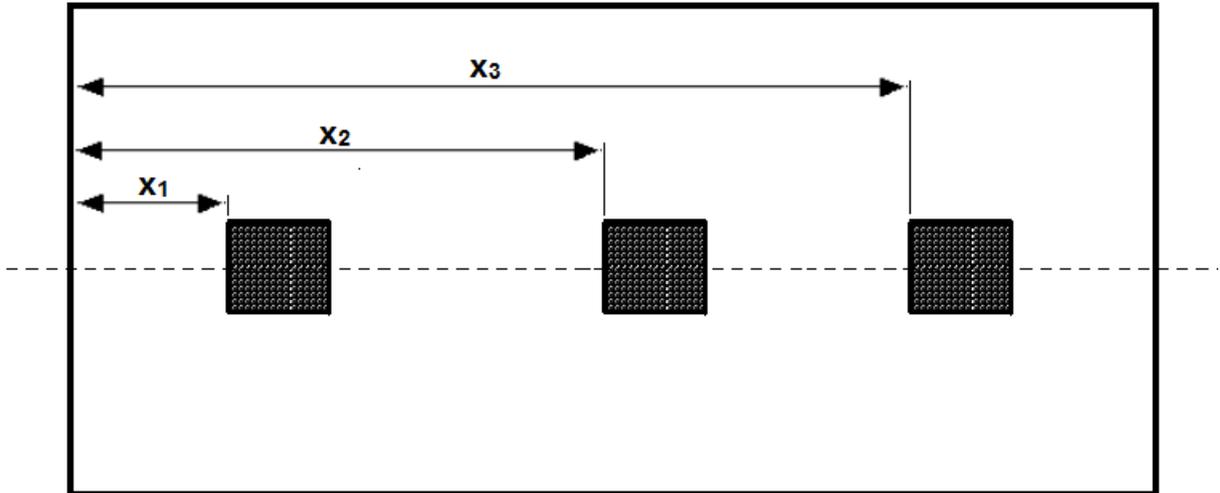


Figura 5.2 – Vista superior do trecho de excitado da placa para determinação da posição dos atuadores.

Primeiramente, será avaliado como o comprimento do trecho da partição a ser excitado influencia no desempenho do controle ativo. Neste caso, serão utilizados três pares de pastilhas para cada placa. Desta forma a função de otimização terá 18 valores de entrada.

Foram adotados 3 valores de  $L$  nestas simulações: 1,0 m, 1,5 m e 2,0 m, obedecendo o posicionamento exposto na Fig. 5.2. O controle foi realizado em 13 diferentes frequências compreendidas entre 80 e 320 Hz, sendo 5 delas compreendidas abaixo da frequência de corte do duto sem a partição. Ressalta-se que a frequência de corte do duto em questão é de 171,5 Hz.

Os resultados foram calculados na escala logarítmica (dB), respeitando a Eq. (5.1), onde  $P$  é a pressão sonora em um ponto e  $P_{ref}$  é a pressão de referência, padronizada no valor de  $20 \cdot 10^{-6}$  Pa.

$$NPS = 20 \log \left( \frac{P}{P_{ref}} \right) \quad (5.1)$$

A seguir, serão expostos os resultados obtidos do controle ativo de ruído com a placa de comprimento 1,0 metro. Os campos sonoros serão mostrados apenas em 4 frequências, com o intuito de ilustrar o controle obtido.

As Figuras 5.3 e 5.4 mostram, respectivamente o campo sonoro no interior do duto antes e após o controle de ruído para a frequência de 80 Hz.

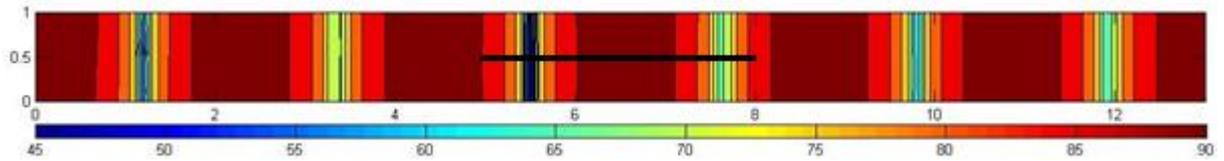


Figura 5.3 – Campo sonoro no duto sem o controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 80 hz.

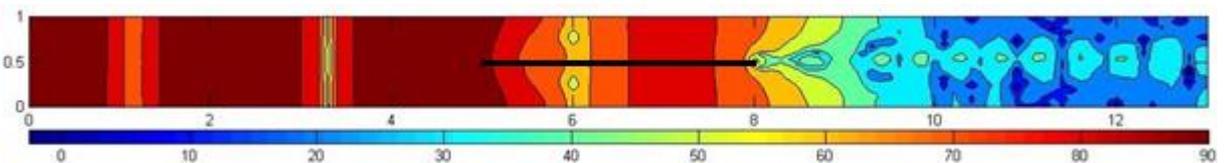


Figura 5.4 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 80 Hz.

Observa-se nas figuras acima que antes da inserção do controle, o NPS na saída do duto assume valores da ordem de 90 dB. Realizada a otimização, este nível se reduz para valores em torno de 35 dB. O valor otimizado da queda obtida foi de 51 dB.

A seguir, estão os resultados obtidos para a frequência de 120 Hz.

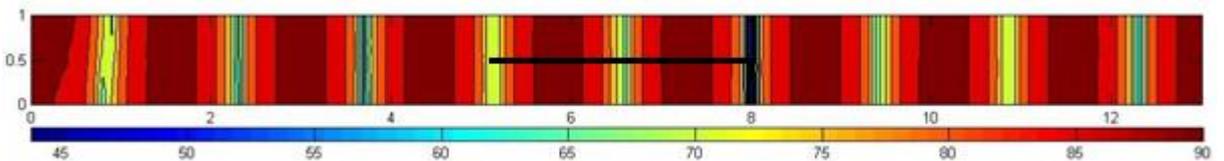


Figura 5.5 – Campo sonoro no duto sem o controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 120 Hz.

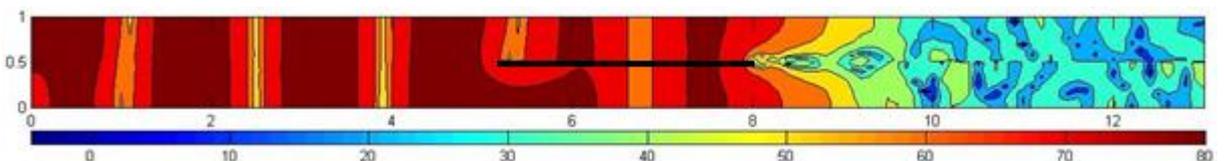


Figura 5.6 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 120 Hz.

De forma semelhante, o duto possui em sua saída valores de 90 dB em sua saída. Após o controle, estes valores caem para níveis da ordem de 40 dB.

A próxima frequência analisada é a de 250 Hz. O campo sonoro antes e após o controle são mostrados nas Fig. 5.7 e 5.8.

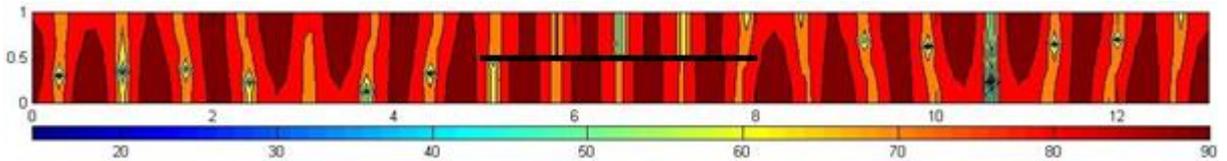


Figura 5.7 – Campo sonoro no duto sem o controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 250 Hz.

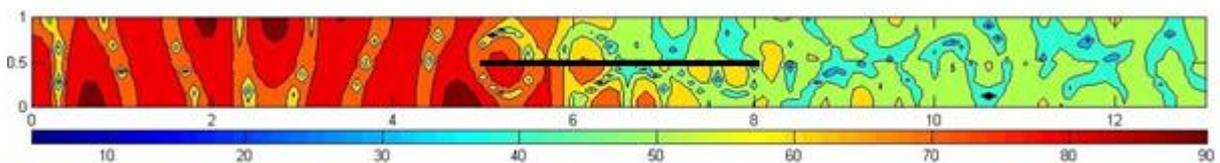


Figura 5.8 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 250 Hz.

Analisando os resultados expostos para a frequência de 250 Hz, observa-se que o controle permite uma redução de aproximadamente 32 dB na saída do duto.

A última frequência da ilustração dos controles foi a de 320 Hz, sendo os campos acústicos mostrados nas Fig. 5.9 e 5.10.

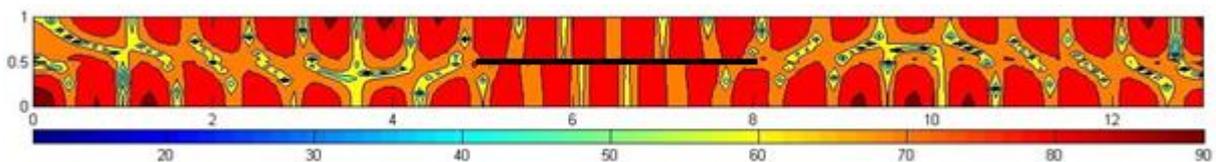


Figura 5.9 – Campo sonoro no duto sem o controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 320 Hz.

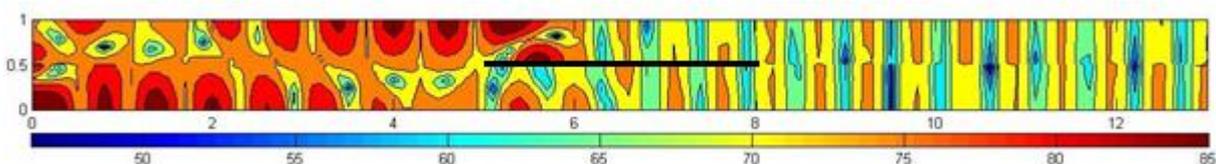


Figura 5.10 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,0 metro na frequência de 320 Hz.

Nesta frequência, observa-se uma redução de 15 dB na saída do duto. Entretanto, ainda é possível observar mínimos de 60 dB na saída. Ressalta-se também que, para esta

frequência, o campo sonoro foi reduzido em todo o duto após o controle, comportamento este que pode ser observado também para a frequência de 120 Hz.

Aumentando o comprimento do trecho excitado para 1,5 metros e mantendo a quantidade de pares de pastilhas piezoelétricas, foram realizados novamente os procedimentos de controle ativo de ruído. As Figuras 5.11 a 5.14 ilustram os resultados obtidos nas mesmas frequências expostas anteriormente. Os campos sonoros sem o controle são os mesmos apresentados anteriormente, já que o modelo do duto é o mesmo.

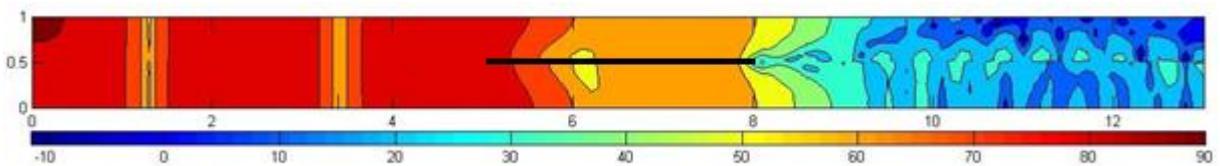


Figura 5.11 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,5 metros na frequência de 80 Hz.

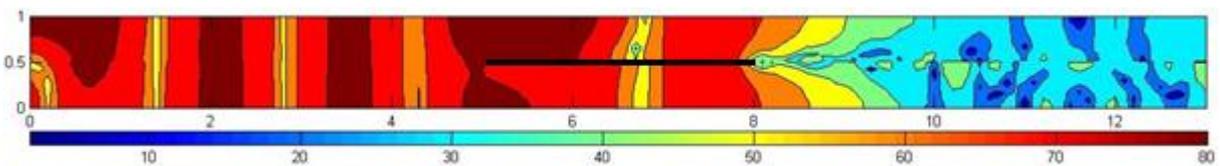


Figura 5.12 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,5 metros na frequência de 120 Hz.

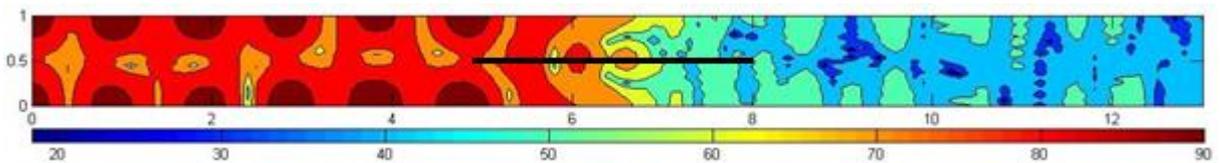


Figura 5.13 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,5 metros na frequência de 250 Hz.

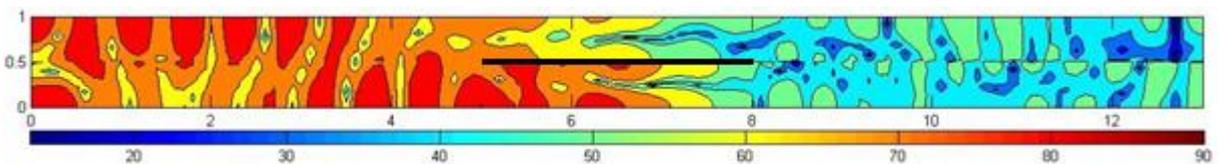


Figura 5.14 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 1,5 metros na frequência de 320 Hz.

Dos dados utilizados para a compilação das figuras, obteve-se como resultado uma queda de 59, 50, 39 e 34 dB para as frequências de 80, 120, 250 e 320 Hz,

respectivamente. Verifica-se um melhor desempenho destas simulações para este comprimento de placa. Seu maior comprimento reduz a probabilidade da fonte excitar nós do duto, melhorando o seu desempenho no controle. Isto também se apresenta como uma vantagem em relação aos alto-falantes como atuadores no controle ativo, já que, por apresentar características de fontes pontuais, existe a possibilidade do atuador ser posicionado em um ponto nodal, prejudicando significativamente o controle.

Em seguida, serão mostrados os resultados para o trecho excitado de 2,0 metros. Os campos sonoros do duto após o controle para as frequências de 80, 120, 250 e 320 Hz estão expostos pelas Fig. 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18, respectivamente.

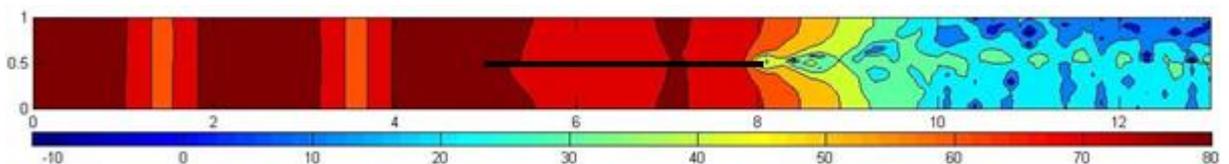


Figura 5.15 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 2,0 metros na frequência de 80 Hz.

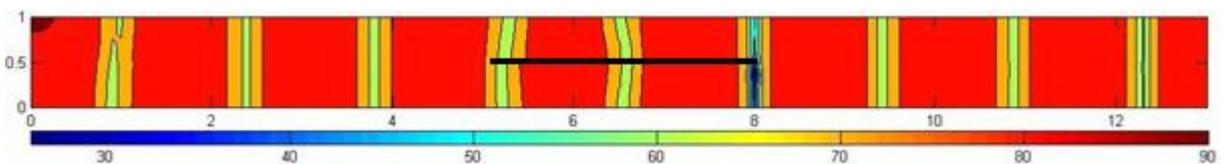


Figura 5.16 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 2,0 metros na frequência de 120 Hz.

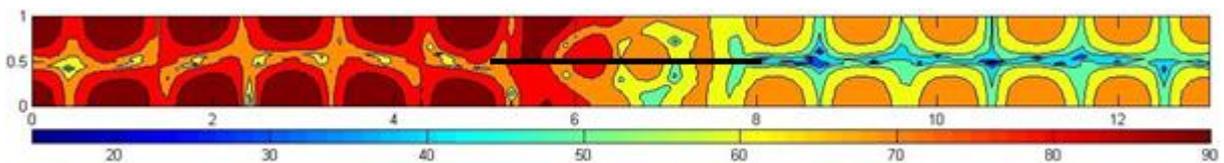


Figura 5.17 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 2,0 metros na frequência de 250 Hz.

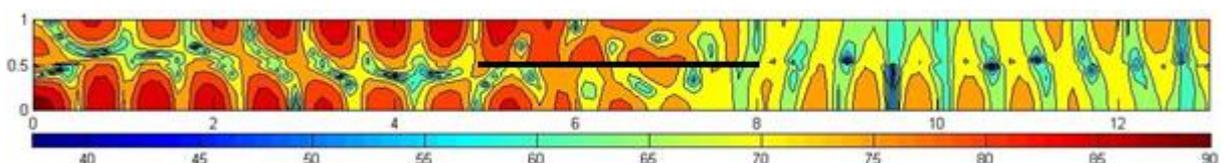


Figura 5.18 – Campo sonoro no duto com controle com a placa excitada de 2,0 metros na frequência de 320 Hz.

Nota-se na observação dos campos sonoros obtidos que o desempenho do controle nesta configuração diminuiu, com a exceção da frequência de 80 Hz. Isto deve-se ao fato do comprimento da fonte de controle ocupar a maior porcentagem do trecho particionado. Desta forma, o campo sonoro neste trecho não toma a forma da propagação de uma onda plana, dificultando a geração de um sinal apropriado para o controle.

Para os resultados obtidos nas demais frequências simuladas não foram gerados gráficos, porém a queda obtida para as três configurações estão contidas na Tab. 5.1.

Tabela 5.1 – Queda do NPS na saída do duto com o controle ativo de ruído nas diferentes configurações do duto.

Frequência (Hz)	Queda (dB)		
	Placa 1,0 m	Placa 1,5 m	Placa 2,0 m
80	51	59	59
100	0	3	5
120	50	50	3
150	3	8	2
170	39	5	30
200	37	22	7
220	13	8	1
240	30	12	5
250	32	39	17
270	30	20	14
280	37	7	18
300	23	3	8
320	15	34	12

Observando a Tab. 5.1, é possível confirmar, de uma forma geral, que o pior desempenho é apresentado para a situação em que a placa excitada tem 2 metros de comprimento. A configuração na qual a placa é excitada em apenas um trecho de 1 metro apresenta boa eficiência no controle de ruído, já que nesta situação a propagação de onda plana na região particionada é mais pronunciada. Porém, sua desvantagem em relação à segunda configuração – placa de 1,5 metros de comprimento – é que existe um maior risco da placa se encontrar em uma região nodal, prejudicando o desempenho do controle.

Ainda nos resultados da Tab. 5.1, verifica-se que para as frequências de 100 e 170 Hz o baixo desempenho do controle ocorre para todas as três configurações. Como as duas

frequências são baixas, seu comprimento de onda é maior e, por conseguinte, as regiões com baixa amplitude, próximas aos nós, podem ter ocorrido na posição na qual as fontes de controle foram inseridas. Para investigar isto, o comprimento da região particionada foi aumentada para 7 metros e, excitando apenas o trecho correspondente aos primeiros 1,5 metros, o controle foi realizado novamente. O modelo deste duto está mostrado na Fig. 5.19.

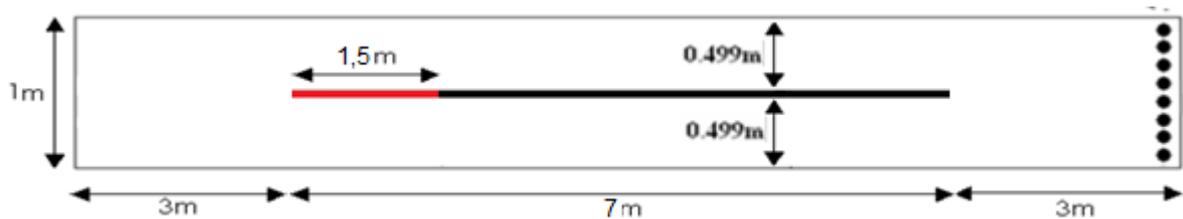


Figura 5.19 – Modelo do duto utilizado para a investigação do baixo desempenho do controle nas baixas frequências.

O trecho de 1,5 metros também foi excitado com 3 pares de pastilhas piezoelétricas nas placas de cada partição. Os resultados do campo sonoro com e sem o controle para a frequência de 100 Hz estão expostos pelas Fig. 5.20 e 5.21.

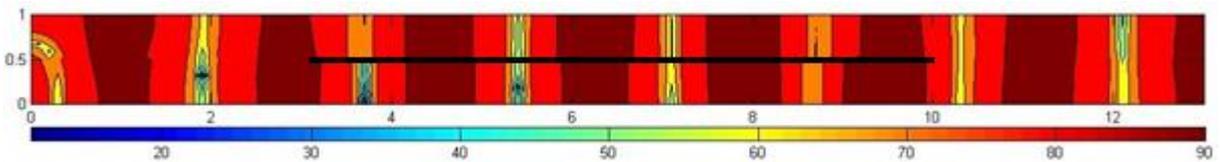


Figura 5.20 – Campo sonoro sem controle na frequência de 100 Hz para o segundo modelo do duto.

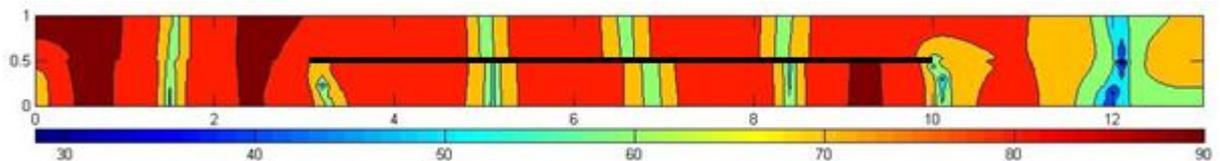


Figura 5.21 – Campo sonoro com controle na frequência de 100 Hz para o segundo modelo do duto.

Da análise das Fig. 5.20 e 5.21, verifica-se que a mudança da posição da placa aumentou o decaimento do nível de pressão sonora para 10 dB.

Já as Figuras 5.22 e 5.23 mostram os resultados obtidos para a frequência de 150 Hz.

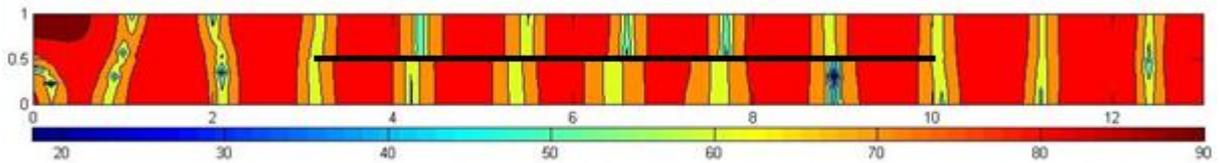


Figura 5.22 – Campo sonoro sem controle na frequência de 150 Hz para o segundo modelo do duto.

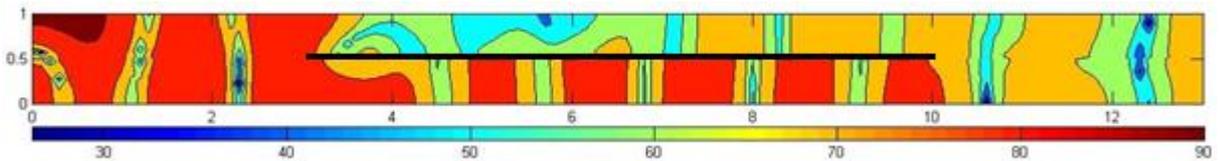


Figura 5.23 – Campo sonoro com controle na frequência de 150 Hz para o segundo modelo do duto.

Analisando o controle na frequência de 170 Hz para este caso a atenuação com o controle ativo passou a ser 13 dB.

Como a mudança de posição da fonte de controle ocasionou um aumento na atenuação via controle ativo de ruído, é possível afirmar que, na configuração anterior, estas fontes se encontravam em uma região nodal, o que reduz de forma significativa o desempenho do sistema de controle.

### 5.3. Controle ativo para ruídos aleatórios.

Neste item, será considerada a excitação do duto com um ruído aleatório. Para isto, será utilizado um ruído de banda estreita com amplitudes entre as frequências de 240 e 260 Hz. Estas simulações servirão para avaliar a possibilidade de controlar ruídos brancos.

A fim de reduzir o custo computacional, esta banda foi discretizada de 5 em 5 Hz. O modelo utilizado para a simulação do controle ativo de ruído foi o mesmo do item anterior, ilustrado pela Fig. 5.1, porém o valor de  $L$  será admitido 1,5 metros para todas as simulações.

A metodologia utilizada para este controle foi otimizar a posição dos atuadores piezoelétricos para as duas placas na frequência central (250 Hz) e, utilizando esta configuração, otimizar a amplitude e a fase da tensão aplicada nos pares de pastilhas para a obtenção do menor valor de pressão sonora na saída do duto.

O ruído utilizado como entrada nesta simulação e o campo acústico gerado por esta fonte no duto em questão estão expostos pelas Fig. 5.24 e 5.25, respectivamente.

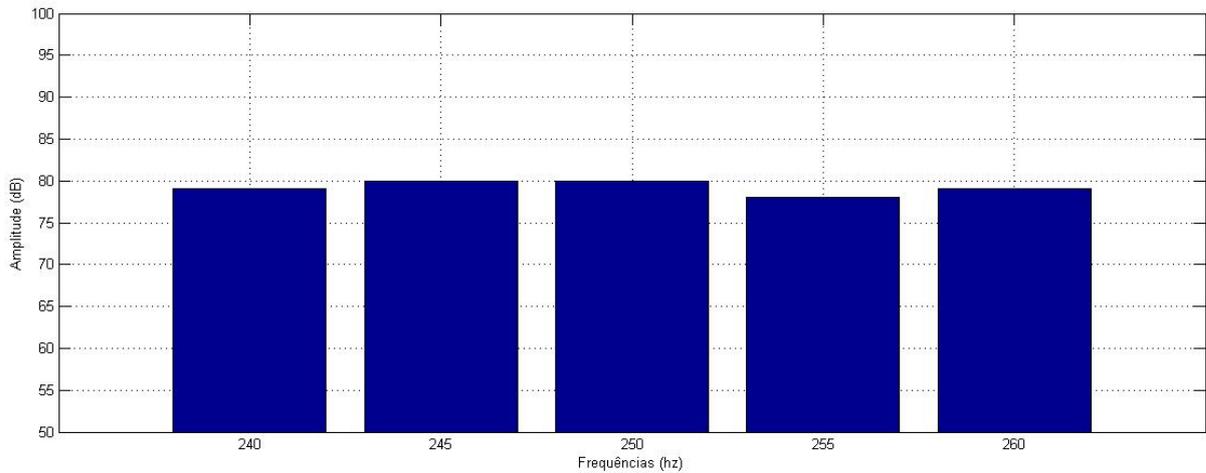


Figura 5.24 – Ruído de entrada para simulação do controle ativo de ruído.

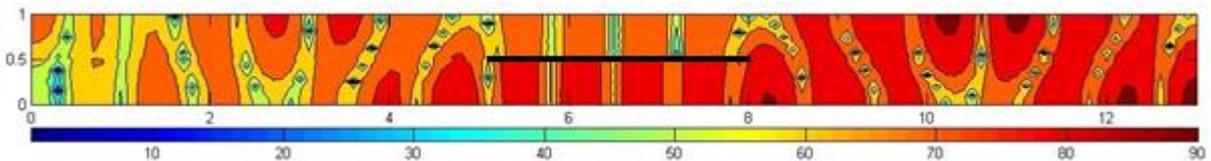


Figura 5.25 – Campo sonoro no interior do duto submetido a ruído de banda estreita sem o controle ativo de ruído.

Verifica-se da Fig. 5.24 que o nível de ruído tem amplitude de aproximadamente 80 dB em todas as frequências da banda. Avaliando o campo sonoro, observa-se que o NPS na saída do duto é da ordem de 80 dB, encontrando, ainda, valores máximos de 90 dB.

Para o primeiro procedimento de controle foram utilizados três pares de pastilhas piezoelétricas para a excitação da placa. Após obtidas as posições ótimas para o controle na frequência de 250 Hz, passou-se à otimização em todas as frequências da banda estreita. Sendo os dados de entrada apenas a amplitude e fase da tensão em cada PZT, tem-se que, para esta simulação, a função possui 12 entradas.

O NPS máximo obtido na saída do duto após o controle e o campo sonoro ótimo são mostrados, respectivamente, nas Fig. 5.26 e 5.27

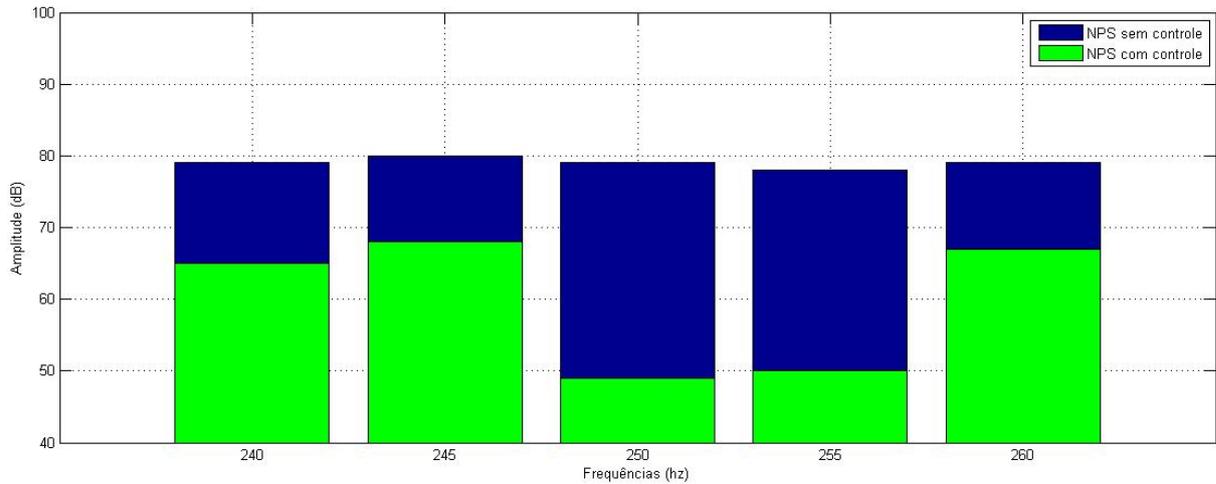


Figura 5.26 – NPS máximo na saída do duto antes e após a aplicação do controle ativo de ruído utilizando 3 pares de pastilhas piezoelétricas.

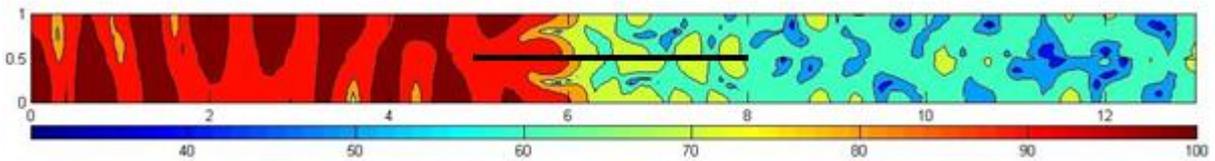


Figura 5.27 – Campo acústico no duto após o controle e ruído utilizando 3 pares de pastilhas piezoelétricas.

Avaliando as Fig. 5.26 e 5.27, observa-se que na frequência central o decaimento é de aproximadamente 30 dB, variando de 12 a 28 dB nas demais frequências. A queda global do ruído nesta simulação na saída do duto foi da ordem de 30 dB.

A seguir, a fim de avaliar a influência da quantidade de pastilhas piezoelétricas no desempenho do controle, as simulações foram realizadas novamente para a excitação da placa a partir de 2 PZTs e 4 PZTs.

Tendo isto em vista, o primeiro caso tratado foi a utilização de 2 pares de pastilhas em cada placa. Como já dito, antes do procedimento de controle, é realizada uma otimização da posição dos PZTs na frequência de 250 Hz. Sendo assim, para o controle ativo, a função objetivo possui 8 dados de entrada.

Aplicados os controles ativos, os resultados obtidos estão expostos nas Fig. 5.28 e 5.29. Na primeira, é apresentado o valor máximo de NPS encontrado na saída do duto antes e depois do controle e, na segunda, o campo sonoro resultante no duto.

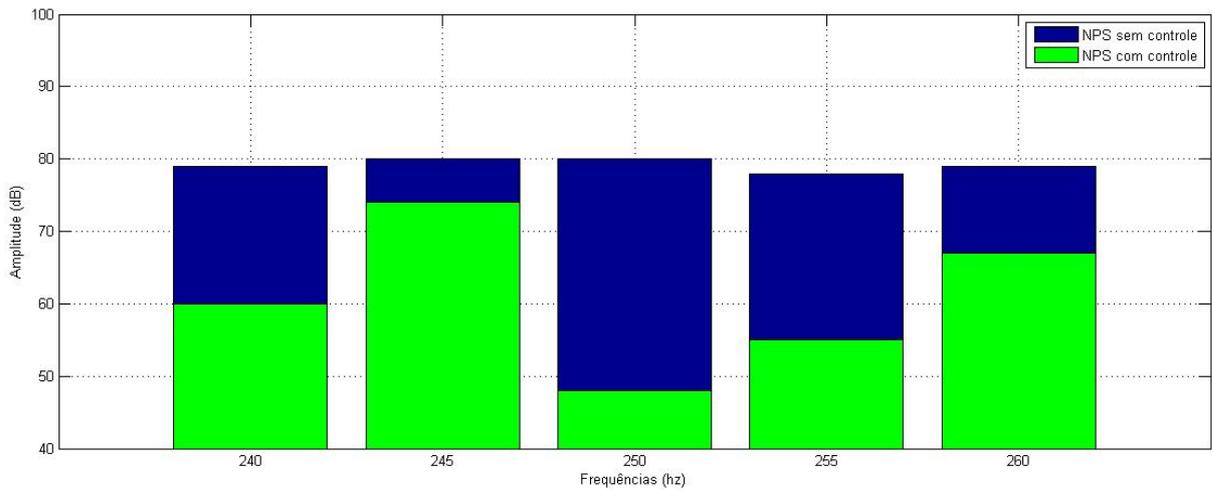


Figura 5.28 – NPS máximo na saída do duto antes e após a aplicação do controle ativo de ruído utilizando 2 pares de pastilhas piezoelétricas.

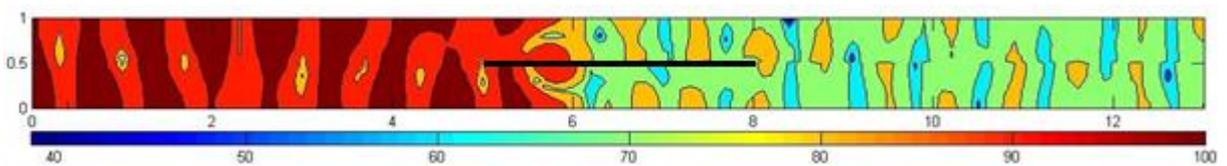


Figura 5.29 – Campo acústico no duto após o controle e ruído utilizando 2 pares de pastilhas piezoelétricas.

Verifica-se que para o caso da utilização de apenas 2 pares de pastilhas, o desempenho apenas para a frequência central não foi muito diferente. Entretanto, nas demais frequências o desempenho diminuiu. Este fato se reflete no decaimento obtido no NPS global na saída do duto, estando entre 20 e 25 dB.

Este fato já era esperado, já que quanto menor a quantidade de atuadores instalados na placa, menor o controle que se tem sobre a forma de vibração. Sendo assim, a sua versatilidade em termos de frequência se reduz. Desta forma a configuração de pastilhas anterior se demonstra mais adequado para esta aplicação.

A última situação simulada foi a utilização de 4 pares de atuadores piezoelétricos na placa. A partir destas simulações, foram obtidos os resultados de NPS na saída do duto e o campo acústico das Fig. 5.30 e 5.31.

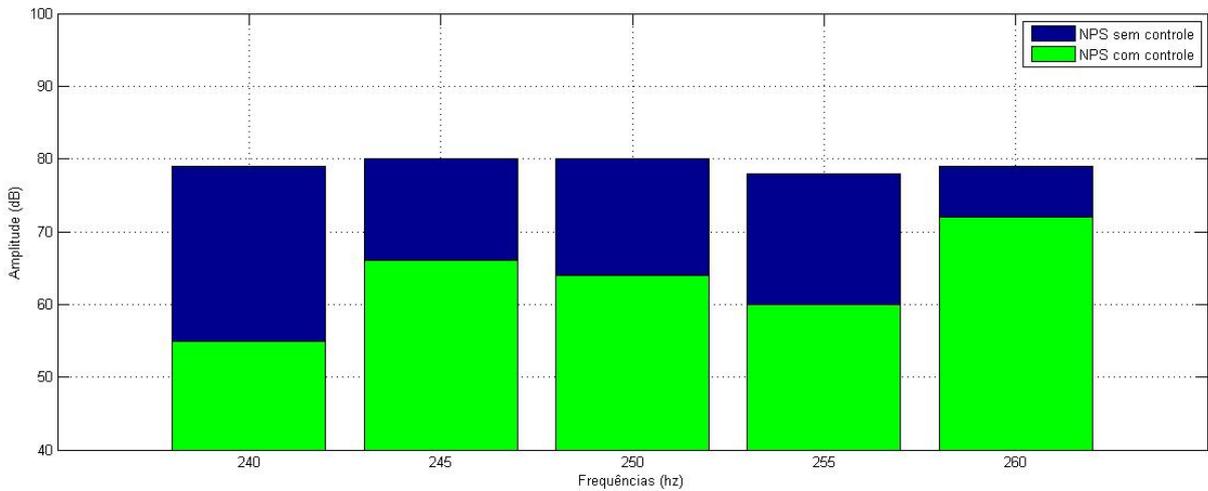


Figura 5.30 – NPS máximo na saída do duto antes e após a aplicação do controle ativo de ruído utilizando 4 pares de pastilhas piezoelétricas.

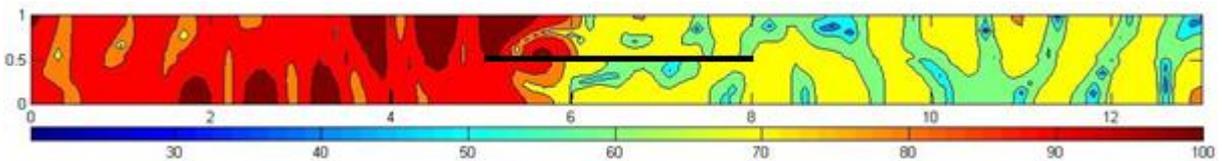


Figura 5.31 – Campo acústico no duto após o controle e ruído utilizando 4 pares de pastilhas piezoelétricas.

Observando o caso da aplicação de 4 atuadores na placa, nota-se que o seu desempenho na frequência central é menor que nas frequências laterais. O maior valor obtido na atenuação nesta faixa foi de 24 dB na frequência de 240 Hz. O nível de ruído global na saída do duto foi reduzido da ordem de 20 dB. Estes resultados apresentam que deve-se ter um cuidado com a quantidade de atuadores que serão utilizados na placa, já que, apesar de se ter um maior controle na forma da vibração da placa, as amplitudes se elevam e, conseqüentemente, o ruído gerado. Neste caso, o ruído gerado pela placa foi mais alto que o campo sonoro antes de se introduzir controle.

Outro fator que deve ser observado é que o número de exagerado de atuadores na placa pode induzir um controle de vibração da placa inesperado. Isto se torna negativo, já que uma quantidade de energia é desperdiçada com os atuadores e, além disso, a potência acústica da fonte de controle também é prejudicada.

# CAPÍTULO VI

## CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

### 6.1. Conclusões

Foi proposta neste trabalho a utilização de estruturas inteligentes para a obtenção do controle ativo de ruído em um duto particionado. A fim de se avaliar esta técnica, foi necessário o conhecimento do comportamento dinâmico de estruturas excitadas por atuadores piezoelétricos, desenvolver equações para a obtenção do campo acústico dentro de um duto gerado por estas estruturas e, por fim, a aplicação destas equações em um duto particionado utilizando a técnica de SMC.

Para a utilização desta técnica, primeiramente se fez necessário conhecer o comportamento dinâmico das estruturas excitadas por atuadores piezoelétricos, já que esta foi a fonte de controle utilizada para a obtenção do controle ativo de ruído. As conclusões a respeito deste desenvolvimento foram que:

- a) como a placa a ser utilizada é fina e retangular, se tornou adequado utilizar a teoria de Kirchhoff e as suas respectivas considerações e simplificações para a obtenção dos modos de vibrar da placa;
- b) a modelagem dinâmica de uma placa se apresenta bastante semelhante à modelagem de vigas, porém, nestas aplicações são consideradas a vibração nas duas direções do plano da placa e, conseqüentemente, modos de vibração dependentes de cada direção;
- c) para que seja possível obter os modos de vibração e as frequências naturais da placa, é necessário definir as condições de contorno da mesma, porém, caso estas condições não sejam de apoio simples em todas as bordas, o desenvolvimento analítico leva a equações transcendentais, sendo necessário um método numérico para este cálculo;

- d) de posse dos modos, é possível de se obter o campo de deslocamentos da placa devido à excitação harmônica de um atuador piezoelétrico através do teorema da expansão.

Após obtida todas as equações da modelagem analítica do campo de deslocamentos da placa, realizou-se também uma modelagem via Método dos Elementos Finitos a fim de comparar os resultados. Desta comparação, concluiu-se que:

- a) como o modelo de elementos finitos é discretizado, foram encontrados problemas para a modelagem das condições de contorno, já que os graus de liberdade bloqueados são diferentes para cada borda e, assim, os nós das quinas das placas se tornavam ambíguos;
- b) em consequência do exposto, os modos de vibrar da placa do modelo de MEF não representavam perfeitamente os modos respectivos a uma placa simplesmente apoiada em todas suas bordas, o que ocasionou uma diferença entre os modos obtidos numérica e analiticamente;
- c) os campos de deslocamentos obtidos em ambos os métodos se mostraram correlatos, sendo suas pequenas diferenças devido às incorrespondências nos modos de vibrar;
- d) A amplitude de ambas modelagens apresentaram a mesma ordem de grandeza e, a partir das conclusões anteriores, as equações foram consideradas corretas e viáveis para a utilização na sequência do desenvolvimento.

Conhecido o comportamento da placa, passou-se ao desenvolvimento das equações para a obtenção da pressão sonora gerado em um ponto qualquer do duto por uma superfície vibrante. Analisando o que foi desenvolvido, foi possível retirar as seguintes conclusões:

- a) a forma mais viável para a modelagem deste campo acústico foi considerar o cálculo da pressão sonora no interior de um volume fechado devido às diferentes condições de contorno;
- b) a condição de contorno mais adequada foi aquela que considera que a velocidade da partícula de fluido contida no duto é igual à velocidade da superfície na qual estas partículas estão em contato;
- c) inseridos os campos de deslocamentos da placa gerados pelas pastilhas piezoelétricas nas equações da acústica, foi possível obter uma expressão que prevê a pressão em qualquer ponto do duto gerada por esta interação fluido-estrutura.

Em seguida, a fim de se validar esta expressão, foi construído o modelo de um duto simples excitado por uma estrutura inteligente analiticamente e via MEF. As conclusões obtidas da comparação dos modelos foram:

- a) a partir da comparação do campo acústico do duto obtidos nos resultados das modelagens analítica e numérica, observou-se que as amplitudes da pressão sonora era diferente nos modelos, sendo isto decorrente da forma de modelagem do contorno do duto;
- b) as amplitudes consideradas corretas nesta validação foram as do modelo analítico, já que o contorno no modelo de elementos finitos foi simplificada com o intuito de eliminar o amortecimento ao longo do duto, fator não considerado de elementos finitos;
- c) apesar da diferença das amplitudes, o que mais interessou avaliar foi a forma do campo acústico, sendo esta apresentada correspondente em todas as frequências simuladas;
- d) a expressão para a obtenção do campo de pressão sonora no interior do duto foi considerada validada.

O último desenvolvimento antes das simulações do controle ativo foi a utilização da síntese modal combinada com a expressão supracitada para a obtenção do campo sonoro no interior de um duto particionado. As conclusões deste capítulo estão expostas a seguir:

- a) para tornar o ruído gerado nas partições independentes, foi necessário considerar a utilização de duas placas vibrantes independentes;
- b) através do método de síntese modal, é possível se obter o campo sonoro em todo o duto particionado, sendo conhecida a pressão sonora em apenas um nó do modelo, sendo que, após calculadas as pressões na superfície da placa vibrante através da expressão desenvolvida, é possível se obter o campo sonoro gerado pelas placas em todo o duto;
- c) como a placa abrange uma grande quantidade de nós, espera-se que o custo computacional deste controle seja maior que o obtido com a utilização de um atuador convencional.

Da mesma forma que os modelos anteriores, o obtido através da SMC foi validado através da comparação de seus resultados com os resultados de um modelo de elementos finitos, sendo extraídas as conclusões a continuação:

- a) o custo computacional dos cálculos no modelo de elementos finitos se apresenta maior que os da técnica de SMC;

- b) o MEF também apresenta maior complexidade na modelagem, enquanto na SMC, após obtidos os modos acústicos do duto, as simulações se tornam rápidas e de fácil manipulação;
- c) assim como ocorrido na modelagem analítica do duto, as amplitudes obtidas na SMC e no MEF foram distintas, o que também é explicado pela definição simplista do contorno utilizada no modelo de elementos finitos;
- d) apesar das amplitudes, as formas dos campos de pressão sonora foram semelhantes, sendo isto suficiente para a validação do modelo obtido na técnica de SMC.

Tendo os modelos confiáveis, passou-se, então, para as simulações do controle ativo de ruído. Estas simulações foram realizadas utilizando apenas o modelo da SMC, sendo concluído que:

- a) o fato da fonte e controle ser um sistema dinâmico, existe uma dificuldade na manipulação do campo acústico gerado pela fonte de controle, já que este depende da resposta da placa;
- b) a modelagem das fontes de controle também foi realizada separadamente para cada lado da partição, a fim de se facilitar o controle do nível de ruído;
- c) a técnica de otimização escolhida para a simulação do controle ativo foi a dos Algoritmos Genéticos, sendo que para uma resposta satisfatória do procedimento, foram necessárias 10200 iterações;
- d) avaliando a influência do comprimento do trecho da partição a ser excitado, notou-se que quanto maior este trecho, menor o risco do posicionamento da placa em uma região nodal, entretanto, com trechos menores, é possível se obter formas de onda plana mais definidas na região da partição, o que ocasiona um desempenho melhor no controle;
- e) no controle de sinais harmônicos, a técnica mostrou bom desempenho, porém deve haver o cuidado para não posicionar as placas atuadoras em regiões nodais;
- f) já nos resultados relacionados ao controle de ruídos aleatórios, verifica-se que este também é possível e apresenta bom desempenho;
- g) avaliando a quantidade de atuadores piezoelétricos no controle dos ruídos aleatórios, verifica-se que a quantidade influencia na manipulação da forma de vibração da placa, o que contribui para o desempenho do controle, entretanto, o excesso de atuadores na placa pode gerar níveis de ruídos elevados, de forma que, apesar do controle, a queda do nível de ruído não é satisfatória.

Avaliando o exposto, de uma forma geral, a utilização de estruturas inteligentes como partição de dutos com propagação de modos de alta ordem é adequada para a obtenção do controle ativo de ruído.

Dependendo da situação em que se encontra o ruído da fonte primária, esta técnica pode se mostrar ainda mais eficiente que a obtida a partir de atuadores convencionais.

De forma prática, a instalação também se mostra como uma vantagem, já que não será necessária a inserção de alto-falantes no duto e nem a destruição da parede, exceto pelos furos necessários para a alimentação dos atuadores. Após inserido o particionamento adequado, basta instalar as pastilhas piezoelétricas para se obter o controle ativo. Além disso, estes atuadores também irão ocasionar uma menor perda de carga no interior do duto.

## **6.2. Propostas para trabalhos futuros**

Propõe-se para trabalhos futuros como sequência deste:

- a) A avaliação prática da viabilidade e desempenho do controle ativo de ruído utilizando estruturas inteligentes;
- b) O estudo da utilização dos atuadores estudados neste trabalho em sinais aleatórios de banda larga;
- c) A utilização de outros materiais inteligentes como, por exemplo, os materiais com memória de forma;
- d) A análise da influência das diferentes configurações dos atuadores na placa particionadora no desempenho do controle.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abreu, G. L. C. M., Ribeiro, J. F., Steffen Junior, V., **Finite elemento modeling of a plate with localized piezoelectric sensors and actuators**, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, v. 26, n. 2, pp. 117-128, 2004.

Araújo, C. A., **Modelagem de Sistemas Dinâmicos através da Síntese Modal de Componentes**, 156 p. Tese (Doutorado), Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998.

Bailey, T., Hubbard, J. E., **Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 8, pp. 605-611, 1985.

Balamurugan, V., Narayanan, S., **Shell finite elements for smart piezoelectric composite plate/shell structures and its application to the study of active vibration control**, Finite Elements in Analysis and Design, vol. 37, pp. 713-738, 2001.

Baz, A., Poh, S., **Performance of an active control system with piezoelectric actuators**, Journal of Sound and Vibration, vol. 126, pp. 327-343, 1988.

Bistafa, S. R., **Acústica Aplicada ao Controle de Ruído**, 1ª Ed., 368 p., Ed. Edgard Blucher, São Paulo, 2006.

Bueno, D. D., **Controle ativo de vibrações e localização ótima de sensores e atuadores piezoelétricos**, Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

Clark, R. L., Fuller, C. R., **Experiments on active control of structurally radiated sound using multiple piezoceramic actuators**, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 91, pp. 3313-3320, 1992.

Craig Jr., R. R., **Structural Dynamics – An introduction to Computer Methods**, New York: John Wiley & Sons Inc., 527 p., 1981.

Craig Jr., R. R., Chang, C. J., **On the attachment modes in substructure coupling for dynamic analysis**, AIAAJ., paper 77-405, Mar. 1977.

Crawley, E. F., De Luis, J., **Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Journal vol. 25, pp. 1373-1385, 1987.

Dimitriadis, E. K., Fuller, C. R., Rogers, C. A., **Piezoelectric actuators for distributed noise and vibration excitation of thin plates**, 8<sup>th</sup> Biennial Conference on Failure Prevention and Reliability, Montreal, Quebec, Canada, pp. 223-233, 1989.

Donadon, L. V., **Análise teórica e experimental de estratégias de controle ativo de ruído**, 260 f., Tese (Doutorado), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

Duarte, M. A. V., **Ajuste de modelos dinâmicos de estruturas com não linearidades concentradas**, Tese (Doutorado), 190 p., Campinas, Departamento de Mecânica Computacional, Unicamp. 1994.

Fahy, F., Gardonio, P., **Sound and Structural Vibration**, 2<sup>a</sup> Ed., Academic Press, 2007, 665p.

Fuller, C. R., Hansen, C. H., Snyder, S. D., 1991, **Experiments on active control of sound radiation from a panel using piezoceramic actuator**, Journal of Sound and Vibration, vol. 150, pp. 179-190, 1991.

Gerges, S. N. Y., **Ruído – Fundamentos e Controle**, 2<sup>a</sup> Ed., Florianópolis, 696p., 2000.

Guedes, F. P., **Controle ativo de ruído em dutos de ventilação: um experimento para aplicação em unidades offshore**, Dissertação (Mestrado), Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Oceânica, UFRJ, 2006.

Han, J., Lee, I., **Optimal placement of piezoelectric sensors and actuators for vibration control of a composite plate using genetic algorithms**, Smart Mater. Struct., pp. 257-267, UK, 1999.

Hansen, C. H., **Understanding Active Noise Cancellation**, Taylor & Francis Group, New York, 2003.

Haupt, R. L., Haupt, S. E., **Practical Genetic Algorithms**, John Wiley & Sons Inc. New Jersey, 2004.

Kamada, T., Fujita, T., Hatayama, T., Arikabe, T., Murai, N., Aizawa, S., Tohyama, K., **Active vibration control of frame structures with smart structures using piezoelectric actuators (Vibration control by control of bending moments of columns)**, Smart Mater. Struct. pp. 448-456, UK, 1997.

Lima Jr., J. J., **Modelagem de sensores e atuadores piezelétricos com aplicações em controle ativo de estruturas**, 209f., Tese (Doutorado), Universidade Federal de Campinas, Campinas, SP, 1999.

Maess, M., Gaul, L., **Substructuring and model reduction of pipe components interacting with acoustic fluids**, Mechanical Systems and Signal Processing, 20, pp. 45-64, 2006.

Maia, N. M. M., Silva, J. M. M., **Theoretical and Experimental Modal Analysis**, 1 Ed., John Wiley & Sons Inc, 468 p., 1997.

Melo, N. M., **Controle ativo de ruído sonoro aplicado a dutos usando dispositivos piezelétricos**, Tese (Doutorado), João Pessoa, Centro de Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba, 2004.

Nunes, M. A. A., **Utilização de Síntese Modal de componentes e Particionamento Axial de Dutos para controle dos Modos Acústicos de Alta Ordem**, 222 p., Tese (Doutorado), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2009.

Nuñez, I. J. C., **O controle ativo de ruído em dutos: um estudo teórico-experimental**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2005.

Oliveira, E. L., **Controle Ativo de Ruído aplicado Dutos com Propagação de Modos Acústicos de Alta Ordem Via Particionamento Axial**, 130 f., Tese (Doutorado), Universidade federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012.

Pelton, H. K., Wise, S., Sims, W. S., **Active HVAC noise control systems provide acoustical comfort**, Sound and Vibration, 14-18, July 1994.

Pergher, R., **Controle de radiação Sonora numa placa rectangular através de atuadores piezelétricos discretos**, 96 f., Tese (Doutorado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

Rixen, M., Géradin, D., **Mechanical vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics**, 2 Ed., John Wiley & Sons Inc, 425 p., 1997.

Rocha, T., L., **Modelagem de estruturas inteligentes**, 124f., Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, 2004.

Santana, D. C., **Controle ativo de ruído empregando placas retangulares com atuadores piezoelétricos distribuídos**, 198 p. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Uberlândia Uberlândia, 2002.

Silva, S., **Projeto de controladores robustos para aplicações em estruturas inteligentes utilizando desigualdades matriciais lineares**, Dissertação (Mestrado), Departamento de Engenharia Mecânica, UNESP, Ilha Solteira, SP, Brasil, 2005.

Steffen Jr., V., Rade, D. A., **Fundamentos e aplicações de materiais inteligentes**, 3º Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC, 3, Ilha Solteira – SP, 2004.

Vasques, C. M. de A., **Vibration control of adaptative structures: modeling, simulation and implementation of viscoelastic and piezoelectric damping technologies**, Tese (Doutorado), Universidade do Porto, 2008.

Wang, B. T., Fuller, C. R., Dimitriads, E. K., **Active control of noise transmission through rectangular plates using multiple piezoelectric or point force actuators**, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 90, pp. 2828-2830, 1991.